



HAL
open science

Simulation et modélisation des propriétés hydroacoustiques des antennes SONAR

Thibaut Fabrice Rossi

► **To cite this version:**

Thibaut Fabrice Rossi. Simulation et modélisation des propriétés hydroacoustiques des antennes SONAR. Sciences de l'ingénieur [physics]. Aix-Marseille Université (AMU), 2024. Français. NNT : 2024AIXM0060 . tel-04951287

HAL Id: tel-04951287

<https://hal.science/tel-04951287v1>

Submitted on 17 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue à Aix-Marseille Université
le 04 mars 2024 par

Thibaut F. Rossi

Simulation et modélisation des propriétés hydroacoustiques des antennes SONAR

Discipline

Sciences pour l'Ingénieur

Spécialité

Mécanique et physique des fluides

École doctorale

ED 353 Sciences pour l'Ingénieur :
mécanique, physique, micro et nanoélectrique

Laboratoire/Partenaire de recherche

(1) UMR7340 - Laboratoire de Mécanique,
Modélisation et Procédés Propres (M2P2),
38 Rue Frédéric Joliot Curie, 13013 Marseille.

(2) Thales Defense Mission Systems - UWS,
525 Rte des Dolines, 06560 Valbonne.

Composition du jury

Xavier Gloerfelt	Rapporteur
Professeur des universités ENSAM	
Marc Jacob	Président du jury
Professeur des universités École Centrale de Lyon	Rapporteur
Véronique Fortuné	Examinatrice
Maîtresse de conférences Université de Poitiers	
Lionel Larchevêque	Examineur
Maître de conférences Aix-Marseille Université	
Pierre Sagaut	Directeur de thèse
Professeur des universités Aix-Marseille Université	
Raphaël Lardat	Co-Encadrant
Senior scientifique Thales DMS - UWS	

Affidavit

Je soussigné, Thibaut F. Rossi, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Pierre Sagaut, dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect à la fois de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche et de la charte d'Aix-Marseille Université relative à la lutte contre le plagiat.

Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Marseille le 2 juin 2024

Thibaut Rossi



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la [Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Liste de publications et participation aux conférences

Liste des publications et/ou brevets réalisées dans le cadre du projet de thèse :

1. **T. Rossi**, & P. Sagaut. Prediction of wall-pressure spectra for separated/reattached boundary layer flows.
AIAA AVIATION 2023 Forum (p. 3338). <https://doi.org/10.2514/6.2023-3338>
2. **T. Rossi**, J. Jacob, P. Sagaut, R. Lardat. (soumis à AIAA Journal et en révision)

Participation aux conférences et écoles d'été au cours de la période de thèse :

1. IACM Computational Fluids Conference, 25-28 Apr. 2023, Cannes (France) ;
2. AIAA AVIATION Forum, 12-16 Jun. 2023, San Diego CA (USA).

Résumé

Les nouvelles générations de sous-marins militaires sont de plus en plus discrètes et donc deviennent de plus en plus difficiles à détecter. Une limitation majeure du seuil de détection est induite par le pseudo-bruit de couche limite généré à proximité des antennes SONAR. La connaissance du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale s'avère indispensable pour estimer ce pseudo-bruit et ainsi améliorer la prédiction des performances et optimiser l'intégration des antennes SONAR sur les porteurs. De plus, une meilleure connaissance de la nature du bruit perçu sur les antennes dans le domaine nombre d'onde-fréquence permet de quantifier les effets des différents traitements du signal utilisés. En effet, les nouveaux traitements SONAR sont sensibles aux corrélations entre capteurs et peuvent dans certains cas présenter une forte amélioration du plancher de bruit perçu en sortie de traitement. Classiquement, on dispose de modèles empiriques pour estimer rapidement ce terme source. Mais le champ d'application de ce type de modèle est circonscrit par les données expérimentales et numériques qui ont servi à leur élaboration, en général des écoulements de plaque plane. En outre, ces modèles ne parviennent pas à estimer correctement les composantes spectrales à l'origine de la majeure partie du pseudo-bruit perçu, et ne sont pas adaptés pour traiter les écoulements turbulents de couche limite avec gradient de pression ou décollement.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, on propose de développer une méthode d'évaluation du pseudo-bruit généré par des couches limites turbulentes attachées et décollées. Tout d'abord, des simulations des grandes échelles basées sur la méthode de Boltzmann sur réseau sont réalisées pour évaluer la capacité de ce type de solveur à estimer directement le pseudo-bruit d'une couche limite turbulente. Pour cela, des ingrédients numériques particuliers sont utilisés pour stabiliser et réduire le coût numérique des simulations. Ensuite, un modèle analytique est revisité et une procédure numérique est proposée pour calculer le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale de couches limites attachées et décollées. La méthodologie est validée pour une couche limite turbulente sur plaque plane et pour l'écoulement en aval d'une marche descendante. Des données expérimentales sont notamment exploitées pour valider les résultats de la marche descendante.

Mots clés : Pression pariétale, équation de Poisson, méthode de Boltzmann sur réseau, simulation des grandes échelles, simulation RANS, écoulement décollé.

Abstract

New generations of military submarines are increasingly discreet, and therefore more difficult to detect. A major limitation of the detection threshold is the flow-induced noise and vibrations generated by the hydrodynamic boundary layer in the vicinity of SONAR antennas. The knowledge of the wavenumber-frequency wall-pressure spectrum is of great interest for performance prediction and optimization of SONAR integration within the different naval platforms. Moreover, new SONAR processing techniques are sensitive to correlations between sensors and may, in some cases, produce a great reduction of the noise floor after treatment. Classically, empirical models can be used to estimate this pseudosound. However, the range of applicability of such models depends on the dataset used to calibrate them, which is, in general, turbulent flows over flat plates. Furthermore, none of these models is able to predict the pseudo-noise of separated flows.

In this work, we propose to develop a method for evaluating the pseudo-noise generated by both attached and separated boundary layer. First, large-eddy simulations using the lattice Boltzmann method are carried out to assess the capabilities of this type of solver to directly estimate the pseudosound of a turbulent boundary layer. Specific numerical ingredients are used to stabilize and reduce the numerical cost of the simulations. Then, an analytical model and numerical procedure are proposed to compute the wavenumber-frequency spectral density of wall-pressure fluctuations in attached and separated boundary layers. The overall methodology is applied to a turbulent boundary layer over a flat plate and to a flow over a backward-facing step. Results are compared with empirical model and experimental data.

Keywords: Wall-pressure, Poisson equation, lattice-Boltzmann method, large-eddy simulation, RANS simulation, separated flow.

Remerciements

Voilà bientôt trois mois qui viennent de s'écouler depuis la soutenance de thèse, et il est grand temps de finaliser ce manuscrit en remerciant et honorant les personnes qui m'ont permis de mener à bien ce projet de thèse.

En premier lieu, je tiens à remercier l'ensemble des membres de mon jury de thèse d'avoir accepté d'évaluer et de sanctionner ces travaux de thèse. Tout d'abord, je salue mes rapporteurs, Marc Jacob et Xavier Gloerfelt, pour la relecture attentive et détaillée de ce manuscrit. L'ensemble des commentaires et remarques sur mon travail ont nourri des discussions riches et intéressantes. Ensuite, je tiens à adresser mes remerciements aux deux examinateurs, Lionel Larcheveque et Veronique Fortuné, pour leurs questions et commentaires avisés.

En second lieu, je souhaite exprimer mon profond respect envers mes encadrants de thèse. D'une part, envers Pierre Sagaut, pour son accompagnement, sa bienveillance, et sa capacité à redonner un élan à des travaux qui s'enlisent. Je mesure la chance d'avoir travaillé à votre côté. D'autre part, envers Raphaël Lardat pour son expertise et son accueil dans les locaux de Thales à Valbonne. J'ai été particulièrement touché par sa volonté de transmettre ses connaissances en matière d'acoustique sous-marine. Je n'oublie pas non plus l'accompagnement précieux de Jérôme Jacob au quotidien. Je peux raisonnablement dire que sans son soutien, les présents travaux de thèse n'auraient pas abouti. Pour cela, je lui suis éternellement reconnaissant.

En troisième lieu, je veux formuler toute ma reconnaissance et mon amitié envers les personnes qui ont marqué mon quotidien au cours de ces trois années de thèse. Ainsi, je ne peux pas commencer ce paragraphe sans remercier l'ensemble de l'équipe administrative du M2P2 : Sophie Baudin, Marine Monterastelli, Sadia Bouchikh et Sophie Girardin. Merci pour votre bonne humeur, pour ces discussions de fadas à la fenêtre de mon bureau (la cave!), et pour le travail quotidien que vous faites pour valoriser nos travaux de recherche. Merci à Michel Pognant, mon compatriote toulonnais, pour sa sympathie communicative et son support informatique précieux. Merci de manière plus générale à l'ensemble des chercheurs du M2P2 (Denis Martinand, Christophe Friess, Song Zhao, Julien Favier, Guillaume Chiavassa, Mitra Fouladirad, ...) pour tous les moments de convivialités autour d'un café. Merci également à l'ensemble de mes camarades doctorants et post-doctorants pour votre soutien moral et psychologique, mais aussi pour ces débats scientifiques et sociologiques enflammés lors des pauses déjeuners. Votre accompagnement a été le moteur de ma réussite, et pour cela je me dois de vous célébrer davantage qu'au travers de ces quelques lignes.

Je commencerai donc par remercier mes nombreux acolytes de bureau : Thomas Coratger, Jian Edouardo Cardenas Cabezas, Iason Tsetoglou, Heesik Yoo, Guanxiong Wang, Jai Kumar et Enrique Dios Zapatas. Au-delà de vos qualités individuelles, votre capacité à sublimer notre espace de travail d'une ambiance studieuse en un cirque animalier est remarquable. Pour cause, notre bureau est devenu un sanctuaire pour ceux qui souhaitaient se détendre entre deux simulations et/ou pour assister à nos quarts d'heure de folie.

Parmi les nombreuses personnes qui ont défilé dans notre bureau, Said et Jérémie, vous êtes de ceux qui ont le plus marqué mon expérience de thésard. En effet, votre facilité à prolonger des pauses qui devaient se terminer m'a particulièrement épaté. Que cela soit sur des sujets cinématographiques, musicales ou encore sportifs, rien ne pouvaient arrêter nos discussions qui dérivait d'un sujet à un autre. A votre départ, vous avez laissé un grand vide. Mes amis, merci pour tout ce que vous m'avez apporté lors de ces trois années.

Félix, tu as également été d'un soutien inestimable. Ces moments passés autour d'un café à discuter de nos difficultés, craintes, indignations, mais aussi à ressortir des citations cultes ont été très souvent libérateurs. Merci pour ta bienveillance, ton humour et ta patience.

Jérémie, mon ami de la turbulence, tu as été un camarade de soirée sans faille. Tu sais à quel point nos discussions très personnelles nous ont aidé à aller de l'avant.

Gauthier, au-delà de tes qualités scientifiques extraterrestres, tu nous as fait bénéficier de conseils ayant permis de réaliser de nombreux projets de groupe avec Thomas. Une fois de plus, merci pour la cachette dans le faux-plafond.

Thomas, petit génie de Vim et amoureux de boissons anisées, tu as subi nos éclats de voix et nos rires. Je ne citerai ici que les tics de langage inopinés d'Eduardo. Merci pour ta gentillesse, ton calme et tes invitations au Petit Nice.

Ksenia, aka la zinzin originelle, merci pour cette petite clochette pour Kumquat. Je te promets qu'un jour elle sera autour de son cou. Merci également pour ta folie, ton humour et ton oreille attentive.

Tom, ton accent chantant à rythmer mes débuts de journée tout au long de la thèse. Parmi les différentes discussions matinales, je pense que celle sur la crevette-pistolet a marqué de nombreux esprits. Merci pour ta bonne humeur, ta positivité et ta discipline inspirante.

Jose Luiz, toi dont le prénom a été bafoué, tu étais de ceux qui contribuait le plus à la vie du groupe en dehors du labo. Merci pour tous ces bons moments passés.

Ioannis, mon zinzin préféré. Tu as comblé, avec l'arrivée de Iason et Eduardo, le vide laissé suite au départ de la plupart des gens mentionnés précédemment. Bien souvent, on a souvent profité de ta crédulité et de tes lacunes en français pour te faire tourner en bourrique avec Ksenia. Mais face à nos railleries, tu restais d'une bienveillance sans égale, et je te remercie pour ton soutien et tes encouragements sans pareils au cours des derniers mois de cette thèse.

Ilyasse, mon khey, tu n'es pas épargné par Eduardo et ses fixations... Je regrette de ne pas avoir partagé davantage de moments avec toi. Merci pour ta fraîcheur d'esprit, et pour ces moments passés au stade Vélodrome.

Gabriel, notre Kruger à nous, tu nous as fait bénéficier de ton savoir mais aussi de tes fulgurances humoristiques. Merci pour tes conseils, ta pédagogie et ta gentillesse au cours de ces trois années. Tu es l'un de ceux, avec Gauthier notamment, qui a marqué le plus mon évolution en tant que jeune chercheur. Plus généralement, je remercie Isabelle, Benoit, Hyppolyte, Billy, Pablo et tous mes autres collègues du M2P2 pour tous ces bons moments partagés ensemble.

En quatrième et dernier lieu, je souhaite adresser des mots à mes proches. Je commencerai par adresser des profonds remerciements aux piliers de ma vie, mes parents. Tout d'abord, à mon père pour l'exemple qu'il nous a donné à mon frère et moi. Ta discipline et ta dévotion ont motivé et inspiré chacun de mes choix, et chacune des décisions de ma vie. Ensuite, à ma mère pour son amour et sa passion. Ton soutien et ta générosité ont été le moteur de toutes mes actions. J'adresse également de profonds remerciements à mon frère. Toujours à mes côtés, tu as pavé le chemin de ma réussite. Merci pour tout. Plus généralement, je remercie ma famille et mes amis pour tout ce qu'ils apportent à ma vie. Vous avez été les acteurs indispensables de ma réussite et de mon bien-être. Enfin, je tiens à écrire quelques mots à celle qui m'a permis de surpasser les difficultés du quotidien et à concrétiser ce projet de thèse. Rachel, tu as été la clé de voûte de ce projet. Merci pour ta patience et ton amour.

Table des matières

Affidavit	2
Liste de publications et participation aux conférences	3
Résumé	4
Abstract	5
Remerciements	6
Table des matières	9
Table des figures	12
Liste des tableaux	17
Nomenclature	18
Introduction	21
1. Couche limite turbulente : caractéristiques et théorie	30
1.1. Phénoménologie de la proche paroi	31
1.2. Couche limite turbulente sans gradient de pression	36
1.2.1. Description de l'écoulement	37
1.2.2. Convection des fluctuations	42
1.3. Couche limite turbulente avec gradient adverse de pression	45
1.4. Séparation de la couche limite	47
2. Revue sur le spectre des fluctuations de pression pariétale	49
2.1. Définitions et notations	51
2.2. Spectre en nombre d'onde - fréquence	52
2.3. Spectre fréquentiel	55
2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale	57
2.4.1. Approche empirique	57
2.4.2. Approche analytique	72
3. Simulation numérique des fluctuations de pression pariétale	81
3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes	82
3.1.1. Équation de Boltzmann-BGK	82
3.1.2. Développement de Chapman-Enskog	84

3.1.3.	Équation de Boltzmann sur réseau	86
3.1.4.	Régularisation récursive avec hybridation	88
3.1.5.	Traitement des transitions de maillage	89
3.2.	Modélisation de la turbulence	90
3.2.1.	Simulation des grandes échelles	91
3.2.2.	Loi de paroi	92
3.3.	Génération de conditions d'entrée turbulentes	94
3.3.1.	Méthode des tourbillons synthétiques	95
3.3.2.	Reconstruction des fonctions de distribution et zone éponge	96
3.4.	Résumé du chapitre	97
4.	Modélisation analytique des fluctuations de pression pariétale	98
4.1.	Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale	99
4.1.1.	Extension du modèle de Lysak	100
4.1.2.	Nouveau modèle pour le terme non-linéaire	102
4.1.3.	Prise en compte des effets de décorrélation temporelle	105
4.1.4.	Modélisation du spectre des fluctuations de vitesse	106
4.2.	Procédure numérique : méthodes et implémentation	107
4.2.1.	Simulation statistique de la turbulence	108
4.2.2.	Implémentation, intégration et parallélisation	110
4.3.	Résumé du chapitre	113
5.	Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale	115
5.1.	Description du cas test industriel	116
5.1.1.	Revue de la littérature	116
5.1.2.	Cas test et mise en œuvre numérique	120
5.2.	Résultats numériques	123
5.2.1.	Validation des conditions d'entrée turbulentes	123
5.2.2.	Validation de la dynamique de l'écoulement	125
5.2.3.	Spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale	136
5.3.	Résumé et conclusions du chapitre	137
6.	Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS	138
6.1.	Écoulement sur plaque plane	139
6.1.1.	Simulation RANS	139
6.1.2.	Spectres fréquentiels	142
6.1.3.	Spectres en nombre d'onde-fréquence	147
6.2.	Écoulement au-dessus d'une marche descendante	152
6.2.1.	Simulation RANS	152
6.2.2.	Spectres fréquentiels	154
6.2.3.	Spectres en nombre d'onde-fréquence	159
6.3.	Résumé et conclusions du chapitre	164

Conclusion et perspectives	166
Conclusion	166
Perspectives	169
Annexes	170
A. Spectres du terme source non-linéaire	170
A.1. Spectre en nombre d'onde-fréquence	170
A.2. Spectre fréquentiel	172
B. Spectre des fluctuations de vitesse avec décorrélation temporelle	175
C. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale : résultats avec loi de paroi sur le cylindre	176
Bibliographie	184

Table des figures

I.1. Sources de bruits parasites pour les SONAR.	22
I.2. Comparaison des composantes dominantes du bruit propre avec le bruit ambiant, en fonction de la vitesse du vaisseau et de la fréquence.	23
I.3. Illustration de l'excitation d'une structure par une couche limite turbulente.	25
1.1. De gauche à droite : Heinrich Blasius, Ludwig Prandtl, Theodore von Kármán.	31
1.2. Production et dissipation d'énergie cinétique turbulente au sein d'une couche limite turbulente à $Re_\theta = 4060$	32
1.3. Photos de deux couches limites turbulentes.	33
1.4. Contours des fluctuations longitudinales de vitesse dans le plan $y^+ = 16$	33
1.5. Illustration du phénomène d'explosion au sein d'une couche limite turbulente.	34
1.6. Influence du nombre de Reynolds sur la position et la longueur des structures associées aux deux pics d'énergie cinétique longitudinale dans une couche limite turbulente.	35
1.7. Influence du nombre de Reynolds Re_θ sur le profil de vitesse dans la sous-couche visqueuse d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression.	39
1.8. Influence du nombre de Reynolds Re_θ sur le profil de vitesse dans la zone logarithmique d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression.	42
1.9. Influence du nombre de Reynolds Re_θ sur les contraintes de Reynolds d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression.	43
1.10. Comparaison entre la vitesse de convection et la vitesse moyenne locale d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression.	44
1.11. Influence d'un gradient adverse de pression sur une couche limite turbulente à $Re_\tau = 340$ et $\beta = 1.4$	46
1.12. Illustrations de la séparation d'une couche limite.	48
2.1. Illustrations du bruit et des vibrations induites par un écoulement écoulement.	50
2.2. Allure du spectre en nombre d'onde-fréquence pour un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression.	54
2.3. Allure du spectre fréquentiel pour un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression.	56

2.4. Spectres en nombre d'onde-fréquence de Corcos [11] (noir) et Corcos généralisé [135] (rouge) à $\omega\delta_{99}/u_\tau = 248$	59
2.5. Spectres en nombre d'onde-fréquence de Chase [12, 13] à $\omega\delta_{99}/u_\tau = 248$	61
2.6. Comparaison de plusieurs modèles empiriques de spectre en nombre d'onde-fréquence à $\omega\delta_{99}/u_\tau = 248$	64
2.7. Influence du paramètre R_T sur la forme du spectre de Goody.	65
2.8. Comparaison des modèles empiriques de Goody et Rozenberg.	66
2.9. Comparaison de plusieurs modèles empiriques de spectre fréquentiel avec des données expérimentales.	70
2.10. Comparaison des isocontours de deux modèles de corrélations de vitesse.	78
3.1. Réseau tridimensionnel à dix-neufs vitesses discrètes : D3Q19.	87
3.2. Maillage cartésien de type octree.	89
3.3. Comparaison des approches RANS et LES avec la simulation directe (DNS) d'un écoulement turbulent quelconque.	90
3.4. Schéma de la méthode de recyclage.	94
3.5. Schéma de la méthode des tourbillons synthétiques.	96
4.1. Décomposition des contributions linéaire et non-linéaire du spectre empirique de Chase [13].	103
4.2. Chaîne de calcul pour estimer le spectre des fluctuations de pression pariétale.	108
4.3. Comparaison des données DNS de Moser et al. [266] avec les résultats obtenus par simulation RANS-EBRSM.	110
4.4. Comparaison des méthodes de Newton-Cotes d'ordre 1 et 2 pour la prédiction de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale (4.35) à $\omega\delta_{99}/u_\tau = 248$	111
5.1. Topologie de l'écoulement ($\delta_{99}/D < 0.2$, $Re = 2 \times 10^5$) autour d'un cylindre ($h/D < 5$) posé sur une plaque plane et soumis à un écoulement turbulent incident.	117
5.2. Illustrations de l'écoulement autour d'un cylindre posé sur une plaque plane.	117
5.3. Illustration de la topologie de l'écoulement au niveau de l'extrémité libre du cylindre.	118
5.4. Illustration du modèle de sillage de Sakamoto et al. [273].	119
5.5. Description du domaine de calcul et maillages.	122
5.6. Comparaison des profils de vitesse moyenne et fluctuante dans le plan de symétrie à $x/h = -0.8$	124
5.7. Influence du maillage sur les profils de vitesse fluctuante dans le plan de symétrie à $x/h = -0.8$	125
5.8. Contours de fluctuations de pression $p' = -0.05$ à deux instants distincts de la simulation FF4.	127
5.9. Influence des conditions d'entrée sur la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse latérale au point ($x/D = 3$, $y/D = 2$, $z/D = 0.25$).	127

5.10. Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant dans le plan de symétrie.	128
5.11. Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne longitudinale et verticale dans le plan de symétrie à différentes hauteurs relatives z/h	130
5.12. Influence des conditions d'entrée sur les profils d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie à différentes hauteurs relatives z/h	131
5.13. Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie à $x/D = 1$	132
5.14. Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas sans injection de turbulence.	133
5.15. Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas avec injection de turbulence.	134
5.16. Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan $z/h = 0.6$ à $x/D = 1.5$	135
5.17. Spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale pour différentes conditions d'entrée turbulentes.	137
6.1. Domaine de calcul et maillage du calcul RANS de l'écoulement sur plaque plane.	140
6.2. Résidus des simulations de la plaque plane.	140
6.3. Comparaison de nos simulations RANS- $k_T - \omega_T$ SST et RANS-EBRSM d'une couche limite turbulente à $Re_\theta \approx 4830$ avec les résultats DNS de Sillero et al. [175] et expérimentaux de Wiegardt et al. [300].	141
6.4. Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec le modèle de Goody pour $U_c = U_1(x_2)$	144
6.5. Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec le modèle de Goody pour $U_c = 0.7U_\infty$	145
6.6. Décomposition du spectre non-linéaire des fluctuations de pression pariétale.	146
6.7. Comparaison des spectres fréquentiels de pression pariétale avec le modèle de Goody et le modèle TNO-Blake de Bertagnolio et al. [162].	146
6.8. Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale avec les modèles empiriques de Corcos, Chase et Smol'yakov.	149
6.9. Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale avec les modèles empiriques de Corcos, Chase et Smol'yakov.	150
6.10. Contours de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence dans le plan (k_1, k_3)	151
6.11. Domaine de calcul et maillage du calcul RANS de la marche descendante.	152

6.12. Résidus de la simulation RANS-EBRSM de la marche descendante. . .	153
6.13. Comparaison des résultats RANS-EBRSM de la marche descendante avec les résultats DNS de Le et al. [303] et expérimentaux de Jovic et al. [302]. a) Coefficient de frottement et b) Coefficient de pression.	153
6.14. Lignes de courant à proximité de la marche.	154
6.15. Comparaison des profils de vitesse moyenne à différentes positions en aval de la marche.	155
6.16. Comparaison des profils de contraintes de Reynolds à différentes positions en aval de la marche.	156
6.17. Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec les résultats expérimentaux de Farabee et al. [128]. . . .	157
6.18. Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec les résultats expérimentaux de Farabee et al. [128]. . . .	158
6.19. Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec les résultats expérimentaux de Farabee et al. [128] et les modèles empiriques de Goody, Rozenberg et Lee.	160
6.20. Influence de l'adimensionnement du nombre d'onde k_1 sur la position du pic convectif à différentes position en aval du point de recollement.	161
6.21. Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale en aval du point de recollement avec les modèles empiriques de Corcos, Chase et Smol'yakov.	162
6.22. Contours de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence dans le plan (k_1, k_3)	162
6.23. Contours de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence dans le plan (k_1, k_3) à différentes positions x/h en aval de la bulle de recirculation.	163
6.24. Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale dans la bulle de recirculation.	163
C.25. Influence des conditions d'entrée sur la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse latérale au point $(x/D = 3, y/D = 2, z/D = 0.25)$	176
C.26. Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant dans le plan de symétrie.	177
C.27. Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne longitudinale et verticale dans le plan de symétrie à différentes hauteurs relatives z/h	178
C.28. Influence des conditions d'entrée sur les profils d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie à différentes hauteurs relatives z/h	179
C.29. Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie à $x/D = 1$	180
C.30. Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan $z/h = 0.6$ à $x/D = 1.5$	181

C.31. Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas sans injection de turbulence. . . .	182
C.32. Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas avec injection de turbulence. . . .	183

Liste des tableaux

2.1. Influence des différents paramètres de l'équation (2.35) sur le forme du spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale. Tiré de [140].	65
2.2. Récapitulatif des constantes/variables associées à chaque modèle de spectre fréquentiel de pression pariétale présenté à la Section 2.4.1.2. Inspiré de [134].	71
4.1. Quelques exemples de valeurs du paramètre libre du modèle de spectre généralisé de von Kármán pour les fluctuations de vitesse.	102
4.2. Modèles pour le nombre d'onde caractéristique des grandes échelles de turbulence de l'écoulement.	107
5.1. Caractéristiques des maillages.	121
5.2. Caractéristiques des conditions d'entrée turbulentes.	123
5.3. Coût numérique des différentes simulations avec cylindre.	126
5.4. Influence des conditions d'entrée turbulentes sur le centre de la bulle de recirculation en aval du cylindre.	129
6.1. Comparaison des paramètres de couche limite de nos simulations RANS- $k_T - \omega_T$ SST et RANS-EBRSM avec les résultats DNS de Sillero et al. [175] et RANS de Slama [256].	142

Nomenclature

Symbole	Description	Définition
a	vitesse du son	
C_f	coefficient de frottement	τ_w / q_∞
C_{ij}	coefficient des corrélations spatio-temporelle de vitesse	
C_p	coefficient de pression	$(p - p_\infty) / q_\infty$
$E[\cdot]$	espérance	
f	fréquence	
G	fonction de Green en champ libre	$1 / (4\pi \mathbf{x} - \mathbf{x}')$
h	hauteur de la marche descendante	
\mathbf{k}	vecteur d'onde	
k	norme du vecteur d'onde	
k_a	nombre d'onde acoustique	ω / a
k_c	nombre d'onde convectif	ω / U_c
k_e	nombre d'onde caractéristique des échelles énergétiques turbulentes	
k_T	énergie cinétique turbulente	
k_1, k_2, k_3	composantes du vecteur d'onde	
$k_{1,3}$	norme du vecteur d'onde dans le plan (k_1, k_3)	$\sqrt{k_1^2 + k_3^2}$
\mathbf{n}	vecteur normal	
P, p	pression moyenne et fluctuante	
P_{ij}	tenseur de production des contraintes de Reynolds	
p_∞	pression statique de l'écoulement libre (à l'infini)	
\hat{p}	transformée de Fourier des fluctuations de pression	
q	terme source	
\hat{q}	transformée de Fourier du terme source	

q_∞	pression dynamique	$\rho U_\infty^2 / 2$
Re_h	nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche	$U_\infty h / \nu$
R_{ij}	Corrélations spatio-temporelle des fluctuations de vitesse	
R_{pp}	Corrélations spatio-temporelle des fluctuations de pression pariétale	
Re_τ	nombre de Reynolds de frottement	$u_\tau \delta_{99} / \nu$
Re_θ	nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement	$U_\infty \theta / \nu$
\mathbf{r}	vecteur de séparation spatiale	
S_{ij}	spectre croisé des corrélations de vitesse	
\mathbf{U}	champ de vitesse moyenne	
U_c	vitesse de convection	
U_i, u_i	composantes moyenne et fluctuante de la vitesse	
\mathbf{U}_t	champ de vitesse moyenne tangentielle	$\mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}$
U_∞	vitesse de l'écoulement libre (à l'infini)	
$\overline{u_i u_j}$	composantes du tenseur des contraintes de Reynolds	
\hat{u}_i	transformée de Fourier des fluctuations de vitesse	
u_τ	vitesse de frottement	$\sqrt{\tau_w / \rho}$
u^+	vitesse longitudinale adimensionnée	U_1 / u_τ
$\overline{u_i u_j}^+$	composante du tenseur des contraintes de Reynolds adimensionnée	$\overline{u_i u_j} / u_\tau^2$
V	vitesse de balayage	
x_i, x, y, z	coordonnées cartésiennes	
y^+	distance à la paroi adimensionnée	$x_2 u_\tau / \nu$
\mathbf{x}	vecteur des coordonnées cartésiennes	
x_R	longueur de recollement	
\mathbf{x}_s	coordonnées d'un point sur la paroi	
α_T	coefficient de pondération elliptique	
Δt	séparation temporelle	
$\Delta x^+, \Delta y^+$	discrétisation spatiale adimensionnée	

δ	distribution de Dirac	
δ^*	épaisseur de déplacement	
δ_{99}	épaisseur de la couche limite	
ε_{ij}	tenseur de dissipation des contraintes de Reynolds	
ε_T	dissipation de l'énergie cinétique turbulente	
η	loi de puissance dans la région inertielle du spectre d'énergie cinétique turbulente	
θ	épaisseur de quantité de mouvement	
Λ_1, Λ_2	échelles intégrales	
μ	viscosité dynamique	
ν	viscosité cinématique	
ρ	masse volumique	
τ_w	contrainte de cisaillement à la paroi	
Φ_{pp}	spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale	
ϕ_{pp}	spectre en nombre d'onde des fluctuations de pression pariétale	
Φ_{qq}	spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes	
φ_{pp}	spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale	
ϕ_{ij}	spectre en nombre d'onde des fluctuations de vitesse	
ω	fréquence angulaire	$2\pi f$
ω_T	taux de dissipation spécifique	

Introduction

Contexte général

À travers les âges, l'Homme moderne a cherché à améliorer sa communication avec ses congénères. Dans un premier temps, la parole et les gestes se sont imposés comme des moyens efficaces pour communiquer. Puis, petit à petit, de nouvelles techniques sont apparues pour dialoguer : signaux visuels (fumées, peintures rupestres), signaux sonores (instruments à percussion), oiseaux messagers¹, ... etc. Néanmoins, il faudra attendre plusieurs siècles et les travaux de très nombreux scientifiques (Bell, Curie, Fourier, Langevin, Maxwell, ...) pour concevoir des outils permettant de communiquer avec des objets/personnes situés à l'autre bout de la Terre, sous l'eau et dans l'espace.

De manière générale, on privilégie les moyens de communication utilisant des ondes électromagnétiques pour communiquer au travers de l'atmosphère. Par contre, sous l'eau, on sait que ce type d'onde ne permet pas de communiquer des informations avec un débit suffisamment élevé [1]. Ainsi, la communication sous-marine repose principalement sur l'emploi d'ondes mécaniques, précisément d'ondes acoustiques.

Historiquement, les premiers moyens de communication/détection sous-marine sont apparus lors de la Première Guerre Mondiale alors que la flotte allemande fait subir une guerre sous-marine totale aux Alliés. Ce sont notamment les scientifiques français Paul Langevin et Constantin Chilowski qui mettent au point le premier SONAR, à partir des travaux des frères Curie sur l'effet piézoélectrique. Aujourd'hui, ces antennes acoustiques ne sont plus uniquement employées à des fins militaires mais servent également à analyser et cartographier les fonds marins, détecter des bancs de poissons, se diriger, ... etc. Habituellement, on distingue deux types d'antennes :

- les antennes actives qui sont à la fois émettrice et réceptrice de signaux sonores ;
- les antennes passives qui ne font que recevoir/intercepter des signaux sonores.

Dans les deux cas, les performances des antennes sont déterminées par leur capacité à extraire uniquement le signal utile du signal reçu, i.e. à éliminer les bruits dues aux sources externes (bruits ambiants, bruits hydrodynamiques, bruits liés au propulseur, ...) et aux sources internes (bruits de l'équipage, bruits des machines, bruits des systèmes, ...). Pour cela, on peut mettre en place une chaîne de traitement du signal pour filtrer les différents bruits captés par les antennes et/ou procéder à une installation particulière des capteurs. En d'autres mots, on peut appliquer différents filtres (analogique et numérique) dans le but de supprimer la contribution de chaque bruit parasite au niveau de bruit perçu par l'antenne. La Figure I.1 présente les nombreuses catégories de bruit parasite qui perturbent les systèmes SONAR.

1. Le développement de l'écriture a ouvert une nouvelle voie pour communiquer.

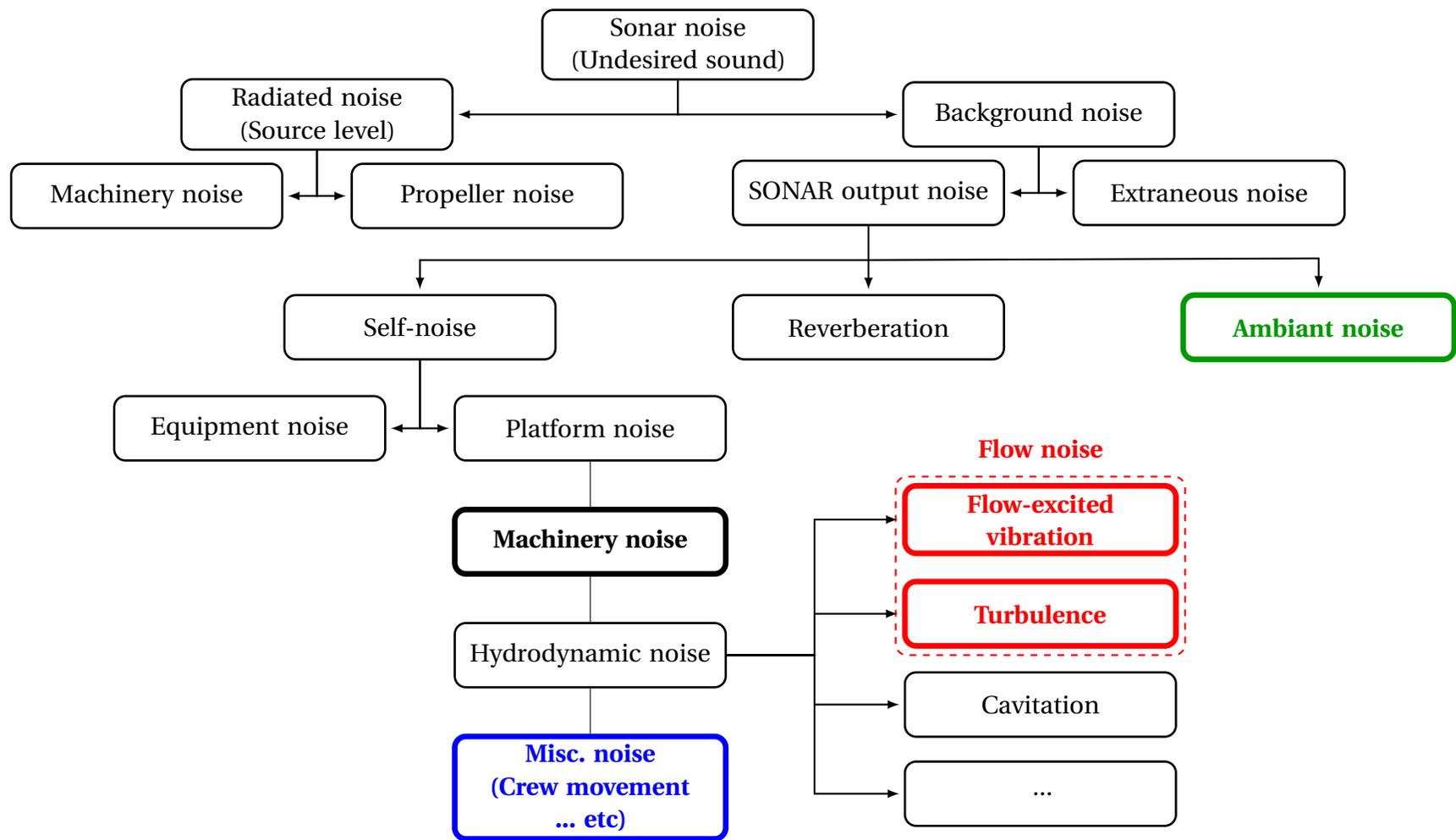


FIGURE I.1. – Sources de bruits parasites pour les SONAR. Figure adaptée de [2].

Contexte industriel

Les niveaux de bruit perçus par les antennes acoustiques des sous-marins militaires limitent leur capacité à détecter et localiser des menaces, tout en opérant de manière discrète et efficace dans un environnement complexe et potentiellement hostile. D'un côté, la composante hydrodynamique du bruit propre restreint la vitesse maximale de détection de ces engins, car elle dépasse rapidement les niveaux de bruit ambiant [3-6]. La Figure I.2 met notamment en évidence que le bruit de l'écoulement (vibrations induites, turbulence) est un facteur particulièrement limitant. D'un autre côté, il n'est pas envisageable d'installer tous les systèmes SONAR dans des dômes pour atténuer les niveaux de bruit hydrodynamique perçus, en raison de diverses contraintes techniques, de coût et d'applications spécifiques [2].

Il est donc impératif de garantir un étalonnage et une intégration optimale des capteurs acoustiques dans les sous-marins militaires pour améliorer les capacités de dissuasion, d'intervention, de protection et de renseignement. Cette garantie passe notamment par l'évaluation du rapport signal à bruit (SNR) et la certification que ce paramètre a été maximisé, conformément aux exigences du cahier des charges. On note que cet indicateur peut être grossièrement défini comme [6]

$$\text{SNR} \approx \frac{\text{Measured signal}}{\text{Self-Noise} + \text{Reverberation} + \text{Ambiant Noise}}, \quad (\text{I.1})$$

et que pour maximiser sa valeur, il faut, entre autres, minimiser le niveau de bruit propre perçu par l'antenne.

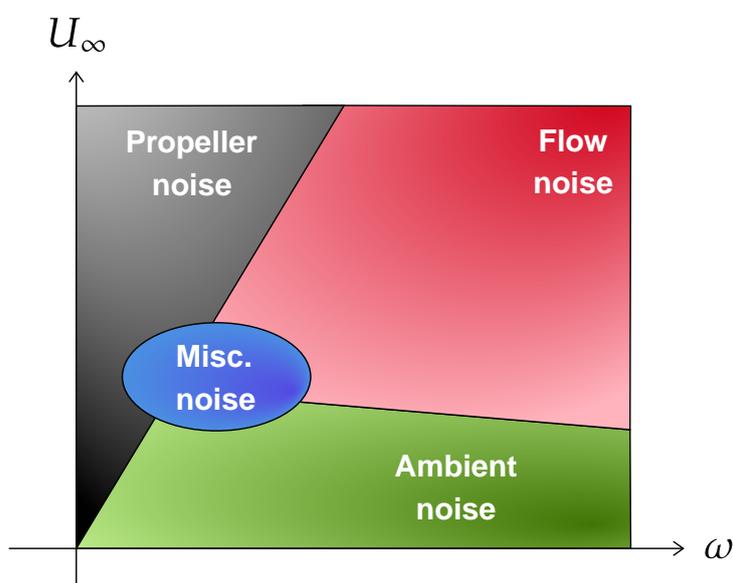


FIGURE I.2. – Comparaison des composantes dominantes du bruit propre avec le bruit ambiant, en fonction de la vitesse du vaisseau et de la fréquence. Figure adaptée de [5].

Contexte scientifique

En vibroacoustique, il est bien connu qu'une couche limite turbulente engendre une excitation stochastique de la paroi sur laquelle elle se développe [7, 8]. Comme l'illustre la Figure I.3, ce sont les structures tourbillonnaires qui se forment au sein de la couche limite qui sont à l'origine de ce forçage aléatoire. En effet, les fluctuations de vitesse introduites par ces structures induisent en retour des fluctuations de pression qui interagissent avec la paroi adjacente et causent une réponse vibratoire de cette dernière. Urlick [2] qualifie ces fluctuations de pression de pseudo-bruit car elles ont principalement un caractère évanescent, i.e. que la majeure partie du bruit reste confiné en proche paroi. Toutefois, il convient de noter que les vibrations d'une structure excitée par une couche limite turbulente produisent un bruit rayonné en champ lointain qui affecte la discrétion acoustique des bâtiments immergés. Dès lors, il est également important de quantifier ce bruit, afin de connaître la signature acoustique du sous-marin en fonction des conditions de l'écoulement [9]. Par ailleurs, les fluctuations de pression pariétale sont aussi responsables de nuisances sonores dans l'habitacle d'une voiture et dans la cabine d'un avion. Ainsi, ces travaux de thèse s'inscrivent dans un domaine plus vaste que celui des applications navales.

Dans le cas d'une structure couplée à un fluide lourd, la réponse vibratoire en un point due à un écoulement turbulent de couche limite subsonique est donnée par le spectre en nombre d'onde-fréquence du déplacement en flexion [10]

$$\Phi_{vv}(x_1, x_3, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) |H_v(x_1, x_3, k_1, k_3, \omega)|^2 dk_1 dk_3, \quad (\text{I.2})$$

où $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ désigne le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale et $H_v(x_1, x_3, k_1, k_3, \omega)$ correspond à la fonction de transfert vibroacoustique au point (x_1, x_3) et à la fréquence ω . En pratique, le bruit d'une couche limite turbulente, matérialisé par le terme $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ dans l'équation (I.2), est relativement bien connu pour des écoulements simples comme les écoulements turbulents sur plaque plane avec et sans gradient de pression. En revanche, il demeure très mal compris pour des écoulements turbulents fortement instationnaires et massivement décollés autour de surfaces non-profilées.

Dans le cadre d'études d'avant-projet, des modèles empiriques [11-14] sont couramment utilisés pour prescrire le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ dans l'équation (I.2). Or, ces modèles ont été construits à partir d'arguments heuristiques et de résultats expérimentaux d'écoulements turbulents de couche limite sur plaque plane sans gradient de pression. Ils sont donc rapidement caduques lorsque l'on s'intéresse au bruit généré par des écoulements autour de géométries courbes. De plus, ils ne décrivent pas correctement les niveaux de $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ aux bas nombres d'onde, alors que ces derniers causent d'importantes vibrations des structures environnantes et qu'ils sont susceptibles de rayonner du bruit en champ lointain [15]. Dès lors, dans le cadre d'études de conception et d'intégration, il faut utiliser une approche alternative pour estimer le spectre

en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale.

L'avènement de l'informatique moderne a ouvert la voie à de nouvelles méthodes pour estimer $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$. D'une part, il est possible d'estimer directement ce spectre à partir des résultats de simulations numériques instationnaires (DNS ou LES) [16, 17]. D'autre part, on peut reconstruire ce spectre à l'aide d'une formulation analytique et des résultats de simulations numériques stationnaires (RANS) [18-20]. Toutefois, il convient de noter que les coûts et les ressources numériques nécessaires pour estimer directement $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ ne sont pas encore adaptés à un environnement industriel, contrairement à l'approche analytique. Ainsi, il faut essayer de réduire ces besoins numériques en utilisant des ingrédients numériques appropriés. De même, il faut essayer de limiter le degré d'empirisme introduit pour formuler analytiquement le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale, et mesurer l'influence des données d'entrée et des modèles utilisés pour résoudre ces spectres.

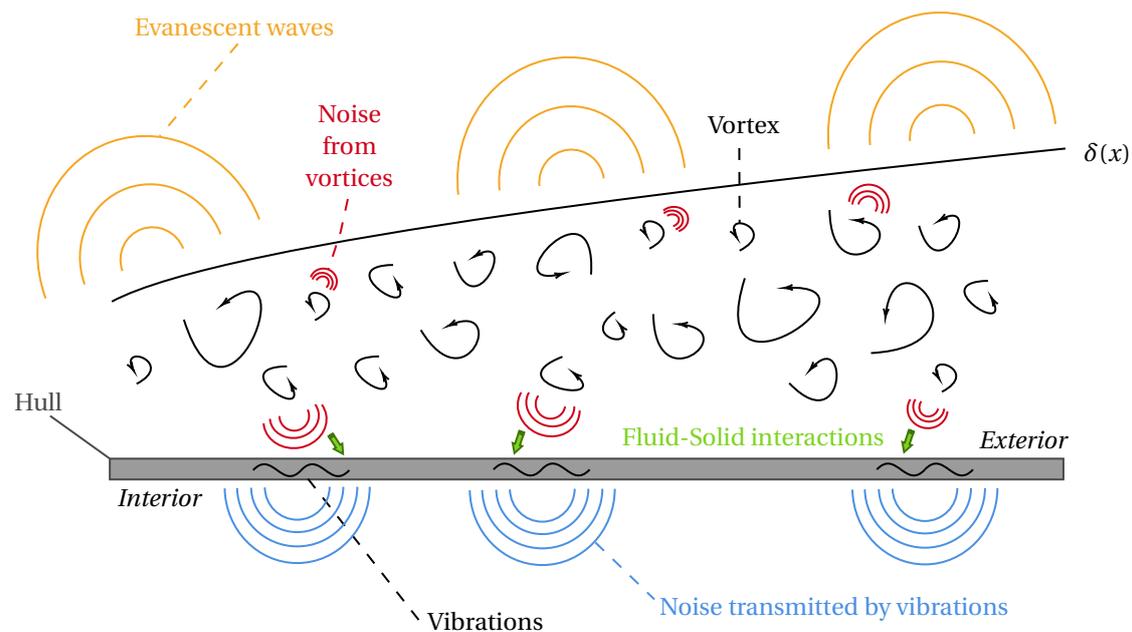


FIGURE I.3. – Illustration de l'excitation d'une structure par une couche limite turbulente. Inspiré de [21]. On note que les ondes acoustiques rayonnées vers le champ lointain sont globalement évanescentes (i.e. que leur amplitude diminue exponentiellement avec la distance à la source) mais que leur diffraction au niveau de singularités (bord d'attaque, bord de fuite, rugosité, ...) participe au bruit perçu en champ lointain.

Objectifs de la thèse

L'objectif principal de ces travaux est de proposer une méthode capable de quantifier le bon ordre de grandeur du bruit hydrodynamique généré par un écoulement turbulent, à très faible nombre de Mach et très haut nombre de Reynolds, autour d'une antenne cylindrique en protubérance sur la coque d'un sous-marin. Compte tenu du caractère fortement instationnaire et massivement décollé de ce type d'écoulement, les modèles empiriques usuels ne sont pas applicables. Dans ce contexte, l'approche numérique semble donc pertinente pour traiter notre problème.

Premièrement, il s'agira d'évaluer les capacités de la méthode de Boltzmann sur réseau à caractériser les fluctuations de pression générées par un écoulement turbulent de couche limite. En effet, depuis la fin des années 1990, cette méthode fait l'objet d'une attention particulière de la part de la communauté scientifique car elle est simple à mettre en œuvre, massivement parallélisable et capable de traiter des géométries complexes. D'un point de vue aéroacoustique, le schéma numérique de Boltzmann sur réseau concurrence les solveurs Navier-Stokes avec des schémas numériques d'ordre élevé. La combinaison de ces différents éléments positionne donc la méthode de Boltzmann sur réseau comme une option prometteuse pour faciliter l'estimation directe de $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ dans un contexte industriel. Cependant, des ingrédients numériques particuliers devront être utilisés afin de stabiliser les simulations numériques, limiter les réflexions parasites, et minimiser le coût numérique des simulations.

Dans un second temps, il sera nécessaire de mettre au point une méthode permettant de calculer le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale à partir d'outils numériques couramment utilisés dans le monde industriel. En l'occurrence, une procédure numérique basée sur un modèle analytique simplifié de $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ et des simulations RANS devra être élaborée. La méthodologie proposée devra être validée pour des écoulements turbulents de couche limite, qu'ils soient attachés ou séparés.

En fin de compte, cette thèse vise à optimiser l'étalonnage et l'intégration des systèmes SONAR au sein des futures générations de sous-marins militaires. Par ailleurs, ces travaux pourraient être utilisés pour estimer le bruit rayonné par des structures excitées stochastiquement par un écoulement turbulent.

Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est composé de trois parties, chacune découpée en deux chapitres. La première partie présente la physique des écoulements turbulents pariétaux et une revue sur les caractéristiques des fluctuations de pression pariétale :

— **Chapitre 1 : Couche limite turbulente : caractéristiques et théorie**

Ce chapitre fournit une description phénoménologique des écoulements turbulents de couche limite, en mettant l'accent sur les mécanismes responsables du bruit hydrodynamique en vue de sa modélisation.

Mots clés : Turbulence, intermittence, structures cohérentes, phénomène d'explosion, nombre de Reynolds, échelles caractéristiques, couche interne, couche externe, zone tampon, lois de paroi, contraintes de Reynolds, énergie cinétique turbulente, vitesse de convection, gradient de pression, décollement.

— **Chapitre 2 : Revue sur le spectre des fluctuations de pression pariétale**

Dans ce chapitre, on dresse un état de l'art sur le spectre des fluctuations de pression pariétale, en examinant l'influence des conditions de l'écoulement sur la forme des spectres. Ensuite, quelques modèles empiriques et analytiques sont présentés.

Mots clés : Pression pariétale, spectre en nombre d'onde-fréquence, spectre fréquentiel, pic convectif, région sous-convective, modèle empirique, modèle analytique, interaction turbulence-cisaillement moyen, interaction turbulence-turbulence.

Ensuite, les méthodologies adoptées pour caractériser et prédire les fluctuations de pression pariétale sont abordées successivement :

— **Chapitre 3 : Simulation numérique des fluctuations de pression pariétale**

Le chapitre 3 aborde les fondements de la méthode de Boltzmann sur réseau, ainsi que les ingrédients numériques nécessaires pour simuler des écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds. Il traite également de la modélisation des échelles sous-maille et des conditions limites dans le cadre de la simulation des grandes échelles.

Mots clés : Théorie cinétique, équation de Boltzmann, opérateur de collision, modèle BGK, temps de relaxation, développement de Chapman-Enskog, équations de Navier-Stokes, régularisation récursive avec hybridation, turbulence, simulation des grandes échelles, loi de paroi, condition d'entrée turbulente, méthode des tourbillons synthétiques.

— **Chapitre 4 : Modélisation analytique des fluctuations de pression pariétale**

Ce chapitre revisite et enrichit un modèle analytique de spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale. Le terme d'interaction non-linéaire est modélisé afin de mesurer son importance dans le cas d'écoulement turbulent de couche limite soumis à un gradient de pression défavorable. Par ailleurs, une procédure numérique efficace est proposée pour résoudre le

spectre.

Mots clés : Pression pariétale, modèle analytique, modèle de Lysak, interaction turbulence-cisaillement moyen, interaction turbulence-turbulence, convolution, spectre des fluctuations de vitesse, turbulence gelée, décorrélation temporelle, turbulence, simulation RANS, modèle de turbulence à pondération elliptique.

Pour terminer, les résultats numériques obtenus au cours de ces travaux de thèse sont présentés et discutés :

— **Chapitre 5 : Simulation LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale**

Dans ce chapitre, les résultats numériques d'une simulation de l'écoulement turbulent autour d'une antenne cylindrique simplifiée sont discutés. L'influence des conditions d'entrée sur les niveaux du spectre fréquentiel d'un écoulement turbulent de couche limite sont aussi présentés.

Mots clés : Cylindre fini monté sur une plaque plane, méthode de Boltzmann sur réseau, turbulence, simulation des grandes échelles, méthode des tourbillons synthétiques, validation, pression pariétale, modèle de Goody.

— **Chapitre 6 : Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS**

Le dernier chapitre de ce manuscrit analyse les résultats obtenus à l'aide des modèles proposés au Chapitre 4. Deux cas test académiques sont considérés : l'écoulement turbulent au-dessus d'une plaque plane et l'écoulement en aval d'une marche descendante. Dans le second cas, des données expérimentales sont exploitées afin d'évaluer les capacités du nouveau modèle à décrire les fluctuations de pression pariétale d'une couche limite turbulente séparée.

Mots clés : Pression pariétale, modèle analytique, modèle empirique, simulation RANS, plaque plane, marche descendante, données expérimentales.

Partie I.

Éléments phénoménologiques et théoriques sur les écoulements turbulents pariétaux

Chapitre 1

Couche limite turbulente : caractéristiques et théorie

Sommaire

1.1. Phénoménologie de la proche paroi	31
1.2. Couche limite turbulente sans gradient de pression	36
1.2.1. Description de l'écoulement	37
1.2.1.1. La couche interne	38
1.2.1.2. La couche externe	39
1.2.1.3. La zone de recouvrement	41
1.2.1.4. Les contraintes de Reynolds	41
1.2.2. Convection des fluctuations	42
1.3. Couche limite turbulente avec gradient adverse de pression	45
1.4. Séparation de la couche limite	47

Au début du XXe siècle, Ludwig Prandtl [22] a introduit la théorie de la couche limite pour décrire le comportement des écoulements autour d'objets solides. Cette avancée majeure a permis de concilier deux pans de la mécanique des fluides qui s'opposaient jusqu'alors : l'hydraulique (expérimental) et l'hydrodynamique (théorique). Par la suite, les travaux fondamentaux de Prandtl aux côtés de Blasius et von Kármán ont participé au développement de l'aviation moderne et de nombreuses branches d'ingénierie.

Initialement, la théorie de la couche limite a été développée pour modéliser l'écoulement laminaire d'un fluide incompressible réel. Cependant, un écoulement transite naturellement vers un état turbulent, caractérisé par une intensification significative des flux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Cette transition de l'écoulement d'un régime laminaire à turbulent est influencée par l'apparition de structures cohérentes (hairpin, horseshoes, streaks, Λ -eddies...). Bien que les effets de ces structures sur l'écoulement soient déterministes, il est impossible de prédire leur émergence. Cette dualité aléatoire-cohérence est à la base de la complexité de l'étude théorique des écoulements turbulents de couche limite. Toutefois, les concepts fondamentaux de contraintes turbulentes de Reynolds [23] et de longueur de mélange de Prandtl [24] offrent un cadre théorique pour l'étude de tels écoulements.

Section 1.1. Phénoménologie de la proche paroi

La compréhension, la description et la prédiction des écoulements turbulents de couche limite sont toujours largement étudiés car ils sont à l'origine de très nombreux problèmes industriels. Dans ce qui suit, on se restreindra à l'étude des écoulements turbulents de couche limite à très bas nombre de Mach. Une attention particulière sera notamment portée sur les mécanismes à l'origine du bruit et des vibrations induits par ce type d'écoulement.

Ce chapitre est organisé comme suit : une description phénoménologique des écoulements pariétaux est présentée à la Section 1.1 ; l'écoulement turbulent de couche limite turbulente sur plaque plane est étudiée à la Section 1.2 pour illustrer les problèmes de description des échelles de longueur et de vitesse de ce type d'écoulement ; l'influence des effets géométriques est abordée aux Sections 1.3 et 1.4.

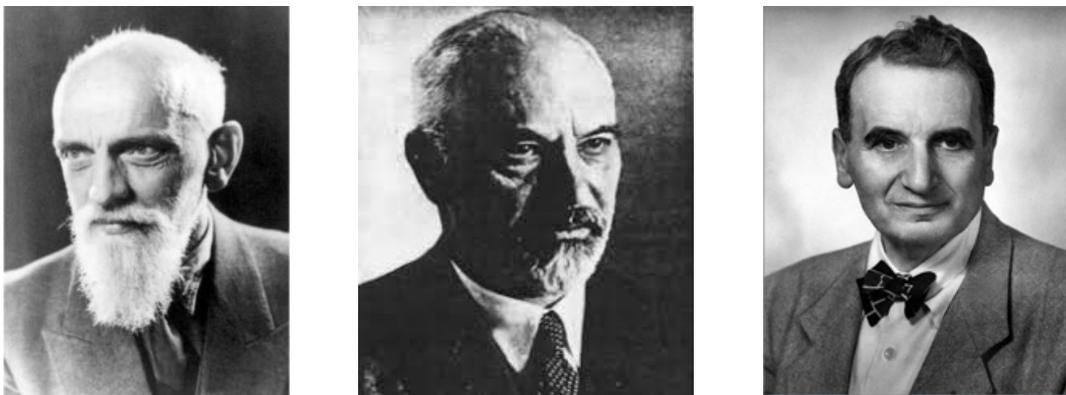


FIGURE 1.1. – De gauche à droite : Heinrich Blasius, Ludwig Prandtl, Theodore von Kármán.

1.1. Phénoménologie de la proche paroi

Dans cette section, on va présenter les enjeux de la compréhension et de la description des phénomènes physiques au sein d'écoulements turbulents pariétaux. L'objectif principal est de faire apprécier au lecteur la complexité de la tâche de modélisation. Par souci de concision, les mécanismes mis en jeu lors de la transition laminaire-turbulent ne seront pas abordés. Le lecteur intéressé par ce sujet est encouragé à consulter l'ouvrage de Schlichting et Gersten [25].

La couche limite désigne la région d'un écoulement pariétal où les effets visqueux sont comparables aux effets convectifs. L'épaisseur δ_{99} de cette région croît monotonement dans la direction et le sens de l'écoulement. Par convention, elle est définie comme étant le point où la vitesse de l'écoulement atteint 99% de la vitesse de l'écoulement libre¹ U_∞ , à savoir

$$\frac{U_1(x_2 = \delta_{99})}{U_\infty} = 0.99. \quad (1.1)$$

1. Région en dehors de la couche limite.

Généralement, on considère que la couche limite peut être divisée en deux parties : la couche interne et la couche externe. La couche interne est adjacente à la paroi et représente en moyenne jusqu'à 20% de l'épaisseur totale de la couche limite. Elle se caractérise par la présence d'un important gradient de vitesse et une intense production et dissipation de la turbulence, comme illustré sur la Figure 1.2. La couche externe est, quant à elle, le siège de phénomènes d'intermittence qui sont causés par l'entraînement de l'écoulement libre dans la couche limite [26-28]. La Figure 1.3 donne un aperçu de ce phénomène, et montre que l'épaisseur instantanée d'une couche limite turbulente est une mesure plus ou moins précise de la position de la frontière avec l'écoulement libre. Par conséquent, il conviendrait de définir d'autres échelles pour décrire l'accroissement de la couche limite (cf. Section 1.2).

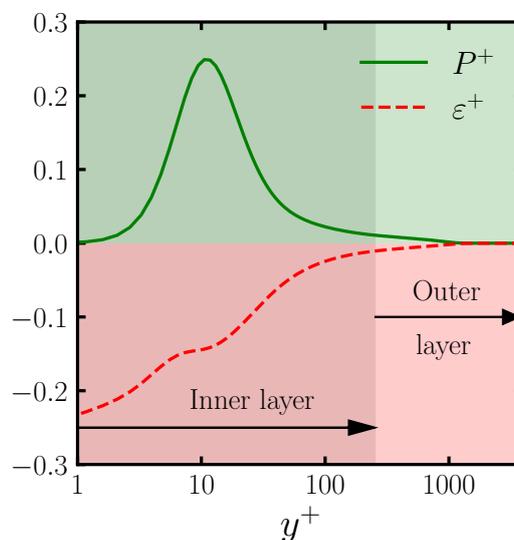


FIGURE 1.2. – Production et dissipation d'énergie cinétique turbulente au sein d'une couche limite turbulente à $Re_\theta = 4060$. Données tirés d'une DNS [29].

L'origine des mécanismes de production et de dissipation d'énergie turbulente ont été examinés expérimentalement [30-39] et numériquement [40-47]. Robinson [48] et Jiménez [49] ont passé en revue les liens entre la dynamique des structures cohérentes et les processus énergétiques qui entretiennent la turbulence dans une couche limite turbulente. Bien qu'ils mettent en lumière le manque de consensus de la communauté scientifique autour de certains sujets, ils parviennent à dégager un certain nombre d'éléments phénoménologiques et théoriques qui sont désormais établis. Quelques-uns d'entre eux sont donnés ci-dessous.

Tout d'abord, la sous-couche visqueuse ($y^+ < 5$) n'est pas laminaire. Elle se compose d'une série de structures allongées (streaks) lentes et rapides², qui mesurent jusqu'à plusieurs dizaines d'épaisseur de couche limite (cf. Figure 1.4). On note que les traces observées sur la Figure 1.4 matérialisent le passage de tourbillons en forme d'épingles

2. En réalité, ces structures ne sont pas confinées à la sous-couche visqueuse car elles débordent également sur la zone tampon.

Section 1.1. Phénoménologie de la proche paroi

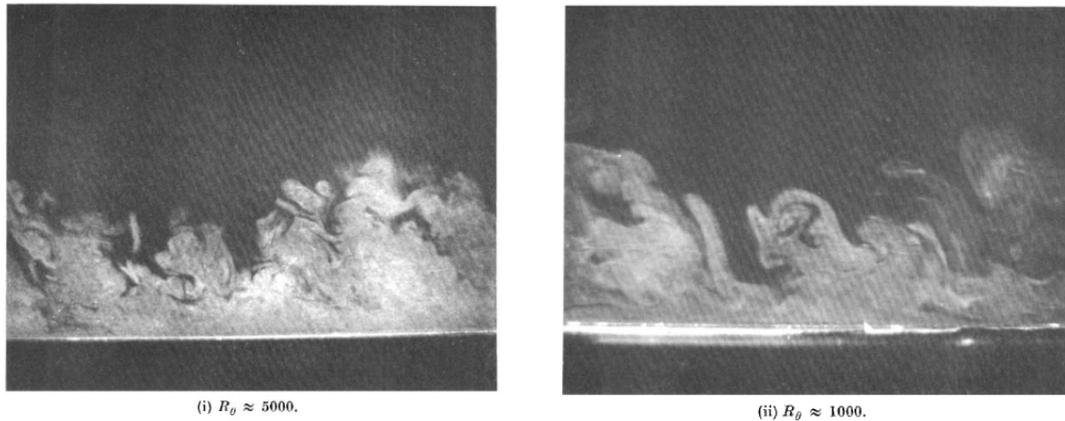


FIGURE 1.3. – Photos de deux couches limites turbulentes. On peut observer la complexité de l'interface entre l'écoulement turbulent et l'écoulement libre. Tiré de [28].

(hairpins) et de tourbillons en forme de fer à cheval (horseshoe vortices). Deuxièmement, le pic de production d'énergie turbulente dans la zone tampon ($5 < y^+ < 30$) est dû au balayage (sweeping effect) des hairpins par de grosses structures tourbillonnaires provenant de la couche externe. Une illustration conceptuelle de ce phénomène dit d'explosion (bursting effect) est présentée à la Figure 1.5. Il convient de noter que la fréquence moyenne entre deux explosions est proportionnelle à δ_{99}/U_∞ [50] et que ce phénomène est étroitement associé aux caractéristiques des fluctuations de pression pariétale [51]. Enfin, la zone externe de la couche limite est caractérisée par la présence de grandes structures énergétiques (de l'ordre de δ_{99}). Plusieurs études [35, 36, 51] suggèrent que ces superstructures ont un lien avec les incursions d'écoulement non-turbulent (cf. Figure 1.3) et le phénomène d'explosion en proche paroi. Par ailleurs, la revue de Smits et al. [52] pointe notamment l'importance de tenir compte de ces très grandes structures cohérentes dans la modélisation des écoulements turbulents pariétaux à très haut nombre de Reynolds.

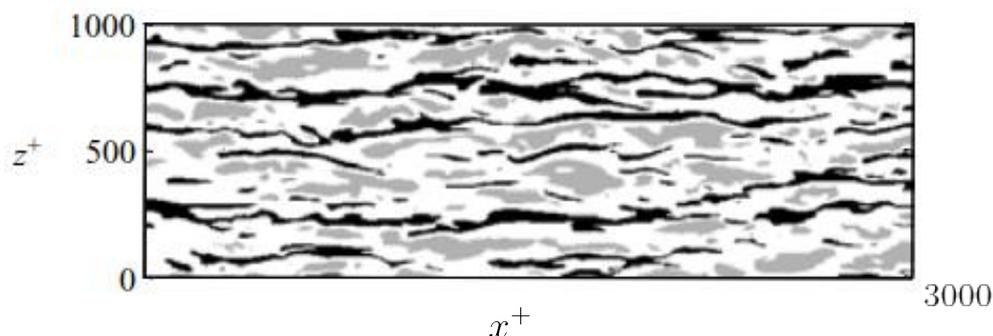


FIGURE 1.4. – Contours des fluctuations longitudinales de vitesse dans le plan $y^+ = 16$. Figure adaptée de [53].

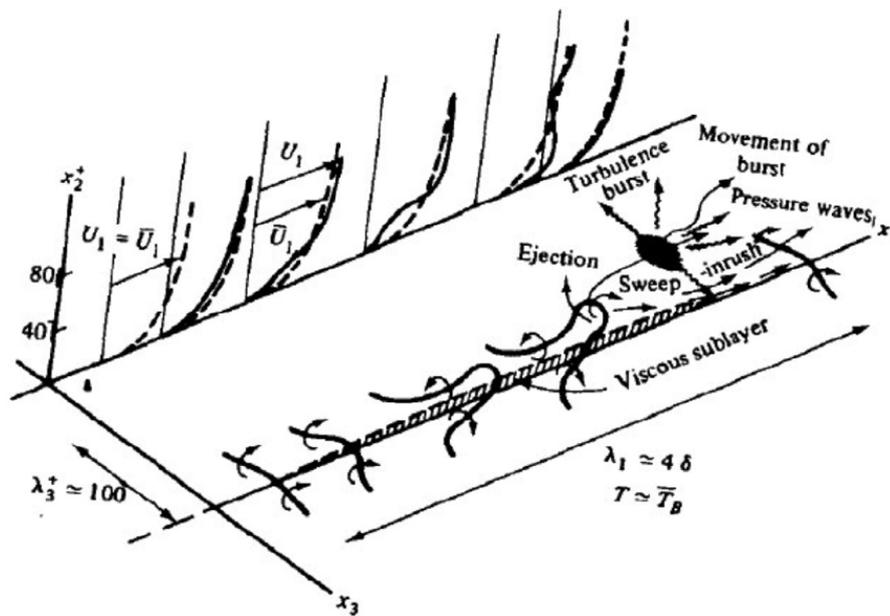


FIGURE 1.5. – Illustration du phénomène d’explosion au sein d’une couche limite turbulente. Tiré de [54].

La turbulence est donc un problème de description des différentes échelles spatiales et temporelles de l’écoulement. La Figure 1.6 montre notamment l’influence du nombre de Reynolds sur la diversité des échelles spatiales au sein d’une couche limite turbulente. On observe que la couche interne présente un pic localisé autour de $z^+ \approx 15$ et $\lambda_x^+ \approx 1000$ qui ne dépend pas du nombre de Reynolds. Par contre, on remarque que la zone logarithmique (cf. Section 1.2.1.3) et la couche externe sont davantage affectées par l’augmentation du nombre de Reynolds. D’une part, la région logarithmique s’enrichit en structures tourbillonnaires avec l’augmentation du nombre de Reynolds. D’autre part, la position du pic dans la couche externe varie avec le nombre de Reynolds. En somme, c’est la région externe de la couche limite qui est particulièrement affectée par l’augmentation du nombre de Reynolds. Il convient de souligner que ces échelles spatiales ont également des temps de vie très différents, ce qui complique encore plus l’étude des écoulements turbulents pariétaux à très haut nombre de Reynolds.

La théorie de la cascade énergétique³ de Kolmogorov [56, 57], bien qu’incomplète, permet de mesurer le caractère multi-échelle de la turbulence. L’écart entre l’échelle des grandes structures énergétiques l_0 et l’échelle dissipative de Kolmogorov η_K ⁴, est donné par la relation

3. L’expression "cascade énergétique" sous-entend que le transfert d’énergie turbulente se produit uniquement dans un sens, i.e. d’une échelle vers une autre. En l’occurrence, des grandes échelles énergétiques vers les petites échelles dissipatives.

4. Elle correspond à l’échelle à laquelle les tourbillons sont dissipés sous forme de chaleur par la viscosité.

Section 1.1. Phénoménologie de la proche paroi

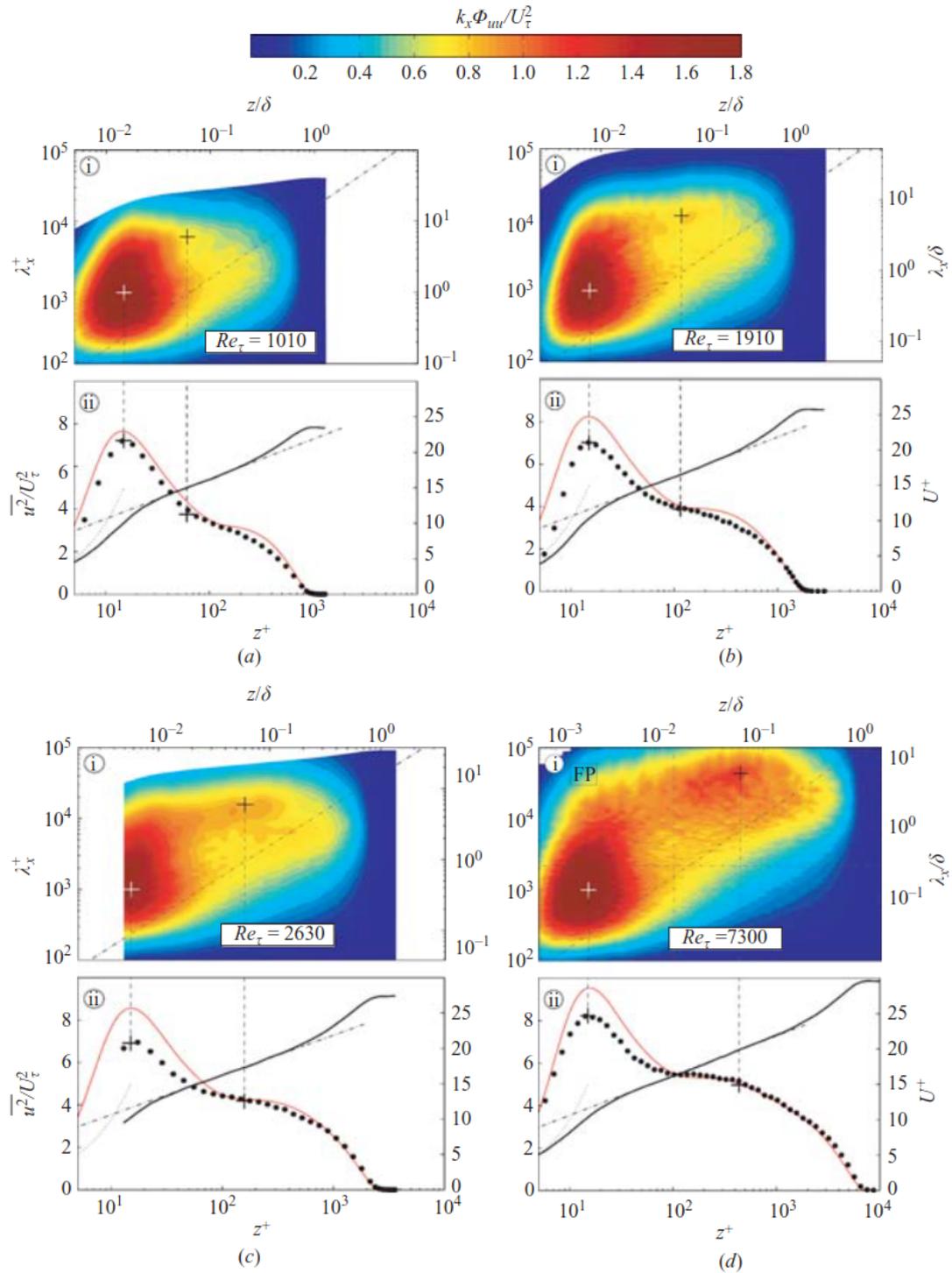


FIGURE 1.6. – Influence du nombre de Reynolds sur la position et la longueur des structures associées aux deux pics d'énergie cinétique longitudinale dans une couche limite turbulente. (i) Spectrogrammes pré-multipliés et (ii) profils de vitesse et d'intensité de turbulence. Tiré de [55].

$$l_0/\eta_k \sim Re^{3/4}. \quad (1.2)$$

Ainsi, on voit que la séparation spatiale entre les grandes et les petites échelles de l'écoulement augmentent relativement vite avec le nombre de Reynolds.

