



Contribution à l'étude de l'amorçage de fissures dans les matériaux fragiles

Aurélien Doitrand

► To cite this version:

Aurélien Doitrand. Contribution à l'étude de l'amorçage de fissures dans les matériaux fragiles. Physique [physics]. Université Lyon 1 - Claude Bernard; INSA Lyon, 2025. <tel-05015020>

HAL Id: tel-05015020

<https://hal.science/tel-05015020v1>

Submitted on 1 Apr 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

N° Identificateur : 2025HDR004

Année 2025

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon
et l'Université Claude Bernard Lyon I

Contribution à l'étude de l'amorçage de fissures dans les matériaux fragiles

par

Aurélien Doitrand

Soutenue le 28 Mars 2025

Composition du jury

<i>Rapporteurs :</i>	Djimédo Kondo	IJLRA, Sorbonne Université
	Christophe Bois	I2M, Université de Bordeaux
	Sylvain Drapier	LGF, Ecole des Mines de Saint-Etienne
<i>Examineurs :</i>	Julien Réthoré	GeM, Université de Nantes
	Thouraya Baranger	LMC2, Université Claude Bernard Lyon I
	Nathalie Godin	MATEIS, INSA de Lyon
	Sylvain Meille	MATEIS, INSA de Lyon

Mis en page avec la classe thesul.

Table des matières

Dossier Recherche	1
--------------------------	----------

Introduction	7
---------------------	----------

Modélisation de l'amorçage de fissures	11
---	-----------

1	Histoire et philosophie du critère couplé	12
1.1	Un critère motivé par les expériences	12
1.2	Rupture d'une barre en traction	14
1.3	Amorçage au niveau d'une entaille en V	16
1.4	Effet de taille sur la propagation d'une fissure	17
2	Un cadre général pour étudier l'amorçage de fissures	19
2.1	Condition en contrainte	19
2.2	Condition en énergie	21
2.3	Couplage des deux conditions	25
2.4	Implémentation du critère couplé	27
3	Limites actuelles et défis futurs pour le critère couplé	29
3.1	Validation expérimentale de l'existence de la longueur d'amorçage	30
3.2	Gestion autonome du chemin de fissuration	30
3.3	Formes optimales des fissures d'amorçage	30
3.4	Description d'une zone d'élaboration	31

Rupture des céramiques - Influence des défauts et effets de taille		33
1	Le rôle d'un défaut sur la rupture d'une céramique	36
1.1	Signification de la contrainte à rupture critique pour une céramique	36
1.2	Est-ce seulement la taille du défaut qui compte ?	38
1.3	Une expérience pour évaluer l'approche probabiliste	40
2	Effet de taille en rupture des matériaux fragiles	43
2.1	L'effet de taille en rupture fragile	43
2.2	Applications aux céramiques poreuses et monocristaux	44
2.3	Vers des expériences à petites échelles	45
3	Rupture de céramiques « briques/mortier »	46
3.1	Amélioration de la ténacité par déviation de fissures	47
3.2	Caractérisation des interfaces	48
3.3	Anisotropie des propriétés à rupture	48
4	Perspectives	51
Simulation de l'émission acoustique due à la fissuration		53
1	Simulation d'émission acoustique dans les matériaux composites	57
1.1	Observations expérimentales	57
1.2	Simulation de l'EA due à la fissuration transverse	57
2	Description de la source d'émission acoustique	59
2.1	Prise en compte des effets inertiels	60
2.2	Influence du comportement matériau	62
2.3	Description des formes optimales de fissures	63
2.4	Description de la formation de la fissure	64
3	Influence du capteur dans une analyse d'EA	65
3.1	Observations expérimentales de l'effet du capteur	66
3.2	Peut-on s'affranchir de l'effet du capteur ?	67
3.3	Le capteur dans la simulation de l'EA	68
4	Perspectives	69
Mécanique de la rupture régularisée		71
1	La longueur interne des modèles de rupture par champ de phase	73
1.1	Solution homogène - corrélation avec la surface de rupture	73
1.2	Corrélation dans le cas d'un gradient de contrainte	75
2	Critère en contrainte dans une formulation champ de phase	76
2.1	Définition de la surface de rupture	76
2.2	Formulation champ de phase avec une surface de rupture	77

2.3	Exemples d'application	78
3	Vers une théorie de la mécanique de la rupture régularisée	80
3.1	Description de la zone d'élaboration	80
3.2	Amorçage d'une fissure régularisée	81
3.3	Comparaison avec le champ de phase	83
4	Perspectives	85

Conclusion générale et perspectives
--

Bibliographie personnelle

Bibliographie

Dossier Personnel	113
--------------------------	------------

Curriculum vitae	115
-------------------------	------------

1	Formation - expérience	115
2	Responsabilités administratives	115
3	Activités d'enseignement	116
4	Encadrements	117
5	Organisation de conférences	119
6	Participation à des jurys de thèse	119
7	Projets de recherche financés	120
8	Sociétés savantes	120
9	Distinctions	120

Dossier Recherche

Liste des acronymes :

BM	briques-et-mortier
CIN	corrélation d'images numériques
CC	critère couplé
CP	champs de phase
CPCC	formulation « champ de phase du critère couplé »
CT	compact tension
EA	émission acoustique
FIB	focused ion beam
FIC	facteur d'intensité de contraintes
FICG	facteur d'intensité de contraintes généralisé
FFM	finite fracture mechanics
MEB	microscope électronique à balayage
MLER	mécanique linéaire élastique de la rupture
PMMA	polyméthacrylate de méthyle
TDC	théorie des distances critiques
TRE	taux de restitution d'énergie
TREC	taux de restitution d'énergie critique
TREI	taux de restitution d'énergie incrémental

Liste des variables (1/3) :

$\vec{a}$	axe cristallographique du saphir
a	longueur de fissure initiale
a_c	taille critique de la fissure qui propage (MLER)
A	fonction géométrique
A_β	fonction géométrique
A_{eff}	fonction géométrique pour une fissure régularisée
α	exposant du profil de vitesse de fissuration
β	angle de l'entaille en V
c	côté du trou carré
C	fonction géométrique
c_ω	constante de normalisation
c_R	vitesse de l'onde de Rayleigh
d	variable d'endommagement du modèle de rupture par champ de phase
d_c	diamètre des pores déterminés à l'aide du CC
d_i	descripteur numéro i du signal d'émission acoustique
d_s	dimension du défaut de surface
d_p	diamètre du pore
ΔX	$X(S) - X(0)$, Variation de la quantité X pour des surfaces de fissures S et 0
E	module de Young
E'	module de Young en déformations planes
η	résistance normalisée
ε	taille normalisée du ligament entre un pore et un bord libre
ε_i	déformation à l'amorçage

Liste des variables (2/3) :

f	fonction décrivant la surface de rupture du matériau
F	force
γ	densité de surface de fissures
Γ	topologie de la fissure
Γ_σ	ensemble des fissures pour lesquelles la condition en contrainte est remplie
Γ_G	ensemble des fissures pour lesquelles la condition en énergie est remplie
Γ_c	topologie de la fissure à l'amorçage
$\mathcal{G}$	TRE
$\mathcal{G}_{\text{dyn}}$	TRE dynamique
$\mathcal{G}_c$	TRE critique
$\mathcal{G}_{\text{Ic}}$	TRE critique en mode d'ouverture
$\mathcal{G}_{\text{IIc}}$	TRE critique en mode de cisaillement
$\mathcal{G}_c$	TRE critique moyen sur le chemin de fissures avant amorçage
$\mathcal{G}_{\text{inc}}$	taux de restitution d'énergie incrémental
$\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{I}}$	composante du mode d'ouverture du TRE incrémental
$\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{II}}$	composante du mode de cisaillement du TRE incrémental
h	épaisseur de l'éprouvette
h_d	distance du bord libre au centre du pore
k	fonction géométrique
K_{I}	facteur d'intensité de contrainte généralisé à l'amorçage de la fissure
K_j	facteur d'intensité de contrainte généralisé du mode j
K_{I}	facteur d'intensité de contrainte généralisé en mode d'ouverture
K_{Iapp}	facteur d'intensité de contrainte généralisé apparent à l'amorçage de la fissure
K_{Ic}	facteur d'intensité de contrainte critique
ℓ	longueur de la fissure
ℓ_c	longueur de régularisation du modèle de rupture par champ de phase
$\dot{\ell}$	vitesse de la fissure
ℓ_{eff}	longueur effective de la fissure régularisée
ℓ_{i}	longueur de la fissure à l'amorçage
ℓ_{mat}	longueur d'Irwin
L	demi longueur de la barre en traction
λ	exposant de la singularité
λ_j	exposant du mode j de la singularité
m	coefficient de Weibull
$\mu_{\text{i}}, e_{\text{i}}$	moyenne et écart type d'un jeu de données
$\nabla \cdot$	opérateur gradient
ν	coefficient de Poisson
ω	fonction géométrique
ψ	mixité de mode
φ	exposant de la loi puissance
q	exposant du critère en contrainte
r, θ	coordonnées polaires
r_{h}	rayon du trou circulaire
S	Surface de la fissure

Liste des variables (3/3) :

S_c	surface de la fissure à l'amorçage
$S_{\min}$	borne inférieure de surfaces de fissures d'arrêt après propagation instable
$S_{\max}$	borne supérieure de surfaces de fissures d'arrêt après propagation instable
σ_0, σ_∞	niveau de contrainte imposé en traction uniaxiale
σ_0^{CC}	contrainte à laquelle la fissure de taille $2a$ propage (CC)
σ_0^G	contrainte à laquelle la fissure de taille $2a$ propage (MLER)
σ_c	résistance en traction
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	contraintes principales
$\sigma_{\max}$	contrainte maximale atteinte sous chargement de flexion
σ_{nn}	contrainte normale dans le repère local du chemin de fissure
σ_{nt}	contrainte de cisaillement dans le repère local du chemin de fissure
σ_R	contrainte à rupture
w	épaisseur de la barre en traction
W_{crack}	énergie de surface de fissuration
W_d	énergie relachée par des phénomènes dissipatifs autres que la fissuration
W_{el}	énergie de déformation élastique
W_{ext}	travail des forces extérieures
W_k	énergie cinétique
t	temps
t_b	largeur de la barre en traction
t_c	temps d'amorçage de la fissure
t_e	largeur de l'éprouvette
t_{90}	épaisseur des plis orientés à 90 deg.
T	contrainte de traction appliquée à l'éprouvette avec un pore
T_c	contrainte à l'amorçage de fissures au niveau d'un pore
τ_c	résistance en cisaillement du matériau
$\tau_{\min}$	temps minimum de coalescence de micro-fissures
θ_i	angle de l'interface par rapport à la section de la micropoutre
$\mathbf{u}$	vecteur déplacement
$\mathbf{u}_j$	vecteur propre du mode j de la singularité
U	Chargement appliqué
U_c	Chargement à l'amorçage de la fissure
U_σ	Chargement appliqué pour remplir le critère en contrainte
U_G	Chargement appliqué pour remplir le critère en énergie
v_{fissure}	vitesse de propagation de la fissure
$\bar{v}$	vitesse moyenne de fissuration
V	Volume de la barre en traction
V_{EFF}	Volume effectif sollicité en traction dans l'éprouvette
$\mathbf{x}$	vecteur position
x, y, z	coordonnées cartésiennes
ξ	longueur de régularisation normalisée
ξ_c	longueur de régularisation à l'amorçage de la fissure
ξ_{eff}	longueur effective normalisée de la fissure régularisée

Les vecteurs sont notés en gras, par exemple le vecteur position $\mathbf{x}$ ou le vecteur déplacement $\mathbf{u}$. Les tenseurs d'ordre 2 sont soulignés deux fois, par exemple le tenseur de déformations $\underline{\underline{\epsilon}}$ ou de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$.

Introduction

L'écriture de ce manuscrit en vue d'obtenir l'habilitation à diriger des recherches est l'occasion de faire le bilan sur une dizaine d'années de recherches et de se projeter sur de futures activités. Mon activité de recherche principale s'est focalisée sur la compréhension et la description du phénomène d'amorçage de fissures dans des matériaux fragiles. Pourquoi et comment se crée une fissure ? Comment caractériser, modéliser et prévoir l'amorçage d'une fissure ? De quelle manière l'amorçage de la fissure est-il influencé par la microstructure du matériau ? Ces questions ont été le fil conducteur d'activités principalement basées sur la modélisation et la simulation numérique de la fissuration, à des fins de compréhension et de description des phénomènes de fissuration observés expérimentalement. Cette complémentarité entre approches expérimentales et numériques est essentielle pour parvenir à une vision globale des mécanismes physiques en jeu et choisir un niveau adapté de caractérisation, de modélisation et de simulation numérique.

Lorsque l'on s'intéresse à des phénomènes de fissuration, il est essentiel d'adopter une définition de ce qu'est une fissure, cette notion n'étant pas triviale. Celle-ci est bien définie dès lors que l'on utilise un modèle pour la décrire, par exemple comme une discontinuité nette ou comme une cavité elliptique dont le rapport d'aspect tend vers une valeur nulle [104]. On peut adopter une vision binaire de la fissuration, en définissant un état fissuré et un état non fissuré. C'est l'approche qui est utilisée dans la mécanique linéaire élastique de la rupture [121, 122, 134, 135]. Cette approche ne permet pas de décrire une zone d'élaboration, *i.e.* un état intermédiaire entre l'état sain et l'état fissuré. Des descriptions plus raffinées existent pour décrire une zone d'élaboration qui traduit par exemple des mécanismes d'endommagement ou de plasticité [50]. Dans les modèles de zones cohésives [69, 105], la zone d'élaboration se situe en amont du chemin de propagation de la fissure et représente une interaction entre les deux surfaces qui formeront ensuite la fissure lorsque la traction qui s'exerce entre elles devient nulle. Dans les modèles à gradient d'endommagement ou de rupture par champ de phase [75, 76], la zone d'élaboration représente plutôt une zone d'endommagement diffus autour de la fissure principale.

La caractérisation expérimentale d'un mécanisme de fissuration n'est pas immédiate, puisque certains paramètres de la fissure dépendent du modèle permettant de la décrire. On peut toutefois mesurer des caractéristiques qui sont indépendantes d'un modèle, telles que l'ouverture (ou saut de déplacement) des deux surfaces de la fissure ou le niveau de chargement auquel une fissuration est détectée par exemple par émission acoustique ou par observation optique. Un autre moyen consiste à caractériser l'effet de la fissuration sur les paramètres que l'on mesure, tels que les champs de déplacement locaux obtenus par corrélation d'images ou la courbe globale force déplacement. Se pose alors la question de la caractérisation et de la définition expérimentale de l'amorçage de fissures. Celui-ci correspond-il au premier événement d'endommagement du matériau ? L'amorçage d'une fissure n'est-il finalement que le résultat de la propagation et de la coalescence de fissures à une échelle d'observation inférieure ? Est-on capable de distinguer

l'amorçage d'une fissure d'une phase de propagation instable qui en découle, par exemple via l'analyse de faciès de rupture ?

La notion d'amorçage de fissures est intrinsèquement liée à l'échelle d'observation. A une échelle macroscopique (à laquelle on représente le matériau comme une entité homogène), on observe des amorçages abrupts de fissures [9][231], se traduisant comme des instabilités qui s'établissent sur des courtes échelles de temps et d'espace. A l'échelle atomique, la fissuration se traduit par la rupture progressive ou collective de liaisons entre atomes [79], accompagnées d'événements locaux tels que de la plasticité. A une échelle intermédiaire, le mécanisme de fissuration peut se révéler fortement dépendant de la microstructure du matériau. Ainsi, le choix d'un cadre de modélisation et de l'échelle de représentation des mécanismes en jeu est primordial. On ne saura traduire une interaction fissure - microstructure à l'échelle macroscopique que de manière phénoménologique, à travers les effets de cette interaction sur l'une des composantes du modèle. Des hétérogénéités à l'échelle de la microstructure, par exemple dans les tailles de grains, ou la présence de pores dans les matériaux céramiques amènent une variabilité sur les propriétés intrinsèques du matériau. Dans une approche de description de la rupture à une échelle macroscopique, soit l'on intègre cette variabilité dans le comportement mécanique, soit celle-ci se traduit sur les propriétés à rupture. Il en découle que la signification des paramètres des modèles est inhérente à la description choisie, et le choix du modèle de fissuration essentiel pour l'analyse du mécanisme de rupture.

L'articulation du manuscrit met en avant les problématiques scientifiques abordées depuis mon arrivée au laboratoire MATEIS. Celles ci m'ont amené à développer mes travaux concernant l'amorçage de fissures, qui en reste le fil conducteur. S'intéresser à l'amorçage d'une fissure nécessite d'élargir la vision classique de la mécanique linéaire élastique de la rupture [122, 134], dont le formalisme, établi à partir de l'hypothèse d'une fissure pré-existante, permet de traiter de sa propagation. L'une des approches que j'ai utilisée pour étudier cette thématique est le critère couplé [152]. Cette approche offre un formalisme adéquat à l'étude de l'amorçage de fissures. Sa description dans le chapitre **Modélisation de l'amorçage de fissures** offre un aperçu de ma conception, et de son évolution au fil des contributions apportées pour l'étendre à un cadre général de description de l'amorçage de fissures.

Mon activité de maître de conférences se déroule au département Matériaux de l'INSA de Lyon (nouvelle appellation depuis 2024 du département SGM : « Science et Génie des Matériaux ») et au sein de l'équipe CERA (« Céramiques et composites »). Les travaux de l'équipe sont focalisés sur l'élaboration de matériaux céramiques et les relations entre leur microstructure et leurs propriétés, majoritairement au travers de caractérisations expérimentales. Elle offre donc un cadre idéal pour aborder la simulation numérique de la rupture des céramiques en lien avec leurs microstructures et leurs procédés d'élaboration. L'importance de la microstructure dans le phénomène de fissuration des céramiques est illustrée dans le chapitre **Rupture des céramiques - Influence des défauts et effets de taille** par l'étude de céramiques poreuses, des effets de taille et de la rupture de céramiques de type « briques/mortier ».

Dans le chapitre **Simulation de l'émission acoustique due à la fissuration**, je présente des travaux menés dans le cadre de l'axe transverse « Composites » (thématique d'intérêt commune à plusieurs équipes du laboratoire), dont l'une des thématiques majeure est la caractérisation expérimentale de la fissuration par émission acoustique (EA). Dans ce chapitre, je décris l'intérêt et les opportunités liées à la simulation numérique de l'EA pour la compréhension et l'analyse

des signaux d'émission acoustique dus à un mécanisme de fissuration.

Le chapitre **Mécanique de la rupture régularisée** illustre les travaux issus d'une collaboration hors du laboratoire à propos de la description régularisée d'une fissure. On y trouve une discussion sur la signification de la longueur interne des modèles de rupture par champ de phase et des travaux qui visent à intégrer la description d'une zone d'élaboration dans les approches de description de l'amorçage d'une fissure.

Modélisation de l’amorçage de fissures

Sommaire

1.1	Histoire et philosophie du critère couplé	8
1.1.1	Un critère motivé par les expériences	8
1.1.2	Rupture d’une barre en traction	10
1.1.3	Amorçage au niveau d’une entaille en V	12
1.1.4	Effet de taille sur la propagation d’une fissure	13
1.2	Un cadre général pour étudier l’amorçage de fissures	15
1.2.1	Condition en contrainte	15
1.2.2	Condition en énergie	17
1.2.3	Couplage des deux conditions	20
1.2.4	Implémentation du critère couplé	22
1.3	Limites actuelles et défis futurs pour le critère couplé	25
1.3.1	Validation expérimentale de l’existence de la longueur d’amorçage	25
1.3.2	Gestion autonome du chemin de fissuration	26
1.3.3	Formes optimales des fissures d’amorçage	26
1.3.4	Description d’une zone d’élaboration	26

Liste des publications associées à ce chapitre :

- [7] **Doitrand, A.**, Duminy, T., Girard, H., Chen, X. : A review of the coupled criterion. Journal of Theoretical, Computational, and Applied Mechanics (2024). url : <https://hal.science/hal-04023438>
- [30] **Doitrand, A.**, Martin, E., Leguillon, D. : Numerical implementation of the coupled criterion : Matched asymptotic and full finite element approaches. Finite Element in Analysis and Design 168, 103344 (2020). doi : [10.1016/j.finel.2019.103344](https://doi.org/10.1016/j.finel.2019.103344)

Ce premier chapitre a pour but de présenter le critère couplé (CC) pour traiter de l'amorçage de fissures dans des matériaux fragiles. C'est l'approche que j'ai le plus utilisée au cours de ces dernières années et qui offre, de mon point de vue, un cadre relativement général pour traiter de l'amorçage d'une fissure dans un matériau fragile, mais pas uniquement (on l'illustrera au cours de ce manuscrit avec la prise en compte de non-linéarités ou d'une zone d'élaboration dans le mécanisme de rupture). Dans la première partie du chapitre, je donnerai l'idée principale du CC en me basant sur un aperçu « historique » de la mise en place et du développement de la méthode. Cette partie est de toute évidence subjective et donne un historique partiel du CC, mais elle reflète ma vision qui a conduit à proposer des développements et extensions décrits dans ce manuscrit. Je présenterai ensuite la formulation actuelle issue des divers développements successifs du CC, comme un cadre général pour traiter de l'amorçage d'une fissure dans un matériau fragile à une échelle de description donnée. Enfin, j'aborderai quelques axes d'améliorations possibles que je conçois comme les prochaines évolutions qui permettront au CC de franchir une étape supplémentaire dans son développement comme une approche de mécanique de la rupture pour étudier l'amorçage de fissures.

1 Histoire et philosophie du critère couplé

1.1 Un critère motivé par les expériences

L'approche du critère couplé a émergé au début des années 2000. La publication fondatrice (en 2002) de Dominique Leguillon [152] donne l'idée générale et des cas d'applications du CC, dont les prémices avaient déjà été évoquées un an plus tôt dans les comptes rendus de l'académie des sciences [151]. Une série d'expériences, menées par Parvizi, Garrett et Bailey [214] a notamment motivé la proposition du critère couplé. Ces travaux concernaient la caractérisation expérimentale de l'amorçage de fissures dans des plis transverses à la direction de chargement de composites stratifiés croisés [0/90/0] avec différentes épaisseurs du pli à 90 deg (Fig. 1a). Les résultats expérimentaux mettaient en évidence deux régimes, avec une déformation à l'amorçage de fissures qui est constante (modulo la dispersion) pour des plis suffisamment épais ($t_{90} \geq 0.5$ mm), et qui augmente lorsque la taille de pli diminue, pour des plis suffisamment fins ($t_{90} \leq 0.5$ mm), Fig. 1b). Malgré la dispersion des mesures expérimentales due à une variabilité inévitable à l'échelle de l'agencement des fibres, un critère basé sur une déformation critique ou une contrainte critique du pli explique la rupture des plis suffisamment épais, et introduit comme paramètre matériau une résistance critique intrinsèque au pli (Fig. 1b). Ce type d'analyse remonte aux travaux de Lamé et Clapeyron [144] mettant en avant une constante qui représente « l'intensité de la résistance que les corps de chaque espèce opposent au changement de figure ». Un critère basé sur les contraintes est relativement simple d'utilisation, il requiert le calcul de l'état de contrainte avant fissuration. Puisque des valeurs de contraintes infinies sont obtenues au niveau d'une singularité sous l'hypothèse de l'élasticité linéaire, Neuber a proposé d'évaluer une contrainte moyenne dans un volume fini plutôt que localement [206]. Peterson [216] a par la suite simplifié cette approche en évaluant la contrainte de référence à une distance donnée de la singularité. Irwin [134, 135] a également souligné l'intérêt d'utiliser un critère en contrainte à partir d'observations expérimentales d'effets de taille dès lors qu'il n'y a pas de défauts de taille significative dans le matériau. Cela introduit une longueur caractéristique du matériau, la longueur d'Irwin ℓ_{mat} qui dépend du taux de restitution d'énergie critique $\mathcal{G}_c$ (ou de manière équivalente du facteur d'intensité de contrainte critique K_{Ic}), de la résistance en traction σ_c et du module de Young ($E' = E$ sous l'hypothèse de contrainte plane ou en 3D et $E' = E/(1 - \nu^2)$)

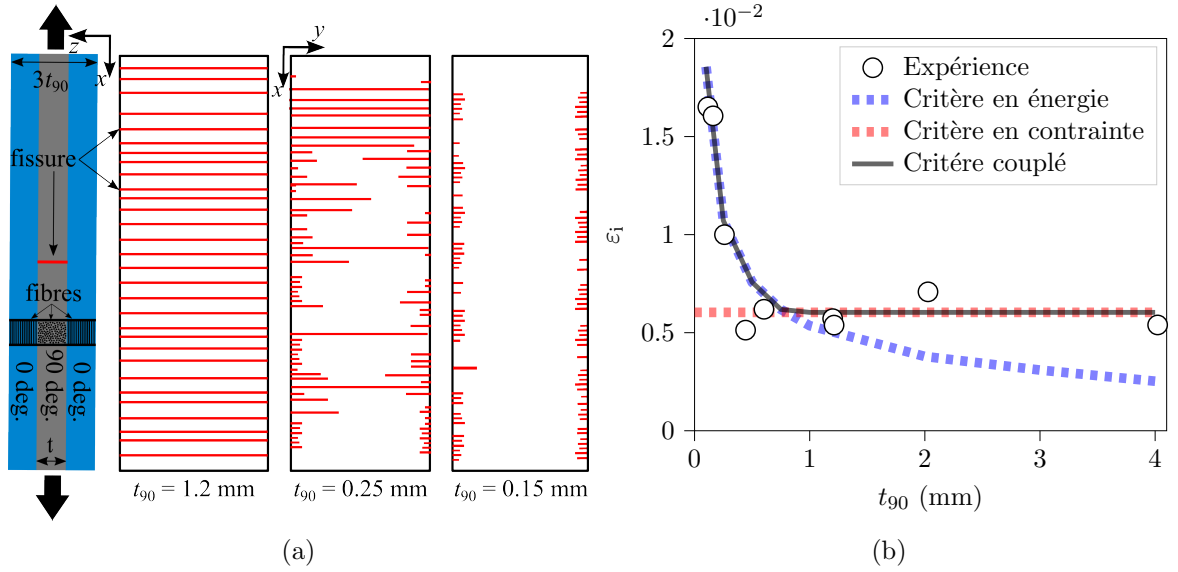


FIGURE 1 – (a) Schéma d'un stratifié [0/90/0] (vue de l'épaisseur à gauche, et vue de la largeur pour les 3 schémas de droite) et des fissures observées expérimentalement dans la largeur du composite à 1.4 % de déformation imposée (figure reproduite à partir d'observations expérimentales tirées de la Fig. 4 dans [214]). (b) Variation de la déformation à l'amorçage ε_i de la première fissure mesurée expérimentalement en fonction de l'épaisseur du pli orienté à 90 deg. (t_{90}) et obtenue avec un critère en contrainte, un critère en énergie, et le critère couplé.

sous l'hypothèse de déformation plane, ν étant le coefficient de Poisson) :

$$\ell_{\text{mat}} = \frac{K_{\text{Ic}}^2}{\sigma_c^2} = \frac{E' G_c}{\sigma_c^2}. \quad (1)$$

Whitney et Nuismer [270] et Tanaka [256] ont proposé d'utiliser la longueur d'Irwin comme longueur caractéristique à laquelle évaluer le critère en contrainte afin de prévoir la rupture fragile d'éprouvettes entaillées. Il a par la suite été démontré que la longueur à laquelle évaluer la contrainte ne dépend pas uniquement du matériau mais aussi d'autres paramètres tels que la géométrie de l'éprouvette [65, 222, 255]. L'ensemble des approches basées sur l'évaluation non locale de la contrainte a finalement été formalisé sous le nom de « Théorie des Distances Critiques » (TDC) [258] qui offre une approche simple à mettre en oeuvre pour prévoir le niveau d'amorçage d'une fissure.

Toutefois, l'utilisation de la TDC n'explique pas l'effet de taille de pli observé dans les travaux de Parvizi, puisque la contrainte dans le pli est homogène et indépendante de l'épaisseur du pli pour une déformation appliquée donnée. Deux écoles de pensées se sont alors confrontées pour expliquer l'augmentation de résistance avec la diminution de l'épaisseur du pli. La première invoque un argument statistique : plus le pli est fin, moins la probabilité de trouver un défaut est importante, et plus la résistance augmente. Ce raisonnement est typique des approches statistiques proposées par Weibull [265–267]. La seconde explication est basée sur la variation d'énergie nécessaire à la création d'une fissure sur toute l'épaisseur du pli. Les approches en énergie héritent généralement de celle proposée par Griffith [121, 122] qui étudie la propagation d'une fissure en considérant des incréments de propagation infinitésimaux. Cette approche est toutefois limitée à considérer des cas où une fissure est déjà présente et dont on peut étudier la

propagation, mais ne permet pas d'étudier des cas d'amorçage de fissures tels que l'exemple de Parvizi, Garrett et Bailey [214]. Cette limitation a été dépassée en appliquant un critère basé sur l'énergie pour un incrément de surface de fissures fini, représentant ainsi l'amorçage de la fissure sur toute l'épaisseur du pli. Cette idée était déjà présente dans le modèle d'Aveston et Kelly [64], et a plus tard été formalisée par le terme de « mécanique de la rupture incrémentale » (« Finite Fracture Mechanics » ou FFM) par Hashin [127] puis Nairn [205]. Cette approche a permis d'expliquer l'effet de taille sur la rupture des plis fins. En revanche, elle sous-estime le niveau de chargement à l'amorçage des premières fissures dans les plis épais (Fig. 1b).

La proposition de coupler un critère non-local en contrainte et un critère en énergie sur un incrément fini de surface de fissures a finalement été amenée par Leguillon [152]. L'idée sous-jacente est que ces deux conditions doivent être simultanément réunies pour déclencher l'amorçage d'une fissure, quelle que soit la configuration étudiée. Dans le cas de plis fins, le critère en contrainte est d'abord satisfait, mais l'énergie qui serait dissipée par la création de la fissure n'est pas suffisante, et le chargement doit être augmenté pour qu'une fissure amorce. Cela signifie que lorsque la fissure amorce, toute l'énergie disponible est consommée dans la création de la fissure. Cela est cohérent avec les observations expérimentales qui montrent des fissures courtes ne traversant toute la largeur des plis fins ($t_{90} = 0.15$ mm, Fig. 1a). Au contraire, dans un pli épais, suffisamment d'énergie pourrait être relâchée pour créer une fissure, mais ce phénomène ne peut intervenir que lorsque le niveau de contrainte atteint la résistance en traction du pli. Lorsque la fissure amorce dans un pli épais, il y a donc plus d'énergie disponible que celle nécessaire à créer la fissure, ce surplus d'énergie peut alors entraîner la propagation instable de la fissure ou amener à l'amorçage d'une seconde fissure au même niveau de chargement. Ce raisonnement est bien illustré par les observations expérimentales qui montrent des fissures traversant toute la largeur de l'éprouvette ($t_{90} = 1.2$ mm, Fig. 1a). Pour des épaisseurs intermédiaires de plis ($t_{90} = 0.25$ mm dans la Fig. 1a), on observe à la fois des fissures traversantes et des fissures courtes. Le cas de l'amorçage d'une fissure transverse est un cas particulier pour lequel l'un des deux critères est prépondérant. On rencontre d'autres configurations pour lesquelles l'un ou l'autre des deux critères prévaut. C'est le cas pour une fissure initiale suffisamment longue, dont on pourrait traiter la propagation avec l'approche de Griffith [121, 122]. Du fait de la singularité en pointe de fissure, le critère en contrainte est rempli sur une distance finie quel que soit le niveau de chargement. C'est donc le critère en énergie qui pilote et qui détermine l'incrément de propagation de fissures. On note que de fait, la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) est incluse dans le CC. Le CC peut donc traiter la propagation d'une fissure, sa plus-value principale étant la possibilité d'étudier également l'étape d'amorçage de la fissure.

1.2 Rupture d'une barre en traction

Un second exemple qui illustre la philosophie du CC est la rupture d'une barre isotrope homogène de longueur $2L$ et de section $S = wt_b$ avec un comportement linéaire élastique soumise à une traction uniaxiale σ_0 (Fig. 2a). L'état de contrainte dans la barre est unidirectionnel, homogène et égal à la contrainte imposée σ_0 . Le critère en contrainte donne une condition nécessaire pour la rupture de la barre :

$$\sigma_0 \geq \sigma_c, \quad (2)$$

où σ_c est la résistance en traction du matériau constitutif de la barre. Comme la contrainte est homogène dans l'ensemble de la barre, on suppose que la barre se rompt de manière fragile en deux parties. Cela signifie que l'énergie de déformation élastique après la rupture $W_{el}(S)$

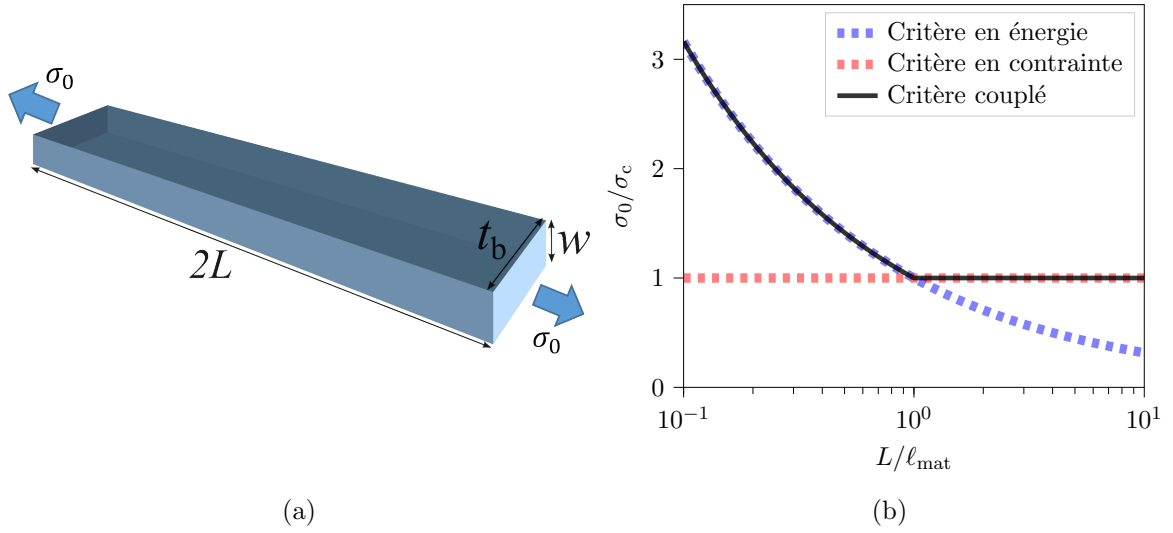


FIGURE 2 – (a) Schéma et dimensions de la barre soumise à une contrainte de traction uniaxiale σ_0 et (b) contrainte à rupture normalisée par la résistance en traction du matériau en fonction de la demi-longueur de la barre normalisée par la longueur d'Irwin.

est nulle, et que la différence d'énergie potentielle ΔW_{el} peut être obtenue à partir de l'énergie potentielle de la barre avant la rupture $W_{\text{el}}(0)$:

$$-\Delta W_{\text{el}} = W_{\text{el}}(0) - W_{\text{el}}(S) = W_{\text{el}}(0) = \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}} dV = \frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{E} 2LS, \quad (3)$$

où E est le module de Young du matériau. La condition en énergie du CC énonce que l'énergie de déformation élastique dissipée par l'amorçage de la fissure doit être supérieure à l'énergie nécessaire à la création de la fissure, $\mathcal{G}_c S$:

$$\frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{E} 2LS \geq \mathcal{G}_c S, \quad (4)$$

ce qui conduit à une deuxième condition nécessaire pour la rupture de la barre :

$$\sigma_0 \geq \sqrt{\frac{E\mathcal{G}_c}{L}}. \quad (5)$$

La Fig. 2b montre la variation de la contrainte imposée nécessaire pour remplir les deux critères en fonction de la longueur de la barre. Pour une longueur de barre donnée, la contrainte à rupture est donc le maximum entre les deux valeurs, ce qui correspond à la contrainte minimale pour laquelle les deux critères sont simultanément remplis. Pour des barres suffisamment longues, la rupture est pilotée par le critère en contrainte. La contrainte à rupture est alors égale à la résistance en traction du matériau car il y a suffisamment d'énergie disponible pour créer la fissure. La barre rompt de manière fragile et l'énergie non consommée pour la rupture est dissipée, sous forme d'énergie cinétique (projection des parties brisées) ou pour la création de surfaces de fissures supplémentaires (la barre se brisant en plusieurs parties). Au contraire, pour des barres suffisamment petites, la contrainte à rupture de la barre dépend à la fois de la longueur de la barre et du taux de restitution d'énergie critique de son matériau constitutif. Dans ce cas, lorsque la contrainte à l'intérieur de la barre atteint la résistance en traction du

matériau, il n'y a pas assez d'énergie stockée pour briser la barre. Il est nécessaire d'augmenter la contrainte appliquée afin de satisfaire le critère en énergie. Lorsque la barre rompt, toute l'énergie disponible est alors dissipée dans la création de la surface de la fissure. La transition entre les régimes pilotés par la contrainte ou par l'énergie correspond à une longueur critique de barre $L = \ell_{\text{mat}}$. Pour $L < \ell_{\text{mat}}$, le critère en énergie régit la rupture de la barre et la contrainte à rupture varie en $1/\sqrt{L}$ alors que pour $L > \ell_{\text{mat}}$ la rupture de la barre est régie par la résistance en traction intrinsèque du matériau σ_c .

A titre d'exemple, considérons la rupture de plaquettes de céramiques de 5 μm de longueur, utilisées pour élaborer des composites céramiques à microstructure « briques/mortier » (*cf.* Chapitre **Rupture des céramiques - Influence des défauts et effets de taille**). La largeur et l'épaisseur des plaquettes sont respectivement 5 μm et 1 μm . Les propriétés mécaniques typiques de la céramique sont $E = 300 \text{ GPa}$, $\nu = 0.21$, $\mathcal{G}_c = 27 \text{ J m}^{-2}$ et $\sigma_c = 750 \text{ MPa}$ [160]. La longueur d'Irwin du matériau est $\ell_{\text{mat}} = 14 \mu\text{m}$. Par conséquent, la contrainte à rupture de plaquettes plus longues que $2\ell_{\text{mat}} = 28 \mu\text{m}$ serait égale à la résistance en traction σ_c . Puisque nous considérons des plaquettes plus petites que cette longueur caractéristique, la rupture est régie par la condition en énergie et dépend donc du module de Young de la plaquette et du taux de restitution d'énergie critique du matériau. La contrainte à rupture correspondante est donnée par l'équation (Eq. (5)) : $\sigma_0 = 1.3 \text{ GPa}$. On peut noter que cette valeur est presque deux fois supérieure à la résistance en traction du matériau. Ce résultat a une importance majeure avec le développement d'essais de caractérisation à petite échelle, tels que les essais de compression de micro-piliers ou la flexion de micro-poutres. La contrainte à rupture mesurée à partir de ces essais n'est pas forcément une donnée intrinsèque au matériau du fait de l'effet de taille sur la rupture, *i.e.* de la dépendance de la contrainte à rupture à la taille de l'éprouvette. Un essai correspondant à l'exemple précédent caractériserait le taux de restitution d'énergie critique plutôt que la résistance en traction du matériau. Une discussion sur les effets de taille est proposée dans le chapitre **Rupture des céramiques - Influence des défauts et effets de taille**.

1.3 Amorçage au niveau d'une entaille en V

Un autre exemple emblématique du CC est l'amorçage d'une fissure au niveau d'une entaille en V dont les surfaces libres forment un angle β , par exemple sous sollicitation de flexion comme illustré en Fig. 3a. Le cas $\beta = 0$ correspond à une fissure initiale. Si sa longueur est suffisamment

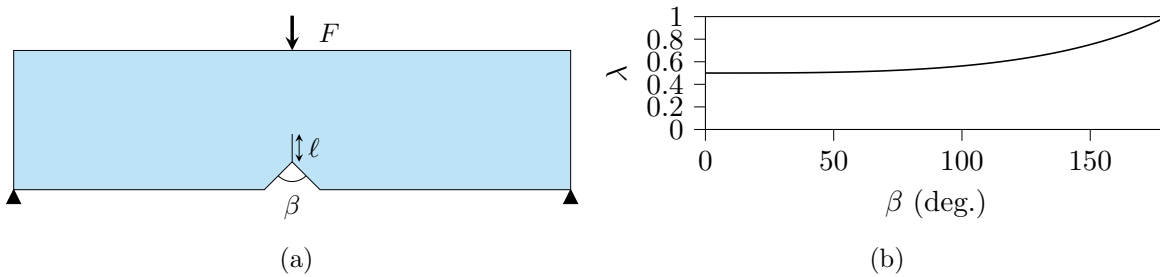


FIGURE 3 – (a) Schéma de la flexion 3-points d'une éprouvette avec une entaille en V. (b) Exposant caractéristique de la singularité λ correspondant au mode d'ouverture en fonction de β , l'angle de l'entaille en V.

grande devant la longueur d'Irwin, on peut alors étudier sa propagation avec la MLER, *i.e.* basée

sur une approche en énergie. Le cas $\beta = 180$ deg. correspond à un bord droit sans entaille, la contrainte est alors homogène et on peut utiliser un critère basé sur la résistance en traction du matériau si l'éprouvette est suffisamment grande devant la longueur d'Irwin. Pour les cas où $0 < \beta < 180$ deg., une approche asymptotique du calcul de la contrainte normale à la direction de fissure σ_{nn} avant amorçage et du taux de restitution d'énergie $\mathcal{G}$ d'une fissure de longueur ℓ au niveau de l'entaille donne [167] :

$$\begin{cases} \sigma_{nn}(r, \theta) = K_I \ell^{\lambda-1}, \\ \mathcal{G}(\ell) = \frac{K_I^2}{E} \ell^{2\lambda-1} A_\beta, \end{cases} \quad (6)$$

où r et θ sont les coordonnées polaires, λ est un exposant caractéristique de la singularité qui varie entre 0.5 pour une fissure ($\beta = 0$ deg.) et 1 pour un bord droit ($\beta = 180$ deg.) (Fig. 3b). La fonction A_β dépend de la géométrie du problème (notamment de l'angle de l'entaille β) et K_I est le facteur d'intensité de contrainte généralisé (FICG), qui représente le chargement localement, au niveau de la singularité. Dans un cadre linéaire élastique et sous l'hypothèse des petites déformations, le FICG est proportionnel au chargement appliqué F (Fig. 3a). Si $0 < \beta < 180$ deg., la contrainte tend vers l'infini lorsque r tend vers 0. Ainsi, un critère basé sur la contrainte seule ne fonctionne pas car il prévoit un amorçage de fissures pour un chargement infinitésimal. D'autre part, le taux de restitution d'énergie tend vers 0 lorsque la longueur de fissures tend vers 0, donc un critère en énergie seul ne prévoit pas l'amorçage de la fissure. Il manque donc un ingrédient pour pouvoir étudier l'amorçage d'une fissure. L'ingrédient manquant est en fait une longueur, qui peut être ajoutée comme paramètre d'entrée en complément du critère en contrainte (on obtient la TDC) ou en complément du critère en énergie (on obtient la FFM).

Une autre possibilité consiste à utiliser le critère couplé et donc à combiner le critère en contrainte et le critère en énergie, qui sont déjà respectivement valables pour les deux cas extrêmes ($\beta = 0$ deg. et $\beta = 180$ deg.). On cherche alors le niveau de chargement minimum et la longueur de la fissure correspondante pour lesquels les deux critères sont remplis. La combinaison des deux critères introduit une longueur caractéristique dans le problème, qui n'est pas un paramètre d'entrée mais le résultat de ce couplage. On obtient alors la longueur de fissures ℓ_i et le FICG K_i à l'amorçage [152, 166] :

$$\begin{cases} \ell_i = \frac{E\mathcal{G}_c}{A_\beta \sigma_c^2}, \\ K_i = \left(\frac{E\mathcal{G}_c}{A_\beta} \right)^{1-\lambda} (\sigma_c)^{2\lambda-1}. \end{cases} \quad (7)$$

La formulation proposée reste relativement générale puisqu'elle traite l'amorçage d'une fissure en présence ou non d'une singularité. On note que le FICG est homogène au produit d'une contrainte et d'une longueur à la puissance $(1 - \lambda)$. Dans le cas d'un bord droit, $\lambda = 1$ et le FICG à l'amorçage devient $K_i = \sigma_c$ (K_i est alors homogène à une contrainte), on retombe sur un critère en contrainte. Dans le cas d'une fissure, $\lambda = 1/2$ et on retrouve le critère d'Irwin $K_i = K_{Ic} = \sqrt{E\mathcal{G}_c/A_\beta}$ (K_i est alors homogène à un facteur d'intensité de contrainte critique). La MLER est donc incluse dans la formulation du CC et il est également possible d'étudier la propagation d'une fissure existante avec le CC, sous certaines conditions qui sont décrites dans la section suivante.

1.4 Effet de taille sur la propagation d'une fissure

Le dernier exemple illustratif du CC est celui d'un milieu infini contenant une fissure de longueur $2a$ soumise à une contrainte lointaine de traction σ_0 (Fig. 4a). La MLER prévoit une

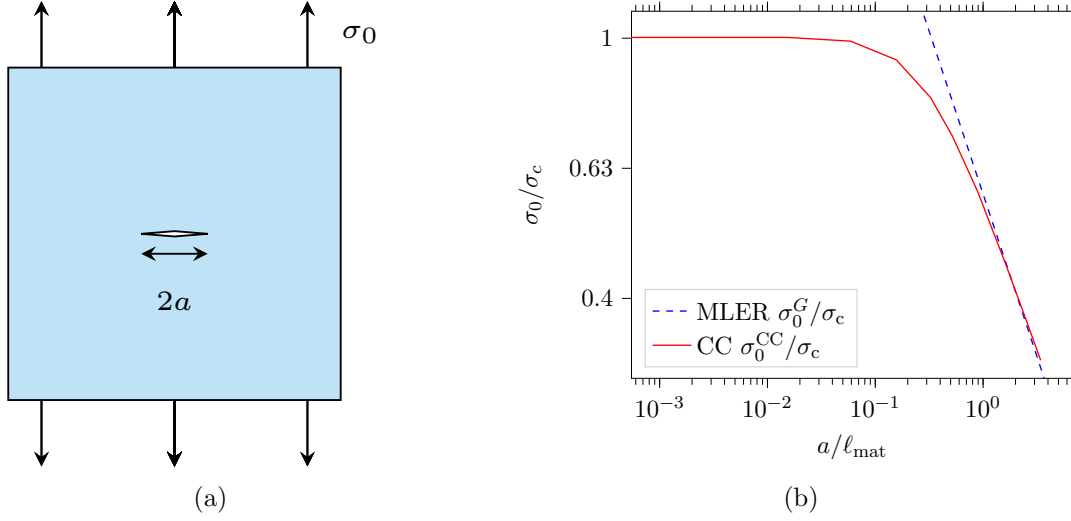


FIGURE 4 – a) Géométrie de la fissure de longueur $2a$ soumise à une contrainte de traction lointaine σ_0 en milieu infini et b) contrainte à rupture normalisée en fonction de la longueur de fissures normalisée mettant en évidence la transition entre une rupture pilotée par l'énergie ($a > \ell_{\text{mat}}$) ou par la contrainte ($a < 0.1\ell_{\text{mat}}$).

contrainte σ_0^G à laquelle la fissure propage qui découle de la condition de propagation $\mathcal{G} = \mathcal{G}_c$:

$$\sigma_0^G = \sigma_c \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{\ell_{\text{mat}}}{a}}, \quad (8)$$

La MLER prévoit que la contrainte à laquelle la fissure propage est d'autant plus petite que la fissure initiale est grande (Fig. 4b). Lorsque la taille de la fissure initiale tend vers 0, la MLER prévoit qu'une contrainte lointaine infinie doit être appliquée pour faire propager la fissure. Ce résultat n'est pas cohérent avec les expériences [88, 134, 139, 260] et résulte du fait que les hypothèses de la MLER ne sont plus vérifiées dès lors que la fissure initiale est trop petite. Si l'on applique le CC à ce problème, on trouve que la contrainte lointaine appliquée à l'amorçage de la fissure, σ_0^{CC} , s'exprime de la manière suivante :

$$\sigma_0^{\text{CC}} = \sigma_c \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_0^G}\right)^4}}}. \quad (9)$$

Celle-ci est tracée en fonction de la taille de fissure initiale normalisée par la longueur d'Irwin dans la Fig. 4b. Comme pour la MLER, on retrouve un régime piloté par l'énergie pour des longueurs de fissures initiales de l'ordre de grandeur ou plus grand que la longueur d'Irwin. Pour des longueurs de défauts plus petites que $\ell_{\text{mat}}/10$, la contrainte à rupture atteint un plateau correspondant à la résistance en traction du matériau. Le défaut n'est alors plus critique pour le matériau, quelle que soit sa morphologie [184]. Cependant, pour des longueurs de fissures initiales entre $\ell_{\text{mat}}/10$ et ℓ_{mat} , on observe une transition entre le régime piloté par l'énergie et un régime piloté par les contraintes, *i.e.* une rupture pour $\sigma_0 = \sigma_c$. Cette transition est déjà illustrée dans les travaux d'Irwin [135] qui montrent que la MLER est valide pour des fissures initiales plus grandes que ℓ_{mat} en analysant la rupture fragile d'éprouvettes entaillées d'un alliage d'aluminium soumises à une sollicitation en traction [178]. Il a été ensuite rationalisé par

Bažant pour les matériaux quasi-fragiles en étudiant le rapport entre la taille de l'éprouvette et la taille de la zone d'élaboration (*e.g.* plasticité dans les métaux, microfissuration dans les roches ou le béton) par rapport à la taille de l'éprouvette. Une discussion sur l'effet de taille en rupture pour les matériaux fragiles est proposée dans le Chapitre [Rupture des céramiques - Influence des défauts et effets de taille](#).

