



**HAL**  
open science

# Turbulence classique et quantique : Expériences et analyses comparatives

Clément Bret

► **To cite this version:**

Clément Bret. Turbulence classique et quantique : Expériences et analyses comparatives. Physique [physics]. UGA - Université Grenoble Alpe, 2024. Français. NNT: . tel-04883645

**HAL Id: tel-04883645**

**<https://hal.science/tel-04883645v1>**

Submitted on 13 Jan 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

École doctorale : PHYS - Physique

Spécialité : Physique de la Matière Condensée et du Rayonnement

Unité de recherche : Service des Basses Températures

## Turbulence classique et quantique : Expériences et analyses comparatives

## Classical and quantum turbulence: Experiments and comparative analysis

Présentée par :

**Clément BRET**

### Direction de thèse :

**Bernard ROUSSET**

DIRECTEUR DE RECHERCHE, CEA CENTRE DE GRENOBLE

Directeur de thèse

**Jérôme DUPLAT**

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS, UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Co-directeur de thèse

### Rapporteurs :

**PIERRE-PHILIPPE CORTET**

CHARGE DE RECHERCHE HDR, CNRS DELEGATION ILE-DE-FRANCE SUD

**LUMINITA DANAILA**

PROFESSEURE DES UNIVERSITÉS, UNIVERSITÉ DE ROUEN NORMANDIE

### Thèse soutenue publiquement le **21 octobre 2024**, devant le jury composé de :

**LEONIE CANET,**

PROFESSEURE DES UNIVERSITÉS, UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Présidente

**PIERRE-PHILIPPE CORTET,**

CHARGE DE RECHERCHE HDR, CNRS DELEGATION ILE-DE-FRANCE SUD

Rapporteur

**LUMINITA DANAILA,**

PROFESSEURE DES UNIVERSITÉS, UNIVERSITÉ DE ROUEN NORMANDIE

Rapporteuse

**MICKAEL BOURGOIN,**

DIRECTEUR DE RECHERCHE, CNRS DELEGATION RHONE AUVERGNE

Examineur

**GIORGIO KRSTULOVIC,**

CHARGE DE RECHERCHE HDR, CNRS DELEGATION COTE D'AZUR

Examineur

### Invités :

**PANTXO DIRIBARNE**

MAÎTRE DE CONFÉRENCES, UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES





## Remerciements

20h27, l'heure pour moi de déguerpir. Si tout se passe comme prévu, je rejoindrai l'entrée n°3 quelques secondes avant que le portail ne se bloque définitivement. La synchronisation des horloges ne fait pas de cadeau : passé 20 heures, 29 minutes et 59 secondes, mon badge ne me permettra plus de regagner le confort du logis sans passer par la case poste de sécurité. Sur cet ultime trajet 10.01-entrée n°3, je me sens plein de gratitude. Je traverse la jungle de béton sur mon bolide vintage. Le centre n'est pas tout à fait le même que lors de ma première venue, il y a 3 ans. J'ai du mal à réaliser que je n'aurai plus l'occasion de témoigner de ses futures évolutions. De l'extérieur, ça n'a l'air de rien et, de toute manière, ce n'est rien pour presque personne d'autre que moi. Pourtant, à l'échelle de mon monde, c'est la fin, la fin d'une époque. En appuyant sur les pédales, je pense à ces quelques individus pour qui la page que je m'appête à tourner ne leur est pas tout à fait insignifiante.

En premier lieu, mes directeurs de thèse Bernard, Pantxo et Jérôme, pour lesquels j'éprouve un franc sentiment de gratitude. Au début de cette aventure, jamais je n'aurais pu ne serait-ce qu'effleurer l'ampleur de ce qu'ils allaient me transmettre. À leurs côtés, j'ai appris encore et encore, singulièrement, plus que jamais auparavant. Ils ont abreuvé ma curiosité et m'ont offert chaque jour ce qu'ils avaient de plus précieux : leur temps. En toutes circonstances, dans le train, à la plage, à la montagne, ils ont pris mes appels, à des heures parfois tardives, pour tenter de répondre à mes questions souvent mal formulées. Certaines après-midi, penchés derrière mon écran, m'observant bidouiller mes affreux scripts, ils ont patiemment supporté la répétition de la fameuse séquence "CTRL+A, F9, suspens... et boom!". Avec un maigre recul, je réalise que je ne pouvais pas rêver mieux. Trois directeurs, ça aurait pu tourner au vinaigre, mais pas avec eux. Bernard, Pantxo et Jérôme se complètent : ils ont réponse à presque tout. À eux trois, ils forment une super-entité réunissant toutes les qualités auxquelles un expérimentateur puisse aspirer.

Évidemment, je n'oublie pas l'autre Jérôme, celui avec qui j'ai bichonné la bécane. Lui aussi m'a tellement transmis. Un coup de baguette, et les problèmes de fuites, de hublots fissurés, de centrage des grilles disparaissent, la manip tombe en marche ! Un esprit curieux et créatif, le geste habile, juste et précis, le travail toujours méticuleux : quel plaisir de faire équipe.

En laissant le 10.01 derrière moi, je pense aussi à tous ceux avec qui j'ai cohabité dans ces bureaux mal isolés et ce hangar bruyant. Des visages devenus familiers, à retrouver à la pause café, au fameux repas de fin d'année ou au barbecue d'été : Michel, Pierre, Davide, Alain, Jean-Marc, Hervé, Didier, Zohra, Ludo, Pascal, Yves, Étienne, Lionel, François, Julien, Fred, Pierrot. Dans ce paysage, mention spéciale d'abord à Sulayman, compagnon de galère ayant brillamment défriché le sinueux parcours du thésard avec une année d'avance, toujours

prêt à partager ses astuces ou à me retrouver pour des pauses café souvent bien trop tardives, annonciatrices du fameux pic de productivité à 18h30. Quand les permanents sont partis, les doctorants font tourner la boutique !

Un mot ensuite pour Matthias, le jeune papa inspirant et bienveillant, toujours prêt à écouter mes doutes et interrogations, à me donner ses conseils avisés et trouvant même du temps pour partager quelques sessions de grimpe. Son arrivée au labo aura été pour moi une vraie bouffée d'air frais et aura remis des couleurs lors des douloureuses journées de rédaction.

33 km/h au compteur devant H3, pas mal. De toute façon, le vélo, c'est qu'une histoire de traînée. Je l'ai vite compris sur les plateaux du Vercors lors de cette escapade mémorable. Gare à ne pas perdre le sillage de la roue expérimentée de Yanis : impossible de rattraper l'athlète aux bouclettes ! Vent dans les cheveux, je me sens profondément chanceux d'avoir rencontré et pu échanger avec bon nombre de membres de la belle communauté de la turbulence. Bérengère et Adam d'abord, qui ont réveillé la passion en semant le mystère des singularités ; les papiers de Mica sur la dispersion de paires pendant mon stage ; les conseils avisés d'expérimentateurs chevronnés Nathanaël et Martin ; les retours motivants et les échanges sur la modélisation du superfluide avec Mathieu, Charles et Florian ; la patience et la disponibilité de Nacho, toujours prêt à nous dépanner avec quelques données issues de ses simulations pour nous aider à comprendre les biais de nos mesures ; la fameuse et inestimable après-midi de manip "pay to win" avec Julien et Elian au pilotage du minishaker pour obtenir les précieuses trajectoires 3D sans lesquelles on n'aurait probablement jamais pu démoduler les contributions de l'écoulement moyen et des distributions de vitesses de sédimentation. Les gentils messages inattendus de Lucas, prenant de mes nouvelles pendant la rédaction depuis le D1, m'ont aussi beaucoup touché.

J'ai croisé un tas de gens bienveillants. Aux Houches, avec Pablo, on a aussi fréquenté la relève et on n'a pas été déçus. On a même réussi à les faire adhérer à notre programme de "Grelou" : réveil à 6h30, course à pied à 7h15, étirements, après-midi rando, rafting ou varappe. Ce mois d'août aux Houches aura été une sacrée soupe !

En passant devant le LETI, je sais que je laisse derrière moi Nico pour sa dernière année. Le meilleur binôme de TP de physique de la MPSI1 de Champollion se sépare une nouvelle fois. Les années ont forgé notre amitié, et elle n'est pas prête de s'arrêter. Le retour d'un vrai copain dans la capitale des Alpes pour un stage, puis une thèse au CEA : je jubile ! À peine quelques semaines plus tard, je quitte l'appart dans lequel je moisissais pour l'aventure coloc. On n'aura pas habité dans des palaces, mais l'essentiel n'était pas là : on avait un espace pour se retrouver et partager. Du trip grimpe à Finale jusqu'au simple repas partagé à H1, en passant par les week-ends vélo, grimpe ou rando en Maurienne, j'espère qu'on continuera à te casser les pieds encore un moment avec Hélène Sophie. Courage pour la dernière ligne, Moana, t'en as vu des bien pires !

En traversant le tourniquet, je rejoins alors le "vrai" monde, celui où mes problèmes de fuite à 17 mbar.L/s ou de biais introduits par la distribution des vitesses de sédimentation des particules n'intéressent pas (ou du moins pas longtemps). C'est souvent l'occasion de rejoindre les copains de l'escalade. À cette heure-là, du labo jusqu'au panneau de Chartreuse, la belle communauté des grimpeurs grenoblois se ponce soigneusement les doigts. Les fières séances de rési de Guigui, la puissance et l'allégresse de la gestuelle de Fanny et des Lilous, la ténacité et l'élégance de Fel : tout ça m'inspire. Grimper me libère. C'est un exutoire. Et c'est encore mieux dehors. C'est là-bas qu'on est le mieux avec Ele.

Souvent, elle a déjà tout préparé. Le plan du week-end a été revu par les pairs, il est toujours

---

bien chargé, bien ficelé, bien entouré. Parfois, on rejoint Lolo et Greta, d'autres fois Sara et Matteo, Guillaume et Leo, Lorenzo, Fede, Yanis, Elliott, Arthur, Sohrenn, ou alors tout le monde en même temps. À cette heure-là, le vendredi soir, elle m'a sûrement déjà un peu "sgridato" parce que, comme d'habitude, en plus d'avoir laissé flotter le doute pendant plusieurs jours sur mes ambitions du week-end, je n'ai en plus pas réussi à sortir à l'heure qu'on avait fixée. Peu importe. Une fois lancé, tout disparaît, tout devient léger, je me laisse porter. En trip, dodo dehors, sous les étoiles, dans la tente ou dans la voiture. Toujours sur le vieux mad décousu, souvent dans la Mériwa. Nos repas camping impressionnent les copains. Ces instants volés, hors du temps, m'aident à garder les pieds sur terre. Ils me rappellent que c'est bien là qu'on se remplit à l'intérieur. Sans eux, il n'y aurait probablement jamais eu de manuscrit. La nature calme et fascine. Heureusement qu'Ele est là pour me le rappeler. Je lui dois beaucoup. J'espère qu'on continuera encore longtemps notre bout de chemin.

Je pense aussi à ma famille : ma mère, mon père, ma grande petite sœur, mes grands-mères, mon grand-père, ma tante, mon oncle, mes cousines, mon cousin. Je sais qu'ils seront soulagés de me voir arriver au bout du voyage. Eux aussi m'ont souvent donné de leur temps, écoutant patiemment mes monologues sans introduction ni conclusion, et sans jamais me faire sentir que mon discours les ennuyait. Leur inconditionnel soutien m'a parfois permis de prendre le recul nécessaire pour sortir la tête de l'eau. Un petit clin d'œil à Mamie et à la fraîcheur de Briançon, qui m'ont accueilli et choyé cet été pour boucler ce manuscrit.

En traversant Grenoble, je repasse devant Champo. Voilà maintenant 6 ans que l'époque de la prépa est terminée. Cette page aussi avait été difficile à tourner. Même si ça ne m'avait pas semblé gagné, on avait fini par former une chouette communauté : Romain, Mimi, Gus, Manu, Raph, Henri, Nico, Tom, Alexis, Benoît, Pierre, Alex, Pauline, Anna, Coco, Jihane, et bien sûr les Moskatearz, Mathu, Sam et Thomas. Il y en a qui ne vous lâcheront pas. Une amitié testée, éprouvée et approuvée, scellée par notre amour partagé de la musique de Jah, celle qui prend aux tripes et enchante nos journées. Il n'y a pas de mot, que de l'amour, du partage, des rires et de la joie. Le temps n'altère pas la connexion, il la renforce. Pour l'heure, chacun suit son cap, mais j'ai la conviction qu'on rêvera ensemble encore au moins une dernière fois.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>1 La turbulence de l'<sup>4</sup>He à basses températures</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	2
1.2 De la découverte de l'hélium à la transition superfluide . . . . .	2
1.3 Le modèle à 2 fluides - 1 <sup>ère</sup> version sans friction mutuelle . . . . .	7
1.4 Le modèle à 2 fluides - 2 <sup>ème</sup> version avec friction mutuelle . . . . .	12
1.4.1 Lignes de vortex quantiques . . . . .	12
1.4.2 Force de friction mutuelle . . . . .	15
1.5 Turbulence quantique et turbulence classique . . . . .	17
1.5.1 Mesures globales . . . . .	18
1.5.2 Mesures eulériennes locales . . . . .	21
1.5.3 Mesures lagrangiennes . . . . .	26
1.6 Organisation du manuscrit . . . . .	31
<b>2 Dispositif expérimental - Description &amp; Pilotage</b>	<b>33</b>
2.1 Introduction . . . . .	34
2.2 Description générale . . . . .	37
2.3 Géométrie du cryostat . . . . .	38
2.3.1 Enceinte hélium . . . . .	39
2.3.2 Écran azote . . . . .	39
2.3.3 Enceinte à vide . . . . .	41
2.4 Forçage de l'écoulement . . . . .	42
2.4.1 Géométrie des grilles et confinement de l'écoulement . . . . .	42
2.4.2 Oscillation des grilles . . . . .	43
2.5 Remplissage du bain . . . . .	45
2.6 Pilotage He I/He II . . . . .	49
2.6.1 He I . . . . .	49
2.6.2 He II . . . . .	51
2.6.3 Estimation de la puissance résiduelle reçue par le bain (pertes) . . . . .	52
2.7 Injection de particules dans l'écoulement . . . . .	52
<b>3 Trajectoires turbulentes de particules en He I/He II</b>	<b>55</b>
3.1 Introduction . . . . .	56
3.2 Caractérisation des traceurs . . . . .	56
3.2.1 Contexte . . . . .	56
3.2.2 Forme et taille des particules . . . . .	58

3.2.3	Mesure de la densité des particules . . . . .	59
3.2.4	Perspective, vers des particules de $D_2$ sphériques . . . . .	63
3.3	Visualisation et reconstruction des trajectoires de particules . . . . .	64
3.3.1	Système 3D . . . . .	65
3.3.1.1	Montage en configuration 3D sur OGRES . . . . .	65
3.3.1.2	Reconstruction des trajectoires . . . . .	67
3.3.2	Système $2 \times 2D$ . . . . .	69
3.3.2.1	Montage en configuration $2 \times 2D$ sur OGRES . . . . .	70
3.3.2.2	Algorithme de reconstruction des trajectoires . . . . .	74
3.3.3	Filtrage et calcul des vitesses . . . . .	78
3.3.3.1	Lien entre le champ de vitesse eulérien et les trajectoires lagran- giennes . . . . .	79
3.3.3.2	Filtrage des trajectoires et calcul de la vitesse des particules . . . . .	80
3.4	Structuration aux grandes échelles de l'écoulement . . . . .	83
3.4.1	Champ 3D moyen et inhomogénéités spatiales . . . . .	83
3.4.2	Coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation . . . . .	87
3.5	Distributions de vitesse et intensité des fluctuations turbulentes selon les para- mètres de forçage . . . . .	91
3.5.1	Filtrage des trajectoires des mesures $2 \times 2D$ . . . . .	92
3.5.2	Distributions de vitesse . . . . .	95
3.5.3	Influence des paramètres de forçage . . . . .	95
3.6	Énergie injectée à grande échelle et détermination de l'échelle intégrale . . . . .	101
3.6.1	Distribution des incréments de vitesse longitudinaux . . . . .	102
3.6.2	Fonction de structure pseudo-eulérienne d'ordre 3 . . . . .	103
3.6.3	Fonction de structure pseudo-eulérienne d'ordre 2 . . . . .	105
3.6.4	Aparté sur l'intermittence de l'écoulement en He II . . . . .	107
3.7	Comparaison He I/He II proche des échelles dissipatives . . . . .	109
3.7.1	Fonction de structure lagrangienne d'ordre 2 . . . . .	109
3.7.2	Modèle de Langevin . . . . .	113
3.7.3	Temps de réponse des particules . . . . .	116
3.7.4	Mesures de $\tau_c$ , modèle de Langevin et temps de réponse des particules . . . . .	118
3.7.5	Comparaison He I/He II . . . . .	119
<b>4</b>	<b>Amortissement d'une onde de 2<sup>nd</sup> son par une pelote de vortex quantiques</b> <b>123</b>	
4.1	Introduction . . . . .	124
4.2	Propagation et amortissement d'une onde de second son . . . . .	124
4.2.1	Onde de température dans le modèle à deux fluides . . . . .	124
4.2.2	Amortissement d'une onde de second son par les lignes de vortex . . . . .	127
4.3	Généralités sur les cavités résonnantes avec amortissement . . . . .	130
4.3.1	Développement analytique du profil de l'onde stationnaire . . . . .	130
4.3.2	Illustration du phénomène de résonance . . . . .	132
4.3.3	Influence des conditions aux limites . . . . .	135
4.4	Cavité résonnante de second son installée dans OGRES . . . . .	137
4.4.1	Présentation du montage . . . . .	137
4.4.2	Caractéristiques et mode d'opération des OST . . . . .	137
4.4.3	Choix de l'amplitude d'excitation . . . . .	140

4.4.4	Choix de l'harmonique d'excitation . . . . .	141
4.4.5	Influence de la stabilité de la régulation de la température du bain sur la cavité . . . . .	145
4.5	Méthodologies de mesure de la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement	146
4.5.1	Première approche . . . . .	147
4.5.2	Deuxième approche . . . . .	148
4.6	Exploration de la densité de lignes de vortex en présence de turbulence . . . . .	154
<b>5</b>	<b>Cascade &amp; dissipation en He II</b>	<b>159</b>
5.1	Introduction . . . . .	160
5.2	Observations expérimentales . . . . .	161
5.3	Interprétations . . . . .	162
5.3.1	Scénario 100% de dissipation par friction mutuelle . . . . .	162
5.3.2	Cascade de l'énergie de $L$ à $\delta$ . . . . .	163
5.3.3	Arbitrage . . . . .	164
5.4	Mécanismes de transfert et de dissipation sous $\delta$ . . . . .	165
5.4.1	Majoration de $\gamma$ . . . . .	166
5.4.2	Minoration de $\gamma$ . . . . .	167
5.4.3	Synthèse de la cascade d'énergie en He II . . . . .	168
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>171</b>
6.1	Positionnement . . . . .	171
6.2	Résultats . . . . .	172
6.3	Interprétation . . . . .	173
6.4	Perspectives . . . . .	173
<b>A</b>	<b>Coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation (deuxième méthode)</b>	<b>177</b>
<b>B</b>	<b>Taux de dissipation en turbulence</b>	<b>183</b>
<b>C</b>	<b>Nouvelle méthode pour la production de traceurs sphériques</b>	<b>185</b>
<b>D</b>	<b>Mesure de la densité de lignes de vortex en fonction de la température</b>	<b>195</b>
<b>E</b>	<b>Compilation des données expérimentales</b>	<b>199</b>
E.1	Mesures 3D . . . . .	199
E.2	Mesures 2D . . . . .	199
E.3	Mesures densité de lignes de vortex . . . . .	200
	<b>Bibliographie</b>	<b>203</b>



# La turbulence de l'<sup>4</sup>He à basses températures

## Sommaire

---

1.1	Introduction . . . . .	<b>2</b>
1.2	De la découverte de l'hélium à la transition superfluide . . . . .	<b>2</b>
1.3	Le modèle à 2 fluides - 1 <sup>ère</sup> version sans friction mutuelle . . . . .	<b>7</b>
1.4	Le modèle à 2 fluides - 2 <sup>ème</sup> version avec friction mutuelle . . . . .	<b>12</b>
1.4.1	Lignes de vortex quantiques . . . . .	12
1.4.2	Force de friction mutuelle . . . . .	15
1.5	Turbulence quantique et turbulence classique . . . . .	<b>17</b>
1.5.1	Mesures globales . . . . .	18
1.5.2	Mesures eulériennes locales . . . . .	21
1.5.3	Mesures lagrangiennes . . . . .	26
1.6	Organisation du manuscrit . . . . .	<b>31</b>

---

## 1.1 Introduction

Ce manuscrit, intitulé “Turbulence classique et quantique : Expériences et analyses comparatives”, rapporte les investigations expérimentales conduites dans un dispositif capable de générer, toutes choses égales par ailleurs, un écoulement turbulent classique et un écoulement turbulent quantique afin de comparer leurs propriétés.

La turbulence décrit l'état d'un fluide agité dans lequel coexistent de nombreux tourbillons, répartis sur une large gamme d'échelles spatiales et temporelles, à la dynamique d'interaction très complexe. Elle se manifeste dans une multitude de phénomènes naturels : les courants océaniques, régissant les transports de chaleur et de nutriments à travers les océans et jouant donc un rôle crucial dans la régulation du climat et des écosystèmes marins ; les écoulements atmosphériques, régulant la météo à grande échelle et la dispersion des pollens ; la formation des gouttelettes, constituant les nuages en altitude et impactant le bilan radiatif de la terre... En outre, la turbulence joue également un rôle important dans les processus industriels, comme la combustion, où elle affecte la distribution des réactifs et des produits dans les flammes, influençant ainsi l'efficacité des systèmes et les niveaux d'émissions de polluants.

La compréhension de ces écoulements turbulents est essentielle, car elle est directement liée à des enjeux majeurs comme la modélisation du climat, la prévision des événements météorologiques extrêmes, l'optimisation des énergies renouvelables...

Cette thèse se concentre sur un régime particulier de la turbulence, connu sous le nom de turbulence quantique, observée dans l'hélium à des températures inférieures à 2.2 K. Ce régime unique constitue un domaine de recherche en pleine effervescence. En comparant la turbulence quantique avec la turbulence classique, cette étude cherche à éclairer les différences et les similitudes entre ces deux formes de turbulence, afin de mieux comprendre les mécanismes fondamentaux qui les sous-tendent.

## 1.2 De la découverte de l'hélium à la transition superfluide

Le 18 août 1868, l'astronome français Jules Janssen fait une découverte remarquable lors d'une éclipse totale qu'il observe depuis Guntur en Inde. Il identifie une raie jaune lumineuse à une longueur d'onde de 587.49 nm dans le spectre de la chromosphère solaire. Cette observation marque la première détection d'un élément alors inconnu que l'astronome britannique Norman Lockyer (également fondateur de la revue *Nature*) nommera plus tard "hélium", d'après le mot grec *Hélios*, signifiant "Soleil".

Bien que relativement rare sur Terre, l'hélium est le deuxième élément le plus abondant de l'univers après l'hydrogène. Composé d'un noyau à deux protons, il est aussi le deuxième élément du tableau périodique, avec une masse atomique de  $m_{4\text{He}} = 6.64 \times 10^{-27}$  kg.

Dans les années 1890, la recherche en cryogénie connaît un engouement pour tenter de liquéfier les deux derniers éléments encore inconnus sous forme liquide, l'hydrogène et l'hélium. En 1898, James Dewar, inventeur du *vase Dewar*, un récipient conçu pour stocker les liquides cryogéniques, parvient à liquéfier l'hydrogène. En 1908, c'est finalement Heike Kamerlingh Onnes qui devance Dewar et devient le premier à liquéfier l<sup>4</sup>He. Les travaux de Onnes ouvrent de nouveaux horizons : en refroidissant un échantillon de mercure avec de l'hélium liquide, il découvre la supraconductivité en 1911 et reçoit le prix Nobel en 1913.

À pression atmosphérique, la température de l'hélium liquide à saturation est extrêmement basse, d'environ 4.2 K. À cette température, l'hélium peut être considéré comme un corps pur, car tous les autres composés (azote, oxygène, hydrogène, eau,...) sont condensés sous forme solide. Quelques-unes de ses propriétés sont récapitulées dans le tableau 1.1.

T [K]	P [mbar]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [Pa · s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	$\sigma$ [kJ/(kg · K)]	$C_p$ [kJ/(kg · K)]
4.2	1000	125	$3 \times 10^{-6}$	$2.5 \times 10^{-8}$	3.35	5.17

TABLEAU 1.1 – Quelques propriétés de l'<sup>4</sup>He à saturation à pression atmosphérique :  $\rho$  - masse volumique,  $\mu$  - viscosité dynamique,  $\nu$  - viscosité cinématique,  $\sigma$  - entropie massique,  $C_p$  - capacité calorifique massique. Comme l'ensemble des propriétés de l'hélium qui seront mentionnées dans ce manuscrit, les valeurs sont tirées de la librairie HEPAK [1]

La viscosité dynamique,  $\mu$ , de l'<sup>4</sup>He liquide est si faible qu'elle est comparable à celle d'un gaz. Couplée à sa masse volumique,  $\rho$ , de l'ordre de 80 à 150 kg/m<sup>3</sup>, l'<sup>4</sup>He est le fluide ayant la viscosité cinématique,  $\nu = \mu/\rho$ , la plus faible de tous les fluides connus. Cette propriété en fait un candidat idéal pour explorer les régimes extrêmes de la turbulence (voir par exemple [2, 3]).

Les recherches sur l'<sup>4</sup>He liquide se poursuivent dans les années 1920, menant à la découverte qui motive cette thèse. Pour des détails chronologiques plus précis, le lecteur est invité à consulter l'article de Balibar [4], qui a inspiré la suite de ce texte. Après la retombée de l'excitation suscitée par la découverte de la supraconductivité, certains expérimentateurs se concentrent sur la caractérisation des propriétés de l'hélium en fonction de la température. Dans sa conférence de réception du Prix Nobel de 1913, Kamerlingh Onnes [5] rapportait déjà qu'il avait observé un pic de densité de l'hélium liquide à environ 2.2 K. En 1926, Dana et Onnes [6] observent un changement brusque de l'enthalpie de vaporisation autour de la même température de 2.3 K. En 1927, Wolfke et Keesom [7] rapportent des résultats similaires en mesurant la constante diélectrique de l'hélium toujours autour de la même température.

C'est finalement dans leur second article de 1927 que Keesom et Wolfke [8] récapitulent les observations expérimentales de l'époque (y compris un paragraphe sur la tension de surface et la capacité thermique massique) et suggèrent l'existence d'une transition de phase autour de 2.3 K entre deux états liquides de l'hélium aux propriétés distinctes. Ils introduisent les termes "He I" pour les températures supérieures à la transition et "He II" pour les températures inférieures. En 1932, McLennan, Smith et Wilhelm [9] observent dans un cryostat en verre que l'ébullition d'un bain d'hélium à saturation cesse pour des températures inférieures à 2.2 K, validant qualitativement la présence de la transition de phase. La même année, Keesom et Keesom [10] (père et fille) rapportent de nouvelles mesures de la capacité calorifique massique  $C_p$  de l'<sup>4</sup>He avec la température, confirmant la présence d'une singularité et affinant la valeur de la température de transition. Comme le montre la figure 1.1-a, autour de 2.2 K à saturation, le  $C_p$  varie brusquement. Sur la suggestion de Paul Ehrenfest, la transition est baptisée transition  $\lambda$  en raison de la forme de la courbe. La température de transition He I/He II à saturation est aujourd'hui retenue pour  $T_\lambda = 2.1768$  K [11].

La figure 1.1-b résume le diagramme de phase de l'<sup>4</sup>He (solide/liquide He I/liquide He II/gaz) et met en évidence une autre propriété remarquable : même à très basse température, sa solidification ne se produit que pour des pressions supérieures à 20 bar. Qualitativement, cette observation révèle qu'à basse température, contrairement aux autres liquides, la transition vers la phase liquide He II semble donc énergétiquement plus favorable que la solidification.

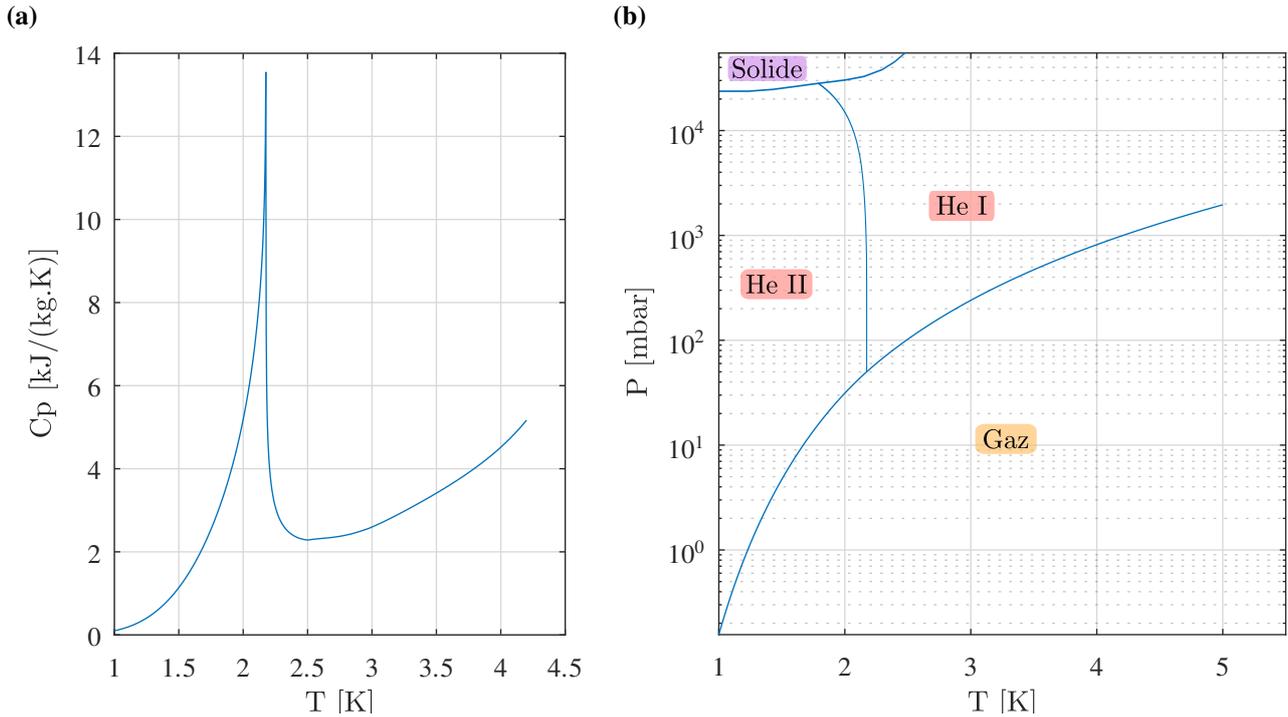


FIGURE 1.1 – a) Évolution de la capacité calorifique massique de l' $^4\text{He}$  à saturation avec la température. b) Diagramme de phase de l' $^4\text{He}$ . Les graphes présentés dans ce manuscrit ont été générés avec le logiciel libre et open-source GNU Octave [12].

L'He II présente des caractéristiques remarquables qui diffèrent significativement de celles des fluides classiques. En 1936, Keesom et Keesom [13] rapportent des mesures de la conductivité thermique de l'He II, qui, comme d'autres propriétés de l' $^4\text{He}$ , subit un changement soudain lors de la transition  $\lambda$ . Ils estiment alors que la valeur de la conductivité thermique de l'He II est incroyablement élevée,  $3 \times 10^6$  fois plus importante en He II qu'en He I (soit plus de 800 fois celle du cuivre à température ambiante).

Dans leur article de juillet 1937, Allen, Peierls et Uddin [14] poursuivent cette caractérisation en mesurant la différence de température  $\Delta T$  entre un bain de référence et un récipient isolé fermé (communiquant avec le bain via un capillaire) dans lequel ils imposent un flux de chaleur  $\varphi$  par effet Joule. Leur conclusion est pour le moins surprenante, comme l'illustre la figure 1.2-a, la relation entre le flux de chaleur  $\varphi$  et la différence de température  $\Delta T$  n'est pas linéaire en He II. Il est alors difficile d'extraire un coefficient de conductivité thermique au sens classique et cette observation suggère l'existence d'un nouveau mode du transport de la chaleur.

Quelques mois plus tard, Piotr Kapitza tente de mesurer la viscosité de l'He II. Dans un article publié en 1938, Kapitza [15] mentionne une tentative préliminaire, signée par Burton [18] en 1935 (dont les mesures sont issues du travail de Wilhelm, Misener et Clarke), révélant que la viscosité de l'He II devait être au moins 10 fois plus faible que celle de l'He I. Kapitza suspecte alors que la viscosité puisse être largement plus faible que cette borne supérieure et que l'excellente conductivité thermique de l'He II pourrait être associée à des effets convectifs (on verra plus loin qu'il avait tort sur ce point).

Dans son expérience, Kapitza étudie l'écoulement entre deux plaques superposées séparées d'un interstice de l'ordre de  $0.5\ \mu\text{m}$ . La plaque supérieure est percée en son centre et surmontée d'un tube (voir figure 1.2-a). Le dispositif est immergé dans le bain d'hélium pour remplir le

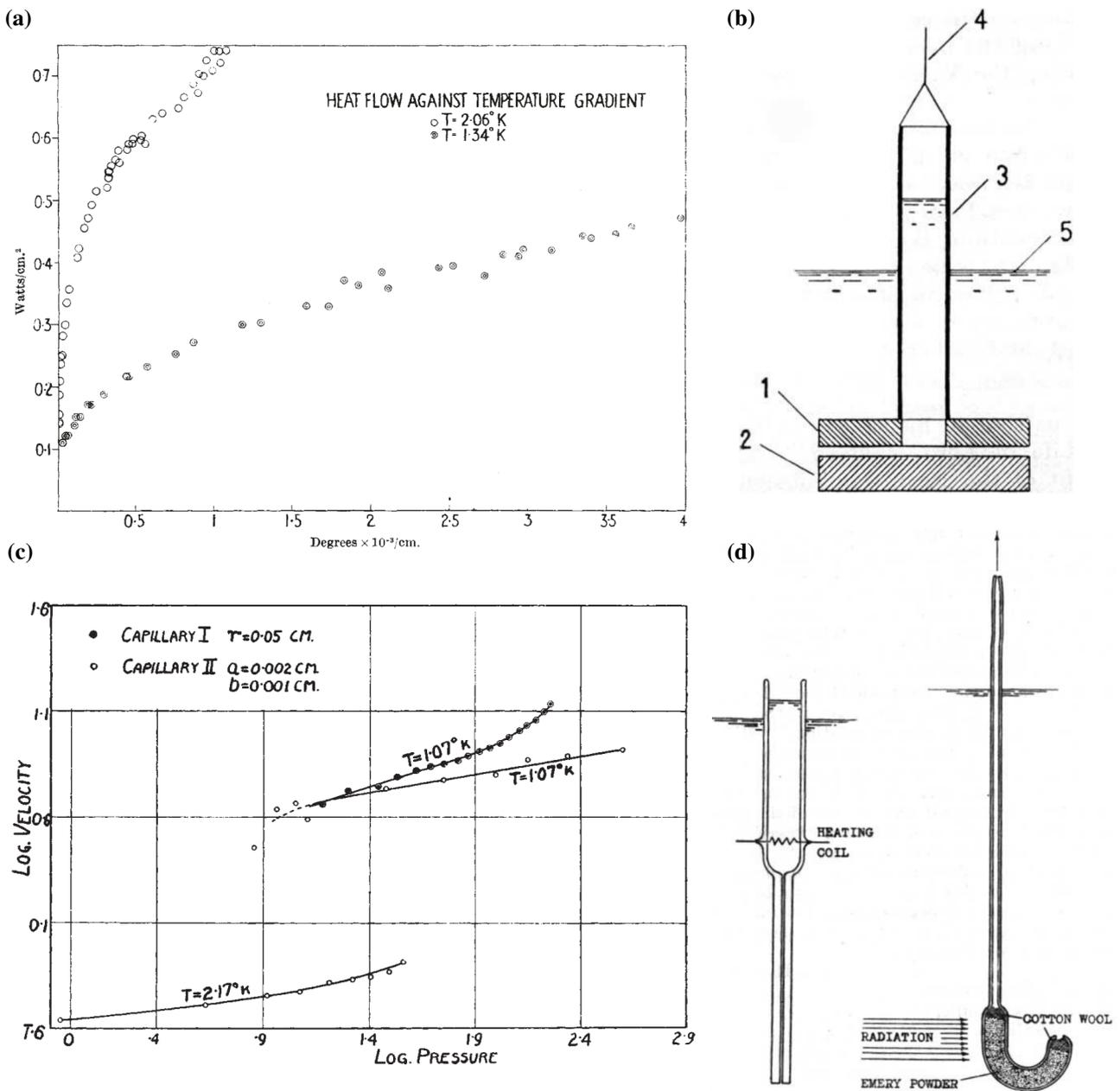


FIGURE 1.2 – Illustrations de quelques résultats expérimentaux historiques. a) Mesure du gradient de température engendré par un flux de chaleur en He II, tirée de [14]. b) Schéma du montage expérimental utilisé par Kapitza, tiré de [15]. 1/2 - disques, 3- tube en verre, 4- attache permettant de lever/abaisser le tube 3 au dessus ou en dessous du niveau d'hélium, 5- niveau d'hélium liquide du bain. c) Mesure de vitesse d'écoulement d'He II dans des capillaires de divers diamètres et pour différentes pressions d'entrée, tirée de [16]. d) Schéma de deux montages expérimentaux permettant d'illustrer l'effet fontaine tiré de [17]. À gauche, celui avec lequel le phénomène a été découvert, à droite celui capable de faire jaillir du liquide au dessus du bain.

tube de liquide puis remonté au dessus de la surface. Les observations de Kaptiza sont alors remarquables : bien que l'écoulement d'He I mette plusieurs minutes pour traverser l'interstice

microscopique et vider le tube, celui d'He II ne semble opposer aucune résistance et la colonne d'hélium est vidée en quelques secondes. Cette observation corrobore celle de Keesom en 1930 qui avait rapporté que l'He II pouvait s'écouler au travers de minuscules pores (que l'on appelle aujourd'hui les super-fuites). Kapitza conclut que la viscosité de l'He II doit être au moins 1500 fois plus faible que celle de l'He I et que même dans les conditions spécifiques de son montage, l'estimation du nombre de Reynolds associé à l'écoulement suggère qu'il devrait être turbulent. De fait, il propose par analogie avec la supraconductivité, que pour des températures inférieures à  $T_\lambda$ , l'hélium entre dans une nouvelle phase qu'il propose de nommer "superfluide". De fait, la découverte de la superfluidité est aujourd'hui largement associée à Kapitza, qui a reçu le prix Nobel de Physique en 1978 en reconnaissance de l'ensemble de ses contributions dans le domaine de la physique à basse température.

Notons que la même année, sur la même double page du numéro 3558 de Nature du 8 janvier 1938, Allen et Misener [16] rapportent des mesures de vitesse d'écoulement d'He II dans des capillaires de différentes sections et pour diverses pressions imposées aux extrémités du capillaire. Les résultats, comme le montre la figure 1.2-c, révèlent que la vitesse d'écoulement d'He II semble presque indépendante du diamètre des capillaires (qu'ils ont fait varier d'un facteur  $10^3$ ) et de la différence de pression imposée. Ils concluent que l'écoulement ne peut être ni laminaire, ni turbulent, rendant impossible la détermination classique de la viscosité; ils évoquent même un glissement à la paroi, ce qui rend toute considération liée à la viscosité incongrue. Ils remettent également en question l'hypothèse de Kapitza pour expliquer la grande conductivité de l'He II, estimant qu'elle nécessiterait des vitesses de convection bien trop élevées.

Un mois plus tard, Allen et Jones [17] découvrent un nouveau comportement inattendu en poursuivant leurs investigations. En répétant leur montage de mesure de la conductivité thermique de l'He II, mais avec un récipient ouvert au-dessus du chauffage et un capillaire de diamètre extrêmement fin (voir figure 1.2-d-gauche), ils observent, lorsqu'ils allument le chauffage, que le niveau de liquide se met à augmenter plutôt qu'à diminuer comme si le chauffage "aspirait" du liquide à travers le capillaire. Plus spectaculaire encore, dans un montage où le chauffage est remplacé par de la poudre d'émeri tassée dans un tube (voir figure 1.2-d-droite) et où l'injection de chaleur est produite par une lampe torche illuminant la poudre (qui absorbe le rayonnement), un jet se forme, donnant son nom au phénomène : l'effet fontaine.

En résumé, l'He II n'a cessé de surprendre les expérimentateurs avec des propriétés pour le moins inattendues, conduisant Kapitza à le qualifier de "superfluide". La section suivante présente la modélisation théorique moderne de l'He II, permettant d'expliquer ces observations fascinantes.

### Récapitulatif

- À pression atmosphérique, la température de liquéfaction de l'<sup>4</sup>He est de 4.2 K. Autour d'une température  $T_\lambda$  (de 2.1768 K à saturation), les propriétés thermodynamiques du liquide varient brusquement (transition de phase He I/He II). L'He II révèle des caractéristiques remarquables, on l'appelle aussi la phase superfluide de l'<sup>4</sup>He.
- L'He II semble pouvoir s'écouler au travers d'interstices micrométriques sans opposer aucune résistance. Plus précisément, la mesure de la vitesse de l'écoulement s'établissant dans un capillaire en fonction de la différence de pression aux bornes du tube indique que l'écoulement ne suit aucune des lois établies pour les fluides

newtoniens.

- Les transferts thermiques en He II, eux non plus, n’obéissent pas aux comportements des fluides classiques. La relation entre le flux de chaleur s’établissant en fonction du gradient de température imposé n’est pas linéaire.
- Enfin il est possible de “pomper” de l’He II à travers un capillaire en établissant un gradient de température (effet fontaine).

### 1.3 Le modèle à 2 fluides - 1<sup>ère</sup> version sans friction mutuelle

On a vu à travers une série d’exemples historiques que le comportement thermo-hydraulique de l’He II peut être très différent de celui d’un fluide classique. Peu après avoir suscité un vif intérêt expérimental, les théoriciens ont tenté de proposer un cadre pour interpréter ces observations qui défient l’intuition.

En 1938, London [19] établit une connexion entre la superfluidité et la condensation de Bose-Einstein. Les atomes d’hélium ayant un spin entier, il suggère de considérer qualitativement l’He II comme un gaz de bosons. La statistique de Bose-Einstein prévoit alors, en dessous d’une température critique  $T_c$ , qu’une proportion significative des atomes puisse occuper leur état fondamental, entraînant la formation d’une fonction d’onde macroscopique et conférant au gaz des propriétés quantiques à des échelles anormalement grandes. London estime que pour l’<sup>4</sup>He,  $T_c \approx 3.1$  K, relativement proche de  $T_\lambda$ . Combiné au fait que la théorie de Bose-Einstein prédit un pic de la capacité calorifique massique autour de la température critique, London propose de voir un lien entre les deux phénomènes. La même année, Tisza [20] développe cette idée pour proposer la première version du modèle à deux fluides. Il imagine, pour une température inférieure à  $T_\lambda$ , que l’on puisse décrire les écoulements d’He II en introduisant deux champs de vitesse distincts. L’un décrit le mouvement des atomes condensés dans leur état fondamental, lesquels se comporteraient comme un fluide sans viscosité et sans entropie, tandis que l’autre est associé aux atomes non condensés, qui seraient visqueux et porteurs d’entropie.

Les proportions des deux composantes, appelées respectivement “superfluide” et “normale”, évoluent avec la température, tendant vers 100 % de superfluide à température nulle. Ainsi, les écoulements à travers des interstices étroits, comme ceux observés dans les expériences d’Allen, Misener et Kapitza, peuvent être expliqués par le fait que la composante superfluide s’écoule sans résistance puisqu’elle n’a pas de viscosité. L’expérience du pendule de torsion de Burton, qui a révélé des valeurs de viscosité bien plus importantes que celles mesurées par Allen, Misener et Kapitza, s’interprète, quant à elle, en considérant que dans cette situation, c’est la composante normale qui est entraînée.

Bien que les prédictions quantitatives du modèle de Tisza aient été balayées par un modèle plus raffiné élaboré par Landau [21], sa notion de deux champs de vitesse distincts reste fondamentale pour la compréhension des écoulements superfluides qui seront étudiés dans cette thèse. Pour décrire brièvement le modèle de Landau, il maintient également les deux composantes, normale et superfluide, avec des propriétés macroscopiques similaires à celles proposées par Tisza, mais il ne lie pas directement la composante superfluide aux atomes condensés ni la composante normale aux atomes non condensés. Dans son approche, Landau considère la

composante normale comme un “gaz” d’excitations thermiques (les phonons et les rotons) dont la dynamique est décrite par les équations de l’hydrodynamique visqueuse classique. Cette différence conceptuelle, que nous n’examinerons pas en détail ici, permet à Landau de prédire quantitativement les propriétés de l’He II, notamment sa capacité calorifique massique, et fait de son modèle la référence. Le nom de Tisza lui est tout de même généralement associé, on parle du modèle à deux fluides de Tisza-Landau.

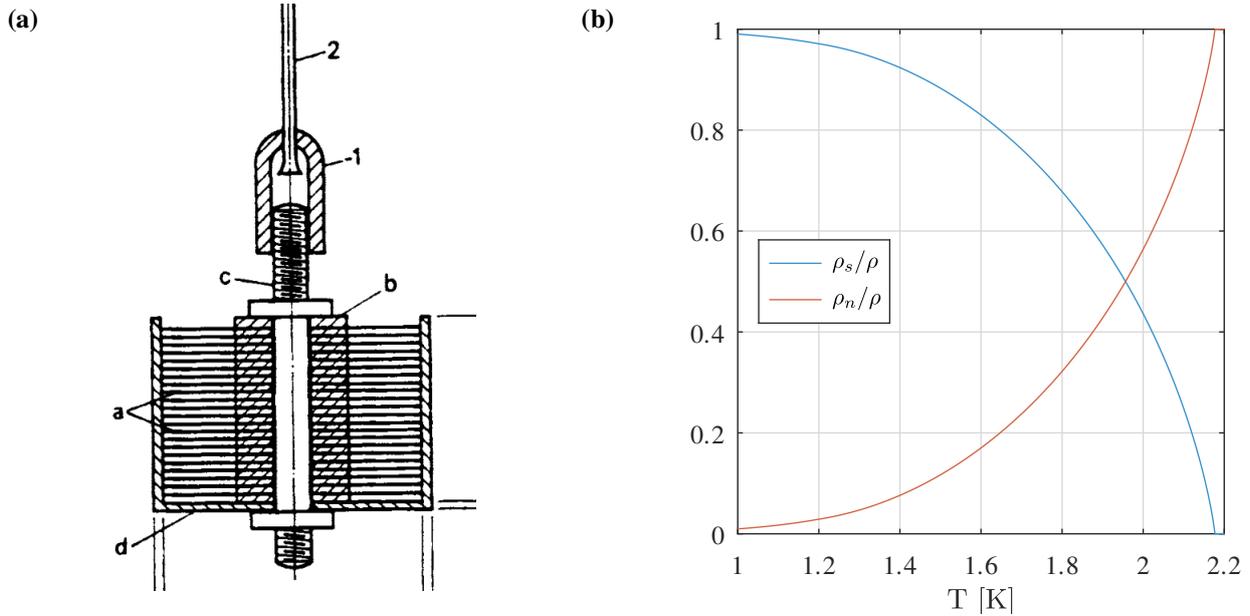


FIGURE 1.3 – Mesure de la proportion des composantes normale et superfluide en fonction de la température. a) Le pendule de torsion assemblé par Andronikashvili tiré de [22]. b) Proportion des composantes normale et superfluide en fonction de la température estimée jusqu’à 1 K.

En 1946, Andronikashvili [22] réalise une expérience, proposée par Kapitza, pour tester la validité du modèle à deux fluides en mesurant directement les proportions des composantes normale et superfluide en fonction de la température. Comme illustré dans la figure 1.3-a, Andronikashvili assemble un pendule de torsion constitué de disques d’aluminium empilés, séparés par des interstices extrêmement fins (de l’ordre de l’épaisseur de la couche fluide entraînée visqueusement par l’oscillation des disques à 1 tr/min en He I). Le moment d’inertie  $J$  du montage lorsqu’il est immergé dans un fluide de densité  $\rho$  s’écrit alors,

$$J = J_v + \frac{\pi}{2} a N \rho (R^4 - r^4), \quad (1.1)$$

avec  $J_v$ , le moment d’inertie à vide,  $a$ , la distance entre les disques,  $N$ , le nombre de disques,  $R$ , le rayon des disques,  $r$  le rayon de l’axe. Le moment d’inertie peut être déduit de la mesure du couple de torsion  $\Gamma$  exercé sur la tige en fonction de la fréquence d’oscillation  $\omega$  du pendule,  $\Gamma = J\omega$ . Lorsqu’Andronikashvili teste le pendule en He I, il rapporte que 50% du moment d’inertie provient du fluide entraîné par les disques (le deuxième terme de la relation 1.1). En He II, où la composante superfluide est supposée inviscide et donc non entraînée par la rotation du pendule, on s’attend à une diminution du moment d’inertie. En abaissant progressivement la température, Andronikashvili confirme cette hypothèse et réalise les premières mesures du ratio

entre les composantes normale et superfluide en fonction de la température. À la température la plus basse mesurée, 1.76 K, la composante normale représente seulement 30% du fluide. Ces mesures fournissent une confirmation expérimentale directe du modèle à deux fluides, validant ainsi la pertinence de la prise en compte des deux composantes. La figure 1.3-b montre l'évolution des proportions des composantes normale et superfluide en fonction de la température, jusqu'à 1 K.

Formulons donc les équations du modèle à deux fluides pour voir comment elles permettent d'expliquer l'effet fontaine. On considère un bain d'hélium d'<sup>4</sup>He à une température  $T < T_\lambda$  et à une pression  $p$ . On note  $\rho$  sa masse volumique. Suivant la décomposition du modèle à deux fluides, on peut lui attribuer une fraction  $\rho_s/\rho$  associée à sa composante superfluide et une fraction  $\rho_n/\rho$  associée à sa composante normale. On a évidemment,

$$\frac{\rho_s}{\rho} + \frac{\rho_n}{\rho} = 1.$$

La composante superfluide (la fraction condensée dans la vision de Tisza) est inviscide et ne porte aucune entropie, on note  $\mathbf{v}_s$  son champ de vitesse. La composante normale (la fraction non-condensée dans la vision de Tisza) est visqueuse et porte toute l'entropie du fluide, on note  $\mathbf{v}_n$  son champ de vitesse. En notant  $\sigma$  l'entropie massique du fluide,  $\mu$  la viscosité dynamique de la composante normale, il suit les 4 équations suivantes (voir par exemple [23], page 14<sup>1</sup>) :

*Équation de conservation de la masse*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (1.2)$$

*Équation de conservation de l'entropie*

$$\frac{\partial(\rho\sigma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\sigma \mathbf{v}_n) = \frac{\mu}{\rho T} (\nabla \mathbf{v}_n)^2 \quad (1.3)$$

*Bilan de quantité de mouvement pour la composante normale*

$$\rho_n \left( \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \cdot \nabla) \mathbf{v}_n \right) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s \sigma \nabla T + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_n \quad (1.4)$$

*Bilan de quantité de mouvement pour la composante superfluide*

$$\rho_s \left( \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{v}_s \right) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s \sigma \nabla T \quad (1.5)$$

Notons que ce modèle est incomplet et ne permet pas de décrire les écoulements turbulents en He II puisqu'il ne tient pas compte de la force de *friction mutuelle* couplant les composantes normale et superfluide (voir section 1.4.2).

Le terme source  $\frac{\mu}{\rho T} (\nabla \mathbf{v}_n)^2$  dans l'équation 1.3 correspond à l'entropie générée par la dissipation visqueuse dans la composante normale.

En se plaçant en régime stationnaire et en négligeant les termes quadratiques en vitesse, la dernière équation se réécrit,

$$\nabla p = \rho \sigma \nabla T.$$

1. N.B. On a simplement rajouté les termes quadratique en  $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$  et le terme de dissipation visqueuse en  $\mu \nabla^2 \mathbf{v}_n$  pour la composante normale et sa contribution sous forme d'un terme source dans la conservation de l'entropie,  $\frac{\mu}{\rho} (\nabla \mathbf{v}_n)^2$ .

On obtient la loi de London [24] qui permet d'expliquer l'effet fontaine (figure 1.2-d). Le gradient de température généré par le chauffage de part et d'autre du capillaire se traduit en un gradient de pression. Qualitativement, le chauffage déséquilibre le ratio des composantes normale et superfluide dans le tube isolé. La composante superfluide traverse alors le capillaire pour rétablir l'équilibre et du liquide s'accumule du côté du chauffage. Si le gradient de température est suffisamment important, alors la surpression engendrée compense les effets de la gravité et il en résulte la formation d'un jet.

Le modèle à deux fluides permet aussi d'expliquer comment se propage la chaleur en He II (on reprend le discours classiquement utilisé, voir par exemple Barenghi, Skrbek et Sreenivasan [23], page 16). Considérons un canal fermé à une extrémité par une plaque chauffante. Lorsque la plaque dissipe une puissance surfacique  $\varphi$ , la composante normale, seule capable de transporter la chaleur, se met en mouvement dans le canal. La relation décrivant ce mouvement est :

$$v_n = \frac{\varphi}{\rho\sigma T}, \quad (1.6)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $\sigma$  l'entropie massique, et  $T$  la température. En réponse, la composante superfluide se déplace dans la direction opposée afin de maintenir la conservation de la masse 1.2 (le débit de masse résultant est nul), décrite par :

$$\rho_s v_s + \rho_n v_n = 0 \Leftrightarrow v_s = -\frac{\rho_n}{\rho_s} v_n, \quad (1.7)$$

où  $v_s$  et  $v_n$  sont les vitesses respectives des composantes superfluide et normale, et  $\rho_s$  et  $\rho_n$  leurs masses volumiques. Ainsi, la chaleur n'est pas diffusée par conduction (comme décrit par la loi de Fourier), mais est transportée par un mouvement relatif des deux composantes sous forme d'écoulement de contre-courant. Dans la section 4.2.1 du chapitre 4, nous établirons une équation d'onde pour la différence de vitesse  $v_{ns} = v_n - v_s$ , ou de manière équivalente, pour la température. Ce phénomène est appelé "second son" en analogie avec les ondes de pression (le son). Ce mécanisme explique les observations faites par Allen et d'autres chercheurs dans les années 1930, qui avaient mesuré une conductivité thermique exceptionnellement élevée en He II et avaient remarqué qu'elle ne présentait pas de relation linéaire entre le flux de chaleur et le gradient de température. Il clarifie aussi l'observation de McLennan, Smith et Wilhelm [9] et de centaines d'autres expérimentateurs après eux : lorsque l'on refroidit l'<sup>4</sup>He en dessous de  $T_\lambda$ , l'ébullition cesse. En fait, les transferts de chaleur sont si efficaces en He II que la chaleur apportée au bain par les pertes thermiques est transportée et évacuée à la surface par évaporation du liquide limitant ainsi les surchauffes à des niveaux inférieurs à la température spinodale, empêchant ainsi l'apparition d'une ébullition nucléée sur les parois du cryostat.

Pour finir la caractérisation des propriétés de l'He II, en 1953, Hollis-Hallett [25] tente de mesurer la viscosité dynamique  $\mu$  de la composante normale en fonction de la température. Pour ce faire, il met en oeuvre un écoulement de Couette dans lequel une couche de fluide est piégée entre deux cylindres concentriques séparés d'un interstice d'environ  $w = 1$  mm (voir figure 1.4-a). L'idée est alors de mesurer le couple induit sur le cylindre intérieur lorsque le cylindre extérieur est mis en rotation à vitesse constante. Pour un fluide classique, la relation entre le couple  $C$  et la vitesse linéaire de rotation du cylindre extérieur  $v$ , s'écrit en régime laminaire,

$$C = \frac{4\pi Rr^2 h}{R^2 - r^2} \mu v.$$

où  $R$  correspond au rayon du cylindre extérieur,  $r$  au rayon du cylindre intérieur et  $h$  à la hauteur du cylindre intérieur. Il est donc possible de déduire la valeur de la viscosité de la composante normale en mesurant le coefficient de proportionnalité entre  $C$  et  $v$ . Pour autant, dans les premières mesures de 1953, les résultats de Hollis-Hallett n'indiquent pas de relation linéaire entre  $C$  et  $v$ . Ce n'est que deux ans plus tard en 1955, qu'Heikkila et Hallett [26] répètent les mesures sur le même montage amélioré pour pouvoir entraîner le cylindre extérieur à de plus faibles vitesses. Pour  $v$  inférieure à 0.1 cm/s, la relation entre  $C$  et  $v$  est cette fois linéaire et ils peuvent en déduire la viscosité dynamique  $\mu$  de la composante normale. Comme l'illustre la 1.4-b, leurs mesures sont en excellent accord avec les valeurs couramment utilisées aujourd'hui (voir [11]). Au delà d'une vitesse critique dépendante de la température, comme observé dans les premières mesures en 1953, la relation n'est plus linéaire indiquant une transition hydrodynamique de l'écoulement.

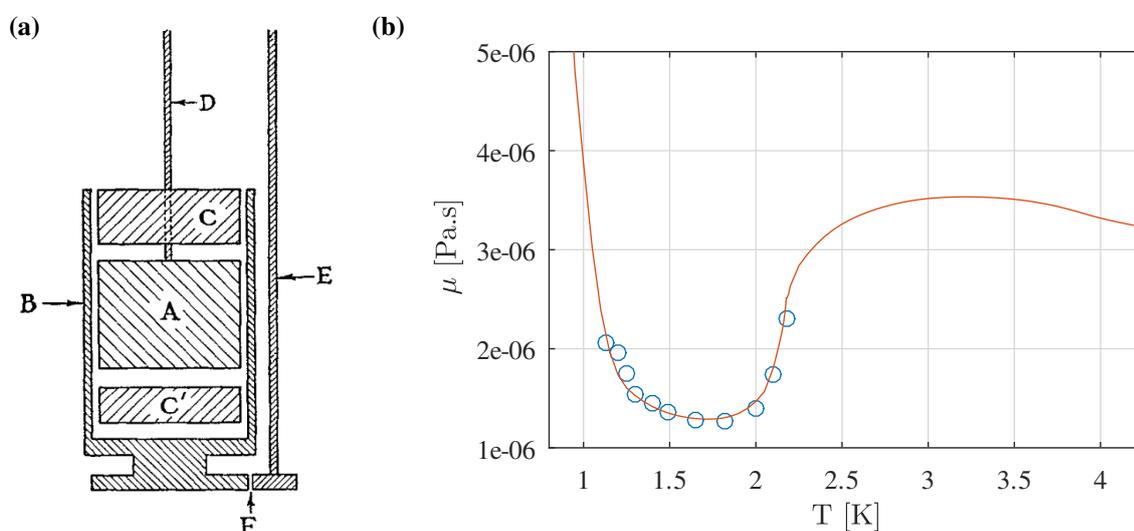


FIGURE 1.4 – Mesures dans un écoulement de Couette en He II tirées de [26]. a) Schéma du montage expérimental. A- cylindre intérieur, B- cylindre extérieur, C/C'- cylindre de confinement de l'écoulement, D- tige droite en quartz, E- arbre moteur, F- train d'entraînement (roues dentées). b) Évolution de la viscosité dynamique de la composante normale avec la température. Les marqueurs bleus correspondent aux valeurs mesurées par Heikkila et Hallett [26] et la courbe rouge à la viscosité dynamique à saturation en fonction de la température issue de [11].

### Récapitulatif

- Le modèle à deux fluides construit itérativement par London, Tisza et Landau permet d'expliquer les propriétés surprenantes de l'He II présentées dans la section 1.2. Dans cette approche, l'He II est décrit comme un mélange de deux composantes : l'une normale à laquelle on peut associer une viscosité dynamique  $\mu$ , une densité  $\rho_n$  et un champ de vitesse  $v_n$ , l'autre superfluide à laquelle sont associés une densité  $\rho_s$  et un champ de vitesse  $v_s$ . La composante superfluide n'a pas de viscosité, ni d'entropie. Ainsi, toute l'entropie d'un bain d'He II est contenue dans la composante normale. La densité totale du bain s'écrit  $\rho = \rho_s + \rho_n$ .
- La composante superfluide étant inviscide, elle peut s'écouler dans des interstices

micrométriques sans aucune résistance expliquant ainsi les observations de Allen et Misener [16] et Kapitza [15].

- Puisque la composante normale est la seule à pouvoir transporter l'entropie, les gradients de température en He II se traduisent par des contre-écoulements, c'est à dire que les deux composantes se déplacent en sens opposé. Ce mécanisme de transport de la chaleur est régi par une équation de d'Alembert. On appelle ces ondes de température, les ondes de second son (voir section 4.2.1 du chapitre 4).
- Les équations du modèle à 2 fluides (1.2-1.5) énoncées dans cette section ne sont pas appropriées pour décrire les écoulements turbulents en He II.

## 1.4 Le modèle à 2 fluides - 2<sup>ème</sup> version avec friction mutuelle

### 1.4.1 Lignes de vortex quantiques

Pour compléter notre description de l'hydrodynamique de l'He II, il manque un dernier élément pourtant au cœur de la turbulence quantique : les lignes de vortex quantiques. Ces étranges objets à la circulation quantifiée qui composent les écoulements turbulents d'He II ont été brièvement introduits dans une note de bas de page par Onsager [27] en 1949 puis plus exhaustivement par Feynman [28]. Pour s'en faire une idée, revenons à la définition de la composante superfluide (voir Mongiovì, Jou et Sciacca [29] section 2.2 pour un cadre plus formel). On a vu que l'on pouvait, dans un certain sens, interpréter la composante superfluide comme un condensat de Bose-Einstein. Ce dernier peut alors être décrit en introduisant une fonction d'onde macroscopique  $\Psi$  décrivant l'ensemble des bosons du condensat qui est solution de l'équation de Gross-Pitaevski (aussi appelée équation de Schrödinger Non Linéaire).

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + (\mu_c + V_0 |\Psi|^2) \Psi \quad (1.8)$$

où  $\hbar$  est la constante de Planck normalisée par  $2\pi$ ,  $i$  est le nombre imaginaire,  $m$  est la masse des bosons du gaz que l'on cherche à décrire,  $V_0$  est un paramètre qui décrit la force de la répulsion locale entre les bosons et  $\mu_c$  est le potentiel chimique. La fonction  $\Psi$  est une fonction à valeur complexe, on peut donc l'écrire en tout point  $\mathbf{r}$  du domaine fluide et à un instant  $t$ , en termes de son amplitude et de sa phase,

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = |\Psi(\mathbf{r}, t)| e^{i\Phi(\mathbf{r}, t)}.$$

où  $\phi$  est la phase de la fonction d'onde. Notons que l'on peut interpréter le carré du module de  $\Psi$  comme le nombre  $n$  de bosons condensés,  $|\Psi|^2 = n$ . En considérant alors la transformation de Madelung,  $\rho_s = m|\Psi|^2$  et  $\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m} \nabla \Phi$  que l'on peut interpréter respectivement comme la densité et la vitesse du condensat, on peut réécrire l'équation 1.8 sous une forme plus "hydrodynamique". La partie imaginaire de la relation 1.8 donne une relation similaire à celle de la conservation de la masse et la partie réelle donne une relation similaire à celle d'Euler (avec un terme additionnel correspondant à la "pression quantique"). Dans cette approche, on déduit

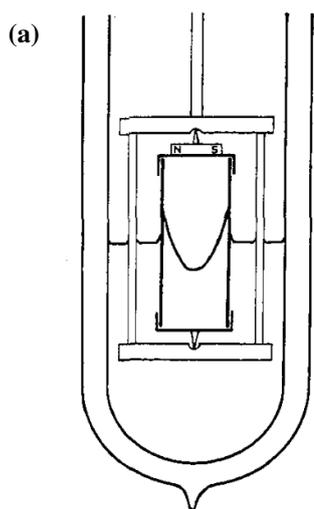


Figure 1. Apparatus for the rotation of liquid helium II.

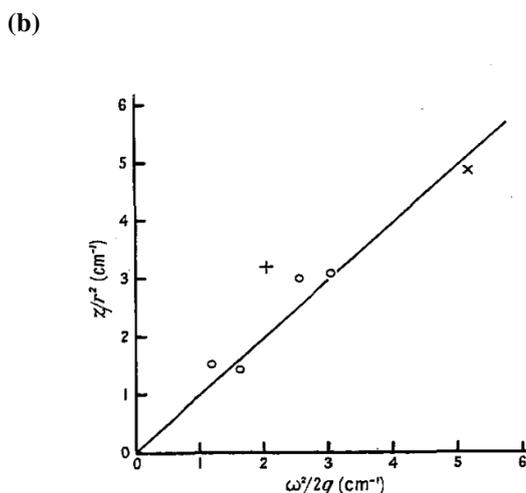


Figure 2. Full line :  $z/r^2 = \omega^2/2g$ .  
 Experimental points  $\left\{ \begin{array}{l} \circ = 1.20^\circ \text{ K., } \rho_n/\rho = 0.03. \\ + = 1.40^\circ \text{ K., } \rho_n/\rho = 0.08. \\ \times = 1.59^\circ \text{ K., } \rho_n/\rho = 0.18. \end{array} \right.$

FIGURE 1.5 – L'expérience de Osborne [30] révélant que le champ de vitesse de la composante superfluide de l'He II ne peut pas être considéré comme complètement irrotationnel. a) Schéma du montage permettant de mettre un récipient d'hélium en rotation. b) Comparaison du profil parabolique de la surface libre mesuré par rapport à celui attendu si la totalité du fluide (composante normale et superfluide) était entraînée (relation 1.9).

que le champ de vorticité superfluide,  $\omega_s = \nabla \times \mathbf{v}_s = \nabla \times \left(\frac{\hbar}{m} \nabla \Phi\right) = 0$ . Le champ de vitesse  $v_s$  est donc irrotationnel.

En 1950, Osborne [30] propose une expérience pour tester cette hypothèse. Il met en rotation, à une vitesse angulaire  $\omega$ , un récipient contenant de l'hélium liquide et observe la forme de l'interface libre (voir figure 1.5). Pour un fluide classique, l'équilibre entre la force centrifuge et la gravité (dont on note  $g$  l'accélération de la pesanteur) donne un profil parabolique pour l'interface dont la hauteur  $z$  à une distance  $r$  s'écrit,

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2. \quad (1.9)$$

Dans le cas de l'He II, si on suppose le champ de vitesse superfluide irrotationnel, l'expression associée au profil de la surface libre devrait être modifiée puisqu'une partie du fluide n'est pas entraînée,

$$z = \frac{\rho_n \omega^2}{\rho 2g} r^2.$$

Comme l'illustre la figure 1.5-b, même pour la plus basse température de 1.2 K pour laquelle la proportion de composante normale ne représente plus que 3%, Osborne ne relève aucune déviation à la relation 1.9. Ces observations suggèrent que le champ de vitesse associé à la composante superfluide n'est donc pas irrotationnel.

En 1955, pour résoudre ce paradoxe, Feynman [28], qui développe indépendamment une suggestion déjà proposée en 1949 par Onsager [27], suggère d'introduire de nouveaux objets, des lignes de vortex à la circulation quantifiée. Pour comprendre cette idée, considérons la

circulation  $\Gamma$  du champ de vitesse superfluide  $\mathbf{v}_s$  associée à une boucle fermé  $\mathcal{C}$ .

$$\Gamma = \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{v}_s(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \oint_{\mathcal{C}} \frac{\hbar}{m} \nabla\Phi \cdot d\mathbf{r}$$

Si on suppose le domaine simplement connexe, on peut appliquer le théorème de Stokes en considérant  $\mathcal{S}$  la surface de la boucle  $\mathcal{C}$ ,

$$\Gamma = \oint_{\mathcal{C}} \frac{\hbar}{m} \nabla\Phi \cdot d\mathbf{r} = \int_{\mathcal{S}} \frac{\hbar}{m} \nabla \times \nabla\Phi \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Maintenant supposons que le domaine est “troué” de telle sorte que la région qu’englobe la boucle  $\mathcal{C}$  ne soit plus simplement connexe, il suit,

$$\Gamma = \frac{\hbar}{m} \oint_{\mathcal{C}} \nabla\Phi \cdot d\mathbf{r} = n2\pi \frac{\hbar}{m}$$

où l’on a intégré la phase  $\phi$  le long de la boucle qui doit être un multiple  $n \in \mathbb{N}$  de  $2\pi$  (voir Feynman [28]). Ainsi, en admettant l’existence de ces singularités, on peut concevoir que la composante superfluide ne soit pas totalement irrotationnelle. On voit apparaître un quantum de circulation,

$$\kappa = 2\pi \frac{\hbar}{m} = \frac{h}{m} \approx 9.97 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Pour donner une image, ces “trous”, ou discontinuités du domaine fluide, peuvent être vus comme des filaments ou des tubes de diamètre angstrométrique (la taille de leur coeur, c’est à dire la distance caractéristique sur laquelle l’amplitude de  $\Psi$  tend vers 0, est de l’ordre de  $1 \times 10^{-10}$  m) traversant le domaine fluide d’une interface à une autre ou se refermant en un anneau dont la circulation vaut  $\kappa$ . Toujours d’après l’article de Feynman [28], notons qu’il est énergétiquement plus favorable que la vorticité de la composante superfluide se répartisse sur  $n$  lignes de vortex de circulation  $\kappa$  plutôt qu’une seule de circulation  $n\kappa$ .

On en déduit, pour une ligne de vortex verticale, que le champ de vitesse superfluide est orthoradial, dont la norme à une distance  $r$  de la ligne de vortex s’écrit,

$$v_s(r) = \frac{\kappa}{2\pi r}.$$

Plus généralement, la vitesse générée en un point  $\mathbf{r}$  par une ligne de vortex s’écrit en sommant les contributions de segments infinitésimaux  $d\mathbf{s}$  (loi de Biot-Savart),

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = \frac{\kappa}{4\pi} \int d\mathbf{s} \times \frac{\mathbf{s} - \mathbf{r}}{|\mathbf{s} - \mathbf{r}|^3}$$

En pratique, l’agitation mécanique d’un bain d’He II donne naissance à une pelote de vortex enchevêtrés de telle sorte que l’on peut considérer que le champ de vitesse  $\mathbf{v}_s$  est entièrement déterminé par la somme des contributions de chacune de ces lignes de vortex. Cette méthode qui permet de construire des champs de vitesse superfluide est couramment appelée *Vortex Filament Model* et est utilisée par les numériciens pour générer et étudier les propriétés des champs de vitesse superfluides (voir par exemple [31-33]).

Revenons alors à l’expérience de Osborne [30]. Dans cette situation élémentaire de rotation solide à la vitesse angulaire  $\omega$ , la vorticité des champs de vitesse normale et superfluide est égale à  $2\omega$  et la déformation de la surface libre est la même, peu importe la température. Pour

supporter une telle vorticité, la composante superfluide génère  $n^* = 2\omega/\kappa$  lignes de vortex par unité de surface. Il faut imaginer ces lignes comme des tubes alignés avec l'axe de rotation ayant toutes la même circulation<sup>2</sup>  $+\kappa$ . Vu de dessus, leur agencement forme un réseau à la maille hexagonale, comme cela a été montré expérimentalement d'abord par Yarmchuk, Gordon et Packard [34], en utilisant la propriété qu'ont les vortex de faciliter le passage de courants d'ions, ou plus récemment en décorant ces lignes de vortex à l'aide de flocons de deutérium [35].

### 1.4.2 Force de friction mutuelle

Lorsqu'une ligne de vortex se déplace à une vitesse  $\mathbf{v}_L$  différente de celle de la composante normale  $\mathbf{v}_n$ , elle subit une force,  $f_{mf}$ , appelée force de *friction mutuelle*. Cette interaction résulte principalement des échanges de quantité de mouvement lors de la diffusion des rotons par les vortex.  tant donné que le champ de vitesse superfluide  $\mathbf{v}_s$  peut être entièrement décrit par ses lignes de vortex, cette force entraîne un couplage entre les deux champs de vitesse. Pour tenir compte de cet effet, il est nécessaire de modifier les équations du modèle à deux fluides.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial(\rho\sigma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\sigma\mathbf{v}_n) = \frac{\mu}{\rho T} (\nabla\mathbf{v}_n)^2 + \frac{1}{\rho T} \mathbf{f}_{mf} \cdot (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (1.11)$$

$$\rho_n \left( \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \cdot \nabla) \mathbf{v}_n \right) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s \sigma \nabla T + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_n + \mathbf{f}_{mf} \quad (1.12)$$

$$\rho_s \left( \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{v}_s \right) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s \sigma \nabla T - \mathbf{f}_{mf} \quad (1.13)$$

Cette idée d'un couplage entre les deux composantes a été introduite dès 1949 par Gorter et Mellink [36], en proposant la relation,

$$f_{mf} = A \rho_s \rho_n (v_n - v_s)^3 \quad (1.14)$$

avec  $A$  une constante dépendante de la température pour justifier de la dépendance  $\varphi \propto \Delta T^{1/3}$  observée dans les écoulements de contre-courant pour des gradients de température suffisamment importants. En effet, on a vu que dans ce type d'écoulement, les vitesses  $v_n$  et  $v_s$  pouvaient s'exprimer

$$v_n = \frac{\varphi}{\rho\sigma T} \quad \text{et} \quad v_s = -\frac{\rho_n}{\rho_s} v_n.$$

On déduit donc de 1.14,

$$f_{mf} \propto \varphi^3.$$

En se plaçant en régime stationnaire, en négligeant les termes quadratiques en vitesse et en considérant la différence des relations (1.4)· $\rho_s$  et (1.5)· $\rho_n$ , on en déduit

$$\varphi^3 \propto \Delta T.$$

---

2. N.B. Dans un champ turbulent, les lignes sont désordonnées et peuvent avoir des circulations de  $+\kappa$  ou  $-\kappa$ .

Pour autant, cette approche phénoménologique ne rend pas directement compte du rôle des lignes de vortex dans le couplage des composantes et ne capture pas la physique intrinsèque du phénomène qui est lié à la présence de lignes de vortex.

En 1956, Hall, Vinen et Shoenberg [37] étudient l'amortissement d'une onde de second son dans une configuration similaire à celle de Osborne [30], c'est à dire en générant un réseau de lignes de vortex en mettant un récipient en rotation à la vitesse angulaire  $\mathbf{\Omega} = \omega \mathbf{e}_z$ . Ils proposent alors une nouvelle expression pour la force de friction mutuelle,

$$\mathbf{f}_{mf} = B \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \frac{\mathbf{\Omega}}{|\mathbf{\Omega}|} \times [\mathbf{\Omega} \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)] + B' \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (1.15)$$

où  $B$  et  $B'$  sont des paramètres qui dépendent de la température dont l'ordre de grandeur vaut  $\sim 1$ .

Cette relation est ensuite justifiée par les auteurs [38] à travers une approche théorique, en étudiant analytiquement la collision entre une ligne de vortex et un roton, puis dans un cadre plus général par Bekarevich et Khalatnikov [39]. Les équations 1.10-1.13 sont généralement référées comme les équations de Hall-Vinen-Bekarevich-Khalatnikov (ou HVBK).

Pour généraliser la relation 1.15 au cas d'une pelote de lignes de vortex turbulentes et non pas d'un réseau de lignes verticales comme dans un récipient en rotation, il est d'usage de considérer (voir par exemple [23, 40-42]),

$$\mathbf{f}_{mf} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \kappa \mathcal{L} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (1.16)$$

où  $\mathcal{L}$  correspond à la densité moyenne de lignes de vortex par unité de volume. La relation 1.16 se déduit de la relation 1.15, en identifiant la vortacité de la rotation solide à la vortacité moyenne de la composante superfluide, soit  $2\omega = \kappa \mathcal{L}$ . Le deuxième terme de la relation 1.15 est négligé car étant orthogonal à  $(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$ , il n'intervient pas dans les bilans d'énergie. On peut alors expliciter le terme de dissipation lié à la friction mutuelle dans l'équation 1.11,

$$\epsilon_{mf} = \frac{1}{\rho} \mathbf{f}_{mf} \cdot (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa \mathcal{L} (v_n - v_s).$$

C'est à partir de cette modélisation de l'He II que l'on propose d'étudier la turbulence.

Notons que pour un écoulement de contre-courant, la densité de ligne vortex générée est proportionnelle au carré de la différence de vitesse entre les deux composantes (voir par exemple [23], page 119),

$$\mathcal{L} = \gamma^2 (v_n - v_s - v_c)^2$$

avec  $\gamma$  un paramètre dépendant de la température et  $v_c$  une vitesse critique de l'ordre de 1 mm/s. Ainsi, pour les écoulements de contre-courant générés par un flux surfacique  $\varphi$  de l'ordre de 0.1-1 W/cm<sup>2</sup> comme dans l'expérience de Allen, Peierls et Uddin [14] (voir figure 1.2-a), pour laquelle  $v_n - v_s$  est de l'ordre de quelques 1-10 cm/s ( $v_n - v_s \gg v_c$ ), la relation 1.16 se réécrit,

$$\mathbf{f}_{mf} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \kappa \gamma^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^3.$$

On retrouve donc l'expression proposée par Gorter et Mellink [36] en 1949.

## Récapitulatif

- La composante superfluide de l'He II n'est pas complètement irrotationnelle. Lorsqu'un bain d'He II est mis en rotation solide (à la vitesse de rotation  $\omega$ ), un réseau de lignes de vortex à la circulation quantifiée  $\kappa = 9.97 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$  est généré de telle sorte que la vorticité de la composante superfluide à l'échelle du récipient soit identique à celle de la composante normale ( $2\omega$ ). De fait, la composante superfluide d'un écoulement turbulent peut être vue comme une pelote de lignes de vortex enchevêtrées. Le champ de vitesse superfluide peut alors être décrit comme la somme des champs de vitesse générés par chacune des lignes de vortex.
- L'interaction des lignes de vortex avec la composante normale entraîne un couplage entre les deux composantes. Dans le modèle HVBK, il est assuré par la force de friction mutuelle qui peut être vue comme une force de rappel entre les deux composantes ( $\propto v_n - v_s$ ).
- C'est à partir de ce modèle (équations 1.10-1.13) que l'on propose d'étudier la turbulence en He II.

## 1.5 Turbulence quantique et turbulence classique

Dans la suite du manuscrit, on s'intéresse aux écoulements générés par un forçage inertiel stationnaire et tridimensionnel, c'est à dire lorsque le fluide est mis en mouvement par l'intermédiaire d'un gradient de pression (écoulement dans des canaux) ou d'agitation mécanique (rotation de pales, oscillation de grille). Dans le cas des fluides classiques, ce problème est relativement bien compris. La dynamique du fluide est régie par les équations de Navier-Stokes, qui s'expriment pour un fluide incompressible,

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u}, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \end{cases} \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{u}$  est le champ vectoriel de vitesse,  $p$  est le champ scalaire de pression,  $\mu$  est la viscosité dynamique et  $\rho$  est la densité du fluide.

Introduisons alors  $U$  une vitesse caractéristique de l'écoulement,  $L$  l'échelle d'injection de l'énergie,  $\epsilon = U^3/L$ , le taux d'énergie injectée par unité de masse et  $\nu = \mu/\rho$ , la viscosité cinématique du fluide. Si l'intensité du forçage à grande échelle est suffisamment importante pour que les effets inertiels

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \sim \frac{U^2}{L},$$

soient prépondérants devant les effets visqueux

$$\nu \nabla^2 \mathbf{u} \sim \nu \frac{U}{L^2}$$

ou de manière équivalente si le nombre de Reynolds est suffisamment important,

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu} \gg 1,$$

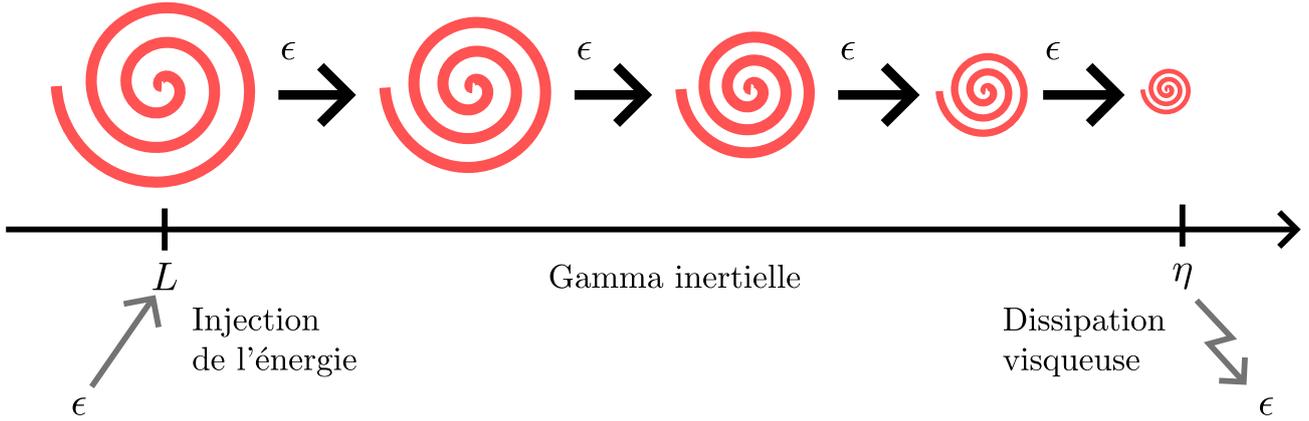


FIGURE 1.6 – La cascade de Richardson. Les schémas présentés dans ce manuscrit ont été produits à partir du logiciel libre et open-source Inkscape [43].

l'écoulement développe des structures complexes multi-échelles à la dynamique chaotique. Comme le présente qualitativement la figure 1.6, dans ce régime dit “turbulent”, les grands tourbillons contenant initialement l'énergie injectée par le forçage, interagissent pour se subdiviser en de plus petits tourbillons faisant ainsi cascader l'énergie vers des échelles de plus en plus petites jusqu'à ce que la viscosité finisse par régulariser les plus petits tourbillons en dissipant leur énergie sous forme de chaleur à l'échelle de Kolmogorov  $\eta = (\epsilon/\nu^3)^{1/4}$ . Ce mécanisme, connu sous le nom de cascade de Richardson, décrit la répartition spatiale de l'énergie. Au delà de cette image, la caractérisation quantitative de la turbulence dite “classique” repose principalement sur la théorie de Kolmogorov, développée en 1941 [44, 45] et affinée en 1962 [46]. Bien qu'imparfait, ce cadre théorique, qui est largement développé dans des ouvrages tels que ceux de Pope [47] et Frisch [48], nous sera suffisant pour aborder la comparaison entre la turbulence en He I et en He II. Pour un aperçu détaillé des problématiques modernes de la turbulence classique, on renvoie le lecteur vers [49].

Dans le cas de l'He II, on se demande donc comment se transposent ces mécanismes d'injection, de cascade et de dissipation de l'énergie. En particulier, on s'intéresse à une gamme de températures pour laquelle la proportion de la composante superfluide est comprise entre 0 et 80%. Dans ce régime, commençons par présenter l'état actuel des connaissances.

### 1.5.1 Mesures globales

Autour des années 1990, motivées par des applications pour la grande réfrigération (notamment des aimants supra-conducteurs pour la fusion ou les accélérateurs de particules), des mesures de perte de charge en He II à haut nombre de Reynolds (supérieur à  $10^6$ ) ont été réalisées dans des tuyaux de diamètre centimétrique et sur des longueurs de plusieurs mètres [50-52]. La figure 1.7-a, tirée de [53], présente une de ces boucles (utilisée dans [51]) contenant deux sections d'essais, une de 228 m de long pour un tuyau de 2.8 cm de diamètre et une de 17.5 m de long pour un tuyau de 1.6 cm de diamètre. Pour un fluide classique la perte de charge  $\Delta p$  entre les extrémités d'un tuyau de longueur  $L$ , de diamètre  $d$  pour un fluide de masse volumique  $\rho$  injecté à la vitesse  $v$  s'écrit,

$$\Delta p = f \frac{L}{d} \rho v^2 \quad (1.18)$$

où  $f$  est le coefficient de friction de Fanning<sup>3</sup>, qui dépend du nombre de Reynolds et de la rugosité des parois du tuyau.

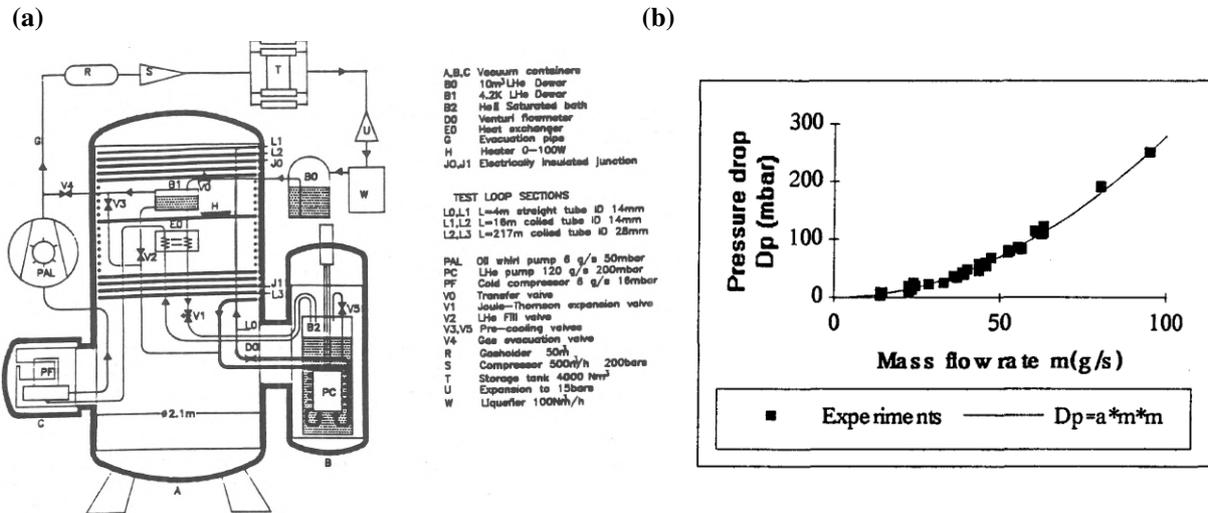


FIGURE 1.7 – a) Schéma de la boucle présentée dans [53] permettant de faire circuler de l’He II dans deux sections d’essais, en mesurant le débit et les pertes de charge associées. Pour thermaliser l’hélium circulant dans la boucle, un échangeur est placé dans un bain saturé. Cette méthode, connue sous le nom de bain Claudet [54], permet de travailler avec de l’He II pressurisé (sous-refroidi) plutôt qu’à saturation. b) Pertes de charge  $\Delta P$  en fonction du débit massique ( $m = \rho\pi \frac{D^2}{4} v$ ) tiré de [51].

En He II, dans les régimes étudiés (pour des proportions de composante superfluide inférieures à 80%), les différents auteurs concluent que la relation  $\Delta p \propto v^2$  est vérifiée (voir par exemple figure 1.7-b) et qu’en considérant le nombre de Reynolds basé sur la viscosité dynamique de la composante normale  $\mu$  et la densité totale  $\rho = \rho_s + \rho_n$ , les valeurs des coefficients de friction sont en accord avec celles attendues pour les rugosités estimées ou directement mesurées au microscope électronique dans l’expérience de Rousset et al. [51]. Ces premières expériences suggèrent donc que, malgré leurs natures intrinsèquement différentes, turbulence classique et quantique partagent une partie de leurs propriétés.

En 2014, Saint-Michel et al. [55] s’intéressent au taux d’injection de l’énergie dans un écoulement turbulent d’He II comparativement au cas classique. Les mesures sont faites dans l’expérience SHREK pour “Superfluid High REynolds von Kármán experiment” [3] qui consiste en une cellule de von Kármán géante (700 mm de haut et  $R = 390$  mm de rayon) qui peut être remplie d’hélium liquide et dont la pression et la température peuvent être contrôlées (voir figure 1.8-a). Pour mesurer le taux d’injection de l’énergie par unité de masse dans le fluide, l’idée est d’imposer une fréquence de rotation  $\Omega$  aux turbines, qui tournent en sens opposés, et de mesurer le couple  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  exercé par le fluide sur chacune des turbines. Les pales étant incurvées, deux configurations sont possibles : (+) le côté convexe pousse le fluide, (-) le côté concave pousse le fluide. La topologie de l’écoulement résultant est illustrée sur la figure 1.8-b. Lorsque le côté concave des pales (-) entraîne le fluide, il existe deux configurations stables, une symétrique (s) et une bifurquée (b). Cette dernière peut soit être pilotée par la turbine

3. N.B.  $f = \lambda/4$  où  $\lambda$  est le coefficient de friction de Darcy.

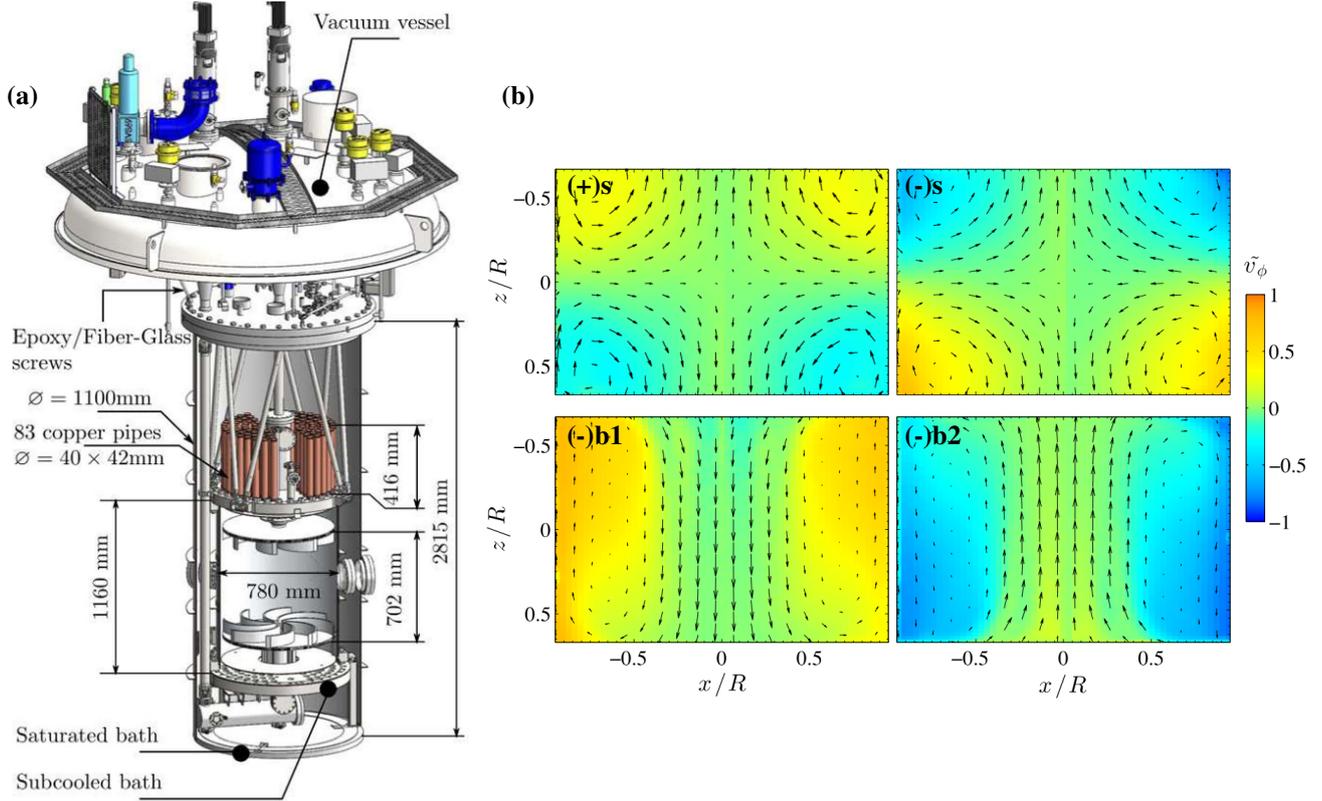


FIGURE 1.8 – a) Vue en coupe de l'expérience SHREK pour “Superfluid High REynolds von Kármán experiment” tirée de [3]. b) Les différentes topologies de l'écoulement de von Kármán (figure tirée de [55]).

inférieure (b1), soit par la turbine supérieure (b2). Pour plus de détails sur la bistabilité de l'écoulement de von Kármán, on renvoie le lecteur vers les Refs. [56, 57].

En définissant

$$K_p = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2\rho R^5 \Omega^2},$$

qui s'interprète comme le taux d'énergie injectée par unité de masse adimensionnée,

$$K_p = \frac{\epsilon}{2(R\Omega)^3/R},$$

les auteurs concluent que le mécanisme d'injection de l'énergie dans cette configuration de forçage inertiel est universel. En effet, comme l'illustre la figure 1.9-a, qui regroupe les résultats des mesures dans SHREK (et ceux d'autres mesures faites dans différentes expériences avec divers fluides newtoniens), pour<sup>4</sup>  $Re = \frac{\Omega R^2}{\nu} > 10^4$ , on observe, dans les 3 configurations d'écoulement testées, que le  $K_p$  devient constant et indépendant du Reynolds. En particulier, les valeurs de  $K_p$  associées aux triangles pointant vers la droite et ceux pointant vers la gauche, qui correspondent respectivement aux mesures en He II et en He I, sont confondues. Pour lever l'ambiguïté de la définition du nombre de Reynolds en He II, la figure 1.9-b présente

4. La viscosité dynamique est définie par  $\nu = \mu/\rho$  dans le cas des fluides newtoniens et en considérant la viscosité dynamique  $\mu$  de la composante normale et  $\rho = \rho_s + \rho_n$  la masse volumique totale du fluide dans le cas de l'He II

des mesures brutes de couples  $\Gamma$  pour différentes fréquences de rotation des pales  $\Omega$  réalisées à la fois en He I et en He II à des conditions de température et de pression pour lesquelles les fluides ont quasiment la même masse volumique totale ( $\rho = 147 \text{ kg/m}^3$  pour l'He II à 1.7 K sous refroidi à 1.1 bar et  $\rho = 146 \text{ kg/m}^3$  pour l'He I à 2.63 K sous refroidi à 1.1 bar). Les courbes sont presque parfaitement confondues indiquant que la puissance transmise par les pales au fluide est identique en He I et en He II.

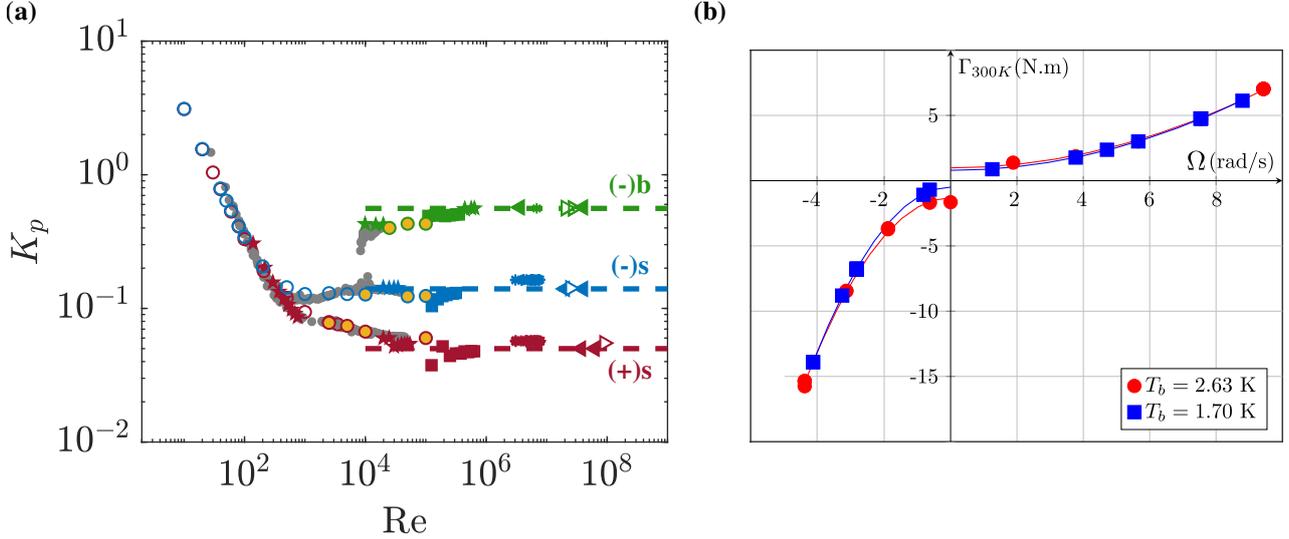


FIGURE 1.9 – a) Mesures comparatives du taux d'énergie injectée dans un écoulement de von Kármán en He II et pour des fluides newtoniens. La figure est tirée de [58], elle-même adaptée de [55]. Elle présente l'évolution du taux d'énergie injectée par unité de masse adimensionnée  $K_p$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ . Les différentes branches correspondent aux différentes topologies d'écoulement explorées (voir texte). Les triangles correspondent aux résultats obtenus dans SHREK. Ceux pointant vers la droite sont associés aux mesures en He II à 2 K pressurisé à 1.1 bar, ceux pointant vers la gauche en He I à 2.3 K pressurisé à 1.1 bar. Les autres marqueurs correspondent à des mesures avec divers fluides newtoniens, astérisque- sodium liquide, carré- eau, étoiles- mélange de glycerol et d'eau (16 pales par turbine), rond gris- mélange de glycerol et d'eau (8 pales par turbine), dans d'autres montages ou issues de simulations numériques (rond jaune- DNS, rond vide- LES). b) Mesures brutes de couples  $\Gamma$  pour différentes fréquences de rotations des pales  $\Omega$  issues de [3] comparant He I et He II à des conditions de température et de pression pour lesquelles les fluides ont quasiment la même masse volumique.

### 1.5.2 Mesures eulériennes locales

Les mesures globales révèlent une similarité notable entre la turbulence en He I et He II : qu'il s'agisse de friction à la paroi ou de rotation d'une turbine, le mécanisme d'injection de l'énergie turbulente est similaire dans les deux phases. Examinons maintenant comment des mesures locales permettent de renseigner sur la cascade de l'énergie, depuis les grandes échelles (comme le diamètre d'un tuyau ou d'une turbine) jusqu'aux échelles dissipatives.

En 1998, Maurer et Tabeling [59] réalisent les premières mesures comparatives He I/He II avec un capteur eulérien dans un écoulement de von Kármán. La taille du montage est plus

modeste que celui présenté précédemment, la cellule fait 200 mm de haut et  $R = 40$  mm de rayon. Les turbines comportent 4 pales droites. La fréquence de rotation des pales, qui tournent en sens opposé, est fixée à  $f = \Omega/2\pi = 6$  Hz. On peut alors calculer le nombre de Reynolds associé en He I à 2.3 K pressurisé à 1 bar,

$$Re = \frac{\Omega R^2}{\nu} = 3 \times 10^6,$$

qui se trouve donc être dans le régime où le  $K_p$  est indépendant du Reynolds (voir figure 1.9). On sait donc avec certitude que le taux d'énergie injectée en He I et He II est identique. Un tube de Pitot est positionné dans la demi-cellule supérieure et fait face à l'écoulement toroïdal moyen. La tête du tube de Pitot est localisée 10 mm sous l'extrémité des pales et est décalée de 20 mm de l'axe du cylindre. Les diamètres intérieur et extérieur du tube de Pitot valent respectivement 0.9 mm et 1.2 mm. Ainsi, le capteur résout des échelles environ une décade plus petites que l'échelle d'injection. Dans un montage comparable avec de l'hélium gazeux à 4.9 K et

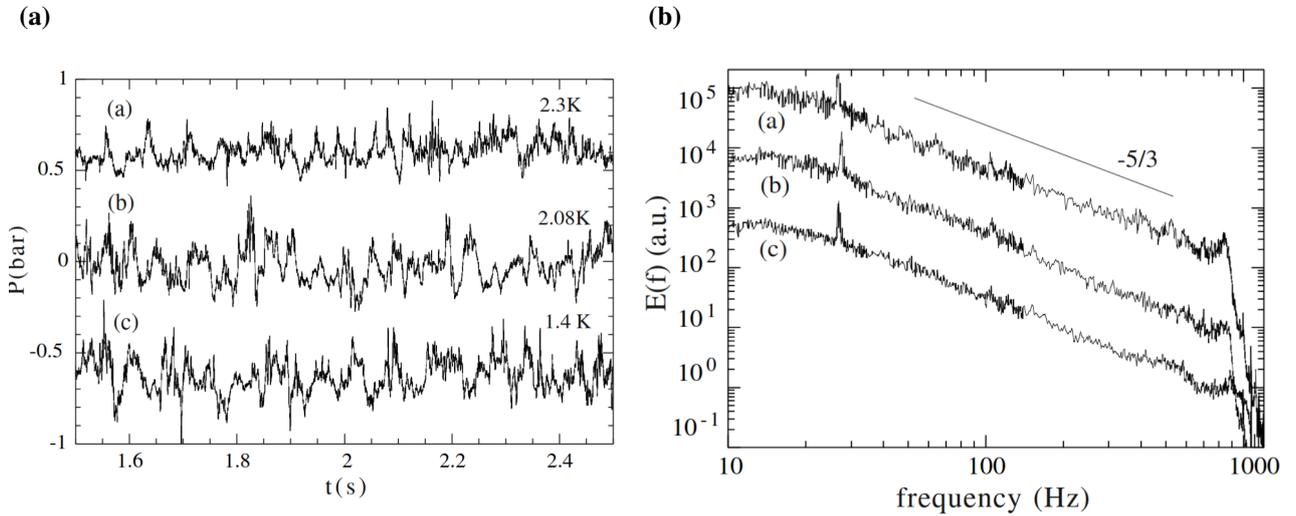


FIGURE 1.10 – Mesures comparatives He I/He II de fluctuations de vitesse locale dans un écoulement de von Kármán tirées de [59]. a) Signaux de fluctuation de pression mesurés par le tube de Pitot. Les courbes ont été arbitrairement décalées sur l'axe vertical pour faciliter la lecture. b) Les spectres de densité de puissance associés. De nouveau, les courbes ont été arbitrairement décalées sur l'axe vertical pour faciliter la lecture.

1 bar, Maurer, Tabeling et Zocchi [60] indiquent avoir mesuré, avec un fil chaud, des fluctuations de vitesse  $u'$  autour de leur valeur moyenne  $U$  de l'ordre de  $\tau = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}/U = 20 - 30\%$ , pour un nombre de Reynolds similaire (de l'ordre de  $10^6$ ). Dans le cas de l'He I, en notant  $U$  la vitesse moyenne de l'écoulement,  $u'$  ses fluctuations,  $p'$  les fluctuations de pression statique et  $\rho$  sa masse volumique, les fluctuations de pression mesurées  $p'_{mes}$  par le tube de Pitot sont reliées sans ambiguïté aux fluctuations de vitesse par la relation,

$$p'_{mes}(t) = \rho U u'(t) + P'(t) + \frac{1}{2} \rho u'^2. \quad (1.19)$$

Comme présenté dans l'annexe de [61], on peut alors montrer que le deuxième et le troisième terme ( $\propto \tau^2$ ) sont relativement négligeables devant le premier ( $\propto \tau$ ) de telle sorte que l'on peut

considérer que les fluctuations du signal enregistré par le Pitot sont proportionnelles à la vitesse turbulente  $u'$  de l'écoulement. La figure 1.10-a présente 3 signaux obtenus à 3 températures différentes : en He I à 2.3 K et 1 bar, en He II à 2.08 K à saturation et en He II à 1.4 K à saturation. Qualitativement, les 3 signaux se ressemblent, aucune différence flagrante entre He I et He II n'est observée. En calculant les densités spectrales de puissance, comme l'illustre la figure 1.10-b, les auteurs établissent alors un résultat tout à fait remarquable : les 3 spectres aux 3 températures présentent tous un régime en  $f^{-5/3}$  caractéristique du régime inertiel dans la théorie de la turbulence de Kolmogorov. Dans le cas de l'He I, cette observation confirme la propension du tube de Pitot à sonder les fluctuations de vitesse. En He II, bien qu'il ne soit pas évident de relier les fluctuations de pression aux champs de vitesse des composantes normale et superfluide<sup>5</sup>, ces observations indiquent que l'énergie injectée à grande échelle cascade vers les plus petites échelles sans déviation à la théorie de Kolmogorov jusqu'aux plus petites échelles résolues par le capteur (qui restent relativement grandes comparées à l'échelle de dissipation dont on peut donner une estimation en He I,  $\eta = \text{Re}^{-3/4} R \approx 1 \mu\text{m}$ ).

En 2010, ces observations sont confirmées et étendues par Salort et al. [61] dans de nouvelles géométries d'écoulement. Les mesures sont aussi assurées par des tubes de Pitot qui sont positionnés cette fois dans une conduite (de diamètre 27.2 mm dans le *TSF Wind tunnel* ou de diamètre 23 mm dans le *Néel Wind tunnel*) et orientés face à l'écoulement moyen. Les diamètres intérieurs et extérieurs des têtes valent respectivement entre 0.4-0.6 mm et entre 0.6-0.9 mm. Pour éviter toute erreur d'interprétation, les mesures sont réalisées, toutes choses égales par ailleurs, à la fois en He I et en He II.

Trois types d'écoulement sont caractérisés :

- dans le *TSF Wind tunnel*, l'écoulement derrière une grille passive de taille de maille  $M=3.9$  mm. Les mesures sont faites à une distance de plus de 100 mailles pour des nombres de Reynolds (basés sur la maille  $M$ , la vitesse moyenne et en considérant  $\nu \approx 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ , la viscosité de l'He I à 2.6 K et 1.1 bar) de l'ordre de  $3 \times 10^5$ - $6 \times 10^5$ . À cette distance, le taux de turbulence  $\tau$  est inférieur à 2%, assurant que les fluctuations de pression mesurées sont clairement linéaires avec les fluctuations de vitesse (terme 2 et 3 de la relation 1.19 complètement négligeables devant le premier terme). Pour rappel, dans [59], le taux de turbulence était de l'ordre 20-30%. Les spectres en He I (à 2.6 K pressurisé à 1.1 bar) et en He II (à différentes températures 1.7-2-2.1 K pressurisé à 1.1 bar) révèlent un régime inertiel à la Kolmogorov en  $f^{-5/3}$  et sont confondus pour les différents  $Re$  testés (voir figure 1.11-a). L'échelle intégrale de l'écoulement peut être estimée à partir du coude et se trouve être indépendante de la température,  $L \approx 1.2$  mm. À partir du taux de turbulence et de l'échelle intégrale, l'estimation de l'échelle dissipative en He I,  $\eta \approx 2$ -4  $\mu\text{m}$ , indique que l'échelle de la résolution de la mesure est largement plus grande.
- dans le *TSF Wind tunnel*, l'écoulement de sillage derrière un cylindre de diamètre  $D = 15.3$  mm. Les mesures sont faites à une distance de seulement 4 diamètres pour des nombres de Reynolds (basé sur le diamètre du cylindre  $D$ , la vitesse moyenne et en considérant  $\nu \approx 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ , la viscosité de l'He I à 2.6 K et 1.1 bar) de l'ordre de  $3 \times 10^5$ - $2 \times 10^6$ . Cette fois le régime en  $f^{-5/3}$  n'est observé ni en He I (à 2.6 K pressurisé à 1.1 bar), ni en He II (à 1.7 et 2 K pressurisé à 1.1 bar). Pour autant, aucune différence notable sur la forme des spectres n'est observée (voir figure 1.11-b). Du fait de la localisation de la mesure relativement proche du cylindre, les auteurs indiquent qu'il est probable

5. En considérant  $v_m = \frac{\rho_s v_s + \rho_n v_n}{\rho}$ , il suit (voir [62]),  $p_{mes} = p + \frac{1}{2} \rho v_m^2 + \frac{\rho_s \rho_n}{2\rho} (v_n - v_s)^2$ .

que la turbulence ne soit pas encore pleinement développée ou que l'écoulement est trop anisotrope dans cette région pour observer une cascade de Kolmogorov. Cet exemple illustre l'importance de mener des études comparatives directes entre He I et He II pour ne pas biaiser les interprétations. Sans la comparaison en He I, on aurait pu être tenté d'expliquer le phénomène en invoquant des arguments liés aux propriétés superfluides de l'He II.

