



**HAL**  
open science

# Une modélisation du comportement hygro-rhéologique du bois à partir de sa microstructure

Joseph Gril

► **To cite this version:**

Joseph Gril. Une modélisation du comportement hygro-rhéologique du bois à partir de sa microstructure. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Paris 6 - Pierre et Marie Curie, 1988. Français. NNT : 1988PA066271 . tel-04857050

**HAL Id: tel-04857050**

**<https://hal.science/tel-04857050v1>**

Submitted on 4 Jan 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité : Sciences Physique

*présentée par*

Joseph GRIL

pour obtenir le titre de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

*Sujet de la thèse :*

UNE MODELISATION DU COMPORTEMENT  
HYGRO-RHEOLOGIQUE DU BOIS  
A PARTIR DE SA MICROSTRUCTURE

Soutenue le 13 juin 1988  
devant le jury composé de :

MM.	P.	LADEVEZE	Président
	C.	HUET	Rapporteur
	J.	ZARKA	“ “
	D.	HUNT	Examineur
	W.	KAUMAN	“ “
	P.	MORLIER	“ “
	M.	NORIMOTO	“ “

***UNE MODELISATION DU COMPORTEMENT  
HYGRO-RHEOLOGIQUE DU BOIS  
A PARTIR DE SA MICROSTRUCTURE.***

---

**Joseph GRIL**





## AVANT-PROPOS

*Au moment d'achever la synthèse de plusieurs années de travail, comment en toute conscience se souvenir de l'origine des innombrables données que l'on s'est appropriées et qu'un jour on entreprend de relier entre elles ? Il faudrait en réalité remonter très loin, jusqu'au plus profond de l'héritage culturel, pour retracer l'intégralité du processus. On pourrait en dire autant du contexte qui a motivé le choix du thème de recherche, car il ne faudrait pas le réduire aux acteurs sociaux demandeurs ou utilisateurs potentiels. Or c'est précisément ce que devrait permettre l'avant-propos d'une thèse : replacer le travail dans son contexte, et, ce faisant, exprimer sa gratitude envers les nombreuses personnes qui, de près ou de loin, indirectement ou d'une manière plus tangible, ont rendu ce travail possible.*

*Certains lecteurs éprouveront sans doute une surprise à constater que le bois puisse faire l'objet d'un discours "scientifique". En effet l'utilisation par les hommes de cette classe de matériaux désignée par le terme générique de "bois" ne date pas d'hier. Nos ancêtres se passaient fort bien de Science du Bois pour en faire les usages les plus variés. A cette éventuelle objection, je voudrais répondre sur plusieurs plans.*

*La science moderne est une extension de la culture occidentale, au même titre que l'ordinateur est une extension d'une partie du cerveau de l'homme ou que la voiture est une extension de ses jambes. Les extensions sont au départ des outils conçus par l'homme pour lui faciliter la vie mais rapidement elles deviennent des entités autonomes qui s'imposent à lui. La Science s'est dorénavant imposée à la société comme le passage obligé par lequel s'exerce notre domination technique du monde. Tenir un discours scientifique sur le bois, ou plutôt renouveler ce discours, est donc une nécessité dès lors que nous désirons faire usage de ce matériau.*

*Au début des années quatre-vingt, les chocs pétroliers et les discours consécutifs sur les économies d'énergie ne sont pas loin, des rapports gouvernementaux font état des problèmes de la "filiale bois", de la richesse de notre patrimoine forestier qu'il faut valoriser, le bois est dorénavant perçu comme une "matière première renouvelable" ... Par comparaison avec d'autres pays, on peut parler d'un retard de la France en matière de recherche sur le bois, qu'il s'agisse de la connaissance fondamentale du matériau ou des développements orientés vers les applications industrielles. Les besoins de l'industrie du bois sont réels, mais la structure morcelée de ce secteur professionnel le pénalise gravement.*

*Pour tenter de rattraper ce retard et pallier le manque d'initiatives de la profession, des actions gouvernementales sont mises en place, et celles-ci consistent notamment à mobiliser l'intérêt de laboratoires universitaires, tout en incitant des organismes tels que le CTBA, le CTFT, l'INRA, à développer leur effort de recherche. Ainsi des pôles régionaux se sont constitués, à Nancy, Montpellier, Paris, puis Bordeaux, Clermont-Ferrand ... Dans le domaine de la*

*rhéologie du bois en particulier un Groupement Scientifique a été créé au sein du CNRS, permettant aux différentes équipes d'analyser les besoins industriels, définir les priorités de recherche et confronter leurs résultats.*

*Bref rappel "historique" indispensable pour faire sentir l'ambiance dans laquelle la recherche dont le compte-rendu va suivre a été menée. Insistons sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un travail isolé. Il est l'écho de préoccupations scientifiques communes à tout un groupe de chercheurs, modeste au départ, mais dont l'importance va croissante. Comme eux, j'ai découvert l'existence du bois dans le monde de la Science, et comme eux je crois, j'ai petit-à-petit épousé la cause de ce matériau dont une meilleure utilisation ne pourra que profiter à la société de demain. C'est donc à eux tous que s'adresseront mes premières pensées, expressions de ma solidarité avec eux et encouragements pour le long travail restant à accomplir. Disant cela je ne peux qu'évoquer la mémoire du regretté Pierre Chardin, qui fut pour nous tous un pionnier, et que j'eus la chance de rencontrer à mes débuts.*

*Le problème de la gestion et de la valorisation des ressources en bois se pose en fait à l'échelle de la Planète. Dans de nombreux pays existent pour le bois les équivalents de nos centres techniques ou de nos groupements scientifiques. Les vœux de solidarité que je formulais à l'instant, je pourrais les étendre à cette communauté internationale de chercheurs, souhaitant le renforcement des coopérations en place et l'établissement de nouvelles. Dans ce domaine comme dans bien d'autres, nous avons tout à gagner à profiter de l'expérience des autres, tout autant qu'il serait illusoire d'attendre du monde extérieur la définition de nos problématiques spécifiques.*

*Ces quelques considérations auront, je l'espère, permis d'évoquer le cadre général des motivations de la recherche à laquelle je me consacre. Venons-en maintenant au préambule du travail proprement dit.*

*Il a été effectué dans le cadre de la "formation complémentaire par la recherche" (FCPR) faisant suite à l'enseignement normalement dispensé à l'Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts (ENGREF). En tout premier lieu je tiens donc à remercier M. Jean-Pierre Troy, actuellement Directeur de l'ENGREF et promoteur de la FCPR, de m'avoir orienté vers des recherches en mécanique du bois, et pour la confiance dont il a bien voulu me gratifier en me faisant bénéficier de ce régime privilégié de formation.*

*M. Pierre Habib m'a accueilli alors au Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS) à l'Ecole Polytechnique, et accordé les moyens, expérimentaux et humains, d'y effectuer un travail dont je pense avoir retiré un grand profit. Il n'a cessé, en toute circonstance, de m'apporter son soutien. De même M. Joseph Zarka, à qui je dois beaucoup, et que je veux avant tout remercier ici pour sa gentillesse et sa patience, sans parler du temps considérable que par la suite il a bien voulu consacrer au dossier "bois".*

*En matière de recherche et de mécanique des matériaux, c'est M. Pierre Ladevèze qui guida mes premiers pas (ils furent parfois maladroits ...), et que je remercie d'avoir accepté de présider le jury de thèse.*

L'objectif que nous nous étions fixé au LMS était la recherche des relations de comportement pour un chargement complexe hygro-thermo-mécanique susceptible d'être exercé, en pratique, sur un élément de structure bois. Un certain Jeudi du printemps 1983, M. Walter Kauman, Directeur Scientifique du CTB, vint nous parler du bois au LMS, et notamment de l'effet mécano-sorptif. Phénomène étrange et mal compris, pouvant induire des déformations considérables : deux bonnes raisons de l'étudier en priorité. Walter Kauman fut ainsi l'instigateur du thème de recherche, et ce travail lui est en quelque sorte dédié. Il fut d'ailleurs un ami autant qu'un conseiller, de sorte que sa présence dans le jury m'honore doublement.

La même année je rencontrais au CTB M. Takashi Okuyama, grâce à qui je découvris l'existence au Japon d'un monde florissant de recherches sur le bois. Il me mis en contact avec M. Tadashi Yamada, de l'Université de Kyoto, Directeur d'un laboratoire au Wood Research Institute se consacrant depuis plusieurs dizaines d'années à la rhéologie du bois. Par la suite le Professeur Yamada m'obtint l'invitation du Ministère de l'Education du Japon et je séjournais dans son laboratoire plus d'une année, en 1986-1987. A lui et au Professeur Misato Norimoto, qui pilotait mes recherches, je dois une profonde reconnaissance à bien des égards. Sans parler de l'enrichissement personnel ni de la masse de données que m'a permis d'accumuler ce séjour, disons que je leur suis redevable d'une conviction : celle qui actuellement me pousse à préférer la recherche comme métier et le bois comme thème de recherche.

Mais j'anticipe. En septembre 1984, à l'occasion d'un séjour au LMS, le Professeur Ingo Müller de l'Université Technique de Berlin participa activement à l'élaboration initiale du modèle uniaxial de mécano-sorption. Tout mon travail est parti de là. En fait, au niveau de la modélisation, en particulier dans la formulation multiaxiale qui ne fut élaborée que plus tard, je me rends mieux compte avec le recul à quel point je suis toujours resté inspiré par sa démarche.

Nos relations avec M. David Hunt, du South Bank Polytechnic à Londres et qui voulut bien participer au jury, datent de la même époque. Sans la richesse de données expérimentales dont je pus disposer grâce à lui, mon travail se serait réduit à de froides constructions intellectuelles. Je souhaite que dans l'avenir l'"extension européenne" du G.S. Rhéologie du bois se fasse, afin que nous achevions de nous sentir les membres d'une même communauté scientifique.

En 1984-85 il n'était pas encore que vaguement question de G.S., seule existait l'association ARBOLOR autour de Nancy. Nous avons alors constitué un petit groupe de travail limité à la région Parisienne qui se réunissait régulièrement. A ces réunions participait M. Christian Huet, qui comme nous découvrait le bois, et apportait à l'étude de la rhéologie du bois son expérience éprouvée d'autres matériaux. Je voudrais dire ici combien son apport fut alors précieux, autant que les résultats dont il nous fait maintenant profiter. Je le remercie, ainsi que M. Joseph Zarka, d'avoir accepté de rédiger le rapport de thèse, d'autant plus que l'un et l'autre durent pour cela prendre sur des emplois du temps bien chargés.

*En 1985, fut créé le G.S. Rhéologie du Bois et trois ans plus tard l'organisation d'un colloque européen témoigne de son succès. M. Pierre Morlier s'est chargé de la Direction du G.S. et à ce titre sa participation au jury revêtait pour moi une grande importance.*

*Je n'aurais pu mener à bien les expériences au LMS sans l'aide efficace et dévouée de M. Pierre Valli. De longtemps je n'oublierai Jean-Baptiste Leblond et les interminables discussions autour d'un bol de thé, les sages conseils de M. Minh-Phong Luong, le bon voisinage de Joël Frelat, la constante gentillesse de Mme Mina Ratni, M. Patrice Lemattre à qui sont dues les figures, tous ceux et celles de l'atelier et du secrétariat, tous les membres du Laboratoire que faute de place je ne peux citer nommément et qui ont rendu ce travail possible.*

*Pour finir un dernier mot de remerciement adressé à mes autres amis français et étrangers qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de ce travail, tous particulièrement ceux du Wood Research Institute et le Professeur Jinsuke Mukudai de l'Université Préfectorale de Kyoto, ainsi que MM. Hubert Polge et Bernard Monties pour leurs nombreuses et pertinentes remarques.*

---

*Le texte de la thèse à été entièrement composé à l'aide du traitement de texte scientifique CAD-PS, version française de PS-Scroll.*

## TABLE DES MATIERES

	page
<b>AVANT-PROPOS</b> .....	3
<b>TABLE DES MATIERES</b> .....	7
<b>PRESENTATION</b> .....	11
<b>NOTATIONS</b> .....	15
<b>Partie I : DONNEES EXPERIMENTALES</b> .....	21
<b>1. DONNEES SUR LE MATERIAU</b> .....	22
1.1. Description anatomique	
1.2. La génèse du matériau	
<i>Conclusions</i>	
<b>2. DONNEES EXPERIMENTALES SUR L'EFFET MECANO-SORPTIF</b>	39
<i>L'effet mécano-sorptif</i>	
2.1. Indépendance du temps et linéarité	
2.2. Effet du temps et mécano-sorption	
2.3. Allure des trajectoires mécano-sorptives	
2.4. Effets transitoires de la sorption sur le comportement	
2.5. Recouvrance et effet mémoire	
2.6. L'hypothèse de l'état d'équilibre	
<i>Conclusions</i>	
<b>3. RECHERCHE EXPERIMENTALE DE L'ETAT D'EQUILIBRE</b> . . . . .	60
3.1. Représentation dans le plan déformation-contrainte	
3.2. La procédure multi-paliers	
3.3. Application de la procédure multi-paliers	
3.4. Non-linéarité par rapport à la contrainte	
<i>Conclusions</i>	
<b>4. DONNEES SUR L'INFLUENCE DE LA MICROSTRUCTURE</b> . . . . .	71
4.1. Délamination de la paroi (Mécanisme de Mukudai)	
4.2. La caractérisation acoustique du bois	
4.3. Influence de l'angle moyen des microfibrilles sur la réponse acoustique	
4.4. "Abaques" de l'angle des microfibrilles	
<i>Conclusions</i>	
<b>5. REDUCTION DU FLUAGE MECANO-SORPTIF   PAR TRAITEMENT CHIMIQUE</b> .....	81
5.1. De la stabilisation acoustique à la stabilisation mécano-sorptive	
5.2. Procédure expérimentale	
5.3. Résultats et discussion	
<i>Conclusions</i>	

<b>Partie II : MODELES DE MECANO-SORPTION :</b>	
<b>    APPROCHES UNIAXIALES</b> . . . . .	<b>91</b>
<b>1. LOI DE COMPORTEMENT DU MODELE PHYSIQUE</b> . . . . .	<b>93</b>
1.1. Représentation de la matrice	
1.2. L'action de l'eau	
1.3. La prise en compte du treillis cellulosique	
1.4. Calcul de l'énergie du mécanisme élémentaire	
1.5. Expression des barrières de potentiel et de la déformation	
1.6. Prise en compte de l'aspect statistique	
1.7. Evolution du système	
1.8. Réponse mécanique du système en ambiance stable	
1.9. L'effet mécano-sorptif comme accélération du fluage	
<i>Conclusions</i>	
<b>2. FORMULATION SIMPLIFIEE DU MODELE PHYSIQUE</b> . . . . .	<b>117</b>
2.1. Cas de deux puits de potentiel	
2.2. Influence de l'humidité	
2.3. Influence du niveau de contrainte	
2.4. Influence simultanée de l'humidité et de la contrainte sur le temps caractéristique et la complaisance différée.	
<i>Conclusions</i>	
<b>3. SIMULATION NUMERIQUE DE CHARGEMENTS MECANO-SORPTIFS</b> . . . . .	<b>138</b>
3.1 Rappel des équations du comportement	
3.2 Choix de paramètres	
3.3. Discrétisation pour les simulations numériques	
3.4. Représentation graphique des résultats	
3.5. Simulation du séchage sous contrainte	
3.6. Cycles d'humidité sous contrainte dans le domaine sec et le domaine humide	
3.7. Cycles d'humidité à amplitude croissante	
3.8 A la recherche de l'état d'équilibre : fluage multi-paliers	
<i>Conclusions</i>	
<b>4. INTERPRETATION ANALOGIQUE DE L'EFFET DE SEUIL MECANO-SORPTIF</b> . . . . .	<b>158</b>
4.1. Conditions devant être vérifiées par le critère d'activation	
4.2. Généralisation du critère "humidité maximale"	
4.3 Représentation de la mécano-sorption par un "attelage à hygro-verrous"	
4.4 Développements du modèle à hygro-verrous	
4.5. Extension visco-élastique	
4.6. Interprétation physique	
<i>Conclusions</i>	

<b>Partie III : HYGRO-VISCO-ELASTICITE</b>	
<b>DE LA PAROI CELLULAIRE :</b>	
<b>ESSAI D'APPROCHE MICRO-MACRO</b> . . . . .	<b>173</b>
<b>1. MODELISATION DU COMPORTEMENT ELASTIQUE</b> . . . . .	<b>175</b>
1.1. Un réseau continu de microfibrilles	
1.2. Schématisation d'une lamelle de la paroi par un réseau de poutres encastrées	
1.3. Calcul de la rigidité du réseau en contrainte plane	
1.4. Les incrustations de matrice représentées par des ressorts inclus dans le réseau	
1.5. Elasticité des inclusions amorphes	
<i>Conclusions</i>	
<b>2. MODELISATION DU COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE</b> . . . . .	<b>197</b>
2.1. Evolution du paramètre de configuration : Extension du modèle uniaxial.	
2.2. Remarques sur le potentiel des configurations	
2.3. Formulation simplifiée pour deux sites	
2.4. Etude de la linéarité	
2.5. Introduction d'un élément "vérin mécanique" et représentation analogique équivalente au modèle physique	
2.6. Equation différentielle du comportement	
2.7. Activation mécano-sorptive	
<i>Conclusions</i>	
<b>3. DEFORMATIONS RESIDUELLES GENEREES</b>	
<b>PAR LA LIGNIFICATION ET LE SECHAGE</b> . . . . .	<b>212</b>
3.1. Signification physique des facteurs de prédéformation et d'ampleur	
3.2. Déformation résiduelle générée lors de la croissance cellulaire.	
3.3. Déformation résiduelle générée lors du séchage	
3.4. Une distinction au sein de l'eau liée : eau lenticulaire et eau lamellaire	
3.5. Définition de l'humidité $\omega$ et interprétation de l'hystérésis	
3.6. Influence de l'humidité sur les paramètres du modèle	
<i>Conclusions</i>	

<b>4. IDENTIFICATION DU COMPORTEMENT DE LA MATIERE LIGNEUSE</b> .....	<b>226</b>
4.1. Passage du comportement macroscopique à celui de la paroi	
4.2. Passage du comportement de la paroi à celui des couches S2	
4.3. Restriction du cisaillement et décollement	
4.4. Réinterprétation du mécanisme de Mukudai	
4.5. Identification du comportement élastique de la matière ligneuse	
4.6. Le comportement dynamique de la paroi	
4.7. Identification du comportement visco-élastique de la matière ligneuse	
4.8. Identification des paramètres du modèle	
<i>Conclusions</i>	
<b>ANNEXE</b> .....	<b>248</b>
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>251</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	<b>258</b>

---



Alors qu'il traversait une montagne, Tchouang-tseu vit un grand arbre aux longues branches et au feuillage luxuriant. Un bûcheron qui coupait du bois près de là ne touchait pas à cet arbre. Tchouang-Tseu lui demanda pourquoi.

- Parce que son bois n'est bon à rien, dit le bûcheron.

- Grâce à son inutilité, cet arbre atteindra sa durée naturelle, conclut Tchouang-Tseu.

"L'oeuvre complète de Tchouang-Tseu",  
Traduc. Liou Kia-hway, Gallimard 1973.

## PRESENTATION

L'homme des temps modernes n'a pas les mêmes goûts que la Nature. Il lui faut, pour satisfaire ses penchants dominateurs, s'établir sur des bases stables, qui, selon lui, ne peuvent consister qu'en raisonnements reproductibles, en matériaux immobiles et répétitifs. La Nature, quant à elle, a compris depuis longtemps que stable veut dire adaptable et que le rond l'emporte sur le carré. Aussi les êtres qu'elle produit possèdent-ils, comme garantie de leur survie, variabilité, formes souples et changeantes. Le défi auquel est confrontée l'intelligence humaine qui veut s'approprier les dons de la sage Nature consiste donc à rendre carré ce qui lui est fourni rond et à fixer ce qui varie.

Ces quelques réflexions ne sont pas là pour excuser la sécheresse du discours scientifique qui va suivre. Nous nous proposons de parler du bois. Or le bois est fabriqué par la Nature : il est rond et variable, et "joue" à l'humidité. Pour l'utiliser nous devons donc le découper, le normaliser, le stabiliser. Sa rondeur, nous en parlerons peu, car notre travail se limitera au comportement "longitudinal", c'est-à-dire dans la direction des fibres. En revanche les deux autres spécificités que nous venons de mentionner, à savoir l'effet de l'humidité et la variabilité, seront, respectivement, les thèmes sous-jacents des deuxième et troisième parties.

La première partie sera consacrée aux données expérimentales. Il s'agira tout à la fois d'un rappel de données de base sur le matériau, destiné aux non-spécialistes du bois, d'une étude bibliographique et d'une présentation de quelques résultats que nous avons obtenus en vue de caractériser le comportement hygro-mécanique du matériau. Nous n'énumérerons pas la longue liste des avantages et inconvénients du bois, comparé aux autres matériaux. Aussi dirons-nous simplement ici que de toutes façons, il n'a pas besoin d'être défendu, car il est irremplaçable. Il n'est le premier nulle part, mais, "moyen" partout, il passe brillamment l'examen.

La description du matériau sera l'occasion de nous familiariser avec les différentes échelles de l'hétérogénéité et de l'anisotropie du bois. Nous verrons que le concept de "bois", dont la signification s'impose à nous lorsque nous l'observons à l'échelle macroscopique, "éclate" à l'échelle microscopique où l'on constate l'extrême diversité des situations; il faut descendre beaucoup plus bas, à l'échelle du nanomètre, pour retrouver une relative constance de l'organisation structurelle de la matière ligno-cellulosique.

Il s'agira ensuite de sélectionner parmi la masse de données disponibles concernant le comportement mécanique du bois celles sur lesquelles nous nous sommes fondé pour établir les théories des parties présentées par la suite. Ces données concerneront principalement la réponse du bois à des sollicitations "mécano-sorptives", c'est-à-dire ses déformations sous l'action simultanée d'une contrainte et de variations de l'humidité, et la relation entre le comportement macroscopique et certains paramètres de la microstructure, notamment l'influence de l'angle des "microfibrilles" (filaments cellulose orientés, entrant pour moitié environ dans la constitution du bois). Nous conclurons cette partie par une étude de la "stabilisation mécano-sorptive" du bois par traitements chimiques, dont les implications industrielles seront mentionnées.

Dans la seconde partie nous allons proposer des représentations uniaxiales destinées à interpréter l'effet mécano-sorptif et à aboutir à des *modèles*, c'est-à-dire, selon le sens que nous donnons ici à ce terme, des formulations mathématiques rendant compte des phénomènes observés, susceptibles d'en

prédire d'autres, et au bout du compte utilisables dans des codes de calcul. Après quelques brefs rappels sur le matériau, nous allons proposer deux approches, l'une "physique", l'autre "phénoménologique".

La première approche partira de la structure biphasique de la matière ligno-cellulosique constitutive des parois cellulaires. Nous donnerons tout d'abord une formulation générale du modèle, puis une version simplifiée dont nous analyserons les conséquences, notamment vis-à-vis des effets de l'humidité et du niveau de la contrainte appliquée. Pour finir nous l'illustrerons à partir de quelques simulations numériques qui seront l'occasion de discuter des effets relatifs du temps et de l'"activation mécano-sorptive".

La seconde approche abordera le problème sous l'angle des observations phénoménologiques, sans *a priori* concernant le processus physique. Partant des spécificités de l'effet mécano-sorptif, et plus précisément du "seuil" mécano-sorptif observé expérimentalement, nous chercherons une formulation de cette notion de seuil applicable à des chargements complexes. Cela nous mènera à une représentation analogique du comportement, dont la bonne adéquation qualitative avec l'expérience pourrait nous conduire à repenser le processus physique de la mécano-sorption.

La troisième partie sera un modèle du comportement viscoélastique de la paroi cellulaire, ou, pour être plus précis, des couches dites "S2" occupant la majeure partie du volume des parois, vis-à-vis en particulier du comportement longitudinal du bois. Là encore nous partirons de la structure biphasique de la matière, mais cette fois-ci nous tenterons de rendre compte d'une manière plus réaliste de la disposition des microfibrilles, disposées majoritairement en un réseau partiellement cristallin, orientées à faible angle par rapport à l'axe de la cellule, enrobées d'hémicelluloses, et entre lesquelles, lors de la maturation cellulaire, s'est incrustée la lignine. C'est en effet l'orientation moyenne des microfibrilles des couches S2 qui, pour la plus grande part, explique les différences de comportement longitudinal entre les bois, tout au moins si celui-ci est ramené à l'échelle de la paroi cellulaire. C'est à ce titre que le thème sous-jacent de cette troisième partie est la **variabilité** du matériau.

Nous calculerons tout d'abord la rigidité du réseau microfibrillaire représenté par un réseau de lamelles de poutres encastées, puis celle de la matrice disposée en inclusions lenticulaires entre les microfibrilles et assimilée à des ressorts inclus dans le réseau. L'évolution de la "configuration" de ces ressorts, c'est-à-dire de leur longueur à vide, sera décrite à l'aide du formalisme de la première approche de la seconde partie, de sorte que nous aboutirons à des représentations analogiques du comportement qui seront la généralisation multiaxiale du modèle physique uniaxial, assortie toutefois d'une condition d'"uniaxialité" des déformations visqueuses.

Tout un chapitre sera alors consacré à la prise en compte, par le modèle, des contraintes générées dans la matière lors de la maturation cellulaire et du séchage. A cette occasion, nous amorcerons une discussion sur la localisation de l'eau adsorbée dans la paroi ainsi que sur le paramètre d'humidité pertinent vis-à-vis du comportement hygro-mécanique.

Pour finir nous analyserons le passage macroscopique-nanoscopique, avec une étape intermédiaire à l'échelle du micron, au niveau des couches "S2". A partir d'informations sur la réponse acoustique longitudinale, nous identifierons la valeur de certains coefficients caractérisant le comportement viscoélastique de la matière ligneuse. Faisant alors la synthèse des résultats des premiers chapitres, nous passerons à la seconde étape, qui nous conduira à des estimations des paramètres du modèle dont nous ne connaissions pas *a priori* les ordres de grandeurs. Cela concernera en particulier les paramètres de glissement visqueux, dont nous serons alors en mesure de déterminer les directions préférentielles dans un repère local lié à l'ultrastructure.

Constatant que les résultats obtenus dans la troisième partie apportent une sorte de justification *a posteriori* à l'approche uniaxiale de la seconde, nous proposerons, dans la **Conclusion**, une relecture de l'ensemble du travail ne se bornant pas à reprendre, comme nous venons de le faire, les étapes de l'exposé. Nous essaierons à cette occasion de mettre en évidence les points forts comme les insuffisances des approches proposées, les leçons que l'on peut en tirer et les perspectives qu'elles ouvrent pour les recherches ultérieures.

## NOTATIONS

**Numérotation des parties, figures et formules.** Le texte contient trois parties numérotées I, II et III, divisées en chapitres eux-mêmes subdivisés en paragraphes (§). Les parenthèses sont réservées aux formules. La numérotation étant faite *par partie*, la mention de la partie est omise lorsqu'il s'agit de la partie en cours.

**Exemple :** Si l'on est dans la partie III, on notera :

chapitre II.2, § II.2.3, figure I.4.1,  
formule (II.3.4)<sup>2</sup> [seconde ligne de la formule (II.3.4)]

mais :

§ 4.5 au lieu de de § III.4.5  
formule (1.20) au lieu de (III.1.20), etc.

**Notations pour les repères d'orientation et les tenseurs.** On se reportera à la figure I.1.1, où sont explicités les trois systèmes de repérage, correspondant aux trois échelles de description du comportement : macroscopique (L,R,T), microscopique ( $\ell,t,r$ ) et nanoscopique (1,2,3).

Pour les manipulations sur les tenseurs symétriques, nous avons utilisé la notation vectorielle (voir à ce propos l'introduction de la partie III ou bien l'annexe du chapitre III.4). Les quantités tensorielles (vecteurs, matrices, etc.) sont notées en caractères gras pour les distinguer des scalaires. Signalons en outre que la transposée d'une matrice A est notée  $A^T$  et que le point signifie le produit scalaire, l'absence de point signifiant le produit normal, par exemple :

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_i x_i y_i = \mathbf{x}^T \mathbf{y} \quad \text{ou} \quad (\mathbf{Ax})_i = \sum_j A_{ij} x_j$$

**Symboles particuliers.**  $\hat{x}(p)$  désigne la transformée de Laplace-Carson de la fonction du temps  $x(t)$ ,  $\hat{A} = A' \pm iA''$  pouvant aussi être la valeur complexe de A en régime vibratoire de pulsation donnée  $\phi$ , i.e.  $\hat{A} = \hat{A}(i\phi)$ . L'astérisque supérieur est en principe réservé aux quantités et concepts intervenant lors de l'instabilité mécano-sorptive, avec toutefois une exception à la fin du texte (chapitre III.4) où  $\sigma^*$  désigne la contrainte interne dans la paroi.

**Remarques générales sur les notations.** Nous donnons ci-dessous une liste partielle des notations utilisées, en indiquant, lorsque cela s'y prêtait, une référence de la première utilisation (formule, paragraphe ou figure). D'une manière générale, nous avons cherché (dans la mesure du possible !) à conserver une cohérence formelle à l'ensemble du texte, appelant  $\omega$  le taux d'humidité d'un bout à l'autre, la rigidité de la barre élastique P dans la partie II devenant le tenseur des rigidités du réseau microfibrillaire P dans la partie III, etc.

<b>LISTE ALPHABETIQUE DES PRINCIPALES NOTATIONS</b>
---

### ALPHABET ROMAIN

A,B,C,D,E,O	points du réseau microfibrillaire [§ III.1.3]
$a_m, b_m$	hygro-verrous correspondant à l'humidité $\omega_m$ [§ II.4.3]
AA'A'',CC'C''	symboles des liaisons covalentes [fig. II.1.4]
BB'	symbole des liaisons hydrogènes [fig. II.1.1]
c	$\cos(\theta)$ [§ III.4.4]
$c_0...c_2, d_0...d_2$	coefficients de l'expression de la complaisance réelle, imaginaire [(III.4.12)]
$C^*$	critère d'activation mécano-sorptive [(II.1.1)]
D	facteur de décollement [(III.4.6)]
E ou $E_L, E', E''$	module d'Young longitudinal, partie réelle, imaginaire
$E^e, E^\infty$	module d'Young instantané, différé [§ II.3.2]
$E_0, E_1$	module des poutres (microfibrilles), des poutrelles [§ III.1.2]
$E_m$ ou $E_M$	module de la matrice [(III.1.19)]
$E/\rho, E'/\rho, \dots$	module d'Young spécifique statique, dynamique [§ I.4.2]
$\rho f, \rho g$	énergie libre, enthalpie libre du mécanisme élémentaire [§ II.1.4 et § III.2.1]
$f_2 = f, f_3$	proportion de microfibrilles dans les directions 2, 3 [fig. III.1.3].
$F_0$	charge de référence pour le fluage multi-paliers [§ I.3.3]
$F_1, F_2, F_6$	efforts appliqués aux noeuds du réseau [(III.1.6)]
$G_a, G_a^0$	énergie d'activation, sa valeur pour $\sigma$ telle que $P\xi^0=0$ [(II.2.2)]
$G_b, G_b^*$	énergie de rupture de la liaison BB', valeur transitoire [fig. II.1.2, (II.1.1)]
$G^*$	$= G_b - G_b^*$ [(II.2.18)]
$G_\ell(\xi)$	potentiel des liaisons internes à la matrice (BB') [(II.1.4)]
$G^{m,n}$	barrière de potentiel à franchir pour passer du site m au site n [(II.1.12) ou fig. II.1.7]
h	humidité relative de l'air
$h_2 = h$	$= f_2^2 + m_2^2$ [(III.1.10)]
H	tenseur de localisation JQ [(III.2.18) <sup>1</sup> ]
i	$(-1)^{1/2}$ pour la notation complexe
i,j	indices 1...6 pour les tenseurs en notation vectorielle [§ III. Annexe]

$I_0, I_1$	moment d'inertie des "poutres", des "poutrelles" [(III.1.2)]
$I^n$	voisinage du puits de potentiel centré sur $\xi^n$ [(II.1.7)]
$Id$	tenseur identité
$J, J$	complaisance instantanée, $J = (P+Q)^{-1}$
$J_1$	complaisance différée uniaxiale [(II.2.27)]
$J_m$	complaisance du ressort du cran d'humidité $\omega_m$ [§ II.4.3]
$J^0$	tenseur des complaisances élastiques du réseau cristallin = $P^{-1}$ [(III.1.9)]
$k$	constante de Boltzmann pour l'énergie thermique $kT$
$k$	indice des pas de temps [§ II.3.3]
$k_0$	= $f_2 E_0 / E_m$ [(III.4.33)]
$K, K$	rigidité du terme parabolique de $\rho g$ , $K = (P^{-1} + Q^{-1})^{-1}$ [(II.1.6), (III.2.2)]
$K_1$	= $2G_b / \zeta^0$ [(II.1.8)]
$K_2$	= $2G_b / (\zeta^0)^2$ [(II.1.8)]
$\ell$	direction de l'axe de la cellule [fig. I.1.1]
$\ln(x)$	logarithme Néperien de la quantité $x$
$L$	direction macroscopique longitudinale [fig. I.1.1]
$L_1 \dots L_7$	longueurs définissant la géométrie du réseau [fig. III.1.3]
$L_{02}, L_{03}$	épaisseur des microfibrilles dans les directions 2, 3 [fig. III.1.3]
$LM$	lamelle mitoyenne joignant deux parois cellulaires [fig. I.1.2]
$m, M$	numéro de cran d'humidité, nombre total de crans [§ II.4.3]
$m_2, m_3$	proportion de matrice dans les directions 2, 3 [fig. III.1.1]
$M, N$	moment fléchissant dans une poutre, effort normal [§ III.1.3]
$n, N$	indice des puits de potentiel, nombre total de puits [fig. II.1.5]
$n_a$	coefficient de la loi puissance reliant $\tan \delta$ et $E'/\rho$ [(I.4.4)]
$n_b$	différence des nombres de maillons dans deux portions de chaînes adjacentes, caractérise la position de la liaison $BB'$ [§ II.1.1]
$N_a$	$\simeq 6,023 \cdot 10^{23}$ , nombre d'Avogadro
$N^0$	= $[n_1, n_2]$ , ensemble des puits de potentiel stable [(II.1.11)]
$p$	variable de la transformée de Laplace-Carson
$p_1$	paramètre de la contribution des zones de contact [(III.1.5)]
$p^{n,m}$	probabilité de transition du site $n$ vers le site $m$ [(II.1.17)]
$P$	paroi primaire de la cellule [fig. I.1.2]
$P, P$	rigidité du réseau cristallin [(II.1.4), (III.1.10)]
$P, Q, R$	efforts fictifs appliqués aux noeuds du réseau pour le calcul de $P$ [fig. III.1.6]
$q$	= $K_2 / K$ [(II.1.9)]

Q, Q	rigidité des zones amorphes (matrice) [(II.1.4), (III.1.13)]
r	direction normale aux couches de la paroi, dirigée de la lamelle mitoyenne vers le lumen (sens de la croissance) [fig. I.1.1]
R	direction normale aux cernes, dirigée du coeur vers l'écorce (sens de la croissance) [fig. I.1.1]
R	constante des gaz parfaits pour l'énergie thermique molaire RT
s	abscisse curviligne sur l'axe neutre d'une poutre [fig. III.1.6]
s	= $\sin(\theta)$ [§ III.4.4]
$s_0$	section occupée par le mécanisme élémentaire [§ II.1.4]
S1,S2,S3	couches de la paroi secondaire [fig. I.1.2]
t	direction tangentielle, perpendiculaire à l'axe de la cellule ( $\ell$ ) et tangente à la couche cellulaire [fig. I.1.1]
t	temps physique (celui d'une horloge)
$t^*$	durée d'instabilité mécano-sorptive [(II.1.1)]
T	paroi tertiaire (parfois autre désignation de S3) [fig. I.1.2]
T	direction macroscopique tangentielle [fig. I.1.1]
T	température absolue
T	effort tranchant dans une poutre [§ III.1.3]
u	= $\text{tg}^2\theta$ [§ III.4.7]
$v_0, V_0$	volume occupé par le mécanisme élémentaire, son volume molaire [§ II.1.6]
$w_0$	facteur de localisation reliant $\xi$ à la composante différée de $\epsilon$ [(II.1.15)]
$W^0, W^1, W$	matrices de rang 1 caractérisant les déformations différées [(III.2.12,16,20)]
$x, x_0 \dots x_2$	contrainte réduite pour l'étude de la non-linéarité [II.2], valeurs particulières de $x$ [(II.2.23-29)]
x	tenseur de la déformation différée [(III.2.20)]
z	paramètre décrivant l'état d'activation mécano-sorptive [(II.2.9)]
Y	répartition Z à l'équilibre [(II.1.22)]
Z	= $(Z^1 \dots Z^N)$ = répartition des mécanismes dans les sites [(II.1.18)]



## ALPHABET GREC

$\alpha, \beta, \gamma$	angles caractérisant la géométrie du réseau microfibrillaire [fig. III.1.4]
$\alpha^c, a^c$	coefficient de la déformation résiduelle générée par la maturation [(II.2.13), (III.3.1)]
$\alpha^w, a^w$	coefficient de la déformation résiduelle générée par le séchage [(II.2.13), (III.3.2)]
$\tan \delta$	coefficient d'amortissement viscoélastique [(I.4.3)]
$\Delta_0$	proportion volumique de couches S2 dans la paroi [(III.4.4)]
$\epsilon, \epsilon$	petite déformation
$\epsilon^e, \epsilon^w, \epsilon^{\infty}$	déformation élastique, expansion hygrothermique, déformation d'équilibre
$\zeta^0, \zeta^e$	paramètre d'écart entre sites caractérisant l'ampleur des mouvements moléculaires différés [(II.1.7)]
$\eta$	cf. $\xi$
$\theta$	angle des microfibrilles avec la direction $\ell$ [fig. I.1.2, § I.4.3, fig. III.1.1, § III.4.5]
$\Theta$	= $RT/V_0$ , énergie thermique volumique [(II.1.17)]
$\kappa$	coefficient caractérisant les contraintes de croissance [(II.2.13) et (III.3.1)]
$\lambda, \lambda$	"déformation libre" pour l'activation thermique [(II.2.2)], [(III.2.6)]
$\lambda$	indice du cisaillement dans le plan tr [§ III. Annexe]
$\lambda_0, \lambda_1$	facteur de forme des poutres et des poutrelles [(III.1.2)]
$\mu$	= $(\lambda_0/f_2)^2$ = facteur de forme intervenant dans l'expression de P [(III.1.10)]
$\nu$	coefficient de Poisson de la matrice [(III.1.19)]
$\xi, \xi$	paramètre homogène à une déformation décrivant la configuration de la matrice [fig. II.1.5 et § II.2.1], [(III.1.13)]
$\eta, \eta$	valeur d'équilibre de $\xi$ [(II.2.7)], $\xi$ [(III.2.8)]
$\eta^w, \eta^*$	$\eta(\sigma, \omega)$ pour $\sigma=0$ [(II.2.11)], valeur transitoire de $\eta$ [(II.2.20)]
$\xi^n, \eta^n$	minimum de $G_\ell$ (configuration possible), minimum correspondant de $\rho g$ [(II.1.7,9) et fig. II.1.7]
$\xi^0, \xi^0$	configuration médiane caractérisant la précontrainte du réseau [(II.2.1)], [(III.2.4)]
$\Xi$	= $2n_b d_b$ , décrit l'état des chaînes [fig. II.1.2]
$\Pi$	matrice $(p^{n,m})$ donnant l'évolution de Z [(II.1.20)]
$\rho$	indice du cisaillement dans le plan $\ell t$ [§ III. Annexe]
$\rho, \rho_p$	densité anhydre du bois, de la matière ligneuse [I.4]