Les quatre exemples présentés dans cette section ont permis d'illustrer l'idée générale du CC de combiner un critère en contrainte et un critère en énergie pour traiter de l'amorçage d'une fissure dans un matériau fragile. Certains modèles de rupture, tels que les modèles de zones cohésives [69, 105] ou les approches de rupture par champ de phase [76], peuvent être appréhendés comme des « expériences numériques », dans lesquelles on analyse le développement d'une fissure pour une configuration donnée. Ce n'est pas tout à fait le cas du CC, qui peut être vu comme une approche de compréhension des mécanismes de rupture. A travers l'évaluation des deux critères pour différentes configurations possibles de fissures, on peut établir dans quelle mesure la rupture est plutôt pilotée par les contraintes, l'énergie ou les deux simultanément et dans quelles proportions. On évalue des configurations de fissures qui n'auront potentiellement pas lieu en réalité, mais qui permettent de bien comprendre pourquoi les configurations observées peuvent se produire. On peut par exemple comparer plusieurs scénarios de fissuration et trouver les plus favorables ou encore expliquer la transition d'un scénario à l'autre. Dans la suite de ce chapitre, on décrit de manière plus formelle la formulation et l'implémentation numérique du CC.

2 Un cadre général pour étudier l'amorçage de fissures

L'objectif du CC est d'étudier l'amorçage d'une fissure, *i.e.* de déterminer à quel niveau de chargement la fissure amorce et quelle sont la forme et la taille de la fissure à l'amorçage. Le CC est fondé sur l'idée principale que l'amorçage d'une fissure se produit si deux conditions sont remplies, à savoir les conditions en contrainte et en énergie décrites ci-après.

2.1 Condition en contrainte

La condition en contrainte du CC proposée à l'origine par Leguillon [152] définit qu'avant amorçage, le niveau de contrainte doit être suffisamment élevé sur la zone correspondant à la fissure nouvellement formée (décrite par une surface en 3D ou une courbe en 2D, notée Γ , dont la taille est notée S (surface, en 3D) ou ℓ (longueur, en 2D)). De manière très générale, celle-ci s'écrit :

$$f(\underline{\sigma}(\mathbf{x}, U)) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma, \quad (10)$$

où f est une fonction de sorte que $f = 0$ décrit la surface de rupture sous chargement homogène du matériau, $\mathbf{x}$ est la position et U le chargement appliqué (*e.g.* déplacement, force). La surface de rupture du matériau peut être évaluée expérimentalement à l'aide d'essais pour lesquels l'état de contrainte est uniforme et multi-axial [116, 150, 242]. La surface de rupture du matériau est donc définie comme la surface limite dans l'espace des contraintes principales. Pour un état de contrainte homogène dont la magnitude augmente de façon monotone, celle-ci correspond alors à la valeur de contrainte à rupture. Par exemple, pour des matériaux isotropes homogènes suivant une surface de rupture de type Rankine (Fig. 5a), la condition en contrainte revient à comparer la plus grande contrainte principale à la résistance en traction du matériau (σ_c). On peut également comparer la contrainte normale au plan de la fissure (σ_{nn}) à la résistance en

traction [30][152, 233] :

$$\sigma_{nn}(\mathbf{x}, U) \geq \sigma_c \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma. \quad (11)$$

La surface de rupture peut également être décrite à l'aide d'un critère en contrainte principale [250, 268] (Fig. 5a) ou impliquant la contrainte de cisaillement (σ_{nt}) :

$$\frac{\sigma_{nn}(\mathbf{x}, U)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{nn}(\mathbf{x}, U)}{2}\right)^2 + \sigma_{nt}(\mathbf{x}, U)^2} \geq \sigma_c \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma. \quad (12)$$

D'autres critères impliquant la résistance au cisaillement du matériau (τ_c) peuvent être utilisés,

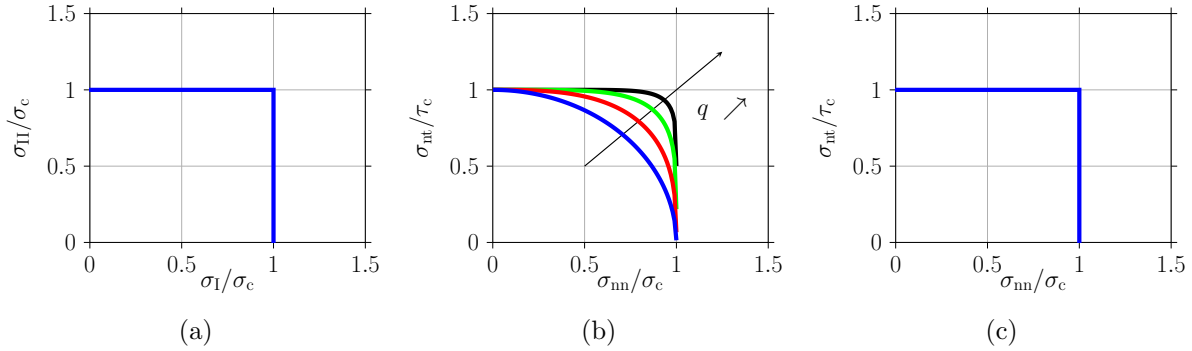


FIGURE 5 – Surfaces de rupture en contrainte de type a) Rankine, b) elliptique ($q = 2, 3, 5$ ou 10) ou c) contrainte maximale.

comme un critère elliptique (Fig. 5b, généralement utilisé avec $q=2$) [81, 109, 259] :

$$\left(\frac{\sigma_{nn}(\mathbf{x}, U)^q}{\sigma_c^q} + \frac{\sigma_{nt}(\mathbf{x}, U)^q}{\tau_c^q} \right)^{1/q} \geq 1 \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma, \quad (13)$$

ou un critère en contrainte maximale (5c) [20, 23] :

$$\max \left(\frac{\sigma_{nn}(\mathbf{x}, U)}{\sigma_c}, \frac{|\sigma_{nt}(\mathbf{x}, U)|}{\tau_c} \right) \geq 1 \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma. \quad (14)$$

Ces critères sont généralement utilisés pour les configurations dans lesquelles l'état de contrainte sur le trajet présumé de la fissure comprend à la fois des composantes de traction et de cisaillement, comme pour les fissures d'interface ou pour l'amorçage de fissures sous chargement en mode mixte [29][164].

Les deux inconnues du critère en contrainte sont le chargement appliqué à l'amorçage de la fissure et la surface d'amorçage de la fissure. Le critère en contrainte détermine, pour un chargement donné, l'ensemble des fissures $\Gamma_\sigma(U)$ pour lesquelles la condition en contrainte est remplie.

$$\Gamma_\sigma(U) = \{\Gamma \mid f(\underline{\sigma}(\mathbf{x}, U)) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma\}. \quad (15)$$

Si l'amorçage de la fissure se produit près d'une singularité ou d'une concentration de contraintes, le critère en contrainte est généralement une fonction décroissante de la distance au point singulier ou au maximum de la concentration de contraintes. S'il existe une unique configuration de fissures correspondant à une surface de fissures donnée, $\Gamma_\sigma(U)$ correspond alors à une limite supérieure des surfaces de fissures admissibles (illustrée en Fig. 6a en considérant le critère en contrainte donné en Eq. (11)). Il peut y avoir des exceptions lorsque la contrainte n'est pas une

fonction monotone décroissante de la distance (Fig. 6b), par exemple dans le cas de joints en biseau [23][108]. Par conséquent, $\Gamma_\sigma(U)$ est l'union de toutes les zones pour lesquelles le critère en contrainte est rempli (zone colorée dans la Fig. 6b). D'autres configurations pour lesquelles la variation de contraintes présente un maximum peuvent également être rencontrées, par exemple dans le cas de la flexion d'un échantillon présentant des contraintes résiduelles de compression en surface (Fig. 6c). Parmi les configurations $\Gamma_\sigma(U)$ remplissant le critère en contrainte pour un

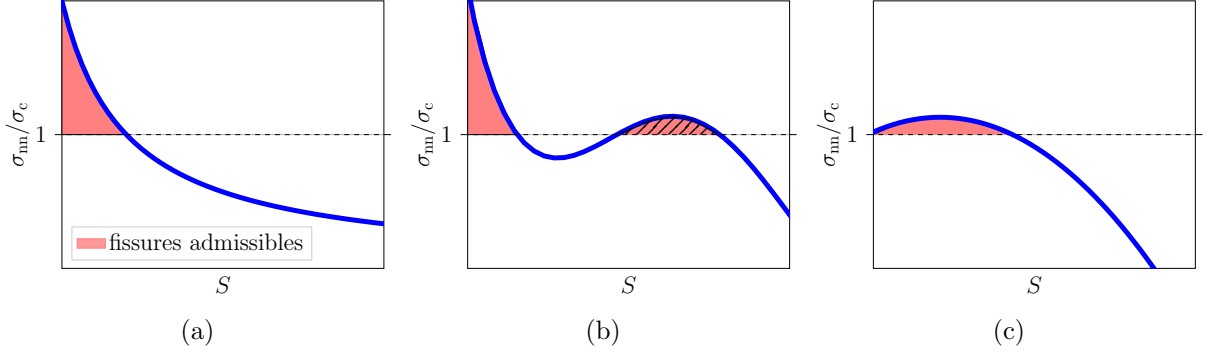


FIGURE 6 – Contrainte normalisée en fonction de la surface de fissures. Variation a) monotone décroissante ou b-c) présentant un extremum local. Les zones colorées en rouge représentent les surfaces de fissures pour lesquelles le critère en contrainte est rempli.

chargement donné, les configurations d'amorçage admissibles sont celles qui remplissent également le critère en énergie (voir Section 2.2) et la surface de fissures à l'amorçage est finalement déterminée comme étant celle qui minimise le chargement imposé. En pratique, il est probable que la fissure amorce au niveau de la singularité ou de la concentration contrainte [207], mais il est aussi possible que la fissure n'amorce que sur la zone hachurée dans la Fig. 6b, par exemple pour les joints en biseau [23]. On note que la condition en contrainte proposée initialement par Leguillon [152] n'est pas un critère basé sur une valeur ponctuelle de contrainte, mais une condition non-locale qui doit être remplie partout sur Γ avant l'amorçage. Une approche alternative consiste à moyenner la contrainte avant amorçage sur la surface de la fissure [91]. Le fait de moyenner la contrainte donne un critère moins restrictif que celui initialement proposé par Leguillon puisqu'il autorise un niveau de contrainte inférieur au niveau critique sur une partie de la zone où la fissure amorce. Plusieurs travaux ont étudié l'influence de moyenner ou non les contraintes, ce qui se traduit généralement par des différences de chargement à rupture inférieures à 10% [6][92, 240]. Des différences plus importantes sont obtenues en diminuant la taille de l'échantillon par rapport à la longueur caractéristique du matériau [67]. L'utilisation d'un critère en déformation est une alternative au critère en contrainte [172, 232], et amène à de faibles différences dans un cadre linéaire élastique. Celles-ci peuvent devenir plus significatives dans le cas de comportements non-linéaires.

2.2 Condition en énergie

La propagation de fissures peut être étudiée dans le cadre de la MLER sur la base de l'approche de Griffith [121, 122] en utilisant la condition [208, 230] :

$$(\mathcal{G} - \mathcal{G}_c)\dot{S} \geq 0, \quad (16)$$

où $\mathcal{G}$ est le taux de restitution d'énergie (TRE) et $\mathcal{G}_c$ le TRE critique. Cependant, ce critère n'est pas approprié pour évaluer l'amorçage d'une fissure puisque le TRE tend vers 0 lorsque

la surface de la fissure tend vers 0 au niveau d'une singularité faible ou d'une concentration de contraintes. Ce résultat implique que la fissure doit amorcer sur une surface finie plutôt qu'infinitésimale. La condition en énergie du critère couplé découle du principe de conservation d'énergie entre les états avant et après l'amorçage de la fissure sur une surface finie. Elle consiste en un équilibre entre la variation du travail des forces extérieures (ΔW_{ext}), de l'énergie cinétique (ΔW_k), de l'énergie de déformation élastique (ΔW_{el}), de l'énergie de création de surface de fissures ($\Delta W_{\text{crack}} = \int_{\Gamma} \mathcal{G}_c(\mathbf{x}) dS$) et de l'énergie dissipée par d'autres mécanismes (ΔW_d) tels que la plasticité, les pertes visqueuses, l'endommagement diffus ou le frottement :

$$\Delta W_k + \Delta W_{\text{el}} + \Delta W_d + \Delta W_{\text{crack}} = \Delta W_{\text{ext}}. \quad (17)$$

Ce bilan d'énergie peut être réécrit en introduisant le taux de restitution d'énergie incrémental (TREI) $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ qui dépend de la surface S de la fissure Γ :

$$\mathcal{G}_{\text{inc}}(\Gamma, U) = \frac{\Delta W_{\text{ext}} - \Delta W_k - \Delta W_{\text{el}} - \Delta W_d}{S} = \bar{\mathcal{G}}_c, \quad (18)$$

où $\bar{\mathcal{G}}_c(\Gamma) = \frac{1}{S} \int_{\Gamma} \mathcal{G}_c(\mathbf{x}) dS$. Le critère en énergie peut s'écrire de manière similaire à l'Eq. (16) en considérant un incrément de surface de fissure finie à l'amorçage, ce qui donne :

$$(\mathcal{G}_{\text{inc}}(\Gamma, U) - \bar{\mathcal{G}}_c(\Gamma)) \dot{S}(\Gamma) \geq 0. \quad (19)$$

Si $\mathcal{G}_{\text{inc}}(\Gamma, U) \leq \bar{\mathcal{G}}_c(\Gamma)$, alors $\dot{S}(\Gamma) = 0$ et il n'y a pas d'amorçage de fissures. Si $\mathcal{G}_{\text{inc}}(\Gamma, U) \geq \bar{\mathcal{G}}_c(\Gamma)$, alors $\dot{S}(\Gamma) \geq 0$ et un amorçage de fissures est possible. Cette condition détermine, pour un chargement donné, l'ensemble des fissures Γ_G pour lesquelles le critère en énergie est satisfait :

$$\Gamma_G(U) = \{\Gamma \mid (\mathcal{G}_{\text{inc}}(\Gamma, U) - \bar{\mathcal{G}}_c(\Gamma)) \dot{S}(\Gamma) \geq 0\}. \quad (20)$$

On adoptera dans la suite la notation $\mathcal{G}_{\text{inc}}(S)$, qui est valable s'il existe une configuration de fissure unique correspondant à une surface de fissures donnée. Dans le cas contraire, la notation $\mathcal{G}_{\text{inc}}(\Gamma)$ doit être préférée car elle permet de comparer deux configurations de fissures différentes correspondant à la même surface de fissures S . Le TREI et le TRE peuvent être obtenus l'un à partir de l'autre sur la base des expressions suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{G}_{\text{inc}}(S) = \frac{1}{S} \int_{\Gamma} \mathcal{G}(s) ds, \\ \mathcal{G}(S) = \mathcal{G}_{\text{inc}}(S) + S \frac{d\mathcal{G}_{\text{inc}}}{dS}. \end{cases} \quad (21)$$

Il convient de souligner que même si le CC a été développé à l'origine pour étudier l'amorçage d'une fissure [152], il peut également être utilisé pour étudier sa propagation. En effet, lorsque la surface de la fissure tend vers 0, le TREI tend vers le TRE : $\lim_{S \rightarrow 0} \mathcal{G}_{\text{inc}}(S) = \mathcal{G}(S)$. La condition en énergie donnée dans Eq. (18) revient au critère de Griffith lorsque la surface de la fissure tend vers 0, la MLER est donc incluse dans le CC. Dans le cas où une fissure est initialement présente, sa propagation peut être étudiée en utilisant soit Eq. (18) soit Eq. (16), ce qui induit des différences sur le chargement critique de propagation inférieures à 10% quelles que soient les propriétés du matériau [49]. Pour les singularités faibles autres qu'une fissure ou pour des concentrations de contraintes, Eq. (18) doit être utilisé puisque le TRE tend vers 0 lorsque la longueur de la fissure tend vers 0.

Dans certains travaux, $\mathcal{G}_c$ n'est pas considéré comme une constante mais peut varier. Par exemple, une courbe R obtenue expérimentalement dans des composites stratifiés a été reproduite en décrivant l'augmentation de $\mathcal{G}_c$ en fonction de la longueur de la fissure pendant sa

propagation [82]. Des configurations où $\mathcal{G}_c$ dépend de la vitesse de la fissure peuvent également être rencontrées [96, 137, 198], ce qui devrait être éventuellement mis en œuvre si les aspects dynamiques sont pris en compte [33]. Un autre exemple consiste à considérer le TRE incrémental et le TRE critique dépendant de la mixité de modes dans le critère en énergie. Deux approches sont classiquement utilisées. La première consiste à considérer séparément les composantes du TRE d'ouverture ($\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{I}}$) et de cisaillement ($\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{II}}$), ce qui nécessite le calcul des deux contributions et introduit le TRE critique d'ouverture ($\mathcal{G}_{\text{Ic}}$) et de cisaillement ($\mathcal{G}_{\text{IIc}}$) [196, 259] :

$$\frac{\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{I}}(S)}{\mathcal{G}_{\text{Ic}}} + \frac{\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{II}}(S)}{\mathcal{G}_{\text{IIc}}} = 1. \quad (22)$$

La seconde approche consiste à introduire la dépendance du TRE critique à la mixité de modes ψ et à comparer le TREI au TRE critique moyen sur le chemin de la fissure $\bar{\mathcal{G}}_c(S)$ [81, 114, 180] :

$$\mathcal{G}_{\text{inc}}(S) \geq \bar{\mathcal{G}}_c(S), \quad (23)$$

où $\bar{\mathcal{G}}_c(S) = \frac{1}{S} \int_{\Gamma} \mathcal{G}_c(\psi(\mathbf{x})) dS$ prend en compte la mixité de modes ψ . La mixité de modes peut être définie en fonction du ratio des contributions en cisaillement et en ouverture, soit à partir des contraintes, soit à partir du TREI. Une proposition consiste à définir la mixité de modes selon le ratio entre le TREI d'ouverture et le TREI total [81] :

$$\psi(S) = \frac{\mathcal{G}_{\text{inc}}^{\text{I}}(S)}{\mathcal{G}_{\text{inc}}(S)}. \quad (24)$$

Une définition de la mixité de modes basée sur les contraintes a également été adoptée par plusieurs auteurs [114, 115, 180] de sorte que :

$$\psi(\mathbf{x}) = \arctan \left(\frac{\sigma_{\text{nt}}(\mathbf{x})}{\sigma_{\text{nn}}(\mathbf{x})} \right). \quad (25)$$

L'avantage d'une mixité de modes basée sur les contraintes est la possibilité de calculer ψ , et donc $\mathcal{G}_c$ et $\bar{\mathcal{G}}_c$ le long de la trajectoire présumée de la fissure directement sur la base des champs de contraintes avant l'amorçage, ce qui est cohérent avec l'hypothèse d'un amorçage abrupt de la fissure [114]. Néanmoins, il est aussi possible de considérer la mixité de modes $\psi(\ell)$ basée sur les contraintes en amont de la pointe d'une fissure de longueur ℓ [180]. Le TRE critique peut être exprimé en fonction de ψ selon plusieurs modèles tels qu'une loi puissance (exposant φ) [81] :

$$\mathcal{G}_c(S) = \left[\left(\frac{\psi(S)}{\mathcal{G}_{\text{Ic}}} \right)^{\varphi} + \left(\frac{1 - \psi(S)}{\mathcal{G}_{\text{IIc}}} \right)^{\varphi} \right]^{\frac{-1}{\varphi}}, \quad (26)$$

ou encore le modèle de Hutchinson et Suo (HS) [133] :

$$\mathcal{G}_c(\psi) = \mathcal{G}_{\text{Ic}}(1 + \tan^2((1 - \lambda)\psi)), \quad (27)$$

où

$$\lambda = 1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\mathcal{G}_{\text{IIc}}}{\mathcal{G}_{\text{Ic}}} - 1} \right). \quad (28)$$

Le paramètre λ varie entre 0 et 1. Lorsque $\lambda = 1$, $\mathcal{G}_{\text{IIc}} = \mathcal{G}_{\text{Ic}}$ alors que $\mathcal{G}_{\text{IIc}}$ tend vers l'infini lorsque $\lambda \rightarrow 0$. Le choix d'un modèle quadratique ou HS semble avoir une influence limitée sur le

chargement à l'amorçage, comme illustré par Muñoz *et al.* [203] dans le cas de la décohésion fibre-matrice. Néanmoins, la prise en compte de la dépendance modale de $\mathcal{G}_c$ amène à identifier les TRE critiques d'ouverture et de cisaillement, par exemple pour l'interface fibre-matrice [40, 42].

Dans les configurations pour lesquelles $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ augmente de façon monotone, la condition en énergie donne une limite inférieure des surfaces de fissures d'amorçage admissibles (Fig. 7a). Dans certains cas de figure, $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ présente un maximum global ou local (Fig. 7b et 7c) [81,

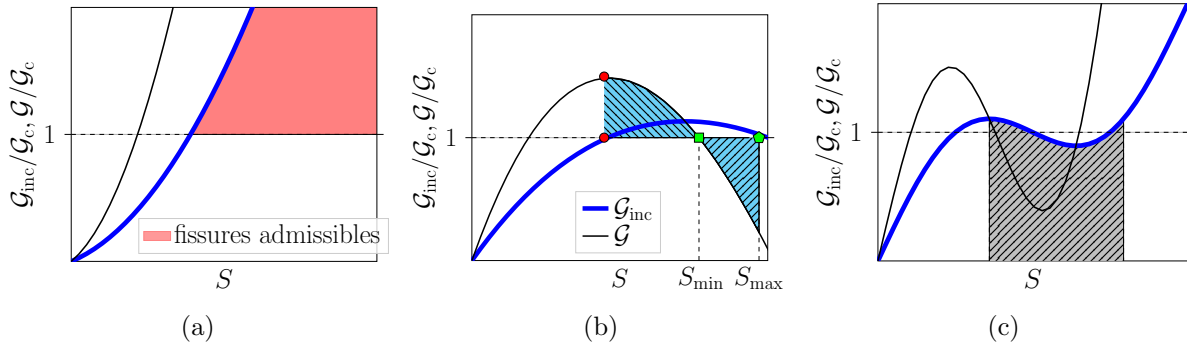


FIGURE 7 – TREI (ligne épaisse) et TRE (ligne fine) en fonction de la surface de fissures : Variation a) monotone croissante ou présentant un maximum b) global ou c) local. La zone colorée en a) représente les surfaces de fissures pour lesquelles le critère en énergie est rempli. Le cercle, le carré et le pentagone en b) correspondent respectivement aux surfaces de fissures à l'amorçage et aux bornes inférieures ($S_{\min}$) et supérieures ($S_{\max}$) de surfaces d'arrêt après propagation instable. La zone hachurée en c) représente les surfaces de fissures pour lesquelles l'amorçage n'est pas possible.

157, 161, 169, 264, 269][11]. Fondamentalement, la surface de fissures à l'amorçage ne peut pas correspondre à une valeur pour laquelle $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ est décroissante, ou plus généralement pour laquelle $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ est plus petite que la valeur maximale atteinte pour des surfaces de fissures plus petites. En effet, une telle situation impliquerait que le critère en énergie serait rempli pour un chargement appliqué plus faible et une surface de fissures plus petite. Un exemple de surfaces de fissures d'amorçage interdites est présenté dans la Fig. 7c. Si $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ présente un maximum global (Fig. 7b), les surfaces d'amorçage admissibles sont des surfaces de fissures plus petites que la surface de fissures maximisant $\mathcal{G}_{\text{inc}}$. Si $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ présente un maximum local (Fig. 7c), les surfaces d'amorçage admissibles sont des surfaces de fissures plus petites que la surface de fissures maximisant $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ ou correspondant à des valeurs de $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ plus grandes que le maximum local. La surface de fissures à l'amorçage est finalement déterminée en couplant le critère en contrainte et le critère en énergie, ce qui fait l'objet de la section suivante. Une fois que la surface d'amorçage S_c est déterminée, la propagation de la fissure peut être évaluée à l'aide du critère de Griffith (Eq. (16)). Trois situations peuvent être rencontrées :

- En cas d'augmentation monotone de $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ (Fig. 7a), on peut déduire de Eq. (21) que $d\mathcal{G}/dS(S_c) > 0$ et $\mathcal{G}(S_c) \geq \mathcal{G}_{\text{inc}}(S_c)$. Puisque $\mathcal{G}_{\text{inc}}(S_c) = \mathcal{G}_c$, $\mathcal{G}(S_c) \geq \mathcal{G}_c$ cela signifie que la propagation instable de la fissure se produit juste après l'amorçage et entraîne la rupture finale de l'échantillon.
- Dans le cas où $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ présente un maximum et que la surface de la fissure d'amorçage maximise $\mathcal{G}_{\text{inc}}$, alors $\mathcal{G}(S_c) = \mathcal{G}_{\text{inc}}(S_c) = \mathcal{G}_c$. De plus, $\mathcal{G}$ diminue pour une surface de fissures plus grande que la surface de la fissure d'amorçage. Par conséquent, une propagation stable de la fissure se produit après l'amorçage lorsque le chargement augmente, ce qui signifie que la surface de la fissure d'amorçage est également une surface d'arrêt.

- Dans le cas où $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ présente un maximum et que la surface de la fissure d'amorçage est plus petite que celle qui maximise $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ (Fig. 7b), $\mathcal{G}_{\text{inc}}(S_c) = \mathcal{G}_c$, $d\mathcal{G}/dS(S_c) > 0$ et $\mathcal{G}(S_c) \geq \mathcal{G}_c$. Par conséquent, il y a une propagation instable de la fissure au moins jusqu'à une limite inférieure S_{min} vérifiant $\mathcal{G}(S_{\text{min}}) < \mathcal{G}_c$. Si toute l'énergie disponible est utilisée pour la propagation de la fissure, celle-ci peut éventuellement se propager jusqu'à la limite supérieure S_{max} vérifiant $\int_{S_c}^{S_{\text{min}}} (\mathcal{G} - \mathcal{G}_c) dS = \int_{S_{\text{min}}}^{S_{\text{max}}} (\mathcal{G}_c - \mathcal{G}) dS$ [13][157, 269], voir Fig. 7b.

Une dernière catégorie de configurations est le cas de $\mathcal{G}_{\text{inc}}$ décroissant, par exemple pour de petites longueurs de fissures sollicitées en cisaillement [49], pour une fissure approchant une interface dans le cas d'une singularité faible [159] ou dans le cas d'une singularité forte [62, 156, 158] *e.g.* une fissure dans un matériau rigide qui approche une interface avec un matériau plus souple [62]. Le critère en énergie fournit alors une limite supérieure pour les surfaces d'amorçage de fissures admissibles, celles-ci étant finalement déterminées comme les surfaces pour lesquelles les deux critères sont remplis.

2.3 Couplage des deux conditions

Le CC combine les conditions en contrainte (Eq. (10)) et en énergie (Eq. (18)) afin de déterminer le niveau de chargement à l'amorçage U_c et la topologie de la fissure Γ_c (surface de fissures correspondante S_c). D'une manière générale, il peut être formulé comme un problème d'optimisation visant à déterminer le chargement minimal pour lequel les deux conditions sont remplies :

$$\begin{cases} U_c = \min\{U, \Gamma_\sigma(U) \cap \Gamma_G(U) \neq \emptyset\}, \\ \Gamma_c = \Gamma_\sigma(U_c) \cap \Gamma_G(U_c). \end{cases} \quad (29)$$

Dans le cas particulier de l'élasticité linéaire et sous l'hypothèse des petites déformations, la contrainte et le TREI sont respectivement proportionnels au chargement imposé et au carré du chargement imposé. Les conditions en contrainte et en énergie s'écrivent donc (en prenant par exemple le critère en contrainte donné en Eq. (11)) :

$$\begin{cases} \mathcal{G}_{\text{inc}}(S, U) = A(S)U^2 \geq \mathcal{G}_c, \\ \sigma_{\text{nn}}(S, U) = k(S)U \geq \sigma_c, \end{cases} \quad (30)$$

où A et k sont des fonctions qui dépendent de la géométrie et des propriétés du matériau. Le chargement qui doit être appliqué pour remplir le critère en contrainte (U_σ) ou en énergie (U_G), pour une surface de fissures S , peut être calculé comme :

$$\begin{cases} U_G(S) = \sqrt{\frac{\mathcal{G}_c}{A(S)}}, \\ U_\sigma(S) = \frac{\sigma_c}{k(S)}. \end{cases} \quad (31)$$

L'équation (29) se réécrit :

$$\begin{cases} U_c = \min_S \{\max\{U_G(S), U_\sigma(S)\}\}, \\ S_c = \{S, \max\{U_G(S), U_\sigma(S)\} = U_c\}. \end{cases} \quad (32)$$

Pour des variations monotones de la contrainte et du TREI, on peut montrer que le problème donné dans Eq. (32) admet au plus une solution S_c , qui vérifie :

$$\frac{A(S_c)}{k^2(S_c)} = \frac{\mathcal{G}_c}{\sigma_c^2}. \quad (33)$$

Il existe deux façons équivalentes de représenter la solution du CC : via les variations des critères

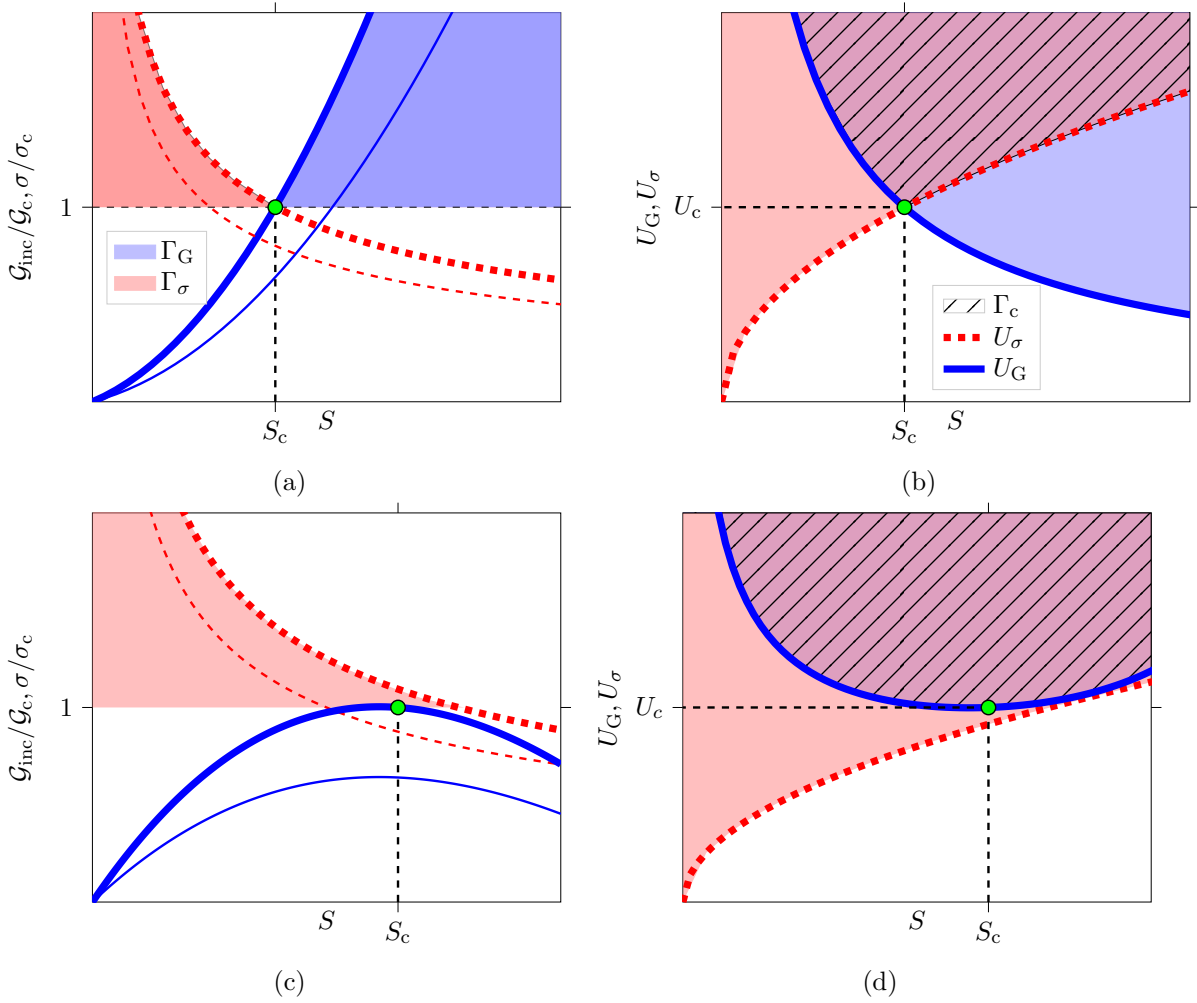


FIGURE 8 – Variations a,c) de la contrainte (traits pointillés) et du TREI (traits pleins) normalisés en fonction de la surface de fissures pour un chargement plus petit (lignes fines) ou égal (lignes épaisses) au chargement à l'amorçage dans le cas d'une variation a) monotone ou c) non monotone du TREI. b,d) Chargement requis pour remplir le critère en contrainte (traits pointillés) ou en énergie (traits pleins) en fonction de la surface de fissures montrant les configurations pour lesquelles le CC est rempli (zone hachurée) pour une variation b) monotone ou d) non-monotone du TREI. La surface de fissures à l'amorçage et le chargement correspondant sont indiqués par le cercle.

en contrainte et en énergie en fonction de la surface de la fissure [162, 182, 183] (Fig. 8a et 8c), ou via la variation des chargements requis pour satisfaire les critères en contrainte et en énergie [11][153, 165] (Fig. 8b et 8d). Elles sont représentées schématiquement dans la Fig. 8 pour des variations monotones (Fig. 8a et 8b) ou non monotones (Fig. 8c et 8d) du TREI.

La Fig. 8a montre un exemple de variations monotones de la contrainte normalisée et du TREI en fonction de la surface de fissures pour un chargement inférieur ou égal au chargement à l'amorçage. Pour un chargement inférieur au chargement à l'amorçage, les critères ne sont satisfaits simultanément pour aucune surface de fissures puisque la limite supérieure admissible de la surface de fissures d'amorçage donnée par le critère en contrainte est plus petite que la limite inférieure donnée par le critère en énergie. L'augmentation du chargement entraîne

une augmentation de la limite supérieure donnée par le critère en contrainte et une diminution de la limite inférieure donnée par le critère en énergie jusqu'à ce que les deux critères soient remplis pour une surface de fissures S_c qui correspond à la surface de fissures à l'amorçage. Une façon équivalente de déterminer le chargement à l'amorçage et la surface de fissures consiste à étudier la variation du chargement qui doit être appliqué pour satisfaire le critère en contrainte ou en énergie (Fig. 8b). Pour une surface de fissures S donnée, le chargement nécessaire pour remplir le CC correspond au chargement maximal entre $U_G(S)$ et $U_\sigma(S)$ (Eq. (32)). Toutes les configurations pour lesquelles le CC est rempli sont représentées par la zone hachurée. Parmi toutes ces configurations, la surface de la fissure et le chargement à l'amorçage sont déterminés comme ceux correspondant au chargement appliqué minimal pour lequel le CC est rempli.

Les Fig. 8c et 8d montrent les deux représentations de la solution du CC dans le cas d'un TREI non monotone. Si la surface d'amorçage est plus petite que la surface maximisant $\mathcal{G}_{inc}/\mathcal{G}_c$, la même représentation que dans les Fig. 8a et 8b peut être utilisée. Par conséquent, nous nous concentrons sur une configuration d'amorçage pour laquelle le critère en contrainte est rempli sur une surface de fissures plus grande que celle qui maximise $\mathcal{G}_{inc}/\mathcal{G}_c$. Pour un chargement inférieur au chargement à l'amorçage, le critère en contrainte fournit toujours une borne supérieure des surfaces de fissures admissibles, mais il n'y a pas de surface de fissures pour laquelle le critère en énergie est satisfait. L'augmentation du chargement appliqué permet de déterminer que le CC est rempli pour la surface de fissures maximisant $\mathcal{G}_{inc}/\mathcal{G}_c$ (Fig. 8c). Ce résultat est également obtenu en étudiant la variation du chargement qui doit être appliqué pour remplir le critère en contrainte ou en énergie (Fig. 8d). La zone hachurée correspond à toutes les configurations pour lesquelles le CC est rempli, parmi lesquelles la surface de fissures maximisant $\mathcal{G}_{inc}/\mathcal{G}_c$ correspond à la configuration pour laquelle le CC est rempli pour le chargement minimum appliqué.

2.4 Implémentation du critère couplé

Cette section présente différentes options de mise en œuvre pratique du CC.

2.4.1 Approche analytique

Le CC peut être implémenté de manière efficace si la contrainte et le TREI sont obtenus à partir de formules analytiques. Celles-ci sont généralement disponibles pour des géométries et des chargements simples tels que, *e.g.*, des trous circulaires [92, 239, 240] ou des cavités sphériques [86, 110]. Par exemple, si la variation du facteur d'intensité des contraintes (FIC) en fonction de la longueur de la fissure est connue analytiquement, le TRE est obtenu sur la base de la relation entre le SIF et le TRE $\mathcal{G} = K_I^2/E'$ ($E' = E$ sous l'hypothèse de contrainte plane ou en 3D et $E' = E/(1 - \nu^2)$ sous l'hypothèse de déformation plane). L'intégration du TRE sur le chemin de la fissure donne le TREI (Eq. (21)). Les deux critères sont ensuite combinés selon l'approche présentée dans la section précédente pour déterminer la longueur de fissures et le chargement à l'amorçage, en utilisant un algorithme de minimisation pour résoudre Eq. (32).

2.4.2 Approche asymptotique

L'approche asymptotique a été proposée pour la mise en œuvre originelle du CC [152][48]. Elle consiste à résoudre un problème à deux échelles. Le premier est appelé problème extérieur, dans lequel la petite fissure qui amorce est négligée, par exemple le cas de la flexion trois-points d'une éprouvette avec une entaille en V (Fig. 9a). Ce problème détermine la relation entre le déplacement ou le chargement appliqué à la structure étudiée et les FICG au point où la fissure

s'amorce. Le FICG K_j correspond à l'amplitude du champ de déplacement autour d'un point singulier correspondant à un mode donné, qui s'écrit :

$$\mathbf{u}(r, \theta) = K_j r^{\lambda_j} \mathbf{u}_j(\theta), \quad (34)$$

où λ_j est l'exposant caractéristique du mode. Il est obtenu en résolvant un problème aux valeurs propres dépendant de la géométrie du point singulier et des propriétés du matériau [167]. Le vecteur $\mathbf{u}_j$ est le vecteur propre du mode correspondant à la valeur propre λ_j . Par exemple, pour une entaille en V en 2D, les deux premiers modes correspondent aux modes d'ouverture et de cisaillement, les exposants caractéristiques sont présentés en Fig. 9c. Le FICG dans le problème

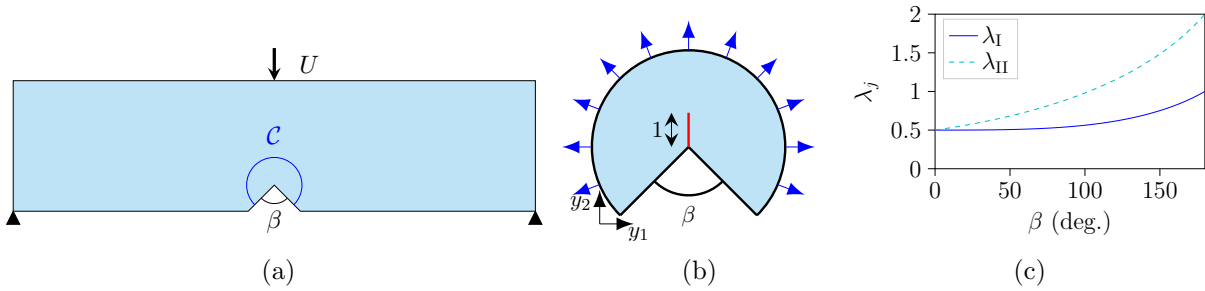


FIGURE 9 – (a) Problème extérieur de la flexion trois-points d'une éprouvette avec une entaille en V, b) problème intérieur correspondant et c) valeurs propres (λ_j) correspondant aux modes d'ouverture ($j = I$) et de cisaillement plan ($j = II$) en fonction de l'angle de l'entaille β .

extérieur est obtenu à partir d'une intégrale [30][142, 166, 167] qui généralise l'intégrale J [89, 229] à des singularités autres que des fissures. Cette intégrale est calculée sur un contour autour du point singulier ($\mathcal{C}$ dans la Fig. 9a) dans lequel intervient le mode dual. L'exposant du mode dual est $-\lambda_j$ en 2D et $-\lambda_j - 1$ en 3D. Il peut être déterminé à partir du même problème aux valeurs propres que pour le mode primal [167]. Même si les exposants 3D diffèrent des exposants 2D, l'intégrale de contour peut être calculée en 3D [28] et la même formulation du CC est adoptée [155]. Il est également possible d'évaluer expérimentalement le FICG en appliquant l'intégrale de contour aux champs de déplacements mesurés par corrélation d'images numériques [27]. D'autres approches existent pour déterminer le FICG, telles que, *e.g.*, la méthode des fonctions quasi-duales [275, 276] ou par ajustement aux moindres carrés [273, 277].

Le deuxième problème à résoudre dans l'approche asymptotique est défini dans le domaine intérieur, en se focalisant sur le point singulier sans prendre en compte la géométrie de la structure globale. On obtient le domaine intérieur en normalisant les coordonnées par une dimension caractéristique, par exemple la longueur de la fissure d'amorçage. On travaille ainsi avec une longueur de fissure d'amorçage de $\ell = 1$ et les autres longueurs normalisées sont exprimées par rapport à la longueur de fissure. Les conditions aux limites appliquées au problème intérieur correspondent aux champs de déplacement asymptotique, dont la magnitude est déterminée par le FICG. La variation de contrainte et la différence d'énergie potentielle sont ainsi calculées dans le domaine intérieur incluant ou non la fissure. Les deux problèmes sont finalement raccordés en considérant une zone, proche du point singulier dans le problème extérieur, et suffisamment éloignée de celui-ci dans le problème intérieur, où les deux solutions sont valides. Il donne la longueur de la fissure d'amorçage et le FICG à partir desquels le chargement à l'amorçage est obtenu. Plus de détails sur l'implémentation de l'approche asymptotique du CC sont décrits dans [30]. L'approche asymptotique du CC est valide à condition que la longueur de la fissure à l'amorçage soit petite par rapport aux dimensions caractéristiques de la structure considérée [30][186]. Par

exemple, dans le cas d'une éprouvette avec une entaille en V sollicitée en flexion, l'approche asymptotique reste valide pour des longueurs d'amorçage un ordre de grandeur plus petites que la profondeur de l'entaille. En pratique, la plage de validité de l'approche asymptotique peut être déterminée à condition que la longueur caractéristique du matériau $\ell_{\text{mat}} = E' \mathcal{G}_c / \sigma_c^2$ (longueur d'Irwin) soit suffisamment petite par rapport aux dimensions caractéristiques de la structure [186]. Des variations non physiques du chargement imposé d'amorçage en fonction de l'angle de l'entaille en V peuvent être obtenues dans le cas contraire [30][80].

2.4.3 Implémentation par éléments finis

Dans les configurations pour lesquelles les solutions analytiques ne sont pas disponibles et les conditions de validité de l'approche asymptotique du CC ne sont pas remplies, une alternative consiste à réaliser des calculs par éléments finis de la structure complète. Il faut alors effectuer un premier calcul sans fissure, qui donne le critère en contrainte et les énergies avant amorçage de fissures. Il faut ensuite effectuer des calculs pour différentes longueurs de fissures afin d'obtenir la variation des énergies et implémenter la résolution du CC. Les détails et un exemple de mise en œuvre de cette approche sont décrits dans [30].

2.4.4 Autres implémentations

Il existe quelques mises en œuvre alternatives aux approches du CC mentionnées ci-dessus. Le CC peut être reformulé comme un problème d'optimisation sous contrainte [181]. Il s'agit alors de minimiser l'énergie totale tout en contraignant l'espace des surfaces de fissures admissibles en fonction du critère en contrainte.

Li *et al.* [173] ont mis en place une implémentation numérique du CC en utilisant un algorithme itératif qui détermine d'abord les emplacements potentiels des fissures à partir des maxima locaux de critère en contrainte. Ensuite, les chemins potentiels de fissures sont obtenus au sein de ces zones en suivant une trajectoire maximisant la contrainte principale. Si N fissures potentielles sont identifiées, alors 2^N calculs sont nécessaires pour trouver la configuration fissurée maximisant le TREI. La fissure est créée ou propagée en enlevant des éléments du maillage, la procédure étant répétée jusqu'à ce que le critère en énergie ou en contrainte ne soit plus rempli, auquel cas le chargement est augmenté. L'originalité de cette implémentation réside dans la possibilité de décrire simultanément l'amorçage et la croissance d'une ou plusieurs fissures, par exemple pour traiter la multifissuration de matériaux composites [171, 172].

Rettl *et al.* [227] ont développé une méthodologie à deux échelles pour prévoir l'amorçage de fissures en mode d'ouverture à partir d'entailles 2D. Des modèles locaux sont précalculés pour plusieurs modes de déformation, puis mis à l'échelle d'une entaille réelle à l'aide d'une analyse dimensionnelle, d'une superposition linéaire et d'une métamodélisation. Cette méthode est efficace sur le plan numérique et produit des différences de chargement à rupture inférieures à 15% par rapport à un calcul complet par éléments finis. En revanche, elle se limite à l'étude de petites fissures d'amorçage correspondant à des longueurs d'Irwin inférieures à un certain seuil.

3 Limites actuelles et défis futurs pour le critère couplé

Le CC est une approche relativement simple dans sa formulation et dans son implémentation, plutôt efficace numériquement et qui permet d'aborder une large variété de problèmes d'amorçage de fissures dans les matériaux fragiles. Sa formulation actuelle est suffisamment générale pour prendre en compte, dans des problèmes 2D ou 3D, des comportements matériaux non linéaires

[35][168, 170], des non-linéarités géométriques [228, 232, 254] ou encore des aspects inertiels avec une description temporelle de l'amorçage de la fissure [3, 33] (Voir [Simulation de l'émission acoustique due à la fissuration](#)). L'application du CC à des matériaux visco-élastiques ou visco-plastiques, ou plus généralement dont le comportement dépend du temps, n'a toujours pas été menée et aurait probablement son importance dans la prise en compte des effets inertiels. Une autre perspective serait d'appliquer le CC dans le cas de milieux continus généralisés, et d'étudier l'interaction entre la longueur d'amorçage de fissures et la longueur intrinsèque du modèle constitutif qui traduit les effets d'échelles sur l'élasticité. Des questions restent également ouvertes, par exemple dans le choix du critère en contrainte. Si le bilan énergétique, dont découle le critère en énergie, semble difficile à réfuter, il existe d'autres possibilités pour le critère en contrainte. Au-delà de la discussion rémanente sur le fait de moyenner ou non la contrainte, l'utilisation d'un critère en déformation pourrait également être discutée. Bien que l'on puisse s'attendre à des résultats similaires à un critère en contrainte pour des matériaux linéaires élastiques, cela pourrait entraîner des différences significatives en cas de comportement non linéaires. Quelques pistes d'amélioration ou de validation envisageables du CC sont décrites dans la suite de cette section.

3.1 Validation expérimentale de l'existence de la longueur d'amorçage

Il n'y a toujours pas de preuve expérimentale de l'existence de la longueur (ou surface) d'amorçage qui intervient en combinant les critères en contrainte et en énergie. Est ce que cette longueur d'amorçage existe réellement, ou est-ce seulement un concept qui permet de mettre en place le modèle? Des observations expérimentales d'amorçages abrupts de fissures vont dans le sens des résultats du CC selon lesquels une fissure amorce sur une surface finie [8, 9, 39][231]. Néanmoins, dans de nombreuses situations, l'état final observé comprend à la fois l'étape d'amorçage de la fissure et la propagation instable qui s'ensuit. Même avec une caméra rapide et des observations du faciès de rupture, il semble difficile de séparer les deux phases du point de vue expérimental. Une manière de prouver l'existence de la longueur d'amorçage serait de mettre en place des essais dans des configurations stables d'amorçage de fissures, *i.e.* pilotées par le critère en énergie avec un TREI qui présente un maximum, et de comparer les longueurs mesurées expérimentalement aux longueurs qui maximisent le TREI.

3.2 Gestion autonome du chemin de fissuration

La limite principale du CC est la nécessité de supposer le chemin sur lequel la fissure amorce. Il est toujours possible de tester plusieurs chemins de fissures et d'en déduire celui qui minimise le chargement à l'amorçage de la fissure, mais le CC est moins efficace sur ce point que d'autres approches telles que le champ de phase avec une gestion autonome du chemin de fissuration ou les modèles de zone cohésive qui permettent de trouver le chemin optimal parmi plusieurs chemins potentiels prédéfinis dans un même calcul [54]. La gestion autonome du chemin de fissuration est une perspective qui permettrait de rendre la mise en oeuvre du CC encore plus accessible.

3.3 Formes optimales des fissures d'amorçage

Une difficulté dans la mise en oeuvre du CC est liée au choix de la trajectoire de la fissure. En 2D, en supposant que la fissure n'est pas courbe, on peut déterminer sa longueur et son orientation en appliquant le CC pour différents angles de fissure. L'angle d'amorçage est alors celui qui minimise le chargement imposé. Cette situation est rencontrée en étudiant l'amorçage de fissures en mode mixte dans un matériau homogène [30, 49][166, 223]. Les trajectoires possibles

des fissures peuvent être déterminées en fonction de la position des maximums de contrainte [173], potentiellement plus favorables à l'amorçage de fissures. Girard *et al.* [41] ont toutefois montré que les fissures basées sur ces maximums de contraintes ne sont optimales que pour de petites longueurs d'Irwin dans le cas de décohésions à une interface fibre-matrice en 2D. Pour des longueurs d'Irwin suffisamment grandes, ce sont les formes de fissures qui maximisent le critère en énergie les plus optimales. Enfin, pour des longueurs d'Irwin intermédiaires, les formes optimales se situent entre ces deux configurations et ne correspondent ni à la position du maximum de contrainte, ni à celles maximisant le critère en énergie.