- dans le *Néel Wind tunnel*, l'écoulement dans la conduite de diamètre  $D = 23$  mm pour des nombres de Reynolds (basé sur le diamètre du cylindre  $D$ , la vitesse moyenne et en considérant  $\nu \approx 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ , la viscosité de l'He I à 2.6 K et 1.1 bar) de l'ordre de  $7 \times 10^5 - 1 \times 10^6$ . Les mesures sont faites à une distance d'environ 10 diamètres. Le taux de turbulence estimé est de l'ordre de 18%. Cette fois, les auteurs ne rapportent que des mesures en He II à 1.55 K à saturation et observent un régime en  $f^{-5/3}$  dans les spectres pour les 4 vitesses d'écoulement dans la conduite testées (voir figure 1.11-c).

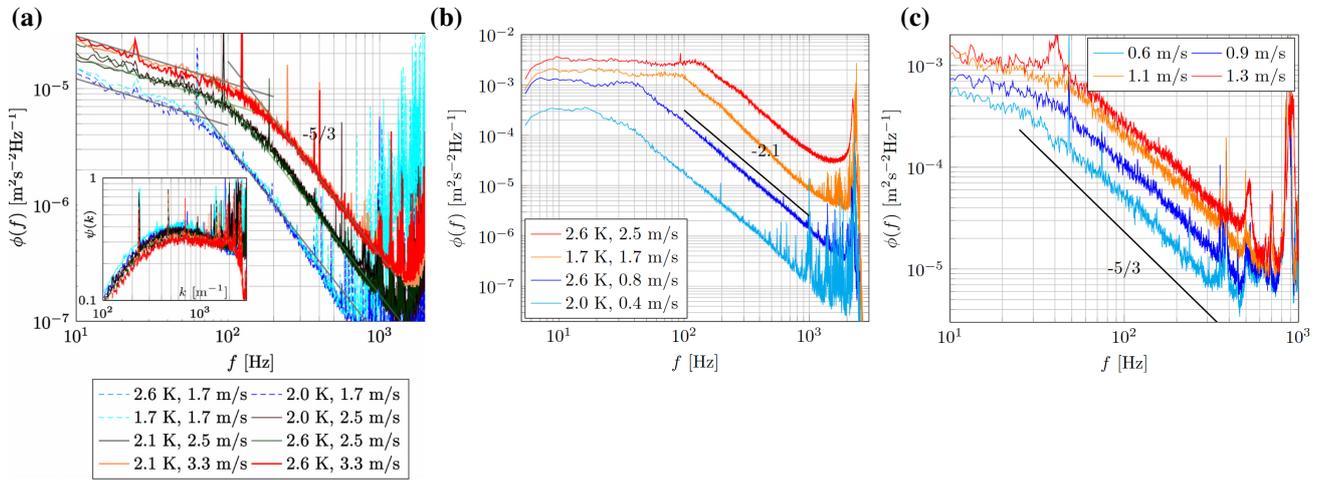


FIGURE 1.11 – Mesures comparatives He I/He II de fluctuations de vitesse locale dans différents écoulements tirées de [61]. a) Écoulement derrière une grille passive. b) Écoulement de sillage derrière un cylindre. c) Écoulement dans la conduite du *Néel Wind tunnel*.

En 2012, Salort et al. [62] poursuivent leurs investigations dans une nouvelle conduite de 43 mm pressurisée par une colonne de 1 m de liquide au repos et mesurent, toujours avec un tube de Pitot (0.4 mm de diamètre intérieur et 0.6 mm de diamètre extérieur), les fluctuations de pression dans le sillage d'un cylindre de diamètre  $D = 21.5$  mm (la moitié du diamètre de la conduite). Les mesures sont faites à une distance de plus de 20 diamètres derrière le cylindre pour une vitesse moyenne  $U$  de l'écoulement de 1 m/s. Le taux de turbulence est de l'ordre de 5%. L'échelle spatiale d'injection de l'énergie  $L_0$  est estimée à partir de la fréquence de lâchers de vortex de l'ordre de  $f_0$  et de la vitesse moyenne  $U$ ,  $L_0 = U/f_0$ . Le nombre de Reynolds ainsi estimé en He I à 2.2 K est de l'ordre de  $2 \times 10^5$  (et l'échelle dissipative associée de l'ordre de quelques micromètres). Les fluctuations temporelles de vitesses sont converties en fluctuations spatiales de vitesses par l'intermédiaire de l'hypothèse de la turbulence gelée de Taylor. Comme illustré sur la figure 1.12-a, autant en He I à 2.2 K qu'en He II à 1.56 K, pour  $k > 2\pi/L_0$ , les spectres de fluctuations de vitesse présentent un large régime inertiel en  $k^{-5/3}$  sur plus de 2.5 décades et les distributions de vitesses sont quasi-gaussiennes, comme attendu en turbulence

classique (voir par exemple [48], page 51). En calculant la fonction de structure d'ordre 3,

$$S_3(r) = \langle (u(x+r) - u(x))^3 \rangle,$$

les auteurs confirment que l'un des résultats les plus fondamentaux en turbulence classique est aussi vérifié pour la turbulence quantique : la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième. En effet, comme l'illustre la figure 1.12-b, les fonctions de structure en He I et en He II sont identiques et présentent un régime linéaire qui s'interprète dans la théorie de Kolmogorov comme (voir par exemple Pope [47], page 204),

$$S_3(r) = -\frac{4}{5}\epsilon r,$$

où  $\epsilon$  est le taux d'énergie injectée par unité de masse.

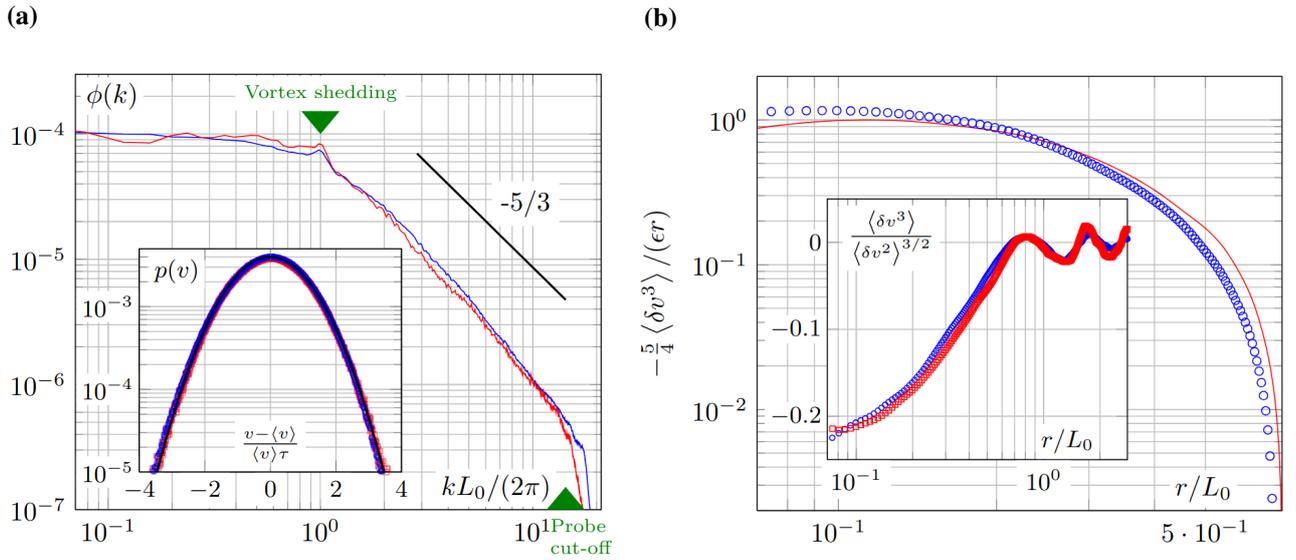


FIGURE 1.12 – Étude comparative He I/He II des statistiques de vitesse turbulente dans un écoulement de sillage derrière un cylindre tirée de [62]. En rouge, He I à 2.2 K, en bleu, He II à 1.56 K. a) Densité spectrale de puissance et distribution des vitesses. b) Fonction de structure d'ordre 3.

L'ensemble de ces considérations expérimentales, étayées par des simulations numériques [41, 42] ou des arguments théoriques [63, 64], indiquent que les composantes normale et superfluide sont “lockées” à grande échelle dans la gamme inertielle de telle sorte que l'on peut considérer  $\mathbf{v}_n \approx \mathbf{v}_s$ . L'origine de ce couplage est une conséquence directe de la force de friction mutuelle (on rappelle  $\mathbf{f}_{mf} \propto \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ ) qui a tendance à lisser les différences de vitesse entre les composantes. Ainsi, l'énergie injectée à grande échelle cascade de manière similaire dans les deux composantes jusqu'à l'échelle de découplage des deux champs de vitesse. Pour autant, les champs  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_s$  ne peuvent pas être parfaitement “lockés”, puisqu'aux échelles plus petites que la distance moyenne inter-vortex, le champ superfluide est dominé par celui généré par la ligne de vortex la plus proche. Il existe donc nécessairement une échelle de découplage, minorée par la distance inter-vortex moyenne  $\delta$ . La détermination de cette échelle, tout comme celle de la forme des spectres en dessous de cette échelle, reste une question ouverte. Le moyen le plus direct pour tenter d'y répondre, serait d'explorer la turbulence à des échelles suffisamment petites pour résoudre les échelles dissipatives en He I et comparer les mesures dans les mêmes conditions en He II.

### 1.5.3 Mesures lagrangiennes

Pour conclure cette revue de la littérature, intéressons-nous aux mesures dites lagrangiennes, c'est à dire qui reposent sur l'étude des trajectoires de particules dans l'écoulement. Cette approche est prometteuse pour explorer des échelles plus petites que celles accessibles avec les tubes de Pitot en injectant des milliers de "capteurs" directement dans l'écoulement. Étant donné qu'il s'agit de la méthode utilisée dans cette thèse pour caractériser les propriétés de la turbulence dans un écoulement de double-grille oscillante, les aspects techniques associés sont décrits tout au long du manuscrit et ne seront pas détaillés dans cette section. En particulier la caractérisation des différents types de particules utilisées par la communauté est présentée dans la section 3.2 du chapitre 3.

Une des problématiques principales de cette approche est de savoir quel champ de vitesse tracent les particules. En effet, dans les écoulements de "contre-courant" (c'est à dire lorsque les composantes normale et superfluide sont forcées dans des directions opposées), la question n'a pas été clairement tranchée puisque des distributions de vitesses de particules bimodales ont été rapportées [65-67]. En particulier, Švančara et al. [67] rapportent que deux populations de particules peuvent être distinguées, certaines se déplacent en ligne droite à la vitesse  $v_n$  et d'autres ont des trajectoires plus erratiques avec une vitesse moyenne de l'ordre de  $v_n/2$ . Cette deuxième population a alors été associée à la probable interaction des particules avec les lignes de vortex quantiques (dans certaines conditions, on a déjà mentionné que les particules pouvaient être piégées au coeur des vortex [35]). Notons que les écoulements de contre-courant n'ayant pas d'équivalent en He I, l'interprétation est d'autant plus délicate.

Dans les écoulements "co-courant" (c'est à dire lorsque les composantes normale et superfluide sont forcées inertiuellement "en bloc"), cette anomalie dans les distributions de vitesse n'a pas été observée. En effet, dans une expérience relativement similaire à celle qui sera présentée dans cette thèse (voir figure 1.13-a), Švančara et La Mantia [68] étudient les trajectoires de particules dans un écoulement turbulent généré par l'oscillation d'une double grille. La géométrie des grilles utilisées, qui ont été fabriquées en perçant des trous de diamètre 4 mm dans des plaques solides, diffère de celle utilisée classiquement dans d'autres expériences similaires en eau (voir par exemple [69-73]). La forme de la maille, dont la taille retenue par les auteurs est  $M = 5$  mm, n'est pas carrée. Le "pourtour" des grilles a lui aussi une forme non canonique. La *solidité* résultante, le ratio de l'aire *solide* occupée par les "barreaux" sur l'aire *totale* de la grille, est donc nettement plus élevée que dans les expériences classiques de grille oscillante. Les auteurs précisent que l'objectif n'est pas de comparer directement leurs mesures avec celles d'expériences similaires en eau mais d'étudier comparativement la turbulence forcée inertiuellement en He I/He II. Les particules utilisées sont des flocons de deutérium dont la taille caractéristique, estimée en mesurant la vitesse de sédimentation des particules sans écoulement et en supposant un régime de Stokes pour des particules sphériques (hypothèse discutable), est inférieure à 20  $\mu$ m. Les trajectoires 2D des particules illuminées par un laser sont reconstruites dans un volume de  $13 \times 8 \times 1$  mm<sup>3</sup> à partir d'images capturées par une caméra rapide positionnée orthogonalement par rapport à la nappe laser. La résolution spatiale du dispositif d'acquisition 2D est de 10  $\mu$ m/px et sa résolution temporelle de 400 Hz. L'écart type des fluctuations de vitesse des particules sur l'axe horizontal pour la gamme de forçage explorée (dans les mesures rapportées, la fréquence d'oscillation des grilles varie entre 0.5, 1 et 3 Hz pour une course de 20 mm) est compris entre 2.4 et 12.7 mm/s. Comme dans la plupart des écoulements de grilles oscillantes, les mesures ne sont pas parfaitement reproductibles d'un run à l'autre (voir chapitre 3). Pour une même condition de forçage, les fluctuations de vitesses ne sont pas tout à

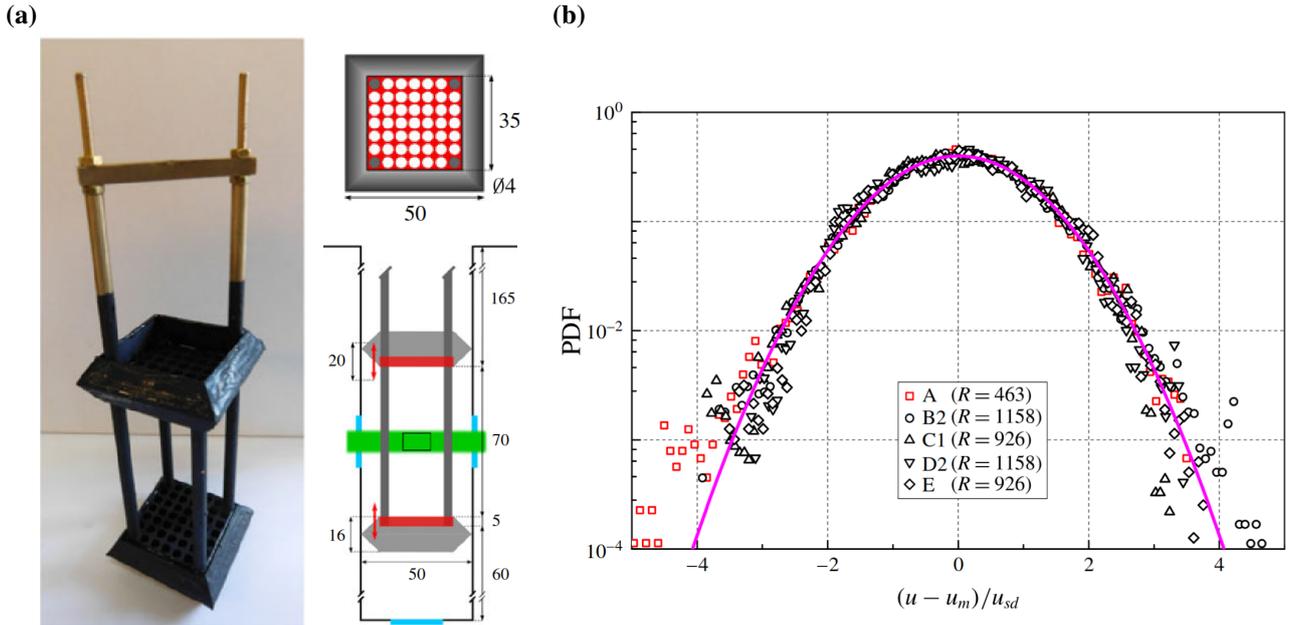


FIGURE 1.13 – Mesures comparatives He I/He II dans un écoulement turbulent généré par l’oscillation d’une double-grille extrait de [68]. a) Présentation du dispositif de forçage de l’écoulement. b) Distributions de vitesses des particules centrées réduites. En rouge, en He I à saturation à 2.53 K, en noir en He II à saturation pour une large gamme de températures s’étalant de 1.26 à 1.95 K. La fréquence de forçage indiquée pour les jeux de données A-B2-C1-D2-E est de 1 Hz. Les distributions des autres jeux de données à d’autres fréquences ont des formes similaires (voir [68]).

fait identiques et une vitesse moyenne principalement orientée sur l’axe vertical (parfois vers le haut, parfois vers le bas) est quasi-systématiquement observée. Malgré ces écueils, comme illustré sur la figure 1.13-b, la forme des distributions de vitesses des particules obtenues est identique en He I à saturation à 2.53 K et en He II à saturation pour une large gamme de températures s’étalant de 1.26 à 1.95 K.

Pour finir, présentons les principaux résultats des travaux de Sy et al. [74] qui précèdent cette thèse sur le montage OGRES (pour *Oscillating GRid Experiment in Superfluid*). Dans la configuration des mesures de Sy [75], l’expérience consistait à générer un écoulement en faisant osciller une simple grille dans un tunnel de confinement (voir figure 1.14-a).

Dans sa version actuelle, le montage a subi de nombreuses modifications que l’on présentera dans le chapitre 2. Le coeur de l’expérience est toutefois quasiment identique à la différence près que la simple grille a été remplacée par une double-grille. On renvoie donc le lecteur au chapitre 2 pour de plus amples détails sur le montage. Précisons simplement que la géométrie des grilles est comparable à celle utilisée classiquement dans d’autres expériences similaires en eau (voir par exemple [69-73]). La matrice est composée de  $6 \times 6$  mailles (couronnée de  $2/3$  maille aux bords) de taille  $M = 15$  mm, les barreaux sont à section droite carrée de 3 mm d’épaisseur pour une *solidité* résultante de 34.5%. Dans les mesures rapportées dans [74], les particules utilisées sont des microsphères de verre creuses dont le diamètre externe vaut  $85 \pm 7$   $\mu\text{m}$ . Elles sont obtenues par tamisage d’un échantillon de billes dont les diamètres sont distribués de 10 à 200  $\mu\text{m}$ . La masse volumique résultante des particules après filtration est estimée à 177  $\text{kg}/\text{m}^3$  par une méthode de double pesée. Toutefois, cette estimation est probablement biaisée par la

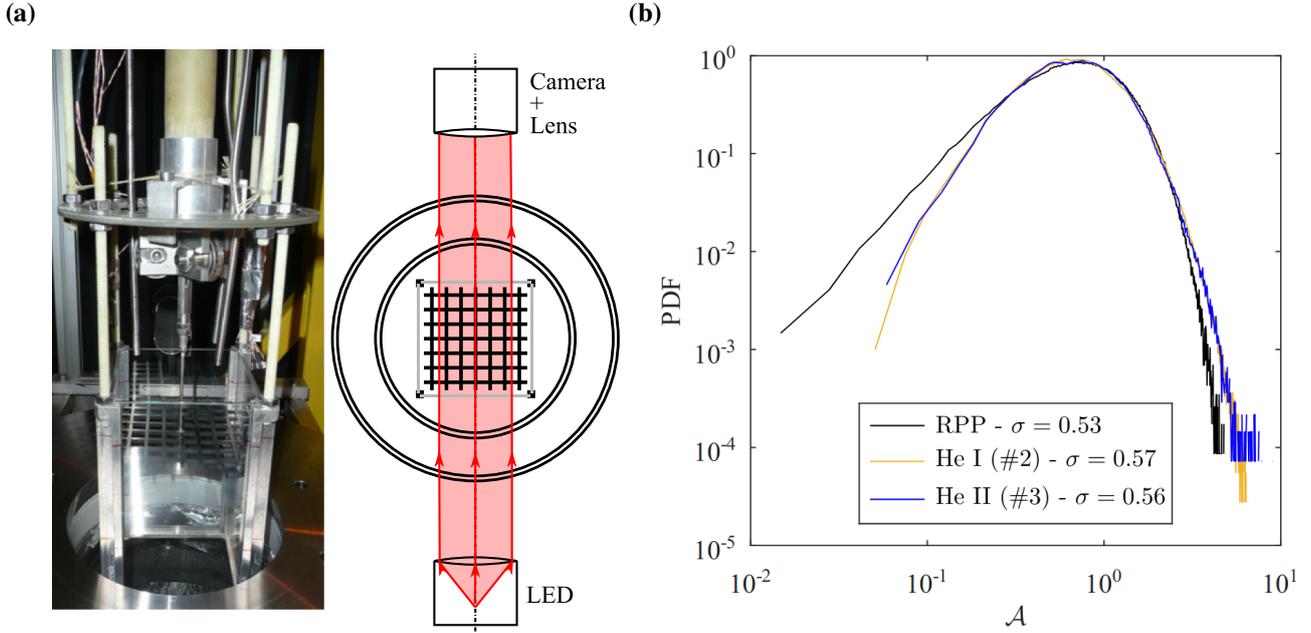


FIGURE 1.14 – Mesures comparatives He I/He II dans un écoulement turbulent généré par l’oscillation d’une grille extrait de [74]. a) Présentation du dispositif de forçage de l’écoulement. b) Distribution des aires des cellules de Voronoï. En jaune, en He I à 3.5 K pressurisé à 1 bar, bleu en He II à 2 K à saturation, noir distribution aléatoire (Random Poisson Process).

présence de particules cassées. Ainsi, après injection dans l’écoulement, les particules les moins isodenses quittent rapidement la zone de mesure et les auteurs indiquent que la différence de densité résiduelle entre le fluide et les particules est de l’ordre de 15%. Les trajectoires 2D des particules sont reconstruites dans un volume de  $25 \times 18 \times 1.4 \text{ mm}^3$  à partir d’images capturées par une caméra rapide positionnée directement face à l’éclairage pseudo-collimaté d’une LED (voir figure 1.14-a). Ainsi, les particules bloquent le trajet de la lumière entre la LED et la caméra. Elles apparaissent donc sur les images comme des taches noires sur fond blanc. Les aspects techniques associés à cette méthode sont présentés en détail au chapitre 3. Notons simplement que contrairement à la méthode précédente qui est basée sur l’utilisation d’une nappe laser, la caractérisation du volume dans la direction de la zone de netteté du champ de la caméra est relativement ambiguë. La résolution spatiale du dispositif d’acquisition 2D est de  $19.5 \mu\text{m}/\text{px}$  et sa résolution temporelle de 6200 Hz. L’écart type des fluctuations de vitesse des particules sur l’axe horizontal pour le forçage exploré (dans les mesures rapportées, la fréquence d’oscillation des grilles est de 5 Hz pour une course de 20 mm) est de l’ordre de 9 mm/s. En considérant la distance entre le coeur du volume de mesure et la position moyenne de la grille, cette valeur correspond raisonnablement à celle attendue pour un écoulement classique de grille oscillante (différence de l’ordre de 10%) validant ainsi la canonicité de l’écoulement généré. La forme des distributions des vitesses des particules est raisonnablement gaussienne et identique en He I/He II confirmant les résultats présentés précédemment dans l’expérience de Švančara et La Mantia [68].

Si la présence des lignes de vortex n’influe pas sur les vitesses des particules, on pourrait imaginer qu’elle modifie leur répartition dans le volume, par exemple si certaines particules tendent à se fixer sur les lignes de vortex. Pour caractériser cette répartition, les auteurs proposent d’analyser les distributions des aires des cellules de Voronoï associées à chaque particule,

comme décrit dans [76]. La cellule de Voronoï associée à une particule correspond à la région définie par l'ensemble des points plus proches de cette particule que de n'importe quelle autre. Les distributions résultantes en He I et en He II sont quasi-identiques et comparables à celle d'une répartition aléatoire (voir figure 1.14-b). De légères déviations sont observées pour les événements les plus extrêmes, mais elles sont similaires en He I et en He II. Cela démontre une nouvelle fois l'efficacité de la comparaison entre He I et He II pour éviter d'associer des biais à la nature superfluide de l'He II. Ainsi, l'éventuelle interaction entre les particules et les lignes de vortex ne semble pas modifier la répartition spatiale des particules, du moins dans ces conditions. Notons qu'une estimation de la distance moyenne inter-vortex indique qu'elle est au moins deux fois plus petite que le diamètre des particules (*i.e.* chaque particule est en contact avec au moins deux lignes de vortex).

Enfin, les auteurs estiment la fonction de structure eulérienne d'ordre 2  $S_2^E$  à partir de la caractérisation de la dispersion temporelle de paires de particules (voir Bourgoïn [77] pour une revue de la dispersion de paires en turbulence). En considérant l'évolution temporelle, pour différents temps  $\tau$ , de l'écart type de la distance  $\mathbf{D}(\tau) - \mathbf{D}(0)$  entre des couples de particules conditionnés par leur séparation initiale  $D_0 = |\mathbf{D}(0)|$ ,

$$R_{D_0}^2(\tau) = \langle |\mathbf{D}(\tau) - \mathbf{D}(0)|^2 \rangle,$$

un développement en série de Taylor en  $\tau = 0$  donne,

$$R_{D_0}^2(\tau) = S_2^E(D_0)\tau^2 + o(\tau^2).$$

Ainsi, en considérant différentes distances  $D_0$  de séparation initiale entre les couples de particules et en identifiant le régime de dispersion en  $\tau^2$ , il est possible de reconstruire la fonction de structure eulérienne d'ordre 2. En pratique, les auteurs ne mesurent que la dispersion de paire sur l'axe horizontal  $R_{D_0,x}^2$  et estiment donc la composante horizontale de la fonction de structure eulérienne d'ordre 2,  $S_{2,x}^E$ . En turbulence classique, en supposant l'écoulement homogène et isotrope, pour  $D_0$  dans le régime inertiel, la fonction de structure eulérienne d'ordre 2 sur l'une des 3 composantes de la vitesse s'écrit (voir par exemple Pope [47], pages 193-194),

$$S_{2,x}^E(D_0) = \frac{11}{9}C_2(D_0\epsilon)^{2/3} \quad (1.20)$$

où  $C_2$  est une constante dont la valeur couramment utilisée est comprise entre 1.7 et 2.3 et  $\epsilon$  est le taux d'injection de l'énergie. Comme l'illustre la figure 1.15-a, pour des temps de dispersion  $\tau$  suffisamment longs pour sortir de la zone d'influence du bruit, un régime en  $\tau^2$  est détecté sur les courbes de dispersion de paires pour toutes les distances de séparation initiale  $D_0$  testées. Il est donc possible d'en extraire une estimation de la fonction de structure d'ordre 2. La figure 1.15-b présente les résultats adimensionnés comme le suggère la relation 1.20 pour faire ressortir la valeur du taux d'injection de l'énergie. Les fonctions de structure d'ordre 2 exhibent autant en He I qu'en He II un régime inertiel  $S_{2,x}^E \propto D_0^{2/3}$ . La valeur du taux d'injection de l'énergie  $\epsilon$ , déduite de la hauteur moyenne du plateau, est comparable à celle estimée à partir des fluctuations de vitesse  $u_{rms} = 9$  mm/s et de l'échelle intégrale calculée à partir d'une corrélation proposée dans la littérature,  $L = 14$  mm,  $\epsilon = u_{rms}^3/L \approx 5 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>. La gamme dans laquelle ce régime linéaire est approximativement détecté est comprise entre  $D_{0,lim} = 6$  mm et  $L = 14$  mm. Notons qu'aux petites échelles, on attend  $S_{2,x}^E \propto D_0^2$  et donc  $S_{2,x}^E D_0^{-1} \propto D_0$ , ce qui n'est clairement pas observé pour  $D_0 < D_{0,lim}$ . L'explication probable

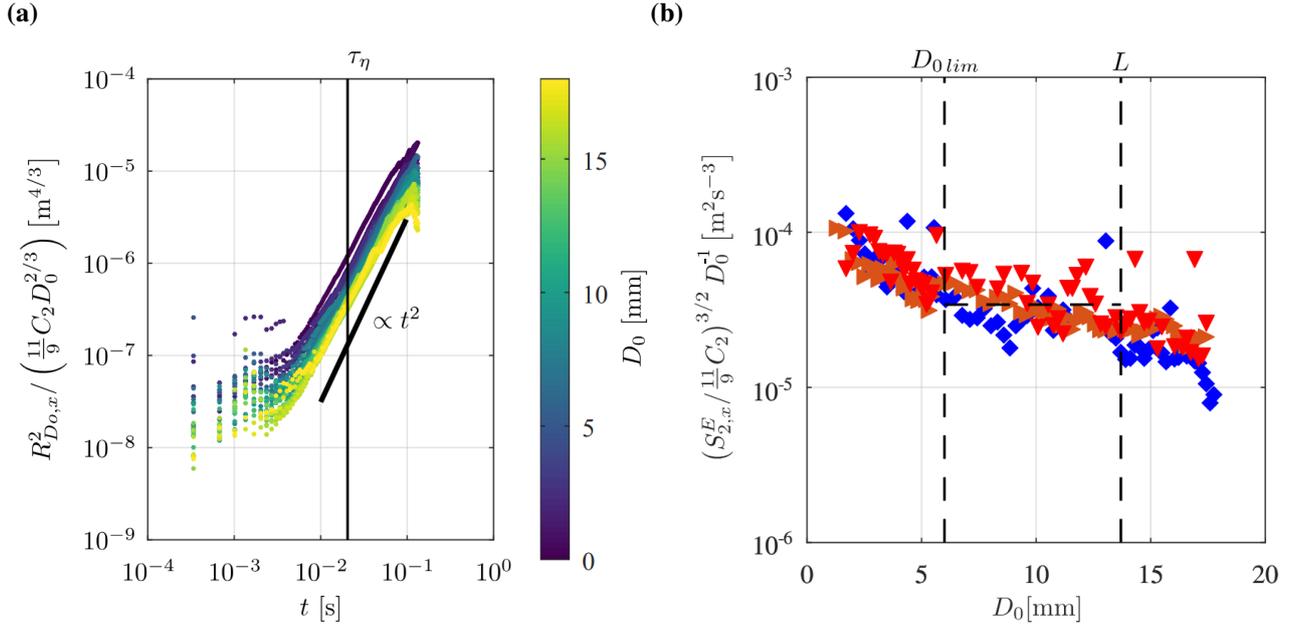


FIGURE 1.15 – a) Dispersion de paires conditionnées par leur séparation initiale en He I à 3.5 K pressurisé à 1 bar b) Fonction de structure eulérienne d'ordre 2 adimensionnée. En rouge, en He I à 2.8 K pressurisé à 1 bar, en orange, He I à 3.5 K pressurisé à 1 bar, en bleu, en He II à 2 K à saturation.

invoquée par les auteurs est liée à la nature intrinsèquement 2D de la mesure. En effet, la distance réelle 3D entre les couples de particules reste incertaine en raison de l'imprécision concernant leur position dans la direction de la caméra. La profondeur de champ ayant été estimée à  $\approx 1.4$  mm, les mesures pour des faibles  $D_0$  de l'ordre de la profondeur de champ sont nécessairement biaisées. En effet, puisque la différence de vitesse entre 2 particules est d'autant plus grande qu'elles sont éloignées, la différence de vitesse entre deux particules apparaissant virtuellement proche en 2D peut être surestimée du fait de leur distance 3D réelle. L'échelle de dissipation estimée en He I étant d'environ  $\eta = 20$   $\mu\text{m}$ , la résolution de la mesure est donc très loin d'être suffisante pour capturer les échelles dissipatives ( $D_{0,lim}/\eta \approx 250$ ).

Pour conclure, l'ensemble de ces considérations indique que les résultats issus de l'étude de trajectoires de particules dans l'écoulement sont en accord avec ceux issus des mesures eulériennes présentées dans la section précédente. Les caractérisations préliminaires de Sy [75], qui précèdent cette thèse dans le même dispositif, confirment la détection d'une cascade de l'énergie dans le régime inertiel loin des échelles dissipatives.

### Récapitulatif

- Du fait des propriétés remarquables de l'He II, on se demande comment se transposent les mécanismes d'injection, de cascade vers les petites échelles et de dissipation de l'énergie dans un écoulement turbulent d'He II forcé inertiuellement. On s'intéresse à la gamme de températures accessible dans notre dispositif pour laquelle  $\rho_s/\rho < 80\%$ .
- Les mesures globales révèlent des similarités surprenantes. Contrairement aux écoulements dans des capillaires présentés précédemment, en régime turbulent, les pertes

de charge en fonction de la vitesse de l'écoulement suivent les mêmes lois en He II que pour les fluides newtoniens. Les mécanismes d'injection d'énergie par forçage inertiel se trouvent, eux aussi, être identiques en He I et en He II.

- Les mesures eulériennes locales indiquent l'existence en He II d'un régime inertiel dans lequel l'énergie cascade *à la Kolmogorov*. La loi des  $\frac{4}{5}$ -ième est elle aussi vérifiée en He II par comparaison directe avec un écoulement en He I. Jusqu'aux plus petites échelles résolues à ce jour, à notre connaissance, aucune différence entre He I et He II n'a été observée.
- Les simulations numériques confirment que les champs de vitesse des composantes normales et superfluides sont "lockées" à grande échelle par la friction mutuelle ( $\mathbf{v}_s \approx \mathbf{v}_n$ ). La détermination de l'échelle de découplage et les mécanismes de dissipation effectifs en dessous de cette échelle sont des questions ouvertes. Le moyen le plus direct pour tenter d'y répondre, serait d'explorer la turbulence à des échelles suffisamment petites pour résoudre les échelles dissipatives en He I et comparer les mesures dans les mêmes conditions en He II.
- Les mesures lagrangiennes, qui reposent sur l'étude des trajectoires de particules, ont pour l'instant révélé les mêmes conclusions que les mesures eulériennes mais sont une piste prometteuse pour tenter de résoudre des échelles de quelques dizaines de micromètres.

## 1.6 Organisation du manuscrit

Pour tenter de répondre aux questions encore ouvertes formulées dans la section précédente, on se propose d'étudier, comparativement en He I et He II, un écoulement généré par l'oscillation d'une double-grille. Pour donner une idée des dimensions de l'expérience, l'écoulement est confiné dans un volume de l'ordre de  $\sim 10 \times 10 \times 30 \text{ cm}^3$ . La taille de maille de la grille est de 15 mm. Les propriétés de la turbulence seront sondées en reconstruisant les trajectoires de particules sphériques de diamètre  $D = 86 \pm 7 \mu\text{m}$  injectées au coeur de l'écoulement. On caractérisera les fluctuations de vitesse turbulente obtenues en faisant varier à la fois la fréquence et la course des oscillations et on comparera les résultats à ceux de la littérature pour des expériences similaires en eau. Pour compléter le diagnostic en He II, on mesurera aussi la densité moyenne de lignes de vortex à partir de l'atténuation d'une onde stationnaire de second son. Le manuscrit est organisé comme suit :

- Le chapitre 2 présente le dispositif expérimental et son pilotage.
- Le chapitre 3 expose les propriétés de l'écoulement déduites des trajectoires de particules reconstruites à partir des images de l'écoulement, incluant notamment les premières mesures 3D jamais réalisées pour étudier la turbulence quantique.
- Le chapitre 4 est consacré à la présentation des mesures de la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement en étudiant leur interaction avec une onde de 2<sup>nd</sup> son.
- Enfin, le chapitre 5 propose une interprétation globale des mesures à travers la formulation d'un scénario probable décrivant les mécanismes de dissipation de l'énergie par la turbulence quantique sous l'échelle de découplage des champs de vitesse des composantes normale et superfluide.



## Dispositif expérimental - Description & Pilotage

### Sommaire

---

2.1	Introduction . . . . .	<b>34</b>
2.2	Description générale . . . . .	<b>37</b>
2.3	Géométrie du cryostat . . . . .	<b>38</b>
2.3.1	Enceinte hélium . . . . .	39
2.3.2	Écran azote . . . . .	39
2.3.3	Enceinte à vide . . . . .	41
2.4	Forçage de l'écoulement . . . . .	<b>42</b>
2.4.1	Géométrie des grilles et confinement de l'écoulement . . . . .	42
2.4.2	Oscillation des grilles . . . . .	43
2.5	Remplissage du bain . . . . .	<b>45</b>
2.6	Pilotage He I/He II . . . . .	<b>49</b>
2.6.1	He I . . . . .	49
2.6.2	He II . . . . .	51
2.6.3	Estimation de la puissance résiduelle reçue par le bain (pertes) . . . . .	52
2.7	Injection de particules dans l'écoulement . . . . .	<b>52</b>

---

## 2.1 Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les mesures comparatives de turbulence en He I et He II dans un écoulement stationnaire sont peu nombreuses [3, 59, 61, 68, 78], principalement en raison des défis techniques inhérents (nécessité de pièces mobiles à froid sans fluide de lubrification, ébullition en He I à saturation pouvant perturber les mesures, réponse des fils chauds mal comprise en He II [79, 80],...). Néanmoins, ces expériences antérieures ont conduit à une conclusion remarquable : le comportement de la turbulence, aux grandes échelles, est identique en He I et en He II. En revanche, celui aux petites échelles, proche de l'échelle dissipative visqueuse pour la phase normale et proche de la distance inter lignes de vortex quantiques, est sujet à de nombreux débats et reste une question ouverte. La confection de capteurs eulériens de taille inférieure à 100  $\mu\text{m}$  capables de fonctionner en He I et en He II s'avérant particulièrement ardue (même si des micro-cantilevers [81, 82] constituent une voie prometteuse), une approche Lagrangienne, ou a minima un sondage de l'écoulement via des traceurs de petite taille, constitue une alternative intéressante [83]. Pour pouvoir suivre les trajectoires des traceurs pendant des durées suffisamment longues, par exemple pour suivre la séparation de paires de particules sur des temps significatifs, un écoulement sans vitesse moyenne, de préférence homogène et isotrope, est à privilégier. L'écoulement de grille oscillante, bien référencé dans la littérature, répond à ces critères (voir par exemple [69-73]).

Ainsi, les investigations présentées dans ce manuscrit ont été conduites dans la station OGRES (pour *Oscillating GRid Experiment in Superfluid*) qui consiste essentiellement en un cryostat cylindrique de quelques dizaines de litres, doté d'accès optiques et d'un mécanisme capable de faire osciller une grille (comme on le verra une double grille) en son sein. Comparée à d'autres expériences visant à étudier l'hydrodynamique de l'hélium II à partir de visualisation directe [35, 68, 84], sa principale caractéristique est sa grande taille, puisqu'elle peut accueillir un écoulement d'un volume de l'ordre de  $\sim 10 \times 10 \times 30 \text{ cm}^3$ . De fait, l'échelle intégrale résultante est grande par rapport aux autres expériences avec visualisation en He II. On obtient ainsi soit un nombre de Reynolds plus grand pour les mêmes échelles dissipatives (augmentation de la profondeur de la cascade inertielle), soit pour un même nombre de Reynolds de plus grandes échelles dissipatives (qui seront donc plus susceptibles d'être résolues avec les moyens de mesure existants).

Les travaux précédant ma thèse dans ce même dispositif étaient centrés sur des mesures 2D de trajectoires de particules [74, 75]. Commençons donc par rappeler l'agencement général du banc d'essai à partir de la figure 2.1 directement issues de la Ref. [74].

L'expérience est composée d'un bloc fixe (partie haute de la figure 2.1-a), où est notamment positionné le moteur, et d'une partie amovible (le corps du cryostat en partie basse sur la figure 2.1-a), permettant d'accéder à la veine d'essai où se situe l'écoulement. Dans la configuration de la thèse de Sy [75], le système bielle-manivelle permettait un mouvement vertical pseudo-sinusoidal, à l'intérieur du tunnel de confinement ouvert à ses deux extrémités. Ce tunnel carré (voir figure 2.1-b) est formé de quatre parois planes amovibles reliées entre elles par des glissières. On peut ainsi installer, au choix, des vitres en verre pour les mesures optiques ou des plaques d'inox pouvant servir de support pour des capteurs (on verra par exemple au chapitre 4 que l'on peut incruster, directement dans ces plaques d'inox, des émetteurs-récepteurs à ultrasons, pour mesurer la densité de lignes de vortex de l'écoulement).

Notons que le montage a bénéficié de nombreuses modifications depuis la fin de la thèse de Sy [75]. La principale amélioration a consisté à remplacer complètement le corps du cryostat

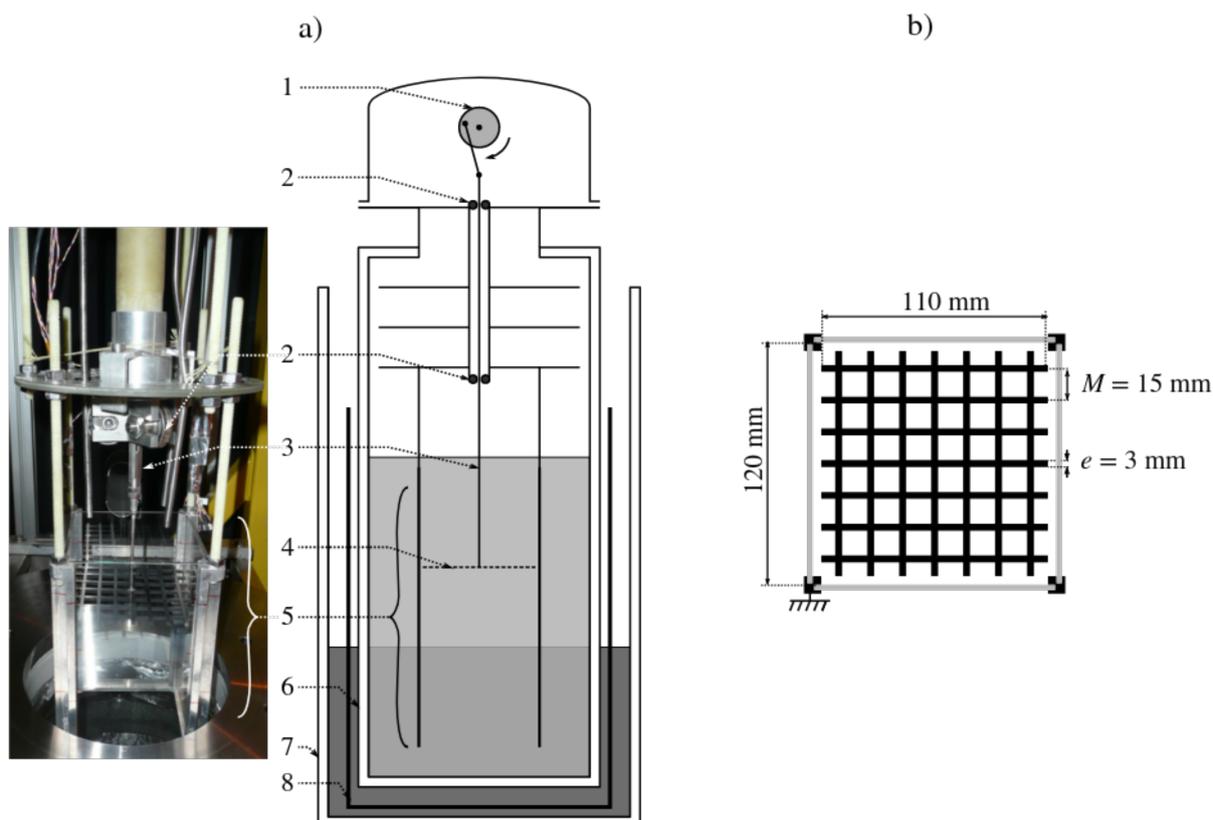


FIGURE 2.1 – Image tirée de [74]. a) Agencement général du banc d’essai : 1- système bielle-manivelle entraîné par un moteur rotatif , 2- roulement à billes, 3- tige reliant la bielle à la grille, 4- grille, 5- veine d’essai (tunnel de confinement de l’écoulement), 6- enceinte intérieure (hélium) en verre à double paroi, 7- enceinte extérieure (azote) en verre à double paroi, 8- écran aluminium partiellement immergé. b) Détail des dimensions de la grille et de la veine d’essai

d’origine en verre (figure 2.2-a) par un cryostat en acier inoxydable équipé de hublots plans (figure 2.2-b). Comme le montre la figure 2.3, en supprimant les effets de dioptrics cylindriques, la qualité des images a été radicalement améliorée, permettant un gain de précision sur la détection des particules. Pour citer une autre modification, le système bielle-manivelle utilisé pour faire osciller une grille lors des premières expériences a été transformé en une double-grille pilotée par un moteur linéaire permettant de faire varier la fréquence, mais aussi la course d’oscillation pendant les essais (une seule course avait été étudiée dans la thèse de Sy [75]). Notons aussi la mise en place d’un nouveau système d’ensemencement de l’écoulement, injectant les particules via un jet d’hélium gazeux propulsé directement au cœur du cryostat, remplaçant l’ancien système de seringue qui avait tendance à se boucher au cours des essais.

Dans ce chapitre, on se propose donc de présenter en détail la nouvelle configuration du montage utilisée pour adresser nos questions autour des propriétés des mécanismes de dissipation de la turbulence en He II, avant de détailler la procédure de pilotage associée.

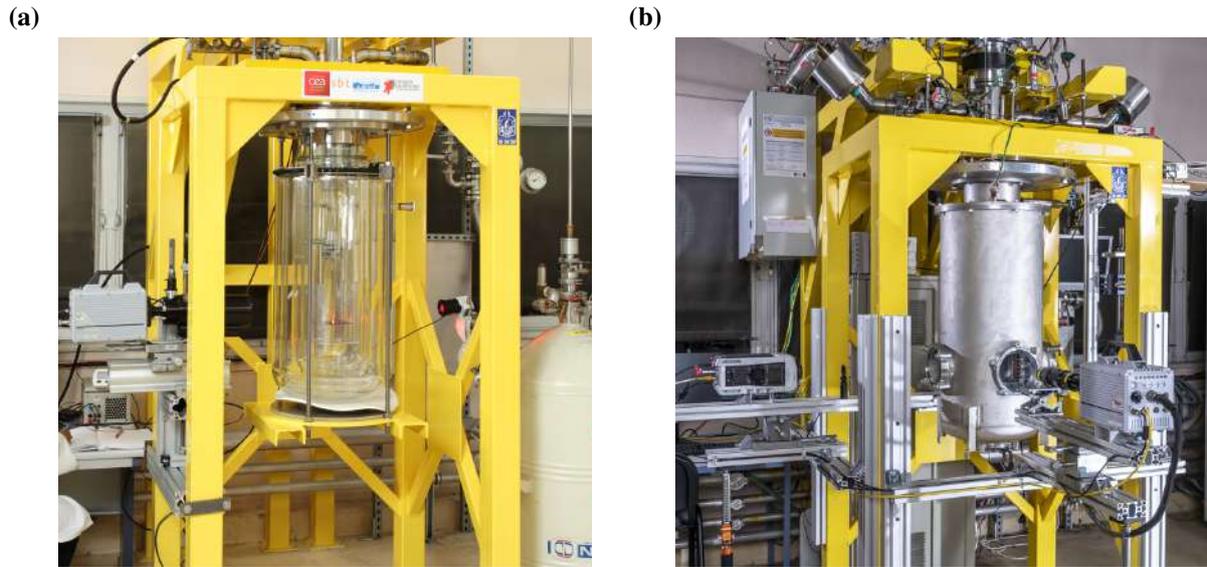


FIGURE 2.2 – Vue d’ensemble de la station OGRES. a) Première version en verre avec une garde azote liquide. b) Version actuelle avec une nouvelle géométrie reposant sur l’utilisation de hublots plans.

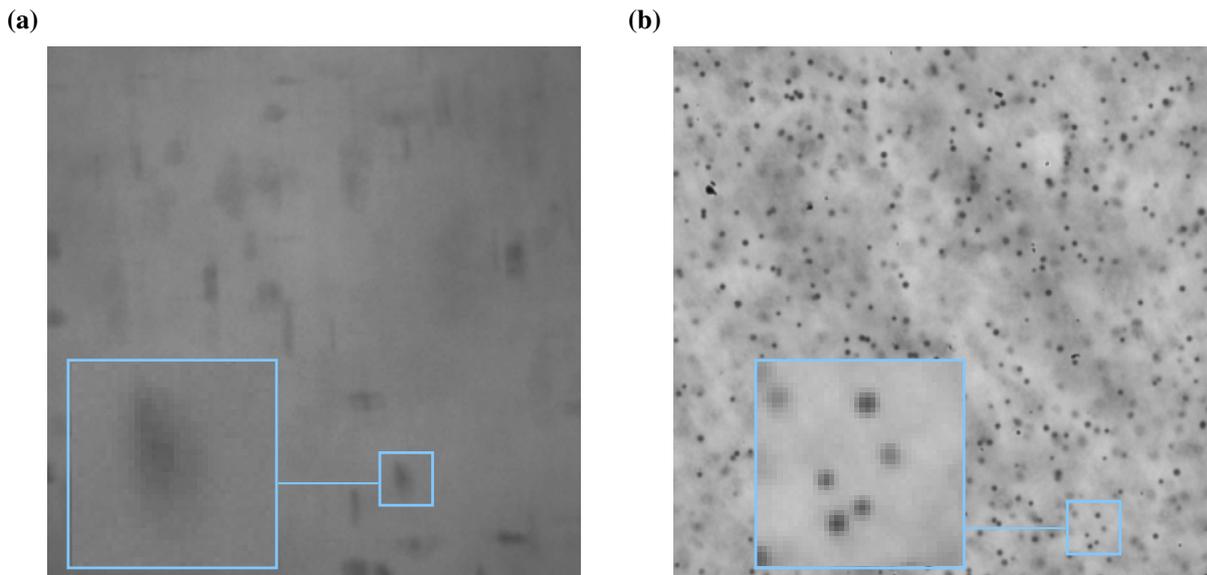


FIGURE 2.3 – Comparaison d’images brutes de visualisation de particules rétroéclairées (backlight) avant et après amélioration du montage. Les conditions d’acquisition des images sont similaires (même caméra et même éclairage). Les particules imagées ont des tailles sensiblement identiques mais les nouvelles sont recouvertes d’une fine couche d’argent les rendant opaques. a) Image de particules issue de [74] acquise dans la première version,  $400 \times 400$  px ( $22 \mu\text{m}/\text{px}$ ). Les particules, peu nombreuses, apparaissent sous forme de “bâtonnets” horizontaux ou verticaux dus à la combinaison des dioptries. b) Image de particules acquise dans la version actuelle  $400 \times 400$  px ( $20 \mu\text{m}/\text{px}$ ). Les particules apparaissent cette fois comme des disques représentatifs des microsphères utilisées. Leur nombre est important ici et seules celles résidant dans la profondeur de champ sont très contrastées et de la bonne taille.

## 2.2 Description générale

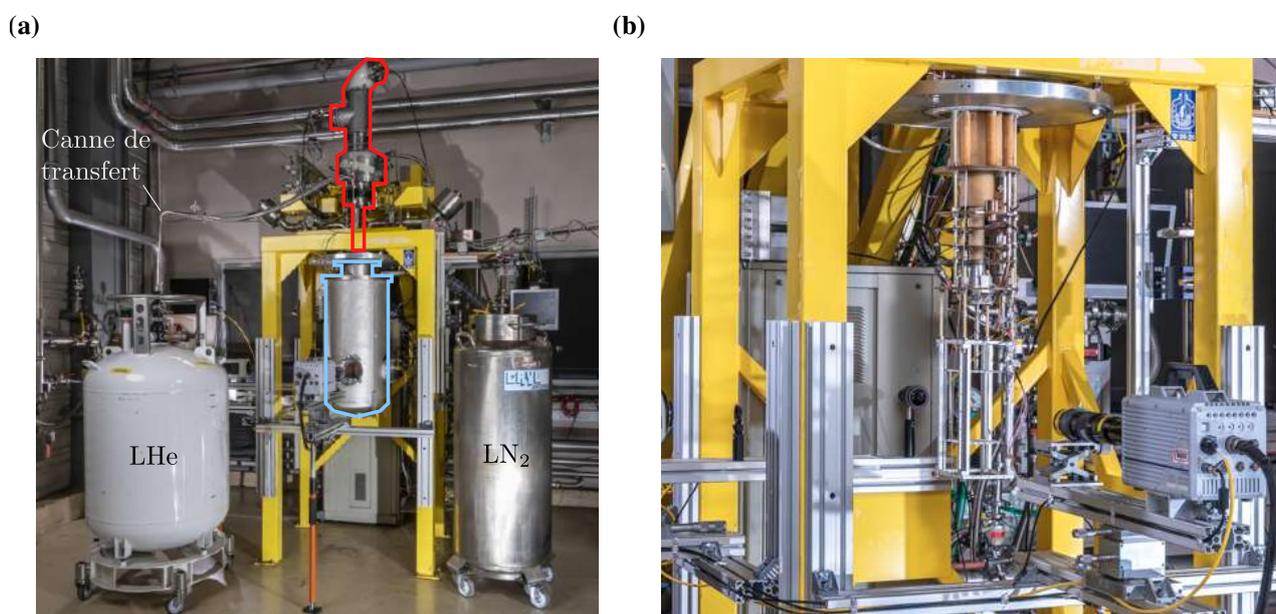


FIGURE 2.4 – Présentation générale de la station OGRES. a) Vue globale du dispositif en fonctionnement. À gauche en blanc, le vase d'hélium liquide de 250 L raccordé au cryostat par la canne de transfert plongeant dans la zone froide (en bleu) depuis l'un des piquages de la zone à température ambiante (en rouge). À droite, le vase d'azote liquide de 200 L connecté à l'écran cuivre. b) Vue globale du bloc instrumenté suspendu depuis la platine dans la zone froide.

L'ordre de grandeur des dimensions du châssis de OGRES (la structure jaune sur les figures 2.2 et 2.4) est  $\sim 1 \times 2.5 \times 2 \text{ m}^3$ . Son pourtour est équipé de rails à déplacements micrométriques manuels dans les 3 directions de l'espace pouvant supporter les éclairages et caméras utilisés pour la visualisation de particules dans l'écoulement. Une platine (l'épais disque de  $\sim 1 \text{ m}$  de diamètre visible sur les figures 2.2 et 2.4) percée en son centre est fixée sur la partie supérieure du châssis et joue le rôle d'interface étanche entre la zone *froide* (contour délimité par un trait bleu sur la figure 2.4-a) et la zone à *température ambiante* (contour délimité par un trait rouge sur la figure 2.4-a). Cette dernière s'apparente à une colonne surplombant la platine composée de 2 soufflets couronnés par une cloche à vide. La cloche contient le moteur qui constitue une importante source de vibrations dont les soufflets limitent la transmission à l'ensemble de la structure. La colonne comporte de multiples piquages, utiles au pilotage de l'expérience (pompage, remplissage, prise de pression, soupape de sécurité...), et de nombreux points d'entrée (connecteur 12 broches) permettant le câblage des instruments de mesure (thermométrie...). De longues tiges en verre-époxy émergent de la platine vers la zone froide pour soutenir le tunnel de confinement dans lequel oscillent les grilles (voir figure 2.4-b). Ces tiges en verre-époxy connectent donc la zone à température ambiante à la zone froide constituant ainsi un pont thermique. Le choix d'un matériau à très faible conductivité thermique est donc primordial d'où l'utilisation du verre-époxy dont l'intégrale de conductivité (entre 300 et  $\sim 4.2 \text{ K}$ ) est 20 fois plus faible que celle de l'acier inoxydable. Pour alimenter le cryostat, une canne de transfert connectée à un vase d'hélium liquide de 250 L pressurisé (en blanc sur la figure 2.4-a) plonge depuis l'un des piquages de la zone à *température ambiante* jusqu'au cœur de la zone *froide*.

Un vase d'azote liquide de 200 L ( $\text{LN}_2$  sur la figure 2.4-a) est relié à l'écran radiatif. Au vu de la complexité de mise œuvre du montage, il faut compter environ une à deux semaines de préparation pour une campagne s'étalant ensuite sur une dizaine de jours durant laquelle les vases doivent être changés environ tous les 2 jours. Le coût de revient d'une campagne s'élève à plusieurs milliers d'euros (l'ordre de grandeur du prix du litre d'hélium liquide est d'environ 6 euros). On a décrit brièvement l'agencement général de la station, détaillons maintenant certains éléments clés de son fonctionnement.

## 2.3 Géométrie du cryostat

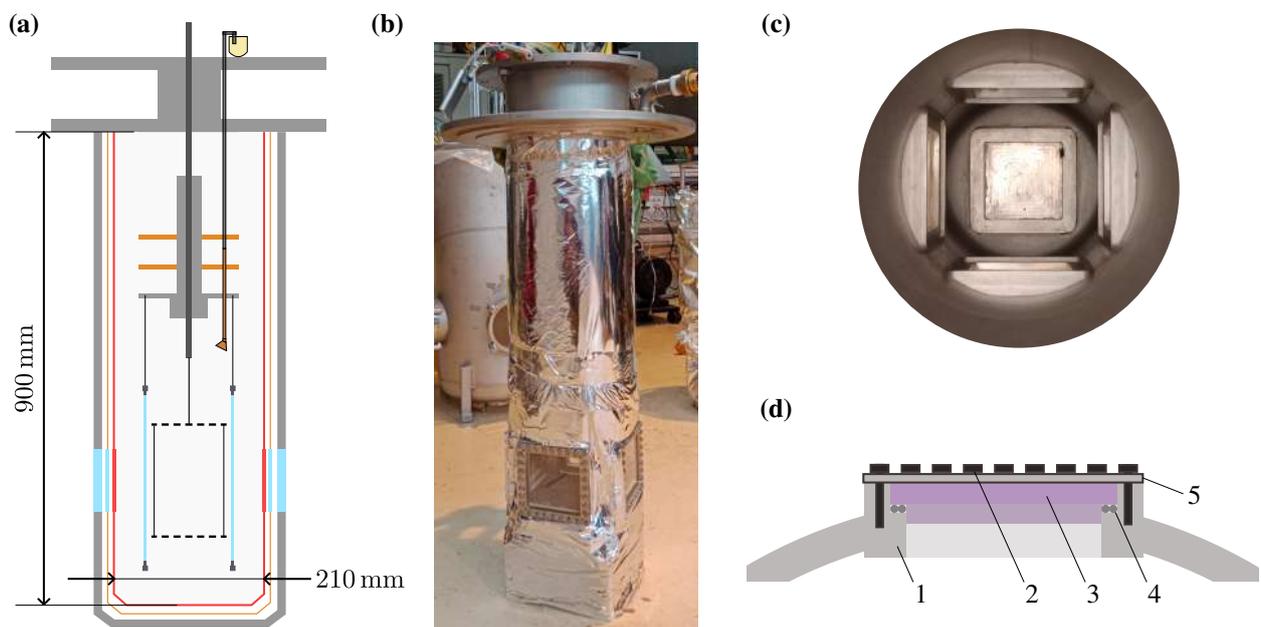


FIGURE 2.5 – Enceinte hélium. a) Localisation (en rouge) de l'enceinte dans une vue schématique du cryostat. b) Vue de l'extérieur de l'enceinte à vide calfeutrée de superisolant. c) Vue de dessus de l'intérieur de l'enceinte (le hublot du fond ne servant pas à la visualisation est obstrué). d) Représentation schématique de la fixation des hublots saphir à l'enceinte. 1- bride inox, 2- vis, 3- hublot saphir, 4- joint indium, 5- contre-bride

Comme de nombreux systèmes destinés à recevoir des liquides cryogéniques, le cryostat est composé de deux enceintes imbriquées et séparées l'une de l'autre par un vide d'isolement permettant de limiter les apports de chaleur conducto-convectif. Pour réduire les apports radiatifs, plusieurs couches de superisolant ainsi qu'un écran en cuivre, parcouru d'un serpentin dans lequel circule de l'azote liquide pour le thermaliser à  $\sim 100$  K, sont plongés dans le vide d'isolement. Pour assurer un accès optique direct à l'intérieur du cryostat, chacun des 3 étages est troué et équipé de 4 hublots, d'environ  $\sim 10 \times 10$  cm<sup>2</sup>, répartis à 90 degrés (donc ordonnés 2 à 2 en regard) sur le pourtour du cryostat (figure 2.5-c). Un cinquième accès optique peut être installé pour accéder au bain par le dessous (n'ayant pas d'utilité pour nos mesures et afin de limiter les pertes, il était obturé dans notre montage et recouvert extérieurement de couches de superisolant). Les interfaces hublots/bâti représentent un défi technique important pour garantir l'étanchéité du système. Intéressons nous brièvement aux caractéristiques de chacun des

étages.

### 2.3.1 Enceinte hélium

L'enceinte hélium (en rouge sur la figure 2.5-a) correspond au récipient accueillant le bain liquide. Son volume intérieur total est de l'ordre de  $\sim \pi(210/2)^2 \times 920 \text{ mm}^3 \approx 32 \text{ L}$ . Durant nos essais, elle est au moins remplie à moitié de liquide. La face extérieure de la cuve est recouverte de couches de *superisolant* (voir figure 2.5-b), aussi appelé MLI pour *Multi-Layer Insulation*, qui consiste en une sorte de couverture composée de multiples feuillets de mylar aluminisé de faible émissivité ( $\epsilon_{MLI} < 0.1$ ) superposés agissant comme un empilement d'écrans indépendants réduisant ainsi les échanges radiatifs. Les hublots de l'enceinte hélium sont soumis à un important différentiel de pression puisqu'ils servent d'interface entre le bain (dont la pression varie entre 3 et 1000 mbar en fonction de la température désirée) et le vide d'isolement (dont la pression caractéristique est de l'ordre de  $10^{-7}$  mbar). La force résultante étant dirigée vers l'extérieur du bain d'hélium liquide, les risques de fuite de l'intérieur de l'enceinte vers le vide d'isolement sont très importants. Puisqu'ils sont directement en contact avec le bain, les hublots et leurs supports subissent aussi les effets de contraction différentielle des matériaux à froid augmentant ainsi le risque de fuite. Pour prévenir cet aléa, il faut appliquer une forte contrainte mécanique sur le hublot sans le briser pour autant. La solution retenue présentée sur la figure 2.5-d, consiste à plaquer un hublot de saphir de 10 mm d'épaisseur sur un joint indium à l'aide de 32 vis serrées au couplemètre. La forme carrée des hublots (110 mm de côté) a été choisie préférentiellement à une forme circulaire pour maximiser la zone de visualisation, le champ des caméras étant usuellement rectangulaire. L'encombrement résultant est remarquablement faible comparé aux brides circulaires du commerce, (voir par exemple [85]). Malgré toutes les précautions, l'utilisation répétée du dispositif, qui subit d'importantes variations de température, entraîne son vieillissement (principalement dû à la contraction différentielle des matériaux à froid) et conduit parfois à une fuite au niveau du joint indium (qui a tendance à fuier).

### 2.3.2 Écran azote

En considérant la température de l'environnement extérieur au cryostat à  $T_{ext} = 300 \text{ K}$ , la puissance radiative surfacique reçue par le bain d'hélium liquide à  $T_{bain} = 4.2 \text{ K}$  contenu dans l'enceinte peut être estimée par la loi de Stefan-Boltzmann,

$$\varphi = \epsilon\sigma(T_{ext}^4 - T_{bain}^4) \approx 500 \text{ W/m}^2,$$

avec  $\sigma \approx 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  et en assimilant naïvement les parois du cryostat à des corps noirs ( $\epsilon = 1$ ). Dans ces conditions, la surface mouillée de l'enceinte étant de l'ordre de

$$S \approx 2\pi \cdot (200/2) \cdot 600 + \pi \cdot (200/2)^2 \approx 0.4 \text{ m}^2,$$

l'enthalpie de vaporisation  $\Delta h_{vap} = 2 \times 10^4 \text{ J/kg}$  et la densité du liquide  $\rho = 125 \text{ kg/m}^3$ , le débit d'évaporation du bain serait de l'ordre de

$$\dot{Q} = \frac{\varphi S}{\rho \Delta h_{vap}} \approx 8 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} = 0.08 \text{ L/s}.$$

C'est à dire que la totalité des  $\sim 20 \text{ L}$  du bain d'hélium s'évaporerait en moins de 5 min.

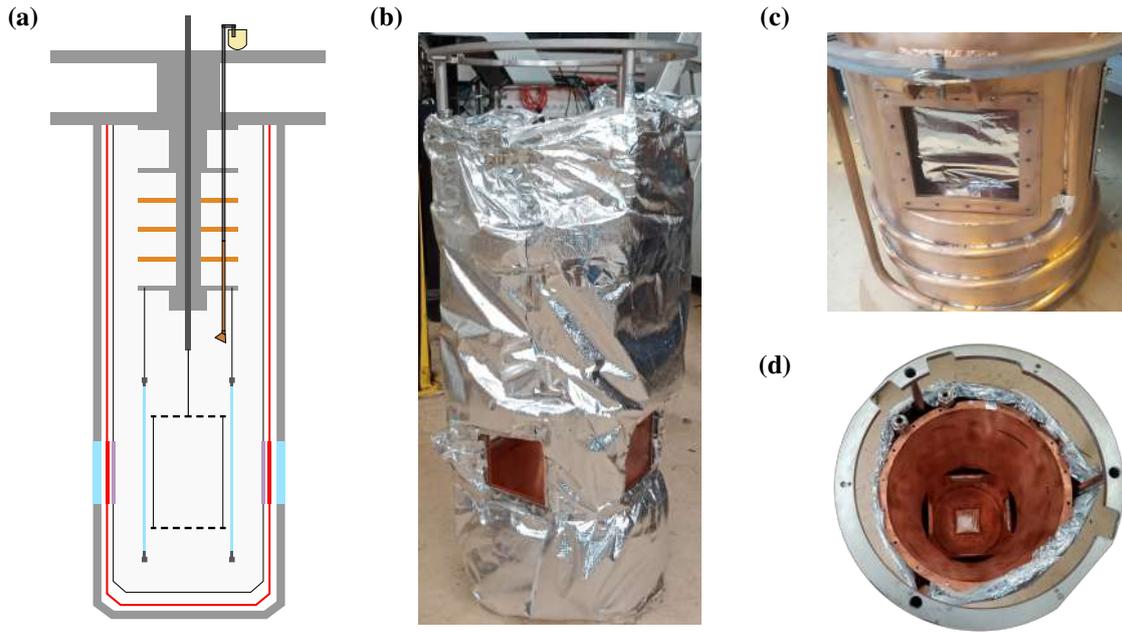


FIGURE 2.6 – Présentation de l'écran azote. a) Localisation (en rouge) de l'écran dans une vue schématique du cryostat. b) Vue de l'extérieur de l'écran calfeutré de superisolant. c) Vue du serpentin brasé sur l'écran. d) Vue du dessus de l'intérieur de l'écran. On a positionné des pellets de charbon actif sur les rebords des supports des hublots.

Pour limiter ces apports radiatifs sur le bain, on suspend un écran azote (en rouge sur la figure 2.6-a) à l'intérieur du vide d'isolement. Fixé à la collerette de l'enceinte hélium, cet écran radiatif consiste en un cylindre de cuivre sur lequel est brasé un serpentin (figure 2.6-c) de diamètre 16 mm. L'entrée du serpentin est directement connectée à un vase d'azote liquide légèrement pressurisé (de l'ordre de 0.3 bar) par rapport à l'atmosphère. En sortie du circuit, l'azote froid passe d'abord par un réchauffeur de 500 W avant d'être évacué vers l'extérieur à température ambiante. La circulation est régulée par une électrovanne pilotée par un thermomètre localisé à la sortie du circuit en amont du réchauffeur dont la valeur consigne est fixée à 100 K. La bonne conductivité thermique du cuivre assure que la température de l'écran est relativement uniforme autour de la consigne. Ainsi, le flux radiatif émis par la surface *vue* par le bain d'hélium comparé à celui émis par une surface à 300 K est réduit d'un facteur  $(300/100)^4 \approx 100$  passant donc d'environ  $500 \text{ W/m}^2$  à  $5 \text{ W/m}^2$ .

Les  $n = 20$  couches de superisolant réduisent encore d'un facteur  $\frac{n+1}{\epsilon_{MLI}} \approx 200$  le flux résiduel. Suivant la même idée, des disques en cuivre placés au dessus du bain (voir figure 2.6-a) sont refroidis par les vapeurs d'hélium complétant le "bouclier" radiatif protégeant le cœur du cryostat. Son principal point faible se situe au niveau des trous de visualisation au travers desquels le rayonnement ambiant peut pénétrer directement. Pour ne pas rendre ce point trop pénalisant, des hublots en borosilicate de 3 mm d'épaisseur sont plaqués contre le corps de l'écran cuivre à 100 K. Ils sont pris "en étau" entre 2 brides munies de 16 vis. Le serrage ne peut être aussi important que celui des hublots saphir car le verre borosilicate est moins résistant mécaniquement. De même sa conductivité thermique est moins bonne que le saphir, mais le choix du verre a été dicté par le coût du saphir et le fait que l'étanchéité du contact n'est, cette fois, pas

requis puisque l'écran cuivre "baigne" de part et d'autre dans le vide d'isolement. Néanmoins le rayonnement au travers des hublots est probablement l'une des principales causes des pertes thermiques arrivant sur l'enceinte hélium.

Pour limiter la consommation d'azote, la face extérieure de l'écran est elle aussi recouverte de superisolant (figure 2.6-b). Notons qu'on pourrait imaginer utiliser directement de l'hélium pour refroidir l'écran à des températures bien inférieures à 100 K rendant ainsi le système encore plus performant mais le coût résultant ne justifierait probablement pas le gain.

### 2.3.3 Enceinte à vide

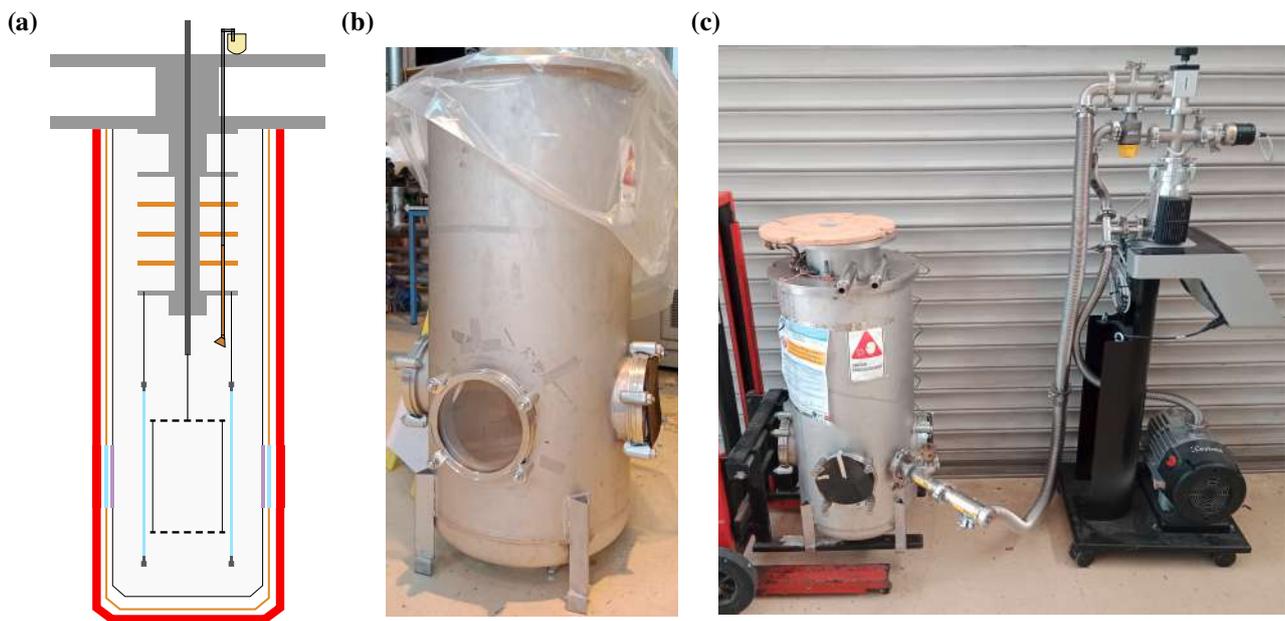


FIGURE 2.7 – Présentation de l'enceinte à vide. a) Localisation (en rouge) de l'enceinte dans une vue schématique du cryostat. b) Vue de l'extérieur. c) Vue du cryostat assemblé dont l'enceinte à vide est connectée au groupe de pompage.

L'enceinte à vide (en rouge sur la figure 2.7-a) englobe l'enceinte hélium pour créer une double paroi. La liaison entre les deux étages est assurée par 8 boulons au niveau de la collerette de l'enceinte hélium. L'interface ne descendant, a priori, que marginalement en température, un simple joint torique en caoutchouc assure l'étanchéité. En pratique, le fort débit de vapeurs froides engendré par le remplissage du bain à tendance à faire chuter la température du col en dessous de  $-20^{\circ}\text{C}$  risquant alors de fissurer le joint. Pour prévenir cet effet, le col est entouré d'un cordon chauffant d'environ 100 W dont la température est régulée à  $40^{\circ}\text{C}$ . Les hublots en borosilicate (figure 2.7-b) fixés sur l'enceinte à vide sont circulaires et ont un diamètre de 150 mm, égal à la diagonale des hublots internes carrés de 100 mm. Leur épaisseur est de 10 mm. Pour éviter la condensation d'eau sur la surface extérieure des hublots, d'autres cordons chauffants sont installés sur leur pourtour. Pour assurer le meilleur vide possible (inférieur à  $\sim 10^{-6}\text{mbar}$ ), un groupe de pompage (voir figure 2.7-c), composé d'une pompe primaire à palette et d'une turbopompe, est connecté pendant toute la durée des essais par intermédiaire d'un tube métallique souple de diamètre 40 mm. Enfin, des pellets de charbon actif sont disposés sur certaines surfaces de l'écran (voir figure 2.6-d) et permettent de favoriser l'adsorption à froid

des molécules résiduelles (issues notamment du dégazage des parois). On obtient généralement des valeurs de vide d'isolement inférieures à  $10^{-6}$  mbar.

## 2.4 Forçage de l'écoulement

### 2.4.1 Géométrie des grilles et confinement de l'écoulement

Comme mentionné au chapitre précédent, nous avons choisi de centrer notre étude sur l'écoulement de grille oscillante, poursuivant ainsi dans la même direction que les précédents travaux menés par Sy [75]. Toutefois, une deuxième grille a été rajoutée par rapport à la configuration du montage initial. L'intérêt d'une telle modification, comme il a été rapporté dans la littérature [69, 86], est d'homogénéiser les propriétés de la turbulence dans la direction perpendiculaire aux grilles. Pour des distances inter-grille  $H$  suffisamment grandes (de l'ordre de 150 mm), Shy, Tang et Fann [69] ont observé que les fluctuations de vitesses turbulentes étaient homogènes sur une bande de taille approximativement  $H/2$  centrée sur la plan médian de la double-grille. Notons cependant que ces études ont été menées en faisant osciller les grilles en opposition de phase. Dans notre cas, les contraintes géométriques du cryostat ne permettant

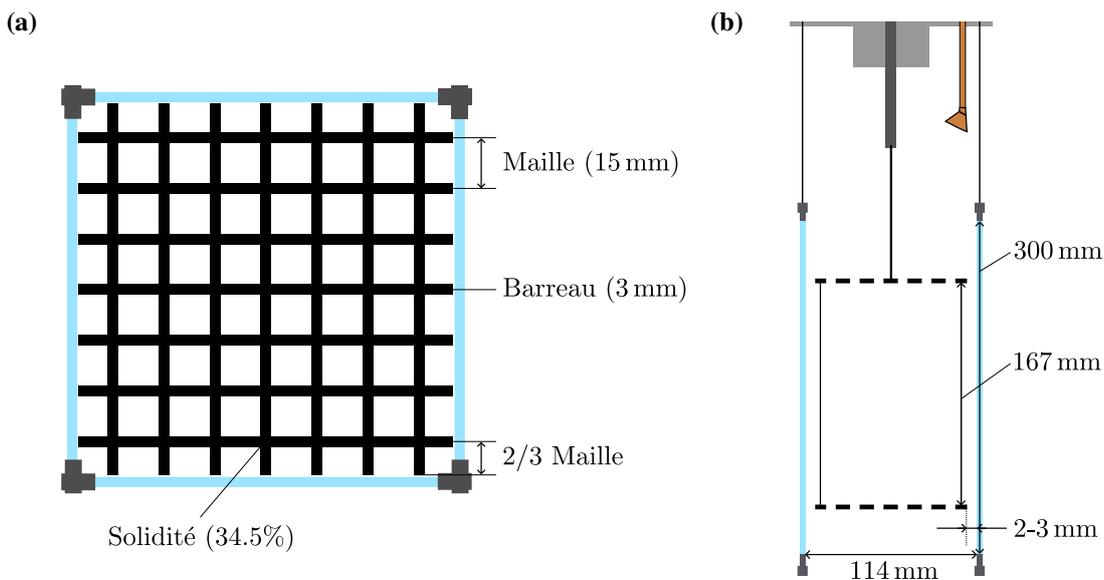


FIGURE 2.8 – Présentation du forçage de l'écoulement. a) Géométrie des grilles. b) Représentation schématique du système de double grille dans le tunnel de confinement

pas d'installer facilement un deuxième moteur pilotant séparément la deuxième grille, et la solution retenue a été simplement de la fixer sous la première, à une distance de 167 mm, à l'aide de 4 cornières (voir figure 2.9-c). La géométrie des grilles (voir figure 2.8-a) est identique à celle précédemment utilisée [74, 75]. La matrice est composée de  $6 \times 6$  mailles (couronnée de  $2/3$  maille aux bords) de taille  $M = 15$  mm, les barreaux sont à section droite carrée de 3 mm d'épaisseur pour une *solidité* résultante, le ratio de l'aire *solide* occupée par les barreaux sur l'aire *totale* de la grille si elle était pleine, de 34.5%. Pour confiner l'écoulement, les grilles sont placées dans le tunnel (voir figure 2.8-b) mentionné précédemment. Sa section droite carrée de 114 mm de côté enveloppe les grilles avec un étroit jeu de 2 mm aux bords demandant un

centrage exigeant pour que les grilles ne frottent pas contre les parois lors de leurs oscillations. La profondeur du tunnel de 300 mm assure en principe des conditions aux limites reproductibles et contrôlées tout le long de la colonne de fluide dans laquelle est générée la turbulence. Malgré ces précautions, on observe souvent un mouvement moyen vertical des particules directement distinguable à l'œil nu. Bien que principalement orienté vers le bas, il arrive d'observer ce mouvement d'ensemble vers le haut. En fait, l'écoulement de recirculation est un phénomène difficile à maîtriser bien connu des expérimentateurs [87, 88]. En particulier, dans notre cas, les contraintes cryogéniques, ne permettant évidemment pas d'accéder directement à l'intérieur du cryostat pendant les campagnes de mesure, rendent la tâche encore plus délicate puisqu'il est impossible de "tester" l'influence ou non d'une modification sur le dispositif sans réchauffer complètement le cryostat.

## 2.4.2 Oscillation des grilles

Le mouvement oscillatoire des grilles initialement assuré par un système type bielle/manivelle, transformant la rotation continue d'un arbre moteur en un mouvement linéaire pseudo-sinusoidal d'un axe, a été remplacé par un moteur linéaire à course pilotable. Alors que l'ancien système requérait le réchauffage complet du cryostat pour modifier l'excentricité de la bielle et ajuster la valeur de la course des oscillations, le nouveau est capable d'explorer une gamme continue,  $S_{mot} \in [0, 32]$ mm, pour une large bande de fréquence ( $f_{mot} \in [0, 12]$ Hz) directement au cours d'une même campagne expérimentale donnant ainsi une plus grande versatilité au montage. Profitons-en pour lever une possible confusion, le mouvement sinusoidal généré par le moteur s'écrit

$$z(t) = A_{mot} \sin(2\pi f_{mot}t)$$

où  $z(t)$  repère la position verticale de l'axe à l'instant  $t$ . L'amplitude  $A_{mot}$  des oscillations ne doit alors pas être confondue avec la course  $S_{mot} = 2A_{mot}$ . Or, c'est bien la course  $S_{mot}$  que l'on retrouve dans la plupart des articles concernant l'étude des écoulements turbulents de grille oscillante ([69-72]) et que l'on utilisera comme paramètre pour caractériser le forçage de l'écoulement dans ce manuscrit. L'axe oscillant du moteur est relié par un accouplement rigide à une tige fixée à la grille supérieure. Le guidage de cette tige est assuré par 3 roulements à billes (visibles sur la figure 2.9-c) situés juste au dessus des grilles. Le moteur linéaire est placé dans une cloche étanche solidaire de l'enceinte hélium (voir figure 2.9-a-b) située à  $\sim 1$  m au-dessus du bain. En étant situé directement à l'intérieur plutôt qu'à l'extérieur du cryostat, cette configuration permet d'éviter l'utilisation d'un joint glissant qui aurait tendance à s'user augmentant ainsi les risques de fuite. Les vapeurs froides étant pompées avant d'atteindre la cloche, l'environnement dans lequel baigne le moteur reste à température ambiante tout au long des essais. La pression, quant à elle, peut varier de 1000 mbar à  $\sim 7.5$  mbar. Bien qu'un circuit de refroidissement ait été imaginé, il s'avère que même à basse pression, les échanges radiatifs sont suffisants pour limiter la surchauffe du moteur.

Le moteur est piloté par un code python développé au laboratoire. Le programme génère un mouvement sinusoidal en déplaçant l'arbre moteur le long d'une liste de positions discrètes recalculées en fonction de la fréquence et de la course renseignées par l'utilisateur. Contrairement à l'ancien système, où le moteur rotatif tournait à vitesse angulaire constante, l'arbre du moteur linéaire subit, à chaque période, des phases d'accélération, de décélération et de vitesse nulle, susceptibles de générer des erreurs de position par rapport à un mouvement sinusoidal idéal. Pour quantifier ces imprécisions, on propose de caractériser la trajectoire, non pas de

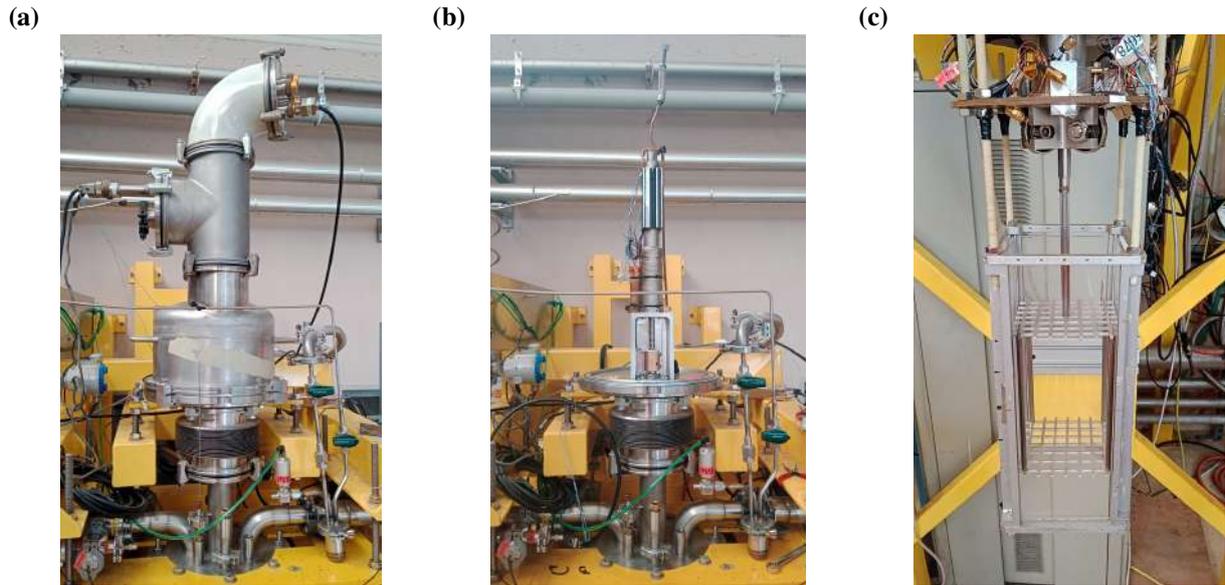


FIGURE 2.9 – Présentation du système d’oscillation des grilles. a) Colonne constituant la “zone à température ambiante”. De bas en haut, les multiples piquages sur la platine située au-dessus du premier soufflet (qui n’est pas visible sur la photo), le deuxième soufflet et la cloche à vide. b) Le moteur une fois la cloche retirée. L’accouplement rigide correspond au cylindre de laiton au centre de l’image. c) Vue globale du système de double grille. Les roulements à billes en haut de l’image guident les oscillations de la tige reliant les grilles à l’axe du moteur. La grille basse est reliée à la grille haute par 4 cornières.

l’arbre moteur, mais directement des grilles situées à l’extrémité de la chaîne cinématique. La figure 2.10 présente le montage utilisé qui consiste à filmer à 3500 Hz le mouvement de particules déposées sur une lame de microscope fixée entre les deux grilles qui oscillent.

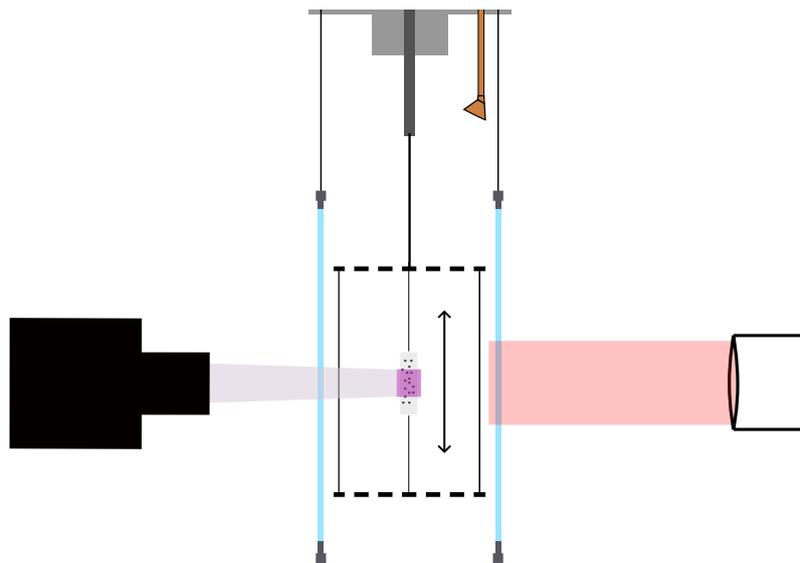


FIGURE 2.10 – Montage de caractérisation de l’effectivité du forçage.

On peut ensuite reconstituer les trajectoires des particules avec le même algorithme que celui

utilisé pour étudier l'écoulement d'hélium (que l'on présentera au chapitre 3). En différenciant les trajectoires, on en déduit les vitesses des particules, que l'on moyenne pour obtenir le signal  $v_{mes}$ , représenté en bleu sur la figure 2.11. On peut alors ajuster le signal de vitesse par un profil sinusoïdal et en extraire sa phase, sa fréquence et son amplitude pour construire le signal  $v_{fit}$ , en rouge sur la figure 2.11, auquel on souhaite comparer  $v_{mes}$ .

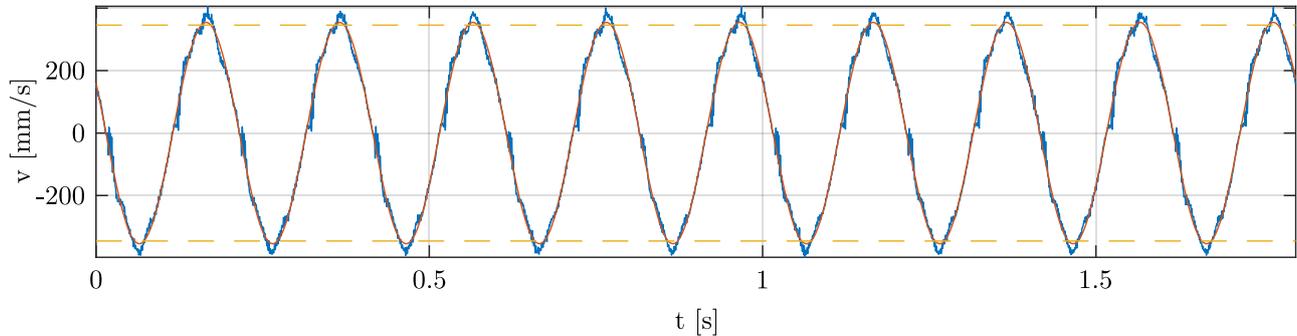


FIGURE 2.11 – Caractérisation de la qualité du forçage via la mesure de la vitesse moyenne de particules déposées sur une lame de microscope fixée entre les deux grilles pendant leur oscillation. Les paramètres sont fixés à  $f_{mot} = 5$  Hz et  $S_{mot} = 22$  mm. Les paramètres du fit associé à la courbe rouge correspondent à  $f_{fit} = 5$  Hz et  $S_{fit} = 22.6$  mm. Les pointillés jaunes correspondent à la vitesse extrême attendue ( $\pi f_{mot} S_{mot}$ ).

Qualitativement, les deux signaux sont très similaires. On observe tout de même de petits écarts autour des extrema de vitesse. Pour quantifier cette différence, on peut s'intéresser au rapport d'énergie des signaux en calculant le ratio :

$$\gamma = \frac{\int_0^T (v_{mes} - v_{fit})^2 dt}{\int_0^T v_{fit}^2 dt} \approx 0.6\%$$

Bien qu'imparfait, le signal mesuré semble donc suffisamment proche d'une sinusoïde pour considérer que le mécanisme d'injection de l'énergie dans l'écoulement par l'oscillation des grilles correspond bien à celui souhaité.

## 2.5 Remplissage du bain

Dans cette section, on se propose de décrire le protocole de transfert de l'hélium liquide dans le cryostat. Pour faciliter la compréhension, nous appuyerons notre description sur le diagramme "PID" (pour *Piping and Instrumentation Diagram*) de la figure 2.12. La figure 2.13 qui présente un visuel de l'écran de pilotage de l'expérience complète la description de l'instrumentation de régulation du cryostat.

1. Plusieurs jours avant le début de la mise en froid du cryostat, la première étape consiste à pomper le vide d'isolation (item 9 sur la figure 2.12) pour abaisser la pression aussi bas que possible afin de limiter les apports thermiques par conduction dans le vide résiduel. Cette étape, qui peut prendre quelques jours du fait du pompage de la grande surface de superisolant, permet aussi de s'assurer qu'il n'y a pas de fuite, notamment au niveau

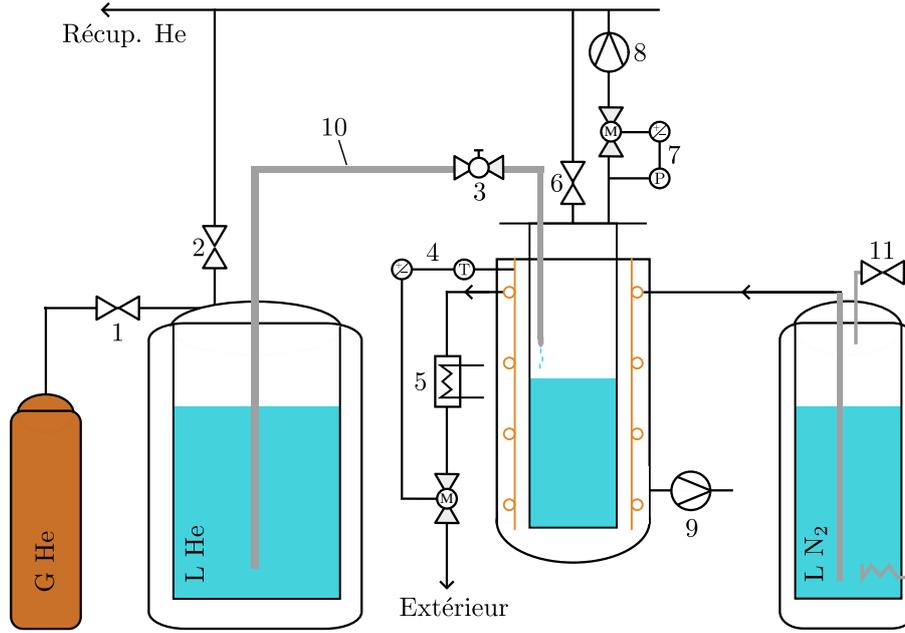


FIGURE 2.12 – Diagramme PID simplifié de OGRES : 1- vanne de pressurisation vase L He, 2- vanne de décharge vase L He à la récup. He, 3- vanne de laminage, 4- bloc de régulation température écran L N<sub>2</sub>, 5- réchauffeur, 6- vanne de décharge cryostat à la récup. He, 7- bloc de régulation pression du cryostat, 8- groupe de pompage bain, 9- groupe de pompage du vide d’isolement, 10- canne de transfert, 11- vanne de pressurisation vase L N<sub>2</sub>

des hublots saphirs. La valeur cible du vide d’isolement est typiquement de l’ordre de quelques  $10^{-6}$  mbar.

Notons que lors de cette étape de pompage, on inclut aussi celui de la canne de transfert (item 10 sur la figure 2.12), c’est-à-dire le tuyau amovible qui reliera ensuite le vase d’hélium liquide L He au cryostat, réalisé indépendamment. Pour donner une idée de ce que représente une pression de  $1 \times 10^{-6}$  mbar, accordons nous une courte digression inspirée du livre d’Alfred Kastler, “*Cette étrange matière*” [89]. Le volume molaire d’un gaz parfait à température ambiante ( $20^\circ\text{C}$ ) sous une atmosphère ( $1 \times 10^5$  Pa) est de l’ordre de

$$V_m = \frac{RT}{P} \approx 24 \text{ L/mol}$$

où  $R \approx 8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  est la constante universelle des gaz parfaits, soit donc

$$n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{6 \cdot 10^{23}}{24} = 2.5 \times 10^{22} \text{ molécules/L} = 2.5 \times 10^{16} \text{ molécules/mm}^3.$$

En considérant les molécules comme des sphères rigides, leur diamètre moléculaire est de l’ordre de  $d = 0.3 \text{ nm}$ . On peut alors approximer le libre parcours moyen à partir de la formule de Maxwell,

$$\ell = \frac{1}{n\sqrt{2}\pi d^2} \approx 100 \text{ nm}.$$

En considérant la vitesse du son dans l’air à température ambiante  $c \approx 340 \text{ m/s}$ , comme vitesse caractéristique de déplacement des molécules, on peut alors estimer la fréquence des chocs entre molécules,  $f_{choc} = c/\ell = 3.4 \text{ GHz}$ , soit plus de 3 milliards de collisions par

seconde. En revanche, lorsque la pression est diminuée à  $1 \times 10^{-6}$  mbar (à température constante de  $20^\circ\text{C}$ ), bien que le nombre de molécules contenues dans un millimètre cube reste gigantesque, de l'ordre de  $2.5 \times 10^7$ , le libre parcours moyen change complètement d'échelle,  $l \approx 100$  m, tout comme le volume molaire,  $V_m \approx 24 \times 10^9$  L (soit donc un cube d'environ 300 m de côté), réduisant alors la fréquence des chocs à 0.34 Hz, soit moins d'un choc par seconde. On comprend alors intuitivement que, dans ces conditions, les apports de chaleur portés par les molécules (conduction et convection) seront atténués. Plus précisément, l'épaisseur de la zone du vide d'isolement étant d'environ 80 mm, le nombre de Knudsen du problème, définit comme le rapport entre le libre parcours moyen des particules et la taille caractéristique du système, est de l'ordre de  $Kn \approx 1250 \gg 1$ . Le transfert de chaleur dans le vide d'isolement n'est donc pas diffusif mais balistique et on peut considérer en première approximation une réduction d'un facteur  $1/Kn$  du flux thermique.

2. L'étape suivante consiste à "rincer" le cryostat. On entend par là, remplacer le volume d'air initialement contenu dans l'enceinte hélium (ainsi que dans la colonne de la zone à température ambiante) par de l'hélium gazeux. Cette opération est cruciale puisque tout corps autre que l'hélium sera nécessairement solidifié lors de la descente en température (à pression atmosphérique et à 4.2 K, température de saturation de l'hélium liquide, il n'existe aucune autre espèce liquide). Il risquerait alors de se former une couche de *givre* (d'air ou d'eau par exemple) à l'intérieur du cryostat sur les hublots. L'humidité est particulièrement redoutée des cryogénistes puisque la température de solidification de l'eau est évidemment très élevée comparée aux températures mises en jeu et que ses enthalpies de fusion et de vaporisation sont très importantes. Ainsi, une fois solidifiée, il n'y a aucune chance de s'en débarrasser sans réchauffer la totalité du cryostat. Ce n'est pas le cas par exemple du diazote contenu dans l'air qui a une température de fusion (respectivement d'ébullition) beaucoup plus basse, d'environ 63 K (respectivement 78 K) à pression atmosphérique et des enthalpies de changement d'état associées beaucoup plus faibles (plus d'un facteur 10 sur l'enthalpie de vaporisation). Un réchauffage partiel à  $\sim 100$  K pendant la nuit suffirait alors à faire disparaître la couche de gel. Pour assurer cette étape, on commence par pomper le cryostat jusqu'à une pression inférieure à 1 mbar puis on dispose d'une bouteille d'hélium gazeux pour diluer les molécules résiduelles en rechargeant le cryostat. On répète alors deux ou trois fois l'opération. Chaque cycle diminue la concentration des molécules d'air dans le cryostat (du millième de sa valeur précédente en supposant un mélange gazeux He-air homogène). Pour s'assurer de l'étanchéité de l'enceinte hélium, on effectue alors un test consistant à laisser remonter la pression dans le cryostat par dégazage de ses surfaces et fuites mineures. On vérifie alors que le taux de fuite est inférieur à  $0.1 \text{ mbar} \cdot \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$ , c'est à dire que la pression du volume pompé (zone à température ambiante + zone froide d'un volume de l'ordre de 100 L) remonte de 0.1 mbar à 0.5 mbar en au moins 5 min. L'ensemble des actions de la deuxième étape ne prend que quelques dizaines de minutes.
3. Une fois le cryostat "propre" et rempli d'hélium gazeux, on peut connecter l'écran radiatif au vase d'azote liquide (L  $\text{N}_2$ ) que l'on pressurise légèrement au dessus de la pression atmosphérique (item 11 sur la figure 2.12). On ouvre le circuit pour démarrer la circulation du fluide dans le serpentin et on active le bloc de régulation de la température de l'écran (item 4 sur la figure 2.12). Le réchauffeur (item 5 sur la figure 2.12) est lui aussi activé pour éviter de trop refroidir le tuyau flexible d'évacuation de l'azote vers l'extérieur. Le

délai de thermalisation à 100 K est de l'ordre de  $\sim 2-3$  h (on peut suivre la température de l'écran avec le thermomètre *TT02* de la figure 2.13). Lors de cette phase, les molécules résiduelles évoluant dans l'enceinte à vide, dont on a vu qu'on pouvait se représenter le déplacement comme des sections de trajectoires balistiques rebondissant entre les parois, sont susceptibles de se faire "cryopomper" (adsorber par les parois) améliorant ainsi légèrement la qualité du vide jusqu'à quelques  $10^{-7}$  mbar. La capacité de piégeage d'un élément est directement proportionnelle à sa surface, d'où l'intérêt d'avoir fixé du charbon actif sur l'écran puisque sa surface spécifique est de l'ordre de  $1000 \text{ m}^2/\text{g}$ .

4. La quatrième étape consiste à installer la canne transfert pour raccorder le cryostat au vase d'hélium liquide (L He).

On commence par connecter l'entrée du vase d'hélium liquide à une source de pression (typiquement de 1.1 bar absolu fournie par un double détendeur en sortie d'une bouteille d'hélium gazeux à 200 bar) et sa sortie au circuit de récupération (items 1 et 2 sur la figure 2.14). Le vase peut alors être piloté entre deux configurations. La première (vanne 1 fermée, vanne 2 ouverte) permet de s'assurer que le vase L He ne monte pas en pression sur ses pertes propres dont les vapeurs vont alors naturellement être évacuées dans le circuit de récupération. La deuxième (vanne 1 ouverte, vanne 2 fermée) permet de pressuriser légèrement le vase pour assurer le transfert de l'hélium liquide contenu dans le vase vers le cryostat à travers la canne de transfert. Hormis pendant les phases de transfert, le vase est toujours dans la première configuration.

On peut alors installer la canne de transfert. Pour cela, on passe le vase dans sa deuxième configuration. On ouvre ensuite la vanne de laminage (item 3 sur la figure 2.12) de la canne de transfert et on enfonce une de ses extrémités dans le vase. On vérifie que du gaz s'échappe à l'autre extrémité et on l'insère dans le cryostat. La vanne de décharge du cryostat dans le circuit de récupération (item 6 sur la figure 2.12) est ouverte pour ne pas que le cryostat monte en pression. On peut alors modéliser le transfert de la manière suivante : le liquide sous-refroidi (car pressurisé à  $\sim 1.3$  bar) contenu dans le vase s'écoule dans la canne. Durant son trajet, sa pression diminue à cause des pertes de charge (singulières et régulières) et les apports de chaleur font dans un premier temps augmenter sa température jusqu'à celle de saturation puis vaporisent ensuite une partie du liquide de sorte qu'un mélange liquide/vapeur entre dans le cryostat. Pendant les premières minutes, l'environnement est tellement chaud que le liquide se vaporise instantanément faisant chuter peu à peu la température à l'intérieur du cryostat (que l'on peut suivre avec les thermomètres *TT11-12-13-01* de la figure 2.13). La première goutte de liquide est visible directement à travers les hublots au bout d'environ 45 min et il est progressivement possible de suivre le niveau liquide via une sonde supraconductrice (un fil de niobium titane dont la partie immergée dans l'hélium liquide devient supraconductrice, changeant alors la résistance du dispositif que l'on peut relier à la longueur immergée). La vanne de laminage de la canne de transfert permet d'isoler le cryostat du vase d'hélium après le remplissage, sans avoir besoin de retirer la canne du cryostat. Il est alors possible de reprendre le remplissage lorsque le niveau est trop bas. Cette vanne permet également de laminar le débit d'hélium liquide transféré durant la phase de pompage du bain (item 8 de la figure 2.12) permettant la descente en température du cryostat. Dans la section suivante, on va détailler plus finement cette étape qui est cruciale pour optimiser le niveau de liquide et donc le temps disponible pour les essais une fois que la température du bain souhaitée est atteinte.

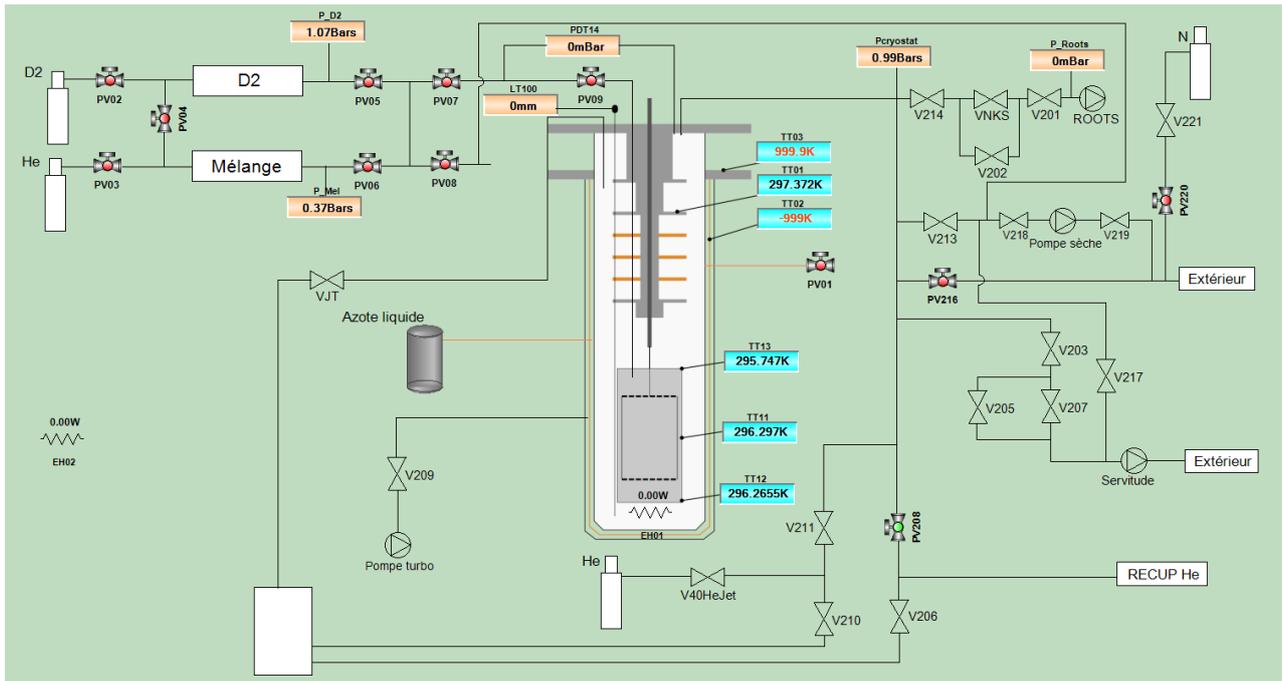


FIGURE 2.13 – Écran de contrôle de OGRES

## 2.6 Pilotage He I/He II

On a vu dans la section précédente la marche à suivre pour transférer de l'hélium liquide dans le cryostat. À la fin de la quatrième étape, le cœur du cryostat est relié au circuit de récupération et la canne de transfert débite du fluide froid. La pression de l'enceinte est donc fixée par celle du circuit de récupération autour de 1 bar. La température du bain est homogène et égale à celle de saturation, 4.2 K. On se propose maintenant de décrire comment les propriétés du bain sont pilotées lors des mesures de turbulence d'abord en He I puis en He II.

