



**HAL**  
open science

# Étude et développement d'un outil efficace de simulation pour l'évaluation de SER : application à la détection d'objets enfouis à partir de plates-formes aéroportées

Lisa-Marie Mazzolo

## ► To cite this version:

Lisa-Marie Mazzolo. Étude et développement d'un outil efficace de simulation pour l'évaluation de SER : application à la détection d'objets enfouis à partir de plates-formes aéroportées. Mathématiques [math]. Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE-SUPAERO), 2024. Français. NNT : . tel-04945325

**HAL Id: tel-04945325**

**<https://hal.science/tel-04945325v1>**

Submitted on 13 Feb 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Doctorat de l'Université de Toulouse

Délivré par l'ISAE-SUPAERO

---

Étude et développement d'un outil efficace de simulation pour l'évaluation de SER : application à la détection d'objets enfouis à partir de plates-formes aéroportées

---

Thèse présentée et soutenue, le 25 novembre 2024 par

**Lisa-Marie MAZZOLO**

## École doctorale

AA - Aéronautique et Astronautique

## Spécialité

Mathématiques et Applications

## Unité de recherche

ISAE-ONERA SCANR Signal, Communication, Antennes, Navigation et Radar

## Thèse dirigée par

Xavier FERRIERES

## Composition du jury

M. Pierre BONNET, Président, Rapporteur, Université Clermont Auvergne

Mme Hélène BARUCQ, Examinatrice, INRIA Bordeaux Sud-Ouest

M. Xavier FERRIERES, Directeur de thèse, ONERA

Mme Hélène ORIOT, Examinatrice, ONERA

M. Lionel PICHON, Rapporteur, Centrale Supélec, Université Paris Saclay

M. Gabriel SORIANO, Examineur, Université Aix-Marseille

M. Sébastien TORDEUX, Examineur, INRIA

## Membres invités

M. Benoit NEICHEL, CNRS, Laboratoire d'Astrophysique de Marseille

M. Gildas KUBICKE, DGA - Direction générale de l'armement



---

## Résumé

La détection d'objets enfouis, qu'il s'agisse d'engins explosifs dans un contexte militaire ou de structures archéologiques dans un contexte civil, constitue une préoccupation majeure. En termes de télédétection radar, les systèmes aéroportés, comme le radar à synthèse d'ouverture (SAR), permettent une imagerie non destructive des sous-sols tout en offrant la possibilité d'explorer de vastes zones avec une distance de sécurité par rapport à celles-ci. Cependant, leur efficacité pour la détection d'objets enfouis dépend de nombreux facteurs, tels que les caractéristiques diélectriques du sol, qui affectent la profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques, la nature des cibles, le type d'émetteur... Une étude préliminaire, permettant de prédire la réponse des cibles en fonction des caractéristiques des systèmes et de la scène, serait alors un outil précieux pour évaluer les capacités de détection avant d'engager des campagnes de mesures.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte, en se concentrant sur la recherche, le développement et l'optimisation d'un outil de simulation numérique destiné à évaluer précisément la surface équivalente radar (SER) d'objets enfouis. L'approche proposée repose sur une stratégie d'hybridation de solveurs FVTD (Finite Volume Time Domain) appliquée à des maillages hybrides cartésiens / non-structurés dans l'optique d'optimiser les coûts de calcul. En particulier, ces maillages hybrides permettent une représentation conforme des géométries courbes et une discrétisation spatiale localement adaptée aux vitesses de propagation des ondes électromagnétiques dans les différents milieux de la scène de calcul. La procédure d'obtention de ces maillages, basée sur le découpage du domaine de calcul en sous-domaines est détaillée, et les solveurs FVTD utilisés sont décrits en soulignant les choix effectués pour optimiser leur efficacité. L'implémentation des modèles permettant une description représentative du sol, la prise en compte précise d'une source de type onde plane et le calcul de champs lointains en présence d'un milieu avec pertes, est également abordée. L'hybridation des solveurs FVTD via une stratégie multi-domaines / multi-méthodes est présentée en détail, en mettant l'accent sur l'architecture logicielle proposée et en précisant la stabilité de la solution hybride ainsi que les enjeux de l'hybridation. Enfin, une comparaison de résultats simulés avec des données expérimentales obtenues dans le cadre d'une campagne de mesures mise en œuvre pour cette thèse, fournit une première appréciation des performances de l'outil de simulation développé. Pour conclure, la thèse met en avant la possibilité d'utiliser cet outil pour étudier l'impact des paramètres de configuration des systèmes radar sur la SER d'objets enfouis pour des scénarios donnés.

**Mots clés : Méthodes volumes finis, Équations de Maxwell stationnaires, Hybridation de schémas, Maillages hybrides cartésiens / non-structurés, Objets enfouis, Simulation de SER**



---

## Abstract

The detection of buried objects, whether explosive devices in a military context or archaeological structures in a civilian context, is a major concern. In radar remote sensing, airborne systems such as Synthetic Aperture Radar (SAR) allow non-destructive imaging of subsurface environments while offering the possibility of exploring large areas from a safe distance. However, their effectiveness in detecting buried objects depends on many factors, such as the dielectric properties of the soil, which affect the penetration depth of electromagnetic waves, the nature of targets, and the type of transmitter... A preliminary study that predicts target response based on system and scene characteristics would be a valuable tool for assessing detection capabilities before launching measurement campaigns.

This thesis addresses such context by focusing on the research, development, and optimization of a numerical simulation tool designed to accurately evaluate the radar cross-section (RCS) of buried objects. The proposed approach is based on a hybridization strategy using Finite Volume Time Domain (FVTD) solvers applied to hybrid Cartesian/unstructured meshes to optimize computational costs. More specifically, these hybrid meshes allow for a conformal representation of curved geometries and spatial discretization adapted to the varying electromagnetic wave propagation speeds in different media. The procedure for generating these meshes, based on the subdivision of the computational domain into subdomains is detailed, and used FVTD solvers are described, highlighting the choices made to optimize their efficiency. The implementation of models for representative soil description, accurate handling of plane-wave sources, and far-field calculations in lossy media are also addressed. The hybridization of FVTD solvers through a multi-domain/multi-method strategy is presented in detail, emphasizing proposed software architecture, the stability of the hybrid solution, and the challenges of hybridization. Finally, a comparison of simulated results with experimental data obtained during a measurement campaign conducted for this thesis provides an initial assessment of the performance of developed simulation tool. In conclusion, this thesis highlights the potential of this tool in studying the impact of radar system configuration parameters on buried objects RCS in given scenarios.

**Key words : Finite volume methods, Time-dependent Maxwell's equations, Scheme hybridization, Hybrid Cartesian/unstructured meshes, Buried objects, RCS simulation**

# Remerciements

Clore ce manuscrit est une tâche particulièrement troublante. Tant de choses à dire, tant de souvenirs à évoquer, et sans doute encore bien des réflexions à mûrir. Ces trois années ont été un véritable défi, mais aussi une aventure humaine et intellectuelle profondément enrichissante. Les apprentissages acquis durant cette période continueront à m’accompagner bien au-delà de la fin de ce travail.

Il m’est impossible de conclure sans exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, d’une manière ou d’une autre, à l’accomplissement de cette thèse.

Je tiens tout d’abord à remercier chaleureusement les membres du jury : Pierre Bonnet, Lionel Pichon, Hélène Barucq, Hélène Oriot, Gabriel Soriano, et Sébastien Tordeux pour avoir évalué mon travail et pour les échanges enrichissants qui ont suivi ma présentation. J’adresse également mes remerciements aux membres invités de ce jury : Benoît Neichel, du Laboratoire d’Astrophysique de Marseille (LAM), et Gildas Kubické, représentant l’Agence de l’Innovation de Défense (AID). Par ailleurs, je remercie l’AID pour son soutien financier, en collaboration avec l’ONERA, sans lequel ce projet n’aurait pu aboutir.

Mes remerciements vont également aux membres du Centre de Recherche de l’École de l’Air (CREA) : Agnès Santori, Angel Scipioni et Pascal Rischette, pour m’avoir donné l’opportunité d’enseigner à l’École de l’air et de l’espace. Cette expérience a été aussi enrichissante que formatrice.

Arriver en thèse, c’est embarquer dans une aventure dont on ignore les contours, et je n’aurais jamais imaginé tout ce que ces trois années allaient me réserver. Ce parcours, semé d’obstacles, m’a permis de mieux me connaître, de gagner en confiance et en résilience, tout en développant des compétences insoupçonnées.

---

Je souhaite exprimer ma gratitude à Xavier Ferrières, qui m'a accompagnée dans cette aventure. Cette collaboration, riche et formatrice, touche aujourd'hui à sa fin, mais je mesure l'importance qu'elle a eue pour le développement de mes travaux. Merci, Xavier, pour tout ce que vous m'avez appris. La « *tête de mule* » vous sera toujours reconnaissante !

Encadrer une thèse est une tâche exigeante, qui à mes yeux demande engagement, rigueur et présence humaine. Ces qualités sont essentielles pour accompagner un doctorant, et ne devraient pas être négligées car elles donnent tout leur sens à l'idée même de transmission et de recherche collective. Ce parcours m'a enseigné l'importance de prendre ses responsabilités, de surmonter les obstacles et de poursuivre ses objectifs avec détermination, même lorsque les circonstances sont loin d'être idéales.

Être basée à Salon-de-Provence, alors que mon directeur était à Toulouse, a présenté son lot de contraintes, mais m'a également permis de faire de belles rencontres humaines et professionnelles. Un merci particulier à Patrick et Françoise, de l'ONERA Toulouse, pour leur aide précieuse lors des campagnes de mesures présentées dans cette thèse. Françoise, merci pour les mesures terrain complémentaires, ta bonne humeur et ton sourire ! Patrick, merci pour ton accompagnement dans le traitement des données et pour ton partage de connaissances. Merci également à Laurent pour ton aide, ton soutien et tes encouragements.

À Maëlys, merci pour les moments de solidarité, de rires et de complicité partagés lors de mes séjours à Toulouse. Ça m'a vraiment beaucoup apporté ! Un grand merci à François, avec qui j'ai partagé tant de moments mémorables avant ton départ pour terminer ta thèse à Toulouse. Être les deux seuls doctorants de la branche physique à Salon n'a pas toujours été simple, mais ta présence, nos échanges ont rendu ce parcours bien plus joyeux.

Un immense merci également à Souhail, mon compagnon doctorant au DEMR, qui m'a rejointe en cours de route. Merci pour les éclats de rire, les discussions interminables sur des sujets aussi variés que le sport ou la diététique (malgré nos avis parfois divergents !), et pour m'avoir souvent offert refuge dans ton bureau.

Je tiens également à remercier pour leur soutien mes collègues du DEMR : Jean-François, Rémi, Gilles, Jérôme et Nicolas. Jérôme, j'espère que ta nouvelle vie parisienne est à la hauteur de tes attentes ; toujours un plaisir de se retrouver autour d'un verre. Nicolas, tu as été l'une des premières personnes que j'ai rencontrées à mon arrivée : merci pour nos discussions botaniques et, bien sûr, pour les plantes !

À mes amis du DOTA, Ugo, Yannick et Josselin, merci pour votre bonne humeur et votre soutien. Josselin, un merci tout particulier pour ta relecture attentive de ce manuscrit.

---

Un remerciement spécial va au groupe de musique que nous avons formé avec Antonin, Ugo, Raph, Yale (et Thomas!). Ces moments musicaux restent parmi mes meilleurs souvenirs.

Une pensée également à tous les volleyeurs et volleyeuses de l'ONERA de Salon : Aurélie, Yale, Antonin, Alex, Jean-Paul, Patrick, Simon... j'espère que vous continuerez à jouer !

À Francine, le « repère » des doctorants de Salon, merci pour ta bienveillance et ta gentillesse à toute épreuve.

Je tiens à remercier sincèrement mes chères co-bureaux, Anne-Laure et Yale. Merci de m'avoir accueillie dans votre bureau il y a maintenant deux ans et pour tous les moments partagés ensemble. Vous avez su rompre ma solitude et m'apporter une force inestimable dans les moments difficiles. Votre bienveillance et vos encouragements m'ont permis de croire et d'avoir confiance en moi, même dans les périodes de doute. Vous avez su me rappeler que le travail finit toujours par être reconnu. J'ai rencontré deux collègues, et je repars avec deux amies. Merci à vous deux pour tout.

Une mention spéciale à Yale, qui, après le départ d'Anne-Laure (pour la meilleure des causes!), m'a accompagnée avec un dévouement inlassable dans la dernière ligne droite, ces ultimes semaines avant la soutenance. Ton soutien sans faille, ta capacité à me raisonner, me rassurer et à m'offrir une bouffée d'oxygène, même alors que tu étais toi-même en pleine rédaction de ton manuscrit, ont été d'une aide inestimable. Ne change jamais cette gentillesse qui te caractérise : beaucoup auraient à apprendre de toi.

À ma famille, mes parents, mon frère, merci pour votre soutien, même si mon travail semblait parfois abstrait. Un merci tout particulier à ma mère, qui n'a pas hésité à m'aider en traquant les fautes d'orthographe dans ce manuscrit.

Et enfin, à Thomas, qui partage ma vie : merci pour ta patience et ton écoute. Ce n'était pas toujours facile de constater l'impact de cette thèse sur moi, mais ton soutien indéfectible a été une véritable force. Je suis heureuse de te voir fier aujourd'hui.

Je ne peux citer tout le monde ici, mais je garde en mémoire tous ces gestes et ces paroles, parfois anodins, qui ont su me remotiver quand j'en avais besoin. Merci à ceux et celles qui, d'une manière ou d'une autre, m'ont donné l'impression d'être considérée et reconnue dans mon travail, car cela a fait toute la différence.

Pour finir, un grand merci pour les embûches et les difficultés rencontrées

---

tout au long de ce parcours, grâce à vous j'ai appris qu'avec de la persévérance, il est possible de surmonter bien des obstacles. L'important est de savoir ce que l'on veut et de se donner les moyens d'avancer.

À tous ceux qui m'ont accompagnée dans cette aventure, directement ou indirectement, merci du fond du cœur.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Liste des abréviations et acronymes</b>	<b>5</b>
<b>Liste des symboles, quantités et unités</b>	<b>7</b>
<b>Table des figures</b>	<b>15</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>18</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>19</b>
<b>1 Bases théoriques et état de l'art</b>	<b>25</b>
1.1 Introduction . . . . .	26
1.2 Positionnement et formulation mathématique du problème . .	27
1.2.1 Équations décrivant les champs électromagnétiques : Équations de Maxwell . . . . .	27
1.2.2 Introduction du champ incident en présence d'un sol .	30
1.2.3 Calcul du champ incident en présence d'un sol . . . .	32
1.2.4 Conditions aux limites : couches absorbantes de type PML . . . . .	38
1.2.5 Calcul du champ lointain rayonné . . . . .	43
1.3 Notions radar d'intérêt . . . . .	48
1.3.1 Notion de rugosité . . . . .	48
1.3.2 Définition de la Surface Équivalente Radar (SER) . .	49
1.4 État de l'art pour résoudre notre problème . . . . .	50
1.4.1 Méthode FDTD ou schéma de Yee . . . . .	51

## TABLE DES MATIÈRES

---

1.4.2	Méthodes FDTD conformes . . . . .	54
1.4.3	Méthode FVTD . . . . .	55
1.4.4	Méthode des éléments finis, méthode de Galerkin Dis- continue . . . . .	58
1.4.5	Comparatif des méthodes présentées . . . . .	60
1.5	Conclusion du chapitre et stratégie numérique adoptée . . . .	61
<b>2</b>	<b>Stratégie de maillage</b>	<b>63</b>
2.1	Introduction . . . . .	63
2.2	Stratégie de découpage du domaine de calcul . . . . .	66
2.3	Génération de maillages hybrides cartésiens / non-structurés	68
2.3.1	Maillages surfaciques des objets . . . . .	68
2.3.2	Zone cartésienne . . . . .	69
2.3.3	Zone non-structurée . . . . .	70
2.3.4	Raccords hybrides cartésiens / non-structurés . . . . .	73
2.3.5	Raffinements locaux . . . . .	75
2.4	Exemples de maillages hybrides cartésiens / non-structurés .	77
2.5	Conclusion . . . . .	79
<b>3</b>	<b>Schémas numériques volumes finis</b>	<b>81</b>
3.1	Introduction . . . . .	82
3.2	Principe général de la méthode FVTD : approximation des flux	83
3.3	Solveur FVTD adapté aux zones cartésiennes des maillages (FVTD-ST) . . . . .	87
3.3.1	Approximation des flux de type $\beta\gamma$ . . . . .	87
3.3.2	Exemples numériques en espace libre . . . . .	91
3.4	Solveur FVTD adapté aux zones non-structurées des maillages (FVTD-NST) . . . . .	95
3.4.1	Stratégies d'ordre d'approximation variable et de pas de temps local . . . . .	95
3.4.2	Exemples numériques en espace libre . . . . .	96
3.4.3	Introduction du champ incident en présence d'un sol .	99
3.4.4	Exemples numériques en présence d'un sol . . . . .	104
3.5	Conclusion . . . . .	110
<b>4</b>	<b>Hybridation FVTD-ST/NST</b>	<b>113</b>
4.1	Introduction . . . . .	114
4.2	Stratégie de développement . . . . .	115
4.3	Architecture logicielle proposée dans notre solution multi- domaines / multi-méthodes . . . . .	115
4.4	Difficultés liée à l'hybridation de schéma : la stabilité de la solution hybride . . . . .	117
4.5	Schéma FVTD-ST/NST : hybridation temporelle . . . . .	122

4.5.1	Mise en œuvre d'une stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine . . . . .	123
4.5.2	Stratégie d'hybridation . . . . .	125
4.5.3	Approches multi-domaines / multi-méthodes envisagées	127
4.6	Exemples numériques en espace libre . . . . .	130
4.7	Exemples numériques en présence d'un sol . . . . .	134
4.8	Conclusion . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Appréciation des performances de l'outil de simulation développé</b>	<b>141</b>
5.1	Introduction . . . . .	142
5.2	Confrontation à des données expérimentales . . . . .	142
5.2.1	Dispositif expérimental et aménagement du site d'acquisition . . . . .	143
5.2.2	Protocole de mesure et traitement du signal associé .	144
5.2.3	Configuration des simulations . . . . .	146
5.2.4	Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats de simulations numériques . . . . .	148
5.2.5	Conclusion . . . . .	158
5.3	Étude de configurations complémentaires . . . . .	159
5.3.1	Cas d'une sphère enfouie . . . . .	160
5.3.2	Cas d'une demi-sphère enfouie . . . . .	163
5.3.3	Cas d'un cylindre enfoui . . . . .	167
5.3.4	Conclusion . . . . .	173
5.4	Conclusion du chapitre . . . . .	173
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>175</b>
	<b>Liste des publications et des communications</b>	<b>181</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>183</b>
	<b>Annexes</b>	<b>195</b>
<b>A</b>	<b>Discrétisation spatiale du schéma <math>\beta\gamma</math> - solveur FVTD-ST</b>	<b>195</b>
<b>B</b>	<b>Format type d'un fichier "fort.1", fichier de lancement pour un calcul hybride</b>	<b>201</b>
<b>C</b>	<b>Format type d'un fichier de données "zoneST.1" - solveur FVTD-ST</b>	<b>203</b>
<b>D</b>	<b>Format type d'un fichier de données "zoneNST.1" - solveur FVTD-NST</b>	<b>207</b>





# Liste des abréviations et acronymes

<b>AVR</b>	Analyseur Vectoriel de Réseaux
<b>CD</b>	Champ Diffracté
<b>CDO</b>	<i>Compatible Discrete Operator</i>
<b>CFDTD</b>	<i>Conformal FDTD</i>
<b>CFL</b>	<i>Courant–Friedrichs–Lewy</i>
<b>CFM</b>	Centre du Fauga-Mauzac de l'ONERA
<b>CPU</b>	<i>Central Processing Unit</i>
<b>CT</b>	Champ Total
<b>DFT</b>	<i>Discrete Fourier Transform</i>
<b>EEI</b>	Engins Explosifs Improvisés
<b>EM</b>	Électromagnétique
<b>FDTD</b>	<i>Finite-Difference Time-Domain</i>
<b>FI</b>	Fréquence Intermédiaire
<b>FIT</b>	<i>Finite Integration Technique</i>
<b>FVTD</b>	<i>Finite-Volume Time-Domain</i>
<b>FVTD-NST</b>	Solveur FVTD adapté aux parties non-structurées des maillages hybrides
<b>FVTD-ST</b>	Solveur FVTD adapté aux parties cartésiennes des maillages hybrides
<b>FVTD-ST/NST</b>	Méthode hybride couplant les solveurs FVTD-ST et FVTD-NST
<b>GPR</b>	<i>Ground Penetrating Radar</i>

## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET ACRONYMES

---

<b>GPU</b>	<i>Graphics Processing Unit</i>
<b>HH</b>	Transmission et réception en polarisation horizontale
<b>HPC</b>	<i>High Performance Computing</i>
<b>LNA</b>	<i>Low Noise Amplifier</i>
<b>MIMD</b>	<i>Multiple Instruction, Multiple Data</i>
<b>MPI</b>	<i>Message Passing Interface</i>
<b>MUSCL</b>	<i>Monotonic Up wind Schemes for Conservation Laws</i>
<b>ONERA</b>	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
<b>PEC</b>	<i>Perfect Electric Conductor</i>
<b>PML</b>	<i>Perfectly Matched Layers</i>
<b>RAMSES</b>	Radar Aéroporté Multi-spectral d'Étude des Signatures
<b>RCS</b>	<i>Radar Cross Section</i>
<b>rms</b>	<i>root mean square</i>
<b>SAR</b>	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
<b>SER</b>	Surface Équivalente Radar
<b>SIMD</b>	<i>Single Instruction on Multiple Data</i>
<b>ST</b>	Cartésien
<b>SETHI</b>	Système Expérimental de Télédétection Hyperfréquence Imageur
<b>TE</b>	Transverse Électrique
<b>TDR</b>	<i>Time Domain Reflectometry</i>
<b>TM</b>	Transverse Magnétique
<b>VV</b>	Transmission et réception en polarisation verticale

## Liste des symboles, quantités et unités

<b>Symbole</b>	<b>Quantité</b>	<b>Unité</b>
$\beta$	Coefficient de pondération	—
$\gamma$	Coefficient de pondération	—
$\Gamma$	Coefficient de réflexion	—
$\delta$	Hauteur <i>rms</i>	m
$\varepsilon$	Permittivité diélectrique	F.m <sup>-1</sup>
$\varepsilon_0$	Permittivité diélectrique du vide	F.m <sup>-1</sup>
$\varepsilon_r$	Permittivité diélectrique relative	—
$\theta_i$	Angle d'incidence	rad ou deg
$\kappa$	Coefficient	—
$\lambda$	Longueur d'onde	m
$\mu$	Perméabilité magnétique	H.m <sup>-1</sup>
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide	H.m <sup>-1</sup>
$\mu_r$	Perméabilité magnétique relative	—
$\rho$	Densité de charges	C.m <sup>-3</sup>
$\rho_b$	Masse volumique	kg.m <sup>-3</sup>
$\sigma$	Conductivité électrique	S.m <sup>-1</sup>
$\sigma$	SER	m <sup>2</sup>

## LISTE DES SYMBOLES, QUANTITÉS ET UNITÉS

---

$\tau$	Durée	s
$\omega$	Fréquence angulaire	rad.s <sup>-1</sup>
$\Omega$	Domaine de calcul	
$a$	Longueur (arête)	m
$\mathbf{B}$	Induction magnétique	T
$c$	Vitesse	m.s <sup>-1</sup>
$c_0$	Vitesse de la lumière dans le vide	m.s <sup>-1</sup>
$d$	Distance	m
$dl$	Pas de discrétisation spatiale	m
$dt$	Pas de temps de discrétisation	s
$\mathbf{D}$	Induction électrique	C.m <sup>-2</sup>
$\mathbf{E}$	Champ électrique	V.m <sup>-1</sup>
$f$	Fréquence	Hz
$\mathbf{H}$	Champ magnétique	A.m <sup>-1</sup>
$\mathbf{J}$	Densité de courant	A.m <sup>-2</sup>
$k$	Nombre d'onde	rad.m <sup>-1</sup>
$n$	Indice de réfraction	—
$m_v$	Teneur en eau volumique	m <sup>3</sup> .m <sup>-3</sup>
$S$	Surface	m <sup>2</sup>
$t$	Temps, durée	s
$T_o$	Durée d'observation	s
$V$	Volume	m <sup>3</sup>
$Y$	Admittance	S
$Z$	Impédance	$\Omega$ (ohm)

# Table des figures

1.1	Représentation d'un domaine de calcul contenant un bi-milieu air / sol, et du plan d'incidence $G$ correspondant au plan $X - Z$ .	33
1.2	Couches absorbantes de type PML tridimensionnelles. . . . .	39
1.3	Géométrie en coupe selon le plan $X - Z$ du domaine de calcul. Représentation des vecteurs utilisés pour le calcul des fonctions de Green à partir d'une source sur la surface $S_a$ au dessus de l'interface air / sol. . . . .	45
1.4	Géométrie en coupe selon le plan $X - Z$ du domaine de calcul. Représentation des vecteurs utilisés pour le calcul des fonctions de Green à partir d'une source sur la surface $S_b$ en dessous de l'interface air / sol. . . . .	45
1.5	Interaction d'une onde électromagnétique avec une surface lisse (à gauche) et une surface rugueuse (à droite). . . . .	49
1.6	Localisation des inconnues sur une cellule d'un maillage cartésien (schéma de Yee). Les noeuds du maillage sont définis pas les indices $i, j, k$ . . . . .	52
1.7	Localisation des inconnues en considérant un maillage primal et un maillage dual (schéma de Yee). . . . .	53
1.8	Maillage en marches d'escalier d'une sphère. . . . .	54
2.1	Représentations de la géométrie d'un avion à partir de plusieurs grilles : a) utilisation d'un maillage composé de triangles ; utilisation de grilles cartésiennes dont les dimensions sont (en nombre de maille) respectivement : b) $100 \times 60 \times 160$ , c) $170 \times 90 \times 264$ et d) $320 \times 160 \times 508$ . . . . .	65
2.2	Domaine de calcul avec différents sous-domaines. . . . .	66
2.3	Exemple de détermination d'un sous-domaine de calcul dans le cas d'un avion. . . . .	67
2.4	Raccords autorisés et non autorisés entre cellules dans le maillage. . . . .	67

TABLE DES FIGURES

---

2.5	Domaine de calcul avec sol stratifié et ses différents sous-domaines. . . . .	68
2.6	Maillage surfacique d'une sphère. . . . .	69
2.7	Coupe d'un maillage surfacique cartésien d'une sphère. . . . .	70
2.8	Processus de maillage d'une zone non-structuré entre deux surfaces par GMSH. À gauche, les deux surfaces au format ".STL" et à droite le maillage volumique généré entre ces dernières. . . . .	72
2.9	Coupe transversale d'un maillage hybride cartésien / non-structuré pour une sphère et étapes de générations. Étape 1 : Maillage surfacique d'une sphère. Étape 2 : Maillage volumique cartésien externe. Étape 3 : Maillage volumique non-structuré entre le maillage surfacique de la sphère et le maillage surfacique de la frontière cartésienne. Étape 4 : Maillage hybride final [72]. . . . .	73
2.10	Étapes de recollement pour l'obtention d'un maillage hybride cartésien / non-structuré dans le cas d'une sphère dans un milieu quelconque (représentations des coupes des maillages). . . . .	74
2.11	Interface d'hybridation cellulaire entre un maillage cartésien et un maillage non-structuré [72]. . . . .	75
2.12	Coupe transversale d'un maillage raffiné localement dans le cas d'une boîte rectangulaire enfouie dans un sol de permittivité relative trois fois supérieure à celle de l'espace libre. . . . .	76
2.13	Coupe transversale d'un maillage hybride cartésien / non-structuré dans le cas d'une sphère enfouie et interfaces d'hybridation cellulaire entre deux zones cartésiennes de pas de discrétisation spatiale différents (en vert) et entre une zone cartésienne et une zone objet non-structurée (en bleu) [72]. . . . .	77
2.14	Coupes de maillages hybrides cartésiens / non-structurés de différents objets canoniques : a) une sphère, b) une demi-sphère, c) un cylindre. . . . .	78
2.15	Coupes de maillages hybrides cartésiens / non-structurés de différents aéronefs. . . . .	78
3.1	Courbes caractéristiques définies par $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0}}$ et $-c = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0}}$ . . . . .	85
3.2	SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec le solveur FVTD-ST pour différentes valeurs de $\beta$ et $\gamma$ fixé à 0.01 (avec $\kappa = 0.6$ ). . . . .	92

---

3.3	SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec le solveur FVTD-ST pour différentes valeurs de $\gamma$ et $\beta$ fixé à 0 (avec $\kappa = 0.6$ ). . . . .	93
3.4	SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec les solveurs FVTD-ST et FDTD. . . . .	94
3.5	Coupe du maillage hybride cartésien / non-structuré dans le plan $Y - Z$ représentant une sphère PEC en espace libre [72].	97
3.6	SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec le solveur FVTD-NST pour différentes approximations des flux [72]. . . . .	98
3.7	Discrétisation temporelle et spatiale de la grille auxiliaire 1D.	101
3.8	Réduction du pas de temps dans la grille auxiliaire 1-D pour assurer la stabilité. . . . .	102
3.9	Réduction du pas de temps dans la grille auxiliaire 1-D pour assurer la stabilité et la correspondance entre les axes temporels 3-D et 1-D, avec $dt_{3D} = 3dt_{1D}$ ( $M=2$ ) [72]. . . . .	102
3.10	Réduction du pas de temps dans la grille auxiliaire 1-D pour assurer la stabilité et la correspondance entre les axes temporels 3-D et 1-D, pour $dt_{NST} = 3dt_{min}$ en présence de deux classes de cellules ( $N=2$ ), et $dt_{min} = 3dt_{1D}$ ( $M=2$ ) [72]. . . . .	103
3.11	Géométrie pour un cube diélectrique à pertes enterré dans un sol homogène à pertes, illuminé par une onde plane incidente [72]. . . . .	105
3.12	Géométrie pour une sphère diélectrique à pertes enterrée dans un sol homogène à pertes, illuminé par une onde plane incidente [72]. . . . .	105
3.13	Champs électriques lointains rayonnés par un cube diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour différents angles d'incidence $\theta_i$ , polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbes noires) et de nos simulations (courbes bleues) [72]. . . . .	106
3.14	Champs électriques lointains rayonnés par une sphère diélectrique enfouie dans un sol à pertes, pour une incidence normale $\theta_i = 0^\circ$ , polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbe noire) et de notre simulation (courbe bleue) [72]. . . . .	107
3.15	Champs électriques lointains rayonnés par un cube diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour une incidence normale $\theta_i = 0^\circ$ , polarisation HH. Comparaison entre [82] (courbe noire) et nos résultats (courbes bleue et rouge) [72]. . . . .	108



TABLE DES FIGURES

---

3.16 Champs électriques lointains rayonnés par une sphère diélectrique enfouie dans un sol à pertes, pour une incidence normale  $\theta_i = 0^\circ$ , polarisation HH. Comparaison entre [82] (courbe noire) et nos résultats (courbes bleue et rouge) [72]. . . . . 108

4.1 Échanges MPI autorisés dans notre architecture logicielle. . . 117

4.2 Schéma *Leap-Frog* à plusieurs classes de pas de temps. . . . . 124

4.3 Définition des classes de pas de temps dans la stratégie hybride multi-classes, multi-domaines. . . . . 126

4.4 Échanges dans la stratégie hybride multi-classes, multi-domaines, schéma *Leap-Frog*. . . . . 127

4.5 SER d’une sphère PEC de rayon 0.5 m, en espace libre, en fonction de la fréquence, obtenue à partir des calculs FDTD, FVTD-ST, FVTD-NST, et de la méthode hybride FVTD-ST/NST [72]. . . . . 131

4.6 SER d’une sphère PEC de rayon 0.5 m, en espace libre, en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations effectuées avec la méthode hybride FVTD-ST/NST, selon différentes tailles d’arête  $a$  du maillage de surface de la sphère [72]. . . . . 132

4.7 SER d’une sphère PEC de rayon 0.5 m, en espace libre, en fonction de la fréquence : Résultats obtenus à partir de calculs FDTD sur un maillage cartésien et de calculs hybrides FVTD-ST/NST sur deux maillages hybrides distincts [72]. . . . . 133

4.8 Champs électriques lointains rayonnés par un cube diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour différents angles d’incidence  $\theta_i$ , polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbes noires) et ceux obtenus à partir de nos simulations FVTD-NST (courbes bleues) et hybrides FVTD-ST/NST (courbes violettes). . . . . 136

4.9 Champs électriques lointains rayonnés par une sphère diélectrique enfouie dans un sol à pertes, pour une incidence normale ( $\theta_i = 0^\circ$ ), polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbe noire) et ceux obtenus à partir de nos simulations FVTD-NST (courbe bleue) et hybride FVTD-ST/NST (courbe violette). . . . . 137

5.1 Dispositif expérimental. . . . . 143

5.2 Schéma du dispositif expérimental. . . . . 144

5.3 Schéma du dispositif expérimental dans le cas de la sphère positionnée en surface. . . . . 147

5.4 Schéma du dispositif expérimental dans le cas de la sphère enfouie à une profondeur  $d$ . . . . . 148

---

5.5	Comparaison entre la réponse expérimentale (ligne en pointillé) et la réponse simulée (ligne continue) d'une sphère métallique de 10 cm de rayon placée en surface d'un sol sableux [87]. . . . .	150
5.6	Comparaison entre la réponse expérimentale (ligne en pointillé) et la réponse simulée (ligne continue) d'une sphère métallique de 10 cm de rayon enfouie à une profondeur de 6 cm dans sol sableux [87]. . . . .	151
5.7	Comparaison entre la réponse expérimentale (ligne en pointillé) et la réponse simulée (ligne continue) d'une sphère métallique enfouie à une profondeur de 18 cm dans sol sableux [87]. . . . .	151
5.8	Comparaison entre les réponses expérimentales (lignes en pointillés) et les réponses simulées (lignes continues) pour les polarisations HH (lignes rouges) et VV (lignes bleues), d'une sphère métallique placée en surface d'un sol sableux. . . . .	157
5.9	Comparaison entre les réponses expérimentales (lignes en pointillés) et les réponses simulées (lignes continues) pour les polarisations HH (lignes rouges) et VV (lignes bleues), d'une sphère métallique de 10 cm de rayon enfouie à une profondeur de 6 cm dans un sol sableux. . . . .	158
5.10	Maillage surfacique d'une sphère de rayon 0.3 m. . . . .	160
5.11	Vue en coupe de la géométrie pour une sphère métallique enfouie dans un sol homogène à pertes. . . . .	161
5.12	SER de la sphère enfouie en fonction de l'angle d'observation $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence $\theta_i$ . Fréquence considérée : $f_c = 300$ MHz. . . . .	162
5.13	SER de la sphère enfouie en fonction de l'angle d'observation $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence $\theta_i$ . Fréquence considérée : $f_c = 600$ MHz. . . . .	162
5.14	Maillage surfacique d'une demi-sphère de rayon 0.3 m. . . . .	163
5.15	Vue en coupe de la géométrie pour une demi-sphère métallique enfouie dans un sol homogène à pertes (configuration A). . . . .	163
5.16	Vue en coupe de la géométrie pour une demi-sphère métallique enfouie dans un sol homogène à pertes (configuration B). . . . .	164
5.17	SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration A, en fonction de l'angle d'observation $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence $\theta_i$ . Fréquence considérée : $f_c = 300$ MHz. . . . .	165

---

TABLE DES FIGURES

---

5.18 SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration *A*, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz. . . . . 165

5.19 SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration *B*, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz. . . . . 166

5.20 SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration *B*, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz. . . . . 166

5.21 Maillage surfacique du cylindre de rayon 0.3 m et de hauteur 0.9 m. . . . . 167

5.22 Vue en coupe de la géométrie pour un cylindre métallique enfoui dans un sol homogène à pertes (configuration verticale). . . . . 168

5.23 Vue en coupe de la géométrie pour un cylindre métallique enfoui dans un sol homogène à pertes (configuration *A*). . . . . 168

5.24 Vue en coupe de la géométrie pour un cylindre métallique enfoui dans un sol homogène à pertes (configuration *B*). . . . . 169

5.25 SER du baril enfoui verticalement en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz. . . . . 170

5.26 SER du baril enfoui verticalement en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz. . . . . 170

5.27 SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration *A*, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz. . . . . 171

5.28 SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration *A*, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz. . . . . 171

---

5.29 SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration  $B$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz. . . . . 172

5.30 SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration  $B$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz. . . . . 172



# Liste des tableaux

3.1	Gains en temps CPU en comparaison avec la stratégie d'ordre d'approximation variable (temps CPU associé : $T_{vo}^{CPU}$ ) pour des calculs FVTD-NST sur maillage hybride, représentant une sphère PEC en espace libre. . . . .	99
3.2	Répartition des cellules du maillage en trois classes et leurs pas de temps locaux correspondants. . . . .	99
3.3	Distribution des cellules du maillage uniforme et du maillage raffiné $A_{sphere}$ dans le cas de la sphère, en cinq classes de pas de temps locaux (pas de temps global : $dt_{NST} = 4.1897 \cdot 10^{-12}$ s), pour des calculs FVTD-NST. . . . .	109
3.4	Distribution des cellules du maillage raffiné $A_{cube}$ en deux classes de pas de temps locaux (pas de temps global : $dt_{NST} = 7.4999 \cdot 10^{-12}$ s), pour des calculs FVTD-NST. . . . .	110
4.1	Répartition des cellules du sous-domaine non-structuré du maillage en quatre classes et les pas de temps locaux correspondants. . . . .	130
4.2	Gain en temps CPU pour les calculs de SER d'une sphère PEC en espace libre en utilisant l'approche FVTD-ST, les approches FVTD-NST et hybride FVTD-ST/NST, comparé à celui obtenu avec le schéma FDTD ( $T_{FDTD}^{CPU}$ ). . . . .	131
4.3	Gain en temps CPU pour les calculs de la SER d'une sphère PEC en espace libre en utilisant le schéma FDTD sur maillage cartésien avec une taille d'arête de cellule $d_l^C$ , et la méthode hybride FVTD-ST/NST sur un maillage hybride avec une taille d'arête de cellule $d_l^H = 0.02$ m dans la partie cartésienne, comparé à celui obtenu avec la méthode hybride FVTD-ST/NST ( $T_{Hyb}^{CPU}$ ) sur un maillage hybride avec une taille d'arête de cellule $d_l^H = 0.04$ m dans la partie cartésienne.	134

## LISTE DES TABLEAUX

---

4.4	Distribution des cellules du sous-domaine non-structuré du maillage hybride de la <b>sphère</b> en six classes de pas de temps (pas de temps global : $dt_{HYB} = dt_{max} = 1.2569 \cdot 10^{-11}$ s).	135
4.5	Distribution des cellules du sous-domaine non-structuré du maillage hybride du <b>cube</b> en deux classes de pas de temps (pas de temps global : $dt_{HYB} = dt_{max} = 1.2772 \cdot 10^{-11}$ s).	135
5.1	SER de la sphère positionnée en surface. . . . .	149
5.2	SER de la sphère enfouie à 6 cm de profondeur. . . . .	149
5.3	SER de la sphère enfouie à 18 cm de profondeur. . . . .	150
5.4	Écarts absolus en dB.m <sup>2</sup> observés entre les SER expérimentales et les SER simulées, pour les différentes configurations, selon la teneur en eau $m_v$ , dans le cas de la polarisation VV.	153
5.5	Écarts absolus en dB.m <sup>2</sup> observés entre les SER expérimentales et les SER simulées, pour les différentes configurations, selon la distance $d_c$ entre l'emplacement de la cible en surface et le portique, dans le cas de la polarisation VV. . . . .	154
5.6	Décalages en distance (m) observés entre les résultats expérimentaux et simulés, pour les différentes configurations, selon la distance $d_c$ entre l'emplacement de la cible en surface et le portique, dans le cas de la polarisation VV. . . . .	154
5.7	Écarts absolus en dB.m <sup>2</sup> observés entre les SER expérimentales et les SER simulées, pour les différentes configurations, selon la variation de la profondeur d'enfouissement $\Delta d$ (m) de la cible par rapport à la profondeur d'enfouissement estimée, dans le cas de la polarisation VV. . . . .	155
5.8	Décalages en distance (m) observés entre les résultats expérimentaux et simulés, pour les différentes configurations, selon la variation de la profondeur d'enfouissement $\Delta d$ (m) de la cible par rapport à la profondeur d'enfouissement estimée, dans le cas de la polarisation VV. . . . .	156

# Introduction générale

La détection d'objets enfouis est une préoccupation majeure dans le domaine de la télédétection radar, avec des applications aussi bien civiles, telles que l'archéologie, que militaires, notamment pour la détection d'engins explosifs improvisés (EEI) ou de caches d'armes. Actuellement, le géoradar (Ground Penetrating Radar, GPR) demeure la technologie radar prédominante pour l'imagerie non destructive des sous-sols [1]. Les investigations par GPR présentent le potentiel de détecter de manière non destructive des cibles enterrées ou dissimulées jusqu'à plusieurs mètres de profondeur selon les caractéristiques diélectriques du sol, telles que des tubes en béton, des fûts métalliques et en plastique, des tuyaux, etc. Le GPR permet également de cartographier les sous-sols et les structures souterraines [2][3]. Toutefois, ses capacités sont restreintes en termes de couverture, étant donné les contraintes liées au déplacement de l'antenne sur le terrain et au temps nécessaire pour effectuer les mesures.

Par ailleurs, si les systèmes radars aéroportés tels que le radar à synthèse d'ouverture (Synthetic Aperture Radar, SAR) offrent de nombreuses opportunités pour l'observation de la Terre, ils peuvent également être exploités pour l'imagerie et la localisation d'objets enfouis. Bien que l'imagerie SAR nécessite un grand nombre d'acquisitions pour obtenir des résultats comparables en termes de détection aux mesures de surface avec le GPR, elle offre l'avantage de couvrir de vastes zones en un temps réduit [4], tout en maintenant une distance de sécurité par rapport à la zone d'intérêt.

Dans le passé, plusieurs plate-formes aéroportées ont permis la détection d'objets et de structures enfouies à des profondeurs atteignant parfois plusieurs mètres [5]. Parmi celle-ci, les systèmes RAMSES et son successeur SETHI [6][7], développés par l'ONERA (Office national d'études et de recherches aérospatiales), ont permis de réaliser des campagnes expérimentales remarquables. On peut notamment citer les campagnes menées sur la Dune du Pilat (Pyla Experiment - 2001) [8], en Tunisie (TuniSAR - 2010) [9] et au Groenland en 2018 [4],[10]. Cependant, ces résultats ont pour la plupart



été obtenus dans des conditions désertiques ou de sol propice (faible teneur en eau, par exemple). Les capacités de détection sont en effet étroitement liées à la profondeur de pénétration pouvant être atteinte par les ondes électromagnétiques (EM), laquelle dépend des propriétés diélectriques du sol et de sa teneur en eau [11]. Si les ondes EM de la partie inférieure du spectre micro-ondes (fréquences inférieures à 1.5 GHz) présentent une capacité significative à pénétrer le sable sec, la neige ou la glace, cette capacité est plus limitée dans les environnements humides par exemple. De plus, les cibles de dimensions décimétriques, illuminées avec une longueur d'onde de l'ordre du mètre présentent des niveaux de réflectivité relativement faibles, ce qui rend leur détection ardue.

La complexité et le coût associés à la mise en œuvre de mesures radar aéroportées avec des plate-formes telles qu'un Transall C-160 pour le système RAMSES et un Falcon 20 pour le système SETHI constituent une contrainte supplémentaire. Néanmoins, une évolution significative des capteurs SAR est observée, comme en témoigne le système SAR-Light [12] développé par l'ONERA. Ce système haute résolution, embarqué à bord d'un drone DJI M600, facilite la réalisation de campagnes d'observation. Cependant, malgré ces avancées, la réalisation de mesures en basses fréquences (300 MHz à 1 GHz) est encore en phase d'étude et de validation, et nécessite une organisation logistique non négligeable.

Dans ce contexte, une évaluation préalable des capacités de détection semble cruciale. D'une part, il apparaît essentiel de pouvoir adapter les paramètres de l'instrument imageur afin d'optimiser la détection, c'est à dire maximiser le contraste entre la cible enfouie et le sol environnant ("*clutter*"). Cette adaptation peut concerner le choix de la bande de fréquence à utiliser, l'angle d'incidence à privilégier ou encore le mode d'acquisition polarimétrique le plus adapté [13], en fonction des missions envisagées. Dans ce cas, une étude numérique préliminaire permettant une première prédiction des résultats attendus en fonction des capacités systèmes et des caractéristiques de la scène à imager, serait un atout majeur pour justifier ou non de l'intérêt d'une campagne de mesures.

Les simulations numériques, permettant de prédire la surface équivalente radar (SER) ou en anglais "Radar Cross Section" (RCS) des cibles, s'avèrent alors être des données précieuses. En effet, la notion de SER est directement liée à celle de détection puisqu'elle correspond à la capacité de la cible à capter l'énergie et à la renvoyer en direction du système radar en réception [14]. C'est une caractéristique physique inhérente à un objet, qui dépend de sa forme, de ses dimensions, de la nature des matériaux qui le composent, de son orientation par rapport au système radar, de la longueur d'onde ainsi que de la configuration de polarisation du système. Durant les dernières décennies, plusieurs méthodes permettant la résolution

de problèmes de diffraction et donc l'évaluation de SER ont été proposées. Elles se classent en trois catégories : les méthodes analytiques, les méthodes asymptotiques (fournissant des solutions approchées des équations de Maxwell) et les méthodes numériques "rigoureuses" (résolvant le modèle exact des équations de Maxwell). Les premières permettent certes d'obtenir des valeurs exactes de SER en zone de champs lointains [15], mais ne peuvent être appliquées que pour quelques cas canoniques (sphère, cylindre infini etc.) dans des environnements relativement simples (espace libre). En règle générale, il est souvent difficile, voire impossible, d'estimer analytiquement la SER d'un objet complexe. Les méthodes asymptotiques, quant à elles, utilisent des approximations dites hautes fréquences des équations de Maxwell pour la résolution du problème de diffraction. Elles peuvent être regroupées en deux sous-familles : les méthodes asymptotiques de type "rayons" basées sur un développement asymptotique du champ rayonné à grande distance de la cible (ex : Optique Géométrique, Théorie Géométrique de la Diffraction [16]) et type "courants" basées sur une résolution asymptotique via le courant induit sur la surface de la cible (ex : Optique Physique, Théorie Physique de la Diffraction [17], Méthode des Courants Équivalents [18]). Les approximations introduites, garantissent une résolution rapide mais restreignent la validité de ces méthodes aux hautes fréquences. Elles ne peuvent être appliquées que lorsque les dimensions des objets sont grandes devant la longueur d'onde et en présence de scénarios peu complexes (absence de géométries confinant les rayons optiques). Pour ce travail de recherche, où l'on s'intéresse à l'évaluation précise du champ diffracté par des objets et structures enfouis dans un contexte relativement basses fréquences (longueur d'onde de l'ordre du mètre), les méthodes asymptotiques sont écartées.

Dans cette étude, nous nous concentrerons donc sur les méthodes numériques dites "rigoureuses", permettant la résolution des équations de Maxwell pour des problèmes de diffraction EM par des cibles complexes. La SER est évaluée en calculant le champ diffracté via la discrétisation des équations de Maxwell, que ce soit dans le domaine temporel ou fréquentiel. Pour traiter les configurations qui nous intéressent dans cette thèse, les méthodes de simulation temporelles se révèlent être les plus pertinentes. En effet, l'intérêt principal est de pouvoir évaluer la SER sur une large bande de fréquence. Une seule simulation est alors nécessaire pour obtenir la signature temporelle et la réponse sur une large bande de fréquence de la cible. De plus, la considération d'un demi-espace infini tel que le sol et la présence d'hétérogénéités semble plus évidente en domaine temporel qu'en domaine fréquentiel.

De manière générale, l'utilisation de tels outils de simulation numérique est de plus en plus répandue pour répondre aux préoccupations croissantes dans le domaine de la modélisation de l'environnement électromagnétique des systèmes. De plus, en raison de la complexité croissante des structures, des méthodes de simulation toujours plus efficaces sont nécessaires. Pour

traiter des scènes de calcul présentant des objets dans / ou sur un sol illuminé par une onde EM issue d'un système aéroporté, des études antérieures [19] [20] [21] ont utilisé la technique des Différences Finies en domaine temporel (FDTD, *Finite-Difference Time Domain method*) [22] basée sur l'historique schéma de Yee [23]. Actuellement, c'est la méthode la plus largement utilisée pour résoudre les équations de Maxwell instationnaires en raison de sa robustesse et de son efficacité en termes de coût calcul. Cela est en partie attribuable au fait qu'elle repose sur un maillage cartésien (composé d'hexaèdres réguliers) nécessitant peu de ressources de stockage et d'opérations à chaque itération temporelle. Cependant, ce type de maillage conduit à une représentation en "marches d'escaliers" des géométries courbes, engendrant une imprécision dans le calcul à proximité de ces dernières. Ainsi, un niveau de discrétisation élevé s'avère nécessaire pour accommoder au mieux les objets curvilignes, ce qui se traduit par une augmentation du coût en temps de calcul et en occupation de l'espace mémoire.

Des approches alternatives telles que le schéma Volumes Finis (FVTD, *Finite-Volume Time Domain method*) [24] [25] [26], utilisant des maillages non-structurés (composés de tétraèdres), offrent de meilleures représentations géométriques. De plus, le schéma FVTD présente un avantage majeur pour les simulations impliquant des objets enfouis, nécessitant la prise en compte de plusieurs milieux caractérisés par des vitesses de propagation différentes. Il présente en effet la capacité de gérer des maillages comportant des cellules localement raffinées de tailles variables, spécifiquement définies pour composer avec les différentes vitesses de propagation. Néanmoins, le calcul des champs électromagnétiques par cette méthode demande généralement un temps de calcul et des capacités de stockage plus élevés que l'approche FDTD. Ainsi, pour améliorer les capacités de modélisation, une idée naturelle est d'utiliser un schéma hybride FDTD/FVTD [27][28] couplé à des maillages hybrides cartésiens / non-structurés. Cela implique de mailler le domaine de calcul en utilisant une grille cartésienne avec des zones de maillage localement non structurées (autour des surfaces courbes) et d'appliquer le schéma FDTD sur la partie cartésienne et le schéma FVTD sur la partie non-structurée. Cependant, la stabilité de la stratégie hybride FDTD/FVTD n'est pas clairement démontrée pour la plupart des solutions proposées jusqu'à présent dans la littérature, et est donc encore rarement utilisée.

En considérant tous ces éléments, notre objectif est de proposer une nouvelle méthode hybride stable pour résoudre les équations de Maxwell instationnaires, et de l'appliquer spécifiquement à des problèmes de télédétection. Le travail de cette thèse étant initialement motivé par la nécessité de proposer un outil de conseil pour la détection d'objets enfouis à partir de plates-formes aéroportées.

Le coeur de ce travail de thèse se concentre sur la recherche, le développement et l'optimisation d'un outil de simulation efficace d'un point de vue numérique, tout en prenant en compte les divers enjeux inhérents à notre contexte d'application. Notre démarche vise à répondre au mieux à la nécessité de simuler des mesures radar aéroportées en présence d'un milieu à pertes tel que le sol. Ainsi, en parallèle de notre quête d'efficacité numérique, notre travail est également axé sur l'implémentation dans notre outil de simulation, de modèles permettant une description représentative de la nature du sol ainsi que d'une source et des récepteurs éloignés de l'interface air / sol. Parmi, les aspects fondamentaux à considérer, figurent la prise en compte précise d'une source d'onde plane en présence d'un milieu avec pertes, ainsi que la mise en œuvre d'une transformation champ proche / champ lointain, étant donné que seul les champs proches sont accessibles dans le volume de calcul.

Le **chapitre 1** de cette thèse introduit les notions essentielles à la bonne compréhension de notre sujet de recherche et fournit un état de l'art sur les différentes méthodes numériques pouvant être utilisées pour l'évaluation de SER et les différents travaux consacrés aux calculs des champs diffractés par des objets enfouis. À la lumière de l'ensemble de ces éléments, nous explicitons la stratégie élaborée pour répondre à la problématique de cette thèse. Cette stratégie repose sur deux axes principaux : l'utilisation de maillages hybrides cartésiens / non-structurés et la mise en œuvre d'une hybridation de schémas de type volumes finis. Nous détaillons le cheminement qui nous a conduit à ces choix et justifions la mise en œuvre d'une stratégie d'hybridation de deux solveurs FVTD, au lieu de l'idée initiale d'hybrider un solveur FDTD avec un solveur FVTD, ou d'utiliser d'autres types de schéma numérique.

Le **chapitre 2** est dédié à la stratégie de maillage adoptée dans cette thèse. Nous y discutons la nécessité de combiner différents types de maillages pour optimiser l'efficacité de nos simulations, en fonction des configurations envisagées pour nos applications. Après avoir défini l'approche de maillage par découpage du domaine de calcul en sous-domaine, nous présentons l'outil de génération de maillages mis au point, en explicitant les différentes étapes et procédures pour mailler chaque sous domaines. Cela aboutit à un maillage hybride cartésien / non-structuré, raffiné localement ou non, conforme à nos besoins spécifiques. Des exemples illustrant la mise en œuvre de notre stratégie de maillage viennent clôturer ce chapitre.

Dans le **chapitre 3**, nous rappelons le principe général de la méthode FVTD et présentons les deux solveurs FVTD impliqués dans notre approche hybride. Nous commençons par détailler le solveur FVTD dédié aux parties

cartésiennes des maillages, désigné par FVTD-ST<sup>1</sup>, puis nous abordons le solveur FVTD adapté aux zones non-structurées des maillages, désigné par FVTD-NST. Nous décrivons les spécificités de chacun des solveurs ainsi que les choix méthodologiques effectués pour optimiser leurs performances dans le cadre de notre stratégie d'hybridation. Des exemples en espace libre sont fournis afin de tester l'efficacité des stratégies implémentées dans chaque solveur. Enfin, des configurations impliquant un sol à pertes sont étudiées pour valider l'implémentation, dans notre approche par volumes finis, des modèles présentés dans le chapitre 1 pour la prise en compte du sol. L'intérêt de l'utilisation de maillages raffinés est également mis en évidence.

Le **chapitre 4** se concentre sur l'hybridation des solveurs FVTD-ST et FVTD-NST, introduits dans le chapitre 3. Nous commençons par présenter l'architecture logicielle développée pour une approche multi-domaines / multi-méthodes, suivie d'une étude de la stabilité de la solution hybride. Les différents enjeux de l'hybridation sont ensuite examinés. En particulier, nous détaillons la mise en œuvre de la stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine, notre stratégie d'hybridation, ainsi que les différentes approches multi-domaines / multi-méthodes considérées, et celle finalement mise en œuvre pour les exemples traités dans cette thèse.

Dans un premier temps, des exemples numériques en espace libre sont présentés pour évaluer l'efficacité de la méthode hybride par rapport à d'autres techniques. Par la suite, des exemples intégrant un sol à pertes sont étudiés afin de vérifier le bon fonctionnement et l'efficacité de la méthode hybride FVTD-ST/NST dans des scénarios impliquant une cible enfouie.

Enfin, le **chapitre 5** présente un dispositif expérimental mis au point pour acquérir des données expérimentales et réaliser une première comparaison entre des résultats expérimentaux et des résultats simulés par notre outil. Après avoir décrit le dispositif de mesure, détaillé le protocole expérimental, explicité la configuration des simulations, et effectué l'étude comparative entre les résultats expérimentaux et simulés, ce chapitre fournit une première appréciation de la fiabilité de notre outil de simulation.

Des exemples d'applications complémentaires sont également présentés afin de montrer un aperçu des possibilités offertes par notre outil de simulation, notamment concernant l'exploration de l'impact de certains paramètres de configuration des systèmes radars sur la SER d'objets enfouis.

---

<sup>1</sup>L'abréviation "ST" est intentionnellement utilisée pour désigner les maillages cartésiens, en écho à l'abréviation "NST" pour non-structuré.

# Chapitre 1

## Bases théoriques et état de l'art

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>26</b>
<b>1.2</b>	<b>Positionnement et formulation mathématique du problème</b>	<b>27</b>
1.2.1	Équations décrivant les champs électromagnétiques : Équations de Maxwell	27
1.2.2	Introduction du champ incident en présence d'un sol	30
1.2.3	Calcul du champ incident en présence d'un sol	32
1.2.4	Conditions aux limites : couches absorbantes de type PML	38
1.2.5	Calcul du champ lointain rayonné	43
<b>1.3</b>	<b>Notions radar d'intérêt</b>	<b>48</b>
1.3.1	Notion de rugosité	48
1.3.2	Définition de la Surface Équivalente Radar (SER)	49
<b>1.4</b>	<b>État de l'art pour résoudre notre problème</b>	<b>50</b>
1.4.1	Méthode FDTD ou schéma de Yee	51
1.4.2	Méthodes FDTD conformes	54
1.4.3	Méthode FVTD	55
1.4.4	Méthode des éléments finis, méthode de Galerkin Discontinue	58
1.4.5	Comparatif des méthodes présentées	60
<b>1.5</b>	<b>Conclusion du chapitre et stratégie numérique adoptée</b>	<b>61</b>

---

*Ce premier chapitre est consacré aux principes et aux bases théoriques nécessaires à l'évaluation des champs électriques et magnétiques diffractés par une cible dans un environnement composé de deux milieux distincts : l'air et le sol. Nous présentons ensuite les principales méthodes numériques considérées dans le cadre du travail présenté ici. Ce premier chapitre se termine par l'explicitation et la justification de la stratégie adoptée pour répondre à notre problématique.*

### 1.1 Introduction

Cette première partie du manuscrit vise à établir les principes et les bases théoriques indispensables à la définition du modèle mathématique adapté à notre problématique. L'objectif central de cette thèse réside dans la simulation réaliste de mesures radar aéroportées. Cela implique l'évaluation des champs électriques et magnétiques diffractés par une cible située dans / ou sur un sol, exposée à une onde émise par un système aéroporté. Pour y parvenir, la première étape consiste à poser les équations qui décrivent le comportement des ondes EM : les équations de Maxwell. La définition mathématique complète de notre problème passe ensuite par la description des différents modèles pour tenir compte de la présence d'un sol. Plus précisément, il s'agit de définir de manière appropriée :

- l'introduction et le calcul du champ incident
- les conditions aux limites du domaine de calcul
- la présence de récepteurs éloignés de l'interface air / sol

Nous considérons un domaine de calcul défini par un bi-milieu air / sol, où l'air est traité comme un espace libre semi-infini et le sol est défini comme un milieu semi-infini à pertes. Dans un milieu sans pertes, tel que l'air ou les diélectriques parfaits, les ondes EM ne subissent pas d'atténuation lors de leur propagation. Cela n'est pas le cas dans un milieu avec pertes (matériau ayant une conductivité non nulle) car une partie de la puissance transportée par les ondes EM est convertie en chaleur.

Pour une modélisation en adéquation avec ce type de matériaux, nous détaillons d'abord l'introduction de la source et le calcul du champ incident. Une onde émise par une source, telle qu'une antenne, se propage sous la forme d'une onde sphérique. Bien qu'une antenne puisse émettre plus d'énergie dans certaines directions que dans d'autres, l'onde sphérique se déplace à la même vitesse dans toutes les directions. Pour un observateur très éloigné de la source, le front d'onde de l'onde sphérique apparaît approximativement plan, comme s'il faisait partie d'une onde plane uniforme

avec des propriétés identiques en tout point du plan tangent au front d'onde [11]. Dans notre étude, nous considérons donc notre source physique comme une source de type onde plane.

Étant donné l'impossibilité de simuler numériquement un milieu infini, le domaine de calcul est nécessairement borné. Il est donc indispensable de définir des conditions aux limites adaptées à l'environnement air / sol, afin d'éviter les réflexions des ondes EM sur les bords du domaine.

Dans les configurations étudiées dans cette thèse, non seulement la source est éloignée de l'interface air / sol, mais il en va de même pour les récepteurs. Par conséquent, un calcul approprié du champ lointain doit être mis en œuvre.

Une fois les modèles mathématiques établis, nous examinons les différentes méthodes numériques de la littérature permettant la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel que nous pourrions utiliser. Enfin, forts de ces éléments, nous présentons la stratégie numérique élaborée et adoptée dans cette thèse.

## 1.2 Positionnement et formulation mathématique du problème

La première section de ce chapitre vise à établir les bases théoriques nécessaires à la compréhension des travaux présentés dans ce manuscrit. Elle aborde les concepts fondamentaux de l'électromagnétisme, de la propagation des ondes EM, essentiels pour résoudre le problème de la modélisation de la diffraction EM. Plus précisément, nous commençons par décrire les équations fondamentales du problème traité dans cette thèse : les équations de Maxwell. Nous détaillons ensuite la prise en compte du sol. L'objectif étant ici de définir le modèle mathématique correspondant au problème traité dans cette thèse.

### 1.2.1 Équations décrivant les champs électromagnétiques : Équations de Maxwell

Une onde EM correspond aux oscillations couplées d'un champ électrique et d'un champ magnétique, dont les amplitudes varient de façon sinusoïdale au cours du temps. Ces deux champs sont orthogonaux l'un par rapport à l'autre et se propagent en espace libre ou dans des milieux matériels (tels que les sols), de façon transverse à la direction de propagation. Les équations de Maxwell, formulées par James Clerk Maxwell au milieu du XIXe siècle [29], constituent un ensemble de quatre équations fondamentales qui décrivent le comportement des ondes EM dans un milieu quelconque en fonction des sources et des propriétés du milieu.



## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

Soit un domaine borné  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^3$  et un temps d'observation  $T_o \in \mathbb{R}^+$ . En un point  $\mathbf{x} \in \Omega$  et à un instant  $t \in ]0, T_o[$ , la propagation des ondes EM est décrite mathématiquement par le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) &= -\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) \\ \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{0} \\ \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) &= \rho(\mathbf{x}, t) \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

avec :

- $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$  : le champ électrique ( $\text{V.m}^{-1}$ )
- $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$  : l'induction électrique ( $\text{C.m}^{-2}$ )
- $\mathbf{H}(\mathbf{x}, t)$  : le champ magnétique ( $\text{A.m}^{-1}$ )
- $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$  : l'induction magnétique (T)

$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t)$  et  $\rho(\mathbf{x}, t)$  définissent respectivement des densités de courant électrique ( $\text{A.m}^{-2}$ ) et de charges ( $\text{C.m}^{-3}$ ) présentes dans le domaine  $\Omega$  et apparaissent comme des termes sources qui vérifient l'équation de conservation de la charge :

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (1.2)$$

La densité de courant  $\mathbf{J}(\mathbf{x}, t)$  se décompose en deux parties :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{J}_C(\mathbf{x}, t) + \mathbf{J}_S(\mathbf{x}, t) \quad (1.3)$$

$\mathbf{J}_S(\mathbf{x}, t)$  représente la densité de courant source et  $\mathbf{J}_C(\mathbf{x}, t)$  la densité de courant dans le matériau. Cette dernière correspond au courant de conduction dû au mouvement d'électrons libres dans le matériau et vérifie la loi d'Ohm :

$$\mathbf{J}_C(\mathbf{x}, t) = \overline{\sigma}(\mathbf{x}) \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \quad (1.4)$$

où  $\overline{\sigma}(\mathbf{x})$  représente le tenseur de conductivité du milieu, défini positif. Ses coefficients s'expriment en Siemens par mètre ( $\text{S.m}^{-1}$ ). Si le milieu est isotrope, la conductivité est ramenée à un scalaire positif  $\sigma(\mathbf{x})$ . Un milieu non conducteur tel que le vide est caractérisé par une conductivité nulle tandis qu'un conducteur parfait est caractérisé par une conductivité tendant vers l'infini.