$\sigma, \sigma'$	contrainte
$\sigma^m$	contrainte supportée par la matrice [(III.1.17)]
$\sigma'$	part de la contrainte transférée du réseau à la matrice, déduite de $\sigma^m$ par des facteurs de localisation [(III.1.12), (III.2.16)]
$\sigma^{eff}$	= $\sigma - \sigma'$ , contrainte effective supportée par le réseau [§ III.1.4]
$\sigma^*$	contrainte interne subie par une sous-couche de la paroi [§ III.4.5]
$\Sigma(\omega)$	contrainte bloquée [§ II.4.2]
$\Sigma_m$	contrainte bloquée dans le ressort m correspondant à l'humidité $\omega_m$ [§ II.4.3]
$\tau$	indice du cisaillement dans le plan $\ell r$ [§ III. Annexe]
$\tau$	temps caractéristique [(II.2.7), (III.2.8)]
$\tau^*, \tau^\omega$	valeur transitoire de $\tau$ [(II.2.20)], valeur de $\tau(\sigma, \omega)$ pour $\sigma=0$ [(II.2.10)]
$\tau^{\omega*}$	valeur de $\tau^\omega$ durant l'instabilité mécano-sorptive [(II.2.21)]
$\nu^*$	= $\omega^* \tau^* / t^*$ [(III.2.28)]
$\Upsilon$	tenseur temps caractéristique [(III.2.16)]
$\phi$	fréquence [(I.4.1), (II.1.30), (III.4.6)]
$\Phi$	= $f_1 f_3$ , proportion volumique de microfibrilles [(III.1.1), (III.4.28)]
$\chi$	= $E_m / f_2 E_0 (1 - \nu^2)$ [(III.4.20)]
$\omega$	taux d'humidité
$\omega^*$	petite variation d'humidité provoquant une instabilité mécano-sorptive [(II.1.1)]
$\omega_m$	cran d'humidité pour les hygro-verreux [§ II.4.3]

### AUTRES SYMBOLES

1,2,3	directions microscopiques [fig. I.1.1]
1...6	indices pour la notation vectorielle dans le repère (1,2,3) [§ III. Annexe]
$\ell, r, t, \lambda, \rho, \tau$	idem pour le repère ( $\ell, r, t$ ) [§ III. Annexe]
+, -	traction, compression [(II.2.31)] ou couches S2 opposées [§ III.4.2]
+, -, ++	désignation des types de variation d'humidité [fig. I.2.6]

## Première Partie

### DONNEES EXPERIMENTALES

- 1 - DONNEES SUR LE MATERIAU
- 2 - DONNEES EXPERIMENTALES SUR L'EFFET MECANO-SORPTIF
- 3 - RECHERCHE EXPERIMENTALE DE L'ETAT D'EQUILIBRE
- 4 - DONNEES SUR L'INFLUENCE DE LA MICROSTRUCTURE
- 5 - REDUCTION DU FLUAGE MECANO-SORPTIF PAR TRAITEMENT CHIMIQUE

*Trente rayons se joignent en un moyeu unique  
Ce vide dans le char en permet l'usage*

*D'une motte de glaise on façonne un vase  
Ce vide dans le vase en permet l'usage*

*On ménage des portes et des fenêtres pour une pièce  
Ce vide dans la pièce en permet l'usage*

*L'avoir fait l'avantage  
Et le non avoir l'usage*

(Lao Tseu 11, traduc. C. Larre, Paris, 1977)

## 1. DONNEES SUR LE MATERIAU

*Dans la première partie, Il s'agira simplement (i) de familiariser le lecteur avec quelques notions relatives au bois et à son comportement mécanique qui seront utilisées par la suite, et (ii) de signaler des faits expérimentaux auxquels il sera éventuellement fait référence dans les parties II et III.*

*Avant d'aborder l'étude du comportement mécanique du bois, il est nécessaire de posséder un certain nombre de données sur sa structure et sur les différentes étapes de sa transformation, du tissu vivant jusqu'au matériau. Ce sera l'objet de ce chapitre introductif. Il existe plusieurs ouvrages de référence, auquel on pourra se reporter pour des informations plus détaillées. On peut citer par exemple Stamm (1964), Kollman et Côté (1968), Wenger et Fengel (1984). Pour des ouvrages plus didactiques, mentionnons les compilations des cours du FPL [Wangaard (1979)] ou, en langue française, de l'école d'hiver d'A.R.B.O.LOR (1983).*

### 1.1. Description Anatomique

Le bois est un tissu végétal qui résulte de la croissance secondaire dans le tronc, les branches et les racines de différents types de plantes : arbres, arbustes et certaines plantes annuelles telles que les bambous, pailles, etc.. Une portion de tronc ou de branche comprend les parties suivantes, de l'axe central vers la périphérie : moëlle, duramen, aubier, cambium, écorce. Moëlle, duramen et aubier constituent le bois, l'aubier, situé près de l'écorce, étant le bois de formation plus récente. C'est dans le **cambium**, couche très mince située juste sous l'écorce, qu'a lieu la double production saisonnière de bois vers l'intérieur et d'écorce vers l'extérieur.

L'observation du bois à l'oeil nu permet de distinguer non seulement conifères et feuillus, ou même les espèces entre elles, mais aussi, à l'intérieur d'un échantillon donné, des différences telles que aubier et duramen, cernes de

croissance, bois de printemps et bois d'été, arrangement des pores, etc. Tous ces phénomènes sont le résultat du développement et de la croissance du bois de l'arbre. Le tissu du bois est construit de manière à remplir des fonctions nécessaires à la vie de l'arbre : renfort et support **mécanique**, conduction et stockage de l'eau et stockage de **matières nutritives**.

Le bois est constitué du résidu des parois cellulaires après la mort des cellules. La majorité de ces parois ont la forme de tubes creux très allongés, fermés aux deux extrémités et orientés dans la direction de l'axe du tronc (ou de la branche). Les cellules sont disposées les unes contre les autres et ajustées bout-à-bout, aboutissant à une **structure bidimensionnelle en nid d'abeilles** plus ou moins aérée, selon l'épaisseur relative des parois et des cavités (lumens) des cellules.

Dans les zones tempérées, la production de cellules dans le cambium, à la périphérie de l'arbre, commence au printemps à un rythme accéléré, puis ralentit durant l'été, pour cesser totalement en automne et en hiver. Les cellules du bois de printemps ont des parois plus minces que celles du bois d'été, donnant un bois plus léger et souvent plus clair. La transition brutale entre le bois dense de la fin de l'été et celui du printemps suivant, très aéré et léger, permet de bien délimiter les **cernes** de croissance annuelle, qui apparaissent comme des anneaux concentriques dans la coupe transversale d'un tronc ou d'une branche.

Les bois tropicaux peuvent contenir aussi des cernes liés à l'histoire climatique locale, mais ne correspondant pas forcément à des rythmes annuels.

*Remarques sur le repérage macroscopique du bois* (figure 1.1). Le tronc est perçu de prime abord comme la juxtaposition de couches concentriques autour d'un axe central, correspondant aux cycles saisonnier de la croissance (cernes). Il est donc utile de lui attribuer un repérage polaire. On parle ainsi de direction longitudinale (L) (fibres), radiale (R) (rayons ligneux), tangentielle (T).

Sans que cela remette en cause l'opportunité de la représentation polaire (L,R,T), remarquons que le tronc d'un arbre réel s'écarte de mille manières de cette simplification géométrique : conicité du tronc ; décentrage du coeur ; ondulation des cernes ; noeux dus au départ des branches, fibre torse, etc..

La caractérisation anatomique du bois se fait par l'observation de sections coupées dans trois plans principaux tenant compte de la structure quasi-cylindrique d'une portion de tronc : section transversale perpendiculaire aux fibres ; section **tangentielle** contenant la direction des fibres et coupant transversalement les rayons ligneux ; section **radiale** coupant fibres et rayons ligneux dans leur longueur et pouvant contenir l'axe central de l'arbre. Dans la représentation abstraite polaire, ces sections correspondent respectivement aux plans RT, LT et LR, mais il faut rester conscient du fait que dans la pratique, elles sont réalisées par référence aux détails anatomiques et ne sont donc jamais exactement trois plans perpendiculaires orientés par rapport à un axe qui serait défini par le coeur de l'arbre.

**Observation microscopique.** A l'échelle micrométrique, on observe un assemblage de parois cellulaires très allongées dans la direction de l'axe de la branche ou du tronc. Les parois de deux cellules adjacentes sont séparées par une **lamelle mitoyenne (Lm)**, et elles-mêmes constituées de couches concentriques, avec une **paroi primaire (P)** à l'extérieur et une **paroi secondaire (S)** à l'intérieur. Elles renferment un espace libre, appelé **lumen (Lu)**, contenant de l'air ou de l'eau liquide, dans une proportion volumique variant de 7% à 97% selon la densité du bois.

Une observation plus fine, à l'aide d'un microscope électronique, montrerait que les couches de la paroi se distinguent les unes des autres par une orientation différente de la matière qui les constitue. Celle-ci contient des filaments cellulotiques, appelés **microfibrilles**, disposés selon un arrangement hélicoïdal [Roland et al. (1987)] tout le long de la paroi.

Dans les feuillus la fonction de **conduction de l'eau** est assurée par les vaisseaux, de grand diamètre et aux parois minces, alors que la fonction de support mécanique est assurée par les fibres, petites et aux parois épaisses. Dans le cas des résineux, *groupe plus "ancien" dans l'échelle de l'évolution*, les deux fonctions sont assurées par un seul type de cellules, les trachéides : on peut supposer que les trachéides du bois de printemps, aux larges lumens, assurent un rôle prépondérant dans la conduction de la sève, alors que ceux du bois d'été, aux parois épaisses, permettent la résistance mécanique.

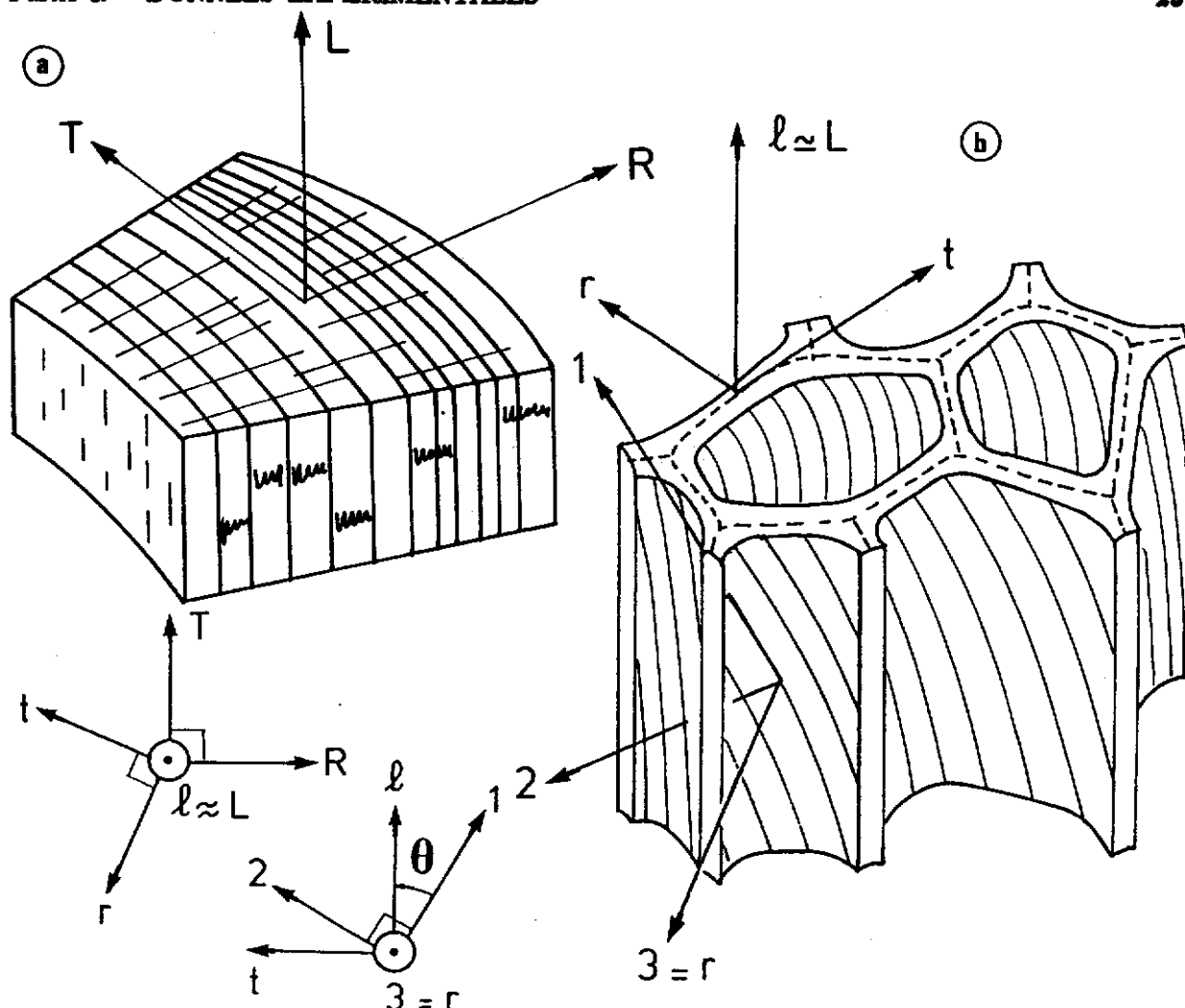


Fig. 1.1 ORIENTATIONS MACROSCOPIQUES ET MICROSCOPIQUES

(a) Portion de grume. Sur la face transversale RT apparaissent les dessins concentriques des cernes de croissance (annuelle en zones tempérées) et la trace des rayons ligneux. Sur la face radiale LR les délimitations des cernes sont rectilignes et les rayons ligneux tranchés dans leur longueur. La face tangentielle LT n'est qu'imparfaitement approchée par une surface plane : la conicité du tronc implique des motifs évoquant des courbes de niveaux, étirés dans la direction L. Les rayons ligneux y sont coupés transversalement.

(b) Orientations de la paroi ( $\ell, t, r$ ) et de l'ultrastructure (1,2,3). La majorité des parois cellulaires sont de long cylindres tubulaires, dont l'axe détermine la direction  $\ell$ . La définition précise du repère orthogonal ( $\ell, r, t$ ) dépend en fait de l'échelle envisagée :

- Lorsque l'on considère l'ensemble des parois de deux cellules adjacentes, le plan ( $\ell, t$ ) est défini comme parallèle à la lamelle mitoyenne et la direction radiale  $r$  transperce les deux parois d'un lumen à l'autre.

- A l'échelle locale de la matière ligneuse, on utilise une définition plus fine faisant référence à la genèse de la paroi par dépôts en couches successives. Cette fois-ci ( $\ell, t$ ) est le plan tangentiel défini par cette couche,  $r$  est perpendiculaire à ce plan et orientée vers le lumen de la cellule (c'est donc aussi le sens dans lequel s'est produit la croissance secondaire de la paroi) et  $\ell$  est choisie de telle sorte que le plan radial ( $\ell, r$ ) contienne l'axe de la cellule.

De la sorte les orientations ( $\ell, r, t$ ) sont définies sans ambiguïté. Quant au repère (1,2,3) lié à l'ultrastructure, il se déduit de ( $\ell, t, r$ ) (dans sa définition locale) par rotation du plan tangent ( $\ell, t$ ) de l'angle  $-\theta$ , la direction 1 coïncidant avec la direction locale moyenne des microfibrilles.

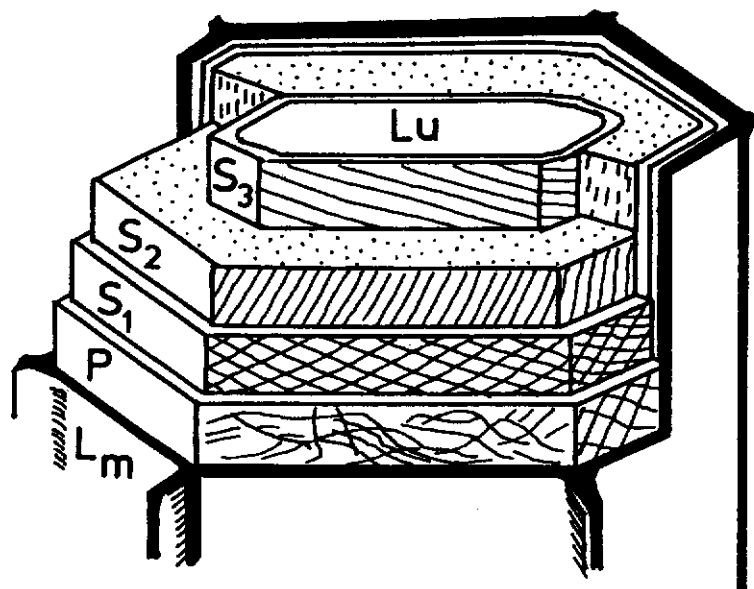
La figure 1.2 montre l'aspect général d'un trachéide de résineux ou d'une fibre de feuillus. Les microfibrilles sont orientées en spirales, quasi-perpendiculaires à l'axe de la cellule dans la première couche de la paroi secondaire (S1), faiblement inclinées par rapport à cet axe dans la seconde couche secondaire (S2), et de nouveau très inclinées dans la troisième couche secondaire (S3), considérée parfois comme une paroi tertiaire (T). *La couche S2 est toujours prédominante*, allant jusqu'à occuper en moyenne plus de 90% du volume total de la matière ligneuse.

Conifères comme feuillus possèdent un petit nombre de cellules parenchymales, dont la plupart sont orientées radialement par rapport à l'axe du tronc ou de la branche, et, qui, collées bout-à-bout, constituent des rayons ligneux reliant la périphérie au coeur de l'arbre. Le parenchyme, ainsi que, pour certaines espèces, des canaux de résine disposés axialement, assurent, entre autres, la fonction de stockage de matières nutritives.

*L'échelle supra-moléculaire.* Nous en arrivons au niveau de l'ultrastructure fine, juste au dessus de l'échelle moléculaire. La forme, la disposition et l'orientation interne des microfibrilles ont donné lieu à de nombreuses spéculations [Norimoto et Takabe (1985)]. Il semble néanmoins, en particulier grâce aux travaux de l'équipe de Chanzy à Grenoble et de celle de Harada à Kyoto, se dégager petit à petit une image cohérente de l'ultrastructure du bois. Nous admettrons que les microfibrilles du bois sont :

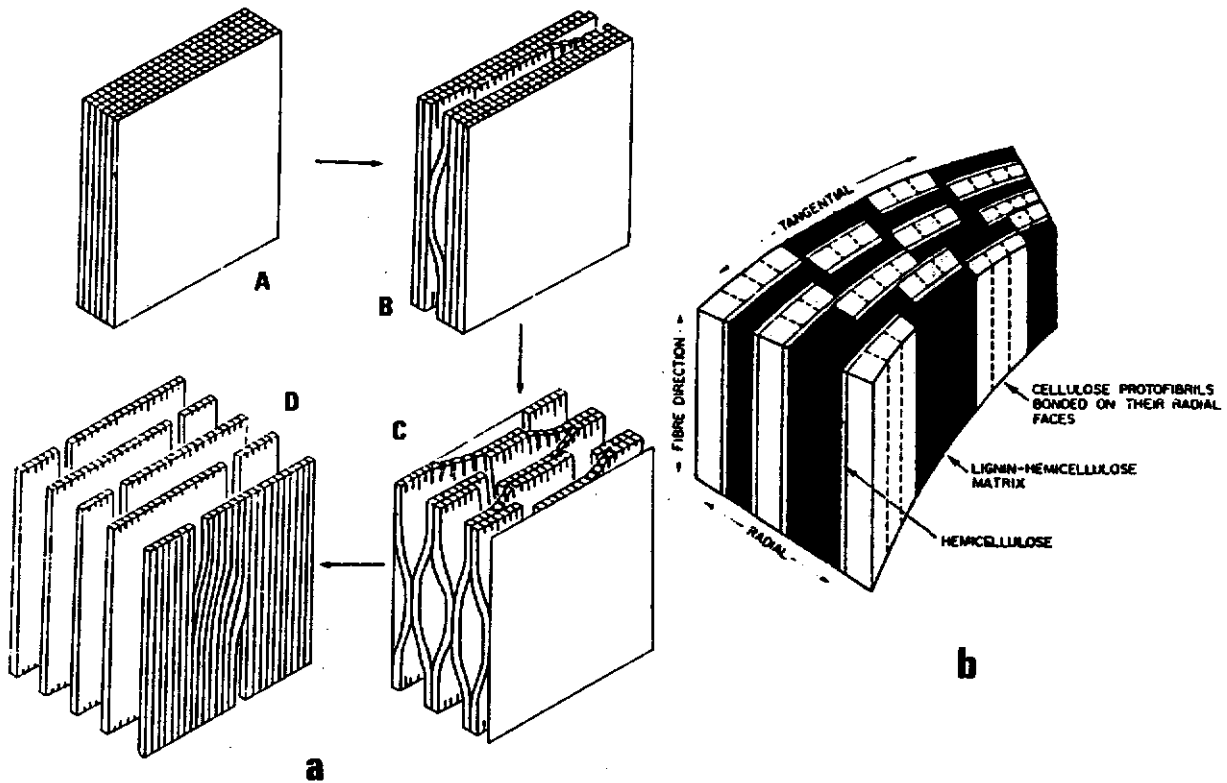
- de section approximativement carrée (épaisseur de 2 à 4 nm) ;
- probablement *sans coupure périodique* dans la direction de leur axe ;
- enrobées de cellulose amorphe et d'hémicelluloses ; la proportion de cellulose amorphe serait de 45% environ d'après le calcul de Norimoto et Takabe (1985) à partir des isothermes de sorption des constituants.
- séparées par des **incrustations** de lignine mêlées d'hémicelluloses, de forme "lenticulaire" [Scallan (1974), Boyd et Foster (1975)] (Figure 1.3a).
- la matrice serait disposée préférentiellement en couches tangentielles à la paroi, hypothèse soutenue par Kerr et Goring (1975) (Figure 1.3b) [Ruel et al. (1978)]. Cette conclusion semble cependant remise en question par des observations plus récentes au microscope électronique [Chanzy (1987), Harada (1987), Ruel (1984)].





**Fig. 1.2 STRUCTURE DE LA PAROI D'UNE CELLULE DE BOIS**  
d'après Mariaux (1983)

Ce schéma correspond aussi bien au cas d'une trachéide de résineux que d'une fibre de feuillus, qui sont respectivement les constituants principaux de ces deux types de bois. D'une manière générale les résidus de parois végétales tels que le bois présentent des structures tubulaires composites avec des sections arrondies ou polygonale. La cavité de la cellule est appelée "lumen" (Lu) et le ciment intercellulaire lamelle "mitoyenne" (Lm). La paroi primaire (P) est peu épaisse et correspond à la phase d'extension de la cellule. Dans la paroi secondaire, qui se constitue par couches successives vers l'intérieur de la cavité cellulaire, apparaît l'agencement hélicoïdal de filaments celluloseux microfibrillaires caractéristique des cellules végétales. Ainsi au fur et à mesure de la croissance les microfibrilles se disposent en hélice; le pas de cette hélice, ou, ce qui revient au même, l'angle que font les microfibrilles avec l'axe de la cellule, évolue selon un plan génétique prédéterminé, dépendant du type de végétal et de la fonction de la cellule, mais avec toutefois une possibilité d'adaptation en fonction des conditions de la croissance. Dans le cas du bois, la structure la plus fréquemment rencontrée est celle schématisée sur la figure. Les couches externe S1 et interne S3 sont minces et contiennent des microfibrilles très inclinées par rapport à l'axe (faible pas). La couche S1 est en fait un croisillon de deux enroulements dans des sens inverses. La couche médiane S2 joue un rôle prépondérant car elle occupe en moyenne jusqu'à plus de 90% du volume total. Les microfibrilles de S2 sont enroulées dans le sens direct, à faible angle par rapport à l'axe (pas élevé), approximativement constant dans toute l'épaisseur de la couche. La structure composite ainsi obtenue présente une anisotropie mécanique marquée privilégiant la direction axiale, fortement fonction de l'angle des microfibrilles de S2 (celui-ci peut varier de 2-3 à 45°), bien qu'il ne faille pas négliger la contribution à la tenue globale de l'ensemble des couches latérales S1 et S3 et des zones de transitions P+M. A l'échelle macroscopique l'anisotropie est encore renforcée par la disposition tubulaire du réseau de cellules. Rappelons que le bois se distingue en outre des autres végétaux par la présence de lignine, inégalement répartie dans la paroi, qui lui procure sa rigidité propre au matériau et diminue sa déformabilité. Signalons pour finir l'existence des "ponctuations", points de passage entre cellules adjacentes, autour desquelles se produit une réorganisation locale de la paroi.



**Fig. 1.3 MODELES DE L'ULTRASTRUCTURE**

(a) D'après Scallan (1974). Evolution de la structure lamellaire d'une paroi cellulaire délignifiée. Le gonflement produit la rupture radiale de liaisons (A-D) aboutissant à une structure "nids d'abeilles". (b) D'après Kerr et Goring (1975). Image illustrant un modèle de l'arrangement ultrastructural de la lignine, la cellulose et les hémicelluloses dans les parois cellulaires du bois.

**Repères liés à la microstructure.** Nous définissons deux repères liés à la microstructure (figure 1.1b) :

- Un repère de la paroi ( $\ell, t, r$ ).  $\ell$  est la direction de l'axe de la cellule, soit approximativement confondue avec L ; le plan  $\ell t$  est parallèle à la lamelle mitoyenne séparant deux cellules voisines ;  $r$  est la direction radiale, perpendiculaire au plan de la paroi. Notons que ce repérage ne s'appliquerait pas aux bois très denses, mais convient pour des bois à porosité élevée tels que les résineux (voir la légende de la figure pour une définition plus précise et toujours applicable de ces orientations).
- Un repère lié à la matière ligneuse (1,2,3). L'axe 1 est la direction moyenne des microfibrilles dans la couche considérée. L'axe 3 est choisi de manière à coïncider avec  $r$ , et est dirigé de la lamelle moyenne vers le lumen. La matière est donc disposée en couches, tangentes en tout point au plan (1,2) local, et nous verrons que la direction 3 est aussi le sens de la constitution de ces couches lors de la croissance secondaire de la paroi. Dans chaque couche les microfibrilles font l'angle  $\theta$  avec la direction  $\ell$ .

## 1.2. La genèse du matériau.

*Nous allons maintenant reprendre la description du bois, mais cette fois-ci du point de vue dynamique de sa "genèse", à partir de l'état originel de tissu vivant, jusqu'au matériau (presque) inerte que nous utilisons.*

C'est dans une mince couche située à la périphérie de l'arbre, immédiatement sous l'écorce, appelée **cambium**, que se trouve concentré l'essentiel de la vie de ce géant du genre végétal. Les cellules nées dans le cambium deviennent de l'écorce vers l'extérieur, du bois vers l'intérieur. En période de croissance, l'eau, chargée de substances minérales, monte dans le bois de formation récente. Ce mouvement ascendant de *sève brute* est parfois causé par une pression osmotique au niveau des racines, mais son moteur principal est l'évaporation au revers des feuilles ou des aiguilles, qui produit une dépression régulée par l'ouverture et la fermeture de minuscules alvéoles. Le liquide qui redescend, du côté de l'écorce, apporte au cambium le produit de la **photosynthèse** qui permet la vie, la reproduction et la croissance des cellules. C'est la *sève élaborée*, qui contient en outre des substances régulant la croissance (hormones).

La première phase de la croissance de la cellule est la fabrication de sa **paroi primaire** (désignée couramment par la lettre P). En premier se forme un polymère de glucose, la **cellulose**, qui se groupe en longs filaments partiellement cristallisés, appelés "microfibrilles". En second, "enrobant" les microfibrilles, viennent les **hémicelluloses** (polyoses). Ce sont des polysaccharides comme la cellulose, mais beaucoup moins polymérisés et non nécessairement linéaires. A ce stade, la paroi n'est pas encore lignifiée ni les microfibrilles organisées en un réseau régulier, ce qui lui donne une grande souplesse d'élongation.

La **lignine** apparaît au début de la croissance secondaire. Il s'agit d'un polymère tridimensionnel d'éléments phénylpropanes reliés entre eux par des liaisons C-O-C ou C-C. Sa présence est caractéristique du bois. Au début, elle

rempli les espaces intercellulaires, constituant une lamelle mitoyenne (ou "moyenne") (Lm), puis s'introduit dans la paroi primaire. *Le contour de la cellule est alors fixé, déterminé par la paroi primaire (P). C'est le plus souvent celui d'un tube vertical très allongé. Pendant ce temps, des couches concentriques de matériau cellulosique et polyosique remplissent graduellement une partie du lumen de la cellule. La lignification de la paroi secondaire n'a lieu qu'une fois achevée la production de cellulose et de polyoses. Les microfibrilles sont déjà en place, constituant un treillis complexe, partiellement cristallin, noyé dans une matrice de polyoses. On parle alors de maturation cellulaire.*

Nous avons vu que plusieurs types de cellules sont produites. Par exemple dans le cas des feuillus, certaines cellules dégènèrent précocement et deviennent des vaisseaux. Signalons par ailleurs que la lignine qui s'introduit entre les microfibrilles, soit dans des interstices d'au plus deux nm, n'est certainement pas la même que la lignine de la lamelle moyenne. Il faut lui imaginer une structure plus plane que tridimensionnelle [Goring (1987)].

**Remarque.** Le bois, qui contient de la lignine, se distingue des autres tissus végétaux, qui n'en contiennent pas, par ses qualités mécaniques exceptionnelles. On peut donc se demander *par quel processus la lignine renforce le "treillis" polysaccharide dans lequel elle s'introduit. La lignine établit-elle des ponts entre les microfibrilles, par un réseau de liaisons chimico-physiques? Agit-elle par effet stérique, provoquant le gonflement de la matrice et son "calage" contre les microfibrilles?*

**Contraintes de croissance et bois de réaction.** Durant la maturation cellulaire, liée à la lignification de la paroi, se produit un gonflement tangentiel de la cellule, accompagné généralement d'un raccourcissement dans le sens de la longueur, ce qui peut s'expliquer par l'orientation des microfibrilles dans la couche S2. Cette déformation de la cellule étant empêchée par celle de ses voisines plus anciennes, elle se trouve, peu après sa formation, soumise à une tension axiale et une compression latérale [Haruto et Watanabe (1966), Sumiya et Yamada (1975)].

Ce phénomène est vital pour la survie de l'arbre. En particulier l'existence de la **précontrainte générée en surface** entraîne une distribution complexe de contraintes à l'intérieur de l'arbre qui améliore la tenue mécanique de ce dernier. Si l'on se limite à la direction L, on aboutit à une tension longitudinale en surface, compensée par une compression au coeur de l'arbre. Du fait de l'exceptionnelle résistance à la traction des fibres du bois, on voit que ce processus est susceptible d'améliorer grandement *la résistance à la flexion des troncs*.

Du point de vue de l'histoire *individuelle* des cellules, cela implique qu'une cellule ancienne, située près du coeur, a subi après sa mort biologique une forte traction axiale, qui après s'être graduellement annulée, devient une contrainte de compression de plus en plus forte, les cellules plus récentes n'ayant subi, quant à elles, que les premières étapes de cette évolution.

Le niveau des contraintes de croissance varie selon les espèces et les individus. Dans certains cas il peut être très faible. Néanmoins ce processus intervient toujours d'une manière ou d'une autre, par exemple pour le contrôle de l'angle d'inclinaison des branches. D'une manière générale, la maturation cellulaire permet aux différentes parties de l'arbre de *s'adapter aux conditions de croissance par régulation des précontraintes*. Celle-ci s'opère éventuellement grâce à la production de cellules morphologiquement différentes, appelées "**bois de réaction**".

Certaines structures particulières peuvent en effet être produites, probablement en réaction à des stimuli liés aux forces qui s'exercent sur l'arbre, pour permettre ainsi l'adaptation de l'arbre aux conditions de croissance. Les conifères produisent un bois de réaction dans les zones en **compression**, riches en lignine, aux trachéides ronds et mal collés les uns aux autres, sans paroi tertiaire (ou S3); la couche S2 contient des cavités hélicoïdales et les microfibrilles y sont inclinées jusqu'à 45°. Les feuillus développent au contraire un tissu de réaction dans les zones soumises à des tensions. Le bois de **tension** est caractérisé par une couche gélatineuse (G) très cristalline, dont les microfibrilles sont orientées quasi-axialement, et qui parfois remplace les couches T/S3 ou S2.

Toutes ces formes rencontrées dans les bois peuvent en fait être conçues comme des particularisations d'un schéma général à partir duquel se constituent les cellules végétales. Selon Roland et al. (1987), la morphogénèse de la paroi cellulaire des cellules végétales, caractérisée par l'agencement hélicoïdal dont le schéma de la figure 1.2 est *l'une* des formes possibles (la plus courante dans le cas des cellules de *bois*), permet l'adaptation aux "différentes conditions physiologiques de croissance et de spécialisation" des plantes.

**Duraminisation.** La plupart des cellules (trachéides, fibres, vaisseaux ...), qui sont appelées à assurer les fonctions de conduction et stockage de l'eau et de support mécanique, meurent rapidement une fois la lignification de la paroi achevée. Les éléments vitaux contenus dans les cavités cellulaires (lumens) disparaissent et ne subsiste que l'eau. Seules les cellules de parenchyme, où sont entreposées des réserves de matières nutritives, peuvent rester vivantes plusieurs années. Le bois où subsiste l'activité parenchymale est l'aubier. Entre la moëlle et l'aubier se trouve le duramen (ou "bois de coeur"), qui se distingue de l'aubier par la fin de toute "vie" (au sens strict de cessation des fonctions biologiques) et, dans certaines essences, par une coloration plus forte.

**Coupe et séchage.** Lorsque nous coupons des arbres, c'est, dans la plupart des cas, dans le but d'en récupérer le bois, et même, pour certaines essences, le duramen uniquement. Au moment de la coupe de l'arbre, ainsi que dans toutes les étapes ultérieures de la transformation du matériau, il peut se produire des effets indésirables (distorsion, fissuration) dus à la relaxation des précontraintes induites par la maturation cellulaire.

Le même type d'inconvénients apparaît lors du séchage. Pour la plupart des usages auquel il est destiné, le bois demande en effet à être séché. Au niveau de la cellule, cela signifie que l'eau "libre" contenue dans les lumens est remplacée par de l'air, et qu'une partie de l'eau "liée", adsorbée dans la paroi, quitte celle-ci, de manière que soit respectée l'égalité des potentiels chimiques de l'eau dissoute dans la paroi et à l'état gazeux dans les lumens. A l'échelle moléculaire, le départ de l'eau n'affecte que les parties non cristallines, le

resserrement du réseau microfibrillaire pouvant s'accompagner d'un léger allongement dans la direction axiale des microfibrilles. Le départ de l'eau liée s'accompagne d'une diminution de l'épaisseur des parois. Le volume des lumens varie peu au séchage, bien que l'on observe une diminution pour les bois très légers et une augmentation pour les bois denses [Keylwerth (1951), Kelsey (1963)] (figure 1.4). Dans tout les cas le séchage se traduit à l'échelle macroscopique par une diminution de volume qu'on appelle le *retrait*. L'existence de contraintes macroscopiques de séchage est un fait bien connu des technologues. Celles-ci ont leur source à la fois dans l'anisotropie et l'hétérogénéité du retrait et dans les délais de diffusion entre les parties externes et internes des pièces de bois.

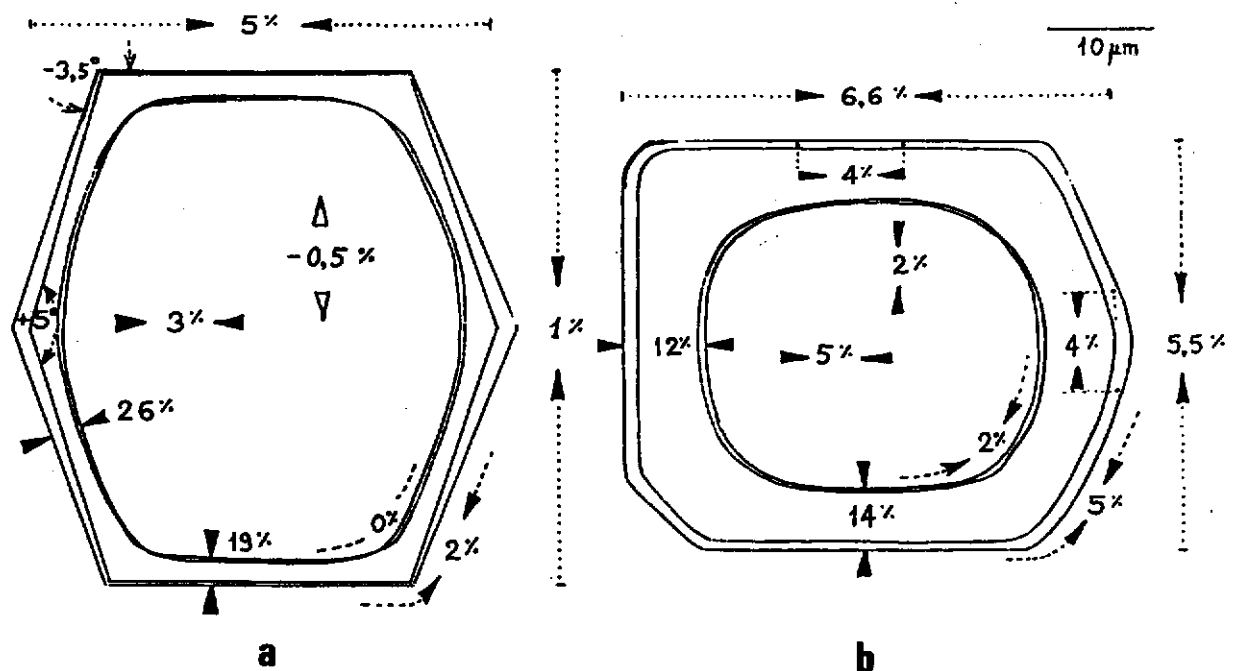


Fig. 1.4 COMPOSANTES DU RETRAIT DE LA PAROI DE PINUS PATULA.

