



HAL
open science

Développement de capteurs thermiques virtuels dans le cadre du contrôle d'électronique de puissance

Ali El Arabi

► To cite this version:

Ali El Arabi. Développement de capteurs thermiques virtuels dans le cadre du contrôle d'électronique de puissance. Thermique [physics.class-ph]. Université de Lorraine, 2025. Français. ⟨NNT : 2025LORR0077⟩. ⟨tel-05218412⟩

HAL Id: tel-05218412

<https://hal.science/tel-05218412v1>

Submitted on 21 Aug 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC0 1.0 - Universal - International License



**UNIVERSITÉ
DE LORRAINE**

**BIBLIOTHÈQUES
UNIVERSITAIRES**

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact bibliothèque : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr
(Cette adresse ne permet pas de contacter les auteurs)

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Thèse

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du titre de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE

Mention : Energie et Mécanique

Ali EL ARABI

Sous la direction de Benjamin Rémy et Nicolas Blet

Développement de capteurs thermiques virtuels dans le cadre du contrôle d'électronique de puissance

10 Juillet 2025

Membres du jury :

Directeurs de thèse :	M. Benjamin REMY	Professeur des universités - Université de Lorraine (LEMTA)
	M. Nicolas BLET	Maître de conférences – Université de Lorraine (LEMTA)
Rapporteurs :	M. Jean-Luc BATTAGLIA	Professeur des universités – Université de Bordeaux (I2M)
	M. Olivier QUEMENER	Professeur des universités – Université d'Evry (LMEE)
Examineurs :	M. Abdelwahed HAJJAJI	Professeur des universités – ENSA El Jadida (LabsIPE) Université Chouaib Doukkali
	Mme. Laetitia PEREZ	Maitre de conférences HDR – Université d'Angers (LARIs)
	M. Matthieu URBAIN	Maître de conférences- Université de Lorraine (LEMTA)
Président :	M. Didier SAURY	Professeur des universités – Université de Poitiers (ISAE)
Membres invités :	M. Denis MAILLET	Professeur émérite – Université de Lorraine (LEMTA)

Abstract :

The junction temperature should be monitored to ensure the protection of the component by integrating this parameter into control and command strategies. Unfortunately, this temperature cannot be directly measured due to various technological constraints. In this work, virtual thermal sensors based on an algorithm of inversion and deported temperature measurements have been developed. These algorithms are primarily built upon convolutional models specifically designed in this study. The models were calibrated using the results of a semi-analytical model, which was developed and validated in 2D against numerical simulations performed in COMSOL. Subsequently, the models were further refined based on the results of 3D COMSOL simulations and, ultimately, validated against experimental data.

Résumé :

La température de jonction des transistors est un paramètre essentiel à prendre en compte dans l'élaboration des stratégies de contrôle-commande des convertisseurs d'électronique de puissance. Cependant, en raison de contraintes technologiques, cette température ne peut pas être mesurée directement. Dans ce travail, des modèles convolutifs ont été développés pour estimer la température de jonction à partir de mesures thermiques déportées : il s'agit de capteurs thermiques virtuels. Ces modèles ont été calibrés et validés en s'appuyant sur un modèle semi-analytique, des simulations numériques en 2D et 3D sous COMSOL, ainsi que sur des résultats expérimentaux.

Note aux lecteurs :

Cette thèse a été rédigée avec une intention pédagogique, afin de faciliter la lecture et la compréhension, notamment pour les lecteurs non spécialistes ou débutants dans certains domaines abordés.

Elle a également été structurée de manière à ce que chaque chapitre puisse être lu indépendamment, ce qui justifie la présence de quelques redondances volontaires dans le texte.

En tant que doctorant, j'ai moi-même souvent ressenti le manque de références claires et accessibles, notamment en ce qui concerne l'introduction aux méthodes inverses.

Face à cette difficulté, j'ai ressenti le besoin d'un document à la fois rigoureux et lisible, que je n'ai malheureusement pas trouvé.

C'est donc dans cet esprit que j'ai conçu ce manuscrit, avec l'espoir qu'il puisse servir de point d'entrée pour d'autres jeunes chercheurs ou lecteurs intéressés par ces méthodes.

Je reste bien entendu disponible pour répondre aux questions de jeunes doctorants ou de toute personne intéressée, via mon adresse mail : aea.elarabi@gmail.com.

Dédicaces

À ma femme Asma, pour sa patience et son soutien inébranlable tout au long de ce parcours.

À Thomas, mon ami fidèle, pour sa présence constante, ses encouragements et son écoute.

À mes parents, Mohamed et Fatiha, pour leur amour, leurs sacrifices et leur foi en moi.

À mes sœurs, Amina et Hanna, pour leur tendresse, leur humour et leur soutien discret mais précieux.

Généreusement, à ma grand-mère Mina Mouhib, dont l'amour immense continue de m'accompagner, même au-delà de l'absence. Elle reste, et restera pour toujours, une lumière dans ma vie.

À la mémoire de Jacques Jay, dont la passion pour la science a éveillé en moi le goût de la recherche. Son esprit continue de m'inspirer à chaque étape.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde et sincère gratitude à **Monsieur Denis Maillet**, professeur émérite à l'Université de Lorraine. Sans lui, je ne suis pas certain que j'aurais trouvé aussi facilement la bonne direction à suivre dans mes travaux. C'est lui qui m'a orienté avec justesse, avec un sens scientifique rare et une bienveillance constante. Travailler avec lui a été un honneur, et j'ai énormément appris à ses côtés. J'ai été sincèrement touché par sa générosité intellectuelle et humaine. Il restera pour moi l'une des personnes les plus précieuses que j'ai rencontrées dans mon parcours. Avoir mon nom à ses côtés dans des publications est une fierté profonde.

Je remercie également **Matthieu Weber** et **Simon Becker** pour leur aide technique et leur implication dans la mise en place du banc expérimental. Sans eux, ce travail n'aurait tout simplement pas pu être réalisé. Leur rigueur, leur présence et leur efficacité ont été décisives.

Un immense merci aussi à **Matthieu Urbain** pour ses conseils éclairés sur la partie électronique de puissance. Il a su répondre à mes nombreuses questions avec une disponibilité remarquable, et m'a également aidé dans la relecture de ce manuscrit avec beaucoup de sérieux.

Je tiens à remercier chaleureusement **Jules Delacroix**, pour m'avoir appris les codes de la rédaction scientifique. Grâce à lui, j'ai affiné mon écriture, mais surtout, j'ai découvert le goût de la recherche : le plaisir de comprendre, de formuler et de transmettre.

Sur le plan personnel, je remercie du fond du cœur ma femme **Asma**, pour son soutien indéfectible, sa patience et sa présence précieuse dans les moments les plus difficiles de cette thèse. Je remercie également **Thomas**, mon ami fidèle, qui m'a accompagné avec constance et bienveillance.

Enfin, je remercie les personnes qui ont encadré cette thèse dans le cadre institutionnel prévu, chacun à sa manière.

Table des matières

Liste des figures	8
Liste des tableaux	13
1 Introduction générale.....	14
2 Revue de littérature	16
2.1 Méthodes d'estimation de température de jonction.....	16
2.1.1 La modélisation numérique par éléments finis.....	16
2.1.2 La modélisation du composant par circuit électrique équivalent.....	17
2.1.3 Approche par impédances thermiques : cas de plusieurs sources de chaleur et impédances thermiques de couplage [8].	25
2.2 Méthodes de mesure de la température de jonction	33
2.2.1 Introduction	33
2.2.2 Les techniques électriques pour la mesure de la température de jonction	34
2.2.3 Mesure de température par appareils électriques thermosensibles (TSED).....	34
2.2.4 Mesure de température de jonction par paramètres électriques thermosensibles. 40	
2.2.5 Mesure de température de jonction par thermocouples	44
2.2.6 Méthodes optiques pour la mesure de température de jonction	46
2.2.7 Conclusion.....	48
2.3 Problème direct : Utilisation de la méthode des quadripôles thermiques.....	49
2.3.1 Introduction	49
2.3.2 Les quadripôles thermiques en 1D.....	51
2.3.3 Les quadripôles thermiques en deux dimensions	54
2.3.4 Les quadripôles thermiques pour une structure multicouches	55
2.3.5 Les quadripôles thermiques et le refroidissement des composants électroniques 56	
2.3.6 La conversion de spectre	58
2.4 Utilisation des méthodes inverses.....	61
2.4.1 Introduction	61
2.4.2 Les modèles convolutifs.....	62
2.4.3 Conclusion.....	78
3 Modèle semi-analytique de la conduction thermique au sein d'un transistor MOSFET .	79
3.1 Introduction	79
3.2 Quadripôles thermiques et conversion de spectre	79

3.3	Présentation du composant modélisé et des conditions aux limites	85
3.4	Validation du modèle semi-analytique sur la base de résultats de simulations numériques	90
3.4.1	Méthodologie	90
3.4.2	Développement du modèle numérique bidimensionnel sous COMSOL Multiphysics : choix de maillage et premiers résultats	91
3.4.3	Réponse à un échelon de puissance.....	97
3.4.4	Réponse à un créneau de puissance.....	102
3.4.5	Positionnement de la mesure déportée	105
3.5	Utilité du modèle semi-analytique.....	106
3.6	Conclusion.....	107
4	Développement de modèles convolutifs	109
4.1	Modèle convolutif dans une configuration SISO	109
4.1.1	Présentation du modèle SISO.....	109
4.1.2	Application sur la base des résultats du modèle semi-analytique	113
4.2	Présentation du modèle convolutif en configuration MIMO : cas de deux entrées et deux sorties.....	115
4.2.1	Description du composant étudié	115
4.2.2	Présentation du modèle convolutif.....	116
4.2.3	Application préliminaire à partir des résultats numériques.....	120
4.2.4	Application à partir des mesures expérimentales	133
4.2.5	Conclusion.....	140
4.3	Le modèle convolutif en configuration MIMO : six entrées et six sorties	141
4.3.1	Présentation du modèle	141
4.3.2	Application préliminaire à partir de résultats numériques	143
4.3.3	Application à partir de mesures expérimentales.....	147
4.3.4	Conclusion.....	158
5	Conclusion générale	160
6	Bibliographie.....	163
	Annexe 1 : Le modèle semi-analytique en régime transitoire.....	169
	Annexe 2 : Présentation du jeu de données de calibration	174
	Annexe 3 : transmittances identifiées expérimentalement sur le composant à six transistors.....	189
	Annexe 4 : Etape de vérification sur le composant à six transistors	192

Liste des figures

Figure 1 : Empilement de couches, simplification de la structure interne du composant.....	18
Figure 2 : Modèle électrique équivalent.....	19
Figure 3 : Représentation entrée-sortie et circuit électrique réduit équivalent du système.....	20
Figure 4 : Structure interne d'un transistor [22]	21
Figure 5 : Illustration du phénomène du macro-constriction [9]	22
Figure 6 : Phénomènes de macro- et de micro-constriction [9]	22
Figure 7 : Structure multicouches avec des longueurs différentes et visualisation de l'angle de diffusion α [2]	23
Figure 8 : Visuel de quelques composants dans la littérature [8, 24].....	24
Figure 9 : Modélisation par circuit électrique équivalent [26].....	24
Figure 10: Visuel du composant [8]	26
Figure 11: Exemple de montée en température.....	27
Figure 12: Forme qualitative de la réponse impulsionnelle	27
Figure 13: Réponse impulsionnelle pour différentes valeurs de bruit	28
Figure 14 : Calcul des impédances thermiques [8]	28
Figure 15 : Mesure de température par fibre optique [8]	30
Figure 16 : Elévation de température au niveau des puces [8].....	30
Figure 17 : comparaison entre la simulation et l'expérience [8]	31
Figure 18: Caractéristiques géométriques	32
Figure 19 : Méthodes de mesure de température de jonction [16].....	33
Figure 20 : Exemple de variation de la résistance électrique en fonction de la température [30]	35
Figure 21 : Circuit développé [15] pour la mesure de la résistance interne du transistor	39
Figure 22: Tension V_{DS} en fonction de la température et du courant de charge [34].....	40
Figure 23 : Tension seuil V_{th} en fonction de la température et du courant de charge [34]	41
Figure 24 : Tension de la source intégrée en fonction de la température pour différentes valeurs du courant I_{DS} [34].....	41
Figure 25 : Paramètres et composants électriques thermosensibles en fonction de la température de jonction [35]	42
Figure 26 : Pertes à l'état passant et à l'état bloqué en fonction de la température de jonction [35]	43
Figure 27 : Réponse indicielle du composant [35].....	44

Figure 28: Température mesurée par thermocouple posé au-dessus du capot [15]	45
Figure 29 : Cartographie de température au niveau de l'IGBT C [15].....	46
Figure 30: Mesure par thermographie infrarouge [15].....	47
Figure 31: Température mesurée par capteur infrarouge [15]	48
Figure 32:Quadripôles thermiques en géométrie 1D	51
Figure 33: Quadripôles thermiques en géométrie 2D	54
Figure 34 : Schéma modélisant l'empilement de plusieurs couches	56
Figure 35 : Schéma d'un refroidisseur d'un composant électronique [25]	57
Figure 36 : Phénomènes de macro-constriction du plus grand au plus petit.....	58
Figure 37 : Phénomènes de macro constriction du plus petit au plus grand	60
Figure 38 : Nombre de conditionnement en fonction du rapport $NiLiLi$ [11].....	61
Figure 39: Représentation entrée /sortie du système.....	63
Figure 40 : Valeurs instantanées de la variable y	64
Figure 41 : Schéma de chargement d'un condensateur	64
Figure 42 : Evolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps	65
Figure 43 : Réponse impulsionnelle du système électrique	67
Figure 44 : La tension u_c analytique et recalculée par le modèle convolutif pour le cas de calibration.....	68
Figure 45: La tension u_c analytique et recalculée par le modèle convolutif pour le cas de validation.....	69
Figure 46 : Illustration de la source et de la pseudo source	74
Figure 47 : Etape de calibration du modèle ARX $na = 4$ et $nb = 4$	76
Figure 48 : Etape de validation du modèle ARX avec $na = 4$ et $nb = 4$	77
Figure 49 : Etape de validation du modèle ARX avec plusieurs configurations de paramètres na, nb et nc	78
Figure 50 : Schéma représentatif du système étudié	81
Figure 51: Illustration du phénomène de macro-constriction des lignes de flux de chaleur et du phénomène de filtrage spatial [12]	85
Figure 52: Géométrie simplifiée du transistor MOSFET [12]	86
Figure 53: Principe de validation du modèle semi-analytique sur la base des résultats du modèle numérique	90
Figure 54 : Cartographie de température pour le premier maillage	92
Figure 55 : Cartographie des isothermes de température et des lignes de flux de chaleur	93
Figure 56 : Visuel du deuxième maillage.....	94
Figure 57 : Comparaison des profils de température au niveau de la face inférieure	95

Figure 58: Comparaison du profil axiale de température au niveau de la droite d'équation $y = 1$ mm pour les trois maillages	96
Figure 59 : Profils axiaux de température au niveau de la face supérieure pour les trois maillages.....	97
Figure 60 : Profil de puissance dissipée au niveau de la face supérieure du composant en fonction du temps	97
Figure 61 : Cartographie de température et du flux de chaleur à l'instant final [14]	98
Figure 62 : Profil axial de température au niveau de la face inférieure à différents instants ...	99
Figure 63: Profils axiaux de température au niveau des deux faces du composant	100
Figure 64 : Comparaison entre les modèles semi-analytique et numérique en régime permanent pour différentes valeurs de puissance dissipée au niveau de la face supérieure ..	100
Figure 65 : Comparaison du profil de température sur la face supérieure entre le modèle numérique et semi-analytique en régime permanent $t = 200$ s et transitoire $t = 100$ s pour une puissance de 25 W	101
Figure 66 : Evolution de la température au point le plus chaud de la face supérieure en fonction du temps	102
Figure 67 : Flux de chaleur imposé dans le cas transitoire	103
Figure 68 : Cartographie des isothermes de température en présence du flux de chauffage .	103
Figure 69 : Cartographie des isothermes de température lorsque la source est éteinte.....	104
Figure 70 : comparaison entre le modèle semi-analytique et numérique en régime transitoire	104
Figure 71 : Ecart sur la température en face supérieure entre le modèle semi-analytique et numérique suivant la profondeur du profil de température donné en face inférieure	105
Figure 72 : Représentation entrée/sortie du système.....	109
Figure 73 : Illustration des valeurs échantillonnées	110
Figure 74 : Illustration de la valeur moyenne par intervalle	110
Figure 75 : Illustration de la dose.....	111
Figure 76 : Évolution de la température au centre des faces supérieure (θ_H) et inférieure (θ_B) en fonction du temps.	114
Figure 77 : Transmittance w_1 reliant la température de la face inférieure à celle de la face supérieure	114
Figure 78 : Résultats de la calibration du modèle convolutif SISO sur la base des résultats du modèle semi-analytique.....	115
Figure 79 : Schéma du composant utilisé.....	116
Figure 80 : Composant monophasé modélisé [30].....	120
Figure 81 : Géométrie du composant sous COMSOL Multiphysics	120
Figure 82 : Maillage utilisé pour le composant monophasé.....	121

Figure 83 : Conditions aux limites au niveau de la surface inférieure et des parois latérales	122
Figure 84 : Conditions aux limites au niveau de la face supérieure et des transistors	123
Figure 85 : Cartographies de température pour la première et la deuxième simulation (respectivement à gauche et à droite) pour différents plans de coupe en régime permanent.	125
Figure 86 : Illustration des transistors et des capteurs.....	126
Figure 87 : Cartographie de température en K à l'instant $t = 25 \text{ s}$	127
Figure 88 : Elévation des températures au niveau des deux jonctions pour les deux simulations	128
Figure 89 : Elévation de température au niveau des deux capteurs pour les deux simulations	128
Figure 90 : Tracé du conditionnement et du logarithme du conditionnement pour la matrice des températures de jonctions pour les deux jeux de données	129
Figure 91 : Transmittances en $\mathbf{s} - \mathbf{1}$ identifiées sur la base des jeux de données synthétiques issus de la simulation numérique	130
Figure 92 : Vérification du modèle convolutif sur le premier jeu de données au niveau de la première jonction.....	131
Figure 93 : Vérification du modèle convolutif sur le premier jeu de données au niveau de la deuxième jonction	132
Figure 94 : Etape de validation pour le composant à deux transistors sur la base des résultats du modèle numérique	133
Figure 95 : Visuel et schéma électrique du composant [30]	134
Figure 96 : Schéma interne d'un transistor MOSFET	134
Figure 97 : Caractéristiques de sortie et d'entrée du MOSFET SiC utilisé [30]	135
Figure 98 : Impédance thermique indicielle du MOSFET SiC utilisé [30]	136
Figure 99 : principe du montage électrique.....	136
Figure 100 : Schéma simplifié du banc expérimental pour le composant à deux transistors pour des thermocouples placés à 2 mm de la face supérieure du bloc en cuivre.....	137
Figure 101 : Transmittances identifiées à partir des données expérimentales	138
Figure 102 : élévations de températures mesurées et estimées en K.....	139
Figure 103 : Validation expérimentale du modèle convolutif en configuration 2x2	140
Figure 104 : Schéma du composant modélisé.....	141
Figure 105 : Transmittances $\mathbf{w1i}$	143
Figure 106 : Elévation de température au niveau des six capteurs et vérification sur la première jonction.....	144
Figure 107 : Etapes de vérification et de validation au niveau de la première jonction en absence de bruit.....	145

Figure 108 : Etapes de vérification et de validation au niveau de la première jonction en présence de bruit.....	146
Figure 109 : Etude stochastique au niveau de la première jonction.....	147
Figure 110 : Visuel du composant dans son boîtier et circuit électrique [53].....	147
Figure 111 : Caractéristiques de sortie et de transfert du transistor.....	148
Figure 112 : Schéma descriptif du banc expérimental.....	149
Figure 113: Photographie du banc expérimental.....	150
Figure 114: Composant utilisé sur le banc expérimental.....	150
Figure 115 : Dimensions de différents éléments constituant le composant.....	151
Figure 116 : Températures mesurées expérimentalement après soustraction de la moyenne sur les dix premières secondes.....	152
Figure 117 : Températures mesurées expérimentalement au niveau des thermocouples après soustraction de la moyenne sur les dix premières secondes.....	153
Figure 118 : Transmittance propre et transmittances de couplage au niveau de la première jonction.....	154
Figure 119 : Etape de vérification de la justesse des transmittances identifiées pour le composant à six transistors au niveau de la première jonction et pour le premier jeu de données.....	155
Figure 120 : Températures de jonctions mesurées expérimentalement pour la validation du modèle convolutif.....	156
Figure 121 : Validation expérimentale du modèle convolutif dans la configuration 6x6 sur la base des résultats expérimentaux : première jonction.....	157
Figure 122 : Validation expérimentale du modèle convolutif dans la configuration 6x6 sur la base des résultats expérimentaux : sixième jonction.....	158

Liste des tableaux

Tableau 1: Analogie Thermique Electrique [2].....	18
Tableau 2 : Différentes valeurs et fonctions propres suivant les conditions aux limites [25, 11]	50
Tableau 3 : Valeurs discrètes de différentes variables pour le jeu de données de calibration .	66
Tableau 4 : Valeurs des différentes variables lors de l'étape de validation.....	70
Tableau 5: Paramètres du modèle ARX avec na = 4 et nb = 4	76
Tableau 6: Paramètres géométriques et propriétés thermo physiques des couches du composant modélisé	86
Tableau 7: Caractéristiques du premier maillage	92
Tableau 8: Caractéristiques du deuxième maillage.....	93
Tableau 9 : Caractéristiques du troisième maillage.....	94
Tableau 10 : Paramètres géométriques et propriétés thermo physiques pour le composant à deux transistors.....	121
Tableau 11 : Caractéristiques du maillage pour le modèle à deux transistors	122
Tableau 12: Positions capteurs au niveau de la semelle.....	125
Tableau 13 : Conditions imposées au niveau des jonctions	126

1 Introduction générale

La température de jonction des transistors est un paramètre clé dans le contrôle des convertisseurs d'électronique de puissance. En pratique, elle doit rester en dessous d'un seuil critique, généralement fixé autour de 420 K , afin d'éviter toute dégradation des composants [1]. La valeur précise de ce seuil dépend du composant utilisé et est spécifiée dans sa fiche technique [2]. Il est important de noter que dépasser cette température, même sur de courtes périodes, peut entraîner des dommages irréversibles au composant. Par ailleurs, une température de jonction élevée provoque des variations importantes des paramètres électriques sensibles à la chaleur. Par exemple, la résistance à l'état passant R_{ON} peut doubler entre 293 K et 423 K , ce qui accentue les pertes thermiques et entraîne une élévation supplémentaire de la température de jonction. De plus, la tension de seuil diminue avec la température, réduisant ainsi significativement le rapport signal sur bruit (SNR) et pouvant, dans les cas les plus critiques, entraîner une conduction involontaire du transistor [2].

Si la température absolue du composant est un paramètre crucial, ses variations au cours du temps le sont tout autant. En effet, des fluctuations rapides de température sur plusieurs cycles de fonctionnement accélèrent le vieillissement du composant et réduisent sa durée de vie. Ce phénomène est dû aux contraintes thermomécaniques résultant des différences de coefficients de dilatation thermique entre les différentes couches du composant [3, 4, 5]. Les signes de fatigue les plus courants incluent la formation de fissures dans les soudures, la délamination des fils d'interconnexion, la restructuration de la métallisation, la dégradation de l'oxyde de grille et la perte de contact entre les matériaux adjacents, malgré l'application d'une couche de graisse thermique. Cette dernière entraîne une augmentation de la résistance thermique. C'est pourquoi la température de jonction est un paramètre d'entrée essentiel dans les algorithmes d'évaluation du vieillissement des modules, de prévention des défaillances ou de diagnostic [6, 7].

Au fil des années, plusieurs modèles ont été proposés pour estimer la température de jonction. Le premier est le modèle de circuit équivalent, qui consiste à représenter chaque couche du composant électronique par une résistance et une capacité thermique [2]. Différentes variantes de cette méthode existent afin de mieux prendre en compte certains phénomènes, notamment le phénomène de constriction thermique. Une autre approche repose sur l'utilisation de l'impédance thermique, calculée soit analytiquement, soit identifiée expérimentalement [8, 9]. En complément de ces techniques, la résolution numérique classique de l'équation de la chaleur

par discrétisation est souvent employée. Enfin, la méthode des quadripôles thermiques et la conversion spectrale ont également été exploitées pour estimer la température de jonction [10, 11, 12, 13, 14]. Il convient de souligner que ces méthodes ne sont pas exhaustives, mais elles comptent parmi les plus utilisées.

En parallèle des approches de modélisation, plusieurs techniques de mesure de la température de jonction existent. On distingue trois grandes catégories : l'utilisation de dispositifs électriques sensibles à la température (TSED), tels que les résistances ou thermistances, qui modifient leur valeur en fonction de la température et peuvent être utilisés comme capteurs [15, 16]; l'exploitation des paramètres électriques sensibles à la température (TSEP), comme la tension de seuil, le courant de court-circuit ou le courant de saturation [15, 16] ; et enfin, les méthodes de mesure physique, telles que les thermocouples, les capteurs infrarouges et la thermographie infrarouge [15, 16].

Dans ce travail, un modèle thermique semi-analytique basé sur la méthode des quadripôles thermiques ainsi qu'un modèle convolutif reliant plusieurs entrées et plusieurs sorties (configuration MIMO : Multiple Inputs Multiple Outputs) ont été développés. Pour le modèle convolutif, les températures de jonction sont estimées à partir de capteurs placés en des points stratégiques du dissipateur thermique. Il est toutefois important de souligner que le positionnement optimal des capteurs n'est pas trivial [17]. Les modèles développés ont été initialement calibrés à l'aide de simulations numériques tridimensionnelles sous COMSOL Multiphysics et également sur la base des résultats du modèle semi-analytique (temps de calcul assez faible), puis validés expérimentalement sur un banc de test, où la température du dissipateur thermique a été mesurée par thermocouples et la température de jonction par thermographie infrarouge. Le gel recouvrant le composant a été retiré par une dégradation chimique nécessaire pour la mesure optique. Enfin, les modèles développés en configuration MIMO restent valides pour un composant en présence de gel, du fait de leur indépendance vis-à-vis des conditions aux limites.

2 Revue de littérature

2.1 Méthodes d'estimation de température de jonction

2.1.1 La modélisation numérique par éléments finis

Une approche classique et essentielle pour déterminer la température de jonction repose sur la résolution numérique de l'équation de la chaleur au sein du composant. Cette modélisation peut être réalisée à l'aide d'un logiciel de calcul commercial, tel que COMSOL Multiphysics, qui se base sur la méthode des éléments finis. Ce type de simulation a été mis en place dans plusieurs travaux [18, 19] et également dans le cadre du présent travail pour la calibration et la validation des modèles réduits développés. Certes, le modèle numérique détaillé permet d'avoir accès à plusieurs grandeurs intéressantes (cartographie de température, isothermes, lignes de flux de chaleur...) mais il nécessite en revanche des ressources numériques importantes et un temps de calcul assez élevé de l'ordre de quelques heures voire plusieurs jours ou plusieurs mois en fonction de la complexité et de la taille du système. Cela est incompatible avec l'application visée dans le cadre de ce travail, à savoir, l'implémentation d'un modèle dans les algorithmes du contrôle commande des convertisseurs à base de transistors MOSFET.

Des méthodes de réduction de ces modèles numériques, telles que la projection de Galerkin et la POD (Proper Orthogonal Decomposition) permettent néanmoins d'avoir des résultats intéressants avec un temps de calcul assez faible [20].

Par ailleurs, la mise en place d'un modèle numérique ou analytique nécessite une bonne connaissance des paramètres géométriques de la carte à modéliser, des propriétés thermo physiques des différents matériaux constituant les différentes couches de composant ainsi que de leurs variations avec la température pour tenir compte des non linéarités. De plus, chaque élément doit être modélisé assez finement et les différents couplages multiphysiques existants doivent être parfaitement modélisés pour que la simulation reproduise convenablement le comportement du composant électronique.

En outre, même si nous supposons bien connaître tous les éléments cités précédemment, la pertinence du modèle après plusieurs cycles de fonctionnement peut être remise en cause. En effet, lors du fonctionnement du composant, sa structure interne commence à se dégrader à cause de plusieurs facteurs. Le courant traversant le composant pour une tension donnée peut varier avec la fatigue du composant, ce qui rend le modèle inexact après plusieurs cycles de

fonctionnement. Ce vieillissement reste, selon nos connaissances, difficilement modélisable et dépend de la nature et de la sollicitation des transistors.

Finalement, la connaissance parfaite des paramètres géométriques et des propriétés thermo physiques des différentes couches du composant peut être délicate à obtenir car elle peut constituer un secret de fabrication¹.

2.1.2 La modélisation du composant par circuit électrique équivalent

La modélisation du composant électronique par circuit électrique équivalent est l'une des méthodes les plus utilisées pour évaluer la température de jonction des transistors MOSFET. Cette méthode peut être appuyée physiquement par le théorème énoncé par Kirchhoff en 1845 qui stipule que deux énergies régies par la même forme d'équation et avec des conditions aux limites identiques se comportent de la même manière [2]. D'un point de vue thermique, le phénomène de transfert de chaleur le plus important au sein des composants d'électronique de puissance est la conduction thermique qui peut être décrite, dans le cas d'un transfert unidimensionnel en régime transitoire par l'équation (1) [2, 21]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Concernant l'aspect électrique, l'équation générale de transport est présentée [2] sous la forme de l'équation (2) :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = C'L' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (C'R' + G'L') \frac{\partial U}{\partial t} + G'R'U \quad (2)$$

Où U, R', C', G', L' sont, respectivement, la tension, la résistance, la capacité, la conductance transversale et l'inductance électriques linéiques. Etant donné qu'un volume de contrôle ne peut pas se refroidir par lui-même, la variable G' a été prise égale à zéro. De plus, l'absence de similitude du terme inductif entre la thermique et l'électricité, permet de fixer la valeur de L à zéro. La prise en compte des éléments précédents permet d'écrire la relation précédente sous la forme suivante [2]:

¹ Dans le cadre de cette thèse, plusieurs fiches techniques ont été consultées et ces données sont quasi-absentes.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = C'R' \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3)$$

La comparaison entre les équations (2) et (3) permet de mettre en avant l'analogie entre la conduction thermique dans un solide et un circuit électrique équivalent. Les grandeurs équivalentes sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Tableau 1: Analogie Thermique Electrique [2]

Thermique		Electrique	
Température	$T (K)$	Tension	$U (V)$
Flux de chaleur	$Q (W)$	Courant	$I (A)$
Résistance thermique	$R_{th}(K/W)$	Résistance électrique	$R (\Omega)$
Capacité thermique	$C_{th}(J/K)$	Capacité électrique	$C (F)$

Considérons alors un empilement de couches de longueurs égales entre deux températures T_j et T_∞ (Figure 1). Pour un flux de chaleur monodirectionnel, la modélisation thermique par circuit électrique équivalent peut-être une bonne alternative de la résolution analytique ou semi-analytique de l'équation de la chaleur.

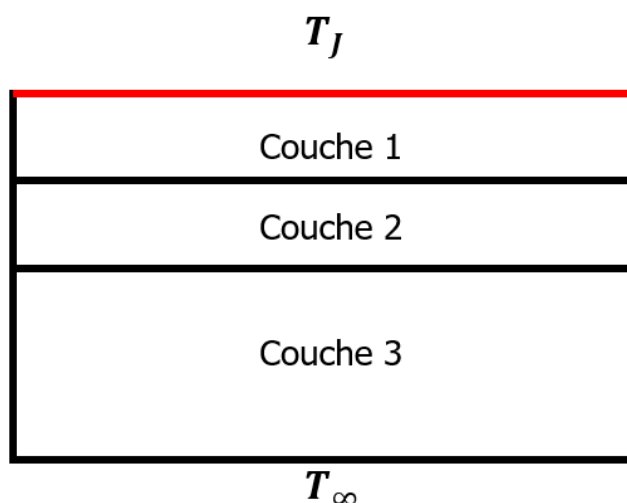


Figure 1 : Empilement de couches, simplification de la structure interne du composant

Le circuit électrique équivalent de l'empilement des trois couches est donné en Figure 2. Chaque couche est modélisée par une résistance thermique représentant l'écart de température en régime permanent, et par une capacité thermique traduisant l'inertie thermique en régime transitoire. Pour une couche donnée, dans un réseau de Cauer, la résistance et la capacité thermiques peuvent être exprimées en fonction des propriétés thermo physiques et des paramètres géométriques dans chaque couche selon les relations suivantes [2], issues de l'intégration spatiale de l'équation (1):

La résistance thermique R_{th}

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda S}$$

La capacité thermique C_{th}

$$C_{th} = \rho c_p S e$$

Avec e l'épaisseur de la couche en m , S la section en m^2 , λ la conductivité thermique du matériau constituant la couche en $W/(m.K)$, c_p la chaleur spécifique en $J/(kg.K)$ et ρ la masse volumique en kg/m^3 .

Pour le réseau de Foster, il n'y a aucune expression directe de C_{th} car c'est uniquement une représentation mathématique, qui dépend du découpage que l'on considère pour les couches.

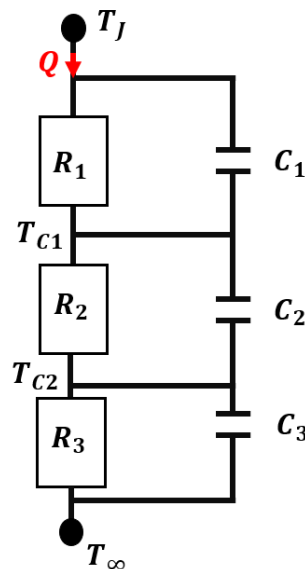


Figure 2 : Modèle électrique équivalent

Dans une configuration de capteur virtuel de température², la température de jonction est estimée de manière indirecte en établissant une relation avec la température mesurée directement par un capteur situé ailleurs. Par exemple, cette mesure peut être effectuée à une position intermédiaire entre deux couches, comme T_{C1} (entre la première et la deuxième couche) et T_{C2} (entre la deuxième et la troisième couche). Pour établir cette corrélation, on peut utiliser un circuit électrique équivalent basé sur les lois générales de l'électricité, permettant ainsi de relier la température de jonction inaccessible par mesure directe à celle relevée par un autre capteur dans un endroit accessible à la mesure de température. De plus, il est possible de relier la température de jonction à celle mesurée par un capteur situé au milieu d'une couche. Pour cela, la couche peut être divisée en deux parties, chacune étant modélisée par ses propres résistances et capacités thermiques.

Dans le cas de l'association de n couches, la relation entre la réponse indicielle (la réponse du système à une entrée sous la forme d'un échelon unitaire de puissance) est donnée par la relation ci-dessous [2, 22, 23]:

$$Z_{th}(t) = \sum_{i=1}^n R_i (1 - e^{-\frac{t}{R_{th,i} C_{th,i}}}) \quad (4)$$

La représentation entrée-sortie du système et le circuit réduit équivalent peuvent être schématisés comme en Figure 3 :

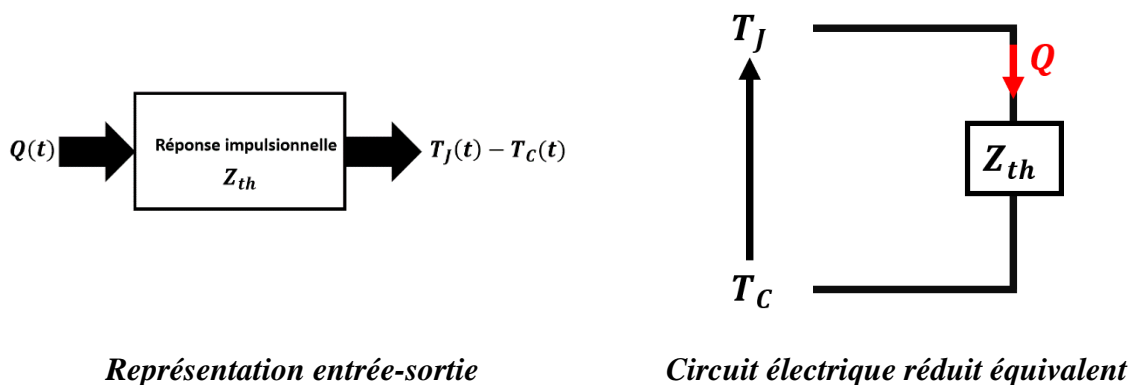


Figure 3 : Représentation entrée-sortie et circuit électrique réduit équivalent du système

² Dans cette thèse, un capteur virtuel de température est conçu en associant un algorithme avancé à une mesure déportée de la température.

La relation entre la température de jonction T_j , la température du capteur T_c et la puissance thermique Q dissipée dans la puce, peut être exprimée par analogie électrique, en utilisant la loi d'Ohm généralisée sous la forme d'un produit convolutif [2] :

$$T_j(t) - T_c(t) = (Z_{th} * Q)(t) \quad (5)$$

Pour rappel, le produit de convolution entre deux fonctions $g(t)$ et $f(t)$ est défini par la relation suivante :

$$(g * f)(t) = \int_0^{+\infty} g(\tau)f(t - \tau)d\tau \quad (6)$$

La relation (5) peut être exprimée dans le domaine de Laplace par un produit simple :

$$\bar{T}_j(p) - \bar{T}_c(p) = \bar{Z}_{th}(p) \cdot \bar{Q}(p) \quad (7)$$

Le retour dans le domaine temporel peut être mis en place par une inversion analytique ou numérique de la transformée de Laplace.

La modélisation du composant par circuit électrique équivalent a été présentée dans plusieurs travaux [2, 22, 23] et donne selon les auteurs, de bons résultats dans des configurations spécifiques. Toutefois, ce que nous avons présenté jusque-là se base sur l'hypothèse d'un flux unidirectionnel et avec des couches de même longueur. Cependant, la structure interne d'un composant électronique est plus complexe [22] (Figure 4).

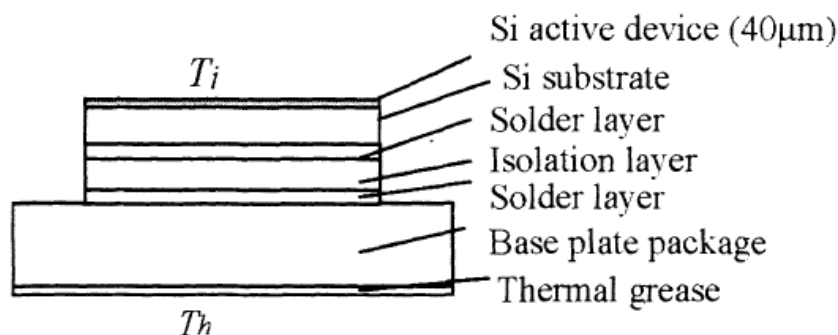


Figure 4 : Structure interne d'un transistor [22]

La Figure 4 illustre la différence de longueurs entre les couches constituant le composant. Celle-ci engendre un phénomène de déformation des lignes de flux de chaleur lors du passage de la couche la plus petite vers la plus grande : c'est la macro - constriction représentée en Figure 5.

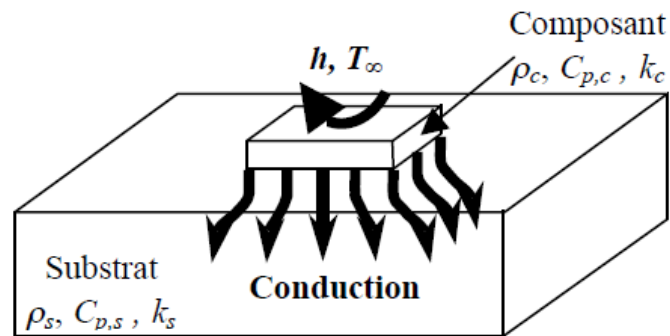


Figure 5 : Illustration du phénomène du macro-constriction [9]

Il existe également un phénomène de micro-constriction des lignes de flux de chaleur, dû principalement à un contact imparfait entre deux couches. La Figure 6 illustre la distinction entre les deux phénomènes de constriction. Il est à noter que le phénomène de macro-constriction est d'autant plus important que la différence de longueurs entre les deux couches est importante.

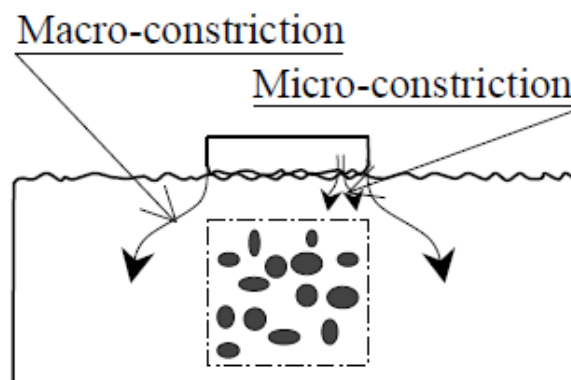


Figure 6 : Phénomènes de macro- et de micro-constriction [9]

Si la micro-constriction peut être modélisée de manière relativement simple à l'aide d'une résistance thermique de contact, la macro-constriction, en revanche, demeure plus complexe à représenter. En effet, à l'interface entre deux couches de longueurs différentes, la modélisation

classique par circuit électrique équivalent devient inadaptée et nécessite des ajustements. Dans cette optique, plusieurs travaux, notamment ceux de März et Nance [2] ont proposé une approche fondée sur l'introduction d'un angle de diffusion, comme illustré à la Figure 7. L'empilement des couches est remplacé par une structure pyramidale pour tenir compte du phénomène du macro-constriction.

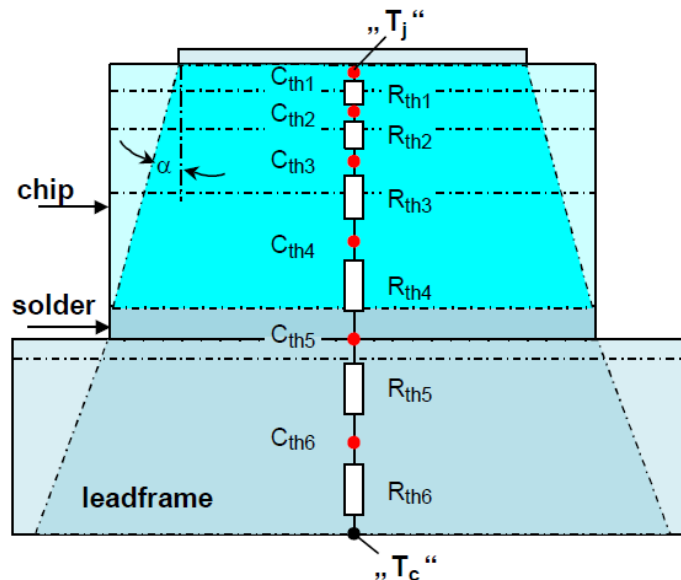


Figure 7 : Structure multicouche avec des longueurs différentes et visualisation de l'angle de diffusion α [2]

Cette approche reste, à notre connaissance, peu efficace et peut rapidement montrer ses limites, notamment en présence d'un refroidissement latéral significatif du composant. Par ailleurs, la configuration tridimensionnelle impose l'utilisation de deux angles de diffusion distincts, ce qui complique davantage la modélisation. Enfin, il convient de noter qu'un transistor MOSFET est rarement isolé sur une carte électronique : on en trouve fréquemment deux, six voire douze par carte, ce qui accentue encore la complexité du système. (Figure 8). L'élaboration de tels modèles, en présence de plusieurs transistors, nécessite donc l'introduction de plusieurs angles de diffusion et, éventuellement, la prise en compte de la variation de ces angles en fonction de la puissance dissipée dans chaque puce.

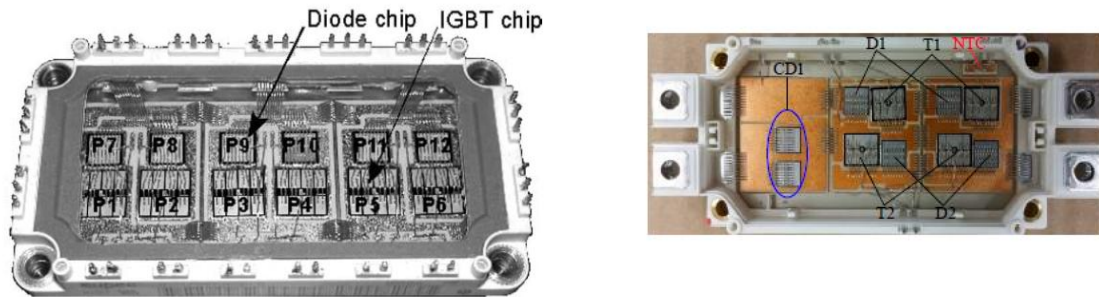


Figure 8 : Visuel de quelques composants dans la littérature [8, 24]

Une autre technique pour tenir compte de la macro-constriction est de définir une impédance modélisant ce phénomène. Cette impédance peut être définie dans quelques configurations et dépend de plusieurs éléments essentiellement géométriques. Le lecteur intéressé peut consulter le travail de Maillet et al. [25] pour plus de détails.

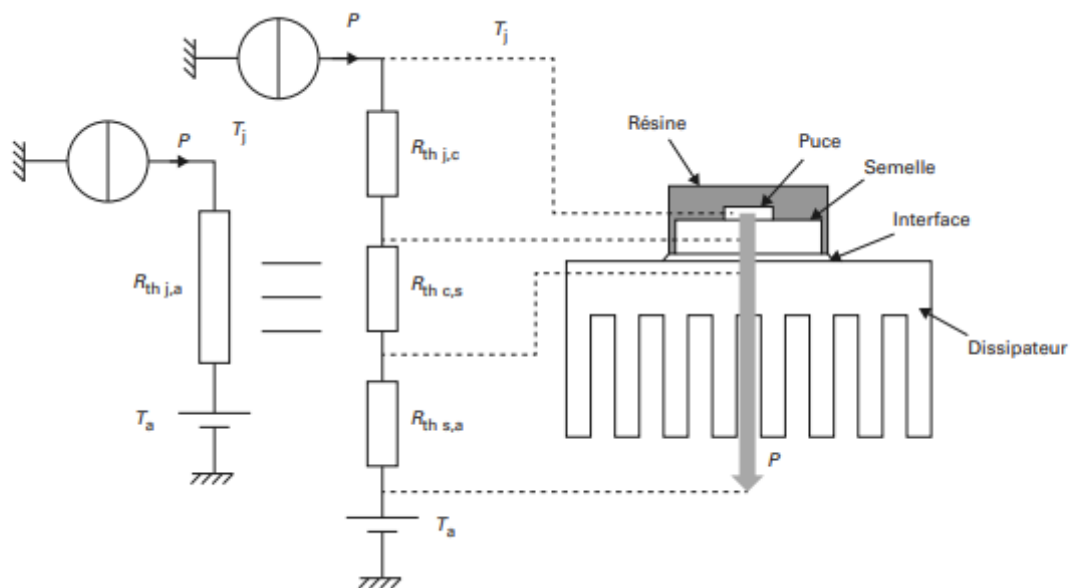


Figure 9 : Modélisation par circuit électrique équivalent [26]

L'identification de la température au centre de masse de chaque bloc peut être une solution efficace pour éviter le problème de la méconnaissance des propriétés thermo physiques et des paramètres géométriques. De plus, le phénomène de constriction est directement pris en compte dans l'identification de l'impédance équivalente du système. La

Figure 9 illustre le cas d'un transistor monté sur un dissipateur : le schéma présenté à gauche correspond à une modélisation équivalente en régime permanent.

2.1.3 Approche par impédances thermiques : cas de plusieurs sources de chaleur et impédances thermiques de couplage [8].

On considère ici un point r de coordonnées (x, y, z) , et $T_r(t)$ la température en ce point à un instant t . L'évolution de cette température sous l'effet d'une seule source de chaleur Q en ce point à partir d'un état d'équilibre thermique, peut être donnée par la relation :

$$T_r(t) = T_r(0) + \int_0^t Q(\tau) z_{th}(r, t - \tau) d\tau \quad (8)$$

Où z_{th} représente l'impédance thermique reliant l'élévation de la température au niveau de la jonction à la puissance thermique dissipée dans la puce.

La relation précédente est une traduction de l'effet de causalité entre la source de chaleur (Q) et la conséquence $T_r(t) - T_r(0)$, défini mathématiquement par le produit de convolution :

$$\theta_r(t) = (Q * z_{th})(t) \quad (9)$$

Avec $\theta_r = T_r(t) - T_r(0)$. Dans le cas de plusieurs sources de chaleurs, la température au point r peut être exprimée en fonction de la température initiale, des impédances thermiques et des différentes sources de chaleurs.

$$T_{r,j}(t) = T_{r,j}(0) + \sum_{i=1}^{N_{source}} \int_0^t Q_i(\tau) z_{th_{ij}}(r, t - \tau) d\tau \quad (10)$$

Il est à noter que la relation (10) n'est valable que si chaque source est activée à un instant initial $t = 0$ identique, à partir d'un régime permanent préexistant, sinon il faut rajouter des termes de relaxation.

Pour la configuration présentée par Carubelli et Khatir [8] (Figure 10), la température de chaque jonction est ainsi donnée par l'équation :

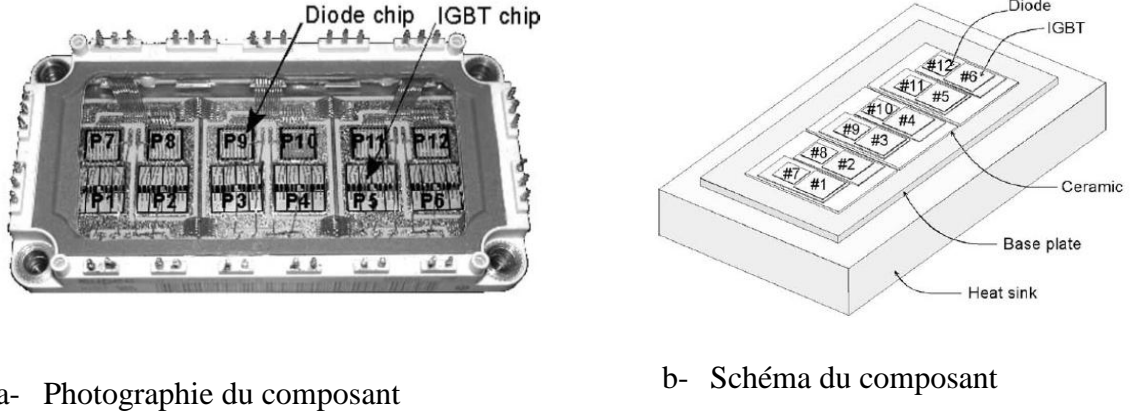


Figure 10: Visuel du composant [8]

Les impédances thermiques $z_{th_{ii}}$ représentent les impédances propres qui traduisent physiquement l'effet de la puissance de la puce sur sa température. Les autres impédances $z_{th_{ij}}$ pour $i \neq j$ représentent des impédances thermiques de couplage traduisant l'effet de la puissance dissipée dans les autres puces sur la température de la puce d'intérêt. On peut ainsi séparer dans l'équation précédente les deux contributions :

$$T_{r,i}(t) = T_{r,i}(0) + \int_0^t Q_i z_{th_{ii}}(r, t - \tau) d\tau + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{12} \int_0^t Q_j(\tau) z_{th_{ij}}(r, t - \tau) d\tau \quad (11)$$

Avant de pouvoir exploiter les relations précédentes pour estimer la température des jonctions à partir des puissances dissipées dans chaque puce, il est nécessaire, dans un premier temps, d'identifier les impédances thermiques associées. À cette fin, Carubelli et Khatir ont mené douze simulations, dans lesquelles une puissance de 1 W est appliquée successivement à une seule puce, tandis que les autres restent inactives. Les impédances, correspondant aux réponses impulsionnelles du système, sont alors directement déduites des élévations de température mesurées aux jonctions (réponses indicielles) selon la relation suivante :

$$z_{ij} = \left. \frac{1}{Q_j} \frac{\partial \theta_{r,i}}{\partial t} \right|_{Q_j} \quad (12)$$

Pour estimer la réponse impulsionnelle du système, il convient de souligner que la dérivation numérique de la réponse indicielle est particulièrement sensible au bruit, même lorsqu'il est faible. Ce phénomène est illustré par l'exemple de montée en température présenté

à la Figure 11, que l'on suppose correspondre à la réponse indicielle d'un système soumis à une entrée en échelon unitaire.

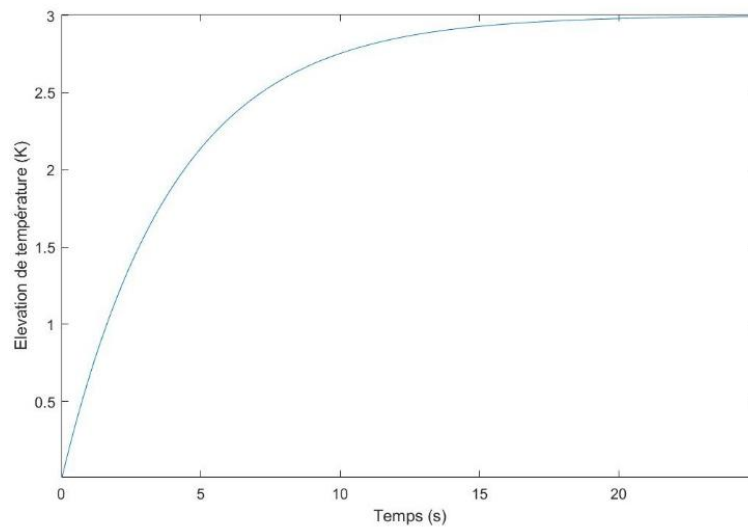


Figure 11: Exemple de montée en température

La dérivation numérique de cette courbe permet d'obtenir la réponse impulsionnelle correspondante, présentée à la Figure 12.

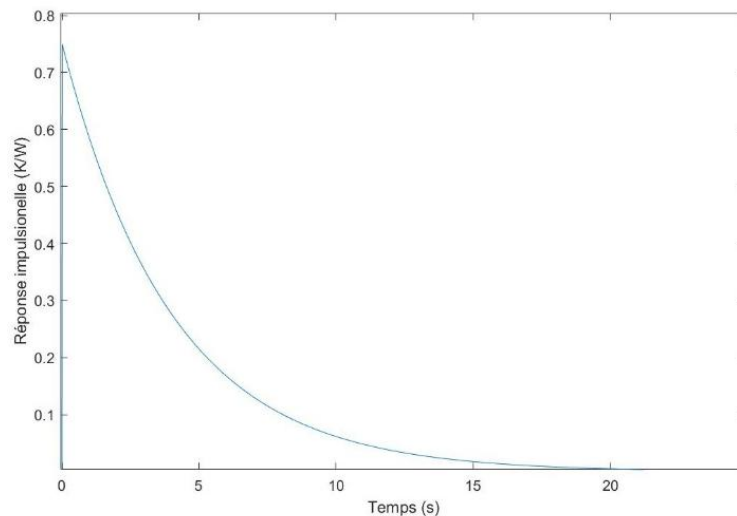


Figure 12: Forme qualitative de la réponse impulsionnelle

Lorsque du bruit blanc additif est superposé à l'élévation de température, la méthode de dérivation perd rapidement en fiabilité et devient difficilement exploitable. La Figure 13 montre la réponse impulsionnelle obtenue pour différentes valeurs de bruit additif (pour un signal $S(t)$, le signal avec bruit $S_{bruité}(t)$ est donné par $S_{bruité}(t) = S(t) + \epsilon$ où ϵ est un bruit blanc additif).

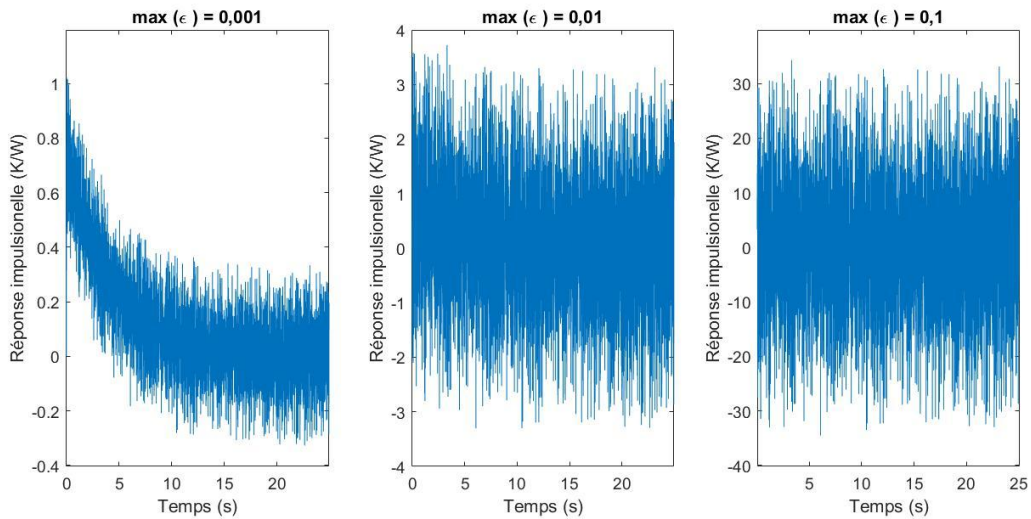


Figure 13: Réponse impulsionnelle pour différentes valeurs de bruit

Il apparaît que, même en présence de faibles niveaux de bruit, la réponse impulsionnelle devient difficile, voire impossible à calculer de manière fiable. Or, dans un contexte expérimental, le bruit est inévitable, avec des amplitudes typiques de l'ordre de 0,1 °C pour les thermocouples et de 0,01 °C pour les caméras infrarouges. Dans ce contexte, la méthode de dérivation a été écartée au profit de techniques inverses, dont les principes seront détaillés dans la suite de ce travail. Dans le cadre du travail effectué par Carubelli et Khatir [8], les résultats pour la deuxième simulation sont représentés en Figure 14.

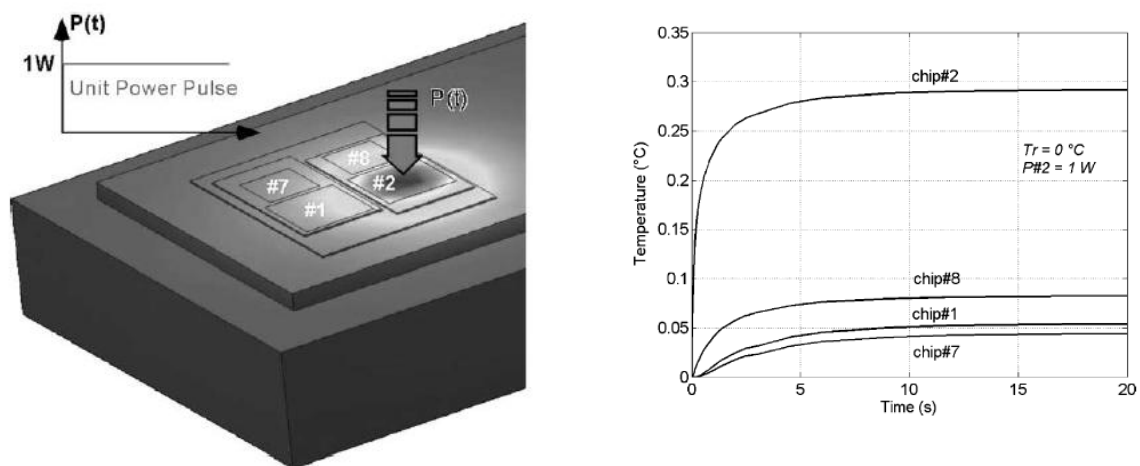


Figure 14 : Calcul des impédances thermiques [8]

Les élévations de température présentées correspondent à la réponse indicielle du système. L'impédance thermique peut, en théorie, être obtenue par dérivation de cette réponse. Dans le cas illustré, où seule la deuxième puce est activée, l'impédance thermique Z_{22} , qui relie la puissance dissipée dans cette puce à sa température, est donnée par la dérivée temporelle de l'élévation de température observée au niveau de cette même puce. L'impédance Z_{28} pourrait être obtenue par dérivation de l'élévation de température dans la puce numéro huit par rapport au temps.

Il convient de rappeler que la dérivation numérique, utilisée pour estimer l'impédance thermique à partir de la réponse indicielle, peut être mise en œuvre à l'aide d'une formule simple telle que l'équation (12) :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} \quad (13)$$

Cependant, en pratique, cette approche reste très sensible au bruit, notamment lors des essais expérimentaux, où même de faibles perturbations peuvent entraîner une amplification importante de l'erreur en raison du faible pas de temps, compromettant ainsi la fiabilité du calcul.

L'étude expérimentale associée à l'étude précédente a été réalisée sur le composant présenté en Figure 15 contenant six transistors IGBT et six diodes. La température des jonctions est mesurée par des capteurs thermiques à fibres optiques. On remarque également que, dans cette configuration expérimentale, le gel isolant recouvrant le composant a été retiré, de sorte que les impédances thermiques ont été identifiées en l'absence de ce matériau. En présence du gel isolant, le flux thermique est principalement dirigé vers le dissipateur situé en partie inférieure du composant, tandis qu'une fraction relativement faible est absorbée par le gel lui-même. En revanche, lorsque le gel est retiré, une part significative du flux s'échappe également par la face supérieure, par convection et rayonnement. Il en résulte une différence notable dans la répartition des pertes thermiques, ce qui modifie à la fois la puissance effectivement absorbée par le composant et la relation entre la puissance dissipée et l'élévation de température.

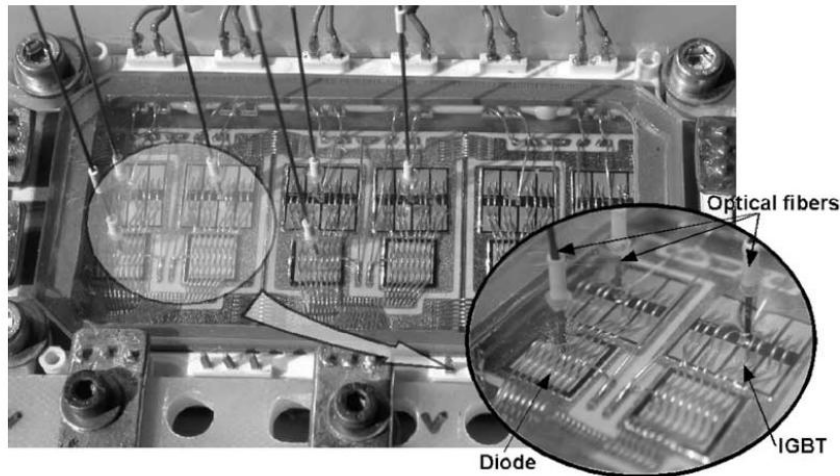
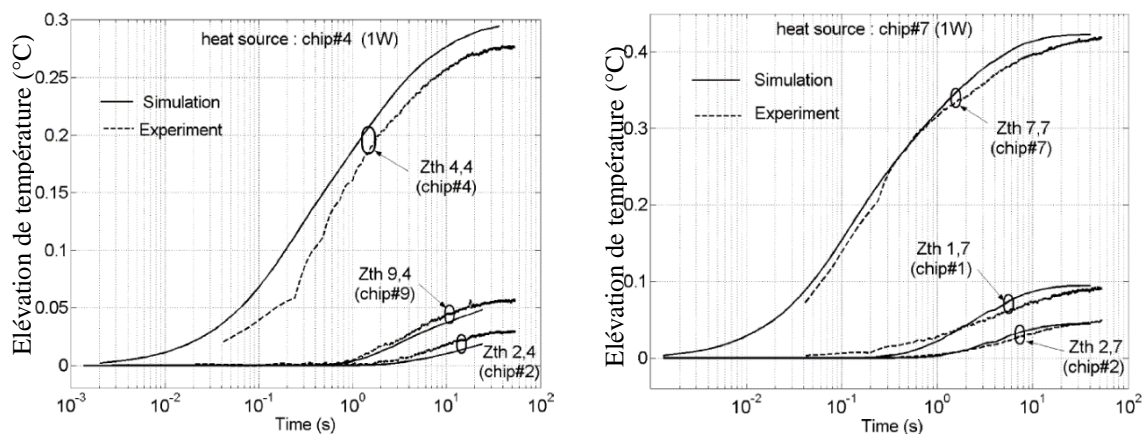


Figure 15 : Mesure de température par fibre optique [8]

L'étude expérimentale réalisée se base sur douze expériences. Pour chacune d'entre elles, une seule puce est alimentée à la fois avec une puissance thermique égale à l'unité, à l'instar de l'étude numérique. La Figure 16 présente les réponses indicielles du système pour deux cas distincts : lorsque la puce n°4 est alimentée, et lorsque la puce n°7 est sollicitée.



a- Puce 4 alimentée

b- Puce 7 alimentée

Figure 16 : Elévation de température au niveau des puces [8]

Les résultats montrent quelques écarts entre la réponse du système modélisé numériquement et celle issue des mesures expérimentales. Cela peut être expliqué par plusieurs éléments tels que la présence du bruit de mesure, la difficulté de mettre en place une puissance thermique strictement égale à l'unité, la non-modélisation de quelques éléments, l'imprécision sur quelques paramètres physiques dans la modélisation

Pour le cas de validation, deux créneaux de puissances ont été appliquées sur les puces 1 et 2. La Figure 17 présente les profils de puissance au niveau des deux premières puces ainsi que la comparaison entre le modèle basé sur les impédances thermiques et les résultats de l'expérience.