### 2.6.1 He I

On dispose donc d'un volume liquide d'He I. Pour autant, il n'est pas encore possible de commencer les mesures de turbulence. En effet, dans ces conditions, les apports de chaleur reçus sur l'ensemble des parois de l'enceinte entraînent l'ébullition du bain (ce qui participe à l'homogénéisation de sa température). On imagine alors bien que toute tentative de mesure quantitative des propriétés de la turbulence sera polluée par le bouillonnement et les courants chaotique générés par le mouvement des bulles. Pour stopper l'ébullition, il suffit de sous-refroidir le bain. Pour ce faire, on commence par abaisser la température du volume liquide en réduisant la pression de l'enceinte. On ferme donc la vanne raccordant le cryostat au circuit de récupération (item 6 de la figure 2.12) et on pompe directement dans l'enceinte hélium avec une pompe capable d'absorber des débits très importants (item 8 de la figure 2.12). Ce changement de configuration est délicat car aussitôt que la vanne du circuit de récupération est fermée, les apports de chaleur font dangereusement monter la pression du cryostat au-dessus de la pression atmosphérique risquant alors de sur-contraindre les hublots saphir et/ou de déclencher les soupapes de sécurité protégeant le cryostat des surpressions. Il ne faut pas non plus se précipiter d'ouvrir la vanne de pompage avant que celle du circuit de récupération ne

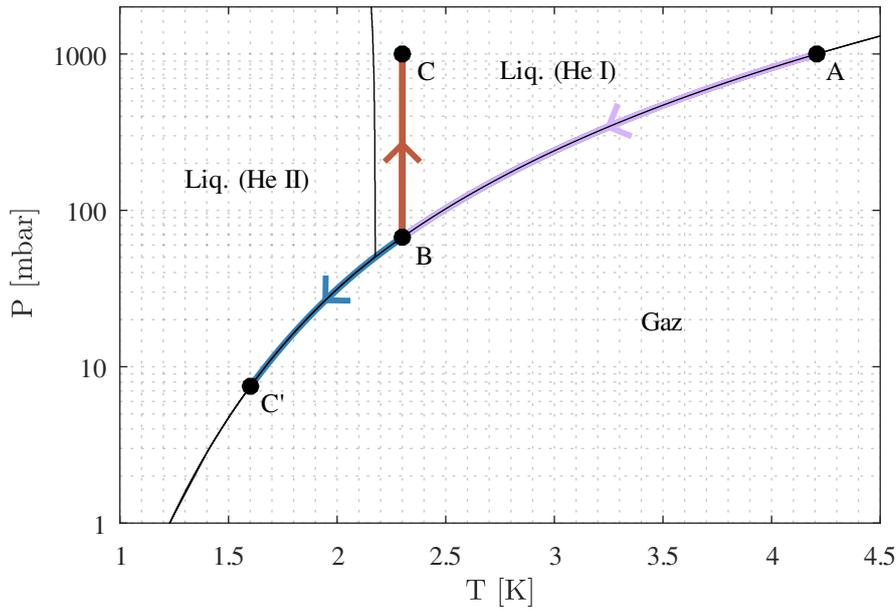


FIGURE 2.14 – Diagramme de phase de l’hélium à basse température. On a représenté 3 trajectoires thermodynamiques. La première, reliant le point A au point B, correspond au pompage du bain permettant d’abaisser sa température. Durant toute cette phase, le liquide bout et sa température est homogène et égale à celle de saturation. La trajectoire de B vers C correspond alors à la remontée soudaine de la pression portant le système dans un état de sous refroidissement hors de la courbe de saturation. Seule l’interface liquide/vapeur retourne au point A. La trajectoire B vers C’ correspond à la poursuite du pompage pour transiter vers la phase II de l’hélium liquide. Après la transition, la conductivité quasi-infinie (au premier ordre) de l’He II désactive l’ébullition.

soit fermée au risque de mettre en dépression tout le circuit de récupération. Lors de la descente en pression, les propriétés de l’interface se déplacent sur la courbe d’équilibre liquide/vapeur de la figure 2.14. Le bain continuant de bouillonner sa température reste homogène et égale à celle de l’interface. On descend ainsi jusqu’à la température à laquelle on souhaite faire les mesures (par exemple du point A vers B sur la figure 2.14). Bien sûr cette opération n’est pas sans coût, elle *consomme* du “niveau liquide”. Plus exactement, la descente en température est la conséquence de la perte d’enthalpie du bain provoquée par l’évaporation d’une partie du volume liquide. En supposant le système parfaitement isolé thermiquement, la transformation de A ( $P_A=1000$  mbar,  $T_A=4.2$  K) vers B ( $P_B=67$  mbar,  $T_B = 2.3$  K) engendre un ratio entre le volume de liquide initial  $V_A^l$  et le volume liquide final  $V_B^l$  tel que

$$\frac{V_B^l}{V_A^l} = \frac{h^\ell(P_A) - h^v(P_B)}{h^\ell(P_B) - h^v(P_B)} \cdot \frac{\rho^\ell(P_A)}{\rho^\ell(P_B)} \approx 0.6,$$

soit donc une évaporation de presque la moitié du volume. On voit donc que pour disposer d’une quantité suffisante d’hélium liquide pour réaliser des mesures de turbulence, il est nécessaire de combiner les opérations de remplissage et de pompage pour conserver un maximum de niveau liquide tout en abaissant sa température. Cette étape s’avère en pratique délicate, pour ne pas faire caler la pompe, et chronophage, il faut compter entre une et deux heures. Une fois que l’on

a atteint la température et la hauteur de niveau liquide souhaitées pour les essais, on remonte la canne de transfert au-dessus du niveau liquide et on ferme brusquement la vanne de pompage. La pression de l'enceinte remonte alors rapidement et on ouvre la vanne du circuit de récupération dès qu'elle atteint 1 bar. On ferme alors évidemment la vanne de la canne de transfert. La quasi-intégralité du bain situé sous l'interface liquide-vapeur est alors dans une situation *hors équilibre* ou sous-refroidi. Plus précisément, la température de l'interface est celle de saturation, c'est à dire  $T_{sat}(P = 1 \text{ bar}) \approx 4.2 \text{ K}$ , mais la faible conductivité thermique de l'hélium liquide dans ces conditions permet la formation d'un important gradient de température. De plus le gradient de densité de l'He I dû à sa grande dilatabilité assure une stratification, la zone plus froide restante en dessous de l'interface. Ainsi, la température quelques centimètres sous l'interface reste inchangée. Le bain se retrouve dans un état sous-refroidi (point C sur la figure 2.14) et il n'y a plus de bulle dans la zone de visualisation. Bien sûr, les apports radiatifs combinés à la propagation du front de température sous l'interface (qui se déplace vers les zones les plus froides) finiront par homogénéiser la température du bain à celle de saturation et les bulles ré-apparaîtront sous l'effet des pertes thermiques. Les propriétés du volume de liquide contenu dans le tunnel de confinement dérivent donc mais suffisamment lentement pour faire des mesures. La durée du processus de remontée en température du bain est de l'ordre  $\sim 1 \text{ h}$ . Pour améliorer légèrement la procédure, il est possible de ne pas faire remonter brutalement la pression jusqu'à 1 bar mais seulement jusqu'à  $\sim 100 \text{ mbar}$  en ajustant simplement l'ouverture de la vanne de pompage plutôt que de la fermer complètement. On effectue alors seulement une mesure de quelques minutes puis on pompe à nouveau pour ramener la température du bain au point B sur la figure 2.14 et on répète le processus. Cette approche, bien que fastidieuse, est à privilégier puisqu'elle permet d'effectuer toutes les mesures dans les mêmes conditions (à titre indicatif, mentionnons que la masse volumique diminue d'environ  $25 \text{ kg/m}^3$  entre 2.3 K et 4.2 K sous 1 bar : des particules iso-denses avec le fluide à 2.3 K ne le seraient donc pas à 4.2 K).

## 2.6.2 He II

Le pilotage du bain en He II est beaucoup plus direct. Les premières étapes conduisant jusqu'au point B de la figure 2.14 sont rigoureusement identiques. À ce stade, tenter de poursuivre le transfert pour maintenir le niveau liquide constant tout en espérant continuer d'abaisser la pression se révèle être une stratégie inefficace. Pour ne pas consommer inutilement la totalité de l'hélium contenu dans le vase liquide de 250 L, il est préférable de fermer la vanne de la canne de transfert et de la remonter dans le ciel gazeux. La descente en pression peut alors se poursuivre. Dès l'instant où la pression du cryostat passe en dessous de  $\sim 49.5 \text{ mbar}$ , l'hélium du bain change de phase passant d'He I à He II. La température à laquelle ce phénomène se produit est  $T_\lambda = T_{sat}(P = 49.5 \text{ mbar}) \approx 2.17 \text{ K}$ . La transition est visuellement identifiable à travers les hublots puisque l'ébullition du bain cesse. En effet, l'excellente conductivité thermique de l'He II ne permet pas de surchauffe locale du liquide qui pourrait conduire à la formation d'une bulle. Le flux reçu est transporté à l'interface et est évacué par évaporation. Grâce à cette propriété remarquable, il n'est pas nécessaire de sous refroidir le tunnel de confinement pour commencer les mesures de turbulence. La pression est donc abaissée jusqu'à la température souhaitée (par exemple le point C' de la figure 2.14) et on active le système de régulation de la pression du bain (item 7 de la figure 2.12). Comme on l'a déjà fait au paragraphe précédent, on peut calculer la fraction de liquide résiduelle qui donne 0.92 pour passer de 2.3 K à 2 K et 0.87 pour passer 2.3 K à 1.6 K.

### 2.6.3 Estimation de la puissance résiduelle reçue par le bain (pertes)

Malgré toutes les précautions prises pour limiter les apports thermiques sur le bain, on observe au cours de nos essais une perte de niveau de l'ordre de  $\dot{N} \approx 1 \text{ mm/min}$  qui semble relativement linéaire dans la gamme de niveau liquide du fonctionnement du cryostat. À partir de la section de l'enceinte,  $S = \pi D^2/4 = 360 \text{ cm}^2$ , on peut en déduire la puissance reçue par le bain en considérant les propriétés du liquide à saturation à  $P = 30 \text{ mbar}$ ,  $W = \dot{N} S \rho \Delta h_{vap} \approx 2 \text{ W}$ . Comme mentionné plus haut, la majorité de ces pertes provient très probablement des hublots qui constituent nécessairement et malgré les précautions, une zone privilégiée d'entrée de chaleur par rayonnement. Avec ces apports et au vu du volume du cryostat, la capacité du groupe de pompage actuel ne permet pas de stabiliser la température du bain en dessous de  $\sim 1.5 \text{ K}$  lorsque les grilles sont en oscillation. Pour réaliser des mesures de turbulence, le tunnel de confinement doit être à minima entièrement immergé dans le liquide. En pratique, on se fixe une marge arbitraire (de quelques centimètres au-dessus du haut du tunnel) à partir de laquelle on arrête les essais et on reprend la procédure de transfert. Pour donner un ordre de grandeur, en général et suivant les optimisations, à la fin du remplissage du bain en He II et une fois la régulation à 30 mbar stabilisée dans le cas des mesures réalisées à 2 K, le niveau liquide se situe aux alentours de 200 à 250 mm au-dessus de la marge. On peut convertir ce niveau en temps disponible pour les essais, 3 à 4 h avant le remplissage suivant.

## 2.7 Injection de particules dans l'écoulement

Une fois toutes les actions précédentes réalisées, les mesures de turbulence peuvent commencer. Dans le cas où l'on souhaite acquérir des trajectoires de particules, il reste tout de même à ensemercer l'écoulement. Les caractéristiques des particules utilisées dans le cadre de cette thèse sont présentées en détail dans la section 3.2 du chapitre 3. Pour donner une brève idée au lecteur, il s'agit de micro-sphères de verre creuses, quasi isodenses avec le bain d'hélium. Dans la configuration de la thèse de Sy [75], l'injection avait été identifiée comme un point à améliorer puisque l'utilisation d'une "seringue" pour prélever un mélange de particules et d'air conduisait inévitablement au bouchage du conduit d'injection.

Dans la nouvelle configuration, on dispose d'un circuit indépendant (figure 2.15-b), localisé proche de la cloche à vide et disposant d'un récipient d'environ 20 cL que l'on peut charger de particules. On tire alors profit d'un des piquages de la zone à température ambiante pour connecter ce récipient à un injecteur terminé par une buse conique située directement dans la zone froide juste au-dessus du tunnel de confinement (figure 2.15-c). Pour ne pas injecter d'air avec les particules ou lorsque l'on souhaite recharger le récipient de particules entre deux essais, on dispose de 3 vannes de pilotage de l'injection. L'une d'entre elles (item 1 sur la figure 2.15-a) permet d'isoler le récipient du cryostat, une autre (item 2 sur la figure 2.15-a) de le relier à un circuit de pompage et la dernière (item 3 sur la figure 2.15-a) de le connecter à une bouteille d'hélium gazeux pressurisée. En fermant la vanne 1, on s'assure que l'air ne rentre pas dans le cryostat pendant la recharge du récipient. En alternant pompage (vanne 2 ouverte, vanne 3 fermée) et pressurisation (vanne 2 fermée, vanne 3 ouverte), on peut "rincer" les particules. Le volume étant raisonnablement petit au vu de la capacité de pompage, cette opération ne dure que quelques dizaines de secondes. On finit par obtenir une mixture de particules/He gaz dont on ajuste la pression à environ 300 mbar au-dessus de celle du bain. On peut alors déclencher à distance l'ouverture électro-pneumatique de la vanne 1 pour décharger les particules dans

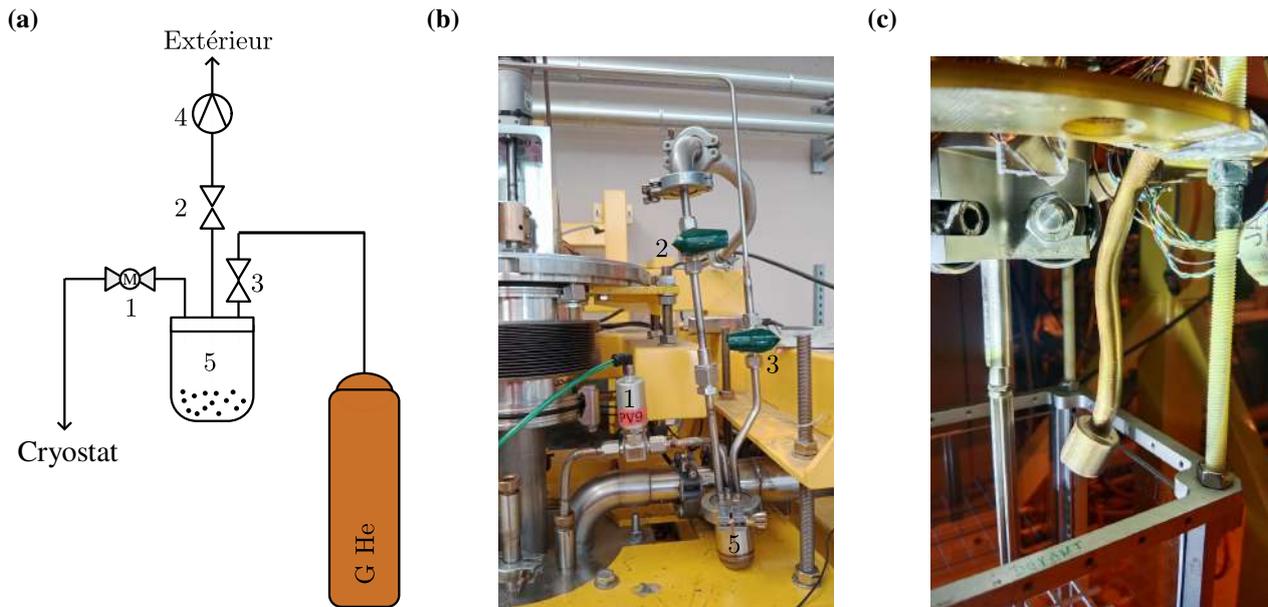


FIGURE 2.15 – Présentation du système d'injection des particules. a) Représentation schématique du circuit : 1- vanne de décharge de la mixture particules/He gaz pressurisée dans le cryostat, 2- vanne de pompage, 3- vanne de pressurisation, 4- pompe, 5- récipient contenant les particules b) Vue d'ensemble de la zone de recharge des particules. c) Zoom sur la buse conique de l'injecteur au-dessus du tunnel de confinement.

l'écoulement. L'avantage principal d'un tel dispositif est qu'il permet la recharge du récipient en particules à froid et sans aucune interruption des essais. Il suffit de retirer le collier de serrage pour détacher et remplir le récipient. De plus, ce système d'injection de particules est reproductible puisqu'on peut asservir le début des acquisitions (images, second son...) à la fin de l'injection (en ajoutant éventuellement un délai identique pour toutes nos acquisitions).

### Récapitulatif

- On a présenté les améliorations de la station OGRES depuis la thèse de Sy [75] dont les trois principales sont : 1) la suppression des effets de distorsion engendrés par les dioptres cylindriques, 2) la modification du système d'injection des particules pour éviter les obstructions et le rendre plus reproductible, 3) le remplacement du moteur rotatif par un moteur linéaire pour pouvoir explorer différentes courses durant une même série de mesures (en plus de l'exploration en fréquence).
- La grille oscillante a été abandonnée pour une double-grille oscillante dans le but d'homogénéiser les propriétés de l'écoulement et de symétriser les conditions aux limites.
- On a décrit dans le détail les procédures de transfert d'hélium liquide dans le cryostat et le pilotage He I/He II du bain pour les mesures de turbulence.



## Trajectoires turbulentes de particules en He I/He II

### Sommaire

---

3.1	Introduction . . . . .	<b>56</b>
3.2	Caractérisation des traceurs . . . . .	<b>56</b>
3.2.1	Contexte . . . . .	56
3.2.2	Forme et taille des particules . . . . .	58
3.2.3	Mesure de la densité des particules . . . . .	59
3.2.4	Perspective, vers des particules de $D_2$ sphériques . . . . .	63
3.3	Visualisation et reconstruction des trajectoires de particules . . . . .	<b>64</b>
3.3.1	Système 3D . . . . .	65
3.3.2	Système $2 \times 2D$ . . . . .	69
3.3.3	Filtrage et calcul des vitesses . . . . .	78
3.4	Structuration aux grandes échelles de l'écoulement . . . . .	<b>83</b>
3.4.1	Champ 3D moyen et inhomogénéités spatiales . . . . .	83
3.4.2	Coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation . . . . .	87
3.5	Distributions de vitesse et intensité des fluctuations turbulentes selon les paramètres de forçage . . . . .	<b>91</b>
3.5.1	Filtrage des trajectoires des mesures $2 \times 2D$ . . . . .	92
3.5.2	Distributions de vitesse . . . . .	95
3.5.3	Influence des paramètres de forçage . . . . .	95
3.6	Énergie injectée à grande échelle et détermination de l'échelle intégrale . . . . .	<b>101</b>
3.6.1	Distribution des incréments de vitesse longitudinaux . . . . .	102
3.6.2	Fonction de structure pseudo-eulérienne d'ordre 3 . . . . .	103
3.6.3	Fonction de structure pseudo-eulérienne d'ordre 2 . . . . .	105
3.6.4	Aparté sur l'intermittence de l'écoulement en He II . . . . .	107
3.7	Comparaison He I/He II proche des échelles dissipatives . . . . .	<b>109</b>
3.7.1	Fonction de structure lagrangienne d'ordre 2 . . . . .	109
3.7.2	Modèle de Langevin . . . . .	113
3.7.3	Temps de réponse des particules . . . . .	116
3.7.4	Mesures de $\tau_c$ , modèle de Langevin et temps de réponse des particules . . . . .	118
3.7.5	Comparaison He I/He II . . . . .	119

---

## 3.1 Introduction

L'une des deux approches que nous présenterons dans cette thèse pour caractériser les propriétés de la turbulence de l'écoulement consiste à étudier statistiquement les trajectoires de microscopiques particules sphériques en les filmant avec des caméras rapides. À la manière de flocons de neige virevoltant au gré du vent, cette approche, dite *lagrangienne*, rendant visible l'invisible, revêt un certain caractère poétique. Les microparticules dont la densité est identique à celle du fluide, à condition qu'elles soient suffisamment petites, sont appelées des *traceurs parfaits*. Notons que les flocons de neige ne répondent pas tout à fait à ces exigences puisqu'ils sont légèrement plus denses que l'air et ont donc tendance à sédimenter sous l'action de la gravité. Bien que cette technique expérimentale, assistée par le développement des caméras rapides et des algorithmes de reconstruction de trajectoires, connaisse un essor depuis les 20 dernières années, réaliser de telles mesures dans un liquide cryogénique représente un défi de taille. Le cas de l'hélium, qui est le plus froid de tous, nécessite des moyens expérimentaux encore plus exigeants.

On a détaillé dans le chapitre précédent le système mis en place pour disposer d'accès optiques permettant de visualiser le cœur d'un bain d'hélium liquide. On a aussi vu comment y générer un écoulement turbulent stationnaire en faisant osciller une double-grille confinée dans une veine d'essai. On a fini par présenter le système d'injection permettant d'ensemencer l'écoulement avec des micro-sphères de verre via un jet d'hélium gazeux.

Dans ce chapitre, on se propose de commencer par caractériser leurs propriétés (taille et densité) puisque cela détermine leur propension à "tracer" les différentes échelles de l'écoulement en imitant le mouvement de "vraies" particules fluides. On poursuivra en décrivant les dispositifs et méthodes employés pour acquérir et reconstruire les trajectoires bidimensionnelles et tridimensionnelles des particules. On présentera enfin une série de résultats sur les propriétés de l'écoulement ; sa structure à grande échelle, l'estimation de son échelle intégrale spatiale, l'écart type des fluctuations de vitesses des particules en fonction des paramètres de forçage, ainsi qu'une analyse comparative He I/He II aux plus petites échelles résolues par les particules.

## 3.2 Caractérisation des traceurs

### 3.2.1 Contexte

L'étude des plus petites échelles de la turbulence par le suivi de particules présente deux défis majeurs : la nécessité de disposer d'un système d'imagerie 2D ou 3D avec une résolution spatiale et temporelle suffisamment élevée, et de particules se comportant comme des traceurs passifs parfaits lorsqu'elles sont introduites dans l'écoulement. Bien que les progrès récents des dernières décennies aient conduit au développement de caméras rapides, il manque encore des méthodes appropriées pour ensemencer les écoulements d'hélium liquide avec des particules mono-disperses de taille suffisamment petite (*i.e.* de l'ordre de quelques micromètres), et de densité suffisamment proche de celle de l'hélium. L'une des méthodes la plus utilisée par la communauté repose sur l'injection d'un mélange fortement dilué de dideutérium ( $D_2$ ) ou de dihydrogène ( $H_2$ ) et d'hélium gazeux sous forme d'un jet conduisant à la formation de flocons micrométriques (voir par exemple les références [90-93]). La condensation du gaz se fait alors directement sous la forme d'un solide, sans passer par la phase liquide, du fait d'une pression partielle inférieure à la pression du point triple. La taille résultante des flocons est

corrélée au ratio de dilution (voir par exemple [92]), mais ils ne sont, *a priori*, ni sphériques, ni monodisperses, ce qui complique l'estimation précise de leurs tailles caractéristiques et les interprétations statistiques de leurs trajectoires. Notons que la densité du  $D_2$  (respectivement  $H_2$ ) solide est environ 30% supérieure (respectivement inférieure) à celle de l'hélium liquide.

L'autre approche utilisée pour ensemençer l'écoulement est similaire à celle utilisée pour les fluides à température ambiante. Elle repose sur l'emploi de microsphères rigides creuses, dont l'épaisseur de la "coque" est conçue pour que la densité finale se rapproche le plus possible de celle du liquide étudié [74, 94]. C'est cette méthode que nous avons retenue pour nos mesures.

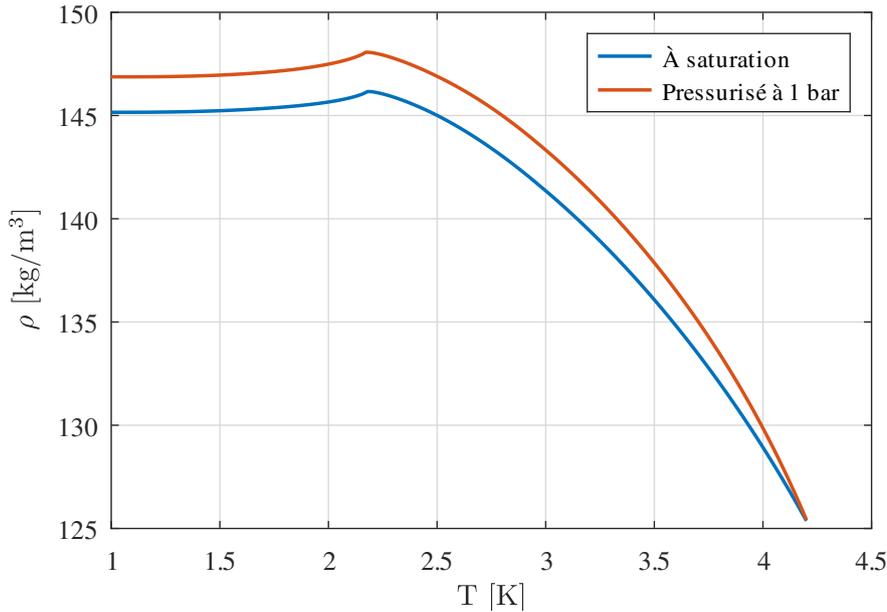


FIGURE 3.1 – Variation de la masse volumique de l'hélium en fonction de la température. La discontinuité de la pente des courbes autour de  $\sim 2.17$  K est caractéristique de la transition de phase d'ordre 2 de l'He I vers l'He II.

La densité de l'hélium liquide dans la gamme de nos mesures est comprise entre 125 et 148  $\text{kg/m}^3$  (voir figure 3.1). En approximant la masse volumique  $\rho_p$  d'une particule creuse de diamètre  $D$  et d'épaisseur de coque  $e \ll D$  d'un matériau de densité  $\rho_m$  par,

$$\rho_p = \rho_m \frac{6e}{D}, \quad (3.1)$$

on peut en déduire le rapport entre son épaisseur et son diamètre pour qu'elle ait la même la densité  $\rho_f$  que le fluide étudié,  $e/D = \rho_f/6\rho_m$ . En faisant l'application numérique pour des particules de verre creuses ( $\rho_v \approx 3000 \text{ kg/m}^3$ ) dans l'eau ( $\rho_{eau} \approx 1000 \text{ kg/m}^3$ ), leur épaisseur doit être de l'ordre  $\sim 5\text{--}6\%$  de leur diamètre. En revanche, pour des particules destinées à étudier un écoulement d'hélium à saturation à 30 mbar,  $\rho_{He} = 145 \text{ kg/m}^3$ , leur épaisseur doit plutôt être de l'ordre de  $\sim 1\%$  de leur diamètre. Combiné au fait que l'hélium est nettement moins étudié que l'eau, on comprend la difficulté de se procurer des microsphères à la fois petites (d'un diamètre au moins inférieur à 100  $\mu\text{m}$ ) et d'une densité proche de 140  $\text{kg/m}^3$ . De nombreuses pistes ont ainsi été explorées au laboratoire [75, 95] et ma thèse a bénéficié de la livraison de nouvelles particules produites par Microsphere Technology Ltd. D'après les spécifications du fabricant, ces microsphères de verre creuses, recouvertes d'une fine couche d'argent

garantissant leur opacité, ont une densité  $\rho_p$  annoncée de  $140 \text{ kg/m}^3$  et un diamètre  $D$  compris entre  $75$  et  $90 \mu\text{m}$ . Ces propriétés en font ainsi de bonnes candidates pour nos investigations. On se propose, dans ce qui suit, de vérifier expérimentalement ces caractéristiques puisqu'elles seront essentielles pour éclairer l'analyse des trajectoires des particules dans l'écoulement.

### 3.2.2 Forme et taille des particules

La première propriété empirique que l'on peut rapporter sur les particules de Microsphere Technology Ltd est leur propension à "coller" à n'importe quelle surface métallique. Le simple fait de plonger un ustensile métallique dans un lit de particules suffit à recouvrir sa surface d'une fine couche de microsphères. Probablement pour la même raison, on a observé que les particules avaient tendance à se regrouper pour former des agrégats. Bien que l'on suspecte des effets électrostatiques, nous n'avons, à ce jour, pas d'explication claire de ce phénomène. En frappant d'un coup sec l'ustensile, il est cependant possible de produire un "nuage de particules" dans lequel les microsphères seront relativement bien séparées les unes des autres. Il suffit alors d'orienter la direction de ce nuage pour récupérer une partie des particules sur une lamelle de verre. En plaçant la lame sous un microscope optique<sup>1</sup>, on peut alors les visualiser directement (voir figure 3.2).

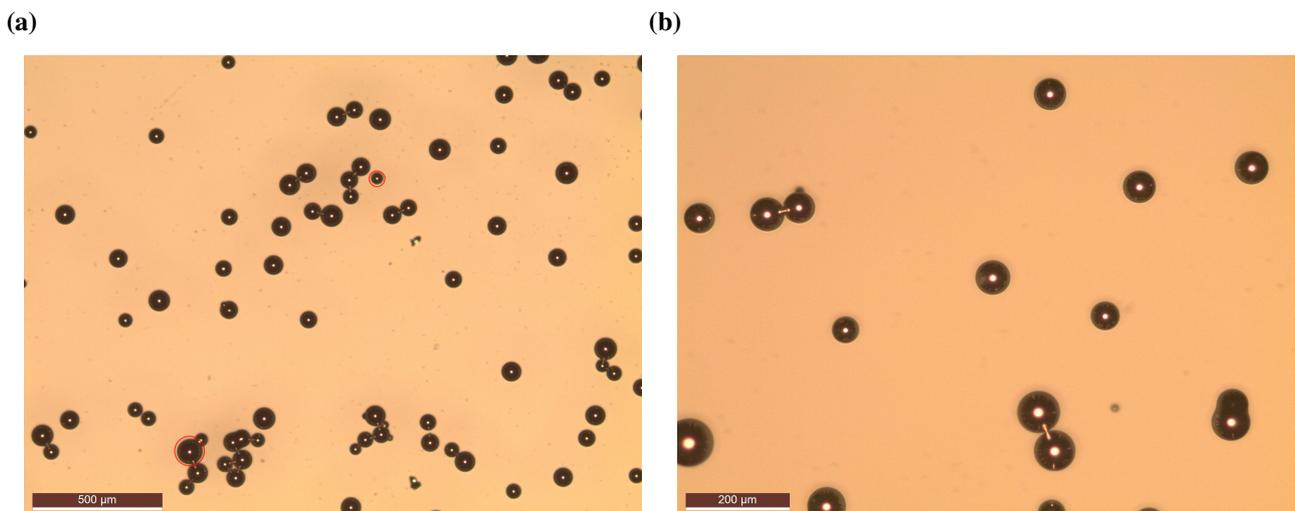


FIGURE 3.2 – Images des microsphères produites par Microsphere Technology Ltd au microscope optique. L'éclairage se fait depuis le haut coiffant ainsi chaque particule d'un petit point blanc issu de la réflexion de la lumière sur le dessus de la bille. Le diamètre des deux particules entourées en rouge est estimé à  $50$  et  $100 \mu\text{m}$  donnant une idée des extremums de la distribution. a.) Résolution de  $1.16 \mu\text{m}/\text{px}$ . b) Résolution de  $0.58 \mu\text{m}/\text{px}$ .

Vues de dessus, les particules apparaissent comme des disques, confirmant qualitativement leur sphéricité. La figure 3.2-a permet aussi d'illustrer leur tendance à se regrouper en paquet

1. On remercie Nicolas Chaize, doctorant au CEA, LETI, Univ. Grenoble Alpes, 38000 Grenoble, France, d'avoir imagé les particules.

mentionnée précédemment. Comme annoncé par le constructeur, on observe que les diamètres sont distribués. Pour quantifier cette distribution, on peut traiter numériquement les images pour détecter les particules et en déduire leur diamètre. Toutefois, ayant des tailles différentes et au vu de la très faible profondeur de champ de l'optique du microscope, les billes ne peuvent pas être toutes *focalisées* en même temps. Sur l'image 3.2-b, l'incertitude résultante est de l'ordre d'une dizaine de pixels. La résolution étant de l'ordre de  $0.58 \mu\text{m}/\text{px}$ , cette méthode ne permet pas de donner de valeurs fiables des diamètres à moins de  $5 \mu\text{m}$  près. L'analyse de plus de 180 particules permet d'estimer le diamètre moyen,  $\mu_D = 75 \mu\text{m}$  et l'écart type de la distribution,  $\sigma_D = 11 \mu\text{m}$  en accord raisonnable avec la valeur fournie par le constructeur (bien qu'on s'attendrait naïvement à une moyenne légèrement supérieure, de l'ordre de  $82.5 \mu\text{m}$ ).

### 3.2.3 Mesure de la densité des particules

Un moyen direct d'estimer la densité des particules est de mesurer leur vitesse de sédimentation. En effet, l'application du principe fondamental de la dynamique à une bille, de diamètre  $D$  et de densité  $\rho_p$ , chutant dans une colonne de fluide au repos, de densité  $\rho_f$  et de viscosité dynamique  $\mu_f$ , permet d'établir, en supposant que l'on puisse appliquer la loi de Stokes pour estimer la traînée, l'expression de sa vitesse terminale (ou de sédimentation),

$$v_{sed} = \frac{1}{18} \frac{(\rho_p - \rho_f) D^2 g}{\mu_f}, \quad (3.2)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur. Le temps caractéristique de relaxation exponentielle vers cette vitesse s'écrit

$$\tau_p = \frac{1}{18} \cdot \frac{\rho_p D^2}{\mu_f}. \quad (3.3)$$

Dans cette section, on se propose de présenter les résultats de mesure de la vitesse de sédimentation des particules dans l'air pour en déduire leur distribution de densité  $\rho_p$ . On peut commencer par estimer, pour une particule de diamètre  $D = 80 \mu\text{m}$  et de densité  $\rho_p = 140 \text{ kg/m}^3$ , le temps caractéristique  $\tau_p$ , la vitesse limite  $v_{sed}$  et la distance  $d$  qu'elle parcourt pour atteindre 99% de cette vitesse (au bout de  $5\tau_p$ ). À partir des valeurs usuelles des propriétés de l'air à température ambiante,  $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu_{air} = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , on estime

$$\tau_p = 2.7 \text{ ms} \quad \& \quad v_{sed} = 27 \text{ mm/s} \quad \& \quad d = 0.37 \text{ mm}.$$

Ces évaluations permettent de vérifier la validité de l'application de la loi de Stokes pour la force de traînée sur la bille,  $Re = 0.14 \ll 1$  et de dimensionner le banc d'essai. Détaillons alors brièvement le protocole expérimental.

Les particules sont initialement déposées sur une grille dont la maille est de  $100 \mu\text{m}$ . Un transducteur piézoélectrique permet de faire vibrer la grille pour larguer les billes dans un tube de verre à section rectangulaire (de  $5 \times 3 \text{ cm}^2$ ). Avec cette méthode, on s'assure que leur vitesse initiale est quasi-nulle et on réduit les effets collectifs en restreignant le nombre de billes présentes simultanément dans le canal. On limite aussi la présence d'agrégats dans le conduit en "forçant" chaque particule à passer à travers les mailles de la grille. Une caméra rapide filme leur chute à une fréquence de  $1000 \text{ Hz}$  sur une distance d'environ  $5 \text{ mm}$ . La zone de visualisation se situe une dizaine de centimètres sous la grille, assurant ainsi que les billes ont atteint leur vitesse limite lorsqu'elles rentrent dans le champ de la caméra. L'objectif utilisé est

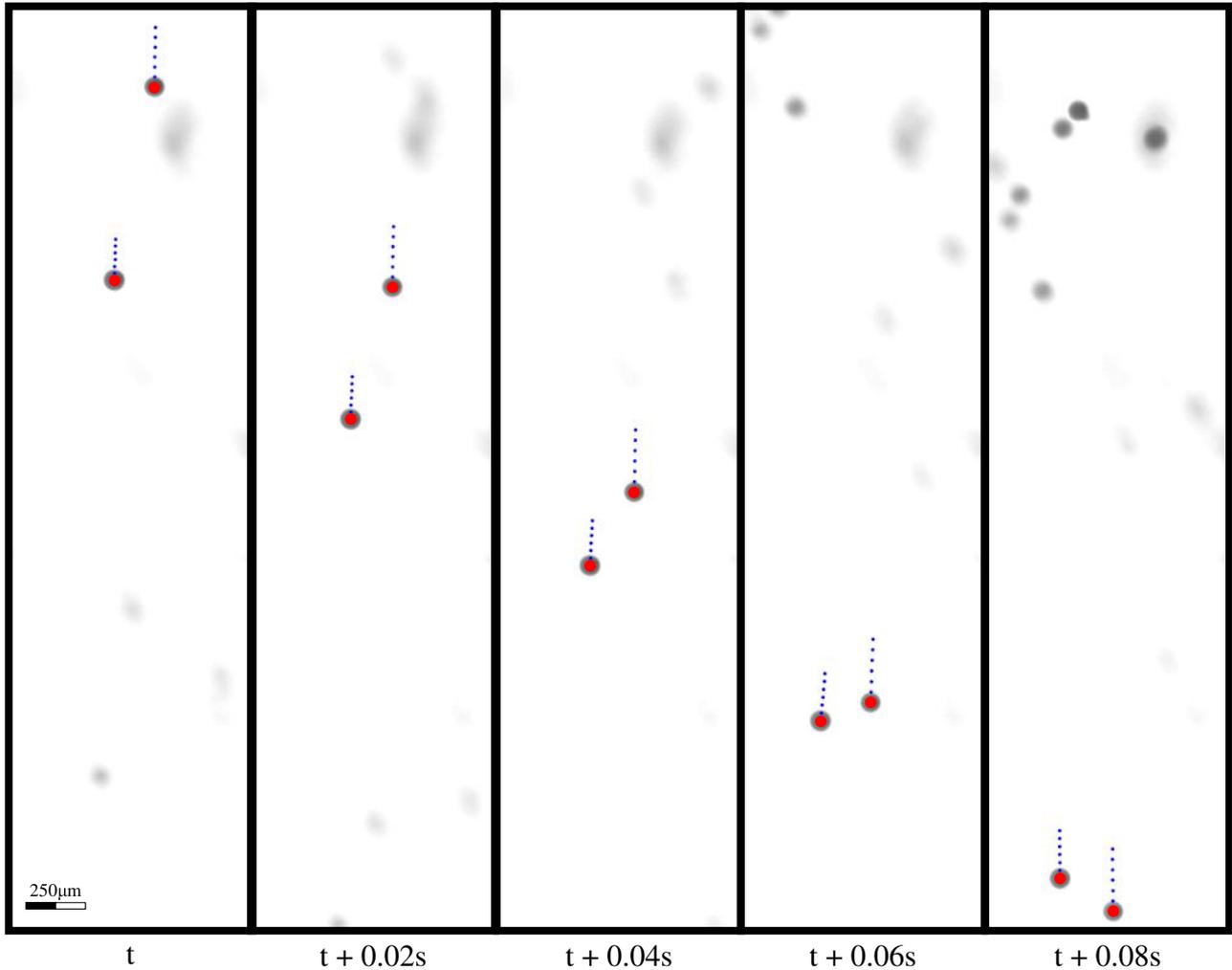


FIGURE 3.3 – Exemple d’images de chute libre de particules dans le canal en air. Le point rouge correspond à la position du centroïde des particules détectée à l’instant de la photo. Les points bleus, correspondent à la trajectoire de la particule aux 6 instants précédents. En plus d’illustrer la procédure expérimentale, cette séquence met en évidence que deux microsphères de même diamètre ( $80\ \mu\text{m}$ ) peuvent chuter à des vitesses différentes (20 et 40 mm/s).

un microscope longue distance permettant d’obtenir une résolution de  $5\ \mu\text{m}/\text{px}$ . L’ouverture du diaphragme est imposée par la nécessité de collecter suffisamment de lumière, émise par une LED pseudo-collimatée (*i.e.* légèrement divergente), en un temps d’exposition de  $50\ \mu\text{s}$ , dont la valeur a été calculée pour limiter le flou de bouger à moins d’un demi pixel pour des particules allant à  $50\ \text{mm}/\text{s}$ . La profondeur de champ résultante est faible (inférieure à un millimètre). La figure 3.3 présente le genre d’images ainsi obtenues. On détermine ensuite la position et le diamètre des particules à chaque instant. L’algorithme de détection est basé sur une méthode de calcul de gradients pour retenir uniquement les plus focalisées. Sur les images de la figure 3.3, seules les deux billes marquées d’un point rouge sont considérées comme suffisamment nettes pour être comptabilisées. Le seuil est très sélectif pour limiter l’incertitude sur le diamètre à 1 ou 2 px. À partir de la position des centroïdes mesurés sur chaque image, les trajectoires sont ensuite assemblées par l’algorithme de tracking. On peut alors calculer la vitesse de la particule à chaque instant. On vérifie que cette valeur, tout comme celle du diamètre, est bien

constante le long de la trajectoire. Enfin, en inversant la relation 3.2, on peut déduire la densité de chacune des particules.

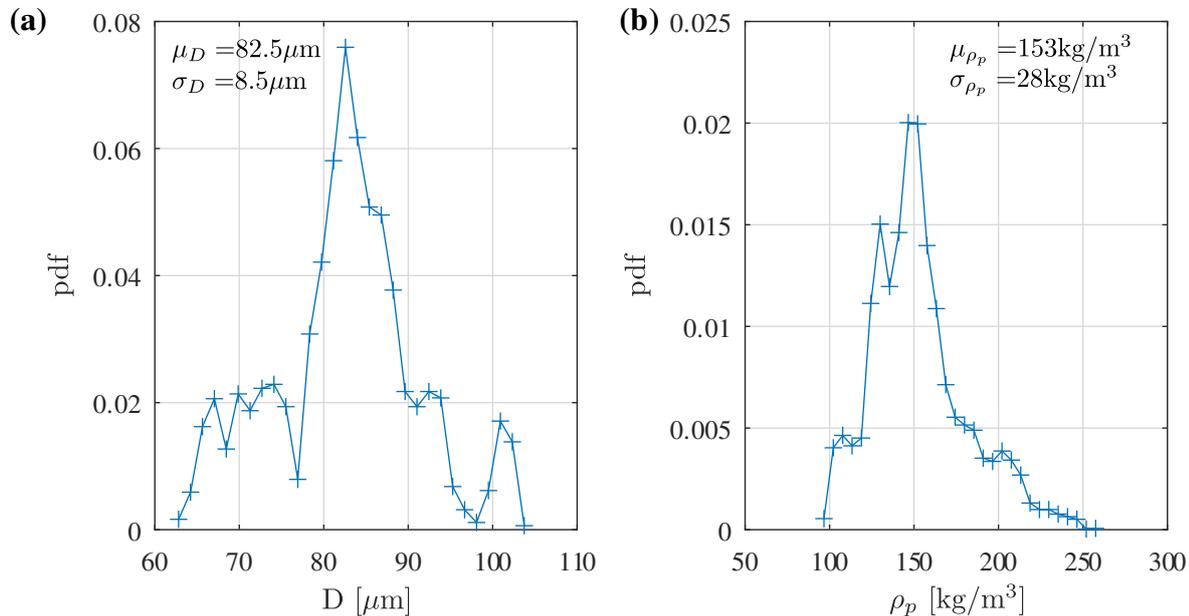


FIGURE 3.4 – Mesure directe des caractéristiques des particules. a) Distribution des diamètres corrigés (voir texte). b) Distribution de densité déduite de la relation 3.2.

La figure 3.4 compile les valeurs obtenues pour plus de 5000 particules sous forme de distribution. Suspectant une erreur systématique ayant tendance à sous-estimer la taille des billes du fait de l’incertitude de 1-2 px, précisons que les diamètres ont tous été corrigés de 5.5% (*i.e.* +1 px pour une particule de 90  $\mu\text{m}$ ). Cette valeur a été choisie de telle sorte que le diamètre moyen résultant corresponde à celui attendu soit 82.5  $\mu\text{m}$ . Notons que cette correction n’affecte que marginalement l’écart type associé  $\sigma_D = 8.5 \mu\text{m}$ , qui est en excellent accord avec la gamme de diamètres annoncée par le constructeur de  $D \in [75, 90] \mu\text{m}$ . Il s’agit de toute manière principalement d’une évaluation de la dispersion de densité que nous cherchons à estimer dans cette section. La densité moyenne résultante de  $\mu_{\rho_p} = 153 \text{kg}/\text{m}^3$  correspond tout de même à une différence significative par rapport aux 140  $\text{kg}/\text{m}^3$  annoncés. Le résultat principal des mesures réside donc dans la large dispersion  $\sigma_{\rho_p} = 28 \text{kg}/\text{m}^3$  de la densité des particules.

Ces observations expliquent pourquoi, lors des essais en hélium, la majorité des microsphères semblent “disparaître” de la zone de visualisation quelques secondes seulement après leur injection. En effet, pour un échantillon donné, seule une faible proportion des particules a un écart de densité négligeable par rapport à celle du bain, ce qui conduit donc la plupart des microsphères à couler ou à remonter à la surface. Ceci étant dit, cette dispersion présente aussi un avantage. La densité de l’hélium liquide étant comprise entre 125 et 148  $\text{kg}/\text{m}^3$  en fonction de la température de travail, il existera toujours une sous-population de l’échantillon dont la densité sera en très bonne adéquation avec celle du bain. De fait, quelles que soient les conditions de pression et de température, une partie non nulle des particules injectées dans l’écoulement restera en suspension dans la zone de visualisation. En pratique, nous avons convergé vers une procédure expérimentale empirique consistant à attendre  $\sim 30$  s après l’injection pour que les effets de sédimentation agissent comme un filtre ne conservant que les microsphères suffisamment iso-

denses. À condition d'en injecter suffisamment, on dispose donc d'un moyen fiable d'ensemencer l'écoulement. Précisons tout de même qu'à cause des effets collectifs au moment de l'injection, de la forme de la buse et de la vitesse initiale des particules sustentées dans le jet, toute prédiction quantitative du nombre de particules résultantes en fonction du temps d'attente après injection et du volume de particules injectées s'avère extrêmement délicate. En pratique, il nous est impossible de prédire la distribution des vitesses de sédimentation résiduelles en début de mesure et il est probable qu'elle ne soit pas tout à fait la même d'une injection à l'autre. Tous les résultats seront donc à interpréter à la lumière de cette dernière remarque. Enfin, notons que les particules finissent toujours au bout de 5 à 10 min par disparaître complètement de la zone de visualisation, probablement parce qu'elles finissent par se "coller" aux parois du cryostat (qui est un comportement classique et souvent rapporté par les expérimentateurs utilisant des particules dans l'hélium liquide [92]). Une nouvelle mesure commence donc généralement par une injection de particules suivie d'un délai de 30 s avant de débiter les enregistrements des caméras.

Pour finir, on va voir qu'on peut raisonnablement expliquer l'écart entre la densité moyenne annoncée et celle mesurée (puis corrigée). Puisque nous avons accès à la taille et à la densité de chacune des particules, on peut en déduire leurs épaisseurs  $e$  de coque (toujours dans l'approximation  $e \ll D$ ),

$$e = \frac{D \rho_p}{6 \rho_v}. \quad (3.4)$$

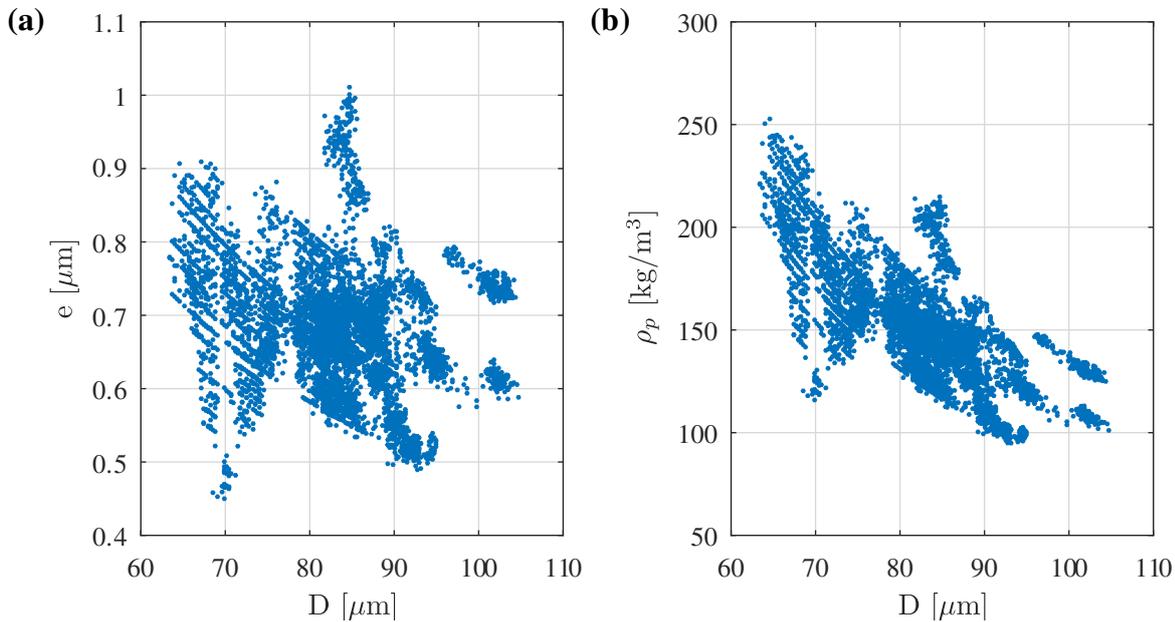


FIGURE 3.5 – Influence de l'épaisseur de la coque en verre des particules sur leur densité. a) Corrélation entre épaisseur et diamètre. Le nuage dispersé suggère que les deux variables sont relativement indépendantes. b) Corrélation entre densité et diamètre des particules. On identifie une tendance, les particules sont d'autant plus denses qu'elles sont petites comme suggéré par la relation 3.1 pour  $e$  indépendant de  $D$ .

Comme le montre la figure 3.5-a, il ne semble pas y avoir de corrélation entre le diamètre des billes et l'épaisseur de coque. La distribution de  $e$  est donc probablement le résultat de petites

fluctuations indépendantes de la taille des particules se produisant au cours du processus de fabrication (en première approximation, l'épaisseur moyenne est une constante indépendante de la taille). Ces fluctuations sont d'ailleurs responsables de l'observation de la figure 3.3, sur laquelle on voit des particules de même diamètre ayant des vitesses de chute très différentes. La conséquence directe de l'indépendance entre diamètre et épaisseur est présentée sur la figure 3.5-b. Les particules les plus petites ont tendance à être plus denses que les grosses. Ainsi, la taille moyenne des microsphères ayant une densité comprise entre 125 et 148 kg/m<sup>3</sup>, c'est-à-dire celles qui seront en suspension dans l'écoulement lors de nos mesures, doit être revue à la hausse et se trouve être plutôt de l'ordre de 86 µm.

Revenons à l'estimation de la densité moyenne des billes de 140 kg/m<sup>3</sup> fournie par le constructeur. Il semble probable qu'il n'ait pas utilisé la même méthode que celle que nous avons présentée pour la mesurer. Notre manière d'estimer la densité moyenne consiste à faire la moyenne des densités individuelles de chacune des particules. En effet, du point de vue du suivi de l'écoulement turbulent d'hélium, chaque particule a la même "importance", et c'est donc bien ce calcul de la densité moyenne, que l'on doit comparer à la densité du fluide, qui est le paramètre pertinent. En revanche, la valeur fournie par le constructeur, correspondant à la *TPD* (*True Particle Density*) est probablement calculée en faisant la somme des masses de toutes les particules divisée par la somme de leurs volumes, ce qui est bien la définition de la masse volumique d'un solide. Il en résulte qu'une particule d'un diamètre double (soit un facteur 8 sur le volume) aura une influence sur la moyenne environ 8 fois supérieure. Ceci tend donc à favoriser l'influence des grosses particules (dont on a vu qu'elles étaient en moyenne moins denses) dans le calcul de la moyenne. Puisque l'on a déterminé le diamètre et la densité de chaque particule, on peut pour chaque bille  $i \in [1, n]$  de diamètre  $D_i$  et de densité  $\rho_i$ , lui attribuer une masse  $m_i = \rho_i \frac{4}{3} \pi (\frac{D_i}{2})^3$  et un volume  $V_i = \frac{4}{3} \pi (\frac{D_i}{2})^3$ . On obtient alors une estimation de la *TPD* en calculant le ratio :

$$TPD = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n V_i}$$

En faisant l'application numérique avec le jeu de billes étudié, on estime  $TPD = 147 \text{ kg/m}^3$ . L'écart est donc réduit, mais plutôt que de le comparer à la valeur fournie par le fabricant, on peut procéder à une nouvelle mesure pour estimer plus directement la *TPD*. Pour ce faire, on se munit d'un récipient dont on connaît le volume  $V$  et la masse. On le remplit de billes et on s'assure qu'elles sont bien tassées. On mesure la nouvelle masse du récipient et on en déduit par soustraction celle des billes que l'on note  $m$ . La *TPD* est alors donnée par la formule  $TPD = 0.64 \frac{m}{V}$  où le facteur 0.64 correspond au coefficient de compacité (d'un empilement aléatoire de sphères rigides de même diamètre) pour tenir compte du volume réellement occupé par les billes (voir par exemple [96]). On obtient alors 145 kg/m<sup>3</sup> en meilleur accord avec l'estimation issue des mesures de vitesses de sédimentation. Le facteur correctif à appliquer sur les diamètres mesurés pour retrouver une *TPD* d'exactly 145 kg/m<sup>3</sup> est de 6.1% contre 5.5% pour retrouver  $\mu_D = 82.5 \text{ µm}$ . Ces considérations ne changent pas les conclusions principales sur la dispersion de la densité des particules.

### 3.2.4 Perspective, vers des particules de $D_2$ sphériques

Les deux méthodes mentionnées jusqu'ici pour ensemercer les écoulements d'hélium liquide, à savoir l'injection de microsphères de verre ou d'un mélange gazeux de  $D_2$  ou de  $H_2$  et d'hélium,

présentent des écueils. Les recherches de billes de verre plus petites menées au cours de la thèse n'ont pas abouti. Cependant, nous avons développé une nouvelle méthode prometteuse bien qu'encore à l'état de projet. On se propose dans cette courte section de décrire brièvement son fonctionnement et on invite le lecteur souhaitant plus de précision à se référer à l'article [95] reproduit en annexe C. Son principe repose sur la génération de gouttelettes de  $D_2$  liquide dans le ciel gazeux au-dessus du bain d'hélium. La tension de surface garantit alors la sphéricité des gouttes, qui est ensuite figée par leur solidification avant de traverser la surface d'hélium liquide. Pour ce faire, un réservoir tampon placé au-dessus du bain est maintenu à une température d'environ 22 K permettant de stocker le  $D_2$  sous forme liquide. Pendant le remplissage, la buse d'injection connectée sous le réservoir est suffisamment froide pour être naturellement scellée par un bouchon de  $D_2$  solide. En réchauffant l'orifice, le bouchon fond et le liquide peut alors s'écouler en formant un jet. Sous l'influence de l'instabilité de Rayleigh-Plateau, le jet va alors se fragmenter pour produire des gouttelettes sphériques dont le diamètre est de l'ordre de  $(2 \pm 0.25)D$  où  $D$  est le diamètre de la buse (différentes tailles de buses de forme conique ont été testées, la plupart des mesures ayant été réalisées pour un orifice de sortie de 20  $\mu\text{m}$ ). La fréquence de production des gouttes étant supérieure à 30 kHz, il serait alors possible d'ensemencer l'écoulement en quelques minutes avec des millions de particules. La buse étant équipée d'un transducteur piézoélectrique, une autre méthode a été testée, consistant à larguer les gouttes les unes après les autres en déclenchant des pulses réguliers de pression. Cela permet d'affiner la distribution des diamètres à  $(2 \pm 0.05)D$  mais à des fréquences de production beaucoup plus faibles, de l'ordre de 500-2000 Hz. Bien que les tests préliminaires aient été prometteurs, l'implémentation d'un tel système est encore à l'état de projet et ces méthodes n'ont donc pas été utilisées pour ensemencer l'écoulement lors des mesures de turbulence.

### Récapitulatif

- Les particules utilisées pour ensemencer l'écoulement sont des microsphères de verre recouvertes d'une fine couche d'argent pour les rendre opaques.
- On a caractérisé expérimentalement leurs propriétés. Leur densité est largement distribuée  $\rho_p = 153 \pm 27 \text{ kg/m}^3$ , ce qui explique que la plupart des particules injectées dans l'écoulement d'hélium coulent ou remontent à la surface en quelques secondes. La distribution de diamètre des particules ayant une densité comprise entre 125 et 148  $\text{kg/m}^3$  est de l'ordre de  $D = 86 \pm 7 \mu\text{m}$ . Une estimation du temps caractéristique des particules (à partir de la relation 3.3), en considérant  $\rho_p = \rho_{He} = 147.8 \text{ kg/m}^3$  et  $\mu_{He} = 2.97 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  (les propriétés de l'hélium liquide à 2.3 K pressurisé à 1 bar), donne pour une particule de 86  $\mu\text{m}$ ,  $\tau_p \approx 20 \text{ ms}$ .
- Faute de mieux, les particules, puisqu'elles finissent systématiquement par coller aux parois au bout d'une dizaine de minutes, sont généralement réinjectées en début de chaque nouvelle mesure. Un délai de 30 s après injection est alors respecté pour "filtrer" les moins isodenses.

## 3.3 Visualisation et reconstruction des trajectoires de particules

Cette section est dédiée à la présentation des deux systèmes de visualisation utilisés pour étudier l'écoulement, ainsi qu'aux traitements numériques associés pour reconstruire les trajec-

toires des particules. La dernière partie décrit brièvement l’approche adoptée pour déduire, à partir des positions des particules le long de leurs trajectoires, leurs vitesses et accélérations.

### 3.3.1 Système 3D

Ce premier dispositif permet de reconstruire les trajectoires tridimensionnelles des particules dans un grand volume d’environ  $80 \times 80 \times 80 \text{ mm}^3$ , offrant ainsi une description complète de l’écoulement à grande échelle. Le système nous a été prêté par le laboratoire de physique de l’ENS de Lyon, dont nous avons également bénéficié de l’expertise. Mis en place tardivement, du fait des plannings des différents acteurs et de la disponibilité de l’expérience, nous n’avons pu réaliser qu’une seule journée de mesures, qui nous a permis d’acquérir une dizaine de runs, exclusivement en He II à 30 mbar (1.98 K), dont quatre ont pu être exploités. Pour autant, les informations 3D ainsi obtenues, que nous présenterons dans la section suivante, nous ont permis de caractériser les propriétés aux grandes échelles de l’écoulement.

La présentation détaillée du fonctionnement de l’écosystème numérique permettant la reconstruction des trajectoires à partir des images acquises avec ce système n’est pas le sujet central de ce manuscrit et on se contentera de lister les points clés du processus de traitement. Pour une description exhaustive, nous renvoyons le lecteur à la section 3.3.7 de la thèse de Geneste [58] (rédigée en français).

#### 3.3.1.1 Montage en configuration 3D sur OGRES

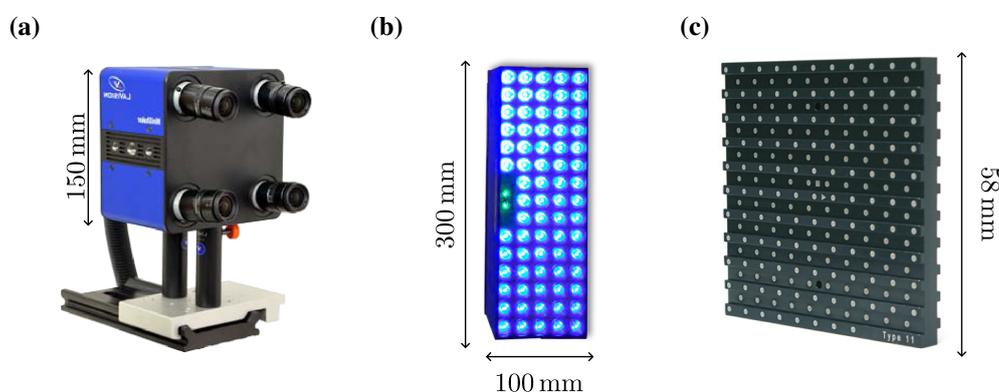


FIGURE 3.6 – Kit LaVision utilisé pour les mesures 3D. a) Boîtier 3D (“MiniShaker”) équipé de 4 caméras. b) Panneau de 72 LED (“LED-Flashlight 300 blue”) de 300 W de puissance lumineuse. c) Mire de calibration “058-5-1”.

Le kit que nous avons utilisé est présenté sur la figure 3.6. Il est exclusivement composé d’éléments développés par l’entreprise LaVision. L’organe d’acquisition des images, le “Mini-Shaker” (voir figure 3.6-a), est un boîtier comprenant quatre caméras pré-alignées. L’utilisation de multiples points de vue pour scruter l’écoulement sous divers angles permet, en principe, de retrouver la position 3D des particules par triangulation à partir d’informations 2D. L’avantage de disposer de quatre caméras plutôt que deux est principalement d’augmenter la redondance, ce qui permet de limiter les erreurs et les interruptions de trajectoires. Ce point revêt une importance particulière lorsque la densité de particules est élevée, puisque les croisements de trajectoires de particules projetées sur les image 2D sont fréquents. La résolution de chacune

des 4 caméras est de  $1216 \times 1000 \text{ px}^2$  pour un facteur d'échelle résultant de  $64.4 \mu\text{m}/\text{px}$  avec les optiques utilisées. La fréquence d'acquisition est fixée à 220 Hz. La mémoire vive des caméras permet de stocker 29000 images 16 bits pour une durée totale de l'enregistrement d'un peu plus de 2 min. Le temps intégral de l'écoulement attendu étant de l'ordre de la seconde, on assure ainsi la convergence des statistiques. Les plus grandes vitesses attendues sont d'environ 100 mm/s, ce qui correspond à un déplacement d'environ un pixel toutes les 600  $\mu\text{s}$ . Pour limiter le flou de bouger, le temps d'exposition est ainsi fixé à 200  $\mu\text{s}$ . L'ouverture des diaphragmes pour régler la profondeur de champ de chacune des caméras est ajustée empiriquement de manière à obtenir un volume pseudo-cubique d'environ 80 mm de côté.

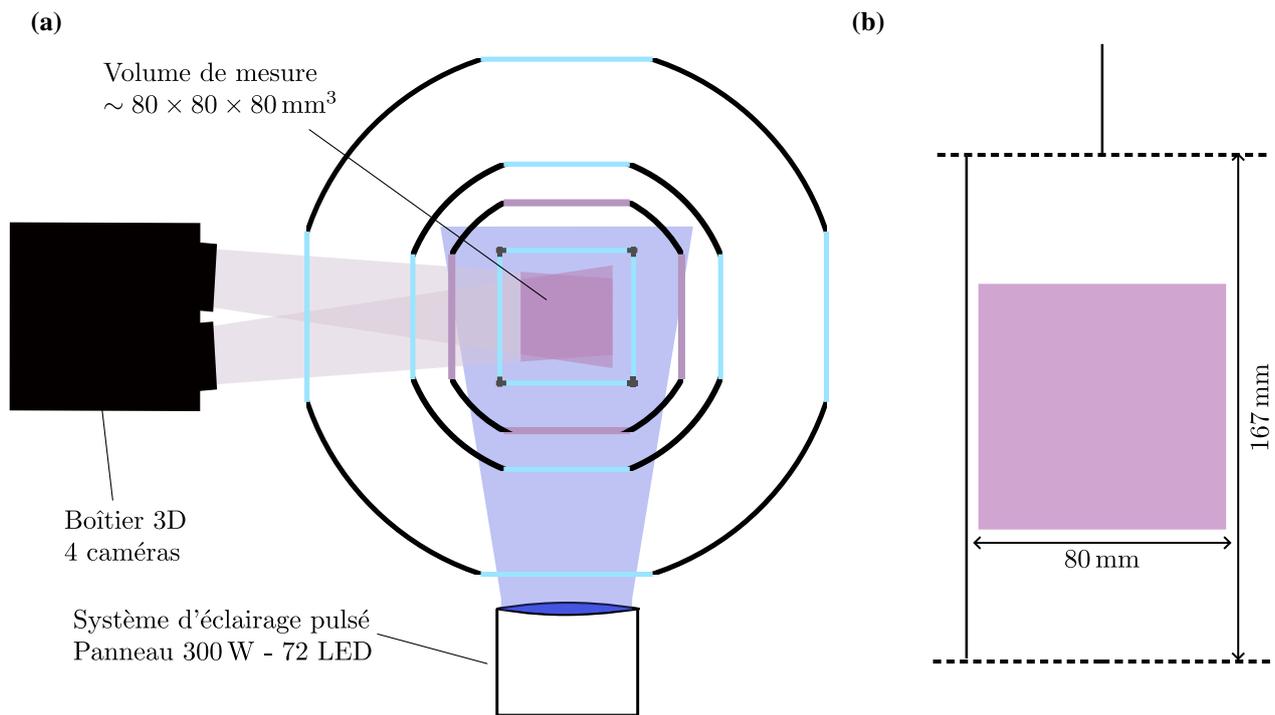


FIGURE 3.7 – Détail du montage du dispositif 3D autour de OGRES. a) Vue de dessus. Le boîtier 3D est synchronisé avec le panneau de LED pulsé. Une estimation du volume de mesure au cœur du tunnel de confinement est représentée par le croisement des deux faisceaux de visualisation des caméras. b) Vue de face des doubles grilles. La zone violette délimite le volume de mesure.

Contrairement au montage précédemment décrit pour mesurer la vitesse de sédimentation des particules dans l'air, ce dispositif n'est pas conçu pour être utilisé dans une configuration de rétro-éclairage dans laquelle on éblouit directement l'objectif de la caméra et on filme les ombres des particules. L'idée est plutôt d'illuminer les particules et de réceptionner sur les caméras la lumière réfléchie. Le panneau de LED, "LED-Flashlight 300 blue" (voir figure 3.6-b), qui assure cette tâche, est composé de 72 sources réparties sur une surface de  $300 \times 100 \text{ mm}^2$  pour une puissance lumineuse émise d'environ 300 W pulsés. L'angle d'ouverture du faisceau résultant est de l'ordre d'une dizaine de degrés. L'interaction de la lumière avec les particules résulte en

la formation de taches captées par les caméras qui apparaissent plus étalées que le diamètre des particules, sur environ 3 px (voir figure 3.8). L'agencement autour du cryostat des différents éléments est illustré sur la figure 3.7.

Une fois le boîtier 3D et l'éclairage correctement positionnés, il est crucial de calibrer le système pour garantir que les quatre caméras fonctionnent de manière cohérente en définissant un repère commun. Pour ce faire, on positionne une mire de calibration 3D, modèle "058-5-1" (voir figure 3.6-c), au centre du volume de mesure. Cette mire est crénelée, répartissant les marqueurs sur deux plans distincts. Chaque caméra enregistre alors une image de référence. Ces images sont ensuite utilisées par le logiciel LaVision pour initialiser l'Optical Transfer Function (OTF). L'OTF décrit comment une particule ponctuelle serait représentée sur les images capturées par les caméras en tenant compte de toutes les aberrations optiques sur le trajet.

Pour ce faire, le logiciel compare les positions théoriques des marqueurs (qui sont référencées selon les modèles de mire) avec leur position réelle sur les images capturées. Cette comparaison permet d'ajuster les paramètres libres de l'OTF pour corriger les distorsions (induites par exemple par les lentilles des objectifs ou tout autre interface le long du trajet entre les caméras et la zone de mesure).

Cette phase est particulièrement délicate dans un montage cryogénique comme OGRES puisqu'il faut pouvoir retirer la mire une fois la calibration effectuée. Au vu des contraintes géométriques du cryostat, nous n'avons pas pu calibrer le système en positionnant directement la mire dans le bain d'hélium liquide. Nous avons opté pour un protocole plus simple consistant à procéder à la calibration à température ambiante plusieurs jours avant le début des essais en comptant sur l'étape d'auto-calibration pour compenser la faible variation d'indice optique entre l'hélium liquide et l'air (de l'ordre de 1.028 contre 1). On commence donc par positionner la mire à mi-hauteur entre les grilles, puis on referme le cryostat pour que toutes les interfaces des hublots soient prises en compte dans la calibration. Pour obtenir une image de calibration suffisamment contrastée, l'éclairage se faisant par l'accès situé à  $90^\circ$  par rapport au boîtier 3D, la cible ne fait pas directement face aux caméras, mais elle est inclinée d'un angle d'environ  $20^\circ$  vers le panneau de LED (ce qui explique le positionnement des caméras sur la figure 3.8-b). On démonte alors le cryostat côté éclairage pour récupérer la mire, puis on remonte le cryostat et on refixe l'éclairage. Ainsi, pour cette étape, le démontage et l'extraction de la mire se font en déposant le système d'éclairage, que l'on remonte au mieux, le positionnement n'étant pas critique du fait de la divergence importante du faisceau de lumière.

#### 3.3.1.2 Reconstruction des trajectoires

La première étape correspond à l'auto-calibration mentionnée précédemment. Elle vise à optimiser la fonction de transfert optique (OTF) prédéfinie durant la phase de calibration pour minimiser les erreurs de détections 3D des particules. Pour ce faire, l'algorithme commence par identifier une particule vue sur chacune des 4 caméras (par construction successive de lignes épipolaires que l'on ne détaillera pas). En positionnant le barycentre de cette particule sur chacune des images 2D, connaissant la position des caméras et en utilisant le modèle d'OTF issu de la calibration, on peut alors tracer 4 rayons (ou lignes de vue) émanant des 4 centroïdes depuis le capteur de chaque caméra vers le volume de mesure. Si la calibration était parfaite et s'il n'y avait aucun bruit de mesure, ces 4 rayons devraient alors tous se couper en un unique point de l'espace correspondant au centre de la particule sphérique. Évidemment, en pratique, ce n'est pas le cas, mais on peut tout de même définir, à partir de ce tracé, une position

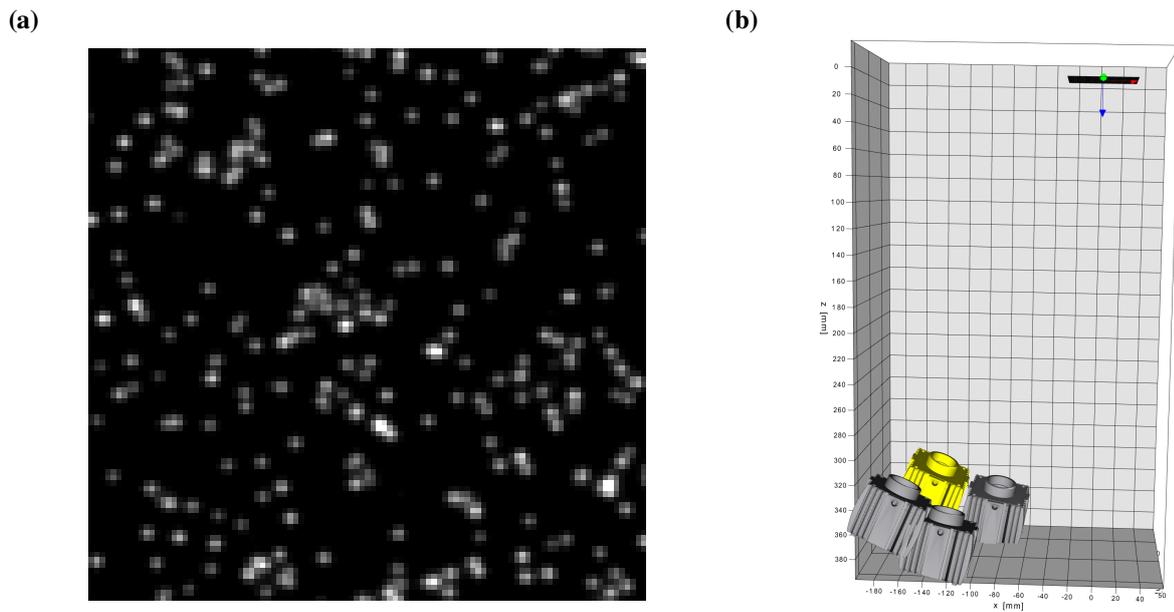


FIGURE 3.8 – a) Détail ( $100 \times 100 \text{ px}^2$ ) d’une image brute obtenue avec le dispositif 3D. Les amas de pixels blancs correspondent aux tâches lumineuses réfléchies par les particules. Ils s’étalent sur environ 3-4 px. b) Positionnement des caméras déduit par l’algorithme de LaVision à partir de l’image de la mire acquise par les 4 caméras. L’angle d’environ  $21^\circ$  correspond à la légère inclinaison de la mire en direction du panneau de LED pour qu’elle apparaisse suffisamment contrastée sur les images.

optimale de la particule en minimisant sa distance à chacun des 4 rayons. En re-projetant alors la position 2D de cette particule optimale sur les capteurs des caméras, on peut définir une erreur correspondant à la distance de la position optimale à celle détectée. L’opération est répétée sur des milliers de particules et l’algorithme peut alors ajuster localement l’OTF pour minimiser l’erreur. En procédant itérativement, l’écart type de l’erreur résiduelle est compris entre 0.2 et 0.3 px pour chacune des 4 caméras. L’étape suivante consiste à reconstruire les images 3D des particules (reconstruction tomographique) pour chacun des 29000 instants composant le run. Lors de cette phase, le modèle de positionnement des caméras et l’OTF sont considérés comme acquis et le volume de mesure associé est découpé en cellules (ou voxel) auxquelles on associe une intensité. L’algorithme se base alors sur une méthode itérative pour ajuster la valeur d’intensité de chacun des voxels afin que la projection 2D de l’image 3D résultante sur chacune des caméras approxime au mieux les répartitions 2D d’intensité mesurées sur les images. La résolution de ce problème inverse n’admettant pas une unique solution, elle peut donner naissance à des particules fictives dites *particules fantômes*. La dernière étape permet enfin de reconstituer les trajectoires des particules à partir des images 3D construites à l’étape précédente. Pour ce faire, l’algorithme commence par détecter la position des centroïdes des particules sur quelques instants. Les trajectoires sont ensuite initialisées naïvement à partir de ces premières positions et la phase prédictive peut débuter. L’algorithme prédit alors la position future la plus probable des particules à l’instant suivant. Par “shaking” de la prédiction, c’est-à-dire en la déplaçant dans un certain volume, il tente alors de retrouver sur l’image 3D la “vraie” position de la particule pour poursuivre ou non la trajectoire. En plus de l’étape de

“shaking” qui donne son nom à la méthode (“Shake The Box”), l’originalité de cette approche réside aussi dans le fait que les particules ainsi détectées sont alors “effacées” de l’image 3D pour ne pas polluer la poursuite des autres trajectoires (et donc, en quelque sorte, dé-densifier l’image en particules).

Pour conclure, la figure 3.9 illustre les trajectoires turbulentes 3D ainsi obtenues à l’issue du traitement.

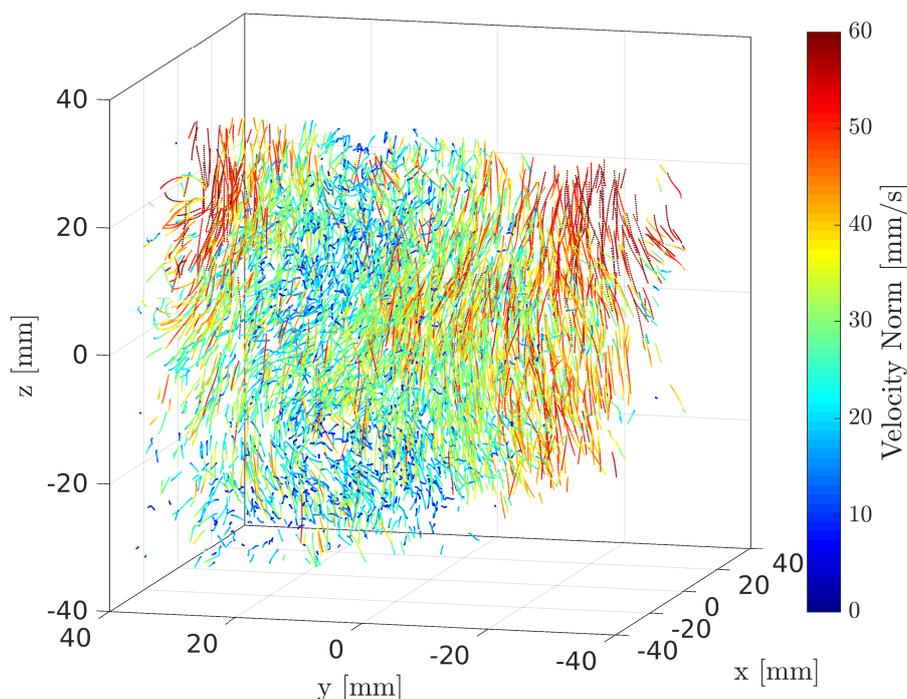


FIGURE 3.9 – Exemple de trajectoires turbulentes 3D dont la vitesse représentée en couleur a été calculée par convolution par un noyau gaussien dérivateur (voir section 3.3.3). Les paramètres de filtrage sont  $n_f = 4$  instants et  $L_f = 3n_f$ . Une fois les vitesses calculées pour chacune des trajectoires, on a collecté les informations de positions et de vitesses sur un segment temporel arbitrairement long (de 40 instants) pour représenter chaque particule à sa position correspondante dans un volume 3D par un point de couleur choisie en fonction de la norme de sa vitesse instantanée.

### 3.3.2 Système $2 \times 2D$

Le système  $2 \times 2D$  permet à partir de 2 caméras synchronisées et positionnées à  $90^\circ$  l’une de l’autre, d’acquérir des images de l’écoulement à plus petite échelle et à plus haute fréquence qu’avec le système 3D (d’un facteur 3 sur l’espace et plus de 10 sur le temps). Une cinquantaine de runs ont été acquis avec ce dispositif en He I (à 2.3 K) et en He II (à 2 températures, 1.6 K et 1.98 K) pour une large gamme d’amplitudes et de fréquences d’oscillation des grilles. Cette base de données permettra par la suite de mener à la fois une étude détaillée de l’écoulement en fonction de l’intensité du forçage ainsi qu’une étude comparative He I/He II.

### 3.3.2.1 Montage en configuration $2 \times 2D$ sur OGRES

Dans ce montage, les images sont capturées par 2 caméras, une Phantom V311 et une Photron Fastcam SA5. Comme illustré sur la figure 3.10, elles sont disposées à  $90^\circ$  l'une de l'autre et bénéficient chacune d'un des 4 accès optiques du cryostat. L'éclairage est assuré par deux LEDs rouges (625 nm) pseudo-collimatées (faiblement divergentes) qui éblouissent chacune l'objectif d'une des deux caméras depuis les deux accès optiques restants (montage type "ombroscopique"). Du côté de la Photron, l'objectif utilisé est un microscope longue distance Infinity Model K2/SC<sup>TM</sup> dont la distance de travail est suffisante pour positionner l'ensemble caméra/objectif à une dizaine de centimètres du hublot de l'enceinte à vide. Du côté de la Phantom, nous avons fait le choix de ne pas utiliser d'objectif classique du commerce. Le capteur est utilisé à "nu" et est simplement protégé par un bouchon percé en son centre sur lequel on a fixé une lame de verre. Le grossissement est assuré par une lentille convergente plano-convexe de focale  $f = 200$  mm de 38.1 mm (1.5 inch) de diamètre. Pour obtenir un grossissement  $\gamma$ , l'application des relations de trigonométrie usuelle dans le cadre de l'optique géométrique et pour des lentilles minces permet de montrer qu'il suffit de positionner la lentille à une distance  $d_o = f(\gamma - 1)/\gamma$  de la zone de mesure et le capteur de la caméra à une distance  $d_i = f(\gamma - 1)$ . En pratique, il faut aussi prendre en compte les différents indices de réfraction des interfaces associées à chacun des hublots (verre et saphir) et ajuster les distances en conséquence. Au final, les deux montages permettent d'obtenir la même taille de champ d'environ  $17 \times 17$  mm<sup>2</sup> sur une résolution de  $800 \times 800$  px<sup>2</sup>. Plus exactement, les facteurs d'échelle estimés sont de  $20.4 \mu\text{m}/\text{px}$  pour la Phantom et de  $20.7 \mu\text{m}/\text{px}$  pour la Photron. Les profondeurs de champ de chacun des dispositifs peuvent être ajustées. Le microscope longue distance dispose d'un diaphragme directement intégré dont on peut régler l'ouverture de manière continue. Du côté du montage de la Phantom, un diaphragme similaire est installé au foyer de la lentille convergente. Contrairement au système précédent dans lequel l'acquisition des images d'un run est faite en un seul bloc continu, ce montage pouvant enregistrer des images à très haute fréquence (3000 Hz), il est alors préférable de découper les runs en segments. En laissant un délai suffisant entre deux segments, c'est-à-dire plus long que le temps de corrélation de la turbulence qui est typiquement de l'ordre d'une seconde, on peut considérer que chacun des segments a sondé une réalisation indépendante de l'écoulement. Avec cette approche et à condition d'avoir suffisamment d'échantillons, on assure une meilleure convergence statistique que si l'on avait acquis le même nombre d'images de manière continue. En pratique, les caméras sont reliées à un générateur de signaux (type GBF) qui déclenche l'acquisition synchronisée des segments par l'émission, à intervalle régulier de 2.08 s, de 600 pulses à 3000 Hz. La Phantom enregistre alors une image pour chacun des 600 pulses. La Photron enregistre elle aussi une série de 600 images à 3000 Hz après réception du premier pulse mais en se basant sur son horloge interne. Les 2 caméras ne sont donc pas parfaitement synchronisées mais en pratique le décalage temporel entre deux images des deux caméras est imperceptible (inférieur au temps qui sépare l'acquisition de deux images successives). Au vu de la résolution fixée, la mémoire vive des caméras permet de stocker 11400 images 8 bits soit 19 segments. La durée totale du run est donc de  $\approx 38$  s. Avec cette nouvelle configuration (grossissement trois fois plus grand), une particule ayant une vitesse de 100 mm/s se déplacerait d'un pixel en 200  $\mu\text{s}$ . Le temps d'exposition est donc fixé à 20  $\mu\text{s}$  pour limiter le flou de bouger à moins d'un dixième de pixel. Dans ces conditions, la puissance des LEDs n'est jamais réglée à son maximum et est généralement fixée à  $\sim 200$  mW (elle peut être légèrement réajustée au cours des essais quand trop de particules sont "collées" sur les parois ce qui obscurcit l'image). Cette configuration type rétro-éclairage permet donc

de largement réduire la puissance lumineuse comparée au dispositif précédent (de plus d'un facteur 1000 alors même qu'on a réduit le temps d'exposition d'un facteur 10).

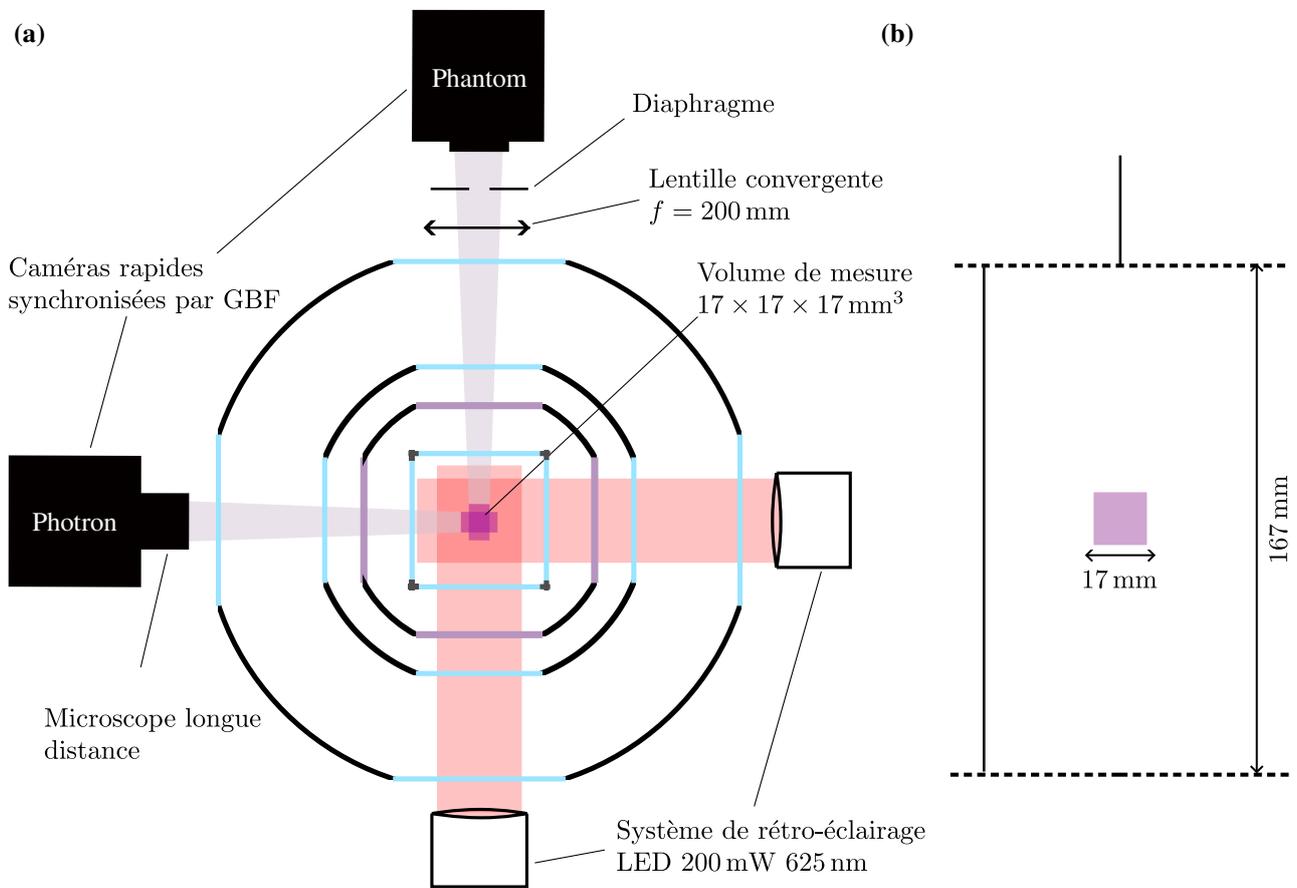


FIGURE 3.10 – Détail du montage du dispositif  $2 \times 2D$  autour de OGRES. a) Vue de dessus. Une estimation du volume de mesure au cœur du tunnel de confinement est représentée par le croisement des deux faisceaux de visualisation des caméras. b) Vue de face des doubles grilles. La zone violette délimite le volume de mesure.

L'inconvénient principal de l'approche par rétro-éclairage réside dans l'ambiguïté de définition de la profondeur du volume de mesure associé à chacune des caméras. Lorsqu'une particule se trouve dans la profondeur de champ d'une caméra, son ombre apparaît comme un disque noir contrasté, de diamètre identique à celui de la microsphère. Lorsqu'elle quitte cette zone, son image devient floue et s'élargit, réduisant ainsi son contraste jusqu'à la rendre totalement invisible. Ce processus de défocalisation s'étend sur plusieurs millimètres et rend donc difficile la discrimination précise des particules aux frontières de la zone de netteté.

La figure 3.11-a illustre cette ambiguïté directement sur une image des particules dans l'écoulement. Certaines particules apparaissent clairement contrastées à la taille attendue, indiquant qu'elles sont dans la zone de netteté. D'autres sont trop étalées et peu contrastées, ce qui suggère qu'elles sont clairement en dehors de la zone de netteté. Cependant, une autre population, composée de particules dont la taille apparente semble correspondre à celle attendue mais pour des particules moins foncées, complique la discrimination.

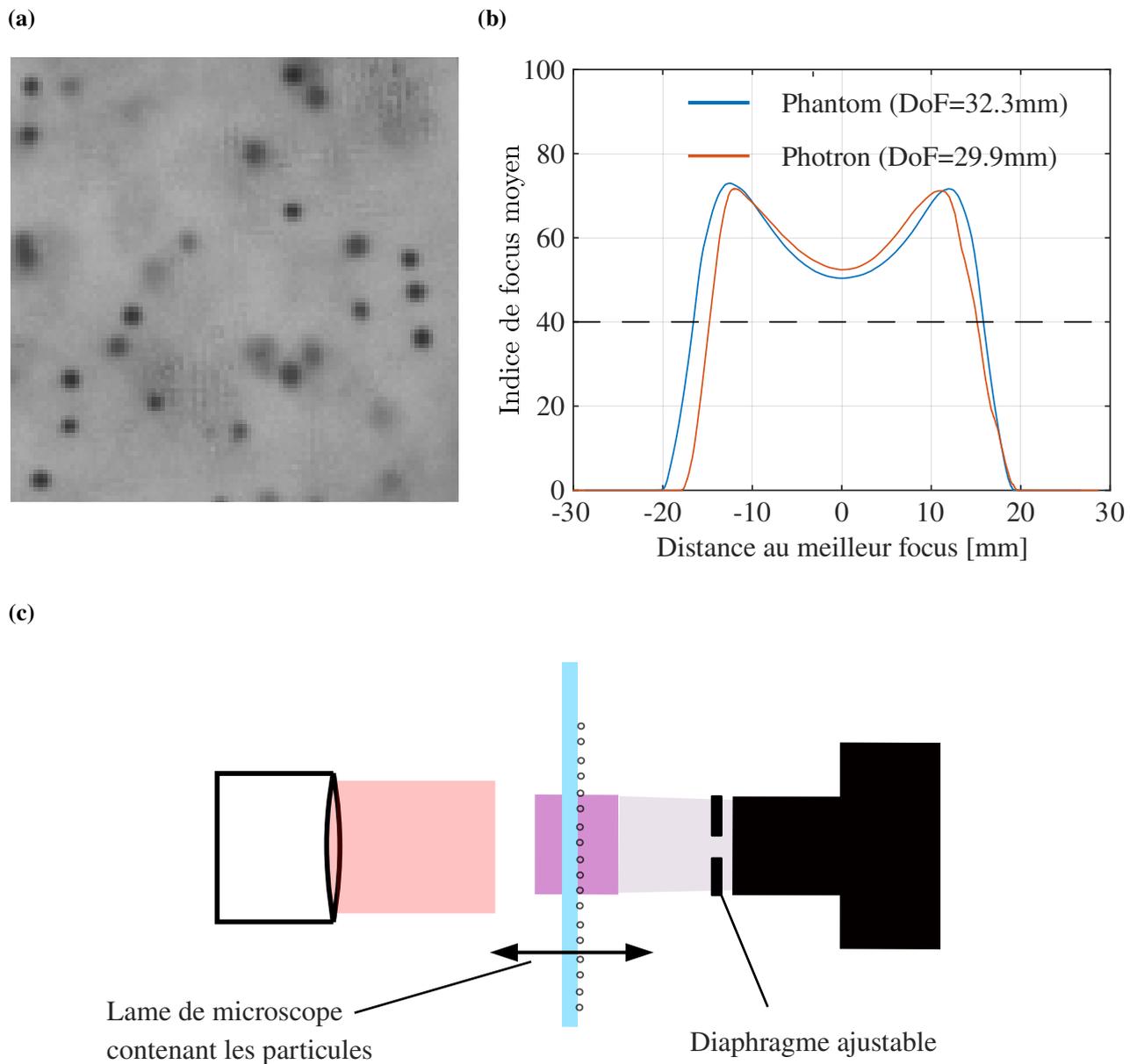


FIGURE 3.11 – Calibration de la profondeur de champ des caméras. Pour un montage optique donné, la valeur de l'ouverture du diaphragme impose la profondeur de champ. a) Image brute de l'écoulement acquise par la Phantom (100 × 100 px<sup>2</sup>). b) Mesure de la profondeur de champ (notée "DoF" pour *Depth of Field* dans la légende) des caméras en utilisant l'indice de focus issu de Helmi et Scherer [97]. c) Montage de mesure de la profondeur de champ. La lame de verre recouverte de particules peut être déplacée à vitesse constante d'avant en arrière face à l'objectif de la caméra.

Il est donc délicat de définir précisément l'extension spatiale de la profondeur du domaine scruté par les caméras, car elle sera forcément déterminée par la sensibilité de l'algorithme de détection utilisé pour identifier les particules. Pour fixer une valeur objective, nous avons

tout de même développé une méthode empirique de mesure, dans des conditions contrôlées, de la profondeur de champ associée à une ouverture de diaphragme donnée. Par conditions contrôlées, on entend des conditions optimales d'éclairage uniforme et non celles des essais en hélium au cours desquels la qualité globale des images se dégrade du fait de l'accumulation de particules qui se collent sur les hublots et les parois du tunnel de confinement au fur et à mesure des runs. Lorsque l'éclairage est uniforme, on peut définir un indice de netteté permettant de quantifier le degré de focalisation d'une particule. C'est d'ailleurs cette méthode qui a été utilisée précédemment pour caractériser les propriétés des particules à partir de leur vitesse de sédimentation. En discriminant les particules suffisamment focalisées, on a pu s'assurer que leur diamètre apparent sur les images est représentatif du vrai diamètre de la particule (bien qu'il reste  $\sim 1-2$  px d'incertitude).

Le montage permettant de mesurer la profondeur de champ est présenté sur la figure 3.11. Il consiste à déposer des particules sur une lame de verre fixée sur un rail mobile dont on peut contrôler le déplacement à vitesse constante, permettant ainsi d'associer la distance des particules à la caméra pour chaque image. En pratique, le système utilisé au laboratoire est un pousse-seringue électrique. Cela permet de faire varier continûment la position des particules et de les filmer pour étudier leur contraste lorsqu'elles entrent et sortent de la profondeur de champ. Sur chaque image, les particules sont détectées et on leur associe un indice de netteté.

L'approche la plus naturelle pour définir ce genre d'opérateur est basée sur le calcul des gradients spatiaux de l'image pour détecter les changements brusques d'intensité entre différentes régions spatiales qui sont caractéristiques des images nettes. D'autres méthodes basées sur des calculs de dérivée seconde, de transformée en ondelettes ou de descripteurs statistiques complètent la palette d'outils mis au point dans la littérature. Pertuz, Puig et García [98] ont recensé et comparé les performances d'une vingtaine de ces opérateurs pour les tester dans différentes situations. Ils ont aussi proposé en libre accès les codes MATLAB permettant de tester facilement chacune des méthodes listées dans leur article. L'opérateur que nous avons retenu a été proposé par Helmlí et Scherer [97]. Il est basé sur une observation statistique simple : la variance de la distribution d'intensité  $I$  des pixels est plus importante sur une image nette que sur une image floue. L'idée est donc d'isoler une petite zone carrée de  $n_c \times n_c$  px<sup>2</sup> englobant la particule et de calculer pour chaque pixel  $(x_i, y_j)$  de la zone le rapport suivant :

$$R(x_i, y_j) = \begin{cases} \frac{I(x_i, y_j)}{U^w(x_i, y_j)} & \text{si } I(x_i, y_j) > U^w(x_i, y_j) \\ \frac{U^w(x_i, y_j)}{I(x_i, y_j)} & \text{si } I(x_i, y_j) < U^w(x_i, y_j) \end{cases}$$

où  $U^w(x_i, y_i)$  correspond à la moyenne des intensités dans une région carrée centrée en  $(x_i, y_i)$  de côté  $2w + 1$  :

$$U^w(x_i, y_j) = \frac{1}{(2w + 1)^2} \sum_{m=i-w}^{i+w} \sum_{n=j-w}^{j+w} I(x_m, y_n)$$

L'indice de focus  $FI$  associé à la particule est ensuite calculé en faisant la moyenne des  $R(x_i, y_j)$  dans la zone englobant la particule :

$$FI = \frac{1}{n_c^2} \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_c} R(x_i, y_j)$$

En estimant l'indice de focus moyen des particules pour une distance de la lame donnée, on peut ainsi déterminer objectivement la distance à laquelle l'indice s'effondre indiquant que la lame est sortie de la zone de netteté. La figure 3.11 présente les profondeurs de champ ainsi estimées, associées à chacun des montages optiques des caméras utilisées pour les mesures  $2 \times 2D$ . La profondeur résultante (notée "DoF" pour *Depth of Field* sur la figure 3.11-b) d'environ 30 mm, et les ouvertures de diaphragme réglées en conséquence, ont été choisies pour pouvoir superposer les deux volumes de mesure tout en autorisant une marge d'erreur de quelques millimètres. Comme mentionné précédemment, lors du traitement des images de particules en conditions réelles en hélium, et en raison de la dégradation continue du fond de l'image, cette méthode n'est malheureusement pas suffisamment robuste pour discriminer de manière infaillible si une particule se trouve ou non dans la profondeur ainsi définie. En particulier, certaines particules que l'on sait parfaitement focalisées peuvent être considérées comme floues par l'indice de focus, car elles ne sont pas suffisamment contrastées par rapport à la valeur locale du fond de l'image, qui devient de plus en plus inhomogène à mesure que des particules se collent aux hublots. Ainsi, nous avons abandonné l'utilisation de l'approche par mesure de l'indice de focus des particules pour la reconstruction des trajectoires. Cette mesure de la profondeur de champ n'est donc pas absolue et ne garantit pas que toutes les particules détectées lors des essais en hélium se trouvent rigoureusement dans la profondeur estimée. Elle permet tout de même une certaine objectivisation du choix de l'ouverture du diaphragme et une harmonisation entre les deux caméras.

Finissons par présenter la méthode utilisée pour centrer les deux champs de vision des caméras. Cette étape présente les mêmes contraintes que la calibration avec la mire du dispositif 3D, à la différence que, cette fois, on ne peut pas imaginer ouvrir le cryostat pour récupérer la cible avant de commencer le transfert d'hélium. En effet, cela était possible avec le système 3D car le panneau de LED pouvait facilement être démonté puis replacé sans qu'une erreur de repositionnement affecte la qualité de la mesure. Cette fois, il est irréaliste de penser que l'on puisse démonter l'une des deux caméras après avoir pris l'image de calibration pour récupérer la cible et ensuite la replacer exactement à la même position. Nous avons donc opté pour une autre solution consistant à suspendre une bille de diamètre calibré de 6 mm directement dans le cryostat depuis le presse-étoupe prévu pour insérer la canne de transfert afin de l'utiliser comme mire amovible. La bille est positionnée au centre du tunnel de confinement entre les deux grilles (voir figure 3.12-a) puis le cryostat est refermé. On peut ensuite monter les éclairages et caméras sur leurs rails à déplacements micrométriques respectifs et ajuster leur position pour que les caméras visent chacune le centre de la sphère. On ouvre alors complètement les diaphragmes pour que chaque dispositif ait la plus petite profondeur de champ possible et on fait la mise au point sur le contour de la bille. C'est à cette étape que les deux images de calibration sont enregistrées (voir figure 3.12-b-c). On peut ensuite refermer les diaphragmes pour que les profondeurs de champ retrouvent leurs valeurs de  $\sim 30$  mm et retirer la bille pour débiter le transfert hélium.

### 3.3.2.2 Algorithme de reconstruction des trajectoires

Le système  $2 \times 2D$  permet d'acquérir des images synchronisées à 3000 fps qui sont des projections de volume  $17 \times 17 \times 30 \text{ mm}^3$  selon des axes perpendiculaires. Malgré plusieurs tentatives et des efforts considérables durant la phase de montage et de calibration, nous n'avons pas réussi à partir de ces images à reconstruire les trajectoires 3D des particules vues par les deux caméras. Contrairement au boîtier de LaVision qui est équipé de quatre caméras permettant

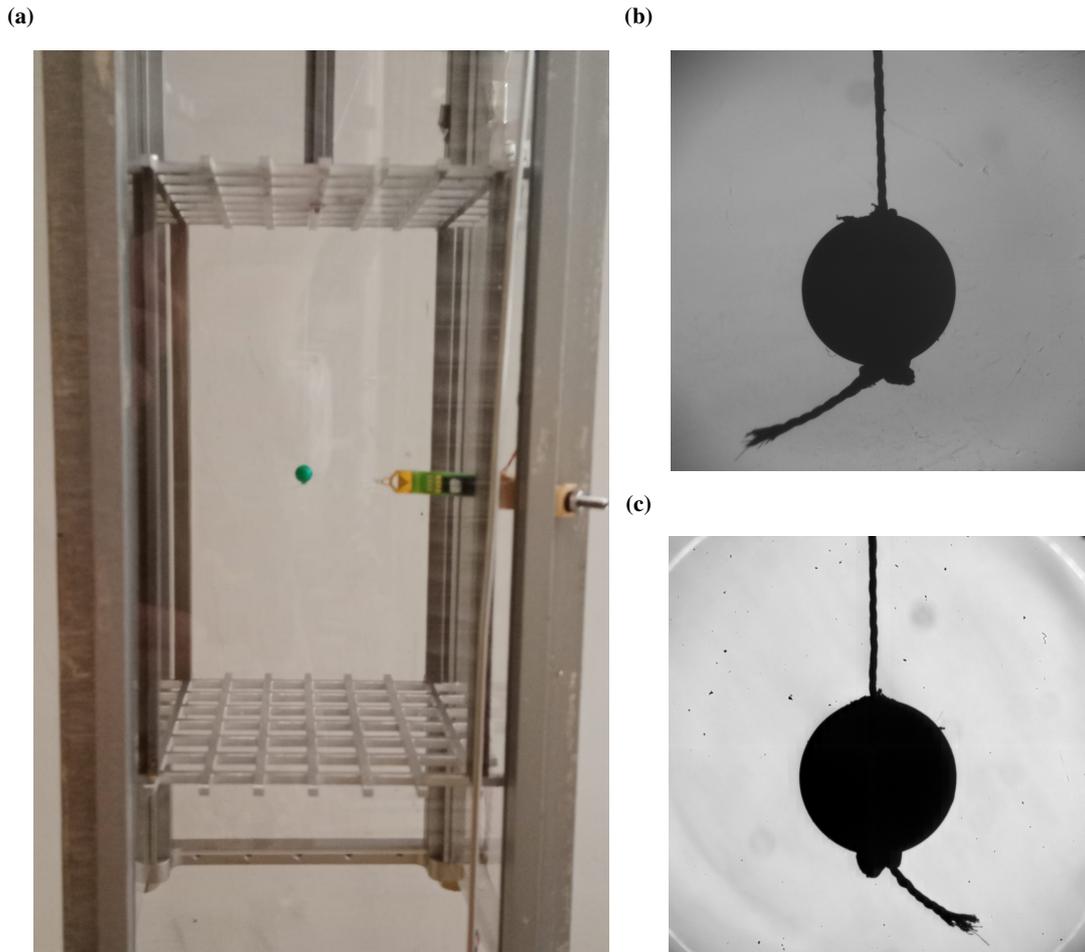


FIGURE 3.12 – Méthode de calibration du champ des deux caméras en faisant la mise au point sur une bille de 6 mm suspendue entre les 2 grilles. a) Cryostat ouvert, positionnement de la bille au cœur de l’écoulement. Le microcantilever (prêté par l’ENSL), visible sur la partie droite de l’image, a donné des résultats compatibles avec nos mesures de suivi de particules. Ces résultats préliminaires ne seront toutefois pas présentés dans le cadre de cette thèse. b) Image de la bille une fois le cryostat refermé avec la Phantom. c) Idem mais avec la Photron.

une redondance essentielle pour la reconstruction optimale des trajectoires 3D, notre système à deux caméras s’est avéré trop incertain pour les niveaux de concentration de particules étudiés. Faute de mieux, nous nous sommes donc limités à la reconstitution 2D des trajectoires de chacune des caméras (d’où le nom donné au système, “ $2 \times 2D$ ”).

Pour ce faire, notre approche se décompose en deux phases : la détection de la position des centroïdes des particules, puis l’association des centroïdes image par image pour former les trajectoires. On se propose dans ce qui suit de détailler les différentes étapes de chacune de ces deux phases.

Pour détecter des objets en mouvement sur une image, la méthode classiquement utilisée dans la littérature tire profit d’une considération élémentaire : la soustraction de l’arrière-plan, puisqu’il est fixe, permet de faire ressortir les zones animées. Dans notre contexte, pour détacher les amas de pixels associés aux particules (qui sont noires sur fond blanc), on peut donc soustraire l’image contenant les particules à une image de l’arrière-plan prise avant l’injection

des particules. Le résultat de ce processus est une nouvelle image sur laquelle les amas de pixels associés aux particules initialement noires sont devenus blancs et se détachent clairement du fond initialement blanc devenu noir. On applique ensuite un seuillage pour ne conserver que les pixels suffisamment intenses pour être considérés comme appartenant à une particule bien contrastée, en mettant à zéro tous les autres pixels. Les régions connexes associées aux particules ainsi construites sont alors détectées, et leurs barycentres, pondérés par l'intensité de chaque pixel de l'amas, sont calculés pour estimer la position des centroïdes des particules. De plus, on peut discriminer les amas de pixels détectés selon divers critères pour exclure ceux qui ne sont pas rattachés à de "vraies" particules. Par exemple, sachant que les microsphères utilisées sont sphériques, on peut calculer l'excentricité des amas ( $\sqrt{1 - \frac{d^2}{D^2}}$  où  $d$  et  $D$  sont respectivement les petit et grand axes de l'ellipse) et s'assurer qu'elle est inférieure à une valeur seuil (typiquement de 0.7). Puisque l'on connaît la gamme de répartition des diamètres des particules, on peut également vérifier que l'aire des taches coïncide avec celle attendue. La figure 3.13 résume et illustre ces différentes étapes. En pratique, le processus utilisé est plus subtil que celui décrit (voir paragraphe suivant), mais l'idée générale reste la même.

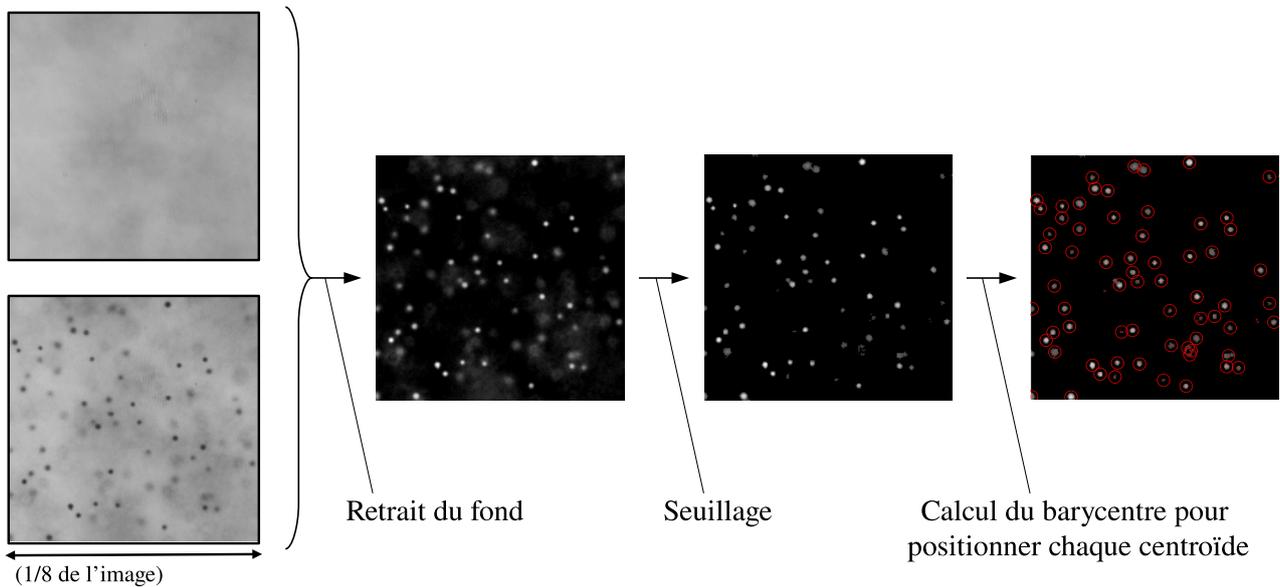


FIGURE 3.13 – Les différentes étapes du processus de détection des centroïdes des particules.