Pour résumé, la modélisation de la couche limite turbulente repose sur la bonne description des différentes échelles spatiales et temporelles de l'écoulement. D'un point de vue numérique, la résolution de l'intégralité de ces échelles est colossale et bien souvent inutile, notamment quand on considère le caractère universel des petites échelles à très haut nombre de Reynolds [58]. Par conséquent, il faudra déterminer la stratégie de modélisation en fonction de la situation que l'on souhaite étudier. Dans notre cas, il faut garder à l'esprit que les caractéristiques des fluctuations de pression pariétale sont intimement reliées au phénomène d'explosion [51]. De plus, on peut raisonnablement dire qu'elles sont influencées par l'apparition de superstructures à très haut nombre de Reynolds.

1.2. Couche limite turbulente avec $dp/dx_1 = 0$

L'étude expérimentale et numérique des écoulements turbulents de couche limite à l'équilibre a reçu une attention considérable de la communauté scientifique [59]. De manière générale, le qualificatif "équilibre" désigne une situation où les grandeurs moyennes et/ou statistiques de l'écoulement peuvent être normalisées à l'aide d'un jeu particulier de variables, dont on sait qu'il conduit à un comportement autosimilaire des solutions [59]. D'après l'ouvrage de Schlichting et Gersten [25], cet état est atteint lorsque le paramètre de Rotta-Clauser [60, 61]

$$\beta = \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{dp_\infty}{dx_1} \quad (1.3)$$

est constant. On note que ce paramètre fait intervenir plusieurs quantités qu'il convient de définir. Premièrement, l'épaisseur de déplacement δ^* est une mesure du déficit de débit massique dans la couche limite [62]. A partir d'un bilan de masse, on peut montrer que ce déficit conduit à la déviation des lignes de courant d'une hauteur

$$\delta^* = \int_0^{+\infty} \left[1 - \frac{U_1(x_2)}{U_\infty} \right] dx_2 \quad (1.4)$$

par rapport au cas idéal (non-visqueux). Une analyse équivalente pour la quantité de mouvement permet de mettre en évidence qu'il existe également un déficit de quantité de mouvement dans la couche limite. Par un adimensionnement judicieux, l'épaisseur du déficit de quantité de mouvement prend la forme suivante

$$\theta = \int_0^{+\infty} \frac{U_1(x_2)}{U_\infty} \left[1 - \frac{U_1(x_2)}{U_\infty} \right] dx_2. \quad (1.5)$$

Contrairement à l'épaisseur de couche limite δ_{99} qui est définie de manière arbi-

Section 1.2. Couche limite turbulente sans gradient de pression

traire (cf. équation (1.1)), les équations (1.4) et (1.5) permettent de mesurer l'épaississement de la couche limite sur le fondement de lois physiques.

Finalement, dp_∞/dx_1 désigne le gradient de pression longitudinale de l'écoulement libre, et τ_w correspond au cisaillement à la paroi. On note que la vitesse de frottement

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\nu \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)_{x_2=0}} \quad (1.6)$$

introduite par Prandtl [63] est souvent préférée pour adimensionner les grandeurs de l'écoulement. En effet, elle est une échelle de vitesse caractéristique pour les effets visqueux au sein d'une couche limite.

Dans cette section, les effets de courbure seront négligés, i.e. que l'on ne s'intéressera qu'à des écoulements turbulents pour lesquels $dU_\infty/dx_1 = 0$. Or, si on applique les équations d'Euler à l'écoulement libre, on obtient

$$U_\infty \frac{dU_\infty}{dx_1} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_\infty}{dx_1}. \quad (1.7)$$

Par conséquent, on va s'intéresser à des configurations d'écoulement pour lesquels la valeur du paramètre de Rotta-Clauser est nulle. Cela correspond typiquement à l'écoulement au-dessus d'une plaque plane.

1.2.1. Description de l'écoulement

A très haut nombre de Reynolds, l'écoulement moyen d'une couche limite turbulente sans gradient de pression est décrit par l'équation [64]

$$U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left[\nu \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_2} \right], \quad (1.8)$$

avec les conditions limites

$$U_1(x_2 = 0) = 0, \quad (1.9)$$

$$U_1(x_2 \rightarrow +\infty) = U_\infty. \quad (1.10)$$

Dans l'équation (1.8), le terme $\overline{u_1 u_2}$ désigne la contrainte turbulente de Reynolds. On note que George et al. [65] tiennent compte des variations longitudinales des tensions normales de Reynolds $\overline{u_1^2}$ et $\overline{u_2^2}$ dans l'équation (1.8), car elles ne sont pas infiniment petites à très haut nombre de Reynolds.

En intégrant l'équation (1.8) selon la direction normale à la paroi, on obtient l'équation des contraintes totales de cisaillement suivante [66]

$$\int_0^{x_2} \left(U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right) dx_2 = \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - u_\tau^2 - \overline{u_1 u_2}. \quad (1.11)$$

Le membre de gauche de l'équation (1.11) ne peut pas être résolu analytiquement.

Or, on sait qu'en proche paroi les effets visqueux dominent les effets inertiels. De plus, on sait que la couche limite est spatialement délimitée par son épaisseur δ_{99} . Ainsi, on peut considérer que les termes convectifs du membre de gauche sont nuls à la paroi, et que la somme des termes du membre de droite tend vers zéro pour $x_2 \rightarrow \delta_{99}$. D'où, en considérant que l'intégrale de (1.11) est une fonction linéaire de x_2/δ_{99} , on a [25, 66]

$$\tau_t \approx u_\tau^2 \left(1 - \frac{x_2}{\delta_{99}}\right), \quad (1.12)$$

avec

$$\tau_t = \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_2}, \quad (1.13)$$

pour $0 \leq x_2 \leq \delta_{99}$. Dans ce qui suit, on va voir qu'à partir des relations (1.12) et (1.13), il est possible de décrire le comportement des différentes régions de la couche limite, à savoir les couches interne et externe.

1.2.1.1. La couche interne

A proximité de la paroi, la condition d'adhérence et les effets visqueux sont responsables d'une intense dissipation de la turbulence (cf. Figure 1.2). Il en résulte que les contraintes totales de cisaillement se réduisent à

$$\tau_t \approx \nu \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \approx u_\tau^2, \quad (1.14)$$

puisque $x_2/\delta_{99} \rightarrow 0$ et $\overline{u_1 u_2} \approx 0$. D'où, on a directement la loi de paroi

$$u^+ = y^+, \quad (1.15)$$

avec $u^+ = U_1/u_\tau$ et $y^+ = x_2 u_\tau/\nu$ qui désignent les variables internes pour la vitesse et la distance à la paroi, respectivement. On précise que l'exposant "+" dénote un adimensionnement vis-à-vis du comportement visqueux de l'écoulement car (ν/u_τ) et u_τ sont des échelles caractéristiques de longueur et de vitesse qui dépendent de la viscosité. Par ailleurs, il est courant d'adimensionner l'épaisseur de couche limite δ_{99} avec (ν/u_τ) pour formuler le nombre de Reynolds de frottement $Re_\tau = \delta_{99}^+ = u_\tau \delta_{99}/\nu$.

Globalement, la communauté scientifique s'accorde à dire que la loi de paroi (1.15) est valide jusqu'à $y^+ \approx 5$ [25], ce qui semble raisonnable compte tenu de la Figure 1.7. On note que cette figure montre aussi que l'augmentation du nombre de Reynolds n'affecte pas le comportement linéaire de la dite sous-couche visqueuse.

Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi, les effets visqueux et turbulents entrent progressivement en compétition. D'après la Figure 1.2, la production d'énergie cinétique turbulente est maximale dans la région adjacente à la sous-couche visqueuse. C'est le phénomène d'explosion qui est responsable de cette intense production de turbulence [48]. En effet, l'incursion de fluide à haute vitesse dans les strates internes de la couche limite (sweeping) induit le soulèvement (ejection), puis l'éclatement (bursting) des streaks à basse vitesse [66]. Il en résulte que cette portion

Section 1.2. Couche limite turbulente sans gradient de pression

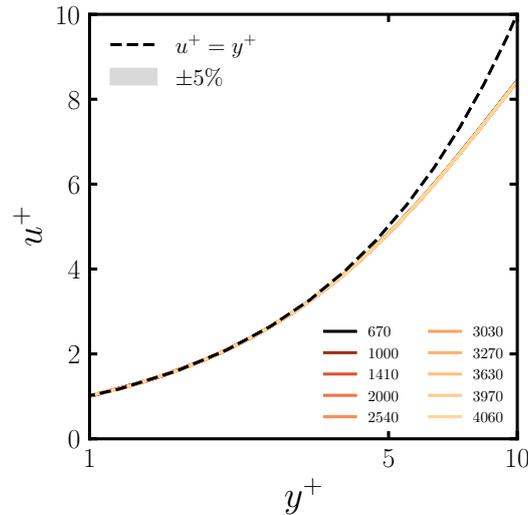


FIGURE 1.7. – Influence du nombre de Reynolds Re_θ sur le profil de vitesse dans la sous-couche visqueuse d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. Les données DNS de Schlatter et al. [29] ont été exploitées.

de la couche limite se caractérise par un comportement intermittent qui s'étend de $y^+ = 5$ jusqu'à $y^+ = 70$ [25]. Bien que la description de cette zone tampon soit complexe, van Driest [67] propose de la décrire avec la sous-couche visqueuse, au travers de la relation

$$\frac{du^+}{dx_2^+} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 + (2\kappa x_2^+)^2 [1 - \exp(-x_2^+/A^+)]}} \quad (1.16)$$

où $A^+ \approx 26$ et κ désigne la constante de von Kármán. Par convention, on prend $\kappa = 0.41$. Cependant, cette valeur ne fait pas consensus au sein de la communauté scientifique et fait toujours l'objet d'études.

1.2.1.2. La couche externe

A la Section 1.1, on indiquait que la couche interne représente environ 20% de l'épaisseur de la couche limite. En conséquence, le sillage que l'on observe en aval d'une plaque plane est majoritairement expliqué par les 80% restants, à savoir par le comportement de la couche externe. Dès lors, il faut essayer de décrire cette région de la couche limite à l'aide de lois appropriées.

Tout d'abord, il convient de noter que cette région est située relativement loin de la paroi ($y^+ \gg 1$), et qu'elle est dominée par des phénomènes inertiels/turbulents. De plus, en se rappelant que pour évaluer la traînée d'un objet à partir d'un bilan de quantité de mouvement, il faut construire une loi déficitaire pour décrire le sillage. Alors on peut intuitivement se dire qu'une partie de la couche externe doit être représentée

Chapitre 1. Couche limite turbulente : caractéristiques et théorie

au moyen d'une loi prenant la forme suivante

$$\frac{U_1(x_2)}{U_\infty} = 1 - \epsilon f(x_2/\delta_{99}), \quad (1.17)$$

où $0 < \epsilon f(x_2/\delta_{99}) < 1$ représente la perturbation de l'écoulement libre à proximité de δ_{99} . A l'aide du théorème d'analyse dimensionnelle de Vaschy-Buckingham [66], on peut montrer que le paramètre $\epsilon = u_\tau/U_\infty$, et donc

$$\frac{U_\infty - U_1(x_2)}{u_\tau} = f(x_2/\delta_{99}). \quad (1.18)$$

Comme précédemment, on analyse le comportement des équations (1.12) et (1.13) afin de déterminer l'allure du profil déficitaire de vitesse $f(x_2/\delta_{99})$. Pour $x_2 \rightarrow \delta_{99}$, on remarque notamment que les contraintes totales tendent à s'annuler. D'où

$$-\overline{u_1 u_2} \approx u_\tau^2, \quad (1.19)$$

car $\nu(\partial U_1/\partial x_2) \rightarrow 0$, quand $x_2 \rightarrow \delta_{99}$. En considérant que la contrainte de Reynolds $-\overline{u_1 u_2}$ peut être modélisée au moyen de l'approximation de Boussinesq [68], alors l'équation (1.19) se réduit à

$$\nu_T \frac{\partial U_1}{\partial x_2} = u_\tau^2, \quad (1.20)$$

où ν_T désigne la viscosité turbulente. Ensuite, à partir du modèle de longueur de mélange de Prandtl [24], on peut expliciter ν_T de telle sorte que

$$\frac{\partial U_1}{\partial x_2} = \frac{u_\tau}{\kappa x_2}, \quad (1.21)$$

avec

$$\nu_T = (\kappa x_2)^2 \left| \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right|. \quad (1.22)$$

Finalement, on réécrit (1.21) comme

$$\frac{\partial (U_\infty - U_1)}{\partial (x_2/\delta_{99})} = -\frac{u_\tau}{\kappa (x_2/\delta_{99})}, \quad (1.23)$$

puis on intègre pour obtenir le profil déficitaire de la couche externe [66]

$$\frac{U_\infty - U_1(x_2)}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln(x_2/\delta_{99}) + A, \quad (1.24)$$

où A est une constante à définir. On note que l'intégration de (1.21) conduit directement à la loi logarithmique

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B, \quad (1.25)$$

où B est une constante dont la valeur fait toujours l'objet de débat au sein de la

Section 1.2. Couche limite turbulente sans gradient de pression

communauté scientifique. Par convention, on prend généralement $B = 5.0$.

1.2.1.3. La zone de recouvrement

Jusqu'à présent, on a proposé une description de la couche limite par morceau. Or, le profil de vitesse dans la couche limite est continu. Par conséquent, il est nécessaire de réunifier les descriptions des régions externe et interne, i.e. de décrire la région où il y a continuité des vitesses et des gradients $\partial U_1 / \partial x_2$.

L'allure de la zone de recouvrement peut être déterminée à l'aide de la condition de continuité des gradients [69]. D'où, à partir des équations (1.15) et (1.24), on a

$$\frac{\partial U_1}{\partial x_2} = -\frac{u_\tau}{\delta_{99}} \frac{\partial f(x_2/\delta_{99})}{\partial(x_2/\delta_{99})} = \frac{u_\tau}{\nu} \frac{\partial g(y^+)}{\partial y^+}, \quad (1.26)$$

où $g(y^+) = u^+$ correspond à la loi de paroi (1.15). Après réarrangement, l'équation (1.26) devient

$$-\frac{x_2}{\delta_{99}} \frac{\partial f(x_2/\delta_{99})}{\partial(x_2/\delta_{99})} = y^+ \frac{\partial g(y^+)}{\partial y^+}. \quad (1.27)$$

Compte tenu de la forme de l'équation (1.27), il faut que les membres de gauche et de droite soient égaux à une constante pour respecter la condition de continuité des gradients. Or, d'après l'équation (1.24), on peut montrer que le membre de gauche de (1.27) est égal à $(1/\kappa)$. Ainsi, pour assurer la condition de continuité des gradients, il est nécessaire que

$$-\frac{x_2}{\delta_{99}} \frac{\partial f(x_2/\delta_{99})}{\partial(x_2/\delta_{99})} = y^+ \frac{\partial g(y^+)}{\partial y^+} = \frac{1}{\kappa}. \quad (1.28)$$

Si l'on intègre l'équation (1.28), alors on retrouve l'équation (1.25) pour la couche interne et l'équation (1.24) pour la couche externe. Finalement, la zone de recouvrement se caractérise par un comportement logarithmique. La Figure 1.8 semble indiquer que cette zone disparaît lorsque le nombre de Reynolds n'est pas suffisamment élevé. Toutefois, il est courant de considérer qu'elle s'étend de $y^+ \approx 30$ jusqu'à $x_2/\delta_{99} \approx 0.2$ [66, 69].

Dans les années 1950, Coles [70] propose une loi pour décrire simultanément la région logarithmique et la couche externe d'une couche limite turbulente. Pour cela, il ajoute un terme à (1.25), tel que

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B + 2 \frac{\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{x_2}{\delta_{99}}\right), \quad (1.29)$$

où Π est un paramètre qui varie en fonction du gradient de pression. Pour une couche limite sur plaque plane sans gradient de pression, $\Pi \approx 0.51$ [62, 69].

1.2.1.4. Les contraintes de Reynolds

Maintenant que l'on a décrit le profil de vitesse dans les différentes régions de la couche limite. On s'intéresse à l'évolution des contraintes turbulentes de Reynolds.

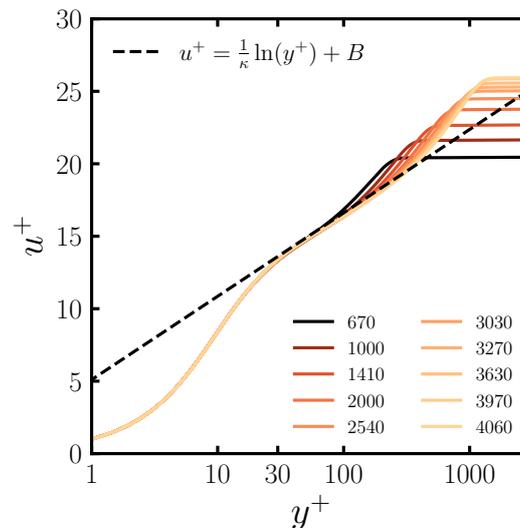


FIGURE 1.8. – Influence du nombre de Reynolds Re_θ sur le profil de vitesse dans la zone logarithmique d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. Les données DNS de Schlatter et al. [29] ont été exploitées.

Préalablement à cela, il convient d'indiquer que ces contraintes peuvent être mises à l'échelle de la même manière que le profil de vitesse dans les couches interne et externe [52, 71], i.e. à l'aide des variables internes (v/u_τ , u_τ) dans la première, et de variables externes (δ_{99} , U_∞) dans la seconde. Néanmoins, DeGraaf et al. [71] remarquent que $(u_\tau U_\infty)$ permet de faire coïncider l'amplitude des pics de $\overline{u_1^2}$ dans la couche interne.

La Figure 1.9 résume l'allure de chaque contrainte et met en évidence l'influence du nombre de Reynolds. En premier lieu, on observe que le comportement anisotrope et inhomogène de la turbulence se fait ressentir au fur et à mesure que l'on se rapproche de la paroi. On note que les contraintes $\overline{u_2^2}$ et $-\overline{u_1 u_2}$ ont des allures similaires, sauf en proche paroi où $\overline{u_2^2}$ est plus rapidement atténué. L'effet de blocage induit par la paroi est responsable de cette atténuation [72]. En ce qui concerne les contraintes turbulentes $\overline{u_1^2}$ et $\overline{u_3^2}$, on constate qu'elles présentent des pics localisés qui ne varient pas avec le nombre de Reynolds. Dans le cas de $\overline{u_1^2}$, on remarque que ce pic est situé dans une région proche du pic de production d'énergie cinétique turbulente observé à la Figure 1.2. De plus, on note que les niveaux de $\overline{u_1^2}$ et $\overline{u_3^2}$ augmentent dans la région logarithmique. Précédemment, on avait associé cette tendance à un enrichissement local de la turbulence en structures cohérentes (cf. Figure 1.6).

1.2.2. Convection des fluctuations

Les structures cohérentes d'un écoulement turbulent transportent des fluctuations de vitesse. Or, cette convection des fluctuations de vitesse est intimement lié au bruit

Section 1.2. Couche limite turbulente sans gradient de pression

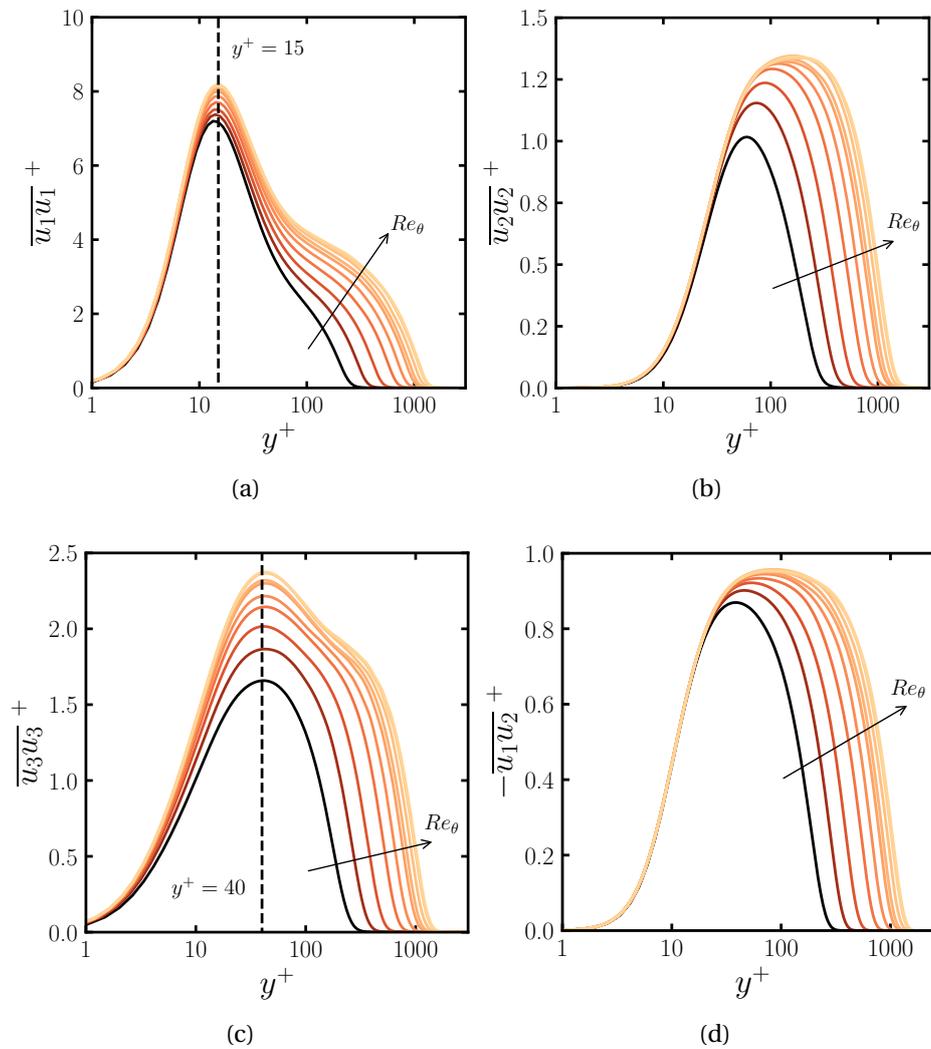


FIGURE 1.9. – Influence du nombre de Reynolds Re_θ sur les contraintes de Reynolds d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. Les données DNS de Schlatter et al. [29] ont été exploitées. La légende est disponible à la Figure 1.8.

et vibrations d'origine hydrodynamique. Par conséquent, il est important de porter son attention sur la vitesse de convection des fluctuations de vitesse quand on veut aborder des problèmes d'aéroacoustique ou de vibroacoustique [69].

L'hypothèse de turbulence gelée de Taylor [73] est souvent invoquée pour décrire la convection de ces fluctuations car elle suppose que l'ensemble des structures tourbillonnaires de l'écoulement sont convectées à une vitesse constante U_c . Toutefois, Lin [74] a démontré que cette hypothèse n'est valable que pour des écoulements non-visqueux où l'intensité de la turbulence et le cisaillement moyen sont faibles. Par conséquent, elle ne semble pas appropriée pour traiter la convection des fluctuations de vitesse au sein d'une couche limite turbulente.

De manière générale, la vitesse de convection est déterminée à l'aide des corrélations spatio-temporelles de pression ou de vitesse [75]. Dans le cas d'une application d'aéroacoustique, la définition en fonction des fluctuations de pression semble toute indiquée.

Il a été observé expérimentalement que la convection des fluctuations varie au travers de la couche limite [76-78]. Il s'avère qu'elle est proche de la vitesse moyenne locale, excepté dans la couche interne où elle est constante [79, 80]. On note que les résultats de Österlund et al. [80] suggèrent que la vitesse de convection dans la région interne dépend du nombre de Reynolds (cf. Figure 1.10), mais les résultats de Liu et al. [81] tendent à indiquer le contraire.

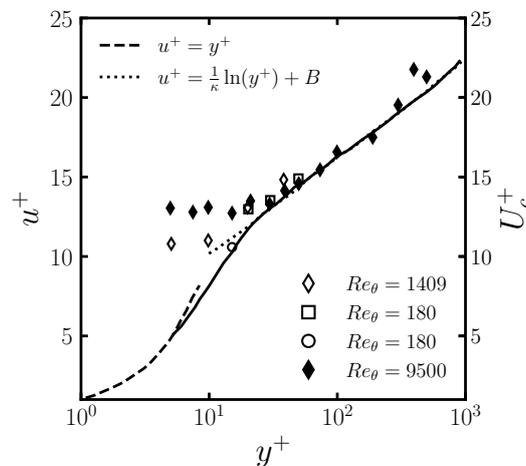


FIGURE 1.10. – Comparaison entre la vitesse de convection et la vitesse moyenne locale d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. Reproduction de la Figure 5b de [80].

1.3. Couche limite turbulente avec $dp/dx_1 > 0$

Dans la plupart des applications industrielles, les écoulements évoluent autour de surfaces dont la forme n'est pas aussi simple qu'une plaque plane. Il en résulte que la couche limite qui se développe au contact de géométries complexes présente un comportement qui s'écarte de celui présenté à la section précédente.

D'un point de vue physique, les effets géométriques se traduisent par l'apparition d'un terme relié au gradient de pression dans l'équation de la couche limite (1.8), i.e.

$$U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} = U_\infty \frac{dU_\infty}{dx_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[v \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_2} \right], \quad (1.30)$$

où le premier terme du membre de droite avait été obtenu à l'équation (1.7).

Désormais, si on analyse l'équation (1.30) en proche paroi, alors on peut commenter l'influence d'un gradient de pression sur le comportement de la couche limite [62]. En reprenant les arguments développés pour obtenir l'équation (1.12), on peut montrer que l'équation (1.30) se réduit à

$$v \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_2^2} \right)_{x_2=0} = U_\infty \frac{dU_\infty}{dx_1} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_\infty}{dx_1}. \quad (1.31)$$

Ainsi, on peut déduire différents comportements pour le profil de vitesse en fonction du signe du gradient de pression :

- $dp_\infty/dx_1 = 0$: on retombe sur le cas d'une plaque plane sans gradient de pression. On note que cette condition impose que le profil de vitesses ait un point d'inflexion à la paroi;
- $dp_\infty/dx_1 < 0$: la pression décroît et l'écoulement libre accélère. Dans de telles conditions, on parle de gradient de pression favorable car la couche limite a tendance à devenir plus stable. Cette propriété provient de la concavité du profil de vitesse à la paroi;
- $dp_\infty/dx_1 > 0$: la pression augmente et l'écoulement libre décélère. Ici, on parle de gradient de pression adverse ou défavorable car l'écoulement devient instable à la paroi. En effet, le profil de vitesse présente un point d'inflexion au-dessus de cette dernière.

Dans le dernier cas, il a été observé que les niveaux des fluctuations de pression pariétale augmentent par rapport à un cas sans gradient de pression [82]. Par conséquent, il est important de connaître le comportement dynamique des écoulements turbulents de couche limite soumis à un gradient adverse de pression. Ceci est d'autant plus important que ce type d'écoulement survient dans la plupart des applications industrielles.

Clauser [86] a été l'un des premiers à étudier les effets d'un gradient adverse de pression sur un écoulement turbulent de couche limite. Depuis lors, de nombreuses campagnes expérimentales et numériques ont été menées pour améliorer la compréhension des phénomènes qui sont mis en jeu dans de telles conditions. La Figure

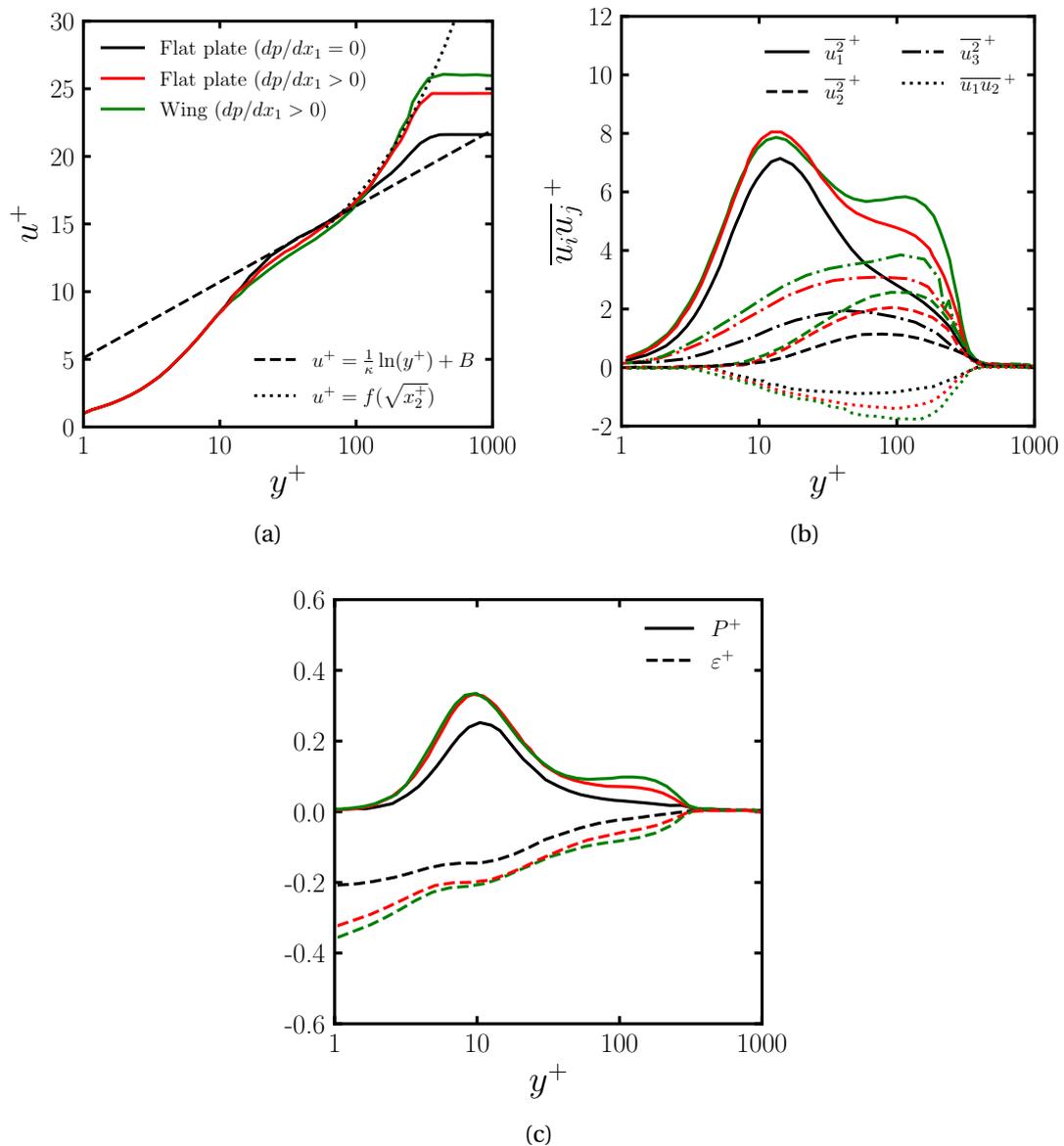


FIGURE 1.11. – Influence d'un gradient adverse de pression sur une couche limite turbulente à $Re_\tau = 340$ et $\beta = 1.4$. Les données de Schlatter et al. [83], Hosseini et al. [84] et Bobke et al. [85] ont été exploitées pour reproduire les Figures 6a), 6b) et 8a) de [85]. a) Vitesse moyenne, b) Tensions de Reynolds, c) Production et dissipation d'énergie cinétique turbulente.

Section 1.4. Séparation de la couche limite

1.11 résume notamment une partie des tendances qui peuvent être observées. Premièrement, la Figure 1.11a révèle que le profil de vitesse ne semble pas affecté dans la sous-couche visqueuse. En réalité, l'effet d'un gradient adverse de pression se fait d'autant plus ressentir en proche paroi que son intensité est élevée [87]. Deuxièmement, on peut remarquer que le profil de vitesse croît plus rapidement dans la région externe par rapport à un cas sans gradient de pression. La zone logarithmique est notamment réduite et il apparaît une zone avec une loi en racine carré [88, 89]. On note que la tendance des profils de vitesse à croître plus rapidement dans la région externe ne doit pas être interprétée comme un signe que le fluide accélère localement. En effet, le frottement à la paroi est réduit quand l'écoulement est soumis à un gradient adverse de pression, et donc le rapport (U_∞/u_τ) augmente. Troisièmement, la Figure 1.11b montre que les niveaux des tensions de Reynolds croient dans la région externe. En présence d'un gradient adverse suffisamment élevé, un second pic⁵ se forme dans la région externe pour la composante $\overline{u_1^2}$ [84, 85]. Enfin, la Figure 1.11c tend à indiquer que la turbulence s'enrichit dans la région externe car cette dernière présente une production d'énergie cinétique turbulente supérieure au cas sans gradient de pression. On note que le rapport entre la production et la dissipation de l'énergie cinétique est supérieure à 1 dans cette région, contrairement au cas sans gradient de pression où il est proche de 1 [90].

Pour terminer, la vitesse de convection des fluctuations de pression décroît en présence d'un gradient adverse de pression [82, 91, 92]. On note que Prigent et al. [93] rapportent une tendance inverse.

1.4. Séparation de la couche limite

Jusqu'à présent, on a présenté des écoulements de couche limite qui sont attachés à la surface sur laquelle ils se développent. Toutefois, ils peuvent se détacher de leur paroi lorsque la topologie de la paroi change soudainement (cf. Figure 1.12a), ou quand le gradient adverse de pression est suffisamment élevé (cf. Figure 1.12b). Dans les deux cas, une zone de recirculation se forme en aval du point du décollement, qui, bien souvent est responsable d'une perte de performance dans les applications industrielles. D'un point de vue acoustique, la séparation d'une couche limite engendre des fluctuations de pression élevées en comparaison à un écoulement attaché [94, 95].

Une couche limite décollée se caractérise par un comportement intermittent qui dépend de la distance à la paroi et de la position longitudinale [95, 96]. Cette caractéristique se révèle particulièrement problématique quand il s'agit de définir la position du point de séparation x_D , puisque les causes d'un décollement peuvent être multiples. Simpson [97] indique plusieurs manières de définir l'état du décollement. Pour une couche limite bidimensionnelle statistiquement stationnaire sur paroi, il explique que le point de séparation se situe à la position où le cisaillement moyen à la paroi est nul et où l'écoulement se renverse.

5. Il peut de même amplitude que celui dans la région interne.

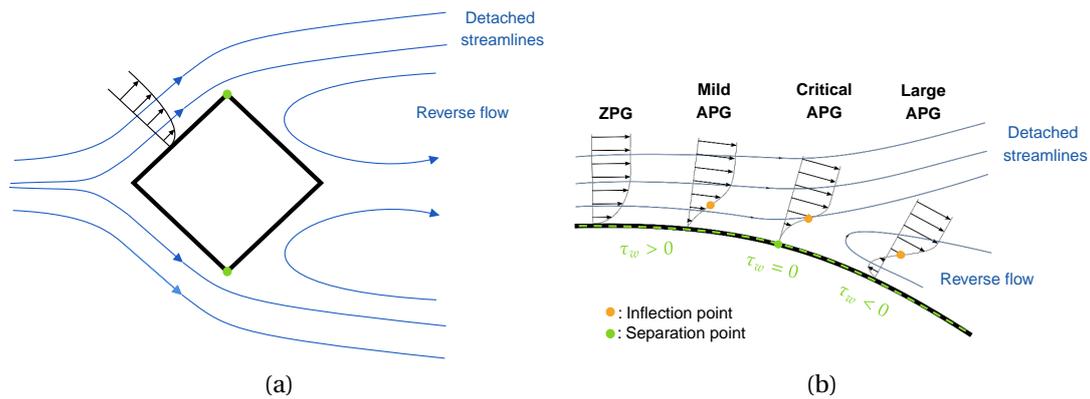


FIGURE 1.12. – Illustrations de la séparation d’une couche limite. ZPG et APG signifient zero-pressure gradient et adverse-pressure gradient, respectivement.

La structure d’une couche limite turbulente décollée a été principalement étudiée par Simpson et al. [98-101] au moyen d’essais en soufflerie. En revanche, on dénombre peu d’études numériques détaillées sur ce type d’écoulement [87, 102-105]. Malgré cela, il a été montré que les échelles caractéristiques de vitesse et de longueur ne correspondent pas aux variables internes u_τ et (ν/u_τ) , mais à la vitesse négative maximale U_N et à la position N de ce maximum [98]. D’où, il en résulte que les lois de paroi (1.15) et (1.25) ne sont plus valides dans l’écoulement renversé. Dianat et al. [106] soulignent que la couche externe d’une couche limite séparée s’apparente à un écoulement de couche de mélange.

En ce qui concerne les tensions de Reynolds, le pic de $\overline{u_1^2}$ se situe au milieu de la couche limite [100], $\overline{u_2^2} \approx \overline{u_3^2}$ sur 90% de la couche de mélange [100], et la contrainte $-\overline{u_1 u_2}$ est faible au travers de la bulle de recirculation par rapport à l’écoulement en amont du décollement [97].

Les mécanismes de production/dissipation de la turbulence en proche paroi diffèrent du cas d’un écoulement attaché. En effet, la production d’énergie cinétique turbulente est localement négligeable et les mécanismes diffusifs sont importants [97, 100]. Ainsi, il en résulte que les fluctuations de pression au sein d’une couche limite décollée ne proviennent pas de mécanismes qui se produisent en proche paroi. Simpson [97] indique qu’elles doivent donc émaner de la couche de mélange.

Finalement, Simpson et al. [94] montrent que la vitesse de convection des fluctuations de pression en amont et aval du point de décollement sont raisonnablement similaires aux basses fréquences. Néanmoins, elles sont plus faibles aux hautes fréquences quand on se situe en aval du décollement, i.e dans la région décollée.

Chapitre 2

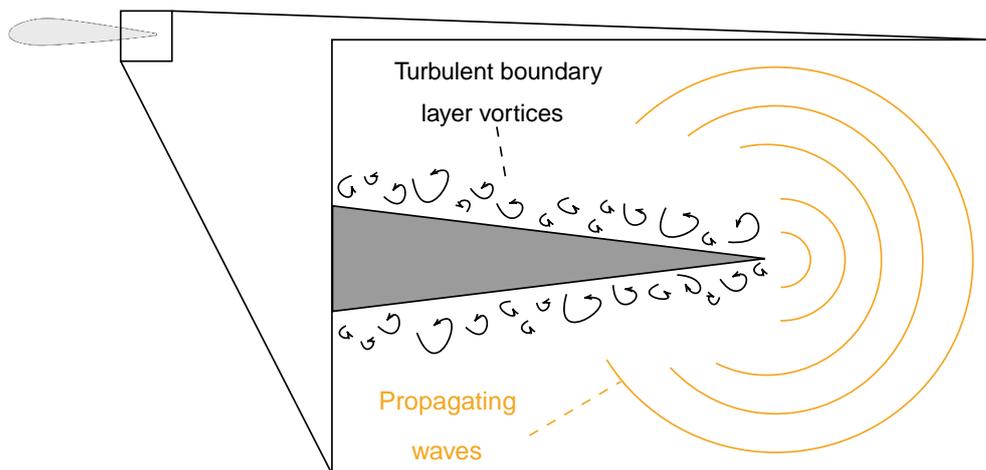
Revue sur le spectre des fluctuations de pression pariétale

Sommaire

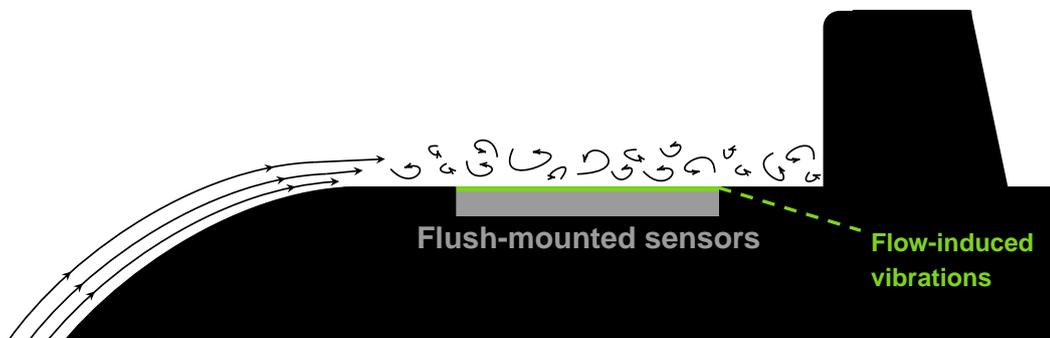
2.1. Définitions et notations	51
2.2. Spectre en nombre d'onde - fréquence	52
2.3. Spectre fréquentiel	55
2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale	57
2.4.1. Approche empirique	57
2.4.1.1. Spectre en nombre d'onde - fréquence	58
2.4.1.2. Spectre fréquentiel	64
2.4.2. Approche analytique	72
2.4.2.1. Modélisation linéaire	73
2.4.2.2. Modélisation non-linéaire	76

Les fluctuations de pression pariétale générées par une couche limite turbulente sont responsables de bruit rayonné en champ lointain et de vibrations structurelles. Ces phénomènes résultent de la conversion de l'énergie cinétique turbulente des structures tourbillonnaires de l'écoulement sous forme d'ondes acoustiques ou de vibrations dans les corps rigides adjacents. Globalement, les effets induits par la couche limite doivent être estimés pour réduire le bruit de cabine dans les avions, le bruit dans l'habitacle des automobiles et le pseudo-bruit perçu par les sonars remorqués et les dômes de sonar (cf. Figure 2.1). Pour cela, il est nécessaire de connaître le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale.

Ce chapitre propose une revue sur les fluctuations de pression pariétale pour différentes conditions d'écoulement turbulent de couche limite. En introduction, quelques définitions sont données pour poser le cadre mathématique de l'étude statistique des fluctuations de pression pariétale, et plus généralement des écoulements turbulents. Ensuite, l'état des connaissances sur le spectre en nombre d'onde-fréquence et le spectre fréquentiel sont successivement abordés. L'influence d'un gradient de pression et d'un décollement sur les caractéristiques des fluctuations de pression sont également abordés.



(a)



(b)

FIGURE 2.1. – Illustrations du bruit et des vibrations induites par un écoulement écoulement. (a) Bruit hydrodynamique rayonné depuis le bord de fuite d'un profil portant. (b) Vibrations induites par l'excitation stochastique de la surface d'un sonar de coque.

2.1. Définitions et notations

En préambule, on propose de définir un certain nombre de grandeurs qui sont fréquemment rencontrées dans l'étude des écoulements turbulents et des fluctuations de pression pariétale. Premièrement, il convient de distinguer les notions d'espérance et de valeur moyenne. Pour cela, on va considérer un champ instantané $a(\mathbf{x}, t)$ quelconque, tiré d'un écoulement turbulent. La valeur moyenne temporelle de ce champ s'exprime comme

$$A(\mathbf{x}) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T a(\mathbf{x}, t) dt, \quad (2.1)$$

où $2T$ désigne la période durant laquelle l'opération de moyenne est effectuée. Bien que commode, cette définition n'est pas satisfaisante lorsque l'on traite une grandeur qui dépend du temps. Dans un tel contexte, la notion d'espérance se révèle plus appropriée puisque

$$E[a(\mathbf{x}, t)] = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a^{(n)}(\mathbf{x}, t) \quad (2.2)$$

mesure la valeur moyenne de la grandeur, suite à N répétitions identiques de l'écoulement turbulent considéré. Cet outil est particulièrement utile lorsque l'on souhaite étudier le bruit d'un écoulement turbulent. Dans ce qui suit, on considérera que a est statistiquement stationnaire.

Afin d'extraire le contenu fréquentiel de notre quantité stochastique a en un point donné, il faut évaluer la densité spectrale de puissance (ou spectre fréquentiel)

$$\varphi_{aa}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{aa}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau, \quad (2.3)$$

où $i^2 = -1$ et

$$R_{aa}(\tau) = E[a(t)a(t+\tau)] \quad (2.4)$$

désigne la fonction d'autocorrélation en point et deux temps. On note que le caractère stationnaire du signal a impose que $E[a(t)a(t+\tau)]$ soit indépendant de t . De plus, on peut montrer que les variations de ce type de signal, à une fréquence donnée, ne dépendent pas des variations à d'autres fréquences, i.e. [69]

$$E[\hat{a}(\omega)\hat{a}^*(\omega')] = \varphi_{aa}(\omega)\delta(\omega - \omega'), \quad (2.5)$$

où $\hat{a}(\omega)$ et $\hat{a}^*(\omega')$ désignent la transformée de Fourier de a en ω , et le conjugué de la transformée de Fourier de a en ω' , respectivement. Une analyse similaire peut-être effectuée pour l'étude de la structure spatiale du champ stochastique a .

Dans le cadre des présents travaux de thèse, les fluctuations de pression pariétale représentent la grandeur stochastique d'intérêt. Dès lors, si on considère que celles-ci sont générées au sein d'un écoulement turbulent de couche limite, on peut exprimer la fonction des corrélations de pression pariétale en deux points et deux temps comme

$$R_{pp}(r_1, r_3, \tau) = E[p(x_1, x_3, t)p(x_1 + r_1, x_3 + r_3, t + \tau)], \quad (2.6)$$

où $r_2 = 0$ puisque les deux points sont sur la paroi. La densité spectrale (ou spectre) en nombre d'onde-fréquence est obtenue en prenant la transformée de Fourier selon r_1 , r_3 et τ , telle que

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(r_1, r_3, \tau) \exp(-i[k_1 r_1 + k_3 r_3 + \omega \tau]) dr_1 dr_3 d\tau. \quad (2.7)$$

D'après la définition de la transformée de Fourier inverse, on a nécessairement

$$R_{pp}(r_1, r_3, \tau) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \exp(+i[k_1 r_1 + k_3 r_3 + \omega \tau]) dk_1 dk_3 d\omega. \quad (2.8)$$

A partir de l'équation (2.5), on peut montrer que le spectre en nombre d'onde-fréquence vérifie

$$E[\hat{p}(k_1, k_3, \omega) \hat{p}^*(k'_1, k'_3, \omega')] = \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \delta(k_1 - k'_1) \delta(k_3 - k'_3) \delta(\omega - \omega'). \quad (2.9)$$

Pour la suite, il convient de définir le spectre croisé en espace-fréquence $\Gamma_{pp}(r_1, r_3, \omega)$, le spectre fréquentiel $\varphi_{pp}(\omega)$ et la variance des fluctuations de pression pariétale $\overline{p^2}$:

$$\Gamma_{pp}(r_1, r_3, \omega) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \exp(+i[k_1 r_1 + k_3 r_3]) dk_1 dk_3, \quad (2.10)$$

$$\varphi_{pp}(\omega) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) dk_1 dk_3, \quad (2.11)$$

$$\overline{p^2} = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) dk_1 dk_3 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{pp}(\omega) d\omega. \quad (2.12)$$

2.2. Spectre en nombre d'onde - fréquence

Pour des écoulements à faible nombre de Mach, il a été observé que le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale concentre la quasi-totalité de son énergie autour d'un nombre d'onde $k_c = \omega/U_c$. L'explication de cette distribution de l'énergie est en partie donnée par l'hypothèse de la turbulence gelée de Taylor [73]. Néanmoins, si tous les tourbillons étaient convectés à la vitesse U_c , alors on devrait observer un Dirac centré en $k = k_c$. En réalité, la vitesse de convection évolue au travers de la couche limite et donc le pic fin attendu en $k = k_c$ s'élargit, tout en conservant la majeure partie de l'énergie du spectre.

Les travaux théoriques de Kraichnan [107] et Phillips [108] montrent que le spectre en nombre d'onde-fréquence et les corrélations spatiales doivent vérifier les propriétés suivantes

$$\Phi_{pp}(0, 0, \omega) = 0, \quad (2.13)$$

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(r_1, r_3, 0) dr_1 dr_3 = 0, \quad (2.14)$$

Section 2.2. Spectre en nombre d'onde - fréquence

pour des écoulements turbulents incompressibles, statistiquement stationnaire, et homogène dans des plans parallèles à une plaque plane infiniment grande et rigide. Ces deux résultats contraignent la forme de $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)$ car ils imposent une croissance en k^2 dans la région sous-convective. Toutefois, le cadre théorique posé pour établir ces propriétés a été très largement discuté puisque des données expérimentales de plusieurs études révèlent un comportement quasi-blanc en nombre d'onde dans la région sous-convective [109].

Quelques années après Kraichnan et Phillips, Ffowcs Williams [110] montre que la propriété (2.14) n'est vérifiée que pour des écoulements où le nombre de Mach est identiquement nul. En revanche, lorsque l'on tient compte des effets de compressibilité, le spectre en nombre d'onde-fréquence présente un pic en $k = k_a \ll 1$ dont l'amplitude est proportionnelle au carré du nombre de Mach. Ce nouveau résultat est important puisqu'il montre que l'hypothèse d'incompressibilité de Kraichnan-Phillips affecte significativement la forme du spectre en nombre d'onde aux faibles nombres d'onde. Or, les composantes spectrales qui contribuent majoritairement à la réponse vibroacoustique d'une structure excitée par une couche limite turbulente à bas nombre de Mach, proviennent de la région sous-convective¹ [109]. Par conséquent, la bonne description de cette région est importante lorsque l'on s'intéresse à des applications hydrodynamiques.

De manière générale, le spectre en nombre d'onde-fréquence est divisé en cinq régions indépendantes [109] :

- la région supersonique pour $k < k_a = \omega/a$;
- la région acoustique (ou sonique) pour $k \approx k_a$;
- la région sous-convective pour $k_a < k < k_\infty = \omega/U_\infty$;
- la région convective pour $k_\infty < k < k_c = \omega/U_c$;
- la région visqueuse pour $k > k_c$;

où a et U_c désignent les vitesses du son et de convection. La Figure 2.2 résume l'allure du spectre en nombre d'onde-fréquence pour un écoulement de couche limite sans gradient de pression. Par la suite, on travaillera avec le spectre en nombre d'onde-fréquence normalisé [111]

$$\tilde{\Phi}_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \left(\frac{2\pi\omega}{U_c} \right)^2 \frac{\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)}{\varphi_{pp}(\omega)}. \quad (2.15)$$

Dans la littérature, la plupart des mesures expérimentales du spectre en nombre d'onde-fréquence ont été réalisées pour des écoulements sans gradient de pression. Schloemer [82] et Bradshaw [114] sont les premiers à avoir examiné l'influence d'un gradient de pression sur les fluctuations de pression pariétale. Toutefois, aucune tendance sur le spectre en nombre d'onde-fréquence n'est donnée. Salze et al. [115, 116] ont utilisé un dispositif de mesure développé par Arguillat et al. [117] pour évaluer le spectre en nombre d'onde-fréquence d'écoulements de couche limite soumis à un gradient de pression. Concomitamment, une étude numérique a été menée par Cohen

1. On note que la région sous-convective est d'autant plus large que l'écart entre la vitesse de convection des tourbillons et la vitesse du son a est grande.

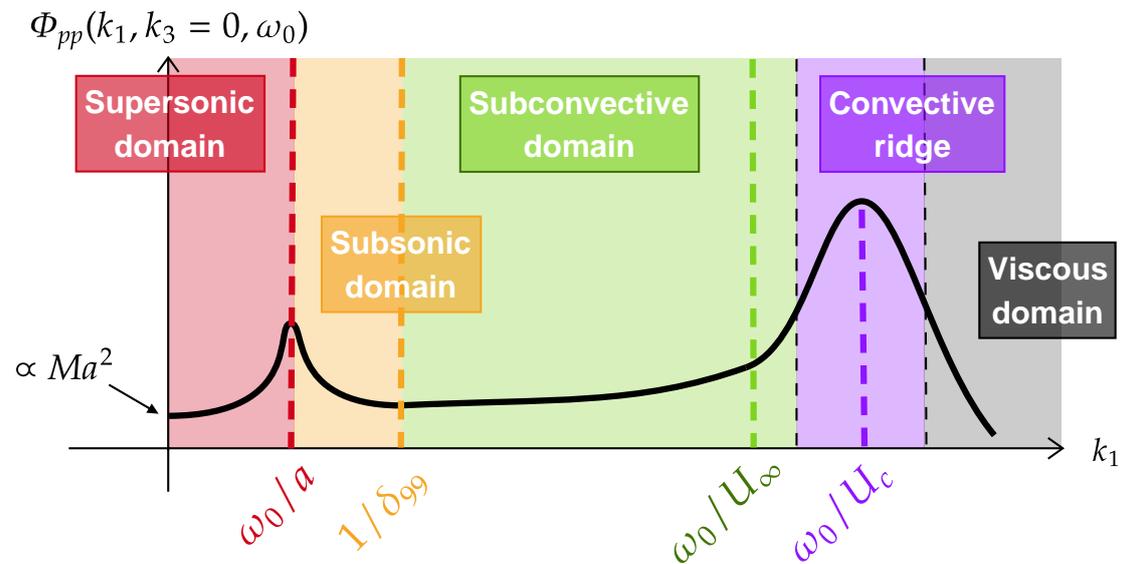


FIGURE 2.2. – Allure du spectre en nombre d'onde-fréquence pour un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. Inspiré de [95, 112, 113].

et al. [16] sur des écoulements de couche limite soumis à un gradient de pression. Les points importants de l'influence d'un gradient de pression sur la forme du spectre en nombre d'onde-fréquence sont résumés ci-dessous :

- les contours de $\Phi_{pp}(k_1, 0, \omega)$ sont asymétriques par rapport à une vitesse convective moyenne, avec et sans gradient de pression. De plus, l'intensité du pic dans la direction $(U_\infty + c)$ augmente du cas FPG au cas APG ;
- le rapport de forme des contours elliptiques de $\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega_0)$ diminue du cas FPG au cas APG. En revanche, la position du pic acoustique n'est pas affectée par la présence d'un gradient de pression ;
- la pente de la région sous-convective de $\Phi_{pp}(k_1, 0, \omega_0)$ diminue du cas FPG au cas APG. De plus, elle n'est pas affectée par les variations de fréquence. Pour le cas APG, les niveaux de la région acoustique sont plus intenses et le pic convectif s'élargit ;
- l'épaisseur de couche limite δ_{99} est l'échelle de longueur à privilégier pour comparer les spectres en nombre d'onde-fréquence, indépendamment du gradient de pression ;

où ω_0 désigne une fréquence fixée et les acronymes FPG² et APG³ font référence à des écoulements turbulent de couche limite avec gradient de pression favorable et défavorable, respectivement. Par la suite, l'acronyme ZPG⁴ désignera des écoulements turbulent de couche limite sans gradient de pression.

2. De l'anglais, favorable pressure gradient.

3. De l'anglais, adverse pressure gradient.

4. De l'anglais, zero pressure gradient.

2.3. Spectre fréquentiel

Au sein d'une couche limite turbulente, on sait qu'il n'existe pas d'échelle de longueur caractéristique pour décrire toute la couche limite. De plus, les tourbillons ne sont pas tous convectés à la même vitesse en fonction de leur distance à la paroi. Dès lors, il semble commode de décomposer le spectre fréquentiel en plusieurs parties distinctes. Après l'analyse de plusieurs résultats expérimentaux [118-120], Bull [109] propose notamment de décomposer le spectre fréquentiel en quatre régions :

- les basses fréquences (grandes échelles) pour $\omega\delta/u_\tau \leq 5$;
- les moyennes fréquences pour $5 < \omega\delta/u_\tau \leq 100$;
- la région universelle pour $\omega\delta/u_\tau > 100$ et $\omega\nu/u_\tau^2 \leq 0.3$;
- les hautes fréquences (petites échelles) pour $\omega\nu/u_\tau^2 > 0.3$.

La Figure 2.3 donne l'allure du spectre fréquentiel d'un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. De plus, des variables d'adimensionnement du spectre et de la fréquence sont indiquées pour chaque région. Celles-ci sont basées sur un modèle de couche limite à deux épaisseurs (couches externe et interne). On note que le choix du jeu de variables d'adimensionnement (X, Y) reste toujours un problème ouvert.

Les tendances dans chaque région du spectre fréquentiel sont aussi mentionnées sur la Figure 2.3. La pente en ω^2 aux basses fréquences a été déterminée théoriquement par Lilley et al. [121], puis validée expérimentalement par Farabee et al. [119]. En pratique, cette portion du spectre est complexe à capturer expérimentalement à cause de l'environnement de mesure. Bradshaw [114], quant à lui, a montré théoriquement que la pente dans la région universelle du spectre est proportionnelle à ω^{-1} . Néanmoins, plusieurs résultats expérimentaux [119, 122-125] révèlent que la pente de la région universelle varie plutôt entre -1.1 et -0.7 . Goody [126] constate également que la région universelle dépend du nombre de Reynolds et qu'elle n'existe que si le nombre de Reynolds est suffisamment élevé. Par ailleurs, le comportement de cette région du spectre provient des contributions de la zone logarithmique de la couche limite [127]. Enfin, le spectre fréquentiel présente une pente en ω^{-5} aux hautes fréquences. Les petites échelles tourbillonnaires de la couche interne seraient responsables de cette tendance [95].

Les travaux expérimentaux de Schloemer [82] ont donné lieu à une meilleure compréhension des effets d'un gradient de pression sur le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale. D'une part, Schloemer explique que les différences entre les spectres avec et sans gradient de pression sont dues aux variations d'intensité de turbulence au travers de la couche limite. D'autre part, il montre que le choix des variables d'adimensionnement influence la manière dont les spectres fréquents se confondent. Plusieurs auteurs [16, 91, 115] remarquent notamment que normaliser le spectre fréquentiel avec le frottement à la paroi τ_w ne permet pas de faire se confondre les spectres lorsque le gradient de pression est non nul. En revanche, ils observent que si l'on normalise le spectre fréquentiel avec q_∞ , alors les spectres coïncident aux basses fréquences mais pas aux hautes fréquences. Bien que ce dernier résultat soit en désaccord avec les résultats de Schloemer [82], Bradshaw [114] explique que

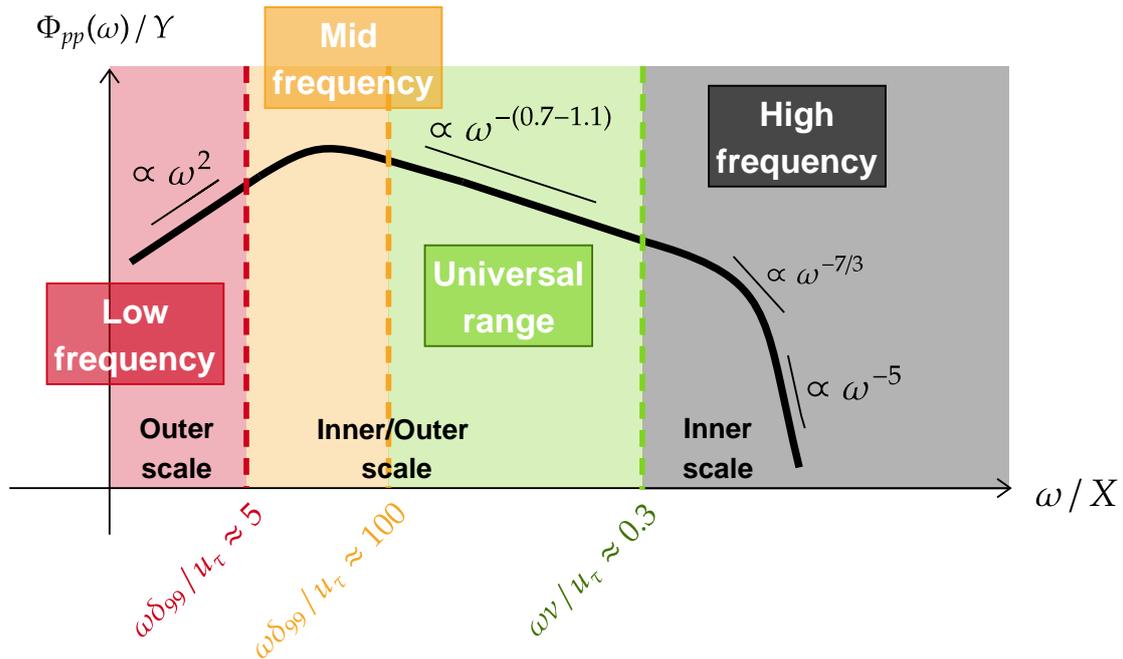


FIGURE 2.3. – Allure du spectre fréquentiel pour un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. Inspiré de [15]. X et Y sont des échelles caractéristiques pour l'adimensionnement de la fréquence et du spectre, respectivement.

les moyens expérimentaux (soufflerie, transducteur, ...) utilisés par Schloemer sont responsables de la tendance observée aux basses fréquences.

A ce jour, ce sont les travaux numériques de Cohen et al. [16] qui proposent l'étude la plus exhaustive pour décrire les effets d'un gradient de pression sur le spectre fréquentiel. Les points importants de leur étude sont résumés ci-dessous :

- adimensionner les spectres fréquentiels avec des variables externes (δ^* , U_∞ , q_∞) permet de les faire coïncider aux faibles et moyennes fréquences, indépendamment de la présence d'un gradient de pression ou non. De plus, les niveaux de ces spectres diminuent légèrement quand le nombre de Reynolds augmente ;
- adimensionner les spectres fréquentiels avec des variables mixtes (δ^* , u_τ , τ_w) permet de remarquer l'influence du gradient de pression sur l'allure du spectre, et d'atténuer la dépendance en Reynolds dans la région universelle. De plus, il est possible d'observer que la pente de la région universelle dépend du gradient de pression avec cette représentation du spectre ;
- adimensionner les spectres fréquentiels avec des variables internes (l_v , u_τ , τ_w) permet de faire coïncider les spectres uniquement aux hautes fréquences, bien que les courbes se décalent vers les hautes fréquences, du cas FGP au cas APG ;
- la pente en ω^{-5} aux hautes fréquences n'est pas affectée par la présence d'un gradient de pression, ce qui semble indiquer un caractère universel.

Simpson et al. [94] se sont intéressés aux caractéristiques des fluctuations de pres-

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

sion pariétales au sein de couches limites turbulentes décollées. La principale observation de leur étude est que les niveaux des spectres fréquentiels sont plus élevés dans des conditions où l'écoulement est décollé, que dans des conditions où l'écoulement est attaché. Plusieurs auteurs [128-131] ont mesuré les spectres fréquentiels en amont et en aval d'une marche montante, et en aval d'une marche descendante. Farabee et al. [128, 129] observent que la forme des spectres diffère de celle présentée la Figure 2.3 dans les zones décollées. Dans le cas de la marche descendante, ils remarquent qu'au sein de la bulle de recirculation les niveaux du spectre sont plus faibles, sauf aux très basses fréquences où l'énergie est assez élevée. Le contenu spectral des fluctuations de pression semble décalé vers les basses fréquences. Camussi et al. [130, 131] ont, quant eux, examiné l'influence du nombre de Reynolds sur la forme du spectre fréquentiel. Pour les bulles de recirculation en amont de la marche montante et en aval de la marche descendante, ils observent que le spectre présente successivement une pente en ω^{-1} et $\omega^{-7/3}$, pour tous les nombres de Reynolds.

A l'aide de simulations numériques directes, Na et al. [91] comparent la structure des fluctuations de pression pariétale d'une couche limite turbulente décollée avec les essais expérimentaux de Watmuff [132]. D'après leurs résultats, le spectre fréquentiel normalisé par le maximum des tensions de Reynolds permet de faire coïncider les spectres en amont, à l'intérieur et en aval de la bulle de recirculation. Cet adimensionnement avait été proposé auparavant par Simpson et al. [94]. Toutefois, en comparant les résultats de Na avec ceux de Simpson, on remarque qu'ils n'ont pas les mêmes pentes pour les spectres fréquentiels en amont et à l'intérieur du décollement.

2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

2.4.1. Approche empirique

L'approche de modélisation dite empirique est basée sur la notion d'auto-similarité. Elle vise à déterminer une expression fonctionnelle du spectre en fonction des paramètres de la couche limite (δ_{99} , δ^* , θ , C_f , β , ...), et d'une mise à l'échelle particulière qui repose sur des travaux théoriques et des données tirées de campagnes expérimentales et/ou numériques. Par conséquent, le domaine d'applicabilité de ce type de modèle est intimement lié aux données qui ont été utilisées pour les calibrer.

Dans ce qui suit, on présente quelques modèles empiriques de spectre développés pour des écoulements turbulents de couche limite avec et sans gradient de pression. On note qu'il existe à la fois des modèles pour le spectre en nombre d'onde-fréquence, et des modèles pour le spectre fréquentiel. De plus, le lecteur intéressé par ce type de modélisation est invité à consulter les revues de Graham [111], Hwang et al. [15], Miller et al. [133], et de Lee [134] pour avoir une connaissance exhaustive des modèles disponibles dans la littérature.

2.4.1.1. Spectre en nombre d'onde - fréquence

Modèles de Corcos et Corcos généralisé

A partir des données expérimentales d'écoulements turbulents en conduite [76], Corcos [11] propose le premier modèle pour décrire les tendances du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale. Il ne donne pas directement une expression du spectre en nombre d'onde-fréquence, mais une expression du spectre croisé en espace-fréquence, à savoir

$$\Gamma_{pp}(r_1, r_3, \omega) = \varphi_{pp}(\omega) \times A(\omega r_1 / U_c) B(\omega r_3 / U_c) e^{i\omega r_1 / U_c}, \quad (2.16)$$

où A et B sont des fonctions décroissantes qui mesurent la perte de cohérence des sources de pression dans les directions longitudinale et transverse de l'écoulement, respectivement. On note que l'équation (2.16) suggère que les contributions spatiales sont indépendantes. Cette simplification permet une estimation rapide du spectre, à condition que les fonctions A et B soient connues. Dans son ouvrage, Blake [95] propose de modéliser ces fonctions à l'aide d'exponentielles décroissantes, tel que l'équation (2.16) devient

$$\Gamma_{pp}(r_1, r_3, \omega) = \varphi_{pp}(\omega) \times e^{-\gamma_1 |\omega r_1 / U_c|} e^{-\gamma_3 |\omega r_3 / U_c|} e^{i\omega r_1 / U_c}, \quad (2.17)$$

où γ_1 et γ_3 sont des constantes qui contrôlent le taux de décroissance du spectre croisé dans les directions r_1 et r_3 , respectivement. Blake [95] propose $(\gamma_1, \gamma_3) = (0.116, 0.7)$ pour des parois lisses, et $(\gamma_1, \gamma_3) = (0.32, 0.7)$ pour des parois rugueuses. En revanche, Graham [111] utilise $(\gamma_1, \gamma_3) = (0.1, 0.77)$ pour des parois lisses. Finalement, à partir de la transformée de Fourier selon r_1 et r_3 de (2.17), on peut remonter au spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \frac{\varphi_{pp}(\omega)}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma_1 |\omega r_1 / U_c| - \gamma_3 |\omega r_3 / U_c|} e^{i\omega r_1 / U_c} e^{-i(k_1 r_1 + k_3 r_3)} dr_1 dr_3. \quad (2.18)$$

En posant $X = \omega r_1 / U_c$ et $Y = \omega r_3 / U_c$, on obtient

$$\left(\frac{2\pi\omega}{U_c} \right)^2 \frac{\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)}{\varphi_{pp}(\omega)} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma_1 |X|} e^{-i(k_1 U_c / \omega - 1)X} dX \times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\gamma_3 |Y|} e^{-i(k_3 U_c / \omega)Y} dY, \quad (2.19)$$

puis en se rappelant que la transformée de Fourier usuelle $\mathcal{F}(t)\{e^{-\alpha|t|}\} = 2\alpha / (\alpha^2 + \omega^2)$, on trouve le spectre normalisé [95, 111, 133]

$$\tilde{\Phi}_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \frac{4\gamma_1\gamma_3}{\left[\gamma_1^2 + \left(\frac{k_1 U_c}{\omega} - 1 \right)^2 \right] \left[\gamma_3^2 + \left(\frac{k_3 U_c}{\omega} \right)^2 \right]}. \quad (2.20)$$

Ce modèle décrit correctement la région convective du spectre. En revanche, il sures-

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

time très largement le spectre dans la région sous-convective pour des écoulements à faible nombre de Mach. Or, on sait que les contributions de la région sous-convective sont importantes pour estimer la réponse vibratoire d'une structure excitée par un écoulement turbulent de couche limite.

Caiazzo et al. [135] ont remarqué que le spectre de Corcos s'exprime comme le produit deux fonctions lorentziennes. Or, un filtre de Butterworth d'ordre 1 est la forme généralisée d'une fonction de Lorentz. Dès lors, Caiazzo et al. [135] ont proposé une version dite généralisée du modèle de Corcos en remplaçant les fonctions de Lorentz par des filtres de Butterworth dont l'ordre peut varier, tel que

$$\tilde{\Phi}_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \frac{-4nm \gamma_1^{2n-1} \gamma_3^{2m-1} \sum_{j=0}^{n-1} e^{-i\pi(1+2j)/2n} \sum_{j=0}^{m-1} e^{-i\pi(1+2j)/2m}}{\left[\gamma_1^{2n} + \left(\frac{k_1 U_c}{\omega} - 1 \right)^{2n} \right] \left[\gamma_3^{2m} + \left(\frac{k_3 U_c}{\omega} \right)^{2m} \right]}, \quad (2.21)$$

où les constantes n et m correspondent aux ordres des filtres associés aux directions \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_3 , respectivement. Cette nouvelle formulation conserve les avantages du modèle de Corcos et permet de mieux décrire la région sous-convective, à condition de choisir les bons ordres pour chaque filtre. On note que l'on retrouve directement l'équation (2.20) pour $m = n = 1$.

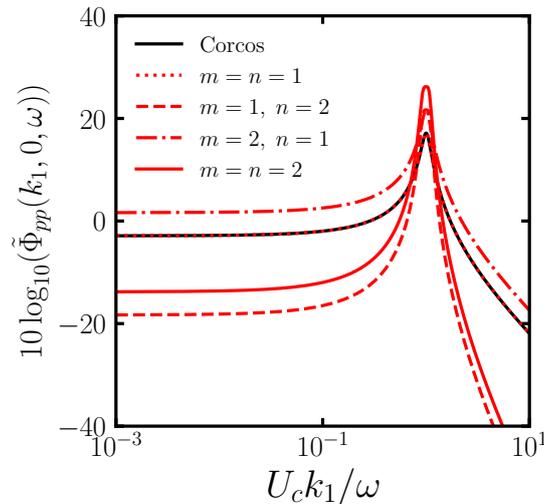


FIGURE 2.4. – Spectres en nombre d'onde-fréquence de Corcos [11] (noir) et Corcos généralisé [135] (rouge) à $\omega \delta_{99} / u_\tau = 248$. On note que $(\gamma_1, \gamma_3) = (0.1, 0.77)$.