Dans le cadre de cette thèse, nous supposons que les matériaux présents dans le domaine  $\Omega$  sont des matériaux non dispersifs et sans déplacement de charges internes. L'équation de conservation de la charge s'écrit alors :

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1.5)$$

On suppose également que les matériaux du domaine  $\Omega$  sont isotropes. On peut alors écrire :

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \varepsilon(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mu(\mathbf{x})\mathbf{H}(\mathbf{x}, t) \quad (1.7)$$

où  $\varepsilon(\mathbf{x})$  et  $\mu(\mathbf{x})$  représentent respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du milieu considéré. La permittivité diélectrique d'un matériau décrit la capacité à se polariser en réponse à un champ électrique externe. La perméabilité magnétique quant à elle, caractérise la capacité d'un matériau à former un champ magnétique interne sous l'influence d'un champ magnétique externe. Dans le vide,  $\varepsilon(\mathbf{x}, t) = \varepsilon_0$  et  $\mu(\mathbf{x}) = \mu_0$  avec  $\varepsilon_0 \simeq \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ F.m}^{-1}$  et  $\mu_0 \simeq 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ . Ces deux quantités vérifient la relation  $\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c_0^2}$  où  $c_0 \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  est la célérité de la lumière dans le vide.

On définit la permittivité relative  $\varepsilon_r$  et la perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  d'un milieu à partir des caractéristiques diélectriques du vide, telles que :

$$\varepsilon_r(\mathbf{x}) = \frac{\varepsilon(\mathbf{x})}{\varepsilon_0} \quad (1.8)$$

$$\mu_r(\mathbf{x}) = \frac{\mu(\mathbf{x})}{\mu_0} \quad (1.9)$$

Dans le cas de matériaux non magnétiques, comme c'est le cas dans notre étude, on a  $\mu_r = 1$ .

Compte tenu de ces éléments, le système (1.1) se réécrit  $\forall (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times ]0, T_0[$  :

$$\varepsilon_r(\mathbf{x})\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sigma(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) - \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{J}_S(\mathbf{x}, t) \quad (1.10a)$$

$$\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0} \quad (1.10b)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon_r(\mathbf{x})\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)) = \rho(\mathbf{x}) \quad (1.10c)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{x}, t)) = 0 \quad (1.10d)$$

Si l'on considère la divergence de l'équation (1.10b), sous réserve de régularité suffisante pour commuter les dérivations temporelles et spatiales, on obtient :  $\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot (\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{x}, t)) = 0$ . Cela montre que la quantité  $\nabla \cdot (\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{x}, t))$  se conserve au cours du temps. Ainsi, si l'on suppose qu'à l'état initial  $t = 0$ , l'équation (1.10d) est vérifiée, alors elle est vérifiée pour tout instant  $t \in ]0, T_0[$ .

À présent, si l'on applique la divergence à l'équation (1.10a), que l'on considère la loi de conservation de la charge (1.5) et que l'on suit le même raisonnement que précédemment, l'équation (1.10c) est également vérifiée pour tout instant  $t \in ]0, T_0[$ .

## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

Étant donné les remarques précédentes, le système (1.1) de quatre équations se ramène à un système composé de deux équations uniquement. En ajoutant les conditions initiales imposées et les conditions aux limites du système sur la frontière  $\delta\Omega$  du domaine borné  $\Omega$ , on obtient le modèle mathématique suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varepsilon_r(\mathbf{x})\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sigma(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \\ \quad + \mathbf{J}_S(\mathbf{x}, t) = \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) & \forall (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times ]0, T_o[ \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) & \forall (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times ]0, T_o[ \\ \mathbf{E}(\mathbf{x}, t = 0) = \mathbf{H}(\mathbf{x}, t = 0) = \mathbf{0} & \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ \text{Conditions limites} & \forall (\mathbf{x}, t) \in \delta\Omega \times ]0, T_o[ \end{array} \right. \quad (1.11)$$

Les conditions aux limites peuvent être des conditions absorbantes, visant à imposer des conditions de non réflexion sur les bords du domaine de calcul. Généralement, on utilise des conditions de non réflexion de type "Silver-Muller" (ordre 1) et de type "Mur" (ordre 2) [30]. Ces conditions peuvent également prendre la forme de couches absorbantes entourant le domaine de calcul. Dans notre cas, les conditions aux limites seront prises en compte à l'aide d'un formalisme de type PML (*Perfectly Matched Layers*) décrit par [31] et détaillé dans la section 1.2.4.

Par la suite, pour définir correctement le modèle mathématique correspondant au problème traité dans cette thèse, nous explicitons l'adaptation du modèle (1.11) à la présence d'un milieu à pertes tel que le sol.

### 1.2.2 Introduction du champ incident en présence d'un sol

La résolution du problème considéré dans cette thèse nécessite l'évaluation des champs électriques et magnétiques dans un environnement composé de deux milieux semi-infinis distincts : l'air (un espace libre) et un sol. Ces deux milieux sont non magnétiques, leurs perméabilités magnétiques relatives sont égales à 1 ( $\mu_{r_{air}} = \mu_{r_{sol}} = 1$ ). De plus, on considère uniquement les courants de conduction dus au mouvement des charges libres (absence de source de courant) :  $\forall (\mathbf{x}, t) \in \Omega \times ]0, T_o[, \mathbf{J}_S(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}$ . On peut alors réécrire les équations de Maxwell du système (1.11) sous la forme :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(\mathbf{x})\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sigma(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Le sol est considéré comme un demi-espace diélectrique à pertes. Cela signifie que le sol est traité comme un milieu semi-infini qui peut absorber

et atténuer les ondes électromagnétiques. La permittivité du sol dépend de sa nature, de sa granulométrie, de son taux d'humidité et de la fréquence des ondes EM. En général, dans un milieu diélectrique réel (imparfait), il y a toujours des pertes dont on tient compte en introduisant une permittivité diélectrique relative complexe telle que :  $\varepsilon_{r_{sol}}^* = \varepsilon_{r_{sol}}' - j\varepsilon_{r_{sol}}''$  avec  $\varepsilon_{r_{sol}}'' = \sigma_{sol}/(2\pi f\varepsilon_0)$  et  $f$  la fréquence d'intérêt. La partie imaginaire de la permittivité  $\varepsilon_{r_{sol}}''$  est appelé facteur de perte diélectrique du matériau car elle est associée à la dissipation de l'énergie en chaleur dans le matériau. Pour un sol sans pertes, où  $\sigma_{sol} = 0$ , sa permittivité est égale à la partie réelle  $\varepsilon_{r_{sol}}'$ . Dans notre étude, nous serons amenés à considérer des cibles diélectriques (à pertes ou non) ou métalliques, enfouies (ou non) dans un sol.

L'introduction d'une source de type onde plane peut se faire de manière "interne" ou "externe" à la simulation. Une source interne comme une antenne peut être modélisée sur une ou plusieurs cellules de la grille dans l'espace de simulation. Une source "externe" est supposée se trouver hors de l'espace de simulation comme c'est le cas lorsqu'on étudie la diffraction d'un objet avec une source de type onde plane éloignée de la cible. Cependant, dans une simulation numérique, toutes les sources doivent être appliquées à des cellules de la grille du domaine de calcul, et donc être "internes" [32]. Deux méthodes, largement utilisées aujourd'hui, ont été développées pour prendre en compte les sources externes : le formalisme Champ Total / Champ Diffracté (CT/CD) et le formalisme Champ Diffracté (CD) [19][22]. Elles reposent sur la linéarité des équations de Maxwell (1.12) qui rend possible la décomposition des champs électrique et magnétique en champs incidents ( $\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i$ ) supposés connus et en champs diffractés ( $\mathbf{E}_d, \mathbf{H}_d$ ) initialement inconnus tels que :

$$\mathbf{E}_{total} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_d \quad \mathbf{H}_{total} = \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_d \quad (1.13)$$

Pour notre étude nous avons suivi un formalisme CD standard. Contrairement à la formulation CT/CD, le domaine de calcul n'est pas segmenté en régions de champ total et de champ diffracté, mais suppose plutôt une unique région de champ diffracté. Aucune onde incidente ne se propage dans la grille de calcul, le champ incident est "appliqué" sur l'objet diffractant, évitant ainsi les erreurs dues à une dispersion numérique [22]. Des résultats antérieurs [19], ont en effet montré que la méthode du CD est plus précise, en particulier pour les objets faiblement diffractants qui sont enterrés dans des sols à pertes.

Le champ incident est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r_{sol}}(\mathbf{x})\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sigma_{sol}(\mathbf{x})\mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t) &= \nabla \times \mathbf{H}_i \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1.14)$$

## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

En suivant (1.13), on peut réécrire le système (1.12) sous la forme :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(\mathbf{x})\varepsilon_0 \frac{\partial(\mathbf{E}_d(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t))}{\partial t} + \sigma(\mathbf{x})(\mathbf{E}_d(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t)) = \\ \nabla \times (\mathbf{H}_d(\mathbf{x}, t) + \mathbf{H}_i(\mathbf{x}, t)) \quad (1.15) \\ \mu_0 \frac{\partial(\mathbf{H}_d(\mathbf{x}, t) + \mathbf{H}_i(\mathbf{x}, t))}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{E}_d(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t)) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

En faisant apparaître les caractéristiques du sol et en utilisant (1.14), on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(\mathbf{x})\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_d(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sigma(\mathbf{x})\mathbf{E}_d(\mathbf{x}, t) \\ \underbrace{\varepsilon_0(\varepsilon_r(\mathbf{x}) - \varepsilon_{r_{sol}}(\mathbf{x})) \frac{\partial \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + (\sigma(\mathbf{x}) - \sigma_{sol}(\mathbf{x}))\mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t)}_{\text{terme source}} = \nabla \times \mathbf{H}_d(\mathbf{x}, t) \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}_d(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}_d(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1.16)$$

La mise à jour de la source dans la simulation nécessite alors la connaissance à priori du champ incident, dont le calcul est décrit dans la section 1.2.3.

### 1.2.3 Calcul du champ incident en présence d'un sol

Dans la section 1.2.2 précédente, nous avons décrit la méthode choisie pour introduire le champ incident dans le cas d'un objet situé dans un bi-milieu air / sol. Nous devons à présent détailler comment calculer ce champ incident en présence d'un milieu à pertes, comme un sol.

Dans notre étude, on considère une source de type onde plane. Pour un objet en espace libre, le champ incident se résume à la fonction analytique représentant l'impulsion incidente. Cependant, en présence d'un sol, l'onde plane incidente appliquée à l'objet ne se réduit pas uniquement au front d'onde initial. Elle résulte également de l'ensemble des interactions qu'elle a pu avoir avec le milieu. Le comportement des ondes EM étant plus complexe dans un environnement air / sol que dans l'espace libre, la difficulté réside alors dans le calcul a priori du champ incident dans un tel contexte. Cela reste vrai même pour le type d'onde incidente le plus simple : l'onde plane.

La génération d'un champ incident en présence d'un milieu multi-couches plan (possiblement à pertes) a été proposée par [21] via la résolution d'un problème de Maxwell 1-D auxiliaire. Suivant ce modèle, nous utilisons une solution 1-D pour décrire une onde se propageant à travers un bi-milieu à un angle d'incidence arbitraire.

Le modèle établi par [21] est valable pour un domaine de calcul composé

de  $N$  couches ( $N \in \mathbb{N}^*$ ) dont les propriétés diélectriques sont indépendantes de la fréquence (milieux non dispersifs). On note  $\varepsilon_{ri}$  et  $\sigma_i$ , respectivement la permittivité relative et la conductivité de chaque couche  $i$  ( $i \in ]0, N[$ ). Les interfaces entre chaque couche sont supposées planes. Le demi-espace supérieur est considéré sans pertes ( $\sigma_0 = 0$ ), et de permittivité  $\varepsilon_{r0}$ . Les variations de permittivité et de conductivité sont exclusivement limitées le long de l'axe de symétrie du domaine.

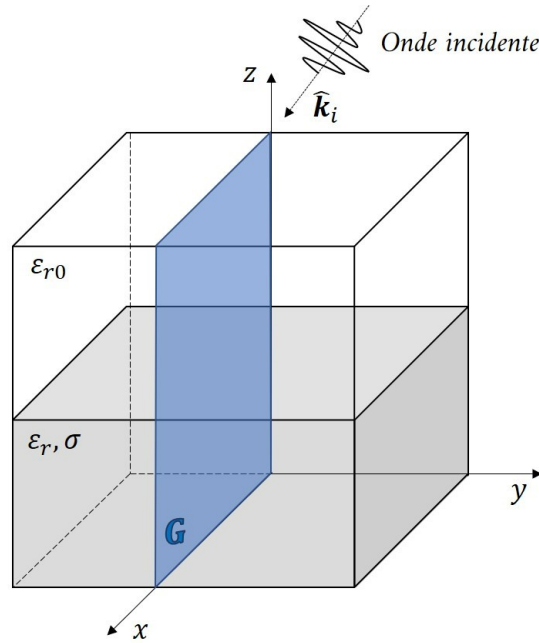


FIGURE 1.1 : Représentation d'un domaine de calcul contenant un bi-milieu air / sol, et du plan d'incidence  $G$  correspondant au plan  $X - Z$ .

Nous allons ici nous limiter à la description du calcul du champ incident pour un domaine de calcul composé uniquement d'un demi-espace inférieur correspondant à un sol, de permittivité relative complexe  $\varepsilon_r^*$  et de conductivité  $\sigma$ , et d'un demi-espace supérieur correspondant à un espace libre avec une permittivité relative  $\varepsilon_{r0} = 1$ .

La Figure 1.1 illustre la géométrie du problème ainsi que le plan d'incidence noté  $G$ , qui contient le vecteur de propagation  $\hat{k}_i$  de l'onde incidente et l'axe de symétrie  $z$  du bi-milieu. On constate l'invariance de la géométrie et de l'onde incidente dans les directions perpendiculaires au plan  $G$ . Pour simplifier la description du problème, le plan  $G$  coïncide avec le plan  $X - Z$ , de sorte qu'il n'y a pas de variation du champ incident dans la direction  $y$ . Le problème tridimensionnel initial peut ainsi être réduit à un problème bidimensionnel. En effet, de part la symétrie mentionnée, l'onde plane incidente à tout point de l'espace peut être obtenue par projection sur le plan  $G$ . Nous nous intéressons donc à la solution du champ incident dans ce plan.

## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

La composante tangentielle de la vitesse de phase à l'interface espace libre / sol est égale à  $v_{p_x} = \frac{c_0}{\sin \theta}$  (avec  $\theta$  l'angle d'incidence et  $c_0$  la vitesse de propagation des ondes EM dans le milieu supérieur, correspondant à la vitesse de la lumière). Dans le cas d'un milieu à plusieurs couches ( $N > 2$ ), cette vitesse serait la même pour chaque interface du milieu. La vitesse de phase est donc constante dans la direction  $x$  dans chacune des couches du milieu. Ainsi, les valeurs des champs à n'importe quelle position  $x_0$  peuvent être obtenues à partir des valeurs des champs à la position  $x = 0$  en introduisant un délai temporel  $\tau = \frac{x_0 \sin \theta}{c_0}$ . Chaque composante du champ EM est alors fonction de deux variables :  $z$  et  $t - \tau$  (avec  $t \in ]0, T_o[$  où  $T_o$  est la durée d'observation), et le problème à résoudre se réduit à un problème à une dimension. Plus précisément, lorsque une valeur de champ incident est nécessaire en un point quelconque dans le calcul principal 3-D, le point est projeté sur le plan  $G$  et la valeur du champ en ce point est calculée en utilisant une grille auxiliaire 1-D placée en  $x = 0$ .

Passons à présent à la description mathématique, du modèle de calcul du champ incident dans la grille auxiliaire 1-D. En considérant l'ensemble des éléments mentionnés, le système d'équations de Maxwell décrivant le comportement du champ incident, peut être découpé en deux systèmes indépendants : un système dit transverse électrique (TE) et un système dit transverse magnétique (TM) [33]. On donne dans un premier temps, les systèmes de Maxwell TE et TM en négligeant les pertes du demi-espace correspondant au sol. Dans le système TE, seule intervient la composante  $E_y$  du champ électrique (composante perpendiculaire au plan  $G$ ) :

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial H_x(z, t - \tau)}{\partial t} &= \frac{\partial E_y(z, t - \tau)}{\partial z} \\ \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_y(z, t - \tau)}{\partial t} &= \frac{\partial H_x(z, t - \tau)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(z, t - \tau)}{\partial x} \quad (\text{TE}) \quad (1.17) \\ \mu_0 \frac{\partial H_z(z, t - \tau)}{\partial t} &= - \frac{\partial E_y(z, t - \tau)}{\partial x} \end{aligned}$$

De manière analogue, dans le système TE, seule intervient la composante  $H_y$  du champ électrique :

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial H_y(z, t - \tau)}{\partial t} &= \frac{\partial E_z(z, t - \tau)}{\partial x} - \frac{\partial E_x(z, t - \tau)}{\partial z} \\ \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_x(z, t - \tau)}{\partial t} &= - \frac{\partial H_y(z, t - \tau)}{\partial z} \quad (\text{TM}) \quad (1.18) \\ \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_z(z, t - \tau)}{\partial t} &= \frac{\partial H_y(z, t - \tau)}{\partial x} \end{aligned}$$

En posant  $\xi = (t - \tau)$ ,  $\mathbf{E}(z, \xi) = \mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}(z, \xi) = \mathbf{H}$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \\ \text{et } \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} &= \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Les mêmes relations peuvent être écrites pour le champ  $\mathbf{H}$ .

On obtient alors les relations suivantes entre les dérivées temporelles et les dérivées spatiales par rapport à  $x$  pour les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} &= -\frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x} &= -\frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Ainsi, les systèmes (1.17) et (1.18) deviennent :

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (1.21)$$

$$\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (\text{TE}) \quad (1.22)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (1.23)$$

et

$$\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (1.24)$$

$$\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (\text{TM}) \quad (1.25)$$

$$\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} = -\frac{\sin \theta}{c_0} \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (1.26)$$

En intégrant et en substituant l'équation (1.23) dans l'équation (1.22), on obtient le système TE suivant :

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (\text{TE}) \quad (1.28)$$

$$H_z = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \sin \theta E_y \quad (1.29)$$

De même, en intégrant et en substituant l'équation (1.26) dans l'équation



## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

(1.24), on obtient le système TM suivant :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\mu_0}{\varepsilon_r}(\varepsilon_r - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (\text{TM}) \quad (1.31)$$

$$E_z = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \frac{\sqrt{\varepsilon_{r0}}}{\varepsilon_r}} \sin \theta H_y \quad (1.32)$$

En passant dans le domaine fréquentiel, on peut alors représenter les pertes dans le bi-milieu en introduisant la permittivité complexe du sol  $\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$ , tel que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial z} &= j\omega \mu_0 H_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} &= j\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_r^* - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) E_y \quad (\text{TE}) \\ H_z &= Y_0 \sqrt{\varepsilon_{r0}} \sin \theta E_y \end{aligned} \quad (1.33)$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -j\omega \frac{\mu_0}{\varepsilon_r^*} (\varepsilon_r^* - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) H_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r^* E_x \quad (\text{TM}) \\ E_z &= -Z_0 \frac{\sqrt{\varepsilon_{r0}}}{\varepsilon_r^*} \sin \theta H_y \end{aligned} \quad (1.34)$$

avec  $Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$  et  $Z_0 = \frac{1}{Y_0}$ .

Le terme au dénominateur  $\varepsilon_r^*$  dans le système TM (1.34) complique le retour direct dans le domaine temporel. Une solution proposée par [21], est de poser dans un premier temps  $H'_y = \frac{H_y}{\varepsilon_r^*}$ , et de passer en domaine temporel dans un second temps. En suivant cette approche, on obtient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial z} &= \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} &= -\varepsilon_0 (\varepsilon_r' - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) \frac{\partial E_y}{\partial t} - \sigma E_y \quad (\text{TE}) \\ H_z &= Y_0 \sqrt{\varepsilon_{r0}} \sin \theta E_y \end{aligned} \quad (1.35)$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \sigma H'_y - \mu_0 (\varepsilon_r' - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) \frac{\partial H'_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\varepsilon_0 \varepsilon_r' \frac{\partial E_x}{\partial t} - \sigma E_x \quad (\text{TM}) \\ E_z &= -Z_0 \sqrt{\varepsilon_{r0}} \sin \theta H'_y \end{aligned} \quad (1.36)$$

avec une équation supplémentaire définissant la relation entre la variable auxiliaire  $H'_y$  et la variable  $H_y$  :

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} H'_y + \varepsilon'_r \frac{\partial H'_y}{\partial t} \quad (1.37)$$

En comparaison avec un milieu sans pertes, la présence du sol de permittivité complexe  $\varepsilon_r^*$  introduit une exigence de mémoire supplémentaire pour stocker la variable auxiliaire  $H'_y$ , ainsi qu'une exigence de calcul supplémentaire pour convertir  $H'_y$  en  $H_y$  (représentant néanmoins un coût calcul faible étant donné le caractère 1-D du problème).

Le champ incident est alors calculé selon (1.35), (1.36) et (1.37) dans une grille auxiliaire 1-D, en tenant bien compte de la présence d'un sol à pertes. Les conditions limites appliquées aux bords de la grille 1-D sont des conditions d'absorption de type ABC au premier ordre comme explicitées dans [34] et que nous rappelons ici. Pour un milieu isotrope à pertes, de conductivité  $\sigma$  et de permittivité  $\varepsilon$ , l'équation d'onde s'écrit :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{E} = 0 \quad (1.38)$$

avec  $c$  la vitesse de propagation des ondes dans le milieu. Dans le cas 1-D, on peut écrire :

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} \right) \right) F = 0 \quad (1.39)$$

où  $F$  est  $E_x$  ou  $E_y$ . En factorisant l'équation (1.39), de manière similaire à [35], on obtient :

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t}} \right) \times \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t}} \right) \right] F = 0 \quad (1.40)$$

Pour un milieu à pertes faibles, c'est à dire pour  $\sigma \ll \varepsilon$ , on peut approximer les racines carrées présentes dans l'équation (1.40) par un développement limité au premier ordre (approximation de Taylor), tel que :

$$\sqrt{1 + \frac{\sigma}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t}} \simeq 1 + \frac{\sigma}{2\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t}$$

En tenant compte de cette approximation, on peut alors écrire :

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\sigma}{2\varepsilon} \right) \right) \times \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\sigma}{2\varepsilon} \right) \right) \right] F = 0 \quad (1.41)$$

## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

Si l'on considère à nouveau notre bi-milieu air / sol, dans le cas de la limite inférieure de la grille 1-D en  $z = z_0$ , on a la condition d'absorption suivante :

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\sigma_c}{2} \right) \right) F|_{z=z_0} = 0 \quad (1.42)$$

où  $\sigma_c = \sigma / (\varepsilon_0(\varepsilon_r' - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta))$ ,

et pour la limite supérieure en  $z = z_N$  :

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) F|_{z=z_N} = 0 \quad (1.43)$$

La solution 1-D obtenue est ensuite interpolée dans le maillage principal 3-D du domaine de calcul. L'injection du champ incident dans le domaine de calcul se fait comme expliquée dans la sous-section 1.2.2.

Dans l'optique de poser correctement le modèle mathématique du problème, il nous faut à présent définir les conditions aux limites du problème 3D.

### 1.2.4 Conditions aux limites : couches absorbantes de type PML

Lorsque le domaine est non borné, il n'y a pas de réflexion d'ondes sur les bords du domaine de calcul. Il est cependant impossible de construire et de simuler numériquement un milieu non borné. Comme nous l'avons évoqué dans la sous-section 1.2.1, il existe deux types de stratégies pour résoudre ce problème. D'une part les conditions limites absorbantes qui consistent à imposer des conditions de non réflexion sur les bords du domaine de calcul et d'autre part les couches absorbantes qui consistent à entourer le domaine de calcul par plusieurs couches absorbantes. On utilisera ici un système de couches absorbantes de type PML, adapté à la présence de milieux à pertes.

La méthode PML consiste à ajouter aux frontières du domaine de calcul un ensemble de couches définissant un milieu absorbant sans réflexion dans le domaine de calcul pour les ondes EM. Pour cela dans chaque couche, sont définies des conductivités électriques ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ) et des conductivités magnétiques ( $\sigma_x^*, \sigma_y^*, \sigma_z^*$ ) (Figure 1.2) qui permettent d'absorber progressivement le signal sans pour autant créer des réflexions grâce à un choix judicieux des valeurs de ces conductivités.

Dans cette thèse, les configurations qui nous intéressent impliquent la présence de deux milieux distincts : l'air et un sol. Dans cette section, nous rappelons dans un premier temps le système PML adapté à l'espace libre dans le domaine temporel, puis nous détaillons le système PML adapté au sol.

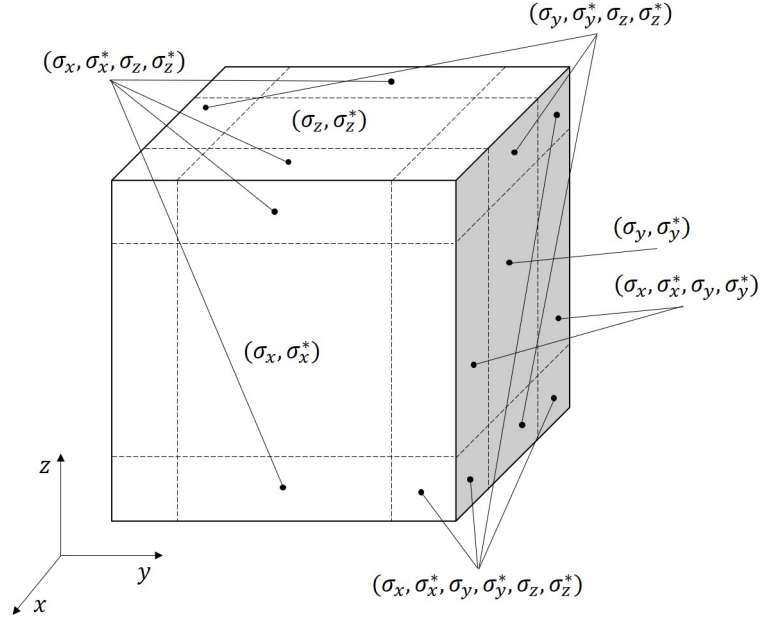


FIGURE 1.2 : Couches absorbantes de type PML tridimensionnelles.

### Système PML adapté à l'air

Afin d'assurer la non réflexion entre le milieu PML et le vide, les conductivités, choisies dans les couches PML, satisfont la condition d'adaptation suivante :

$$\frac{\sigma_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_i^*}{\mu_0} \quad i = (x, y, z) \quad (1.44)$$

Le modèle proposé par Bérenger [31], consiste à décomposer les champs en deux composantes, telles que :  $E_x = E_{xy} + E_{xz}$  ;  $E_y = E_{yx} + E_{yz}$  ;  $E_z = E_{zx} + E_{zy}$  et  $H_x = H_{xy} + H_{xz}$  ;  $H_y = H_{yx} + H_{yz}$  ;  $H_z = H_{zx} + H_{zy}$ . Ces grandeurs vérifient alors le système :

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} &= \frac{\partial H_{zx} + H_{zy}}{\partial y} & \mu_0 \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} &= -\frac{\partial E_{zx} + E_{zy}}{\partial y} \\ \varepsilon \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} &= -\frac{\partial H_{yz} + H_{yx}}{\partial z} & \mu_0 \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{xz} &= \frac{\partial E_{yz} + E_{yx}}{\partial z} \\ \varepsilon \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_z E_{yz} &= \frac{\partial H_{xy} + H_{xz}}{\partial z} & \mu_0 \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{yz} &= -\frac{\partial E_{xy} + E_{xz}}{\partial z} \\ \varepsilon \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yx} &= -\frac{\partial H_{zx} + H_{zy}}{\partial x} & \mu \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{yx} &= \frac{\partial E_{zx} + E_{zy}}{\partial x} \\ \varepsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} &= \frac{\partial H_{yz} + H_{yx}}{\partial x} & \mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} &= -\frac{\partial E_{yz} + E_{yx}}{\partial x} \\ \varepsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} &= -\frac{\partial H_{xy} + H_{xz}}{\partial y} & \mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} &= \frac{\partial E_{xy} + E_{xz}}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.45)$$

L'objectif de cette décomposition est de dissocier le champ EM en deux ondes planes unidimensionnelles, qui sont absorbées dans chaque direction.

## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

Ceci permet de contrôler l'absorption du champ dans toutes les directions. On note que le système de Maxwell est un cas particulier du système de Bérenger, avec  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$  et  $\sigma_x^* = \sigma_y^* = \sigma_z^* = 0$ .

Le système (1.45) se révèle instable pour les simulations longues [36] et doit donc être reformulé. Pour cela, si l'on considère le système (1.45) dans le domaine fréquentiel et que l'on additionne deux à deux les douze équations du système, on obtient alors six équations avec les composantes  $E_x, E_y, E_z$  et  $H_x, H_y, H_z$  données par :

$$\begin{aligned}
 j\omega\varepsilon_0 E_x &= \frac{1}{S_y} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{1}{S_z} \frac{\partial H_y}{\partial z} \\
 j\omega\varepsilon_0 E_y &= \frac{1}{S_z} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{1}{S_x} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\
 j\omega\varepsilon_0 E_z &= \frac{1}{S_x} \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{1}{S_y} \frac{\partial H_x}{\partial y} \\
 j\omega\mu_0 H_x &= -\frac{1}{S_y^*} \frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{1}{S_z^*} \frac{\partial E_y}{\partial z} \\
 j\omega\mu_0 H_y &= -\frac{1}{S_z^*} \frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{1}{S_x^*} \frac{\partial E_z}{\partial x} \\
 j\omega\mu_0 H_z &= -\frac{1}{S_x^*} \frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{1}{S_y^*} \frac{\partial E_x}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

où :

$$S_i = 1 + \frac{\sigma_i}{j\omega\varepsilon_0}; \quad S_i^* = 1 + \frac{\sigma_i^*}{j\omega\mu_0} \quad i = (x, y, z) \tag{1.47}$$

avec  $\omega$  la fréquence angulaire.

À partir des coefficients  $s_i$ , on définit l'opérateur  $(\nabla_S \times)$  par :

$$(\nabla_S \times) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial z}{S_z} & \frac{\partial y}{S_y} \\ \frac{\partial z}{S_z} & 0 & -\frac{\partial x}{S_x} \\ -\frac{\partial y}{S_y} & \frac{\partial x}{S_x} & 0 \end{pmatrix} \tag{1.48}$$

L'opérateur  $(\nabla_S^* \times)$  est défini à partir des coefficients  $S_i^*$ , de manière analogue à l'opérateur  $(\nabla_S \times)$ . Or en tenant compte de la condition (1.44), on a  $S_i = S_i^*, \forall i \in \{x, y, z\}$ , ce qui implique  $(\nabla_S \times) = (\nabla_S^* \times)$ . On peut alors montrer que :

$$\begin{aligned}
 j\omega\varepsilon \mathbf{E} &= \nabla_S \times \mathbf{H} \\
 j\omega\mu_0 \mathbf{H} &= -\nabla_S \times \mathbf{E}
 \end{aligned} \tag{1.49}$$

Soient  $M$  et  $N$  les matrices diagonales définies par :

$$M = S_x S_y S_z N = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{pmatrix} = S_x S_y S_z \begin{pmatrix} \frac{1}{S_y S_z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S_x S_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{S_x S_y} \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

On peut alors écrire  $(\nabla_S \times) = N(\nabla \times)M$  et le système (1.49) devient :

$$\begin{aligned} j\omega\varepsilon\mathbf{E} &= N(\nabla \times)M\mathbf{H} \\ j\omega\mu_0\mathbf{H} &= -N(\nabla \times)M\mathbf{E} \end{aligned} \quad (1.51)$$

En faisant le changement de variable  $\mathbf{E}' = M\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}' = M\mathbf{H}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} j\omega\varepsilon_0 M^{-1}\mathbf{E}' &= N\nabla \times \mathbf{H}' \\ j\omega\mu_0 M^{-1}\mathbf{H}' &= -N\nabla \times \mathbf{E}' \end{aligned} \quad (1.52)$$

que l'on peut encore écrire :

$$\begin{aligned} j\omega\varepsilon_0 N^{-1}M^{-1}\mathbf{E}' &= \nabla \times \mathbf{H}' \\ j\omega\mu_0 N^{-1}M^{-1}\mathbf{H}' &= -\nabla \times \mathbf{E}' \end{aligned} \quad (1.53)$$

où dans ce système l'opérateur spatial est le rotationnel comme dans les équations de Maxwell initiales. C'est cela qui assure la stabilité de ce système.

En utilisant la définition des matrices  $M$  et  $N$ , on peut finalement écrire :

$$\begin{aligned} j\omega\varepsilon_0 S\mathbf{E}' &= \nabla \times \mathbf{H}' \\ j\omega\mu_0 S\mathbf{H}' &= -\nabla \times \mathbf{E}' \end{aligned} \quad (1.54)$$

avec

$$S = \begin{pmatrix} \frac{S_y S_z}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_x S_z}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x S_y}{S_z} \end{pmatrix}$$

On pose :

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} D'_x \\ D'_y \\ D'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \frac{S_z}{S_x} \mathbf{E}'_x \\ \varepsilon_0 \frac{S_x}{S_y} \mathbf{E}'_y \\ \varepsilon_0 \frac{S_y}{S_z} \mathbf{E}'_z \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}' = \begin{pmatrix} B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_0 \frac{S_z}{S_x} \mathbf{H}'_x \\ \mu_0 \frac{S_x}{S_y} \mathbf{H}'_y \\ \mu_0 \frac{S_y}{S_z} \mathbf{H}'_z \end{pmatrix}$$

Le système (1.54) devient alors :

$$\begin{aligned} j\omega K_S \mathbf{D}' &= \nabla \times \mathbf{H}' \\ j\omega K_S \mathbf{B}' &= -\nabla \times \mathbf{E}' \end{aligned} \quad (1.55)$$

## 1.2. POSITIONNEMENT ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

---

$$\text{avec } K_s = \begin{pmatrix} S_y & 0 & 0 \\ 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & S_x \end{pmatrix}$$

En remontant au domaine temporel, compte tenu de la définition des  $S_i$ , on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} K_{\sigma_1} \mathbf{D}' = \nabla \times \mathbf{H}' \\ \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} K_{\sigma_3} \mathbf{D}' = \varepsilon_0 \left( \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} K_{\sigma_2} \mathbf{E}' \right) \\ \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} K_{\sigma_1} \mathbf{B}' = -\nabla \times \mathbf{E}' \\ \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} K_{\sigma_3} \mathbf{B}' = \mu_0 \left( \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} K_{\sigma_2} \mathbf{H}' \right) \end{cases} \quad (1.56)$$

$$\text{avec } K_{\sigma_1} = \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{pmatrix}; K_{\sigma_2} = \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y \end{pmatrix} \text{ et } K_{\sigma_3} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Le système (1.56) permet de décrire le milieu PML adapté au vide. Il nous faut à présent décrire un milieu PML adapté au sol.

### Système PML adapté au sol

Considérons un sol homogène, isotrope, non magnétique, de permittivité relative complexe  $\varepsilon_r = \varepsilon'_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}$ . Le système PML adapté à ce milieu peut alors être obtenu à partir du système (1.54) en considérant la permittivité diélectrique du sol au lieu de celle du vide, tel que :

$$\begin{aligned} j\omega\varepsilon_0\varepsilon'_r \left( 1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon'_r} \right) S \mathbf{E}' &= \nabla \times \mathbf{H}' \\ j\omega\mu_0 S \mathbf{H}' &= -\nabla \times \mathbf{E}' \end{aligned} \quad (1.57)$$

avec la nouvelle définition des coefficients  $S_i$  telle que :

$$S_i = 1 + \frac{\sigma_i}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon'_r} \quad i = (x, y, z) \quad (1.58)$$

De manière analogue au cas du vide, on pose :

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} D'_x \\ D'_y \\ D'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 \varepsilon'_r \frac{S_z}{S_x} \mathbf{E}'_x \\ \varepsilon_0 \varepsilon'_r \frac{S_x}{S_y} \mathbf{E}'_y \\ \varepsilon_0 \varepsilon'_r \frac{S_y}{S_z} \mathbf{E}'_z \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{B}' = \begin{pmatrix} B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_0 \frac{S_z}{S_x} \mathbf{H}'_x \\ \mu_0 \frac{S_x}{S_y} \mathbf{H}'_y \\ \mu_0 \frac{S_y}{S_z} \mathbf{H}'_z \end{pmatrix}$$

On pose à présent :  $\mathbf{D} = (1 + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon'_r})\mathbf{D}'$ .

Le système (1.57) devient alors :

$$\begin{aligned} j\omega K_S \mathbf{D} &= \nabla \times \mathbf{H}' \\ j\omega K_S \mathbf{B}' &= -\nabla \times \mathbf{E}' \end{aligned} \quad (1.59)$$

$$\text{avec } K_s = \begin{pmatrix} S_y & 0 & 0 \\ 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & S_x \end{pmatrix}$$

Dans le domaine temporel, compte tenu de la définition de coefficients  $S_i$ , on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} K_{\sigma_1} \mathbf{D} = \nabla \times \mathbf{H}' \\ \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} \mathbf{D}' = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{D}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} K_{\sigma_3} \mathbf{D}' = \varepsilon_0 \varepsilon'_r \left( \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} K_{\sigma_2} \mathbf{E}' \right) \\ \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} K_{\sigma_1} \mathbf{B}' = -\nabla \times \mathbf{E}' \\ \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} K_{\sigma_3} \mathbf{B}' = \mu_0 \left( \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r} K_{\sigma_2} \mathbf{H}' \right) \end{cases} \quad (1.60)$$

$$\text{avec } K_{\sigma_1} = \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{pmatrix}; K_{\sigma_2} = \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y \end{pmatrix} \text{ et } K_{\sigma_3} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix}$$

On constate que les équations concernant l'avancement du champ magnétique sont les mêmes pour le sol et pour le vide (à la valeur de permittivité près). En ce qui concerne les équations liées à l'avancement du champ électrique, celle du système (1.60) sont similaires à celles du système (1.56). Néanmoins dans le système PML adapté au sol (1.60), on compte tout de même une variable et une équation supplémentaire liée à la présence de pertes dans le milieu.

Il ne reste à présent plus qu'à proposer un modèle de calcul du champ lointain rayonné pour définir entièrement notre modèle mathématique.

### 1.2.5 Calcul du champ lointain rayonné

Pour être conforme aux mesures radar aéroportées, les simulations numériques doivent tenir compte d'une source et de récepteurs éloignés de l'in-



terface air / sol. Notre modèle doit donc permettre le calcul de champs lointains. Pour cela, une transformation champ proche / champ lointain est alors utilisée puisque seuls les champs proches sont accessibles dans le volume de calcul.

Un grand nombre de publications se sont concentrées sur la détermination du champ lointain, en particulier pour la méthode FDTD (par exemple, [37][38][20][39]). Le principe de la transformation champ proche / champ lointain est basé sur celui de Huygens selon lequel, les champs diffractés peuvent être entièrement définis à partir des courants de surface électriques et magnétiques sur une surface fermée englobant les objets rayonnants. La surface d'intégration virtuelle (dite de rayonnement) doit être suffisamment grande pour contenir l'objet. L'information de champ diffracté est "capturée" sur cette surface, les courants électriques et magnétiques équivalents sont ensuite multipliés dans le domaine fréquentiel, ou convolués dans le domaine temporel, par une fonction de Green appropriée. La transformation champ proche / champ lointain peut en effet être effectuée dans le domaine fréquentiel ou dans le domaine temporel. Lorsque cette transformation est réalisée dans le domaine fréquentiel, les courants équivalents temporels sur la surface de Huygens sont convertis dans le domaine fréquentiel par transformée de Fourier Discrète (DFT, *Discrete Fourier Transform*) à chaque itération temporelle [20][40]. Le champ lointain est ensuite évalué à la fin de la simulation, en sommant l'ensemble des contributions sur la surface de rayonnement. Lorsqu'on considère un grand nombre de fréquence, on préfère généralement l'approche équivalente en domaine temporel [37][38], plus rapide.

Pour un objet rayonnant en espace libre, la fonction de Green temporelle impliquée dans le calcul du champ lointain est une fonction analytique simple. Cependant, lorsque l'objet est placé sur ou dans un sol, la fonction de Green en espace libre doit être remplacée par une fonction de Green qui prend en compte la présence du sol. Malheureusement, il n'existe pas d'expression analytique simple pour cette fonction de Green adaptée aux sols à pertes, ce qui rend la procédure plus complexe.

Dans le cas d'un milieu à pertes (avec une permittivité complexe), les fonctions de Green dépendent de la fréquence. Plutôt que de recourir à une convolution chronophage entre les champs et une fonction de Green temporelle complexe, il est alors généralement plus simple et judicieux de réaliser le calcul du champ lointain dans le domaine fréquentiel après avoir converti les courants de surface équivalents dans le domaine fréquentiel à l'aide d'une DFT. Dans cette thèse, nous allons donc employer ce type de transformation champ proche / champ lointain, en suivant l'étude de [40].

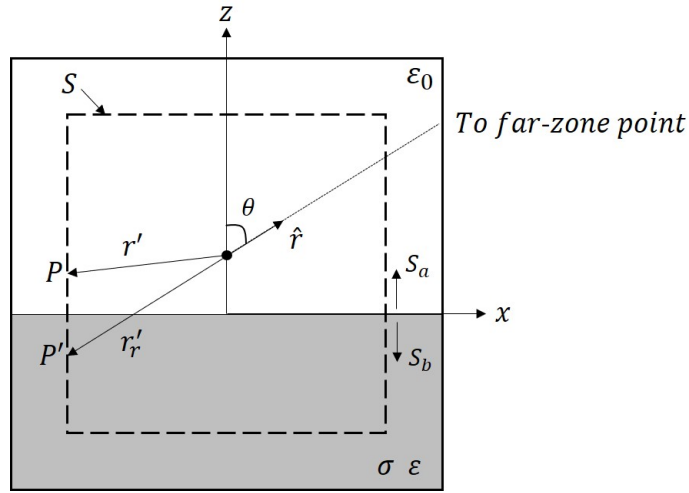


FIGURE 1.3 : Géométrie en coupe selon le plan X – Z du domaine de calcul. Représentation des vecteurs utilisés pour le calcul des fonctions de Green à partir d’une source sur la surface  $S_a$  au dessus de l’interface air / sol.

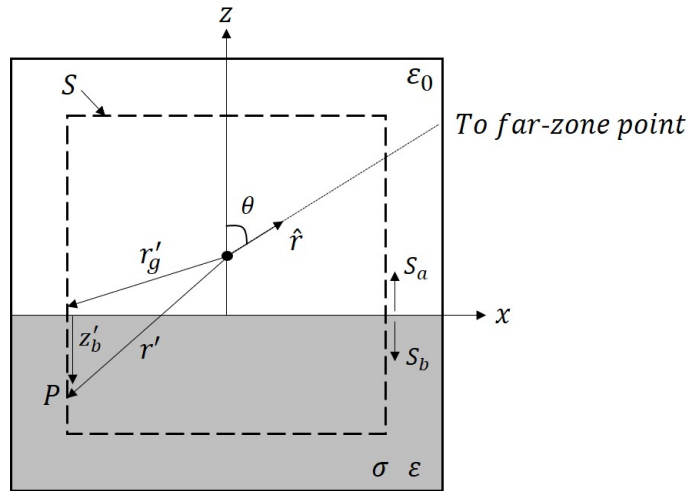


FIGURE 1.4 : Géométrie en coupe selon le plan X – Z du domaine de calcul. Représentation des vecteurs utilisés pour le calcul des fonctions de Green à partir d’une source sur la surface  $S_b$  en dessous de l’interface air / sol.

On considère, un domaine de calcul composé d’un bi-milieu air / sol, où le sol est représenté par un demi-espace non magnétique de permittivité complexe relative  $\epsilon_r = \epsilon'_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}$ . La source de type onde plane est située au point lointain  $r'$  et le plan d’incidence correspond au plan X – Z. On définit un vecteur  $\hat{p}$  ayant des composantes parallèles et perpendiculaires au plan

X – Z tel que :

$$\hat{\mathbf{p}} = p_{\parallel} \cos \theta \hat{\mathbf{x}} + p_{\perp} \hat{\mathbf{y}} - p_{\parallel} \sin \theta \hat{\mathbf{z}} \quad (1.61)$$

L'expression générale pour le champ lointain parallèle au plan X – Z, observé en un point situé à une distance  $r$ , s'écrit :

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{p}}) = -j\omega\mu_0 \iint_S [\mathbf{J}_s \cdot \overline{\overline{\mathbf{G}}}_e \cdot \hat{\mathbf{p}}] dS' + \iint_S [\mathbf{M}_s \cdot \overline{\overline{\mathbf{G}}}_m \cdot \hat{\mathbf{p}}] dS' \quad (1.62)$$

avec  $\mathbf{J}_s$  et  $\mathbf{M}_s$  les densités surfaciques de courant électrique et magnétique respectivement, telles que :

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} \quad (1.63)$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \quad (1.64)$$

où  $\hat{\mathbf{n}}$  est la normale unitaire à la surface d'intégration  $S$ .

$\overline{\overline{\mathbf{G}}}_e$  et  $\overline{\overline{\mathbf{G}}}_m$  sont respectivement les fonctions de Green dyadiques électrique et magnétique, liées par la relation :  $\nabla \times \overline{\overline{\mathbf{G}}}_e = \overline{\overline{\mathbf{G}}}_m$ . En utilisant le théorème de réciprocité (les points sources et d'observation jouent des rôles symétriques, on peut les intervertir), ces fonctions peuvent s'exprimer à partir des coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel [41]. Pour un vecteur source  $\mathbf{r}'$  pointant vers un point source  $P$  au dessus de l'interface air / sol, les fonctions de Green électrique et magnétique s'écrivent respectivement :

$$\overline{\overline{\mathbf{G}}}_e^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{p}} = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (\overline{\overline{\mathbf{I}}} e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} + \overline{\overline{\mathbf{R}}}_e e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'}) \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (1.65)$$

et

$$\overline{\overline{\mathbf{G}}}_m^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{p}} = j \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (\mathbf{k} \times \overline{\overline{\mathbf{I}}} e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'} + \mathbf{k}_r \overline{\overline{\mathbf{R}}}_e e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'}) \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (1.66)$$

Les vecteurs position  $\mathbf{r}'$  et  $\hat{\mathbf{r}}'_r$  sont représentés dans la Figure 1.3. Ils sont définis à partir d'une origine positionnée préférentiellement au centre du domaine de calcul.  $\hat{\mathbf{r}}'_r$  est le vecteur miroir de  $\mathbf{r}$  par rapport à l'interface air / sol.

L'exposant  $a$  fait référence aux fonctions de Green projetées sur  $\hat{\mathbf{p}}$  au dessus de l'interface air / sol sur la surface  $S_a$  (Figure 1.3), alors que l'exposant  $b$  fera référence aux fonctions de Green projetées sur  $\hat{\mathbf{p}}$  en dessous de l'interface air / sol sur la surface  $S_b$ .

$\overline{\overline{\mathbf{I}}}$  fait référence à la matrice identité de taille 3 et  $\overline{\overline{\mathbf{R}}}_e$  est la matrice contenant les coefficients de réflexions  $\Gamma_{\parallel}$  et  $\Gamma_{\perp}$ , telle que :

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_e = \begin{pmatrix} -\Gamma_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (1.67)$$

avec :

$$\begin{aligned}\Gamma_{\parallel} &= \frac{n^2 \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \\ \Gamma_{\perp} &= \frac{\cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}\end{aligned}\quad (1.68)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction. Pour le demi-espace à pertes :

$$n = \sqrt{\varepsilon'_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0}} \quad (1.69)$$

Pour une source située en dessous de l'interface air / sol en  $S_b$ , les fonctions de Green projetées sur  $\hat{\mathbf{p}}$  s'écrivent :

$$\overline{\overline{\mathbf{G}}}_e^b(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{p}} = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \overline{\overline{\mathbf{T}}}_e e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'_g} e^{jkz'_b \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (1.70)$$

et

$$\overline{\overline{\mathbf{G}}}_m^b(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{p}} = j \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (\mathbf{k}_t \times \overline{\overline{\mathbf{T}}}_e e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}'_g} e^{jkz'_b \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}) \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (1.71)$$

où  $k$  est le nombre d'onde de l'espace libre et  $\theta$  l'angle d'incidence.

Les vecteurs  $\mathbf{r}'_g$  et  $\mathbf{z}'_b = z'_b \hat{\mathbf{z}}$  ( $z'_b < 0$ ) sont les composantes du vecteur  $\mathbf{r}'$  pointant la direction origine-source (Figure 1.4).

$\overline{\overline{\mathbf{T}}}_e$  est la matrice de transmission telle que :

$$\overline{\overline{\mathbf{T}}}_e = \begin{pmatrix} 1 - \Gamma_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \Gamma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n^2}(1 + \Gamma_{\parallel}) \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

On note que  $\overline{\overline{\mathbf{R}}}_e$  et  $\overline{\overline{\mathbf{T}}}_e$  dépendent de la fréquence à cause des pertes présentes dans le sol ( $\sigma \neq 0$ ).

$\mathbf{k} \times \overline{\overline{\mathbf{I}}}$  est le produit dyadique défini par [41] :  $\mathbf{k} \times \overline{\overline{\mathbf{I}}} = \sum_{i=1}^3 (\mathbf{k} \times \overline{\overline{\mathbf{I}}}) \hat{\mathbf{x}}_i$ . Cela

s'applique également à  $\mathbf{k} \times \overline{\overline{\mathbf{R}}}_e$  et  $\mathbf{k} \times \overline{\overline{\mathbf{T}}}_e$ .

Les vecteurs de propagation de l'onde directe, de l'onde réfléchie et de l'onde transmise sont définis respectivement par :

$$\begin{aligned}\mathbf{k} &= k\hat{\mathbf{r}} = k(\sin \theta \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}) \\ \mathbf{k}_r &= k(\sin \theta \hat{\mathbf{x}} - \cos \theta \hat{\mathbf{z}}) \\ \mathbf{k}_t &= k(\sin \theta \hat{\mathbf{x}} + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \hat{\mathbf{z}})\end{aligned}\quad (1.73)$$

La méthode décrite ici suppose que le vecteur  $\hat{\mathbf{r}}$  pointant dans la direction origine-observateur se trouve dans le plan X – Z. Elle peut cependant être généralisée pour n'importe quel angle de diffraction en appliquant une

matrice de rotation appropriée.

Le modèle de calcul de champ lointain à présent établi, notre modèle mathématique est désormais entièrement défini. Dans la suite, nous rappelons des notions complémentaires essentielles à la simulation de mesures radar aéroportées.

## 1.3 Notions radar d'intérêt

Dans la section précédente, nous avons posé le modèle mathématique adapté à notre problématique. Nous rappelons ici des notions essentielles pour la simulation de mesures radar aéroportées, qui caractérisent l'interaction de l'onde EM avec la cible et son environnement, ainsi que l'énergie qui est renvoyée vers le radar.

### 1.3.1 Notion de rugosité

Lorsqu'on cherche à simuler des mesures radar aéroportées, il faut tenir compte d'une notion que nous n'avons pas encore évoquée, celle de rugosité. Un radar imageur effectue trois mesures fondamentales : le temps écoulé entre l'émission du signal et la réception de l'écho (temps aller-retour), le déphasage (appelé phase) entre la référence de l'onde émise et celle reçue, et l'intensité du signal reçu. L'intensité reçue dépend de la taille, de la géométrie, de l'orientation, de la rugosité et des propriétés diélectriques de l'objet. La notion de rugosité traduit la capacité d'une surface à renvoyer l'énergie vers le récepteur. D'après le critère de Rayleigh, une surface est dite rugueuse par rapport à une certaine longueur d'onde  $\lambda$  sous une certaine incidence angulaire  $\theta_i$ , si la hauteur *rms* (*root mean square*)  $\delta h$  de la surface vérifie [11] :

$$\delta h > \frac{\lambda}{8 \cos \theta_i} \quad (1.74)$$

La surface est dite lisse sinon. Une surface peut donc être lisse pour certaines longueurs d'ondes et rugueuse pour des longueurs d'ondes plus petites. La présence de rugosité conduit généralement à un retour d'énergie important vers le récepteur alors que dans le cas de surfaces lisses, moins d'énergie sera renvoyée vers le récepteur (Figure 1.5).

Dans cette thèse, nous envisageons l'évaluation de la SER de cibles à des fréquences relativement basses, inférieures à 1.5 GHz. De plus, les scénarios envisagés pour l'étude et la validation de notre outil numérique présenteront des hauteurs *rms*  $\delta h$  suffisamment faibles pour que les surfaces soient considérées comme lisses. Nous ne nous attarderons donc pas sur les modèles permettant la prise en compte de surfaces rugueuses dans le cadre de cette thèse. Cependant, dans des travaux futurs, nous pourrions considérer l'ajout

de cet aspect à notre outil numérique et étendre ainsi le cadre applicatif de cette étude.

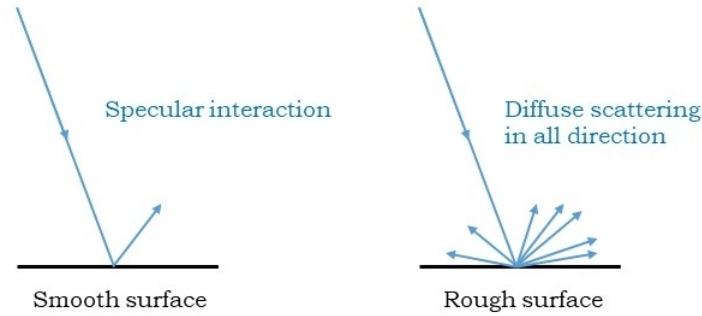


FIGURE 1.5 : Interaction d'une onde électromagnétique avec une surface lisse (à gauche) et une surface rugueuse (à droite).

### 1.3.2 Définition de la Surface Équivalente Radar (SER)

Nous introduisons ici une notion primordiale dans le domaine de la détection radar, celle de Surface Équivalente Radar (SER). Cette notion est particulièrement importante dans le cadre de cette thèse, puisque les outils numériques développés visent à évaluer la SER d'objets enfouis.

Selon la configuration relative de l'antenne émettrice par rapport à l'antenne réceptrice, on distingue les radars monostatiques des radars bistatiques. En configuration monostatique, l'antenne réceptrice est confondue avec l'antenne émettrice : la même antenne émet l'onde qui interagit avec la cible et assure la réception du signal rétrodiffusé par cette cible. En revanche, en configuration bistatique, les antennes émettrice et réceptrice sont positionnées séparément pour exploiter la variation des angles formés entre l'antenne émettrice, la cible, et l'antenne réceptrice.

La SER caractérise la capacité d'une cible à capter l'énergie et à la renvoyer en direction du système radar en réception [14]. C'est une caractéristique physique inhérente à la cible, qui dépend de sa forme, de ses dimensions, de la nature des matériaux qui le composent, de son orientation par rapport au système radar, de la longueur d'onde ainsi que de la configuration de polarisation du système.

Lorsque la distance séparant le radar de la cible est suffisamment grande, la cible est considérée en champ lointain et l'onde incidente est considérée comme plane à son voisinage. Plus précisément, la zone de champ lointain de l'antenne est définie par la zone de Fraunhofer qui se situe au delà de la distance à la source  $r = \frac{2D^2}{\lambda}$  (où  $D$  représente la dimension caractéristique

#### 1.4. ÉTAT DE L'ART POUR RÉSOUDRE NOTRE PROBLÈME

---

de la cible, et  $\lambda$  la longueur d'onde de l'onde émise par l'antenne) [11]. La définition de la SER, notée  $\sigma$ , en champ lointain est définie par [14] :

$$\sigma_{pq} = \lim_{|r| \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}_d|^2}{|\mathbf{E}_i|^2} \quad (1.75)$$

où  $r$  est la distance d'observation par rapport à la cible,  $\mathbf{E}_i$  est le champ électrique incident et  $\mathbf{E}_d$  le champ électrique diffracté.  $p$  désigne la polarisation de l'antenne réceptrice et  $q$  la polarisation de l'antenne émettrice.

La SER est homogène à une surface, et est souvent exprimé par les radaristes en dB.m<sup>2</sup> :

$$\sigma_{pq_{dB.m^2}} = 10 \log_{10} \sigma_{pq} \quad (1.76)$$

Si l'éclairement et l'observation sont situés dans la même direction, la SER obtenue est appelée SER monostatique et dans le cas contraire SER bistatique.

Lorsque l'on considère une cible distribuée, l'équation radar peut être appliquée en intégrant sur la zone  $A_0$  illuminée par l'empreinte au sol du lobe d'antenne. Le paramètre adéquat sera alors la SER moyenne par unité de surface  $\sigma_{pq}^0$  aussi appelé la réflectivité et défini comme [14] :

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{\langle \sigma_{pq} \rangle}{A_0} = \frac{4\pi r^2 \langle |\mathbf{E}_d|^2 \rangle}{A_0 |\mathbf{E}_i|^2} \quad (1.77)$$

A l'instar de la SER  $\sigma_{pq}$ , la réflectivité  $\sigma_{pq}^0$  (dB.m<sup>2</sup>/m<sup>2</sup>) est un paramètre utilisé en imagerie SAR pour caractériser l'interaction entre l'onde EM et la cible.

De manière générale, les systèmes radar d'observation de la Terre opèrent en polarisations linéaires H et V. Les mesures peuvent être acquises en polarisations directes HH ou VV ( $p = H, q = H$  ou  $p = V, q = V$ ) et en polarisations croisées HV et VH ( $p = H, q = V$  ou  $p = V, q = H$ ). Le mode de propagation TE (Transverse Électrique), où le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence, correspond en télédétection à une polarisation linéaire horizontale (H) (le champ  $\mathbf{E}$  est parallèle à la surface de la Terre). Le mode de propagation TM (Transverse Magnétique) où le champ magnétique est perpendiculaire au plan d'incidence, correspond en télédétection à une polarisation linéaire verticale (V) (le champ  $\mathbf{H}$  est parallèle à la surface de la Terre) [11].

### 1.4 État de l'art pour résoudre notre problème

Plusieurs méthodes numériques bien connues permettent la résolution du système des équations de Maxwell (1.16) dans le domaine temporel. Un des

principaux avantages des méthodes temporelles est la possibilité de calculer la SER de cibles à plusieurs fréquences avec une seule simulation, ce qui est pertinent dans le cadre de nos travaux. Nous nous sommes donc orientés vers un outil de simulation dans le domaine temporel.

Dans cette section, nous présentons un état de l'art, non exhaustif, sur les méthodes de résolution des équations de Maxwell instationnaires, en mettant en évidence les avantages et les limites de chacune de ces méthodes en adéquation avec les demandes liées à notre problème.

### 1.4.1 Méthode FDTD ou schéma de Yee

La méthode des différences finies [22] est une approche qui permet la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel. Elle fait référence dans le domaine de la simulation électromagnétique et est la méthode la plus largement utilisée, en raison de sa simplicité conceptuelle, de sa robustesse et de son efficacité en termes de coût calcul. Par ailleurs, dans le cadre du calcul des champs diffractés par des objets enfouis, la technique FDTD a été utilisée dans de nombreuses études (par exemple, [19][20][21][40]). et la majorité des modèles décrits dans la section précédente ont été développés et adaptés en différences finies.

L'approche FDTD est basée sur le schéma de Yee proposé en 1966 [23]. Il s'agit d'un schéma de type *Leap-Frog* (saute-mouton) en temps et en espace. Dans la formulation FDTD, l'espace est divisé en parallélépipèdes rectangles, et les composantes des champs électriques et magnétiques sont calculées en un nombre fini de points.

- Discrétisation spatiale

Le domaine de calcul est découpé en une grille structurée sur laquelle les inconnues des champs électriques et magnétiques  $E_x, E_y, E_z$  et  $H_x, H_y, H_z$  sont localisées sur chaque cellule hexaédrique du maillage comme indiqué sur la Figure 1.6. On peut également décrire le positionnement des inconnues comme le centre des côtés d'une grille primale (pour le champ  $\mathbf{E}$ ) et duale (pour le champ  $\mathbf{H}$ ) (Figure 1.7).

La discrétisation est indépendante dans chaque direction  $x, y, z$  de la grille, de telle manière que le pas de maillage  $dl$  soit constant ou bien variable et respecte :  $dl < \frac{\lambda}{n}$  (avec  $n \geq 10$  et  $\lambda$  la longueur minimale de la source d'agression). Dans le cas d'un maillage variable, la différence entre deux pas consécutifs ne doit pas excéder un facteur 1.2 (critère empirique).

- Discrétisation temporelle

Le domaine temporel  $]0, T_o[$  est discrétisé sous forme d'un ensemble de segments constants de longueur  $dt$ . Le schéma temporel de type



#### 1.4. ÉTAT DE L'ART POUR RÉSOUDRE NOTRE PROBLÈME

Leap-Frog consiste à calculer le champ électrique  $\mathbf{E}$  à l'instant  $ndt$  et le champ magnétique  $\mathbf{H}$  à l'instant  $(n + \frac{1}{2})dt$  où  $n \in \mathbb{N}$ .

La condition de stabilité pour le schéma de Yee de type *Leap-frog* espace/temps explicite est [22] :

$$dt < \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}} \quad (1.78)$$

où  $dt$  est le pas de temps,  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  les pas spatiaux minimaux dans les directions  $x$ ,  $y$ ,  $z$  et  $c$  est la vitesse de propagation des ondes dans le milieu. Pour un milieu non magnétique, de permittivité  $\varepsilon$ , on a  $c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon}}$  avec  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$  la vitesse de la lumière dans le vide.

L'approximation des dérivées partielles pour chaque composante des équations de Maxwell se fait par un schéma explicite centré en utilisant un développement en série de Taylor.

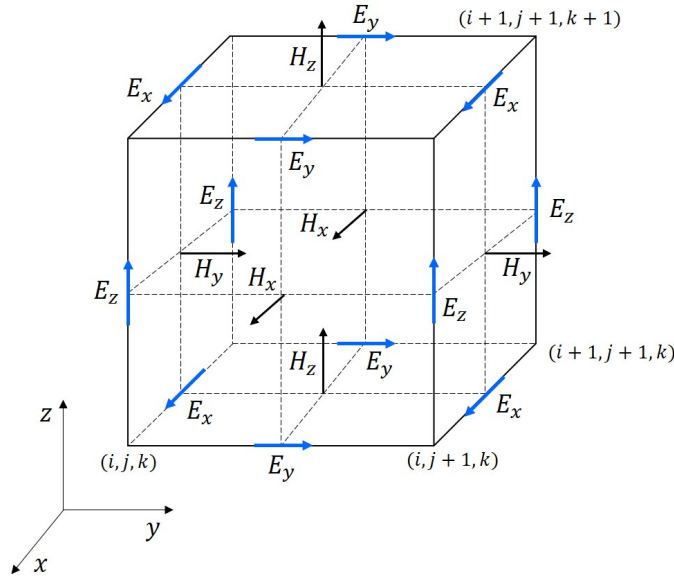


FIGURE 1.6 : Localisation des inconnues sur une cellule d'un maillage cartésien (schéma de Yee). Les noeuds du maillage sont définis pas les indices  $i, j, k$ .

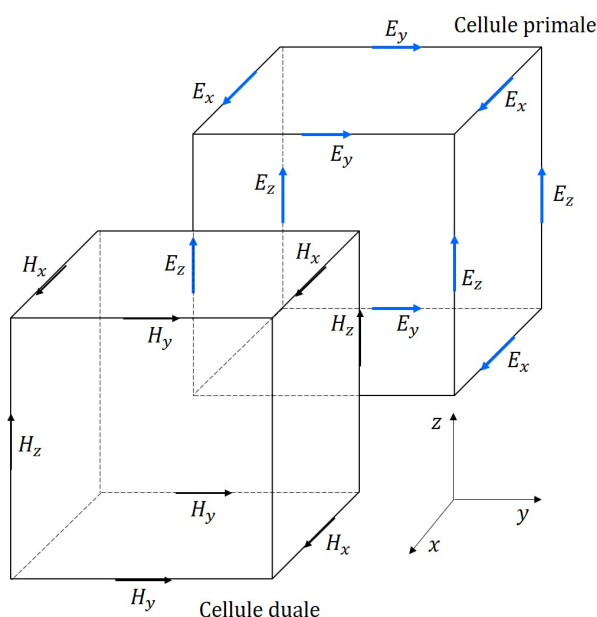


FIGURE 1.7 : Localisation des inconnues en considérant un maillage primal et un maillage dual (schéma de Yee).