Commençons par préciser comment est défini l'arrière-plan. Comme mentionné précédemment, à mesure que des particules s'accumulent sur les hublots, la qualité globale des images se dégrade, rendant le fond plus inhomogène. Il est donc préférable d'actualiser régulièrement l'image de l'arrière-plan plutôt que d'utiliser la même pour le traitement de tous les runs. Pour ce faire, plutôt que de capturer une image du fond à chaque début de run, on peut facilement la recréer artificiellement. En effet, puisque les particules se déplacent, les pixels ne sont que momentanément obstrués au cours du run et donc leur valeur la plus probable est en fait celle qu'ils auraient s'il n'y avait pas de particules. En calculant l'image médiane du run on obtient donc une très bonne approximation de l'arrière-plan.

Ensuite, plutôt que d'appliquer l'opération de seuillage directement après le retrait du fond, l'image subit une nouvelle transformation de "nettoyage" pour lui retirer tous les amas de pixels trop gros pour être considérés comme des particules. Pour cela, on commence par copier l'image et on lui applique une opération d'ouverture morphologique (érosion puis dilatation)

avec un disque de diamètre supérieur à celui des particules. Sur l'image résultante, tous les amas de pixels de taille inférieure à celle du disque ont disparu et il ne reste que les particules très dé-focalisées ou d'autres taches de bruit. Il suffit alors de soustraire cette nouvelle image à l'image principale pour s'en débarrasser.

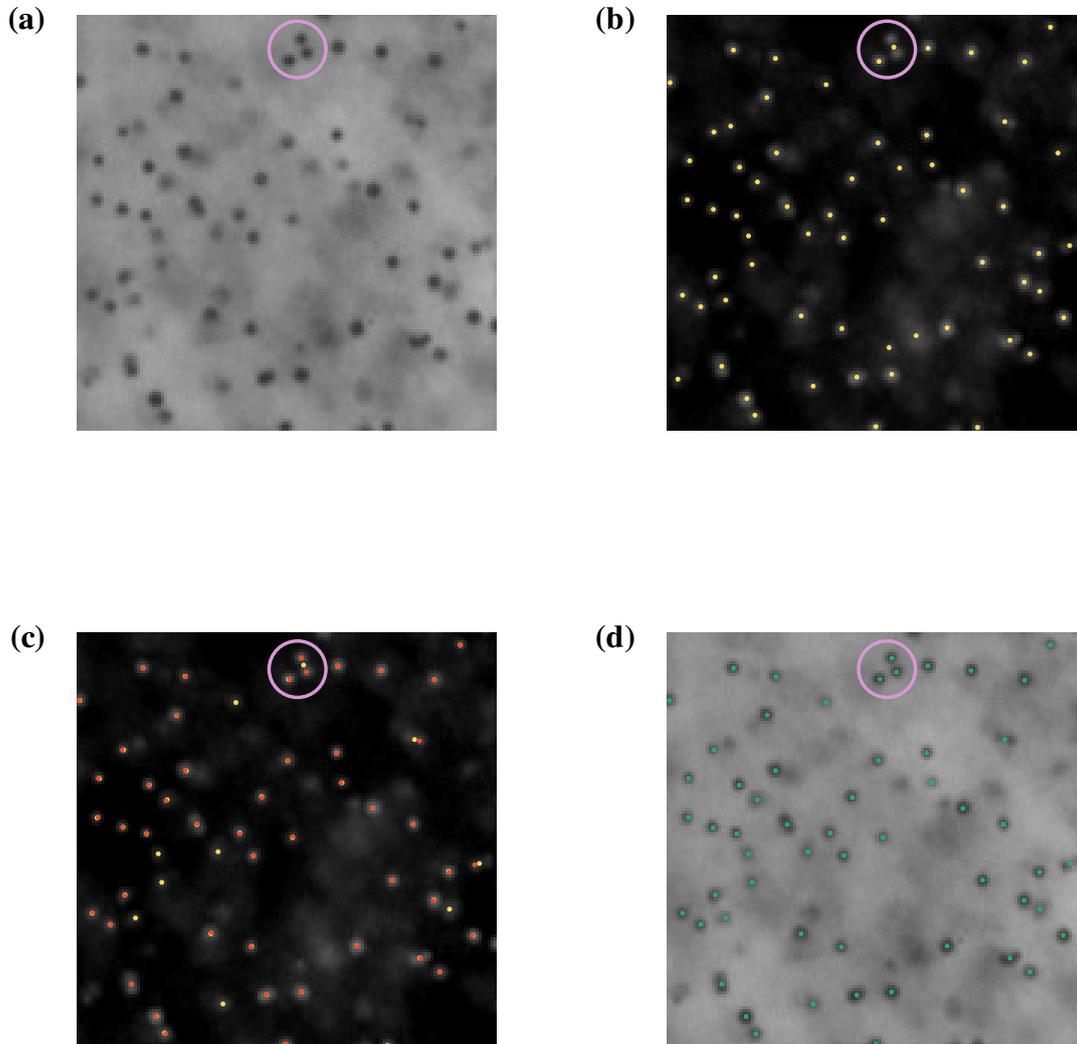


FIGURE 3.14 – Exemple d’application de la méthode à double seuillage. a) Image brute. b) Détection des centroïdes avec le premier seuil (points jaunes). c) Détection des centroïdes avec le deuxième seuil (points rouges), les centroïdes détectés avec le premier seuil sont toujours représentés (points jaunes). d) Combinaison des informations des deux jeux de centroïdes (points verts).

Enfin, l’algorithme de détection que nous avons développé utilise une méthode à double seuillage illustrée sur la figure 3.14. Tout d’abord, un seuil bas est appliqué pour capturer tous les amas de pixels, même ceux de faible intensité, fournissant un premier jeu de centroïdes (points jaunes sur la figure 3.14-b). Ensuite, un seuil plus strict est appliqué pour ne conserver que les particules les plus contrastées, créant ainsi un deuxième jeu de centroïdes (points rouges sur la figure 3.14-c). En combinant les informations des deux jeux et en conservant la position issue du deuxième seuil lorsqu’une particule est détectée par les deux seuils, on obtient une détection complète et précise de toutes les particules de l’image (points verts sur la figure 3.14-

d à comparer avec l'image brute 3.14-a).

D'une part, la détection avec le deuxième seuil assure un meilleur positionnement des centroïdes des particules les plus contrastées qu'avec le premier seuil (voir la différence entre les points jaunes et rouges pour une même particule sur la figure 3.14-c). D'autre part, la détection avec le premier seuil permet de conserver l'information, qui aurait été perdue avec le deuxième seuil, dans les zones bruitées de l'image où les particules apparaissent moins contrastées. Enfin, le cercle violet sur les images de la figure 3.14 illustre une situation particulière dans laquelle la combinaison finale des deux jeux de centroïdes permet de correctement positionner le centroïde de deux particules séparées d'une distance de moins de 7 px. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle permet d'éviter les interruptions des trajectoires lorsque les particules traversent des zones plus bruitées sur quelques images sans pour autant rajouter du bruit sur le positionnement des centroïdes.

Une fois les particules détectées sur toutes les images, la phase d'association peut débuter. Pour cette phase, nous nous sommes basés sur le code de tracking développé à l'ENS-Lyon [99]. Les trajectoires sont initialisées sur quelques instants selon la méthode du plus "proche voisin", c'est-à-dire que l'on se fixe une distance maximale  $d$  et que l'on prolonge toutes les trajectoires dont on a détecté une particule à l'instant  $t_{i+1}$  à une distance inférieure à  $d$  par rapport à leur position à l'instant  $t_i$ . Si plusieurs particules se trouvent dans cette région, on choisit la plus proche. Une fois que les trajectoires sont suffisamment longues, on utilise une approche prédictive se basant sur une extrapolation linéaire des quelques positions précédentes pour prédire le futur emplacement des particules (plus exactement les  $n_{pred} = 6$  positions précédentes, durant lesquelles on a vérifié que les particules ont des trajectoires rectilignes, sont prises en compte pour la prédiction). On répète alors le processus d'association, les trajectoires sont prolongées si l'on dispose à l'instant  $t_{i+1}$  d'une particule localisée à une distance inférieure à  $d$  des positions prédites. L'avantage de la prédiction comparée à la méthode du plus proche voisin est qu'elle permet d'éviter le genre d'erreur présentée sur la figure 3.15 qui apparaît notamment lors des croisements. Les deux cercles vides correspondent à des particules détectées à l'instant  $t_{i+1}$ . Avec la méthode du plus proche voisin on aurait prolongé la trajectoire en lui associant une position la faisant bifurquer à angle droit ce qui, au regard du reste de la trajectoire et à condition que la fréquence d'échantillonnage soit grande devant les plus petites échelles temporelles de l'écoulement, est très improbable (accélération latérale non physique). L'extrapolation linéaire basée sur les  $n_{pred}$  instants précédents prédit la nouvelle position de la particule associée à la trajectoire à l'emplacement de la croix. On peut alors naturellement faire l'association pour prolonger la trajectoire en lui attribuant la position de la particule dont le centroïde a été détecté à l'intérieur du cercle de rayon  $d$ . En pratique, on fixe  $d = 2$  px choisi pour obtenir les trajectoires les plus longues dont on peut estimer à l'oeil qu'elles sont fiables.

Pour conclure, la figure 3.16 illustre les trajectoires turbulentes obtenues sur un segment de 600 instants en ne gardant que celles dont la durée est arbitrairement choisie à plus que 375 instants. Notons que les algorithmes présentés sont implémentés sous GNU Octave [12].

### 3.3.3 Filtrage et calcul des vitesses

Dans cette section, on se propose de décrire la méthode de filtrage utilisée pour estimer la vitesse des particules le long de leur trajectoire à partir de leurs positions.

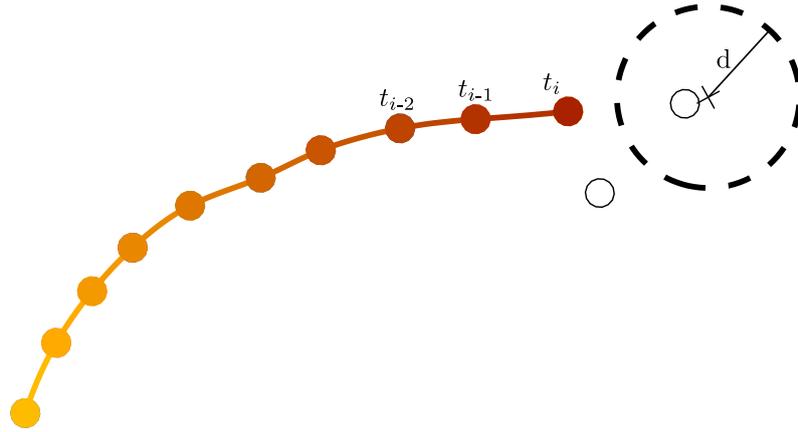


FIGURE 3.15 – Illustration de l'avantage de l'approche prédictive par rapport à la méthode du plus proche voisin lors de la phase d'association.

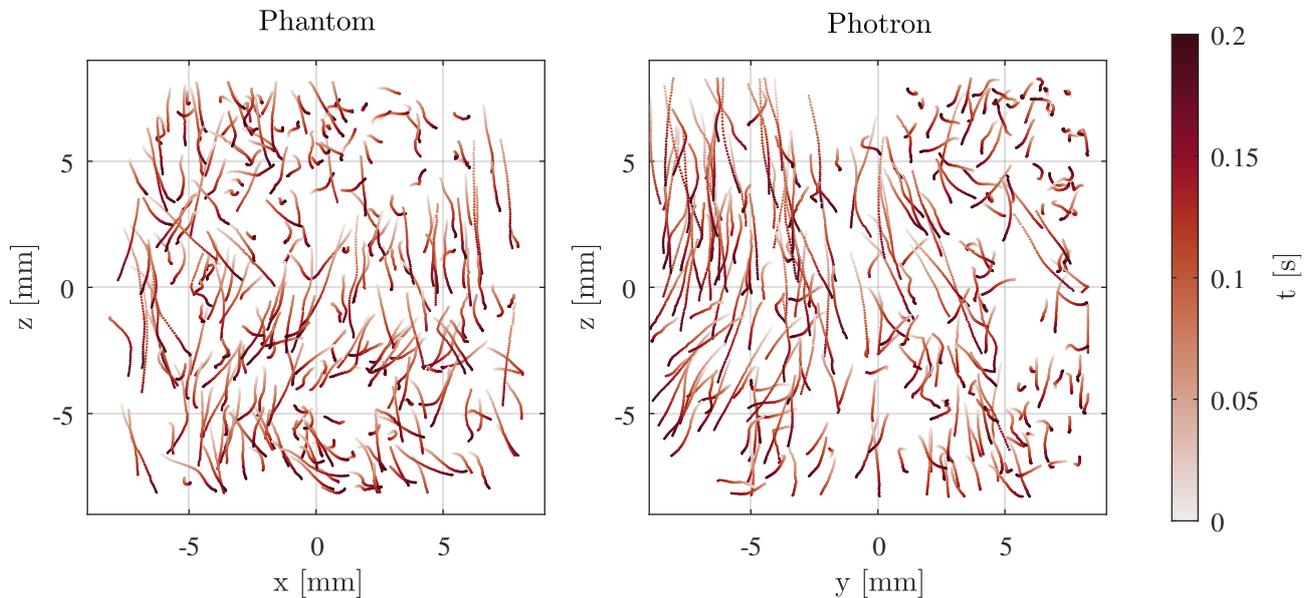


FIGURE 3.16 – Exemple de trajectoires turbulentes en He I reconstruites à partir du système  $2 \times 2D$ . On a choisi arbitrairement de représenter toutes les trajectoires de plus de 375 instants d'un segment en n'affichant qu'un point sur dix pour alléger la figure. Les conditions de forçage sont  $f_{mot} = 5$  Hz et  $S_{mot} = 18$  mm. La colormap est issue du package présenté dans [100].

### 3.3.3.1 Lien entre le champ de vitesse eulérien et les trajectoires lagrangiennes

Commençons par rappeler brièvement le lien formel entre le champ de vitesse eulérien et les trajectoires lagrangiennes. Considérons un fluide agité. Définissons alors le *champ de vitesse eulérien*  $\mathbf{u} : \Omega \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^3$  qui associe à tout point du domaine fluide  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  et à tout instant, la vitesse du fluide correspondante. On rappelle alors la définition d'une *trajectoire lagrangienne*,  $\mathcal{T}_{\mathbf{P}_0} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \Omega$  qui décrit l'évolution temporelle de la position d'une particule dans le domaine fluide sachant qu'elle était initialement à la position  $\mathbf{P}_0 \in \Omega$ . Supposons en

premier lieu que les particules soient des traceurs parfaits. Il suit alors naturellement l'égalité suivante,

$$\mathbf{V}_{\mathbf{P}_0}(t) = \frac{d\mathcal{T}_{\mathbf{P}_0}}{dt}(t) = \mathbf{u}(\mathcal{T}_{\mathbf{P}_0}(t), t) \quad (3.5)$$

reflétant le fait que la vitesse de la particule et la vitesse du fluide à la position de la particule sont identiques. Ces particules sont appelées “traceurs” puisqu’elles suivent rigoureusement le mouvement des particules fluides de l’écoulement. Dans le cas où l’on ne considère plus des objets mathématiques ponctuels idéaux mais des sphères de verre caractérisées par leur diamètre  $D$  et leur densité  $\rho_p$ , l’égalité 3.5 ne sera pas vérifiée. Entre autres, les effets combinés de leur inertie et de la gravité vont induire une différence entre la vitesse de la particule et la vitesse de l’écoulement. On verra comment ces effets se manifestent tout au long de l’analyse des vitesses des particules dans la suite du chapitre.

### 3.3.3.2 Filtrage des trajectoires et calcul de la vitesse des particules

On a vu qu’on avait été capables de mesurer des trajectoires 3D de particules correspondant à des séries temporelles de positions que l’on souhaite donc assimiler à des *trajectoires lagrangiennes*. Toutefois, contrairement à l’objet mathématique introduit plus haut  $\mathcal{T}_{\mathbf{P}_0}$  qui est une fonction continue et différentiable permettant de définir simplement et sans ambiguïté la vitesse de la particule comme la dérivée de cette fonction, les séries temporelles dont on dispose sont discrètes et bruitées. La question de la définition de la vitesse des particules qui se résume au choix d’un processus de dérivation d’un signal discret et bruité, doit être abordée avec précaution. En effet, pour définir les vitesses de la particule le long de la trajectoire  $i$ , on peut être tenté de le faire à travers une simple différence finie d’ordre 1 :

$$\mathbf{V}^i(t_k) = \frac{\mathbf{P}^i(t_{k+1}) - \mathbf{P}^i(t_k)}{t_{k+1} - t_k} \quad (3.6)$$

mais le résultat est alors extrêmement sensible au bruit de mesure des positions  $\mathbf{P}^i$ .

Pour illustrer cette idée, prenons par exemple un signal sinusoïdal auquel on ajoute un bruit gaussien  $\delta$ -corrélé de moyenne nulle et d’écart type arbitrairement fixé à 0.045.

Pour  $k \geq 0$ , on définit pour un ensemble discret d’instantants  $t_k = \frac{k}{f_{ech}}$  :

$$x(t_k) = \sin(2\pi t_k) \quad \& \quad x_b(t_k) = \sin(2\pi t_k) + B(t_k) \quad (3.7)$$

où on fixe  $f_{ech} = 1000$  Hz. La figure 3.17 représente alors la fonction  $x$  et sa dérivée (dont on dispose une expression littérale) ainsi qu’une réalisation du processus aléatoire  $x_b$  et sa dérivée, définie comme la relation 3.6, illustrant l’explosion du bruit sur le signal de vitesse.

Pour limiter l’explosion du bruit dans le calcul des vitesses et des accélérations des particules le long de leurs trajectoires, plusieurs méthodes peuvent être envisagées. Par exemple, on peut approximer les trajectoires en utilisant des fonctions lisses, typiquement des B-splines d’ordre 3, que l’on peut alors dériver analytiquement (voir [101]). Une autre approche, plus simple et moins coûteuse en temps de calcul, consiste à appliquer un filtrage par convolution avec un noyau gaussien, comme décrit dans [102]. C’est cette deuxième méthode que nous avons retenue pour le calcul des vitesses des particules, en raison de sa facilité d’implémentation, et que l’on se propose d’illustrer.

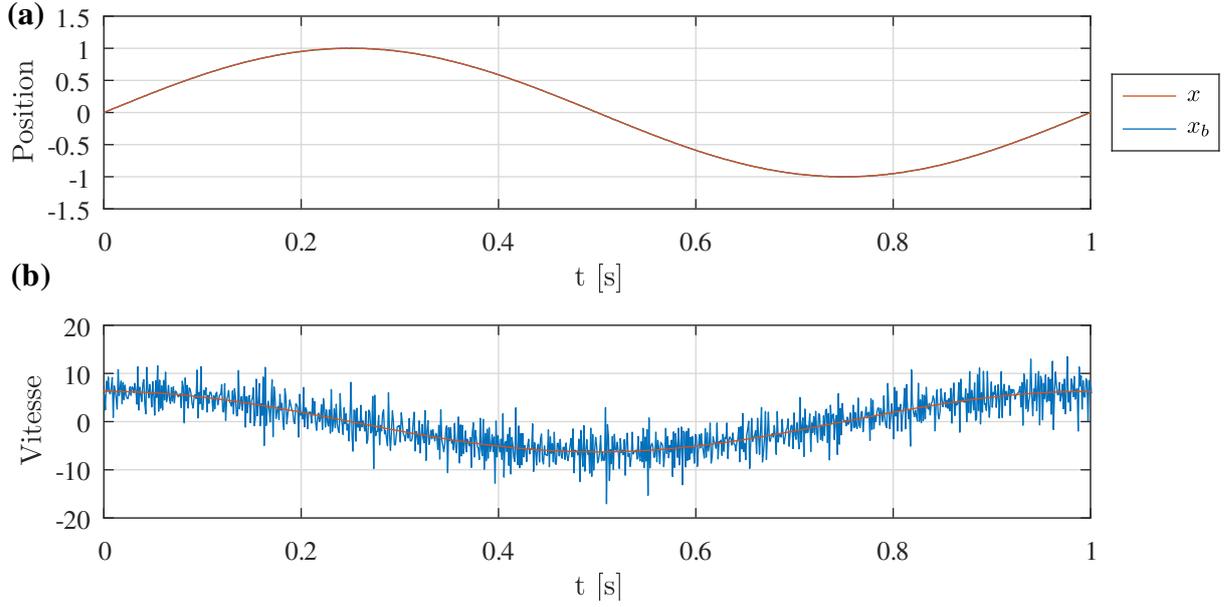


FIGURE 3.17 – Explosion du bruit en calculant la dérivée d'un signal bruité par différence finie d'ordre 1. a) En rouge, le signal théorique  $x$  et en bleu le signal bruité  $x_b$ , définis selon les relations 3.7. b) En rouge, la dérivée du signal théorique  $v = x' = 2\pi \cos(2\pi t_k)$  et en bleu la dérivée du signal bruité  $v_b$  en utilisant une différence finie d'ordre 1 (relation 3.6).

L'opération de lissage s'écrit, par exemple sur la vitesse définie par différence finie d'ordre 1,

$$\mathbf{V}_\ell^i(t_k) = (\mathbf{V}^i * G)(t_k) = \frac{1}{S_{L_f}} \sum_{j=-L_f/2}^{L_f/2} \mathbf{P}^i(t_{k-j}) \cdot G(t_j) \delta_t \quad (3.8)$$

avec  $*$  le produit de convolution discrétisé,  $\delta_t = t_{k+1} - t_k = 1/f_{ech}$ ,  $G(t_k) = e^{-(t_k/\tau_f)^2}$  le noyau gaussien de lissage où  $\tau_f = n_f \cdot \delta t$  représente le temps caractéristique de filtrage de la trajectoire (*i.e.* le nombre caractéristique d'instants  $n_f$  sur lequel les positions vont être filtrées),  $L_f$  le nombre d'instant minimum pour définir une valeur de position filtrée et  $S_{L_f}$  définie de sorte que

$$\frac{1}{S_{L_f}} \sum_{k=-L_f/2}^{L_f/2} G(t_k) = 1.$$

Du fait de l'une des propriétés du produit de convolution qui, pour 2 fonctions  $(f, g) \in \mathcal{C}^1$ , permet d'écrire  $(f' * g) = (f * g')$ , il est possible de faire porter la dérivée directement sur le noyau gaussien dont on dispose d'une relation analytique (on parle alors de noyau dérivateur). On définit ainsi :

$$\mathbf{V}_f^i(t_k) = \frac{1}{\delta t} (\mathbf{P}^i \tilde{*} G')(t_k) = \frac{1}{\delta t} \cdot \frac{1}{S'_{L_f}} \sum_{j=-L_f/2}^{L_f/2} \mathbf{P}^i(t_{k-j}) \cdot G'(t_j) \delta_t \quad (3.9)$$

où  $S'_{L_f}$  est défini de sorte que

$$\frac{1}{S'_{L_f}} \sum_{j=-L_f/2}^{L_f/2} -t_j G'(t_j) = 1.$$

Notons que du fait de l'extension temporelle finie du noyau de convolution, on verra que les relations 3.8 et 3.9 ne sont pas parfaitement équivalentes.

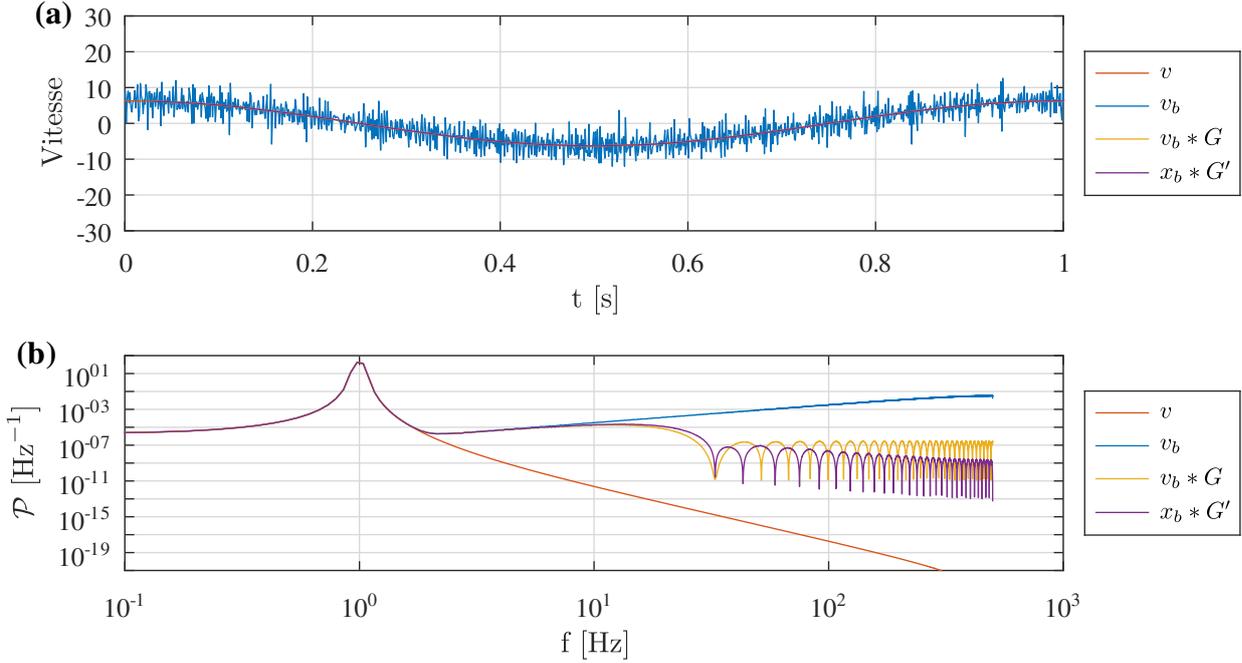


FIGURE 3.18 – Dérivation d'un signal bruité par convolution avec un noyau gaussien. a) Représentation des différents signaux dans le domaine temporel. b) Densité spectrale de puissance  $\mathcal{P}$  des mêmes signaux de vitesse, calculée en utilisant la méthode de Welch, couramment employée pour traiter les signaux turbulents. La fenêtre de Hanning utilisée pour le fenêtrage a une largeur  $\sim 16$  s, bien inférieure à la durée totale de simulation des signaux.

En repartant du signal bruité  $x_b$  de la figure 3.17, la figure 3.18 illustre l'effet de la convolution du signal  $v_b$  par le noyau de lissage de la relation 3.8 ainsi que celui de la convolution du signal  $x_b$  par le noyau dérivateur de la relation 3.9. On a choisi arbitrairement  $n_f = 20$  et  $L_f = 3n_f$  pour cet exemple. La figure 3.18-a présente les signaux dans le domaine temporel qui s'avèrent indiscernables du signal théorique suggérant que la majorité du bruit a bien été filtrée. La figure 3.18-b donne une description plus lisible des différents signaux dans le domaine fréquentiel en présentant leur densité spectrale de puissance. Le bruit blanc sur la position se traduit par un bruit dont l'intensité croît proportionnellement à  $f$  (courbe bleu). Enfin, comme attendu, le bruit contenu à des fréquences supérieures à  $\sim f_{ech}/n_f = 50$  Hz est fortement atténué dans les deux signaux définis par convolution. Le noyau dérivateur semble apporter un gain à très haute fréquence comparé au noyau lisseur mais sur un niveau de bruit qui est déjà très fortement atténué (la discussion aurait été plus critique si l'on s'intéressait à l'accélération). On retiendra donc la relation 3.9 pour le calcul des vitesses le long des trajectoires. Notons

que cette méthode, malgré ses nombreux avantages, réduit la longueur des trajectoires de  $L_f/2$  points à chaque bord et des études récentes s'intéressent à des noyaux alternatifs permettant de réduire la longueur  $L_f$  pour limiter cet écueil [103].

### Récapitulatif

- Les trajectoires de particules sur lesquelles reposent les analyses de l'écoulement ont été acquises par deux systèmes distincts : un dispositif 3D et un dispositif  $2 \times 2D$ .
- Le dispositif 3D se compose de quatre caméras couplées à un éclairage pulsé positionné à  $90^\circ$ . Il permet de capturer des images des particules dans un volume de  $\sim 80 \times 80 \times 80 \text{ mm}^3$  à une fréquence de 220 Hz et avec une résolution de  $64 \mu\text{m}/\text{px}$ . La reconstruction 3D des trajectoires est ensuite réalisée à l'aide de l'algorithme 'Shake The Box', conçu par LaVision.
- Le dispositif  $2 \times 2D$  se compose de deux caméras placées à  $90^\circ$  l'une par rapport à l'autre, illuminées par des LED pseudo-collimatées. Chaque caméra capture des images dans un volume calibré de  $\sim 17 \times 17 \times 30 \text{ mm}^3$  à une fréquence de 3000 Hz avec une résolution de  $21 \mu\text{m}/\text{px}$ . Les séquences (ou *runs*) de 38 s sont divisées en 19 segments de 600 images, séparés par des intervalles de 2 s. La reconstruction 2D des trajectoires est ensuite assurée par un algorithme en 2 phases, 1) détection des particules (incluant une méthode originale à double seuillage développée au cours de la thèse) et 2) association des positions détectées image par image en trajectoires.
- Pour calculer la vitesse des particules le long des trajectoires (dérivation numérique d'un signal bruité), nous avons choisi d'utiliser une méthode par convolution avec un noyau dérivateur (relation 3.9) pour sa simplicité d'implémentation et son faible coût de temps de calcul.

## 3.4 Structuration aux grandes échelles de l'écoulement

Cette section vise à proposer au lecteur une vision globale, à grande échelle, de l'écoulement et en particulier de présenter quelques biais indirectement impliqués par la contrainte d'utiliser, faute de mieux, des particules dont la vitesse de sédimentation n'est pas négligeable devant les fluctuations turbulentes, et le fait que les propriétés attendues de l'écoulement de grille oscillante soient partiellement masquées par un écoulement secondaire. Pour étudier les grandes échelles de l'écoulement, on se base principalement sur les trajectoires 3D, dont les 4 mesures exploitables ont été acquises en He II à 30 mbar. Cependant, on admet que les phénomènes "d'ordre 0" et les propriétés aux grandes échelles de l'écoulement sont les mêmes en He I et en He II, comme cela a été largement rapporté dans la littérature [42, 59, 61, 68]. On peut alors, dans un second temps et une fois le jeu de données  $2 \times 2D$  "nettoyé", se concentrer sur les effets plus subtils et comparer les propriétés de la turbulence en He I et en He II.

### 3.4.1 Champ 3D moyen et inhomogénéités spatiales

L'écoulement généré par une grille oscillante présente, en principe, l'avantage d'être homogène dans les plans parallèles aux grilles, de moyenne nulle et faiblement anisotrope (avec des fluctuations de vitesse de 10 à 30% plus intenses sur la composante orthogonale à la grille [69]).

Cependant, il convient de noter qu’il est inhomogène dans la direction perpendiculaire à la grille, car l’intensité des fluctuations de vitesse décroît avec la distance à celle-ci.

Pour remédier à cette inhomogénéité, il a été rapporté dans la littérature que l’ajout d’une seconde grille permet de créer une zone entre les deux grilles où les fluctuations de vitesse restent quasi-homogènes [69, 86]. Dans la configuration de Shy, Tang et Fann [69], où la maille des grilles vaut  $M = 30$  mm dans un tunnel de confinement de  $150 \times 150 \times 300$  mm, cette zone s’étend jusqu’à environ  $\sim 0.5H$  pour  $H > 150$  mm, où  $H$  représente la distance entre les deux grilles (pour rappel, dans notre montage  $M = 15$  mm et  $H = 167$  mm).

Cependant, une difficulté bien connue des expérimentateurs est la tendance de l’écoulement à générer une recirculation parasite. Cette recirculation a une structure complexe, peu reproductible et fortement sensible aux conditions initiales comme rapportés par McKenna et McGillis [88]. Dans notre dispositif, les conditions initiales sont intrinsèquement non reproductibles car, bien que le tunnel de confinement reste complètement immergé pendant les essais, le niveau de liquide diminue continuellement (à un rythme d’environ 1 mm/min). De plus, on suspecte que l’oscillation en phase des grilles ne soit pas optimale pour limiter l’apparition de cet écoulement secondaire.

En pratique, on observe presque systématiquement un mouvement vertical moyen des particules, souvent vers le bas et parfois vers le haut, visible à l’œil nu. On verra comment procéder à un “nettoyage” de cet écoulement parasite pour isoler les effets de la turbulence de double grille oscillante.

Pour donner un aperçu global de cet écoulement de recirculation, on se propose donc de commencer par mesurer le champ de vitesse moyen à partir des trajectoires 3D. Puisqu’on dispose d’enregistrements longs devant le temps intégral de la turbulence, que l’on estime à quelques secondes contre plus de cent secondes pour le temps total du *run*, la contribution des fluctuations turbulentes au calcul du champ de vitesse moyen est négligeable. Le calcul du champ moyen sur toute la durée du *run* converge vers le champ de vitesse associé à l’écoulement de recirculation (en supposant qu’il soit stationnaire). Pour ce faire, on commence par découper le volume de mesure en cellules discrètes de  $1 \times 1 \times 1$  mm<sup>3</sup>. Pour chaque cellule, on récupère les vitesses de toutes les particules l’ayant traversé au cours du *run* et on en fait la moyenne<sup>2</sup>. On estime ainsi le champ de vitesse eulérien moyen. Une particule ayant une faible vitesse pouvant se trouver à plusieurs instants dans une même cellule, le nombre moyen de “particule-instant” par cellule s’élève alors entre 400 et 800 assurant que l’écoulement moyen ainsi construit est relativement bien convergé. Notons que la vitesse des particules le long de leur trajectoire est calculée en utilisant la relation 3.9 en prenant  $\tau_f = 4 \cdot \delta t$ . On peut alors visualiser le résultat ainsi obtenu sous forme de champ de vecteurs 3D auxquels on attribue une couleur en fonction de la norme de la vitesse.

Outre la non reproductibilité de l’écoulement moyen, la figure 3.19 illustre le fait que le champ de vitesse présente d’importantes inhomogénéités spatiales. Deux particules se trouvant dans deux zones éloignées pourront alors avoir des vitesses très différentes simplement à cause de la structure de cet écoulement secondaire. Pour isoler les effets de la turbulence, on propose donc de “corriger” les vitesses des particules. Pour le faire formellement, on décompose le champ de vitesse  $\mathbf{u}$  comme la somme d’une contribution liée à la turbulence  $\mathbf{u}'$  et d’une liée à la recirculation  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$ . Pour obtenir, à partir de la vitesse d’une particule à une position et un temps donnés, la valeur du champ de vitesse turbulent associé, il suffit

---

2. Pour limiter les effets dus à la distribution des vitesses de sédimentation, on rejette toutes les cellules n’ayant pas été traversées par au moins 20 particules issues de trajectoires différentes.

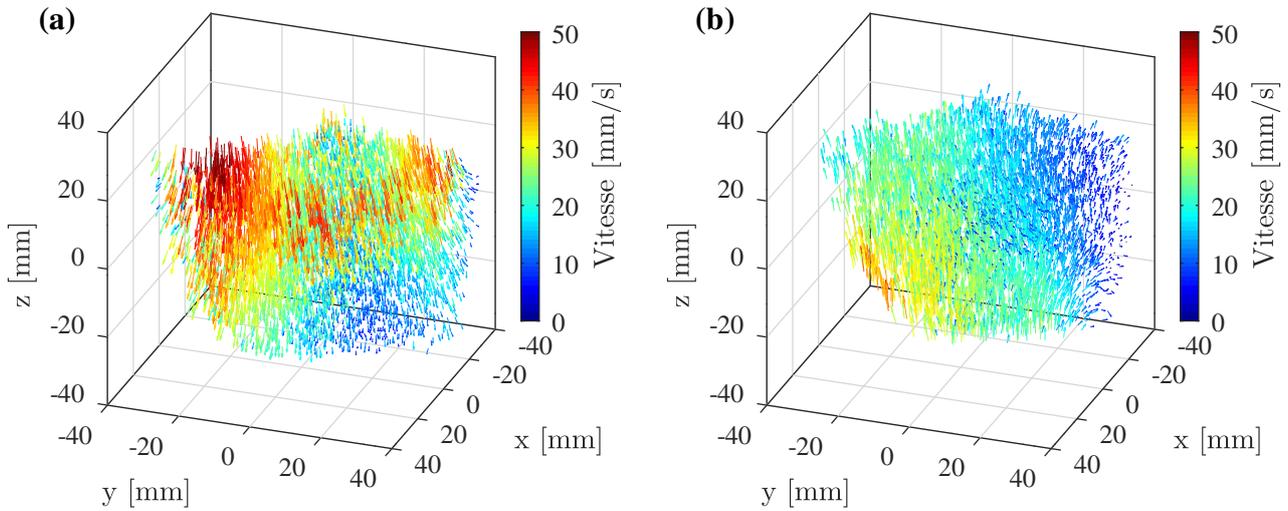


FIGURE 3.19 – Visualisation de l'écoulement de recirculation. Pour que la figure reste lisible, on a choisi de ne représenter que 3% des informations de vitesses calculées. a) Run3D-2, les conditions de forçage sont  $f_{mot} = 6$  Hz et  $S_{mot} = 20$  mm. Le mouvement global est orienté vers le bas à 25 mm/s. b) Run3D-7, les conditions de forçage sont exactement les mêmes. Le mouvement global est cette fois orienté vers le haut à 17 mm/s.

donc de lui soustraire la valeur du champ moyen associé à la cellule où elle se trouve. Pour limiter les effets du manque de résolution spatiale dans le calcul du champ moyen eulérien, on préfère interpoler linéairement la valeur de  $\mathbf{U}$  directement à la position des particules. C'est sur ce nouveau jeu de données que porte toute la suite des investigations.

Dans la décomposition présentée, on a supposé  $\mathbf{U}$  stationnaire. Pour vérifier cette hypothèse, on a aussi calculé le champ moyen  $\mathbf{U}_j$  en ne considérant que la première moitié du run. Comme présenté sur la figure 3.20 pour un des 4 runs, les deux champs  $\mathbf{U}_j$  et  $\mathbf{U}$  semblent à première vue identiques. Pour quantifier leurs différences, on peut calculer la norme  $|\mathbf{U} - \mathbf{U}_j|$  des écarts de vitesse, qui s'avère alors être en moyenne de l'ordre de 10% de la norme  $|\mathbf{U}|$  vitesse du champ total. On vérifie aussi que la variance des écarts de vitesse sur chacune des composantes  $\langle (U_\zeta - U_{j,\zeta})^2 \rangle$ , où  $\zeta \in x, y, z$ , représente moins de 5% de la variance des fluctuations de vitesses turbulentes  $\langle (u'_\zeta)^2 \rangle$ , que l'on présentera exhaustivement dans ce qui suit à partir des données  $2 \times 2D$ . Autrement dit, les éventuelles fluctuations temporelles de l'écoulement moyen semblent négligeables devant celles de la turbulence.

Enfin, pour corriger les effets de l'écoulement de recirculation sur les mesures  $2 \times 2D$ , on ne peut en calculer qu'une version projetée et moyennée dans l'axe de la profondeur de champ de chacune des caméras, ce qui risque donc d'introduire un biais. Pour autant, la figure 3.19 suggère que les régions les plus inhomogènes sont relativement distantes les unes des autres. L'étendue spatiale du volume de mesure associé à chacune des caméras du système  $2 \times 2D$  étant de l'ordre de  $17 \times 17 \times 30$  mm<sup>3</sup>, il correspond à une sous région relativement petite par rapport au volume total des mesures 3D. On peut donc espérer que l'erreur induite est négligeable.

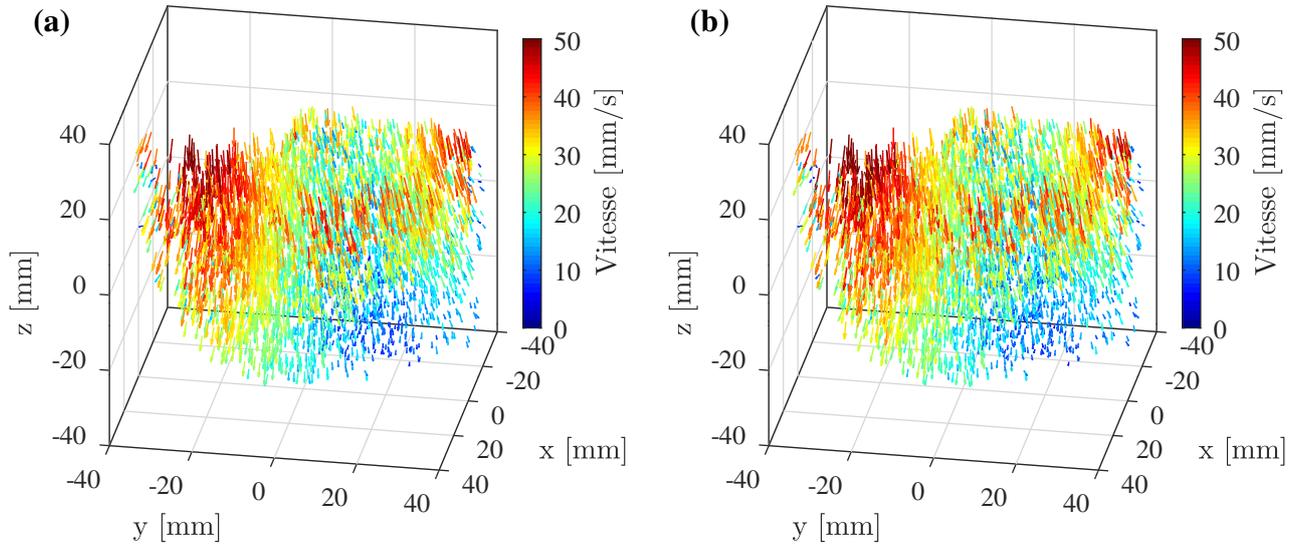


FIGURE 3.20 – Stationnarité de l’écoulement de recirculation, illustrée sur le run3D-2 (comme pour la figure 3.19-a). a) Champ moyen calculé en prenant en compte toute la durée du run. b) Champ moyen calculé en prenant en compte seulement la moitié du run.

Pour s’en faire une idée plus quantitative, on considère  $\tilde{\mathbf{U}}$ , le champ moyen 3D tronqué à un volume comparable à celui d’une des caméras du système  $2 \times 2D$  et

$$\tilde{\mathbf{U}}_{2D}(y, z) = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \tilde{\mathbf{U}}(x, y, z) dx$$

la version moyennée de  $\tilde{\mathbf{U}}$  dans la direction de la profondeur de champ sur une distance  $L = 8.5$  mm puis dupliquée sur la profondeur de champ de  $-L$  à  $+L$  pour remplir le même volume que  $\tilde{\mathbf{U}}$  (voir figure 3.21). En soustrayant alors les deux champs, on peut de nouveau calculer la variance des écarts résiduels pour la comparer à la variance des fluctuations de vitesses turbulentes. L’effet s’avère alors négligeable (inférieur à 3%) sur les composantes horizontales mais représente jusqu’à 20% sur la composante verticale. On limite donc l’interprétation des mesures  $2 \times 2D$  aux deux composantes horizontales.

Finissons par décrire comment est calculé le champ moyen à partir des images issues du système  $2 \times 2D$ . La méthode utilisée est similaire à celle déjà présentée pour le 3D, les images sont elles aussi découpées en cellules de  $40 \times 40$  px<sup>2</sup> soit environ  $0.8 \times 0.8$  mm<sup>2</sup> dans lesquelles les moyennes des vitesses des particules sont calculées. Puisque cette fois l’extension dans la profondeur de la cellule est d’environ 30 mm, on a choisi de ne garder que celles qui ont été traversées par plus de 5000 particule-instants. Le nombre moyen de particule-instant résultant par cellule est alors  $\sim 17000$ .

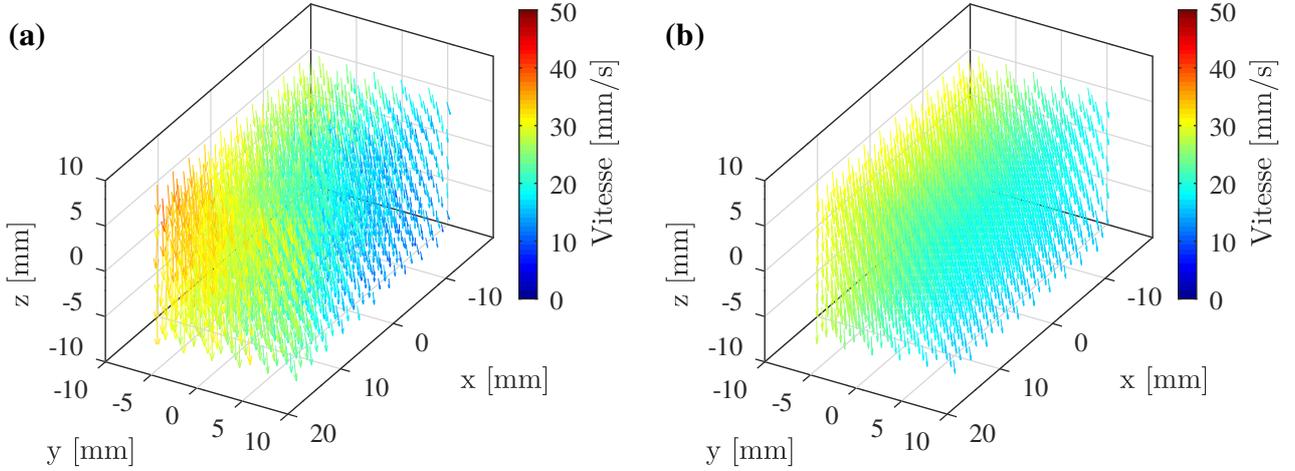


FIGURE 3.21 – Impact de la mauvaise définition de l'écoulement de recirculation calculé à partir des mesures  $2 \times 2D$ , illustration sur le run3D-2. a) Champ moyen de la figure 3.19-a tronqué à l'échelle du volume de mesure du système  $2 \times 2D$ . b) Version moyennée selon l'axe des  $x$  du champ de la figure a) puis dupliquée sur la profondeur de champ de  $-L$  à  $+L$  pour pouvoir les comparer point par point.

### 3.4.2 Coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation

Avant d'étudier les propriétés de la turbulence de grille oscillante et de s'intéresser à la comparaison entre He I et He II, finissons de caractériser l'écoulement à grande échelle en mesurant son degré d'isotropie. Cela permet aussi d'illustrer dans quelle mesure la distribution des vitesses de sédimentation des particules peut biaiser une partie des analyses si son effet n'est pas correctement identifié.

Pour ce faire, on s'intéresse aux statistiques des incréments de vitesse eulériens calculés sur chacune des composantes  $\zeta \in \{x, y, z\}$ . Commençons par préciser comment calculer cette grandeur à partir de nos mesures. À l'issue du processus de filtrage, on dispose d'une collection de trajectoires dont on a déterminé les positions et les vitesses. Pour chaque instant  $t_k$ , on a donc une mesure du champ de vitesse localisée à l'ensemble des positions  $\{\mathbf{P}^i(t_k)\}_{i \in \{1, \dots, N(t_k)\}}$  où  $N(t_k)$  est le nombre de trajectoires actives à l'instant  $t_k$ . On qualifiera cette approche de "pseudo-eulérienne" dans la mesure où l'on considère chaque particule comme un capteur de vitesse embarqué dans l'écoulement sans inclure les informations relatives à sa trajectoire. La résolution de cette mesure dépend donc de la distance moyenne inter-particules pilotée par la densité d'ensemencement. En notant,  $v_\zeta(\mathbf{P}^i(t_k), t_k) = \mathbf{V}_f^i(t_k) \cdot \mathbf{e}_\zeta$  la composante  $\zeta$  de la vitesse de la  $i$ -ième particule se trouvant à la position  $\mathbf{P}^i(t_k)$  à l'instant  $t_k$ , on peut définir l'ensemble des incréments de vitesse calculables à l'échelle  $r$  sur chacune des composantes  $\zeta$ , de la manière suivante :

$$\{\delta_r u_\zeta(t_k)\} = \{v_\zeta(\mathbf{P}^i(t_k), t_k) - v_\zeta(\mathbf{P}^j(t_k), t_k)\}_{\{i,j\} \text{ tel que } \|\mathbf{P}_f^i - \mathbf{P}_f^j(t_k)\| \in \Omega_r} \quad (3.10)$$

où  $\{\cdot\}_{\{i,j\}}$  tel que  $\|\mathbf{P}^i \mathbf{P}^j(t_k)\| \in \Omega_r$  désigne l'ensemble des couples de particules  $i, j$  dont la distance  $\|\mathbf{P}_f^i \mathbf{P}_f^j\|$  à l'instant  $t_k$  est comprise dans l'intervalle  $\Omega_r$ . En rassemblant les valeurs aux différents instants, on peut définir les fonctions de structure d'ordre  $p \in \mathbb{N}$  :

$$S_{p,\zeta}(r, k) = \langle (\delta_r u_\zeta)^p \rangle$$

Pour chaque instant  $t_k$  des runs 3D, on se propose donc de calculer les différences de vitesses entre les couples de particules. On conditionne ensuite les statistiques par la distance entre les particules des couples, en considérant, par exemple, tous les couples dont la distance est comprise entre 0.5 et 1 mm.

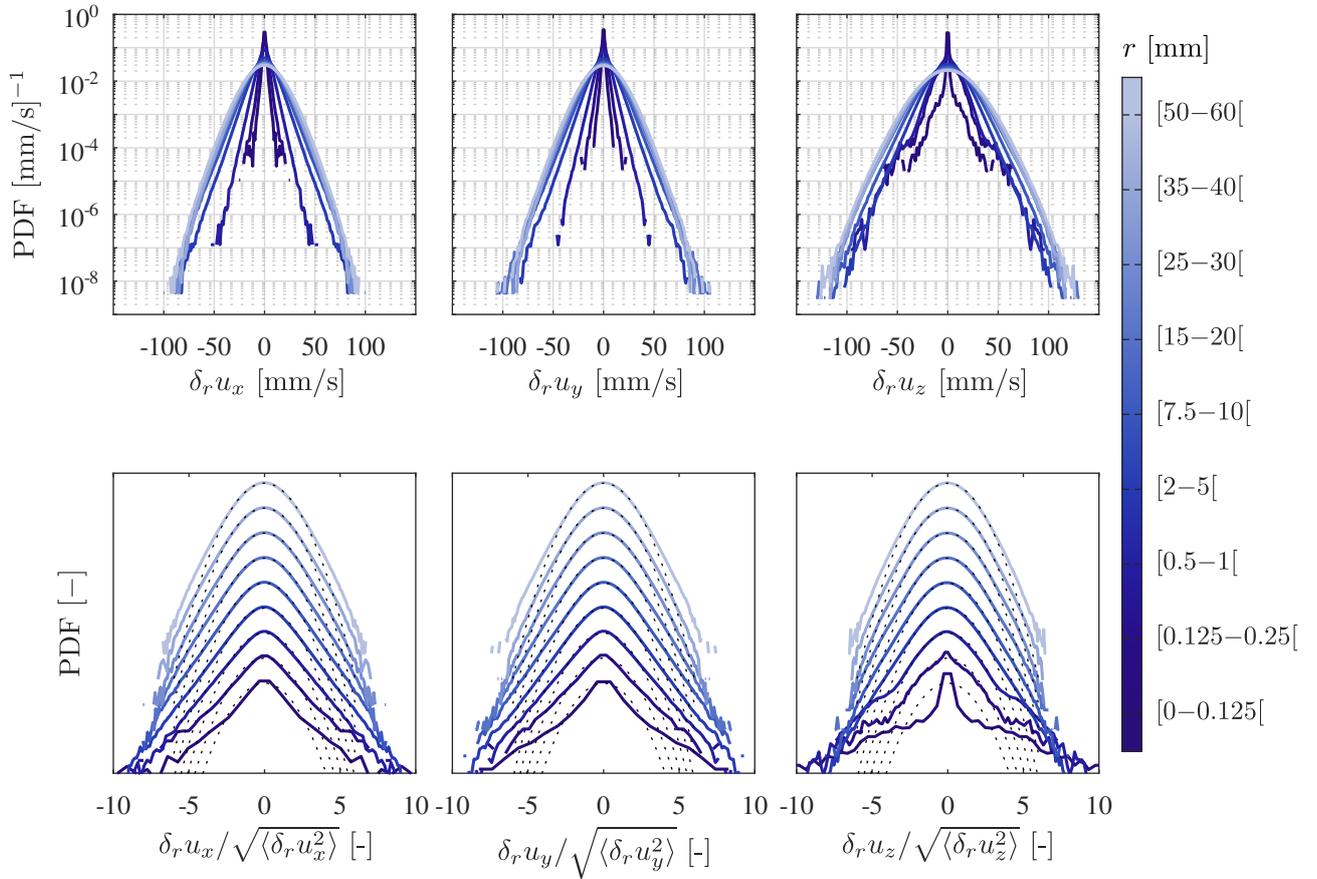


FIGURE 3.22 – Distribution des incréments de vitesse  $\delta_r u_\zeta$  de chacune des composantes  $\zeta \in \{x, y, z\}$  pour différents intervalles de distance entre particules pour le run3D-2. Précisons qu'on a détecté environ 3000 particules sur chacun des 29000 instants. Le nombre total de couples formables est donc de  $\sim 3000^2/2 \cdot 29000 \approx 10^{11}$ . Ainsi, pour limiter la sollicitation en ressources informatiques, on a choisi de ne garder qu'un maximum de  $\sim 10^9$  couples par intervalle. Ces couples sont collectés uniformément à différents instants sur toute la durée du run. En pratique, les 3 plus petits intervalles (dont un n'est pas représenté sur le graphe) de distance inter-particules inférieure à 0.5 mm contiennent respectivement 15000, 40000 et 400000 couples. Les autres contiennent de plus d'un million jusqu'à un milliard de couples.

Les trois graphiques du haut de la figure 3.22 présentent les distributions brutes obtenues pour chacune des composantes et permettent de mettre en évidence qualitativement l'anisotropie sur la composante verticale puisque les distributions semblent plus étalées que sur les composantes horizontales. Les trois graphiques du bas de la figure 3.22 présentent les distributions adimensionnées par leur variance (et arbitrairement décalées les unes en dessous des autres). Ils permettent de donner une idée de leurs formes et de leurs degrés de convergence respective. Comme attendu, les distributions sont quasi-gaussiennes aux grandes échelles et présentent des ailes de plus en plus étirées aux petites échelles, ce qui est caractéristique de l'intermittence de l'écoulement. Pour quantifier l'isotropie de l'écoulement, on peut tracer la fonction de structure d'ordre 2, c'est à dire la variance des distributions, en fonction de la distance moyenne inter-couple de chaque intervalle.

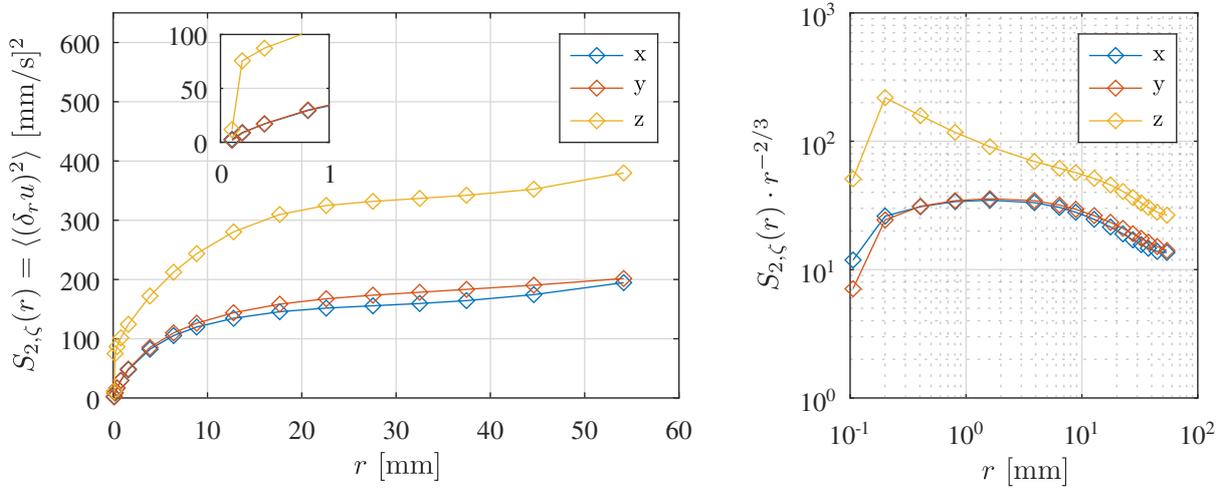


FIGURE 3.23 – Fonction de structure d'ordre 2 pour les 3 composantes  $\zeta \in \{x, y, z\}$  de la vitesse des particules pour le run3D-2. Pour ne pas biaiser les interprétations lorsque la répartition des distances inter-couples de particules d'un intervalle n'est pas uniforme, on a positionné l'abscisse des marqueurs à la distance moyenne entre les particules des couples de l'intervalle et non au centre de l'intervalle.

Comme le montre la figure 3.23, les fonctions de structure d'ordre 2 des composantes horizontales sont quasiment superposées, validant que les propriétés de la turbulence sont isotropes dans le plan  $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ . On observe aussi, sur le graphe *log-log* compensé par  $r^{-2/3}$ , un plateau caractéristique du comportement de la fonction de structure d'ordre 2 dans la gamme inertielle. Concernant la composante verticale, on observe, hormis le dernier point, que la fonction de structure ne tend pas vers 0 (voir encart). Néanmoins, son comportement est qualitativement similaire à celui des composantes horizontales pour les échelles supérieures à environ 5 mm, mais décalé d'environ  $150 \text{ mm}^2/\text{s}^2$  vers le haut. Cette deuxième observation n'est pas surprenante puisque l'on ne mesure pas directement la vitesse de l'écoulement, mais celle des particules et qu'on sait que les vitesses de sédimentation sont distribuées. En considérant que cet effet est indépendant de celui de la turbulence, il va tout simplement s'ajouter. En déterminant alors, pour  $\zeta \in \{x, y\}$ , le meilleur (*au sens des moindres carrés*) couple  $(c_{\zeta z}, \sigma_{v_{\text{sed}}})$  de telle sorte que l'on puisse écrire :  $S_{2,z} = c_{\zeta z}^2 S_{2,\zeta} + 2\sigma_{v_{\text{sed}}}^2$ , on peut en déduire  $c_{\zeta z}$  le coefficient d'anisotropie entre la direction  $\mathbf{e}_\zeta$  et la direction  $\mathbf{e}_z$  et  $\sigma_{v_{\text{sed}}}$ , l'écart type des distributions de vitesses de sédimentation. Pour rendre compte de la qualité d'une telle description, la figure 3.24 présente le

résultat de la régression linéaire. Notons que l'on n'a pas tenu compte du premier point chutant brusquement à 0 associé à l'échelle  $r \approx 106 \mu\text{m} \approx 1.3D$ , pour lequel on suspecte que les effets de sillage des particules peuvent devenir importants.

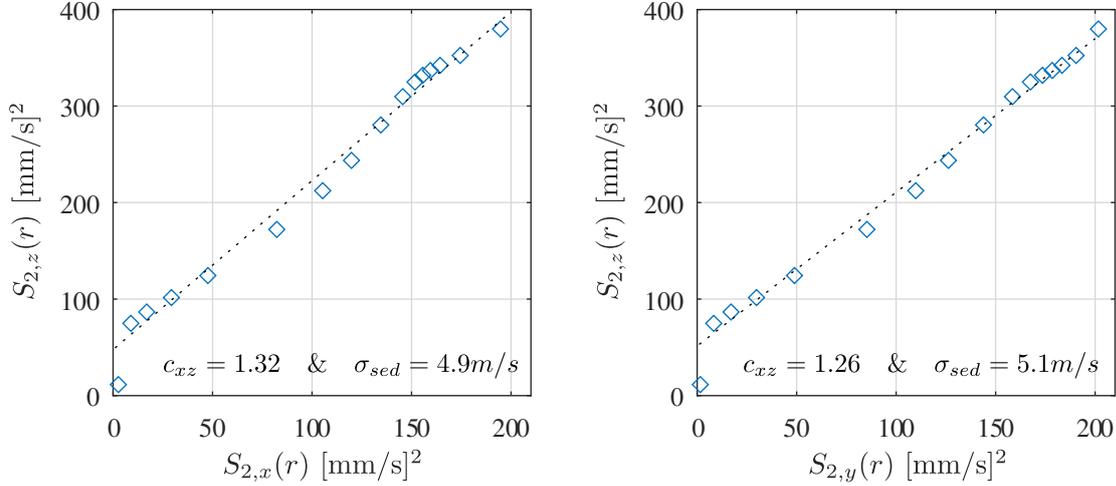


FIGURE 3.24 – Détermination du coefficient d'anisotropie entre les composantes horizontales et la composante verticale et de l'écart type des vitesses de sédimentation pour le run3D-2

Les valeurs des coefficients d'anisotropie et des vitesses de sédimentation obtenues pour les 4 runs 3D sont récapitulées dans le tableau 3.1.

Run	Forçage	$c_{x,z}$	$c_{y,z}$	$\sigma_{v_{sed}}$ [mm/s]
2	(6Hz,20mm)	1.32	1.26	4.9-5.1
3	(6Hz,16mm)	1.37	1.32	5.6-5.8
4	(9Hz,10mm)	1.48	1.49	5.4-5.5
7	(6Hz,20mm)	1.25	1.34	4.2-4.3

TABLEAU 3.1 – Coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation

L'estimation du coefficient d'anisotropie de la composante verticale de 1.1 – 1.3, mentionné en introduction de la section, rapporté par [69] est donc en accord avec celle que l'on peut déduire de nos mesures. Concernant la valeur de la distribution des vitesses de sédimentation, l'interprétation est plus délicate, puisqu'il est difficile à ce stade de discuter des potentielles interactions entre les particules et le champ de vitesse superfluide ou des lignes de vortex quantiques. On se contentera de mentionner que pour une particule d'un diamètre de  $80 \mu\text{m}$ , l'application de la formule 3.2 avec les propriétés de l'hélium référencées à saturation à 30 mbar, la différence de densité justifiant un écart type des vitesses de sédimentation de 5 mm/s est de l'ordre de  $2 \text{ kg/m}^3$ , ce qui semble tout à fait plausible au vu de la distribution de densité des particules présentée dans la section 3.2.

Une deuxième méthode de détermination du coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation, basée sur l'étude des fluctuations temporelles de l'écart type des vitesses des particules, est présentée en annexe A. Les estimations ainsi déduites sont en excellent

accord avec les estimations précédentes (par exemple pour le run 3D-2, on trouve  $c_{xz} = 1.29$ ,  $c_{yz} = 1.3$  et  $\sigma_{v_{sedim}} \approx 5$  mm/s), validant ainsi l'approche proposée pour interpréter les mesures.

#### Récapitulatif

- Comme beaucoup d'autres écoulements de grille oscillante rapportés dans la littérature, notre écoulement est perturbé par une recirculation parasite affectant principalement la composante verticale de la vitesse. Les investigations sur les mesures 3D semblent indiquer que cet écoulement n'est pas reproductible, il peut parfois s'installer vers le haut ou vers le bas, et qu'il est spatialement inhomogène. En revanche, sur la durée d'environ 2 min des mesures 3D, il semble stationnaire.
- Pour isoler les effets de la turbulence, après avoir calculé ce champ moyen dans des cellules discrètes, on le soustrait localement à la vitesse des particules en l'interpolant à chaque instant aux positions des particules.
- En considérant les incréments de vitesse pseudo-eulériens formés par les différences de vitesse entre les couples de particules, nous avons identifié un biais introduit par la distribution des vitesses de sédimentation des particules sur la composante verticale de la fonction de structure d'ordre 2,  $S_{2,z}$ . Alors que l'on s'attendrait à ce que  $S_{2,z}(r)$  tende vers zéro lorsque la distance  $r$  entre les couples de particules diminue, il semble au contraire qu'elle tende vers une constante que l'on interprète comme la variance de la distribution des vitesses de sédimentation. Une autre méthode, moins directe, basée sur les fluctuations temporelles de l'écart type des vitesses des particules sur les trois composantes confirme cette première estimation. On retient  $\sigma_{v_{sed}} \approx 4-6$  mm/s.
- À partir de ces deux méthodes, nous avons également pu quantifier l'anisotropie de la composante verticale : les fluctuations de vitesse sur la composante verticale sont 30% plus importantes que celles sur les composantes horizontales.

### 3.5 Distributions de vitesse et intensité des fluctuations turbulentes selon les paramètres de forçage

Maintenant que l'on connaît la forme globale de l'écoulement et les problématiques liées à la distribution des vitesses de sédimentation, on peut s'intéresser aux distributions de vitesse des particules. En particulier, on souhaiterait les caractériser en fonction des paramètres de forçage de l'écoulement. Puisqu'on dispose d'une large base de données acquises avec le système  $2 \times 2D$  pour différentes températures, c'est sur ces mesures que l'on se base dans cette section.

Comme mentionné précédemment, les vitesses des particules sont influencées par l'écoulement de recirculation que l'on souhaite donc soustraire pour isoler les effets de la turbulence. Cependant, pour les mesures  $2 \times 2D$ , ce dernier ne peut pas être calculé dans la direction de la profondeur de champ des caméras. On a vu à partir d'une comparaison avec le champ 3D que cela ne semblait pas avoir un impact critique sur les composantes horizontales. En revanche, sur la composante verticale, ce manque d'information ajouté à l'effet de la distribution des vitesses de sédimentation introduit un biais que l'on aurait du mal à interpréter. On se contente donc d'étudier les distributions de vitesses des composantes horizontales de la vitesse.

### 3.5.1 Filtrage des trajectoires des mesures $2 \times 2D$

Comme vu précédemment, on dispose d'une méthode pour obtenir les vitesses des particules lissées sur un temps  $\tau_f$  à partir de la relation 3.9. Pour ne pas fausser les résultats, ce temps doit évidemment être judicieusement choisi pour atténuer la contribution du bruit sans pour autant dégrader la physique contenue dans les signaux. On se propose donc dans cette section de décrire la méthodologie utilisée pour déterminer ce temps de filtrage.

Jusqu'à présent, toutes les considérations sur la structuration globale de l'écoulement proviennent de mesures 3D (pour lesquelles on rappelle que la fréquence d'acquisition vaut  $f_{ech} = 220$  Hz, où les vitesses ont été obtenues avec une taille de filtre de  $n_f = 4$  instants (soit  $\tau_f = n_f/f_{ech} \approx 18.2$  ms) sans plus de justification et demande donc des clarifications. En ce qui concerne les calculs de l'écoulement moyen, que ce soit en 3D ou en 2D, la taille  $\tau_f$  du filtre a peu d'importance puisque le bruit de position sur les trajectoires est de moyenne nulle. Il est donc naturellement éliminé par l'opération de moyennage. En revanche, pour les incréments de vitesse et les calculs des écarts types à l'échelle  $\ell$ , on a pris soin de vérifier que le filtrage sur  $n_f = 4$  instants, qui lisse les trajectoires 3D sur un temps  $\tau_f \approx 18.2$  ms, est suffisamment long pour éliminer la contribution du bruit que l'on a estimé dominant pour des fréquences supérieures à  $\sim 70$  Hz. C'est donc cette estimation que l'on propose de discuter dans cette section sur les signaux  $2 \times 2D$  pour en déduire la taille du filtre à utiliser pour la suite des investigations, la méthodologie étant la même dans le cas des trajectoires 3D.

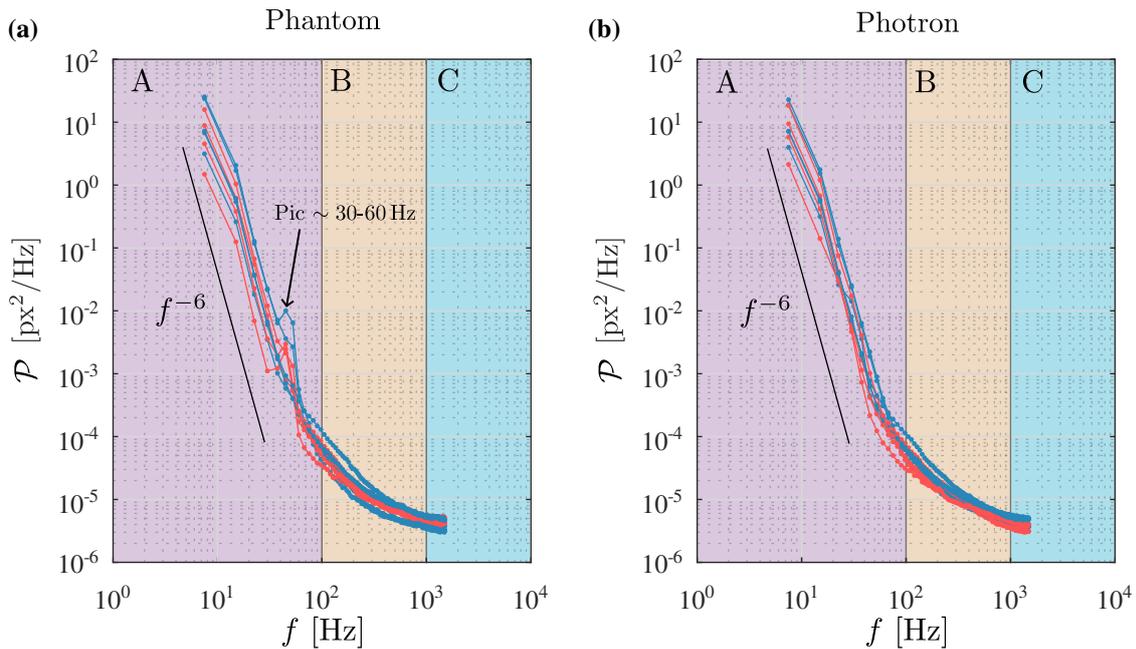


FIGURE 3.25 – Densité spectrale de puissance des signaux de position des particules pour chaque axe horizontal des caméras. On a sélectionné aléatoirement 10 runs dans la base de données  $2 \times 2D$  et on a moyenné les spectres de toutes les trajectoires de plus de 400 instants. Le code couleur rouge/bleu correspond aux conditions du bain He I/ He II. Le segment noir représente une pente de  $f^{-6}$ . a) Densité spectrale de puissance des trajectoires issues de la Phantom b) Densité spectrale de puissance des trajectoires issues de la Photron

Pour ce faire, et comme on s'attend à ce que le bruit soit principalement issu du processus de détection des particules ou éventuellement d'erreurs d'associations des particules d'un ins-

tant au suivant, on a calculé la densité spectrale de puissance sur les signaux de position des trajectoires des particules. Comme le montre la figure 3.25, le spectre issu de nos mesures  $2 \times$

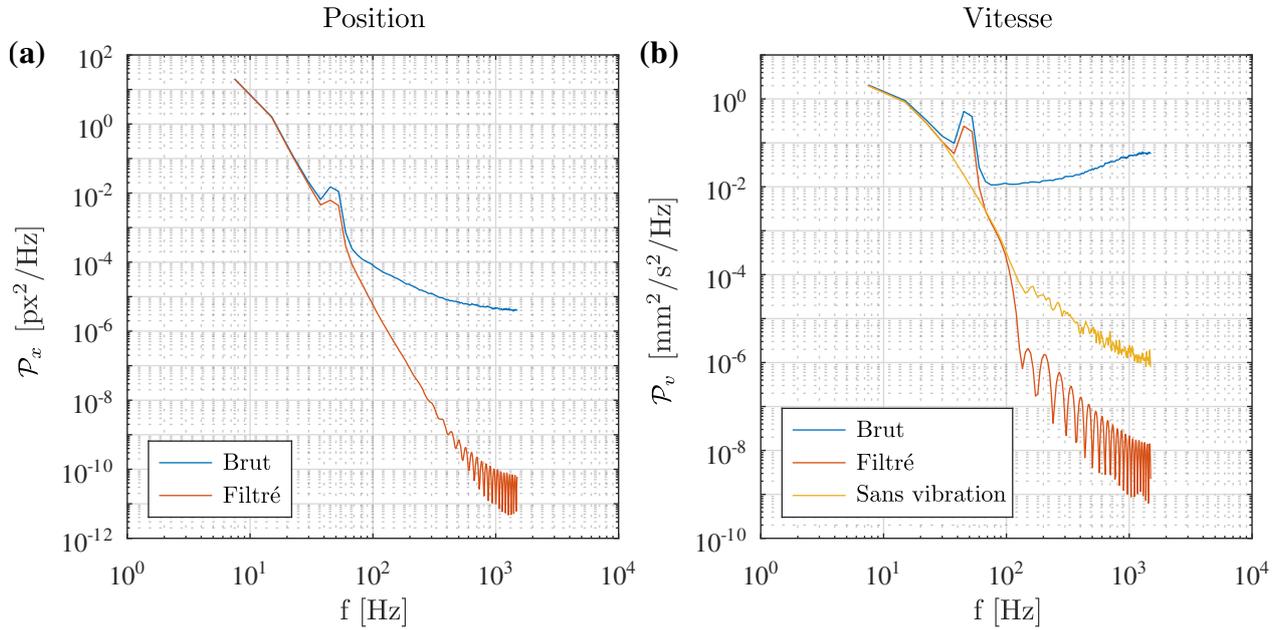


FIGURE 3.26 – Impact du filtrage sur le contenu fréquentiel des trajectoires des particules vues par la Phantom sur l’axe horizontal pour le run  $2 \times 2\text{D}-14$  (He II, 30 mbar,  $f_{mot} = 6$  Hz,  $S_{mot} = 28$  mm). a) Densité spectrale de puissance des positions des particules avant et après filtrage des trajectoires sur 15 instants (à partir de la relation 3.8 appliquée aux positions). b) Idem mais sur les vitesses calculées soit directement par différence finie d’ordre 1, soit par convolution à partir de la relation 3.9. Le troisième signal résulte de la procédure présentée dans le texte pour supprimer les vibrations des particules observées autour de  $\sim 30\text{-}60$  Hz.

2D se décompose grossièrement en 3 zones :

- un régime de décroissance en  $f^{-6}$  pour  $f < 100$  Hz (zone A), que l’on associe au régime inertiel. Comme présenté dans la section 3.7.2, le sur-amortissement observé en  $f^{-6}$  par rapport à celui attendu en  $f^{-4}$  est probablement dû au fait que les particules utilisées ne sont pas des traceurs parfaits.
- un régime proche de  $\sim f^{-1}$  pour  $100 \text{ Hz} < f < 1000$  Hz (zone B), que l’on interprète comme un bruit coloré probablement lié aux erreurs d’association lors de la reconstruction des trajectoires.
- $f^0$  pour  $f > 1000$  Hz (zone C), un bruit blanc d’une amplitude de quelques  $10^{-6} \text{ px}^2/\text{Hz}$  que l’on associe à l’incertitude de positionnement des centroïdes des particules lors de leur détection. L’amplitude de ce bruit nous permet d’en déduire que l’incertitude est de l’ordre de 0.05 à 0.1 px (par exemple, un bruit blanc dont l’écart type vaut 0.08px a une densité spectrale de puissance moyenne de  $\sim 4 \times 10^{-6} \text{ px}^2/\text{Hz}$ ). Cette valeur est tout à fait crédible puisque l’aire d’une particule de diamètre  $D=80 \mu\text{m}$  est d’environ  $12 \text{ px}^2$  sur les images, soit une incertitude de l’ordre de  $\approx 0.08$  px.

Au vu de ces considérations, on choisit finalement de filtrer les trajectoires  $2 \times 2\text{D}$  sur  $n_f = 15$  instants (soit  $\tau_f = 5$  ms), c’est à dire de lisser les signaux pour les fréquences supérieures

à  $3000/15 = 200$  Hz. On préfère conserver une certaine marge puisque le filtre gaussien n'est évidemment pas infiniment raide et qu'on ne veut pas dégrader l'information contenue dans le signal autour de 100 Hz au risque de conserver une infime fraction du bruit. La figure 3.26-a présente le nouveau spectre après filtrage.

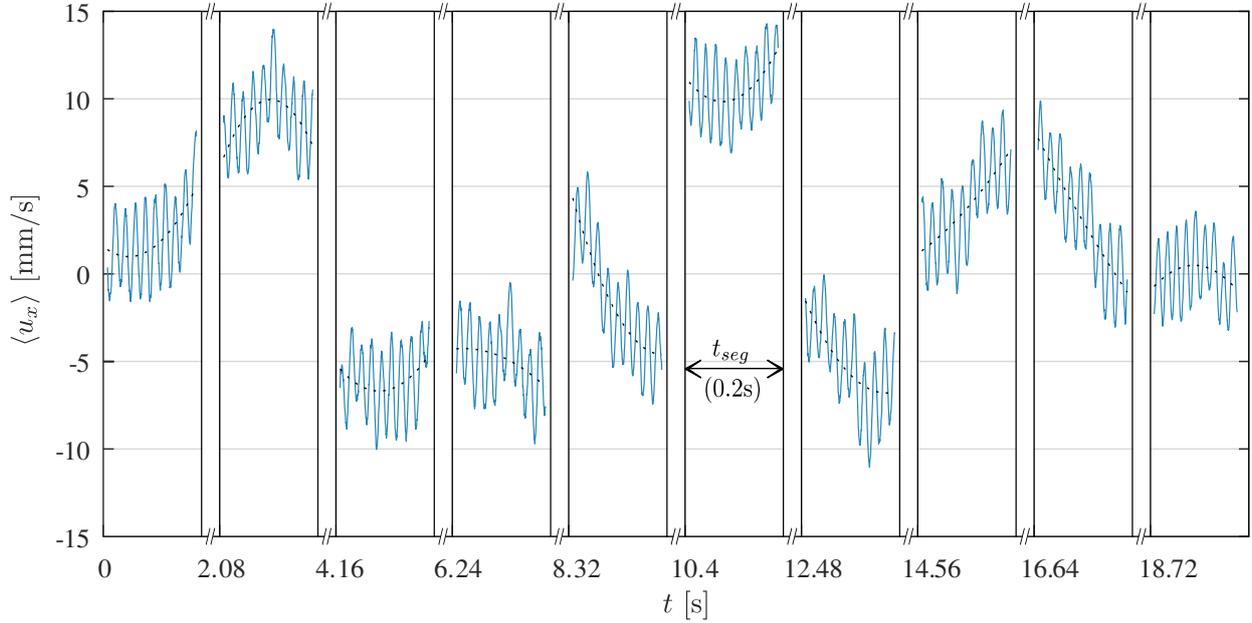


FIGURE 3.27 – Illustration des oscillations en bloc des particules par le calcul de la vitesse horizontale moyenne instantanée des particules vues par la Phantom pour le run  $2 \times 2D-14$  (He II, 30 mbar,  $f_{mot} = 6$  Hz,  $S_{mot} = 28$  mm). On rappelle que les segments ont une durée de 0.2s et sont séparés de 2s les uns des autres.

Enfin, on remarque sur certains des spectres de la figure 3.25, un pic, plus ou moins marqué, sur une bande de fréquence située autour de  $\sim 30-60$  Hz. Cette observation est corroborée par la figure 3.27 qui présente, pour différents segments, les signaux de vitesse moyenne calculés à chaque instant avec les vitesses de toutes les particules vues par la caméra Phantom et sur lesquels on retrouve ces oscillations parasites à une fréquence d'environ 45 Hz suggérant un mouvement en bloc de toutes les particules. Nous n'avons à ce jour pas de certitude sur l'origine de ce phénomène, mais il semblerait que l'on puisse l'imputer aux vibrations mécaniques de l'ensemble du bâti, qui aurait tendance à faire "trembler" la caméra ou à faire directement ballotter le tunnel de confinement suspendu dans le cryostat. Quoi qu'il en soit, on souhaite se débarrasser de ces oscillations parasites qui ne sont pas liées à la turbulence. Pour ce faire, il suffit tout simplement de retirer la composante fluctuante de cette vitesse moyenne à la vitesse instantanée des particules. Notons qu'étant donné que l'extension temporelle des segments est courte devant le temps intégral (0.2s contre  $\sim 1$  s) et que l'extension spatiale du champ de vision des caméras en  $2 \times 2D$  n'est pas grande devant l'échelle intégrale (17 mm contre  $\sim 14$  mm, voir plus loin pour son estimation), on ne s'attend pas à ce que les vitesses des particules soient de moyenne nulle à l'échelle d'un segment mais plutôt qu'elles s'étalent sur une gamme de l'ordre de l'écart type des vitesses turbulentes et c'est bien ce qu'on observe sur la figure 3.27. Seule la composante fluctuante périodique liée aux vibrations doit être retirée, sans utiliser un filtrage passe-bas, qui atténuerait les effets de la turbulence. La procédure que nous proposons

consiste à interpoler, pour chacun des segments, le signal de vitesse moyenne des particules par un polynôme d'ordre 2 (voir pointillés sur la figure 3.27). En faisant la différence entre le signal interpolé et le signal réel, on isole ainsi la contribution des vibrations que l'on peut soustraire à la vitesse des particules. Pour résumer ces considérations, la figure 3.26-b présente les densités spectrales de puissance des vitesses brutes, des vitesses filtrées et des vitesses filtrées auxquelles on a retiré les vibrations. La procédure s'avère remarquablement efficace puisque le pic a été supprimé sur le dernier signal tout en conservant un niveau de bruit largement négligeable. Notons qu'on rapporte le même phénomène localisé sur une bande de fréquence légèrement inférieure (centrée aux alentours de 25 Hz) sur certains runs de la Photron. Ces vibrations parasites sont traitées selon la même procédure.

Maintenant que l'on a vu comment se débarrasser des biais les plus évidents sur la vitesse des particules, intéressons-nous aux distributions des vitesses des particules.

### 3.5.2 Distributions de vitesse

Dans le paradigme de la turbulence stationnaire homogène et isotrope, on s'attend à ce que les distributions de vitesses soient proches d'une gaussienne (voir par exemple [48], page 51). Quant à la turbulence dans l'He II, il a été rapporté dans des écoulements de "contre-courant" (c'est à dire lorsque les composantes normale et superfluide sont forcées dans des directions opposées) des distributions de vitesses de particules bimodales du fait de leur probable interaction avec les lignes de vortex quantiques [65-67]. En revanche, dans les écoulements "co-courant" (c'est à dire lorsque les composantes normale et superfluide sont forcées inertiuellement "en bloc" comme c'est le cas avec l'oscillation d'une grille), cette anomalie dans les distributions de vitesse n'a pas été observée [68]. Comme présenté sur la figure 3.28, on observe, pour les 3 températures explorées avec le système  $2 \times 2D$ , que les distributions des vitesses des particules sont conformes avec celles attendues en turbulence classique. De fait, avec les caractéristiques de nos particules et dans notre écoulement de co-courant, on ne discerne aucune différence sur la forme des distributions de vitesse entre He I et He II. On valide au passage toute la procédure de nettoyage des trajectoires présentée jusqu'ici en confirmant qu'elle n'a, a priori, pas introduit de biais dans les distributions.

### 3.5.3 Influence des paramètres de forçage

Pour poursuivre cette investigation et puisqu'on a vu plus haut que la première étape du traitement consiste à retirer le champ moyen, vérifions que la moyenne des vitesses des particules à l'échelle d'un run est bien quasi-nulle (aux erreurs de convergence près). Plus précisément, on souhaite s'assurer que la vitesse moyenne résiduelle est bien négligeable devant l'écart type des vitesses des particules. Comme le montre la figure 3.29, le ratio ne dépasse jamais 3% quelle que soit l'intensité du forçage, ce qui renforce notre confiance dans la fiabilité du processus de retrait du champ moyen (qui consiste, on le rappelle, à retirer la valeur locale du champ de vitesse moyen eulérien à la vitesse des particules le long de leurs trajectoires).

On se propose maintenant de caractériser l'évolution de l'écart type des vitesses,  $u_{rms}$  en fonction des paramètres de forçage.

Le forçage de l'écoulement est défini par le couple de paramètres comprenant la course  $S_{mot}$  et la fréquence  $f_{mot}$  d'oscillation des grilles. Afin d'explorer l'effet de ces 2 paramètres sur  $u_{rms}$ , examinons dans un premier temps sa dépendance à  $S_{mot}$  pour  $f_{mot}$  fixée. La figure 3.30-a

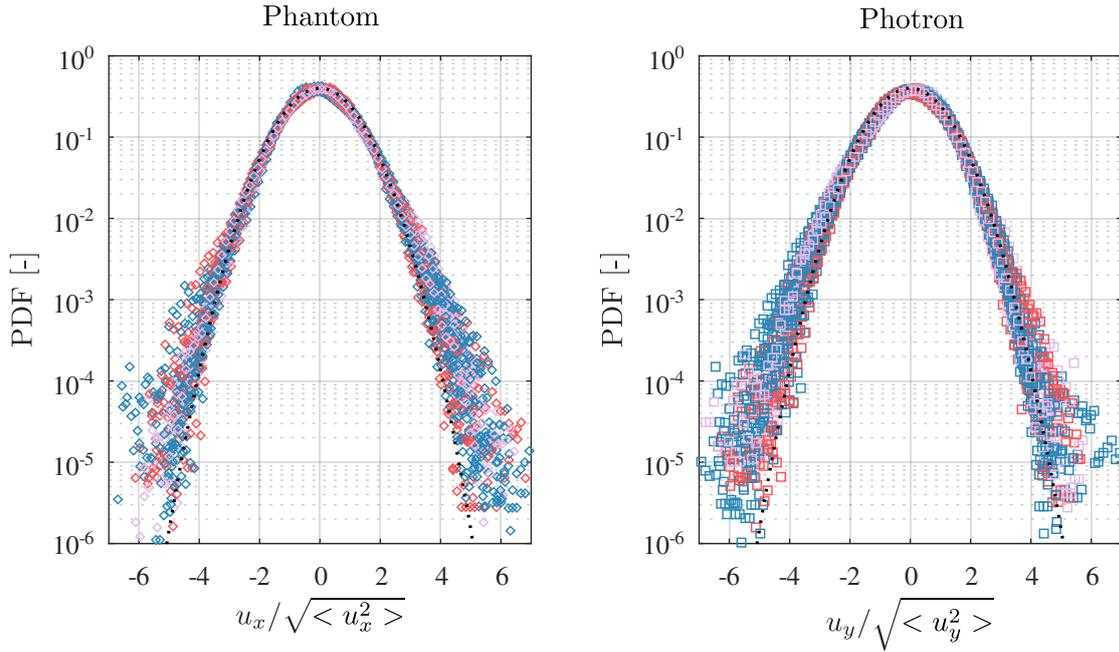


FIGURE 3.28 – Distribution des vitesses horizontales réduites par leur écart type. Les moyennes ne sont pas retirées puisqu’elles sont quasi-nulles (voir figure 3.29). Le code couleur correspond aux conditions du bain : en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K. Les pointillés noirs représentent une distribution gaussienne. a) Distribution des vitesses issues de la composante horizontale des particules obtenue à partir des images de la caméra Phantom b) Distribution des vitesses issues de la composante horizontale des particules obtenue à partir des images de la caméra Photron

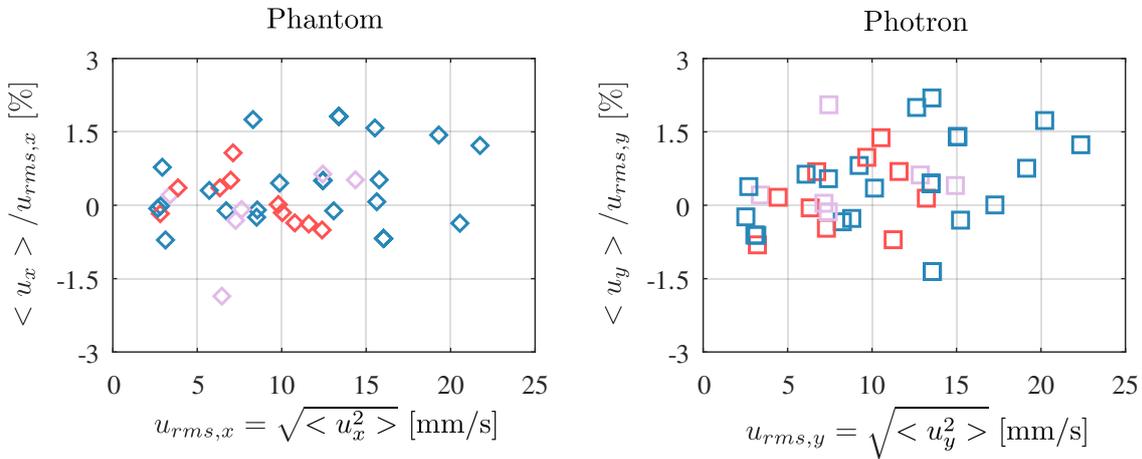


FIGURE 3.29 – Comparaison entre la moyenne résiduelle des vitesses des particules et leur écart type. Le code couleur correspond aux conditions du bain, en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K.

présente les données obtenues pour une variation de  $S_{mot}$  comprise entre 12 et 30 mm pour trois fréquences différentes : 5, 6, et 8 Hz. Malgré la dispersion, il semble se dégager une tendance générale de laquelle on peut raisonnablement extraire une loi de puissance,  $u_{rms} \propto S_{mot}^{1.8 \pm 0.2}$ .

N’ayant pas suffisamment de données pour mener une analyse similaire de la dépendance

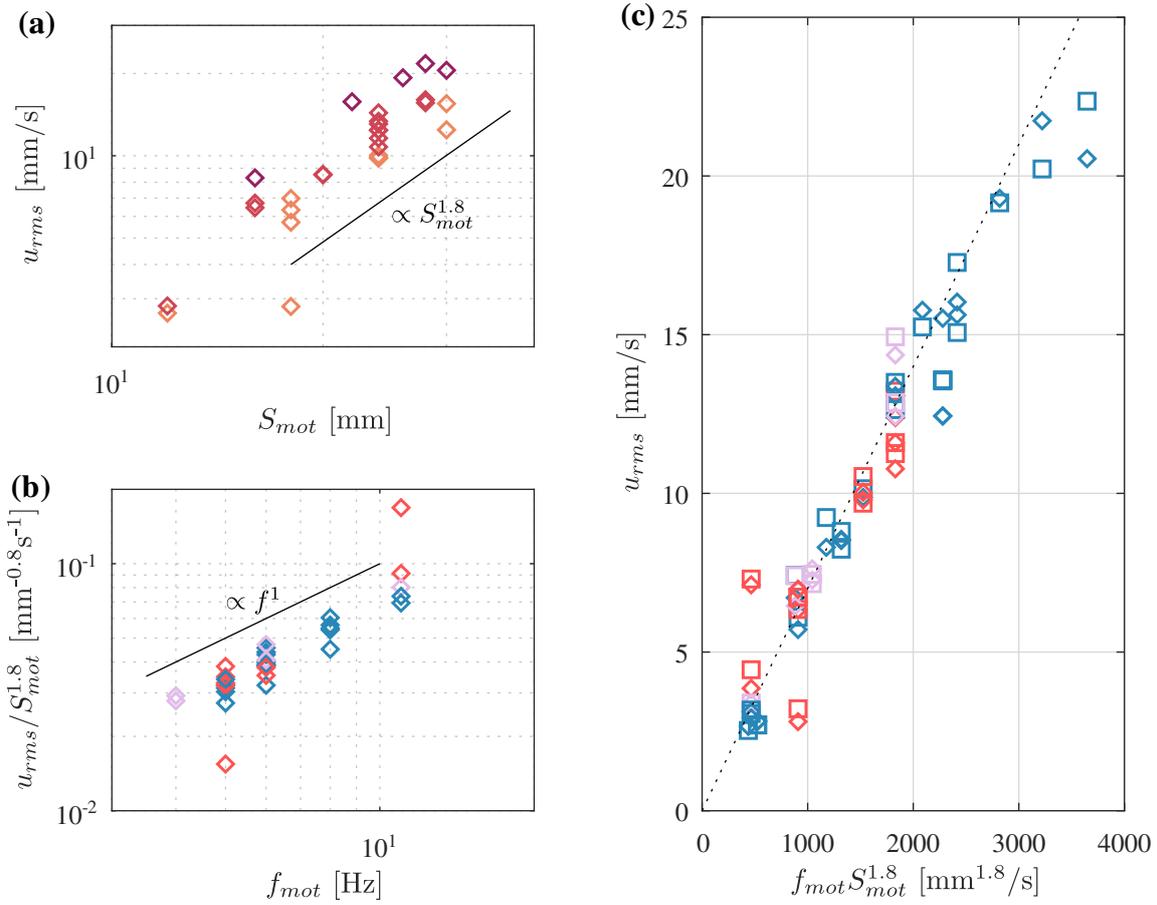


FIGURE 3.30 – Résultats bruts de la dépendance de l'écart type des fluctuations de vitesse aux paramètres de forçage de l'écoulement ( $f_{mot}, S_{mot}$ ). Les marqueurs carrés (respectivement losanges) correspondent aux écarts types des vitesses horizontales mesurées sur les images de la caméra Phantom (respectivement Photron). a)  $u_{rms}$  en fonction de  $S_{mot}$  à  $f_{mot}$  fixé. On a associé une couleur pour chacune des 3 fréquences : 5 Hz (orange), 6 Hz (rose), et 8 Hz (violet). b)  $u_{rms}/S_{mot}^{1.8}$  en fonction de  $f_{mot}$ . Le code couleur correspond aux conditions du bain, en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K. c)  $u_{rms}$  en fonction de  $f_{mot}S_{mot}^{1.8}$ . Le code couleur est identique à b).

de  $u_{rms}$  à  $f_{mot}$  pour  $S_{mot}$  fixée, la figure 3.30-b présente l'évolution de  $u_{rms}/S_{mot}^{1.8}$  en fonction de la fréquence  $f_{mot}$ . Malgré la dispersion, cette représentation suggère  $u_{rms} \propto f_{mot}^{1 \pm 0.1}$ .

Enfin, pour donner une vue d'ensemble de la dépendance combinée à ces deux paramètres, la figure 3.30-c présente  $u_{rms}$  en fonction du produit  $f_{mot}S_{mot}^{1.8}$ . Les données semblent bien alignées et on n'observe aucune différence significative entre He I/He II. Ces considérations suggèrent donc, dans la gamme de paramètres explorés, qu'une approximation raisonnable de  $u_{rms}$  puisse s'écrire :

$$u_{rms} = 7 \times 10^{-3} f_{mot} S_{mot}^{1.8} \quad (3.11)$$

où le préfacteur est estimé pour  $f_{mot}$  en Hz et  $S_{mot}$  en mm. Au vu de la dispersion des données, on aurait pu faire varier marginalement les exposants. Toutefois, on va voir que la relation 3.11 est soutenue par des arguments théoriques.

Pour ce faire, on va s'appuyer sur le travail de Matsunaga et al. [72] qui proposent une application du modèle  $k - \epsilon$  de la turbulence aux écoulements de grille oscillante. Les relations analytiques obtenues sur la décroissance de l'énergie cinétique  $k = \langle \mathbf{u}^2 \rangle / 2$  et le taux de dissipation  $\epsilon = \nu \langle |\nabla \mathbf{u}|^2 \rangle$  en fonction de la distance  $z$  à la grille, se trouvent être en excellent accord avec les mesures de l'époque (voir [70, 71, 104]) et ont été confirmées plus récemment (voir par exemple [105]). Pour rappel, les équations du modèle  $k - \epsilon$  s'écrivent en une dimension :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{d}{dz} k \right) - \epsilon &= 0 \\ \frac{d}{dz} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{d}{dz} \epsilon \right) - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} &= 0 \\ \nu_t &= C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \end{aligned}$$

avec  $\sigma_k = 1$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.3$ ,  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_2 = 1.92$ , les valeurs classiques rapportées dans la littérature des constantes ajustables du modèle. Pour une grille située en  $z = 0$ , la solution rapportée pour l'énergie cinétique est <sup>3</sup>

$$\hat{k} = \frac{k}{k_0} = \left( 1 + \frac{\hat{z}}{1.82} \right)^{-5}, \quad (3.12)$$

où l'on a introduit  $\hat{z} = z/L_0$  avec  $L_0 = k_0^{3/2}/\epsilon_0$ ,  $k_0$  et  $\epsilon_0$  qui correspondent à l'échelle intégrale, l'énergie cinétique et le taux de dissipation virtuels au niveau de la grille.

Les valeurs de  $k_0$  et  $\epsilon_0$  sont ajustées empiriquement à partir de leurs propres données expérimentales pour proposer les relations suivantes,

— Pour  $Re_g \leq 5.5 \cdot 10^3$ ,

$$k_0 = 8.1 \cdot 10^{-3} \left( \frac{S}{M} \right)^{1/4} Re_g^{1/2} \cdot f_{mot}^2 S_{mot}^2 \quad \& \quad \epsilon_0 = 8.2 \cdot 10^{-5} \frac{S_{mot}}{M} Re_g \cdot f_{mot}^3 S_{mot}^2$$

— Pour  $Re_g \geq 5.5 \cdot 10^3$ ,

$$k_0 = 6 \cdot 10^{-1} \left( \frac{S_{mot}}{M} \right)^{1/4} \cdot f_{mot}^2 S_{mot}^2 \quad \& \quad \epsilon_0 = 4.5 \cdot 10^{-1} \frac{S_{mot}}{M} \cdot f_{mot}^3 S_{mot}^2 \quad (3.13)$$

où  $M$  correspond à la taille de maille de la grille et  $Re_g$  au nombre de Reynolds calculé à partir des propriétés de forçage de la grille,

$$Re_g = \frac{f_{mot} S_{mot}^2}{\nu}.$$

On va voir que nos données peuvent être remarquablement bien approximées par la relation 3.31 moyennant l'introduction d'un paramètre ajustable pour tenir compte de la deuxième grille puisque qu'on s'attend, de fait, à ce que l'énergie cinétique  $k$  pour une position  $z$  donnée

---

3. Pour expliciter la dépendance aux coefficients du modèle  $k - \epsilon$ , la solution exacte s'écrit  $\hat{k} = \left( 1 + \frac{\hat{z}}{1.82} \right)^{-2/r}$  avec  $r = -\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6C_2\sigma_\epsilon}{\sigma_k}} \approx 0.4$ . L'approximation proposée par les auteurs  $\frac{2}{r} \approx 5$  est donc tout à fait raisonnable.

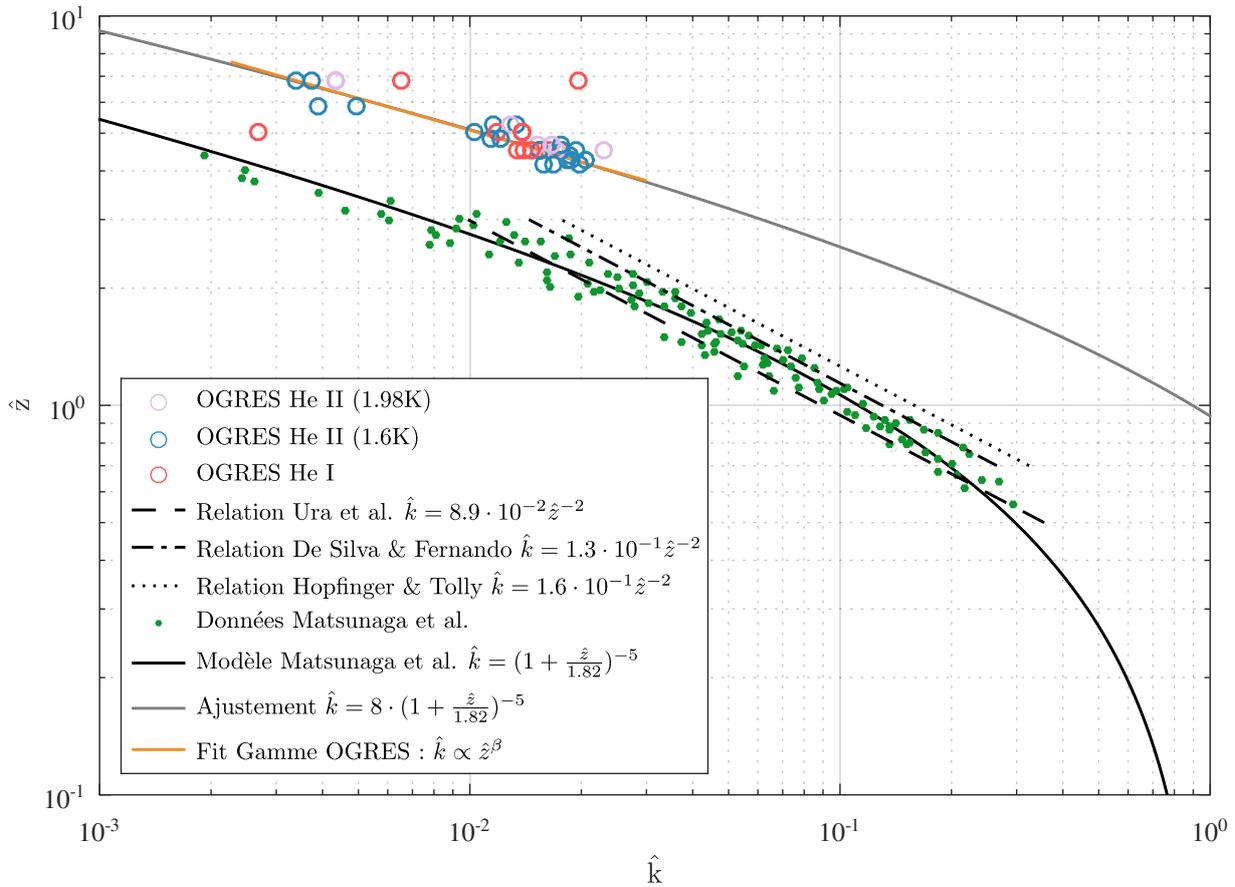


FIGURE 3.31 – Reproduction de la figure 11 présentée dans [72] comparant la relation analytique 3.12 à 3 autres relations empiriques proposées dans la littérature sous forme de loi de puissance ([70, 71, 104]). Les points expérimentaux en vert sont tracés à titre indicatif et ont été récupérés grossièrement avec G3-Data [106]. On a positionné nos données expérimentales avec le code couleur correspondant aux conditions du bain, en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K. L’ajustement d’un facteur 8 de la relation 3.12 pour tenir compte de l’ajout d’une deuxième grille permet de concilier le modèle théorique à nos mesures. Notons que dans cette représentation, les forçages les plus intenses sont associés aux  $\hat{k}$  les plus importants et que  $\hat{z} \propto \frac{H}{2} S_{mot}^{-3/8} M^{-5/8}$ . Le fit du modèle ajusté dans la gamme de paramètres explorés dans OGRES donne  $\hat{k} \propto \hat{z}^\beta$  avec  $\beta \approx -3.7$ .

soit plus importante. Dans leur article, Matsunaga et al. [72] présentent leurs données dans le plan  $\hat{k} = k/k_0$  et  $\hat{z} = z/L_0$ , notamment pour comparer leur relation analytique avec les relations empiriques proposées dans la littérature de l’époque. On se propose donc de reproduire leur graphe en y ajoutant nos points expérimentaux (voir figure 3.31). Notons que la valeur de  $z$  utilisée pour le calcul de  $\hat{z}$  correspond à la distance inter-grilles soit  $z = H/2 = 83.5$  mm et les valeurs de  $k_0$  et  $\epsilon_0$  sont calculées à partir des relations 3.13, c’est-à-dire en considérant  $Re_g \geq 5.5 \cdot 10^3$ . En effet, bien qu’on ne sache pas rigoureusement définir la viscosité  $\nu$  de l’He II, on peut calculer sans ambiguïté le  $Re_g$  pour les runs en He I. La plus petite valeur obtenue étant  $Re_g \approx 3.5 \cdot 10^4$ , on supposera que l’on se trouve dans le régime  $Re_g \geq 5.5 \cdot 10^3$  pour tous

les couples  $(S_{mot}, f_{mot})$  de paramètres testés tant en He I qu'en He II. Par ailleurs, n'ayant pas mesuré "proprement" l'écart type des vitesses sur la composante verticale, on définit l'énergie cinétique comme suit,

$$k = \frac{1}{2} \cdot \left( \langle u_x^2 \rangle + \langle u_y^2 \rangle + \frac{\langle u_x^2 \rangle + \langle u_y^2 \rangle}{2} \right).$$

La figure 3.31 montre que l'énergie cinétique dans nos écoulements est 8 fois plus importante que la prédiction de Matsunaga et al. [72]. Pour autant, la relation 3.12 reproduit fidèlement l'évolution de l'énergie cinétique en fonction des paramètres de forçage. Ce facteur 8 s'explique au moins en partie (pour un facteur proche de 2) par le fait que notre écoulement est excité par deux grilles alors qu'une seule grille est considérée dans le modèle théorique. On constate également dans la littérature expérimentale une assez large dispersion des résultats en fonction des spécificités de chacun des dispositifs expérimentaux comme le montre le facteur 1.8 entre les interpolations proposées par de Hopfinger & Tolly [71] et de Ura et al. [104] (voir figure 3.31). L'objet de notre étude se concentrant principalement sur l'analyse comparative des écoulements en He I/He II, nous n'avons pas approfondi les investigations pour expliquer cet écart. On dispose donc d'une relation analytique pour évaluer l'énergie cinétique  $k$  (relation 3.12) entre les deux grilles. On peut l'approximer par une loi de puissance dans la gamme de paramètres explorés par les mesures  $2 \times 2D$  qui donne  $\hat{k} \propto \hat{z}^\beta$  avec  $\beta = -3.7$  que l'on peut réécrire en explicitant  $u_{rms}$  et les paramètres de forçage  $(f_{mot}, S_{mot})$ ,

$$u_{rms} \propto f_{mot} S_{mot}^{(18-3\beta)/16} \propto f_{mot} S_{mot}^{1.82},$$

ce qui corrobore la relation 3.11 établie précédemment à partir des données brutes.

Pour résumer, ces considérations suggèrent que l'écart type des vitesses turbulentes s'exprime,

$$u_{rms} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 8k = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 8k_0 \left( 1 + \frac{H/2}{1.82(k_0^3/\epsilon_0^2)^{1/2}} \right)^{-5}, \quad (3.14)$$

où  $H$  correspond à la distance entre les deux grilles et  $k_0 \propto S_{mot}^{2.25} f_{mot}^2$  et  $\epsilon_0 \propto S_{mot}^3 f_{mot}^3$  sont explicités par 3.13. La dépendance de  $u_{rms}$  aux paramètres de forçage ne s'exprime donc pas comme une loi de puissance.

### Récapitulatif

- Le choix du temps de filtrage des trajectoires  $2 \times 2D$  est basé sur l'analyse de la densité spectrale de puissance des signaux de position des particules, révélant l'apparition du bruit autour de 100 Hz. Les trajectoires sont donc filtrées sur 15 instants, soit  $\tau_f = 5$  ms.
- L'analyse de la densité spectrale de puissance des signaux de position des particules indique également un pic localisé autour de 30-60 Hz. Le calcul de la vitesse moyenne des particules instant par instant suggère que ce pic est associé à une oscillation en bloc des particules (attribuée aux vibrations des caméras ou du tunnel de confinement). Une procédure a été développée pour éliminer ces oscillations parasites.
- Après avoir éliminé tous les biais des trajectoires  $2 \times 2D$ , les distributions de ces trajectoires sont quasi-gaussiennes avec une moyenne négligeable, aussi bien en He I qu'en He II (à 1.6 K et à 1.98 K), comme attendu en turbulence classique.