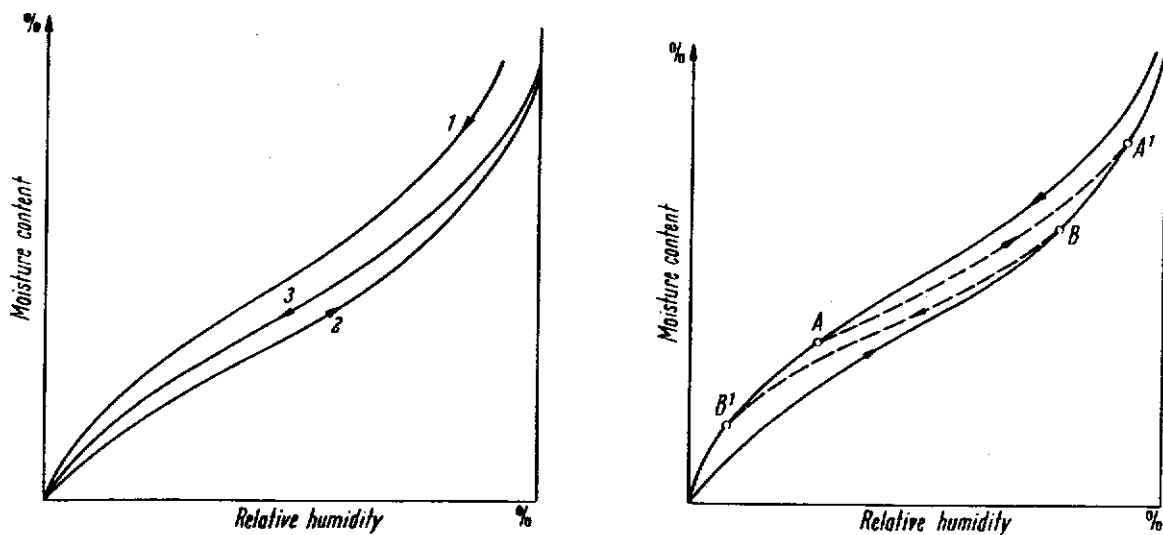
(a) bois de printemps ; (b) bois d'été.

Ces données résultent d'observations au microscope de la surface de petits échantillons de bois massif, en comparant entre l'état anhydre et l'état saturé les dimensions d'éléments cellulaires bien identifiés. Chaque élément (ex. : dimension radiale du lumen, circonférence de la paroi, etc.) a été mesuré sur 12 à 50 cellules selon les cas. On indique ici les valeurs moyennes obtenues sur une géométrie type, en % de variation de l'état sec à l'état humide. La verticale correspond à la direction radiale R du bois. D'après une communication personnelle de Mariaux [cf. Mariaux (1987)].

Il faut cependant insister sur le fait que c'est à tous les niveaux de la structure du bois qu'apparaissent les contraintes induites par le séchage :

- entre bois de printemps (léger) et d'été (dense), le retrait augmentant avec la densité ;
- aux niveau des interfaces entre cellules d'orientations différentes (trachéides et rayons ligneux par exemple, mais aussi zones des noeuds) ;
- au niveau d'une cellule individuelle, entre les couches des parois, du fait de l'inclinaison différente des microfibrilles dans chaque sous-couches.
- à l'échelle des microfibrilles, le retrait affectant la matrice et non les zones cristallines des microfibrilles.

L'humidité du bois se caractérise généralement par son **taux d'humidité**, qui est le rapport de la masse d'eau qu'il contient à sa masse anhydre. Nous le noterons  $\omega$ ,  $h$  désignant l'humidité relative de l'air. A l'équilibre,  $h$  et  $\omega$  sont reliés par des **isothermes de sorption**, caractérisés par un effet d'hystérésis et une certaine irréversibilité du premier séchage (Fig. 1.5).



**Fig. 1.5 ISOTHERMES DE SORPTION DU BOIS**

D'après Hermann (1949), tirés de Kollmann et Côté (1968)

- (a) Allure des isothermes de sorption de matériaux cellulosiques. 1 : Première désorption à partir de l'état vert. 2 et 3 : adsorptions et désorptions ultérieures.
- (b) Tous les points situés à l'intérieur du domaine d'hystérésis peuvent être atteints par une suite d'opérations adéquates.



***Vieillessement et traitement thermique.*** A partir de mesures sur les bois de vieux temples japonais, Kohara et Okamoto (1955) estiment que la rigidité du bois croît durant les trois premiers siècles de son utilisation, puis se met à chuter. Il se produirait une dégradation lente, probablement causée par le rayonnement solaire, compensée au début par une "cristallisation" partielle des zones amorphes sous l'action des variations de température.

Le vieillissement du bois aurait ainsi des effets positifs sur sa qualité, tout au moins au début. Ce doit être du moins le cas de la **qualité acoustique**, si l'on en croit les facteurs d'instruments de musique selon lesquels les tables d'harmonie doivent être fabriquées avec du bois vieux de dix ans. Signalons les travaux de Ikimune et al. (1986) qui suggèrent que le "vieillessement" (le critère étant l'amélioration de l'acoustique du bois) peut être accéléré par des traitements thermiques adéquats.

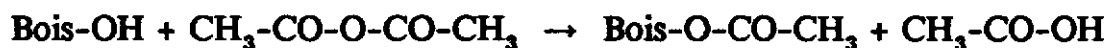
***Stabilisation dimensionnelle du bois.*** Afin de pallier les effets indésirables du retrait, différents procédés ont été conçus [Stamm (1964), chap. 19, Rowell et Banks (1985)]. Ils sont classifiées par Stamm (1964) de la manière suivante :

- (1) Disposition en lamelles croisées de manière à contre-balancer le gonflement élevé dans une direction par le gonflement faible dans une autre (contre-plaqué)
- (2) Imperméabilisation en surface, ou imprégnation par des résines, propres à *retarder* les gains ou pertes d'eau.
- (3) Réduction de l'hygroscopicité de la matière ligno-cellulosique (traitements thermiques).
- (4) Gonflement de la matière avec réduction de la quantité d'eau susceptible d'être adsorbée.
- (5) Pontage chimique entre les chaînes cellulosiques minimisant leur séparation sous l'effet de l'introduction des molécules d'eau.

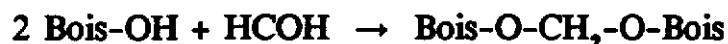
Parmi ceux-ci les traitements chimiques nous intéressent tout particulièrement car ils modifient en profondeur la structure de la matière ligneuse. Le tableau ci-dessous, tiré de Rowell (1978), fait le point des défauts et avantages respectifs des principaux traitements chimiques. On notera le traitement à l'acide acétique ("acétylation") pour sa relative simplicité et son moindre coût (Depuis peu, des sociétés Japonaises commercialisent des produits finis et des panneaux acétylés).

Examinons plus particulièrement deux cas sur lesquels nous reviendrons au chapitre 5 :

- L'acétylation [type (4)] qui consiste à substituer certains groupes hydroxyles des constituants du bois par des groupements acétyles, plus gros, d'où une augmentation de poids importante:



- Le traitement au formaldéhyde (formilation ou hydroxyméthylation) [type (5)] : c'est alors une molécule de petite taille, le *formol*, qui s'introduit entre les composants et joint deux sites hydroxyles voisins:



A la diminution des sites hydroxyles disponibles pour la sorption ultérieure, s'ajoute dans le second cas le pontage moléculaire, ce qui explique l'efficacité du traitement à limiter l'accès de l'eau et la plastification consécutive des structures polymoléculaires, malgré une augmentation de poids très faible.

Schématiquement, on peut dire que *le traitement formaldéhyde fige la matière ligneuse sèche dans l'état anhydre, alors que l'acétylation la bloque dans un état gonflé semblable à la saturation.*

<i>Chemical used for modification</i>	<i>Advantages</i>	<i>Disadvantages</i>
Acetic anhydride	Nontoxic to humans. Decay resistant at 17-20 WPG. No catalyst needed. Mechanical properties not significantly reduced (freshly treated). Little color change. Good penetration. Good dimensional stability at 15-20 WPG. Single site reaction.	High chemical cost—50 percent chemical lost as byproduct. Acetic acid produced which results in: 1. Smell 2. Corrosion of metal fasteners 3. Hydrolysis of cellulose—long-term strength loss. Ester bonding—liable to acid and base hydrolysis. Must use special stainless steel treating equipment. Adhesive performance reduced.
Isocyanates	Decay resistant at 20-25 WPG. Good dimensional stability at 20-25 WPG. Little color change. No byproducts.	Chemical toxic. Higher treatment levels needed due to polymerization. Mechanical properties reduced.
Formaldehyde	Good decay resistance at low levels (2-5 WPG). Good dimensional stability at 5-7 WPG. Crosslinking system. No byproducts formed.	Smell—cannot remove excess formaldehyde. Acetal bonding—weak bond hydrolyzing to formaldehyde. Mechanical properties reduced. Strong acid catalyst—wood degrade.
Dimethyl sulfate	Good decay resistance at 17-20 WPG. Good dimensional stability at 17-20 WPG.	Strong basic catalyst—wood degrade. Mechanical properties reduced.
Alkyl Chlorides	Ether bond formed. Single site reaction.	Byproduct of HCl—wood degrade. Strong base catalyzed.
$\beta$ -Propiolactone	Good decay resistance at 25 WPG. Good dimensional stability at 30 WPG. Ether or ester bond formed. No byproducts.	Chemical carcinogen. Higher treatment levels needed due to polymerization. Excessive swelling of wood during reaction.
Acrylonitrile	Ether bond formed. No byproducts. Low boiling point reagent—easily removed. Good decay resistance at 17-20 WPG. Good dimensional stability at 20 WPG.	Chemical toxic. Higher treatment levels needed due to polymerization. Some mechanical properties lower.
Epoxides	Ether bond formed. Mild base catalyst. Fast reaction. No byproducts. Low boiling point reagents—easily removed. Good decay resistance at 20-25 WPG. Good dimensional stability at 20-25 WPG. Little or no color change.	Higher treatment levels needed due to polymerization.

**TABLEAU 1.1 AVANTAGES ET DESAVANTAGES  
DU BOIS MODIFIE PAR TRAITEMENT CHIMIQUE  
d'après Rowell (1975)**

### Conclusion

*Plusieurs points doivent être retenus de cette description succincte du matériau :*

*(1) Il s'agit d'un matériau extrêmement anisotrope, du fait de la disposition tubulaire des parois et de leur structure interne, pouvant contenir une grande proportion de vide.*

*(2) Le bois est un matériau mort au sens biologique, et cela même du vivant de l'arbre. Il n'est pas inerte pour autant :*

*- La relaxation des contraintes induites par la maturation cellulaire peut se poursuivre longtemps après l'abattage.*

*- Une fois séché, il continue de répondre à l'hygrothermie ambiante par l'adsorption et la désorption d'eau, accompagnée de mouvements d'expansion; là encore les contraintes induites par le séchage peuvent, longtemps après, produire des effets inattendus.*

*- Il subit ensuite une lente dégradation sous l'action du soleil, compensée au début par des modifications de la structure moléculaire sous l'effet des variations de température.*

*- Enfin nous disposons de techniques permettant de modifier en profondeur la structure interne de la matière qui le constitue.*

*(3) Malgré une grande variété d'arrangements cellulaires, d'un bois à l'autre, la matière dont il est constitué est relativement constante : on trouve toujours, dans à peu près les mêmes proportions, des microfibrilles cellulosiques en partie cristallines, "enrobées" d'hémicelluloses et séparées par des incrustations de lignine. Les zones cristallines sont inaccessibles à l'eau, et c'est dans la matrice "amorphe" qui les sépare que l'eau est adsorbée. Cette constance de la matière ligno-cellulosique (plus brièvement "matière ligneuse") se manifeste par une densité à peu près égale, pour toutes les essences, à 1,45.*

## 2. DONNEES EXPERIMENTALES SUR L'EFFET MECANO-SORPTIF.

### *L'effet mécano-sorptif.*

*On sait depuis longtemps qu'un matériau à base de bois, soumis à un effort constant, subit des déformations de fluage d'autant plus faibles que le matériau est plus sec. Or vers 1956, une équipe du CSIRO, en Australie, observe que le fluage en flexion de grumes d'Eucalyptus est considérablement augmenté durant le séchage. Il s'agit là d'un fait surprenant, qui met en évidence un effet de couplage entre la contrainte mécanique et le processus de sorption, et a suscité depuis l'intérêt de nombreux chercheurs, notamment, surtout au début, au CSIRO même, au Japon -où le phénomène était d'ailleurs connu et étudié depuis longtemps [Takeyama (1944), Susuki (1952), Takemura (1965)]-, en Grande-Bretagne, en Allemagne. En 1976, Grossman fait le point d'une vingtaine d'années de recherches en établissant la liste des exigences auxquelles devrait satisfaire, selon lui, un éventuel modèle de comportement mécanique. Ce phénomène de couplage trouve alors un nom : c'est l'"effet mécano-sorptif" dont l'explication et la modélisation sont présentées par Grossman comme un défi pour la communauté scientifique.*

*De fait ce problème n'a pas perdu de son actualité et de récentes contributions lui apportent un éclairage nouveau. Il faut mentionner en particulier un article de synthèse de Back et al. (1983), les résultats expérimentaux de Hunt (1979, 1982, 1984, 1986, 1988) et Hunt et Shelton (1987a, 1987b, 1988), l'approche rhéologique de Bazant (1985), l'interprétation anatomique de Boyd (1982), le mécanisme de Mukudai et Yata (1986, 1987).*

*L'effet mécano-sorptif ne se limite pas à l'augmentation du fluage lors de la "sorption" (néologisme utilisé pour désigner à la fois l'adsorption et la désorption). Le même mécanisme de couplage se produit lors de la relaxation de la contrainte qui s'exerce sur une pièce de bois dont la déformation est imposée. On parle alors de la relaxation de la "pression de gonflement" du bois, dont les caractéristiques sont passées en revue dans Perkitny et Kingston (1972). Le couplage mécano-sorptif est donc un fait connu depuis longtemps*

puisque les travaux de l'équipe de Perkitny remontent aux années trente [Perkitny (1937)] - et son utilisation, à des fins pratiques, à la plus haute antiquité.

La possibilité de réduire les distorsions induites par le séchage en exerçant des contraintes sur des piles de sciages relève d'un mécanisme similaire, pour le bois en dimensions d'emploi. On pourrait en dire autant des techniques de thermoformage de pièces de bois. Dans ces deux cas se produit une thermo-plastification de la lignine à l'état saturé, suivie, lors du séchage, d'une relaxation des contraintes externes par mécano-sorption.

Dans l'étude de la "mécano-sorption", nous sommes confrontés à un problème de représentation. Les courbes de départ, donnant l'évolution des quantités mesurées en fonction du temps, contiennent toute l'information de l'essai, mais sont peu évocatrices. Dans ce chapitre nous allons analyser la solution, suggérée par Hunt (1984), des trajectoires mécano-sorptives. Ce mode de représentation "élimine" le temps (qui paramètre les courbes) et l'adopter revient en fait à admettre l'hypothèse de l'indépendance temporelle de l'effet mécano-sorptif. Des considérations sur la recouvrance et la "saturation" de la déformation nous amèneront à formuler une seconde hypothèse, celle de l'état d'équilibre, dont l'analyse fera l'objet du chapitre suivant.

### 2.1. Indépendance du temps et linéarité

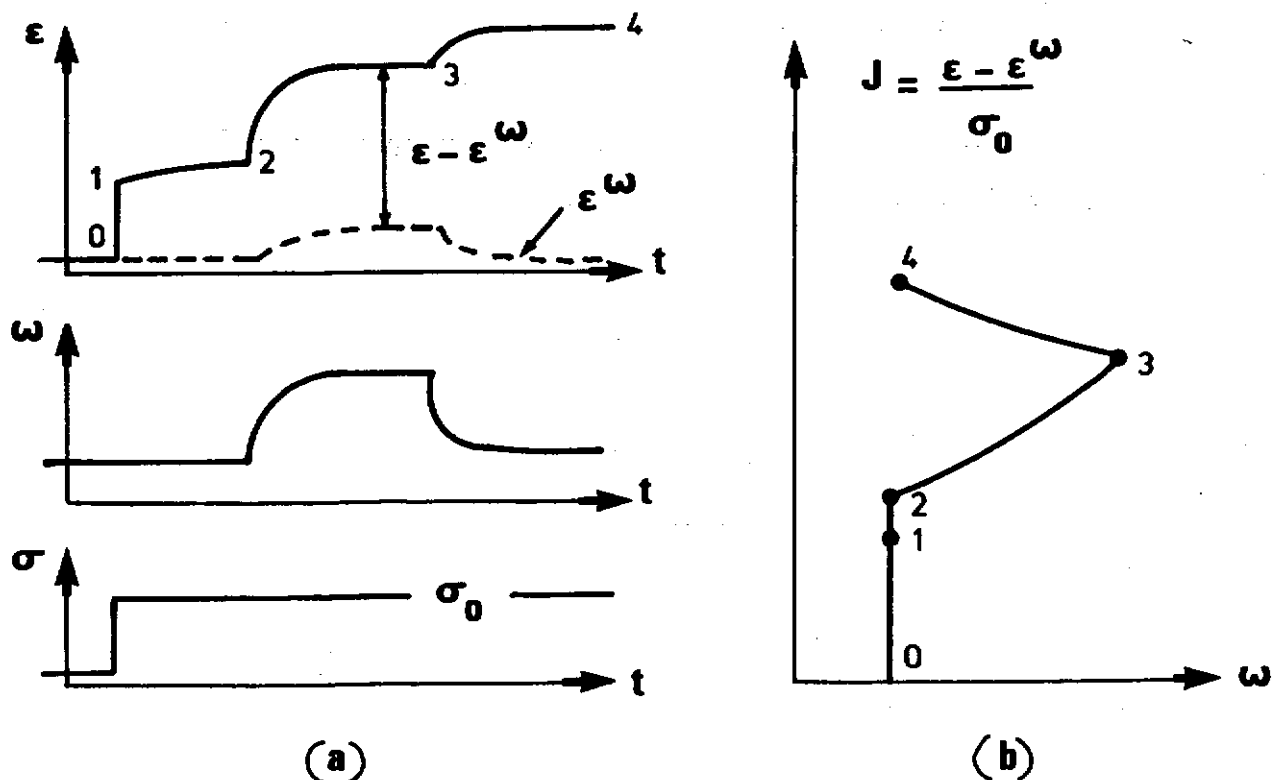
Dans son "manifeste" de la mécano-sorption, Grossman mentionne en premier lieu l'indépendance du temps. La composante mécano-sorptive de la déformation ne dépendrait que de la succession des extrema du taux d'humidité et non de la vitesse de sa variation. Cette affirmation se fonde, entre autres, sur des résultats de Armstrong et Kingston (1962) et de Schniewind (1966). L'effet mécano-sorptif serait donc un phénomène indépendant du temps, rappelant en cela la plasticité des métaux. Cette observation est prise en compte par plusieurs théories : théorie moléculaire de Takemura (1966, 1967, 1968) pour le séchage sous contrainte (les premiers travaux de cet auteur sont d'ailleurs antérieurs aux publications du CSIRO), modèle rhéologique de

Leicester (1971), théorie "hygro-visco-élastique" de Ranta-Maunus (1975, 1976) pour le contreplaqué.

Hunt (1984) l'a vérifié dans le cas du hêtre et justifie ainsi la représentation d'essais de fluage par des "trajectoires" donnant une grandeur liée à la déformation ( $\epsilon$ ) en fonction de l'humidité ( $\omega$ ). La quantité portée en ordonnée par Hunt est le plus souvent une *complaisance* (notée  $J$ ), c'est à dire la déformation diminuée du retrait ( $\epsilon - \epsilon^\omega$ ) divisée par la contrainte  $\sigma$  :

$$J = \frac{\epsilon - \epsilon^\omega}{\sigma}$$

La figure 2.1 indique le mode de construction d'une trajectoire ( $\omega, \epsilon - \epsilon^\omega$ ) à partir des courbes  $\omega(t)$  et  $(\epsilon - \epsilon^\omega)(t)$  lors d'un essai de fluage. On constate que dans cette représentation, le temps est "éliminé", car il n'intervient plus que comme paramètre de la trajectoire.



**Fig. 2.1 CONSTRUCTION D'UNE TRAJECTOIRE MECANO-SORPTIVE ( $\omega, J$ )**

- (a) Représentation temporelle : déformation  $\epsilon$  et expansion hygrothermique  $\epsilon^\omega$ , taux d'humidité  $\omega$  et contrainte  $\sigma$  en fonction du temps  $t$ .
- (b) Trajectoire associée : complaisance  $J$  (déformation diminuée du terme d'expansion puis rapportée à la contrainte appliquée  $\sigma_0$ ) fonction de  $\omega$ .

Lorsqu'une contrainte est exercée sur le matériau, un fluage se produit, même si l'humidité reste constante : c'est donc qu'il existe une composante purement visqueuse de la déformation différée. L'hypothèse d'"indépendance temporelle" revient en fait à admettre la possibilité de séparer la déformation en quatre termes :

- L'expansion hygrométrique  $\epsilon^\omega$  mesurée sur un échantillon de contrôle non chargé.
- Un terme "instantané"  $\epsilon^e$ , pouvant théoriquement être obtenu expérimentalement à tout moment par une décharge.
- Un terme purement visqueux  $\epsilon^v$  dont les variations ne dépendraient que de  $\sigma$ , de  $\epsilon$  et de la valeur *actuelle* de  $\omega$ .
- Enfin le terme mécano-sorptif  $\epsilon^{ms}$ , obtenu par différence entre la déformation "corrigée"  $\epsilon - \epsilon^\omega$  et la composante "viscoélastique"  $\epsilon^{ve} = \epsilon^e + \epsilon^v$ .

En vertu de sa définition,  $\epsilon^v$  peut théoriquement être prédit à partir d'essais de fluage réalisés à humidité  $\omega$  constante. L'effet mécano-sorptif est donc le fait que la déformation totale ne peut être entièrement prédite à partir d'essais à ambiance stable, et  $\epsilon^{ms}$  représente le terme supplémentaire de la déformation. On pourrait aussi analyser l'effet mécano-sorptif comme une modification de l'expansion  $\epsilon^\omega$  sous l'effet des contraintes, ou comme l'accélération du fluage sous l'effet des variations hygrothermiques (Schniewind 1968), ces deux points de vue étant équivalents (Bazant 1985).

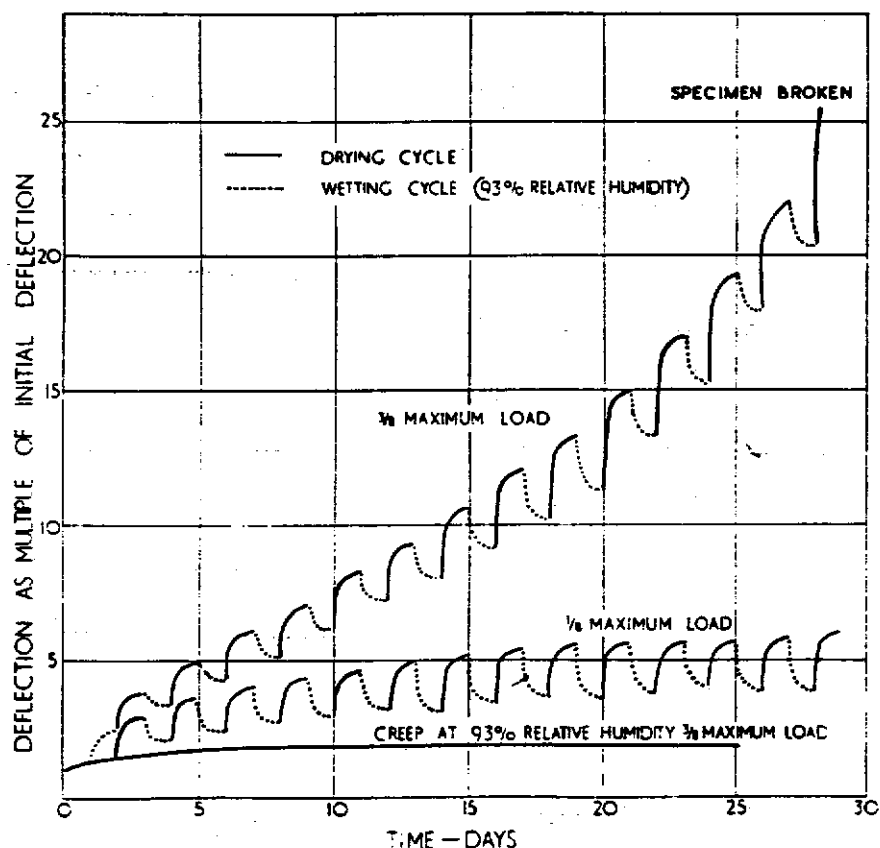
L'hypothèse d'indépendance temporelle s'applique à  $\epsilon^{ms}$ . L'usage de trajectoires  $(\omega, \epsilon - \epsilon^\omega)$  se justifie par le fait que souvent *les variations de  $\epsilon^{ms}$  sont largement prépondérantes par rapport à celles de  $\epsilon^v$* . Quant à l'usage de la complaisance J, cela fait appel à une seconde hypothèse : la linéarité de la déformation corrigée  $\epsilon - \epsilon^\omega$  par rapport à la contrainte.

La linéarité de la composante viscoélastique  $\epsilon^e + \epsilon^v$  peut être admise dans un certain domaine de contraintes [Schniewind (1968), Kingston et Budgen (1972), Mukudai (1983a, 1983b), Foujet (1987)], bien que certains auteurs considèrent que des modèles non linéaires soient préférables, en particulier pour décrire les essais de relaxation [Echenique-Manrique (1969)], ou pour des durées de chargement très longues [Amstel (1984)].



Quant à la linéarité de la réponse mécano-sorptive, il semble qu'elle soit approximativement vérifiée, à condition de se limiter à des niveaux de contraintes modérés, inférieurs à 15-20% de la charge de rupture en traction longitudinale d'après les résultats de Hunt (1979,1984) sur le hêtre, la limite étant plus basse en compression, surtout à humidité élevée [Hunt (1988)].

*Cas des fortes contraintes.* En revanche, à contrainte plus élevée, on peut, par des variations brutales et répétées de l'hygrométrie, obtenir jusqu'à vingt fois la déformation initiale. Dans l'exemple de la figure 2.2 (Hearmon et Paton (1964)), une forte non-linéarité est mise en évidence entre  $1/8^e$  et  $3/8^e$  de la charge de rupture, ce dernier cas conduisant à des déformations très importantes, puis à la ruine prématurée de l'échantillon.



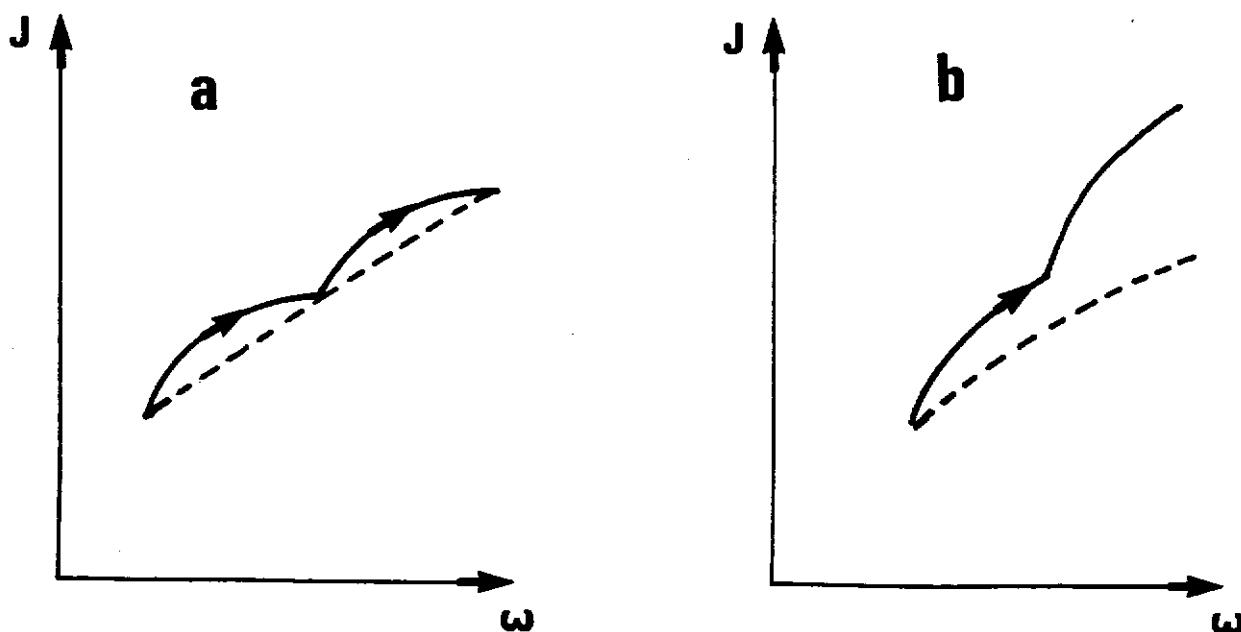
**Fig 2.2 INFLUENCE DU NIVEAU DE CONTRAINTE  
SUR L'EFFET MECANO-SORPTIF  
D'après Hearmon et Paton (1964)**

Fluage en flexion avec des paliers journaliers d'humidité. Stabilisation à  $1/8^e$  de la charge maximale et dérive de la flèche suivie d'une rupture prématurée à  $3/8^e$ . Dans ce dernier cas on notera l'effet particulier de la première humidification.

## 2.2. Effet du temps et mécano-sorption

Nous devons faire quelques commentaires à propos de la représentation en trajectoires, d'une part sur la relation entre l'effet du *temps* et la mécano-sorption et d'autre part concernant les *pentés* des trajectoires.

Les variations de  $\omega$ , qui est, rappelons-le, le *taux d'humidité* du bois, sont obtenues par le contrôle de l'hygrométrie ambiante ( $h$ ). Or l'estimation expérimentale de  $\omega$  se fait par la mesure du poids de l'échantillon : c'est donc une *valeur moyenne*. Lorsque  $h$  varie brutalement, il se produit un laps de temps durant lequel la répartition de  $\omega$  dans l'échantillon est tellement hétérogène que la mesure qui en est faite n'est pas significative par rapport à la réponse mécanique. Dans ce cas on risque d'obtenir des trajectoires comme, par exemple, celles de la figure 2.3a, où tout se passe comme si  $\omega$  était temporairement sous-estimé par la mesure que l'on en fait.



**Fig. 2.3 EFFET DE VARIATIONS BRUTALES DE L'HYGROMETRIE SUR LES TRAJECTOIRES MECANO-SORPTIVES**

Traits pointillés : trajectoire "quasi-statique" qui aurait été obtenue avec une augmentation lente et progressive de l'humidité relative  $h$ . Traits continus : deux paliers d'humidité relative ont été appliqués brutalement. (a) On retrouve en fin de chaque palier les valeurs "quasi-statiques". L'allure de "saut" observée peut être attribuée à la répartition hétérogène du taux d'humidité dans l'état transitoire. (b) Les états finaux sont eux aussi modifiés. On peut invoquer l'action des contraintes de séchage macroscopiques.

De plus, la répartition hétérogène de l'humidité est susceptible de générer des contraintes résiduelles "parasites" [Sales (1984)]. Dans ce cas l'état final du palier d'humidité peut être affecté lui aussi, comme sur la figure 2.3b.

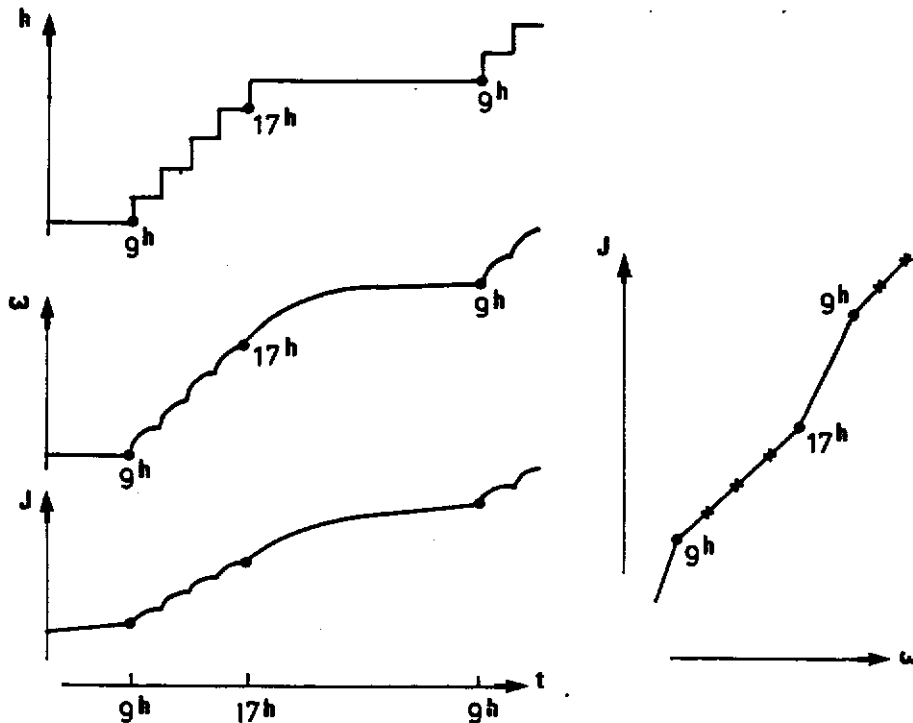
Ces effets parasites ne se produiront pas si les variations de  $h$  sont imposées progressivement. Mais alors intervient une nouvelle difficulté : pour des variations très lentes, *l'effet du temps* intervient, avec une variation non négligeable de  $\epsilon^v$  [Hunt (1984)]. Cela se manifeste par une "dérive" des trajectoires vers les complaisances positives. Sur la figure 2.4, nous illustrons, à l'aide d'un exemple concret, cette "contamination" de l'essai de mécano-sorption par les effets du temps :

- Pendant les heures ouvrables (9h à 17h), l'expérimentateur, à intervalles réguliers (toutes les deux heures), incrémente  $h$  d'une petite quantité  $\delta h$ , correspondant à un incrément  $\delta \omega$  de  $\omega$ , après avoir au préalable enregistré les déformations de l'échantillon chargé et de l'échantillon de contrôle non chargé. Entre la dernière mesure de la journée et la première du lendemain matin, il s'écoule 16 heures. L'incrément de déformation correspondant est légèrement plus grand que les autres : il semblerait qu'il contienne un terme visqueux (effet du temps) plus important. Sur les trajectoires cela se manifeste par une discontinuité de la pente.
- Un phénomène équivalent se reproduit à l'échelle de la semaine. En effet, la procédure décrite ci-dessus est répétée du lundi au vendredi, mais entre la dernière mesure (et le dernier palier d'humidité) du vendredi soir et la première du lundi suivant, il s'écoule cette fois 64 heures. Il en résulte une discontinuité des pentes plus prononcée que les précédentes.

L'hypothèse d'indépendance temporelle se testerait en vérifiant que, pour des essais avec différentes vitesses de sorption, les trajectoires se superposent. Mais cela est très théorique : dans la pratique, on est limité, d'un côté par la vitesse de diffusion dans la matière ligneuse, et, de l'autre, comme en quelques sortes l'illustre l'exemple précédent, par le temps que l'on peut consacrer aux expériences, de sorte que la comparaison portera dans le meilleur des cas sur deux ou trois ordres de grandeur.

On retiendra un point positif de l'option "lente" : elle permet de contrôler l'importance relative des effets du temps, qui se manifestent par les discontinuités de la pente des trajectoires, et de l'humidité. Toutefois soulignons l'ambiguïté du concept d'"effet du temps" : celui-ci peut porter sur

le terme *visqueux*, mais aussi sur l'*humidité* elle-même. En effet, il n'est pas prouvé que le paramètre d'humidité pertinent soit bien le taux d'humidité ( $\omega$ ). Il se peut que, *parmi toute l'eau adsorbée dans la matière ligneuse, seule une partie (petite) agisse sur le comportement*. Cette eau "efficace" risque d'être aussi la plus longue à trouver sa place définitive dans la matière (nous y reviendrons au chapitre III.4). Sous cette ambiguïté se cache le problème de l'interprétation d'une trajectoire telle que celle de la figure 2.4 :



**Fig. 2.4 LES CONTRAINTES HORAIRES METTENT EN EVIDENCE  
L'EFFET DU TEMPS**

Toutes les deux heures, durant les heures ouvrables uniquement, l'humidité relative  $h$  est incrémentée et les valeurs du taux d'humidité  $\omega$  et de la complaisance  $J$  sont enregistrées. La trajectoire  $(\omega, J)$  construite à partir des points de mesure présente des discontinuités journalières qui posent un problème d'interprétation : l'augmentation de la pente moyenne durant la nuit est-elle un pur effet visqueux ou une véritable conséquence du couplage mécano-sorptif ? Dans le premier cas la part mécano-sorptive de la trajectoire est caractérisée par la plus petite pente (9<sup>h</sup>-17<sup>h</sup>). Dans le second il serait plus adéquat de relier entre eux les points mesurés à 9<sup>h</sup> de deux jours consécutifs.

- Dans l'hypothèse où la dérive observée est un effet purement visqueux, elle doit être traitée comme un effet parasite, et la mécano-sorption est donnée par les pentes les plus faibles, obtenues durant chaque journée.
- Si en revanche c'est le délai de diffusion de l'eau "efficace" qu'il faut incriminer, il faut ignorer les points intermédiaires et relier entre eux les points finaux (soit, dans l'exemple précédent, les mesures du matin, ou, mieux encore, celles des lundis matin!).