Modèles de Chase et Chase-Howe

A la suite des travaux de Corcos, il est rapidement devenu nécessaire de construire un modèle capable de décrire les régions acoustique et convective, simultanément. Dans son premier article sur le sujet, Chase [12] propose un modèle semi-analytique basé sur les travaux de Kraichnan [107] et plusieurs arguments heuristiques, à savoir

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \rho^2 u_\tau^3 (C_M k_1^2 K_M^{-5} + C_T k_{1,3}^2 K_T^{-5}), \quad (2.22)$$

avec

$$K_i^2 = \frac{(\omega - U_c k_1)^2}{h_i^2 u_\tau^2} + k_{1,3}^2 + (b_i \delta_{99})^{-2}, \quad i = M, T, \quad (2.23)$$

où C_i , h_i et b_i sont des coefficients sans dimension, et K_M et K_T représentent les interactions cisaillement moyen-turbulence et turbulence-turbulence de l'équation (2.45), respectivement. A partir de la relation (2.11), on trouve le spectre fréquentiel

$$\varphi_{pp}(\omega) = \frac{a_+ \rho^2 u_\tau^4}{\omega} \left\{ r_M \frac{1 + \mu^2 \left[1 + \left(b_M \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]}{\left[1 + \left(b_M \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]^{3/2}} + r_T \frac{1 + \left[1 + \left(b_T \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]}{\left[1 + \left(b_T \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]^{3/2}} \right\}, \quad (2.24)$$

où $a_+ = 0.766$, $b_M = 0.756$, $b_T = 0.378$, $r_M = 0.611$, $r_T = 0.389$ et $\mu = 0.176$ sont des paramètres déterminés empiriquement. Cette modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale n'est toutefois pas satisfaisante car elle ne reproduit toujours pas correctement les régions acoustique et sous-convective [111]. Pour rappel, les travaux théoriques de Ffowcs Williams [110] démontrent que la tendance en k_1^2 aux faibles nombres d'onde, prédite par le théorème de Kraichnan-Phillips [107, 108], n'est pas retrouvée lorsque les effets de compressibilité sont pris en compte. Par ailleurs, Bull [109] indique que la prise en compte de ces effets est nécessaire pour respecter les observations expérimentales.

Quelques années plus tard, Chase [13] propose donc une extrapolation de son premier modèle jusqu'au domaine acoustique, car l'équation (2.22) est valide pour $k \gg \omega/a$. Le nouveau modèle prend la forme suivante

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \rho^2 u_\tau^3 (C_M k_1^2 K'_M + C_T k_{1,3}^2 K'_T), \quad (2.25)$$

avec

$$K'_M = \frac{1}{[k_+^2 + (b\delta_{99})^{-2}]^{5/2}} \left(\frac{k_{1,3}}{k_c} \right)^2, \quad (2.26)$$

$$K'_T = \frac{1}{[k_+^2 + (b\delta_{99})^{-2}]^{5/2}} \left(\frac{k_+^2 + (b\delta_{99})^{-2}}{k_{1,3}^2 + (b\delta_{99})^{-2}} \right)^{(5-\lambda)/2} \times \left[c_1 + c_2 \left(\frac{k_c}{k_{1,3}} \right)^2 + c_3 \left(\frac{k_{1,3}}{k_c} \right)^2 \right], \quad (2.27)$$

où $k_c^2 = k_{1,3}^2 - (\omega/a)^2$, $k_+^2 = [(\omega - U_c k_1)/(h u_\tau)]^2 + k_{1,3}^2$ et les constantes b , c_2 , c_3 et $c_1 =$

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

$1 - c_2 - c_3$ sont déterminées expérimentalement. On note que le paramètre λ contrôle le comportement du terme K'_T aux bas nombres d'onde. Globalement, cette nouvelle formulation du spectre en nombre d'onde-fréquence améliore le comportement dans la région sous-convective. En revanche, on peut montrer que le spectre fréquentiel ne présente pas les bonnes tendances aux basses et hautes fréquences. Il s'exprime notamment comme

$$\varphi_{pp}(\omega) = \frac{a_+ \rho^2 u_\tau^4}{\omega} \left\{ r_M \frac{1 + \mu^2 \left[1 + \left(b \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]}{\left[1 + \left(b \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]^{3/2}} + r'_T \frac{1 + \left[1 + \left(b \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]^{-1}}{\left[1 + \left(b \frac{\omega \delta_{99}}{U_c} \right)^{-2} \right]^{1/2}} \right\}, \quad (2.28)$$

avec $a_+ = 1.005$, $b = 0.75$, $r_M = 0.970$, $r'_T = 0.044$ et $\mu = 0.176$. Dans son ouvrage, Howe [136] corrige la tendance aux basses fréquences de (2.28), en proposant l'expression simplifiée

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega) U_\infty}{\tau_w^2 \delta^*} = \frac{(\omega \delta^* / U_\infty)^2}{[(\omega \delta^* / U_\infty)^2 + \alpha_p^2]^{3/2}}, \quad (2.29)$$

où $\alpha_p = 0.12$. On verra plus tard que Goody [126] a proposé une correction de (2.29) pour les hautes fréquences.

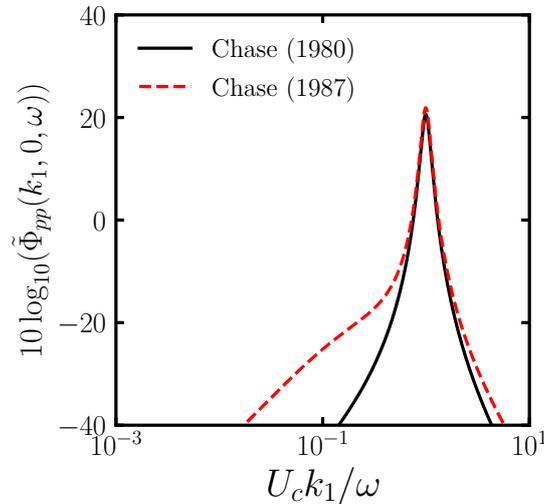


FIGURE 2.5. – Spectres en nombre d'onde-fréquence de Chase [12, 13] à $\omega \delta_{99} / u_\tau = 248$. On note que la forme incompressible du spectre de Chase (1987) [13] est représentée, i.e. $\lambda = 3$.

Modèle de Cipolla

Cipolla et al. [137] ont poursuivi les travaux de Schloemer [82] sur l'étude des caractéristiques des fluctuations de pression pariétale en présence d'un gradient de pression. Pour une fréquence donnée, ils proposent d'écrire le spectre de Corcos (2.16) comme une fonction de la séparation longitudinale r_1 uniquement, comme suit

$$\Gamma_{pp}(r_1/\delta_{99}, \omega\delta_{99}/U_\infty) = \varphi_{pp}(\omega\delta_{99}/U_\infty) e^{-(i+\alpha)\zeta}, \quad (2.30)$$

où $\zeta = |\omega r_1/U_c(r_1/\delta_{99}, \omega)|$ et $\alpha = f(r_1/\delta_{99})$. On remarque que la vitesse de convection est une fonction de r_1/δ_{99} car Schloemer [82] a montré que U_c croît (resp. décroît) lorsque la séparation longitudinale (resp. la fréquence) augmente, indépendamment de la présence d'un gradient de pression ou non. Finalement, en prenant la transformée de Fourier de (2.30) selon r_1 , Cipolla et al. [137] obtiennent le spectre en nombre d'onde-fréquence

$$\Phi_{pp}(k_1\delta_{99}, \omega\delta_{99}/U_\infty) = \frac{\delta_{99}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_{pp}(X, \omega\delta_{99}/U_\infty) e^{-i(k_1\delta_{99})X} dX. \quad (2.31)$$

Afin de valider leur modèle, Cipolla et al. [137] proposent de l'appliquer au cas d'une couche limite turbulente à l'équilibre, avec et sans gradient de pression. Pour cela, ils utilisent des régressions de $U_c/U_\infty = f(\xi/\delta_{99})$.

Dans le cas sans gradient de pression, ils obtiennent un spectre en nombre d'onde-fréquence qui est asymétrique au niveau du pic convectif, et qui présente des minima non-physiques à plusieurs nombre d'ondes inférieurs à k_c . Or, cette forme du spectre ne correspond pas à la forme donnée à la Figure 2.2. Cipolla et al. [137] attribuent la mauvaise description des régions acoustique et sous-convective à un manque de données spectrales, et à la forme des régressions de U_c/U_∞ utilisées.

Dans les cas avec gradient de pression, ils observent toujours des minima non-physiques. De plus, la position (resp. l'asymétrie) du pic convectif se décale (resp. s'élargit) vers les hauts nombre d'ondes lorsque l'on passe d'un gradient favorable à défavorable. On note que seul l'élargissement du pic convectif est en accord avec les résultats numériques de Cohen et al. [16].

Modèle de Smol'yakov

Jusqu'à présent, on a vu qu'il existe typiquement deux approches pour la modélisation empirique du spectre en nombre d'onde-fréquence. La première est basée sur une formulation directe du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale, tandis que la seconde repose sur une approche dite convertible [14]. Ce dernier type de modèle, proposé initialement par Corcos, est fondée sur une formulation en espace-fréquence du spectre des fluctuations de pression pariétale. Or, il s'avère que ce type de formulation est également utile pour évaluer le bruit rayonné par une couche limite, et la répons vibratoire d'une structure forcée stochastiquement.

A partir d'une formulation précédente [138], Smol'yakov [14] propose un nouveau modèle en espace-fréquence qui prend en compte les effets du nombre de Reynolds, et le caractère finie des structures cohérentes au sein des écoulements turbulents de

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

couche limite. Dans le domaine espace-fréquence, le modèle prend la forme suivante

$$\Gamma_{pp}(r_1, r_3, \omega) = \varphi_{pp}(\omega) [h\gamma \exp(ir_1\omega/U_c) - (h-1)\Delta\gamma \exp(im_1r_1\omega/U_c)], \quad (2.32)$$

où

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega)u_\tau^2}{\tau_w^2\nu} = \begin{cases} 1.49 \times 10^{-5} Re_\theta^{2.74} \tilde{\omega}^2 (1 - 0.117 Re_\theta^{0.44} \sqrt{\tilde{\omega}}), & \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_0, \\ 2.75 \tilde{\omega}^{-1.11} \{1 - 0.82 \exp(-0.51 [\tilde{\omega}/\tilde{\omega}_0 - 1])\}, & \tilde{\omega}_0 < \tilde{\omega} < 0.2, \\ (38.9e^{-8.35\tilde{\omega}} + 18.6e^{-3.58\tilde{\omega}} + 0.31e^{-2.14\tilde{\omega}}) \\ \times \{1 - 0.82 \exp(-0.51 [\tilde{\omega}/\tilde{\omega}_0 - 1])\}, & \tilde{\omega} > 0.2. \end{cases}, \quad (2.33)$$

avec $\tilde{\omega} = \omega\nu/u_\tau^2$, $\tilde{\omega}_0 = 49.35 Re_\theta^{-0.88}$ et

$$\gamma = \exp\left(-\sqrt{(r_1/\Lambda_1)^2 + (r_3/\Lambda_3)^2}\right), \quad \Delta\gamma = \exp\left(-\sqrt{(r_1/l)^2 + (r_3/l)^2}\right),$$

$$\Lambda_1 = U_c/(B\omega) \quad \Lambda_3 = U_c/(m_0B\omega), \quad l = (U_c/\omega)\sqrt{n/(m_1G)}$$

$$m_0 = 6.45, \quad m_1 = (1 + B^2)/(5n - 4 + B^2), \quad n = 1.005,$$

$$G = 1 + B^2 - nm_1, \quad h = [1 - m_1B/(m_0n^2G^{1/2})]^{-1},$$

$$B = A/[1 + SA\tilde{\omega}(u_\tau/U)(U/U_c)], \quad A = 0.124\sqrt{[1 - 0.25U_c/(\omega\delta^*)] + [0.25U_c/(\omega\delta^*)]^2},$$

$$U_c/U = 1.6(\omega\delta^*/U)/[1 + 16(\omega\delta^*/U)^2] + 0.6,$$

où S est une constante à définir. On précise que l'expression (2.33) a été obtenue par Smol'yakov au cours de travaux précédents [125]. Enfin, dans le domaine nombre d'onde-fréquence, le modèle (2.32) s'exprime comme

$$\frac{2\pi\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega)}{\varphi_{pp}(\omega)} = \frac{h\Lambda_1\Lambda_3}{[1 + (\Lambda_1\omega/U_c - \Lambda_1k_1)^2 + (\Lambda_3k_3)^2]^{3/2}} \cdot \frac{(h-1)l^2}{[1 + (lm_1\omega/U_c - lk_1)^2 + (lk_3)^2]^{3/2}}. \quad (2.34)$$

À basse fréquence, Smol'yakov [14] a constaté une bonne estimation des niveaux du spectre dans la région sous-convective par rapport aux résultats expérimentaux de Martin et al. [139]. De plus, il souligne l'importance d'incorporer les effets visqueux dans la modélisation car les échelles cohérentes ne peuvent pas avoir une taille inférieure à $(S\nu/u_\tau)$. La Figure 2.6 compare le modèle de Smol'yakov avec les autres modèles présentés dans cette Section.

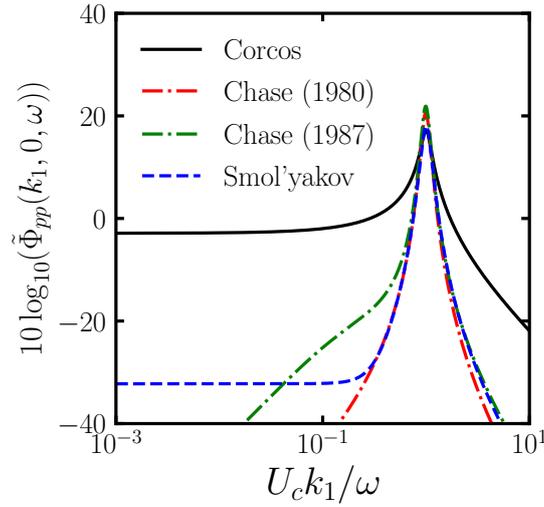


FIGURE 2.6. – Comparaison de plusieurs modèles empiriques de spectre en nombre d'onde-fréquence à $\omega\delta_{99}/u_\tau = 248$. On note que la forme incompressible du spectre de Chase (1987) [13] est représentée, i.e. $\lambda = 3$.

2.4.1.2. Spectre fréquentiel

Modèle de Goody

Goody [126] a proposé un modèle capable de reproduire les différentes régions du spectre fréquentiel (cf. Figure 2.3). Pour cela, il s'est basé sur modèle de Chase-Howe (2.29), et les résultats expérimentaux de sept groupes de recherche indépendants. D'un côté, il a ajouté un terme au dénominateur de (2.29) pour corriger la tendance du spectre (2.29) aux hautes fréquences, et tenir compte de l'influence du nombre de Reynolds. De l'autre, il a ajusté les différents paramètres de son modèle à l'aide des résultats expérimentaux des sept études. Selon la formulation dite "universelle" de Lee [134], le modèle de Goody peut être écrit comme suit

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega)U_\infty}{\tau_w^2\delta_{99}} = \frac{a(\omega\delta_{99}/U_\infty)^b}{[i(\omega\delta_{99}/U_\infty)^c + d]^e + [fR_T^g(\omega\delta_{99}/U_\infty)]^h}, \quad (2.35)$$

$$a = 3, \quad b = 2, \quad c = 0.75, \quad d = 0.5, \quad e = 3.7, \quad f = 1.1, \quad g = -0.57, \quad h = 7, \quad i = 1,$$

avec

$$R_T = \frac{\delta_{99}/U_\infty}{\nu/u_\tau^2} = \frac{u_\tau^2\delta_{99}}{U_\infty\nu} = \frac{u_\tau/U_\infty}{u_\tau\delta_{99}/\nu} = \frac{u_\tau\delta_{99}}{\nu} \sqrt{\frac{C_f}{2}}, \quad (2.36)$$

où $a - i$ sont des constantes et R_T est un rapport d'échelles de temps. Le Tableau 2.1 résume l'influence de chaque constante $a - i$ sur la forme du spectre.

La formulation (2.36) est remarquable puisqu'elle ne dépend que de paramètres qui sont facilement accessibles à l'aide de simulation RANS et/ou de méthodes numériques basées sur la théorie des écoulements potentiels (e.g. méthode des panneaux tourbillonnaires). De surcroît, elle tient compte des effets du nombre de Reynolds sur

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

le spectre fréquentiel⁵, puisque R_T compare les échelles de temps des régions externe et interne de la couche limite. La Figure 2.7 illustre notamment l'influence de R_T sur la forme du spectre.

Le modèle de Goody est souvent cité comme étant le modèle de référence pour décrire le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale de couche limite turbulente sans gradient de pression [15, 133].

Paramètres	Effets sur le spectre fréquentiel
a	Niveau des fluctuations de pression
b	Pente aux basses fréquences
$c \times e - b$	Pente aux moyennes fréquences
$h - b$	Pente aux hautes fréquences
d	Position du pic aux aux basses fréquences
f	Influence les moyennes fréquences

Tableau 2.1. – Influence des différents paramètres de l'équation (2.35) sur la forme du spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale. Tiré de [140].

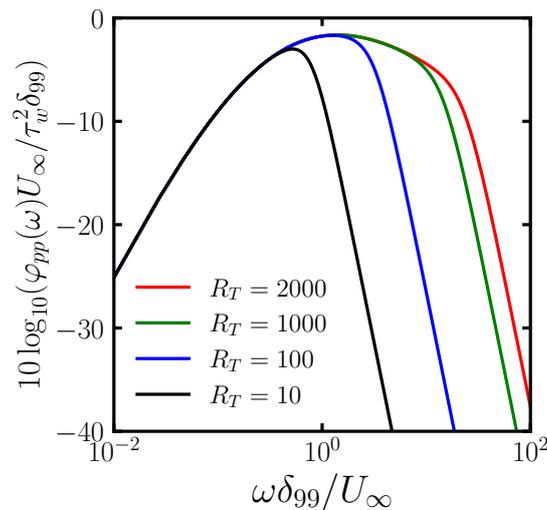


FIGURE 2.7. – Influence du paramètre R_T sur la forme du spectre de Goody.

Modèle de Rozenberg

A partir du modèle de Goody [126] et de données de cinq études différentes, Rozenberg et al. [141] proposent un nouveau modèle de spectre fréquentiel qui tient compte des effets d'un gradient adverse de pression.

5. Pour rappel, le nombre de Reynolds est construit de manière à comparer les temps caractéristiques de diffusion visqueuse et d'advection. D'après l'équation (2.36), on note que R_T peut être exprimé comme : $R_T = \tau_c / \tau_v = Re^{-1}$. Cette définition n'inverse pas l'influence du nombre de Reynolds sur l'allure du spectre puisque dans l'équation (2.35) le signe de l'exposant de R_T est négatif.

Chapitre 2. Revue sur le spectre des fluctuations de pression pariétale

Pour construire leur modèle, Rozenberg et al. [141] ont appliqué le modèle de Goody à des cas avec gradient adverse de pression, et ils ont observé que le pic du spectre et la pente aux moyennes fréquences augmentent par rapport à des cas sans gradient de pression. Dès lors, ils ont déterminé plusieurs paramètres pour l'adimensionnement du spectre. Il en résulte que le nouveau modèle remplace les constantes $a - i$ du modèle de Goody par de nouvelles constantes et/ou des variables qui prennent en compte les effets d'un gradient adverse de pression. D'où

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega)U_\infty}{\tau_{max}^2\delta^*} = \frac{a(\omega\delta^*/U_\infty)^b}{[i(\omega\delta^*/U_\infty)^c + d]^e + [fR_T^g(\omega\delta^*/U_\infty)]^h}, \quad (2.37)$$

$$a = 2.82\Delta^2(6.13\Delta^{-0.75} + F_1)^{A_1} [1 + 4.2\Pi/\Delta],$$

$$b = 2, c = 0.75, d = F_1, e = A_1, f = 8.8, g = -0.57, h = A_2, i = 4.76,$$

avec

$$F_1 = 4.76(1.4/\Delta)^{0.75} [0.375A_1 - 1],$$

$$A_1 = 3.7 + 1.5\beta_c, A_2 = \min\{3; 19/\sqrt{R_T}\} + 7,$$

$$\Delta = \delta_{99}/\delta^*, \beta_c = \frac{\theta}{\tau_w} \frac{dP}{dx}, \Pi = 0.8(\beta_c + 0.5)^{3/4}, \tau_{max} = \max(\tau_w).$$

Les résultats de Rozenberg et al. [141] montrent que ce modèle prédit correctement les niveaux de $\varphi_{pp}(\omega)$ pour des écoulements à faible nombre de Reynolds, sauf lorsque le gradient de pression est faible. De plus, il permet d'estimer fidèlement le bruit rayonné par le bord de fuite d'un profil d'aube de turbine.

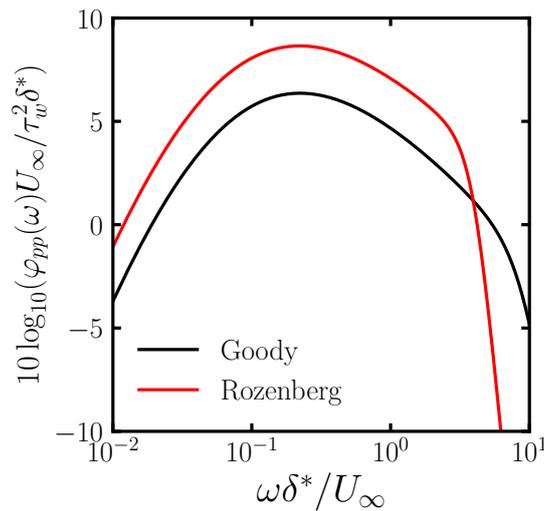


FIGURE 2.8. – Comparaison des modèles empiriques de Goody et Rozenberg. On note que $R_T = 83.23$ et $\beta_c = -0.0590$.

Modèle de Kamruzzaman

Jusqu'à présent, on a vu que le modèle de Goody n'était pas adapté pour décrire le spectre fréquentiel d'écoulement turbulent de couche limite avec gradient de pression, mais que le modèle de Rozenberg permettait de résoudre ce problème. Néanmoins, Kamruzzaman et al. [142] se sont aperçus que ce dernier modèle ne prédit pas correctement la position du pic et la forme générale du spectre, quand le chargement (angle d'attaque) et le nombre de Reynolds augmentent. De ce fait, ils proposent un nouveau modèle pour pallier aux défauts du modèle de Rozenberg. Pour cela, ils introduisent de nouvelles variables d'adimensionnement et ils révisent la définition du terme R_T . Le modèle de Kamruzzaman et al. [142] prend la forme suivante

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega)U_\infty}{\tau_w^2\delta^*} = \frac{a(\omega\delta^*/U_\infty)^b}{[i(\omega\delta^*/U_\infty)^c + d]^e + [fR_T^g(\omega\delta^*/U_\infty)]^h} \quad (2.38)$$

$$a = 0.45 [1.75\Pi_c^{2m}\beta_c^{2m} + 15], \quad m = 0.5(H/1.31)^{0.3},$$

$$b = 2, \quad c = 1.637, \quad d = 0.27, \quad e = 2.47, \quad f = 0.96, \quad g = -2/7, \quad h = 7, \quad i = 1,$$

avec

$$R_T = \frac{\delta^* u_\tau^2}{U_\infty \nu}, \quad (2.39)$$

$$\beta_c = \left[\frac{10}{61} \sqrt{\frac{2}{C_f}} \left(1 - \frac{1}{H} \right) + \frac{17}{61} \right]^2 - 1.81,$$

$$\Pi_c = \begin{cases} 0.8(\beta_c + 0.5)^{3/4}, & \beta_c > -0.5 \\ 0.227, & \beta_c \leq -0.5 \end{cases}.$$

Ce modèle présente une précision de $\pm 2\text{dB}$ pour la plupart des cas testés. Il permet également de prédire correctement le bruit de bord de fuite, à condition que les grandeurs caractéristiques de la couche limite soient correctement évaluées.

Modèle de Catlett

Comme les précédents modèles, Catlett et al. [143] reprennent les résultats de plusieurs équipes de recherche et cherchent à proposer un modèle capable d'étendre l'applicabilité du modèle de Goody aux écoulements avec gradient de pression. Contrairement aux deux derniers modèles présentés, Catlett et al. [143] proposent une formulation semi-empirique astucieuse où les paramètres $a - i$ sont relaxés vers les valeurs du

modèle de Goody $a_G - i_G$ en fonction des caractéristiques de la couche limite. Il s'écrit

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega)U_\infty}{\tau_w^2\delta} = \frac{a(\omega\delta_{99}/U_\infty)^b}{[i(\omega\delta_{99}/U_\infty)^c + d]^e + [fR_T^g(\omega\delta_{99}/U_\infty)]^h}, \quad (2.40)$$

$$\ln(a - a_G) = 7.98(\beta_\Delta Re_\Delta^{0.35})^{0.131} - 10.7, \quad b = 2,$$

$$c - c_G = 20.9(\beta_\delta Re_\delta^{0.05})^{2.76} + 0.162, \quad d - d_G = 0.328(\beta_\Delta Re_\Delta^{0.35})^{0.310} - 0.103,$$

$$e - e_G = -1.93(\beta_\delta Re_\delta^{0.05})^{0.628} + 0.172, \quad f - f_G = -2.57(\beta_\delta Re_\delta^{0.05})^{0.224} + 1.09,$$

$$g - g_G = 38.1(\beta_\delta H^{-0.5})^{2.11} + 0.0276, \quad h - h_G = 0.797(\beta_\Delta Re_\Delta^{0.35})^{0.0724} + 0.31,$$

$$i = 1,$$

avec

$$\beta_\delta = \frac{\delta_{99}}{q} \frac{dP}{dx}, \quad \beta_\Delta = \frac{\Delta}{q} \frac{dP}{dx}, \quad Re_\delta = \frac{\delta_{99}U_\infty}{\nu}, \quad Re_\Delta = \frac{\Delta U_\infty}{\nu},$$

$$H = \delta^* / \theta, \quad \Delta = \delta^* \sqrt{2/C_f},$$

où $\sim 4 \times 10^3 < Re_\theta < \sim 2 \times 10^4$, $\sim 10 < Re_T < \sim 150$ et $\sim 0.5 < \omega\delta_{99}/U_\infty < \sim 200$. On note l'effort des auteurs à définir le domaine de validité de leur modèle.

Les résultats obtenus avec ce modèle sont satisfaisants pour la plupart des écoulements dont les conditions sont proches de ceux utilisés pour calibrer les paramètres $a - i$ du modèle. En revanche, le modèle prédit difficilement l'allure du spectre de plusieurs résultats expérimentaux de référence [82]. Catlett et al. [143] indiquent que cette différence provient d'une mauvaise estimation des différentes quantités du modèle.

Modèle de Hu

Hu [140] a proposé un modèle de spectre fréquentiel pour estimer le bruit de cabine dans un avion. Pour cela, Hu reprend les résultats de cinq groupes de recherche qui couvrent une gamme de nombre de Reynolds allant de $Re_\theta = 2600$ à $Re_\theta = 19000$. Comme pour les précédents modèles, il se base sur le modèle de Goody pour construire son modèle.

Dans un premier temps, il détermine de nouveaux paramètres pour l'adimensionnement de la fréquence et du spectre. Ensuite, il propose de remplacer la pente théorique en ω^2 aux basses fréquences, par une pente moyenne en ω . Enfin, il remplace le terme R_T par $Re_\tau = u_\tau \delta_{99} / \nu$, car il permet d'obtenir de meilleurs résultats. D'où, le modèle prend la forme suivante

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega)u_\tau}{Q^2\theta} = \frac{a(\omega\theta/U_\infty)^b}{[i(\omega\theta/U_\infty)^c + d]^e + [fRe_\tau^g(\omega\theta/U_\infty)]^h}, \quad (2.41)$$

$$a = (81.004x + 2.154) \times 10^{-7},$$

$$b = 1, \quad c = 1.5y^{1.6}, \quad d = 0.07, \quad e = \frac{1.13}{y^{0.6}}, \quad f = 7.645, \quad g = -0.411, \quad h = 6, \quad i = 1,$$

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

avec

$$Re_\tau = u_\tau \delta_{99} / \nu, \quad Re_\theta = \theta U_\infty / \nu, \quad H = \delta^* / \theta,$$

$$\log_{10}(x) = -5.8 \times 10^{-5} Re_\theta H - 0.35, \quad y = 1.169 \ln(H) + 0.642$$

où $2.3 \times 10^3 < Re_\theta < 1.5 \times 10^4$, $1.4 < H < 2.15$, $9.0 < U_\infty < 62.7 \text{ m/s}$ et $6.1 < \delta_{99} < 91.2 \text{ mm}$. Globalement, les résultats de Hu [140] sont très satisfaisants, même pour des écoulements sans gradient de pression.

Modèle de Lee

Lee [134] a constaté que tous les modèles de spectre fréquentiel disponibles dans la littérature ne peuvent pas être appliqués dans toutes les situations. Par conséquent, il propose un nouveau modèle basé sur les travaux de Rozenberg et al. [141], qui prend la forme

$$\frac{\varphi_{pp}(\omega) U_\infty}{\tau_w^2 \delta^*} = \frac{a (\omega \delta^* / U_\infty)^b}{[i (\omega \delta^* / U_\infty)^c + d]^e + [f R_\tau^g (\omega \delta^* / U_\infty)]^h}, \quad (2.42)$$

$$a = \max\{a'; (0.25\beta_c - 0.52)a'\}, \quad b = 2, \quad c = 0.75, \quad (2.43)$$

$$d = \begin{cases} \max\{1.0; 1.5F_1\}, & \beta_c < 0.5 \\ F_1, & \beta_c \geq 0.5 \end{cases}$$

$$e = A_1, \quad f = 8.8, \quad g = -0.57, \quad h = \min\{3; 0.139 + 3.1043\beta_c\} + 7, \quad i = 4.76,$$

avec

$$a' = 2.82\Delta^2 (6.13\Delta^{-0.75} + d)^e [1 + 4.2\Pi/\Delta],$$

où $1.4 \times 10^3 \leq Re_\theta \leq 2.34 \times 10^4$ pour les écoulements sans gradient de pression, et $0.5 \times 10^3 \leq Re_\theta \leq 1.65 \times 10^4$, pour les écoulements avec gradient de pression. Les résultats de Lee [134] montrent que le nouveau modèle proposé permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour une plus grande diversité d'écoulements que les autres modèles. De plus, ils montrent qu'une erreur de $\pm 5\%$ sur les paramètres d'entrée n'a pas d'influence sur le spectre.

Résumé

Dans le cadre d'études d'avant projet, l'approche empirique est idéale puisqu'elle est simple et rapide à mettre en œuvre. Par ailleurs, la plupart des modèles empiriques de spectre fréquentiel partagent une formulation commune [134]

$$\varphi_{pp}(\omega) / Y = \frac{a(\omega/X)^b}{[i(\omega/X)^c + d]^e + [fR_T^g(\omega/X)]^h}, \quad (2.44)$$

où $a - i$ sont des constantes, et R_T , X et Y sont des facteurs à définir (cf. Tableau 2.2). Toutefois, il convient de noter que ces modèles présentent un domaine de validité restreint. De plus, ils se révèlent sensibles aux données d'entrée, et rapidement inappropriés lorsque l'on s'intéresse à des écoulements turbulents de couche limite autour de géométrie complexe. Par conséquent, on comprend qu'il est nécessaire de trouver une approche alternative pour estimer le spectre des fluctuations de pression pariétale.

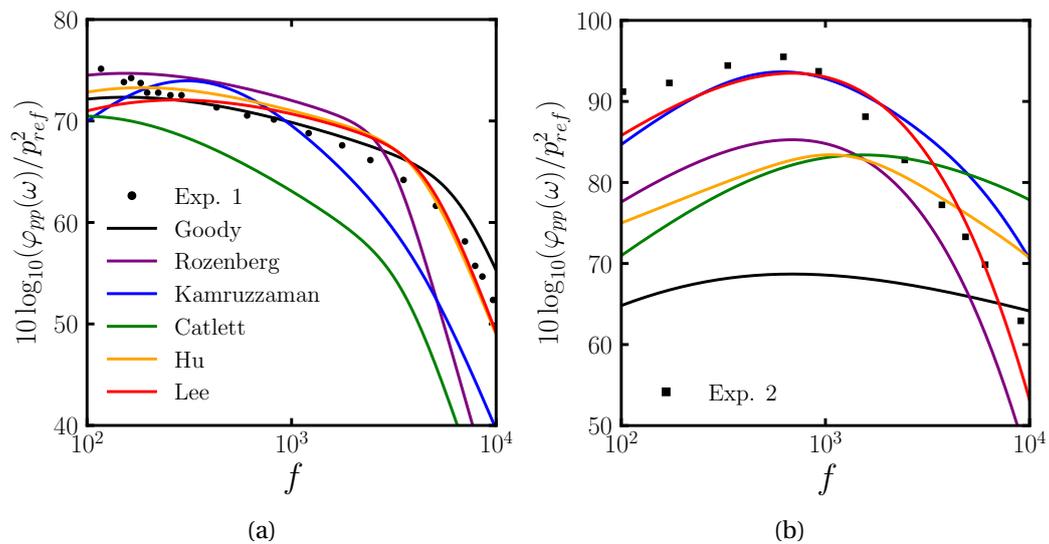


FIGURE 2.9. – Comparaison de plusieurs modèles empiriques de spectre fréquentiel avec des données expérimentales. (a) Sans gradient de pression [124], (b) avec gradient de pression adverse [144].

Model	ID	a	b	c	d
GOODY	G	3	2	0.75	0.5
ROZENBERG	R	$2.82\Delta^2 (6.13\Delta^{-c} + d)^e [4.2(\Pi/\Delta) + 1]$	2	0.75	$4.76(1.4/\Delta)^c [0.375e - 1]$
KAMRUZZAMAN	K	$0.45 [1.75\Pi_c^{2m}\beta_c^{2m} + 15]$	2	1.637	0.27
CATLETT	C	$3 + \exp\{7.98(\beta_\Delta Re_\Delta^{0.35})^{0.131} - 10.7\}$	2	$0.912 + 20.9(\beta_\delta Re_\delta^{0.05})^{2.76}$	$0.397 + 0.328(\beta_\Delta Re_\Delta^{0.35})^{0.310}$
HU	H	$(81.004x + 2.154) \times 10^{-7}$	1	$1.5 [1.169\ln(H) + 0.642]^{1.6}$	0.07
LEE	L	$\max\{a_R; (0.25\beta_c - 0.52)a_R\}$	2	0.75	$\begin{cases} \beta_c < 0.5 : \max\{1; 1.5e\} \\ \beta_c \geq 0.5 : e \end{cases}$

Model	ID	e	f	g
GOODY	G	3.7	1.1	-0.57
ROZENBERG	R	$3.7 + 1.5\beta_c$	8.8	-0.57
KAMRUZZAMAN	K	2.47	0.96	-2/7
CATLETT	C	$3.872 - 1.93(\beta_\delta Re_\delta^{0.05})^{0.628}$	$2.19 - 2.57(\beta_\delta Re_\delta^{0.05})^{0.224}$	$-0.5424 + 38.1(\beta_\delta H^{-0.5})^{2.11}$
HU	H	$1.13 / [1.169\ln(H) + 0.642]^{0.6}$	7.645	-0.411
LEE	L	$3.7 + 1.5\beta_c$	8.8	-0.57

Model	ID	h	i	X	Y	R_T
GOODY	G	7	1	U_∞ / δ_{99}	$\tau_w^2 \delta_{99} / U_\infty$	$(u_\tau^2 \delta_{99}) / (U_\infty \nu)$
ROZENBERG	R	$\min\left\{3; \frac{19}{\sqrt{R_T}}\right\} + 7$	4.76	U_∞ / δ^*	$\tau_{max}^2 \delta^* / U_\infty$	$(u_\tau^2 \delta_{99}) / (U_\infty \nu)$
KAMRUZZAMAN	K	7	1	U_∞ / δ^*	$\tau_w^2 \delta^* / U_\infty$	$(u_\tau^2 \delta^*) / (U_\infty \nu)$
CATLETT	C	$7.31 + 0.797(\beta_\Delta Re_\Delta^{0.35})^{0.0724}$	1	U_∞ / δ_{99}	$\tau_w^2 \delta_{99} / U_\infty$	$(u_\tau^2 \delta_{99}) / (U_\infty \nu)$
HU	H	6	1	U_∞ / θ	$Q^2 \theta / u_\tau$	$Re_\tau = u_\tau \delta_{99} / \nu$
LEE	L	$\min\{3; 0.139 + 3.1043\beta_c\} + 7$	4.76	U_∞ / δ^*	$\tau_w^2 \delta^* / U_\infty$	$(u_\tau^2 \delta_{99}) / (U_\infty \nu)$

Tableau 2.2. – Récapitulatif des constantes/variables associées à chaque modèle de spectre fréquentiel de pression pariétale présenté à la Section 2.4.1.2. Inspiré de [134].

2.4.2. Approche analytique

Pour les écoulements à très faible nombre de Mach, on peut démontrer que les fluctuations de pression sont cinématiquement liées aux fluctuations de vitesse à travers une équation de Poisson [145]. Après quelques manipulations algébriques de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement et l'introduction de la décomposition de Reynolds, on obtient [146]

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i \partial x_i} = q(\mathbf{x}, t), \quad (2.45)$$

avec

$$q(\mathbf{x}, t) = 2 \underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}_{\text{TMS}} + \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i u_j - \overline{u_i u_j})}_{\text{TT}}, \quad (2.46)$$

où les termes du membre de droite de l'équation (2.46) correspondent aux interactions turbulence-cisaillement moyen (TMS) et turbulence-turbulence (TT). Parfois, on parle plutôt de contributions rapide et lente car le terme TMS s'adapte instantanément à une variation du champ moyen, alors que le terme TT varie à la suite d'interactions non-linéaires. Lilley [121, 147] et Hodgson [148] ont estimé que le terme TT est négligeable par rapport au terme TMS. Cependant, des simulations numériques directes [146, 149] indiquent que les deux termes ont le même ordre de grandeur.

De manière générale, la solution de l'équation (2.45) en champ libre⁶ s'exprime comme suit [58]

$$\frac{1}{\rho} p(\mathbf{x}, t) = - \iiint q(\mathbf{x}', t) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d^3 x', \quad (2.47)$$

où

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}. \quad (2.48)$$

La connaissance du spectre en nombre d'onde-fréquence requiert une description statistique des fluctuations de pression pariétale. On distingue typiquement deux méthodes pour évaluer ce spectre :

- à partir d'une formulation directe reposant sur la transformée de Fourier de la solution (2.47);
- à partir d'une formulation indirecte reposant sur une expression devant être transformée dans l'espace de Fourier a posteriori.

Dans ce qui suit, on propose de faire une rapide revue de la littérature sur les modèles analytiques qui ont été développés pour estimer le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale. Les méthodes numériques utilisées et le coût de calcul nécessaire pour résoudre ces modèles seront également discutés.

6. On précise que l'équation (2.45) vérifie les conditions aux limites :

$$\lim_{x_2 \rightarrow +\infty} p = 0 \text{ et } \frac{\partial p}{\partial x_2} (x_2 = 0) = 0.$$

2.4.2.1. Modélisation linéaire des fluctuations de pression pariétale

Kraichnan [107] est l'un des premiers à avoir proposé un modèle analytique de spectre en nombre d'onde pour décrire le comportement des fluctuations de pression pariétale au sein d'un écoulement turbulent de couche limite. Pour cela, il considère que le terme non-linéaire (TT) est négligeable devant le terme linéaire (TMS) dans l'équation (2.45). De plus, il suppose que la couche limite turbulente est mince, i.e. que la turbulence est homogène dans des plans parallèles à la paroi. Dans de telles conditions, si x_2 correspond à la coordonnée normale à la paroi, alors le terme source de l'équation de Poisson (2.45) devient

$$q(\mathbf{x}, t) \approx \frac{dU_1}{dx_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1}. \quad (2.49)$$

Modèle de Panton et Linebarger

À partir des travaux de Kraichnan [107], Panton et Linebarger [150] ont proposé l'une des premières méthodes numériques pour calculer le spectre en nombre d'onde des fluctuations de pression pariétale. La formulation du modèle de Panton et Linebarger est basée sur la transformée de Fourier de l'équation (2.45) selon les directions homogènes \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_3 , i.e.

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x_2 \partial x_2}(k_1, x_2, k_3) - k_{1,3}^2 \hat{p}(k_1, x_2, k_3) = -2\rho i k_1 \frac{dU_1}{dx_2} \hat{u}_2(k_1, x_2, k_3), \quad (2.50)$$

où le terme source (2.49) est considéré. A partir de la méthode de variation de la constante, on peut montrer que la solution de l'équation (2.50) prend la forme [151]

$$\hat{p}(k_1, x_2 = 0, k_3) = -2\rho i \frac{k_1}{k_{1,3}} \int_0^{+\infty} \frac{dU_1}{dx_2}(x_2) \hat{u}_2(k_1, x_2, k_3) \exp(-k_{1,3} x_2) dx_2. \quad (2.51)$$

Finalement, le spectre en nombre d'onde des fluctuations de pression pariétale est exprimé comme suit

$$\begin{aligned} \phi_{pp}(k_1) = 4\rho^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{k_1^2}{k_{1,3}^2} S_{22} \frac{dU_1}{dx_2}(x_2) \frac{dU_1}{dx_2}(x'_2) \\ \times \exp(-k_{1,3}[x_2 + x'_2]) dx_2 dx'_2 dk_3 \end{aligned}, \quad (2.52)$$

où

$$\begin{aligned} S_{22}(k_1, x_2, x'_2, k_3) = \frac{\sqrt{u_2^2(x_2)} \sqrt{u_2^2(x'_2)}}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} C_{22}(r_1, x_2, x'_2, r_3) \\ \times \exp(-i[k_1 r_1 + k_3 r_3]) dr_1 dr_3 \end{aligned} \quad (2.53)$$

désigne le spectre croisé des fluctuations normales de vitesse. On note également que

C_{22} correspond aux corrélations des fluctuations normales de vitesse, $k_{1,3}^2 = k_1^2 + k_3^2$ et

$$\hat{p}(k_1, x_2, k_3) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, x_2, x_3) \exp(-i [k_1 x_1 + k_3 x_3]) dx_1 dx_3, \quad (2.54)$$

$$\hat{u}_j(k_1, x_2, k_3) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} u_j(x_1, x_2, x_3) \exp(-i [k_1 x_1 + k_3 x_3]) dx_1 dx_3. \quad (2.55)$$

Panton et al. [150] ont proposé d'utiliser des modèles empiriques pour évaluer le cisaillement moyen et les autres quantités turbulentes. Le premier terme est prescrit à l'aide du modèle de Bull [152], tandis que les dernières inconnues sont déterminées à partir de modèles basés sur des résultats expérimentaux [153-156] et des modèles théoriques [157]. Certains auteurs [158-160] ont proposé d'utiliser les résultats de simulations RANS pour imposer le cisaillement moyen et les contraintes de Reynolds normales. Cette solution est plus commode car elle permet d'étudier des écoulements plus complexes.

Grasso et al. [160] ont proposé une formulation analytique pour le spectre croisé des fluctuations normales de vitesse, à savoir

$$S_{22}(k_1, x_2, x'_2, k_3) = \frac{k_{1,3}^2 L^4}{16\pi} \exp\left(-\frac{(x_2 - x'_2)^2}{L^2} - \frac{k_{1,3}^2 L^2}{4}\right), \quad (2.56)$$

où L est une échelle de longueur intégrale. Ainsi, en utilisant l'équation (2.56), seule l'intégrale triple de l'équation (2.52) doit encore être évaluée numériquement, ce qui réduit le coût de la méthode. Panton et al. [150] ont utilisé une méthode d'intégration de type Monte Carlo à variance réduite pour estimer le spectre (2.52).

Il convient de noter que malgré l'omission de la dépendance temporelle dans l'expression (2.52), le spectre fréquentiel des fluctuations de la pression pariétale peut être retrouvé à l'aide de l'hypothèse de la turbulence gelée de Taylor [73]. Ainsi, si l'on considère que les fluctuations de la pression pariétale sont convectées dans la direction et le sens de l'écoulement à une vitesse constante U_c , on a

$$\varphi_{pp}(\omega) = \frac{\phi_{pp}(k_1 \rightarrow \omega/U_c)}{U_c}. \quad (2.57)$$

Modèle TNO-Blake

Au sein de l'Organisation néerlandaise pour la recherche scientifique appliquée (TNO), Parchen [161] a développé un modèle pour prédire le bruit rayonné en champ lointain par des machines tournantes, e.g. des éoliennes. Une fois de plus, il s'appuie sur les travaux de Kraichnan [107], mais il suppose que le spectre croisé des fluctuations de vitesse normale à la paroi peut être séparé comme suit [95]

$$S_{22}(k_1, x_2, x'_2, k_3, \omega) \approx \Lambda_2(x_2) \delta(x_2 - x'_2) \overline{u_2^2}(x_2) \phi_{22}(k_1, k_3) \phi_m(\omega - U_c k_1). \quad (2.58)$$

L'hypothèse ci-dessus a été proposée par Blake [95] et permet de formuler le spectre

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

en nombre d'onde-fréquence suivant

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = 4\rho^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{k_1^2}{k_{1,3}^2} S_{22}(k_1, x_2, x'_2, k_3, \omega) \frac{dU_1}{dx_2}(x_2) \frac{dU_1}{dx_2}(x'_2) \times \exp(-2k_{1,3} [x_2 - x'_2]) dx_2 dx'_2 \quad (2.59)$$

En substituant l'équation (2.58) dans l'équation (2.59), on obtient

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \approx 4\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{k_1^2}{k_{1,3}^2} \Lambda_2 \overline{u_2^2} \phi_{22}(k_1, k_3) \phi_m(\omega - U_c k_1) \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \times \exp(-2k_{1,3} x_2) dx_2 \quad (2.60)$$

Bertagnolio et al. [162] ont ajouté un facteur 2 devant le terme Λ_2 , mais cela ne résout pas les différences entre les données mesurées et calculées. Fischer et al. [163] ont souligné que l'hypothèse de Blake n'est valable que si la longueur Λ_1 est très petite devant l'épaisseur de la couche limite. Compte tenu de cela, Fischer et al. [163] ont proposé un modèle TNO amélioré qui utilise une hypothèse légèrement différente pour modéliser S_{22} . Cette modification permet notamment d'obtenir de meilleures prédictions du spectre fréquentiel des fluctuations de la pression pariétale, et du bruit de bord de fuite en champ lointain.

Prigent et al. [164] ont proposé une méthode pour prescrire les profils de vitesse moyenne et l'échelle de longueur dans l'équation (2.59). Celle-ci ne dépend que de deux paramètres, et repose sur la reconstruction des profils de vitesse moyenne à l'aide du modèle de longueur de mélange de Prandtl. Bien que la méthode soit simple, elle permet de récupérer les bonnes tendances du spectre fréquentiel, ainsi que les caractéristiques des spectres en nombre d'onde-fréquence pour des couches limites turbulentes avec et sans gradient de pression.

Modèle de Lysak

Dans le cadre de l'étude des écoulements turbulents en conduite, Lysak [165] a exprimé le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale comme l'intégrale des sources turbulentes sur l'épaisseur de la couche limite, comme suit (cf. Chapitre 4)

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \approx 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-2k_{1,3} x_2)}{k_{1,3}^2} \Phi_{qq}(k_1, x_2 | 0, k_3, \omega) dx_2, \quad (2.61)$$

où

$$\Phi_{qq}(k_1, x_2 | k_2, k_3, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E[\hat{q}(k_1, x_2, k_3, \omega) \hat{q}^*(k'_1, x_2 + r_2, k'_3, \omega')]}{\delta(k_1 - k'_1) \delta(k_3 - k'_3) \delta(\omega - \omega')} \times \exp(-ik_2 r_2) dr_2 \quad (2.62)$$

désigne le spectre des termes source de l'équation (2.46). L'équation (2.61) repose sur

l'hypothèse que le spectre croisé des sources est symétrique par rapport à la séparation spatiale r_2 . Bien que cette hypothèse ne soit pas valable pour les écoulements turbulents pariétaux, cette dernière ne devrait pas influencer la précision du spectre [165, 166].

Lysak [165] considère uniquement les sources linéaires dans l'équation (2.46), et il obtient le spectre des sources linéaires suivant

$$\Phi_{qq}(k_1, x_2 | k_2, k_3, \omega) \approx 4\rho^2 k_1^2 \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \phi_{22}(k_1, k_2, k_3) \delta(\omega - k_1 U_c(x_2)), \quad (2.63)$$

où les fluctuations sont supposées être convectées à une vitesse constante $U_c = U_c(x_2)$ dans chaque strate de la couche limite. Ensuite, en considérant le spectre d'énergie cinétique turbulente de von Kármán [167] pour expliciter le spectre des fluctuations de vitesse normale ϕ_{22} dans l'équation (2.63), Lysak [165] obtient finalement l'expression du spectre en nombre d'onde-fréquence ci-après

$$\begin{aligned} \Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \approx 3\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{u_2^2}{u_2^2} \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \frac{(k_1^2/k_e^2)}{[1 + (k_{1,3}/k_e)^2]^{17/6}} \\ \times \exp(-2k_{1,3}x_2) \delta(\omega - U_1 k_1) dx_2. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Pour résoudre l'équation (2.64), Lysak détermine les inconnues à l'aide de la solution d'une équation quadratique, et de lois empiriques basées sur les concepts de viscosité turbulente et de longueur de mélange. Aupoix [166] propose plutôt d'utiliser des résultats de simulation RANS. Bien que cette dernière méthode permet de reproduire correctement les caractéristiques du spectre fréquentiel en l'absence de gradient de pression, de fortes divergences par rapport aux expériences sont observées lorsque les effets de pression sont pris en compte. Aupoix [166] suspecte que le terme non-linéaire ne soit pas négligeable dans de telles conditions.

Morillhat et al. [168] ont reconsidéré l'emploi de l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor pour expliciter (2.63), car elle est responsable de la nullité de la longueur de corrélation Λ_1 . Ils proposent notamment de remplacer la distribution de Dirac $\delta(\omega - k_1 U_c(x_2))$ par une distribution de Cauchy qui tient compte de la décorrélation temporelle de la turbulence. Cependant, cette nouvelle distribution conduit à de fortes différences aux basses et hautes fréquences qui ont également été observées par Hu et al. [169].

2.4.2.2. Modélisation non-linéaire des fluctuations de pression pariétale

Jusqu'à présent, on a vu que seul le terme linéaire (TMS) est pris en compte dans la modélisation analytique du spectre en nombre d'onde-fréquence. Toutefois, on sait que la prise en compte du terme non-linéaire est importante pour correctement décrire la région sous-convective du spectre en nombre d'onde-fréquence [95], notamment à très bas Mach. De plus, ce terme jouerait un rôle non-négligeable lorsque les conditions de l'écoulement deviennent complexes [95, 148, 166], e.g. lorsque

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

l'écoulement subit un gradient adverse de pression.

Dans ce qui suit, on présente deux modèles analytiques pour évaluer les contributions du terme non-linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale. Le premier repose sur une formulation indirecte du spectre, tandis que le second s'appuie sur le modèle de Panton et Linebarger [150] et une reformulation du modèle proposé par Hodgson [148].

Modèle de Peltier et Hambric

Contrairement à la formulation directe des modèles linéaires précédents, Peltier et Hambric [18] ont proposé un modèle stochastique reposant sur une solution spatio-temporelle de l'équation (2.45), i.e. une expression pour décrire les corrélations spatio-temporelles des fluctuations de pression pariétale (2.6). Le modèle proposé tient compte des deux termes sources de (2.45), et permet donc d'évaluer la contribution de chaque terme source au spectre en nombre d'onde-fréquence. Ainsi, il pourrait être utilisé pour proposer un modèle réduit de spectre en nombre d'onde-fréquence.

Tout d'abord, on injecte l'équation (2.46) dans l'équation (2.47)

$$\frac{1}{\rho} p(\mathbf{x}, t) = - \iiint \left[2 \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i u_j - \overline{u_i u_j}) \right] G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d^3 x'. \quad (2.65)$$

Ensuite, on transfère les dérivées spatiales aux fonctions de Green via plusieurs intégrations par parties et applications du théorème de la divergence. On obtient alors [18]

$$\frac{1}{\rho} p(\mathbf{x}, t) = - \iiint \left[2 u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial x_i} + (u_i u_j - \overline{u_i u_j}) \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial x_i \partial x_j} \right] d\mathbf{x}'. \quad (2.66)$$

On note que Hu et al. [170] propose une formulation similaire à l'équation (2.66), mais avec un seul passage des dérivées spatiales vers les fonctions de Green.

En supposant que les fluctuations de vitesse sont décrites par une loi de probabilité normale conjointe [171], on peut démontrer que les corrélations spatio-temporelles des fluctuations de pression pariétale peuvent être exprimées comme

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho^2} R_{pp}(\Delta \mathbf{x}, \Delta t) = & \int_{\mathbf{x}} \int_{\mathbf{r}} 4 \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \overline{u_j u_l} C_{jl} \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)}{\partial x_i} \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \mathbf{y}_s)}{\partial r_k} d\mathbf{r} d\mathbf{x} \\ & + \int_{\mathbf{x}} \int_{\mathbf{r}} 2 \overline{u_i u_k} \overline{u_j u_l} C_{ik} C_{jl} \frac{\partial^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \mathbf{y}_s)}{\partial r_k \partial r_l} d\mathbf{r} d\mathbf{x} . \end{aligned} \quad (2.67)$$

Peltier et al. [18] se servent de données issues de simulations RANS pour résoudre l'équation (2.67). Toutefois, comme les résultats de simulation RANS ne fournissent que des informations indépendantes du temps, les coefficients de corrélation spatio-temporels doivent être modélisés. Pour cela, ils supposent que les corrélations de vitesse spatio-temporelles respectent l'hypothèse de la turbulence gelée de Taylor [73], à savoir

$$R_{ij}(\mathbf{x}, r_1, \Delta t) = R_{ij}(\mathbf{x}, r_1 - U_c \Delta t, 0). \quad (2.68)$$

Il convient de noter que l'équation (2.68) n'est pas physique car elle implique que les corrélations spatio-temporelles ne diminuent pas lorsque r_1 et/ou Δt sont grands (cf. Figure 2.10a). Monte [19] propose plutôt d'utiliser le modèle elliptique de He et al. [172]

$$R_{ij}(\mathbf{x}, r_1, \Delta t) = R_{ij}\left(\mathbf{x}, \sqrt{(r_1 - U_c \Delta t)^2 + V^2 \Delta t^2}, 0\right), \quad (2.69)$$

car il prend également en compte l'effet des tourbillons de grande échelle sur le processus de décorrélation des petits tourbillons [173]. Les iso-contours de $R_{ij}(\mathbf{x}, r_1, \Delta t)$ ne sont plus des lignes droites, comme avec l'équation (2.68), mais des ellipses qui partagent une direction préférentielle et un rapport d'aspect particulier (cf. Figure 2.10b). De manière générale, le modèle elliptique conduit à une meilleure description des corrélations spatio-temporelles des écoulements turbulents pariétaux.

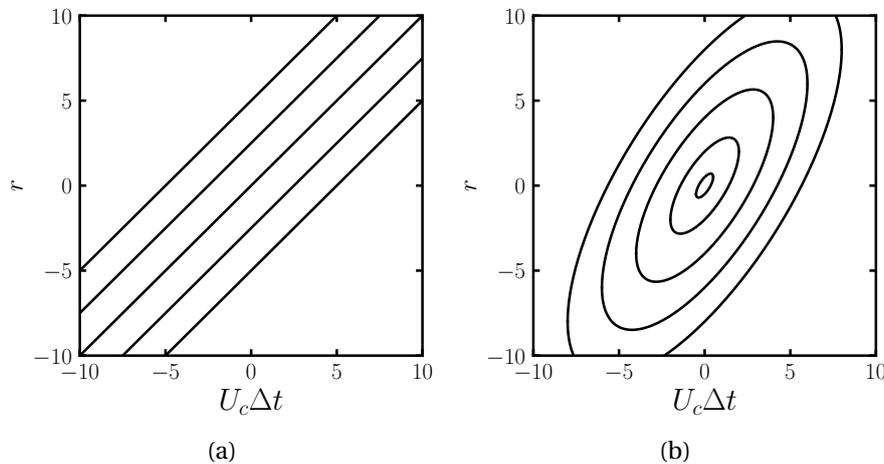


FIGURE 2.10. – Comparaison des isocontours de deux modèles de corrélations de vitesse. (a) Turbulence gelée, (b) elliptique avec $U_c = V_c$.

Comme les équations (2.68) et (2.69) postulent que les corrélations spatio-temporelles sont équivalentes à des corrélations spatiales, il est nécessaire de choisir un modèle de corrélation spatiale. Ainsi, pour fermer l'équation (2.67), un modèle de corrélation spatiale doit être choisi. Peltier et al. [18] ont considéré le modèle de Gavin [174] parce qu'il incorpore des coefficients qui tiennent compte des effets d'inhomogénéité et d'anisotropie. Slama et al. [20] ont étendu le modèle de Gavin et ajusté les paramètres du modèle à l'aide des résultats de simulation numérique directe de Sillero et al. [175]. Slama et al. [20] obtiennent des résultats satisfaisants par rapport aux modèles empiriques tels que les modèles de Goody [126] et de Chase [13], quand l'équation (2.69) est utilisée.

Finalement, on tient à signaler que la résolution de l'équation (2.67) est complexe à résoudre car elle implique un grand nombre de calculs redondants qui induisent un important coût numérique en temps et en mémoire [19, 151]. Dès lors, un algorithme sophistiqué est nécessaire pour résoudre la sextuple intégrale de l'équation (2.67) dans des temps convenables [20]. De plus, comme les ingénieurs recherchent des solutions

Section 2.4. Modélisation du spectre des fluctuations de pression pariétale

rapides et précises, l'algorithme de résolution de cette intégrale doit être conçu de telle sorte à suivre les erreurs de troncature induites par l'intégration numérique [160].

Modèle de Grasso

La modélisation des fluctuations de pression pariétale a été largement étudiée par Grasso et al. [151, 160, 176, 177]. Tout d'abord, une étude comparative sur les différentes méthodes de Monte Carlo pour résoudre l'équation (2.52) a été menée, et conclue que l'usage de l'algorithme MISER [178] est indiquée pour résoudre le spectre des fluctuations de pression pariétale. En effet, cet algorithme est polyvalent et déjà implémentée dans la librairie Python scikit-monaco [179].

Ensuite, ils ont utilisé cette méthode d'intégration pour résoudre de nouveaux modèles proposés pour les termes TMS et TT [151], à savoir

$$\phi_{pp}^{(\text{TMS})}(k_1, k_3) = 4\rho^2 \iint_0^{+\infty} \frac{k_1^2}{k_{1,3}^2} S_{22} \frac{dU_1}{dx_2}(x_2) \frac{dU_1}{dx_2}(x'_2) \times \exp(-k_{1,3}[x_2 + x'_2]) dx_2 dx'_2, \quad (2.70)$$

et

$$\phi_{pp}^{(\text{TT})}(k_1, k_3) = \frac{\rho_0^2 L^2 k_{1,3}^2 (28 + L^2 k_{1,3}^2)}{288\pi} \exp\left(-\frac{L^2 k_{1,3}^2}{8}\right) \times \iint_0^{+\infty} k_T(x_2) k_T(x'_2) \exp\{-k_{1,3}[x_2 + x'_2]\} \mathcal{F}_2^2 dx_2 dx'_2. \quad (2.71)$$

On note que l'équation (2.71) est basée sur une correction des travaux de Hodgson [148].

A l'aide des ces nouveaux modèles, Grasso et al. [151] ont mis en évidence l'importance de choisir une formulation appropriée du spectre d'énergie cinétique turbulente pour exprimer S_{22} dans l'équation (2.70). Ils observent également que la contribution du terme non-linéaire est négligeable par rapport à la contribution linéaire, comme l'ont déjà observé d'autres auteurs [18, 20]. Enfin, ils ont démontré que les spectres calculés à l'aide de (2.70) sont en accord avec des mesures expérimentales autour d'une ailette de turbine. On note que pour cela ils ont utilisé des résultats de simulation numérique directe.

Une extension de l'équation (2.70) aux écoulements compressibles subsoniques a également été proposée [177]. Les résultats obtenus pour une couche limite turbulente soumise à un gradient de pression défavorable sont très satisfaisants.

Partie II.

Méthodologies pour la caractérisation et la prédiction des fluctuations de pression pariétale

Chapitre 3

Simulation numérique des fluctuations de pression pariétale

Sommaire

3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes	82
3.1.1. Équation de Boltzmann-BGK	82
3.1.2. Développement de Chapman-Enskog	84
3.1.3. Équation de Boltzmann sur réseau	86
3.1.4. Régularisation récursive avec hybridation	88
3.1.5. Traitement des transitions de maillage	89
3.2. Modélisation de la turbulence	90
3.2.1. Simulation des grandes échelles	91
3.2.2. Loi de paroi	92
3.3. Génération de conditions d'entrée turbulentes	94
3.3.1. Méthode des tourbillons synthétiques	95
3.3.2. Reconstruction des fonctions de distribution et zone éponge	96
3.4. Résumé du chapitre	97

La caractérisation expérimentale du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale d'un écoulement turbulent de couche limite est complexe car elle requiert des instruments sophistiqués [115, 116]. De plus, les biais de mesure introduits par les capteurs doivent être traités pour améliorer la résolution des cartographies des sources acoustiques [180, 181]. Ces exigences expliquent, en partie, pourquoi les données expérimentales sur les spectres en nombre d'onde-fréquence sont limitées dans la littérature. Par conséquent, il est nécessaire de trouver de nouvelles méthodes pour générer des bases de données fiables.

L'aéroacoustique numérique (CAA) constitue une alternative aux méthodes expérimentales. Toutefois, des schémas numériques préservant les propriétés des ondes acoustiques (énergie, longueur d'onde et vitesse de propagation) sont requis. Dans les présents travaux de thèse, le schéma numérique de Boltzmann sur réseau (LBM) est retenu parce qu'il possède des propriétés de dispersion et de dissipation qui préservent ces caractéristiques [182, 183].

Ce chapitre est dédié à la méthode de Boltzmann sur réseau et aux ingrédients numériques nécessaires pour simuler des écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds. En préambule, quelques notions de physique statistique sont données pour poser les bases théoriques de la méthode. Ensuite, on présente les étapes pour aboutir au schéma de collision-propagation. Puis, on clôture le chapitre en abordant les sujets de modélisation de la turbulence et de génération de conditions d'entrée turbulentes. En somme, l'objectif de ce chapitre n'est pas de décortiquer la méthode de Boltzmann sur réseau, mais plutôt de donner les justifications du choix de cette méthode pour simuler les fluctuations de pression pariétale d'écoulements turbulents de couche limite. Le lecteur intéressé par plus de détails sur cette méthode est invité à consulter l'ouvrage didactique de Krüger et al. [184].

3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes

La méthode de Boltzmann sur réseau (LBM¹) est fondée sur les principes de la théorie cinétique des gaz de Maxwell [185] et Boltzmann [186]. Les contributions de nombreux scientifiques [187-190] sur les automates cellulaires sont notamment à l'origine de son essor au cours des années 1990. Par ailleurs, la linéarisation de l'opérateur de collision proposée par Higuera et al. [191] et l'emploi de l'opérateur de collision BGK [192, 193] ont suscité un intérêt envers cette méthode. En effet, elle est de plus en plus utilisée en raison de sa facilité d'implémentation, de sa capacité de parallélisation et de son aptitude à traiter des géométries complexes [184]. En outre, elle constitue une alternative convaincante aux solveurs Navier-Stokes incompressibles car il n'est pas nécessaire de résoudre une équation supplémentaire pour la pression [194] et car la discrétisation du terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes est contournée.

Globalement, la méthode de Boltzmann sur réseau se distingue des approches classiques en mécanique des fluides numériques car les équations d'évolution ne dépendent pas des quantités macroscopiques telles que la masse volumique, la pression ou la vitesse. Toutefois, on verra que ces quantités peuvent être retrouvées a posteriori à l'aide d'un traitement statistique.

3.1.1. Équation de Boltzmann-BGK

En mécanique statistique, un gaz monoatomique composé de N molécules identiques est décrit à partir de la probabilité qu'un ensemble mésoscopique de n molécules ($n \ll N$) ait une vitesse proche de \mathbf{c} au voisinage de \mathbf{x} , à un instant t . La densité de probabilité de la fonction de distribution $f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)$, définie comme

$$dN = f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{x} d\mathbf{c}, \quad (3.1)$$

1. De l'anglais, lattice Boltzmann method.

Section 3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes

mesure cette probabilité dans un volume mésoscopique $d\mathbf{x}$ autour de \mathbf{x} , à l'instant t . D'après cette définition, on peut remonter à la masse volumique, la quantité de mouvement et l'énergie totale du fluide, comme suit

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathcal{R}^D} f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{c}, \quad (3.2)$$

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathcal{R}^D} \mathbf{c} f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{c}, \quad (3.3)$$

$$\rho E(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathcal{R}^D} \frac{|\mathbf{c}|^2}{2} f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{c}, \quad (3.4)$$

où \mathcal{R}^D désigne l'espace à D dimensions des vitesses microscopiques \mathbf{c} . Par conséquent, on voit qu'il est possible de remonter aux quantités macroscopiques à partir des moments statistiques d'une fonction microscopique.

Au cours de la deuxième moitié du XIXe siècle, Ludwig Boltzmann [186] propose une équation de transport pour suivre l'évolution spatio-temporelle de la fonction de distribution. En l'absence de forces extérieures, elle s'exprime comme

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c_\alpha \frac{\partial f}{\partial x_\alpha} = \Omega(f), \quad (3.5)$$

où $\Omega(f)$ désigne l'opérateur de collision. Ce dernier terme est intimement lié à l'état thermodynamique du système et prend la forme d'une double intégrale, quand les collisions sont considérées binaires et que les vitesses des particules² avant collision respectent le principe de chaos moléculaire de Boltzmann³. Toutefois, Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) [195] ont proposé un modèle simplifié pour décrire le terme de collision, à savoir

$$\Omega(f) = -\frac{1}{\tau} (f - f^{(\text{eq})}), \quad (3.6)$$

où τ est le temps de relaxation vers la fonction de distribution à l'équilibre de Maxwell-Boltzmann⁴

$$f^{(\text{eq})} = \frac{\rho}{(2\pi r T)^{D/2}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{c} - \mathbf{u}|^2}{2r T}\right), \quad (3.7)$$

avec r , T et \mathbf{u} qui désignent la constante spécifique des gaz parfaits, la température et la vitesse moyenne du fluide, respectivement. Ce modèle est remarquable à deux égards : sa simplicité et sa propension à conserver la masse, la quantité de mouvement et l'énergie totale. Le lecteur désireux de plus de détails à cet égard est invité à consulter le manuscrit de thèse de Wissocq [196].

Finalement, en injectant (3.6) dans l'équation (continue) de Boltzmann (3.5), on

2. Le terme particule fait ici référence à un ensemble mésoscopique de molécules.

3. L'hypothèse de chaos moléculaire de Boltzmann impose que les vitesses des particules soient non-corrélées avant collision.

4. La fonction de distribution à l'équilibre de Maxwell-Boltzmann constitue la solution homogène de l'équation de Boltzmann, i.e. de l'équation (3.5) avec $\Omega(f) = 0$.

obtient l'équation de Boltzmann-BGK suivante

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c_\alpha \frac{\partial f}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} (f - f^{(\text{eq})}). \quad (3.8)$$

3.1.2. Développement de Chapman-Enskog : vers une description macroscopique

A partir de la définition des moments statistiques (3.2)-(3.4), on peut montrer que les moments de l'équation de Boltzmann-BGK (3.8) conduisent aux équations de conservation [184]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_\beta)}{\partial x_\beta} = 0, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial (\rho u_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_\alpha u_\beta)}{\partial x_\beta} = \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_\beta E)}{\partial x_\beta} = \frac{\partial (u_\alpha \sigma_{\alpha\beta})}{\partial x_\beta} - \frac{\partial q_\beta}{\partial x_\beta}, \quad (3.11)$$

où $\sigma_{\alpha\beta}$ et q_β représentent le tenseur des contraintes et la densité de flux de thermique, respectivement. En mécanique des milieux continus classique, ces deux dernières quantités sont des fonctions connues de ρ , \mathbf{u} et E . Le système (3.9)-(3.11) est donc fermé. En revanche, dans l'approche mésoscopique du modèle Boltzmann-BGK, elles vérifient des équations d'évolution similaires aux équations (3.9)-(3.11)⁵. Cette différence est une conséquence directe de la prise en compte de phénomènes thermodynamique hors équilibre qui sont négligés par la mécanique des milieux continus classique [197]. Ainsi, dans l'approche de Boltzmann, le tenseur des contraintes et la densité de flux de thermique dépendent de la fonction de distribution, tel que

$$\sigma_{\alpha\beta} = \int_{\mathcal{R}^D} (c_\alpha - u_\alpha)(c_\beta - u_\beta) f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{c}, \quad (3.12)$$

$$q_\beta = \int_{\mathcal{R}^D} (c_\alpha - u_\alpha) \frac{|\mathbf{u} - \mathbf{c}|^2}{2} f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{c}. \quad (3.13)$$

Afin de fermer le système (3.9)-(3.11) et éviter une dépendance en f , il est nécessaire d'exprimer ces quantités de telle sorte qu'elles ne dépendent plus de la fonction de distribution f . Ce problème de fermeture a été solutionné par Chapman [198] et Enskog au moyen d'un développement en nombre de Knudsen Kn autour de la fonction de distribution à l'équilibre $f^{(\text{eq})}$. Une fois tronqué, ce développement revient à considérer un écoulement proche de l'équilibre thermodynamique, ce qui le rend compatible avec le modèle de la mécanique des milieux continus.

Le nombre de Knudsen permet de déterminer le type de description (continue ou discrète) à adopter pour un écoulement donné. Pour cela, il compare le libre parcours

5. On fait ici référence à la cascade des moments [184].

Section 3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes

moyen des molécules \mathcal{L} à une échelle caractéristique l_0 de l'écoulement comme suit

$$\text{Kn} = \frac{\mathcal{L}}{l_0}. \quad (3.14)$$

Toutefois, il est préférable de réécrire ce nombre sans dimension en fonction de variables temporelles car l'équation de Boltzmann-BGK (3.8) dépend du temps de relaxation τ . D'où

$$\text{Kn} = \frac{\tau_0}{l_0/c_0}, \quad (3.15)$$

avec $\tau_0 = \mathcal{L}/c_0$ le temps caractéristique entre deux collisions intermoléculaires et $c_0 = \sqrt{rT_0}$ la vitesse moyenne d'agitation des molécules⁶. A partir de cette définition, on peut réécrire l'équation (3.8) sous forme adimensionnée comme suit

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{c}_\alpha \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \tilde{x}_\alpha} = -\frac{1}{\text{Kn} \times \tilde{\tau}} (\tilde{f} - \tilde{f}^{(\text{eq})}), \quad (3.16)$$

avec

$$\tilde{t} = t c_0 / l_0, \quad \tilde{x}_\alpha = x_\alpha / l_0, \quad \tilde{c}_\alpha = c_\alpha / c_0, \quad \tilde{\tau} = \tau / \tau_0. \quad (3.17)$$

Soient le développement en Knudsen de Chapman-Enskog pour les fonctions de distribution

$$f = f^{(0)} + \text{Kn} f^{(1)} + \text{Kn}^2 f^{(2)} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \text{Kn}^n f^{(n)}, \quad (3.18)$$

et le développement en Knudsen d'Enskog pour la dérivée temporelle

$$\frac{\partial}{\partial t} = \sum_{m=0}^{\infty} \text{Kn}^m \frac{\partial}{\partial t^{(m)}}. \quad (3.19)$$

Si on injecte (3.18) et (3.19) dans (3.16), alors on a [196, 199]

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \text{Kn}^{n+m} \frac{\partial \tilde{f}^{(n)}}{\partial \tilde{t}^{(m)}} + \sum_{n=0}^{\infty} \text{Kn}^n \tilde{c}_\alpha \frac{\partial \tilde{f}^{(n)}}{\partial \tilde{x}_\alpha} = -\frac{1}{\text{Kn} \times \tilde{\tau}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \text{Kn}^n \tilde{f}^{(n)} - \tilde{f}^{(\text{eq})} \right), \quad (3.20)$$

Ainsi, si l'on développe la relation (3.20) jusqu'à l'ordre un en Knudsen et que l'on sépare les termes de même degré, alors on a

$$\text{Kn}^{-1} : \quad 0 = \tilde{f}^{(0)} - \tilde{f}^{(\text{eq})}, \quad (3.21)$$

$$\text{Kn}^0 : \quad \frac{\partial \tilde{f}^{(0)}}{\partial \tilde{t}^{(0)}} + \tilde{c}_\alpha \frac{\partial \tilde{f}^{(0)}}{\partial \tilde{x}_\alpha} = -\frac{1}{\tilde{\tau}^{(1)}} \tilde{f}^{(1)}, \quad (3.22)$$

$$\text{Kn}^1 : \quad \frac{\partial \tilde{f}^{(0)}}{\partial \tilde{t}^{(1)}} + \frac{\partial \tilde{f}^{(1)}}{\partial \tilde{t}^{(0)}} + \tilde{c}_\alpha \frac{\partial \tilde{f}^{(1)}}{\partial \tilde{x}_\alpha} = -\frac{1}{\tilde{\tau}^{(1)}} \tilde{f}^{(2)}. \quad (3.23)$$

6. La vitesse c_0 peut être également interprétée comme la vitesse du son isotherme d'un gaz parfait puisque $c_0^2 = (\partial p / \partial \rho)_T = rT$, avec $p = \rho r T$.