Un biais est observé entre les résultats de l'expérience et les résultats de la simulation ainsi qu'une difficulté à retrouver la décroissance en température pour le modèle à base des impédances thermiques.

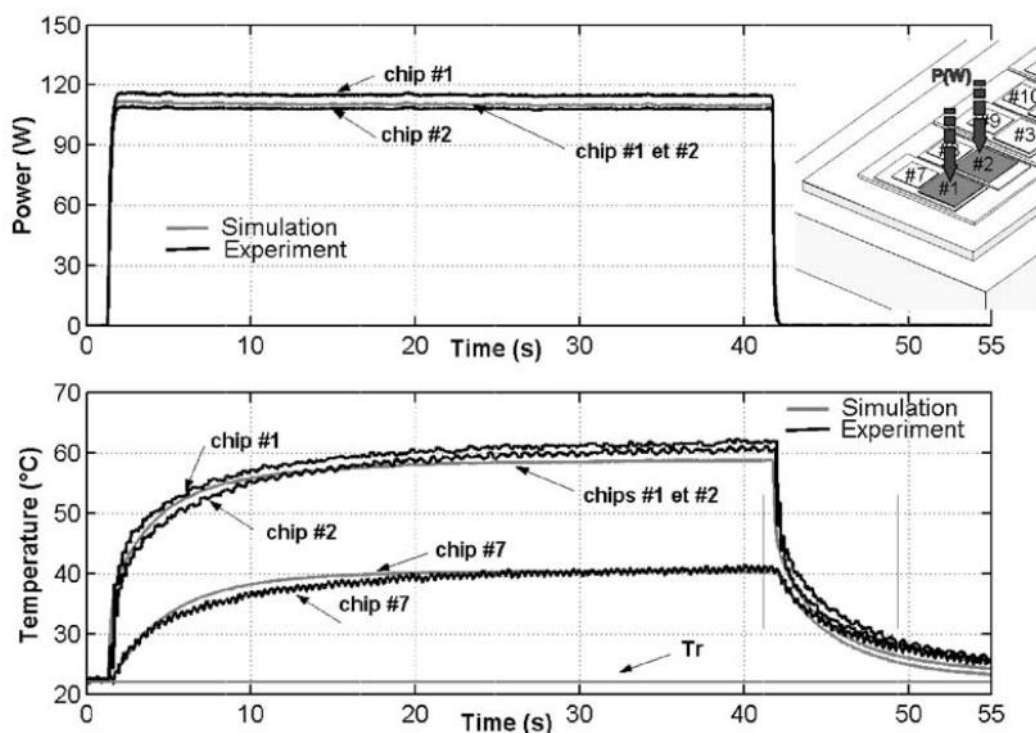


Figure 17 : comparaison entre la simulation et l'expérience [8]

Un autre modèle analytique a été proposé par Laraqi et al. [9] afin de déterminer la température de jonction ainsi que l'impédance thermique. Ce modèle repose sur l'hypothèse principale d'une température homogène spatialement au sein de la puce (très faible nombre de Biot). Le bilan énergétique appliqué à la puce permet d'écrire la relation :

$$\rho_c c_{p,c} V_c \frac{d\theta_c(t)}{dt} = Q(t) - Q_{cv}(t) - Q_{cd}(t) \quad (14)$$

Avec :

$$\theta_c(t) = T_c(t) - T_\infty, Q_{cv}(t) = hS_{cv}\theta_c(t)$$

Les termes Q , Q_{cv} et Q_{cd} désignent respectivement la source de chaleur, les pertes par convection et les pertes par conduction. La variable h étant le coefficient d'échange par convection sur la face supérieure du composant.

Pour affiner la modélisation de la conduction thermique, il est essentiel de prendre en compte le phénomène de constriction, qui correspond à la déformation des lignes de flux de chaleur due à la différence de surface entre le composant et le substrat (Cf. Figure 18). Ce phénomène est modélisé par une impédance thermique Z .

L'élévation de température, au niveau de la puce, dans le domaine de Laplace est alors donnée par la relation ci-dessous [9] :

$$\theta_c(p) = \frac{Q(p)}{\rho_c c_c V_c s + h S_{cv} + \frac{S_{cd}}{R_{TC} + Z(p)}} \quad (15)$$

Avec p la variable de Laplace et R_{TC} la résistance thermique du contact.

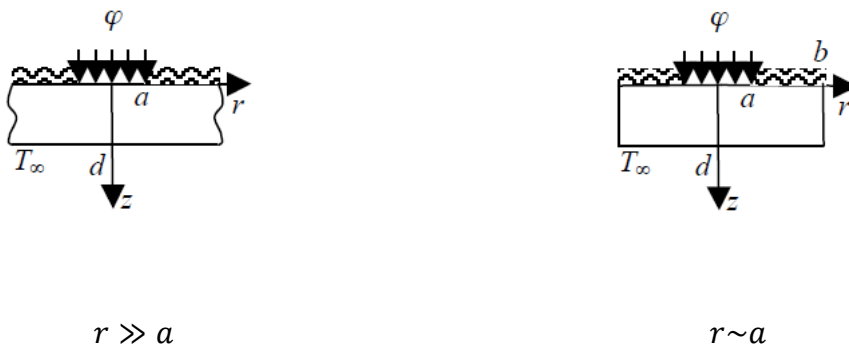


Figure 18: Caractéristiques géométriques

L'impédance thermique modélisant le phénomène de constriction, par utilisation de l'hypothèse de petit corps, est donnée par [9] :

$$Z(p^*) = \begin{cases} \frac{ka}{\left(\frac{a^2}{d^2} + p^*\right)} \left[\sqrt{\frac{a^2}{d^2} + p^*} + L_1 \left(2 \frac{a^2}{d^2} + p^* \right) - I_1 \left(2 \frac{a^2}{d^2} + p^* \right) \right], & r \gg a \\ \frac{4k}{b^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{J_1^2(\beta_n a)}{\beta_n^2 \sqrt{\beta_n^2 + \frac{p^*}{a^2}} J_0^2(\beta_n b)} \tanh \left(\sqrt{\beta_n^2 + \frac{p^*}{a^2}} d \right), & r \sim a \end{cases} \quad (16)$$

Avec L_1 la fonction de Struve modifiée d'ordre 1 et $p^* = \frac{a^2 p}{\alpha}$, la variable de Laplace adimensionnée. Les coefficients β_n sont les racines de $J'_0(\beta_n b) = 0$.

La première expression correspond à une situation où le phénomène de macro-constriction est fortement prononcé en raison d'un ratio $\frac{a}{r}$ très faible (Cf. Figure 18 à gauche). A l'inverse, le schéma de droite illustre un cas où la longueur caractéristique du système est comparable à la zone d'application du flux de chaleur, ce qui limite considérablement l'effet de la macro-constriction.

2.2 Méthodes de mesure de la température de jonction

2.2.1 Introduction

Au fil des années, plusieurs techniques présentées dans la littérature ont été testées en vue de mesurer précisément la température de jonction. Celles-ci peuvent être réparties selon trois grandes catégories. Premièrement, les techniques électriques se basant essentiellement sur la thermo-dépendance des grandeurs électriques. Deuxièmement, nous avons les techniques reposant sur des phénomènes physiques (comme l'effet Seebeck) en vue de mesurer la température. Finalement, il y a les techniques optiques comme la thermographie infrarouge. La classification de ces techniques selon [16] est présentée Figure 19.

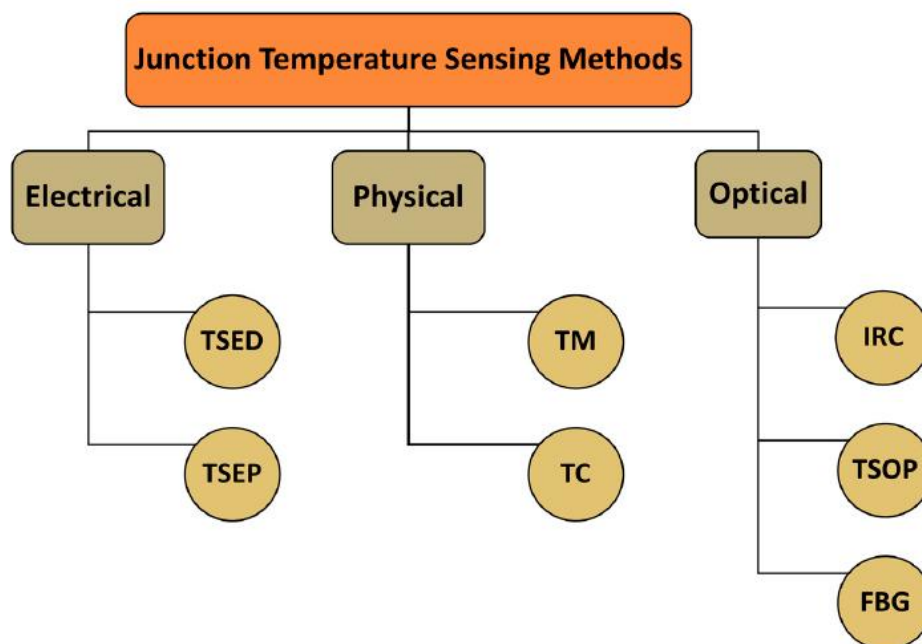


Figure 19 : Méthodes de mesure de température de jonction [16]

2.2.2 Les techniques électriques pour la mesure de la température de jonction

Les techniques électriques se divisent généralement en deux sous-catégories : les TSED (*Thermo-Electrical Sensitive Devices*) et les TSEP (*Thermo-Electrical Sensitive Parameters*).

Les TSED reposent sur la thermo-dépendance de composants électriques intégrés, tels que des résistances ou des diodes. Bien que cette méthode soit fonctionnelle, elle présente un caractère intrusif, car elle introduit une impédance thermique supplémentaire dans le système, ce qui complique l'estimation paramétrique globale.

Les TSEP, quant à elles, exploitent la sensibilité thermique de certains paramètres électriques comme le courant de court-circuit, le courant de saturation ou la tension de seuil. Ces techniques permettent une estimation relativement précise de la température de jonction, mais leur mise en œuvre demeure complexe dans des conditions de fonctionnement réel, qui ne correspondent ni à un régime de court-circuit ni à un fonctionnement à vide.

Par ailleurs, il convient de souligner que ces méthodes n'offrent généralement qu'une mesure ponctuelle de la température, ou à défaut, une valeur moyenne représentative de l'ensemble du composant.

2.2.3 Mesure de température par appareils électriques thermosensibles (TSED)

L'un des capteurs électriques thermosensibles les plus utilisés pour la mesure de température des composants électroniques est la thermistance. Il s'agit d'une résistance dont la valeur varie avec la température. On distingue deux types de thermistances : celles à coefficient de température négatif (CTN), dont la résistance diminue avec l'élévation de température, et celles à coefficient de température positif (CTP), dont la résistance augmente. Pour les thermistances de type CTN, la variation de la résistance en fonction de la température est généralement décrite par la relation suivante [27]:

$$R_T = R_{T_0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \quad (17)$$

Avec R_T la résistance électrique en Ω à la température T en K . R_{T_0} est la valeur de la résistance à la température de référence T_0 . La valeur de la résistance électrique à chaque température peut

être déterminée soit par mesure simultanée de tension et de courant via la loi d'Ohm ou via un pont de Wheatstone à l'équilibre.

Dans le cas des données de la Figure 20, la température de référence est prise égale à $T_0 = 273,15 K$ (soit $0^\circ C$). La résistance de référence R_{T_0} est déterminée expérimentalement lors d'une phase de calibration. Pour ce faire, il suffit de placer la thermistance à la température T_0 (par exemple dans un bain thermostaté).

La constante B de l'équation (17) peut être déterminée soit par linéarisation de l'équation autour d'un point de fonctionnement, soit à l'aide de méthodes inverses qui seront détaillées ultérieurement. Dans le cadre de l'estimation de paramètres, le problème défini par l'équation (17) est non-linéaire dans la mesure où la matrice de sensibilité dépend elle-même du paramètre B à estimer [28, 29].

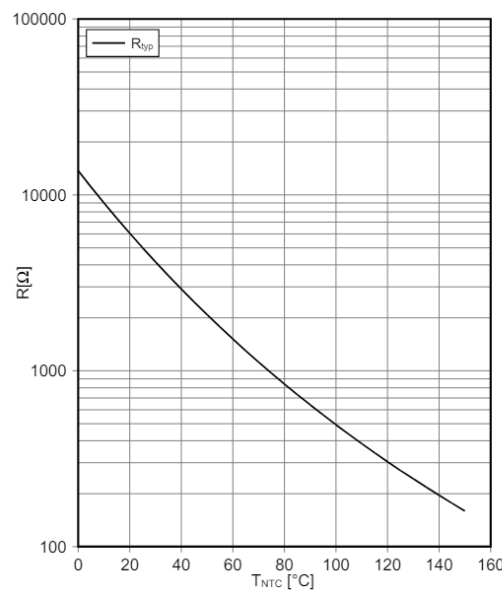


Figure 20 : Exemple de variation de la résistance électrique en fonction de la température [30]

L'une des approches classiques permettant de linéariser ce problème, dans le cadre de l'estimation de paramètres, consiste à appliquer la fonction logarithme népérien à l'équation. Celle-ci peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\ln\left(\frac{R_T}{R_{T_0}}\right) = B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \quad (18)$$

Cette expression peut être utilisée pour estimer la valeur de B à partir de quelques points de mesure par utilisation des moindres carrés ordinaires.

Une fois la constante B déterminée, la température peut également être exprimée mathématiquement en fonction de la résistance électrique R_T selon :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \ln \left(\frac{R_T}{R_{T_0}} \right) \quad (19)$$

L'équation (19) peut être mise en œuvre de manière pratique et fournit des résultats satisfaisants, à condition que l'erreur sur la mesure de la résistance électrique reste faible. Dans les faits, le calcul de la valeur du coefficient B à partir de la fiche technique du composant de la Figure 20 par utilisation de cette relation permet de trouver $B = 3459,29 \text{ K}$. A titre d'exemple de validation, pour une température $T = 20^\circ\text{C}$, la fiche technique donne une valeur de résistance électrique de la thermistance de $R_T = 6000 \Omega$. En utilisant cette valeur de résistance dans l'équation précédente, on retrouve une température de $T_{calculée} = 19,58^\circ\text{C}$.

Dans la littérature, plusieurs formules ont prouvé leur efficacité pour corrélérer la valeur de la résistance électrique à sa température [31]. Ces équations sont appelées les équations de Hoge. La première dénommée « équation de Hoge-1 » est donnée par un polynôme d'ordre 2 reliant l'inverse de la température T en Kelvin au logarithme népérien de la résistance électrique R_T par :

$$\frac{1}{T} = A_0 + A_1 \ln(R_T) + A_2 \ln(R_T)^2 \quad (20)$$

L'ajout d'un terme supplémentaire d'ordre trois fournit l'équation de Hoge-2 :

$$\frac{1}{T} = A_0 + A_1 \ln(R_T) + A_2 \ln(R_T)^2 + A_3 \ln(R_T)^3 \quad (21)$$

De façon similaire, l'équation de Hoge-3 est donnée par :

$$\frac{1}{T} = A_0 + A_1 \ln(R_T) + A_2 \ln(R_T)^2 + A_3 \ln(R_T)^3 + A_4 \ln(R_T)^4 \quad (22)$$

Une autre forme de relation entre l'inverse de la température et la résistance électrique R_T dénommée « Hoge-4 » est donnée par :

$$\frac{1}{T} = A_0 + A_1 \ln(R_T) + A_2 \ln(R_T)^2 + \frac{A_5}{\ln(R_T)} \quad (23)$$

L'équation de Hoge-5 est donnée par :

$$\frac{1}{T} = \frac{C_1 + C_2 \ln(R_T)}{1 + C_3 \ln(R_T)} \quad (24)$$

L'une des autres formulations proposées par Kern [28] est l'équation de Steinhardt-Hart [32]:

$$\frac{1}{T} = A_0 + A_1 \ln(R_T) + A_3 \ln^3(R_T) \quad (25)$$

Finalement, une forme générale de la relation a été donnée par Kimball *et al.* [33] :

$$\frac{1}{T} = \sum_{i=0}^n A_i \ln(R_T)^i \quad (26)$$

Il est important de noter ici qu'il s'agit des fonctions non linéaires au sens algébrique. Toutefois, à l'exception de l'équation de Hoge-5, les équations listées précédemment sont linéaires au sens de l'estimation de paramètres : la matrice de sensibilité ne dépend pas des paramètres à estimer.

Pour illustrer l'identification des paramètres A_i , prenons l'exemple de l'équation de Hoge-1 (21) avec k mesures simultanées de la température et de la valeur de la résistance électrique. Le système matriciel suivant peut être formé :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{T_1} \\ \frac{1}{T_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{T_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \ln(R_{T_1}) & \ln(R_{T_1})^2 \\ 1 & \ln(R_{T_2}) & \ln(R_{T_2})^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \ln(R_{T_k}) & \ln(R_{T_k})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

Soit sous forme abrégée :

(27)

$$Y = X A$$

Avec :

$$Y = \left[\frac{1}{T_1} \quad \frac{1}{T_2} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \frac{1}{T_k} \right]^T$$

$$A = [A_0 \ A_1 \ A_2]^T$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \ln(R_{T_1}) & \ln(R_{T_1})^2 \\ 1 & \ln(R_{T_2}) & \ln(R_{T_2})^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \ln(R_{T_k}) & \ln(R_{T_k})^2 \end{bmatrix}$$

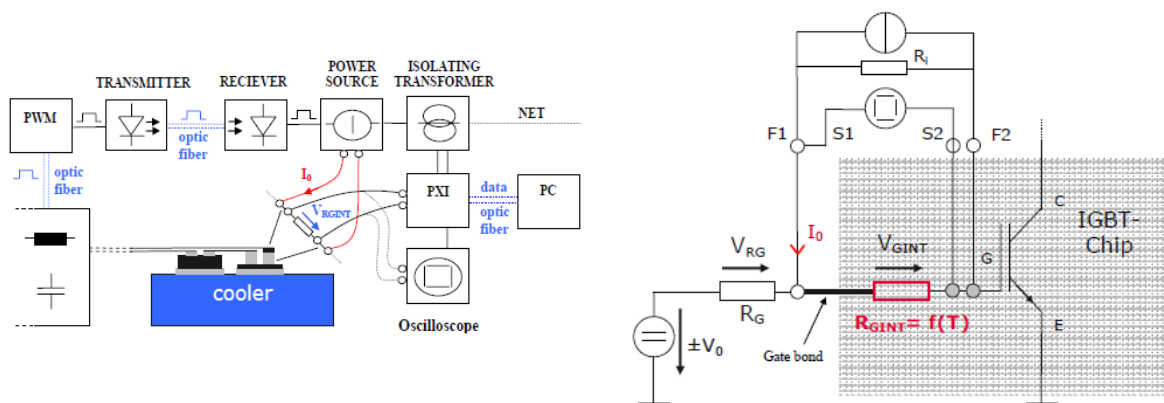
Ce système peut être résolu par utilisation de la méthode des moindres carrés couplée si nécessaire à une méthode de régularisation. Pour rappel, la méthode des moindres carrés consiste à reprendre le système matriciel donné par l'équation et multiplier chaque membre de l'équation (27) par la transposée de la matrice X qui est la matrice de sensibilité. L'équation devient alors :

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{28}$$

Les résultats obtenus par Kern [28] illustrent que l'ajustement (« fit ») entre la courbe expérimentale et la courbe reconstruite à partir des coefficients estimés augmente à mesure que

l'ordre du modèle de Hoge considéré augmente. Les incertitudes expérimentales étant de l'ordre de $5mK$ dans les travaux de Kern, un résidu inférieur à cette valeur n'a pas de signification physique. Dans ce sens, la méthode de Hoge-2 (polynome de troisième ordre) a été retenue comme meilleur estimateur du fait du faible nombre de paramètres à estimer et de son faible résidu de l'ordre de $6 mK$.

La mesure de température par thermistance peut parfois être mise dans la catégorie des techniques physiques plutôt que classifiée comme appareil électrique thermosensible [16]. Dans cette optique, les chercheurs dans le domaine de la mesure de température de jonction ont tenté de corrélérer cette dernière à la valeur de la résistance interne du transistor R_{GINT} [15], avec la mise en place d'un circuit de mesure dédié (Figure 21).



a- Principe de mesure de température par résistance interne

b- Circuit de mesure de résistance interne

Figure 21 : Circuit développé [15] pour la mesure de la résistance interne du transistor

Les résultats de l'étude montrent qu'il est bien possible d'évaluer la température de jonction en temps réel avec une bonne précision et une bonne résolution temporelle. Toutefois, bien que cette méthode soit efficace et surtout non intrusive pour la mesure thermique de température, l'emplacement de la résistance au centre de la puce qui, selon Brekel et al. [15], n'est pas l'endroit le plus chaud, rend cette technique moins avantageuse car elle ne s'intéresse pas au point d'intérêt.

2.2.4 Mesure de température de jonction par paramètres électriques thermosensibles.

La mesure de température via des paramètres électriques thermosensibles a été étudiée longuement par la communauté de l'électronique de puissance où l'objectif est d'estimer la température de jonction en la corrélant à des paramètres électriques du transistor tels que la tension seuil V_{th} , la chute de tension à l'état passant « The On-State Voltage drop » $V_{DS(on)}$, la résistance électrique, le courant de grille, ou encore le temps de fermeture et/ou d'ouverture.

L'étude menée par Griffio *et al* [34], concernant la chute de tension à l'état passant, montre que la relation entre celle-ci et la température est dépendante du courant i_{DS} (Figure 22). Bien que les courbes semblent bien distinctes, ce qui peut laisser penser que cette méthode peut être assez bonne pour la mesure de la température de jonction, l'isolation du circuit électrique est assez complexe à mettre en place expérimentalement. De plus, à courant fixe, de faibles variations de tension électrique $V_{DS(on)}$ sont observées, ce qui montre que cette méthode n'est pas adaptée à la mesure des variations rapides de la température de jonction.

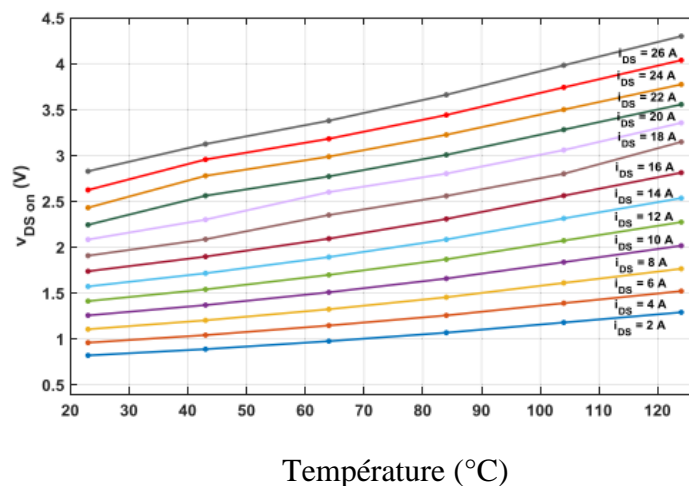


Figure 22: Tension V_{DS} en fonction de la température et du courant de charge [34]

Une autre technique de mesure de température de jonction repose sur l'utilisation de la tension seuil V_{th} . La Figure 23 illustre les variations de tension seuil en fonction de la température et du courant. On observe que la relation entre la tension seuil et la température est quasi-indépendante par rapport au courant, ce qui la rend avantageuse comparativement à la méthode précédente. Toutefois, elle nécessite l'ajout d'un circuit spécifique pour pouvoir faire la mesure en temps réel [34]. Par ailleurs, un calcul asymptotique de sensibilité de la tension seuil à la température, illustre que celle-ci est de

l'ordre de $0,01 \text{ V}/^\circ\text{C}$. Ainsi la mesure peut être influencée facilement par un bruit de faible amplitude.

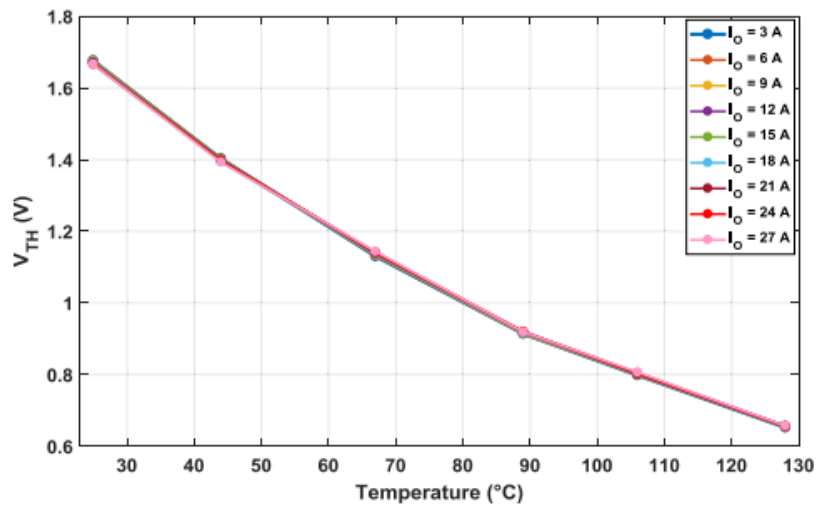


Figure 23 : Tension seuil V_{th} en fonction de la température et du courant de charge [34]

La méthode basée sur le temps d'ouverture et/ou de fermeture peut être utilisée en temps réel. Toutefois elle reste faiblement sensible à la température et à ses variations (Figure 24).

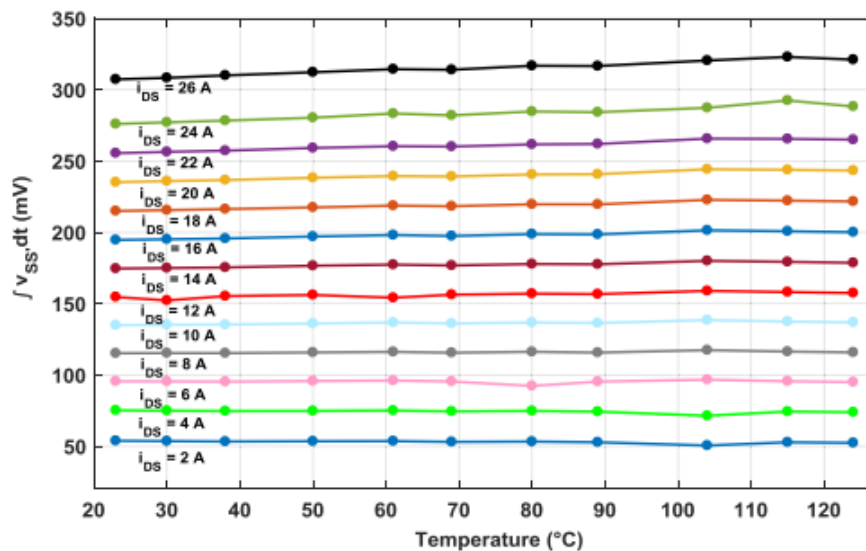
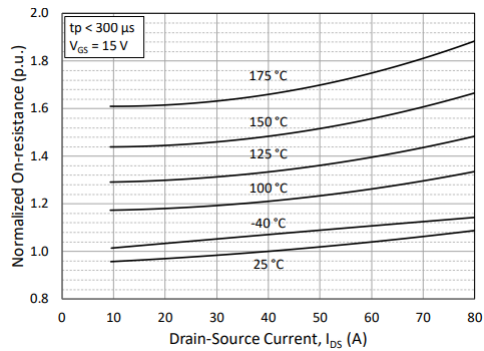
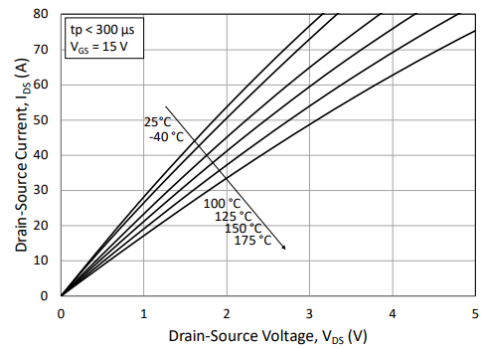


Figure 24 : Tension de la source intégrée en fonction de la température pour différentes valeurs du courant I_{DS} [34]

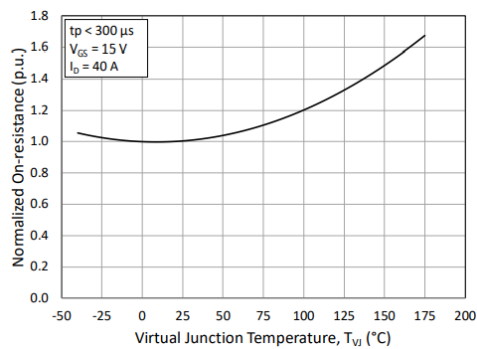
Il est à noter que les fiches techniques des composants indiquent la variation de quelques paramètres électriques du composant avec la température de jonction [35] (Figure 25).



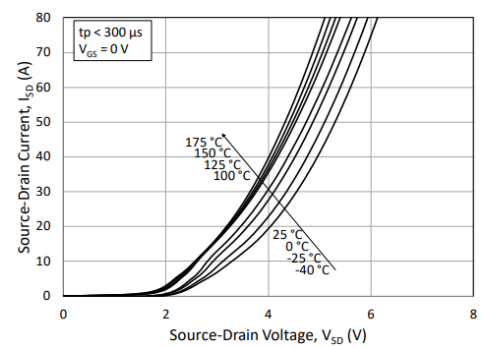
a- Evolution de la résistance $R_{DS(on)}$ normalisée en fonction du courant I_{DS} et de la température de jonction.



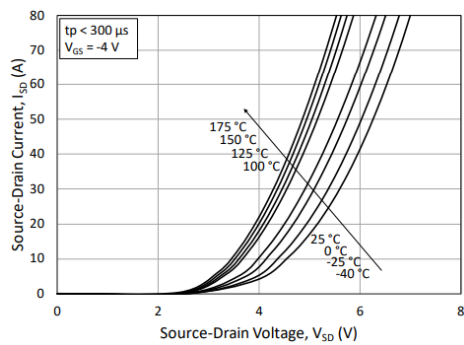
b- Variations du courant I_{DS} en fonction de la tension V_{DS} et de la température de jonction pour une tension $V_{GS} = 15 V$.



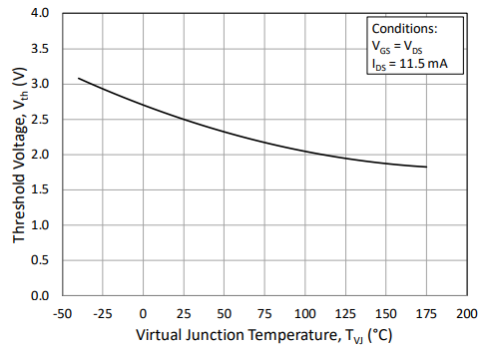
c- Evolution de la résistance $R_{DS(on)}$ normalisée en fonction de la température de jonction.



d- Variations du courant I_{DS} en fonction de la tension V_{DS} et de la température de jonction pour une tension $V_{GS} = 15 V$.



e- Variations du courant I_{DS} en fonction de la tension V_{DS} et de la température de jonction pour une tension $V_{GS} = -4 V$.



f- Variations de la tension seuil V_{th} en fonction de la température de jonction.

Figure 25 : Paramètres et composants électriques thermosensibles en fonction de la température de jonction [35]

Les graphes sont ceux d'un convertisseur entier contenant six transistors. Ils sont donnés par le constructeur et peuvent être utilisés pour retrouver la température de jonction à partir de la valeur de certaines grandeurs électriques. Toutefois, ces données sont issues de mesures avec des valeurs bien définies de la température ambiante. Par ailleurs, ces données illustrent clairement la dépendance des paramètres électriques du transistor à la température de jonction et ainsi la possibilité de la sonder par la mesure d'autres grandeurs.

La Figure 26 met en évidence une raison supplémentaire en faveur de la mesure de la température de jonction dans le contrôle de l'électronique. Il s'agit de l'augmentation des pertes thermiques dans le composant avec l'augmentation de la température de jonction, ce qui conduit à une diminution significative des rendements des convertisseurs. La connaissance de la température permet ainsi d'adapter la puissance de refroidissement. Elle permet également d'adopter des stratégies de commande préventives tel que l'acheminement de l'énergie par d'autres convertisseurs pour éviter une surchauffe trop importante dans un convertisseur entier, ou plus localement un transistor, et ainsi diminuer les pertes thermiques et protéger l'intégrité du composant, qui doit rester constamment en dessous d'une température seuil (spécifiée dans la fiche technique du composant).

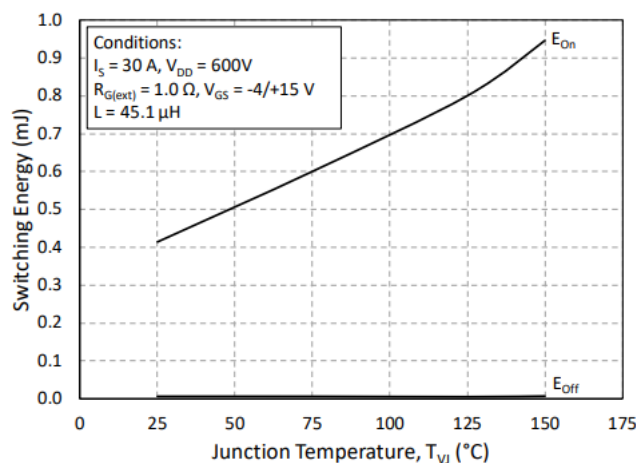


Figure 26 : Pertes à l'état passant et à l'état bloqué en fonction de la température de jonction [35]

Il est important ici de noter que le composant doit fonctionner loin de la température maximale admissible par celui-ci. En effet, même si la température reste légèrement inférieure à la température seuil, les soudures commencent à fondre et les fils électriques peuvent se décoller. Par ailleurs, les variations de température de jonction sont également un paramètre à surveiller car les cycles thermiques accélèrent la fatigue du composant. De plus, les dilatations

thermiques différentes des couches engendrent des contraintes thermomécaniques qui dégradent le composant accélérant ainsi son vieillissement.

Les constructeurs fournissent également la réponse indicielle du composant, c'est-à-dire la réponse du système à un échelon unitaire. Dans le cas de la fiche technique [35], la relation entre la puissance dissipée au niveau de la jonction et l'élévation de température au niveau du dissipateur thermique est donnée sous la forme d'une impédance indicielle (Figure 27).

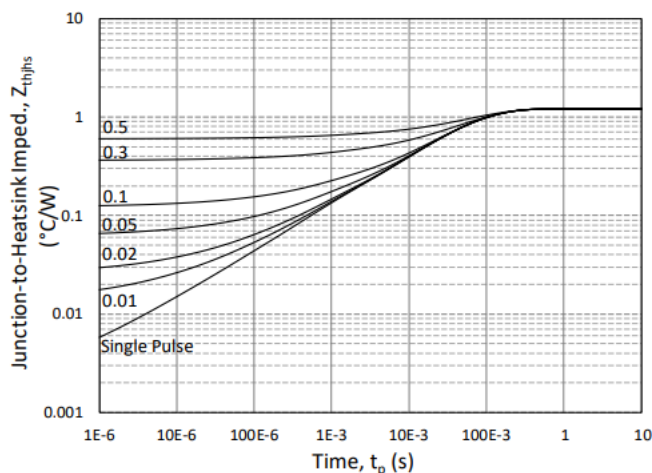


Figure 27 : Réponse indicielle du composant [35]

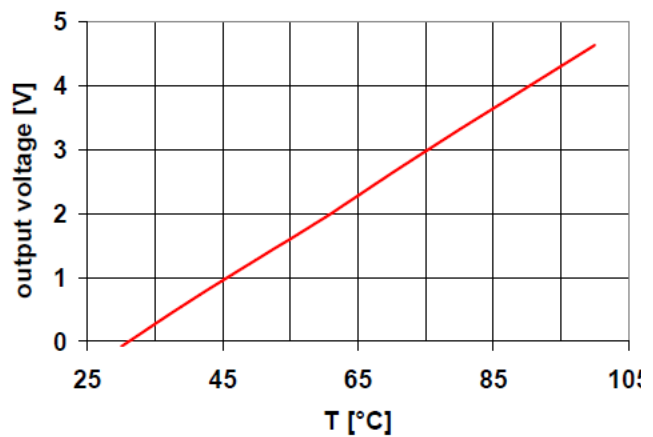
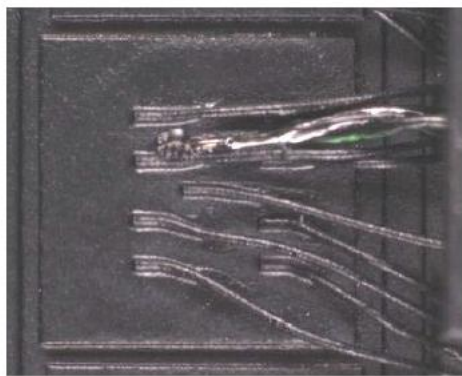
Il est toutefois important de rappeler que l'impédance indicielle donnée en Figure 27 dépend des conditions aux limites dans la face inférieure. Dans la suite de ce travail, cette impédance indicielle a été utilisée comme grandeur de dimensionnement du banc expérimental pour le composant que nous avons choisi.

2.2.5 Mesure de température de jonction par thermocouples

La mesure de température par thermocouple a été investiguée dans le cadre du travail de Brekel *et al* [15]. Le thermocouple a été collé sur le capot de l'IGBT loin de la jonction. Nous supposons que cela a été fait pour éviter le problème de perturbations électromagnétiques dues à la commutation du composant. Toutefois, cette configuration n'est pas sans défaut car le thermocouple est placé après le gel recouvrant le composant. La présence de ce gel crée un problème de filtrage de l'information (comportement d'un filtre passe-bas), ce qui rend la mesure des variations de la température de jonction difficile.

Le thermocouple repose essentiellement sur l'effet Seebeck. Il est constitué de deux matériaux différents et délivre une différence de potentiel électrique assez faible lorsque la jonction reliant ces deux matériaux est déposée dans un endroit chaud.

La tension délivrée par le thermocouple est de l'ordre de quelques microvolts, ce qui rend indispensable la mise en place d'un circuit d'amplification du signal. Un exemple de la variation de la tension amplifiée d'un thermocouple de type K en fonction de la température [15] est présenté en Figure 28.



a- Thermocouple collé sur le capot du transistor IGBT

b- Tension caractéristique amplifiée en fonction de la température du thermocouple de type K utilisé

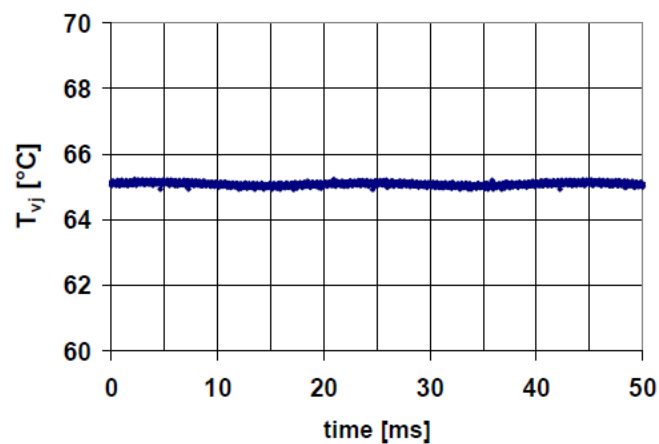


Figure 28: Température mesurée par thermocouple posé au-dessus du capot [15]

La mesure réalisée par le thermocouple illustre un profil peu sensible à l'évolution de la température en fonction du temps. Cela peut être expliqué par l'effet conjugué de la grande constante de temps du thermocouple et par la présence du gel en Silicon recouvrant la puce [15].

2.2.6 Méthodes optiques pour la mesure de température de jonction

Les techniques optiques se caractérisent principalement par le fait qu'elles sont non intrusives (elles ne nécessitent pas de contact direct avec l'élément). Cependant, dans le cadre de la mesure de températures de jonctions, elles requièrent une modification du système réel à savoir le retrait du gel isolant recouvrant les puces. En outre, ces techniques restent insensibles aux perturbations électromagnétiques, ce qui est un avantage incontestable.

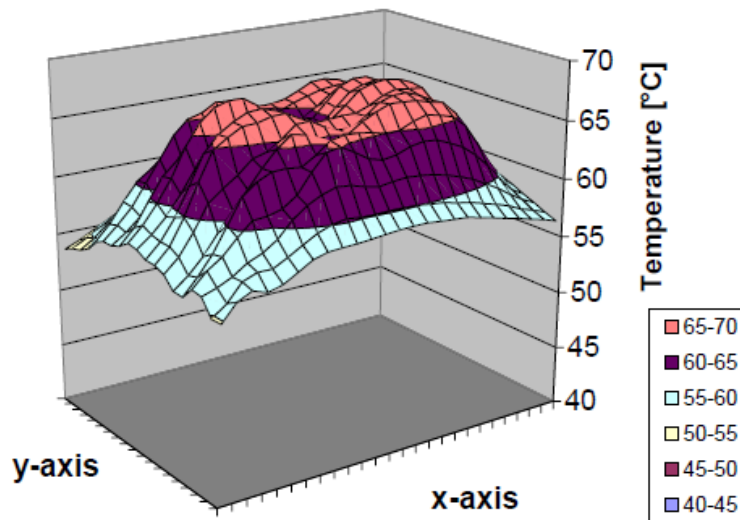
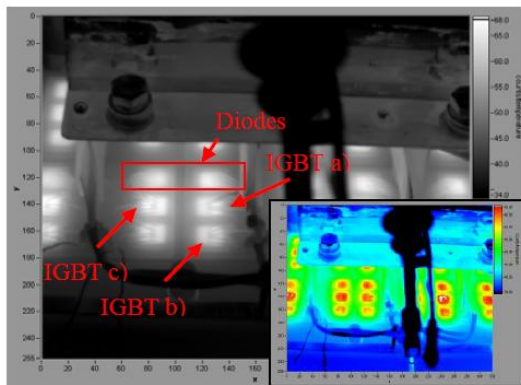


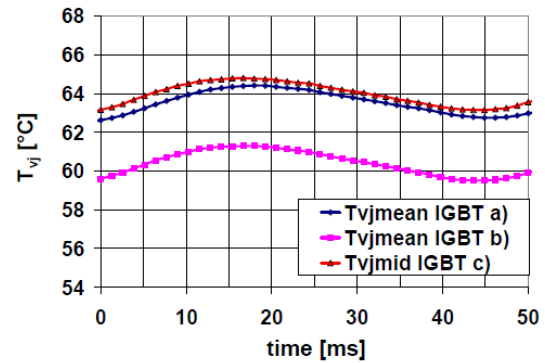
Figure 29 : Cartographie de température au niveau de l'IGBT C [15]

La mesure par thermographie infrarouge, discutée et investiguée dans plusieurs travaux [15, 16], reste une technique intéressante permettant d'avoir accès à la cartographie thermique de la surface du composant avec une bonne résolution spatiale et temporelle (Figure 29).

Les résultats obtenus par Brekel *et al* [15] confirment que la thermographie donne des bons résultats. Dans leur cas, avec une constante de temps de l'ordre de 1,28 ms, elle permet de suivre efficacement les variations assez rapides des températures (Figure 30) et de mesurer les gradients thermiques au niveau de la puce.



a- Cartographie de température mesurée par caméra infrarouge



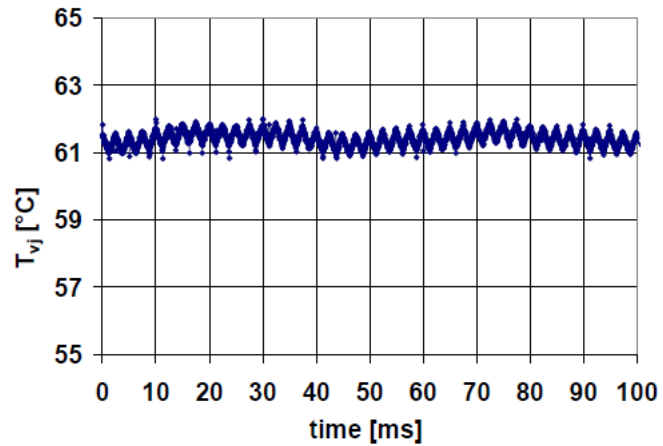
b- Températures mesurées par la caméra infrarouge dans trois IGBTs

Figure 30: Mesure par thermographie infrarouge [15]

La mesure par paramètres optiques thermosensibles - **TSOP** (Thermo Sensitive Optical Parameters) - offre quant à elle de bons résultats grâce à la luminescence des semi-conducteurs. Dans les faits, dans chaque zone de fonctionnement du composant, la quantité des photons émis dépend uniquement de la température de jonction et du courant.

La mesure de température par capteur infrarouge (Figure 31), permet d'avoir accès à la température de jonction à partir de la tension mesurée en sortie du capteur infrarouge présentée. Son comportement est quasi-linéaire avec la température ce qui traduit une simplicité de corrélation [15].

Brekel *et al* [15] affirment que le capteur IR arrive à retrouver la valeur moyenne de température mais pas les variations assez rapides à cause d'une constante de temps assez élevée (200 ms). Ainsi, ce type de capteur peut être une bonne solution pour la mesure de température moyenne mais pas pour des transitoires rapides de températures. Selon Brekel *et al* [15], la mesure par thermographie infrarouge est à privilégier. La variation exponentielle de l'énergie émise en fonction de la température (loi de Planck) de la caméra infrarouge la rend plus adaptée en termes de sensibilité, car une faible variation de température se traduit par de fortes variations d'énergie. Pour mesurer la température moyenne sur des intervalles relativement grands, la mesure par thermocouple ou par capteur IR peut être une bonne solution.



a- Capteur infrarouge

b- Température mesurée par un capteur infrarouge

Figure 31: Température mesurée par capteur infrarouge [15]

2.2.7 Conclusion

La thermographie infrarouge reste parmi les méthodes les mieux adaptées à notre application, selon notre revue de la littérature. Dans les faits, il s'agit d'une technique de mesure non intrusive qui ne nécessite pas de contact direct avec le système. La thermographie infrarouge possède l'avantage d'être insensible aux perturbations électromagnétiques contrairement à une mesure par thermocouple (si directement collé à la jonction) ou par techniques électriques. Il est cependant important de noter que pour détecter la cinétique thermique du composant, il est nécessaire de choisir une caméra adaptée à l'application. Dans notre cas, nous souhaitons mesurer l'évolution de la température en fonction du temps avec des transitoires rapides de température. Dans ce sens, une caméra InSb (Antimoniure d'indium) adaptée à la mesure des variations de température a été choisie (Cf. section 4.3).

Cependant, cette décision d'utiliser une caméra infrarouge reste confrontée à deux difficultés importantes. La première est liée au système lui-même. En effet, dans la plupart des cas, les composants commercialisés par les industriels sont recouverts d'un gel isolant, destiné à assurer une isolation électrique grâce à sa rigidité diélectrique — c'est-à-dire sa résistance à la propagation du champ électrique dans le matériau. Ce gel est malheureusement opaque dans le domaine infrarouge. Nous avons pris la décision de l'enlever par dégradation chimique en utilisant de l'acétone. Cette méthode a été validée en amont afin de garantir l'intégrité du composant après retrait du gel. Le deuxième problème est celui de la semi-transparence du

carbure de silicium (constituant les transistors) dans le domaine infrarouge, ce qui peut rendre la mesure par thermographie IR moins praticable.

Le premier problème, dû à la présence du gel, n'est pas très impactant dans notre cas d'étude car nous visons à développer un modèle indépendant des conditions aux limites. Laisser ou enlever le gel ne devrait donc pas influencer la justesse du modèle. Pour surmonter le deuxième problème, nous avons donc appliqué une fine couche de peinture noire pour corriger cet effet optique.

2.3 Problème direct : Utilisation de la méthode des quadripôles thermiques

2.3.1 Introduction

Les quadripôles thermiques permettent la résolution de l'équation de la chaleur dans un milieu homogène ou non par transformées intégrales. Pour une géométrie tridimensionnelle en régime instationnaire, la méthode se base sur une transformée de Laplace en temps et une double transformée de Fourier en espace de l'équation de la chaleur. Elle peut être mise en pratique pour des géométries relativement simples.

Pour rappel, la transformée de Laplace d'une fonction $T(x, y, z, t)$ est donnée par :

$$\bar{T}(p, x, y, z) = \int_0^{+\infty} T(t, x, y, z) e^{-pt} dt \quad (29)$$

Avec p la variable de Laplace.

La formule générale de la transformée de Fourier dans la direction des x est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\tilde{T}(\alpha_n, y, z, t) = \int_0^L T(t, x, y, z) X_n dx \quad (30)$$

Avec X_n les fonctions propres dans la direction des x et L la longueur de la couche considérée dans cette direction.

Les valeurs propres ainsi que les fonctions propres utilisées dans le calcul de cette transformée de Fourier dépendent des conditions aux limites du système. Maillet *et al.* [25] ainsi que

Maranzana [11] ont donné un tableau récapitulatif spécifiant les valeurs propres ainsi que les fonctions propres suivant les conditions aux limites aux extrémités du système (Tableau 2).

Tableau 2 : Différentes valeurs et fonctions propres suivant les conditions aux limites [25, 11]

Condition limite en $x = 0$	Condition limite en $x = L$	Valeurs propres α_n	Fonctions propres X_n
$X = 0$	$X = 0$	$\frac{n\pi}{L}; n = 1, 2, \dots, N$	$\sin(\alpha_n x)$
$X = 0$	$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$	$\frac{(n + \frac{1}{2})\pi}{L}; n = 0, 1, \dots, N$	$\sin(\alpha_n x)$
$X = 0$	$\lambda \frac{\partial X}{\partial x} + hX = 0$	$\tan(\alpha_n L) = -\frac{\lambda \alpha_n}{h}; \alpha_n > 0$	$\sin(\alpha_n x)$
$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$	$X = 0$	$\frac{(n + \frac{1}{2})\pi}{L}; n = 0, 1, \dots, N$	$\cos(\alpha_n x)$
$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$	$\lambda \frac{\partial X}{\partial x} + hX = 0$	Solutions positives de $\cotan(\alpha_n L) = \frac{\lambda \alpha_n}{h}$	$\cos(\alpha_n x)$
$-\lambda \frac{\partial X}{\partial x} + hX = 0$	$X = 0$	Solutions positives de $\cotan(\alpha_n L) = -\frac{\lambda \alpha_n}{h}$	$\sin(\alpha_n(L - x))$
$-\lambda \frac{\partial X}{\partial x} + hX = 0$	$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$	Solutions positives de $\cotan(\alpha_n L) = \frac{\lambda \alpha_n}{h}$	$\cos(\alpha_n(L - x))$
$-\lambda \frac{\partial X}{\partial x} + h_1 X = 0$	$-\lambda \frac{\partial X}{\partial x} + h_2 X = 0$	Solutions positives de $\cotan(\alpha_n L) = \frac{\lambda \alpha_n (h_1 + h_2)}{(\lambda \alpha_n)^2 - h_1 h_2}$	$\cos(\alpha_n x) + \frac{h_1}{\lambda \alpha_n} \sin(\alpha_n x)$
$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$	$\frac{n\pi}{L}; n = 0, 1, 2, \dots, N$	$\cos(\alpha_n x)$

Le retour dans le domaine temporel est le plus souvent effectué par une transformée inverse de Laplace numérique par utilisation de l'algorithme de Gaver-Stehfest [36] ou autres. Le retour dans le domaine spatial est effectué par une inversion analytique de la transformée de Fourier :

$$T(x, y, z, t) = \frac{\tilde{T}(0, y, z, t)}{L} + \frac{2}{L} \sum_{k=1}^N \tilde{T}(\alpha_n, y, z, t) X_n \quad (31)$$

N étant le nombre d'harmoniques utilisées pour approximer la série de Fourier.

2.3.2 Les quadripôles thermiques en 1D



Figure 32: Quadripôles thermiques en géométrie 1D

L'équation de la chaleur en régime transitoire suivant une seule dimension, en absence de source de chaleur s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (32)$$

La température à l'instant initial peut dépendre de la composante spatiale :

$$T(x, t) = T_0(x) \text{ pour } t = 0 \quad (33)$$

Pour simplifier la résolution, la variable différence de température $\theta(x, t) = T(x, t) - T_0(x)$ est définie. La transformée de Laplace de l'équation (32) permet d'avoir :

$$\frac{d^2 \bar{\theta}}{dx^2} = \frac{p}{a} \bar{\theta} \quad (34)$$

Avec $\bar{\theta}$ la transformée de Laplace de la différence de température. Cette équation est une équation différentielle du second ordre sans second membre et a pour solution :

$$\bar{\theta}(x, p) = A_1 e^{\sqrt{\frac{p}{a}}x} + B_1 e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}x} \quad (35)$$

La solution peut également être écrite avec les fonctions hyperboliques :

$$\bar{\theta}(x, p) = A \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) + B \sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) \quad (36)$$

Les constantes A et B seront déterminées à partir des conditions aux limites. Par ailleurs, le flux de chaleur peut être trouvé par utilisation de la loi de Fourier :

$$\bar{\phi}(x, p) = -\lambda \frac{\partial \bar{\theta}(x, p)}{\partial x} \quad (37)$$

$$\bar{\phi}(x, p) = -\lambda A \sqrt{\frac{p}{a}} \sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) - \lambda B \sqrt{\frac{p}{a}} \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) \quad (38)$$

En $x = 0$ on obtient :

$$\bar{\theta}(0, p) = A = \bar{\theta}_{in}(p) \text{ et } \bar{\phi}(0, p) = -\lambda B \sqrt{\frac{p}{a}} = \bar{\phi}_{in}(p) \quad (39)$$

$$A = \bar{\theta}_{in}(p) \text{ et } B = -\frac{1}{\lambda \sqrt{\frac{p}{a}}} \bar{\phi}_{in}(p) \quad (40)$$

Avec :

$$\bar{\theta}_{in}(p) = \bar{\theta}(0, p)$$

$$\bar{\theta}_{out}(p) = \bar{\theta}(L, p)$$

$$\bar{\phi}_{in}(p) = \bar{\phi}(0, p)$$

$$\bar{\phi}_{out}(p) = \bar{\phi}(L, p)$$

Les équations (37) et (38) peuvent alors être écrites sous la forme du système matriciel :

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}(x, p) \\ \bar{\phi}(x, p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) & -\frac{1}{\lambda\sqrt{\frac{p}{a}}}\sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) \\ -\lambda\sqrt{\frac{p}{a}}\sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) & \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}x\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_{in}(p) \\ \bar{\phi}_{in}(p) \end{bmatrix} \quad (41)$$

La relation entre les deux extrémités du bloc présenté sur la Figure 32 est alors donnée par:

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_{out}(p) \\ \bar{\phi}_{out}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}L\right) & -\frac{1}{\lambda\sqrt{\frac{p}{a}}}\sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}L\right) \\ -\lambda\sqrt{\frac{p}{a}}\sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}L\right) & \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a}}L\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_{in}(p) \\ \bar{\phi}_{in}(p) \end{bmatrix} \quad (42)$$

En régime permanent, nous avons l'égalité $\phi_{in}(p) = \phi_{out}(p)$. L'ensemble se comporte comme une résistance thermique et la relation reliant les deux températures aux flux de chaleur est donnée par :

$$\bar{\theta}_{in} - \bar{\theta}_{out} = \frac{L}{\lambda}\bar{\phi} = R\bar{\phi} \quad (43)$$

De façon synthétique, le système matriciel se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_{out} \\ \bar{\phi}_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_{in} \\ \bar{\phi}_{in} \end{bmatrix} \quad (44)$$

2.3.3 Les quadripôles thermiques en deux dimensions

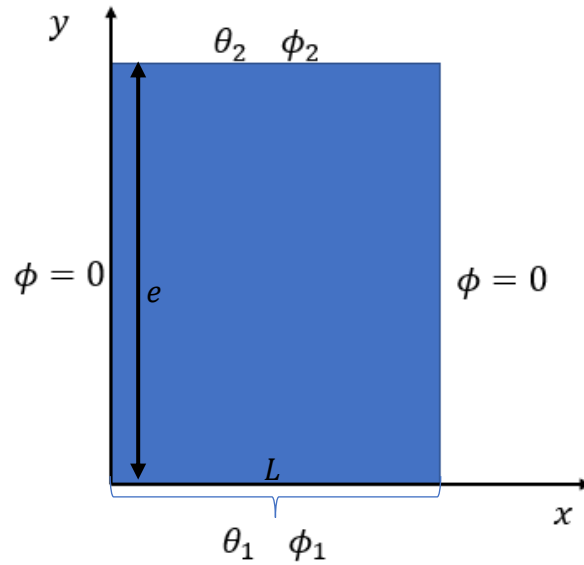


Figure 33: Quadripôles thermiques en géométrie 2D

Pour un milieu homogène de largeur L (suivant l'abscisse x) et d'épaisseur e (suivant la hauteur y), sans source interne de chaleur et avec des propriétés thermiques indépendantes de la température (conductivité et diffusivité thermiques), l'équation de la chaleur peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (45)$$

On suppose en outre les conditions aux limites suivantes pour notre système :

$$T(x, y, t) = T_0(x, y) \text{ pour } t = 0$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \text{ et } \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0$$

Pour simplifier la résolution, la variable $\theta(x, y, t) = T(x, y, t) - T_0(x, y)$ est définie. La transformée de Laplace de l'équation (45) donne alors :

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} = \frac{p}{a} \bar{\theta} \quad (46)$$

Les conditions adiabatiques en $x = 0$ et en $x = L$, permettent de définir la transformée de Fourier suivante :

$$\tilde{\theta}_n(y, p) = \int_0^L \bar{\theta}(x, y, p) \cos(\alpha_n x) dx \quad (47)$$

avec $\alpha_n = \frac{n\pi}{L}$ (pour $n = 0, 1, \dots, N$), valeurs propres suivant x .

La transformée de Fourier de l'équation (46) fournit alors :

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}_n}{dy^2} - \left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right) \tilde{\theta}_n = 0 \quad (48)$$

En outre, le flux de chaleur surfacique suivant y est défini par : $\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$. La solution de l'équation différentielle (49) peut alors être présentée sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{out} \\ \tilde{\phi}_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{in} \\ \tilde{\phi}_{in} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Avec pour $n = 1, \dots, N$:

$$A_n = D_n = \cosh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right); B_n = -\frac{\sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)}{\lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}}}; C_n = -\lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} \sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)$$

En régime stationnaire, la relation précédente devient :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{out} \\ \tilde{\phi}_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{in} \\ \tilde{\phi}_{in} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Avec des coefficients quadripolaires simplifiés :

$$A_n = D_n = \cosh(\alpha_n e); B_n = -\frac{\sinh(\alpha_n e)}{\lambda \alpha_n}; C_n = -\lambda \alpha_n \sinh(\alpha_n e)$$

Pour $n = 1, 2, \dots, \dots, \dots, N$

2.3.4 Les quadripôles thermiques pour une structure multicouches

Pour un empilement de N couches de mêmes longueurs et des conditions aux limites latérales identiques (dans le cadre de ce travail, on peut par exemple supposer une isolation thermique sur les surfaces latérales - justifiée par un faible ratio e/L), les harmoniques sont continues à chaque interface. En l'absence de résistance de contact, on peut directement relier les harmoniques des transformées de Laplace de la différence de température et du flux de

chaleur entre l'entrée de la première couche et la sortie de la dernière couche. Pour ce faire, on multiplie les matrices quadripolaires associées aux différentes couches :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{out}^N \\ \tilde{\phi}_{out}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n^N & B_n^N \\ C_n^N & D_n^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n^{N-1} & B_n^{N-1} \\ C_n^{N-1} & D_n^{N-1} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} A_n^0 & B_n^0 \\ C_n^0 & D_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{in}^0 \\ \tilde{\phi}_{in}^0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Où l'exposant des coefficients quadripolaires correspond au numéro de la couche.

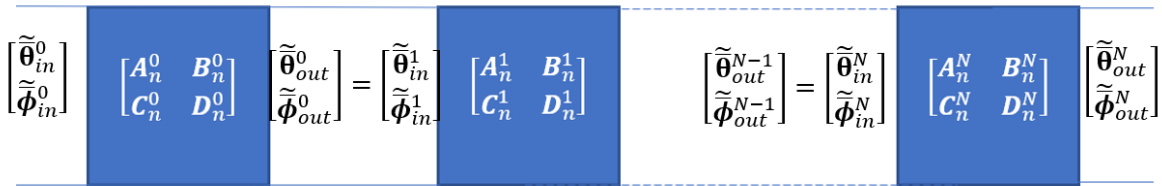


Figure 34 : Schéma modélisant l'empilement de plusieurs couches

Si les conditions aux limites latérales ne sont pas les mêmes dans toutes les couches, l'équation précédente ne peut pas être utilisée du fait de la non égalité des spectres [11].

Par ailleurs, si les conditions aux limites sont des conditions mixtes (de troisième espèce) pour au moins une des faces latérales, les valeurs propres dépendent directement de la valeur de la conductivité thermique. Cela signifie que si cette dernière varie entre les deux milieux en contact, l'égalité du spectre ne peut pas être assurée à l'interface.

2.3.5 Les quadripôles thermiques et le refroidissement des composants électroniques

Dans le livre “*Thermal quadrupoles : solving the heat equation through integral transform*”, Maillet et al. [25] ont présenté une approche intéressante pour modéliser le refroidissement d'un composant électronique, en écrivant une relation reliant la température de jonction au flux de chaleur sur la face supérieure et le coefficient d'échange par convection au niveau de l'ailette (Figure 35). Il s'agit d'une approche semblable à la configuration prise par Laraqi et al. [9] mais sans hypothèse de faible nombre de Biot.