Le passage en 3D rend la détermination des formes de fissures encore plus délicate puisqu'il est nécessaire de définir la courbe qui représente le front de la fissure. Ceci est fait soit en paramétrisant la forme de la fissure, soit en utilisant les formes données par les isovaleurs de contrainte [22][154, 248]. Rien ne garantit que ces formes soient optimales, notamment dans des configurations où l'amorçage des fissures est principalement piloté par l'énergie [11][152, 185, 269]. Une confrontation expérimentale des formes de fissures 3D basées sur les isovaleurs de contrainte reste à mener, ce qui implique de déterminer des configurations d'amorçage de fissures n'induisant pas de propagation instable après l'amorçage.

3.4 Description d'une zone d'élaboration

La description de la fissuration dans le CC s'appuie généralement sur une vision binaire avec soit un état fissuré, soit un état non endommagé. Si un comportement linéaire élastique du matériau est étudié, on se limite donc principalement à considérer une rupture fragile sans prendre en compte une possible zone d'élaboration. La zone d'élaboration, qui peut traduire de la plasticité ou des micro-endommagements, a tendance à adoucir localement le matériau et peut alors avoir une influence de premier ordre sur l'amorçage d'une fissure. La prise en compte d'une zone d'élaboration dans le CC vise à généraliser l'étude de l'amorçage de fissures dans les matériaux quasi-fragiles. Des premiers travaux ont été menés en ce sens, avec la description asymptotique d'une petite zone plastique ou endommagée au niveau d'une entaille en V [168], ou encore la prise en compte d'une loi de comportement élasto-plastique dans le CC [26]. Ces travaux pourraient être élargis pour prendre en compte une zone d'élaboration de manière plus générale, en s'appuyant par exemple sur la régularisation proposée dans les modèles de rupture par champ de phase (Voir Chapitre [Mécanique de la rupture régularisée](#)).

Rupture des céramiques - Influence des défauts et effets de taille

Sommaire

2.1	Le rôle d'un défaut sur la rupture d'une céramique	28
2.1.1	Signification de la contrainte à rupture critique pour une céramique	28
2.1.2	Est-ce seulement la taille du défaut qui compte ?	31
2.1.3	Une expérience pour évaluer l'approche probabiliste	34
2.2	Effet de taille en rupture des matériaux fragiles	35
2.2.1	L'effet de taille en rupture fragile	36
2.2.2	Applications aux céramiques poreuses et monocristaux	37
2.2.3	Vers des expériences à petites échelles	37
2.3	Rupture de céramiques "briques/mortier"	39
2.3.1	Amélioration de la ténacité par déviation de fissures	39
2.3.2	Caractérisation des interfaces	40
2.3.3	Anisotropie de la rupture	41
2.4	Perspectives	42

Une partie du chapitre concerne les travaux de thèse de T. Duminy [36–38] et de B. Bert ainsi que les travaux de projet de fin d'études de J. Uhl [56].

Liste des publications associées à ce chapitre :

- [16] **Doitrand, A.**, Henry, R., Chevalier, J., Meille, S. : Revisiting the strength of microns-scale ceramic platelets. *Journal of the American Ceramic Society* 103, 6991– 7000 (2020). doi :[10.1111/jace.17148](https://doi.org/10.1111/jace.17148)
- [17] **Doitrand, A.**, Henry, R., Lube, T., Meille, S. : Size effect assessment by Weibull's approach and the coupled criterion. *Engineering Fracture Mechanics* 256, 107979 (2021). doi :[10.1016/j.engfracmech.2021.107979](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.107979)
- [18] **Doitrand, A.**, Henry, R., Meille, S. : Brittle material strength and fracture toughness estimation from four-point bending test. *Journal of Theoretical, Computational, and Applied Mechanics* (2021). doi :[10.46298/jtcam.6753](https://doi.org/10.46298/jtcam.6753)
- [20] **Doitrand, A.**, Henry, R., Saad, H., Deville, S., Meille, S. : Determination of interface fracture properties by micro- and macro-scale experiments in nacre-like alumina. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 145, 104143 (2020). doi :[10.1016/j.jmps.2020.104143](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2020.104143)
- [25] **Doitrand, A.**, Leguillon, D. : Asymptotic analysis of pore crack initiation near a free edge. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 116, 103125 (2021). doi :[10.1016/j.tafmec.2021.103125](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2021.103125)

- [37] Duminy, T., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Fracture parameter identification by Digital Image Correlation and Finite Fracture Mechanics for millimeter-scale samples. *Engineering Fracture Mechanics* 295, 109770 (2024).
doi :[10.1016/j.engfracmech.2023.109770](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109770)
- [38] Duminy, T., Henry, R., Adrien, J., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Anisotropic fracture in nacre-like alumina. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 123, 103710 (2023).
doi :[10.1016/j.tafmec.2022.103710](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103710)
- [56] Uhl, J., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Variability in porous ceramic fracture : Influence of apparent density and critical pores. *Journal of the European Ceramic Society* 43(7), 2875-2883 (2023).
doi :[10.1016/j.jeurceramsoc.2022.05.020](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2022.05.020)

Ce chapitre est dédié à l'étude de la rupture de matériaux céramiques. Comme la majeure partie des matériaux céramiques rompt de manière fragile, ce phénomène est généralement expliqué par la présence de défauts au sein de la microstructure qui affaiblissent localement le matériau et conduisent à sa rupture. Une manière d'estimer la taille du défaut à partir de la contrainte à rupture mesurée σ_R consiste à utiliser le critère en énergie définie dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) [121, 122]. L'approche d'Irwin [134, 135, 187] donne la taille critique de la fissure a_c qui propage pour une contrainte de traction appliquée σ_R :

$$a_c = \frac{K_{Ic}^2}{\pi \sigma_R^2}. \quad (1)$$

Toutefois, on rappelle que cette approche est applicable seulement sous la condition de validité de l'hypothèse d'une fissure soumise à une traction uniforme dans un milieu infini. Elle n'est donc pas applicable à d'autres configurations que la propagation d'une fissure suffisamment longue (plus grande que la longueur d'Irwin, voir la Section 1.4 du Chapitre **Modélisation de l'amorçage de fissures**). De manière générale, l'application de cette approche pour évaluer une taille de défaut critique dans une céramique néglige donc à la fois la position de la fissure dans l'éprouvette et la forme réelle du défaut (une porosité sera alors assimilée à une fissure si cette approche est utilisée).

La dispersion des contraintes à rupture mesurées expérimentalement pour les céramiques amène généralement à opter pour une vision probabiliste de la rupture proposée par Weibull [265–267]. Cette approche permet une explication partielle des effets de taille observés expérimentalement, *i.e.* de la dépendance de la contrainte à rupture à une dimension de l'éprouvette. Cette approche est souvent utilisée pour évaluer la dispersion de la résistance de céramiques [73, 97, 177]. L'idée sous-jacente de l'approche probabiliste consiste à supposer que plus une éprouvette est grande, plus la probabilité de trouver un défaut critique est grande, et donc plus la résistance de l'éprouvette est faible. L'approche probabiliste donne une variation de la contrainte à rupture d'une céramique proportionnelle à $V_{EFF}^{-1/m}$, si V_{EFF} est le volume de l'éprouvette sollicité en traction et m le coefficient de Weibull qui décrit la dispersion de la contrainte à rupture d'un ensemble d'éprouvettes de mêmes dimensions (une faible dispersion des contraintes à rupture correspond à une valeur élevée de m et vice-versa). Toutefois, cette approche reste phénoménologique et ne renseigne ni sur la morphologie, ni sur la position du défaut.

L'objectif de ce chapitre est de donner une vision du problème de la rupture de matériaux céramiques basée sur la mécanique de la rupture, pour rationaliser les effets de taille et l'influence d'un défaut sur la rupture en prenant en compte non seulement sa taille, mais aussi sa morphologie et sa position dans l'éprouvette. On formalisera d'abord l'influence d'un défaut sur l'amorçage de fissures dans une céramique. On étudiera alors la criticité des défauts dans des céramiques poreuses telles que le plâtre ou des monocristaux, pour évaluer leur rôle dans la dispersion des contraintes à rupture mesurées. On s'attachera ensuite à donner une vision déterministe de l'effet de taille basée sur des considérations mécaniques. Enfin, on verra comment exploiter ces effets de tailles en lien avec la microstructure du matériau pour rendre la rupture des céramiques moins fragile.

1 Le rôle d'un défaut sur la rupture d'une céramique

La description de la criticité d'un défaut dans un matériau céramique amène à rationaliser les hypothèses de l'approche probabiliste de la rupture et les prévisions qui en découlent, par exemple concernant les effets de taille. L'idée générale est de modéliser la morphologie du défaut observé expérimentalement et d'évaluer son influence sur la rupture d'une éprouvette à l'aide du critère couplé présenté dans le chapitre précédent.

1.1 Signification de la contrainte à rupture critique pour une céramique

Du point de vue de la modélisation, la définition de σ_c est relativement claire. C'est la résistance en traction d'une éprouvette suffisamment longue du matériau étudié que l'on considère comme homogène [16][136, 152]. La traduction de cette définition du point de vue expérimental n'est pas triviale lorsque l'on s'intéresse à des matériaux céramiques fragiles. On n'effectue généralement pas d'essais de traction sur des céramiques monolithiques car ils sont difficiles à mettre en place et l'état de contrainte homogène qui en résulte exacerbe la sensibilité de la rupture à la présence d'un défaut. On préfère des essais de flexion qui induisent un gradient de contrainte et favorisent l'amorçage de fissures sur la face en traction de l'éprouvette. Il est théoriquement possible de déterminer la résistance en traction du matériau à partir d'un essai de flexion, si l'on connaît son taux de restitution d'énergie critique (voir Section 2 du présent chapitre). On discute dans cette section de la détermination de σ_c pour des céramiques polycristallines ou pour des monocristaux. L'idée globale s'inspire de l'effet de taille présenté par Irwin [135]. On calcule la contrainte à rupture de l'éprouvette pour différentes tailles de défauts et on déduit σ_c à partir de la variation de contrainte à rupture en fonction du défaut, notamment lorsque la taille de défaut tend vers zéro (ou devient suffisamment petite).

1.1.1 Céramiques polycristallines

Leguillon et Martin [160, 184] ont proposé une définition de la résistance en traction σ_c de céramiques polycristallines en étudiant la rupture d'éprouvettes présentant un défaut de surface [84, 260]. Pour des défauts suffisamment grands (*i.e.* plus grands que la taille de grains moyenne de la céramique), la contrainte à rupture augmente si la taille du défaut diminue (Fig. 1). Cette variation suit le critère en énergie donné par Irwin dans le cas d'un défaut assimilable à une fissure [135, 187]. Dès lors que le défaut de surface devient plus petit que la taille de grains, la contrainte à rupture atteint un plateau. Un défaut de surface plus petit que la taille de grains n'est donc pas critique pour l'amorçage de fissures. L'amorçage de fissures est alors piloté par la microstructure et définit la résistance en traction, *i.e.* la contrainte à rupture au niveau du plateau, comme une propriété intrinsèque du matériau (Fig. 1). La résistance en traction de la céramique augmente si la taille de grains moyenne diminue, c'est donc une propriété qui est valable pour une microstructure donnée. On note toutefois que les résistances en traction mesurées expérimentalement au niveau du plateau sont dispersées. On obtient une contrainte à rupture d'environ 200+40 MPa pour une alumine avec une taille de grains de 20 μm [160, 260]. Cette dispersion traduit une hétérogénéité à l'échelle de la microstructure entre les différentes éprouvettes testées.

Le choix d'un modèle de rupture déterministe tel que le CC et de l'échelle de modélisation où l'on considère le matériau comme homogène prévoit une unique valeur de σ_c . Il faut introduire une variabilité sur les paramètres à rupture et notamment σ_c si l'on souhaite reproduire la dispersion mesurée expérimentalement. La variabilité des paramètres à rupture a par exemple été

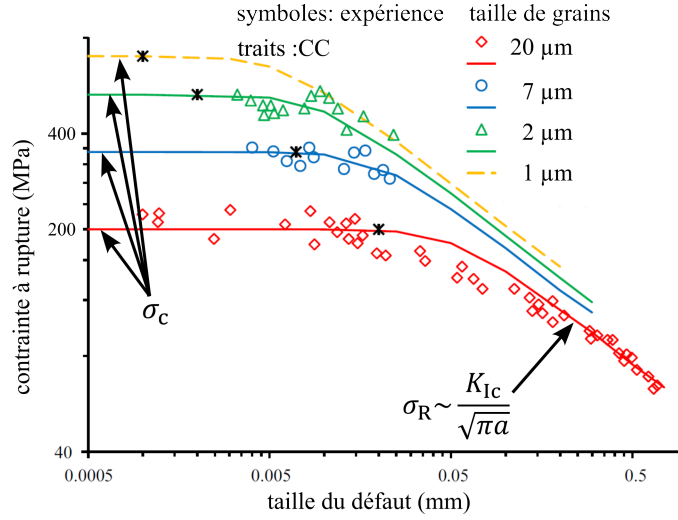


FIGURE 1 – Contrainte à rupture σ_R en fonction de la taille du défaut de surface dans des aluminés polycristallins avec différentes tailles de grains [160] mettant en évidence la résistance en traction σ_c pour des défauts de surface plus petits que la taille de grains.

introduite dans le CC pour décrire la cinétique de fissuration transverse de matériaux composites stratifiés [261, 262]. Un moyen d'alimenter le modèle de variabilité des propriétés à rupture est de mettre en place des simulations à l'échelle de la microstructure, où les hétérogénéités peuvent être explicitement modélisées, pour évaluer la dispersion sur les paramètres matériaux à l'échelle macroscopique. On note que la variabilité sur $\mathcal{G}_c$ est généralement moins marquée que σ_c car $\mathcal{G}_c$ traduit la propagation d'une fissure suffisamment longue, celle-ci masque donc de potentielles hétérogénéités à une plus petite échelle.

1.1.2 Monocristaux

L'étude de monocristaux permet a priori de s'affranchir des hétérogénéités dans la microstructure liées à la taille, l'orientation des grains ou à la présence de porosités. Une analyse des contraintes à rupture indique une dispersion entre 500 MPa et 750 MPa pour des éprouvettes de saphir de dimensions similaires (30 mm × 2.5 mm × 0.8 mm, Fig. 2a) dont l'axe $\vec{a}$ se situe dans la direction de la longueur de l'éprouvette (axe $(O\vec{x})$ sur la Fig. 2a) [19]. L'observation des éprouvettes rompues montre une partie de la fissure dans un plan perpendiculaire à l'axe neutre (plan a) et à proximité d'un bord de l'éprouvette, et une seconde partie du plan de rupture qui forme un angle de 30 deg. par rapport à ce plan initial (Fig. 2c). Une analyse des faciès de rupture (Fig. 2b) montre que la fissure a vraisemblablement amorcé sur le plan perpendiculaire à l'axe neutre de l'éprouvette à partir d'un défaut présent sur l'arête de l'éprouvette (Fig. 2d), avant de bifurquer sur un plan m orienté à 30 deg. de cette direction initiale. La présence de ce type de défauts est due à la découpe des éprouvettes de flexion (scie à fil diamanté) qui provoque des éclats de quelques dizaines de microns. L'amorçage de la fissure est donc dû à l'un de ces défauts de bord, et la propagation se fait ensuite sur un plan correspondant à un taux de restitution d'énergie critique plus faible [132, 271]. Des tailles de défauts d'arêtes mesurées entre 5 μm et 40 μm mettent en évidence une corrélation entre la taille du défaut et la contrainte à rupture. L'application du CC à l'amorçage d'une fissure à partir du défaut d'arête (Fig. 2e) reproduit la variation de la contrainte à rupture en fonction de la taille du défaut (Fig. 2f), et d'identifier la

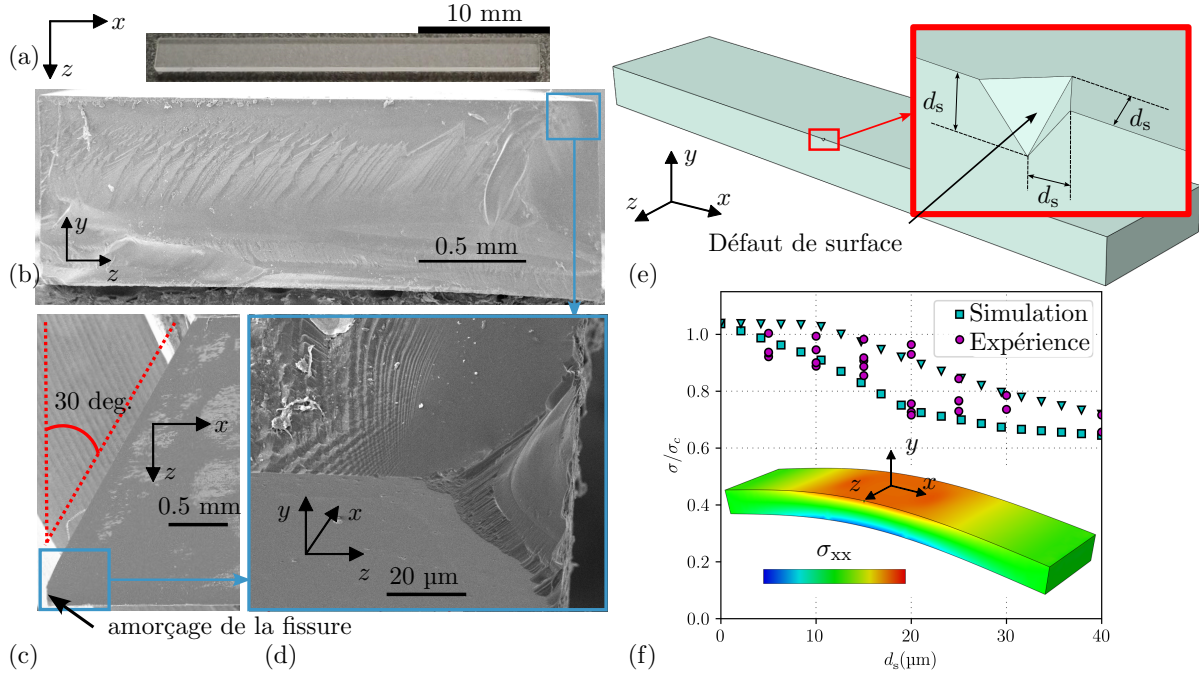


FIGURE 2 – Observations d’une éprouvette de saphir : a) avant essai de flexion, b) faciès de rupture, c) surface en traction et d) défaut d’arête à l’origine de la rupture. e) Modèle de l’éprouvette avec un défaut de surface de taille d_s et f) contrainte à rupture normalisée en fonction de la taille du défaut obtenue expérimentalement (o) et numériquement pour $\sigma_c = 750$ MPa et $\mathcal{G}_c = 15 \text{ J m}^{-2}$ (□) ou $\mathcal{G}_c = 25 \text{ J m}^{-2}$ (▽).

valeur de σ_c pour une valeur de $\mathcal{G}_c$ donnée. On trouve une résistance en traction $\sigma_c = 805 \pm 90$ MPa pour une valeur de $\mathcal{G}_c = 20 \text{ J m}^{-2}$ [16] et une résistance en traction $\sigma_c = 850 \pm 90$ MPa pour une valeur de $\mathcal{G}_c = 15 \text{ J m}^{-2}$ [132, 271]. L’approche proposée montre également que la dispersion des contraintes à rupture mesurées expérimentalement est bien reproduite en prenant en compte les défauts d’arêtes dans le modèle. On note que la valeur de σ_c identifiée est valable pour une échelle d’observation donnée du matériau. On peut par exemple s’attendre à identifier des résistances en traction différentes si le mécanisme de rupture en jeu est différent à une autre échelle (par exemple amorçage de la fissure directement sur un plan m pour le saphir), ou si la représentation homogène du matériau est différente entre les deux échelles.

1.2 Est-ce seulement la taille du défaut qui compte ?

Rationaliser l’influence de la taille d’un défaut critique sur la rupture d’une céramique requiert de considérer d’autres paramètres qui sont la position du défaut dans l’éprouvette, sa morphologie et le chargement localement subi par le défaut [2]. Ces trois aspects sont discutés dans cette section.

1.2.1 Influence de la morphologie du défaut

L’influence de la morphologie du défaut sur l’amorçage d’une fissure dépend de sa taille comparée à la longueur d’Irwin du matériau. On rappelle que le défaut n’induit pas de diminution de la contrainte à rupture s’il est plus petit que $\ell_{\text{mat}}/10$, auquel cas la morphologie du défaut

n'a pas d'importance. On en déduit donc que la plus grande taille des défauts intrinsèques est de l'ordre de grandeur de $\ell_{\text{mat}}/10$. Pour des défauts dont la taille est comprise entre $\ell_{\text{mat}}/10$ et $\ell_{\text{mat}}/2$, on n'observe pas de différences entre les contraintes à rupture obtenues pour différentes morphologies de défauts [184]. Pour des défauts plus grands que $\ell_{\text{mat}}/2$, des différences de force à rupture de l'ordre de 10 % sont observées entre des fissures ou des entailles en V de 90 deg [16][106, 166], et des différences de l'ordre de 20 % sont obtenues entre des entailles en V et des défauts circulaires [16][184]. Dans la suite de cette section, on se focalisera sur des défauts sphériques souvent rencontrés dans les céramiques.

1.2.2 Scénario de rupture en traction à proximité d'un pore

On s'intéresse au scénario d'amorçage de fissures au niveau d'un pore situé proche d'un bord libre dans une éprouvette en traction. L'approche asymptotique du CC nous permet de comparer plusieurs scénarios possibles, à savoir un amorçage unilatéral ou bilatéral à partir du pore (Fig. 3). Le CC calcule la contrainte à rupture correspondant à ces scénarios d'amorçage afin

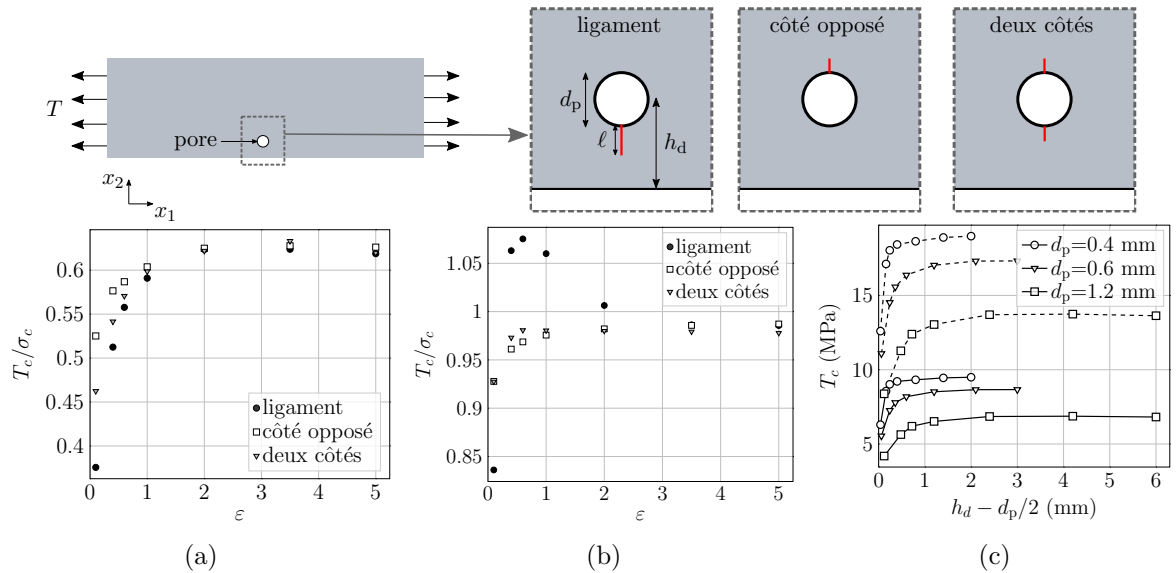


FIGURE 3 – Contrainte à l'amorçage (T_c) en fonction de la taille du ligament : a-b) valeurs normalisées respectivement par la résistance en traction et le diamètre du pore ($\varepsilon = \frac{h_d - d_p/2}{d_p}$), obtenues pour un amorçage de fissures au niveau du ligament, du côté opposé ou simultanément des deux côtés du pore pour a) $\ell_{\text{mat}}/d_p = 0.6$ et b) $\ell_{\text{mat}}/d_p = 4$. c) Valeurs obtenues pour $\ell_{\text{mat}} = 1$ mm (pointillés : $\sigma_c = 20$ MPa, traits pleins : $\sigma_c = 10$ MPa).

de déterminer le plus favorable, *i.e.* celui qui arrive pour une contrainte imposée minimale. On étudie alors des configurations qui n'arrivent pas en pratique, mais qui expliquent la transition entre deux mécanismes de rupture. La variation des contraintes à rupture normalisées obtenues pour les différents scénarios est présentée en fonction de la taille du ligament normalisée ($\varepsilon = \frac{h_d - d_p/2}{d_p}$) en Fig. 3. Si le ligament entre le bord libre et le pore est plus grand que le diamètre du pore, l'amorçage s'effectue de manière simultanée des deux côtés du pore (Fig. 3a et 3b). Si le ligament est plus petit que le diamètre du pore, un amorçage de fissures unilatéral opère i) à partir du pore du côté du bord libre pour des longueurs d'Irwin inférieures au diamètre du pore (Fig. 3a), et ii) à partir du côté opposé au bord libre pour des longueurs d'Irwin plus grandes que le diamètre du pore (Fig. 3b). Une fois le scénario d'amorçage de fissures déterminé, on

montre que la distance du pore au bord libre a une influence marquée sur la contrainte à rupture (Fig. 3c). L'interaction entre la concentration de contrainte induite au niveau du pore et le bord libre a d'autant plus d'effet que le pore est proche du bord libre, *i.e.* si la taille du ligament est plus petite que la longueur d'Irwin. La position du pore dans l'éprouvette joue donc un rôle primordial sur la contrainte nécessaire à l'amorçage de fissures, même pour de petits pores. Enfin, un pore situé suffisamment loin du bord libre aura une faible influence sur la diminution de la contrainte à rupture si son diamètre est petit devant la longueur d'Irwin. La diminution de contrainte à rupture est plus marquée ($>25\%$) pour des diamètres de pores égaux ou supérieurs à la longueur d'Irwin.

1.2.3 Chargement, taille et position du défaut

On étudie le scénario d'amorçage de fissures au niveau d'un pore situé proche d'un bord libre dans une éprouvette en flexion (Fig. 4). Une analyse des différents scénarios d'amorçage de fissures similaire à celle présentée dans la section précédente nous indique que l'amorçage du côté opposé au pore (Scénario 2 dans la Fig. 4) n'est jamais favorable en flexion. Ce résultat montre l'importance de l'influence du chargement sur le mécanisme de fissuration puisque ce mécanisme peut arriver sous sollicitation de traction. Pour de petites longueurs d'Irwin, l'amorçage s'effectue au niveau du pore sur le ligament du côté de la surface en traction. Au contraire, l'amorçage intervient depuis le bord en traction si le pore est suffisamment éloigné pour des longueurs d'Irwin plus grandes. Connaissant ces deux scénarios possibles d'amorçage, on peut calculer la contrainte à rupture en fonction de la taille et de la distance au bord libre du défaut. La Fig. 4a montre la variation de la force à rupture normalisée par sa valeur dans le cas sans défaut en fonction du diamètre normalisé du pore pour différentes tailles de ligament entre le pore et le bord libre.

Connaissant la force à rupture d'un échantillon, il est donc possible d'estimer la gamme de couple (taille de pore, position du pore) qui a mené à l'amorçage de la fissure. En appliquant cette démarche à un ensemble de données mesurées sur des lots d'éprouvettes en plâtre de différentes tailles (122 éprouvettes avec 3 nuances de plâtre), on identifie des tailles de défauts entre 50 et 250 μm qui dépendent globalement peu de la taille de l'éprouvette (Fig. 4b). Une observation des faciès de rupture des éprouvettes montre que les tailles de défauts observés expérimentalement sont du même ordre de grandeur que celui obtenu par identification avec le modèle proposé (Fig. 4c). Le modèle ne prend pas en compte l'interaction entre des pores proches ou encore la présence d'un cluster de pores. Malgré tout, on note qu'il n'y a pas de tendance à avoir des défauts critiques plus gros pour les éprouvettes les plus grosses, ce qui remet en cause l'hypothèse de base de la vision probabiliste de la rupture des céramiques [265]. L'indépendance de la taille de défauts critiques pour différentes tailles d'éprouvettes en plâtre a également été mise en évidence expérimentalement [56]. Au delà de la seule taille du défaut, sa position dans l'éprouvette et le type de chargement sont deux paramètres à prendre en compte pour bien décrire l'amorçage de fissures dans les céramiques, ce qui n'est pas le cas dans l'approche probabiliste.

1.3 Une expérience pour évaluer l'approche probabiliste

L'approche probabiliste de la rupture exploite la dispersion mesurée sur un lot d'échantillons de même taille, caractérisée par le coefficient de Weibull m , pour décrire la variation de la contrainte à rupture en fonction du volume de l'éprouvette. L'idée sous-jacente est que d'une part, une hétérogénéité plus marquée de la microstructure donne une plus grande dispersion des contraintes à rupture pour un lot d'éprouvettes de même dimension. D'autre part, plus la

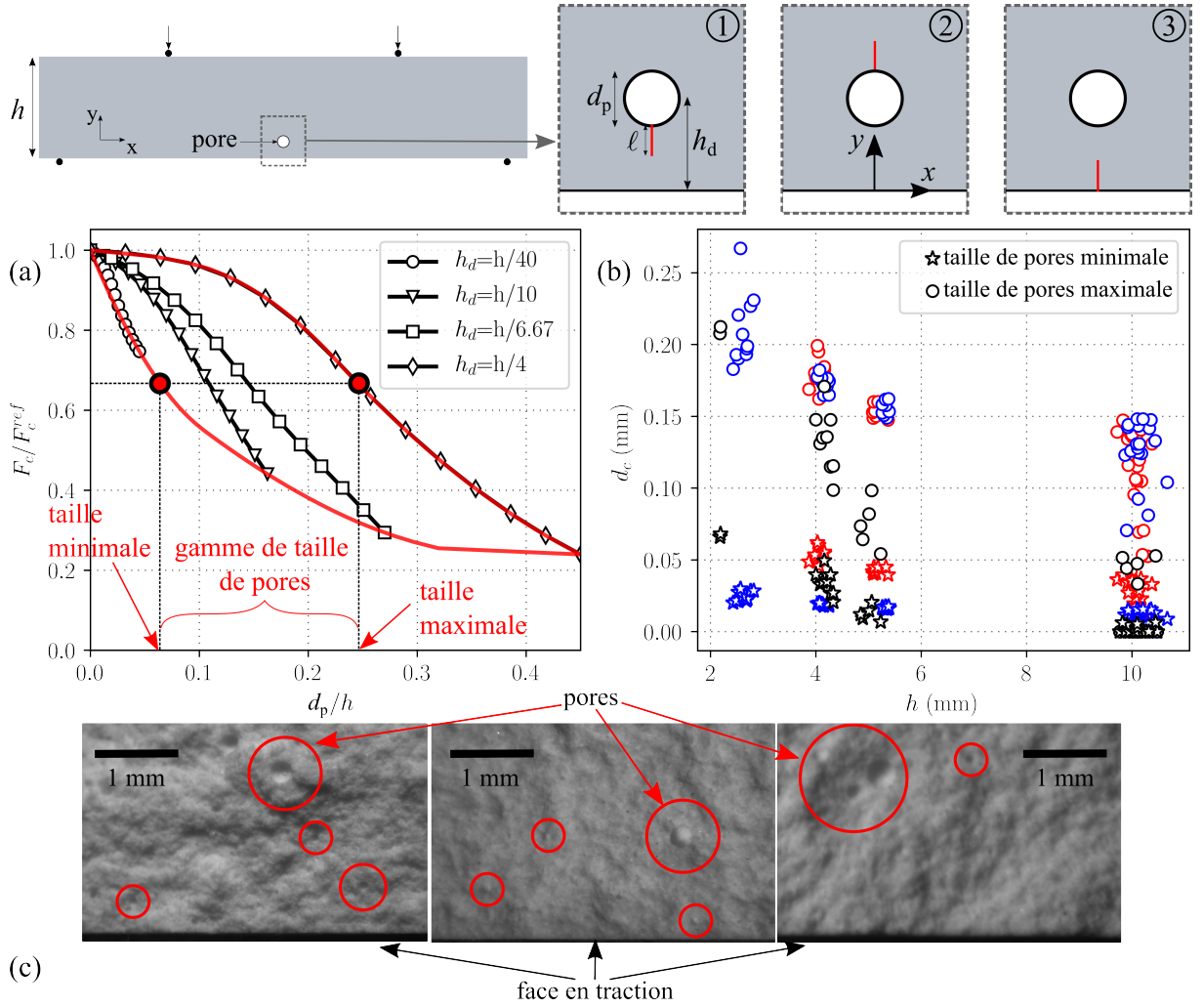


FIGURE 4 – a) Force à l’amorçage de la fissure, normalisée par la valeur obtenue sans défaut, en fonction du diamètre du pore normalisé pour différentes tailles de ligament entre le pore et le bord libre. b) Diamètre des pores identifiés à partir des forces à rupture mesurées expérimentalement et de la relation entre la force à rupture, le diamètre et la position du pore. c) Observations des pores présents sur les faciès de rupture d’éprouvettes en plâtre.

microstructure est hétérogène, plus il est probable d’avoir un gros défaut critique. L’approche probabiliste prévoit donc une décroissance de la contrainte à rupture avec l’augmentation du volume de l’éprouvette. Certaines expériences montrent toutefois l’absence d’effet de taille, *i.e.* des contraintes à rupture dispersées pour une même taille d’éprouvette mais peu de variation de la contrainte à rupture moyenne en fonction du volume de l’éprouvette [177]. Dans ce cas, l’approche probabiliste échoue à reproduire la variation de contrainte en fonction du volume de l’éprouvette [17].

Pour évaluer la pertinence de l’approche probabiliste, l’idée est de mettre en place une expérience avec des éprouvettes de différents volumes tout en conservant un chargement mécanique similaire. Ceci est réalisé avec des éprouvettes de flexion en plâtre de même longueur (100 mm) et de même épaisseur (10 mm), mais avec différentes largeurs (entre 10 mm et 90 mm). La taille et la position des pores critiques proches de la surface en traction sont mesurées à partir d’obser-

variations des faciès de rupture de chaque éprouvette (Fig. 5a). Le diamètre des pores critiques est

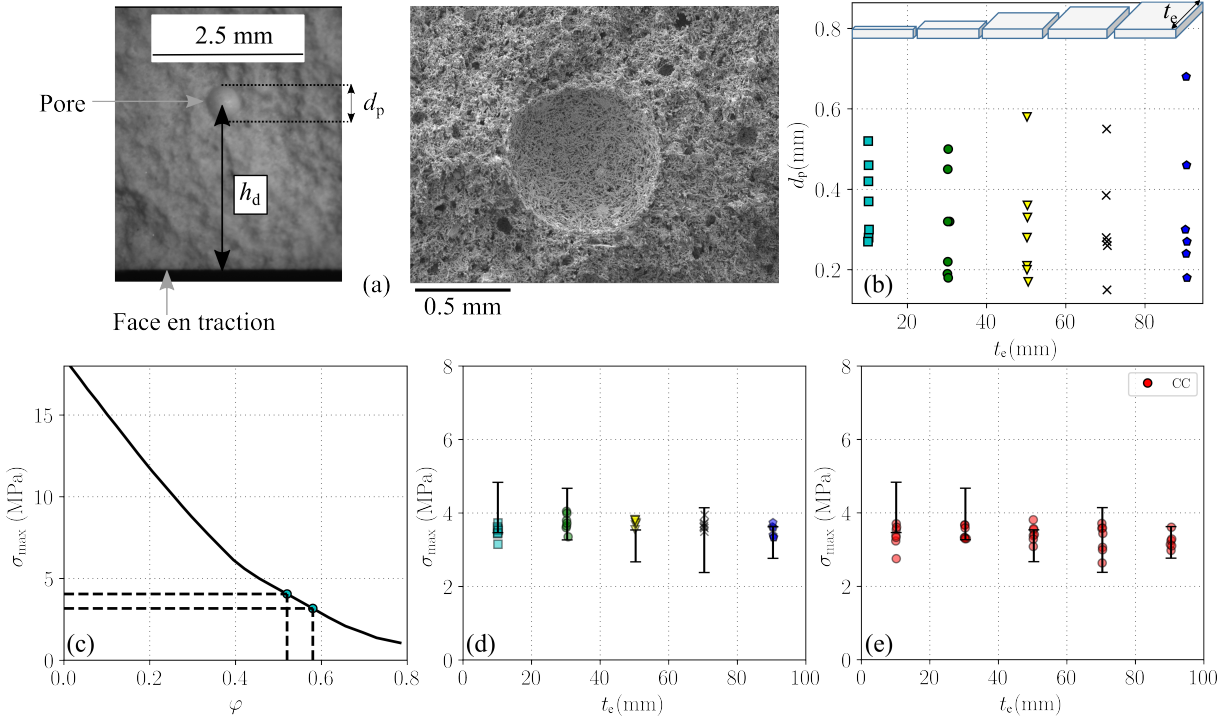


FIGURE 5 – (a) Observations expérimentales d'un pore et définition de ses caractéristiques : distance entre le pore et la face en traction h_d et diamètre du pore d_p . (b) Variation de la taille de pore en fonction de la largeur de l'éprouvette t_e . Variation de la contrainte à l'amorçage σ_{max} en fonction de (c) la fraction volumique de pores et (d-e) de la largeur de l'éprouvette (e) en présence ou non (d) d'un pore critique.

de quelques centaines de microns, et la gamme de tailles de défauts mesurée est indépendante de la taille des éprouvettes (Fig. 5a-b). En plus de la variabilité de tailles de pores critiques, les éprouvettes présentent des variations de fractions volumiques de pores entre 52 % et 58 % liées au procédé de fabrication. Ces deux facteurs introduisent inévitablement une dispersion des contraintes à rupture mesurées expérimentalement. Comme le réseau de pores n'est pas explicitement décrit dans le modèle, l'influence de la variation de fraction volumique de pores est prise en compte en introduisant une dépendance des propriétés mécaniques (module de Young, taux de restitution d'énergie critique et résistance en traction) vis à vis de la fraction volumique de pores à partir de données issues de la littérature [176, 188, 189, 238] (Fig. 5c). On prévoit alors la contrainte à rupture des éprouvettes de différentes largeurs tout d'abord sans prendre en compte de défauts (Fig. 5d), ou en intégrant la présence d'un pore critique dont la dimension et la position ont été mesurées expérimentalement (Fig. 5e). La variation des contraintes à rupture en fonction de la largeur des échantillons ne montre pas d'effet de taille notable, et le niveau de dispersion obtenu expérimentalement est relativement bien reproduit par le modèle. Pour une taille d'éprouvette donnée, la dispersion mesurée est principalement due à l'hétérogénéité de la microstructure du matériau, *i.e.* la variabilité de la fraction volumique de pores. Une partie de la dispersion des contraintes à rupture est également due à la présence de défauts critiques. En combinant les deux aspects dans le modèle, on reproduit globalement bien le niveau de dispersion mesuré expérimentalement.

On déduit de cette analyse qu'il n'est pas trivial de corréler la dispersion des contraintes à

rupture due à l'hétérogénéité de la microstructure à l'effet de taille sur la rupture des éprouvettes. La sollicitation mécanique et la dimension de l'éprouvette par rapport à la longueur d'Irwin jouent également un rôle prépondérant, qui est rationalisé dans la section suivante.

2 Effet de taille en rupture des matériaux fragiles

On a précédemment discuté l'influence de défauts sur la rupture de matériaux céramiques et des limites de la description de l'effet de taille par l'approche probabiliste. On aborde dans cette section l'effet de taille sur la rupture de matériaux fragiles d'un point de vue mécanique. On retrouve une description de l'effet de taille dès les travaux d'Irwin [135] qui analyse des données expérimentales de rupture d'éprouvette en aluminium précédemment reportées par Lubahn [178]. L'effet de taille a ensuite été largement étudié pour les matériaux quasi-fragiles, notamment par Bažant [70–72]. Celui-ci est dû à l'interaction entre la taille de l'éprouvette et la taille de la zone d'élaboration en amont de la fissure (*e.g.* plasticité dans les métaux, microfissuration dans les roches ou le béton). Si la zone d'élaboration est étendue par rapport à la taille de l'éprouvette, un critère de résistance doit être utilisé pour prédire la rupture. En revanche, le critère en énergie de la MLER traite la propagation de fissures suffisamment longues par rapport à la taille de la zone d'élaboration. Une transition progressive entre ces deux critères est alors introduite. Dans cette section, on donnera une vision basée sur la mécanique de la rupture des effets de taille pour des matériaux fragiles.

2.1 L'effet de taille en rupture fragile

L'effet de taille sur la rupture est abordé par l'étude de l'amorçage d'une fissure dans une éprouvette non entaillée sous sollicitation de flexion (Fig. 6a). L'application du CC donne une longueur d'amorçage ℓ_i de sorte $\sigma_{xx}(\ell_i) = \sigma_c$. Le gradient de contrainte dû à la flexion induit une contrainte à rupture (*i.e.* la contrainte maximale atteinte dans l'éprouvette $\sigma_{\max}$) qui est de l'ordre de grandeur de la résistance en traction pour de petites longueurs d'amorçage. Cependant, la contrainte à rupture peut être significativement supérieure à la résistance en traction du matériau pour de grandes longueurs d'amorçage (Fig. 6b). C'est le rapport entre la longueur d'Irwin et l'épaisseur de l'éprouvette qui détermine la longueur d'amorçage et donc le rapport entre la contrainte à rupture et la résistance en traction. Si la longueur d'Irwin est petite par rapport à l'épaisseur de l'éprouvette, la longueur d'amorçage est également petite (Fig. 6c) et $\sigma_{\max} \approx \sigma_c$ (Fig. 6d). Le rapport $\sigma_{\max}/\sigma_c$ augmente lorsque la longueur d'Irwin normalisée par l'épaisseur de l'éprouvette augmente, du fait de l'augmentation de la longueur d'amorçage (Fig. 6c-d). Pour des tailles d'éprouvettes plus de dix fois plus grandes que la longueur d'Irwin, la résistance en flexion tend vers la résistance en traction du matériau. Dans ce cas de figure, l'essai de flexion donne une mesure de la résistance en traction du matériau et est relativement peu dépendant de son taux de restitution d'énergie critique. Pour des plus petites tailles d'éprouvettes, la résistance en flexion augmente si la taille d'éprouvette diminue. La résistance en flexion ne peut donc pas être considérée comme une propriété intrinsèque du matériau du fait de l'effet de taille. Lorsque la taille de l'éprouvette est au moins dix fois plus petite que la longueur d'Irwin, la longueur d'amorçage tend vers la moitié de l'épaisseur de l'éprouvette. Dans ce cas de figure, c'est principalement le taux de restitution d'énergie critique qui pilote la rupture. Ceci est dû au fait que des éprouvettes de petites tailles nécessitent un chargement plus élevé de sorte à libérer suffisamment d'énergie pour amorcer une fissure puisque l'énergie de déformation élastique est proportionnelle au volume de l'éprouvette. Ainsi, les essais à petites échelles de micro-pilier [143] ou de flexion sur des micropoutres [130, 131] caractérisent $\mathcal{G}_c$ plutôt que σ_c , même sur des essais

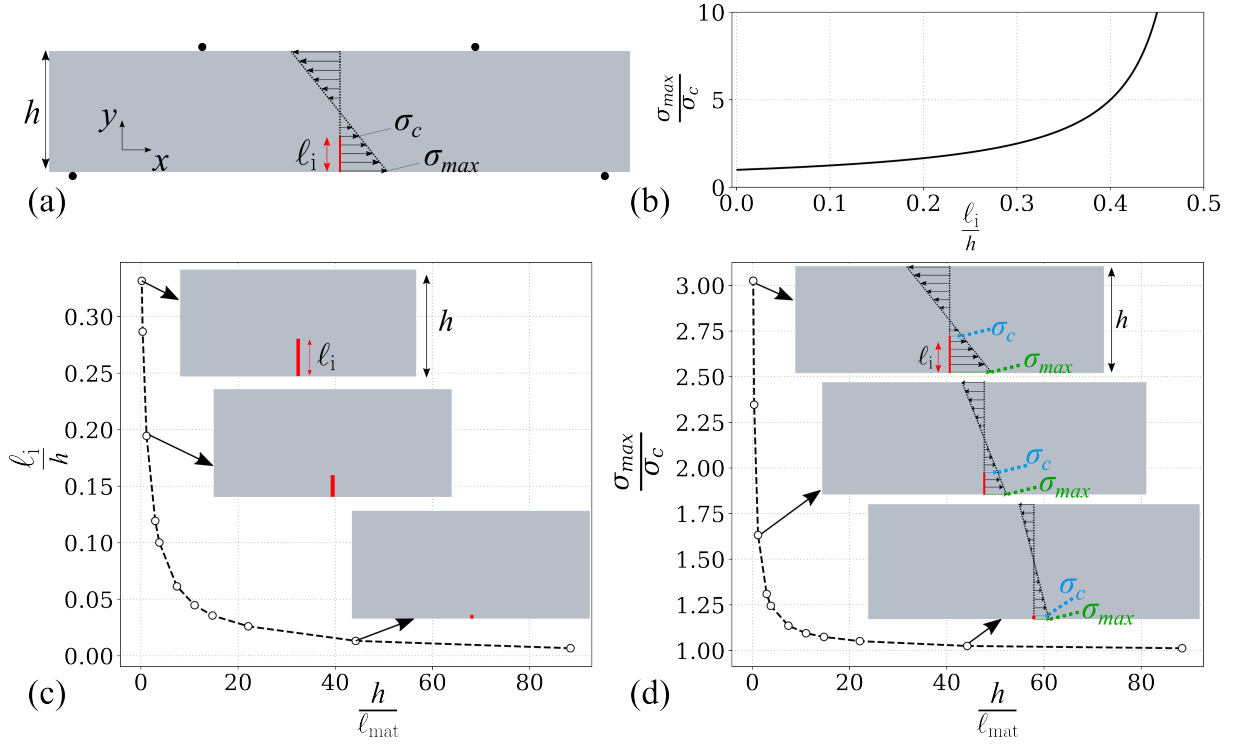


FIGURE 6 – a) Géométrie d'une éprouvette de flexion 4-points mettant en évidence la longueur d'amorçage ℓ_i et le gradient de contrainte dû à la flexion, b) ratio entre la contrainte maximale σ_{max} et la résistance en traction σ_c en fonction du ratio entre la longueur d'amorçage et l'épaisseur de l'éprouvette. c) Longueur d'amorçage normalisée et d) résistance en flexion (*i.e.*, contrainte maximale à l'amorçage) normalisée en fonction de l'épaisseur normalisée de l'éprouvette.

non-entaillés [16][136]. La variation de la résistance en flexion normalisée par la résistance en traction en fonction du rapport entre l'épaisseur de l'éprouvette et la longueur d'Irwin (Fig. 6d) peut être décrite par une courbe maîtresse :

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_c} = \left(1 + \frac{2.5}{h/\ell_{mat}}\right)^{\frac{1}{2.4}} \quad (2)$$

Celle-ci permet de déterminer analytiquement la résistance en flexion pour une taille d'éprouvette donnée si les propriétés du matériau sont connues, ou inversement d'identifier ces propriétés à partir de la mesure des dimensions d'éprouvettes et de la force à rupture.

2.2 Applications aux céramiques poreuses et monocristaux

On illustre l'effet de taille sur la rupture fragile à partir d'essais de caractérisation sur des céramiques poreuses [18], et sur du saphir [16][107]. Un premier exemple concerne la rupture de plaquettes d'alumine de $5\ \mu\text{m}$ de longueur et de $1\ \mu\text{m}$ d'épaisseur, utilisées pour élaborer des composites céramiques à microstructure « briques/mortier » (*cf.* Section 3). Les plaquettes ont une résistance en traction de $1.1\ \text{GPa}$ et un taux de restitution d'énergie critique de $20\ \text{J m}^{-2}$. Des contraintes à rupture de $5.3 \pm 1.3\ \text{GPa}$ sont mesurées à partir d'essais de flexion [107]. Comme l'épaisseur des plaquettes est environ un ordre de grandeur plus petit que la longueur d'Irwin

du matériau, l'analyse de l'effet de taille explique que la résistance en flexion est environ 5 fois plus grande que la résistance en traction.

Un second exemple est le cas d'éprouvettes en plâtre de différentes dimensions (épaisseurs entre 2 mm et 10 mm) testées en flexion. Trois types de plâtre avec différentes fractions volumiques de pores (entre 15% et 50 %) sont testés, avec des longueurs d'Irwin correspondantes entre 0.2 mm et 1.1 mm. On observe un effet de taille sur la résistance en flexion (Fig. 7), malgré une certaine dispersion des contraintes à rupture pour une taille d'échantillon donnée. Malgré le manque d'essais sur des éprouvettes d'épaisseurs inférieures à la longueur d'Irwin, la variation des contraintes à rupture en fonction de l'épaisseur des éprouvettes suit la courbe maîtresse proposée en Eq. (2). La dispersion peut-être expliquée par la variabilité de la fraction volumique

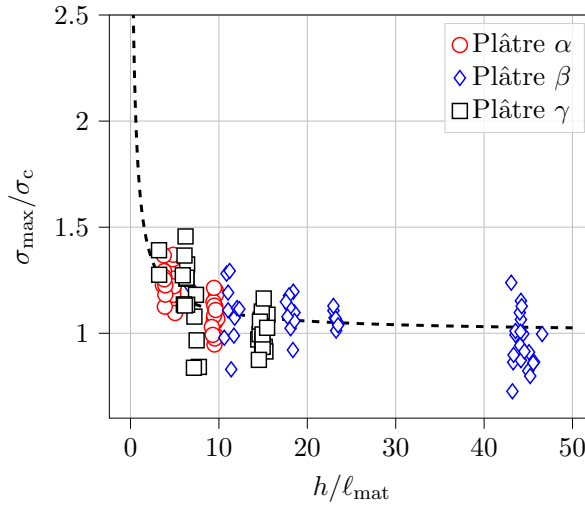


FIGURE 7 – Résistance en flexion normalisée par la résistance en traction en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette normalisée par la longueur d'Irwin obtenue pour trois types de plâtres. La courbe maîtresse donnée en Eq. (2) est tracée en traits pointillés.

de pores pour un lot d'échantillon de mêmes dimensions (voir Section 1.3). Cette dispersion est une limite de la comparaison des données obtenues avec la courbe maîtresse, dans laquelle la variabilité des propriétés élastiques et à rupture n'a pas été prise en compte.