### 2.3. Allure des trajectoires mécano-sorptives.

Nous supposons dorénavant indépendance temporelle et linéarité, ce qui justifie la représentation du comportement différé par trajectoires ( $\omega, J$ ).

Sur la figure 2.5 nous donnons le résultat de deux essais de fluage en flexion 4 points sur de l'épicéa, dans la direction des fibres, effectués au LMS avec l'aide de Pierre VALLI.

- Les dimensions des échantillons étaient  $L=180$  mm x  $R=20$  mm x  $T=3$  mm, les entre-axes 140 mm et 70 mm et la flèche était mesurée par rapport aux appuis intérieurs constitués par des rouleaux. La température était maintenue à 20°C et l'humidité relative cyclée entre 30% à 85%, à l'aide d'une enceinte hygrothermique. A l'époque l'enregistrement se faisait à l'aide d'une centrale portable appelée "Digirecord" dont la difficulté d'utilisation n'avait d'égale que la fréquence des pannes ; par la suite la procédure s'est trouvée bien allégée grâce au raccord sur le réseau "Roméo", mis en place par Gérard GARY pour les expériences de fluage de longue durée au LMS.
- Rappelons que dans un essai de flexion, nous mesurons une flèche, qui peut être reliée à la courbure, elle-même, en première approximation, proportionnelle à la déformation corrigée du retrait sur la fibre externe. De même, l'effort appliqué est un moment de flexion que l'on peut relier à la contrainte maximale sur la fibre externe, dans la mesure où le comportement reste linéaire avec  $\sigma$ .
- Afin de tenir compte de la diminution de l'épaisseur de l'échantillon durant le séchage, et de son influence sur le moment d'inertie, nous avons corrigé la complaisance à l'aide de la formule :

$$J = \frac{\epsilon - \Delta\epsilon^{\omega}_L}{(1 + \Delta\epsilon^{\omega}_T)\sigma_0} \quad (2.1)$$

où  $\Delta\epsilon^{\omega}_L$  désigne la déformation de retrait dans la direction de la sollicitation (L), et  $\Delta\epsilon^{\omega}_T$  celle dans la direction de l'épaisseur (T).

- Durant l'essai proprement dit nous ne contrôlions que l'humidité relative de l'air, sans effectuer de pesée simultanée d'un échantillon de référence. Afin de pouvoir malgré tout estimer le taux d'humidité moyen des échantillons durant l'essai, nous avons déterminé séparément les isothermes de sorption et de désorption dans les conditions expérimentales prévues (fig. 2.5a).
- Pour le premier échantillon (A) le chargement a eu lieu à l'état humide. Après stabilisation de la déformation viscoélastique l'échantillon est soumis à deux cycles d'humidité, soit une séquence : *premier séchage* (--) - *réhumidification* (+) - *reséchage* (-) - *seconde réhumidification* (+). Aussi bien le premier que le second séchage produisent un incrément de

complaisance corrigée marqué, alors que durant les réhumidifications celle-ci reste approximativement constante.

- Le second échantillon (B) est chargé au milieu du premier pallier sec. A partir de là il subit donc la séquence : première humidification (++) - reséchage (-) - réhumidification (+). Cette fois-ci la première humidification produit un incrément marqué. A partir de là, tout se passe comme avec le premier échantillon : incrément au reséchage (-), pas d'incrément à la réhumidification (+).

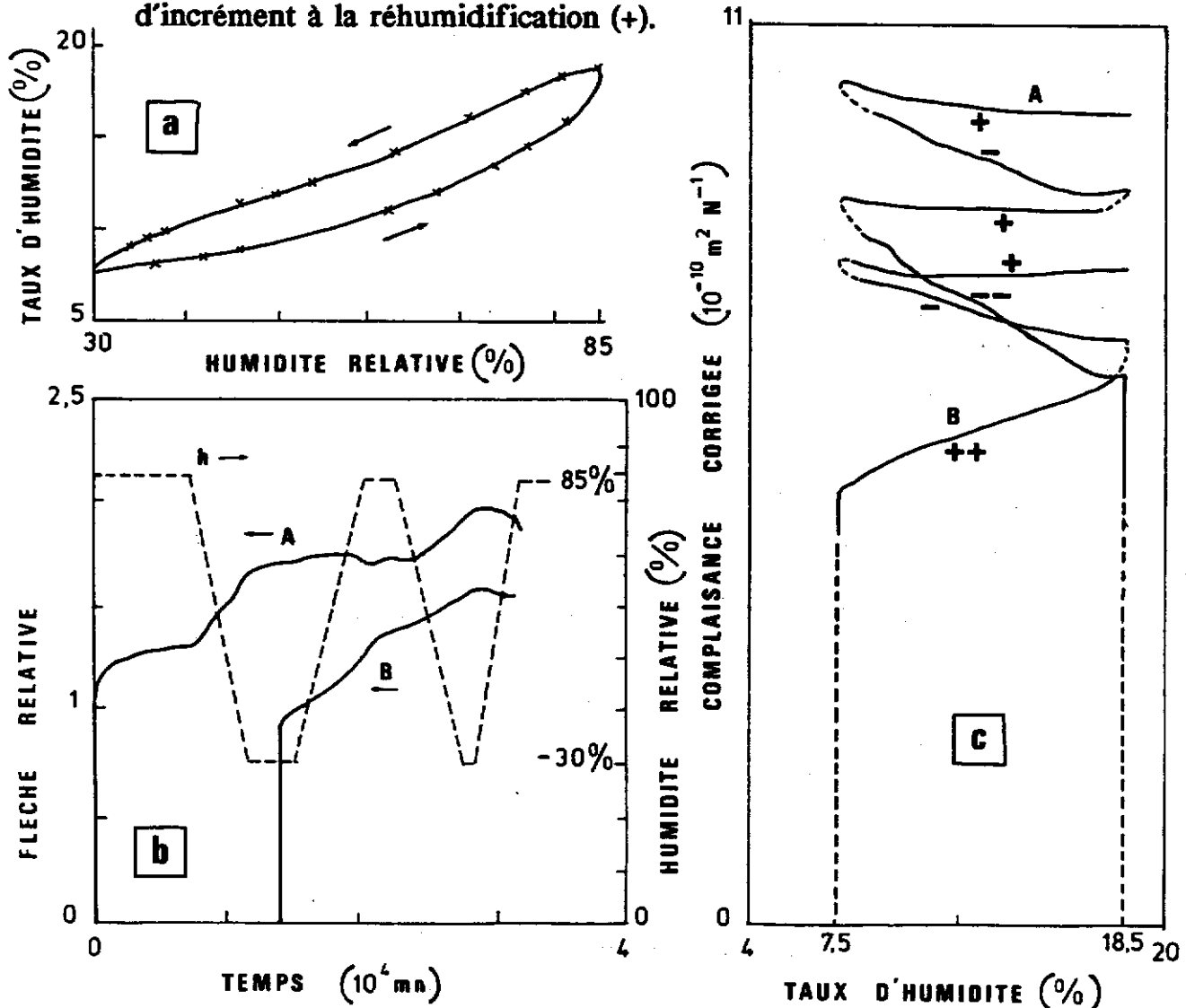
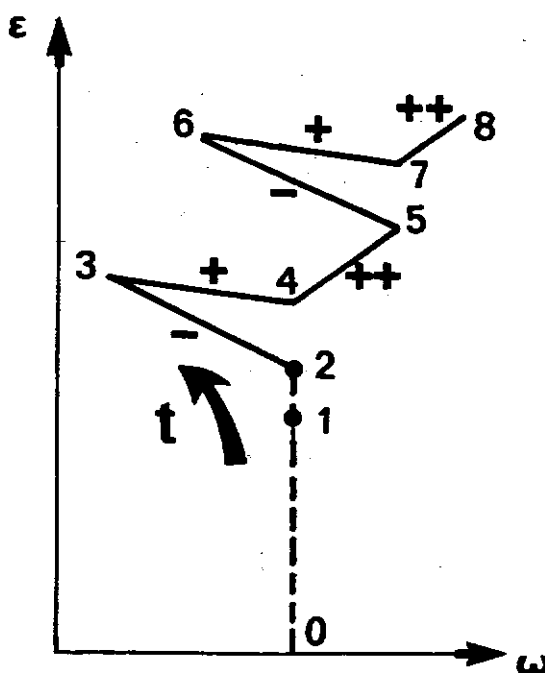


Fig. 2.5 MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DE L'EFFET MECANO-SORPTIF

(a) Isotherme de sorption et désorption dans les conditions de l'expérience. (b) Humidité relative (pointillés) et flèches relatives (traits pleins) en fonction du temps. La flèche de référence est la flèche élastique à l'état humide. De ce fait, la courbe pour l'échantillon (A) part de 1, alors que celle de l'échantillon (B) part d'une valeur inférieure. (c) Trajectoire donnant la complaisance (corrigée) fonction du taux d'humidité. L'estimation de ce dernier, effectuée à partir de la courbe (a), n'est plus très précise aux abords des palliers d'humidité constante. Sur les portions verticales les pointillés correspondent à la déformation initiale et les traits pleins à la déformation différée.

Le système de notation ( $\pm$ ) est du à Ranta-Maunus (1975), qui, se basant sur ses résultats pour le contreplaqué, limite les cas possibles à trois, en confondant (-) et (--), et suppose que les pentes correspondantes dans un graphe ( $\omega, J$ ) sont des constantes du matériau, qui par conséquent doivent être inchangées d'un cycle à l'autre.

Les différences entre les quatre situations (-,--,+,++) sont clairement mises en évidence par une procédure suggérée par Hunt (1984). Celle-ci consiste à imposer des cycles d'humidité d'amplitude croissante. Sur la figure 2.6, nous montrons ce que prédirait la théorie de Ranta-Maunus pour ce type de chargement.



**Fig. 2.6 ALLURE DES TRAJECTOIRES MECANO-SORPTIVES SELON LA THEORIE DE RANTA-MAUNUS**

Déformation  $\epsilon$  en fonction du taux d'humidité  $\omega$ . Les chiffres indiquent la succession temporelle des opérations. 01 : chargement instantané; 12 : fluage à humidité constante; 23, 56 : désorptions (effet -); 34,67 : réhumidifications (effet +); 45,78 : "premières" humidifications avec dépassement du seuil de l'humidité maximale (effet ++). Les effets purement visqueux sont supposés saturés en 2, c'est-à-dire qu'au delà ils sont faibles comparés aux effets de mécano-sorption. Dans ce cas la théorie de Ranta-Maunus prévoit que les pentes respectives des effets -, + et ++ sont des constantes caractéristiques du matériau.

Les figures 2.7 montrent des résultats de Hunt sur des résineux (a à d) et du hêtre (e-f) (nous y reviendrons au § 2.5).

- On remarque la similarité entre la traction (b) et la flexion (a) pour le même Pin Sylvestre. Dans les deux cas on retrouve les effets ++, + et - mentionnés par Ranta-Maunus (1975), avec toutefois une différence importante : les pentes décroissent en valeur absolue lorsque le niveau de déformation augmente, ce qui, d'une part réfute l'idée qu'elles sont des constantes du matériau, et d'autre part suggère une saturation de la déformation.

- Cette saturation est bien perceptible dans le cas du hêtre (e). L'allure des trajectoires pour le hêtre semble s'écarter de la "normale" représentée par le contreplaqué de Ranta-Maunus ou les résineux de Hunt, mais cela est dû à une forte non-linéarité de la complaisance élastique par rapport à  $\omega$  : dans une réinterprétation ultérieure, Hunt et Shelton (1987a) obtiennent des trajectoires de la composante différée (f) compatibles avec le cas général (a).

- Le Pin *Pinus Ponderosa* en (c) se distingue du Pin Sylvestre (a) par des complaisances instantanée et différée bien plus faibles. Il s'agit pourtant de deux essences de densité voisine. La principale différence entre elles est l'angle moyen des microfibrilles ( $\theta$ ) dans la couche S2, nettement plus grand dans le cas (a) que (c). Il n'est pas surprenant qu'un angle ( $\theta$ ) élevé entraîne une plus grande complaisance instantanée ; ce fait est connu et analysé depuis longtemps [Cowdrey et Preston (1966)]. Ce qu'on découvre de plus ici, c'est que le même effet existe, amplifié, vis-à-vis du comportement différé mécano-sorptif.

#### Fig. 2.7 TRAJECTOIRES EXPERIMENTALES MECANO-SORPTIVES →

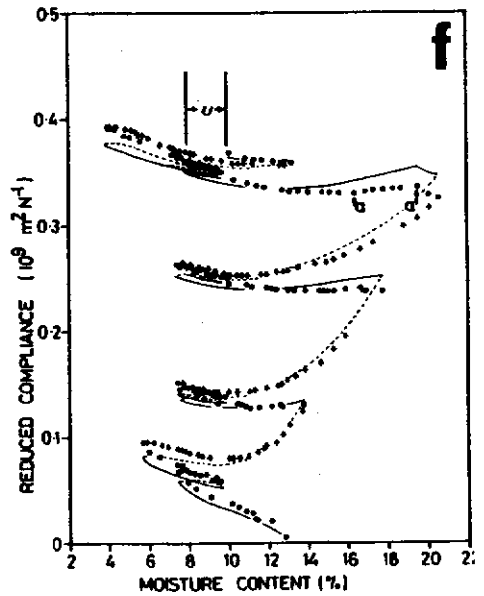
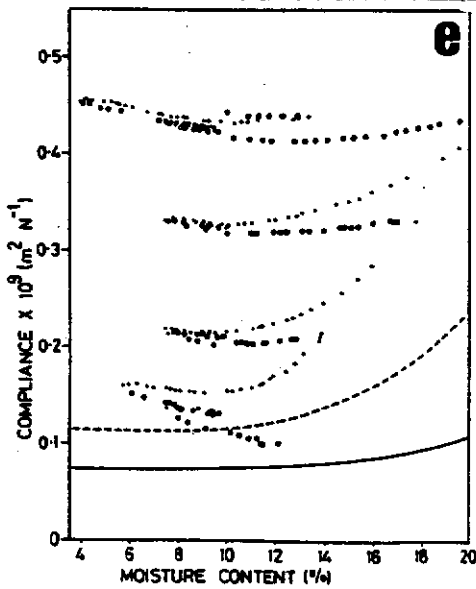
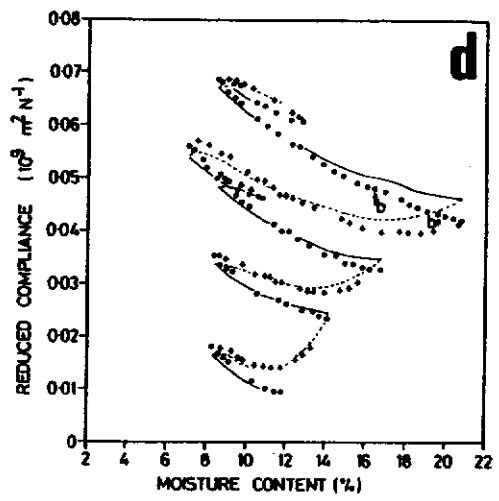
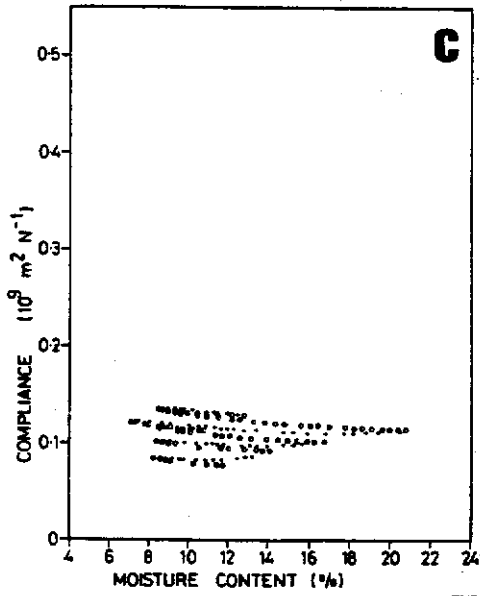
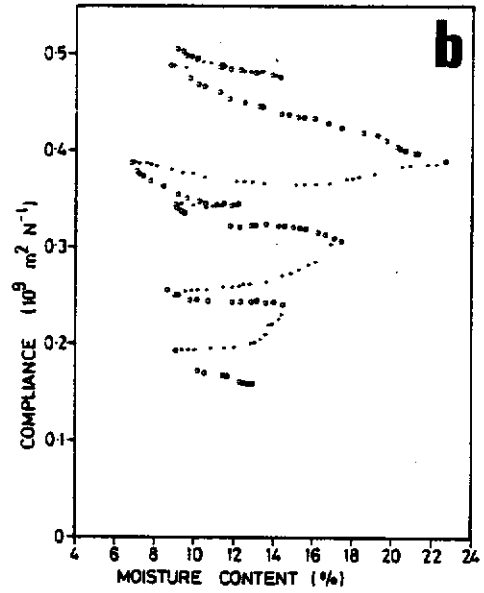
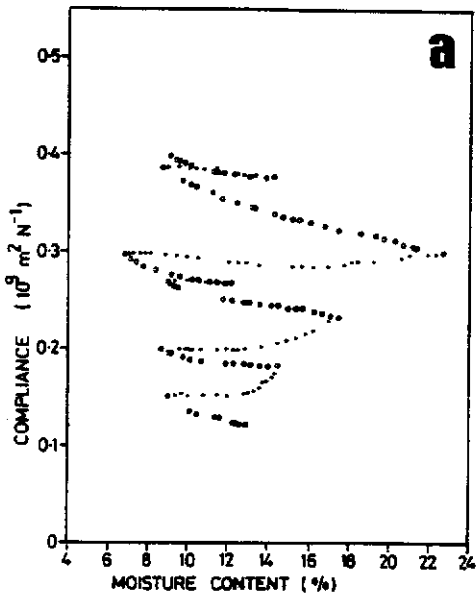
- Pin Sylvestre à haute susceptibilité mécano-sorptive en flexion (a) et en traction (b), contrainte 7,5 MPa, tiré de Hunt (1986).

- Pin *Ponderosa* à faible susceptibilité mécano-sorptive en flexion (c), contrainte 7,5 MPa, tiré de Hunt (1986). (d) : cas (c) ré-analysé dans Hunt et Shelton (1987), donnant cette fois une complaisance "réduite", c'est-à-dire après déduction de la complaisance élastique. Les lignes sont les résultats bruts, les points de mesure indiqués tenant compte d'une correction de la valeur de la contrainte due aux variations du moment d'inertie de la section.

- Hêtre en traction (e), contrainte 12 MPa, tiré de Hunt (1984), ré-analysé dans Hunt et Shelton (1987) (f) de la même manière que pour (d). On remarque la similarité d'allure entre (d) et (f).

Dans tous les cas le chargement initial est réalisé à un taux d'humidité de 12-13%. Ensuite des cycles d'humidité d'amplitude croissante sont imposés, la charge appliquée étant maintenue constante. Les croix (+) sont les points de mesure effectués durant les humidifications, les ronds ceux effectués aux séchages. A propos de l'interprétation de ces trajectoires, voir la discussion de la figure 2.4.





#### 2.4. Effets transitoires de la sorption sur le comportement.

L'effet mécano-sorptif s'observe également pour d'autres matériaux, tels que le béton [Bazant (1984)], ou le papier, la laine et certains polymères [Back et al. (1983)]. A ce propos Back et al. parlent des "effets transitoires des conditions de sorption". Il se produit en effet dans le cas de ces matériaux, au début de la sorption, une chute momentanée de la rigidité, pouvant être accompagnée d'une augmentation de l'amortissement. Cette chute est d'autant plus prononcée que la sorption est plus rapide.

Or Grossman (1976), à propos du bois, affirme que la rigidité n'est pas modifiée à la suite d'une sollicitation mécano-sorptive, et d'autre part que la vitesse de sorption n'a que peu d'influence sur la valeur finale des déformations. Il n'y a cependant pas nécessairement de contradiction avec les observations de Back et al.. En effet, Grossman n'a en vue que la rigidité viscoélastique au moment de la décharge, c'est-à-dire lorsque l'humidité du bois est stabilisée. Il est fort possible que la rigidité décroisse au début de la sorption, pour retrouver sa valeur d'équilibre une fois le bois stabilisé.

*Effet transitoire de la sorption sur le comportement vibratoire.* A ce propos, signalons des résultats expérimentaux obtenus dans le cas du bois massif et qui semble confirmer ceux de Back sur le papier. Sasaki et al. (1988) [voir aussi dans Norimoto et al. (1988)] ont mis en évidence des valeurs anormalement élevées de l'amortissement ( $\text{tg } \delta$ ) [voir la définition de ce terme au § 4.3] dans les directions L et R, lorsque des variations brutales de l'hygrométrie sont imposées entre environ 30% et 90% H.R. à 20°C. En particulier on observe, au bout d'une durée allant de quelques heures à une journée, un pic à l'adsorption, suivi d'une lente décroissance. En outre, la valeur d'équilibre de  $\text{tg } \delta$  est atteinte bien plus rapidement en désorption (quelques heures) qu'en adsorption (plusieurs jours).

Nous avons prévu d'appliquer la procédure de caractérisation acoustique du bois mise au point à l'Institut de Recherche sur le Bois de Uji, Kyoto, dans le but d'observer l'influence de l'angle des microfibrilles sur l'effet transitoire (voir les § 4.2 à 4.4) Nous donnons ici, à titre indicatif, le résultat d'une expérience préliminaire (figure 2.8), dans la mesure où celle-ci apporte une indication sur l'existence d'un effet transitoire de la sorption sur le comportement mécanique, analogue à celui que signalent Back et al. (1983) à propos du papier kraft.

**Procédure expérimentale.** Il était prévu d'utiliser des échantillons de Hinoki (*Chamaecyparis obtusa*) dont les caractéristiques acoustiques à humidité constante avaient été mesurées précédemment à plusieurs humidités par Takayuki SASAKI [Sasaki et al. (1988), voir § 4.3 et la fig. 4.4]. Dimension : 160 mm (L) x 18 mm (T) x 4 mm (R) (l'orientation "sur dosse" était due à la nécessité de mesurer l'angle des microfibrilles sur certains échantillons).

Le montage expérimental est schématisé sur la figure 2.8a. L'échantillon est simplement posé sur deux fils (l'écartement est réglable, ce qui permet d'adapter aisément le montage à des échantillons de taille variable). La sollicitation sinusoïdale est appliquée à une extrémité, à l'aide d'un électro-aimant (extrait d'un ancien combiné téléphonique) alimenté par un générateur de fréquence et excitant un clinquant d'acier collé sur le bois. La réponse est obtenue par un capteur de déplacement sans contact, grâce à un clinquant d'aluminium collé à l'autre extrémité, et analysée par F.F.T. ("Fast Fourier Transform").

Le principe de la mesure est le suivant. Tout d'abord, on recherche la fréquence de résonance  $f_r$  de l'échantillon (premier mode, on montre que les effets parasites dus au cisaillement sont alors négligeables), dans la plage 100-1000 Hz. On en déduira le module spécifique par une formule donnant la vitesse de propagation du son :

$$\sqrt{\frac{E'}{\rho}} = 2\pi\sqrt{12} \frac{f_r}{h_s} \left[ \frac{l_s}{c_1} \right]^2 \quad (2.2)$$

où  $h_s$  est l'épaisseur de l'échantillon,  $l_s$  sa longueur,  $\rho$  sa densité,  $c_1$  une constante valant 4,730 pour le premier mode. Ensuite, la résonance étant maintenue, on arrête l'excitation et enregistre le signal ultérieur. Celui-ci est analysé par déplacement de la fenêtre temporelle. Pour chaque position de celle-ci la F.F.T. effectue l'analyse spectrale correspondante : la hauteur du pic dans la fenêtre spectrale donnant une mesure de l'intensité du signal apparaissant dans la fenêtre temporelle, sa décroissance logarithmique dans les déplacements successifs permettra de déduire le **décroissement logarithmique**.

Les échantillons sont préalablement placés dans un four à vide à 50°C, en présence de  $P_2O_5$ , pendant 24 heures. Ils atteignent ainsi pratiquement l'état anhydre ( $\omega \simeq 0$ ) *sans risque de subir, par effet thermique, des modifications structurelles irréversibles* (voir à ce propos la remarque ci-dessous). Ils sont ensuite conservés quelques jours dans la chambre d'ambiance à 20°C et 65% H.R., puis brutalement soumis à une ambiance de 89-93% à l'aide d'une bache en plastique et d'humidificateurs [même méthode que celle qui sera décrite au § 5.2]. Entre les mesures acoustiques, le poids d'un échantillon similaire est mesuré, afin d'estimer le taux d'humidité moyen  $\omega$  de l'échantillon testé. A bout d'une semaine environ, la stabilisation acoustique étant constatée, la bache est retirée et la même procédure appliquée de nouveau à la désorption, mais cette fois l'équilibre acoustique est atteint au bout de quelques heures.

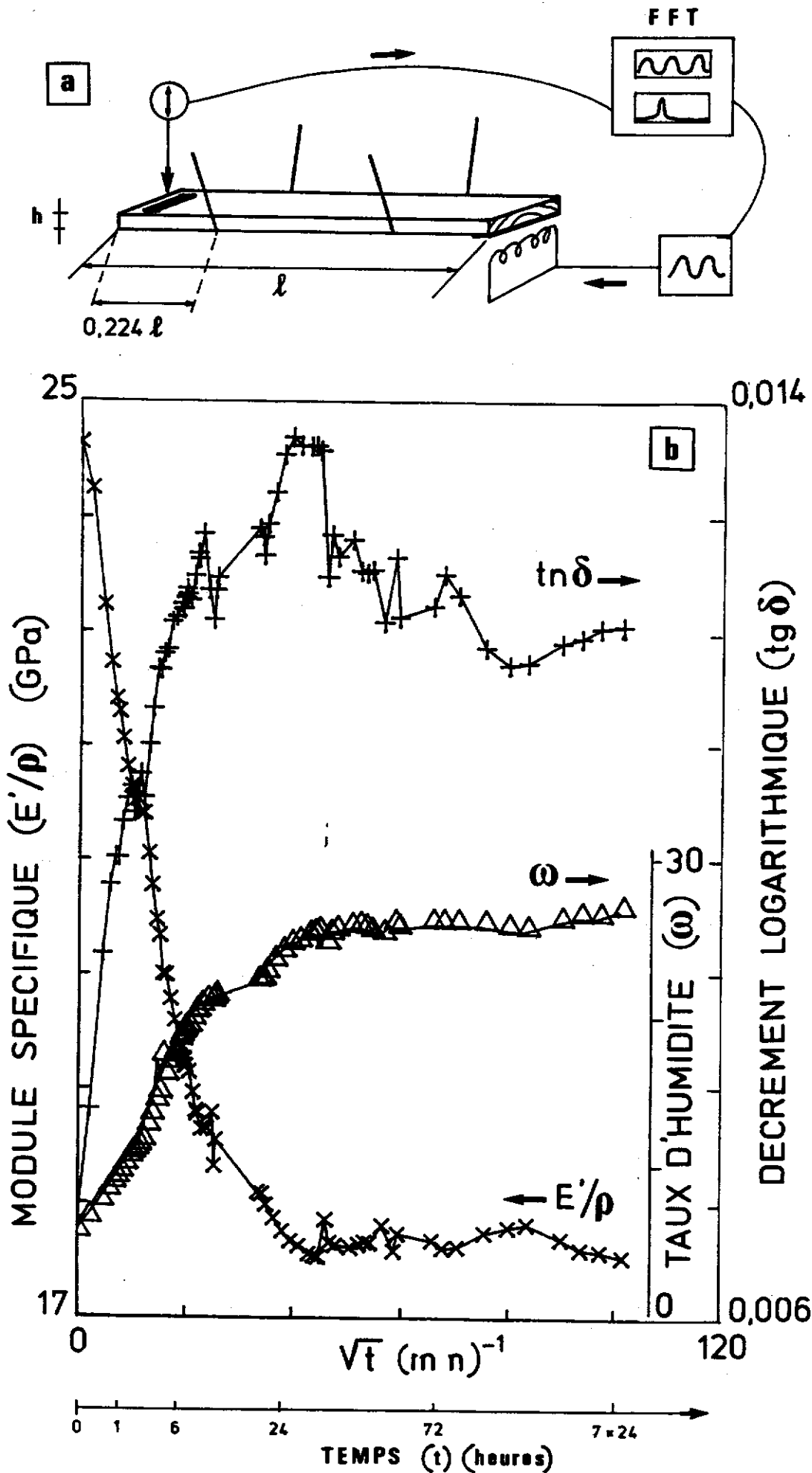


Fig. 2.8 EFFET TRANSITOIRE DE L'ADSORPTION  
 (a) Montage pour la caractérisation acoustique (b) résultat d'un essai.

**Résultats.** Ils sont indiqués, pour l'adsorption, sur la figure 2.8b. La dispersion observée doit être attribuée à des "accidents" dans le contrôle de l'humidité relative, plutôt qu'à l'incertitude des mesures. On remarque surtout le pic du décrétement logarithmique au bout d'une trentaine d'heures environ, alors qu'au niveau de l'humidité, l'état d'équilibre semble proche.

A la lumière des résultats de Back et al. sur le papier kraft, nous serions plutôt portés à admettre, en principe, l'influence de la vitesse de sorption sur la réponse mécano-sorptive. Dans la pratique, cette influence est atténuée par les délais de diffusion dus à l'épaisseur des échantillons. Seules les fibres situées près de la surface subissent une sorption réellement rapide en cas de variation brutale de l'hygrothermie ambiante. Il se pourrait même que l'effet disparaisse totalement pour des bois peints en surface.

**Remarque sur la mesure du taux d'humidité.** Pour obtenir l'état anhydre, correspondant à un taux d'humidité de 0%, la méthode la plus couramment utilisée, notamment pour le suivi de processus industriels, consiste à placer l'échantillon dans une étuve à 103°C jusqu'à stabilisation du poids ou bien pendant une durée déterminée (24 h). Il existe cependant une autre procédure, à *vide* à 50~70°C en présence de  $P_2O_5$ , qui devrait être préférée pour les expérimentations fines sur le bois. Elle permet en effet d'extraire au moins autant d'eau que la première méthode sans pour autant risquer de provoquer une détérioration du matériau ni des modifications irréversibles par effet thermique ou départ des extractifs. Elle présente ainsi l'avantage de pouvoir être appliquée aux échantillons *avant* les tests.

**Procédure expérimentale et contexte culturel.** Il est intéressant de comparer les procédures expérimentales préconisées par un Britannique (Hunt) et un Japonais (Norimoto). Le premier s'impose d'appliquer les variations d'humidité aussi lentement que possible, de peur de générer des contraintes résiduelles parasites. Cette option est compréhensible vu l'usage courant, en Grande-Bretagne, des bois peints. Radicalement à l'inverse, le second estime bien plus réaliste - vu les variations soudaines de l'hygrothermie et l'utilisation courante des bois apparents au Japon - d'appliquer les variations d'ambiance les plus brutales possible. Cela montre combien, même à propos d'un sujet relativement "fondamental" tel que la loi de comportement du bois, l'approche utilisée est influencée par le contexte climatico-culturel ...

### 2.5. Recouvrance et effet mémoire : "seuil" mécanosorptif.

Nous avons vu que lors d'un essai de fluage, la première humidification produit un effet marqué. Par "première humidification" il faut entendre que l'humidité considérée est atteinte pour la première fois depuis le début du chargement (figure 2.6). Tout se passe donc comme si l'"humidité maximale depuis l'application de la charge" constituait un seuil en humidité au delà duquel l'effet mécano-sorptif est activé.

Cela est bien apparent sur les trajectoires de la figure 2.7, correspondant, dans tous les cas indiqués, au même type de chargement en humidité. Lors du premier séchage à partir de  $\omega \simeq 12\%$ , l'"effet" (incrément de déformation) se produit. A l'adsorption en revanche, la trajectoire est d'abord plate : donc, pas d'effet, et cela jusqu'à atteinte et dépassement de la valeur "seuil" de 12%. Mais dès que ce seuil est dépassé, jusqu'à  $\omega \simeq 14\%$ , un net changement de pente apparaît : on passe de l'effet "+" à l'effet "++". Nouveau séchage jusqu'à 8-9%, avec activation de l'effet, suivi d'une réhumidification, jusqu'à environ 17% cette fois-ci, de nouveau sans activation au début. Mais c'est alors *à partir de 14% et non de 12% que l'effet ++ apparaît* (à vrai dire ce dernier point est surtout apparent dans le cas des résineux, pas tellement dans le cas du hêtre, même moyennant la correction de la figure f). Tout se passe donc comme si le seuil s'était "déplacé" de 12% à 14%.

Cependant cette notion de seuil est délicate à généraliser au cas d'un chargement variable en contrainte. La manière la plus simple de réaliser un chargement variable est de décharger un échantillon préalablement chargé à contrainte constante (essai de fluage suivi de recouvrance). Nous imposons en outre des cycles d'humidité aussi bien durant le chargement qu'après. Lorsque la décharge a lieu à l'état sec, on observe que *l'essentiel de la recouvrance mécano-sorptive se produit à la première humidification après décharge*. Donc là encore l'effet de seuil en humidité se manifeste. Pour conserver une cohérence à cette notion de seuil, on peut dire par exemple qu'avant la décharge, le seuil était maintenu à l'humidité maximale des cycles, et qu'*au moment de la décharge il "descend" à la valeur actuelle de l'humidité*, ce qui

permet qu'il soit de nouveau "dépassé" à la réhumidification suivante. Nous aurons l'occasion de revenir sur cette question à la fin de la deuxième partie.

Moyennant un traitement hygrothermique adéquat, la recouvrance mécano-sorptive est presque totale [Arima et Grossman (1978), Arima (1979), Ranta-Maunus (1976)]. Cela doit être rapproché d'autres situations où des déformations résiduelles importantes sont recouvrées en presque totalité : le collapse [Armstrong (1983)] et le thermo-formage aux micro-ondes [Iida et al. (1984), Iida et Norimoto (1987)]. Le bois conserve donc la mémoire de son état initial, quels que soit les "traumatismes" qu'on lui fait subir. Cet effet de mémoire est généralement attribué aux microfibrilles, en majorité cristallines, et disposées en un réseau continu, avec un comportement global élastique.

## 2.6. L'hypothèse de l'état d'équilibre.

Lorsque le bois est soumis à une contrainte macroscopique  $\sigma$  maintenue constante, une partie de cette contrainte ( $\sigma'$ ) est subie par la matrice située entre les microfibrilles. Par la suite, des changements de configuration ont lieu au sein de la matrice et une partie de  $\sigma'$  se reporte sur les microfibrilles, se traduisant par une augmentation de la déformation macroscopique. Imaginons une situation extrême où tous les changements de configuration susceptibles de se produire sous l'action de  $\sigma$  sont achevés. Cela revient à nier l'existence d'un "flot visqueux" dans le cas du bois, ce qui semble raisonnable pour des contraintes faibles. La déformation atteint alors un état d'équilibre  $\epsilon^\infty$ , dépendant de  $\sigma$ , et n'évoluera plus. Si à ce moment-là on fait varier la contrainte appliquée, la déformation évoluera en direction du nouvel état d'équilibre.

Les variations d'humidité affectent les dimensions de la matrice, mais non celles des parties cristallines contenues dans les microfibrilles. On doit s'attendre à ce que ces retraits différentiels des constituants génèrent un champ de contraintes résiduelles qui affecte le comportement mécanique et favorise les évolutions vers l'état d'équilibre  $\epsilon^\infty(\sigma)$ . Nous aboutissons ainsi à

l'interprétation suivante de l'effet mécano-sorptif :

Les variations d'humidité augmentent la **mobilité moléculaire** de la matrice et de ce fait accélèrent l'évolution du matériau vers l'état d'équilibre  $\epsilon^\infty(\sigma)$ .

Cet énoncé contient une double hypothèse : d'une part l'*existence* de l'état d'équilibre ; d'autre part l'idée que l'effet mécano-sorptif *accélère* un fluage qui se serait produit de toute manière, mais peut-être au bout d'un temps très long, en l'absence de variation d'humidité. Des considérations sur les énergies d'activations des processus de sorption et de fluage conduisent Kauman (1966) à conclure que l'un et l'autre mettent en jeu la rupture et la reformation des mêmes liaisons hydrogène dans les zones amorphes du bois. Cela peut servir de justification physique à l'hypothèse avancée. Remarquons toutefois que les mécanismes de relaxation en jeu dans le comportement différé du bois sont relatifs à un certain domaine de temps et de température. Donc ce que nous disons ici ne s'applique pas à tout le spectre viscoélastique du bois, mais seulement, à température ambiante, aux échelles de temps compatibles avec les processus de sorption, soit, typiquement, *des durées comprises dans une plage allant de l'heure au mois*.

Au niveau expérimental, nous sommes conforté dans cette hypothèse par deux faits déjà mentionnés : d'une part l'apparente saturation de la déformation mécano-sorptive; d'autre part la recouvrance quasi-totale par traitement hygrothermique. Hunt (1984) estime, par extrapolation de courbes de fluage sur une semaine, qu'après deux mois de fluage mécano-sorptif (figure 1.2.5e), la déformation est finalement *du même ordre de grandeur que celle qui aurait été atteinte si le bois avait été maintenu constamment à l'humidité maximale de l'essai* (supérieure à 20% dans ce cas). L'observation de Hunt semble suggérer qu'on ne peut réellement parler d'"accélération" mécano-sorptive que vis-à-vis du comportement à l'état sec. A partir du moment où des humidités élevées sont en jeu, et *pour des niveaux de contrainte modérés*, le

phénomène de mécano-sorption semblerait donc se réduire à un effet de fluage conventionnel.