On note que le terme d'ordre zéro en Knudsen est équivalent à la fonction de distribution à l'équilibre. Ainsi, on peut interpréter les termes d'ordre plus élevé comme des perturbations par rapport à l'état l'équilibre, au regard de la forme du développement de Chapman-Enskog (3.18). De plus, il peut être démontré que les trois premiers moments statistiques des équations (3.22) et (3.23) conduisent aux systèmes des équations d'Euler et de Navier-Stokes-Fourier, respectivement. Le lecteur intéressé par les détails analytiques de ces démonstrations est invité à consulter [196].

Dans le cas où l'on s'intéresse à des écoulements isothermes ($RT = RT_0 = c_0^2$), le second moment statistique de l'équation (3.23) permet d'exprimer le tenseur des contraintes à l'ordre un en Kn comme une fonction de $f^{(1)}$, puisque

$$\tilde{\sigma}_{\alpha\beta}^{(1)} = \int_{\mathcal{R}^D} (\tilde{c}_\alpha - \tilde{u}_\alpha)(\tilde{c}_\beta - \tilde{u}_\beta) \tilde{f}^{(1)} d\tilde{\mathbf{c}}, \quad (3.24)$$

avec $\tilde{\sigma}_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} / \rho_0 c_0^2$. Or, on observe que $\tilde{f}^{(1)}$ peut être évaluée à l'aide de l'expression (3.22). Par conséquent, si le moment d'ordre deux de la fonction de distribution à l'équilibre est connu, on peut montrer que le tenseur des contraintes à l'ordre un prend la forme suivante [196]

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(1)} = 2\tau p \left(S_{\alpha\beta} - \frac{1}{D} \frac{\partial u_\gamma}{\partial x_\gamma} \delta_{\alpha\beta} \right), \quad (3.25)$$

avec $S_{\alpha\beta} = (\partial u_\alpha / \partial x_\beta + \partial u_\beta / \partial x_\alpha) / 2$ le tenseur des taux de déformation et $p = \rho c_0^2$ la pression. On remarque que l'équation (3.25) correspond à la définition du tenseur des contraintes visqueuses d'un fluide newtonien si l'on identifie la viscosité dynamique comme étant

$$\mu = \tau p. \quad (3.26)$$

Finalement, à partir d'une approximation à l'ordre un en Knudsen de l'équation de Boltzmann-BGK, on retrouve le système des équations de Navier-Stokes faiblement compressible, à savoir

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_\beta)}{\partial x_\beta} = 0, \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial (\rho u_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_\alpha u_\beta)}{\partial x_\beta} = \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(-\rho c_0^2 \delta_{\alpha\beta} + 2\mu S_{\alpha\beta} - \mu_B \frac{\partial u_\gamma}{\partial x_\gamma} \delta_{\alpha\beta} \right), \quad (3.28)$$

avec $-\rho c_0^2 \delta_{\alpha\beta}$ le tenseur des contraintes hydrostatiques et $\mu_B = 2\mu / D$ la viscosité volumique.

3.1.3. Équation de Boltzmann sur réseau

La discrétisation de l'équation continue de Boltzmann-BGK (3.8) est maintenant abordée. Tout d'abord, l'espace des vitesses doit être réduit à un espace D -dimensionnel composé de Q -vitesses discrètes car la fonction de distribution $f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)$ dépend, entre

Section 3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes

autres, de \mathbf{c} qui est une variable continue. Cette réduction repose sur un développement en polynômes d'Hermite de la fonction de distribution à l'équilibre [200] et sur l'emploi des quadratures de Gauss-Hermite [201]. L'équation de Boltzmann-BGK à vitesse discrète (DVBE⁷) s'exprime alors comme

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i,\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\tau} (f_i - f_i^{(0)}), \quad (3.29)$$

avec la fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann (3.7) développée en polynômes d'Hermite jusqu'à l'ordre 2

$$f_i^{(0)} = f_i^{(\text{eq})} = \rho \omega_i \left[1 + \frac{\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{c_0^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{c_0^2} \right)^2 - \frac{|\mathbf{u}|^2}{2c_0^2} \right]. \quad (3.30)$$

Les indices i dans les équations (3.29) et (3.30) font référence aux vitesses discrètes de l'espace des vitesses à Q dimensions, aussi appelé réseau. De plus, il en résulte que les moments statistiques sont désormais déterminés à partir des sommes discrètes

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i, t), \quad (3.31)$$

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_i \mathbf{c}_i f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i, t), \quad (3.32)$$

$$\rho E(\mathbf{x}, t) = \sum_i \frac{|\mathbf{c}_i|^2}{2} f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i, t). \quad (3.33)$$

Dans ce qui suit, le modèle à dix-neuf vitesses discrètes ($Q = 19$) dans un espace à tridimensionnel ($D = 3$), abrégé $D3Q19$, est utilisé [200]. La figure 3.1 illustre la forme de ce type de réseau.

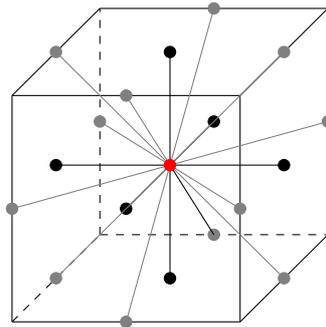


FIGURE 3.1. – Réseau tridimensionnel à dix-neuf vitesses discrètes : $D3Q19$.

Finalement, l'équation de Boltzmann-BGK à vitesse discrète (3.29) est discrétisée en espace et en temps de manière à avoir une formulation adaptée à la résolution numérique d'un terme de relaxation. En effet τ étant souvent très petit, la discrétisation du terme de relaxation nécessite une classe de schéma particulière [202]. Celle-ci

7. De l'anglais, discrete-velocity Boltzmann equation.

repose sur l'intégration de l'équation (3.29) le long des caractéristiques c_α , tel que

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x} + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) \\ = -\frac{1}{\tau} \int_0^{\Delta t} \left[f_i(\mathbf{x} + c_\alpha s, t + s) - f_i^{(0)}(\mathbf{x} + c_\alpha s, t + s) \right] ds \end{aligned} \quad (3.34)$$

Le membre de droite de l'équation (3.34) est résolu à l'aide de la méthode des trapèzes, d'où

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x} + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{\Delta t}{2\tau} \left[f_i(\mathbf{x} + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) \right. \\ \left. - f_i^{(0)}(\mathbf{x} + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) + f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t) \right] + \mathcal{O}(\Delta t)^3 \end{aligned} \quad (3.35)$$

La méthode des trapèzes est préférée car elle est absolument stable (A-stabilité) [203]. De plus, elle est d'ordre deux et peu coûteuse. Par conséquent, elle se révèle particulièrement adaptée pour résoudre un terme de relaxation avec $\tau \ll \Delta t$, ce qui est courant avec la méthode de Boltzmann sur réseau.

Ensuite, le changement de variables proposé par He et al. [204]

$$g_i(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{2\tau} \left[f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t) \right], \quad (3.36)$$

est introduit dans l'équation (3.35) de manière à obtenir une formulation explicite du schéma numérique de l'équation de Boltzmann-BGK sur réseau

$$g_i(\mathbf{x} + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_g} \left[g_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t) \right] + \mathcal{O}(\Delta t)^3, \quad (3.37)$$

avec $\tau_g = \tau + 1/2$. On note que ce schéma numérique est relativement simple et qu'il repose sur deux étapes : (1) une étape de collision où $g_i^{coll}(\mathbf{x}, t)$ est estimé à l'aide du membre de droite de l'équation (3.37), et (2) une étape de propagation où $g_i(\mathbf{x} + c_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = g_i^{coll}(\mathbf{x}, t)$.

Avant la mise en oeuvre numérique du schéma numérique de Boltzmann sur réseau, il est souvent indiqué de procéder à l'adimensionnement du schéma numérique. Cependant, ce choix n'est pas nécessaire car lors de la discrétisation des vitesses discrètes, ces dernières sont normées avec le rapport $\Delta x / \Delta t$. Le lecteur est invité à consulter l'ouvrage de Kruger et al. [184] et/ou les manuscrits de thèses suivants [196, 199, 205] pour plus de détails.

3.1.4. Régularisation récursive avec hybridation

Dans le cas d'écoulements faiblement compressibles à très haut nombre de Reynolds, le modèle de collision BGK fait face à des problèmes de stabilité numérique. Pour résoudre cette difficulté, une procédure de régularisation récursive (RR) des coefficients d'Hermite des $f_i^{(n>0)}$ est adoptée car elle est stable et est rapide à mettre en oeuvre [206-208]. De plus, le calcul du gradient de vitesse est couplé à un schéma

Section 3.1. Méthode de Boltzmann sur réseau pour les écoulements isothermes

différences finies (FD⁸) afin d'améliorer et stabiliser la reconstruction du tenseur des contraintes visqueuses [209]. Le tenseur stabilisé des contraintes visqueuses prend la forme suivante

$$\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^{(1)} = \gamma\sigma_{\alpha\beta}^{(1)} - 2(1-\gamma)\rho\tau c_0^2 S_{\alpha\beta}^{FD}, \quad (3.38)$$

où $0 \leq \gamma \leq 1$ est un paramètre libre et $S_{\alpha\beta}^{FD}$ est le tenseur des taux de déformation reconstruit par différences finies. En somme, le noyau de collision hybride avec régularisation récursive (HRR) de Jacob et al. [209] est utilisé. Il convient de noter qu'il a été étendu avec succès aux écoulements avec transfert thermique [210, 211] et aux écoulements compressibles à haut Mach [205, 212]. De plus, Astoul et al. [213] ont également démontré que le modèle HRR permet de réduire le bruit parasite généré au niveau des transitions de maillage.

3.1.5. Traitement des transitions de maillage

Le schéma de propagation-collision de la méthode de Boltzmann sur réseau repose sur l'emploi d'un maillage cartésien. Ce type de maillage présente plusieurs avantages d'un point de vue numérique car il peut être généré automatiquement, et ne nécessite pas l'examen de critères de qualité (asymétrie, rapport de forme, non-orthogonalité). Néanmoins, le coût numérique associé à ce type de maillage devient rapidement colossal lorsque l'on travaille à résolution fixe, i.e. $\Delta x = \text{cte}$. Afin de résoudre ce problème, un maillage cartésien de type octree est souvent employé (cf. Figure 3.2). Cependant, il a été observé que le passage de structures tourbillonnaires au travers d'une transition de maillage introduit du bruit non-physique dans tout le domaine de calcul [214]. Ce problème doit donc impérativement être traité pour pouvoir mener des études aéroacoustiques sur des applications industrielles.

La méthode de couplage directe d'Astoul et al. [215] est employée car elle donne de très bons résultats lorsqu'elle est couplée avec le modèle de collision HRR de Jacob et al. [209], et qu'elle a été utilisée avec succès pour estimer le bruit généré par un train d'atterrissage en champ lointain [216]. On note que c'est une procédure itérative qui assure la conservation de la masse et de la quantité de mouvement au niveau des raccords de maillage, notamment à partir de la définition d'une fonction de distribution à l'équilibre particulière à ces interfaces.

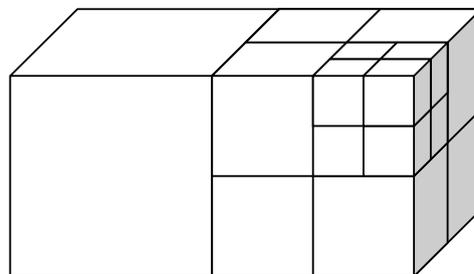


FIGURE 3.2. – Maillage cartésien de type octree.

8. De l'anglais, finite difference.

3.2. Modélisation de la turbulence

Au-delà de toute considération numérique, une façon élémentaire de résoudre les équations de Navier-Stokes consiste à les résoudre directement. Pour cela, il suffit de s'assurer que le pas d'espace Δx (resp. de temps Δt) est plusieurs fois inférieur à la plus petite échelle de longueur (resp. de temps) caractéristique de l'écoulement. Or, on a vu au Chapitre 1 que la diversité des échelles turbulentes augmente comme $Re^{3/4}$. Par conséquent, il va falloir procéder à une sélection des échelles à résoudre numériquement afin de réduire le coût numérique lié à la simulation de l'écoulement.

De manière générale, deux approches se distinguent : la première vise à résoudre les grandes échelles turbulentes de l'écoulement, tandis que la seconde repose sur une description statistique⁹ de l'écoulement (cf. Figure 3.3). On parle respectivement de simulation des grandes échelles (LES¹⁰) et d'approche Navier-Stokes moyennée (RANS¹¹). On note qu'il existe aussi une approche URANS¹², où seuls quelques modes à basses fréquences sont calculés.

Dans le cas où on s'intéresse à des phénomènes physiques dont les implications sont purement instationnaires, les approches RANS et URANS se révèlent inappropriées parce qu'elle ne permettent pas de connaître le contenu spectral large bande des quantités fluctuantes de l'écoulement; par suite, la simulation des grandes échelles (LES) est toute indiquée.

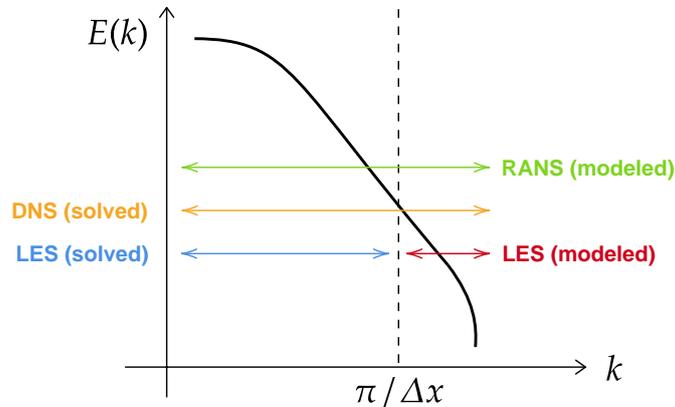


FIGURE 3.3. – Comparaison des approches RANS et LES avec la simulation directe (DNS) d'un écoulement turbulent quelconque. Chaque approche résout une partie des échelles turbulentes.

9. Aucune échelle turbulente n'est résolue.

10. De l'anglais, Large Eddy Simulation.

11. De l'anglais, Reynolds-Averaged Navier-Stokes.

12. De l'anglais, Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes.

3.2.1. Simulation des grandes échelles

Fondamentalement, la turbulence est un problème de description des différentes échelles spatiales et temporelles de l'écoulement. Pour autant, on sait que les grandes échelles turbulentes sont énergétiques et qu'elles sont déformées/fragmentées sous l'effet des conditions de l'écoulement (effets géométriques, hydrodynamiques, ...etc.). Par ailleurs, on sait que les petites échelles présentent un caractère dissipatif quasi-universel, et qu'elles sont peu sensibles aux conditions de l'écoulement. Ainsi, en partant de ces observations, on peut envisager de résoudre uniquement le comportement anisotrope des grandes structures de l'écoulement, tout en modélisant celui des petites échelles dissipatives. Cette approche de simulation des grandes échelles a été introduite par Smagorinsky [217] dans les années 60 pour simuler des écoulements atmosphériques.

Dans le contexte de la simulation des grandes échelles par filtrage explicite, les petites échelles $k > \pi/\Delta x$ sont représentées à l'aide d'un modèle dit de sous-maille (cf. Figure 3.3). Pour cela, le champ de vitesse est décomposé en une partie résolue et une partie non-résolue à l'aide d'une opération de filtrage [218]. D'où le champ de vitesse filtré s'exprime comme

$$\tilde{U}(\mathbf{x}, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{r}, \mathbf{x}) u(\mathbf{x} - \mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (3.39)$$

avec le filtre de convolution vérifiant la propriété

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{r}, \mathbf{x}) d\mathbf{r} = 1. \quad (3.40)$$

Le champ de vitesse $u(\mathbf{x}, t)$ présente alors une formulation analogue à la décomposition de Reynolds [23], à savoir

$$u(\mathbf{x}, t) = \tilde{U}(\mathbf{x}, t) + u'(\mathbf{x}, t), \quad (3.41)$$

avec $u'(\mathbf{x}, t)$ le champ de vitesse non-résolu. On note que ce dernier n'est pas nécessairement nul après filtrage, i.e

$$\tilde{u}'(\mathbf{x}, t) \neq 0. \quad (3.42)$$

Désormais, si l'on applique l'opérateur de filtrage (3.39) à l'équation de Navier-Stokes (3.28), on peut montrer qu'il apparaît un terme similaire au tenseur des contraintes de Reynolds des équations RANS, le tenseur des contraintes non-résolues

$$\tau_{ij}^{\text{NR}} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j. \quad (3.43)$$

Ce tenseur n'étant pas connu, il faut donc l'exprimer en fonction des inconnues du système pour fermer le problème. A partir de l'analogie de Boussinesq [68], on peut réécrire ce terme comme suit

$$\tau_{ij}^{\text{NR}} = -2\nu_T \tilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{ii} \delta_{ij}, \quad (3.44)$$

où ν_T et \tilde{S}_{ij} désignent la viscosité sous-maille et le tenseur des taux de déformation du champ filtré, respectivement. Parmi les différents modèles de viscosité sous-maille disponibles dans la littérature, le modèle de Smagorinsky [217] reste l'un des plus populaires car il est simple et robuste. Cependant, dans le cas d'écoulements turbulents de couche limite, il se révèle trop dissipatif en proche paroi car il dépend du gradient de vitesse [219]. À l'inverse, le modèle de viscosité sous-maille de Vreman [220] a démontré sa capacité à correctement évaluer la dynamique en proche paroi d'écoulements en transition et pleinement turbulent [209, 221]. Dès lors, il est retenu dans les présents travaux. On donne l'expression de la viscosité sous-maille du modèle de Vreman ci-dessous

$$\nu_T = c \sqrt{\frac{B_\beta}{\alpha_{ij}\alpha_{ij}}}, \quad (3.45)$$

où

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}, \quad (3.46)$$

$$\beta_{ij} = \Delta_m^2 \alpha_{mi} \alpha_{mj}, \quad (3.47)$$

$$B_\beta = \beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}^2 + \beta_{11}\beta_{33} - \beta_{13}^2 + \beta_{22}\beta_{33} - \beta_{23}^2. \quad (3.48)$$

La constante c dans (3.45) dépend de la constante de Smagorinsky $C_s = 0.18$, par l'intermédiaire de la relation $c \approx 2.5C_s^2$. De plus, la longueur de coupure Δ_m est prise égale au pas d'espace Δx .

Finalement, une question se pose : comment prendre en compte la modélisation de la turbulence dans l'équation de Boltzmann sur réseau (3.37) ? D'après l'équation (3.26), on observe que la viscosité est liée au temps de relaxation τ . Ainsi, comme la plupart des modèles de turbulence LES reposent sur une hypothèse de viscosité turbulente, alors on peut modéliser l'influence des échelles sous-maille en corrigeant le temps de relaxation comme suit

$$\tau = \frac{\nu + \nu_T}{c_0^2}, \quad (3.49)$$

où ν est la viscosité cinématique moléculaire. On note que la reformulation de la viscosité effective $\nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_T$ sous la forme harmonique $\nu_{\text{eff}} = \sqrt{\nu^2 + \nu_T^2}$ améliore la capture des effets à bas nombre de Reynolds [222, 223]. Néanmoins, cette dernière n'est pas employée dans les présents travaux.

3.2.2. Loi de paroi

À haut nombre de Reynolds, les écoulements turbulents de couche limite sont complexes à résoudre numériquement en raison du gradient de vitesse qui se développe en proche paroi. Dans le cas de la simulation des grandes échelles, il existe typiquement deux manières de traiter ce problème : d'un côté on résout les échelles en proche

Section 3.2. Modélisation de la turbulence

paroi (WRLES ¹³), de l'autre on modélise la proche paroi (WMLES ¹⁴). D'après Choi et al. [224], le nombre total de points pour résoudre un domaine de calcul $L_x \times \delta_{99} \times L_z$ par WMLES est

$$N_{WMLES} = 54.7 \frac{L_z}{L_x} n_x n_y n_z Re_{L_x}^{2/7} \left[\left(\frac{Re_{L_x}}{Re_{x_0}} \right)^{5/7} - 1 \right] \sim Re_{L_x}, \quad (3.50)$$

tandis que par WRLES il en faut

$$N_{WRLES} = 0.021 \frac{n_y}{\Delta x_w^+ \Delta z_w^+} \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{13/7} \left[1 - \left(\frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}} \right)^{6/7} \right] \sim Re_{L_x}^{1.86}. \quad (3.51)$$

En comparaison, pour une DNS il faut $N_{DNS} \sim Re^{2.65}$ [224]. Par conséquent, on voit que le coût numérique augmente très rapidement en fonction de l'utilisation ou non d'une loi de paroi. En réalité, ce coût est aussi lié au pas de temps Δt . D'après Yang et al. [225], le pas de temps doit vérifier

$$\frac{U_\infty^2 \Delta t}{\nu} \leq \begin{cases} 0.2 Re_{x_0}^{6/7} & \text{pour une WMLES,} \\ 74 Re_{x_0}^{1/7} & \text{pour une WRLES,} \\ 9.6 Re_{x_0}^{1/7} & \text{pour une DNS,} \end{cases} \quad (3.52)$$

où Re_{x_0} désigne le nombre de Reynolds au niveau de la condition d'entrée.

La simulation des grandes échelles avec résolution de la proche paroi (WRLES) est la méthode qui est le plus souvent utilisée quand il s'agit d'étudier les caractéristiques des fluctuations de pression pariétale par simulation numérique [16, 17, 226]. Toutefois, Boukharfane et al. [227] ont démontré qu'il est possible de mener des simulations avec une loi de paroi (WMLES) pour étudier les fluctuations de pression pariétale. Ainsi, on choisit de suivre la seconde approche pour réduire l'effort de calcul, et pour pouvoir étudier des écoulements industriels.

Dans les présents travaux, la loi de paroi d'Azfal [228] est utilisée parce qu'elle tient compte des effets d'un gradient de pression défavorable, et parce qu'elle a été appliquée avec succès dans des études aéroacoustique [229], aérodynamique [230] et environnementale [231]. Elle prend la forme suivante

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \left[\ln y^+ - 2 \ln \frac{\sqrt{1 + K^+ y^+} + 1}{2} + 2(\sqrt{1 + K^+ y^+} - 1) + \kappa B \right], \quad (3.53)$$

avec $B = 5.0$, $\kappa = 0.41$ et K^+ définit comme

$$K^+ = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \left(\frac{dp}{ds} \right), \quad (3.54)$$

13. De l'anglais, wall-resolved large eddy simulation.

14. De l'anglais, wall-modelled large eddy simulation.

où (dp/ds) représente le gradient de pression tangentielle.

3.3. Génération de conditions d'entrée turbulentes

De manière générale, la précision d'une simulation numérique est déterminée par l'emploi de conditions aux limites appropriées. Dans le cas de simulations des grandes échelles, il faut s'assurer que les structures tourbillonnaires qui sortent du domaine de calcul n'affectent pas la dynamique de l'écoulement en amont [232], et que l'écoulement en entrée soit fidèle aux propriétés statistiques des écoulements turbulents pariétaux. Cette deuxième condition est particulièrement complexe à vérifier car on ne connaît pas les champs instantanés, et la forme et la position des structures tourbillonnaires à injecter, à un temps donné, en entrée du domaine de calcul.

Spalart [233] a proposé une modification des conditions périodiques pour spécifier les conditions d'entrée. Cependant, cette méthode manque de polyvalence quand on s'intéresse à des configurations d'écoulement complexes.

Lund et al. [234] ont introduit une méthode de recyclage qui s'appuie sur une remise à l'échelle des données issues d'un plan à une distance donnée de la condition d'entrée (cf. Figure 3.4). Toutefois, cette méthode souffre de quelques inconvénients : 1) une périodicité parasite peut être introduite dans la solution, 2) la mise à l'échelle n'est valable que dans une région où l'écoulement est dans un état d'équilibre, 3) il est plus difficile d'atteindre l'équilibre en raison des transitoires, 4) le coût numérique calcul est accru.

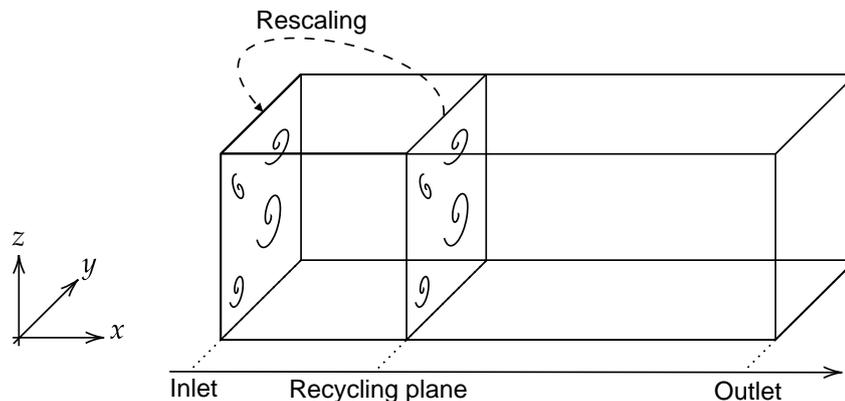


FIGURE 3.4. – Schéma de la méthode de recyclage.

Une méthode alternative à la méthode de recyclage consiste à effectuer une simulation auxiliaire avec des conditions aux limites périodiques ou de recyclage [235, 236]. Cette méthode a été appliquée avec succès pour des études sur des couches de

Section 3.3. Génération de conditions d'entrée turbulentes

mélange et des couches limites accélérées, mais elle affecte significativement le coût de calcul de la simulation.

Enfin, il existe une approche qui s'inspire des travaux de Kraichnan[237], et qui propose de superposer des fluctuations aléatoires $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ sur un profil de vitesse moyenne $\mathbf{U}(\mathbf{x})$, tel que

$$\mathbf{u}^{(\text{in})}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}(\mathbf{x}, t). \quad (3.55)$$

Cette dernière approche est intuitive et simple. C'est pourquoi plusieurs études [238-243] ont proposé des méthodes pour générer des fluctuations aléatoires $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ à l'aide de moments statistiques et/ou de spectres. Jarrin et al. [242] ont notamment développé une méthode qui a été exploitée avec réussite pour des applications dans les domaines du bâtiment et de l'énergie [231, 244-247]. Ainsi, en raison de sa simplicité et de sa facilité de mise en œuvre, cette méthode sera utilisée dans cette étude.

3.3.1. Méthode des tourbillons synthétiques

La méthode des tourbillons synthétiques (SEM¹⁵) proposée par Jarrin et al. [242] est basée sur l'idée que les écoulements turbulents sont composés d'une superposition de tourbillons cohérents [248]. Comme le montre la Figure 3.5, cette méthode repose sur la génération de N tourbillons distribués aléatoirement dans une boîte virtuelle en amont de la condition d'entrée, et convectés dans le domaine de calcul à une vitesse constante U_c . Le champ fluctuant de l'équation (3.55) est, quant à lui, reconstruit à partir des contraintes de Reynolds comme suit [249]

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \varepsilon_j^k A_{ij} f_L \left(\frac{x_1 - x_1^k}{L} \right) f_L \left(\frac{x_2 - x_2^k}{L} \right) f_L \left(\frac{x_3 - x_3^k}{L} \right), \quad (3.56)$$

où N est le nombre de points turbulents, $\mathbf{x}_k = (x_1^k, x_2^k, x_3^k)$ est la position du k -ième point turbulent et ε_j^k désigne un coefficient aléatoire égal à ± 1 . Le tenseur A_{ij} résulte de la décomposition de Cholesky du tenseur des contraintes de Reynolds [234]

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \sqrt{\overline{u_1 u_1}} & 0 & 0 \\ \overline{u_2 u_1} / A_{11} & \sqrt{\overline{u_2 u_2} - A_{21}^2} & 0 \\ \overline{u_3 u_1} / A_{11} & (\overline{u_3 u_2} - A_{21} A_{31}) / A_{22} & \sqrt{\overline{u_3 u_3} - A_{31}^2 - A_{32}^2} \end{pmatrix}. \quad (3.57)$$

Dans l'équation (3.56), la fonction de forme des tourbillons f_L est représentative des caractéristiques spatiales des structures cohérentes, et doit donc être soigneusement choisie [236]. Dans le présent travail, la fonction gaussienne

$$f_L(x) = 2 \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2} \right), \quad (3.58)$$

avec $\sigma = 0.225$, est utilisée. On note que cette fonction a déjà été employée avec succès

15. De l'anglais, synthetic eddy method.

dans une précédente étude [231], avec $U_c = 0.8U_\infty$. Ainsi, en reprenant cette dernière définition de la vitesse de convection, le champ fluctuant (3.56) peut être reconstruit à l'aide de deux paramètres libres (N et L), et des tensions de Reynolds $\overline{u_i u_j}$.

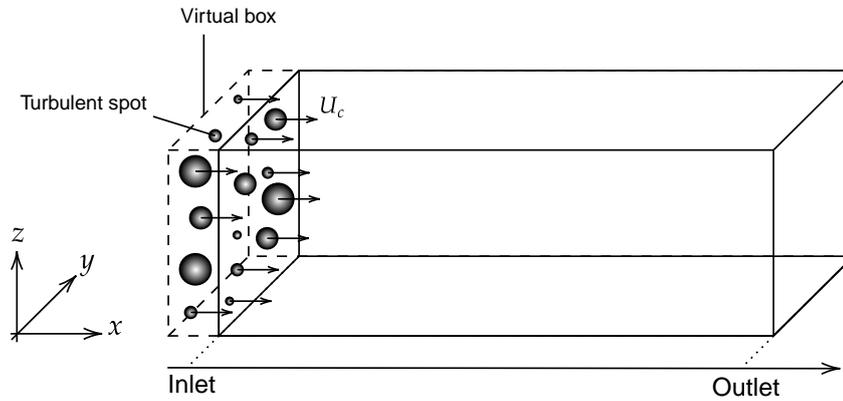


FIGURE 3.5. – Schéma de la méthode des tourbillons synthétiques.

3.3.2. Reconstruction des fonctions de distribution et zone éponge

La méthode des tourbillons synthétiques est basée sur la définition d'un champ de vitesse. Or, la méthode de Boltzmann sur réseau vise à simuler des écoulements à l'aide d'une équation d'évolution sur une fonction de distribution. Dès lors, il faut déterminer une procédure pour reconstruire ces fonctions.

Buffa et al. [231] ont proposé de reprendre la procédure de régularisation récursive de Jacob et al. [209] pour reconstruire les fonctions de distribution. Pour cela, ils introduisent notamment une hypothèse de masse volumique gelée car cette quantité est nécessaire pour reconstruire les fonctions de distribution, mais aussi car elle permet de limiter le bruit non-physique injecté dans le domaine de calcul. En effet, Poletto et al. [243] ont remarqué que la méthode de Jarrin et al. [242] introduit d'importantes fluctuations de pression non-physiques dans le domaine de calcul. Toutefois, Buffa et al. [231] indiquent que l'hypothèse de masse volumique gelée permet de réduire ces fluctuations. Dès lors, on propose de reprendre cette procédure pour nos WMLES avec la méthode de Boltzmann sur réseau. Par soucis de concision, la procédure de reconstruction des fonctions de distribution n'est pas donnée ici. Cependant, le lecteur intéressé est invité à consulter [231].

Afin de dissiper davantage les fluctuations de pression induites par la méthode des tourbillons synthétiques, une zone éponge sera appliquée au niveau de la condition d'entrée [250]. L'objectif de cette technique est de relaxer les quantités physiques vers un état de référence $(\rho_0, (\rho \mathbf{u})_0)$ dans la région adjacente à la condition limite.

3.4. Résumé du chapitre

Dans ce Chapitre, le schéma de Boltzmann sur réseau est présenté dans le but de simuler numériquement les fluctuations de pression d'écoulements turbulents de couche limite. En préambule, les fondements théoriques de la méthode de Boltzmann sur réseau sont présentés. Puis, une procédure de régularisation récursive est choisie pour palier aux problèmes de stabilité du schéma numérique de Boltzmann-BGK à haut nombre de Reynolds. Le traitement du bruit parasite généré au niveau des transitions de maillage est aussi abordé, et une méthode est sélectionnée pour limiter ce problème numérique. Finalement, on a abordé la problématique de la modélisation de la turbulence. La technique de simulation des grandes échelles avec loi de paroi est retenue pour simuler les fluctuations de pression au sein d'une couche limite turbulente. De plus, une méthode d'injection de turbulence est choisie afin de réduire davantage le coût numérique des simulations. Toutefois, il sera nécessaire de vérifier la pertinence d'utiliser la méthode des tourbillons synthétiques pour imposer les fluctuations de vitesse en entrée de calcul, notamment dans le cadre d'une étude aéroacoustique.

Chapitre 4

Modélisation analytique des fluctuations de pression pariétale

Sommaire

4.1. Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale	99
4.1.1. Extension du modèle de Lysak	100
4.1.2. Nouveau modèle pour le terme non-linéaire	102
4.1.3. Prise en compte des effets de décorrélation temporelle	105
4.1.4. Modélisation du spectre des fluctuations de vitesse	106
4.2. Procédure numérique : méthodes et implémentation	107
4.2.1. Simulation statistique de la turbulence	108
4.2.2. Implémentation, intégration et parallélisation	110
4.3. Résumé du chapitre	113

L'usage de simulation numérique instationnaire (DNS ou LES) est marginal dans le monde industriel, notamment quand il s'agit de résoudre le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale d'écoulements turbulents de couche limite. Dès lors, il faut essayer de développer une méthode¹ qui exploite les outils numériques standards du secteur industriel (e.g. simulations RANS), tout en permettant d'apporter des solutions fiables.

A la Section 2.4, on a vu que deux approches de modélisation se distinguent. La première repose sur une formulation fonctionnelle du spectre des fluctuations de pression pariétale, tandis que la seconde est fondée sur une expression analytique qu'il faut résoudre numériquement. Dans le second cas, si les inconnues de l'expression analytique sont déterminées à l'aide de simulations statistiques (RANS), alors il est possible de proposer un outil capable d'estimer le spectre des fluctuations de pression pariétale de n'importe quel écoulement vérifiant les hypothèses formulées pour obtenir l'expression analytique du spectre.

Dans ce chapitre, on propose une méthode pour calculer le spectre en nombre d'onde-

1. Ici, le terme méthode fait référence à la chaîne de calcul qui peut être mise en œuvre pour estimer le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale.

Section 4.1. Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale

fréquence des fluctuations de pression pariétale. Une formulation analytique directe, basée sur le modèle de Lysak [165], est choisie en raison des coûts numériques et de la complexité algorithmique associés à l'implémentation d'une formulation indirecte [18-20, 151]. Les inconnues du modèle seront extraites de simulations stationnaires (RANS) afin de tenir compte des conditions de l'écoulement, des effets géométriques, et du caractère anisotrope et inhomogène de la turbulence en proche paroi.

4.1. Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale

A la Section 2.4.2, on a présenté l'équation qui régit les fluctuations de pression pour des écoulements turbulents à très bas nombre de Mach, à savoir l'équation (2.45). Ensuite, on a exprimé la solution de cette équation l'aide du formalisme de Green dans un espace tridimensionnel sans bord (cf. équation (2.47)). Compte tenu de la condition limite à la paroi

$$\frac{\partial p}{\partial x_2}(x_2 = 0) = 0, \quad (4.1)$$

on peut appliquer la méthode des images, et montrer que l'équation (2.47) évaluée à la paroi devient

$$p(x_1, 0, x_3, t) = 2 \int_0^{+\infty} \left(\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{q(\xi_1, \xi_2, \xi_3, t)}{4\pi \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + (x_3 - \xi_3)^2}} d\xi_1 d\xi_3 \right) d\xi_2. \quad (4.2)$$

Or, on souhaite développer une formulation directe pour le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale. Dès lors, on prend la transformée de Fourier spatio-temporelle de la pression pariétale $p(x_1, 0, x_3)$, i.e.

$$\hat{p}(k_1, k_3, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, x_3, t) \exp(-i[k_1 x_1 + k_3 x_3 + \omega t]) dx_1 dx_3 dt, \quad (4.3)$$

où la dépendance en $x_2 = 0$ a été omise, mais subsiste. En injectant (4.2) dans (4.3), on obtient

$$\hat{p}_\omega(k_1, k_3, \omega) = \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-k_{1,3}\xi_2)}{k_{1,3}} \hat{q}(k_1, \xi_2, k_3, \omega) d\xi_2, \quad (4.4)$$

où

$$\hat{q}(k_1, \xi_2, k_3, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} q(\xi_1, \xi_2, \xi_3, t) \times \exp(-i[k_1 \xi_1 + k_3 \xi_3 + \omega t]) d\xi_1 d\xi_3 dt. \quad (4.5)$$

On note que l'équation (4.4) a pu être obtenue parce que [95]

$$\begin{aligned} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-i[k_1 x_1 + k_3 x_3])}{2\pi \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + (x_3 - \xi_3)^2}} dx_1 dx_3 \\ = \frac{\exp(-k_{1,3} \xi_2)}{k_{1,3}} \exp(-i[k_1 \xi_1 + k_3 \xi_3]) \end{aligned} \quad (4.6)$$

D'après la définition du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale (2.9) et l'expression des fluctuations de pression pariétale (4.4), on a directement

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}\xi_2}}{k_{1,3}} \left(\int_{-x_2}^{+\infty} \frac{e^{-k_{1,3}r_2}}{k_{1,3}} \phi_{qq}(k_1, \xi_2 | r_2, k_3, \omega) dr_2 \right) d\xi_2, \quad (4.7)$$

où $\xi_2' = \xi_2 + r_2$ et

$$\phi_{qq}(k_1, \xi_2 | r_2, k_3, \omega) = \frac{E[\hat{q}(k_1, \xi_2, k_3, \omega) \hat{q}^*(k_1', \xi_2', k_3', \omega')]}{\delta(k_1 - k_1') \delta(k_3 - k_3') \delta(\omega - \omega')} \quad (4.8)$$

désigne le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes. Ensuite, si l'on considère le développement limité à l'ordre 1,

$$\exp(-k_{1,3}r_2) \approx 1 - k_{1,3}r_2, \quad (4.9)$$

alors l'équation (4.7) devient

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}\xi_2}}{k_{1,3}} \left(\int_{-x_2}^{+\infty} \frac{1 - k_{1,3}r_2}{k_{1,3}} \phi_{qq}(k_1, \xi_2 | r_2, k_3, \omega) dr_2 \right) d\xi_2. \quad (4.10)$$

Finalement, en faisant l'hypothèse que le terme ϕ_{qq} décroît rapidement avec r_2 et qu'il est symétrique par rapport à r_2 , alors on obtient la formulation directe du spectre en nombre d'onde-fréquence de Lysak [165], i.e.

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \approx 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}\xi_2}}{k_{1,3}^2} \Phi_{qq}(k_1, \xi_2 | 0, k_3, \omega) d\xi_2, \quad (4.11)$$

où la définition du spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes $\Phi_{qq}(k_1, \xi_2 | k_2, k_3, \omega)$ a été donnée à l'équation (2.62).

4.1.1. Extension du modèle de Lysak

Dans son modèle de spectre en nombre d'onde-fréquence, Lysak [165] considère uniquement le terme linéaire (2.49). Il suppose également que les fluctuations de vitesses sont convectées à $U_1(x_2)$, en vertu de l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor [73]. Ainsi, le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes est

Section 4.1. Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale

exprimé comme

$$\Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3, \omega) = \Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3) \delta(\omega - k_1 U_c(x_2)). \quad (4.12)$$

où $\Phi_{qq}(k_1, \xi_2|0, k_3)$ désigne le spectre en nombre d'onde des sources turbulentes associé à la strate x_2 de la couche limite². D'où, si l'on injecte (4.12) dans (4.11), alors

$$\Phi_{pp}(k_1, k_3, \omega) \approx 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} \Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3) \delta(\omega - k_1 U_c(x_2)) dx_2. \quad (4.13)$$

D'après la définition (2.7), on peut écrire le spectre en nombre d'onde des sources turbulentes linéaires comme [54]

$$\Phi_{qq}^{(\text{TMS})}(k_1, x_2|0, k_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} E \left[q_A^{(\text{TMS})} q_B^{(\text{TMS})} \right] e^{-i(k_1 r_1 + k_3 r_3)} dr_1 dr_2 dr_3, \quad (4.14)$$

où les indices A et B correspondent à deux points différents, et

$$q_A^{(\text{TMS})}(x_1, x_2, x_3) \approx -2\rho \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)_A \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)_A, \quad (4.15)$$

$$q_B^{(\text{TMS})}(x_1 + r_1, x_2, x_3 + r_3) \approx -2\rho \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)_B \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)_B. \quad (4.16)$$

Dès lors, si on introduit les équations (4.15) et (4.16) dans l'équation (4.14), on obtient le spectre en nombre d'onde des sources turbulentes linéaires suivant

$$\Phi_{qq}^{(\text{TMS})}(k_1, x_2|0, k_3) \approx 4\rho^2 \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 k_1^2 \phi_{22}(k_1, x_2|0, k_3), \quad (4.17)$$

avec

$$\begin{aligned} \phi_{22}(k_1, x_2|0, k_3) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} E[(u_2)_A (u_2)_B] \\ &\quad \times \exp(-i[k_1 r_1 + k_3 r_3]) dr_1 dr_2 dr_3 \end{aligned} \quad (4.18)$$

le spectre des corrélations normales de vitesse. Enfin, on considère le modèle généralisé de von Kármán pour décrire les fluctuations normales de vitesse [251] (cf. Section 4.1.4), i.e.

$$\phi_{22}(k_1, x_2|0, k_3) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \frac{\Gamma(\eta + 5/2)}{\Gamma(\eta)} \frac{\overline{u_2^2}}{k_e^5} \frac{k_{1,3}^2}{\left(1 + [k_{1,3}/k_e]^2\right)^{\eta+5/2}}, \quad (4.19)$$

où k_e correspond au nombre d'onde des grandes échelles énergétiques de l'écoulement, η est un paramètre libre, et Γ désigne la fonction complexe gamma. En réalité, le paramètre η correspond à la pente de la région inertielle du spectre d'énergie cinétique turbulente. Par conséquent, il ne peut pas être choisi arbitrairement (cf. Tableau

2. Par soucis de clarté, la notation ξ_2 de l'équation (4.11) a été remplacée par x_2 .

4.1). On note que le modèle de Lysak (2.64) est retrouvé pour $\eta = 1/3$.

Auteurs	η
vón Kármán [167]	1/3
Liepmann [252]	1/2
RDT [253]	7/6

Tableau 4.1. – Quelques exemples de valeurs du paramètre libre du modèle de spectre généralisé de vón Kármán pour les fluctuations de vitesse.

Après substitution de (4.19) dans (4.13), on aboutit à la formulation étendue du spectre en nombre d'onde-fréquence linéaire de Lysak suivante

$$\Phi_{pp}^{(\text{TMS})}(k_1, k_3, \omega) \approx \frac{8\rho^2}{\pi^{1/2}} \frac{\Gamma(\eta + 5/2)}{\Gamma(\eta)} \int_0^{+\infty} \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \frac{\overline{u_2^2} k_1^2 e^{-2k_{1,3}x_2} \delta(\omega - k_1 U_c)}{k_e^5 \left(1 + [k_{1,3}/k_e]^2 \right)^{\eta+5/2}} dx_2. \quad (4.20)$$

Cette nouvelle formulation du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale va nous permettre d'examiner l'influence du modèle choisi pour décrire la région inertielle du spectre d'énergie cinétique turbulente, car Lysak [165] utilise le modèle de vón Kármán [167], alors que d'autres auteurs préconisent plutôt l'emploi des modèles de Liepmann et RDT [151].

Finalement, le spectre fréquentiel linéaire des fluctuations de pression pariétale est obtenu à l'aide de l'équation (2.11), et prend la forme suivante³

$$\varphi_{pp}^{(\text{TMS})}(\omega) \approx \frac{8\rho^2 \omega^2}{\pi^{1/2}} \frac{\Gamma(\eta + 5/2)}{\Gamma(\eta)} \int_0^{+\infty} \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \frac{\overline{u_2^2}}{U_c^3 k_e^4} \times I\left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2\right) dx_2, \quad (4.21)$$

où

$$I(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{\alpha} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-Y}}{\left[1 + \left(\frac{Y+2\alpha\xi}{2\alpha} \right)^2 \right]^{\eta+5/2} \sqrt{Y^2 + 4\alpha Y \xi}} dY. \quad (4.22)$$

On signale que le changement de variables $Y = 2\alpha\sqrt{\xi^2 + \zeta^2} - 2\alpha\xi$ a été introduit par Aupoix [166] pour évaluer l'intégrale (4.22) à l'aide des quadratures de Gauss-Laguerre. On précise également qu'Aupoix [166] recommande d'utiliser cette méthode d'intégration avec douze points.

4.1.2. Nouveau modèle pour le terme non-linéaire

Dans la plupart des applications industrielles, la connaissance de la région convective est suffisante pour prédire le bruit hydrodynamique. En réalité, la description de cette région du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale est liée au terme source linéaire (TMS) [95], ce qui justifie que le terme

3. On rappelle que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(k)\delta(\omega - kU)dk = f(\omega/U)/U$, pour n'importe quel k .

Section 4.1. Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale

source non-linéaire (TT) soit généralement négligé. Cependant, pour des applications navales, la connaissance de la partie sous-convective est importante. Cette dernière dépend principalement du terme source TT [254], et des effets de compressibilité (cf. Figure 4.1). Par ailleurs, il a été observé que le terme source TT devient de plus en plus important lorsque la couche limite turbulente subit un gradient de pression défavorable [18, 20]. Un modèle est donc nécessaire pour ce terme.

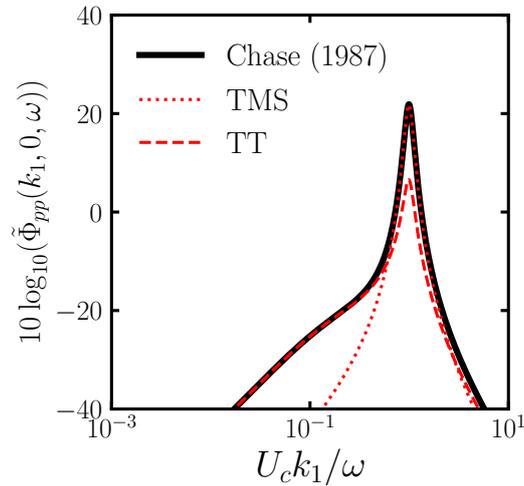


FIGURE 4.1. – Décomposition des contributions linéaire et non-linéaire du spectre empirique de Chase [13]. On note que la forme incompressible du spectre est représentée, i.e. avec $\lambda = 3$.

Dans l'équation (2.45), la linéarité des fluctuations de pression permet de dériver des solutions distinctes pour chacun des termes sources [255]. Par conséquent, si on considère le terme source non-linéaire

$$q^{(\text{TT})}(\mathbf{x}, t) = -\rho \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u_i u_j - \overline{u_i u_j}), \quad (4.23)$$

alors on peut déduire, à l'aide de l'équation (2.62), que le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes non-linéaires (TT) s'écrit

$$\begin{aligned} \Phi_{qq}^{(\text{TT})}(k_1, x_2 | 0, k_3) &= \rho^2 k_i k_j k_m k_n \\ &\times \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} E[(u_i u_j)_A (u_m u_n)_B] e^{-i(k_1 r_1 + k_3 r_3)} dr_1 dr_2 dr_3 \right. \\ &\left. - \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} (\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_m u_n})_B e^{-i(k_1 r_1 + k_3 r_3)} dr_1 dr_2 dr_3 \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

On considère que les fluctuations de vitesses suivent une loi de distribution conjointe normale [171], de telle sorte que les termes quadruples s'expriment comme [54]

$$E[(u_i u_j)_A (u_m u_n)_B] = (\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_m u_n})_B + 2 \overline{(u_i)_A (u_m)_B} \overline{(u_j)_A (u_n)_B}. \quad (4.25)$$

D'où, l'équation (4.24) devient

$$\Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = 2\rho^2 k_i k_j k_m k_n \times \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \overline{(u_i)_A (u_m)_B} \overline{(u_j)_A (u_n)_B} e^{-i(k_1 r_1 + k_3 r_3)} dr_1 dr_2 dr_3 \right]. \quad (4.26)$$

Le terme entre crochets dans l'équation (4.26) peut être interprété comme la convolution tridimensionnelle des corrélations spatiales de vitesse ϕ_{ij} , conformément au théorème de convolution. Dès lors, on obtient le spectre en nombre d'onde des sources turbulentes non-linéaires suivant

$$\Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) \approx 2\rho^2 k_i k_j k_m k_n (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2|0, k_3), \quad (4.27)$$

où l'astérisque correspond au produit de convolution. En substituant l'équation (4.27) dans l'équation (2.61), on a donc le spectre en nombre d'onde-fréquence non-linéaire

$$\Phi_{pp}^{(TT)}(k_1, k_3, \omega) \approx 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} k_i k_j k_m k_n \times (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2|0, k_3) \delta(\omega - k_1 U_c) dx_2, \quad (4.28)$$

où $i, j, m, n \in \{1, 3\}$ car $k_2 = 0$. Enfin, l'intégration selon k_1 et k_3 conduit au spectre fréquentiel non-linéaire des fluctuations de pression pariétale (cf. Annexe A)

$$\begin{aligned} \varphi_{pp}^{(TT)}(\omega) \approx 4\pi\rho^2 \omega^3 \int_0^{+\infty} \frac{1}{k_e^3 U_c^4} \left[I_{11,11} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) \right. \\ \left. + 2I_{11,33} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) + I_{33,33} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) \right] dx_2, \end{aligned} \quad (4.29)$$

où

$$I_{11,11}(\xi, \alpha) = 2\alpha\xi e^{-2\alpha\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{-1/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\phi_{11} * \phi_{11}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY, \quad (4.30)$$

$$I_{11,33}(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{2\alpha\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{1/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\phi_{11} * \phi_{33}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY, \quad (4.31)$$

$$I_{33,33}(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{(2\alpha\xi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{3/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\phi_{33} * \phi_{33}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY. \quad (4.32)$$

On précise que les termes croisés ϕ_{13} ont été négligés sur la base des travaux de Peltier et al.[18] et de Slama [256]. De plus, les changements de variables proposés par Aupoix [166] sont également repris pour avoir une formulation similaire à l'équation

Section 4.1. Formulation du spectre des fluctuations de pression pariétale

(4.21), et pour pouvoir utiliser les quadratures de Gauss-Laguerre. Par ailleurs, on observe que la formulation du spectre fréquentiel du terme source non-linéaire (4.29) est similaire à celle du terme source linéaire (4.21), sauf qu'elle est proportionnelle au cube de ω . Pour rappel, le spectre fréquentiel linéaire des fluctuations de pression pariétale (4.21) est proportionnel au carré de ω .

4.1.3. Prise en compte des effets de décorrélation temporelle

L'hypothèse de turbulence gelée de Taylor [73] a des conséquences importantes sur la forme du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale puisque la relation de dispersion $\delta(\omega - k_1 U_c)$ doit être satisfaite pour k_1 et ω fixés [164]. Or, la vitesse de convection prend des valeurs qui sont bornées entre la vitesse à la paroi et la vitesse de l'écoulement libre. Par conséquent, la plage sur laquelle on peut évaluer le spectre en nombre d'onde-fréquence est limitée par la forme du modèle de vitesse de convection choisi.

Dans cette section, on propose une approche différente pour modéliser le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes (4.12). L'objectif est de s'affranchir du problème introduit par l'hypothèse de turbulence gelée et de tenir compte du caractère anisotrope du spectre $\phi_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$, tout en intégrant des effets physiques jusqu'alors ignorés. La prise en compte de la décorrélation de la turbulence dans la modélisation du spectre en nombre d'onde-fréquence est notamment importante puisqu'elle est reliée aux tendances observées dans la région sous-convective [95]. Les phénomènes physiques à l'origine de cette décorrélation sont typiquement les effets de balayage (sweeping effect) et de déformation (straining effect) des structures tourbillonnaires de l'écoulement [58].

A partir des travaux de Kraichnan [257] et Tennekes [258] sur l'advection sans déformation des petites échelles par les grandes échelles de turbulence, Wilczek et Narita [259] proposent un modèle pour le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de vitesse qui tient compte de l'effet de balayage, et de la présence d'un écoulement moyen. Ce dernier prend la forme suivante (cf. Annexe B)

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\phi_{ij}(\mathbf{k})}{\sqrt{2\pi k^2 V^2}} \exp\left(-\frac{[\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}]^2}{2k^2 V^2}\right), \quad (4.33)$$

où \mathbf{U} et V désignent les vitesses moyenne et de balayage, respectivement. Dès lors, on peut écrire le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes (4.12) comme suit

$$\Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3, \omega) \approx \frac{\Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3)}{\sqrt{2\pi k_{1,3}^2 V^2}} \exp\left(-\frac{[\omega - k_1 U_1(x_2)]^2}{2k_{1,3}^2 V^2(x_2)}\right), \quad (4.34)$$

où la distribution de Dirac de l'équation (4.12) a été remplacée par une fonction gaussienne. On rappelle que Morilhat et al. [168] ont proposé de remplacer la distribution de Dirac par une distribution de Cauchy centrée autour du nombre d'onde convectif

k_c . Toutefois, cette modification conduit à une mauvaise prédiction des basses et hautes fréquences du spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale.

Le décalage fréquentiel (effet Doppler) induit par le terme $\mathbf{k} \cdot \mathbf{U}$ rend la formulation (4.33) intrinsèquement anisotrope [58]. De plus, bien que cette dernière n'intègre pas les effets de déformation des structures tourbillonnaires dans la modélisation, elle a été validée pour divers écoulements turbulents de couche limite [260-262]. Par ailleurs, le modèle de Wilczek et al. [259] peut être interprété comme la version spectrale du modèle elliptique de He et al. [172] présenté à la Section 2.4.2.2.

Finalement, on peut réécrire les spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale comme suit

$$\begin{aligned} \Phi_{pp}^{(\text{TMS})}(k_1, k_3, \omega) &\approx \frac{8\rho^2}{\pi^{1/2}} \frac{\Gamma(\eta + 5/2)}{\Gamma(\eta)} \int_0^{+\infty} \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \frac{\overline{u_2^2}}{k_e^5} \frac{k_1^2 e^{-2k_{1,3}x_2}}{\left(1 + [k_{1,3}/k_e]^2\right)^{\eta+5/2}} \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi k_{1,3}^2 V^2}} \exp\left(\frac{-[\omega - k_1 U_1(x_2)]^2}{2k_{1,3}^2 V^2(x_2)} \right) dx_2 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{pp}^{(\text{TT})}(k_1, k_3, \omega) &\approx 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} k_i k_j k_m k_n (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2 | 0, k_3) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi k_{1,3}^2 V^2}} \exp\left(\frac{-[\omega - k_1 U_1(x_2)]^2}{2k_{1,3}^2 V^2(x_2)} \right) dx_2 \end{aligned} \quad (4.36)$$

où $i, j, m, n \in \{1, 3\}$. On précise que seul un modèle de vitesse de balayage est considéré dans ces travaux, à savoir [260]

$$V^2 = \left(\frac{dU_1}{dx_2} \right)^2 \lambda_f^2 + k_T, \quad (4.37)$$

avec l'échelle de Taylor longitudinale⁴ définie comme [58]

$$\lambda_f = \sqrt{10\nu k_T / \varepsilon_T}. \quad (4.38)$$

4.1.4. Modélisation du spectre des fluctuations de vitesse

Les expressions des spectres linéaire et non-linéaire font intervenir le spectre en nombre d'onde des fluctuations de vitesse ϕ_{ij} . Or, ce dernier ne peut pas être extrait de simulations stationnaires (RANS). Par conséquent, il est nécessaire de le modéliser. On note qu'une expression du spectre des corrélations normales de vitesse ϕ_{22} a été donnée sans justification pour obtenir les spectres linéaires (4.20) et (4.35) (cf. équation (4.19)).

4. On tient à préciser que cette échelle caractéristique correspond à l'échelle tourbillonnaire pour laquelle la dissipation est maximale.

Section 4.2. Procédure numérique : méthodes et implémentation

D'après la théorie de la turbulence homogène isotrope (HIT), le spectre en nombre d'onde des fluctuations de vitesse prend la forme suivante [157]

$$\phi_{ij}(k_1, k_2, k_3) = \frac{E(k)}{4\pi k^4} (\delta_{ij} k^2 - k_i k_j), \quad (4.39)$$

où $E(k)$ représente le spectre d'énergie cinétique turbulente. Dès lors, la description du spectre en nombre d'onde des fluctuations de vitesse repose sur la modélisation du spectre d'énergie cinétique turbulente. Parmi les différentes formulations disponibles dans la littérature pour ce dernier, on remarque que Wilson [251] propose un modèle qui décrit correctement les régions énergétique et inertielle, et qui prend la forme suivante

$$E(k) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\eta + 5/2)}{\Gamma(\eta)} \frac{\overline{u_i u_j}}{k_e^5} \frac{k^4}{(1 + [k/k_e]^2)^{\eta+5/2}}, \quad (4.40)$$

où η est le paramètre associé à la pente du spectre d'énergie dans la région inertielle (cf. Tableau 4.1), et k_e caractérise les échelles tourbillonnaires énergétiques de l'écoulement. Pour $\eta = 1/3$, on retrouve notamment la pente en $k^{-5/3}$ de Kolmogorov dans la région universelle du spectre $E(k)$. On note que le modèle (4.40) correspond à une généralisation du modèle de von Kármán [151, 251].

Si on injecte l'équation (4.40) dans l'équation (4.39), on trouve le spectre en nombre d'onde des fluctuations de vitesse

$$\phi_{ij}(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \frac{\Gamma(\eta + 5/2)}{\Gamma(\eta)} \frac{\overline{u_i u_j}}{k_e^5} \frac{\delta_{ij} k^2 - k_i k_j}{(1 + [k/k_e]^2)^{\eta+5/2}}. \quad (4.41)$$

Finalement, parmi les inconnues de l'équation (4.41), il ne reste à modéliser que l'échelle caractéristique des grandes structures énergétiques de l'écoulement car les tensions de Reynolds $\overline{u_i u_j}$ peuvent être obtenues à l'aide de simulation numérique RANS. On donne quelques modèles pour ce terme dans le Tableau 4.2, en notant qu'ils font intervenir l'échelle intégrale longitudinale $\Lambda_1 \propto k_T^{3/2}/\varepsilon_T$ [64].

	k_e	Λ_1
keModel-1 [165]	$1.9/\Lambda_1$	$k_T^{3/2}/\varepsilon_T$
keModel-2 [151]	$\sqrt{\pi}\Gamma(\eta + 0.5)/\Gamma(\eta)/\Lambda_1$	$0.5k_T^{3/2}/\varepsilon_T$

Tableau 4.2. – Modèles pour le nombre d'onde caractéristique des grandes échelles de turbulence de l'écoulement.

4.2. Procédure numérique : méthodes et implémentation

Le spectre des fluctuations de pression pariétale d'un écoulement turbulent de couche limite est évalué à partir du post-traitement d'une simulation numérique

stationnaire RANS. La chaîne de calcul est relativement simple et résumée à la Figure 4.2. Tout d'abord, une simulation numérique est réalisée à l'aide de la boîte à outils de simulation numérique multi-physique OpenFOAM-v2012. Puis, un algorithme Python manipule les données de simulation et calcule le spectre des fluctuations de pression pariétale. Dans ce qui suit, on décrit successivement les modèles/méthodes qui ont été implémentés pour développer et/ou exploiter ces deux outils numériques.

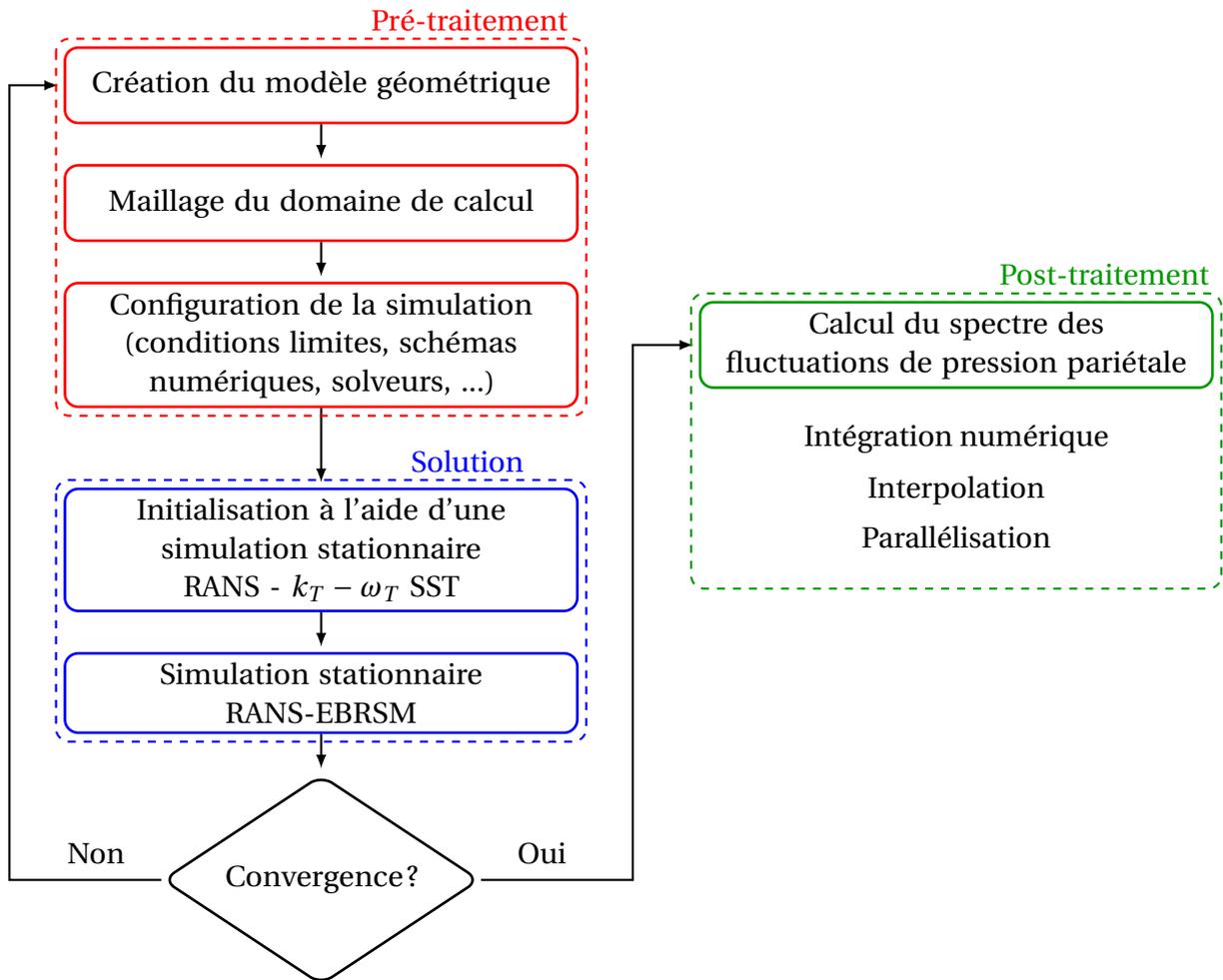


FIGURE 4.2. – Chaîne de calcul pour estimer le spectre des fluctuations de pression pariétale.

4.2.1. Simulation statistique de la turbulence

Les simulations numériques sont réalisées au moyen de méthodes statistiques RANS car les besoins en résolution spatiale d'une simulation des grandes échelles (LES) augmentent approximativement en $Re^{1.8}$ pour des écoulements turbulents pariétaux [224, 263], et car on veut proposer une méthode avec coût numérique raisonnable. De surcroît, plusieurs auteurs [18, 20, 158-160, 166] ont utilisé avec succès des données

Section 4.2. Procédure numérique : méthodes et implémentation

tirées de simulations statistiques afin de calculer le spectre des fluctuations de pression pariétale.

Compte tenu des données d'entrée requises pour évaluer le spectre des fluctuations de pression pariétale (U_1 , dU_1/dx_2 , $\overline{u_i u_j}$, k_T , $\varepsilon_T \dots$), le modèle de fermeture du système des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) doit être consciencieusement choisi. D'une part, il doit permettre de déterminer de nombreuses quantités statistiques turbulentes. D'autre part, les effets d'anisotropie et d'inhomogénéité doivent être modélisés pour qu'ils figurent dans l'estimation/la prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale, et pour qu'ils corrigent le choix d'utiliser une formulation isotrope pour le spectre en nombre d'onde (4.39).

Le modèle à pondération elliptique pour les tensions de Reynolds (EBRSM⁵) standard de Manceau [264, 265] a été sélectionné sur la base des travaux de thèse de Monte [19] et Slama [256]. Toutefois, il convient de noter que ce modèle se distingue des autres modèles du second ordre car il n'utilise pas de fonctions d'amortissement⁶ pour décrire le caractère anisotrope et inhomogène de la proche paroi. En revanche, il utilise une équation elliptique qui affecte les corrélations vitesse-gradient de pression dans l'équation des contraintes de Reynolds

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = \mathcal{P}_{ij} + \mathcal{D}_{ij}^T + \phi_{ij}^* + \mathcal{D}_{ij}^V - \varepsilon_{ij}, \quad (4.42)$$

où \mathcal{P}_{ij} , \mathcal{D}_{ij}^T , ϕ_{ij}^* , \mathcal{D}_{ij}^V et ε_{ij} désignent les termes de production, diffusion turbulente, corrélation vitesse-gradient de pression, diffusion visqueuse et de dissipation turbulente, respectivement. En effet, les corrélations vitesse-gradient de pression sont exprimées comme la somme d'une contribution inhomogène ϕ_{ij}^w qui relaxe progressivement vers une contribution homogène ϕ_{ij}^h au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la paroi, puisque

$$\phi_{ij}^* = (1 - \alpha_T^3) \phi_{ij}^w + \alpha_T^3 \phi_{ij}^h, \quad (4.43)$$

avec le paramètre de pondération α_T qui s'annule à la paroi, et qui vérifie l'équation de relaxation elliptique

$$\alpha_T - L^2 \nabla^2 \alpha_T = 1 \quad (4.44)$$

au-delà. On note que le terme L de l'équation (4.44) désigne une échelle de longueur.

A l'aide de l'Annexe C de la revue de Manceau [265], le modèle EBRSM a été implémenté dans la version 2012 d'OpenFOAM, puis validé à l'aide du solveur *simpleFoam* pour deux écoulements turbulents en conduite à $Re_\tau = 395$ et $Re_\tau = 590$ (cf. Figure 4.3). On note qu'une résolution spatiale fine a été requise en proche paroi ($y^+ < 1$) pour palier à l'absence de loi de paroi, et pour capturer le gradient de vitesse élevé de la couche limite.

5. De l'anglais, elliptic blending Reynolds stress model.

6. L'emploi de telles fonctions est analogue à l'usage d'une loi de paroi car on suppose l'existence d'un comportement universel, qui, pour des écoulements hors équilibre n'existe pas.

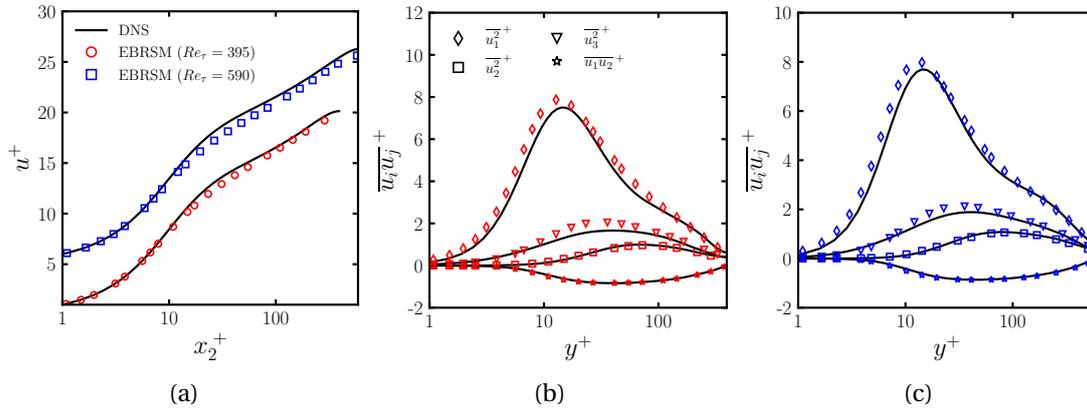


FIGURE 4.3. – Comparaison des données DNS de Moser et al. [266] avec les résultats obtenus par simulation RANS-EBRSM. (a) Profils moyens de vitesse. Profils des tensions de Reynolds à $Re_\tau = 395$ (b) et $Re_\tau = 590$ (c).

4.2.2. Implémentation, intégration et parallélisation

Un outil de post-traitement écrit en Python a été développé pour procéder à l'intégration numérique des expressions du spectre des fluctuations de pression pariétale, à savoir les équations (4.20), (4.21), (4.28), (4.29), (4.35) et (4.36). L'algorithme est parallélisé à l'aide de la librairie multiprocessing⁷, et manipule les données de simulation numérique avec les fonctions du module FluidFoam⁸.

Le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale est obtenu de manière différente en fonction du type de modèle considéré pour expliciter le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes. Dans le cas où ce dernier repose sur l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor, seule une strate x_2 de la couche limite contribue au spectre, à condition que $U_c(x_2) = \omega / k_1$ soit vérifiée. Ainsi, d'après la propriété sur la composition de fonction

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(g(x)) dx = \sum_i \frac{f(x_i)}{|g'(x_i)|}, \quad (4.45)$$

on peut rapidement déduire les spectres en nombre d'onde-fréquence (4.20) et (4.28) puisque l'intégration numérique est réduite à une simple opération algébrique⁹. On rappelle que la condition de dispersion imposée par la distribution de Dirac permet d'estimer le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale sur une plage restreinte de fréquence et de nombre d'onde k_1 . Or, cette limitation du modèle peut poser problème quand on s'intéresse au contenu spectral dans la région sous-convective. Les nouvelles expressions (4.35) et (4.36) permettent

7. [Lien](#) vers la documentation du paquet d'instanciation multiprocessing.

8. [Lien](#) vers la documentation du module de post-traitement FluidFoam.

9. Si la vitesse de convection est monotone croissante, alors il n'existe qu'une seule racine x_i dans l'équation (4.45) pour laquelle la relation de dispersion $\omega - k_1 U_c = 0$ est satisfaite.

Section 4.2. Procédure numérique : méthodes et implémentation

de s'affranchir de cet écueil. Elles sont résolues numériquement au moyen de la méthode des trapèzes (ou méthode de Newton-Cotes d'ordre 1), car la méthode de Simpson (ou méthode de Newton-Cotes d'ordre 2) conduit au même spectre (cf. Figure 4.4). Ce résultat s'explique notamment car la résolution spatiale de la simulation numérique RANS impose une discrétisation fine des intégrandes des équations (4.35) et (4.36).

L'intégrale selon x_2 des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale (4.21) et (4.29) sont également résolus à l'aide de la méthode des trapèzes.