2.3 Vers des expériences à petites échelles

L'étude de l'effet de taille montre un fort intérêt à mettre en place des expériences aux petites échelles, notamment pour caractériser le taux de restitution d'énergie d'un matériau à partir d'éprouvettes non-entaillées [21, 47][136]. La manière de piloter ces essais peut avoir une forte influence sur la mesure des contraintes à rupture. L'essai peut être piloté soit par l'application d'un déplacement de la pointe qui met l'échantillon en flexion, soit pour contrôler le niveau de force appliqué à l'échantillon (8a). L'amorçage d'une fissure peut être évalué dans les cas d'un déplacement ou d'une force imposée. Avant l'amorçage de la fissure, les deux approches donnent les mêmes champs de contraintes et donc le même critère en contrainte. Par contre, des TREI différents sont obtenus (8b). En effet, si le déplacement imposé reste constant alors que la longueur de la fissure augmente, cela peut conduire à une diminution de la force correspondante. Au contraire, conserver le même niveau de force tout en augmentant la longueur de la fissure entraîne une augmentation du déplacement de son point application. La Fig. 8 montre un exemple

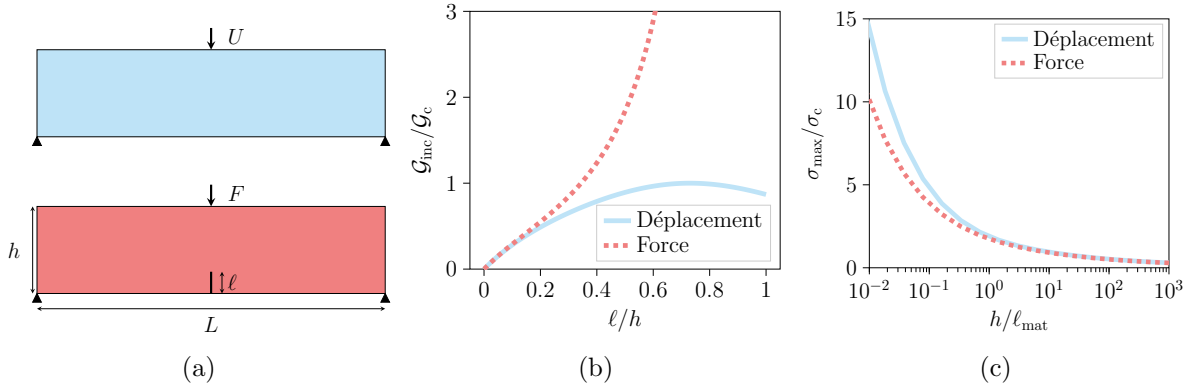


FIGURE 8 – a) Configuration de flexion 3-points pilotée en déplacement ou en force. b) TREI normalisé en fonction de la longueur de fissures normalisée et c) contrainte à rupture normalisée par la résistance en traction en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette obtenue pour un pilotage en force ou en déplacement.

de TREI obtenu en flexion pour un pilotage en déplacement ou en force en fonction du rapport entre la longueur de la fissure et l'épaisseur de l'éprouvette. Des différences inférieures à 1% sont obtenues à condition que la longueur de la fissure reste suffisamment petite ($\ell < 0.1h$). On observe des différences significatives pour des fissures plus grandes, puisque le TREI augmente de manière monotone à force imposée alors qu'il présente un maximum à déplacement imposé. Cela signifie que quelles que soient les propriétés du matériau, une propagation instable de la fissure après amorçage se produit nécessairement sous force imposée, alors qu'elle est soit instable (pour une longueur d'amorçage plus petite que la longueur qui maximise $\mathcal{G}_{inc}$), soit stable (si la longueur d'amorçage maximise $\mathcal{G}_{inc}$) à déplacement imposé. La longueur de la fissure d'amorçage dépend de la longueur d'Irwin et donc des propriétés du matériau. La Fig. 8c montre la variation de la contrainte à rupture σ_{max} normalisée par la résistance en traction en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette normalisée par la longueur d'Irwin. On obtient la même contrainte à rupture pour un pilotage en force ou en déplacement si la longueur d'Irwin est plus petite que les dimensions de l'éprouvette. Des différences sont mises en évidence dès que la longueur d'Irwin est plus grande que la taille de l'éprouvette. L'avantage de matériaux présentant une grande longueur d'Irwin est la possibilité de tester des éprouvettes ne nécessitant pas de moyens d'essais à petite échelle. Il est possible de piloter un essai en force sur les machines d'essais mécaniques standards. Cependant, ce pilotage repose sur l'utilisation d'une boucle de rétroaction pour adapter le déplacement imposé de manière à suivre une variation temporelle donnée de la force. Par conséquent si le temps caractéristique d'amorçage de la fissure est inférieur à la durée de la boucle de rétroaction, il n'est pas trivial d'assurer réellement un contrôle de la force lors de l'amorçage de fissures. Des expériences à petites échelles seraient alors nécessaires pour valider expérimentalement l'influence du pilotage en force ou en déplacement.

3 Rupture de céramiques « briques/mortier »

L'effet de taille sur la rupture peut être exploité pour élaborer des matériaux céramiques composites de type « briques/mortier » (BM). Ces matériaux sont constitués à plus de 95% de plaquettes d'alumine et d'une phase secondaire qui joue le rôle d'interface entre les plaquettes (Fig. 9a-b). Ils peuvent être élaborés par une méthode de frittage assisté par une pression méca-

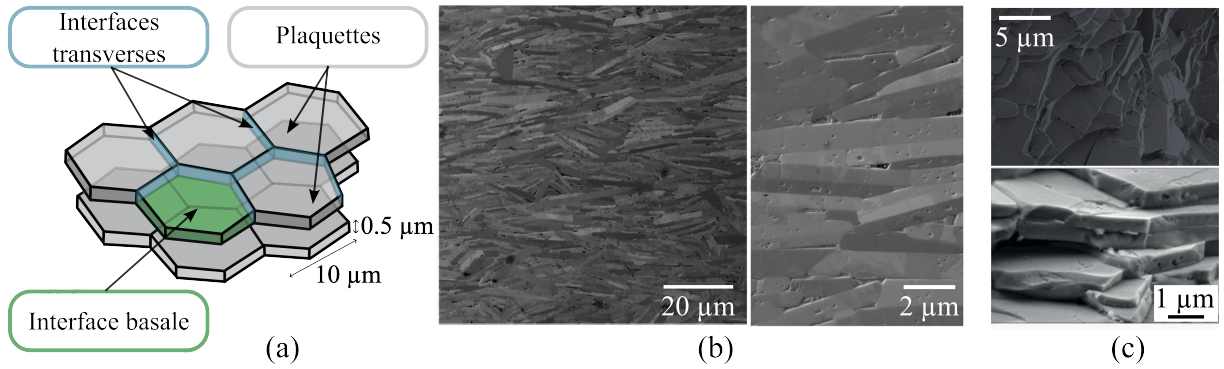


FIGURE 9 – (a) Schéma de l'agencement des plaquettes mettant en évidence les interfaces transverses et basales. Observations au microscope électronique à balayage (b) de sections polies et (c) de faciès de rupture d'éprouvettes de composites céramiques à l'architecture BM.

nique [237]. La taille des plaquettes d'alumine est déterminante dans le comportement macroscopique du matériau. Elles peuvent être choisies suffisamment petites pour ne pas rompre, de sorte que la fissuration soit plutôt localisée au niveau des interfaces entre les plaquettes. L'agencement de la microstructure conduit à différents mécanismes de fissuration [59, 83] et à des propriétés à rupture anisotropes. L'un des mécanismes qui améliore la ténacité du matériau est la déviation de fissures aux interfaces pour certaines orientations des plaquettes par rapport au chargement (Fig. 9c). La rupture macroscopique du composite est déterminée par le scénario de fissuration à l'échelle de la microstructure, et donc par le comportement des interfaces et l'agencement des plaquettes d'alumine. Dans cette section, on discutera du mécanisme de déviation de fissures, de la caractérisation des interfaces et de l'anisotropie des propriétés à rupture des céramiques BM.

3.1 Amélioration de la ténacité par déviation de fissures

Un avantage majeur des céramiques BM est leur capacité de déviation de fissures [77, 78], qui dépend de l'agencement des plaquettes par rapport à la direction de propagation de la fissure et à la direction de chargement. On observe par exemple cette déviation si l'on considère une éprouvette de flexion entaillée dans laquelle les plaquettes sont orientées perpendiculairement par rapport à la direction de l'entaille initiale (Fig. 10). Pour un matériau isotrope homogène, la fissuration intervient dans la direction de l'entaille du fait de la sollicitation de traction. Pour les céramiques BM, une telle propagation de fissures nécessiterait de rompre des plaquettes d'alumine. Si celles-ci sont suffisamment petites pour bénéficier de l'effet de taille sur la contrainte à rupture, il est alors plus favorable d'amorcer une fissure au niveau des interfaces entre les plaquettes plutôt que de rompre les plaquettes (Fig. 10b-c). On observe alors une déviation de la fissure à l'échelle macroscopique, celle-ci propage dans une direction orientée entre 70 deg. et 80 deg. de la direction de l'entaille initiale [236, 237] (Fig. 10a). La configuration BM aboutit à une rupture non fragile du matériau et d'atteindre une meilleure ténacité que des céramiques monolithiques. Cette propriété est principalement due à l'amorçage puis à la déviation de fissures aux interfaces entre les plaquettes. La caractérisation mécanique et le contrôle des propriétés à rupture des interfaces sont donc primordiaux dans ces matériaux.

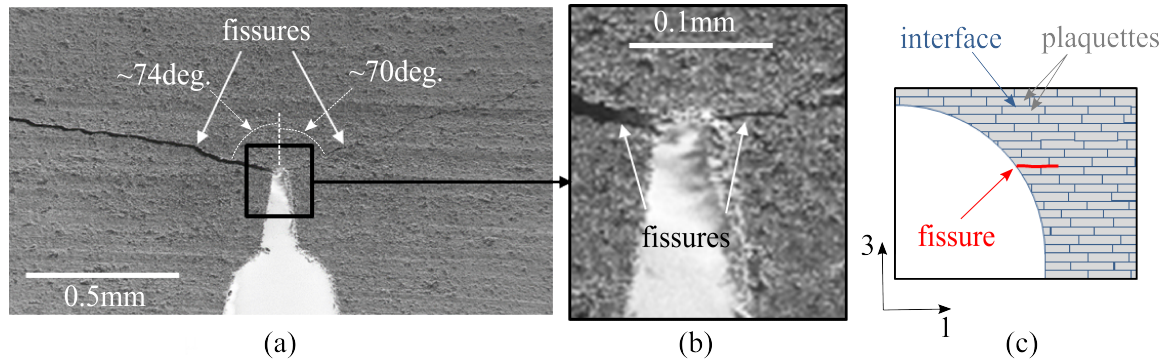


FIGURE 10 – Observations du chemin de fissures après rupture : (a) Vue globale et (b) vue locale au niveau de l'entaille. (c) Représentation schématisée de l'amorçage de fissures au niveau de l'interface entre plaquettes proche de l'entaille.

3.2 Caractérisation des interfaces

La caractérisation de la rupture des interfaces est menée à l'aide d'essais de caractérisation à l'échelle des plaquettes d'alumine. Des micro-poutres sont découpées dans le matériau à l'aide d'un FIB de sorte à contrôler l'orientation des plaquettes par rapport à l'axe neutre de la poutre (Fig. 11a-b), puis testées à l'aide d'un nano-indenteur. Quelle que soit l'orientation des plaquettes par rapport à l'axe neutre de la poutre, la rupture intervient à l'interface entre deux plaquettes (Fig. 11c). On n'observe pas de rupture de plaquettes, ce qui confirme que leurs dimensions permettent de bénéficier de l'effet de taille sur la rupture. L'avantage d'une telle configuration d'essai est la possibilité de solliciter les interfaces en traction et en cisaillement, la proportion de cisaillement étant d'autant plus élevée que l'angle formé par l'interface par rapport à une section de la micropoutre approche 45 deg. On identifie le taux de restitution d'énergie critique ($\mathcal{G}_c = 1.96 \text{ J/m}^2$) et les résistances en traction ($\sigma_c = 438 \text{ MPa}$) et en cisaillement ($\tau_c = 648 \text{ MPa}$) des interfaces (ici constituées d'une phase vitreuse [237]) à l'aide du CC en minimisant l'écart entre les forces à rupture mesurées et simulées (Fig. 11d). On peut alors utiliser ces propriétés d'interfaces pour prévoir la rupture à l'échelle macroscopique dans la configuration d'éprouvettes entaillées sollicitées en flexion (Fig. 11e), en prenant en compte le fait que la fissure amorce de manière perpendiculaire à la direction de l'entaille (Fig. 10). Cela explique l'augmentation de la force à l'amorçage de fissures lorsque la taille de l'éprouvette augmente (Fig. 11e). La caractérisation des propriétés d'interface dans les céramiques BM est donc essentielle car elle rationalise le comportement à rupture du matériau à l'échelle macroscopique. L'agencement des plaquettes et des interfaces induit cependant un comportement anisotrope de la rupture de ces matériaux, décrit dans la section suivante.

3.3 Anisotropie des propriétés à rupture

Les céramiques BM sont généralement mises en avant dans la littérature pour leur capacité de déviation de fissures et leur ténacité plus élevée que les céramiques monolithiques. Cependant, ce mécanisme de renforcement de la ténacité n'est étudié que pour des orientations de plaquettes favorables par rapport à la direction de l'entaille [78, 147, 215], sans regarder le comportement pour d'autres orientations du matériau. Peu d'études se concentrent sur l'anisotropie de la rupture des céramiques BM [36][57, 59, 83]. Abando *et al.* [57] ont montré que l'anisotropie de la rigidité et de la dureté de composites BM dépend de la température et que le matériau est plus

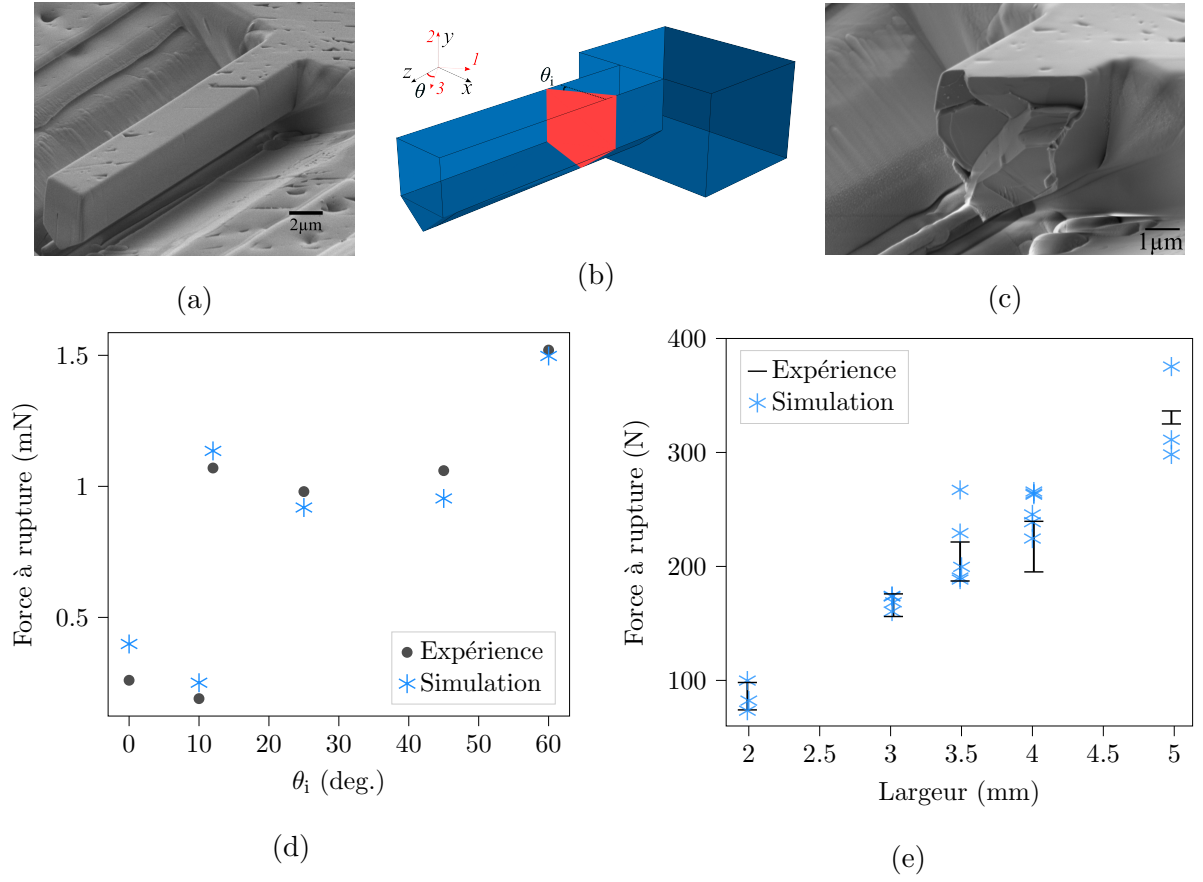


FIGURE 11 – (a,c) Observations au MEB et (b) Schéma d’une micro-poutre de céramique BM dont l’orientation principale d’alignement des plaquettes forme un angle $\theta_i=45$ deg. par rapport au plan perpendiculaire à la ligne neutre de l’éprouvette, (a) avant et (c) après rupture. (d-e) Forces à rupture mesurées expérimentalement et obtenues numériquement avec le CC pour (d) des micro-poutres en fonction de l’orientation des plaquettes et (e) des éprouvettes millimétriques entaillées sollicitées en flexion en fonction de l’épaisseur de l’éprouvette.

rigide dans la direction d’alignement principale des plaquettes. Akurati *et al.* [59] ont montré que différents mécanismes de déformation, tels que la formation de bandes de flambement, la fissuration longitudinale ou la délamination des interfaces, peuvent être déclenchés en fonction de l’orientation des plaquettes. Chan *et al.* [83] ont testé l’influence de l’orientation des plaquettes sur la rigidité, la résistance et la ténacité à partir d’essais de compression sur des composites BM avec une matrice polymère. Ils ont montré qu’un alignement des plaquettes perpendiculaire à la sollicitation de compression donnait le meilleur compromis résistance/ténacité, et que des rigidités plus élevées pouvaient être atteintes grâce à des structures multicouches avec différentes orientations de plaquettes. Peu de travaux se focalisent sur la résistance des composites BM en étudiant la rupture d’échantillons non entaillés [47][237] On illustre dans la Fig. 12 l’anisotropie de la rupture d’échantillons entaillés et non entaillés de composites BM pour les trois directions principales d’alignement des plaquettes, communément appelées ‘across’, ‘along’, et ‘between’ [95].

Echantillons entaillés : La configuration la plus étudiée dans la littérature est celle d’un échantillon entaillé avec une orientation de plaquettes de type ‘across’ car elle conduit d’une

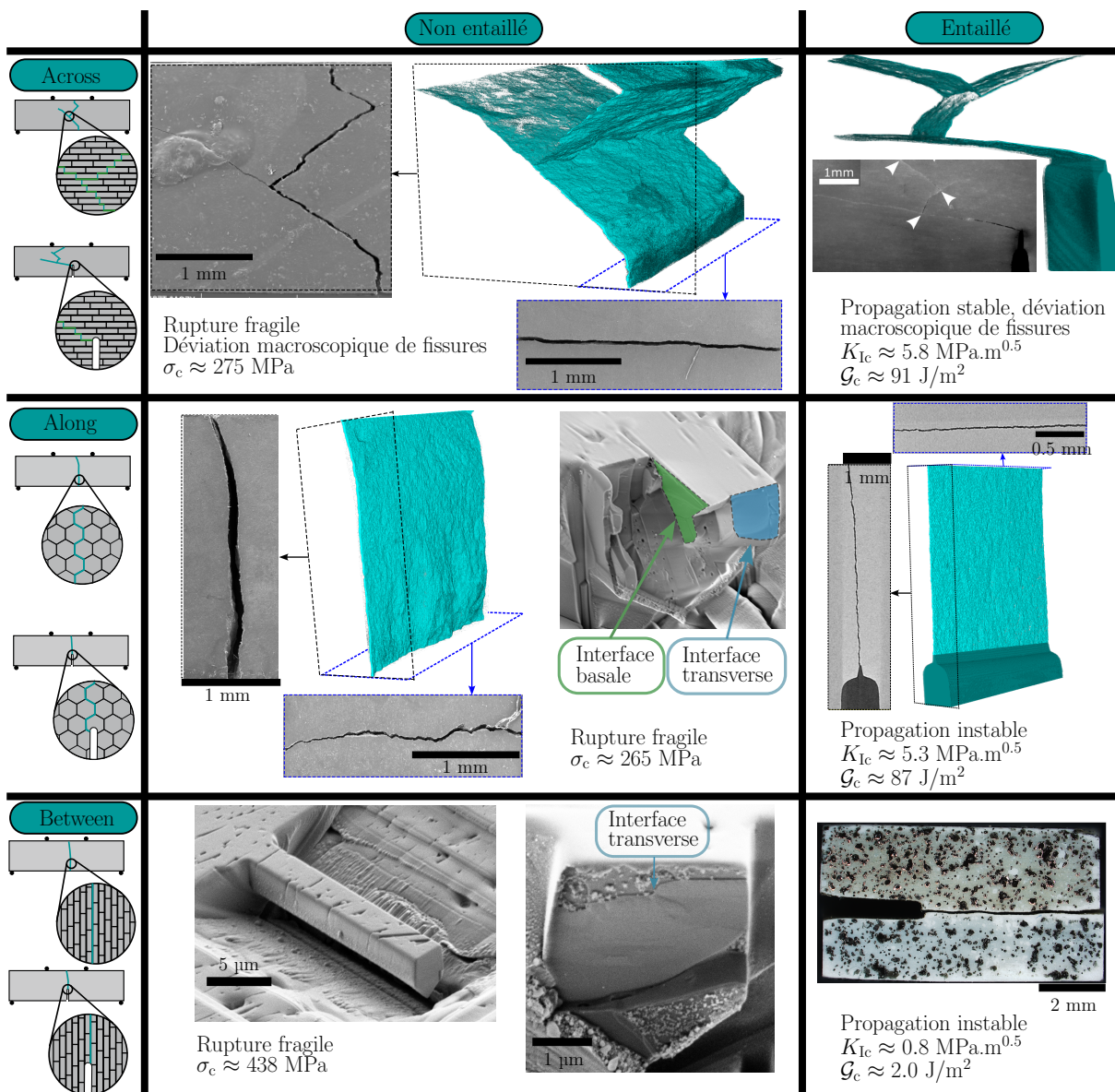


FIGURE 12 – Résumé de l'anisotropie des propriétés à ruptures des composites céramiques BM. Observations au microscope électronique à balayage et/ou au tomographe des faciès de rupture obtenus dans les directions 'across', 'along' et 'between' pour des échantillons entaillés ou non entaillés. La face en traction des échantillons macroscopiques (flexion quatre-points, orientations 'across' et 'along') est située en bas des images, celle des micro-poutres (orientations 'along' et 'between') est située en haut des images. L'échantillon entaillé pour l'orientation 'between' correspond à un essai d'insertion de coin.

part à une propagation stable de la fissure et une rupture non-fragile du matériau, ce qui n'est pas courant pour des céramiques. D'autre part, elle active un mécanisme de déviation de fissures, qui augmente la dissipation d'énergie et donc la ténacité du matériau. Le FIC critique à l'amorçage de la fissure (de l'ordre de $5.8 \text{ MPa.m}^{1/2}$ [237]) est plus élevé que pour une alumine monolithique.

Le FIC critique à l'amorçage d'une fissure est du même ordre de grandeur ($\approx 5.3 \text{ MPa.m}^{1/2}$) pour des échantillons entaillés avec une orientation 'along'. Le matériau a donc une ténacité plus

élevée que des céramiques monolithiques pour cette orientation de plaquettes. Cela s'explique par un phénomène de confinement des fissures d'amorçage au niveau des interfaces transverses entre les plaquettes [38]. Par contre, la rupture est fragile et opère sans déviation macroscopique de fissures.

Enfin, le FIC critique à l'amorçage d'une fissure pour une orientation de plaquettes '*between*' est plus faible que pour une alumine monolithique, ce qui se traduit par une rupture fragile sans déviation macroscopique de fissures. L'orientation '*between*' est l'orientation selon laquelle le matériau est le moins tenace. Les céramiques BM bénéficient donc d'une amélioration de la ténacité seulement pour deux orientations principales de plaquettes ('*across*' et '*along*') par rapport aux aluminés monolithiques.

Echantillons non entaillés : Quelle que soit l'orientation des plaquettes, la rupture d'échantillons non entaillés est fragile. La contrainte à rupture en flexion est de l'ordre de 270 MPa pour les orientations '*across*' et '*along*' (éprouvettes de section 2 mm × 3 mm), et l'amorçage des fissures s'effectue au niveau de la zone en traction, perpendiculairement à la direction de traction. La différence entre les deux orientations, visible à partir des faciès de rupture, intervient lors de la propagation instable qui suit l'amorçage d'une fissure. Une déviation macroscopique des fissures est observée pour l'orientation '*across*' mais pas pour l'orientation '*along*'. L'observation des faciès de rupture indique la présence de défauts d'agencement des plaquettes qui sont suffisamment grands pour induire la rupture dans les configurations non entaillées. Ainsi, le matériau ne bénéficie pas du renforcement dû au confinement de l'amorçage de fissures au niveau des interfaces transverses observé en orientation '*along*' sur des échantillons entaillés. Les contraintes à rupture correspondent alors à des niveaux un peu plus faibles que la résistance en traction des interfaces entre les plaquettes [20]. Concernant l'orientation '*between*', il est complexe d'obtenir des échantillons de flexion macroscopiques car ces derniers doivent être découpés dans l'épaisseur des disques élaborés, qui est souvent de l'ordre de quelques mm [237]. La caractérisation sur des micro-poutres permet cependant d'estimer une résistance en traction de l'interface de l'ordre de 438 MPa. Pour des échantillons macroscopiques contenant des défauts d'agencement de plaquettes, on pourrait alors s'attendre à mesurer une résistance en traction pour une orientation '*between*' qui soit de l'ordre de grandeur de celle mesurée pour les deux autres orientations.

En résumé, le mécanisme de renforcement de la ténacité par propagation stable et déviation de fissures dans les céramiques BM n'est observé que pour des orientations proches de l'orientation spécifique '*across*' des plaquettes par rapport à la direction de chargement. Un autre mécanisme de renforcement par confinement des fissures au niveau des interfaces transverses permet également d'améliorer la ténacité dans la configuration '*along*', au prix d'une diminution significative de la ténacité pour l'orientation '*between*'. L'anisotropie de résistance observée sur des échantillons non entaillés semble moins marquée que pour la ténacité. Le comportement à la rupture des céramiques BM est principalement piloté par les propriétés des interfaces entre les plaquettes, ce qui ouvre la voie à des travaux pour optimiser le comportement de l'interface afin d'atteindre un comportement mécanique macroscopique cible.

4 Perspectives

Les travaux présentés dans ce chapitre amènent plusieurs perspectives liées à l'étude de la rupture des céramiques.

Concernant les effets de taille sur la rupture fragile, on peut envisager la réalisation d'une campagne d'essais de caractérisation sur un matériau donné à des échelles allant de quelques

microns (micro-poutres ou micro-piliers usinés en FIB) jusqu'à une échelle macroscopique et des échantillons millimétriques/centimétriques. La caractérisation des possibles défauts et des mécanismes de rupture aux différentes échelles permettra d'évaluer la description des effets de taille proposée, et de rationaliser les propriétés à rupture du matériau et leurs variations aux différentes échelles.

A une échelle de description donnée, les propriétés à rupture d'une céramique héritent de la variabilité et de l'hétérogénéité dans la microstructure à une échelle inférieure. Il serait judicieux de mettre en place des approches multi-échelle pour décrire la rupture de la céramique à l'échelle de la microstructure en prenant en compte l'influence des hétérogénéités sur les mécanismes de rupture qui conduisent à l'amorçage et la propagation d'une fissure à l'échelle supérieure. Cela permettrait d'évaluer la gamme de variation des propriétés à rupture à l'échelle supérieure qui pourrait être incluse dans une description homogène du matériau à cette échelle.

L'idée de mettre en place des éprouvettes contenant des défauts contrôlés permettrait d'évaluer les modèles de prévision de l'amorçage de fissures. Cela pourrait être mis en place à l'aide de la fabrication additive avec laquelle le contrôle de la morphologie et la position d'un défaut donné est envisageable. Il faudra alors prendre en compte les éventuels défauts issus de l'élaboration du matériau [272]. Il serait également pertinent de réaliser des essais pour évaluer l'approche probabiliste (avec un changement de volume de l'éprouvette pour un chargement mécanique similaire) sur un autre matériau que le plâtre, qui serait moins sujet à une importante variabilité dans sa microstructure.

La longueur d'Irwin joue un rôle essentiel dans la description de la rupture des céramiques, et la perspective d'établir un lien avec la microstructure du matériau permettrait de mieux appréhender le comportement à rupture et notamment la sensibilité aux défauts du matériau. On voit que la longueur d'Irwin est liée à la taille de grains, ce qui traduit le fait que la taille de grains a une influence sur la ténacité et sur la résistance en traction [163]. De plus, on voit que la longueur d'Irwin est également liée à la taille des défauts extrinsèques auxquels le matériau est sensible. On devrait donc pouvoir établir des relations entre la microstructure (distribution de tailles de grain et de tailles de porosités) et la longueur d'Irwin. Cela permettrait à terme d'estimer la longueur d'Irwin à partir d'observations de la microstructure du matériau et donc de mieux appréhender a priori le comportement à rupture de la céramique.

Enfin, l'analyse de l'anisotropie des propriétés à rupture des céramiques BM amène de nombreuses perspectives de conception de ce type de matériaux. Un axe de recherche consistera à améliorer leur résistance, en jouant sur l'interface entre les plaquettes et en réduisant les défauts d'alignement lors de l'élaboration. Un second axe consistera à établir des liens entre les propriétés d'interface et un comportement macroscopique cible [53]. Il s'agira enfin de traduire ces propriétés en termes d'élaboration pour, à terme, viser des applications industrielles des céramiques BM.

Simulation de l'émission acoustique due à la fissuration

Sommaire

3.1	Simulation d'émission acoustique dans des matériaux composites	46
3.1.1	Observations expérimentales	46
3.1.2	Simulation de l'EA due à la fissuration transverse	46
3.2	Description de la source d'émission acoustique	48
3.2.1	Prise en compte des effets inertiels	49
3.2.2	Influence du comportement matériau	51
3.2.3	Description des formes optimales de fissures	52
3.2.4	Description de la formation de la fissure	53
3.3	Influence du capteur dans une analyse d'EA	54
3.3.1	Observations expérimentales de l'effet du capteur	55
3.3.2	Peut-on s'affranchir de l'effet du capteur ?	56
3.3.3	Le capteur dans la simulation de l'EA	57
3.4	Perspectives	58

Une partie du chapitre concerne les travaux de post-doctorat de Z. Hamam [46] et les travaux de thèse de X. Chen [3–5] et de H. Girard [41]. Liste des publications associées à ce chapitre :

- [3] Chen, X., **Doitrand, A.**, Godin, N., Fusco, C. : Dynamic crack initiation in circular hole PMMA plates considering nonlinear elastic material behavior. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 124, 103783 (2023). doi :[10.1016/j.tafmec.2023.103783](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2023.103783)
- [4] Chen, X., **Doitrand, A.**, Godin, N., Fusco, C. : On the importance of the cracking process description for dynamic crack initiation simulation. Engineering Fracture Mechanics 310, 110473 (2024). doi :[10.1016/j.engfracmech.2024.110473](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110473)
- [5] Chen, X., Godin, N., **Doitrand, A.**, Fusco, C. : Reduction in the Sensor Effect on Acoustic Emission Data to Create a Generalizable Library by Data Merging. Sensors 24 (8), 110473 (2024). doi :[10.3390/s24082421](https://doi.org/10.3390/s24082421)
- [33] **Doitrand, A.**, Molnár, G., Leguillon, D., Martin, E., Carrère, N. : Dynamic crack initiation assessment with the coupled criterion. European Journal of Mechanics - A/Solids 93, 104483 (2022). doi :[10.1016/j.euromechsol.2021.104483](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2021.104483)
- [41] Girard, H., **Doitrand, A.**, Koohbor, B., Rinaldi, R.G., Godin, N., Long, D. and Bikard, J. : Influence of nearby fiber on fiber–matrix debonding : Coupled Criterion prediction and debonding shape determination. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 183, 105498 (2024). doi :[10.1016/j.jmps.2023.105498](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2023.105498)

- [46] Hamam, Z., Godin, N., Reynaud, P., Fusco, C., Carrère, N., **Doitrand, A.** : Transverse Cracking Induced Acoustic Emission in Carbon Fiber-Epoxy Matrix Composite Laminates. Materials 15, 394 (2022). doi :[10.3390/ma15010394](https://doi.org/10.3390/ma15010394)

Ce troisième chapitre concerne des travaux de simulation numérique de l'émission acoustique (EA) due à la fissuration. Lors de l'amorçage d'une fissure, une partie de l'énergie dissipée est libérée sous la forme d'ondes qui se propagent dans le matériau. On peut mesurer ces vibrations en plaçant un capteur piézoélectrique à la surface du matériau dans lequel la fissure évolue. On obtient alors un signal sous la forme d'une variation de tension oscillante en fonction du temps, que l'on peut également décrire par son spectre dans le domaine fréquentiel (Fig. 1). On peut ensuite traduire ces signaux temporels et fréquentiels en termes de descripteurs, *i.e.* de paramètres caractéristiques des signaux tels que l'amplitude, la durée ou la fréquence pic. L'utilisation de

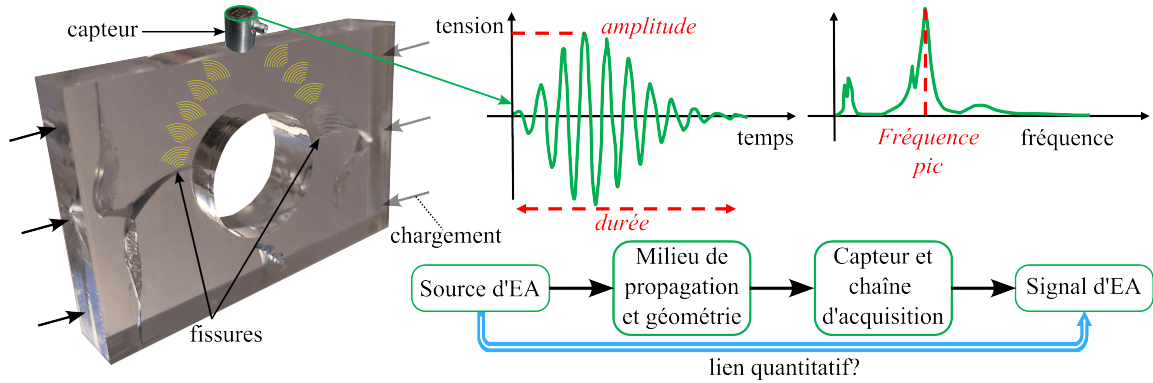


FIGURE 1 – Illustration du phénomène d'émission acoustique intervenant lors de l'amorçage d'une fissure sous sollicitation mécanique. Illustration des signaux temporels et fréquentiels obtenus à partir du signal émis par la source d'EA après propagation dans le matériau et transformation par le capteur et la chaîne d'acquisition.

l'EA comme approche de caractérisation non-destructive est courante pour diverses applications industrielles comme la surveillance de réacteurs nucléaires [246], de structures telles que des ponts [247] ou des réservoirs à hydrogènes [138, 195]. L'EA est également utilisée pour suivre l'endommagement de matériaux composites [12]. Les composites ayant une structure multi-échelle d'un assemblage complexe de plusieurs matériaux [1, 14, 15], il en résulte une variété de mécanismes d'endommagements tels que, à l'échelle microscopique : i) les décohésions fibre-matrice, ii) les ruptures de fibres, iii) les fissures matricielles ou encore, à l'échelle mésoscopique : iv) la fissuration transverse, les décohésions inter-plis/inter-torons et les ruptures de plis/torons. L'un des objectifs du suivi par EA de l'endommagement de matériaux composites consiste à établir un lien entre l'activité acoustique mesurée par les capteurs et les mécanismes d'endommagements en jeu dans le matériau. On cherche donc à regrouper les signaux mesurés pour en faire des classes partageant des caractéristiques temporelles et/ou fréquentielles similaires. On cherche ensuite à relier les différentes classes à l'un des mécanismes d'endommagement [61, 201]. Parmi les approches de classifications existantes, les classifications non-supervisées donnent comme résultat plusieurs classes de signaux dont l'interprétation en termes de mécanismes d'endommagement reste à établir [225]. Au contraire, les classifications supervisées consistent à attribuer les signaux dans des classes qui sont a priori définies [199]. Dans ce cas, des méthodologies basées sur l'apprentissage machine peuvent être utilisées [224, 249]. Pour les approches supervisées, une étape d'apprentissage consiste à établir un modèle dans lequel on indique à quels mécanismes d'endommagement correspondent les signaux mesurés. L'objectif est ensuite que le modèle soit capable d'établir ce lien sur un nouveau jeu de données mesurées. Il s'agit alors de créer des bibliothèques de signaux d'EA correspondant aux différents mécanismes d'endommagement. La création de telles bibliothèques nécessite un grand nombre d'essais expérimentaux et une cer-

taine confiance sur le lien entre les mécanismes d'endommagement et les signaux mesurés. Pour cela, certains auteurs combinent l'EA avec d'autres approches de caractérisations telles que la thermographie infrarouge [175] ou la corrélation d'images numériques [204]. Cependant, peu de travaux valident de manière robuste les classifications obtenues.

L'objectif des travaux de simulation numérique de l'EA est donc d'apporter un complément aux caractérisations expérimentales. Il s'agit d'une part d'améliorer la confiance dans les approches de classifications, en offrant une compréhension plus fine du lien entre les mécanismes sources et les caractéristiques des signaux acoustiques qui en résultent. D'autre part, la simulation de l'EA offre la possibilité d'enrichir des bibliothèques existantes de signaux, en établissant des bibliothèques hybrides issues à la fois des expériences et aussi des simulations. Les premiers travaux analytiques de modélisation de l'EA étaient focalisés sur la représentation des sources d'EA [212, 253] et du milieu de propagation [117]. Depuis, ces approches ont été complétées par des simulations éléments finis qui prennent en compte la géométrie réelle de l'éprouvette ainsi qu'une plus large variété de comportements matériaux [103], ou encore la représentation d'une source d'EA directement extraite d'observations au tomographe [278]. Un intérêt fort de la simulation de l'EA est la possibilité de décorréler les contributions au signal d'EA de différents mécanismes d'endommagement comme la rupture de fibres [126] ou la décohésion fibre matrice [45]. Toutefois, la simulation numérique de l'EA n'est pas triviale car elle requiert d'inclure tous les ingrédients qui entrent en jeu depuis la source d'EA (une fissure dans notre cas) jusqu'aux signaux mesurés à la surface du matériau par le capteur, et potentiellement modifiés par les paramètres de la chaîne d'acquisition, en passant par la propagation des ondes dans le matériau et en prenant en compte la géométrie de l'éprouvette (Fig. 1).

On abordera ce chapitre avec un exemple de simulation numérique de l'EA due à une fissuration transverse dans un composite stratifié, pour illustrer l'intérêt d'établir un lien entre le mécanisme de fissuration et les signaux mesurés (Section 1). Dans la Section 2, on montrera l'importance de la description de la source d'EA à travers la prise en compte des effets inertiels et la manière de décrire l'amorçage d'une fissure. On discutera enfin de l'influence du capteur utilisé et de la possibilité d'exploiter des signaux d'EA de manière indépendante du choix du capteur (Section 3).

1 Simulation d'émission acoustique dans les matériaux composites

On présente tout d'abord un exemple de simulation d'émission acoustique due à la fissuration dans des matériaux composites stratifiés croisés. La motivation de ces simulations est amenée par des observations expérimentales, détaillées dans la Section 1.1, et apporte des éléments supplémentaires de compréhension pour mieux appréhender les liens entre un mécanisme d'endommagement spécifique et les signaux d'EA qui lui correspondent.

1.1 Observations expérimentales

Parmi les approches expérimentales visant à établir un lien entre un signal d'EA (et ses descripteurs temporels et fréquentiels) et un mécanisme d'endommagement spécifique, plusieurs travaux suggèrent que l'analyse de la fréquence pic est un moyen précis de catégoriser les types d'endommagement. De Groot *et al.* [98] et Arumugam *et al.* [63] affirment que la fissuration matricielle donne des fréquences pics autour de 100 kHz alors que la rupture de fibres correspond à des fréquences pics au delà de 300 kHz. D'autres travaux mentionnent qu'une fréquence pic élevée correspond seulement à des ruptures de fibres [124, 245]. Bien que fréquents dans la littérature, il semble que ce type de résultats ne soit pas universel. Baker *et al.* [66] et Maillet *et al.* [179] ont montré qu'il n'est pas possible d'identifier un unique mécanisme d'endommagement (en l'occurrence, la fissuration transverse de composites stratifiés croisés) en se basant sur la seule donnée de la fréquence pic. Ils ont notamment mesuré des fréquences pics élevées correspondant à de la fissuration matricielle. Plus précisément, ils ont montré que le contenu fréquentiel du signal mesuré dépend de la position de la fissuration transverse dans l'épaisseur du stratifié ainsi que de l'épaisseur du pli fissuré. Ainsi, ils ont mis en évidence expérimentalement qu'un même mécanisme d'endommagement peut donner des signaux d'EA avec des contenus fréquentiels différents. Ce résultat a été confirmé par Oz *et al.* [213] qui ont également montré que des fissures matricielles peuvent déclencher des signaux d'EA à haute fréquence. Baker *et al.* [66] mettent ces résultats en lien avec le fait que la localisation de la fissuration transverse et l'épaisseur des plis ont une influence sur le chargement auquel la fissuration intervient. De plus, une analyse modale indique que des modes symétriques ou antisymétriques sont plus ou moins présents selon la localisation de la fissuration. On conclut donc de ces travaux expérimentaux qu'il n'est pas trivial de donner des règles générales sur le lien entre un signal d'EA et le mécanisme d'endommagement source. Ce lien peut être affecté par la géométrie étudiée et la source d'EA, le milieu de propagation, ou encore le matériel utilisé (capteur, chaîne d'acquisition). La simulation numérique de l'EA vise alors à affiner la compréhension de l'influence de chacune de ces contributions dans le lien entre la source d'EA et le signal mesuré.

1.2 Simulation de l'EA due à la fissuration transverse

On étudie, par simulation numérique, la signature acoustique d'une fissuration transverse dans des stratifiés croisés à matrice époxy et fibres de carbone AS4 $[0_n/90_n/0_n]$ ou $[90_n/0_n/90_n]$, avec $n=1$ ou 3 (l'épaisseur d'un pli est 0.3 mm). Ces quatre configurations permettent d'étudier à la fois l'influence de l'épaisseur des plis et de la séquence d'empilement (fissuration dans un pli intérieur ou dans un pli extérieur). La déformation imposée à l'amorçage de la fissure transverse est déterminée avec le CC sous l'hypothèse que la fissure amorce sur toute l'épaisseur et toute la largeur du pli. L'amorçage de fissures est simulé par dédoublement des noeuds le long de la surface de la fissure. Le temps d'ouverture de la fissure est similaire pour toutes les configurations de sorte à simuler le même mécanisme d'endommagement source d'EA. Les

propriétés d'amortissement des plis sont pris en compte grâce aux deux coefficients de Rayleigh, qui contrôlent respectivement l'amortissement des basses fréquences et des hautes fréquences. Ces coefficients sont identifiés pour reproduire numériquement l'amortissement des signaux obtenus expérimentalement en cassant des mines de crayon à la surface d'une éprouvette. L'amorçage de fissures et la propagation d'ondes qui en résulte sont menés dans un même calcul avec un solveur dynamique implicite. Les signaux d'EA sont obtenus à partir de la vitesse en un point de la surface du matériau, à une distance donnée de l'épicentre de la fissure (Fig. 2). Les résultats

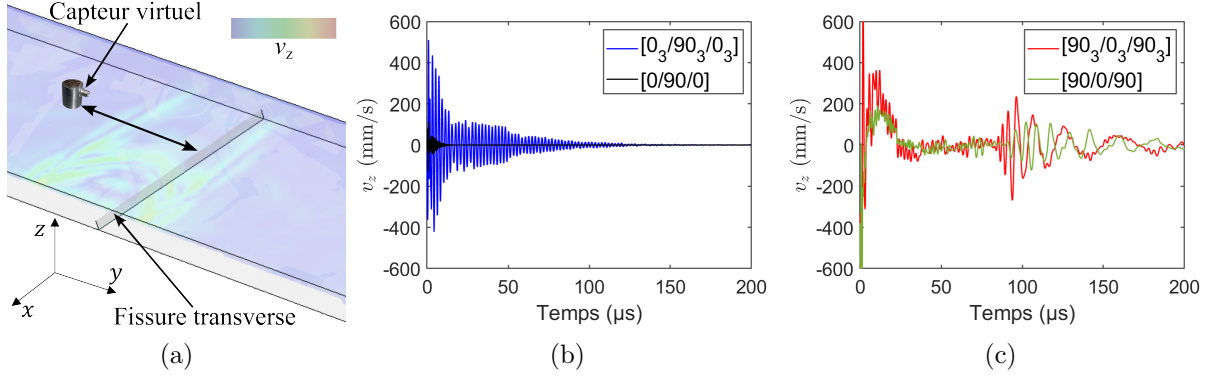


FIGURE 2 – (a) Illustration d'un modèle éléments finis de propagation d'ondes dues à l'amorçage d'une fissure transverse dans un composite stratifié et exemples de signaux obtenus à l'épicentre de la fissure pour différentes épaisseurs de plis à 90 deg. pour une fissure (b) dans un pli central ou (c) dans un pli extérieur.

obtenus correspondent donc aux signaux bruts en surface du matériau, et ne prennent pas en compte l'influence du pré-amplificateur, de la chaîne d'acquisition d'EA et du capteur qui amène d'une part un effet de moyennage pondéré des vibrations à sa surface (effet d'ouverture), et d'autre part transforme le signal du fait de sa sensibilité fréquentielle. On peut prendre en compte l'un et l'autre des aspects dans la simulation numérique [44, 45][126], ce qui est essentiel si l'on veut proposer des comparaisons quantitatives entre des signaux numériques et expérimentaux [46][126]. La Fig. 2 montre des exemples de signaux obtenus à l'épicentre de la fissure pour différentes séquences d'empilement et différentes épaisseurs de plis. On note qualitativement des différences marquées entre les signaux obtenus pour une fissuration d'un pli intérieur ou extérieur. De plus, l'épaisseur des plis semble avoir une influence significative sur les signaux issus d'une fissuration d'un pli intérieur, alors que les signaux issus d'une fissuration d'un pli extérieur présentent des similarités pour les deux épaisseurs de plis étudiées. L'analyse des signaux peut être raffinée en comparant les descripteurs correspondant à chacune des configurations étudiées. On en présente un exemple avec la variation du barycentre du spectre fréquentiel en fonction de la distance entre le capteur et l'épicentre de la fissure (Fig. 3). Grâce aux descripteurs, on peut quantifier les différences précédemment observées sur les signaux. Quelle que soit la position du capteur par rapport à la fissure, on note un contenu fréquentiel plus faible pour les fissures des plis extérieurs, qui dépend peu de l'épaisseur des plis. Le contenu fréquentiel plus élevé des signaux issus d'une fissuration d'un pli intérieur ne dépend de l'épaisseur des plis que si le capteur est suffisamment proche de l'épicentre de la fissure. Une analyse de la transformée de Fourier 2D des signaux acquis à différentes distances de l'épicentre de la fissure met en évidence que les modes symétriques sont excités par la fissuration d'un pli intérieur, alors que la fissuration d'un pli extérieur amène à un mode anti-symétrique (Fig. 3). On retrouve également la différence de contenu fréquentiel, plus élevé pour les signaux des fissurations des plis intérieurs.

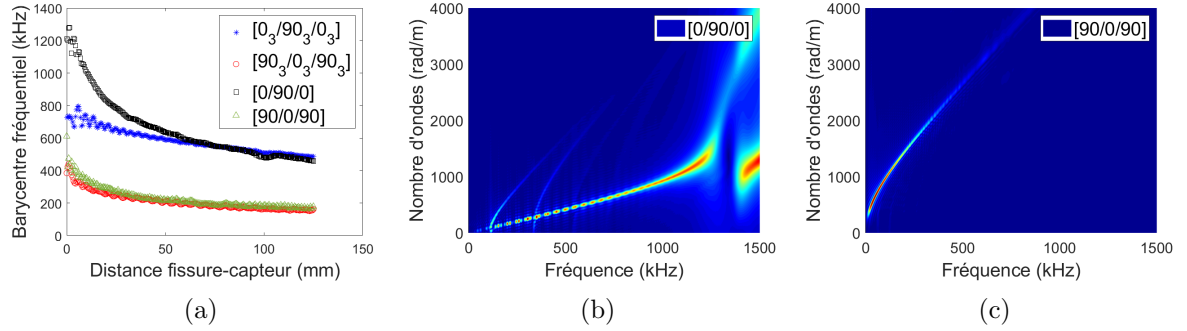


FIGURE 3 – (a) Variation du barycentre fréquentiel en fonction de la distance entre l'épicentre de la fissure et le capteur pour différentes épaisseurs de plis à 90 deg., pour des fissurations dans un pli central ou extérieur. Transformée de Fourier 2D des signaux obtenus pour différentes distances entre l'épicentre de la fissure et le capteur pour une fissure amorçant (b) dans un pli central ou (c) dans un pli extérieur.

Les données obtenues par simulation confirment les résultats expérimentaux de Baker *et al.* [66], Maillet *et al.* [179] et Oz *et al.* [213] concernant le contenu fréquentiel des fissurations transverses. On retrouve le fait qu'il n'est pas immédiat de faire le lien entre ce mécanisme de fissuration et le contenu fréquentiel des signaux mesurés. La simulation numérique amène un niveau de compréhension supplémentaire dans l'analyse du contenu fréquentiel des signaux et la mise en place d'approches de classifications des signaux d'EA. Les travaux présentés montrent qu'il est nécessaire a minima de considérer les fissurations des plis intérieurs et des plis extérieurs comme deux mécanismes d'endommagement différents, qui mènent à deux classes de signaux distincts.