### Conclusions

*Nous retiendrons de ce tour d'horizon sur l'effet mécano-sorptif quatre points :*

*(1) Les effets du temps et des variations d'humidité ne sont pas nécessairement deux phénomènes indépendants l'un de l'autre. Dans certaines conditions, en particulier pour des humidités élevées, il peut se révéler difficile, voire illusoire, de les séparer.*

*(2) Une représentation complète de l'effet mécano-sorptif doit rendre compte de la dissymétrie entre la désorption et l'adsorption, en particulier de l'effet particulier de la "première humidification".*

*(3) Pour des niveaux de contraintes élevés (mais guère plus que les contraintes de service) des déformations mécano-sorptives considérables peuvent se produire, rappelant le thermoformage du bois. La mécano-sorption ne se réduit plus à une viscosité accélérée, et il faut invoquer des mécanismes de déformation spécifiques.*

*(4) On peut admettre l'existence, pour des niveaux de contrainte modérés, d'un état d'équilibre de la déformation, qui se manifeste notamment par la saturation de la déformation de fluage et par l'"effet mémoire" à la recouvrance. L'analyse de ce dernier point fait l'objet du chapitre suivant.*

### 3. RECHERCHE EXPERIMENTALE DE L'ETAT D'EQUILIBRE.

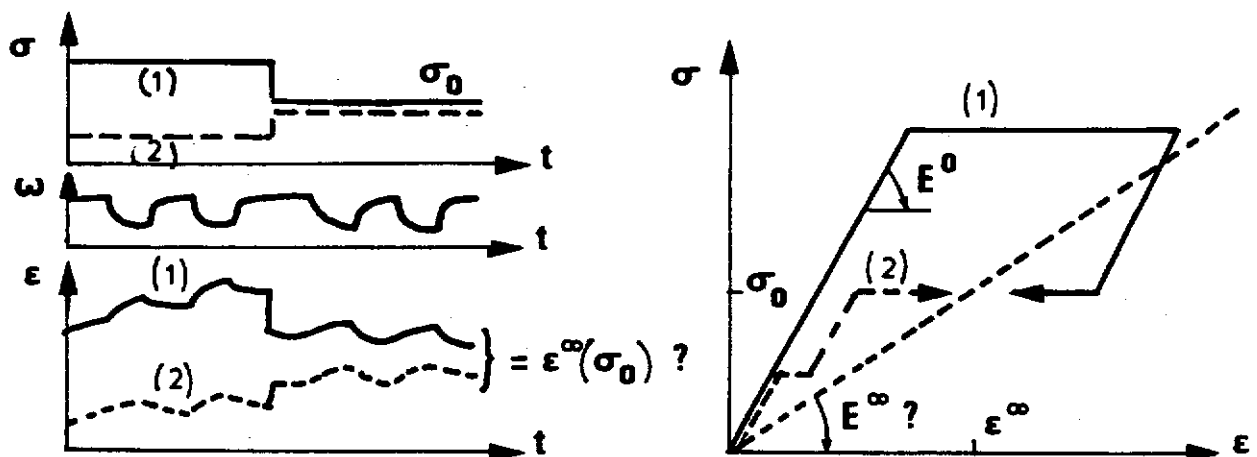
*Les remarques finales du § 2.6. nous conduisent à adopter vis-à-vis de l'effet mécano-sorptif une attitude radicalement différente de celle qui est illustrée par l'étude des "trajectoires" mécano-sorptives. Celles-ci concernaient l'état transitoire de la réponse différée du bois. Nous allons au contraire nous concentrer sur l'état d'équilibre. Nous ne nous préoccupons plus de la séparation entre mécano-sorption et effet du temps. Notre objectif est d'atteindre le plus vite possible, pour des contraintes  $\sigma$  données, la déformation  $\epsilon^\infty$  correspondante. C'est parce qu'ils nous font gagner du temps que nous appliquons des cycles d'humidité sous contrainte. Il faut donc qu'ils soient rapides, faute de quoi nous ferions aussi bien de travailler à humidité élevée.*

#### 3.1. Représentation dans le plan déformation - contrainte.

Au niveau de la représentation des résultats, nous désirons maintenant mettre en évidence le degré de *rapprochement vers l'état d'équilibre* : aussi les graphes  $(\omega, \epsilon)$  ou bien  $(\omega, J)$  ne nous conviennent pas car ils se focalisent sur la dépendance par rapport à  $\omega$ . Nous voulons mettre en valeur la **loi de comportement différé** : pour cela il suffit de revenir au graphe  $(\epsilon, \sigma)$  couramment utilisé en Mécanique des solides, donnant la contrainte en fonction de la déformation, dans lequel une éventuelle loi de comportement différé se traduirait par une certaine courbe reliant  $\epsilon$  et  $\sigma$ . Dans ce graphe :

- un *chargement instantané* correspond à un segment de droite dont la pente est le **module instantané** (par référence à des conditions expérimentales bien précisées) ;
- un *essai à contrainte constante* (fluage, recouvrance) à un segment horizontal ;
- un *essai à déformation constante* (relaxation) à un segment vertical.

Le problème qui se pose à nous est schématisé sur la figure 3.1, dans laquelle la "loi de comportement différée" est symbolisée par une droite de pente  $E^\infty$ . Tendrait-on, pour la contrainte donnée  $\sigma_0$ , vers la même valeur d'équilibre  $\epsilon^\infty$  si le palier à  $\sigma_0$  est précédé de deux trajets de charge différents, surcharge (1) ou précharge (2)? Dans l'affirmative, on obtiendrait l'encadrement d'un point de la loi de comportement différée, symbolisée ici par la droite en pointillés de pente  $E^\infty$ .

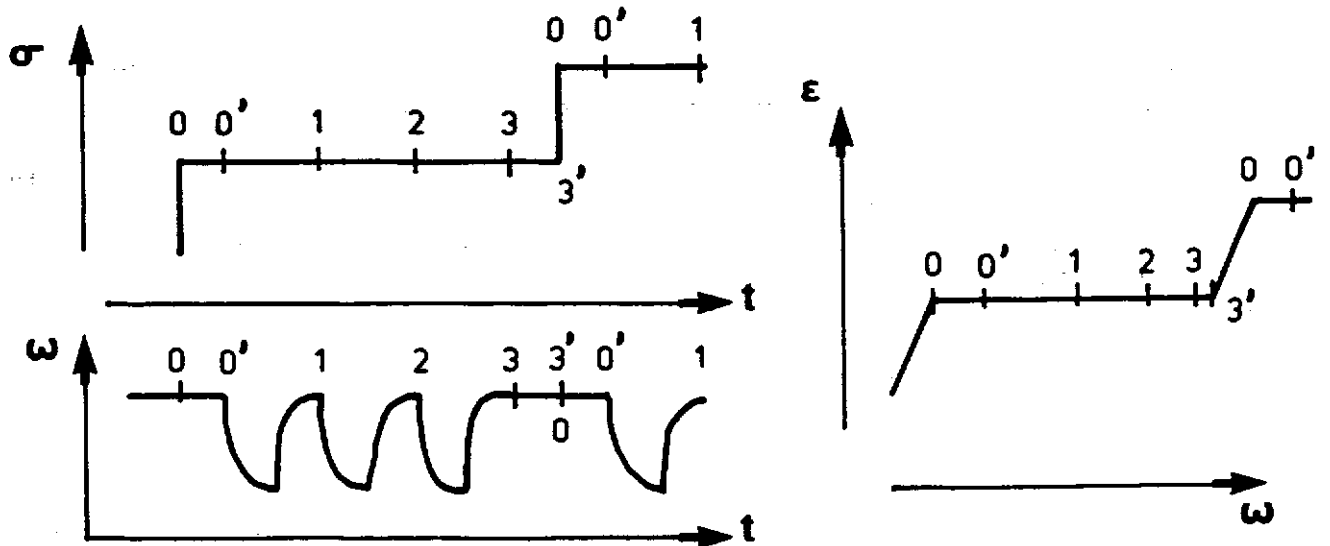


**Fig. 3.1 INDEPENDANCE DE L'ETAT D'EQUILIBRE  
PAR RAPPORT AU CHARGEMENT ANTERIEUR**

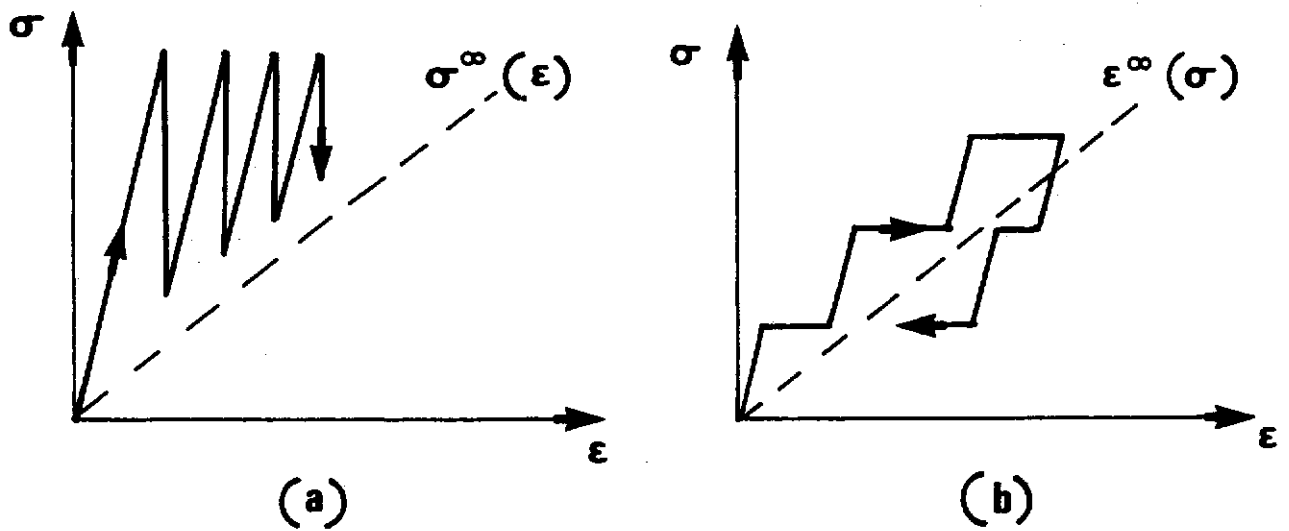
### 3.2. La procédure multi-paliers.

Nous avons été ainsi amené à définir une procédure expérimentale spécifique, nommée "fluage multi-paliers", destinée à caractériser l'état d'équilibre :

- Une humidité de référence  $\omega_0$  ayant été choisie, les points retenus sont uniquement les valeurs  $(\epsilon, \sigma)$  atteintes à la fin de périodes où  $\omega$  est maintenue à sa valeur de référence  $\omega_0$ . En outre on essaie, autant que possible, que les variations instantanées de  $\sigma$  ou  $\epsilon$  soient effectuées à l'humidité de référence.
- Lorsque les variations d'humidité consistent en cycles réguliers entre  $\omega_{\min}$  et  $\omega_{\max}$ ,  $\omega_0$  sera de préférence l'une de ces deux valeurs. Il est possible de choisir pour  $\omega_0$  une valeur intermédiaire à condition de prendre garde à l'hystérésis entre le taux d'humidité du bois  $\omega$  et l'humidité relative  $h$ . Nous préconisons de prendre  $\omega = \omega_{\max}$ , si toutefois les mesures de la réponse mécanique et les variations du chargement sont réalisables à cette humidité, pour une raison qui apparaîtra ci-dessous.
- Afin de pouvoir contrôler la convergence vers l'état d'équilibre, nous appliquons des paliers de chargement (d'où le nom de la procédure), par exemple des paliers de contrainte, et plusieurs cycles d'humidité durant chaque palier. A la fin de chaque cycle on enregistre la déformation, avec le numéro d'ordre du cycle dans le palier : 0 juste après le chargement, puis 1, 2, 3, ... (voir la figure 3.2) Lorsqu'après un cycle  $\omega$  est maintenue à  $\omega_0$  pendant une durée supplémentaire, la réponse mécanique (déformation ici) est enregistrée une nouvelle fois avant de commencer le cycle suivant, avec le même numéro d'ordre affecté d'un prime (' ). C'est en particulier le cas au début et à la fin du palier : après la mesure initiale (0), le bois est maintenu à  $\omega_0$  jusqu'à l'instant (0'), et à ce moment là seulement la série des cycles commencée : 1, 2, 3, ... . Cela permet d'évaluer l'importance de la réponse viscoélastique (fluage ici) "pure", et donc, par comparaison, l'efficacité des cycles en tant qu'accélérateurs (d'où l'intérêt de choisir  $\omega_0 = \omega_{\max}$  comme référence). De même, à la fin du dernier cycle, le bois est maintenu plus longtemps à  $\omega_0$ , et la réponse mécanique (déformation) est mesurée une dernière fois juste avant le chargement suivant. Par exemple, pour un palier avec trois cycles, nous obtenons six points de mesure, numérotés : 0-0'-1-2-3-3'.
- Au lieu de paliers de contrainte, on peut imposer des paliers de déformation  $\epsilon$ , et mesurer l'évolution de  $\sigma$ . La procédure ci-dessus est immédiatement transposable ; on doit alors parler d'essai de "relaxation multi-paliers", alors que dans l'exemple précédent il s'agissait de "fluage multi-paliers". On peut envisager aussi des modes mixtes. Sur la figure 3.3, nous suggérons quelques trajets de charge envisageables.



**Fig. 3.2 NUMEROTATION DES POINTS DE MESURE POUR LE FLUAGE MULTI-PALIER**



**Fig. 3.3 EXEMPLES DE PROCEDURES MULTI-PALIER**  
 (a) Relaxation multi-paliers (b) fluage multi-paliers

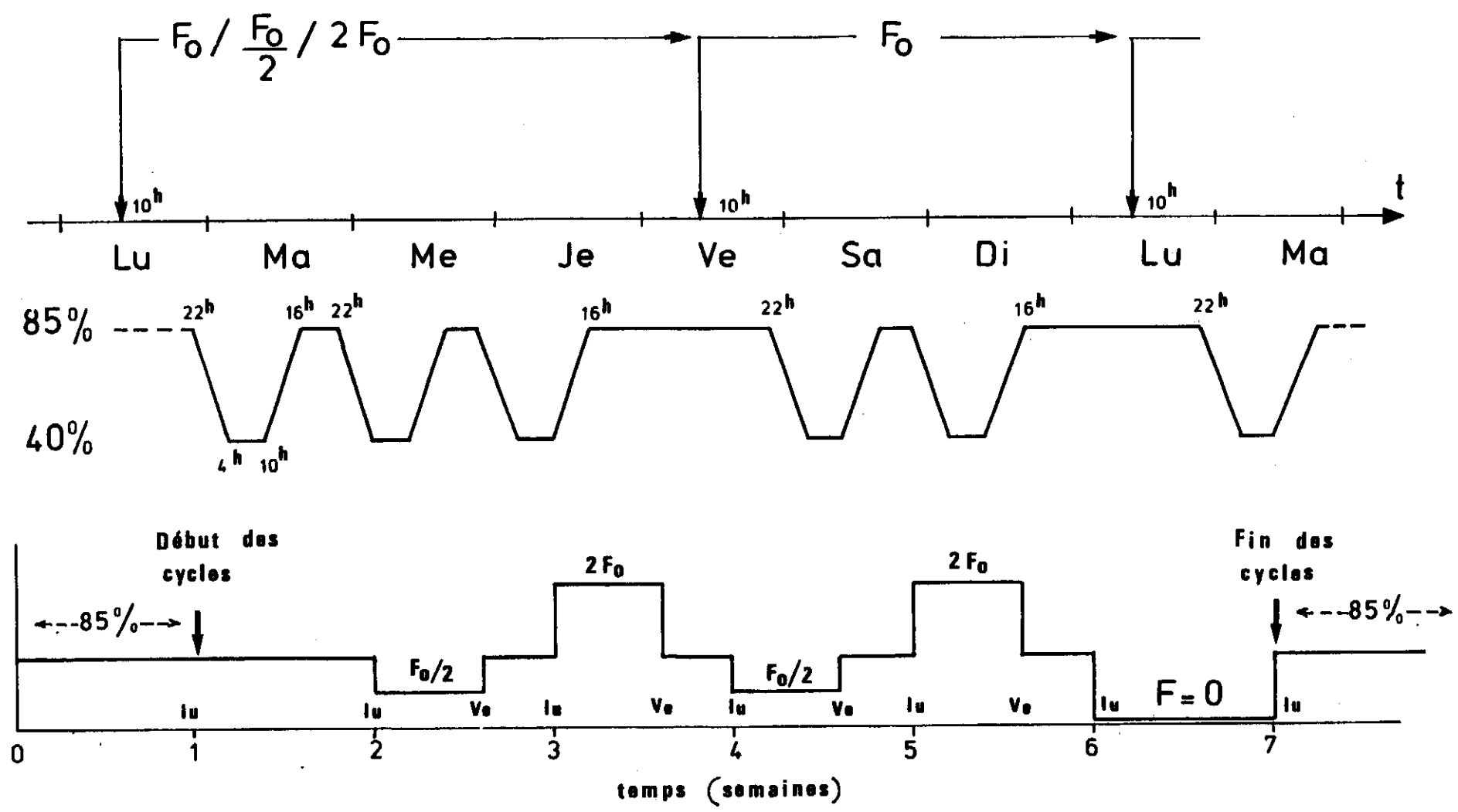
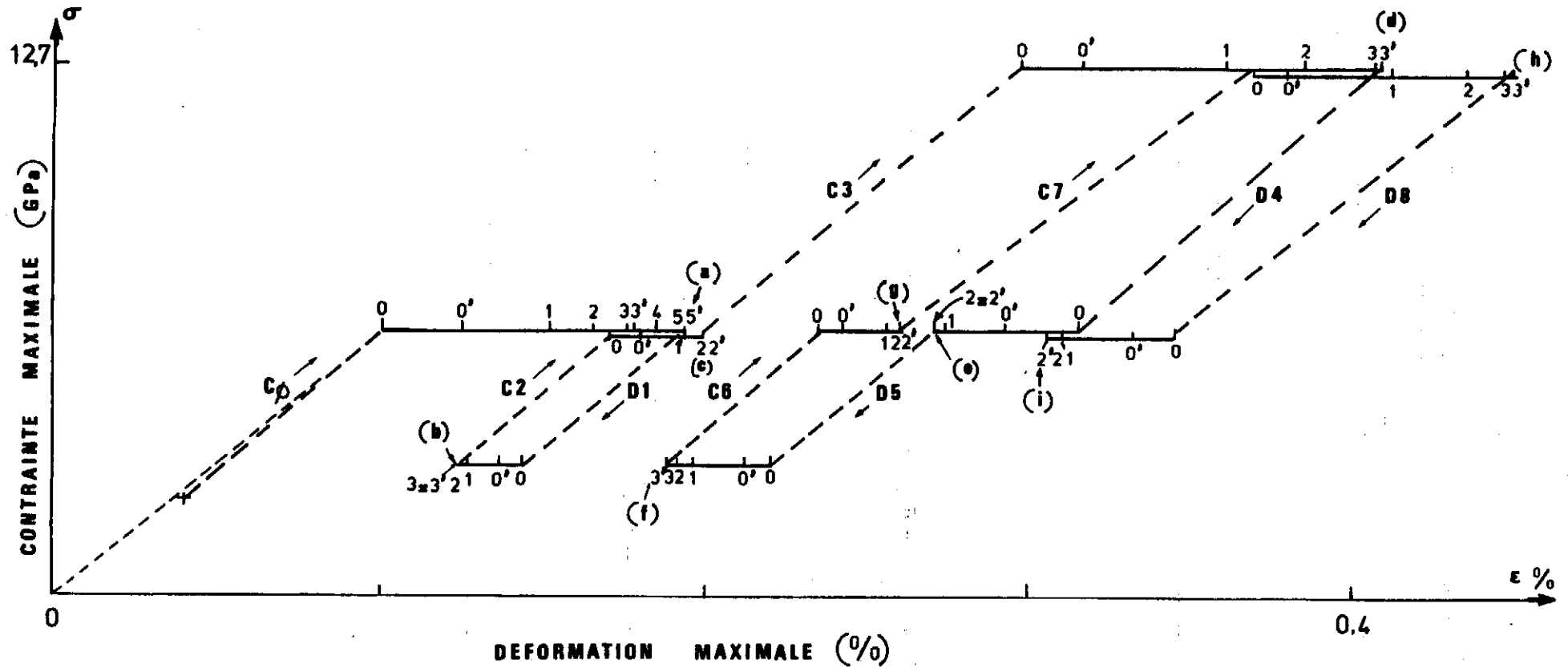


Fig. 3.4 PLANNING POUR L'ESSAI DE FLUAGE MULTI-PALIER

### 3.3. Application de la procédure multi-paliers

La procédure multi-paliers a été appliquée à des échantillons d'épicéa, à l'aide des montages de fluage en flexion utilisés pour la mise en évidence de l'effet mécano-sorptif. L'expérience a été réalisée avec l'aide de Pierre VALLI. Le calendrier utilisé est indiqué sur la figure 3.4.

- Les contraintes horaires étaient allégées par l'utilisation de l'enceinte hygrothermique, et, les mesures étant effectuées automatiquement, les seuls moments de présence étaient théoriquement le lundi et le vendredi matin, pour les changements de paliers. Le rythme de 24 heures nous semblait un bon compromis entre le désir d'accélérer au maximum le processus de fluage et le temps nécessaire à la diffusion. L'humidité était cyclée entre 85% et 40%, la température maintenue à 40°C, la charge de référence  $F_0$  choisie de manière à avoir une flèche initiale de 0,5 mm, ce qui correspondait à un niveau de déformation instantané (1 mn) de environ  $10^{-3}$ . La procédure visait, par les périodes de "sous-charge"  $F_0/2$  alternant avec des "sur-charge"  $2F_0$ , à obtenir des encadrements de l'état d'équilibre de  $F_0$ .
- Deux échantillons ont été sélectionnés : l'un, près du coeur (cernes larges, densité faible) de module à l'état sec à l'air 6,6 GPa, l'autre, prélevé près de la périphérie (cernes fins, densité élevée) de module 17,6 GPa. Nous espérions obtenir des comportements mécano-sorptifs très différents dans les deux cas. Nous avons été déçus. Moyennant l'ajustement des charges appliquées, de manière à obtenir la même flèche initiale, nous n'avons pas obtenu, en terme de déformation, de différence notable. A la lumière de travaux ultérieurs concernant l'influence de l'orientation des microfibrilles sur le comportement viscoélastique, il nous semble maintenant évident que la densité n'est pas un critère adéquat pour sélectionner des échantillons dont les comportements soient susceptibles d'être bien différenciés (tout au moins lorsqu'il s'agit d'étudier le comportement longitudinal). Un critère pertinent est par exemple le module spécifique  $E/\rho$ . Mais à l'époque, nous n'en avions pas conscience, au point que nous n'avons même pas mesuré, avant l'essai, la densité de nos échantillons !



**Fig. 3.5 ESSAI DE FLUAGE MULTI-PALIERS**

Epicéa, température 40°C, cycles d'humidité relative entre 40% et 85% (cf. fig. précédente). Points de mesure pris à l'équilibre à 85%. Pointillés : charges (C) ou décharges (D). Traits pleins : paliers de contrainte. Fin des paliers numérotée de (a) à (i).



- Le résultat pour l'échantillon à larges cernes est reproduit sur la figure 3.5. C'est l'occasion de mettre à l'épreuve la "lisibilité" du mode de représentation préconisé. Outre la désignation des points de mesure, expliquée en détail ci-dessus, nous désignons par un chiffre précédé de C (charge) ou D (décharge) la séquence des charges/décharges :

$$C_0 D_1 C_2 C_3 D_4 D_5 C_6 C_7 D_8$$

et par une lettre minuscule (a) à (i) la suite des états atteints à la fin de chaque palier.

- Lorsque les derniers points d'un palier sont très rapprochés, on en déduit que l'état d'équilibre est presque atteint, sinon, qu'il est encore loin. On voit par exemple que l'écart entre 4 et 5 au palier (a), puis, au coup suivant (c), entre 1 et 2, est encore net : c'est donc que l'état d'équilibre de la charge  $F_0$  est plus loin, sur la droite. A la suite de la surcharge à  $2F_0$ , en revenant à  $F_0$ , on a une recouvrance (e), qui permet de borner  $\epsilon^\infty$  en valeurs supérieures. Grâce à (g), qui permet une minoration, on a, entre (g) et (e), un encadrement de  $\epsilon^\infty$ .
- Cela étant, l'observation de ces résultats doit plutôt conduire à remettre en cause l'hypothèse de l'existence de l'état limite, ou, ce qui revient en fait au même, du caractère total de la recouvrance. En effet, on observe en fait une dérive vers la droite de ce qui semble être l'état d'équilibre, à la suite de surcharges. Cela est apparent pour le niveau  $F_0$ . La similarité des paliers de fluage (c) et (g) d'une part, et des paliers de recouvrance (e) et (i) d'autre part, suggère qu'il existe une composante supplémentaire de la déformation, liée à des mécanismes mis en jeu lors du chargement à  $2F_0$ , qui n'est pas soumise à la recouvrance après la décharge au niveau  $F_0$ . On pourrait en dire autant des deux paliers de recouvrance au niveau  $F_0/2$ , entre (b) et (f).

Le cas d'une décharge partielle a été étudié par Hunt et Shelton (1988), qui trouvent que pour environ une demi-décharge, il se produit très peu de recouvrance, le bois semblant atteindre presque immédiatement un état d'équilibre de déformation. Cela est en parfait accord avec nos résultats, puisque nous trouvons en (b), après le chargement au niveau  $F_0$ , une stabilisation rapide à  $F_0/2$  ; puis, après la surcharge à  $2F_0$ , une stabilisation améliorée au niveau  $F_0$ . Mais le résultat de notre essai, dans son ensemble, nous porte à émettre une mise en garde vis-à-vis de la procédure préconisée par Hunt et Shelton : le niveau de déformation auquel la stabilisation a lieu risque de dépendre de l'intensité de la surcharge et du traitement subit durant celle-ci (nombre de cycles d'humidité, etc.).

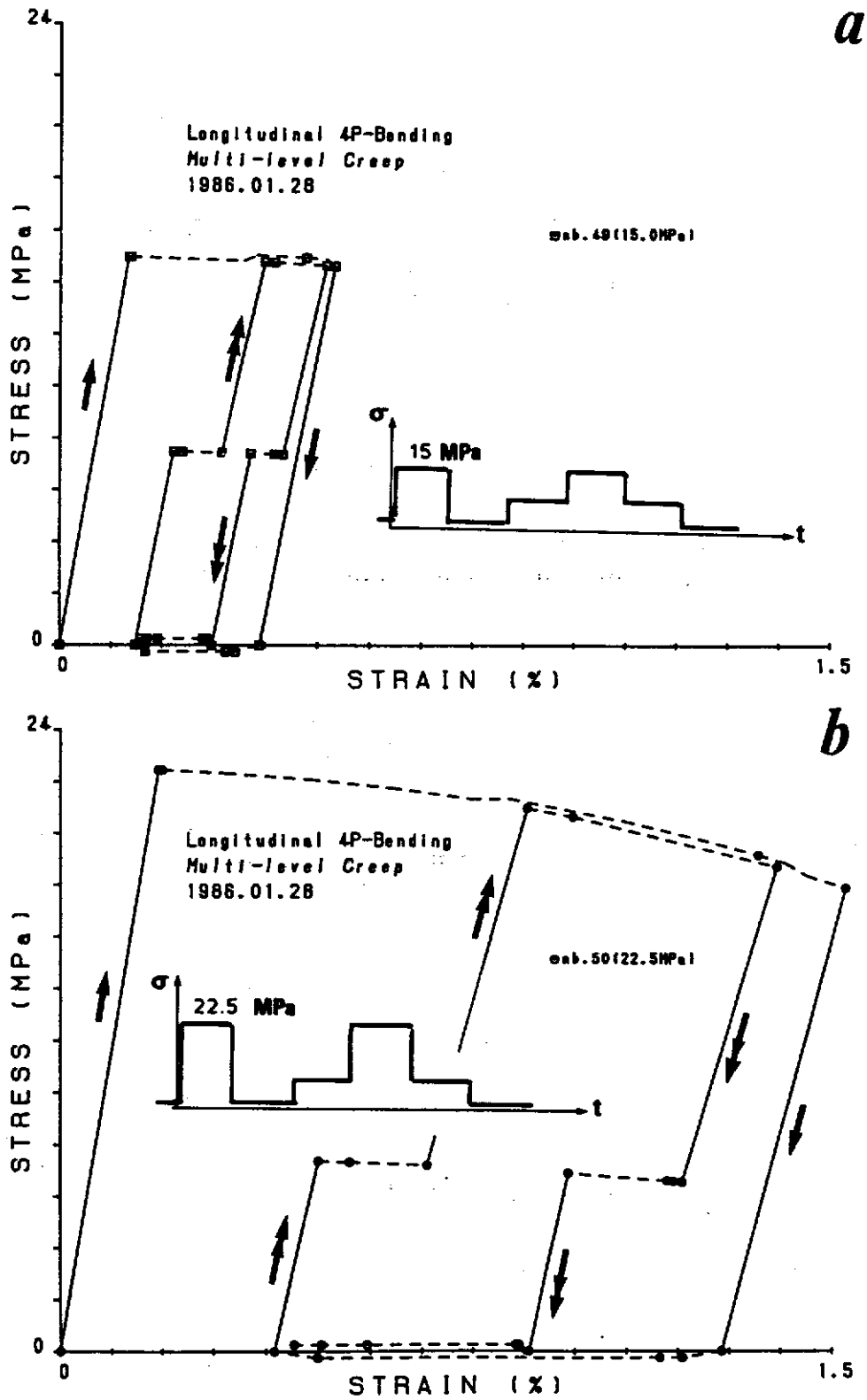
### 3.4. Non-linéarité par rapport à la contrainte.

La procédure multi-paliers a été appliquée à l'occasion d'un séjour que nous avons effectué au Wood Research Institute (WRI) (Uji, Kyoto, Japon) à l'aide des bâtis de fluage en flexion quatre points utilisés pour l'étude de l'effet des traitements chimiques. Pour la procédure expérimentale, on pourra se reporter au § 5.2. La comparaison des deux courbes de la figure 3.6 est frappante.

**Remarque.** Nous avons porté en abscisse une déformation et en ordonnée une contrainte, voulant signifier par là les valeurs sur la fibre externe de la zone centrale. Leur estimation correcte s'est révélée très délicate, sinon impossible, du fait des courbures très importantes atteintes, surtout dans le deuxième cas. Nous avons néanmoins tenté d'estimer, même grossièrement, la diminution du couple moyen dans la partie centrale, ainsi qu'une correction équivalente sur la relation entre la flèche et la déformation au centre, ce qui donne les formes incurvées des trajectoires correspondant aux paliers de chargement constant. Soulignons le fait qu'il s'agit de grandeurs estimées, surtout pour la contrainte, dont le calcul suppose une linéarité dont l'essai montre précisément qu'elle n'existe pas.

Les résultats de cet essai montrent qu'une non-linéarité très marquée se manifeste entre 15 MPa et 22,5 MPa, soit respectivement 18% et 27% de la charge de rupture en flexion statique (déterminée à 65% H.R. et 20°C). Cela confirmerait des travaux récents, qui mettent en évidence une non-linéarité des effets différés au delà de 20% de la rupture [Bordonné et al. (1987), Foujet (1987)] et rappelle les résultats de Hearmon et Paton (1964) (Fig. 2.2).

Dans le cas de l'effet mécano-sorptif, des résultats récents de Hunt (1988) suggèrent que la non-linéarité (à des niveaux de contrainte où l'on ne s'attend pas, *a priori*, à de la non-linéarité viscoélastique) se produit surtout dans les parties en compression et aux humidités élevées.



**Fig. 3.6 MISE EN EVIDENCE DE LA NON-LINEARITE MECANO-SORPTIVE.**

Epicéa, 20°C, cycles 65%-93% H.R.. La contrainte et la déformation sont des estimations des valeurs moyennes sur la fibre externe de la zone centrale. Charge de référence : 7,5 MPa. (a) surcharge à 15 MPa. (b) surcharge à 22,5 MPa.

### **Conclusions**

*Nous avons donné, dans ce chapitre, les premiers résultats de la procédure "multi-paliers" appliquée à la recherche de l'état d'équilibre en mécano-sorption. Ils ont permis de mettre en évidence la forte non-linéarité du comportement mécanique par rapport à la contrainte. Du coup, ils ne se sont pas révélés très concluants vis-à-vis du but initial, qui était d'obtenir une loi de comportement différé. Ce qu'il faut surtout retenir, c'est le changement de perspective par rapport à l'approche des trajectoires ( $\omega, \epsilon$ ). On perd de l'information en ne retenant que la réponse mécanique à l'humidité de référence. Mais en contrepartie, cela nous force à voir plus loin, en envisageant la réponse à une histoire du chargement la plus générale.*

#### 4. DONNEES SUR L'INFLUENCE DE LA MICROSTRUCTURE.

*Dans les parties suivantes, nous interpréterons le comportement différé du bois à partir de sa microstructure. Aussi allons-nous compléter les données phénoménologiques exposées dans les chapitres précédents par un exposé de quelques résultats mettant en valeur le rôle joué par la microstructure, résultats que nous serons amené à utiliser par la suite.*

##### 4.1. Délamination de la paroi (mécanisme de Mukudai).

Différentes observations suggèrent que l'interface entre la première et la seconde couche secondaire (S1/S2) constitue une zone faible de la paroi. Yata et al. (1979) ont observé la distribution d'ions métalliques dans les parois cellulaire de bois imprégné de solution saline, et remarqué une accumulation au niveau de cette interface. En se fondant sur cette observation, ainsi que sur la considération des retraits différentiels des sous-couches de la paroi [Stamm (1964)], Mukudai et Yata (1986) attribuent l'effet mécano-sorptif à un décollement partiel et momentané de l'ensemble S2+S3 par rapport au bloc S1+P+M+P+S1 qui joint deux cellules adjacentes (figure 4.1a).

En fait, Mukudai reprend l'idée, déjà avancée par Yamada (1963), selon laquelle les "hygro-déformations" du bois (autre dénomination de l'effet mécano-sorptif) seraient dues à l'avancée, au cours du processus de sorption, d'un "front d'eau" déstabilisateur se déplaçant des lumens vers l'intérieur de la paroi. L'apport de Mukudai, par rapport à cette théorie, consiste à supposer que l'effet déstabilisateur culmine au passage du front à l'interface S2/S1, et à traduire cette hypothèse par un modèle rhéologique.

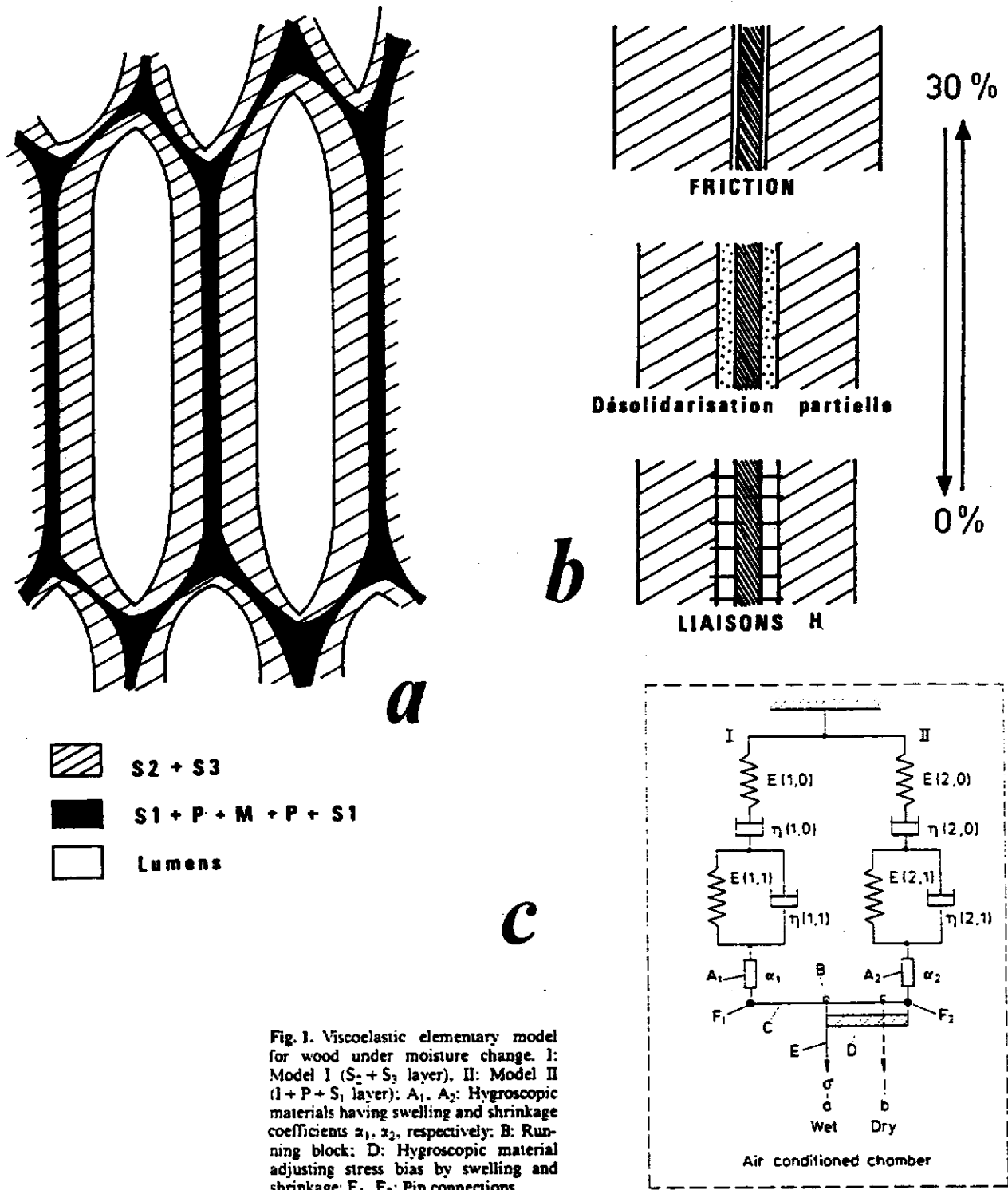


Fig. 1. Viscoelastic elementary model for wood under moisture change. I: Model I ( $S_2 + S_3$  layer), II: Model II ( $l + P + S_1$  layer):  $A_1, A_2$ : Hygroscopic materials having swelling and shrinkage coefficients  $\alpha_1, \alpha_2$ , respectively; B: Running block; D: Hygroscopic material adjusting stress bias by swelling and shrinkage;  $F_1, F_2$ : Pin connections

**Fig. 4.1 MECANISME ET MODELE DE MUKUDAI**  
**(a) Image de la microstructure (b) Mécanisme de décollement**  
**(c) Modèle de Mukudai et Yata (1986).**

*Le modèle de Mukudai.* Il est fait de deux éléments en parallèle (I) et (II) représentant respectivement le bloc S1+P+M+P+S1 et l'ensemble des deux blocs S2+S3 (figure 4.1c). A l'état humide l'adhérence entre les deux parties est assurée par le gonglement de S2 qui vient frotter contre S1 ("hoop effect"). A l'état sec la partie (II) est partiellement décollée de (I) du fait des retraits différentiels des couches. Elle reste malgré tout solidaire de (I) grâce à l'existence de liaisons hydrogènes. Le décollement partiel s'exprime par le fait qu'une certaine proportion de la contrainte totale est reportée de (II) sur (I) ("stress bias"). La déformation macroscopique est reliée directement à la déformation de (I), qui est celle du ciment inter-cellulaire. Du fait que (I) est moins rigide, le report de contrainte de (II) sur (I) devrait donc entraîner une diminution de la rigidité globale. Il faut remarquer toutefois que l'état sec implique aussi une augmentation importante de la rigidité de chacun des éléments, de sorte que globalement la rigidité du bois sec est plus élevée.