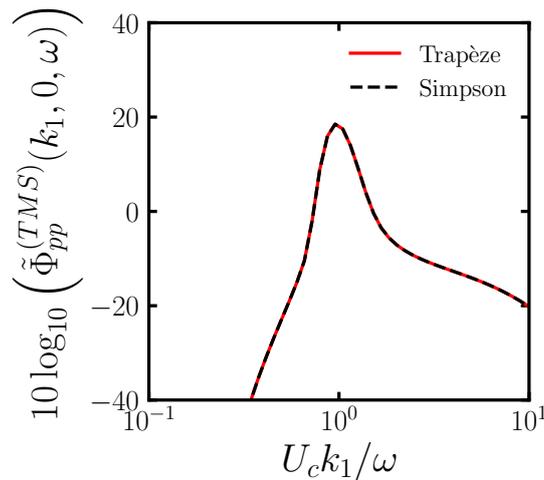


FIGURE 4.4. – Comparaison des méthodes de Newton-Cotes d'ordre 1 et 2 pour la prédiction de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale (4.35) à $\omega \delta_{99} / u_\tau = 248$.

Dans le cas du spectre non-linéaire, le calcul des produits de convolution peut significativement impacter le temps d'exécution de l'algorithme car il nécessite de réaliser de nombreuses opérations redondantes, et que l'erreur dépend du domaine d'intégration choisi. De ce fait, une stratégie est adoptée pour contourner ces problèmes. D'une part, on sait que les corrélations spatiales de vitesse sont définies comme

$$R_{ij}(r_1, r_2, r_3) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \phi_{ij}(k_1, k_2, k_3) e^{+i(k_1 r_1 + k_2 r_2 + k_3 r_3)} dk_1 dk_2 dk_3. \quad (4.46)$$

D'autre part, on sait que la transformée de Fourier du produit de deux signaux correspond au produit de convolution des transformées de Fourier de ces signaux, i.e.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(r) x_2(r) \exp(-ikr) dt = (X_1 * X_2)(k). \quad (4.47)$$

Par conséquent, on voit donc que si l'on connaît l'expression des corrélations spatiales associée au spectre (4.41), alors on peut remonter facilement au produit de convolution $(\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, k_2, k_3)$ à l'aide d'une transformée de Fourier du produit

Chapitre 4. Modélisation analytique des fluctuations de pression pariétale

$R_{im}(r_1, r_2, r_3)R_{jn}(r_1, r_2, r_3)$. En effet, d'après la définition (4.47) on a nécessairement

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} R_{im}R_{jn}e^{-i(k_1r_1+k_2r_2+k_3r_3)} dr_1 dr_2 dr_3 = (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, k_2, k_3). \quad (4.48)$$

En réalité, l'équation (4.48) est une réécriture du terme entre crochets de l'équation (4.26). Dès lors, il ne reste qu'à déterminer l'expression des corrélations spatiales de vitesse qui est reliée au spectre (4.41). D'après Wilson [251], il s'agit de l'expression suivante

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{\overline{u_i u_j}}{2^{\eta-1} \Gamma(\eta)} \left(\frac{r}{l}\right)^{\eta} \left[\frac{r_i r_j}{r^2} K_{\eta} \left(\frac{r}{l}\right) + \left(\delta_{ij} - \frac{r_i r_j}{r^2}\right) \left((\eta+1) K_{\eta} \left(\frac{r}{l}\right) - \frac{1}{2} \frac{r}{l} K_{\eta+1} \left(\frac{r}{l}\right) \right) \right], \quad (4.49)$$

où $l = 1/k_e$ est une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement, et $K_{\eta}(r/l)$ désigne une fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce et d'ordre η . D'où, en posant

$$\psi_{ij}(k_1, k_2, k_3) = \frac{\phi_{ij}(k_1, k_2, k_3)}{\overline{u_i u_j}}, \quad (4.50)$$

alors le spectre en nombre d'onde-fréquence non-linéaire (4.28) devient

$$\Phi_{pp}^{(TT)}(k_1, k_3, \omega) \approx 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} k_i k_j k_m k_n \overline{u_i u_m} \overline{u_j u_n} \times (\psi_{im} * \psi_{jn})(k_1, 0, k_3) \delta(\omega - k_1 U_c) dx_2, \quad (4.51)$$

et le spectre fréquentiel (4.29) prend la forme suivante

$$\varphi_{pp}^{(TT)}(\omega) \approx 4\pi\rho^2 \omega^3 \int_0^{+\infty} \frac{1}{k_e^3 U_c^4} \left[(\overline{u_1^2})^2 J_{11,11} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) + 2\overline{u_1^2} \overline{u_3^2} J_{11,33} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) + (\overline{u_3^2})^2 J_{33,33} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) \right] dx_2, \quad (4.52)$$

avec

$$J_{11,11}(\xi, \alpha) = 2\alpha\xi e^{-2\alpha\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{-1/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\psi_{11} * \psi_{11}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY, \quad (4.53)$$

$$J_{11,33}(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{2\alpha\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{1/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\psi_{11} * \psi_{33}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY, \quad (4.54)$$

$$J_{33,33}(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{(2\alpha\xi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{3/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\psi_{33} * \psi_{33}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY. \quad (4.55)$$

4.3. Résumé du chapitre

Dans ce Chapitre, une nouvelle méthode pour calculer le spectre des fluctuations de pression pariétale est présentée. La formulation analytique directe de Lysak [165] est revisitée et étendue. Un nouveau modèle pour le terme source non-linéaire de l'équation de Poisson (2.45) est notamment introduit dans le but d'évaluer l'importance de celui-ci dans des conditions d'écoulement complexes, et pour améliorer la description du spectre dans la région sous-convective.

L'hypothèse de turbulence gelée utilisée est également reconsidérée car elle restreint la plage sur laquelle le spectre en nombre d'onde-fréquence peut être estimée. Le modèle alternatif de Wilczek et Narita [259] est proposé pour remplacer le modèle d'ordre un de Taylor [73], car il incorpore des effets physiques supplémentaires et que son équivalent spatio-temporel, le modèle elliptique de He et al. [172], a été utilisé avec succès pour estimer les corrélations spatio-temporelles des fluctuations de pression pariétale [19, 256].

Pour terminer, une procédure numérique incluant une méthode pour déterminer les inconnues des différentes expressions analytiques est proposée. Celle-ci repose sur des simulations numériques RANS avec le solveur *simpleFoam* d'OpenFOAM-v2012. Le modèle de turbulence à pondération elliptique standard de Manceau [265] a notamment été choisi pour incorporer les effets d'anisotropie et d'inhomogénéité de la proche paroi dans les estimation/prédiction des spectres.

Partie III.

Résultats

Chapitre 5

Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale

Sommaire

5.1. Description du cas test industriel	116
5.1.1. Revue de la littérature	116
5.1.1.1. Écoulement au niveau de l'extrémité libre	118
5.1.1.2. Structure du sillage	119
5.1.2. Cas test et mise en œuvre numérique	120
5.1.2.1. Présentation du cas test	120
5.1.2.2. Description du modèle numérique	120
5.2. Résultats numériques	123
5.2.1. Validation des conditions d'entrée turbulentes	123
5.2.2. Validation de la dynamique de l'écoulement	125
5.2.3. Spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale	136
5.3. Résumé et conclusions du chapitre	137

La méthode présentée au Chapitre 3 est mise en œuvre pour simuler les fluctuations de pression pariétale d'un écoulement turbulent autour d'une antenne cylindrique en protubérance sur une coque. Les objectifs de la présente étude sont doubles. D'une part, il s'agit de montrer que l'hybridation de la méthode de Boltzmann sur réseau est capable de simuler des écoulements turbulents instationnaires et massivement décollés à très bas nombre de Mach. D'autre part, il s'agit d'évaluer la capacité de ce type de solveur à estimer le bruit hydrodynamique produit par une couche limite turbulente initiée synthétiquement, et modélisée à l'aide d'une loi de paroi. Pour cela, un cas test similaire à l'application industrielle a été sélectionné dans la littérature.

Ce chapitre est organisé comme suit : une revue non-exhaustive de la littérature sur les écoulements autour de cylindre posé sur une plaque plane est effectuée; la configuration numérique du cas test est présentée; les résultats numériques sont analysés et discutés.

5.1. Description du cas test industriel

De part la diversité des écoulements que l'on peut rencontrer dans les applications industrielles, il convient de définir des géométries de référence qui effacent les particularités de chaque cas, et qui permettent de constituer une large base de données autour de celles-ci. Dans le cadre de ces travaux de thèse, on s'intéresse aux écoulements turbulents autour d'objets cylindriques en protubérance sur une coque. Ainsi, le cas test simplifié de notre application industrielle est un cylindre de rapport de forme h/D ¹ posé sur une plaque plane et soumis à une couche limite turbulente incidente d'épaisseur relative δ_{99}/h . On note que cette dernière matérialise le choix d'intégration de l'antenne sur la coque.

Dans cette section, on propose donc une revue de la littérature sur les écoulements autour de cylindre fini monté sur une plaque plane. L'objectif est d'avoir une vue d'ensemble sur la phénoménologie de l'écoulement.

5.1.1. Revue de la littérature

La complexité de l'écoulement autour d'un cylindre fini monté sur une plaque plane est illustrée aux Figures 5.1 et 5.2. Premièrement, on observe qu'un tourbillon en forme de fer à cheval se forme à la base du cylindre. Celui-ci résulte de l'accélération de l'écoulement de part et d'autre de la base du cylindre à cause du point d'arrêt à la jonction paroi-cylindre. D'après des résultats de Pattenden et al. [267], le centre de ce tourbillon oscille autour de $x/D = -0.2$ dans le plan de symétrie $y/D = 0.0$, lorsque $h/D = 1$, $\delta_{99}/h = 0.1$, et $Re_D = 2 \times 10^5$.

Au niveau de l'extrémité libre, l'écoulement décolle immédiatement et des tourbillons marginaux² apparaissent sur les flancs [268]. Sous certaines conditions, une bulle de recirculation se forme alors au-dessus de cette extrémité. D'après les résultats expérimentaux de Rostamy et al. [269], la taille de cette bulle de recirculation augmente lorsque le rapport de forme diminue.

Le sillage est, quant à lui, bien plus complexe que celui d'un cylindre infiniment long. Kawamura et al. [270] indiquent que sa structure varie en fonction du rapport de forme (cf. Figure 5.2). Park et al. [271] observent également que l'épaisseur relative de la couche limite incidente influence les profils déficitaires de vitesse et l'intensité de turbulence du sillage. Enfin, de très nombreux auteurs [270, 272-274] soulignent l'influence de l'écoulement au niveau de l'extrémité libre sur la forme du sillage.

Dans ce qui suit, on s'intéresse donc successivement à l'écoulement à proximité du bord libre et à la structure du sillage.

1. h et D désignent la hauteur et le diamètre du cylindre, respectivement.

2. Pour rappel, les tourbillons marginaux se forment à l'interface de deux régions dont la pression est différente. Par exemple, à l'extrémité d'une aile d'avion, ces tourbillons sont responsables d'une perte de portance et de l'augmentation de la traînée.

Section 5.1. Description du cas test industriel

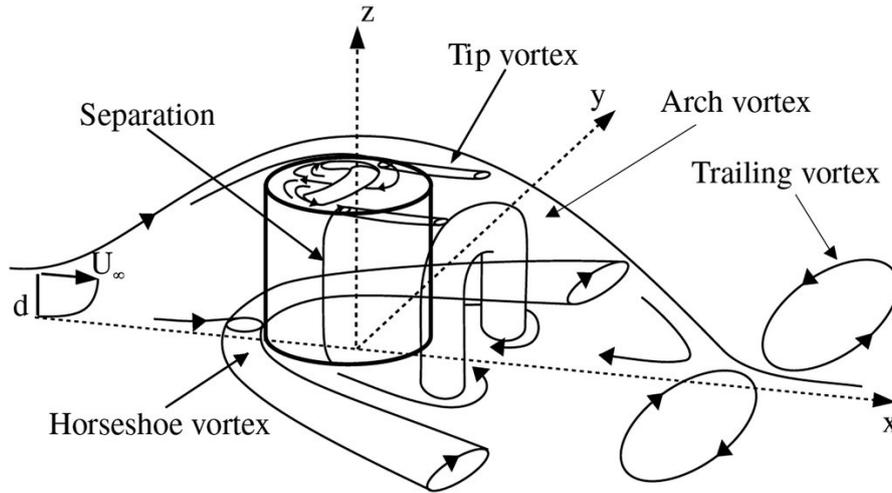


FIGURE 5.1. – Topologie de l'écoulement ($\delta_{99}/D < 0.2$, $Re = 2 \times 10^5$) autour d'un cylindre ($h/D < 5$) posé sur une plaque plane et soumis à un écoulement turbulent incidente. Tiré de [267].

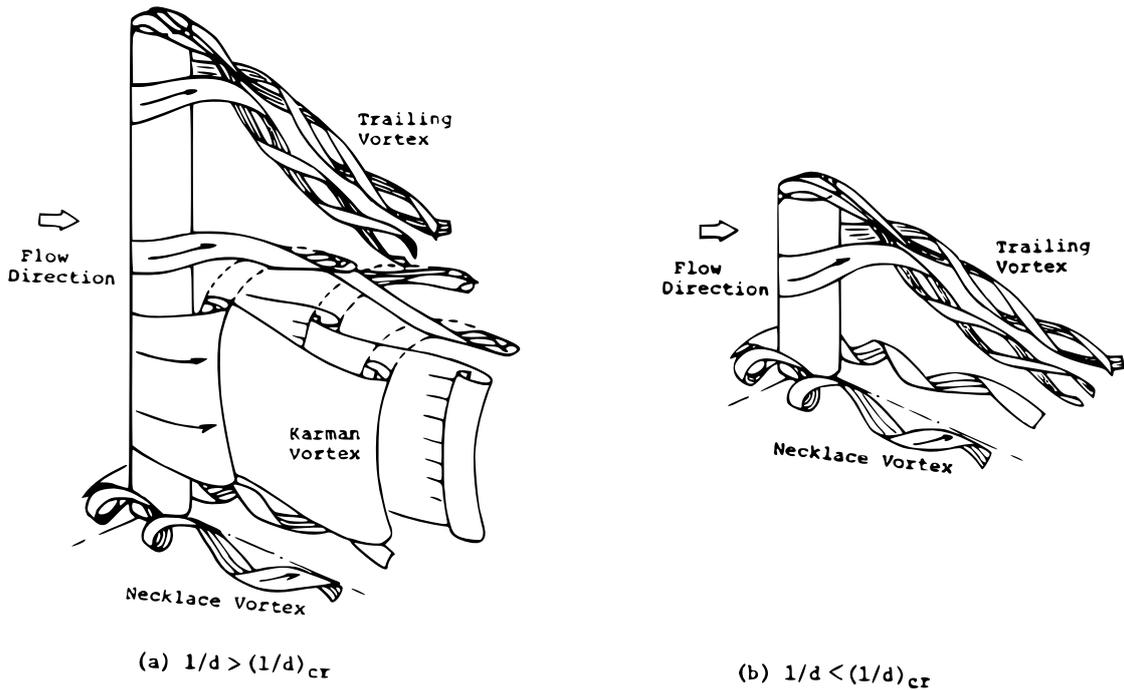


FIGURE 5.2. – Illustrations de l'écoulement autour d'un cylindre posé sur une plaque plane en fonction du rapport de forme $l/d = h/D$. On observe qu'au-delà (resp. qu'en-deçà) d'une valeur critique du rapport de forme $(l/d)_{cr} = (h/D)_{cr}$, le sillage présente des allées tourbillonnaires de von Kármán (resp. un sillage symétrique). Tiré de [270].

5.1.1.1. Écoulement au niveau de l'extrémité libre

Un écoulement est considéré bidimensionnel lorsque les effets de bord sont négligeables. D'après Okamoto et al. [274], il semble que l'on puisse négliger ces effets quand $h/D \geq 23.75$ et $\delta_{99}/h \ll 1$. Or, le cylindre de notre application industrielle a un rapport de forme relativement faible. Par conséquent, il faut connaître les effets de l'extrémité libre sur l'écoulement.

Taniguchi et al. [272] ont mesuré les distributions de coefficient de pression sur des cylindres de différents rapport de forme. Tout d'abord, ils observent que toutes les distributions le long de la ligne d'arrêt ($\theta = 0^\circ$) divergent à proximité de l'extrémité libre. Ainsi, cela montre que l'écoulement n'est plus perpendiculaire au cylindre au niveau de l'extrémité libre puisque l'énergie cinétique disponible dans l'écoulement amont n'est plus intégralement transformée en énergie élastique sur le cylindre.

Okamoto et al. [274] et Iungo et al. [275] ont également étudié les distributions de C_p à différentes hauteurs relatives z/h . Les premiers observent que les effets de bord sont responsables de distributions différentes lorsque $\theta \in [60^\circ, 180^\circ]$ et $h/D \leq 5$, tandis que les seconds remarquent que l'écoulement décolle à des azimuts de plus en plus élevés que l'on se rapproche du bord libre.

De manière générale, la topologie de l'écoulement au niveau de l'extrémité libre est complexe (cf. Figures 5.1 et 5.3). Des tourbillons marginaux se forment au niveau de chaque extrémité latérale et sont défléchis vers la plaque plane [267, 268, 275]. Okamoto et al. [274] expliquent que ces effets de bord se font ressentir jusqu'à la base du cylindre quand $h/D < 5$. De plus, ils seraient responsables de la réduction de traînée remarquée par Taniguchi et al. [272] pour des cylindres de faible rapport de forme. Enfin, une bulle de recirculation avec une empreinte caractéristique en forme de tête de chouette [268] peut se former sur le bord libre (cf. 5.3).

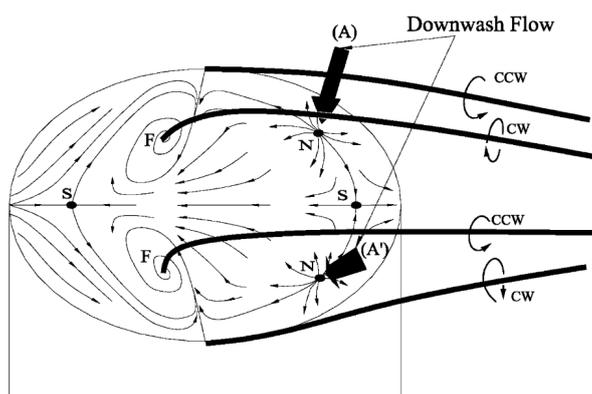


FIGURE 5.3. – Illustration de la topologie de l'écoulement au niveau de l'extrémité libre du cylindre. Tiré de [268]. S sont des points col, F sont des foyers des tourbillons en forme de tornade et N désigne les points nodaux dans la partie arrière de l'extrémité libre. Les abréviations CW et CCW signifient sens des aiguilles d'une montre et sens inverse des aiguilles d'une montre, respectivement.

5.1.1.2. Structure du sillage

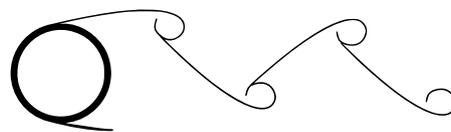
A la section 5.1.1.1, on expliquait que deux types de sillage peuvent être distingués en fonction du rapport de forme (cf Figure 5.4). L'explication formelle de cette différence est très bien résumée par Sakamoto et al. [273] :

"The probable reason for this change is that, when the side of a [cylinder] is relatively larger than the [diameter] of the [cylinder], the flows separating from both sides are so much stronger than the flow from the top that the wake behind the [cylinder] is almost controlled by the flows from the sides. [...] With an increase in the [diameter] of the [cylinder], the flows separating from the top end of the [cylinder] increases in strength; as a result, the flow from the top end joins the flows from the sides, forming an entity in the arch-type vortex, and is shed behind the [cylinder]."

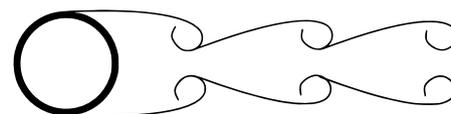
Par conséquent, c'est la diminution du rapport de forme qui est responsable d'un changement de la structure du sillage. Plusieurs études [270, 274-276] confirment cette tendance. On note que Kawamura et al. [270] indiquent que le rapport de forme critique $(h/D)_{cr}$ croît lorsque δ_{99}/D diminue. Cependant, Sakamoto et al. [273] ont étudié l'évolution du nombre de Strouhal St de l'écoulement en fonction de plusieurs paramètres et ils observent aucune dépendance vis-à-vis de δ_{99}/D .

Jungo et al. [275] ont étudié les profils de vitesse moyenne dans le sillage pour un cylindre de rapport de forme $h/D = 3$. D'une part, ils constatent que la demi-épaisseur du sillage diminue lorsque l'on se rapproche de l'extrémité libre. D'autre part, ils observent que le profil s'aplatit lorsque l'on s'éloigne du cylindre. Ces résultats peuvent être expliqués à l'aide des résultats d'Okamoto et al. [276] car ils ont observé que l'angle de séparation sur les flancs du cylindre augmente au fur et à mesure qu'on se rapproche de l'écoulement libre. On note que Pattenden et al. [267] mesurent un décalage de 5° par rapport à la valeur à mi-hauteur.

Finalement, Okamoto et al. [274] ont étudié le taux de décroissance de la turbulence dans le sillage en fonction de z/D . Ils observent que proche de l'extrémité libre, le taux de décroissance est relativement similaire pour différents cylindres. De plus, ils remarquent que le taux de décroissance selon x/D est plus rapide pour un sillage antisymétrique.



(a) Sillage antisymétrique.



(b) Sillage symétrique.

FIGURE 5.4. – Illustration du modèle de sillage de Sakamoto et al. [273]. Tiré de [277].

5.1.2. Cas test et mise en œuvre numérique

L'écoulement autour d'un cylindre fini monté sur plaque plane a fait l'objet de plusieurs études numériques [278-280]. Certaines étaient basées sur des simulations des tourbillons détachés (DES), tandis que d'autres reposaient sur des simulations des grandes échelles. De manière générale, il apparaît que le second type de simulation est plus approprié. Ainsi, cela justifie davantage notre choix de réaliser des LES.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, on souhaite reproduire l'écoulement instationnaire autour d'un cylindre de faible rapport de forme et soumis à une couche limite incidente. De plus, on veut évaluer la capacité d'un solveur LB à estimer le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale d'un écoulement de couche limite initié synthétiquement et modélisé à l'aide d'une loi de paroi. Pour cela, un cas test tiré de la littérature a dû être sélectionné pour mener ces deux études simultanément.

5.1.2.1. Présentation du cas test

Palau-Salvador et al. [280] ont reproduit numériquement les résultats expérimentaux de Kappler [281] portant sur des cylindres de rapport $h/D = 2.5$ et $h/D = 5$. Pour cela, ils ont simulé les grandes échelles de l'écoulement au moyen d'un solveur volumes finis qui résout le système des équations de Navier-Stokes. Ici, on propose donc de mener une étude similaire mais uniquement pour le cylindre de faible rapport de forme, à savoir $h/D = 2.5$. On note que ce dernier est soumis à une couche limite turbulente d'épaisseur relative $\delta_{99}/h = 0.1$. Par conséquent, il faudra s'assurer que cette condition est satisfaite avant de réaliser la simulation complète de l'écoulement. D'un point de vue pratique, cela consiste à réaliser une simulation préliminaire sans cylindre. Dès lors, on profitera de cette simulation supplémentaire pour évaluer l'aptitude d'un solveur LB à simuler le bruit hydrodynamique d'une couche limite turbulente.

5.1.2.2. Description du modèle numérique

Le domaine de calcul est choisi pour correspondre aux dimensions de la veine d'essai de Kappler [281] (cf. Figure 5.5a), et il est discrétisé spatialement au moyen d'un maillage cartésien de type octree. L'influence des conditions d'entrée étant étudiées, deux maillages seront considérés : l'un pour calibrer les conditions d'entrée sans le cylindre (cf. Figure 5.5b), et l'autre pour la simulation complète avec le cylindre (cf. Figure 5.5c). Ce choix d'utiliser deux maillages différents a pour seuls objectifs de réduire le coût des simulations et de s'assurer que l'écoulement en proche paroi présente les bons niveaux de turbulence. En revanche, il convient de noter que l'intensité de turbulence dans l'écoulement libre ($z/h > \delta_{99}/h$) va changer d'un maillage à un autre car le passage d'une résolution fine à grossière influence le filtrage des petites échelles [282]. En effet, on s'attend à ce que les niveaux de turbulence dans l'écoulement libre soient plus élevés dans les simulations avec cylindre car le maillage est plus fin sur une plus grande portion de la hauteur du domaine (cf. Figure 5.5).

Section 5.1. Description du cas test industriel

Les caractéristiques des maillages sont données dans le Tableau 5.1. On note que la résolution de la grille est choisie de telle sorte à satisfaire $y^+ > 33$ à proximité de la plaque plane. De plus, le raffinement de maillage au niveau de la condition d'entrée ($x/D = -4$) vise à supprimer les oscillations induites par l'interaction d'une transition de maillage avec la méthode d'injection de turbulence.

	Sans cylindre	Avec cylindre	Palau-Salvador [280]
Niveaux de raffinement	3	3	-
$D/\Delta x_{min}$	-	64	-
$\Delta x/D$	0.00125	0.00125	0.004
$\Delta y/D$	0.00125	0.00125	0.004
$\Delta z/D$	0.00125	0.00125	0.0014 to 0.0625
y^+	38.6	38.6	-
Nombre de nœuds	$\sim 11M$	$\sim 33M$	$\sim 45M$

Tableau 5.1. – Caractéristiques des maillages.

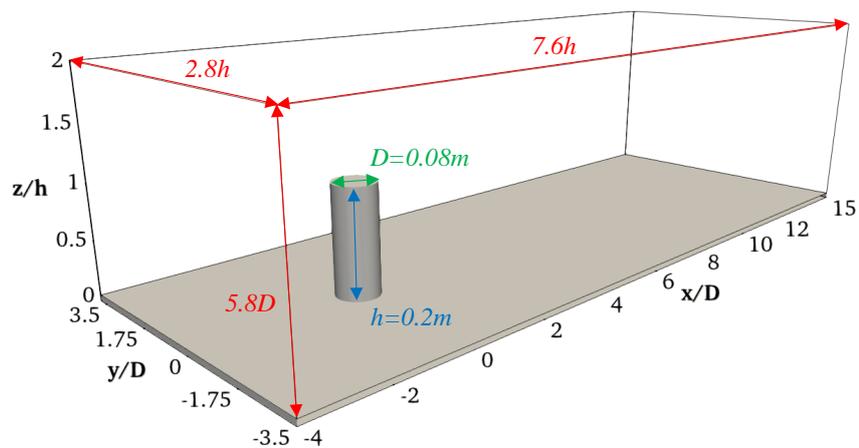
Comme indiqué au Chapitre 3, la méthode des tourbillons synthétiques nécessite de spécifier un profil de vitesse moyenne, les tensions de Reynolds, et la valeur de deux paramètres libres, si on fixe $U_c = 0.8U_\infty$ [231]. Dès lors, la loi de paroi (1.25) est utilisée pour imposer le profil de vitesse moyenne en entrée, et un profil d'énergie cinétique turbulente basé sur les résultats numériques de Palau-Salvador et al. [280] est prescrit. Le nombre de tourbillons à injecter est déterminé à l'aide de la définition de Pamiès et al. [283], à savoir

$$N = \frac{S_{inlet}}{L^2}. \quad (5.1)$$

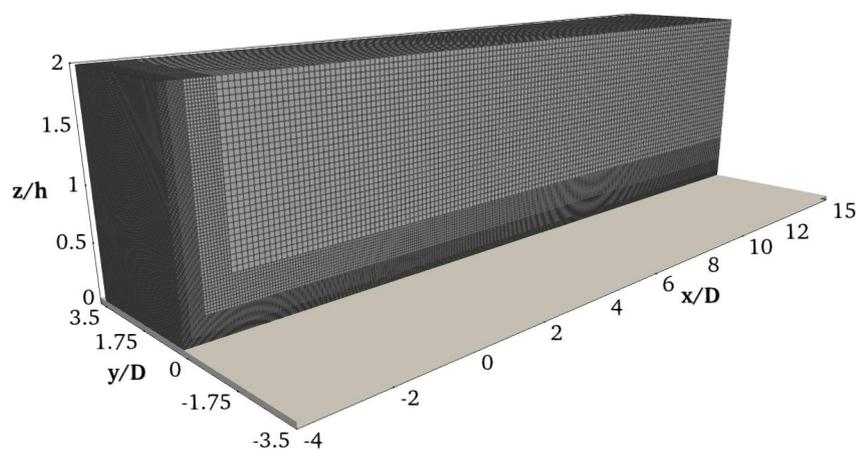
Cette dernière définition assure que la surface d'entrée S_{inlet} est statistiquement couverte de structures tourbillonnaires de taille L . De plus, elle permet de réduire le nombre de combinaisons (N, L) possibles puisque L impose N . Le Tableau 5.2 récapitule les différents couples (N, L) utilisés. Le cas FF0 correspondent à une simulation sans condition d'entrée turbulente, et le cas FF4MC correspond à la simulation FF4 mais avec le maillage avec cylindre. Dans le second cas, on pourra évaluer l'influence du maillage sur les niveaux de turbulence dans l'écoulement libre.

En ce qui concerne les autres conditions limites, une condition de glissement est imposée aux parois latérales ($y/D = \pm 3.5$) et supérieure ($z/h = 2.0$), et une condition de pression constante est appliquée à la sortie ($x/D = 15$). La loi de paroi (3.53) est utilisée pour modéliser la couche limite au-dessus de la plaque plane ($z/h = 0$). En revanche, une condition de non-glissement est préférée pour la paroi du cylindre. D'une part, Palau-Salvador et al. [280] n'en utilisent pas, alors que leur maillage est plus grossier que celui de nos simulations (cf. Tableau 5.1). D'autre part, les résultats expérimentaux de Pattenden et al. [267] indiquent que la séparation de la couche limite est laminaire le long d'un cylindre de rapport de forme $h/D = 1$, et pour lequel le nombre de Reynolds est $Re_D \approx 200\,000$ (soit environ 4.5 fois plus grand que notre configuration) et la couche limite incidente a une épaisseur relative $\delta_{99}/D = 0.1$. De

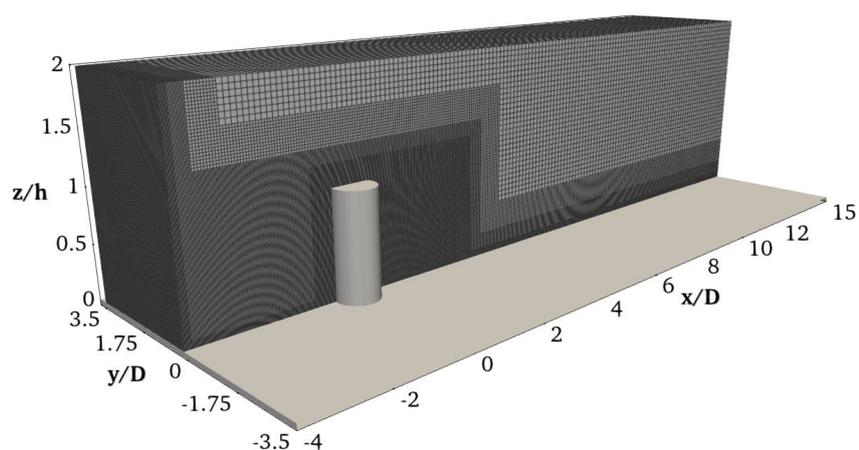
Chapitre 5. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale



(a)



(b)



(c)

FIGURE 5.5. – Description du domaine de calcul et des maillages. a) Dimensions du domaine, b) maillage sans cylindre, c) maillage avec cylindre.

Section 5.2. Résultats numériques

plus, Pattenden et al. [267] n’observent aucune altération de la topologie de l’écoulement quand la couche limite est forcée à transiter vers un état turbulent. En somme, on fait l’hypothèse que la couche limite est laminaire sur toute la hauteur de notre cylindre, ce qui est discutable puisque d’autres auteurs utilisent des lois de paroi [284-286].

Case	L/D	L/δ_{99}	$\Delta x_{min}/L$	N
FF0	-	-	-	-
FF1	0.03125	0.5	0.5	8960
FF2	0.0625	1.0	0.25	2240
FF3	0.125	2.0	0.125	560
FF4	0.25	4.0	0.0625	140
FF4MC	0.25	4.0	0.0625	140

Tableau 5.2. – Caractéristiques des conditions d’entrée turbulentes.

Finalement, les quantités moyennes sont collectées après $2L_x/U_\infty$ (où $L_x = 19D$ est la longueur du domaine) durant approximativement $360D/U_\infty$. Ainsi, les transitoires initiaux sont écartés et les résultats recueillis sont statistiquement convergés.

5.2. Résultats numériques

5.2.1. Validation des conditions d’entrée turbulentes

Dans le papier de Palau-Salvador et al. [280], aucune condition d’entrée turbulente n’est imposée. De plus, ils exploitent les données expérimentales de Kappler [281] pour imposer le profil moyen de vitesse en entrée. Dans la présente étude, on adopte une stratégie différente puisque l’on ne connaît pas le profil imposé par Palau-Salvador et al. [280] en entrée, et car on souhaite tenir compte du taux de turbulence de la soufflerie [281]. En effet, plusieurs études ont montré que le taux de turbulence amont impacte significativement la dynamique de l’écoulement autour de géométries similaires à celle que l’on étudie [287-293]. De plus, on veut évaluer le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale d’une couche limite turbulente initiée synthétiquement et modélisée à l’aide d’une loi de paroi (cf. Section 5.2.3).

La Figure 5.6 présente les résultats obtenus pour différentes conditions d’entrée (cf. Tableau 5.2). Tout d’abord, on observe que le profil moyen de vitesse ne dépend pas des paramètres (N , L) de la méthode des tourbillons synthétiques. Ainsi, on valide que la méthode d’injection de turbulence choisie n’affecte pas le comportement moyen du champ de vitesse que l’on prescrit. En revanche, on remarque que les profils d’intensité de turbulence varient en fonction du couple (N , L). D’un côté, plus la taille des tourbillons injectée est élevée, plus l’amplitude du pic de $\overline{u_1^2}$ en proche paroi est correctement décrite. On note que pour $L/\delta_{99} \geq 2$, l’amplitude du pic ne semble plus évoluer. D’un autre côté, la taille des tourbillons affecte les niveaux de turbulence en dehors de la couche limite. Cette seconde observation est la conséquence directe

de la définition de la fonction de forme (3.58) car elle ne vérifie pas la condition de normalisation [242, 283]

$$\frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} f_L^2 dx = 1, \quad (5.2)$$

ce qui induit que les fluctuations de vitesse peuvent atteindre une valeur supérieure à la racine carré des contraintes de Reynolds imposées localement [283]. Au lieu de la fonction de forme (3.58), il aurait été préférable d'utiliser une fonction triangulaire de la forme

$$f_L(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2}}(1 - |x|), & 0 \leq |x| \leq 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}, \quad (5.3)$$

ou bien une fonction de Gauss tronquée

$$f_L(x) = \begin{cases} C \exp(-9x^2/2), & 0 \leq |x| \leq 1 \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}, \quad (5.4)$$

avec C une constante paramétrée de telle sorte à vérifier la condition (5.2).

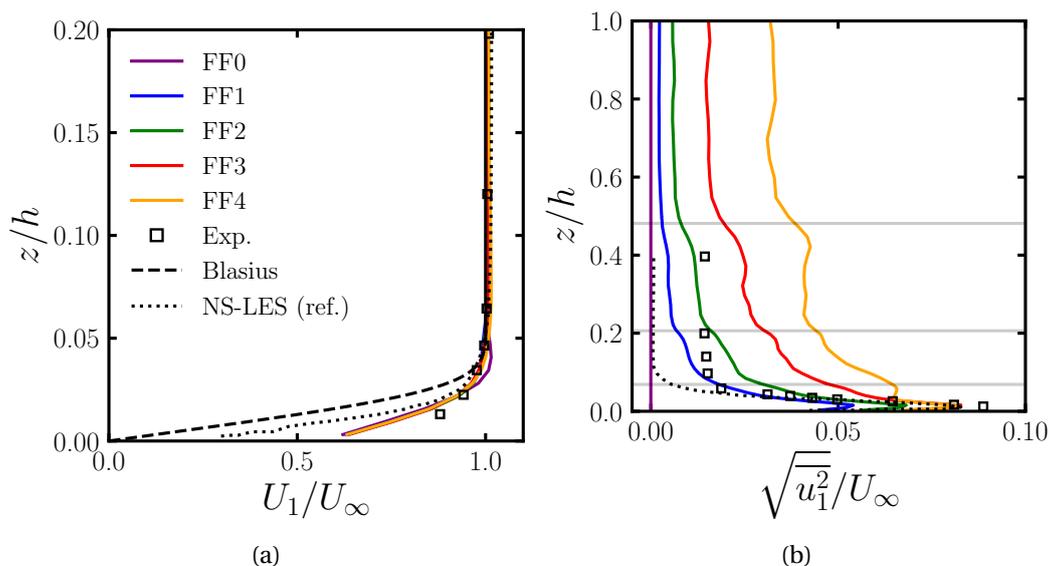


FIGURE 5.6. – Comparaison des profils de vitesse moyenne et fluctuante dans le plan de symétrie à $x/h = -0.8$ avec les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280]. a) Vitesse moyenne, b) Intensité de turbulence longitudinale. Les traits horizontaux matérialisent les transitions de maillage.

La Figure 5.7 illustre l'impact de la résolution du maillage sur les niveaux d'intensité de turbulence. Comme attendu, le cas FF4MC présente une intensité de turbulence plus élevée dans l'écoulement libre. Par contre, aucune différence significative n'est observée entre les deux cas près de la paroi, car les maillages sont similaires dans cette région de l'écoulement. Enfin, on note la présence d'un second pic à proximité de

Section 5.2. Résultats numériques

$z/h = 0.1$. Selon les résultats de Hutchins et al. [294] et Marusic et al. [295], ce second pic peut être attribué au fait que l'on injecte des échelles de turbulence $L/\delta_{99} > 1.0$ dans ces simulations. En effet, ces deux études ont montré que ces échelles sont responsables du pic dans la région logarithmique.

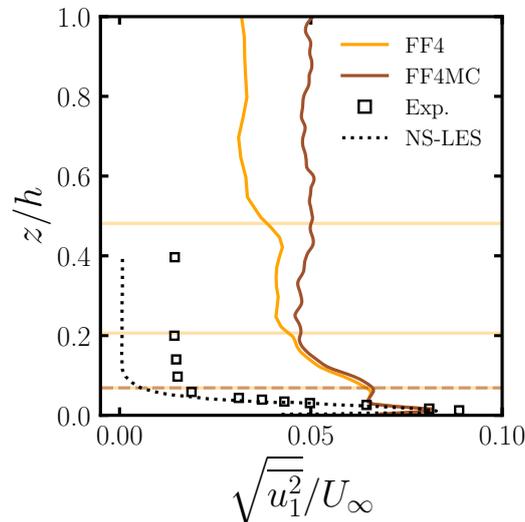


FIGURE 5.7. – Influence du maillage sur les profils de vitesse fluctuante dans le plan de symétrie à $x/h = -0.8$. Les traits horizontaux matérialisent les transitions de maillage de chaque simulation.

En fin de compte, malgré les défauts de modélisation et les écarts avec les références expérimentale et numérique, on propose tout de même d'évaluer l'influence des différentes conditions d'entrée sur la simulation du cas test complet avec cylindre. Il est essentiel de garder à l'esprit que les niveaux d'intensité de turbulence dans l'écoulement libre, tels que présentés à la Figure 5.6b, ne correspondront pas aux niveaux mesurés dans les simulations avec cylindre. Seul le cas FF4MC (cf. Figure 5.7) présente des niveaux de turbulence qui se rapprochent de ceux que l'on s'attend à retrouver pour la simulation FF4 avec cylindre.

5.2.2. Validation de la dynamique de l'écoulement

Avant de discuter des résultats numériques, on propose de comparer le temps de calcul des différentes simulations pour mesurer l'impact de l'injection de turbulence sur le coût numérique des simulations. Le Tableau 5.3 montre que le temps de calcul de FF1 est deux fois supérieur à celui du cas test sans injection de turbulence, à savoir FF0. Cette différence est due au nombre élevé de tourbillons qui sont injectés dans le domaine, puisqu'un surcoût numérique compris entre 20 et 40% est estimé pour les autres cas tests.

Désormais, on s'intéresse à la validation de nos résultats numériques. Pour cela, on décide de reprendre la structure du papier de Palau-Salvador et al. [280]. Dans un

Case	hCPU	sCPU/it/nodes
FF0	7098	1.7×10^{-6}
FF1	15276	3.6×10^{-6}
FF2	9804	2.3×10^{-6}
FF3	8757	2.1×10^{-6}
FF4	8580	2.0×10^{-6}

Tableau 5.3. – Coût numérique des différentes simulations avec cylindre.

premier temps, on va donc s’attarder sur le comportement de l’écoulement instantané. Les contours de fluctuations de pression adimensionnée $p' = (p - P) / \rho U_\infty^2$ présentés à la Figure 5.8 révèlent que la structure du sillage varie entre un comportement asymétrique et symétrique. Toutefois, on note que le second type de sillage est quasiment inexistant à cause du rabattement de l’écoulement en aval de l’extrémité libre. Cette tendance est directement observable sur les spectres des fluctuations de vitesse latérale u_2 à la Figure 5.9. En effet, seul un pic en $fD/U_\infty \approx 0.15$ se distingue, alors que la référence présente un second pic autour de $fD/U_\infty \approx 0.3$ qui est caractéristique du mode de lâcher tourbillonnaire symétrique. Par ailleurs, il est également intéressant de relever que lorsque l’intensité de turbulence amont augmente, l’amplitude du pic en $fD/U_\infty \approx 0.15$ décroît, et les niveaux du spectre augmentent dans la région inertielle. Pour terminer ce paragraphe sur la description de l’écoulement instantané, on tient à mettre en lumière que les différentes structures tourbillonnaires présentées à la Figure 5.3 sont capturées par nos simulations. Notamment, le tourbillon en forme de fer à cheval est nettement identifiable à la base du cylindre (cf. Figure 5.8).

A présent, l’écoulement instantané est analysé. Tout d’abord, on se concentre sur la dynamique de l’écoulement dans le plan de symétrie $y/D = 0$. Les Figures 5.10 illustrent l’influence des conditions d’entrée sur les contours de vitesse moyenne longitudinale et les lignes de courant, simultanément. D’une part, on observe que les contours de vitesse sont similaires aux résultats de Kappler [281] et Palau-Salvador et al. [280] lorsque l’intensité de turbulence amont est supérieure ou égale aux conditions expérimentales. D’autre part, on constate que l’écoulement recolle plus tôt sur la plaque plane en aval du cylindre lorsque l’intensité de turbulence amont est élevée. Kappler [281] avait mesuré que l’écoulement recolle en $x/D = 3$. Ainsi, on observe que les cas FF3 et FF4 sont les plus proches de la référence expérimentale. Pour finir, le Tableau 5.4 indique la position du centre de la bulle de circulation en aval du cylindre pour les différentes simulations. Ce dernier montre une fois de plus que les résultats des simulations FF3 et FF4 sont comparables aux données de référence.

Maintenant, des comparaisons quantitatives sont présentées. Les Figures 5.11, 5.12 et 5.13 illustrent l’influence des conditions d’entrée sur les profils de vitesse moyenne et fluctuante dans le sillage du cylindre. On observe que les données issues du cas sans injection de turbulence, FF0, présentent des écarts significatifs avec les données de référence. En revanche, on constate que les cas avec injection de turbulence conduisent à l’obtention de résultats très satisfaisants. Ces observations sont plutôt surprenantes, car Palau-Salvador et al. [280] ont obtenu des résultats comparables aux données ex-

Section 5.2. Résultats numériques

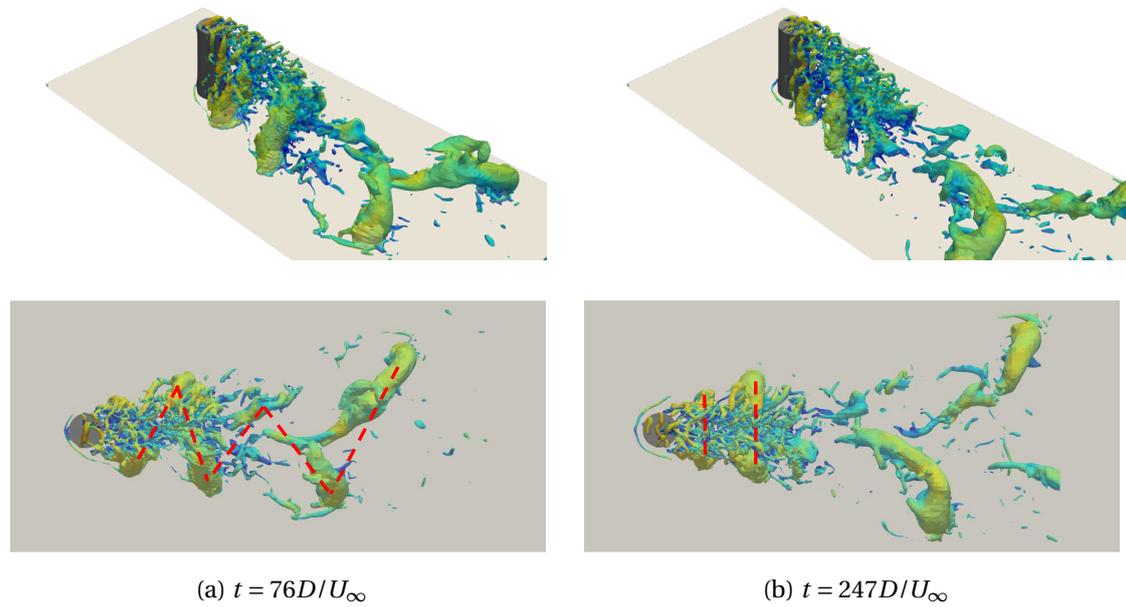


FIGURE 5.8. – Contours de fluctuations de pression $p' = -0.05$ à deux instants distincts de la simulation FF4. a) Sillage asymétrique, b) Sillage symétrique. Les lignes rouges en pointillés matérialisent le type de sillage.

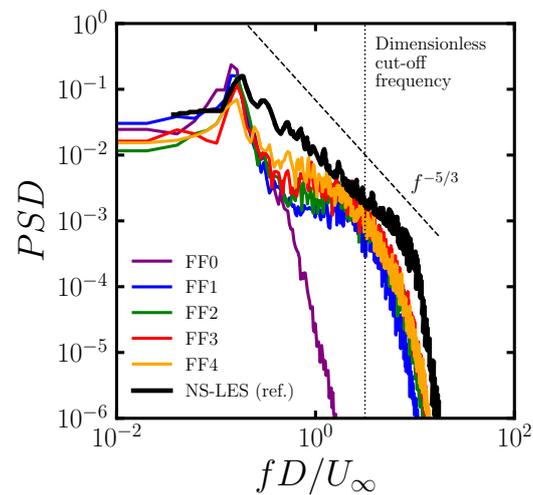


FIGURE 5.9. – Influence des conditions d'entrée sur la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse latérale au point $(x/D = 3, y/D = 2, z/D = 0.25)$.

Chapitre 5. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale

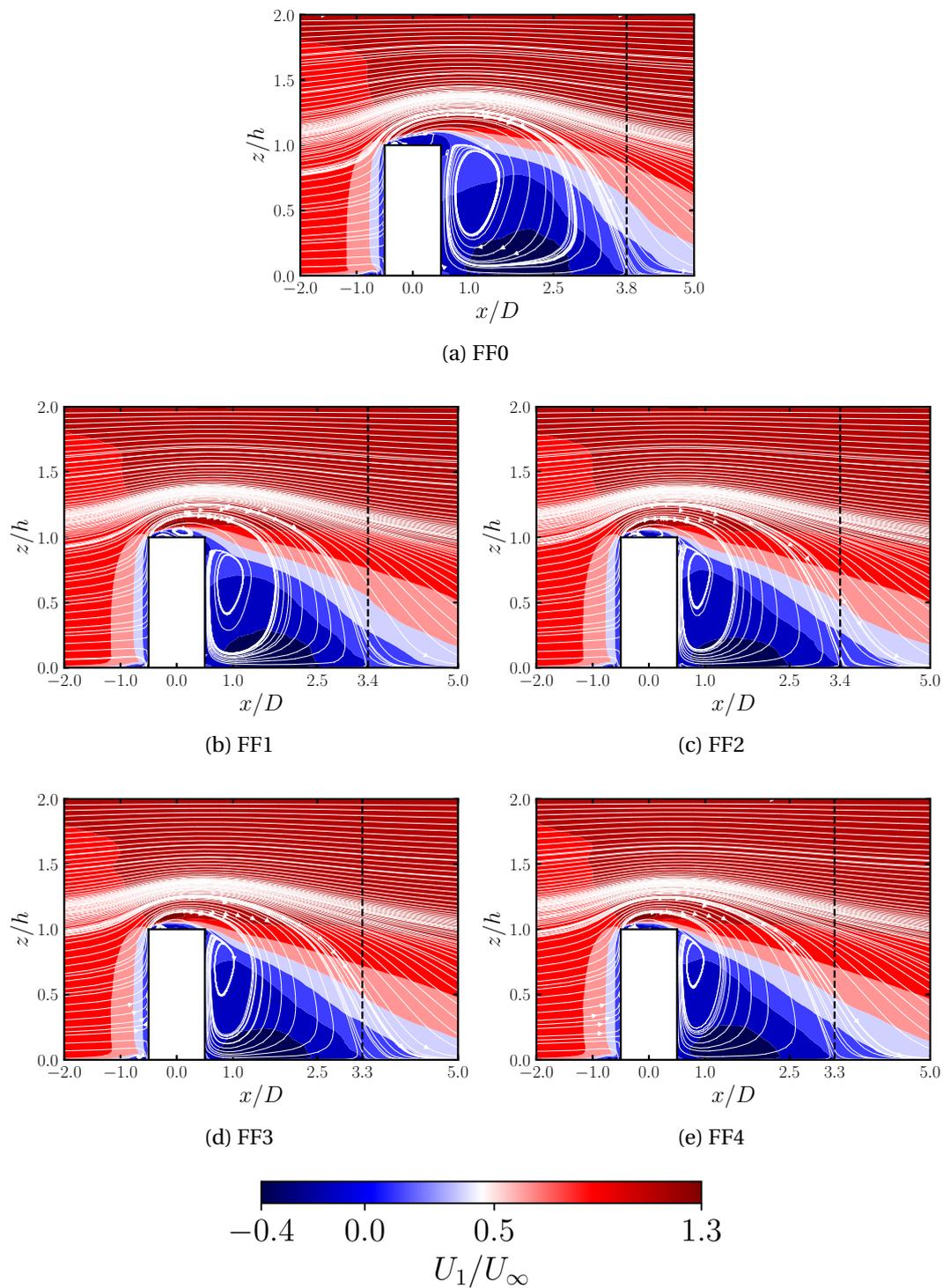


FIGURE 5.10. – Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant dans le plan de symétrie. Les lignes en pointillés indiquent le point de recollement dans le sillage.

Section 5.2. Résultats numériques

	x/D	z/D
FF0	1.1	1.7
FF1	1.0	1.8
FF2	0.9	1.8
FF3	0.85	1.9
FF4	0.85	1.9
Kappler [281]	0.8	2.0
Palau-Salvador [280]	0.8	2.0

Tableau 5.4. – Influence des conditions d’entrée turbulentes sur le centre de la bulle de recirculation en aval du cylindre.

périmentales de Kappler [281], alors qu’ils n’ont imposé aucune fluctuation de vitesse en entrée de calcul et que la résolution de notre maillage à proximité du cylindre est meilleure. Afin de comprendre ces différences, des simulations supplémentaires avec une loi de paroi sur le cylindre ont été réalisées. Les résultats sont fournis en Annexe C et ils révèlent qu’aucune différence significative par rapport aux résultats présentés dans ce Chapitre n’est à noter. Bien que cela confirme notre choix de ne pas utiliser de loi de paroi sur le cylindre, on ne parvient pas pour autant à expliquer l’écart entre nos simulations FF0/FF0wl et les résultats de Palau-Salvador et al. [280].

La Figure 5.14 met en évidence que l’écoulement est totalement séparé au niveau de l’extrémité libre dans le cas sans injection de turbulence, FF0. Par contre, la Figure 5.15 montre que lorsque l’intensité de turbulence amont augmente, la bulle de recirculation diminue au niveau de l’extrémité libre. En effet, pour la simulation FF1, on observe que l’écoulement recolle autour de $x_R/D = 0.37$, tandis qu’il recolle en $x_R/D = 0.25$ pour le cas FF4. Il convient de noter que Kappler [281] a mesuré que le recollement s’effectue en $x_R/D = 0.38$. Ainsi, on constate que l’augmentation de l’intensité de turbulence amont altère la structure de l’écoulement au niveau de l’extrémité libre. Il est intéressant de noter que nos simulations avec injection de turbulence (cf. colonne de droite de la Figure 5.15) capturent l’empreinte en forme de tête de chouette qui a été observée expérimentalement par plusieurs auteurs [268, 296] au niveau de l’extrémité libre du cylindre. Cette forme caractéristique est intimement liée aux tourbillons contra-rotatifs (identifiés comme "tip vortex" à la Figure 5.1 et "trailing vortex" à la Figure 5.2) qui se développent au niveau des flancs latéraux de l’extrémité libre.

Finalement, la Figure 5.16 présente des comparaisons supplémentaires. Globalement, on observe que l’écoulement à mi-hauteur du cylindre est bien estimée quand l’intensité de turbulence amont est suffisamment élevée.

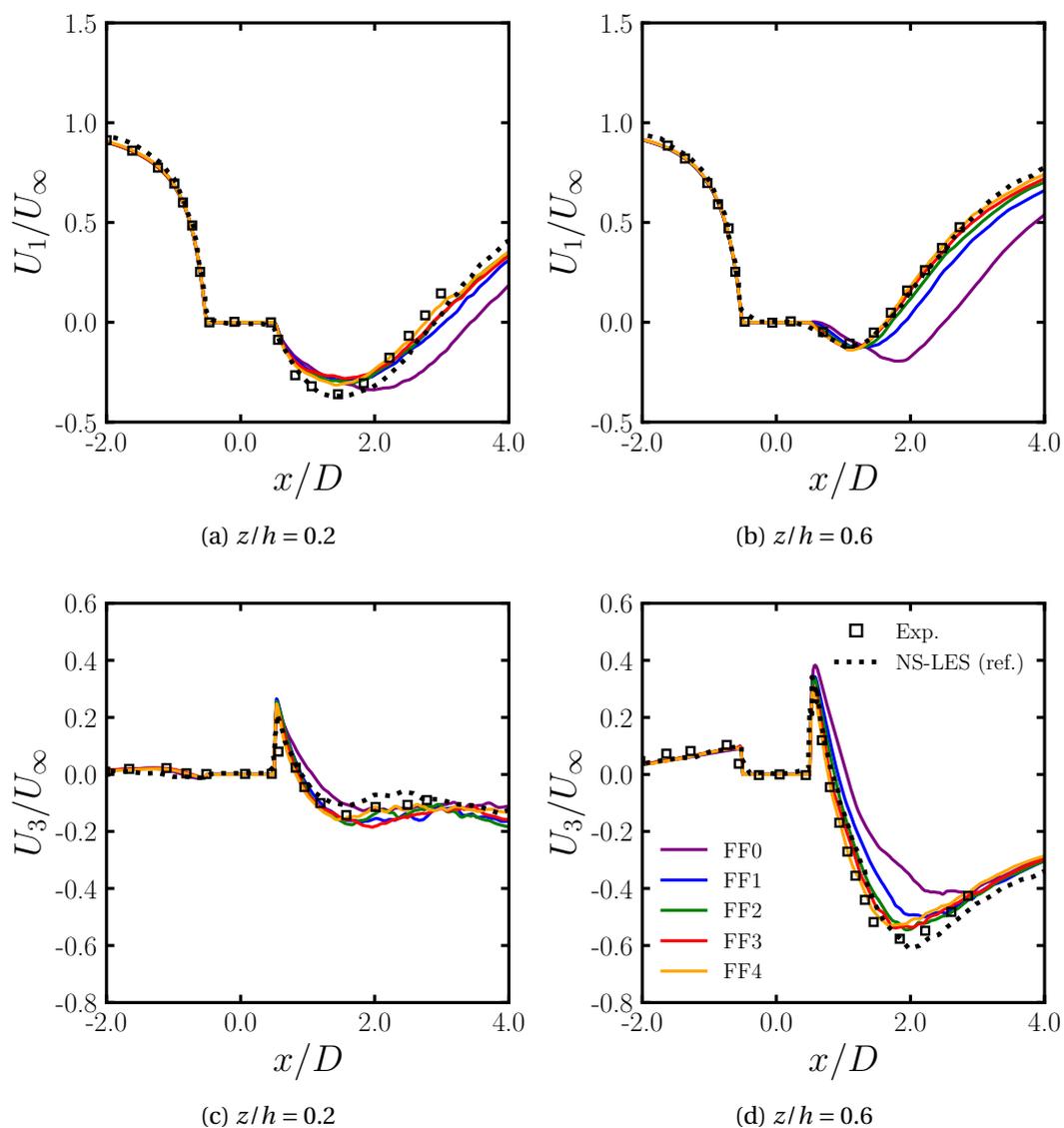


FIGURE 5.11. – Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne longitudinale et verticale dans le plan de symétrie, à différentes hauteurs relatives z/h . Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparées à nos résultats.

Section 5.2. Résultats numériques

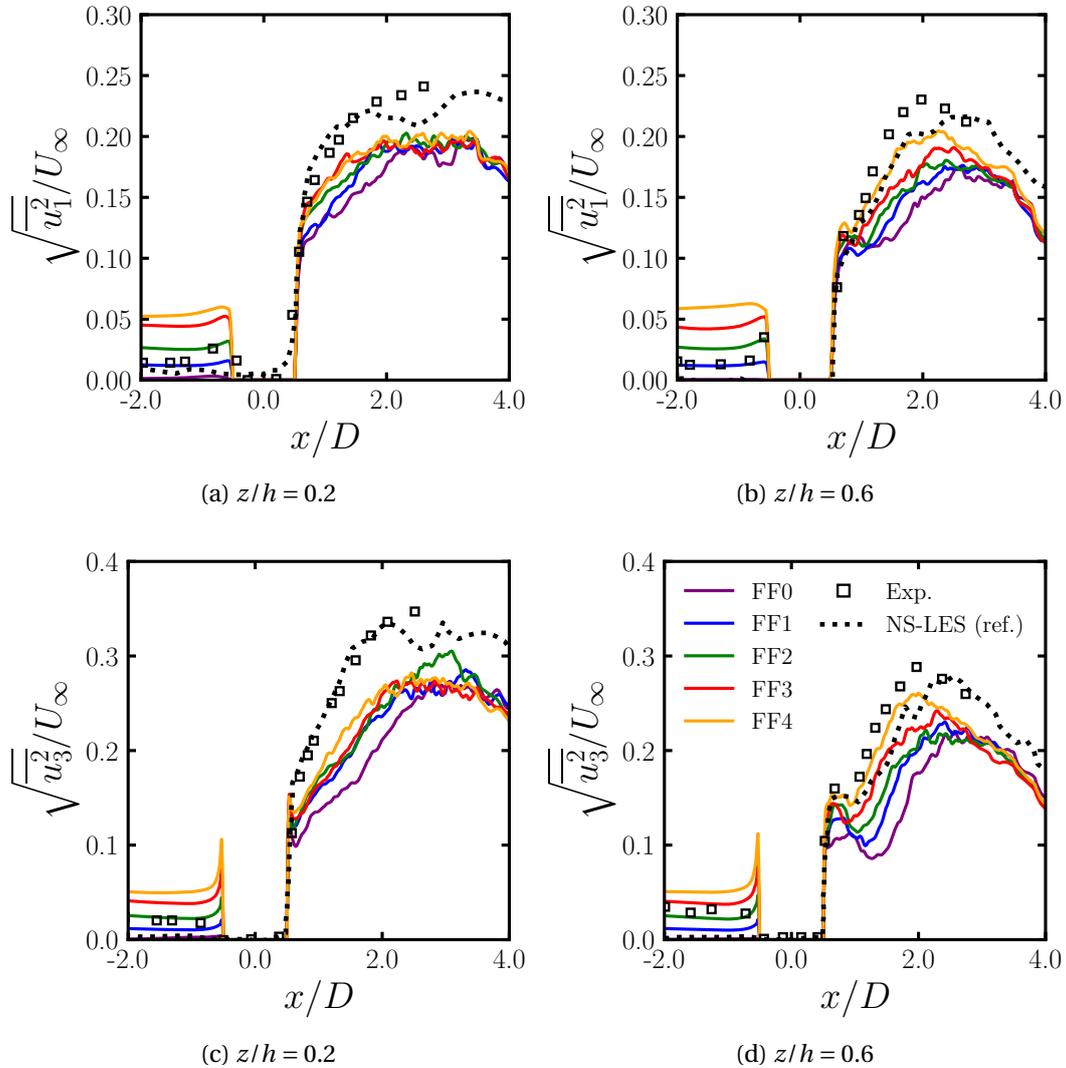


FIGURE 5.12. – Influence des conditions d'entrée sur les profils d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie, à différentes hauteurs relatives z/h . Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparées à nos résultats.

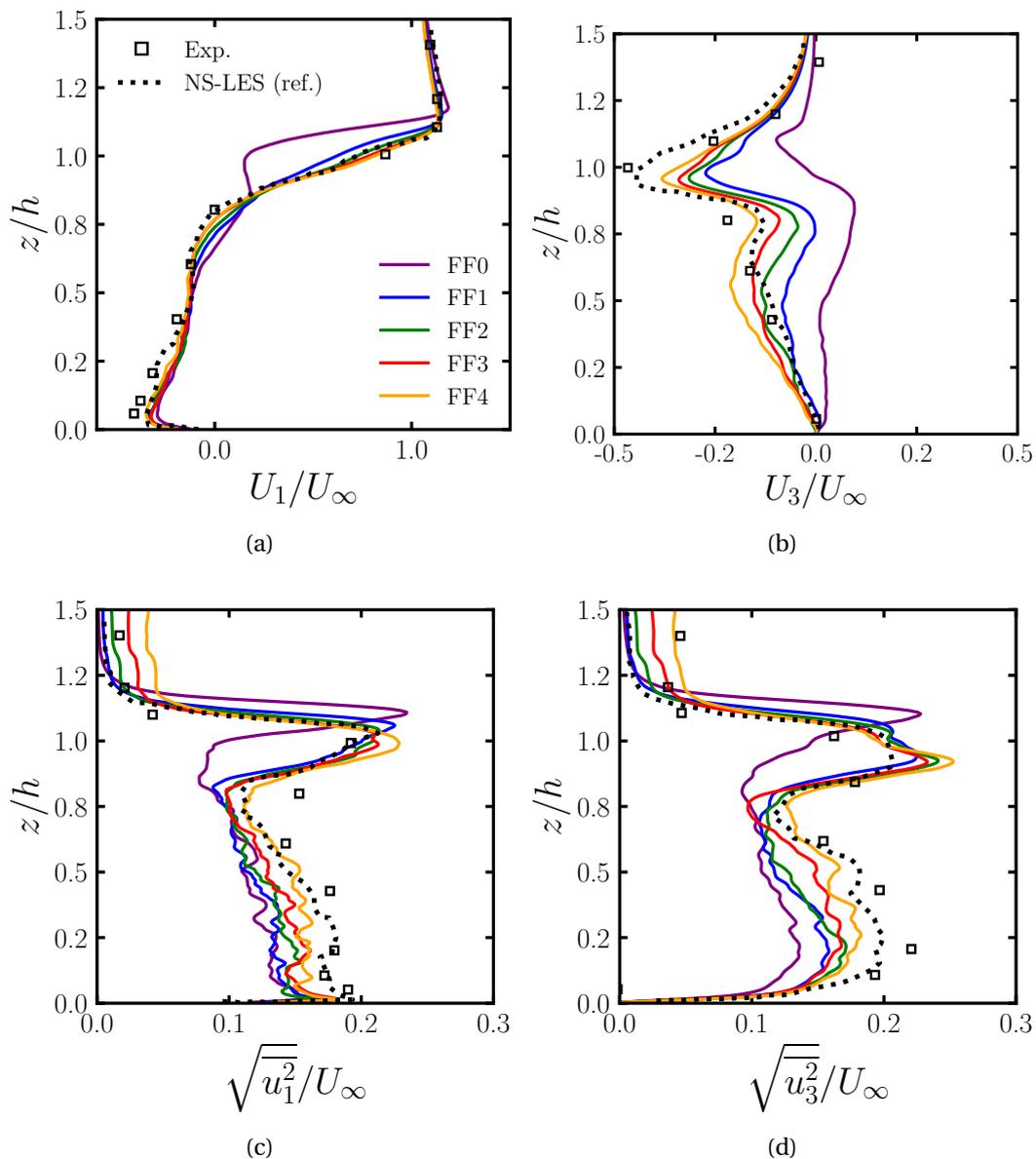


FIGURE 5.13. – Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie, à $x/D = 1$. Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparées à nos résultats.

Section 5.2. Résultats numériques

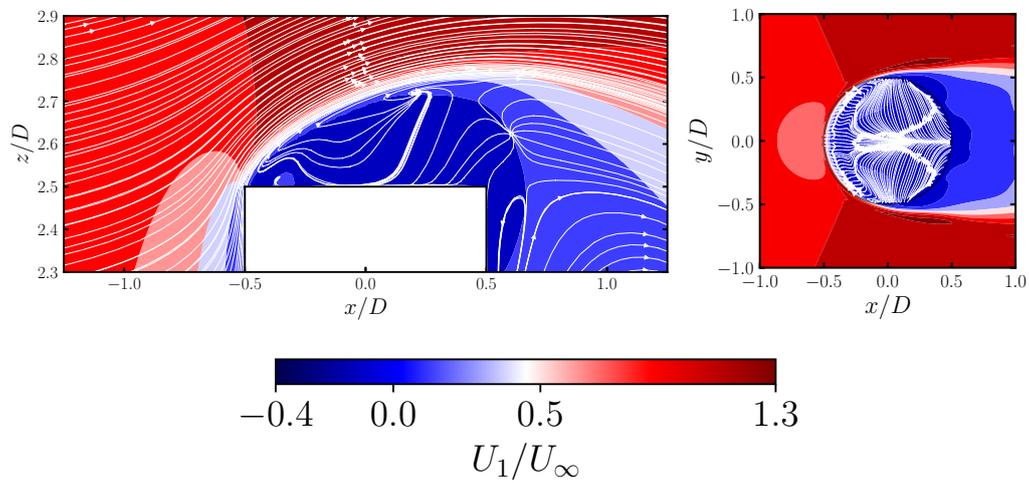


FIGURE 5.14. – Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas sans injection de turbulence. Les figures de chaque colonne ont été capturées en $y/D = 0$ et $z/D = 2.546$, respectivement.

Chapitre 5. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale

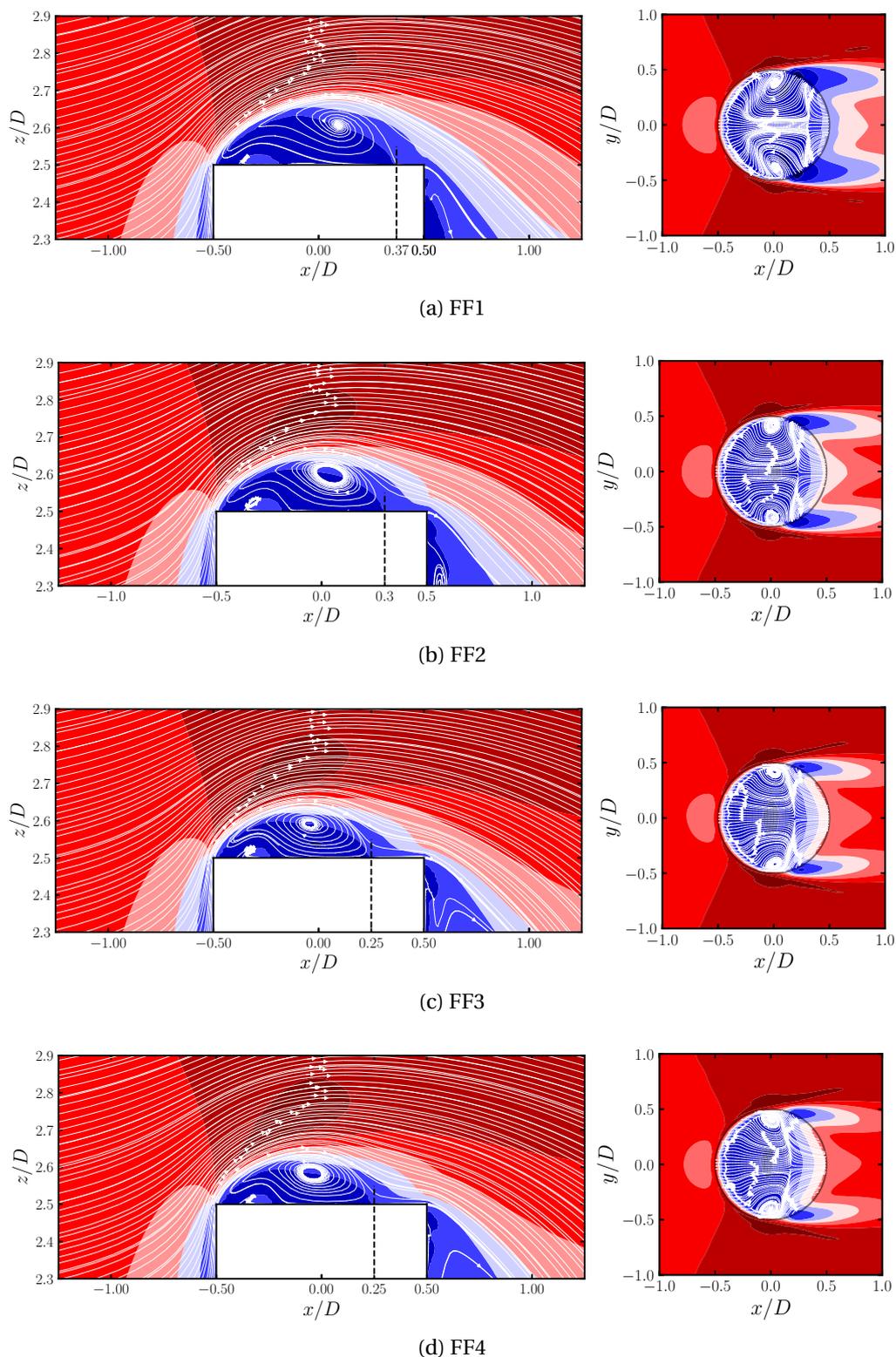


FIGURE 5.15. – Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas avec injection de turbulence. Les figures de chaque colonne ont été capturées en $y/D = 0$ et $z/D = 2.546$, respectivement. Les niveaux de couleur sont donnés à la Figure 5.15.