La simulation numérique de l'EA est d'un apport indéniable à la compréhension du lien entre le mécanisme d'endommagement et le signal d'EA. Elle est notamment pertinente pour des analyses qualitatives (*e.g.*, variation d'un descripteur en fonction de la distance source-capteur) ou comparatives toutes choses égales par ailleurs (*e.g.*, fissuration des plis intérieurs ou extérieurs). Il est également possible d'envisager des analyses quantitatives, dans lesquelles les signaux d'EA peuvent être directement comparés aux signaux mesurés expérimentalement [46][126, 278]. Il est alors nécessaire de prendre en compte plusieurs contributions primordiales, telles que i) une description fine de la source d'EA et ii) la prise en compte de l'influence du capteur. Ces deux points sont discutés dans la suite de ce chapitre.

2 Description de la source d'émission acoustique

L'objectif d'aboutir à des simulations quantitatives de l'EA nécessite de bien représenter le mécanisme source, à l'origine de la propagation d'ondes dans le matériau. Dans le cas d'un amorçage de fissures, cela revient à décrire i) la localisation et la forme de la fissure à l'amorçage, ii) le niveau de chargement à l'amorçage mais également iii) la manière dont se crée la fissure, c'est à dire le profil de vitesse d'ouverture des deux lèvres de la fissure. Dans le papier introduisant le terme « *Finite Fracture Mechanics* » [127], Hashin décrit la FFM de la manière suivante : « *Spontaneous crack formation implies that new cracks appear in a very short time and it is not possible or of interest to follow the history of their development* ». La vision originelle de la FFM négligeait donc l'ingrédient essentiel à la description d'une source d'EA, à savoir l'histoire du développement de la fissure au moment de son amorçage. De la même manière, cet aspect a été négligé dans la plupart des applications du CC depuis la proposition de Leguillon [152].

On note toutefois quelques contributions qui visent à incorporer une description dynamique de l'amorçage de fissures dans le CC.

Une première idée pour inclure les effets de la vitesse de chargement dans le CC a été proposée par Le Pavic *et al.* [150] qui a modifié le critère en contrainte en introduisant une dépendance à la vitesse de chargement des résistances en traction et en cisaillement pour étudier la rupture de structures tubulaires collées. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne modifie pas le TREI et la seule différence par rapport à l'approche classique consiste à identifier la dépendance de la vitesse de chargement des résistances en cisaillement et en traction, par exemple à l'aide d'essais Arcan. Une deuxième étude sur l'amorçage dynamique de fissures a été réalisée par Laschuetza et Seelig [145] concernant la rupture cohésive dynamique d'une plaque trouée soumise à une précontrainte statique. Ils ont souligné que l'approche quasi-statique du CC prédit un excès de TRE par rapport au TRE critique à l'amorçage de la fissure : $\mathcal{G} > \mathcal{G}_c$. En supposant que cet excès d'énergie corresponde aux effets inertiels négligés dans le bilan d'énergie quasi-statique et exploitant l'approche analytique de Freund pour la propagation dynamique de fissures [113], ils ont estimé que le TRE dynamique ($\mathcal{G}_{\text{dyn}} \approx (1 - \dot{\ell}/c_R)\mathcal{G}$, où $\dot{\ell}$ est la vitesse moyenne de la fissure et c_R la vitesse de l'onde de Rayleigh) doit être égal à $\mathcal{G}_c$ à l'amorçage. Ils ont ainsi pu estimer la vitesse moyenne de la fissure pendant son amorçage. Enfin, Chao Correias *et al.* [85] ont développé une formulation du CC capable de prendre en compte la dépendance du chargement à rupture à la vitesse de chargement. Elle consiste à introduire un temps caractéristique qui est un paramètre d'entrée empirique, dépendant du matériau, interprété par les auteurs comme le temps minimum τ_{min} requis pour que des microfissures fusionnent en une macrofissure. La formulation proposée consiste à déterminer le temps minimum pendant lequel les critères en contrainte et en énergie sont remplis pour un niveau de charge imposé moyen sur la période τ_{min} . Cette approche rend compte de manière phénoménologique de la dépendance de la force à rupture à la vitesse de chargement, sans toutefois décrire précisément le développement de la fissure durant l'amorçage. La proposition d'étendre le CC pour prendre en compte le profil de vitesse de la fissure a été motivée par la perspective d'une description plus précise du développement de la fissure pendant son amorçage.

2.1 Prise en compte des effets inertiels

L'amorçage de fissures dans les matériaux fragiles est un phénomène spontané durant lequel la fissure se développe sur une certaine longueur durant un temps relativement court. En considérant que la longueur d'Irwin et la vitesse des ondes de Rayleigh sont représentatives de l'ordre de grandeur des longueurs et vitesses de fissures à l'amorçage, on peut estimer un ordre de grandeur du temps d'amorçage de fissures. Celui-ci intervient en quelques dixièmes de microsecondes pour un polymère comme le PMMA ou du plâtre, et en quelques centièmes de microsecondes pour une alumine ou du verre. Des effets inertiels peuvent ainsi résulter de la création de la fissure en ce court laps de temps. Dans la formulation originale du CC, on établit que sous un chargement quasi-statique, la variation d'énergie cinétique est positive, ce qui permet d'obtenir le critère en énergie sous la forme d'une inégalité : $\mathcal{G}_{\text{inc}} \geq \mathcal{G}_c$, sans avoir à calculer explicitement la variation d'énergie cinétique due à l'amorçage de la fissure. La formulation dynamique du CC consiste à introduire un profil de vitesse de la fissure pendant l'amorçage, et donc à décrire l'évolution temporelle de la longueur de la fissure. Cela nécessite d'introduire la masse volumique du matériau et le profil de vitesse de fissuration comme paramètres d'entrée supplémentaires, et de calculer la variation d'énergie cinétique correspondante. On aboutit alors à un critère en énergie sous la forme d'une égalité : $\mathcal{G}_{\text{inc}} = \mathcal{G}_c$ (Voir Chapitre [Modélisation de l'amorçage de fissures](#)). On note que dans les cas où les effets inertiels sont négligeables, *i.e.* si la vitesse d'amorçage de

fissures est suffisamment petite par rapport à la vitesse des ondes de Rayleigh, le formalisme proposé retrouve l'approche quasi-statique du CC.

Un exemple d'application de l'approche dynamique du CC est illustré en Fig. 4 dans le cas de l'amorçage d'une fissure dans une plaque trouée en PMMA sous chargement de traction [170, 174], en supposant un comportement linéaire élastique du matériau. Ayant identifié les

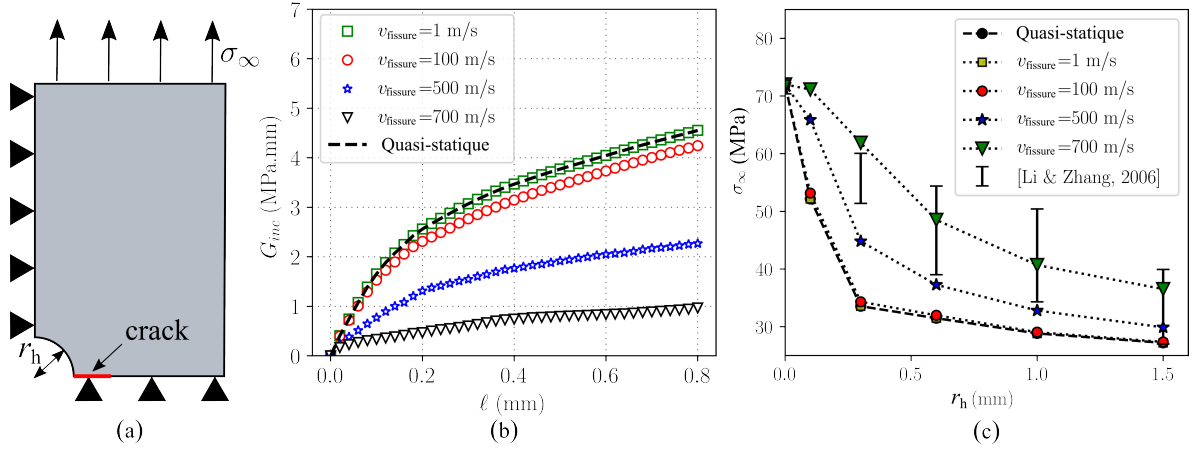


FIGURE 4 – (a) Géométrie de la plaque trouée sollicitée en traction. (b) Variation du TREI en fonction de la longueur de la fissure pour différentes vitesses constantes de fissuration et (c) variations de la contrainte à l'amorçage en fonction du rayon du trou obtenues expérimentalement et numériquement pour différentes vitesses de fissuration.

paramètres à rupture du matériau à partir d'essais CT et de traction sur des éprouvettes non trouées, l'application quasi-statique du CC sous-estime les contraintes à rupture par rapport aux valeurs mesurées expérimentalement [170, 174] (Fig. 4c). D'autre part, l'instrumentation des essais avec une caméra rapide permet de mesurer des vitesses de fissuration jusqu'à 800 m/s lors de la phase de propagation instable de la fissure après amorçage [170], ce qui indique que les effets inertiels sont potentiellement non-négligeables. Les conditions de chargement étant quasi-statiques, le critère en contrainte n'est pas modifié dans l'application du CC en prenant en compte ces effets inertiels, contrairement au critère en énergie. En supposant une vitesse de fissuration constante durant l'amorçage de la fissure, d'une part, la dissipation d'énergie de déformation élastique diminue lorsque la vitesse de fissuration augmente. D'autre part, la variation d'énergie cinétique augmente avec la vitesse de la fissure. Ces deux phénomènes contribuent à une diminution du TREI (Fig. 4b) et donc une augmentation du chargement à l'amorçage (Fig. 4c) avec l'augmentation de la vitesse de fissuration. Ainsi, la prise en compte des effets inertiels durant l'amorçage de fissures représente mieux la variation de contrainte à rupture en fonction de la taille des trous, et on trouve une correspondance correcte avec les mesures expérimentales pour des vitesses de fissures de l'ordre de 700 m/s, soit dans l'ordre de grandeur des vitesses mesurées par caméra rapide durant la propagation instable de la fissure. On note que l'application du CC prévoit, comme dans le cas quasi-statique, un amorçage sur une longueur finie qui dépend de la vitesse de fissuration [33]. Cet exemple montre l'importance de prendre en compte les effets inertiels durant l'amorçage de fissures dès lors que la vitesse de fissuration est suffisamment élevée.

2.2 Influence du comportement matériau

Le comportement non linéaire du matériau peut être pris en compte dans le CC [34, 35][168, 170, 172] et plus spécifiquement dans son implémentation dynamique [3]. Dans ce cas, on perd la proportionnalité entre les contraintes et le chargement d'une part, et le TREI et le carré du chargement d'autre part. Il est alors nécessaire d'évaluer les critères en contrainte et en énergie pour différents niveaux de chargements, et de déterminer le niveau de chargement minimum pour lequel les deux critères sont remplis. La prise en compte de non-linéarités matériaux augmente le temps de calcul, d'une part puisqu'il est nécessaire de calculer les deux critères pour différents niveaux de chargement. D'autre part, les calculs à chaque niveau de chargement sont eux aussi non linéaires et requièrent plusieurs itérations pour obtenir les énergies pour chaque longueur de fissures. La Fig. 5a montre les variations de contraintes à l'amorçage en fonction du diamètre du trou de l'éprouvette en PMMA [170] obtenues en prenant en compte un comportement non linéaire élastique du matériau. La prise en compte de la non-linéarité du comportement matériau

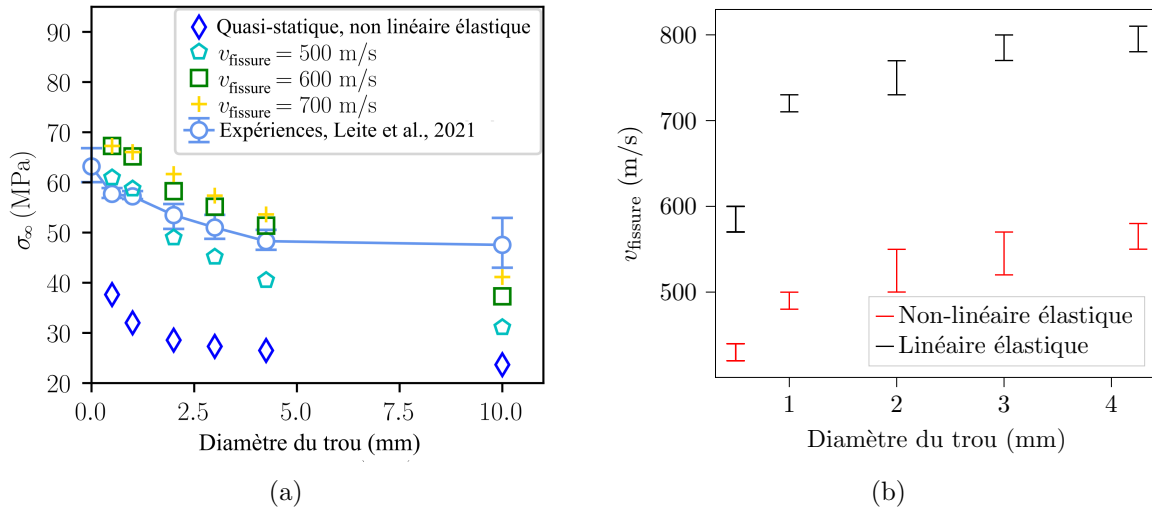


FIGURE 5 – (a) Contrainte à l'amorçage en fonction du diamètre du trou de l'éprouvette obtenue expérimentalement [170] et numériquement avec un comportement non-linéaire élastique pour différentes vitesses de fissuration (v_{fissure}) et en quasi-statique. (b) Gammes de vitesse de fissuration pour lesquels le CC reproduit la contrainte à l'amorçage mesurée expérimentalement en fonction du diamètre du trou de l'éprouvette, avec un comportement linéaire élastique ou non-linéaire élastique.

induit peu de différences sur la contrainte à l'amorçage de la fissure dans le cas quasi-statique par rapport à un comportement linéaire élastique [3][170]. La sous-estimation des contraintes à rupture obtenues dans le cas quasi-statique par rapport à celles mesurées expérimentalement n'est donc pas due à une simplification du comportement matériau, mais bien au fait que les effets inertiels soient négligés. La prise en compte de ces effets inertiels dans l'implémentation dynamique du CC offre une meilleure description des contraintes à l'amorçage des fissures (Fig. 5a). En évaluant la gamme de vitesses de fissuration pour lesquelles le modèle donne une bonne description des contraintes à l'amorçage mesurées expérimentalement, on trouve que la vitesse de fissuration à l'amorçage augmente avec l'augmentation du diamètre du trou de l'éprouvette, quel que soit le comportement matériau choisi (Fig. 5). Les vitesses de fissuration identifiées en prenant en compte la non-linéarité du matériau sont moins élevées que dans le cas d'un maté-

riau linéaire élastique. Ces résultats sont obtenus sous l'hypothèse d'une vitesse de fissuration constante durant l'amorçage. Cette hypothèse est toutefois discutable dans la mesure où une accélération de la fissure peut être observée expérimentalement et numériquement [93, 119, 198]. L'influence de la forme de la fissure, de la manière dont la fissure se crée et du profil de vitesse de fissuration durant l'amorçage sont discutés dans les sections suivantes.

2.3 Description des formes optimales de fissures

La détermination de la forme optimale d'une fissure à l'amorçage, *i.e.* celle qui minimise le chargement pour lequel le CC est rempli, est l'une des difficultés dans l'implémentation du CC. Dans le cas de décohésions fibre-matrice en 2D, on montre que les formes de fissures optimales dépendent de la longueur d'Irwin. Les formes de fissures qui maximisent le critère en énergie sont optimales pour de grandes longueurs d'Irwin alors que les formes basées sur les isovalues de contraintes sont optimales pour de petites longueurs d'Irwin. Pour des longueurs d'Irwin intermédiaires, on trouve des formes optimales intermédiaires entre ces deux configurations [41]. De plus, le chargement à l'amorçage obtenu en utilisant les formes de fissures basées sur les isovalues de contraintes ou maximisant le critère en énergie donnent des différences de chargements à l'amorçage inférieures à 5 % par rapport à la forme de fissure optimale, quelle que soit la longueur d'Irwin du matériau.

L'analyse des formes de fissures optimales devient plus complexe en 3D car le front de fissure peut être décrit par une infinité de courbes. Il y a donc un fort intérêt à pouvoir déterminer les formes de fissures sans avoir besoin de calculer l'énergie dissipée par la fissure, qui est l'étape la plus coûteuse en temps de calcul dans l'implémentation du CC. Les formes de fissures basées sur les isovalues de contrainte peuvent être pertinentes, comme dans le cas de la fragmentation d'un front de fissure en facettes sous sollicitation de cisaillement anti-plan (mode III). Dans ce cas, les isovalues de contrainte [24] ont qualitativement la même forme que les facettes observées expérimentalement [220] (Fig. 6a). Dans le cas de l'amorçage d'une décohésion fibre-

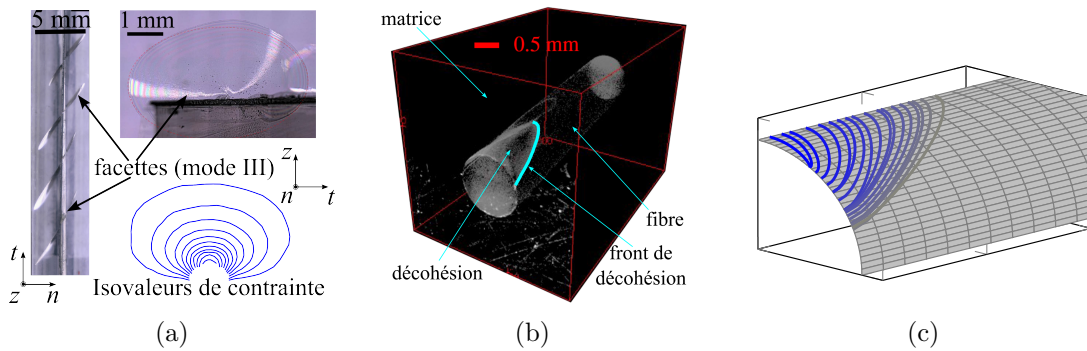


FIGURE 6 – (a) Observations expérimentales de facettes le long d'un front d'une fissure sollicitée en cisaillement anti-plan [220] et lignes d'isovaleurs de contraintes ayant une forme qualitative-ment similaire à celle des facettes. (b) Observation au tomographe de la décohésion fibre-matrice dans un composite mono-fibre et (c) formes de fronts de décohésions au niveau d'une interface fibre-matrice qui maximisent le critère en énergie du CC pour différentes surfaces d'amorçage (seulement 1/8 de l'interface fibre-matrice est représenté).

matrice en 3D, les formes de fissures basées sur les isovalues de contrainte sont significativement différentes des formes observées expérimentalement [55] (Fig. 6b). Notamment, la courbure du front donné par les isovalues de contrainte est opposée à celle observée expérimentalement. De

plus, l'utilisation des formes basées sur les isovaleurs de contraintes peut amener des différences de contrainte à l'amorçage de 30% par rapport aux formes de fissures optimales. Dans ce cas de figure, les formes de fissures optimales sont celles qui maximisent le critère en énergie (Fig. 6c), et leurs formes sont qualitativement plus proches de celles observées expérimentalement.

2.4 Description de la formation de la fissure

Le profil de vitesse de fissuration peut être pris en compte de manière à reproduire l'accélération de la fissure durant la phase d'amorçage. La Fig. 7a montre un exemple avec différents profils de vitesses de fissuration donnant la variation suivante de longueur de fissures en fonction du temps :

$$\ell(t) = \ell_i \left(\frac{t}{t_c} \right)^\alpha, \quad (1)$$

avec ℓ_i la longueur de la fissure à l'amorçage, t_c le temps d'amorçage et α l'exposant du profil de vitesse de fissuration. L'application du CC prenant en compte ces différents profils de vitesse

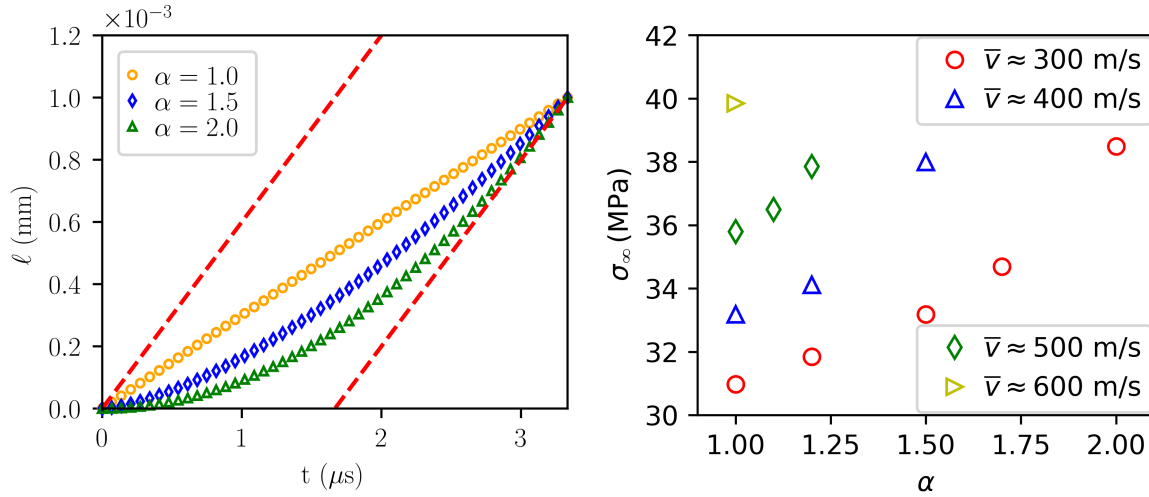


FIGURE 7 – (a) Variation de la longueur de la fissure en fonction du temps obtenue pour plusieurs profils de vitesses de fissuration ($\ell(t) = \ell_i (t/t_c)^\alpha$) et (b) contrainte à l'amorçage en fonction de l'exposant du profil de vitesse pour différentes vitesses moyennes de fissuration $\bar{v}$.

montre qu'ils ont une influence non négligeable sur la contrainte à l'amorçage de la fissure. La Fig. 7b montre la contrainte à l'amorçage de la fissure obtenue en fonction de l'exposant du profil de vitesse pour différentes vitesses moyennes de fissuration. Des différences de 30 % sur la contrainte à l'amorçage peuvent être obtenues selon le profil de vitesse de fissuration.

Les intervalles de temps (qui peuvent être de l'ordre de la microseconde, ou moins) et d'espace en jeu lors de l'amorçage d'une fissure (de l'ordre du micron pour une céramique à plusieurs centaines de microns pour le PMMA) induisent des difficultés dans la caractérisation de son profil de vitesse. Il n'est d'ailleurs pas trivial de garantir l'existence de ce profil de vitesse, qui est basée sur l'hypothèse que l'amorçage de la fissure sur une longueur ℓ_i s'effectue sous la forme d'une propagation instable de la fissure depuis son point d'amorçage jusqu'à sa longueur finale, en suivant ce profil. D'un point de vue du modèle éléments finis, on peut reproduire ce profil de fissure via des déboutonnages successifs des paires de noeuds présents sur chaque lèvres de la fissure. Le terme « déboutonnage » correspond en réalité à la relaxation de conditions d'égalités

imposées sur les degrés de liberté des deux noeuds de chaque paire. Une autre possibilité pour décrire l'amorçage consiste à considérer la formation simultanée de la fissure sur toute sa longueur d'amorçage, avec une ouverture progressive des lèvres de fissures durant le temps d'amorçage (Fig. 8). Dans ce cas, le déboutonnage est effectué simultanément sur l'ensemble des noeuds de

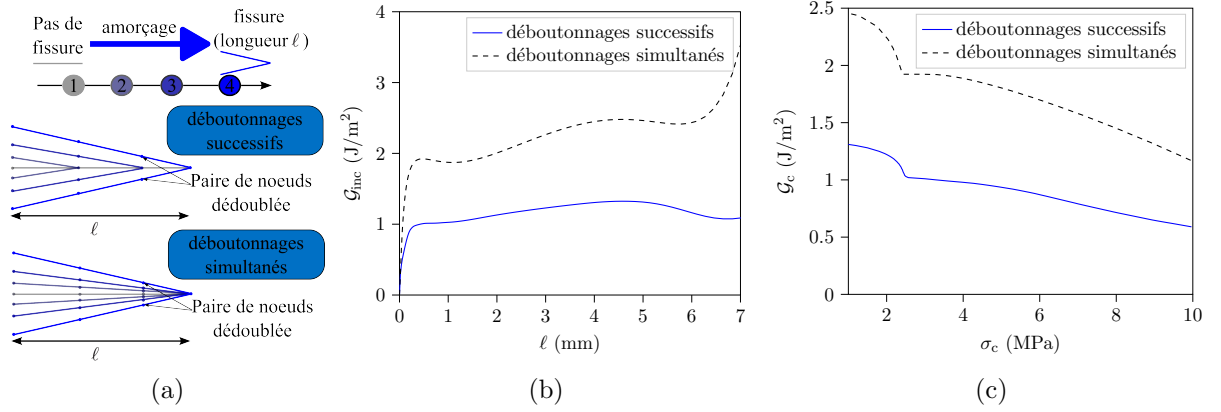


FIGURE 8 – a) Description de l'amorçage de la fissure comme une propagation successive ou une ouverture simultanée de ses deux lèvres sur une longueur donnée. b) Variation du TREI en fonction de la longueur de la fissure et c) identification des couples $(\mathcal{G}_c, \sigma_c)$ donnant la force à l'amorçage mesurée expérimentalement, obtenus avec des déboutonnages successifs ou simultanés des noeuds le long du chemin de fissure.

la fissure et le temps d'amorçage définit une vitesse moyenne d'amorçage de la fissure. On peut comparer les TREI obtenus via des déboutonnages successifs (à vitesse constante) et simultanés des noeuds pour une même vitesse de fissuration. Si la vitesse de fissuration est inférieure à $0.5c_R$, les TREI (correspondant à des essais Brésiliens sur des éprouvettes trouées [4][94]) sont relativement similaires et la manière de simuler l'amorçage a peu d'influence sur les énergies calculées et le chargement à l'amorçage de la fissure. Pour des vitesses de fissuration plus élevées ($0.7c_R$ dans la Fig. 8b), on obtient des différences marquées sur les TREI qui induisent des différences significatives sur les chargements d'amorçage. Si le CC est utilisé pour mettre en place une approche d'identification inverse des propriétés à rupture, en cherchant les couples de propriétés $(\mathcal{G}_c, \sigma_c)$ qui permettent d'obtenir les forces à rupture mesurées expérimentalement, l'utilisation de l'une ou l'autre des méthodes de déboutonnages amène à des différences significatives sur les propriétés identifiées (Fig. 8c). Ces résultats montrent la nécessité de mettre en place des essais de caractérisation de l'amorçage de fissures, par exemple avec des caméras rapides pouvant atteindre les résolutions spatiales et temporelles en jeu. Une alternative serait de travailler sur des matériaux pour lesquels les vitesses de fissuration sont plus faibles, par exemple des élastomères pour lesquels les vitesses de fissuration sont de l'ordre de 10 m/s [93, 200]. L'étude de ces matériaux amène cependant d'autres problématiques avec une rupture qui n'est plus forcément fragile, des grandes déformations et d'autres mécanismes de dissipation en jeu.

3 Influence du capteur dans une analyse d'EA

Les sections précédentes montrent l'importance d'une représentation fidèle de la source et du milieu de propagation dans une simulation numérique d'EA. Un autre point essentiel à prendre en compte est le matériel d'EA utilisé, en particulier le capteur, dont les caractéristiques ont une influence sur les signaux mesurés. Certains capteurs sont notamment reliés à un préamplificateur

dont les paramètres et le filtrage modifient la gamme d'amplitudes mesurables. Le milieu de couplage utilisé entre le capteur et l'éprouvette (*e.g.*, de la graisse ou de la colle) peut également influencer les résultats d'EA enregistrés, comme par exemple modifier la fréquence pic en fonction de son épaisseur [279]. Tous les capteurs n'ont pas la même réponse fréquentielle [118, 123], certains sont sensibles sur une large gamme de fréquence (capteurs large bande tels que le PKBBI ou WD, Mistras Group, Princeton, NJ, USA) et d'autres sont résonnants (micro80 ou nano30, Mistras Group, Princeton, NJ, USA)). Certains capteurs permettent une meilleure détection des signaux selon le type d'endommagement dans des matériaux composites, et l'utilisation combinée de différents capteurs améliore la classification des signaux mesurés [123]. Les classes de signaux obtenues peuvent toutefois dépendre du type de capteurs utilisé du fait des différences obtenues dans les descripteurs (par exemple l'énergie et le contenu fréquentiel) d'un même signal acquis par différents capteurs [118, 149]. Les signaux mesurés peuvent également être influencés par la géométrie du capteur puisque la forme des ondes mesurées dépend de la taille du capteur utilisé [243]. Ceci est dû à l'effet d'ouverture, *i.e.* le fait que les capteurs ne détectent pas les signaux de manière uniforme sur toute leur surface [120, 244]. Cet effet est d'autant plus marqué pour des capteurs de grande taille [202, 243]. Une comparaison quantitative des signaux obtenus par simulation numérique et mesurés expérimentalement ne peut donc être réalisée sans tenir compte du capteur et de la chaîne d'acquisition utilisés pour la mesure. La discussion proposée dans cette section se concentre sur l'influence du capteur sur les signaux d'EA mesurés et simulés.

3.1 Observations expérimentales de l'effet du capteur

L'influence du capteur sur les signaux d'EA mesurés est illustrée en Fig. 9 dans le cas de signaux obtenus par ruptures de mines de crayon sur des plaques de PMMA. Les signaux correspondant au même type de source (la rupture de mines), placée à une distance de 20 mm du capteur (large bande : PKBBI ou résonnant : Micro80), sont illustrés dans le domaine temporel (Fig. 9b) et fréquentiel (Fig. 9c). Deux types de modes d'ondes se déplaçant à des vitesses différentes peuvent être identifiés : Les modes S_0 et A_0 . Selon le type de capteurs utilisés, les modes sont plus ou moins amplifiés et amènent à des différences des signaux mesurés dans le domaine temporel et fréquentiel. La rupture de mines de crayon sur la plaque de PMMA peut être attribuée à une source d'EA basse fréquence (contenu fréquentiel principalement en dessous de 200 kHz). Ce contenu basse fréquence est relativement bien reproduit par le capteur large bande WD (Fig. 9c). En revanche, le signal mesuré avec le capteur résonnant Micro80 montre un contenu fréquentiel plus élevé, avec deux pics entre 200 kHz et 400 kHz, dans une gamme de fréquence où ce capteur est le plus sensible [45]. L'atténuation des signaux et ainsi leur durée sont également affectées par le type de capteurs utilisés (Fig. 9b).

L'analyse des signaux mesurés par les deux capteurs en termes de descripteurs est une autre manière de mettre en évidence l'influence du capteur. La Fig. 9d illustre les caractéristiques des signaux mesurés à différentes distances entre la source et le capteur. La tendance d'un barycentre fréquentiel augmentant avec l'amplitude du signal est bien décrite par les deux capteurs. Toutefois, l'étendue et la valeur absolue du barycentre fréquentiel pour une amplitude donnée diffèrent selon le type de capteur utilisé. Cette analyse montre un effet notable du capteur sur la signature de l'EA provenant d'une même source, que ce soient les formes d'onde ou leurs descripteurs dans le domaine temporel et fréquentiel. Ces résultats ne sont pas spécifiques à la configuration étudiée. Dans le cas de matériaux composites stratifiés décrits dans la Section 1, on mesure un barycentre fréquentiel et une fréquence pic autour de 600 kHz pour les signaux mesurés avec un capteur picoHF, contre 400 kHz pour ceux mesurés avec le capteur micro80 [46]. Les différences dans le contenu fréquentiel mesurées par deux capteurs distincts sont encore

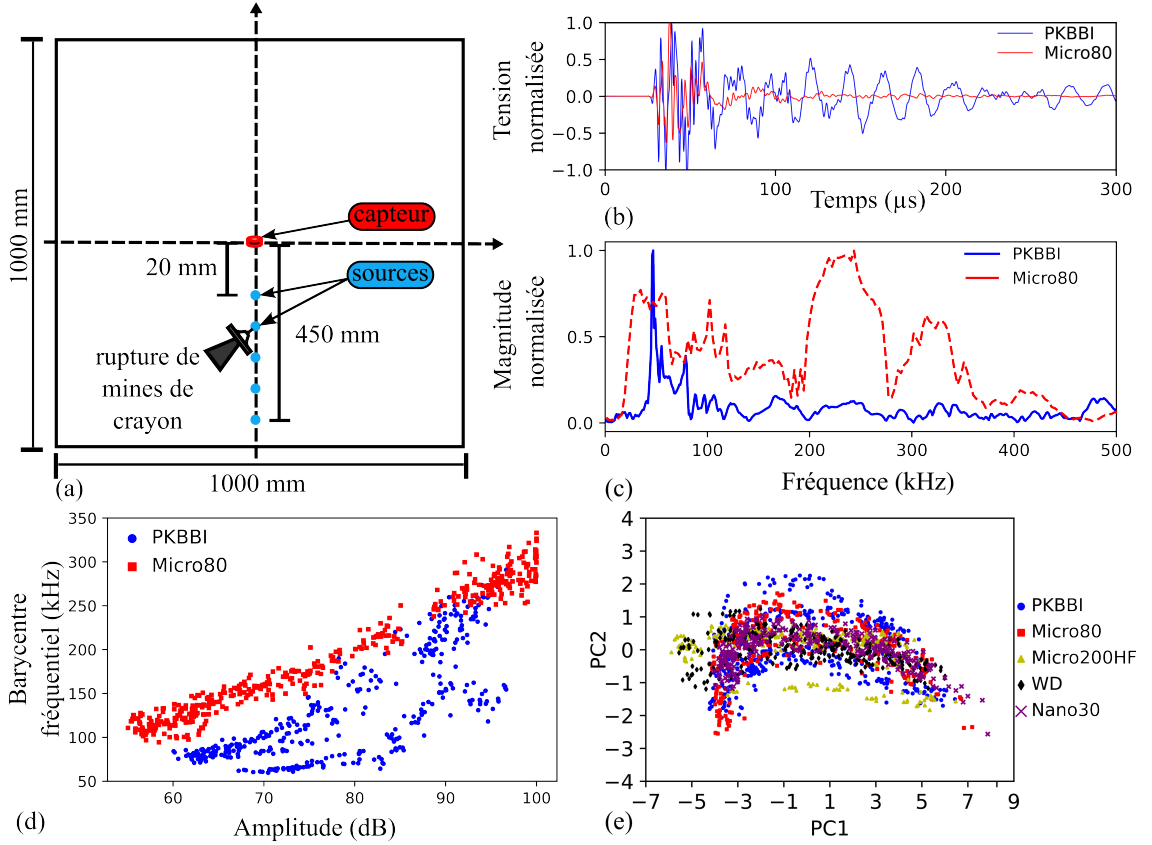


FIGURE 9 – a) Configuration de ruptures de mines de crayon sur une plaque de PMMA avec plusieurs distances entre la source d'EA et le capteur. b-c) Signaux obtenus pour une rupture de mine avec un capteur large bande (PKBBI) ou résonnant (Micro80) dans le domaine b) temporel et c) fréquentiel. d) Variation du barycentre fréquentiel en fonction de l'amplitude des signaux obtenus pour différentes positions entre la source d'EA et le capteur (PKBBI ou micro80). e) Projection des signaux d'EA mesurés avec 5 capteurs différents dans le plan des deux premières composantes principales après normalisation et sélection des descripteurs permettant une fusion des données mesurées avec les différents capteurs.

plus marquées sur un composite fibre de verre et matrice polyamide [45].

3.2 Peut-on s'affranchir de l'effet du capteur ?

Les mesures expérimentales des signaux d'EA d'une même source montrent une influence marquée du type de capteur sur les formes d'ondes et les descripteurs correspondants. Cette constatation remet en cause la généralisation d'une approche de classification des signaux d'EA représentatifs de différents mécanismes d'endommagement dans le cas où les données mesurées proviennent de différents capteurs. La question de pouvoir s'affranchir de l'effet du capteur dans une telle analyse est donc cruciale pour mettre en place une approche de classification relativement générale.

Des mesures de signaux d'EA dus à la rupture de mines de crayon sur des plaques de PMMA (Fig. 9a) ont été réalisées avec cinq types de capteurs (capteurs large bande : WD, PKBBI et Micro200HF et capteurs résonnants : Micro80 et Nano30) pour différentes distances (de 20 mm

à 450 mm) entre la source et le capteur. Pour chaque position et chaque capteur, six séries de six ruptures de mines de crayon ont été effectuées, soit au total 36 répétitions pour une même position. Les formes d'onde et leurs descripteurs temporels et fréquentiels dépendent du type de capteur utilisé, cela est illustré dans la section précédente. Toutefois, il est possible de mettre en place une procédure pour s'affranchir du type de capteur utilisé et ainsi fusionner les données issues des différents capteurs. Les différentes étapes de la procédure mise en place sont les suivantes :

- i) Les descripteurs sont tout d'abord normalisés en fonction de la moyenne μ_i et de l'écart type e_i du jeu de données de sorte que la n -ème valeur du descripteur normalisé $\bar{d}_i^n$ s'exprime comme $\bar{d}_i^n = \frac{d_i^n - \mu_i}{e_i}$, où d_i^n est la n -ème valeur du descripteur d_i . Cette étape est la plus importante car elle permet de s'affranchir de différences de valeurs entre les descripteurs pour se concentrer sur leurs variations relatives.
- ii) On sélectionne les descripteurs pertinents à la création d'un jeu de données commun à l'aide d'un test statistique. Cette étape revient à exclure les descripteurs pour lesquels les distributions normalisées diffèrent trop d'un capteur à l'autre. On exclut également les descripteurs pour lesquels trop de valeurs aberrantes (écart à la moyenne supérieurs à 3 écarts-types) sont obtenues dans la distribution.
- iii) Une analyse en composantes principales est finalement menée pour réduire le nombre de paramètres pertinents (sous la forme de combinaison de descripteurs normalisés) pour décrire le jeu de données mesurées. C'est à ce stade de l'analyse qu'il sera possible ou non de différencier des groupes de signaux pour mettre en place une approche de classification.

Un exemple de distribution des deux premières composantes principales obtenues après application de la procédure décrite ci-dessus pour les signaux mesurés avec les 5 capteurs différents est illustré en Fig. 9e. La procédure proposée donne des distributions globalement similaires dans l'espace des composantes principales quel que soit le type de capteur. On s'affranchit alors de la dépendance des signaux au type de capteur utilisé, ce qui permet d'envisager de créer des bibliothèques de signaux d'EA provenant de mesures faites avec différents capteurs.

3.3 Le capteur dans la simulation de l'EA

La prise en compte du capteur dans une simulation de l'EA peut se faire de deux manières. La manière la plus physique consiste à modéliser explicitement l'interaction entre le capteur et le matériau dans le cadre d'une simulation multi-physique [243, 245, 280]. Dans ce cas, il s'agit de modéliser les différents éléments du capteur piezo-électrique [278, 279] ainsi que le couplant entre le capteur et le matériau. Des différences mineures dans la description de l'épaisseur de couplant ou des dimensions du capteurs peuvent alors amener des différences non négligeables dans les signaux obtenus [279]. La modélisation explicite du capteur d'EA prévoit numériquement la réponse fréquentielle du capteur pour des milieux de propagation et des géométries arbitraires [243].

La seconde approche, plus phénoménologique, consiste à reproduire l'effet du capteur sur la transformation des signaux obtenus en surface du matériau étudié [244]. Il faut notamment prendre en compte la fonction de sensibilité en fréquence du capteur, qui peut être obtenue soit par la méthode analytique de réciprocité [102, 120], soit par des simulations multi-physiques mentionnées précédemment reproduisant l'interface entre le capteur et le matériau. Une fois la fonction de sensibilité en fréquence du capteur déterminée, on transforme le signal mesuré en surface du matériau par un produit avec la fonction de sensibilité dans l'espace fréquentiel [46][126]. En complément de la fonction de sensibilité de capteur, il est essentiel de prendre en compte l'effet d'ouverture pour simuler une détection non-uniforme des signaux sur toute la

surface du capteur [126, 243, 280].

4 Perspectives

La mise en place de simulations d'EA nécessite des précautions dans la description de l'ensemble des étapes depuis le mécanisme source jusqu'aux signaux mesurés par le capteur. Néanmoins, elle offre une approche alternative au suivi expérimental de l'endommagement des matériaux. Dans une optique de compréhension du lien entre les mécanismes sources, notamment l'endommagement, et les signaux d'EA mesurés, la simulation de l'EA amène de nouvelles perspectives avec la possibilité d'étudier chacun des mécanismes qui influencent les signaux finalement acquis. Une force de la simulation numérique est de pouvoir isoler chaque étape depuis le mécanisme source d'EA, sa propagation dans le matériau jusqu'au capteur et à la chaîne d'acquisition. On peut donc analyser la contribution de chacune de ces étapes dans l'obtention du signal d'EA. Il est par exemple possible d'étudier l'influence d'un paramètre géométrique de l'éprouvette ou encore de tester la position optimale des capteurs par rapport à un mécanisme source donné. On peut encore penser étudier de manière décorrélée deux mécanismes d'endommagement qui arrivent en même temps dans une expérience, comme la fissuration transverse et la décohésion inter-ply ou inter-toron dans un matériau composite.

Cet apport offert par la simulation numérique de l'EA ouvre la voie à la validation d'approches de classification de signaux d'EA, qui n'est souvent pas accessible du point de vue expérimental du fait de la complexité des matériaux et des mécanismes d'endommagements en jeu. Il serait envisageable de fournir une banque de données de signaux d'EA simulés correspondant à différents mécanismes d'endommagement et appliquer les approches de classification usuelles sur ces données simulées pour évaluer la pertinence des classes qui en résultent. Ce type de démarche de renforcerait la robustesse des approches de classification supervisée ou non-supervisée.

Il serait également envisageable d'utiliser la simulation numérique de l'EA pour compléter des signaux mesurés expérimentalement à des fins de définition de bibliothèques de signaux d'EA. L'idée de combiner des signaux mesurés expérimentalement et obtenus numériquement offrirait une belle perspective de développement des approches de classification basées sur l'apprentissage machine. On peut envisager la création de bibliothèques hybrides de signaux d'EA, avec la difficulté d'obtenir une description quantitative des signaux mesurés expérimentalement par la simulation numérique.

Concernant les aspects de simulation de la fissuration comme source d'EA, il serait possible d'appliquer le CC en prenant en compte la viscoélasticité ou viscoplasticité du matériau. Du point de vue de l'EA, cela représente une alternative à l'utilisation des coefficients de Rayleigh pour simuler l'amortissement du matériau, les deux méthodes semblant donner des résultats similaires en termes de signaux d'EA [148]. Même si les mécanismes de fissuration opèrent en des temps qui peuvent être relativement courts devant les temps de relaxation du matériau, la prise en compte du comportement visqueux du matériau peut amener à des changements de rigidité à proximité de la zone d'amorçage de fissures et donc avoir indirectement une influence sur le mécanisme de fissuration.

L'utilisation combinée de l'émission acoustique et de la corrélation d'images numériques semblent une voie prometteuse pour la caractérisation de la fissuration [99, 129]. La mesure des champs de déplacements permet une caractérisation fine des facteurs d'intensités de contraintes au niveau d'une fissure [234] ou d'une singularité [27]. Une amélioration de la description des conditions aux limites dans les simulations d'EA peut être apportée par l'utilisation de la mesure

expérimentale des champs de déplacements comme donnée d'entrée pour les conditions aux limites du modèle [128].

Enfin, la simulation de l'EA apparaît également comme une opportunité dans une démarche d'identification de propriétés à rupture. En se basant sur des approches classiques dans lesquelles seule la description de l'amorçage et/ou de la propagation de la fissure est considérée [10, 42, 43, 43], l'instrumentation avec l'EA apporte un outil de comparaison supplémentaire à ce type d'approche, avec la possibilité de confronter non seulement le niveau de chargement et la géométrie de la fissure, mais également les signaux d'EA qui en résultent. L'intégration de cette donnée pourrait amener un niveau de validation supplémentaire au développement de modèles pour décrire l'amorçage de fissures, en particulier pour évaluer la description de la cinétique de formation de la fissure et des profils de vitesses de fissuration.

Mécanique de la rupture régularisée

Sommaire

1	La longueur interne des modèles de rupture par champ de phase	67
1.1	Solution homogène - corrélation avec la surface de rupture	67
1.2	Corrélation dans le cas d'un gradient de contrainte	69
2	Critère en contrainte dans une formulation champ de phase	70
2.1	Définition de la surface de rupture	70
2.2	Formulation champ de phase avec une surface de rupture	71
2.3	Exemples d'application	72
3	Vers une théorie de la mécanique de la rupture régularisée	74
3.1	Description de la zone d'élaboration	74
3.2	Amorçage d'une fissure régularisée	75
3.3	Comparaison avec le champ de phase	77
4	Perspectives	79

Liste des publications associées à ce chapitre :

- [29] **Doitrand, A.**, Leguillon, D., Molnár, G., Lazarus, V. : Revisiting facet nucleation under mixed mode I+III loading with t-stress and mode-dependent fracture properties. International Journal of Fracture 242, 85–106 (2023). doi :[10.1007/s10704-023-00703-0](https://doi.org/10.1007/s10704-023-00703-0)
- [31] **Doitrand, A.**, Molnár, G. : Understanding regularized crack initiation through the lens of Finite Fracture Mechanics. Preprint submitted to International Journal of Fracture. doi :[10.21203/rs.3.rs-4583166/v1](https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4583166/v1)
- [32] **Doitrand, A.**, Molnár, G., Estevez, R., Gravouil, A. : Strength-based regularization length in phase field fracture. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 124, 103728 (2023). doi :[10.1016/j.tafmec.2022.103728](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103728)
- [49] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Estevez, R., Gravouil, A. : Toughness or strength? regularization in phase-field fracture explained by the coupled criterion. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 109, 102736 (2020). doi :[10.1016/j.tafmec.2020.102736](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102736)
- [51] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Jacon, A., Prabel, B., Gravouil, A. : Thermodynamically consistent linear-gradient damage model in abaqus. Engineering Fracture Mechanics 266, 108390 (2022). doi :[10.1016/j.engfracmech.2022.108390](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2022.108390)
- [52] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Lazarus, V. : Phase-field simulation and coupled criterion link echelon cracks to internal length in antiplane shear. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 188, 105675 (2024). doi :[10.1016/j.jmps.2024.105675](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2024.105675)

Dans la majeure partie des applications du CC pour prévoir l’amorçage d’une fissure, une vision binaire de la fissuration est généralement adoptée avec une zone non endommagée, et une discontinuité nette qui représente la fissure sans intermédiaire entre les deux. Seuls quelques auteurs ont considéré la présence d’une zone endommagée avant l’amorçage d’une fissure [168, 172]. Un moyen de représenter une zone endommagée est d’établir une transition graduelle entre une zone saine et la fissure, avec un état d’endommagement qui varie de manière continue entre les deux. C’est par exemple le cas des modèles de rupture par champ de phase (CP). Ces modèles ont été développés à l’origine pour faciliter l’implémentation numérique du problème de propagation de fissures basé sur l’approche de Griffith [121, 122] et revisité comme un problème de minimisation globale [111]. C’est la représentation de la fissure par une zone d’endommagement diffuse dont l’étendue est contrôlée par une longueur de régularisation qui a permis de s’affranchir de la détermination a priori du chemin de fissure. Les paramètres d’entrée du modèle de champ de phase sont la longueur de régularisation ℓ_c et le taux de restitution d’énergie critique du matériau.

A l’origine, la longueur de régularisation a été introduite comme un paramètre numérique qui facilite la résolution du problème en évitant la dépendance au maillage du chemin de la fissure. L’idée était donc de retrouver l’approche de Griffith et la discontinuité nette lorsque la longueur de régularisation tend vers 0. En réalité, les modèles de rupture par champ de phase traitent également de l’amorçage des fissures du fait de l’introduction de la longueur de régularisation. Le CC et les approches par champ de phase pour la rupture traitent donc le même problème de rupture et partagent un paramètre en commun : le taux de restitution d’énergie $\mathcal{G}_c$. Le second paramètre est la surface de rupture pour le CC et la longueur de régularisation pour le champ de phase. On peut donc établir un lien entre ces deux paramètres. En particulier, si l’on considère un état de contrainte de traction uniaxiale homogène, la longueur de régularisation peut être corrélée de manière analytique à la contrainte maximale atteinte avant la rupture, *i.e.* la résistance en traction du matériau [60, 257, 280]. Se pose alors la question de l’existence d’une corrélation entre ces paramètres pour des sollicitations multiaxiales d’une part, et d’autre part en présence de gradients de contraintes, *e.g.* au niveau d’une singularité.

La philosophie générale de ce chapitre consiste en un dialogue entre les modèles de champ de phase pour la rupture et le CC. L’idée est d’aller au delà d’une simple comparaison des résultats des deux approches, il s’agit plutôt de bénéficier de la philosophie de l’un des modèles pour amener un niveau de compréhension supplémentaire au second, et vice-versa. Cette démarche découle de l’étude de la signification de la longueur de régularisation des modèles champ de phase. On généralisera tout d’abord le lien entre la longueur de régularisation et la résistance en traction du matériau à un état de contrainte multiaxial et en présence d’un champ de contrainte non homogène (Section 1). On proposera alors une formulation champ de phase du CC en Section 2. Les paramètres d’entrée de cette formulation sont les mêmes que dans le CC, à savoir le taux de restitution d’énergie critique et la surface de rupture du matériau. Ainsi, la longueur de régularisation n’est plus un paramètre d’entrée du modèle, bien qu’elle intervienne toujours pour régulariser le problème de rupture. Enfin, on proposera d’aborder le problème d’amorçage d’une fissure régularisée par le biais du critère couplé (Section 3), de manière à introduire le concept de zone d’élaboration dans la formulation du CC.