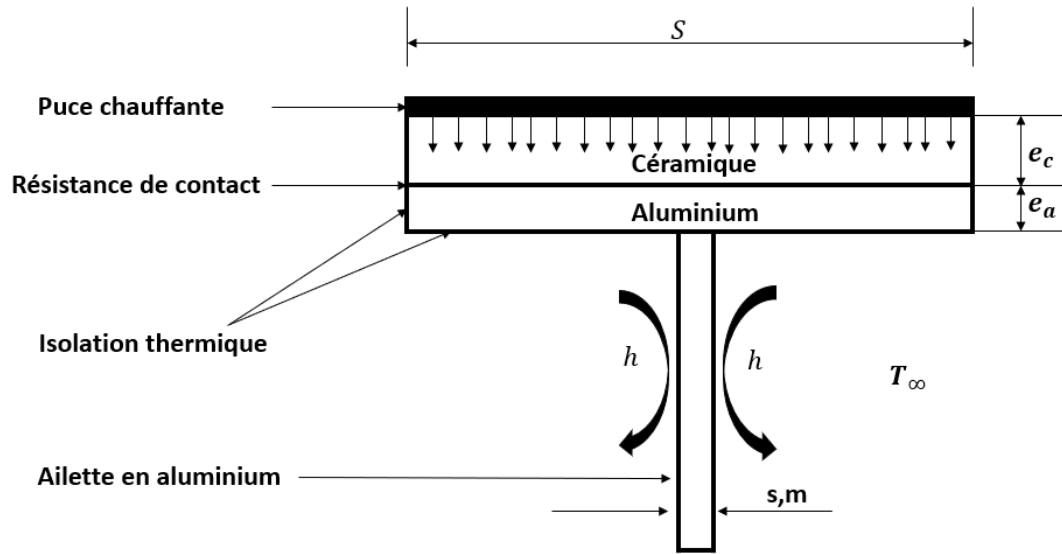


Figure 35 : Schéma d'un refroidisseur d'un composant électronique [25]

Dans le cadre de l'hypothèse d'un système 1D, la relation entre les transformées de Laplace de température et de flux de chaleur au niveau de la surface supérieure $(\bar{\theta}_1, \bar{\phi}_1)$ et celles au niveau de la face inférieure $(\bar{\theta}_2, \bar{\phi}_2)$ est donnée par la relation [25] :

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\phi}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_c \mathbf{R} \mathbf{M}_a \mathbf{M}_{constriction} \mathbf{M}_{ailette} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_2 \\ \bar{\phi}_2 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Avec :

$$\mathbf{M}_\gamma = \begin{bmatrix} A_\gamma & B_\gamma \\ C_\gamma & D_\gamma \end{bmatrix}; \gamma = a, c \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{constriction} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{constriction} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{ailette} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{ailette} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Et :

$$A_\gamma = D_\gamma = \cosh\left(\sqrt{\frac{p}{a_\gamma}} e_\gamma\right) \quad B_\gamma = \frac{1}{\lambda_\gamma S \sqrt{\frac{p}{a_\gamma}}} \sinh\left(\sqrt{\frac{p}{a_\gamma}} e_\gamma\right)$$

$$C_\gamma = \lambda_\gamma S \sqrt{\frac{p}{a_\gamma}} \sinh \left(\sqrt{\frac{p}{a_\gamma}} e_\gamma \right)$$

$$a_\gamma = \frac{\lambda_\gamma}{(\rho c)_\gamma}$$

$$Z_{constriction} = \frac{8}{\pi \lambda_{al} \left(3\sqrt{\pi s} + 8s \sqrt{\frac{p}{a_a}} \right)}$$

$$Z_{ailette} = \frac{1}{s \lambda_{al} \sqrt{\frac{p}{\lambda_a} + \frac{hm}{\lambda_a s}}}$$

Ici R désigne la résistance de contact, s la section de l'ailette et m sa longueur.

2.3.6 La conversion de spectre

Dans le cadre de sa thèse, Maranzana [11] avait des problèmes de macro-constriction des lignes de flux de chaleur au passage d'une couche à une autre dans le cas où ces deux dernières n'ont pas la même longueur. Cette constriction, peut avoir lieu dans les deux sens, c'est-à-dire lorsque le flux de chaleur est orienté du bloc le plus grand vers le plus petit, ou dans l'autre sens. Dans le premier cas, les lignes de flux de chaleur vont se rapprocher pour pouvoir atteindre le bloc supérieur de longueur plus faible (Figure 36). Un exemple analogue dans le domaine de la mécanique des fluides est celui d'un rétrécissement brusque de la section du passage du fluide. La conséquence est une perte de charge singulière. En thermique, la constriction prend la forme d'une résistance thermique et également d'une capacité car cela affecte la cinétique thermique du système.

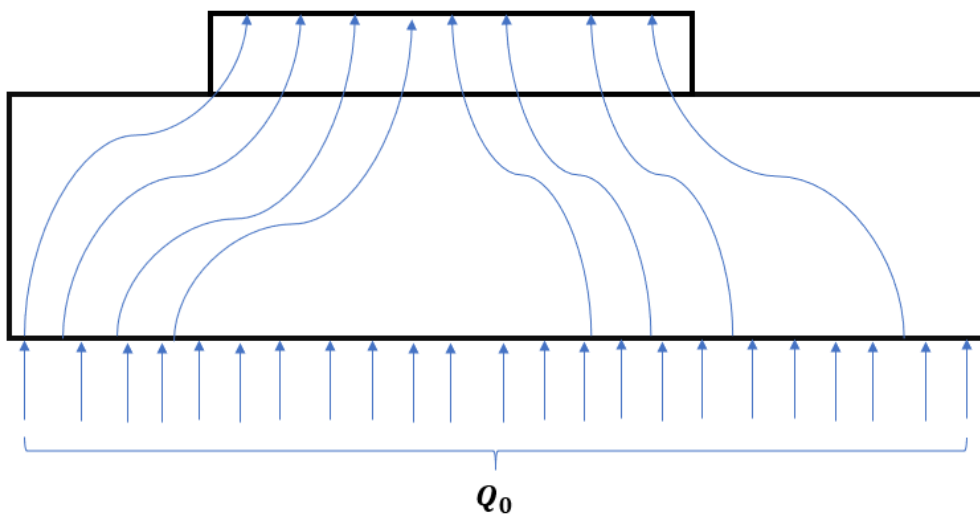


Figure 36 : Phénomènes de macro-constriction du plus grand au plus petit

Pour exprimer le spectre d'un bloc i dans un bloc l plus petit, la relation suivante peut être utilisée [11, 10] :

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_l = F_{i \rightarrow l} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i \quad (53)$$

Rappelons ici que $\boldsymbol{\theta} = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_N]^T$.

La matrice F est la matrice de conversion de spectre du plus grand vers le plus petit, donnée par :

$$F_{i \rightarrow l} = \begin{bmatrix} \frac{L_l}{L_i} & f_1(n, L_l, L_i, \delta_l) \\ 0 & \left\{ f_2(n, m, L_l, L_i, \delta_l) \text{ si } \frac{n}{m} \neq \frac{L_l}{L_i} \right. \\ \cdot & \left. \begin{matrix} Or \\ f_3(n, m, L_l, L_i, \delta_l) \text{ si } \frac{n}{m} = \frac{L_l}{L_i} \end{matrix} \right\} \\ \cdot & \\ \vdots & \end{bmatrix}, \quad (54)$$

$$1 \leq n \leq N_l + 1, 1 \leq m \leq N_i + 1$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} f_1(n, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{2}{n\pi} \left(\sin \left(n\pi \left(\frac{L_l}{L_i} + \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) - \sin \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) \\ f_2(n, m, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{2}{\pi} \frac{n}{n^2 - m^2 \left(\frac{L_l}{L_i} \right)^2} \left((-1)^m \sin \left(n\pi \left(\frac{L_l}{L_i} + \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) - \sin \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) \\ f_3(n, m, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{L_l}{L_i} \cos \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \end{cases}$$

$$\text{Et : } \delta_l = L_i - L_l$$

N_i et N_l correspondent au nombre d'harmoniques dans la couche i et l respectivement.

Pour le second cas, le flux de chaleur provient de la couche la plus petite et va vers celle la plus longue (Figure 37). Cela engendre un éloignement des lignes de flux de chaleur car les gradients thermiques dans la couche inférieure naturellement plus froide poussent la chaleur à se diffuser pour chauffer les zones les plus froides du composant. Maillet et al. [25] ainsi que Laraqi et al. [9] avaient tenté de modéliser cela par une impédance thermique, mais approximative ($Z_{constriction}$ présentée précédemment (équation (52)).

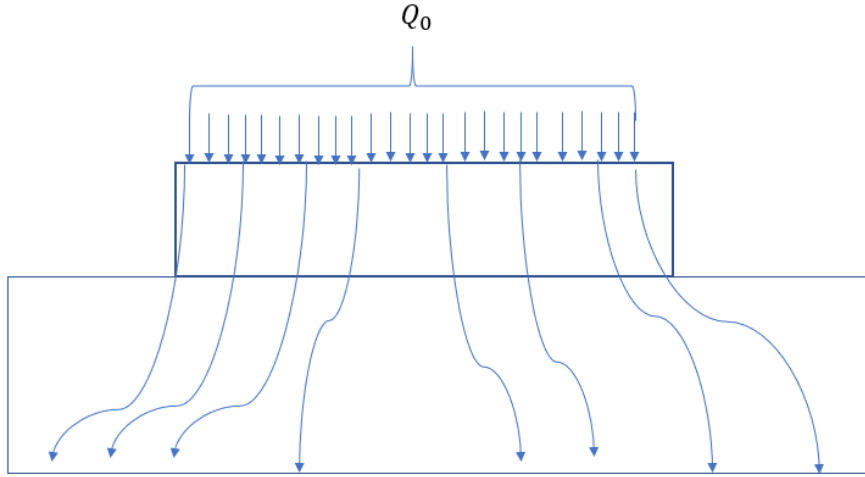


Figure 37 : Phénomènes de macro constriction du plus petit au plus grand

Si la couche inférieure i , supposée ici plus grande, est en contact avec M couches plus petites, alors le spectre de la transformée de Laplace de la température dans la couche i peut s'exprimer suivant [11, 10] :

$$\tilde{\theta}_i = \sum_{l=1}^M E_{i \leftarrow l} \tilde{\theta}_l \quad (55)$$

Les matrices $E_{l \rightarrow i}$ sont des matrices de conversion de spectre des plus petits vers le plus grand, exprimées par :

$$E_{i \leftarrow l} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \frac{L_i}{2L_l} f_1(n, L_l, L_i, \delta_l) & \frac{L_i}{L_l} \left\{ \begin{array}{l} f_2(n, m, L_l, L_i, \delta_l) \text{ si } \frac{n}{m} \neq \frac{L_l}{L_i} \\ \text{ou} \\ f_3(n, m, L_l, L_i, \delta_l) \text{ si } \frac{n}{m} = \frac{L_l}{L_i} \end{array} \right\} & & & & \end{bmatrix}, \quad (56)$$

$$1 \leq n \leq N_i + 1, 1 \leq m \leq N_l + 1$$

$$\text{avec : } \begin{cases} f_1(n, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{2}{n\pi} \left(\sin \left(n\pi \left(\frac{L_l}{L_i} + \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) - \sin \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) \\ f_2(n, m, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{2}{\pi} \frac{n}{n^2 - m^2 \left(\frac{L_l}{L_i} \right)^2} \left((-1)^m \sin \left(n\pi \left(\frac{L_l}{L_i} + \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) - \sin \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) \\ f_3(n, m, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{L_l}{L_i} \cos \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \end{cases}$$

$$\text{et : } \delta_l = L_i - L_l$$

Les matrices de conversions de spectre sont souvent mal conditionnées et restent très sensibles au rapport $\frac{L_l}{L_i}$. Pour limiter le nombre de conditionnement de ces matrices, Maranzana a proposé d'adapter le nombre d'harmoniques évalués entre les deux couches pour minimiser le nombre de conditionnement (Figure 38), en utilisant :

$$N_l = \left\lceil N_i \frac{L_l}{L_i} \right\rceil \quad (57)$$

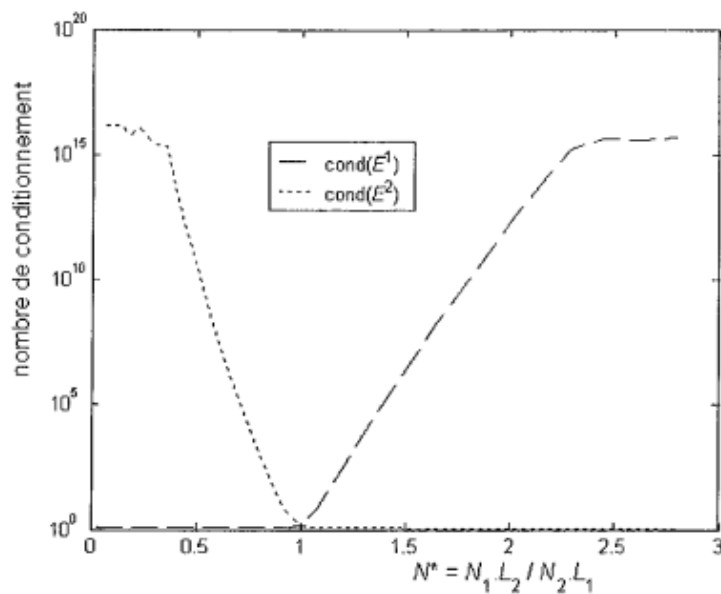


Figure 38 : Nombre de conditionnement en fonction du rapport $\frac{N_1 L_2}{N_2 L_1}$ [11]

Il est important de souligner que les matrices de passage E et F ne sont pas des applications réciproques entre elles du fait de la troncature en dimension finie. En dimension infinie, l'égalité serait vérifiée : $F^\infty = (E^\infty)^{-1}$ (la démonstration mathématique de cette affirmation est présentée dans la thèse de Maranzana [11]).

2.4 Utilisation des méthodes inverses

2.4.1 Introduction

L'objectif du travail que nous exposons ici est de remonter aux températures de jonctions, inaccessibles par mesure directe, à partir de mesures délocalisées. Il s'agit alors de développer des capteurs virtuels de température.

Les méthodes basées sur la résolution de l'équation de la chaleur permettent de trouver la conséquence à partir de la cause, c'est-à-dire trouver la température en tout point et à tout instant, connaissant le flux de chaleur et/ou la température d'une surface [37]. Ce travail vise à retrouver la (les) source(s) (température de jonction) à partir de la (des) conséquence(s), que sont les mesures délocalisées. Il s'agit alors d'un problème inverse et plus précisément du problème de conduction inverse qui a été étudié longuement par James Beck [37]. Si les problèmes directs sont souvent bien posés, les problèmes inverses sont très souvent mal posés et assez sensibles au bruit de mesure.

A titre d'exemple, un problème direct serait de trouver les équations horaires d'un objet dans un repère Galiléen connaissant les forces qui lui sont appliquées ainsi que les conditions initiales. Dans ce cas, la solution est unique et peut être obtenue par une simple utilisation du principe fondamental de la dynamique. Le problème inverse associé peut être de remonter aux forces qui ont donné lieu à ce mouvement connaissant les équations horaires. A partir de cet exemple, il apparaît clairement que le problème direct est beaucoup plus simple que celui inverse. En effet, si les forces et les conditions initiales sont connues, les équations horaires peuvent être déterminées avec exactitude. Toutefois, si les équations horaires sont connues, seules les sommes des forces dans les trois directions peuvent être obtenues. Il est impossible, sans aucune information additionnelle de pouvoir déterminer précisément toutes les forces appliquées au point.

2.4.2 Les modèles convolutifs

2.4.2.1 Les modèles convolutifs à une seule entrée et une seule sortie

Pour un système (Figure 39) reliant une entrée (source ou pseudo-source : flux de chaleur ou température $u(t)$) à une sortie (conséquence : flux de chaleur ou température en un autre point $y(t)$), la relation de causalité est définie par le produit de convolution [38, 39] :

$$y(t) = (h * u)(t) \tag{58}$$

Avec $h(t)$ la réponse impulsionnelle (fonction de transfert dans le domaine de Laplace) du système.

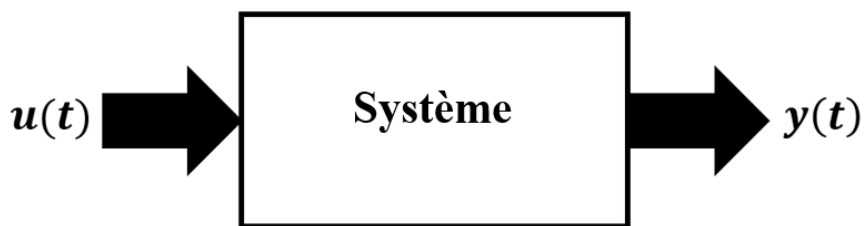


Figure 39: Représentation entrée /sortie du système

L'équation (58) s'écrit explicitement sous forme intégrale :

$$y(t) = \int_0^{+\infty} u(t - \tau)h(\tau) d\tau \tag{59}$$

ou sous une forme discrète :

$$y(t_i) = \Delta t \sum_{j=1}^m \tilde{u}_{i-j+1} \tilde{h}_j \quad , \text{ Pour } i = 1,2 \dots n \tag{60}$$

avec \tilde{x} la valeur moyenne de x sur un intervalle de durée Δt . La relation (60) peut également être écrite sous forme matricielle [38, 39] :

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}(\mathbf{u}) \mathbf{h} \tag{a} \tag{61}$$

ou

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}(\mathbf{h}) \mathbf{u} \tag{b}$$

avec:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \Delta t \mathbf{N}^2(\mathbf{f})\mathbf{N}(\mathbf{x}) \quad \text{et} \quad \mathbf{f} = \frac{1}{2} [1 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad \text{pour } \mathbf{x} = \mathbf{h} \text{ ou } \mathbf{u}$$

$$\text{où } \mathbf{N}(\mathbf{q}) \equiv \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ q_2 & q_1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ q_3 & q_2 & q_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ q_n & q_{n-1} & q_{n-2} & \dots & q_1 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

Ici $\mathbf{N}(\mathbf{q})$ est une matrice de Toeplitz triangulaire inférieure formée à l'aide du vecteur \mathbf{q} .

Les lettres en gras représentent le vecteur des valeurs de la variable à différents instants. Il s'agit d'un vecteur de valeurs échantillonnées $q_i = q(t_i)$ d'une variable, comme illustré sur la Figure 40.

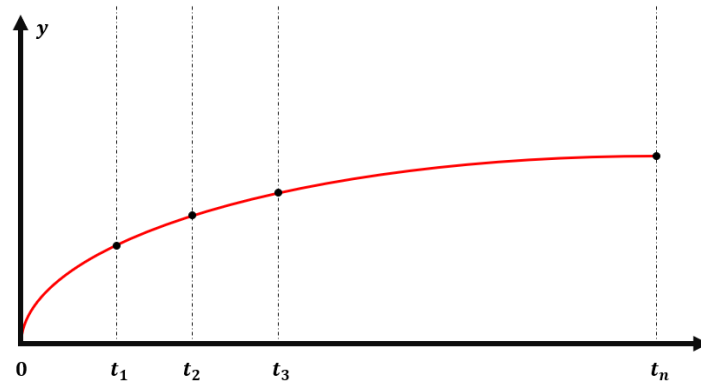


Figure 40 : Valeurs instantanées de la variable y

L'équation ((61)-a) est utilisée pour estimer les valeurs instantanées de la fonction de transfert à partir des valeurs d'entrée et de sortie supposées connues à l'étape de calibration. L'équation ((61)-b) est ensuite utilisée pour estimer la sortie connaissant la fonction de transfert et l'entrée, ou pour estimer l'entrée à partir de la sortie connaissant la fonction de transfert. A titre d'exemple, on considère un condensateur électrique C chargé par une source de tension en présence d'une résistance électrique R en série selon le circuit représenté Figure 41.

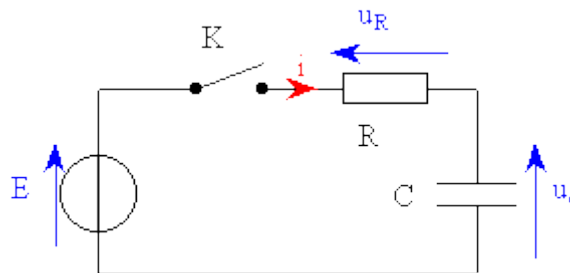


Figure 41 : Schéma de chargement d'un condensateur

A la fermeture de l'interrupteur K le condensateur commence à charger. Si on suppose que ce dernier était complètement déchargé à l'instant $t = 0^-$ s, par application de la loi des mailles, l'équation différentielle régissant le chargement est donnée par :

$$\begin{cases} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC} \\ u_c(0^+) = 0 \end{cases} \quad (62)$$

La solution de cette équation différentielle est alors :

$$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (63)$$

Pour une constante de temps $\tau = RC = 5 \text{ s}$, et une source de tension $E = 10 \text{ V}$, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps est donnée en Figure 42.

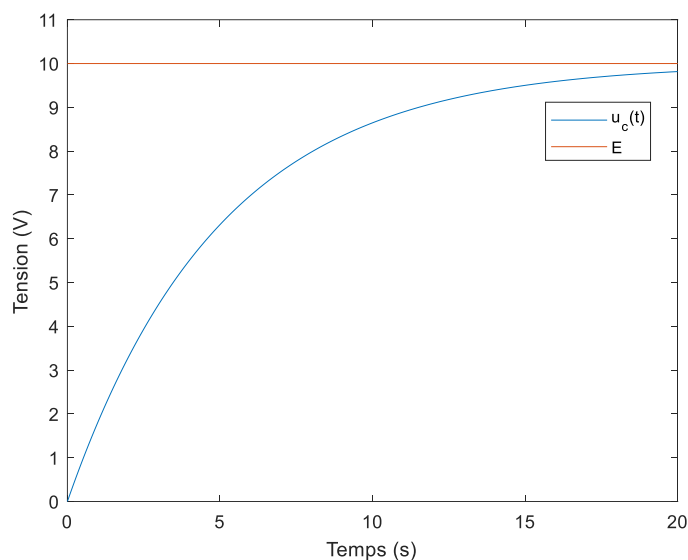


Figure 42 : Evolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps

Le modèle convolutif peut être appliqué à ce système pour trouver une relation entre l'entrée (la cause), correspondant à la source de tension E , et la sortie (la conséquence), correspondant à la tension u_c :

$$u_c(t) = (h * E)(t) \quad (64)$$

h est la réponse impulsionnelle (fonction de transfert dans le domaine de Laplace) du système. Cette relation, peut être écrite également sous la forme discrète :

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{M}(\mathbf{E}) \mathbf{h} \quad (65)$$

Avec :

$$\mathbf{u}_c = [u_c(0), u_c(1), \dots, u_c(N)]^T, \mathbf{E} = [E(0), E(1), \dots, E(N)]^T, \mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(N)]^T.$$

Pour un pas de temps $\Delta t = 1$ s, les valeurs échantillées sont données dans le Tableau 3.

Tableau 3 : Valeurs discrètes de différentes variables pour le jeu de données de calibration

$t(s)$	$u_c(V)$	$E(V)$	$t(s)$	$u_c(V)$	$E(V)$
0	0	10	11	8,89	10
1	1,81	10	12	9,09	10
2	3,30	10	13	9,26	10
3	4,51	10	14	9,39	10
4	5,51	10	15	9,50	10
5	6,32	10	16	9,59	10
6	6,99	10	17	9,67	10
7	7,53	10	18	9,73	10
8	7,98	10	19	9,78	10
9	8,35	10	20	9,82	10
10	8,65	10			

L'inversion de la matrice $\mathbf{M}(\mathbf{E})$ dans l'équation (65) permet d'accéder à la réponse impulsionnelle du système tracée Figure 43.

Pour ce système du premier ordre, la réponse impulsionnelle peut être déterminée analytiquement. Dans les faits, si on applique la transformée de Laplace (\mathcal{L}) à l'équation (63), la fonction de transfert peut être déterminée en suivant le raisonnement ci-dessous :

$$\mathcal{L}(u_c(t)) = \mathcal{L}(E(t) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)) \quad (66)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\tau} \frac{1}{p + 1/\tau} \bar{E}$$

$$\bar{h} = \frac{\bar{u}}{\bar{E}} = \frac{1}{\tau} \frac{1}{p + 1/\tau}$$

$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t = 0 \\ \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

La comparaison entre la réponse impulsionnelle analytique et celle estimée en utilisant l'équation (65) est illustrée sur la Figure 43. L'ajustement entre les deux courbes est strictement égal à l'unité vu que la matrice \mathbf{M} présentée dans l'équation (65) est bien conditionnée.

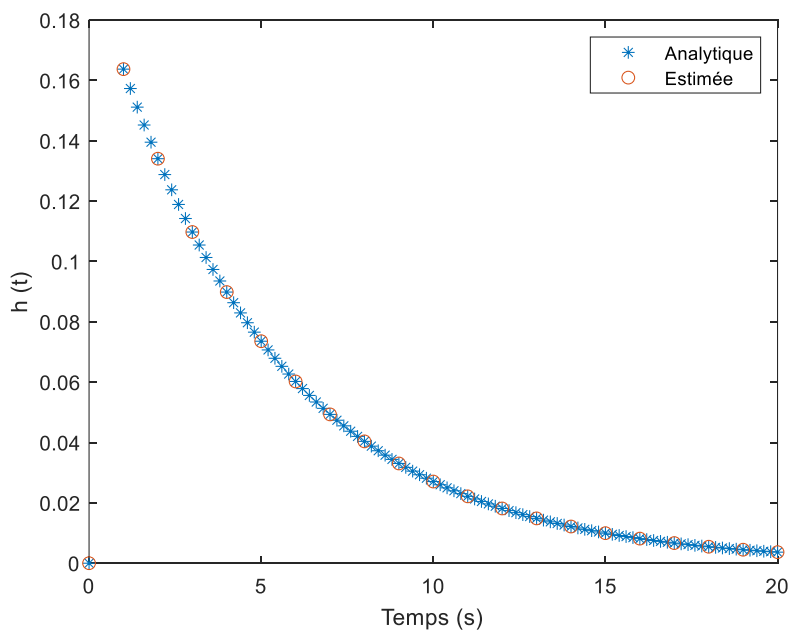


Figure 43 : Réponse impulsionnelle du système électrique

Il est important de noter ici que si la matrice \mathbf{M} est mal conditionnée alors l'utilisation d'une méthode de régularisation s'avère indispensable. Dans le cadre de ce travail, la régularisation a été faite à l'aide d'une décomposition en valeurs singulières avec troncature **TSVD**.

La réponse impulsionnelle forme une caractéristique intrinsèque du système et dépend uniquement de celui-ci. Cela signifie que quelles que soient l'entrée et/ou la sortie, la réponse impulsionnelle demeurera la même. On utilise à présent la réponse impulsionnelle du système précédent (Figure 42) pour reproduire la sortie du système $u_c(t)$ connaissant l'entrée E :

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{M}(\mathbf{h}) \mathbf{E} \quad (67)$$

La comparaison entre la sortie recalculée et la sortie du système est illustrée en Figure 44 et met en évidence un très bon accord entre la solution analytique et les résultats issus du modèle convolutif. Les résidus (différence entre la courbe analytique et celle recalculée) n'ont pas été représentés à cause de leur faible valeur de l'ordre de 10^{-16} pour ce cas illustratif simple.

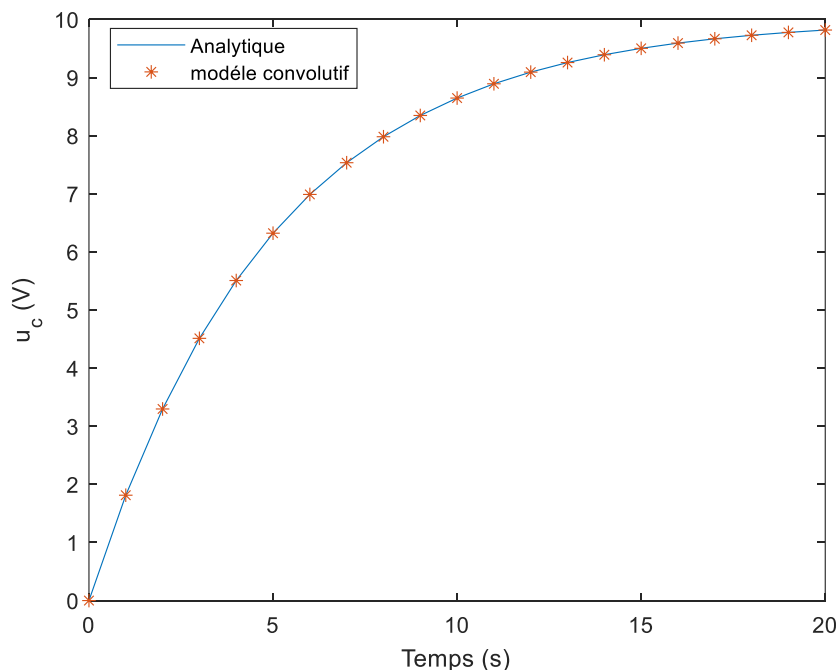


Figure 44 : La tension u_c analytique et recalculée par le modèle convolutif pour le cas de calibration

Une fois la réponse impulsionnelle identifiée, celle-ci va être ensuite utilisée sur le même jeu de données que lors de l'étape d'identification pour estimer la sortie connaissant l'entrée. Il

s'agit de l'étape de vérification. L'idée de cette étape est de vérifier que les résidus sont quasiment nuls et non signés.

A la suite de l'identification et de la vérification, correspondant à la phase de calibration, une dernière étape de validation est finalement effectuée en utilisant la réponse impulsionnelle identifiée sur un nouveau jeu de données.

Dans l'exemple du circuit électrique, un jeu de données synthétiques différents de celui de l'étape de calibration est donc utilisé. Pour qu'il soit totalement indépendant, on choisit de charger le condensateur pendant les quatre premières secondes puis de le décharger les temps suivants. Les valeurs discrètes échantillonnées à chaque pas de temps $\Delta t = 1$ s sont répertoriées dans le Tableau 4.

L'utilisation de la réponse impulsionnelle identifiée ainsi que les valeurs discrètes de l'entrée E permettent à l'aide de l'équation (67) de recalculer la sortie pour ce nouveau jeu de données. La comparaison entre la tension de sortie u_c analytique et recalculée avec le modèle convolutif est donnée en Figure 45.

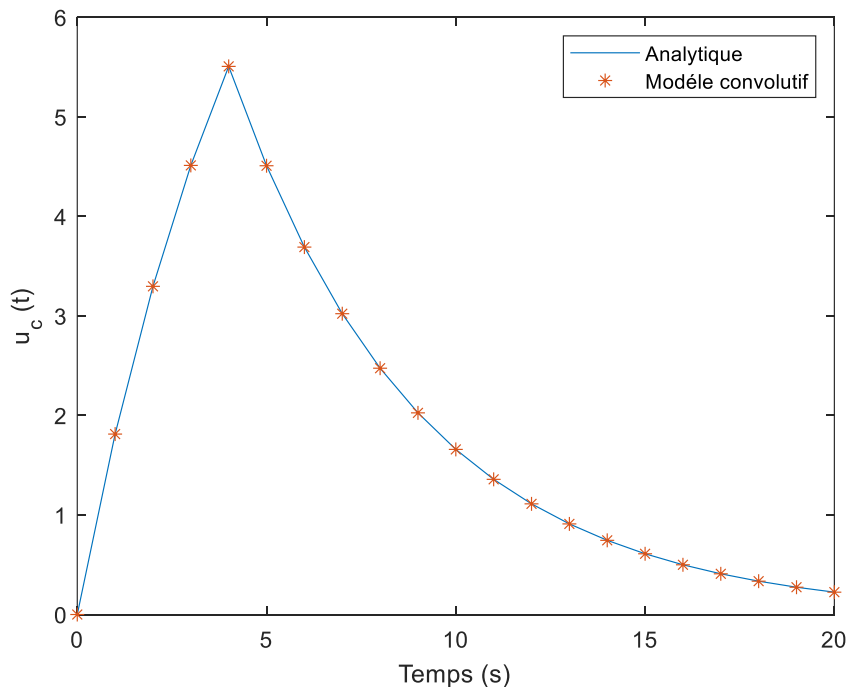


Figure 45: La tension u_c analytique et recalculée par le modèle convolutif pour le cas de validation

Tableau 4 : Valeurs des différentes variables lors de l'étape de validation

$t(s)$	$u_c(V)$	$E(V)$	$t(s)$	$u_c(V)$	$E(V)$
0	0,00	10	11	1,36	0
1	1,81	10	12	1,11	0
2	3,30	10	13	0,91	0
3	4,51	10	14	0,75	0
4	5,51	10	15	0,61	0
5	4,51	0	16	0,50	0
6	3,69	0	17	0,41	0
7	3,02	0	18	0,33	0
8	2,47	0	19	0,27	0
9	2,03	0	20	0,22	0
10	1,66	0			

La Figure 45 illustre que le modèle convolutif arrive à retrouver la tension u_c sur le nouveau jeu de données. Notons ici qu'il s'agit d'une application directe du modèle convolutif. Seule l'identification de la réponse impulsionnelle a été effectuée en utilisant les méthodes inverses.

2.4.2.2 Problème d'estimation de paramètres

Bien que cela ne soit pas exprimé expressément, et sauf indication contraire, cette partie est basée sur les références bibliographiques [28, 40, 41, 42, 37, 43, 44, 45].

L'estimation de la réponse impulsionnelle ou fonction de transfert dans le domaine de Laplace forme un problème d'estimation de fonctions. La forme de celle-ci a été

intentionnellement supposée inconnue dans le cas du chargement du condensateur. Parfois, la forme de la fonction est bien connue et il n'y a qu'un certain nombre de paramètres à estimer. C'est le cas par exemple lorsqu'on souhaite trouver la relation d'une thermistance en fonction de la température. Pour rappel, pour certaines thermistances à coefficient de température négatif on a :

$$R(T) = R_{T_0} e^{\alpha(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T})} \quad (68)$$

Ce problème est non linéaire au sens de l'estimation de paramètres car la matrice de sensibilité dépend de ces derniers. La matrice de sensibilité d'un modèle $\eta(t, \boldsymbol{\beta})$ avec le vecteur $\boldsymbol{\beta}$ contenant n paramètres tel que $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]$ est définie de manière générale par :

$$X = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial \eta}{\partial \beta_1} \right|_{t_0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \left. \frac{\partial \eta}{\partial \beta_n} \right|_{t_0} \\ \left. \frac{\partial \eta}{\partial \beta_1} \right|_{t_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \left. \frac{\partial \eta}{\partial \beta_n} \right|_{t_1} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \left. \frac{\partial \eta}{\partial \beta_1} \right|_{t_m} & & & & & \left. \frac{\partial \eta}{\partial \beta_n} \right|_{t_m} \end{pmatrix} \quad (69)$$

Pour le cas de l'équation (34), la matrice de sensibilité à l'unique paramètre α est donnée par :

$$X = R_{T_0} \left[\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) e^{\alpha(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1})} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_2} \right) e^{\alpha(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_2})} \dots \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_m} \right) e^{\alpha(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_m})} \right]^T \quad (70)$$

Cette matrice dépend du paramètre à estimer α . Cela signifie que le modèle est non linéaire. Toutefois, l'introduction de la fonction logarithme népérien permet de rendre le problème linéaire par rapport à ce paramètre. En effet, l'application de la fonction logarithme népérien aux membres de l'équation (69) conduit à :

$$\ln \left(\frac{R_T}{R_{T_0}} \right) = \alpha \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (71)$$

La matrice de sensibilité est donnée par :

$$X = \left[\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_2} \right) \dots \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_m} \right) \right]^T \quad (72)$$

Pour m observations correspondant à m mesures simultanées de la résistance électrique de la thermistance et de la température, le problème peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\left[\ln \left(\frac{R_{T_1}}{R_{T_0}} \right) \ln \left(\frac{R_{T_2}}{R_{T_0}} \right) \dots \ln \left(\frac{R_{T_m}}{R_{T_0}} \right) \right]^T = X\alpha \quad (73)$$

Par utilisation de la méthode des moindres carrés ordinaires, le paramètre α peut être obtenu directement par :

$$\alpha = (X^T X)^{-1} X^T \left[\ln \left(\frac{R_{T_1}}{R_{T_0}} \right) \ln \left(\frac{R_{T_2}}{R_{T_0}} \right) \dots \ln \left(\frac{R_{T_m}}{R_{T_0}} \right) \right]^T \quad (74)$$

L'équation (74) sera utilisée pour estimer le coefficient α de la thermistance intégrée dans le circuit à deux transistors et celui à six transistors (Cf. Sections : 4.2.4 et 4.3.3).

2.4.2.3 Les modèles autorégressifs à variable exogène ARX

Les modèles autorégressifs à variables exogènes, comme le modèle convolutif (présenté dans la section 2.4.2.1) permettent d'établir une relation entre une entrée $u(t)$ et une sortie $y(t)$. La différence réside dans le fait que, dans les modèles ARX, une estimation de paramètres est effectuée plutôt qu'une estimation de fonctions. Par ailleurs, les modèles ARX sont des modèles qui prennent en considération la valeur de la sortie aux instants précédents pour estimer la valeur aux instants futurs. La relation reliant la sortie à l'instant t_k ($y_k = y(t_k)$) aux valeurs de la sortie aux instants précédents (terme autorégressif) et aux valeurs de l'entrée aux instants passés u_{k-j-n_c} (termes exogènes) ainsi qu'au bruit ϵ_k est donnée par [43, 44, 46, 47, 48, 49] :

$$y_k = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i y_{k-i} + \sum_{j=1}^{n_b} b_j u_{k-j-n_c} + \epsilon_k \quad (75)$$

Le terme n_c représente physiquement le déphasage entre l'entrée et la sortie. A titre d'exemple, lorsqu'un flux de chaleur est imposé sur une face d'une plaque, l'autre face prend du temps avant de se mettre à chauffer du fait de l'inertie thermique du système. Le terme n_c est en quelque sorte le nombre de pas de temps qu'il faut attendre avant de voir les premiers effets de l'entrée sur la sortie. Les modèles ARX, pour N observations, peuvent être écrites sous la forme matricielle (avec $n_c = 0$ et $\epsilon_k = 0, \forall k$) :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ y_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & y_1 \\ y_{N-1} & \dots & y_{N-n_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{n_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & u_1 & \vdots \\ u_N & \dots & u_{N-n_b+1} & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{n_b} \end{bmatrix} \quad (76)$$

L'équation (76) peut être écrite sous la forme abrégée suivante :

$$[y_1 \ \dots \ y_N]^T = \mathbf{A}[a_1 \ \dots \ a_{n_a}]^T + \mathbf{B}[b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (77)$$

Avec :

$$\mathbf{A} = - \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ y_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & y_1 \\ y_{N-1} & \dots & y_{N-n_a} \end{bmatrix}$$

Et :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} u_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & u_1 & \vdots \\ u_N & \dots & u_{N-n_b+1} & \vdots \end{bmatrix}$$

Soit encore sous la forme suivante permettant l'estimation des paramètres du modèle ARX :

$$[y_1 \ \dots \ y_N]^T = \mathbf{P}[a_1 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (78)$$

Où $\mathbf{P} = [\mathbf{A} \ \mathbf{B}]$

Les paramètres du modèle ARX peuvent être estimés à partir de l'utilisation des moindres carrés ordinaires appliqués à l'équation (78).

Il est important de noter que l'équation (77) peut être écrite également sous la forme de l'équation ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_1 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{n_a} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_{n_a} & \dots & a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ b_{n_b} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & b_{n_b} & \dots & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \quad (79)$$

Cette dernière égalité montre, entre autres, que le modèle ARX est doublement convolutif (le terme de droite et le terme de gauche représentent chacun un produit de convolution), ce qui peut appuyer sa robustesse défendue par différents utilisateurs [43, 44, 46, 47, 48, 49].

Il est cependant important de noter que dans quelques configurations, le modèle convolutif peut également être considéré comme doublement convolutif. En effet, considérons une entrée u donnant lieu à une sortie y_1 et une autre sortie y_2 comme illustré par la Figure 46.

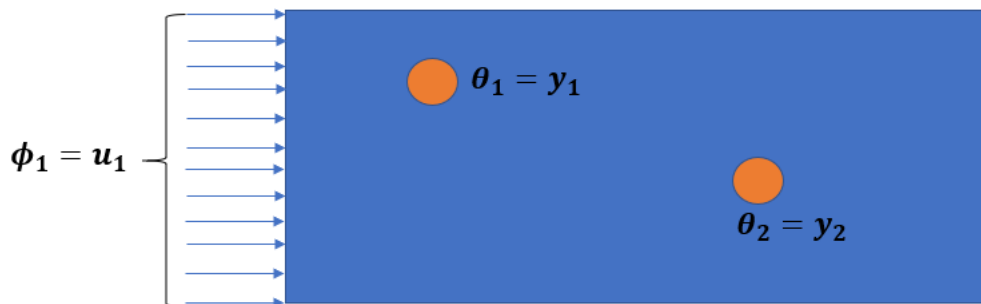


Figure 46 : Illustration de la source et de la pseudo source

La Figure 46 modélise par exemple l'échauffement d'un matériau sous l'effet d'un flux de chaleur. La relation reliant l'entrée à chacune des deux sorties est donnée par les deux équations ci-dessous :

$$y_1(t) = (h_1 * u_1)(t) ; y_2(t) = (h_2 * u_1)(t) \quad (80)$$

Soit encore, dans le domaine de Laplace :

$$\overline{y_1}(p) = \overline{h_1}(p)\overline{u_1}(p) ; \overline{y_2}(p) = \overline{h_2}(p)\overline{u_1}(p) \quad (81)$$

Cela permet d'avoir l'égalité suivante :

$$\overline{h_1}(p)\overline{y_2}(p) = \overline{h_2}(p)\overline{y_1}(p) \quad (82)$$

Le retour dans l'espace temporel permet d'avoir finalement :

$$(h_1 * y_2)(t) = (h_2 * y_1)(t) \quad (83)$$

Ici, la sortie y_1 prend la forme d'une pseudo-source. Pour illustrer la similitude avec la forme du modèle ARX ,on peut réécrire sous forme matricielle :

$$\mathbf{M}(h_1)y_2 = \mathbf{M}(h_2)y_1 \quad (84)$$

Ici les h sont les réponses impulsionnelles et les M sont des matrices dont la définition a été donnée dans l'équation (61).

Il est par ailleurs important de noter que Maillet et al. [50] avaient démontré la possibilité de remonter à la réponse impulsionnelle du système à partir des paramètres du modèle ARX, si les entrées et sorties ne sont pas affectées par un bruit. Ceci constitue un gain non négligeable en temps par la transformation d'un problème d'estimation de fonctions à un problème d'estimation de paramètres.

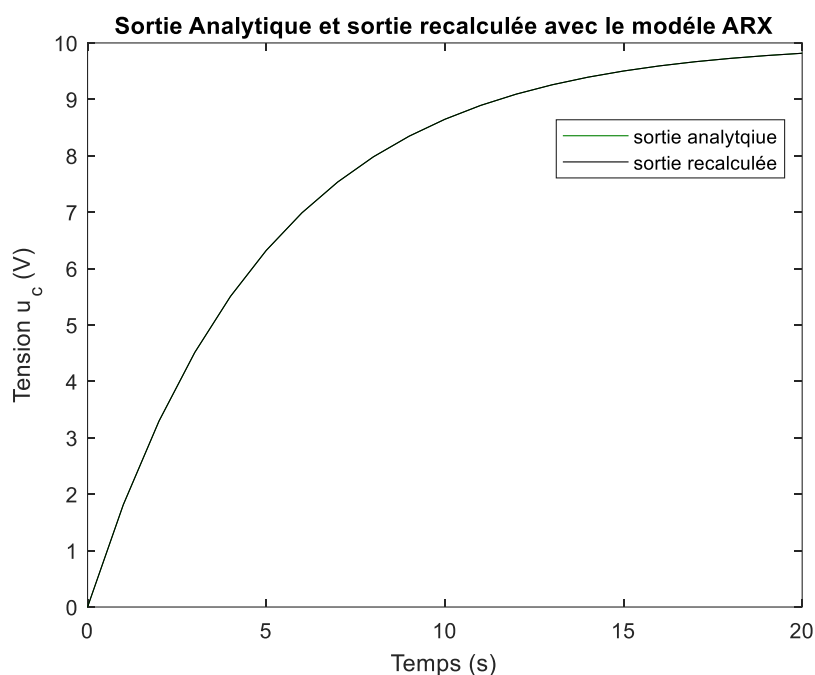
Toutefois, dans le cadre de ce travail, et malgré les avantages listés ci-dessus, les modèles ARX seront pris avec une grande précaution. Dans les faits, l'exemple du chargement du condensateur traité précédemment avec le modèle convolutif, a été repris avec le modèle ARX. Dans un premier temps, l'étape de calibration du modèle ARX, qui consiste à estimer les paramètres a_i et b_i a été effectuée sur la base des données présentées dans le Tableau 3. Nous avons pris, à titre indicatif, $n_a = 4$ et $n_b = 4$. Les paramètres identifiés sont présentés dans le tableau 5.

Tableau 5: Paramètres du modèle ARX avec $n_a = 4$ et $n_b = 4$

Termes autorégressives a_i	1,0000	0	0	0	-0,4493
Termes exogènes b_i	0	0,5507	0	0	0

Les résultats de l'étape de calibration sont illustrés sur la Figure 47 où un très bon fit (ajustement) est observé entre la sortie recalculée par le modèle ARX et celle théorique. Le « fit » est un paramètre qui décrit la concordance entre les deux courbes et peut être défini comme suit [51, 52] :

$$fit = 100 \left[1 - \frac{\|y_{exact} - y_{recalculée}\|_2^2}{\|y_{exact} - \widetilde{y}_{exact}\|_2^2} \right] \quad (85)$$

**Figure 47 : Etape de calibration du modèle ARX $n_a = 4$ et $n_b = 4$**

Le « fit » dans le cas de notre exemple est égal strictement à 100% car le problème est bien posé. Toutefois, le modèle ARX n'a pas réussi l'étape de validation (Figure 48).

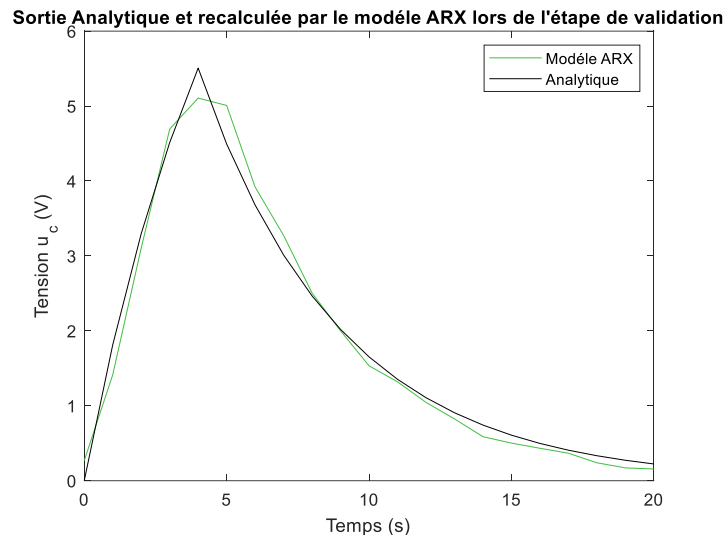


Figure 48 : Etape de validation du modèle ARX avec $n_a = 4$ et $n_b = 4$

Plusieurs raisons sont possibles à cela. D'une part, uniquement 21 points de mesures ont été pris. Cela peut compromettre la robustesse du modèle ARX. Toutefois, toute chose étant égale par ailleurs, le modèle convolutif se distingue et se montre plus robuste dans l'étape de validation. La deuxième possibilité concerne le nombre de coefficients pris dans le terme autorégressif n_a et ceux dans le terme exogène n_b . Cette deuxième hypothèse a été confrontée en prenant plusieurs configurations de paramètres n_a et n_b . Les résultats ne sont malheureusement pas concluants comme l'illustre la Figure 49. Il faut alors disposer d'une grande connaissance du système et de ses difficultés pour pouvoir choisir le bon ordre de paramètres n_a, n_b et n_c . Toutefois, aucun critère permettant de donner le nombre exact des paramètres n'a été présenté dans la littérature. Toutefois, un critère dénommé AIC permet de réduire significativement le nombre de possibilités et a été présenté par Barthelemy et al [51]. Le manque d'exactitude dans le choix des paramètres rend le choix des ordres assez complexe, d'autant plus pour des systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties *MIMO*.

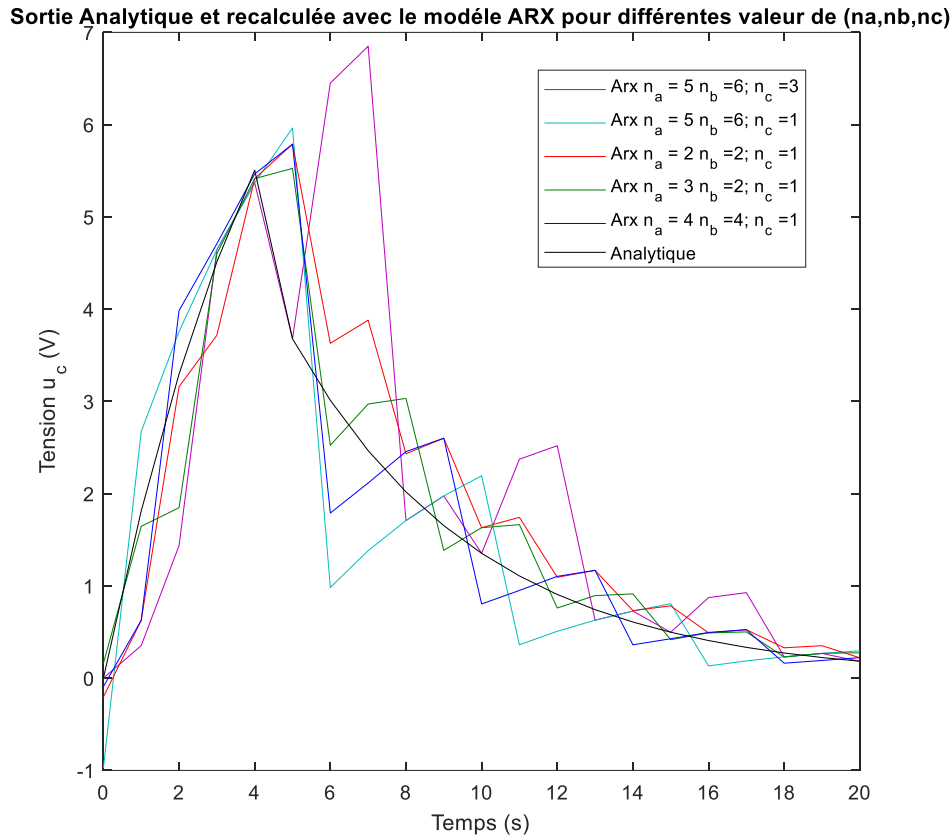


Figure 49 : Etape de validation du modèle ARX avec plusieurs configurations de paramètres n_a, n_b et n_c

2.4.3 Conclusion

Le modèle convolutif établit une relation entre les entrées et les sorties du système et repose sur deux étapes principales. La première est la calibration, qui consiste à estimer les réponses impulsionnelles à partir de données d'entrée et de sortie connues. Ces réponses sont ensuite appliquées aux mêmes données pour prédire les sorties en fonction des entrées et des réponses impulsionnelles obtenues. La seconde étape est la validation, où les réponses impulsionnelles estimées sont utilisées avec de nouvelles entrées pour déterminer les sorties. Si les résultats obtenus sont conformes aux attentes, le modèle est considéré comme validé et peut être appliqué à d'autres configurations du même système. Le modèle ARX, bien qu'il présente certains avantages selon plusieurs études [49, 51], notamment dans une configuration SISO, s'est révélé peu fiable lorsqu'il s'agit d'estimer la source à partir des conséquences dans une configuration MIMO. Par conséquent, les modèles ARX ne seront pas retenus dans la suite de ce travail.

3 Modèle semi-analytique de la conduction thermique au sein d'un transistor MOSFET

3.1 Introduction

Dans cette thèse, un modèle semi-analytique fondé sur la résolution de l'équation de la chaleur en régime transitoire dans le composant est développé. Il se base sur la méthode des quadripôles thermiques (Sections : 2.3.2, 2.3.3, 2.3.4 et 2.3.5) permettant de relier au sein d'une même couche les harmoniques du couple {température - flux de chaleur} en face avant à celles en face arrière dans le domaine de Laplace. Le composant étant constitué d'un empilement de couches de longueurs différentes, une conversion de spectre est en outre utilisée pour relier les harmoniques d'une couche à l'autre.

Pour une géométrie bidimensionnelle, le modèle semi-analytique permet par exemple d'avoir accès à la température sur la face supérieure en fonction de la température sur la face inférieure et du flux de chaleur sur la face supérieure. Ces deux entrées du modèle ont été choisies pour correspondre aux futures mesures expérimentales : celles par thermocouples pour la face inférieure et une éventuelle mesure de la puissance électrique dissipée au niveau des puces sur la face supérieure. Les résultats du modèle semi-analytique sont comparés à ceux d'un modèle numérique développé sous COMSOL Multiphysics en régime permanent et en transitoire.

3.2 Quadripôles thermiques et conversion de spectre

Les quadripôles thermiques permettent de représenter la résolution de l'équation de la chaleur dans un milieu homogène par transformées intégrales. Pour une géométrie tridimensionnelle en régime instationnaire, la méthode se base sur une transformée de Laplace en temps et une double transformée de Fourier en espace de l'équation de la chaleur. Dans le cadre de cette thèse, elle est appliquée à une géométrie bidimensionnelle. Dans ce cas, pour un milieu homogène de longueur L (suivant l'abscisse x) et d'épaisseur e (suivant la hauteur y), sans source interne de chaleur et avec des propriétés thermiques constantes, l'équation de la chaleur peut être écrite sous la forme [21] :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (86)$$

La condition initiale est donnée par :

$$T(x, y, t = 0) = T_0(x, y) \quad (87)$$

Les conditions aux limites latérales sont identiques et supposées adiabatiques pour chaque couche :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \text{ et } \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (88)$$

Ces conditions peuvent être justifiées par la faible épaisseur de la couche comparativement à sa longueur ($\frac{e}{L} \ll 1$).

Pour simplifier la résolution, la variable différence de température $\theta = T - T_0$ est introduite. La transformée de Laplace de l'équation (86) donne alors :

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} = \frac{p}{a} \bar{\theta} \quad (89)$$

Les conditions adiabatiques en $x = 0$ et en $x = L$, permettent de définir la transformée de Fourier suivante :

$$\tilde{\theta}_n(y, p) = \int_0^L \bar{\theta}(x, y, p) \cos(\alpha_n x) dx \quad (90)$$

avec $\alpha_n = \frac{n\pi}{L}$ (pour $n = 0, 1, \dots, N$), valeurs propres suivant x .

La transformée de Fourier de l'équation (89) fournit alors :

$$\frac{d^2 \tilde{\theta}_n}{dy^2} - \left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a} \right) \tilde{\theta}_n = 0 \quad (91)$$

En outre, le flux de chaleur surfacique suivant y est défini selon la loi de Fourier par :

$$\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad (92)$$

L'équation (91) est une équation différentielle sans second membre dont la solution peut être écrite sous l'une des deux formes :

$$\tilde{\theta}(\alpha_n, y, p) = \tilde{\theta}_n(y, p) = A e^{\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}y} + B e^{-\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}y} \quad (93)$$

$$\tilde{\theta}(\alpha_n, y, p) = \tilde{\theta}_n(y, p) = K_1 \cosh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}y\right) + K_2 \sinh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}y\right) \quad (94)$$

Dans le cadre de ce travail, la deuxième forme de la solution (équation (94)) sera retenue (pour simplifier les expressions finales utilisées). La densité de flux de chaleur peut être obtenue par dérivation de l'équation (94). La double transformée de la densité de flux de chaleur est ainsi donnée :

$$\tilde{\phi}(\alpha_n, y, p) = -\lambda K_1 \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} \sinh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}y\right) - \lambda K_2 \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} \cosh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}y\right) \quad (95)$$

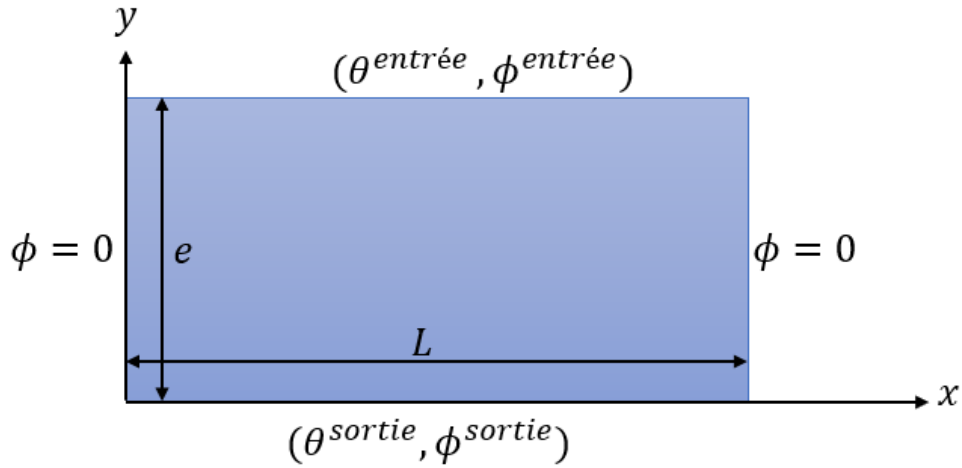


Figure 50 : Schéma représentatif du système étudié

Les conditions en $y = 0$ (prise comme face de sortie du système) et $y = e$ (face d'entrée) sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(\alpha_n, 0, p) &= K_1 = \tilde{\theta}_n^{Sortie} \\ \tilde{\phi}(\alpha_n, 0, p) &= -\lambda K_2 \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} = \tilde{\Phi}_n^{Sortie} \\ \tilde{\theta}(\alpha_n, e, p) &= \tilde{\theta}_n^{Entrée} \end{aligned} \quad (96)$$

$$\tilde{\phi}(\alpha_n, e, p) = \tilde{\Phi}_n^{Entrée}$$

Ce qui permet d'avoir :

$$\begin{aligned} K_1 &= \tilde{\theta}_n^{Sortie} \\ K_2 &= \frac{1}{-\lambda \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}} \tilde{\Phi}_n^{Sortie} \end{aligned} \quad (97)$$

Cela permet de réécrire les équations (94) et (95) sous la forme des deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(\alpha_n, y, p) &= \tilde{\theta}_n^{Sortie} \cosh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) \\ &\quad - \frac{1}{\lambda \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}} \tilde{\Phi}_n^{Sortie} \sinh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) \end{aligned} \quad (98)$$

$$\tilde{\phi}(\alpha_n, y, p) = -\lambda \tilde{\theta}_n^{Sortie} \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} \sinh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) + \tilde{\Phi}_n^{Sortie} \cosh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) \quad (99)$$

Ces dernières peuvent être écrites sous la forme matricielle synthétique :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \tilde{\phi} \end{bmatrix}(\alpha_n, y, p) = \begin{bmatrix} \cosh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) & \frac{-1}{\lambda \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)}} \sinh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) \\ -\lambda \sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} \sinh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) & \cosh\left(\sqrt{\left(\alpha_n^2 + \frac{p}{a}\right)} y\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Sortie} \\ \tilde{\Phi}_n^{Sortie} \end{bmatrix} \quad (100)$$

Cette relation matricielle permet de déterminer dans le domaine de Laplace le champ de température ainsi que le flux en une ordonnée y quelconque à partir de ceux en $y = 0$. Il s'agit d'une solution exacte où la température et le flux de chaleur peuvent être déterminés parfaitement à condition que la transformée de Laplace soit effectuée analytiquement et que toutes les harmoniques du fondamental soient considérées. Dans la pratique, cela s'avère impossible du fait de la complexité des systèmes considérés. Dans le cadre de ce travail, le modèle est appelé semi-analytique du fait de la troncature de la somme infinie et de l'inversion numérique de la transformée de Laplace.

L'équation (100) peut alors être mise sous la forme d'une représentation entrée/sortie suivant [25, 10] :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Entrée} \\ \tilde{\phi}_n^{Entrée} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_n & V_n \\ L_n & J_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Sortie} \\ \tilde{\phi}_n^{Sortie} \end{bmatrix} \quad (101)$$

Avec pour $n = 0, 1, \dots, N$ (N étant le nombre d'harmoniques) :

$$X_n = J_n = \cosh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right);$$

$$V_n = -\frac{\sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)}{\lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}}}; \quad L_n = -\lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} \sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)$$

Le problème direct consiste à relier les conséquences à la source, c'est-à-dire la sortie à partir de l'entrée. Il peut être intéressant d'exprimer la sortie en fonction de la conséquence, par inversion de la matrice quadripolaire ce qui permet d'avoir la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Sortie} \\ \tilde{\phi}_n^{Sortie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_n^{Entrée} \\ \tilde{\phi}_n^{Entrée} \end{bmatrix} \quad (102)$$

Avec pour $n = 0, 1, \dots, N$:

$$A_n = D_n = \cosh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right); \quad B_n = \frac{\sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)}{\lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}}}; \quad C_n = \lambda \sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} \sinh\left(\sqrt{\alpha_n^2 + \frac{p}{a}} e\right)$$

Pour une couche i , l'ensemble des harmoniques de la transformée de Laplace de la température et du flux de chaleur à l'entrée peut être relié à celui en sortie selon la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{Sortie} \\ \tilde{\phi}^{Sortie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{Entrée} \\ \tilde{\phi}^{Entrée} \end{bmatrix} \quad (103)$$

Avec $(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})$ les vecteurs de l'ensemble des harmoniques de la transformée de Laplace de la température et du flux de chaleur. A_i, B_i, C_i, D_i sont alors des matrices carrées diagonales, de taille $N \times N$, dont les coefficients sont ceux de l'équation (102).

Le transistor est constitué d'un empilement de couches de longueurs différentes. Cela génère un phénomène de macro-constriction des lignes de flux de chaleur (Cf. section 2.1.2). A ce phénomène de macro-constriction s'ajoute celui de micro-constriction dû au contact

imparfait entre les deux couches. Ce phénomène, peut être modélisé sous la forme d'une matrice de résistances de contact. Néanmoins, le phénomène de micro-constriction reste négligeable devant celui de macro-constriction. Dans ce chapitre, ce dernier est modélisé par des matrices de conversion de spectre et plus précisément d'une conversion du plus petit au plus grand, étant donné que la sortie (localisée au niveau de la face inférieure) sera exprimée en fonction de l'entrée (localisée au niveau de la face supérieure). Pour rappel, la relation entre les harmoniques de la transformée de Laplace de la température de la couche la plus grande en fonction de ceux des couches les plus petites s'écrit alors :

$$\tilde{\theta}_i = \sum_{l=1}^M E_{i \leftarrow l} \tilde{\theta}_l \quad (104)$$

$$\text{Avec : } E_{l \rightarrow i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \frac{L_i}{2L_l} f_1(n, L_l, L_i, \delta_l) & \frac{L_i}{L_l} \left\{ \begin{array}{l} f_2(n, m, L_l, L_i, \delta_l) \text{ si } \frac{n}{m} \neq \frac{L_i}{L_l} \\ \text{ou} \\ f_3(n, m, L_l, L_i, \delta_l) \text{ si } \frac{n}{m} = \frac{L_i}{L_l} \end{array} \right\} & & & & & \end{bmatrix},$$

$$1 \leq n \leq N_i + 1, 1 \leq m \leq N_l + 1 \quad (105)$$

$$\text{Et : } \begin{cases} f_1(n, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{2}{n\pi} \left(\sin \left(n\pi \left(\frac{L_l}{L_i} + \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) - \sin \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) \\ f_2(n, m, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{2}{\pi} \frac{n}{n^2 - m^2 \left(\frac{L_i}{L_l} \right)^2} \left((-1)^m \sin \left(n\pi \left(\frac{L_l}{L_i} + \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) - \sin \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \right) \\ f_3(n, m, L_l, L_i, \delta_l) = \frac{L_l}{L_i} \cos \left(n\pi \frac{\delta_l}{L_i} \right) \end{cases}$$

$$\text{Et : } \delta_l = L_i - L_l$$

Pour rappel, la conversion de spectre permet de prendre en compte le phénomène de macro-constriction qui se traduit par une déformation des lignes de flux de chaleur au passage d'un bloc de longueur L_1 à un autre bloc de longueur L_2 généralement différente de la longueur L_1 .