Dans un domaine discret, le comportement de l'onde se propageant peut différer de la solution physique en raison d'erreurs numériques. Deux types d'erreurs numériques sont à considérer : les erreurs de dispersion et les erreurs de dissipation. La dispersion est une modification de la vitesse de propagation du signal dans l'espace au cours du temps, tandis que la dissipation est une atténuation de l'amplitude des signaux dans l'espace au cours du temps. Pour le schéma de Yee, seules les erreurs de dispersion sont rencontrées. Le choix d'un schéma centré élimine les erreurs de dissipation.

L'approche FDTD, largement utilisée, présente néanmoins quelques inconvénients. Bien qu'elle soit très bien adaptée pour des structures cartésiennes, elle rencontre des difficultés pour rendre compte des géométries courbes, représentées par des marches d'escalier (Figure 1.8). Cela réduit la précision du calcul des champs dans ou à proximité de ces géométries. On est alors contraint d'utiliser des maillages très fins, qui augmentent considérablement le coût calcul et ne garantissent pas une plus grande précision [42]. Cette limitation a donc suscité, il y a plusieurs années, un gain d'intérêt pour d'autres méthodes permettant de considérer des maillages non-structurés localement, telles que les volumes finis [24][25][26], les éléments finis [43][44][45], le Galerkin discontinu [46][47][48], ou plus récemment l'approche CDO (*Compatible Discrete Operator scheme*)[49][50].

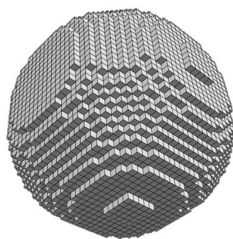


FIGURE 1.8 : Maillage en marches d'escalier d'une sphère.

Par ailleurs, outre la bonne considération de la géométrie des objets, le calcul des champs rayonnés par des objets enfouis nécessite la prise en compte de plusieurs milieux caractérisés par des permittivités diélectriques différentes. La vitesse de propagation des ondes  $c$  dépendant de la permittivité  $\varepsilon$  du milieu ( $c = c_0/\sqrt{\varepsilon}$ ), il peut alors être nécessaire de réduire la taille de maille pour respecter le critère  $dl < \frac{\lambda}{10}$  (avec  $\lambda = c/f$ ) dans la zone du domaine de calcul correspondant au sol. Dans le cas d'un maillage cartésien, cela oblige à mailler l'ensemble du domaine de calcul plus finement, ce qui peut augmenter significativement le coût mémoire et calcul.

Par principe, la méthode FDTD ne permet pas de gérer des maillages comportant des cellules localement raffinées avec des tailles variables, spécifiquement définies pour composer avec ces milieux de différentes vitesses.

### 1.4.2 Méthodes FDTD conformes

L'approximation de la géométrie avec un maillage en marche d'escalier dégrade la qualité des résultats. Pour pallier cette limitation de l'approche FDTD classique dans la prise en compte des géométries courbes, de nombreuses recherches ont été menées. Parmi celles-ci, on trouve les approches de type FDTD conforme [51][52][53] qui consistent à conserver la structure du schéma de Yee tout en lui apportant des modifications locales. L'approche par formulation intégrale de contour est commune à ces techniques conformes qui se regroupent en deux catégories : les techniques basées sur un maillage orthogonal et cartésien, et celles basées sur un maillage non-structuré [54][55].

Les techniques conformes, qui reposent sur un maillage cartésien, sont initialement basées sur une représentation du schéma de Yee par surfaces finies. Pour le calcul des champs, les approches CFDTD (*Conformal FDTD*) [56][57][58] consistent alors à modifier localement le schéma de Yee en utilisant des techniques dites de "*contour-path*", visant à prendre en compte la courbure des géométries présentes dans le maillage cartésien. La difficulté de cette approche réside dans la définition des contours des structures im-

mergées dans une grille composée d'hexaèdres [59]. De nombreuses solutions pour modéliser les géométries courbes avec ce type d'approche ont été proposées, mais sont souvent dédiées à des problèmes spécifiques. Les ajustements nécessaires pour chaque type de matériau et de géométrie peuvent exiger des développements particuliers, limitant ainsi la généralité de la méthode.

Le second type d'approche, qui consiste à considérer le maillage de la géométrie, nécessite des cellules non-structurées locales et, par conséquent, un maillage non cartésien. Ces méthodes, connues sous le nom de méthodes mimétiques, décomposent le système de Maxwell en deux sous-systèmes : un système topologique et un système constitutif. Le premier relie les inductions magnétique et électrique sans faire intervenir de paramètres constitutifs tels que les caractéristiques diélectriques des matériaux. Dans ce système, la notion de dérivée spatiale est remplacée par celle de circulation, traduite par une matrice de circulation dont les éléments sont 0,  $-1$ ,  $1$ , sans métrique présente [60]. Le second sous-système fait intervenir des matrices de Hodge définies par des fonctions de bases sur les inconnues des champs électrique et magnétique, adaptées au maillage. Dans ce type d'approche, on trouve la technique FIT (*Finite Integration Technique*) [60], dans laquelle on utilise des maillages cartésiens, et les approches CDO [49][50] pour lesquelles le maillage n'est pas forcément cartésien. Ces méthodes évitent les difficultés liées à la prise en compte des contours des structures, mais introduisent l'inversion d'une matrice de Hodge non diagonale pour les éléments non cartésiens. Bien qu'elles offrent des gains en précision par rapport à l'approche FDTD classique, elles engendrent un sur-coût calcul modérément plus élevé.

En ce qui concerne notre problématique, la première contrainte liée aux géométries courbes peut être levée, plus ou moins aisément, par l'approche FDTD conforme. L'aspect concernant la mise en œuvre de raffinements locaux pourrait être pris en compte avec l'approche récente CDO pour les problèmes de Maxwell, bien que celle-ci présente l'inconvénient de nécessiter l'inversion d'un système linéaire, ce qui peut contraindre l'efficacité de la méthode. De plus, cette approche est encore récente et n'était pas complètement aboutie à l'ONERA au début de notre étude. Elle fait actuellement l'objet d'un travail de thèse au sein de l'ONERA.

### 1.4.3 Méthode FVTD

Dans la sous-section 1.4.1, nous avons brièvement présenté le principe de l'approche FDTD, qui se démarque par sa simplicité et sa robustesse, mais présente l'inconvénient majeur d'être non conforme aux géométries courbes. On peut toutefois améliorer cette approche à l'aide de schémas CDO ou FIT par exemple, comme vu précédemment.

Les techniques volumes finis [24][25][26] pallient également le problème de

## 1.4. ÉTAT DE L'ART POUR RÉSOUDRE NOTRE PROBLÈME

---

conformité des géométries courbes puisque, contrairement à la méthode FDTD, elles peuvent prendre en charge des maillages non-structurés, non conformes, composés de polyèdres (hexaèdre, tétraèdres ...). Les géométries complexes sont alors modélisées de façon plus rigoureuse et plus conforme sans que cela ne génère un nombre de mailles trop important.

L'approche FVTD a par ailleurs déjà été utilisée pour le calcul des champs rayonnés par des objets enfouis (par exemple [61]). De plus, les modèles présentés dans la section 1.2, initialement proposés pour le schéma FDTD, peuvent être adaptés sans grande difficulté apparente à cette approche.

On rappelle ici les principes du schéma volumes finis dont nous disposions à l'ONERA [62] au début de cette thèse.

Pour rappel, le principe général de la méthode FVTD consiste à résoudre la forme conservative des équations de Maxwell sur chaque cellule élémentaire du maillage. Pour un milieu homogène, non magnétique et sans pertes ni sources, de perméabilité magnétique  $\mu_0$  et de permittivité relative  $\varepsilon_r$ , le système de Maxwell peut s'écrire sous la forme vectorielle suivante :

$$\alpha \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) = 0 \quad (1.79)$$

où  $\mathbf{U} = (E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z)^t$  et  $\alpha = \begin{pmatrix} \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mu_0 \mathbf{I} \end{pmatrix}$  avec  $\mathbf{I}$  la matrice

identité de  $\mathbb{R}^3$ .

$\mathbf{F}$  est une combinaison de trois fonctions linéaires de  $\mathbb{R}^6$ , telle que :

$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = (F_1(\mathbf{U}), F_2(\mathbf{U}), F_3(\mathbf{U}))$  et

$$\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \frac{\partial F_1(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial F_2(\mathbf{U})}{\partial y} + \frac{\partial F_3(\mathbf{U})}{\partial z}$$

avec :

$$F_1(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ H_z \\ -H_y \\ 0 \\ -E_z \\ E_y \end{pmatrix} \quad F_2(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} -H_z \\ 0 \\ -H_x \\ E_z \\ 0 \\ -E_x \end{pmatrix} \quad F_3(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} H_y \\ -H_x \\ 0 \\ -E_y \\ E_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

Les schémas FVTD sont obtenus en intégrant sous forme volumique la forme condensée du système de Maxwell (1.79). Historiquement, deux choix d'intégration se distinguent selon la localisation des inconnues : la formulation "noeud-centrés" ("*cell-vertex*") et la formulation "éléments-centrés" ("*cell-centered*"). La première formulation associe les composantes des champs

électromagnétiques aux noeuds de chaque cellule. Les sous-domaines d'intégration ne correspondent alors pas aux mailles du volume de calcul. La formulation dite "éléments-centrés" quant à elle, propose une solution géométrique plus judicieuse, les sous-domaines d'intégration correspondent aux mailles initiales du volume de calcul et les champs électromagnétiques sont calculés au barycentre de chaque cellule élémentaire. Cette méthode permet de gérer plus facilement les discontinuités entre deux milieux en introduisant les conditions limites dans les termes du flux. Le schéma présenté ici est une approche *cell-centered*.

Soit  $\Omega$  un domaine de  $\mathbb{R}^3$  partitionné sous forme d'un ensemble de  $N_v$  cellules élémentaires  $C_i$  de volumes  $V_i$  ( $N_v \in \mathbb{N}$  et  $i \in [1, N_v]$ ). La somme totale des cellules compose le domaine de calcul ( $\bigcup_{i=1}^{N_v} C_i = \Omega$ ). Les inconnues  $\mathbf{U}$  sont placées aux centres de gravité des cellules. Soit une cellule de volume  $V$  du domaine  $\Omega$ , en intégrant (1.79) sur  $V$ , on obtient :

$$\alpha \int_V \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) dV = 0 \quad (1.80)$$

L'utilisation du théorème d'Ostrogradski permet ensuite d'écrire :

$$\alpha \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dV + \int_S \mathbf{F}(\mathbf{U}^*) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1.81)$$

où  $\mathbf{n}$  définit la normale sortante à la surface  $S$  du volume  $V$  et  $\mathbf{U}^* = (\mathbf{E}^*, \mathbf{H}^*)^T$ .

$\mathbf{E}^*$  et  $\mathbf{H}^*$  représentent la projection sur  $S$  des valeurs de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  du volume  $V$ . Le flux numérique  $F(\mathbf{U}^*)$  est défini par  $((\mathbf{n} \times \mathbf{H}^*), -(\mathbf{n} \times \mathbf{E}^*))^t$ .

- Discrétisation spatiale

Comme nous l'avons spécifié précédemment, dans un schéma centré les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  sont calculés au centre de gravité de chaque cellule. Chaque cellule  $C_i$  est définie par  $N_s$  surfaces frontières fermées de superficie  $S_l$ . Pour un volume élémentaire  $V_i$ , la forme semi-discrète du schéma s'écrit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -\frac{1}{\|V_i\|} \sum_{l=1}^{N_s} \|S_l\| \alpha^{-1} F(U_l^*) n_l \quad (1.82)$$

où  $N_s$  est le nombre de surfaces  $S_l$  frontières du volume  $V_i$  telle que

$\bigcup_{l=1}^{N_s} S_l = S$  et  $n_l$  est la normale sortante unitaire à la surface  $S_l$ .

Il reste alors à évaluer le flux numérique  $F(U_l^*)$  sur chaque face  $l$ . L'approximation du flux est déterminante sur la précision et la nature du schéma numérique.

Plusieurs choix sont possibles pour l'approximation des flux. Parmi

## 1.4. ÉTAT DE L'ART POUR RÉSOUDRE NOTRE PROBLÈME

---

ceux-ci : l'approche dite à "flux centrés", où les champs frontières sont considérés comme étant la demi-somme des inconnues des cellules voisines et l'approche dite à "flux décentrés", où les champs frontières sont établis à l'aide d'une étude des courbes caractéristiques de l'équation des ondes. Par nature, les schémas à "flux centré" sont généralement non dissipatifs mais dispersifs alors que ceux à "flux décentrés" sont généralement dissipatifs mais non dispersifs. Dans le schéma volumes finis dont nous disposons, c'est l'approche décentrée qui a été choisie. Il est possible de limiter l'aspect dissipatif en ajoutant un coefficient pondérateur à la définition du flux [63].

- Discrétisation temporelle

Le schéma temporel utilisé ici est un schéma de type *Leap-frog*.

Pour assurer la stabilité du schéma le pas de temps doit satisfaire le critère de stabilité non-optimal suivant [64] :

$$dt \leq \min_{k=1, N_v} \frac{1}{c} \frac{V_k}{\sum_{l=1}^{N_s} S_l} \quad (1.83)$$

où  $c$  est la vitesse de propagation des ondes dans le milieu.

On note que l'approche FVTD est plus complexe à mettre en œuvre que l'approche FDTD. En particulier, la génération des maillages dans le cas des volumes finis est une procédure plus complexe, nécessitant un mailleur spécifique adapté à l'algorithme numérique. De plus, la technique FVTD demande un temps calcul et des capacités de stockage plus élevés. En contrepartie, elle permet d'obtenir une représentation plus conforme et rigoureuse des géométries complexes.

### 1.4.4 Méthode des éléments finis, méthode de Galerkin Discontinue

La méthode des éléments finis en domaine temporel, et la méthode Galerkin Discontinue reposent sur des formulations variationnelles des équations de Maxwell. Ces équations, initialement écrites sous forme différentielle, sont projetées sur des fonctions de bases de l'espace d'approximation choisi. Comme la méthode FVTD, les deux méthodes présentées ici permettent l'utilisation d'un maillage conforme à la géométrie avec des mailles non-structurées.

La méthode des éléments finis [43][44][45] partitionne le domaine de calcul en éléments (typiquement en tétraèdres), où les champs EM sont décomposés sur des fonctions de base appropriées (par exemple, fonctions de base de Nédélec [65] ou de Rao-Wilto-Glisson [66]). Dans le domaine de calcul, le

système de Maxwell est approximé par un système linéaire simplifié défini par une matrice de masse. A chaque itération temporelle, résoudre ce système implique d'inverser ou d'avoir l'inverse de la matrice de masse. Si cela ne pose pas de problème d'un point de vue mathématique, le temps calcul peut être conséquent selon les dimensions de la matrice de masse. Bien que cette méthode permette de gagner en précision en augmentant l'ordre spatial, elle augmente également la taille et le temps de calcul.

Des techniques de condensation de la matrice de masse sont utilisées pour rendre autant que possible celle-ci diagonale, évitant ainsi son inversion et économisant des ressources informatiques. Cependant, ces techniques peuvent être complexes à mettre en œuvre et peuvent fortement impacter la précision de la solution pour les éléments finis utilisés dans les problèmes de diffraction électromagnétique [67].

Dans les approches éléments finis, le problème continu est approximé par un espace fonctionnel qui vérifie les propriétés du problème continu et on cherche la solution dans ce dernier. Dans ce contexte, les discontinuités et les raffinements de cellules impliquent l'ajout d'inconnues supplémentaires, et une prise en compte relativement plus difficile qu'en volumes finis par exemple.

La méthode Galerkin Discontinue [46][47][48], de manière similaire à la méthode des éléments finis, repose sur une formulation variationnelle des équations de Maxwell mais à l'inverse des éléments finis la solution est approximée localement dans chaque cellule et peut donc être discontinue au niveau des interfaces des éléments. Pour gérer cette discontinuité, un terme de saut est introduit au niveau de chaque interface entre les cellules [68][69][70]. En quelque sorte, on peut voir la méthode Galerkin discontinue comme une méthode éléments finis "discontinue" ou bien comme une méthode volumes finis d'"ordre élevée". Cette approche permet d'atteindre un ordre élevé de précision sans imposer fortement la continuité des champs entre les éléments, offrant ainsi une flexibilité accrue. Cependant, sa mise en œuvre est relativement complexe et elle reste peu utilisée dans le contexte industriel, malgré l'engouement pour cette dernière en termes de recherche ces dernières années.



## 1.4. ÉTAT DE L'ART POUR RÉSOUDRE NOTRE PROBLÈME

---

### 1.4.5 Comparatif des méthodes présentées

Méthodes	Avantages	Inconvénients
<b>FDTD</b>	Robuste, maîtrisée, simplicité conceptuelle, dispose de nombreux modèles physiques adaptés à notre problème	Dispersion numérique, non conformité des géométries courbes, ne permet pas de gérer des maillages raffinés localement pour composer avec des milieux ayant différentes vitesses de propagation
<b>FDTD conforme</b>	Conformité des géométries courbes, possible prise en compte de raffinements locaux (CDO)	Méthodes sur maillages cartésiens : difficulté de la prise en compte de la structure courbe. Méthodes sur maillages non-structuré : difficultés liée à l'inversion des opérateurs de Hodge
<b>Éléments finis</b>	Conformité des géométries courbes, possibilité de monter en ordre (solutions plus précises pour des maillages plus grossiers)	Matrice de masse creuse mais globale (difficilement inversible), difficulté de la prise en compte des raffinements de maillages
<b>Galerkin discontinu</b>	Conformité des géométries courbes, prise en compte de raffinements locaux, possibilité de monter en ordre et matrice de masse diagonale par bloc (facilement inversible)	Calculs de termes de saut coûteux (non présents en éléments finis)
<b>FVTD</b>	Conformité des géométries courbes, prise en compte de raffinements locaux, pas de matrice de masse	Schéma de bas ordre (dispersion, dissipation)

En ce qui concerne notre problématique, en l'absence de retours suffisants sur l'approche CDO actuelle, les méthodes Galerkin discontinues et volumes finis nous paraissent les plus prometteuses pour gérer les maillages hybrides cartésiens / non-structurés avec raffinements locaux. Compte tenu des fréquences relativement basses utilisées, qui n'imposent pas une discrétisation très fine (de l'ordre du centimètre), nous nous orientons vers l'approche des

volumes finis, plus simple à mettre en œuvre que l’approche Galerkin discontinue. Toutefois, nous pourrions envisager d’adopter l’approche Galerkin discontinue ultérieurement, si cela s’avérait nécessaire. De plus, les modèles physiques concernant la prise en compte du sol ont été relativement éprouvés avec l’approche volumes finis par des études antérieures (par exemple [61]), ce qui conforte notre choix.

## 1.5 Conclusion du chapitre et stratégie numérique adoptée

Dans ce chapitre, nous avons introduit les notions nécessaires pour appréhender notre problème et avons établi le modèle mathématique adapté à notre problématique. Nous avons ensuite examiné les différentes méthodes de résolution envisageables, en fournissant un inventaire non exhaustif. Pour chaque méthode, nous avons présenté les avantages et les inconvénients spécifiques par rapport aux exigences de notre problème, afin de choisir la stratégie de résolution la plus appropriée dans notre cas.

Au regard de l’ensemble des éléments analysés dans ce chapitre, et afin de répondre au mieux à notre objectif —le développement et l’optimisation d’un outil pour la simulation de données radar aéroportées, en particulier l’évaluation de la SER d’objets enfouis—il apparaît nécessaire d’utiliser des maillages permettant une représentation conforme des géométries courbes et adaptés à la présence de milieux avec différentes vitesses de propagation des ondes EM. Pour cela, nous optons pour l’utilisation de maillages hybrides cartésiens / non-structurés avec possibilité de raffinement locaux. En complément de ces maillages hybrides, nous décidons de mettre en œuvre une hybridation de type volumes finis, impliquant un solveur FVTD-NST pour gérer les parties non-structurées des maillages et un solveur FVTD-ST, moins exigeant en ressources (en raison de l’indexation des cellules par des indices  $(i, j, k)$ , qui élimine le besoin de stocker des volumes), pour traiter les zones cartésiennes des maillages.

L’utilisation d’un solveur de type FDTD à la place du solveur FVTD-ST aurait pu être envisagée, car cette option semblait initialement plus intuitive et potentiellement plus efficace en termes de temps de calcul. Cependant, la stabilité de l’hybridation entre un solveur FDTD et un solveur FVTD n’a pas été clairement démontrée dans le cadre d’études antérieures menées entre autres à l’ONERA. En revanche, la continuité des champs aux interfaces rend la stabilité de l’hybridation FVTD-ST/NST plus évidente, comme exposé dans le chapitre 4.

Avec cette stratégie établie, nous allons maintenant détailler dans le chapitre 2 notre stratégie de maillage, dans le chapitre 3 les descriptions des

## 1.5. CONCLUSION DU CHAPITRE ET STRATÉGIE NUMÉRIQUE ADOPTÉE

---

solveurs FVTD-ST et FVTD-NST, et dans le chapitre 4 la mise en œuvre et les subtilités de l'hybridation FVTD-ST/NST.

# Chapitre 2

## Stratégie de maillage

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>63</b>
<b>2.2</b>	<b>Stratégie de découpage du domaine de calcul</b>	<b>66</b>
<b>2.3</b>	<b>Génération de maillages hybrides cartésiens / non-structurés</b>	<b>68</b>
2.3.1	Maillages surfaciques des objets	68
2.3.2	Zone cartésienne	69
2.3.3	Zone non-structurée	70
2.3.4	Raccords hybrides cartésiens / non-structurés	73
2.3.5	Raffinements locaux	75
<b>2.4</b>	<b>Exemples de maillages hybrides cartésiens / non-structurés</b>	<b>77</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>79</b>

---

*Ce deuxième chapitre se concentre sur la stratégie de maillage adoptée dans notre étude. Nous abordons ici la nécessité de combiner différents types de maillages pour optimiser l'efficacité de nos simulations. Nous commençons par expliciter notre approche de découpage du domaine de calcul en sous-domaines distincts. Ensuite, nous détaillons les méthodes spécifiques de maillage que nous utilisons pour discrétiser chacun des sous-domaines. Enfin, ce chapitre se conclut par des exemples illustrant notre stratégie de maillage.*

### 2.1 Introduction

Pour toute simulation, il est souvent nécessaire de pouvoir représenter les géométries étudiées sous forme discrète à l'aide de maillages. Le domaine

## 2.1. INTRODUCTION

---

considéré est partitionné en un ensemble d'entités élémentaires qui s'imbriquent hiérarchiquement pour former un domaine de calcul. Le recouvrement du domaine est complet, sans chevauchement, ni vide entre les entités. Cet aspect de structuration et d'organisation du domaine de calcul, bien que complexe, représente un point crucial dans la simulation en termes de coût calcul et de précision. Dans notre travail de recherche, nous nous sommes donc naturellement penchés sur ce point et avons identifié la nécessité de combiner différents types de maillages pour obtenir des simulations efficaces de notre problème. Ce chapitre définit les particularités des maillages attendus et la manière de les obtenir.

Pour répondre à notre problématique, nous recherchons des outils de simulation et modélisation efficaces. En termes de maillage cela implique d'utiliser peu de mailles tout en représentant correctement les géométries étudiées. Bien qu'avoir peu de mailles permette effectivement de limiter le temps calcul, le nombre d'opérations élémentaires (addition / multiplication) par itération du schéma utilisé pour chaque cellule du maillage peut se révéler plus critique que le nombre de cellules lui-même. En effet, le coût calcul pour un maillage cartésien avec un nombre élevé de cellules mais peu d'opérations par cellule peut être plus faible que pour un maillage non-structuré constitué d'un ensemble moindre de cellules tétraédriques mais avec un nombre élevé d'opération par cellule. Ceci est principalement lié aux structures de données et à l'adressage en mémoire de celles-ci.

D'expérience, nous avons remarqué que le maillage cartésien est la forme de maillage la plus optimale. Dans les zones du domaine de calcul où la géométrie est cartésienne, il est donc plus efficace d'utiliser ce type de maillage. En revanche, pour approcher des géométries courbes, le maillage cartésien n'est pas le plus pertinent, car il nécessite des cellules excessivement petites pour rendre compte correctement de la géométrie et donc un nombre excessif de cellules. Malgré le faible nombre d'opérations par cellule cartésienne, on ne compense pas le coût calcul d'un maillage non-structuré dans ce type de configuration. À titre d'exemple, la Figure 2.1 illustre le maillage obtenu pour un avion à partir d'une grille constituée de triangles et de grilles cartésiennes composées de plus ou moins de cellules. L'obtention d'une représentation relativement précise de l'avion avec une grille cartésienne, demande un nombre conséquent de cellules.

Ainsi, pour des scènes de calcul où sont présentes des géométries courbes, les constatations précédentes nous orientent vers l'utilisation d'un maillage hybride cartésien / non-structuré comme choix le plus efficace.

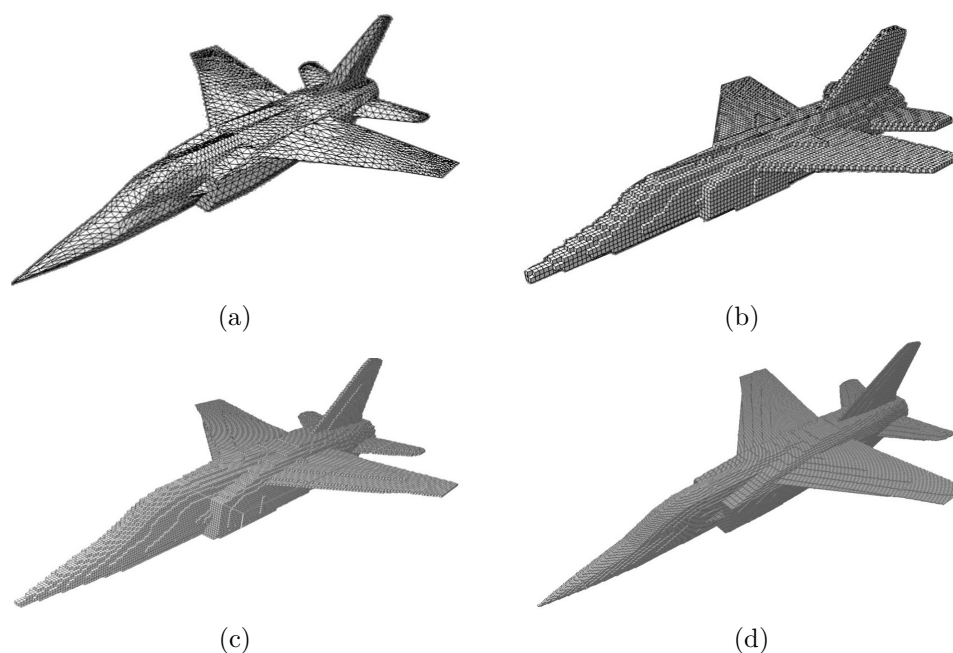


FIGURE 2.1 : Représentations de la géométrie d'un avion à partir de plusieurs grilles : a) utilisation d'un maillage composé de triangles ; utilisation de grilles cartésiennes dont les dimensions sont (en nombre de maille) respectivement : b)  $100 \times 60 \times 160$ , c)  $170 \times 90 \times 264$  et d)  $320 \times 160 \times 508$ .

Dans notre application, le sol est un élément important, car il est caractérisé par un matériau diélectrique à pertes ou par un ensemble de couches de tels matériaux. La vitesse de propagation des ondes dépend de la permittivité du matériau traversé, ce qui signifie que notre scène de calcul présentera différentes vitesses de propagation. Par ailleurs, la discrétisation spatiale doit être inférieure à une fraction de la longueur d'onde minimale du spectre de la source, variant selon la vitesse du milieu. Ainsi, plus la vitesse du milieu est faible, plus le pas de discrétisation doit être petit. Cela entraîne en termes de maillages des zones de pas spatiaux différents, qui sont prises en compte dans nos simulations sous forme de raffinements locaux d'une grille adaptée initialement pour l'espace libre.

Face à l'ensemble de ces contraintes, nous proposons pour nos besoins une solution de maillage qui soit simple d'utilisation, facile à mettre en œuvre, peu onéreuse et évolutive. Dans une première section, nous présentons une stratégie de maillage par découpage du domaine de calcul en plusieurs sous-domaines, maillés indépendamment puis recollés sur les frontières. Ensuite, dans une deuxième section, nous décrivons les principes de différentes méthodes de maillage mises au point pour discrétiser chaque sous-domaine.

Enfin, nous fournissons des exemples illustrant notre stratégie de maillage.

### 2.2 Stratégie de découpage du domaine de calcul

Comme énoncé dans notre introduction, nous définissons un maillage par différentes zones : cartésiennes, non-structurées et localement raffinées. Pour un domaine de calcul contenant des objets, notre stratégie consiste à considérer un maillage initial cartésien dans lequel nous déterminons une zone locale à chaque objet qui définit un sous-domaine (Figure 2.2).

Pour ce faire, il est très facile de définir cette zone en considérant un maillage complet du domaine de calcul, puis une frontière constituée d'un nombre entier de cellules dans le maillage autour de l'objet. La Figure 2.3 illustre un exemple où l'objet considéré est un avion.

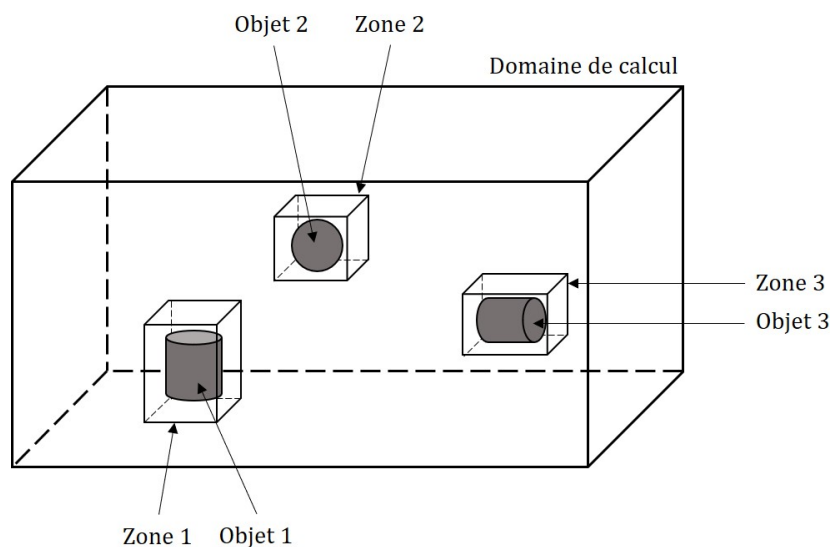


FIGURE 2.2 : Domaine de calcul avec différents sous-domaines.

Après avoir maillé localement l'ensemble des sous-domaines, nous recollons les différents maillages obtenus sur les frontières de ceux-ci et celui du domaine de calcul pour obtenir le maillage final. Pour réaliser cette dernière opération, nous considérons une condition de concordance entre les faces des frontières comme décrite dans la Figure 2.4. Cette règle de concordance exige une coïncidence entre les faces. Dans le cas d'un raffinement, cela se traduit par le fait que la face support de plusieurs cellules soit aussi une face d'un élément du maillage.

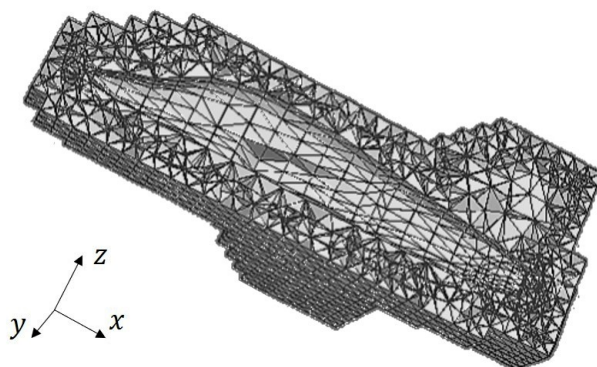


FIGURE 2.3 : Exemple de détermination d'un sous-domaine de calcul dans le cas d'un avion.

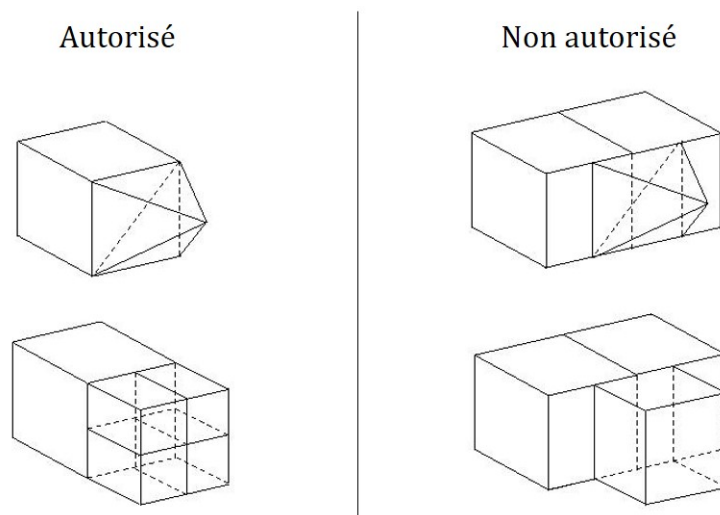


FIGURE 2.4 : Raccords autorisés et non autorisés entre cellules dans le maillage.

La stratégie proposée pour le découpage peut aussi s'appliquer sans trop de difficultés pour un domaine de calcul comprenant plusieurs couches de matériaux. Dans ce cas, au lieu de mailler globalement le domaine de calcul, nous effectuons un maillage global sur chaque niveau de diélectrique. Ensuite, nous définissons les sous-domaines de chaque objet dans les couches où ceux-ci apparaissent. On obtient alors un découpage comme présenté dans la Figure 2.5. Dans ce type de maillage, il est important de s'assurer que les pas spatiaux des différentes couches soient multiples pour respecter la règle de concordance.



## 2.3. GÉNÉRATION DE MAILLAGES HYBRIDES CARTÉSIENS / NON-STRUCTURÉS

---

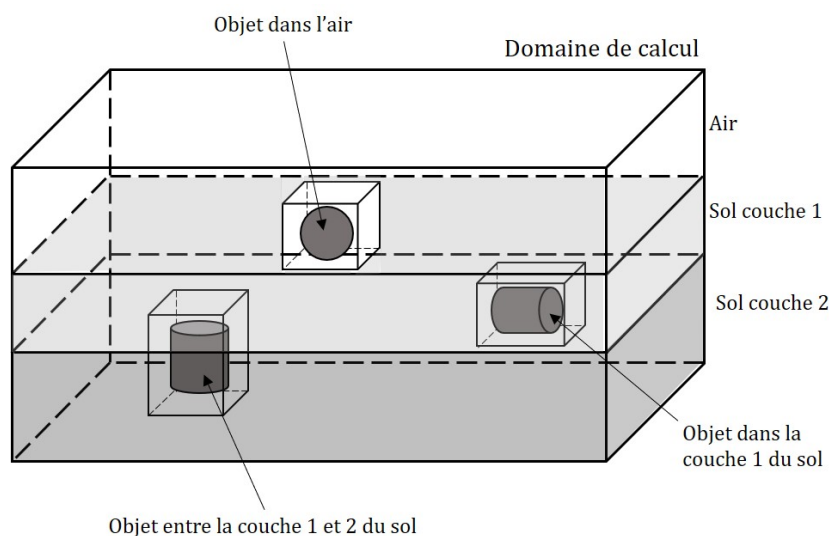


FIGURE 2.5 : Domaine de calcul avec sol stratifié et ses différents sous-domaines.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons les méthodes étudiées permettant de mailler les sous-domaines.

### 2.3 Génération de maillages hybrides cartésiens / non-structurés

Dans cette section, nous décrivons différentes procédures pour mailler les différents sous-domaines en fonction du type de maillage souhaité, pour l'obtention d'un maillage hybride cartésien / non-structuré.

#### 2.3.1 Maillages surfaciques des objets

Nos procédures utilisent des données d'entrée qui sont des maillages surfaciques 3D, dans notre cas constitués de triangles, ou bien des grilles cartésiennes. Nous disposons au sein de l'ONERA d'outils spécifiques pour réaliser ce type de maillages dans le cas d'objets canoniques. Toutefois, des logiciels open-source tels que GMSH [71] sont également applicables.

Pour notre outil de maillage, nous avons choisi de représenter les surfaces d'entrée sous forme de fichiers avec un format spécifique et interne à l'ONERA, noté avec l'extension ".mit". Le format de ces fichiers est le suivant :

```
nombre de noeuds nbn, nombre de faces nbf, 3*nbf
pour i=1,nbn
  x(i),y(i),z(i)
pour l=1,nbf
```

```

noelt(1,1), noelt(2,1), noelt(3,1)
pour l=1,nbf
  nb(l)
pour l=1,nbf
  typeElt(l)
0

```

ici, la structure de donnée définie par le tableau `noelt(1:3,1)` contient les numéros des 3 noeuds qui constituent l'élément triangulaire 1 du maillage surfacique de l'objet, et `typeElt(1)` un numéro définissant le matériau de celui-ci. La donnée `nb(1)` est plus complexe et sert à calculer le nombre de noeuds de l'élément 1. En effet, dans un contexte général, le fichier ".mit" peut contenir plusieurs types d'éléments comme des segments et des quadrangles. Il faut alors pouvoir les repérer par le nombre de noeuds, qui correspond à `nb(1)-nb(1-1)`. Dans notre cas, où les éléments sont des triangles et par conséquent le nombre de noeuds toujours égal à 3, cela est inutile mais doit faire partie des données pour assurer une compatibilité générale. La Figure 2.6 illustre un exemple de maillage surfacique composé de triangles dans le cas d'une sphère.

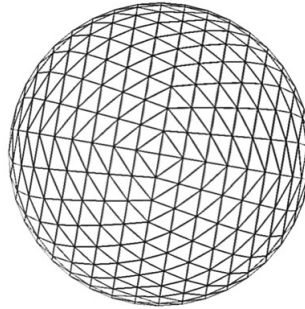


FIGURE 2.6 : Maillage surfacique d'une sphère.

### 2.3.2 Zone cartésienne

Depuis de nombreuses années, un outil de génération de maillages cartésiens a été développé à l'ONERA pour permettre des simulations EM à l'aide d'une approche FDTD basée sur le schéma de Yee. Pour nos besoins en maillages, nous utilisons cet outil en y ajoutant des fonctionnalités supplémentaires et en l'automatisant pour notre application.

La génération d'un maillage cartésien, composé d'hexaèdres réguliers, commence par la définition du domaine de calcul, supposé être un pavé découpé en intervalles spatiaux indépendamment dans les trois directions cartésiennes. Cela permet de définir un tableau tridimensionnel de  $n_x \times n_y \times n_z$  cellules, qui contiendra la géométrie des objets présents dans le domaine

### 2.3. GÉNÉRATION DE MAILLAGES HYBRIDES CARTÉSIENS / NON-STRUCTURÉS

---

de calcul. Les valeurs  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$  représentent le nombre de mailles dans les directions  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  et  $\hat{z}$ . Initialement, ce tableau est rempli de zéros.

Lors de la deuxième phase du processus, les objets sont introduits dans le domaine de calcul sous forme d'un ensemble de points ou de fichiers au format ".mit". Chaque point est projeté dans la grille (tableau des cellules), attribuant une valeur non nulle à la cellule contenant le point. On définit ensuite l'intérieur et l'extérieur de la structure projetée en marquant les cellules. Un maillage surfacique en marche d'escalier est ensuite déterminé en récupérant les faces d'interface entre les cellules marquées et non marquées ou marquées comme internes (Figure 2.7).



FIGURE 2.7 : Coupe d'un maillage surfacique cartésien d'une sphère.

Lors de la définition des structures, chaque point peut être associé à un numéro de matériau, permettant ainsi d'attribuer des matériaux spécifiques au maillage et de générer des volumes diélectriques sous forme de blocs cubiques.

#### 2.3.3 Zone non-structurée

Dans cette thèse, les maillages non-structurés sont majoritairement constitués de tétraèdres, mais peuvent également inclure des polyèdres ayant plus de six faces. Ces derniers proviennent des cellules de raccordement entre une zone de maillage cartésien et une zone de maillage tétraédrique, ou entre deux zones cartésiennes ayant des pas de maillage spatiaux différents suite à un raffinement local. Cette sous-section décrit la solution mise en œuvre pour obtenir automatiquement un maillage volumique, soit entre deux surfaces, soit interne à une surface. Les détails concernant les éléments polyédriques pour les raccords de maillage seront abordés dans les deux prochaines sous-sections.

Ce processus de maillage prend en entrée les surfaces frontières et donne en sortie un maillage au format volumes finis non-structuré, noté avec l'extension interne ONERA ".vf". Les surfaces sont fournies sous forme d'un ensemble de faces triangulaires au format ".mit", dont le format a été décrit précédemment.

Pour réaliser le maillage volumique d'une zone non-structurée, nous avons choisi une solution peu onéreuse et stable dans le temps en utilisant le mailleur open-source GMSH [71]. À partir de ce choix, chaque surface frontière décrite dans un format ".mit" est convertie en format ".STL", à partir duquel un fichier de commande est généré et exécuté par GMSH, produisant un maillage volumique au format ".mesh". Nous traduisons ensuite ce format en format ".vf" pour obtenir la sortie souhaitée.

Le fichier de commande, noté "commande.geo", pour un maillage volumique entre deux surfaces données par les maillages "surf1.STL" et "surf2.STL" a la forme suivante :

```
Merge "surf1.STL" ;
Surface Loop(2)=1 ;
Merge "surf2.STL" ;
Surface Loop(3)=2 ;
Volume(4)=2,3 ;
```

Dans le cas de la génération d'un maillage interne à une surface donnée par le maillage "surf.stl", la forme du fichier "commande.geo" est alors :

```
Merge "surf.stl" ;
Surface Loop (2)=1 ;
Volume(4)=2 ;
```

La génération automatique du maillage par GMSH est effectuée par la commande : `gmsch -optimize -3 commande.geo -o commande.mesh`.

Le fichier "commande.mesh" est ensuite converti au format spécifique ".vf" décrit par les données relatives aux noeuds, aux faces et aux volumes sous la forme :

```
nbnoe
x(i), y(i) z(i) pour i=1,nbnoe
nbface
nbnoeface(i), noeface(j=1,nbnoeface(i),i), typeface(i) pour
i=1,nbface
nbvol
nbfvol(i), numf(j=1,nbfvol(i),i), typevol(i), 0 pour i=1,nbvol
0
0
```

*Remarque : On convertit les maillages des surfaces au format ".mit" au*

### 2.3. GÉNÉRATION DE MAILLAGES HYBRIDES CARTÉSIENS / NON-STRUCTURÉS

---

*format ".STL", afin de garantir qu'aucun remaillage de ces surfaces n'ait lieu durant le processus de maillage 3D de GMSH. Bien que d'autres formats interprétables par GMSH puissent être utilisés, nous avons effectivement observé que leur utilisation entraînait un remaillage des surfaces initialement données.*

À titre d'exemple, la Figure 2.8 montre le processus de maillage d'une zone volumique non-structurée entre une certaine surface et un cylindre avec GMSH.

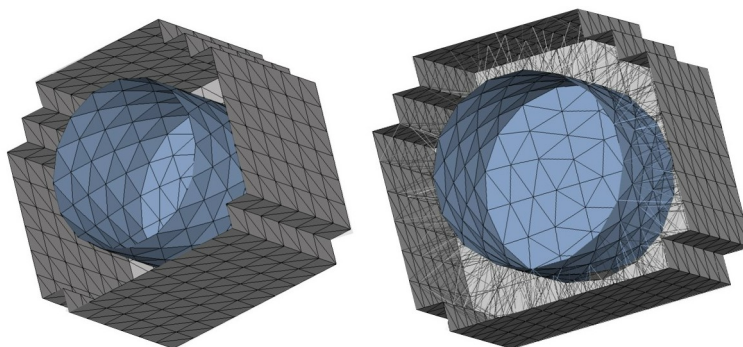


FIGURE 2.8 : Processus de maillage d'une zone non-structurée entre deux surfaces par GMSH. À gauche, les deux surfaces au format ".STL" et à droite le maillage volumique généré entre ces dernières.

La forme et la taille des cellules d'une zone volumique non-structurée entre deux surfaces dépend de l'"épaisseur" de cette dernière. Il faut veiller à ce qu'elle ne soit pas trop fine pour éviter l'apparition de cellules "problématiques", comme des tétraèdres étirés excessivement dans une direction. D'après notre expérience, pour ne pas rencontrer de difficultés, l'épaisseur de la zone de transition entre une zone cartésienne et un objet maillé de manière non-structurée doit être au moins égale à la dimension de deux cellules de la zone cartésienne. En outre, la taille de la maille utilisée dans le maillage non-structuré de l'objet doit être cohérente avec celle du maillage cartésien, c'est-à-dire du même ordre de grandeur.

De plus, dans une telle zone de transition, la taille des cellules peut varier considérablement. La présence d'une cellule beaucoup plus petite que les autres peut entraîner l'utilisation d'un pas de temps très réduit dans le schéma volumes finis appliqué à ce maillage. Pour pallier cette difficulté, l'implémentation d'une stratégie de pas de temps local dans le schéma peut être envisagée. Ce point sera explicité dans le chapitre suivant.

### 2.3.4 Raccords hybrides cartésiens / non-structurés

Précédemment, nous avons présenté la manière dont :

1. nous générons les maillages surfaciques des objets considérés
2. nous générons la zone cartésienne adaptée au domaine de calcul tridimensionnel, dans laquelle nous définissons les zones où seront intégrés les objets
3. nous générons les maillages volumiques non-structurés, soit internes à une surface, soit entre deux surfaces correspondant aux zones de transition entre les parties cartésiennes et non-structurées.

La quatrième étape (Figure 2.9) consiste alors à recoller les différentes zones entre elles. Pour effectuer les recollements, nous attribuons des types de matériaux fictifs aux frontières et appliquons une règle de concordance telle qu'illustrée par la Figure 2.4.

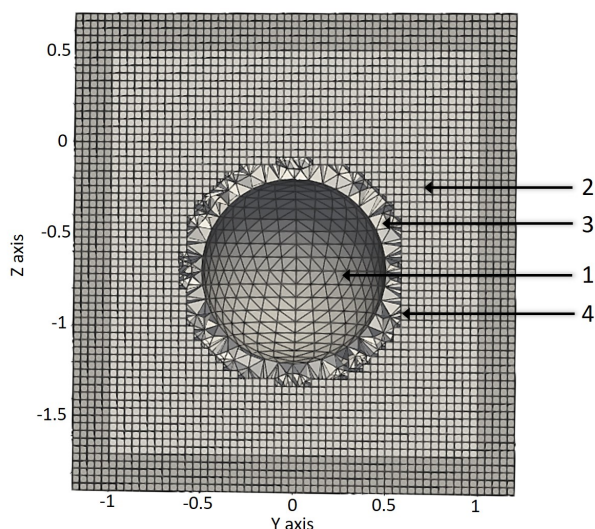


FIGURE 2.9 : Coupe transversale d'un maillage hybride cartésien / non-structuré pour une sphère et étapes de générations.

Étape 1 : Maillage surfacique d'une sphère. Étape 2 : Maillage volumique cartésien externe. Étape 3 : Maillage volumique non-structuré entre le maillage surfacique de la sphère et le maillage surfacique de la frontière cartésienne. Étape 4 : Maillage hybride final [72].

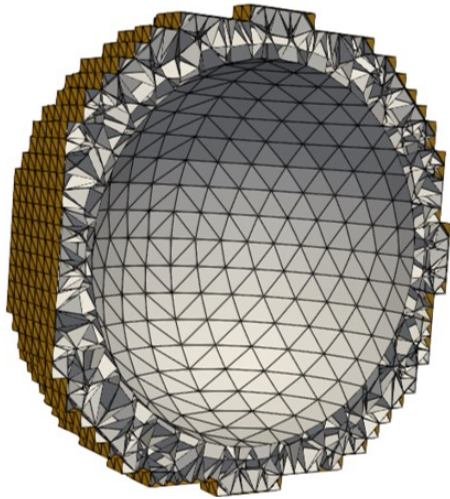
Nous considérons ici l'exemple d'une sphère dans un milieu quelconque. La réalisation d'un maillage hybride cartésien / non-structuré pour cet objet



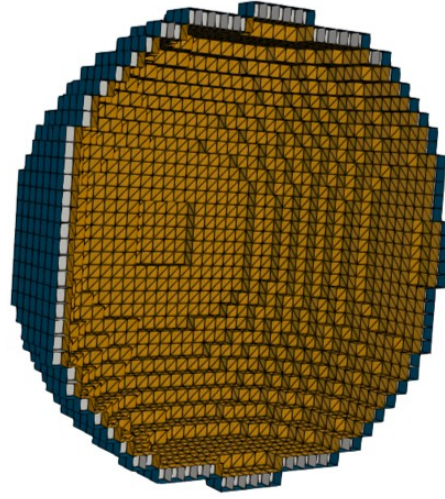
### 2.3. GÉNÉRATION DE MAILLAGES HYBRIDES CARTÉSIENS / NON-STRUCTURÉS

---

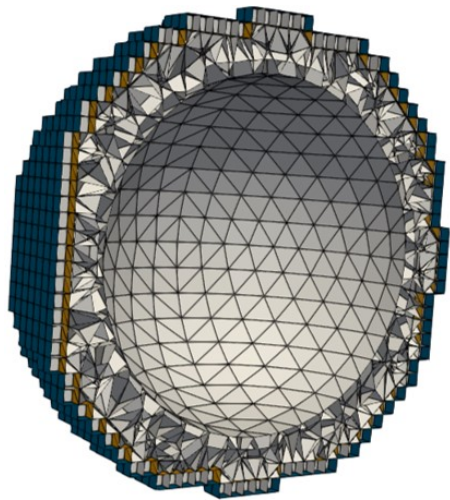
implique le recollement de la partie cartésienne du maillage à la zone non-structurée.



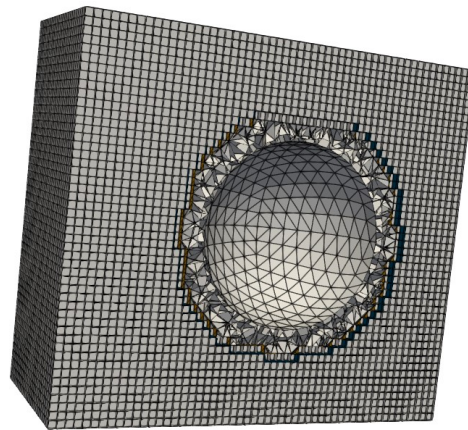
(a) Zone non-structurée comportant l'objet et la zone de transition qui l'englobe



(b) Interface constituée de polyèdres à plus de six faces



(c) Zone non-structurée finale



(d) Maillage global obtenu après recollement de la zone cartésienne et de la zone non-structurée

FIGURE 2.10 : Étapes de recollement pour l'obtention d'un maillage hybride cartésien / non-structuré dans le cas d'une sphère dans un milieu quelconque (représentations des coupes des maillages).

La zone non-structurée, générée à l'étape précédente, comprend l'objet et la zone de transition qui l'englobe (Figure 2.10a). La première étape consiste alors à raccorder à ce maillage, un maillage volumique non-structuré correspondant à l'interface entre la partie structurée et la partie non-structurée du maillage global (Figure 2.10b). Les cellules constituant cette interface sont représentées dans la Figure 2.11. Ces dernières ont une géométrie spécifique particulière : une surface rectangulaire d'un côté pour se connecter à la partie cartésienne du maillage, et une surface divisée en deux triangles pour correspondre aux cellules tétraédriques de l'autre côté.

Le recollement entre l'interface et la partie non-structurée se fait entre le maillage surfacique intérieur de l'interface et le maillage surfacique extérieur de la partie non-structurée (représentées en orange dans la Figure 2.10a et la Figure 2.10b). Le maillage ainsi obtenu est représenté dans la Figure 2.10c. Il s'agit d'un maillage volumique non-structuré, composé principalement de tétraèdres et de polyèdres à plus de six faces, qui correspondent aux cellules de raccordement avec les cellules de la zone cartésienne.

Il ne reste ensuite plus qu'à raccorder la zone non-structurée finale ainsi obtenue au maillage cartésien. Le recollement se fait entre le maillage surfacique extérieur de la zone non-structurée et le maillage surfacique de la zone cartésienne (représentés en bleu dans la Figure 2.10c et la Figure 2.10d). Le maillage hybride résultant, illustré dans la Figure 2.10d, peut être considéré comme un maillage cartésien dans lequel est incluse une zone objet non-structurée comprenant l'objet d'intérêt et la zone de transition.

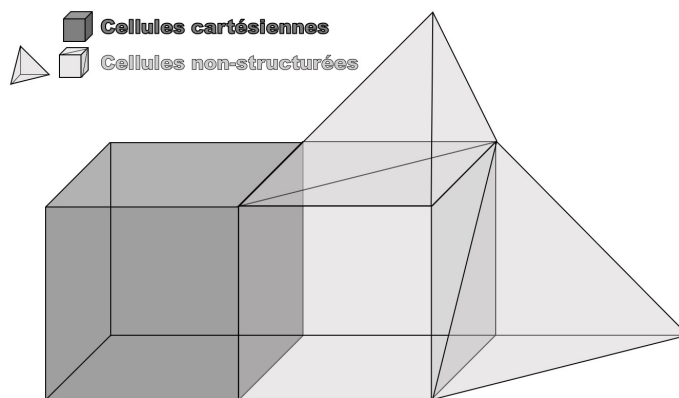


FIGURE 2.11 : Interface d'hybridation cellulaire entre un maillage cartésien et un maillage non-structuré [72].

### 2.3.5 Raffinements locaux

Nous explicitons ici la manière dont nous effectuons les raffinements de nos maillages. Pour notre travail de thèse, nous nous sommes intéressés aux raffinements de maillage pour prendre en compte les variations de permittivité



### 2.3. GÉNÉRATION DE MAILLAGES HYBRIDES CARTÉSIENS / NON-STRUCTURÉS

---

et, par conséquent, de vitesse dans le sol. Dans nos modèles mathématiques, nous avons considéré des milieux stratifiés perpendiculaires à une direction  $z$ , que nous approchons sous forme de blocs de maillages cartésiens avec un pas d'espace défini en fonction du milieu. Le raffinement de maillage consiste donc globalement à créer des zones stratifiées avec un raccord entre chacune qui assure une concordance des deux maillages. À titre d'exemple, la Figure 2.12 représente le maillage d'une boîte rectangulaire dans un sol ayant une permittivité relative trois fois plus grande que celle du vide.

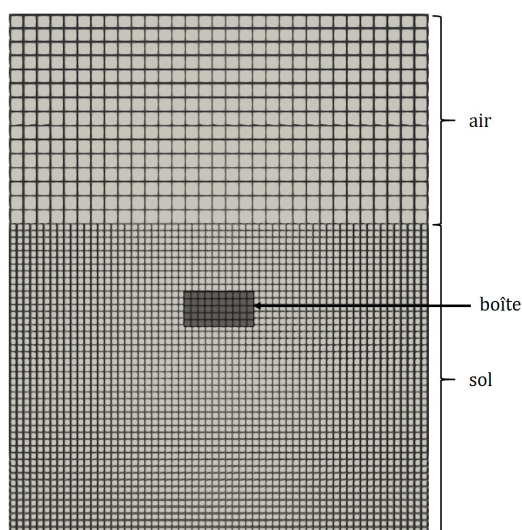


FIGURE 2.12 : Coupe transversale d'un maillage raffiné localement dans le cas d'une boîte rectangulaire enfouie dans un sol de permittivité relative trois fois supérieure à celle de l'espace libre.

Pour obtenir ce type de maillage, nous procédons de la manière suivante pour chaque zone : nous réalisons un maillage cartésien en spécifiant le pas d'espace pour chaque zone, puis nous recollons les deux grilles sous forme d'un fichier de volumes non-structurés (".vif"), où seules sont conservées les cellules faisant la jonction entre les deux grilles. Il s'agit d'hexaèdres adjacents à plus d'un autre hexaèdre par une de leurs faces (non-conformité). Ces derniers sont inclus dans la zone non-structurée du maillage hybride. Le reste des deux grilles sera stocké soit sous forme cartésienne, soit sous forme non-structurée, selon les besoins.

Dans le cas d'un maillage hybride raffiné localement représentant un bi-milieu air / sol avec un objet sphérique, comme illustré dans la Figure 2.13, on retrouve deux zones cartésiennes correspondant à l'air et au sol. La zone non-structurée de ce maillage comprend la zone objet constituée de polyèdres ainsi que la zone de transition entre l'air et le sol. La Figure 2.13 détaille également les différentes interfaces d'hybridation cellulaire pour cette configuration.

En termes de raffinement, nous avons également prévu d'inclure des zones spécifiques dans le sol. Par exemple, imaginons qu'un objet soit diélectrique et possède une permittivité très différente de celle du sol. Dans ce cas, pour le maillage cartésien du sol, nous intégrons une zone correspondant à l'objet, puis nous générons une grille pour l'objet et le reste du sol avec le pas spatial approprié. Ensuite, nous recollons les deux maillages comme précédemment.

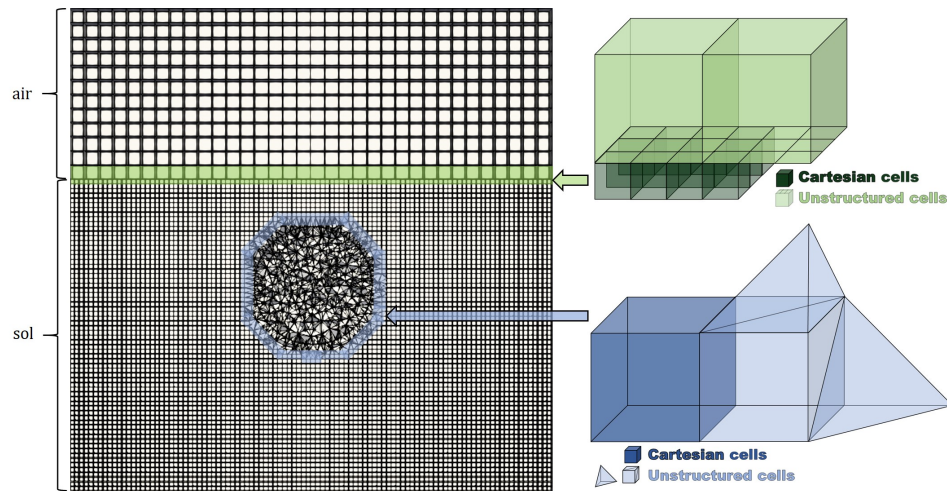


FIGURE 2.13 : Coupe transversale d'un maillage hybride cartésien / non-structuré dans le cas d'une sphère enfouie et interfaces d'hybridation cellulaire entre deux zones cartésiennes de pas de discrétisation spatiale différents (en vert) et entre une zone cartésienne et une zone objet non-structurée (en bleu) [72].

## 2.4 Exemples de maillages hybrides cartésiens / non-structurés

L'outil de maillage développé nous permet de générer rapidement des maillages pour divers objets dans le cadre de notre étude. La Figure 2.14 présente des exemples de maillages hybrides cartésiens / non-structurés pour différents objets canoniques.

Dans une approche globale, avec un solveur de type volumes finis non-structurés, les maillages générés sont traités dans leur ensemble comme non-structurés, ce qui peut être coûteux. Pour tirer pleinement profit des maillages hybrides, il est alors préférable de définir plusieurs zones et de les traiter avec des solveurs adaptés. Dans le cas d'un maillage tel que ce-

## 2.4. EXEMPLES DE MAILLAGES HYBRIDES CARTÉSIENS / NON-STRUCTURÉS

lui représenté dans la Figure 2.13, nous définissons trois zones : une zone non-structurée, une zone cartésienne correspondant à l'air et une zone cartésienne correspondant au sol. Notre approche consiste alors à traiter la zone non-structurée avec un solveur FVTD permettant la gestion de ce type de cellules et les zones cartésiennes avec un solveur FVTD simplifié, moins coûteux. Cette méthodologie sera explicitée dans les prochains chapitres.

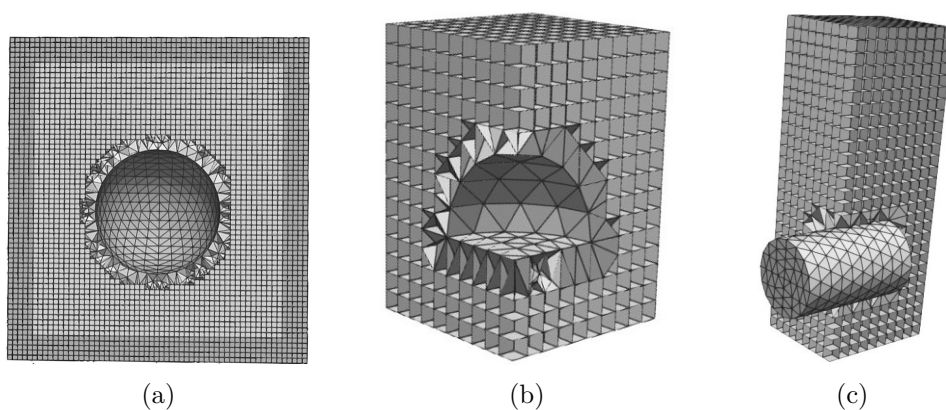


FIGURE 2.14 : Coupes de maillages hybrides cartésiens / non-structurés de différents objets canoniques : a) une sphère, b) une demi-sphère, c) un cylindre.

Notre outil peut également être utilisé pour mailler des structures plus complexes avec d'autres objectifs que les nôtres, comme la CEM (Compatibilité électromagnétique). La Figure 2.15 illustre différents maillages réalisés pour des structures complexes.

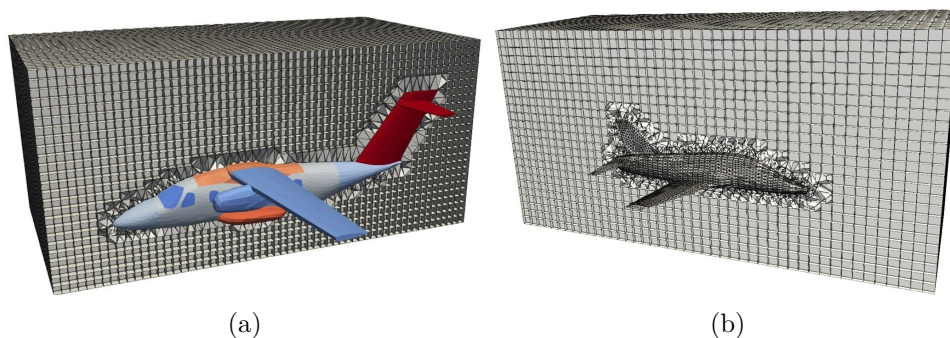


FIGURE 2.15 : Coupes de maillages hybrides cartésiens / non-structurés de différents avions.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre stratégie pour la génération de maillages hybrides cartésiens / non-structurés adaptés à notre étude. Cette approche repose sur le découpage du domaine de calcul en plusieurs sous domaines. Nous avons décrit la procédure permettant la discrétisation de chaque sous domaine ainsi que le recollement des différentes parties. L'approche proposée ici permet la prise en compte correcte des objets à la géométrie courbe. De plus, nous pouvons définir plusieurs zones avec des pas de discrétisation spatiale adaptés aux vitesses des différents milieux considérés. Les maillages raffinés localement ainsi obtenus permettent une réduction du nombre global de cellules dans le domaine de calcul.

L'outil de maillage développé et employé ici, est simple d'utilisation, peu onéreux et évolutif. Il permet la génération rapide de maillages. En effet, avec cet outil, la génération complète de maillages hybrides raffinés localement ne prend que quelques minutes.