- Le résultat principal de cette section concerne l'influence des paramètres de forçage sur l'écart type des fluctuations de vitesse turbulente de l'écoulement,  $u_{rms}$ . Nos mesures, en He I et en He II (à 1.6 K et à 1.98 K), sur la composante horizontale de la vitesse obtenue avec la caméra Photron et la caméra Phantom, suggèrent une dépendance de  $u_{rms}$  compatible avec celle prédite analytiquement pour l'énergie cinétique turbulente (relation 3.12) par Matsunaga et al. [72] dans le cas d'une seule grille. Le modèle doit toutefois être ajusté, pour tenir compte de la deuxième grille, d'un facteur 8 sur l'énergie cinétique pour lequel nous n'avons pas d'explication. Dans la gamme de paramètres explorés, la relation analytique 3.14 qui relie  $u_{rms}$  aux paramètres de forçage ( $f_{mot}, S_{mot}$ ) peut alors être approximée par  $u_{rms} \propto f_{mot} S_{mot}^{1.8}$  en bon accord avec celle que l'on peut extraire des données brutes (figure 3.31).

### 3.6 Énergie injectée à grande échelle et détermination de l'échelle intégrale

En turbulence classique, on dispose, sans ambiguïté et en ne supposant que l'homogénéité et la stationnarité de l'écoulement, de la loi exacte des  $\frac{4}{5}$ -ième (voir par exemple Pope [47], page 204). Elle stipule, pour les échelles  $r$  situées au cœur de la gamme inertielle, que la fonction de structure longitudinale d'ordre 3 s'exprime comme

$$S_{3,\parallel} = \langle (\delta_r u_{\parallel})^3 \rangle = -\frac{4}{5} \langle \epsilon \rangle r. \quad (3.15)$$

Cette loi constitue un outil permettant, à partir des distributions des incréments de vitesse longitudinaux calculés pour différentes échelles  $r$  dans la gamme inertielle, d'estimer  $\langle \epsilon \rangle$  le taux d'énergie transféré entre les échelles dans la gamme inertielle que l'on interprète, au vu de la stationnarité de l'écoulement, comme la quantité d'énergie injectée à grande échelle et dissipée aux petites échelles. On sait que la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième est valide dans l'He II, au moins dans la partie haute de la gamme inertielle [62], et qu'à forçage égal, le taux d'énergie injectée et donc dissipée en He I et en He II est identique [3].

En turbulence classique, ce taux d'énergie injectée à grande échelle s'écrit (voir par exemple Pope [47], page 244)

$$\epsilon = \frac{u_{rms}^3}{L},$$

où  $u_{rms}$  est l'écart type des fluctuations de vitesse turbulente et  $L$  est l'échelle intégrale spatiale de l'écoulement.

Ainsi, dans ce qui suit on se propose d'utiliser la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième pour estimer  $\epsilon$  sur les 4 runs 3D afin d'en déduire la valeur de l'échelle intégrale

$$L = \frac{u_{rms}^3}{\epsilon}.$$

En admettant alors qu'elle est indépendante des conditions de forçage de l'écoulement et puisqu'on a caractérisé sans ambiguïté la valeur de  $u_{rms}$  en fonction des paramètres de forçage à partir des mesures 2×2D, cette estimation de  $L$  nous permettra ensuite de déterminer, pour n'importe quel couple ( $f_{mot}, S_{mot}$ ), le taux de dissipation de l'énergie  $\epsilon$  de l'écoulement.

### 3.6.1 Distribution des incréments de vitesse longitudinaux

La loi des  $\frac{4}{5}$ -ième offre donc un moyen d'obtenir directement la valeur de l'énergie injectée pour un forçage donné à partir de la mesure de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3 dans la gamme inertielle. Du fait de l'indétermination de la position des particules dans la profondeur des champs de vision des caméras, les mesures  $2 \times 2D$  ne permettent malheureusement pas de calculer les incréments de vitesse longitudinaux. En revanche, on va voir qu'on peut le faire à partir des mesures 3D.

Comme mentionné précédemment, à l'issue du processus de filtrage, on dispose d'une collection de trajectoires dont on a déterminé les positions et les vitesses. Pour chaque instant  $t_k$ , on a donc une mesure du champ de vitesse localisées à l'ensemble des positions  $\{\mathbf{P}^i(t_k)\}_{i \in \{1, \dots, N(t_k)\}}$  où  $N(t_k)$  est le nombre trajectoires actives à l'instant  $t_k$ . On a qualifié cette approche de "pseudo-eulérienne" dans la mesure où l'on considère chaque particule comme un capteur de vitesse embarqué dans l'écoulement sans inclure les informations relatives à leurs trajectoires. En notant,  $\mathbf{v}(\mathbf{P}^i(t_k), t_k) = \mathbf{V}_f^i(t_k)$  la vitesse de la  $i$ -ième particule se trouvant à la position  $\mathbf{P}^i(t_k)$  à l'instant  $t_k$ , on peut définir l'ensemble des incréments de vitesse longitudinaux calculables à l'échelle  $r$ , de la manière suivante :

$$\{\delta_r u_{\parallel}(t_k)\} = \{(\mathbf{v}(\mathbf{P}_f^i(t_k), t_k) - \mathbf{v}(\mathbf{P}_f^j(t_k), t_k) \cdot \mathbf{e}^{ij})\}_{\{i,j\} \text{ tel que } \|\mathbf{P}_f^i \mathbf{P}_f^j(t_k)\| \in \Omega_r} \quad (3.16)$$

où  $\mathbf{e}^{ij} = \frac{\mathbf{P}_f^i \mathbf{P}_f^j(t_k)}{\|\mathbf{P}_f^i \mathbf{P}_f^j(t_k)\|}$  et  $\{\cdot\}_{\{i,j\} \text{ tel que } \|\mathbf{P}_f^i \mathbf{P}_f^j(t_k)\| \in \Omega_r}$  désigne l'ensemble des couples de particules  $i, j$  dont la distance  $\|\mathbf{P}_f^i \mathbf{P}_f^j\|$  à l'instant  $t_k$  est comprise dans l'intervalle  $\Omega_r$ . La connaissance de la distance totale séparant les deux particules, à laquelle on n'a pas accès dans les mesures  $2 \times 2D$ , est donc une donnée indispensable pour le calcul des incréments longitudinaux. En rassemblant les valeurs aux différents instants on peut définir les fonctions de structure longitudinales d'ordre  $p \in \mathbb{N}$  :

$$S_{p,\parallel}(r) = \langle (\delta_r u_{\parallel})^p \rangle.$$

Pour chaque instant  $t_k$  des runs 3D, on se propose donc de calculer les différences de vitesse entre les couples de particules et de trier les résultats en fonction de la distance entre les couples dans les 16 intervalles définis précédemment. Toutefois, suite à nos observations des paragraphes précédents, on souhaite s'affranchir des effets induits par les biais d'anisotropie et de distribution des vitesses de sédimentation s'exprimant sur la composante verticale. On va donc restreindre le calcul des incréments de vitesse longitudinaux à des couples de particules vérifiant  $\mathbf{e}^{ij} \cdot \mathbf{e}_z \approx 0$ . Cela aura pour effet de rendre la contribution des différences de vitesse sur la composante verticale négligeable devant celles des composantes horizontales. En pratique, on ne retient que les couples dont la distance de séparation verticale est inférieure à 10% de leur distance totale de séparation. La figure 3.32 présente les distributions obtenues à partir du run 3D-2 pour différents intervalles de distance entre les couples de particules. Qualitativement, et comme on l'avait déjà observé sur les distributions des incréments sur chacune des 3 composantes dans la section 3.4.2, les distributions sont gaussiennes aux grandes échelles et présentent des ailes plus étirées aux petites échelles. Notons que le processus de sélection des couples de particules ayant la même altitude a affecté la convergence statistique puisqu'il y a en moyenne 10 fois moins de couples sélectionnés (la limite d'un milliard de couples précédemment présentée n'est jamais atteinte). En particulier, l'intervalle  $[0-0.125[\text{mm}$  ne contient plus que 730 couples contre 15800 précédemment et l'intervalle  $[0.125-0.25[\text{mm}$  en contient maintenant 4200 contre 40000. On peut donc douter de leur fiabilité. Plus généralement, on n'inclura dans les analyses des

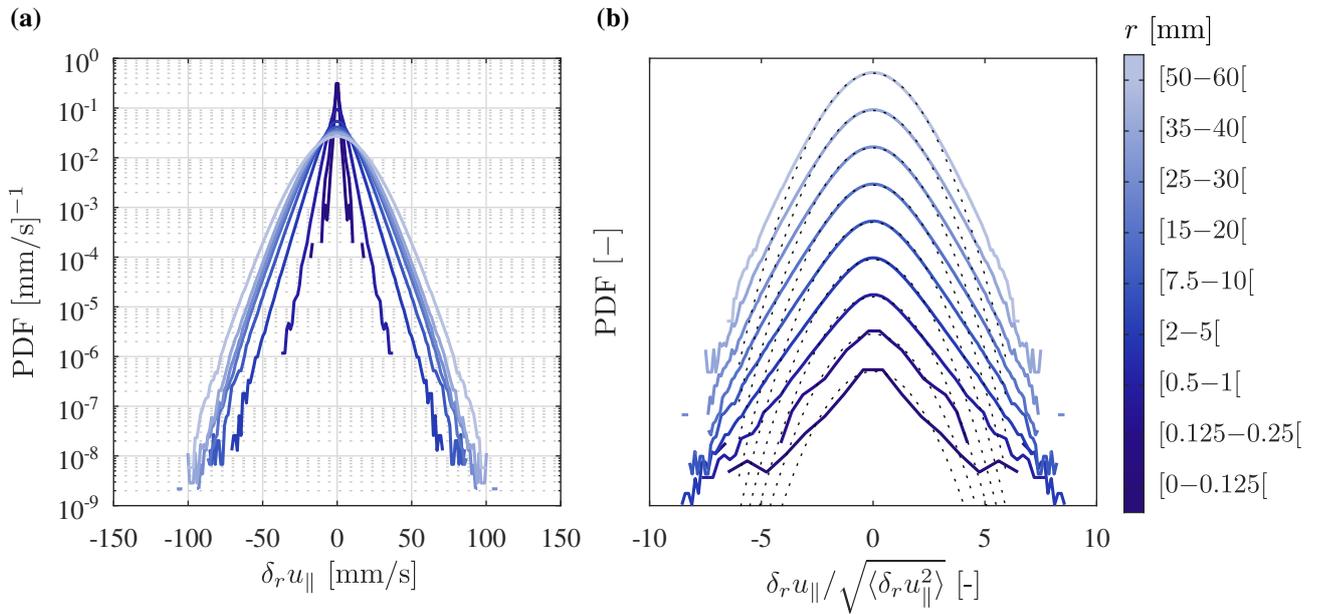


FIGURE 3.32 – a) Distribution des incréments de vitesse  $\delta_r u_{\parallel}$  pour différents intervalles de distance entre particules pour le run3D-2. Les 4 plus petits intervalles (dont un n'est pas représenté pour ne pas surcharger le graphe) de distance inter-particules inférieure à 1 mm contiennent respectivement 730, 4200, 38000 et 350000 couples. Les autres contiennent plus d'un million de couples. b) Les mêmes distributions mais réduites par leur écart-type et arbitrairement décalées sur l'axe vertical.

fonctions de structure, uniquement les intervalles contenant au moins 29000 couples (c'est à dire au moins un par instant).

### 3.6.2 Fonction de structure pseudo-eulérienne d'ordre 3

Il suit naturellement de calculer le moment d'ordre 3 des distributions pour construire  $S_{3,\parallel}(r)$ , la fonction de structure longitudinale d'ordre 3 et de la tracer en fonction de la distance moyenne des couples de particules contenus dans chaque intervalle. La figure 3.33 présente le résultat ainsi obtenu pour les 4 runs 3D.

Notons tout d'abord que les courbes associées aux runs 2, 3 et 4 mettent en évidence la persistance d'un biais à grande échelle ( $r > 20$  mm), malgré le retrait de l'écoulement moyen. En effet, on s'attend, à suffisamment grande échelle, à une distribution gaussienne des incréments de vitesse, donc symétrique, impliquant  $\langle (\delta_r u_{\parallel})^3 \rangle = 0$ .

Ensuite, pour interpréter les courbes au regard de la théorie de Kolmogorov aux échelles intermédiaires ( $r < 20$  mm), il est essentiel de commencer par mettre en garde le lecteur. En pratique, la loi des  $\frac{4}{5}$ -ièmes n'est rigoureusement valide dans la gamme inertielle que si la profondeur de la cascade est suffisante, c'est-à-dire lorsque le rapport entre l'échelle de forçage  $L$  et l'échelle dissipative  $\eta$  est suffisamment grand. Plus quantitativement, d'après les investigations de Moisy, Tabeling et Willaime [107], pour observer un plateau défini sans ambiguïté dans la représentation de  $|S_{3,\parallel}(r)|/r$  de la figure 3.33-b et dont la hauteur peut être interprétée comme  $\frac{4}{5}\epsilon$ , il est nécessaire que la condition de séparation d'échelle vérifie  $L/\eta > 4000$ . Si cette condi-

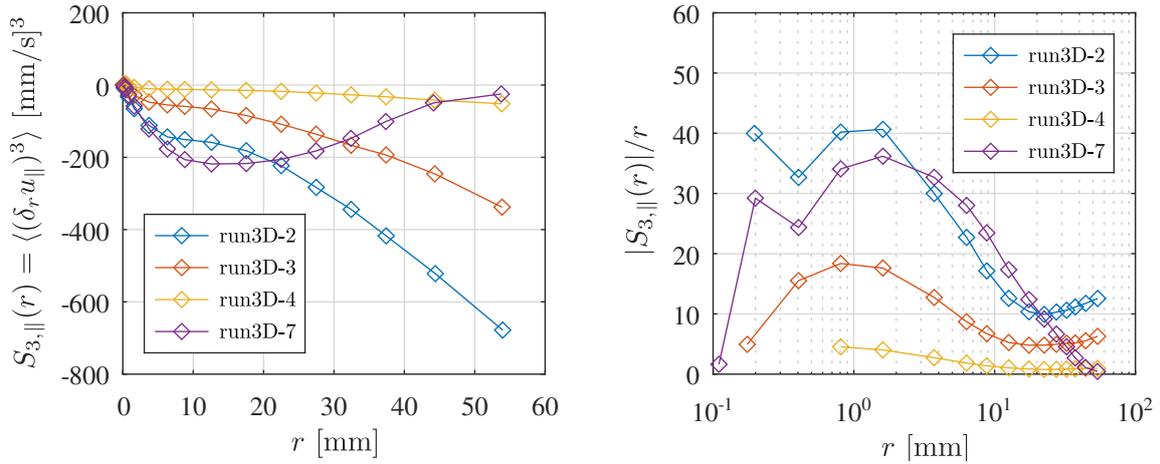


FIGURE 3.33 – a) Fonction de structure longitudinale pseudo-eulérienne d'ordre 3 de la vitesse des particules. Pour ne pas biaiser les interprétations, lorsque la répartition des distances intercouple de particules d'un intervalle n'est pas uniforme, on a positionné l'abscisse des marqueurs à la distance moyenne entre les particules des couples. b) Représentation log-log compensée par  $r$ . Pour comparer nos mesures à la loi de  $\frac{4}{5}$ -ième, on a exclu certains points aux plus petites échelles (pour  $r \in [0 - 0.125[\text{mm}$  pour les runs 2, 3 ainsi que tous les points pour  $r < 0.5 \text{ mm}$  pour le run 4) pour lesquels, on a mesuré  $S_{r,\parallel} > 0$ . On suspecte la persistance d'un biais (peut être dû aux effets collectifs) ou d'un manque de convergence.

tion n'est pas satisfaite, la forme attendue est plutôt celle d'une cloche, dont le maximum doit être interprété comme  $\gamma \cdot \frac{4}{5}\epsilon$ , où  $\gamma \leq 1$  est un coefficient qui dépend de la profondeur de la cascade et pour lequel les auteurs proposent l'expression suivante :

$$\gamma \approx 1 - 12 \left( \frac{L}{\eta} \right)^{-4/5}. \quad (3.17)$$

Finissons par noter que la position  $r_{max}$  de ce maximum dépend également de la profondeur de la cascade, et on s'attend à ce que  $r_{max}$  soit d'autant plus faible que le rapport  $L/\eta$  est petit.

Ainsi, les résultats expérimentaux de la figure 3.33 semblent en accord avec ces considérations, suggérant que la séparation d'échelle n'est pas suffisante pour clairement observer un plateau. Le maximum des courbes de la figure 3.33-b doit donc, en principe, être interprété comme  $\gamma \cdot \frac{4}{5}\epsilon$  et non pas directement comme  $\frac{4}{5}\epsilon$ . Cependant, il est délicat d'estimer la valeur de  $\gamma$  à ce stade, car nous ne disposons ni d'une estimation de l'échelle intégrale  $L$ , ni de l'échelle dissipative  $\eta$ . Admettons donc temporairement que la séparation d'échelle est suffisante pour considérer  $\gamma \approx 1$ , et on vérifiera cette hypothèse a posteriori.

À partir de la mesure du maximum des "cloches", on dispose donc d'une estimation du taux de dissipation de l'énergie  $\epsilon$ . Cette mesure, combinée à celle de l'écart type des vitesses des particules, permet de déduire, pour chacun des runs, une estimation de  $L$ , l'échelle intégrale de l'écoulement, définie par la relation suivante :

$$L = u_{rms}^3 / \epsilon, \quad (3.18)$$

et donc du temps intégral associé,  $T_L = L/u_{rms}$ . Les valeurs ainsi obtenues sont reportées dans le tableau 3.2.

Run	Forçage	$u_{rms,x-y}$ [mm/s]	$\epsilon$ [mm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	$L_{x-y}$ [mm]	$T_{L,x-y}$ [s]
2	(6Hz,20mm)	9.1 - 9.2	50.8	15 - 15.5	1.6 - 1.7
3	(6Hz,16mm)	6.7 - 6.9	23	13 - 14.3	1.9 - 2.1
4	(9Hz,10mm)	3.9 - 4	5.7	10.2 - 11.1	2.6 - 2.8
7	(6Hz,20mm)	11.1 - 9.6	45.2	30.2 - 19.8	2.7 - 2.1

TABLEAU 3.2 – Estimation du taux d'injection  $\epsilon$  de l'énergie à grande échelle de l'écoulement et de l'échelle intégrale  $L$  à partir des données 3D.

Au vu de la sensibilité de la valeur de l'échelle intégrale  $L$  à la moindre imprécision de l'estimation de l'écart type des vitesses (puisqu'il se retrouve élevé à la puissance 3 dans la relation 3.18), on peut raisonnablement affirmer que les valeurs obtenues sont en accord les unes avec les autres. En prenant la valeur médiane,  $L = 14.6$  mm, on dispose donc d'une estimation de l'échelle intégrale (on retiendra  $L = 15$  mm).

Combinée à la relation 3.14 permettant d'estimer  $u_{rms}$ , l'écart type des distributions des vitesses turbulentes, la valeur de l'échelle intégrale permet d'estimer la valeur du taux d'énergie dissipée par l'écoulement,  $\epsilon = u_{rms}^3/L$ , pour n'importe quel couple  $(f_{mot}, S_{mot})$  de forçage de l'écoulement. On dispose donc à ce stade d'une description complète des propriétés aux grandes échelles de l'écoulement desquelles on peut déduire, sans ambiguïté au moins en He I, l'échelle de Kolmogorov, l'échelle de Taylor et le nombre de Reynolds.

Revenons alors sur la validité de l'hypothèse formulée concernant la valeur de  $\gamma \approx 1$ . Faute de mieux, on peut utiliser les résultats de la théorie de la turbulence classique pour obtenir une estimation de l'échelle dissipative,  $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ , avec  $\nu = \mu/\rho$  la viscosité cinématique construite à partir de la viscosité dynamique de la composante normale et de la densité totale  $\rho = \rho_s + \rho_n$ .

Il en découle que, pour les 4 runs 3D,  $L/\eta > 700$  et donc, d'après l'expression 3.17,  $\gamma > 0.93$ . Compte tenu de l'incertitude des mesures, l'approximation  $\gamma \approx 1$  semble donc relativement raisonnable et n'entraîne qu'une sous-estimation marginale de  $\epsilon$ .

Plus quantitativement, en supposant que cette méthode d'estimation de  $\gamma$  soit valide en He II, on peut itérer la procédure jusqu'à faire converger la valeur de  $\gamma$  pour chacun des 4 runs. La nouvelle valeur médiane de l'échelle intégrale est alors marginalement différente,  $L = 13.9$  mm.

### 3.6.3 Fonction de structure pseudo-eulérienne d'ordre 2

Pour vérifier que cette estimation de l'échelle intégrale à partir de la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième est cohérente, poursuivons l'exploration des statistiques des incréments de vitesse longitudinaux en s'intéressant à leur moment d'ordre 2. Dans la théorie classique de la turbulence (voir par exemple Pope [47], pages 193-194), la fonction de structure longitudinale d'ordre 2 s'interprète comme,

$$S_{2,\parallel}(r) = \begin{cases} C_2 \epsilon^{2/3} r^{2/3} & \text{pour } \eta \ll r \ll L \\ 2u_{rms}^2 & \text{pour } r \gg L \end{cases}$$

où  $C_2 \in [1.7-2.3]$ .

On dispose donc en principe d'une deuxième approche pour estimer  $\epsilon$  le taux de transfert

d'énergie inter-échelles à partir du régime en  $r^{2/3}$  attendu dans la gamme inertielle. Plus précisément, en utilisant l'intervalle de valeurs rapportées dans la littérature pour le coefficient  $C_2 \in [1.7-2.3]$ , on se propose de déduire, pour chaque run, une gamme de valeurs crédibles pour  $\epsilon$  que l'on pourra comparer à celles obtenues dans la section précédente. La figure 3.34 présente donc les courbes de  $S_{2,\parallel}(r)$  obtenues après calcul des variances des distributions des incréments longitudinaux de vitesse pour chacun des intervalles de distance de séparation entre les couples de particules.

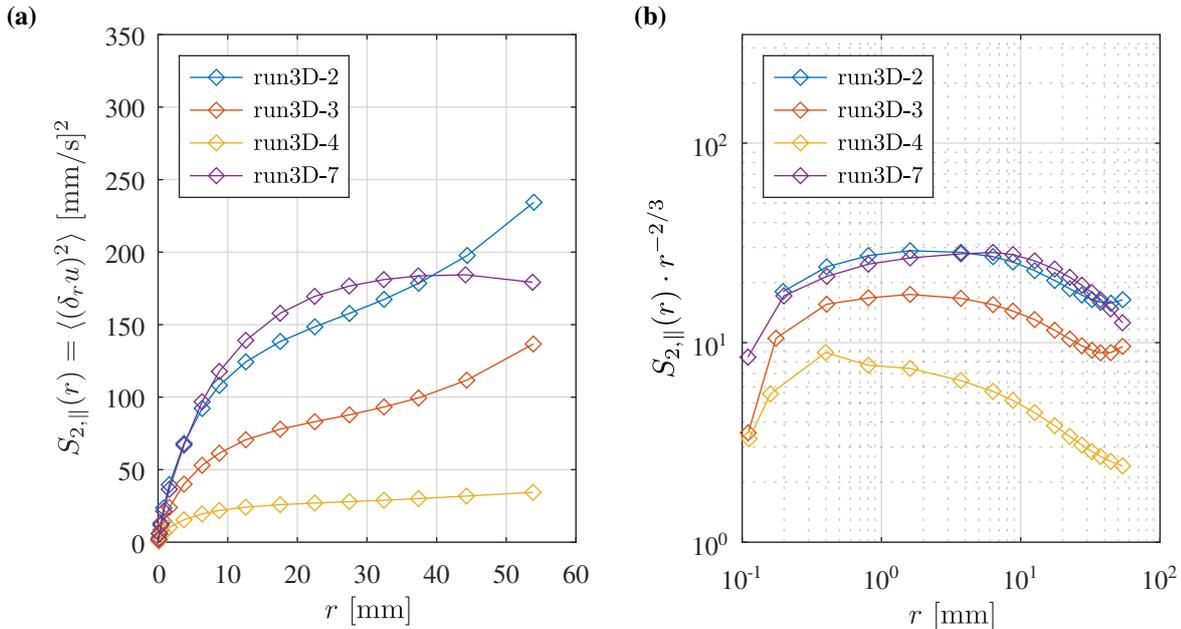


FIGURE 3.34 – a) Fonction de structure longitudinale pseudo-eulérienne d'ordre 2 de la vitesse des particules. Pour ne pas biaiser les interprétations, lorsque la répartition des distances inter-couple de particules d'un intervalle n'est pas uniforme, on a positionné l'abscisse des marqueurs à la distance moyenne entre les particules des couples. b) Représentation log-log des  $S_{2,\parallel}$  compensées par  $r^{2/3}$ .

Comme illustré sur la figure 3.34-b, on observe une nouvelle fois le régime attendu dans la gamme inertielle. Il semble mieux défini que le régime en  $r$  observé précédemment sur la fonction de structure d'ordre 3. Ceci est probablement dû à la meilleure convergence des moments d'ordre 2 des distributions des incréments de vitesse comparativement à ceux d'ordre 3. En effet, à quantité de données égale, les moments d'ordres supérieurs donnant plus de poids aux événements extrêmes, donc rares, sont évidemment plus délicats à estimer. On peut raisonnablement affirmer que le plateau s'étend jusqu'aux plus petites échelles résolues à savoir  $\sim 200-400 \mu\text{m}$ .

En définissant comme précédemment la hauteur des plateaux sur le graphe log-log des  $S_{2,\parallel}$  compensées par  $r^{2/3}$  (figure 3.34-b), par le maximum des courbes que l'on interprète comme  $C_2 \epsilon^{2/3}$ , on propose donc de calculer la valeur du taux d'injection de l'énergie en fixant  $C_2 = 1.7$  puis  $C_2 = 2.3$  pour avoir un aperçu complet de la gamme d'incertitude de la mesure. Le tableau 3.3 résume alors toutes les valeurs obtenues.

Les deux approches présentées, via  $S_3$  et  $S_2$ , sont donc en excellent accord pour les runs 2, 3 et 7. Concernant le run 4, la valeur de  $\epsilon$  estimée via  $S_3$  s'avère sous estimée de  $\sim 30\%$ , ce

Run	Forçage	$\epsilon_{S_3}$ [mm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	$\epsilon_{S_2}$ [mm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
2	(6Hz,20mm)	50.8	44.6 - 70.1
3	(6Hz,16mm)	23	20.9 - 32.9
4	(9Hz,10mm)	5.7	7.6 - 12
7	(6Hz,20mm)	45.2	43.2 - 68

TABLEAU 3.3 – Comparaison des estimations du taux d'injection  $\epsilon$  de l'énergie à grande échelle de l'écoulement déterminé à partir de la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième sur  $S_{3,\parallel}$  (colonnes indexées par  $S_3$ ) et avec le régime en  $r^{2/3}$  sur  $S_{2,\parallel}$  (colonnes indexées par  $S_2$ ) en considérant  $C_2 = 1.7$  ou  $C_2 = 2.3$ .

qui reste relativement raisonnable du fait du manque de résolution pour les échelles inférieures à 1 mm de la figure 3.33-b (seulement un point contre au moins deux pour les autres runs). La valeur du taux de dissipation de l'énergie  $\epsilon$ , et celle de l'échelle intégrale  $L$ , estimée avec la loi de  $\frac{4}{5}$ -ième sont donc validées par cette approche via la fonction de structure longitudinale d'ordre 2 bien qu'elle soit moins directe.

### 3.6.4 Aparté sur l'intermittence de l'écoulement en He II

Comme évoqué dans [78], la question de l'intermittence de la turbulence en He II reste un sujet controversé qui suscite toujours des discussions au sein de la communauté. En particulier, la comparaison de cette intermittence avec celle de la turbulence classique, qu'elle soit basée sur des simulations numériques ou des résultats expérimentaux, a produit des conclusions contradictoires. Les trois scénarios envisageables ont été proposés : un renforcement [83, 108-110], une atténuation [111] ou aucune différence [59, 78, 112].

Dans ce contexte, puisqu'on a calculé les distributions des incréments de vitesse dans la gamme inertielle sur les 4 runs acquis avec le système 3D en He II à 1.98 K et que les statistiques sont relativement bien convergées pour les runs 2, 3 et 7, on se propose de rapporter notre caractérisation expérimentale de l'intermittence, sans ambition de discriminer l'un ou l'autre scénario.

Plus précisément, pour quantifier l'intermittence, on se propose de calculer les exposants  $\zeta_p$  définis dans la gamme inertielle par :

$$S_{p,\parallel} \propto S_{3,\parallel}^{\zeta_p}.$$

Selon la théorie de Kolmogorov de 1941,  $\zeta_p = p/3$ . Cependant, les mesures rapportées par la communauté indiquent  $\zeta_p < p/3$  pour  $p > 3$ . Cette discordance est alors interprétée comme la manifestation de l'intermittence, qui n'est pas prise en compte dans l'approche de Kolmogorov de 1941. Pour estimer  $\zeta_p$ , en suivant la méthode proposée par Rusaouen et al. [78], on calcule  $\mu_p = p/3 - \zeta_p$  par un ajustement affine de :

$$\log(S_{p,\parallel}(r)/S_{3,\parallel}^{p/3}(r)) = -\mu_p \log(S_{3,\parallel}(r)) + cst.$$

En pratique, la régression est définie à partir des 3 points sur lesquels on a clairement identifié la gamme inertielle (*i.e.* les points qui sont associés aux 3 intervalles de distance inter-couple de particules : [0.5-1[mm, [1-2[mm, et [2-5[mm).

Les résultats sont présentés sur la figure 3.35.

L'absence de comparaison directe avec une mesure obtenue suivant le même protocole (qui nécessite des mesures 3D du champ de vitesse) en He I limite nécessairement les interprétations.

Run	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$\zeta_4$	$\zeta_5$	$\zeta_6$
2	0.347	0.681	1.307	1.601	1.883
3	0.345	0.678	1.315	1.627	1.943
7	0.345	0.679	1.310	1.611	1.907
Récap.	$0.345 \pm 0.001$	$0.679 \pm 0.001$	$1.310 \pm 0.004$	$1.613 \pm 0.013$	$1.911 \pm 0.031$
Rusaouen et al. [78]	0.349	0.683	1.300	1.585	1.870

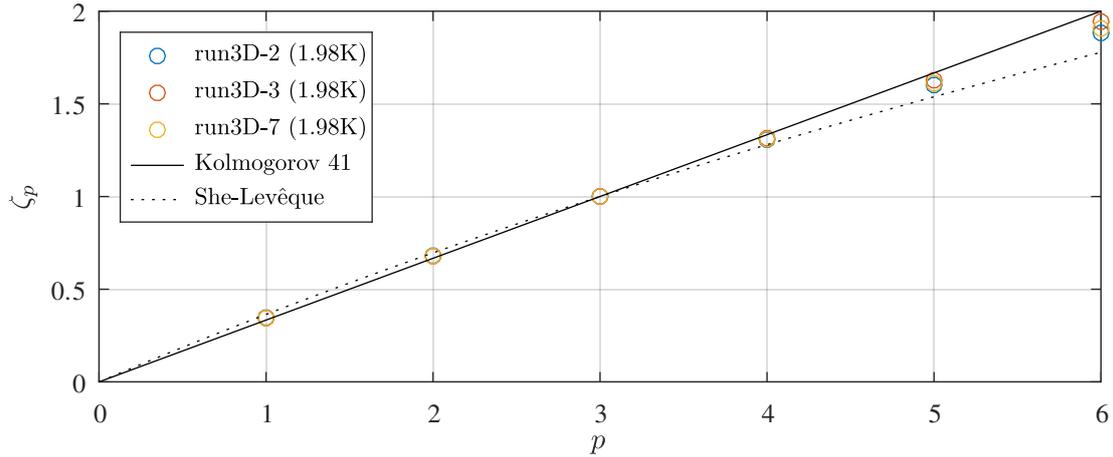


FIGURE 3.35 – Récapitulatifs des exposants  $\zeta_p$ ,  $S_{p,\parallel} \propto r^{\zeta_p}$ , mesurés dans la gamme inertielle à partir des mesures 3D.

Les observations sont en accord avec les valeurs obtenues à 1.95 K dans [78] soutenant ainsi les conclusions de leur travail. Notons, en particulier, que nos résultats sont en contradiction avec Tang et al. [83] qui ont observé une augmentation de l’intermittence à 1.95 K dans une expérience de turbulence en décroissance, sondée (en 2D) par des particules de deutérium, après le passage d’une grille tirée. L’explication proposée par les auteurs invoque le piégeage des particules au coeur des lignes de vortex quantiques mais n’inclut pas de comparaison He I/He II.

### Récapitulatif

- Dans cette section, on a exploré les incréments de vitesse longitudinaux calculés à partir des mesures 3D des vitesses corrigées des particules, en soustrayant localement la vitesse de l’écoulement de recirculation. En conditionnant la position relative sur l’axe vertical des couples de particules, on s’est assuré que la contribution des différences de vitesse de la composante verticale, où se manifestent les effets de la distribution des vitesses de sédimentation, est négligeable. À notre connaissance, il s’agit de la première exploration d’une telle approche 3D en He II.
- L’étude de la fonction de structure longitudinale d’ordre 3 a confirmé, comme l’avait montré Salort et al. [62], la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième. On a ainsi pu obtenir une estimation du taux de dissipation  $\epsilon$  et en déduire, au moyen de  $u_{rms}$ , l’échelle intégrale spatiale de l’écoulement à  $L \approx 15$  mm.
- L’analyse de la fonction de structure d’ordre 2 a confirmé l’existence d’une large

gamme inertielle, s'étendant d'environ 500  $\mu\text{m}$  à 10 mm. La valeur déduite de  $\epsilon$  est en excellent accord avec celle issue de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3, validant ainsi la mesure de l'échelle intégrale.

- Enfin, bien que manquant d'une comparaison des mesures en He I, les observations sur l'intermittence semblent corroborer les résultats de Rusaouen et al. [78], indiquant que l'intermittence en He II est similaire à celle observée en turbulence classique. Nos mesures sont en contradiction avec Tang et al. [83], qui ont rapporté une augmentation de l'intermittence dans une expérience de turbulence en décroissance.
- On retient qu'en combinant la relation 3.14 pour estimer  $u_{rms}$  et notre estimation de l'échelle intégrale  $L$ , on dispose d'une caractérisation complète des propriétés de l'écoulement à grande échelle. On peut notamment prédire le taux de dissipation  $\epsilon = u_{rms}^3/L$ .

## 3.7 Comparaison He I/He II proche des échelles dissipatives

Les considérations sur les fonctions de structures pseudo-eulériennes que l'on a commentées jusqu'ici présentaient l'avantage d'être basées sur les mesures 3D, offrant ainsi un large éventail d'outils pour caractériser les propriétés de la turbulence sans avoir à formuler d'hypothèses sur les symétries, l'homogénéité ou l'isotropie de l'écoulement. De plus, la connaissance de la distance relative entre les particules nous a permis de définir sans ambiguïté les incréments de vitesse pseudo-eulérienne. Toutefois, comme nous l'avons vu, les mesures en conditions cryogéniques sont délicates, et l'étude de la turbulence en He II, pour garantir des conclusions robustes et fiables, doit être comparée, toutes choses égales par ailleurs, à celle en He I, au risque de passer à côté de biais subtils. C'est pourquoi, l'étude des plus petites échelles proches du régime dissipatif en He II n'a d'intérêt que si elle est rigoureusement menée de manière identique en He I. On se basera donc dans ce qui suit sur les mesures  $2 \times 2\text{D}$ , pour lesquelles on dispose, contrairement aux mesures 3D, de runs en He I et en He II, pour tenter de caractériser les échelles dissipatives de l'écoulement.

### 3.7.1 Fonction de structure lagrangienne d'ordre 2

Les trajectoires capturées avec le dispositif  $2 \times 2\text{D}$  ont une meilleure résolution spatiale ( $\sim 20 \mu\text{m}/\text{px}$ ) et temporelle (3000 Hz) que celles reconstruites avec le dispositif 3D. Même après filtrage sur 15 instants, la résolution de la mesure est toujours de l'ordre de 200 Hz, ce qui devrait en principe être suffisant pour résoudre à minima les échelles proches de l'échelle dissipative. Pour fixer les idées, on peut calculer les échelles spatiales et temporelles de Kolmogorov dans le cas d'un forçage à  $S_{mot} = 20 \text{ mm}$  et  $f_{mot} = 6 \text{ Hz}$ . D'après la formule 3.14, on estime  $u_{rms} = 8.7 \text{ mm/s}$  et avec  $L \approx 15 \text{ mm}$ , on déduit  $\epsilon \approx 45 \text{ mm}^3/\text{s}^2$ . La viscosité cinématique de l'He I à 2.3 K vaut  $\nu \approx 2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ . Il suit donc  $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{0.25} \approx 20 \mu\text{m}$  et  $\tau_\eta = \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} \approx 21 \text{ ms}$  (soit  $f_\eta = 1/\tau_\eta \approx 50 \text{ Hz}$ ). L'ordre de grandeur de ces estimations est proche de la résolution spatio-temporelle des mesures  $2 \times 2\text{D}$ . On se propose donc d'étudier de manière systématique les

trajectoires en He I et en He II aux échelles de temps les plus courtes possibles pour comparer les comportements des deux fluides. On adopte cette fois une approche lagrangienne, dans laquelle on s'intéresse aux corrélations temporelles des vitesses le long des trajectoires, puisqu'on a vu qu'on ne pouvait pas se placer dans le paradigme pseudo-eulérien (du fait de l'impossibilité d'estimer sans ambiguïté les distances totales entre les particules dans les mesures  $2 \times 2D$ ).

Introduisons donc formellement l'ensemble des incréments lagrangiens de vitesse calculables sur chacune des composantes  $\zeta \in \{x, y, z\}$  comme suit,

$$\delta_\tau V_\zeta = \{V_\zeta^i(t + \tau) - V_\zeta^i(t)\}_{t \in [t_{start}^i, t_{end}^i - \tau], i \in [1, N_{traj}]}, \quad (3.19)$$

où  $i \in [1, N_{traj}]$  désigne la  $i$ -ème trajectoire parmi les  $N_{traj}$  reconstruites au cours du run et  $t_{start}^i$  (respectivement  $t_{end}^i$ ), le premier (respectivement dernier) instant de la trajectoire  $i$ .

À partir de cet ensemble d'incrément, on peut alors définir, comme on l'a fait dans le paradigme pseudo-eulérien, les fonctions de structure lagrangiennes d'ordre  $p$  :

$$S_{p,\zeta}^L(\tau) = \langle (\delta_\tau V_\zeta)^p \rangle$$

On s'intéresse en particulier à la fonction de structure d'ordre 2 pour laquelle, dans la théorie classique de la turbulence [47], on s'attend à trois régimes,

$$S_2^L(\tau) = \begin{cases} a_{rms}^2 \tau^2 & \text{pour } \tau \ll \tau_\eta \\ C_0 \epsilon \tau & \text{pour } \tau_\eta \ll \tau \ll T_L \\ 2u_{rms}^2 & \text{pour } \tau \gg T_L \end{cases}$$

Le coefficient  $C_0$  croît avec le nombre de Reynolds jusqu'à  $Re_\lambda \approx 300$ , puis sature autour de 6 (voir par exemple Bourgoïn [113]).

En pratique, les incréments de vitesse sont calculés pour chacune des trajectoires des 19 segments composant les runs  $2 \times 2D$  et puisque la durée d'un segment est de 0.2s, le plus long  $\tau$  pour lequel on peut espérer définir  $S_2^L(\tau)$  est du même ordre de grandeur. Notons d'ailleurs que cela suppose que l'on ait réussi à reconstruire la trajectoire d'une particule sur toute la durée du segment sans qu'elle ne sorte de la zone de mesure ou qu'un croisement avec une autre particule n'interrompe le suivi. Le temps intégral le plus court attendu pour le forçage le plus intense ( $u_{rms} \approx 22$  mm/s) est de l'ordre de 0.7s. On sait donc par avance qu'on ne décrira pour aucun des runs la totalité de la gamme inertielle jusqu'à sa saturation  $2u_{rms}^2$ . La gamme de  $\tau$  pour laquelle on peut explorer la dynamique de  $S_2^L$  se situe donc à cheval entre les échelles dissipatives et la gamme inertielle. Au regard de ces précisions, la figure 3.36 présente les courbes de  $S_2^L$  obtenues pour chacun des runs de notre base de données.

Mettons en garde le lecteur, si la figure 3.36 donne l'impression que les courbes en He II (1.98 K) sont "au-dessus" des courbes en He II (1.6 K) ou en He I, cela est simplement dû au fait que nous avons exploré une gamme plus large de forçage de l'écoulement (jusqu'à  $u_{rms} \approx 22$  mm/s en He II (1.98 K) alors qu'on s'est limité à  $u_{rms} < 15$  mm/s en He II (1.6 K) ou en He I). On commentera un peu plus loin les différences He I/He II après avoir discuté un scénario crédible pour interpréter les mesures en He I.

Commençons donc par une description qualitative des courbes de la figure 3.36. Premièrement, on observe comme attendu un étalement vertical des différents runs en fonction de l'intensité du forçage, confirmant que le taux d'énergie injectée est bien corrélé à l'intensité du forçage. Ensuite, sur les graphes log-log compensés par  $\tau$  (figure 3.36-c-d), contrairement à ce

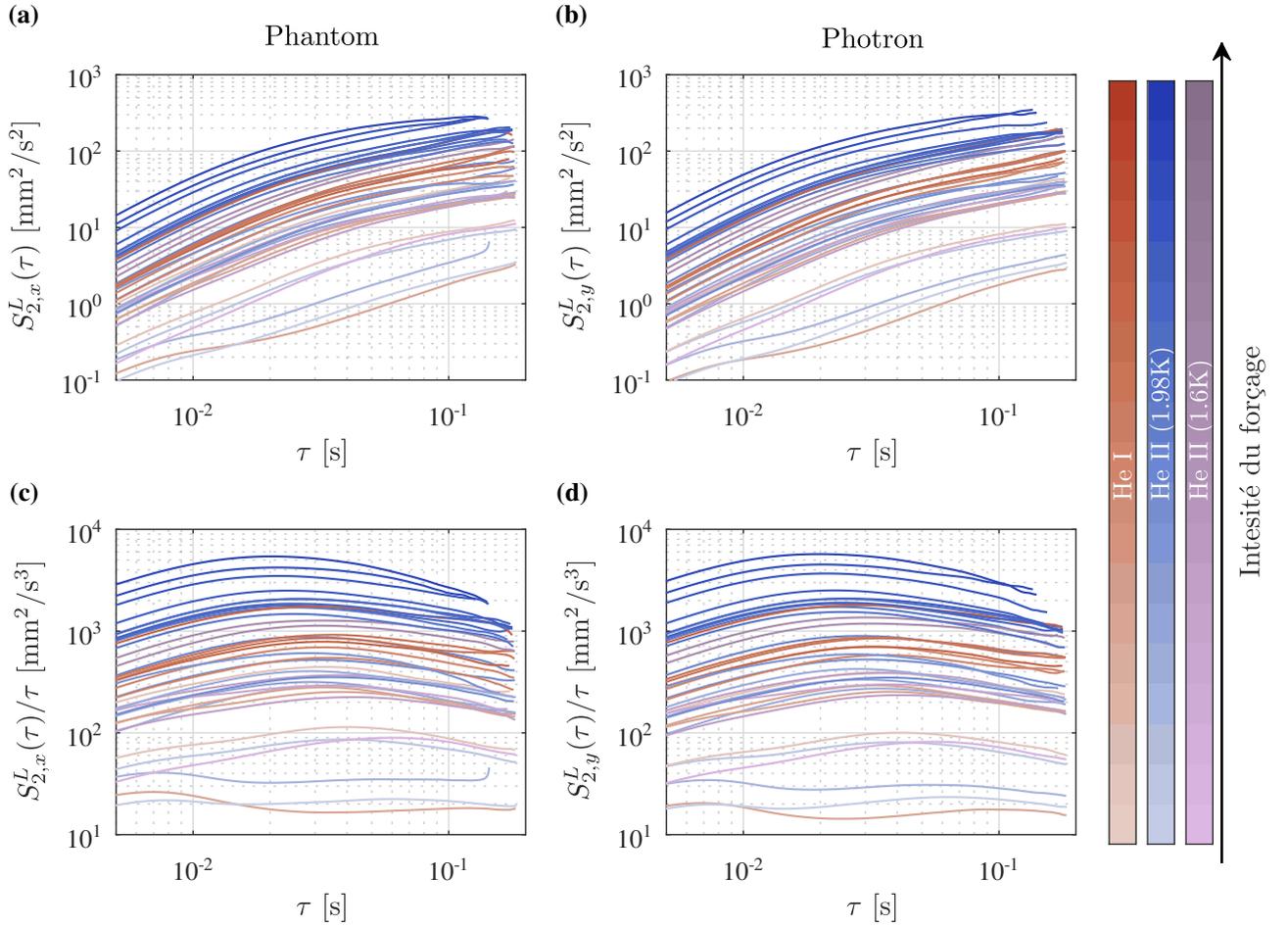


FIGURE 3.36 – Fonction de structure lagrangienne d’ordre 2 pour les composantes horizontales de la vitesse des particules. Les intensités de forçage sont ordonnées selon la relation 3.14. a) En considérant les incréments de vitesse sur la composante horizontale des trajectoires de la Phantom. b) En considérant les incréments de vitesse sur la composante horizontale des trajectoires de la Photron. c) Représentation log-log compensée par  $\tau$  pour la Phantom. d) Représentation log-log compensée par  $\tau$  pour la Photron.

que l’on aurait pu attendre, les courbes ne définissent pas un plateau assimilable sans ambiguïté au régime inertiel mais ont plutôt tendance à passer par un maximum décrivant ainsi une sorte de “cloche”. Ce résultat n’est en réalité pas propre à nos mesures comme le montrent les travaux de Biferale et al. [114]. Dans leur étude, les auteurs suggèrent que ce phénomène pourrait être dû à un biais statistique causé par l’interruption des trajectoires lors de leur reconstruction (incident de détection). Ainsi, les incréments de vitesse pour des grands  $\tau$  ont tendance à être sous-évalués, car ils proviennent d’une population de trajectoires initialement plus lentes, donc non représentatives de l’écoulement global. On admet donc que l’observation de cette “cloche” peut raisonnablement être associée au régime inertiel. Enfin, et au regard de ces premières analyses, on discerne une asymétrie de part et d’autre du sommet de la cloche, traduisant un changement de régime entre la région des temps plus courts et celle des temps plus longs. En particulier, le temps auquel s’effectue la transition semble d’autant plus petit que l’intensité du forçage est élevée.

Pour poursuivre l'exploration de ce changement de régime de manière plus quantitative, on souhaite donc définir de manière objective le temps de transition  $\tau_c$ . Ce temps vise donc à capturer la transition entre un régime en  $\tau^1$  vers un régime plus raide, attendu en  $\tau^2$  dans le régime dissipatif pour un traceur parfait. Ainsi, on se propose de définir  $\tau_c$  comme le temps  $\tau$  pour lequel  $S_2^L(\tau)/\tau^\alpha$  est maximum avec  $1 < \alpha < 2$ . Il est préférable de choisir  $\alpha < 1.5$  puisque pour  $\alpha > 1.5$ , le  $\tau_c$  défini pour certains runs devient inférieur au temps du filtre  $\tau_f$  et perd donc son sens. On choisit alors arbitrairement  $\alpha = 1.25$ .

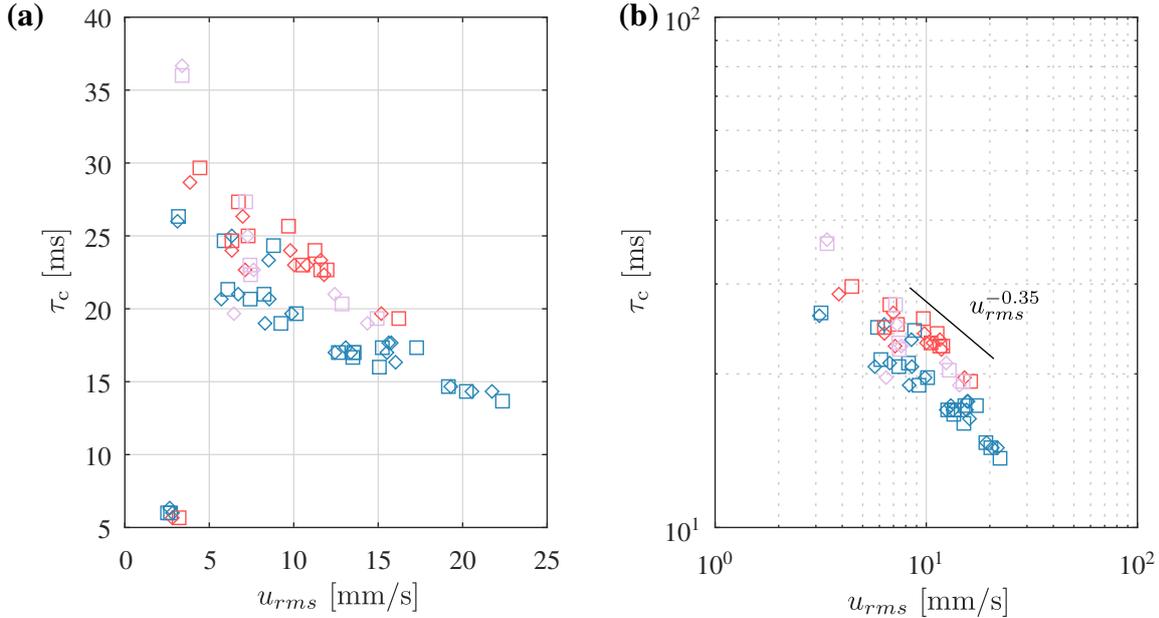


FIGURE 3.37 – Temps de transition  $\tau_c$  entre le régime sur-linéaire et le régime pseudo-linéaire en fonction de l'écart type des vitesses turbulentes mesurées pour chaque run. Le code couleur correspond aux conditions du bain, en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K. Les symboles carrés sont associés aux mesures issues de la composante  $y$  de la vitesse (caméra Photron) et les losanges à la composante  $x$  de la vitesse (caméra Phantom). Le temps de transition correspond au temps  $\tau$  pour lequel  $S_2^L(\tau)/\tau^{1.25}$  est maximum.

La figure 3.37 présente les résultats de la mesure de  $\tau_c$  pour chaque run en fonction de l'écart type des vitesses turbulentes mesurées.

Conformément à nos observations de la figure 3.36, et bien que relativement bruitée, la figure 3.37-a suggère que le temps caractéristique de changement de régime est piloté par un phénomène physique corrélé à l'intensité du forçage de l'écoulement. De nouveau, on commentera plus tard la différence entre les  $\tau_c$  observés en He I et en He II, quand on aura présenté notre interprétation du mécanisme.

La figure 3.37-b illustre la dépendance entre  $\tau_c$  et  $u_{rms}$  qu'il semble raisonnable d'approximer par  $\tau_c \propto u_{rms}^{-0.35}$ . Si  $\tau_c$  était la trace de la transition vers le régime dissipatif, on aurait  $\tau_c \propto \tau_\eta$ , où  $\tau_\eta$  est défini sans ambiguïté en He I,  $\tau_\eta \propto u_{rms}^{-1.5}$ . La dépendance étant clairement plus faible, cette interprétation semble donc peu crédible. On serait aussi tenter d'écarter l'hypothèse que  $\tau_c$  soit lié au temps d'inertie des particules  $\tau_p$  que l'on attend, a priori, indépendant du forçage. Toutefois, on verra dans la section suivante qu'il est tout a fait plausible que le temps d'inertie

des particules soit influencé par l'intensité du forçage. En particulier, on suggérera, au moins en He I, une expression en accord avec nos observations.

### 3.7.2 Modèle de Langevin

Pour donner un aperçu qualitatif de l'effet de l'inertie des particules sur la fonction de structure d'ordre 2, on se propose d'introduire brièvement le modèle de Langevin pour simuler des trajectoires de particules dont la vitesse présente des propriétés similaires à celles observées en turbulence lagrangienne à des temps supérieurs au temps de Kolmogorov (*i.e.* on se place dans le cas d'une cascade infiniment profonde vers les petites échelles).

Considérons donc  $\zeta$ , un processus stochastique  $\delta$ -corrélé suivant une loi normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . On va voir que l'on peut construire à partir de ce signal aléatoire, deux fonctions  $x(t)$  et  $u(t)$ , que l'on identifiera comme la position et la vitesse d'un traceur. Pour ce faire, on introduit le système d'équations différentielles de Langevin (voir par exemple la section 3 de [115]),

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u \\ \frac{du}{dt} = \zeta - \frac{u}{T_L} \end{cases}$$

avec  $T_L$  un temps de décorrélation qui, comme on le verra, joue le rôle du temps intégral.

La solution d'un tel système (voir annexe pour la démonstration) s'écrit alors,

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + u_0 T_L (1 - e^{-t/T_L}) + \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' \zeta(t' - t'') e^{-t''/T_L} \\ u(t) = u_0 e^{-t/T_L} + \int_0^t dt' \zeta(t - t') e^{-t'/T_L} \end{cases} \quad (3.20)$$

où  $u_0$  et  $x_0$  correspondent respectivement à la vitesse et la position initiales de la particule (que l'on suppose nulles dans ce qui suit).

On peut alors calculer la fonction de structure d'ordre 2 de la vitesse,

$$S_2^L(\tau) = \langle (u(\tau + 0) - u(0))^2 \rangle = \langle u(\tau)^2 \rangle = \int_0^\tau dt' \langle \zeta(t - t')^2 \rangle e^{-2t'/T_L} = \frac{T_L}{2} \sigma^2 - \frac{T_L}{2} \sigma^2 e^{-2\tau/T_L}.$$

qui donne dans la limite  $\tau \gg T_L$ ,

$$S_2^L(\tau) \approx \frac{T_L}{2} \sigma^2$$

et dans la limite  $\tau \ll T_L$ ,

$$S_2^L(\tau) \approx \sigma^2 \tau.$$

Ainsi, en assimilant la variance  $\sigma^2$  du processus stochastique  $\zeta$  à  $4\epsilon$ , on obtient, pour  $\tau \gg T_L$ ,

$$S_2^L(\tau) \approx 2u_{rms}^2$$

et dans la limite  $\tau \ll T_L$ ,

$$S_2^L(\tau) \approx 4\epsilon \tau.$$

Ce modèle élémentaire est donc capable de reproduire le comportement de la fonction de structure lagrangienne d'ordre 2 dans la gamme inertielle et au-delà. En discrétisant les intégrales de la relation 3.20, on peut simuler des trajectoires de particules fluides qui approximent,

dans une certaine mesure, les propriétés de la turbulence. C'est ce qu'illustre la courbe bleue de la figure 3.38-a présentant la fonction de structure d'ordre 2 obtenue à partir d'un échantillon de 10000 trajectoires simulées avec une résolution de  $\delta t = T_L/5000$  sur 150000 pas de temps (soit  $30 T_L$ ). Bien qu'on puisse déduire directement les densités spectrales de puissance à partir de la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation (symétrisée) qui n'est autre que le complémentaire de la fonction de structure, on a calculé les densités spectrales de puissance directement sur les signaux de vitesse et de position qui sont présentés sur les figures 3.38-b-c sur lesquels on observe comme attendu respectivement les régimes en  $f^{-4}$  sur la position et  $f^{-2}$  sur la vitesse dans la gamme inertielle. Notons au passage, à titre indicatif, que bien que la saturation de la fonction de structure d'ordre 2 apparaisse pour des temps supérieurs à  $T_L$ , le spectre de vitesse, lui, ne devient plat que pour des fréquences inférieures à  $\sim 1/10T_L$ .

Si on désire inclure ensuite l'effet inertiel des particules, c'est-à-dire leur temps de réponse  $\tau_p$  entraînant un décalage entre leur vitesse  $u_p$  et celle du fluide  $u$ , en supposant une traînée dépendant linéairement de la différence de vitesse  $u - u_p$  (que l'on justifiera en détail dans la section suivante), on peut exprimer l'équation liant la vitesse de la particule à la vitesse du fluide ainsi :

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau_p}(u - u_p) \quad (3.21)$$

qui donne après intégration,

$$u_p(t) = \frac{1}{\tau_p} \int_0^t dt' u(t') e^{-(t-t')/\tau_p} \quad (3.22)$$

On justifiera plus en détail la relation 3.21 dans la section suivante. Notons simplement qu'elle sous entend une dépendance linéaire de la force de traînée à la différence de vitesse entre le fluide et la particule. Cette assertion est vraie, par application de la loi de Stokes, dans le cas où l'écoulement autour de la particule peut être considéré comme laminaire (c'est le cas déjà discuté dans la section 3.2.3) mais l'est aussi pour des particules dont les effets inertiels sont faibles devant ceux de la gravité (voir section suivante).

On peut donc à partir des trajectoires générées selon la relation 3.20, les filtrer comme indiqué par la relation 3.22 pour simuler l'effet d'inertie des particules. Pour illustrer l'impact sur la fonction de structure d'ordre 2 (et sur les densités spectrales de puissance des positions et des vitesses des particules), les courbes rouges de la figure 3.38 présentent le résultat obtenu après filtration des 10000 trajectoires pour un temps de réponse de particule de  $\tau_p = T_L/400$ . On a volontairement fixé  $\tau_p \ll T_L$  pour se placer dans la situation la plus proche de nos essais (dont on peut considérer que le temps intégral  $T_L$  vaut quelques secondes et que le temps de réponse  $\tau_p$  des particules s'étale, comme on le verra par la suite, de quelques millisecondes à quelques dizaines de millisecondes).

La figure 3.38-b présente la densité spectrale de puissance des positions des particules. En raison de son inertie, la particule tend à filtrer les hautes fréquences. Le régime en  $f^{-4}$  pour un traceur parfait dans la zone inertielle devient alors sur-amorti en  $f^{-6}$  pour les fréquences supérieures à  $\sim \frac{1}{10\tau_p}$ . Cela nous fournit une explication probable du régime en  $f^{-6}$  observé dans nos données expérimentales, comme le montrait la figure 3.26-a de la section 3.5.1. Un mécanisme similaire est évidemment présent dans les spectres de vitesse de la figure 3.38-c.

Quant à l'effet sur la fonction de structure d'ordre 2, comme l'illustre la figure 3.26-a, le filtrage du régime inertiel se traduit par un changement de régime similaire à celui observé dans

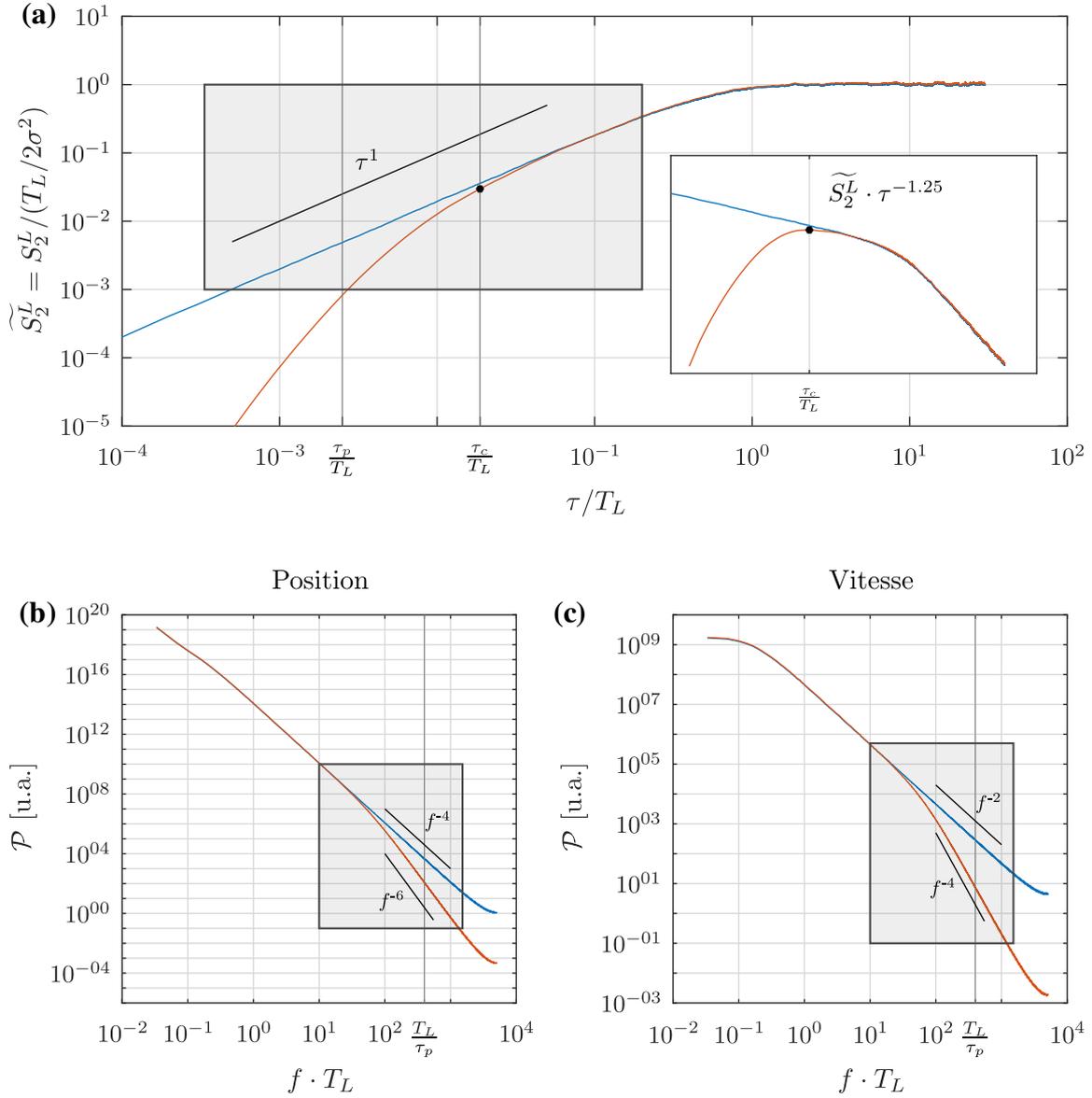


FIGURE 3.38 – Simulation de 10000 trajectoires de particules fluides (en bleu) et de particules inertielles (en rouge) à partir du modèle de Langevin. La résolution temporelle des trajectoires est de  $\delta t = T_L / 5000$  sur  $30T_L$ . Les zones grisées correspondent aux régions typiquement explorées dans les mesures expérimentales 2 × 2D. a) Fonction de structure d'ordre 2. b) Densité spectrale de puissance des signaux de position des particules. c) Densité spectrale des signaux de vitesse des particules.

nos données expérimentales. Aux temps longs ( $> 10\tau_p$ ), la fonction de structure de la particule inertielle se confond avec celle du traceur parfait mais, pour les temps plus courts, elle décroche du régime linéaire pour rejoindre un régime en  $\tau^3$ . On peut alors définir  $\tau_c$  comme on l'a fait dans la section précédente comme le temps  $\tau$  pour lequel  $S_2^L(\tau) / \tau^{-1.25}$  est maximum. Le  $\tau_c$

ainsi défini est matérialisé par un marqueur noir sur la figure 3.38-a duquel on peut déduire le rapport entre le temps de changement de régime  $\tau_c$  et le temps de réponse de la particule  $\tau_p$ ,  $\tau_c/\tau_p \approx 7.5$ . Notons que ce rapport aurait été le même pour n'importe quelle valeur de  $\tau_p$  du moment que  $\tau_p \ll T_L$ .

Rappelons que l'on a vu dans la section 3.2.3, que dans le cas où la force de traînée peut être approximée par la loi de Stokes, l'expression pour le temps caractéristique de la particule est de la forme :

$$\tau_p^S = \frac{1}{18} \cdot \frac{\rho_p D^2}{\mu_f}. \quad (3.23)$$

Dans ce paradigme, en vertu de ce que nous apprend le modèle de Langevin, la valeur de  $\tau_c$ , au moins pour tous les runs en He I pour lesquels il n'y a aucune ambiguïté, devrait être la même,  $\tau_c = 7.5\tau_p^S$ . Pourtant, la figure 3.37 suggère clairement une dépendance de  $\tau_c$  à  $u_{rms}$ . Pour réconcilier ces deux considérations contradictoires, on va voir que l'application de la loi de Stokes, supposant un régime laminaire de l'écoulement autour des particules, n'est pas justifiée pour estimer le temps de réponse des particules. On proposera alors un raisonnement simple pour corriger l'expression 3.23 par un terme qui dépend de  $u_{rms}$ .

### 3.7.3 Temps de réponse des particules

On a estimé dans la section 3.4.2 un ordre de grandeur de l'écart type de la distribution des vitesses de sédimentation,  $\sigma_{v_{sed}} \approx 5$  mm/s. En supposant que les effets d'inerties sont faibles devant ceux de la sédimentation, on dispose donc d'une estimation directe de la norme de la différence entre la vitesse des particule et celle du fluide. On peut ainsi déduire le nombre de Reynolds caractéristique associé à l'écoulement autour des particule,

$$\text{Re}_p = \frac{D\sigma_{v_{sed}}}{\nu} \approx 20,$$

en considérant  $D = 80$   $\mu\text{m}$  et  $\nu = 2 \times 10^{-8}$   $\text{m}^2/\text{s}$ , la viscosité cinématique de l'He I à 2.3 K sous 1 bar. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à l'unité, l'application de la loi de Stokes pour décrire la force de traînée exercée par l'écoulement sur les particules n'est pas justifiée et le temps de Stokes de la relation 3.23 n'est donc pas une bonne estimation du temps de réponse caractéristique des particules. Il est nécessaire de prendre en compte les effets inertiels de cet écoulement de sillage.

Pour ce faire, comme illustré sur la figure 3.39, plaçons nous dans le référentiel du fluide (de masse volumique  $\rho_f$  et de viscosité dynamique  $\mu_f$ ) et intéressons nous à l'entraînement d'une particule (de diamètre  $D$  et de masse volumique  $\rho_p \neq \rho_f$ ) dont la vitesse horizontale, du fait de son inertie, n'est pas tout à fait égale à celle du fluide et dont la vitesse verticale, du fait de sa différence de densité avec le fluide, n'est pas non plus négligeable. Plus précisément, on considère que la différence de vitesse fluide/particule sur l'axe vertical  $\delta V_z$  est donné par sa vitesse de sédimentation,  $\delta V_z = V_{sed}$  et on suppose que les écarts de vitesses dans le plan horizontal,  $\delta V_x$  et  $\delta V_y$ , engendrés par l'inertie de la particule, sont suffisamment petits pour que l'on puisse faire l'approximation suivante,  $|\delta \mathbf{V}| = \sqrt{(\delta V_x)^2 + (\delta V_y)^2 + (\delta V_z)^2} \approx V_{sed}$ . Il suit d'après le principe fondamental de la dynamique,

$$\rho_p \mathcal{V}_p \frac{d\delta \mathbf{V}}{dt} = \mathbf{P} + \mathbf{\Pi} + \mathbf{T} = \rho_p \mathcal{V}_p \mathbf{g} - \rho_f \mathcal{V}_p \mathbf{g} - \frac{1}{2} \rho_f C_x \mathcal{S}_p |\delta \mathbf{V}|^2 \frac{\delta \mathbf{V}}{|\delta \mathbf{V}|} \quad (3.24)$$

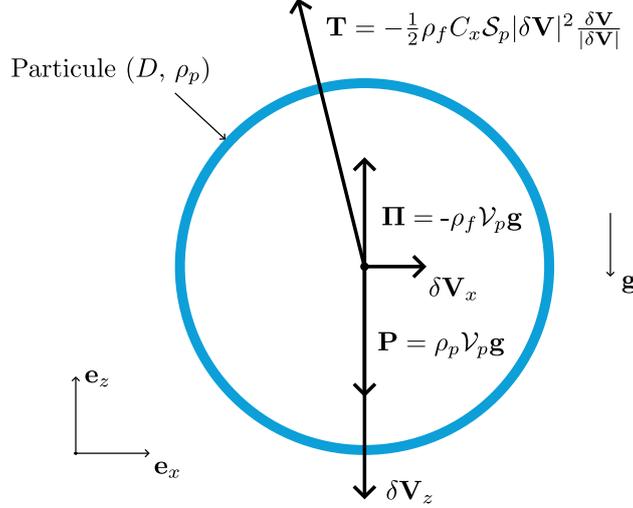


FIGURE 3.39 – Bilan des forces s'appliquant sur la particule. Sa vitesse est exprimée dans le référentiel du fluide.

où  $\mathcal{V}_p = \frac{\pi D^3}{6}$  et  $\mathcal{S}_p = \frac{\pi D^2}{4}$  correspondent au volume et à la section projetée de la sphère. On peut alors projeter la relation 3.24 sur  $\mathbf{e}_x$  et appliquer l'hypothèse  $|\delta \mathbf{V}| \approx V_{sed}$  pour obtenir une équation différentielle linéaire du premier ordre pour la composante  $\delta V_x$  de la différence de vitesse,

$$\rho_p \mathcal{V}_p \frac{d\delta V_x}{dt} = -\frac{1}{2} \rho_f C_x \mathcal{S}_p V_{sed} \cdot \delta V_x,$$

dont on peut extraire le temps caractéristique de relaxation,

$$\tau_p = \frac{2\rho_p \mathcal{V}_p}{\rho_f C_x \mathcal{S}_p V_{sed}} = \left( \frac{\text{Re}_p}{24} \cdot C_x \right)^{-1} \tau_p^S, \quad (3.25)$$

où  $\tau_p^S$  correspond au temps de Stokes défini par la relation 3.23.

Pour  $\text{Re}_p \ll 1$ , on a bien sûr  $C_x = \frac{24}{\text{Re}_p}$  et on retrouve comme attendu,

$$\tau_p = \tau_p^S.$$

En revanche, pour des  $\text{Re}_p$  plus grand, la formule de Schiller et Naumann couramment utilisée dans la littérature pour  $0.1 < \text{Re}_p < 1000$  [116] donne

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}) \quad (3.26)$$

Ainsi, pour  $\text{Re}_p = 20$  que l'on a estimé à partir de la vitesse de sédimentation mesurée sur les runs 3D, le temps de Stokes se voit corrigé d'un facteur  $\sim 2.2$ . Le temps de réponse des particules dans ces conditions est donc deux fois plus faible que celui que l'on aurait naïvement estimé sans tenir compte des effets inertiels du sillage.

Finalement, pour expliciter la dépendance à  $u_{rms}$  du temps de réponse des particules observé dans nos données, on fait l'hypothèse que la distribution des vitesses de sédimentation est corrélée à l'écart type des vitesses turbulentes. En effet, on peut supposer que plus l'intensité de la

turbulence est importante, plus elle est en mesure de maintenir en suspension dans l'écoulement des particules ayant une grande différence de masse volumique avec le fluide. Ce phénomène est similaire à celui que l'on peut observer lorsque l'on agite une boule à neige : les particules de "neige" ayant sédimenté sont re-sustentées par les mouvements du fluide.

Faute de mieux, on suppose donc une relation linéaire entre  $V_{sed}$  et  $u_{rms}$ , dont on détermine le coefficient de proportionnalité  $\gamma$  dans la section suivante.

Pour résumer ces considérations, la figure 3.40 présente, pour une gamme de  $Re_p \in [1 \ 100]$ , le temps de réponse des particules estimé à partir de la relation 3.25, en considérant pour le calcul du temps de Stokes la viscosité de l'He I à 2.3 K pressurisé à 1 bar.

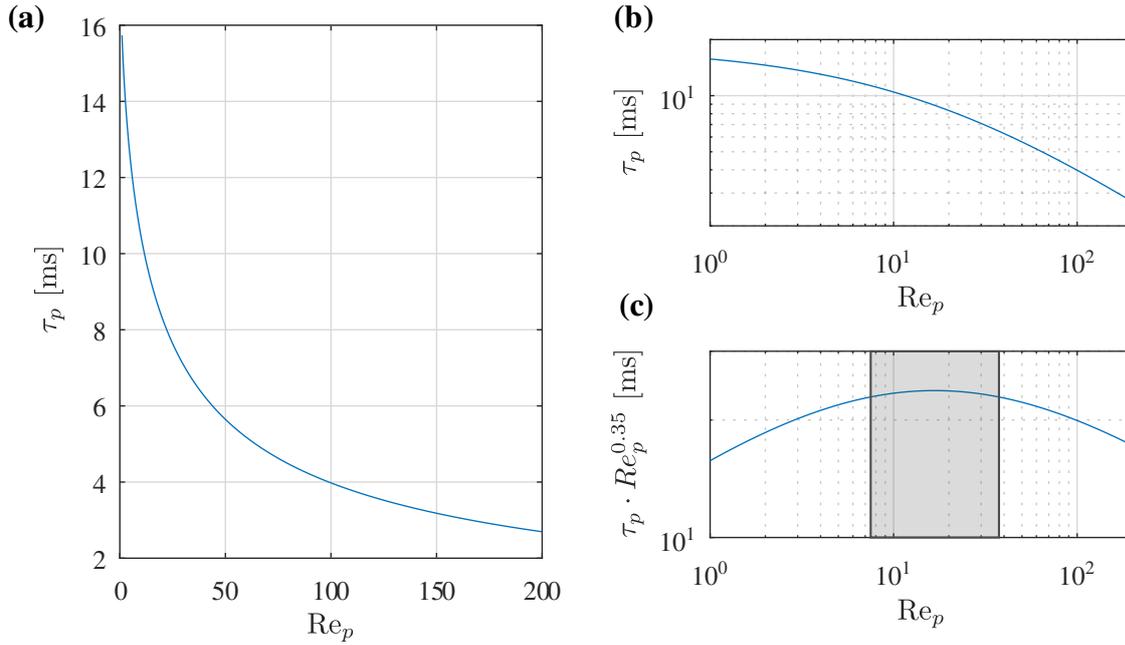


FIGURE 3.40 – a) Temps de réponse  $\tau_p$  d'une particule de diamètre  $D = 80 \mu\text{m}$  dans un bain d'hélium à 2.3 K pressurisé à 1 bar, les effets de traînée non visqueuse en fonction du nombre de Reynolds  $Re_p$  associé à la particule du fait de sa vitesse de sédimentation étant inclus. b) Représentation log-log. c) Représentation log-log compensée par  $Re_p^{0.35}$ . La bande grise correspond à la gamme  $Re_p \in [7-35]$  pour laquelle on peut raisonnablement considérer  $\tau_p \propto Re_p^{0.35}$ .

### 3.7.4 Mesures de $\tau_c$ , modèle de Langevin et temps de réponse des particules

Résumons les considérations des dernières sections. On a détecté un changement de régime à temps court (de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes) sur la fonction de structure lagrangienne d'ordre 2 et on se demande par quel phénomène physique il est piloté. En particulier, on a vu qu'il était corrélé à  $u_{rms}$ , mais trop faiblement pour l'interpréter comme la manifestation de  $\tau_\eta$ .

Les simulations de trajectoires de particules inertielles basées sur le modèle de Langevin suggèrent que ce changement de régime est déterminé par le temps de réponse  $\tau_p$  des particules. Plus quantitativement, on a pu en déduire la relation entre  $\tau_p$  et le temps  $\tau_c$  de transition vers

le régime linéaire :  $\tau_c = 7.5\tau_p$ . Les simulations ont aussi permis d'apporter une explication à la forme des spectres de position et de vitesse des particules observées plus haut dans le manuscrit.

Enfin, on a vu qu'on avait de bonnes raisons de penser, au moins pour les runs en He I pour lesquels il n'y a pas d'ambiguïté sur les forces d'interaction entre les particules et l'écoulement, que le Reynolds associé à l'écoulement du fait du glissement de la particule par rapport à au fluide ne justifiait pas l'application de la loi de Stokes pour l'expression de la force de traînée. En supposant les effets de sédimentation grands devant les effets inertiels, on a alors proposé l'expression 3.25 pour corriger le temps de réponse des particules en tenant compte des effets de traînée non visqueuse. En particulier, on a supposé que la différence caractéristique entre la vitesse des particules et la vitesse du fluide est donnée par la vitesse caractéristique de sédimentation, que l'on suppose reliée linéairement à l'écart type des vitesses turbulentes,  $V_{sed} = \gamma u_{rms}$ .

On rappelle, comme le montre la figure 3.37-b, que l'on observe une dépendance de  $\tau_c$  (et donc de  $\tau_p$ ) en  $u_{rms}^{-0.35}$  pour une gamme de variation de  $u_{rms}$  d'un facteur  $\sim 5$ , de 5 à 25 mm/s. Puisqu'on a supposé une relation linéaire entre  $u_{rms}$  et  $V_{sed}$ , on s'attend donc à ce que le  $Re_p$  soit étalé d'un facteur 5 dans nos essais. Comme l'illustre la figure 3.40-c, pour  $Re_p \in [7-35]$  (*i.e.* une plage s'étalant sur un facteur 5), la relation 3.25 peut être raisonnablement approximée par  $\tau_p \propto Re_p^{-0.35}$  de laquelle on peut déduire un intervalle de vitesse de sédimentation,  $V_{sed} \in [2-8]$  mm/s et donc fixer la valeur de  $\gamma \approx 0.36$ .

Finalement, comme l'illustre la courbe verte de la figure 3.41, en considérant  $\tau_c \approx 2.5\tau_p$ , notre expression de  $\tau_p$  est en excellent accord avec les mesures expérimentales en He I. Le facteur 2.5 entre  $\tau_c$  et  $\tau_p$  est à comparer au facteur 7.5 déduit du modèle de Langevin. Il n'y a donc pas un accord quantitatif entre les deux approches. Nous n'avons pas d'explication claire à ce jour pour expliquer cette discordance. Elle pourrait être liée au fait que nous n'avons pas observé de régime inertiel  $\propto \tau$  clairement défini dans les données expérimentales. L'accord quantitatif n'est donc pas parfait. Cependant, dans nos observations expérimentales, au delà de  $\tau_c$ , la fonction de structure croît moins vite que  $\tau$  (voir section 3.7.1), ce qui entraîne un décalage du coude vers des valeurs plus faibles.

Maintenant que l'on dispose d'une expression de  $\tau_p$ , on peut vérifier l'hypothèse initiale de notre raisonnement, qui stipule que la différence de vitesse entre la particule et le fluide est dominée par la sédimentation de la particule plutôt que par son inertie. Pour ce faire, on peut reprendre le code de Langevin afin de générer des trajectoires pour des particules fluides et des particules inertielles et calculer leurs vitesses associées  $u_f$  et  $u_p$ . En prenant pour temps d'inertie une valeur représentative de nos expériences, par exemple  $\tau_p \approx 2$  ms et  $T_L \approx 1$  s (soit  $\tau_p = 0.02T_L$ ) et en générant 10000 trajectoires sur  $30T_L$  avec une résolution de  $\delta t = T_L/5000$ , nous estimons :

- $u_{p,rms} = 0.99u_{f,rms}$ , ce qui indique que l'inertie des particules n'influence que marginalement l'estimation des fluctuations de vitesse.
- $(u_p - u_f)_{rms} = 0.13u_{f,rms}$ , signifiant que, bien que non négligeable, cet effet d'inertie apparaît bien comme une correction des effets de sédimentation (puisque nous avons estimé  $V_{sed} = 0.36u_{rms}$ ).

### 3.7.5 Comparaison He I/He II

Jusqu'ici, on a volontairement choisi de ne pas discuter les différences observées He I/He II, et on a cherché à interpréter, dans un premier temps, les mesures en He I. Maintenant que

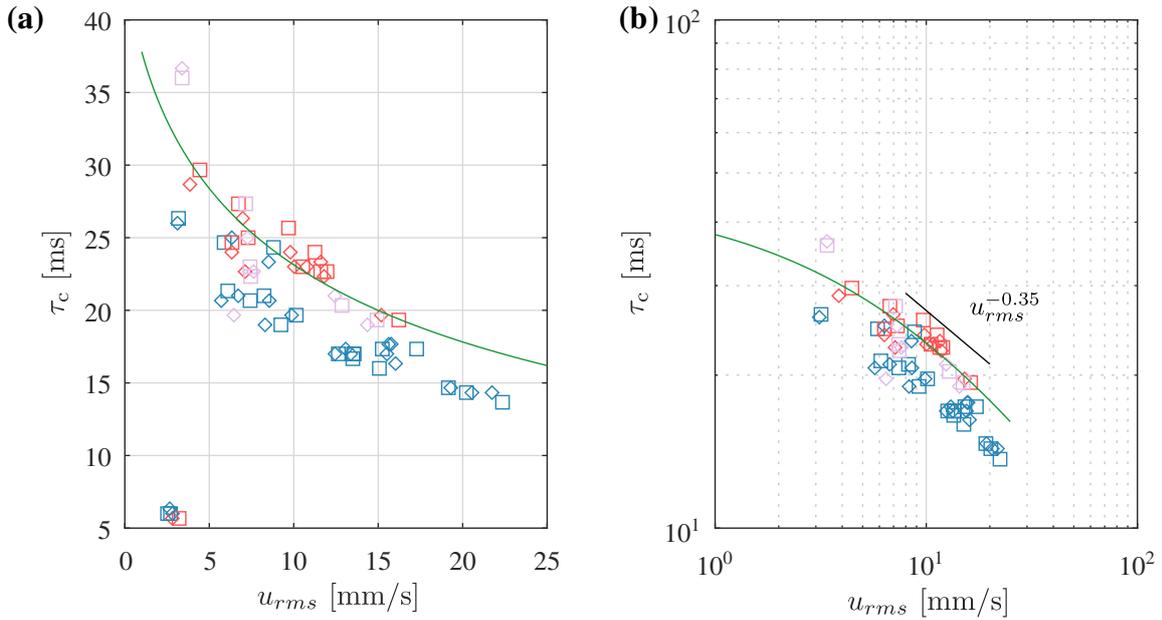


FIGURE 3.41 – Temps de transition  $\tau_c$  entre le régime sur-linéaire et le régime pseudo-linéaire en fonction de l'écart type des vitesses turbulentes mesurées pour chaque run. Le code couleur correspond aux conditions du bain, en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K. Les symboles carrés sont associés aux mesures issues de la composante  $y$  de la vitesse (caméra Photron) et les losanges à la composante  $x$  de la vitesse (caméra Phantom). Le temps de transition correspond au temps  $\tau$  pour lequel  $S_2^L(\tau)/\tau^{1.25}$  est maximum. La courbe verte correspond à la relation 3.25 pour laquelle on a calculé le Reynolds à l'échelle de la particule en considérant  $V_{sed} = \gamma u_{rms}$  avec  $\gamma = 0.36$  et le temps de Stokes en considérant une particule de diamètre  $D = 80 \mu\text{m}$  dans un bain d'hélium à 2.3 K pressurisé à 1 bar avec  $\rho_p = \rho_f$ .

l'on dispose d'un cadre suffisamment cohérent et que l'on a identifié que le changement de régime était très probablement piloté par le temps d'inertie des particules, lui-même dicté par l'intensité de la turbulence ayant tendance à re-sustenter des particules aux vitesses de sédimentation d'autant plus grandes que  $u_{rms}$  est élevé, on peut s'intéresser plus en détail au cas de l'He II.

On remarque de manière assez évidente sur la figure 3.41-a que les temps de transition  $\tau_c$  mesurés ont tendance à être plus faibles en He II (1.98 K) que ceux en He I et He II (1.6 K). Pour appuyer ce point, la figure 3.42 présente la fonction de structure d'ordre 2 de 6 runs ayant exactement les mêmes paramètres de forçage ( $f_{mot} = 6 \text{ Hz}$ ,  $S_{mot} = 24 \text{ mm}$ ) répartis 2 à 2 sur les 3 températures explorées. Aux grands temps, on voit que les courbes se rejoignent raisonnablement, suggérant, comme attendu, que la fonction de structure d'ordre 2 n'est pas influencée par la température dans le régime inertiel. On ne détecte d'ailleurs pas de scénario sur-dissipatif en He II qui aurait tendance à dissiper l'énergie le long de la cascade et à faire plonger la fonction de structure plus vite qu'en He I. Plus précisément, jusqu'aux échelles où l'inertie des particules ne masque pas les effets de la turbulence, disons de manière certaine jusqu'à quelques dizaines de millisecondes, la cascade est identique en He I et en He II. Par contre, et contrairement à ce qu'on aurait pu naïvement penser, le temps de réponse des particules en He II (1.98 K)

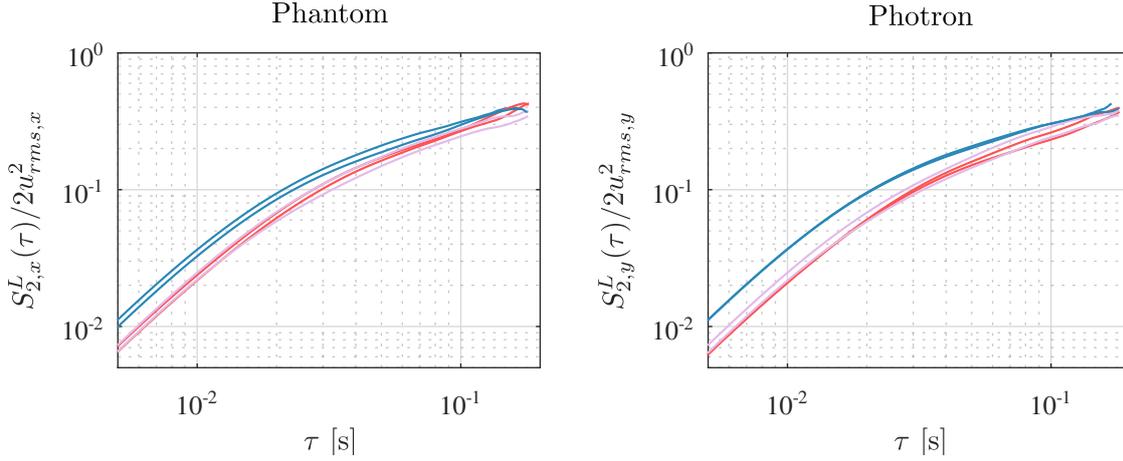


FIGURE 3.42 – Fonction de structure lagrangienne d’ordre 2 pour 6 runs au forçage identique ( $f_{mot} = 6$  Hz,  $S_{mot} = 24$  mm) en rouge, He I sous refroidi, en bleu, He II saturé à 1.98 K et en violet, He II saturé à 1.6 K.

semble plus court qu’en He I. Cette observation est surprenante puisqu’on sait que la viscosité en He II est plus faible qu’en He I (d’un facteur 2 à 1.98 K saturé, en définissant  $\nu_{HeII}$  comme  $\mu_n/(\rho_n + \rho_s)$ ) et on s’attendrait donc à un moins bon couplage particule/fluide qu’en He I et donc à un temps de réponse des particules plus long en He II. Cette observation illustre que la traînée dans un écoulement turbulent en He II est un mécanisme subtil qui semble d’ailleurs influencé par la quantité de superfluide  $\rho_s/\rho$  puisqu’on observe une différence entre He II (1.98 K) et He II (1.6 K). En particulier, on suspecte que l’interaction de grosses particules avec les vortex quantiques ait tendance à “déformer” la pelote induisant alors une modification locale du champ de vitesse superfluide qui, du fait de son couplage au champ de vitesse normale, puisse rétro-agir sur la particule. Cette piste est évidemment délicate à discuter quantitativement et demanderait probablement de nouvelles investigations expérimentales.

### Récapitulatif

- Dans cette section, nous avons exploré les plus petites échelles résolues par nos mesures afin de tenter de comparer les échelles dissipatives en He I et en He II, en utilisant notre large base de données  $2 \times 2D$  comprenant des runs en He I, He II (1.98 K), et He II (1.6 K).
- En raison de la nature 2D des mesures, de la procédure de retrait de l’écoulement moyen pour isoler les fluctuations turbulentes et pour s’affranchir de l’incertitude sur la position des particules dans la direction de la profondeur de champ, nous avons opté pour une analyse lagrangienne des trajectoires en considérant les incréments temporels de vitesse sur les deux composantes horizontales.
- Dans la gamme où nous avons pu définir la fonction de structure lagrangienne d’ordre 2, nous observons, tant en He I qu’en He II, deux régimes distincts : un régime pseudo-linéaire que l’on associe au régime inertiel et un régime plus raide. Le temps associé à la transition ( $\tau_c \propto u_{rms}^{-0.35}$ ) entre les deux régimes n’est pas piloté par le temps de Kolmogorov ( $\tau_\eta \propto u_{rms}^{-1.5}$ ) et ne doit donc pas être attribué à tort comme la trace des échelles dissipatives.

- Nous avons introduit le modèle de Langevin pour simuler des trajectoires dont la fonction de structure d'ordre 2 de la vitesse comporte des similarités avec la turbulence (régime inertiel  $\propto \tau$  avant  $T_L$  puis saturation). Le filtrage de ces trajectoires synthétiques à un temps  $\tau_p$  nous a permis de simuler l'effet d'inertie des particules (figure 3.38). Pour des temps inférieurs à  $\tau_c$ , la fonction de structure d'ordre 2 des particules inertielles ne suit plus le régime  $\propto \tau$  mais tend vers un régime  $\propto \tau^3$  pour  $\tau \ll \tau_p$ . Le modèle suggère  $\tau_c = 7.5\tau_p$ .
- En tenant compte de la vitesse de sédimentation des particules, on a reformulé une expression de  $\tau_p$  (relation 3.25) qui tient compte des effets inertiels du sillage. En supposant  $v_{sed} \propto u_{rms}$ , on a vu qu'on pouvait expliquer la dépendance de  $\tau_c$  à  $u_{rms}$  en supposant  $\tau_c = 2.5\tau_p$ .
- Du fait de leur inertie, les particules ne nous permettent donc pas d'accéder aux échelles dissipatives. On observe, sans avoir d'explication à ce jour, que le temps d'inertie  $\tau_p$  des particules est plus faible en He II (1.98 K) qu'en He I ou He II (1.6 K), peut être une trace de leur interaction avec les lignes de vortex quantiques ?

## Amortissement d'une onde de 2<sup>nd</sup> son par une pelote de vortex quantiques

### Sommaire

---

4.1	Introduction . . . . .	<b>124</b>
4.2	Propagation et amortissement d'une onde de second son . . . . .	<b>124</b>
4.2.1	Onde de température dans le modèle à deux fluides . . . . .	124
4.2.2	Amortissement d'une onde de second son par les lignes de vortex . . .	127
4.3	Généralités sur les cavités résonnantes avec amortissement . . . . .	<b>130</b>
4.3.1	Développement analytique du profil de l'onde stationnaire . . . . .	130
4.3.2	Illustration du phénomène de résonance . . . . .	132
4.3.3	Influence des conditions aux limites . . . . .	135
4.4	Cavité résonnante de second son installée dans OGRES . . . . .	<b>137</b>
4.4.1	Présentation du montage . . . . .	137
4.4.2	Caractéristiques et mode d'opération des OST . . . . .	137
4.4.3	Choix de l'amplitude d'excitation . . . . .	140
4.4.4	Choix de l'harmonique d'excitation . . . . .	141
4.4.5	Influence de la stabilité de la régulation de la température du bain sur la cavité . . . . .	145
4.5	Méthodologies de mesure de la densité moyenne de lignes de vortex de l'écou- lement . . . . .	<b>146</b>
4.5.1	Première approche . . . . .	147
4.5.2	Deuxième approche . . . . .	148
4.6	Exploration de la densité de lignes de vortex en présence de turbulence . . .	<b>154</b>

---

## 4.1 Introduction

Parmi toutes les propriétés surprenantes de l'He II, la restriction de la vorticité de la composante superfluide à des lignes de vortex à la circulation quantifiée est probablement la plus remarquable (du moins pour l' cil de l'hydrodynamicien). Ces objets uniques sont la signature du monde quantique gouvernant la dynamique de cet étrange système physique à très basses températures. Comme vu dans le chapitre 1, le diamètre associé à ces défauts topologiques est de l'ordre de 1   (d'où leur assimilation à des structures quasi-unidimensionnelles) rendant, a priori, leur détection délicate. On va voir que dans la gamme de températures que l'on souhaite explorer, il est possible de tirer profit de la coexistence des phases normale et superfluide pour mesurer la densité moyenne des lignes de vortex de l'écoulement (et donc la distance moyenne inter-lignes de vortex) avec un capteur, dont on détaillera le principe de fonctionnement, reposant sur l'estimation du coefficient d'amortissement dans une cavité résonnante d'ondes de second son. Les mesures que l'on présentera ont été recueillies dans un bain d'He II régulé à 30.0 mbar et à 7.5 mbar. Le tableau 4.1 rappelle quelques propriétés à saturation du fluide dans ces conditions.

$P$ [mbar]	$T$ [K]	$\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_s/\rho_f$ [%]	$\sigma$ [J/(kg · K)]	$C_p$ [kJ/(kg · K)]	$c_1$ [m/s]	$c_2$ [m/s]
7.5	1.60	145.3	83	285	1.61	226	19.8
30.0	1.98	145.6	46	921	4.97	234.3	16.9

TABLEAU 4.1 – Quelques propriétés de l'He II à saturation (tirées de la librairie HEPAK [1]) :  $\rho_f$ - masse volumique totale du fluide,  $\rho_s/\rho_f$ - proportion de superfluide,  $\sigma$ - entropie massique,  $C_p$ - capacité calorifique massique,  $c_1$ - vitesse du premier son,  $c_2$ - vitesse du second son.

## 4.2 Propagation et amortissement d'une onde de second son

### 4.2.1 Onde de température dans le modèle à deux fluides

Comme présenté au chapitre 1, en première approximation, on peut modéliser les écoulements en He II par les équations du modèle à deux fluides. L'idée principale de cette approche consiste à considérer, à température non strictement nulle, le système comme un mélange de deux phases, l'une composée des quasi-particules associées aux excitations thermiques (les phonons et les rotons) et l'autre associée aux atomes condensés se trouvant dans leur état fondamental de plus basse énergie. Bien que le principe de superposition assure qu'il ne soit pas rigoureusement possible de décider si un atome fait partie ou non du condensat, on peut tout de même quantifier, en fonction de la température, la proportion d'atomes condensés et ainsi associer au condensat une part  $\rho_s$  de la masse volumique totale  $\rho$  du fluide. Les propriétés singulières de ce dernier, comme son incapacité à transporter l'entropie, suggère de lui associer son propre champ de vitesse  $\mathbf{v}_s$  et de le distinguer de  $\mathbf{v}_n$ , celui lié au reste du fluide supportant les excitations thermiques et auquel on associe  $\rho_n = \rho - \rho_s$ , le reste de la masse volumique. L'interpénétration du condensat (lié à la composante superfluide) et des excitations thermiques (liées à la composante normale), inhérente à la nature quantique du fluide, se traduit par la

coexistence en tout point de l'espace de deux champs de vitesse associés à chacune des composantes. Fort de ces considérations et en notant  $\sigma$  l'entropie massique du fluide, on rappelle les équations de conservation de la masse 4.1 et de l'entropie 4.2<sup>1</sup>.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial(\rho\sigma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\sigma \mathbf{v}_n) = 0 \quad (4.2)$$

En introduisant  $p$  et  $T$ , les champs de pression et de température du fluide, et en négligeant les effets visqueux, les termes quadratiques en vitesse et le terme de friction mutuelle, on rappelle les équations de conservation de la quantité de mouvement pour la composante normale 4.3 et la composante superfluide 4.4 qui, sous ces hypothèses, prennent une forme très simple.

$$\rho_n \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s \sigma \nabla T \quad (4.3)$$

$$\rho_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s \sigma \nabla T \quad (4.4)$$

De ces considérations élémentaires, on peut mettre en évidence 2 mécanismes de propagation ondulatoire : le *premier son* associé à une perturbation (isotherme et isentropique) de la pression et de la densité totale du fluide, et le *second son* associé à une perturbation (isobare et isochore) de la température et de l'entropie du fluide. Plus précisément, considérons un bain d'He II dont on note :

- $T_0$ , sa température à l'équilibre
- $\rho_0 = \rho_{s,0} + \rho_{n,0}$ , sa densité à l'équilibre
- $p_0$ , sa pression à l'équilibre
- $\sigma_0$ , son entropie massique à l'équilibre

Voyons comment on peut établir à partir des équations 4.1 à 4.4 du modèle à 2 fluides, les relations de propagation des 2 types de perturbation décrites plus haut. Commençons par détailler le *premier son* que l'on a associé au mécanisme de propagation d'une perturbation de la pression (ou de manière équivalente de la densité totale du fluide). Considérons donc, par exemple, une perturbation locale de la densité  $\rho = \rho_0 + \delta\rho$  (avec  $\delta\rho \ll \rho_0$ ). En introduisant  $\chi_\sigma = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_\sigma$ , le coefficient de compressibilité isentropique, on peut en déduire la variation de pression associée  $p = p_0 + \delta\rho / \chi_\sigma \rho_0$ . Établissons maintenant l'équation régissant la dynamique de propagation de cette surpression. On a supposé le problème isentropique, il suit donc à partir de 4.1 et 4.2,  $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_s = \mathbf{v}$ , c'est à dire que les deux composantes normale et superfluide se déplacent en phase. Dans cette situation et en supposant la perturbation isotherme, les équations 4.1 à 4.4 se récrivent simplement,

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p \end{cases}$$

1. On néglige les termes sources issus de la dissipation visqueuse et de la dissipation par friction mutuelle.

On peut alors établir, dans l'approximation acoustique (*i.e* en ne gardant que les termes d'ordre 1), une équation de d'Alembert (aussi bien pour  $p$ ,  $\rho$  que  $\mathbf{v}$ ),

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_1^2 \nabla^2 p = 0,$$

où l'on a introduit la vitesse du son

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{\chi_s \rho_0}}.$$

La surpression se propage donc de manière ondulatoire comme dans les fluides classiques. Les ondes mécaniques progressives solutions sont de la forme  $e^{i(\omega t \pm k \mathbf{x})}$  avec  $k = \omega/c_1$ . La vitesse de propagation du premier son est de l'ordre de  $\approx 230$  m/s (voir tableau 4.1).

Un raisonnement similaire permet de montrer qu'une perturbation de température se propage, elle aussi, de manière ondulatoire et non de manière diffusive comme dans les fluides classiques (la diffusion étant toujours présente, mais beaucoup moins efficace). Considérons donc une perturbation de température  $T = T_0 + \delta T$  (toujours avec  $\delta T \ll T_0$ ). En introduisant  $C_p = T(\frac{\partial \sigma}{\partial T})_p$  la capacité thermique massique isobare, on en déduit la variation d'entropie massique associée  $\sigma = \sigma_0 + C_p \delta T/T_0$ . On suppose cette fois le problème isochore, ce qui permet, d'après 4.1 et 4.2, d'établir que  $\rho_s \mathbf{v}_s = -\rho_n \mathbf{v}_n$ , c'est à dire que les deux composantes normale et superfluide se déplacent en sens opposé. Dans ces conditions, les équations 4.1 à 4.4 se récrivent,

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\sigma \mathbf{v}_n) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} = -\frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma \nabla T \end{cases}$$

On peut alors établir, toujours dans l'approximation acoustique, une équation de d'Alembert (aussi bien pour  $T$ ,  $\sigma$  que  $\mathbf{v}_n$  ou  $\mathbf{v}_s$  ainsi que  $\rho_n$  ou  $\rho_s$ ),

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} - c_2^2 \nabla^2 T = 0$$

où l'on a introduit cette fois la vitesse du second son

$$c_2 = \sqrt{\frac{\rho_{s,0}}{\rho_{n,0}} \frac{\sigma_0}{C_p}} \sqrt{\sigma_0 T_0}.$$

L'ordre de grandeur de cette vitesse de propagation est de  $\sim 20$  m/s. La dépendance de la vitesse du second son à saturation en fonction de la température (entre 1.2 K et 2 K) est présentée sur la figure 4.1.

Pour résumer visuellement ces considérations, on se propose de reproduire l'image classiquement utilisée pour présenter la différence entre le *premier son* et le *second son*. On commence par imager le bain au repos par une collection de points rouges et bleus (voir figure 4.2-a) que l'on interprète naïvement comme les atomes associés respectivement à la phase normale et superfluide. Pour simplifier, on suppose que les 2 phases sont en proportion égale, ce qui correspondrait à une température de 1.96 K. On illustre ensuite comment une onde progressive périodique de *premier son*, par exemple générée par l'oscillation de la membrane d'un haut parleur à fréquence constante, impacte son milieu en créant des zones de surpression (respectivement dépression) où la densité totale est supérieure (respectivement inférieure) à celle d'équilibre (voir

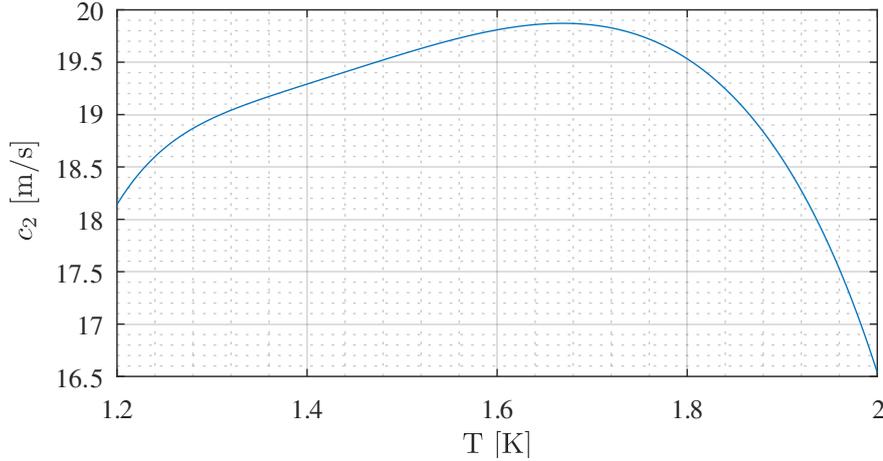


FIGURE 4.1 – Évolution de la vitesse du second son à saturation en fonction de la température

figure 4.2-b). Notons que les deux composantes se déplaçant en phase, la proportion d'atomes rouges et d'atomes bleus reste constante, garantissant ainsi l'homogénéité de la température du bain. On peut enfin s'intéresser à une onde progressive périodique de *second son*. Pour générer une telle onde, on peut imaginer un chauffage périodique, générant une température oscillant autour d'une température moyenne, ou encore la membrane d'un haut parleur poreuse à la composante superfluide, cette membrane oscillant à fréquence constante déséquilibrant ainsi la proportion normale/superfluide (en faisant osciller la proportion d'atomes normaux). Les deux situations sont bien analogues puisqu'il y a une parfaite équivalence entre la température locale et la proportion relative locale de chacune des deux phases. On voit alors apparaître des zones chaudes (respectivement froides) dans lesquelles la proportion d'atomes normaux (respectivement superfluides) est supérieure ou inférieure à celle au repos (voir figure 4.2-c). Contrairement au cas précédent, la densité totale n'est pas perturbée, elle reste constante et uniforme.

### 4.2.2 Amortissement d'une onde de second son par les lignes de vortex

Dans un écoulement turbulent sans vitesse moyenne, le champ de vitesse superfluide est entièrement déterminé par l'enchevêtrement complexe de lignes de vortex quantique qui le composent. Leurs interactions avec les quasi-particules (phonons et rotons) constituant la composante normale contribuent alors à coupler les deux composantes. Pour tenir compte de la présence de ces lignes de vortex, les équations 4.3 et 4.4 doivent être modifiées pour inclure une force de couplage additionnelle  $\mathbf{f}_{mf}$ , la *force de friction mutuelle*.

$$\rho_n \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s \sigma \nabla T - \mathbf{f}_{mf} \quad (4.5)$$

$$\rho_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s \sigma \nabla T + \mathbf{f}_{mf} \quad (4.6)$$

En introduisant  $\mathcal{L}$  la densité moyenne de lignes de vortex quantique par unité de volume (en  $\text{m}/\text{m}^3$ ) et en notant  $\theta$  l'angle entre l'orientation locale des lignes de vortex et la direction

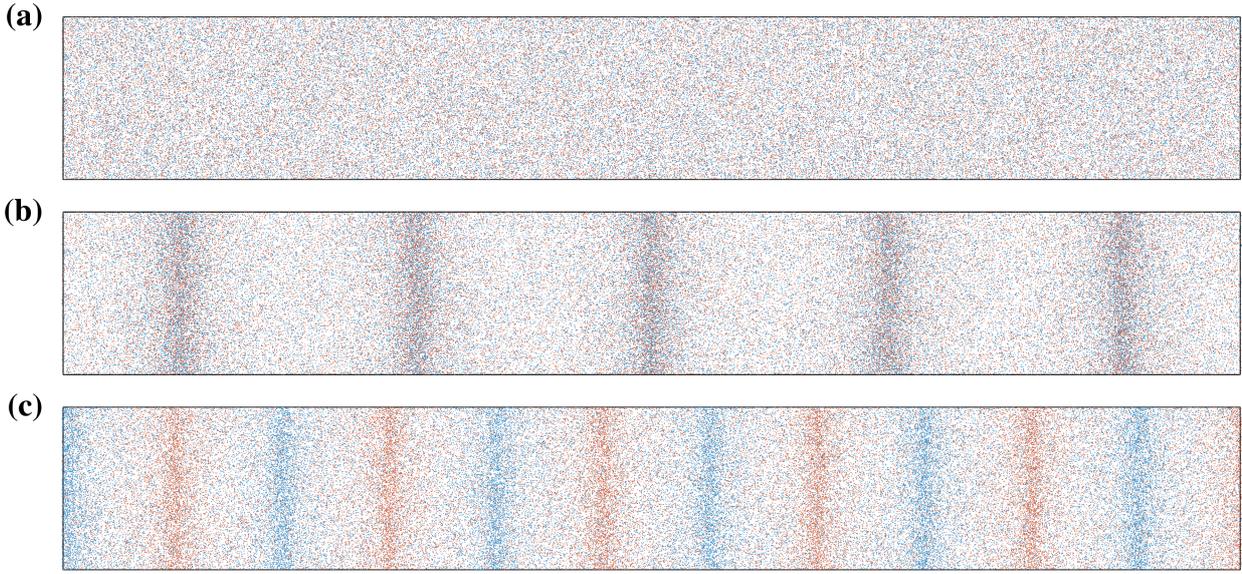


FIGURE 4.2 – Représentation de la différence entre le *premier son* et le *second son* (N.B. pour une meilleure lisibilité des effets sur les composantes normale et superfluide, le rapport  $\sim 10$  entre  $c_1$  et  $c_2$  n'est pas respecté). a) Bain d'hélium II au repos b) Bain perturbé par une onde progressive périodique de *premier son*. c) Bain perturbé par une onde progressive périodique de *second son*.

de propagation de l'onde de second son, on peut donner une expression de la force de friction mutuelle,

$$f_{mf} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \sin^2(\theta) \kappa \mathcal{L} v_{ns}$$

où  $\kappa \approx 1 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  est le quantum de vorticit   port   par chaque ligne de vortex quantique et  $B$  est une constante dont l'ordre de grandeur vaut 1 entre 1.6 K et 2 K. La d  pendance de  $B$     la temp  rature est repr  sent  e sur la figure 4.3.