Lors de variations d'humidité, il se produit, simultanément à l'apparition (séchage) ou la disparition (humidification) du "stress bias", une désolidarisation de (I) et de (II) (figure 4.b). Cette désolidarisation n'est que provisoire. Elle cesse dès qu'intervient de nouveau, dans le cas de l'humidification, l'effet de frottement de S2 contre S1 ("hoop effect"), et, dans le cas du séchage, celui de l'ancrage par rigidification des liaisons (effet "liaisons hydrogène").

*Confirmation du mécanisme de Mukudai par des observations au Microscope Electronique à Balayage (MEB).* L'hypothèse de Mukudai semble confirmée par des observations récentes au MEB qui mettent en évidence un décollement presque général des couches S2 sous l'effet de certains traitements thermiques (Ikimune et al. (1986)) ou dans les zones en tension d'échantillons ayant subi des sollicitations mécano-sorptives [Mukudai (1988)]. Rien n'oblige d'admettre, comme le propose Mukudai, que là se trouve l'explication de l'effet mécano-sorptif. Il n'en reste pas moins que cet effet doit être pris en compte dans le calcul de la rigidité globale de la paroi, comme nous le montrerons au § III.5.4

#### 4.2. La caractérisation acoustique du bois.

Lorsqu'on exerce une sollicitation sinusoïdale de faible amplitude  $\sigma_0$  et de pulsation  $\phi$  sur le matériau  $\sigma(t) = \sigma_0 \cos(\phi t)$ , la réponse en déformation est elle aussi sinusoïdale de pulsation  $\phi$ , mais avec un déphasage. Il est commode d'utiliser une représentation complexe :

$$\sigma = \text{Re}[\hat{\sigma}] = \text{Re}[\sigma_0 e^{i\phi t}] \quad ; \quad \epsilon = \text{Re}[\hat{\epsilon}] = \text{Re}[\hat{\epsilon}_0 e^{i\phi t}] \quad (4.1)$$

où  $\text{Re}(\hat{x})$  désigne la partie réelle de la quantité complexe  $\hat{x}$ . Le déphasage s'exprime par le fait que la partie imaginaire de  $\hat{\epsilon}_0$  est non nulle. Dans l'hypothèse d'un comportement linéaire (hypothèse raisonnable du fait des faibles niveaux de contrainte en jeu lors de la vibration acoustique), la relation entre  $\hat{\sigma}$  et  $\hat{\epsilon}$ , ou, ce qui revient ici au même, entre  $\sigma_0$  et  $\hat{\epsilon}_0$ , s'exprime par une complaisance complexe  $\hat{J}$  qui est susceptible de posséder une partie imaginaire  $J''$  non nulle :

$$\hat{\epsilon} = \hat{J}\hat{\sigma} = (J' - iJ'')\hat{\sigma} \quad (4.2)$$

Nous appellerons "coefficient d'amortissement" la quantité :

$$\text{tg } \delta = \frac{J''}{J'} \quad (4.3)$$

$\text{tg } \delta$  caractérise le retard de la réponse par rapport à la sollicitation. On montre que  $\text{tg } \delta$  est relié à l'énergie dissipée au cours d'un cycle de vibrations forcées, ainsi qu'à l'amortissement de vibrations libres. La quantité  $\pi \text{tg } \delta$  est parfois appelée "décrément logarithmique",  $2\pi \text{tg } \delta$  étant le "coefficient de frottement intérieur" [Mandel (1978)].

Des résultats expérimentaux de Ono et Norimoto (1983) donnent, pour un grand nombre de bois différents, le module spécifique  $E'_L/\rho$  ( $\rho$  désigne ici la densité) et le coefficient  $\text{tg } \delta_L$ , mesurés dans des conditions expérimentales bien déterminées (plage de fréquence 100-1000 Hz, température 20°C, H.R. 65%). Ces mesures ont été réalisées au départ dans le but de quantifier la qualité acoustique du bois, les auteurs ayant constaté que les bois d'Epicéa aptes à la fabrication de tables d'harmonie se caractérisent par un *module spécifique élevé et un amortissement faible*.



Ono et Norimoto (1983,1984) ont montré que l'amortissement et le module spécifique sont deux quantités bien corrélées, cette corrélation s'exprimant par une loi puissance :

$$\text{tg } \delta \propto \left[ \frac{E'}{\rho} \right]^{1-n_a} \quad (4.4)$$

c'est-à-dire une droite dans un diagramme log-log. La pente  $1-n_a$  de cette droite vaut environ  $-0,6$ . En d'autres termes, le décrement logarithmique  $\text{tg } \delta$  est approximativement proportionnel à la racine carrée de la complaisance spécifique  $\rho J'$  (peu différent de l'inverse du module spécifique). Il est remarquable que la corrélation a pu être établie pour un grand nombre de bois différents, au point qu'un bois dont les valeurs  $\text{tg } \delta$  et  $E'/\rho$  s'écarterait de la "normale" pourrait dorénavant être suspecté de recéler quelque tare cachée !

#### 4.3. Influence de l'angle moyen des microfibrilles sur la réponse acoustique.

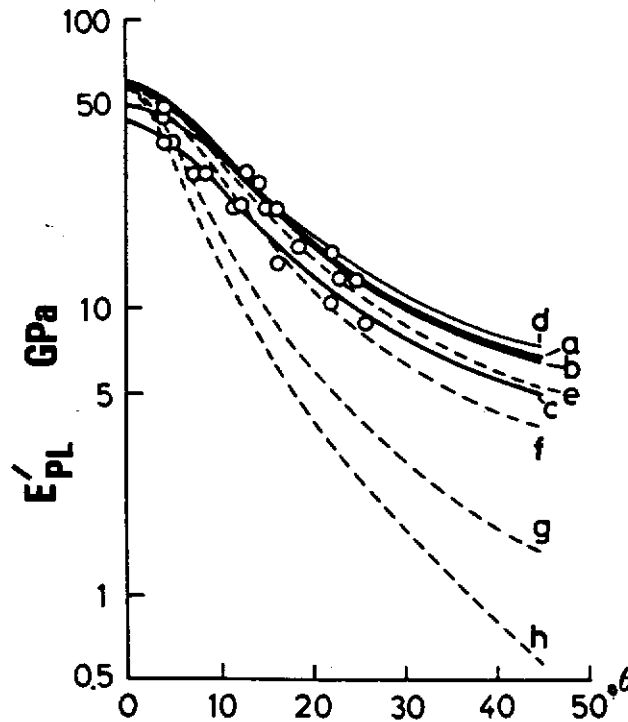
Pour expliquer la bonne corrélation entre  $E'/\rho$  et  $\text{tg } \delta$ , tout au moins pour les valeurs obtenues dans la direction des fibres, Norimoto, Tanaka et al. (1986) tiennent le raisonnement suivant :

- (i)  $E'_L/\rho$  est, à un facteur près, assimilable au module dynamique moyen de la paroi  $E'_{PL}$  :

$$E'_L \simeq \frac{\rho}{\rho_P} E'_{PL} \quad (4.5)$$

où  $\rho_P$  est la densité de la paroi  $\simeq 1,45$

- (ii) Par ailleurs le paramètre principal dont dépend  $E'_{PL}$  est l'angle moyen des microfibrilles  $\theta$ . Cela a été mis en évidence à l'aide de simulations numériques, et vérifié par le bon accord des simulations avec les mesures expérimentales (figure 4.3).
- (iii) Les points (i) et (ii) suggèrent que  $\theta$  est aussi le paramètre principal responsable des variations de  $\text{tg } \delta$ . Dans l'affirmative, la bonne corrélation entre  $E'/\rho$  et  $\text{tg } \delta$  se trouverait naturellement expliquée. Norimoto et al. (1986) donnent une explication qualitative de l'influence de  $\theta$  sur  $\text{tg } \delta$ , en considérant deux cas extrêmes  $\theta=0^\circ$  (microfibrilles et matrice en parallèle) et  $\theta=90^\circ$  (microfibrilles et matrice en série).

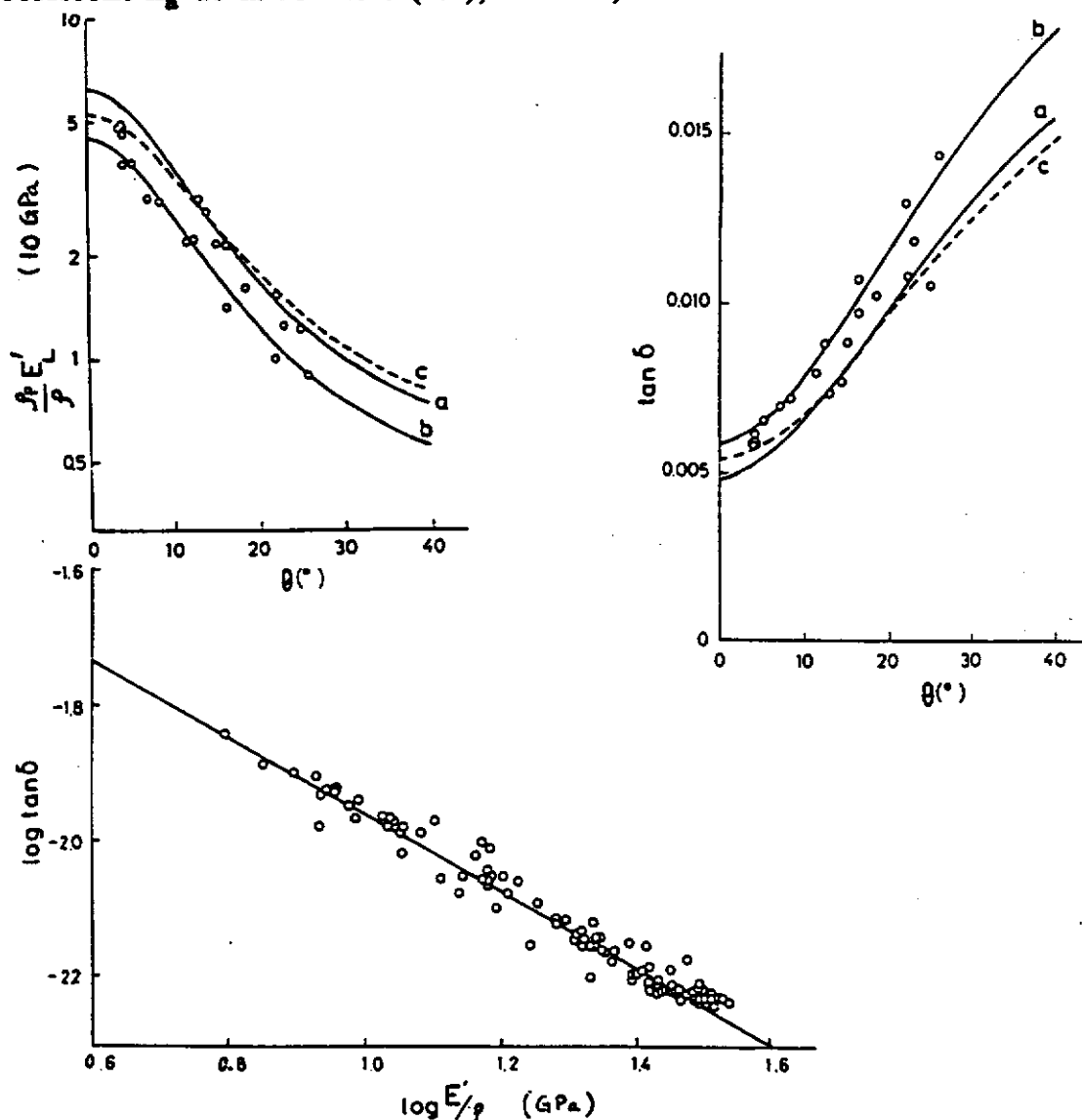


**Fig. 4.3 SIMULATION NUMERIQUE DE L'INFLUENCE DE PARAMETRES DE LA MICROSTRUCTURE SUR LE MODULE LONGITUDINAL DE LA PAROI d'après Norimoto (1987)**

*Remarques sur la figure 4.3.* Les valeurs de référence pour les paramètres sont : taux de cristallinité  $\alpha$  : 0,531 - proportion de couche S2  $\delta$  : 0,84 - module de la matrice  $E_M$  : 2 GPa [courbe a].

- La plage de variation de  $\alpha$  et les dimensions correspondantes des microfibrilles et de la matrice ont été estimées à partir de considérations sur les isothermes de sorption des constituants du bois par Norimoto et Takabe (1985).
- L'influence de  $\alpha$  [courbes b et c] et de  $\delta$  [courbe d] est faible dans la plage de leurs variations.
- *L'influence de l'angle  $\theta$  est prépondérante.*
- Les microfibrilles ont été supposées de section carrée. D'après Tang et Hsu (1973), l'influence d'une section rectangulaire est importante.
- L'influence de  $E_M$  devient importante aux angles  $\theta$  élevés. La valeur de référence de 2 GPa est un ordre de grandeur raisonnable pour un polymère amorphe dans l'état vitreux. Aux fortes humidités, ou à température élevée, on doit s'attendre à une chute de  $E_M$ , jusqu'à un facteur 100. C'est ce que simulent les courbes e à h.
- On pourra se reporter à Salmen et de Ruvo (1985) qui présentent des résultats similaires mais avec une approche théorique et expérimentale différente.

Les figures 4.4 (a et b) donnent des résultats de mesure du module de la paroi et de  $\tan \delta$  en fonction de l'angle des microfibrilles, sur du bois de Hinoki à 20°C et 65% H.R., par Norimoto et al (1986). Les traits plein sur ces figures sont les courbes a et c de la figure 4.3, moyennant, pour  $\tan \delta$ , l'usage de la formule (4.4). La pente dans le diagramme log-log de la figure 4.4c, égale au coefficient  $n_a$  de la formule (4.4), vaut -0,564.



**fig. 4.4 INFLUENCE DE L'ANGLE DES MICROFIBRILLES  
SUR LA CARACTERISATION ACOUSTIQUE DU BOIS**

résultats expérimentaux, d'après Norimoto, Tanaka et al. (1986).

(a) Décroissance du module longitudinal de la paroi avec  $\theta$ , de 50 GPa pour  $0^\circ$  à 10 GPa pour  $25^\circ$ . (b) Augmentation de l'amortissement longitudinal en fonction de  $\theta$ . (c) Dans un diagramme log-log apparaît directement la corrélation entre le module spécifique et l'amortissement. Les "bons" bois au sens acoustiques, c'est-à-dire susceptibles d'être sélectionnés pour les tables d'harmonie, se situent en bas à droite dans le diagramme. Ce sont ceux dont les microfibrilles font un très petit angle avec la direction des fibres.

#### 4.4 "Abaques" de l'angle des microfibrilles.

On peut retenir des résultats précédents les points suivants :

- (a) Le module spécifique  $E/\rho$  (ou  $E'/\rho$ ) et l'amortissement  $\text{tg } \delta$  sont corrélés;
- (b) A température et humidité données, les valeurs de  $E/\rho$  et  $\text{tg } \delta$  ne sont pas quelconques. Elles se disposent au voisinage d'une certaine droite *indépendante de l'essence* de pente  $\simeq -0,6$  dans un diagramme  $\log(\text{tg } \delta) - \log(E/\rho)$
- (c) Dans la direction L, le *paramètre* déterminant la position sur cette droite est l'angle des microfibrilles.

Dans Sasaki et al. (1988), l'influence de l'humidité sur  $\text{tg } \delta$  et  $E/\rho$ , ainsi que sur la corrélation qui les lie, est mise en évidence. En valeurs relatives, une augmentation de l'humidité fait plus croître  $\text{tg } \delta$  qu'elle ne fait décroître  $E/\rho$ , de sorte que la droite de corrélation est déplacée vers le haut, avec une pente légèrement accentuée.

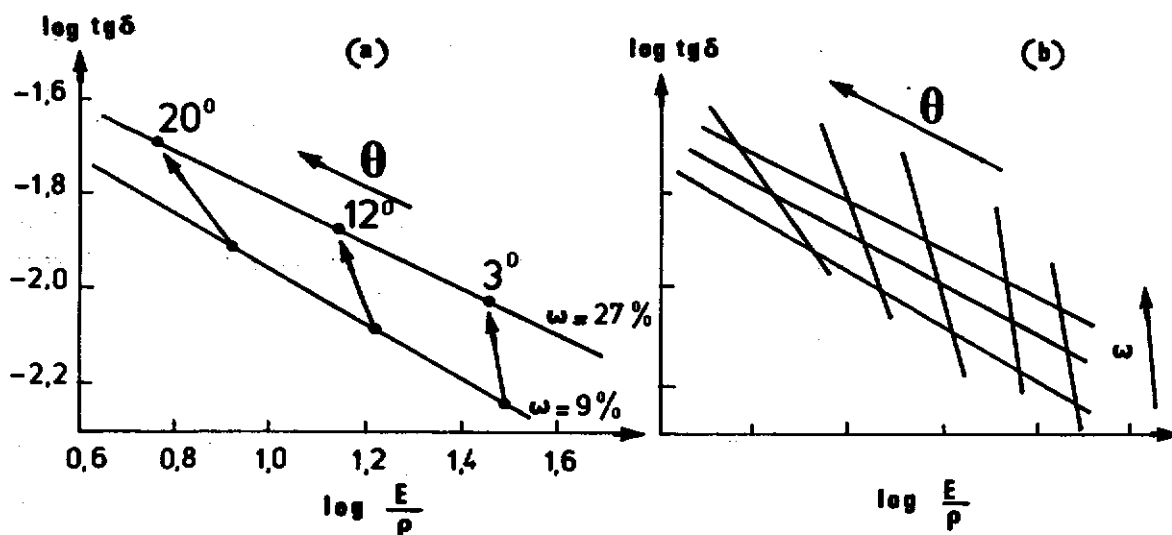
Ces résultats demandent bien entendu à être confirmés sur les essences dont nous disposons et avec une procédure expérimentale que nous maîtrisons bien. La mesure de l'angle  $\theta$ , pour le point (c), est difficile à réaliser, d'autant plus qu'elle se fait toujours sur des échantillons de géométrie différente de ceux que l'on teste pour les essais mécaniques. En revanche les essais mécaniques sont aisés à réaliser, de sorte que (a) et (b) pourront être rapidement contrôlés. L'influence de la température et de l'humidité peut s'observer échantillon par échantillon car les essais envisagés sont non-destructifs.

L'enjeu de ce travail est de pouvoir construire un abaque de l'angle des microfibrilles dont les paramètres d'entrée seraient :

- la température et le taux d'humidité (où l'humidité relative);
- une ou plusieurs grandeurs mécaniques faciles à obtenir par des essais non-destructifs, dans des conditions expérimentales bien précisées (domaine de fréquence, géométrie, etc).

Il faut en outre s'assurer que le chargement antérieur en humidité, température et contrainte ne risque pas d'avoir modifié la réponse mécanique du matériau. L'utilisation de plusieurs grandeurs mécaniques est une sécurité qui doit permettre de s'assurer du non-endommagement des échantillons.

La figure 4.5 montre l'allure que pourrait avoir un tel abaque.



**Fig 4.5 ABAQUE DE L'ANGLE DES MICROFIBRILLES ( $\theta$ )**

(a) résultats expérimentaux [d'après Sasaki et al. (1988)]

(b) suggestion d'abaque avec entrées :  $\log E'/\rho$ ,  $\log \text{tg } \delta$ , angle  $\theta$ , humidité  $\omega$ .

### Conclusions

*Cet examen de la relation structure-comportement n'avait aucunement la prétention d'être exhaustif. Certains points particuliers ont été analysés :*

*(1) Il semble qu'il revienne à Mukudai d'avoir prédit, avant même qu'elle ait été effectivement observée sur l'Epicéa, la délamination à l'interface S2/S1 des trachéides de résineux sous l'action de tensions longitudinales en humidité variable. Mukudai et Yata (1986) y voient toute l'explication de l'effet mécano-sorptif. Sans aller jusque là a priori, disons que la généralité de cet effet (en particulier pour d'autres essences que l'épicéa) et son influence sur le comportement devront être élucidées dans l'avenir.*

(2) *L'angle des microfibrilles dans les couches S2 ( $\theta$ ) est un paramètre déterminant pour le comportement longitudinal de la paroi. La qualité acoustique d'un bois en dépend. Rappelons qu'il en était de même de l'effet mécano-sorptif [Hunt (1986), figures 2.7 c et d].*

(3) *Le comportement macroscopique est aussi déterminé par la quantité relative de matière et de vide, c'est à dire la densité ( $\rho$ ). Dans la direction longitudinale tout au moins, les rigidités mesurées doivent être rapportées à la densité pour obtenir des grandeurs spécifiques de la paroi. Il faut se souvenir de cela lors de l'analyse de résultats expérimentaux, ainsi qu'au moment de la sélection d'échantillons.*

(4) *L'importance du paramètre  $\theta$  suggère la construction d'abaques dont les entrées seraient des grandeurs mécaniques spécifiques, l'humidité et la température, la fréquence, etc. La validité de cette démarche doit être mise à l'épreuve pour des conditions expérimentales bien spécifiées.*

*Pour finir, tirons une leçon de l'approche de Mukudai (point (1)). C'est la structure de la paroi dans toute sa complexité qui doit être considérée. Dans la troisième partie, qui sera consacrée à l'influence du paramètre  $\theta$ , nous admettrons implicitement que le comportement de la paroi est dominé par celui des couches S2. En réalité les couches latérales (S1 et S3) contribuent pour une part non négligeable non seulement au comportement transverse, mais aussi, par leur action "confinatrice", à la résistance longitudinale.*

## 5. REDUCTION DU FLUAGE MECANOSORPTIF PAR TRAITEMENT CHIMIQUE

*Les études sur l'effet mécano-sorptif ont montré que l'action de l'humidité sur le bois ne se réduit pas à des variations dimensionnelles réversibles. Des déformations considérables, voire la rupture prématurée, peuvent être provoquées par l'action simultanée de contraintes et de variations de l'hygrométrie. Dans ce chapitre, qui arrive en conclusion de la partie consacrée aux données expérimentales, nous montrons que nous ne sommes pas complètement désarmés vis-à-vis des effets indésirables de l'humidité sur le comportement du bois. Nous savons, si nous voulons y mettre le prix, sinon les supprimer, du moins les réduire considérablement.*

*Ce travail a été réalisé à l'Institut de Recherches sur le Bois (Wood Research Institute) de Uji (Kyoto, Japon), en collaboration avec le Professeur Misato Norimoto [Norimoto et al. (1987)].*

### 5.1. De la stabilisation acoustique à la stabilisation mécano-sorptive.

Des procédés de stabilisation dimensionnelle du bois par traitement chimique, connus depuis longtemps [Stamm (1964)] (voir la fin du § 1), font actuellement l'objet d'un regain d'intérêt au Japon du fait de leur application possible aux instruments de musique. C'est en particulier le cas de l'hydroxyméthylation (Formaldéhisation), et surtout de l'acétylation, qui, d'après des travaux récents, agit positivement sur la qualité acoustique en diminuant le frottement intérieur [Yano et al. (1986)] et la sensibilité du matériau aux variations de l'hygrométrie [Sasaki et al (1987)]. En outre, les transformations au niveau de la microstructure engendrées par ce traitement ont été étudiées à l'aide d'observations aux rayons X et de mesures diélectriques [Zhao et al. (1987)].

Certains composants d'instruments sont soumis à des contraintes élevées, et leur relaxation ou les déformations différées qui en résultent peuvent jouer sur l'acoustique. Ce phénomène est dramatiquement amplifié par les variations de l'hygrothermie. D'où l'idée de le réduire par des traitements chimiques, dont on peut supposer qu'ils agissent sur l'effet mécano-sorptif, puisqu'ils *suppriment les variations dimensionnelles qui en seraient indirectement la cause* [Back et al. (1983)].

Nous avons mis cette idée à l'épreuve en étudiant l'influence de ces deux traitements de stabilisation dimensionnelle bien connus, l'acétylation et la formaldéhisiation, sur l'effet mécano-sorptif. Cette étude présente un double intérêt. D'une part, sur le plan pratique, suggérer aux industriels un remède à la "fatigue mécano-sorptive" de composants en bois, pour des produits à haute valeur ajoutée (dont les instruments de musique sont une illustration). *Il s'agit finalement d'élargir les concepts de stabilisation dimensionnelle et acoustique à celui de stabilisation mécano-sorptive.* D'autre part, à un niveau plus fondamental, cela peut contribuer à clarifier le mécanisme physique de la mécano-sorption par ce que nous savons de l'action des traitements chimiques sur la microstructure.

## 5.2. Procédure expérimentale.

Le matériau utilisé est de l'Épicéa de Sitka ayant subi un séchage artificiel et destiné à la fabrication de tables d'harmonie. Les dimensions sont : L = 20 cm, R = 1 cm, T = 2 mm. Tous les échantillons ont été placés 48 heures dans un bain d'alcool benzène pour en éliminer les extractifs. L'acétylation a été obtenue par réaction dans l'acide acétique anhydre à 120°C pendant 10 h, donnant une augmentation de poids de 19,0 à 19,6%. La formaldéhisiation a été réalisée par réaction dans une solution de formaldéhyde à 0,0274 mol/l, avec HCl à  $4,96 \cdot 10^{-4}$  comme catalyseur, à 150°C pendant 4 heures, conduisant à une augmentation de poids de 0,47 à 0,86%. Les échantillons, traités ou non, ont été ensuite introduits dans une chambre à vide à 60°C, en présence de  $P_2O_5$ , puis stockés avant les essais dans une pièce contrôlée à 20°C et 62% H.R.. Leurs taux d'humidité d'équilibre correspondant à cette ambiance sont les suivants : non traités 10,4%; avec acétylation 4,1%; avec formaldéhisiation 5,8%.



Une série d'essais préliminaires en flexion statique trois points a été réalisée à l'aide d'une presse Instron placée à l'intérieur de la pièce à ambiance contrôlée à 20°C et 62%. Ils ont permis d'estimer le module d'Young ( $E$ ), la contrainte à la limite de proportionnalité ( $\sigma_p$ ), la contrainte maximale ( $\sigma_m$ ) ("contrainte conventionnelle à la rupture") et la déformation maximale ( $\epsilon_m$ ) (estimée à partir de la flèche maximale et de la relation donnée par la R.D.M. existant, dans le domaine linéaire, entre la flèche et la déformation maximale sur la fibre externe).

Les essais de fluage ont été réalisés à l'aide de montages en flexion 4 points dont le principe est illustré sur la figure 5.1, simultanément sur un échantillon de référence non traité et sur un ou deux échantillons traités. Les appuis intérieurs sont des pointes de stylo et le contact se fait par des plaquettes de verre collées sur l'échantillon. Les poids utilisés pour les montages respectifs sont ajustés de manière à appliquer la même contrainte maximale  $\sigma_0$  à l'instant initial sur chaque échantillon. Dans les courbes des résultats, nous avons indiqué des flèches relatives, c'est-à-dire rapportées aux flèches 1 mn après la charge. Quelques essais de relaxation ont été réalisés à l'aide du même dispositif que pour les essais statiques.

Les humidités élevées (environ 93%) ont été obtenues en enveloppant l'ensemble des montages dans une bâche en plastique avec des humidificateurs placés à l'intérieur. Un enregistreur de température et d'humidité relative est constamment placé à proximité des échantillons. Dans un premier temps, la température n'était pas contrôlée, ni la valeur de l'humidité pour les paliers secs. Ensuite l'expérience étant réalisée dans la chambre d'ambiance, des paliers à peu près réguliers de 60% et de 93% étaient appliqués.

	E (GPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_m$ (MPa)	$\epsilon_m$ (%)
U	10.26	50.4	83.8	1.53
A	10.41	61.0	101.8	1.49
F	10.94	68.5	68.5	0.63

**Tableau 5.1 RESULTATS DES ESSAIS STATIQUES**

U = non traité ; A = acétylation ; F = traitement formaldéhyde

$\epsilon_m$  = déformation maximale ;  $\sigma_m$  = contrainte maximale ;  $\sigma_p$  = limite élastique.

E = Module d'Young Longitudinal en flexion 3 Points.

### 5.3. Résultats et discussion.

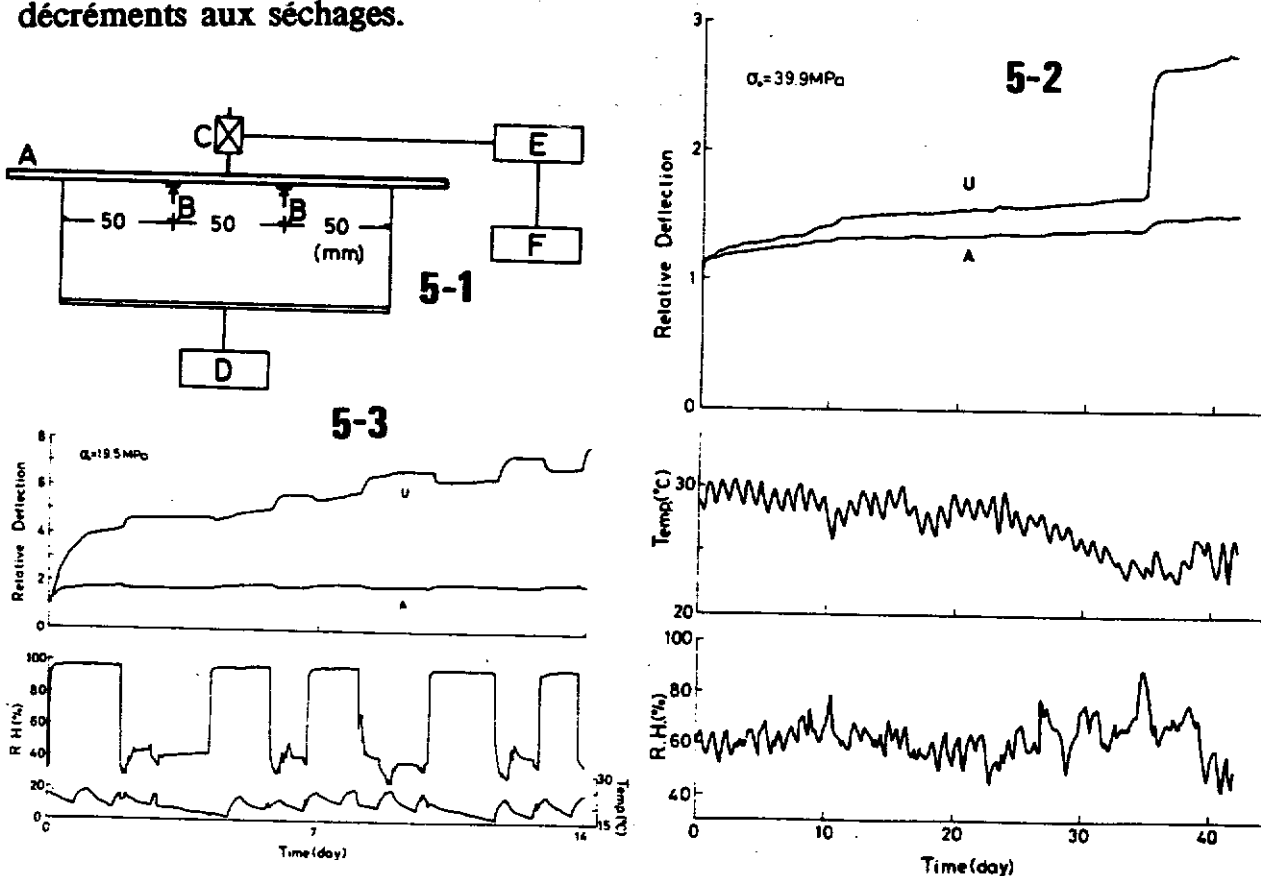
Le tableau 5.1 donne le résultat des essais statiques. Le module d'Young  $E$  est peu modifié par les traitements, la limite de proportionnalité  $\sigma_p$  est augmentée de 20% par l'acétylation et de presque 40% par la formaldéshisation. En revanche la formaldéshisation diminue la contrainte maximale  $\sigma_m$  et la déformation maximale  $\epsilon_m$  alors que l'acétylation augmente  $\sigma_m$  et laisse inchangée  $\epsilon_m$ . Les valeurs égales de  $\sigma_p$  et  $\sigma_m$  pour la formaldéshisation indiquent un comportement élastique fragile. Ce fait peut être attribué à

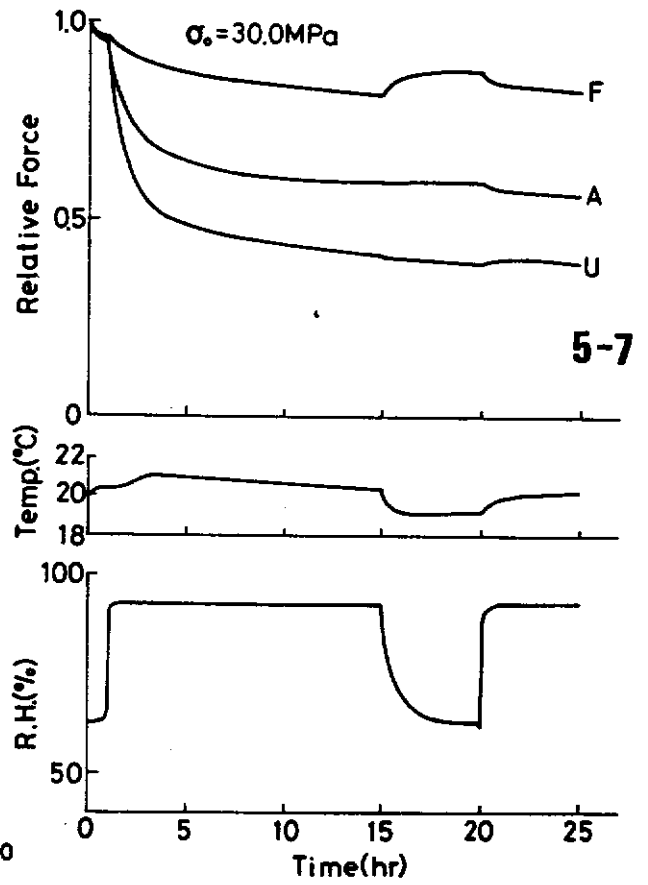
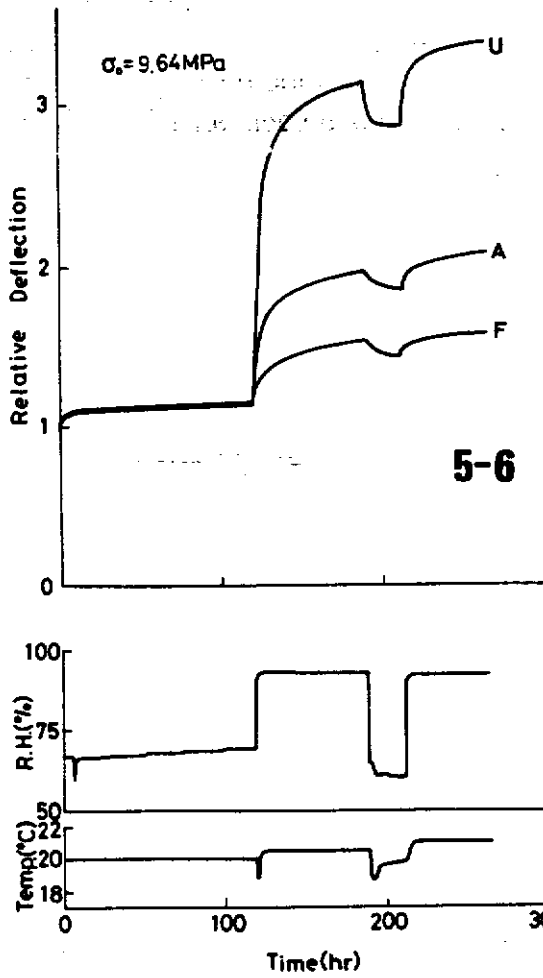
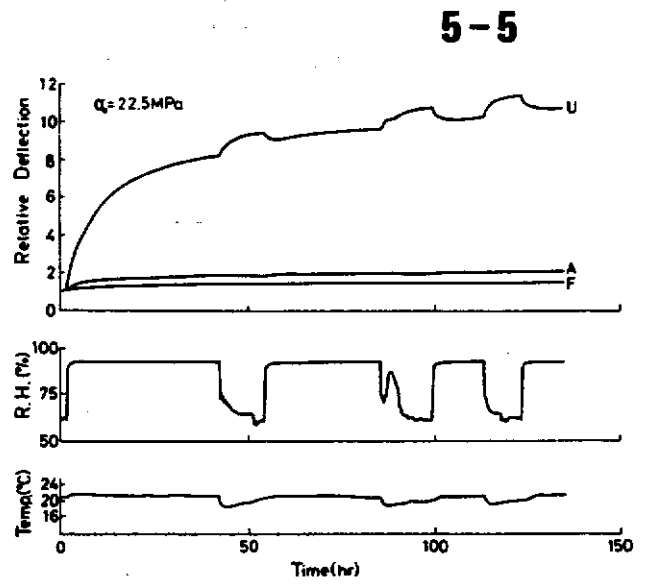
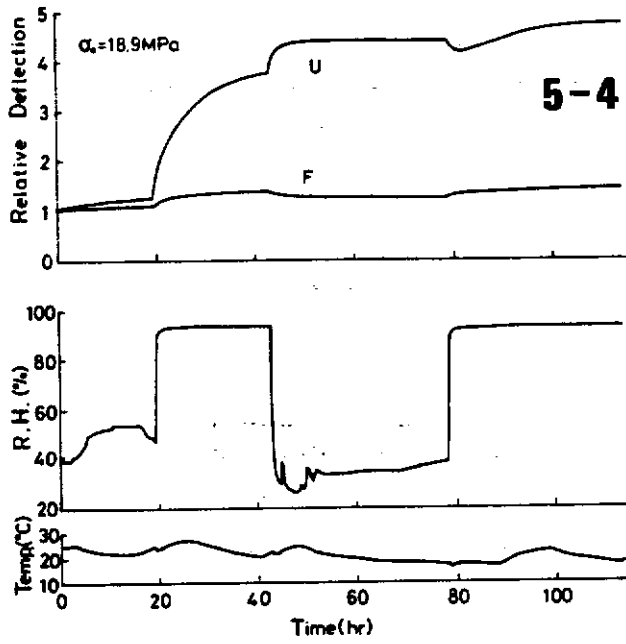
l'hydrolyse et l'oxydation partielles des constituants, dues à l'utilisation de l'acide chlorhydrique comme catalyseur de la réaction. Cet effet pervers ne se produit pas dans le cas de l'acétylation: il faut voir là, comme cela a été mis en évidence par Zhou et al. (1987), une conséquence de la non-modification des zones cristallines, mais sans doute aussi un signe que la présence d'acide acétique ne provoque qu'une dégradation modérée des constituants de la paroi.