Pour profiter pleinement des spécificités des maillages générés pour nos simulations, les différentes zones cartésiennes et la zone non-structurée seront traitées par des solveurs volumes finis adaptés. Notre stratégie consiste à traiter les zones cartésiennes avec un solveur FVTD simplifié, moins coûteux que celui employé pour la zone non-structurée. De manière générale, pour minimiser le coût calcul, nous chercherons alors à maximiser les zones cartésiennes dans nos maillages autant que possible. En définitive, nous visons à combiner une hybridation de maillages et une hybridation de schémas. Dans le prochain chapitre, nous décrivons les schémas volumes finis impliqués dans cette hybridation.



# Chapitre 3

## Schémas numériques volumes finis

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>82</b>
<b>3.2</b>	<b>Principe général de la méthode FVTD : approximation des flux</b>	<b>83</b>
<b>3.3</b>	<b>Solveur FVTD adapté aux zones cartésiennes des maillages (FVTD-ST)</b>	<b>87</b>
3.3.1	Approximation des flux de type $\beta\gamma$	87
3.3.2	Exemples numériques en espace libre	91
<b>3.4</b>	<b>Solveur FVTD adapté aux zones non-structurées des maillages (FVTD-NST)</b>	<b>95</b>
3.4.1	Stratégies d'ordre d'approximation variable et de pas de temps local	95
3.4.2	Exemples numériques en espace libre	96
3.4.3	Introduction du champ incident en présence d'un sol	99
3.4.4	Exemples numériques en présence d'un sol	104
3.4.4.1	Utilisation de maillages uniformes <sup>1</sup>	104
3.4.4.2	Utilisation de maillages raffinés localement	107
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>110</b>

---

*Ce troisième chapitre se concentre sur les solveurs volumes finis utilisés pour traiter les parties cartésiennes et non-structurées de nos maillages hybrides, qui seront par la suite employés dans la méthode hybride présentée dans le chapitre 4. Nous commençons par rappeler le principe général*

<sup>1</sup>L'expression "maillage uniforme", fait ici référence à des maillages hybrides considérés globalement comme non-structurés, qui n'ont pas été raffinés localement dans la partie cartésienne.

*de l'approximation des flux dans l'approche FVTD, en continuité avec la sous-section 1.4.3. Ensuite, nous introduisons le schéma FVTD-ST choisi et conçu pour gérer les zones cartésiennes de nos maillages hybrides. Par la suite, nous nous concentrons sur le schéma FVTD-NST, plus gourmand en ressources, capable de gérer la partie non-structurée ou l'ensemble des maillages hybrides cartésiens / non-structurés.*

## 3.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons mis en avant l'intérêt de l'utilisation des maillages hybrides cartésiens / non-structurés dans le cadre de notre problématique. En effet, ce type de maillages permet une prise en compte conforme des objets à la géométrie courbe et la définition de zones avec des pas de discrétisation spatiale adaptés aux vitesses des différents milieux. Pour exploiter pleinement ces maillages dans nos simulations, nous avons choisi d'utiliser des solveurs volumes finis adaptés pour traiter les différentes zones cartésiennes et non structurées.

Notre stratégie consiste à traiter les zones cartésiennes avec un solveur FVTD simplifié, où les cellules sont indexées par  $(i, j, k)$ , moins coûteux que celui employé pour les zones non-structurées. Comme nous le verrons dans le chapitre 4, cette stratégie vise à réduire le coût calcul par rapport à l'utilisation d'un unique solveur FVTD sur l'ensemble des maillages, sans perdre en précision, pour obtenir une méthode plus efficace.

Les deux solveurs présentés ici ont été développés à partir des solveurs volumes finis du logiciel "Maxwell-TD" de l'ONERA, disponibles au début de cette thèse. Nous présentons dans ce chapitre les adaptations et les améliorations que nous avons apportées à ces derniers pour répondre à notre problématique.

Par la suite, nous ferons référence au solveur FVTD conçu pour gérer les zones cartésiennes de nos maillages hybrides par l'abréviation FVTD-ST<sup>2</sup> et au solveur FVTD capable de gérer la partie non-structurée ou l'ensemble des maillages hybrides cartésiens / non-structurés par l'abréviation FVTD-NST.

Pour tenir compte de la présence d'un sol dans les différentes configurations que nous serons amenés à traiter, les modèles présentés dans le chapitre 1 doivent être adaptés et implémentés dans nos solveurs volumes finis. En prévision du développement de notre méthode hybride FVTD-ST/NST, nous avons implémenté le modèle du calcul du champ incident en présence de milieux semi-infinis à pertes dans notre solveur FVTD-NST. Lors de la mise en œuvre de la méthode hybride, l'introduction et la mise à jour de la source seront en effet réalisées par le solveur FVTD-NST, qui sera appliqué

---

<sup>2</sup>L'abréviation "ST" est intentionnellement utilisée pour désigner les maillages cartésiens, en écho à l'abréviation "NST" pour non-structuré.

aux zones non-structurées du maillage contenant les cibles. En outre, pour la méthode hybride, le modèle de calcul des champs lointains rayonnés, a été implémenté dans le solveur FVTD-ST. Toutefois, il a également été intégré dans notre solveur FVTD-NST pour établir dans un premier temps un cadre FVTD capable de gérer des scénarios air / sol / objet, utilisant des maillages hybrides. Cela dans le but de s'assurer de la bonne implémentation des modèles liés à la prise en compte du sol en volumes finis par rapport à la littérature, comme nous le verrons par la suite.

Par rapport à ce qui a été présenté dans le chapitre 1 concernant la prise en compte du sol, nous détaillons la mise en œuvre du calcul du champ incident et la mise à jour de la source, qui demandent un effort plus important en comparaison aux modèles de calcul du champ lointain ou celui des PML pour l'adaptation à notre approche volumes finis.

Nous commençons par rappeler le principe général de l'approximation des flux dans l'approche FVTD, en continuité avec la sous-section 1.4.3, qui est à la base de nos deux schémas FVTD. Ensuite, nous introduisons notre schéma FVTD-ST et explicitons en particulier la technique d'approximation des flux choisie. Par la suite, nous nous concentrons sur le schéma FVTD-NST, plus gourmand en ressources, afin de réduire le coût de calcul de cette approche. Pour cela, nous introduisons et discutons deux stratégies : l'ordre d'approximation variable pour l'évaluation des flux et le pas de temps local. Ces stratégies sont testées à travers des exemples numériques, en considérant un maillage hybride cartésien / non-structuré représentant une sphère PEC (*Perfect Electric Conductor*) en espace libre. Nous explicitons ensuite comment le calcul du champ incident et la mise à jour de la source en présence d'un sol sont réalisés avec ce solveur. Nous terminons par des exemples numériques mettant en scène des objets enfouis, afin de tester la bonne prise en compte du sol en volumes finis par rapport à la littérature. Il convient de noter qu'une grande partie des résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet de publications en conférence internationale [73] et dans un journal international [72] (la liste des communications et des publications effectuées dans le cadre de cette thèse est disponible en fin de document).

## 3.2 Principe général de la méthode FVTD : approximation des flux

Le principe général de l'approche FVTD a été introduit dans la sous-section 1.4.3 du chapitre 1. Nous poursuivons ici l'explicitation de la méthode FVTD en nous concentrant sur l'approximation des flux. Comme mentionné précédemment, dans cette thèse, nous utilisons une approche dite à "flux décentrés" telle que décrite par [25] et que nous rappelons ici.



### 3.2. PRINCIPE GÉNÉRAL DE LA MÉTHODE FVTD : APPROXIMATION DES FLUX

Considérons à nouveau l'équation (1.82). Le flux numérique  $F(U_l^*)$  sur une surface  $S_l$  entre deux volumes est obtenu à partir de la valeur  $U_l^*$  de  $\mathbf{U}$  prise au centre de  $S_l$ . Soit  $\tau$  la coordonnée paramétrique suivant la direction  $n$  définie par  $(n_x, n_y, n_z)$ , correspondant à la normale unitaire de  $S_l$ . Si l'on considère uniquement la variation de  $\mathbf{U}$  dans la direction  $n$ , en projetant l'équation (1.79) sur  $\tau.n$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial F_1}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial z} &= 0 \\ \Leftrightarrow \alpha \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \left( \frac{\partial F_1}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \tau}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial \mathbf{U}} \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

où  $\frac{\partial \tau}{\partial x} = n_x$ ,  $\frac{\partial \tau}{\partial y} = n_y$ ,  $\frac{\partial \tau}{\partial z} = n_z$  et pour rappel,  $\alpha = \begin{pmatrix} \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mu_0 \mathbf{I} \end{pmatrix}$ .

Cette dernière équation (3.1) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\alpha^{-1} \mathbf{A} \cdot \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} \quad (3.2)$$

avec :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & n_z & -n_y \\ 0 & 0 & 0 & -n_z & 0 & n_x \\ 0 & 0 & 0 & n_y & -n_z & 0 \\ 0 & -n_z & n_y & 0 & 0 & 0 \\ n_z & 0 & -n_x & 0 & 0 & 0 \\ -n_y & n_x & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres  $\lambda_i$  de la matrice  $\tilde{\mathbf{A}} = \alpha^{-1} \mathbf{A}$  du système hyperbolique ainsi obtenu, sont réelles et données par :  $(0, 0, \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}}, \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}}, -\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}}, -\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}})$ . Les vecteurs propres associés aux valeurs propres  $\lambda_i$  forment une base de  $\mathbb{R}^6$ , dans laquelle on peut écrire la matrice  $\tilde{\mathbf{A}}$  telle que  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{P}^{-1}$ , avec  $\mathbf{\Lambda} = (\text{diag}(\lambda_i))_{i=1,6}$  et  $\mathbf{P}$  une matrice de changement de base donnée par :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} n_x & 0 & \frac{n_x n_z}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & -\frac{n_x n_y}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & -\frac{n_x n_z}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & \frac{n_x n_y}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} \\ n_y & 0 & \frac{n_y n_z}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & \frac{n_x^2 + n_z^2}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & -\frac{n_y n_z}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & -\frac{n_x^2 + n_z^2}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} \\ n_z & 0 & -\frac{n_x^2 + n_y^2}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & \frac{n_y n_z}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & \frac{n_x^2 + n_y^2}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} & \frac{n_y n_z}{\varepsilon_r \varepsilon_0 c} \\ 0 & n_x & -n_y & -n_z & -n_y & -n_z \\ 0 & n_y & n_x & 0 & n_x & 0 \\ 0 & n_z & 0 & n_x & 0 & n_x \end{pmatrix}$$

où  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}}$  est la vitesse de propagation des ondes dans le milieu.

On peut alors réécrire l'équation (3.2) sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} = 0 \quad (3.3)$$

avec  $\mathbf{V} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{U}$ .

En utilisant l'équation (3.3), une équation caractéristique pour chaque valeur propre peut être obtenue. En se basant sur les équations caractéristiques et en négligeant le temps de propagation entre le centre et la frontière des cellules, on obtient une relation entre les valeurs de  $\mathbf{V}$  de part et d'autre d'une certaine surface  $S$  et les valeurs de  $\mathbf{V}$  au centre des cellules adjacentes à  $S$ . Pour un volume désigné par le signe  $L$  à gauche de  $S$  et un volume désigné par le signe  $R$  à droite de  $S$ , tels que représentés dans la Figure 3.1, on obtient les relations suivantes :

- sur la courbe caractéristique définie par  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}}$  :  $\mathbf{V}^L = \mathbf{V}^*$
- sur la courbe caractéristique définie par  $-c = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}}$  :  $\mathbf{V}^R = \mathbf{V}^{**}$

où  $\mathbf{V}^L$  et  $\mathbf{V}^R$  représentent les valeurs de  $\mathbf{V}$  au centre du volume gauche ( $L$ ) et au centre du volume droit ( $R$ ) respectivement.

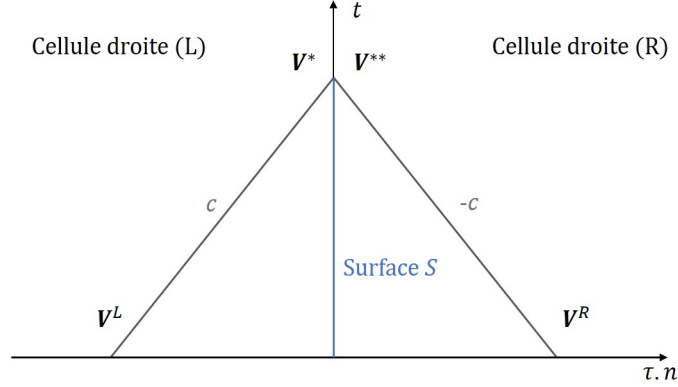


FIGURE 3.1 : Courbes caractéristiques définies par  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}}$  et  $-c = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}}$ .

En termes de champ électrique  $\mathbf{E}$  et de champ magnétique  $\mathbf{H}$ , les relations précédentes se traduisent par [74] :

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\varepsilon_r^L \varepsilon_0}{\mu_0}} n \times \mathbf{E}^* - n \times n \times \mathbf{H}^* &= \sqrt{\frac{\varepsilon_r^L \varepsilon_0}{\mu_0}} n \times \mathbf{E}^L - n \times n \times \mathbf{H}^L \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_r^R \varepsilon_0}{\mu_0}} n \times \mathbf{E}^{**} + n \times n \times \mathbf{H}^{**} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_r^R \varepsilon_0}{\mu_0}} n \times \mathbf{E}^R + n \times n \times \mathbf{H}^R \end{aligned} \quad (3.4)$$

### 3.2. PRINCIPE GÉNÉRAL DE LA MÉTHODE FVTD : APPROXIMATION DES FLUX

---

Il faut à présent prendre en compte les conditions de continuité des champs sur la frontière entre deux cellules pour évaluer de manière univoque les champs  $\mathbf{E}^*$ ,  $\mathbf{E}^{**}$  et  $\mathbf{H}^*$ ,  $\mathbf{H}^{**}$ .

- Pour le calcul des flux dans un milieu isotrope non magnétique, on impose la continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique :

$$\begin{cases} n \times \mathbf{E}^* = n \times \mathbf{E}^{**} \\ n \times \mathbf{H}^* = n \times \mathbf{H}^{**} \end{cases}$$

On obtient alors les relations suivantes à partir des équations (3.4) :

$$\begin{aligned} n \times \mathbf{H}^* &= \frac{1}{Z^L + Z^R} (n \times (Z^R \mathbf{H}^R + Z^L \mathbf{H}^L) + n \times n \times (\mathbf{E}^L - \mathbf{E}^R)) \\ n \times \mathbf{E}^* &= \frac{1}{Y^L + Y^R} (n \times (Y^R \mathbf{E}^R + Y^L \mathbf{E}^L) + n \times n \times (\mathbf{H}^R - \mathbf{H}^L)) \end{aligned} \quad (3.5)$$

où  $Z^L = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r^L \varepsilon_0}}$ ,  $Z^R = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r^R \varepsilon_0}}$  et  $Y^L = \frac{1}{Z^L}$ ,  $Y^R = \frac{1}{Z^R}$  définissent respectivement les impédances et les admittances du milieu dans les volumes situés de part et d'autre de l'interface.

- Pour une surface parfaitement conductrice, on considère la condition de continuité suivante :

$$n \times \mathbf{E}^* = n \times \mathbf{E}^{**} = \mathbf{0}$$

Ce qui à partir des équations (3.4), donne :

$$n \times \mathbf{H}^* = Y^L n \times n \times \mathbf{E}^L + n \times \mathbf{H}^L \quad (3.6)$$

où  $Z^L = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r^L \varepsilon_0}}$ ,  $Z^R = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r^R \varepsilon_0}}$  et  $Y^L = \frac{1}{Z^L}$ ,  $Y^R = \frac{1}{Z^R}$ .

Les équations (3.5), (3.6) et les relations de continuité permettent d'évaluer les flux numériques sur chacune des faces des cellules du domaine de calcul.

Nous avons rappelé le principe général de la méthode FVTD. Nous allons à présent expliciter les caractéristiques de nos solveurs volumes finis, utilisés pour traiter les maillages hybrides tels que ceux présentés dans le chapitre 2.

### 3.3 Solveur FVTD adapté aux zones cartésiennes des maillages (FVTD-ST)

Dans cette section, nous détaillons le schéma FVTD appliqué aux zones cartésiennes de nos maillages hybrides. En utilisant le principe général de la méthode des volumes finis décrit précédemment, nous approfondissons l'approximation du flux numérique choisie dans ce schéma.

Pour la discrétisation temporelle, comme mentionné dans le chapitre 1, nous utilisons un schéma explicite de type *Leap-frog* afin d'être cohérent avec l'approche FDTD que nous pourrions coupler dans le futur avec nos approches volumes finis. Plus précisément, le pas de temps  $dt_{ST}$  doit satisfaire ici un critère CFL (*Courant-Friedrichs-Lewy condition*) donné par [75] :

$$dt_{ST} \leq \frac{d_l}{c} \quad (3.7)$$

où  $d_l$  désigne le pas de discrétisation spatiale et  $c$  représente la vitesse maximale de propagation des ondes dans les milieux considérés.

Dans les faits, on prendra :

$$dt_{ST} \leq \kappa \frac{d_l}{c} \quad (3.8)$$

avec le paramètre  $\kappa \in [0, 1]$ .

#### 3.3.1 Approximation des flux de type $\beta\gamma$

Plusieurs choix sont possibles concernant l'ordre d'approximation des flux, qui définira l'ordre spatial du schéma. Dans une approximation de type Godunov, les valeurs  $\mathbf{E}^L$ ,  $\mathbf{E}^R$  et  $\mathbf{H}^L$ ,  $\mathbf{H}^R$  présentent dans la définition des flux (3.5), sont considérées constantes dans chaque cellule et sont prises au centre de gravité de chaque cellule. C'est ce que l'on assimile à un schéma d'ordre 0 dans cette thèse. Afin d'améliorer la précision de la solution, des approches d'ordre supérieur, telles que la méthode MUSCL (Monotonic Upwind Schemes for Conservation Laws) [76], peuvent être considérées. La définition des flux est conservée, il s'agit de définir de nouvelles valeurs de champs extrapolées ( $\mathbf{U}^L$ ,  $\mathbf{U}^R$ ) aux interfaces des cellules en faisant intervenir des gradients, évalués au centre de gravité des cellules. Considérons deux cellules  $V_i$  et  $V_{i+1}$  ayant une surface commune, on note  $\mathbf{U}_i$  et  $\mathbf{U}_{i+1}$  la valeur des champs au centre de ces deux cellules et leurs gradients respectifs  $\nabla \mathbf{U}_i$  et  $\nabla \mathbf{U}_{i+1}$ . Soient  $d_i$  et  $d_{i+1}$  les distances qui séparent le centre de gravité des cellules du centre de gravité des interfaces, les valeurs de champs aux

### 3.3. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES CARTÉSIENNES DES MAILLAGES (FVTD-ST)

---

interfaces sont alors définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^L &= \mathbf{U}_i + \nabla \mathbf{U}_i \cdot d\mathbf{l}_i \\ \mathbf{U}^R &= \mathbf{U}_{i+1} + \nabla \mathbf{U}_{i+1} \cdot d\mathbf{l}_{i+1} \end{aligned}$$

La technique MUSCL permet une approximation d'ordre 1 de la solution.

Un autre type d'approximation, combinant la valeur du flux reconstruite par l'approche MUSCL et une valeur moyenne, a été mise au point. Cette approche, connue sous le nom de  $\beta$  schéma [77], consiste à introduire un paramètre pondératif  $\beta$  (appartenant à  $[0, 1]$ ) dans la description des arguments de la définition des flux. L'intérêt de l'ajout de ce paramètre est de pouvoir augmenter l'ordre spatial, au détriment de la complexité de l'expression. Dans ce cas, les champs aux interfaces sont définis par :

$$\mathbf{U}^L = 2\beta(\mathbf{U}_i + \nabla \mathbf{U}_i \cdot d\mathbf{l}_i) + (1 - 2\beta) \frac{\mathbf{U}_i + \mathbf{U}_{i+1}}{2} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{U}^R = 2\beta(\mathbf{U}_{i+1} + \nabla \mathbf{U}_{i+1} \cdot d\mathbf{l}_{i+1}) + (1 - 2\beta) \frac{\mathbf{U}_i + \mathbf{U}_{i+1}}{2} \quad (3.10)$$

On note que pour  $\beta = 0$ , on retrouve une approximation de type Godunov et pour  $\beta = 1/2$ , une approximation de type MUSCL.

La valeur  $1/3$  affectée au paramètre  $\beta$  permet l'obtention d'un schéma d'ordre spatial supérieur au schéma MUSCL, pour des maillages structurés [63][77].

Le dernier type d'approximation auquel nous nous intéresserons ici et que nous utiliserons pour notre solveur FVTD-ST, est le schéma  $\beta\gamma$  introduit par [78]. Basé sur le  $\beta$  schéma, il consiste à ajouter un paramètre  $\gamma$  compris entre 0 et 1, directement dans l'expression des flux (3.5), pour pondérer les termes dissipatifs du schéma. Les flux sont alors définis par :

$$\begin{aligned} n \times \mathbf{H}^* &= \frac{1}{Z^L + Z^R} (n \times (Z^R \mathbf{H}^R + Z^L \mathbf{H}^L) + \gamma(n \times n \times (\mathbf{E}^L - \mathbf{E}^R))) \\ n \times \mathbf{E}^* &= \frac{1}{Y^L + Y^R} (n \times (Y^R \mathbf{E}^R + Y^L \mathbf{E}^L) + \gamma(n \times n \times (\mathbf{H}^R - \mathbf{H}^L))) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Une valeur de  $\gamma$  trop faible bien que réduisant la dissipation entraîne des oscillations parasites, caractéristiques des flux centrés, alors qu'une valeur  $\gamma$  trop élevée génère de la dissipation. Dans le cas d'un  $\beta\gamma$  schéma avec  $\beta = 1/3$ , pour les maillages structurés, des études antérieures [63][78][79] ont montré que la valeur optimale de  $\gamma$ , permettant d'obtenir un schéma numérique stable pour le plus grand pas de temps possible, serait de 0.1.

L'utilisation de maillages cartésiens, où les cellules sont indexées par les indices  $(i, j, k)$ , simplifie le calcul des flux et ne nécessite pas le stockage des

quantités de flux. Pour la cellule  $(i, j, k)$ , en considérant l'équation (1.82), les dérivées temporelles des composantes magnétique  $H_x$  et électrique  $E_x$  peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial t}(i, j, k) = & -\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{(n_{-y} \times \mathbf{E}^*(i, j - \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \right. \\ & + \frac{(n_{+y} \times \mathbf{E}^*(i, j + \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \\ & + \frac{(n_{-z} \times \mathbf{E}^*(i, j, k - \frac{1}{2}))_x}{dz} \\ & \left. + \frac{(n_{+z} \times \mathbf{E}^*(i, j, k + \frac{1}{2}))_x}{dz} \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t}(i, j, k) = & \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \left( \frac{(n_{-y} \times \mathbf{H}^*(i, j - \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \right. \\ & + \frac{(n_{+y} \times \mathbf{H}^*(i, j + \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \\ & + \frac{(n_{-z} \times \mathbf{H}^*(i, j, k - \frac{1}{2}))_x}{dz} \\ & \left. + \frac{(n_{+z} \times \mathbf{H}^*(i, j, k + \frac{1}{2}))_x}{dz} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

où  $(\cdot)_x$  désigne la composante  $x$  et  $n_{\pm y}$ ,  $n_{\pm z}$  représentent les vecteurs normaux unitaires aux interfaces spécifiques de la cellule  $(i, j, k)$ , exprimés dans le repère cartésien  $(x, y, z)$ .

En considérant l'interface  $(i, j - 1/2, k)$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \left( n_{-y} \times \mathbf{E}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_x = & -\frac{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) E_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \frac{Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k) E_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \gamma \frac{H_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k) - H_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

et

$$\begin{aligned} \left( n_{-y} \times \mathbf{H}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_x = & -\frac{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) H_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \frac{Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) H_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \gamma \frac{E_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k) - E_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

### 3.3. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES CARTÉSIENNES DES MAILLAGES (FVTD-ST)

---

Dans le cas de l'interface  $(i, j + 1/2, k)$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \left( n_{+y} \times \mathbf{E}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_z &= \frac{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) E_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &+ \frac{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) E_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &- \gamma \frac{H_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

et

$$\begin{aligned} \left( n_{+y} \times \mathbf{H}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_z &= \frac{Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k) H_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j, k)} \\ &+ \frac{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) H_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j, k)} \\ &- \gamma \frac{E_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \text{où } Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j - 1, k) \varepsilon_0}}, \quad Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j, k) \varepsilon_0}}, \\ Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j, k) \varepsilon_0}}, \quad Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j + 1, k) \varepsilon_0}} \\ \text{et } Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) &= \frac{1}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}, \quad Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k) = \frac{1}{Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}, \\ Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) &= \frac{1}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}, \quad Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) = \frac{1}{Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned}$$

Les expressions des valeurs extrapolées des champs  $E_z^L$ ,  $H_x^L$  et  $E_z^R$ ,  $H_x^R$  sont obtenues selon (3.9) et (3.10) et explicitées en annexe A (équations (A.15)-(A.18)).

Les flux sont exprimés de manière analogue sur chaque interface. Par souci de clarté et pour éviter de surcharger le corps de la section, nous ne fournirons pas ici l'ensemble des expressions pour le calcul des flux. Un développement plus complet est disponible en annexe A.

En résumé, nous avons implémenté dans notre solveur FVTD-ST une approximation spatiale utilisant un flux décentré, caractérisé par deux paramètres :  $\beta$  et  $\gamma$ . Le paramètre  $\beta$  permet d'ajuster l'ordre spatial par pondération du terme centré. Le paramètre  $\gamma$ , quant à lui, permet de contrôler la diffusion numérique par pondération du terme de décentrage.

Il est à présent nécessaire de choisir les valeurs appropriées pour les paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  que nous utiliserons dans nos calculs. Pour nos applications,

l'objectif est de fixer ces valeurs de manière à garantir une solution suffisamment précise (minimisation de la dispersion et de la diffusion numérique) tout en optimisant le pas de temps (maximisation du critère CFL (3.8)) et en maintenant un temps de calcul raisonnable.

Dans la sous-section suivante, nous présentons quelques essais numériques qui nous ont permis de déterminer les valeurs optimales de  $\beta$  et de  $\gamma$  à utiliser pour nos configurations de calcul.

### 3.3.2 Exemples numériques en espace libre

Nous avons effectués des tests sur un maillage cartésien représentant une sphère PEC avec un rayon de 0.5 m en espace libre. La fonction temporelle de l'onde d'entrée est définie comme une impulsion gaussienne  $E_x = A \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{b^2}\right)$ , avec  $A = 1$ ,  $t_0 = 10$  ns et  $b = 1$  ns. Les constantes ont été choisies pour garantir une propagation d'énergie suffisante dans la gamme de fréquences d'intérêt, spécifiquement allant de 100 à 500 MHz ( $\lambda_{min} = 3.0$  m,  $\lambda_{max} = 0.6$  m). L'onde incidente est introduite en utilisant la formulation CD, telle que présentée dans la sous-section 1.2.2.

L'espace de calcul est un parallélépipède rectangle de dimensions  $2.4 \text{ m} \times 2.4 \text{ m} \times 2.6 \text{ m}$ , dans lequel cinq PMLs ont été introduites dans chaque direction ( $\pm x, \pm y, \pm z$ ). Les cellules ont des arêtes de 0.02 m ( $\simeq \lambda_{max}/30$ ).

Nous avons calculé la SER de la sphère considérée, en configuration mono-statique pour une incidence normale, en fonction de la fréquence, en utilisant notre solveur FVTD-ST pour différentes valeurs de  $\beta$  et de  $\gamma$ .

La SER d'une cible est une propriété qui peut être calculée analytiquement pour une sphère PEC en utilisant les séries de Mie [80]. Par conséquent, nous pouvons confronter nos résultats à la solution fournie par la fonction "RCSsphere" de MATLAB à partir de la Radar Toolbox [81], représentée en noir dans les Figures 3.2 et 3.3.

Nous avons tout d'abord concentré notre attention sur le choix du paramètre  $\beta$ . Pour cela, nous avons fixé la valeur du paramètre  $\gamma$  et confronté les SER obtenues pour différentes valeurs de  $\beta$ . En particulier, nous avons examiné trois valeurs spécifiques de  $\beta$  :  $\beta = 0$  correspondant à un schéma de type Godunov,  $\beta = 1/2$  correspondant à un schéma de type MUSCL et  $\beta = 1/3$ .

Concernant le choix du paramètre  $\kappa$  impliqué dans le critère CFL (3.8), nous avons opté pour 0.6. Nous avons observé expérimentalement, qu'il est impossible d'utiliser une valeur de  $\beta \geq 0.1$  sans que le schéma ne devienne instable lorsque  $\kappa \geq 0.7$ . Pour les valeurs de  $\beta$  testées, les résultats obtenus étant similaires pour  $0.1 \leq \kappa \leq 0.6$ , nous avons donc, par la suite, effectué les simulations avec  $\kappa = 0.6$  afin de maximiser le pas de temps. Il convient de noter que pour  $\beta = 0$ , aucun problème d'instabilité n'a été rencontré pour  $\kappa > 0.7$ , et les résultats obtenus sont comparables à ceux obtenus avec



### 3.3. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES CARTÉSIENNES DES MAILLAGES (FVTD-ST)

$\kappa = 0.6$ .

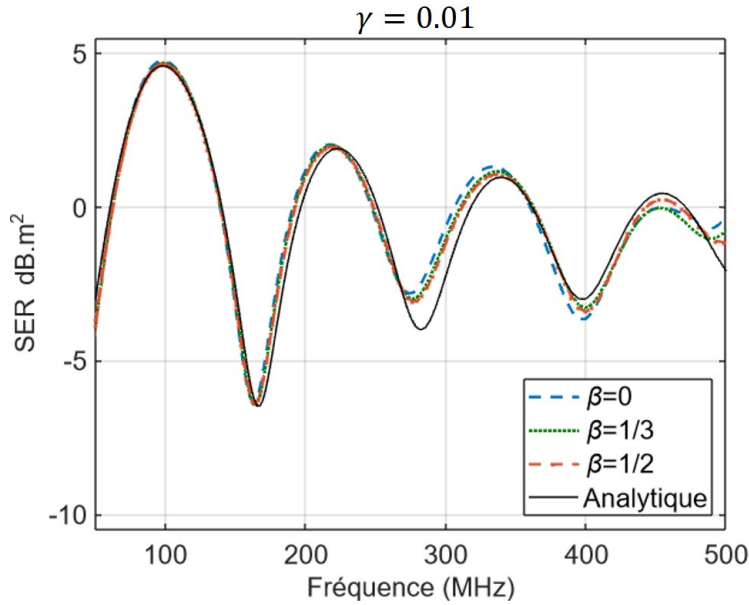


FIGURE 3.2 : SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec le solveur FVTD-ST pour différentes valeurs de  $\beta$  et  $\gamma$  fixé à 0.01 (avec  $\kappa = 0.6$ ).

La Figure 3.2 représente les valeurs de SER obtenues en fonction de la fréquence pour les valeurs de  $\beta$  considérées et pour  $\gamma = 0.01$ . Quelque soit la valeur de  $\beta$  utilisée, on observe dans la Figure 3.2 que les SER obtenues sont similaires. Il est difficile d'identifier une valeur de  $\beta$  qui permettrait l'obtention d'une solution plus proche de la solution analytique dans cet exemple. L'écart entre les schémas semble s'accroître d'avantage à partir de 450 MHz, mais cela reste minime et ne permet pas de les départager de manière concluante. De plus, il est possible que la taille de la maille devienne trop grossière pour une observation à des fréquences en dehors de la plage fixée.

Au regard de ces observations, nous avons choisi de réaliser nos futures simulations avec  $\beta = 0$  pour plusieurs raisons :

- La solution obtenue avec  $\beta = 0$  (ordre 0) est comparable à celles obtenues avec un ordre spatial plus élevé.
- Les autres valeurs de  $\beta$  n'ont pas montré d'avantage flagrant dans cet exemple. Une étude plus approfondie sur d'autres exemples, à des fréquences plus élevées, aurait pu être menée mais dans le contexte de la mise en œuvre de notre stratégie d'hybridation, nous ne souhaitons

pas complexifier le calcul du flux, plus que nécessaire, en utilisant le paramètre  $\beta$  pour augmenter l'ordre de l'approximation.

- De plus,  $\beta = 0$  présente l'avantage de permettre l'utilisation d'un pas de temps plus grand ( $\kappa_{max} = 0.9$ ) que les autres valeurs de  $\beta$  ( $\kappa_{max} = 0.6$ ), ce qui, dans cet exemple, conduit à une réduction d'un facteur 2 du temps CPU (Central Processing Unit).

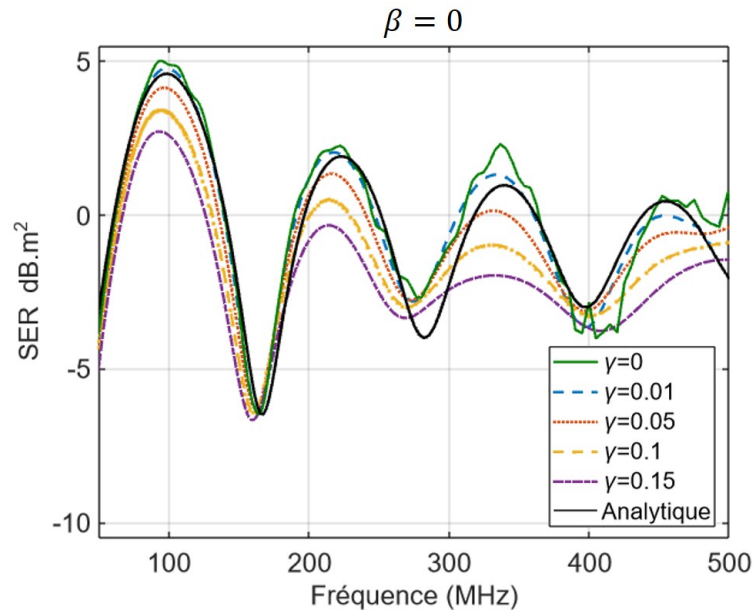


FIGURE 3.3 : SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec le solveur FVTD-ST pour différentes valeurs de  $\gamma$  et  $\beta$  fixé à 0 (avec  $\kappa = 0.6$ ).

Une fois le paramètre  $\beta$  fixé à 0, notre attention s'est portée sur l'optimisation du paramètre  $\gamma$ . Pour cela, nous avons comparé les SER obtenues pour différentes valeurs de  $\gamma$  allant de 0 à 0.15. Il convient de noter que la valeur  $\gamma = 0.1$  a été jugée comme optimale en association avec  $\beta = 1/3$  dans des études antérieures [63][79].

La Figure 3.3 illustre les SER obtenues en fonction de la fréquence. Une première constatation est que l'utilisation du paramètre  $\gamma = 0$ , correspondant à un schéma centré, entraîne des oscillations parasites. On observe également une atténuation de la SER de plus en plus importante avec l'augmentation de la valeur de  $\gamma$ . Globalement, la valeur de  $\gamma$  qui fournit la solution la plus proche de la solution analytique est  $\gamma = 0.01$ . Ce choix permet en effet d'annihiler les oscillations parasites tout en limitant la dissipation.

Ainsi pour la suite de nos travaux, nous avons opté pour un paramètre  $\beta = 0$  associé à un paramètre  $\gamma = 0.01$ . Par souci de rigueur, nous avons tout de

### 3.3. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES CARTÉSIENNES DES MAILLAGES (FVTD-ST)

même examiné les résultats obtenus avec d'autres valeurs de  $\beta$  associées à différentes valeurs de  $\gamma$  (résultats non représentés ici), et aucune de ces combinaisons ne nous a semblé plus pertinente que celle choisie dans ce contexte.

Pour minimiser le coût calcul tout en garantissant une solution précise, nous avons donc choisi une approximation de type Godunov, dans laquelle le terme dissipatif est pondéré par le paramètre  $\gamma$ . Ce schéma sera utilisé dans notre solveur FVTD-ST, qui pour rappel, est destiné à être couplé avec un autre schéma volumes finis présenté dans la section suivante.

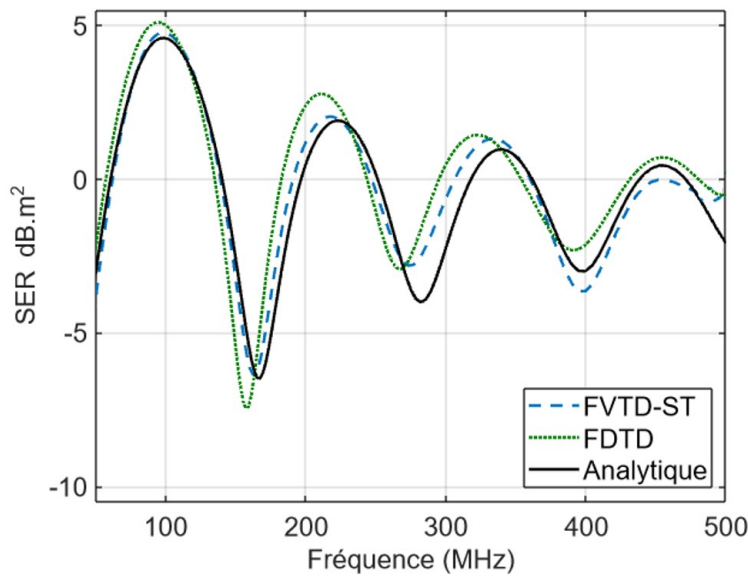


FIGURE 3.4 : SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec les solveurs FVTD-ST et FDTD.

Toujours à partir de la même configuration, nous avons réalisé une dernière comparaison, cette fois avec un autre type de solveur : un solveur FDTD. L'objectif est de confronter notre solveur FVTD-ST nouvellement mis au point avec un solveur éprouvé à l'ONERA, le solveur FDTD du logiciel "Maxwell-TD". L'approche FDTD a été appliquée sur le même maillage que celui utilisé jusqu'à présent. Le pas de temps pour la méthode FDTD est :  $dt_{FDTD} = 3.4641 \cdot 10^{-11}$  s, et celui pour l'approche FVTD-ST est :  $dt_{ST} = 5.3333 \cdot 10^{-11}$  s ( $\kappa = 0.9$ ). La Figure 3.4 présente les SER obtenues avec le solveur FVTD-ST et le solveur FDTD en fonction la fréquence. On constate que la solution la plus proche de la solution l'analytique est celle obtenue avec la méthode FVTD-ST. La solution donnée par le schéma FDTD présente en particulier une dispersion plus importante. Cependant, il convient de souligner que le temps CPU associé à l'approche FDTD est

$\sim 2$  fois inférieur à celui requis par l'approche FVTD-ST.

Ainsi, comme mentionné précédemment dans l'introduction générale et le chapitre 1, l'hybridation d'un solveur FDTD avec un solveur FVTD adapté aux parties non-structurées des maillages hybrides reste une approche intéressante. Elle semblerait même s'avérer plus efficace en termes de temps de calcul par rapport à l'hybridation FVTD-ST/NST que nous développons dans cette thèse. Le choix du solveur FVTD-ST ayant été motivé par le fait que la stabilité de la stratégie hybride FDTD/FVTD-NST n'a pas encore été clairement démontrée et est moins évidente que celle de la stratégie FVTD-ST/NST, comme nous le verrons dans le chapitre 4.

### 3.4 Solveur FVTD adapté aux zones non-structurées des maillages (FVTD-NST)

Contrairement à l'approche cartésienne précédente, l'utilisation de maillages non-structurés complique le calcul des flux numériques, entraînant un coût calcul plus élevé. Cette complexité provient du fait que l'évaluation des flux nécessite le stockage des valeurs de champ et des informations complémentaires pour chaque cellule adjacente. Par conséquent, le schéma FVTD-NST requiert plus de mémoire que la technique FVTD-ST. De plus, pour garantir la stabilité du schéma FVTD-NST, le pas de temps  $dt_{NST}$  doit satisfaire une condition CFL non-optimale (1.83) présentée dans le chapitre 1.

Par conséquent, le pas de temps pourrait être très petit, car il doit correspondre à celui de la plus petite cellule. Cette exigence peut être contraignante et coûteuse pour le calcul. Dans la sous-section 3.4.1, nous présentons deux options pour surmonter ces contraintes et réduire le temps de calcul : les stratégies d'ordre d'approximation variable en espace et de pas de temps local. Par la suite, dans la sous-section 3.4.2, nous fournissons des exemples en espace libre illustrant les avantages des deux stratégies. Nous passons ensuite à la partie concernant le traitement de configurations présentant des objets enfouis.

#### 3.4.1 Stratégies d'ordre d'approximation variable et de pas de temps local

##### Stratégie d'ordre d'approximation variable en espace

La stratégie d'ordre d'approximation variable en espace consiste à choisir une approximation locale du flux, qui dépend de la taille des cellules. Nous optons pour un schéma de type Godunov (ordre 0) pour les plus petites cellules et un schéma de type MUSCL (ordre 1) [76] pour les autres cellules. Ce dernier nécessite d'évaluer les gradients internes pour chaque composante du champ EM, soit 18 inconnues additionnelles, augmentant ainsi le coût

### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

---

calcul. Par conséquent, limiter l'utilisation du schéma MUSCL à des cellules spécifiques minimise le calcul des gradients, abaissant à la fois le coût calcul et les exigences de mémoire. Nous considérons, sur la base de notre expérience, que l'approximation utilisant un schéma Godunov est suffisamment précise pour les cellules de dimension  $d_r < \frac{\lambda}{30}$ , où  $d_r$  désigne le rayon du cercle dans lequel la cellule considérée est inscrite et  $\lambda$  la longueur d'onde.

#### Stratégie de pas de temps local

La deuxième stratégie d'amélioration mise en œuvre consiste à introduire des pas de temps locaux au lieu d'utiliser un pas de temps global unique pour tout le domaine de calcul.

Initialement, un pas de temps minimal  $dt_{min}$  et un pas de temps maximal  $dt_{max}$  sont calculés en fonction de la taille des cellules. Si la stratégie de pas de temps local n'est pas mise en œuvre, le pas de temps global  $dt_{NST}$  associé au solveur FVTD-NST est égal au pas de temps minimal calculé précédemment. En revanche, lorsque la stratégie de pas de temps local est appliquée,  $N$  classes de cellules sont définies ( $N \in \mathbb{N}^*$ ), et pour chaque classe  $i$ , un pas de temps local  $dt_i$  est calculé, tel que :

$$dt_i = 3^{i-1} dt_{min} \quad (3.18)$$

avec  $i \in \mathbb{N}^*$ .

Le pas de temps global  $dt_{NST}$  est alors défini comme le pas de temps maximal parmi les pas de temps locaux calculés (qui correspond à la classe  $N$ ) :

$$dt_{NST} = 3^{N-1} dt_{min} \quad (3.19)$$

À chaque itération temporelle, les champs pour chaque classe de cellules sont calculés de manière récursive à leur pas de temps local respectif jusqu'à atteindre le temps global.

L'attribution d'un pas de temps local adapté à différentes classes de cellules, en fonction de leur taille, permet d'éviter l'utilisation du plus petit pas de temps  $dt_{min}$  pour l'ensemble des cellules. Cette approche aboutit ainsi à une réduction significative du temps de calcul (temps CPU). Nous n'avons expérimentalement rencontré aucun problème de stabilité avec cette stratégie. Néanmoins la stabilité de cette dernière reste encore clairement à démontrer.

#### 3.4.2 Exemples numériques en espace libre

Nous avons effectué des tests sur une configuration analogue à celle étudiée dans la section 3.3.2 : une sphère PEC avec un rayon de 0.5 m, en espace libre. Cependant, nous utilisons cette fois-ci un maillage hybride cartésien / non-structuré (Figure 3.5), que l'on considère comme un maillage globalement non-structuré dans l'approche FVTD-NST. La fonction temporelle de

l'onde d'entrée est la même que précédemment : une impulsion gaussienne de la forme  $E_x = A \exp\left(\frac{(t-t_0)^2}{b^2}\right)$ , avec  $A = 1$ ,  $t_0 = 10$  ns et  $b = 1$  ns. Les constantes ont été choisies pour garantir une propagation d'énergie suffisante dans la gamme de fréquences d'intérêt, spécifiquement allant de 100 à 500 MHz ( $\lambda_{min} = 3.0$  m,  $\lambda_{max} = 0.6$  m). L'onde incidente est introduite en utilisant la formulation CD, telle que présentée dans la section 1.2.2.

Tout comme pour notre exemple précédent, le domaine de calcul est un parallélépipède rectangle de dimensions  $2.4 \text{ m} \times 2.4 \text{ m} \times 2.6 \text{ m}$ , dans lequel cinq PMLs ont été introduites dans chaque direction ( $\pm x$ ,  $\pm y$ ,  $\pm z$ ). Cependant pour cet exemple, les cellules dans la partie cartésienne du maillage ont des arêtes de  $0.04 \text{ m}$  ( $\simeq \lambda_{max}/15$ ). Les cellules non-structurées ont été définies à partir des cellules triangulaires du maillage surfacique de la sphère ayant des arêtes de  $0.08 \text{ m}$  ( $\simeq \lambda_{max}/8$ ).

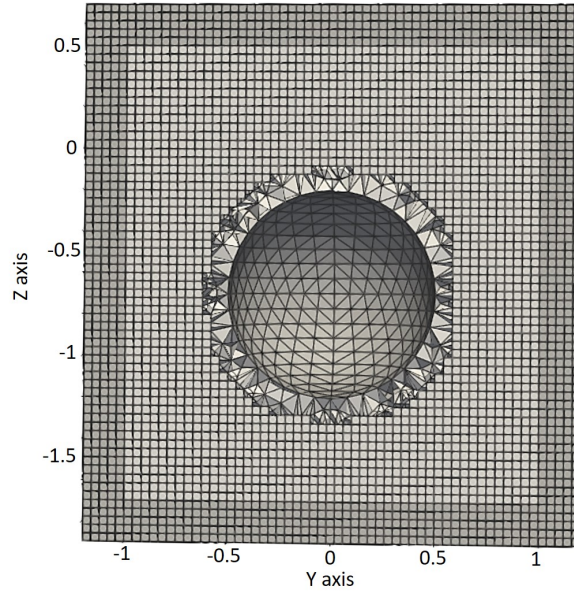


FIGURE 3.5 : Coupe du maillage hybride cartésien / non-structuré dans le plan  $Y - Z$  représentant une sphère PEC en espace libre [72].

Nous avons calculé la SER de la sphère considérée, en configuration monostatique pour une incidence normale, en fonction de la fréquence, en utilisant de manière autonome notre solver FVTD-NST, avec et sans ordre d'approximation local, ainsi qu'avec et sans stratégie de pas de temps local. Comme précédemment, nous utilisons la solution fournie par la fonction "RCSsphere" de la Radar Toolbox de MATLAB [81], représentée en noir dans la Figure 3.6, pour valider nos résultats.

### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

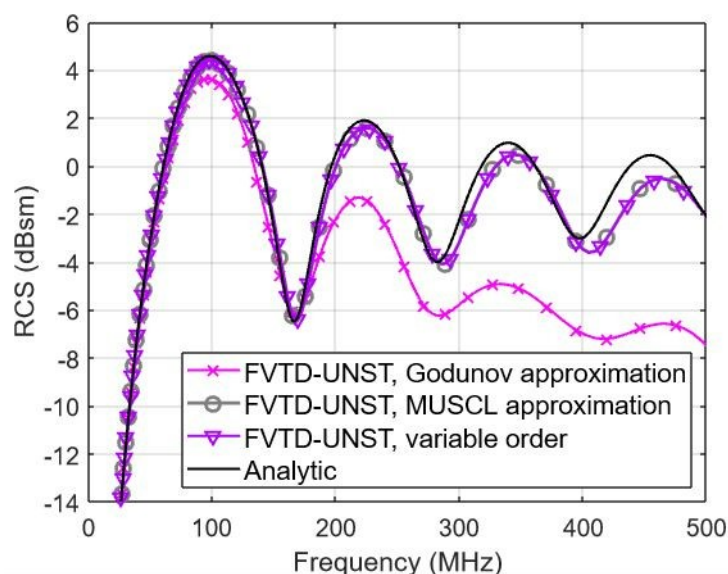


FIGURE 3.6 : SER d'une sphère de rayon 0.5 m en espace libre en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations réalisées avec le solveur FVTD-NST pour différentes approximations des flux [72].

Pour mettre en évidence les avantages de la stratégie d'ordre d'approximation variable, nous avons réalisé trois simulations utilisant la stratégie de pas de temps local : une première avec une approximation de type Godunov, une seconde approximation MUSCL et enfin une troisième avec notre stratégie d'ordre variable. Pour cette dernière, l'approximation du flux a été réalisée en utilisant la méthode de Godunov pour 2% des cellules et l'approche MUSCL pour 98% des cellules. Les résultats de la Figure 3.6 indiquent que les solutions fournies en utilisant l'approximation MUSCL seule et l'ordre d'approximation variable sont presque identiques et les plus proches de la solution analytique. En revanche, la solution obtenue uniquement avec l'approche Godunov s'écarte significativement de la solution analytique, en particulier pour les fréquences les plus élevées. De plus, la mise en œuvre de la stratégie d'ordre d'approximation variable réduit le temps de calcul par rapport à un schéma MUSCL seul (Tableau 3.1). Par conséquent, l'utilisation de la stratégie d'ordre approximation variable pour l'approximation des flux en fonction de la taille des cellules améliore la précision par rapport à une approche unique de Godunov et économise du temps par rapport à une approximation MUSCL seule.

Nous avons ensuite réalisé deux simulations avec la stratégie d'ordre d'approximation variable : l'une sans stratégie de pas de temps local et l'autre avec. Dans la première approche, en tenant compte du maillage hy-

bride utilisé, le pas de temps global  $dt_{NST}$  est de  $2.1629 \times 10^{-12}$  s. En revanche dans la seconde approche, nous avons défini trois classes de cellules (Tableau 3.2) et le pas de temps global  $dt_{NST}$  a été fixé à  $1.9466 \times 10^{-11}$  s. Pour des solutions similaires, le temps de calcul pour la simulation sans pas de temps local est **6.4** fois plus élevé que le temps de calcul pour la simulation avec pas de temps local. Cela démontre clairement les améliorations significatives obtenues en mettant en œuvre le pas de temps local.

TABLE 3.1 : Gains en temps CPU en comparaison avec la stratégie d'ordre d'approximation variable (temps CPU associé :  $T_{vo}^{CPU}$ ) pour des calculs FVTD-NST sur maillage hybride, représentant une sphère PEC en espace libre.

Type d'approximation	Godunov	MUSCL
Temps CPU	0.4 $T_{vo}^{CPU}$	1.1 $T_{vo}^{CPU}$

TABLE 3.2 : Répartition des cellules du maillage en trois classes et leurs pas de temps locaux correspondants.

Classe	Nombre de cellules par classe	$dt_{loc}$
1	1 133	$2.1629 \cdot 10^{-12}$ s
2	17 657	$6.4886 \cdot 10^{-12}$ s
3	205 910	$1.9466 \cdot 10^{-11}$ s

Compte tenu de ces résultats, les deux stratégies proposées conduisent à un schéma beaucoup plus efficace en termes de temps de calcul (temps CPU).

### 3.4.3 Introduction du champ incident en présence d'un sol

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 1, la résolution du problème considéré dans cette thèse nécessite l'introduction d'une source d'onde plane en présence du sol. Le calcul du champ incident en présence d'un milieu à pertes se fait suivant le modèle explicité dans la section 1.2.3, via la résolution des systèmes d'équations (1.35), (1.36) et (1.37). Les valeurs de champ incident sont obtenues numériquement via une simulation auxiliaire en 1-D, réalisée parallèlement à la simulation principale. Les inconnues dans la grille auxiliaire 1-D sont disposées comme indiqué dans la Figure 3.7, en



### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

---

considérant  $k \in \mathbb{N}$  l'indice de discrétisation en espace et  $n \in \mathbb{N}$  l'indice de discrétisation en temps. La discrétisation des systèmes (1.35), (1.36) et (1.37) est alors donnée par :

$$H_x|_{k+1/2}^{n+1/2} = H_x|_{k+1/2}^{n-1/2} + \frac{dt_{1D}}{\mu_0 dl_{1D}} (E_y|_{k+1}^n - E_y|_k^n) \quad (3.20)$$

$$E_y|_k^{n+1} = E_y|_k^n \left( \frac{1 - S_b}{1 + S_b} \right) + \frac{dt_{1D}}{\varepsilon_0(\varepsilon'_r - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta) dl_{1D}} (H_x|_{k+1/2}^{n+1/2} - H_x|_{k-1/2}^{n+1/2}) \quad (3.21)$$

$$H_z|_k^{n+1/2} = -H_z|_k^{n-1/2} + 2Y_0 \sqrt{\varepsilon_0} \sin \theta E_y|_k^n \quad (3.22)$$

et

$$H'_y|_{k+1/2}^{n+1/2} = H'_y|_{k+1/2}^{n-1/2} \left( \frac{1 - S_b}{1 + S_b} \right) - \frac{dt_{1D}}{\mu_0(\varepsilon'_r - \sin^2 \theta)(1 + S_b) dl_{1D}} (E_x|_{k+1}^n - E_x|_k^n) \quad (3.23)$$

$$E_x|_k^{n+1} = E_x|_k^n \left( \frac{1 - S_a}{1 + S_a} \right) - \frac{dt_{1D}}{\varepsilon_0 \varepsilon'_r (1 + S_a) dl_{1D}} (H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{k-1/2}^{n+1/2}) \quad (3.24)$$

$$E_z|_{k+1}^{n+1} = -E_z|_{k+1}^n - 2Z_0 \sqrt{\varepsilon_{r0}} \sin \theta H'_y|_{k+1/2}^{n+1/2} \quad (3.25)$$

ainsi que :

$$H_y|_{k+1/2}^{n+1/2} = H_y|_{k+1/2}^{n-1/2} + \left( \frac{\sigma dt_{1D}}{2\varepsilon_0} + \varepsilon'_r \right) H'_y|_{k+1/2}^{n+1/2} + \left( \frac{\sigma dt_{1D}}{2\varepsilon_0} - \varepsilon'_r \right) H'_y|_{k+1/2}^{n-1/2} \quad (3.26)$$

avec :

$$S_a = \frac{\sigma dt_{1D}}{2\varepsilon_0 \varepsilon'_r} \quad \text{et} \quad S_b = \frac{\sigma dt_{1D}}{2\varepsilon_0(\varepsilon'_r - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta)}$$

Afin de garantir la stabilité dans la grille auxiliaire 1-D, le pas de temps  $dt_{1D}$  doit respecter la condition suivante [21] :

$$dt_{1D} \leq \frac{dl_{1D}}{c'} \quad (3.27)$$

où  $c' = (\varepsilon_0 \mu_0 (\varepsilon_r - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta))^{-1/2}$  correspond à la vitesse de propagation dans la grille auxiliaire 1-D.

Il est possible, en présence d'un sol multi-couches notamment, que la vitesse de propagation  $c'$  soit supérieure à la vitesse de propagation dans le vide  $c_0 = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ . Par conséquent, l'utilisation du même pas de temps et du même pas de discrétisation spatiale dans la grille 1-D et dans la grille principale 3-D peut entraîner une instabilité. Pour pallier ce problème, nous pouvons dans la grille 1-D, soit utiliser un pas de discrétisation plus grand soit un pas

de temps plus petit. C'est la deuxième option qui a été retenue pour garantir la stabilité car la première conduirait à une résolution spatiale insuffisante. Puisqu'il est nécessaire de se conformer à la discrétisation temporelle de la grille principale, le pas de temps  $dt_{1D}$  est défini de sorte à ce que le pas de temps 3-D  $dt_{3D}$  soit un multiple impair de ce dernier, tel que :  $dt_{3D} = (2M - 1)dt_{1D}$ , avec  $M \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ . La Figure 3.8 montre un exemple dans le cas où  $M = 2$ , où l'on peut voir que le choix d'un multiple impair garantit la bonne correspondance entre les valeurs des champs de la grille principale et celles de grille auxiliaire 1-D au cours du temps.

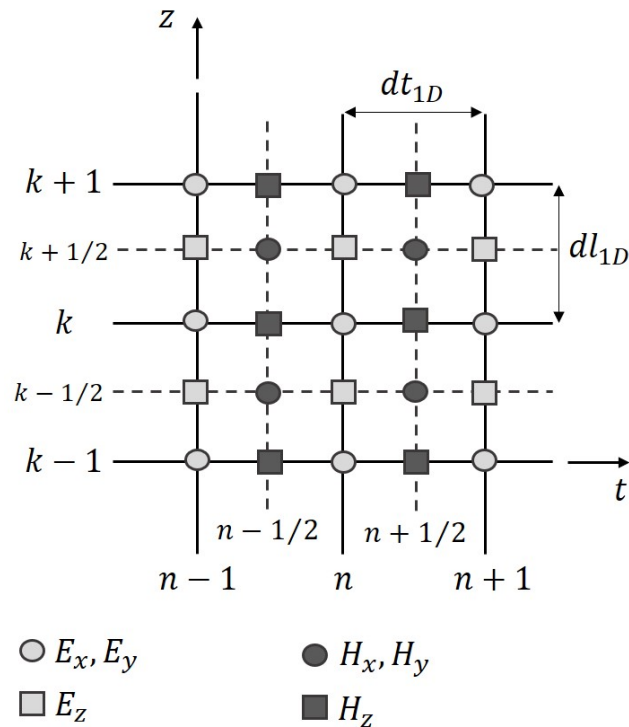


FIGURE 3.7 : Discrétisation temporelle et spatiale de la grille auxiliaire 1D.

Pour éviter les erreurs d'approximation numérique, nous avons constaté expérimentalement que la grille 1-D doit être initialement définie par un nombre de cellules nettement supérieur à celui de la grille 3-D le long de l'axe de symétrie du bi-milieu (ici l'axe  $z$ ). En effet, après comparaison des résultats de simulations en espace libre, nous avons constaté que les résultats obtenus en utilisant une source analytique différaient de ceux obtenus en réalisant le calcul 1-D du champ incident lorsque que la grille 1-D contenait initialement le même nombre de cellules que la grille 3-D. Nous avons pu en déduire que cela était dû au fait que la grille 1-D utilisée pour le calcul de la source n'était pas suffisamment résolue. Pour pallier ce problème, nous

### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

attribuons désormais à la grille 1-D un nombre de cellule 50 fois supérieur à celui de la grille 3-D le long de l'axe  $z$ . Cette valeur a été déterminée d'après notre expérience, et après s'être assuré que cela n'augmentait pas le temps calcul de manière significative.

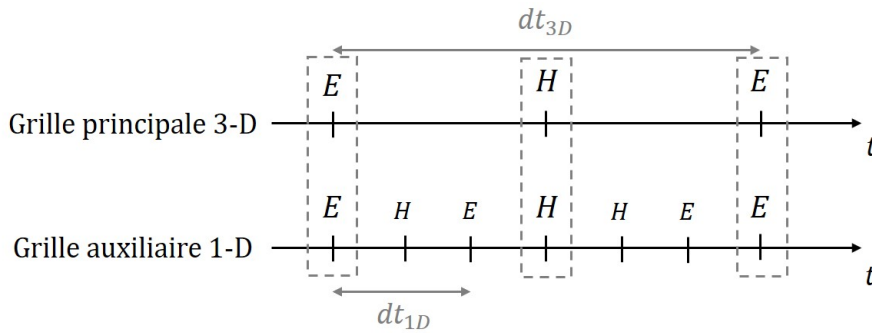


FIGURE 3.8 : Réduction du pas de temps dans la grille auxiliaire 1-D pour assurer la stabilité.

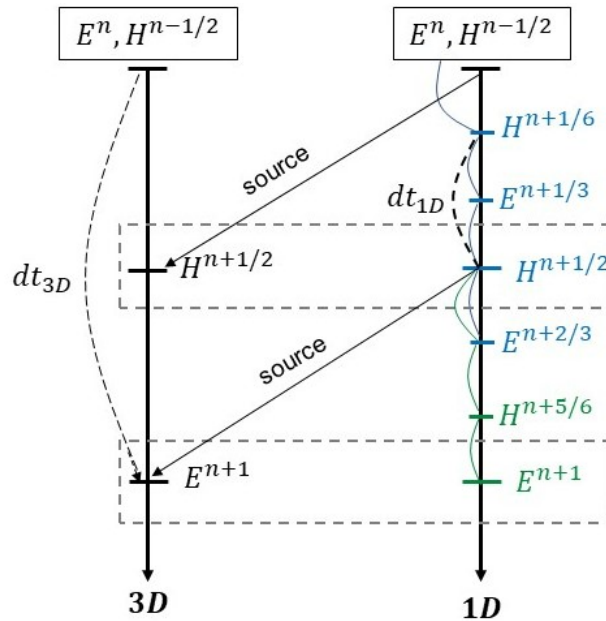


FIGURE 3.9 : Réduction du pas de temps dans la grille auxiliaire 1-D pour assurer la stabilité et la correspondance entre les axes temporels 3-D et 1-D, avec  $dt_{3D} = 3dt_{1D}$  ( $M=2$ ) [72].

Les mises à jour de la grille en 1-D se font en un seul cycle de mise à jour de la grille principale. La source 3-D est mise à jour à partir du 1-D tout en assurant la correspondance de chaque composante du champ entre

les axes temporels 3-D et 1-D (Figure 3.9). Le champ incident est introduit en utilisant la formulation CD, telle que décrite dans la sous-section 1.2.2.

Compte tenu de la stratégie de pas de temps local implémentée, la mise à jour de la source est plus complexe. En effet, il est important de rappeler que la présence de classes de cellules avec pas de temps locaux signifie que le pas de temps global de la méthode FVTD-NST, correspondant à  $dt_{3D}$ , est :  $dt_{NST} = 3^{(N-1)}dt_{min}$  avec  $dt_{min}$  le pas de temps minimum de la partie non-structurée et  $N \in \mathbb{N}^*$ . Dans ce cas, pour se conformer à l'espacement temporel de la grille principale, c'est le pas de temps minimum  $dt_{min}$  qui doit être un multiple impair du pas de temps de la grille 1-D :  $dt_{min} = (2M - 1)dt_{1D}$ . La source 3-D est mise à jour pour chaque classe de cellules à partir du 1-D tout en garantissant la correspondance de chaque composante de champ entre les axes temporels 3-D et 1-D. Comme mentionné précédemment, les champs pour chaque classe de cellules sont calculés de manière récursive à chaque pas de temps local jusqu'à atteindre le temps global (Figure 3.10).

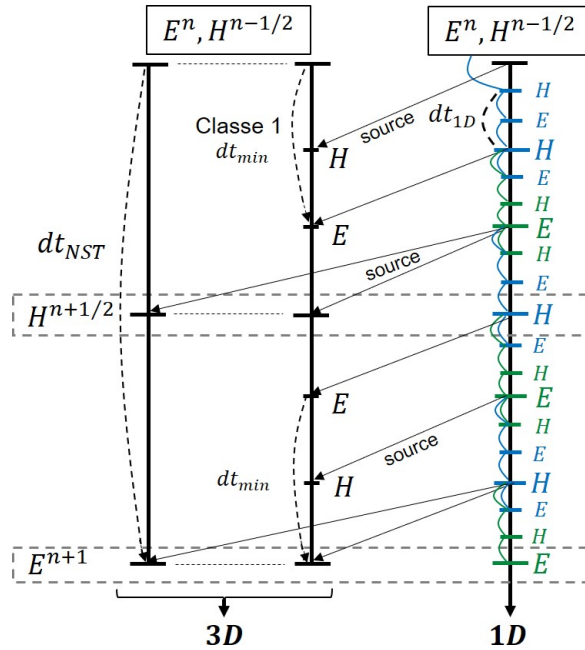


FIGURE 3.10 : Réduction du pas de temps dans la grille auxiliaire 1-D pour assurer la stabilité et la correspondance entre les axes temporels 3-D et 1-D, pour  $dt_{NST} = 3dt_{min}$  en présence de deux classes de cellules ( $N=2$ ), et  $dt_{min} = 3dt_{1D}$  ( $M=2$ ) [72].