Int  ressons-nous aux cons  quences de l'ajout de cette force sur les ondes de *second son* dont on a vu dans la section 4.2.1, contrairement aux ondes de *premier son*, qu'elles   taient port  es par un mouvement relatif entre les deux composantes. Consid  rons donc    nouveau une petite perturbation (isochore et isobare) de temp  rature dans un bain d'He II contenant des lignes de vortex. Toujours d'apr  s 4.1 et 4.2  $\rho_s \mathbf{v}_s = -\rho_n \mathbf{v}_n$  dont on d  duit  $\mathbf{v}_{ns} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s = \frac{\rho}{\rho_s} \mathbf{v}_n$ . En suivant la m  me m  thodologie que pr  c  demment, le syst  me d'  quations    r  soudre s'  crit cette fois

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\sigma \mathbf{v}_n) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} = -\frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma \nabla T - \frac{B}{2} \sin^2(\theta) \kappa \mathcal{L} \mathbf{v}_n \end{cases}$$

On peut alors   tablir, toujours dans l'approximation acoustique, une   quation de d'Alembert

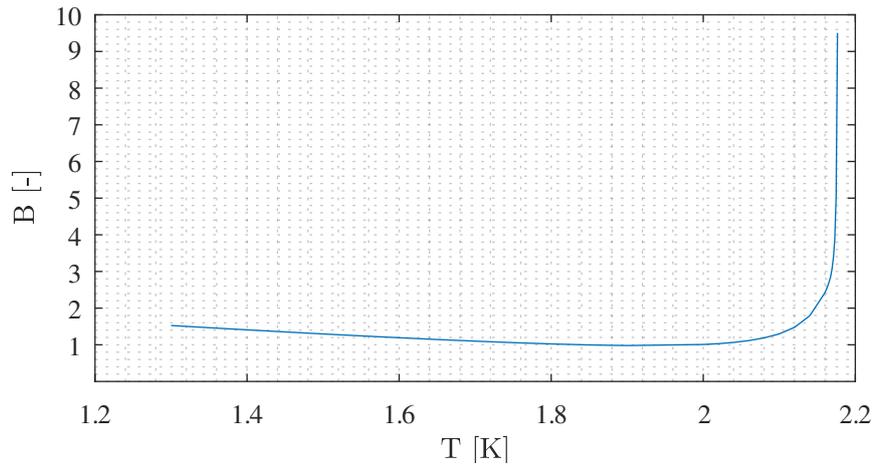


FIGURE 4.3 – Évolution du paramètre de friction mutuelle  $B$  à saturation en fonction de la température [11].

(aussi bien pour  $T$ ,  $\sigma$  que  $\mathbf{v}_n$  ou  $\mathbf{v}_s$ ) avec cette fois un terme d'amortissement

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} - c_2^2 \nabla^2 T + 2\alpha c_2 \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

où l'on a posé le coefficient d'amortissement  $\alpha = \frac{B\kappa\mathcal{L}}{4c_2} \sin^2(\theta)$ . Les ondes progressives amorties de la forme  $e^{\pm\alpha\mathbf{x}} e^{i(\omega t \pm k\mathbf{x})}$  avec  $k = \omega/c_2$  sont solution dans la limite  $\alpha \ll k$ . La présence de lignes de vortex sur le trajet de l'onde de second son a donc un effet d'amortissement. En considérant que l'onde traverse un enchevêtrement de lignes de vortex dont l'orientation est distribuée de manière équiprobable dans toutes les directions, comme on peut l'attendre dans un écoulement turbulent, on en déduit une relation entre le coefficient d'atténuation moyen et la densité de lignes de vortex :

$$\bar{\alpha} = \frac{B\kappa\mathcal{L}}{4c_2} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \sin^2(\theta) d^2\Omega = \frac{B\kappa\mathcal{L}}{4c_2} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi = \frac{B\kappa\mathcal{L}}{6c_2} \quad (4.7)$$

Dans la section qui suit, on va voir comment on peut tirer partie de ce phénomène pour mesurer de manière non intrusive la densité moyenne de lignes de vortex de notre écoulement à partir d'une cavité résonnante d'onde de second son.

### Récapitulatif

- Il existe plusieurs mécanismes de propagation ondulatoire dans l'He II : le *premier son* (onde de pression) et le *second son* (onde de température) associés respectivement au déplacement en phase et opposition de phase des composantes normale et superfluide (figure 4.2).
- Lorsqu'une onde de second son traverse une région contenant des lignes de vortex, elle est amortie proportionnellement à la densité moyenne de lignes de vortex avec laquelle elle interagit (équation 4.7).

## 4.3 Généralités sur les cavités résonnantes avec amortissement

L'idée est la suivante : en établissant une onde stationnaire de second son dans une cavité résonnante et en mesurant la réponse de la cavité à différentes fréquences d'excitation, on peut remonter au coefficient d'amortissement intrinsèque du système (principalement dû à ses caractéristiques géométriques). On génère ensuite un écoulement turbulent dans la cavité qui produit des lignes de vortex interagissant avec l'onde de second son. En déduisant l'excès d'atténuation, on peut remonter, à partir de la relation 4.7, à la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement. Dans cette section, on se propose donc de détailler soigneusement le cadre théorique, tiré du formalisme récemment introduit pour interpréter les mesures d'atténuation de second son [117-119], que l'on utilisera pour décrire le profil de l'onde s'établissant dans la cavité résonnante.

### 4.3.1 Développement analytique du profil de l'onde stationnaire

Supposons qu'on dispose d'une cavité de longueur  $L$  pourvue d'un émetteur en  $x = 0$  incorporé à la paroi pouvant exciter une onde mécanique progressive d'amplitude  $U_0$  à la fréquence  $f$  (à laquelle on associe la pulsation  $\omega = f/2\pi$ ) et d'un récepteur en  $x = L$ , lui aussi encastré dans la paroi, capable de mesurer l'amplitude et la phase (relative par rapport à celle d'excitation) de l'onde s'établissant dans la cavité (voir figure 4.4). On peut décrire brièvement ce qui se passe au cours du régime transitoire lorsque l'on met en marche l'émetteur. L'onde émise en  $x = 0$  se propage à la vitesse  $c_2$  et interagit avec son milieu support dont on note  $\alpha$  le facteur d'atténuation. En  $x = L$ , elle est réfléchiée par la paroi. À l'impact, on suppose que son amplitude a été divisée par un facteur  $e^{\alpha L}$ . Notons que la phase de l'onde à l'impact dépend de sa phase en  $x = 0$  et du rapport entre sa longueur d'onde  $\lambda = c_2/f$  et la longueur  $L$  de la cavité. En  $x = 0$ , l'amplitude de l'onde a de nouveau été divisée par  $e^{\alpha L}$  et elle est à nouveau réfléchiée. Après de multiples rebonds, d'autant plus nombreux que le facteur d'atténuation  $\alpha$  est petit, le système atteint un état stationnaire que l'on peut décrire classiquement comme la somme de deux ondes se propageant en sens opposé. La notation complexe rend les développements plus compacts, on interprète donc  $U_I$ , l'onde incidente, comme la partie réelle d'une amplitude complexe  $\Re(\tilde{U}_I)$  et  $U_R$ , l'onde réfléchiée, comme  $\Re(\tilde{U}_R)$ . L'onde stationnaire ainsi établie s'écrit pour  $t \geq 0$  et  $x \in [0, L]$

$$\tilde{U}(x, t) = |\tilde{U}(x, t)|e^{i\theta(x, t)} = \tilde{U}_I(x, t) + \tilde{U}_R(x, t) = \tilde{A}e^{i(\omega t - kx)}e^{-\alpha x} + \tilde{B}e^{i(\omega t + kx)}e^{+\alpha x}$$

où on a introduit  $\theta$  la phase de l'onde,  $|\tilde{U}|$  son module et  $k$  le nombre d'onde sans amortissement que l'on peut relier à la pulsation par la relation de dispersion,  $k = \omega/c_2$ . Les amplitudes complexes  $\tilde{A}$  et  $\tilde{B}$  sont fixées par les conditions aux limites dont on peut imaginer différentes configurations selon la nature de l'émetteur et du récepteur. Au niveau du récepteur, les cas extrêmes correspondent à un "nœud",  $\tilde{U} = 0$  ou à un "ventre",  $\partial\tilde{U}/\partial x = 0$ . Au niveau de l'émetteur, on peut considérer par exemple que l'émission de l'onde est associée au déplacement d'une membrane (comme un haut parleur dans le cas d'une onde sonore). À nouveau, plusieurs situations sont envisageables : on peut considérer le forçage directement sur l'amplitude de l'onde se traduisant par exemple par  $\tilde{U} = U_0 e^{i\omega t}$  ou sur sa dérivée conduisant alors par exemple à  $\partial\tilde{U}/\partial x = (\alpha + ik)U_0 e^{i\omega t}$ . Dans notre cas, les conditions aux limites n'ont pas clairement été identifiées puisque cela impliquerait de modéliser finement la réponse de la membrane émettrice

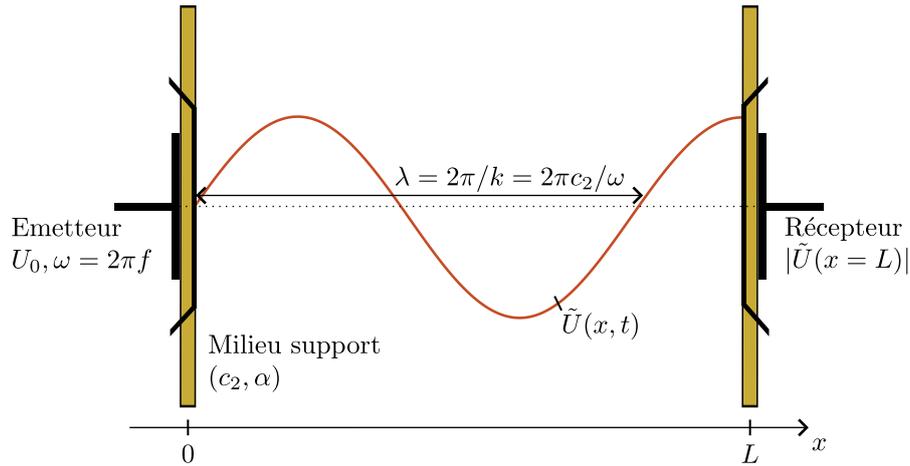


FIGURE 4.4 – Schéma récapitulatif de la cavité résonnante. L'émetteur génère une onde mécanique progressive dans la direction  $x > 0$  d'amplitude  $U_0$  à la fréquence  $f$  établissant une onde stationnaire dans la cavité. Le récepteur est capable de mesurer l'amplitude  $|\tilde{U}|$  et la phase relative de l'onde en  $x = L$ .

à son excitation sinusoïdale en tension et inversement pour la membrane réceptrice (voir plus loin). Pour ne pas alourdir le discours en traitant le cas général, on choisit de considérer la situation suivante,

$$\begin{cases} \tilde{U}(x=0, t) = U_0 e^{i\omega t} \\ \left. \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} \right|_{(x=L, t)} = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Il suit

$$\begin{cases} \tilde{A} + \tilde{B} = U_0 \\ -\tilde{A}e^{-(ik+\alpha)L} + \tilde{B}e^{(ik+\alpha)L} = 0 \end{cases} ,$$

qui donne

$$\begin{cases} \tilde{A} = \frac{U_0 e^{(ik+\alpha)L}}{e^{(ik+\alpha)L} + e^{-(ik+\alpha)L}} \\ \tilde{B} = \frac{U_0 e^{-(ik+\alpha)L}}{e^{(ik+\alpha)L} + e^{-(ik+\alpha)L}} \end{cases} .$$

En remarquant alors que

$$e^{(ik+\alpha)L} + e^{-(ik+\alpha)L} = 2 \cosh((ik + \alpha)L)$$

et que

$$e^{(ik+\alpha)L} e^{-(ik+\alpha)x} + e^{-(ik+\alpha)L} e^{(ik+\alpha)x} = 2 \cosh((ik + \alpha)(L - x)).$$

On obtient une formule analytique décrivant le profil complet de l'onde stationnaire s'établissant dans la cavité

$$\tilde{U}(x, t) = \frac{U_0 e^{i\omega t}}{\cosh((ik + \alpha)L)} \cdot \cosh((ik + \alpha)(L - x)). \quad (4.9)$$

Comme le montre la figure 4.5, en prenant la partie réelle de l'expression 4.9, on peut visualiser, pour une fréquence d'excitation  $f$  donnée et un coefficient d'amortissement  $\alpha$  fixé, la forme de l'onde s'établissant dans la cavité à différents instants (par exemple sur une demi-période  $T/2$ ).

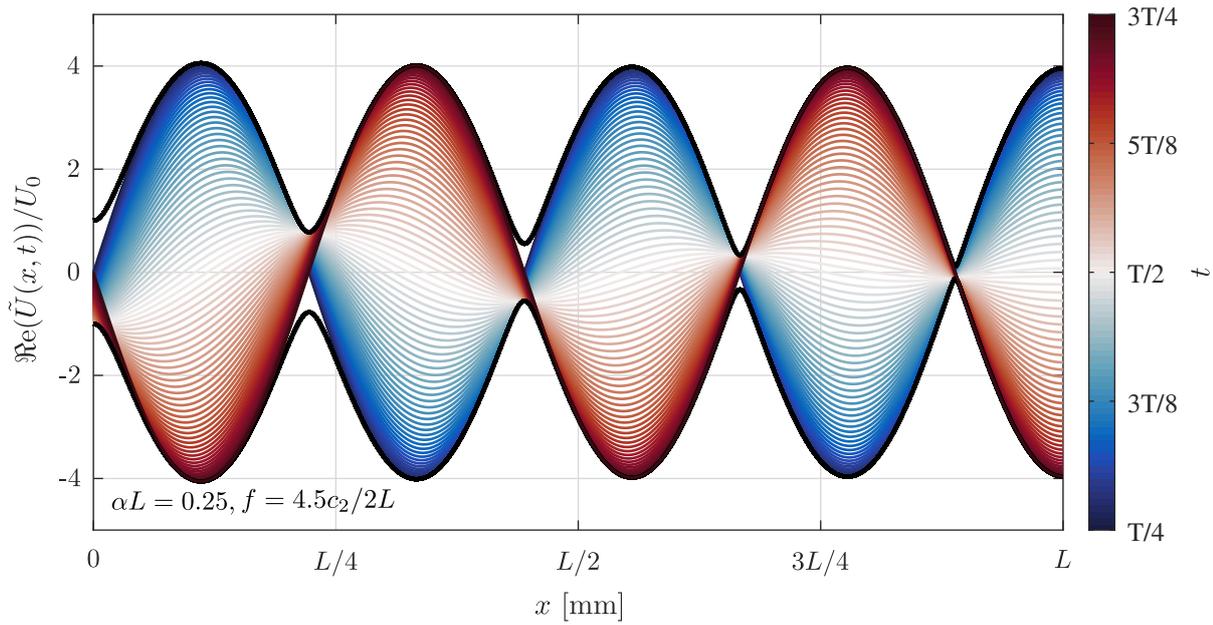


FIGURE 4.5 – Représentation graphique du profil de l'onde associé au 5-ième harmonique de la cavité obtenu en prenant la partie réelle de l'équation 4.9. L'enveloppe de l'onde (en noir) est caractérisée par une alternance de *ventres* et de *nœuds*. L'asymétrie entre la partie gauche  $x < L/2$  et la partie droite  $x > L/2$  est la trace de l'amortissement. Les conditions aux limites 4.8 imposent un ventre en  $x = L$  et font osciller l'amplitude entre  $\pm U_0$  en  $x = 0$ . La résonance se traduit par un pseudo-nœud en  $x = 0$ . La colormap est issue du package présenté dans [100].

### 4.3.2 Illustration du phénomène de résonance

On dispose donc de l'expression analytique 4.9 pour décrire le profil de l'onde stationnaire  $\tilde{U}$  s'établissant dans la cavité de longueur  $L$  pour une excitation sinusoïdale à la fréquence  $f$  d'intensité  $U_0$  en  $x = 0$  en fonction du coefficient d'amortissement  $\alpha$  et respectant les conditions aux limites 4.8. Dans cette section, on se propose d'illustrer graphiquement le phénomène de résonance de la cavité en se focalisant sur l'influence du coefficient d'amortissement.

Pour certaines fréquences d'excitation, que l'on précisera, les multiples réflexions de l'onde durant le régime transitoire peuvent interférer de manière constructive de telle sorte que l'amplitude des ventres de l'onde stationnaire résultante soit particulièrement importante (allant jusqu'à diverger dans le cas idéalisé sans amortissement). Pour mettre en évidence cette pseudo-singularité du système, on peut exprimer l'amplitude de l'onde mesurée par le capteur en  $x = L$  pour une fréquence  $f$  donnée. En développant le cosinus hyperbolique au dénominateur de la relation 4.9,  $\cosh(ikL + \alpha L) = \cos(kL) \cosh(\alpha L) + i \sin(kL) \sinh(\alpha L)$ , on en déduit :

$$|\tilde{U}(x = L)| = \frac{U_0}{\sqrt{(\cos(kL) \cosh(\alpha L))^2 + (\sin(kL) \sinh(\alpha L))^2}} \quad (4.10)$$

On rappelle que le nombre d'onde  $k$  est relié à la fréquence  $f$  par la relation  $k = 2\pi f/c_2$ . À partir de la relation 4.10, on peut donc illustrer (voir figure 4.6-a) l'évolution de l'amplitude de l'onde en  $x = L$  selon la fréquence  $f$  pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement  $\alpha$ . La

courbe est caractérisée par une succession de *pics* distribués périodiquement dont le maximum dépend du coefficient d'amortissement. On peut déterminer analytiquement que ces maxima sont atteints pour  $kL \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$ . Cette situation, pour laquelle  $|\tilde{U}(x = L)|$  diverge si  $\alpha = 0$ , traduit la *résonance* du système. Dans le cas où l'amortissement n'est pas nul, l'amplitude à la résonance s'écrit

$$U_{\text{res}} = \frac{U_0}{\sinh(\alpha L)}. \quad (4.11)$$

Puisque  $kL \equiv \frac{\pi}{2}[\pi] \Leftrightarrow f = (n - \frac{1}{2}) \cdot \frac{c}{2L}, n \in \mathbb{N}^*$ , on définit  $f_n = (n - \frac{1}{2}) \cdot \frac{c}{2L}$ , la fréquence du  $n$ -ième harmonique de la cavité.

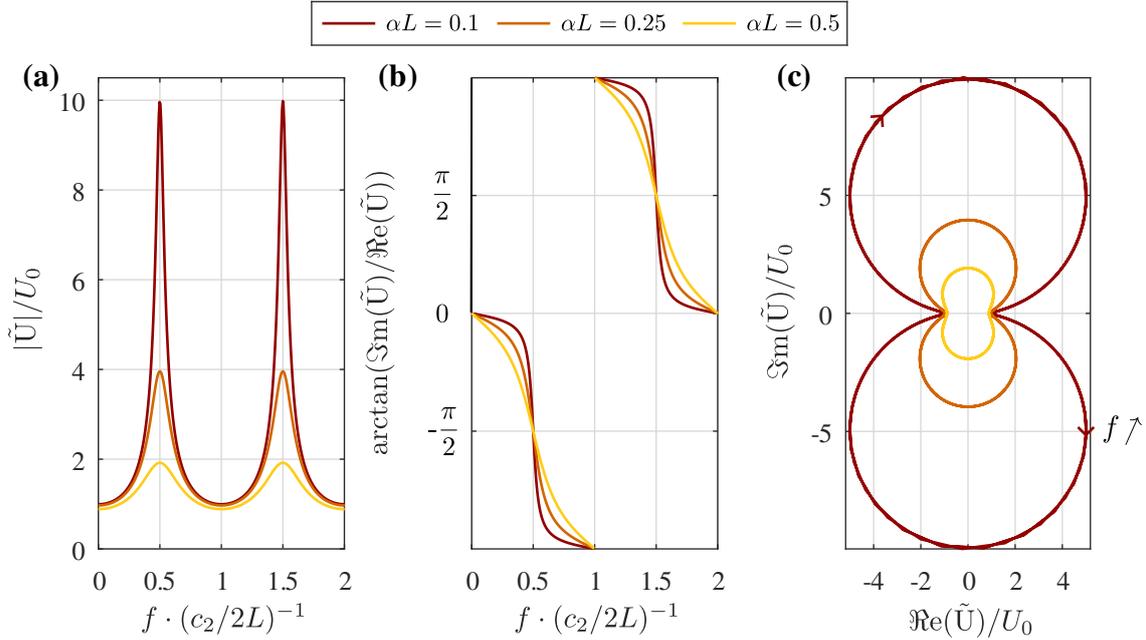


FIGURE 4.6 – Réponse fréquentielle d'une cavité résonnante pour différents coefficients d'amortissement. a) Amplitude de l'onde mesurée par le récepteur en  $x = L$  b) Phase relative en  $x = L$  par rapport à la référence d'excitation en  $x = 0$  c) Représentation polaire de l'amplitude complexe de l'onde en  $x = L$ , les courbes sont paramétrées par la fréquence. Les flèches indiquent le sens des fréquences croissantes.

Quant à la phase relative  $\theta = \arctan(\Im(\tilde{U})/\Re(\tilde{U}))$  de l'onde mesurée par le récepteur en  $x = L$  par rapport à la référence de la phase d'émission, on peut aussi en déduire une expression analytique à partir de la relation 4.9 :

$$\theta(x = L) = \arctan(-\tanh(\alpha L) \tan(kL)). \quad (4.12)$$

À la résonance (*i.e.* pour  $kL = \frac{\pi}{2}$ ), la phase est  $\pm \frac{\pi}{2}$ . Dans l'exemple de la figure 4.5, correspondant à une situation de résonance, l'onde forme un pseudo-nœud en  $x = 0$  et la condition en  $x = L$  impose un ventre. Cette configuration peut se produire pour deux déphasages relatifs en  $x = L$ , soit  $\frac{\pi}{2}$  soit  $-\frac{\pi}{2}$  (comme prédit par la relation analytique 4.12). Le cas de la figure 4.5 correspond à la seconde situation.

Une manière de visualiser à la fois les informations contenues dans l'amplitude et la phase mesurées par le récepteur est d'utiliser la représentation dans le plan complexe. Pour une mesure

d'amplitude  $|\tilde{U}|$  et de phase  $\theta$ , on associe le point  $|\tilde{U}|e^{i\theta}$  dans le plan complexe. Dans cet espace, les trajectoires associées à des balayages en fréquence décrivent des quasi-cercles passant proches de l'origine (voir 4.6-c). Ceux contenus dans le demi plan inférieur (respectivement supérieur) sont associés à une évolution de la phase de 0 à  $-\pi$  (respectivement de  $\pi$  à 0) et correspondent au premier (respectivement deuxième) pic de la figure 4.6-a et plus généralement à tous les harmoniques impairs (respectivement pairs). Le pseudo-diamètre des quasi-cercles correspond à l'amplitude à la résonance. On retrouve que la phase associée à la résonance est de  $\pm\frac{\pi}{2}$  quel que soit le coefficient d'amortissement.

Pour mieux appréhender le comportement du système à partir de cette représentation, on se propose de se focaliser sur le balayage en fréquence autour du premier harmonique et de s'intéresser à l'effet d'une variation quasi-continue du coefficient d'amortissement (voir figure 4.7). En particulier, on a choisi de représenter sur la figure 4.7-c, la trajectoire dans le plan complexe de 5 points associés à 5 fréquences particulières distribuées autour de la fréquence de résonance du premier harmonique,  $\{0.92, 0.98, 1, 1.02, 1.08\}f_1$ , en fonction de  $\alpha$ . Il faut imaginer que l'on a bloqué la fréquence d'excitation du système sur une de ces 5 valeurs et que l'on fait varier le coefficient d'amortissement dans la cavité. Comme on l'a expliqué précédemment et que l'on peut observer une nouvelle fois sur la figure 4.7-a, l'augmentation du coefficient d'amortissement va avoir pour effet de diminuer l'amplitude maximale à la résonance et donc de réduire le diamètre du cercle dans la représentation dans le plan complexe. On a aussi vu que l'augmentation du coefficient d'amortissement avait un effet sur la phase de l'onde lorsqu'elle n'est pas excitée à la résonance. Ainsi, les trajectoires associées aux fréquences, ne correspondant pas à la résonance, ne seront pas rectilignes (*i. e.* : à phase constante) et dirigées vers l'origine mais vont se courber (voir figure 4.7-c).

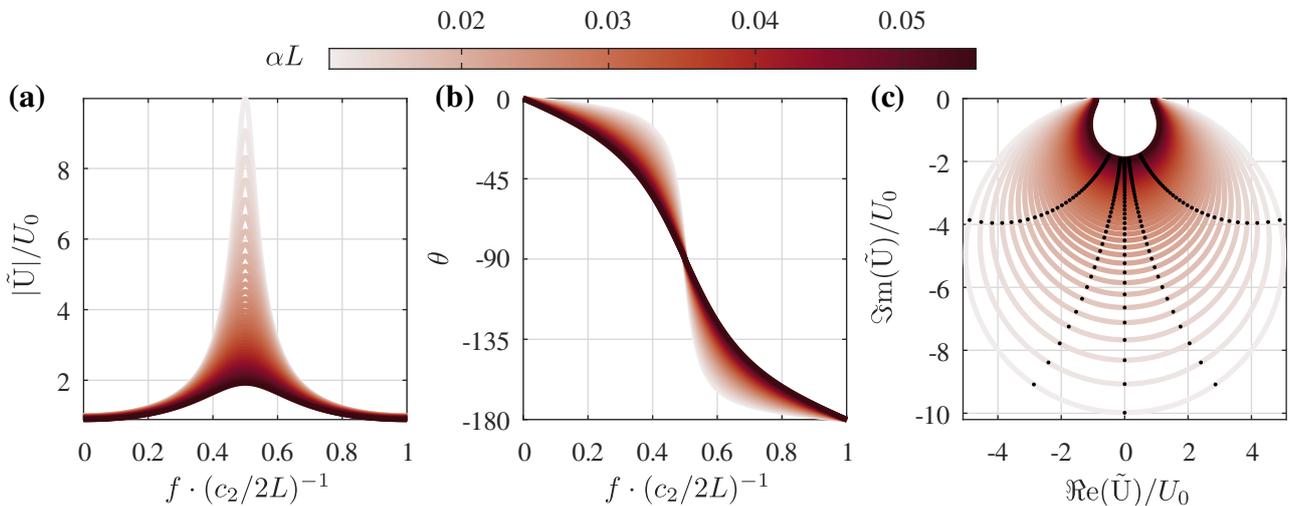


FIGURE 4.7 – Réponse fréquentielle d'une cavité résonnante pour une variation continue du coefficient d'amortissement. a) Amplitude de l'onde mesurée par le récepteur en  $x = L$ . b) Phase relative en  $x = L$  par rapport à la référence d'excitation en  $x = 0$ . c) Représentation phase/amplitude dans le plan complexe de l'onde en  $x = L$ . Les trajectoires en noir sont associées à 5 fréquences particulières  $\{0.92, 0.98, 1, 1.02, 1.08\}f_1$ .

Pour conclure, considérons une situation expérimentale réelle. Bien que la température du bain soit régulée, elle peut fluctuer légèrement au fil du temps, notamment en présence de

turbulence lorsque les grilles oscillent. Ces fluctuations de température affectent la vitesse du second son et donc la fréquence de résonance de la cavité. Ainsi, pour une fréquence d'excitation fixe de l'émetteur, non seulement l'amplitude, mais aussi la phase du signal varieront.

Si les variations d'amplitude ne sont pas interprétées en tenant compte des variations de phase, elles pourraient être associées, à tort, à des fluctuations du coefficient d'amortissement de la cavité, et donc à la densité de lignes de vortex, alors que ce n'est pas le cas. La représentation polaire montre qu'une variation de la fréquence d'excitation par rapport à la fréquence de résonance (et vice versa) correspond à un déplacement le long d'un quasi-cercle dont le diamètre est déterminé par le coefficient d'amortissement  $\alpha$ .

### 4.3.3 Influence des conditions aux limites

Comme mentionné plus haut, on peut imaginer d'autres conditions aux limites qui donneront différents profils d'ondes stationnaires. Par exemple, en considérant

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} \right|_{x=0} = (\alpha + ik)U_0 e^{i\omega t} \\ \left. \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \end{cases} . \quad (4.13)$$

On peut établir une relation analytique décrivant le nouveau profil de l'onde,

$$\tilde{U}(x, t) = \frac{U_0 e^{i\omega t}}{\sinh((ik + \alpha)L)} \cdot \cosh((ik + \alpha)(L - x)), \quad (4.14)$$

où le cosinus hyperbolique de la relation 4.9 de la section 4.3.1 a été remplacé par un sinus hyperbolique. En prenant la partie réelle de l'expression 4.14, on peut représenter la forme de la nouvelle onde s'établissant dans la cavité à différents instants (voir figure 4.8). En choisissant la fréquence associée au 5-ième harmonique (voir ci-après comment définir les nouveaux harmoniques) et le même coefficient d'amortissement que celui de la figure 4.5 de la section 4.3.1, on observe que les enveloppes des deux ondes sont très similaires.

Pour quantifier de manière plus précise les différences et similarités, on peut exprimer l'amplitude de l'onde en  $x = L$  mesurée par le récepteur,

$$|\tilde{U}(x = L)| = \frac{U_0}{\sqrt{(\cos(kL) \sinh(\alpha L))^2 + (\sin(kL) \cosh(\alpha L))^2}} \quad (4.15)$$

dont les maxima sont atteints cette fois pour  $kL \equiv 0[\pi] \Leftrightarrow f = n \cdot \frac{c}{2L}, n \in \mathbb{N}^*$ , les harmoniques sont donc définis cette fois pour  $f_n = n \cdot \frac{c}{2L}$  plutôt que pour  $f_n = (n - 1/2) \cdot \frac{c}{2L}$ . En revanche, l'amplitude à la résonance s'écrit toujours

$$U_{\text{res}} = \frac{U_0}{\sinh(\alpha L)}. \quad (4.16)$$

Finalement, les nouvelles conditions aux limites ne changent pas fondamentalement les propriétés de la cavité. Elles introduisent simplement un déphasage de  $90^\circ$  et décalent les harmoniques de  $1/2 \cdot \frac{c}{2L}$ . On peut d'ailleurs reformuler le sinus hyperbolique pour donner à la relation 4.14, une forme similaire à la relation 4.9 :

$$\tilde{U}(x, t) = \frac{U_0 e^{i\omega t} e^{-i\frac{\pi}{2}}}{\cosh((i(k - \frac{\pi}{2L}) + \alpha)L)} \cdot \cosh((ik + \alpha)(L - x)) \quad (4.17)$$

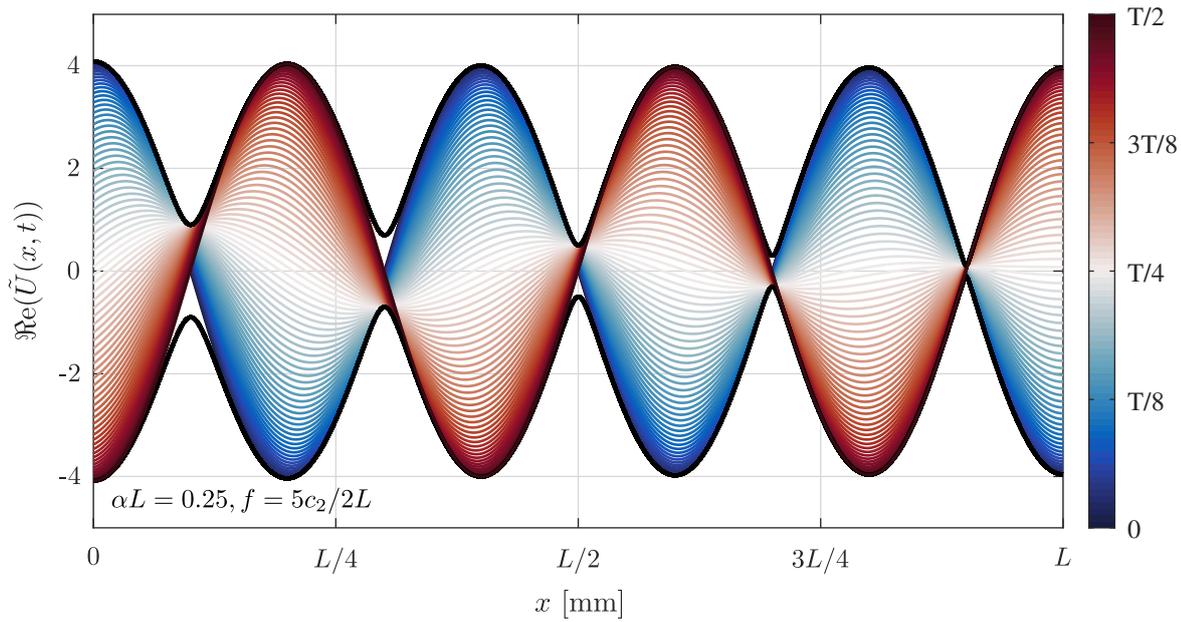


FIGURE 4.8 – Représentation graphique du profil de l'onde associé au 5-ième harmonique de la cavité obtenu en prenant la partie réelle de l'équation 4.14 sur une demi-période. Les conditions aux limites 4.13 imposent toujours un ventre en  $x = L$  mais cette fois fixe la pente de l'amplitude entre  $\pm(\alpha + ik)U_0$  en  $x = 0$ . La résonance est déphasée de  $90^\circ$  et se traduit par un pseudo-ventre en  $x = 0$ .

Faute de mieux, on peut supposer naïvement que les conditions aux limites réelles de la cavité résonnante installée dans OGRES (que l'on présentera dans la prochaine section) se situent quelque part entre les 2 situations extrêmes que l'on a présentées. On supposera que cela a pour effet d'introduire un déphasage,  $\phi_{cl} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , de telle sorte que le profil de l'onde dans la cavité puisse s'écrire

$$\tilde{U}(x, t) = \frac{U_0 e^{i\omega t} e^{-i\phi_{cl}}}{\cosh(ikL - i\phi_{cl} + \alpha L)} \cdot \cosh((ik + \alpha)(L - x)) \quad (4.18)$$

Les harmoniques associés sont de la forme  $f_n = (n - \frac{1}{2} + \frac{\phi_{cl}}{\pi}) \cdot \frac{c}{2L}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

### Récapitulatif

- On dispose d'une relation analytique 4.18 pour décrire le profil de l'onde stationnaire s'établissant dans une cavité résonnante en fonction de la fréquence  $f$  à laquelle elle est excitée et du coefficient d'amortissement  $\alpha$ .
- On a introduit la représentation complexe (voir 4.6 et 4.7) pour décrire de manière synthétique les trajectoires en amplitude et en phase mesurées par le récepteur lorsque l'on fait varier la fréquence d'excitation. Le "balayage" d'un *pic de résonance* est associé à un quasi-cercle dont le diamètre, correspondant à l'amplitude à la résonance, dépend du coefficient d'amortissement. On a vu qu'une variation de la vitesse de propagation de l'onde (par exemple du fait de fluctuations de la température) induisait un déplacement le long de ce quasi-cercle.

## 4.4 Cavité résonnante de second son installée dans OGRES

On a vu que l'on pouvait relier l'atténuation d'une onde de second son à la densité moyenne de lignes de vortex rencontrées le long de son trajet, et on a posé les bases théoriques permettant de relier l'amplitude et la phase d'une onde stationnaire établie dans une cavité résonnante au coefficient d'amortissement de la cavité. Tous les ingrédients sont donc réunis pour présenter le montage mis en place dans OGRES reposant sur l'utilisation de membranes poreuses à la composante superfluide. Ces membranes poreuses, intégrées dans les parois du tunnel de confinement de notre écoulement, sont ainsi utilisées pour générer et mesurer l'amplitude et la phase d'une onde stationnaire de second son. Dans cette section, on se propose de présenter le montage et la méthodologie utilisée pour le piloter. Pour ne pas alourdir le discours, l'ensemble de cette section est uniquement illustré à partir de nos mesures à 30.0 mbar mais nous avons suivi la même méthodologie pour les mesures à 7.5 mbar

### 4.4.1 Présentation du montage

Tant pour exciter l'onde de second son dans la cavité résonnante que pour mesurer son amplitude, nous avons choisi d'utiliser des transducteurs dont le principe de fonctionnement repose sur l'oscillation d'une membrane poreuse à la composante superfluide (et quasi étanche à la composante normale). Par analogie avec le premier son, le système peut être considéré comme un haut parleur en regard d'un microphone, où les membranes classiques sont remplacées par des membranes microporeuses pour être principalement sensibles au second son. Au niveau de l'émetteur, l'oscillation de la membrane est simplement pilotée par une tension sinusoïdale dont on peut ajuster l'amplitude et la fréquence. Au niveau du récepteur, l'onde de second son interagit avec la membrane dont on extrait une réponse en tension sinusoïdale proportionnelle à l'amplitude des oscillations. On mesure également le déphasage entre la tension sinusoïdale émise et celle mesurée par le récepteur. Ces transducteurs sont communément appelés OST pour *Oscillating Superleak Transducer* dans la littérature. Afin de rendre la mesure la moins intrusive possible, chacun des transducteurs est intégré à une plaque en laiton que l'on peut glisser à la place des vitres composant le tunnel de confinement de l'écoulement (voir figure 4.9). Deux plaques en aluminium disposées en dessous et au dessus du capteur complètent les parois et permettent d'ajuster l'emplacement de la zone de mesure. Dans ce qui suit, on a choisi de sonder la région de l'écoulement centrée sur le plan médian situé entre les grilles (à un peu plus de 5 mailles). Les parois ne contenant pas de capteur restent en verre et peuvent être utilisées pour des mesures la visualisation 2D de particules dans l'écoulement.

### 4.4.2 Caractéristiques et mode d'opération des OST

Les capteurs utilisés sont fabriqués sur mesure au laboratoire (voir figure 4.10). Basés sur le principe Sell (voir Ref. [120] pour une revue), ce sont des émetteurs-récepteurs électrostatiques (capacitifs) constitués d'une cathode fixe (plaque de cuivre en face arrière) et d'une anode mobile (membrane en face avant, côté fluide). L'interstice diélectrique est structuré de manière à subdiviser la surface du capteur en de multiples cavités et assurer ainsi une meilleure planéité de l'onde émise [121], et par la même, une meilleure directionnalité côté réception.

Les membranes poreuses utilisées sont des membranes Whatman Nuclepore<sup>®</sup> 111705 dont les pores ont un diamètre caractéristique de 0.1  $\mu\text{m}$ . La face avant de chacune des membranes est recouverte d'une couche d'aluminium de 30 nm d'épaisseur dans un banc de dépôt sous

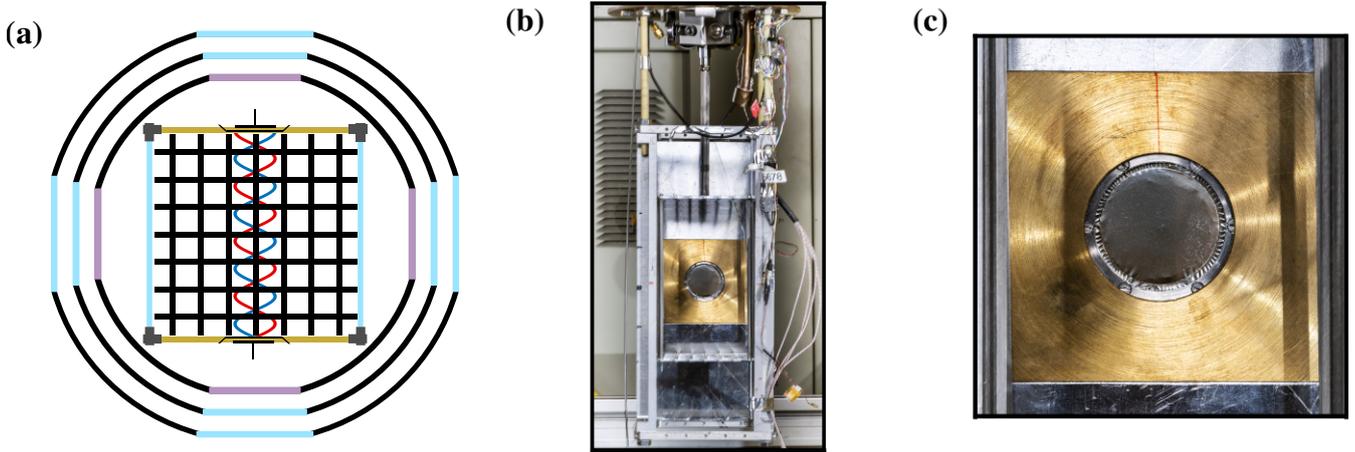


FIGURE 4.9 – Montage des OST dans OGRES. a) Illustration en coupe du cryostat (vue de dessus). On retrouve les 3 étages assurant l'isolation thermique du bain traversés par les 4 accès optiques. Le tunnel de confinement est équipé d'OST sur 2 de ses faces entre lesquelles on a représenté schématiquement une onde de second son. b) Vue de face de l'assemblage. Les OST sont centrés entre les grilles. c) Détail d'un OST dans sa plaque support en laiton.

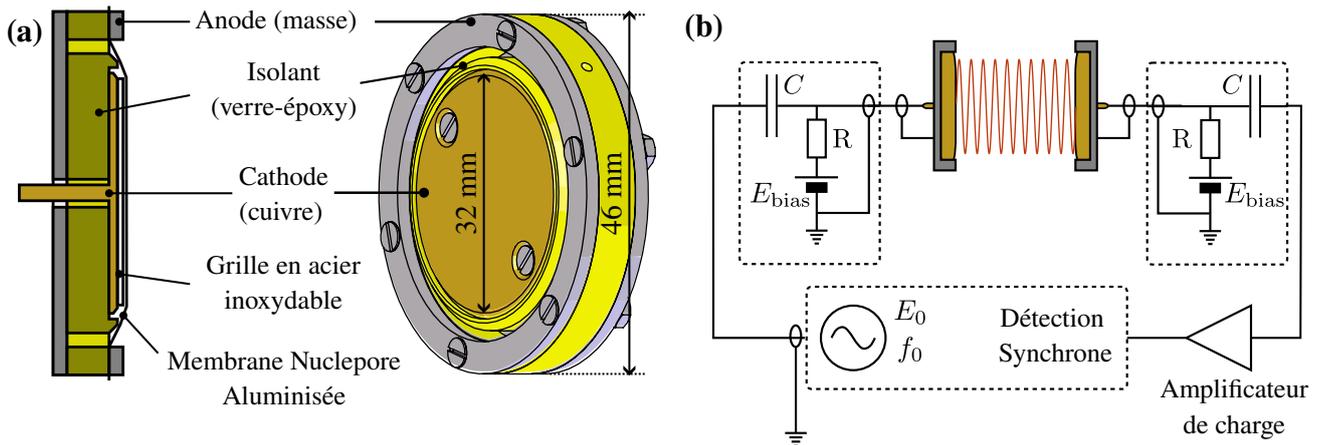


FIGURE 4.10 – Récapitulatif du fonctionnement des éléments de la cavité résonnante. (a) Structure détaillée des OST. (b) Électronique de pilotage incluant le boîtier de polarisation composé de 10 piles 9 V et d'un filtre passe-haut ( $R = 10 \text{ M}\Omega$  et  $C = 1 \mu\text{F}$ ).

vide par évaporation. Cette méthode assure un dépôt directionnel et les pores, de diamètre bien supérieur à 30 nm, restent donc ouverts. La membrane peut alors être utilisée comme l'anode du condensateur. Elle est reliée au châssis du capteur qui est directement connecté à la masse. La face arrière de la membrane est séparée de la cathode par une grille en acier inoxydable de maille de 100  $\mu\text{m}$  dont les barreaux ont un diamètre de 30  $\mu\text{m}$ . Cette géométrie a été choisie pour reproduire au mieux la configuration la plus performante présentée dans l'étude de Zimmermann [122]. Le diamètre de la partie active de la membrane est de 32 mm. Pour être opérationnelle, la membrane doit être tendue sur la grille. Dans cet objectif, elle est soumise à une tension de polarisation de  $E_{\text{bias}} \approx 90 \text{ V}$  produite par dix piles de 9 V connectées en série. L'alimentation sinusoïdale de l'émetteur est assurée par la source d'une détection synchrone (Stanford Research SR830) au travers d'un filtre RC, permettant de découpler la source de la

haute tension  $E_{\text{bias}}$ . On obtient ainsi aux bornes de la membrane une tension

$$E_{in} = E_0 \cos(2\pi ft).$$

Il en résulte l'émission d'une multitude d'ondes de second son issues de cha cune des mailles de la grille. Ces nombreuses ondes quasi ponctuelles interfèrent de telle sorte que l'on peut au premier ordre assimiler la superposition à une seule onde plane progressive.

Côté récepteur, l'organe utilisé est identique à l'émetteur, avec également une tension de polarisation pour tendre la membrane. L'interaction de la membrane avec l'onde de second son provoque l'oscillation de la capacité apparente du système puisqu'elle fait varier la distance entre l'anode et la cathode. Ce changement de capacité se traduit par une oscillation sinusoïdale de la charge, à la même fréquence que l'émetteur, mais déphasée d'un angle  $\theta$ . Le signal de fluctuation sinusoïdale de charge est ensuite converti en une fluctuation de tension par un amplificateur de charge Stanford Research SR570. Ce signal peut ensuite être démodulé à la fréquence  $f$  par la détection synchrone pour récupérer l'amplitude  $U(t)$  et la phase  $\theta(t)$  du signal de sortie en rejetant le bruit.

La chaîne métrologique dispose de nombreux paramètres ajustables que nous avons tenté d'optimiser au cours de nos campagnes de mesures. Pour commencer, l'amplitude de la tension fluctuante imposée par la détection synchrone à l'émetteur peut être réglée entre 0 et 5 V (et jusqu'à 15 V en ajoutant un amplificateur en sortie de détection synchrone). L'optimisation de ce paramètre fait l'objet du paragraphe 4.4.3. Coté récepteur, la valeur du gain de l'amplificateur de charge est fixée pour assurer une valeur maximale de la tension de sortie. Cependant, plus le gain est élevé, plus la fréquence de coupure est basse. Il existe donc un gain optimal qui dans notre cas était de  $1 \mu\text{A} \cdot \text{V}^{-1}$ . L'amplificateur de charge est aussi équipé d'une électronique de filtrage. Nous avons choisi un filtre passe-haut de fréquence de coupure 300 Hz à 12 dB/decade, permettant de rejeter les éventuelles traces de bruit à 50 Hz. Enfin, sur la détection synchrone, outre la sensibilité (entre 50 mV et 100 mV suivant les conditions), il est possible de régler la constante de temps. Plus elle est importante, plus le rejet du bruit est efficace, mais plus la dynamique temporelle du signal est réduite. Une valeur de 3 ms nous assure un niveau de bruit suffisamment bas sans altérer la variance du signal.

Bien que toutes les mesures présentées dans la suite du manuscrit aient été acquises avec ce système, il peut être intéressant de mentionner qu'une autre configuration a été testée au cours de la thèse dans laquelle l'excitation de la cavité était assurée par un chauffage. Pour décrire brièvement ce deuxième type de transducteur, un ruban chauffant Minco<sup>®</sup>, de résistance  $R = 233 \Omega$  et de surface  $\mathcal{S}_{\text{chauff}} = 42 \times 65 \text{ mm}^2$ , est déposé sur la paroi latérale de la cavité dont la vitre était remplacée par une plaque en acier inoxydable de 3 mm d'épaisseur. Le ruban chauffant était recouvert d'un feuillet d'acier inoxydable de 50  $\mu\text{m}$  afin d'éviter l'émission directe de bruit électromagnétique à la fréquence  $f/2$  en direction du récepteur. En effet, pour exciter une onde de second son à la fréquence  $f$ , il faut alimenter le chauffage avec une tension de fréquence  $f/2$ . La puissance alors dissipée, proportionnelle au carré de la tension, s'écrit

$$P = \frac{E_{in}^2}{R} = \frac{E_0^2}{R} \cdot \frac{1 + \cos(2\pi ft)}{2}.$$

Comme nous le verrons, nous avons finalement abandonné cette technologie.

### 4.4.3 Choix de l'amplitude d'excitation

Pour maximiser le rapport signal sur bruit, on préfère choisir l'amplitude d'excitation la plus grande possible, tout en s'assurant que le capteur ne devienne pas intrusif. Comme présenté précédemment, l'onde de second son est par nature portée par une différence de vitesse entre la composante normale et la composante superfluide (elle peut être entièrement décrite à l'aide de la variable  $\mathbf{v}_{ns} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ ). Or, on sait aussi que lorsque la différence de vitesse dépasse une certaine valeur critique, il en résulte la génération de lignes de vortex [123]. Plus précisément, Bertolaccini, Lévêque et Roche [124] ont montré que la transition pouvait être associée à un nombre de Reynolds critique, suggérant ainsi une transition hydrodynamique. Dans des canaux de diamètre  $D$  et de longueur  $L \gg D$ , les auteurs ont déterminé à partir d'une revue de la littérature que la transition se produit, dans la gamme de températures de nos mesures, pour une valeur de  $\text{Re}_c = v_{ns}D/\kappa \approx 5-10$ . On peut donc s'attendre à ce qu'il existe une valeur seuil de l'amplitude de l'onde à partir de laquelle le système commencera à générer ses propres lignes de vortex qui s'ajouteront à celles de la turbulence et perturberont l'écoulement. Pour déterminer l'amplitude maximale d'excitation ne conduisant pas à la création de lignes de vortex additionnelles, on peut se référer à la relation 4.11. En l'absence de turbulence, on s'attend à une dépendance linéaire de l'amplitude mesurée en  $x = L$  avec l'intensité de l'excitation  $U_0$  en  $x = 0$  qui est elle-même proportionnelle à la tension  $E_0$  appliquée aux bornes de la membrane (du moins pour  $E_0 \ll E_{\text{bias}}$ ). Comme décrit précédemment, l'amplitude à la résonance est particulièrement sensible au coefficient d'amortissement. Ainsi, la génération de lignes de vortex excédentaires produites pour une amplitude d'onde supérieure à la valeur seuil induira une augmentation du coefficient d'atténuation  $\alpha_0$  et la linéarité sera perdue. Comme le montre la figure 4.11, La courbe caractéristique  $U(E_0)$  à la résonance est linéaire pour les amplitudes d'excitation testées entre 0 et 5 V, puis change de régime. On choisit donc l'amplitude maximale qui ne perturbe pas l'écoulement  $E_0 = 5 \text{ V}$  pour nos mesures. Comme l'illustre la figure 4.11, on observe que l'augmentation de l'amplitude  $E_0$  de l'onde d'excitation n'a pas d'effet significatif sur la phase de l'onde mesurée par le récepteur.

À ce jour, nous ne sommes pas en mesure de définir exactement les conditions aux limites de l'onde stationnaire à la surface de la membrane émettrice. Il nous est donc impossible de relier la tension d'excitation à la vitesse de contre-écoulement  $v_{ns}$  induite et d'en déduire le nombre de Reynolds associé pour le comparer aux valeurs critiques mentionnées plus haut. En revanche, nous avons pu répéter la même procédure avec la plaque chauffante en guise d'émetteur. Dans ces conditions, la condition aux limites à la surface de la plaque est un flux imposé,

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{E_0'^2}{R\mathcal{S}_{\text{chauff}}}}_{\varphi_0} (1 + \cos(2\pi ft)).$$

On peut en déduire la vitesse de contre-écoulement associée au flux moyen,

$$v_{ns} = \frac{\varphi_0}{\rho_s \sigma T}.$$

La valeur critique de la tension aux bornes du chauffage pour laquelle on observe une déviation au régime linéaire entre  $E_0'$  et  $U$  est de  $E_0' \approx 1.6 \text{ V}$ , ce qui correspond à un flux  $\varphi_0 \approx 2 \text{ W/m}^2$  soit  $v_{ns} \approx 16 \mu\text{m/s}$ . Le diamètre hydraulique associé au chauffage est  $D_h = 4\mathcal{S}_{\text{chauff}}/\mathcal{P} \approx 50 \text{ mm}$ , où  $\mathcal{P} = 214 \text{ mm}$  est le périmètre du chauffage. On en déduit donc le nombre de Reynolds critique,

$$\text{Re}_c = \frac{v_{ns}D_h}{\kappa} \approx 8.5$$

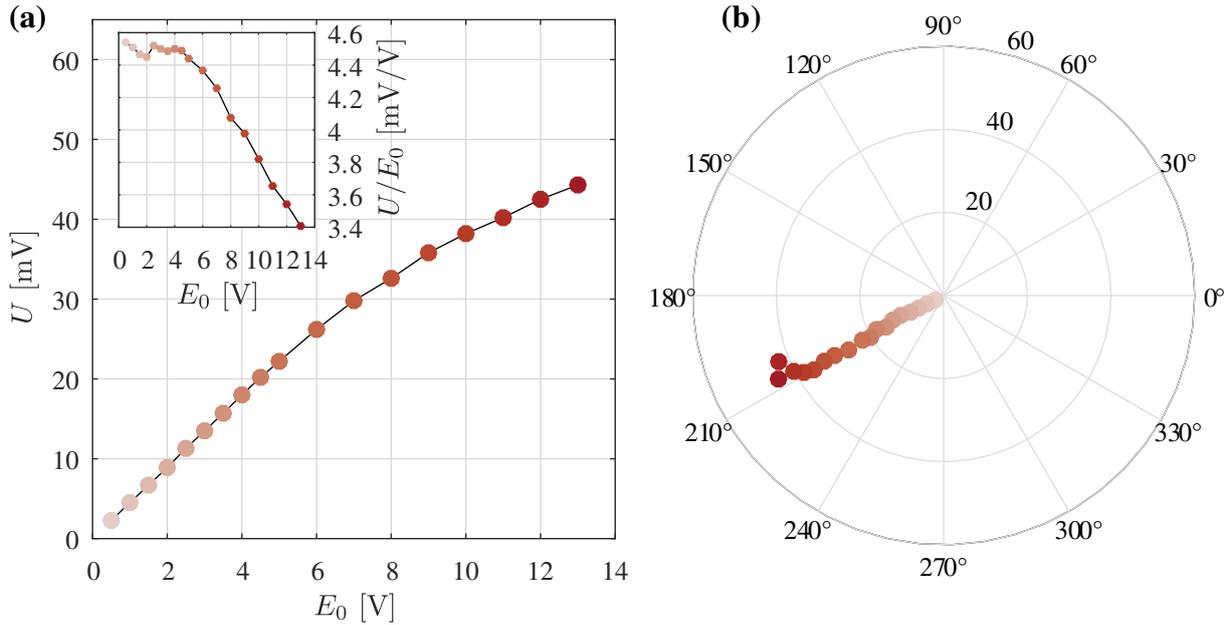


FIGURE 4.11 – Caractérisation de la réponse de la cavité pour différentes amplitudes de l’onde d’excitation (la fréquence d’excitation est 7441 Hz). a) Amplitude de l’onde  $U$  mesurée par le récepteur en fonction de l’amplitude  $E_0$  de l’onde d’excitation. b) Représentation de la réponse de la cavité dans le plan complexe.

en excellent accord avec les valeurs compilées dans Bertolaccini, Lévêque et Roche [124].

#### 4.4.4 Choix de l’harmonique d’excitation

L’utilisation d’une détection synchrone permet de démoduler le signal de sortie du récepteur pour ne garder que la composante associée à la fréquence d’excitation de la cavité et donc de s’affranchir de la majeure partie du bruit. Pour optimiser la qualité de la mesure, on souhaite néanmoins exciter la cavité à l’harmonique pour lequel le système a la meilleure sensibilité. Pour comprendre ce qui influence cet optimum, il est nécessaire de présenter quelques effets 2D simples que nous n’avons pas encore mentionnés. La longueur de la cavité correspondant à la distance séparant l’émetteur et le récepteur vaut environ 114 mm. On peut ainsi en déduire la valeur de l’écart de fréquence entre deux harmoniques consécutifs  $\Delta f = f_{n+1} - f_n = c_2/2L \approx 74$  Hz dans les conditions de pression et de température de nos mesures ( $P = 30.0$  mbar,  $T = T_{\text{sat}}$ ). Notons que la taille de notre cavité est 10 à 100 fois plus grande que celles classiquement reportées dans la littérature<sup>2</sup>, ce qui a pour effet de réduire d’un facteur 10 à 100 la fréquence du premier harmonique de la cavité. Comme mentionné dans la section précédente, suivant les conditions aux limites, ce dernier se situe entre  $f_1 \in [\Delta f/2 - \Delta f] = [37 - 74]$  Hz. La longueur d’onde associée à ce mode fondamental est alors  $\lambda_1 = c_2/f_1 \approx 150 - 230$  mm. La taille de l’émetteur étant  $D = 32$  mm, il suit  $\lambda_1 \sim D$  et on s’attend donc à des effets liés au phénomène de diffraction très importants. C’est à dire que l’onde associée au premier harmonique ne peut pas être considérée comme une onde plane collimatée se propageant en ligne droite dans la direction

2. de l’ordre d’une fraction de millimètre pour les capteurs locaux de Woillez, Valentin et Roche [119] et de l’ordre du centimètre pour les cavités de Stalp, Skrbek et Donnelly [125] et Babuin et al. [126]

orthogonale à la membrane. Pour fixer les idées, la figure 4.12 présente une simulation par la méthode de Fresnel (sommation en tout point  $(x, y)$  de l'espace de la contribution de sources ponctuelles distribuées sur l'émetteur) du profil spatial de l'onde émise pour trois longueurs d'onde différentes associées à trois fréquences d'excitation (100, 1000 et 10 000 Hz). L'angle de

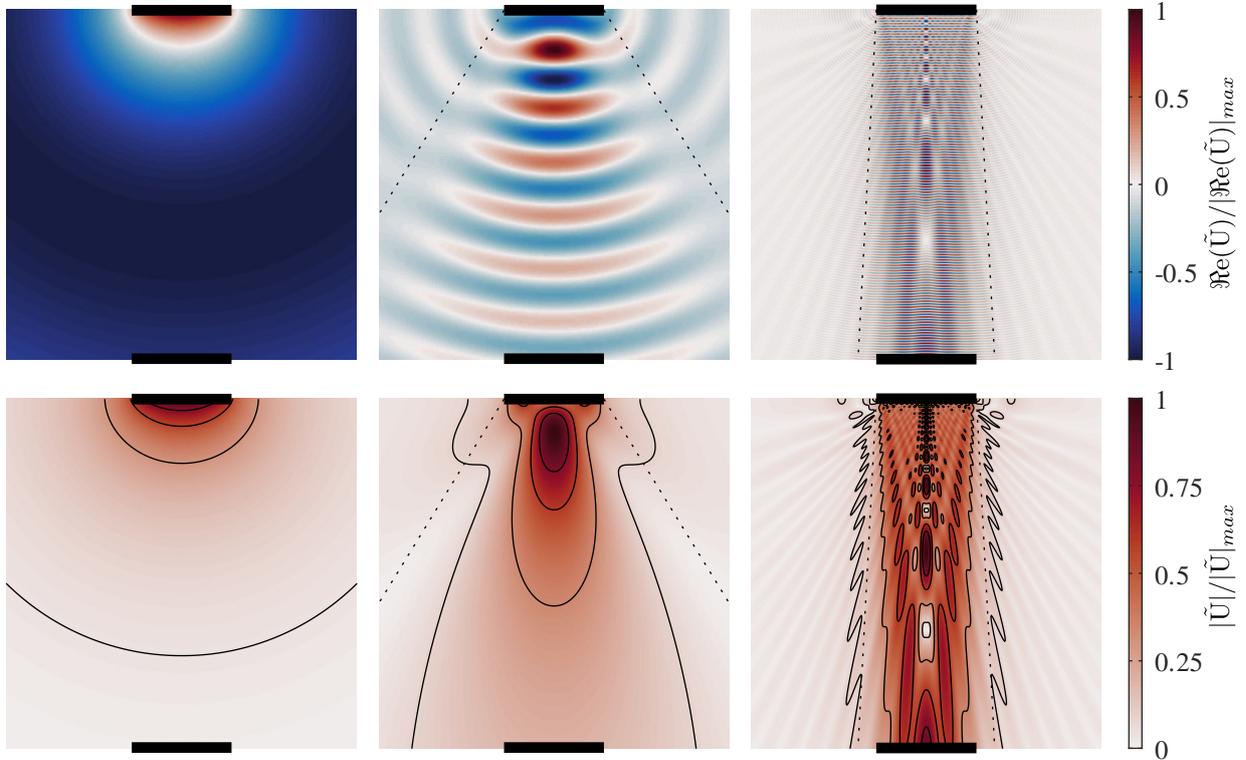


FIGURE 4.12 – Représentation du profil 2D de l'onde émise dans la cavité pour 3 fréquences d'excitation (de gauche à droite,  $f = 100, 1000$  et  $10\,000$  Hz). La simulation ne prend pas en compte les réflexions contre les parois. Les 3 figures de la ligne du haut correspondent au profil spatial de l'onde à  $t = 0$ ,  $\Re(\tilde{U}(x, t = 0))$ , alors que celles de la ligne du bas correspondent à son enveloppe,  $|\tilde{U}|$ . L'augmentation de la fréquence d'excitation se traduit par la focalisation du faisceau. Les lignes pointillées correspondent au cône de diffraction calculé à partir de la relation classique  $\sin(\phi) = \frac{\lambda}{D}$ . Les lignes continues sont associées à des iso-valeurs d'amplitude ( $|\tilde{U}| = 10, 35, 60$  et  $80$ ).

diffraction,  $\phi$ , du lobe principal de l'onde peut être estimé par la relation  $\sin(\phi) = \frac{\lambda}{D}$ . Ainsi, dans notre montage, la situation  $\phi \geq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow f \leq 528$  Hz correspond à une dé-focalisation totale du faisceau. Pour  $\phi < \frac{\pi}{2}$ , l'onde est partiellement collimatée et l'étalement du faisceau est caractérisé par son rayon donné par la relation  $D/2 + \tan(\phi)L$  (voir figure 4.13-a).

Dans ce cas, on peut calculer le rapport entre l'aire du récepteur et l'aire d'étalement du faisceau à une distance  $L$  de l'émetteur,

$$\frac{\mathcal{A}_{\text{utile}}}{\mathcal{A}_{2S}} = \frac{\pi(\frac{D}{2})^2}{\pi(\frac{D}{2} + \tan(\phi)L)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{2L}{D} \tan(\arcsin(\frac{\lambda}{D}))\right)^2} \left( \approx \frac{1}{(1 + 4\frac{\lambda L}{D^2})} \approx \frac{1}{1 + 4/F} \right) \quad (4.19)$$

qui représente la fraction utile de l'onde qui interagit avec le récepteur (on a introduit  $F$ , le nombre de Fresnel). La figure 4.13-c montre l'évolution de ce rapport en fonction de la

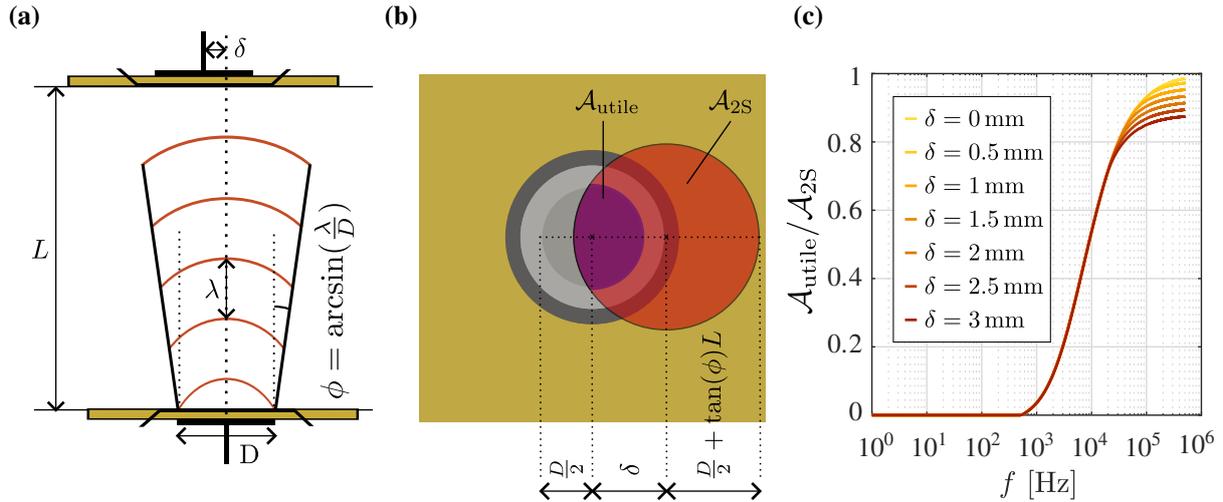


FIGURE 4.13 – Récapitulatif des effets 2D liés à la diffraction du faisceau et au décentrage entre l'émetteur et le récepteur de l'onde de second son. (a) Schéma de la cavité (vue de dessus) introduisant  $\phi$  l'angle de diffraction du lobe principal de l'onde et  $\delta$  le décentrage. (b) Schéma du récepteur (vue de face) introduisant  $\mathcal{A}_{\text{utile}}$  l'interception entre  $\mathcal{A}_{2S}$  l'aire du faisceau et l'aire de la membrane. (c) Evolution du rapport  $\mathcal{A}_{\text{utile}}/\mathcal{A}_{2S}$  en fonction de la fréquence de l'onde d'excitation pour différentes valeurs du décentrage  $\delta$ .

fréquence  $f$  d'excitation de l'onde en considérant qu'il est nul pour  $f \leq 528$  Hz. Pour des fréquences inférieures à 1000 Hz, moins de 10% de la surface du lobe principal interagit avec la membrane du capteur. Dans cette gamme de fréquences, le système est donc quasiment inutilisable pour mesurer la densité de lignes de vortex car sa sensibilité est médiocre. C'est d'ailleurs ce que l'on a observé lors de nos essais en configuration chauffage/OST. Du fait du temps de diffusion de la chaleur dans la plaque en aluminium, les fluctuations de température pilotée à plus de  $\sim 1$  kHz se retrouvent filtrées. La sensibilité de notre montage permet tout de même de détecter les pics de résonance lorsque le bain est au repos. En revanche, lorsque le moteur oscille, le niveau de bruit augmente fortement et il n'est pas possible de mesurer de manière fiable l'atténuation du pic due aux lignes de vortex puisqu'il se retrouve noyé dans le bruit. En effet, bien que poreuse à la composante superfluide, la membrane est sensible aux ondes de premier son. L'ensemble des vibrations générées par toute la chaîne de transmission mécanique pour mettre en mouvement les grilles est donc partiellement capté par la membrane et contribue à polluer le signal. En convertissant le signal brut en sortie de la membrane en un signal audio, il est d'ailleurs possible d'entendre cette cacophonie. Pour des fréquences plus élevées, l'effet dû à la diffraction diminue. Le faisceau se focalise, ce qui augmente la proportion du lobe principal interagissant avec la membrane, intensifiant ainsi l'amplitude mesurée par le récepteur. L'ensemble de ces considérations nous a poussés à abandonner le chauffage comme émetteur pour un OST permettant d'exciter la cavité à plus haute fréquence.

En plus de cet effet de diffraction, notre montage n'assure pas un centrage parfait des capteurs. Les plaques support des OST que l'on peut glisser à la place des vitres du tunnel de confinement peuvent souffrir d'un jeu latéral de l'ordre de quelques millimètres (2–3 mm tout au plus). Dans cette situation et à condition qu'il soit suffisamment collimaté, une partie du faisceau de second son va manquer le récepteur et une partie de la membrane ne sera donc pas utilisée pour la mesure de l'amplitude (voir figure 4.13-b). Quantitativement, l'effet d'un

tel décentrage pour  $0 < \delta \leq 6$  mm est présenté dans la figure 4.13-c en termes de proportion de l'onde captée par le récepteur. L'effet reste négligeable pour des fréquences inférieures à 10 000 Hz et rend le système légèrement moins performant au delà.

En résumé, les effets de diffraction suggèrent donc que l'utilisation d'une fréquence élevée (au moins supérieure à 1000 Hz) est associée à une meilleure réponse du système. Afin de choisir l'harmonique auquel sont faites les mesures de densité de lignes de vortex de l'écoulement, on se propose donc de tester la réponse de la cavité pour une large gamme de fréquences d'excitation et d'observer la réponse en amplitude mesurée par le récepteur. La figure 4.14-a présente un balayage de 2000 à 40 000 Hz avec une résolution de 5 Hz. On retrouve comme attendu une succession de pics de résonance. L'encart correspond à un balayage plus fin (d'une résolution de 2 Hz) et illustre leur répartition qui se trouve être en accord avec la valeur estimée  $c_2/2L \approx 74$  Hz. La forme en cloche de la courbe support n'a pas été comprise à ce jour mais ne semble pas être associée au premier son puisqu'on attendrait alors une distance inter-pic de premier son de l'ordre de  $c_1/2L \approx 980$  Hz. La résolution de la mesure à 5 Hz ne permet pas d'estimer précisément le facteur de qualité associé à chacun des harmoniques mais on peut définir pour chaque pic de résonance sa *sensibilité* comme le rapport entre son amplitude maximale et son amplitude minimale. Bien que très bruitée, la courbe de la figure 4.14-b indique clairement une chute de la sensibilité pour les harmoniques supérieurs à 10 000 Hz. L'ensemble de ces considérations nous a conduit à choisir le pic situé aux alentours de 7400-7500 Hz pour la suite de nos investigations en présence de turbulence.

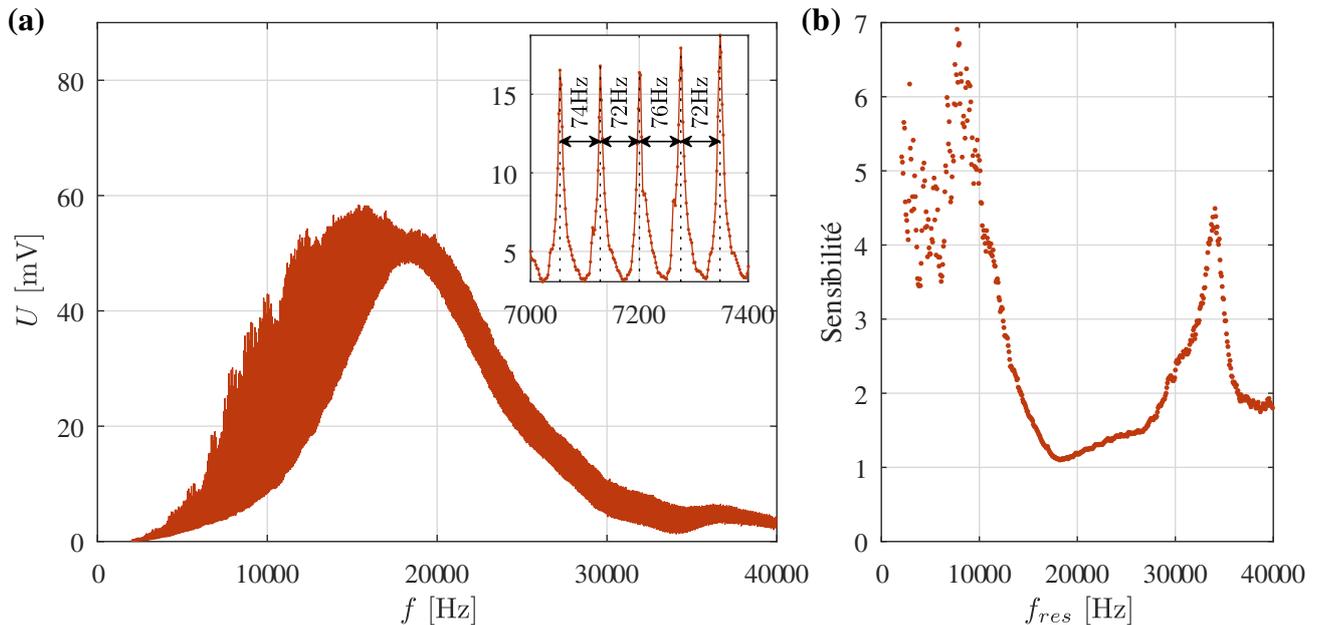


FIGURE 4.14 – Réponse de la cavité pour un large balayage en fréquence (bain saturé à 30 mbar). (a) Amplitude de l'onde mesurée par le récepteur. On retrouve une succession de plus de 500 *pics de résonance* régulièrement espacés (à la résolution de 5 Hz de la mesure). (b) Estimation de la sensibilité (rapport hauteur du pic sur base) du système en fonction de la fréquence de l'onde d'excitation.

Malgré la faible résolution des mesures présentées sur la figure 4.14-a, en considérant la différence entre deux harmoniques  $f_j$  et  $f_j$  suffisamment éloignés, on peut estimer la valeur de

$c_2/2L$  :

$$f_j - f_i = (j - i) \frac{c_2}{2L}.$$

À partir de l'écart entre le premier pic résolu ( $\sim 2075$  Hz) et le 517-ième ( $\sim 39\,925$  Hz), on estime  $c_2/2L \approx 73.35$  Hz. Ainsi le pic de résonance localisé aux alentours de 7400-7500 Hz que nous utiliserons pour les mesures est très probablement associé au 102-ième harmonique. On peut aussi déduire de cette fréquence fondamentale et à condition de connaître la valeur de  $c_2$ , la distance  $L$  entre l'émetteur et le récepteur. Comme mentionné plus haut, la valeur de la régulation de pression durant le balayage en fréquence de la figure 4.14 est fixée à 30.0 mbar. La mesure directe de la température du bain à partir d'une résistance Cernox<sup>®</sup> donne  $T = 1.982 \pm 60 \times 10^{-6}$  K soit donc  $P_{sat}(T) = 29.69 \pm 0.01$  mbar. Dans ces conditions,  $c_2 = 17 \pm 0.16$  m/s, dont on déduit  $L = 116 \pm 1$  mm. Cette valeur est légèrement supérieure aux 114 mm séparant les deux parois en regard du tunnel de confinement. On ne peut pas imputer cette différence à la contraction des matériaux avec la température qui aurait tendance à réduire la distance entre l'émetteur et le récepteur. On l'explique par le léger retrait des membranes des OST par rapport à la surface des plaques en laiton dans lesquelles ils sont intégrés.

#### 4.4.5 Influence de la stabilité de la régulation de la température du bain sur la cavité

Au cours de nos investigations, on a observé que la valeur exacte de la fréquence de résonance associée à l'harmonique situé entre 7400-7500 Hz a tendance à fluctuer de quelques hertz pour la même pression consigne de 30.0 mbar de régulation du bain. Pour comprendre cet effet, intéressons-nous à la stabilité du 100-ième harmonique pour une petite perturbation de température. Comme le montre la figure 4.15-a, la vitesse du second son dépend fortement de la température autour de 2 K. En approximant la fréquence de résonance du 100-ième harmonique par  $f_{100} \approx 100c_2/2L$ , on peut exprimer, pour une température  $T$  donnée du bain, la variation de température susceptible de la faire varier de 1 Hz,

$$\Delta T_{1\text{Hz}}(T) = \frac{2L}{100} \cdot \left( \frac{\partial c_2}{\partial T} \Big|_T \right)^{-1}. \quad (4.20)$$

Pour un bain à une température de 2 K, cela correspond à une variation de l'ordre de 0.1 mK (voir figure 4.15-b). Ainsi, pour retrouver exactement la même fréquence de résonance du 100-ième harmonique de la cavité d'un essai à l'autre, la marge d'erreur sur la température du bain est extrêmement faible. La régulation se faisant sur la pression, on peut suivre le même raisonnement pour calculer la variation de pression associée à un décalage de 1 Hz de la fréquence de résonance conduisant à une variation de l'ordre de 8  $\mu$ bar pour un bain à 1.986 K à saturation (voir figure 4.15-c).

Ainsi une variation de moins d'un dixième de millibar de la pression suffit à expliquer la dispersion observée de l'ordre d'une dizaine de hertz de la fréquence de résonance du 100-ième harmonique. En effet, la gamme de pressions du système de régulation étant de 100 mbar, une incertitude de quelques dizaines de micro-bar absolus d'un run à l'autre est tout à fait crédible (variation des conditions de température, d'humidité et de pression ambiante du hall).

De même, en présence de turbulence et donc de dissipation, la température est susceptible de fluctuer, ce qui risque de fausser les mesures puisque l'amplitude mesurée par le récepteur

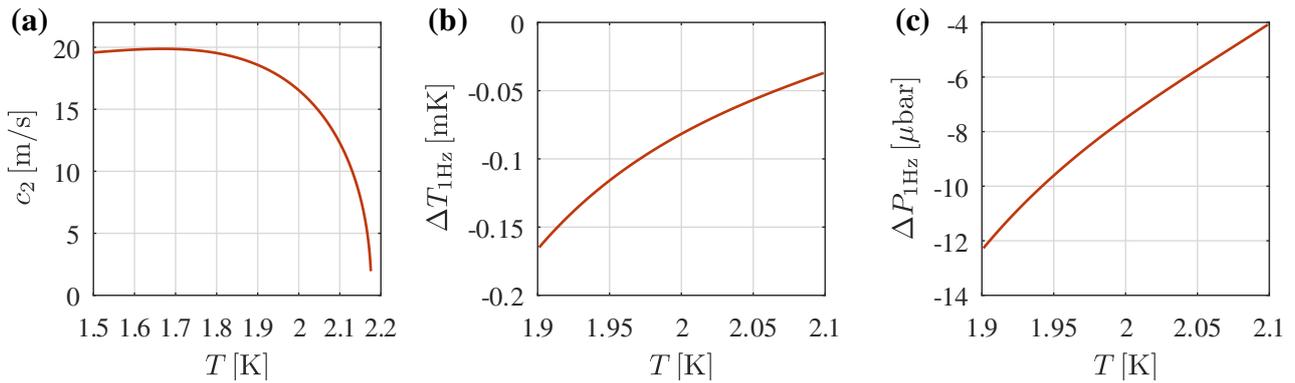


FIGURE 4.15 – Stabilité du 100-ième harmonique à une perturbation de température ou de pression. (a) Évolution de la vitesse du second son en fonction de la température. (b) Variation de température associée à un décalage de 1 Hz du 100-ième harmonique en fonction de la température de référence du bain. (c) Idem mais en raisonnant sur la pression associée.

ne correspondra pas exactement à celle associée à la résonance de la cavité. Toutefois, contrairement à l'excès d'amortissement engendré par les lignes de vortex, ces effets de variabilité du chemin acoustique sont associés à des fluctuations de la phase de l'onde au niveau du récepteur. On verra qu'il est donc possible de discriminer l'atténuation due à la variation de la température de celle liée au sur-amortissement provoqué par l'interaction de l'onde de second son avec les lignes de vortex.

#### Récapitulatif

- Le principe de fonctionnement des transducteurs composant notre cavité résonnante de second son repose sur l'oscillation de membranes poreuses à la composante superfluide pilotées par une détection synchrone (figure 4.10).
- Du fait de la longueur de la cavité ( $\sim 100$  mm) et de la taille de l'émetteur ( $\sim 30$  mm), les effets de diffraction altèrent la sensibilité du système à basse fréquence et nous contraignent à travailler à un harmonique élevé (autour de 7500 Hz) dont on a caractérisé la sensibilité aux fluctuations de température.

## 4.5 Méthodologies de mesure de la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement

L'ensemble des considérations présentées dans ce chapitre nous a mené à formuler deux éléments clés : 1) la présence de lignes de vortex sur le trajet d'une onde de second son participe à son amortissement, 2) on sait décrire analytiquement le profil d'une onde de second son s'établissant dans une cavité résonnante en fonction de son coefficient d'amortissement ( $\alpha$ ), des caractéristiques de pilotage de l'excitation ( $f, E_0$ ), de sa longueur ( $L$ ) et de la vitesse de propagation de l'onde ( $c_2$ ) à la température du bain ( $T$ ). Ainsi, en mesurant le coefficient d'amortissement de la cavité avec et sans lignes de vortex, on peut extraire l'excès d'atténuation dû aux lignes de vortex  $\alpha - \alpha_0 = \frac{B\kappa\mathcal{L}}{6c_2}$  et déduire la densité moyenne de lignes de vortex  $\mathcal{L}$  contenue dans la cavité. On se propose donc de décrire deux manières d'estimer le coefficient d'amortissement de la cavité.

### 4.5.1 Première approche

La plus directe consiste simplement à balayer en fréquence l'un des pics de résonance en mesurant l'évolution de son amplitude, d'abord sans oscillation des grilles pour avoir une référence du coefficient d'amortissement intrinsèque de la cavité, puis avec oscillation des grilles pour estimer le sur-amortissement. Pour obtenir le coefficient d'amortissement à partir de l'évolution de l'amplitude lors d'un balayage en fréquence d'un pic de résonance, il suffit de considérer la norme de la relation 4.18 :

$$|\tilde{U}(x=L)| = \frac{U_0}{\sqrt{(\cos(\pi f \frac{2L}{c_2} + \phi_{cl}) \cosh(\alpha L))^2 + (\sin(\pi f \frac{2L}{c_2} + \phi_{cl}) \sinh(\alpha L))^2}}. \quad (4.21)$$

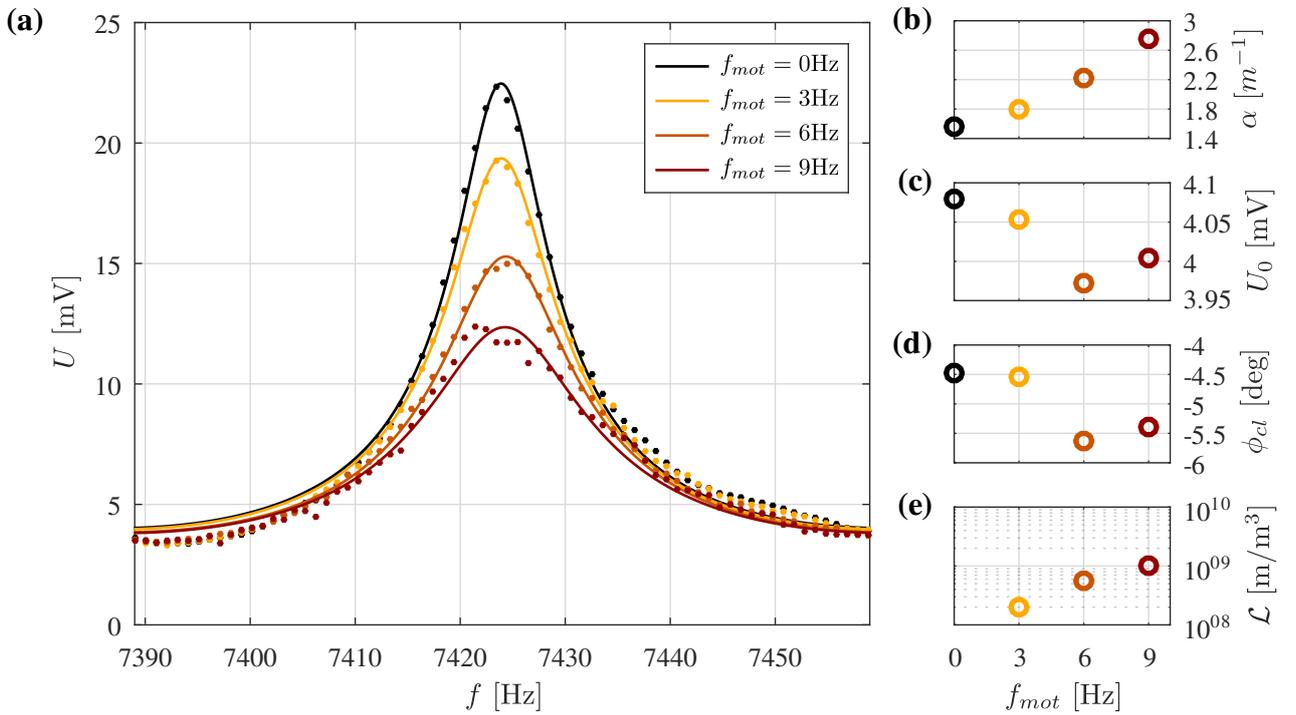


FIGURE 4.16 – Détermination expérimentale de la densité moyenne de lignes de vortex  $\mathcal{L}$  de l'écoulement pour différentes fréquences d'oscillation des grilles à amplitude constante ( $S_{mot} = 16$  mm). (a) Réponse fréquentielle en amplitude de la cavité pour différentes intensités de forçage. (b-d) Paramètres déduits de la relation 4.21. (e) Densité moyenne de lignes de vortex résultante.

Pour illustrer cette première approche, la figure 4.16-a présente les différents profils d'amplitude obtenus d'abord sans oscillation des grilles, en noir, puis pour différentes fréquences  $f_{mot}$  d'oscillation (3, 6 et 9 Hz) des grilles à amplitude  $A_{mot}$  constante (8 mm) en dégradé de couleur. Conformément à nos attentes, le pic a tendance à s'atténuer et à s'étaler à mesure que le forçage des grilles s'intensifie. Chaque pic est ensuite fitté (traits continus) par la relation 4.21 et les figures 4.16-b-d regroupent les valeurs ainsi obtenues pour  $\alpha$ ,  $U_0$  et  $\phi_{cl}$ . Pour ne pas surcharger le raisonnement, on a imposé la même valeur de vitesse du second son  $c_2(P = 30.0$  mbar,  $T = T_{sat}(P)) = 16.92$  m/s et les éventuels effets de variation de la température d'un run à l'autre du fait de l'incertitude sur la pression du bain se retrouvent alors inclus

dans la valeur de  $\phi_{cl}$ . Il en est de même pour la longueur de la cavité (on a choisi d'imposer  $L = 116$  mm, comme proposé à la fin de la section 4.4.4). On observe alors que la valeur du coefficient d'amortissement  $\alpha$  augmente avec l'intensité de la turbulence traduisant bien le développement croissant de lignes de vortex sur le chemin de l'onde. L'intensité  $U_0$  de l'onde au niveau de l'émetteur varie de quelques pourcents ( $\sim 2 - 3\%$ ) de manière non monotone. Enfin, la valeur de  $\phi_{cl}$  est remarquablement stable au regard de la précision de la mesure. La variabilité de l'ordre de  $\pm 0.5^\circ$  suggèrent une variation de la température du bain lors des changements de fréquence d'oscillation des grilles de l'ordre de 20  $\mu$ K. On finit par déduire pour chaque fréquence du moteur, la densité de lignes de vortex moyenne de l'écoulement,  $\mathcal{L} = \frac{6c_2}{B\kappa}(\alpha - \alpha_0)$ , dont les valeurs autour de  $\sim 10^8 - 10^9$  m/m<sup>3</sup> soit  $\sim 10^4 - 10^5$  cm/cm<sup>3</sup> sont conformes aux ordres de grandeurs couramment rapportés dans la littérature [126] pour des fluctuations de vitesse turbulente de quelques millimètres par seconde. Cette première approche confirme donc que la cavité est en capacité de mesurer la densité de lignes de vortex quantiques de l'écoulement.

## 4.5.2 Deuxième approche

Intéressons-nous maintenant à une deuxième méthode, plus riche, permettant à partir d'une acquisition temporelle continue de l'amplitude  $U(t)$  et de la phase  $\theta(t)$  de l'onde pour une fréquence d'excitation  $f$  fixe de la cavité, de reconstruire les signaux temporels de densité de lignes de vortex  $\mathcal{L}(t)$  et de température  $T(t)$ . On pourra alors vérifier par exemple la stationnarité de l'écoulement ou les fluctuations temporelles de densité de lignes de vortex (tout en gardant à l'esprit que ces fluctuations sont moyennées spatialement sur toute la longueur de la cavité). Ainsi, on préférera utiliser cette méthode pour nos explorations des propriétés de la turbulence de l'écoulement plutôt que celle des balayages en fréquence qui ne donne accès qu'à la valeur moyennée de  $\mathcal{L}$ . Pour ce faire, commençons par rappeler la relation générale établie dans la section 4.3 décrivant le profil complexe de l'onde au niveau du récepteur,

$$\tilde{U} = \frac{U_0 e^{-i\phi_{cl}} e^{-i\phi_{el}}}{\cosh(i\pi \frac{2L}{c_2} f - i\phi_{cl} + \alpha L)} \quad (4.22)$$

où l'on a simplement complété l'expression en introduisant  $\phi_{el}$  le déphasage lié à l'électronique de pilotage. En posant  $\tilde{Z} = \frac{U_0 e^{-i\phi_{cl}} e^{-i\phi_{el}}}{\tilde{U}}$  On en déduit simplement :

$$\begin{cases} \alpha &= \Re(\text{acosh}(\tilde{Z}))/L \\ c_2 &= 2\pi L f / (\Im(\text{acosh}(\tilde{Z})) + \phi_{cl} + n\pi) \end{cases} \quad (4.23)$$

avec  $n$  un entier correspondant au numéro de l'harmonique de travail. On peut alors proposer le protocole expérimental suivant :

1. Moteur à l'arrêt, sans oscillation des grilles, on balaye en fréquence le pic de résonance et on enregistre l'amplitude  $U$  et la phase  $\theta$  en sortie de la détection synchrone. On construit alors  $\tilde{U} = U e^{i\theta}$  duquel on déduit à partir de la relation 4.22 les paramètres  $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$  (dans le même esprit que dans la version précédente, on impose les mêmes valeurs de référence pour  $c_2$  et  $L$ ).
2. On choisit une fréquence d'excitation de la cavité aussi proche que possible de celle de la résonance estimée à l'étape précédente (pour maximiser la sensibilité de la mesure) et on la fixe définitivement sur la détection synchrone.

3. On commence alors les essais au cours desquels on va tester différents couples  $(S_{mot}, f_{mot})$  de forçage de l'écoulement.
4. Pour chaque condition de forçage, on enregistre les sorties analogiques de la détection synchrone, du signal  $X$  en phase et  $Y$  en quadrature, de manière continue pendant quelques minutes (300 s) afin d'avoir suffisamment de statistiques.
5. On reconstruit les signaux complexes  $\tilde{U}(t) = U(t)e^{i\theta(t)}$  desquels on extrait  $\alpha(t)$  et  $c_2(t)$  à partir de la relation 4.23.
6. On en déduit  $\mathcal{L}(t) = \frac{6c_2(t)}{\kappa B}(\alpha(t) - \alpha_0)$  et  $T(t)$  à partir des tabulations établies dans la littérature de  $c_2$  en fonction de la température.
7. La détermination initiale des paramètres  $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$  étant cruciale, on peut éventuellement reproduire la première étape lorsque l'on a fini les essais.

Afin de se faire une idée plus claire de chacune des étapes et de leur degré de cohérence avec l'ensemble du cadre présenté jusqu'ici, on se propose d'illustrer tout le processus permettant de remonter à la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement à partir d'une série de mesures au cours de laquelle on a testé différentes intensités de forçage de l'écoulement en jouant sur la course d'oscillation des grilles ( $S_{mot} = \{2, 4, 8, 12, 16, 22\}$ mm) à fréquence constante  $f_{mot} = 9$  Hz.

La première et la dernière étape consistent à balayer en fréquence le pic de résonance dans le but de déterminer les paramètres  $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$ . Au vu de la sensibilité du système, il est préférable d'actualiser régulièrement la valeur de chacun des paramètres, d'où l'intérêt de répéter l'opération de balayage au début et à la fin de la série.

En effet, d'une part, sans que l'on ait précisément identifié la cause, on observe une variabilité de quelques pourcents sur le coefficient d'amortissement intrinsèque de la cavité,  $\alpha_0 = 1.52 \pm 0.03 \text{ m}^{-1}$ , sur l'amplitude d'excitation de l'onde,  $U_0 = 4 \pm 0.15 \text{ mV}$ , ainsi que sur le déphasage électronique,  $\phi_{el} = 176 \pm 1.6^\circ$ .

D'autre part, comme on l'a vu, de faibles variations de la pression, de l'ordre de quelques micro-bars, peuvent faire varier la fréquence de résonance du 100-ième harmonique de plusieurs hertz. On a donc choisi d'inclure cette incertitude dans la phase,  $\phi_{cl}$ , censée représenter les conditions aux limites de la cavité, en imposant sa longueur  $L = 116$  mm et une vitesse de second son de référence correspondant à celle attendue à 30.0 mbar saturé.

Notons que les valeurs de  $\phi_{cl}$  et  $\alpha_0$  sont cruciales puisqu'elles déterminent respectivement la référence des variations de déphasage de l'onde au niveau du récepteur, induites par les fluctuations de température en chemin, et la référence d'amortissement à partir de laquelle seront interprétés les sur-amortissements causés par les lignes de vortex.

La figure 4.17 présente les valeurs enregistrées en sortie de la détection synchrone pour chaque fréquence d'excitation testée au cours du balayage. Après ajustement des paramètres  $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$ , la relation 4.22 décrit raisonnablement à la fois l'amplitude et la phase mesurées par le récepteur. Pour donner une idée plus précise de la variabilité des paramètres avant et après la série de mesure, on rapporte,  $U_0 = [3.9 ; 3.92] \text{ mV}$ ,  $\alpha_0 = [1.49 ; 1.48] \text{ m}^{-1}$ ,  $\phi_{el} = [178.7 ; 177]^\circ$  et  $\phi_{cl} = [-48.4 ; -48.1]^\circ$ .

L'étape suivante consiste à fixer la valeur de la fréquence de résonance qui sera utilisée tout au long de la série de mesures. Dans l'exemple de la figure 4.17, on a choisi typiquement  $f = 7442$  Hz.

Les essais peuvent alors débuter. Pour chaque couple  $(f_{mot}, S_{mot})$  de forçage de l'écoulement, on enregistre le signal de sortie (les voies  $X = U \cos(\theta)$  et  $Y = U \sin(\theta)$ ) de la détection

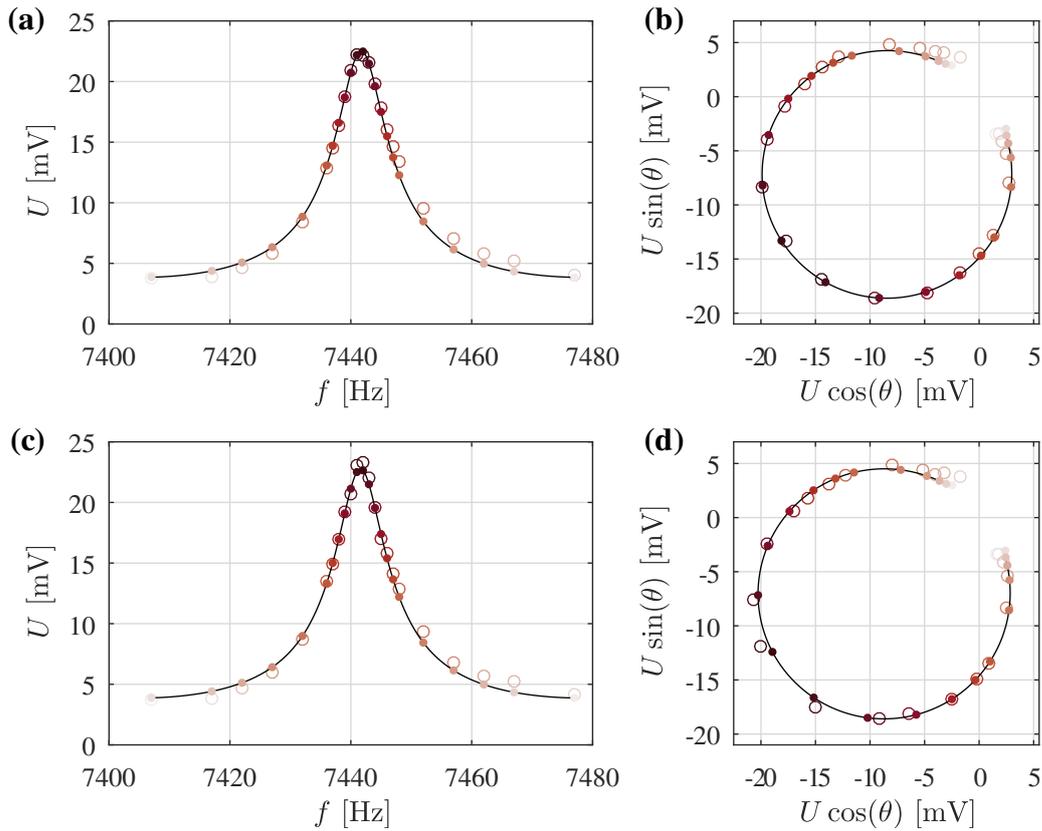


FIGURE 4.17 – Balayages en fréquence de la cavité sans forçage de l'écoulement (moteur à l'arrêt). Les marqueurs ouverts sont associés aux valeurs mesurées par la détection synchrone. Les traits continus correspondent à la relation 4.22 après ajustement des paramètres  $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$ . Les marqueurs pleins repèrent la valeur de l'interpolation résultante aux mêmes fréquences que celles testées lors des essais (ce qui permet de suivre la phase dans les représentations phase-amplitude). a) Représentation en amplitude du pic de résonance avant de débiter la série de mesures. b) Représentation phase-amplitude dans le plan complexe du pic avant de débiter la série de mesures. c) Représentation en amplitude du pic de résonance après avoir terminé la série de mesures. d) Représentation phase-amplitude dans le plan complexe du pic après avoir terminé la série de mesures.

synchrone pendant 300 s. Comme le montre la figure 4.18-a et conformément à nos attentes, l'amplitude moyenne de l'onde mesurée par le récepteur est d'autant plus atténuée que l'intensité du forçage est importante, traduisant la densification de la pelote de lignes de vortex au travers de l'augmentation du coefficient d'amortissement. On observe toutefois des fluctuations à temps court et de vagues tendances à temps long. Contrairement à ce que l'on pourrait naïvement penser et au regard du cadre analytique développé dans les sections précédentes, ces variations d'amplitude ne sont pas uniquement liées aux fluctuations de la densité de lignes de vortex de l'écoulement mais sont en grande partie pilotées par le champ de température le long du chemin de l'onde. C'est ce qu'on peut observer directement sur la figure 4.18-b qui présente les trajectoires des mesures dans le plan complexe. Pour se repérer dans cette représentation, on a tracé, en trait fin continu, le pseudo-cercle issu du balayage en fréquence du pic de résonance présenté à l'étape précédente (on a fait une moyenne du pic d'avant et d'après

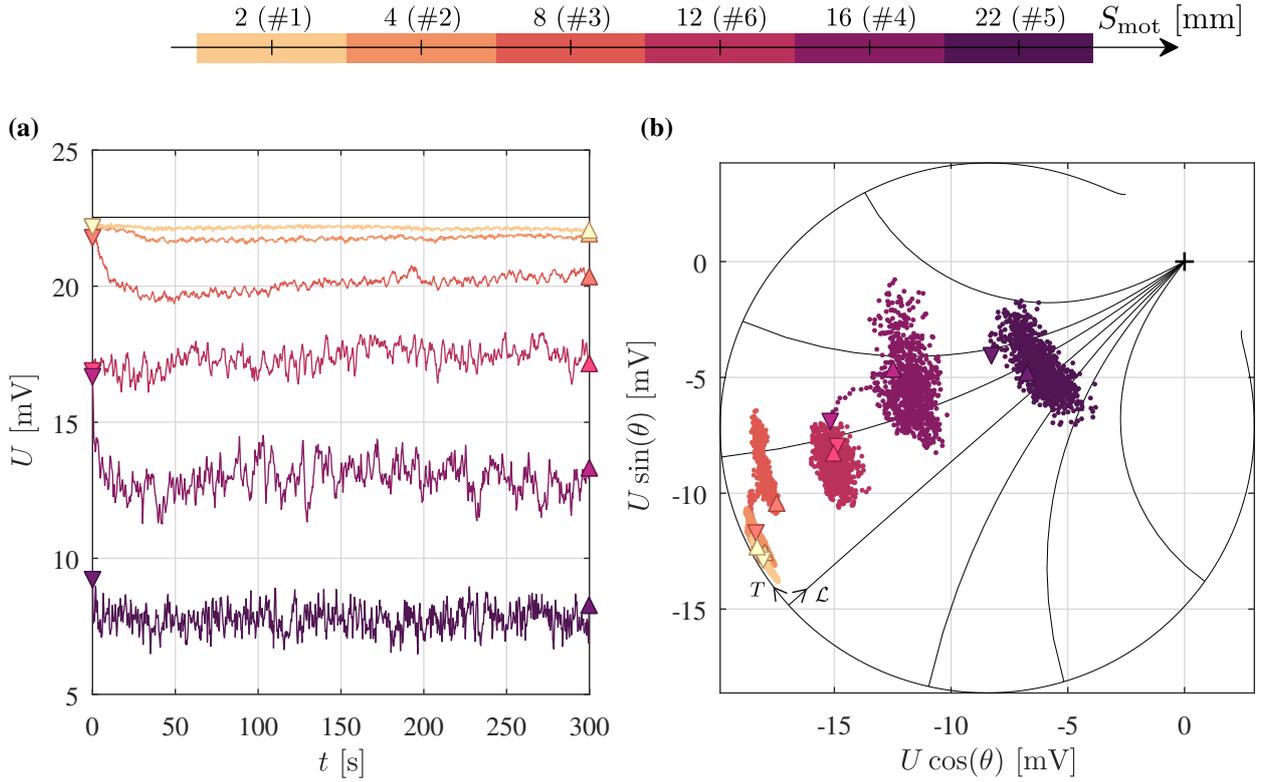


FIGURE 4.18 – Signaux bruts mesurés en sortie de la détection synchrone pour une série de forçage de l'écoulement à fréquence d'oscillation des grilles fixe de  $f_{mot} = 9$  Hz pour 5 courses  $S_{mot}$  différentes. La fréquence d'excitation de la cavité est de  $f = 7442$  Hz. (a) Amplitude des signaux au cours du temps. Le trait continu noir correspond au niveau d'amplitude maximum mesuré en l'absence de lignes de vortex à la fréquence de résonance (on a fait la moyenne entre les deux valeurs obtenues avant et après la série de mesures). (b) Trajectoires des signaux dans le plan complexe. Le trait continu noir correspond à la moyenne des balayages en fréquence du pic avant et après la série de mesures et le trait en pointillés à son pseudo-diamètre passant par le point  $(0, 0)$  que l'on interprète comme l'axe d'amortissement. La colormap est issue du package présenté dans [100].

la série de mesures pour ne pas surcharger la figure). Ainsi, les déplacements le long de l'axe formé par le pseudo-diamètre du cercle passant par le point  $(0, 0)$  s'interprètent comme des fluctuations du coefficient d'amortissement et donc de densité de lignes de vortex. En revanche, les déplacements le long du quasi-cercle sont associés à des fluctuations de phase et donc de température. Les rayons courbés correspondent aux trajectoires que suivrait l'amplitude complexe d'une onde continûment amortie, sans fluctuation de température, excitée pour différentes fréquences réparties de part et d'autre de la résonance.

En démodulant ces trajectoires comme proposé par la relation 4.23, on en déduit les signaux  $\alpha(t)$  et  $c_2(t)$  puis  $\mathcal{L}(t)$  et  $T(t)$  à partir desquels on peut reconstruire de manière plus directe l'historique de la cavité.

La figure 4.19 présente les signaux de densité de lignes de vortex  $\mathcal{L}(t)$  et de température  $T(t)$  ainsi reconstruits. La figure 4.19-a montre, après un court régime transitoire de quelques

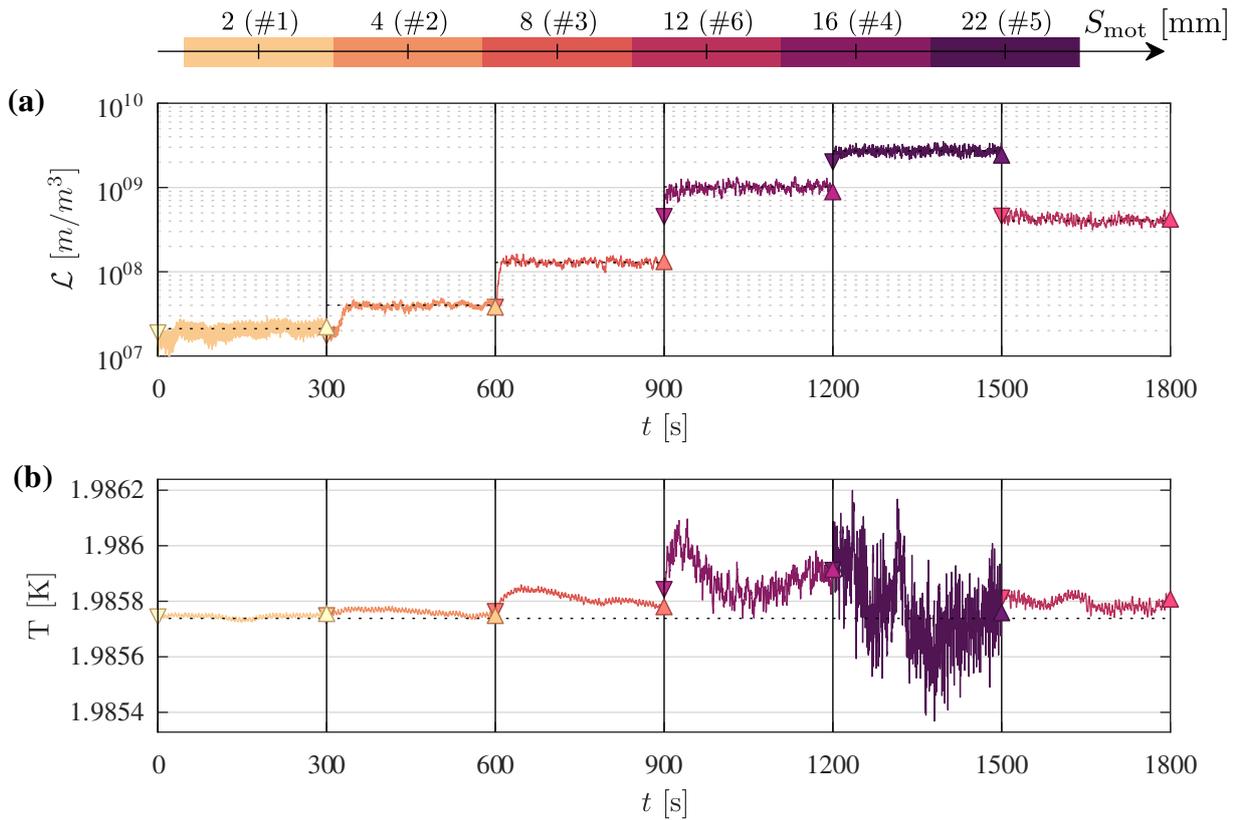


FIGURE 4.19 – Démodulation de la valeur de la phase et de l'amplitude mesurée par le récepteur en terme a) de densité moyenne de lignes de vortex  $\mathcal{L}$  et b) de température  $T$ . Les paramètres ( $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$ ) utilisés pour la démodulation sont ceux déterminés à partir du balayage du pic de résonance réalisé avant le début de la série de mesures.

dizaines de secondes, que la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement rejoint une valeur moyenne (dont on a repéré la valeur en pointillés), stable au cours du temps, et d'autant plus importante que le forçage est intense. Autour de cette moyenne persistent de petites fluctuations responsables de l'étalement des amas de points le long de l'axe d'amortissement de la figure 4.18-b. Notons que les régimes transitoires d'établissement de l'écoulement sont eux aussi visibles sur la figure 4.18-b et se manifestent sous la forme de sorte de "queues" derrière les amas de points lors des changements brusques du coefficient d'amortissement de la cavité. La figure 4.19-b complète la description en présentant la température estimée au cours des essais. On a représenté en pointillés la température de saturation du bain à 30.0 mbar à partir de laquelle on a estimé la phase de référence  $\phi_{cl}$  sans amortissement. On observe alors, conformément à ce que l'on aurait pu attendre, que les fluctuations de température sont d'autant plus grandes que le forçage est important. Ces fluctuations de température se traduisent par des variations de phase étalant les amas de la figure 4.18 orthogonalement à l'axe d'amortissement. De plus, les changements de conditions de forçage sont généralement accompagnés d'une large excursion de température qui a tendance à s'atténuer à mesure que la régulation de pression se stabilise vers une valeur proche de celle de consigne. Notons, du fait de l'incertitude de mesure du capteur de pression, que cette valeur de stabilisation est susceptible de fluctuer d'un dixième de mK d'une excursion à une autre. Cela a pour effet, comme présenté sur la figure 4.15-b, de

décaler la fréquence de résonance d'environ 1 Hz et donc de faire varier la phase de l'onde au niveau du récepteur. C'est ce qui explique que les amas de la figure 4.18-b ne soient pas tous centrés sur la même phase.