La figure 5.2 montre l'effet de l'acétylation dans le cas d'une ambiance non contrôlée, pour une contrainte initiale  $\sigma_0$  de 40 MPa. Il faut remarquer l'incrément de flèche à chaque nouvelle montée en humidité, au bout de 10 jours et surtout 35 jours, où l'effet stabilisateur de l'acétylation apparaît alors très nettement.

La figure 5.3 donne le résultat d'un essai destiné à clarifier l'influence de cycles de séchage-humidification. La température n'est toujours pas contrôlée mais l'humidité est portée à des paliers de 95%. La contrainte initiale est 19,5 MPa. Dans le cas de l'échantillon non traité, la première humidification provoque une très nette augmentation de la flèche, les séchages ultérieurs une légère augmentation seulement. Au début des deux premières réhumidifications apparaît une tendance à la recouvrance mais l'effet global à la fin du palier humide est une légère augmentation. En revanche, à partir du quatrième palier humide un régime stable semble s'instaurer: incrément au séchage, décrétement à l'humidification. On ne décèle pas d'influence des variations de température.

Quant à l'échantillon acétylé, l'effet des cycles d'humidité est considérablement plus faible que pour le bois non traité. En outre la réponse aux cycles est inversée: incréments de la flèche aux humidifications et décréments aux séchages.





La figure 5.4 montre l'effet de la formaldéshisation, pour une contrainte initiale de 18,9 MPa. Les mêmes remarques qualitatives que pour l'acétylation s'appliquent encore ici: réduction drastique du fluage, inversion des tendances entre le bois traité et non traité.

La figure 5.5 permet de comparer les deux traitements. La charge initiale est 22,5 MPa. Attribuons la valeur 100 à la flèche totale au bout de 123 heures de l'échantillon de référence non traité. La valeur correspondante est 20 pour l'acétylation et 14 pour la formaldéshisation. L'effet est encore plus marqué si l'on déduit de la flèche totale la flèche initiale (flèche différée): avec la même base de 100 pour le bois non traité, on obtient pour les traitements respectivement les valeurs 11 et 5,1.

La figure 5.6 montre le cas d'un *effort modéré* (9,6 MPa). Ici aussi, dans le cas du bois non traité, le fluage est nettement accéléré lors de la première humidification. Toutefois on voit apparaître des différences notoires avec le résultat de la figure précédente.

Sur le plan quantitatif, la composante différée de la flèche reste de l'ordre de grandeur de sa composante initiale, alors que pour une contrainte plus élevée, elle devenait rapidement d'un ordre de grandeur supérieur. Au niveau de contrainte utilisé, respectivement 26,8% et 11,5% de la charge de rupture, on s'attendrait, comme c'est le cas pour les essais réalisés à ambiance hygrothermique constante, à obtenir la linéarité de la réponse différée par rapport à la contrainte. Le résultat de nos essais montre que *même à l'intérieur du domaine de linéarité viscoélastique, on peut obtenir une non-linéarité très marquée de la réponse différée à ambiance variable.*

Il faut noter aussi que sur le plan qualitatif, aussi bien pour les bois non traités que traités, la flèche croît à l'humidification et décroît au séchage. Ceci ne doit pas nous surprendre puisque l'on sait que les complaisances instantanées et différées du bois augmentent avec son taux d'humidité. Rappelons que l'inverse se produit pour le bois non traité et la forte contrainte. Ce dernier cas avait donc un caractère exceptionnel et surprenant par rapport à tous les autres. Ce fait suggère l'existence de mécanismes de déformation ou d'endommagement propres au cas de variations d'humidité sous une charge supérieure à environ 15-20% de la rupture en flexion statique.

La figure 5.7 montre l'influence des traitements sur la relaxation, pour une charge initiale de 30 MPa environ. Fushitani (1969) a étudié l'effet de l'acétylation sur la relaxation, dans l'eau de 20°C à 65°C. Pour des temps courts l'influence du traitement est faible, mais une translation du spectre de relaxation apparaît pour des échelles de temps élevées. Urakami (1971) a étudié l'effet de la formaldéshisation sur la relaxation dans le sens radial, et montré que, dans ce cas aussi, la chute de l'effort lors de l'humidification est considérablement réduite. On peut voir que nos résultats confirment ceux de ces auteurs. Notons que, d'une manière similaire au fluage, la réhumidification provoque une rechute de l'effort pour les bois traités alors que la tendance inverse apparaît pour le bois non traité.

*Interprétation.* L'acétylation consiste à remplacer certains groupes hydroxyles des constituants du bois par des groupements acétyles, plus gros, d'où l'augmentation de poids importante. En pénétrant dans les zones amorphes, ils provoquent leur gonflement, mais, à la différence de l'eau ou d'autres agents de gonflement, sans augmenter la mobilité moléculaire. De plus, les sites accessibles aux groupements hydroxyles étant raréfiés, des variations même importantes de l'humidité relative de l'air n'entraînent, au sein de la matière ligneuse, qu'une variation modérée de la quantité de molécules d'eau. Moindre mobilité moléculaire et limitation des mouvements d'eau concourent vraisemblablement à l'effet stabilisateur de l'acétylation lors de variations d'humidité sous contrainte.

Lors de l'hydroxyméthylation, c'est une molécule de petite taille, la **formaline**, qui s'introduit entre les composants et joint deux sites hydroxyles voisins. A la diminution des sites hydroxyles disponibles pour la sorption ultérieure, s'ajoute ainsi l'établissement de pontages entre les constituants. Cela explique l'efficacité de ce traitement à limiter l'accès de l'eau et l'effet consécutif de ramollissement des zones amorphes, malgré une augmentation de poids très faible. Rappelons qu'ici le taux d'humidité d'équilibre obtenu par stockage en ambiance contrôlée était plus élevé pour la formaldéhisiation que pour l'acétylation. Donc cette première laisse subsister un plus grand nombre de sites d'absorption de l'eau et sa plus grande efficacité doit être attribuée avant tout à l'effet de pontage moléculaire.

### Conclusions

(1) *Les résultats ci-dessus montrent que la composante de la réponse différée induite par les variations d'humidité peut être réduite en grande partie à l'aide de l'un ou l'autre des traitements de stabilisation dimensionnelle envisagés. Ainsi cette notion même peut-elle être élargie aux variations dimensionnelles liées aux déformations différées de pièces de bois.*

(2) *L'effet remarquable des pontages moléculaires, dont on peut supposer qu'ils s'établissent entre les zones cristallines du bois et la lignine des zones amorphes, notamment par l'intermédiaire des hémicelluloses, permet dans une certaine mesure d'appuyer l'interprétation de l'effet mécano-sorptif, en termes de délamination au niveau de l'interface hémicellulosique entre microfibrilles et matrice, proposée par Boyd (1982).*

(3) *S'il fallait comparer les deux traitements du point de vue de leur efficacité, la formaldéhisiation devrait être préférée, d'autant plus qu'elle ne produit qu'une très faible augmentation de poids. Cependant la discussion du tableau 5.1 a montré qu'elle provoque une baisse des qualités de résistance et de déformabilité, et de ce fait l'acétylation reste la technique de stabilisation dimensionnelle la plus sûre. Il est permis malgré tout d'espérer que des techniques semblables à la formaldéhisiation, mais ne provoquant que peu de dégradation, et d'un coût abordable, seront mises au point dans l'avenir.*

*Nous avons, au long de cette partie, énuméré tout un ensemble de faits expérimentaux relatifs au comportement différé du bois, avec une attention particulière portée aux effets de l'humidité. Il nous reste maintenant à proposer une interprétation théorique des observations expérimentales, dans le cadre des modèles de comportement mécanique. Cela fera l'objet des deux parties suivantes.*

奇正參和

天正甲子





## Seconde Partie

### MODELES DE MECANO-SORPTION : APPROCHES UNIAXIALES

- 1 - LOI DE COMPORTEMENT DU MODELE PHYSIQUE
- 2 - FORMULATION SIMPLIFIEE DU MODELE PHYSIQUE
- 3 - SIMULATION NUMERIQUE DE CHARGEMENTS  
MECANO-SORPTIFS
- 4 - INTERPRETATION ANALOGIQUE DU SEUIL  
MECANO-SORPTIF

#### *Le théoricien confronté à l'expérience.*

*Un voisin de Nasreddin Hodja vint un jour reprendre l'âne qu'il lui avait prêté. "Ton âne est mort, lui dit Hodja, il est mort de vieillesse, je l'ai enterré". L'animal s'étant mis alors à braire, l'autre s'écria : "Mais n'est-ce pas lui que j'entends dans l'arrière-cour ?". "Tu n'es plus mon ami", rétorqua Hodja, "tu accordes plus de foi à la parole d'un âne qu'à la mienne".*

*Nous allons proposer maintenant une modélisation de la loi de comportement du bois dans le cas d'un chargement quelconque en humidité, température et contrainte. Nous nous limiterons toutefois à un domaine de chargement susceptible de ne pas modifier le comportement du matériau en le détériorant d'une manière irréversible.*

*Dans la première partie, nous avons exposé les éléments principaux sur la structure et le comportement physique et mécanique du bois, "matière ligneuse et compacte des arbres" [Petit Robert]. A la fin de la troisième partie (chap. III.4) nous tiendrons un discours relatif à la diversité des bois (par le biais du paramètre "angle des microfibrilles"). Mais jusque là, nous nous en tiendrons à une description générale et abstraite du matériau, laissant donc de côté aussi bien différences entre espèces qu'hétérogénéité au sein de l'échantillon.*

*Nous insisterons tout d'abord sur les bases physiques qui justifient en partie une certaine représentation de la microstructure. Nous détaillerons autant que possible les expressions analytiques qui nous permettent d'aboutir à une représentation originale du comportement dans le cadre d'un modèle uniaxial, selon une démarche qui nous a été suggérée par Ingo Müller. Bien que le seul objectif soit en fin de compte l'obtention d'une représentation mathématique adéquate, nous nous attarderons à évaluer sur des bases aussi physiques que possible la valeur des paramètres introduits, afin de développer le caractère illustratif du modèle obtenu. Quelques simulations numériques, effectuées à partir d'une formulation simplifiée du modèle, montreront la capacité de celui-ci à décrire, dans ses grandes lignes, le comportement uniaxial du bois.*

*Nous verrons cependant que cette approche a ses limites. Elle ne permet qu'une prise en compte approximative des spécificités de l'effet mécano-sorptif. En voulant partir à tout prix de la physique, nous nous sommes finalement limités au niveau de la représentation du comportement. C'est pourquoi nous évoquerons pour finir une démarche différente, qui part cette fois-ci du comportement phénoménologique observé. Nous verrons que cette nouvelle approche rend effectivement mieux compte de la réalité, et finalement aboutit à reformuler l'interprétation physique de l'effet mécano-sorptif.*

## 1. LOI DE COMPORTEMENT DU MODELE PHYSIQUE

*Conformément à ce que nous disions ci-dessus, nous laissons de côté la complexité de la structure du bois, pour nous en tenir à l'image d'un matériau à deux phases disposées en parallèle vis-à-vis de la contrainte, l'une, élastique, représentant le réseau microfibrillaire, l'autre, viscoélastique, la matrice amorphe. Nous allons chercher quelle interprétation donner aux processus visqueux, ainsi qu'à leur accélération sous l'effet des variations d'humidité.*

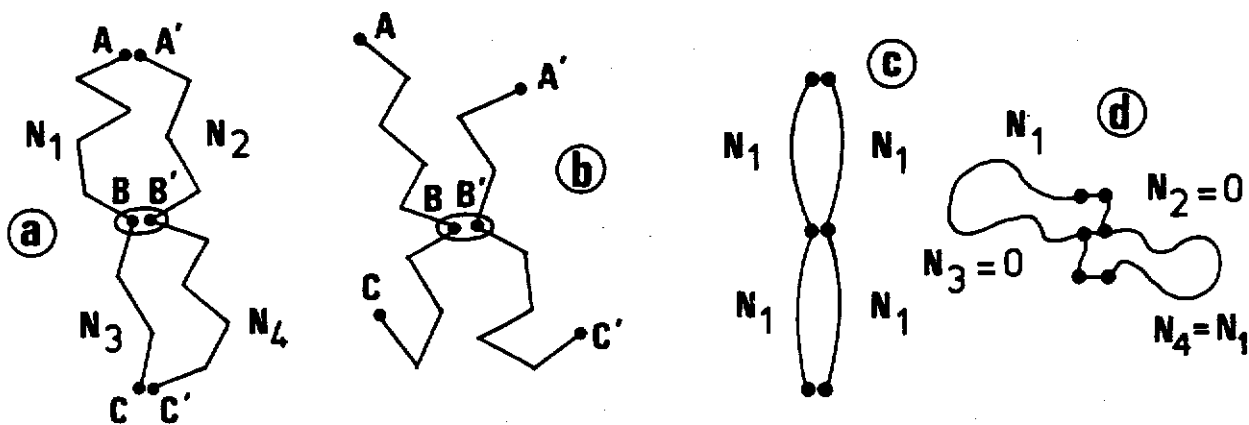
*Signalons que la version d'origine du modèle présenté dans ce chapitre (§§ 1.1 à 1.7) est due à Ingo Müller. La méthode employée est celle des modèles "ersatz", appliquée déjà avec succès par cet auteur à l'étude du comportement mécanique du caoutchouc et des métaux à mémoire.*

### 1.1. Représentation de la matrice.

Nous avons vu que les zones amorphes sont des enchevêtrements complexes de lignine et de dérivés polyglucosiques. En nous inspirant d'une suggestion de Grossman (1978), nous allons simplifier à l'extrême cette image, en nous ramenant à celle de **deux chaînes polyglucosiques identiques** accrochées l'une à l'autre en trois points (figure 1.1a). Aux deux extrémités la liaison est de nature covalente (AA' et CC') et ne peut être rompue. Dans la partie centrale, une liaison dite "physique", de type hydrogène (BB'), partage chaque chaîne en deux parties de longueur inégale.

Sur la figure 1.1b, nous représentons les deux chaînes libres, décrochées à leurs extrémités. Nous supposons qu'elles sont constituées d'un grand nombre de chaînons identiques de longueur  $d_b$  (un chaînon pourrait être par exemple un assemblage d'éléments glucosiques), et qu'elles se partagent dans des proportions identiques, c'est-à-dire que les nombres de maillons dans les portions de chaîne (voir figure) vérifient :

$$N_1=N_4 \quad \text{et} \quad N_2=N_3.$$



**Fig. 1.1 REPRESENTATION DE LA MATRICE**

**(a) Deux chaînes polymériques avec des liaisons fortes AA' et CC' et une liaison faible BB'.**

**(b) Les deux chaînes décrochées aux extrémités AA' et CC'.**

**(c) Extension maximale. (d) Extension minimale.**

A la différence des deux précédentes, la liaison BB' est faible et sa position n'est pas fixe. Elle peut être rompue et se reformer à une position voisine, mais de telle sorte que la relation ci-dessus reste vérifiée (ceci est obtenu par un glissement simultané sur les deux chaînes). La position de la liaison est alors déterminée par la demi-différence  $n_b$  du nombre de maillons de deux portions adjacentes :

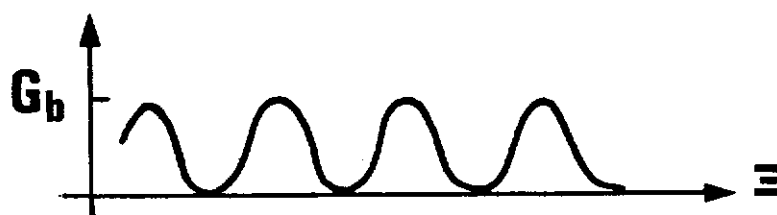
$$n_b = \frac{1}{2} |N_1 - N_2| = \frac{1}{2} |N_1 - N_3|$$

Energétiquement l'emplacement de la liaison est indifférent. Cependant, pour la déplacer d'un cran, il faut la casser et ensuite la reformer. Autrement dit, il faut franchir une **barrière énergétique** dont la hauteur est l'énergie de la liaison  $G_b$ . L'énergie de ce système de deux chaînes est représentée sur la figure 1.2, où le paramètre  $\Xi$  en abscisse est la différence des longueurs, mesurées le long des chaînons, de deux portions adjacentes de chaînes, de sorte que les positions possibles pour la liaison sont données par :

$$\Xi = \Xi(n_b) = 2 n_b d_b$$

Revenons maintenant à la situation de la figure 1.1a où les deux chaînes

sont accrochées à leurs extrémités. L'ensemble qu'elles constituent possède une extension naturelle que nous notons  $d_1$  et qui est la distance séparant AA' et CC'. La valeur de  $d_1$  dépend de la position de la liaison intermédiaire, représentée par le paramètre  $\Xi$ . Pour  $\Xi=0$ , les deux chaînes sont jointes en leur milieu et possèdent leur extension maximale (figure 1.1c). A l'autre extrême, l'extension  $d_1$  s'annule quand le point de jonction se rapproche des bouts et que  $\Xi$  tend vers la longueur d'une des chaînes (figure 1.1d). En d'autres termes, une valeur faible de  $\Xi$  correspond à une configuration étirée de la matrice, alors qu'une valeur élevée signifie une configuration contractée.



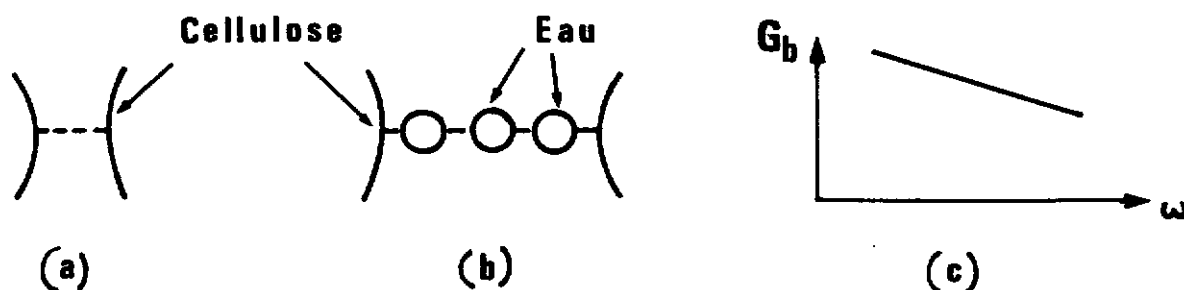
**Fig. 1.2 ENERGIE DE LA LIAISON BB'**  
**EN FONCTION DU PARAMETRE D'ANCRAGE  $\Xi$**   
 $G_b$  est l'énergie de rupture de la liaison faible BB'.

Le comportement des deux chaînes, pour une valeur donnée du paramètre  $\Xi$  et des petits allongements, sera assimilé à celui d'un ressort de longueur à vide non nulle et paramétrée par  $\Xi$ . Dans la mesure où nous nous situons dans une plage limitée de température, il ne nous importe pas de savoir à quel "type" d'élasticité nous avons affaire, c'est-à-dire, dans le langage des physiciens, s'il s'agit de déformations élastique de nature "entropique" (liée aux variations de conformations des chaînes mais sans modification de leur énergie) ou bien de nature "enthalpique" ou "énergétique" (liée aux variations angulaires des liaisons atomiques). Disons simplement que l'image de nos deux chaînes, qui est celle suggérée par Grossman (1978) et provient de la théorie du caoutchouc, évoque plutôt un mécanisme "entropique".

## 1.2. L'action de l'eau.

La liaison BB' est une représentation des liaisons hydrogènes présentes dans les zones amorphes du bois et dont la rupture, suivie de leur reformation à des positions voisines, est à l'origine de la viscosité.

En outre, nous supposons que des molécules d'eau sont susceptibles de se loger entre les deux macromolécules, de sorte que cette liaison est aussi une représentation simplifiée des sites d'adsorption de l'eau liée. Lorsque les molécules d'eau sont nombreuses à s'être infiltrées, comme cela est schématisé sur la figure 1.3b, la liaison est plus aisée à rompre (l'énergie de rupture d'une liaison hydrogène eau-eau est plus faible, par exemple, que celle de la liaison eau-cellulose [Wenger et Fengel (1984)]). Nous interpréterons cela en écrivant que  $G_b$  est une fonction décroissante de l'humidité du bois  $\omega$  (figure 1.3c).



**Fig. 1.3 ACTION DE L'HUMIDITE SUR LA LIAISON BB'**

- (a) Etat anhydre : contact cellulose-cellulose.  
 (b) Etat humide : les molécules d'eau se sont infiltrées.  
 (c) Influence du taux d'humidité sur l'énergie de rupture  $G_b$ .

Des variations de l'humidité  $\omega$  se traduisent localement, au niveau des zones amorphes, par une modification de la géométrie, qui est figurée ici par le rapprochement ou l'éloignement des deux chaînes l'une de l'autre, au niveau de la liaison BB'. Ces mouvements respectifs des deux chaînes ne sont pas instantanés : nous appellerons  $t^*$  leur durée caractéristique. Le délai ainsi nécessaire à la remise en place de la structure avoisinante entraîne une augmentation de la mobilité moléculaire [Back et al. (1983)]. Cela se traduit ici par la chute momentanée de l'énergie de liaison  $G_b$  à chaque ajout ou retrait d'une molécule d'eau.

D'autre part, nous savons d'après les résultats expérimentaux que cette mobilité moléculaire ne se traduit pas nécessairement par une accélération des processus visqueux, par exemple dans le cas d'une réhumidification dans un essai de fluage. On peut interpréter cela par le fait, soit que la chute de  $G_b$  ne se produit pas (donc pas de mobilité moléculaire), soit que sa durée est trop courte pour être suivie d'effet. Nous exprimerons cela en disant que l'apparition de la mobilité moléculaire (ou son action sur le comportement), est assujettie à la vérification d'un certain critère  $C^*$  prenant en compte l'histoire antérieure du chargement.

Nous formulerons pour finir l'effet de mobilité moléculaire de la manière suivante :

*"Après chaque variation de l'humidité  $\omega$  d'une quantité donnée  $\omega^*$ , et à condition que le critère  $C^*$  soit vérifié, l'énergie de liaison  $G_b$  prend une valeur inférieure  $G_b^*$  durant le temps  $t^*$ ."* (1.1)

Nous verrons que cette formulation permettra d'interpréter l'accélération des processus de relaxation par les variations d'humidité, qui caractérise l'effet mécano-sorptif.

De même que  $G_b$ , les paramètres  $G_b^*$  et  $t^*$  sont des fonctions de l'humidité  $\omega$ . Quant au critère  $C^*$ , qui doit permettre de rendre compte de la dissymétrie entre la désorption et l'adsorption, nous ne disposons pas actuellement d'éléments pour le justifier. Pour le moment, nous nous contenterons d'énoncer :

*"Le critère  $C^*$  est atteint dans tous les cas en désorption, et, en adsorption, uniquement lorsque l'humidité maximale depuis l'application de la charge est dépassée."* (1.2)

Dans le dernier chapitre de cette partie, nous verrons une manière plus naturelle d'exprimer le critère  $C^*$ .

### 1.3. La prise en compte du treillis cellulosique.

Par les liaisons "fortes" AA' et CC', les macromolécules amorphes sont reliées à l'ensemble de la structure, qui joue donc vis-à-vis de ces dernières le rôle d'un renforcement élastique. Cet effet est pris en compte par l'adjonction d'une barre élastique A''C'' qui figure le réseau complexe constitué par les microfibrilles. Nous obtenons ainsi le mécanisme élémentaire du modèle, qui est représenté sur la figure 1.4b.

Sur la figure 1.4a nous avons représenté le treillis élastique dissocié de la partie amorphe. Dans cet état les deux composants posséderaient chacun leur extension naturelle,  $d_0$  pour la barre et  $d_1$  pour le groupe des deux chaînes.  $d_0$  possède une valeur fixe, alors que  $d_1$  peut varier selon la position de la liaison BB', c'est-à-dire selon la valeur de  $\Xi$ , comme nous avons vu plus haut.

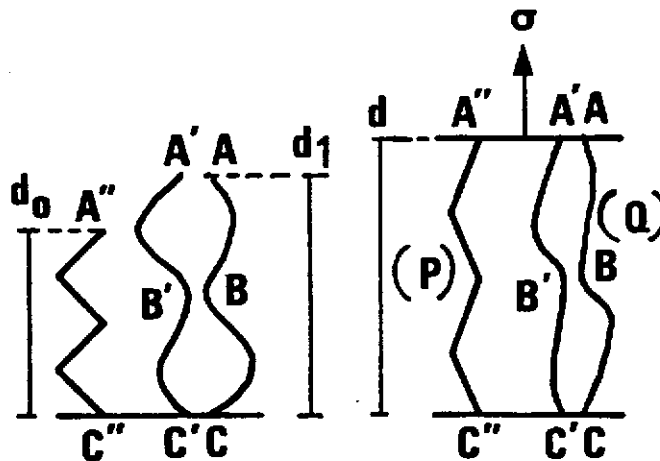


Fig. 1.4 MECANISME ELEMENTAIRE

- (a) Extensions naturelles (c'est-à-dire à contrainte nulle)  $d_0$  pour le réseau microfibrillaire A''-C'' et  $d_1$  pour la matrice AA'-CC'.
- (b) Les deux éléments se déforment d'une seule pièce sous l'action de la contrainte.

Dorénavant, plutôt que  $\Xi$ , nous utiliserons pour décrire la structure de la matrice un paramètre sans dimension équivalent, que nous appellerons le paramètre de "configuration", et que nous supposerons petit devant 1 :

$$\xi = \frac{d_1 - d_0}{d_0} \quad (1.3)^1$$

Bien que sur la figure 1.4a AA' semble dissocié de A'' (et de même CC' de C''), en fait ils sont étroitement imbriqués, de sorte que la barre et les



chaînes constituent un système en parallèle. C'est ce que symbolise la figure 1.4b.

Sous l'action d'une contrainte  $\sigma$  exercée sur le mécanisme, celui-ci possède une longueur  $d = d_0(1+\epsilon)$ .  $\epsilon$  est donc une "déformation", elle aussi supposée petite :

$$\epsilon = \frac{d-d_0}{d_0} \quad (1.3)^2$$

#### 1.4. Calcul de l'énergie du mécanisme élémentaire.

*Nous allons maintenant écrire l'expression de l'énergie libre de ce système afin d'en déduire, par dérivation, la loi de comportement reliant la sollicitation  $\sigma$  et la réponse  $\epsilon$ . Cette relation fera intervenir la valeur du paramètre structural  $\xi$ . Ensuite, à l'aide d'une description statistique, nous déterminerons la loi d'évolution de  $\xi$ .*

Supposons que le mécanisme représenté sur la figure 1.4b soit soumis à une sollicitation uniaxiale  $\sigma$  et se déforme de  $\epsilon$ , la configuration des chaînes étant donnée par  $\xi$ . Nous prenons l'allongement  $d_0$ , c'est-à-dire ( $\epsilon = 0$ ) comme état de référence, le volume occupé par l'élément de volume étant  $v_0 = d_0 s_0$ , où  $s_0$  est sa section. D'autre part, comme le suggère la notation  $\sigma$ , nous avons assimilé la force appliquée au mécanisme à la contrainte exercée sur l'élément de volume  $v_0$  (autrement dit, nous supposons  $s_0=1$ ). Enfin la température est constante. Dans ces conditions, l'énergie libre par unité de volume est la somme de trois contributions :

(i) *L'énergie élastique de la barre :*

$$\frac{1}{2} P \epsilon^2$$

où  $P$  est le module élastique de la barre. Ce terme représente la contribution élastique des parties cristallines. Il inclut aussi le réseau de liaisons covalentes qui assure la cohésion de la matière ligno-cellulosique. Pour les fins du modèle nous admettons qu'il n'est affecté directement ni par la sorption, ni par le

processus de fluage.

(ii) *L'énergie élastique des deux chaînes :*

$$\frac{1}{2}Q(\epsilon - \xi)^2$$

où  $Q$  est le module élastique "effectif" des deux chaînes.

(iii) *Le potentiel de la liaison B-B' :*

$$G_l(\xi)$$

En additionnant les contributions (i) à (iii), nous obtenons une expression de l'énergie libre du mécanisme élémentaire de notre modèle, valable pour des transformations isothermes, dans laquelle la déformation  $\epsilon$  est prise comme variable principale :

$$\rho f(\epsilon; \xi) = \frac{1}{2}P\epsilon^2 + \frac{1}{2}Q(\epsilon - \xi)^2 + G_l(\xi) \quad (1.4)$$

où  $\rho$  désigne la masse volumique moyenne de la matière contenue dans le volume élémentaire. Dans cette expression de l'énergie, la température  $T$  et le taux d'humidité  $\omega$  interviennent aussi comme paramètres, en particulier par l'intermédiaire des rigidités.

*Remarque.* Si la température variait, nous aurions dans l'expression de  $\rho f$  des termes supplémentaires de la forme :  $-\rho S_0 \Delta T - (\rho C_e) \Delta T^2 / 2T_0$ . On doit par ailleurs s'attendre à ce que les variations d'humidité génèrent elles aussi des termes de couplage. D'autre part la sorption génère des variations de température. Lorsque nous parlerons de variations d'humidité, les équations de comportement que nous utiliserons ne devraient pas, en toute rigueur, se baser sur l'expression (1.4) de  $\rho f$ , mais comporter des termes supplémentaires. On pourra se reporter à Vanderput (1987) pour une analyse détaillée des termes de couplage hygro-thermo-dynamique.

*Expressions de la contrainte et de l'enthalpie libre.* Nous obtenons l'expression de la contrainte  $\sigma$  exercée sur le volume occupé par le mécanisme élémentaire en dérivant l'énergie libre par rapport à la déformation  $\epsilon$  :

$$\sigma = \frac{\partial(\rho f)}{\partial \epsilon} = P \epsilon + Q(\epsilon - \xi)$$

L'enthalpie libre par unité de volume, que nous noterons  $\rho g$ , est égale à l'énergie libre  $\rho f$  diminuée du terme  $\sigma \epsilon$ . C'est aussi la transformée de Legendre de l'énergie libre :

$$\begin{aligned}\rho g &= \rho f - \frac{\partial(\rho f)}{\partial \epsilon} \epsilon \\ &= \rho f - [P\epsilon + Q(\epsilon - \xi)]\epsilon \\ &= \frac{Q}{2} \xi^2 - \frac{P+Q}{2} \epsilon^2 + G_\ell(\xi)\end{aligned}$$

Exprimons  $\rho g$  comme fonction de  $\sigma$  et  $\xi$ . On a :

$$\epsilon = \epsilon(\sigma, \xi) = \frac{\sigma + Q\xi}{P+Q} \quad (1.5)$$

$$\text{d'où :} \quad \rho g(\sigma, \xi) = \frac{K}{2} [\xi - \sigma/P]^2 - \frac{\sigma^2}{2P} + G_\ell(\xi) \quad (1.6)^1$$

$$\text{où :} \quad K = \frac{PQ}{P+Q} = \left[ \frac{1}{P} + \frac{1}{Q} \right]^{-1} \quad (1.6)^2$$

Pour un effort  $\sigma$  donné,  $\rho g(\xi)$  est donc la somme de deux contributions : d'une part une parabole principale centrée sur  $\sigma/P$  (qui représente la déformation qu'aurait la barre élastique en l'absence de matrice), d'autre part une suite de puits centrés sur les  $\xi^n$ , correspondant aux différentes positions de la liaison. Nous notons maintenant  $\rho g(\xi; \sigma)$  pour indiquer que  $\xi$  est la variable que nous considérons. Il nous faut maintenant spécifier la forme mathématique du potentiel  $G_\ell(\xi)$ .

*Expressions utilisées pour le potentiel  $G_\ell(\xi)$ .* L'allure de  $G_\ell(\xi)$  doit se rapprocher de la figure 1.2, c'est-à-dire présenter une succession de puits séparés les uns des autres par des "barrières" de hauteur  $G_b$  (figure 1.5 a). Nous étudierons deux cas :

(i) puits en "dents de scies" (figure 1.5b) :

$$G_{\ell 1}(\xi) = K_1 |\xi - \xi^n|$$

(ii) puits "paraboliques" (figure 1.5c) :

$$G_{\ell_2}(\xi) = \frac{1}{2}K_2(\xi - \xi^n)^2$$

Dans les deux cas,  $\xi^n$  désigne le scalaire de la suite  $\xi^1 \dots \xi^N$  le plus proche de  $\xi$  (ou, ce qui revient au même, la partie entière de  $\xi + \zeta^0$ ) :

$$\xi^n - \zeta^0 \leq \xi < \xi^n + \zeta^0$$

Dans ces expressions, les  $\xi^n$  correspondent aux positions possibles de la liaison B-B', c'est-à-dire les puits du potentiel en E de la figure 1.2. Nous supposons que les  $\xi^n$  peuvent prendre N valeurs  $\xi^1 \dots \xi^N$ , régulièrement espacées de la quantité  $2\zeta^0$ .

*Remarque.* Cela revient à admettre une relation linéaire entre E et  $\xi$ . Nous aurions pu en fait poser d'emblée les formes du potentiel  $G_{\ell}$  représentées sur la figure 1.5, sans passer par l'image concrète du § 1.1 et de la figure 1.1a.

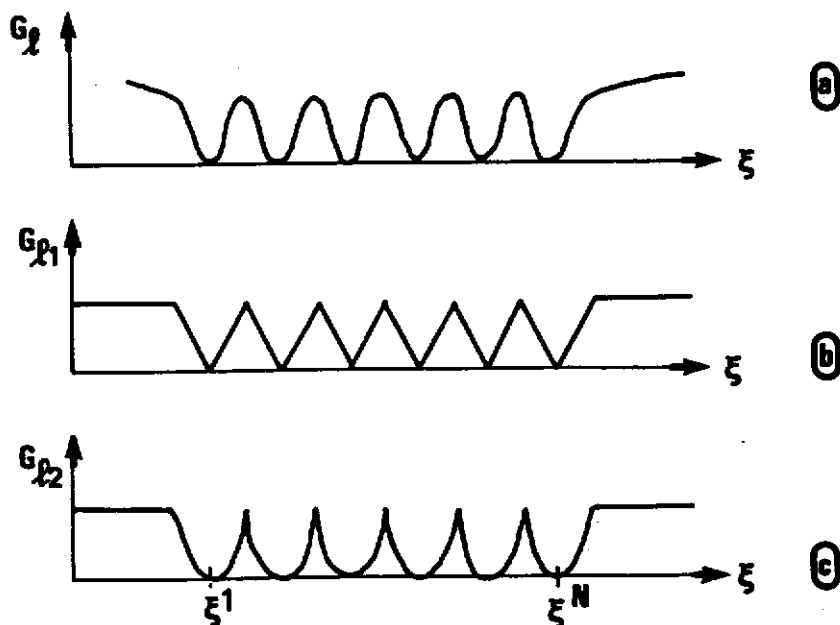


Fig. 1.5 ALLURES DU POTENTIEL DE LA LIAISON EN FONCTION DE LA CONFIGURATION

(a) Profil réaliste. (b) Profil "dents de scies". (c) Profil "parabolique".

Dans un cas comme dans l'autre, le "puits" de potentiel d'indice n est défini sur les intervalles :

$$I^n = [ \xi^n - \zeta^0 , \xi^n + \zeta^0 ] \quad (1.7)$$

Les paramètres  $K_1$  ou  $K_2$  sont reliés à l'énergie  $G_b$  de la liaison B-B' par la relation :

$$\text{cas (i) : } G_b = K_1 \zeta^0 \quad (1.8)^1$$

$$\text{cas (ii) : } G_b = \frac{K_2(\zeta^0)^2}{2} \quad (1.8)^2$$

Dans la suite nous nous placerons *a priori* dans le cas parabolique, qui implique des calculs légèrement plus complexes que pour le premier cas. Nous mentionnerons à l'occasion ce qu'aurait donné le cas des "dents de scie".

**Domaine de stabilité.** Dans chaque intervalle  $I^n$ ,  $\rho g(\xi; \sigma)$  donné par (1.6)<sup>1</sup> est alors une portion de parabole :

$$\rho g(\xi; \sigma) = \frac{K}{2}(\xi - \sigma/P)^2 - \frac{\sigma^2}{2P} + \frac{1}{2}K_2(\xi - \xi^n)^2 \quad (1.9)^1$$

$$= \frac{1}{2}(K+K_2)(\xi - \eta^n)^2 + \frac{K_2}{1+q}(\xi^n - \sigma/P)^2 - \frac{\sigma^2}{2P} \quad (1.9)^2$$

$$\text{où : } q = \frac{K_2}{P} + \frac{K_2}{Q} = \frac{K_2}{K} \quad (1.9)^3$$

$$\eta^n = \xi^n - \frac{\xi^n - \sigma/P}{1+q} \quad (1.9)^4$$

Si le minimum  $\eta^n$  de cette parabole se trouve dans l'intervalle  $I^n$ , défini par (1.7), où celle-ci est définie, nous avons un minimum relatif de l'énergie, correspondant à une position énergétiquement stable de la liaison. Une position donnée par  $\xi^n$  reste donc stable tant que l'effort  $\sigma$  reste compris dans certaines limites :

$$\xi^n - \zeta^0(1+q) < \frac{\sigma}{P} < \xi^n + \zeta^0(1+q) \quad (1.10)$$

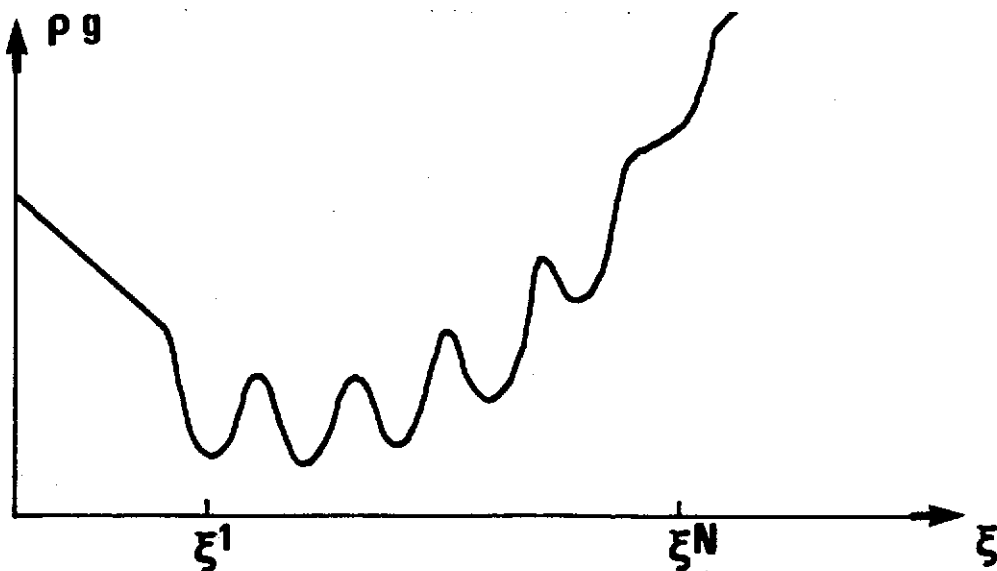
Il reviendrait au même d'écrire que pour un effort  $\sigma$  donné, les positions stables sont celles pour lesquelles :

$$\frac{\sigma}{P} - \zeta^0(1+q) < \xi^n < \frac{\sigma}{P} + \zeta^0(1+q) \quad (1.11)$$

Nous avons donc un certain domaine de stabilité au delà duquel des positions stables de la liaison B-B' deviennent instables du fait (i) de la force de rappel exercée par le réseau cristallin (barre) sur la matrice (chaînes) (ii) de l'action de l'effort  $\sigma$ . En d'autres termes, *les zones amorphes ne peuvent s'étirer*

ou se contracter librement : leur inclusion dans la structure microfibrillaire environnante limite les configurations possibles, celles-ci pouvant être modifiées par le champ de contraintes locales.