Concernant les conditions aux limites de type ABC au premier ordre, les

### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

---

équations (1.42) et (1.43) sont discrétisées de la manière suivante :

$$F_0^{n+1} = \frac{1}{1 + C' + C} (F_0^n + C' F_1^n) \quad (3.28)$$

et

$$F_{N_c+1}^{n+1} = \frac{1}{1 + C'_0} (F_{N_c+1}^n + C'_0 F_{N_c}^n) \quad (3.29)$$

où  $C'_0 = c'_0(dt_{1D}/dl_{1D})$  avec  $c'_0 = \frac{c_0}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$ ,  $C' = c'(dt_{1D}/dl_{1D})$   
 et  $C = \sigma_c dt_{1D}/2$  avec  $\sigma_c = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(\varepsilon'_r - \varepsilon_{r0} \sin^2 \theta)$ .  
 $N_c$  est le nombre de cellules dans la grille auxiliaire 1-D.

#### 3.4.4 Exemples numériques en présence d'un sol

Dans cette sous-section, nous validons les modèles précédemment introduits dans l'approche volumes finis, en utilisant notre solveur FVTD-NST de manière autonome, au travers d'exemples issus de la littérature, impliquant un cube et une sphère enfouis dans un sol homogène. Nous commençons par réaliser des simulations en utilisant des maillages non raffinés localement, puis nous réitérons les mêmes exemples en employant cette fois-ci des maillages localement raffinés.

##### 3.4.4.1 Utilisation de maillages uniformes <sup>3</sup>

Nos tests de validation sont réalisés sur des problèmes de diffractions sur un cube diélectrique et une sphère diélectrique enfouis dans un demi-espace à pertes (Figures 3.11 et 3.12). Les objets et le milieu sont dissipatifs, avec des valeurs de permittivité relative  $\varepsilon'_c = 2.9$  et  $\varepsilon'_g = 3.0$ , et des valeurs de conductivité  $\sigma_c = 0.001669$  et  $\sigma_g = 0.003338$ , respectivement. La fonction temporelle de l'onde plane d'entrée est une impulsion gaussienne définie par :  $E_y = A \exp\left(\frac{(t-t_0)^2}{b^2}\right)$ , avec  $A = 1$ ,  $t_0 = 2.5$  ns et  $b = 0.25$  ns. La fréquence d'intérêt est fixée à 600 MHz ( $\lambda = 0.50$  m en espace libre).

Conformément à [20], le domaine de calcul se compose de  $90^3$  cellules, chacune mesurant 0.005 m ( $\lambda/100$ ) de côté. Le long de l'axe  $z$ , les 60 cellules inférieures représentent le sol, tandis que les 30 cellules supérieures représentent l'espace libre. Cinq PMLs ont été incorporées au domaine de calcul dans chaque direction ( $\pm x$ ,  $\pm y$ ,  $\pm z$ ), adaptées à la présence d'un milieu diélectrique à pertes. Il convient de noter que pour le maillage du cube, seules des cellules hexaédriques sont utilisées, tandis que pour la sphère, un maillage hybride cartésien / non-structuré, considéré globalement comme non-structuré, avec des cellules tétraédriques autour de l'objet est employé

---

<sup>3</sup>L'expression "maillage uniforme", fait ici référence à des maillages hybrides considérés globalement comme non-structurés, qui n'ont pas été raffinés localement dans la partie cartésienne.

(similaire à celui montré dans la Figure 3.5). Le Tableau 3.3 détaille les différentes classes de pas de temps considérées dans le cas de la sphère, ainsi que la répartition des cellules dans chacune de ces classes. Concernant le cube, une seule classe de pas de temps est considérée.

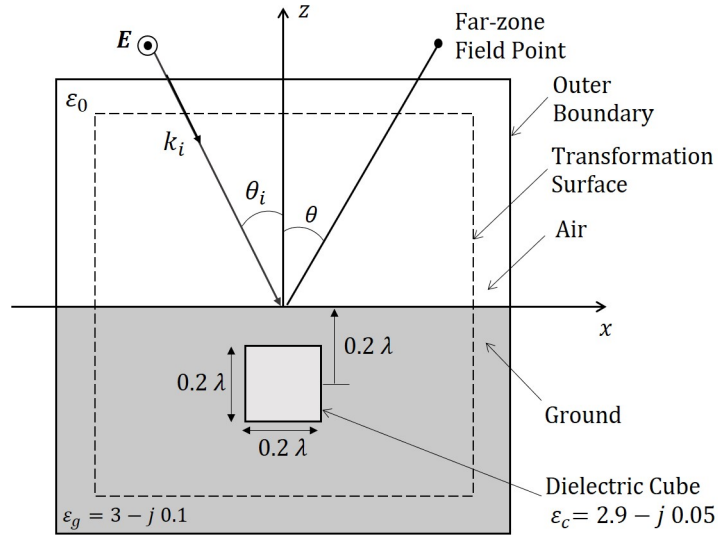


FIGURE 3.11 : Géométrie pour un cube diélectrique à pertes enterré dans un sol homogène à pertes, illuminé par une onde plane incidente [72].

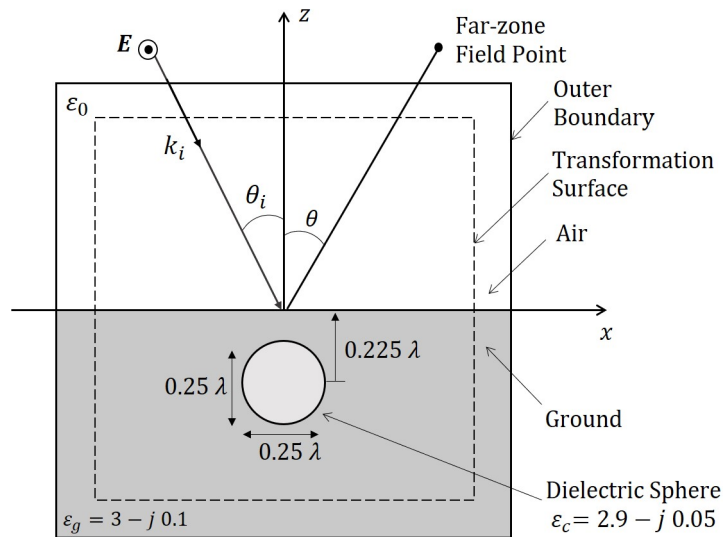


FIGURE 3.12 : Géométrie pour une sphère diélectrique à pertes enterrée dans un sol homogène à pertes, illuminé par une onde plane incidente [72].

### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

Les Figures 3.13 et 3.14 présentent respectivement les champs électriques rayonnés par le cube et la sphère, en fonction de  $\theta$  (angle entre l'axe  $z$  et la direction vers le point d'observation lointain tel que représenté dans les Figure 3.11 et 3.12). Dans le cas du cube, trois angles d'incidence  $\theta_i$  différents ont été étudiés. Nos résultats (représentés en bleu) sont similaires à ceux de l'étude [82] (représentés en noir), mais d'amplitudes légèrement plus élevées, avec une erreur relative estimée à environ 8% en moyenne pour le cube et 5% pour la sphère, en se basant sur les valeurs de crête. Nous considérons cette valeur relative acceptable étant donné les différences dans les méthodes de calculs et l'utilisation de l'approximation de Born dans l'étude [82], qui selon cette dernière, introduit une erreur estimée à 10% dans ses calculs. De plus, dans des conditions d'incidence normale ( $\theta_i = 0^\circ$ ), nos résultats pour le cube montrent également une concordance avec ceux d'une étude plus récente [20], ayant elle aussi comparé ses résultats à ceux de [82].

Ces exemples confirment la bonne implémentation des modèles pour la prise en compte du sol dans notre approche volumes finis.

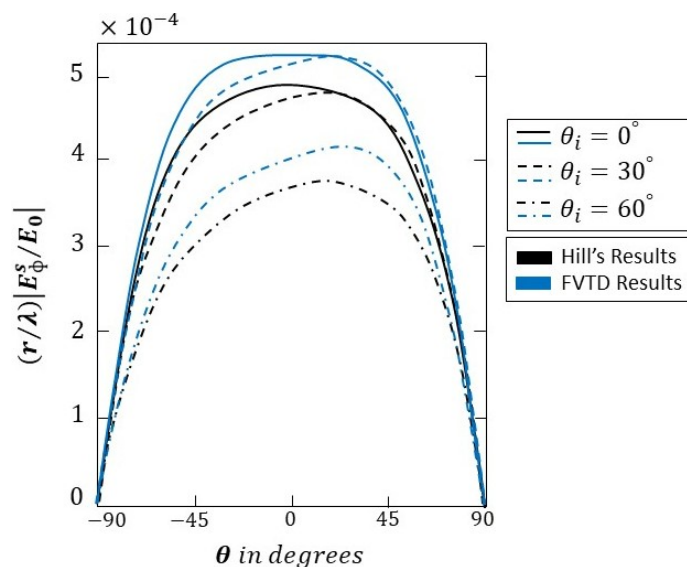


FIGURE 3.13 : Champs électriques lointains rayonnés par un cube diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ , polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbes noires) et de nos simulations (courbes bleues) [72].

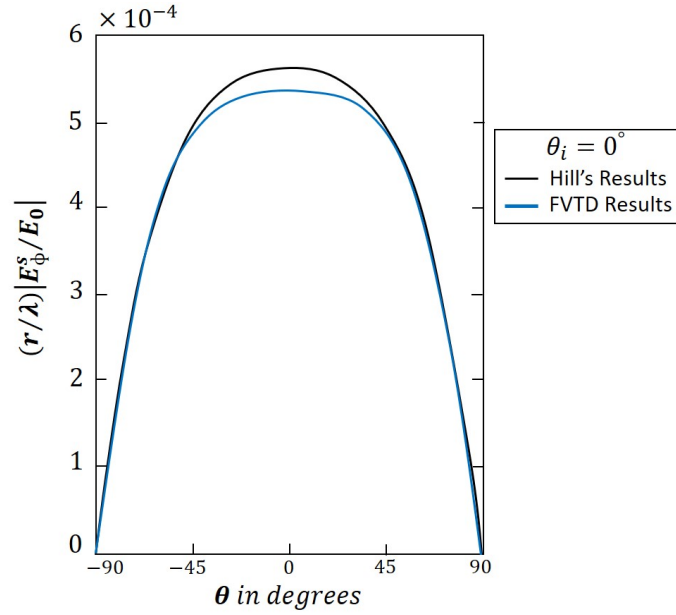


FIGURE 3.14 : Champs électriques lointains rayonnés par une sphère diélectrique enfouie dans un sol à pertes, pour une incidence normale  $\theta_i = 0^\circ$ , polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbe noire) et de notre simulation (courbe bleue) [72].

### 3.4.4.2 Utilisation de maillages raffinés localement

Nous reprenons ici les exemples précédents en introduisant des raffinements locaux dans les maillages, par re-découpage de certaines cellules. Pour le cube et la sphère, nous définissons deux zones : l'une contenant l'espace libre et l'autre contenant le sol et l'objet.

La vitesse de propagation des ondes EM dans le sol est donnée par  $v_g = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon'_g}}$  où  $c_0$  est la vitesse de propagation des ondes en espace libre. Compte tenu de la valeur de la permittivité relative du sol ( $\epsilon'_g = 3.0$ ), la vitesse de propagation des ondes dans le sol est presque deux fois plus faible qu'en espace libre. Pour cette raison, nous choisissons de maintenir une taille d'arête de cellule de 0.005 m pour le sol ( $\sim \lambda_g/58$ , avec  $\lambda_g \simeq 0.29$  m) mais de mailler plus grossièrement la partie du maillage représentant l'espace libre, avec des cellules ayant une taille d'arête de 0.015 m ( $\sim \lambda/33$ ). Les dimensions du domaine de calcul restent inchangées ; cependant, le nombre de cellules dans la zone représentant l'espace libre a été divisé par trois. Par la suite, nous ferons référence à ces nouvelles configurations par maillage raffiné  $A_{cube}$  et par maillage raffiné  $A_{sphere}$ . La Figure 2.13, située dans le chapitre 2, montre une illustration de la coupe transversale du maillage  $A_{sphere}$ .



### 3.4. SOLVEUR FVTD ADAPTÉ AUX ZONES NON-STRUCTURÉES DES MAILLAGES (FVTD-NST)

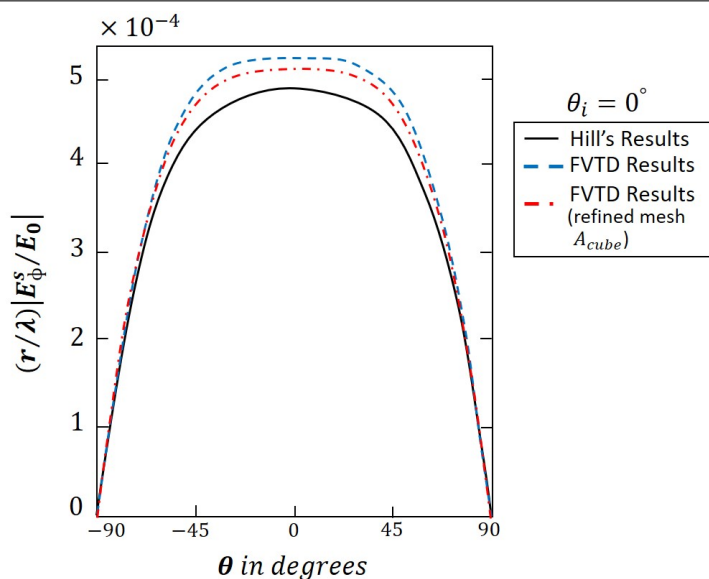


FIGURE 3.15 : Champs électriques lointains rayonnés par un cube diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour une incidence normale  $\theta_i = 0^\circ$ , polarisation HH. Comparaison entre [82] (courbe noire) et nos résultats (courbes bleue et rouge) [72].

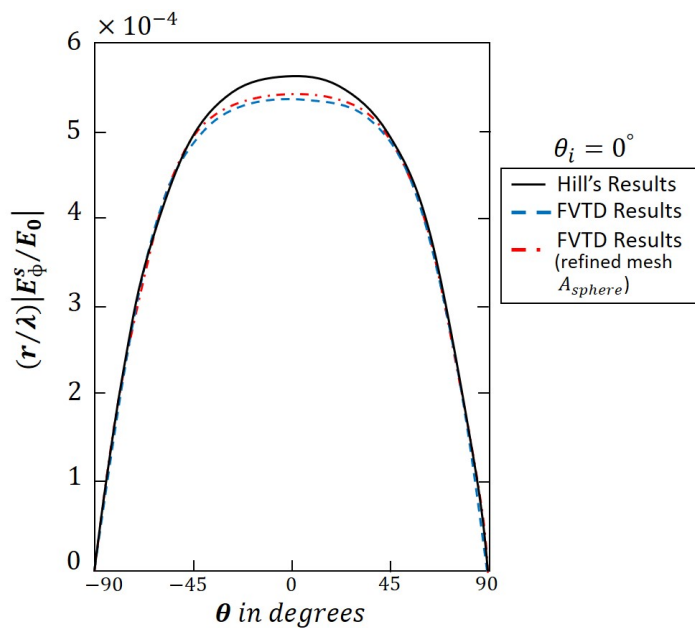


FIGURE 3.16 : Champs électriques lointains rayonnés par une sphère diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour une incidence normale  $\theta_i = 0^\circ$ , polarisation HH. Comparaison entre [82] (courbe noire) et nos résultats (courbes bleue et rouge) [72].

Les Figures 3.15 et 3.16 montrent que les résultats obtenus pour une incidence normale ( $\theta_i = 0^\circ$ ) en utilisant les maillages raffinés sont équivalents à ceux que nous avons obtenus précédemment avec des maillages uniformes, et se rapprochent de ceux obtenus par [82]. De plus, en comparant les temps de calcul, l'utilisation des maillages raffinés  $A_{cube}$  et  $A_{sphere}$  réduit significativement les coûts calcul. En effet, dans les deux cas, le temps de calcul est réduit d'un **facteur de 1.5**. Cette réduction est en partie due à un plus petit nombre de cellules à traiter mais aussi à la stratégie de pas de temps local mise en œuvre. Étant donné que deux domaines de cellules de tailles significativement différentes ont été établis pour le cube, deux classes de cellules avec leurs pas de temps locaux respectifs ont été définies (Tableau 3.4). Par conséquent, le pas de temps global utilisé ici ( $dt_{NST} = 7.4999 \cdot 10^{-12}$  s) est trois fois plus grand que celui utilisé pour le maillage non-raffiné ( $dt_{NST} = 2.4999 \cdot 10^{-12}$  s). En ce qui concerne la sphère, le pas de temps global n'a pas changé ( $dt_{NST} = 4.1897 \cdot 10^{-12}$  s), puisque cinq classes ont été définies dans les deux cas (maillage uniforme et maillage raffiné  $A_{sphere}$ ) ; seul le nombre de cellules assignées à chaque classe a évolué en raison du plus petit nombre de cellules dans la zone correspondant à l'air (Tableau 3.3).

Ces exemples démontrent la possibilité, avec une approche volumes finis non-structurée, d'utiliser un maillage avec deux zones de tailles de cellules différentes : une pour l'air et une autre pour le sol et l'objet, permettant ainsi de réduire les coûts de calcul. Des maillages hybrides raffinés avec plus de deux zones sont également envisageables lorsque cela est nécessaire.

TABLE 3.3 : Distribution des cellules du maillage uniforme et du maillage raffiné  $A_{sphere}$  dans le cas de la sphère, en cinq classes de pas de temps locaux (pas de temps global :  $dt_{NST} = 4.1897 \cdot 10^{-12}$ s), pour des calculs FVTD-NST.

Classe	$dt_{loc}$	Nombre de cellules par classe	
		Maillage uniforme	Maillage raffiné $A_{sphere}$
1	$5.1725 \cdot 10^{-14}$ s	4	4
2	$1.5517 \cdot 10^{-13}$ s	16	12
3	$4.6552 \cdot 10^{-13}$ s	17 039	17 149
4	$1.3966 \cdot 10^{-12}$ s	1 003 896	690 573
5	$4.1897 \cdot 10^{-12}$ s	2	13 874

### 3.5. CONCLUSION

---

TABLE 3.4 : Distribution des cellules du maillage raffiné  $A_{cube}$  en deux classes de pas de temps locaux (pas de temps global :  $dt_{NST} = 7.4999 \cdot 10^{-12}$ s), pour des calculs FVTD-NST.

Classe	$dt_{loc}$	Nombre de cellules par classe
1	$2.4999 \cdot 10^{-12}$ s	686 664
2	$7.4999 \cdot 10^{-12}$ s	13 872

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir rappelé le principe général de la méthode volumes finis, nous avons présenté les deux solveurs FVTD choisis pour traiter les parties cartésiennes et non-structurées de nos maillages hybrides.

Concernant le solveur FVTD-ST, adapté aux zones cartésiennes des maillages, nous avons explicité le schéma  $\beta\gamma$  utilisé pour l'approximation des flux. Après plusieurs tests sur l'exemple d'une sphère en espace libre, nous avons sélectionné les valeurs des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  qui nous semblent les plus appropriées pour nos configurations de calcul. Ainsi, les simulations suivantes seront effectuées avec  $\beta = 0$  et  $\gamma = 0.01$ . Ce choix nous paraît le plus pertinent, car il garantit une solution suffisamment précise (minimisation de la dispersion et de la diffusion numérique), tout en conservant un pas de temps optimal (maximisation du critère CFL (3.8)) et donc un temps de calcul raisonnable.

En ce qui concerne le solveur FVTD-NST, adapté aux zones non-structurées des maillages, nous avons détaillé les deux stratégies implémentées visant à améliorer son efficacité : la stratégie d'ordre d'approximation variable et la stratégie de pas de temps local. À travers un exemple de sphère en espace libre similaire à celui utilisé pour tester la méthode FVTD-ST, nous avons pu mettre en évidence l'apport de ces deux stratégies. En effet, elles permettent une réduction significative du temps de calcul sans nuire à la précision de la solution.

Nous avons ensuite détaillé l'adaptation du modèle de calcul du champ incident 1-D en présence d'un sol, ainsi que la mise à jour de la source 3-D. Des exemples impliquant un cube et une sphère enfouis nous ont permis de confirmer la bonne implémentation des modèles pour la prise en compte d'un sol dans notre approche volumes finis. Sur ces mêmes exemples, l'utilisation de maillages raffinés localement a été étudiée pour montrer l'intérêt de ce type de maillage par rapport à des maillages ne présentant pas de raffinements locaux. On constate une réduction significative du coût calcul liée ici à la réduction du nombre de cellules dans le domaine de calcul.

Dans le prochain chapitre, nous décrivons la stratégie mise en œuvre pour hybrider nos solveurs FVTD-ST et FVTD-NST. Dans l'optique d'une approche multi-méthodes / multi-domaines, nous détaillons en particulier les approches envisagées pour l'application de notre méthode hybride FVTD-ST/NST sur différents types de maillages hybrides.



# Chapitre 4

## Hybridation FVTD-ST/NST

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>114</b>
<b>4.2</b>	<b>Stratégie de développement</b>	<b>115</b>
<b>4.3</b>	<b>Architecture logicielle proposée dans notre solution multi-domaines / multi-méthodes</b>	<b>115</b>
<b>4.4</b>	<b>Difficultés liée à l'hybridation de schéma : la stabilité de la solution hybride</b>	<b>117</b>
<b>4.5</b>	<b>Schéma FVTD-ST/NST : hybridation temporelle</b>	<b>122</b>
4.5.1	Mise en œuvre d'une stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine	123
4.5.2	Stratégie d'hybridation	125
4.5.3	Approches multi-domaines / multi-méthodes envisagées	127
<b>4.6</b>	<b>Exemples numériques en espace libre</b>	<b>130</b>
<b>4.7</b>	<b>Exemples numériques en présence d'un sol</b>	<b>134</b>
<b>4.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>137</b>

---

*Ce quatrième chapitre se concentre sur l'hybridation des solveurs FVTD-ST et FVTD-NST présentés dans le chapitre 3. Nous commençons par décrire l'architecture logicielle proposée pour une approche multi-domaines / multi-méthodes, suivie d'une étude de la stabilité de la solution hybride. Les différents enjeux de l'hybridation sont ensuite examinés, en mettant en lumière la mise en œuvre de la stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine, ainsi que notre stratégie d'hybridation permettant des échanges coordonnées en temps. Nous détaillons également les différentes approches multi-domaines / multi-méthodes envisagées et présentons celle qui a été retenue pour traiter les exemples dans cette thèse.*

*Dans un premier temps, des exemples numériques en espace libre sont présentés afin d'évaluer l'efficacité de la méthode hybride par rapport à d'autres techniques. Ensuite, des exemples en présence d'un sol à pertes sont étudiés pour vérifier à la fois le bon fonctionnement et l'efficacité de la méthode hybride FVTD-ST/NST dans le cadre de scénarios impliquant une cible enfouie.*

### 4.1 Introduction

En termes de simulation numérique, le portage de logiciels sur machine HPC (*High Performance Computing*) représente une voie de recherche majeure. Avec la prolifération des solutions HPC de plus en plus abordables, la communauté scientifique investit massivement dans le développement de codes adaptés à ces machines pour accélérer les calculs. Étant donné la diversité actuelle des architectures disponibles, il existe un véritable domaine de recherche pour optimiser les méthodes numériques afin de les rendre plus efficaces.

À l'ONERA, nous disposons de machines à mémoire distribuée équipées de nombreux CPUs (*Central Processing Unit*), chacun possédant plusieurs coeurs (cores en anglais), ainsi que de machines à mémoire partagée où plusieurs coeurs ou CPUs partagent une mémoire globale. Par ailleurs, l'introduction croissante de machines dotées de cartes graphiques performantes, qui nécessitent une programmation GPU (*Graphics Processing Unit*) souvent réservée aux spécialistes, est également notable. Les autres types de machines ciblent une communauté plus large qui utilise les bibliothèques MPI (*Message Passing Interface*) et OpenMP pour la programmation en mode MIMD (*Multiple Instruction, Multiple Data*) ou SIMD (*Single Instruction on Multiple Data*).

Dans ce chapitre, nous proposons une architecture pour nos outils de simulation en domaine temporel, permettant de travailler avec des outils multi-domaines / multi-méthodes. Nous détaillons cette architecture en nous concentrant sur son application spécifique au code de simulation développé dans le cadre de cette thèse. Puis, nous présentons la stratégie de pas de temps local mise en œuvre pour chaque sous-domaine, ainsi que la stratégie d'hybridation qui en découle. Nous exposons ensuite les différentes approches multi-domaines / multi-méthodes envisagées et explicitons celle qui a été retenue pour traiter les configurations considérées dans cette thèse. Enfin, nous présentons des exemples numériques en espace libre afin d'évaluer l'efficacité de la méthode hybride par rapport à d'autres techniques. Par la suite, des exemples en présence d'un sol à pertes sont étudiés pour vérifier à la fois le bon fonctionnement et l'efficacité de notre méthode hybride FVTD-ST/NST dans des scénarios impliquant une cible enfouie.

Il convient de noter que les résultats présentés dans la section 4.6 ont fait l'objet de communications en conférence internationale [73] et dans un journal international [72] (la liste des communications et des publications effectuées dans le cadre de cette thèse est disponible en fin de document).

## 4.2 Stratégie de développement

Dans la littérature, concernant les solveurs résolvant les équations de Maxwell dans le domaine temporel, on trouve une multitude de solutions préconisant différents schémas numériques. Ces solutions ont été développées pour traiter des configurations spécifiques. Il n'existe pas de solveur universel capable de traiter tous les cas et ce de manière optimale ; cependant certains solveurs peuvent être très efficaces pour des configurations particulières.

À l'ONERA, dans le cadre du développement des méthodes temporelles pour les équations de Maxwell, nous avons opté pour une stratégie qui met à disposition plusieurs solveurs que l'on peut choisir de coupler pour augmenter l'efficacité de la simulation, en fonction de la nature spécifique du problème à résoudre. Notre approche s'inscrit parfaitement dans cette stratégie, étant donnée que notre problème implique un sol pouvant être composé de couches diélectriques variées, des objets potentiellement à la géométrie courbe et un espace correspondant à de l'air. Notre scène de calcul peut alors être interprétée comme un ensemble de domaines où certains solveurs seront plus adaptés que d'autres pour résoudre les équations de Maxwell dans ceux-ci. Nous développons donc un outil de simulation selon cette stratégie connue sous le nom de "Maxwell-TD" à l'ONERA. Cette approche multi-méthodes / multi-domaines offre l'avantage d'être flexible pour l'introduction de nouveaux schémas numériques et de techniques de couplage entre ces schémas. Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une approche volumes finis adaptée aux maillages cartésiens ainsi qu'un schéma d'hybridation temporelle entre cette méthode et l'approche volumes finis adaptée aux maillages non-structurés. Cette solution hybride est conçue pour offrir un gain de temps de calcul significatif, en optimisant le nombre d'opérations par itération pour chacune des deux méthodes utilisées.

## 4.3 Architecture logicielle proposée dans notre solution multi-domaines / multi-méthodes

Dans l'approche multi-domaines / multi-méthodes que nous avons développée, nous utilisons plusieurs solveurs que nous pouvons hybrider selon les besoins. Pour ce faire, notre logiciel utilise les bibliothèques MPI / OpenMP pour définir les échanges entre les processeurs et peut également au niveau des boucles de chaque schéma utiliser OpenMP afin d'accélérer les calculs.



### 4.3. ARCHITECTURE LOGICIELLE PROPOSÉE DANS NOTRE SOLUTION MULTI-DOMAINES / MULTI-MÉTHODES

---

Pour cela, l'introduction des données d'instruction se fait via un fichier nommé "fort.1", structuré en deux parties :

- **Définition des sous-domaines et solveurs** : Cette partie spécifie les zones qui définissent le domaine de calcul, en précisant pour chacune le nombre de processeurs, le type de schéma utilisé, et le fichier contenant les données locales. Le nombre de processeurs détermine si le calcul se fait sur un seul processeur ou plusieurs pour le schéma local à la zone. Si cela est souhaité, il est donc possible de combiner plusieurs calculs parallèles suivant les solveurs utilisés. Chaque schéma est identifié par un numéro spécifique, ce qui facilite l'intégration de nouveaux solveurs dans le logiciel en ajoutant simplement un répertoire contenant leurs sources. C'est ainsi que nous avons pu sans difficultés intégrer notre approche FVTD cartésienne, ainsi que les améliorations nécessaires au solveur FVTD non-structuré, à "Maxwell-TD", un logiciel flexible et évolutif.
- **Hybridations** : La seconde partie du fichier contient les informations sur les hybridations que l'on souhaite réaliser entre les différentes zones et solveurs. Cette section est mise à jour au fur et à mesure de l'ajout de nouvelles hybridations. Pour notre étude, nous avons ajouté une hybridation entre le schéma FVTD-ST et le schéma FVTD-NST en spécifiant les domaines, les numéros de matériaux des faces dans chaque domaine, ainsi qu'une condition de pénalisation. Cette hybridation implique l'échange des flux sur les faces entre chaque sous-domaine, avec une option de pénalisation sur les flux. Les procédures d'échanges sont spécifiques aux données de chaque processeur et sont donc développées au sein de chaque schéma. Actuellement, ces échanges se font par transfert de valeurs en des points déterminés.

À titre d'exemple, on donne en Annexe B le fichier "fort.1" pour une hybridation FVTD-ST/NST d'un de nos cas test.

En termes d'implémentation informatique, les échanges sont catégorisés suivant différents `world-domain` sous MPI. Chaque schéma dans un sous domaine peut impliquer plusieurs processeurs définis par le `world-domain comm1`. Dans chaque sous domaine, les processeurs sont numérotés localement de 0 à  $nb$ , où  $nb$  représente le nombre de processeurs du sous-domaine. Pour les échanges entre sous-domaines, nous définissons le `world-domain comm0` qui permet l'hybridation entre les méthodes. Dans ce `world-domain`, la numérotation des processeurs est également locale, et seuls les processeurs 0 de chaque `comm1` de chaque sous-domaine sont considérés. Les échanges sont donc organisés conformément à ce schéma, comme illustré dans la Figure 4.1.

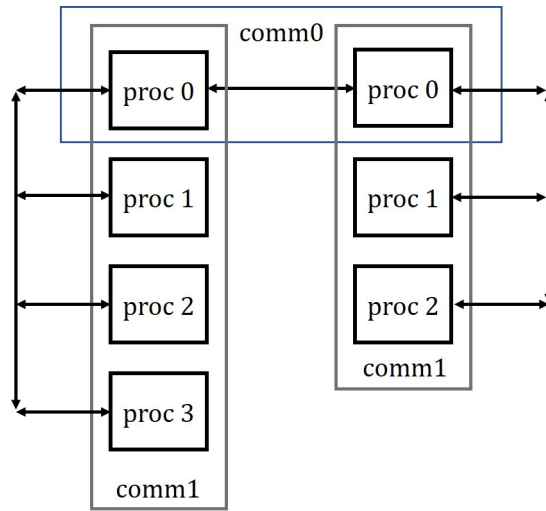


FIGURE 4.1 : Échanges MPI autorisés dans notre architecture logicielle.

#### 4.4 Difficultés liée à l’hybridation de schéma : la stabilité de la solution hybride

Dans cette section, nous nous intéressons à l’énergie du problème de Maxwell approximé par un schéma numérique, en particulier lorsqu’il est défini par une hybridation de schémas sur plusieurs sous-domaines. Afin d’assurer la stabilité d’un schéma numérique, il faut déterminer si l’énergie de celui-ci est bornée.

Pour démontrer la stabilité de notre approche hybride, la stratégie adoptée suit plusieurs étapes. Tout d’abord, il s’agit de vérifier si le formalisme continu du schéma utilisé est bien posé, c’est à dire qu’il présente une énergie bornée. Puis, en passant au problème semi-discret en temps, une quantité appelée pseudo-énergie est définie et vérifiée comme étant également bornée. Avec l’introduction de la discrétisation spatiale, qui mène au schéma numérique complet, il est ensuite démontré que cette pseudo-énergie bornée est également positive (définissant ainsi bien une norme) et qu’elle est équivalente à l’énergie du problème. La condition vérifiée par la pseudo-énergie devient alors la condition de stabilité du schéma hybride.

Dans cette section, nous allons principalement nous efforcer de montrer que le problème continu est bien posé, ce qui correspond à la première étape du raisonnement exposé ici. Les étapes subsidiaires, pour nos schémas, sont techniques mais peuvent être considérées comme classiques et assez générales par rapport à la littérature. Pour ces étapes, nous pouvons nous appuyer sur les thèses de [83] et de [84] ainsi que sur [85].

Dans notre stratégie d’hybridation de schémas, le domaine de calcul  $\Omega$  est

#### 4.4. DIFFICULTÉS LIÉE À L'HYBRIDATION DE SCHEMA : LA STABILITÉ DE LA SOLUTION HYBRIDE

---

subdivisé en  $N$  sous domaines  $\Omega_i$ , tels que  $\Omega = \bigcup_{i=1}^N \Omega_i$ . On résout alors un problème de Maxwell local à chaque sous-domaine en imposant aux frontières de ceux-ci des conditions de continuité du champ. Dans notre problème, les milieux considérés sont le vide ou des milieux diélectriques à pertes, non magnétiques. Ces derniers sont caractérisés par une permittivité relative  $\varepsilon'_r \geq 1$  et une conductivité  $\sigma \geq 0$ .

Soit  $S_{12}$  une face de l'interface entre  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ . Si cette face n'est pas métallique, on a la condition de continuité suivante :  $n \times \mathbf{E}_1 = n \times \mathbf{E}_2$  et  $n \times \mathbf{H}_1 = n \times \mathbf{H}_2$ , avec  $n$  la normale de la surface,  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  et  $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$  les champs pris respectivement dans  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ . Si la face est métallique, alors la condition de continuité est :  $n \times \mathbf{E}_1 = n \times \mathbf{E}_2 = \mathbf{0}$ .

Soit  $E_n(t)$  l'énergie du système de Maxwell à un instant  $t$  dans le domaine de calcul  $\Omega$  donnée par :

$$E_n(t)^2 = \|\mathbf{E}(t)\|_{\varepsilon, \Omega}^2 + \|\mathbf{H}(t)\|_{\mu_0, \Omega}^2 \quad (4.1)$$

où  $\|A\|_{p, \Omega}^2 = \int_{\Omega} pA \cdot A dx$ .

En considérant un schéma de type volumes finis ou différences finies appliqué globalement sur le domaine  $\Omega$ , et des conditions de champs électriques nulles sur le bord, on peut alors montrer que cette énergie est conservée, donc bornée et que le problème EM est bien posé.

Dans le cas d'une hybridation par sous-domaines où  $\Omega$  est subdivisé en  $N$  sous domaines  $\Omega_i$ , l'énergie globale  $E_n(t)$  peut être décomposée en une somme des énergies définies sur chaque  $\Omega_i$ , avec des termes liés aux conditions d'interfaces entre chaque sous-domaine.

La difficulté de l'hybridation réside dans la proposition de termes de couplages permettant d'avoir une énergie globale bornée. En effet, on choisit dans chaque sous-domaine un schéma et un espace d'approximation pour une solution locale. Les termes de couplage à l'interface doivent alors être pris en compte avec des inconnues situées dans des espaces d'approximation différents, ce qui complique la garantie d'une énergie bornée dans le temps, et donc la stabilité du schéma hybride. Pour vérifier cela, nous allons considérer deux catégories de schémas et montrer sous quelles conditions leur hybridation est stable. Nous nous intéressons à deux types de schémas dont nous disposons dans "Maxwell-TD" :

- A. un schéma où les inconnues sont localisées à l'intérieur des cellules et où les échanges avec les autres cellules se font au moyen de flux ou de sauts. Dans ces schémas, il est assez facile de mixer les cellules ou de raffiner celles-ci. Dans la catégorie de ces méthodes, on trouve les schémas volumes finis, Galerkin discontinu voire, récemment l'approche différence spectrale [86] ;

B. un schéma où les inconnues se situent sur les arêtes internes et frontières des cellules. On garantit la continuité des champs entre chaque cellule par le choix d'un espace fonctionnel assurant la continuité, voire la dérivabilité de la solution continue. Dans ce cas, on associe généralement une inconnue par arête. La communication entre cellules est alors immédiate. Dans ce type de méthodes, on peut classer les approches différences finies (schéma de Yee), éléments finis et dans une étude plus récente : la méthode CDO [50].

Pour le **premier type de schéma**, que nous désignerons comme étant de **catégorie A**, on peut écrire le problème sous la forme générale suivante : Soit un intervalle  $[0, t_f]$ , avec  $t_f \in \mathbb{R}$  et un domaine de calcul  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  avec  $\partial\Omega$  sa frontière. On approxime  $\Omega$  par une partition  $\tau_h$  définie par un ensemble de cellules  $\mathcal{K}$ . Le problème se résume alors par :  $\forall t \in [0, t_f]$ , on recherche une solution  $(\mathbf{E}(t), \mathbf{H}(t)) \in H^1(\tau_h) \times H^1(\tau_h)$ , avec  $H^1(\tau_h) = \{v \in L^2(\Omega) ; \forall \mathcal{K} \in \tau_h, v|_{\mathcal{K}} \in H^1(\mathcal{K})\}$ , telle que  $\forall(\varphi, \psi) \in H^1(\tau_h) \times H^1(\tau_h)$  :

$$\begin{cases} \forall \mathcal{K} \in \tau_h, & \int_{\mathcal{K}} \varepsilon \partial_t \mathbf{E} \cdot \varphi \, dx = \int_{\mathcal{K}} \nabla \times \mathbf{H} \cdot \varphi \, dx + \gamma_{\mathcal{K}} \int_{\partial\mathcal{K}} [\mathbf{H} \times \mathbf{n}] \cdot \varphi \, dx \\ \forall \mathcal{K} \in \tau_h, & \int_{\mathcal{K}} \mu \partial_t \mathbf{H} \cdot \psi \, dx = - \int_{\mathcal{K}} \nabla \times \mathbf{E} \cdot \psi \, dx + \delta_{\mathcal{K}} \int_{\partial\mathcal{K}} [\mathbf{E} \times \mathbf{n}] \cdot \psi \, dx \end{cases} \quad (4.2)$$

où  $\gamma_{\mathcal{K}}$  et  $\delta_{\mathcal{K}}$  sont des réels.

Aux frontières  $\partial\mathcal{K}$  de chaque cellule  $\mathcal{K}$ , de normale extérieure  $\mathbf{n}$ , nous imposons des termes de saut définis par :

- $[[\mathbf{E} \times \mathbf{n}]] = (\mathbf{E}' - \mathbf{E}) \times \mathbf{n}$  et  $[[\mathbf{H} \times \mathbf{n}]] = (\mathbf{H}' - \mathbf{H}) \times \mathbf{n}$ , lorsque nous avons  $\mathcal{K}'$  tel que  $\partial\mathcal{K} = \mathcal{K}' \cap \mathcal{K}$ , avec  $\mathbf{E}'$  et  $\mathbf{H}'$  les valeurs de champs dans  $\mathcal{K}'$  ;
- $[[\mathbf{E} \times \mathbf{n}]] = -\mathbf{E} \times \mathbf{n}$  et  $[[\mathbf{H} \times \mathbf{n}]] = -\mathbf{H} \times \mathbf{n}$ , lorsque  $\partial\mathcal{K} \subset \partial\Omega$ , pour fermer généralement le problème.

Pour le **deuxième type de schéma**, que nous désignerons comme étant de **catégorie B**, nous avons la formulation générale suivante :

Soit un domaine de calcul  $\Omega$  avec une frontière  $\partial\Omega$ . Le problème consiste alors à chercher une solution  $(\mathbf{E}, \mathbf{H}) \in H_0(\text{rot}, \Omega) \times L^2(\Omega)$ , telle que  $\forall(\varphi, \psi) \in H_0(\text{rot}, \Omega) \times L^2(\Omega)$  :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \varepsilon \partial_t \mathbf{E} \cdot \varphi \, dx = \int_{\Omega} \mathbf{H} \cdot \nabla \times \varphi \, dx + \int_{\partial\Omega} \mathbf{H} \cdot \varphi \times \mathbf{n} \, dx \\ \int_{\Omega} \mu \partial_t \mathbf{H} \cdot \psi \, dx = - \int_{\Omega} \nabla \times \mathbf{E} \cdot \psi \, dx \end{cases} \quad (4.3)$$

Pour fermer le problème, on applique sur  $\partial\Omega$  la condition  $\mathbf{n} \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$  où  $\mathbf{n}$  est la normale sortante à  $\partial\Omega$ . Cela implique que le terme de  $\mathbf{H}$  normal à cette surface soit nul également. On a aussi  $\int_{\partial\Omega} \mathbf{H} \cdot \varphi \times \mathbf{n} \, dx = 0$  car  $\varphi$  appartient

#### 4.4. DIFFICULTÉS LIÉE À L'HYBRIDATION DE SCHEMA : LA STABILITÉ DE LA SOLUTION HYBRIDE

---

au même espace que  $\mathbf{E}$ .

Dans ces deux formulations, nous n'avons volontairement pas considéré d'objets diffractants internes au volume de calcul, puisque l'on s'intéresse essentiellement à l'hybridation de schémas, donc à ce qui se passe sur les frontières entre sous-domaines.

Dans le cas d'une hybridation, les termes de bords (sur  $\partial\Omega$ ) doivent être ajustés par rapport aux formalismes généraux afin de tenir compte de l'évolution du signal sur l'ensemble des sous-domaines. Par exemple, dans le cas d'une hybridation avec un schéma de **catégorie A**, les termes de flux sur le bord du domaine deviennent :

$[[\mathbf{E} \times \mathbf{n}]] = (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \times \mathbf{n}$  et  $[[\mathbf{H} \times \mathbf{n}]] = (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times \mathbf{n}$ , où  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  et  $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$  sont les champs de part et d'autre de la frontière et donc provenant de schémas et d'approximations distincts.

De même, pour une hybridation avec un schéma de **catégorie B**, on n'imposera pas  $n \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$ , mais :  $n \times \mathbf{E}_2 = n \times \mathbf{E}_1$  ainsi que  $n \times \mathbf{H}_2 = n \times \mathbf{H}_1$  et le terme  $\int_{\partial\Omega} \mathbf{H} \cdot \varphi \times \mathbf{n} dx$  sera non nul. Il faudra également considérer plus de régularité pour le terme en  $\mathbf{H}$ , en prenant celui-ci, par exemple, dans  $H(\text{rot}, \Omega)$ .

Pour mettre en évidence les problèmes liés aux choix des termes de raccords entre les sous-domaines, on propose d'étudier deux types d'hybridation : une hybridation entre deux schémas de catégories A, et une hybridation d'un schéma de catégorie A avec un schéma de catégorie B.

Dans le cas de **deux schémas de catégorie A**, on considère l'interface  $\Gamma$  entre un domaine  $\Omega_1$  (correspondant au premier schéma de catégorie A) et un domaine  $\Omega_2$  (correspondant au second schéma de catégorie A). Soient  $K_1$  une cellule de  $\Omega_1$  et  $K_2$  une cellule de  $\Omega_2$ , dont la frontière commune  $\Gamma_{12}$  appartient à  $\Gamma$ . Pour que l'énergie soit bornée, on s'assure que sa dérivée temporelle soit négative ou nulle. En considérant uniquement le terme de cette dérivée sur  $\Gamma_{12}$ , on a :

- sur la cellule  $K_1$  du domaine  $\Omega_1$  :

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_{12}} \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{E}_1 \times \mathbf{n}_1 ds + \alpha_1 \int_{\Gamma_{12}} (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{E}_1 ds \\ + \beta_1 \int_{\Gamma_{12}} (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \times \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{H}_1 ds \end{aligned} \quad (4.4)$$

- sur la cellule  $K_2$  du domaine  $\Omega_2$  :

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_{12}} \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{E}_2 \times \mathbf{n}_2 ds + \alpha_2 \int_{\Gamma_{12}} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{E}_2 ds \\ + \beta_2 \int_{\Gamma_{12}} (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \times \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{H}_2 ds \end{aligned} \quad (4.5)$$

avec  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  des réels.

En sommant l'ensemble de ces deux termes sur la frontière, on obtient le terme de la dérivée de l'énergie globale sur  $\Omega$ , sur l'interface  $\Gamma_{12}$ . Si l'on considère une condition de continuité entre les champs sur  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  du type  $n \times \mathbf{E}_1 = n \times \mathbf{E}_2$  et  $n \times \mathbf{H}_1 = n \times \mathbf{H}_2$  sur  $\Gamma_{12}$  et si  $\alpha_1, \alpha_2$  et  $\beta_1, \beta_2$  vérifient :

$$\begin{aligned} 1 - \alpha_1 + \beta_1 &= 0 \\ 1 - \alpha_2 + \beta_2 &= 0 \\ \alpha_2 &= -\beta_1 \\ \beta_2 &= -\alpha_1 \end{aligned} \tag{4.6}$$

autrement dit si  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$  et  $\beta_1 = \beta_2 = -1/2$ , alors la somme de (4.4) et (4.5) s'annule et donc la dérivée de l'énergie globale ne dépend pas de termes sur l'interface.

En d'autres termes, si le problème est bien posé sur  $\Omega_1$  ainsi que sur  $\Omega_2$ , alors cela implique que le problème global est bien posé, et ce, indépendamment des termes liés aux interfaces. Par conséquent, l'hybridation de deux schémas de catégorie A est stable si le schéma sur  $\Omega_1$  est stable et si le schéma sur  $\Omega_2$  est stable.

La stabilité de notre hybridation d'un solveur FVTD-ST avec un solveur FVTD-NST est donc bien vérifiée, sous la condition que nous venons d'énoncer.

Dans le cas d'une hybridation d'un schéma de **catégorie B** et d'un schéma de **catégorie A**, par exemple d'une hybridation FDTD/ FVTD-NST, la démonstration de la stabilité est moins évidente. Considérons à nouveau l'interface  $\Gamma$  entre un domaine  $\Omega_1$  (sur lequel on retrouve un schéma de catégorie A) et un domaine  $\Omega_2$  (sur lequel on trouve cette fois-ci, un schéma de catégorie B). Soient  $K_1$  une cellule de  $\Omega_1$  et  $K_2$  une cellule de  $\Omega_2$ , dont la frontière commune  $\Gamma_{12}$  appartient à  $\Gamma$ , le terme de la dérivée temporelle de l'énergie globale sur  $\Gamma_{12}$ , est alors de la forme :

- sur la cellule  $K_1$  du domaine  $\Omega_1$  :

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_{12}} \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{E}_1 \times n_1 ds + \alpha_1 \int_{\Gamma_{12}} (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times n_1 \cdot \mathbf{E}_1 ds \\ + \beta_1 \int_{\Gamma_{12}} (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) \times n_1 \cdot \mathbf{H}_1 ds \end{aligned} \tag{4.7}$$

- sur la cellule  $K_2$  du domaine  $\Omega_2$  :

$$\int_{\Gamma_{12}} \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{E}_1 \times n_2 ds \tag{4.8}$$

#### 4.5. SCHÉMA FVTD-ST/NST : HYBRIDATION TEMPORELLE

---

En sommant l'ensemble de ces deux termes (4.7) et (4.8), on obtient :

$$(1 + \alpha_1) \int_{\Gamma_{12}} \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{E}_1 ds + \beta_1 \int_{\Gamma_{12}} \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{n}_2 \times \mathbf{E}_2 ds \quad (4.9)$$

et si l'on considère  $\mathbf{n}_1 \times \mathbf{E}_1 = -\mathbf{n}_2 \times \mathbf{E}_2$ , on a alors :

$$\int_{\Gamma_{12}} ((1 + \alpha_1)\mathbf{H}_2 - \beta_1\mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{E}_1 ds \quad (4.10)$$

Ce terme s'annule si  $\alpha_1 = -1$  et  $\beta_1 = 0$ . Une approche hybride FDTD/FVTD-NST ne vérifiant pas forcément cette condition et pour laquelle les champs d'interface ont été interpolés, a été testée [28] et s'est révélée instable sur le long terme. Il serait intéressant d'explorer la condition identifiée ici qui revient à imposer un saut uniquement sur  $\mathbf{H}$  dans le schéma volumes finis à l'interface et non sur  $\mathbf{E}$ , tout en conservant la continuité des composantes tangentielles à l'interface sur les champs  $\mathbf{E}$ . Cependant, cela implique de calculer la composante tangentielle de  $\mathbf{H}_2$  sur l'interface, dont on ne dispose pas directement en termes d'inconnue dans le schéma FDTD. Il faut donc obtenir celle-ci par interpolation ou extrapolation ; ce qui peut introduire de l'instabilité sur le schéma discret (cet obstacle n'est pas présent dans l'hybridation précédente car le couplage se fait sur des termes de flux que l'on peut calculer de manière exacte par l'utilisation de formules de quadrature de Gauss). Par conséquent, bien que cette méthode mérite d'être étudiée, elle n'a pas été retenue dans notre approche.

#### 4.5 Schéma FVTD-ST/NST : hybridation temporelle

Dans notre approche volumes finis, nous gérons plusieurs sous-domaines cartésiens et non-structurés, auxquels sont associés soit un solveur FVTD cartésien, soit un solveur volumes finis non-structuré. En matière de variables temporelles, cela conduit généralement à l'utilisation de pas de temps différents dans chaque domaine, influencés par le schéma numérique, les dimensions des cellules et leurs propriétés diélectriques. Lors de l'hybridation des schémas utilisés dans chaque zone, il est nécessaire d'échanger les données à des temps de rendez-vous prédéfinis, choisis fixes pour tous les solveurs des différentes zones. Pour ce faire, nous calculons dans chaque zone un pas de temps pour chaque cellule, assurant la stabilité du schéma. En raison des variations dimensionnelles et des propriétés diélectriques des cellules, on peut se retrouver avec plusieurs pas de temps différents, et donc avec un pas de temps minimal  $dt_{min}$  et un pas de temps maximal  $dt_{max}$  à l'intérieur d'une même zone.

Pour assurer la stabilité globale de la méthode hybride, une première approche pourrait être de sélectionner le pas de temps minimal parmi tous les sous-domaines et de l'appliquer sur l'ensemble du domaine de calcul [72]. Cependant, cette solution n'est pas optimale car ne tire pas parti des spécificités de notre approche hybride.

#### 4.5.1 Mise en œuvre d'une stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine

Pour exploiter pleinement le potentiel de notre approche hybride, nous choisissons de mettre en œuvre une stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine. L'objectif est d'ajuster le pas d'itération de chaque zone pour qu'il soit plus proche du pas de temps  $dt_{max}$  spécifique à cette zone. Pour chaque sous-domaine, cette stratégie implique la définition de classes de pas de temps en fonction des bornes  $dt_{min}$  et  $dt_{max}$ .

La discrétisation temporelle, que ce soit en sous-domaine cartésien ou en sous-domaine non-structuré, est réalisée par un schéma *Leap-Frog*, où les champs électriques  $\mathbf{E}$  sont évalués aux temps  $t_n = ndt$ , avec  $n \in \mathbb{N}$ , et les champs magnétiques  $\mathbf{H}$  aux temps  $t_{n+1/2} = (n + \frac{1}{2})dt$ , avec  $n \in \mathbb{N}$ . Pour assurer une cohérence entre les pas de temps, nous définissons les classes de pas de temps de manière à ce que le pas de la classe  $m$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ) soit donné par  $dt_m = 3^{(m-1)}dt_{min}$ . Dans cette configuration, la classe  $n_{class}$  ( $n_{class} \in \mathbb{N}^*$ ) ayant le pas de temps le plus élevé, ne sera pas exactement associée à  $dt_{max}$ , mais à une valeur approchée :  $dt_{n_{class}} = 3^{(n_{class}-1)}dt_{min}$ , avec  $n_{class} \geq m$ . Cette valeur sera alors attribuée au nouveau pas de temps maximal de la zone, tel que :  $dt_{max} = dt_{n_{class}}$ . Le processus de calcul des classes se base sur  $dt_{max}$  ainsi redéfini, et l'évaluation des champs pour chaque classe de volumes est effectuée avec le pas de temps propre à chacune. Cela conduit à un processus récursif dont le schéma est détaillé dans la Figure 4.2.

À titre d'exemple, la procédure pour le calcul en temps des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  par un schéma *Leap-Frog* s'écrit :

```
pour it=1,nbit
    evaluerH(dt_min,nb_class,class)
    evaluerE(dt_min,nb_class,class)
fin de la boucle de calcul
```

`nbit` correspond au nombre d'itérations calculé à partir de la durée de simulation  $t_{final}$  et du pas de temps global de la méthode hybride  $dt_{max}$  tel que `nbit` =  $t_{final}/dt_{max}$ .

Les deux routines `evaluerE` et `evaluerH` sont récursives et ont pour paramètres d'entrée le pas de temps minimal dans la zone courante, le nombre



#### 4.5. SCHÉMA FVTD-ST/NST : HYBRIDATION TEMPORELLE

de classes  $nb_{class}$  et les classes contenant chacune un ensemble de cellules.

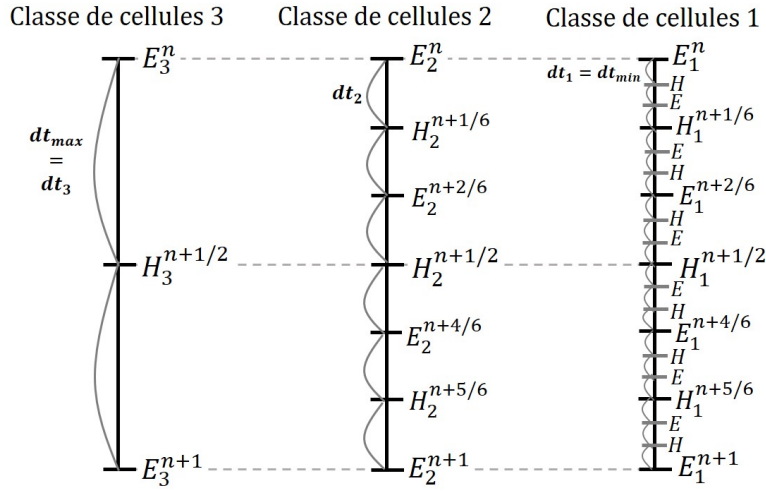


FIGURE 4.2 : Schéma *Leap-Frog* à plusieurs classes de pas de temps.

Elles sont de la forme :

```

evaluerE
  si (nb_class = 1) alors
    dt = dt_min
    calcul de E pour toutes les cellules de la classe 1
  sinon
    dt = 3^{nb_class-1} dt_min
    calcul du champ E pour l'ensemble des cellules de la
    classe nb_class avec le pas de temps dt
  evaluerE(dt_min, nb_class - 1, class)
  evaluerH(dt_min, nb_class - 1, class)
  evaluerE(dt_min, nb_class - 1, class)
fin procedure evaluerE

```

et

```

evaluerH
  si (nb_class = 1) alors
    dt = dt_min
    calcul de H pour toutes les cellules de la classe 1
  sinon
    dt = 3^{nb_class-1} dt_min
    calcul du champ H pour l'ensemble des cellules de la

```

```

classe nbclass avec le pas de temps  $dt + \frac{1}{2}$ 
evaluerH(dtmin, nbclass - 1, class)
evaluerE(dtmin, nbclass - 1, class)
evaluerH(dtmin, nbclass - 1, class)
fin procedure evaluerH

```

L'attribution des cellules à chaque classe se fait en fonction du pas de temps associé à chaque cellule, afin de garantir la stabilité du schéma. En d'autres termes, les cellules sont classifiées en fonction de leur pas de temps, avec des classes distinctes correspondant à des valeurs spécifiques de pas de temps. La classification des cellules ne se fait pas exactement de la même manière selon qu'il s'agisse d'un sous-domaine cartésien ou d'un sous-domaine non-structuré. Cela provient essentiellement du fait qu'en sous-domaine non-structuré, les volumes et les informations qui leur sont associées sont indexées par un numéro de volume, tandis qu'en sous-domaine cartésien les cellules sont indexées par des indices  $(i, j, k)$ . Ainsi, dans le cas d'un sous-domaine non-structuré, chaque cellule est directement identifiée alors que dans le cas d'un sous-domaine cartésien la classification des cellules s'effectue par la définition de "blocs" de cellules. Initialement, chaque cellule reçoit son affectation à une classe spécifique, puis l'ensemble des cellules de calcul est parcourue de manière à déterminer des "blocs" continus de cellules appartenant à une même classe. Ces "blocs" sont définis par des indices du type  $(i_1, i_2, j_1, j_2, k_1, k_2)$ . C'est cette information qui est conservée et utilisée en termes de classification. En effet, dans le cadre FVTD-ST, on veut conserver le calcul des champs par balayage d'indices dans une grille qui garantit un calcul rapide, à l'inverse de l'approche FVTD-NST.

#### 4.5.2 Stratégie d'hybridation

En présence de plusieurs sous-domaines, et en considérant la stratégie de pas de temps local implémentée dans les différents solveurs FVTD, la stratégie d'hybridation est la suivante :

- on échange les pas de temps minimaux et maximaux de tous les sous-domaines, et on identifie le pas  $dt_{min}$  le plus petit et le pas  $dt_{max}$  le plus grand, qui représentent les pas de temps minimum et maximum du domaine global.
- pour chaque sous-domaine, à partir du  $dt_{min}$  et du  $dt_{max}$  identifiés à l'étape précédente, on définit un nombre  $nb_{class}$  de classes de pas de temps, tel que décrit précédemment. Ensuite, on réévalue le  $dt_{max}$  tel que  $dt_{max} = 3^{nb_{class}-1} dt_{min}$ . Les classes de pas de temps sont ainsi identiques d'un sous-domaine à l'autre, et chaque sous-domaine en compte le même nombre  $nb_{class}$  ;

#### 4.5. SCHÉMA FVTD-ST/NST : HYBRIDATION TEMPORELLE

- la classification des cellules est ensuite réalisée dans chaque sous-domaine en fonction des classes précédemment définies et en fonction du pas de temps associé à chaque cellule du sous-domaine ;
- le pas de temps d'itération de la méthode hybride est alors défini comme étant le pas de temps  $dt_{max}$  réévalué.

L'objectif de cette démarche est de garantir que chaque sous-domaine ait le même nombre de classes de pas de temps  $nb_{class}$  et le même pas d'itération  $dt_{max}$ . Il est alors possible que certaines classes de certains sous-domaines ne contiennent aucune cellule.

En suivant cette approche, lors de la mise en œuvre de l'hybridation, les échanges sont bien coordonnés sur les mêmes temps. Les opérations de notre stratégie sont décomposées dans la Figure 4.3 et dans la Figure 4.4 en considérant deux sous-domaines, l'un est traité par notre schéma FVTD cartésien et l'autre par notre schéma FVTD non-structuré.

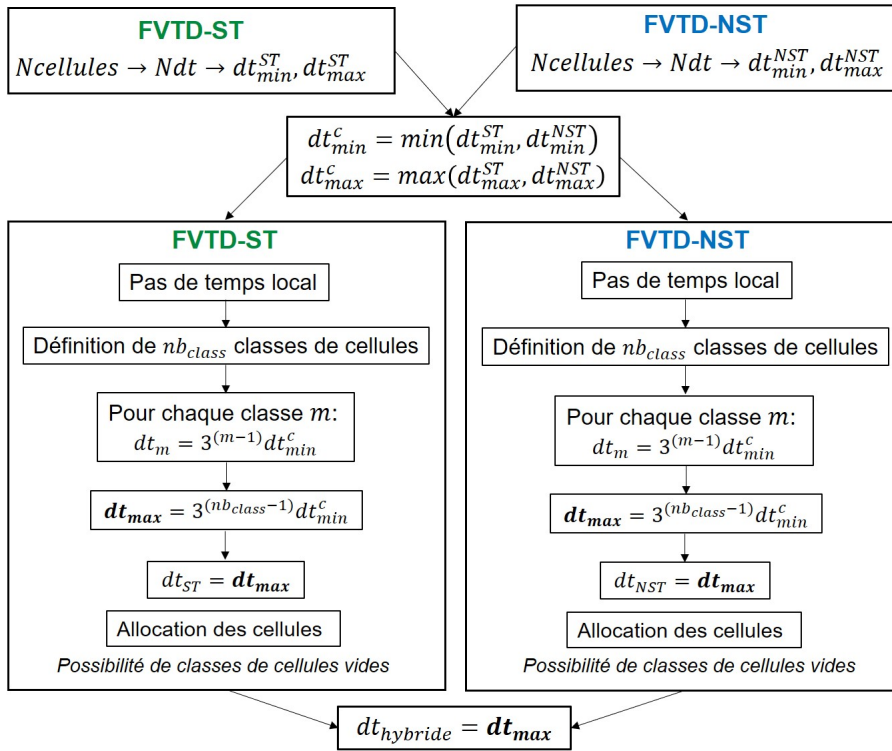


FIGURE 4.3 : Définition des classes de pas de temps dans la stratégie hybride multi-classes, multi-domaines.

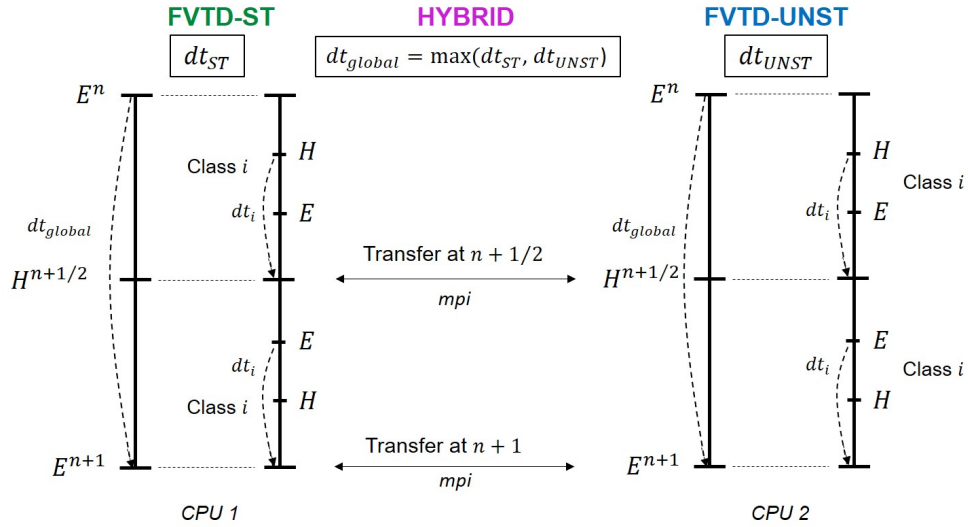


FIGURE 4.4 : Échanges dans la stratégie hybride multi-classes, multi-domaines, schéma *Leap-Frog*.

### 4.5.3 Approches multi-domaines / multi-méthodes envisagées

Pour traiter nos configurations air / sol / objet, nous avons envisagé deux approches distinctes. La première considère la division du domaine en une zone non-structurée associée à l'objet considéré, tandis que l'air et le sol sont modélisés comme une unique zone cartésienne. Dans cette zone cartésienne, les cellules présentent des caractéristiques diélectriques distinctes en fonction du milieu, mais ont la même taille. Cette dernière étant adaptée à la vitesse de propagation des ondes dans le sol qui est plus faible que celle dans l'air. La présence de pas de temps différents dans la zone cartésienne est donc induite exclusivement par la présence de différents matériaux diélectriques. La mise en œuvre de la stratégie de pas de temps local conduit à la présence de classes de cellules non-vides dans chaque sous-domaine (cartésien et non-structuré), que ce soit en raison des différences de taille des cellules ou des propriétés diélectriques variées. On compte donc deux sous-domaines avec une stratégie de pas de temps local dans chacun d'eux (Figure 4.4).

La seconde approche considère plusieurs zones cartésiennes avec des tailles de maille adaptées aux vitesses de propagation des ondes dans les différents milieux. Cela revient à utiliser des maillages raffinés localement dans la zone cartésienne, avec une taille de maille plus grossière pour la zone correspondant à l'air, et une taille de maille plus fine pour la zone correspondant au sol, en raison de la permittivité diélectrique plus élevée de ce dernier par rapport à l'espace libre. Un exemple de maillage hybride

#### 4.5. SCHÉMA FVTD-ST/NST : HYBRIDATION TEMPORELLE

---

raffiné localement est présenté dans la Figure 2.13 du chapitre 2. Ce type de maillage implique la gestion de deux sous-domaines cartésiens correspondant à l'air et au sol et d'un sous-domaine non-structuré comprenant la zone objet et l'interface air / sol.