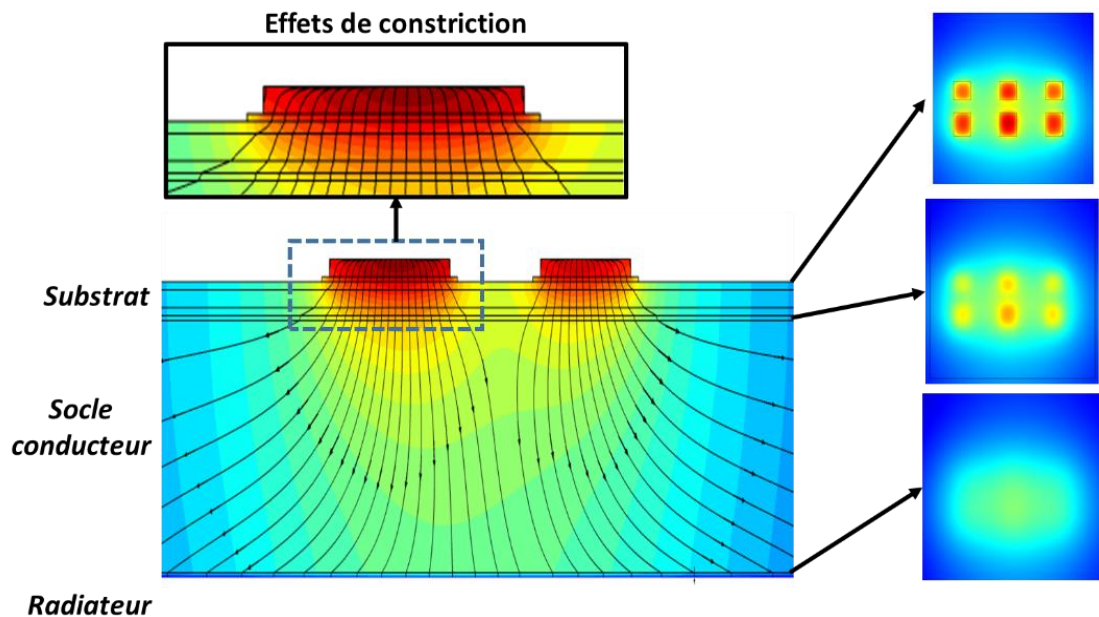


Figure 51: Illustration du phénomène de macro-constriction des lignes de flux de chaleur et du phénomène de filtrage spatial [12]

Il est à noter que le phénomène de macro-constriction peut avoir lieu même si les deux couches sont de longueurs identiques dans la configuration où les conditions aux limites sont des conditions mixtes et que les deux matériaux constituant les blocs en contact n'ont pas la même conductivité thermique [10].

3.3 Présentation du composant modélisé et des conditions aux limites

Le modèle semi-analytique, développé dans un premier temps sera utilisé pour remonter à la température de jonction connaissant le flux de chaleur dissipé dans celle-ci ainsi que le profil de température au niveau de la face inférieure du composant. Ce modèle, développé dans une configuration bidimensionnelle servira d'outil de calcul plus rapide pour l'évaluation de la température de jonction. Pour simplifier l'étude, on considère un transistor MOSFET déposé sur un dissipateur en cuivre. La géométrie simplifiée est présentée en Figure 52. Il s'agit simplement d'un empilement de trois couches de longueurs respectives $L_1 \neq L_2 \neq L_3$. Le gel recouvrant les composants et les fils électriques n'ont pas été modélisés.

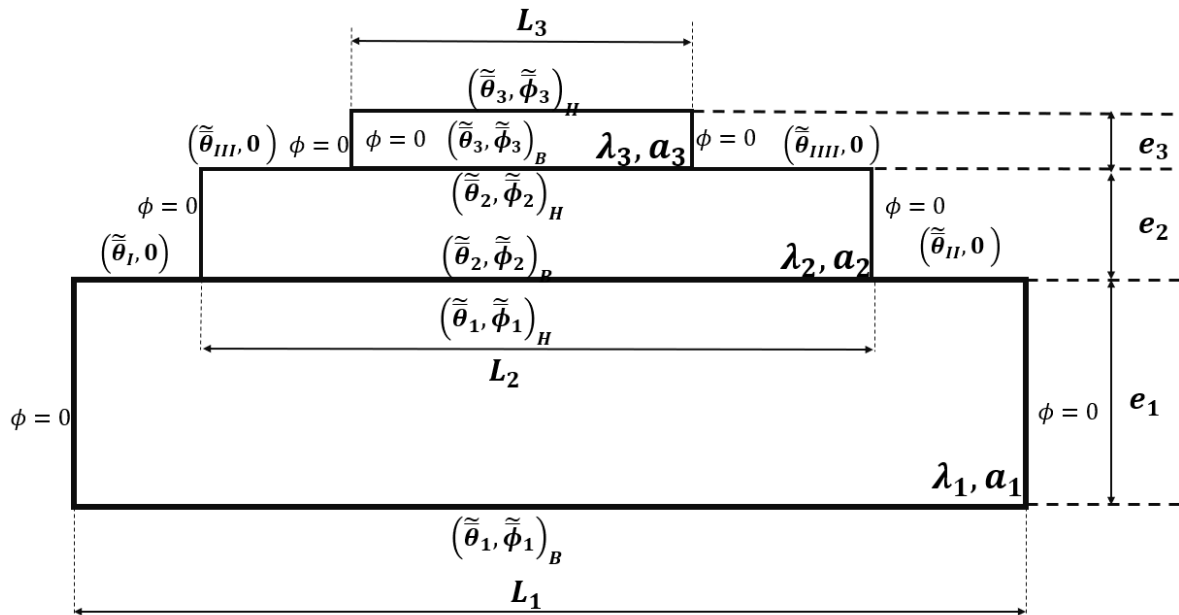


Figure 52: Géométrie simplifiée du transistor MOSFET [12]

Les paramètres géométriques et les propriétés thermo physiques des différentes couches du composant sont explicités dans le Tableau 6. Les conditions aux limites correspondent à un flux de chaleur nul sur les parois latérales et à un flux de chaleur imposé sur la face supérieure du composant. Ce dernier modélise la dissipation thermique du transistor. La condition de flux nul sur les parois latérales peut être justifiée par la faible épaisseur de chaque couche par rapport à sa longueur ($\frac{e}{L} \ll 1$). Le flux nul au niveau des surfaces (I, II, III, IV) peut être justifié par la présence du gel en Silicone réduisant significativement le flux sortant de ces surfaces. La surface inférieure du composant est refroidie par convection thermique modélisée par un coefficient d'échange h .

Tableau 6: Paramètres géométriques et propriétés thermo physiques des couches du composant modélisé

	ρ (kg /m ³)	c_p (J/kg.K)	λ (W /m.K)	e (mm)	L (mm)
Cuivre (1)	8900	390	400	3,0	53,5
Carte électronique (2)	6400	530	240	0,50	43,0
Carbure de silicium (3)	3300	680	395	0,028	22,0

La condition de refroidissement de la face inférieure du composant par convection est écrite dans l'espace de Laplace suivant :

$$\tilde{\phi}_1^B = h \tilde{\theta}_1^B \quad (106)$$

Cette relation peut se mettre sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{N_1} & 0 \\ -hI_{N_1} & I_{N_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \tilde{\phi}_1^B \end{bmatrix} \quad (107)$$

Les relations entrée – sortie associées aux trois couches sont données par les trois équations ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \tilde{\phi}_1^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^H \\ \tilde{\phi}_1^H \end{bmatrix} \quad (108)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^B \\ \tilde{\phi}_2^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^H \\ \tilde{\phi}_2^H \end{bmatrix} \quad (109)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^B \\ \tilde{\phi}_3^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^H \\ \tilde{\phi}_3^H \end{bmatrix} \quad (110)$$

La conversion de spectre entre la première et la deuxième couche se fait à l'aide de l'identité:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^H \\ \tilde{\phi}_1^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} & 0 \\ 0 & E_{1 \leftarrow I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_I \\ \tilde{\phi}_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow 2} & 0 \\ 0 & E_{1 \leftarrow 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^B \\ \tilde{\phi}_2^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow II} & 0 \\ 0 & E_{1 \leftarrow II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{II} \\ \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix} \quad (111)$$

De façon semblable, la conversion de spectre ayant lieu entre la deuxième et la troisième couche s'opère par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^H \\ \tilde{\phi}_2^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow III} & 0 \\ 0 & E_{2 \leftarrow III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{III} \\ \tilde{\phi}_{III} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow 3} & 0 \\ 0 & E_{2 \leftarrow 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^B \\ \tilde{\phi}_3^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow III} & 0 \\ 0 & E_{1 \leftarrow III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{III} \\ \tilde{\phi}_{III} \end{bmatrix} \quad (112)$$

En utilisant les équations (106) à (112), il est possible d'exprimer les températures des différentes faces en fonction du champ de température régnant sur la face inférieure et du flux s'appliquant sur la partie supérieure du composant selon :

$$\left[\tilde{\theta}_3^H \quad \tilde{\theta}_I \quad \tilde{\theta}_{II} \quad \tilde{\theta}_{III} \quad \tilde{\theta}_{IIII} \right]^T = K^{-1} \left(\tilde{\theta}_1^B - L \tilde{\phi}_3^H \right)$$

Avec :

$$K = \begin{bmatrix} A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3 + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3 & \\ & A_1 E_{1 \leftarrow II} \\ & A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow III} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow III} \\ & A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow IIII} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow IIII} \end{bmatrix}^T \quad (113)$$

Et :

$$L = A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3$$

La relation (113) permet de déterminer la température au niveau de la face supérieure connaissant le flux de chaleur sur la même face ainsi que la température sur la face inférieure du composant. Elle correspond aux premières lignes du système matriciel de l'équation (166) (Annexe A). L'utilisation des lignes suivantes de cette dernière permet d'exprimer, de façon analogue au développement précédent, le flux de chaleur au niveau de la face supérieure en fonction des différentes températures et du coefficient d'échange par convection au niveau de la surface inférieure. En prenant en compte la condition de flux nul sur les surfaces *I, II, III, IIII*, on obtient alors:

$$\begin{aligned} & h \left[A_1 \left(E_{1 \leftarrow I} \tilde{\theta}_I + E_{1 \leftarrow 2} A_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} A_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} B_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} \right) \right. \right. \\ & \quad + E_{1 \leftarrow 2} B_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} C_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} D_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\phi}_{IIII} \right) \\ & \quad \left. + E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \right) \\ & \quad + B_1 \left(E_{1 \leftarrow 2} C_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} A_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} B_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} \right) \right. \\ & \quad \left. + E_{1 \leftarrow 2} D_2 \left(E_{2 \leftarrow 3} C_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} D_3 \tilde{\phi}_3^H \right) \right) \right] \\ & = C_1 \left(E_{1 \leftarrow I} \tilde{\theta}_I \right. \\ & \quad + E_{1 \leftarrow 2} A_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} A_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} B_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} \right) \\ & \quad + E_{1 \leftarrow 2} B_2 \left(E_{2 \leftarrow 3} C_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} D_3 \tilde{\phi}_3^H \right) + E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \right) \\ & \quad + D_1 \left(E_{1 \leftarrow 2} C_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} A_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} B_3 \tilde{\phi}_3^H \right) \right. \\ & \quad \left. + E_{1 \leftarrow 2} D_2 \left(E_{2 \leftarrow 3} C_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} D_3 \tilde{\phi}_3^H \right) \right) \end{aligned} \quad (114)$$

Ou sous forme synthétique :

$$\mathbf{M}_1 \tilde{\Phi}_3^H = \mathbf{M}_2 \left[\tilde{\theta}_3^H \quad \tilde{\theta}_I \quad \tilde{\theta}_{II} \quad \tilde{\theta}_{III} \quad \tilde{\theta}_{IIII} \right]^T$$

Avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 = & \mathbf{h} A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 + \mathbf{h} A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 + \mathbf{h} B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 + \\ & \mathbf{h} B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 - C_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 - C_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 \end{aligned} \quad (115)$$

Et :

$$\mathbf{M}_2 = [\mathbf{SS}_1 \quad \mathbf{SS}_2 \quad \mathbf{SS}_3 \quad \mathbf{SS}_4 \quad \mathbf{SS}_5]$$

Où :

$$\begin{aligned} \mathbf{SS}_1 = & C_1 E_{1 \leftarrow 2} (A_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + B_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3) + D_1 E_{1 \leftarrow 2} (C_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + D_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3) - \\ & \mathbf{h} D_1 E_{1 \leftarrow 2} (A_1 E_{1 \leftarrow 2} (A_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + B_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3) + B_1 E_{1 \leftarrow 2} (C_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + D_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3)) \end{aligned}$$

$$\mathbf{SS}_2 = (C_1 - \mathbf{h} A_1) E_{1 \leftarrow I} \quad ; \quad \mathbf{SS}_3 = (C_1 - \mathbf{h} B_1) E_{1 \leftarrow II}$$

$$\mathbf{SS}_4 = (D_1 - \mathbf{h} B_1) E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow III} \quad ; \quad \mathbf{SS}_5 = (D_1 - \mathbf{h} B_1) E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow IIII}$$

Par inversion de la matrice \mathbf{M}_2 , on obtient donc :

$$\left[\tilde{\theta}_3^H \quad \tilde{\theta}_I \quad \tilde{\theta}_{II} \quad \tilde{\theta}_{III} \quad \tilde{\theta}_{IIII} \right]^T = \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1 \tilde{\Phi}_3^H \quad (116)$$

En utilisant finalement la relation (117), on peut corréler la conséquence (la température au niveau de la face inférieure) à la source (flux de chaleur sur la face supérieure) et à l'échange convectif au niveau de la face inférieure (le coefficient h étant contenu dans les expressions des matrices \mathbf{M}_1 et \mathbf{M}_2) :

$$\tilde{\theta}_1^B = (K \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1 + L) \tilde{\Phi}_3^H \quad (117)$$

Cette expression n'est également valable que sous les conditions adiabatiques sur les surfaces libres et au niveau des surfaces latérales (fixant les valeurs propres du système).

3.4 Validation du modèle semi-analytique sur la base de résultats de simulations numériques

3.4.1 Méthodologie

Pour tester l'efficacité du modèle semi-analytique, nous avons choisi de se baser sur une inter-validation avec un modèle numérique. L'approche considérée ici consiste à développer un modèle qui est indépendant des conditions aux limites pour plusieurs raisons. De plus, la détermination du coefficient d'échange par convection en régime transitoire est assez complexe. C'est pour ces deux raisons que l'équation (113) va être utilisée pour corréler la température de la face supérieure à celle de la face inférieure et du flux de chaleur appliqué à la face supérieure.

Pour ce faire, la méthodologie décrite sur la Figure 53 présente les différentes étapes de validation du modèle semi-analytique à partir des résultats numériques issus de COMSOL :

- ➔ Etape 1 : Définir la géométrie, les matériaux et les conditions aux limites sous COMSOL Multiphysics puis lancer la simulation numérique 2D en régime transitoire pour un profil de densité de flux donnée sur la face supérieure.
- ➔ Etape 2 : Relever le profil de température au niveau de la face inférieure dans le modèle numérique développé sous COMSOL Multiphysics.
- ➔ Etape 3 : A partir de ce profil et des autres données du système, estimer par le modèle analytique le profil de température au niveau de la face supérieure.
- ➔ Etape 4 : Comparer ce profil du modèle semi-analytique avec celui numérique.

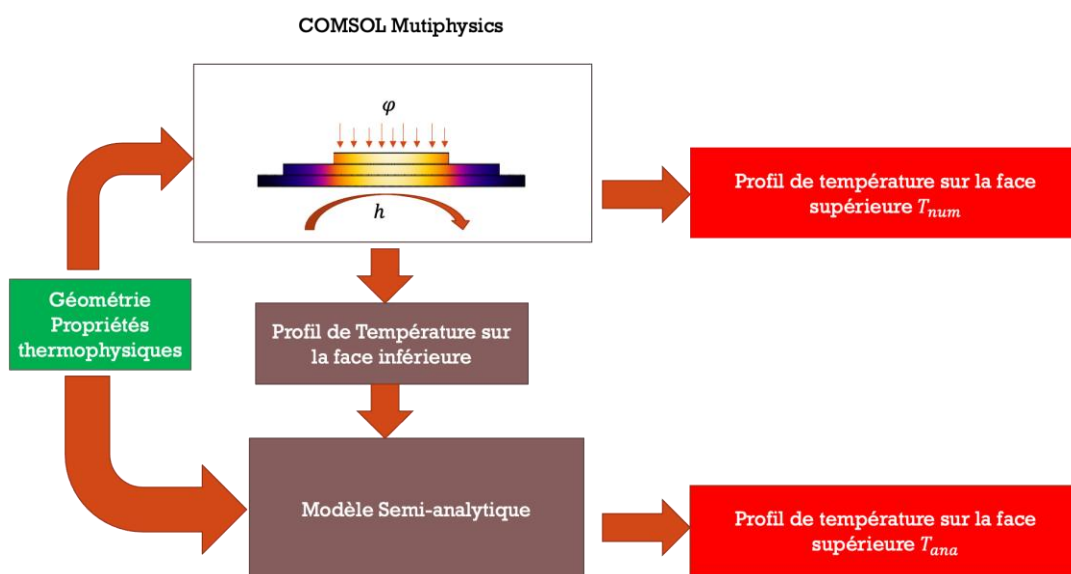


Figure 53: Principe de validation du modèle semi-analytique sur la base des résultats du modèle numérique

Des travaux issus de la littérature consacrée [11] révèlent qu'il est important de limiter le mauvais conditionnement de la matrice K à inverser : pour ce faire le nombre d'harmoniques dans chaque couche a été fixé en fonction de celui de la couche voisine, ce qui donne pour un composant à trois couches :

$$N_1 = \left[N_2 \frac{L_1}{L_2} \right] \text{ et } N_2 = \left[N_3 \frac{L_1}{L_2} \right] \quad (118)$$

Où l'opérateur $[.]$ désigne l'entier supérieur.

Le choix du nombre initial d'harmoniques N_1 ou N_3 dépend de la précision souhaitée, de la longueur de la couche, les rapports $\frac{e_i}{L_i}$, δ_i ainsi que de la capacité de calcul de la machine.

Pour gérer les surfaces libres et les conversions de spectre, on a également veillé à imposer les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} N_1 &= N_I + N_2 + N_{II} \\ N_2 &= N_{III} + N_3 + N_{IIII} \end{aligned} \quad (119)$$

3.4.2 Développement du modèle numérique bidimensionnel sous COMSOL Multiphysics : choix de maillage et premiers résultats

Le choix du maillage est le résultat d'un compromis entre un résultat précis et un temps de calcul raisonnable. Pour choisir un maillage adéquat, nous avons décidé de mener une étude de sensibilité de la solution par rapport au maillage. Pour ce faire, trois maillages ont été testés et comparés avec des conditions aux limites identiques.

Le premier maillage, dont les caractéristiques sont détaillées dans le Tableau 7 est un maillage assez fin et conçu pour pouvoir mettre suffisamment de mailles dans chaque zone, essentiellement dans la troisième couche qui est assez fine afin de permettre une résolution correcte de l'équation de la chaleur.

Tableau 7: Caractéristiques du premier maillage

Taille minimale (mm)	Taille maximale (mm)	Taux de croissance maximale	Nombre d'éléments
0,001	0,1	1,1	46 659

Pour un coefficient d'échange par convection h au niveau de la face inférieure égal à $500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ et un flux de chaleur surfacique imposé au niveau de la face supérieure égal à $10 \text{ W}/\text{cm}^2$, la cartographie de température en régime permanent est représentée Figure 54. Un faible gradient thermique est observé au niveau de la surface supérieure. La température est relativement élevée au milieu du composant et décroît progressivement en s'éloignant du centre.

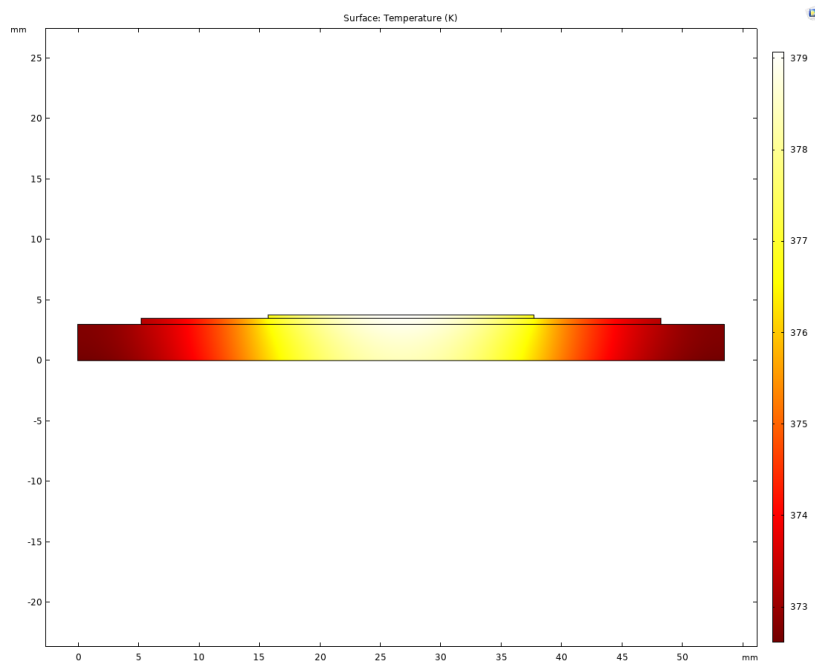


Figure 54 : Cartographie de température pour le premier maillage

Pour mieux comparer les différents maillages, la cartographie des isothermes de température et le sens du flux de chaleur est tracé afin de vérifier la justesse et la cohérence des résultats. Sur la Figure 55, les isothermes de température illustrent le fait que dans la zone centrale, les lignes de flux de chaleur sont orientées essentiellement vers le bas en direction du dissipateur. Dans les zones « singulières », c'est-à-dire les zones où deux blocs de longueurs différentes sont en contact, une déviation du flux de chaleur et donc de la forme des isothermes apparaît : c'est le phénomène de macro-constriction. Dans les faits, les gradients thermiques entre la zone centrale

et les parois latérales créent une composante dans la direction des x du flux de chaleur : phénomène de diffusion de chaleur par conduction.

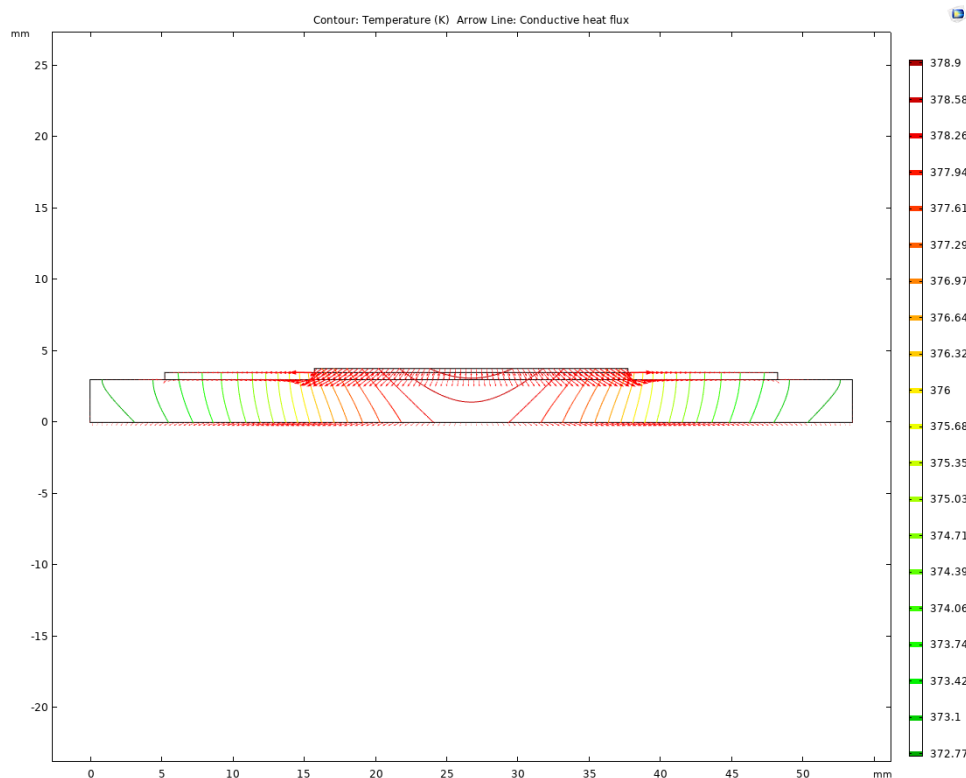


Figure 55 : Cartographie des isothermes de température et des lignes de flux de chaleur

Le deuxième maillage testé a été choisi plus fin au niveau de la face supérieure et celle du milieu, et plus grossier dans le dissipateur en cuivre (Figure 56). Cela a pour but d'essayer de mieux estimer les phénomènes de constriction dans les zones de faible épaisseur. Ses caractéristiques sont fournies dans le Tableau 8.

Tableau 8: Caractéristiques du deuxième maillage

	Taille minimale (mm)	Taille maximale (mm)	Taux de croissance maximale	Nombre d'éléments
Couche supérieure et couche du milieu	0,001	0,05	1,1	54300
Couche inférieure	0,001	2,84	1,3	40 792

Pour les mêmes conditions que celles détaillées ci-dessus, les résultats obtenus sont très semblables à ceux du premier maillage. Les deux maillages donnent le même résultat en termes de cartographie de température. Toutefois, pour des raisons de fiabilité de données, les lignes de flux de chaleur et des isothermes de température ont été également comparés et les résultats sont quasi-identiques.

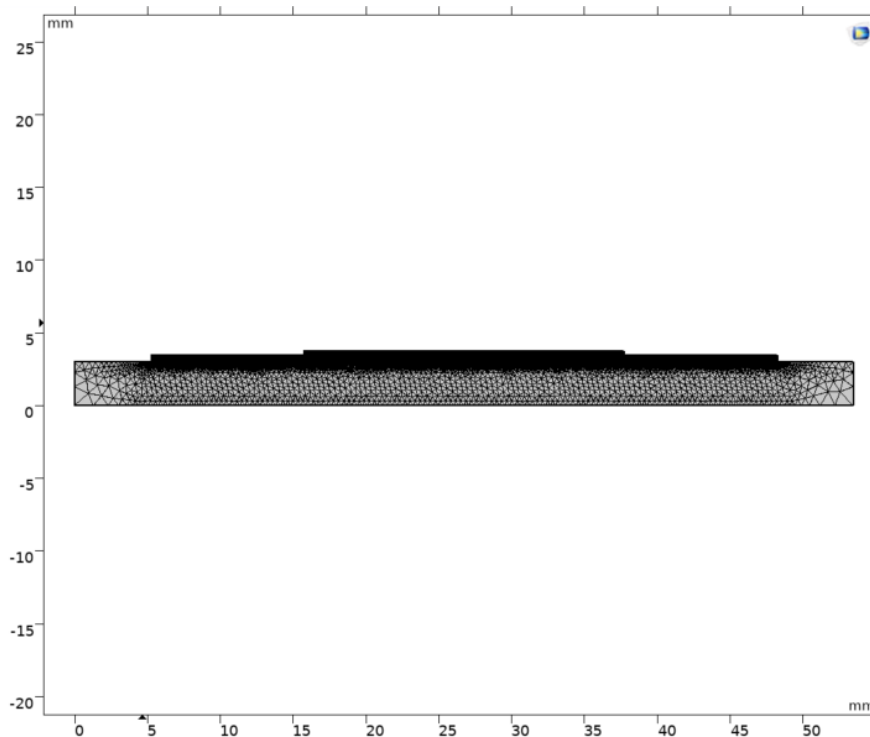


Figure 56 : Visuel du deuxième maillage

Le troisième maillage testé est plus fin avec un nombre d'éléments environ quatre fois supérieur aux maillages précédents (Cf. Tableau 9).

Tableau 9 : Caractéristiques du troisième maillage

Taille minimale (mm)	Taille maximale (mm)	Taux de croissance maximale	Nombre des éléments
0,001	0,05	1,1	187 038

La comparaison de la cartographie de température et des lignes de flux obtenue pour ce maillage fournit les mêmes résultats qu'avec les deux maillages précédents. Le temps de calcul est en revanche largement supérieur. Pour justifier ce choix, trois grandeurs supplémentaires d'intérêt ont été comparées entre les trois maillages. Il s'agit des profils de température au niveau des

faces supérieure et inférieure du composant, ainsi que du profil de température au niveau de la ligne $y = 1\text{mm}$ (qui se situe au sein de la couche inférieure).

Les profils de température au niveau de la face inférieure pour les trois maillages sont illustrés sur la Figure 57. Ce profil a la forme d'une cloche, ce qui est attendu au regard des conditions aux limites imposées. Le résultat est pratiquement le même quel que soit le maillage avec un temps de calcul relativement faible pour le deuxième maillage (du fait du plus petit nombre de points de calcul). Pour conclure, le profil de température au niveau de la face inférieure est indépendant du choix du maillage.

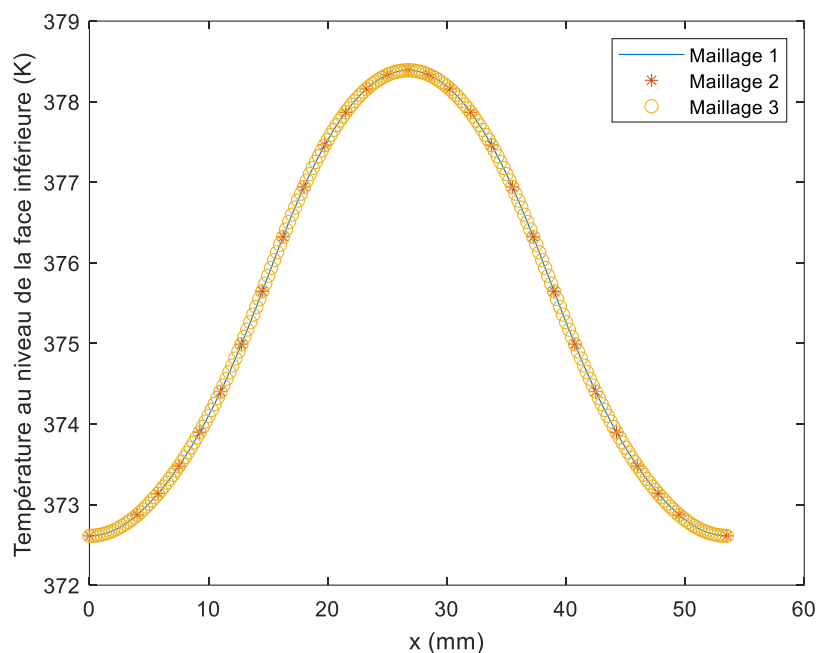


Figure 57 : Comparaison des profils de température au niveau de la face inférieure

Les résultats obtenus au niveau de la droite $y = 1\text{ mm}$ (Figure 58) illustrent que les trois profils axiaux de température sont quasiment confondus, ce qui permet de conclure, encore une fois que la solution est indépendante du maillage. Il est à noter que la forme du profil axial de température au niveau de la droite de l'équation $y = 1\text{ mm}$ est quasiment la même que celui au

niveau de la face inférieure. Cela peut être expliqué par la faible distance entre les deux axes (uniquement 1 mm dans la direction ascendante).

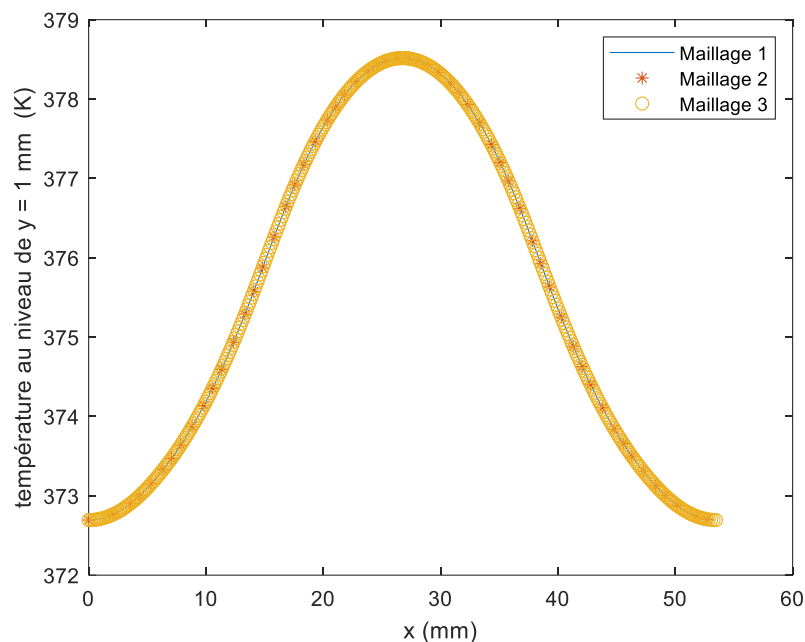


Figure 58: Comparaison du profil axial de température au niveau de la droite d'équation $y=1$ mm pour les trois maillages

Finalement, les profils axiaux de température au niveau de la face supérieure ont été comparés pour les différents maillages. Le résultat obtenu est illustré en Figure 59 et montre encore une fois une bonne concordance entre les trois courbes. Signalons ici que seuls les profils de température au niveau de la face inférieure et supérieure seront utilisés pour alimenter et valider le modèle semi-analytique.

Sur la base des résultats obtenus dans le cadre de l'étude de sensibilité de la solution par rapport au maillage, on peut conclure que les trois maillages sont bons et peuvent être utilisés. Toutefois, nous avons décidé d'utiliser le premier maillage car le temps de calcul est inférieur lors de son utilisation.

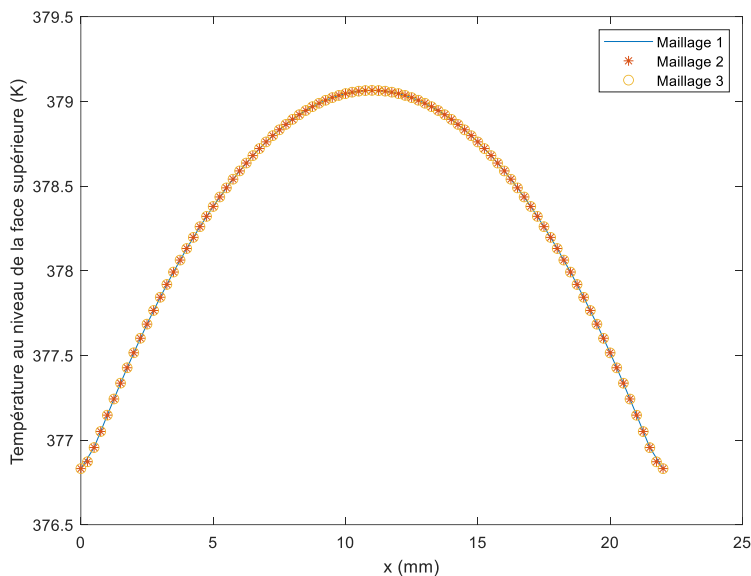


Figure 59 : Profils axiaux de température au niveau de la face supérieure pour les trois maillages

3.4.3 Réponse à un échelon de puissance

Pour tester la robustesse du modèle semi-analytique en régime transitoire, deux premières simulations numériques ont été lancées. La première considère l'application d'une puissance thermique uniforme dissipée au niveau de la face supérieure sous la forme d'un échelon d'amplitude de 25 W (Figure 60) :

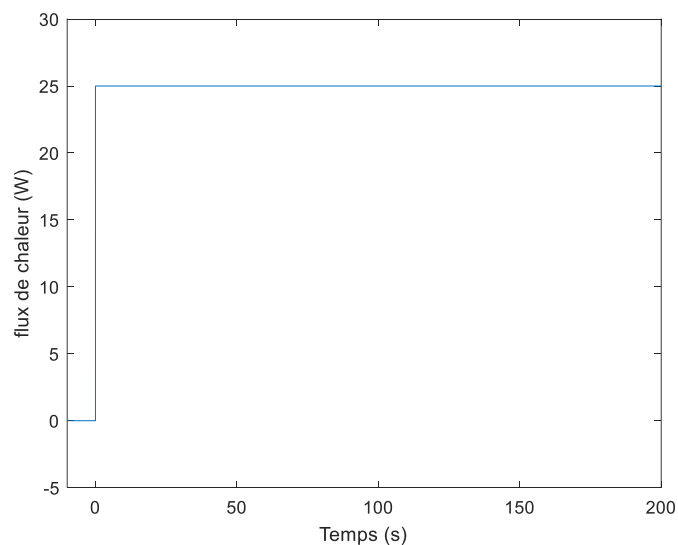


Figure 60 : Profil de puissance dissipée au niveau de la face supérieure du composant en fonction du temps

La cartographie des isothermes de température et des lignes de flux de chaleur à l'instant final $t = 200 \text{ s}$ est présentée sur la Figure 61. Le flux de chaleur dissipé au niveau de la face supérieure est divisé essentiellement en trois parties. Au niveau de la partie centrale, en-dessous de la couche supérieure, les lignes de flux sont essentiellement verticales et dirigées vers le bas. Au niveau des parties droite et gauche, il peut être observé que les isothermes de température n'ont pas la même forme et deviennent verticales. Le flux de chaleur est essentiellement porté suivant une direction horizontale. Au voisinage des surfaces latérales, le flux de chaleur est redirigé vers le bas du fait des conditions adiabatiques sur les surfaces latérales.

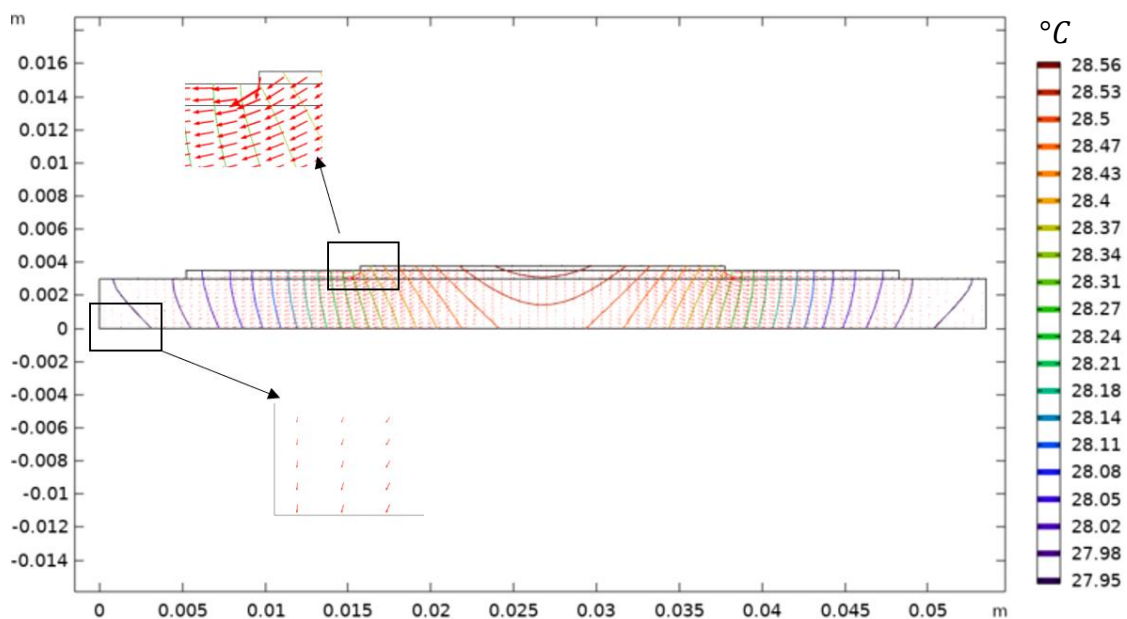


Figure 61 : Cartographie de température et du flux de chaleur à l'instant final [14]

Les profils de température au niveau de la face inférieure pour les instants $t = 20 \text{ s}$, $t = 40 \text{ s}$ et $t = 60 \text{ s}$ sont présentés sur la Figure 62. On observe que la température au niveau de la face inférieure est maximale au centre. Les profils axiaux, issus du modèle numérique bidimensionnel développé sous COMSOL Multiphysics, sont relevés à chaque instant ($\Delta t = 0,01 \text{ s}$) et utilisés comme entrée du modèle semi-analytique. En pratique, le modèle numérique fournit la température $T(x, 0, t_i)$ à chaque instant t_i . Ce profil de température est ensuite translaté pour définir la variable $\theta = T(x, 0, t) - T(x, 0, 0)$ qui reflète la réponse forcée du système sous l'action du flux de chaleur imposé sur la face supérieure. Pour que le flux de chaleur et la température puissent être utilisés dans la matrice des quadripôles thermiques, la transformée de Laplace puis de Fourier du flux de chaleur et de la température en partie basse doivent être calculées. Le calcul des harmoniques de la transformée de Laplace de la différence

de température au niveau de la face supérieure est ensuite effectué. Les données sont discrètes au niveau temporel et au niveau spatial. Pour cela, la transformée de Laplace et celle de Fourier ont été calculées numériquement par intégration numérique (par la méthode des Trapèzes).

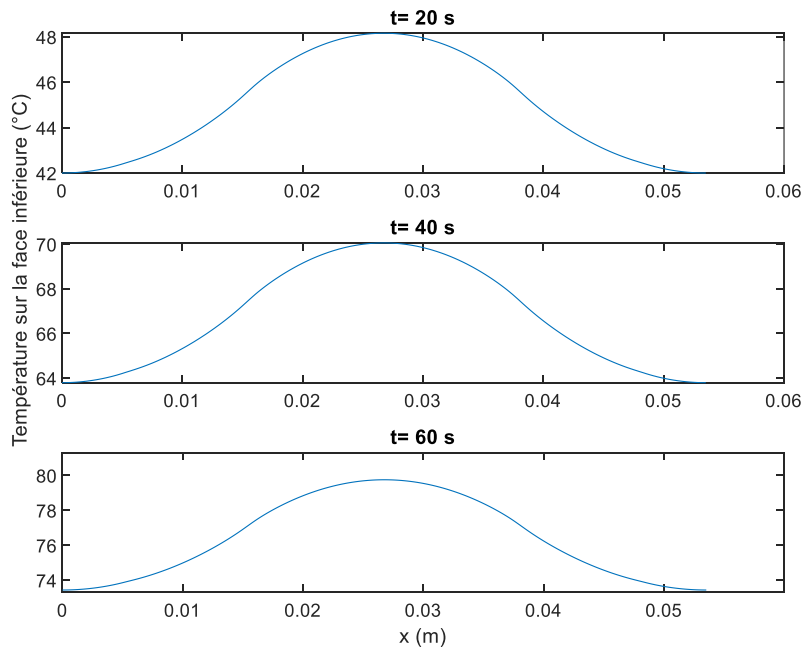


Figure 62 : Profil axial de température au niveau de la face inférieure à différents instants

La Figure 63 décrit les profils de température au niveau de la face inférieure et au niveau de la face supérieure calculés par le modèle semi-analytique pour une puissance $P = 70\text{ W}$. Les deux maxima sont localisés au niveau de la même position x_{max} . Il est à noter que l'écart de température entre les deux courbes est assez important dans la zone centrale car le flux de chaleur est plus fort dans cette zone.

L'écriture quadripolaire développée illustre que le modèle est linéaire (du fait notamment de la linéarité de la transformée de Laplace et de celle de Fourier). Ceci signifie que si le modèle est fonctionnel pour un certain flux imposé, il fonctionnera de la même manière avec un autre flux de chaleur. Cela a été vérifié pour deux valeurs de flux de chaleur $P = 25\text{ W}$ et $P = 40\text{ W}$. Les résultats obtenus par le modèle semi-analytique sont comparés à ceux donnés par le modèle numérique. La Figure 63 illustre ainsi la comparaison entre les profils axiaux de température au niveau de la face supérieure donnés par les deux modèles en régime permanent.

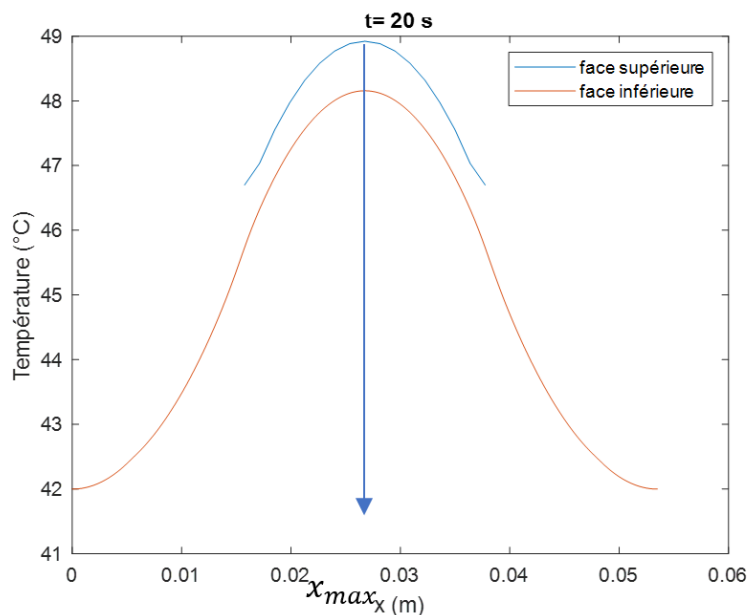


Figure 63: Profils axiaux de température au niveau des deux faces du composant

Un bon accord entre les résultats est observé pour les deux valeurs de flux de chaleur imposé. L'écart maximal entre les deux courbes est de l'ordre de quelques centièmes de degrés.

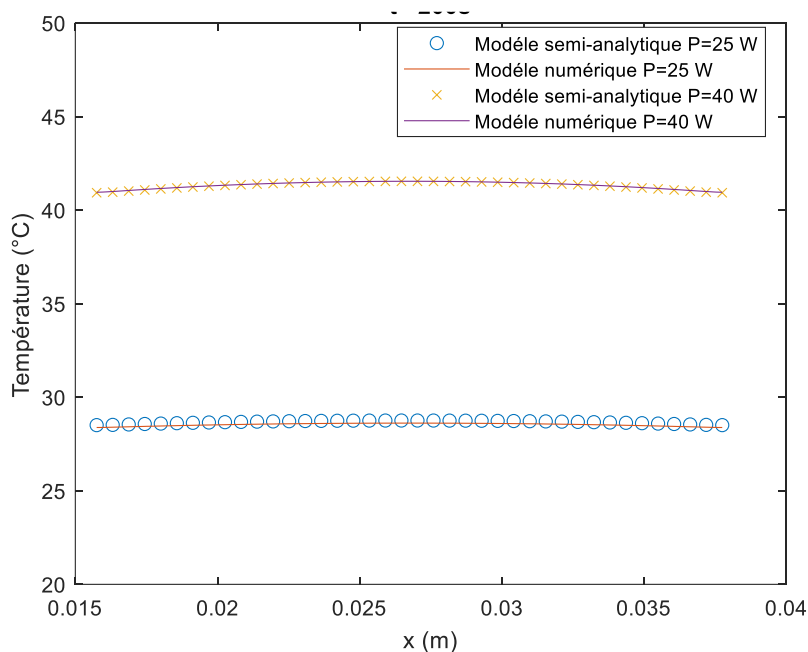


Figure 64 : Comparaison entre les modèles semi-analytique et numérique en régime permanent pour différentes valeurs de puissance dissipée au niveau de la face supérieure

Une étude a également été menée en régime transitoire. Les résultats obtenus pour deux instants ($t = 100 \text{ s}$ et $t = 200 \text{ s}$) sont illustrés sur la Figure 64, pour un créneau de puissance imposé de 25 W. Ils illustrent de même un bon accord entre les deux modèles. Les écarts observés sont

de l'ordre du dixième du degré. L'augmentation de l'écart entre le cas précédent en régime permanent et le cas présent en régime transitoire peut s'expliquer par l'inversion numérique de la transformée de Laplace.

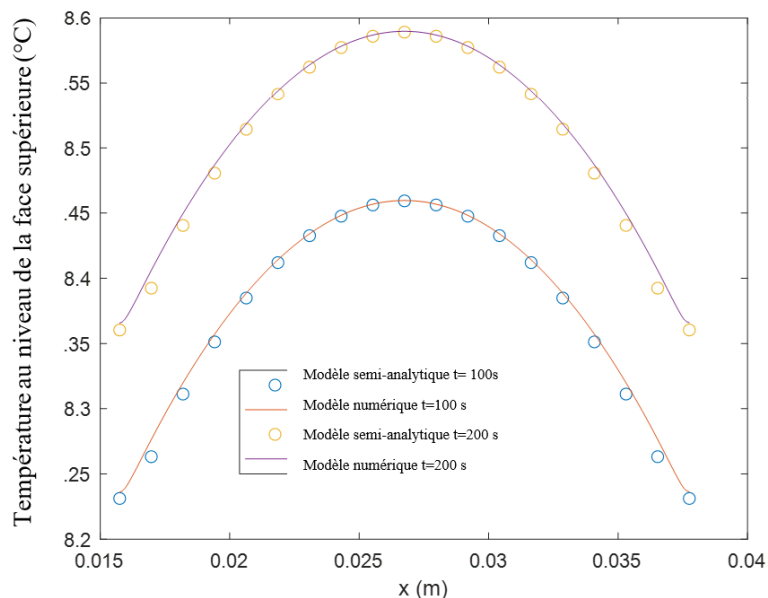


Figure 65 : Comparaison du profil de température sur la face supérieure entre le modèle numérique et semi-analytique en régime permanent $t = 200$ s et transitoire $t = 100$ s pour une puissance de 25 W

Pour compléter l'étude en régime transitoire, l'évolution temporelle de température du point le plus chaud a été comparée entre les deux modèles toujours pour une puissance $P = 25$ W.

Les résultats obtenus sont visibles sur la Figure 65 et montrent que le modèle semi-analytique arrive à bien retrouver l'évolution temporelle de la température de ce point. Les écarts sont de l'ordre du centième du degré.

Il est à noter que le modèle semi-analytique est moins onéreux en termes de ressources de calculs (temps de calcul de quelques secondes) par rapport au modèle complet (plusieurs minutes de calcul) sous COMSOL Multiphysics dans une configuration bidimensionnelle.

Cette rapidité peut être justifiée par le fait que le modèle numérique calcule la température en tout point du maillage et ce à tout instant. Le modèle semi-analytique, quant à lui, se contente de relier les conditions aux limites entre elles. Les températures intermédiaires (au sein de chaque couche) ne sont pas calculées. Il est important de noter ici que le modèle semi-analytique

peut aussi être configuré pour remonter à la cartographie de température (en utilisant les expressions locales (pour chaque y) des quadripôles thermiques – équation (100)). Dans ce cas, bien évidemment, le temps de calcul sera un peu plus important mais restera toujours inférieur à celui du modèle numérique.

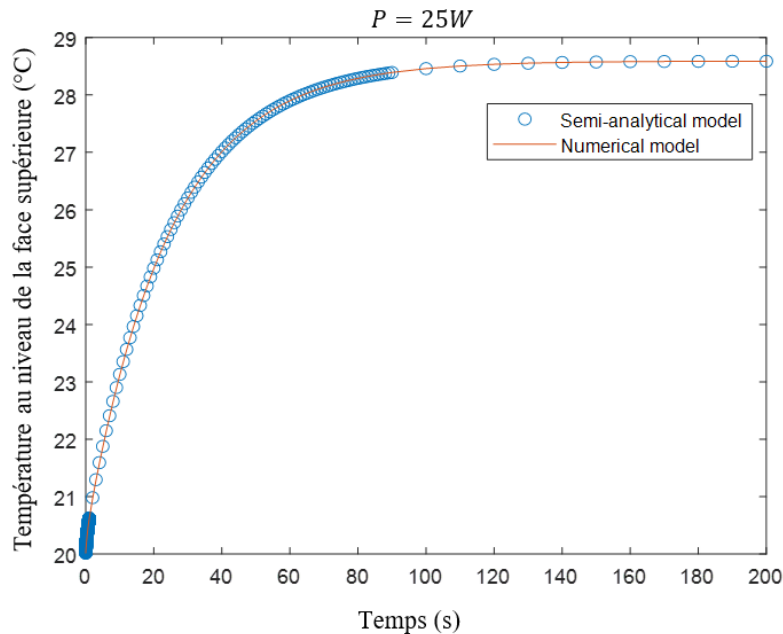


Figure 66 : Evolution de la température au point le plus chaud de la face supérieure en fonction du temps

3.4.4 Réponse à un créneau de puissance

La deuxième étude menée consiste à mettre en place un flux de chaleur sous la forme d'un créneau de puissance au niveau de la surface supérieure. L'objectif est ici d'étudier le comportement du système dans le cas d'une relaxation complémentaire. Celle-ci dépend, entre autres, du coefficient d'échange par convection au niveau de la face inférieure. Le flux de chaleur étant uniforme le long de la face supérieure de l'empilement des trois couches, l'évolution du flux de chaleur en fonction du temps est donnée par la Figure 67 et est définie par la fonction suivante :

$$P(t) = \begin{cases} 100 \text{ W} & \text{si } t \leq 80 \text{ s} \\ 0 & \text{si } 80 \text{ s} < t \leq 200 \text{ s} \end{cases}$$

Le temps de chauffe est inférieur à celui de relaxation (80s et 120s respectivement). Avec ce créneau, la relaxation s'effectue avant l'atteinte du régime permanent.

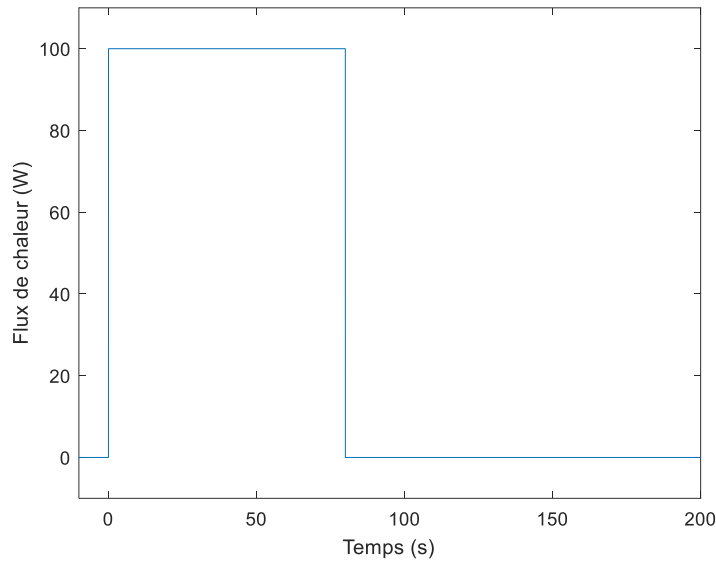


Figure 67 : Flux de chaleur imposé dans le cas transitoire

La cartographie des isothermes de température à l'instant $t = 16 \text{ s}$ est donnée en Figure 68. Les remarques apportées à la Figure 61 sont les mêmes pour cette figure. Le niveau de température est simplement plus élevé à cause du flux de chaleur imposé plus important.

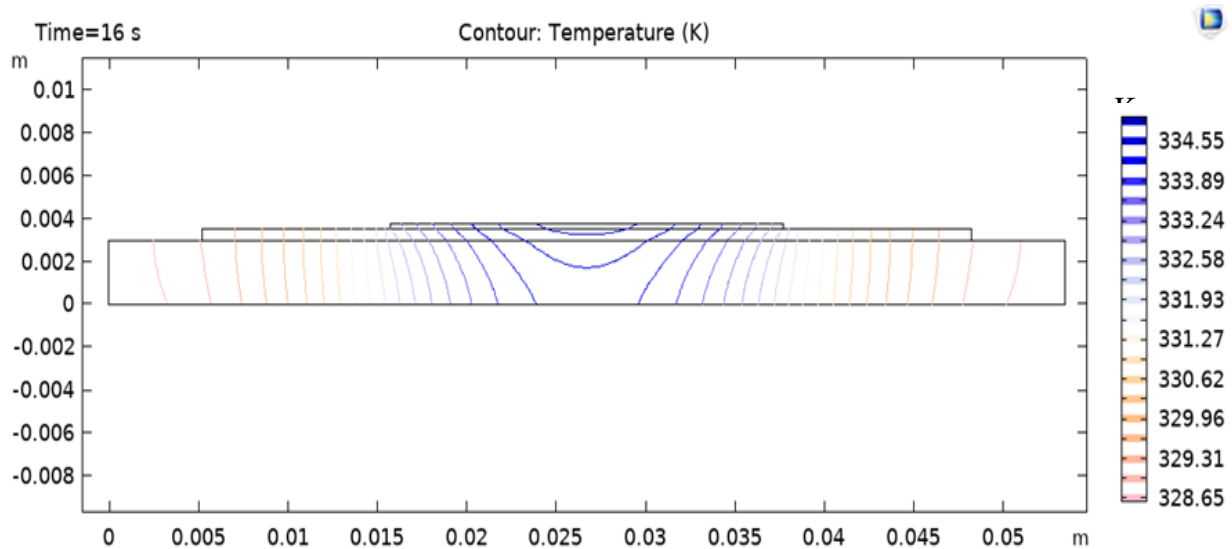


Figure 68 : Cartographie des isothermes de température en présence du flux de chauffage

Lorsque la source est éteinte ($t > 80 \text{ s}$) on passe au régime de relaxation et les isothermes de température changent de forme (Figure 69). Le matériau dissipe la chaleur vers la face inférieure pour revenir hypothétiquement à la température du fluide de refroidissement.

Les isothermes de température se caractérisent par une forme elliptique du fait de l'absence du flux de chauffage et des conditions adiabatiques au niveau de toutes les surfaces, sauf celle inférieure.

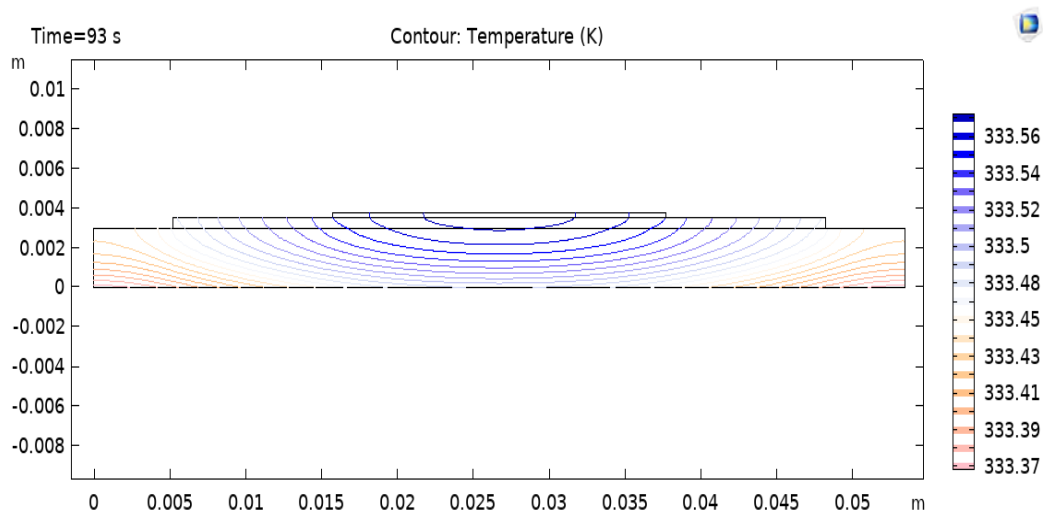


Figure 69 : Cartographie des isothermes de température lorsque la source est éteinte

Pour tester la robustesse du modèle semi-analytique dans ce cas, la comparaison, entre le modèle semi-analytique et numérique, de l'évolution de la température à l'endroit le plus chaud de la face supérieure a été effectuée (Figure 70). Le résultat de cette comparaison illustre que le modèle semi-analytique arrive à retrouver les variations de température en fonction du temps dans la phase de chauffage puis dans la phase de refroidissement. L'erreur maximale est de l'ordre d'un dixième de Kelvin pour une élévation de température de 80 K environ. Cette erreur provient de différentes raisons telles que la troncature lors du calcul de la transformée de Fourier inverse, l'inversion numérique de la transformée de Laplace ainsi que la conversion de spectre.

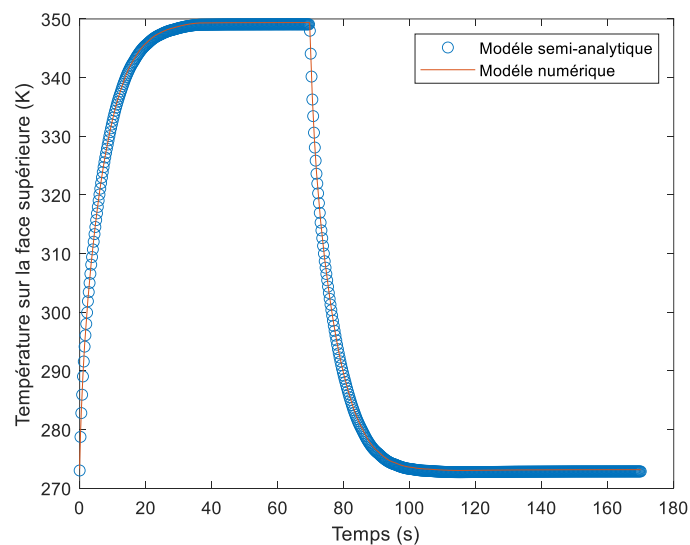


Figure 70 : comparaison entre le modèle semi-analytique et numérique en régime transitoire

3.4.5 Positionnement de la mesure déportée

La distance entre la puce et la position de la mesure déportée (par thermocouple) impactera certainement la qualité de l'estimation de la température de jonction. Afin d'étudier cet élément, différents profils temporels de températures ont été relevés à différentes hauteurs y de la couche inférieure du composant, à partir de la simulation numérique. Chaque profil temporel a ensuite servi de données d'entrée du modèle semi-analytique.

Pour une épaisseur donnée, on compare ainsi la température au centre de la face supérieure évaluée par le modèle analytique, T_{ana} , à sa valeur T_{num} du modèle numérique, à chaque instant. On définit ensuite l'erreur relative, définie sur l'ensemble des temps d'intégration par :

$$\epsilon = \frac{\|T_{num} - T_{ana}\|_2}{\|T_{num}\|_2} = \frac{\sqrt{\sum_i (T_{num}(t_i) - T_{ana}(t_i))^2}}{\sqrt{\sum_i (T_{num}(t_i))^2}} \quad (120)$$

L'écart (pour $0 \leq y < e_1$, correspondant à la semelle en partie inférieure) entre le modèle semi-analytique et le modèle numérique décroît à mesure que l'estimation est faite à partir d'un profil de température plus proche de la source (Figure 71). Cette décroissance est quasiment linéaire et suit la relation $\epsilon \approx -0,036y + 0,16$ (y en millimètres). Il faut cependant noter que d'un point de vue pratique, la mise en place de thermocouples à une plus grande profondeur dans le composant pourra perturber la thermique du système (effet d'ailettes, changement de la forme des isothermes...).