Enfin, on se propose de comparer la température mesurée par le thermomètre situé en dehors du tunnel de confinement et celle déduite des signaux de second son. Compte tenu des incertitudes de calibration, autant du thermomètre que de la phase de référence de la cavité, plutôt que de comparer les valeurs absolues, il est préférable de soustraire la moyenne de chacun des signaux pour en comparer les fluctuations. On sait aussi, du fait de la dissipation turbulente, que le champ de température entre les grilles est susceptible de plus fortement fluctuer lorsque le moteur oscille. La figure 4.20 présente donc les deux signaux de température durant un enregistrement où les grilles sont au repos. On observe que les signaux sont quasiment identiques. Un calcul du coefficient de corrélation révèle un maximum de l'ordre de 0.7. On peut donc raisonnablement considérer que les deux mesures sont compatibles et que les variations de phase de l'onde de second son sont provoquées par les fluctuations de température. Notons que lorsque le moteur est allumé, la même procédure indique qu'il persiste une corrélation entre les deux signaux de température mais il semble qu'elle s'estompe à mesure que l'on augmente le forçage : les fluctuations de température déduites des estimations de  $c_2(t)$  (pouvant aller jusqu'à  $\sim 1$  mK) deviennent bien plus importantes que celles relevées par le thermomètre, placé à une vingtaine de centimètres des grilles, hors de canal de confinement. Il est évident que l'on attend un amortissement des fluctuations de température provoquées par la dissipation entre les grilles, à mesure qu'on s'éloigne de ces dernières, du fait de la distribution de l'énergie dans le bain. Nous n'excluons pas cependant que d'autres effets non pris en compte dans la modélisation, tels que le bruit de fond induit par les ondes de premier son générées par la grille, engendrent un déphasage de l'onde non imputable à la température se retrouvant inclus dans la variance de  $c_2(t)$  et donc dans le signal de température qu'on lui associe.

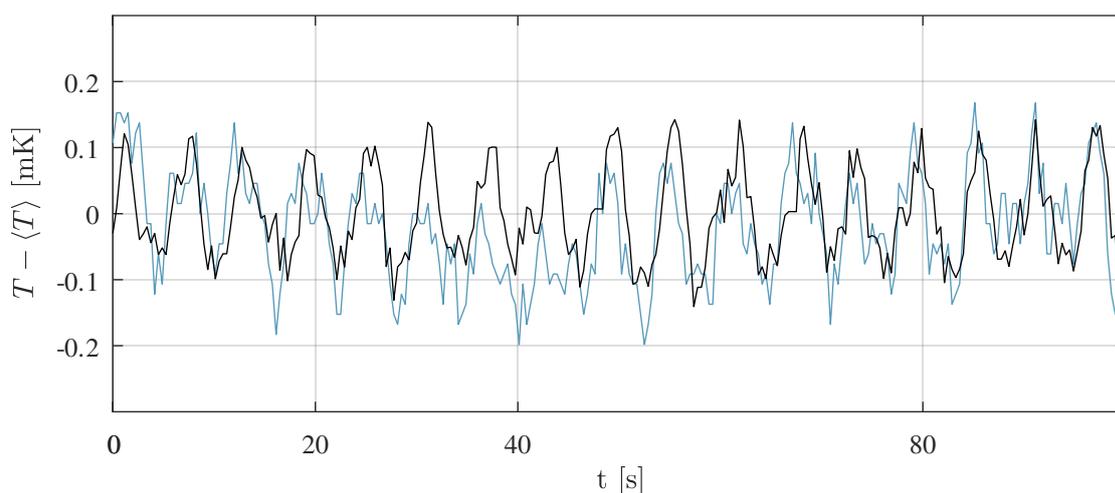


FIGURE 4.20 – Comparaison des signaux de fluctuation de température mesurés par le thermomètre situé à l'extérieur de la cavité (en noir) et par les variations de phase de l'onde du second son à l'intérieur de la cavité (en bleu), lorsque la grille est au repos.

## Récapitulatif

- En s'appuyant sur le cadre théorique présenté dans la section 4.3, on a vu qu'il est possible de démoduler les signaux (en phase et en amplitude) enregistrés en sortie de la détection synchrone pour les interpréter en terme de fluctuation de température et de densité moyenne de lignes de vortex.
- En l'absence de turbulence, on a vérifié que le signal de température déduit est fortement corrélé avec celui d'un thermomètre placé juste à l'extérieur du tunnel de confinement, validant ainsi la fiabilité de la méthode.
- Les signaux de densité de lignes de vortex reconstruites s'avèrent stables, indiquant que l'écoulement est stationnaire. On peut donc déterminer sa valeur moyenne sans ambiguïté.

## 4.6 Exploration de la densité de lignes de vortex en présence de turbulence

Après calibration de ce protocole (à 30.0 mbar/1.98 K comme présenté plus haut et à 7.5 mbar/1.6 K en suivant la même procédure), nous avons constitué une base de données de signaux couvrant une large gamme de forçages de l'écoulement allant de  $u_{rms} \approx 0.5$  mm/s jusqu'à  $u_{rms} \approx 20$  mm/s<sup>3</sup>. Chaque série de mesures, dans laquelle on a fait varier la fréquence du moteur à amplitude fixe ou inversement, peut alors être traitée de manière similaire à l'exemple précédent pour en déduire la densité moyenne des lignes de vortex de l'écoulement  $\mathcal{L}$  en fonction du niveau de forçage.

La figure 4.21 présente l'ensemble des résultats obtenus (à 1.98 K et à 1.6 K). Les mêmes données sont représentées sous plusieurs angles, densité moyenne de lignes de vortex  $\mathcal{L}$  ou distance moyenne inter-vortex  $\delta = 1/\sqrt{\mathcal{L}}$  en fonction de l'écart type des fluctuations de vitesse turbulente attendu  $u_{rms}$  ou du taux de dissipation de l'énergie  $\epsilon$ , pour faciliter la lecture des interprétations.

Pour chaque série, on dispose de deux jeux de paramètres ( $U_0$ ,  $\phi_{cl}$ ,  $\phi_{el}$  et  $\alpha_0$ ) obtenus à partir des balayages en fréquence du pic réalisés avant et après les mesures. On peut donc calculer deux valeurs bornant la densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement, que l'on a représentée par des marqueurs carrés pour le premier jeu de paramètres et losanges pour le deuxième jeu de paramètres. Pour les faibles valeurs de sur-amortissement, cet intervalle s'étend sur un facteur d'environ  $\sim 2$ . En revanche, pour une densité moyenne de lignes de vortex supérieure à  $1 \times 10^8$  m/m<sup>3</sup>, l'impact de l'incertitude sur  $\alpha_0$  devient négligeable et la valeur de  $\mathcal{L}$  est déterminée avec une précision de quelques pourcents.

Comme l'illustre la figure 4.21-a-b, nos mesures, tant à 1.6 K qu'à 1.98 K, suggèrent que la densité de lignes de vortex se comporte comme  $\mathcal{L} \propto u_{rms}^{3/2}$  ou de manière équivalente  $\delta \propto u_{rms}^{-3/4}$ . Puisque l'on a caractérisé l'échelle intégrale  $L$  au chapitre 3, on peut définir  $\epsilon = \frac{u_{rms}^3}{L}$  et en déduire,

$$\epsilon \approx 0.05\kappa(\kappa\mathcal{L})^2.$$

3. Notons que ces estimations sont calculées d'après la relation établie au chapitre précédent reliant l'énergie cinétique turbulente de l'écoulement par unité de masse aux paramètres d'oscillation des grilles.

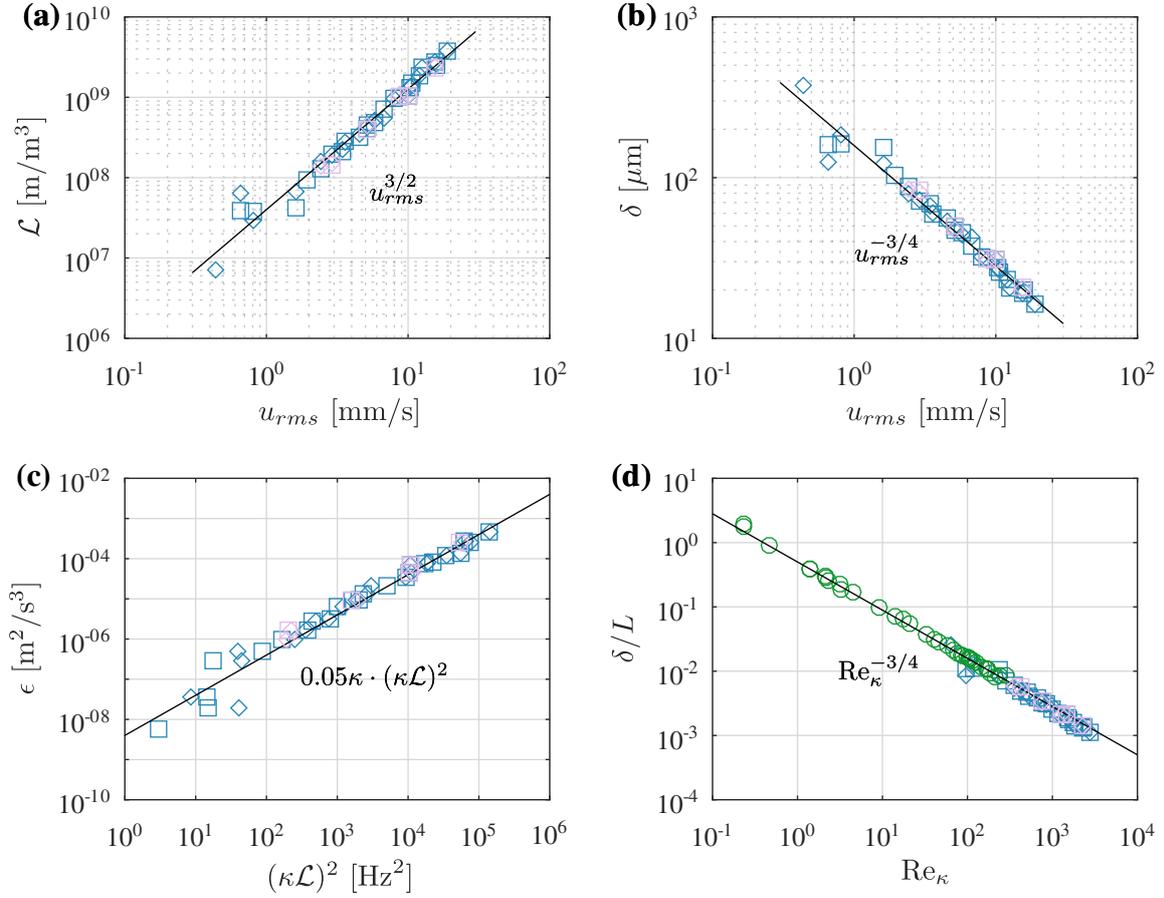


FIGURE 4.21 – Compilation des résultats de densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement en fonction de l'intensité du forçage. Les marqueurs bleus (respectivement violets) correspondent aux mesures à 1.98 K (respectivement 1.6 K) à saturation. On a associé des marqueurs de forme carrée (respectivement de forme losange) aux valeurs calculées en prenant comme référence le balayage du pic avant (respectivement après) chaque série de mesures. a) Densité moyenne de lignes de vortex en fonction de  $u_{rms}$ , l'écart type des fluctuations de vitesse turbulente. b) Les mêmes données mais sous forme de la distance inter-vortex moyenne  $\delta$ . c) Taux dissipation de l'énergie  $\epsilon = u_{rms}^3/L$  en fonction de  $(\kappa\mathcal{L})^2$  d) Distance inter-vortex moyenne adimensionnée par l'échelle intégrale en fonction du nombre de Reynolds basé sur le quantum de circulation  $\kappa$ ,  $Re_\kappa$ . Les points correspondant aux marqueurs verts ont été récupérés grossièrement avec G3-Data [106] de [126] et sont présentés à titre indicatif.

Ou de manière équivalente, en posant  $Re_\kappa = u_{rms}L/\kappa$ ,

$$\frac{\delta}{L} \approx 0.5Re_\kappa^{-3/4}.$$

Ces dépendances des propriétés de la pelotte de vortex avec l'intensité du forçage de l'écoulement sont en accord avec le paradigme généralement invoqué dans la littérature pour interpréter les mesures de second son en présence de turbulence. En particulier, il est d'usage d'introduire une viscosité effective  $\nu_{eff}$  de la composante superfluide permettant d'établir, par analogie avec

la turbulence classique (on rappelle  $\epsilon = \nu \langle \omega^2 \rangle$ , voir annexe B), la relation

$$\epsilon = \nu_{eff} \langle (\kappa \mathcal{L})^2 \rangle \quad (4.24)$$

dont on peut déduire de manière équivalente (on rappelle  $\delta = 1/\sqrt{\mathcal{L}}$ ),

$$\frac{\delta}{L} = \left( \frac{\nu_{eff}}{\kappa} \right)^{1/4} \text{Re}_\kappa^{-3/4} \quad (4.25)$$

Pour estimer plus précisément la valeur de  $\nu_{eff}$  suggérée par nos données, la régression linéaire, au sens des moindres carrés, de  $\epsilon$  par  $(\kappa \mathcal{L})^2$  donne,

$$\nu_{eff}(T = 1.98 \text{ K}) = 0.049\kappa \quad \& \quad \nu_{eff}(T = 1.60 \text{ K}) = 0.056\kappa.$$

On peut tenir compte de l'incertitude sur  $\alpha_0$  pour définir une barre d'erreur de l'ordre de quelques  $10^{-3}\kappa$ . Pour ne pas induire en erreur le lecteur, on se permet une mise en garde : on verra dans le chapitre suivant que l'on a de bonnes raisons de croire que cette interprétation de  $\nu_{eff}$  comme viscosité effective n'est pas satisfaisante et on proposera une vision alternative. Toutefois, étant donné que cette approche est largement répandue dans la littérature, nous avons choisi de ne pas modifier l'appellation classique de "viscosité effective", bien qu'il semble que cette grandeur puisse être interprétée autrement qu'une viscosité au sens dissipatif.

Historiquement, la relation 4.24 a été introduite dans les années 90 pour expliquer la décroissance temporelle de la densité de lignes de vortex,  $\mathcal{L} \propto t^{-3/2}$ , observée dans les mesures de turbulence en déclin derrière une grille tirée (voir [125, 127-129]).

Quant à la relation 4.25, qui montre que la distance inter-vortex suit une loi d'échelle avec le nombre de Reynolds similaire à celle de l'échelle de Kolmogorov dans les écoulements classiques, elle a été proposée par Salort, Roche et Leveque [42] en 2011. Plus précisément, les auteurs ont compilé les valeurs de distance moyenne inter-vortex issues de travaux antérieurs [130-133], s'étalant sur près de 30 ans de 1979 à 2007, regroupant ainsi différentes mesures pour des écoulements stationnaires dans des conduites. En considérant pour l'échelle intégrale  $L$  la demi-taille caractéristique de la conduite, ils déduisent pour  $T \approx 1.6 \text{ K}$ ,

$$\delta/L = 0.5 \text{Re}_\kappa^{-3/4},$$

le préfacteur n'étant donc pas explicité sous la forme  $(\nu_{eff}/\kappa)^{1/4}$ .

En 2014, Babuin et al. [126] ont finalement réuni les deux approches (qui sont parfaitement équivalentes) en explicitant analytiquement le préfacteur et en proposant une caractérisation de  $\nu_{eff}$  en fonction de la température dans le cadre d'un écoulement stationnaire.

Prenons quelques lignes pour présenter leur expérience et décrire leurs résultats. Les auteurs ont exploré une très large plage de températures allant de 1.17 K à 2.16 K. Les mesures sont réalisées dans une conduite derrière une grille (leur capteur sonde une région s'étalant de 16 à 31 mailles derrière la grille) ou directement dans la conduite sans la grille. Dans les deux configurations et pour toutes les températures testées, ils ont observé une relation linéaire entre  $\mathcal{L}$  et  $V^{3/2}$ , où  $V$  représente la vitesse moyenne de l'écoulement. N'ayant mesuré ni l'écart type des fluctuations turbulentes  $u_{rms}$  ni l'échelle intégrale  $L$  qui sont les deux ingrédients nécessaires pour définir  $\epsilon = \frac{u_{rms}^3}{L}$  et en déduire  $\nu_{eff}$ , les auteurs proposent de les estimer de manière indirecte (on renvoie le lecteur vers l'article pour plus de détails sur la méthode). Dans le cas avec grille, ils proposent  $\tau = u_{rms}/V = 9\%$  et  $L = M$ , où  $M$  est la maille de la grille et sans la grille,

$\tau = u_{rms}/V = 5\%$  et  $L = \ell/2$ , où  $\ell$  est le diamètre des capillaires du conditionneur type “nid d’abeille” placé à l’entrée de la conduite. À partir de ces estimations, les auteurs confirment les relations 4.25 et 4.24. Comme l’illustre la figure 4.21-d, dans laquelle leurs estimations de  $\delta/L$  à 1.95 K en fonction de  $Re_\kappa$  sont superposées à nos mesures, les deux ensembles de données sont en excellent accord. Le coefficient de proportionnalité attendu faisant intervenir  $\nu_{eff}$  à la puissance 1/4, cette représentation ne permet toutefois pas de mettre clairement en évidence son influence. La manière la plus directe d’estimer  $\nu_{eff}$ , comme on l’a mentionné précédemment, est de l’interpréter comme le coefficient de proportionnalité entre  $(\kappa\mathcal{L})^2$  et  $\epsilon = u_{rms}^3/L$ . Les valeurs de  $\nu_{eff}$  ainsi obtenues par Babuin et al. [126] en fonction de la température sont représentées aux côtés de nos estimations pour comparaison sur la figure-4.22.

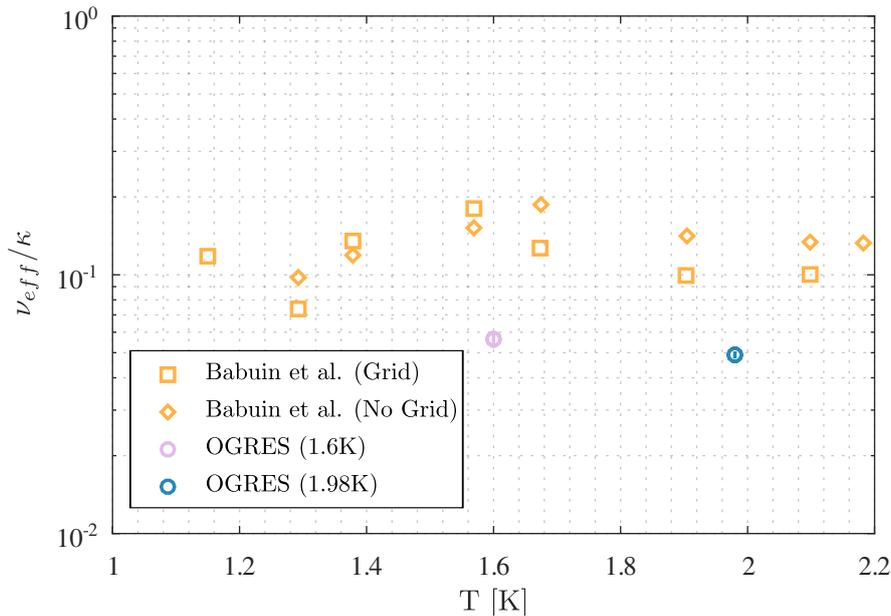


FIGURE 4.22 – Compilation des résultats de  $\nu_{eff}$ .

L’incertitude rapportée par [126] étant d’un facteur  $\sim 10$ , nos mesures ne sont pas en désaccord. Puisque l’on a caractérisé  $\epsilon$  indépendamment avec les mesures de vitesse des particules, on peut raisonnablement considérer que nos valeurs sont de meilleures estimations. Concernant la dépendance à la température, sur laquelle nous reviendrons plus en détail avec des arguments théoriques dans le chapitre suivant, dans les mesures de Babuin et al. [126], la dispersion semble, sans l’exclure complètement pour autant, davantage refléter le bruit expérimental plutôt qu’un réel effet lié à la température. Nos résultats, quant à eux, suggèrent que si la dépendance existe, elle doit être très faible. Pour trancher définitivement la question, il faudrait toutefois couvrir une plus large gamme de températures.

#### Récapitulatif

- Nos mesures de densité moyenne de lignes de vortex en fonction de l’intensité du forçage de l’écoulement confirment la relation établie dans littérature  $\epsilon \propto (\kappa\mathcal{L})^2$  ou de manière équivalente  $\delta/L \propto Re_\kappa^{-3/4}$ .
- Cette dépendance, présentant une loi d’échelle similaire à celle de l’échelle de dissipation dans un écoulement turbulent classique, a inspiré l’interprétation de  $\delta$  comme

étant celle d'une échelle de dissipation, associée à un mécanisme caractérisé par  $\nu_{eff}$  défini par  $\nu_{eff} = \epsilon / (\kappa \mathcal{L})^2$ . On rapporte

$$\nu_{eff}(T = 1.98 \text{ K}) = 0.049\kappa \quad \& \quad \nu_{eff}(T = 1.60 \text{ K}) = 0.056\kappa.$$

Ces estimations sont plus faibles que celles proposées par [126]. Puisque l'on a caractérisé  $\epsilon$  indépendamment avec les mesures de vitesse des particules, ce qui n'avait jamais été fait à notre connaissance, on peut raisonnablement considérer que nos valeurs sont de meilleures estimations.

- On proposera dans le chapitre 5, une nouvelle interprétation de  $\nu_{eff}$ , ne lui donnant pas le sens d'une viscosité "dissipative", et on formulera une expression prédisant une valeur de  $\nu_{eff} \in [0.048-0.076]\kappa$ , indépendante de la température, en excellent accord avec nos valeurs expérimentales.

## Cascade & dissipation en He II

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	160
5.2	Observations expérimentales . . . . .	161
5.3	Interprétations . . . . .	162
5.3.1	Scénario 100% de dissipation par friction mutuelle . . . . .	162
5.3.2	Cascade de l'énergie de $L$ à $\delta$ . . . . .	163
5.3.3	Arbitrage . . . . .	164
5.4	Mécanismes de transfert et de dissipation sous $\delta$ . . . . .	165
5.4.1	Majoration de $\gamma$ . . . . .	166
5.4.2	Minoration de $\gamma$ . . . . .	167
5.4.3	Synthèse de la cascade d'énergie en He II . . . . .	168

---

## 5.1 Introduction

Comme présenté au chapitre 1, les mécanismes de transfert et de dissipation de l'énergie des écoulements turbulents tridimensionnels de fluides newtoniens sont décrits par la cascade de Richardson et quantifiés par la théorie de Kolmogorov. En résumé, l'énergie introduite à grande échelle est transférée, en cascade, vers des échelles de plus en plus petites jusqu'à ce que les effets visqueux deviennent sensibles et permettent sa dissipation. Dans ce dernier chapitre, on se propose d'explorer comment cette image se transpose dans l'He II en interprétant l'ensemble de nos résultats expérimentaux.

La suite des considérations se base sur le modèle à deux fluides. On s'intéresse à l'évolution et aux interactions à travers les échelles des champs de vitesse des composantes normale et superfluide. On rappelle que nos mesures en He II ont été prises à deux températures 1.6 K ( $\rho_s/\rho = 83\%$ ) et 1.98 K ( $\rho_s/\rho = 46\%$ ). Dans cette gamme de températures, on suppose, comme il est généralement admis, que seules la viscosité et la friction mutuelle sont susceptibles d'avoir un effet non négligeable dans la dissipation de l'énergie. En particulier, la dissipation due à l'émission de phonons à travers le développement d'une cascade d'ondes de Kelvin, étudiée numériquement et théoriquement, dans le *superfluide pur* à des températures inférieures à 0.3 K (voir [23], chapitres 3 et 12), est fortement atténuée pour des températures supérieures à 1 K en raison de la friction mutuelle. Cette dissipation n'a donc pas de contribution significative aux effets observés dans nos mesures.

On rappelle les équations du modèle à deux fluides qui cadrent la suite des interprétations :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial(\rho\sigma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\sigma \mathbf{v}_n) = \frac{\mu}{\rho T} (\nabla \mathbf{v}_n)^2 + \frac{1}{\rho T} \mathbf{f}_{mf} \cdot (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (5.2)$$

$$\rho_n \left( \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \cdot \nabla) \mathbf{v}_n \right) = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s \sigma \nabla T - \mathbf{f}_{mf} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_n \quad (5.3)$$

$$\rho_s \left( \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{v}_s \right) = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s \sigma \nabla T + \mathbf{f}_{mf} \quad (5.4)$$

et on considère l'expression suivante pour la force de friction mutuelle,

$$\mathbf{f}_{mf} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho} \kappa \mathcal{L}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s).$$

Considérons alors une particule fluide. Son accélération résulte de différentes contributions :

- 1 des forces liées aux gradients de pression ou de température : ces forces découlent d'un potentiel comme c'est le cas des seules forces de pression pour les écoulements classiques.
- 2 des forces visqueuses, dont l'influence est prépondérante seulement aux plus petites échelles et n'agissent que sur la composante normale.
- 3 de la force de friction mutuelle qui tend à réduire les écarts de vitesse entre les composantes normale et superfluide.

L'effet des deux premiers termes de ces équations est rigoureusement identique à celui observé en turbulence classique. Bien que l'écoulement soit décrit par deux champs de vitesse couplés par les effets de pression (qui induisent la même accélération pour les deux composantes) et découplés par les effets de température (qui agissent en sens opposé sur les deux composantes) ou de viscosité (qui n'agit que sur la composante normale), la phénoménologie reste similaire à celle de la turbulence classique : les particules fluides subissent des accélérations dues à des champs potentiels, entraînant une cascade d'énergie des grandes échelles vers les petites.

Le couplage entre les deux composantes (ou entre les deux écoulements) est assuré par le terme de friction mutuelle. Dans ce chapitre, on cherche à caractériser les effets de ce couplage à travers les échelles et en particulier son impact sur les mécanismes de dissipation. L'intensité de la friction mutuelle est directement liée à la vitesse relative entre les deux composantes,  $v_{ns} = v_n - v_s$ . Cette quantité pour laquelle nous ne disposons d'aucune mesure directe est la conséquence des accélérations différentielles causées par les fluctuations spatiales de température. Notons qu'un calcul d'ordre de grandeur indique que les fluctuations de température  $\delta T$  induisant des variations de vitesse similaires aux effets de la pression, c'est à dire telles que,

$$\sigma \delta T \sim \frac{1}{2} u_{rms}^2$$

sont de l'ordre de quelques dizaines de nK seulement. Ces fluctuations sont évidemment négligeables au regard des propriétés thermodynamiques du fluide, et notamment les proportions de normal et de superfluide, alors que leurs conséquences hydrodynamiques restent essentielles.

## 5.2 Observations expérimentales

Commençons par rappeler les observations expérimentales qui guident la suite de la discussion. Comme présenté au chapitre 3, on dispose, sans ambiguïté, de toutes les propriétés aux grandes échelles de l'écoulement. À partir des mesures  $2 \times 2D$ , on caractérise, en He I (à 2.3 K) et en He II (à 1.98 K et 1.6 K), la dépendance de l'écart type des fluctuations turbulentes  $u_{rms}$  aux paramètres de forçage (en accord avec les relations connues dans la littérature). Les mesures  $3D$  permettent ensuite, en He II (1.98 K) de vérifier la dépendance linéaire de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3  $S_3(r) = \langle \delta_r u^3 \rangle$  à l'échelle  $r$  (loi des  $\frac{4}{5}$ -ième) dont le coefficient directeur mesure le taux de dissipation  $\epsilon$ . Couplé à la mesure de  $u_{rms}$ , on estime l'échelle intégrale  $L = u_{rms}^3 / \epsilon$ . Finalement, l'étude de la fonction de structure longitudinale d'ordre 2 confirme l'existence d'une gamme inertielle sur plus d'une décade (de 10 mm jusqu'à 500  $\mu m$ ), avec un pré-facteur  $C_2 \epsilon^{2/3} = C_2 u_{rms}^2 L^{-2/3}$  en accord avec les estimations précédentes de  $u_{rms}$  et de  $L$ . De fait, il nous est possible de prédire le taux de dissipation  $\epsilon$  de l'écoulement pour n'importe lequel des couples  $(S_{mot}, f_{mot})$  de course et de fréquence d'oscillation des grilles,

$$\epsilon = \frac{u_{rms}^3}{L}.$$

À notre connaissance une caractérisation aussi directe et aussi complète en He II n'avait jamais été réalisée, assurant ainsi une grande fiabilité à la suite des considérations sur les mesures de second son.

Les mesures de densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement  $\mathcal{L}$ , confirment la loi d'échelle déjà rapportée dans la littérature par [42, 126], pour la distance inter-vortex,

$$\frac{\delta}{L} = \beta \text{Re}_\kappa^{-3/4} \quad (5.5)$$

avec  $\beta$  une constante proche de 0.5 et  $\text{Re}_\kappa = u_{rms}L/\kappa$ .

Ce résultat est rigoureusement équivalent à l'observation qu'il existe une relation quadratique entre le taux de dissipation  $\epsilon$  et la densité de lignes de vortex quantiques  $\mathcal{L}$ , permettant de définir une viscosité effective

$$\epsilon = \nu_{eff}(\kappa\mathcal{L})^2, \quad (5.6)$$

avec,

$$\nu_{eff} = \frac{u_{rms}^3\delta^4}{\kappa^2L} = \beta^4\kappa. \quad (5.7)$$

Plus précisément, on rapporte  $\nu_{eff}(1.98\text{ K}) = 0.049\kappa$  et  $\nu_{eff}(1.6\text{ K}) = 0.056\kappa$ . L'éventuelle dépendance de  $\nu_{eff}$  à la température, est une conséquence amplifiée de la dépendance à la température du coefficient  $\beta$  introduit ci-dessus (dans nos mesures on aurait donc  $\beta(1.98\text{ K}) = 0.47$  et  $\nu_{eff}(1.6\text{ K}) = 0.49\kappa$ ).

## 5.3 Interprétations

### 5.3.1 Scénario 100% de dissipation par friction mutuelle

L'introduction du coefficient de viscosité effective  $\nu_{eff}$  suggère évidemment que  $\delta$  est aussi l'échelle d'un processus dissipatif. Supposons donc que la totalité de l'énergie soit dissipée par la friction mutuelle à l'échelle  $\delta$ ,

$$\epsilon = \epsilon_{mf} = \frac{\langle \mathbf{f}_{mf} \cdot \mathbf{v}_{ns} \rangle}{\rho} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa \mathcal{L} v_{ns}^2.$$

La différence entre la vitesse d'une ligne de vortex et sa vitesse d'advection de "locking" résulte principalement de son interaction avec les lignes de vortex voisines. Dans le cas où la vitesse de la composante normale est nulle, la vitesse résultante de chaque élément de la ligne de vortex est donnée par (voir par exemple [63], équation 53),

$$v_L = \frac{\kappa}{4\pi\mathcal{R}} \ln\left(\frac{\mathcal{R}}{a_0}\right) \quad (5.8)$$

où  $\mathcal{R}$  et  $a_0$  sont respectivement le rayon de courbure locale et le diamètre de la ligne de vortex ( $a_0 \approx 10^{-10}\text{m}$ ). Dans une pelote de vortex turbulente, une approximation raisonnable du rayon de courbure moyen est  $\mathcal{R} \approx \delta$ . Pour simplifier la suite du discours, au vu de l'ordre de grandeur de  $\delta$  qui varie dans nos mesures de 10 à 300  $\mu\text{m}$ , on néglige la correction logarithmique,  $\ln(\delta/a_0)/4\pi$ , qui varie entre 0.9 et 1.2. On estime donc,

$$v_L \approx \frac{\kappa}{\delta}.$$

Faute de mieux, on peut alors estimer comme proposé par Babuin et al. [126] pour  $\gamma = 1$ ,

$$v_{ns} = \gamma \frac{\kappa}{\delta}$$

avec  $\gamma$  un paramètre ajustable. Il suit alors

$$\epsilon = \gamma^2 \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa (\kappa\mathcal{L})^2.$$

Conformément à nos observations, ce modèle prédit donc  $\epsilon \propto (\kappa\mathcal{L})^2$ . Par identification, on obtient finalement,

$$\nu_{eff} = \gamma^2 \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa. \quad (5.9)$$

et donc

$$\beta = \left( \gamma^2 \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \right)^{1/4}.$$

Pour coller à nos mesures, on en déduit finalement,  $\gamma \in [0.63-0.76]$ . On confrontera plus en détail ce modèle à nos mesures dans la section 5.3.3. Notons toutefois que la relation 5.9 a été originellement proposée par Babuin et al. [126] pour  $\gamma = 1$ .

### 5.3.2 Cascade de l'énergie de $L$ à $\delta$

Supposons maintenant seulement que la friction mutuelle n'a pas d'effet sensible aux échelles plus grandes que  $\delta$ . On s'attend à ce que la dynamique du champ de vitesse superfluide soit pilotée par un processus de cascade à la Kolmogorov. Pour des échelles plus petites que la distance inter-vortex  $\delta$ , le champ de vitesse de la composante superfluide est principalement induit par une seule ligne de vortex, et il ne présente plus de propriété d'isotropie. Admettons cependant que les lois d'échelles de la turbulence sont encore valables à l'échelle  $\delta$  (elles ne le sont plus en-deçà). Dans la gamme inertielle à l'échelle  $\delta$ , l'incrément transverse de vitesse s'écrit,

$$(\delta_\delta v_{s,\perp})^2 = \frac{4}{3} (\delta_\delta v_{s,\parallel})^2 \approx \frac{4}{3} C_2 (\epsilon \delta)^{2/3}$$

avec  $C_2 \in [1.7, 2.3]$  (voir par exemple Pope [47], pages 193-194). On peut alors calculer la circulation  $\Gamma$  autour d'une unique ligne de vortex sur une boucle circulaire  $\mathcal{C}$  de diamètre  $\delta$ .

$$\Gamma = \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{v}^s(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \approx 2\pi \frac{\delta}{2} \cdot \frac{\delta_\delta v_{s,\perp}}{2} \quad (5.10)$$

Or, la circulation d'une ligne de vortex est quantifiée et connue,  $\Gamma = \kappa$ . Il suit,

$$\kappa = \sqrt{\frac{C_2 \pi^2}{3}} \epsilon^{1/3} \delta^{4/3}$$

Et finalement,

$$\frac{\delta}{L} = \left( \frac{2}{C_2 \pi^2} \right)^{3/8} \text{Re}_\kappa^{-3/4}$$

Conformément à nos observations, ce modèle prédit  $\delta/L \propto \text{Re}^{-3/4}$ . Par identification, on obtient,

$$\beta = \left( \frac{3}{C_2 \pi^2} \right)^{3/8}$$

et donc,

$$\nu_{eff} = \beta^4 \kappa = \left( \frac{3}{C_2 \pi^2} \right)^{3/2} \kappa. \quad (5.11)$$

Pour les valeurs de  $C_2$  rapportées dans la littérature, on en déduit,

$$0.47 < \beta < 0.52 \quad \& \quad 0.048 < \nu_{eff}/\kappa < 0.076.$$

Ces valeurs, ne dépendant d'aucun facteur indépendant ajustable, sont en très bon accord avec nos observations expérimentales,  $\nu_{eff} \in [0.049-0.056]\kappa$ . Rappelons aussi que la valeur de  $\beta = 0.5$  proposée par Salort, Roche et Leveque [42] est largement reprise dans la littérature. Au travers des hypothèses ci-dessus (absence d'influence de la friction mutuelle et isotropie aux échelles plus grandes que  $\delta$ ), la distance inter-vortex est déterminée par la structure de la cascade de Kolmogorov. Le coefficient  $\nu_{eff}$  n'est alors associé à aucun processus dissipatif. Dans ce paradigme, on peut aussi déduire la vitesse caractéristique à l'échelle  $\delta$ ,

$$v_\delta = \beta^{4/3} \frac{\kappa}{\delta} = \left( \frac{3}{C_2 \pi^2} \right)^{1/2} \frac{\kappa}{\delta}$$

d'où

$$0.36 \frac{\kappa}{\delta} < v_\delta < 0.42 \frac{\kappa}{\delta}.$$

### 5.3.3 Arbitrage

Les deux modèles présentés ci-dessus bien que prédisant les mêmes dépendances à l'intensité de la turbulence ( $\delta/L \propto \text{Re}_\kappa^{-3/4}$  ou de manière équivalente  $\epsilon \propto (\kappa \mathcal{L})^2$ ) sont nécessairement incompatibles puisque seul le premier prédit une dépendance à la température de la viscosité effective  $\nu_{eff}$  (ou de manière équivalente de  $\beta$ ). La figure 5.1 confronte la viscosité effective prédite par chacun des modèles avec nos mesures et celles de Babuin et al. [126].

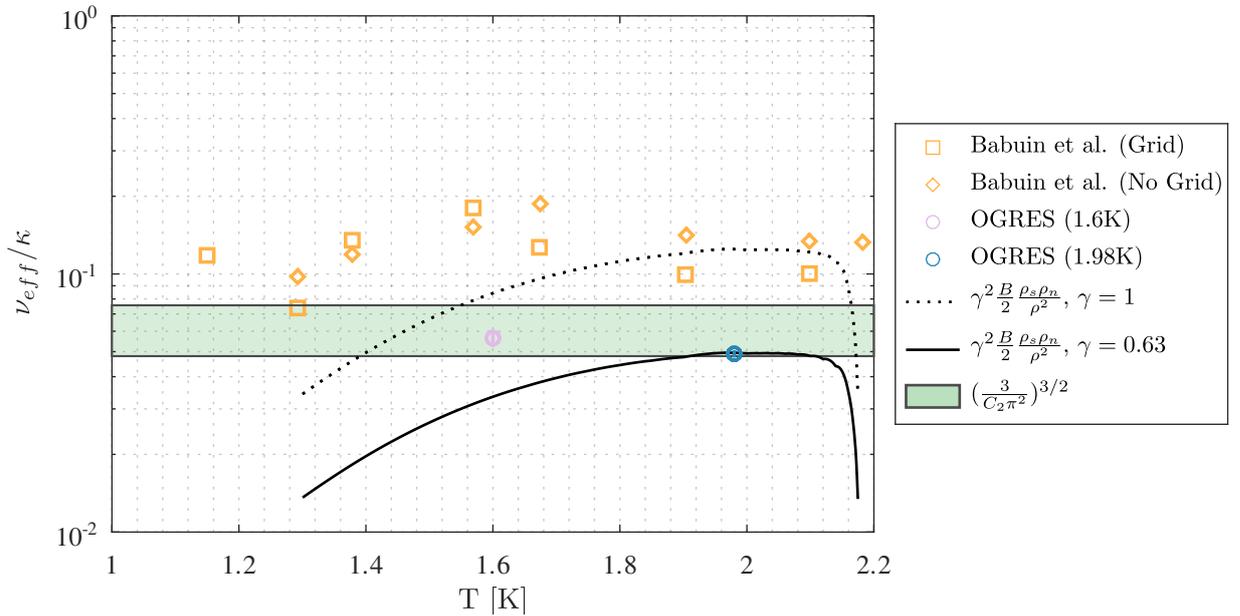


FIGURE 5.1 – Confrontation des deux modèles de viscosité effective. En trait continu, relation 5.9 pour  $\gamma = 0.63$  (valeur choisie pour ajuster le modèle à notre mesure de  $\nu_{eff}$  à 1.98 K), en pointillé pour  $\gamma = 1$  (comme originellement proposé dans [126]). La bande verte correspond à la relation 5.11 pour  $C_2 = 2 \pm 15\%$ . Les valeurs des mesures de Babuin et al. [126] peuvent être ajustées d'un facteur  $\sim 10$  du fait de la méthode utilisée pour inférer le taux de dissipation  $\epsilon$ .

La dépendance à la température de la relation 5.9 provient de l'évolution du produit des proportions des composantes normale et superfluide,  $\rho_s \rho_n / \rho^2$ , pondéré par le coefficient de

friction mutuelle  $B/2$  dont les valeurs sont tirées de [134]. Dans nos expériences, contrairement aux résultats rapportés dans la littérature,  $\epsilon$  a été mesuré directement. On peut raisonnablement considérer que les estimations des valeurs absolues de  $\nu_{eff}$  que nous proposons sont plus fiables que celles proposées par Babuin et al. [126], indéterminées à un facteur  $\sim 10$  près. En ce qui concerne la dépendance à la température, bien qu'une certaine prudence soit de mise, les mesures semblent indiquer qu'elle peut être exclue. En effet, indépendamment de la valeur de  $\gamma$ , la relation 5.9 prédit,

$$\frac{\nu_{eff}(1.98 \text{ K})}{\nu_{eff}(1.6 \text{ K})} \approx 1.48$$

Puisque l'on a mesuré,

$$\frac{\nu_{eff}(1.98 \text{ K})}{\nu_{eff}(1.6 \text{ K})} \approx 0.87,$$

la relation 5.9 est en désaccord avec nos observations, du moins sans introduire de dépendance à la température du paramètre  $\gamma$ . En revanche, comme mentionné précédemment, le deuxième modèle décrit remarquablement bien nos résultats expérimentaux sans aucun ajustement. Pour trancher la question avec plus de certitude, il faudrait couvrir une plage de températures plus étendue. Pour ce faire, nous avons élaboré une méthode présentée en annexe D permettant de suivre l'évolution de la densité de lignes de vortex lors d'une remontée en température du bain sur ses pertes. Des mesures préliminaires nous ont ainsi permis de tester cette méthode pour 3 conditions de forçage de l'écoulement entre 1.8 et 2.14 K. Pour extraire une valeur fiable de  $\nu_{eff}$  dans cette plage de températures, il faudrait poursuivre les investigations et explorer un plus large éventail de conditions de forçage. De plus, comme l'illustre la figure 5.1, la sensibilité de la relation 5.9 à la température est surtout marquée pour  $T < 1.8 \text{ K}$  ou  $T > 2.15 \text{ K}$ . Il nous faudrait donc répéter les mesures en commençant aux températures les plus basses accessibles dans OGRES (autour de 1.6 K).

## 5.4 Mécanismes de transfert et de dissipation sous $\delta$

En considérant que la friction mutuelle n'a pas d'effet sensible aux échelles plus grandes que  $\delta$ , on peut appliquer les lois de la turbulence classique dans la gamme inertielle pour calculer une valeur de la viscosité effective  $\nu_{eff}$  (relation 5.11) en accord avec celle mesurée. Dans ce paradigme, elle n'est associée à aucun processus dissipatif. La distance inter-vortex  $\delta$  est pilotée par l'intensité de la turbulence et la valeur du quantum de circulation  $\kappa$ . On a vu qu'il était improbable que la force de friction mutuelle dissipe la totalité de l'énergie. On s'attend donc à ce qu'une part de la dissipation soit assurée par la viscosité de la composante normale. Voyons comment on peut caractériser quantitativement ce scénario.

On étudie une configuration où l'écoulement est stationnaire, ce qui implique que l'énergie injectée à grande échelle est équilibrée par l'énergie dissipée à petite échelle. Il suit la décomposition suivante :

$$\epsilon = \epsilon_{mf} + \epsilon_\nu \quad (5.12)$$

où  $\epsilon$  est l'énergie injectée,  $\epsilon_{mf}$  est la fraction de l'énergie dissipée par la friction mutuelle, et  $\epsilon_\nu$  est la fraction d'énergie dissipée par la viscosité du fluide.

Le taux d'énergie dissipée par la friction mutuelle est piloté par la différence des vitesses

des composantes normale et superfluide  $\mathbf{v}_{ns}$ ,

$$\epsilon_{mf} = \frac{\langle \mathbf{f}_{mf} \cdot \mathbf{v}_{ns} \rangle}{\rho} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa \mathcal{L} v_{ns}^2$$

On peut établir l'expression de la proportion d'énergie dissipée par la friction mutuelle en fonction du paramètre  $\gamma$  défini précédemment par  $v_{ns} = \gamma \frac{\kappa}{\delta}$  et en posant  $\zeta = \left( \frac{3}{C_2 \pi^2} \right)^{3/2}$ ,

$$\frac{\epsilon_{mf}}{\epsilon} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \frac{\gamma^2}{\zeta}. \quad (5.13)$$

La détermination de la valeur de  $\gamma$ , qui pourrait dépendre de la température mais aussi de l'intensité de forçage de l'écoulement, permettrait donc de décrire complètement le rôle des deux mécanismes de dissipation en He II. Malheureusement, on a vu que les particules utilisées pour tracer l'écoulement ne permettent pas d'accéder aux échelles dissipatives et ne nous renseignent donc aucunement sur la valeur de  $\gamma$ . Faute de mieux, on peut essayer de borner sa valeur avec des arguments théoriques.

#### 5.4.1 Majoration de $\gamma$

Évidemment,  $\epsilon_{mf} \leq \epsilon$ , on obtient donc une borne supérieure de  $\gamma$ ,

$$\gamma \leq \gamma_{max} = \sqrt{\zeta \frac{\rho^2}{\rho_s \rho_n} \frac{2}{B}} \quad (5.14)$$

Puisqu'on a vu qu'il était improbable que 100% de la dissipation soit assurée par la friction mutuelle, il est possible que ce majorant surestime largement la valeur réelle de  $\gamma$ . Pour autant, il permet de déduire la valeur maximale de la différence de vitesse entre les composantes normale et superfluide autorisée par notre scénario,  $v_{ns,max} = \gamma_{max} \frac{\kappa}{\delta}$ . D'après les lois d'échelles classiques de la théorie de Kolmogorov, l'ordre de grandeur des fluctuations de vitesse à l'échelle  $\ell$  s'écrit,

$$v_\ell = \left( \frac{\ell}{L} \right)^{1/3} u_{rms}.$$

Ainsi, on peut déterminer l'échelle  $\ell_{ns,max}$  pour laquelle les fluctuations de vitesse turbulente deviennent du même ordre de grandeur que les différences  $v_{ns,max}$  de vitesse entre les composantes normale et superfluide (indiquant leur découplage),

$$\ell_{ns,max} = \frac{\gamma_{max}^3}{\zeta} \delta. \quad (5.15)$$

Au delà de cette échelle on peut affirmer que les champs sont "lockés"  $\mathbf{v}_n \approx \mathbf{v}_s$ .

L'évolution de  $\ell_{ns,max}$  avec la température est présentée sur la 5.2. Dans la gamme de nos mesures (entre 1.6 K et 2 K), les proportions des composantes normale et superfluide sont telles que la friction mutuelle couplent fortement les champs, a minima jusqu'à  $10\delta$ . Pour donner un ordre de grandeur, avec  $u_{rms} = 10$  mm/s dans OGRES,  $\delta \approx 30$   $\mu\text{m}$ . Ainsi, à 1.98 K, les champs de vitesse de la composante normale et superfluide sont au moins "lockés" jusqu'à  $\ell_{ns,max} \approx 160$   $\mu\text{m}$ . En revanche, lorsque l'une des deux composantes devient majoritaire, la friction mutuelle devient moins restrictive et autorise, a priori, un découplage des champs à plus grande échelle. Dans l'exemple précédent, à 1.4 K, le "locking" des composantes normale et superfluide, n'est garanti avec cette estimation que jusqu'à  $\ell_{ns,max} \approx 660$   $\mu\text{m}$ .

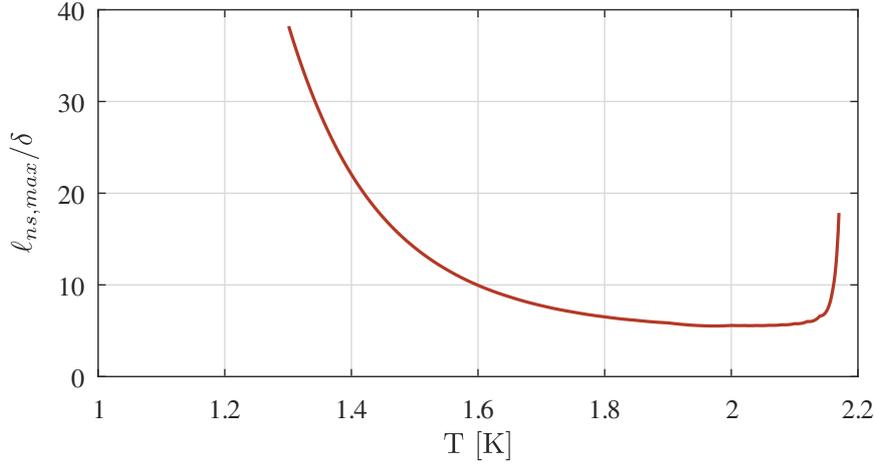


FIGURE 5.2 – Majoration de l'échelle de découplage  $\ell_{ns,max}$  entre les champs de vitesse des composantes normale et superfluide (relation 5.15).

### 5.4.2 Minoration de $\gamma$

Poursuivons l'encadrement de la valeur de  $\gamma$  en proposant maintenant une minoration. En considérant le taux d'énergie pompée par la friction mutuelle à la composante superfluide (voir par exemple [40, 41, 135]),

$$\Pi_{mf}^s = \frac{\langle \mathbf{f}_{mf} \cdot \mathbf{v}_s \rangle}{\rho} = \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa \mathcal{L} \langle \mathbf{v}_{ns} \cdot \mathbf{v}_s \rangle \quad (5.16)$$

Puisqu'on a vu qu'on pouvait négliger les processus dissipatifs qui seraient intrinsèques à la composante superfluide, toute l'énergie contenue dans la cascade superfluide doit être pompée par la friction mutuelle,

$$\Pi_{mf}^s = \frac{\rho_s}{\rho} \epsilon. \quad (5.17)$$

Notons que ce terme de pompage renseigne sur la proportion d'énergie prélevée par la friction mutuelle à la cascade superfluide. Plusieurs cas sont envisageables : l'énergie peut être entièrement dissipée par la friction mutuelle ou entièrement reversée dans la composante normale ou n'importe quel scénario entre les deux.

En considérant  $0 < \theta = \frac{\langle \mathbf{v}_{ns} \cdot \mathbf{v}_s \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{v}_{ns}^2 \rangle \langle \mathbf{v}_s^2 \rangle}} \leq 1$ , le coefficient de corrélation entre  $\mathbf{v}_{ns}$  et  $\mathbf{v}_s$ , il suit,

$$\langle \mathbf{v}_{ns} \cdot \mathbf{v}_s \rangle \approx \theta \gamma \frac{\kappa}{\delta} u_{rms} = \theta \gamma \frac{\kappa^2}{\delta^2} \text{Re}_\kappa \frac{\delta}{L} = \theta \gamma \frac{\kappa^2}{\delta^2} \zeta^{1/4} \text{Re}_\kappa^{1/4}.$$

Et on obtient donc d'après les relations 5.17 et 5.16, une borne inférieure pour la valeur de  $\gamma$ ,

$$\gamma > \gamma_{min} = \zeta^{3/4} \frac{\rho}{\rho_n} \frac{2}{B} \text{Re}_\kappa^{-1/4} \quad (5.18)$$

Cette minoration dépend donc à la fois de l'intensité du forçage de l'écoulement et de la température. Conformément à ce que l'on pourrait attendre, à mesure que la proportion de la composante normale diminue, la valeur minimale de  $\mathbf{v}_{ns}$  augmente pour que la friction mutuelle soit en mesure d'extraire l'énergie de la cascade superfluide.

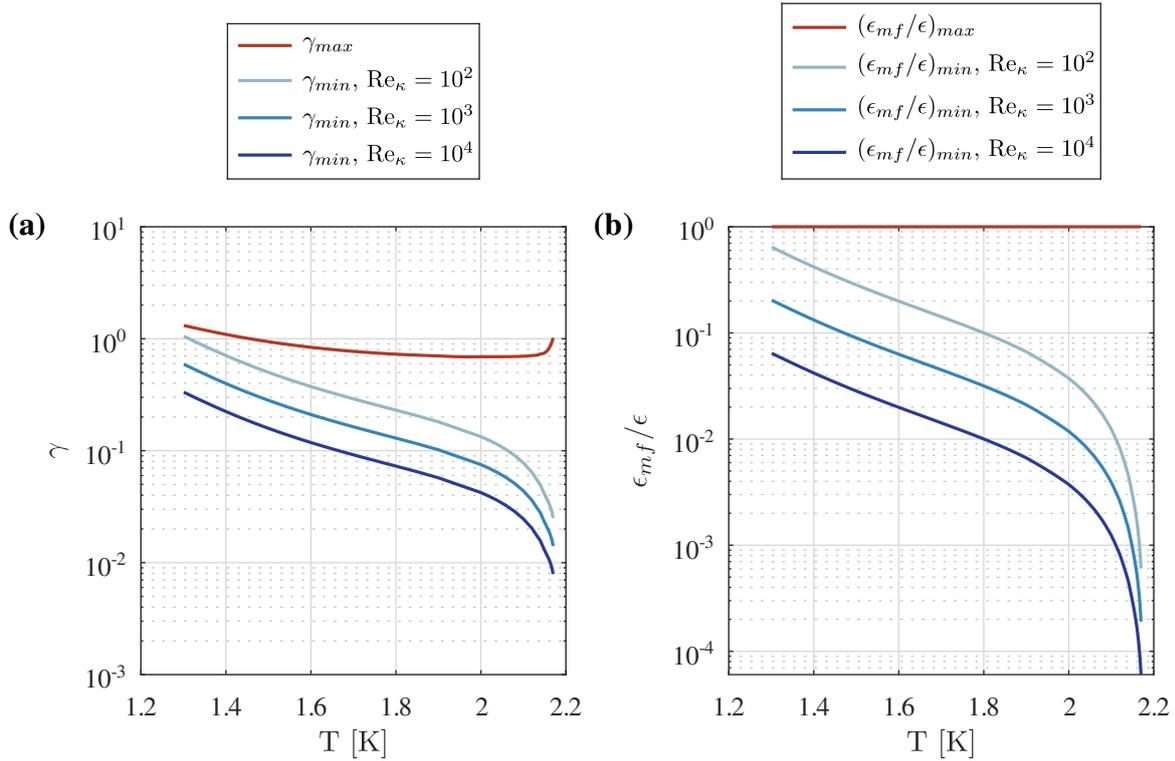


FIGURE 5.3 – a) Encadrement de  $\gamma$  à partir des relations 5.18 et 5.14. b) Encadrement de  $\epsilon_{mf}/\epsilon$  déduit de la relation 5.13.

L'encadrement de la valeur de  $\gamma$  (et donc de  $v_{ns}$ ) est illustré sur la figure 5.3-a pour  $Re_\kappa \in \{10^2, 10^3, 10^4\}$ . Rappelons que dans nos mesures,  $150 < Re_\kappa < 3500$ . La figure 5.3-b traduit ces valeurs en terme de proportion d'énergie dissipée par la friction mutuelle. À haut  $Re_\kappa > 10^4$ , notre bornage nécessite d'être affiné puisque la gamme possible de valeur de  $v_{ns}$  autorise presque n'importe quelle proportion d'énergie dissipée par la friction mutuelle. En revanche, à bas  $Re_\kappa < 10^2$ , il révèle, pour des températures inférieures à  $T = 1.6$  K, qu'au moins 20% de l'énergie est dissipée par friction mutuelle. Ces considérations donnent de premiers encadrements quantitatifs sur les valeurs de  $v_{ns}$ .

### 5.4.3 Synthèse de la cascade d'énergie en He II

Pour conclure, donnons une description qualitative de l'adaptation de la cascade de Richardson aux écoulements turbulents d'He II, inertiellement et tridimensionnellement forcés, à partir du paradigme que l'on a développé dans ce chapitre (voir figure 5.4, à comparer à la figure 1.6 du chapitre 1).

L'énergie injectée à grande échelle cascade indifféremment dans les composantes normale et superfluide avec un taux de transfert pondéré par le ratio de chacune des composantes :

- $\frac{\rho_s}{\rho}\epsilon$  dans la composante superfluide.
- $\frac{\rho_n}{\rho}\epsilon$  dans la composante normale.

Arrivée à l'échelle  $\delta$ , la distance moyenne inter-vortex, la friction mutuelle devient sensible et

dissipe une fraction  $\epsilon_{mf}/\epsilon$  de l'énergie. Suivant la proportion restante, la friction mutuelle assure aussi le transfert de l'énergie de la cascade superfluide qui n'a pas été dissipé vers la cascade normale. Le flux d'énergie restant  $\epsilon_\nu = \epsilon - \epsilon_{mf}$  est alors transféré vers les petites échelles dans une nouvelle cascade jusqu'à l'échelle  $\xi$  où la viscosité ( $\nu = \mu/\rho$ ) devient sensible et finit de dissiper la fraction  $\epsilon_\nu/\epsilon$  de la puissance injectée à grande échelle assurant ainsi la stationnarité de l'écoulement. Notons que  $\epsilon_{mf} \neq 0$  implique nécessairement  $\xi > \eta = \nu^{3/4}\epsilon^{-1/4}$ . Autrement dit, le couplage des composantes engendre nécessairement une "remontée" de l'échelle de dissipation visqueuse.

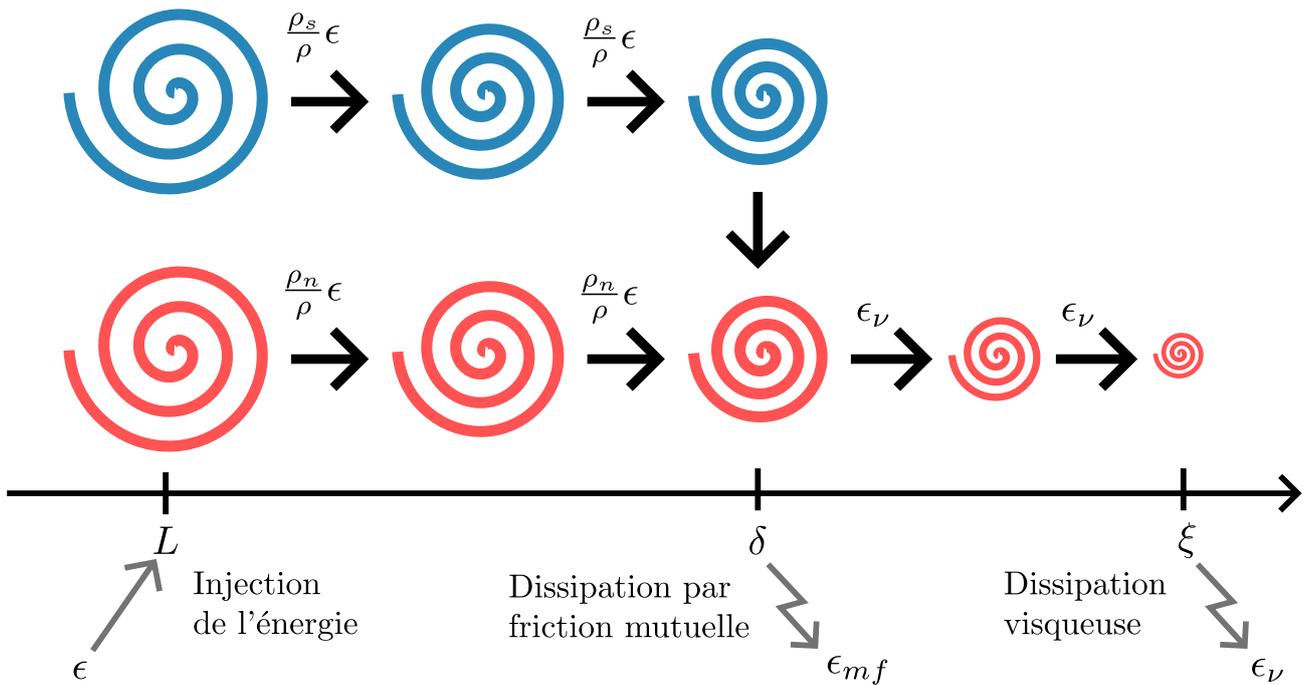


FIGURE 5.4 – Adaptation de la cascade de Richardson à la turbulence quantique inertielle et tridimensionnellement forcée.

### Récapitulatif

- Nos mesures de la densité moyenne de lignes de vortex en fonction de l'intensité du forçage confirment la loi d'échelle rapportée dans la littérature,  $\delta/L = \beta \text{Re}_\kappa^{-3/4}$ . Grâce aux diagnostics croisés mis en oeuvre, on estime  $\beta = 0.48 \pm 0.01$  avec une bonne précision. Notons que seul un ordre de grandeur de cette constante était connu jusqu'alors.
- On a montré qu'en considérant l'intensité de la vorticité associée à l'échelle  $\delta$  prédite par les mécanismes de cascade de Kolmogorov dans la gamme inertielle, on pouvait déduire une expression analytique de  $\beta$  en excellent accord avec nos mesures,

$$\beta = \left( \frac{3}{C_2 \pi^2} \right)^{3/8}.$$

Il en découle une expression analytique de la viscosité efficace qui est classiquement introduite dans la littérature  $\nu_{eff} = \beta^4 \kappa$ , indépendante de la température et en

accord avec nos mesures sans aucun paramètre ajustable. Dans cette vision,  $\nu_{eff}$  est simplement un coefficient déterminé par la cascade de Kolmogorov et n'est donc associé à aucun processus dissipatif.

- En explorant ce que suggère ce modèle reposant sur le fait que la friction mutuelle n'agit qu'à l'échelle  $\delta$  pour dissiper une partie de l'énergie et assurer le transfert de l'énergie résiduelle de la composante superfluide vers la composante normale, on a finalement proposé une image à la Richardson des mécanismes de transfert et de dissipation en He II.

## 6.1 Positionnement

Au cours de cette thèse portant sur l'étude comparative de la turbulence quantique et classique, nous avons cherché à identifier les mécanismes de transfert et de dissipation réagissant les écoulements turbulents d'He II, forcés inertiuellement et tridimensionnellement, à des températures supérieures à 1.5 K. La vision consensuelle développée itérativement depuis la découverte de la superfluidité dans les années 1920 consiste à décrire les écoulements d'He II avec deux champs de vitesse : un premier champ  $\mathbf{v}_n$  associé à la composante *normale* qui est visqueuse et porte l'entropie et un second champ  $\mathbf{v}_s$  associé à la composante *superfluide* qui est inviscide et ne porte pas d'entropie. Le champ de vitesse superfluide reflète la nature quantique du système : son champ de vorticité est nul en tout point excepté au coeur d'objets singuliers, les *lignes de vortex quantiques* porteuses du *quantum de circulation* ( $\kappa$ ). De fait, il peut être décrit comme la superposition d'un écoulement potentiel et de l'écoulement généré par la somme des champs associés à chaque segment de ligne de vortex. L'interaction des lignes de vortex avec la composante normale couple les champs  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_s$ . Cette force de *friction mutuelle* est une force de rappel qui a tendance à lisser les différences de vitesse entre les deux composantes. Elle dépend de la densité de lignes de vortex présentes dans l'écoulement, de la température qui pilote le ratio entre les composantes normale et superfluide et de la différence entre la vitesse des lignes de vortex et celle de la composante normale.   grande échelle, ces écoulements sont bien compris. Pour un forçage donné, le mécanisme d'injection de l'énergie dans le fluide est identique en He I et en He II. La cascade de Richardson-Kolmogorov, étant indépendante des mécanismes dissipatifs sous-jacents, l'énergie est transférée vers les plus petites échelles selon les mêmes lois d'échelle en He I et en He II.   grande échelle, les champs sont 'lockés' par la friction mutuelle.   petite échelle, ils sont necessairement découplé, ne serait-ce que parce qu'au voisinage d'une ligne de vortex, la vitesse de la composante superfluide  $\mathbf{v}_s$  est principalement dictée par le champ associé à cette ligne. La détermination de cette échelle de découplage est encore une question ouverte. Il en est de même pour les mécanismes dissipant l'énergie puisque deux contributions sont envisageables, la dissipation par friction mutuelle et la dissipation visqueuse.

Pour tenter d'apporter des éléments de réponse à ces problématiques, nous nous sommes basés sur un dispositif expérimental préexistant : OGRES (pour *Oscillating GRid Experiment in Superfluid*). De nombreuses améliorations ont toutefois été apportées depuis sa première version et nous ont permis d'obtenir des mesures de meilleure qualité. L'écoulement est généré

par l'oscillation d'une double grille dans un tunnel de confinement. La course et la fréquence de la double grille oscillante peuvent être ajustées pour explorer différentes intensités de forçage. Notre approche consiste alors à comparer les propriétés de l'écoulement en He I (à 2.3 K pressurisé à 100 mbar) et en He II (à 1.6 K et 1.98 K à saturation). La turbulence est sondée en reconstruisant les trajectoires de particules sphériques injectées au coeur de l'écoulement. Pour compléter le diagnostic en He II, la densité moyenne de lignes de vortex est mesurée à partir de l'atténuation d'une onde stationnaire de second son.

## 6.2 Résultats

Comme beaucoup d'autres écoulements de grille oscillante rapportés dans la littérature, notre écoulement est perturbé par une recirculation parasite affectant principalement la composante verticale de la vitesse. Pour isoler les effets de la turbulence, après avoir calculé ce champ moyen dans des cellules discrètes, on peut le soustraire localement à la vitesse des particules. La caractérisation de la distribution des diamètres et des masses volumiques des particules, nous a aussi permis d'identifier les effets liés à la distribution des vitesses de sédimentation des particules et de les dissocier de ceux de la turbulence.

Après identification et démodulation de tous ces effets parasites, rappelons les résultats principaux issus de l'étude des trajectoires de particules. Les propriétés de la turbulence mesurées sont isotropes dans le plan horizontal et faiblement anisotropes sur la composante verticale ( $\sim 30\%$ ). Les distributions de vitesse des particules sont quasi-gaussiennes, aussi bien en He I qu'en He II.

Nous avons caractérisé la relation reliant les fluctuations de vitesse turbulente  $u_{rms}$  aux paramètres d'agitation ( $f_{mot}, S_{mot}$ ) de la double-grille. Elle s'avère être en accord avec celle établie dans la littérature,

$$u_{rms} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot 8k_0 \left(1 + \frac{H/2}{1.82(k_0^3/\epsilon_0^2)^{1/2}}\right)^{-5}},$$

avec  $k_0 = 0.6M^{-0.25}S_{mot}^{2.25}f_{mot}^2$  et  $\epsilon_0 = 0.45M^{-1}S_{mot}^3f_{mot}^3$  où  $H$  correspond à la distance entre les deux grilles et  $M$  à la maille des grilles.

La caractérisation de la fonction de structure d'ordre 3 des incréments de vitesse longitudinaux calculés à partir des mesures 3D des vitesses corrigées des particules a permis de confirmer la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième, qui s'exprime pour  $r$  dans la gamme inertielle et  $\epsilon$  le taux d'injection de l'énergie dans l'écoulement,

$$S_3(r) = -\frac{4}{5}\epsilon r.$$

À notre connaissance, il s'agit de la première exploration d'une telle approche 3D en He II. On a ainsi pu obtenir une estimation du taux de dissipation  $\epsilon$  et en déduire, au moyen de fluctuations de vitesse turbulente  $u_{rms}$ , l'échelle intégrale spatiale de l'écoulement,

$$L = 14 \text{ mm.}$$

L'analyse de la fonction de structure d'ordre 2 a confirmé l'existence d'une large gamme inertielle, s'étendant d'environ 10 mm à 500  $\mu\text{m}$ . La valeur déduite du taux de dissipation est en excellent accord avec celle issue de la fonction de structure longitudinale d'ordre 3, validant

ainsi la mesure de l'échelle intégrale. Enfin, l'étude lagrangienne des trajectoires a révélé que, du fait de leur inertie, les particules ne permettent pas d'accéder aux échelles dissipatives. Une caractérisation aussi directe et aussi complète en He II n'avait encore jamais été réalisée assurant ainsi une grande fiabilité à la suite des considérations sur les mesures de second son.

Le principe de fonctionnement des transducteurs excitant la cavité résonnante de second son repose sur l'oscillation de membranes poreuses à la composante superfluide. En présence de turbulence, l'onde est amortie par son interaction avec les lignes de vortex quantiques. Les signaux de densité de lignes de vortex reconstruites sont stables, indiquant que l'écoulement est stationnaire. Nos mesures de densité moyenne de lignes de vortex en fonction de l'intensité du forçage de l'écoulement confirment la loi d'échelle rapportée dans la littérature,

$$\frac{\delta}{L} = \beta \text{Re}_\kappa^{-3/4}.$$

Grâce aux diagnostics croisés mis en oeuvre, on estime avec une bonne précision

$$\beta = 0.48 \pm 0.01.$$

Notons que seul un ordre de grandeur de cette constante était connu jusqu'alors. L'annexe E compile l'ensemble des données expérimentales utilisées dans la thèse.

## 6.3 Interprétation

Par analogie avec la turbulence classique, l'interprétation traditionnelle de la littérature suggère de voir  $\delta$  comme l'échelle caractéristique d'un processus dissipatif en introduisant une viscosité effective  $\nu_{eff} = \beta^4 \kappa$ . Cependant, l'étude de la dépendance de  $\nu_{eff}$  à la température dans nos mesures nous a mené à proposer une vision alternative (détaillée au chapitre 5). Nous postulons que la friction mutuelle n'a pas d'effet significatif au-delà de l'échelle  $\delta$ . Les lois de la turbulence dans la gamme inertielle sont donc valables à cette échelle et on peut alors exprimer analytiquement la valeur de  $\beta$ ,

$$\beta = \left( \frac{3}{C_2 \pi^2} \right)^{3/8} \approx 0.48,$$

en très bon accord avec nos mesures sans aucun paramètre ajustable. Dans cette approche,  $\nu_{eff}$  n'est donc associé à aucun processus dissipatif. L'exploration de ce paradigme nous a conduit à formuler un scénario des mécanismes de transferts et de dissipation. L'énergie injectée à grande échelle cascade indifféremment dans les composantes normale et superfluide de l'échelle intégrale  $L$  jusqu'à la distance inter-vortex moyenne  $\delta$ . À cette échelle, la force de friction mutuelle devient sensible et dissipe une fraction de l'énergie. Suivant la proportion restante, elle assure aussi le transfert de la composante superfluide vers la composante normale. Une nouvelle cascade se met alors en marche pour faire cascader cette énergie résiduelle et la dissiper aux échelles où la viscosité devient sensible.

## 6.4 Perspectives

Pour confirmer la validité de cette nouvelle approche et la préciser, les perspectives sont multiples. Tout d'abord, il serait judicieux d'étendre la gamme de mesures du paramètre  $\beta$  afin

de confirmer son indépendance vis-à-vis de la température. La cavité résonnante de second son ayant prouvé son efficacité, et un protocole pour suivre l'évolution de la densité des lignes de vortex lors de la montée en température du bain ayant déjà été calibré, cette étape semble d'ores et déjà réalisable avec une nouvelle campagne expérimentale. Si l'indépendance de  $\beta$  par rapport à la température est confirmée, notre approche pourrait offrir une base solide pour interpréter les mécanismes de dissipation. Pour aller plus loin, il nous faudra toutefois explorer plus directement ces mécanismes et, en particulier, surmonter l'une de nos limites actuelles : l'absence de résolution aux plus petites échelles de l'écoulement.

En utilisant les particules caractérisées dans cette thèse avec les intensités d'écoulement accessibles et les échelles associées, la tâche paraît difficile en raison des limites de temps de réponse et de taille des particules. On pourrait alors naïvement penser qu'agrandir la taille de l'expérience permettrait de surmonter ces problèmes, mais la situation est en réalité plus complexe. Pour éviter d'augmenter le nombre de Reynolds en agrandissant l'expérience, il faudrait réduire l'intensité des fluctuations de vitesse. En effet, si l'on maintient la même intensité des fluctuations tout en agrandissant l'expérience, les échelles dissipatives ne se voient que marginalement augmentées ( $\eta = \nu u_{rms}^{-3/4} L^{1/4}$ ). Malheureusement, réduire l'intensité des fluctuations de vitesse  $u_{rms}$  n'est pas optimal, tant pour les capteurs eulériens, tels que les micro-Pitots ou les micro-cantilevers, dont la sensibilité est proportionnelle à  $u_{rms}^2$ , que pour les mesures lagrangiennes, où la vitesse de sédimentation résiduelle des particules peut devenir significativement comparable à  $u_{rms}$ .

La solution la plus prometteuse semble donc d'utiliser des traceurs lagrangiens plus petits. Pour garantir leur bonne caractérisation, il serait préférable d'opter pour une forme sphérique. Les études préliminaires menées pour la première fois dans le cadre de cette thèse [95], utilisant des gouttes de deutérium liquide, ont montré des résultats encourageants (génération continue de gouttes de 40  $\mu\text{m}$  à 30 kHz via l'instabilité de Rayleigh-Plateau dans le ciel du bain d'hélium). Cette approche semble donc à la fois pertinente et réaliste. Elle permettrait de concevoir des traceurs sphériques d'un diamètre d'environ deux fois la taille de la buse d'injection. En visant des dimensions micrométriques, par le biais de procédés type MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) ou NEMS (Nano-Electro-Mechanical Systems), il serait raisonnablement envisageable de produire des gouttes d'environ 5  $\mu\text{m}$ , présentant une différence de densité d'environ 30% par rapport à celle de l'hélium liquide. Illustrons cette idée en proposant un calcul d'ordre de grandeur.

Ces traceurs pourraient être intégrés dans l'expérience OGRES actuelle, qui est maintenant bien caractérisée et possède une configuration appropriée pour étudier la turbulence en He II à très petite échelle, à condition que les traceurs soient suffisamment petits et que l'on comprenne bien quel champ de vitesse les particules suivent. Pour une vitesse de fluctuation turbulente de 3 mm/s, l'échelle de Kolmogorov associée dans OGRES est de  $\eta_{HeII} = \nu^{3/4} L^{1/4} u_{rms}^{-3/4} \approx 25 \mu\text{m}$  en He II à 1.6 K et de  $\eta_{HeI} \approx 45 \mu\text{m}$  en He I à 2.3 K pressurisé à 100 mbar. L'estimation minimale de la proportion d'énergie dissipée par friction mutuelle pour  $\text{Re}_\kappa \approx 400$  donne  $\epsilon_{mf}/\epsilon \geq 10\%$ . Avec des traceurs de deutérium de 5  $\mu\text{m}$  de diamètre, leur vitesse de sédimentation résultante serait de moins de 0.5 mm/s et leur temps de réponse de moins de 200  $\mu\text{s}$ , tant en He I qu'en He II dans les conditions précédemment citées. Ainsi, en caractérisant l'écoulement avec un système 3D, il serait envisageable de vérifier la valeur prédite de  $\eta_{HeI}$  et, par la suite, de mesurer  $\xi$ , l'échelle de dissipation en He II. La comparaison de  $\xi$  avec la prédiction  $\eta_{HeII}$  devrait permettre alors de quantifier l'énergie dissipée par la friction mutuelle.

Enfin, on a vu que la proportion d'énergie dissipée par friction mutuelle est pilotée par la

différence de vitesse à l'échelle  $\delta$  entre les composantes normale et superfluide,  $v_{ns}$ . La mesure directe de  $v_{ns}$  semble toutefois un défi technique considérable. Pour autant, on a vu que les mécanismes qui contribuent à l'accélération des particules fluides en He II sont étroitement liés aux gradients de température et de pression de l'écoulement. Dans les fluides classiques, les mesures de pression sont souvent utilisées pour estimer les fluctuations de vitesse, comme avec un tube de Pitot. De manière analogue, une mesure couplée pression/température pourrait offrir une méthode indirecte pour estimer  $v_{ns}$ . L'ordre de grandeur des fluctuations de température  $\delta T$  induisant des variations de vitesse comparables à celles causées par les fluctuations turbulentes de pression peut être estimé en considérant  $\sigma \delta T \sim \frac{1}{2} u_{\text{rms}}^2$ , où  $\sigma$  est l'entropie massique du bain. Pour  $u_{\text{rms}} = 10$  mm/s, l'application numérique donne des fluctuations de température de l'ordre de 50 nK pour un bain à 2 K et de 250 nK pour un bain à 1.6 K. Bien que ces fluctuations soient extrêmement faibles, on peut imaginer qu'une cavité résonnante de second son miniaturisée, comme les "pinces" développées par Woillez, Valentin et Roche [119] (quelques centaines de  $\mu\text{m}$  entre l'émetteur et le récepteur), pourrait être capables de les détecter localement. Notons que dans le cas de OGRES, on a vu que les fluctuations de température engendrées par les imprécisions de régulation sont de l'ordre de 100  $\mu\text{K}$ . Pour s'affranchir de ces dérives, des mesures différentielles seraient donc à privilégier.

En tout état de cause, les techniques de visualisation mises en œuvre au cours de cette thèse, combinées à l'exploitation approfondie des signaux de second son, constituent un socle métrologique pour les futures études au département des Systèmes Basses Températures.



## Coefficient d'anisotropie et distribution des vitesses de sédimentation (deuxième méthode)

Une autre manière de quantifier l'anisotropie sur la composante verticale et la distribution des vitesses de sédimentation est de s'intéresser aux fluctuations temporelles de la variance des vitesses définie à une échelle  $\ell$ . Pour ce faire, considérons une subdivision du volume de mesure 3D en cubes de taille  $\ell$  auxquels on associe un temps  $t_\ell = \epsilon^{-1/3} \ell^{2/3}$ . La détermination de  $\epsilon$  n'est pas l'objet de cette section, on admet qu'on dispose d'une valeur crédible pour chacun des 4 runs 3D. Pour chaque volume spatio-temporel ainsi défini, on peut alors collecter toutes les vitesses des particules le traversant et calculer la variance  $u_{rms,\zeta}^2$  sur chacune des composantes. Ces valeurs sont donc définies à partir de  $N_{\text{diff}}$  particules différentes (*i.e.* : le nombre de trajectoires différentes traversant le volume) associées à  $N$  particules-instants, c'est à dire le nombre total d'informations de vitesses et de positions disponibles dans le volume spatio-temporel  $\ell^3 \times t_\ell$ . Nécessairement  $N_{\text{diff}} \leq N$  puisque que chaque particule peut apparaître plusieurs fois dans le volume durant toute l'extension temporelle  $t_\ell$ . La figure A.1 illustre visuellement ces considérations qui auront de l'importance pour démêler les effets liés à la distribution des vitesses de sédimentation.

En notant  $L_b$  la taille totale du volume cubique de mesure et  $T_{\text{run}}$  le temps total du run, on peut donc définir  $(L_b/\ell)^3$  valeurs locales de  $u_{rms,\zeta}^\ell$  définies pour  $T_{\text{run}}/t_\ell$  instants. En calculant alors la médiane spatiale  $\text{med}[\cdot]_{\text{espace}}$  de ces valeurs à chaque instant, on peut construire 3 signaux temporels  $\text{med}[u_{rms,\zeta}^\ell]_{\text{espace}}^2(t)$  que l'on a représentés (toujours pour le run 3D-2) sur la figure A.2 pour trois  $\ell$  différents.

Les signaux révèlent alors plusieurs caractéristiques de l'écoulement. Premièrement, on observe que le champ de vitesse turbulent est statistiquement stationnaire puisque on peut clairement établir une moyenne de chacun des signaux autour de laquelle ils fluctuent. Ensuite, les variances des vitesses sur les axes horizontaux sont quasiment identiques confirmant une nouvelle fois l'isotropie dans le plan parallèle à la grille. Enfin, bien que la variance de la composante verticale soit plus élevée, les fluctuations des 3 signaux semblent largement corrélées. En reprenant le paradigme de la section 3.4.2 du chapitre 3, on serait tenté d'interpréter la différence entre les composantes verticale et horizontale en écrivant :

$$(u_{rms,z}^\ell)^2(\mathbf{x}, t) = (c_{\zeta z} \cdot u_{rms,\zeta}^\ell)^2(\mathbf{x}, t) + \sigma_{v_{\text{sed}}}^2 \quad (\text{A.1})$$

où  $\mathbf{x}$  représente le cœur d'un des cubes de taille  $\ell$  subdivisant le volume de mesure.

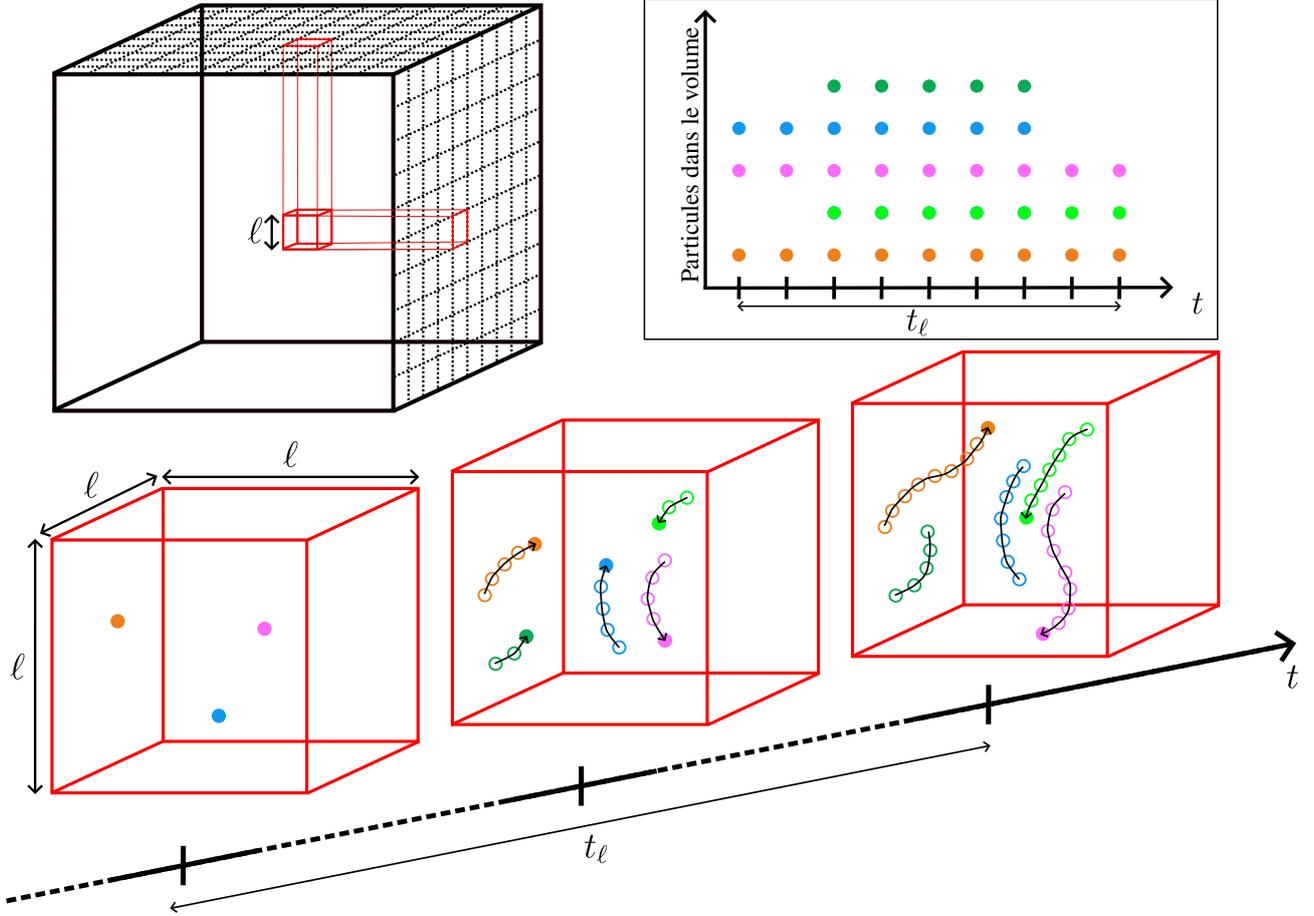


FIGURE A.1 – Représentation des particules contenues dans un volume  $\ell^3 \times t_\ell$  récoltées pour l'interpolation linéaire du champ de vitesse. Dans cette illustration, chacune des  $N_{\text{diff}} = 5$  trajectoires est associée à une couleur et on dispose de  $N = 37$  *particules-instants*. N.b : Cette représentation surestime largement la distance de déplacement des particules dans le volume  $\ell^3$  et sous estime le nombre *particules-instants*

Toutefois, pour que cette considération soit exacte, il faut s'assurer que dans chaque cellule spatio-temporelle, le nombre de particules différentes est suffisant pour que l'estimation de l'écart type dans la cellule soit affectée de la totalité de la distribution des vitesses de sédimentation. Or, comme le montre la figure A.2, le nombre moyen de particules différentes par cellule spatio-temporelle (axe vertical de droite),  $\langle N_{\text{diff}} \rangle$ , fluctue dans le temps (avec une tendance à la décroissance, le nombre de particules présentes dans l'écoulement diminue au cours du temps), et dépend bien évidemment de la taille  $\ell$  des sous cubes considérés (plus la cellule est petite moins il y a de particules). Ainsi, la contribution de la distribution des vitesses de sédimentation à l'écart type des fluctuations turbulentes mesurées dans chaque région n'est jamais la même. Dans le cas limite où il n'y aurait par exemple qu'une seule trajectoire dans la région, l'effet disparaîtrait. Pour tenir compte de ce biais, on se propose de remplacer la relation A.1 par :

$$(u_{rms,z}^\ell)^2(\mathbf{x}, t) = (c_{\zeta z} \cdot u_{rms,\zeta}^\ell)^2(\mathbf{x}, t) + \sigma_{v_{\text{sed}}}^2 \cdot f^\ell(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.2})$$

avec  $f^\ell$  une fonction qui capture le poids de l'influence de la distribution des vitesses de sédimentation sur l'estimation de l'écart type des vitesses dans chacun des sous cubes. Pour

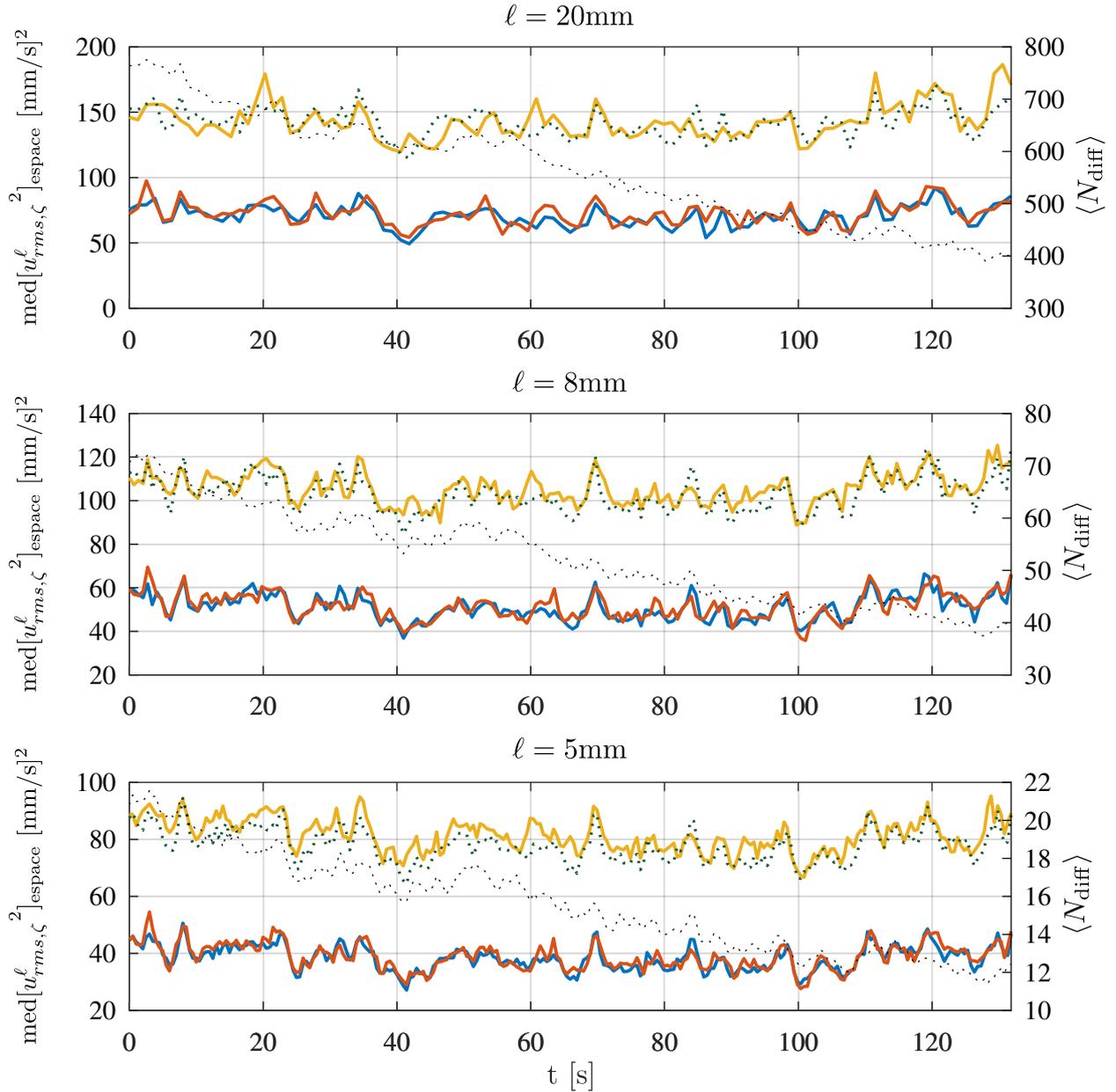


FIGURE A.2 – Fluctuations temporelles de  $u_{rms,\zeta}^\ell$ , l'écart type des fluctuations de vitesse calculées à l'échelle  $\ell$  pour chacune des 3 composantes  $\zeta \in \{x, y, z\}$ , représentées respectivement en bleu, rouge et jaune et du nombre moyen de particules différentes par région (en pointillés noirs) pour l'estimation de cette valeur. La courbe verte en pointillé correspond au terme  $\text{med}[(c_{xz} \cdot u_{rms,x}^\ell)^2 + \sigma_{v_{sed}}^2 \cdot f^\ell]_{\text{espace}}$  avec  $c_{xz}$  et  $\sigma_{v_{sed}}$ . Les 3 lignes sont associées, de haut en bas, à 3 échelles  $\ell = \{20, 8, 5\}$ mm

déterminer le plus objectivement possible cette fonction  $f^\ell$  et tenir compte de la répartition exacte des particules dans les cellules spatio-temporelles, on va "simuler" l'effet de distribution des vitesses de sédimentation directement sur nos données expérimentales en l'isolant des effets de la turbulence. Pour cela, on propose de remplacer la vitesse de chaque trajectoire par une vitesse de sédimentation choisie au hasard selon une loi de distribution gaussienne de moyenne

nulle et d'écart type 1. Puisque les effets de sédimentation ne s'expriment que sur l'axe vertical, les autres composantes sont fixées à 0. On peut ensuite recalculer les valeurs de  $u_{rms,\zeta}^\ell$  associées à ce nouveau jeu de données. Par construction, on aura alors  $u_{rms,x}^\ell = u_{rms,y}^\ell = 0$  et  $u_{rms,z}^\ell = \sqrt{1^2 f^\ell}$ . Évidemment, pour une seule réalisation de cette procédure, rien ne garantit que les valeurs de  $f^\ell(t)$  ainsi construites soient convergées. On répète donc l'opération une cinquantaine de fois et on retient alors la moyenne de ces 50 réalisations comme valeur de  $f^\ell$ . Pour clarifier, la figure A.3 représente les fluctuations temporelles de la médiane spatiale  $[f^\ell]_x(t)$ .

Comme attendu, on retrouve une forte corrélation entre le nombre moyen de particules différentes contenues dans les régions spatio-temporelles et la valeur de  $f^\ell$ . Une estimation naïve de  $f^\ell$  serait  $f^\ell \sim 1 - \frac{1}{N_{diff}}$  mais pour obtenir une expression exacte il faudrait prendre en compte le fait que chaque particule différente n'apparaît pas le même nombre de fois dans les régions spatio-temporelles. Il est donc plus direct d'estimer  $f^\ell$  sur les données à la position mesurée des particules.

On peut maintenant procéder aux estimations de  $c_{\zeta z}$  et  $\sigma_{v_{sed}}$ . On cherche donc le couple  $(c_{\zeta z}, \sigma_{v_{sed}})$  qui minimise la relation A.2. Pour limiter l'influence des inhomogénéités spatiales ainsi que de l'éventuel manque de convergence de  $f^\ell$  dans certaines régions qui pourraient engendrer des valeurs aberrantes, on propose de calculer la minimisation au sens de la norme  $\mathcal{L}^1$  plutôt que la traditionnelle norme  $\mathcal{L}^2$ . La ligne verte en pointillé dans la figure A.2 présente le terme  $\text{med}[(c_{xz} \cdot u_{rms,x}^\ell)^2 + \sigma_{v_{sed}}^2 \cdot f^\ell]_{\text{espace}}$  ainsi construit que l'on peut alors comparer avec  $\text{med}[u_{rms,z}^\ell]^2_{\text{espace}}$ . On voit que la plupart des fluctuations temporelles est capturée. On peut donc estimer une valeur du coefficient d'anisotropie  $c_{\zeta z}$  et de l'écart type des distributions de vitesse de sédimentation  $\sigma_{v_{sedim}}$  pour chaque l'échelle  $\ell$  à laquelle on a calculé les rms des vitesses  $u_{rms,\zeta}^\ell$ . On estime alors pour le run 3D-2,  $c_{xz} = 1.29$  et  $c_{yz} = 1.3$ , ainsi que  $\sigma_{v_{sedim}} = 5.1$  mm/s pour la minimisation issue de la composante  $x$  et  $\sigma_{v_{sedim}} = 5$  mm/s pour la minimisation issue de la composante  $y$ . Ces valeurs sont en excellent accord avec celles obtenues dans la section 3.4.2 du chapitre 3 validant ainsi l'approche proposée pour interpréter les mesures.

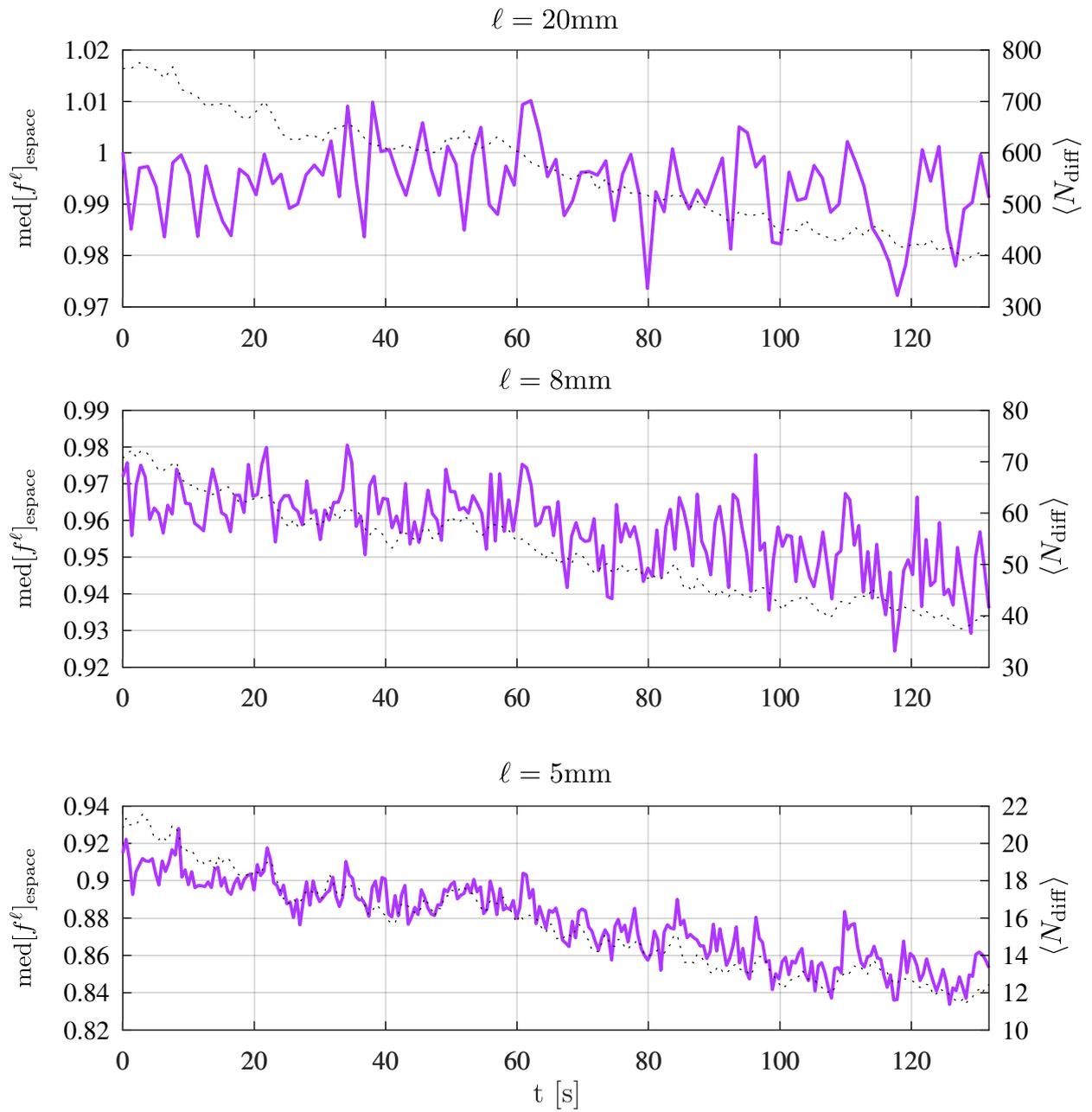


FIGURE A.3 – Évolution temporelle de la fonction  $f^\ell$  qui capture le poids de la contribution de la distribution des vitesses de sédimentation dans l'écart type des vitesses verticales,  $u_{rms,z}^\ell$ , pour différentes échelles  $\ell$



## Taux de dissipation en turbulence

Considérons un écoulement turbulent statistiquement homogène, stationnaire et isotrope défini sur un domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ . On note  $\mathbf{u} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  et  $P : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  les champs de vitesse et pression associés. Le fluide est caractérisé par sa masse volumique  $\rho$  et sa viscosité dynamique  $\mu$ . On introduit  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , la viscosité cinématique. On considère le fluide incompressible. Son mouvement est alors régi par les équations de Navier-Stokes, qui peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Dans ce qui suit, on introduit une grandeur classique de l'étude des écoulements turbulents,  $\epsilon$ , le taux moyen de dissipation visqueuse et on en établira deux écritures différentes, l'une en fonction des gradients de vitesses, et l'autre de la vortacité.

Pour ce faire, on commence par multiplier la deuxième expression de l'équation (B.1) afin de faire apparaître l'énergie cinétique massique du fluide  $\frac{u^2}{2}$  :

$$\begin{aligned} & [\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{u}] \cdot \mathbf{u} \\ \Leftrightarrow & \partial_t \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) = \nu \mathbf{u} \cdot \Delta \mathbf{u} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Et puisque :

$$\Delta \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_j \left( \partial_j \frac{\mathbf{u}_i^2}{2} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_j (\mathbf{u}_i \partial_j \mathbf{u}_i) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 [\partial_j \mathbf{u}_i \partial_j \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_i \partial_j \partial_j \mathbf{u}_i]$$

En identifiant alors  $\nabla \mathbf{u}^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\partial_j \mathbf{u}_i)^2$ , on a :

$$\Delta \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) = \nabla \mathbf{u}^2 + \mathbf{u} \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (\text{B.3})$$

Ce qui donne donc d'après (B.2) :

$$\partial_t \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) = \nu \Delta \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) - \nu \nabla \mathbf{u}^2 \quad (\text{B.4})$$

On reconnaît ici une équation classique de convection-diffusion pour l'énergie cinétique massique avec un terme dissipatif. On pose alors  $\epsilon = \nu \langle \nabla \mathbf{u}^2 \rangle$ , le taux moyen de dissipation d'énergie cinétique massique. On va montrer que sous l'hypothèse d'homogénéité, on a  $\epsilon = \nu \langle \omega^2 \rangle$ , c'est-à-dire  $\langle \omega^2 \rangle = \langle \nabla \mathbf{u}^2 \rangle$ .

On part de :

$$\begin{aligned} \omega^2 &= (\nabla \wedge \mathbf{u})^2 \\ &= (\partial_x u_y - \partial_y u_x)^2 + (\partial_z u_x - \partial_x u_z)^2 + (\partial_y u_z - \partial_z u_y)^2 \\ &= \partial_x u_y^2 + \partial_y u_x^2 + \partial_z u_x^2 + \partial_x u_z^2 + \partial_y u_z^2 + \partial_z u_y^2 - 2\partial_x u_y \partial_y u_x - 2\partial_z u_x \partial_x u_z - 2\partial_y u_z \partial_z u_y \\ &= \nabla \mathbf{u}^2 - \partial_x u_x^2 - \partial_y u_y^2 - \partial_z u_z^2 - 2\partial_x u_y \partial_y u_x - 2\partial_z u_x \partial_x u_z - 2\partial_y u_z \partial_z u_y \end{aligned}$$

Or :

$$(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 = \partial_x u_x^2 + \partial_y u_y^2 + \partial_z u_z^2 + 2\partial_x u_x \partial_y u_y + 2\partial_x u_x \partial_z u_z + 2\partial_y u_y \partial_z u_z$$

Et d'après (B.1),  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ , d'où :

$$-\partial_x u_x^2 - \partial_y u_y^2 - \partial_z u_z^2 = 2\partial_x u_x \partial_y u_y + 2\partial_x u_x \partial_z u_z + 2\partial_y u_y \partial_z u_z$$

Et donc :

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \nabla \mathbf{u}^2 + 2\partial_x u_x \partial_y u_y + 2\partial_x u_x \partial_z u_z + 2\partial_y u_y \partial_z u_z - 2\partial_x u_y \partial_y u_x - 2\partial_z u_x \partial_x u_z - 2\partial_y u_z \partial_z u_y \\ &= \nabla \mathbf{u}^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\partial_i u_i \partial_j u_j - \partial_i u_j \partial_j u_i) \\ &= \nabla \mathbf{u}^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i u_i \partial_j u_j - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i u_j \partial_j u_i \end{aligned}$$

Mais pour  $(i, j) \in \{1, 2, 3\}^2$  :

$$\partial_i u_j \partial_j u_i = \partial_i (u_j \partial_j u_i) - u_j \partial_i \partial_j u_i = \partial_i (u_j \partial_j u_i) - u_j \partial_j \partial_i u_i$$

Donc :

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \nabla \mathbf{u}^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i u_i \partial_j u_j - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i (u_j \partial_j u_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 u_j \partial_j \partial_i u_i \\ &= \nabla \mathbf{u}^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i u_i \partial_j u_j - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i (u_j \partial_j u_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 u_i \partial_i \partial_j u_j \end{aligned}$$

Mais toujours d'après (B.1), puisque  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ , on a :

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\partial_i u_i \partial_j u_j) = 0 \quad \& \quad \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 u_i \partial_i \partial_j u_j = 0$$

Et donc :

$$\omega^2 = \nabla \mathbf{u}^2 - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \partial_i (u_j \partial_j u_i)$$

Qui donne d'après l'hypothèse d'homogénéité :

$$\langle \omega^2 \rangle = \langle \nabla \mathbf{u}^2 \rangle$$



## **Nouvelle méthode pour la production de traceurs sphériques**

Ci-après une reproduction de l'article [95] dans lequel nous proposons une nouvelle méthode permettant de produire des traceurs sphériques à base de dideutérium  $D_2$  solide.

# Controlled spherical deuterium droplets as lagrangian tracers for cryogenic turbulence experiments

Clément Bret,<sup>1</sup> Jérôme Chartier,<sup>1</sup> Pantxo Diribarne,<sup>1</sup> Jérôme Duplat,<sup>1</sup> and Bernard Rousset<sup>1</sup>  
*dSBT/IRIG CEA, Université Grenoble Alpes - F-38054 Grenoble, France*

The study of the smallest scales of turbulence by (lagrangian) particle tracking faces two major challenges: the requirement of a 2D or 3D optical imaging systems with sufficiently high spatial and temporal resolution, and the need for particles that behave as passive tracers when seeded into the flow. While recent advances in the past decade have led to the development of fast cameras, there is still a lack of suitable methods to seed cryogenic liquid helium flows with mono-disperse particles of sufficiently small size, of the order of a few micrometers, and a density close enough to that of helium. Taking advantage of the surface tension, we propose two different techniques to generate controlled liquid spherical droplet of deuterium over a liquid helium bath. The first technique operates in a continuous mode by fragmenting a liquid jet thanks to the Rayleigh-Taylor instability. This results in the formation of droplets with a diameter distribution of  $2 \pm 0.25D_N$  where  $D_N$  is the diameter of the jet nozzle ( $D_N = 20\mu\text{m}$  in the present experiment). This method offers a high production rate, greater than 30 kHz. The second technique operates in a drop-on-demand mode by detaching droplets from the nozzle using pressure pulses generated by a piezoelectric transducer. This approach yields a much narrower diameter distribution of  $2.1 \pm 0.05D_N$  but at a smaller production rate, in the range 500 Hz-2 kHz. The initial trajectories and shapes of the droplets, from the moment they are released from the nozzle until they falls 3 mm below, are investigated and discussed based on back-light illumination images.

## I. INTRODUCTION

Liquid helium has attracted much interest for the study of hydrodynamics mainly due to its potential to produce highly turbulent flows in laboratory size experiments. In its normal state, He I, liquid  $^4\text{He}$  has a kinematic viscosity of the order of  $2 \times 10^{-8} \text{m}^2/\text{s}$ , i.e. almost fifty times lower than that of water at room temperature. The range of accessible turbulent Reynolds numbers  $Re$  is typically  $10^2$ - $10^5$  in apparatus of size 1 mm to 1 m. The counterpart is that in order to study the structure of turbulence down to dissipative Kolmogorov length scales  $\eta$ , measurement instruments must have spacial resolutions of the order of  $50\mu\text{m}$  or below, even in large experiments<sup>1</sup>.