1 La longueur interne des modèles de rupture par champ de phase

Les modèles de rupture par champ de phase ont été développés pour résoudre numériquement l'approche de Griffith [121] revisitée comme un problème de minimisation globale [111]. L'approche de Griffith a été développée pour étudier la propagation d'une fissure semi-infinie dans un milieu infini, et ne permet donc pas d'étudier certaines configurations telles que l'amorçage d'une fissure, la propagation de fissures courtes ou encore des cas où la pointe de fissure interagit avec un bord libre. En réalité, il s'avère que le champ de phase permet d'étudier ces cas de figures et notamment l'amorçage d'une fissure. Il se rapproche donc plutôt d'une approche de type CC qui permet d'étudier à la fois l'amorçage et la propagation de fissures. Des travaux antérieurs se sont attachés à comparer le CC et le champ de phase, par exemple pour étudier la fissuration sous indentation de Hertz [251, 252], la fissuration de stratifiés minces [226] ou la rupture en flexion d'éprouvettes entaillées [58]. Reprenant l'idée proposée 20 ans plus tôt par Leguillon (sans pour autant citer ses travaux!) de combiner un critère en énergie et un critère en contrainte pour étudier l'amorçage de fissures, Kumar *et al.* [141] ont proposé d'introduire explicitement la surface de rupture du matériau comme donnée d'entrée d'un modèle champ de phase à 4 paramètres ($\mathcal{G}_c$, ℓ_c , la surface de rupture ainsi qu'un paramètre supplémentaire à calibrer pour retrouver les résultats de la MLER pour des longueurs de fissures initiales suffisamment grandes). La longueur de régularisation des modèles de rupture par champ de phase a été initialement introduite pour contrôler l'étendue de la zone diffuse d'endommagement qui représente la fissure, avec l'idée de retrouver l'approche de Griffith quand la longueur de régularisation tend vers zéro. La longueur de régularisation était alors considérée comme un paramètre essentiellement numérique qui devait être suffisamment petit pour obtenir une solution proche de la MLER et suffisamment grand par rapport à la discrétisation spatiale du maillage [76]. Certains auteurs ont par la suite considéré ce paramètre comme une longueur interne du matériau qui doit être identifiée [101, 112, 217–219], par exemple sur la base du chargement à rupture mesuré expérimentalement [141, 211, 257]. D'autres auteurs ont même identifié l'étendue de la zone micro-endommagée autour d'une fissure discrète à partir d'observations au tomographe [209, 210]. Le CC et le champ de phase ont en commun le taux de restitution d'énergie comme donnée d'entrée, le second paramètre étant soit la longueur de régularisation, soit la surface de rupture du matériau. Cette section se concentre sur le lien entre ces deux paramètres.

1.1 Solution homogène - corrélation avec la surface de rupture

La solution homogène du champ de phase est obtenue dans le cas où l'on considère un champ de contraintes homogènes, pour lequel le gradient d'endommagement est nul. Une relation analytique entre la longueur de régularisation et la résistance en traction du matériau peut être établie en se basant sur la solution homogène du champ de phase, et c'est cette relation qui est la plus souvent utilisée dans la littérature pour définir la longueur de régularisation [60, 141, 211, 221, 257, 280]. Cette relation s'écrit sous la forme :

$$\sigma_c = C(\nu) \sqrt{\frac{E\mathcal{G}_c}{\ell_c}}, \quad (1)$$

avec C qui dépend du coefficient de Poisson et de la formulation champ de phase adoptée. Cette relation est généralement utilisée pour estimer la longueur de régularisation des modèles de champ de phase, ce qui permet d'interpréter la longueur de régularisation comme un paramètre du matériau [60, 74, 190, 221]. Une comparaison raisonnable entre les prédictions du modèle

champ de phase et les expériences peut alors être réalisée en définissant la longueur de régularisation basée sur la résistance en traction du matériau uniquement, par exemple pour évaluer l'amorçage d'une fissure au niveau d'une entaille [257]. Néanmoins, cette description n'est théoriquement valable que pour des chargements correspondant à un état local de contrainte de traction uniaxiale.

Pour une autre triaxialité de contrainte donnée, on montre qu'une valeur potentiellement différente de la résistance du matériau peut être obtenue [49], à savoir la contrainte maximale atteinte avant rupture pour cette triaxialité, $\sigma_{\max}$. Un exemple de variation de contrainte en fonction de la déformation pour un état biaxial de contraintes de traction est présenté en Fig. 1a, avec la variation de la variable d'endommagement d correspondante (Fig. 1b). En répétant ceci

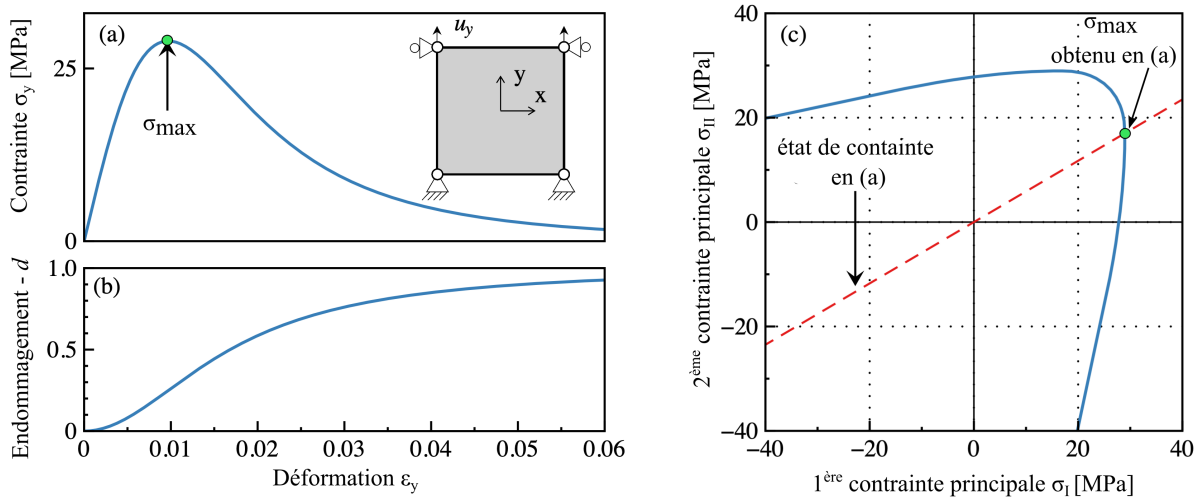


FIGURE 1 – Variation de (a) la contrainte et de (b) la variable d'endommagement en fonction de la déformation obtenue pour une sollicitation homogène de contraintes de traction bi-axiales et (c) surface de rupture obtenue pour différentes triaxialités de contraintes (modèle AT2).

pour différentes triaxialités de contrainte, il en résulte la définition de la surface de rupture du matériau, qui représente donc les contraintes à rupture pour différentes triaxialités dans l'espace des contraintes principales ou des déformations. La Fig. 1c montre un exemple de surface de rupture obtenue avec la solution homogène pour un modèle de rupture par champ de phase avec une formulation AT2. La forme de la surface de rupture dépend du choix de la formulation du modèle champ de phase [100, 263]. Aussi, si cette surface de rupture ne correspond pas à celle du matériau étudié, des longueurs de régularisation significativement différentes peuvent être identifiées pour un même matériau chargé sous différentes triaxialités [58].

Pour une longueur de régularisation donnée, on peut calculer numériquement la surface de rupture correspondante, et généraliser la relation définie pour un état de chargement uniaxial à une triaxialité quelconque. On obtient alors la relation suivante [49] :

$$\ell_c = \eta^2 \ell_{\text{mat}}, \quad (2)$$

où η est une fonction dépendant de l'état de triaxialité des contraintes et du coefficient de Poisson du matériau. Cette fonction dépend également de la formulation du modèle champ de phase qui définit la forme de la surface de rupture. Il est alors possible d'utiliser cette relation pour déterminer la longueur de régularisation à utiliser dans le modèle champ de phase plutôt que Eq. (1) qui n'est valable que pour une traction uniaxiale. Cette relation ayant été établie

dans le cas d'un état de contrainte homogène, on évalue sa validité dans le cas d'un gradient de contrainte dans la section suivante.

1.2 Corrélation dans le cas d'un gradient de contrainte

On étudie la corrélation entre la longueur de régularisation et la surface de rupture du matériau dans un cas où l'état de contrainte n'est pas homogène. On reprend l'exemple de l'effet de taille présenté au Chapitre [Modélisation de l'amorçage de fissures](#) avec une fissure de longueur $2a$ dans un milieu infini, soumise à un chargement de traction homogène (Fig. 2a). La présence

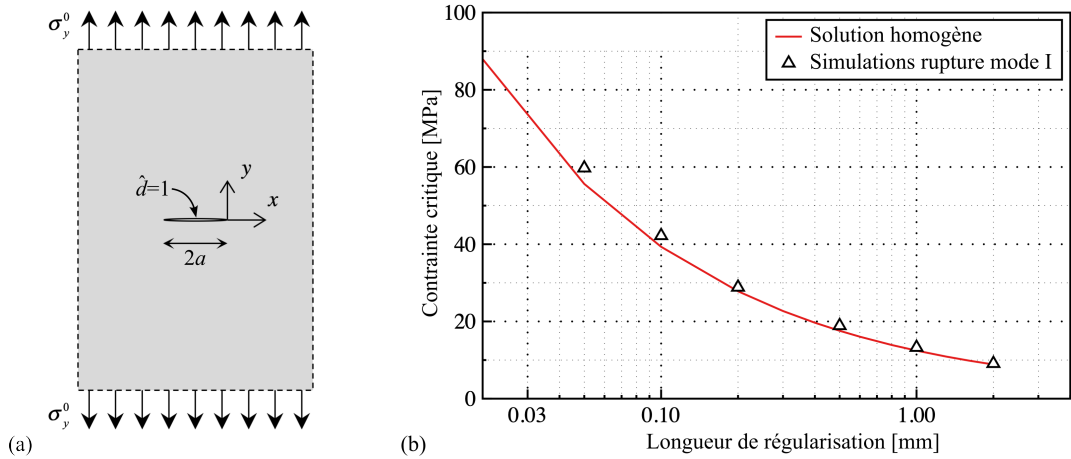


FIGURE 2 – (a) Fissure de longueur $2a$ en milieu infini soumise à un chargement de traction et (b) variation de la contrainte critique à laquelle la fissure propage obtenue avec un modèle de champ de phase en fonction de la longueur de régularisation.

de la fissure induit localement une singularité et donc un gradient de contraintes. On peut alors déterminer la contrainte critique à partir de laquelle la fissure propage à l'aide de calculs par éléments finis avec une approche champ de phase. On note qu'il est nécessaire d'appliquer des conditions aux limites de Dirichlet sur la variable d'endommagement $\hat{d} = 1$ sur les lèvres de la fissure initiale (Fig. 2a) de sorte à retrouver la MLER pour des fissures initiales suffisamment longues [49, 51]. En l'absence de conditions de Dirichlet le long des lèvres de la fissure initiale, l'écart sur la contrainte critique par rapport au modèle de Griffith est dû au fait qu'une partie de l'énergie est dissipée pour créer la zone d'élaboration autour de la fissure discrète avant sa propagation. Le modèle de rupture par champ de phase reproduit l'effet de taille de la fissure initiale et donc la transition entre l'approche de Griffith pour des fissures initiales suffisamment longues par rapport à la longueur de régularisation, et une rupture pour un niveau de contrainte constant lorsque la taille de la fissure initiale tend vers zéro. Cette valeur de contrainte à rupture obtenue pour des longueurs initiales suffisamment petites définit la résistance du matériau et permet d'établir une relation entre la longueur de régularisation et la résistance du matériau pour l'état de triaxialité correspondant. On peut tracer cette corrélation et la comparer à la corrélation obtenue pour la solution homogène (Fig. 2b). On montre que même en présence d'un gradient de contrainte, la relation trouvée dans le cas homogène (Eq. (2)) reste valide. La validité de la relation obtenue dans le cas homogène a également été montrée pour des champs de contraintes hétérogènes dus à une fissure initiale sollicitée en cisaillement plan [49] et en cisaillement hors-plan [52].

2 Critère en contrainte dans une formulation champ de phase

La définition d'une surface de rupture dans un modèle champ de phase a été proposée par Kumar *et al.* [141] de manière explicite, comme un paramètre d'entrée supplémentaire. Une alternative pour définir la surface de rupture dans un modèle CP consiste à adapter la décomposition d'énergie [100, 263] en choisissant par exemple une décomposition volumétrique-déviatorique [60], spectrale [191] ou « no-tension » [112]. Le choix de la décomposition en énergie a une influence sur la surface de rupture obtenue sous des états de contraintes homogènes. Il est par exemple possible de définir une décomposition en énergie de sorte à obtenir une surface de rupture de type Drucker-Prager [100]. On a précédemment établi le lien entre la longueur de régularisation et la résistance en traction du matériau pour un état de triaxialité donné grâce à la solution homogène du champ de phase, qui est également valide dans le cas d'un gradient de contrainte. On peut donc envisager de définir une formulation champ de phase qui a les mêmes paramètres d'entrée que le CC, à savoir le taux de restitution d'énergie critique et la surface de rupture du matériau (à la place de la longueur de régularisation).

2.1 Définition de la surface de rupture

La corrélation précédemment établie entre la résistance en traction du matériau σ_c et la longueur de régularisation des modèles de rupture par champ de phase ℓ_c dépend du coefficient de Poisson ν et du rapport des contraintes principales [49, 51] :

$$\sigma_c = \eta\left(\nu, \frac{\sigma_{II}}{\sigma_I}, \frac{\sigma_{III}}{\sigma_I}\right) \sqrt{\frac{E\mathcal{G}_c}{\ell_c}}, \quad (3)$$

où η peut être interprétée comme la résistance normalisée qui varie en fonction de l'état local de contrainte et du coefficient de Poisson. Cette relation s'écrit de manière équivalente :

$$\ell_c = \eta\left(\nu, \frac{\sigma_{II}}{\sigma_I}, \frac{\sigma_{III}}{\sigma_I}\right)^2 \frac{E\mathcal{G}_c}{\sigma_c^2} = \eta\left(\nu, \frac{\sigma_{II}}{\sigma_I}, \frac{\sigma_{III}}{\sigma_I}\right)^2 \ell_{\text{mat}}. \quad (4)$$

On peut calculer η numériquement pour une formulation champ de phase donnée [49, 51]. La Fig. 3a montre la variation de η en fonction de σ_{II}/σ_I pour plusieurs valeurs de ν pour une formulation AT1 en déformations planes. Cette corrélation est utile lorsqu'il s'agit de mettre en oeuvre une approche CP pour un matériau dont la résistance en traction est connue, ou à l'inverse de déterminer la résistance en traction dans une configuration pour laquelle ℓ_c est connue. Elle permet alors d'établir un lien clair entre le CC et les approches de rupture par champ de phase. La Fig. 3b montre un exemple de surfaces de rupture obtenues sous un chargement de contraintes homogènes avec une formulation classique de champ de phase AT1. La corrélation entre ℓ_c et σ_c est en réalité établie pour la forme de la surface de rupture qui est a priori fixée par le choix du modèle de champ de phase. Toutefois, rien ne garantit que la forme de la surface de rupture donnée par le modèle champ de phase soit représentative du matériau étudié. Cela signifie que si l'on veut étudier l'amorçage de fissures pour différents états de triaxialité de contraintes, cela nécessite d'adapter la longueur de régularisation à chaque configuration correspondant à une triaxialité de contraintes donnée. Ces observations motivent donc la mise en oeuvre d'une formulation de rupture par champ de phase pour laquelle on remplace la donnée de la longueur de régularisation par la surface de rupture du matériau. Si l'on considère par exemple un matériau avec une surface de rupture de type Rankine, la contrainte à rupture du matériau est égale à sa résistance en traction quel que soit l'état de contraintes principales. Ainsi, pour un coefficient de Poisson et une triaxialité de contraintes donnés, on peut adapter la longueur de régularisation

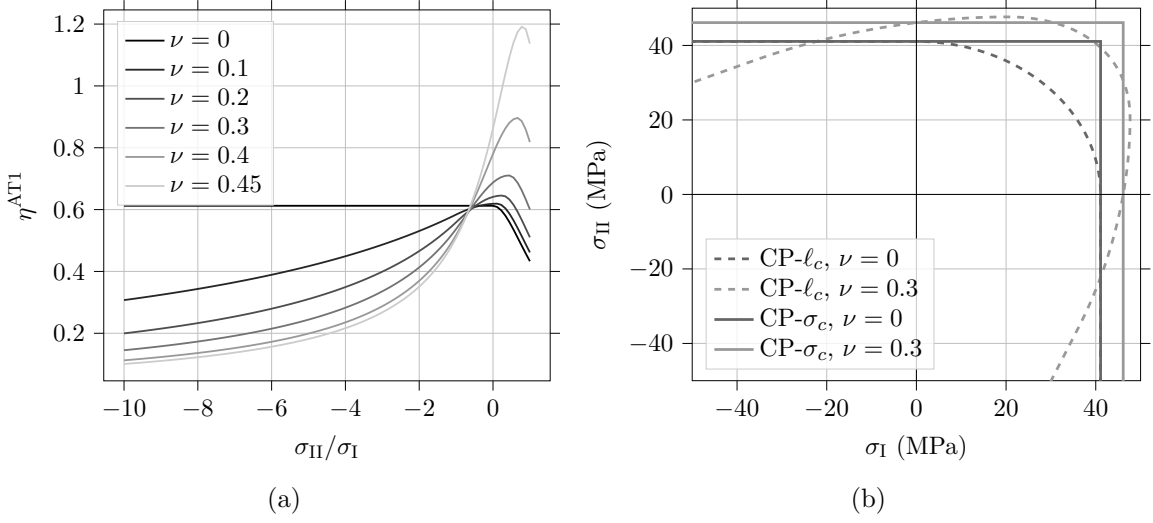


FIGURE 3 – (a) Variation de la résistance normalisée η en fonction du ratio de contraintes principales obtenues pour une formulation AT1 en déformations planes. (b) Surface de rupture correspondant à un modèle AT1 classique ($\text{CP-}\ell_c$) ou au modèle de champ de phase proposé en Section 2.2 ($\text{CP-}\sigma_c$) pour lequel une surface de rupture de type Rankine est donnée comme paramètre d'entrée à la place de la longueur de régularisation.

dans Eq. (3) de sorte à ce que la rupture se produise pour une contrainte principale maximale égale à σ_c . On obtient alors la surface de rupture souhaitée de type Rankine (Fig. 3b).

2.2 Formulation champ de phase avec une surface de rupture

L'idée principale dans la formulation champ de phase proposée est de remplacer la longueur de régularisation par la surface de rupture du matériau, en se basant sur la corrélation précédemment établie entre ℓ_c et σ_c . La définition de la surface de rupture consiste à donner la contrainte à rupture correspondant à un état de contraintes principales. Il suffit donc de définir la longueur de régularisation qui permet d'obtenir cette contrainte à rupture à partir de Eq. (4). On présentera dans la suite des exemples pour lesquels la surface de rupture est de type Rankine, la contrainte à rupture étant donc égale à la résistance en traction du matériau quel que soit l'état de contraintes principales. Dans ce cas, on peut se baser sur Eq. (4) pour définir ℓ_c de sorte que la contrainte à rupture correspondant à un état de contrainte principal soit σ_c .

La résolution du problème champ de phase se fait par minimisation de l'énergie totale qui est la somme de l'énergie de déformation élastique $W_{\text{el}}(\mathbf{u}, d)$ et de l'énergie dissipée par la fissuration $W_{\text{crack}}(d)$. L'énergie de déformation élastique est calculée de manière similaire à une implémentation classique [49][197], *i.e.* elle est divisée en composantes positives (extension) et négatives (compression) en fonction des déformations principales. On considère que le matériau ne fissure pas en compression, ainsi seule la composante positive est réduite avec l'augmentation de l'endommagement, ce qui représente une diminution de la contrainte et de la rigidité du matériau due à l'endommagement en traction. La seule différence dans l'implémentation proposée par rapport à un modèle de rupture par champ de phase classique intervient dans l'expression de l'énergie dissipée par la fissuration, décrite par une représentation diffuse de la discontinuité localisée sur le domaine Ω : $W_{\text{crack}}(d) = \mathcal{G}_c S(d) = \int_{\Omega} \mathcal{G}_c \gamma(d, \nabla d) d\Omega$, où $S(d)$ est la surface globale de fissures et γ la densité de surface de fissures. Dans la mise en oeuvre classique de

l'approche de rupture par champ de phase, cette énergie s'écrit :

$$W_{\text{crack}}(d) = \int_{\Omega} \frac{\mathcal{G}_c}{c_{\omega} \ell_c} \left[\omega(d) + \ell_c^2 |\nabla d|^2 \right] d\Omega, \quad (5)$$

où $\omega(d)$ est une fonction géométrique qui contrôle la topologie de la distribution du champ de phase, avec $\omega^{\text{AT1}}(d) = d$ pour la formulation AT1 [217] et $\omega^{\text{AT2}}(d) = d^2$ pour la formulation AT2 [76, 192]. La constante de normalisation $c_{\omega} = 4 \int_0^1 \sqrt{\omega(s)} ds$ est définie de sorte que la fonction de densité de la surface totale de la fissure soit cohérente avec la valeur théorique de la représentation de la fissure discrète correspondante ($c_{\omega}^{\text{AT1}} = 8/3$ et $c_{\omega}^{\text{AT2}} = 2$). En exploitant la corrélation entre σ_c et ℓ_c pour suivre la surface de rupture de type Rankine, on obtient l'expression suivante pour l'énergie dissipée par la fissuration :

$$W_{\text{crack}}(d) = \int_{\Omega} \frac{\sigma_c^2}{c_{\omega} \eta^2 E} \left[\omega(d) + \left(\eta^2 \frac{E \mathcal{G}_c}{\sigma_c^2} \right)^2 |\nabla d|^2 \right] d\Omega. \quad (6)$$

L'implémentation numérique de la formulation proposée est très proche de l'implémentation classique, décrite de manière détaillée dans [49, 51][197]. La minimisation de l'énergie totale est menée via un schéma alterné en résolvant successivement le problème mécanique (avec un champ de phase fixe) et le problème de champ de phase (avec des déplacements fixes). L'irréversibilité de l'endommagement est assurée en utilisant des multiplicateurs de Lagrange de sorte que $\dot{d} > 0$. La principale différence dans l'implémentation proposée est due à la modification des paramètres d'entrée puisque la longueur interne ℓ_c est remplacée par la surface de rupture du matériau. Par conséquent, la longueur interne n'est plus un paramètre d'entrée fixé, mais elle est calculée à chaque point d'intégration à l'aide de Eq. (4), ce qui nécessite a priori la connaissance de la fonction η . A chaque itération, la valeur de η est adaptée à chaque point d'intégration pour calculer la densité de surface de fissures et donc l'énergie dissipée par l'ouverture de la fissure (Eq. (6)). La formulation proposée revient finalement à l'utilisation du schéma conventionnel de champ de phase dans lequel la longueur de régularisation est définie localement à chaque point d'intégration sur la base de la fonction η dans Eq. (4). Bien que la formulation proposée ne requiert pas de choisir la longueur de régularisation comme un paramètre du modèle, on adapte sa valeur en chaque point d'intégration de sorte à suivre localement la surface de rupture du matériau. On aboutit finalement à une formulation « champ de phase du CC » (CPCC) ayant les mêmes paramètres d'entrée que le CC (le TRE critique et la surface de rupture du matériau), tout en bénéficiant de la gestion autonome du chemin de fissuration.

2.3 Exemples d'application

2.3.1 Propagation d'une fissure en milieu infini

Nous évaluons tout d'abord la capacité de l'implémentation CPCC à reproduire l'effet de taille pour une fissure dans un milieu infini homogène et isotrope sous chargement de traction. La Fig. 4a montre la variation de la contrainte critique normalisée en fonction de la longueur de fissure initiale normalisée obtenue avec l'implémentation CPCC et comparée à celle obtenue soit avec l'implémentation classique du champ de phase, soit avec le CC [49]. L'implémentation CPCC est capable de capturer la transition entre le régime suivant la MLER pour des fissures initiales suffisamment grandes et un régime piloté par la surface de rupture du matériau pour de petites longueurs de fissures initiales. La définition de la surface de rupture comme paramètre d'entrée de l'approche CPCC conserve la description Griffithienne de la propagation d'une fissure

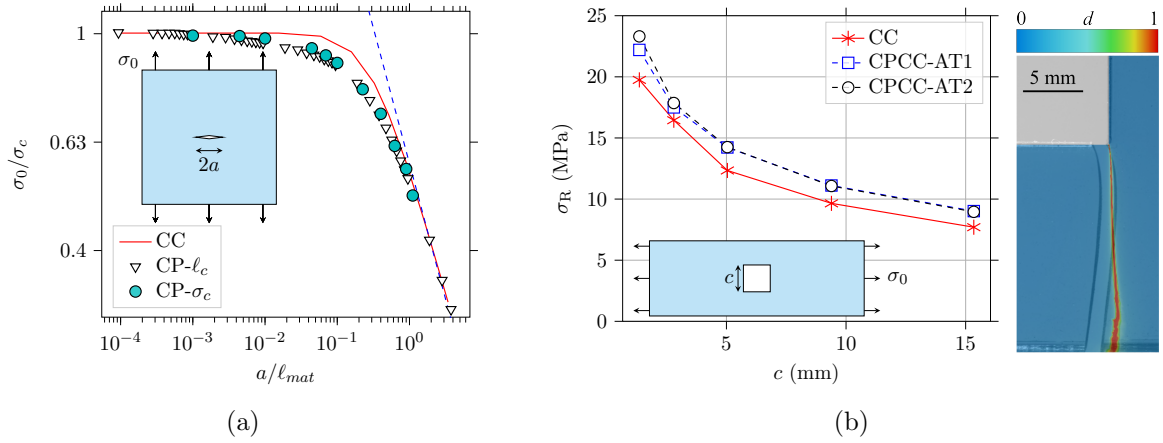


FIGURE 4 – (a) Milieu infini contenant une fissure de longueur $2a$ soumise à une contrainte de traction σ_0 : Variation de la contrainte critique de propagation de la fissure normalisée par la résistance en traction du matériau en fonction de la longueur initiale de la fissure normalisée par la longueur d’Irwin, obtenue en utilisant soit le CC, soit un modèle de rupture par champ de phase classique (CP- ℓ_c), ou avec un modèle CPCC et une surface de rupture de type Rankine (CP- σ_c). La ligne bleue en pointillés indique la solution obtenue avec la MLER. (b) Contrainte à rupture en fonction de la taille du trou carré obtenu avec le CC ou avec un modèle CPCC et une formulation AT1 ou AT2. Comparaison entre les chemins de fissures obtenus expérimentalement et avec le modèle CPCC.

suffisamment longue sans avoir à ajouter un paramètre supplémentaire comme dans l’approche de Kumar *et al.* [141].

2.3.2 Amorçage au niveau d’une entaille en V

Le second exemple d’application du modèle CPCC concerne l’amorçage d’une fissure en mode mixte dans une éprouvette contenant un trou carré (Fig. 4b). Le modèle CPCC, tout comme le CC, capture la diminution de la contrainte à rupture avec l’augmentation de la taille du trou observée expérimentalement [6]. Les variations de contrainte à rupture en fonction de la taille du trou obtenues avec une formulation AT1 ou AT2 du modèle CPCC sont similaires. On obtient également des trajectoires de fissuration identiques avec les deux formulations, comparables aux chemins de fissuration observés expérimentalement (Fig. 4b) [6]. Le fait d’utiliser une surface de rupture comme paramètre d’entrée au lieu de la longueur de régularisation réduit l’influence de la formulation du modèle par rapport à l’implémentation classique du champ de phase. La corrélation entre ℓ_c et σ_c est différente pour les deux formulations [32]. Pour une même triaxialité de contraintes, le coefficient η est plus important pour la formulation AT1 que pour AT2, ce qui se traduit par une longueur de régularisation plus grande (Eq. (4)). La principale différence entre les formulations AT1 et AT2 réside finalement dans l’étendue de la zone d’endommagement, qui est plus grande avec AT1 qu’avec AT2. Les contraintes à rupture obtenues avec le CPCC sont un peu plus élevées que celles calculées avec le CC. Ces différences sont en lien avec la description de la zone d’élaboration avant l’amorçage de la fissure au niveau du trou avec le modèle CPCC. La formation de la zone d’élaboration dissipe une partie de l’énergie disponible et l’amorçage de la fissure requiert alors un chargement plus élevé. Les différences de contraintes à rupture obtenues entre les deux modèles s’expliquent par la zone d’élaboration qui n’est pas décrite dans le CC. La prise en compte d’une zone d’élaboration dans le CC fait l’objet de la section suivante.

3 Vers une théorie de la mécanique de la rupture régularisée

Les exemples précédents mettent en évidence des similarités entre le CC et les approches de rupture par champ de phase, et comment ces approches peuvent être utilisées de manière complémentaire dans une analyse d'amorçage et de propagation de fissures. Des différences subsistent cependant dans certaines configurations où le chargement d'amorçage obtenu avec le CC ne dépend pas de la surface de rupture du matériau, par exemple quand le TRE est une fonction décroissante de la longueur de fissure. C'est notamment le cas de singularités fortes [62, 156, 158], pour lesquelles l'exposant de la singularité λ est inférieur à $1/2$ et le TRE $\mathcal{G} \propto K_I^2 \ell^{2\lambda-1}$, tend vers l'infini lorsque $\ell \rightarrow 0$. Dans ces cas de figures, le critère en contrainte est toujours rempli et le CC revient à l'application d'un critère en énergie seul, perdant ainsi l'introduction d'une longueur amenée par le couplage des deux critères.

Un autre exemple pour lequel la surface de rupture du matériau n'a pas d'influence sur le chargement d'amorçage obtenu avec le CC est la formation de facettes au niveau d'un front de fissure initial sollicité en cisaillement anti-plan (mode III). Le chargement à l'amorçage n'est alors défini qu'à partir du critère en énergie et ne permet pas de prévoir l'amorçage de facettes inclinées par rapport au front de fissure initial. En effet, avec une description de la fissure comme une discontinuité nette, il s'avère que le TRE est maximal pour une propagation rectiligne de la fissure et diminue avec l'inclinaison de la fissure pour des angles inférieurs à 40 deg. [29][193, 194]. Le CC prévoit alors qu'une propagation rectiligne ou avec inclinaison très faible de la fissure devrait se produire et ne capture pas la topologie de la fissure obtenue expérimentalement ou avec un modèle de champ de phase [52].

L'ingrédient manquant qui permettrait au CC de s'affranchir de ces cas « pathologiques » est la prise en compte d'une zone d'élaboration dans la formulation du CC. Une manière de décrire la zone d'élaboration dans le CC est de remplacer la description de la fissure comme une discontinuité nette par la description d'une fissure régularisée. Dans la suite, on étudiera l'amorçage d'une fissure régularisée en implémentant le CC pour une description de la fissure basée sur la régularisation proposée dans les modèles de rupture par champ de phase.

3.1 Description de la zone d'élaboration

On s'intéresse à l'amorçage d'une fissure régularisée au niveau d'une entaille en V dans un matériau fragile isotrope homogène en 2D sous l'hypothèse des déformations planes et en mode d'ouverture. On suppose que la surface de rupture du matériau est de type Rankine. Au lieu de décrire une discontinuité nette, on représente la fissure régularisée comme une zone d'élaboration autour de la fissure nette de longueur nominale ℓ (Fig. 5a). La zone d'élaboration est définie à l'aide de la régularisation utilisée dans les modèles de rupture par champ de phase (longueur de régularisation ℓ_c), en imposant des conditions limites de Dirichlet $\hat{d} = 1$ le long des lèvres de la fissure nette. La topologie de la zone d'élaboration autour de la fissure se traduit par la variable d'endommagement d qui varie entre 1 (sur les lèvres de la fissure) et 0 (en dehors de la zone d'élaboration). La longueur effective de la fissure régularisée ℓ_{eff} est alors définie comme :

$$\ell_{\text{eff}} = \int_{\Omega} \frac{1}{c_{\omega} \ell_c} (\omega(d) + \ell_c^2 |\nabla d|^2) d\Omega, \quad (7)$$

où $c_{\omega} = 8/3$ et $\omega(d) = d$ (formulation AT1). La longueur effective normalisée $\xi_{\text{eff}} = \ell_{\text{eff}}/\ell$ dépend de la longueur de régularisation normalisée $\xi = \ell_c/\ell$ de sorte que $\xi_{\text{eff}} \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow 0$, ou de manière équivalente $\ell_{\text{eff}} \rightarrow \ell$ lorsque $\ell_c \rightarrow 0$. La description de la fissure régularisée tend vers une description de la fissure comme une discontinuité nette lorsque la longueur de régularisation

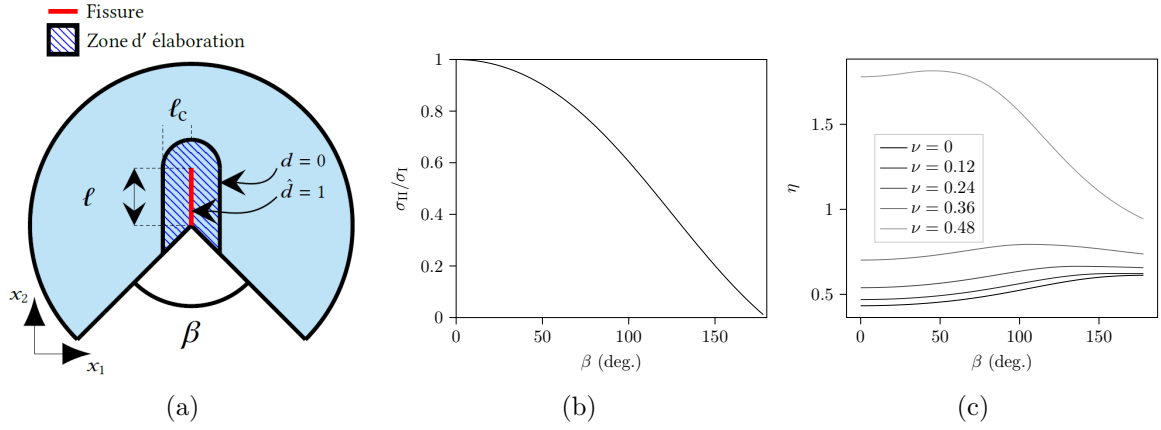


FIGURE 5 – a) Représentation de la fissure régularisée comme une zone d’élaboration (zone hachurée décrite par la longueur de régularisation ℓ_c) dans laquelle la variable d’endommagement d varie de 1 (fissuré) à 0 (matériau sain) et qui s’étend autour de la fissure nette (longueur ℓ) au niveau de l’entaille en V (angle β). b) Rapport des contraintes principales en fonction de l’angle de l’entaille en V et c) coefficient η en fonction de l’angle de l’entaille en V obtenu pour différents coefficients de Poisson.

tend vers 0. Plus la longueur de régularisation normalisée est grande, plus la longueur effective de la fissure est importante car elle couvre une zone d’élaboration plus grande.

La description proposée offre la possibilité de mettre en œuvre le critère couplé pour étudier l’amorçage d’une fissure régularisée avec 3 paramètres (la surface de rupture, le TRE critique et la longueur de régularisation qui contrôle l’étendue de la zone d’élaboration). C’est une perspective qui permettra d’étudier des matériaux présentant une zone d’élaboration dont la taille pourra être définie de manière indépendante de la surface de rupture du matériau. Dans la suite, la longueur de régularisation sera définie à partir de la corrélation avec la surface de rupture du matériau (Eq. (4)). Dans le cas d’une entaille en V, la fonction η peut être calculée en déterminant le rapport des contraintes principales en fonction de l’angle de l’entaille en V [274] (Fig. 5b), qui dépend de l’exposant λ de singularité de l’entaille en V (Fig. 9c du Chapitre [Modélisation de l’amorçage de fissures](#)). Le ratio des contraintes principales dans le plan en fonction de l’angle de l’entaille en V est une fonction décroissante variant de 1 pour $\beta = 0$ deg. (état de contrainte équi-biaxial pour une fissure en traction) à 0 pour $\beta = 180$ deg. (état de contrainte uni-axial pour un bord droit en traction). On en déduit la fonction η en fonction de l’angle de l’entaille pour différents coefficients de Poisson (Fig. 5c). La longueur de régularisation permettant de définir la zone d’élaboration correspondante est ensuite déterminée à partir de Eq. (4).

3.2 Amorçage d’une fissure régularisée

Les développements asymptotiques raccordés sont utilisés pour étudier l’amorçage d’une fissure régularisée. Cette méthode est efficace pour résoudre le CC lorsque plusieurs longueurs sont inconnues, *e.g.* dans le cas présent, la longueur d’amorçage et la longueur de régularisation. La normalisation des coordonnées peut se faire soit par rapport à la longueur de la fissure (choix adopté ici), soit par rapport à la longueur de régularisation, ce qui est équivalent du point de vue de la résolution du CC. On montre, à l’aide d’une approche asymptotique du problème pour un angle d’entaille fixé, que le TREI correspondant à une fissure régularisée amorçant au niveau

de l'entaille s'écrit :

$$\mathcal{G}_{\text{inc}} = \frac{K_I^2}{E} \ell^{2\lambda-1} A_{\text{eff}}(\xi, \nu). \quad (8)$$

Le TREI normalisé A_{eff} est obtenu par éléments finis en calculant la différence d'énergie de déformation élastique entre l'état non fissuré et l'état avec une fissure régularisée pour une longueur de régularisation normalisée donnée, avec des conditions aux limites de Dirichlet correspondant aux champs de déplacement asymptotiques du mode d'ouverture autour d'une entaille en V. La Fig. 6a montre la variation de A_{eff} en fonction de ξ pour différents angles d'entaille en V. Le TREI normalisé est globalement une fonction décroissante de la longueur de régularisation

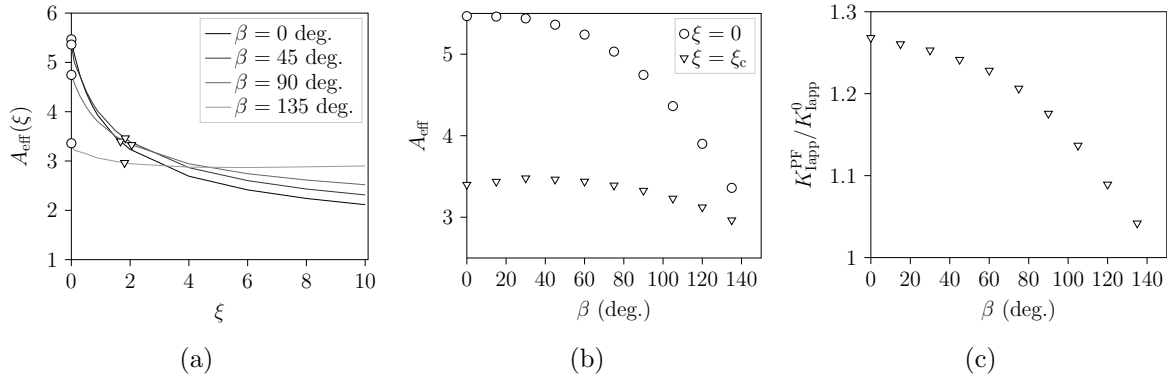


FIGURE 6 – TREI normalisé en fonction a) de la longueur de régularisation normalisée et b) de l'angle de l'entaille en V. Les symboles correspondent aux valeurs de A_{eff} obtenues sans régularisation ($\circ$) et pour la longueur de régularisation à l'amorçage obtenue en appliquant le CC (∇). c) Rapports des FICG à l'amorçage en prenant en compte ou non la zone d'élaboration en fonction de l'angle de l'entaille.

normalisée, sauf pour de grands angles d'entaille ($\beta = 135$ deg.) et de grandes longueurs de régularisation normalisées ($\xi > 5$). L'application du CC permet d'obtenir l'équation à résoudre pour déterminer la longueur de régularisation normalisée et le FICG à l'amorçage de la fissure régularisée :

$$\begin{cases} \frac{A_{\text{eff}}(\xi_c)}{\xi_c} = \frac{1}{\eta^2}, \\ K_{\text{Iapp}} = \left(\frac{E\mathcal{G}_c}{A_{\text{eff}}(\xi_c)} \right)^{1-\lambda} \sigma_c^{2\lambda-1}. \end{cases} \quad (9)$$

On peut noter que ξ_c ne dépend que de la fonction A_{eff} et de η , donc de la géométrie (angle de l'entaille en V), du coefficient de Poisson du matériau et du chargement. Cela signifie que pour un angle d'entaille en V et un coefficient de Poisson fixés, on démontre que la longueur d'amorçage est proportionnelle à la longueur de régularisation. Cela confirme des résultats précédemment observés en comparant des simulations menées avec le CC et le champ de phase [49, 52]. Pour les angles d'entaille en V considérés, on trouve des ξ_c entre 1.6 et 2.1 (Fig. 6a). L'angle de l'entaille semble donc avoir une influence modérée sur la longueur de régularisation normalisée. La zone d'élaboration résultante a néanmoins une influence significative sur le TREI normalisé qui diminue par rapport au cas d'une fissure non régularisée (Fig. 6b). La diminution du TREI est d'autant plus importante par rapport au cas d'une fissure non régularisée lorsque l'angle de l'entaille diminue. Ainsi, le rapport entre les FICG d'amorçage obtenus dans les cas d'une fissure régularisée ou non diminue lorsque l'angle d'entaille augmente. Dans tous les cas, la présence de la zone d'élaboration autour de la fissure se traduit par un FICG d'amorçage plus grand que pour une fissure non régularisée (Fig. 6c).

3.3 Comparaison avec le champ de phase

L'approche proposée permet d'étudier, avec le CC, l'amorçage d'une fissure régularisée, dont la taille de la zone d'élaboration est soit définie de manière indépendante (perspective du présent travail), soit fixée à partir de la corrélation précédemment établie avec la résistance en traction du matériau (choix adopté ici). On illustre l'application de cette approche dans le cas d'un échantillon en céramique avec une entaille en V, soumis à une sollicitation de flexion trois-points [58]. On suppose que la surface de rupture du matériau est de type Rankine. La Fig. 7a montre les variations de FICG à l'amorçage de la fissure obtenues avec i) le CC pour une fissure régularisée, ii) le CC pour une fissure non régularisée et iii) un modèle de rupture par champ de phase (formulation AT1). Pour le modèle champ de phase, la longueur de régularisation est

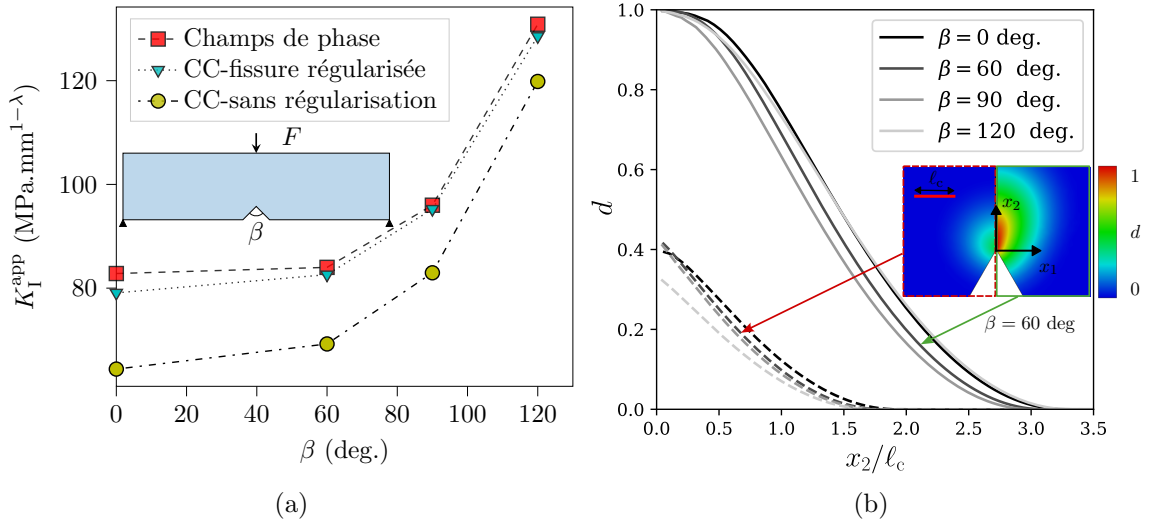


FIGURE 7 – a) FICG à l'amorçage de la fissure dans une éprouvette avec une entaille en V sollicitée en flexion trois-points obtenus avec le CC pour une fissure régularisée ou non régularisée et avec un modèle de rupture par champ de phase. b) Variation de la variable d'endommagement le long de la bissectrice de l'entaille obtenue i) au maximum de force ou ii) lorsque la variable d'endommagement atteint 1 localement.

ajustée en fonction de l'angle de l'entaille pour suivre la surface de rupture de type Rankine, il en résulte les longueurs de régularisation données dans le Tab. 1. Les courbes force-déplacement

Angle de l'entaille β (deg.)	0	60	90	120
Champ de phase - ℓ_c (μm)	26	28	34	36
CC - longueur d'amorçage ℓ_i (μm)	21.6	21.4	22.3	24.1
CC - ξ_c	1.42	1.63	1.77	1.75
CC - zone d'élaboration $\xi_c \ell_i$ (μm)	30.6	34.5	39.7	42.3

TABLE 1 – Longueur de régularisation (ℓ_c) utilisée dans le modèle de rupture par champ de phase pour suivre une surface de rupture de type Rankine. Longueur d'amorçage (ℓ_i) obtenue avec le CC pour une fissure régularisée, taille de la zone d'élaboration correspondante normalisée (ξ_c) ou non ($\xi_c \ell_i$).

obtenues avec le modèle de rupture par champ de phase sont linéaires jusqu'à la rupture qui correspond à une chute brutale de force. Le FICG apparent à l'amorçage de la fissure est calculé

à partir de la force maximale avant rupture [58]. Que la zone d'élaboration soit prise en compte ou non, des tendances similaires sont obtenues en utilisant les deux approches. Dans le cas où la régularisation est ignorée, un FICG à l'amorçage inférieur est obtenu. On trouve un résultat similaire à l'exemple présenté en Section 2.3.2 avec un FICG obtenu par champ de phase qui surestime celui obtenu avec le CC pour une fissure non régularisée, la différence diminuant avec l'augmentation de l'angle d'entaille. La prise en compte de la zone d'élaboration dans le CC permet de trouver des FICG relativement similaires avec ceux obtenus par champ de phase (différence inférieure à 5%). Le Tab. 1 donne les longueurs d'amorçage et les longueurs de régularisation normalisées obtenues en résolvant le CC pour une fissure régularisée. Cela permet d'estimer la taille de la zone d'élaboration de la fissure régularisée, que l'on peut comparer à la longueur de régularisation utilisée dans le modèle champ de phase. Les tailles de zone d'élaboration obtenues en utilisant le CC pour une fissure régularisée sont environ 20% plus grandes que celles utilisées dans les modèles de rupture par champ de phase.

Les différences entre le CC appliqué à une fissure régularisée et les calculs champ de phase peuvent être expliquées en observant le champ d'endommagement correspondant à la force maximale avant l'amorçage dans les calculs champ de phase (Fig. 7b). En complément, le champ d'endommagement au premier instant pour lequel $d = 1$ est également représenté. On observe qu'avant l'amorçage de la fissure correspondant à la chute soudaine de la force, une zone d'endommagement est établie de sorte que la variable d'endommagement atteint une valeur maximale d'environ 0.3 à 0.4 selon l'angle de l'entaille en V. On peut voir que l'étendue de la zone d'élaboration est alors d'environ $1.5\ell_c$ le long de la bissectrice de l'entaille, soit la moitié de sa taille de la zone d'élaboration (*i.e.* environ $3\ell_c$) lorsque l'endommagement atteint $d = 1$ pour la première fois. La zone d'élaboration avant l'amorçage de la fissure n'est pas prise en compte dans l'application du CC à la fissure régularisée, ce qui explique les différences observées en termes de FICG et de longueur de régularisation.

La zone d'élaboration a précédemment été observée au niveau de l'entaille en V par Tanné *et al.* [257], et discutée dans plusieurs articles dans le cas particulier d'une fissure [49][140, 241]. Dans ce dernier cas, On obtient des chargements critiques auxquels la fissure propage différents si des conditions limites de Dirichlet ($\hat{d} = 1$) sont prédéfinies ou non le long des faces de la fissure. Il est par exemple essentiel de définir ces conditions initiales sur une distance au moins égale à la longueur de régularisation pour récupérer la solution de Griffith dans le cas d'une fissure suffisamment longue [49, 51]. Sans ces conditions initiales, le chargement critique de propagation de fissures est plus élevé car une partie de l'énergie disponible est dissipée pour développer la zone d'élaboration avant la propagation de la fissure. Ces observations amènent à discuter du fait d'imposer ou non des conditions initiales de Dirichlet sur la variable d'endommagement dans le cas d'une entaille en V, et plus généralement au niveau d'un point singulier ou d'une concentration de contrainte lors de l'utilisation de modèles de rupture par champ de phase.