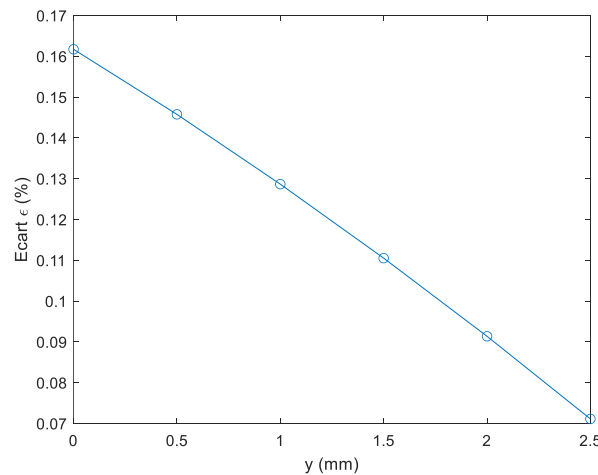


Figure 71 : Ecart sur la température en face supérieure entre le modèle semi-analytique et numérique suivant la profondeur du profil de température donné en face inférieure

3.5 Utilité du modèle semi-analytique

Le modèle semi-analytique offre un bon compromis entre précision et rapidité de calcul. Contrairement aux simulations numériques classiques, réalisées sous COMSOL Multiphysics qui nécessitent plusieurs heures de calcul pour obtenir des résultats précis en régime transitoire, le modèle semi-analytique permet d'obtenir des résultats quasi-identiques en seulement quelques secondes. Cette rapidité d'exécution est particulièrement précieuse dans des contextes où la robustesse du modèle convolutif est testée sur plusieurs formes de profil de flux de chaleur au niveau de la face supérieure, notamment pour le calibrage de modèles convolutifs en configuration 2D transitoire.

En effet, la rapidité du modèle semi-analytique facilite une approche exploratoire et permet d'ajuster efficacement les paramètres sans subir les contraintes temporelles imposées par les méthodes purement numériques. Une fois calibré et validé, le modèle convolutif a été testé sur un large éventail de scénarii thermiques, couvrant différentes formes de fonctions d'entrée. Une seule phase de calibration a suffi pour valider des centaines de cas, avec des valeurs de « fit » assez proches de l'unité démontrant ainsi la robustesse et la fiabilité du modèle convolutif en deux dimensions. L'utilisation du modèle semi-analytique a permis de réduire considérablement le temps nécessaire à ces analyses : alors qu'une simulation numérique 2D transitoire aurait pris plusieurs mois pour générer l'ensemble des résultats, le modèle semi-analytique a permis d'obtenir les mêmes informations en quelques minutes. Cette efficacité rend le modèle particulièrement adapté aux applications nécessitant des simulations rapides et précises.

Par ailleurs le modèle semi-analytique donne un ordre d'idée sur les différents paramètres qui interviennent dans chaque terme. A titre d'exemple, la température au niveau de la face supérieure est reliée à celle au niveau de la face inférieure et au profil de puissance dissipée au niveau de la face supérieure. Les termes reliant les deux températures sont l'image d'une transmittance. Ceux reliant la température au niveau de la face supérieure au flux de chaleur sont des impédances. Le modèle semi-analytique permet d'avoir une idée sur les paramètres les plus importants dans chaque terme.

Certes, le modèle semi-analytique est beaucoup plus contraignant que le modèle numérique en termes de développement et reste assez sensible à plusieurs paramètres tels que le rapport des longueurs des différentes couches et le ratio épaisseur sur longueur de chaque

couche. Néanmoins, sa rapidité a permis de tester le modèle convolutif sur plusieurs formes de fonctions dans un temps assez restreint.

3.6 Conclusion

Le modèle semi-analytique développé est un outil prédictif permettant l'évaluation de la température au niveau de la face supérieure (là où se trouve la jonction : le point le plus chaud au niveau de cette surface) à partir du flux de chaleur sur la face supérieure et le profil de température sur la face inférieure. D'autres alternatives permettant d'évaluer la température de jonction ont été présentées dans ce chapitre : i) soit à partir du flux de chaleur au niveau de la face supérieure et du coefficient d'échange par convection au niveau de la face inférieure, ii) soit à partir de la température au niveau de la face inférieure et du coefficient d'échange par convection au niveau de la face supérieure.

Toutefois, le modèle semi-analytique nécessite la connaissance parfaite des propriétés thermo physiques et des paramètres géométriques ainsi que de leurs variations avec la température. Cela peut être implémenté mais va rendre le calcul plus lent. A cela s'ajoute le fait que ces données sont quasi-absentes de la littérature. De plus, la présence des fils de connexions électriques, des soudures ainsi que du couplage conducto-radiatif au niveau du carbure du silicium n'a pas été modélisé. Aux éléments cités précédemment, s'ajoute le fait que la condition d'isolation thermique sur les parois latérales n'est pas tout à fait vérifiée en pratique mais constitue plutôt une simplification de la modélisation. Si le profil de température au niveau des deux faces peut être déterminé par thermographie infrarouge, le profil du flux de chaleur au niveau de la puce reste en outre difficile à connaître avec précision. Dans les faits, des modèles électrothermiques permettent de calculer le flux de pertes thermiques totales à l'échelle de la puce connaissant le courant, la tension, la fréquence ainsi que la valeur de la résistance interne. De plus, le flux de chaleur pris en compte dans le modèle correspond au flux net : c'est-à-dire le flux qui pénètre dans le composant qui correspond à la dissipation thermique dans la puce minorée du flux de pertes. Si le gel supérieur en silicone est enlevé (pour pouvoir faire des mesures par thermographie infrarouge), le flux net est alors donné par: $P_{nette} = P_{thermique} - h\theta_3^H$

En fonctionnement réel, le gel est présent, et il faut prendre en compte le flux conductif qui servira à chauffer le gel, qui n'est pas forcément facile à quantifier.

Au point de vue calculatoire, s'ajoute le problème de la sensibilité du conditionnement du système à l'importance de la constriction. La puce étant très petite par rapport à son support, le phénomène de constriction est très important. Ainsi, le système mathématique est très mal conditionné et la méthode apparaît moins robuste. Il est par ailleurs important de noter que le rapport géométrique $\frac{e}{L}$ de chaque puce doit être assez petit pour pouvoir utiliser suffisamment d'harmoniques et garantir une précision suffisante [12].

Il est aussi important de souligner que le développement d'un modèle semi-analytique dans une configuration tridimensionnelle reste possible mais nécessite l'utilisation d'une double transformée de Fourier dans les directions x et z ce qui peut rendre le système assez complexe et davantage mal conditionné. A cause de ces difficultés, le développement du modèle semi-analytique n'a pas été poursuivi et le développement d'un modèle compact et précis est mené dans le chapitre suivant afin de s'abstenir de la connaissance des paramètres géométriques et des propriétés thermo-physiques.

4 Développement de modèles convolutifs

4.1 Modèle convolutif dans une configuration SISO

4.1.1 Présentation du modèle SISO

Pour un système reliant une entrée $u(t)$ (variation d'une source, une puissance thermique ou une température, par rapport à un régime permanent préexistant) à une sortie $y(t)$ (conséquence : variation d'une densité de flux de chaleur ou de température locale en un autre point) (Cf. Figure 72), la relation de causalité est définie par le produit de convolution comme suit [38, 39] :

$$y(t) = (h * u)(t) \quad (121)$$

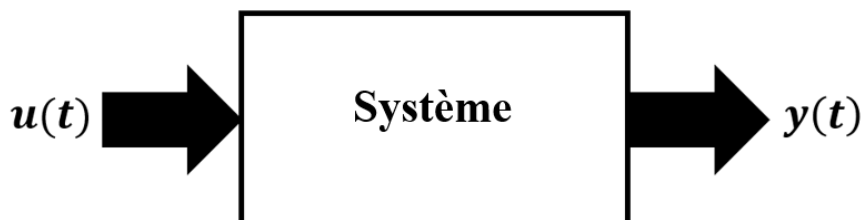


Figure 72 : Représentation entrée/sortie du système

L'équation précédente peut également être écrite sous la forme intégrale ci-dessous [38, 39]:

$$y(t) = \int_0^{+\infty} u(t - \tau)h(\tau) d\tau \quad (122)$$

Soit sous la forme discrète suivante :

$$y(t_i) = \Delta t \sum_{j=1}^m \tilde{u}_{i-j+1} \tilde{h}_j \quad , \text{ Pour } i = 1, 2, \dots, n \quad (123)$$

Ici les $y(t_i)$ sont les valeurs échantillonnées de la sortie aux instants t_i . \tilde{u} et \tilde{h} sont les valeurs moyennées de l'entrée et de la réponse impulsionnelle respectivement. Elles peuvent être calculées via la relation suivante ($x = u$ ou $x = h$) [38, 39]:

$$\tilde{x}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{i-1}}^{t_i} x(t) dt \quad (124)$$

Avec \tilde{x} la valeur moyenne de x sur un intervalle de longueur Δt .

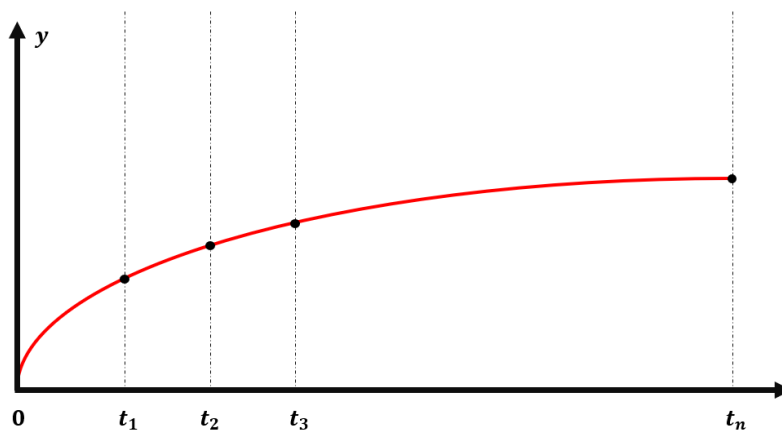


Figure 73 : Illustration des valeurs échantillonnées

Si l'intervalle de temps est suffisamment petit, on peut écrire :

$$\tilde{x}_i \approx \frac{x(t_{i-1}) + x(t_{i+1})}{2} \quad (125)$$

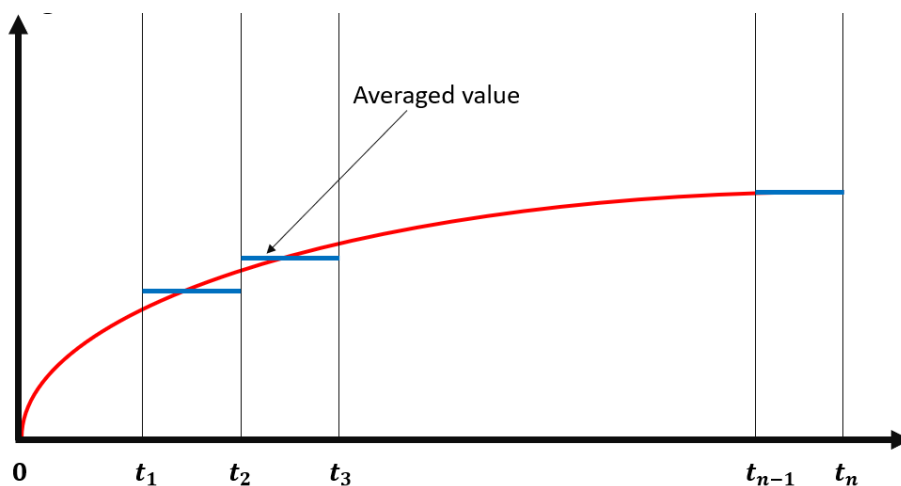


Figure 74 : Illustration de la valeur moyenne par intervalle

Nous définissons également la dose comme étant l'aire sous la valeur moyenne dans chaque intervalle de temps (Cf. Figure 75).

$$\hat{x}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} x(t) dt \quad (126)$$

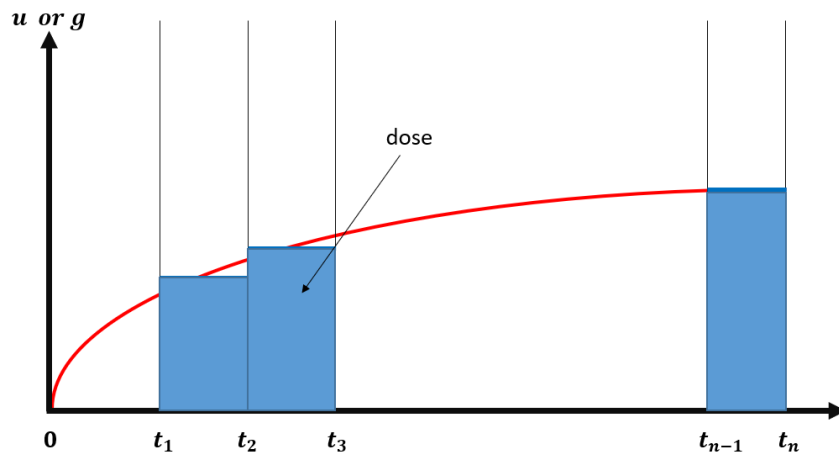


Figure 75 : Illustration de la dose

Si le pas de temps est suffisamment petit, la relation devient :

$$\hat{x}_i \approx \Delta t \tilde{x}_i \quad (127)$$

Ce qui permet d'établir la relation reliant la sortie à l'entrée et à la réponse impulsionnelle [38, 39] :

$$\mathbf{y} = \mathbf{N}(\tilde{\mathbf{h}})\hat{\mathbf{u}} \quad (128)$$

Avec:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T, \mathbf{N}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_3 & x_2 & x_1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ x_n & x_{n-1} & x_{n-2} & \dots & x_1 \end{bmatrix}$$

La relation ci-dessus peut également s'écrire sous deux formes différentes, en exploitant la commutativité des matrices de Toeplitz. Ces formes permettent de relier la sortie à la valeur moyenne de l'entrée et à celle de la réponse impulsionnelle :

$$\mathbf{y} = \Delta t \mathbf{N}(\tilde{\mathbf{u}})\tilde{\mathbf{h}} \quad (129)$$

$$\mathbf{y} = \Delta t \mathbf{N}(\tilde{\mathbf{h}})\tilde{\mathbf{u}} \quad (130)$$

L'équation (129) est utilisée pour estimer la réponse impulsionnelle (fonction de transfert dans le domaine de Laplace) moyennée sur des intervalles de longueur Δt à partir des valeurs d'entrée et de sortie supposées connues lors de l'étape de calibration. L'équation (130) est utilisée pour estimer la sortie à partir de la fonction de transfert et l'entrée moyennée. Elle peut également être utilisée pour estimer l'entrée (problème d'estimation de la source - cas de la présente étude) à partir de la sortie et de la fonction de transfert.

Pour utiliser des valeurs instantanées, il convient d'employer l'une des deux formules suivantes [38, 39]:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}(\mathbf{U})\mathbf{H} \quad (131)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}(\mathbf{H})\mathbf{U} \quad (132)$$

Avec:

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) = \Delta t \mathbf{N}^2(\mathbf{f})\mathbf{N}(\mathbf{X}) \text{ Et } \mathbf{f} = \frac{1}{2}[1 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

Dans ce cas, l'équation (131) est utilisée pour estimer les valeurs instantanées de la fonction de transfert à partir des valeurs d'entrée et de sortie connues à l'étape de calibration. L'équation (132) est ensuite utilisée pour estimer la sortie connaissant la fonction de transfert et l'entrée. Elle peut également être utilisée pour estimer l'entrée (problème d'estimation de la source) à partir de la sortie et de la fonction de transfert.

Il est par ailleurs conseillé d'inverser d'abord la matrice $\mathbf{N}(\mathbf{f})$ pour éviter les problèmes lors de l'inversion de $\mathbf{N}^2(\mathbf{f})$. L'inverse de la matrice $\mathbf{N}(\mathbf{f})$ est donné par :

$$(N(\mathbf{f}))^{-1} = N(\mathbf{f}^+) \quad (133)$$

Avec:

$$\mathbf{f}^+ = 2[1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad \dots \quad (-1)^{n-1}]^T$$

4.1.2 Application sur la base des résultats du modèle semi-analytique

Le modèle semi-analytique présenté dans la section 3 permet d'établir un lien entre la température de la face inférieure, de la face supérieure, ainsi que le flux de chaleur traversant cette dernière (Cf. équation (113)). Il est également possible d'exprimer la température de la face inférieure uniquement en fonction de la puissance thermique dissipée au niveau de la puce $P(t)$. Cette relation peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\theta_{Basse} = z * P \quad (134)$$

Puisque $P(t)$ est la cause (vraie source) de l'échauffement en tout point du système, donc en face inférieure, mais aussi en face supérieure, où :

$$\theta_{Haute} = z_0 * P \quad (135)$$

En écrivant les deux équations plus haut dans le domaine de Laplace, on obtient, par élimination de la puissance :

$$\theta_{Basse} = w * \theta_{Haute} \text{ où } w(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\bar{z}(p)}{\bar{z}_0(p)} \right] \quad (136)$$

Pour un composant à un seul transistor (empilement de trois couches) et pour un flux de chaleur constant de 22 W au niveau de face supérieure, les évolutions de la température au centre des deux faces en fonction du temps sont données dans la Figure 76.

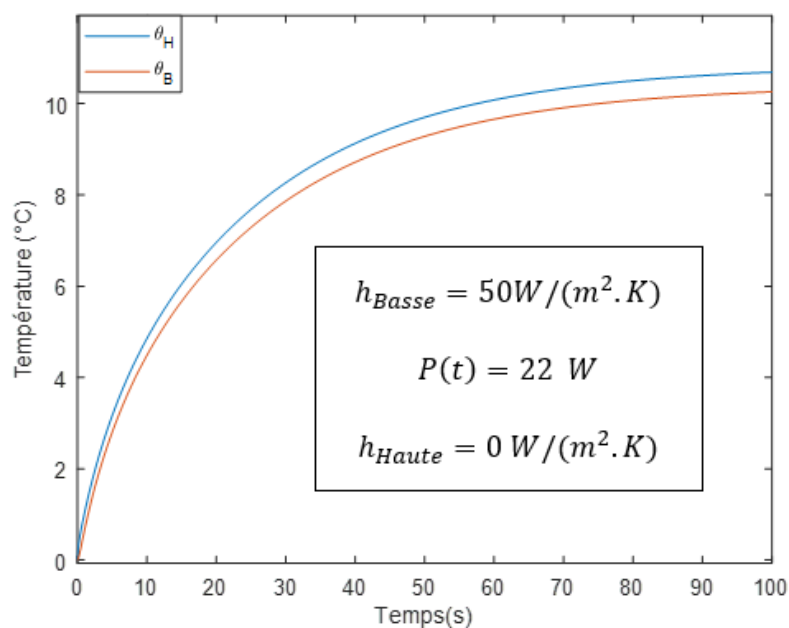


Figure 76 : Évolution de la température au centre des faces supérieure (θ_H) et inférieure (θ_B) en fonction du temps.

L'utilisation des relations (131) et (134) associées à la **TSVD** permet d'identifier la transmittance w_1 représentée Figure 77.

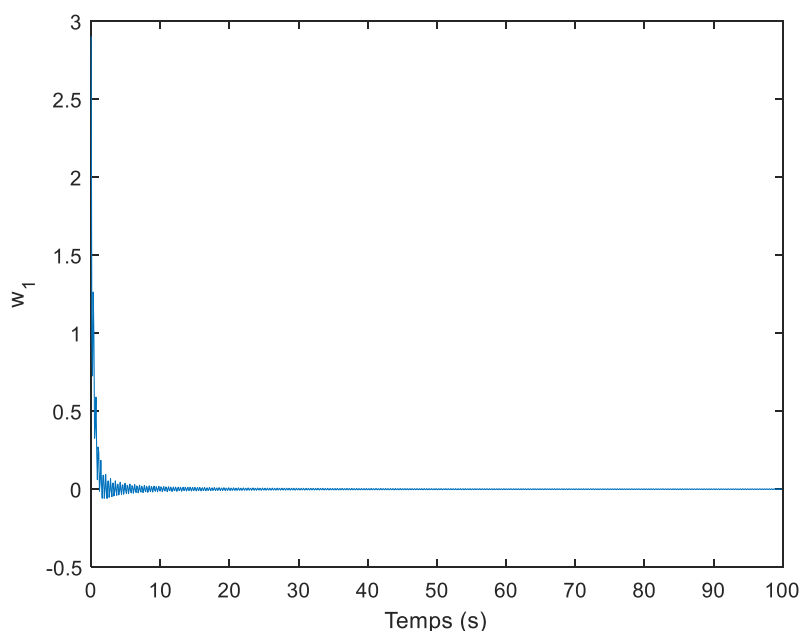


Figure 77 : Transmittance w_1 reliant la température de la face inférieure à celle de la face supérieure

Les résultats obtenus confirment la faisabilité de la calibration du modèle convolutif dans une configuration SISO. Toutefois, en raison des limitations évoquées précédemment — telles que

la complexité du système, les effets tridimensionnels et l'incertitude sur les coefficients d'échange — la calibration présentée dans la suite de ce travail s'appuiera exclusivement sur les résultats issus du modèle numérique et des données expérimentales.

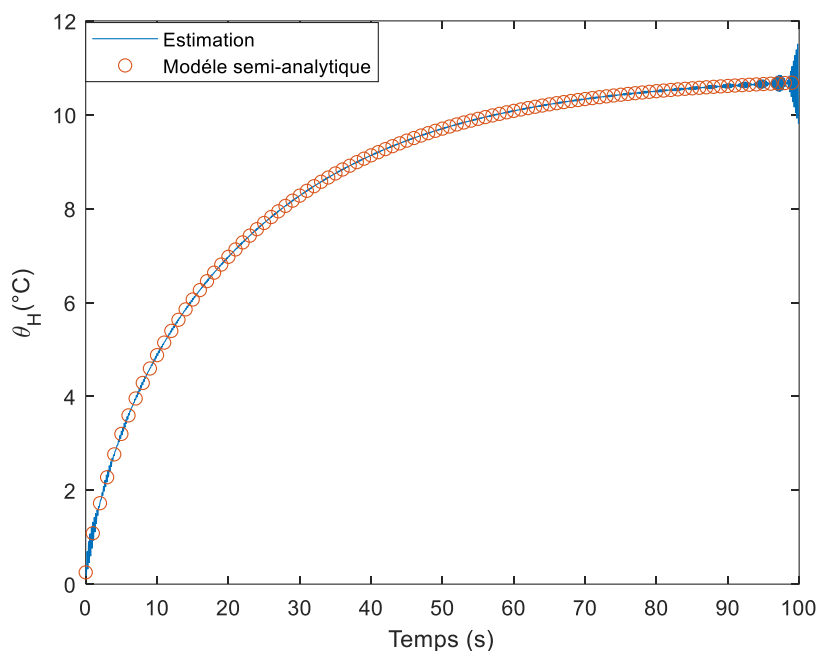


Figure 78 : Résultats de la calibration du modèle convolutif SISO sur la base des résultats du modèle semi-analytique

4.2 Présentation du modèle convolutif en configuration MIMO : cas de deux entrées et deux sorties

4.2.1 Description du composant étudié

Le modèle convolutif, qui est en fait un « modèle réduit » [38], relie les températures des deux jonctions à celles des deux capteurs (thermocouples dans le cas expérimental) placés sur la plaque de cuivre ou à n'importe quel endroit à l'intérieur de la structure (Figure 79). Le développement de ce modèle comporte trois étapes essentielles. La première est l'étalonnage, qui consiste à identifier la relation entre la température d'une jonction et celle mesurée par un thermocouple. Une fois cette identification réalisée (transmittances), le même ensemble de données est utilisé pour estimer les températures des jonctions à partir des températures des thermocouples - c'est l'étape de vérification. Une fois les deux premières étapes franchies avec succès, les transmittances identifiées sont utilisées sur un nouvel ensemble de données pour tenter d'estimer les températures des jonctions à partir des températures des thermocouples, en tant qu'étape de validation.

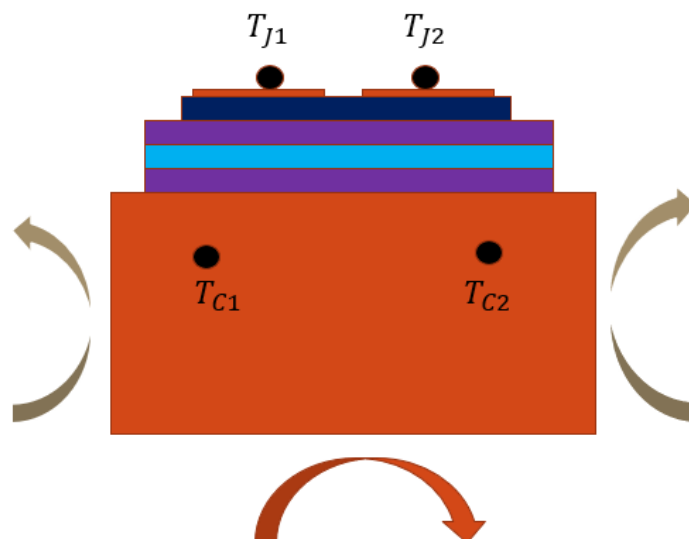


Figure 79 : Schéma du composant utilisé

Pour pouvoir conclure sur la pertinence de ce modèle réduit en vue d'une utilisation ultérieure dans un problème de conduction thermique inverse - en l'occurrence, la construction d'un capteur virtuel de température de jonction, il est nécessaire de valider chacune des trois étapes ; à défaut, le modèle devra être remplacé [37].

Dans ce qui suit, nous présentons le modèle convolutif à deux entrées et deux sorties, ainsi que les étapes ayant conduit à son développement. Nous détaillons ensuite les tests de pertinence de ce modèle convolutif, basés sur une simulation numérique tridimensionnelle sous COMSOL Multiphysics, considéré comme le « modèle détaillé ». Enfin, le montage expérimental et la validation du modèle convolutif sur la base des résultats expérimentaux sont présentés.

L'entrée peut être une véritable source de chaleur telle que la part de puissance thermique dissipée dans le composant (P_1 pour le premier transistor et P_2 pour le deuxième) ou bien une pseudo-source telle que la température de jonction (T_{J1} pour le premier transistor et T_{J2} pour le deuxième) - c'est bien le flux de chaleur qui donne naissance à la température de jonction, d'où l'appellation pseudo source. La sortie correspond aux températures au niveau des thermocouples T_{C1} et T_{C2} , représentatives de la conséquence.

4.2.2 Présentation du modèle convolutif

La section suivante décrit la méthode de développement du modèle convolutif en configuration MIMO (Multiple Input Multiple Output). Considérons deux conséquences y_1 et y_2 et deux

sources u_1 et u_2 . Chaque sortie du système est impactée par les deux sources. Ceci se traduit mathématiquement par les deux équations ci-dessous, établies sur la base de la convolution et du principe de superposition.

$$y_1(t) = (h_{11} * u_1)(t) + (h_{12} * u_2)(t) \quad (137)$$

$$y_2(t) = (h_{21} * u_1)(t) + (h_{22} * u_2)(t) \quad (138)$$

Les h_{ij} sont les réponses impulsionnelles reliant les sorties aux entrées.

Les équations obtenues à partir du produit de convolution (traduisant la relation de causalité) et la loi de superposition peuvent être écrites sous la forme intégrale suivante :

$$y_1(t) = \int_0^{+\infty} u_1(t - \tau)h_{11}(\tau) d\tau + \int_0^{+\infty} u_2(t - \tau)h_{12}(\tau) d\tau \quad (139)$$

$$y_2(t) = \int_0^{+\infty} u_1(t - \tau)h_{21}(\tau) d\tau + \int_0^{+\infty} u_2(t - \tau)h_{22}(\tau) d\tau \quad (140)$$

Les deux relations précédentes peuvent être écrites sous les forme suivante, reliant les valeurs instantanées de sortie à celles des réponses impulsionnelles et des entrées.

$$\mathbf{y}_1 = M(\mathbf{u}_1)\mathbf{h}_{11} + M(\mathbf{u}_2)\mathbf{h}_{12} \quad (141)$$

$$\mathbf{y}_2 = M(\mathbf{u}_1)\mathbf{h}_{21} + M(\mathbf{u}_2)\mathbf{h}_{22} \quad (142)$$

La commutativité des matrices de Toeplitz permet d'avoir la relation suivante :

$$\mathbf{y}_1 = M(\mathbf{h}_{11})\mathbf{u}_1 + M(\mathbf{h}_{12})\mathbf{u}_2 \quad (143)$$

$$\mathbf{y}_2 = M(\mathbf{h}_{21})\mathbf{u}_1 + M(\mathbf{h}_{22})\mathbf{u}_2 \quad (144)$$

Les deux équations ci-dessus peuvent être écrites également sous la forme du système matriciel suivant :

$$Y = \begin{bmatrix} M(\mathbf{h}_{11}) & M(\mathbf{h}_{12}) \\ M(\mathbf{h}_{21}) & M(\mathbf{h}_{21}) \end{bmatrix} U$$

Avec :

→ $Y = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2]^T$, le vecteur contenant toutes les sorties aux différents instants.

→ $U = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2]^T$, le vecteur contenant toutes les entrées aux différents instants.

Il est important de noter ici que l'équation précédente peut être utilisée dans plusieurs configurations. La première configuration, dite directe, consiste à estimer les sorties en connaissant les entrées et les réponses impulsionnelles. La deuxième configuration correspond au problème inverse, où les entrées sont estimées à partir des sorties et des réponses impulsionnelles.

La dernière configuration, c'est-à-dire l'estimation des réponses impulsionnelles, peut être effectuée en se basant sur les équations (141) et (142). Dans le cadre de ce travail, nous optons pour une séparation des sources. Dans le cas de cette section, il s'agit de deux sources de chaleur. Il est donc nécessaire de disposer de deux jeux de données pour pouvoir estimer « correctement » les réponses impulsionnelles. Le premier jeu de données correspond au cas où la source u_1 est activée et la source u_2 éteinte. Le deuxième jeu de données correspond au cas complémentaire du premier jeu de données : JD .

Pour la première sortie, les réponses impulsionnelles \mathbf{h}_{11} et \mathbf{h}_{12} peuvent être estimées selon les relations suivantes :

$$\mathbf{y}_1^{JD1} = M(\mathbf{u}_1^{JD1})\mathbf{h}_{11} + M(\mathbf{u}_2^{JD1})\mathbf{h}_{12} \quad (145)$$

$$\mathbf{y}_1^{JD2} = M(\mathbf{u}_1^{JD2})\mathbf{h}_{21} + M(\mathbf{u}_2^{JD2})\mathbf{h}_{22} \quad (146)$$

Ce qui s'écrit matriciellement sous la forme du système suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1^{JD1} \\ \mathbf{y}_1^{JD2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(\mathbf{u}_1^{JD1}) & 0_N \\ 0_N & M(\mathbf{u}_2^{JD2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11} \\ \mathbf{h}_{12} \end{bmatrix} \quad (147)$$

Pour la deuxième sortie, l'équation précédente devient :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_2^{JD1} \\ \mathbf{y}_2^{JD2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(\mathbf{u}_1^{JD1}) & 0_N \\ 0_N & M(\mathbf{u}_2^{JD2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{21} \\ \mathbf{h}_{22} \end{bmatrix} \quad (148)$$

Pour l'étude du composant représenté sur la Figure 79, la variable différence de température $\theta(t) = T(t) - T(0)$ a été introduite. Pour estimer les quatre transmittances, deux simulations numériques ont été réalisées sous COMSOL Multiphysics. Le dispositif étudié contient deux transistors MOSFET en carbure de silicium. La configuration électronique du système (les deux transistors montés sur le même bras électrique) ne permet pas aux deux transistors de fonctionner simultanément, mais ils peuvent fonctionner en opposition de phase. L'objectif de ce travail est d'estimer les températures de jonction (T_{J1} et T_{J2}) à partir des valeurs de température des deux capteurs (T_{C1} et T_{C2}).

En s'inspirant des résultats précédents, la relation reliant l'élévation de température au niveau des thermocouples à celles au niveau des jonctions est donnée par :

$$\theta_{C1}(t) = (w_{11} * \theta_{J1})(t) + (w_{12} * \theta_{J2})(t) \quad (149)$$

$$\theta_{C2}(t) = (w_{21} * \theta_{J1})(t) + (w_{22} * \theta_{J2})(t) \quad (150)$$

En vue d'estimer les transmittances w_{ij} pour $i, j = 1, 2$, le système matriciel suivant peut être utilisé :

$$\begin{bmatrix} \theta_{Ci}^{JD1} \\ \theta_{Ci}^{JD2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(\theta_{J1}^{JD1}) & M(\theta_{J2}^{JD1}) \\ M(\theta_{J1}^{JD2}) & M(\theta_{J2}^{JD2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{i1} \\ \mathbf{w}_{i2} \end{bmatrix} \text{ pour } i = 1, 2 \quad (151)$$

Les transmittances peuvent être estimées par inversion de la matrice ci-dessus. Cette dernière étant mal conditionnée l'utilisation d'une méthode de régularisation est nécessaire. Dans ce travail, toutes les inversions ont été réalisées par **TSVD** ((Truncated Singular Value Decomposition)).

4.2.3 Application préliminaire à partir des résultats numériques

4.2.3.1 Présentation du modèle numérique sous COMSOL Multiphysics

Même s'il est difficile de créer un modèle numérique reproduisant précisément le comportement réel du composant (couplage thermoélectrique, dépendance des propriétés thermo physiques à la température, vieillissement, présence des fils, dégradation des puces à cause des contraintes thermomécaniques, etc), il permet dans un premier temps de calibrer et pré-valider les modèles réduits développés ultérieurement. Une validation expérimentale complète s'en suivra. Le composant modélisé dans cette section est un module monophasé contenant deux transistors à base de Carbure de Silicium. Il s'agit de la référence *FF45MR12WIM1_B11* de la marque Infineon [30], illustrée sur la Figure 80.

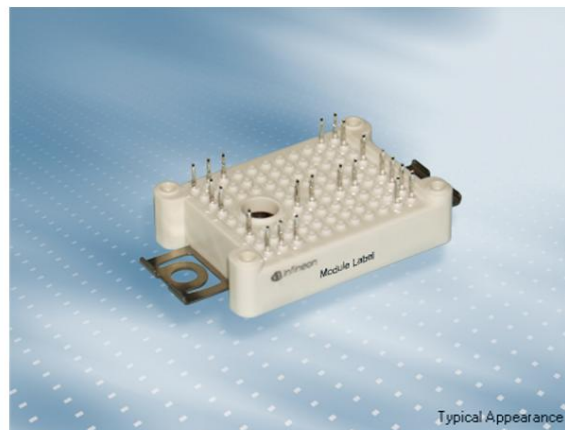


Figure 80 : Composant monophasé modélisé [30]

La géométrie modélisée sous COMSOL est indiquée Figure 81.

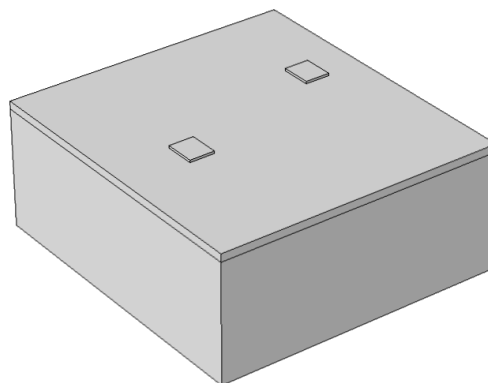


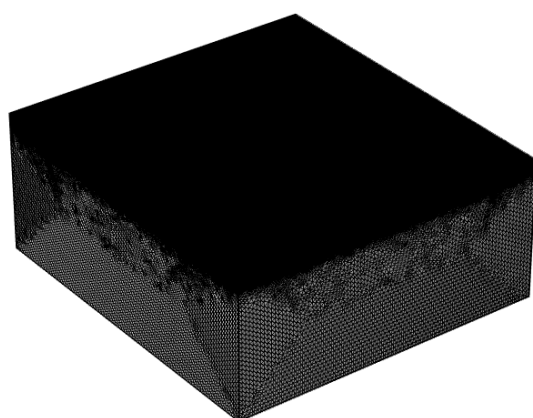
Figure 81 : Géométrie du composant sous COMSOL Multiphysics

Les caractéristiques géométriques et les propriétés thermo physiques des différentes couches constituant le composant sont données dans le Tableau 10 :

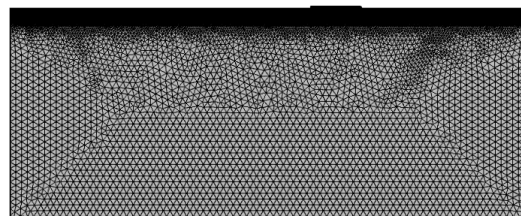
Tableau 10 : Paramètres géométriques et propriétés thermo physiques pour le composant à deux transistors

	Dimensions en mm ($l \times w \times h$)	ρ (kg /m ³)	c_p (J /(kg.K))	λ (W /(m.K))
copper heat sink	36,0 × 35,0 × 20,0	8900	390	400
electronic board	36,0 × 35,0 × 1,0	6400	530	240
transistor SiC	1,25 × 1,25 × 0,10	3000	650	130

Le maillage retenu après une étude de sensibilité de la solution au maillage et comparaison du temps de calcul est présenté en Figure 82. Il s'agit d'un maillage extrêmement fin au niveau du composant et du bloc central, et relativement fin au niveau du dissipateur en cuivre.



Vue générale



Vue de coté

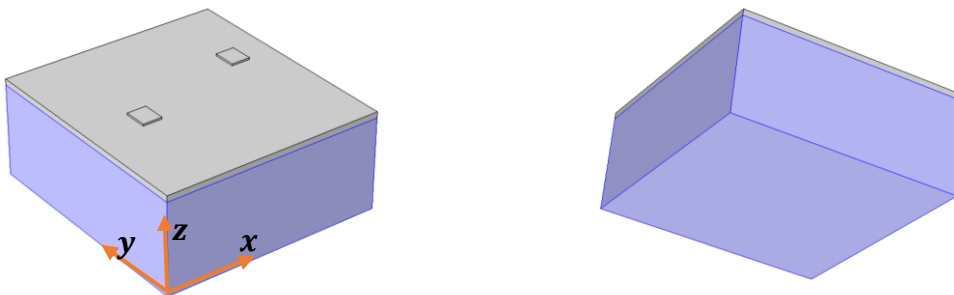
Figure 82 : Maillage utilisé pour le composant monophasé

Les caractéristiques du maillage sont détaillées dans le Tableau 11 :

Tableau 11 : Caractéristiques du maillage pour le modèle à deux transistors

Zone	Taille minimale (mm)	Taille maximale (mm)	Taux de croissance maximal
Transistors et circuit électronique	0,001	0,1	1,1
Dissipateur en cuivre	0,001	0,01	1,2

En ce qui concerne les conditions aux limites, la surface inférieure et les parois latérales sont supposées soumises à un refroidissement par convection thermique, caractérisée par un coefficient d'échange constant. La température ambiante, est supposée constante tout au long de la simulation $T_{\infty} = 293,15 \text{ K}$.


Figure 83 : Conditions aux limites au niveau de la surface inférieure et des parois latérales

Une condition de flux nul a été imposée sur la face supérieure (Figure 84-a), justifiée par la présence du gel dans le composant. Au niveau des transistors (Figure 84-b), un flux de chaleur surfacique a été imposé, ce choix étant motivé par l'absence de ressources de calcul suffisantes pour modéliser une source de chaleur volumique, pourtant plus représentative du phénomène réel.

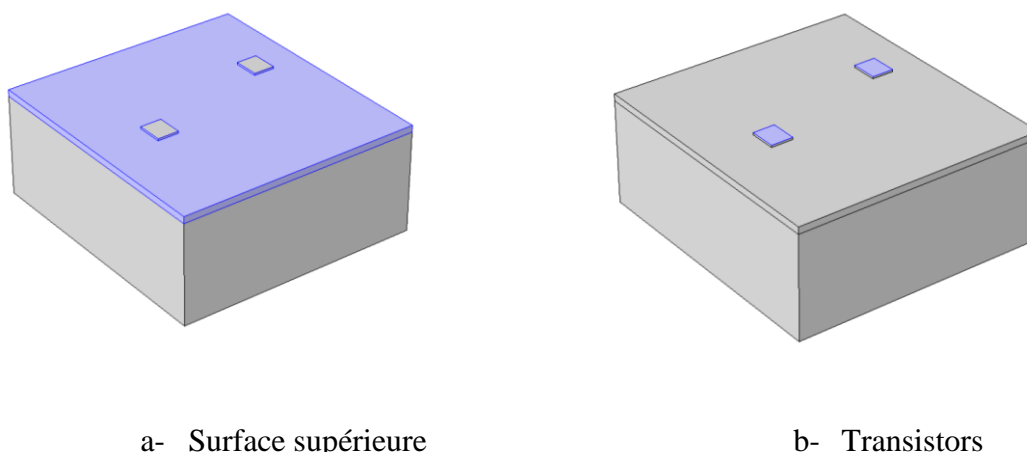
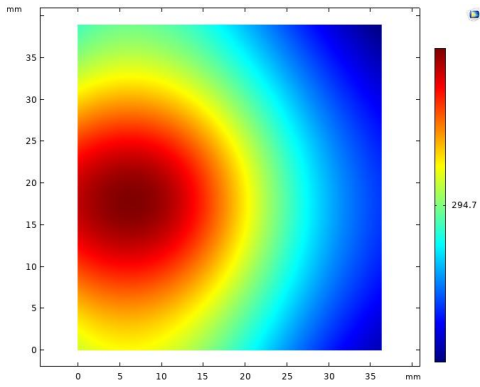


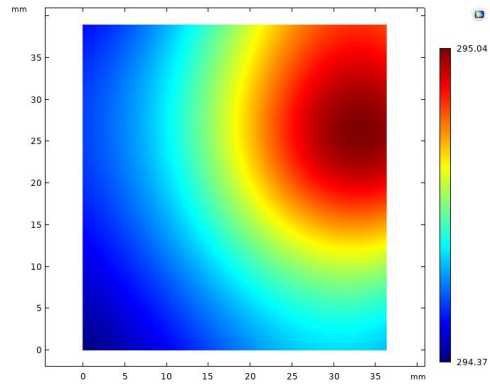
Figure 84 : Conditions aux limites au niveau de la face supérieure et des transistors

Pour informations, la température de jonction sera considérée comme étant la moyenne volumique de la température au niveau du transistor. Cette hypothèse est justifiée par les faibles dimensions des jonctions ainsi que par le faible gradient thermique en leur sein. La numérotation des jonctions pour l'analyse des résultats est précisée sur la Figure 86. Pour la simulation numérique, le coefficient d'échange par convection sur la face inférieure a été pris égal à $2500 W/(m^2.K)$. La valeur du coefficient d'échange au niveau des parois latérales a été fixée à $1000 W/(m^2.K)$. Afin de mieux suivre les changements rapides de température aux jonctions, un pas de temps de $0,05 s$ a été utilisé pour la discrétisation temporelle avec un temps de simulation total de 15 secondes.

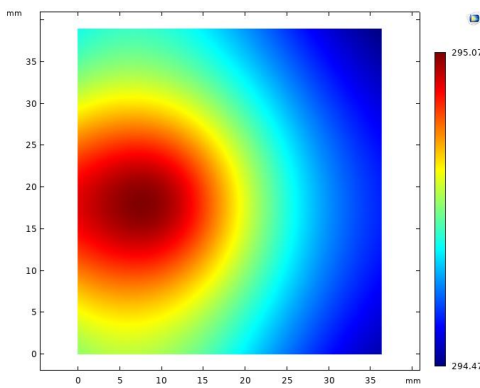
Pour optimiser l'implémentation des capteurs, des observations ont été effectuées sur différents plans XY pour différentes valeurs de hauteur ($z = 5mm$; $z = 10 mm$; $z = 15mm$ et $z = 18mm$). Les cartographies de température dans les différents plans de coupes sont illustrées en Figure 85 et montrent le phénomène de filtrage spatial : perte d'information thermique à mesure que l'on s'éloigne des sources de chaleur. Sur les coupes à $5 mm$ et à $10 mm$, la position des jonctions est relativement bien localisée ; cependant, l'élévation de température (environ $0,5 ^\circ C$) reste assez faible et peut être du même ordre de grandeur que celui du bruit de mesure expérimental. Ainsi, ces positions ne seront pas très adéquates à une future identification du modèle réduit. Pour la cartographie associée au plan $z = 18 mm$, l'élévation de température est plus importante et le phénomène de filtrage spatial n'est pas complètement rédhibitoire. Ce positionnement semble donc plus adéquat à la calibration des futurs modèles.



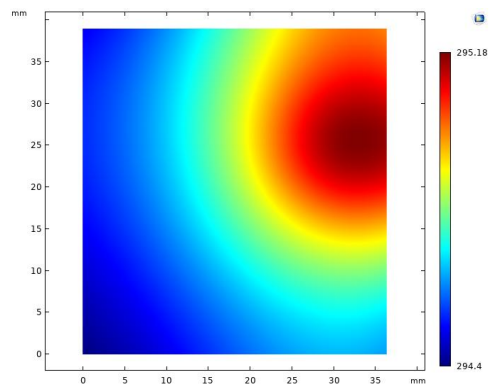
$z = 5 \text{ mm } J_1 \text{ ON}; J_2 \text{ OFF}$



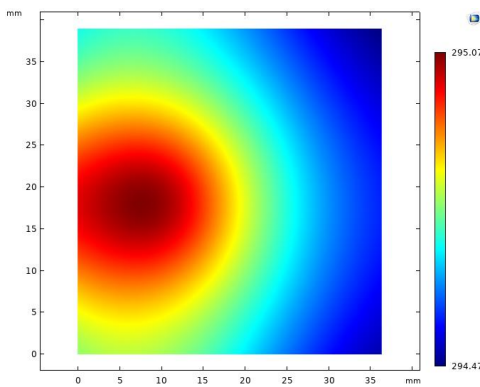
$z = 5 \text{ mm } J_1 \text{ OFF}; J_2 \text{ ON}$



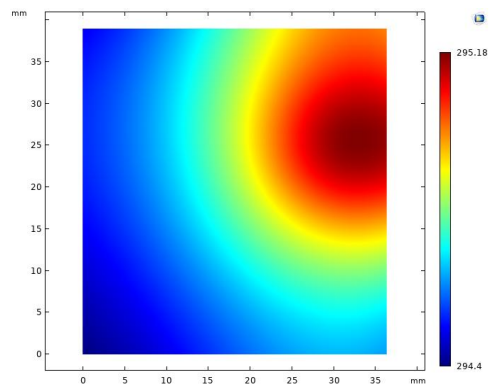
$z = 10 \text{ mm } J_1 \text{ ON}; J_2 \text{ OFF}$



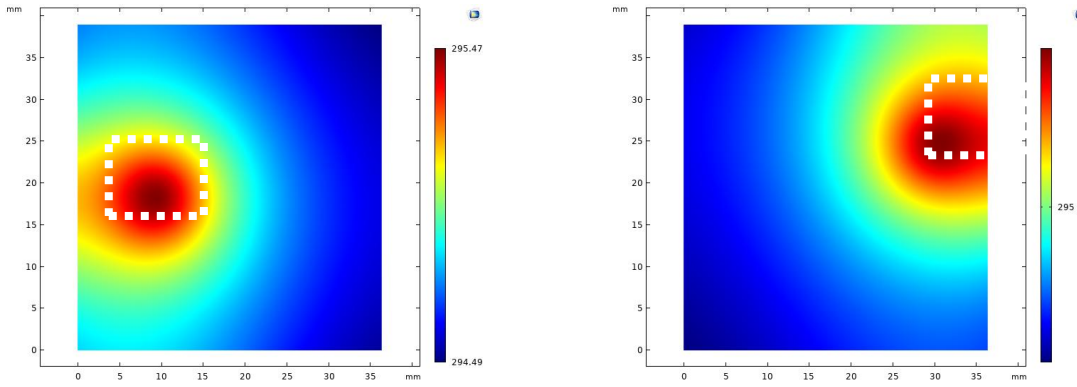
$z = 10 \text{ mm } J_1 \text{ OFF}; J_2 \text{ ON}$



$z = 15 \text{ mm } J_1 \text{ ON}; J_2 \text{ OFF}$



$z = 15 \text{ mm } J_1 \text{ OFF}; J_2 \text{ ON}$



$z = 18 \text{ mm } J_1 \text{ ON}; J_2 \text{ OFF}$

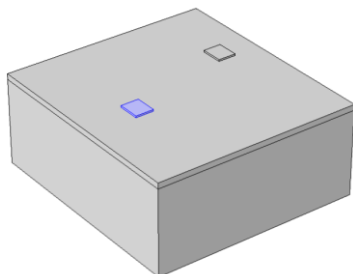
$z = 18 \text{ mm } J_1 \text{ OFF}; J_2 \text{ ON}$

Figure 85 : Cartographies de température pour la première et la deuxième simulation (respectivement à gauche et à droite) pour différents plans de coupe en régime permanent

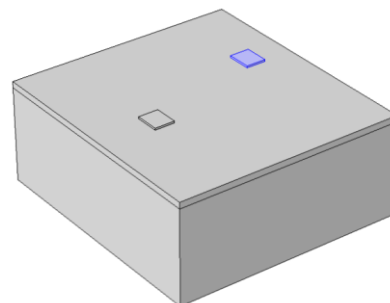
Pour une conception expérimentale réaliste, ces capteurs déportés ont été placés dans la semelle (dissipateur en cuivre). Leurs positions sont représentées par des points sur la Figure 86 et leurs coordonnées sont fournies dans le Tableau 12.

Tableau 12: Positions capteurs au niveau de la semelle

Position	$x(\text{mm})$	$y(\text{mm})$	$z(\text{mm})$
Capteur 1	10	20	18
Capteur 2	30	24	18



Jonction N°1



Jonction N°2

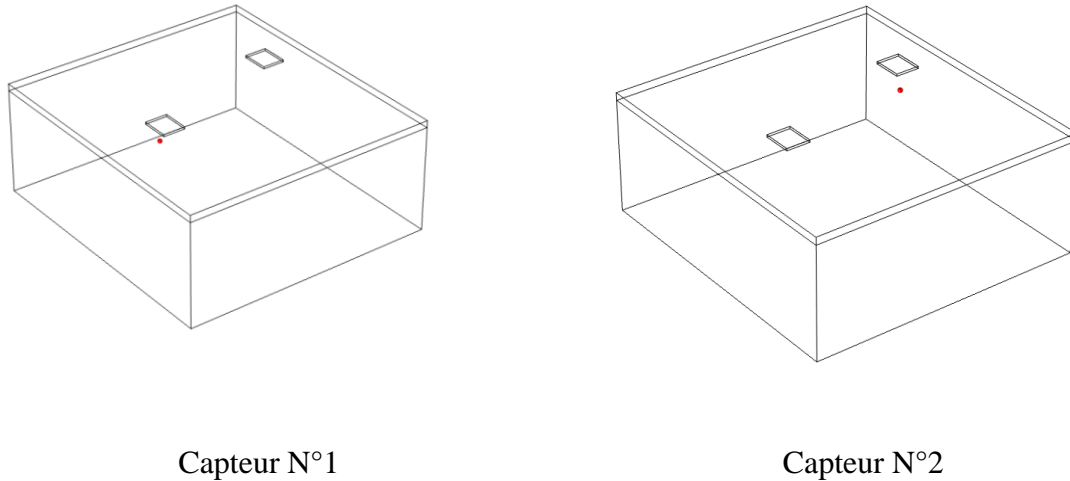


Figure 86 : Illustration des transistors et des capteurs

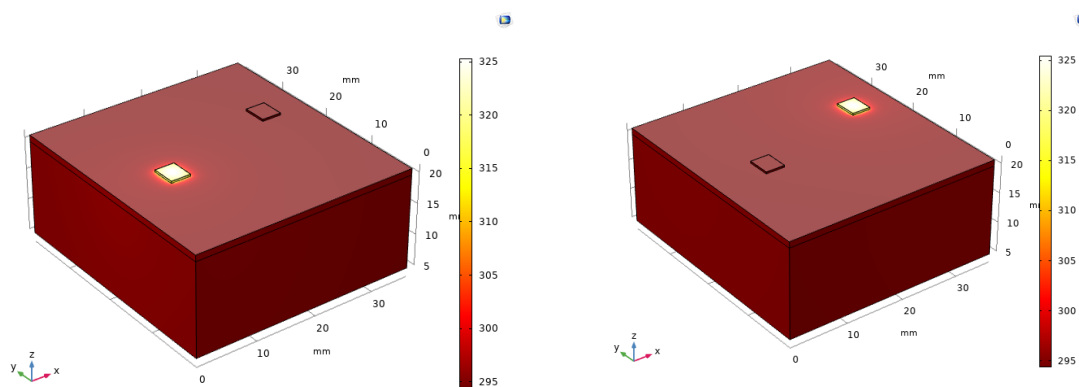
4.2.3.2 *Résultats de l'estimation*

Pour mieux comprendre la thermique du système, deux simulations numériques ont été réalisées dans un premier temps. Dans la première simulation, un flux de chaleur surfacique ($\phi_1 = 100 \text{ W/cm}^2$) est imposé au niveau de la première jonction et la deuxième jonction est supposée éteinte ($\phi_2 = 0 \text{ W/cm}^2$). La deuxième simulation correspond au cas complémentaire. Le Tableau 13 récapitule les conditions imposées dans les deux simulations.

Notons ici que le flux de chaleur imposé peut être confondu avec le flux net : le flux qui contribue directement au chauffage de la jonction. En effet, lors du fonctionnement du composant, la puissance thermique dissipée peut être décomposée en deux termes : une part de puissance va descendre au travers du composant pour être évacuée au niveau de la surface inférieure, une autre part de la puissance sera échangée avec l'ambiant sous la forme de pertes thermiques.

Tableau 13 : Conditions imposées au niveau des jonctions

Simulation	Jeu de données	Jonction N°1	Jonction N°2
N°1	JD1	$\phi_1 = 100 \text{ W/cm}^2$	$\phi_2 = 0 \text{ W/cm}^2$
N°2	JD2	$\phi_1 = 0 \text{ W/cm}^2$	$\phi_2 = 100 \text{ W/cm}^2$



Simulation N°1

Simulation N°2

Figure 87 : Cartographie de température en K à l'instant $t=25$ s

Les cartographies de température de la Figure 87 montrent que dans chaque simulation, la température maximale atteinte est de l'ordre de 325 K, soit environ 40 °C d'élévation de température. Les deux simulations attestent que l'élévation de la température au niveau du dissipateur est assez faible (entre 2 et 8 K), en raison de la masse importante de la semelle.

Lors de la première simulation, la première jonction $\theta_{J_1}^{JD1}$ (Figure 88), sous tension, subit une élévation rapide de température de l'ordre de 25 °C. La deuxième jonction $\theta_{J_2}^{JD1}$ (Figure 88), bien qu'éteinte, voit sa température augmenter plus lentement, par inertie thermique, et de manière moins significativement, en raison de la dissipation thermique au sein du système. Le temps de réponse en température de la seconde puce dépend, bien entendu, de la distance entre les deux puces.

La simulation réalisée avec les conditions aux limites détaillées ci-dessus, permet de tirer les deux jeux de données synthétiques nécessaires à la calibration du modèle convolutif. L'élévation de température au niveau des jonctions pour les deux jeux de données est illustré sur la Figure 88. Lors de la première simulation, correspondant au premier jeu de données JD1 ? la température au niveau de la première jonction s'élève très rapidement pour atteindre 98% de sa valeur finale en environ 0,5 s. La température au niveau de la deuxième jonction augmente sensiblement après un certain temps, traduisant un déphasage temporel. Lors de la deuxième simulation, la deuxième jonction est excitée tandis que la première est maintenue éteinte. La température augmente rapidement au niveau de la deuxième jonction et lentement au niveau de la première. L'élévation de température au niveau de la deuxième jonction lors de la première

simulation et celle de la première jonction lors de la deuxième simulation traduisent le couplage thermique entre les deux jonctions.

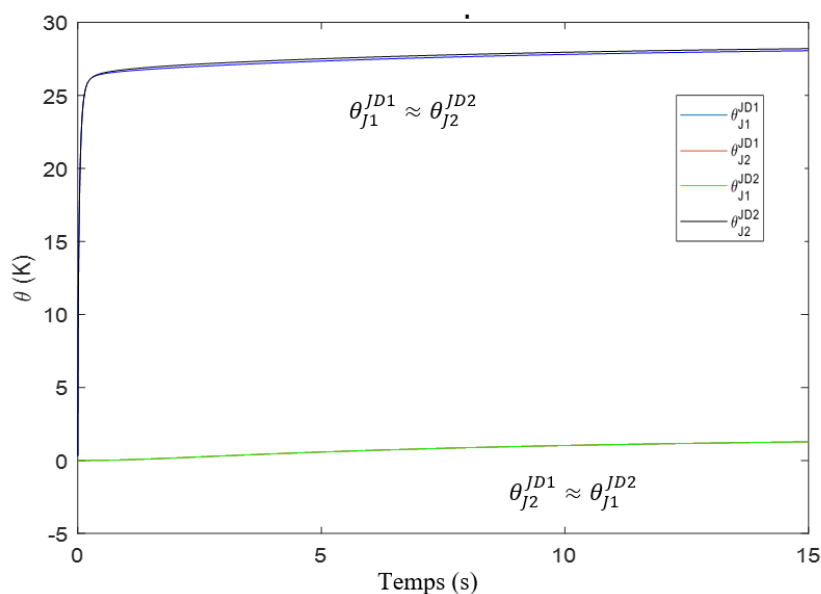


Figure 88 : Elévation des températures au niveau des deux jonctions pour les deux simulations

La température du premier capteur $\theta_{C_1}^{JD1}$ (Figure 89) qui est plus proche de la première jonction augmente plus lentement que celle de la jonction du fait de la distance entre les deux. La température augmente lentement au niveau du deuxième capteur $\theta_{C_2}^{JD1}$.

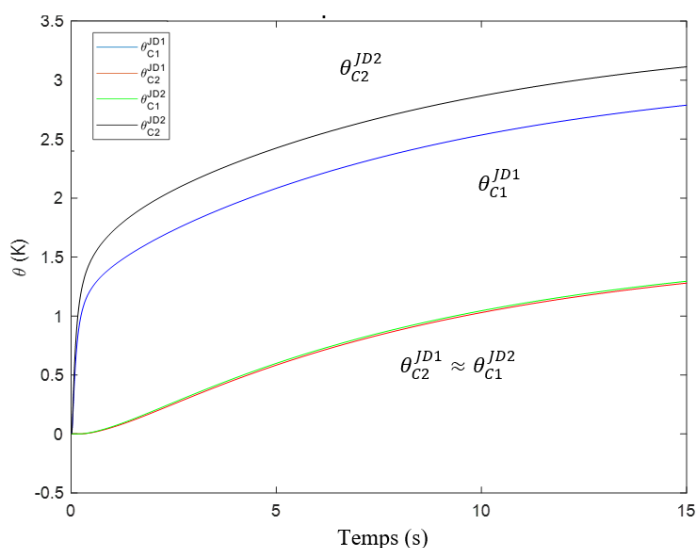


Figure 89 : Elévation de température au niveau des deux capteurs pour les deux simulations

Les données issues des figures précédentes sont exploitées pour estimer les quatre transmittances en appliquant l'équation (151). Cependant, la matrice M intervenant dans cette équation présente un mauvais conditionnement numérique, rendant nécessaire l'emploi d'une régularisation par troncature de la décomposition en valeurs singulières (TSVD). Cette technique consiste à factoriser la matrice M sous la forme suivante :

$$M = U \times S \times V$$

Où U et V des matrices orthogonales et S une matrice diagonale. Considérons par ailleurs le vecteur de n valeurs singulières classées par valeurs croissantes $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$.

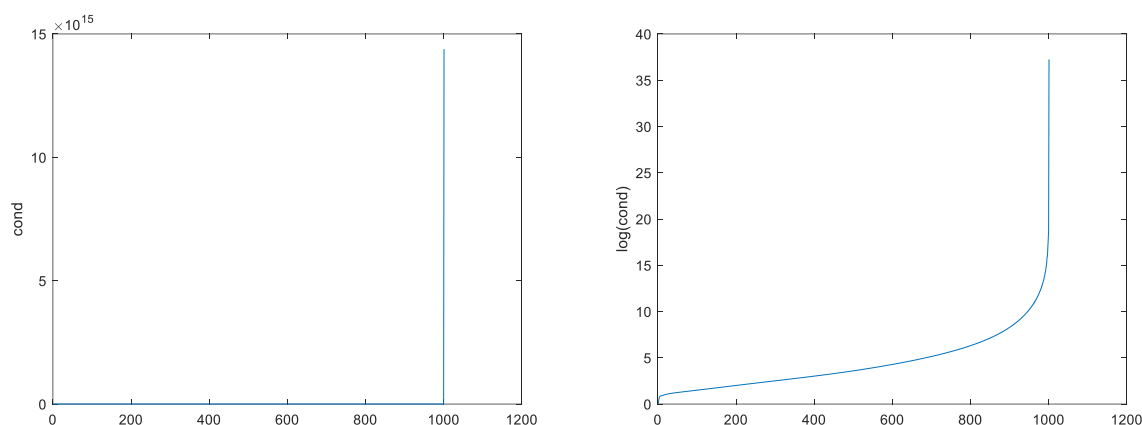


Figure 90 : Tracé du conditionnement et du logarithme du conditionnement pour la matrice des températures de jonctions pour les deux jeux de données

Pour mettre en place la troncature (Truncated Singular Value Decomposition), il est nécessaire de calculer le rapport entre les valeurs singulières extrêmes $\frac{\lambda}{\lambda_n}$, ce qui permet d'évaluer le conditionnement de la matrice. La Figure 90 présente, à gauche, l'évolution de ce rapport en fonction de l'ordre i des valeurs singulières, et à droite, son logarithme. Le nombre de conditionnement devrait être limité, pour cela il faut mettre en place une troncature. Lors de la troncature sur des données sans bruit, une troncature manuelle est mise en place. Dans le cadre de ce travail 80% des modes ont été gardés.

L'inverse de la matrice M est donné par :

$$M^{-1} = V^T \times S_1 \times U^T \tag{152}$$

Les matrices V et U sont des matrices orthogonales, leurs inverses correspondent bien à leurs transposées. La matrice S_1 est une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont donnés par $diag(S_1) = \left[\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}, \dots, \frac{1}{\lambda_m}, 0 \dots 0 \right]$ avec m l'ordre de troncature.

L'utilisation de la décomposition en valeurs singulières avec troncature sur la matrice de l'équation (151) permet d'avoir accès aux transmittances reliant les élévations de températures au niveau des jonctions à celles des capteurs.

Les transmittances obtenues sont illustrées Figure 91. Les transmittances w_{11} et w_{22} sont essentiellement localisées aux temps courts. Ces deux transmittances traduisent la relation entre chaque jonction et le capteur le plus proche. Les transmittances w_{12} et w_{21} décrivent l'effet de la deuxième jonction sur le premier capteur et l'effet de la première jonction sur le deuxième capteur respectivement.