In the superfluid state, He II, the proper definition of dissipative scale is subject to debate. He II can be seen as an intimate mixture of two components<sup>2,3</sup>: the normal component behaves like a classical viscous fluid and carries all the entropy of the flow, while the superfluid component is inviscid and carries no entropy. The proportion of normal component goes from 100% at  $T_\lambda = 2.17\text{K}$  down to 0% at 0 K. One of the consequences is that vorticity in the superfluid component must be concentrated in thin atomic size filaments with a quantized circulation  $\kappa \approx 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$ . At high temperature they act as defects onto which the normal fluid excitations are scattered and share their momentum with the superfluid component. At low temperature vortex reconnections are thought to be the main mechanism by which mechanical energy is dissipated. In He II, in addition to the Kolmogorov length scale, the mean vortex spacing  $\delta$  is thus also a relevant scale when it comes to dealing with dissipation. In coflow homogeneous and isotropic turbulence, which is forced mechanically at large scale like in classical turbulence, Babuin *et al.*<sup>4</sup> have shown that  $\delta$  behaves like the Kolmogorov length scale, i.e.,  $\delta \propto Re^{-3/4}$ , and it is thus expected to be of the same order of magnitude (see also estimations of  $\eta$  and  $\delta$  in a towed grid experiment in Ref. [5]), i.e. a few tens of micrometers. On

the other hand, in counter-flow turbulence (see, e.g., Tough<sup>6</sup>), which is forced thermally and has no classical counterpart, the inter-vortex distance depends on the inverse of the applied heat flux and also reaches values of the orders of a few tens of microns in state of the art experiments<sup>7,8</sup>.

Despite recent progress, conventional Eulerian velocity sensors such as hotwires, Pitot or micro cantilever anemometers<sup>1,9-12</sup>, or He II specific vortex line density sensors<sup>13</sup> still do not permit reliable measurements at such small spatial scales. On the other hand, solid particle based Lagrangian measurements look like a promising candidate for accessing small scales and those techniques have attracted much more interest. Historically experimentalists have resorted to solidified gas flakes ( $H_2$ ,  $D_2$ ,  $H - D$ ,  $Ne$ ,  $N_2$ ), polymers, or hollow glass micro-spheres. Some counter-flow experiments in He II have shown that the interpretation of particle trajectories may be tricky though: when the two components are forced to flow in opposite directions, those experiments show that the distribution of particle velocities is bimodal, with part of the particles moving at the same velocity as the normal component, and part of them moving at an intermediate velocity between the two components (see Refs. [14-16]). This experimental observation is attributed to the trapping of some of the particles in the vortex tangle (see, e.g. Refs. 17 and 18) that is generated in the turbulent counter-flow. A number of theoretical and numerical efforts have been devoted to this puzzling phenomenon and more generally to the vortex-particle interaction (see, e.g., Refs. [19 and 20] and references therein) all of which postulate spherical symmetry for the particles. This condition is never met in practice since most experiments nowadays use frozen hydrogen or deuterium flakes. Careful experimental work is needed to decide to what extent theoretical and numerical results are applicable to real life experiments and build a proper framework for the interpretation of particle trajectories at scales close to the inter vortex spacing. In particular understanding which geometrical parameters influence the trapping of particles, would

be helpful in determining to which velocity fields a particle is attached to depending on the underlying flow forcing<sup>21</sup>.

In this article we describe two different techniques to produce spherical particles with controlled diameter. The principle is to inject spherical liquid droplets in gaseous helium and let them freeze as they approach the helium free surface below. The droplet production is obtained either using the fragmentation of a liquid jet through the Rayleigh-Plateau instability or using a drop-on-demand piezo assisted device. Those techniques can be applied to any liquid with a density higher or equal to that of helium, and we chose  $D_2$  for this first proof of concept.

After a short review of available techniques to obtain spherical particles, we describe our experimental setup and our first results.

## II. AVAILABLE SPHERICAL PARTICLES AT CRYOGENIC TEMPERATURE

Zhang *et al.*<sup>22</sup> have written an extensive review of available solid particles at cryogenic temperatures and, even though it dates back 20 years, references therein are still relevant (except maybe the available manufacturers which may have disappeared or discontinued production for some particle types).

Commercially available solid tracers have been used successfully<sup>23–25</sup>, but the density of the particles (even hollow ones) is always higher than that of liquid helium for diameters less than a few tens of micrometers. Other attempts have been made using more exotic particles, e.g., electrons<sup>26,27</sup> or fluorescent nanoparticles<sup>28</sup>. Unfortunately, the former involves intense sound waves<sup>29</sup> affecting the local velocity, and the latter, due to the low efficiency of fluorescence, requires very long exposure times and/or high lightning power density (of order 30 ms for 20 kW/m<sup>2</sup>). Excimer<sup>30</sup> are another exotic kind of particles that have shown to be useful at tracking e.g. the spreading of fluid particles initially aligned, but those kind of particles are inappropriate for individual tracking, and for the analysis of the statistics of, e.g., particle acceleration or separation in time.

Injection of mixtures of various gases (Ne, Air, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, D<sub>2</sub>...) highly diluted in helium gas is now the most common way for producing particles for tracking in cryogenic helium. These H<sub>2</sub> or D<sub>2</sub> flakes are neither spherical nor monodisperse in size though.

Çelik *et al.*<sup>24</sup> tried to inject liquid H<sub>2</sub> – D<sub>2</sub> mixtures in liquid and take advantage of the surface tension to produce spherical liquid droplets in the gaseous helium sky above a liquid helium bath. The apparatus consisted of a drop-on-demand device with a 1 mm diameter orifice assisted by a mechanical oscillator. Unfortunately, the large orifice size used at the time did not allow the spherical shape or the initial droplet of to be maintained until the droplet froze. They also tried to produce neon droplets in atomization regime<sup>31</sup>, but the resulting range of droplets diameters was quite large.

In the community of particle physics, there is also a need for small spherical solid targets to study laser interactions or collisions with exotic ions. Two main teams contributed the

development of spherical solid particles injectors in vacuum based on the Rayleigh Plateau instability<sup>32–34</sup>, assisted by a vibrating piezoelectric transducer. The main difference between their respective approaches resides in the way they cope with the necessity of letting the pressure surrounding the droplets decrease from the triple point pressure to vacuum.

In this article, we present two solutions dedicated to the injection of D<sub>2</sub> droplets above a liquid helium bath using two techniques. The first, similar to Refs. [32 and 34], is based on the Rayleigh Plateau instability and is suitable for producing large amounts of seeding particles, while the second is a drop-on-demand mode with better control on the diameter distribution but smaller particle production rate.

## III. EXPERIMENTAL SETUP

We describe in the following two subsections the apparatus and the deuterium injection procedure.

### A. Apparatus

The experiment was carried out in the OGRES cryostat<sup>25</sup> which was entirely redesigned for better optical accuracy and thermal efficiency (see Fig. 1).

The cryostat is made of two stainless steel vessels equipped with flat visualization windows. In the interstitial space between the two vessels, the pressure is kept below  $1 \times 10^{-6}$  mbar and a thermal copper shield is maintained at  $T_{\text{screen}} \approx 100$  K by a controlled flow of liquid nitrogen, in order to prevent heat losses.

The deuterium injection system is made of three successive parts: (i) the gas injection tank and associated valves at room temperature, (ii) the liquid reservoir and (iii) the droplet production nozzle at low temperature. The latter are inside the cryostat, suspended above the liquid helium bath with which they are thermally linked through a copper wire.

The liquid deuterium reservoir is where the condensation of gas deuterium happens. It is made of a cylindrical copper part, 3 cm in diameter and 4 cm in height, in which are drilled 16 parallel channels 3 mm in diameter, leading to a 3.4 cm<sup>3</sup> internal volume. This geometry has been chosen to maximize the heat exchange surface between the copper and the gas deuterium and thus enhance the D<sub>2</sub> condensation rate.

The injection nozzle is a Microfab<sup>®</sup> MJ-SF-02-20, with a nozzle diameter  $D_N = 20 \mu\text{m}$ , plugged below the reservoir through a 5  $\mu\text{m}$  porous filter attached to the VCR fitting seal.

Both the liquid reservoir and the nozzle are equipped with a 100  $\Omega$  heater resistor and a pre-calibrated Cernox<sup>®</sup> thermometer. Their temperature can thus be controlled independently. Since, in normal conditions, the deuterium inside the reservoir is at saturation pressure, we can also use the absolute pressure of the reservoir, or the pressure difference  $\Delta P_R$  between the cryostat and the reservoir as an input for the control system, allowing for fine tuning of the liquid ejection velocity.

The visualization system consists in a Photron<sup>®</sup> Fastcam SA5 camera, with a cropped field of view of 1016  $\times$  64 pix-

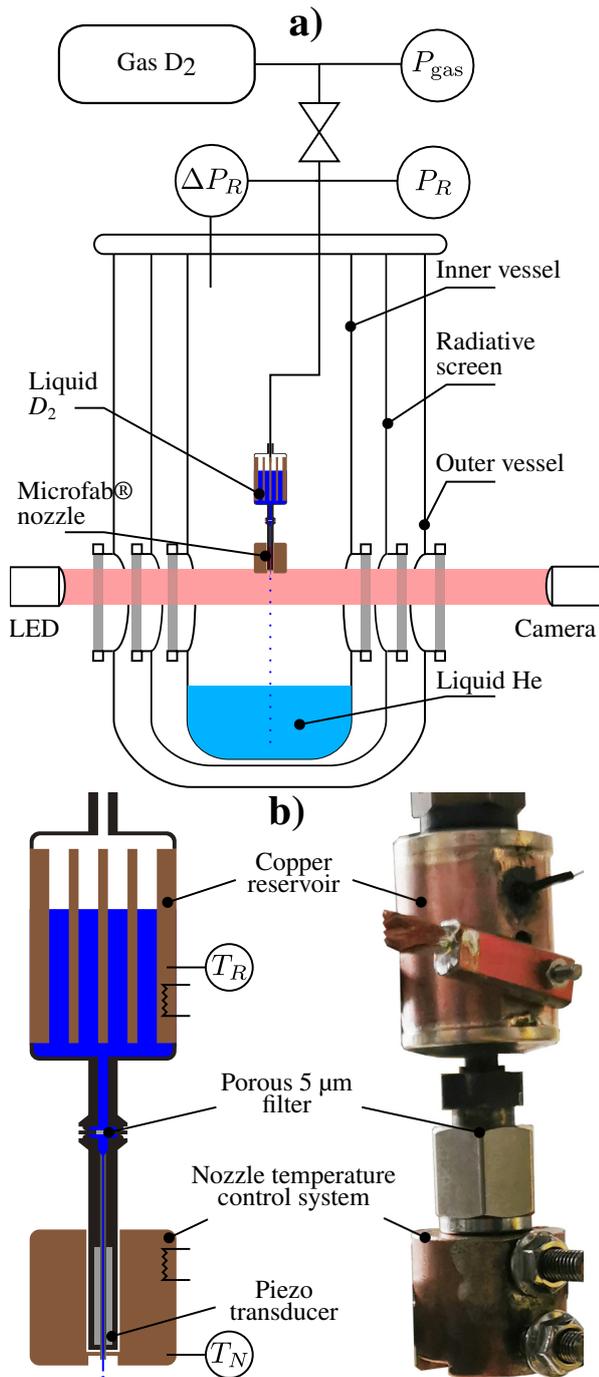


FIG. 1. a) Schematic of the OGRES cryostat. b) Details of the deuterium injection system.

els, operated at frame rates in the range 30-150 kHz, and a Thorlabs<sup>®</sup> collimated red LED M625L2-C4 for the light source. The camera is fitted with a Questar<sup>®</sup> QM 100 long distance microscope leading to a spatial resolution of about 4.6 μm/pixel.

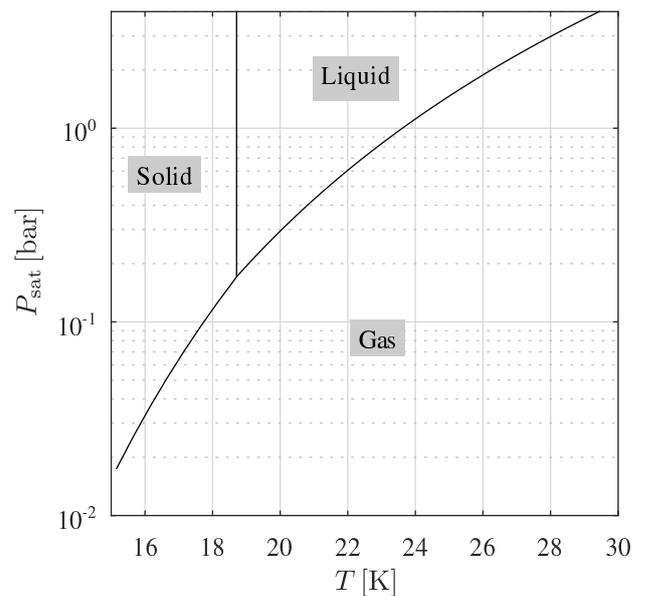


FIG. 2. Phase diagram of deuterium. Liquid-gas saturation pressures data are obtained using the CoolProp library<sup>35</sup>. Solid-liquid and solid-gas saturation pressures are obtained from Gas Encyclopedia.

## B. Injection procedure

Two techniques are used to produce spherical droplets: the Rayleigh-Plateau jet fragmentation and piezo-assisted drop-on-demand.

In both cases the procedure to prepare liquid deuterium and tune the pressure difference is the same. First the reservoir, which is initially filled with gas helium, has to be sealed in order to allow the condensation of liquid deuterium. The temperature of the reservoir is maintained at  $T_R \approx 22$  K, i.e. above the triple point of deuterium ( $T \approx 18.7$  K, see Fig. 2), while the nozzle temperature is kept below, at  $T_N \approx 15$  K. Then the injection valve, connecting the deuterium gas tank, at room temperature and  $P_{\text{gas}} \approx 1.5$  bar, to the reservoir at low temperature, is open in order to let the deuterium in. After a few seconds, the pressure in the reservoir  $P_R$  starts to rise until it reaches  $P_R = P_{\text{gas}}$ , indicating that the nozzle has been sealed by a plug of frozen deuterium.

The reservoir is then filled with liquid deuterium by successively, opening the valve a few seconds, and closing it. Unless the reservoir is full, after closing the valve the pressure decreases down to the saturation pressure at 22 K ( $P_{\text{sat}} \approx 0.7$  bar) in a few tens of seconds. We reiterate this operation until the pressure in the reservoir stops decreasing, which indicates that the reservoir is full of liquid at which point we are ready to produce D<sub>2</sub> droplets.

At this point, in order to let the liquid deuterium flow out, the frozen deuterium plug is melt down by increasing the nozzle temperature above the triple point, usually  $T_N \approx 21$  K.

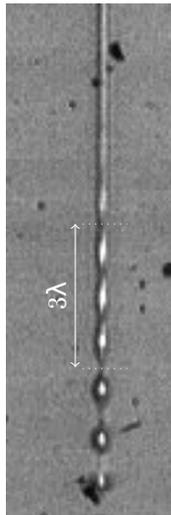


FIG. 3. Destabilization and fragmentation of the deuterium jet

#### IV. DROPLET PRODUCTION

In this section we describe the droplets produced after breakup of a continuous jet and with piezo-assisted drop-on-demand technique.

##### A. Continuous jet

Downstream of the nozzle, a cylindrical jet of liquid deuterium is formed in an atmosphere of gas helium. The diameter  $D_J$  of the jet is indistinguishable from the nozzle diameter  $D_N$ . This jet progressively destabilizes in a varicose mode of which the wavelength  $\lambda$  is estimated to be of the order of  $\lambda \approx 4 - 5D_N$  (see Fig. 3). Finally the jet breaks up into droplets, typically at a distance of 1 mm ( $\approx 50D_N$ ) from the nozzle.

These droplets have a rectilinear trajectory at constant velocity (see Fig. 4). Each droplet being in the wake of the preceding droplet, it experiences a negligible drag and thus keeps its initial velocity equal to the velocity of the jet  $v_J$ . The explored range of pressure differences between the deuterium reservoir and the helium cryostat is 60-89 mbar. In those conditions,  $v_J$  ranges between 4 m/s and 12 m/s, which is much larger than the expected settling velocity  $v_s$  of an isolated droplet. The latter is given, for deuterium particles in quiescent helium, by

$$v_s = \frac{D^2 g}{18\nu} \left( \frac{\rho_{D_2}}{\rho_{He}} - 1 \right), \quad (1)$$

where  $\nu$  is the kinematic viscosity of helium. Assuming the surrounding helium is at 10 K,  $v_s \approx 0.1$  m/s.

The inter-droplet distance immediately downstream of the jet breakup is an indirect measure of the droplet production frequency. The distribution of these distances, shown in

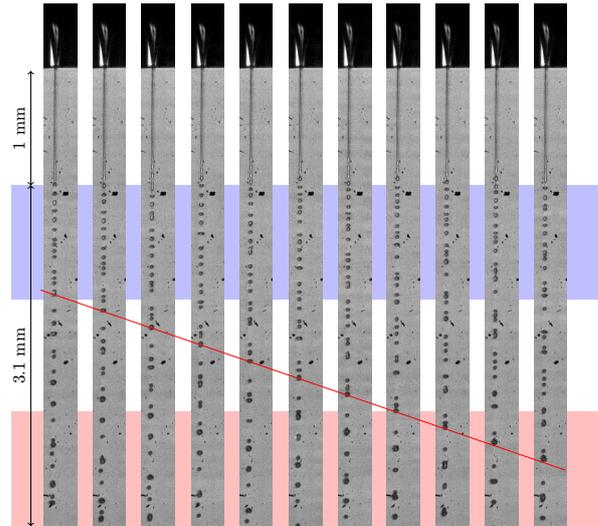


FIG. 4. Snapshots of the deuterium jet and droplets. From left to right, frames are separated by  $33.3 \mu\text{s}$ . The red line indicates the trajectory of one single droplet and allows for measuring the droplet and jet velocity ( $v_J \approx 4.4$  m/s). The blue area indicates the region near the breakup. The red area indicates the furthest region.

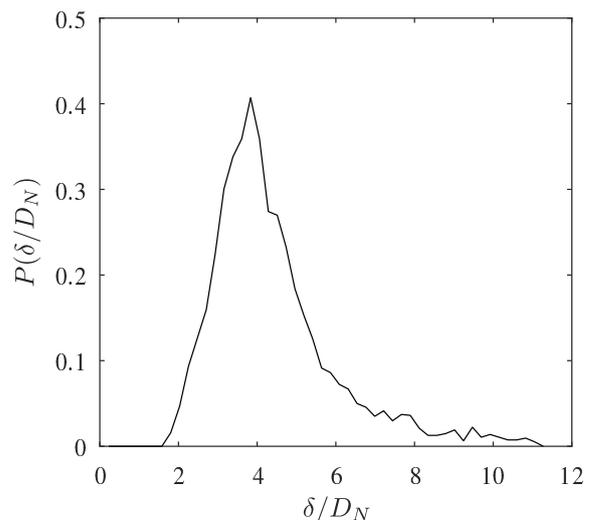


FIG. 5. Distribution of the inter-droplet distance

Fig. 5, is characterized by a mean distance  $\langle \delta \rangle \approx 4.4D_N$  and a standard deviation  $\sigma_\delta \approx 1.6D_N$ , in agreement with the wavelength of the instability observed directly on the jet in Fig. 3. This observation is the signature of the Rayleigh-Plateau instability (see Refs. [36–39]) whose most unstable mode is characterized by a wavelength  $\lambda_{max} = \pi/0.607D_N \approx 4.5D_N$ .

The apparent area  $A$  of the droplets is measured and their diameter  $D$  and volume  $V$  are deduced by assuming the sphericity of the droplets  $D = 2(A/\pi)^{1/2}$  and  $V = \frac{4\pi}{3}(A/\pi)^{3/2}$ . The distribution of droplet diameters is shown in Fig. 6. The most probable diameter  $D^* \approx 1.9D_N$  is in agreement with

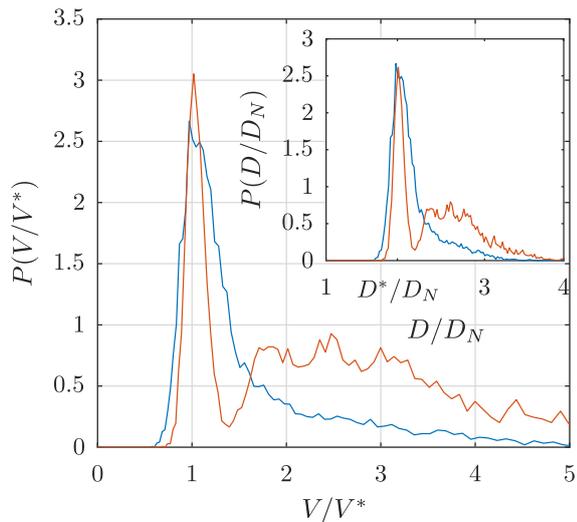


FIG. 6. Distribution of droplet adimensionalized volume (main figure) and diameter (insert). The distributions are computed over 17500 particles in the region near the breakup (blue) and 12500 particles in the lowest visualized region (red) (see Fig. 4). As the jet direction is not strictly aligned with the camera focal plane, droplets far from the nozzle are slightly out of focus. The calibration of the lowest zone is thus adjusted so that the volume of single droplets in higher and lowest zone coincide

the Rayleigh-Plateau instability mechanism mentioned above. The overall diameter distribution is  $D = 2 \pm 0.25D_N$ . The distribution of droplet volumes is also shown in Fig. 6 adimensionalized by the most probable volume  $V^* = \pi D^{*3}/6$ . Immediately after the jet breakup the droplets have an average volume  $V \approx 1 \pm 0.2V^*$ .

At the lowest point of our field of view (at a distance  $2 \rightarrow 3$  mm or  $100 \rightarrow 200D_N$  downstream the jet breakup), the volume distribution is polydisperse, with the presence of larger droplets (see Fig. 6). These droplets result from the coalescence of 2, 3, or more rarely 4 initial droplets. In this observation area, about 1/3 of the droplets are the result of such a process. At this stage, this coalescence phenomenon concerns about 50 % of the initially formed droplets. It is made possible by the fact that the ejection speed of the droplets is slightly distributed: to erase the initial separation distance ( $4.5D_N$ ) over a distance of  $100D_N$ , a velocity difference of 4.5 % is sufficient. This gives an order of magnitude of the width of the velocity distribution of the droplets.

The collection of droplets (and therefore of tracers) finally obtained is therefore not strictly monodisperse. However, the diameter distribution remains reasonably narrow: the maximum observed volume for the droplets corresponds to the coalescence of 4 initial droplets, which corresponds to an increase in the initial diameter of 60 % only.

## B. Drop-on-demand

In the drop-on-demand mode, the pressure difference that is necessary to make the liquid flow out of the nozzle is supplied by periodic *water hammer* like pressure pulses. Actually, the average pressure difference between the liquid deuterium reservoir and the helium cryostat has to be much smaller than in continuous mode, and was maintained at  $\Delta P = 5$  mbar.

The pressure pulses are obtained thanks the 30 mm long glass duct upstream the nozzle that is encapsulated in a piezo-transducer. Driving the transducer with suitable voltage pulses (see the example in Fig. 7), one can modulate the diameter of the tube and create the above mentioned water hammer like pressure increases at the nozzle, leading to the detachment of liquid droplets.

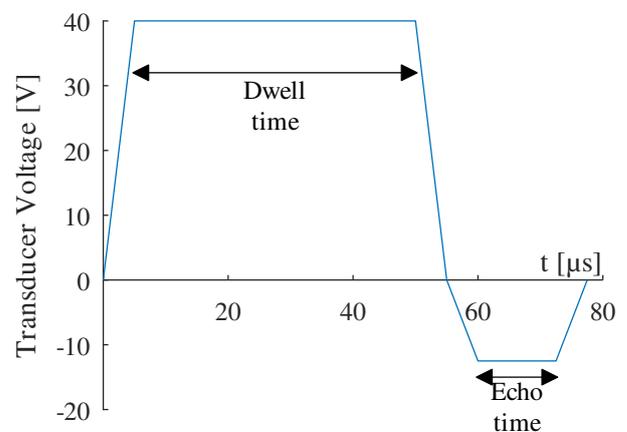


FIG. 7. Typical shape of the driving voltage for the piezo-transducer.

Depending on the excitation parameters each pulse produces either a single droplet or a pair of droplets: the main one and a so called satellite which is smaller, and ejected in a different direction than the former.

Due to the different ejection directions, coalescence of droplets is much less probable than in the continuous jetting setup. Nevertheless, we could clearly observe such droplet coalescence of fast main droplets with slow satellites. This shows that no complete freezing happens in the observation area, at least for the fastest particles.

Due to the finite depth of field of our setup, the apparent area of droplets varies continuously along the measurement region. In absence a robust criterion to decide where the droplet is in focus, we chose to measure the mean diameter and its standard deviation in the 1 mm long region where the area is minimum. With this criterion the diameter of the main droplet has a diameter  $D/D_N \approx 2.1 \pm 0.03$ , independent of the presence of a satellite (see Fig. 8). The latter, when present, has a smaller diameter and velocity. The observed values for the mean diameter, its dispersion, and the initial droplet velocity are summarized in table I.

Contrary to the continuous jet setup, the distance between the droplets is large, of the order of tens of droplet diameters,

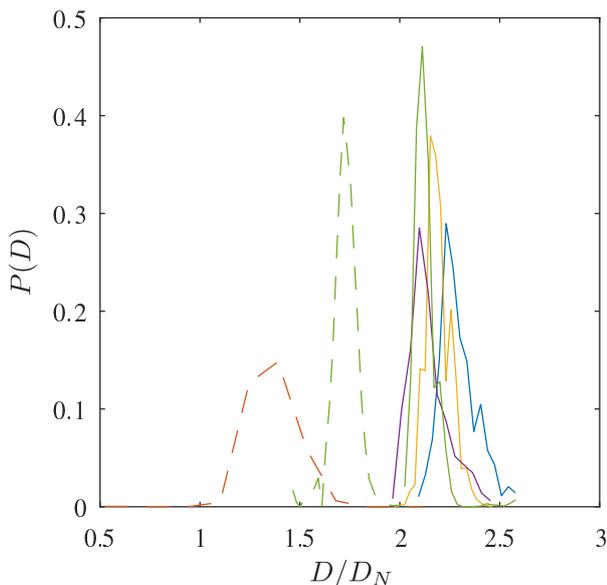


FIG. 8. Distribution of droplet diameter computed over an average of 106 particles for the five drop-on-demand runs: 1 (blue), 2 (red), 3 (yellow), 4 (purple) and 5 (green). Solid lines correspond to main droplets while dashed lines correspond to satellites.

TABLE I. Summary of droplet characteristics in drop-on-demand setup. The diameter  $D$  and its standard deviation  $D$  are measured over a 1 mm region where the apparent droplet area is minimum. The initial velocity  $v_0$  is computed at the beginning of valid tracks.

N	Main		Satellite	
	$D/D_N$	$v_0$ [m/s]	$D/D_N$	$v_0$ [m/s]
1	$2.2 \pm 0.02$	1.7	-	-
2	-	-	$1.4 \pm 0.18$	0.2
3	$2.2 \pm 0.07$	1.1	-	-
4	$2.1 \pm 0.02$	1	-	-
5	$2.1 \pm 0.03$	1.8	$1.7 \pm 0.04$	0.8

and the surrounding helium can be considered at rest. One of the consequences is that the droplet velocity decreases much more rapidly than in continuous mode. The settling velocity,  $v_s \approx 0.1$  m/s at  $T = 15$  K, is reached in the field of view for the slowest droplets. For the fastest droplets, we could verify that approximating their velocity by integrating the equation of motion

$$v(t) = v_0 + \int_0^t dt' \left[ (1 - \rho_{He}/\rho_{D_2})g - Cx \frac{3\rho_{He}}{4\rho_{D_2}D} v(t')^2 \right], \quad (2)$$

where  $Cx \approx 24/Re \times (1 + 0.15Re)^{0.687}$  is the drag coefficient for a sphere at low to moderate Reynolds number<sup>40</sup>,  $Re = Dv/\nu$ , gives very good agreement and that they reached the terminal velocity at a maximum distance from the nozzle of about 6 mm.

## V. POST EVOLUTION AND FREEZING

Inside the field of view we observe the coalescence of the deuterium droplets, which shows that they are in a liquid state.

In order to determine the future evolution of these droplets, we propose below a rough model of the heat exchange they undergo, in order to estimate an order of magnitude of their freezing time. This estimation is particularly difficult, as the temperature field in the helium atmosphere is not well known: near the helium liquid bath surface, it is equal to the saturation temperature ( $T = 4.2$  K), while near the injector, it is thermally influenced by the nozzle heater (probably close to 15-20 K).

The heat exchange undergone by the droplets is the result of two contributions: (i) the heat convection flux  $\varphi_{conv}$ , due to the temperature difference between the surface of the droplets (at  $T_{surf}$ ) and the helium atmosphere (at  $T_{He}$ ), and (ii) the evaporation  $\varphi_{evap}$  due to the deuterium concentration gradient. If we assume that the typical distance over which both the temperature and concentration gradients are established is of the order of the drop radius  $R_d = 20$   $\mu$ m, we can give a rough estimate of both terms. The convection term can be written:

$$\varphi_{conv} \sim \frac{k(T_{surf} - T_{He})}{R_d} \approx 16 \text{ kW/m}^2, \quad (3)$$

with  $T_{He} = 4.2$  K,  $T_{surf} = 20$  K, and  $k \approx 0.02$  W/K (obtained from Hepak<sup>®</sup> library) is the thermal conductivity of helium at an intermediate temperature  $T = 12$  K. The heat flux associated with the evaporation of liquid deuterium is given by Fick's law for mass diffusion, due to deuterium concentration gradients, multiplied by the evaporation enthalpy. Given that the partial pressure of deuterium at the surface of the droplet is the saturation pressure,  $P_{sat} = 0.17$  bar, and assuming that it becomes negligible a few radius  $R_d$  away, one can write the associated heat flux:

$$\varphi_{evap} \sim \Delta H_{vap} \frac{D_{D_2/He} M P_{sat}}{R_d R_i T_{surf}} \approx 21 \text{ kW/m}^2, \quad (4)$$

with  $\Delta H_{vap} = 320$  kJ/kg the latent heat of vaporization,  $D_{D_2/He} \approx 1.5 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s the diffusion coefficient of deuterium vapor in helium (assumed to be equal to the kinematic viscosity of helium obtained from Hepak<sup>®</sup> library),  $M = 4$  g/mol the molecular mass of deuterium and  $R_i$  the perfect gas constant.

For an accurate estimation, a distinction must be made between the behavior of droplets resulting from jet breakage by the Rayleigh-Plateau mechanism, and those resulting from the drop-on-demand process. As shown by the analysis of their trajectory, the former are in the wake of each other (their displacement is at constant speed). Their wake is then at a temperature close to the temperature of the droplets, and the concentration of deuterium vapor close to saturation. The effective exchange surface  $S$  for a droplet is thus that of a cylinder of radius  $R_d$  and height  $\delta \sim 4.5D_N \sim 4.5R_d$ , and does not differ significantly from the surface of the droplets. For the drop-on-demand case, the droplets can be considered as isolated. Moreover, their velocity is low ( $Re \sim 20$ ) so that convection effects do not modify the orders of magnitude.

Neglecting sensitive heat (Stefan number is  $Ste = C\Delta T/\Delta H_{sol} \approx 0.16$  with  $\Delta T = T_{init} - T_{sol} = 2\text{ K}$ ,  $\Delta H_{sol} \approx 49\text{ kJ/kg}$  and  $C \approx 4\text{ kJ/kg}$ , see Souers<sup>41</sup>), we expect the droplets to freeze in a time of the order of

$$\tau = \frac{m_d \Delta H_{sol}}{4\pi R_d^2 (\phi_{cond} + \phi_{evap})} \sim 1.5\text{ ms.} \quad (5)$$

For this estimate of the freezing time to be relevant, we must ensure that the heat has time to leave the drop by diffusion from its core to its surface. The thermal diffusion time is given by  $\tau_{diff} = R_d^2/4D_{th} = 0.7\text{ ms}$ , where  $D_{th} \approx 1.4 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}$  designates the thermal diffusivity in liquid deuterium. Although not negligible, this time is effectively shorter than the freezing time, which ensures that the drop freezes en masse. Due to the strong temperature dependence of the exchange coefficients of gas helium, the exchanges are overestimated (by a factor not exceeding 2). In the absence of a better knowledge of the conditions, we therefore remain with these estimates.

For droplets formed from a continuous jet (Rayleigh-Plateau fragmentation), we expect droplet freezing to occur at a distance of about 6 to 18 mm from the nozzle (i.e. 2–4 times the height of the field of view). The droplet coalescence processes observed in the viewing area are therefore likely to occur again. However, due to the conservation of the global momentum, the velocity of the coalesced droplets is the average of the velocities of the droplets that form it. It is therefore less widely distributed. The inter-droplet distances are increased in proportion to the coalescence number. The evolution of the volume distribution of the droplets should therefore be limited and our observations should be representative of the final sizes of the tracers.

For the drop-on-demand experiments, the time of presence of the droplets in the viewing area is comparable to the estimated freezing time. The observation of the absence of freezing does not contradict our estimates, as a higher temperature of the helium vapours near the nozzle is expected.

In any event, if the injection nozzle is placed at a reasonable distance from the liquid helium free surface, say 10 cm, the travel time to reach the free surface (of order 1 s here) is expected to be much larger than the above estimations for freezing time. We thus expect that the droplets will freeze well before impinging the free surface and that droplets should retain their initial spherical geometry with a slightly smaller diameter: The density of solid deuterium being about 13% larger (see Souers<sup>41</sup>), the resulting particle diameter is expected to be 4.5% smaller.

## VI. CONCLUSIONS AND FURTHER REMARKS

In this section we first recall the main features of the two particle seeding techniques that we have described in this article. We then discuss their respective advantages, limitations and application field.

### A. Diameters distribution

The Rayleigh-Plateau fragmentation produces particles with overall diameters  $D = 2 \pm 0.25D_N$ . The quite large width of the distribution is essentially due to the coalescence of droplets with different velocities and this situation could actually be improved. In the current setup, the fragmentation frequency, and thus the width of the diameter distribution, is driven by the instability only. In order to improve the diameter distribution, we plan on using the piezo-actuator to prescribe the fragmentation frequency (see e.g. Refs. [32 and 34]). The expected effect of this strategy is twofold: (i) narrow down the size distribution of primary droplets and (ii) homogenize the particle velocities so that probability of particle collision gets smaller.

The drop-on-demand setup produces droplets with narrower diameter distributions of order  $D \approx 2.1 \pm 0.05D_N$ . Tuning the parameters of the piezo-actuator to produce single droplets (without satellite) is not an easy task though and the careful study of all those parameters is still work in progress.

In both cases the resulting particles diameter, of the order of 40  $\mu\text{m}$ , is higher than that reported for gas flakes, in the range 3–10  $\mu\text{m}$  (see, e.g., La Mantia and Skrbek<sup>42</sup>). Note though that the latter estimation is based on the assumption of sphericity and compacity, which has never been proven to the best of our knowledge.

Reaching smaller particle diameters, say 10  $\mu\text{m}$ , with our setup, would require using nozzles of diameter  $D_N = 5\text{ }\mu\text{m}$ . In order to retrieve the same Rayleigh-Plateau regime, we would have to make sure to stay in the same range of Weber numbers,

$$We = \rho_{D_2} v_n^2 D_N / \sigma, \quad (6)$$

where  $\sigma \approx 3.8\text{ mN/m}$  is the surface tension. This would involve increasing the nozzle velocity  $v_n$  by a factor of 2, leading to a pressure loss 32 times larger, still manageable. As for the drop-on-demand regime, the provider does not officially supply nozzle diameters lower than 20  $\mu\text{m}$  but can reduce the diameter on special request down to  $D_N = 5\text{ }\mu\text{m}$ .

### B. Particle production rate

The particle production rate for the Rayleigh-Plateau setup is essentially given by the jet velocity. The latter must be high enough to avoid dripping and low enough to not enter the first wind regime, where the influence of the surrounding gas flow becomes important. The transition from dripping to Rayleigh-Plateau (or jetting) regime is usually assumed to happen when the liquid Weber number exceeds a critical value of order  $We_c = 8$  (see Ref. 43). In the jetting regime the inter droplet distance is fixed  $\lambda \approx 9/2D_N$ , and the smallest achievable droplet production rate  $\dot{n}$  is thus given by

$$\dot{n} = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{We_c \sigma}{\rho_l D_N^3}}. \quad (7)$$

For liquid  $D_2$  through a 20  $\mu\text{m}$  orifice, the minimum frequency is thus of the order of  $\dot{n} \approx 33\text{ kHz}$  and this frequency

increases as the orifice diameter decreases.

In comparison, the production rate of the drop-on-demand setup is much lower: In our experiments we did not exceed  $\dot{n} = 500\text{Hz}$  but the device is theoretically designed to allow rates up to  $\dot{n} = 2\text{kHz}$ .

### C. Particles as tracers

The produced solid particles are intended to seed a flow of liquid helium and, ideally, to remain attached to a fluid particle. In a turbulent flow, spacial velocity fluctuations occurs on very small scales, down to  $\eta$  the Kolmogorov scale. For typical liquid helium turbulence experiments  $\eta$  is smaller than  $50\mu\text{m}$ , so that the particles described in the present paper fail to completely describe the smallest structures of most turbulent flows. However, commercially available hollow glass spheres with density matching that of liquid helium exceed  $80\mu\text{m}$  because of their finite thickness. Our particles are then better candidates. Producing smaller in size particles by simply choosing a smaller nozzle diameter will solve this issue.

The inertia of the particles is characterized by the particle velocity adaptation time  $\tau_p = \frac{D^2}{36} \frac{\rho_p + \rho_f}{\mu}$ . For the  $40\mu\text{m}$  particles we produced, this time is of the order of  $\tau_p \approx 3\text{ms}$ . This time should be compared with the characteristic time of velocity fluctuations at the particle scale ( $\tau_D = \tau_L(D/L)^{2/3}$  as  $D \gtrsim \eta$ ). For typical liquid helium turbulence  $\tau_D$  ranges from  $2\text{ms}$  to  $10\text{ms}$  for experiments conducted in metric vessels at high velocity<sup>1</sup>. This leads to stokes numbers of order unity, of the same order of magnitude as those computed by Outrata *et al.*<sup>44</sup> for  $30\mu\text{m}$  deuterium particles, and the requirement for a small inertia is thus nearly satisfied by our particles and this would be even more true for smaller particles.

Finally, the density of deuterium particles is slightly higher than that of liquid helium. They are therefore likely to sediment or more generally to not follow the streamlines of the flow and be attracted to areas of high pressure. The particles thus formed are therefore not perfect tracers of liquid helium flows. Note that both the settling velocity [eq. (1)] and the Stokes number are proportional to the square of the diameter, and that obviously decreasing the particle diameters will make those issues negligible. Moreover, it is possible to replace the deuterium with hydrogen deuteride (see, e.g., Švančara *et al.*<sup>8</sup>). The resulting particles density will match nearly perfectly that of liquid helium.

## VII. ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by CEA Bottom-Up Exploratory Programme (grant 21P44 MDET).

## VIII. DATA AVAILABILITY

The data that support the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

- <sup>1</sup>J. Salort, F. Chillà, E. Rusaouën, P.-E. Roche, M. Gibert, I. Moukharski, A. Braslau, F. Daviaud, B. Gallet, E.-W. Saw, B. Dubrulle, P. Diribarne, B. Rousset, M. B. Mardion, J.-P. Moro, A. Girard, C. Baudet, V. L'vov, A. Golov, and S. Nazarenko, *New J. Phys.* **23**, 063005 (2021).
- <sup>2</sup>L. Tisza, *Nature* **141**, 913 (1938).
- <sup>3</sup>L. Landau, *Phys. Rev.* **60**, 356 (1941).
- <sup>4</sup>S. Babuin, E. Varga, L. Skrbek, E. Lévêque, and P.-E. Roche, *Europhysics Letters* **106**, 24006 (2014).
- <sup>5</sup>Y. Tang, W. Guo, V. S. L'vov, and A. Pomyalov, *Phys. Rev. B* **103**, 144506 (2021).
- <sup>6</sup>J. Tough (Elsevier, 1982) pp. 133–219.
- <sup>7</sup>P. Švančara and M. La Mantia, *Journal of Fluid Mechanics* **876**, R2 (2019).
- <sup>8</sup>P. Švančara, P. Hrubcová, M. Rotter, and M. La Mantia, *Phys. Rev. Fluids* **3**, 114701 (2018).
- <sup>9</sup>D. Duř, C. Baudet, J.-P. Moro, P.-E. Roche, and P. Diribarne, *Reviews of Scientific Instruments* **86**, 025007 (2015).
- <sup>10</sup>P. Diribarne, B. Rousset, Y. A. Sergeev, J. Valentin, and P.-E. Roche, *Phys. Rev. B* **103**, 144509 (2021), publisher: American Physical Society.
- <sup>11</sup>P. Diribarne, M. Bon Mardion, A. Girard, J.-P. Moro, B. Rousset, F. Chilla, J. Salort, A. Braslau, F. Daviaud, B. Dubrulle, B. Gallet, I. Moukharski, E.-W. Saw, C. Baudet, M. Gibert, P.-E. Roche, E. Rusaouen, A. Golov, V. L'vov, and S. Nazarenko, *Phys. Rev. Fluids* **6**, 094601 (2021).
- <sup>12</sup>J. Salort, A. Monfardini, and P.-E. Roche, *Review of Scientific Instruments* **83**, 125002 (2012).
- <sup>13</sup>E. Woillez, J. Valentin, and P.-E. Roche, *Europhysics Letters* **134**, 46002 (2021).
- <sup>14</sup>T. Zhang and S. W. Van Sciver, *Journal of Low Temperature Physics* **138**, 865 (2005).
- <sup>15</sup>B. Mastracci, S. Bao, W. Guo, and W. F. Vinen, *Phys. Rev. Fluids* **4**, 083305 (2019).
- <sup>16</sup>P. Švančara, D. Duda, P. Hrubcová, M. Rotter, L. Skrbek, M. La Mantia, E. Durozoy, P. Diribarne, B. Rousset, M. Bourgoïn, and et al., *Journal of Fluid Mechanics* **911**, A8 (2021).
- <sup>17</sup>M. Gibert, C. Peretti, J. Vessaire, and E. Durozoy, “Direct visualization of the quantum vortex density law in rotating 4He,” (2022), arXiv:2212.12250 [cond-mat.other].
- <sup>18</sup>G. P. Bewley, M. S. Paoletti, K. R. Sreenivasan, and D. P. Lathrop, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **105**, 13707 (2008).
- <sup>19</sup>S. Yui, H. Kobayashi, M. Tsubota, and W. Guo, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 155301 (2020).
- <sup>20</sup>U. Giuriato and G. Krstulovic, *Scientific Reports* **9**, 4839 (2019).
- <sup>21</sup>J. I. Polanco and G. Krstulovic, *Phys. Rev. Fluids* **5**, 032601 (2020).
- <sup>22</sup>T. Zhang, D. Celik, and S. W. Van Sciver, *Journal of Low Temperature Physics* **134**, 985 (2004).
- <sup>23</sup>F. Bielert and G. Stamm, *Cryogenics* **33**, 938 (1993).
- <sup>24</sup>D. Çelik, M. R. Smith, and S. W. Van Sciver, “A particle seeding apparatus for cryogenic flow visualization,” in *Advances in Cryogenic Engineering*, edited by Q.-S. Shu (Springer US, Boston, MA, 2000) pp. 1175–1180.
- <sup>25</sup>F. Sy, P. Diribarne, B. Rousset, M. Gibert, and M. Bourgoïn, *Phys. Rev. Fluids* **6**, 064604 (2021).
- <sup>26</sup>E. J. Yarmchuk, M. J. V. Gordon, and R. E. Packard, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 214 (1979).
- <sup>27</sup>W. Guo, D. Jin, G. M. Seidel, and H. J. Maris, *Phys. Rev. B* **79**, 054515 (2009).
- <sup>28</sup>D. P. Meichle and D. P. Lathrop, *Review of Scientific Instruments* **85** (2014), 10.1063/1.4886811, 073705.
- <sup>29</sup>W. Guo, M. La Mantia, D. P. Lathrop, and S. W. Van Sciver, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **111**, 4653 (2014).
- <sup>30</sup>W. Guo, *Journal of Low Temperature Physics* **196**, 60 (2019).
- <sup>31</sup>D. Celik and S. Van Sciver, *Experimental Thermal and Fluid Science* **26**, 971 (2002).
- <sup>32</sup>A. V. Boukharov, M. Büscher, A. S. Gerasimov, V. D. Chernetsky, P. V. Fedorets, I. N. Maryshev, A. A. Semenov, and A. F. Ginevskii, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 174505 (2008).
- <sup>33</sup>A. V. Boukharov, A. F. Ginevsky, and E. V. Vishnevsky, *Journal of Physics: Conference Series* **1565**, 012029 (2020).
- <sup>34</sup>R. A. C. Fraga, A. Kalinin, M. Kühnel, D. C. Hochhaus, A. Schottelius, J. Polz, M. C. Kaluza, P. Neumayer, and R. E. Grisenti, *Review of Scientific Instruments* **83** (2012), 025102.

- <sup>35</sup>I. H. Bell, J. Wronski, S. Quoilin, and V. Lemort, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **53**, 2498 (2014).
- <sup>36</sup>J. A. F. Plateau, *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Vol. 2 (Gauthier-Villars, 1873).
- <sup>37</sup>L. Rayleigh, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **34**, 177 (1892).
- <sup>38</sup>S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and hydromagnetic stability* (Oxford University Press, 1961).
- <sup>39</sup>D. B. Bogy, *Annual Review of Fluid Mechanics* **11**, 207 (1979).
- <sup>40</sup>V. L. Schiller, *Z. Vereines Deutscher Inge.* **77**, 318 (1933).
- <sup>41</sup>P. C. Souers, *Hydrogen Properties for Fusion Energy* (University of California Press, Berkeley, 1986).
- <sup>42</sup>M. La Mantia and L. Skrbek, *Europhysics Letters* **105**, 46002 (2014).
- <sup>43</sup>W. E. Ranz, *On sprays and spraying: A survey of spray technology for research and development engineers*, 65 (Literary Licensing, LLC, 1956).
- <sup>44</sup>O. Outrata, M. Pavelka, J. Hron, M. La Mantia, J. Polanco, and G. Krstulovic, *Journal of Fluid Mechanics* **924**, A44 (2021).

## Mesure de la densité de lignes de vortex en fonction de la température

Dans ce qui suit, on propose une méthode pour caractériser la densité de lignes de vortex en fonction de la température. Pour ce faire, introduisons un nouveau protocole. La première étape consiste à abaisser la température du bain aussi bas que possible (idéalement  $\sim 1.6$  K dans OGRES mais 1.85 K dans les mesures préliminaires rapportées ici). On fixe alors une fréquence d'excitation de la cavité résonnante de second son. On ferme ensuite la vanne de régulation du pompage du bain. Du fait des pertes thermiques, la température se met alors à dériver lentement (typiquement le bain passe de 1.8 K à 2.2 K en une vingtaine de minutes). Durant toute la dérive, on enregistre à la fois la température du bain et le signal d'amplitude de la détection synchrone. Du fait de l'évolution continue de la vitesse du second son avec la température, le vecteur d'onde  $k = \frac{2\pi f}{c_2}$  varie continûment et balaye une succession de pics de résonance (voir figure D.1).

En répétant alors le processus avec et sans forçage de l'écoulement, on se retrouve dans une situation analogue à celle de la première approche présentée dans la section 4.5. La figure D.1 présente les forêts de pics de résonance mesurées sur une plage de températures s'étalant de 1.85 K jusqu'à 2.15 K, moteur à l'arrêt et pour 3 forçages différents.

Après avoir délimité les bornes de température de chacun des pics, on peut déterminer, à partir la relation 4.21, les coefficients d'amortissement associés aux pics, d'abord lorsque la cavité est au repos, puis pour les 3 forçages testés. En associant ensuite à chaque pic sa température moyenne  $T$ , on peut estimer les valeurs du paramètre de fiction mutuelle  $B$  et de la vitesse de second son  $c_2$ , et en déduire, pour chaque intensité de forçage, la densité de lignes de vortex en fonction de la température :

$$\mathcal{L}(T) = \frac{6c_2(T)}{B(T)\kappa}(\alpha(T) - \alpha_0(T)). \quad (\text{D.1})$$

La figure D.2 présente alors les résultats obtenus.

Dans la gamme de températures explorée, dans un scénario où 100% de la dissipation est assurée par la friction mutuelle,

$$\epsilon = \nu_{eff}(\kappa\mathcal{L})^2,$$

on s'attend à ce que la viscosité effective,

$$\nu_{eff} = \gamma^2 \frac{B}{2} \frac{\rho_s \rho_n}{\rho^2} \kappa$$

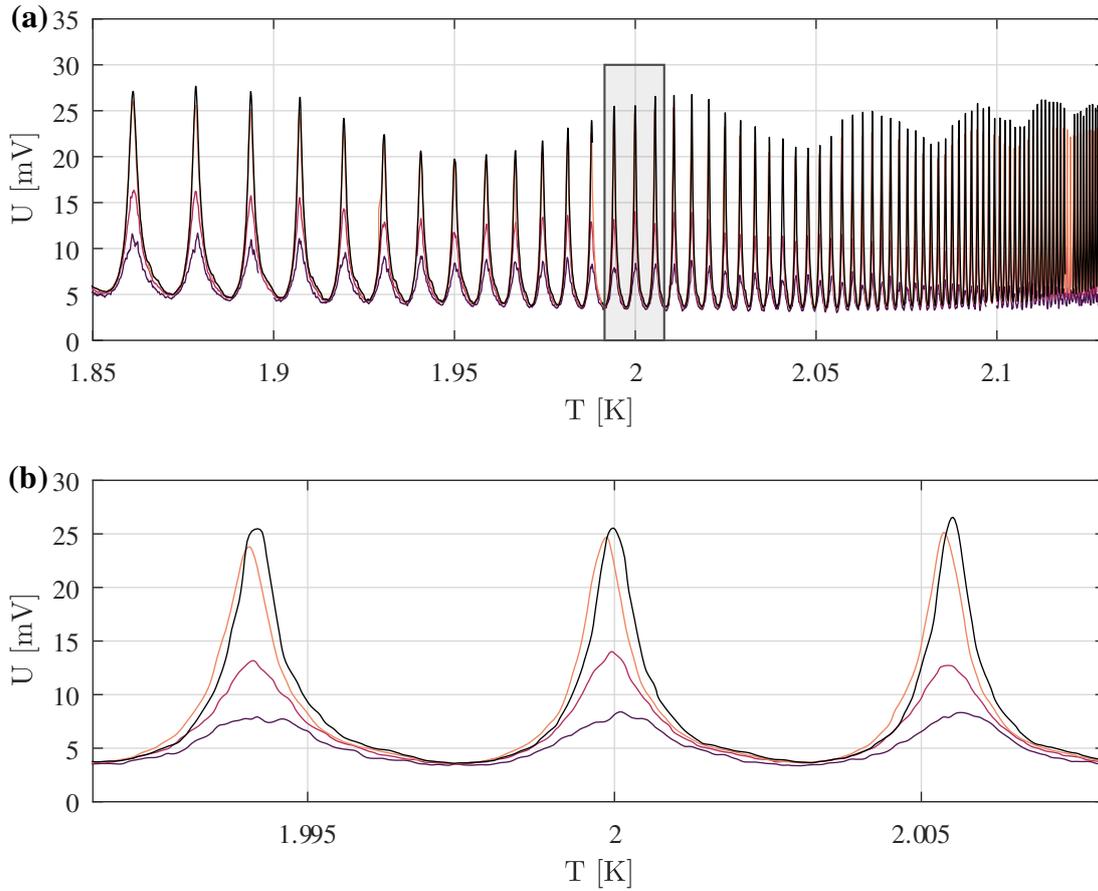


FIGURE D.1 – Évolution de l’amplitude de l’onde de second son établie dans la cavité pour une fréquence d’excitation de 7441 Hz en fonction de la température, en noir sans oscillation du moteur puis en dégradé de couleur pour  $f_{mot} = 6$  Hz et  $S_{mot} = \{8, 20, 28\}$  mm. a) Aperçu de toute la gamme de températures explorée. b) Zoom sur les trois pics de la zone grisée de la figure a). Les températures pour lesquelles les amplitudes sont maximales pour le forçage  $S_{mot} = 8$  mm semblent légèrement décalées des autres conditions sans que l’on ait identifié à ce jour la cause.

ne varie que marginalement (de moins de 12% entre sa valeur minimale à la plus haute température et maximale autour de 1.98 K) et donc que la densité moyenne de ligne de vortex  $\mathcal{L}$  ne varie que de 6%. Ainsi, ces mesures préliminaires ne permettent pas de trancher sur la validité du scénario (voir les sections 5.3.1 et 5.3.3 du chapitre 5 pour plus de détails).

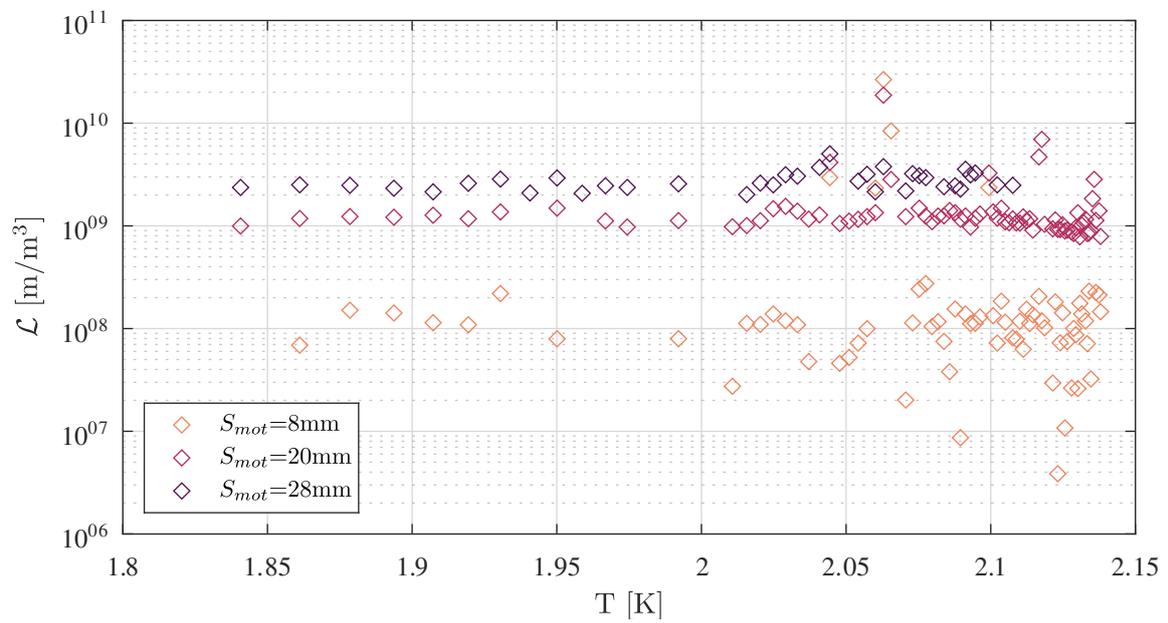


FIGURE D.2 – Influence de la température sur la densité moyenne de vortex de l'écoulement. Densité moyenne de lignes de vortex de l'écoulement en fonction de la température pour 3 conditions de forçage ( $f_{mot} = 6$  Hz et  $S_{mot} = \{8, 20, 28\}$ mm)



## Compilation des données expérimentales

Cette annexe regroupe l'ensemble des données expérimentales exploitées au cours de la thèse.

### E.1 Mesures 3D

Id. run	P [mbar]	T [K]	$f_{mot}$ [Hz]	$S_{mot}$ [mm]	$u_{x-y,rms}$ [mm/s]	$\epsilon$ [mm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
2	30	1.98	6	20	9.14 - 9.23	50.8
3	30	1.98	6	16	6.68 - 6.9	23
4	30	1.98	9	10	3.87 - 3.98	5.7
7	30	1.98	6	20	11.1 - 9.64	45.2

TABLEAU E.1 – Récapitulatif des données acquises avec le système 3D

### E.2 Mesures 2D

Id. run	P [mbar]	T [K]	$f_{mot}$ [Hz]	$S_{mot}$ [mm]	$u_{x-y,rms}$ [mm/s]
5	30	1.98	5	12	2.66 - 2.53
7	30	1.98	5	18	5.71 - 6.1
8	30	1.98	5	30	12.44 - 13.57
9	30	1.98	5	30	15.51 - 13.54
10	30	1.98	5	24	9.87 - 10.15
11	30	1.98	6	12	2.82 - 2.7
12	30	1.98	6	20	8.55 - 8.24
13	30	1.98	6	20	8.51 - 8.8
14	30	1.98	6	28	15.62 - 17.27
15	30	1.98	6	28	16.03 - 15.07
17	30	1.98	6	16	6.71 - 7.42
18	30	1.98	6	24	13.38 - 13.5
19	30	1.98	6	24	13.07 - 12.64
20	30	1.98	11	8	3.12 - 3.17

Id. run	P [mbar]	T [K]	$f_{mot}$ [Hz]	$S_{mot}$ [mm]	$u_{x-y,rms}$ [mm/s]
21	30	1.98	11	8	2.93 - 3.06
25	100	2.4	5	24	9.8 - 9.69
26	100	2.3	5	24	10.03 - 10.53
27	100	2.18	5	18	6.33 - 6.34
28	100	2.2	5	18	6.98 - 6.73
29	1000	3.7	5	18	2.81 - 3.21
32	100	2.19	11	8	7.12 - 7.3
33	100	2.19	11	8	3.86 - 4.44
34	100	2.3	6	24	11.6 - 11.25
35	100	2.23	6	24	10.77 - 11.6
38	7.5	1.6	4	22	7.26 - 7.15
39	7.5	1.6	4	22	7.62 - 7.45
40	7.5	1.6	11	8	3.39 - 3.39
41	7.5	1.6	6	24	14.36 - 14.93
42	7.5	1.6	6	24	12.43 - 12.86
43	7.5	1.6	6	16	6.46 - 7.41
48	1000	3.2	6	24	12.39 - 13.22
50	30	1.98	8	16	8.3 - 9.24
51	30	1.98	8	30	20.55 - 22.36
52	30	1.98	8	22	15.77 - 15.24
53	30	1.98	8	26	19.3 - 19.15
54	30	1.98	8	28	21.74 - 20.22

TABLEAU E.2 – Récapitulatif des mesures acquises avec le système 2×2D

### E.3 Mesures densité de lignes de vortex

P [mbar]	T [K]	$f_{mot}$ [Hz]	$S_{mot}$ [mm]	$\mathcal{L}$ [m/m <sup>3</sup> ]
30	1.98	3	8	$3.81 \cdot 10^7 - 2.93 \cdot 10^7$
30	1.98	3	16	$1.96 \cdot 10^8 - 1.90 \cdot 10^8$
30	1.98	3	22	$4.52 \cdot 10^8 - 4.49 \cdot 10^8$
30	1.98	3	28	$9.70 \cdot 10^8 - 9.65 \cdot 10^8$
30	1.98	3	32	$1.04 \cdot 10^9 - 1.04 \cdot 10^9$
30	1.98	3	18	$2.83 \cdot 10^8 - 2.76 \cdot 10^8$
30	1.98	6	4	NaN - $7.11 \cdot 10^6$
30	1.98	6	8	$4.21 \cdot 10^7 - 6.70 \cdot 10^7$
30	1.98	6	16	$4.84 \cdot 10^8 - 5.16 \cdot 10^8$
30	1.98	6	22	$1.32 \cdot 10^9 - 1.36 \cdot 10^9$
30	1.98	6	28	$2.50 \cdot 10^9 - 2.55 \cdot 10^9$
30	1.98	6	14	$3.18 \cdot 10^8 - 3.48 \cdot 10^8$
30	1.98	9	4	$3.89 \cdot 10^7 - 6.41 \cdot 10^7$
30	1.98	9	8	$1.30 \cdot 10^8 - 1.59 \cdot 10^8$
30	1.98	9	16	$1.02 \cdot 10^9 - 1.06 \cdot 10^9$

P [mbar]	T [K]	$f_{mot}$ [Hz]	$S_{mot}$ [mm]	$\mathcal{L}$ [m/m <sup>3</sup> ]
30	1.98	9	22	$2.75 \cdot 10^9 - 2.77 \cdot 10^9$
30	1.98	9	12	$4.03 \cdot 10^8 - 4.31 \cdot 10^8$
30	1.98	2	16	$9.37 \cdot 10^7 - \text{NaN}$
30	1.98	7	16	$7.11 \cdot 10^8 - 5.49 \cdot 10^8$
30	1.98	11	16	$1.50 \cdot 10^9 - 1.39 \cdot 10^9$
30	1.98	13	16	$2.37 \cdot 10^9 - 2.35 \cdot 10^9$
30	1.98	2	22	$2.11 \cdot 10^8 - 2.24 \cdot 10^8$
30	1.98	7	22	$1.85 \cdot 10^9 - 1.87 \cdot 10^9$
30	1.98	11	22	$3.75 \cdot 10^9 - 3.79 \cdot 10^9$
7.5	1.6	3	16	$1.43 \cdot 10^8 - 1.50 \cdot 10^8$
7.5	1.6	3	32	$1.04 \cdot 10^9 - 1.06 \cdot 10^9$
7.5	1.6	9	8	$\text{NaN} - 1.39 \cdot 10^8$
7.5	1.6	9	16	$1.02 \cdot 10^9 - 1.08 \cdot 10^9$
7.5	1.6	9	22	$2.31 \cdot 10^9 - 2.39 \cdot 10^9$
7.5	1.6	9	12	$3.98 \cdot 10^8 - 4.44 \cdot 10^8$

TABLEAU E.3 – Récapitulatif des mesures acquises avec la cavité résonnante de sec



## Bibliographie

- [1] Horizon Technologies. *HEPAK*. 23 juill. 2024. URL : <https://htess.com/hepak/>.
- [2] J. J. Niemela, L. Skrbek, K. R. Sreenivasan et R. J. Donnelly. « Turbulent convection at very high Rayleigh numbers ». In : *Nature* 404.6780 (avr. 2000), p. 837-840. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/35009036>.
- [3] B. Rousset, P. Bonnay, P. Diribarne, A. Girard, J. M. Poncet, E. Herbert, J. Salort, C. Baudet, B. Castaing, L. Chevillard, F. Daviaud, B. Dubrulle, Y. Gagne, M. Gibert, B. Hébral, Th. Lehner, P.-E. Roche, B. Saint-Michel et M. Bon Mardion. « Superfluid high REynolds von Kármán experiment ». In : *Review of Scientific Instruments* 85.10 (oct. 2014), p. 103908. ISSN : 0034-6748. DOI : [10.1063/1.4897542](https://doi.org/10.1063/1.4897542).
- [4] Sébastien Balibar. « The Discovery of Superfluidity ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 146.5 (mars 2007), p. 441-470. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/s10909-006-9276-7>.
- [5] Heike Kamerlingh Onnes. *Nobel Lecture - Investigations into the properties of substances at low temperatures, which have led, amongst other things, to the preparation of liquid helium*. www.nobelprize.org, Nobel Foundation. Déc. 1913. URL : <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1913/onnes/lecture>.
- [6] L. I. Dana et K. H. Onnes. « Further Experiments with Liquid Helium. B. A. Preliminary Determinations of the Latent Heat of Vaporization of Liquid Helium ». In : t. 29. 1926, p. 1051-1061. URL : <https://dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00014608.pdf>.
- [7] M. Wolfke et W. H. Keesom. « On the change of the dielectric constant of liquid helium with the temperature. Provisional measurements. » In : *Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam*. T. 31. 1927, p. 81-89. URL : <https://dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00014611.pdf>.
- [8] W. H. Keesom et M. Wolfke. « Two different liquid states of helium ». In : *Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam*. T. 31. 1927, p. 90-94. URL : <https://dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00014611.pdf>.

- [9] J. C. McLennan, H. D. Smith et J. O. Wilhelm. « XIV. The scattering of light by liquid helium ». In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 14.89 (juill. 1932), p. 161-167. ISSN : 1941-5982. DOI : [10.1080/14786443209462044](https://doi.org/10.1080/14786443209462044).
- [10] W. H. Keesom et A. P. Keesom. « On the anomaly in the specific heat of liquid helium ». In : *Verhandlingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen (Amsterdam)* 35 (1932), p. 736. URL : <https://dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00016277.pdf>.
- [11] Russell J. Donnelly et Carlo F. Barenghi. « The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure ». In : *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 27.6 (nov. 1998), p. 1217-1274. ISSN : 0047-2689. DOI : [10.1063/1.556028](https://doi.org/10.1063/1.556028).
- [12] John W. Eaton, David Bateman, Søren Hauberg et Rik Wehbring. *GNU Octave version 9.2.0 manual : a high-level interactive language for numerical computations*. 2024. URL : <https://www.gnu.org/software/octave/doc/v9.2.0/>.
- [13] W.H. Keesom et A.P. Keesom. « On the heat conductivity of liquid helium ». In : *Physica* 3.5 (1936), p. 359-360. ISSN : 0031-8914. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(36\)80312-7](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(36)80312-7).
- [14] J. F. Allen, R. Peierls et M. Z. A. K. I. Uddin. « Heat Conduction in Liquid Helium ». In : *Nature* 140.3532 (juill. 1937), p. 62-63. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/140062a0>.
- [15] P. Kapitza. « Viscosity of Liquid Helium below the  $\lambda$ -Point ». In : *nat* 141.3558 (jan. 1938), p. 74. DOI : [10.1038/141074a0](https://doi.org/10.1038/141074a0).
- [16] J. F. Allen et A. D. Misener. « Flow of Liquid Helium II ». In : *Nature* 141.3558 (jan. 1938), p. 75-75. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/141075a0>.
- [17] J. F. Allen et H. Jones. « New Phenomena Connected with Heat Flow in Helium II ». In : *Nature* 141.3562 (fév. 1938), p. 243-244. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/141243a0>.
- [18] E. F. Burton. « Viscosity of Helium I and Helium II ». In : *Nature* 135.3407 (fév. 1935), p. 265-265. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/135265a0>.
- [19] F. London. « On the Bose-Einstein Condensation ». In : *Phys. Rev.* 54 (11 déc. 1938), p. 947-954. DOI : [10.1103/PhysRev.54.947](https://doi.org/10.1103/PhysRev.54.947).
- [20] L. Tisza. « Transport Phenomena in Helium II ». In : *Nature* 141.3577 (mai 1938), p. 913-913. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/141913a0>.
- [21] L. Landau. « Theory of the Superfluidity of Helium II ». In : *Phys. Rev.* 60 (4 août 1941), p. 356-358. DOI : [10.1103/PhysRev.60.356](https://doi.org/10.1103/PhysRev.60.356).
- [22] EL Andronikashvili. « A direct observation of two kinds of motion in helium II ». In : *Journal of Physics, USSR* 10.201 (1946), p. 1.
- [23] Carlo F. Barenghi, Ladislav Skrbek et Katepalli R. Sreenivasan. *Quantum Turbulence*. Cambridge University Press, 2023.
- [24] Heinz London et Nevill Francis Mott. « Thermodynamics of the thermomechanical effect of liquid He II ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 171.947 (1939), p. 484-496. DOI : [10.1098/rspa.1939.0079](https://doi.org/10.1098/rspa.1939.0079).

- [25] A. C. Hollis-Hallett. « Experiments with a rotating cylinder viscometer in liquid helium II ». In : *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 49.4 (1953), p. 717-727. DOI : [10.1017/S0305004100028917](https://doi.org/10.1017/S0305004100028917).
- [26] W. J. Heikkilä et A. C. Hollis Hallett. « THE VISCOSITY OF LIQUID HELIUM II ». In : *Canadian Journal of Physics* 33.8 (1955), p. 420-435. DOI : [10.1139/p55-051](https://doi.org/10.1139/p55-051).
- [27] L. Onsager. « Statistical hydrodynamics ». In : *Il Nuovo Cimento (1943-1954)* 6.2 (mars 1949), p. 279-287. ISSN : 1827-6121. URL : <https://doi.org/10.1007/BF02780991>.
- [28] R.P. Feynman. « Chapter II Application of Quantum Mechanics to Liquid Helium ». In : sous la dir. de C.J. Gorter. T. 1. *Progress in Low Temperature Physics*. Elsevier, 1955, p. 17-53. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0079-6417\(08\)60077-3](https://doi.org/10.1016/S0079-6417(08)60077-3).
- [29] Maria Stella Mongiovì, David Jou et Michele Sciacca. « Non-equilibrium thermodynamics, heat transport and thermal waves in laminar and turbulent superfluid helium ». In : *Physics Reports* 726 (2018). Non-equilibrium thermodynamics, heat transport and thermal waves in laminar and turbulent superfluid helium, p. 1-71. ISSN : 0370-1573. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.004>.
- [30] D V Osborne. « The Rotation of Liquid Helium II ». In : *Proceedings of the Physical Society. Section A* 63.8 (août 1950), p. 909. DOI : [10.1088/0370-1298/63/8/315](https://doi.org/10.1088/0370-1298/63/8/315).
- [31] K. W. Schwarz. « Generation of Superfluid Turbulence Deduced from Simple Dynamical Rules ». In : *Phys. Rev. Lett.* 49 (4 juill. 1982), p. 283-285. DOI : [10.1103/PhysRevLett.49.283](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.283).
- [32] Risto Hänninen et Andrew W. Baggaley. « Vortex filament method as a tool for computational visualization of quantum turbulence ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111.supplement\_1 (2014), p. 4667-4674. DOI : [10.1073/pnas.1312535111](https://doi.org/10.1073/pnas.1312535111).
- [33] Luca Galantucci, Andrew W. Baggaley, Carlo F. Barenghi et Giorgio Krstulovic. « A new self-consistent approach of quantum turbulence in superfluid helium ». In : *The European Physical Journal Plus* 135.7 (juill. 2020), p. 547. ISSN : 2190-5444. URL : <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-020-00543-0>.
- [34] E. J. Yarmchuk, M. J. V. Gordon et R. E. Packard. « Observation of Stationary Vortex Arrays in Rotating Superfluid Helium ». In : *Phys. Rev. Lett.* 43 (3 juill. 1979), p. 214-217. DOI : [10.1103/PhysRevLett.43.214](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.43.214).
- [35] Charles Peretti, Jérémy Vessaire, Émeric Durozoy et Mathieu Gibert. « Direct visualization of the quantum vortex lattice structure, oscillations, and destabilization in rotating  $4\text{He}$  ». In : *Science Advances* 9.30 (2023), eadh2899. DOI : [10.1126/sciadv.adh2899](https://doi.org/10.1126/sciadv.adh2899).
- [36] C.J. Gorter et J.H. Mellink. « On the irreversible processes in liquid helium II ». In : *Physica* 15.3 (1949), p. 285-304. ISSN : 0031-8914. DOI : [https://doi.org/10.1016/0031-8914\(49\)90105-6](https://doi.org/10.1016/0031-8914(49)90105-6).
- [37] Henry Edgar Hall, William Frank Vinen et David Shoenberg. « The rotation of liquid helium II I. Experiments on the propagation of second sound in uniformly rotating helium II ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 238.1213 (1956), p. 204-214. DOI : [10.1098/rspa.1956.0214](https://doi.org/10.1098/rspa.1956.0214).

- [38] Henry Edgar Hall, William Frank Vinen et David Shoenberg. « The rotation of liquid helium II II. The theory of mutual friction in uniformly rotating helium II ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 238.1213 (1956), p. 215-234. DOI : [10.1098/rspa.1956.0215](https://doi.org/10.1098/rspa.1956.0215).
- [39] IL Bekarevich et Isaac M Khalatnikov. « Phenomenological derivation of the equations of vortex motion in He II ». In : *Sov. Phys. JETP* 13 (1961), p. 643.
- [40] Zhentong Zhang, Ionut Danaila, Emmanuel Lévêque et Luminita Danaila. « Higher-order statistics and intermittency of a two-fluid HVBK quantum turbulent flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 962 (mai 2023). (IF 4.24; Q1), A22. DOI : [10.1017/jfm.2023.235](https://doi.org/10.1017/jfm.2023.235). URL : <https://hal.science/hal-04025306>.
- [41] P.-E. Roche, C. F. Barenghi et E. Leveque. « Quantum turbulence at finite temperature : The two-fluids cascade ». In : *Europhysics Letters* 87.5 (sept. 2009), p. 54006. DOI : [10.1209/0295-5075/87/54006](https://doi.org/10.1209/0295-5075/87/54006).
- [42] J. Salort, P.-E. Roche et E. Leveque. « Mesoscale equipartition of kinetic energy in quantum turbulence ». In : *Europhysics Letters* 94.2 (avr. 2011), p. 24001. DOI : [10.1209/0295-5075/94/24001](https://doi.org/10.1209/0295-5075/94/24001).
- [43] Inkscape's Contributors. *Inkscape : Open Source Scalable Vector Graphics Editor - Version 1.3.2*. 2023. URL : <https://inkscape.org>.
- [44] A. N. Kolmogorov. « Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence ». In : *Proceedings : Mathematical and Physical Sciences* 434.1890 (1991), p. 15-17. ISSN : 09628444. URL : <http://www.jstor.org/stable/51981> (visité le 05/08/2024).
- [45] A. N. Kolmogorov. « The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers ». In : *Proceedings : Mathematical and Physical Sciences* 434.1890 (1991), p. 9-13. ISSN : 09628444. URL : <http://www.jstor.org/stable/51980> (visité le 05/08/2024).
- [46] A. N. Kolmogorov. « A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 13.1 (1962), p. 82-85. DOI : [10.1017/S0022112062000518](https://doi.org/10.1017/S0022112062000518).
- [47] Stephen B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [48] Uriel Frisch. *Turbulence : The Legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, nov. 1995. ISBN : 9780521451031. DOI : [10.1017/CB09781139170666](https://doi.org/10.1017/CB09781139170666).
- [49] Bérengère Dubrulle. « Beyond Kolmogorov cascades ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 867 (2019), P1. DOI : [10.1017/jfm.2019.98](https://doi.org/10.1017/jfm.2019.98).
- [50] P. L. Walstrom, II Weisend J. G., J. R. Maddocks et S. W. van Sciver. « Turbulent flow pressure drop in various He II transfer system components ». In : *Cryogenics* 28.2 (fév. 1988), p. 101-109. DOI : [10.1016/0011-2275\(88\)90054-9](https://doi.org/10.1016/0011-2275(88)90054-9).
- [51] Bernard Rousset, Gerard Claudet, Alain Gauthier, Peter Seyfert, Andre Martinez, Philippe Lebrun, Michel Marquet et Rob Van Weelderren. « Pressure drop and transient heat transport in forced flow single phase helium II at high Reynoldsnumbers ». In : *Cryogenics* 34 (1994). Fifteenth International Cryogenic Engineering Conference, p. 317-320. ISSN : 0011-2275. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0011-2275\(05\)80070-0](https://doi.org/10.1016/S0011-2275(05)80070-0).

- [52] S. Fuzier, B. Baudouy et S.W. Van Sciver. « Steady-state pressure drop and heat transfer in He II forced flow at high Reynolds number ». In : *Cryogenics* 41.5 (2001), p. 453-458. ISSN : 0011-2275. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0011-2275\(01\)00090-X](https://doi.org/10.1016/S0011-2275(01)00090-X).
- [53] Bernard Rousset, Gérard Claudet, Alain Gauthier, Peter Seyfert, Philippe Lebrun, Michel Marquet, Rob vanWeelderen et Jean-Luc Duchateau. « Operation of a forced flow superfluid helium test facility and first results ». In : *Cryogenics* 32 (1992). Proceedings of the Fourteenth International Cryogenic Engineering Conference and International Cryogenic Materials Conference Cryogenic Engineering & Superconductor Technology, p. 134-137. ISSN : 0011-2275. DOI : [https://doi.org/10.1016/0011-2275\(92\)90126-U](https://doi.org/10.1016/0011-2275(92)90126-U).
- [54] G. Claudet. « Cooling modes for superconducting magnets ». In : *IEEE Transactions on Magnetics* 17.5 (1981), p. 1749-1756. DOI : [10.1109/TMAG.1981.1061342](https://doi.org/10.1109/TMAG.1981.1061342).
- [55] B. Saint-Michel, E. Herbert, J. Salort, C. Baudet, M. Bon Mardion, P. Bonnay, M. Bourgoïn, B. Castaing, L. Chevillard, F. Daviaud, P. Diribarne, B. Dubrulle, Y. Gagne, M. Gibert, A. Girard, B. Hébral, Th. Lehner, B. Rousset et SHREK Collaboration. « Probing quantum and classical turbulence analogy in von Kármán liquid helium, nitrogen, and water experiments ». In : *Physics of Fluids* 26.12 (déc. 2014), p. 125109. ISSN : 1070-6631. DOI : [10.1063/1.4904378](https://doi.org/10.1063/1.4904378).
- [56] Florent Ravelet. « Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Karman turbulent ». Theses. Ecole Polytechnique X, sept. 2005. URL : <https://pastel.hal.science/tel-00011016>.
- [57] Florent Raveler, Arnaud Chiffaudel et FRANÇOIS Daviaud. « Supercritical transition to turbulence in an inertially driven von Kármán closed flow ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 601 (2008), p. 339-364. DOI : [10.1017/S0022112008000712](https://doi.org/10.1017/S0022112008000712).
- [58] Damien Geneste. « Des évènements extrêmes de dissipation aux évènements extrêmes de dispersion, une empreinte des singularités : Approche expérimentale ». Theses. Université Paris-Saclay, fév. 2023, p. 58-73. URL : <https://theses.hal.science/tel-04046970>.
- [59] J Maurer et P Tabeling. « Local investigation of superfluid turbulence ». In : *Europhysics Letters (EPL)* 43.1 (juill. 1998), p. 29-34. DOI : [10.1209/epl/i1998-00314-9](https://doi.org/10.1209/epl/i1998-00314-9).
- [60] J. Maurer, P. Tabeling et G. Zocchi. « Statistics of Turbulence between Two Counter-rotating Disks in Low-Temperature Helium Gas ». In : *Europhysics Letters* 26.1 (avr. 1994), p. 31. DOI : [10.1209/0295-5075/26/1/006](https://doi.org/10.1209/0295-5075/26/1/006).
- [61] J. Salort, C. Baudet, B. Castaing, B. Chabaud, F. Daviaud, T. Didelot, P. Diribarne, B. Dubrulle, Y. Gagne, F. Gauthier, A. Girard, B. Hébral, B. Rousset, P. Thibault et P.-E. Roche. « Turbulent velocity spectra in superfluid flows ». In : *Physics of Fluids* 22.12 (2010), p. 125102. DOI : [10.1063/1.3504375](https://doi.org/10.1063/1.3504375).
- [62] J. Salort, B. Chabaud, E. Lévêque et P.-E. Roche. « Energy cascade and the four-fifths law in superfluid turbulence ». In : *Europhysics Letters* 97.3 (fév. 2012), p. 34006. DOI : [10.1209/0295-5075/97/34006](https://doi.org/10.1209/0295-5075/97/34006).
- [63] W. F. Vinen et J. J. Niemela. « Quantum Turbulence ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 128.5 (sept. 2002), p. 167-231. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1023/A:1019695418590>.

- [64] Carlo F. Barenghi, Victor S. L'vov et Philippe-E. Roche. « Experimental, numerical, and analytical velocity spectra in turbulent quantum fluid ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111.supplement\_1 (2014), p. 4683-4690. DOI : [10.1073/pnas.1312548111](https://doi.org/10.1073/pnas.1312548111).
- [65] T. Zhang et S. W. Van Sciver. « The motion of micron-sized particles in He II counterflow as observed by the PIV technique ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 138.3 (fév. 2005), p. 865-870. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/s10909-005-2316-x>.
- [66] B. Mastracci, S. Bao, W. Guo et W. F. Vinen. « Particle tracking velocimetry applied to thermal counterflow in superfluid  $^4\text{He}$  : Motion of the normal fluid at small heat fluxes ». In : *Phys. Rev. Fluids* 4 (8 août 2019), p. 083305. DOI : [10.1103/PhysRevFluids.4.083305](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.083305).
- [67] P. Švančara, D. Duda, P. Hrubcová, M. Rotter, L. Skrbek, M. La Mantia, E. Durozoy, P. Diribarne, B. Rousset, M. Bourgoin et et al. « Ubiquity of particle–vortex interactions in turbulent counterflow of superfluid helium ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 911 (2021), A8. DOI : [10.1017/jfm.2020.1017](https://doi.org/10.1017/jfm.2020.1017).
- [68] P. Švančara et M. La Mantia. « Flows of liquid  $^4\text{He}$  due to oscillating grids ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 832 (2017), p. 578-599. DOI : [10.1017/jfm.2017.703](https://doi.org/10.1017/jfm.2017.703).
- [69] S.S. Shy, C.Y. Tang et S.Y. Fann. « A nearly isotropic turbulence generated by a pair of vibrating grids ». In : *Experimental Thermal and Fluid Science* 14.3 (1997), p. 251-262. ISSN : 0894-1777. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0894-1777\(96\)00111-2](https://doi.org/10.1016/S0894-1777(96)00111-2).
- [70] I. P. D. De Silva et H. J. S. Fernando. « Oscillating grids as a source of nearly isotropic turbulence ». In : *Physics of Fluids* 6.7 (juill. 1994), p. 2455-2464. ISSN : 1070-6631. DOI : [10.1063/1.868193](https://doi.org/10.1063/1.868193).
- [71] E. J. Hopfinger et J.-A. Toly. « Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 78.1 (1976), p. 155-175. DOI : [10.1017/S0022112076002371](https://doi.org/10.1017/S0022112076002371).
- [72] N Matsunaga, Y Sugihara, T Komatsu et A Masuda. « Quantitative properties of oscillating-grid turbulence in a homogeneous fluid ». In : *Fluid Dynamics Research* 25.3 (sept. 1999), p. 147. DOI : [10.1016/S0169-5983\(98\)00034-3](https://doi.org/10.1016/S0169-5983(98)00034-3).
- [73] Daniel B. Blum, Surendra B. Kunwar, James Johnson et Greg A. Voth. « Effects of nonuniversal large scales on conditional structure functions in turbulence ». In : *Physics of Fluids* 22.1 (jan. 2010), p. 015107. ISSN : 1070-6631. DOI : [10.1063/1.3292010](https://doi.org/10.1063/1.3292010).
- [74] Fatimata Sy, Pantxo Diribarne, Bernard Rousset, Mathieu Gibert et Mickael Bourgoin. « Multiscale energy budget of inertially driven turbulence in normal and superfluid helium ». In : *Phys. Rev. Fluids* 6 (6 juin 2021), p. 064604. DOI : [10.1103/PhysRevFluids.6.064604](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.6.064604).
- [75] Ndeye Fatimata Issaga Sy. « Turbulence de grille oscillante à basses températures ». Thèse de doctorat dirigée par Rousset, Bernard et Bourgoin, Mickaël Mécanique des fluides, procédés, énergétique Université Grenoble Alpes (ComUE) 2016. Thèse de doct. 2016. URL : <http://www.theses.fr/2016GREAI062>.

- [76] Romain Monchaux, Mickaël Bourgoïn et Alain H. Cartellier. « Preferential concentration of heavy particles : a Voronoï analysis ». In : *Physics of Fluids* 22 (2010), p. 103304. DOI : [10.1063/1.3489987](https://doi.org/10.1063/1.3489987). URL : <https://hal.science/hal-00941494>.
- [77] Mickael Bourgoïn. « Turbulent pair dispersion as a ballistic cascade phenomenology ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 772 (juin 2015), p. 678-704. DOI : [10.1017/jfm.2015.206](https://doi.org/10.1017/jfm.2015.206).
- [78] E. Rusaouen, B. Chabaud, J. Salort et P.-E. Roche. « Intermittency of quantum turbulence with superfluid fractions from 0% to 96% ». In : *Physics of Fluids* 29.10 (oct. 2017), p. 105108. ISSN : 1070-6631. DOI : [10.1063/1.4991558](https://doi.org/10.1063/1.4991558).
- [79] Davide Durì, Christophe Baudet, Jean-Paul Moro, Philippe-Emmanuel Roche et Pantxo Diribarne. « Hot-wire anemometry for superfluid turbulent coflows ». In : *Reviews of Scientific Instruments* 86.2 (2015), p. 025007. DOI : [10.1063/1.4913530](https://doi.org/10.1063/1.4913530).
- [80] Pantxo Diribarne, Bernard Rousset, Yuri A. Sergeev, Jérôme Valentin et Philippe-Emmanuel Roche. « Cooling with a subsonic flow of quantum fluid ». In : *Phys. Rev. B* 103 (14 avr. 2021), p. 144509. DOI : [10.1103/PhysRevB.103.144509](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.144509).
- [81] J. Salort, A. Monfardini et P.-E. Roche. « Cantilever anemometer based on a superconducting micro-resonator : Application to superfluid turbulence ». In : *Review of Scientific Instruments* 83.12 (déc. 2012), p. 125002. ISSN : 0034-6748. DOI : [10.1063/1.4770119](https://doi.org/10.1063/1.4770119).
- [82] J Salort, F Chillà, E Rusaouën, P-E Roche, M Gibert, I Moukharski, A Braslau, F Daviaud, B Gallet, E-W Saw, B Dubrulle, P Diribarne, B Rousset, M Bon Mardion, J-P Moro, A Girard, C Baudet, V L'vov, A Golov et S Nazarenko. « Experimental signature of quantum turbulence in velocity spectra? » In : *New Journal of Physics* 23.6 (juin 2021), p. 063005. DOI : [10.1088/1367-2630/abfe1f](https://doi.org/10.1088/1367-2630/abfe1f).
- [83] Yuan Tang, Shiran Bao, Toshiaki Kanai et Wei Guo. « Statistical properties of homogeneous and isotropic turbulence in He II measured via particle tracking velocimetry ». In : *Phys. Rev. Fluids* 5 (8 août 2020), p. 084602. DOI : [10.1103/PhysRevFluids.5.084602](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.084602).
- [84] Wei Guo, Marco La Mantia, Daniel P. Lathrop et Steven W. Van Sciver. « Visualization of two-fluid flows of superfluid helium-4 ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111.supplement\_1 (2014), p. 4653-4658. DOI : [10.1073/pnas.1312546111](https://doi.org/10.1073/pnas.1312546111).
- [85] Bernard Rousset, Denis Chatain, Laurent Puech, Pierre Thibault, François Viargues et Pierre-Etienne Wolf. « Visualization in cryogenic environment : Application to two-phase studies ». In : *Cryogenics* 49.10 (oct. 2009). 11 pages, p. 554. DOI : [10.1016/j.cryogenics.2008.10.012](https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2008.10.012).
- [86] A. Srdic, H. J. S. Fernando et L. Montenegro. « Generation of nearly isotropic turbulence using two oscillating grids ». In : *Experiments in Fluids* 20.5 (mars 1996), p. 395-397. ISSN : 1432-1114. URL : <https://doi.org/10.1007/BF00191022>.
- [87] H. J. S. Fernando et I. P. D. De Silva. « Note on secondary flows in oscillating-grid, mixing-box experiments ». In : *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics* 5.7 (juill. 1993), p. 1849-1851. ISSN : 0899-8213. DOI : [10.1063/1.858808](https://doi.org/10.1063/1.858808).
- [88] Sean P. McKenna et Wade R. McGillis. « Observations of flow repeatability and secondary circulation in an oscillating grid-stirred tank ». In : *Physics of Fluids* 16.9 (sept. 2004), p. 3499-3502. ISSN : 1070-6631. DOI : [10.1063/1.1779671](https://doi.org/10.1063/1.1779671).

- [89] Alfred Kastler. *Cette Etrange Matiere*. Stock, 1974. ISBN : 2234001536.
- [90] R. E. Boltnev, G. Frossati, E. B. Gordon, I. N. Krushinskaya, E. A. Popov et A. Usenko. « Embedding Impurities into Liquid Helium ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 127.5 (juin 2002), p. 245-258. URL : <https://doi.org/10.1023/A:1015286903409>.
- [91] Gregory P. Bewley, Daniel P. Lathrop et Katepalli R. Sreenivasan. « Visualization of quantized vortices ». In : *Nature* 441.7093 (juin 2006), p. 588-588. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/441588a>.
- [92] Gregory P. Bewley, K. R. Sreenivasan et Daniel P. Lathrop. « Particles for tracing turbulent liquid helium ». In : *Experiments in Fluids* 44.6 (juin 2008), p. 887-896. ISSN : 1432-1114. URL : <https://doi.org/10.1007/s00348-007-0444-6>.
- [93] M. La Mantia, T. V. Chagovets, M. Rotter et L. Skrbek. « Testing the performance of a cryogenic visualization system on thermal counterflow by using hydrogen and deuterium solid tracers ». In : *Review of Scientific Instruments* 83.5 (mai 2012), p. 055109. DOI : [10.1063/1.4719917](https://doi.org/10.1063/1.4719917).
- [94] F. Bielert et G. Stamm. « Visualization of Taylor-Couette flow in superfluid helium ». In : *Cryogenics* 33.10 (1993), p. 938-940. ISSN : 0011-2275. DOI : [https://doi.org/10.1016/0011-2275\(93\)90220-I](https://doi.org/10.1016/0011-2275(93)90220-I).
- [95] Clément Bret, Jérôme Chartier, Pantxo Diribarne, Jérôme Duplat et Bernard Rousset. « Controlled spherical deuterium droplets as Lagrangian tracers for cryogenic turbulence experiments ». In : *Review of Scientific Instruments* 94.10 (oct. 2023), p. 105114. ISSN : 0034-6748. DOI : [10.1063/5.0167132](https://doi.org/10.1063/5.0167132).
- [96] J. D. Bernal et J. Mason. « Packing of Spheres : Co-ordination of Randomly Packed Spheres ». In : *Nature* 188.4754 (déc. 1960), p. 910-911. ISSN : 1476-4687. URL : <https://doi.org/10.1038/188910a0>.
- [97] F.S. Helmlí et S. Scherer. « Adaptive shape from focus with an error estimation in light microscopy ». In : *ISPA 2001. Proceedings of the 2nd International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis. In conjunction with 23rd International Conference on Information Technology Interfaces (IEEE Cat. 2001)*, p. 188-193. DOI : [10.1109/ISPA.2001.938626](https://doi.org/10.1109/ISPA.2001.938626).
- [98] Saïd Pertuz, Domenec Puig et Miguel García. « Analysis of focus measure operators in shape-from-focus ». In : *Pattern Recognition* 46 (nov. 2012). DOI : [10.1016/j.patcog.2012.11.011](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2012.11.011).
- [99] David Dumont, Mickael Bourgoïn, Pierre Augier et Julien Salort. *4d-ptv*. <https://github.com/turbulencelyon/4d-ptv>. 2020.
- [100] Kristen M. Thyng, Chad A. Greene, Robert D. Hetland, Heather M. Zimmerle et Steven F. DiMarco. « True Colors of Oceanography : Guidelines for Effective and Accurate Colormap Selection ». In : *Oceanography* (sept. 2016). URL : <https://doi.org/10.5670/oceanog.2016.66>.
- [101] Adam Cheminet, Yasar Ostovan, Valentina Valori, Christophe Cuvier, François Daviaud, Paul Debue, Bérengère Dubrulle, Jean-Marc Foucaut et Jean-Philippe Laval. « Optimization of regularized B-spline smoothing for turbulent Lagrangian trajectories ». In : *Experimental Thermal and Fluid Science* 127 (2021), p. 110376. ISSN : 0894-1777. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2021.110376>.

- [102] N. Mordant, A.M. Crawford et E. Bodenschatz. « Experimental Lagrangian acceleration probability density function measurement ». In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 193.1 (2004). Anomalous distributions, nonlinear dynamics, and nonextensivity, p. 245-251. ISSN : 0167-2789. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.physd.2004.01.041>.
- [103] Tim Berk. « A second-order polynomial kernel outperforms Gaussian kernels when smoothing Lagrangian particle trajectories ». In : *Experiments in Fluids* 65.7 (juill. 2024), p. 104. URL : <https://doi.org/10.1007/s00348-024-03848-3>.
- [104] T. Komatsu M. Ura et N. Matsunaga. « Entrainment due to oscillating-grid turbulence in two-layered fluid ». In : *Turbulence Measurements and Flow Modeling*. 1987, p. 109-118.
- [105] Marie Poulain-Zarcos, Matthieu J. Mercier et Alexandra ter Halle. « Global characterization of oscillating grid turbulence in homogeneous and two-layer fluids, and its implication for mixing at high Peclet number ». In : *Phys. Rev. Fluids* 7 (5 mai 2022), p. 054606. DOI : [10.1103/PhysRevFluids.7.054606](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.7.054606).
- [106] Jonas Frantz et Paul Novak. *G3Data Graph Analyzer*. Version 1.5.4. 2011. URL : <http://github.com/pn2200/g3data/>.
- [107] F. Moisy, P. Tabeling et H. Willaime. « Kolmogorov Equation in a Fully Developed Turbulence Experiment ». In : *Phys. Rev. Lett.* 82 (20 mai 1999), p. 3994-3997. DOI : [10.1103/PhysRevLett.82.3994](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.3994).
- [108] Laurent Boué, Victor L'vov, Anna Pomyalov et Itamar Procaccia. « Enhancement of Intermittency in Superfluid Turbulence ». In : *Phys. Rev. Lett.* 110 (1 jan. 2013), p. 014502. DOI : [10.1103/PhysRevLett.110.014502](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.014502).
- [109] M. Bakhtaoui et L. Merahi. « Analysis of the Energy Budget in Quantum Turbulence : HVBK Model ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 178.3 (fév. 2015), p. 129-141. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/s10909-014-1256-8>.
- [110] Giorgio Krstulovic. « Grid superfluid turbulence and intermittency at very low temperature ». In : *Phys. Rev. E* 93 (6 juin 2016), p. 063104. DOI : [10.1103/PhysRevE.93.063104](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.063104).
- [111] Vishwanath Shukla et Rahul Pandit. « Multiscaling in superfluid turbulence : A shell-model study ». In : *Phys. Rev. E* 94 (4 oct. 2016), p. 043101. DOI : [10.1103/PhysRevE.94.043101](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.043101).
- [112] J Salort, B Chabaud, E Lévêque et P -E Roche. « Investigation of intermittency in superfluid turbulence ». In : *Journal of Physics : Conference Series* 318.4 (déc. 2011), p. 042014. DOI : [10.1088/1742-6596/318/4/042014](https://doi.org/10.1088/1742-6596/318/4/042014).
- [113] Mickaël Bourgoïn. « Some aspects of Lagrangian dynamics of turbulence ». In : *Mixing and dispersion in flows dominated by rotation and buoyancy*. 2018. URL : <https://hal.science/hal-02633932>.
- [114] L. Biferale, E. Bodenschatz, M. Cencini, A. S. Lanotte, N. T. Ouellette, F. Toschi et H. Xu. « Lagrangian structure functions in turbulence : A quantitative comparison between experiment and direct numerical simulation ». In : *Physics of Fluids* 20.6 (juin 2008), p. 065103. ISSN : 1070-6631. DOI : [10.1063/1.2930672](https://doi.org/10.1063/1.2930672).

- [115] S B Pope. « Lagrangian PDF Methods for Turbulent Flows ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 26. Volume 26, 1994 (1994), p. 23-63. ISSN : 1545-4479. DOI : <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.26.010194.000323>.
- [116] R.L.C. Flemmer et C.L. Banks. « On the drag coefficient of a sphere ». In : *Powder Technology* 48.3 (1986), p. 217-221. ISSN : 0032-5910. DOI : [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(86\)80044-4](https://doi.org/10.1016/0032-5910(86)80044-4).
- [117] E. Varga, S. Babuin, V. S. L'vov, A. Pomyalov et L. Skrbek. « Transition to Quantum Turbulence and Streamwise Inhomogeneity of Vortex Tangle in Thermal Counterflow ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 187.5 (juin 2017), p. 531-537. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/s10909-016-1683-9>.
- [118] E. Varga, M. J. Jackson, D. Schmoranzler et L. Skrbek. « The Use of Second Sound in Investigations of Quantum Turbulence in He II ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 197.3 (nov. 2019), p. 130-148. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/s10909-019-02208-4>.
- [119] Eric Woillez, Jérôme Valentin et Philippe-E. Roche. « Second sound resonators and tweezers as vorticity or velocity probes : Fabrication, model, and method ». In : *Review of Scientific Instruments* 94.10 (oct. 2023), p. 105109. ISSN : 0034-6748. DOI : [10.1063/5.0152091](https://doi.org/10.1063/5.0152091).
- [120] W Manthey, N Kroemer et V Magori. « Ultrasonic transducers and transducer arrays for applications in air ». In : *Measurement Science and Technology* 3.3 (mars 1992), p. 249. DOI : [10.1088/0957-0233/3/3/001](https://doi.org/10.1088/0957-0233/3/3/001).
- [121] D. Anke. « An Air Sound Transducer for Frequencies in the Range 50 kHz to 100 kHz Using the Sell Principle ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 30.1 (1974), p. 30-39. ISSN : 1610-1928. URL : <https://www.ingentaconnect.com/content/dav/aaua/1974/00000030/00000001/art00006>.
- [122] W. Zimmermann. « Porous-membrane second-sound transducers for superfluid  $^4\text{He}$  ». In : *Phys. Rev. B* 33 (1 jan. 1986), p. 139-149. DOI : [10.1103/PhysRevB.33.139](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.33.139).
- [123] J.T. Tough. « Chapter 3 : Superfluid Turbulence ». In : *Progress in Low Temperature Physics*. Sous la dir. de D.F. Brewer. T. 8. Progress in Low Temperature Physics. Elsevier, 1982, p. 133-219. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0079-6417\(08\)60006-2](https://doi.org/10.1016/S0079-6417(08)60006-2).
- [124] J. Bertolaccini, E. Lévêque et P.-E. Roche. « Disproportionate entrance length in superfluid flows and the puzzle of counterflow instabilities ». In : *Phys. Rev. Fluids* 2 (12 déc. 2017), p. 123902. DOI : [10.1103/PhysRevFluids.2.123902](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.2.123902).
- [125] Steven R. Stalp, L. Skrbek et Russell J. Donnelly. « Decay of Grid Turbulence in a Finite Channel ». In : *Phys. Rev. Lett.* 82 (24 juin 1999), p. 4831-4834. DOI : [10.1103/PhysRevLett.82.4831](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.4831).
- [126] Simone Babuin, Emil Varga, Ladislav Skrbek, Emmanuel Lévêque et Philippe-E. Roche. « Effective viscosity in quantum turbulence : A steady-state approach ». In : *Europhysics Letters* 106.2 (2014), p. 24006. DOI : [10.1209/0295-5075/106/24006](https://doi.org/10.1209/0295-5075/106/24006).
- [127] Michael R. Smith, Russell J. Donnelly, Nigel Goldenfeld et W. F. Vinen. « Decay of vorticity in homogeneous turbulence ». In : *Phys. Rev. Lett.* 71 (16 oct. 1993). DOI : [10.1103/PhysRevLett.71.2583](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.2583).

- 
- [128] L. Skrbek, J. J. Niemela et Russell J. Donnelly. « Four Regimes of Decaying Grid Turbulence in a Finite Channel ». In : *Phys. Rev. Lett.* 85 (14 oct. 2000), p. 2973-2976. DOI : [10.1103/PhysRevLett.85.2973](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.2973).
- [129] W. F. Vinen. « Classical character of turbulence in a quantum liquid ». In : *Phys. Rev. B* 61 (2 jan. 2000), p. 1410-1420. DOI : [10.1103/PhysRevB.61.1410](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.61.1410).
- [130] D. Scott Holmes et S. W. Van Sciver. « Attenuation of second sound in bulk flowing He II ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 87.1 (avr. 1992), p. 73-93. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/BF00141568>.
- [131] R.R. Ijsselstein, M.P. de Goeje et H.C. Kramers. « Combined measurements on various types of stationary flow of superfluid 4He ». In : *Physica B+C* 96.3 (1979), p. 312-324. ISSN : 0378-4363. DOI : [https://doi.org/10.1016/0378-4363\(79\)90014-7](https://doi.org/10.1016/0378-4363(79)90014-7).
- [132] P. L. Walstrom. « Heat transfer by internal convection in turbulent He II forced flow ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 73.5 (déc. 1988), p. 391-405. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/BF00683569>.
- [133] P.-E. Roche, P. Diribarne, T. Didelot, O. Français, L. Rousseau et H. Willaime. « Vortex density spectrum of quantum turbulence ». In : *Europhysics Letters* 77.6 (fév. 2007), p. 66002. DOI : [10.1209/0295-5075/77/66002](https://doi.org/10.1209/0295-5075/77/66002).
- [134] C. F. Barenghi, R. J. Donnelly et W. F. Vinen. « Friction on quantized vortices in helium II. A review ». In : *Journal of Low Temperature Physics* 52.3 (août 1983), p. 189-247. ISSN : 1573-7357. URL : <https://doi.org/10.1007/BF00682247>.
- [135] Emmanuel Lévêque, Juan Ignacio Polanco, Zhentong Zhang, Ionut Danaila et Philippe-Emmanuel Roche. *On the role of mutual friction in He-II Turbulence*. URL : <https://eequte2023.sciencesconf.org/data/Leveque.pdf>. Juill. 2023.



**Abstract :** At atmospheric pressure,  $^4\text{He}$  is a liquid at temperatures below 4.2 K. Up to 2.17 K at saturation, it behaves as a Newtonian liquid (He I), characterized by an extremely low viscosity of about  $2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ . Below 2.17 K at saturation, helium enters a second liquid phase (He II) which exhibits remarkable properties : complete absence of viscosity in certain types of flow, extremely high apparent thermal conductivity, fountain effect...

Currently, no model can fully describe the dynamics of this “superfluid”. To enhance our understanding, this thesis presents a comparative experimental study of turbulence in He II (or quantum turbulence) along with in He I (or classical turbulence). Within the temperature range explored (down to 1.6 K), He II is generally described as a superposition of two components : a normal, Newtonian component, and a superfluid component with no viscosity, where vorticity is concentrated in quantized filaments. These two components are coupled by a force known as mutual friction. Despite their intrinsically different natures, it has been reported that classical and quantum turbulence exhibit similar behavior at large scales.

In our experiment, the flow is generated by the oscillation of a double-grid (three-dimensional inertial forcing), with its frequency and amplitude adjustable to modulate the intensity of velocity fluctuations. Two complementary approaches are used to characterize turbulence properties. The first involves analyzing the 2D and 3D trajectories of particles, reconstructed from flow images captured by high-speed cameras through the cryostat windows. The second approach ex-

amines the attenuation of a stationary second sound wave due to its interaction with the quantum vortex lines in the flow.

The trajectory analysis allowed us to establish the scaling law relating turbulent velocity fluctuations to agitation parameters, which agrees with those reported in the literature. Characterization of the third-order structure function of longitudinal velocity increments, calculated from 3D measurements, confirmed the  $\frac{4}{5}$ -law. We were thus able to estimate the dissipation rate and deduce the integral scale of the flow. Our measurements of the average vortex line density as a function of the forcing intensity confirm the scaling law reported in the literature :  $\delta/L = \beta \text{Re}_\kappa^{-3/4}$ . Thanks to the cross-diagnostics implemented, we determine  $\beta = 0.48 \pm 0.01$  with good precision, whereas only an order of magnitude of this constant was previously known. It is then shown that the intensity of the vorticity associated with this scale is in very good agreement with that predicted by the Kolmogorov cascade mechanisms.

The interpretation of these measurements leads us to propose a scenario for the mechanisms of energy transfer and dissipation in He II. In this paradigm, the energy injected at large scales is distributed between the normal and superfluid components up to the mean inter-vortex scale. At this scale, the mutual friction force becomes significant and dissipates a portion of the energy. Depending on the remaining proportion, it also allows the transfer of energy from the superfluid component to the normal component. A new cascade then carries this residual energy and dissipates it at scales where viscosity becomes significant.

**Keywords :** Turbulence, 4D-PTV, Superfluid Helium, Oscillating Grids, 2<sup>nd</sup> Sound Attenuation

**Résumé :** À pression atmosphérique, l' $^4\text{He}$  est liquide pour des températures inférieures à 4.2 K. Jusqu'à 2.17 K à saturation, il se comporte comme un liquide newtonien (He I), caractérisé par une viscosité extrêmement faible, de l'ordre de  $2 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ . En dessous de 2.17 K à saturation, l'hélium entre dans une seconde phase liquide, l'He II, qui présente des propriétés remarquables : absence totale de viscosité dans certains types d'écoulements, conductivité thermique apparente extrêmement élevée, effet fontaine...

À ce jour, aucun modèle ne permet de décrire de manière exhaustive la dynamique de ce "superfluide". Afin d'enrichir notre compréhension, cette thèse propose une étude expérimentale comparative de la turbulence en He II (ou turbulence quantique) avec celle en He I (ou turbulence classique). Dans la gamme de températures explorée (jusqu'à 1.6 K), l'He II est généralement décrit comme une superposition de deux composantes : une normale, newtonienne, et une superfluide dépourvue de viscosité et dont la vorticité est concentrée en filaments quantifiés. Les deux composantes sont couplées par une force appelée friction mutuelle. Malgré leurs natures intrinsèquement différentes, il a été rapporté que les turbulences classique et quantique ont des comportements similaires aux grandes échelles.

Dans notre expérience, l'écoulement est généré par l'oscillation d'une double grille (forçage inertiel tridimensionnel), dont la fréquence et l'amplitude peuvent être ajustées pour moduler l'intensité des fluctuations de vitesse. Deux approches complémentaires sont adoptées pour caractériser les propriétés de la turbulence. La première repose sur l'analyse des trajectoires en 2D et 3D des particules, reconstruites à partir d'images de l'écoulement capturées par des caméras rapides à travers les hublots du cryostat. La

seconde approche examine l'amortissement d'une onde stationnaire de second son d  à son interaction avec les lignes de vortex quantiques dans l'écoulement.

L'étude des trajectoires nous a permis d'établir la loi d'échelle reliant les fluctuations de vitesse turbulente aux paramètres d'agitation, en accord avec celle rapportée dans la littérature. La caractérisation de la fonction de structure d'ordre 3 des incriments de vitesse longitudinaux, calculée à partir des mesures 3D, a confirmé la loi des  $\frac{4}{5}$ -ième. Nous avons ainsi pu estimer le taux de dissipation et en déduire l'échelle intégrale de l'écoulement. Nos mesures de la densité moyenne de lignes de vortex en fonction de l'intensité du forçage confirment la loi d'échelle rapportée dans la littérature :  $\delta/L = \beta \text{Re}_\kappa^{-3/4}$ . Grâce aux diagnostics croisés mis en oeuvre, nous déterminons  $\beta = 0.48 \pm 0.01$  avec une bonne précision, alors que seul un ordre de grandeur de cette constante était connu. On montre alors que l'intensité de la vorticité associée à cette échelle est en très bonne adéquation avec celle prédite par les mécanismes de cascade de Kolmogorov.

L'interprétation des mesures nous conduit à formuler un scénario des mécanismes de transfert et de dissipation de l'énergie en He II. Dans ce paradigme, l'énergie injectée à grande échelle se répartit indifféremment entre les composantes normale et superfluide jusqu'à atteindre l'échelle inter-vortex moyenne.   cette échelle, la force de friction mutuelle devient sensible et dissipe une fraction de l'énergie. Suivant la proportion restante, elle assure aussi le transfert de la composante superfluide vers la composante normale. Une nouvelle cascade se met alors en marche pour faire cascader cette énergie résiduelle et la dissiper aux échelles où la viscosité devient sensible.

**Mots clés :** Turbulence, 4D-PTV, Hélium superfluide, Grilles oscillantes, Atténuation de 2<sup>nd</sup> son