Section 5.2. Résultats numériques

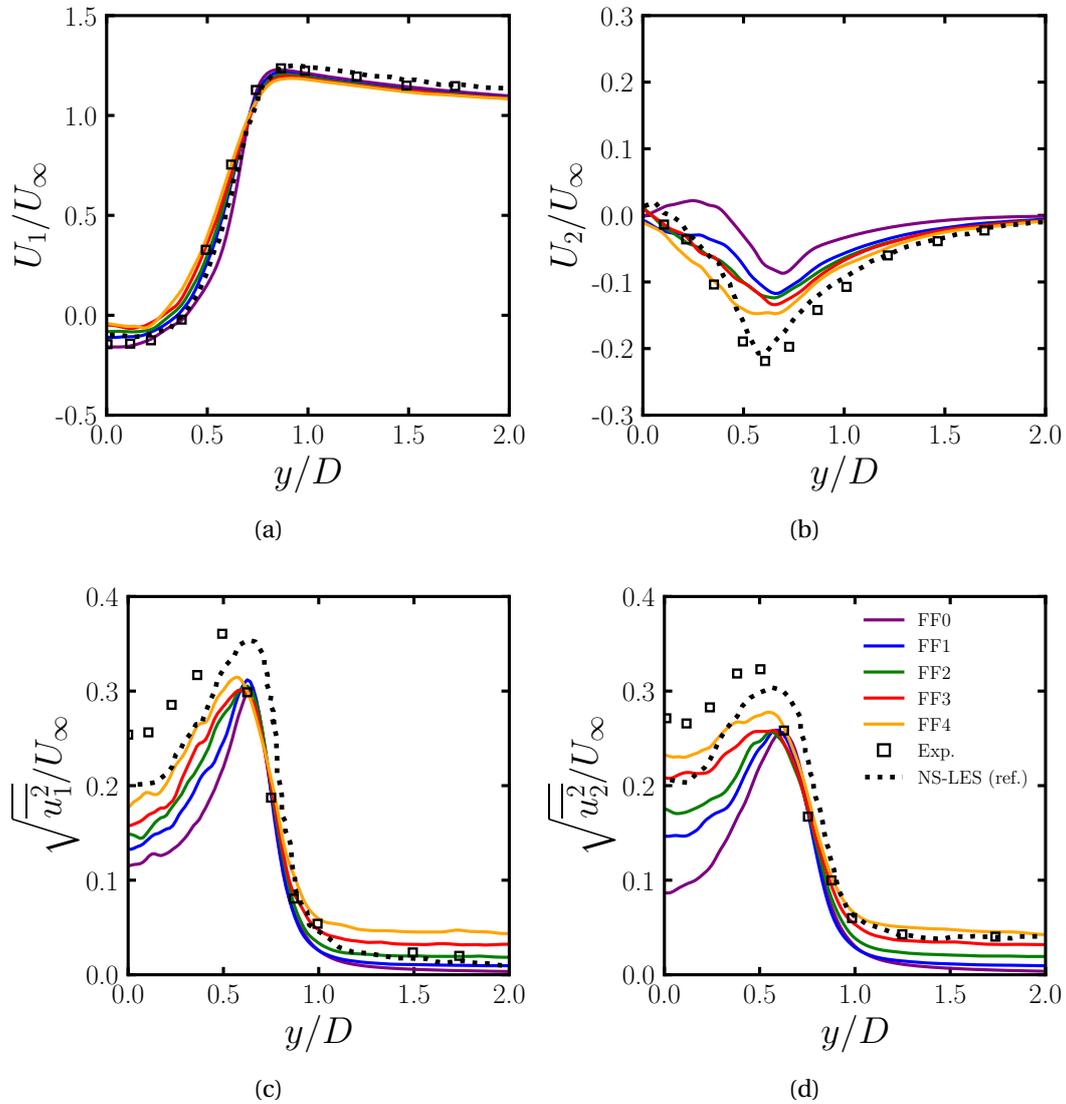


FIGURE 5.16. – Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan $z/h = 0.6$, à $x/D = 1.5$. Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparés à nos résultats.

5.2.3. Spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale

Dans cette dernière section, on va s'intéresser aux spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale obtenus à l'aide des simulations sans cylindre. Pour cela, des capteurs virtuels ont été placés sur la plaque plane, et les fluctuations de pression pariétale ont été recueillies pendant $20L_x/U_\infty$ à une fréquence de $20\,000U_\infty/L$, soit environ 7kHz . On note que cette fréquence d'échantillonnage est consistante avec les travaux de Francis et al. [17]. La densité spectrale de puissance des fluctuations de pression pariétale est estimée à l'aide de la méthode de Welch [297], avec un fenêtrage de Hann et un recouvrement de 50% des segments [298, 299].

Il convient de signaler que la résolution de nos simulations en proche paroi ne respecte pas la loi (3.51). Par conséquent, une simulation supplémentaire avec un maillage qui respecte cette loi a été réalisée. Le maillage est construit de telle sorte à avoir $N = 2000$ nœuds dans un volume $(\delta_{99}^{(in)} \times \delta_{99}^{(in)} \times \delta_{99}^{(in)})$ au-dessus la paroi [224]. On note que $\delta_{99}^{(in)}$ désigne l'épaisseur de la couche limite en entrée du domaine de calcul, et que N est faible par rapport aux recommandations de l'étude de Boukharfane et al. [227]. Pour autant, le maillage résultant est constitué d'environ $113M$ de nœuds, ce qui est prohibitif pour un écoulement turbulent de couche limite sur plaque plane. Ainsi, afin de limiter l'effort de calcul on reprend les conditions de la simulation FF4 pour cette nouvelle simulation.

La Figure 5.17 compare les résultats obtenus pour un capteur situé en $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, avec le modèle empirique de Goody [126]. Globalement, les résultats ne sont pas satisfaisants compte tenu du coût numérique des différentes simulations. D'une part, tous les spectres sont sous résolus (cf. Figure 5.17a), sauf le cas FF4MC2 (cf. Figure 5.17b). D'autre part, les niveaux des spectres aux basses fréquences sont bien supérieurs aux niveaux attendus pour une couche limite turbulente sans gradient de pression. On note que ces niveaux sont d'autant plus élevés que la taille des tourbillons injectés est élevée. Autrement dit, on observe que la SEM influence fortement les spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale.

Toutefois, il convient de noter que le spectre FF1 présente des tendances qui sont similaires au modèle de Goody dans la région universelle. Pour rappel, il s'agit de la simulation où l'on injecte les plus petites structures tourbillonnaires. Ainsi, ce résultat tend à indiquer qu'il faut majoritairement injecter des structures tourbillonnaires dont la taille caractéristique $L < \delta_{99}$, quand on veut initier synthétiquement une couche limite turbulente. En réalité, ce résultat était prévisible et attendu.

Finalement, au vu des différents résultats obtenus, il serait intéressant de mener une simulation avec les conditions de l'écoulement FF1 et le maillage de la simulation FF4MC2. Néanmoins, cela ne résoudrait pas les problèmes liés aux niveaux des spectres. Par conséquent, une méthode d'injection synthétique qui supprime le bruit parasite en entrée est requise.

Section 5.3. Résumé et conclusions du chapitre

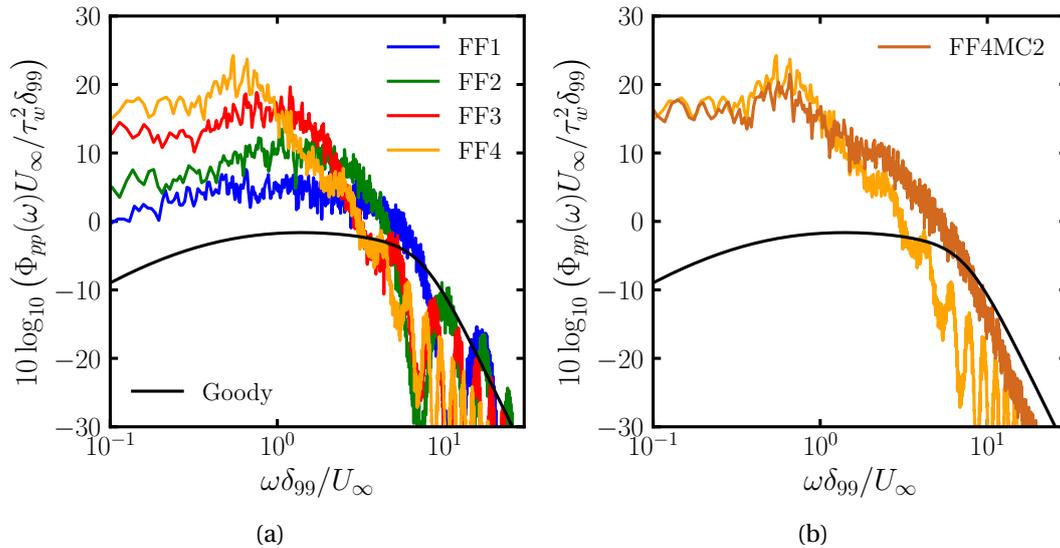


FIGURE 5.17. – Comparaisons des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale pour différentes conditions d’entrée turbulentes. On note que la simulation FFMC2 correspond à la simulation à haute résolution.

5.3. Résumé et conclusions du chapitre

Dans ce Chapitre, la méthode de Boltzmann sur réseau a été utilisée pour mener des simulations instationnaires autour d’une antenne SONAR simplifiée en protubérance sur une coque de sous-marin. L’objectif était d’utiliser la méthodologie présentée au Chapitre 3 afin de caractériser les fluctuations de pression pariétale d’une couche limite turbulente, moyennant un coût numérique réduit. La simulation de l’aérodynamique de l’écoulement est très satisfaisante pour tous les cas qui utilisent la méthode des tourbillons synthétiques en condition d’entrée. En revanche, cette dernière ne permet pas de retrouver les bons niveaux des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale quand ils sont comparés avec le modèle empirique de Goody. En effet, la méthode des tourbillons synthétiques de Jarrin [242] introduit du bruit parasite qui n’est pas atténué avec l’hypothèse de masse volumique gelée de Buffa et al. [231]. Par conséquent, une modification de cette méthode d’injection de turbulence est requise.

Chapitre 6

Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

Sommaire

6.1. Écoulement sur plaque plane	139
6.1.1. Simulation RANS	139
6.1.2. Spectres fréquentiels	142
6.1.3. Spectres en nombre d'onde-fréquence	147
6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante	152
6.2.1. Simulation RANS	152
6.2.2. Spectres fréquentiels	154
6.2.3. Spectres en nombre d'onde-fréquence	159
6.3. Résumé et conclusions du chapitre	164

La méthodologie présentée au Chapitre 4 est mise en oeuvre pour calculer le spectre des fluctuations de pression pariétale de trois types d'écoulement turbulent de couche limite : sans gradient de pression, avec gradient de pression et décollé.

Tout d'abord, elle est appliquée à un écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression. L'objectif de cette première étude est de valider la méthode et d'analyser la sensibilité aux paramètres d'entrée. Pour cela, des modèles analytiques et empiriques présentés au Chapitre 2 seront utilisés pour mener des comparaisons.

Ensuite, la méthode est appliquée à des écoulements turbulents de couche limite qui subissent l'influence d'effets géométriques et hydrodynamiques. L'écoulement au-dessus d'une singularité géométrique est notamment étudié pour évaluer la capacité de notre méthode de post-traitement à estimer les spectres des fluctuations de pression pariétale dans des régions séparée et avec gradient de pression. On note que les spectres fréquentiels obtenus seront comparés à des données expérimentales provenant d'une soufflerie anéchoïque.

6.1. Écoulement sur plaque plane

6.1.1. Simulation RANS

En premier lieu, l'écoulement turbulent de couche limite sur plaque plane à haut nombre de Reynolds est étudié. Pour cela, une simulation RANS bidimensionnelle (avec $\nu = 1.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) est réalisée dans un domaine de calcul rectangulaire de dimension $75\delta_{99}^{max} \times 37.5\delta_{99}^{max}$ (cf. Figure 6.1). Il est discrétisé en un maillage structuré non-uniforme composé de $673 \times 577 \times 1$ nœuds¹, tel que la résolution spatiale du maillage exprimé en unité de paroi est $\Delta x^+ \in [74; 1714]$ et $\Delta y^+ = 0.9$. On précise que la vitesse de frottement après la transition laminaire-turbulente (cf. Figure 6.3e) a été utilisée pour évaluer ces résolutions spatiales. A l'entrée du domaine de calcul, un profil de vitesse uniforme $\mathbf{U} = (U_\infty = 1.5 \text{ m/s}, 0, 0)$ et un profil d'énergie cinétique turbulente uniforme, tel que l'intensité de turbulence est $I \approx 8\%$, sont prescrits. Ce dernier est nécessaire pour déclencher la transition laminaire-turbulence près du bord d'attaque de la plaque plane. Une condition de non-glissement $\mathbf{U} = (0, 0, 0)$ est appliquée à la paroi, tandis qu'un gradient de vitesse nul et une pression uniforme sont imposées aux autres bords du domaine de calcul ("sortie" à la Figure 6.1).

La figure 6.2 montre la convergence de la simulation d'initialisation RANS- $k_T - \omega_T$ SST, et de la simulation RANS-EBRSM. On note que la petite queue de certains résidus de la Figure 6.2b, en particulier la pression, résulte de la représentation log-log. Ensuite, la figure 6.3 montre que les résultats RANS-EBRSM sont en accord avec les résultats DNS de Sillero et al. [175] pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 4860$. En revanche, les contraintes de Reynolds obtenues à l'initialisation diffèrent des résultats de référence (cf. Figure 6.3b). Le modèle $k_T - \omega_T$ SST reposant sur l'hypothèse de Boussinesq [68], si on considère que seul le terme dU_1/dx_2 du tenseur des déformations est significatif dans le cas des écoulements de couche limite, alors on peut montrer que les contraintes normales de Reynolds sont isotropes et donc expliquer les tendances obtenues pour les $\overline{u_i^2}$ de la simulation $k_T - \omega_T$ SST. Il en résulte que le profil d'énergie cinétique turbulente (cf. Figure 6.3c) est directement impacté par cette hypothèse de modélisation puisque le pic dans la zone tampon n'est pas correctement décrite avec la simulation RANS- $k_T - \omega_T$ SST. On note également que cette région de la couche limite est associée à une importante surestimation de la dissipation de l'énergie cinétique turbulence dans le cas de la simulation d'initialisation (cf. Figure 6.3d). Ainsi, puisque k_T et ε_T interviennent dans l'estimation du spectre des fluctuations de pression pariétale, on peut anticiper que les spectres estimés avec les données RANS- $k_T - \omega_T$ SST seront impactés par ces imprécisions. Malgré cela, le coefficient de frottement est correctement estimé dans les deux simulations (cf. Figure 6.3e). Il convient de noter que seule la simulation RANS-EBRSM capture la transition laminaire-turbulent. Enfin, le Tableau 6.1 montre que les paramètres de couche limite de nos simulations sont en accord avec les résultats DNS de Sillero et al. [175] et les ré-

1. OpenFOAM est un solveur tridimensionnel. Ainsi, une seule cellule est utilisée dans la direction de l'envergure pour tenir compte de la configuration bidimensionnelle de l'écoulement.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

sultats RANS-EBRSM de Slama [256] obtenus à l'aide du logiciel libre Code_Saturne². Par conséquent, ces résultats soutiennent davantage notre implémentation du modèle EBRSM dans le solveur OpenFOAM.

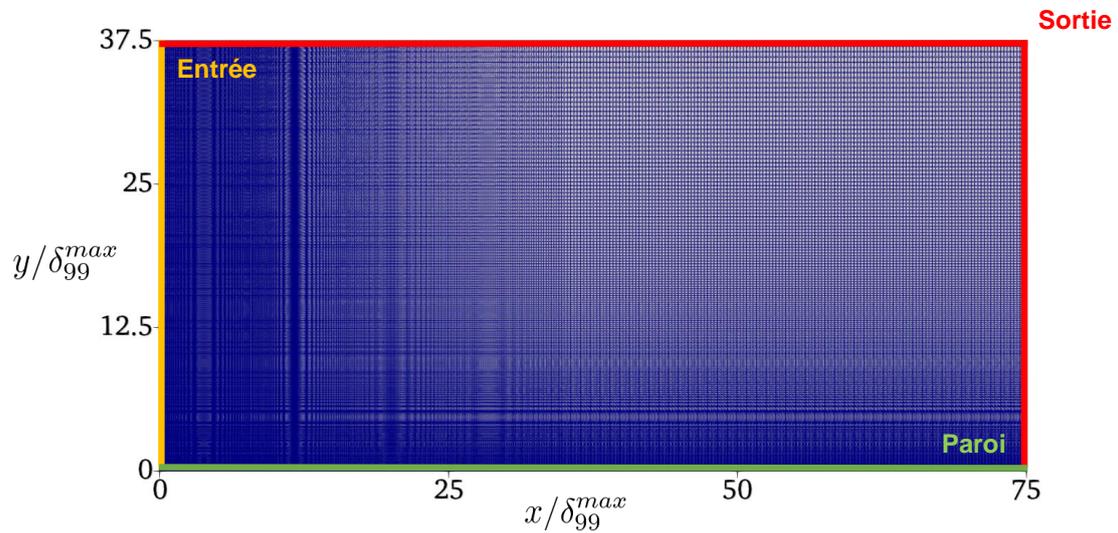


FIGURE 6.1. – Domaine de calcul et maillage du calcul RANS de l'écoulement sur plaque plane.

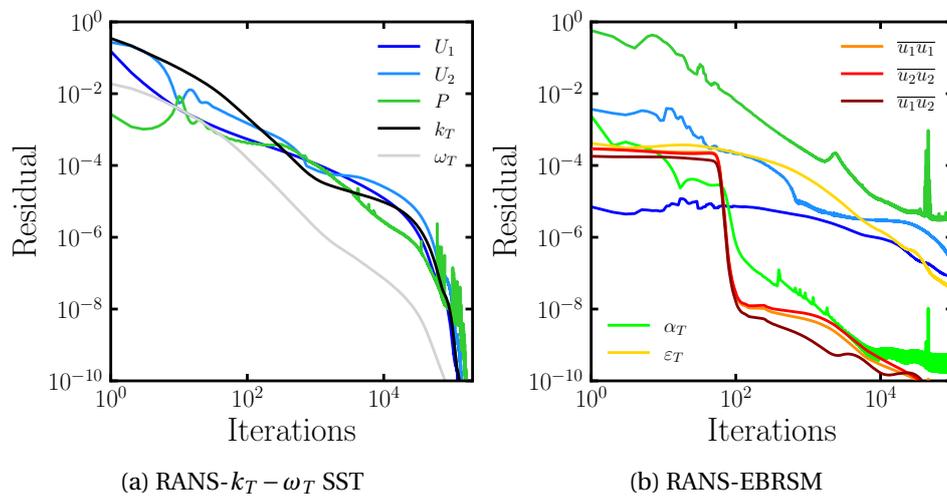


FIGURE 6.2. – Résidus des simulations de la plaque plane.

2. Code_Saturne est un logiciel libre de droits développé par EDF (Électricité de France) pour des applications en hydrodynamique.

Section 6.1. Écoulement sur plaque plane

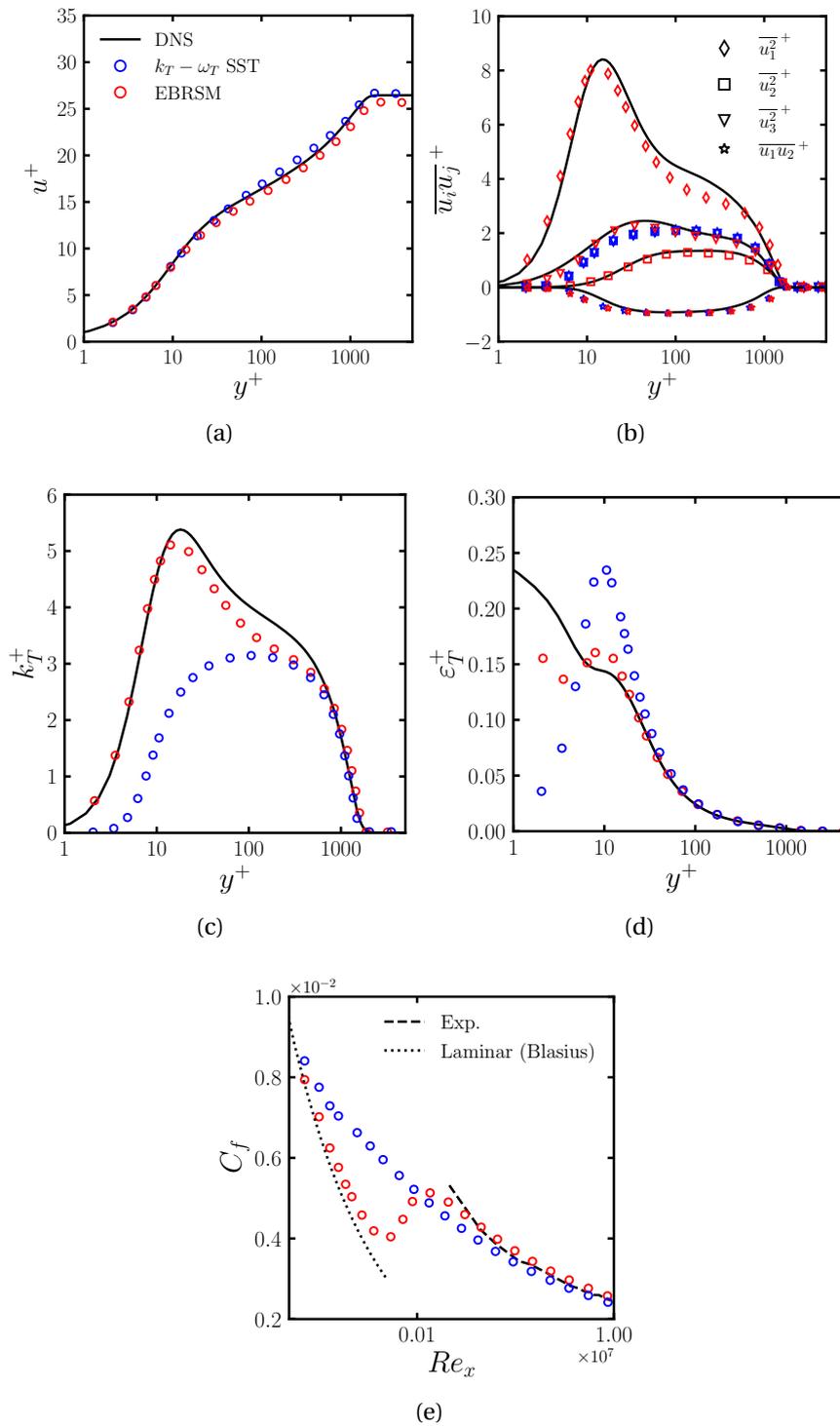


FIGURE 6.3. – Comparaison de nos simulations RANS- $k_T - \omega_T$ SST et RANS-EBRSM d’une couche limite turbulente à $Re_\theta \approx 4830$ avec les résultats DNS de Sillero et al. [175] et expérimentaux de Wieghardt et al. [300]. a) Vitesse moyenne, b) Tensions de Reynolds, c) Énergie cinétique turbulente, d) Dissipation de l’énergie cinétique turbulente, e) Coefficient de frottement.

		DNS	RANS	RANS- $k_T - \omega_T$ SST	RANS-EBRSM
Re_θ	-	4860	4860	4451	4860
Re_τ	-	1530	1560	1412	1547
H	-	1.37	1.37	1.35	1.37
δ_{99}/δ^*	-	6.05	6.06	6.19	5.95
U_∞	<i>m/s</i>	-	1.5	1.5	1.5
u_τ	<i>m/s</i>	-	0.0586	0.0566	0.0587
δ_{99}	<i>m</i>	-	0.0266	0.0249	0.0263
δ^*	<i>m</i>	-	0.0044	0.0040	0.0044
θ	<i>m</i>	-	0.00321	0.0030	0.00324

Tableau 6.1. – Comparaison des paramètres de couche limite de nos simulations RANS- $k_T - \omega_T$ SST et RANS-EBRSM avec les résultats DNS de Sillero et al. [175] et RANS de Slama [256].

6.1.2. Spectres fréquentiels

Dans un premier temps, on s'intéresse aux spectres fréquentiels prédits à l'aide des modèles (4.21) et (4.29). Pour ce faire, on compare nos résultats au spectre empirique de Goody [126] car il capture correctement les caractéristiques du spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale d'écoulement turbulent de couche limite sans gradient de pression [15]. Dès lors, la normalisation de Goody est reprise pour effectuer nos comparaisons, i.e. que la pression est adimensionnée via le cisaillement à la paroi τ_w , et la fréquence avec le rapport δ_{99}/U_∞ . On note que ce choix d'adimensionnement permet aux spectres de coïncider aux basses et moyennes fréquences, et d'observer que la région universelle s'élargit quand le nombre de Reynolds augmente.

Les Figures 6.4 et 6.5 résument l'influence des données d'entrée (RANS- $k_T - \omega_T$ SST, RANS-EBRSM) ainsi que des modèles de spectre en nombre d'onde des fluctuations de vitesse ϕ_{ij} , de vitesse de convection U_c et de nombre d'onde caractéristique k_e sur la forme du spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale $\varphi_{pp}(\omega)$. Tout d'abord, on observe que la contribution du terme source non-linéaire (TT) est plus faible que la contribution du terme source linéaire (TMS), quels que soient les modèles utilisés. Bien que ce résultat ne soit pas pas cohérent avec les DNS de Chang et al. [146], des tendances similaires ont été observées dans d'autres études [18, 151, 256]. Les plateaux observés pour $\omega\delta_{99}/U_\infty \lesssim 10$ sont notamment rapportés par ces études (cf. Figures 6.4b, 6.4d, 6.5b et 6.5d). Toutefois, il serait intéressant d'évaluer le rôle de l'hypothèse heuristique de Millionshchikov [171] et le choix d'une formulation isotrope pour expliciter ϕ_{ij} , sur la modélisation du terme source non-linéaire (TT) [151]. Ensuite, on observe que le choix du modèle de nombre d'onde caractéristique k_e affecte les niveaux des spectres, pour un modèle de vitesse de convection U_c donné. Dans le cas du modèle keModel-2, on remarque notamment que le spectre des fluctuations de vitesse n'affecte pas la forme et les niveaux des spectres non-linéaires des fluctuations de pression pariétale. La même tendance est observée pour les spectres linéaires, mais uniquement aux moyennes et hautes fréquences.

Section 6.1. Écoulement sur plaque plane

Par ailleurs, en ce qui concerne la forme des spectres linéaires et non-linéaires des fluctuations de pression pariétale, on note qu'elles sont affectées par le modèle de vitesse de convection et l'origine des données d'entrée, quels que soient les modèles de ϕ_{ij} et k_e utilisés. D'un côté, on constate que les pentes en $\omega^{-0.7}$ et ω^5 aux moyennes et hautes fréquences sont mieux décrites en utilisant $U_c = 0.7U_\infty$ et les données issues de la simulation RANS-EBRSM. De l'autre, on observe que la pente en ω^2 aux basses fréquences n'est pas affectée par le modèle de vitesse de convection et l'origine des données d'entrée. De manière générale, on constate que la plage universelle est plus étroite lorsque $U_c = U_1(x_2)$ est utilisé (cf. Figures 6.4b et 6.4d), ce qui peut poser un problème à des nombres de Reynolds plus élevés, car cette partie du spectre doit s'élargir quand ce nombre caractéristique de l'écoulement augmente [126]. On note que cette tendance a également été rapportée par Slama [256]. En dernier lieu, on observe que les niveaux et la position du maximum des spectres totaux dépendent simultanément du modèle de spectre en nombre des fluctuations de vitesse et du modèle de nombre d'onde caractéristique. De surcroît, il apparaît que les spectres fréquentiels de pression pariétale estimés avec les spectres de vitesse de Liepmann et de von Kármán sont peu affectés par le modèle k_e utilisé. Par conséquent, le choix de Lysak [165] d'utiliser le spectre de von Kármán pour décrire le comportement des fluctuations de vitesse est ici justifié.

Les spectres fréquentiels non-linéaires (TT) sont décomposés à la Figure 6.6 dans le but d'évaluer l'importance relative des différents termes sous l'intégrale de l'équation (4.29). On observe que les termes $\varphi_{11,11}$ et $\varphi_{33,33}$ ont des contributions significatives aux hautes et basses fréquences, respectivement, indépendamment des modèles pour ϕ_{ij} et k_e employés. Le terme $I_{11,33}$, quant à lui, présente une contribution non-négligeable aux moyennes fréquences, bien que légèrement inférieure à la contribution du terme $I_{11,11}$ dans cette région du spectre. En somme, on estime qu'aucun terme n'est négligeable dans l'estimation du spectre non-linéaire des fluctuations de pression pariétale.

Pour terminer, à la Figure 6.7, on compare notre modèle avec le modèle analytique TNO-Blake de Bertagnolio et al. [162] (cf. Chapitre 2). Pour rappel, ce modèle tient compte uniquement du terme source linéaire de l'équation (2.45) et repose sur l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor. Malgré les similitudes avec le modèle (4.21), on observe que le modèle TNO-Blake ne décrit pas correctement les régions universelles et des hautes fréquences vis-à-vis du modèle de Goody. Il apparaît donc que les modèles proposés au Chapitre 4 sont plus appropriés pour décrire le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale d'un écoulement turbulent de couche limite sur plaque plane.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

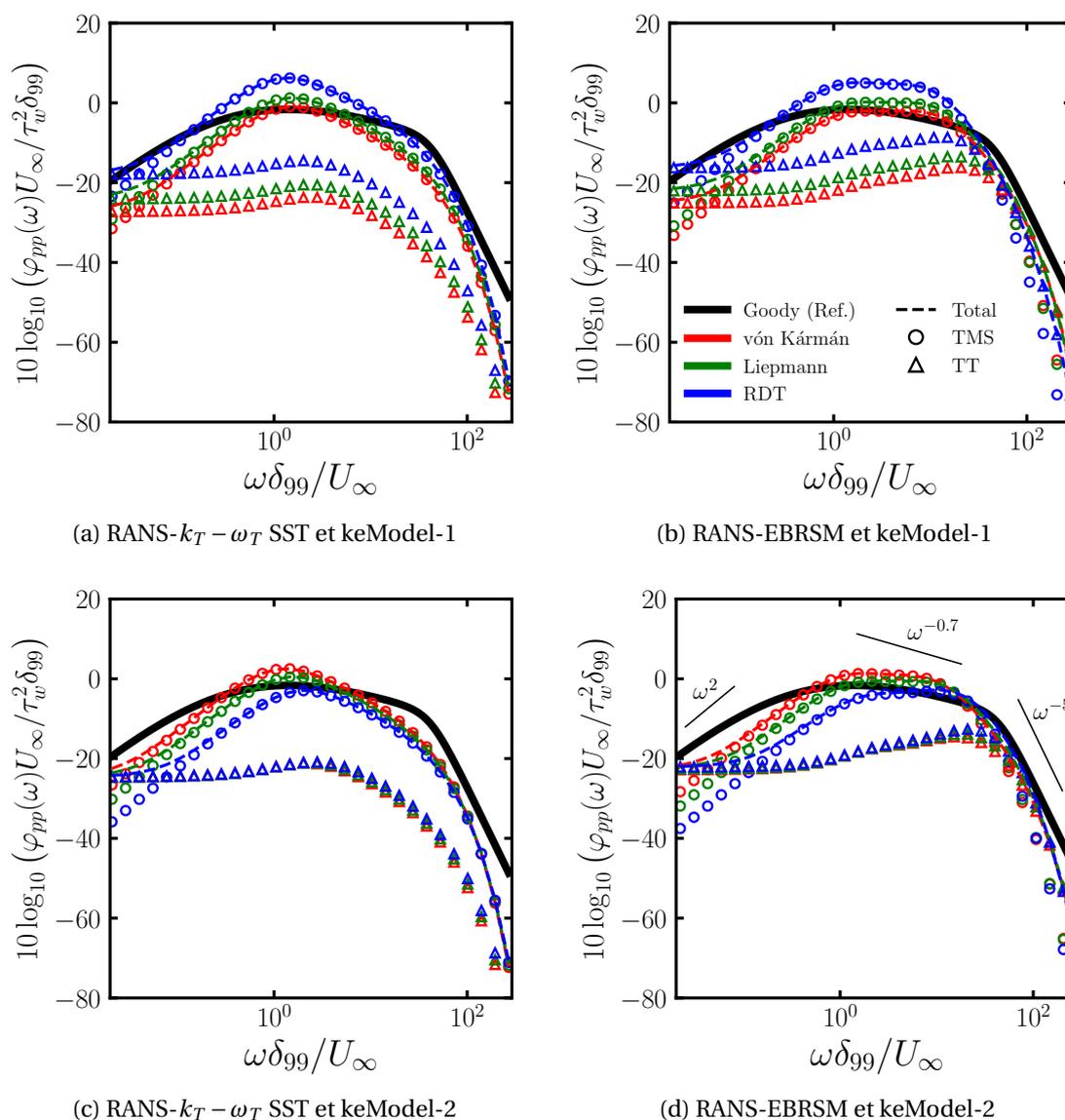


FIGURE 6.4. – Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec le modèle de Goody pour $U_c = U_1(x_2)$.

Section 6.1. Écoulement sur plaque plane

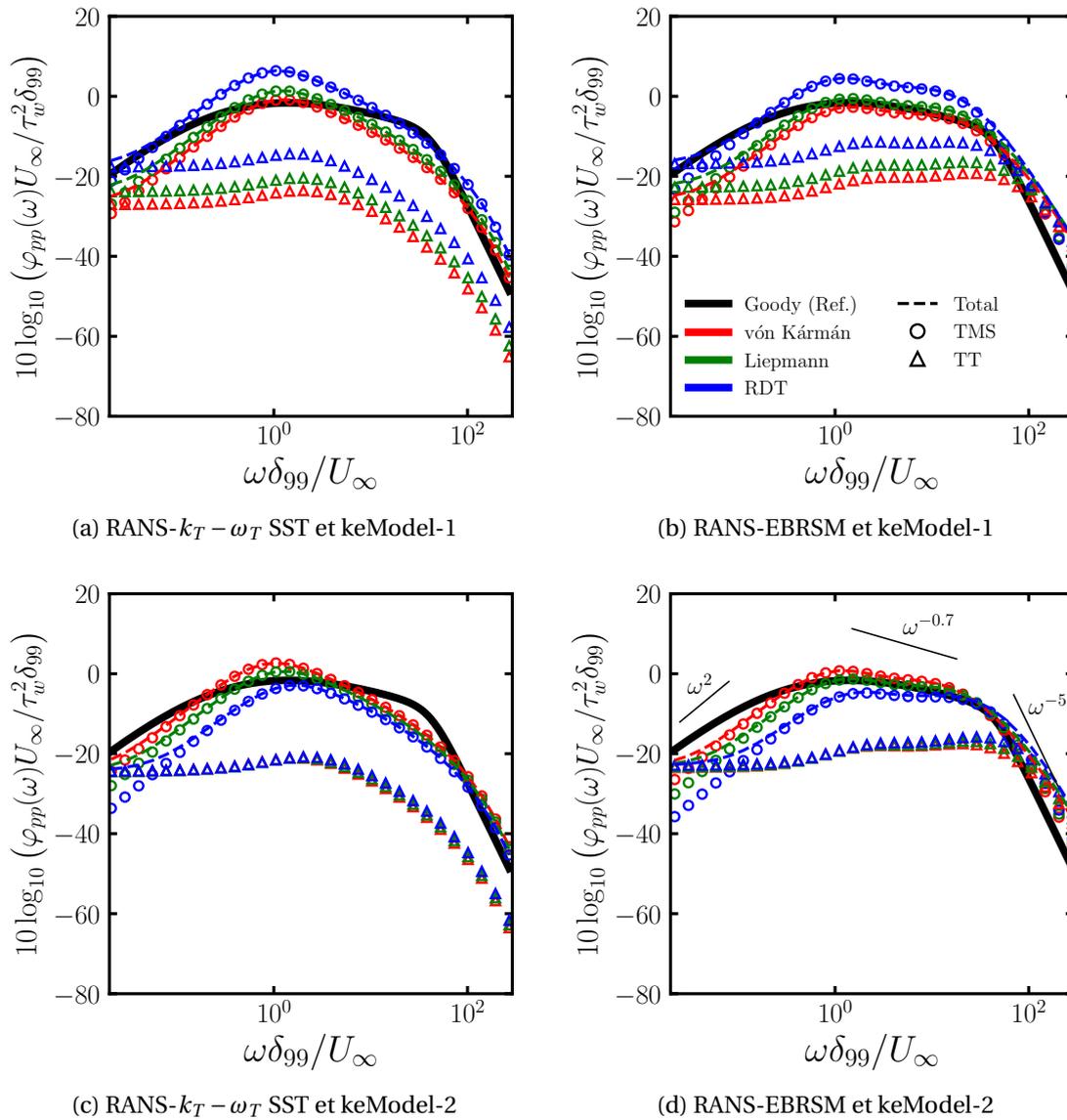


FIGURE 6.5. – Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec le modèle de Goody pour $U_c = 0.7U_\infty$.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

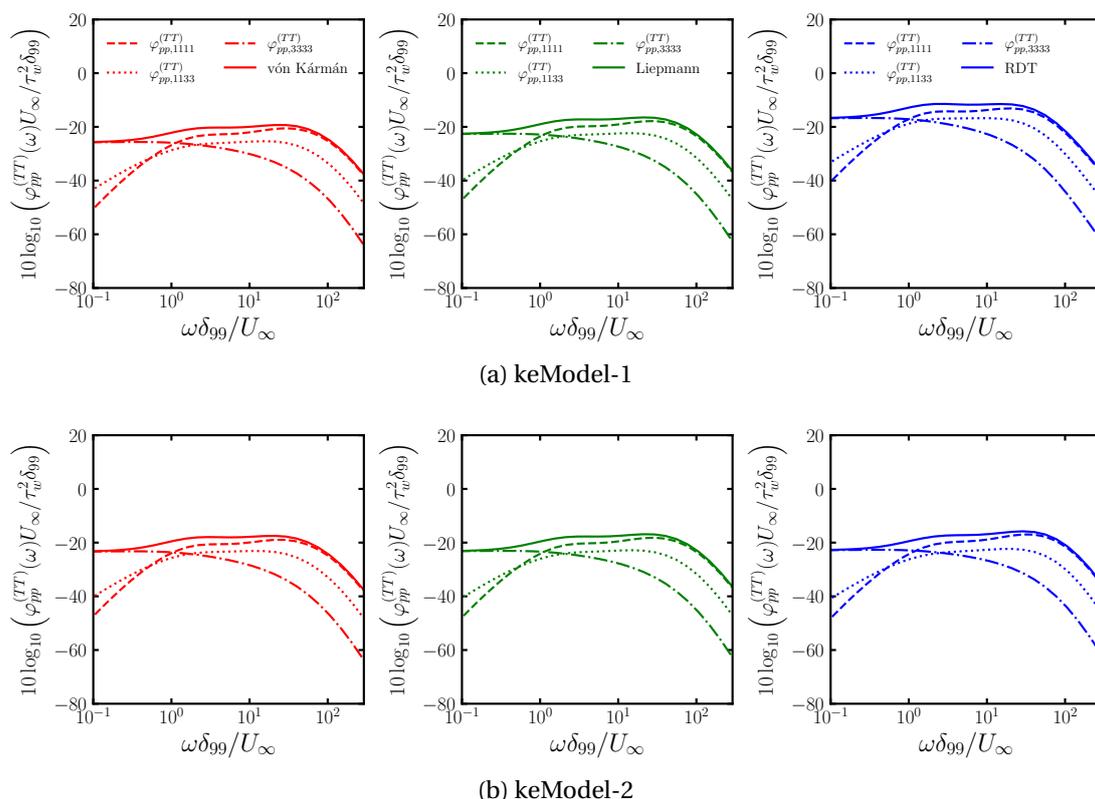


FIGURE 6.6. – Décomposition du spectre non-linéaire des fluctuations de pression pariétale. Les données RANS-EBRSM et $U_c = 0.7U_\infty$ ont été utilisées.

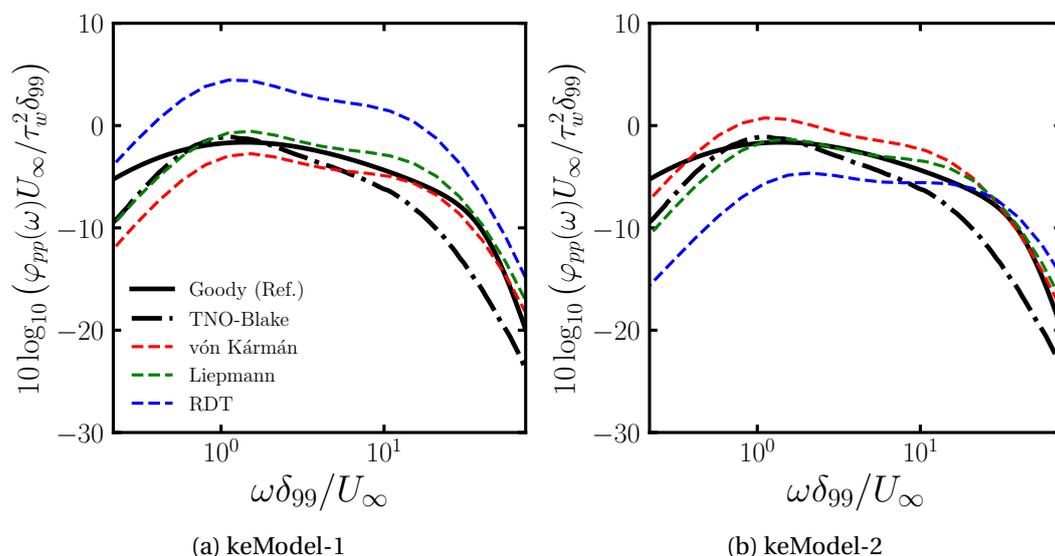


FIGURE 6.7. – Comparaison des spectres fréquentiels de pression pariétale avec le modèle de Goody et le modèle TNO-Blake de Bertagnolio et al. [162]. On note que les données RANS-EBRSM et $U_c = 0.7U_\infty$ ont été utilisées.

6.1.3. Spectres en nombre d'onde-fréquence

La dernière phase d'évaluation des modèles proposés au Chapitre 4 consiste à regarder les spectres en nombre d'onde-fréquence. On s'intéressera notamment à l'influence du modèle choisi pour relier le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes $\Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3, \omega)$ au spectre en nombre d'onde des sources turbulentes $\Phi_{qq}(k_1, x_2|0, k_3)$ (cf. Section 4.1.3). De manière générale, les résultats seront comparés aux différents modèles empiriques de spectre en nombre d'onde-fréquence présentés au Chapitre 2 parce qu'il existe très peu de données disponibles dans la littérature sur les spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale à très bas nombre de Mach.

La Figure 6.8 montre les spectres adimensionnés $\tilde{\Phi}_{pp}(k_1, 0, \omega)$ obtenus en fonction de l'origine des données d'entrée et du modèle de nombre d'onde caractéristique. Premièrement, on observe que le terme linéaire a une contribution supérieure à celle du terme non-linéaire, quels que soient les modèles et les données d'entrée utilisés. Deuxièmement, on remarque que seule la région autour du pic convectif $k_c = \omega/U_c$ est décrite, et que la plage des k_1 sur laquelle on peut évaluer le spectre en nombre d'onde-fréquence est restreinte. Dans notre cas, ces dernières constatations sont particulièrement problématiques car on souhaite décrire correctement la région sous-convective du spectre. Toutefois, on sait que cette limitation du modèle est une conséquence directe de la relation de dispersion $\delta(\omega - k_1 U_c)$ (cf. Section 4.1.3). Nonobstant, on constate que les données d'entrée ont peu d'influence sur les résultats, sauf dans la région visqueuse $k_1 > k_c$. En effet, on remarque que les spectres chutent plus rapidement dans cette région quand les données issues de la simulation RANS- $k_T - \omega_T$ SST sont utilisées. Or, d'après les résultats expérimentaux de Manoha [301], le modèle de Corcos semble le plus réaliste pour décrire la région visqueuse du spectre d'un écoulement turbulent de couche limite à très bas nombre de Mach.

Afin de traiter le problème qu'induit l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor dans les équations (4.20) et (4.28). On a proposé de remplacer la fonction de Dirac associée à cette hypothèse par une fonction gaussienne qui tient compte des effets de décorrélation temporelle de la turbulence. Les deux nouveaux modèles ont notamment été donnés aux équations (4.35) et (4.36). La Figure 6.9 illustre les résultats obtenus avec cette correction du modèle. En premier lieu, on observe que les spectres calculés avec $U_c = 0.7U_\infty$ sont plus proches des modèles empiriques³. Par ailleurs, lorsque l'hypothèse de Taylor était considérée, on ne pouvait pas considérer $U_c = \text{cte}$ car seule une valeur de k_1 correspond à $k_1 = \omega/U_c$, quand ω est fixé. En second lieu, on remarque que les données d'entrée influencent le comportement du spectre en nombre d'onde-fréquence dans la région visqueuse. Par exemple, quand on utilise les données

3. Le choix d'utiliser $U_c = 0.7U_\infty$ pour calculer le spectre en nombre d'onde-fréquence en $\omega\delta_{99}/U_\infty \approx 3$ est ici justifié si l'on considère la relation de Smol'yakov [14] :

$$\frac{U_c}{U_\infty} = \frac{1.6(\omega\delta^*/U_\infty)}{1 + 16(\omega\delta^*/U_\infty)^2} + 0.6. \quad (6.1)$$

issues de la simulation RANS-EBRSM, on se rapproche du comportement décrit par le modèle de Corcos. A l'inverse, quand on utilise les données tirées de la simulation RANS- $k_T - \omega_T$ SST, alors on se rapproche plutôt d'un comportement qui est décrit par les modèles de Chase ou Smol'yakov. Toutefois, on sait que cette région n'influence pas la réponse vibratoire d'une structure excitée stochastiquement par une couche limite turbulente à très bas nombre de Mach. Par conséquent, une description précise de cette région du spectre n'est pas particulièrement cruciale, particulièrement quand on s'intéresse à des applications navales. Par contre, en ce qui concerne la description de la région sous-convective, on observe que celle-ci n'est toujours pas correctement décrite avec notre correction. Néanmoins, on constate que les niveaux diminuent de la même manière que les modèles de Chase et Smol'yakov pour $0.5 < U_c k_1 / \omega < 1$. Cette caractéristique est remarquable car le modèle de Corcos est souvent cité comme inapproprié pour décrire la région sous-convective, i.e. pour $k_1 < k_c$ [113].

Finalement, la Figure 6.10 présente les contours du spectre linéaire en nombre d'onde-fréquence à $\omega^+ = 0.05$ et pour $\eta = 1/3$. Ainsi, on peut comparer nos courbes de niveaux à celles de la Figure 10a de Prigent et al. [164]. En effet, ces derniers ont étudié la capacité du modèle de Lysak [165] à reproduire les résultats expérimentaux de Prigent et al. [93] à partir de données d'entrée analytiques. La Figure 6.10a est comparable à la Figure 10a de Prigent et al. [164], que l'on redonne à la Figure 6.10e pour une meilleure comparaison des résultats. Cependant, on remarque que le caractère elliptique des contours n'est pas correctement décrit dans la direction k_1 lorsque l'on compare les Figures 6.10a et 6.10e avec les résultats expérimentaux de Prigent et al. [93], redonné à la Figure 6.10f. Par contre, il apparaît que la combinaison du modèle de décorrélation temporelle des fluctuations de vitesse avec le modèle de vitesse de convection $U_c = 0.7U_\infty$ (cf. Figure 6.10d) donne des résultats qui sont plus proches des résultats expérimentaux. Ainsi, ce résultat supporte la correction proposée pour relier le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes au spectre en nombre d'onde de ces sources.

Section 6.1. Écoulement sur plaque plane

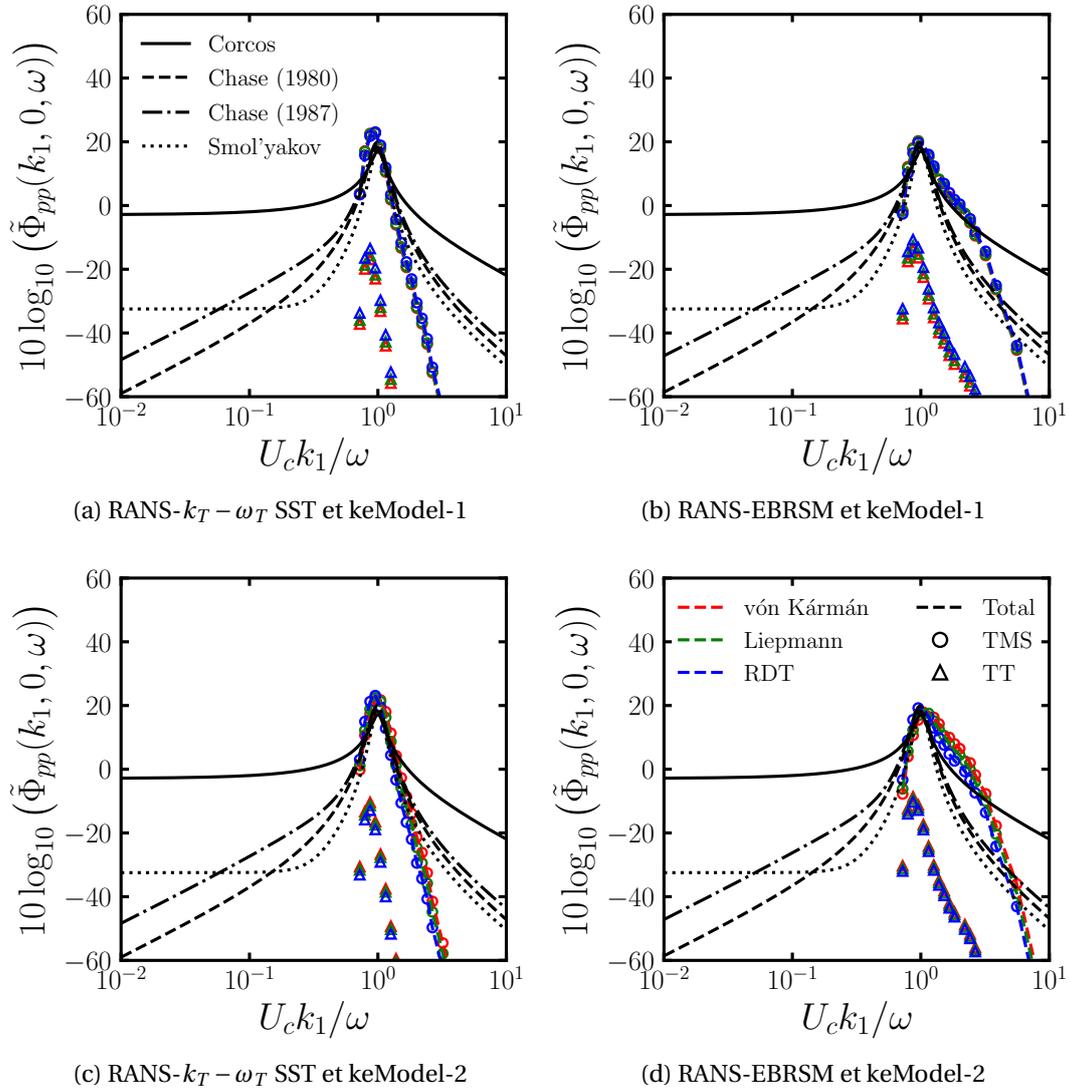


FIGURE 6.8. – Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale avec les modèles empiriques de Corcos, Chase et Smol'yakov. On note que $\omega\nu/u_\tau^2 = 0.05$ ($\omega\delta_{99}/U_\infty \approx 3$) et $U_c = U_1(x_2)$ a été utilisé.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

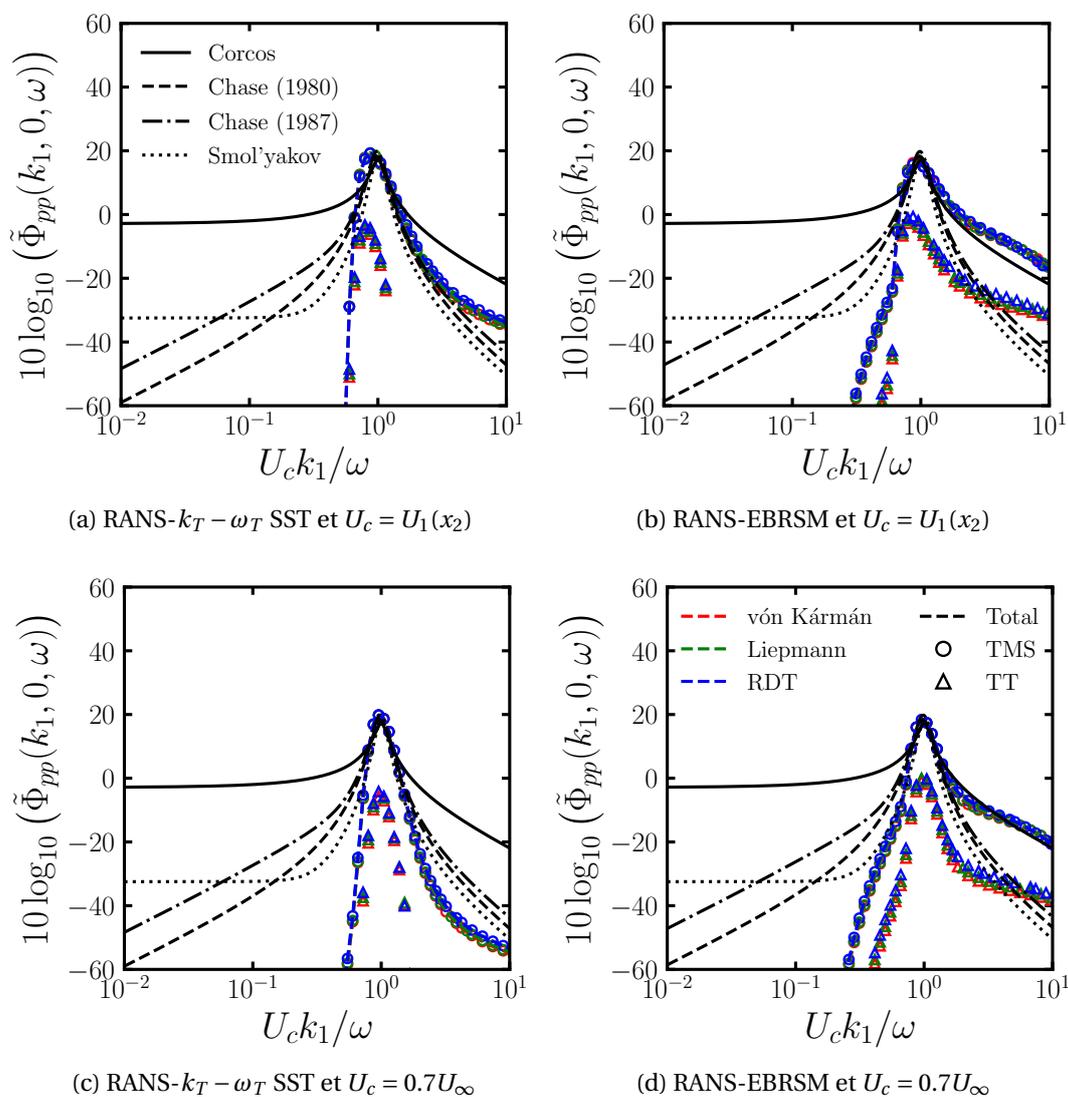
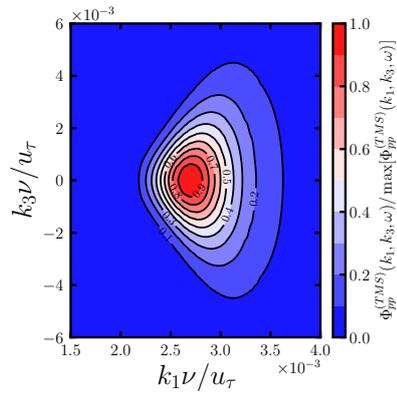
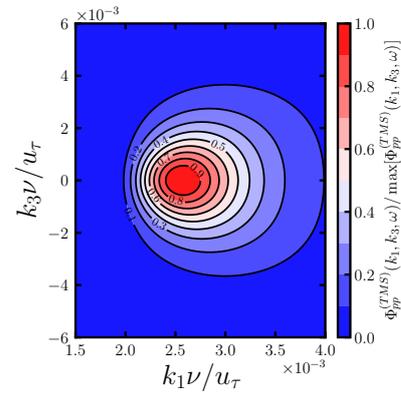


FIGURE 6.9. – Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale avec les modèles empiriques de Corcos, Chase et Smol'yakov. On note que $\omega\nu/u_\tau^2 = 0.05$ ($\omega\delta_{99}/U_\infty \approx 3$) et que keModel-1 a été utilisé.

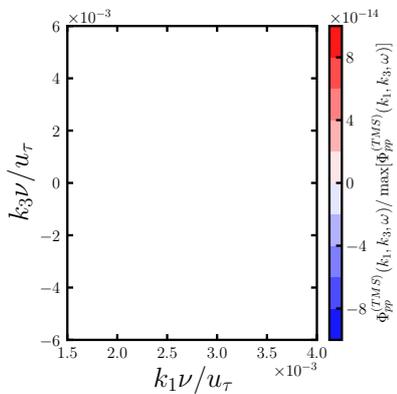
Section 6.1. Écoulement sur plaque plane



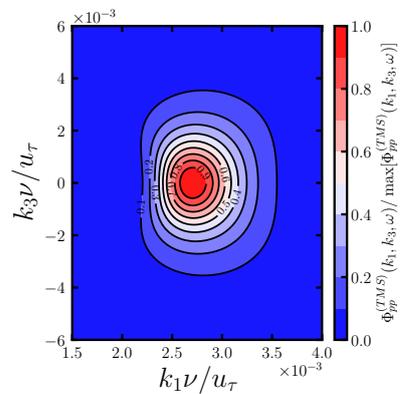
(a) Hypothèse de Taylor
et $U_c = U_1(x_2)$



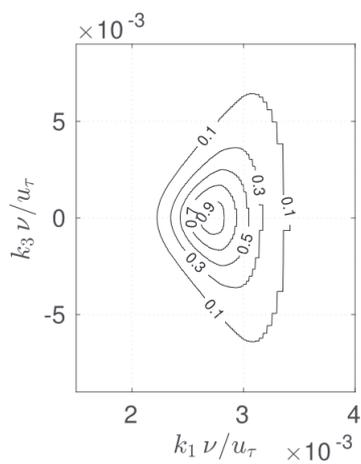
(b) Décorrélation temporelle
et $U_c = U_1(x_2)$



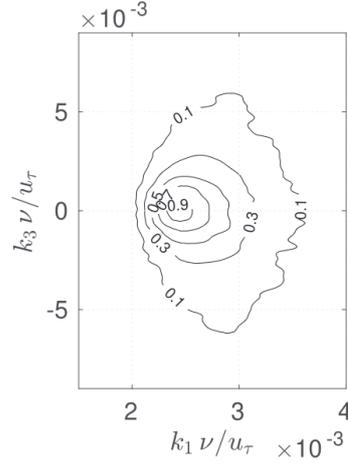
(c) Hypothèse de Taylor
et $U_c = 0.7U_\infty$



(d) Décorrélation temporelle
et $U_c = 0.7U_\infty$



(e) Référence numérique [164]



(f) Référence expérimentale [93]

FIGURE 6.10. – Contours de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence dans le plan (k_1, k_3) . On note que $\omega\nu/u_\tau^2 = 0.05$, le modèle de von Kármán, keModel-1 et les données RANS-EBRSM ont été utilisés.

6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

6.2.1. Simulation RANS

Désormais, la méthodologie présentée au Chapitre 4 est appliquée à l'écoulement en aval d'une marche descendante. Un cas test basé sur le montage expérimental de Jovic et al. [302] et la configuration numérique de Le et al. [303] est mis en œuvre⁴. Le domaine de calcul est discrétisé en un maillage structuré non uniforme composé de $200 \times 140 \times 1$ nœuds (cf. Figure 6.11). Une résolution spatiale $\Delta y^+ = 0.6$ est obtenue, si l'on considère la vitesse de frottement en entrée du domaine de calcul. Par ailleurs, les conditions d'entrée sont imposées à l'aide des résultats DNS de Schlatter et al. [29] pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 670$. Bien que Le et al. [303] aient utilisé les données de Spalart [233] pour imposer les conditions en entrée de leur DNS, on obtient un écoulement en amont de la marche qui est similaire (cf. Figures 6.15a et 6.16a). La paroi est traitée avec une condition de non-glissement $\mathbf{U} = (0, 0, 0)$, et on assigne des conditions de symétrie ($\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $\nabla \mathbf{U}_t \cdot \mathbf{n} = 0$) et de pression uniforme au bord supérieur et à la sortie, respectivement (cf. Figure 6.11).

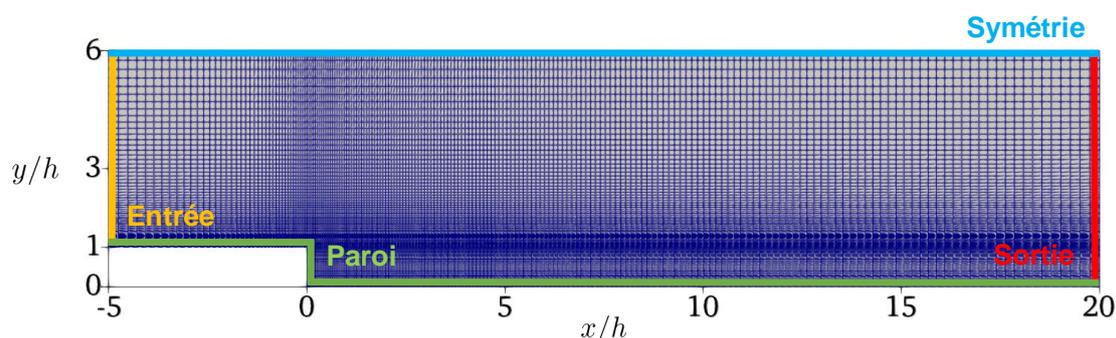


FIGURE 6.11. – Domaine de calcul et maillage du calcul RANS de la marche descendante.

La Figure 6.12 démontre que les résultats de la simulation RANS-EBRSM peuvent être analysés car ils sont convergés. Tout d'abord, le coefficient de frottement est bien décrit dans la région de recirculation mais est surestimé dans la région de recollement ($x > x_R$), comme l'ont également observé Fadai et al. [304] (cf. Figure 6.13a). Cette surestimation explique en partie le décalage vers le bas des profils de vitesse aux Figures 6.15d, 6.15e et 6.15f, mais les tendances sont néanmoins bien représentées. A la figure 6.13b, on constate que la récupération de la pression derrière la marche est plus lente. Ceci serait dû à l'absence de phénomènes d'intermittence dans notre simulation. La figure 6.14 montre que la longueur de la bulle de recirculation est correctement décrite puisqu'une longueur de rattachement $x_R \approx 6.3h$ est déterminée à partir du changement de signe du coefficient de frottement. Le et al. [303] ont

4. La description complète du cas test est disponible sur la base de données de l'ERCOFTAC, [ici](#).

Section 6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

rapporté une longueur moyenne de rattachement de $6.28h$, tandis que Jovic et al. [302] ont mesuré une longueur oscillant entre $6.0h$ et $6.1h$. En ce qui concerne les profils de contraintes de Reynolds, les résultats donnés à la Figure 6.16 sont en bon accord avec les résultats DNS et expérimentaux, sauf dans la bulle de recirculation (cf. Figure 6.16b). Malgré cela, les résultats de notre simulation RANS-EBRSM sont considérés comme suffisamment satisfaisants pour estimer les spectres des fluctuations de pression pariétale.

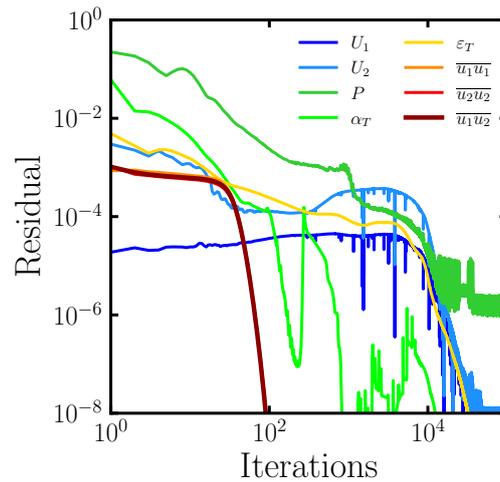


FIGURE 6.12. – Résidus de la simulation RANS-EBRSM de la marche descendante.

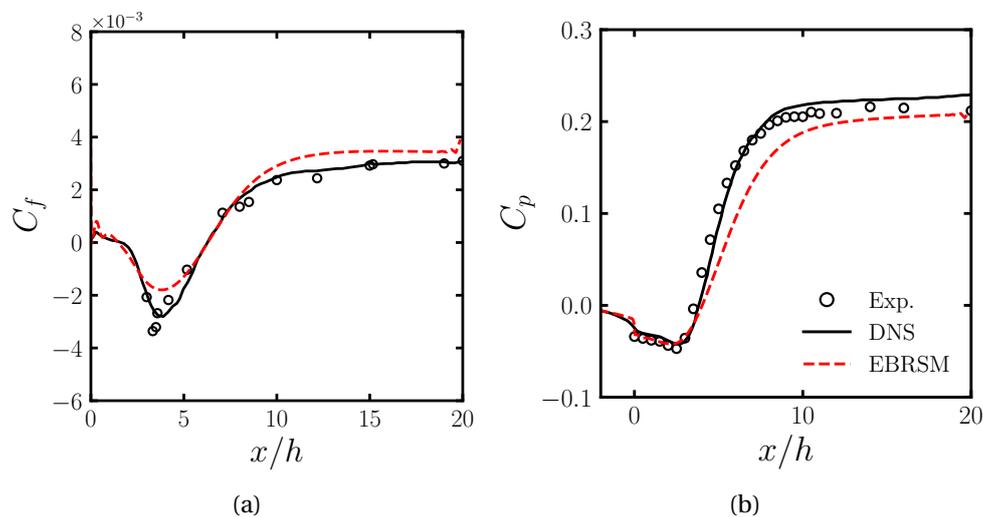


FIGURE 6.13. – Comparaison des résultats RANS-EBRSM de la marche descendante avec les résultats DNS de Le et al. [303] et expérimentaux de Jovic et al. [302]. a) Coefficient de frottement et b) Coefficient de pression.

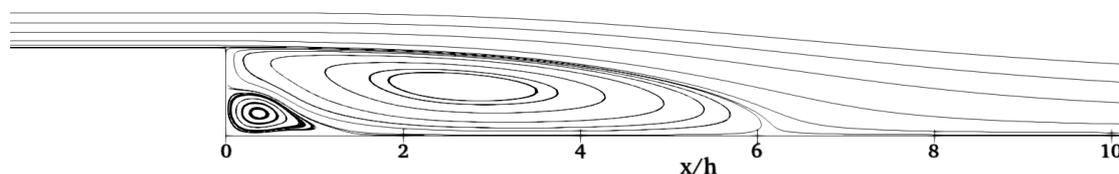


FIGURE 6.14. – Lignes de courant à proximité de la marche. La longueur de la bulle de recirculation est d'environ $x_R = 6.3h$.

6.2.2. Spectres fréquentiels

Les spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale sont calculés à différentes positions en aval de la marche. Ils sont comparés aux mesures expérimentales de Farabee et al. [128, 129, 254], bien que les conditions expérimentales diffèrent de celles [302] que l'on simule. Dès lors, pour tenir compte de ces différences, on normalise les spectres à l'aide de la hauteur de la marche h et de la pression dynamique de l'écoulement en entrée q_∞ . Dans ce qui suit, on ne présente que les spectres fréquentiels (4.21) et (4.29) estimés avec $U_c = 0.7U_\infty$, car ce modèle a permis d'obtenir les meilleures estimations des spectres fréquentiels pour la plaque plane. En conséquence, on suppose que les fluctuations de pression sont convectées de la même manière pour des écoulements attachés et décollés. En réalité, cette hypothèse est acceptable dans la zone de récupération, mais ne l'est pas dans la zone de recirculation [94].

Au sein de la bulle de recirculation, la contribution relative de chaque terme source au spectre fréquentiel est similaire aux moyennes et hautes fréquences, comme le montre les Figures 6.17a-6.17c et 6.18a-6.18c. Cependant, le terme source linéaire (TMS) a toujours la plus grande contribution aux basses fréquences parce qu'il est impliqué dans les processus de cisaillement qui ont lieu dans la couche de mélange. A proximité du point de recollement (cf. Figure 6.18c), la contribution du terme source non-linéaire (TT) devient supérieure à celle du terme source linéaire (TMS) aux moyennes et hautes fréquences, quel que soit le modèle de ϕ_{ij} utilisé. De plus, on remarque que c'est le terme non-linéaire qui permet de recoller avec les résultats expérimentaux aux moyennes et hautes fréquences. Par conséquent, cela supporte notre choix de modéliser le terme TT dans l'équation de Poisson (2.45). Par ailleurs, on note que la position du maximum est légèrement décalée vers les hautes fréquences quand keModel-2 et le modèle RDT sont employés.

Les spectres fréquentiels calculés en aval du point de recollement sont donnés aux Figures 6.17d-6.17f et 6.18d-6.18f. A proximité de la zone de recollement, on observe la présence d'une "bosse" au niveau de la valeur maximale (cf. Figures 6.17d et 6.18d). Celle-ci peut être attribuée à l'incapacité des données RANS bidimensionnelle à décrire correctement la fragmentation des tourbillons en rouleaux dans cette région de l'écoulement [305]. Néanmoins, les niveaux des spectres sont bien représentés

Section 6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

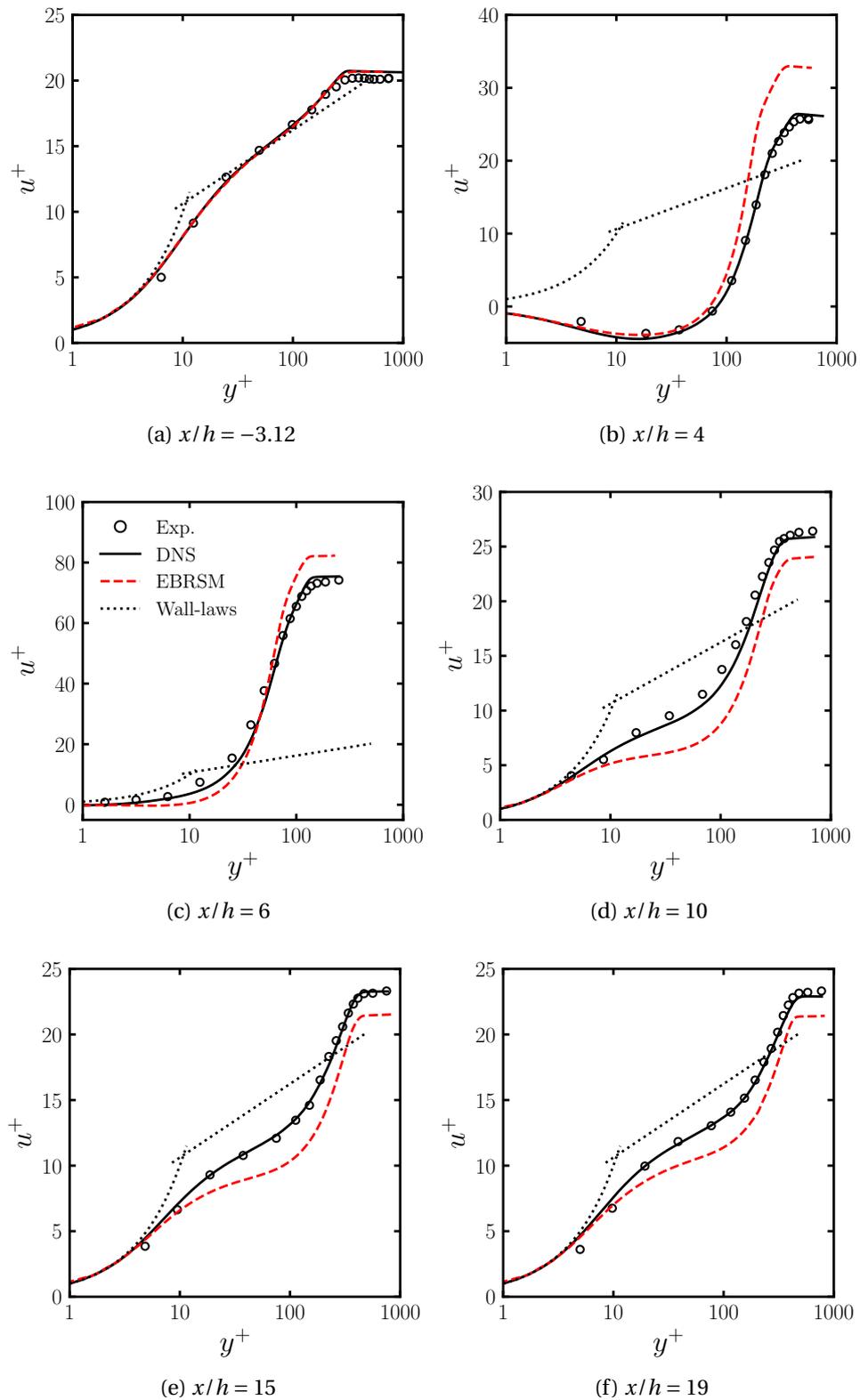


FIGURE 6.15. – Comparaison des profils de vitesse moyenne à différentes positions en aval de la marche. Les résultats RANS-EBRSM sont comparés aux résultats DNS et expérimentaux de Le et al. [303] et Jovic et al. [302], respectivement.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

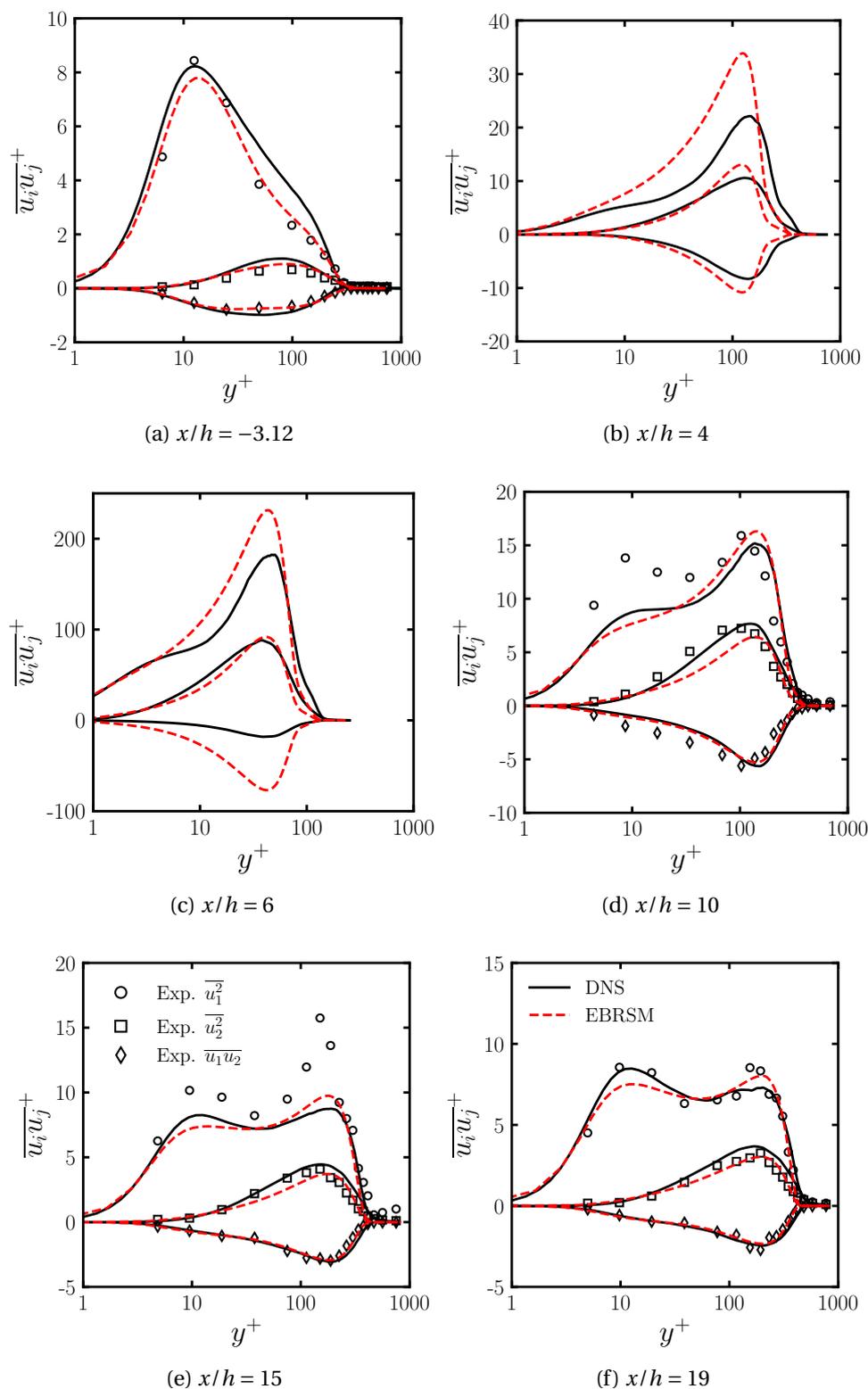


FIGURE 6.16. – Comparaison des profils de contraintes de Reynolds à différentes positions en aval de la marche. Les résultats RANS-EBRSM sont comparés aux résultats DNS et expérimentaux de Le et al. [303] et Jovic et al. [302], respectivement.