Au delà de la définition des conditions initiales, la description du développement de la zone d'élaboration avant l'amorçage paraît essentielle pour traiter certaines configurations d'amorçage et de propagation de fissures évoquées en introduction (*e.g.* amorçage d'une fissure au niveau d'une singularité forte). La propagation d'une fissure sous sollicitation de cisaillement anti-plan est un exemple qui illustre bien l'intérêt de cette description. Les observations expérimentales montrent que la propagation de fissures en mode III opère via la fragmentation d'un front initial sous la forme de facettes inclinées par rapport à la direction de la fissure initiale (Fig. 8). La densité de ces facettes diminue à mesure que l'on s'éloigne du front initial de la fissure par un effet d'écrantage entre facettes d'une part [220], et de coalescence entre facettes d'autre part [87]. Ces deux mécanismes amènent à une rotation macroscopique de la fissure de sorte à retrouver une propagation en mode d'ouverture [146]. La topologie et l'orientation des facettes ne sont

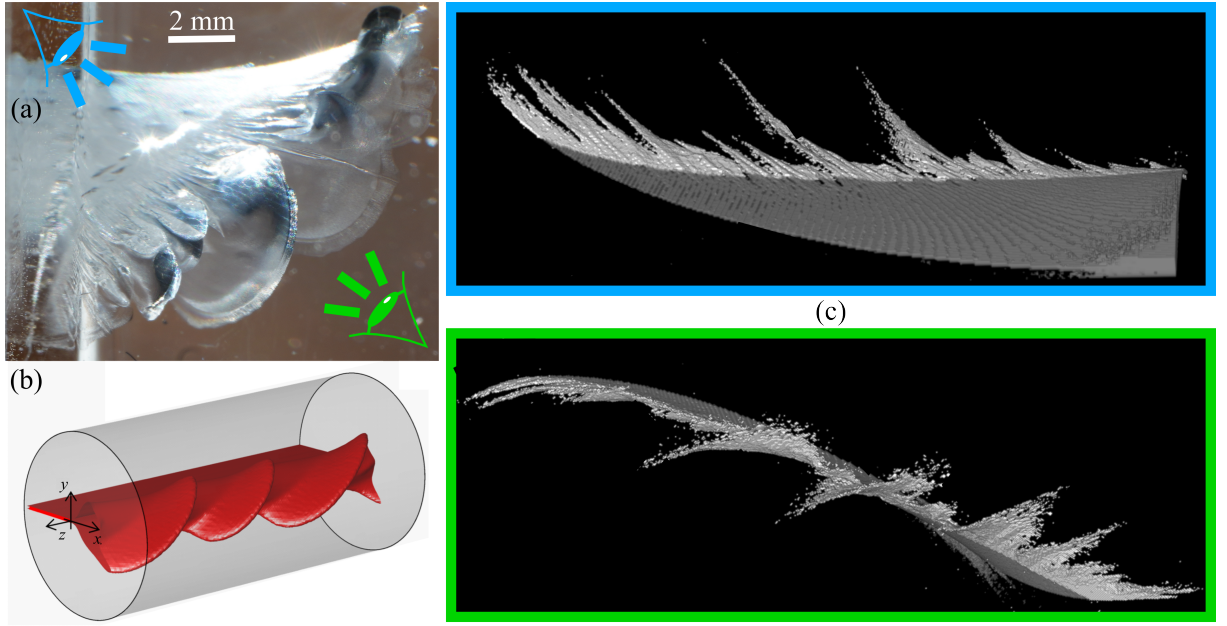


FIGURE 8 – a) Photographie d'un front de fissure fragmenté en facettes obtenu sous sollicitation de mode III, (b) topologie de la fissure obtenue numériquement en mode III pur par une approche de rupture par champ de phase et (c) observations au tomographe de la topologie tridimensionnelle de la fissure.

pas bien décrites par la MLER ou avec le CC, qui prévoient qu'une propagation de fissure rectiligne est énergétiquement plus favorable [29][193, 194]. Il s'avère qu'une approche de rupture par champ de phase reproduit bien la topologie des facettes observées expérimentalement, par exemple sous sollicitation en mode III pur [52] (Fig. 8). Etant données les similarités précédemment décrites entre le CC et les approches de rupture par champ de phase, et la proximité des résultats obtenus avec les deux méthodes dans un certain nombres de configurations [32, 49, 52], on peut en déduire que la description de la zone d'élaboration est l'ingrédient manquant dans le CC pour bien représenter la géométrie des facettes observées expérimentalement sous sollicitation de cisaillement anti-plan. Une perspective consistera à déterminer si la description de l'amorçage des facettes comme des fissures régularisées est suffisante pour montrer qu'elles sont la configuration la plus favorable, ou s'il faut également prendre en compte le développement de la zone d'élaboration avant l'amorçage des facettes.

4 Perspectives

La description de la zone d'élaboration avant l'amorçage d'une fissure (régularisée ou non) apparaît comme la perspective immédiate aux travaux présentés dans ce chapitre. Du point de vue des modèles de rupture par champ de phase, la zone d'élaboration se développe naturellement et la question en suspens concerne la définition de conditions de Dirichlet au niveau d'une singularité autre qu'une fissure, ou d'une concentration de contrainte. Du point de vue du CC, la définition de la zone d'élaboration avant l'amorçage de la fissure permettrait d'amener l'utilisation du CC pour prévoir l'amorçage de fissures dans les matériaux quasi-fragiles. On peut envisager de décrire la zone d'élaboration en utilisant tout type de régularisation (avant amorçage et/ou autour de la fissure), y compris la régularisation offerte par les modèles de rupture par

champ de phase. Une caractérisation expérimentale fine du développement de la zone d'élaboration selon la description choisie est alors nécessaire [68, 235]. On peut noter au passage que des premiers travaux en ce sens ont déjà été menés via l'approche asymptotique du CC pour décrire une zone endommagée au niveau d'une entaille en V [168] ou prendre en compte l'amorçage et la propagation de fissures dans un matériau avec un comportement endommageable [172]. Les travaux présentés dans ce chapitre concernent l'étude de l'amorçage d'une fissure régularisée en utilisant le CC implémenté avec deux paramètres d'entrée ($\mathcal{G}_c$ et la surface de rupture) et en définissant l'étendue de la zone d'élaboration sur la base de la corrélation entre ℓ_c et σ_c . Toutefois, rien n'empêche d'envisager une implémentation du CC à trois paramètres d'entrée (ℓ_c , $\mathcal{G}_c$ et la surface de rupture) avec une définition de la taille de la zone d'élaboration décorrélée de la surface de rupture du matériau. Ces perspectives pourraient mener vers la formalisation d'une théorie de la mécanique de la rupture d'une fissure régularisée, qui pourrait être alimentée par l'approche asymptotique du CC pour y intégrer l'amorçage et la propagation d'une fissure avec une zone d'élaboration, en prenant également en compte la présence initiale ou le développement de cette zone d'élaboration avant amorçage.

Conclusion générale et perspectives

A travers la présentation de mes activités de recherche, j'ai cherché à montrer l'intérêt de mettre en place des modèles de description de l'amorçage de fissures. Les perspectives aux travaux présentés y sont intimement liées :

Céramiques non fragiles L'utilisation des modèles pour décrire l'amorçage de fissures amène une compréhension supplémentaire dans le lien microstructure-propriétés des matériaux et peut aider à développer de nouveaux matériaux dont certaines propriétés dépassent les limites auparavant hors d'atteinte, comme la possibilité d'élaborer des matériaux céramiques dont la rupture n'est pas fragile. L'exemple des céramiques BM illustre cette opportunité avec le mécanisme de déviation de fissures observé pour une orientation spécifique du matériau. Malgré le peu de travaux disponibles concernant la résistance (sur des échantillons non entaillés) et l'anisotropie de ces matériaux, l'étude de leur rupture pour d'autres orientations de plaquettes que celles principalement étudiées dans la littérature met en évidence d'autres mécanismes de renforcement de la ténacité, tels que le confinement de fissures à l'amorçage. Le lien entre ces mécanismes opérant au niveau des interfaces entre plaquettes à l'échelle de la microstructure et les propriétés à rupture macroscopiques du matériau montre l'intérêt de se tourner vers une élaboration contrôlée des interfaces pour aboutir à un bon compromis entre ténacité et résistance. La zircone est un autre type de céramiques qui peut présenter une rupture non fragile grâce à un phénomène de transformation de phase [90]. La combinaison des deux concepts (céramique BM avec des interfaces en zircone) semble une voie prometteuse dans l'élaboration de céramiques plus tenaces, et font l'objet des travaux de thèse de B. Bert depuis Octobre 2023.

Mesures de champs et céramiques L'utilisation de mesures de champs et notamment la corrélation d'images numériques (CIN) a amené les essais d'amorçage et de propagation de fissures à un niveau de compréhension détaillé, avec la possibilité d'extraire des conditions aux limites réalistes, de pouvoir identifier des propriétés matériaux à l'aide de champs complets, de calculer des facteurs d'intensité de contraintes généralisés [27] ou encore de caractériser des fissures [125] ou des zones d'élaboration [235]. Toutefois, l'utilisation de la CIN n'est pas forcément adaptée aux céramiques qui se déforment peu. D'autres approches telles que la spectroscopie Raman semblent prometteuses pour mesurer des champs de déformations ou de contraintes. Combiner ces mesures avec des approches de mécanique de la rupture et notamment pour l'amorçage des fissures permettrait d'améliorer la caractérisation des propriétés à rupture des céramiques. Des travaux en ce sens sont actuellement menés dans la thèse de J. Chalony depuis Janvier 2024.

Caractérisation expérimentale de l'amorçage de fissures La compréhension intrinsèque du phénomène d'amorçage est encore ouverte de mon point de vue et fait l'objet d'une perspective à mener dans les années à venir. Sa caractérisation expérimentale sera cruciale pour améliorer la compréhension et ouvrir des perspectives d'orientation des approches décrivant l'amorçage de fissures. On a vu par exemple que le CC fait émerger la longueur d'amorçage comme une longueur caractéristique du problème. Peut-on prouver expérimentalement l'existence de cette longueur, ou bien est-ce seulement un artefact du modèle qui traduit un autre phénomène phy-

sique ? On voit ici tout l'intérêt de mettre en place des approches de caractérisation permettant de déterminer comment se crée la fissure et quels sont les profils de vitesse de fissuration durant l'étape l'amorçage. Ce type de caractérisations bénéficiera d'une instrumentation telle que l'utilisation de caméras rapides ou de systèmes d'émission acoustique. Au delà des perspectives précédemment évoquées, liées aux approches de classification des mécanismes d'endommagement/de création de bibliothèques hybrides, l'émission acoustique pourrait être orientée vers un objectif d'identification inverse de la dynamique d'amorçage de fissures.

Quel futur pour le critère couplé ? Je termine ce manuscrit avec quelques considérations concernant le critère couplé. Ce modèle a gagné en maturité au fil des développements successifs proposés depuis sa création par Dominique Leguillon en 2002, pour parvenir à un formalisme suffisamment général pour traiter de la rupture fragile des matériaux et des structures. De mon point de vue, son atout premier est qu'il offre une compréhension fine de l'origine de l'amorçage d'une fissure. En étudiant des configurations qui n'arrivent pas en réalité, il permet d'apprécier la transition entre ces configurations et celles pour lesquelles la fissure amorce. Le CC n'a pas (encore ?) les avantages d'autres modèles qui permettent de gérer facilement la propagation d'une multitude de fissures ou de déterminer la trajectoire des fissures de manière autonome, mais il permet d'affiner la compréhension des autres modèles de rupture à travers un dialogue qui ne peut qu'améliorer la compréhension des phénomènes de rupture. L'une des perspectives dans le développement futur du CC sera notamment d'intégrer la description d'une zone d'élaboration. Cela étendra l'application du CC au delà de la rupture des matériaux fragiles, avec la possibilité d'étudier des matériaux présentant une zone d'élaboration localement autour de la fissure, ou qui se développe avant l'étape d'amorçage de la fissure. On pourrait également s'interroger sur la pertinence de la possibilité d'amener le CC à l'étude des phénomènes de rupture ductile, par exemple en décrivant la nucléation et la coalescence de cavités.

Bibliographie personnelle

- [1] Carrère, N., **Doitrand, A.**, Conan, M., Martin, E. : Mechanisms of transverse cracking induced by adjacent ply matrix cracks in composite laminates. *Comptes Rendus. Mécanique* **353**, 359–377 (2025). doi:[10.5802/crmeca.286](https://doi.org/10.5802/crmeca.286)
- [2] Carrère, N., **Doitrand, A.**, Martin, E., Leguillon, D. : Theoretical study based on 2D assumptions of the influence of small pores on crack initiation in adhesively bonded joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives* **111**, 102979 (2021). doi:[10.1016/j.ijadhadh.2021.102979](https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2021.102979)
- [3] Chen, X., **Doitrand, A.**, Godin, N., Fusco, C. : Dynamic crack initiation in circular hole PMMA plates considering nonlinear elastic material behavior. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **124**, 103783 (2023). doi:[10.1016/j.tafmec.2023.103783](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2023.103783)
- [4] Chen, X., **Doitrand, A.**, Godin, N., Fusco, C. : On the importance of the cracking process description for dynamic crack initiation simulation. *Engineering Fracture Mechanics* **310**, 110473 (2024). doi:[10.1016/j.engfracmech.2024.110473](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110473)
- [5] Chen, X., Godin, N., **Doitrand, A.**, Fusco, C. : Reduction in the sensor effect on acoustic emission data to create a generalizable library by data merging. *Sensors* **24**(8) (2024). doi:[10.3390/s24082421](https://doi.org/10.3390/s24082421)
- [6] **Doitrand, A.**, Cornetti, P., Sapora, A., Estevez, R. : Experimental and theoretical characterization of mixed mode brittle failure from square holes. *International Journal of Fracture* **228**, 33–43 (2021). doi:[10.1007/s10704-020-00512-9](https://doi.org/10.1007/s10704-020-00512-9)
- [7] **Doitrand, A.**, Duminy, T., Girard, H., Chen, X. : A review of the coupled criterion. *Journal of Theoretical, Computational and Applied Mechanics* (2024). doi:[10.46298/jtcam.11072](https://doi.org/10.46298/jtcam.11072). URL <https://jtcam.episciences.org/11072>
- [8] **Doitrand, A.**, Estevez, R., Leguillon, D. : Comparison between cohesive zone and coupled criterion modeling of crack initiation in rhombus hole specimens under quasi-static compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **99**, 51–59 (2019). doi:[10.1016/j.tafmec.2018.11.007](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2018.11.007)
- [9] **Doitrand, A.**, Estevez, R., Leguillon, D. : Experimental characterization and numerical modeling of crack initiation in rhombus hole PMMA specimens under compression. *European Journal of Mechanics A/Solids* **76**, 290–299 (2019). doi:[10.1016/j.euromechsol.2019.04.013](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2019.04.013)
- [10] **Doitrand, A.**, Estevez, R., Thibault, M., Leplay, P. : Fracture and cohesive parameter identification of refractories by digital image correlation up to 1200°C. *Experimental Mechanics* **60**, 577–590 (2020). doi:[10.1007/s11340-020-00584-7](https://doi.org/10.1007/s11340-020-00584-7)

- [11] **Doitrand, A.**, Fagiano, C., Carrère, N., Chiaruttini, V., Hirsekorn, M. : Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion. *Engineering Fracture Mechanics* **169**, 189–200 (2017). doi:[10.1016/j.engfracmech.2016.11.021](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.11.021)
- [12] **Doitrand, A.**, Fagiano, C., Chiaruttini, V., Leroy, F., Mavel, A., Hirsekorn, M. : Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading. *Composites Science and Technology* **119**, 1–11 (2015). doi:[10.1016/j.compscitech.2015.09.015](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2015.09.015)
- [13] **Doitrand, A.**, Fagiano, C., Hild, F., Chiaruttini, V., Mavel, A., Hirsekorn, M. : Mesoscale analysis of damage growth in woven composites. *Composites : Part A* **96**, 77–88 (2017). doi:[10.1016/j.compositesa.2017.02.018](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2017.02.018)
- [14] **Doitrand, A.**, Fagiano, C., Irisarri, F., Hirsekorn, M. : Comparison between voxel and consistent meso-scale models of woven composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* **73**, 143–154 (2015). doi:[10.1016/j.compositesa.2015.02.022](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.02.022)
- [15] **Doitrand, A.**, Fagiano, C., Leroy, F., Mavel, A., Hirsekorn, M. : On the influence of fabric layer shifts on the strain distributions in a multi-layer woven composite. *Composite Structures* **145**, 15–25 (2016). doi:[10.1016/j.compstruct.2016.02.054](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.02.054)
- [16] **Doitrand, A.**, Henry, R., Chevalier, J., Meille, S. : Revisiting the strength of micron-scale ceramic platelets. *Journal of the American Ceramic Society* **103**, 6991– 7000 (2020). doi:[10.1111/jace.17148](https://doi.org/10.1111/jace.17148)
- [17] **Doitrand, A.**, Henry, R., Lube, T., Meille, S. : Size effect assessment by Weibull’s approach and the coupled criterion. *Engineering Fracture Mechanics* **256**, 107979 (2021). doi:[10.1016/j.engfracmech.2021.107979](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.107979)
- [18] **Doitrand, A.**, Henry, R., Meille, S. : Brittle material strength and fracture toughness estimation from four-point bending test. *Journal of Theoretical, Computational, and Applied Mechanics* (2021). doi:[10.46298/jtcam.6753](https://doi.org/10.46298/jtcam.6753)
- [19] **Doitrand, A.**, Henry, R., Meille, S. : Explanation of edge defect influence on sapphire bending strength scatter using the coupled criterion. *Journal of the European Ceramic Society* **45**(4), 117052 (2025). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2024.117052](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2024.117052)
- [20] **Doitrand, A.**, Henry, R., Saad, H., Deville, S., Meille, S. : Determination of interface fracture properties by micro- and macro-scale experiments in nacre-like alumina. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **145**, 104143 (2020). doi:[10.1016/j.jmps.2020.104143](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2020.104143)
- [21] **Doitrand, A.**, Henry, R., Zacharie-Aubrun, I., Gatt, J., Meille, S. : UO₂ micron scale specimen fracture : Parameter identification and influence of porosities. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **108**, 102665 (2020). doi:[10.1016/j.tafmec.2020.102665](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102665)
- [22] **Doitrand, A.**, Leguillon, D. : 3D application of the coupled criterion to crack initiation prediction in epoxy/aluminum specimens under four point bending. *International Journal of Solids and Structures* **143**, 175–182 (2018). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2018.03.005](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.03.005)
- [23] **Doitrand, A.**, Leguillon, D. : Comparison between 2D and 3D applications of the coupled criterion to crack initiation prediction in scarf adhesive joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives* **85**, 69–76 (2018). doi:[10.1016/j.ijadhadh.2018.05.022](https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2018.05.022)

-
- [24] **Doitrand, A.**, Leguillon, D. : Numerical modeling of the nucleation of facets ahead of a primary crack under mode I+III. *International Journal of Fracture* **123**(1), 37–50 (2018). doi:[10.1007/s10704-018-0305-8](https://doi.org/10.1007/s10704-018-0305-8)
- [25] **Doitrand, A.**, Leguillon, D. : Asymptotic analysis of pore crack initiation near a free edge. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **116**, 103125 (2021). doi:[10.1016/j.tafmec.2021.103125](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2021.103125)
- [26] **Doitrand, A.**, Leguillon, D. : V-notch crack initiation by the coupled criterion considering plasticity. *International Journal of Fracture* **249**, 2 (2025). doi:[10.1007/s10704-024-00822-2](https://doi.org/10.1007/s10704-024-00822-2)
- [27] **Doitrand, A.**, Leguillon, D., Estevez, R. : Experimental determination of generalized stress intensity factors from full-field measurements. *Engineering Fracture Mechanics* **230**, 106980 (2020). doi:[10.1016/j.engfracmech.2020.106980](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.106980)
- [28] **Doitrand, A.**, Leguillon, D., Martin, E. : Computation of generalized stress intensity factors of 3D singularities. *International Journal of Solids and Structures* **190**, 271–280 (2020). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2019.11.019](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.11.019)
- [29] **Doitrand, A.**, Leguillon, D., Molnár, G., Lazarus, V. : Revisiting facet nucleation under mixed mode I+III loading with T-stress and mode-dependent fracture properties. *International Journal of Fracture* **242**, 85–106 (2023). doi:[10.1007/s10704-023-00703-0](https://doi.org/10.1007/s10704-023-00703-0)
- [30] **Doitrand, A.**, Martin, E., Leguillon, D. : Numerical implementation of the coupled criterion : Matched asymptotic and full finite element approaches. *Finite Element in Analysis and Design* **168**, 103344 (2020). doi:[10.1016/j.finel.2019.103344](https://doi.org/10.1016/j.finel.2019.103344)
- [31] **Doitrand, A.**, Molnár, G. : Understanding regularized crack initiation through the lens of finite fracture mechanics. *International Journal of Fracture* **249**, 12 (2024). doi:[10.1007/s10704-024-00837-9](https://doi.org/10.1007/s10704-024-00837-9)
- [32] **Doitrand, A.**, Molnár, G., Estevez, R., Gravouil, A. : Strength-based regularization length in phase field fracture. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **124**, 103728 (2023). doi:[10.1016/j.tafmec.2022.103728](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103728)
- [33] **Doitrand, A.**, Molnár, G., Leguillon, D., Martin, E., Carrère, N. : Dynamic crack initiation assessment with the coupled criterion. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **93**, 104483 (2022). doi:[10.1016/j.euromechsol.2021.104483](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2021.104483)
- [34] **Doitrand, A.**, Rubeck, S., Meille, S., Chevalier, J., Steyer, P., Gallois-Garreignot, S. : Influence of debonding and substrate plasticity on thin film multicracking. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **131**, 104375 (2024). doi:[10.1016/j.tafmec.2024.104375](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104375)
- [35] **Doitrand, A.**, Sapora, A. : Nonlinear implementation of Finite Fracture Mechanics : A case study on notched Brazilian disk samples. *International Journal of Non-Linear Mechanics* **119**, 103245 (2020). doi:[10.1016/j.ijnonlinmec.2019.103245](https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2019.103245)
- [36] Duminy, T., Ayyalasomayajula, V., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Influence of elastic and toughness anisotropy on crack initiation. *International Journal of Solids and Structures* **302**, 112950 (2024). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2024.112950](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2024.112950)

- [37] Duminy, T., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Fracture parameter identification by digital image correlation and finite fracture mechanics for millimeter-scale samples. *Engineering Fracture Mechanics* **295**, 109770 (2024). doi:[10.1016/j.engfracmech.2023.109770](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109770)
- [38] Duminy, T., Henry, R., Adrien, J., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Anisotropic fracture in nacre-like alumina. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **123**, 103710 (2023). doi:[10.1016/j.tafmec.2022.103710](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103710)
- [39] Ferrian, F., Sapora, A., Estevez, R., **Doitrand, A.** : Failure assessment of eccentric circular holes under compressive loading. *International Journal of Fracture* (2024). doi:[10.1007/s10704-024-00805-3](https://doi.org/10.1007/s10704-024-00805-3)
- [40] Girard, H., **Doitrand, A.**, Koohbor, B., Rinaldi, R., Godin, N., Bikard, J. : Comparison between 2D and 3D fiber-matrix debonding simulation for inverse identification of interface fracture properties (2024). doi:<https://hal.science/hal-04431332>
- [41] Girard, H., **Doitrand, A.**, Koohbor, B., Rinaldi, R., Godin, N., Long, D., Bikard, J. : Influence of nearby fiber on fiber-matrix debonding : Coupled criterion prediction and debonding shape determination. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **183**, 105498 (2024). doi:[10.1016/j.jmps.2023.105498](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2023.105498)
- [42] Girard, H., **Doitrand, A.**, Koohbor, B., Rinaldi, R., Godin, N., Long, D., Bikard, J., Trouillet-Fonti, L. : Numerical simulation of fiber-matrix debonding : Inverse identification of interface properties. *Engineering Fracture Mechanics* **286**, 109254 (2023). doi:[10.1016/j.engfracmech.2023.109254](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109254)
- [43] Girard, H., Koohbor, B., **Doitrand, A.**, Livingston, R. : Experimental characterization of in-plane debonding at fiber-matrix interface using single glass macro fiber samples. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* **171**, 107573 (2023). doi:[10.1016/j.compositesa.2023.107573](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2023.107573)
- [44] Guo, J., **Doitrand, A.**, Sarr, C., Chataigner, S., Gaillet, L., Godin, N. : Numerical voids detection in bonded metal/composite assemblies using acousto-ultrasonic method. *Applied Sciences* **12**(9) (2022). doi:[10.3390/app12094153](https://doi.org/10.3390/app12094153)
- [45] Hamam, Z., Godin, N., Fusco, C., **Doitrand, A.**, Monnier, T. : Acoustic emission signal due to fiber break and fiber matrix debonding in model composite : A computational study. *Applied Sciences* **11**(18) (2021). doi:[10.3390/app11188406](https://doi.org/10.3390/app11188406)
- [46] Hamam, Z., Godin, N., Reynaud, P., Fusco, C., Carrère, N., **Doitrand, A.** : Transverse cracking induced acoustic emission in carbon fiber-epoxy matrix composite laminates. *Materials* **15**, 394 (2022). doi:[10.3390/ma15010394](https://doi.org/10.3390/ma15010394)
- [47] Henry, R., Saad, H., **Doitrand, A.**, Deville, s., Meille, S. : Interface failure in nacre-like alumina. *Journal of the European Ceramic Society* **40**(13), 4694–4699 (2020). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2020.05.068](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2020.05.068)
- [48] Jiménez-Alfaro, S., García, I., **Doitrand, A.** : Review of the matched asymptotic approach of the coupled criterion. *Comptes Rendus. Mécanique* **353**, 339–357 (2025). doi:[10.5802/crmeca.285](https://doi.org/10.5802/crmeca.285)

-
- [49] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Estevez, R., Gravouil, A. : Toughness or strength ? regularization in phase-field fracture explained by the coupled criterion. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **109**, 102736 (2020). doi:[10.1016/j.tafmec.2020.102736](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102736)
- [50] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Estevez, R., Gravouil, A. : A review of characteristic lengths in the coupled criterion framework and advanced fracture models. *Comptes Rendus. Mécanique* **353**, 91–111 (2025). doi:[10.5802/crmeca.280](https://doi.org/10.5802/crmeca.280)
- [51] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Jaccon, A., Prabel, B., Gravouil, A. : Thermodynamically consistent linear-gradient damage model in abaqus. *Engineering Fracture Mechanics* **266**, 108390 (2022). doi:[10.1016/j.engfracmech.2022.108390](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2022.108390)
- [52] Molnár, G., **Doitrand, A.**, Lazarus, V. : Phase-field simulation and coupled criterion link echelon cracks to internal length in antiplane shear. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **188**, 105675 (2024). doi:[10.1016/j.jmps.2024.105675](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2024.105675)
- [53] Rajinthan, L., Fritz, S., Galkov, I., Jiang, L., Fournier, S., Bernard, J., Meille, S., **Doitrand, A.**, Baeza, G. : Nacre-like composites with a soft thermoplastic elastomer matrix. *Composites Science and Technology* **244**, 110302 (2023). doi:[10.1016/j.compscitech.2023.110302](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2023.110302)
- [54] Ricardo, L., Leguillon, D., Parry, G., **Doitrand, A.** : Modeling the thermal shock induced cracking in ceramics. *Journal of the European Ceramic Society* **40**, 1513–1521 (2020). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2019.11.071](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2019.11.071)
- [55] Uddin, K., Girard, H., Mennie, N., **Doitrand, A.**, Koohbor, B. : Simultaneous measurement of fiber-matrix interface debonding and tunneling using a dual-vision experimental setup. *Experimental Mechanics* (2024). doi:[10.1007/s11340-024-01111-8](https://doi.org/10.1007/s11340-024-01111-8)
- [56] Uhl, J., **Doitrand, A.**, Meille, S. : Variability in porous ceramic fracture : Influence of apparent density and critical pores. *Journal of the European Ceramic Society* **43**(7), 2875–2883 (2023). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2022.05.020](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2022.05.020). 17th European Inter-Regional Conference on Ceramics

Bibliographie

- [57] Abando, N., Saad, H., Monclús, M., Deville, S., Molina-Aldareguia, J., Roa, J. : Anisotropy effect of bioinspired ceramic/ceramic composites : Can the platelet orientation enhance the mechanical properties at micro- and submicrometric length scale ? *Journal of the European Ceramic Society* **41**(4), 2753–2762 (2021). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2020.12.039](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2020.12.039)
- [58] Abaza, A., Laurencin, J., Nakajo, A., Meille, S., Debayle, J., Leguillon, D. : Prediction of crack nucleation and propagation in porous ceramics using the phase-field approach. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **119**, 103349 (2022). doi:[10.1016/j.tafmec.2022.103349](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103349)
- [59] Akurati, S., Jansson, A., Jones, J., Ghosh, D. : Deformation mechanisms in ice-templated alumina–epoxy composites for the different directions of uniaxial compressive loading. *Materialia* **16**, 101054 (2021). doi:[10.1016/j.mtla.2021.101054](https://doi.org/10.1016/j.mtla.2021.101054)
- [60] Amor, H., Marigo, J., Maurini, C. : Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact : Numerical experiments. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **57**(8), 1209 – 1229 (2009). doi:[10.1016/j.jmps.2009.04.011](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2009.04.011)
- [61] Anastassopoulos, A., Philippidis, T. : Clustering methodology for the evaluation of acoustic emission from composites. *Journal of acoustic emission* **13**, 11–22 (1995). doi:[10.1016/s0963-8695\(97\)85511-9](https://doi.org/10.1016/s0963-8695(97)85511-9)
- [62] Aranda, M., Leguillon, D. : Prediction of failure of hybrid composites with ultra-thin carbon/epoxy layers using the coupled criterion. *Engineering Fracture Mechanics* **281**, 109053 (2023). doi:[10.1016/j.engfracmech.2023.109053](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109053)
- [63] Arumugam, V., Sajith, S., Stanley, A. : Acoustic emission characterization of failure modes in GFRP laminates under mode I delamination. *Journal of Nondestructive Evaluation* **30**(3), 213–219 (2011). doi:[10.1007/s10921-011-0109-5](https://doi.org/10.1007/s10921-011-0109-5)
- [64] Aveston, J., Kelly, A. : Theory of multiple fracture of fibrous composites. *Journal of Materials Science* **8**(3), 352–362 (1973). doi:[10.1007/BF00550155](https://doi.org/10.1007/BF00550155)
- [65] Awerbuch, J., Madhukar, M. : Notched strength of composite laminates : Predictions and experiments—a review. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* **4**(1), 3–159 (1985). doi:[10.1177/073168448500400102](https://doi.org/10.1177/073168448500400102)
- [66] Baker, C., Morscher, G., Pujar, V., Lemanski, J. : Transverse cracking in carbon fiber reinforced polymer composites : Modal acoustic emission and peak frequency analysis. *Composites Science and Technology* **116**, 26–32 (2015). doi:[10.1016/j.compscitech.2015.05.005](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2015.05.005)

- [67] Baldassari, M., Monaco, A., Sapora, A., Cornetti, P. : Size effect on flexural strength of notched and un-notched concrete and rock specimens by finite fracture mechanics. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* p. 103787 (2023). doi:[10.1016/j.tafmec.2023.103787](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2023.103787)
- [68] Baranger, T., Andrieux, S. : A computational method for the identification of plastic zones and residual stress in elastoplastic structures. In : *7th International Conference on Computational Methods*, Berkely, CA, USA, vol. 1, p. 933–935 (2016)
- [69] Barenblatt, G. : The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. general ideas and hypotheses. axially-symmetric cracks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **23**(3), 622–636 (1959). doi:[10.1016/0021-8928\(59\)90157-1](https://doi.org/10.1016/0021-8928(59)90157-1)
- [70] Bažant, Z., Pfeiffer, P. : Determination of fracture energy from size effect and brittleness number. *ACI Materials J.* **84**, 463–480 (1987). doi:[10.14359/2526](https://doi.org/10.14359/2526)
- [71] Bažant, Z., Xi, Y. : Statistical size effect in quasi-brittle structures : II. nonlocal theory. *ASCE J. Eng. Mech.* **117**(11), 2623–2640 (1991). doi:[10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1991\)117:11\(2623\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1991)117:11(2623))
- [72] Bažant, Z. : Size effect on structural strength : a review. *Archive of applied Mechanics* **69**(9-10), 703–725 (1999). doi:[10.1007/s004190050252](https://doi.org/10.1007/s004190050252)
- [73] Bermejo R. Supancic, P., Danzer, R. : Influence of measurement uncertainties on the determination of the Weibull distribution. *J. Eur. Cer. Soc.* **32**, 251–255 (2012). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2011.09.008](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2011.09.008)
- [74] Borden, M., Verhoosel, C., Scott, M., Hughes, T., Landis, C. : A phase-field description of dynamic brittle fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **217-220**, 77 – 95 (2012). doi:[10.1016/j.cma.2012.01.008](https://doi.org/10.1016/j.cma.2012.01.008)
- [75] Bourdin, B. : Numerical implementation of the variational formulation for quasi-static brittle fracture. *Interfaces and Free Boundaries* **9**(3), 411–430 (2007). doi:[10.4171/IFB/171](https://doi.org/10.4171/IFB/171)
- [76] Bourdin, B., Francfort, G., Marigo, J. : Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **48**(4), 797 – 826 (2000). doi:[10.1016/S0022-5096\(99\)00028-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00028-9)
- [77] Bouville, F. : Strong and tough nacre-like aluminas : Process-structure-performance relationships and position within the nacre-inspired composite landscape. *J. Mater. Research* pp. 1–19 (2019). doi:[10.1557/jmr.2019.418](https://doi.org/10.1557/jmr.2019.418)
- [78] Bouville, F., Maire, E., Meille, S., Van de Moortèle, B., Stevenson, A., Deville, S. : Strong, tough and stiff bioinspired ceramics from brittle constituents. *Nat Mater* **13**, 508–514 (2014). doi:[10.1038/nmat3915](https://doi.org/10.1038/nmat3915)
- [79] Brochard, L., Tejada, I.G., Sab, K. : From yield to fracture, failure initiation captured by molecular simulation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **95**, 632–646 (2016). doi:[10.1016/j.jmps.2016.05.005](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.05.005)
- [80] Carpinteri, A., Cornetti, P., Pugno, N., Sapora, A. : The problem of the critical angle for edge and center V-notched structures. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **30**(3), 281–285 (2011). doi:[10.1016/j.euromechsol.2010.12.017](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2010.12.017)

-
- [81] Carrère, N., Martin, E., Leguillon, D. : Comparison between models based on a coupled criterion for the prediction of the failure of adhesively bonded joints. *Engineering Fracture Mechanics* **138**, 185–201 (2015). doi:[10.1016/j.engfracmech.2015.03.004](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.03.004)
- [82] Catalanotti, G., Camanho, P. : A semi-analytical method to predict net-tension failure of mechanically fastened joints in composite laminates. *Composites Science and Technology* **76**, 69–76 (2013). doi:[10.1016/j.compscitech.2012.12.009](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2012.12.009)
- [83] Chan, X., Chua, C., Tan, S., Le Ferrand, H. : Energy dissipation in composites with hybrid nacre-like helicoidal microstructures. *Composites Part B : Engineering* **232**, 109608 (2022). doi:[10.1016/j.compositesb.2021.109608](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.109608)
- [84] Chantikul, P., Bennison, S., Lawn, B. : Role of grain size in the strength and R-curve properties of alumina. *Journal of the American Ceramic Society* **73**(8), 2419–2427 (1990). doi:[10.1111/j.1151-2916.1990.tb07607.x](https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1990.tb07607.x)
- [85] Chao Correias, A., Cornetti, P., Corrado, M., Sapora, A. : Finite fracture mechanics extension to dynamic loading scenarios. *International Journal of Fracture* (2022). doi:[10.1007/s10704-022-00655-x](https://doi.org/10.1007/s10704-022-00655-x)
- [86] Chao Correias, A., Corrado, M., Sapora, A., Cornetti, P. : Size-effect on the apparent tensile strength of brittle materials with spherical cavities. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **116**, 103120 (2021). doi:[10.1016/j.tafmec.2021.103120](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2021.103120)
- [87] Chen, C., Cambonie, T., Lazarus, V., Nicoli, M., Pons, A., Karma, A. : Crack front segmentation and facet coarsening in mixed-mode fracture. *Physical Review Letter* **115**, 265503 (2015). doi:[10.1103/PhysRevLett.115.265503](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.265503)
- [88] Chen, C., Wang, Z., Suo, Z. : Flaw sensitivity of highly stretchable materials. *Extreme Mechanics Letters* **10**, 50–57 (2017). doi:[10.1016/j.eml.2016.10.002](https://doi.org/10.1016/j.eml.2016.10.002). Filling Gaps in Material Property Space : IUTAM Symposium
- [89] Cherepanov, G. : Crack propagation in continuous media. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **31**(3), 503–512 (1967). doi:[10.1016/0021-8928\(67\)90034-2](https://doi.org/10.1016/0021-8928(67)90034-2)
- [90] Chevalier, J., Gremillard, L., Virkar, A., Clarke, D. : The tetragonal-monoclinic transformation in zirconia : Lessons learned and future trends. *Journal of the American Ceramic Society* **92**(9), 1901–1920 (2009). doi:[10.1111/j.1551-2916.2009.03278.x](https://doi.org/10.1111/j.1551-2916.2009.03278.x)
- [91] Cornetti, P., Pugno, N., Carpinteri, A., Taylor, D. : Finite fracture mechanics : A coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics* **73**(14), 2021–2033 (2006). doi:[10.1016/j.engfracmech.2006.03.010](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.03.010)
- [92] Cornetti, P., Sapora, A. : Penny-shaped cracks by finite fracture mechanics. *International Journal of Fracture* **219**, 153–159 (2019). doi:[10.1007/s10704-019-00383-9](https://doi.org/10.1007/s10704-019-00383-9)
- [93] Corre, T., Coret, M., Verron, E., Leblé, B., Le Lay, F. : Experimental full field analysis for dynamic fracture of elastomer membranes. *International Journal of Fracture* **224**, 83–100 (2020). doi:[10.1007/s10704-020-00447-1](https://doi.org/10.1007/s10704-020-00447-1)
- [94] Croquelois, B., Kopp, J., Girardot, J., Tchoreloff, P., Mazel, V. : Dynamic fracture analysis in Brazilian test : application to pharmaceutical tablets. *International Journal of Fracture* **229**(1), 113–124 (2021). doi:[10.1007/s10704-021-00544-9](https://doi.org/10.1007/s10704-021-00544-9)

- [95] Currey, J., Sheppard, P. : Mechanical properties of mother of pearl in tension. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences* **196**(1125), 443–463 (1977). doi:[10.1098/rspb.1977.0050](https://doi.org/10.1098/rspb.1977.0050)
- [96] Dally, J., Fournery, W., Irwin, G. : On the uniqueness of the stress intensity factor — crack velocity relationship. *International Journal of Fracture* **27**(3), 159–168 (1985). doi:[10.1007/BF00017965](https://doi.org/10.1007/BF00017965)
- [97] Danzer, R., Supancic, R., Pascual, J., Lube, T. : Fracture statistics of ceramics - Weibull statistics and deviations from Weibull statistics. *Engng. Fract. Mech.* **74**, 2919–2932 (2007). doi:[10.1016/j.engfracmech.2006.05.028](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.05.028)
- [98] De Groot, P., Wijnen, P., Janssen, R. : Real-time frequency determination of acoustic emission for different fracture mechanisms in carbon/epoxy composites. *Composites Science and Technology* **55**(4), 405–412 (1995). doi:[10.1016/0266-3538\(95\)00121-2](https://doi.org/10.1016/0266-3538(95)00121-2)
- [99] De la Selle, T., Réthoré, J., Weiss, J., Lachambre, J., Deschanel, S. : Signatures of fatigue crack growth from acoustic emission repeaters. *Engineering Fracture Mechanics* **309**, 110388 (2024). doi:[10.1016/j.engfracmech.2024.110388](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110388)
- [100] De Lorenzis, L., Maurini, C. : Nucleation under multi-axial loading in variational phase-field models of brittle fracture. *International Journal of Fracture* **237**(1), 61–81 (2022). doi:[10.1007/s10704-021-00555-6](https://doi.org/10.1007/s10704-021-00555-6)
- [101] Del Piero, G. : A variational approach to fracture and other inelastic phenomena. *Journal of Elasticity* **112**(1), 3–77 (2013). doi:[10.1007/s10659-013-9444-3](https://doi.org/10.1007/s10659-013-9444-3)
- [102] Dia, S., Monnier, T., Godin, N., Zhang, F. : Primary calibration of acoustic emission sensors by the method of reciprocity, theoretical and experimental considerations. In : 30th European Conference on Acoustic Emission Testing - 7th International Conference on Acoustic Emission at University of Granada, 12-15 September 2012. *e-Journal of Non-destructive Testing*, vol. 17 (2012). doi:<https://www.ndt.net/?id=13634>
- [103] Dietzhausen, H., Dong, M., Schmauder, S. : Numerical simulation of acoustic emission in fiber reinforced polymers. *Computational Materials Science* **13**, 23–30 (1998). doi:[10.1016/S0927-0256\(98\)00042-1](https://doi.org/10.1016/S0927-0256(98)00042-1)
- [104] Dormieux, L., Kondo, D. : *Micromechanics of Fracture and Damage*. Wiley (2016). URL <https://books.google.fr/books?id=mkLfCwAAQBAJ>
- [105] Dugdale, D. : Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **8**(2), 100–104 (1960). doi:[10.1016/0022-5096\(60\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(60)90013-2)
- [106] Dunn, M., Suwito, W., Cunningham, S. : Fracture initiation at sharp notches : Correlation using critical stress intensities. *International Journal of Solids and Structures* **34**(29), 3873–3883 (1997). doi:[10.1016/S0020-7683\(96\)00236-3](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(96)00236-3)
- [107] Feilden, E., Giovannini, T., Ni, N., Ferraro, C., Saiz, E., Vandeperre, L., Giuliani, F. : Micromechanical strength of individual Al₂O₃ platelets. *Scripta Materialia* **131**, 55–58 (2017). doi:[10.1016/j.scriptamat.2017.01.008](https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2017.01.008)

-
- [108] Felger, J., Rosendahl, P., Leguillon, D., Becker, W. : Predicting crack patterns at bi-material junctions : A coupled stress and energy approach. *International Journal of Solids and Structures* **164**, 191–201 (2019). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2019.01.015](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.01.015)
- [109] Felger, J., Stein, N., Becker, W. : Mixed-mode fracture in open-hole composite plates of finite-width : An asymptotic coupled stress and energy approach. *International Journal of Solids and Structures* **122-123**, 14–24 (2017). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2017.05.039](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.05.039)
- [110] Ferrian, F., Chao Correias, A., Cornetti, P., Sapora, A. : Size effects on spheroidal voids by finite fracture mechanics and application to corrosion pits. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* **46**(3), 875–885 (2022). doi:[10.1111/ffe.13902](https://doi.org/10.1111/ffe.13902)
- [111] Francfort, G., Marigo, J. : Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **46**(8), 1319 – 1342 (1998). doi:[10.1016/S0022-5096\(98\)00034-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9)
- [112] Freddi, F., Royer-Carfagni, G. : Regularized variational theories of fracture : A unified approach. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **58**(8), 1154 – 1174 (2010). doi:[10.1016/j.jmps.2010.02.010](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2010.02.010)
- [113] Freund, L. : *Dynamic Fracture Mechanics*. Cambridge university press (1998)
- [114] García, I., Leguillon, D. : Mixed-mode crack initiation at a V-notch in presence of an adhesive joint. *International Journal of Solids and Structures* **49**(15), 2138–2149 (2012). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2012.04.018](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.04.018)
- [115] García, I., Paggi, M., Mantič, V. : Fiber-size effects on the onset of fiber–matrix debonding under transverse tension : A comparison between cohesive zone and finite fracture mechanics models. *Engineering Fracture Mechanics* **115**, 96–110 (2014). doi:[10.1016/j.engfracmech.2013.10.014](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.10.014)
- [116] Gent, A., Lindley, P. : Internal rupture of bonded rubber cylinders in tension. *Proc. R. Soc. Lond.* **A249**, 195–205 (1959). doi:<http://doi.org/10.1098/rspa.1959.0016>
- [117] Giordano, M., Condelli, L., Nicolais, L. : Acoustic emission wave propagation in a viscoelastic plate. *Composites Science and Technology* **59**(11), 1735–1743 (1999). doi:[10.1016/S0266-3538\(99\)00035-4](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(99)00035-4)
- [118] Godin, N., Reynaud, P., Fantozzi, G. : Challenges and limitations in the identification of acoustic emission signature of damage mechanisms in composites materials. *Applied Sciences* **8**(8) (2018). doi:[10.3390/app8081267](https://doi.org/10.3390/app8081267)
- [119] Goldman, T., Livne, A., Fineberg, J. : Acquisition of inertia by a moving crack. *Physical review letters* **104**, 114301 (2010). doi:[10.1103/PhysRevLett.104.114301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.114301)
- [120] Goujon, L., Baboux, J. : Behaviour of acoustic emission sensors using broadband calibration techniques. *Measurement Science and Technology* **14**(7), 903 (2003). doi:[10.1088/0957-0233/14/7/302](https://doi.org/10.1088/0957-0233/14/7/302)
- [121] Griffith, A. : The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **221**(582-593), 163–198 (1921). doi:[10.1098/rsta.1921.0006](https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006)

- [122] Griffith, A. : The theory of rupture. In : First International Congress on Applied Mechanics, pp. 55–63 (1924). URL <https://hal.science/hal-04771599>
- [123] Guel, N., Hamam, Z., Godin, N., Reynaud, P., Caty, O., Bouillon, F., Paillassa, A. : Data merging of AE sensors with different frequency resolution for the detection and identification of damage in oxide-based ceramic matrix composites. *Materials* **13**(20) (2020). doi:[10.3390/ma13204691](https://doi.org/10.3390/ma13204691)
- [124] Gutkin, R., Green, C., Vangrattanachai, s., Pinho, S., Robinson, P., Curtis, P. : On acoustic emission for failure investigation in cfrp : Pattern recognition and peak frequency analyses. *Mechanical Systems and Signal Processing* **25**(4), 1393–1407 (2011). doi:[10.1016/j.ymssp.2010.11.014](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.11.014)
- [125] Hamam, R., Hild, F., Roux, S. : Stress intensity factor gauging by digital image correlation : Application in cyclic fatigue. *Strain* **43**(3), 181–192 (2007). doi:<https://doi.org/10.1111/j.1475-1305.2007.00345.x>
- [126] Hamam, Z., Godin, N., Fusco, C., Monnier, T. : Modelling of acoustic emission signals due to fiber break in a model composite carbon/epoxy : Experimental validation and parametric study. *Applied Sciences* **9**(23) (2019). doi:[10.3390/app9235124](https://doi.org/10.3390/app9235124)
- [127] Hashin, Z. : Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **44**(7), 1129–1145 (1996). doi:[10.1016/0022-5096\(95\)00080-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(95)00080-1)
- [128] Heinzmann, R. : Acoustic and mechanical responses of stable and unstable crack propagation in pmma. Thèse de doctorat, Centrale Nantes (2023)
- [129] Heinzmann, R., Seghir, R., Alam, S., Réthoré, J. : Investigation of fracture source mechanisms through full-field imaging and acoustic emission. *Engineering Fracture Mechanics* **295**, 109744 (2024). doi:[10.1016/j.engfracmech.2023.109744](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109744)
- [130] Henry, R., Blay, T., Douillard, T., Descamps-Mandine, A., Zacharie-Aubrun, I., Gatt, J., Langlois, C., Meille, S. : Local fracture toughness measurements in polycrystalline cubic zirconia using micro-cantilever bending tests. *Mechanics of Materials* **136**, 103086 (2019). doi:[10.1016/j.mechmat.2019.103086](https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2019.103086)
- [131] Henry, R., Zacharie-Aubrun, I., Blay, T., Tarisien, N., Chalal, S., Iltis, X., Gatt, J., Langlois, C., Meille, S. : Irradiation effects on the fracture properties of UO₂ fuels studied by micro-mechanical testing. *Journal of Nuclear Materials* **536**, 152179 (2020). doi:[10.1016/j.jnucmat.2020.152179](https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2020.152179)
- [132] Huang, S., Lin, J., Wang, N., Guo, B., Jiang, F., Wen, Q., Lu, X. : Fracture behavior of single-crystal sapphire in different crystal orientations. *Crystals* **11**(8) (2021). doi:[10.3390/cryst11080930](https://doi.org/10.3390/cryst11080930)
- [133] Hutchinson, J., Suo, Z. : Mixed mode cracking in layered materials. *Advances in applied mechanics* **29** (1992). doi:[10.1016/S0065-2156\(08\)70164-9](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70164-9)
- [134] Irwin, G. : Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics* **24**(3), 361–364 (1957). doi:[10.1115/1.4011547](https://doi.org/10.1115/1.4011547)
- [135] Irwin, G. : Fracture. Springer Berlin Heidelberg (1958). doi:[10.1007/978-3-642-45887-3_5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-45887-3_5)

-
- [136] Jiménez-Alfaro, S., Leguillon, D. : Finite fracture mechanics at the micro-scale. application to bending tests of micro cantilever beams. *Engineering Fracture Mechanics* **258**, 108012 (2021). doi:[10.1016/j.engfracmech.2021.108012](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.108012)
- [137] Kanninen, M., Popelar, C. : *Advanced Fracture Mechanics*, vol. 15. Oxford University Press (1985)
- [138] Kastle, E., Ghaznavi, A., Duffner, E. : Failure monitoring and classification from acoustic emission tests on impact-damaged hydrogen composite pressure vessels. In : 36th Conference of the European Working Group on Acoustic Emission, 18-20 September 2024, Potsdam, Germany. *e-Journal of Nondestructive Testing*, vol. 29 (2024). doi:<https://www.ndt.net/?id=30256>
- [139] Kimoto, H., Usami, S., Miyata, H. : Flaw size dependence in fracture stress of glass and polycrystalline ceramics. *Trans. Japan Soc. Mech. Eng.(Ser. A)*. **51**(471), 2482–2488 (1985)
- [140] Klinsmann, M., Rosato, D., Kamlah, M., RM, M. : An assessment of the phase field formulation for crack growth. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **294**, 313–330 (2015). doi:[10.1016/j.cma.2015.06.009](https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.06.009)
- [141] Kumar, A., Bourdin, B., Francfort, G., Lopez-Pamies, O. : Revisiting nucleation in the phase-field approach to brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **142**, 104027 (2020). doi:[10.1016/j.jmps.2020.104027](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2020.104027)
- [142] Labossiere, P.E., Dunn, M.L. : Stress intensities at interface corners in anisotropic bi-materials. *Engineering Fracture Mechanics* **62**(6), 555–576 (1999). doi:[10.1016/S0013-7944\(99\)00005-3](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(99)00005-3)
- [143] Lacroix, R., Chomienne, V., Kermouche, G., Teisseire, J., Barthel, E., Queste, S. : Micropillar testing of amorphous silica. *International Journal of Applied Glass Science* **3**(1), 36–43 (2012). doi:[10.1111/j.2041-1294.2011.00075.x](https://doi.org/10.1111/j.2041-1294.2011.00075.x)
- [144] Lamé, G., Clapeyron, B. : Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **7**, 381–413 (1831)
- [145] Laschuetza, T., Seelig, T. : Remarks on dynamic cohesive fracture under static pre-stress — with a comparison to finite fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics* **242**, 107466 (2021). doi:[10.1016/j.engfracmech.2020.107466](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.107466)
- [146] Lazarus, V., Buchholz, F., Fulland, M., Wiebesiek, J. : Comparison of predictions by mode II or mode III criteria on crack front twisting in three or four point bending experiments. *International Journal of Fracture* **153**, 141–151 (2008). doi:[10.1007/s10704-008-9307-2](https://doi.org/10.1007/s10704-008-9307-2)
- [147] Le Ferrand, H., Bouville, F., Niebel, T., Studart, A. : Magnetically assisted slip casting of bioinspired heterogeneous composites. *Nature Materials* **14**(11), 1172–1179 (2015). doi:[10.1038/nmat4419](https://doi.org/10.1038/nmat4419)
- [148] Le Gall, T. : Simulation de l'émission acoustique : aide à l'identification de la signature acoustique des mécanismes d'endommagement. Ph.D. thesis, INSA Lyon (2016)
- [149] Le Gall, T., Monnier, T., Fusco, C., Godin, N., Hebaz, S. : Towards quantitative acoustic emission by finite element modelling : Contribution of modal analysis and identification of pertinent descriptors. *Applied Sciences* **8**(12) (2018). doi:[10.3390/app8122557](https://doi.org/10.3390/app8122557)