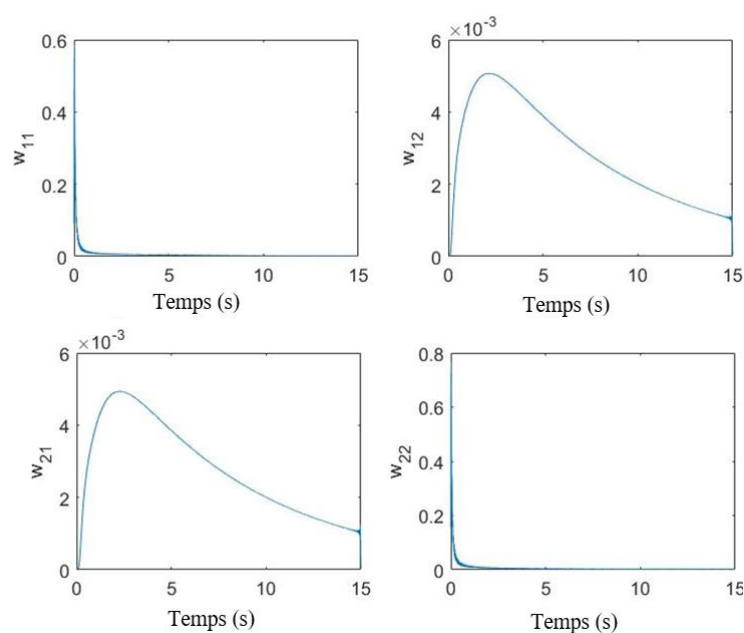


Figure 91 : Transmittances en s^{-1} identifiées sur la base des jeux de données synthétiques issus de la simulation numérique

Il est à noter que l'appellation transmittance est empruntée au domaine du génie électrique, où elle désigne la relation entre deux grandeurs de même unité. Dans le domaine de Laplace, le produit de convolution devient un produit simple et l'appellation transmittance est bien adéquate car $\bar{w}(p)$ qui correspond à la transformée de Laplace de $w(t)$ est sans dimension. Toutefois, dans le domaine temporel, $w(t)$ est exprimée en s^{-1} ce qui ne correspond pas

rigoureusement à une transmittance. Toutefois, dans le cadre de ce travail, l'appellation transmittance sera gardée pour décrire $w(t)$.

Une fois les transmittances identifiées, une étape de vérification est mise en place. A cette fin, les élévations de température aux jonctions seront recalculées en utilisant les transmittances identifiées ainsi que les élévations de température au niveau des deux capteurs, pour le même jeu de données utilisé lors de calibration. Le recalcul s'appuie sur l'équation (153).

$$\begin{bmatrix} \theta_{C1}^{JD_i} \\ \theta_{C2}^{JD_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(\mathbf{w}_{11}) & M(\mathbf{w}_{12}) \\ M(\mathbf{w}_{21}) & M(\mathbf{w}_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{J1}^{JD_i} \\ \theta_{J2}^{JD_i} \end{bmatrix} \text{ pour } i = 1,2 \quad (153)$$

La matrice des transmittances sera inversée à l'aide de la **TSVD**. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 92 pour la première jonction, et sur la Figure 93 pour la deuxième jonction.

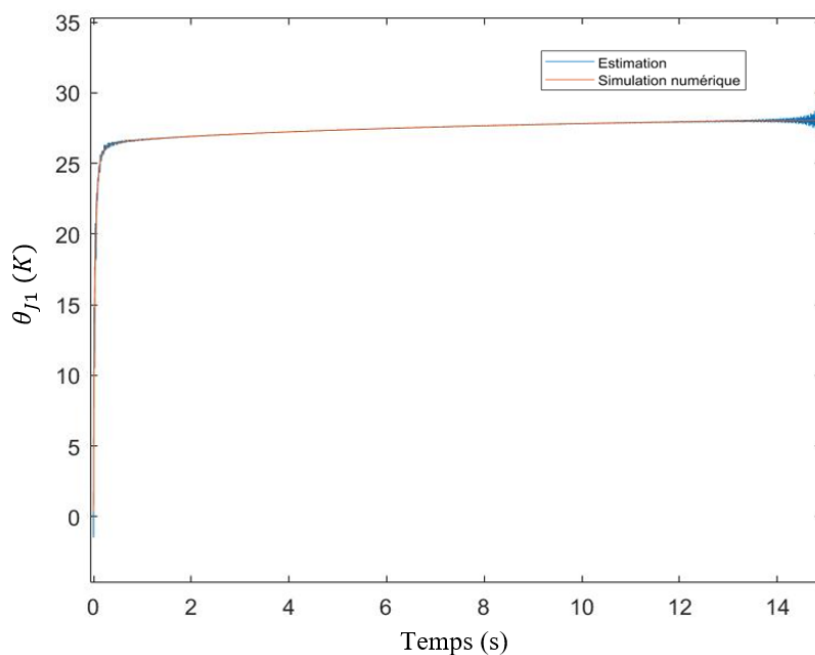


Figure 92 : Vérification du modèle convolutif sur le premier jeu de données au niveau de la première jonction

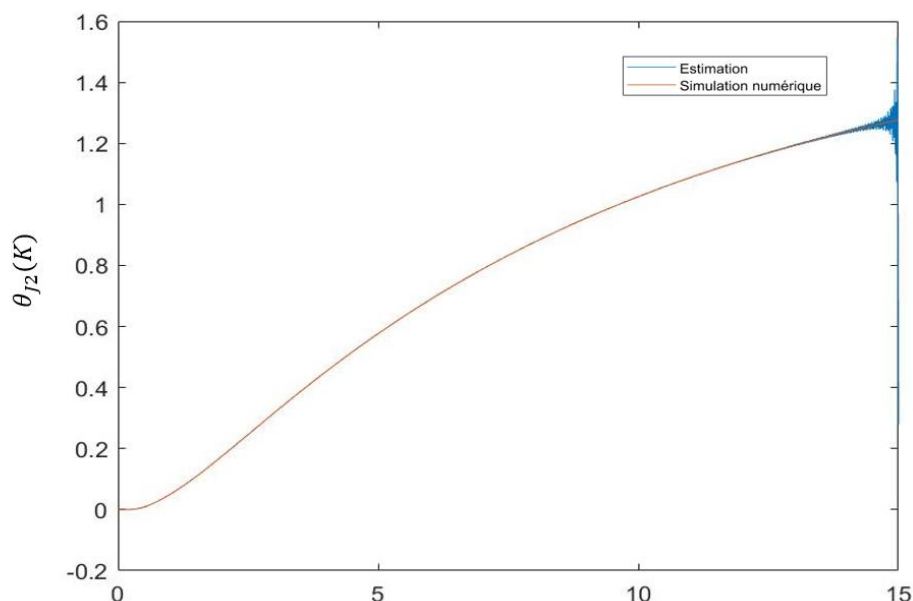


Figure 93 : Vérification du modèle convolutif sur le premier jeu de données au niveau de la deuxième jonction

L'utilisation de transmittances identifiées ainsi que des élévations de température $\theta_{C1}^{JD1}, \theta_{C2}^{JD1}$ issues du premier jeu de données, a permis de recalculer les températures de jonction des deux puces pour ce même jeu de données. Cela suffit pour conclure que l'étape de vérification a bien été réussie. Dans la suite de ce travail, nous regrouperons les étapes de calibration et de vérification sous l'appellation unique de calibration.

Une fois l'étape de vérification réussie, les transmittances identifiées sont utilisées sur un nouveau jeu de données pour estimer les entrées θ_{J1}, θ_{J2} connaissant les transmittances w_{ij} ($i = 1,2; j = 1,2$) et les sorties θ_{C1}, θ_{C2} . Cette étape, appelée « validation », vise à évaluer la capacité du modèle à prédire correctement les températures de jonction à partir de nouvelles données synthétiques

L'étape de validation basée sur les résultats du modèle numérique 3D sous COMSOL Multiphysics a été réalisée en appliquant un signal carré au niveau des deux puces, avec une période de 5 s et un rapport cyclique de 50%. Les résultats, illustrés à la Figure 94, montrent que le modèle convolutif développé parvient à retrouver correctement les entrées du modèle (températures de jonction) à partir des sorties (températures au niveau des capteurs) en utilisant les transmittances identifiées, et ce sur un nouveau jeu de données.

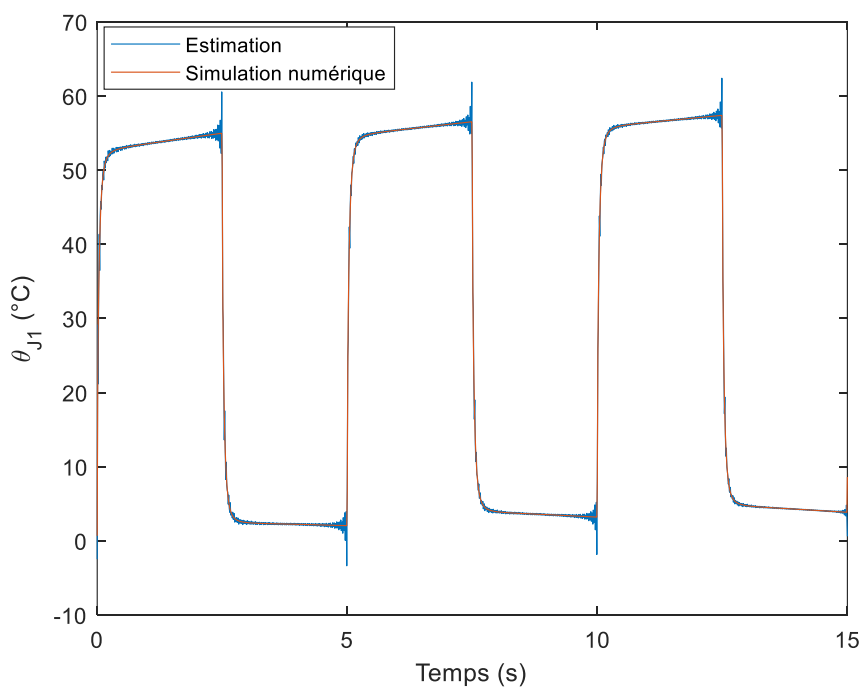


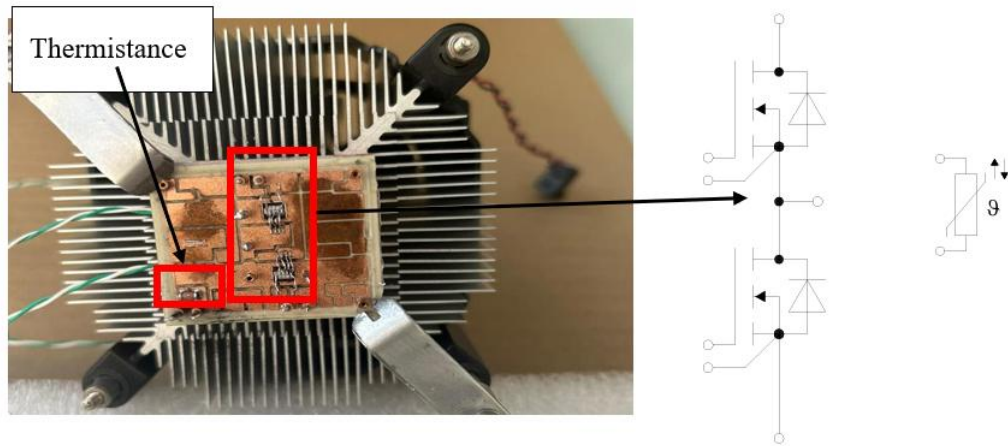
Figure 94 : Etape de validation pour le composant à deux transistors sur la base des résultats du modèle numérique

Il convient de préciser que les résultats présentés dans cette section ont été obtenus à partir de données synthétiques, générées par un modèle numérique tridimensionnel détaillé développé sous COMSOL Multiphysics. Ils correspondent à un scénario idéal dans lequel les signaux sont supposés exempts de bruit. Toutefois, en conditions expérimentales réelles, les signaux sont inévitablement affectés par du bruit, ce qui peut altérer la précision de l'identification. L'influence de ce bruit expérimental sera examinée dans la section suivante, consacrée aux résultats issus des mesures expérimentales.

4.2.4 Application à partir des mesures expérimentales

4.2.4.1 Présentation du banc expérimental

Cette section concerne un bras composé de quatre éléments : deux MOSFETs et leurs diodes antiparallèles non intrinsèques respectives, disposés selon l'agencement illustré à la Figure 95. L'image du composant déposé sur un refroidisseur à ailettes et le schéma électrique correspondant sont présentés sur cette même figure. On y distingue également une thermistance devant rendre compte en principe de la température de jonction mais dont la précision reste toute relative étant donné son emplacement.



Visuel du composant

Schéma électrique présentant les transistors et la thermistance

Figure 95 : Visuel et schéma électrique du composant [30]

En désignant respectivement V_{DS} , V_{GS} et V_{th} comme la tension entre drain et source, la tension de commande entre grille et source et la tension seuil, comme indiqué sur la Figure 96, le MOSFET se retrouve en régime saturé lorsque $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{th}$. Dans cet état, le courant I_D circulant dans le transistor dépend de manière univoque de la tension de commande selon la relation (avec k_p le facteur de pente) :

$$I_D = 0.5 \cdot k_p \cdot (V_{GS} - V_{th})^2 \quad (154)$$

Dès lors le transistor peut être considéré comme une source de courant pilotable.

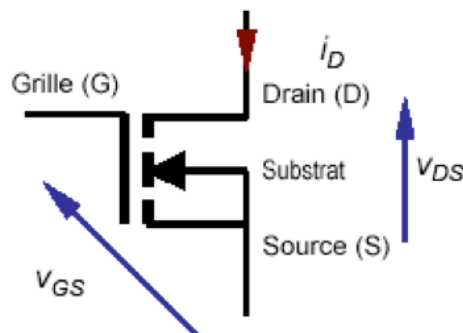
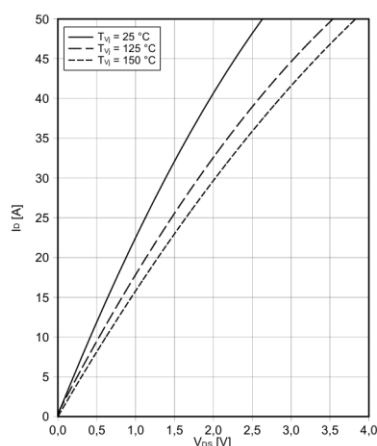
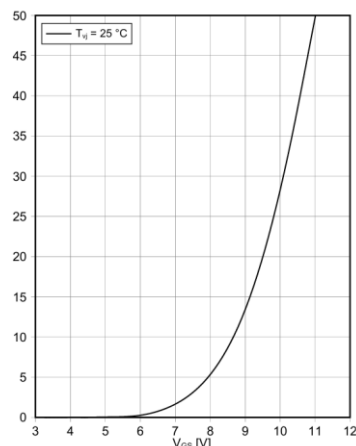


Figure 96 : Schéma interne d'un transistor MOSFET

La caractéristique de transfert électrique, c'est-à-dire la relation entre la tension V_{GS} et I_D à tension V_{DS} fixée est illustrée sur les représentations graphiques de la Figure 97. La figure de droite a été obtenue pour une température de jonction $T_j = 25^\circ C$ et pour une tension $V_{DS} = 20 V$. Cette caractéristique nous sera utile par la suite pour déterminer la tension de grille à appliquer au composant pour faire circuler un courant spécifique. La figure de gauche est la caractéristique de sortie, elle représente l'évolution du courant de drain I_D en fonction de la tension V_{DS} aux bornes du transistor en régime ohmique, i.e. le régime non saturé, valable pour $V_{DS} < V_{GS} - V_{th}$. La puce est recouverte d'un gel procurant une isolation thermique et électrique. En contrepartie, il empêche toute mesure par thermographie infrarouge. Il a été retiré par action mécanique (brossage délicat) et dégradation chimique (acétone). Son absence fait apparaître des pièces nues sous tension, les essais expérimentaux doivent être réalisés avec les précautions nécessaires (installation des capteurs de tension et courant hors tension, respect des distances d'isolation...).


 Caractéristique de sortie $I_D = f(V_{DS})$

 Pour $V_{GS} = 15 V$

 Caractéristique de transfert $I_D = f(V_{GS})$

 Pour $V_{DS} = 20 V$
Figure 97 : Caractéristiques de sortie et d'entrée du MOSFET SiC utilisé [30]

L'absence du gel étant défavorable à l'évacuation des pertes, le courant a été maintenu en dessous de 6 A.

L'impédance inductive correspond à la réponse du système suite à une excitation à une puissance thermique constante de 1W, celle fournie par le fabricant est tracée en Figure 98. La

réponse impulsionnelle peut être obtenue par une simple dérivation de cette fonction. En effet, cette fonction croît rapidement entre 0,001 s et 0,08 s puis sa vitesse de croissance diminue pour atteindre une valeur constante lorsque le temps dépasse 0,5 s.

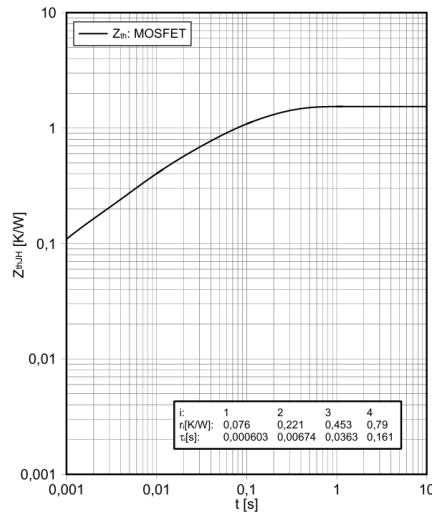


Figure 98 : Impédance thermique indicielle du MOSFET SiC utilisé [30]

Le banc d’essai expérimental a été mis au point d’une part pour placer les composants dans un état électrique désiré, et d’autre part pour procéder à des mesures par thermographie infrarouge. Le principe du montage électrique est présenté sur la Figure 99.

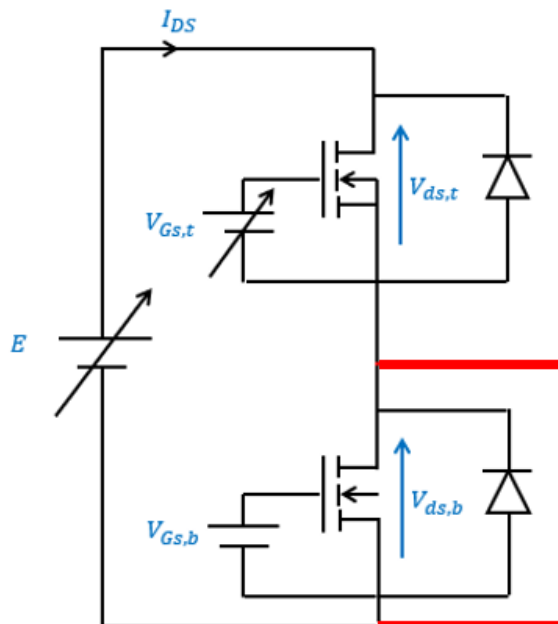


Figure 99 : principe du montage électrique

Le bras est alimenté en tension grâce à une source E réglable en tension et en courant, en l'occurrence elle fonctionnera en limitation de courant avec $E = 30 V$ et $I_{max} = 6,5 A$. Pour éviter les couplages thermiques, le transistor inférieur du bras est rendu inactif par court-circuit et sa tension de commande laissée à $V_{GS,b} = 0V$. Le transistor supérieur du bras travaille quant à lui en régime saturé grâce à l'application d'une tension de grille devant respecter $V_{GS,t} \leq E + V_{th}$ et ajustée pour régler le courant à $I_{DS} = 6A$.

L'émissivité de la puce étant mal connue, celle-ci a été recouverte d'une fine couche de peinture noire disposée par pulvérisation. Cette opération préalable permet aussi d'accroître l'émissivité et donc la valeur du signal thermique mesuré.

La caméra multispectrale utilisée, de marque Telops, est particulièrement adaptée à la mesure des variations rapides de température au niveau des jonctions, grâce à un temps de réponse de l'ordre de $0,001 s$. Pré-calibrée, aucun réglage supplémentaire n'est requis. Elle a été configurée avec un objectif de taille $25 mm$ et une bague d'extension a été ajoutée afin de réduire la distance de mise au point entre la caméra et le composant. La température présentée Figure 102 correspond à la température moyenne au niveau de la surface de chaque puce.

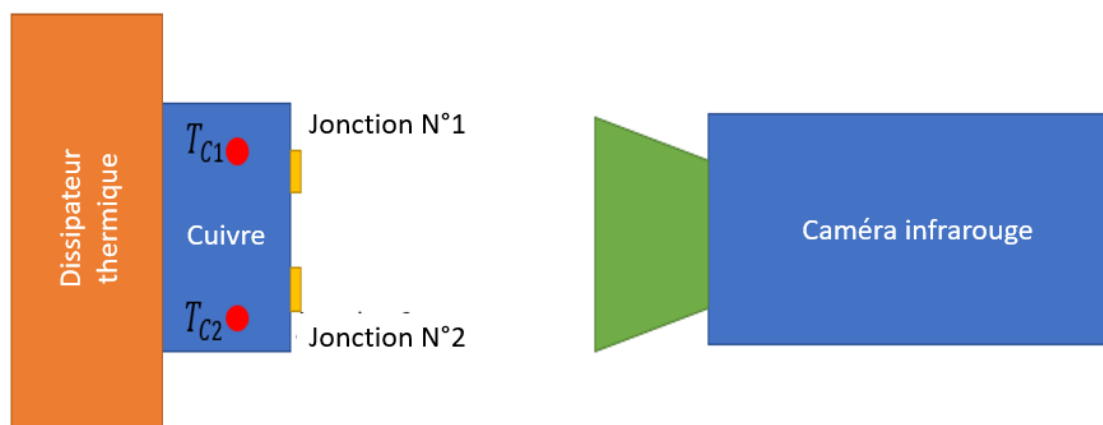


Figure 100 : Schéma simplifié du banc expérimental pour le composant à deux transistors pour des thermocouples placés à 2 mm de la face supérieure du bloc en cuivre

Le composant a été fixé à un bloc de cuivre, qui a deux fonctions. En premier lieu, combiné à un ventilateur, il participe au refroidissement du composant par convection forcée. Après avoir aménagé des cavités, il autorise aussi le placement de deux thermocouples de type K de diamètre $1mm$ en face des puces, à une distance $d = 2 mm$ de la face supérieure du bloc en

cuivre comme indiqué sur la Figure 100. Ces thermocouples ont été préalablement calibrés par utilisation d'un four dédié et du logiciel PicoLogger.

La tension V_{DS} aux bornes du composant, le courant I_{DS} le traversant, les températures T_{c1} et T_{c2} des deux thermocouples et les températures des deux jonctions T_{j1} et T_{j2} relevées par la caméra sont échantillonnées à une fréquence de 100 Hz de façon synchronisée. L'ensemble des données est centralisé et collecté grâce à une carte d'acquisition.

4.2.4.2 *Résultats de l'estimation*

4.2.4.2.1 Identification des transmittances à partir des résultats expérimentaux

Les simulations ont été réalisées pour une durée de 15 s alors que les durées expérimentales sont beaucoup plus importantes (200 s). Ceci est dû à des limitations technologiques (température maximale supportée par le composant, etc.) et aussi pour éviter le problème du bruit de mesure qui est très important. Ainsi, le pas de temps utilisé dans la simulation numérique ($\Delta t = 0,01$ s) est dix fois plus petit que celui utilisé expérimentalement ($\Delta t = 0,1$ s). Ce choix a été fait pour éviter le problème du bruit.

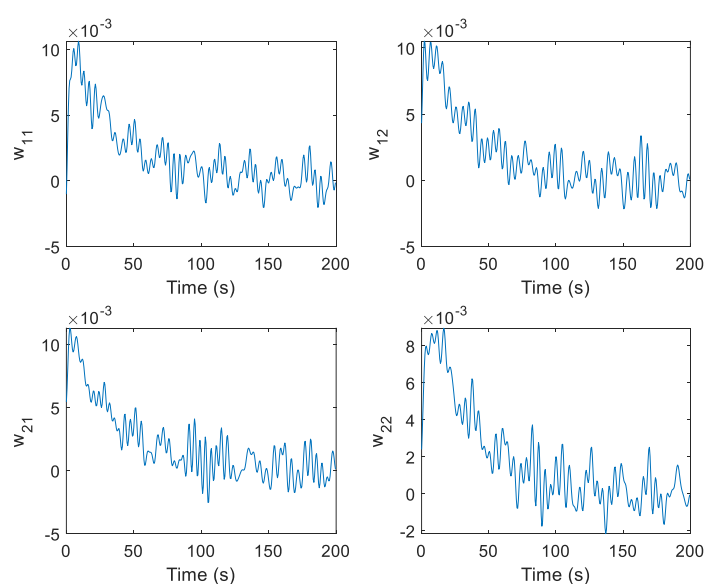


Figure 101 : Transmittances identifiées à partir des données expérimentales

Le calcul expérimental de l'augmentation de la température n'est pas facile. C'est pourquoi, dans ce travail, l'acquisition a commencé cinq secondes avant le début de l'augmentation de puissance. La valeur moyenne du signal acquis avant le début de l'augmentation de puissance est utilisée comme température de référence. En utilisant l'équation (151) avec TSVD, les quatre

transmittances peuvent être déterminées (Figure 101). Nous retrouvons une forme similaire à celle observée dans le cas de la simulation numérique, avec une forte similitude entre les transmittances w_{12} et w_{21} . L'amplitude de w_{11} est cependant plus élevée que w_{22} , ce qui peut être attribué à la plus grande proximité du thermocouple numéro 1 par rapport à la jonction 1. Les fluctuations observées sur les transmittances résultent de l'effet combiné du bruit de mesure et de l'application de la méthode TSVD : 2000 2000 points temporels sont utilisés, et la matrice singulière est de taille 1200×1200 , ce qui représente une troncature de 40%. Comparées à celles issues de la simulation numérique, les transmittances identifiées apparaissent ici moins précises. Plusieurs facteurs peuvent expliquer cet écart, notamment les différences entre le modèle numérique et l'expérience réelle. Toutefois, la principale cause réside dans le bruit de mesure affectant les températures des capteurs et des jonctions, ainsi que dans l'application de la TSVD avec une troncature relativement importante.

4.2.4.2.2 Vérification de la justesse des transmittances identifiées expérimentalement

Les transmittances, identifiées et présentées dans la section précédente, sont maintenant utilisées pour tenter de reproduire les hausses de température des deux jonctions à partir des hausses de température des deux capteurs. La Figure 102 montre que le modèle convolutif est capable de récupérer le profil d'élévation de température des deux jonctions, même si l'estimation s'écarte légèrement des mesures lorsque le régime permanent est atteint, en raison de l'incertitude relative plus élevée des valeurs de transmittances. Néanmoins, on peut noter que le calcul de l'aire sous la courbe est presque le même entre le cas expérimental et le cas convolutif, ce qui montre que l'estimation n'est pas biaisée.

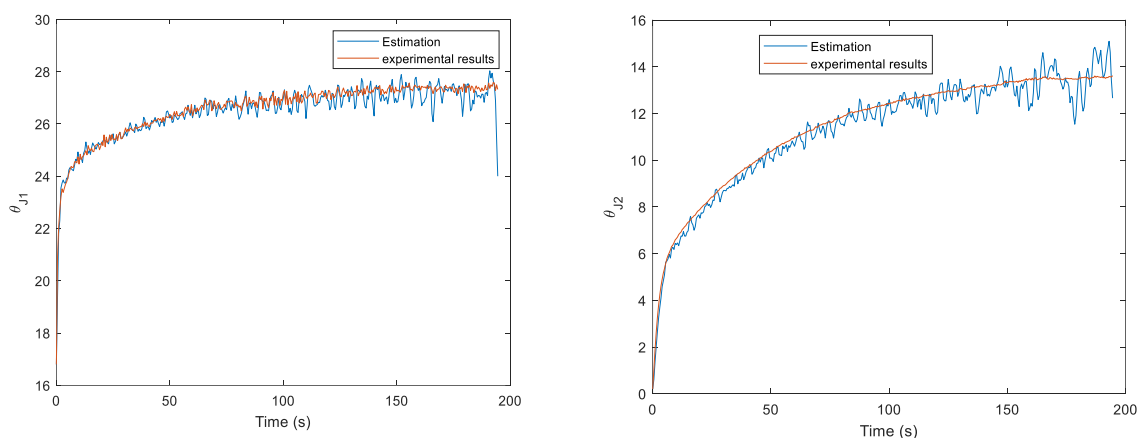


Figure 102 : élévations de températures mesurées et estimées en K

4.2.4.2.3 Validation du modèle convolutif

Pour un nouveau jeu de données, les transmittances identifiées ont été utilisées afin d'estimer les températures de jonction à partir des températures mesurées par les thermocouples. La figure suivante compare le signal expérimental au signal estimé lors de l'étape de validation. Aux temps courts, l'estimation reproduit fidèlement la réponse mesurée. En revanche, aux temps longs, un biais ainsi que des fluctuations plus marquées apparaissent. Ces écarts sont principalement dus aux oscillations présentes dans les transmittances, elles-mêmes induites par l'importance de la troncature appliquée lors de la régularisation.

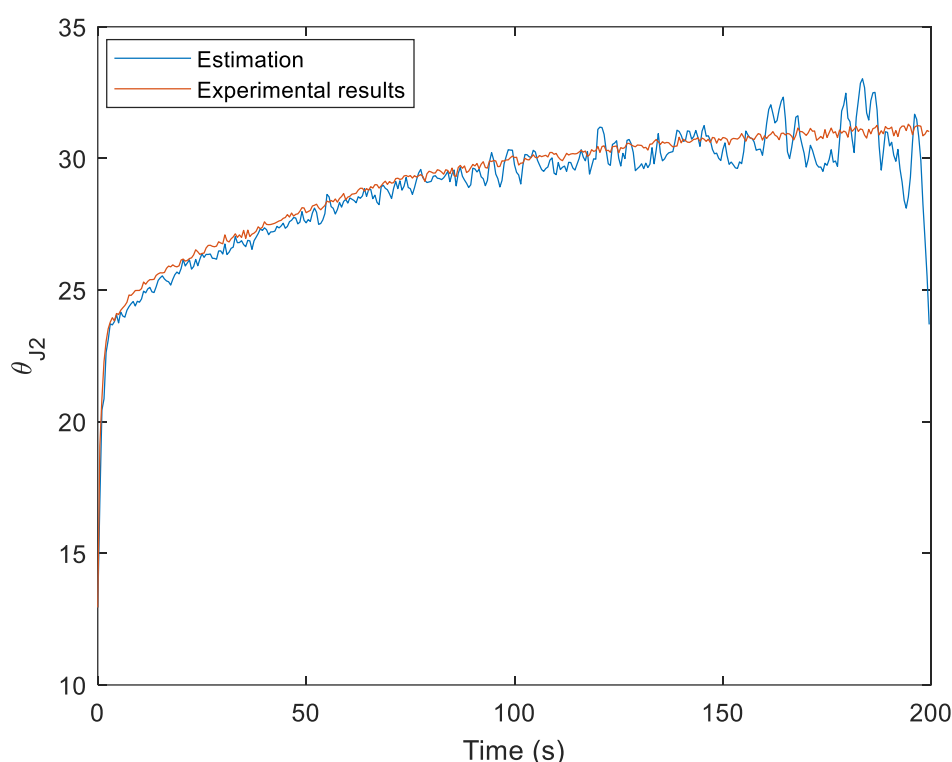


Figure 103 : Validation expérimentale du modèle convolutif en configuration 2x2

4.2.5 Conclusion

Les résultats obtenus avec le modèle convolutif (MIMO 2×2) développé dans ce travail sont encourageants. L'estimation des deux températures de jonction apparaît non biaisée, malgré l'impact significatif du bruit sur les transmittances identifiées. De plus, ce modèle convolutif présente un avantage notable en termes de ressources de calcul : le temps de calcul est de l'ordre de la minute, ce qui le rend beaucoup plus rapide qu'un modèle numérique complet, dont le temps de simulation peut atteindre plusieurs heures.

4.3 Le modèle convolutif en configuration MIMO : six entrées et six sorties

4.3.1 Présentation du modèle

Dans le cadre de ce travail, un composant triphasé contenant six transistors a été modélisé. Nous avons négligé la présence des diodes, car nous avons émis l'hypothèse que la dissipation thermique des transistors est largement supérieure aux leurs. Toutefois, le modèle développé peut être amélioré pour pouvoir estimer également la température des diodes. La Figure 104 à gauche schématise une vue en coupe du composant modélisé. La Figure 104 à droite présente une vue du dessus du composant. La modélisation numérique tridimensionnelle, servant de base pour la calibration et la validation du modèle convolutif a été réalisée sous COMSOL Multiphysics (méthode des éléments finis). Les points ($T_{ci}, i = 1, \dots, 6$) sont placés au-dessous du centre de chaque transistor à une profondeur de 18 mm dans la semelle (la semelle mesure 20 mm de hauteur).

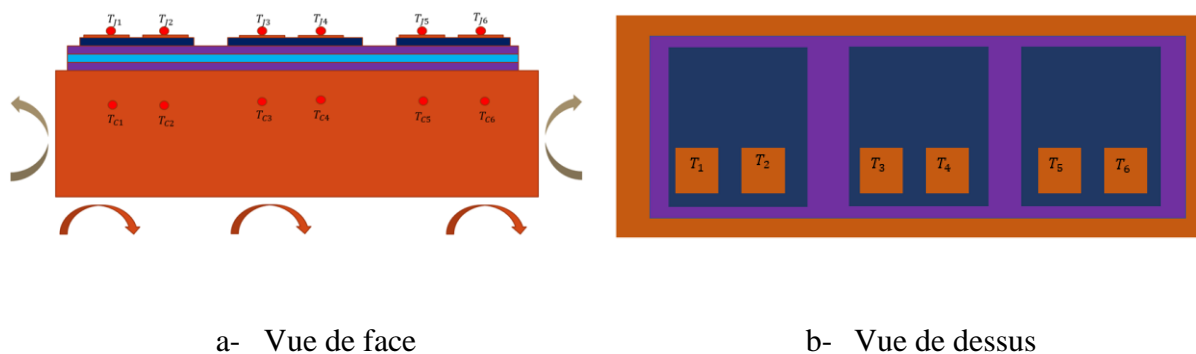


Figure 104 : Schéma du composant modélisé

Le cas présenté en Figure 104 correspond à une configuration avec plusieurs sources de chaleur (les six transistors) et plusieurs capteurs de températures (les thermocouples). Il s'agit d'un système à entrées multiples et sorties multiples (MIMO), où la température relevée par chaque capteur dépend de la puissance dissipée par l'ensemble des transistors. Dans ce travail, nous nous intéressons à établir une relation entre les températures de jonction (considérées comme "pseudo-sources") et les températures mesurées par les thermocouples. L'objectif est de remonter aux températures de jonction à partir des mesures effectuées par les six thermocouples.

Le théorème de Duhamel, combiné au principe de superposition, permet d'écrire la relation suivante, reliant l'élévation de température de chaque capteur aux six élévations de températures de jonction via des transmittances notées w_{ij} .

$$\theta_{Ci}(t) = (w_{i1} * \theta_{J1})(t) + (w_{i2} * \theta_{J2})(t) + (w_{i3} * \theta_{J3})(t) + (w_{i4} * \theta_{J4})(t) + (w_{i5} * \theta_{J5})(t) + (w_{i6} * \theta_{J6})(t)$$

$$\text{Pour } i = 1, 2 \dots 6 \text{ et } \theta(t) = T(t) - T_{initiale} \quad (155)$$

En s'inspirant du modèle MIMO 2x2 précédent, la relation peut être écrite sous la forme du système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \theta_{C1} \\ \theta_{C2} \\ \theta_{C3} \\ \theta_{C4} \\ \theta_{C5} \\ \theta_{C6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(w_{11}) & M(w_{12}) & M(w_{13}) & M(w_{14}) & M(w_{15}) & M(w_{16}) \\ M(w_{21}) & M(w_{22}) & M(w_{23}) & M(w_{24}) & M(w_{25}) & M(w_{26}) \\ M(w_{31}) & M(w_{32}) & M(w_{33}) & M(w_{34}) & M(w_{35}) & M(w_{36}) \\ M(w_{41}) & M(w_{42}) & M(w_{43}) & M(w_{44}) & M(w_{45}) & M(w_{46}) \\ M(w_{51}) & M(w_{52}) & M(w_{53}) & M(w_{54}) & M(w_{55}) & M(w_{56}) \\ M(w_{61}) & M(w_{62}) & M(w_{63}) & M(w_{64}) & M(w_{65}) & M(w_{66}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{J1} \\ \theta_{J2} \\ \theta_{J3} \\ \theta_{J4} \\ \theta_{J5} \\ \theta_{J6} \end{bmatrix} \quad (156)$$

Cette équation peut être utilisée pour estimer les températures de jonction à partir des températures des thermocouples en inversant la matrice des transmittances. Cependant, cette matrice est mal conditionnée. Pour surmonter cette difficulté, la **TSVD** a été utilisée afin d'inverser la matrice des transmittances. Il convient de noter que les w_{ii} ($i = 1, \dots, 6$) représentent les relations directes entre chaque jonction et son thermocouple le plus proche, tandis que les autres transmittances ($w_{ij}, i \neq j$) traduisent le couplage thermique entre les jonctions. Au total, 36 transmittances doivent être identifiées. Pour cela, six jeux de données synthétiques sont nécessaires, correspondant à six simulations numériques distinctes. Pour chaque simulation numérique, un seul transistor est alimenté à la fois avec un échelon de puissance d'amplitude 10 W/cm^2 , tandis que les autres restent éteints. Une attention particulière a été portée à maintenir la même amplitude de puissance pour chaque excitation. Les transmittances sont identifiées six par six par utilisation de l'équation ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \theta_{Ci}^{JD1} \\ \theta_{Ci}^{JD2} \\ \theta_{Ci}^{JD3} \\ \theta_{Ci}^{JD4} \\ \theta_{Ci}^{JD5} \\ \theta_{Ci}^{JD6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M(\theta_{J1}^{JD1}) & M(\theta_{J2}^{JD1}) & M(\theta_{J3}^{JD1}) & M(\theta_{J4}^{JD1}) & M(\theta_{J5}^{JD1}) & M(\theta_{J6}^{JD1}) \\ M(\theta_{J1}^{JD2}) & M(\theta_{J2}^{JD2}) & M(\theta_{J3}^{JD2}) & M(\theta_{J4}^{JD2}) & M(\theta_{J5}^{JD2}) & M(\theta_{J6}^{JD2}) \\ M(\theta_{J1}^{JD3}) & M(\theta_{J2}^{JD3}) & M(\theta_{J3}^{JD3}) & M(\theta_{J4}^{JD3}) & M(\theta_{J5}^{JD3}) & M(\theta_{J6}^{JD3}) \\ M(\theta_{J1}^{JD4}) & M(\theta_{J2}^{JD4}) & M(\theta_{J3}^{JD4}) & M(\theta_{J4}^{JD4}) & M(\theta_{J5}^{JD4}) & M(\theta_{J6}^{JD4}) \\ M(\theta_{J1}^{JD5}) & M(\theta_{J2}^{JD5}) & M(\theta_{J3}^{JD5}) & M(\theta_{J4}^{JD5}) & M(\theta_{J5}^{JD5}) & M(\theta_{J6}^{JD5}) \\ M(\theta_{J1}^{JD6}) & M(\theta_{J2}^{JD6}) & M(\theta_{J3}^{JD6}) & M(\theta_{J4}^{JD6}) & M(\theta_{J5}^{JD6}) & M(\theta_{J6}^{JD6}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{i1} \\ w_{i2} \\ w_{i3} \\ w_{i4} \\ w_{i5} \\ w_{i6} \end{bmatrix} \quad (157)$$

Pour $i = 1, \dots, 6$

4.3.2 Application préliminaire à partir de résultats numériques

4.3.2.1 Etude sans bruit simulé

A partir de six simulations numériques réalisées sous COMSOL Multiphysics pour un composant comportant six transistors (cf. Figure 104), les 36 transmittances de l'équation (157) ont été identifiées. La figure suivante présente les six transmittances reliant le premier capteur de température aux différentes jonctions.

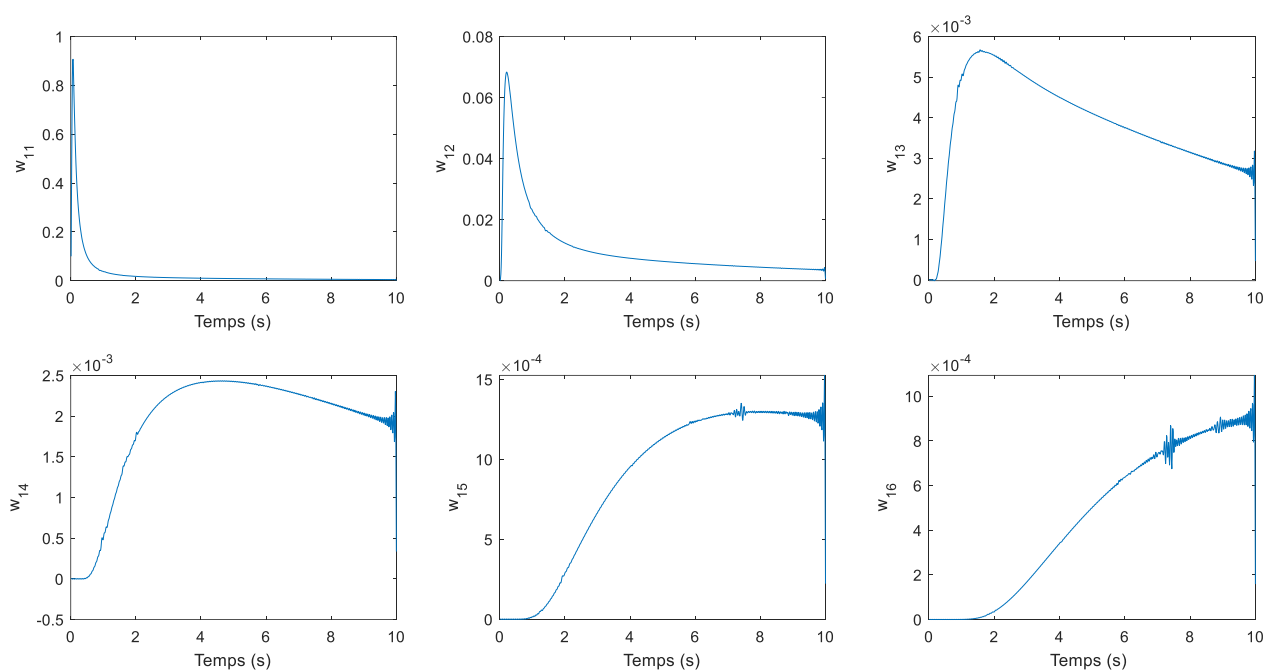


Figure 105 : Transmittances w_{1i}

La figure ci-dessous montre qu'à mesure que le capteur est loin de la jonction, l'amplitude de la transmittance diminue (ce qui montre un effet de plus en plus faible de la jonction sur la température du capteur). Il est à noter que la transmittance propre w_{11} reliant le premier capteur à la première jonction est essentiellement concentrée aux temps courts.

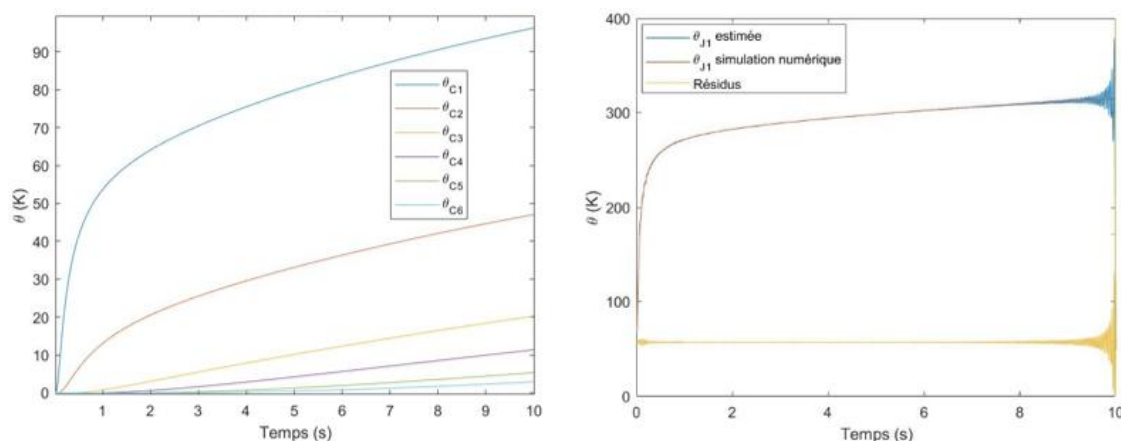
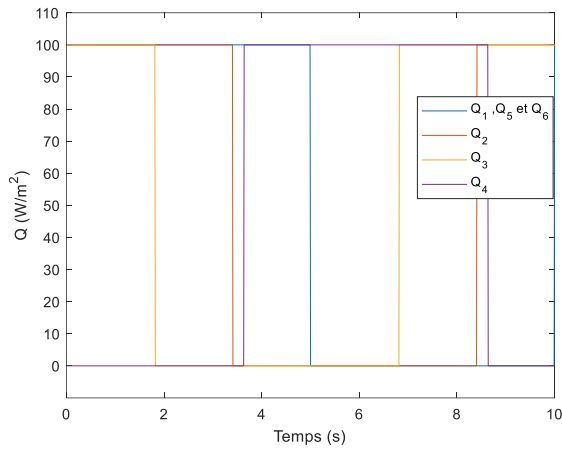


Figure 106 : Elévation de température au niveau des six capteurs et vérification sur la première jonction

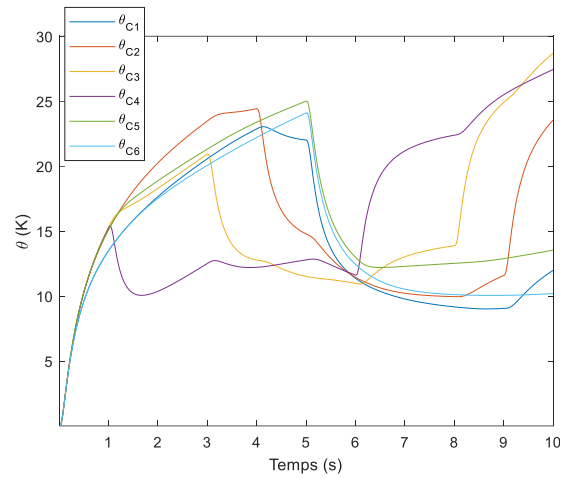
L'étape de vérification, toujours réalisée dans le cadre de la phase de calibration du modèle, a été menée sur les six températures de jonction. Le modèle parvient à retrouver correctement le profil d'élévation de température au niveau des six jonctions, et ce pour chacun des six jeux de données de calibration.

La figure b présente le résultat de l'étape de vérification sur la première jonction, pour le premier jeu de données correspondant au transistor 1 traversé par un échelon de puissance d'amplitude 100 W/m^2 , tandis que les autres transistors sont soumis à un courant nul.

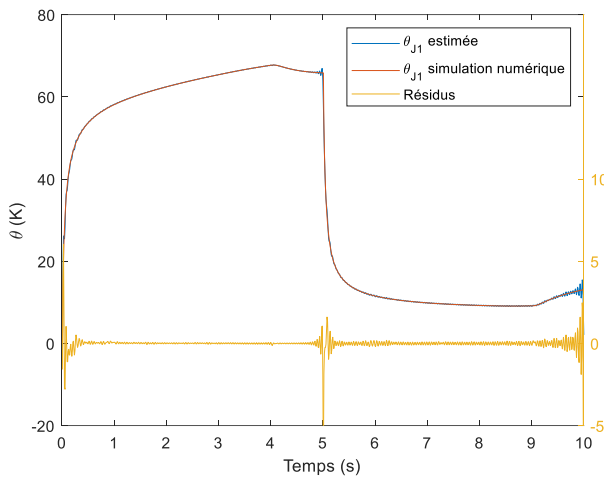
Lors de l'étape de validation, tous les transistors sont alimentés par un signal carré de puissance de période $T = 10 \text{ s}$, d'amplitude $P_{\max} = 100 \text{ W/m}^2$ et de rapport cyclique $\alpha = 0,5$. Certains signaux de puissances sont déphasés les uns par rapport aux autres (Cf. Figure 107-a). Le modèle convolutif développé parvient, à nouveau, à restituer l'évolution temporelle de l'élévation de température au niveau de chaque jonction à partir des températures au niveau des capteurs (Cf. Figure 107-b). Les résultats de l'étape de validation, au niveau de la première jonction, sont représentés sur la Figure 107-c, tandis que ceux correspondant aux cinq autres jonctions sont regroupés sur la Figure 107-d. Il est important de noter que les fluctuations observées proviennent principalement de la troncature associée à l'utilisation de la TSVD. Toutefois, malgré la présence de ces fluctuations, la surface sous les courbes — qui reflète la valeur moyenne de l'élévation de température — reste quasiment identique entre la simulation numérique et l'estimation fournie par le modèle convolutif, aussi bien pour l'étape de calibration que pour celle de validation.



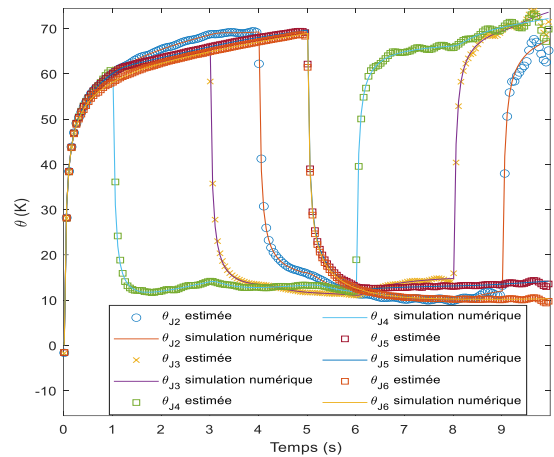
a- Profil des puissances au niveau des jonctions



b- Elévation de température au niveau des capteurs



c- Validation sur la première jonction



d- Validation sur les cinq jonctions

Figure 107 : Etapes de vérification et de validation au niveau de la première jonction en absence de bruit

4.3.2.2 *Etude avec bruit simulé*

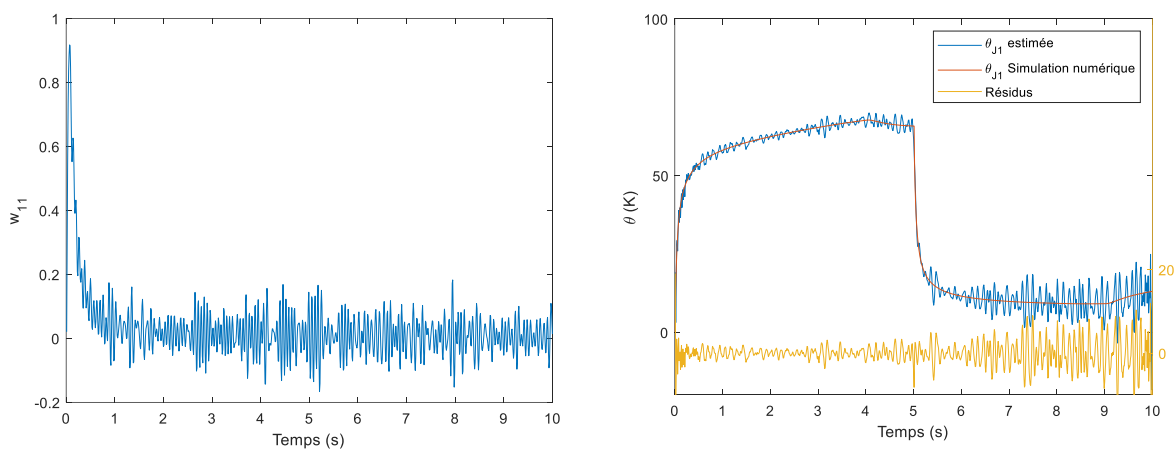
Pour tester la robustesse du modèle et pour s’approcher de la configuration expérimentale, nous avons mis en place une étude où un bruit blanc Gaussien, d’écart type $0,1^{\circ}C$ a été rajouté à chaque signal selon la relation :

$$\theta_{ci} = \theta_{ci_{exact}} + 0,1 \times \varepsilon_{TC_i}; \theta_{Ji} = \theta_{Ji_{exact}} + 0,1 \times \varepsilon_{TJ_i}$$

$$\varepsilon_{TC_i} \sim \mathcal{N}(0,1); \varepsilon_{TJ_i} \sim \mathcal{N}(0,1); i = 1, \dots, 6 \quad (158)$$

Toute chose étant égale par ailleurs, les résultats pour la première transmittance propre sont présentés dans la figure a, et ceux pour la première jonction dans le cas de la validation sont représentés sur la figure b.

Les transmittances identifiées ont été testées sur un nouveau jeu de données et les résultats montrent que le modèle parvient à retrouver la température de jonction même en présence du bruit.



a- Transmittance w_{11} en présence du bruit b- « Validation » en présence du bruit

Figure 108 : Etapes de vérification et de validation au niveau de la première jonction en présence de bruit

Pour voir si l’estimation est biaisée ou non, une étude stochastique avec 1000 valeurs de bruits différents a été menée. Pour un nombre de simulations donné, la moyenne des différences de

températures estimées par le modèle convolutif est calculée et comparée aux résultats de la simulation 3D. Les différents résultats, pour un créneau de puissance de 400 W/m^2 et un rapport cyclique $\alpha = 0,4$ sont présentés sur la Figure 109. Les résultats obtenus prouvent qu'à mesure que le nombre de réalisations augmente, l'espérance mathématique approche de la valeur obtenue par la simulation numérique, ce qui nous permet de conclure que l'estimation est non biaisée.

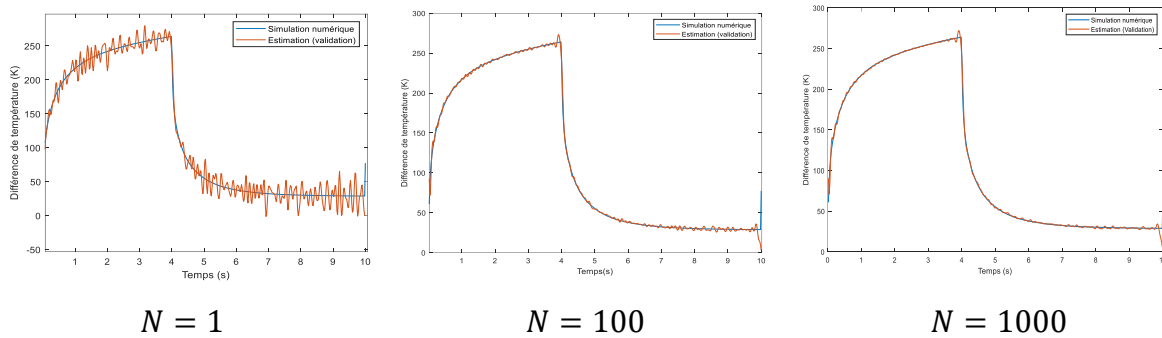


Figure 109 : Etude stochastique au niveau de la première jonction

4.3.3 Application à partir de mesures expérimentales

4.3.3.1 Présentation du banc expérimental

Les essais expérimentaux de cette partie seront effectués sur un module CCB032M12FM3T de calibre 1200V-30A à base de carbure de silicium de la marque Wolfspeed qui comporte trois bras en parallèle. Il peut servir d'onduleur, de redresseur commandé ou encore être mis en œuvre dans la conversion DC/DC entrelacée. Un visuel du composant dans son boîtier ainsi que son schéma électrique sont présentés en Figure 110.

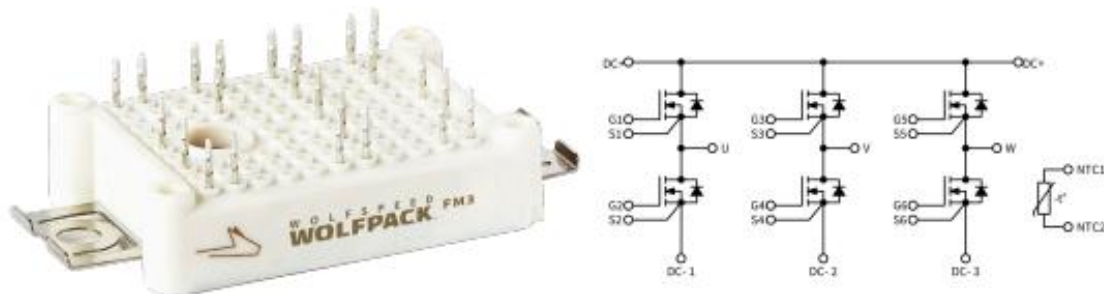


Figure 110 : Visuel du composant dans son boîtier et circuit électrique [53]

En régime saturé, le transistor à effet de champ est une source de courant I_D contrôlée par une tension V_{GS} . La puissance thermique instantanée dissipée $P_{dissipée}$ s'exprime explicitement en fonction du courant I_D et de la tension V_{DS} selon la relation :

$$P_{dissipée} = V_{DS} \cdot I_D \quad (159)$$

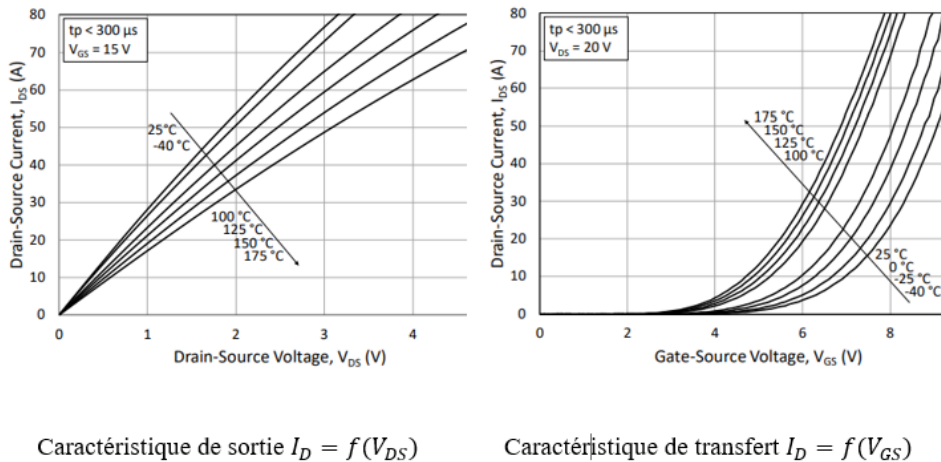


Figure 111 : Caractéristiques de sortie et de transfert du transistor

Les températures sont mesurées au niveau de la semelle par le biais des thermocouples. En outre, une thermistance est implantée dans le module et peut servir d'indicateur auxiliaire. L'étude expérimentale a été menée sur le banc schématisé en Figure 112 dont la photographie est fournie en Figure 113.

Les dimensions ainsi que les emplacements des différents éléments constituant le module sont précisés sur la Figure 112. Ce composant est fixé sur un dissipateur en cuivre dans lequel six thermocouples ont été insérés à une distance $d = 2mm$ de la face inférieure des puces.

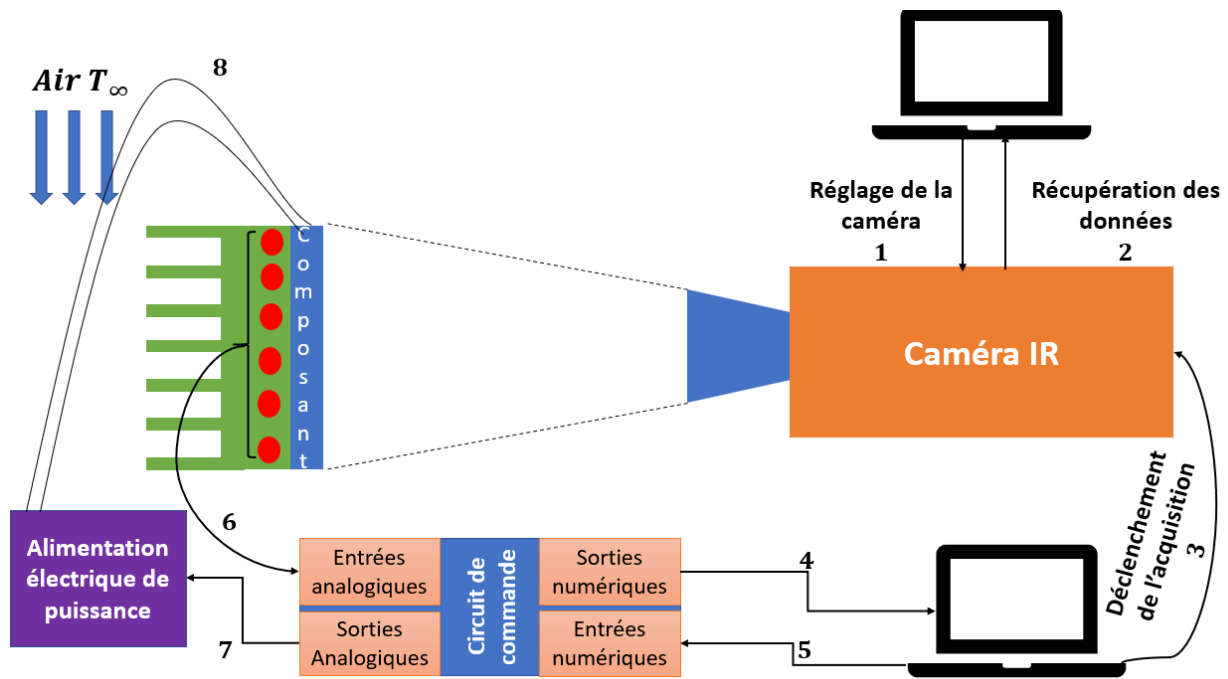


Figure 112 : Schéma descriptif du banc expérimental

C'est par l'intermédiaire d'une interface LabVIEW qu'il est possible de contrôler indépendamment les 6 tensions d'alimentation en puissance $V_{DS,i}$, $i = 1, \dots, 6$ et les 6 signaux de commande $V_{GS,i}$, $i = 1, \dots, 6$. Elle permet également d'échantillonner les valeurs des tensions délivrées par les thermocouples qui seront ensuite converties pour être affichées sous la forme de températures. La même caméra infrarouge multispectrale est utilisée pour mesurer les températures des six jonctions.

Un deuxième ordinateur a été utilisé, celui-ci permet le contrôle de la carte d'acquisition (5) et l'envoi du signal qui déclenche l'acquisition par la caméra (3). Cet ordinateur permet également la réception des données issues de la carte de commande (4). Ces données sont essentiellement les températures au niveau des thermocouples, les tensions V_{DS} et V_{GS} ainsi que la tension aux bornes de la thermistance.

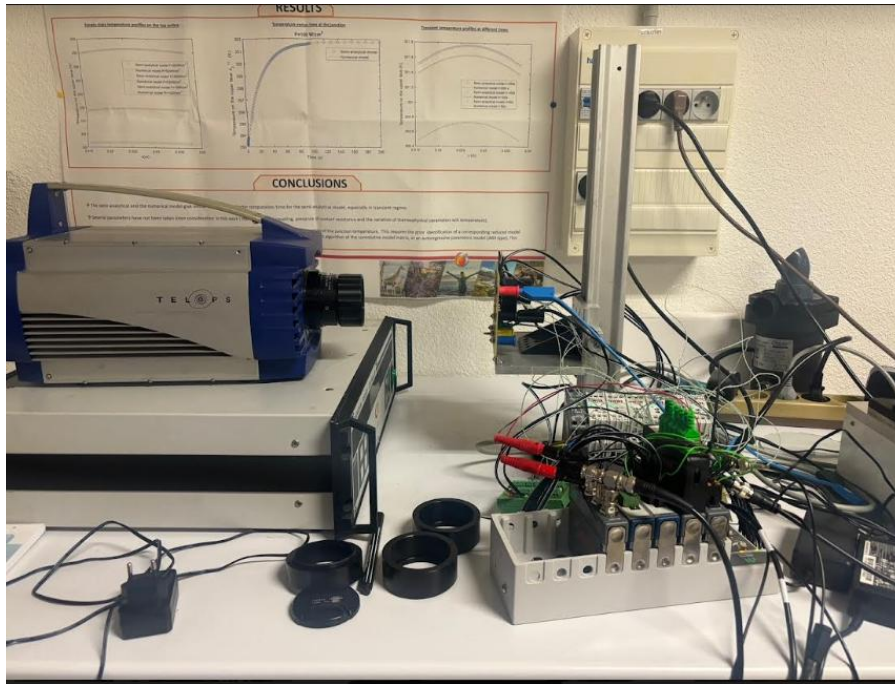


Figure 113: Photographie du banc expérimental

4.3.3.2 Résultats de l'estimation

Le composant utilisé, après enlèvement du gel peut être visualisé sur la Figure 114. Il est à noter que ces six transistors représentent les trois phases du composant. Chaque colonne de composants représente un bras du convertisseur.