Les cellules de chaque sous-domaine cartésien possèdent la même taille et les mêmes propriétés diélectriques. Dans ce cas, la technique de pas de temps local mise en œuvre implique qu'une seule classe de cellule non-vide est présente dans les sous-domaines cartésiens.

Il convient de noter que la première approche n'a réellement d'intérêt que si le contraste de permittivité entre l'air et le sol est suffisamment important pour que deux classes de cellules soient considérées dans le sous-domaine cartésien. En effet, étant donné la définition des pas de temps locaux dans notre stratégie, un rapport d'au moins 3 entre les vitesses de propagation (9 entre les permittivités) dans chaque milieu est nécessaire pour obtenir deux classes non-vides. Dans le cas contraire, une seule classe non-vide est présente, correspondant au pas de temps minimal du sous-domaine.

Dans les scénarios envisagés dans cette thèse, il est peu probable de rencontrer de tels contrastes de permittivité. C'est pourquoi, la stratégie d'hybridation que nous pensons être la plus pertinente est celle consistant à définir un sous-domaine cartésien pour chaque milieu aux propriétés diélectriques distinctes. Pour les deux sous-domaines cartésiens considérés, une seule classe de cellules non-vide sera présente dans chaque sous-domaine. Les pas de temps associés à ces deux classes, appartenant à des sous-domaines distincts, seront probablement proches l'un de l'autre voire identiques. En effet, bien que la taille de maille soit plus petite dans le sous-domaine correspondant au sol, la vitesse de propagation est plus faible. À l'inverse, la taille de maille est plus grande dans le sous-domaine correspondant à l'air, mais la vitesse de propagation est plus élevée. L'apport de la stratégie de pas de temps local est manifeste principalement dans le sous-domaine non-structuré, qui contient des tailles de mailles nettement différentes. Néanmoins, cette approche permet de réduire le nombre de cellules dans la zone correspondant à l'air, promettant ainsi un gain en termes de coût calcul.

En résumé, l'approche qui nous semble la plus pertinente consiste à tenir compte de trois sous-domaines distincts :

- deux sous-domaines cartésiens, pour l'air et le sol, gérés par notre solveur FVTD-ST
- un sous-domaine non-structuré, pour la zone objet et l'interface air / sol, géré par notre solveur FVTD-NST

On comptera alors deux hybridations :

- hybridation entre le schéma FVTD-ST en charge du sous-domaine cartésien "air" et le schéma FVTD-NST en charge du sous-domaine non-structuré
- hybridation entre le schéma FVTD-NST en charge du sous-domaine non-structuré et le schéma FVTD-ST en charge du sous-domaine cartésien "sol"

Bien que cette stratégie ait été implémentée dans le logiciel "Maxwell-TD", nous avons fait face à plusieurs obstacles qui nous ont empêché de la rendre pleinement opérationnelle. En particulier, la gestion des conditions limites s'est révélée problématique. L'interface air / sol non-structurée se trouve entre les deux sous-domaines cartésiens (air et sol), la difficulté réside dans l'ajout de PMLs à la fois dans les sous-domaines cartésien et dans le sous-domaine non-structuré. Les PMLs n'étant pas introduites de la même manière dans l'approche FVTD-ST et dans l'approche FVTD-NST, la gestion de ces dernières demande encore une étude plus approfondie. Par conséquent, pour les applications présentées dans cette thèse, les simulations ont été réalisées en considérant uniquement deux sous-domaines :

- un sous-domaine cartésien comprenant l'air et le sol
- un sous-domaine non-structuré correspondant à la zone objet

et une seule hybridation :

- hybridation entre le schéma FVTD-ST en charge du sous-domaine cartésien "air et sol" et le schéma FVTD-NST en charge du sous-domaine non-structuré

Cela contraint à ne considérer qu'une seule taille de maille pour l'air et le sol, mais permet de s'affranchir de la problématique des couches limites, puisque le sous-domaine cartésien englobe le sous-domaine non-structuré : les PMLs sont alors considérées uniquement avec l'approche cartésienne FVTD-ST. Il est regrettable de ne pas pouvoir quantifier le gain potentiel que pourrait offrir une approche tenant compte de trois sous-domaines au lieu de deux. Cependant, comme nous l'avons souligné précédemment, les pas de temps des deux sous-domaines seraient probablement proches l'un de l'autre, voire identiques. Le gain en termes de coût de calcul serait principalement lié à la réduction du nombre de cellules dans la zone correspondant à l'air. À titre indicatif, dans un exemple du chapitre 3 impliquant un maillage hybride raffiné localement (considéré comme globalement non-structuré) et traité exclusivement par l'approche FVTD-NST, nous avons constaté que la réduction du nombre de cellule dans la zone du maillage correspondant à l'air permettait de réduire le temps calcul d'un facteur 1.5.

Ainsi, bien que la mise en œuvre de l'approche considérant trois sous-domaines représente une perspective intéressante, en raison des contraintes

rencontrées et du temps imparti, elle ne sera pas explorée davantage dans le cadre de cette thèse.

Dans la suite de ce chapitre, afin d’apprécier le bon fonctionnement et l’efficacité de notre méthode hybride FVTD-ST/NST, nous étudions plusieurs exemples en espace libre et en présence d’un sol à pertes.

## 4.6 Exemples numériques en espace libre

Notre objectif est ici d’évaluer l’efficacité de notre méthode hybride par rapport à celle de nos techniques FVTD-NST, FVTD-ST, ainsi que le solveur FDTD du logiciel "Maxwell-TD" de l’ONERA. Pour ce faire, nous appliquons notre méthode hybride FVTD-ST/NST au maillage hybride d’une sphère PEC de rayon 0.5 m, utilisé précédemment dans la section 3.4.2 pour tester l’approche FVTD-NST seule. Un seul sous-domaine cartésien et un seul sous-domaine non-structuré sont considérés. De par la mise en œuvre de notre stratégie de pas de temps local multi-domaines, quatre classes de cellules sont définies. Le Tableau 4.1 présente la classification des cellules pour le sous-domaine non-structuré. Concernant le sous-domaine cartésien, une seule classe de pas de temps non vide est considérée. Le pas de temps global pour l’approche hybride est :  $dt_{HYB} = 5.8398 \cdot 10^{-11}$  s, contre un pas de temps global  $dt_{NST} = 1.9466 \cdot 10^{-11}$  s pour l’approche FVTD-NST seule. Nous appliquons ensuite les techniques FVTD-ST et FDTD sur un maillage cartésien équivalent au maillage hybride, avec des cellules cartésiennes ayant des arêtes de longueur  $d_i^C = 0.04$  m. Le pas de temps pour l’approche FVTD-ST est :  $dt_{ST} = 1.2499 \cdot 10^{-10}$  s et celui pour l’approche FDTD est :  $dt_{FDTD} = 6.9282 \cdot 10^{-11}$  s.

TABLE 4.1 : Répartition des cellules du sous-domaine non-structuré du maillage en quatre classes et les pas de temps locaux correspondants.

Classe	Nombre de cellules par classe	$dt_{loc}$
1	1 133	$2.1629 \cdot 10^{-12}$ s
2	17 657	$6.4886 \cdot 10^{-12}$ s
3	3 193	$1.9466 \cdot 10^{-11}$ s
4	0	$5.8398 \cdot 10^{-11}$ s

Les résultats des simulations sont présentés dans la Figure 4.5. On constate que la solution la plus proche de la solution analytique est celle obtenue avec l’approche FVTD-NST sur maillage hybride, représentée en bleu foncé. Cependant, malgré les améliorations apportées par l’utilisation des stratégies

d'ordre d'approximation variable et de pas de temps local, le temps de calcul est significativement plus élevé par rapport aux techniques FDTD ou FVTD-ST sur maillage cartésien.

La solution hybride est relativement similaire à celle donnée par le solveur FVTD-NST, mais il est important de noter que la méthode hybride offre un avantage significatif en termes de temps de calcul grâce au nombre réduit d'opérations dans la partie cartésienne. En effet, le temps CPU associé à l'approche hybride FVTD-ST/NST est réduit d'un **facteur  $\simeq 3.5$**  par rapport à l'approche FVTD-NST seule (Tableau 4.2). Bien que les résultats soient satisfaisants, nous constatons une certaine atténuation et dispersion pour les fréquences plus élevées par rapport à la solution analytique.

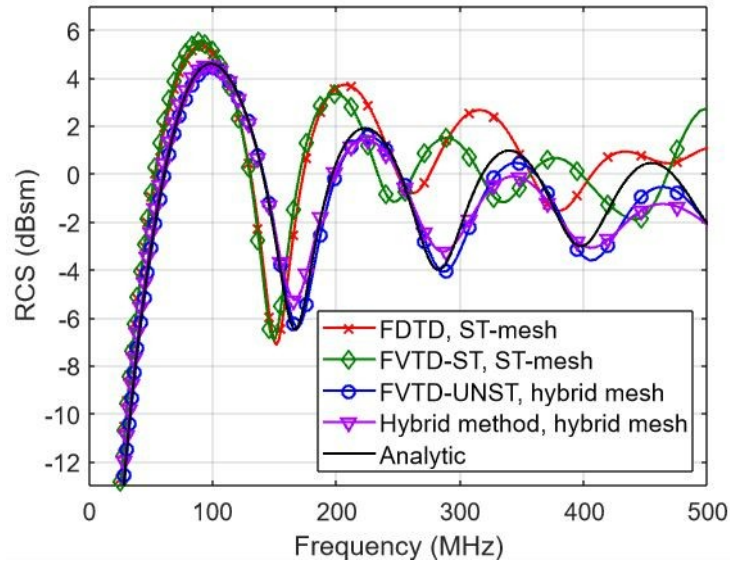


FIGURE 4.5 : SER d'une sphère PEC de rayon 0.5 m, en espace libre, en fonction de la fréquence, obtenue à partir des calculs FDTD, FVTD-ST, FVTD-NST, et de la méthode hybride FVTD-ST/NST [72].

TABLE 4.2 : Gain en temps CPU pour les calculs de SER d'une sphère PEC en espace libre en utilisant l'approche FVTD-ST, les approches FVTD-NST et hybride FVTD-ST/NST, comparé à celui obtenu avec le schéma FDTD ( $T_{FDTD}^{CPU}$ ).

	FVTD-ST	FVTD-NST	Méthode hybride
Temps CPU	2.5 $T_{FDTD}^{CPU}$	158.5 $T_{FDTD}^{CPU}$	45.6 $T_{FDTD}^{CPU}$

Dans notre investigation, nous avons cherché à déterminer si le problème provenait d'une discrétisation spatiale trop grossière. Pour évaluer cela, nous



#### 4.6. EXEMPLES NUMÉRIQUES EN ESPACE LIBRE

avons commencé par réduire la taille des arêtes  $a$  du maillage de surface non-structuré de la sphère par un facteur 2 ( $\simeq \lambda_{max}/15$  au lieu de  $\simeq \lambda_{max}/8$ , avec  $\lambda_{max} = 0.6$  m correspondant à la fréquence  $f_{max} = 500$  MHz). Comme le montre la Figure 4.6, cela n'améliore pas les résultats et augmente le temps calcul d'un facteur de 1.4. De ces résultats, nous notons qu'une taille d'arête  $a$  de 0.08 m pour le maillage de surface non-structuré est suffisante pour obtenir une représentation conforme de la sphère. Cependant, cela ne prévient pas la dispersion et l'atténuation aux fréquences plus élevées.

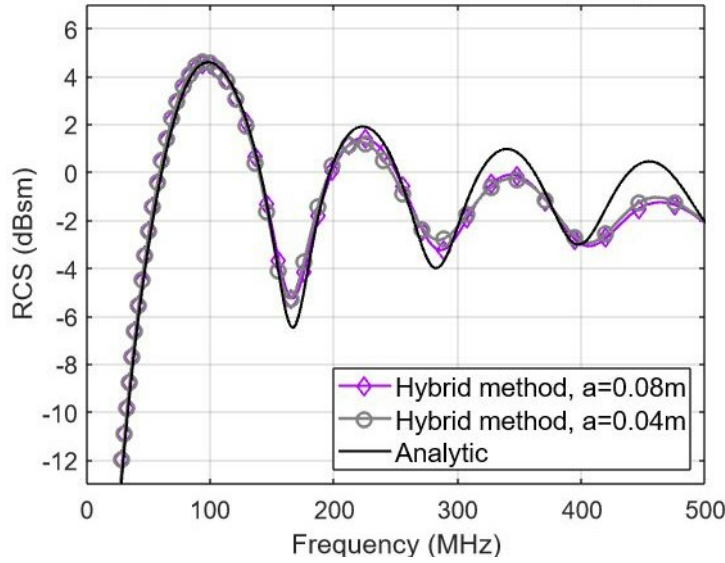


FIGURE 4.6 : SER d'une sphère PEC de rayon 0.5 m, en espace libre, en fonction de la fréquence, obtenue à partir de simulations effectuées avec la méthode hybride FVTD-ST/NST, selon différentes tailles d'arête  $a$  du maillage de surface de la sphère [72].

Nous avons ensuite réduit la taille d'arête  $d_l^H$  des cellules de la partie cartésienne par un facteur 2 ( $\simeq \lambda_{max}/30$  au lieu de  $\simeq \lambda_{max}/15$ ). Cette fois, comme le montre la Figure 4.7, les résultats sont améliorés, ils se rapprochent d'avantage de la solution analytique, mais avec un temps calcul 4.4 fois plus élevé (Tableau 4.3).

Nous avons également cherché à déterminer si la méthode FDTD avec un maillage plus fin pourrait fournir de meilleurs résultats que notre approche hybride. Pour évaluer cela, nous avons réduit la taille des arêtes des cellules du maillage purement cartésien d'un facteur de 4, obtenant ainsi une taille d'arête  $d_l^C$  de 0.01 m ( $\simeq \lambda_{max}/60$  au lieu de  $\simeq \lambda_{max}/15$ ). Le nombre de cellules est alors multiplié par  $4^3$ . La solution correspondante est représentée dans la Figure 4.7. Nous observons effectivement que la méthode FDTD fournit un résultat plus proche de la solution analytique, mais avec un temps

de calcul et des besoins en mémoire plus élevés en comparaison à notre méthode hybride FVTD-ST/NST sur un maillage hybride avec des arêtes de cellule quatre fois plus grandes dans la partie cartésienne (Tableau 4.3). Cependant, il faut reconnaître que pour obtenir une solution hybride proche de celle de la méthode des différences finies, il est nécessaire de réduire la taille de maille dans la partie cartésienne à 0.02 m, ce qui entraîne finalement un coût calcul plus élevé (Tableau 4.3).

Néanmoins, il reste encore des possibilités d'amélioration pour notre méthode hybride FVTD-ST/NST. En effet, cette méthode n'est pas encore entièrement optimisée en termes de nombre d'opérations par itération, en particulier pour notre solveur FVTD-ST en comparaison au solveur FDTD utilisé ici. Ainsi, ces résultats obtenus dans le cas d'un objet en espace libre restent satisfaisants. Aujourd'hui, pour obtenir des résultats équivalents, l'écart entre le temps CPU requis par l'approche FDTD et celui de l'approche hybride FVTD-ST/NST reste raisonnable (d'un facteur 1.2 environ), et le nombre de cellules dans le maillage FDTD reste plus élevé que celui du maillage hybride. Bien que des optimisations supplémentaires soient possibles pour améliorer encore l'efficacité de notre approche hybride, son potentiel devrait se révéler véritablement dans le cas de scénarios plus complexes impliquant la présence d'un sol à pertes, des variations de permittivité, et de multiples objets enfouis.

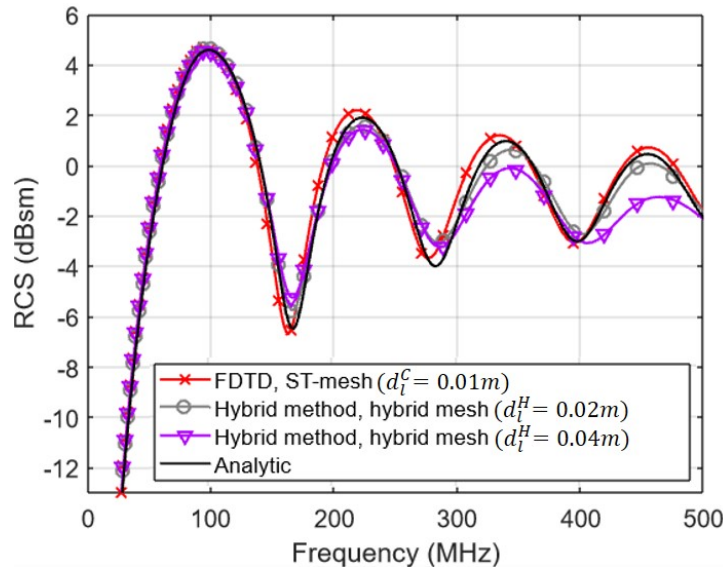


FIGURE 4.7 : SER d'une sphère PEC de rayon 0.5 m, en espace libre, en fonction de la fréquence : Résultats obtenus à partir de calculs FDTD sur un maillage cartésien et de calculs hybrides FVTD-ST/NST sur deux maillages hybrides distincts [72].

#### 4.7. EXEMPLES NUMÉRIQUES EN PRÉSENCE D'UN SOL

---

TABLE 4.3 : Gain en temps CPU pour les calculs de la SER d'une sphère PEC en espace libre en utilisant le schéma FDTD sur maillage cartésien avec une taille d'arête de cellule  $d_t^C$ , et la méthode hybride FVTD-ST/NST sur un maillage hybride avec une taille d'arête de cellule  $d_t^H = 0.02$  m dans la partie cartésienne, comparé à celui obtenu avec la méthode hybride FVTD-ST/NST ( $T_{Hyb}^{CPU}$ ) sur un maillage hybride avec une taille d'arête de cellule  $d_t^H = 0.04$  m dans la partie cartésienne.

	FDTD	Méthode hybride FVTD-ST/NST
	$d_t^C = 0.01$ m	$d_t^H = 0.02$ m
Temps CPU	3.6 $T_{Hyb}^{CPU}$	4.4 $T_{Hyb}^{CPU}$

Dans la section suivante, nous appliquons la méthode hybride FVTD-ST/NST cette fois-ci en présence d'un sol homogène à pertes et d'objets enfouis. Nous nous efforçons de mettre en avant les avantages et le potentiel de notre approche hybride par rapport à des approches plus traditionnelles.

*Remarque :* Les résultats présentés dans cette section ont initialement été publiés dans [72]. Dans cette publication, le pas de temps global de la méthode hybride FVTD-ST/NST est défini comme le minimum des pas de temps des sous-domaines considérés et la stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine n'est pas mise en œuvre. Depuis cette publication, notre stratégie d'hybridation a été adaptée et améliorée comme expliqué dans la section 4.5. Ces améliorations ont conduit à une réduction des temps de calcul hybrides d'un facteur 1.2, pour l'exemple présenté ici, par rapport aux résultats précédemment publiés dans [72].

#### 4.7 Exemples numériques en présence d'un sol

Dans cette section, l'objectif est de poursuivre la vérification du bon fonctionnement et de l'efficacité de notre méthode hybride, mais cette fois-ci pour traiter des configurations impliquant la présence d'un sol à pertes et d'objets enfouis. Pour ce faire, nous reprenons les configurations étudiées dans la section 3.4.4 du chapitre 3 (le cube et la sphère diélectriques enfouis), qui nous ont permis de valider l'introduction des différents modèles pour la prise en compte du sol dans notre solveur FVTD-NST.

Afin de montrer les gains en termes de temps de calcul par rapport à la méthode FVTD-NST seule, nous utilisons des maillages hybrides équivalents à ceux utilisés dans la sous-section 3.4.4.1, en considérant cette fois-ci : un sous-domaine cartésien, englobant l'air et le sol, géré par le solveur FVTD-ST, et un sous-domaine non-structuré, correspondant à la zone objet, géré

par le solveur FVTD-NST.

Pour rappel, la géométrie de la configuration étudiée pour le cube est représentée dans la Figure 3.11, et celle pour la sphère dans la Figure 3.12. On considère à nouveau les mêmes valeurs de constantes diélectriques pour le sol et les objets que dans les précédentes simulations. La source de type onde plane est encore une impulsion gaussienne de la forme :  $E_y = A \exp\left(\frac{(t-t_0)^2}{b^2}\right)$ , avec  $A = 1$ ,  $t_0 = 2.5$  ns et  $b = 0.25$  ns. La fréquence d'intérêt reste fixée à 600 MHz.

TABLE 4.4 : Distribution des cellules du sous-domaine non-structuré du maillage hybride de la **sphère** en six classes de pas de temps (pas de temps global :  $dt_{HYB} = dt_{max} = 1.2569 \cdot 10^{-11}$  s).

Classe	$dt_{loc}$	Nombre de cellules par classe
1	$5.1725 \cdot 10^{-14}$ s	4
2	$1.5517 \cdot 10^{-13}$ s	16
3	$4.6552 \cdot 10^{-13}$ s	17 039
4	$1.3966 \cdot 10^{-12}$ s	23930
5	$4.1897 \cdot 10^{-12}$ s	2
6	$1.2569 \cdot 10^{-11}$ s	0

TABLE 4.5 : Distribution des cellules du sous-domaine non-structuré du maillage hybride du **cube** en deux classes de pas de temps (pas de temps global :  $dt_{HYB} = dt_{max} = 1.2772 \cdot 10^{-11}$  s).

Classe	$dt_{loc}$	Nombre de cellules par classe
1	$4.2573 \cdot 10^{-12}$ s	9000
2	$1.2772 \cdot 10^{-11}$ s	0

Dans le cas de la sphère, six classes de pas de temps sont définies. Le Tableau 4.4 détaille les classes considérées et les cellules associées dans le sous-domaine non-structuré. Concernant le sous-domaine cartésien, une seule classe non vide est considérée, correspondant au pas de temps maximal réévalué :  $dt_{max} = 1.2569 \cdot 10^{-11}$  s.

Dans le cas du cube, deux classes de pas de temps sont définies. Les cellules

#### 4.7. EXEMPLES NUMÉRIQUES EN PRÉSENCE D'UN SOL

de la zone non-structurée ayant toutes les mêmes dimensions, une seule classe non vide est prise en compte dans chacun des sous-domaines, cartésien et non-structuré. Le Tableau 4.5 détaille les classes considérées ainsi que la répartition des cellules correspondantes dans le sous-domaine non-structuré. Concernant le sous-domaine cartésien, la classe non vide est associée au pas de temps maximal réévalué :  $dt_{max} = 1.2772 \cdot 10^{-11}$  s.

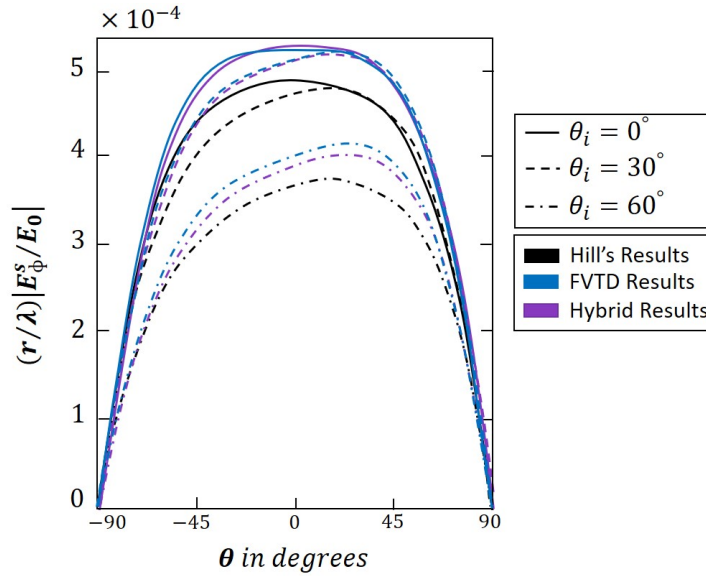


FIGURE 4.8 : Champs électriques lointains rayonnés par un cube diélectrique enfoui dans un sol à pertes, pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ , polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbes noires) et ceux obtenus à partir de nos simulations FVTD-NST (courbes bleues) et hybrides FVTD-ST/NST (courbes violettes).

Les Figures 4.8 et 4.9 présentent respectivement les champs électriques rayonnés par le cube et la sphère, obtenus avec la méthode FVTD-NST seule et l'approche hybride FVTD-ST/NST. Comme précédemment, dans le cas du cube, trois angles d'incidence  $\theta_i$  différents ont été étudiés.

Les résultats obtenus pour le cube avec l'approche hybride sont similaires à ceux obtenus avec l'approche FVTD-NST seule. Dans tous les cas, l'erreur relative par rapport aux résultats de [82] reste d'environ 8%, ce qui est considéré comme acceptable, puisque [82] estime une erreur de 10% dans ses propres calculs, comme nous l'avons évoqué dans le chapitre 3.

En ce qui concerne la sphère, le résultat obtenu avec la méthode hybride est également similaire à celui de l'approche FVTD-NST seule, avec une erreur relative estimée à environ 2% par rapport à la solution de référence [82].

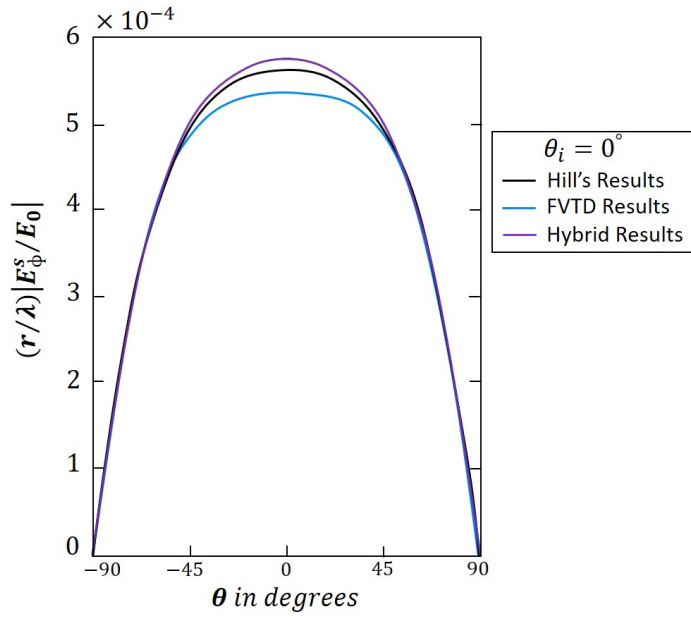


FIGURE 4.9 : Champs électriques lointains rayonnés par une sphère diélectrique enfouie dans un sol à pertes, pour une incidence normale ( $\theta_i = 0^\circ$ ), polarisation HH. Comparaison entre les résultats de [82] (courbe noire) et ceux obtenus à partir de nos simulations FVTD-NST (courbe bleue) et hybride FVTD-ST/NST (courbe violette).

Au vu de ces résultats, la méthode hybride FVTD-ST/NST se révèle tout aussi fiable que la méthode FVTD-NST seule, confirmant les conclusions précédentes quant à la bonne introduction des modèles pour la prise en compte du sol dans nos solveurs. Cependant, la méthode hybride se distingue en termes de coût calcul : elle permet l'utilisation de fichier de maillages moins volumineux, ce qui réduit les besoins en mémoire, et elle est plus rapide en partie grâce au nombre réduit d'opérations dans la partie cartésienne. En effet, que ce soit pour la sphère ou le cube, le temps CPU associé à l'approche hybride FVTD-ST/NST est réduit d'un **facteur**  $\simeq 8$  par rapport à l'approche FVTD-NST seule sur maillage non-raffiné et d'un **facteur**  $\simeq 5$  par rapport à l'approche FVTD-NST seule sur maillage raffiné. Cette réduction significative du temps de calcul, tout en maintenant une précision comparable, met en évidence l'efficacité de notre approche hybride par rapport à une approche FVTD seule.

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons concentré notre attention sur la stratégie d'hybridation FVTD-ST/NST. Nous avons détaillé l'architecture proposée pour

## 4.8. CONCLUSION

---

une approche multi-domaines/multi-méthodes, en nous focalisant sur son application spécifique au code de simulation développé dans le cadre de cette thèse. La stabilité de la solution hybride a également été examinée, en s'intéressant à l'énergie du problème de Maxwell approximé par un schéma numérique dans le cadre d'une hybridation de schémas sur plusieurs sous-domaines. Nous avons pu montrer que, sous une certaine condition, la stabilité de l'hybridation entre un solveur FVTD-ST avec un solveur FVTD-NST est effectivement vérifiée. Il convient de noter qu'une condition de stabilité a également été identifiée pour une potentielle hybridation FDTD/FVTD-NST ; toutefois, cette dernière nécessite encore des investigations et constitue une perspective future.

Pour exploiter pleinement l'approche hybride FVTD-ST/NST, nous avons mis en œuvre une stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine et défini une stratégie d'hybridation permettant des échanges coordonnés en temps. Différentes approches multi-domaines / multi-méthodes ont été envisagées. Après avoir identifié l'approche consistant à définir trois sous-domaines (deux cartésiens et un non-structuré) comme la plus pertinente pour nos applications, nous avons dû nous réorienter vers une approche basée sur seulement deux sous-domaines, en raison des obstacles rencontrés que nous n'avons pas pu surmonter dans le temps imparti à cette thèse. Néanmoins, cette approche, testée à la fois en espace libre et en présence de sol, nous a permis d'obtenir des résultats satisfaisants en termes de performance et de précision. L'étude de la sphère PEC en espace libre a mis en avant le potentiel de la méthode hybride par rapport aux méthodes classiques éprouvées dont nous disposons. Notre approche hybride s'est révélée  $\sim 3.5$  fois plus rapide que notre méthode FVTD-NST seule, tout en offrant une précision équivalente. En revanche, elle reste moins rapide que les méthodes FDTD et FVTD-ST, qui démontrent néanmoins une précision nettement inférieure. En effet, pour atteindre une précision comparable à celle de notre approche hybride avec la méthode FDTD, il est nécessaire d'utiliser un maillage plus fin, ce qui augmente considérablement le nombre de cellules et, par conséquent, le temps de calcul, le ramenant à un ordre de grandeur similaire à celui de l'approche hybride. Des marges d'amélioration subsistent pour optimiser les performances, notamment en réduisant le nombre d'opérations par itération pour chacune des méthodes de type volumes finis utilisées.

Les exemples impliquant des objets enfouis ont permis de vérifier le bon fonctionnement de l'approche et son efficacité pour répondre à notre problématique de calcul de SER d'objets enfouis. Aussi fiable que la méthode FVTD-NST seule, elle a montré un gain significatif en termes de temps de calcul pour les configurations considérées. En effet, par rapport à la méthode FVTD-NST sur un maillage non-raffiné, le temps de calcul a été réduit d'un facteur d'environ 8. De plus, par rapport à la méthode FVTD-NST sur

un maillage raffiné localement, le temps de calcul a été réduit d'un facteur d'environ 5. Bien que la performance pourrait encore être améliorée en considérant des sous-domaines distincts pour l'air et pour le sol, cette approche démontre néanmoins une perspective intéressante pour les besoins de calcul dans les problématiques liées à l'évaluation des champs électriques et magnétiques diffractés par des cibles enfouies.





# Chapitre 5

## Appréciation des performances de l'outil de simulation développé

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>142</b>
<b>5.2</b>	<b>Confrontation à des données expérimentales</b>	<b>142</b>
5.2.1	Dispositif expérimental et aménagement du site d'acquisition	143
5.2.2	Protocole de mesure et traitement du signal associé	144
5.2.3	Configuration des simulations	146
5.2.4	Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats de simulations numériques	148
5.2.4.1	Résultats obtenus en polarisation VV	149
5.2.4.2	Résultats obtenus en polarisation HH	156
5.2.5	Conclusion	158
<b>5.3</b>	<b>Étude de configurations complémentaires</b>	<b>159</b>
5.3.1	Cas d'une sphère enfouie	160
5.3.2	Cas d'une demi-sphère enfouie	163
5.3.3	Cas d'un cylindre enfoui	167
5.3.4	Conclusion	173
<b>5.4</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>173</b>

---

*Ce dernier chapitre se concentre sur la confrontation de résultats simulés numériquement et de résultats expérimentaux afin d'apporter une première appréciation des performances de notre outil de simulation. Des exemples d'applications complémentaires sont également présentés, notamment pour illustrer la possibilité d'étudier l'impact de certains paramètres de configuration des systèmes radars sur la SER d'objets enfouis.*

### 5.1 Introduction

Dans ce dernier chapitre, nous avons pour objectif d'évaluer les performances de notre outil de simulation via la confrontation de résultats expérimentaux à des résultats simulés numériquement. Plus précisément, nous visons dans un premier temps à tester la capacité de notre outil de simulation à évaluer la SER d'une cible située dans ou sur un sol. Pour ce faire, nous avons conçu un dispositif expérimental et défini un ensemble de scénarios impliquant une cible canonique. Une campagne de mesures a été réalisée sur deux jours en juillet 2023. Les données radar expérimentales obtenues nous ont permis de comparer la SER d'une cible mesurée expérimentalement à celle évaluée numériquement, afin d'étudier la concordance des résultats.

Dans la première section de ce chapitre, nous commençons par présenter le dispositif expérimental utilisé lors de notre campagne de mesures, puis nous détaillons notre protocole expérimental ainsi que le traitement des données acquises. Nous explicitons ensuite comment les simulations ont été configurées à partir des conditions réelles. Nous présentons et discutons les confrontations entre les résultats expérimentaux et simulés avant de formuler nos conclusions quant aux performances de notre outil de simulation dans ce contexte.

Dans un second temps, nous présentons des études complémentaires menées sur différents types et positionnements d'objets enfouis. À travers plusieurs exemples, l'objectif est de fournir un aperçu des possibilités offertes par notre outil de simulations, notamment pour apprécier l'influence de certains paramètres de configuration des systèmes radars, tels que le mode polarimétrique ou le domaine angulaire d'observation, sur la SER d'objets enfouis pour un même scénario.

### 5.2 Confrontation à des données expérimentales

Dans cette section, nous présentons une première confrontation entre des résultats expérimentaux et des résultats simulés numériquement. Un ensemble de scénarios canoniques impliquant une sphère métallique de rayon 10 cm a été défini, et des mesures ont été réalisées à l'aide d'un dispositif spécialement conçu pour cette campagne. Ce dispositif a été développé dans le but d'éviter les coûteuses expériences de vols d'essai et de permettre l'obtention rapide et à moindre coût de mesures expérimentales de la SER d'un objet enfoui. Il convient de noter que l'expérimentation et les résultats présentés dans cette section ont fait l'objet de communications en conférences internationales [87] (la liste des communications effectuées dans le cadre de cette thèse est disponible en annexe 5.4).

### 5.2.1 Dispositif expérimental et aménagement du site d'acquisition

Le dispositif de mesures a été déployé au centre du Fauga-Mauzac (CFM) de l'ONERA, situé à une trentaine de kilomètres au sud de Toulouse. En tant que membres de l'ONERA, nous avons choisi ce site pour sa praticité et son accessibilité. Les mesures ont été effectuées le 5 et le 6 juillet 2023 afin de bénéficier de conditions météorologiques généralement clémentes à cette période de l'année dans cette région de France, caractérisées par peu de précipitations et des températures élevées. L'objectif était d'éviter un sol trop humide et ainsi favoriser la pénétration des ondes EM dans le sol.

Dans la zone d'acquisition, une grande fosse de 4 m de côté et de 2 m de profondeur a été réalisée et remplie de sable gris grossier de construction, de masse volumique sèche  $\rho_b = 1.6 \text{ g/cm}^3$ . C'est dans ce "bac à sable" que notre cible a été positionnée et enterrée. La cible considérée est une sphère métallique de rayon  $r_s = 10 \text{ cm}$ .

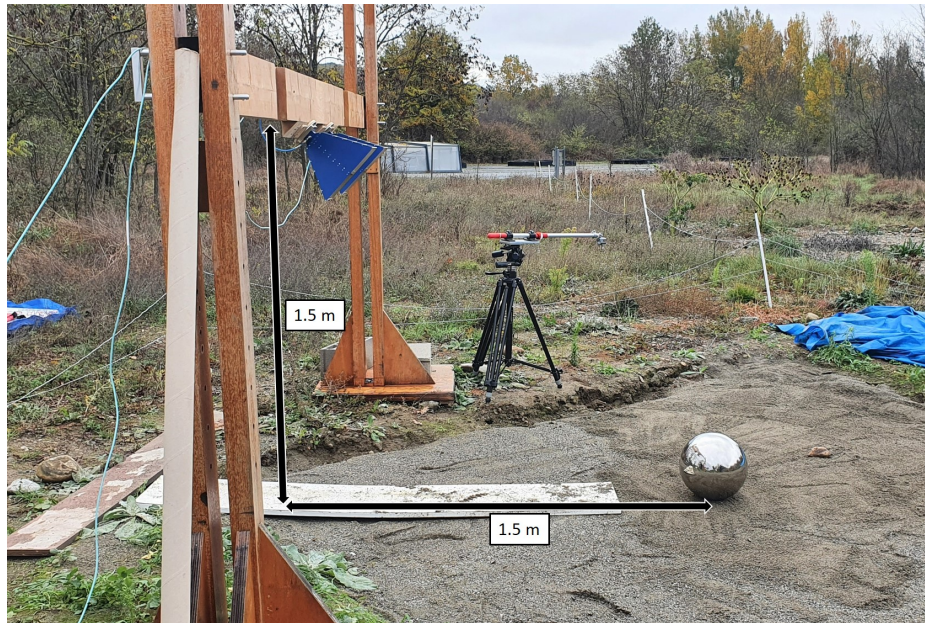


FIGURE 5.1 : Dispositif expérimental.

Nous avons défini et construit un banc de mesures à partir du matériel disponible au sein de l'ONERA. Il s'agit d'un portique en bois stabilisé par des parpaings, amovible, et équipé de deux antennes cornets (*SH800 Dual-ridge horn* [88]) de dimensions  $270 \times 149 \times 225 \text{ mm}$  (hauteur  $\times$  largeur  $\times$  longueur), fixées sur la poutre supérieure du banc (Figure 5.1). Les antennes sont proches, situées à 20 cm l'une de l'autre (bistatisme faible). L'emplacement prévu pour la cible se trouve à 1.5 m du portique, pour ne pas positionner la sphère trop proche des bords du "bac à sable" tout en res-

## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

tant accessible. Les antennes ont été positionnées à une hauteur de 1.5 m, avec une inclinaison de  $45^\circ$  par rapport à la cible. Le but était de réaliser des mesures en visée oblique (dans la configuration du SAR à visée latérale). La sphère est positionnée à environ 2 m des antennes, une distance nettement supérieure à la distance de Fraunhofer  $d_F = \frac{2r_s^2}{\lambda_c} \simeq 0.1$  m ( $\lambda_c = 0.24$  m), qui correspond à la distance à partir de laquelle on se trouve en zone de champs lointains (comme expliqué dans la section 1.3.2). Par conséquent, notre cible se situe bien en zone de champs lointains.

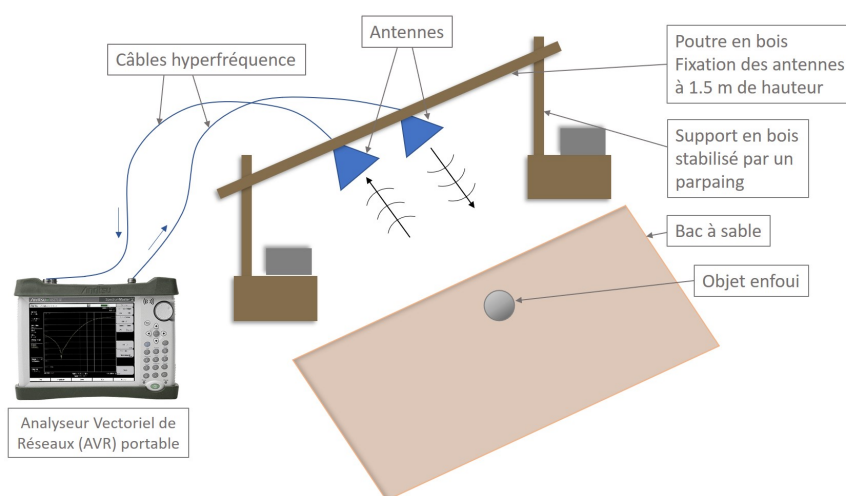


FIGURE 5.2 : Schéma du dispositif expérimental.

Nous avons effectué des mesures de paramètres S (Scattering parameters) sur une plage de fréquences de 500 MHz, centrée autour de  $f_c = 1.25$  GHz, à l'aide d'un Analyseur Vectoriel de Réseaux (AVR) portable. Ce choix fréquentiel a été déterminé en fonction des dimensions des antennes et de la cible à disposition, ainsi que de la nécessité d'avoir une bande de fréquence suffisamment large pour garantir une résolution spatiale suffisante. L'AVR est relié aux antennes par des câbles hyperfréquence de 4 m de longueur. En réception, un amplificateur faible bruit (Low Noise Amplifier, LNA) avec un gain de 30 dB, protégé par un atténuateur fixe de 10 dB, a été positionné pour maximiser la dynamique des mesures. Il est possible de réaliser des mesures en polarisation HH (Horizontal - Horizontal) et VV (Vertical - Vertical), ceci en changeant l'orientation des antennes. Le schéma du dispositif est représenté dans la Figure 5.2.

### 5.2.2 Protocole de mesure et traitement du signal associé

L'objectif de la mise en œuvre du dispositif expérimental, décrit dans la section précédente, est de mesurer la SER de la cible considérée, à savoir une

sphère métallique de rayon 10 cm, dans différentes conditions (en surface et enfouie à différentes profondeurs dans le "bac à sable"). En l'absence de l'objet enfoui, un signal parasite existe, composé de l'interférence de deux signaux : le couplage direct émetteur/récepteur (à priori invariant mais dépendant de la polarisation) et la somme de toutes les rétrodiffusions de l'environnement. Il est donc nécessaire de réaliser une mesure initiale sans la sphère dans la scène (correspondant au *clutter*) suivie d'une mesure subséquente avec la sphère. Par la suite, une soustraction vectorielle du *clutter* doit être effectuée sur cette dernière pour isoler le signal lié uniquement à la sphère. Tout au long de ce processus, les deux mesures mentionnées doivent être rapprochées en temps pour minimiser toute perturbation liée aux changements de l'environnement. Il est également nécessaire d'optimiser le temps de mesure (environ 1 s) par rapport au mouvement de la scène et à la dynamique, de manière à optimiser le rapport signal sur bruit.

### Protocole expérimental

Une planche en bois est placée au sol (Figure 5.1) pour permettre à l'opérateur de marcher vers le lieu où la cible doit être positionnée sans laisser de traces de pas en surface du "bac à sable" (la planche est laissée en permanence). L'angle d'incidence choisi est  $\theta_i = 45^\circ$  et l'emplacement de la cible en surface se situe à une distance  $d_c = 1.5$  m du portique (distance entre la verticale au portique et la verticale à l'emplacement de la cible). Comme mentionné précédemment, une mesure de référence, sans la cible présente dans la scène, est effectuée.

Selon le scénario choisi (positionnement de la sphère dans la scène), l'opérateur dispose ensuite la sphère en surface ou extrait suffisamment de sable pour pouvoir l'enfouir à une profondeur définie. Dans le cas d'un enfouissement, la sphère est alors positionnée dans le trou, qui est rebouché par le sable précédemment excavé, en prenant soin de ne pas mettre de sable en sur-épaisseur. Le surplus de sable est conservé.

Des mesures de teneur en eau volumique sont réalisées en surface et au fond du trou avant et après les mesures radar. Pour cela, on utilise une sonde TDR (*Time Domain Reflectometry*) Delta-T munie de broches de 6 cm de longueur, permettant la mesure de l'humidité dans le sol sur une épaisseur d'environ 6 cm, avec une précision de  $\pm 1\%$  [89].

Nous avons effectué des mesures dans les cas suivant : la sphère positionnée en surface, la sphère enfouie à des profondeurs de 6 cm et 18 cm (par rapport au sommet de la sphère).

La calibration des données a été effectuée à l'aide de mesures réalisées sur un trièdre de référence (avec une longueur d'arête  $a = 0.70$  m) positionné en surface à l'emplacement prévu pour la cible et orienté vers les antennes. La calibration s'appuie également sur la connaissance de la SER théorique

## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

---

du trièdre en champs lointains, donnée par  $\sigma_T = \frac{4\pi a^4}{3\lambda_c^2}$  et égale à 12.4 dB.m<sup>2</sup>, pour une longueur d'onde  $\lambda_c = 0.24$  m. Il est tout de même important de noter que, dans la configuration établie, l'emplacement prévu pour la cible, où le trièdre a été positionné, se situe à environ 2 m des antennes. Or, cette distance est inférieure à la distance de Fraunhofer  $d_F = \frac{2a^2}{\lambda_c} \simeq 4$  m. Par conséquent, contrairement à la cible, le trièdre se trouve en zone de champs proches. Pour tenir compte au mieux de cette contrainte, nous avons réalisé des mesures complémentaires en espace libre de la SER du trièdre en champ proche et déterminé que la SER mesurée était surestimée de 2 dB.m<sup>2</sup> par rapport à la SER théorique. Nous avons tenu compte de cette constatation pour la calibration de nos données lors du post-traitement.

Le paramètre S21 (coefficient de transmission de l'accès 2 vers l'accès 1) est mesuré pour 801 fréquences entre 1 GHz et 1.5 GHz avec un filtrage du signal FI (Fréquence Intermédiaire) à 1.0 kHz. En post-traitement pour chaque mesure, après suppression du *clutter*, la réponse radar en temps de retard  $\tau$  est évaluée par transformation de Fourier inverse sur 16 384 points pour une interpolation fine et convertie en "distance équivalente" ( $d_E = \frac{c\tau}{2}$  avec  $c$  la vitesse de propagation des ondes EM en espace libre), le "zéro distance" étant ramené à la bouche des antennes.

### 5.2.3 Configuration des simulations

Pour réaliser des simulations conformes aux mesures effectuées, il est nécessaire de définir la géométrie du domaine de calcul conformément aux différents scénarios considérés. La Figure 5.3 représente la géométrie du domaine de calcul pour le cas de la sphère en surface, tandis que la Figure 5.4 illustre le cas de la sphère enfouie à une profondeur  $d$  (avec  $d = \{6; 18\}$  cm). Le sol est modélisé comme un demi-espace à pertes avec une permittivité complexe  $\varepsilon_g = 7.0 - j0.144$  et donc une conductivité  $\sigma_g = 0.01$  S/m à la fréquence  $f_c = 1.25$  GHz. Les valeurs des parties réelle  $\varepsilon'_g$  et imaginaire  $\varepsilon''_g$  de la permittivité complexe  $\varepsilon_g$  ont été obtenues à partir du modèle empirique de Dobson [90] valable pour des fréquences comprises entre 1.4 et 18 GHz et du modèle semi-empirique de Peplinski [91][92], qui a prolongé la validité de celui de Dobson sur la plage de fréquence 0.3 – 1.3 GHz. Les modèles ont été configurés pour une masse volumique de sable sec  $\rho_b = 1.6$  g/cm<sup>3</sup>, une température extérieure de 30°C et une teneur en eau volumique  $m_v = 4.5\%$ . Cette valeur de teneur en eau est une valeur moyenne, déterminée à partir des relevés d'humidité du sol réalisés lors de l'expérimentation. Nous avons constaté une faible variabilité des valeurs d'humidité dans la zone d'intérêt (valeurs comprises entre 3.5% et 5.5%).

La surface du sol est modélisée comme étant lisse. D'après le critère de Rayleigh, une surface est dite rugueuse par rapport à une certaine longueur d'onde  $\lambda$  sous une certaine incidence  $\theta_i$ , si la hauteur *rms* (*root mean square*)

CHAPITRE 5. APPRÉCIATION DES PERFORMANCES DE L'OUTIL  
DE SIMULATION DÉVELOPPÉ

$\delta h$  de la surface vérifie la condition (1.74). Dans notre cas, étant donné l'état de surface du "bac à sable", nous considérons que ce critère n'est pas vérifié et que la surface peut effectivement être considérée comme lisse.

Le domaine de calcul, pour les deux configurations considérées, est un parallélépipède rectangle de dimensions  $2.0 \text{ m} \times 2.0 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ , dans lequel cinq PMLs ont été introduites dans chaque direction ( $\pm x, \pm y, \pm z$ ). Les cellules du sous-domaine cartésien du maillage, englobant l'air et le sol, ont des arêtes de  $0.01 \text{ m}$  ( $\simeq \lambda_g^{max}/8$ , avec  $\lambda_g^{max} \simeq 0.08 \text{ m}$  correspondant à la fréquence  $f_{max} = 1.5 \text{ GHz}$  et à la vitesse de propagation dans le sol  $v_g = c_0/\sqrt{\varepsilon'_g}$ ). Les cellules du sous-domaine non-structuré, correspondant la zone objet, ont été définies à partir des cellules triangulaires du maillage surfacique de la sphère ayant des arêtes de  $0.01 \text{ m}$ . Initialement, nous avons choisi une taille d'arête de  $0.008 \text{ m}$  ( $\simeq \lambda_g^{max}/10$ ) pour le sous-domaine cartésien et le sous-domaine non-structuré. Toutefois, après avoir constaté numériquement que l'utilisation d'une taille d'arête de  $0.01 \text{ m}$  fournissait des résultats similaires, nous avons opté pour cette dernière, car elle réduit considérablement le coût de calcul, facilitant ainsi la réalisation de simulations multiples.

Les dimensions du domaine de calcul en termes de cellules cartésiennes (en omettant les PMLs) sont  $200 \times 200 \times 150$ . Le long de l'axe  $z$ , les 100 cellules inférieures représentent le sol, tandis que les 50 cellules supérieures représentent l'espace libre.

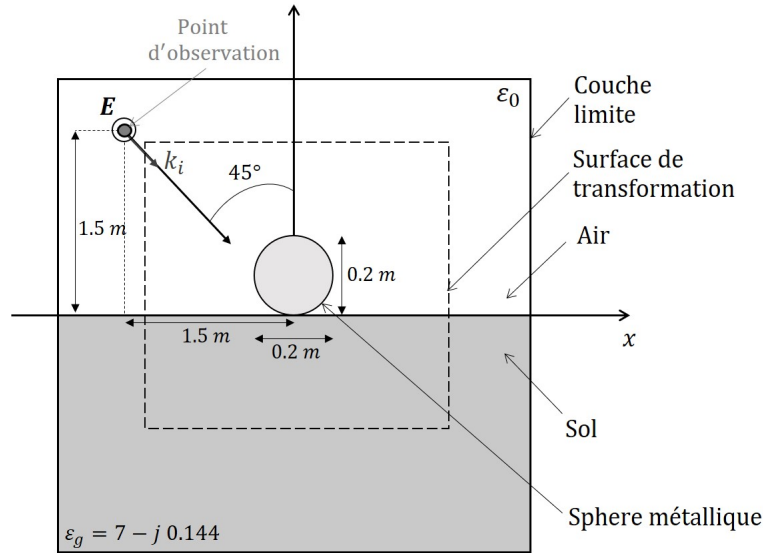


FIGURE 5.3 : Schéma du dispositif expérimental dans le cas de la sphère positionnée en surface.



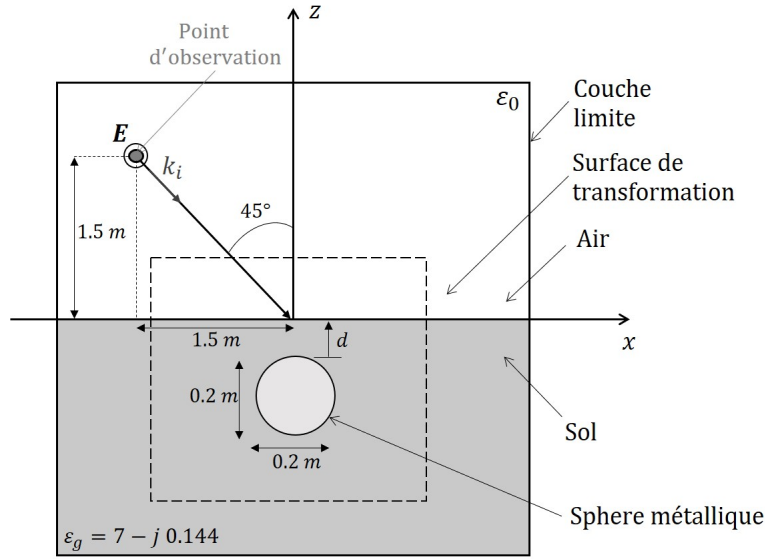


FIGURE 5.4 : Schéma du dispositif expérimental dans le cas de la sphère enfouie à une profondeur  $d$ .

Étant donné que les antennes d'émission et de réception sont positionnées côte à côte dans notre installation expérimentale (bistatisme faible), nous avons opté pour une configuration monostatique pour les simulations. La source et le point d'observation sont alors colocalisés à une hauteur de  $1.5\text{ m}$  et à  $1.5\text{ m}$  de la verticale à la sphère (Figure 5.3 et Figure 5.4). La fonction temporelle de la forme d'onde d'entrée est une impulsion gaussienne définie par :  $g(t) = A \exp\left(\frac{-(t-t_0)^2}{b^2}\right)$ , avec  $A = 1$ ,  $t_0 = 2.50\text{ ns}$  et  $b = 0.05\text{ ns}$ . Les constantes  $A$ ,  $t_0$  et  $b$  ont été choisies pour garantir une propagation d'énergie suffisante dans la plage de fréquence d'intérêt. De même que pour les mesures, nous avons pour chaque simulation considéré 801 fréquences comprises entre  $f_{min} = 1.0\text{ GHz}$  et  $f_{max} = 1.5\text{ GHz}$ .

#### 5.2.4 Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats de simulations numériques

Au total, cinq simulations ont été réalisées à partir des configurations présentées dans la section 5.2.3 :

- sphère placée en surface, polarisation VV
- sphère placée en surface, polarisation HH
- sphère enfouie à  $6\text{ cm}$  de profondeur, polarisation VV
- sphère enfouie à  $6\text{ cm}$  de profondeur, polarisation HH

- sphère enfouie à 18 cm de profondeur, polarisation VV

Nous ne présentons pas le cas de la sphère enfouie à 18 cm de profondeur car, suite à un problème technique lors des mesures, les données n'ont pas pu être exploitées.

#### 5.2.4.1 Résultats obtenus en polarisation VV

Nous nous intéressons dans un premier temps aux résultats obtenus en polarisation VV. La Figure 5.5 présente une comparaison entre les valeurs de SER obtenues à partir des mesures et de nos simulations pour la sphère en surface, tandis que la Figure 5.6 et la Figure 5.7 montrent les résultats pour la sphère enfouie à 6 cm et 18 cm de profondeur, respectivement. Les pics principaux de chacune des courbes correspondent aux réponses de la sphère. Les valeurs de SER de la sphère sont déduites des valeurs maximales des pics principaux et répertoriées dans les Tableaux 5.1, 5.2 et 5.3. Les tendances des résultats obtenus par simulation sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. On observe une diminution de la SER de la sphère avec l'augmentation de la profondeur. Pour chaque cas étudié, les résultats simulés sont similaires à ceux obtenus expérimentalement, tant en termes de localisation de la cible en distance que de niveaux de SER. Cependant, dans le cas de la profondeur d'enfouissement la plus élevée (18 cm), un écart absolu de 3.5 dB.m<sup>2</sup> est observé entre la SER expérimentale et la SER simulée, tandis qu'en surface et à 6 cm de profondeur, les écarts absolus ne sont que de 1.0 dB.m<sup>2</sup> et 1.7 dB.m<sup>2</sup> respectivement. De plus, un décalage en distance d'environ 15 cm est constaté entre les résultats expérimentaux et simulés dans le cas où la sphère est enfouie à 18 cm, alors que ce décalage n'est que de l'ordre du centimètre pour les autres configurations.

TABLE 5.1 : SER de la sphère positionnée en surface.

Polarisation	VV	HH
SER expérimentale (dB.m <sup>2</sup> )	-8.0	-11.2
SER simulée (dB.m <sup>2</sup> )	-9.0	-10.2

TABLE 5.2 : SER de la sphère enfouie à 6 cm de profondeur.

Polarisation	VV	HH
SER expérimentale (dB.m <sup>2</sup> )	-19.6	-26.3
SER simulée (dB.m <sup>2</sup> )	-21.3	-29.7

## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

TABLE 5.3 : SER de la sphère enfouie à 18 cm de profondeur.

Polarisation	VV	HH
SER expérimentale (dB.m <sup>2</sup> )	-20.7	×
SER simulée (dB.m <sup>2</sup> )	-24.2	×

Les écarts observés peuvent en partie s'expliquer par de nombreuses sources d'incertitude sur la détermination des paramètres d'entrée des simulations (constantes diélectriques, localisation de la sphère par rapport au portique, profondeur d'enfouissement etc.).

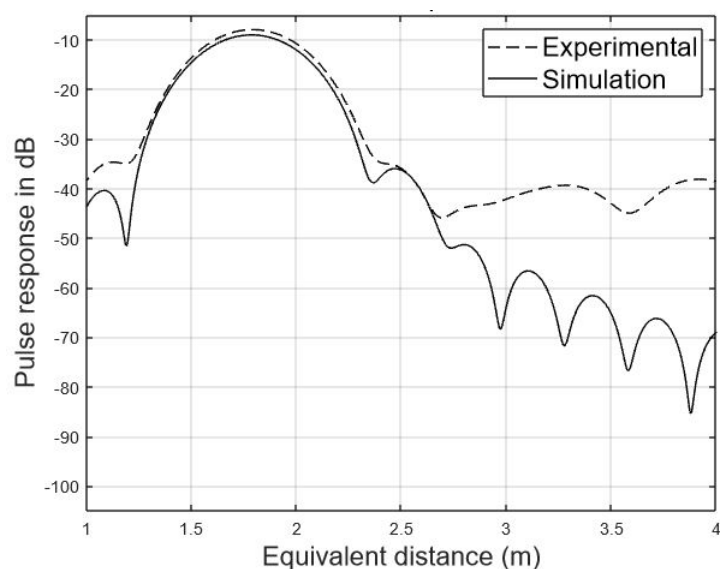


FIGURE 5.5 : Comparaison entre la réponse expérimentale (ligne en pointillé) et la réponse simulée (ligne continue) d'une sphère métallique de 10 cm de rayon placée en surface d'un sol sableux [87].

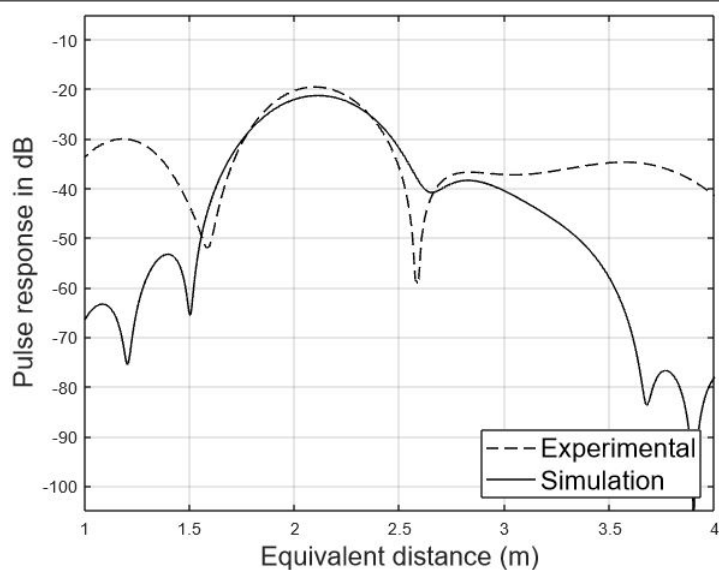


FIGURE 5.6 : Comparaison entre la réponse expérimentale (ligne en pointillé) et la réponse simulée (ligne continue) d'une sphère métallique de 10 cm de rayon enfouie à une profondeur de 6 cm dans sol sableux [87].

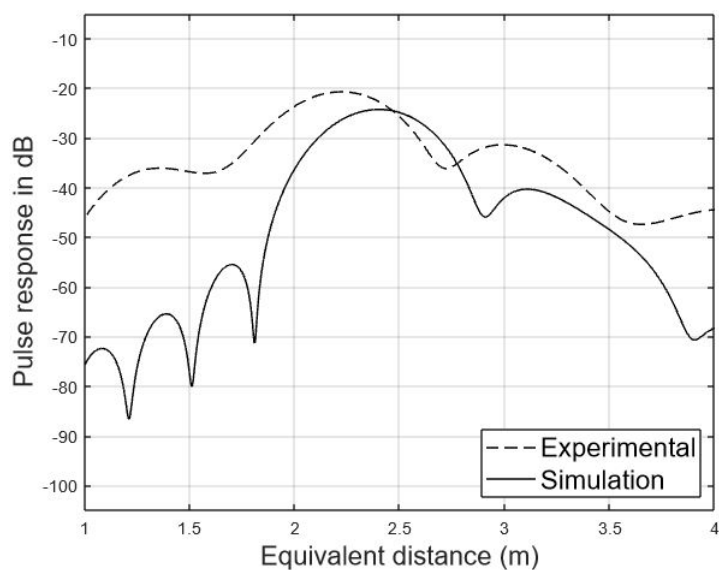


FIGURE 5.7 : Comparaison entre la réponse expérimentale (ligne en pointillé) et la réponse simulée (ligne continue) d'une sphère métallique enfouie à une profondeur de 18 cm dans sol sableux [87].

En ce qui concerne les constantes diélectriques du sol, leur bonne évaluation est étroitement liée à la bonne estimation de la teneur en eau du sol, paramètre nécessaire à l'application des modèles de Dobson et de Peplinski.

## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

---

Cette dernière a été déterminée à partir des relevés d'humidité réalisés par sonde TDR avec une précision de  $\pm 1\%$ . Pour une estimation plus fiable de la teneur en eau moyenne dans la zone d'intérêt et de son évolution en fonction de la profondeur, le sondage aurait pu être complété par la réalisation de carottages et l'analyse en laboratoire des échantillons par exemple. Dans notre modèle, le sol est traité comme un milieu sableux uniforme; nous ne rendons pas compte des fluctuations spatiales et temporelles d'humidité qui auraient pu survenir pendant l'expérience. Par ailleurs, il convient de noter que les modèles de Dobson et de Peplinski, utilisés pour déterminer la permittivité relative du sol, présentent une discontinuité entre 1.3 et 1.4 GHz. Nous nous sommes donc référés au modèle de Peplinski pour fixer les valeurs des parties réelle  $\epsilon'_g$  et imaginaire  $\epsilon''_g$  de la permittivité relative du sol  $\epsilon_g$ , car il couvre la majorité de notre plage de fréquence d'intérêt (1 – 1.5 GHz), et notamment la fréquence centrale  $f_c = 1.25$  GHz.

### Effets de l'incertitude sur l'estimation de la teneur en eau

Nous avons souhaité quantifier l'impact d'une erreur de  $\pm 1\%$  sur la teneur en eau sur nos résultats. Pour ce faire, nous avons effectué deux simulations complémentaires pour chaque configuration : l'une pour une teneur en eau  $m_v = 3.5\%$  et l'autre pour  $m_v = 5.5\%$ .

Dans le cas de la sphère située en surface, une incertitude de  $\pm 1\%$  sur l'évaluation de la teneur en eau se traduit par une incertitude de  $\pm 0.1$  dB.m<sup>2</sup> sur la SER simulée. Cette incertitude est plus prononcée lorsque la sphère est enfouie. En effet, elle est de  $\pm 0.2$  dB.m<sup>2</sup> pour une profondeur d'enfouissement de 6 cm, et de  $\pm 0.4$  dB.m<sup>2</sup> pour une profondeur de 18 cm.

Pour les différentes valeurs de teneurs en eau investiguées, lorsque la sphère est enfouie, on observe que les écarts entre les résultats simulés et les résultats expérimentaux diminuent pour la valeur de teneur en eau la plus faible, et augmentent pour la valeur de la teneur en eau la plus élevée (Tableau 5.4). À l'inverse, dans le cas où la sphère est positionnée en surface, l'écart augmente pour la valeur de teneur en eau la plus faible et diminue pour la valeur de teneur en eau la plus élevée.