Section 6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

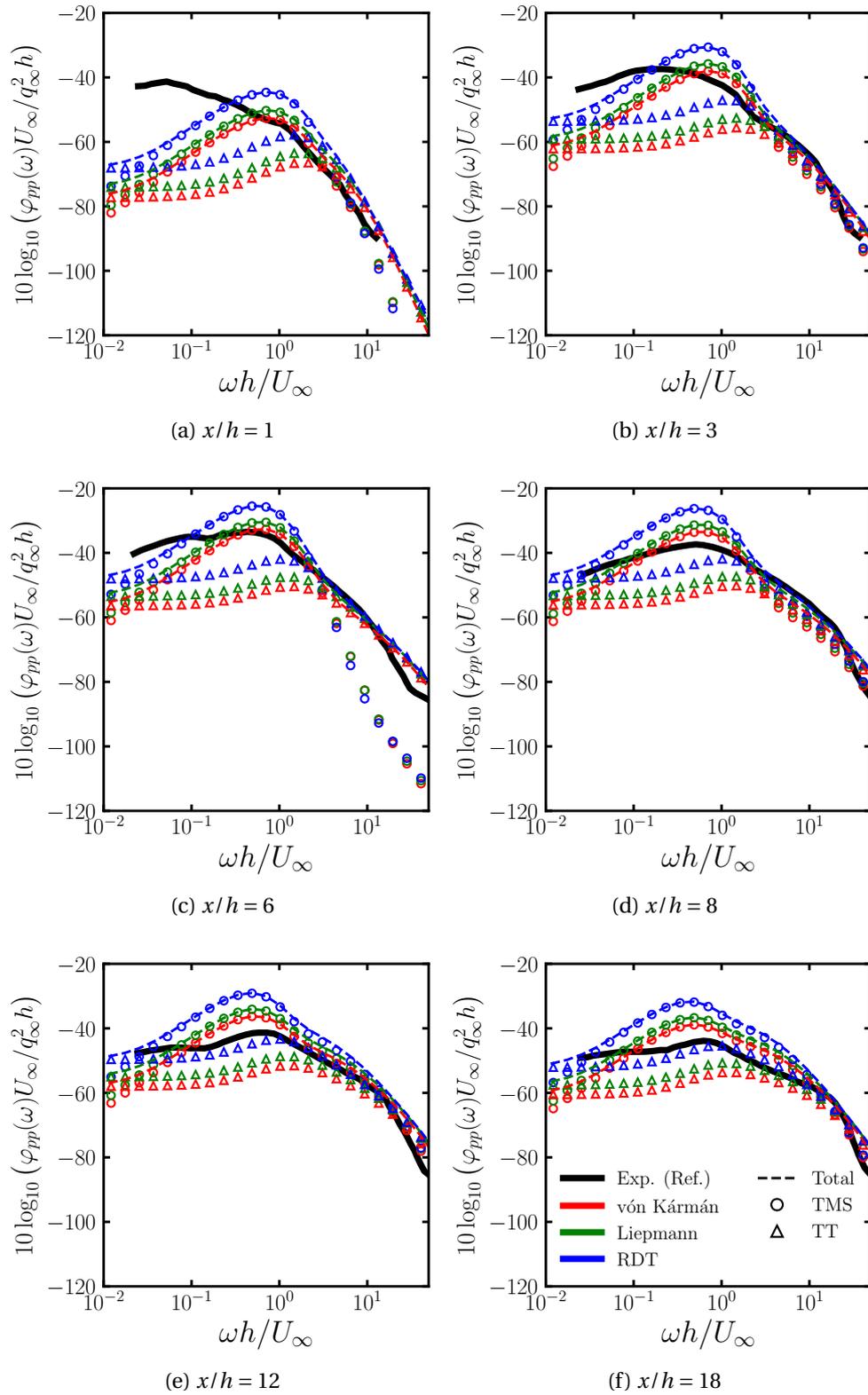


FIGURE 6.17. – Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec les résultats expérimentaux de Farabee et al. [128]. On note que les données RANS-EBRSM, keModel-1 et $U_c = 0.7U_\infty$ ont été utilisés.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

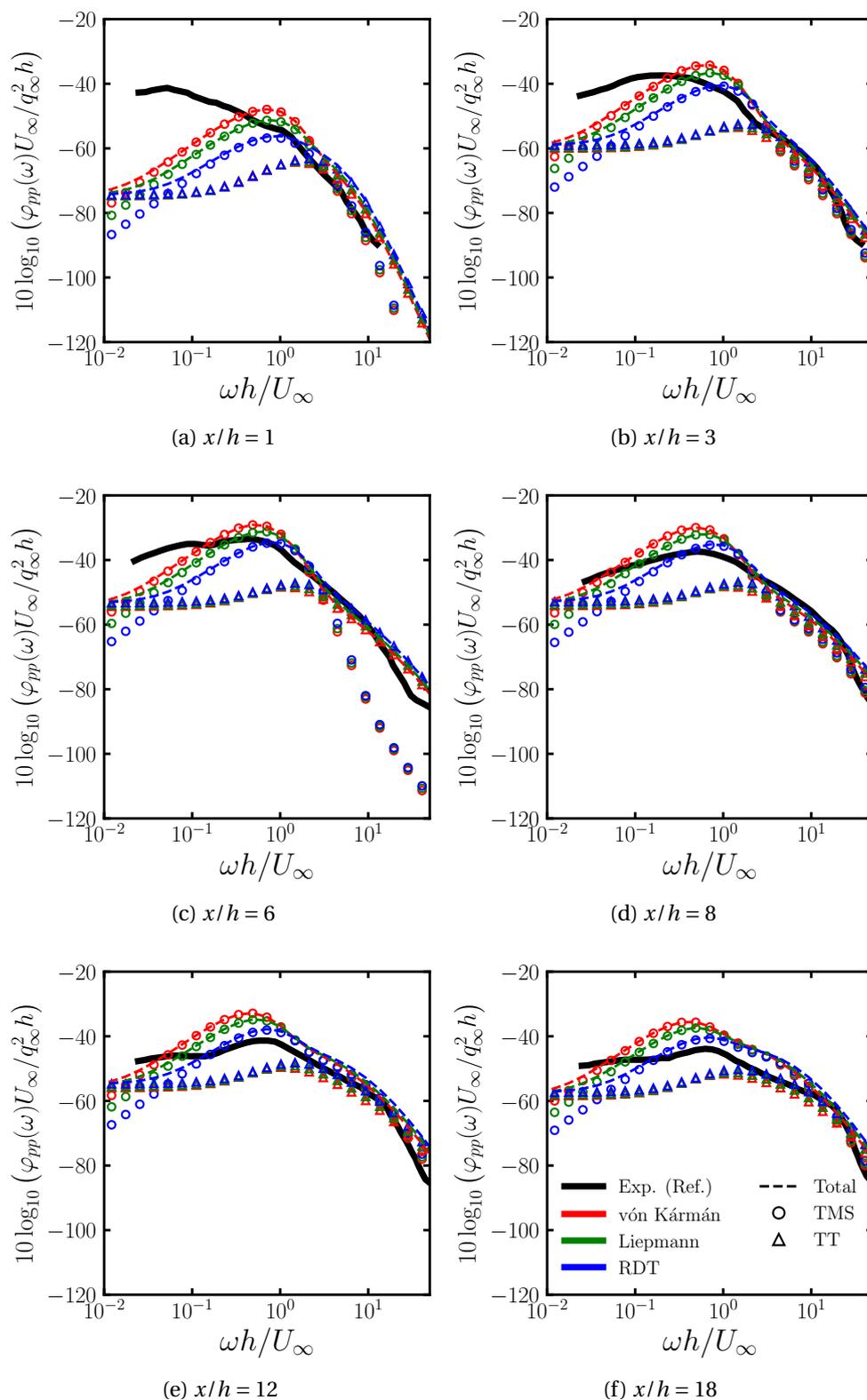


FIGURE 6.18. – Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec les résultats expérimentaux de Farabee et al. [128]. On note que les données RANS-EBRSM, keModel-2 et $U_c = 0.7U_\infty$ ont été utilisés.

Section 6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

puisqu'on observe une concordance avec les niveaux des mesures expérimentales aux moyennes et hautes fréquences. Plus en aval du point de recollement, les lignes de courant redeviennent parallèles à la paroi (cf. Figure 6.14), et la nouvelle couche limite subit un gradient de pression défavorable en raison de l'expansion du canal. On rappelle que Schloemer [82] a mesuré les spectres fréquentiels de couches limites turbulentes soumises à un gradient de pression défavorable, et qu'il a observé une augmentation du contenu spectral aux basses fréquences par rapport à des couches limites turbulentes sans gradient de pression. Cette caractéristique est correctement capturée à l'aide de notre méthodologie, au regard des résultats des Figures 6.17e-6.17f et 6.18e-6.18f. Globalement, il apparaît que la prise en compte du terme non-linéaire est pertinente puisque les niveaux de ce spectre sont similaires au terme linéaire aux moyennes et hautes fréquences. De plus, on observe que le modèle de von Kármán (resp. RDT) permet de mieux décrire les niveaux du spectre fréquentiel d'une couche limite turbulente soumise à un gradient de pression quand le modèle keModel-1 (resp. keModel-2) est utilisé.

Enfin, la Figure 6.19 révèle que notre méthodologie est plus appropriée qu'utiliser des modèles empiriques quand il s'agit d'estimer le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale dans la zone de rétablissement de l'écoulement.

6.2.3. Spectres en nombre d'onde-fréquence

Les spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale (4.35) et (4.36) sont calculés à diverses positions en aval de la marche. Dans un premier temps, on examine les spectres au sein de la zone de rétablissement ($x > x_R$) de l'écoulement. Cependant, il est important de noter que seules des comparaisons qualitatives pourront être effectuées car on ne dispose pas de données expérimentales et/ou numériques permettant de faire des comparaisons directes comme dans la section précédente pour les spectres fréquentiels. Pour autant, on s'attend à retrouver des tendances qui ont été identifiées dans d'autres études. Dans un second temps, on commentera les spectres en nombre d'onde-fréquence calculés dans la bulle de recirculation car il n'existe pas de données publiées sur ces spectres pour des écoulements décollés.

La Figure 6.20 présente les spectres en nombre d'onde-fréquence calculés en aval de la bulle de recirculation en fonction de $k_1 h$ et $U_c k_1 / \omega$. On peut observer que les pics convectifs sont centrés autour de $k_1 h \approx 1$, plutôt que $U_c k_1 / \omega \approx 1$ comme pour les modèles empiriques. De plus, on constate que le pic se décale progressivement vers $U_c k_1 / \omega \approx 1$ à mesure que l'on s'éloigne de la marche. Cette tendance était attendue car les grosses structures tourbillonnaires, de l'ordre de h , générées au sein de la couche de mélange dissipent progressivement leur énergie à mesure qu'elles sont advectées en aval de la marche. En d'autres termes, les niveaux des fluctuations de pression pariétale doivent retourner vers un état proche de celui de l'écoulement sur plaque plane lorsque l'on est suffisamment éloigné de la marche. Farabee et al. [129] indiquent que les grosses structures cohérentes issues de la couche de mélange ont un effet sur les spectres de pression pariétale jusqu'à $72h$ en aval de la marche.

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

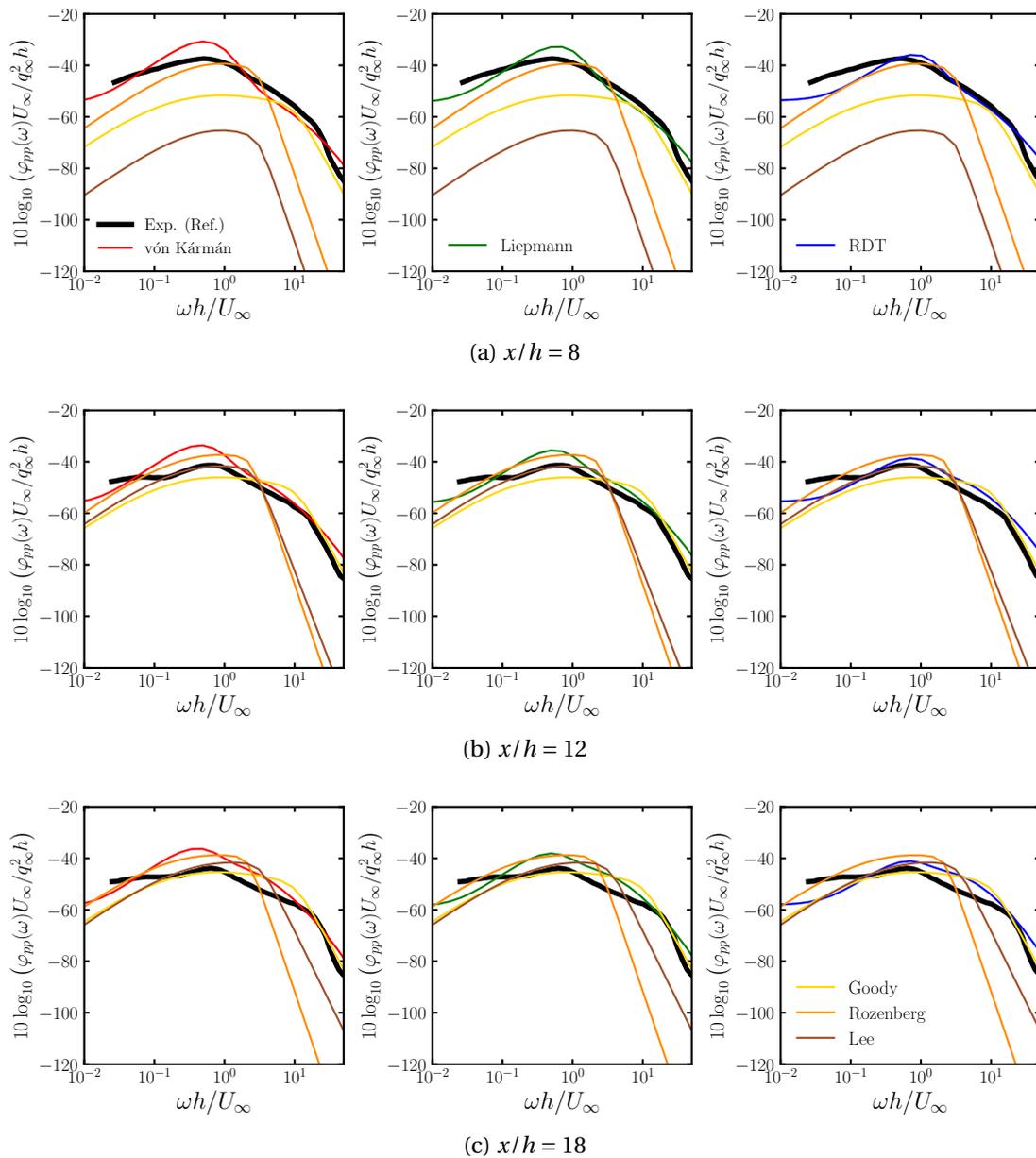


FIGURE 6.19. – Comparaison des spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale avec les résultats expérimentaux de Farabee et al. [128] et les modèles empiriques de Goody, Rozenberg et Lee. On note que les données RANS-EBRSM, keModel-2 et $U_c = 0.7U_\infty$ ont été utilisés.

Section 6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

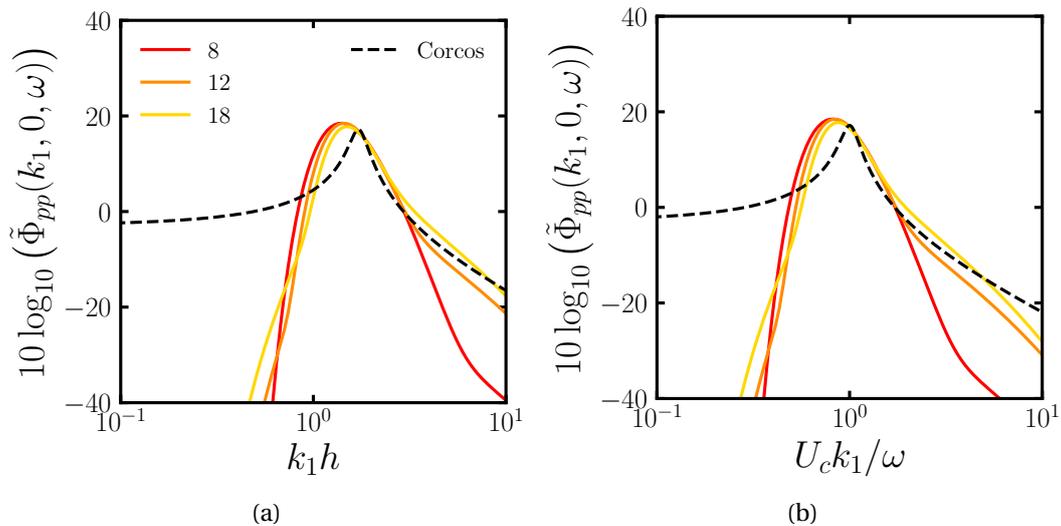


FIGURE 6.20. – Influence de l'adimensionnement du nombre d'onde k_1 sur la position du pic convectif à différentes position en aval du point de recollement. a) Adimensionnement avec la hauteur de marche, b) Adimensionnement avec la vitesse de convection et la fréquence. On note que le modèle de von Kármán, keModel-1 et $\omega h/U_\infty = 1$ ont été utilisés.

Ensuite, on remarque que la largeur du pic convectif varie en fonction de la distance à la marche (cf. Figure 6.20). En effet, il tend à s'amincir quand x/h augmente. Cohen et al. [16] ont observé que le pic convectif était d'autant plus large que la couche limite turbulente est soumise à un gradient de pression adverse sévère. Ainsi, on voit que notre modèle est capable de prendre en compte les effets d'un gradient adverse de pression puisque le gradient de pression est d'autant plus fort que l'on se rapproche de la marche (cf. Figure 6.13b). Par ailleurs, on constate que les pics convectifs calculés sont plus larges que ceux prédits par les modèles empiriques. Cette tendance est également observée dans les travaux de Slama [256] sur des écoulements turbulents de couche limite avec gradient de pression adverse.

La Figure 6.21 montre que le terme non-linéaire (TT) a une contribution plus importante que dans le cas de la plaque plane. Néanmoins, la contribution de ce terme reste inférieure à celle du terme linéaire (TMS). Ce résultat était prévisible puisque d'après les Figures 6.17 et 6.18, le terme linéaire a une contribution supérieure au terme non-linéaire pour $\omega h/U_\infty \leq 1$, quelles que soient les conditions de l'écoulement. Dès lors, on s'attend à ce que les spectres en nombre d'onde-fréquence linéaire et non-linéaire aient des allures et des niveaux similaires, quand les contributions de chaque terme sont équivalentes à une fréquence donnée.

Les contours présentés aux Figures 6.22 et 6.23 illustrent l'allure générale des spectres en nombre d'onde-fréquence linéaires à $\omega h/U_\infty = 1$. La Figure 6.23 met notamment en évidence que ces contours sont plus compacts à proximité de la marche, i.e. quand le gradient de pression adverse est plus sévère. De plus, elle montre que

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

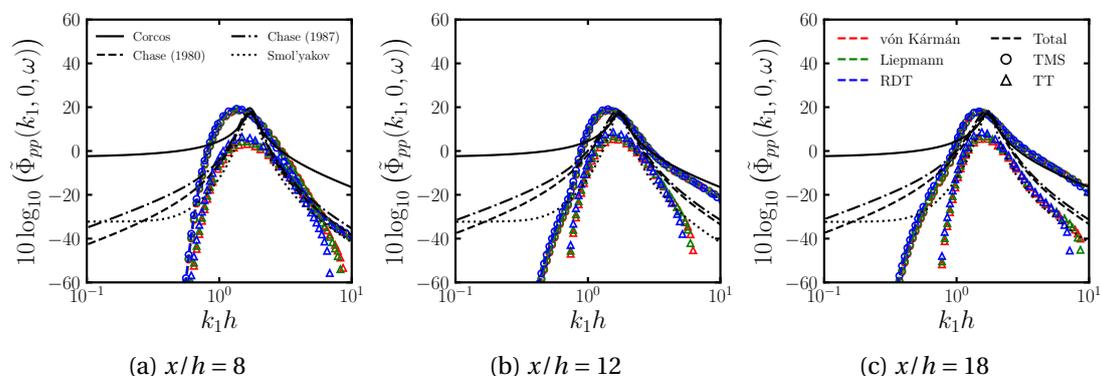


FIGURE 6.21. – Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale en aval du point de recollement avec les modèles empiriques de Corcos, Chase et Smol'yakov. On note que keModel-1 et $\omega h/U_\infty = 1$ ont été utilisés.

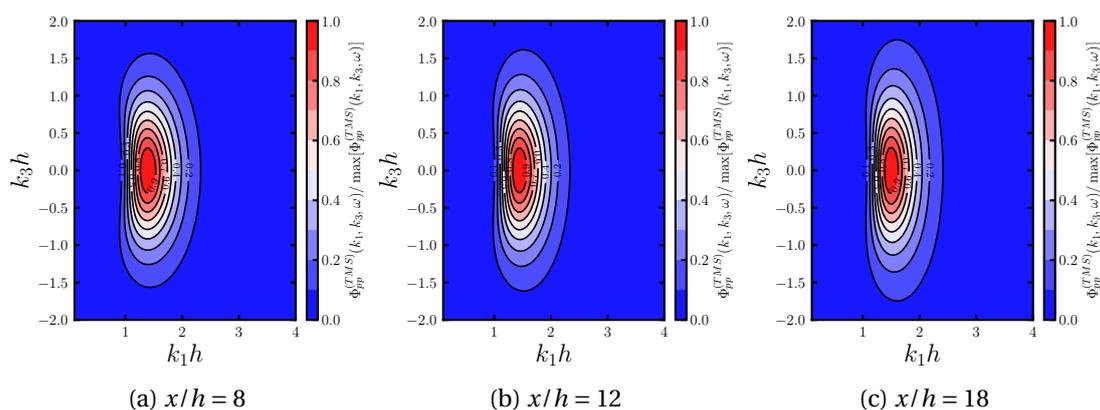


FIGURE 6.22. – Contours de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence dans le plan (k_1, k_3) . On note que le modèle de von Kármán, keModel-1 et $\omega h/U_\infty = 1$ ont été utilisés.

Section 6.2. Écoulement au-dessus d'une marche descendante

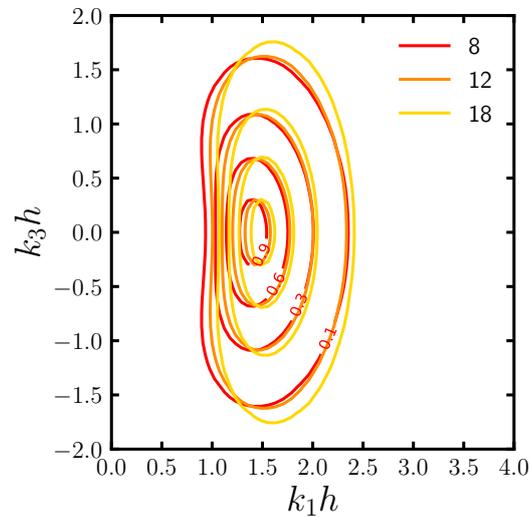


FIGURE 6.23. – Contours de la contribution linéaire du spectre en nombre d'onde-fréquence dans le plan (k_1, k_3) à différentes positions x/h en aval de la bulle de recirculation. On note que le modèle de von Kármán, keModel-1 et $\omega h/U_\infty = 1$ ont été utilisés.

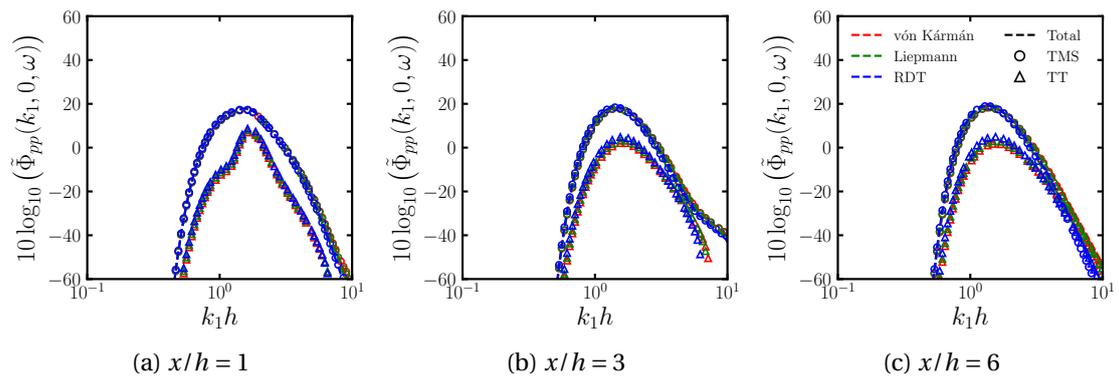


FIGURE 6.24. – Comparaison des spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale dans la bulle de recirculation. On note que keModel-1 et $\omega h/U_\infty = 1$ ont été utilisés.

lorsque x/h diminue, le rapport de forme des ellipses diminue et le contenu spectral aux bas nombres d'onde s'enrichit. Ces observations sont en accord avec les résultats de Prigent et al. [93] pour une couche limite turbulente soumise à un gradient adverse de pression.

Pour terminer, on donne les spectres en nombre d'onde-fréquence obtenus pour l'écoulement au sein de la bulle de recirculation (cf. Figure 6.24). Par contre, aucune comparaison avec d'autres données n'est proposée. D'une part parce que Farabee et al. [128, 129] ne fournissent que les spectres fréquentiels des fluctuations de pression pariétale. D'autre part car les spectres empiriques présentés au Chapitre 2 ne sont applicables qu'à des écoulements attachés.

En $x/h = 1$ et $x/h = 6$ (cf. Figures 6.24a et 6.24c), on observe que les spectres en nombre d'onde-fréquence sont quasi-symétriques autour de $k_1 h = 1$. Ensuite, on remarque que les spectres calculés au centre de la bulle de recirculation ($x/h = 3$) (cf. Figure 6.24b) sont équivalents à ceux calculés en $x/h = 8$. Ce résultat est surprenant et provient probablement des données d'entrée et de la forme de la gaussienne du modèle elliptique. Enfin, on constate que le pic convectif est plus large qu'un écoulement turbulent de couche limite attaché. La diversité des grandes structures turbulentes qui se développent au sein de la couche de mélange est très probablement responsable de cet élargissement du pic convectif vers les petits nombres d'onde k_1 .

6.3. Résumé et conclusions du chapitre

Au travers de ce Chapitre, la méthodologie présentée au Chapitre 4 a été mise en œuvre pour calculer les spectres des fluctuations de pression pariétale de deux écoulements turbulents de couche limite : l'écoulement sur plaque plane, et l'écoulement au-dessus d'une marche descendante. Globalement, les résultats montrent que notre méthodologie est en mesure de décrire de manière très satisfaisante les spectres fréquentiels d'écoulements turbulents de couche limite avec et sans gradient de pression. On a également pu justifier la prise en compte du terme non-linéaire dans le calcul des spectres puisqu'on a observé qu'ils présentent des niveaux non-négligeables par rapport au terme linéaire, que l'écoulement de couche limite subisse un gradient adverse de pression ou qu'il soit décollé. Dans le dernier cas, on a notamment constaté que le terme non-linéaire permet de retrouver les bons niveaux du spectre fréquentiel aux moyennes et hautes fréquences à proximité de la zone de recollement. En ce qui concerne les spectres en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale, il s'avère que les données d'entrée ont un impact non-négligeable sur l'allure des spectres prédits. De plus, le modèle choisi pour relier le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes au spectre en nombre d'onde des sources turbulentes influence la capacité du modèle à décrire la région sous-convective. Dans la cas où le modèle de turbulence gelée est utilisé, on observe que l'on ne peut pas déterminer la partie du spectre pour laquelle $k_1 < \omega/U_\infty$. En revanche, le modèle de turbulence non-gelée (ou modèle elliptique) permet de corriger ce défaut. Toutefois, il ne permet pas pour autant de décrire correctement la région sous-convective que

Section 6.3. Résumé et conclusions du chapitre

l'on cherchait à modéliser. Des pistes sont envisagées pour traiter ce problème.

Conclusion et perspectives

Conclusion

L'objectif de cette thèse était de simuler et modéliser le pseudo-bruit de couche limite, dans le but d'améliorer l'étalonnage et l'installation des antennes hydroacoustiques au sein de navires et de sous-marins. Pour atteindre cet objectif, le spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale a été étudié car c'est un paramètre d'entrée essentiel pour estimer la réponse vibratoire d'une structure excitée stochastiquement par un écoulement turbulent. Autrement dit, c'est un paramètre qui permet d'estimer le bruit hydrodynamique perçu par les hydrophones.

Dans un premier temps, une méthode de calcul direct du pseudo-bruit de couche limite a été mise en place. Celle-ci devait avant tout se conformer aux exigences d'une utilisation industrielle, car il est aujourd'hui établi que la simulation directe du bruit de couche limite nécessite des ressources numériques considérables pour être effectuée dans des délais raisonnables. Néanmoins, le schéma numérique innovant de Boltzmann sur réseau apparaît comme une solution viable pour rendre ce calcul possible dans un contexte industriel. Toutefois, il requiert l'emploi d'ingrédients numériques particuliers afin de 1) stabiliser les simulations à haut nombre de Reynolds, 2) limiter les réflexions acoustiques au niveau des conditions limites, 3) traiter le bruit parasite introduit par la passage d'un tourbillon au niveau d'une transition de maillage, et 4) imposer des conditions d'entrées turbulentes silencieuses. Le solveur ProLB a donc été utilisé car il intègre un certain nombre de procédures et techniques numériques en mesure de traiter ces problèmes. De plus, il est particulièrement adapté pour la simulation des grandes échelles avec modèle de paroi (WMLES), i.e. pour mener des simulations instationnaires à coût réduit.

Bien que la méthode de calcul proposée soit adaptée aux besoins de l'industrie et permette de simuler fidèlement l'aérodynamique d'un écoulement turbulent autour d'une géométrie non-profilée, telle qu'une antenne cylindre en protubérance sur la coque d'un sous-marin. Les ingrédients numériques utilisés pour mener ces simulations ne permettent pas de retrouver les bonnes tendances et les bons ordres de grandeur du spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale au sein d'une couche limite turbulente initiée synthétiquement et partiellement résolue. D'une part, l'hypothèse de masse volumique gelée ne permet pas de filtrer intégralement les fluctuations de pression parasites injectées dans le domaine de calcul par la condition d'entrée turbulente. D'autre part, la simulation d'une couche limite turbulente sur un maillage cartésien entraîne un surcoût numérique conséquent par rapport à des maillages logarithmiques, malgré l'emploi d'une loi de paroi. En résumé, le solveur

Section 6.3. Résumé et conclusions du chapitre

ProLB nécessite des développements numériques supplémentaires pour garantir la fiabilité des simulations aéroacoustiques en champ proche lors de l'utilisation de conditions d'entrée turbulentes.

Dans un second temps, une méthode de calcul des spectres des fluctuations de pression pariétale a été développée pour traiter des écoulements de couche limite attachée et décollée. Pour ce faire, un outil de calcul basé sur la reconstruction de ces spectres à l'aide d'une formulation analytique et de données d'entrée tirées de simulation RANS a été conçu. Conformément aux besoins d'une application industrielle, cet outil devait être polyvalent et rapide à exécuter. Ainsi, on a choisi de reprendre la formulation analytique du spectre en nombre d'onde-fréquence de Lysak [165] car elle repose sur l'intégration (simple) des sources turbulentes au travers de l'épaisseur de la couche limite. La formulation a notamment été étendue pour analyser l'influence du spectre des fluctuations de vitesse sur l'allure et les niveaux du spectre linéaire des fluctuations de pression pariétale. Ensuite, un nouveau modèle a été proposé pour le terme non-linéaire de l'équation de Poisson (2.45) car ce terme n'est pas modélisé dans les travaux de Lysak [165]. En réalité, ce terme est intimement lié au comportement du spectre en nombre d'onde-fréquence dans la région sous-convective et doit donc être pris en compte dans la modélisation. L'hypothèse de turbulence gelée de Taylor a également été reconsidérée, et un modèle incorporant les effets de décorrélation temporelle de la turbulence a été proposé en substitution. En ce concerne les données d'entrée, on a choisi de réaliser des simulations stationnaires avec la boîte à outils sous licence libre OpenFOAM. Pour cela, le modèle de turbulence à pondération elliptique de Manceau [264, 265] a été implémenté dans la version 2012 d'OpenFOAM, et exploité pour que le caractère anisotrope et inhomogène de turbulence en proche paroi soit pris en compte dans nos estimations des spectres des fluctuations de pression pariétale. En d'autres termes, nous avons choisi ce modèle de turbulence afin que les données RANS ne tiennent pas seulement compte des effets géométriques et hydrodynamiques, mais aussi de la morphologie de la turbulence.

La méthodologie proposée s'est montrée très satisfaisante quand il s'agit d'estimer les spectres fréquentiels d'écoulements pariétaux, qu'ils soient attachés ou décollés. Dans le cas d'un écoulement turbulent de couche limite sur plaque plane sans gradient de pression, les spectres fréquentiels sont en accord avec les tendances du modèle empirique de Goody [126]. Toutefois, les niveaux et la pente du spectre dans la région universelle sont influencés par les différents modèles utilisés pour ϕ_{ij} , U_c et k_e . En ce qui concerne les spectres fréquentiels estimés pour l'écoulement en aval d'une marche descendante, on a observé que notre méthode donne des résultats très satisfaisants puisqu'ils sont comparables à des résultats expérimentaux. De plus, la prise en compte du terme non-linéaire s'est montrée pertinente car elle a permis de retrouver les bons niveaux des spectres fréquentiels dans la bulle de recirculation et dans la zone de rétablissement.

Les résultats obtenus pour les spectres en nombre d'onde-fréquence dépendent fortement du modèle utilisé pour relier le spectre en nombre d'onde-fréquence des sources turbulentes au spectre en nombre d'onde de ces sources. D'un côté, l'hypo-

Chapitre 6. Prédiction du spectre des fluctuations de pression pariétale par post-traitement de simulation RANS

thèse de turbulence gelée de Taylor ne permet pas de résoudre le spectre nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale pour $k_1 \lesssim k_c$. De l'autre, le modèle incluant les effets de décorrélation temporelle de la turbulence ne permet pas de retrouver les bons niveaux du spectre dans la région sous-convective. Pour autant, les deux modèles sont capables de correctement décrire le pic convectif du spectre, quand on compare nos résultats avec différents modèles empiriques. Les effets d'un gradient adverse de pression semblent également correctement pris en compte par nos modèles. Cependant, des comparaisons quantitatives avec des données de référence sont nécessaires pour valider la capacité de notre méthode à estimer correctement le spectre en nombre d'onde-fréquence d'une couche limite attachée avec gradient de pression adverse.

Perspectives

Ce manuscrit de thèse ne peut s'achever sans discuter d'éventuelles perspectives. Il serait bien sûr intéressant de poursuivre les simulations numériques avec le schéma numérique de Boltzmann sur réseau. La modification de la méthode des tourbillons synthétiques semble être un premier point d'étape important pour limiter le bruit parasite injecté dans le domaine de calcul. Pour cela, il faudrait utiliser une méthode capable d'injecter des structures cohérentes qui sont représentatives de chaque strate de la couche limite, et supprimer, autant que possible, les fluctuations de pression non-physiques induites par les fluctuations de vitesse. Les travaux de Pamies et al. [283] et Poletto et al. [306] semblent constituer des ressources intéressantes pour développer une méthode capable d'initier/injecter synthétiquement et silencieusement une couche limite turbulente dans un domaine de calcul. Le traitement des intersections entre une transition de maillage et une condition limite, notamment une paroi, doit également être examiné car du bruit parasite est généré à ce niveau quand ces intersections ne sont pas correctement traitées [216].

Concernant la formulation analytique du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale, plusieurs travaux sont envisagés. Tout d'abord, l'extension des modèles à des écoulements turbulents de couche limite tridimensionnelle semble toute indiquée, compte tenu du caractère de l'écoulement autour d'un SONAR cylindrique en protubérance sur une coque. Les travaux d'Aupoix [166] pourront notamment servir de support à ce développement. Ensuite, une prise en compte directe du caractère anisotrope et inhomogène de la turbulence dans les modèles de spectre des fluctuations de vitesse ϕ_{ij} serait bienvenue. A ces fins, on peut s'inspirer des travaux de plusieurs auteurs [20, 151]. Ajouté à cela, une méthode de paramétrisation du spectre en nombre d'onde-fréquence des fluctuations de pression pariétale, telle que proposée par Wilczek et al. [262], semble prometteuse pour corriger les tendances aux bas nombres d'onde. Finalement, il serait intéressant de valider notre méthode pour des écoulements turbulents de couche limite accélérée, i.e. soumis à un gradient de pression favorable. Pour ce faire, on pourrait notamment s'appuyer sur les travaux numériques de Cohen et al. [16].

ANNEXES

Sommaire

A.	Spectres du terme source non-linéaire	170
A.1.	Spectre en nombre d'onde-fréquence	170
A.2.	Spectre fréquentiel	172
B.	Spectre des fluctuations de vitesse avec décorrélation temporelle	175
C.	Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale : résultats avec loi de paroi sur le cylindre	176

A. Spectres du terme source non-linéaire

Dans cette annexe, on donne les démonstrations des spectres en nombre d'onde-fréquence et fréquentiel du terme source non-linéaire des fluctuations de pression pariétale. On redonne le terme source non-linéaire

$$q^{(\text{TT})}(\mathbf{x}, t) = -\rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right]. \quad (\text{A.2})$$

A.1. Spectre en nombre d'onde-fréquence

Pour rappel, on avait obtenu le spectre des sources turbulentes non-linéaires suivant

$$\Phi_{qq}^{(\text{TT})}(k_1, x_2 | 0, k_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} E \left[q_A^{(\text{TT})} q_B^{(\text{TT})} \right] e^{-i(k_1 r_1 + k_3 r_3)} dr_1 dr_2 dr_3, \quad (\text{A.3})$$

avec

$$q_A^{(\text{TT})}(x_1, x_2, x_3) = -\rho \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)_A - \left(\frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right)_A \right], \quad (\text{A.4})$$

$$q_B^{(\text{TT})}(x_1 + r_1, x_2, x_3 + r_3) = -\rho \left[\left(\frac{\partial u_m}{\partial x_n} \frac{\partial u_n}{\partial x_m} \right)_B - \left(\frac{\partial^2 \overline{u_n u_m}}{\partial x_n \partial x_m} \right)_B \right], \quad (\text{A.5})$$

où les indices A et B qui désignent des points différents. On injecte les équations (A.4) et (A.5) dans l'équation (A.3), et on obtient

$$\begin{aligned} \Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = & \rho^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left\{ E \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)_A \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_n} \frac{\partial u_n}{\partial x_m} \right)_B \right] \right. \\ & - 2E \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)_A \left(\frac{\partial^2 \overline{u_n u_m}}{\partial x_n \partial x_m} \right)_B \right] \\ & \left. + E \left[\left(\frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right)_A \left(\frac{\partial^2 \overline{u_n u_m}}{\partial x_n \partial x_m} \right)_B \right] \right\} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dr_1 dr_2 dr_3 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = & \rho^2 k_i k_j k_m k_n \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left\{ E [(u_i u_j)_A (u_m u_n)_B] \right. \\ & \left. - 2E [(u_i u_j)_A (\overline{u_n u_m})_B] + E [(\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_m u_n})_B] \right\} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dr_1 dr_2 dr_3 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = & \rho^2 k_i k_j k_m k_n \frac{1}{(2\pi)^3} \left\{ \iiint_{-\infty}^{+\infty} E [(u_i u_j)_A (u_m u_n)_B] \right. \\ & \left. - 2(\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_n u_m})_B + (\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_m u_n})_B \right\} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dr_1 dr_2 dr_3 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = & \rho^2 k_i k_j k_m k_n \frac{1}{(2\pi)^3} \left\{ \iiint_{-\infty}^{+\infty} E [(u_i u_j)_A (u_m u_n)_B] \right. \\ & \left. - (\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_n u_m})_B \right\} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dr_1 dr_2 dr_3. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Considérant que les fluctuations de vitesse suivent une loi de distribution conjointe normale [171], on peut écrire les termes quadruples comme

$$E [(u_i u_j)_A (u_m u_n)_B] = (\overline{u_i u_j})_A (\overline{u_m u_n})_B + 2\overline{(u_i)_A (u_m)_B} \overline{(u_j)_A (u_n)_B}. \quad (\text{A.10})$$

D'où, si on injecte (A.10) dans (A.9), on a

$$\begin{aligned} \Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = & 2\rho^2 k_i k_j k_m k_n \\ & \times \left\{ \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \overline{(u_i)_A (u_m)_B} \overline{(u_j)_A (u_n)_B} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} dr_1 dr_2 dr_3 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

On note l'apparition de corrélations spatiales de vitesse sous l'intégrale de l'équation (A.11). Or, on sait que la transformée de Fourier du produit de deux signaux est équivalent au produit de convolution de ces deux signaux dans l'espace spectral. Par conséquent, on en déduit

$$\Phi_{qq}^{(TT)}(k_1, x_2|0, k_3) = 2\rho^2 k_i k_j k_m k_n (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2|0, k_3), \quad (\text{A.12})$$

où l'astérisque désigne le produit de convolution. Finalement, on substitue l'équation (A.12) dans l'équation (4.11), et on obtient le spectre en nombre d'onde-fréquence

A. Spectres du terme source non-linéaire

non-linéaire des fluctuations de pression pariétale

$$\begin{aligned} \Phi_{pp}^{(TT)}(k_1, k_3, \omega) \approx 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} k_i k_j k_m k_n \\ \times (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2|0, k_3) \delta(\omega - k_1 U_c) dx_2 \end{aligned} \quad (A.13)$$

A.2. Spectre fréquentiel

Le spectre fréquentiel des fluctuations de pression pariétale est obtenu en intégrant l'équation (A.13) selon k_3 et en effectuant le changement de variables $k_1 \rightarrow \omega/U_c$, tel que

$$\begin{aligned} \varphi_{pp}^{(TT)}(\omega) \approx 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{U_c} \\ \times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} k_i k_j k_m k_n (\phi_{im} * \phi_{jn})(\omega/U_c, x_2|0, k_3) dk_3 \right] dx_2. \end{aligned} \quad (A.14)$$

où $k_{1,3}^2 = (\omega/U_c)^2 + k_3^2$. Désormais, on développe le terme de convolution

$$\begin{aligned} k_i k_j k_m k_n (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2|0, k_3) = k_1^4 (\phi_{11} * \phi_{11}) + k_1^3 k_3 (\phi_{11} * \phi_{13}) + k_1^3 k_3 (\phi_{13} * \phi_{11}) \\ + k_1^2 k_3^2 (\phi_{13} * \phi_{13}) + k_1^3 k_3 (\phi_{11} * \phi_{31}) + k_1^2 k_3^2 (\phi_{11} * \phi_{33}) + k_1^2 k_3^2 (\phi_{13} * \phi_{31}) + k_1 k_3^3 (\phi_{13} * \phi_{33}) \\ + k_1^3 k_3 (\phi_{31} * \phi_{11}) + k_1^2 k_3^2 (\phi_{31} * \phi_{13}) + k_1^2 k_3^2 (\phi_{33} * \phi_{11}) + k_1 k_3^3 (\phi_{33} * \phi_{13}) + k_1^2 k_3^2 (\phi_{31} * \phi_{31}) \\ + k_1 k_3^3 (\phi_{31} * \phi_{33}) + k_1 k_3^3 (\phi_{33} * \phi_{31}) + k_3^4 (\phi_{33} * \phi_{33}) \end{aligned} \quad (A.15)$$

On considère que les termes croisés sont nuls dans l'équation (A.15). Le terme de convolution se simplifie donc comme suit

$$\begin{aligned} k_i k_j k_m k_n (\phi_{im} * \phi_{jn})(k_1, x_2|0, k_3) \\ = k_1^4 (\phi_{11} * \phi_{11}) + 2k_1^2 k_3^2 (\phi_{11} * \phi_{33}) + k_3^4 (\phi_{33} * \phi_{33}) \end{aligned} \quad (A.16)$$

Enfin, on injecte l'équation (A.16) dans l'équation (A.14), ce qui donne

$$\begin{aligned} \varphi_{pp}^{(TT)}(\omega) \approx 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{U_c} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} \left(\frac{\omega}{U_c}\right)^4 (\phi_{11} * \phi_{11})(\omega/U_c, x_2|0, k_3) dk_3 \right] dx_2 \\ + 8\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{U_c} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} \left(\frac{\omega}{U_c}\right)^2 k_3^2 (\phi_{11} * \phi_{33})(\omega/U_c, x_2|0, k_3) dk_3 \right] dx_2 \\ + 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{U_c} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2k_{1,3}x_2}}{k_{1,3}^2} k_3^4 (\phi_{33} * \phi_{33})(\omega/U_c, x_2|0, k_3) dk_3 \right] dx_2 \end{aligned} \quad (A.17)$$

De manière à être consistant avec la notation du modèle $\varphi_{pp}^{(TMS)}(\omega)$ à l'équation

(4.21), on pose

$$\xi = \omega / U_c k_e, \quad (\text{A.18})$$

$$\alpha = k_e x_2, \quad (\text{A.19})$$

$$\zeta = k_3 / k_e, \quad (\text{A.20})$$

de telle sorte que l'on peut écrire

$$\begin{aligned} \varphi_{pp}^{(\text{TT})}(\omega) \approx & 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{k_e^3}{U_c} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\alpha\sqrt{\xi^2+\zeta^2}}}{\xi^2+\zeta^2} \xi^4 (\phi_{11} * \phi_{11})(\xi, x_2|0, \zeta) d\zeta \right] dx_2 \\ & + 8\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{k_e^3}{U_c} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\alpha\sqrt{\xi^2+\zeta^2}}}{\xi^2+\zeta^2} \xi^2 (\phi_{11} * \phi_{33})(\xi, x_2|0, \zeta) \zeta^2 d\zeta \right] dx_2. \quad (\text{A.21}) \\ & + 4\pi\rho^2 \int_0^{+\infty} \frac{k_e^3}{U_c} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\alpha\sqrt{\xi^2+\zeta^2}}}{\xi^2+\zeta^2} (\phi_{33} * \phi_{33})(\xi, x_2|0, \zeta) \zeta^4 d\zeta \right] dx_2 \end{aligned}$$

Afin de profiter des propriétés des quadratures de Gauss-Laguerre, on reprend le changement de variable de Auipoix [166]

$$Y = 2\alpha\sqrt{\xi^2+\zeta^2} - 2\alpha\xi. \quad (\text{A.22})$$

Pour la suite, on donne

$$\frac{k_e^3}{U_c} = \frac{\omega^3}{\xi^3 U_c^4}, \quad (\text{A.23})$$

$$e^{-2\alpha\sqrt{\xi^2+\zeta^2}} = e^{-2\alpha\xi} e^{-Y}, \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{1}{\xi^2+\zeta^2} = \frac{(2\alpha)^2}{(Y+2\alpha\xi)^2}, \quad (\text{A.25})$$

$$\zeta = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{Y^2 + 4\alpha Y \xi}, \quad (\text{A.26})$$

$$d\zeta = \frac{Y+2\alpha\xi}{2\alpha} (Y^2 + 4\alpha Y \xi)^{-1/2} dY, \quad (\text{A.27})$$

$$\zeta^2 d\zeta = \frac{Y+2\alpha\xi}{(2\alpha)^3} (Y^2 + 4\alpha Y \xi)^{1/2} dY, \quad (\text{A.28})$$

$$\zeta^4 d\zeta = \frac{Y+2\alpha\xi}{(2\alpha)^5} (Y^2 + 4\alpha Y \xi)^{3/2} dY. \quad (\text{A.29})$$

Finalement, à l'aide des identités (A.23)-(A.29), on obtient directement le spectre

A. Spectres du terme source non-linéaire

fréquentiel non-linéaire des fluctuations de la pression pariétale suivant

$$\varphi_{pp}^{(\Gamma\Gamma)}(\omega) \approx 4\pi\rho^2\omega^3 \int_0^{+\infty} \frac{1}{k_e^3 U_c^4} \left[I_{11,11} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) + 2I_{11,33} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) + I_{33,33} \left(\frac{\omega}{U_c k_e}, k_e x_2 \right) \right] dx_2, \quad (\text{A.30})$$

où

$$I_{11,11}(\xi, \alpha) = 2\alpha\xi e^{-2\alpha\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{-1/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\phi_{11} * \phi_{11}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY, \quad (\text{A.31})$$

$$I_{11,33}(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{2\alpha\xi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{1/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\phi_{11} * \phi_{33}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY, \quad (\text{A.32})$$

$$I_{33,33}(\xi, \alpha) = \frac{e^{-2\alpha\xi}}{(2\alpha\xi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(Y^2 + 4\alpha Y\xi)^{3/2} e^{-Y}}{Y + 2\alpha\xi} (\phi_{33} * \phi_{33}) \left(\xi, 0, \frac{\sqrt{Y^2 + 4\alpha Y\xi}}{2\alpha} \right) dY. \quad (\text{A.33})$$

B. Spectre des fluctuations de vitesse avec décorrélation temporelle

Cette annexe vise à donner les ingrédients pour comprendre rapidement comment l'équation (4.33) a été obtenue. D'après l'équation (B6) de l'article de Wilczek et Narita [259]

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}, \tau) = \Phi_{ij}(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}[\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}]\tau). \quad (\text{B.1})$$

Or, on a vu que le spectre en nombre d'onde des fluctuations vitesses s'exprime comme (cf. Section 4.1.4)

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}) = \frac{E(\mathbf{k})}{4\pi k^4} (\delta_{ij} k^2 - k_i k_j) \quad (\text{B.2})$$

dans le cas isotrope. Par conséquent, on en déduit que

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}, \tau) = \frac{E(\mathbf{k}, \tau)}{4\pi k^4} (\delta_{ij} k^2 - k_i k_j), \quad (\text{B.3})$$

où $E(\mathbf{k}, \tau) = E(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}[\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}]\tau)$. Finalement, en se rappelant que

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{ij}(\mathbf{k}, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau, \quad (\text{B.4})$$

$$E(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\mathbf{k}, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau, \quad (\text{B.5})$$

on peut montrer que

$$\Phi_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{E(\mathbf{k}, \omega)}{4\pi k^4} (\delta_{ij} k^2 - k_i k_j), \quad (\text{B.6})$$

avec

$$E(\mathbf{k}, \omega) = \frac{E(\mathbf{k})}{\sqrt{2\pi k^2 V^2}} \exp\left(\frac{-[\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}]^2}{2k^2 V^2}\right). \quad (\text{B.7})$$

C. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale : résultats avec loi de paroi sur le cylindre

Dans cette Annexe, on donne des résultats numériques supplémentaires sur les simulations LB-LES qui ont été conduites sur le cylindre en protubérance sur une plaque plane au Chapitre 5. A la différence des résultats présentés au Chapitre 5, les résultats de cette Annexe ont été obtenus avec une loi de paroi sur le cylindre. Ainsi, l'objet de cette Annexe est simplement de justifier notre choix de ne pas utiliser de loi de paroi sur le cylindre.

Globalement, on n'observe aucun résultat différent de ceux présentés au Chapitre 5, excepté en ce qui concerne la taille des bulles de recirculation du sillage et au niveau de l'extrémité libre. Dans le premier cas, la bulle de recirculation est mieux estimée, tandis qu'au niveau de l'extrémité elle est largement sous-estimée.

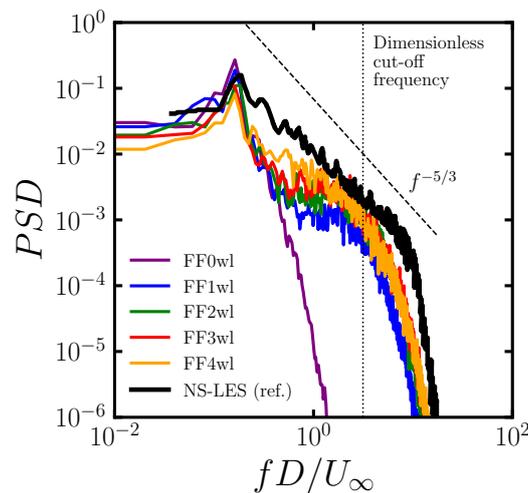


FIGURE C.25. – Influence des conditions d'entrée sur la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesse latérale au point ($x/D = 3$, $y/D = 2$, $z/D = 0.25$).

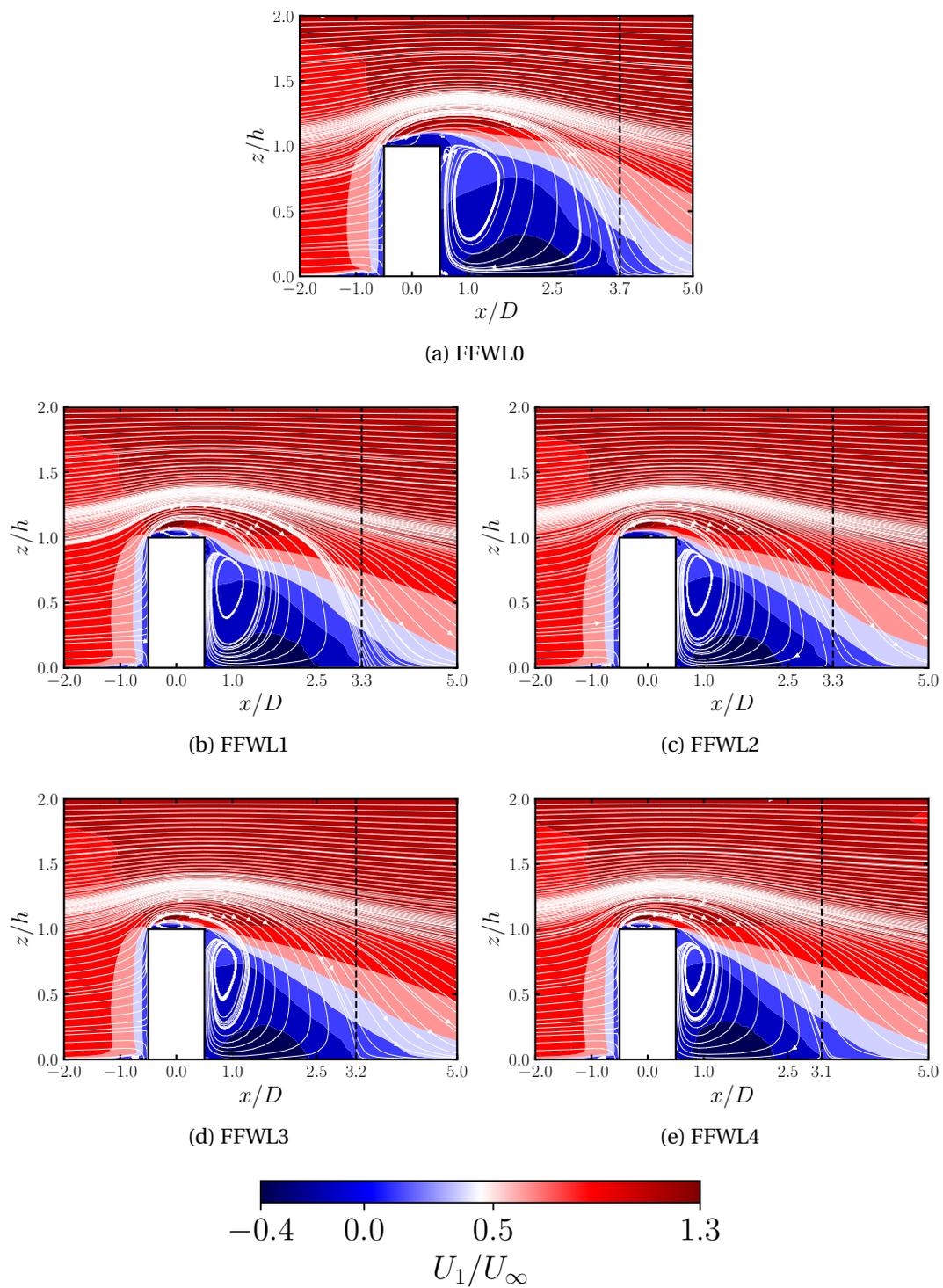


FIGURE C.26. – Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant dans le plan de symétrie.

C. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale : résultats avec loi de paroi sur le cylindre

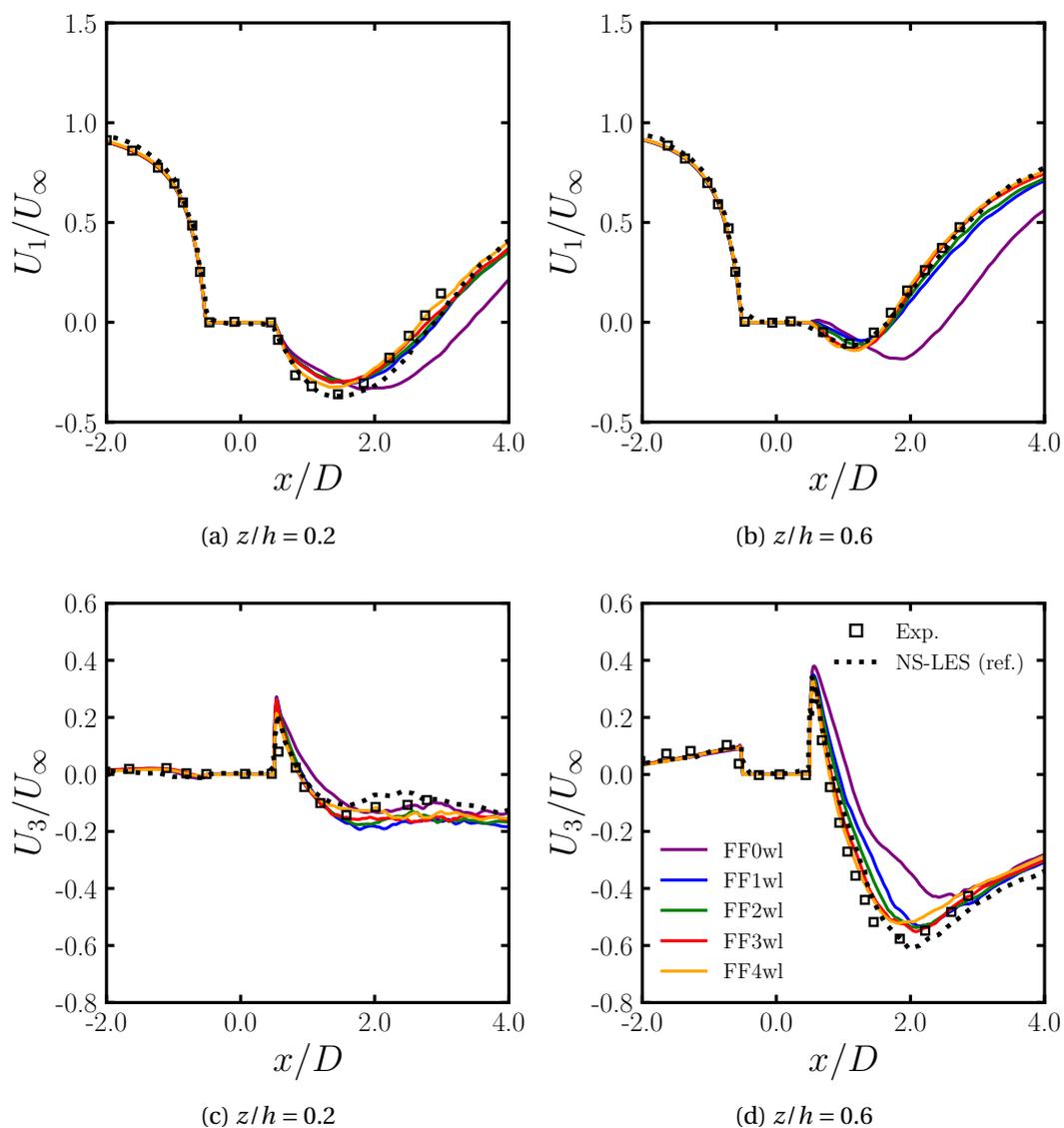


FIGURE C.27. – Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne longitudinale et verticale dans le plan de symétrie, à différentes hauteurs relatives z/h . Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparés à nos résultats.

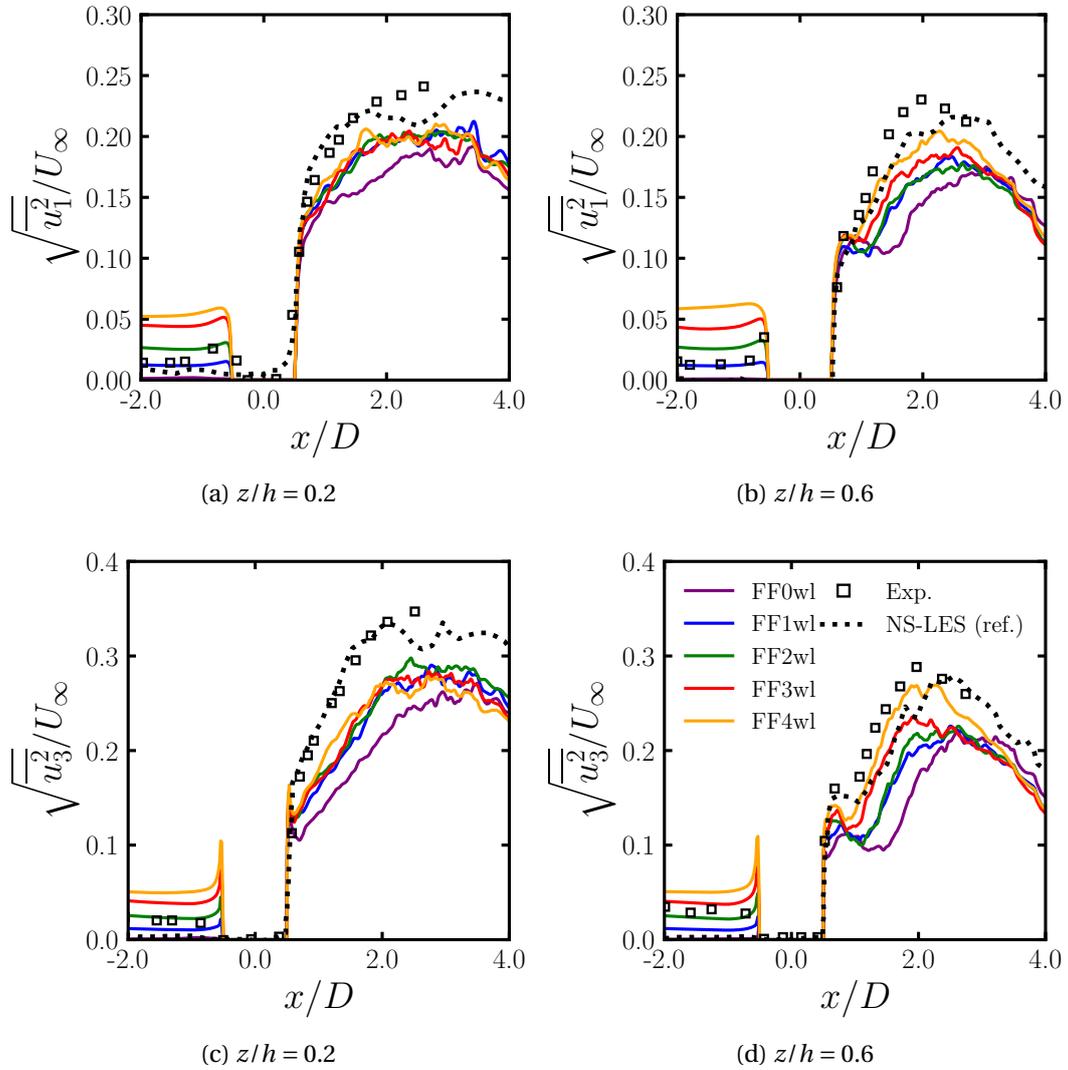


FIGURE C.28. – Influence des conditions d’entrée sur les profils d’intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie, à différentes hauteurs relatives z/h . Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparés à nos résultats.

C. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale : résultats avec loi de paroi sur le cylindre

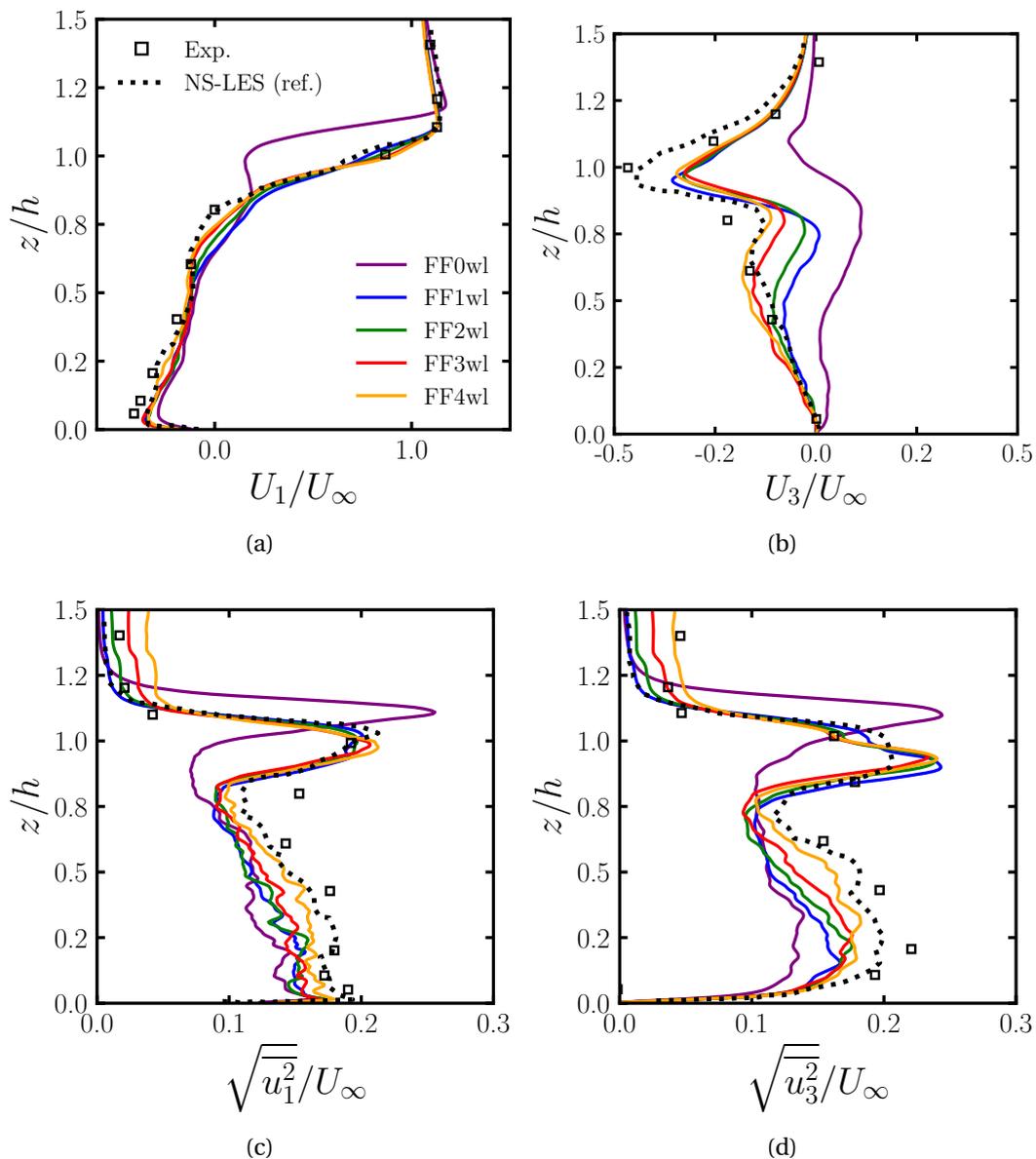


FIGURE C.29. – Influence des conditions d'entrée sur les profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan de symétrie, à $x/D = 1$. Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparés à nos résultats.