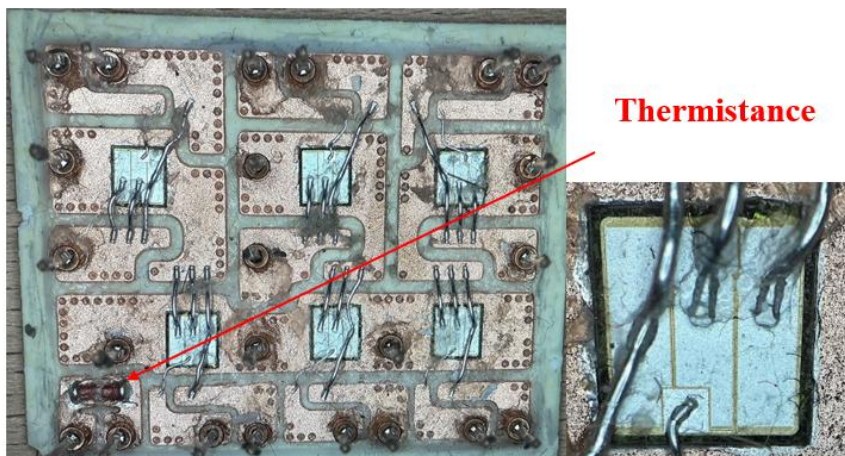


Figure 114: Composant utilisé sur le banc expérimental

Les dimensions et la numérotation des transistors sont précisées Figure 115. Il est à noter ici, que pour des raisons techniques, l'alimentation des transistors se fait deux par deux. En effet, pour faire chauffer le premier transistor une tension V_{DS} de l'ordre de 20 V sera imposée entre

les bornes D et S . En conséquence, le deuxième sera aussi traversé par le même courant mais à une tension V_{DS} assez faible permettant de réduire la dissipation thermique dans celui-ci.

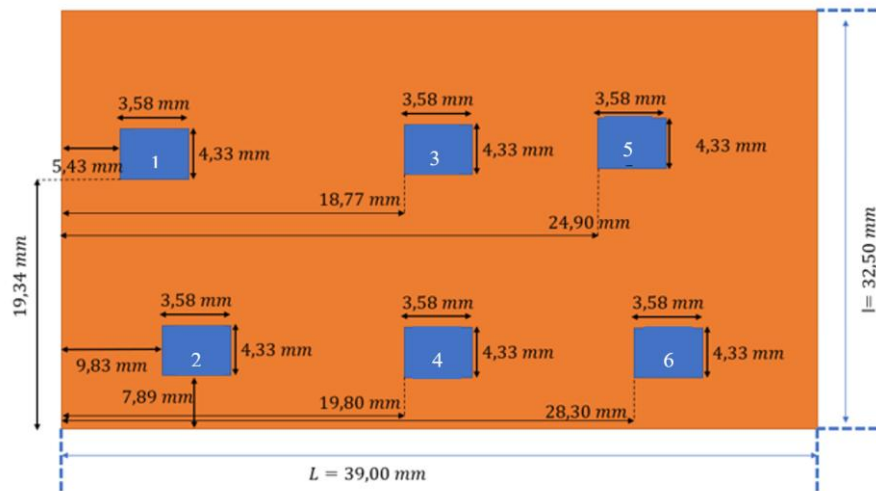


Figure 115 : Dimensions de différents éléments constituant le composant

Dans le cadre de l'étape de calibration, les six transistors seront chauffés un à un. Chaque essai correspond à un seul transistor allumé (qui dissipe de la chaleur) et les autres sont à l'arrêt (Hyp : $P_{dissipée} = \delta_{ij}Q$ où δ est le symbole de Kronecker i, j représentent le numéro de l'essai et du transistor respectivement).

Dans chaque essai, la tension V_{GS} est réglée pour avoir un courant $I_D = 6 A$, la tension V_{DS} entre les bornes D et S est maintenue à $20 V$ dans le transistor qu'on désire chauffer. La puissance dissipée au niveau de chaque puce est de l'ordre de $120 W$.

Chaque essai dure $210 s$. Les premières dix secondes correspondent à une phase de préacquisition où tous les composants sont éteints. Cette phase permet de visualiser le bruit de mesure et d'avoir un ordre d'idée de son ordre de grandeur. L'instant $t = 10 s$ correspond à au déclenchement de l'alimentation. La caméra utilisée a une très bonne résolution spatiale, ce qui permet d'avoir entre 1000 et 2000 pixels par puce. Pour réduire l'effet du bruit de mesure et donc améliorer la qualité de l'estimation, une moyenne spatiale a été mise en place sur les 1000 pixels pour chaque puce, ce qui permet de réduire l'impact du bruit de mesure par 100 ($\sigma = \frac{\sigma_{base}}{\sqrt{n}}$), ce qui permet d'avoir des signaux avec un très fort rapport signal sur bruit. La Figure 116 présente l'élévation de la température au niveau des six jonctions lors de la première expérience. Lors de celle-ci, seul le premier transistor est allumé (Jonction N°1). L'élévation

de température a été calculée en soustrayant du signal instantané la moyenne temporelle sur les dix premières secondes. L'élévation de température minimale (au niveau de la sixième jonction est de l'ordre de 30 K) est assez importante par rapport à la valeur maximale du bruit (évaluée lors de la phase de préacquisition : environs un dixième de K) ce qui permet encore une fois d'avoir un très bon rapport signal sur bruit.

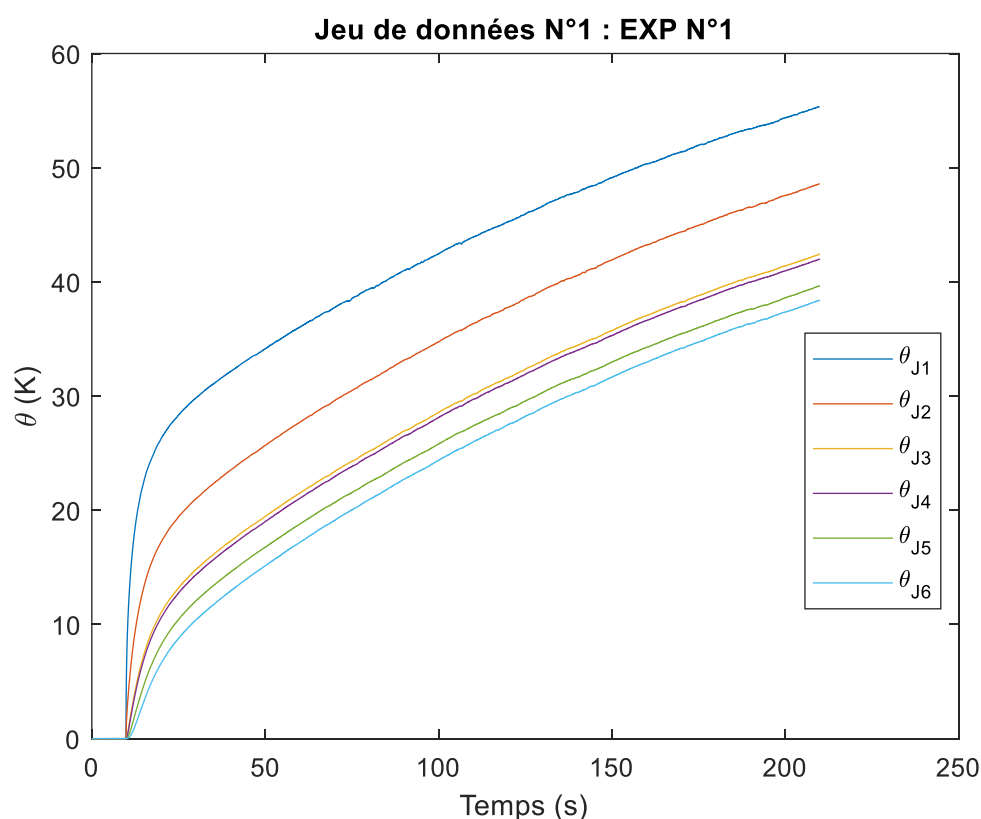


Figure 116 : Températures mesurées expérimentalement après soustraction de la moyenne sur les dix premières secondes

La température au niveau de la jonction N°2 est supérieure à celle de la jonction N°3 bien que la distance qui sépare les jonctions N°1 et N°2 est comparable à celle séparant les jonctions N°1 et N°3. Cela est dû au fait que la jonction N°2 s'échauffe également du fait du passage du courant dans celle-ci malgré la faible tension imposée. Pour le reste des signaux, les élévations de température au niveau des jonctions sont inversement proportionnelle à la distance les séparant de la première jonction.

Les élévations de température au niveau des thermocouples sont illustrées Figure 117. Celles-ci sont assez importantes par rapport au bruit de mesure, ce qui est un bon indicateur de la qualité de l'estimation.

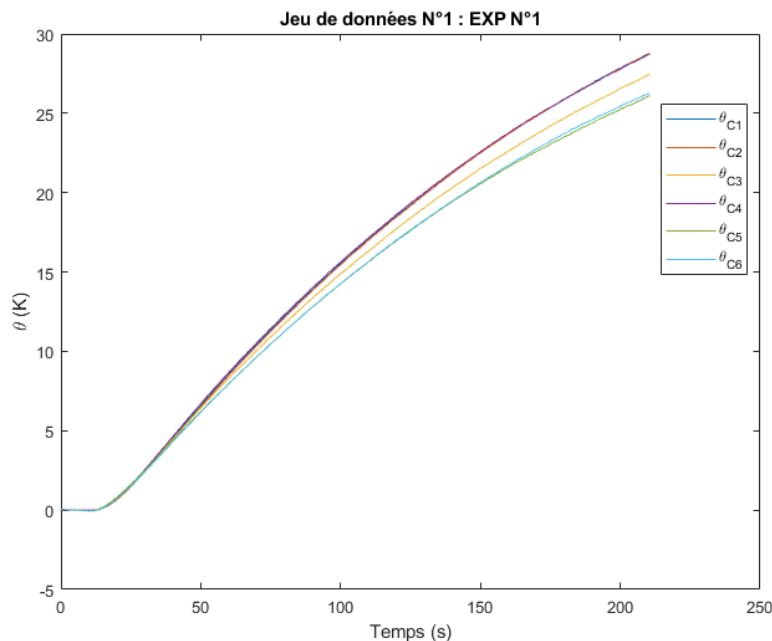


Figure 117 : Températures mesurées expérimentalement au niveau des thermocouples après soustraction de la moyenne sur les dix premières secondes

Les élévations de températures au niveau des jonctions et des thermocouples pour les cinq jeux de données restants figurent dans l'annexe 2. La partie de préacquisition servait d'une part à calculer la valeur moyenne pour accéder à la réponse forcée et d'autre part à connaître le niveau de bruit de mesure. Pour l'identification des transmittances, seule la partie forcée du signal $t > t_1 = 10 \text{ s}$ est utilisée. Dans l'équation (157), la **TSVD** sera utilisée pour inverser la matrice. Le critère de troncature a été choisi cette fois-ci d'une manière automatique. En effet, l'ordre de troncature est fixé à la valeur la plus élevée puis diminué de 1 % à chaque itération. Les transmittances identifiées dans chaque itération sont calculées et utilisées pour recalculer les températures de jonctions. La température recalculée au niveau de la première jonction est comparée avec celle mesurée expérimentalement. Si l'écart est supérieur à cinq fois la valeur maximale du bruit de mesure, l'ordre de troncature est décrémenté, sinon, celui-ci est retenu.

La Figure 118 regroupe les transmittances reliant la première jonction aux six thermocouples. Les transmittances identifiées sont au nombre de 36 les 30 transmittances restantes figurent dans l'Annexe 3 .

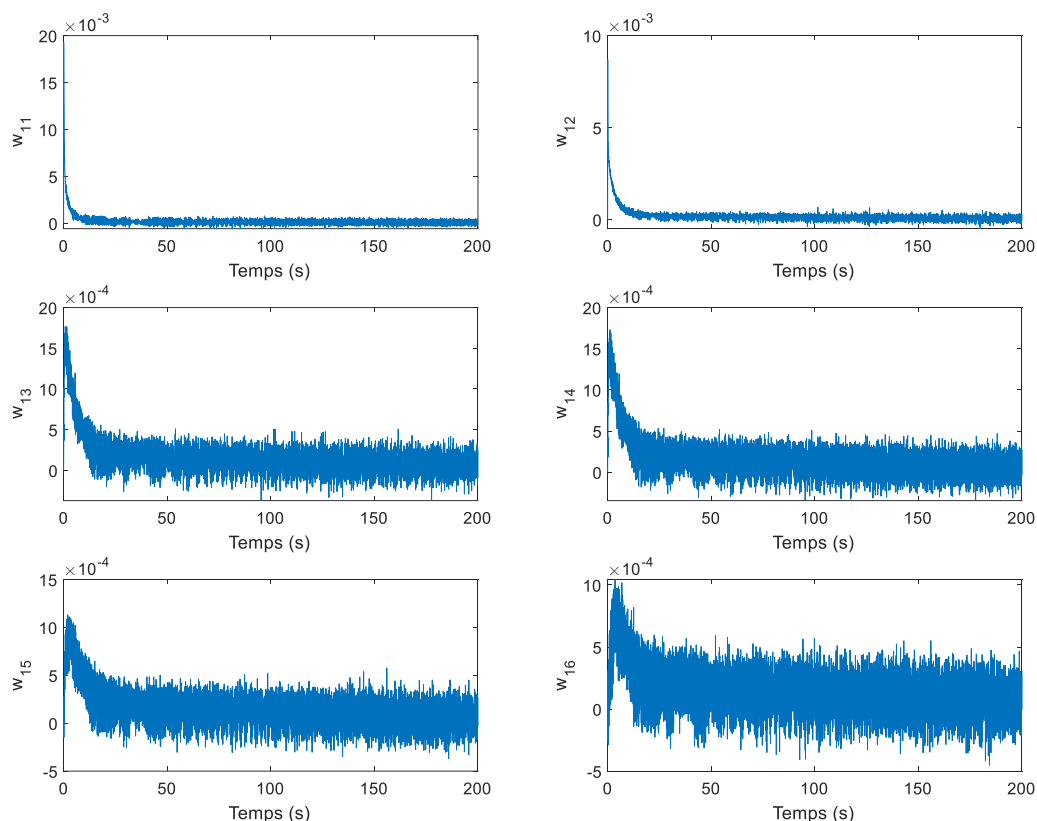


Figure 118 : Transmittance propre et transmittances de couplage au niveau de la première jonction.

Les transmittances obtenues sont bien conformes à ce qui a été attendu dans le sens où leurs amplitudes sont d'autant plus importantes que l'on est proche de la source. Également, bien que l'échelle du temps soit assez grande (200 s), un retard temporel est observé pour les transmittances reliant les jonctions aux capteurs les plus éloignés. Pour la jonction N°1 cela peut être observé au niveau des capteurs N°5 et N°6.

Il est important ici de revenir sur détail très important. Il s'agit du temps de l'expérience qui est de 200 s ce qui est plus grand que celui choisi pour les simulations numériques qui était de 10 s. Ce choix a été conditionné par les ressources de calculs numériques insuffisantes pour lancer de telles simulations. Dans les faits, le terme source de chaleur a été modélisé comme une source de chaleur surfacique alors qu'il s'agit physiquement d'une source volumique, la modélisation de la puce dans son volume implique des mailles extrêmement fines. De plus, le rapport des volumes entre la jonction et le dissipateur ainsi que le respect d'un taux de croissance physique impliquent un très grand nombre de mailles, un calcul qui ne peut pas être mis en place dans un ordinateur portable de 16 GB de RAM et un processeur de 1,70 GHz.

Les 36 transmittances identifiées et les températures fournies par les thermocouples pour les premières expériences ont été utilisées afin d'estimer la température au niveau des six jonctions. L'équation (156) combinée à la TSVD a été utilisée pour remonter aux températures de jonctions à partir de celles des thermocouples. La comparaison entre l'élévation de température au niveau de la première jonction mesurée et celle estimée est représentée dans la Figure 119. Un bon accord est observé entre les deux températures. Cela montre que le modèle convolutif arrive à reproduire les températures de jonctions à partir de celles des thermocouples.

Bien que les signaux semblent être confondus, un petit biais existe ce qui peut être dû à plusieurs facteurs tels que la troncature, le bruit... Des fluctuations existent et sont dues au bruit de mesure, la troncature ...

Les résultats pour les cinq autres jonctions sont illustrés dans l'annexe 4.

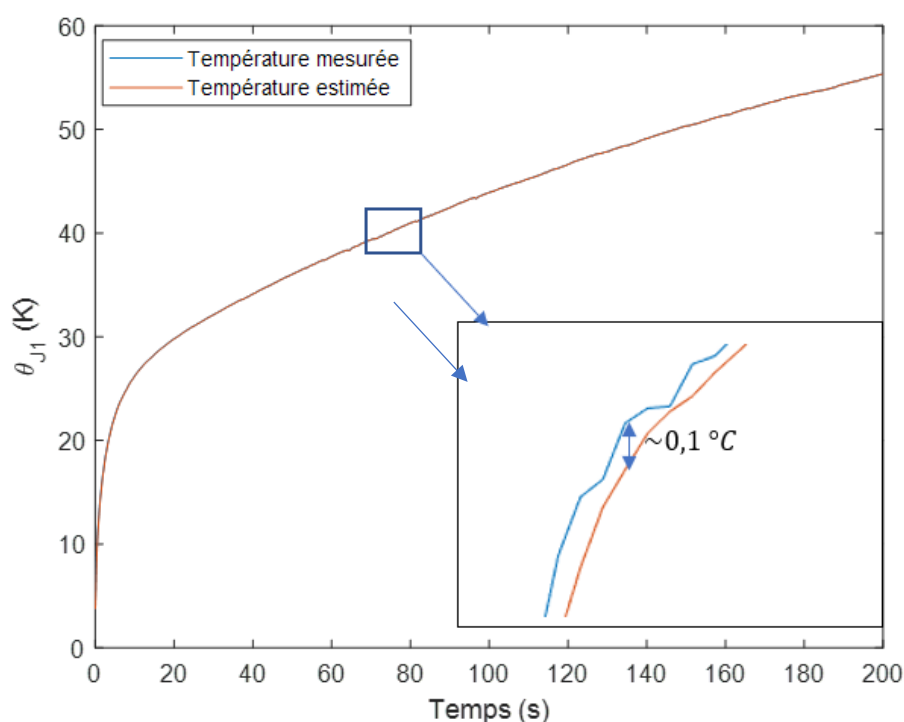


Figure 119 : Etape de vérification de la justesse des transmittances identifiées pour le composant à six transistors au niveau de la première jonction et pour le premier jeu de données

Notre expérience de validation consiste à allumer et éteindre uniquement la première jonction, les autres jonctions restantes éteintes. La séquence de puissance est donnée comme suit :

- $t < 0 \rightarrow Q_i = 0$ pour $i = 1, \dots, 6$.

- $0 < t \leq 25 \text{ s} \rightarrow Q_1 = 120 \text{ W}; Q_i = 0$ pour $i = 2, \dots, 6$.
- $25 \text{ s} < t < 50 \text{ s} \rightarrow Q_i = 0$ pour $i = 1, \dots, 6$.
- $50 \text{ s} < t \leq 100 \text{ s} \rightarrow Q_1 = 120 \text{ W}; Q_i = 0$ pour $i = 2, \dots, 6$.
- $100 \text{ s} < t \leq 200 \text{ s} \rightarrow Q_i = 0$ pour $i = 1, \dots, 6$.

Les élévations des températures de jonctions mesurées expérimentalement, après moyennage spatial sont données dans la Figure 120.

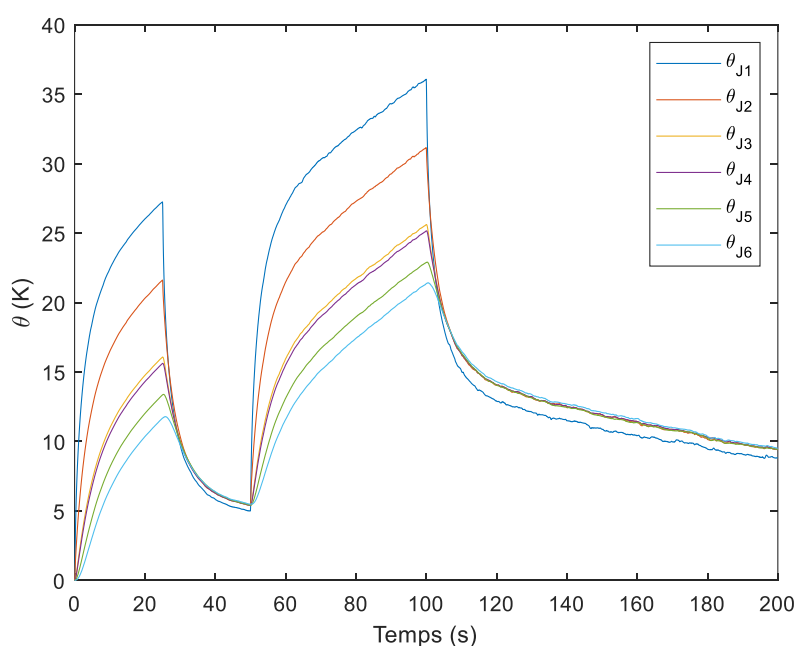


Figure 120 : Températures de jonctions mesurées expérimentalement pour la validation du modèle convolutif

L'utilisation des transmittances identifiées dans l'étape de calibration ainsi que les élévations de températures au niveau des thermocouples ont permis d'estimer les températures au niveau des jonctions. Pour confirmer la validation du modèle convolutif, les élévations de température au niveau des première et sixième jonction sont comparées respectivement avec celles mesurées au niveau de la première et de la deuxième jonction. Ce choix a été fait étant donné que l'estimation de la température au niveau de la première jonction est la plus favorable et celle au niveau de la sixième jonction est la plus défavorable du fait du rapport signal sur bruit le plus faible à celle-ci.

Les figures Figure 121 et Figure 122 présentent la comparaison entre la température mesurée expérimentalement et celle estimée par utilisation du modèle convolutif pour la première et la sixième jonction respectivement.

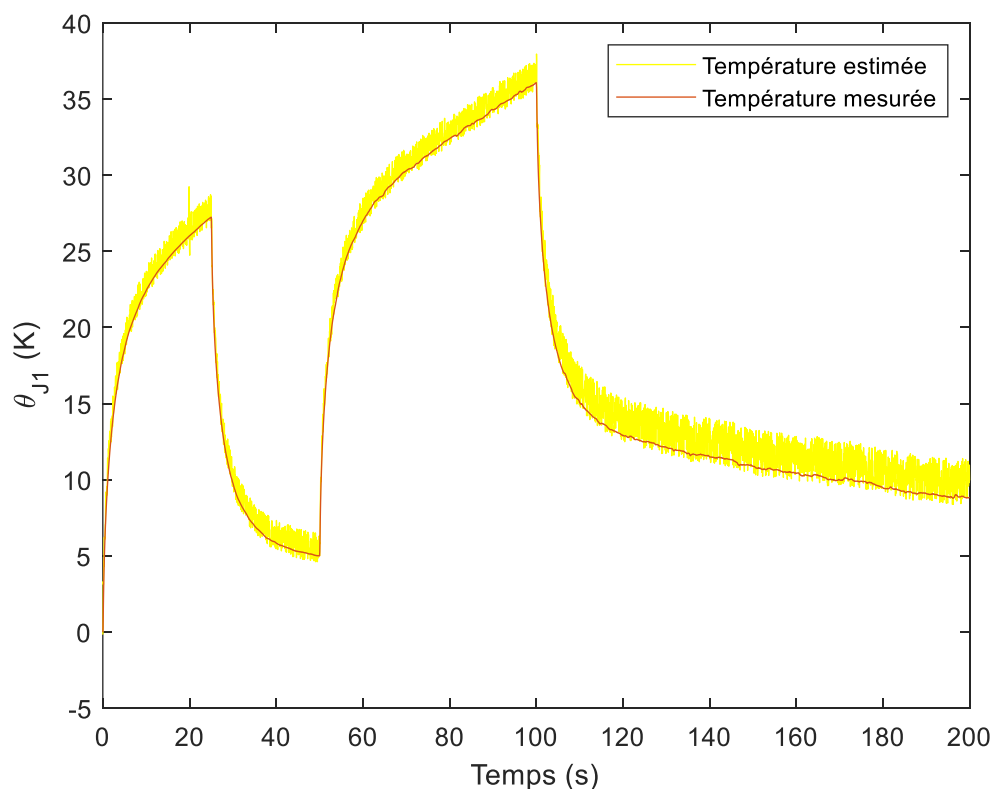


Figure 121 : Validation expérimentale du modèle convolutif dans la configuration 6x6 sur la base des résultats expérimentaux : première jonction.

Les résultats obtenus démontrent que le modèle convolutif permet une bonne estimation des températures de jonctions. Toutefois, un biais existe, celui-ci provient des différentes sources telles que les non-linéarités, la troncature, les conditions de calibration qui ne sont pas exactement les mêmes que celles de validation (température ambiante qui varie au cours de l'essai, caméra IR légèrement déplacée...). Les fluctuations dans le signal estimé lors de l'étape de validation sont plus importantes que celles observées pendant l'étape de calibration. Cela est normal étant donné qu'il s'agit de jeu de données différents (la minimisation de l'écart a été faite pour le jeu de données de calibration). Ce résultat a été observé même numériquement en absence de bruit.

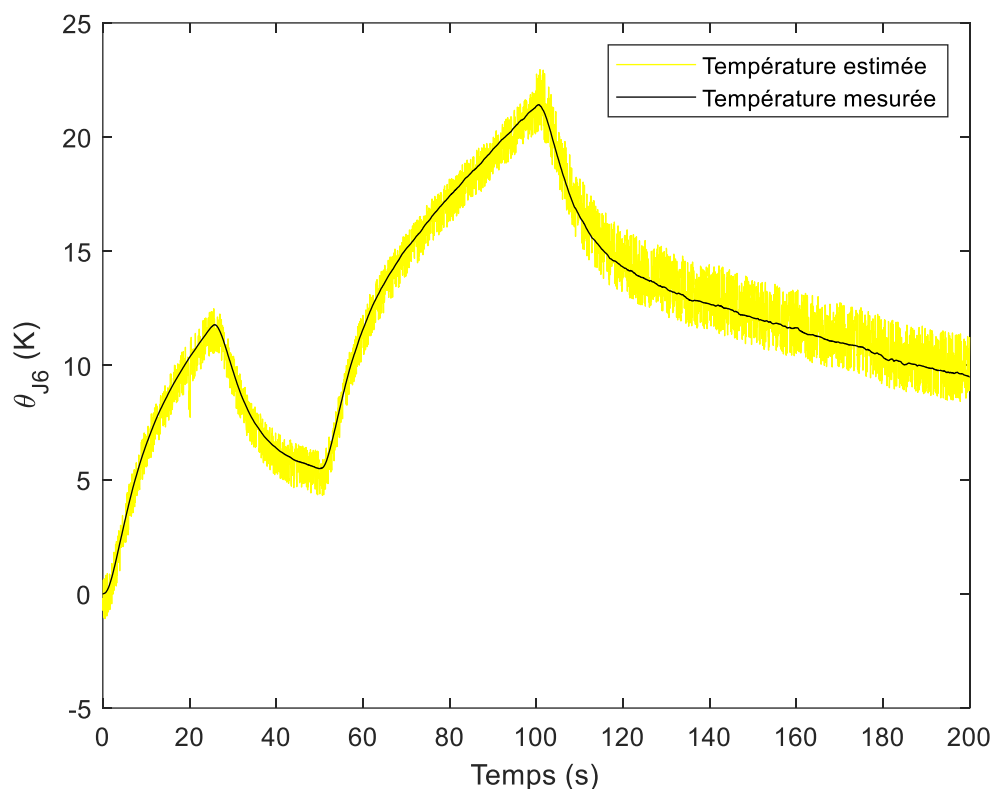


Figure 122 : Validation expérimentale du modèle convolutif dans la configuration 6x6 sur la base des résultats expérimentaux : sixième jonction.

4.3.4 Conclusion

Le modèle convolutif permet une bonne estimation des températures de jonctions à partir de celles mesurées par les thermocouples. Il est important de noter ici que seule l'élévation de température est donnée par le modèle convolutif et non pas la température absolue. Car ces modèles cherchent à estimer la réponse forcée du système. Le modèle convolutif en configuration six entrées et six sorties semble être plus robuste que celui avec deux sorties et deux entrées et cela peut être expliqué par l'importance des informations données par les six thermocouples.

Il est important de préciser que l'accès aux ressources expérimentales n'a été rendu possible qu'à partir de la deuxième moitié de la thèse. La mise en place du banc expérimental dans la configuration 6×6 n'a pu être effectuée que quelques mois avant la fin du contrat doctoral. Cette étape a nécessité de nombreuses itérations entre l'équipe technique et moi-même, notamment pour adapter la configuration du système, assurer sa fiabilité et intégrer les conditions nécessaires à la validation du modèle. Ce processus, bien que nécessaire, a été particulièrement chronophage. Une demande de prolongation avait été formulée dans le but d'approfondir cette

partie expérimentale, mais elle n'a malheureusement pas été acceptée. En conséquence, les résultats présentés ici ont été obtenus dans les tout derniers jours de la thèse, dans un contexte de forte contrainte temporelle. Ils offrent une première validation encourageante du modèle convolutif, mais restent indicatifs. Des scénarios expérimentaux plus complets — avec l'activation simultanée de plusieurs jonctions, des fréquences variées ou des séquences thermiques plus représentatives — auraient permis une évaluation plus exhaustive. Toutefois, le temps imparti et les exigences de mise au point du banc ont limité ces possibilités.

5 Conclusion générale

La température de jonction constitue un paramètre essentiel dans la commande des convertisseurs d'électronique de puissance à base de transistors. Ceci est d'autant plus vrai pour les transistors de nouvelle génération de type MOSFET SiC ou GaN par exemple qui présentent de nombreux avantages en termes de rendement de conversion et temps de commutation très faibles mais dont le comportement électrique est très fortement thermo-dépendant. Pour leur contrôle et pilotage, il est donc indispensable d'intégrer dans la stratégie de pilotage de la puce, la dimension thermique de celle-ci.

Bien qu'elle joue un rôle déterminant dans la performance et la fiabilité des composants, sa mesure directe demeure techniquement très difficile en raison de contraintes d'accessibilité et de conception. Pour pallier cette limitation, plusieurs approches ont été développées : modélisation numérique, élaboration de modèles analytiques ou semi-analytiques, ainsi que des méthodes de mesure indirecte s'appuyant notamment sur l'exploitation de paramètres électriques thermosensibles. L'ensemble de ces techniques fait l'objet d'une synthèse détaillée dans la revue de littérature.

Dans le cadre de cette thèse, un modèle thermique semi-analytique fondé sur la méthode des quadripôles thermiques a été développé dans une configuration bidimensionnelle en régime permanent et transitoire. Présenté dans le troisième chapitre, ce modèle permet d'établir une relation entre la température au niveau de la jonction (face avant) et celle au niveau de la face inférieure ainsi que la puissance dissipée sur la face supérieure. Les résultats obtenus par ce modèle semi-analytique sont très prometteurs. L'extension au cas 3D semble délicate mais la version 2D est très utile pour d'une part faire du prototypage de modèle (définition des grandeurs d'entrée et de sortie du modèle en vérifiant la fermeture du modèle du point de vue énergétique) et d'autre part intervalider les simulations semi-analytiques quadripolaires avec les simulations numériques sous COMSOL Multiphysics. Concernant les modélisations COMSOL, une étude de sensibilité au maillage a été faite pour en valider la convergence en 3D. Malgré toutes ces précautions, les modèles détaillés nécessitent la connaissance précise des propriétés thermo physiques, des paramètres géométriques et surtout des résistances de contact qui restent difficile à évaluer et qui nécessitent la mise en œuvre de moyens de caractérisation spécifiques et délicats ... Ces paramètres sont souvent inconnus pour des composants industriels.

Pour surmonter les problèmes mentionnés précédemment, un modèle convolutif reposant sur une identification de la réponse impulsionnelle (fonction de transfert dans le domaine de Laplace) du système a été développé. Il s'agit d'un Modèle Réduit (MR) qui ne permet certes d'avoir accès qu'à quelques mesures localisées mais avec la même précision qu'un modèle fin ou détaillé (MD). Cet objectif semble réaliste car en réalité, les possibilités d'instrumentation sont en pratique elles-mêmes limitées. Cette approche a été développée dans un premier temps sur la base de résultats numériques issus de la modélisation d'un composant à six transistors. Ce modèle à plusieurs entrées et plusieurs sorties (MIMO) relie les élévations de températures au niveau des jonctions (au nombre de six) à celles des six capteurs (thermocouples lors de la partie expérimentale). Les résultats obtenus sont plus fiables que dans le cas de la maquette 2x2. En effet, en multipliant le nombre de capteurs, on obtient un modèle plus conservatif du point de vue énergétique sur un système multicouches où les effets 3D et de constriction sont importants. Ce modèle a fourni de très bons résultats en termes d'estimation de températures au niveau des six jonctions. Pour valider ce modèle, une étude expérimentale a également été menée sur un composant à six transistors et six thermocouples. Lors de cette étude expérimentale, le modèle convolutif a donné de bons résultats malgré la présence d'un léger biais de l'ordre de $0,5^{\circ}\text{C}$ qui est dû à plusieurs approximations (Troncature, bruit de mesure et non linéarités). Par ailleurs, différentes approches ont été regardées avec des modèles de type impédances (relations flux / températures) et de type transmittance (relations températures/températures), ces derniers étant par nature mieux posés. Les mesures de température peuvent être considérées comme des conditions aux limites imposées et variables en temps, proches de la température que l'on cherche à reproduire qui permettent ensuite de s'affranchir des couplages thermiques du système avec l'environnement qui nécessite des modèles de fermeture plus ou moins exacts.

Le modèle convolutif proposé dans cette thèse présente plusieurs limitations structurelles qu'il convient de rappeler en amont. Tout d'abord, il ne permet d'estimer que l'élévation de température au niveau des jonctions, sans donner accès à leurs températures absolues, ce qui constitue un obstacle à son utilisation directe dans des environnements industriels. Ensuite, comme tout modèle de type cause–conséquence, il repose sur l'hypothèse d'un régime initial d'équilibre thermique. Si cette condition n'est pas respectée, les résultats peuvent être biaisés. Enfin, le modèle repose sur une hypothèse de linéarité entre les entrées (puissances dissipées) et les sorties (élévations de température), alors que les phénomènes de

transfert thermique réels sont, par nature, non linéaires (par exemple, la thermo dépendance des propriétés thermophysiques et la présence de flux radiatifs à hautes températures).

Malgré ces limites, le modèle convolutif identifié sur de véritables maquettes permet de reconstruire efficacement les élévations de températures de jonctions à partir de mesures de température déportées. Une amélioration envisageable consisterait à reformuler le problème en exprimant directement la relation entre les puissances dissipées dans chaque jonction et les températures de jonction correspondantes mais on se heurterait alors à la difficulté de la mesure de cette puissance, moins simple à mesurer qu'une température et à l'utilisation d'un modèle « fiable » pour séparer l'énergie dissipée de celle utilisée pour assurer le fonctionnement du transistor. Ce type d'approche permettrait d'avoir un modèle valable sur de plus larges fréquences de sollicitations thermiques (basses fréquences avec les thermocouples et plus hautes fréquences avec les puissances thermiques dissipées au niveau des puces).

De plus, cette approche permettrait de limiter le processus d'inversion à l'estimation des réponses impulsionnelles — assimilables à des impédances thermiques — contrairement à la méthode actuelle reposant sur deux inversions successives : la première pour déterminer les réponses impulsionnelles à partir des données, la seconde pour remonter des températures mesurées vers les températures internes. Ces deux inversions impliquent l'application de troncatures successives dans l'espace des valeurs singulières, accentuant la perte d'information et la sensibilité au bruit. L'ajout de capteurs de température supplémentaires améliorerait la condition du problème inverse. Enfin, la réalisation d'essais expérimentaux complémentaires, en présence et en absence de gel thermique, permettrait d'évaluer l'impact des conditions aux limites sur les performances du modèle, ouvrant la voie à une généralisation plus robuste dans un contexte industriel.

6 Bibliographie

- [1] A. Intrich, U. Nicolai, W. Trsky et T. Reinmann, *Application Manual Power Semiconductors*, 2010.
- [2] D. M. März et P. Nance, « Thermal Modeling of Power-electronic Systems », Infineon Technologies AG.
- [3] M. Musallam, C. Johnson, C. Yin, H. Lu et C. Bailey, « Real-life expectancy estimation in power modules », *Electronic System-integration Technology Conference*, 2008.
- [4] R. Ouaïda, M. Berthou, J. Leon, X. Perpina, S. Oge, P. Brosselard et C. Joubert, « Gate oxide degradation of SiC MOSFET in switching conditions », *Electron Device Letters*, vol. 35, n° 112, pp. 1284-1286, 2014.
- [5] S. Yang, D. Xiang, A. Bryant, P. Mawby, L. Ran et P. Tavner, « Condition Monitoring for Device Reliability in Power Electronic Converters: A Review », *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 25, pp. 2734-2752, 2010.
- [6] H. Chen, B. Ji, V. Pickert et W. Cao, « Real-Time Temperature Estimation for Power MOSFETs Considering Thermal Aging Effects », *IEEE Transactions on Device and Materials Reliability*, vol. 14, n° 1, 2014.
- [7] M. Hologne, P. Bevilacqua, B. Allard, G. Clerc, H. Morel, H. Razik, V. Karode et N. Devadass, « An Experimental Approach to the Health-Monitoring of a Silicon Carbide MOSFET-based Power Module », *IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, 2017.
- [8] S. Carubelli et Z. Khatir, « Experimental validation of a thermal modelling method dedicated to multichip power modules in operating conditions », *Microelectronics Journal*, pp. 1143-1151, 2023.
- [9] N. Laraqi, S. Vintrou, H. Ouslimani et A. Bairi, « Température à la jonction d'un composant électronique sur son substrat », *Congrès de la SFT*, 2007.
- [10] G. Maranzana, I. Perry et D. Maillet, « Quasi-analytical simulation of conduction heat transfer through a pyramidal multilayer multiblock by the quadrupole method », *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, pp. 499-521, 2002.
- [11] G. Maranzana, *Modélisation thermique des composants électroniques de puissance par la méthode des quadripôles*, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, Nancy, 2003.
- [12] A. El Arabi, N. Blet, B. Rémy et D. Maillet, « Modélisation semi-analytique et numérique de la conduction thermique au sein d'un transistor MOSFET », *Entropy* :

Thermodynamics – Energy – Environment – Economy, 2023.

[13] A. El Arabi, N. Blet et B. Rémy, « Modélisation semi-analytique et numérique de la conduction thermique au sein d'un transistor MOSFET », *Congrès de la Société Française de Thermique (SFT)*, 2023.

[14] A. El Arabi, N. Blet, B. Rémy et D. Maillet, « A Semi-Analytical Model of Thermal Conduction of a MOSFET Transistor Using the Thermal Quadrupoles Method », *Proceedings of the 17th International Heat Transfer Conference (IHTC-17)*, n° 1429, 2023.

[15] W. Brekel, T. Duetemeyer, G. Puk et O. Schilling, « Time Resolved In Situ Tvj Measurements of 6.5kV IGBTs during Inverter Operation », Infineon Technologies AG.

[16] R. Isa, J. Mirza, S. Ghafoor et M. Z. M. Khan, « Junction Temperature Optical Sensing Techniques for Power Switching Semiconductors: A Review », *Micromachines*, 2023.

[17] P. Dey, N. Balachandran et D. Chatterjee, « Complexity of constrained sensor placement problems for optimal observability », *Automatica*, Elsevier, pp. 1-10, 2021.

[18] C. O. E. Ela, *Conception de convertisseurs de puissance pour applications contraignantes*, Thèse de doctorat, Université de Picardie Jules Verne, 2018.

[19] W. Habra, *Développement de modèles thermiques compacts en vue de la modélisation électrothermique*, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier – Toulouse III, 2007.

[20] H. B. Aissia, J. Jay, R. Knikker et S. Xin, « Modèle thermique réduit appliqué à une carte électronique de puissance », *Congrès de la SFT*, 2017.

[21] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman et A. S. Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley & Sons, 2007.

[22] M. Musallam, P. P. Acarnley, C. Johnson, L. Pritchard et V. Pickert, « Open Loop Real-Time Power Electronic Device Junction Temperature Estimation », *IEEE*, 2004.

[23] Infineon Technologies, *Transient Thermal Measurements and Thermal Equivalent Circuit Models*, Application Note.

[24] Y. Zhong, C. Li et D. Xu, « Novel Method for On-line Junction Temperature Measurement of Power Modules », *8th International Power Electronics and Motion Control Conference*, 2016.

[25] D. Maillet, S. André, J.-C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles: Solving the Heat Equation Through Integral Transforms*, Wiley, 2000.

[26] L. Dupont, Y. Avenas et P. Étienne, « Évaluation de la température des composants actifs de puissance », *Techniques de l'Ingénieur*.

[27] C. Chen, « Evaluation of resistance–temperature calibration equations for NTC

- thermistors », *Measurement*, pp. 1103-1111, 2009.
- [28] D. Petit et D. Maillet, *Techniques inverses et estimation de paramètres. Partie 1*, Techniques de l'ingénieur, 2008.
- [29] D. Maillet, Y. Jarny et D. Petit, *Problèmes inverses en diffusion thermique – Modèles diffusifs, mesures, sensibilités*, Sciences de l'ingénieur, 2018.
- [30] Infineon Technologies, *Datasheet FF45MR12W1M1_B11*, 2020.
- [31] G. Liu, L. Guo, C. Liu et Q. Wu, « Evaluation of different calibration equations for NTC thermistor applied to high-precision temperature measurement », *Measurement*, vol. 120, pp. 21-27, 2018.
- [32] J. S. Steinhart et S. R. Hart, « Calibration curves for thermistors », *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, vol. 15, pp. 497-503, 1968.
- [33] B. R. Kimball, B. DeCristofano et G. Caldarella, « Thermistor Calibration Procedure for Simulated Skin Sensors », US Army Soldier Systems Command, Natick Research, Development and Engineering Center, Massachusetts, mars 1993.
- [34] A. Griffo, J. Wang, K. Colombage et T. Kamel, « Real-Time Measurement of Temperature Sensitive Electrical Parameters in SiC Power MOSFETs », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, n° 13, p. 2663, 2018.
- [35] Wolfspeed, *CCB032M12FM3, CCB032M12FM3T : 1200 V, 32 mΩ, Silicon Carbide, Six-Pack Module*, Durham, 2023.
- [36] R. Jacquot, J. S. C. et N. Rhodine, « The Gaver-Stehfest algorithm for approximate inversion of Laplace transforms », *IEEE Circuits & Systems Magazine*, vol. 3, pp. 4-8, 1983.
- [37] J. V. Beck, B. Blackwell et J. C. R. St. Clair, *Inverse Heat Conduction: Posed Problems*, Wiley, 1985.
- [38] W. A. Hadad, V. Schick et D. Maillet, « Fouling detection in a shell and tube heat exchanger using variation of its thermal impulse responses: Methodological approach and numerical verification », *Applied Thermal Engineering*, 2013.
- [39] W. A. Hadad, D. Maillet et Y. Jannot, « Modeling unsteady diffusive and advective heat transfer for linear dynamical systems: A transfer function approach », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, pp. 304-313, 2017.
- [40] D. Petit et D. Maillet, *Techniques inverses et estimation de paramètres. Partie 2*, Techniques de l'ingénieur, 2008.
- [41] D. Maillet, Y. Jarny et D. Petit, *Problèmes inverses en diffusion thermique – Outils spécifiques de conduction inverse et de régularisation*, Techniques de l'ingénieur, 2018.

- [42] M. Kern, *Problèmes inverses*, Techniques de l'ingénieur, 2010.
- [43] P. Eykhoff, *System Identification: Parameter and State Estimation*, John Wiley & Sons, 1974.
- [44] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall, 1987.
- [45] R. Isermann, *System Identification*, IFAC, Darmstadt, 1981.
- [46] B. Salemi, B. Rémy, A. Degiovanni, F. Uriz et O. Verseux, « Mise en place de modèles paramétriques autorégressifs de type "ARX" pour l'extrapolation de températures d'équipements dans la nacelle d'un système propulsif », *Congrès Français de Thermique (SFT)*, 2011.
- [47] C. Zacharie, V. Schick, B. Rémy, G. Bergin, T. Mazet et R. Egal, « Identification of Transfer Functions in a Vacuum Brazed Load with ARX Models », *Instrumentation, Mesure, Métrologie*, vol. 19, n° 13, pp. 229-234, 2020.
- [48] Bonne référence: Thomas Loussouarn, Denis Maillet, Benjamin Rémy, Diane Dan, Vincent Schick, Mesure indirecte de température dans un four par identification de modèle ARX, Actes du Congrès Français de Thermique, *SFT 2017*, 30 mai au 2 juin 2017, Marseille.
- [49] A. Barthélémy, B. Rémy, V. Schick, T. Mazet, G. Bergin et C. Zacharie, « Identification de modèles paramétriques monodimensionnels d'un four de brasage et de sa charge », *Congrès de la SFT*, 2022.
- [50] D. Maillet, C. Zacharie et B. Rémy, « Identification of an impulse response through a model of ARX structure », *Journal of Physics: Conference Series*, 2023.
- [51] A. Barthélémy, B. Rémy, V. Schick et C. Zacharie, « Identification de modèles paramétriques tridimensionnels d'un four de brasage et de sa charge », *Congrès de la SFT*, 2023.
- [52] A. Oliveira, C. Z. B. Rémy, V. Schick, D. Maréchal, J. Teixeira, D. Denis et M. Gradeck, « Inverse ARX (IARX) method for boundary specification in heat conduction problems », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 180, 2021.
- [53] Wolfspeed, *Datasheet: CCB032M12FM3, CCB032M12FM3T*.
- [54] Ministère de la Transition énergétique, « Chiffres clés de l'énergie », 2022. [En ligne]. Disponible sur : <https://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/edition-numerique/chiffres-cles-energie/> .
- [55] RTE, « Déperditions d'énergies ou pertes en ligne : un phénomène naturel », [En ligne]. Disponible sur : <https://www.rte-france.com/ie/> [Consulté le 19 juin 2022].
- [56] Association négaWatt, « Scénario négaWatt 2022 », [En ligne]. Disponible sur :

- <https://negawatt.org/Scenario-negaWatt-2022> [Consulté le 19 juin 2022].
- [57] G. Bower, P. Rogan, J. Kozlowski et M. Zugger, « SiC Power Electronics Packaging Prognostics », *IEEE Aerospace Conference*, 2008.
- [58] C. Durand, M. Klinger, D. Coutellier et H. Naceur, « Confrontation of failure mechanisms observed during active power cycling tests with finite element analysis performed on a MOSFET power module », *14th International Conference on Thermal, Mechanical and Multi-Physics Simulation and Experiments in Microelectronics and Microsystems (EuroSimE)*, pp. 1-4, 2013.
- [59] D. Othman, S. Lefebvre, M. Berkani, Z. Katir, A. Ibrahim et A. Bouzourene, « Investigation of 1.2 kV SiC MOSFET for Aeronautics Applications », *15th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2013.
- [60] M. Gautier, « Statista », 24 octobre 2023. [En ligne]. Disponible sur : <https://fr.statista.com/statistiques/564933/population-mondiale-jusqu-en-2080/> [Consulté le 28 décembre 2023].
- [61] D. Petit et D. Maillet, *Techniques inverses et estimation de paramètres. Partie 2*, Techniques de l'ingénieur, 2008.
- [62] E. Walter, *Identifiability of Parametric Models*, Springer, 1987.
- [63] D. Maillet, Y. Jarny et D. Petit, *Problèmes inverses en diffusion thermique – Formulation et résolution du problème des moindres carrés*, Techniques de l'ingénieur, 2018.

Annexe 1 : Le modèle semi-analytique en régime transitoire

L'utilisation des relations (107) et (108) permet d'établir l'équation (28) reliant les harmoniques de la transformée de Laplace de la température au niveau de la face inférieure à ceux au niveau de la face supérieure de la même couche et des harmoniques de la transformée de Laplace du flux de chaleur au niveau de la face supérieure :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \tilde{\theta}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{N_1} & \mathbf{0} \\ -hI_{N_1} & I_{N_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^H \\ \tilde{\phi}_1^H \end{bmatrix} \quad (160)$$

Nous remplaçons ensuite les harmoniques de la transformée de Laplace de la température et du flux de chaleur au niveau de la face supérieure de la première couche par leur expression de l'équation (111) :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \tilde{\theta}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_{N_1} & \mathbf{0} \\ -hI_{N_1} & I_{N_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_I \\ \tilde{\phi}_I \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow 2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^B \\ \tilde{\phi}_2^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{II} \\ \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (161)$$

L'utilisation de l'équation (109) pour exprimer $\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^B \\ \tilde{\phi}_2^B \end{bmatrix}$ en fonction de $\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^H \\ \tilde{\phi}_2^H \end{bmatrix}$ permet d'avoir :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \tilde{\theta}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_{N_1} & \mathbf{0} \\ -hI_{N_1} & I_{N_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_I \\ \tilde{\phi}_I \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow 2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_2^H \\ \tilde{\phi}_2^H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{II} \\ \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (162)$$

L'utilisation de l'équation (112) pour la conversion de spectre à l'interface entre la face supérieure de la deuxième couche et la face inférieure de la troisième couche fournit alors :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_{N_1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{h}I_{N_1} & I_{N_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_I \\ \tilde{\phi}_I \end{bmatrix} \right. \\
&+ \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow 2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow III} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{2 \leftarrow III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{III} \\ \tilde{\phi}_{III} \end{bmatrix} \right. \\
&+ \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{2 \leftarrow 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^B \\ \tilde{\phi}_3^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow IIII} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{2 \leftarrow IIII} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{IIII} \\ \tilde{\phi}_{IIII} \end{bmatrix} \left. \right) \\
&+ \left. \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{1 \leftarrow II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_{II} \\ \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix} \right)
\end{aligned} \tag{163}$$

L'utilisation de l'équation (110) pour exprimer $\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^B \\ \tilde{\phi}_3^B \end{bmatrix}$ en fonction de $\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^H \\ \tilde{\phi}_3^H \end{bmatrix}$ et un premier développement permet d'obtenir :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ -\mathbf{h}A_1 + C_1 & -\mathbf{h}B_1 + D_1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} \tilde{\theta}_I \\ E_{1 \leftarrow I} \tilde{\phi}_I \end{bmatrix} \right. \\
&+ \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow 2} A_2 & E_{1 \leftarrow 2} B_2 \\ E_{1 \leftarrow 2} C_2 & E_{1 \leftarrow 2} D_2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} \\ E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} \end{bmatrix} \right. \\
&+ \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{2 \leftarrow 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_3^H \\ \tilde{\phi}_3^H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} \\ E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\phi}_{IIII} \end{bmatrix} \left. \right) \\
&+ \left. \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \\ E_{1 \leftarrow II} \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix} \right)
\end{aligned} \tag{164}$$

Le développement mathématique complet fournit finalement :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 \\ -\mathbf{hA}_1 + \mathbf{C}_1 & -\mathbf{hB}_1 + \mathbf{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} \tilde{\theta}_I \\ E_{1 \leftarrow I} \tilde{\phi}_I \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{A}_2 & E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{B}_2 \\ E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{C}_2 & E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{A}_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{B}_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} \\ E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{C}_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{D}_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \\ E_{1 \leftarrow II} \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{165}$$

L'équation précédente peut être écrite également sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1^B \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 \\ -\mathbf{hA}_1 + \mathbf{C}_1 & -\mathbf{hB}_1 + \mathbf{D}_1 \end{bmatrix} \\
& \times \begin{bmatrix} E_{1 \leftarrow I} \tilde{\theta}_I + E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{A}_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{A}_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{B}_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} \right) \\ + E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{B}_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{C}_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{D}_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} \right) + E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \\ E_{1 \leftarrow I} \tilde{\phi}_I + E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{C}_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{A}_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{B}_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} \right) \\ + E_{1 \leftarrow 2} \mathbf{D}_2 \left(E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{C}_3 \tilde{\theta}_3^H + E_{2 \leftarrow 3} \mathbf{D}_3 \tilde{\phi}_3^H + E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} \right) + E_{1 \leftarrow II} \tilde{\phi}_{II} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{166}$$

La première ligne du système matriciel précédent permet d'exprimer les harmoniques de la transformée de Laplace de la température au niveau de la face inférieure à partir des différentes variables du système.

Cette relation peut être exprimée également sous la forme développée :

$$\begin{aligned}
\tilde{\theta}_1^B = & A_1 E_{1 \rightarrow I} \tilde{\theta}_I + A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 \tilde{\theta}_3^H \\
& + A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 \tilde{\phi}_3^H + A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} \\
& + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3 \tilde{\theta}_3^H \\
& + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 \tilde{\phi}_3^H + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} + A_1 E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \\
& + B_1 E_{1 \leftarrow I} \tilde{\phi}_I + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow III} \tilde{\theta}_{III} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 \tilde{\theta}_3^H \\
& + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 \tilde{\phi}_3^H + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\theta}_{IIII} \\
& + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow III} \tilde{\phi}_{III} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3 \tilde{\theta}_3^H \\
& + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 \tilde{\phi}_3^H + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow IIII} \tilde{\phi}_{IIII} + B_1 E_{1 \leftarrow II} \tilde{\phi}_{II}
\end{aligned} \tag{167}$$

En séparant les termes en températures en faces hautes d'une part, et la température en face basse et les flux thermiques d'autre part, on aboutit à l'expression :

$$\begin{aligned}
& (A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3 + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} A_3 \\
& + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} C_3) \tilde{\theta}_3^H + A_1 E_{1 \leftarrow I} \tilde{\theta}_I + A_1 E_{1 \leftarrow II} \tilde{\theta}_{II} \\
& + (A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow III} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow III}) \tilde{\theta}_{III} \\
& + (A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow IIII} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow IIII}) \tilde{\theta}_{IIII} \\
& = \tilde{\theta}_1^B \\
& - (A_1 E_{1 \leftarrow 2} A_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 + A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3 + B_1 E_{1 \leftarrow 2} C_2 E_{2 \leftarrow 3} B_3 \\
& + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow 3} D_3) \tilde{\phi}_3^H \\
& - B_1 E_{1 \leftarrow I} \tilde{\phi}_I - B_1 E_{1 \leftarrow II} \tilde{\phi}_{II} - (A_1 E_{1 \leftarrow 2} B_2 E_{2 \leftarrow III} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow III}) \tilde{\phi}_{III} \\
& - (B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow IIII} + B_1 E_{1 \leftarrow 2} D_2 E_{2 \leftarrow IIII}) \tilde{\phi}_{IIII}
\end{aligned} \tag{168}$$

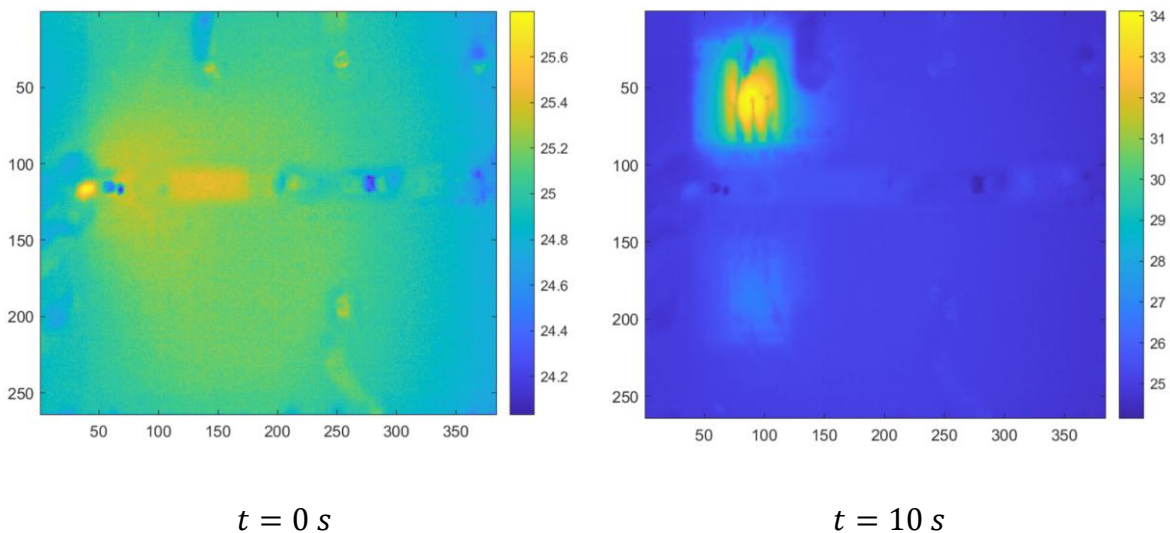
Cette relation peut être écrite de façon synthétique sous forme matricielle :

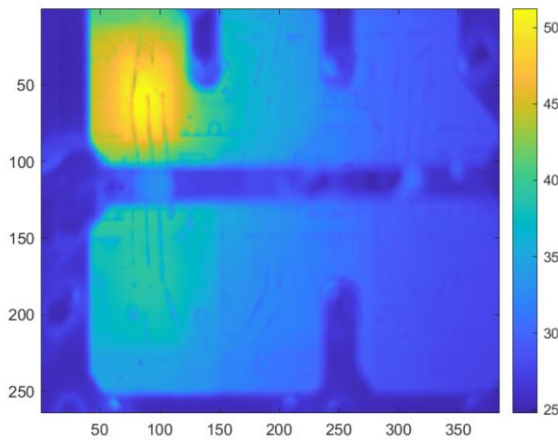
Annexe 2 : Présentation du jeu de données de calibration

Pour chaque expérience i , seule la jonction i est excitée avec une puissance identique à celle présentée dans la section 4.3.3, tandis que les autres jonctions restent éteintes. Pour chaque cas, nous présentons les cartographies de température obtenues à différents instants, illustrant l'évolution spatiale de la température autour de la jonction excitée. En complément, l'évolution du profil de température moyenne au niveau de chaque jonction est également représentée en fonction du temps, afin de visualiser la propagation thermique à travers le dispositif. Enfin, l'évolution de la température mesurée par les thermocouples est également tracée en fonction du temps, permettant de comparer les données issues des capteurs externes aux mesures localisées au niveau des jonctions.