De plus, pour la profondeur d'enfouissement la plus élevée, lorsque la teneur en eau est la plus faible, on constate une réduction de 3 cm du décalage observé initialement en distance (15 cm) entre les résultats expérimentaux et simulés. Pour la profondeur d'enfouissement la plus faible, le décalage en distance, initialement de l'ordre du centimètre, est réduit à l'ordre du millimètre lorsque la teneur en eau est la plus faible. Pour le positionnement en surface, on n'observe pas de variation significative du décalage en distance en fonction de la teneur en eau.

Une explication possible de ces observations réside dans le fait que nous n'avons pas pris en compte les fluctuations temporelles de la teneur en eau.

CHAPITRE 5. APPRÉCIATION DES PERFORMANCES DE L'OUTIL  
DE SIMULATION DÉVELOPPÉ

TABLE 5.4 : Écarts absolus en dB.m<sup>2</sup> observés entre les SER expérimentales et les SER simulées, pour les différentes configurations, selon la teneur en eau  $m_v$ , dans le cas de la polarisation VV.

Teneur en eau $m_v$ (%)	3.5	4.5	5.5
<b>Sphère en surface</b>	1.1	1.0	0.9
<b>Sphère enfouie à 6 cm de profondeur</b>	1.5	1.7	1.9
<b>Sphère enfouie à 18 cm de profondeur</b>	3.1	3.5	3.9

En effet, les mesures pour la sphère enfouie ont été réalisées en début de matinée, période durant laquelle les teneurs en eau relevées étaient les plus élevées. Or, nous avons utilisé une valeur moyenne de la teneur en eau basée sur les relevés effectués tout au long de la journée (valeurs comprises entre 3.5 et 5.5%). Cela a pu conduire à une sous-estimation de la teneur en eau pour le cas de la sphère en surface et à une sur-estimation pour le cas de la sphère enfouie. De plus, nous n'avons pas considéré la variation spatiale de la teneur en eau, le sol ayant été modélisé comme homogène. Pour améliorer la précision, il serait envisageable d'utiliser un modèle plus complexe avec des strates tenant compte de l'évolution de la valeurs de teneur en eau avec la profondeur. Cependant, paramétrer un tel modèle est complexe avec les moyens de mesure de la teneur en eau dont nous disposons. De plus, nous ne pouvions pas nous affranchir de l'incertitude de  $\pm 1\%$  sur les relevés réalisés avec notre sonde TDR.

En complément des mesures d'humidité, la mise en œuvre de techniques de prospections géophysiques telles que la réalisation de profils de résistivité électrique, aurait également permis une estimation plus précise des caractéristiques diélectriques du sol. Nous ne disposons malheureusement pas des moyens nécessaires pour la réalisation de mesures complémentaires lors de la campagne de mesures.

### Impact d'une mauvaise estimation de la position de la sphère

En ce qui concerne l'erreur potentielle sur le positionnement de la sphère, on considère une incertitude de  $\pm 5$  cm sur sa position par rapport au banc de mesures et une incertitude de  $\pm 2$  cm sur la profondeur d'enfouissement. Pour quantifier l'impact d'une erreur de  $\pm 5$  cm sur la distance  $d_c$  entre le portique et l'emplacement de la cible, nous avons à nouveau effectué deux simulations complémentaires pour chaque configuration : l'une pour une distance  $d_c = 1.45$  m et l'autre pour une distance  $d_c = 1.55$  m.

Une augmentation de 5 cm de la distance  $d_c$  se traduit par une diminution de 0.3 dB.m<sup>2</sup> de la SER simulée dans pour la sphère en surface et pour la sphère enfouie à 18 cm. Lorsque la sphère est enfouie à 6 cm, on constate une

## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

diminution plus faible, de 0.2 dB.m<sup>2</sup>. Une réduction de 5 cm de la distance  $d_c$  conduit à une augmentation de 0.2 dB.m<sup>2</sup> de la SER de la sphère en surface et de 0.1 dB.m<sup>2</sup> pour la sphère enfouie à 18 cm de profondeur. La SER simulée de la sphère enfouie à 6 cm reste inchangée.

Pour les différentes distances  $d_c$  testées, on constate qu'une sur-évaluation de  $d_c$ , par rapport à l'estimation 1.50 m, tend à augmenter l'écart absolu entre les SER expérimentales et simulées, tandis qu'une sous-évaluation de  $d_c$  tend à le diminuer ou à n'avoir aucun impact significatif (Tableau 5.5).

TABLE 5.5 : Écarts absolus en dB.m<sup>2</sup> observés entre les SER expérimentales et les SER simulées, pour les différentes configurations, selon la distance  $d_c$  entre l'emplacement de la cible en surface et le portique, dans le cas de la polarisation VV.

Distance entre la cible et le portique $d_c$ (m)	1.45	1.50	1.55
Sphère en surface	0.8	1.0	1.3
Sphère enfouie à 6 cm de profondeur	1.7	1.7	1.9
Sphère enfouie à 18 cm de profondeur	3.4	3.5	3.8

TABLE 5.6 : Décalages en distance (m) observés entre les résultats expérimentaux et simulés, pour les différentes configurations, selon la distance  $d_c$  entre l'emplacement de la cible en surface et le portique, dans le cas de la polarisation VV.

Distance entre la cible et le portique $d_c$ (m)	1.45	1.50	1.55
Sphère en surface	0.01	0.01	0.02
Sphère enfouie à 6 cm de profondeur	0.02	0.02	0.04
Sphère enfouie à 18 cm de profondeur	0.13	0.15	0.17

La modification de  $d_c$  a également un impact sur le décalage en distance entre les résultats expérimentaux et simulés. En effet, lorsque  $d_c$  est augmentée de 5 cm, on observe une augmentation du décalage en distance, cet effet étant plus prononcé lorsque la cible est enfouie (Tableau 5.6). En revanche, lorsque  $d_c$  est réduite de 5 cm, l'écart en distance reste inchangé pour la sphère en surface et celle enfouie à 6 cm de profondeur, et diminue pour la sphère enfouie à 18 cm (Tableau 5.6).

Ces observations suggèrent que le positionnement et la localisation de la sphère lors de nos mesures ont été réalisés avec une précision relativement bonne (inférieure à 5 cm), notamment pour la sphère située à 6 cm de profondeur. Pour les deux autres configurations, il est possible que la distance  $d_c$  ait été sur-évaluée, en particulier pour la sphère enfouie à 18 cm de pro-

fondeur.

Enfin, pour quantifier l'impact d'une erreur de  $\pm 2$  cm sur la profondeur d'enfouissement  $d$  de la cible, nous avons, comme précédemment, effectué deux simulations complémentaires pour chaque configuration : l'une pour une profondeur d'enfouissement réduite de 2 cm et l'autre pour une profondeur d'enfouissement augmentée de 2 cm.

Une réduction de 2 cm de la profondeur d'enfouissement  $d$  entraîne une diminution de  $0.8 \text{ dB.m}^2$  de la SER simulée pour la sphère considérée enfouie à 6 cm. Pour la sphère considérée enfouie à 18 cm, cette même réduction de  $d$  se traduit par une augmentation de  $0.3 \text{ dB.m}^2$ . Une augmentation de 2 cm de  $d$  conduit à une diminution de  $0.1 \text{ dB.m}^2$  de la SER pour la sphère considérée enfouie à 6 cm, et à une diminution  $0.2 \text{ dB.m}^2$  pour la sphère considérée enfouie à 18 cm.

Nous pouvons faire une première remarque : pour la sphère enfouie à la plus grande profondeur, on observe un comportement intuitif, où la valeur de la SER diminue avec l'augmentation de la profondeur. Ce n'est pas le cas pour la sphère enfouie plus près de la surface, pour laquelle on constate une diminution de la SER lorsque  $d$  est réduite. Cette observation mériterait une étude paramétrique plus approfondie pour mieux appréhender le comportement de la SER en fonction de la profondeur. Cependant, cela nécessiterait un grand nombre de simulations et constituerait une étape future potentielle du projet. Cela dépasse le cadre de l'étude présentée ici, qui se concentre sur une première comparaison entre résultats expérimentaux et simulés, ainsi que sur l'évaluation des performances dans une configuration donnée.

TABLE 5.7 : Écarts absolus en  $\text{dB.m}^2$  observés entre les SER expérimentales et les SER simulées, pour les différentes configurations, selon la variation de la profondeur d'enfouissement  $\Delta d$  (m) de la cible par rapport à la profondeur d'enfouissement estimée, dans le cas de la polarisation VV.

Variation de la profondeur d'enfouissement $\Delta d$ (m)	-2	0	+2
<b>Sphère enfouie à 6 cm de profondeur</b>	2.5	1.7	1.8
<b>Sphère enfouie à 18 cm de profondeur</b>	3.2	3.5	3.7

Pour les différentes profondeurs d'enfouissement  $d$  testées, on constate qu'une sur-évaluation de  $d$  tend à augmenter l'écart absolu entre les SER expérimentales et simulées (Tableau 5.7). En revanche, une sous-évaluation de  $d$  diminue l'écart absolu entre les SER expérimentales et simulées pour la sphère enfouie à la profondeur la plus élevée, ce qui n'est pas le cas pour la sphère enfouie à la profondeur la plus faible (Tableau 5.7).



## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

---

TABLE 5.8 : Décalages en distance (m) observés entre les résultats expérimentaux et simulés, pour les différentes configurations, selon la variation de la profondeur d'enfouissement  $\Delta d$  (m) de la cible par rapport à la profondeur d'enfouissement estimée, dans le cas de la polarisation VV.

Variation de la profondeur d'enfouissement $\Delta d$ (m)	-2	0	+2
Sphère enfouie à 6 cm de profondeur	0.05	0.02	0.03
Sphère enfouie à 18 cm de profondeur	0.12	0.15	0.18

La modification de  $d$  a également un impact sur le décalage en distance entre les résultats expérimentaux et simulés. En effet, lorsque  $d$  est augmentée de 2 cm, on observe une augmentation du décalage en distance, pour les deux configurations de sphères enfouies (Tableau 5.8). En revanche, lorsque  $d$  est réduite de 2 cm, l'écart en distance augmente plus significativement que précédemment pour la sphère considérée enfouie à 6 cm, tandis qu'il diminue pour la sphère enfouie à la profondeur la plus grande (Tableau 5.8). Au vu de ces observations, il semblerait que la sphère que nous pensions enfouie à 18 cm de profondeur, était en réalité positionnée à une profondeur plus faible. En revanche, pour la sphère considérée enfouie à 6 cm, il semblerait que la précision du positionnement en profondeur soit relativement bonne (inférieure à 2 cm).

Au delà des incertitudes sur l'estimation de la teneur en eau et sur le positionnement de la cible, l'impact non négligeable de l'opérateur lors de l'excavation et la compaction du sable est également à considérer. La différence la plus significative peut en effet s'expliquer par la création d'une cavité lors d'enfouissement de la sphère, conduisant à une réponse avec un niveau plus élevé pour la mesure, la cavité n'étant pas prise en compte dans la simulation.

### 5.2.4.2 Résultats obtenus en polarisation HH

Des mesures et des simulations analogues ont été réalisés en polarisation HH, à l'exception du cas où la sphère est enfouie à 18 cm de profondeur. La Figure 5.8 et la Figure 5.9 présentent des comparaisons entre les résultats obtenus à partir des mesures et de nos simulations pour la sphère située en surface et la sphère enterrée à une profondeur de 6 cm, pour les polarisations HH et VV. En polarisation HH, tout comme pour la polarisation VV, les résultats expérimentaux sont en bon accord avec ceux obtenus par simulation. On retrouve également un écart entre les valeurs de SER plus prononcé pour la sphère enterrée comparé à la sphère en surface. Plus précisément, pour la sphère en surface, une différence de 1.0 dB.m<sup>2</sup> entre la mesure et la simulation est observée pour les deux polarisations HH et VV (Tableau

5.1). En revanche, pour la sphère enterrée, la différence observée est plus importante en polarisation HH que VV :  $3.4 \text{ dB.m}^2$  en HH contre  $1.7 \text{ dB.m}^2$  en VV (Tableau 5.2).

Les mêmes sources d'incertitudes que celles évoquées précédemment peuvent être considérées ici. En ce qui concerne les différences entre les résultats obtenus en polarisation HH et en polarisation VV, il est important de noter que, en raison de contraintes techniques, les mesures en polarisation HH ont été effectuées le jour suivant celles en polarisation VV. Bien que les conditions météorologiques étaient similaires, la sphère a été déplacée et ré-enterrée. Par conséquent, les mesures n'ont pas pu être réalisées dans des conditions d'enfouissement strictement identiques, ce qui peut potentiellement expliquer certaines différences dans les comportements en polarisation HH et VV.

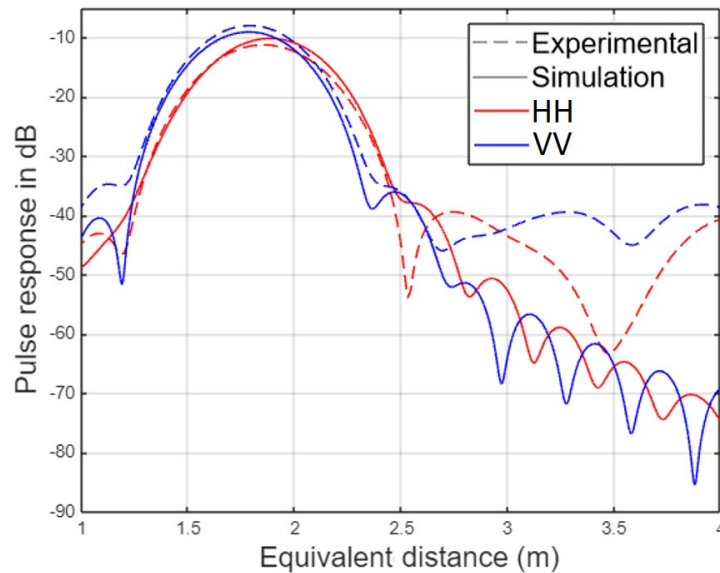


FIGURE 5.8 : Comparaison entre les réponses expérimentales (lignes en pointillés) et les réponses simulées (lignes continues) pour les polarisations HH (lignes rouges) et VV (lignes bleues), d'une sphère métallique placée en surface d'un sol sableux.

Une observation notable, cohérente avec les résultats des simulations, est le niveau de SER significativement plus bas en polarisation HH par rapport en polarisation VV, dans le cas de la sphère enterrée. Ce contraste est particulièrement prononcé dans le cas de la sphère enterrée, avec un écart d'environ  $7 \text{ dB.m}^2$  pour les mesures et de  $8 \text{ dB.m}^2$  pour les simulations. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que la quantité d'énergie

## 5.2. CONFRONTATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

rétro-diffusée dépend des voies polarimétriques utilisées et de la nature du milieu. Il existe en effet plusieurs type de mécanismes de rétrodiffusion qui dépendent notamment de la nature de la cible, de la polarisation des ondes, et des propriétés du milieu environnant.

Ces observations renforcent la validité de nos simulations et soulignent l'importance de considérer la polarisation dans les études de rétrodiffusion radar pour des cibles enfouies.

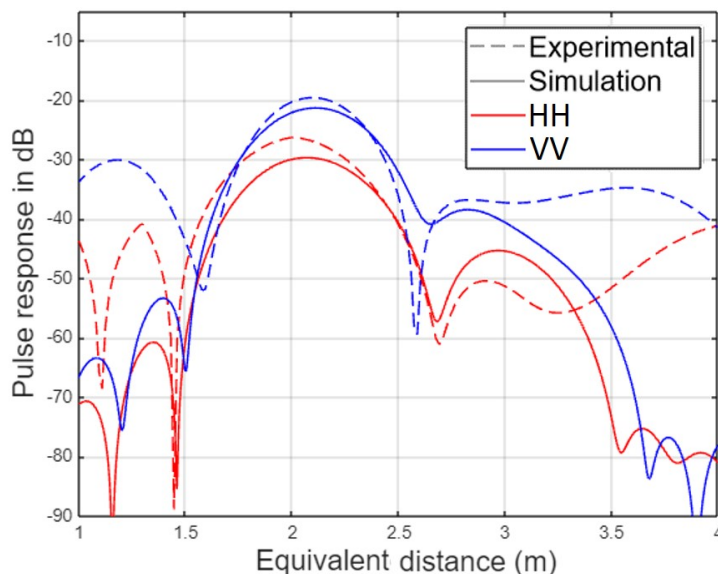


FIGURE 5.9 : Comparaison entre les réponses expérimentales (lignes en pointillés) et les réponses simulées (lignes continues) pour les polarisations HH (lignes rouges) et VV (lignes bleues), d'une sphère métallique de 10 cm de rayon enfouie à une profondeur de 6 cm dans un sol sableux.

### 5.2.5 Conclusion

L'ensemble de ces comparaisons entre résultats simulés et expérimentaux, en polarisation VV et HH, pour différentes profondeurs d'enfouissement, nous conforte sur la fiabilité de notre outil de simulation, préalablement validé par rapport à la littérature. Les écarts observés sont raisonnables et peuvent en grande partie être expliqués par les différentes sources d'incertitudes concernant la détermination de la vérité terrain et les contraintes liées à la réalisation des différents scénarios.

Nous avons constaté qu'une sur-estimation ou une sous-estimation de 1% de la teneur en eau volumique entraîne une incertitude significative sur les SER simulés (allant de  $\pm 0.1 \text{ dB.m}^2$  à  $\pm 0.4 \text{ dB.m}^2$  pour nos configuration). Cette incertitude est d'autant plus importante que la profondeur d'enfouissement de la sphère est grande. De même, une erreur de  $\pm 5 \text{ cm}$  dans l'estimation

de la position de la sphère par rapport au portique peut induire une incertitude allant jusqu'à  $\pm 0.3$  dB.m<sup>2</sup> sur les SER simulées. En ce qui concerne l'estimation de la profondeur d'enfouissement, une erreur d'estimation de  $\pm 2$  cm peut induire une incertitude de  $\pm 0.3$  dB.m<sup>2</sup> comme observé pour notre sphère enfouie le plus profondément et jusqu'à  $\pm 0.8$  dB.m<sup>2</sup> comme observé pour notre sphère enfouie à une profondeur moindre.

De plus, il est difficile voire impossible de rendre compte dans les simulations de l'impact et de l'irrégularité des actions de l'opérateur lors du positionnement de la cible. Les différences observées entre les mesures et les simulations, plus prononcées en polarisation HH qu'en polarisation VV, peuvent être en grande partie attribuées aux variations des conditions d'enfouissement (cible déplacée entre la mesure en polarisation VV et celle en polarisation HH).

Les sources d'incertitudes sont nombreuses et non pas été toutes investiguées ici. Pour quantifier de manière plus rigoureuse la sensibilité des simulations à une certaine variation des différents paramètres considérés, des études paramétriques plus approfondies sont nécessaires, impliquant des tests sur un grand nombre de configurations, avec un grand nombre de valeurs et des plages bien plus étendues de paramètres. Cependant, cela nécessite un grand nombre de simulations et constitue une étape future potentielle du projet. Cela dépasse en effet le cadre de l'étude présentée ici, qui vise à fournir une première appréciation de la fiabilité de notre outil de simulation.

### 5.3 Étude de configurations complémentaires

Dans cette section, nous présentons quelques études complémentaires réalisées sur plusieurs types d'objets enfouis :

- une sphère
- une demi-sphère
- un cylindre enfoui horizontalement et verticalement

Pour chacun des scénarios considérés, nous faisons varier deux paramètres d'entrée de nos simulations : l'angle d'incidence et le mode polarimétrique. Les résultats sont observés sur un domaine angulaire allant de  $-90^\circ$  à  $+90^\circ$ . L'objectif est d'illustrer la possibilité d'étudier l'impact de certains paramètres de configuration des systèmes radars sur la SER d'objets enfouis dans des configurations données, à l'aide de notre outil de simulation.

Pour l'ensemble des exemples présentés ici, le sol est modélisé comme un demi-espace homogène à pertes, avec une permittivité complexe  $\varepsilon_g = 6.7 - j1.4$ . Les valeurs des parties réelle  $\varepsilon'_g$  et imaginaire  $\varepsilon''_g$  de la permittivité

### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

---

complexe  $\varepsilon_g$  ont été obtenues à partir du modèle semi-empirique de Peplinski [91][92]. Ce modèle a été paramétré pour un sol composé d'un mélange de sable (80%), de limon (10%) et d'argile (10%), pour une masse volumique  $\rho_b = 1.7 \text{ g/cm}^3$ , une température extérieure de  $27^\circ\text{C}$  et une teneur en eau volumique  $m_v = 5.0\%$ . La surface du sol est modélisée comme étant lisse. Le domaine de calcul est un parallélépipède rectangle de dimensions  $2.6 \text{ m} \times 2.9 \text{ m} \times 2.8 \text{ m}$ , dans lequel cinq PMLs ont été introduites dans chaque direction ( $\pm x, \pm y, \pm z$ ). Les cellules de la zone cartésienne et celles non-structurées des maillages surfaciques des objets ont des arêtes de  $0.02 \text{ m}$ . Les dimensions du domaine de calcul en termes de cellules cartésiennes (en omettant les PMLs) sont  $130 \times 145 \times 140$ . Le long de l'axe  $z$ , les 85 cellules inférieures représentent le sol, tandis que les 55 cellules supérieures représentent l'espace libre.

Les objets sont considérés enfouis à une profondeur de  $10 \text{ cm}$ .

La fonction temporelle de la forme d'onde plane d'entrée est une impulsion gaussienne définie par :  $g(t) = A \exp\left(\frac{-(t-t_0)^2}{b^2}\right)$ , avec  $A = 1$ ,  $t_0 = 2.50 \text{ ns}$  et  $b = 0.25 \text{ ns}$ . Les constantes  $A$ ,  $t_0$  et  $b$  ont été choisies pour garantir une propagation d'énergie suffisante dans la plage de fréquence d'intérêt. Nous nous sommes intéressés à deux fréquences en particulier :  $f_c = 300 \text{ MHz}$  ( $\lambda = 1.0 \text{ m}$  en espace libre,  $\lambda_g \simeq 0.4 \text{ m}$  dans le sol) et  $f_c = 600 \text{ MHz}$  ( $\lambda = 0.5 \text{ m}$  en espace libre,  $\lambda_g \simeq 0.2 \text{ m}$  dans le sol). À la fréquence  $f_c = 300 \text{ MHz}$ , la conductivité du sol  $\sigma_g = 0.023 \text{ S/m}$  et à la fréquence  $f_c = 600 \text{ MHz}$ , elle est de  $0.047 \text{ S/m}$ .

#### 5.3.1 Cas d'une sphère enfouie

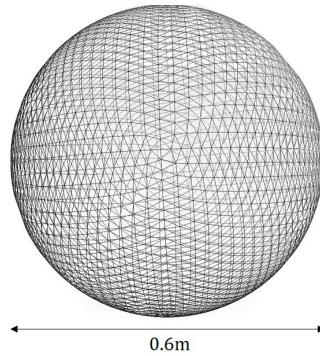


FIGURE 5.10 : Maillage surfacique d'une sphère de rayon  $0.3 \text{ m}$ .

Nous considérons ici une sphère métallique de rayon  $0.3 \text{ m}$  (Figure 5.10). La Figure 5.11 représente la géométrie de la configuration étudiée.

Les simulations ont été réalisées pour quatre angles d'incidences  $\theta_i$  tels que  $\theta_i \in \{0^\circ, 25^\circ, 45^\circ, 75^\circ\}$ ; et deux modes de polarisation ont été considérés : HH et VV. Les champs lointains rayonnés par le cylindre sont évalués en différents points d'observation, selon l'angle  $\theta$  (Figure 5.11), dans le domaine

angulaire d'observation  $\theta \in [-90^\circ; +90^\circ]$ .

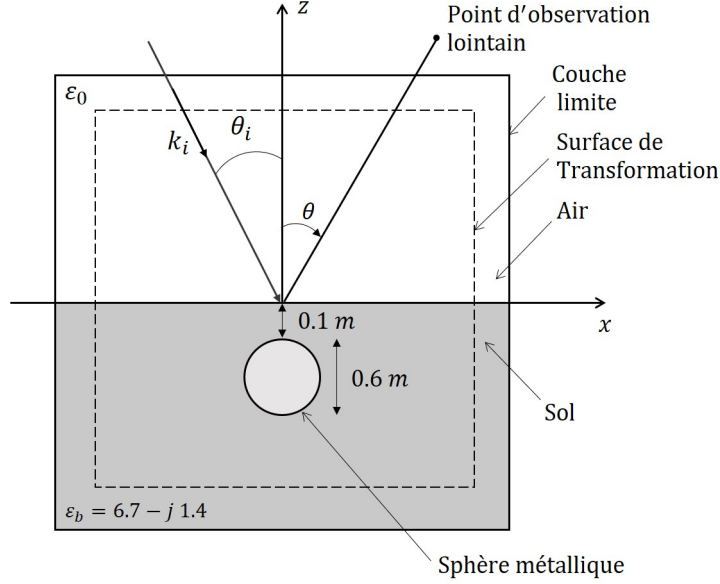


FIGURE 5.11 : Vue en coupe de la géométrie pour une sphère métallique enfouie dans un sol homogène à pertes.

La Figure 5.12 et la Figure 5.13 présentent les résultats obtenus pour la fréquence  $f_c = 300$  MHz et pour la fréquence  $f_c = 600$  MHz, respectivement. Pour une même fréquence, on observe de manière générale que les niveaux de SER en polarisation VV sont supérieurs à ceux en polarisation HH. L'effet est d'autant plus marqué que l'incidence est rasante. Par ailleurs, l'évolution de la SER en fonction de l'angle d'observation  $\theta$  diffère entre les polarisations HH et VV, les courbes n'ont pas exactement les mêmes allures entre les deux modes polarimétriques.

Pour une incidence normale  $\theta_i = 0^\circ$ , quel que soit le mode de polarisation ou la fréquence considérée, la réponse de la sphère est symétrique par rapport à l'angle d'observation  $\theta = 0^\circ$ . En revanche, ce n'est pas le cas pour les autres angles d'incidence, les niveaux de SER ont tendance à être plus élevés pour  $\theta > 0^\circ$  comparativement à  $\theta < 0^\circ$ , un effet qui est d'autant plus marqué pour la fréquence la plus élevée.

Pour les deux fréquences considérées, une configuration monostatique ne permet pas d'obtenir les niveaux de SER les plus élevés (à l'exception de l'incidence normale). Une configuration bistatique bien choisie semble, par contre, permettre l'obtention de niveau de SER plus élevés.

De manière générale, les niveaux de SER obtenus en considérant  $f_c = 600$  MHz sont plus faibles. L'augmentation de la fréquence conduit à une augmentation de la conductivité ( $\sigma_g = 2\pi f_c \epsilon_g'' \epsilon_0$ ), ce qui peut expliquer que l'on

### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

observe une atténuation plus importante à des fréquences plus élevées.

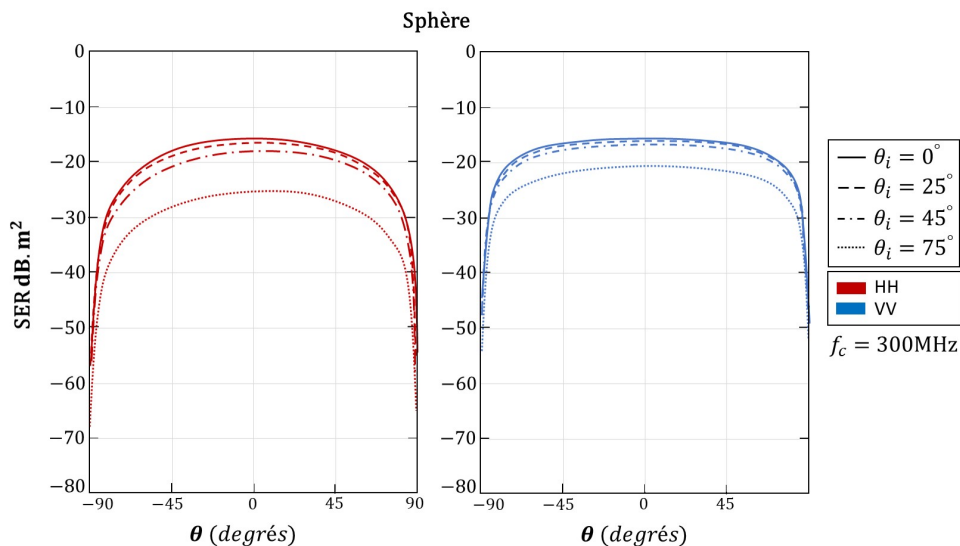


FIGURE 5.12 : SER de la sphère enfouie en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz.

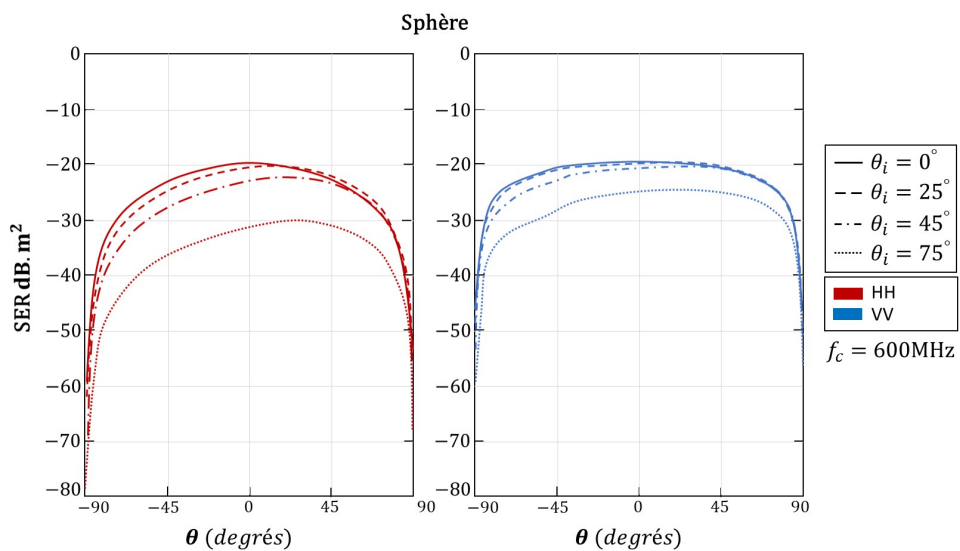


FIGURE 5.13 : SER de la sphère enfouie en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz.

### 5.3.2 Cas d'une demi-sphère enfouie

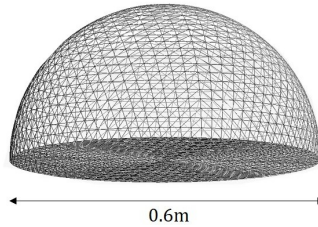


FIGURE 5.14 : Maillage surfacique d'une demi-sphère de rayon 0.3 m.

Nous considérons ici une demi-sphère métallique de rayon 0.3 m pouvant être assimilée à un dôme (Figure 5.14). Deux scénarios d'enfouissement ont été considérés : la base de la demi-sphère positionnée vers le bas (configuration *A*) et la base de la demi-sphère positionnée vers le haut (configuration *B*). Les Figures 5.15 et 5.16 représentent les géométries des configurations étudiées.

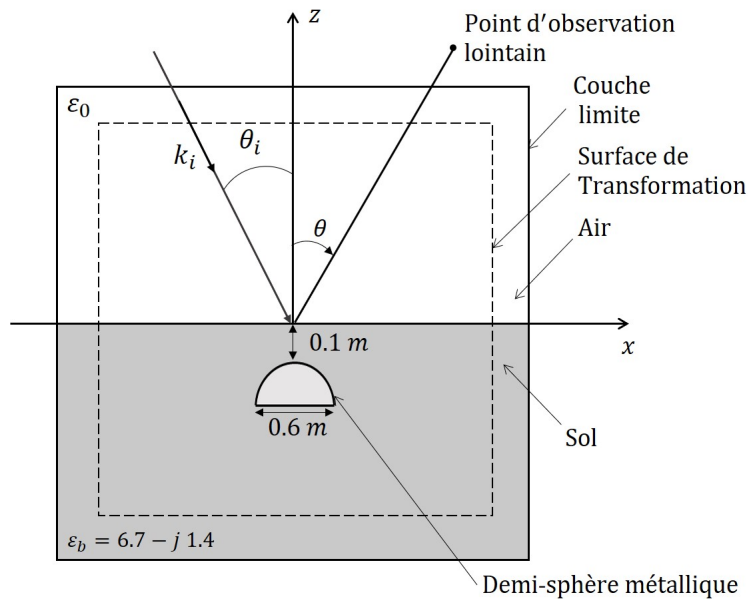


FIGURE 5.15 : Vue en coupe de la géométrie pour une demi-sphère métallique enfouie dans un sol homogène à pertes (configuration *A*).

Les simulations ont été réalisées pour quatre angles d'incidences  $\theta_i$  tels que  $\theta_i \in \{0^\circ, 25^\circ, 45^\circ, 75^\circ\}$ ; et deux modes de polarisation ont été considérés : HH et VV. Les champs lointains rayonnés par le cylindre sont évalués en différents points d'observation, selon l'angle  $\theta$  (Figures 5.15 et 5.16), dans



### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

le domaine angulaire d'observation  $\theta \in [-90^\circ; +90^\circ]$ .

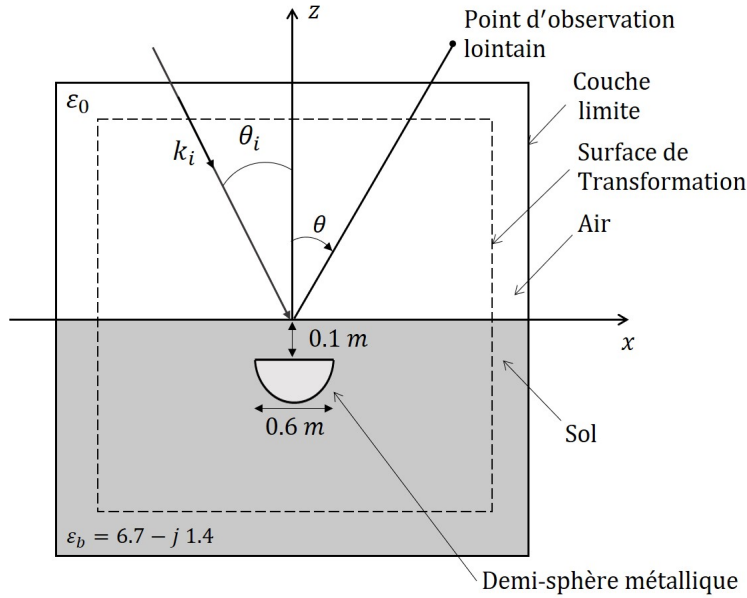


FIGURE 5.16 : Vue en coupe de la géométrie pour une demi-sphère métallique enfouie dans un sol homogène à pertes (configuration *B*).

La Figure 5.17 et la Figure 5.18 présentent les SER obtenues, pour la configuration *A*, pour la fréquence  $f_c = 300$  MHz et pour la fréquence  $f_c = 600$  MHz, respectivement. Les résultats sont sensiblement similaires à ceux obtenus pour la sphère de même rayon. Lorsque la base de la demi-sphère est orientée vers le bas, le comportement observé semble être le même que celui d'une sphère complète. En revanche, lorsque la base de la demi-sphère est orientée vers le haut, les allures des courbes de SER (Figures 5.19 et 5.20) diffèrent nettement de celles obtenues pour la sphère entière, en particulier pour la fréquence  $f_c = 600$  MHz. Cependant, pour les deux configurations d'enfouissement, la plupart des observations faites concernant l'allure des résultats pour la sphère dans la sous-section précédentes restent valables ici. Les niveaux de SER sont globalement plus élevés en polarisation VV qu'en polarisation HH. Pour une incidence normale  $\theta_i = 0^\circ$ , les courbes de SER sont symétriques par rapport à l'angle d'observation  $\theta = 0^\circ$ , et les niveaux de SER sont plus élevés pour  $\theta > 0^\circ$  comparativement à  $\theta < 0^\circ$ . De plus, pour  $f_c = 600$  MHz, on observe plusieurs pics, avec le pic principal des courbes correspond aux valeurs  $\theta > 0^\circ$ . Là encore, une configuration monostatique ne permet pas d'obtenir les niveaux de SER les plus élevés (à l'exception de l'incidence normale), tandis qu'une configuration bistatique bien choisie semble permettre l'obtention de niveaux de SER plus élevés.

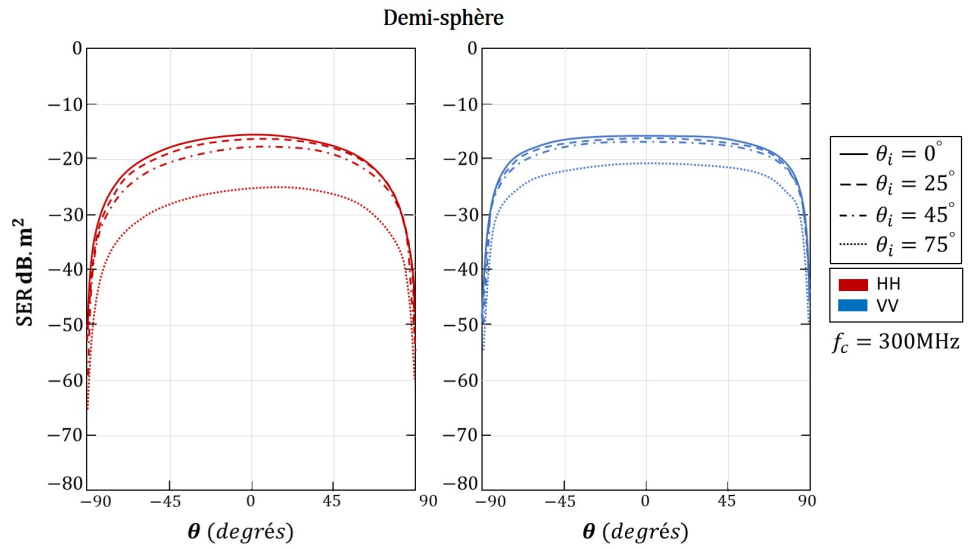


FIGURE 5.17 : SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration  $A$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz.

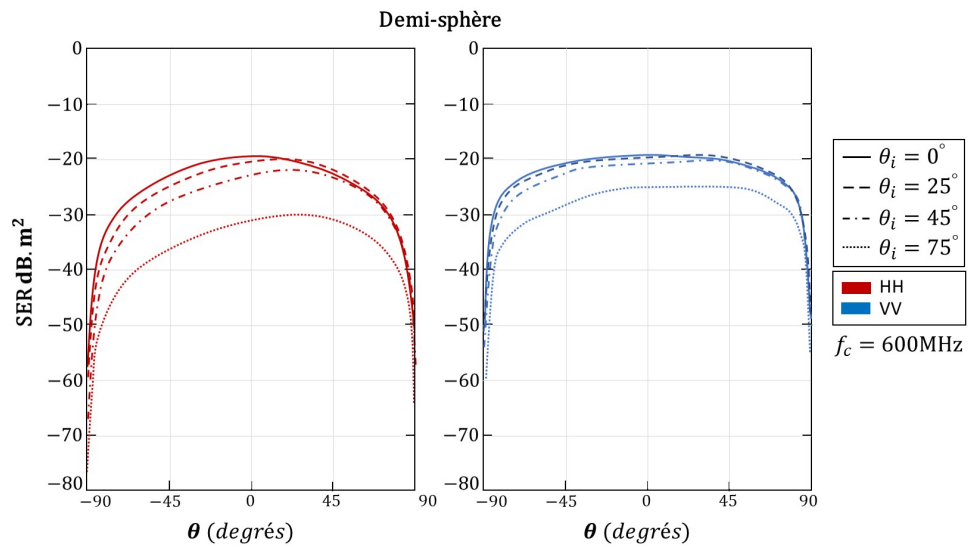


FIGURE 5.18 : SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration  $A$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz.

### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

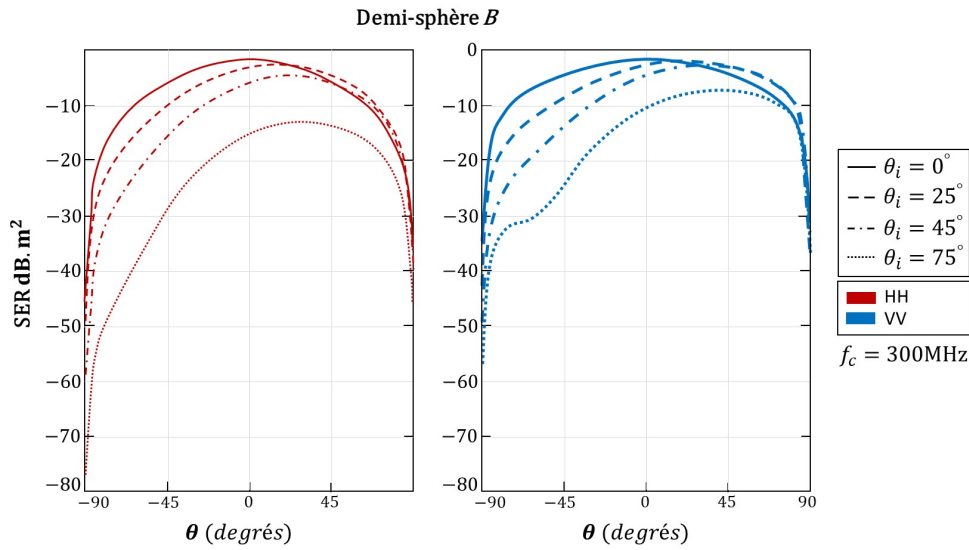


FIGURE 5.19 : SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration  $B$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz.

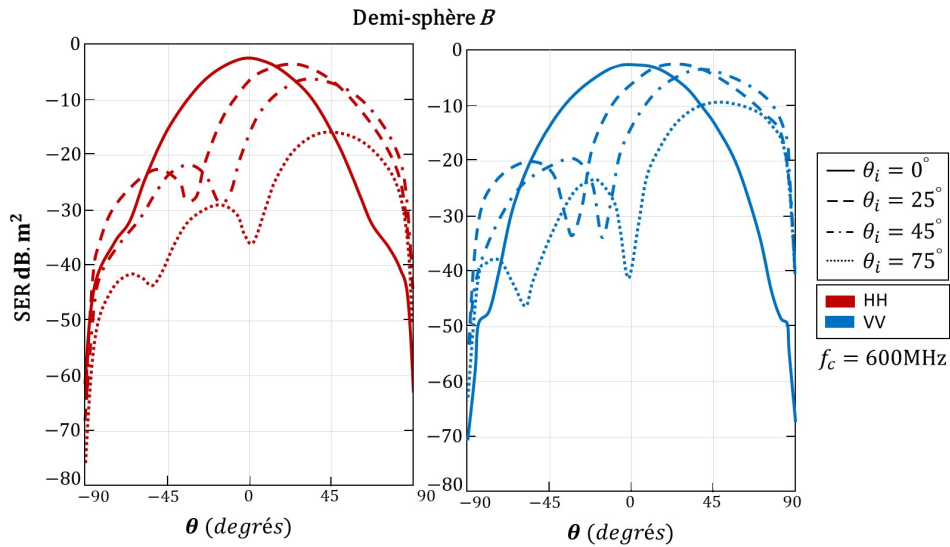


FIGURE 5.20 : SER de la demi-sphère enfouie, selon la configuration  $B$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz.

### 5.3.3 Cas d'un cylindre enfoui

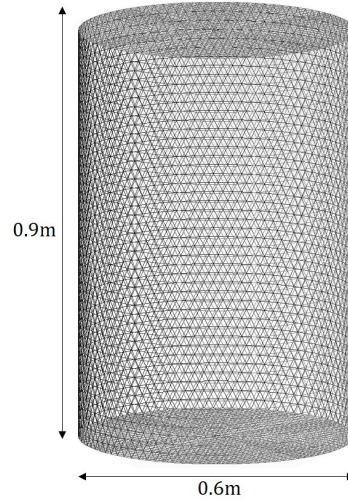


FIGURE 5.21 : Maillage surfacique du cylindre de rayon 0.3 m et de hauteur 0.9 m.

Nous considérons ici un cylindre métallique de rayon 0.3 m et de hauteur 0.9 m (Figure 5.21), pouvant être assimilé à un baril tel que ceux utilisés dans l'étude [13]. Deux scénarios d'enfouissement ont été investigués : le cylindre enfoui verticalement (Figure 5.22) et le cylindre enfoui horizontalement. Les Figures 5.23 et 5.24 représentent la géométrie du domaine de calcul pour les deux configurations considérées dans le cas du baril enfoui horizontalement. Dans les deux cas l'axe du cylindre est colinéaire à l'axe  $y$ . Par la suite, on fera référence à la configuration illustrée dans la Figure 5.23, pour laquelle le plan d'incidence est le plan  $X - Z$ , par : configuration  $A$ . De même, on fera référence à la configuration illustrée dans la Figure 5.24, pour laquelle le plan d'incidence est le plan  $Y - Z$ , par : configuration  $B$ .

Pour chaque configuration étudiée, des simulations pour quatre angles d'incidences  $\theta_i$  ont été effectuées :  $\theta_i \in \{0^\circ, 25^\circ, 45^\circ, 75^\circ\}$ ; et deux modes de polarisation ont été considérés : HH et VV.

Les champs lointains rayonnés par le cylindre sont évalués en différents points d'observation, selon l'angle  $\theta$  (Figures 5.22, 5.23 et 5.24), dans le domaine angulaire d'observation  $\theta \in [-90^\circ; +90^\circ]$ .

### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

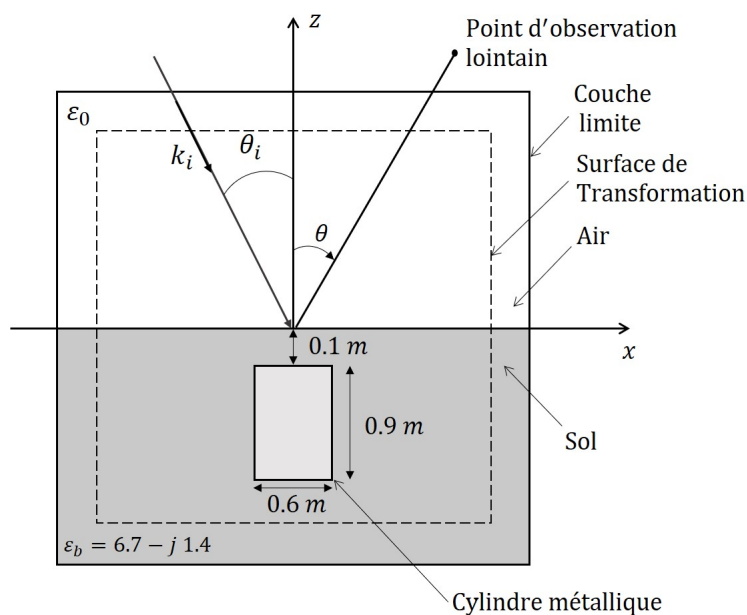


FIGURE 5.22 : Vue en coupe de la géométrie pour un cylindre métallique enfoui dans un sol homogène à pertes (configuration verticale).

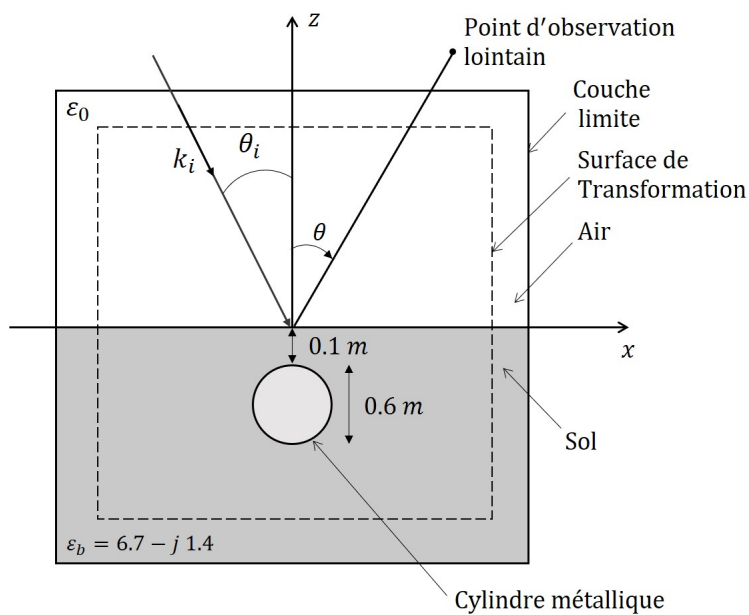


FIGURE 5.23 : Vue en coupe de la géométrie pour un cylindre métallique enfoui dans un sol homogène à pertes (configuration A).

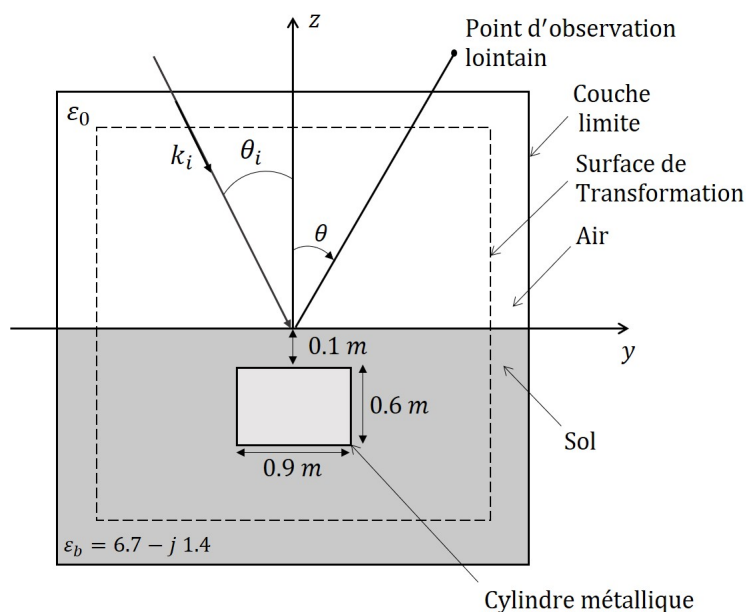


FIGURE 5.24 : Vue en coupe de la géométrie pour un cylindre métallique enfoui dans un sol homogène à pertes (configuration *B*).

La Figure 5.25 et la Figure 5.26 présentent les SER obtenues, pour le cylindre enfoui verticalement, pour la fréquence  $f_c = 300$  MHz et pour la fréquence  $f_c = 600$  MHz, respectivement. Les résultats sont sensiblement similaires à ceux obtenus pour la demi-sphère lorsque sa base est orientée vers le haut (sous-section 5.3.2). Dans les deux cas, on retrouve une surface plane de même superficie, et cette similitude entre les deux objets semble conduire à des allures de courbes de SER similaires dans la plage angulaire d'observation considérée.

Dans le cas du cylindre en configuration A, les allures des courbes se rapprochent de celles obtenues pour la sphère, avec des niveaux plus élevés (Figures 5.27 et 5.28). Une explication possible est que le champ incident interagit ici avec une surface plus importante dont la courbure est proche de celle de la sphère.

En revanche, pour la configuration *B*, on observe un comportement différent (Figures 5.29 et 5.30). Il semblerait que la présence d'une arête en première ligne pour l'interaction avec le champ incident influence notablement les résultats. Les courbes de SER présentant davantage de pics. Pour la fréquence  $f_c = 600$  MHz, le pic principal semble se concentrer dans la direction d'observation correspondant à la direction spéculaire de réflexion.

### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

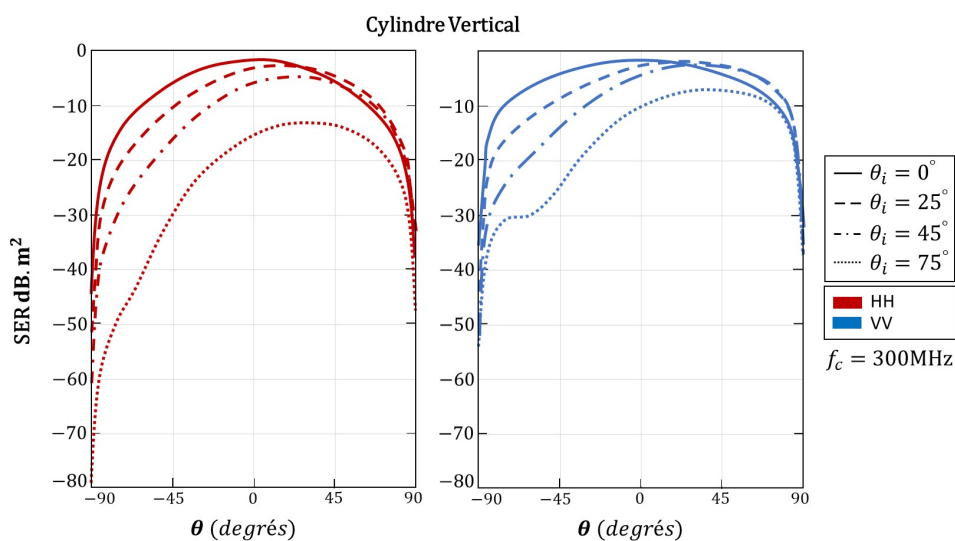


FIGURE 5.25 : SER du baril enfoui verticalement en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz.

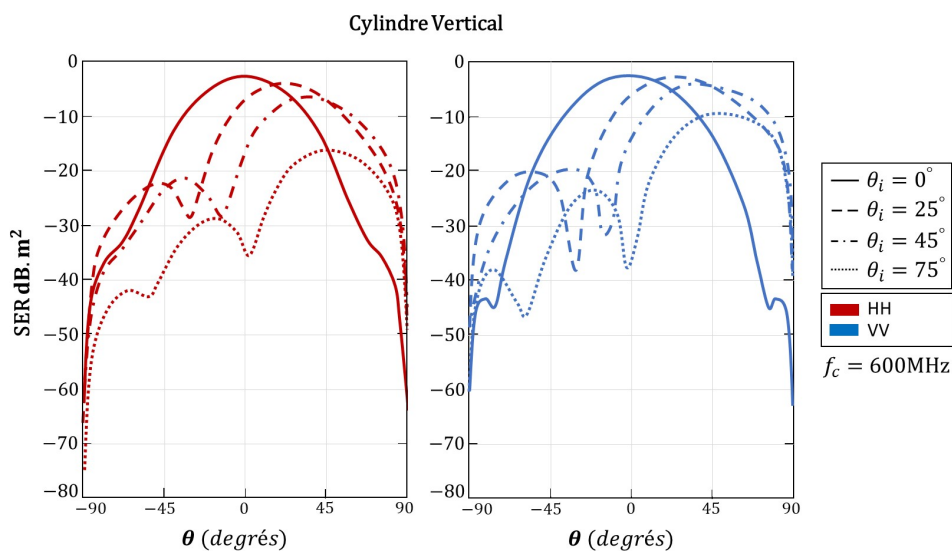


FIGURE 5.26 : SER du baril enfoui verticalement en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz.

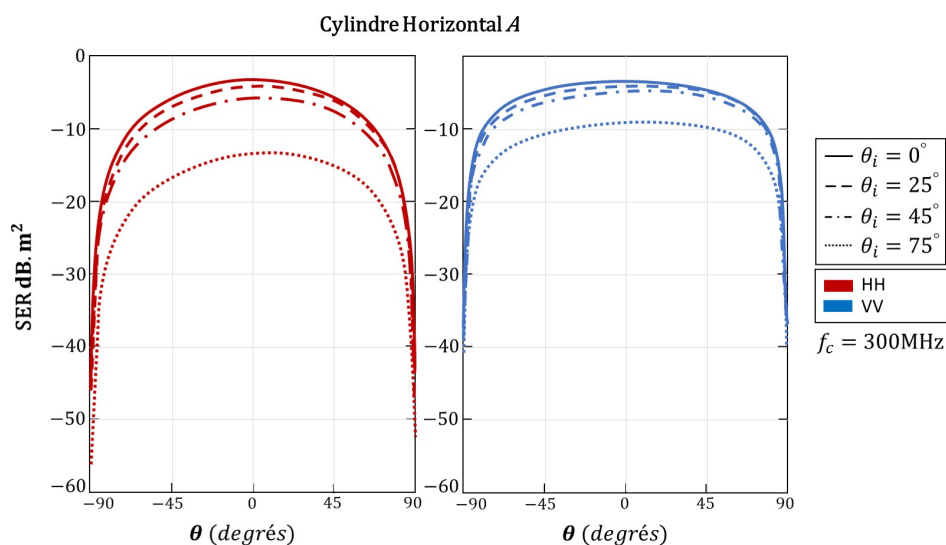


FIGURE 5.27 : SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration A, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz.

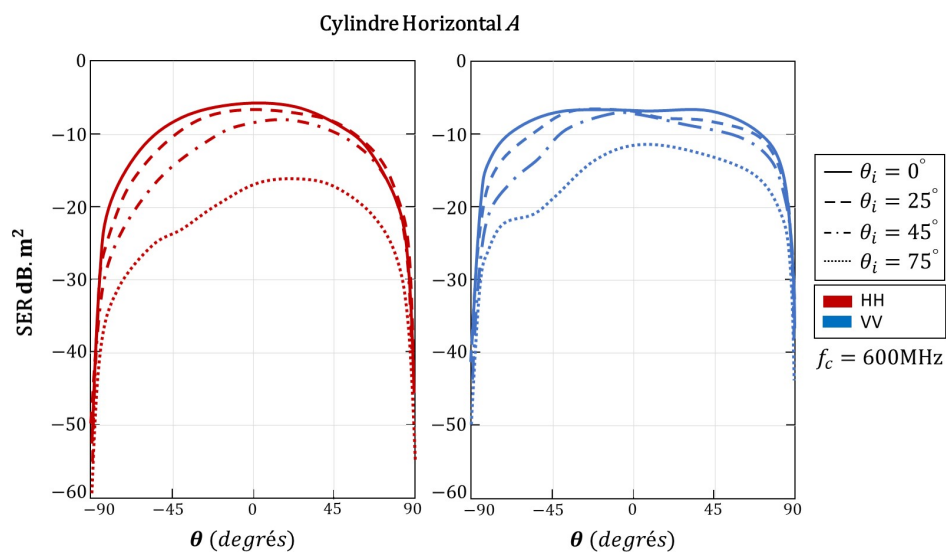


FIGURE 5.28 : SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration A, en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz.



### 5.3. ÉTUDE DE CONFIGURATIONS COMPLÉMENTAIRES

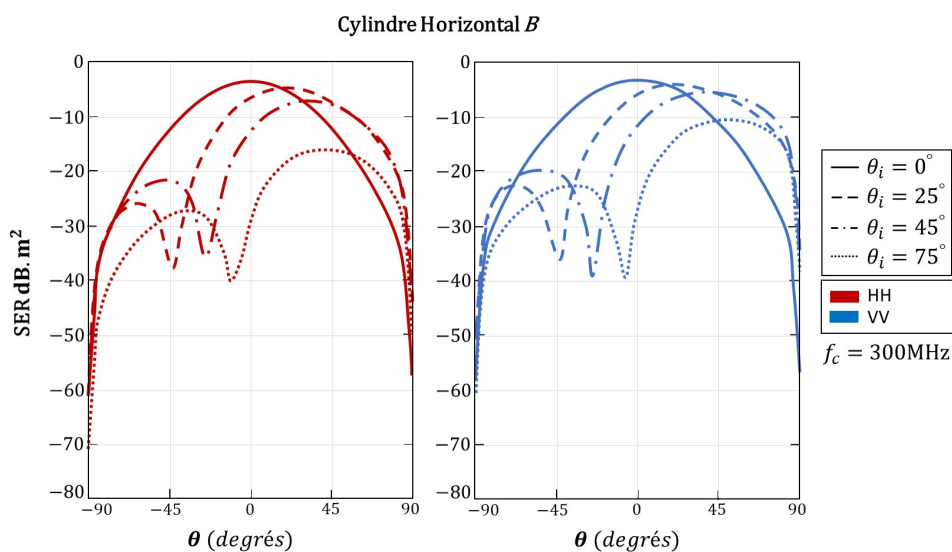


FIGURE 5.29 : SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration  $B$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 300$  MHz.

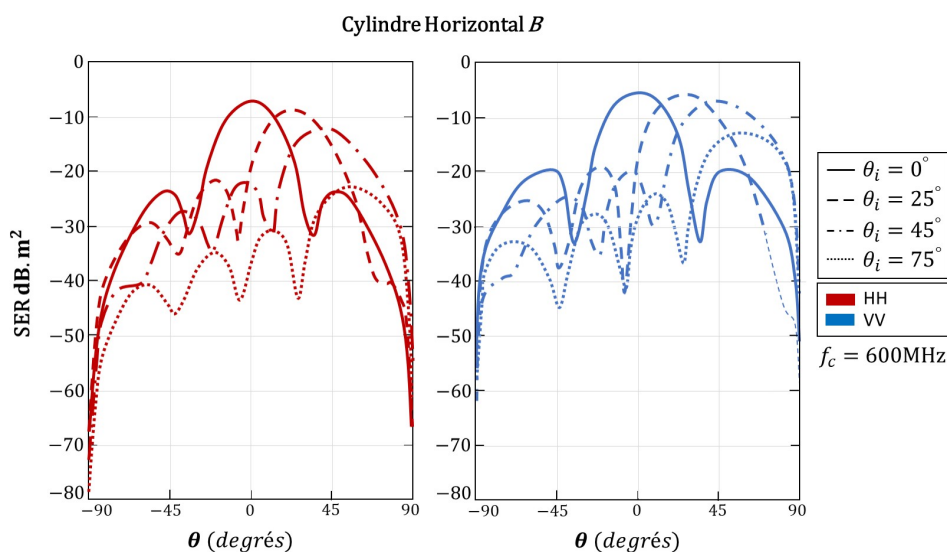


FIGURE 5.30 : SER du baril enfoui horizontalement, selon la configuration  $B$ , en fonction de l'angle d'observation  $\theta$ . Résultats en polarisation HH (en rouge, à gauche) et en polarisation VV (en bleu, à droite) pour différents angles d'incidence  $\theta_i$ . Fréquence considérée :  $f_c = 600$  MHz.

Nous ne réitérerons pas ici les observations faites concernant le comportement selon le mode de polarisation ou le fait que la configuration monostatique n'est pas la configuration menant aux niveaux de SER les plus élevés (sauf dans le cas d'une incidence normale). Il est important de noter que pour un même objet, différentes orientations de ce dernier peuvent produire des réponses variées en termes de d'énergie renvoyée au radar en réception, ce qui souligne la difficulté d'identifier le type de cible à partir des mesures de SER. En effet, dans cette étude où peu de fréquences ont été investiguées, pour un même objet, mais orienté différemment par rapport au radar, la réponse peut se rapprocher de celle d'un autre type d'objet. Il convient également de noter que les objets étudiés ici sont tous constitués du même matériau et présentent la même dimension caractéristique (rayon de 0.3 m).

### 5.3.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons fourni un inventaire non exhaustif d'exemples, pour lesquels nous avons étudié l'impact de certains paramètres de configuration d'un dispositif radar (angle d'incidence, mode polarimétrique, présentation par rapport à la cible) sur l'évaluation de la SER d'objets enfouis sur une certaine plage angulaire d'observation. Les configurations présentées ici utilisent le même type de sol, des cibles du même matériau et de mêmes dimensions caractéristiques, et considèrent une seule profondeur d'enfouissement, offrant ainsi un aperçu limité des possibilités.

Il n'est pas possible de tirer des conclusions générales à partir d'un nombre restreint d'exemples et de simulations, même si certains comportements en fonction de certains paramètres commencent à se dessiner. L'objectif ici n'était pas de mener une analyse approfondie sur un aspect particulier, mais plutôt de démontrer la capacité de notre outil de simulation à étudier l'impact de différents paramètres de configuration des systèmes radars sur la réponse des cibles.