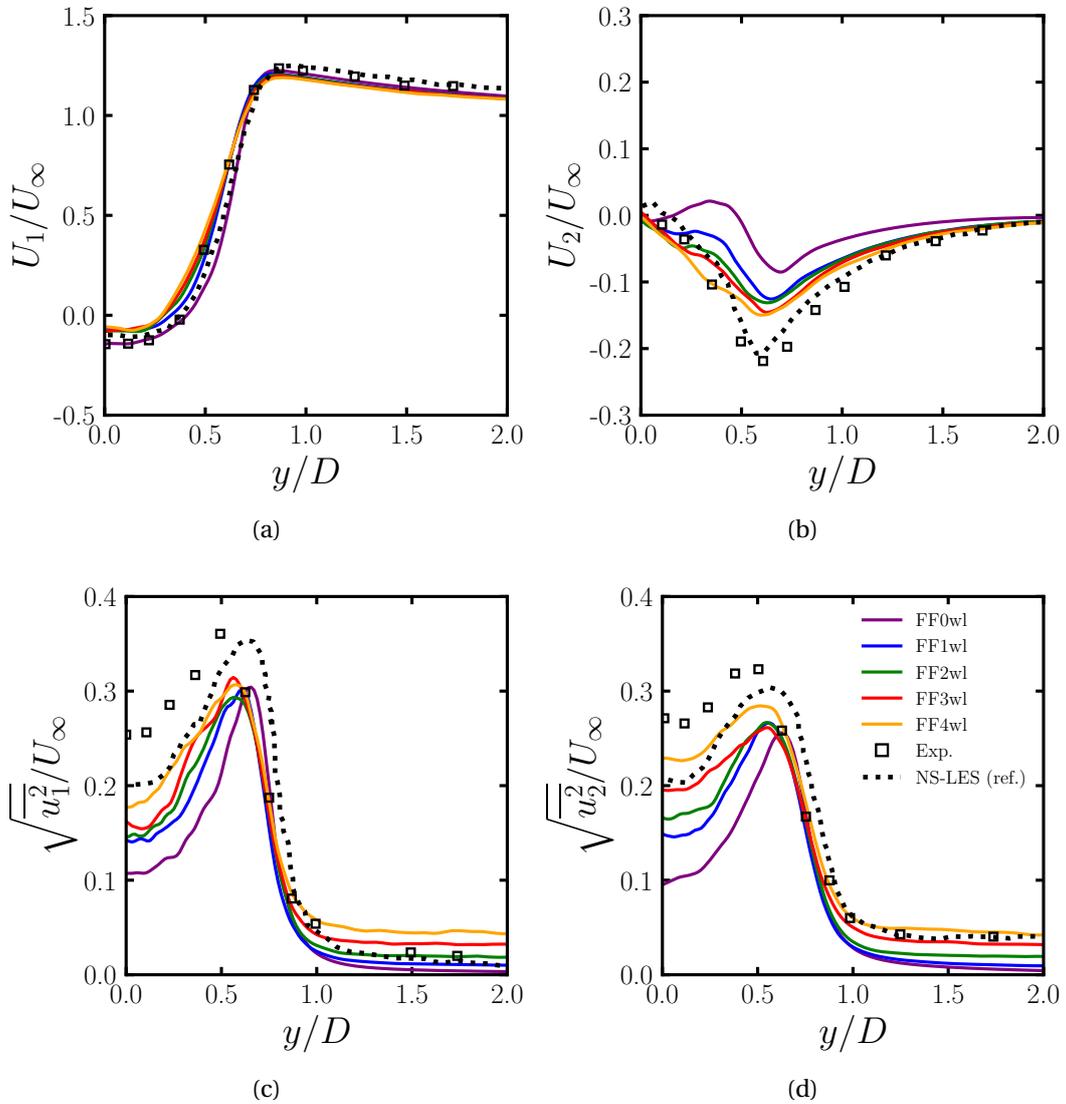


FIGURE C.30. – Influence des conditions d’entrée sur les profils de vitesse moyenne et d’intensité de turbulence longitudinale et verticale dans le plan $z/h = 0.6$, à $x/D = 1.5$. Les données expérimentales de Kappler [281] et numériques de Palau-Salvador et al. [280] sont comparés à nos résultats.

C. Simulations LB-LES pour la caractérisation des fluctuations de pression pariétale : résultats avec loi de paroi sur le cylindre

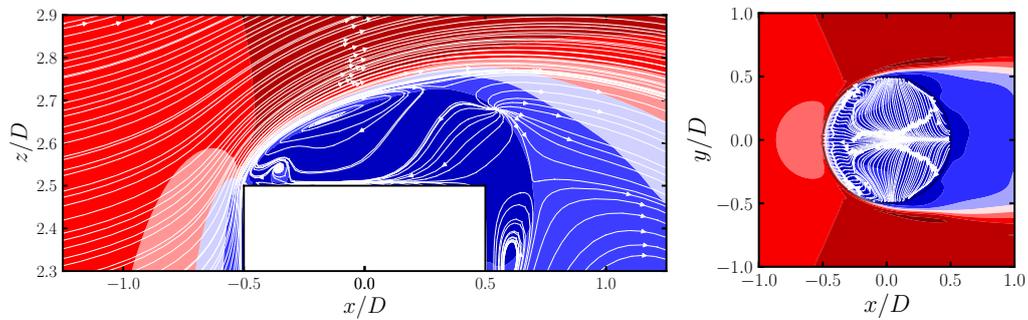


FIGURE C.31. – Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas sans injection de turbulence. Les figures de chaque colonne ont été capturées en $y/D = 0$ et $z/D = 2.546$, respectivement. Les niveaux de couleur sont donnés à la Figure 5.10.

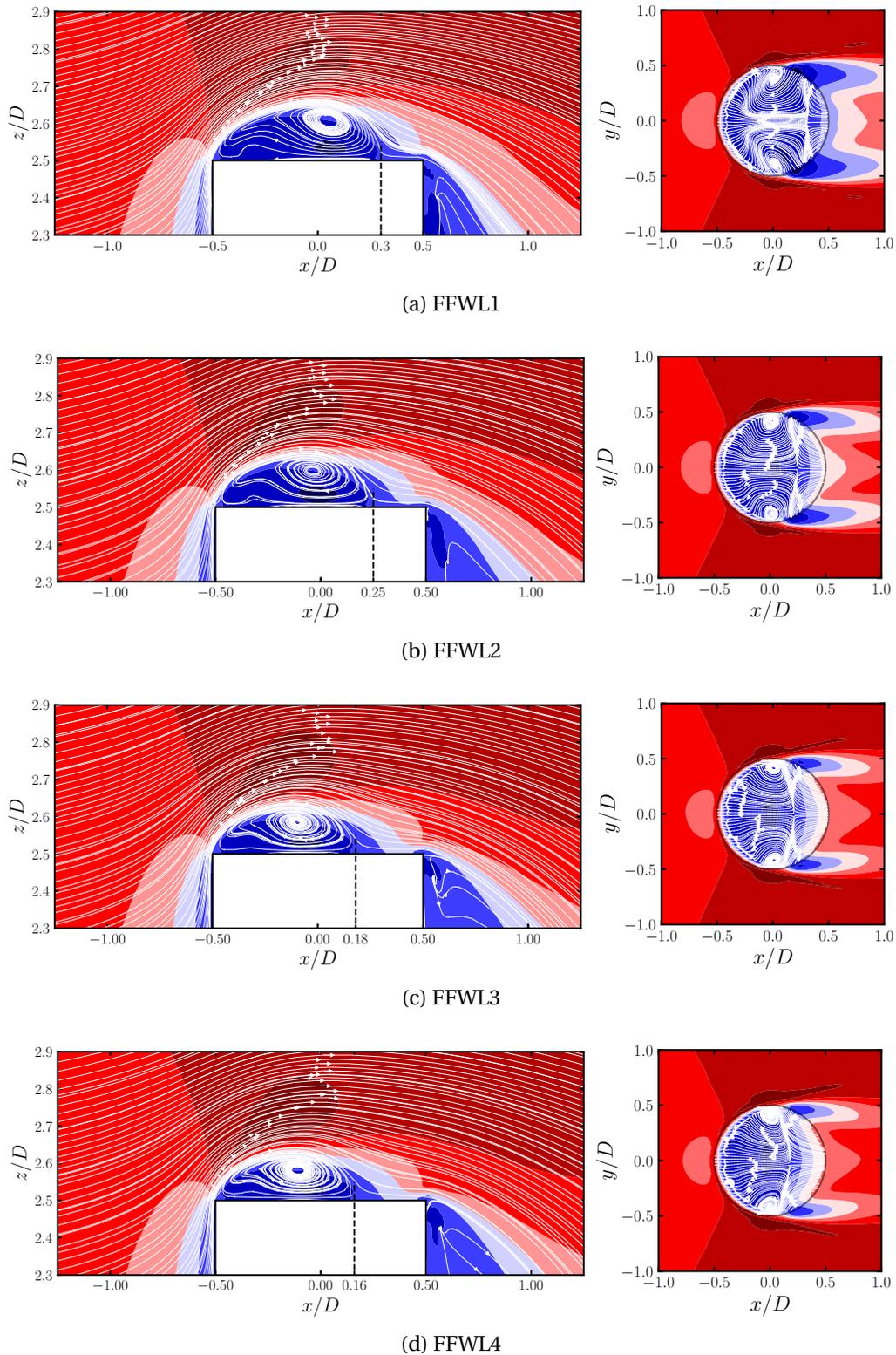


FIGURE C.32. – Contours de vitesse moyenne longitudinale et lignes de courant au niveau de l'extrémité libre pour le cas avec injection de turbulence. Les figures de chaque colonne ont été capturées en $y/D = 0$ et $z/D = 2.546$, respectivement. Les niveaux de couleur sont donnés à la Figure C.26.

Bibliographie

- [1] G. LAPIERRE et X. LURTON. « Les communications acoustiques sous-marines ». In : *Acoustique & Techniques* 48 (2007), p. 38-42 (cf. p. 21).
- [2] R. J. URICK. *Principles of underwater sound*. 1983 (cf. p. 22-24).
- [3] G. HADDLE et E. SKUDRZYK. « The physics of flow noise ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 46.1B (1969), p. 130-157 (cf. p. 23).
- [4] E. SKUDRZYK et G. HADDLE. « Noise production in a turbulent boundary layer by smooth and rough surfaces ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 32.1 (1960), p. 19-34 (cf. p. 23).
- [5] F. CHEVALIER et C. AUDOLY. « Turbulent Flow-Induced Self Noise and Radiated Noise in Naval Systems—An Industry Point of View ». *Flinovia-Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects : A Focus on Measurement, Modeling, Simulation and Reproduction of the Flow Excitation and Flow Induced Response*. Springer, 2014, p. 211-225 (cf. p. 23).
- [6] E. HONORE, O. LACOUR, R. LARDAT et al. « Improving submarine array integration for operational performance ». *UDT 2019*. 2019 (cf. p. 23).
- [7] C. MAURY, P. GARDONIO et S. ELLIOTT. « A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part I : general theory ». In : *Journal of Sound and Vibration* 252.1 (2002), p. 83-113 (cf. p. 24).
- [8] C. MAURY, P. GARDONIO et S. ELLIOTT. « A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, Part II : Application to aircraft panels excited by a turbulent boundary layer ». In : *Journal of Sound and Vibration* 252.1 (2002), p. 115-139 (cf. p. 24).
- [9] M. BERTON. « Modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure excitée par une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression statique ». Thèse de doct. Ecole Centrale de Lyon, 2014 (cf. p. 24).
- [10] M. AUCEJO, L. MAXIT et J.-L. GUYADER. « Experimental simulation of turbulent boundary layer induced vibrations by using a synthetic array ». In : *Journal of sound and vibration* 331.16 (2012), p. 3824-3843 (cf. p. 24).
- [11] G. CORCOS. « Resolution of pressure in turbulence ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 35.2 (1963), p. 192-199 (cf. p. 24, 58, 59).
- [12] D. M. CHASE. « Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure ». In : *Journal of sound and Vibration* 70.1 (1980), p. 29-67 (cf. p. 24, 60, 61).

- [13] D. CHASE. « The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model ». In : *Journal of Sound and Vibration* 112.1 (1987), p. 125-147 (cf. p. 24, 60, 61, 64, 78, 103).
- [14] A. SMOL'YAKOV. « A new model for the cross spectrum and wavenumber-frequency spectrum of turbulent pressure fluctuations in a boundary layer ». In : *Acoustical Physics* 52 (2006), p. 331-337 (cf. p. 24, 62, 63, 147).
- [15] Y. HWANG, W. K. BONNESS et S. A. HAMBRIC. « Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra ». In : *Journal of Sound and Vibration* 319.1-2 (2009), p. 199-217 (cf. p. 24, 56, 57, 65, 142).
- [16] E. COHEN et X. GLOERFELT. « Influence of pressure gradients on wall pressure beneath a turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 838 (2018), p. 715-758 (cf. p. 25, 54-56, 62, 93, 161, 169).
- [17] R. FRANCIS, D. EBENEZER, S. BHATTACHARYYA et al. « Estimation of wavenumber-frequency spectra of wall pressure due to turbulent flow over a flat plate using large-eddy simulation ». In : *Physics of Fluids* 35.6 (2023) (cf. p. 25, 93, 136).
- [18] L. PELTIER et S. HAMBRIC. « Estimating turbulent-boundary-layer wall-pressure spectra from CFD RANS solutions ». In : *Journal of Fluids and structures* 23.6 (2007), p. 920-937 (cf. p. 25, 77-79, 99, 103, 104, 108, 142).
- [19] S. MONTE. « Evaluation du bruit hydrodynamique sur une antenne linéaire remorquée ». Thèse de doct. Paris 6, 2013 (cf. p. 25, 78, 99, 109, 113).
- [20] M. SLAMA, C. LEBLOND et P. SAGAUT. « A Kriging-based elliptic extended anisotropic model for the turbulent boundary layer wall pressure spectrum ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 840 (2018), p. 25-55 (cf. p. 25, 78, 79, 99, 103, 108, 169).
- [21] H.-D. YAO et L. DAVIDSON. « Generation of interior cavity noise due to window vibration excited by turbulent flows past a generic side-view mirror ». In : *Physics of Fluids* 30.3 (2018) (cf. p. 25).
- [22] L. PRANDTL. « Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung ». *Proceedings Heidelberg mathematical congress*. 1904, p. 484-491 (cf. p. 30).
- [23] O. REYNOLDS. « IV. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion ». In : *Philosophical transactions of the royal society of london. (a.)* 186 (1895), p. 123-164 (cf. p. 30, 91).
- [24] L. PRANDTL. « 7. Bericht Über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz ». In : *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 5.2 (1925), p. 136-139 (cf. p. 30, 40).
- [25] H. SCHLICHTING et K. GERSTEN. *Boundary-layer theory*. Springer, 2016 (cf. p. 31, 36, 38, 39).
- [26] S. CORRSIN et A. L. KISTLER. *Free-stream boundaries of turbulent flows*. Rapp. tech. 1955 (cf. p. 32).

. Bibliographie

- [27] P. KLEBANOFF. *Characteristics of turbulence in boundary layer with zero pressure gradient*. Rapp. tech. 1955 (cf. p. 32).
- [28] H. FIEDLER et M. HEAD. « Intermittency measurements in the turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 25.4 (1966), p. 719-735 (cf. p. 32, 33).
- [29] P. SCHLATTER et R. ÖRLÜ. « Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 659 (2010), p. 116-126 (cf. p. 32, 39, 42, 43, 152).
- [30] S. J. KLINE, W. C. REYNOLDS, F. SCHRAUB et al. « The structure of turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 30.4 (1967), p. 741-773 (cf. p. 32).
- [31] E. R. CORINO et R. S. BRODKEY. « A visual investigation of the wall region in turbulent flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 37.1 (1969), p. 1-30 (cf. p. 32).
- [32] H. KIM, S. KLINE et W. REYNOLDS. « The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 50.1 (1971), p. 133-160 (cf. p. 32).
- [33] J. M. WALLACE, H. ECKELMANN et R. S. BRODKEY. « The wall region in turbulent shear flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 54.1 (1972), p. 39-48 (cf. p. 32).
- [34] W. WILLMARTH. « Structure of turbulence in boundary layers ». In : *Advances in applied mechanics* 15 (1975), p. 159-254 (cf. p. 32).
- [35] G. L. BROWN et A. S. THOMAS. « Large structure in a turbulent boundary layer ». In : *The Physics of fluids* 20.10 (1977), S243-S252 (cf. p. 32, 33).
- [36] A. K. PRATURI et R. S. BRODKEY. « A stereoscopic visual study of coherent structures in turbulent shear flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 89.2 (1978), p. 251-272 (cf. p. 32, 33).
- [37] R. FALCO. « The production of turbulence near a wall ». *13th Fluid and Plasma-Dynamics Conference*. 1980, p. 1356 (cf. p. 32).
- [38] A. V. JOHANSSON et P. H. ALFREDSSON. « On the structure of turbulent channel flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 122 (1982), p. 295-314 (cf. p. 32).
- [39] R. F. BLACKWELDER et J. HARITONIDIS. « Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 132 (1983), p. 87-103 (cf. p. 32).
- [40] J. KIM. « On the structure of wall-bounded turbulent flows ». In : *The Physics of fluids* 26.8 (1983), p. 2088-2097 (cf. p. 32).
- [41] J. KIM. « Turbulence structures associated with the bursting event ». In : *The Physics of fluids* 28.1 (1985), p. 52-58 (cf. p. 32).
- [42] P. MOIN et J. KIM. « The structure of the vorticity field in turbulent channel flow. Part 1. Analysis of instantaneous fields and statistical correlations ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 155 (1985), p. 441-464 (cf. p. 32).

- [43] J. KIM et P. MOIN. « The structure of the vorticity field in turbulent channel flow. Part 2. Study of ensemble-averaged fields ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 162 (1986), p. 339-363 (cf. p. 32).
- [44] J. KIM et P. R. SPALART. « Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layers at low Reynolds numbers ». In : *The Physics of fluids* 30.11 (1987), p. 3326-3328 (cf. p. 32).
- [45] A. V. JOHANSSON, P. H. ALFREDSSON et J. KIM. « Evolution and dynamics of shear-layer structures in near-wall turbulence ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 224 (1991), p. 579-599 (cf. p. 32).
- [46] J. JIMÉNEZ, G. KAWAHARA, M. P. SIMENS et al. « Characterization of near-wall turbulence in terms of equilibrium and “bursting” solutions ». In : *Physics of Fluids* 17.1 (2005) (cf. p. 32).
- [47] A. LOZANO-DURÁN et J. JIMÉNEZ. « Time-resolved evolution of coherent structures in turbulent channels : characterization of eddies and cascades ». In : *Journal of fluid mechanics* 759 (2014), p. 432-471 (cf. p. 32).
- [48] S. K. ROBINSON. « Coherent motions in the turbulent boundary layer ». In : *Annual review of fluid mechanics* 23.1 (1991), p. 601-639 (cf. p. 32, 38).
- [49] J. JIMÉNEZ. « Coherent structures in wall-bounded turbulence ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 842 (2018), P1 (cf. p. 32).
- [50] K. N. RAO, R. NARASIMHA et M. B. NARAYANAN. « The ‘bursting’ phenomenon in a turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 48.2 (1971), p. 339-352 (cf. p. 33).
- [51] A. THOMAS et M. BULL. « On the role of wall-pressure fluctuations in deterministic motions in the turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 128 (1983), p. 283-322 (cf. p. 33, 36).
- [52] A. J. SMITS, B. J. MCKEON et I. MARUSIC. « High-Reynolds number wall turbulence ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 43 (2011), p. 353-375 (cf. p. 33, 42).
- [53] J. JIMÉNEZ, J. C. DEL ALAMO et O. FLORES. « The large-scale dynamics of near-wall turbulence ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 505 (2004), p. 179-199 (cf. p. 33).
- [54] J. HINZE. *Turbulence*. McGraw-Hill, New York, 1975 (cf. p. 34, 101, 103).
- [55] N. HUTCHINS et I. MARUSIC. « Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 579 (2007), p. 1-28 (cf. p. 35).
- [56] A. N. KOLMOGOROV. « The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers ». In : *Cr Acad. Sci. URSS* 30 (1941), p. 301-305 (cf. p. 34).
- [57] A. N. KOLMOGOROV. « Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence ». *Dokl. Akad. Nauk SSSR A. T. 32*. 1941, p. 16-18 (cf. p. 34).

. Bibliographie

- [58] P. SAGAUT et C. CAMBON. *Homogeneous turbulence dynamics*. T. 10. Springer, 2008 (cf. p. [36](#), [72](#), [105](#), [106](#)).
- [59] W. J. DEVENPORT et K. T. LOWE. « Equilibrium and non-equilibrium turbulent boundary layers ». In : *Progress in Aerospace Sciences* 131 (2022), p. 100807 (cf. p. [36](#)).
- [60] J. ROTTA. « Über die Theorie der turbulenten Grenzschichten » (1950) (cf. p. [36](#)).
- [61] F. H. CLAUSER. « The turbulent boundary layer ». In : *Advances in applied mechanics* 4 (1956), p. 1-51 (cf. p. [36](#)).
- [62] Y. CENGEL et J. CIMBALA. *Fluid mechanics fundamentals and applications*. McGraw Hill, 2013 (cf. p. [36](#), [41](#), [45](#)).
- [63] L. PRANDTL. *Führer durch die Strömungslehre, 3. Auflage*. 1949 (cf. p. [37](#)).
- [64] H. TENNEKES et J. L. LUMLEY. *A first course in turbulence*. MIT press, 1972 (cf. p. [37](#), [107](#)).
- [65] W. K. GEORGE et L. CASTILLO. « Zero-pressure-gradient turbulent boundary layer » (1997) (cf. p. [37](#)).
- [66] C. BAILLY et G. COMTE-BELLOT. *Turbulence*. Springer, 2015 (cf. p. [37](#), [38](#), [40](#), [41](#)).
- [67] E. R. VAN DRIEST. « On turbulent flow near a wall ». In : *Journal of the aeronautical sciences* 23.11 (1956), p. 1007-1011 (cf. p. [39](#)).
- [68] J. BOUSSINESQ. *Théorie analytique de la chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière : Refroidissement et échauffement par rayonnement, conductibilité des tiges, lames et masses cristallines, courants de convection, théorie mécanique de la lumière*. 1903. xxxii, 625, [1] p. T. 2. Gauthier-Villars, 1903 (cf. p. [40](#), [91](#), [139](#)).
- [69] S. GLEGG et W. DEVENPORT. *Aeroacoustics of low Mach number flows : fundamentals, analysis, and measurement*. Academic Press, 2017 (cf. p. [41](#), [44](#), [51](#)).
- [70] D. COLES. « The law of the wake in the turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 1.2 (1956), p. 191-226 (cf. p. [41](#)).
- [71] D. B. DE GRAAFF et J. K. EATON. « Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 422 (2000), p. 319-346 (cf. p. [42](#)).
- [72] R. MANCEAU. « Modélisation de la turbulence. Prise en compte de l'influence des parois par relaxation elliptique ». Thèse de doct. Université de Nantes, 1999 (cf. p. [42](#)).
- [73] G. I. TAYLOR. « The spectrum of turbulence ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences* 164.919 (1938), p. 476-490 (cf. p. [44](#), [52](#), [74](#), [77](#), [100](#), [105](#), [113](#)).

- [74] C.-C. LIN. « On Taylor's hypothesis and the acceleration terms in the Navier-Stokes equation ». In : *Quarterly of Applied Mathematics* 10.4 (1953), p. 295-306 (cf. p. 44).
- [75] J. WILLS. « On convection velocities in turbulent shear flows ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 20.3 (1964), p. 417-432 (cf. p. 44).
- [76] W. W. WILLMARTH et C. E. WOOLDRIDGE. « Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 14.2 (1962), p. 187-210 (cf. p. 44, 58).
- [77] M. BULL. « Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 28.4 (1967), p. 719-754 (cf. p. 44).
- [78] C. GAN et D. BOGARD. « Study of the convection velocities of the burst and sweep structures in a turbulent boundary layer ». *8th Symposium on Turbulent Shear Flows*. 1991 (cf. p. 44).
- [79] P.-Å. KROGSTAD, J. H. KASPERSEN et S. RIMESTAD. « Convection velocities in a turbulent boundary layer ». In : *Physics of Fluids* 10.4 (1998), p. 949-957 (cf. p. 44).
- [80] J. M. ÖSTERLUND, B. LINDGREN et A. V. JOHANSSON. « Flow structures in zero pressure-gradient turbulent boundary layers at high Reynolds numbers ». In : *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 22.4 (2003), p. 379-390 (cf. p. 44).
- [81] C. LIU et D. F. GAYME. « An input-output based analysis of convective velocity in turbulent channels ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 888 (2020), A32 (cf. p. 44).
- [82] H. H. SCHLOEMER. « Effects of Pressure Gradients on Turbulent-Boundary-Layer Wall-Pressure Fluctuations ». In : *The journal of the acoustical society of America* 42.1 (1967), p. 93-113 (cf. p. 45, 47, 53, 55, 62, 68, 159).
- [83] P. SCHLATTER, R. ÖRLÜ, Q. LI et al. « Turbulent boundary layers up to $Re\theta=2500$ studied through simulation and experiment ». In : *Physics of fluids* 21.5 (2009) (cf. p. 46).
- [84] S. M. HOSSEINI, R. VINUESA, P. SCHLATTER et al. « Direct numerical simulation of the flow around a wing section at moderate Reynolds number ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 61 (2016), p. 117-128 (cf. p. 46, 47).
- [85] A. BOBKE, R. VINUESA, R. ÖRLÜ et al. « History effects and near equilibrium in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 820 (2017), p. 667-692 (cf. p. 46, 47).
- [86] F. H. CLAUSER. « Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients ». In : *Journal of the Aeronautical Sciences* 21.2 (1954), p. 91-108 (cf. p. 45).
- [87] Y. NA et P. MOIN. « Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 374 (1998), p. 379-405 (cf. p. 47, 48).

. Bibliographie

- [88] A. PERRY, J. BELL et P. JOUBERT. « Velocity and temperature profiles in adverse pressure gradient turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 25.2 (1966), p. 299-320 (cf. p. 47).
- [89] T. KNOPP, N. REUTHER, M. NOVARA et al. « Experimental analysis of the log law at adverse pressure gradient ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 918 (2021), A17 (cf. p. 47).
- [90] R. POZUELO, Q. LI, P. SCHLATTER et al. « An adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer with nearly constant ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 939 (2022), A34 (cf. p. 47).
- [91] Y. NA et P. MOIN. « The structure of wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 377 (1998), p. 347-373 (cf. p. 47, 55, 57).
- [92] A. DRÓDZ, P. NIEGODAJEW, M. ROMAŃCZYK et al. « Convection velocity in turbulent boundary layers under adverse pressure gradient ». In : *Experimental Thermal and Fluid Science* 145 (2023), p. 110900 (cf. p. 47).
- [93] S. L. PRIGENT, É. SALZE et C. BAILLY. « Wall pressure spectra and convection : Two-dimensional analysis under mean pressure gradients ». In : *AIAA Journal* 60.6 (2022), p. 3707-3723 (cf. p. 47, 148, 151, 164).
- [94] R. L. SIMPSON, M. GHODBANE et B. MCGRATH. « Surface pressure fluctuations in a separating turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 177 (1987), p. 167-186 (cf. p. 47, 48, 56, 57, 154).
- [95] W. K. BLAKE. *Mechanics of flow-induced sound and vibration, Volume 2 : Complex flow-structure interactions*. Academic press, 2017 (cf. p. 47, 54, 55, 58, 74, 76, 100, 102, 105).
- [96] R. L. SIMPSON, J. STRICKLAND et P. BARR. « Features of a separating turbulent boundary layer in the vicinity of separation ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 79.3 (1977), p. 553-594 (cf. p. 47).
- [97] R. L. SIMPSON. « Turbulent boundary-layer separation ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 21.1 (1989), p. 205-232 (cf. p. 47, 48).
- [98] R. L. SIMPSON, Y.-T. CHEW et B. SHIVAPRASAD. « The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 1. Mean flow and Reynolds stresses ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 113 (1981), p. 23-51 (cf. p. 48).
- [99] R. L. SIMPSON, Y.-T. CHEW et B. SHIVAPRASAD. « The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 2. Higher-order turbulence results ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 113 (1981), p. 53-73 (cf. p. 48).
- [100] K. SHILOH, B. SHIVAPRASAD et R. SIMPSON. « The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 3. Transverse velocity measurements ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 113 (1981), p. 75-90 (cf. p. 48).

- [101] R. L. SIMPSON, B. SHIVAPRASAD et Y.-T. CHEW. « The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 4. Effects of periodic free-stream unsteadiness ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 127 (1983), p. 219-261 (cf. p. 48).
- [102] G. COLEMAN et P. SPALART. « Direct numerical simulation of a small separation bubble » (1993) (cf. p. 48).
- [103] M. MANHART et R. FRIEDRICH. « DNS of a turbulent boundary layer with separation ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 23.5 (2002), p. 572-581 (cf. p. 48).
- [104] M. SKOTE et D. S. HENNINGSON. « Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 471 (2002), p. 107-136 (cf. p. 48).
- [105] W. WU et U. PIOMELLI. « Effects of surface roughness on a separating turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 841 (2018), p. 552-580 (cf. p. 48).
- [106] M. DIANAT et I. CASTRO. « Measurements in separating boundary layers ». In : *AIAA journal* 27.6 (1989), p. 719-724 (cf. p. 48).
- [107] R. H. KRAICHNAN. « Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 28.3 (1956), p. 378-390 (cf. p. 52, 60, 73, 74).
- [108] O. M. PHILLIPS. « On the aerodynamic surface sound from a plane turbulent boundary layer ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 234.1198 (1956), p. 327-335 (cf. p. 52, 60).
- [109] M. BULL. « Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : some reflections on forty years of research ». In : *Journal of Sound and vibration* 190.3 (1996), p. 299-315 (cf. p. 53, 55, 60).
- [110] J. E. F. WILLIAMS. « Surface-pressure fluctuations induced by boundary-layer flow at finite Mach number ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 22.3 (1965), p. 507-519 (cf. p. 53, 60).
- [111] W. GRAHAM. « A comparison of models for the wavenumber–frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures ». In : *Journal of sound and vibration* 206.4 (1997), p. 541-565 (cf. p. 53, 57, 58, 60).
- [112] M. HOWE. « Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 90.2 (1991), p. 1041-1047 (cf. p. 54).
- [113] W. K. BONNESS, D. E. CAPONE et S. A. HAMBRIC. « Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow ». In : *Journal of Sound and Vibration* 329.20 (2010), p. 4166-4180 (cf. p. 54, 148).

. Bibliographie

- [114] P. BRADSHAW. « 'Inactive' motion and pressure fluctuations in turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 30.2 (1967), p. 241-258 (cf. p. 53, 55).
- [115] É. SALZE, C. BAILLY, O. MARSDEN et al. « An experimental characterisation of wall pressure wavevector-frequency spectra in the presence of pressure gradients ». *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2014, p. 2909 (cf. p. 53, 55, 81).
- [116] É. SALZE, C. BAILLY, O. MARSDEN et al. « An experimental investigation of wall pressure fluctuations beneath pressure gradients ». *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2015, p. 3148 (cf. p. 53, 81).
- [117] B. ARGUILLAT, D. RICOT, C. BAILLY et al. « Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 128.4 (2010), p. 1647-1655 (cf. p. 53).
- [118] M. K. BULL et T. LANGEHEINEKEN. « On the wall pressure field in turbulent pipe flow ». In : *NASA STI/Recon Technical Report N 82* (1981), p. 30518 (cf. p. 55).
- [119] T. M. FARABEE et M. J. CASARELLA. « Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers ». In : *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics* 3.10 (1991), p. 2410-2420 (cf. p. 55).
- [120] W. L. KEITH, D. HURDIS et B. ABRAHAM. « A comparison of turbulent boundary layer wall-pressure spectra » (1992) (cf. p. 55).
- [121] G. M. LILLEY et T. HODGSON. *On surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers*. College of Aeronautics, 1960 (cf. p. 55, 72).
- [122] W. K. BLAKE. « Turbulent boundary-layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 44.4 (1970), p. 637-660 (cf. p. 55).
- [123] B. E. MCGRATH et R. L. SIMPSON. *Some features of surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers with zero and favorable pressure gradients*. Rapp. tech. NASA, 1987 (cf. p. 55).
- [124] M. C. GOODY et R. L. SIMPSON. « Surface pressure fluctuations beneath two- and three-dimensional turbulent boundary layers ». In : *AIAA journal* 38.10 (2000), p. 1822-1831 (cf. p. 55, 70).
- [125] A. SMOL'YAKOV. « Calculation of the spectra of pseudosound wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers ». In : *Acoustical Physics* 46.3 (2000), p. 342-347 (cf. p. 55, 63).
- [126] M. GOODY. « Empirical spectral model of surface pressure fluctuations ». In : *AIAA journal* 42.9 (2004), p. 1788-1794 (cf. p. 55, 61, 64, 65, 78, 136, 142, 143, 167).
- [127] W. K. BLAKE. *Aero-hydroacoustics for ships*. Rapp. tech. 1984 (cf. p. 55).

- [128] T. FARABEE et M. CASARELLA. « Effects of surface irregularity on turbulent boundary layer wall pressure fluctuations » (1984) (cf. p. [57](#), [154](#), [157](#), [158](#), [160](#), [164](#)).
- [129] T. FARABEE et M. CASARELLA. « Measurements of fluctuating wall pressure for separated/reattached boundary layer flows » (1986) (cf. p. [57](#), [154](#), [159](#), [164](#)).
- [130] R. CAMUSSI, G. GUJ et A. RAGNI. « Wall pressure fluctuations induced by turbulent boundary layers over surface discontinuities ». In : *Journal of Sound and Vibration* 294.1-2 (2006), p. 177-204 (cf. p. [57](#)).
- [131] R. CAMUSSI, M. FELLI, F. PEREIRA et al. « Statistical properties of wall pressure fluctuations over a forward-facing step ». In : *Physics of Fluids* 20.7 (2008) (cf. p. [57](#)).
- [132] J. H. WATMUFF. « An experimental investigation of a low Reynolds number turbulent boundary layer subject to an adverse pressure gradient ». In : *Annual Research Briefs, 1988* (1989) (cf. p. [57](#)).
- [133] T. S. MILLER, J. M. GALLMAN et M. J. MOELLER. « Review of turbulent boundary layer models for acoustic analysis ». In : *Journal of aircraft* 49.6 (2012), p. 1739-1754 (cf. p. [57](#), [58](#), [65](#)).
- [134] S. LEE. « Empirical wall-pressure spectral modeling for zero and adverse pressure gradient flows ». In : *AIAA Journal* 56.5 (2018), p. 1818-1829 (cf. p. [57](#), [64](#), [69-71](#)).
- [135] A. CAIAZZO, W. DESMET et al. « A Generalized Corcos model for modelling turbulent boundary layer wall pressure fluctuations ». In : *Journal of Sound and Vibration* 372 (2016), p. 192-210 (cf. p. [59](#)).
- [136] M. S. HOWE. *Acoustics of fluid-structure interactions*. Cambridge university press, 1998 (cf. p. [61](#)).
- [137] K. CIPOLLA et W. KEITH. « Effects of pressure gradients on turbulent boundary layer wave number frequency spectra ». In : *AIAA journal* 38.10 (2000), p. 1832-1836 (cf. p. [62](#)).
- [138] A. SMOL'YAKOV, V. TKACHENKO et J. WOOD. « Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data ». In : *Soviet physics. Acoustics* 37.6 (1991), p. 627-631 (cf. p. [62](#)).
- [139] N. MARTIN et P. LEEHEY. « Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter ». In : *Journal of Sound and Vibration* 52.1 (1977), p. 95-120 (cf. p. [63](#)).
- [140] N. HU. « Empirical model of wall pressure spectra in adverse pressure gradients ». In : *AIAA Journal* 56.9 (2018), p. 3491-3506 (cf. p. [65](#), [68](#), [69](#)).
- [141] Y. ROZENBERG, G. ROBERT et S. MOREAU. « Wall-pressure spectral model including the adverse pressure gradient effects ». In : *AIAA journal* 50.10 (2012), p. 2168-2179 (cf. p. [65](#), [66](#), [69](#)).

. Bibliographie

- [142] M. KAMRUZZAMAN, D. BEKIROPOULOS, T. LUTZ et al. « A semi-empirical surface pressure spectrum model for airfoil trailing-edge noise prediction ». In : *International journal of aeroacoustics* 14.5-6 (2015), p. 833-882 (cf. p. 67).
- [143] M. R. CATLETT, J. M. ANDERSON, J. B. FOREST et al. « Empirical modeling of pressure spectra in adverse pressure gradient turbulent boundary layers ». In : *AIAA Journal* 54.2 (2016), p. 569-587 (cf. p. 67, 68).
- [144] A. HERRIG, M. KAMRUZZAMAN, W. WÜRZ et al. « Broadband airfoil trailing-edge noise prediction from measured surface pressures and spanwise length scales ». In : *International Journal of Aeroacoustics* 12.1-2 (2013), p. 53-82 (cf. p. 70).
- [145] S. B. POPE. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000 (cf. p. 72).
- [146] P. A. CHANG III, U. PIOMELLI et W. K. BLAKE. « Relationship between wall pressure and velocity-field sources ». In : *Physics of Fluids* 11.11 (1999), p. 3434-3448 (cf. p. 72, 142).
- [147] G. LILLEY. *Wall pressure fluctuations under turbulent boundary layers at subsonic and supersonic speeds*. College of Aeronautics, 1963 (cf. p. 72).
- [148] T. H. HODGSON. « Pressure fluctuations in shear flow turbulence ». Thèse de doct. University of London, 1962 (cf. p. 72, 76, 77, 79).
- [149] J. KIM. « On the structure of pressure fluctuations in simulated turbulent channel flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 205 (1989), p. 421-451 (cf. p. 72).
- [150] R. L. PANTON et J. H. LINEBARGER. « Wall pressure spectra calculations for equilibrium boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 65.2 (1974), p. 261-287 (cf. p. 73, 74, 77).
- [151] G. GRASSO, P. JAISWAL, H. WU et al. « Analytical models of the wall-pressure spectrum under a turbulent boundary layer with adverse pressure gradient ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 877 (2019), p. 1007-1062 (cf. p. 73, 78, 79, 99, 102, 107, 142, 169).
- [152] M. BULL. « Mean shear in a constant-pressure turbulent boundary layer. » In : *AIAA Journal* 7.2 (1969), p. 359-362 (cf. p. 74).
- [153] P. KLEBANOFF. « Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA Tech ». 3178 (1954) (cf. p. 74).
- [154] J. LAUFER. *The Structure of Turbulence on Fully Developed Pipe Flow*. Rapp. tech. US Government Printing Office, 1954 (cf. p. 74).
- [155] H. GRANT. « The large eddies of turbulent motion ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 4.2 (1958), p. 149-190 (cf. p. 74).
- [156] G. MELLOR et D. GIBSON. « Equilibrium turbulent boundary layers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 24.2 (1966), p. 225-253 (cf. p. 74).
- [157] G. K. BATCHELOR. *The theory of homogeneous turbulence*. Cambridge university press, 1953 (cf. p. 74, 107).

- [158] Y.-T. LEE, W. BLAKE et T. FARABEE. « Prediction of wall pressure spectrum using a RANS calculation ». *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. 2005, p. 802 (cf. p. 74, 108).
- [159] S. REMMLER, J. CHRISTOPHE, J. ANTHOINE et al. « Computation of wall pressure spectra from steady flow data for noise prediction ». In : *AIAA journal* 48.9 (2010), p. 1997-2007 (cf. p. 74, 108).
- [160] G. GRASSO, P. JAISWAL et S. MOREAU. « Monte-Carlo computation of wall-pressure spectra under turbulent boundary layers for trailing-edge noise prediction ». In : *ISMA 2018* (2018) (cf. p. 74, 79, 108).
- [161] R. R. PARCHEN. *Progress report DRAW : A prediction scheme for trailing edge noise based on detailed boundary layer characteristics*. TNO Institute of Applied Physics, 1998 (cf. p. 74).
- [162] F. BERTAGNOLIO, A. FISCHER et W. J. ZHU. « Tuning of turbulent boundary layer anisotropy for improved surface pressure and trailing-edge noise modeling ». In : *Journal of Sound and Vibration* 333.3 (2014), p. 991-1010 (cf. p. 75, 143, 146).
- [163] A. FISCHER, F. BERTAGNOLIO et H. A. MADSEN. « Improvement of TNO type trailing edge noise models ». In : *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 61 (2017), p. 255-262 (cf. p. 75).
- [164] S. L. PRIGENT et C. BAILLY. « From shear stress to wall pressure spectra : a semi-analytical approach to account for mean pressure gradients in turbulent boundary layers ». In : *Acta Acustica* 6 (2022), p. 43 (cf. p. 75, 105, 148, 151).
- [165] P. D. LYSAK. « Modeling the wall pressure spectrum in turbulent pipe flows ». In : *Journal of Fluids Engineering* (2006) (cf. p. 75, 76, 99, 100, 102, 107, 113, 143, 148, 167).
- [166] B. AUPOIX. « Extension of Lysak's approach to evaluate the wall pressure spectrum for boundary layer flows ». In : *Flow, Turbulence and Combustion* 94.1 (2015), p. 63-78 (cf. p. 76, 102, 104, 108, 169, 173).
- [167] T. VON KARMAN. « Progress in the statistical theory of turbulence ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 34.11 (1948), p. 530-539 (cf. p. 76, 102).
- [168] S. MORILHAT, F. CHEDEVERGNE et F. SIMON. « A unified methodology to evaluate the radiated noise due to turbulent boundary layer flows ». In : *Journal of Fluids Engineering* 141.6 (2019), p. 061201 (cf. p. 76, 105).
- [169] N. HU, C. APPEL, M. HERR et al. « Numerical study of wall pressure fluctuations for zero and non-zero pressure gradient turbulent boundary layers ». *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. 2016, p. 2911 (cf. p. 76).
- [170] N. HU, N. REICHE et R. EWERT. « Simulation of turbulent boundary layer wall pressure fluctuations via Poisson equation and synthetic turbulence ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 826 (2017), p. 421-454 (cf. p. 77).

. Bibliographie

- [171] M. MILLIONSHCHIKOV. « On the theory of homogeneous isotropic turbulence ». *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. T. 32. 9. 1941, p. 611-614 (cf. p. [77](#), [103](#), [142](#), [171](#)).
- [172] G.-W. HE et J.-B. ZHANG. « Elliptic model for space-time correlations in turbulent shear flows ». In : *Physical Review E* 73.5 (2006), p. 055303 (cf. p. [78](#), [106](#), [113](#)).
- [173] R. H. KRAICHNAN. « The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 5.4 (1959), p. 497-543 (cf. p. [78](#)).
- [174] J. R. GAVIN. *Unsteady forces and sound caused by boundary layer turbulence entering a turbomachinery rotor*. The Pennsylvania State University, 2002 (cf. p. [78](#)).
- [175] J. A. SILLERO, J. JIMÉNEZ et R. D. MOSER. « Two-point statistics for turbulent boundary layers and channels at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$ ». In : *Physics of Fluids* 26.10 (2014) (cf. p. [78](#), [139](#), [141](#), [142](#)).
- [176] G. GRASSO, H. WU, S. ORESTANO et al. « CFD-based prediction of wall-pressure spectra under a turbulent boundary layer with adverse pressure gradient ». In : *CEAS Aeronautical Journal* 12 (2021), p. 125-133 (cf. p. [79](#)).
- [177] G. GRASSO, M. ROGER et S. MOREAU. « Advances in the Prediction of the Statistical Properties of Wall-Pressure Fluctuations under Turbulent Boundary Layers ». In : *Fluids* 7.5 (2022), p. 161 (cf. p. [79](#)).
- [178] W. H. PRESS et G. R. FARRAR. « Recursive stratified sampling for multidimensional Monte Carlo integration ». In : *Computers in Physics* 4.2 (1990), p. 190-195 (cf. p. [79](#)).
- [179] P. BUGNION. « scikit-monaco Documentation » (2015) (cf. p. [79](#)).
- [180] K. EHRENFRIED et L. KOOP. « Comparison of iterative deconvolution algorithms for the mapping of acoustic sources ». In : *AIAA journal* 45.7 (2007), p. 1584-1595 (cf. p. [81](#)).
- [181] S. L. PRIGENT, É. SALZE et C. BAILLY. « Deconvolution of wave-number-frequency spectra of wall pressure fluctuations ». In : *AIAA Journal* 58.1 (2020), p. 164-173 (cf. p. [81](#)).
- [182] S. MARIÉ. « Etude de la méthode Boltzmann sur Réseau pour les simulations en aéroacoustique. » Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2008 (cf. p. [81](#)).
- [183] S. MARIÉ, D. RICOT et P. SAGAUT. « Comparison between lattice Boltzmann method and Navier–Stokes high order schemes for computational aeroacoustics ». In : *Journal of Computational Physics* 228.4 (2009), p. 1056-1070 (cf. p. [81](#)).
- [184] T. KRÜGER, H. KUSUMAATMAJA, A. KUZMIN et al. « The lattice Boltzmann method ». In : *Springer International Publishing* 10.978-3 (2017), p. 4-15 (cf. p. [82](#), [84](#), [88](#)).
- [185] J. C. MAXWELL. « IV. On the dynamical theory of gases ». In : *Philosophical transactions of the Royal Society of London* 157 (1867), p. 49-88 (cf. p. [82](#)).

- [186] L. BOLTZMANN. « Weitere studien über das wärmeleichgewicht unter gasmolekülen ». In : *Kinetische Theorie II* (1970), p. 115-225 (cf. p. 82, 83).
- [187] J. HARDY, Y. POMEAU et O. DE PAZZIS. « Time evolution of a two-dimensional model system. I. Invariant states and time correlation functions ». In : *Journal of Mathematical Physics* 14.12 (1973), p. 1746-1759 (cf. p. 82).
- [188] D. D'HUMIÈRES, P. LALLEMAND et U. FRISCH. « Lattice gas models for 3D hydrodynamics ». In : *Europhysics Letters* 2.4 (1986), p. 291 (cf. p. 82).
- [189] U. FRISCH, B. HASSLACHER et Y. POMEAU. « Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation ». *Lattice Gas Methods for Partial Differential Equations*. CRC Press, 2019, p. 11-18 (cf. p. 82).
- [190] G. G. MCNAMARA et G. ZANETTI. « Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata ». *Lattice Gas Methods For Partial Differential Equations*. CRC Press, 2019, p. 289-296 (cf. p. 82).
- [191] F. J. HIGUERA et J. JIMÉNEZ. « Boltzmann approach to lattice gas simulations ». In : *Europhysics letters* 9.7 (1989), p. 663 (cf. p. 82).
- [192] Y.-H. QIAN, D. D'HUMIÈRES et P. LALLEMAND. « Lattice BGK models for Navier-Stokes equation ». In : *Europhysics letters* 17.6 (1992), p. 479 (cf. p. 82).
- [193] S. CHEN et G. D. DOOLEN. « Lattice Boltzmann method for fluid flows ». In : *Annual review of fluid mechanics* 30.1 (1998), p. 329-364 (cf. p. 82).
- [194] A. TOUTANT. « General and exact pressure evolution equation ». In : *Physics Letters A* 381.44 (2017), p. 3739-3742 (cf. p. 82).
- [195] P. L. BHATNAGAR, E. P. GROSS et M. KROOK. « A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems ». In : *Physical review* 94.3 (1954), p. 511 (cf. p. 83).
- [196] G. WISSOCQ. « Investigation of lattice Boltzmann methods for turbomachinery secondary air system simulations ». Thèse de doct. Aix-Marseille, 2019 (cf. p. 83, 85, 86, 88).
- [197] C. CERCIGNANI. *Rarefied gas dynamics : from basic concepts to actual calculations*. T. 21. Cambridge university press, 2000 (cf. p. 84).
- [198] S. CHAPMAN et T. G. COWLING. *The mathematical theory of non-uniform gases : an account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases*. Cambridge university press, 1990 (cf. p. 84).
- [199] T. CORATGER. « Hybrid Lattice Boltzmann method : applications to complex compressible flows ». Thèse de doct. Aix-Marseille, 2022 (cf. p. 85, 88).
- [200] X. SHAN, X.-F. YUAN et H. CHEN. « Kinetic theory representation of hydrodynamics : a way beyond the Navier–Stokes equation ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 550 (2006), p. 413-441 (cf. p. 87).
- [201] X. HE et L.-S. LUO. « Theory of the lattice Boltzmann method : From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation ». In : *Physical review E* 56.6 (1997), p. 6811 (cf. p. 87).

. Bibliographie

- [202] S. JIN. « Asymptotic preserving (AP) schemes for multiscale kinetic and hyperbolic equations : a review ». In : *Lecture notes for summer school on methods and models of kinetic theory (M&MKT), Porto Ercole (Grosseto, Italy)* (2010), p. 177-216 (cf. p. 87).
- [203] G. G. DAHLQUIST. « A special stability problem for linear multistep methods ». In : *BIT Numerical Mathematics* 3.1 (1963), p. 27-43 (cf. p. 88).
- [204] X. HE, S. CHEN et G. D. DOOLEN. « A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit ». In : *Journal of computational physics* 146.1 (1998), p. 282-300 (cf. p. 88).
- [205] G. FARAG, S. ZHAO, T. CORATGER et al. « A pressure-based regularized lattice-Boltzmann method for the simulation of compressible flows ». In : *Physics of Fluids* 32.6 (2020) (cf. p. 88, 89).
- [206] O. MALASPINAS. « Increasing stability and accuracy of the lattice Boltzmann scheme : Recursivity and regularization ». In : *arXiv preprint arXiv :1505.06900* (2015) (cf. p. 88).
- [207] C. COREIXAS, G. WISSOCQ, G. PUIGT et al. « Recursive regularization step for high-order lattice Boltzmann methods ». In : *Physical Review E* 96.3 (2017), p. 033306 (cf. p. 88).
- [208] K. K. MATTILA, P. C. PHILIPPI et L. A. HEGELE. « High-order regularization in lattice-Boltzmann equations ». In : *Physics of Fluids* 29.4 (2017) (cf. p. 88).
- [209] J. JACOB, O. MALASPINAS et P. SAGAUT. « A new hybrid recursive regularised Bhatnagar–Gross–Krook collision model for lattice Boltzmann method-based large eddy simulation ». In : *Journal of Turbulence* 19.11-12 (2018), p. 1051-1076 (cf. p. 89, 92, 96).
- [210] Y. FENG, P. BOIVIN, J. JACOB et al. « Hybrid recursive regularized thermal lattice Boltzmann model for high subsonic compressible flows ». In : *Journal of Computational Physics* 394 (2019), p. 82-99 (cf. p. 89).
- [211] S. GUO, Y. FENG, J. JACOB et al. « An efficient lattice Boltzmann method for compressible aerodynamics on D3Q19 lattice ». In : *Journal of Computational Physics* 418 (2020), p. 109570 (cf. p. 89).
- [212] T. CORATGER, G. FARAG, S. ZHAO et al. « Large-eddy lattice-Boltzmann modeling of transonic flows ». In : *Physics of Fluids* 33.11 (2021) (cf. p. 89).
- [213] T. ASTOUL, G. WISSOCQ, J.-F. BOUSSUGE et al. « Analysis and reduction of spurious noise generated at grid refinement interfaces with the lattice Boltzmann method ». In : *Journal of Computational Physics* 418 (2020), p. 109645 (cf. p. 89).
- [214] D. LAGRAVA, O. MALASPINAS, J. LATT et al. « Advances in multi-domain lattice Boltzmann grid refinement ». In : *Journal of Computational Physics* 231.14 (2012), p. 4808-4822 (cf. p. 89).

- [215] T. ASTOUL, G. WISSOCQ, J.-F. BOUSSUGE et al. « Lattice Boltzmann method for computational aeroacoustics on non-uniform meshes : A direct grid coupling approach ». In : *Journal of Computational Physics* 447 (2021), p. 110667 (cf. p. 89).
- [216] T. ASTOUL. « Towards improved lattice Boltzmann aeroacoustic simulations with non-uniform grids : Application to landing gears noise prediction ». Thèse de doct. Aix-Marseille, 2021 (cf. p. 89, 169).
- [217] J. SMAGORINSKY. « General circulation experiments with the primitive equations : I. The basic experiment ». In : *Monthly weather review* 91.3 (1963), p. 99-164 (cf. p. 91, 92).
- [218] A. LEONARD. « Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows ». *Advances in geophysics*. T. 18. Elsevier, 1975, p. 237-248 (cf. p. 91).
- [219] P. MOIN et J. KIM. « Numerical investigation of turbulent channel flow ». In : *Journal of fluid mechanics* 118 (1982), p. 341-377 (cf. p. 92).
- [220] A. VREMAN. « An eddy-viscosity subgrid-scale model for turbulent shear flow : Algebraic theory and applications ». In : *Physics of fluids* 16.10 (2004), p. 3670-3681 (cf. p. 92).
- [221] M. KIM, J. LIM, S. KIM et al. « Assessment of the wall-adapting local eddy-viscosity model in transitional boundary layer ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 371 (2020), p. 113287 (cf. p. 92).
- [222] J. MEYERS et P. SAGAUT. « On the model coefficients for the standard and the variational multi-scale Smagorinsky model ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 569 (2006), p. 287-319 (cf. p. 92).
- [223] Y.-H. DONG, P. SAGAUT et S. MARIE. « Inertial consistent subgrid model for large-eddy simulation based on the lattice Boltzmann method ». In : *Physics of Fluids* 20.3 (2008) (cf. p. 92).
- [224] H. CHOI et P. MOIN. « Grid-point requirements for large eddy simulation : Chapman's estimates revisited ». In : *Physics of fluids* 24.1 (2012) (cf. p. 93, 108, 136).
- [225] X. I. YANG et K. P. GRIFFIN. « Grid-point and time-step requirements for direct numerical simulation and large-eddy simulation ». In : *Physics of Fluids* 33.1 (2021) (cf. p. 93).
- [226] G. EITEL-AMOR, R. ÖRLÜ et P. SCHLATTER. « Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 8300$ ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 47 (2014), p. 57-69 (cf. p. 93).
- [227] R. BOUKHARFANE, M. PARSANI et J. BODART. « Characterization of pressure fluctuations within a controlled-diffusion blade boundary layer using the equilibrium wall-modelled LES ». In : *Scientific reports* 10.1 (2020), p. 12735 (cf. p. 93, 136).

. Bibliographie

- [228] N. AFZAL et K. GERSTEN. « Wake layer in a turbulent boundary layer with pressure gradient : a new approach ». In : *Fluid Mechanics and Its Applications* 37 (1996), p. 95-118 (cf. p. 93).
- [229] Y. HOU, D. ANGLAND, A. SENGISSEN et al. « Lattice-Boltzmann and Navier-Stokes simulations of the partially dressed, cavity-closed nose landing gear benchmark case ». *25th AIAA/CEAS aeroacoustics conference*. 2019, p. 2555 (cf. p. 93).
- [230] S. WILHELM, J. JACOB et P. SAGAUT. « A new explicit algebraic wall model for les of turbulent flows under adverse pressure gradient ». In : *Flow, Turbulence and Combustion* 106.1 (2021), p. 1-35 (cf. p. 93).
- [231] E. BUFFA, J. JACOB et P. SAGAUT. « Lattice-Boltzmann-based large-eddy simulation of high-rise building aerodynamics with inlet turbulence reconstruction ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 212 (2021), p. 104560 (cf. p. 93, 95, 96, 121, 137).
- [232] L. L. PAULEY. *A numerical study of unsteady laminar boundary layer separation*. Stanford University, 1988 (cf. p. 94).
- [233] P. R. SPALART. « Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $R\theta=1410$ ». In : *Journal of fluid mechanics* 187 (1988), p. 61-98 (cf. p. 94, 152).
- [234] T. S. LUND, X. WU et K. D. SQUIRES. « Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations ». In : *Journal of computational physics* 140.2 (1998), p. 233-258 (cf. p. 94, 95).
- [235] N. S. DHAMANKAR, G. A. BLAISDELL et A. S. LYRINTZIS. « Overview of turbulent inflow boundary conditions for large-eddy simulations ». In : *Aiaa Journal* 56.4 (2018), p. 1317-1334 (cf. p. 94).
- [236] X. WU. « Inflow turbulence generation methods ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 49 (2017), p. 23-49 (cf. p. 94, 95).
- [237] R. H. KRAICHNAN. « Diffusion by a random velocity field ». In : *The physics of fluids* 13.1 (1970), p. 22-31 (cf. p. 95).
- [238] M. KARWEIT, P. BLANC-BENON, D. JUVÉ et al. « Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field : A study of phase variance ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 89.1 (1991), p. 52-62 (cf. p. 95).
- [239] W. BECHARA, C. BAILLY, P. LAFON et al. « Stochastic approach to noise modeling for free turbulent flows ». In : *AIAA journal* 32.3 (1994), p. 455-463 (cf. p. 95).
- [240] C. BAILLY et D. JUVE. « A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized Euler's equations ». *5th AIAA/CEAS aeroacoustics conference and exhibit*. 1999, p. 1872 (cf. p. 95).
- [241] M. KLEIN, A. SADIKI et J. JANICKA. « A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations ». In : *Journal of computational Physics* 186.2 (2003), p. 652-665 (cf. p. 95).

- [242] N. JARRIN, S. BENHAMADOUCHE, D. LAURENCE et al. « A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27.4 (2006), p. 585-593 (cf. p. 95, 96, 124, 137).
- [243] R. POLETTO, T. CRAFT et A. REVELL. « A new divergence free synthetic eddy method for the reproduction of inlet flow conditions for LES ». In : *Flow, turbulence and combustion* 91.3 (2013), p. 519-539 (cf. p. 95, 96).
- [244] D. PAVLIDIS, G. J. GORMAN, J. L. GOMES et al. « Synthetic-eddy method for urban atmospheric flow modelling ». In : *Boundary-layer meteorology* 136.2 (2010), p. 285-299 (cf. p. 95).
- [245] A. CREECH, W.-G. FRÜH et A. E. MAGUIRE. « Simulations of an offshore wind farm using large-eddy simulation and a torque-controlled actuator disc model ». In : *Surveys in Geophysics* 36.3 (2015), p. 427-481 (cf. p. 95).
- [246] E. ARISTODEMOU, L. M. BOGANEGRA, L. MOTTET et al. « How tall buildings affect turbulent air flows and dispersion of pollution within a neighbourhood ». In : *Environmental pollution* 233 (2018), p. 782-796 (cf. p. 95).
- [247] H. WOODWARD, M. STETTLER, D. PAVLIDIS et al. « A large eddy simulation of the dispersion of traffic emissions by moving vehicles at an intersection ». In : *Atmospheric environment* 215 (2019), p. 116891 (cf. p. 95).
- [248] A. TOWNSEND. *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge university press, 1980 (cf. p. 95).
- [249] N. JARRIN, R. PROSSER, J.-C. URIBE et al. « Reconstruction of turbulent fluctuations for hybrid RANS/LES simulations using a synthetic-eddy method ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 30.3 (2009), p. 435-442 (cf. p. 95).
- [250] H. XU et P. SAGAUT. « Analysis of the absorbing layers for the weakly-compressible lattice Boltzmann methods ». In : *Journal of Computational Physics* 245 (2013), p. 14-42 (cf. p. 96).
- [251] D. K. WILSON. « Three-dimensional correlation and spectral functions for turbulent velocities in homogeneous and surface-blocked boundary layers ». In : *US Army Research Laboratory, ARL-TR-1287* (1997) (cf. p. 101, 107, 112).
- [252] H. W. LIEPMANN, J. LAUFER et K. LIEPMANN. « On the spectrum of isotropic turbulence » (1951) (cf. p. 102).
- [253] J. HUNT. « A theory of turbulent flow round two-dimensional bluff bodies ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 61.4 (1973), p. 625-706 (cf. p. 102).
- [254] T. M. FARABEE et F. GEIB. « Measurements of boundary layer pressure fluctuations at low wavenumbers on smooth and rough walls ». In : *Flow Noise Modeling Measurements and Control, ASME NCA* 11 (1991), p. 55-68 (cf. p. 103, 154).
- [255] P. Y. CHOU. « On velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation ». In : *Quarterly of applied mathematics* 3.1 (1945), p. 38-54 (cf. p. 103).

. Bibliographie

- [256] M. SLAMA. « Généralisation des modèles stochastiques de pression turbulente pariétale pour les études vibro-acoustiques via l'utilisation de simulations RANS ». Thèse de doct. Aix-Marseille, 2017 (cf. p. [104](#), [109](#), [113](#), [140](#), [142](#), [143](#), [161](#)).
- [257] R. H. KRAICHNAN. « Kolmogorov's hypotheses and Eulerian turbulence theory ». In : *The Physics of Fluids* 7.11 (1964), p. 1723-1734 (cf. p. [105](#)).
- [258] H. TENNEKES. « Eulerian and Lagrangian time microscales in isotropic turbulence ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 67.3 (1975), p. 561-567 (cf. p. [105](#)).
- [259] M. WILCZEK et Y. NARITA. « Wave-number-frequency spectrum for turbulence from a random sweeping hypothesis with mean flow ». In : *Physical Review E* 86.6 (2012), p. 066308 (cf. p. [105](#), [106](#), [113](#), [175](#)).
- [260] L. GUO, D. LI, X. ZHANG et al. « LES prediction of space-time correlations in turbulent shear flows ». In : *Acta Mechanica Sinica* 28.4 (2012), p. 993-998 (cf. p. [106](#)).
- [261] W. WANG, X.-L. GUAN et N. JIANG. « TRPIV investigation of space-time correlation in turbulent flows over flat and wavy walls ». In : *Acta Mechanica Sinica* 30.4 (2014), p. 468-479 (cf. p. [106](#)).
- [262] M. WILCZEK, R. J. STEVENS et C. MENEVEAU. « Spatio-temporal spectra in the logarithmic layer of wall turbulence : large-eddy simulations and simple models ». In : *Journal of fluid mechanics* 769 (2015), R1 (cf. p. [106](#), [169](#)).
- [263] D. R. CHAPMAN. « Computational aerodynamics development and outlook ». In : *AIAA journal* 17.12 (1979), p. 1293-1313 (cf. p. [108](#)).
- [264] R. MANCEAU et K. HANJALIĆ. « Elliptic blending model : A new near-wall Reynolds-stress turbulence closure ». In : *Physics of Fluids* 14.2 (2002), p. 744-754 (cf. p. [109](#), [167](#)).
- [265] R. MANCEAU. « Recent progress in the development of the Elliptic Blending Reynolds-stress model ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 51 (2015), p. 195-220 (cf. p. [109](#), [113](#), [167](#)).
- [266] R. D. MOSER, J. KIM et N. N. MANSOUR. « Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re \tau = 590$ ». In : *Physics of fluids* 11.4 (1999), p. 943-945 (cf. p. [110](#)).
- [267] R. PATTENDEN, S. TURNOCK et X. ZHANG. « Measurements of the flow over a low-aspect-ratio cylinder mounted on a ground plane ». In : *Experiments in Fluids* 39 (2005), p. 10-21 (cf. p. [116-119](#), [121](#), [123](#)).
- [268] S. ROH et S. PARK. « Vortical flow over the free end surface of a finite circular cylinder mounted on a flat plate ». In : *Experiments in fluids* 34.1 (2003), p. 63-67 (cf. p. [116](#), [118](#), [129](#)).
- [269] N. ROSTAMY, D. SUMNER, D. BERGSTROM et al. « Local flow field of a surface-mounted finite circular cylinder ». In : *Journal of Fluids and Structures* 34 (2012), p. 105-122 (cf. p. [116](#)).

- [270] T. KAWAMURA, M. HIWADA, T. HIBINO et al. « Flow around a finite circular cylinder on a flat plate : Cylinder height greater than turbulent boundary layer thickness ». In : *Bulletin of JSME* 27.232 (1984), p. 2142-2151 (cf. p. [116](#), [117](#), [119](#)).
- [271] C.-W. PARK et S.-J. LEE. « Flow structure around a finite circular cylinder embedded in various atmospheric boundary layers ». In : *Fluid Dynamics Research* 30.4 (2002), p. 197 (cf. p. [116](#)).
- [272] S. TANIGUCHI, H. SAKAMOTO et M. ARIE. « Flow around circular cylinders of finite height placed vertically in turbulent boundary layers ». In : *Bulletin of JSME* 24.187 (1981), p. 37-44 (cf. p. [116](#), [118](#)).
- [273] H. SAKAMOTO et M. ARIE. « Vortex shedding from a rectangular prism and a circular cylinder placed vertically in a turbulent boundary layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 126 (1983), p. 147-165 (cf. p. [116](#), [119](#)).
- [274] S. OKAMOTO et Y. SUNABASHIRI. « Vortex shedding from a circular cylinder of finite length placed on a ground plane » (1992) (cf. p. [116](#), [118](#), [119](#)).
- [275] G. V. IUNGO, L. M. PII et G. BURESTI. « Experimental investigation on the aerodynamic loads and wake flow features of a low aspect-ratio circular cylinder ». In : *Journal of Fluids and Structures* 28 (2012), p. 279-291 (cf. p. [118](#), [119](#)).
- [276] T. OKAMOTO et M. YAGITA. « The experimental investigation on the flow past a circular cylinder of finite length placed normal to the plane surface in a uniform stream ». In : *Bulletin of JSME* 16.95 (1973), p. 805-814 (cf. p. [119](#)).
- [277] R. PORTEOUS, D. J. MOREAU et C. J. DOOLAN. « A review of flow-induced noise from finite wall-mounted cylinders ». In : *Journal of Fluids and Structures* 51 (2014), p. 240-254 (cf. p. [119](#)).
- [278] R. PATTENDEN, N. BRESSLOFF, S. TURNOCK et al. « Unsteady simulations of the flow around a short surface-mounted cylinder ». In : *International journal for numerical methods in fluids* 53.6 (2007), p. 895-914 (cf. p. [120](#)).
- [279] O. FREDERICH, J. SCOUTEN, D. M. LUCHTENBURG et al. « Numerical simulation and analysis of the flow around a wall-mounted finite cylinder ». *Imaging Measurement Methods for Flow Analysis : Results of the DFG Priority Programme 1147" Imaging Measurement Methods for Flow Analysis" 2003-2009*. Springer. 2009, p. 207-216 (cf. p. [120](#)).
- [280] G. PALAU-SALVADOR, T. STOESSER, J. FRÖHLICH et al. « Large eddy simulations and experiments of flow around finite-height cylinders ». In : *Flow, turbulence and combustion* 84.2 (2010), p. 239-275 (cf. p. [120](#), [121](#), [123-126](#), [129-132](#), [135](#), [178-181](#)).
- [281] M. KAPPLER. « Experimentelle untersuchung der umstromung von kreiszylindern mit ausgeprägt dreidimensionalen effekten ». Thèse de doct. 2002 (cf. p. [120](#), [123](#), [124](#), [126](#), [129-132](#), [135](#), [178-181](#)).

. Bibliographie

- [282] P. SAGAUT, M. TERRACOL et S. DECK. *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence-LES, DES and Hybrid RANS/LES Methods : Applications and Guidelines*. World Scientific, 2013 (cf. p. 120).
- [283] M. PAMIÈS, P.-E. WEISS, E. GARNIER et al. « Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows ». In : *Physics of fluids* 21.4 (2009), p. 045103 (cf. p. 121, 124, 169).
- [284] I. AFGAN, C. MOULINEC, R. PROSSER et al. « Large eddy simulation of turbulent flow for wall mounted cantilever cylinders of aspect ratio 6 and 10 ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 28.4 (2007), p. 561-574 (cf. p. 123).
- [285] T. LEE, C.-L. LIN et C. A. FRIEHE. « Large-eddy simulation of air flow around a wall-mounted circular cylinder and a tripod tower ». In : *Journal of Turbulence* 8 (2007), N29 (cf. p. 123).
- [286] S. KRAJNOVIĆ. « Flow around a surface-mounted finite cylinder : a challenging case for LES ». *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling : Papers contributed to the 2007 Symposium of Hybrid RANS-LES Methods, Corfu, Greece, 17-18 June 2007*. Springer. 2008, p. 305-315 (cf. p. 123).
- [287] H. C. LIM, T. THOMAS et I. P. CASTRO. « Flow around a cube in a turbulent boundary layer : LES and experiment ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 97.2 (2009), p. 96-109 (cf. p. 123).
- [288] L. BRUNO, M. V. SALVETTI et F. RICCIARDELLI. « Benchmark on the aerodynamics of a rectangular 5 : 1 cylinder : an overview after the first four years of activity ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 126 (2014), p. 87-106 (cf. p. 123).
- [289] A. K. DAGNEW et G. T. BITSUAMLAK. « Computational evaluation of wind loads on a standard tall building using LES ». In : *Wind and structures* 18.5 (2014), p. 567-598 (cf. p. 123).
- [290] H. ABOSHOSHA, A. ELSHAER, G. T. BITSUAMLAK et al. « Consistent inflow turbulence generator for LES evaluation of wind-induced responses for tall buildings ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 142 (2015), p. 198-216 (cf. p. 123).
- [291] L. PATRUNO, M. RICCI, S. DE MIRANDA et al. « Numerical simulation of a 5 : 1 rectangular cylinder at non-null angles of attack ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 151 (2016), p. 146-157 (cf. p. 123).
- [292] M. RICCI, L. PATRUNO, I. KALKMAN et al. « Towards LES as a design tool : Wind loads assessment on a high-rise building ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 180 (2018), p. 1-18 (cf. p. 123).
- [293] M. S. THORDAL, J. C. BENNETSEN et H. H. H. KOSS. « Review for practical application of CFD for the determination of wind load on high-rise buildings ». In : *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 186 (2019), p. 155-168 (cf. p. 123).

- [294] N. HUTCHINS, T. B. NICKELS, I. MARUSIC et al. « Hot-wire spatial resolution issues in wall-bounded turbulence ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 635 (2009), p. 103-136 (cf. p. 125).
- [295] I. MARUSIC, R. MATHIS et N. HUTCHINS. « High Reynolds number effects in wall turbulence ». In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 31.3 (2010), p. 418-428 (cf. p. 125).
- [296] R. HAIN, C. J. KÄHLER et D. MICHAELIS. « Tomographic and time resolved PIV measurements on a finite cylinder mounted on a flat plate ». In : *Experiments in fluids* 45 (2008), p. 715-724 (cf. p. 129).
- [297] P. WELCH. « The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra : a method based on time averaging over short, modified periodograms ». In : *IEEE Transactions on audio and electroacoustics* 15.2 (1967), p. 70-73 (cf. p. 136).
- [298] W. H. PRESS. *Numerical recipes 3rd edition : The art of scientific computing*. Cambridge university press, 2007 (cf. p. 136).
- [299] J. S. BENDAT et A. G. PIERSOL. *Random data : analysis and measurement procedures*. John Wiley & Sons, 2011 (cf. p. 136).
- [300] K. WIEGHARDT et W. TILLMANN. *On the turbulent friction layer for rising pressure*. Rapp. tech. 1951 (cf. p. 141).
- [301] E. MANOHA. « The wavenumber-frequency spectrum of the wall pressure fluctuations beneath a turbulent boundary layer ». *Aeroacoustics Conference*. 1996, p. 1758 (cf. p. 147).
- [302] S. JOVIC et D. M. DRIVER. *Backward-facing step measurements at low Reynolds number, $Re (sub h) = 5000$* . Rapp. tech. 1994 (cf. p. 152-156).
- [303] H. LE, P. MOIN et J. KIM. « Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step ». In : *Journal of fluid mechanics* 330 (1997), p. 349-374 (cf. p. 152, 153, 155, 156).
- [304] A. FADAI-GHOTBI, R. MANCEAU et J. BOREE. « Revisiting URANS computations of the backward-facing step flow using second moment closures. Influence of the numerics ». In : *Flow, Turbulence and Combustion* 81 (2008), p. 395-414 (cf. p. 152).
- [305] P. BRADSHAW et F. WONG. « The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 52.1 (1972), p. 113-135 (cf. p. 154).
- [306] R. POLETTO, A. REVELL, T. J. CRAFT et al. « Divergence free synthetic eddy method for embedded LES inflow boundary conditions ». *Seventh international symposium on turbulence and shear flow phenomena*. Begel House Inc. 2011 (cf. p. 169).