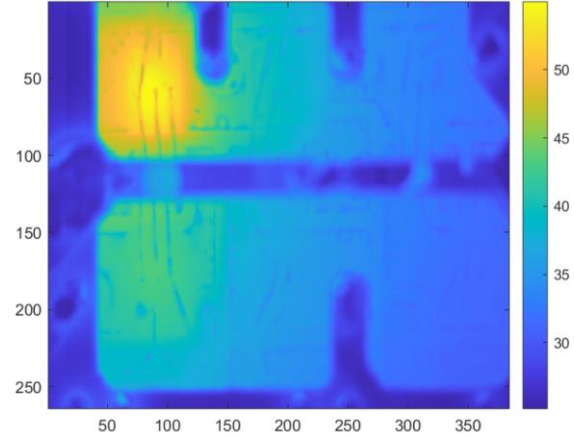
Expérience N°1

Cartographies de température

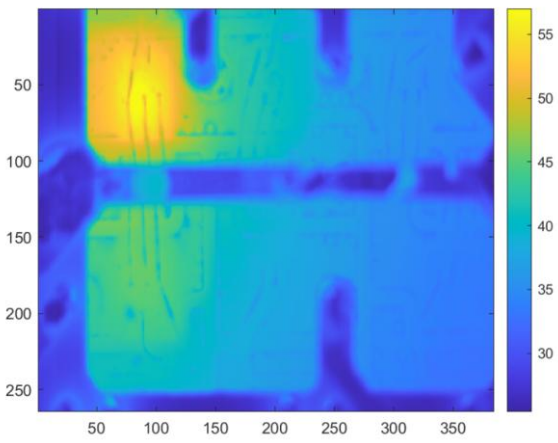




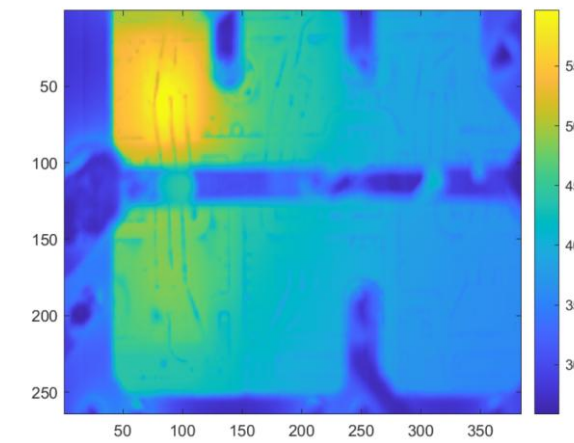
$t = 15$ s



$t = 20$ s

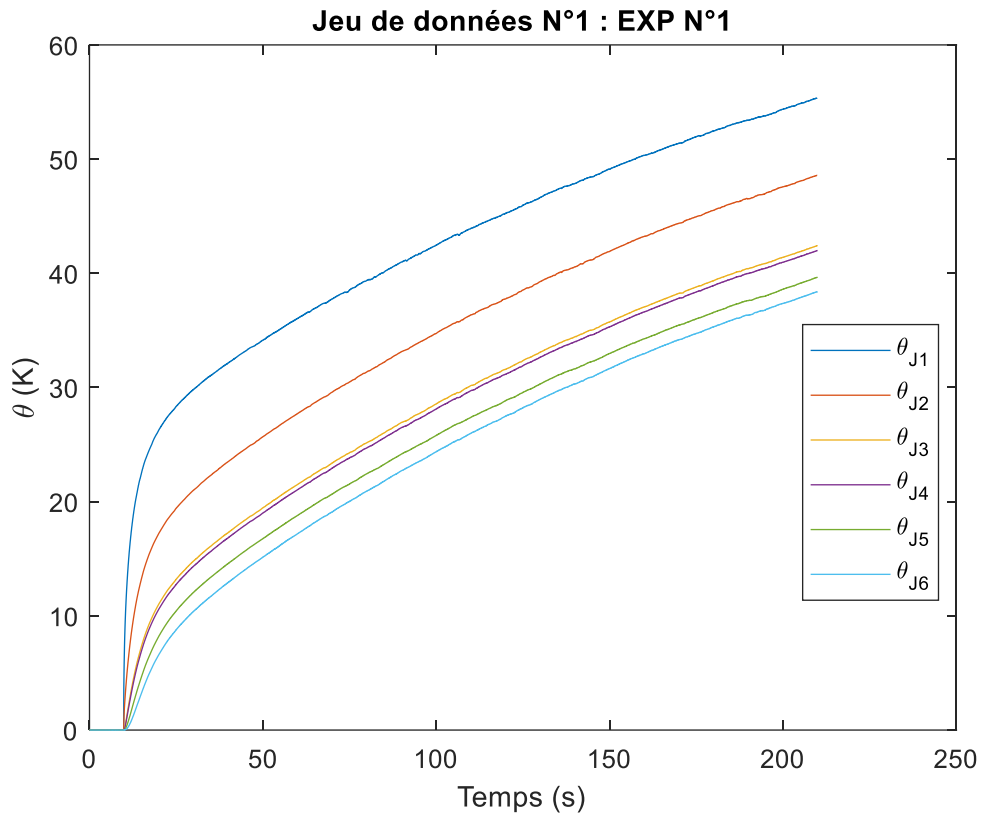


$t = 25$ s



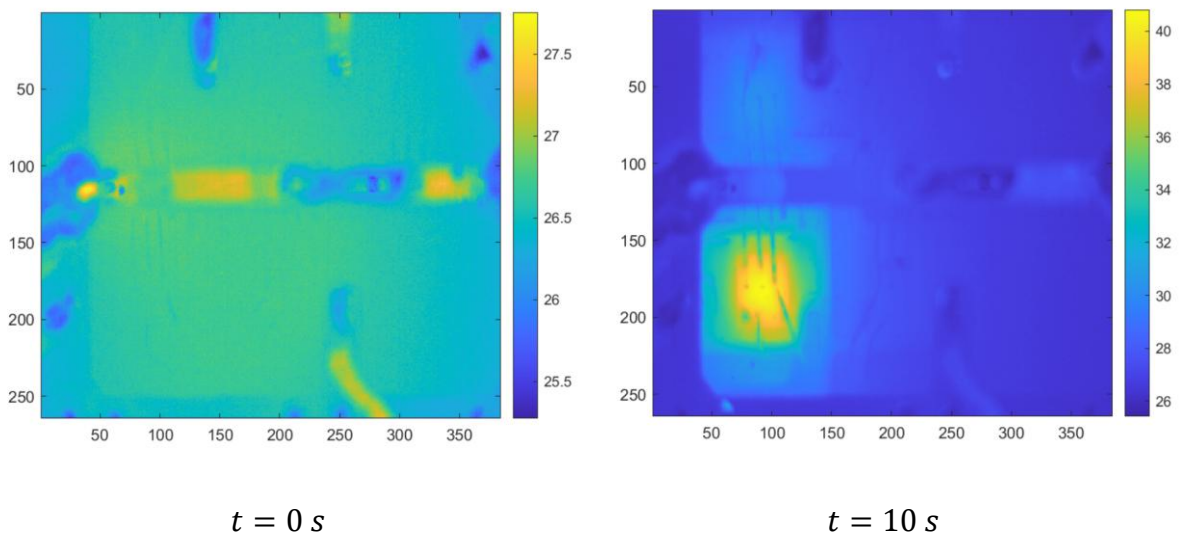
$t = 35$ s

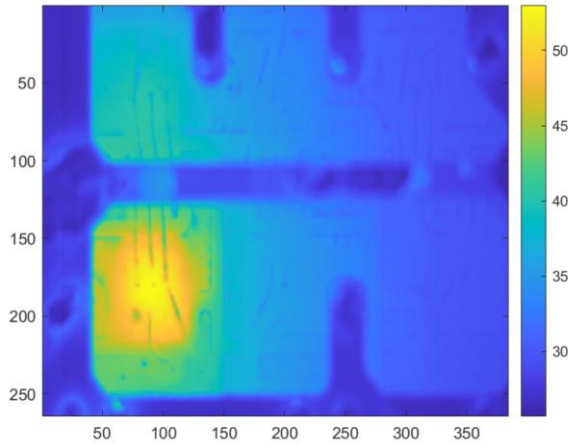
Evolution des températures au niveau des capteurs et des puces en fonction du temps



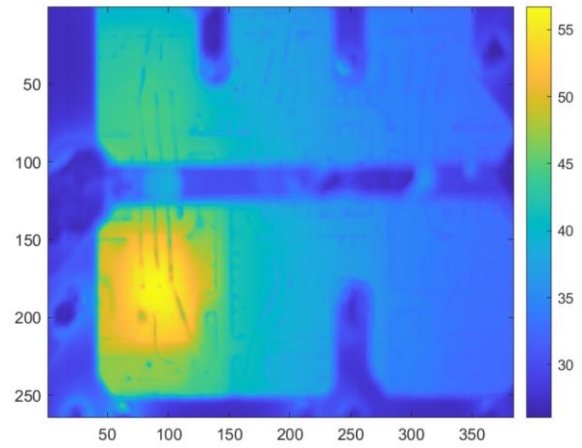
Expérience N°2 :

Cartographies de température

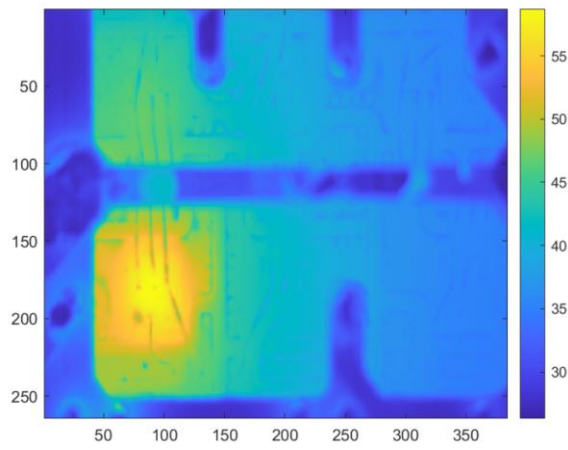




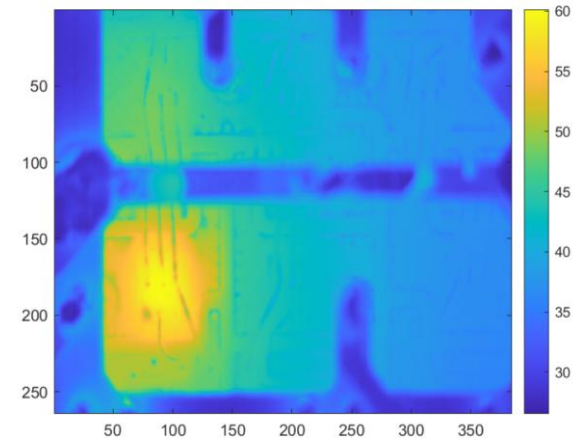
$t = 15$ s



$t = 20$ s

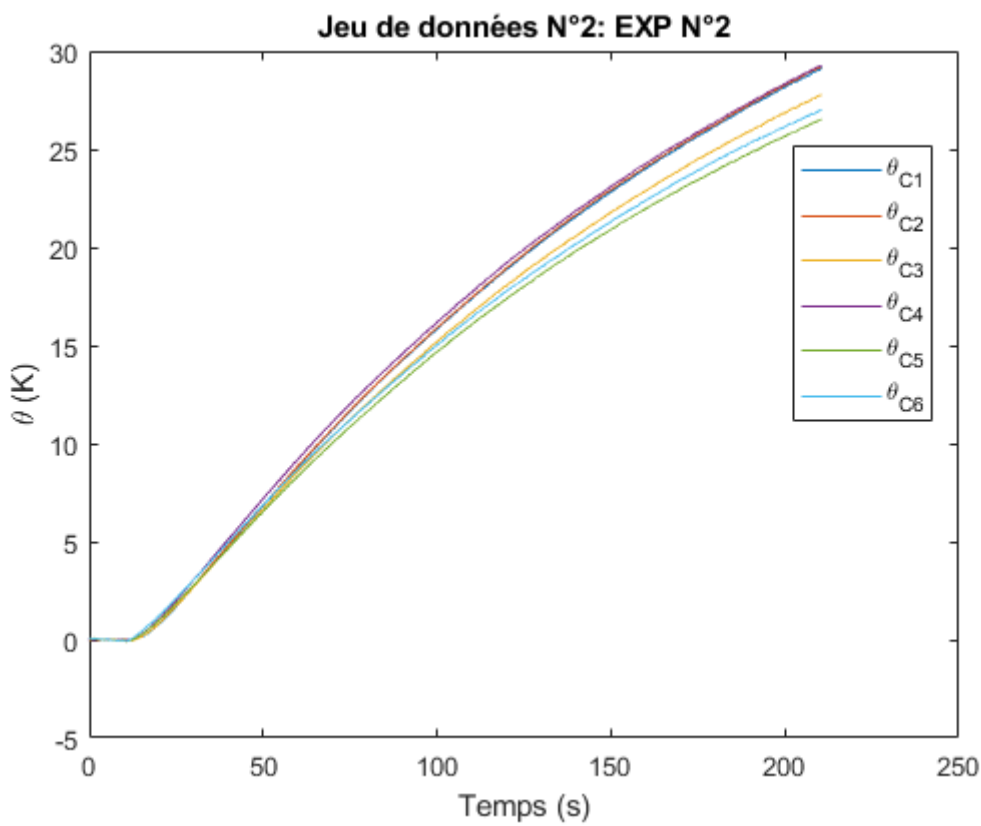
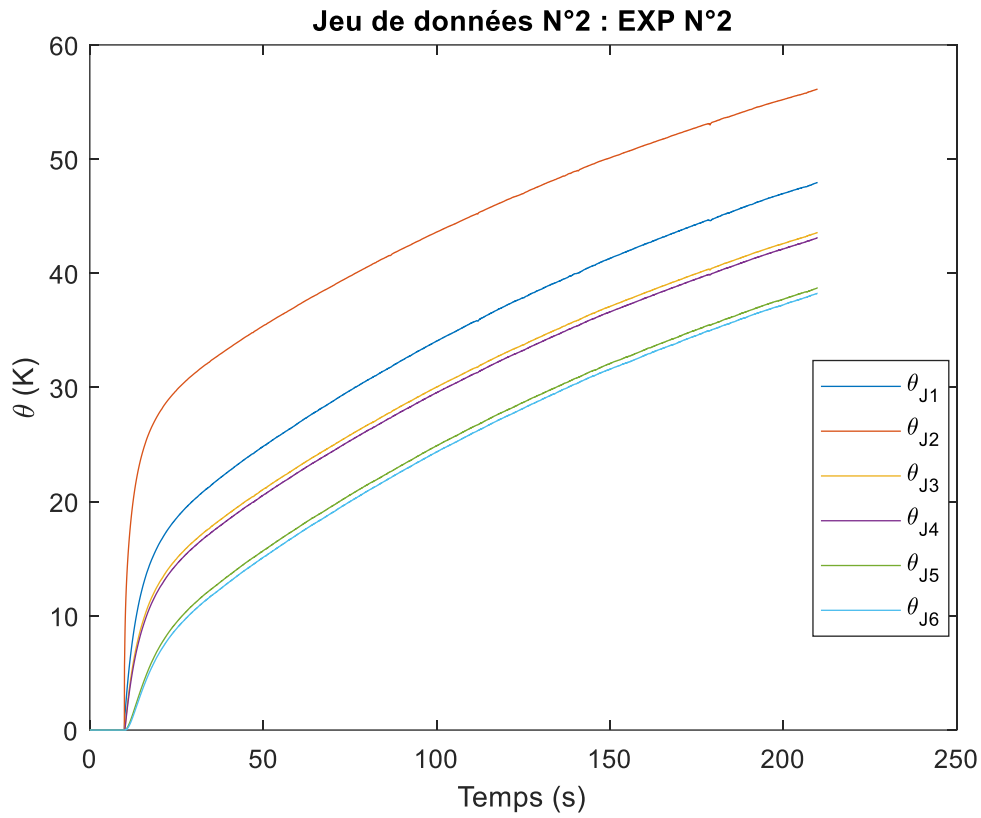


$t = 25$ s



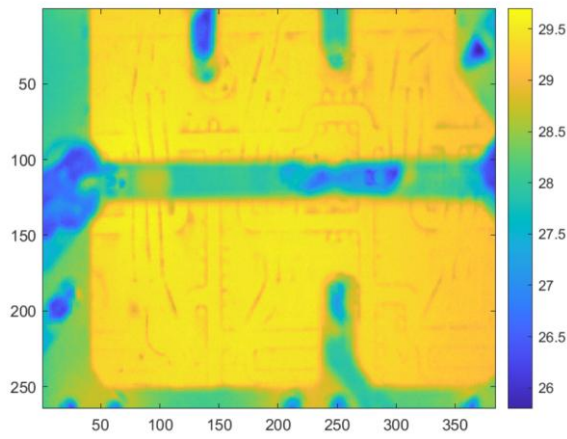
$t = 35$ s

Evolution des températures au niveau des capteurs et des puces en fonction du temps

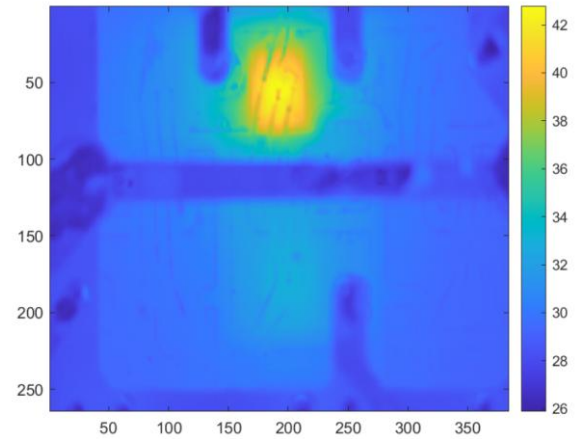


Expérience N°3 :

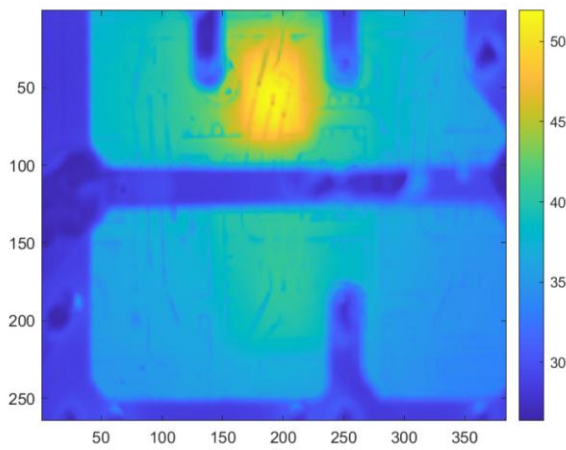
Cartographies de température



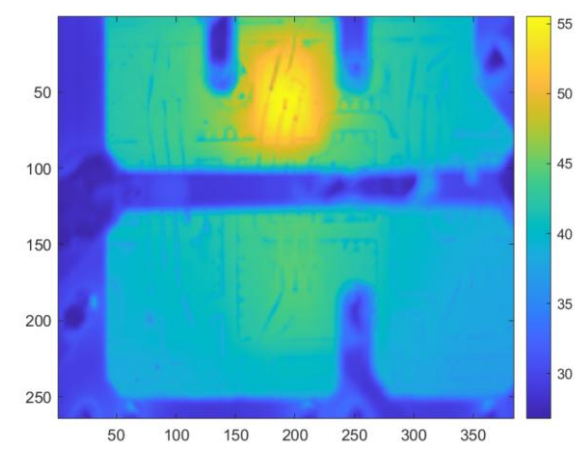
$t = 0$ s



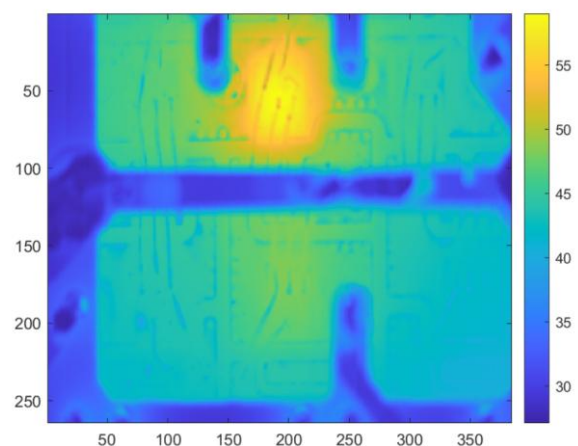
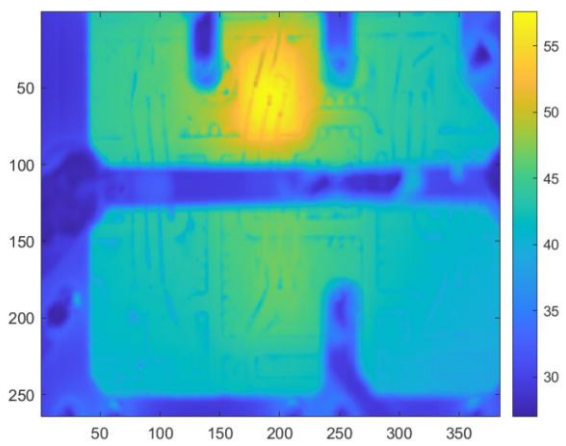
$t = 10$ s



$t = 15$ s



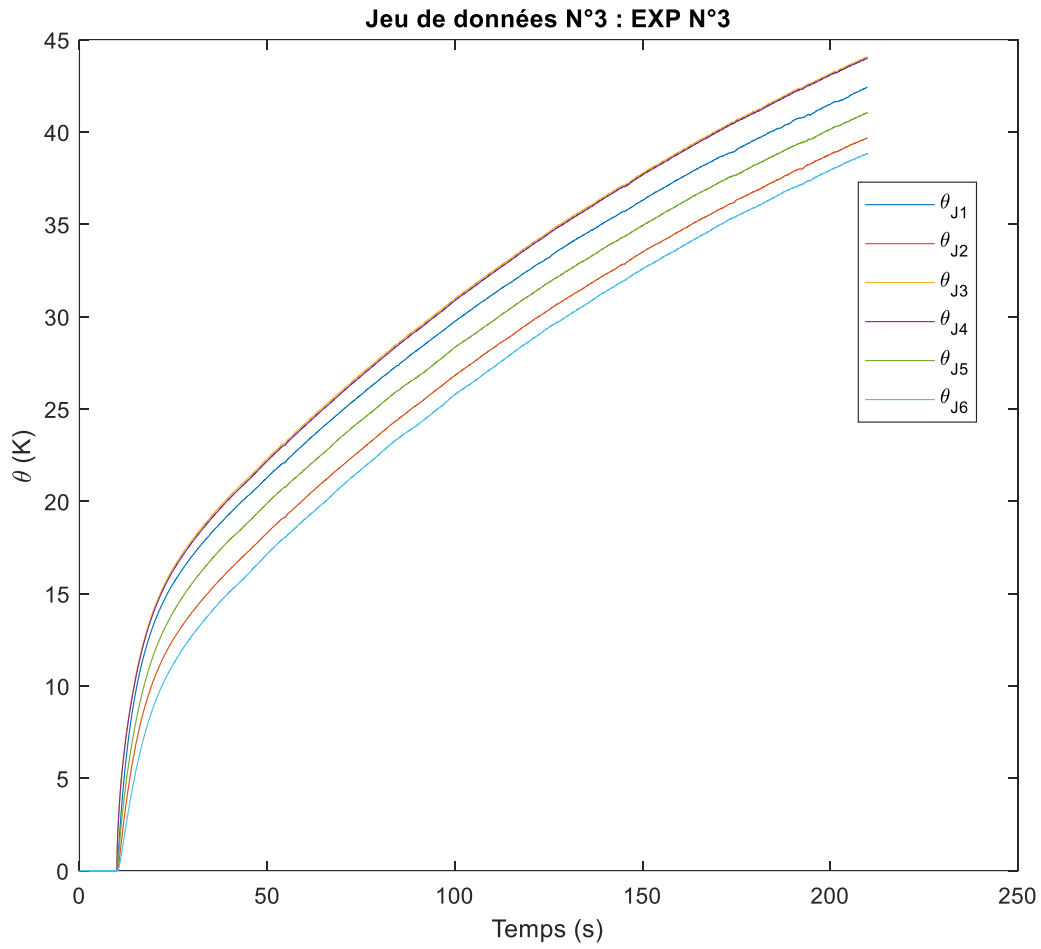
$t = 20$ s

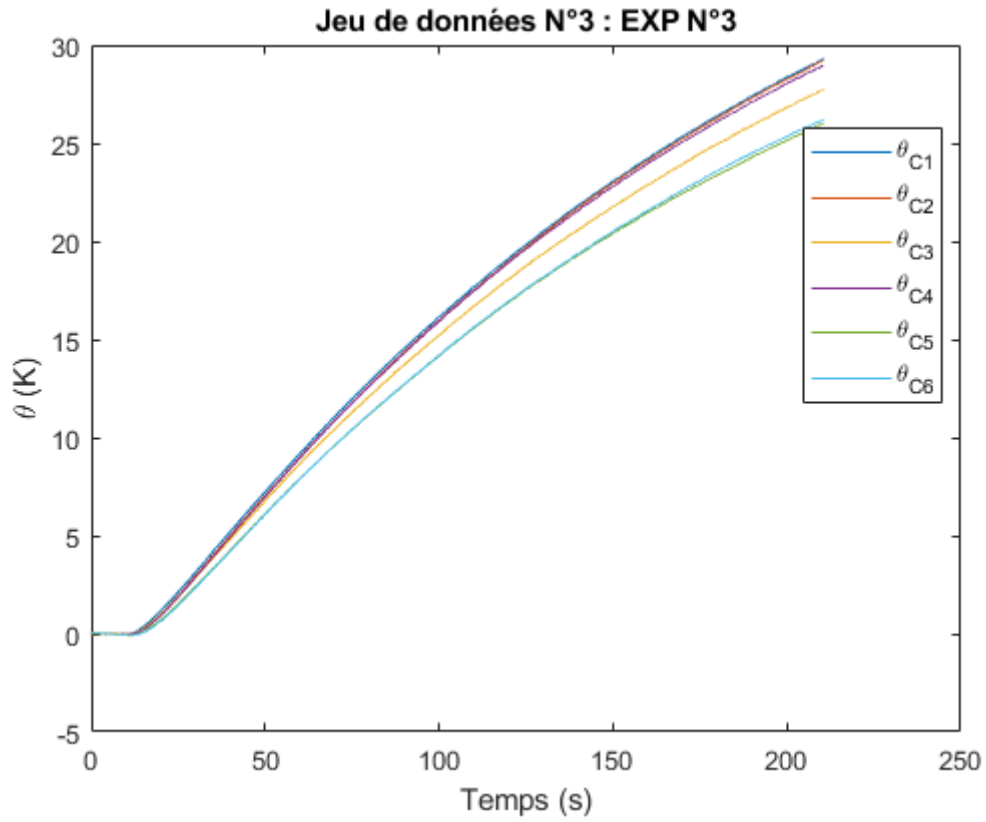


$t = 25 \text{ s}$

$t = 35 \text{ s}$

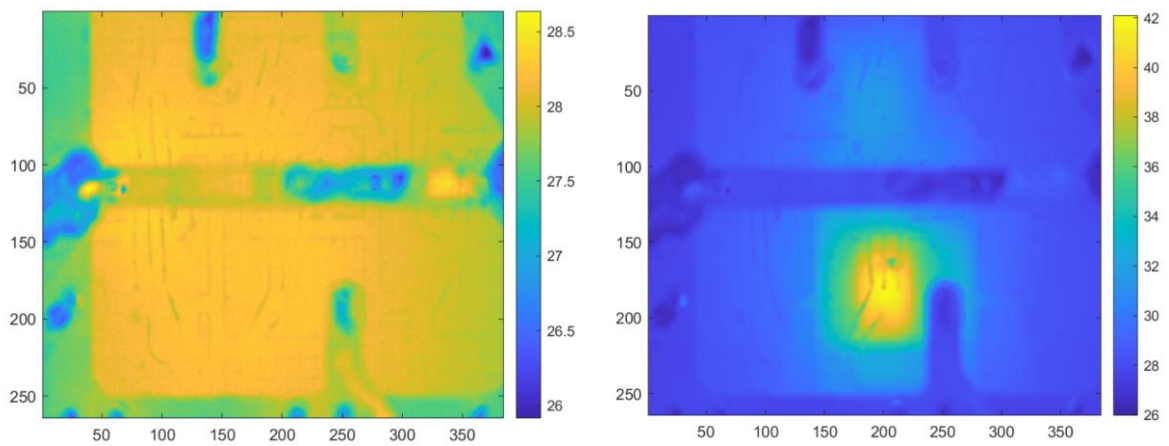
Evolution des températures au niveau des capteurs et des puces en fonction du temps





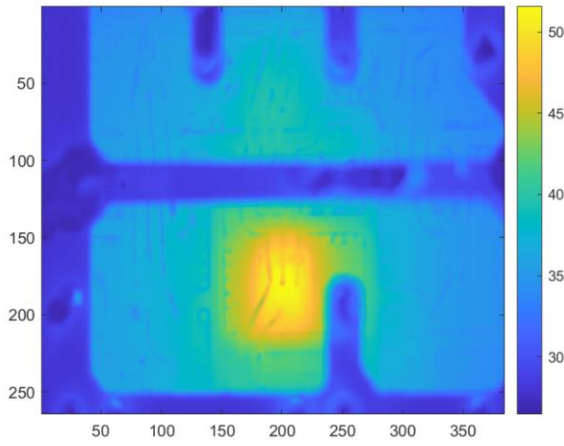
Expérience N°4 :

Cartographies de température

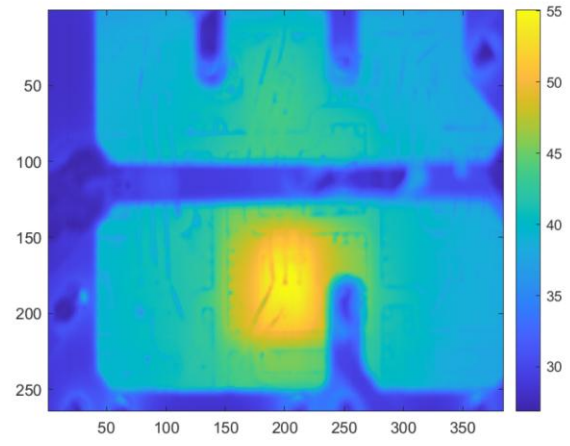


$t = 0$ s

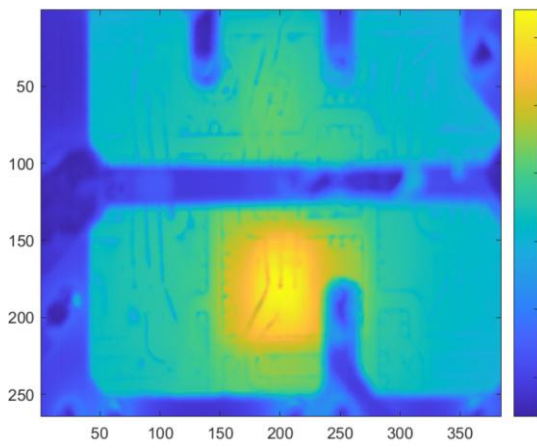
$t = 10$ s



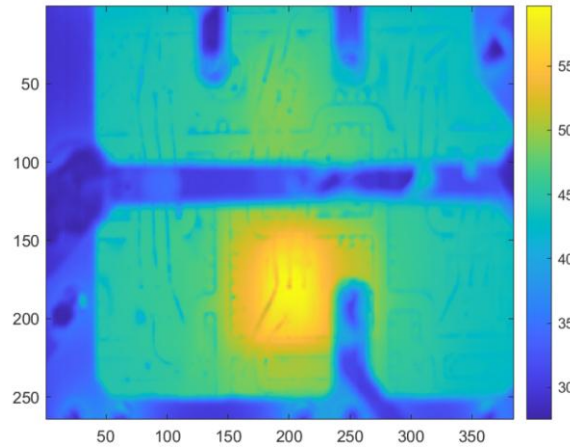
$t = 15$ s



$t = 20$ s

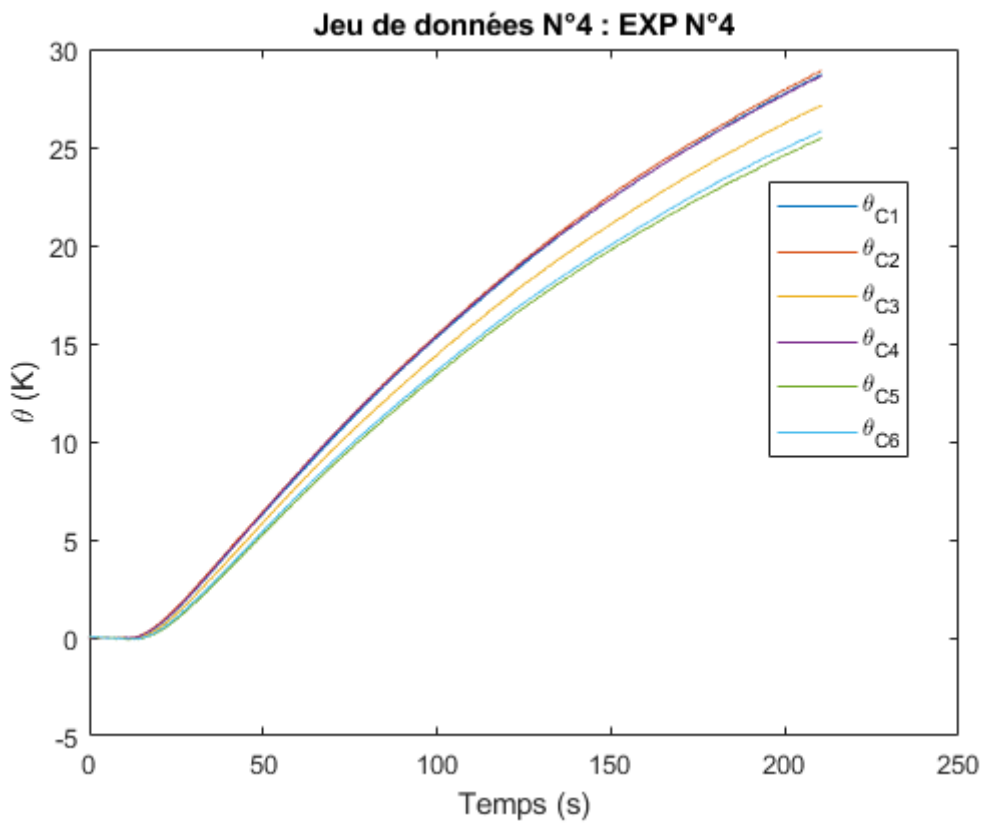
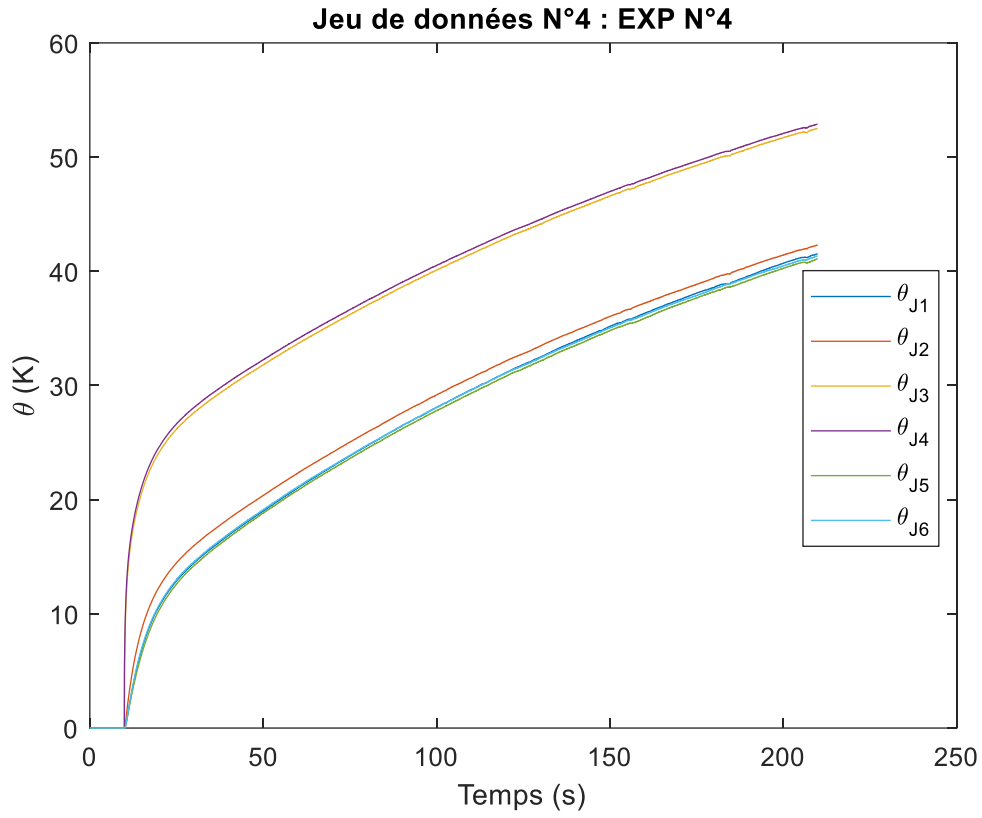


$t = 25$ s



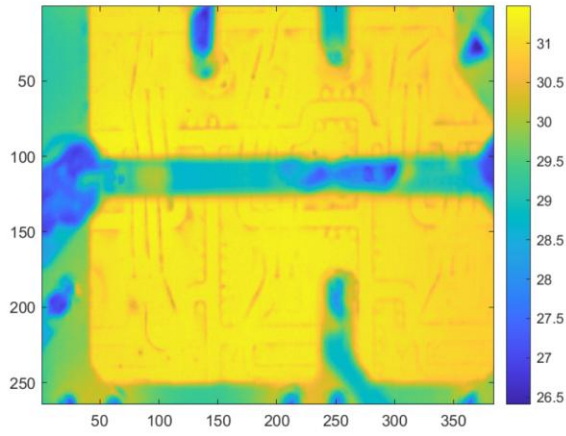
$t = 35$ s

Evolution des températures au niveau des capteurs et des puces en fonction du temps

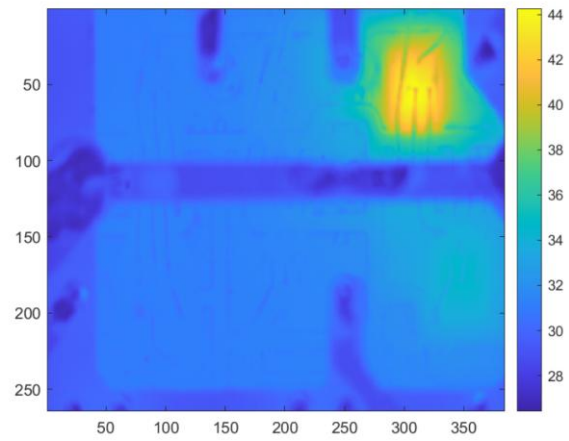


Expérience N°5 :

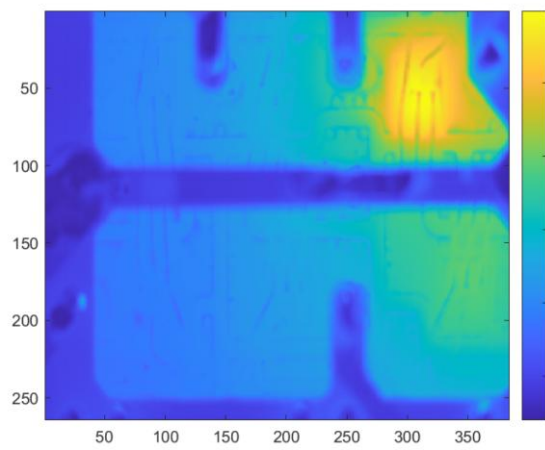
Cartographies de température



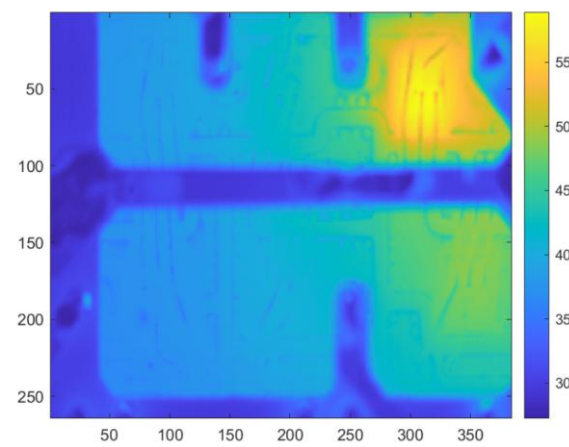
$t = 0$ s



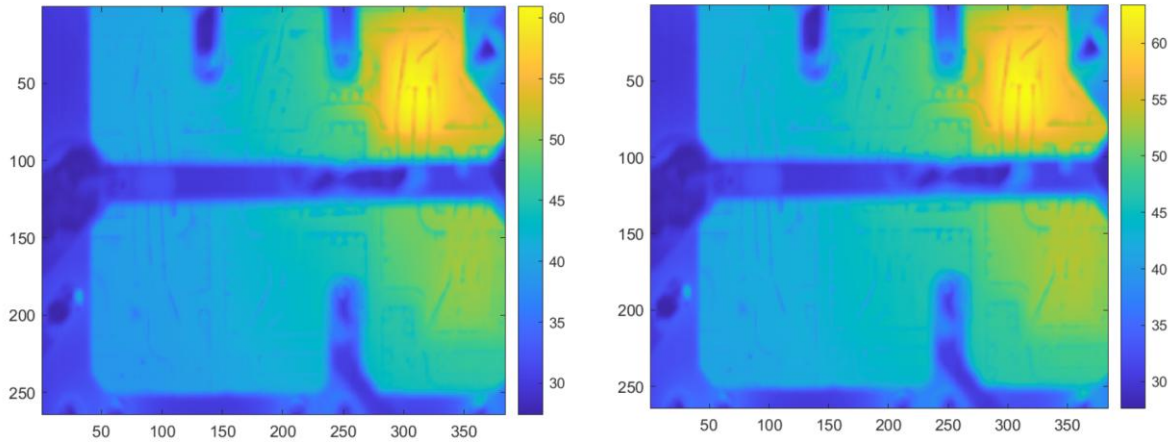
$t = 10$ s



$t = 15$ s



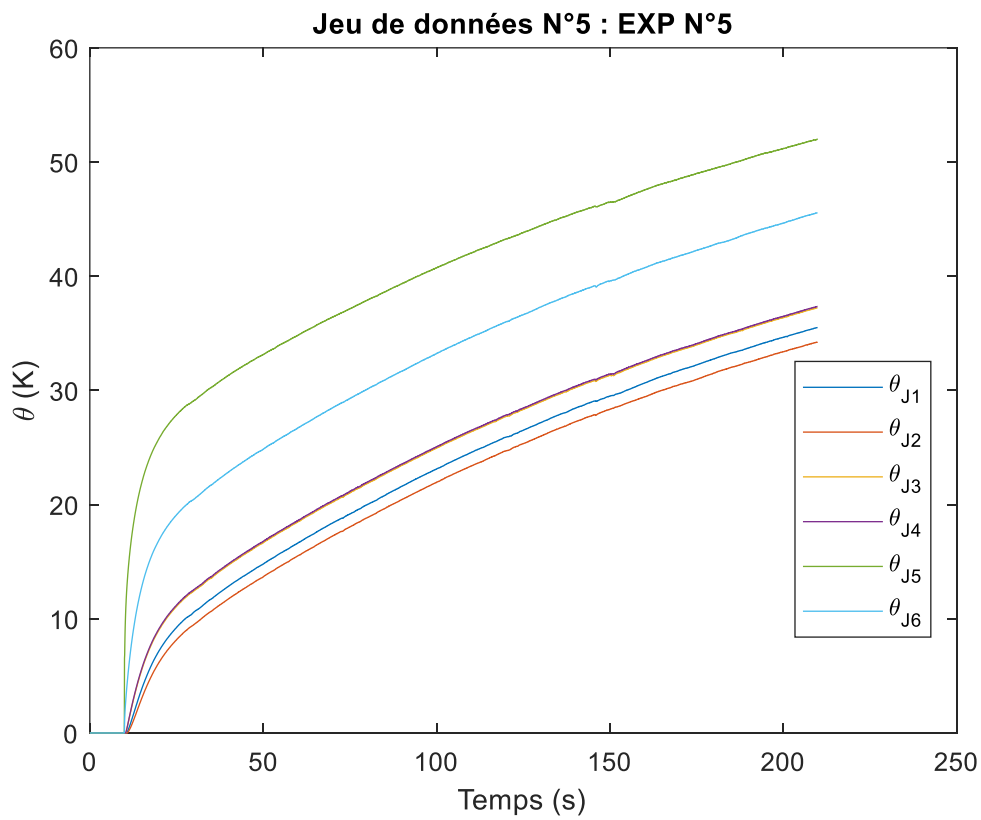
$t = 20$ s

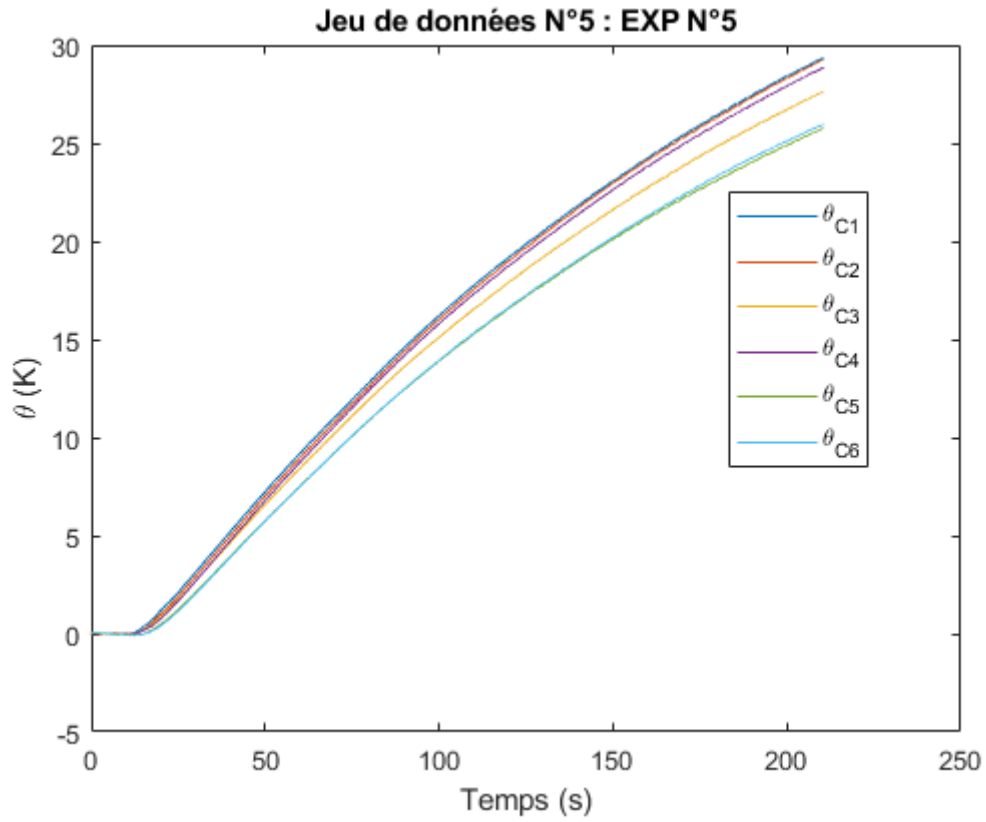


$t = 25 \text{ s}$

$t = 35 \text{ s}$

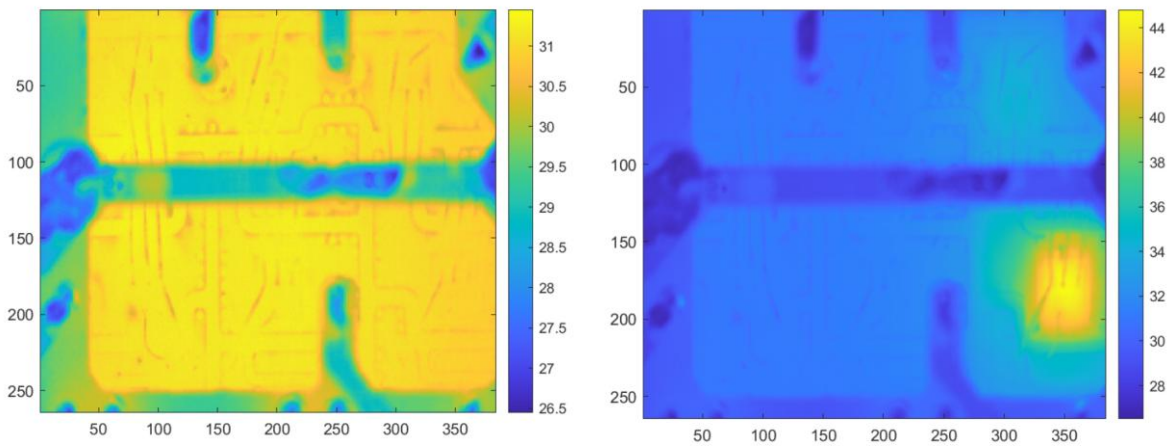
Evolution des températures au niveau des capteurs et des puces en fonction du temps





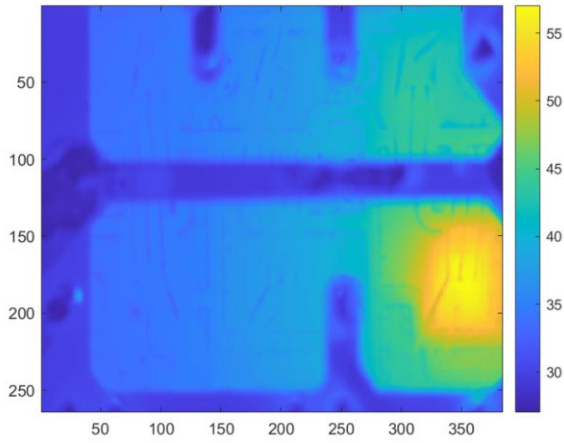
Expérience N°6 :

Cartographies de température

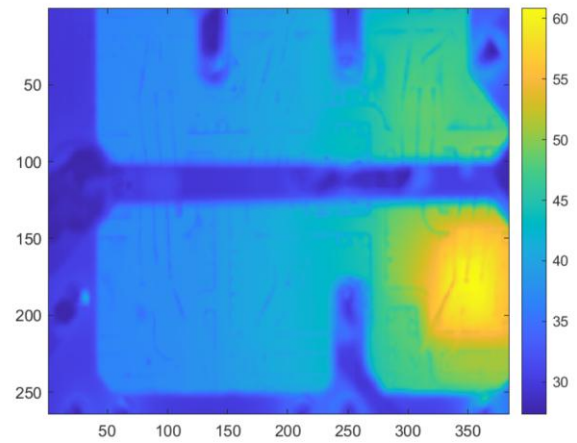


$t = 0$ s

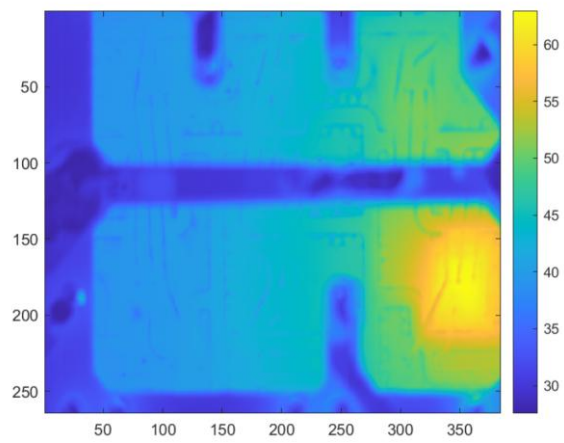
$t = 10$ s



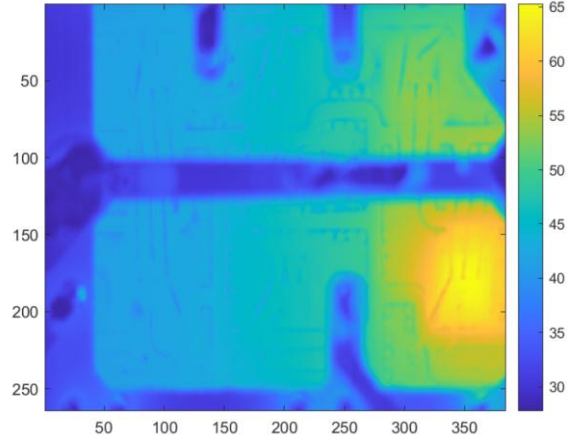
$t = 15$ s



$t = 20$ s

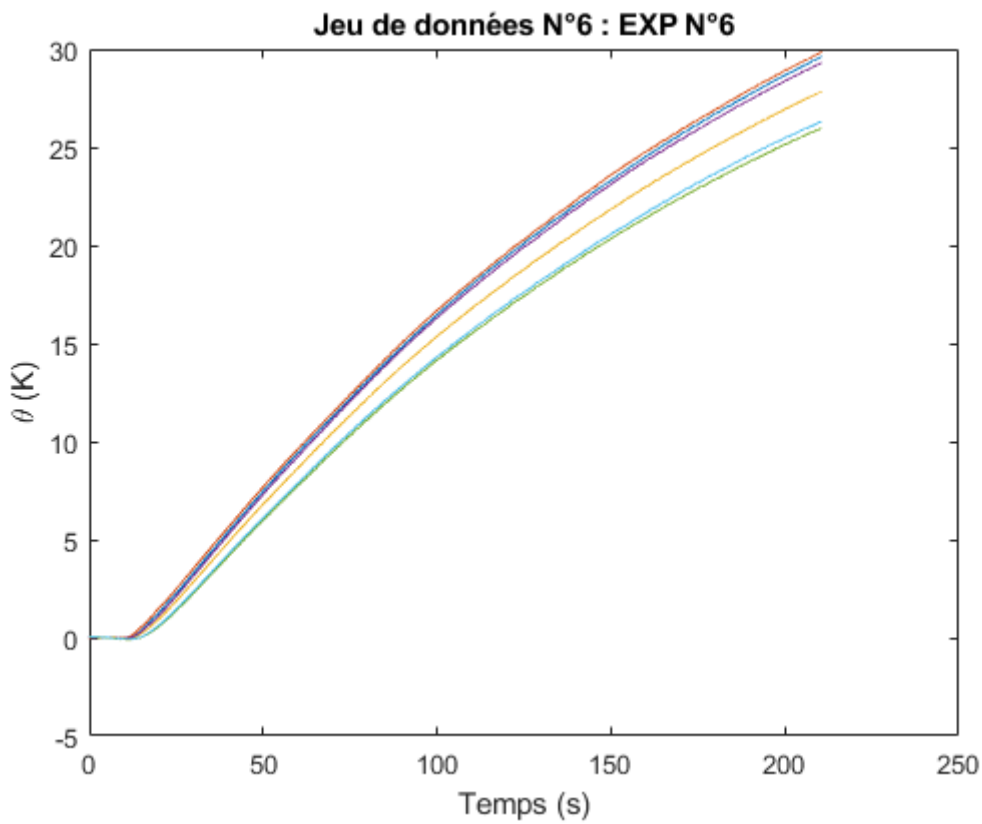
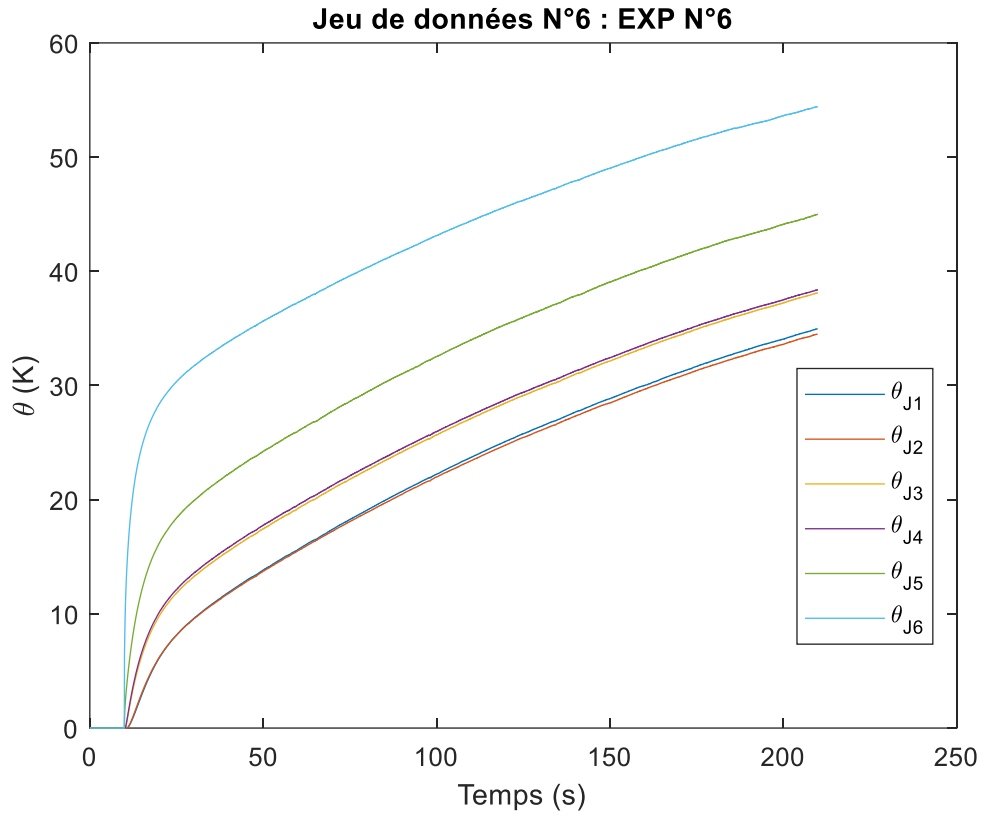


$t = 25$ s



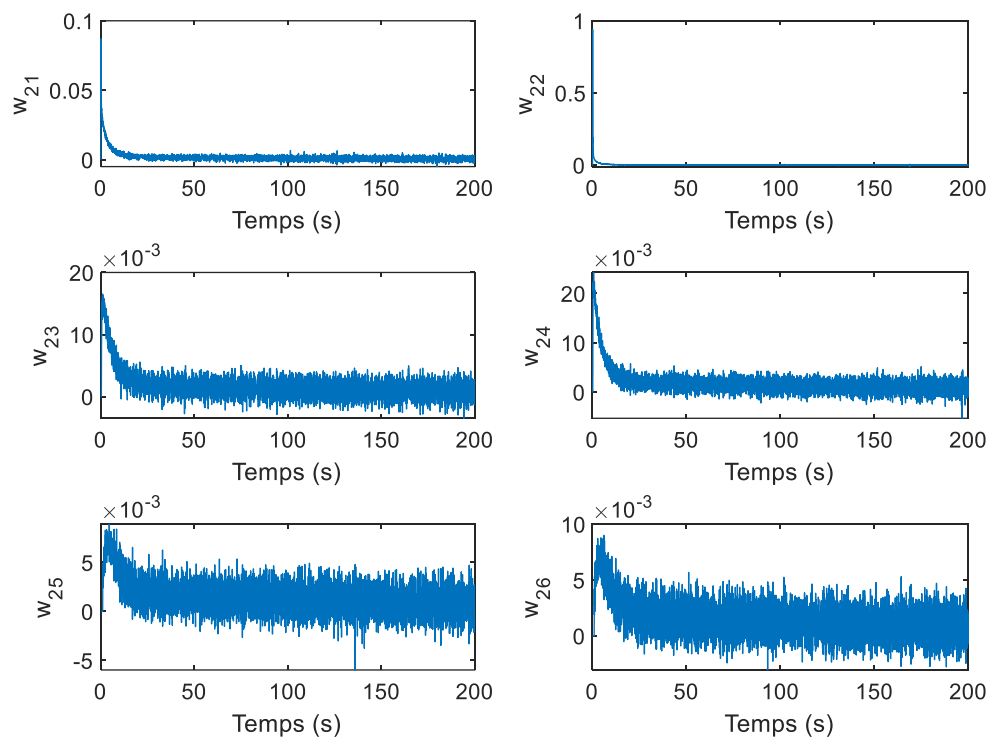
$t = 35$ s

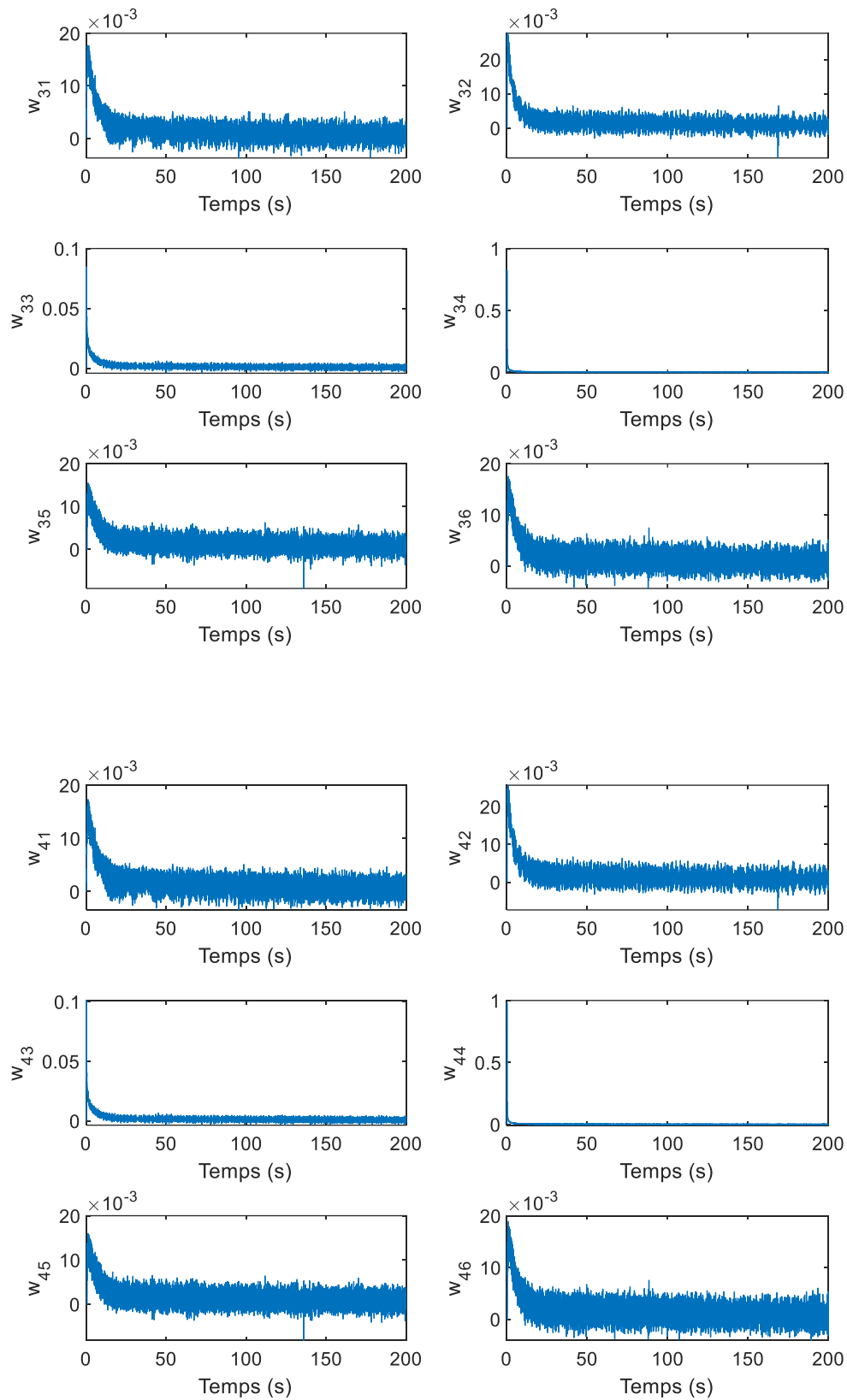
Evolution des températures au niveau des capteurs et des puces en fonction du temps

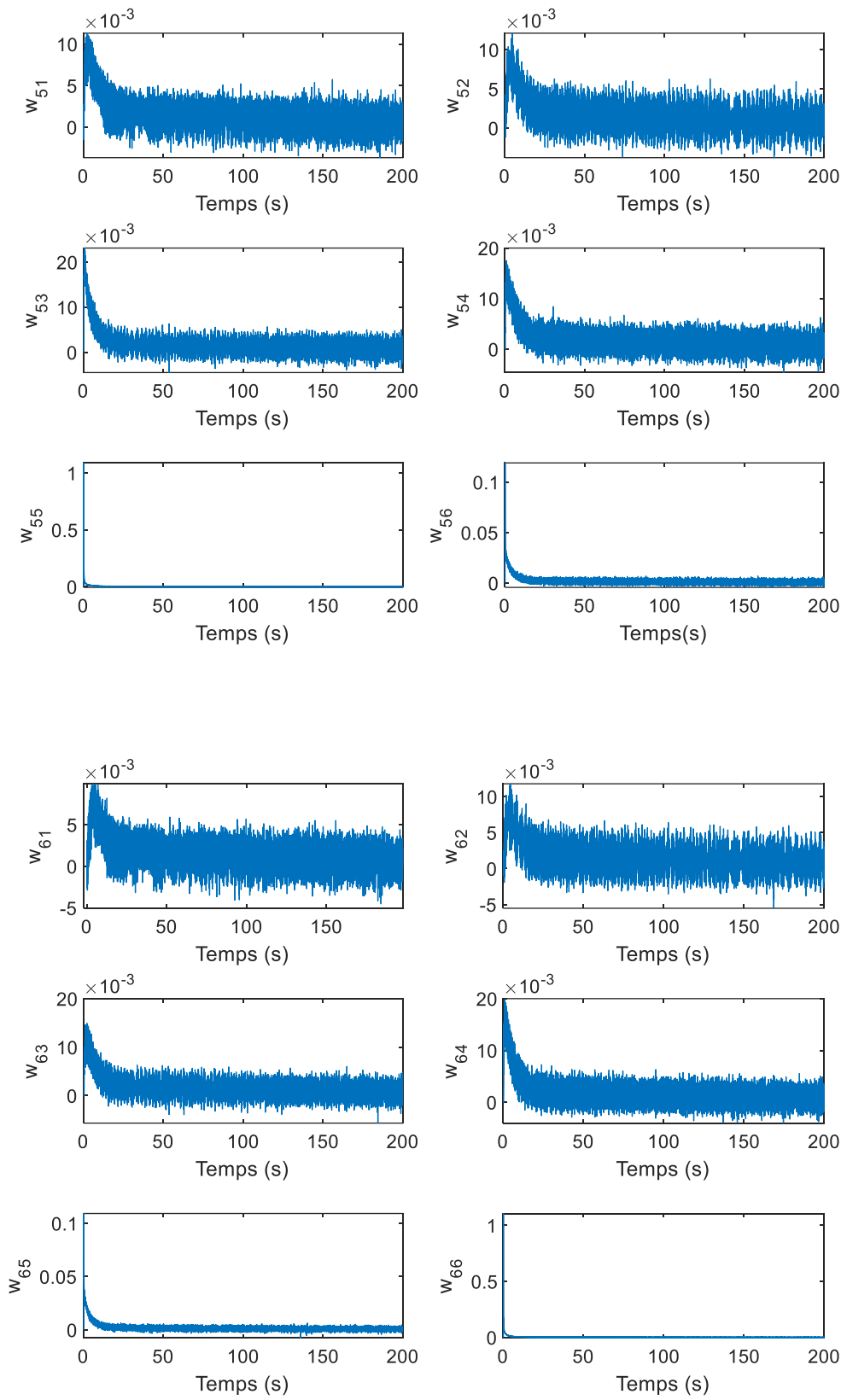


Annexe 3 : transmittances identifiées expérimentalement sur le composant à six transistors

Les six transmittances reliant chaque jonction activée aux six thermocouples sont présentées en fonction du temps. Et ce pour les jonctions 2,3,4 et 5. Ces transmittances traduisent l'évolution de la transmission thermique entre la jonction excitée et chacun des thermocouples, et permettent ainsi d'évaluer la dynamique de propagation de la chaleur dans le système. Cette représentation temporelle permet également de comparer l'influence thermique de chaque jonction sur l'ensemble du réseau de mesure.







Annexe 4 : Etape de vérification sur le composant à six transistors

Les résultats de l'étape de vérification au niveau des jonction 2, ...,6 pour le premier jeu de données (expérience N°1) sont présentés ci-dessous.