À l'avenir, une perspective intéressante serait de réaliser un grand nombre de simulations afin de générer une base de données riche et variée. Notre outil de simulation pourrait alors être utilisé pour alimenter des algorithmes de *Machine Learning*, facilitant ainsi l'identification et la classification des réponses attendues d'objets enfouis, tout en palliant le manque de données expérimentales. Cela représenterait un travail considérable, mais avec un potentiel d'application très prometteur.

## 5.4 Conclusion du chapitre

Dans une première section, nous avons défini et mis en place un dispositif expérimental permettant l'estimation de la SER d'une sphère dans ou sur

un sol sableux. Ce dispositif nous a permis d'obtenir des mesures de SER expérimentales à moindre coût dans un environnement suffisamment contrôlé pour reproduire correctement les différents scénarios dans nos simulations. L'objectif était de pouvoir confronter des résultats expérimentaux à des résultats simulés pour tester la capacité de notre outil de simulation à évaluer la SER d'une cible enfouie dans un sol.

À la lumière de l'ensemble des comparaisons effectuées sur différents scénarios, nous pouvons conclure que l'accord entre les résultats expérimentaux et simulés est globalement satisfaisant. Les écarts observés sont majoritairement liés à la difficulté de traduire avec exactitude la vérité terrain dans nos simulations (constantes diélectriques du sol, position exacte de la sphère, impact de l'opérateur). De plus, nous avons dû faire face à plusieurs contraintes lors de la réalisation des mesures. La mise en place de chaque scénario demande un certain temps, en particulier lorsqu'il s'agit d'enfouir la cible, ce qui rend difficile la réalisation de tous les scénarios sur une courte période afin de s'affranchir de la variabilité temporelle de l'environnement. Les mesures en polarisation VV et en polarisation HH n'ont pas pu être réalisées exactement dans des conditions strictement identiques, les scénarios ayant été reproduits à des intervalles de temps différents.

En somme, malgré les écarts observés et compte tenu des nombreuses sources d'incertitudes liées à la réalisation des mesures, l'accord global entre les mesures et les simulations démontre la bonne performance de notre outil de simulation. La réalisation d'une campagne de mesures avec des moyens techniques complémentaires et une réalisation expérimentale mieux maîtrisée, aurait sans doute permis d'obtenir des résultats encore plus probants. Cette campagne permet néanmoins une première appréciation de la fiabilité de notre outil de simulation numérique.

Dans une seconde section, nous avons exploré, à travers un inventaire non exhaustif d'exemples, l'impact de certains paramètres de configuration d'un dispositif radar, tels que l'angle d'incidence, le mode polarimétrique, et la présentation par rapport à la cible, sur l'évaluation de la SER d'objets enfouis. Les exemples étudiés, bien que restreints par des configurations similaires de sol, de matériau, et de dimensions des cibles, ont permis d'illustrer la possibilité d'utiliser notre outil de simulation pour étudier l'influence de ces paramètres sur l'énergie renvoyée par les cibles vers le radar en réception, pour une configuration donnée. Cela ouvre la possibilité d'études spécifiques, permettant notamment de formuler des recommandations visant à maximiser la réponse des cibles, fournissant ainsi un premier aperçu avant une campagne expérimentale, par exemple. À l'avenir, une perspective intéressante consisterait à générer une base de données extensive via de multiples simulations, qui pourrait alimenter des algorithmes de *Machine Learning* pour améliorer l'identification et la classification des objets enfouis, compensant ainsi le manque de données expérimentales.

# Conclusion générale et perspectives

Les travaux de cette thèse ont été initialement motivés par la nécessité de développer un outil conseil à la détection d'objets enfouis à partir de plateformes radar aéroportées. La vocation première de cet outil est d'être en mesure de fournir une analyse préliminaire permettant de prédire la réponse des cibles enfouies en fonction des caractéristiques des systèmes radars et des scènes étudiées.

Dans ce contexte, notre travail de recherche s'est concentré sur le développement et l'optimisation d'un outil de simulation efficace dédié à l'évaluation de la SER d'objets enfouis dans le sol, dans un cadre spécifique de radar aéroporté. Plus précisément, l'enjeu central de cette thèse résidait dans la simulation réaliste de mesures radar aéroportées, ce qui implique l'évaluation des champs électriques et magnétiques diffractés par une cible située dans / ou sur un sol, exposée à une onde émise par un système aéroporté. Pour aborder cette problématique complexe, nous avons d'abord exploré en profondeur les concepts théoriques et les notions essentielles à maîtriser. Ainsi, dans un premier chapitre, nous avons établi le modèle mathématique adapté à notre problème, en posant les équations décrivant le comportement des ondes EM et en définissant de manière appropriée :

- l'introduction d'une source de type onde plane et le calcul du champ incident : en utilisant un formalisme CD et en considérant la résolution d'un problème de Maxwell 1-D auxiliaire ;
- les conditions limites du domaine de calcul : définies par un système PML adapté à un bi-milieu air / sol ;
- la présence de récepteurs éloignés de l'interface air / sol : en considérant un modèle de calcul pour une transformation champ proche / champ lointain en présence d'un milieu à pertes.

Nous avons ensuite dressé un inventaire non-exhaustif des méthodes de résolution envisageables, en analysant chacune d'elles à la lumière des contraintes imposées par notre problématique. Après une évaluation des

avantages et des inconvénients des différentes approches considérées, notre choix s'est porté sur la méthode volumes finis. Plus précisément, nous avons décidé d'élaborer une nouvelle approche hybride multi-méthodes / multi-domaines. Cette dernière repose sur l'hybridation de solveurs de type FVTD, associée à une hybridation de maillages cartésiens / non-structurés. La gestion des parties non-structurés des maillages hybrides est réalisée par un solveur FVTD-NST, tandis que les parties cartésiennes sont traitées par un solveur FVTD-ST, moins exigeant en ressources en raison de l'indexation des cellules par des indices  $(i, j, k)$ , qui élimine le besoin de stocker des volumes. Cette stratégie vise non seulement à garantir une représentation conforme des géométries courbes et une prise en compte adaptée de milieux de permittivités distinctes, mais aussi à optimiser les coûts de calcul.

Après avoir défini notre plan d'action pour l'élaboration de notre outil de simulation, nous nous sommes, dans un second chapitre, concentrés sur la génération de maillages hybrides cartésiens / non-structurés. Nous avons proposé une stratégie reposant sur la décomposition du domaine de calcul en sous-domaines, en tenant compte des spécificités des géométries courbes et des différents milieux présents. Cette méthode permet d'effectuer des raffinements locaux en définissant plusieurs zones avec des pas de discrétisation spatiale adaptés aux vitesses de propagation des différents milieux considérés. Cette approche contribue à une réduction significative du nombre total de cellules dans le domaine de calcul et permet de maximiser les zones cartésiennes, traitées par un solveur moins coûteux, ce qui contribue à minimiser le coût de calcul.

L'outil de maillage développé durant cette thèse s'est révélé à la fois évolutif, facile d'utilisation, et rapide, permettant la génération complète de maillages hybrides raffinés localement en seulement quelques minutes.

Par la suite, dans le chapitre 3, après avoir rappelé le principe général de la méthode FVTD, nous avons décrit les deux solveurs retenus, adaptés et améliorés pour traiter les différents sous-domaines des maillages hybrides. En ce qui concerne le solveur FVTD-ST, dédié aux zones cartésiennes, un schéma de type  $\beta\gamma$  a été implémenté pour l'évaluation des flux. De multiples tests ont été réalisés sur une configuration donnée en espace libre, afin de sélectionner les valeurs optimales des paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  pour nos configurations de calcul. L'objectif était de garantir une solution suffisamment précise (minimisation de la dispersion et de la diffusion numérique), tout en optimisant le pas de temps (maximisation du critère CFL) et en maintenant un temps de calcul raisonnable.

Concernant le solveur FVTD-NST, dédié aux zones non-structurées, deux stratégies ont été mises en place pour améliorer son efficacité. La première repose sur une approximation locale du flux, en fonction de la taille des cellules, il s'agit de notre stratégie d'ordre d'approximation variable en espace.

La seconde consiste à introduire des pas de temps locaux au lieu d'utiliser un pas de temps global unique pour tout le domaine de calcul, il s'agit de notre stratégie de pas de temps local. Ces deux approches ont été éprouvées à travers une configuration donnée en espace libre, aboutissant à une réduction significative du temps de calcul, sans nuire à la précision de la solution. Sans perdre de vue notre cadre applicatif, nous avons implémenté les différents modèles étudiés dans le chapitre 1, en détaillant particulièrement l'adaptation du modèle de calcul du champ incident 1-D en présence d'un sol, ainsi que la mise à jour de la source 3-D. Plusieurs tests ont été réalisés sur des configurations présentant des objets enfouis, permettant de valider la bonne implémentation des modèles pour la prise en compte d'un sol dans notre approche volumes finis. Pour ces mêmes exemples, l'utilisation de maillages raffinés localement a permis une réduction significative du coût calcul grâce à la réduction du nombre de cellules dans le domaine de calcul.

Une fois nos solveurs FVTD opérationnels, nous avons pu, dans le chapitre 4, concentrer nos efforts sur la stratégie d'hybridation FVTD-ST/NST. Nous avons décrit l'architecture logicielle proposée pour notre approche multi-domaines / multi-méthodes et étudié la stabilité de la solution hybride. Pour ce faire, nous nous sommes intéressés à l'énergie du problème de Maxwell approximé par un schéma numérique dans le cadre d'une hybridation de schémas sur plusieurs sous-domaines. Nous sommes parvenus à montrer que, sous une certaine condition, la stabilité de l'hybridation entre un solveur FVTD-ST avec un solveur FVTD-NST est effectivement vérifiée. Après avoir identifié les différents défis liés à l'hybridation, pour tirer pleinement parti des spécificités de notre approche, nous avons choisi de mettre en œuvre une stratégie de pas de temps local pour chaque sous-domaine et défini une stratégie d'hybridation permettant des échanges coordonnés en temps. Enfin, nous avons exploré diverses approches multi-domaines / multi-méthodes et identifié comme la plus pertinente, l'approche consistant à définir trois sous-domaines : deux sous-domaines cartésiens distincts pour l'air et le sol et un sous-domaine non-structuré pour la zone objet. Cependant, en raison des obstacles rencontrés que nous n'avons pas pu surmonter dans le temps imparti à cette thèse, nous avons opté pour une approche simplifiée basée sur la définition de seulement deux sous-domaines : un sous-domaine cartésien pour l'air et le sol, et un sous-domaine non-structuré pour la zone objet. Malgré cette simplification, les tests effectués avec cette approche ont révélé des résultats satisfaisants en termes de performance et de précision. Une étude d'une configuration en espace libre a permis de confronter les performances de notre approche hybride à d'autres techniques de simulation. À maillages équivalents, notre approche hybride s'est révélée  $\sim 3.5$  fois plus rapide que notre méthode FVTD-NST seule, avec une précision équivalente. Les méthodes FDTD et FVTD-ST, quant à elles, bien que beaucoup plus rapides, ont démontré une précision nettement inférieure. Pour obtenir

une précision comparable à celle de notre approche hybride avec la méthode FDTD, il est nécessaire d'utiliser un maillage plus fin, avec un nombre de cellules nettement plus élevé que dans le maillage hybride, ce qui ramène le temps de calcul à un ordre de grandeur similaire à celui de l'approche hybride. Ainsi, notre méthode hybride FVTD-ST/NST s'est montrée globalement satisfaisante, même en espace libre, et compétitive par rapport aux méthodes classiques éprouvées dont nous disposons. Des marges d'amélioration sont encore possibles et son plein potentiel est particulièrement attendu pour des scénarios plus complexes, impliquant des sols à pertes ou des objets enfouis.

Par ailleurs, l'application de notre approche hybride sur plusieurs configurations issues de la littérature, impliquant la présence d'un sol à pertes et d'objets enfouis, a permis de vérifier son bon fonctionnement ainsi que son efficacité pour répondre à notre problématique. Aussi fiable que la méthode FVTD-NST seule, elle a démontré des gains significatifs en termes de temps de calcul pour les configurations considérées. En effet, par rapport à la méthode FVTD-NST sur un maillage non-raffiné, le temps de calcul a été réduit d'un facteur d'environ 8. De plus, par rapport à la méthode FVTD-NST sur un maillage raffiné localement, le temps de calcul a été réduit d'un facteur d'environ 5.

Enfin, dans le chapitre 5, nous avons cherché à fournir une première appréciation des performances de notre outil de simulation en le confrontant à des données expérimentales. Nous avons défini et mis en œuvre un dispositif permettant de mesurer la SER d'une sphère enfouie dans ou sur un sol sableux, afin de comparer les résultats expérimentaux à ceux obtenus avec ceux issus de nos simulations numériques. Bien que des écarts aient été constatés, principalement dus à la difficulté de traduire avec exactitude les conditions expérimentales, telles que les constantes diélectriques du sol ou la position exacte de la cible, l'accord global entre les résultats est satisfaisant. Les sources d'incertitudes sont en effet nombreuses et non pas été toutes investiguées ici. Néanmoins, cette première appréciation de la fiabilité de notre outil de simulation montre sa capacité à reproduire des scénarios réalistes et à fournir des résultats exploitables.

Par ailleurs, nous avons exploré à travers un inventaire restreint d'exemples, l'influence de plusieurs paramètres d'un dispositif radar (angle d'incidence, polarisation, etc.) sur la SER des objets enfouis. L'objectif était d'illustrer la fonctionnalité de notre outil de simulation pour examiner comment ces paramètres affectent l'énergie renvoyée par les cibles vers le radar en réception. Cela ouvre la voie à des études spécifiques, permettant notamment de formuler des recommandations visant à maximiser la réponse des cibles. Ainsi, l'exploitation de notre outil de simulation pourrait alors fournir un aperçu préliminaire précieux pour orienter des campagnes de mesures futures et faciliter des études plus approfondies sur les configurations optimales des

systèmes radars pour la détection d'objets enfouis. En somme, cela satisfait la motivation initiale de cette thèse.

Pour conclure, ces travaux de thèse ont permis de développer un outil de simulation polyvalent, capable de traiter la problématique complexe de la SER des objets enfouis. En utilisant des maillages hybrides et en associant des solveurs volumes finis, nous avons proposé une solution efficace sur de nombreux aspects, pour évaluer la SER des objets enfouis dans le contexte des radars aéroportés. Une comparaison avec des outils de simulation commercialisés, tels que le logiciel CST Microwave Studio (*Computer Simulation Technology*) développé par Dassault Systèmes, aurait permis de mieux situer notre approche par rapport aux standards existants. Bien que notre outil soit encore à ses débuts pour ce contexte spécifique, il présente des avantages notables et son exploitation ouvre la voie à des perspectives intéressantes. Les confrontations expérimentales effectuées ont néanmoins permis de montrer le potentiel et un aperçu des performances de notre outil. Cependant, notre outil n'a pas encore été suffisamment éprouvé pour estimer précisément sa précision et sa fiabilité en fonction des différentes configurations possibles. De plus, des améliorations sont encore envisageables pour optimiser son efficacité.

Les perspectives offertes par ce travail sont nombreuses. D'une part, des tests plus poussés et des études plus approfondies peuvent encore permettre d'optimiser et d'améliorer les performances de l'outil proposé ici, notamment en réduisant le nombre d'opérations par itération pour chacune des méthodes de type volumes finis utilisées. La mise au point de l'approche considérant plus de deux sous-domaines pourrait également permettre d'améliorer les performances en termes de coût calcul.

D'autre part, la réalisation de simulations supplémentaires sur des configurations plus complexes et variées que celles présentées ici aiderait à mieux diagnostiquer les performances de l'outil. Actuellement, les exemples ont été restreints à un certain type de sol et d'objets; il serait donc pertinent d'étendre les études à d'autres scénarios pour établir une évaluation complète de l'outil et ainsi rendre son utilisation plus éclairée et adaptée aux besoins des potentiels utilisateurs. Cependant, cette démarche représente un travail à part entière et constitue une étape future potentielle du projet.

Dans le même esprit, une confrontation avec un nombre plus important de données expérimentales serait souhaitable. En réalisant des campagnes de mesures utilisant des moyens techniques complémentaires et une approche expérimentale plus maîtrisée, il serait possible de surmonter certaines des contraintes rencontrées lors de notre campagne initiale et d'obtenir des résultats encore plus probants.

Il est également envisageable de se positionner en termes d'imagerie SAR. En effet, bien que jusqu'à présent nous n'ayons considéré qu'un seul angle



## CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

---

d'incidence par simulation, il est envisageable d'en traiter plusieurs en lançant plusieurs calculs en parallèle sur plusieurs processeurs.

Une future direction applicative intéressante serait également de générer une base de données extensive via des simulations pour alimenter des algorithmes de Machine Learning. La création et la mise à disposition d'une base de données riche et variée permettraient de faciliter l'identification et la classification des réponses attendues d'objets enfouis, tout en palliant le manque de données expérimentales. Bien que ce travail représente un investissement conséquent, il offre un potentiel d'application très prometteur.

Enfin, l'hybridation FDTD/FVTD-NST constitue une autre perspective intéressante. Comme discuté dans le chapitre 3, la méthode FDTD semble plus efficace en termes de temps de calcul que notre approche FVTD-ST. Cependant, comme mentionné dans le chapitre 4, la stabilité de cette hybridation reste à examiner, bien qu'une condition de stabilité ait été identifiée. Cela ouvre la voie à des recherches futures sur l'optimisation et la stabilité de ces méthodes.

# Liste des publications et des communications

ORCID ID 0009-0007-1127-708X

- **Publication dans le journal international IJNM** —International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields (IJNM), Wiley, juillet 2024  
L.-M. Mazzolo and X. Ferrieres, *Hybrid Cartesian/unstructured numerical method for efficient evaluation of scattered fields : Application to buried object detection from airborne platforms* [72]
- **Conférence internationale Radar 2024** —SEE International Radar conference 2024 (Radar 2024), Rennes, France, octobre 2024  
(**Poster**)  
L.-M. Mazzolo, P. Millot and X. Ferrieres, *Simulation of buried objects Radar Cross Section (RCS) using a Hybrid Finite Volume Method : Experimental validation through RCS measurements of a PEC sphere*
- **Conférence internationale IGARSS 2024** —2024 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Athens, Greece, juillet 2024 (**Présentation orale**)  
L.-M. Mazzolo, P. Millot and X. Ferrieres, *Experimental Validation of a Hybrid Finite Volume Method Simulating Buried Objects Radar Cross Section* [87]
- **Conférence européenne NUMELEC 2024** —The 10th European Conference on Numerical Methods in Electromagnetism (NUMELEC 2024), Toulouse, France, juillet 2024 (**Présentation orale**)  
L.-M. Mazzolo and X. Ferrieres, *Study of a hybrid Finite Volume method to simulate RCS from buried objects illuminated by a plane wave*
- **Conférence internationale ICEAA 2023** —International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), Venice,

Italy, octobre 2023 (**Présentation orale**)

L.-M. Mazzolo, S. Angelliaume, X. Ferrières, *Hybrid Cartesian/unstructured numerical method for efficient resolution of Maxwell's equations in time domain : Application to buried object detection from airborne remote sensing platforms* [73]

- **Conférence internationale EMF 2023** —The 13th International Symposium on Electric and Magnetic Fields, Marseille, France, août 2023 (**Présentation orale**)

L.-M. Mazzolo, S. Angelliaume, X. Ferrières, *Hybrid Cartesian/ unstructured method for efficient evaluation of scattered fields : application to buried object detection from airborne platforms*

- **Journées Ondes du Sud-Ouest 2023**, Toulouse, France, mars 2023 (**Poster**)

L.-M. Mazzolo and X. Ferrieres, *Imagerie Radar de Subsurface : Modélisation Physique et Application Aéroportée*

- Conférence organisée par l'ONERA : **ENVIREM 2022**, Palaiseau, France, octobre 2022 (**Présentation orale**)

L.-M. Mazzolo, S. Angelliaume, X. Ferrieres, *Apport de la simulation électromagnétique pour le développement d'un instrument SAR aéroporté appliqué à la détection d'objets enfouis*

# Bibliographie

- [1] M. BANO, N. ECONOMOU, J. BRADFORD et al., “GPR data imaging and interpretation — Introduction”, *GEOPHYSICS*, t. 87, n° 4, juill. 2022, Publisher : Society of Exploration Geophysicists, ISSN : 0016-8033. DOI : 10.1190/geo2022-0512-spseintro.1.
- [2] S. GHANBARI et M. K. HAFIZI, “Application of forward modeling and appropriate processing algorithm to locate aqueduct by GPR”, t. 10, p. 67-82, mai 2016.
- [3] A. EBRAHIMI, S. GHANBARI et A. ASHTARI, “FDTD numerical GPR stratigraphy modeling and processing and a case study with GPR data”, sept. 2012, p. 1-4. DOI : 10.1190/IST092012-001.123.
- [4] H. M. CANTALLOUBE, “Onera Campaign in South Greenland for Imaging of Snow/Ice Subsurface Features from Airborne SAR”, in *2019 International Radar Conference (RADAR)*, TOULON, France : IEEE, sept. 2019, p. 1-6. DOI : 10.1109/RADAR41533.2019.171403.
- [5] R. BAQUÉ, S. ANGELLIAUME, P. DUBOIS-FERNANDEZ et O. RUAULT, “Ground penetrating capabilities of Airborne SAR System SETHI”, in *l’European Microwave Week (EUMW) 2022*, LONDRES, United Kingdom, fév. 2022. adresse : <https://hal.science/hal-03740619>.
- [6] R. BAQUÉ, O. RUAULT DU PLESSIS, N. CASTET et al., “SETHI / RAMSES-NG : New performances of the flexible multi-spectral airborne remote sensing research platform”, in *2017 European Radar Conference (EURAD)*, oct. 2017, p. 191-194. DOI : 10.23919/EURAD.2017.8249179.
- [7] R. BAQUÉ, P. DREUILLET et H. ORIOT, “Sethi : Review Of 10 Years Of Development And Experimentation Of The Remote Sensing Platform”, in *RADAR 2019*, TOULON, France, sept. 2019. adresse : <https://hal.science/hal-02502425>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [8] G. GRANDJEAN, P. PAILLOU, P. DUBOIS-FERNANDEZ, T. AUGUST-BERNEX, N. BAGHDADI et J. ACHACHE, “Subsurface structures detection by combining L-band polarimetric SAR and GPR data : example of the Pyla Dune (France)”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. 39, n° 6, juin 2001, ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/36.927447.
- [9] P. PAILLOU, O. RUAULT DU PLESSIS, C. COULOMBEIX et al., “The TUNISAR experiment : Flying an airborne P-Band SAR over southern Tunisia to map subsurface geology and soil salinity”, *PIERS*, 2011.
- [10] K. D. MANKOFF, D. v. AS, A. LINES et al., “Search and recovery of aircraft parts in ice-sheet crevasse fields using airborne and in situ geophysical sensors”, *Journal of Glaciology*, t. 66, n° 257, 2020, ISSN : 0022-1430, 1727-5652. DOI : 10.1017/jog.2020.26.
- [11] F. ULABY, D. LONG, W. BLACKWELL et al., *Microwave Radar and Radiometric Remote Sensing*. jan. 2014, ISBN : 978-0-472-11935-6.
- [12] F. BRIGUI, S. ANGELLIAUME, N. CASTET, X. DUPUIS et P. MARTINEAU, “SAR-Light - First SAR Images from the New Onera SAR Sensor on UAV Platform”, in *IGARSS 2022 - 2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Kuala Lumpur, Malaysia : IEEE, juill. 2022, p. 7721-7724, ISBN : 978-1-66542-792-0. DOI : 10.1109/IGARSS46834.2022.9884340.
- [13] L. M. MAZZOLO et S. ANGELLIAUME, “Polarization synthesis applied to UHF band SAR data for subsurface object detection”, in *International Conference on Radar Systems (RADAR 2022)*, t. 2022, oct. 2022, p. 401-404. DOI : 10.1049/icp.2022.2351.
- [14] J. LEE et E. POTTIER, *Polarimetric Radar Imaging : From basics to applications*. (Optical Science and Engineering), B. J. THOMPSON, U. o. ROCHESTER, NY et USA, éd. CRC Press, Taylor & Francis Editor, jan. 2009.
- [15] G. T. RUCK, D. E. BARRICK, W. D. STUART et C. K. KRICHBAUM, *Radar cross section handbook*. New York : Plenum Press, 1970, ISBN : 978-0-306-30343-2.
- [16] J. B. KELLER, “Geometrical Theory of Diffraction\*”, *JOSA*, t. 52, n° 2, p. 116-130, fév. 1962. DOI : 10.1364/JOSA.52.000116.
- [17] H. SYED et J. VOLAKIS, “PTD analysis of impedance structures”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 44, n° 7, p. 983-988, juill. 1996, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/8.504305.
- [18] A. MICHAELI, “Elimination of infinities in equivalent edge currents, Part II : Physical optics components”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 34, n° 8, p. 1034-1037, août 1986, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/TAP.1986.1143941.

- 
- [19] K. DEMAREST, R. PLUMB et Z. HUANG, “FDTD modeling of scatterers in stratified media”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 43, n° 10, p. 1164-1168, oct. 1995, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/8.467657.
- [20] K. DEMAREST, Z. HUANG et R. PLUMB, “An FDTD near- to far-zone transformation for scatterers buried in stratified grounds”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 44, n° 8, p. 1150-1157, août 1996, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/8.511824.
- [21] I. R. CAPOGLU et G. S. SMITH, “A Total-Field/Scattered-Field Plane-Wave Source for the FDTD Analysis of Layered Media”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 56, n° 1, p. 158-169, jan. 2008, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/TAP.2007.913088.
- [22] A. TAFLOVE et S. HAGNESS, *Computational electrodynamics : the finite-difference time-domain method. 2nd ed, 2<sup>e</sup> éd.* Boston London : Arrech House, juin 2000, ISBN : 978-1-58053-076-1.
- [23] K. YEE, “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 14, n° 3, p. 302-307, mai 1966, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/TAP.1966.1138693.
- [24] K. YEE et J. CHEN, “The finite-difference time-domain (FDTD) and the finite-volume time-domain (FVTD) methods in solving Maxwell’s equations”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 45, n° 3, p. 354-363, mars 1997, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/8.558651.
- [25] P. BONNET, X. FERRIERES, F. ISSAC et al., “Numerical Modeling of Scattering Problems Using a Time Domain Finite Volume Method”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, t. 11, n° 8, p. 1165-1189, jan. 1997. DOI : 10.1163/156939397X01070.
- [26] D. FIRSOV, J. LOVETRI, I. JEFFREY, V. OKHMATOVSKI, C. GILMORE et W. CHAMMA, “High-order FVTD on unstructured grids using an object-oriented computational engine”, *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, t. 22, p. 71-81, mars 2007.
- [27] F. EDELVIK et G. LEDFELT, “A comparison of time-domain hybrid solvers for complex scattering problems”, *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, t. 15, n° 5-6, p. 475-487, 2002, ISSN : 1099-1204. DOI : 10.1002/jnm.463.
- [28] X. FERRIERES, J.-P. PARMANTIER, S. BERTUOL et A. RUDDLE, “Application of a hybrid finite difference/finite volume method to solve an automotive EMC problem”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, t. 46, n° 4, p. 624-634, nov. 2004, ISSN : 1558-187X. DOI : 10.1109/TEMC.2004.837837.
-

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [29] J. C. MAXWELL, *A treatise on electricity and magnetism*. Clarendon Press, 1873.
- [30] G. MUR, “Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic field equations”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, t. 23, n° 4, p. 377-382, 1981. DOI : 10.1109/TEMC.1981.303970..
- [31] J.-P. BERENGER, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, *Journal of Computational Physics*, t. 114, n° 2, p. 185-200, oct. 1994, ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1006/jcph.1994.1159.
- [32] U. S. INAN et R. A. MARSHALL, *Numerical Electromagnetics : The FDTD Method*. New York, United States of America : Cambridge University Press, avr. 2011, chap. chapter 7, ISBN : 978-1-139-49798-5.
- [33] K. MICHALSKI et J. MOSIG, “Multilayered media Green’s functions in integral equation formulations”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 45, n° 3, p. 508-519, mars 1997. DOI : 10.1109/8.558666.
- [34] O. RAMADAN et A. Y. NIAZI, “One way wave equation type ABCs for terminating low loss media”, *Electronics Letters*, t. 33, n° 24, p. 2052-2054, nov. 1997, Publisher : IET Digital Library, ISSN : 1350-911X. DOI : 10.1049/e1:19971377.
- [35] B. ENGQUIST et A. MAJDA, “Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves”, *Mathematics of Computation*, t. 31, n° 139, p. 629-651, 1977, Publisher : American Mathematical Society, ISSN : 0025-5718. DOI : 10.2307/2005997.
- [36] P.-A. MAZET, S. PAINTANDRE et A. RAHMOUNI, “Interprétation dispersive du milieu PML de Bérenger”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences - Series I - Mathematics*, t. 327, n° 1, p. 59-64, juill. 1998, ISSN : 0764-4442. DOI : 10.1016/S0764-4442(98)80103-1.
- [37] R. LUEBBERS, K. KUNZ, M. SCHNEIDER et F. HUNSBERGER, “A finite-difference time-domain near zone to far zone transformation (electromagnetic scattering)”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 39, n° 4, p. 429-433, avr. 1991. DOI : 10.1109/8.81453.
- [38] K. YEE, D. INGHAM et K. SHLAGER, “Time-domain extrapolation to the far field based on FDTD calculations”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 39, n° 3, p. 410-413, mars 1991. DOI : 10.1109/8.76342.
- [39] T. MARTIN, “An improved near- to far-zone transformation for the finite-difference time-domain method”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 46, n° 9, p. 1263-1271, sept. 1998. DOI : 10.1109/8.719968.

- 
- [40] T. MARTIN et L. PETTERSSON, “FDTD Time Domain Near- To Far-Zone Transformation above a Lossy Dielectric Half-space”, *Applied Computational Electromagnetics Society Newsletter*, t. 16, p. 45-52, mars 2001.
- [41] C. T. TAI, *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*. New York, United States of America : IEEE Press, New York, Second Edition, 1993, ISBN : 0-7803-0449-7.
- [42] A. CANGELLARIS et D. WRIGHT, “Analysis of the numerical error caused by the stair-stepped approximation of a conducting boundary in FDTD simulations of electromagnetic phenomena”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 39, n° 10, p. 1518-1525, oct. 1991. DOI : 10.1109/8.97384.
- [43] W. P. CARPES JR, L. PICHON et A. RAZEK, “A 3D finite element method for the modelling of bounded and unbounded electromagnetic problems in the time domain”, *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, t. 13, n° 6, 2000, ISSN : 1099-1204. DOI : 10.1002/1099-1204(200011/12)13:6<527::AID-JNM391>3.0.CO;2-V.
- [44] J. HESTAVEN, “High-Order Accurate Methods in Time-Domain Computational Electromagnetics”, *A Review. Adv. Imag. Electron Phys.*, t. 127, n° 59, 2003.
- [45] G. COHEN et S. PERNET, *Finite Element and Discontinuous Galerkin Methods for Transient Wave Equations*. Scientific Computation, Springer, 2017.
- [46] S. PIPERNO et L. FEZOU, “A centered discontinuous Galerkin finite volume scheme for the 3D heterogeneous Maxwell equations on unstructured meshes”, *Technical Report 4733, INRIA*, 2003.
- [47] L. FEZOU, S. LANTERI, S. LOHRENGEL et S. PIPERNO, “Convergence and stability of a discontinuous Galerkin time-domain method for the 3D heterogeneous Maxwell equations on unstructured meshes.”, *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, t. 39, n° 6, p. 1149-1176, 2005. DOI : 10.1051/m2an:2005049.
- [48] J. HESTAVEN, “Nodal discontinuous Galerkin methods : algorithms, analysis, and applications.”, *Springer Science Business Media*, 2007.
- [49] J. BONELLE et A. ERN, “Analysis of Compatible Discrete Operator schemes for elliptic problems on polyhedral meshes”, *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, t. 48, n° 2, p. 553-581, mars 2014, ISSN : 0764-583X, 1290-3841. DOI : 10.1051/m2an/2013104.
-



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [50] V. RITZENTHALER, P. CANTIN et X. FERRIERES, “Robust Scheme on 3D Hybrid Meshes with Non-conformity for Maxwell’s Equations in Time Domain”, *Journal of Scientific Computing*, t. 99, n° 3, p. 73, avr. 2024, ISSN : 1573-7691. DOI : 10.1007/s10915-024-02533-1.
- [51] W. YU et R. MITTRA, “A conformal finite difference time domain technique for modeling curved dielectric surfaces”, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, t. 11, n° 1, p. 25-27, jan. 2001. DOI : 10.1109/7260.905957.
- [52] S. BENKLER, N. CHAVANNES et N. KUSTER, “A new 3-D conformal PEC FDTD scheme with user-defined geometric precision and derived stability criterion”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 54, n° 6, p. 1843-1849, juin 2006, Conference Name : IEEE Transactions on Antennas and Propagation, ISSN : 1558-2221. DOI : 10.1109/TAP.2006.875909.
- [53] N. BUI, C. GUIFFAUT et A. REINEIX, “Field interpolation with generalized barycentric coordinates in conformal FDTD schemes”, in *2019 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting*, juill. 2019, p. 1651-1652. DOI : 10.1109/APUSNCURSINRSM.2019.8888902.
- [54] N. K. MADSEN, “Divergence Preserving Discrete Surface Integral Methods for Maxwell’s Curl Equations Using Non-orthogonal Unstructured Grids”, *Journal of Computational Physics*, t. 119, n° 1, p. 34-45, 1995. DOI : 10.1006/jcph.1995.1114.
- [55] S. GEDNEY, F. LANSING et D. RASCOE, “Full wave analysis of microwave monolithic circuit devices using a generalized Yee-algorithm based on an unstructured grid”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, t. 44, n° 8, p. 1393-1400, août 1996, ISSN : 1557-9670. DOI : 10.1109/22.536021.
- [56] T. JURGENS, A. TAFLOVE, K. UMASHANKAR et T. MOORE, “Finite-difference time-domain modeling of curved surfaces (EM scattering)”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 40, n° 4, p. 357-366, avr. 1992. DOI : 10.1109/8.138836.
- [57] T. JURGENS et A. TAFLOVE, “Three-dimensional contour FDTD modeling of scattering from single and multiple bodies”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 41, n° 12, p. 1703-1708, déc. 1993, Conference Name : IEEE Transactions on Antennas and Propagation. DOI : 10.1109/8.273315.
- [58] C.-M. KUO et C.-W. KUO, “A New Scheme for the Conformal FDTD Method to Calculate the Radar Cross Section of Perfect Conducting Curved Objects”, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*,

- t. 9, p. 16-19, 2010, ISSN : 1548-5757. DOI : 10.1109/LAWP.2010.2040572.
- [59] N. BUI, “Méthode FDTD conforme et d’ordre (2,4) pour le calcul de SER large bande de cibles complexes”, These de doctorat, Limoges, déc. 2016. adresse : <https://theses.fr/2016LIM00118>.
- [60] M. CLEMENS et T. WEILAND, “Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique”, *Progress In Electromagnetics Research*, t. 35, p. 65-87, 2001. DOI : 10.2528/PIER00080103.
- [61] D. ISLEIFSON, I. JEFFREY, L. SHAFI, J. LOVETRI et D. G. BARBER, “An Efficient Scattered-Field Formulation for Objects in Layered Media Using the FVTD Method”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 59, n° 11, p. 4162-4170, nov. 2011, Conference Name : IEEE Transactions on Antennas and Propagation. DOI : 10.1109/TAP.2011.2164198.
- [62] P. BONNET, “Resolution des equations de maxwell instationnaires et harmoniques par une technique de volumes finis. Application a des problemes de comptabilite electromagnetique”, These de doctorat, Clermont-Ferrand 2, jan. 1998.
- [63] F. BONNET, M. BOSTAN et L. F. FEZOU, “Étude d’une classe de [bêta-gamma] schémas en formulation volumes finis pour des problèmes hyperboliques.”, report, INRIA, 1997. adresse : <https://inria.hal.science/inria-00073400>.
- [64] S. M. RAO, *Times Domain Electromagnetics*, Department of Electrical Engineering, Auburn University, Auburn, AL. 1999, ISBN : 978-0-12-580190-4.
- [65] J. NÉDÉLEC, “A New family of Mixed Finite Elements in IR<sup>3</sup>.”, *Numerische Mathematik*, t. 50, p. 57-82, 1986/87.
- [66] S. RAO, D. WILTON et A. GLISSON, “Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, t. 30, n° 3, p. 409-418, 1982. DOI : 10.1109/TAP.1982.1142818.
- [67] A. ELMKIES et P. JOLY, “Eléments finis et condensation de masse pour les équations de Maxwell : le cas 3D”, report, INRIA, 1998. adresse : <https://inria.hal.science/inria-00073308>.
- [68] F. BOURDEL, P.-A. MAZET et P. HELLUY, *Resolution of the non-stationary or harmonic Maxwell equations by a discontinuous finite element method. application to an e.m.i. (electromagnetic impulse) case*. France : Nova Science Publishers, Inc. Commack, NY, USA, fév. 1992, p. 405-422. adresse : <https://hal.science/hal-00974964>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [69] B. COCKBURN, E. KARNIADAKIS G. et C. SHU, “The development of discontinuous galerkin methods”, *Discontinuous Galerkin Methods*, Springer, p. 3-50, 2000.
- [70] G. COHEN, X. FERRIERES et S. PERNET, “A spatial high-order hexahedral discontinuous Galerkin method to solve Maxwell’s equations in time domain”, *Journal of Computational Physics*, t. 217, n° 2, p. 340-363, 2006. DOI : 10.1016/j.jcp.2006.01.004.
- [71] C. GEUZAIN et J.-F. REMACLE, “Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, t. 79, n° 11, p. 1309-1331, 2009.
- [72] L.-M. MAZZOLO et X. FERRIERES, “Hybrid Cartesian/unstructured numerical method for efficient evaluation of scattered fields : Application to buried object detection from airborne platforms”, *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, t. 37, n° 4, e3270, 2024. DOI : <https://doi.org/10.1002/jnm.3270>.
- [73] L.-M. MAZZOLO, S. ANGELLIAUME et X. FERRIERES, “Hybrid Cartesian/unstructured numerical method for efficient resolution of Maxwell’s equations in time domain : Application to buried object detection from airborne remote sensing platforms”, *2023 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, p. 479-479, 2023.
- [74] V. SHANKAR, A. H. MOHAMMADIAN et W. F. HALL, “A Time-Domain, Finite-Volume Treatment for the Maxwell Equations”, *Electromagnetics*, t. 10, p. 127-145, 1990. DOI : 10.1080/02726349008908232.
- [75] S. PIPERNO, M. REMAKI et L. F. FEZOU, “A Centered Second-Order Finite Volume Scheme for the Heterogeneous Maxwell Equations in Three Dimensions on Arbitrary Unstructured Meshes”, report, INRIA, 2001. adresse : <https://inria.hal.science/inria-00072461>.
- [76] B. van LEER, “Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov’s method”, *Journal of Computational Physics*, t. 32, n° 1, p. 101-136, juill. 1979, ISSN : 0021-9991. DOI : 10.1016/0021-9991(79)90145-1.
- [77] A. DESIDERI J., A. GOUDJO et V. SELMIN, “Third-order numerical schemes for hyp erb olic problems”, *Rapport de Recherche INRIA, no607*, 1987.
- [78] F. BONNET, “Méthodes de résolution efficaces pour le système de Maxwell instationnaire”, These de doctorat, Université de Nice sophia-antipolis, 1997.

- 
- [79] E. TOUQUET, “Contribution à la méthode FVTD résolue avec un schéma [beta gamma] RK3 et des conditions frontières de type CFS-PML”, Thèse de doctorat, Limoges, jan. 2005. adresse : <https://theses.fr/2005LIM00055>.
- [80] M. BASSEM, *Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB, 2nd Ed.* Boca Raton : Chapman et Hall/CRC, 2005.
- [81] I. ( THE MATHWORKS, *Radar Toolbox version : 23.2 (R2023b)*, <https://www.mathworks.com>, Revised : September 2023.
- [82] D. HILL, “Electromagnetic scattering by buried objects of low contrast”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. 26, n° 2, p. 195-203, mars 1988, ISSN : 1558-0644. DOI : 10.1109/36.3021.
- [83] S. PERNET, *Etude de méthodes d'ordre élevé pour résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel : Application à la détection et à la compatibilité électromagnétique.* Thèse de Doctorat de l'Université de Dauphine-Paris IX, 2004.
- [84] D. NICOLAS, *Étude d'une méthode d'éléments finis d'ordre élevé et de son hybridation avec d'autres méthodes numériques pour la simulation électromagnétique instationnaire dans un contexte industriel.* Thèse de Doctorat de l'Université de Toulouse, 2016.
- [85] N. DEYMIER, S. PERNET et X. FERRIERES, “Study of a stable hybridization method to couple FVTD/DG scheme with FDTD/FEM scheme”, *14<sup>th</sup> International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*, 25-30 August 2019, Vienna, Austria.
- [86] C. RONAN, *Étude d'une méthode hybride volumes finis / différences finies et d'un modèle de fils minces obliques pour des applications de compatibilité électromagnétique.* Thèse de Doctorat de l'Université de Toulouse, 2021.
- [87] L.-M. MAZZOLO, P. MILLOT et X. FERRIERES, “Experimental Validation of a Hybrid Finite Volume Method Simulating Buried Objects Radar Cross Section”, in *IGARSS 2024 - 2024 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2024, p. 10 575-10 579. DOI : 10.1109/IGARSS53475.2024.10642173.
- [88] *Dual-Ridge Horns : Reference Antennas.* adresse : <https://www.mvg-world.com/en/products/antennas/reference-antennas/dual-ridge-horns>.
- [89] *ML3 ThetaKit - Soil Moisture Meter - Moisture of Soil.* adresse : <https://delta-t.co.uk/product/ml3-kit/>.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [90] M. DOBSON, F. ULABY, M. HALLIKAINEN et M. EL-RAYES, “Microwave Dielectric Behavior of Wet Soil-Part II : Dielectric Mixing Models”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. GE-23, n° 1, p. 35-46, jan. 1985, ISSN : 0196-2892. DOI : 10.1109/TGRS.1985.289498.
- [91] N. PEPLINSKI, F. ULABY et M. DOBSON, “Dielectric properties of soils in the 0.3-1.3-GHz range”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. 33, n° 3, p. 803-807, mai 1995, ISSN : 01962892. DOI : 10.1109/36.387598.
- [92] N. PEPLINSKI, F. ULABY et M. DOBSON, “Corrections to "Dielectric Properties of Soils in the 0.3-1.3-GHz Range"”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. 33, n° 6, p. 1340, nov. 1995, ISSN : 0196-2892, 1558-0644. DOI : 10.1109/TGRS.1995.477193.

# Annexes



## Discrétisation spatiale du schéma $\beta\gamma$ - solveur FVTD-ST

Considérons un maillage cartésien dans lequel les cellules sont indexées par les indices  $(i, j, k)$  dans le repère  $(x, y, z)$ . Soit la cellule  $(i, j, k)$ . Pour les composantes du champ magnétique  $\mathbf{H}$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_x}{\partial t}(i, j, k) = & -\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{(n_{-y} \times \mathbf{E}^*(i, j - \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \right. \\
 & + \frac{(n_{+y} \times \mathbf{E}^*(i, j + \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \\
 & + \frac{(n_{-z} \times \mathbf{E}^*(i, j, k - \frac{1}{2}))_x}{dz} \\
 & \left. + \frac{(n_{+z} \times \mathbf{E}^*(i, j, k + \frac{1}{2}))_x}{dz} \right) \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_y}{\partial t}(i, j, k) = & -\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{(n_{-x} \times \mathbf{E}^*(i - \frac{1}{2}, j, k))_y}{dx} \right. \\
 & + \frac{(n_{+x} \times \mathbf{E}^*(i + \frac{1}{2}, j, k))_y}{dx} \\
 & + \frac{(n_{-z} \times \mathbf{E}^*(i, j, k - \frac{1}{2}))_y}{dz} \\
 & \left. + \frac{(n_{+z} \times \mathbf{E}^*(i, j, k + \frac{1}{2}))_y}{dz} \right) \tag{A.2}
 \end{aligned}$$



---


$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_z}{\partial t}(i, j, k) = & -\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{(n_{-x} \times \mathbf{E}^*(i - \frac{1}{2}, j, k))_z}{dx} \right. \\
& + \frac{(n_{+x} \times \mathbf{E}^*(i + \frac{1}{2}, j, k))_z}{dx} \\
& + \frac{(n_{-y} \times \mathbf{E}^*(i, j - \frac{1}{2}, k))_z}{dy} \\
& \left. + \frac{(n_{+y} \times \mathbf{E}^*(i, j + \frac{1}{2}, k))_z}{dy} \right) \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

et pour les composantes du champ électrique  $\mathbf{E}$ , on a :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_x}{\partial t}(i, j, k) = & \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \left( \frac{(n_{-y} \times \mathbf{H}^*(i, j - \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \right. \\
& + \frac{(n_{+y} \times \mathbf{H}^*(i, j + \frac{1}{2}, k))_x}{dy} \\
& + \frac{(n_{-z} \times \mathbf{H}^*(i, j, k - \frac{1}{2}))_x}{dz} \\
& \left. + \frac{(n_{+z} \times \mathbf{H}^*(i, j, k + \frac{1}{2}))_x}{dz} \right) \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_y}{\partial t}(i, j, k) = & \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \left( \frac{(n_{-x} \times \mathbf{H}^*(i - \frac{1}{2}, j, k))_y}{dx} \right. \\
& + \frac{(n_{+x} \times \mathbf{H}^*(i + \frac{1}{2}, j, k))_y}{dx} \\
& + \frac{(n_{-z} \times \mathbf{H}^*(i, j, k - \frac{1}{2}))_y}{dz} \\
& \left. + \frac{(n_{+z} \times \mathbf{H}^*(i, j, k + \frac{1}{2}))_y}{dz} \right) \quad (\text{A.5})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial t}(i, j, k) = & \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \left( \frac{\left( n_{-x} \times \mathbf{H}^*(i - \frac{1}{2}, j, k) \right)_z}{dx} \right. \\ & + \frac{\left( n_{+x} \times \mathbf{H}^*(i + \frac{1}{2}, j, k) \right)_z}{dx} \\ & + \frac{\left( n_{-y} \times \mathbf{H}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_z}{dy} \\ & \left. + \frac{\left( n_{+y} \times \mathbf{H}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_z}{dy} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

où  $(\ )_x$  désigne la composante  $x$ ,  $(\ )_y$  désigne la composante  $y$  et  $(\ )_z$  désigne la composante  $z$  des produits vectoriels considérés.  $n_{\pm x}$ ,  $n_{\pm y}$  et  $n_{\pm z}$  représentent les vecteurs normaux unitaires aux interfaces spécifiques de la cellule  $(i, j, k)$ , exprimés dans le repère cartésien  $(x, y, z)$ .

Dans la suite de cette annexe, on se concentrera sur les expressions des flux au niveau des interfaces  $(i, j - 1/2, k)$  et  $(i, j + 1/2, k)$ . Les développements concernant les interfaces  $(i - 1/2, j, k)$ ,  $(i + 1/2, j, k)$  et  $(i, j, k + 1/2)$ ,  $(i, j, k - 1/2)$  sont effectués selon ce modèle.

En considérant l'interface  $(i, j - 1/2, k)$ , les flux s'expriment tels que :

$$\begin{aligned} \left( n_{-y} \times \mathbf{E}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_x = & - \frac{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) E_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \frac{Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k) E_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \gamma \frac{H_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k) - H_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \left( n_{-y} \times \mathbf{H}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_x = & - \frac{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) H_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \frac{Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) H_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ & - \gamma \frac{E_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k) - E_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

et

$$\begin{aligned} \left( n_{+y} \times \mathbf{E}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_z &= \frac{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) E_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ &+ \frac{Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k) E_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ &- \gamma \frac{H_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) - H_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \left( n_{+y} \times \mathbf{H}^*(i, j - \frac{1}{2}, k) \right)_z &= \frac{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) H_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ &+ \frac{Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) H_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \\ &- \gamma \frac{E_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) - E_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Dans le cas de l'interface  $(i, j + 1/2, k)$ , on a :

$$\begin{aligned} \left( n_{-y} \times \mathbf{E}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_x &= - \frac{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) E_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &- \frac{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) E_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &- \gamma \frac{H_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \left( n_{-y} \times \mathbf{H}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_x &= - \frac{Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k) H_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &- \frac{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) H_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &- \gamma \frac{E_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

et

$$\begin{aligned} \left( n_{+y} \times \mathbf{E}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_z &= \frac{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) E_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &+ \frac{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) E_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k)} \\ &- \gamma \frac{H_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \left( n_{+y} \times \mathbf{H}^*(i, j + \frac{1}{2}, k) \right)_z &= \frac{Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k) H_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j, k)} \\ &\quad + \frac{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) H_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j, k)} \\ &\quad - \gamma \frac{E_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) + Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \text{où } Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j - 1, k) \varepsilon_0}}, \quad Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j, k) \varepsilon_0}}, \\ Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j, k) \varepsilon_0}}, \quad Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r(i, j + 1, k) \varepsilon_0}} \\ \text{et } Y^L(i, j - \frac{1}{2}, k) &= \frac{1}{Z^L(i, j - \frac{1}{2}, k)}, \quad Y^R(i, j - \frac{1}{2}, k) = \frac{1}{Z^R(i, j - \frac{1}{2}, k)}, \\ Y^L(i, j + \frac{1}{2}, k) &= \frac{1}{Z^L(i, j + \frac{1}{2}, k)}, \quad Y^R(i, j + \frac{1}{2}, k) = \frac{1}{Z^R(i, j + \frac{1}{2}, k)} \end{aligned}$$

Les valeurs des champs extrapolées au niveau des interfaces  $(i, j - 1/2, k)$  et  $(i, j + 1/2, k)$  s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} E_z^L(i, j - \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( E_z(i, j - 1, k) + \nabla E_z(i, j - 1, k) \frac{dz}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{E_z(i, j, k) + E_z(i, j - 1, k)}{2} \\ H_x^L(i, j - \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( H_x(i, j - 1, k) + \nabla H_x(i, j - 1, k) \frac{dx}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{H_x(i, j, k) + H_x(i, j - 1, k)}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} E_z^R(i, j - \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( E_z(i, j, k) - \nabla E_z(i, j, k) \frac{dz}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{E_z(i, j, k) + E_z(i, j - 1, k)}{2} \\ H_x^R(i, j - \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( H_x(i, j, k) - \nabla H_x(i, j, k) \frac{dx}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{H_x(i, j, k) + H_x(i, j - 1, k)}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

---

et

$$\begin{aligned} E_z^L(i, j + \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( E_z(i, j, k) + \nabla E_z(i, j, k) \frac{dz}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{E_z(i, j, k) + E_z(i, j + 1, k)}{2} \\ H_x^L(i, j + \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( H_x(i, j, k) + \nabla H_x(i, j, k) \frac{dx}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{H_x(i, j, k) + H_x(i, j + 1, k)}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} E_z^R(i, j + \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( E_z(i, j + 1, k) - \nabla E_z(i, j + 1, k) \frac{dz}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{E_z(i, j, k) + E_z(i, j + 1, k)}{2} \\ H_x^R(i, j + \frac{1}{2}, k) &= 2\beta \left( H_x(i, j + 1, k) - \nabla H_x(i, j + 1, k) \frac{dx}{2} \right) \\ &\quad + (1 - 2\beta) \frac{H_x(i, j, k) + H_x(i, j + 1, k)}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

où

$$\begin{aligned} \nabla E_z(i, l, k) &= \frac{E_z(i, l + 1, k) + E_z(i, l - 1, k)}{2dz} \\ \nabla H_x(i, l, k) &= \frac{H_x(i, l + 1, k) + H_x(i, l - 1, k)}{2dx} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

avec  $l \in \{j - 1, j, j + 1\}$ .

# Annexe **B**

## Format type d'un fichier "fort.1", fichier de lancement pour un calcul hybride

```
*DEFINITION_DOMAINES*
2
1 8 zoneST.1
1 200 zoneNST.1
*HYBRIDATION*
**FVST-FVNST**
1 2
10 10
0.01 0.01
**FIN**
*FIN*
```

Le fichier contient plusieurs mots-clés du type `*DEFINITION_DOMAINES*`. Le mot clé `*FIN*` indique la fin de lecture du fichier.

Pour chaque mot clé, les paramètres devant être renseignés sont :

- `*DEFINITION_DOMAINES*` :
  - nombre de domaines pour l'hybridation
  - nombre de processeurs alloué à un solveur spécifique, référence au solveur souhaité (nombre entier, 8 fait référence au solveur FVTD-ST et 200 au solveur FVTD-NST), nom du fichier de données pour le solveur considéré
- `*HYBRIDATION*` :  
Renseigner le "sous mot clé" `**FVST-FVNST**` pour une hybridation entre un solveur FVTD-ST et un solveur FVTD-NST, puis :

- 
- les numéros de domaines
  - les numéros de matériaux des faces dans chaque domaine, sur lesquels on hybride les schémas par transfert de données
  - les coefficients liés aux termes de dissipation sur les flux calculés de part et autre au niveau des interfaces.

# Annexe C

## Format type d'un fichier de données "zoneST.1" - solveur FVTD-ST

```
*MAILLAGE*
zone.mail
*FACE*
1714
1 1 22 27 22 27 8 -1 10
2 1 17 22 20 29 9 -1 10
...
1707 3 8 9 22 27 27 1 10
1708 3 22 27 8 9 27 1 10
1709 1 6 43 6 48 6 -1 20
1710 1 6 43 6 48 43 1 20
1711 2 6 43 6 48 6 -1 20
1712 2 6 43 6 48 43 1 20
1713 3 6 43 6 43 6 -1 20
1714 3 6 43 6 43 48 1 20
*VOLUME*
287
1 8 40 22 27 22 27 -1
2 9 40 17 22 20 29 -1
...
286 38 39 30 32 18 19 -1
287 38 39 30 32 30 31 -1
*SCHEMA*
-1 0.01 0.01
*SOL*
0. 2
*MATERIAUX*
```



---

```
**MATERIAUX_DIEL**
2
2 3.0 3.0 3.0 0.003338 0.003338 0.003338
3 2.9 2.9 2.9 0.001669 0.001669 0.001669
**FIN**
*SURFACE_RAYONNEMENT*
20 1 0
*SORTIE_TEMPOREL*
**POINT**
10000 0. 1.e-7
1
0 0. 0. 100
**FIN**
*SORTIE_FREQ*
**POINT**
500 3e8 9e8 1
1
0 0. 0. 100
**FIN**
*PAS_DT*
1.e-7 0.9 10 1
*LIMITE*
**PML**
-1 2
5 1 2.65 0.0001
**PML**
1 2
5 1 2.65 0.0001
**PML**
-2 2
5 1 2.65 0.0001
**PML**
2 2
5 1 2.65 0.0001
**PML**
-3 2
5 1 2.65 0.0001
**PML**
3 2
5 1 2.65 0.0001
**FIN**
*FIN*
```

Le fichier contient plusieurs mots-clés du type \*MAILLAGE\*. Le mot clé \*FIN\*

indique la fin de lecture du fichier.

Pour chaque mot clé, les paramètres d'entrée devant être renseignés sont :

- **\*MAILLAGE\*** :
  - fichier ".mail" contenant le maillage généré avec l'outil de maillage présenté dans le chapitre 2.
- **\*FACE\*** :
  - le nombre total de face
  - le numéro de la face, la perpendicularité de la face (1 : face perpendiculaire à l'axe  $x$ , 2 : face perpendiculaire à l'axe  $y$  et 3 : face perpendiculaire à l'axe  $z$ ), les côtes de la face ( $i_1 i_2 j_1 j_2 k_1$ ), le sens de la face (1 ou  $-1$ ), le type de la face (face métallique : 0 en FVTD-ST,  $-2$  en FVTD-NST)
- **\*VOLUME\*** :
  - le nombre total de volume
  - numéro du volume, côtes du volume ( $i_1 i_2 j_1 j_2 k_1 k_2$ ), type du volume
- **\*SCHEMA\*** :
  - valeur de  $\beta$ , valeur de  $\gamma$  (coefficients pondératifs du schéma  $\beta\gamma$  pour l'approximation des flux), coefficient de pénalisation lié au terme de dissipation pour les couches limites
- **\*SOL\*** :
  - côte (selon l'axe  $z$ , en mètre) correspondant à l'interface air / sol, type de matériau
- **\*MATERIAUX\*** :

pour les matériaux diélectriques, renseigner le "sous mot clé"  
**\*\*MATERIAUX\_DIEL\*\***, puis :

  - le nombre total de matériaux
  - le type de matériau,  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$

**\*\*FIN\*\***
- **\*SURFACE\_RAYONNEMENT\*** :
  - type des faces de rayonnement préalablement définie dans **\*FACE\***, paramètre indiquant la présence d'un sol (1 : présence d'un sol, 0 : absence d'un sol), évaluation des champs sur la face en considérant ou non les gradients dans les cellules adjacentes à la face (1 : prise en compte des gradients, 0 : non)
- **\*SORTIE\_TEMPOREL\*** :

Définition des sorties temporelles de champ (pas adaptée en présence d'un sol). Pour une sortie ponctuelle de champs : renseigner le "sous-mot clé" **\*\*POINT\*\***, puis :

- 
- le nombre d'échantillons temporels, le temps initial, le temps final (en secondes)
  - le nombre de points souhaité
  - le type de sortie (0 : champ lointain, 1 : champ proche), coordonnées du point en  $x$ , en  $y$ , en  $z$

**\*\*FIN\*\***

- **\*SORTIE\_FREQ\*** :

Définition des sorties fréquentielles de champ. Pour une sortie ponctuelle de champs : renseigner le "sous-mot clé" **\*\*POINT\*\***, puis

- le nombre d'échantillons fréquentiels, la fréquence initiale de la plage de fréquences souhaitée, la fréquence finale, le type d'interpolation pour la plage de fréquence (0 : interpolation linéaire, 1 : interpolation logarithmique)

**\*\*FIN\*\***

- **\*PAS\_DT\*** :

- temps final (en secondes), coefficient  $\kappa$  critère CFL (entre 0 et 1), échantillonnage de l'affichage, option stratégie de pas de temps local (1 : mise en oeuvre de la stratégie, 0 : stratégie non utilisée)

- **\*LIMITE\*** : renseigner un "sous-mot clé" indiquant le type de couche limite choisi. Si couches absorbantes de type PML : **\*\*PML\*\***, puis :

- la direction de la couche (1 selon  $x$ ,  $-1$  selon  $-x$ , 2 selon  $y$ ,  $-2$  selon  $y$ , 3 selon  $z$ ,  $-3$  selon  $-z$ ), choix de la fonction de calcul de la conductivité dans les couches absorbantes (2 : géométrique)

- épaisseur de la couche (nombre de cellules), type de progression géométrique, progression géométrique, réflexion maximale désirée sur le bord (pourcentage)

**\*\*FIN\*\***

# Annexe D

## Format type d'un fichier de données "zoneNST.1" - solveur FVTD-NST

```
*MAILLAGE*
zone.vf
*SCHEMA*
1 -1
*SOL*
0. 2
*MATERIAUX*
**MATERIAUX_DIEL**
2
2 3.0 0.003338
3 2.9 0.001669
**FIN**
*SOURCE*
**ONDE_PLANECD**
0 0 1. 0. 0. 0. 1. 1
2.5e-9 2.5e-10
**FIN**
*PAS_DT*
1.e-7 0.9 10 1
*FIN*
```

Tout comme le fichier d'entrée pris en charge par le solveur FVTD-ST, présenté dans l'annexe C, le fichier d'entrée pour le solveur FVTD-NST contient plusieurs mots-clés du type \*MAILLAGE\*. Le mot clé \*FIN\* indique la fin de lecture du fichier.

Pour chaque mot clé, les paramètres d'entrée devant être renseignés sont :

- \*MAILLAGE\* :
  - fichier ".vf" contenant le maillage généré avec l'outil de maillage pré-

---

senté dans le chapitre 2. Il contient les informations de faces et de volumes.

- **\*SCHEMA\*** :
  - type de schéma temporel (1 : *Leap-frog*, 0 : *Predictor corrector*), type de schéma pour l'approximation des flux (0 : schéma de type Godunov, 1 : schéma de type MUSCL, -1 : stratégie d'approximation variable telle que présentée dans le chapitre 3, section 3.4).
- **\*SOL\*** :
  - côte (selon l'axe  $z$ , en mètre) correspondant à l'interface air / sol, type de matériau
- **\*MATERIAUX\*** Pour les matériaux diélectriques : renseigner le "sous-mot clé" **\*\*MATERIAUX\_DIEL\*\***, puis :
  - le nombre total de matériaux
  - le type de matériau,  $\varepsilon$ ,  $\sigma$**\*\*FIN\*\***
- **\*SOURCE\***

Pour une source de type onde plane introduite avec le formalisme CD : renseigner le "sous-mot clé" **\*\*ONDE\_PLANECD\*\***, puis :

  - l'angle d'incidence  $\theta_i$  (ou colatitude, coordonnées sphériques), longitude  $\phi$  (en degrés), amplitude de la source selon  $\theta$ , amplitude de la source selon  $\phi$ , coordonnées en  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , type de la source (fonction temporelle de l'onde, 1 : gaussienne)
  - paramètres de la gaussienne : espérance et écart type**\*\*FIN\*\***
- **\*PAS\_DT\*** :
  - temps final (en secondes), coefficient  $\kappa$  critère CFL (entre 0 et 1), échantillonnage de l'affichage, option stratégie de pas de temps local (1 : mise en oeuvre de la stratégie, 0 : stratégie non utilisée)



---

## Résumé

La détection d'objets enfouis, qu'il s'agisse d'engins explosifs dans un contexte militaire ou de structures archéologiques dans un contexte civil, constitue une préoccupation majeure. En termes de télédétection radar, les systèmes aéroportés, comme le radar à synthèse d'ouverture (SAR), permettent une imagerie non destructive des sous-sols tout en offrant la possibilité d'explorer de vastes zones avec une distance de sécurité par rapport à celles-ci. Cependant, leur efficacité pour la détection d'objets enfouis dépend de nombreux facteurs, tels que les caractéristiques diélectriques du sol, qui affectent la profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques, la nature des cibles, le type d'émetteur... Une étude préliminaire, permettant de prédire la réponse des cibles en fonction des caractéristiques des systèmes et de la scène, serait alors un outil précieux pour évaluer les capacités de détection avant d'engager des campagnes de mesures.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte, en se concentrant sur la recherche, le développement et l'optimisation d'un outil de simulation numérique destiné à évaluer précisément la surface équivalente radar (SER) d'objets enfouis. L'approche proposée repose sur une stratégie d'hybridation de solveurs FVTD (Finite Volume Time Domain) appliquée à des maillages hybrides cartésiens / non-structurés dans l'optique d'optimiser les coûts de calcul. En particulier, ces maillages hybrides permettent une représentation conforme des géométries courbes et une discrétisation spatiale localement adaptée aux vitesses de propagation des ondes électromagnétiques dans les différents milieux de la scène de calcul. La procédure d'obtention de ces maillages, basée sur le découpage du domaine de calcul en sous-domaines est détaillée, et les solveurs FVTD utilisés sont décrits en soulignant les choix effectués pour optimiser leur efficacité. L'implémentation des modèles permettant une description représentative du sol, la prise en compte précise d'une source de type onde plane et le calcul de champs lointains en présence d'un milieu avec pertes, est également abordée. L'hybridation des solveurs FVTD via une stratégie multi-domaines / multi-méthodes est présentée en détail, en mettant l'accent sur l'architecture logicielle proposée et en précisant la stabilité de la solution hybride ainsi que les enjeux de l'hybridation. Enfin, une comparaison de résultats simulés avec des données expérimentales obtenues dans le cadre d'une campagne de mesures mise en œuvre pour cette thèse, fournit une première appréciation des performances de l'outil de simulation développé. Pour conclure, la thèse met en avant la possibilité d'utiliser cet outil pour étudier l'impact des paramètres de configuration des systèmes radar sur la SER d'objets enfouis pour des scénarios donnés.

**Mots clés : Méthodes volumes finis, Équations de Maxwell instantanées, Hybridation de schémas, Maillages hybrides cartésiens / non-structurés, Objets enfouis, Simulation de SER**