- [150] Le Pavic, J., Bonnemains, T., Lolive, E., Stamoulis, G., Da Silva, D., Thévenet, D. : Failure load prediction of a tubular bonded structures using a coupled criterion. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **108**, 102531 (2020). doi:[10.1016/j.tafmec.2020.102531](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102531)
- [151] Leguillon, D. : A criterion for crack nucleation at a notch in homogeneous materials. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics* **329**(2), 97–102 (2001). doi:[10.1016/S1620-7742\(01\)01302-2](https://doi.org/10.1016/S1620-7742(01)01302-2)
- [152] Leguillon, D. : Strength or toughness? a criterion for crack onset at a notch. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **21**(1), 61–72 (2002). doi:[10.1016/S0997-7538\(01\)01184-6](https://doi.org/10.1016/S0997-7538(01)01184-6)
- [153] Leguillon, D. : Determination of the length of a short crack at a V-notch from a full field measurement. *International Journal of Solids and Structures* **48**(6), 884–892 (2011). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2010.11.020](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.11.020)
- [154] Leguillon, D. : An attempt to extend the 2D coupled criterion for crack nucleation in brittle materials to the 3D case. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **74**, 7–17 (2014). doi:[10.1016/j.tafmec.2014.05.004](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2014.05.004)
- [155] Leguillon, D., Haddad, O., Adamowska, M., Da Costa, P. : Cracks pattern formation and spalling in functionalized thin films. *Procedia Materials Science* **3**, 104–109 (2014). doi:[10.1016/j.mspro.2014.06.020](https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.06.020). 20th European Conference on Fracture
- [156] Leguillon, D., Lacroix, C., Martin, E. : Interface debonding ahead of a primary crack. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **48**(10), 2137–2161 (2000). doi:[10.1016/S0022-5096\(99\)00101-5](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00101-5)
- [157] Leguillon, D., Lafarie-Frenot, M., Pannier, Y., Martin, E. : Prediction of the surface cracking pattern of an oxidized polymer induced by residual and bending stresses. *International Journal of Solids and Structures* **91**, 89–101 (2016). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2016.04.019](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.04.019)
- [158] Leguillon, D., Martin, E. : Crack nucleation at stress concentration points in composite materials - application to crack deflection by an interface, pp. 401–424 (2012). doi:[10.1142/9781848167858_0010](https://doi.org/10.1142/9781848167858_0010)
- [159] Leguillon, D., Martin, E. : The strengthening effect caused by an elastic contrast—part I : the bimaterial case. *International Journal of Fracture* **179**, 157–167 (2013). doi:[10.1007/s10704-012-9787-y](https://doi.org/10.1007/s10704-012-9787-y)
- [160] Leguillon, D., Martin, E. : Prediction of multi-cracking in sub-micron films using the coupled criterion. *International Journal of Fracture* **209**, 187–202 (2018). doi:[10.1007/s10704-017-0255-6](https://doi.org/10.1007/s10704-017-0255-6)
- [161] Leguillon, D., Martin, E., Lafarie-Frenot, M. : Flexural vs. tensile strength in brittle materials. *Comptes Rendus Mécanique* **343**(4), 275–281 (2015). doi:[10.1016/j.crme.2015.02.003](https://doi.org/10.1016/j.crme.2015.02.003)
- [162] Leguillon, D., Martin, E., Ševeček, O., Bermejo, R. : Application of the coupled stress-energy criterion to predict the fracture behaviour of layered ceramics designed with internal compressive stresses. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **54**, 94–104 (2015). doi:[10.1016/j.euromechsol.2015.06.008](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2015.06.008)

-
- [163] Leguillon, D., Martin, E., Ševeček, O., Bermejo, R. : What is the tensile strength of a ceramic to be used in numerical models for predicting crack initiation? *International Journal of Fracture* **212**, 86–103 (2018). doi:[10.1007/s10704-018-0294-7](https://doi.org/10.1007/s10704-018-0294-7)
- [164] Leguillon, D., Murer, S. : A Criterion for Crack Kinking Out of an Interface. *Key Engineering Materials* **385-387**, 9–12 (2008). doi:[10.4028/www.scientific.net/KEM.385-387.9](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.385-387.9)
- [165] Leguillon, D., Piat, R. : Fracture of porous materials – influence of the pore size. *Engineering Fracture Mechanics* **75**(7), 1840–1853 (2008). doi:[10.1016/j.engfracmech.2006.12.002](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.12.002)
- [166] Leguillon, D., Quesada, D., Putot, C., Martin, E. : Prediction of crack initiation at blunt notches and cavities – size effects. *Engineering Fracture Mechanics* **74**(15), 2420–2436 (2007). doi:[10.1016/j.engfracmech.2006.11.008](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.11.008)
- [167] Leguillon, D., Sanchez-Palencia, E. : *Computation of Singular Solutions in Elliptic Problems and Elasticity*. Wiley, USA (1987)
- [168] Leguillon, D., Yosibash, Z. : Failure initiation at V-notch tips in quasi-brittle materials. *International Journal of Solids and Structures* **122-123**, 1–13 (2017). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2017.05.036](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.05.036)
- [169] Leguillon, D., Ševeček, O., Martin, E., Bermejo, R. : Edge cracking due to a compressive residual stress in ceramic laminates. *Comptes Rendus Mécanique* **343**(3), 192–198 (2015). doi:[10.1016/j.crme.2014.11.001](https://doi.org/10.1016/j.crme.2014.11.001)
- [170] Leite, A., Mantić, V., París, F. : Crack onset in stretched open hole PMMA plates considering linear and non-linear elastic behaviours. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **114**, 102931 (2021). doi:[10.1016/j.tafmec.2021.102931](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2021.102931)
- [171] Li, J., Leguillon, D. : Finite element implementation of the coupled criterion for numerical simulations of crack initiation and propagation in brittle or quasi-brittle materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **93**, 105–115 (2018). doi:[10.1016/j.compositesb.2017.11.050](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.11.050)
- [172] Li, J., Leguillon, D., Martin, E., Zhang, X. : Numerical implementation of the coupled criterion for damaged materials. *International Journal of Solids and Structures* **165**, 93–103 (2019). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2019.01.025](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.01.025)
- [173] Li, J., Martin, E., Leguillon, D., Dupin, C. : A finite fracture model for the analysis of multi-cracking in woven ceramic matrix composites. *Composites part B*. **139**, 75–83 (2018). doi:[10.1016/j.compositesb.2017.11.050](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.11.050)
- [174] Li, J., Zhang, X. : A criterion study for non-singular stress concentrations in brittle or quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics* **73**, 505–523 (2006). doi:[10.1016/j.engfracmech.2005.09.001](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2005.09.001)
- [175] Li, L., Lomov, S., Yan, X. : Correlation of acoustic emission with optically observed damage in a glass/epoxy woven laminate under tensile loading. *Composite Structures* **123**, 45–53 (2015). doi:[10.1016/j.compstruct.2014.12.029](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.12.029)
- [176] Liu, D., Savija, B., Smith, G., Flewitt, P., Lowe, T., Schlangen, E. : Towards understanding the influence of porosity on mechanical and fracture behaviour of quasi-brittle materials : experiments and modelling. *International Journal of Fracture* **205**, 57–72 (2017). doi:[10.1007/s10704-017-0181-7](https://doi.org/10.1007/s10704-017-0181-7)

- [177] Lu, C., Danzer, R., Fischer, F. : Fracture statistics of brittle materials : Weibull or normal distribution. *Phys. Rev. E* **65**, 067102 (2002). doi:[10.1103/PhysRevE.65.067102](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.65.067102)
- [178] Lubahn, J. : Proceedings. of 1955 sagamore conference on strength limitations of metals (1956)
- [179] Maillet, E., Baker, C., Morscher, G., Pujar, V., Lemanski, J. : Feasibility and limitations of damage identification in composite materials using acoustic emission. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* **75**, 77–83 (2015). doi:[10.1016/j.compositesa.2015.05.003](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.05.003)
- [180] Mantič, V. : Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids and Structures* **46**(6), 1287–1304 (2009). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2008.10.036](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.10.036)
- [181] Mantič, V. : Prediction of initiation and growth of cracks in composites. coupled stress and energy criterion of the finite fracture mechanics. In : F. París (ed.) *Proceedings of the 16th European Conference on Composite Materials (ECCM16)* (2014)
- [182] Martin, E., Leguillon, D., Carrère, N. : A twofold strength and toughness criterion for the onset of free-edge shear delamination in angle-ply laminates. *International Journal of Solids and Structures* **47**(9), 1297–1305 (2010). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2010.01.018](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.01.018)
- [183] Martin, E., Leguillon, D., Carrère, N. : A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate. *International Journal of Solids and Structures* **49**(26), 3915–3922 (2012). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2012.08.020](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.08.020)
- [184] Martin, E., Leguillon, D., Ševeček, O., Bermejo, R. : Understanding the tensile strength of ceramics in the presence of small critical flaws. *Engineering Fracture Mechanics* **201**, 167–175 (2018). doi:[10.1016/j.engfracmech.2018.06.021](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.06.021)
- [185] Martin, E., Poitou, B., Leguillon, D., Gatt, J. : Competition between deflection and penetration at an interface in the vicinity of a main crack. *International Journal of Fracture* **151**, 247–268 (2008). doi:[10.1007/s10704-008-9228-0](https://doi.org/10.1007/s10704-008-9228-0)
- [186] Martin, E., Vandellos, T., Leguillon, D., Carrère, N. : Initiation of edge debonding : coupled criterion versus cohesive zone model. *International Journal of Fracture* **199**, 157–168 (2016). doi:[10.1007/s10704-016-0101-2](https://doi.org/10.1007/s10704-016-0101-2)
- [187] McClintock, F., Irwin, G. : Plasticity Aspects of Fracture Mechanics. In : *Fracture Toughness Testing and its Applications*. ASTM International (1965). doi:[10.1520/STP26586S](https://doi.org/10.1520/STP26586S)
- [188] Meille, S. : Etude du comportement mécanique du plâtre pris en relation avec sa micro-structure. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (2001). doi:[10.1088/0965-0393/9/5/303](https://doi.org/10.1088/0965-0393/9/5/303)
- [189] Meille, S., Garboczi, E. : Linear elastic properties of 2D and 3D models of porous materials made from elongated objects. *Model. Simul. Mater. Sci. Engng.* **9**, 371–390 (2001)
- [190] Mesgarnejad, A., Bourdin, B., Khonsari, M. : Validation simulations for the variational approach to fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **290**, 420–437 (2015). doi:[10.1016/j.cma.2014.10.052](https://doi.org/10.1016/j.cma.2014.10.052)

-
- [191] Miehe, C., Hofacker, M., Welschinger, F. : A phase field model for rate-independent crack propagation : Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **199**(45–48), 2765 – 2778 (2010b). doi:[10.1016/j.cma.2010.04.011](https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.04.011)
- [192] Miehe, C., Welschinger, F., Hofacker, M. : Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **83**(10), 1273–1311 (2010a). doi:[10.1002/nme.2861](https://doi.org/10.1002/nme.2861)
- [193] Mittelman, B., Yosibash, Z. : Asymptotic analysis of the potential energy difference because of a crack at a V-notch edge in a 3D domain. *Engineering Fracture Mechanics* **131**, 232–256 (2014). doi:[http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.07.031](https://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.07.031)
- [194] Mittelman, B., Yosibash, Z. : Energy release rate cannot predict crack initiation orientation in domains with a sharp V-notch under mode III loading. *Engineering Fracture Mechanics* **141**, 230–241 (2015). doi:[10.1016/j.engfracmech.2015.05.008](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.05.008)
- [195] Mizutani, Y., Sugiyama, T. : Damage-tolerance design for composite high-pressure hydrogen vessels when AE testing is applied. In : 36th Conference of the European Working Group on Acoustic Emission, 18-20 September 2024, Potsdam, Germany. *e-Journal of Nondestructive Testing*, vol. 29 (2024). doi:<https://www.ndt.net/?id=30236>
- [196] Modniks, J., Spārniņš, E., Andersons, J., Becker, W. : Analysis of the effect of a stress raiser on the strength of a UD flax/epoxy composite in off-axis tension. *Journal of Composite Materials* **49**(9), 1071–1080 (2015). doi:[10.1177/0021998314528827](https://doi.org/10.1177/0021998314528827)
- [197] Molnár, G., Gravouil, A. : 2D and 3D Abaqus implementation of a robust staggered phase-field solution for modeling brittle fracture. *Finite Elements in Analysis and Design* **130**, 27 – 38 (2017). doi:[10.1016/j.finel.2017.03.002](https://doi.org/10.1016/j.finel.2017.03.002)
- [198] Molnár, G., Gravouil, A., Seghir, R., Réthoré, J. : An open-source Abaqus implementation of the phase-field method to study the effect of plasticity on the instantaneous fracture toughness in dynamic crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **365**, 113004 (2020). doi:[10.1016/j.cma.2020.113004](https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113004)
- [199] Momon, S., Godin, N., Reynaud, P., R'Mili, M., Fantozzi, G. : Unsupervised and supervised classification of AE data collected during fatigue test on CMC at high temperature. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* **43**(2), 254–260 (2012). doi:[10.1016/j.compositesa.2011.10.016](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2011.10.016)
- [200] Morishita, Y., Tsunoda, K., Urayama, K. : Crack-tip shape in the crack-growth rate transition of filled elastomers. *Polymer* **108**, 230–241 (2017). doi:[10.1016/j.polymer.2016.11.041](https://doi.org/10.1016/j.polymer.2016.11.041)
- [201] Morscher, G., Godin, N. : Use of Acoustic Emission for Ceramic Matrix Composites, chap. 20, pp. 569–590. John Wiley & Sons, Ltd (2014). doi:[10.1002/9781118832998.ch20](https://doi.org/10.1002/9781118832998.ch20)
- [202] Mu, W., Gao, Y., Wang, Y., Liu, G., Hu, H. : Modeling and analysis of acoustic emission generated by fatigue cracking. *Sensors* **22**(3) (2022). doi:[10.3390/s22031208](https://doi.org/10.3390/s22031208)

- [203] Muñoz-Reja, M., Távara, L., Mantić, V., Cornetti, P. : Crack onset and propagation at fibre–matrix elastic interfaces under biaxial loading using finite fracture mechanics. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* **82**, 267–278 (2016). doi:[10.1016/j.compositesa.2015.09.023](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2015.09.023)
- [204] Munoz, V., Valès, B., Perrin, M., Pastor, M., Weleman, H., Cantarel, A., Karama, M. : Damage detection in CFRP by coupling acoustic emission and infrared thermography. *Composites Part B : Engineering* **85**, 68–75 (2016). doi:[10.1016/j.compositesb.2015.09.011](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.09.011)
- [205] Nairn, J. : Fracture mechanics of composites with residual stresses, traction-loaded cracks, and imperfect interfaces. In : J. Williams, A. Pavan (eds.) *Fracture of Polymers, Composites and Adhesives, European Structural Integrity Society*, vol. 27, pp. 111–121. Elsevier (2000). doi:[10.1016/S1566-1369\(00\)80012-6](https://doi.org/10.1016/S1566-1369(00)80012-6)
- [206] Neuber, H. : Theorie der technischen formzahl. *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A* **7**(6), 271–274 (1936). doi:[10.1007/BF02584908](https://doi.org/10.1007/BF02584908)
- [207] Nguyen, L., Leguillon, D., Gillia, O., Riviere, E. : Bond failure of a SiC/SiC brazed assembly. *Mechanics of Materials* **50**, 1–8 (2012). doi:[10.1016/j.mechmat.2012.03.001](https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2012.03.001)
- [208] Nguyen, Q.S., Stolz, C., Debruyne, G. : Energy methods in fracture mechanics : stability, bifurcation and second variations. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **9**, 157–173 (1990). URL <https://hal.science/hal-00091956>
- [209] Nguyen, T., Yvonnet, J., Zhu, Q., Bornert, M., Chateau, C. : A phase-field method for computational modeling of interfacial damage interacting with crack propagation in realistic microstructures obtained by microtomography. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **312**, 567–595 (2016b). doi:[10.1016/j.cma.2015.10.007](https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.10.007)
- [210] Nguyen, T., Yvonnet, Y., Bornert, M., Chateau : Initiation and propagation of complex 3D networks of cracks in heterogeneous quasi-brittle materials : Direct comparison between in situ testing-microt experiments and phase field simulations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **95**, 320–350 (2016c). doi:[10.1016/j.jmps.2016.06.004](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.06.004)
- [211] Nguyen, T., Yvonnet, Y., Bornert, M., Chateau, C., Sab, K., Romani, R., Le Roy, R. : On the choice of parameters in the phase field method for simulating crack initiation with experimental validation. *International Journal of Fracture* **197**(2), 213–226 (2016a). doi:[10.1007/s10704-016-0082-1](https://doi.org/10.1007/s10704-016-0082-1)
- [212] Ohtsu, M., Ono, K. : The generalized theory and source representations of acoustic emission. *Journal of Acoustic Emission* **5**, 124–133 (1986)
- [213] Oz, F., Ersoy, N., Lomov, S. : Do high frequency acoustic emission events always represent fibre failure in CFRP laminates? *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* **103**, 230–235 (2017). doi:[10.1016/j.compositesa.2017.10.013](https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2017.10.013)
- [214] Parvizi, A., Garrett, K., Bailey, J. : Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates. *Journal of Materials Science* **13**, 195–201 (1978). doi:[10.1007/BF00739291](https://doi.org/10.1007/BF00739291)

-
- [215] Pelissari, P., Bouville, F., Pandolfelli, V., Carnelli, D., Giuliani, F., Luz, A., Saiz, E., Studart, A. : Nacre-like ceramic refractories for high temperature applications. *Journal of the European Ceramic Society* **38**(4), 2186–2193 (2018). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2017.10.042](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2017.10.042)
- [216] Peterson, R. : Methods of correlating data from fatigue tests of stress concentration specimens. In : Macmillan (ed) Stephen Timoshenko Anniversary Volume, New York, p 179 (1938)
- [217] Pham, K., Amor, H., Marigo, J., Maurini, C. : Gradient damage models and their use to approximate brittle fracture. *International Journal of Damage Mechanics* **20**(4), 618–652 (2011). doi:[10.1177/1056789510386852](https://doi.org/10.1177/1056789510386852)
- [218] Pham, K., Marigo, J. : Approche variationnelle de l’endommagement : I. les concepts fondamentaux. *Comptes Rendus Mécanique* **338**(4), 191 – 198 (2010a). doi:[10.1016/j.crme.2010.03.009](https://doi.org/10.1016/j.crme.2010.03.009)
- [219] Pham, K., Marigo, J. : Approche variationnelle de l’endommagement : II. les modèles à gradient. *Comptes Rendus Mécanique* **338**(4), 199 – 206 (2010b). doi:[10.1016/j.crme.2010.03.012](https://doi.org/10.1016/j.crme.2010.03.012)
- [220] Pham, K., Ravi-Chandar, K. : On the growth of cracks under mixed-mode I + III loading. *International Journal of Fracture* **199**, 105–134 (2016). doi:[10.1007/s10704-016-0098-6](https://doi.org/10.1007/s10704-016-0098-6)
- [221] Pham, K., Ravi-Chandar, K., Landis, C. : Experimental validation of a phase-field model for fracture. *International Journal of Fracture* **205**(1), 83–101 (2017). doi:[10.1007/s10704-017-0185-3](https://doi.org/10.1007/s10704-017-0185-3)
- [222] Pipes, E., Wetherhold, R., Gillespie, J. : Notched strength of composite materials. *Journal of Composite Materials* **13**(2), 148–160 (1979). doi:[10.1177/002199837901300206](https://doi.org/10.1177/002199837901300206)
- [223] Priel, E., Yosibash, Z., Leguillon, D. : Failure initiation at a blunt V-notch tip under mixed mode loading. *International Journal of Fracture* **149**, 143–173 (2008). doi:[10.1007/s10704-008-9234-2](https://doi.org/10.1007/s10704-008-9234-2)
- [224] Qiao, S., Huang, M., Liang, Y., Zhang, S., Zhou, W. : Damage mode identification in carbon/epoxy composite via machine learning and acoustic emission. *Polymer Composites* **44**(4), 2427–2440 (2023). doi:[10.1002/pc.27254](https://doi.org/10.1002/pc.27254)
- [225] Ramasso, E., Placet, V., Boubakar, M. : Unsupervised consensus clustering of acoustic emission time-series for robust damage sequence estimation in composites. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **64**(12), 3297–3307 (2015). doi:[10.1109/TIM.2015.2450354](https://doi.org/10.1109/TIM.2015.2450354)
- [226] Reinoso, J., Arteiro, A., Paggi, M., Camanho, P. : Strength prediction of notched thin ply laminates using finite fracture mechanics and the phase field approach. *Composites Science and Technology* **150**, 205–216 (2017). doi:[10.1016/j.compscitech.2017.07.020](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2017.07.020)
- [227] Rettl, M., Pletzl, M., Schuecker, C. : Efficient prediction of crack initiation from arbitrary 2D notches. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **119**, 103376 (2022). doi:[10.1016/j.tafmec.2022.103376](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103376)

- [228] Rheinschmidt, F., Drass, M., Schneider, J., Rosendahl, P. : Cavitation and crack nucleation in thin hyperelastic adhesives. *International Journal of Fracture* **247**, 33–49 (2024). doi:[10.21203/rs.3.rs-3499668/v1](https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-3499668/v1)
- [229] Rice, J. : A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics* **35**(2), 379–386 (1968). doi:[10.1115/1.3601206](https://doi.org/10.1115/1.3601206)
- [230] Rice, J. : Thermodynamics of the quasi-static growth of griffith cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **26**(2), 61–78 (1978). doi:[10.1016/0022-5096\(78\)90014-5](https://doi.org/10.1016/0022-5096(78)90014-5)
- [231] Romani, R., Bornert, M., Leguillon, D., Le Roy, R., Sab, K. : Detection of crack onset in double cleavage drilled specimens of plaster under compression by digital image correlation – theoretical predictions based on a coupled criterion. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **51**, 172–182 (2015). doi:[10.1016/j.euromechsol.2014.12.002](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2014.12.002)
- [232] Rosendahl, P., Staudt, Y., Schneider, A., Schneider, J., Becker, W. : Nonlinear elastic finite fracture mechanics : modeling mixed-mode crack nucleation in structural glazing silicone sealants. *Materials and Design* **182**, 108057 (2019). doi:[10.1016/j.matdes.2019.108057](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108057)
- [233] Rosendahl, P., Weißgraeber, P., Stein, N., Becker, W. : Asymmetric crack onset at open-holes under tensile and in-plane bending loading. *International Journal of Solids and Structures* **113-114**, 10–23 (2017). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2016.09.011](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.09.011)
- [234] Réthoré, J. : Automatic crack tip detection and stress intensity factors estimation of curved cracks from digital images. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **103**(7), 516–534 (2015). doi:[10.1002/nme.4905](https://doi.org/10.1002/nme.4905)
- [235] Réthoré, J., Estevez, R. : Identification of a cohesive zone model from digital images at the micron-scale. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **61**(6), 1407–1420 (2013). doi:[10.1016/j.jmps.2013.01.011](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2013.01.011)
- [236] Saad, H., Douillard, T., Malchère, A., Steyer, P., Meille, S., Deville, S., Reynard, B. : Toughening mechanisms in nacre-like alumina revealed by in-situ imaging of stress. *Journal of the European Ceramic Society* **42**(14), 6757–6761 (2022). doi:[10.1016/j.jeurceramsoc.2022.07.040](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2022.07.040)
- [237] Saad, H., Radi, K., Douillard, T., Jauffres, D., Martin, C., Meille, S., Deville, S. : A simple approach to bulk bioinspired tough ceramics. *Materialia* **12**, 100807 (2020). doi:doi.org/10.1016/j.mtla.2020.100807
- [238] Sanahuja, J., Dormieux, L., Meille, S., Hellmich, C., Fritsch, A. : Micromechanical explanation of elasticity and strength of gypsum : from elongated anisotropic crystals to isotropic porous polycrystals. *J. Engng. Mech.* **136**, 239–253 (2010). doi:[10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.000007](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.000007)
- [239] Sapora, A., Cornetti, P. : Crack onset and propagation stability from a circular hole under biaxial loading. *International Journal of Fracture* **214**(1), 97–104 (2018). doi:[10.1007/s10704-018-0315-6](https://doi.org/10.1007/s10704-018-0315-6)
- [240] Sapora, A., Torabi, A., Etesam, S., Cornetti, P. : Finite fracture mechanics crack initiation from a circular hole. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* **41**(7), 1627–1636 (2018). doi:[10.1111/ffe.12801](https://doi.org/10.1111/ffe.12801)

-
- [241] Sargado, J., Keilegavlen, E., Berre, I., Nordbotten, J. : High-accuracy phase-field models for brittle fracture based on a new family of degradation functions. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **111**, 458–489 (2018). doi:[10.1016/j.jmps.2017.10.015](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2017.10.015)
- [242] Sato, S., Awaji, H., Kawamata, K., Kurumada, A., Oku, T. : Fracture criteria of reactor graphite under multiaxial stresses. *Nuclear Engineering and Design* **103**(3), 291–300 (1987). doi:[10.1016/0029-5493\(87\)90312-8](https://doi.org/10.1016/0029-5493(87)90312-8)
- [243] Sause, M., Hamstad, M., Horn, S. : Finite element modeling of conical acoustic emission sensors and corresponding experiments. *Sensors and Actuators A : Physical* **184**, 64–71 (2012). doi:[10.1016/j.sna.2012.06.034](https://doi.org/10.1016/j.sna.2012.06.034)
- [244] Sause, M., Horn, S. : Simulation of acoustic emission in planar carbon fiber reinforced plastic specimens. *Journal of Nondestructive Evaluation* **29**(2), 123–142 (2010). doi:[10.1007/s10921-010-0071-7](https://doi.org/10.1007/s10921-010-0071-7)
- [245] Sause, M., Muller, T., Horoschenkoff, A., Horn, S. : Quantification of failure mechanisms in mode-I loading of fiber reinforced plastics utilizing acoustic emission analysis. *Composites Science and Technology* **72**(2), 167–174 (2012). doi:[10.1016/j.compscitech.2011.10.013](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2011.10.013)
- [246] Schubert, L., Stephan, M., Schulze, E., Pietzsch, A., Kruska, C., Waldmann, B., Maun, A. : Monitoring of GFRP pipelines in power plants using acoustic emission testing. In : 36th Conference of the European Working Group on Acoustic Emission, 18-20 September 2024, Potsdam, Germany. *e-Journal of Nondestructive Testing*, vol. 29 (2024). doi:<https://www.ndt.net/?id=30230>
- [247] Schumacher, T., Bertola, N., Epple, N., Bruhwiler, E., Niederleithinger, E. : Combined passive and active ultrasonic stress wave monitoring of concrete structures : An overview of data analysis techniques and their applications and limitations. In : Proceedings of the 10th European Workshop on Structural Health Monitoring (EWSHM 2024), June 10-13, 2024 in Potsdam, Germany. *e-Journal of Nondestructive Testing* (2024). doi:[10.58286/29863](https://doi.org/10.58286/29863)
- [248] Sevecek, O., Hanak, J., Majer, Z., Drdlik, D., Chlup, Z., Kotoul, M. : Prediction of the ceramic foam structure failure using a detailed finite element model. *Key Engineering Materials* **827**, 222–7 (2019). doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.07.031>
- [249] Sikdar, S., Liu, D., Kundu, A. : Acoustic emission data based deep learning approach for classification and detection of damage-sources in a composite panel. *Composites Part B : Engineering* **228**, 109450 (2022). doi:[10.1016/j.compositesb.2021.109450](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.109450)
- [250] Stein, N., Weissgraeber, P., Becker, W. : A model for brittle failure in adhesive lap joints of arbitrary joint configuration. *Composite Structures* **133**, 707–718 (2015). doi:[10.1016/j.compstruct.2015.07.100](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.07.100)
- [251] Strobl, M., Dowgiallo, P., Seelig, T. : Analysis of hertzian indentation fracture in the framework of finite fracture mechanics. *International Journal of Fracture* **206**, 67–79 (2017). doi:[10.1007/s10704-017-0201-7](https://doi.org/10.1007/s10704-017-0201-7)
- [252] Strobl, M., Seelig, T. : Phase field modeling of hertzian indentation fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **143**, 104026 (2020). doi:[10.1016/j.jmps.2020.104026](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2020.104026)

- [253] Suzuki, H., Takemoto, M., Ono, K. : The fracture dynamics in a dissipative glass fiber/epoxy model composite with the AE source simulation analysis. *Journal of Acoustic Emission* **14**, 35–50 (1996)
- [254] Talmon l'Armée, A., Hell, S., Rosendahl, P., Felger, J., Becker, W. : Nonlinear crack opening integral : Mode mixity for finite cracks. *Engineering Fracture Mechanics* **186**, 283–299 (2017). doi:[10.1016/j.engfracmech.2017.10.006](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.10.006)
- [255] Tan, S. : Fracture strength of composite laminates with an elliptical opening. *Composites Science and Technology* **29**(2), 133–152 (1987). doi:[10.1016/0266-3538\(87\)90053-4](https://doi.org/10.1016/0266-3538(87)90053-4)
- [256] Tanaka, K. : Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches. *International Journal of Fracture* **22**(2), R39–46 (1983). doi:[10.1007/BF00942722](https://doi.org/10.1007/BF00942722)
- [257] Tanné, E., Li, T., Bourdin, B., Marigo, J., Maurini, C. : Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **110**, 80–99 (2018). doi:[10.1016/j.jmps.2017.09.006](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2017.09.006)
- [258] Taylor, D. : *The Theory of Critical Distances*. Elsevier Science Ltd, Oxford (2007)
- [259] Tran, V., Leguillon, D., Krishnan, A. : Interface crack initiation at V-notches along adhesive bonding in weakly bonded polymers subjected to mixed-mode loading. *International Journal of Fracture* **176**, 65–79 (2012). doi:[10.1007/s10704-012-9727-x](https://doi.org/10.1007/s10704-012-9727-x)
- [260] Usami, S., Kimoto, H., Takahashi, I., Shida, S. : Strength of ceramic materials containing small flaws. *Engineering Fracture Mechanics* **23**(4), 745–761 (1986). doi:[10.1016/0013-7944\(86\)90120-7](https://doi.org/10.1016/0013-7944(86)90120-7)
- [261] Vereecke, J., Bois, C., Wahl, J., Briand, T., Ballère, L., Lavelle, F. : Explicit modelling of meso-scale damage in laminated composites – comparison between finite fracture mechanics and cohesive zone model. *Composites Science and Technology* **253**, 110640 (2024). doi:[10.1016/j.compscitech.2024.110640](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2024.110640)
- [262] Vereecke, J., Bois, C., Wahl, J., Briand, T., Ballère, L., Lavelle, F. : Analysis of damage interaction in adjacent plies of laminated composites using finite fracture mechanics. Preprint (2025). doi:[10.2139/ssrn.5022773](https://doi.org/10.2139/ssrn.5022773). URL <https://ssrn.com/abstract=5022773>
- [263] Vicentini, F., Zolesi, C., Carrara, P., Maurini, C., De Lorenzis, L. : On the energy decomposition in variational phase-field models for brittle fracture under multi-axial stress states. *International Journal of Fracture* (2024). doi:<https://doi.org/10.1007/s10704-024-00763-w>
- [264] Wei, X., Shen, H., Wang, H. : Fracture failure prediction for composite adhesively bonded double lap joints by an experiment-based approach. *International Journal of Adhesion and Adhesives* **114**, 103110 (2022). doi:[10.1016/j.ijadhadh.2022.103110](https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2022.103110)
- [265] Weibull, W. : The phenomenon of rupture in solids. *Proc. Royal Swedish Inst. Eng. Res.* **153**, 1–55 (1939)
- [266] Weibull, W. : A statistical representation of fatigue failures in solids. *Proc. Roy. Inst. Techn.* **27** (1949)
- [267] Weibull, W. : A statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl. Mech. ASME* **18** (1951)

-
- [268] Weissgraeber, P., Becker, W. : Finite fracture mechanics model for mixed mode fracture in adhesive joints. *International Journal of Solids and Structures* **50**(14), 2383–2394 (2013). doi:[10.1016/j.ijsolstr.2013.03.012](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2013.03.012)
- [269] Weißgraeber, P., Hell, S., Becker, W. : Crack nucleation in negative geometries. *Engineering Fracture Mechanics* **168**, 93–104 (2016). doi:[10.1016/j.engfracmech.2016.02.045](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.02.045). Modeling of fracture and damage in composite materials
- [270] Whitney, J., Nuismer, R. : Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. *Journal of Composite Materials* **8**(3), 253–265 (1974). doi:[10.1177/002199837400800303](https://doi.org/10.1177/002199837400800303)
- [271] Wiederhorn, S. : Fracture of sapphire. *Journal of the American Ceramic Society* **52**(9), 485–491 (1969). doi:[10.1111/j.1151-2916.1969.tb09199.x](https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1969.tb09199.x)
- [272] Xu, L., Leguillon, D. : Dual-notch void model to explain the anisotropic strengths of 3D printed polymers. *Journal of Engineering Materials and Technology* (2019). doi:[10.1115/1.4044282](https://doi.org/10.1115/1.4044282)
- [273] Yi, G., Yu, T., Quoc, T., Ma, C., Hirose, S. : SIFs evaluation of sharp V-notched fracture by XFEM and strain energy approach. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **89**, 35–44 (2017). doi:[10.1016/j.tafmec.2017.01.005](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2017.01.005)
- [274] Yosibash, Z., Priel, E., Leguillon, D. : A failure criterion for brittle elastic materials under mixed-mode loading. *International Journal of Fracture* **141**, 291–312 (2006). doi:[10.1007/s10704-006-0083-6](https://doi.org/10.1007/s10704-006-0083-6)
- [275] Yosibash, Z., Schapira, Y. : Edge stress intensity functions in polyhedral domains and their extraction by a quasilocal function method. *International Journal of Fracture* **136**, 37–73 (2005). doi:[10.1007/s10704-005-4245-8](https://doi.org/10.1007/s10704-005-4245-8)
- [276] Yosibash, Z., Schapira, Y. : Edge stress intensity functions along elliptic and part-elliptic 3D cracks. *Engineering Fracture Mechanics* **245**, 107477 (2021). doi:[10.1016/j.engfracmech.2020.107477](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.107477)
- [277] Yu, T., Shi, L. : Determination of sharp V-notch stress intensity factors using the extended finite element method. *Journal of Strain Analysis in Engineering and Design* **47**, 95–103 (2012). doi:[10.1177/0309324711433981](https://doi.org/10.1177/0309324711433981)
- [278] Zelenyak, A., Schorer, N., Sause, M. : Modeling of ultrasonic wave propagation in composite laminates with realistic discontinuity representation. *Ultrasonics* **83**, 103–113 (2018). doi:[10.1016/j.ultras.2017.06.014](https://doi.org/10.1016/j.ultras.2017.06.014). Ultrasonic advances applied to materials science
- [279] Zhang, L., Yalcinkaya, H., Ozevin, D. : Numerical approach to absolute calibration of piezoelectric acoustic emission sensors using multiphysics simulations. *Sensors and Actuators A : Physical* **256**, 12–23 (2017). doi:[10.1016/j.sna.2017.01.009](https://doi.org/10.1016/j.sna.2017.01.009)
- [280] Zhang, X., Vignes, C., Sloan, S., Sheng, D. : Numerical evaluation of the phase-field model for brittle fracture with emphasis on the length scale. *Computational Mechanics* **59**(5), 737–752 (2017). doi:[10.1007/s00466-017-1373-8](https://doi.org/10.1007/s00466-017-1373-8)

Dossier Personnel

Curriculum vitae

AURÉLIEN DOITRAND
05/11/1990
Nationalité : Française

✉ : MATEIS, INSA-Lyon
7 avenue Jean Capelle
69100 Villeurbanne Cedex
☎ : +33 (0)4 72 43 61 28
@ : aurelien.doitrand@insa-lyon.fr



Établissement : INSA-Lyon

Grade : Maître de Conférences CN

Date d'affectation : 1^{er} sept.
2019

Section CNU : 28

Département : Matériaux

Laboratoire : MATériaux, Ingénierie
et Science (MATéIS), UMR 5510

 : HAL

 : ORCID

 : Google scholar

1 Formation - expérience

2018-2019 (16 mois)	Postdoctorat , SIMAP - Grenoble
2017-2018 (13 mois)	Ingénieur de recherche , SAFRAN AIRCRAFT ENGINES – département matériaux composites, Villaroche
2016-2017 (5 mois)	Ingénieur de recherche , ONERA - département Matériaux et Structures, Chatillon
2013-2016 (36 mois)	Doctorat , ONERA - département Matériaux et Structures, Chatillon. « Endommagement à l'échelle mésoscopique et son influence sur la tenue mécanique de matériaux composites tissés ». Directeur de thèse : N. Carrère
2013	Diplôme d'ingénieur civil des Mines - Ecole des Mines de Saint-Etienne

2 Responsabilités administratives

Depuis 2024	Responsable mobilités sortantes (5 ^e année) au département Matériaux de l'INSA Lyon
2024-2026	« Managing editor » au Journal of the European Ceramic Society
Depuis 2021	Responsable sciences ouvertes du laboratoire MATEIS

3 Activités d'enseignement

Depuis 2019	INSA Lyon (≈ 200 h par an) : Mécanique des matériaux, matériaux composites, éléments finis, physico-chimie et caractérisation mécanique des matériaux
2018–2019	PHELMA Grenoble : Mécanique de la rupture
2018–2019	PHELMA Grenoble : Projets éléments finis
2018–2019	IUT Grenoble : Choix des matériaux, caractérisation des matériaux

Details des enseignements à l'INSA LYON :

Département Matériaux (5 ^e année, 14h par an)	Cours - Méthodes numériques pour la mécanique des matériaux architecturés
Département Matériaux (5 ^e année, 40H par an)	Travaux pratiques moyenne durée (mini-projets de recherche)
Département Matériaux (5 ^e année)	Projets de fin d'études (1 à 3 projets encadrés par an)
Département Matériaux (4 ^e année, 16h par an)	Travaux dirigés - Comportement mécanique des matériaux
Département Matériaux (4 ^e année, 44h par an)	Travaux pratiques - Physico-chimie et mécanique des matériaux
Département Matériaux (4 ^e année, 25h par an)	Travaux dirigés - Eléments finis
Bachelor International (3 ^e année, 30h par an)	Cours, Travaux Dirigés, Travaux pratiques - Matériaux composites
Formation initiale aux métiers de l'ingénieur (2 ^e année, 20h par an)	Projets d'initiation à l'ingénierie (P2I)

4 Encadrements

Etudiant(e)s en postdoctorat

2024-2025 (18 mois)	Sylvain Fournier - « Mechanical reliability of Solid Oxide Cell during Ni re-oxidation »
2024-2025 (6 mois)	Hugo Girard - « Mesure expérimentale de facteurs d'intensité de contraintes généralisés »
2021-2022 (12 mois)	Liuyin Jiang - « Elaboration de composites inspirés de la nacre à matrice polymères » [53]
2021 (6 mois)	Zeina Hamam - « Simulation numérique de l'émission acoustique due à la fissuration transverse de composites stratifiés » [45, 46]
2020 (5 mois)	Venkat Ayyalasomayajula - « Calcul numérique de facteurs d'intensité de contraintes généralisés au niveau d'une singularité » [36]

Etudiant(e)s en thèse :

2024-2027 (10%)	Financement CEA	Jean-Paul Rudasingwa - « Combustible nucléaire MOX en situation de stockage : évolution de la surface spécifique des pastilles induite par les bulles de gaz de fission »
2024-2027 (50%)	Projet ANR	Julie Chalony - « Caractérisation in-situ des champs locaux dans les céramiques anisotropes inspirées de la nacre »
2023-2026 (50%)	Bourse CNRS	Benjamin Bert - « Elaboration, caractérisation et simulation de céramiques inspirées de la nacre »
2022-2025 (10%)	CIFRE MBDA	Léonore Giner - « Elaboration et caractérisation de composites à matrice céramique »
2021-2025 (50%)	Bourse CSC	Xi Chen - « Experimental characterization, modeling and simulation of fracture and subsequent acoustic emission » [3–5, 7]
2021-2024 (33%)	CIFRE Solvay	Hugo Girard - « Characterization of the fiber-matrix interface fracture properties in long fiber composites »- soutenue le 10/09/2024 [7, 40–43]
2020-2023 (50%)	Bourse ministère	Thomas Duminy - « Caractérisation et simulation multi-échelles de la rupture de céramiques bio-inspirées »- soutenue le 19/12/2023 [7, 36–38]
2020-2023 (10%)	Financement CEA	Hela Mensi - « Etude multi-échelles des propriétés à rupture des joints de grain du combustible UO ₂ »- soutenue le 9/11/2023

Etudiant(e)s en Master (Stage)

2022 (6 mois)	Lucas Rajinthan - « Influence de la fraction volumique de plaquettes sur le comportement mécanique et la résistance à la fissuration de matériaux composites » [53]
2022 (6 mois)	Igor Galkov - « Réparation stimulée de composites polymères/céramiques bio-inspirés » [53]
2022 (2 mois)	Simon Fritz - « Multiphysics understanding of polymer/ceramics bio-inspired nanocomposites » [53]
2021 (2 mois)	Mathieu Salse - « Elaboration et caractérisation de composites polymères/céramiques bio-inspirés » [53]
2021 (6 mois)	Jialiang Guo - « Propagation des ondes acoustiques dans des assemblages collés du génie civil : modélisation du contrôle par acousto-ultrasons » [44]

Etudiant(e)s en Master (Projets de fin d'études)

2024-2025	Romane Poisson - « Caractérisation de la fissuration en mode III par tomographie aux rayons X »
2023-2024	Adrien Giraud-Sauveur - « Etude et caractérisation de céramiques pour protection balistique »
2023-2024	Clara Barale - « Etude de faisabilité d'un essai de choc thermique de céramiques »
2022-2023	Benjamin Bert - « Simulation numérique de décohésion dans les composites via l'utilisation de zones cohésives »
2022-2023	Simon Fritz - « Étude de l'anisotropie de la rupture des céramiques architecturées »
2022-2023	Yara Albadra - « Étude du fretting et de l'usure couplés à la corrosion et à la fatigue d'édifices dentaires en service »
2021-2022	Hélène Latty - « Short fibers bio-composites : manufacturing, testing and modelling »
2021-2022	Guilhem Divol - « Elaboration et caractérisation de composites polymères/céramiques bio-inspirés »
2020-2021	Julie Uhl - « Influence des défauts sur la rupture d'éprouvettes en plâtre » [56]
2020-2021	Marion Massenet - « Simulation par éléments finis de l'émission acoustique due à la rupture de composites stratifiés »
2019-2020	Guillaume Boudy - « Simulation numérique de l'émission acoustique due à la fissuration de composites stratifiés »
2019-2020	Mariem Bar - « Simulation numérique de l'émission acoustique due à la fissuration d'éprouvettes trouées »
2019-2020	Jeanne Dupoirion - « Amorçage et propagation de fissures dans des matériaux composites »

5 Organisation de conférences

2027-Janvier	MECAMAT - Colloque National d'Aussois - « Rôle des interfaces dans le comportement des matériaux et des structures »
2026-Septembre	EWGAE 2026 - 37 th conference of the European Working Group on Acoustic Emission
2025-Juillet	ESMC , 5 jours, Lyon, France – 1000 participants
2025-Juin	Cours CISM , 5 jours, Udine, Italie - Crack Initiation and Failure in Complex structures : Finite Fracture Mechanics and Related Fracture Models
2023-Septembre	Colloque EUROMECH 635 , 3 jours, Lyon, France – 35 participants
2023-Juin	Workshop MECAMAT Interfaces , 1 jour, en ligne, 50 participants
2022-Juin	Workshop MECAMAT Interfaces , 1 jour, Lyon, France – 30 participants
2021-Janvier	Session Interface, Conférence MECAMAT , 3 jours, en ligne – 200 participants
2020-Novembre	Workshop MECAMAT Interfaces , 1 jour, en ligne – 40 participants
2020-Juin	Workshop MECAMAT Interfaces , 1 jour, en ligne – 50 participants
2019-Mars	ESIS – TC16 : FFM, 2 jours, Grenoble, France – 21 participants

6 Participation à des jurys de thèse

2024	Maxime Wetta - « Apports à l'étude de la rupture de matériaux polymères cellulaires rigides - Application aux adhésifs structuraux épais et cellulaires pour l'automobile », Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers
2024	Amir Mirzaei - « Finite Fracture Mechanics and Phase Field Models for Predicting Fatigue, Fracture and Debonding in Composite Structures », Politecnico Torino
2024	Jean Vereecke - « Vers une conception optimale des réservoirs composites sans liner pour le stockage cryogénique », Université de Bordeaux
2022	Amira Abaza - « Fracture of porous ceramics : application to the mechanical degradation of solid oxide cells during redox cycling », Université Grenoble Alpes
2022	Cheick Sarr - « Vers une auscultation par acousto-ultrasons des renforcements par composites collés de structures du génie-civil », Université Bretagne Loire

7 Projets de recherche financés

2023	Imperial College London-CNRS Joint Programme - Financement d'une thèse
2023	Projet ANR CACHALO - Financement d'une thèse et d'un postdoctorat de 18 mois
2021	Projet SUPERPONAI - Bonus Qualité Recherche INSA Lyon - Financement d'un postdoctorat de 18 mois
2020	Bourse de thèse CSC - Financement d'une thèse
2020	Bourse de thèse ministère - Financement d'une thèse
2019	Projet IMPULSION - IDEX Lyon Financement d'un postdoctorat de 12 mois

8 Sociétés savantes

Depuis 2023	Membre d' EUROMECH – European mechanics society
Depuis 2019	Membre de l' AMAC – Association pour les matériaux composites
Depuis 2019	Membre du groupe de travail GDR CMC2 “Ceramic Matrix Composites : Conception, Modeling, Characterization”
Depuis 2019	Animateur du Groupe de Travail MECAMAT « Interfaces dans les milieux solides »
Depuis 2017	Membre de ESIS : European Structural Integrity Society comité technique 16 (Finite Fracture Mechanics)
Depuis 2017	Membre de MECAMAT

9 Distinctions

2022	Prix Daniel Valentin (AMAC)
2023	Médaille Jean et André Rist (SF2M)

Résumé

L'amorçage de fissures dans les matériaux fragiles est un phénomène complexe qui intervient généralement de manière soudaine et peut entraîner la rupture brutale d'une structure ou d'un matériau. Étant donné les petites échelles de temps et d'espace en jeu, la caractérisation expérimentale de la manière dont la fissure se crée n'est pas triviale. La modélisation de l'amorçage de fissures apporte des éléments de compréhension des conditions de formation d'une fissure. Les approches classiques de mécanique de la rupture construites sur l'hypothèse d'une fissure semi-infinie en milieu infini ne peuvent cependant pas décrire l'étape d'amorçage d'une fissure. Celle-ci peut être étudiée à l'aide de modèles faisant intervenir une longueur caractéristique, par exemple en combinant une condition en contrainte et une condition en énergie dans le critère couplé (CC). Ce dernier donne un cadre suffisamment général pour analyser l'amorçage d'une fissure dans un matériau fragile dans une large gamme de configurations, comme au niveau d'un point singulier ou d'une concentration de contrainte. Ce modèle de compréhension rationalise les conditions d'amorçage d'une fissure en fonction des propriétés du matériau, de la géométrie étudiée et des conditions de chargement. Il permet de prévoir la surface d'amorçage de fissures et le niveau de chargement à l'amorçage. Grâce au CC, on décrit l'influence d'un défaut sur l'amorçage d'une fissure, et l'on explique en partie la dispersion des contraintes à rupture ainsi que les effets de taille sur la rupture observés expérimentalement sur des matériaux céramiques. On explique également des mécanismes de renforcement de la ténacité tels que la déviation ou le confinement de fissures dans des céramiques à microstructure « briques-et-mortier ». Le CC convient également à modéliser la fissuration comme un mécanisme source d'émission acoustique (EA). Il se combine à la simulation de la propagation d'ondes élastiques résultantes dans le matériau en intégrant la dynamique de création de la fissure et une modélisation du matériel d'EA (préamplificateur, chaîne d'acquisition, capteur). Les simulations d'EA qui en découlent illustrent le lien entre le mécanisme de fissuration et les signaux d'EA mesurés. Elles améliorent la compréhension et l'analyse des mesures expérimentales, par exemple concernant l'influence du type de capteur, du matériau constitutif ou de la géométrie des éprouvettes. Enfin, les quelques configurations où le CC échoue à décrire le mécanisme d'amorçage ou de propagation de fissures correspondent à des cas pilotés par l'énergie uniquement, où l'effet de longueur amené par le couplage des deux critères est absent. Une voie prometteuse pour pallier à ces configurations pathologiques consiste à décrire une zone d'élaboration autour de la fissure ou avant son amorçage, par exemple avec les méthodes de régularisation proposées dans les modèles de rupture par champ de phase.

Mots-clés : Amorçage de fissures ; Critère couplé ; Influence des défauts ; Rupture des céramiques ; Simulation de l'émission acoustique ; Dialogue inter-modèle