Nous désignons par  $N^s(\sigma) = [n_1, n_2]$  l'ensemble des indices  $n$  pour lesquels la configuration  $\xi^n$  est stable, c'est à dire vérifie (1.11). La taille du domaine de stabilité  $N^s(\sigma)$  (c'est-à-dire le nombre de puits stables) est de l'ordre de  $2(1+q)$  : elle dépend donc de  $q$ , c'est-à-dire des valeurs relatives de  $K_2$  par rapport à  $P$  et  $Q$ . Pour  $K_2 \gg P$  ou  $K_2 \gg Q$ , on a  $q \gg 1$ , et un grand nombre de configurations stables. Si en revanche  $P$  et  $Q \gg K_2$ , on a  $q \rightarrow 0$ , donnant seulement deux ou trois configurations stables.

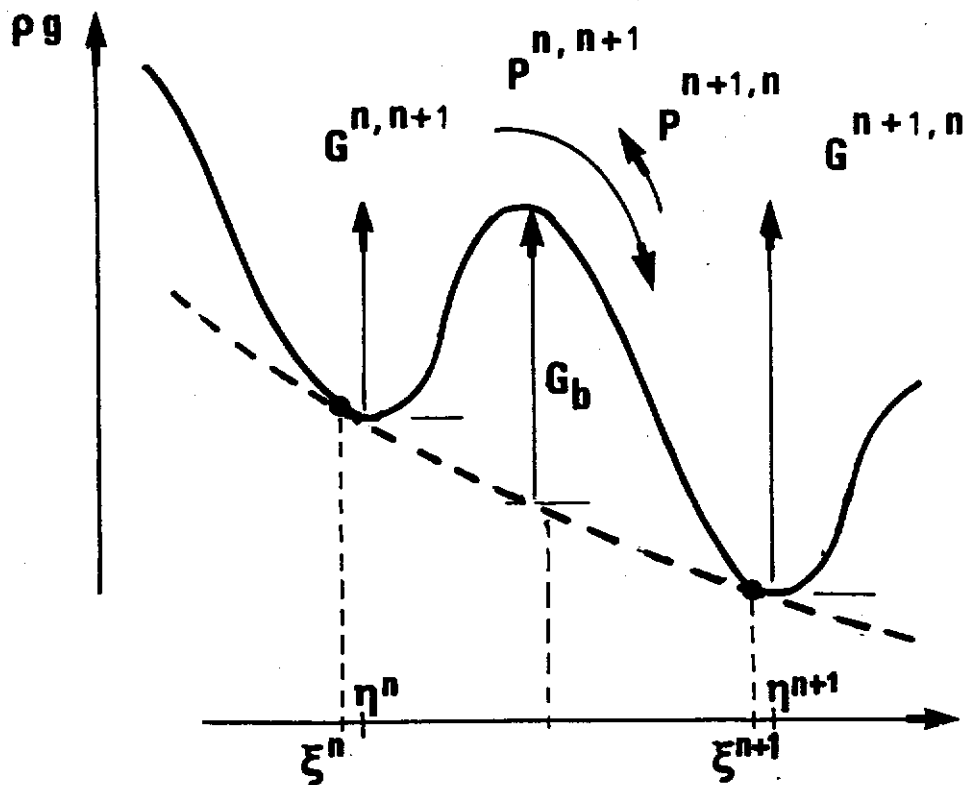


**Fig. 1.6 ENTHALPIE LIBRE EN FONCTION DE LA CONFIGURATION**  
(La température et la contrainte sont fixées).

L'inclusion de la matrice (les chaînes) dans la microstructure environnante (la barre) ajoute au potentiel de la liaison  $G_{\ell}$  un terme parabolique. De ce fait certaines configurations de la matrice (positions d'ancrage de la liaison  $BB'$ ) deviennent moins stables que d'autres. Par exemple ici le puits d'indice  $N$  est déstabilisé et donc aucun mécanisme ne peut s'y situer. L'application d'une contrainte modifie la stabilité relative des puits en ajoutant un terme linéaire en  $\xi$ .

Lorsque  $K_2$  est supérieur, mais du même ordre de grandeur, que  $P$  et/ou  $Q$ , nous sommes dans une situation intermédiaire entre les deux précédentes. Si, dans ce cas, nous traçons la fonction  $\rho g(\xi; \sigma)$  en fonction de  $\xi$  pour une

valeur donnée de l'effort appliqué  $\sigma$ , nous obtenons une courbe dont l'allure est indiquée sur la figure 1.6. Cette courbe possède de nombreux minima relatifs  $\eta^n$ , d'autant plus décalés par rapport aux  $\xi^n$  que l'on s'éloigne du minimum  $\sigma/P$  de la parabole principale. Le domaine de stabilité peut ou non inclure l'ensemble des configurations  $\xi^1 \dots \xi^N$ . Par exemple, dans le cas de la figure 1.6,  $\xi^1$  se trouve dans le domaine alors que  $\xi^N$  en est exclu.



**Fig. 1.7 BARRIERES DE POTENTIAL ET PROBABILITES DE TRANSITION ENTRE DEUX CONFIGURATIONS VOISINES**

Les pointillés représentent le terme parabolique de l'enthalpie libre. A cela s'ajoute le potentiel de la liaison  $G_l$  qui vaut par convention 0 aux minima  $\xi^n$  et atteint la valeur maximale  $G_b$  aux points intermédiaires. Dans le cas d'un potentiel à puits paraboliques les minima  $\eta^n$  de la courbe totale sont légèrement décalés par rapport aux  $\xi^n$ . Pour migrer du puits  $n$  au puits  $m$  un mécanisme élémentaire doit franchir la barrière  $G^{n,m}$  et la probabilité par unité de temps de cette migration,  $p^{n,m}$ , est d'autant plus élevée que cette barrière est plus faible. Dans l'approche statistique, nous considérerons une distribution des mécanismes élémentaires dans les puits de potentiel. Le flux d'un puits vers le puits voisin est égal au produit de la population dans le puits de départ par la probabilité de la migration. Donc à l'équilibre, lorsque les flux se compensent, la population des puits les plus stables est la plus élevée. Dans le cas de la figure la migration est plus aisée de la gauche vers la droite que l'inverse, et à l'équilibre la population du puits de droite est plus élevée que celle du puits de gauche.

### 1.5. Expressions des barrières de potentiel et de la déformation.

*Barrières de potentiel à franchir pour passer d'un site à l'autre.* Dans la suite nous aurons besoin de connaître la valeur des barrières énergétiques séparant deux configurations voisines. Nous définissons (figure 1.7) :

$$G^{n,n\pm 1} = \rho g(\xi^n \pm \zeta^0; \sigma) - \rho g(\eta^n; \sigma) \quad (1.12)$$

Nous pouvons calculer ces barrières aisément à partir des relations (1.9) :

$$G^{n,n\pm 1} = \frac{K+K_2}{2} \left[ \frac{\xi^n - \sigma/P}{1+q} \pm \zeta^0 \right]^2 \quad (1.13)$$

En dehors de  $N^s(\sigma)$ , c'est-à-dire pour des configurations instables, nous écrivons que les barrières s'annulent en direction de  $N^s(\sigma)$  et deviennent infinies dans la direction opposée, autrement dit :

$$\text{pour } n \leq n_1 : G^{n,n-1} = +\infty \quad \text{et} \quad G^{n-1,n} = 0 \quad (1.14)^1$$

$$\text{pour } n \geq n_2 : G^{n,n+1} = +\infty \quad \text{et} \quad G^{n+1,n} = 0 \quad (1.14)^2$$

*Relation de comportement d'un mécanisme individuel.* En outre, il est possible, en faisant  $\xi = \eta^n$  dans l'expression de  $\epsilon$  (1.5), et  $\eta^n$  étant donné par (1.9)<sup>4</sup>, d'obtenir directement la déformation  $\epsilon$  du mécanisme, lorsque celui-ci est placé dans le puits de potentiel d'indice  $n$  :

$$\begin{aligned} \epsilon(\sigma, n) &= \epsilon(\sigma, \eta^n) \\ &= \frac{1}{P+Q} \left( 1 + \frac{Q}{P} \frac{1}{1+q} \right) \sigma + \frac{Q}{P+Q} \frac{q}{1+q} \xi^n \\ &= J \sigma + w_0 \xi^n \end{aligned} \quad (1.15)^1$$

$$\text{où :} \quad J = \frac{1}{P+Q} \left( 1 + \frac{Q}{P} \frac{1}{1+q} \right) \quad (1.15)^2$$

$$w_0 = 1 - PJ \quad (1.15)^3$$

On voit que  $\epsilon$  est une fonction linéaire de  $\sigma$  et de  $\xi^n$ . Nous avons donc obtenu la relation entre la sollicitation mécanique  $\sigma$  et la réponse qu'elle engendre, lorsque le mécanisme élémentaire est placé dans le puits de potentiel d'indice  $n$ , correspondant à une certaine position de la liaison B-B', ou, en termes physiques, une certaine configuration de la matrice.



**Cas du potentiel "dents de scie".** Dans le cas des puits en dents de scie, nous aurions, à la place de (1.9)<sup>1</sup> :

$$\rho g(\xi; \sigma) = \frac{K}{2} \left[ \xi - \frac{\sigma}{P} \right]^2 - \frac{\sigma^2}{2P} + K_1 |\xi - \xi^n|$$

Dans ce cas les minima de  $\rho g$  se confondent avec ceux de  $G_\ell$  ( $\eta^n = \xi^n$ ). La condition de stabilité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho g}{\partial \xi}(\xi^n)^+ = K \left[ \xi^n - \frac{\sigma}{P} \right] + K_1 > 0$$

$$\text{et } \frac{\partial \rho g}{\partial \xi}(\xi^n)^- = K \left[ \xi^n - \frac{\sigma}{P} \right] - K_1 < 0$$

D'où comme critère de stabilité pour le site  $n$ , à la place de (1.11) :

$$\frac{\sigma}{P} - \frac{K_1}{K} < \xi^n < \frac{\sigma}{P} + \frac{K_1}{K}$$

Du fait que les minima ne sont pas déplacés, le calcul des barrières de potentiel et de  $\epsilon(\sigma, n)$  pour les configurations stables est élémentaire, et donne, au lieu de (1.13) :

$$G^{n, n \pm 1} = G_b + K \frac{(\zeta^0)^2}{2} \pm K \zeta^0 \left[ \xi^n - \frac{\sigma}{P} \right] \quad (1.16)$$

$$\epsilon(\sigma, n) = \frac{\sigma + Q \xi^n}{P + Q}$$

Les relations (1.15) restent vraies, mais avec, au lieu de (1.15)<sup>2</sup> :

$$J = \frac{1}{P + Q} \quad (1.15)^4$$

*Il nous reste maintenant à étudier l'évolution de la configuration  $\xi$ . Pour cela nous allons aborder le point de vue statistique qui nous conduira à introduire l'effet de la température.*

### 1.6. Prise en compte de l'aspect statistique.

Jusqu'à présent, nous avons considéré un mécanisme *unique*, ayant une configuration donnée par  $\xi$ . Cependant dans la réalité les chaînes moléculaires participent aux mouvements liés aux fluctuations thermiques, dont l'énergie cinétique moyenne est proportionnelle à la température  $T$ . Même si cette énergie cinétique est en moyenne inférieure aux barrières énergétiques qui maintiennent le mécanisme dans le puits de potentiel, du fait qu'elle fluctue autour de sa valeur moyenne, elle peut suffire occasionnellement à surmonter la barrière et provoquer le passage à une configuration voisine.

La probabilité d'une telle transition par unité de temps est donnée en Mécanique Statistique par le **facteur de Boltzmann**, de telle sorte que nous avons pour la probabilité de transition de la configuration  $n$  à la configuration  $m$ , par unité de temps :

$$p^{n,m} = \frac{1}{\tau_v} \exp \left[ -\frac{g^{n,m}}{kT} \right]$$

où  $g^{n,m}$  est la hauteur de la barrière énergétique à franchir et  $\tau_v$  un temps caractéristique dépendant principalement de la forme du puits de potentiel et, faiblement, de la température absolue  $T$ . Ici nous supposerons  $\tau_v$  constant et sa valeur sera ajustée plus loin.

Les  $g^{n,m}$  sont reliées aux  $G^{n,m}$  de (1.12) par :  $g^{n,m} = v_0 G^{n,m}$ , où  $v_0$  est le volume occupé par le mécanisme élémentaire. D'autre part, afin d'être cohérent avec la description en termes de contraintes et de déformations, qui sont des grandeurs macroscopiques, nous remplaçons  $k$  par  $R = N_a k$  et  $v_0$  par  $V_0 = N_a v_0$ , où  $N_a$  est le nombre d'Avogadro.  $V_0$  est donc le volume occupé par une mole du mécanisme élémentaire.

**Remarque.** En toute rigueur, nous devrions utiliser les **grandeurs microscopiques** pour décrire le comportement du mécanisme élémentaire, et donc, dès le début parler d'efforts et d'allongements au lieu de contraintes et déformations. Nous ne l'avons pas fait afin de ne pas devoir changer de notations par la suite.

Finalement nous adopterons la forme suivante pour les probabilités  $p^{n,m}$  :

$$p^{n,m} = \frac{1}{r_v} \exp \left[ -\frac{G^{n,m}}{\Theta} \right] \quad \text{avec : } \Theta = \frac{RT}{V_0} \quad (1.17)$$

où  $\Theta$  est l'énergie thermique par unité de volume. Le processus lié au changement de configuration est donc thermiquement activé; les  $G^{n,m}$  que nous avons appelées *barrières énergétiques* sont liées à l'énergie d'activation du processus.

Pour introduire cet aspect statistique dans notre modèle, nous devons considérer plusieurs éléments du type décrit précédemment. Pour cela, imaginons une portion de matière ligneuse, faite d'une juxtaposition de zones cristallines et de zones amorphes, toutes identiques et orientées de la même manière. Nous représentons cette portion de matière, que nous appellerons l'"élément de volume" par un grand nombre ( $M$ ) de nos mécanismes disposés en série : chacun subit la même contrainte alors que leur allongement est sujet aux fluctuations thermiques. Même si au départ, chaque élément possédait une configuration identique, par la suite, du fait des fluctuations thermiques, certains quittent le puits de potentiel où ils se trouvent pour migrer dans une configuration voisine, de sorte qu'au bout d'un certain temps nous obtenons une répartition des  $M$  éléments dans les différents puits de potentiel, donnée par les nombres  $M^n$  d'éléments dans les puits  $n$ .

Nous devons connaître à tout instant cette répartition, c'est-à-dire la proportion  $Z^n = M^n/M$  de mécanismes possédant la configuration  $n$ . Les  $Z^n$  sont liés entre eux par la relation :

$$\sum_{n=1}^N Z^n = 1 \quad (1.18)$$

Afin d'obtenir des expressions plus condensées pour les équations, nous serons amenés à noter  $Z$  le vecteur  $(Z^1 \dots Z^N)$  (D'une manière générale, un caractère gras désignera un vecteur ou une matrice, afin de marquer la différence avec les scalaires).

### 1.7. Evolution du système.

L'évolution de cette répartition est donnée par des équations de type cinétique chimique qui font intervenir les probabilités de transition par unité de temps  $p^{n,m}$ . Nous négligeons les transitions d'un puits de potentiel  $n$  vers un puits autre que les puits voisins  $n\pm 1$ . Dans ces conditions (1.17) s'écrit :

$$p^{n,n\pm 1} = \frac{1}{\tau_v} \exp\left[-\frac{G^{n,n\pm 1}}{\Theta}\right]$$

où les barrières énergétiques  $G^{n,n\pm 1}$  sont définies par (1.12) et données par les expressions (1.13) et (1.14) dans le cas "parabolique" et par (1.16) et (1.14) dans le cas "dents de scie".

L'évolution de la répartition dans les puits de potentiel est alors donnée par le système de  $N$  équations :

$$\frac{dZ^1}{dt} = -p^{1,2}Z^1 + p^{2,1}Z^2 \quad (1.19)^1$$

$$\frac{dZ^n}{dt} = p^{n-1,n}Z^{n-1} - p^{n,n-1}Z^n - p^{n,n+1}Z^n + p^{n+1,n}Z^{n+1} ; n = 2 \dots N-1 \quad (1.19)^n$$

$$\frac{dZ^N}{dt} = p^{N-1,N}Z^{N-1} - p^{N,N-1}Z^N \quad (1.19)^N$$

Ces équations expriment que la proportion  $Z^n$  d'éléments situés dans le puits  $n$  augmente du fait d'apports des puits voisins  $n\pm 1$ , dont les éléments "sautent" dans le puits  $n$ , en nombre proportionnel à  $Z^{n\pm 1}$ . De même  $Z^n$  décroît du fait des sauts à partir du puits  $n$  vers les puits voisins, le nombre de ces sauts étant proportionnel à  $Z^n$  (cf. fig. 1.7).

Il pourra être commode d'écrire le système différentiel (1.19) sous forme matricielle :

$$\frac{dZ}{dt} = \Pi Z \quad (1.20)$$

où  $Z$  est le vecteur ( $Z^n$ ) et  $\Pi$  une matrice de rang  $N$  dont les seuls coefficients  $\Pi_{ij}$  non nuls sont les termes diagonaux et leurs voisins ( $|i-j| \leq 1$ ) :



$$Z(t) = \exp[ t \Pi ] Z(0) \quad \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \quad Y \quad (1.23)$$

Le temps caractéristique  $\tau_c$  de cette convergence est l'inverse de la plus petite des valeurs propres strictement positives de  $\Pi$ . On peut en estimer l'ordre de grandeur par la plus grande des barrières énergétiques à franchir, correspondant au puits de potentiel le plus profond, et obtenue en faisant  $\xi^n = \sigma/P$  dans (1.13), avec  $q = K_2/K$  défini par (1.9)<sup>3</sup> :

$$\tau_c \simeq \tau_v \exp \left[ \frac{1}{\Theta} \frac{K_2 \xi^{0.2q}}{2(1+q)} \right] \quad (1.24)$$

Dans le cas où  $q \gg 1$  on peut exprimer  $\tau_c$  à l'aide de l'énergie de la liaison  $G_b$ , reliée à  $K_2$  par (1.8) :

$$\tau_c \simeq \tau_v \exp \left[ \frac{G_b}{\Theta} \right]$$

L'évolution de la répartition  $Z$  étant connue, nous pouvons en déduire les déformations instantanée et différée.

Lorsque la répartition d'équilibre  $Z = Y(\sigma, \omega, T)$  est atteinte, la déformation  $\epsilon$  prend une valeur  $\epsilon^\infty$  ne dépendant que du chargement appliqué et donnée par (1.21) :

$$\epsilon = \epsilon^\infty(\sigma, \omega, T) = J\sigma + w_0 \sum_{n=1}^N \xi^n \cdot Y^n(\sigma, \omega, T) \quad (1.25)$$

Si à un moment donné le chargement  $(\sigma, \omega, T)$  est maintenu constant, quelle que soit la valeur initiale de la déformation  $\epsilon$ , celle-ci tendra vers la valeur d'équilibre  $\epsilon^\infty(\sigma, \omega, T)$  correspondante. En particulier dans le cas de l'essai de fluage à hygothermie constante où l'état initial est caractérisé par la distribution d'équilibre à contrainte nulle  $Y(0, \omega, T)$ , la réponse viscoélastique  $\Delta\epsilon(t)$  observée après l'application de la charge  $\sigma$  est :

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon(t) &= \epsilon(t) - \epsilon^\infty(0, \omega, T) \\ &= J\sigma + w_0 \sum_{n=1}^N \xi^n [Z^n(t) - Y^n(0, \omega, T)] \end{aligned} \quad (1.26)$$

Au bout d'un temps suffisamment long (grand devant  $\tau_c$ ), on obtient un état limite de l'incrément de déformation :

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon^\infty &= \epsilon^\infty(\sigma, \omega, T) - \epsilon^\infty(0, \omega, T) \\ &= J \sigma + w_0 \sum_{n=1}^N \xi^n [Y^n(\sigma, \omega, T) - Y^n(0, \omega, T)] \end{aligned} \quad (1.27)$$

Ces expressions font apparaître un terme de déformation instantanée proportionnel à la contrainte appliquée, et un terme de déformation différée, initialement nul et tendant vers une valeur limite dépendant du chargement. Pour connaître l'état transitoire  $\epsilon(t)$ , il faut intégrer complètement le système différentiel (1.19), mais en revanche la déformation d'équilibre  $\epsilon^\infty$  peut être obtenue directement en résolvant (1.22).

A la différence du terme instantané, la déformation différée n'est pas, en général, proportionnelle à  $\sigma$ . Pour un effort suffisamment faible, on peut cependant écrire :

$$\Pi = \Pi^0 + \sigma \Pi^1 \quad \text{où} \quad \Pi^0 = \Pi(0) \quad \text{et} \quad \Pi^1 = \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma}(0) \quad (1.28)$$

Si l'on part de la répartition d'équilibre  $Y^0 = Y^0(0, \omega, T)$  pour  $\sigma=0$ , c'est à dire la répartition vérifiant  $\Pi^0 \cdot Y^0 = 0$ , la répartition à l'instant  $t$  est :

$$Z(t) = \exp[ t \sigma \Pi^1 ] \exp[ t \Pi^0 ] Y^0 = \exp[ t \sigma \Pi^1 ] Y^0$$

Là encore, cette expression se linéarise pour  $\sigma$  et  $t$  suffisamment petits, c'est-à-dire tels que le produit  $t\sigma$  soit petit devant les valeurs propres de  $(\Pi^1)^{-1}$  :

$$Z(t) = (\text{Id} + t \sigma \Pi^1) \cdot Y^0 \quad (1.29)$$

où  $\text{Id}$  désigne la matrice identité.

La condition pour que les linéarisations (1.28) et (1.29) soient valides définit un domaine de linéarité au delà duquel un effet de non-linéarité intervient au niveau de la réponse différée. En particulier on voit grâce à (1.29) que ce domaine se rétrécit, par rapport à la contrainte, lorsque la durée de sollicitation augmente.

**Chargement variable en environnement stable.** Le résultat (1.23) s'applique au cas où la charge appliquée à l'instant initial varie dans le temps. Le cas de la relaxation pourrait se traiter en simulant les conditions expérimentales d'un essai de relaxation avec asservissement : une déformation  $\epsilon_0$  étant imposée, l'effort est maintenu constant jusqu'à ce que la déformation s'écarte de  $\epsilon_0$  d'une petite quantité  $\delta\epsilon_0$ . Un incrément d'effort  $\delta\sigma = \delta\epsilon_0/J$  est alors appliqué, de manière à ramener la déformation au niveau  $\epsilon_0$ , et l'opération est poursuivie jusqu'à la stabilisation de l'effort.

On pourrait traiter aussi, en utilisant l'équation (1.28), le cas d'une contrainte appliquée **sinusoïdale** de faible amplitude  $\sigma_0$  et de pulsation  $\phi$  :

$$\sigma = \sigma_0 \cos \phi t \quad (1.30)$$

Le système étant à l'instant initial dans l'état  $Z(0) = Y^0$ , on obtient, tant que  $\phi\tau$  est grand devant les valeurs propres de  $\Pi^1\sigma_0$ , par intégration de (1.20) :

$$Z(t) \simeq \exp\left[\sigma_0 \frac{\sin \phi t}{\phi\tau} \Pi^1\right] Y^0 \simeq \left[\text{Id} + \sigma_0 \frac{\sin \phi t}{\phi\tau} \Pi^1\right] Y^0 \quad (1.31)$$

### 1.9. L'effet mécano-sorptif comme accélération du fluage.

Lorsque l'humidité du bois varie, il faut tenir compte de la chute de l'énergie de la liaison, telle que nous l'avons formulée par (1.1).

Supposons qu'entre l'instant  $t$  et  $t + \Delta t$  se produise une variation des paramètres du chargement suffisamment faible pour que l'on puisse négliger son influence sur les coefficients du système différentiel. En l'absence de variation d'humidité on aurait, comme en (1.23) :

$$Z(t + \Delta t) = \exp[\Delta t \Pi] Z(t)$$

Il est maintenant aisé d'introduire la formulation de l'activation mécano-sorptive (1.1). La chute de l'énergie de la liaison, pendant  $t^*$ , se traduit au niveau du système différentiel par une diminution des barrières énergétiques séparant les puits de potentiel et donc une augmentation des probabilités de transition. Notons  $\Pi^*$  la matrice correspondante. Alors (1.1) devient :



*"  $\Pi = \Pi^*$  durant  $t^*$  après chaque variation de  $\omega$  d'une quantité  $\omega^*$ , à chaque fois que le critère  $C^*$  est vérifié."*

(1.32)

Soit  $\Delta m = \Delta\omega/\omega^*$  le nombre de "crans" d'humidité franchis lorsque l'humidité décroît de  $\Delta\omega$  durant l'intervalle de temps  $\Delta t$ . On peut partager ce dernier en  $1 + 2\Delta m$  intervalles, durant chacun desquels les coefficients sont constants et donc le calcul précédent s'applique (fig. 1.8).

**Fig. 1.8 DECOUPAGE DE L'INTERVALLE DE TEMPS EN PORTIONS STABLES ET INSTABLES.**

Dans l'intégration les termes se regroupent, ce qui donne, toujours dans l'hypothèse où le chargement a peu varié, un résultat condensé :

$$Z(t + \Delta t) \simeq \exp[ (\Delta t - t^* \Delta m) \Pi + t^* \Delta m \Pi^* ] Z(t) \quad (1.33)$$

Cette équation met en évidence deux effets :

- (i) le terme  $\Delta t \Pi$  donne la viscosité "pure" qui existerait même en l'absence de variation d'humidité.
- (ii) le terme  $t^* \Delta m (\Pi^* - \Pi)$  donne l'effet mécano-sorptif "pur", proportionnel à  $\Delta\omega$  mais indépendant de la vitesse de variation de l'humidité  $\Delta\omega/\Delta t$ . On voit que cet effet est d'autant plus important que  $t^*$  est grand et que  $\Pi^*$  diffère de  $\Pi$ .

Pour des efforts et des durées de sollicitation assez faibles, nous avons la linéarité de la réponse mécano-sorptive par rapport à l'effort appliqué, au même titre que la réponse viscoélastique pure. Il faut noter cependant que les conditions de la linéarité sont indépendantes. On peut fort bien, par exemple, envisager une forte non-linéarité de l'effet mécano-sorptif dans le domaine de linéarité viscoélastique.

### Conclusions

*Nous disposons maintenant d'une représentation mathématique uniaxiale du comportement différé qui tient compte de l'effet d'accélération du fluage par les variations d'humidité.*

*(1) La structure bi-phasique de la matière ligno-cellulosique est symbolisée par deux éléments en parallèle :*

- une barre élastique pour le réseau microfibrillaire;*
- un ressort de longueur à vide non nulle pour la matrice.*

*(2) La viscosité est décrite par l'évolution de la configuration  $\xi$ , dans le cadre de la théorie des processus thermiquement activés.*

*(3) La loi d'évolution est décrite par un système de  $N-1$  équations différentielles indépendantes, où  $N$  est le nombre de configurations possibles de la matrice. Notre loi de comportement comporte donc  $N-1$  variables cachées, et le système qui donne leur évolution au plus  $N-1$  valeurs propres non nulles.*

*(4) L'activation mécano-sorptive, c'est-à-dire l'action des variations d'humidité comme accélérateurs des processus visqueux est décrite par la chute momentanée de barrières de potentiel (l'élévation de la température, par comparaison, permettant en quelque sorte de "sauter" plus facilement par dessus).*

*(5) Cette chute se produisant, moyennant un certain critère ( $C^*$ ), à chaque franchissement de "crans" d'humidité, la composante mécano-sorptive de la déformation est directement reliée à l'incrément d'humidité et ne dépend pas de la vitesse de sorption.*

*Dans le chapitre 4 nous serons amené à reformuler le critère  $C^*$ . Pour le moment il s'agit d'examiner les conséquences de la formulation disponible. Avant de présenter des simulations numériques, nous allons, dans le chapitre suivant, donner la version simplifiée du modèle dans le cas de deux puits ( $N=2$ ) et analyser, à partir d'expressions analytiques, certaines conséquences qualitatives de cette formulation.*

## 2. FORMULATION SIMPLIFIEE DU MODELE PHYSIQUE

*Nous allons maintenant réécrire les équations du comportement dans le cas simplifié de deux puits de potentiel, c'est-à-dire d'une seule variable cachée. Nous examinerons ensuite en détail les prédictions du modèle concernant certains aspects de l'action de l'humidité, ainsi que la non-linéarité du comportement par rapport à la contrainte.*

*Le système décrivant l'évolution de la déformation ne contenant plus qu'une valeur propre, le modèle obtenu ne pourra prétendre décrire le comportement réel du bois, qui possède un spectre de relaxation étendu. Il nous suffira néanmoins pour la discussion de ce chapitre et du suivant, qui concernera les effets relatifs du temps et de la mécano-sorption.*

### 2.1. Cas de deux puits de potentiel.

*Configuration moyenne, facteur de prédéformation et facteur d'ampleur.* Si nous limitons le nombre de configurations possibles à deux, numérotées (1) et (2), nous obtenons des expressions mathématiques plus simples. En effet nous pouvons montrer que la distribution  $(Z^1, Z^2)$  ne dépend plus que d'un seul paramètre, que nous choisissons égal à la configuration moyenne :

$$\xi = \xi^1 Z^1 + \xi^2 Z^2 \quad (2.1)^1$$

Posons :

$$\xi^1 = \xi^0 - \zeta^0 \quad \text{et} \quad \xi^2 = \xi^0 + \zeta^0 \quad (2.1)^2$$

D'après (1.18),  $Z^1 + Z^2 = 1$ . Donc  $\xi$  peut s'écrire :

$$\xi = (\xi^0 - \zeta^0) Z^1 + (\xi^0 + \zeta^0) Z^2 = \xi^0 + \zeta^0 (Z^2 - Z^1) \quad (2.1)^3$$

Avec  $\zeta^0 Z^1 + \zeta^0 Z^2 = \zeta^0$ , nous en déduisons :

$$2\zeta^0 Z^1 = \xi^0 - \xi + \zeta^0 ; \quad 2\zeta^0 Z^2 = -\xi^0 + \xi + \zeta^0 \quad (2.1)^4$$

Lorsque les configurations sont symétriques, c'est-à-dire  $\xi^0 = 0$ , l'extension naturelle (i.e. à contrainte appliquée nulle) de l'élément constitué des deux chaînes est en moyenne confondue avec celle de la barre, ce qui signifie que la microstructure n'est pas soumise à des contraintes résiduelles. En revanche, lorsque  $\xi^0 \neq 0$ , les extensions naturelles des deux éléments diffèrent, et de ce fait ceux-ci exercent l'un sur l'autre des contraintes auto-équilibrées. Lorsque  $\xi^0 > 0$ , les chaînes (zones amorphes) sont comprimées et la barre (réseau cristallin) est tendue, alors que lorsque  $\xi^0 < 0$ , l'inverse se produit. Nous appellerons  $\xi^0$  le **facteur de prédéformation**.

*Remarque.* Nous préférons le terme de "prédéformation" à celui plus courant de "précontrainte", d'une part parce que  $\xi^0$  est homogène à une déformation, d'autre part parce que, comme nous le verrons, l'origine physique (probable) de cette précontrainte est le départ ou l'arrivée de matière au sein de la matrice, ce qui s'apparente plus au fait d'imposer une déformation qu'une contrainte (ce point sera rediscuté plus en détail au chapitre III.3).

L'écart entre les deux puits de potentiel vaut  $2\zeta^0$ . Rappelons que les déformations différées sont liées à l'existence de réarrangements moléculaires au sein de la matrice. Ceux-ci sont représentés ici par un transfert de population du site (1) vers le site (2), et vis-versa. Dans les situations limites où tous les mécanismes seraient situés dans le puits (1) ou le puits (2), la configuration moyenne vaudrait  $\xi^0 - \zeta^0$  ou  $\xi^0 + \zeta^0$ , respectivement. Donc le maximum de variation possible pour la configuration moyenne vaut  $2\zeta^0$ . Nous dirons que  $\zeta^0$  caractérise *l'ampleur des mouvements moléculaires potentiels* au sein de la matrice. Nous l'appellerons le **facteur d'ampleur**.

Dans le chapitre précédent nous avons implicitement supposé que les configurations  $\xi^n$  restent constantes dans le temps. Nous allons maintenant introduire une complication supplémentaire : nous supposons que *le facteur de "prédéformation"  $\xi^0$  est une fonction de l'humidité  $\omega$ , et donc peut varier dans le temps.*

**Barrières de potentiel.** Calculons les barrières de potentiel  $G^{1,2}$  et  $G^{2,1}$  à franchir pour passer d'une configuration à l'autre :

(i) **Cas des puits paraboliques.** D'après (2.1) et (1.13) :

$$G^{1,2} = \frac{K+K_2}{2} \left[ \frac{\xi^0 - \zeta^0 - \sigma/P}{1+q} + \zeta^0 \right]^2 = \frac{K+K_2}{2} \left[ \frac{\xi^0 - \sigma/P + q\zeta^0}{1+q} \right]^2$$

$$G^{2,1} = \frac{K+K_2}{2} \left[ \frac{\xi^0 + \zeta^0 - \sigma/P}{1+q} - \zeta^0 \right]^2 = \frac{K+K_2}{2} \left[ \frac{\xi^0 - \sigma/P - q\zeta^0}{1+q} \right]^2$$

Sachant que  $q = K_2/K$  et  $K_2(\zeta^0)^2/2 = G_b$ , les barrières se mettent sous la forme :

$$G^{1,2} = G_a - \lambda (\sigma - P\xi^0) \quad \text{et} \quad G^{2,1} = G_a + \lambda (\sigma - P\xi^0) \quad (2.2)^1$$

$$\text{où :} \quad G_a = G_a^0 \left[ 1 + \left( \frac{\sigma - P\xi^0}{qP\zeta^0} \right)^2 \right] \quad (2.2)^2$$

$$G_a^0 = G_b \frac{q}{1+q} \quad (2.2)^3$$

$$\lambda = \frac{K}{P} \frac{q}{1+q} \zeta^0 = \frac{\zeta^0}{1 + P/Q + P/K_2} = \frac{2 G_b}{(1+q) P \zeta^0} \quad (2.2)^4$$

(ii) **Cas des puits en dents de scie.** Nous utilisons (1.16), en notant  $G'_b$  au lieu de  $G_b$ , pour une raison qui apparaîtra ci-dessous :

$$G^{1,2} = G'_b + \frac{K(\zeta^0)^2}{2} + K\zeta^0 (\xi^0 - \zeta^0 - \sigma/P) = G'_b - \frac{K(\zeta^0)^2}{2} + K\zeta^0 (\xi^0 - \sigma/P)$$

$$G^{2,1} = G'_b + \frac{K(\zeta^0)^2}{2} - K\zeta^0 (\xi^0 + \zeta^0 - \sigma/P) = G'_b - \frac{K(\zeta^0)^2}{2} - K\zeta^0 (\xi^0 - \sigma/P)$$

Les barrières sont encore de la forme (2.2)<sup>1</sup>, mais avec cette fois-ci :

$$G_a = G'_b - \frac{K(\zeta^0)^2}{2} \quad (2.3)^1$$

$$\lambda = \frac{K}{P} \zeta^0 = \frac{\zeta^0}{1 + P/Q} \quad (2.3)^2$$

$$\text{Si l'on pose :} \quad G_b = G'_b - \frac{K(\zeta^0)^2}{2} \quad (2.4)$$

on remarque que les expressions de  $G_a$  et  $\lambda$  coïncident avec celles du cas

parabolique lorsque  $q \rightarrow +\infty$ . Cela nous permettra dans la suite de traiter simultanément les deux cas en appliquant les formules (2.2), le cas des "dents de scie" étant - moyennant la correction (2.4) sur  $G_b$  - la limite du cas "parabolique" lorsque la profondeur des puits rend négligeable le déplacement des minima de potentiel.

*Loi d'évolution de de la configuration moyenne  $\xi$ .* Le système différentiel (1.19) donnant l'évolution de la répartition devient ici :

$$\frac{dZ^1}{dt} = -p^{1,2}Z^1 + p^{2,1}Z^2 \quad (2.5)^1$$

$$\frac{dZ^2}{dt} = p^{1,2}Z^1 - p^{2,1}Z^2 = -\frac{dZ^1}{dt} \quad (2.5)^2$$

où les 
$$p^{n,m} = \frac{1}{r_v} \exp\left[-\frac{G^{n,m}}{\Theta}\right] ; \quad \Theta = \frac{RT}{V_0}$$

sont les probabilités de transition par unité de temps, déjà définies par (1.17).

L'évolution de la configuration moyenne se déduit de (2.1)<sup>3</sup> et (2.5), sachant que  $\zeta^0$  est supposé constant :

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= \frac{d\xi^0}{dt} + \zeta^0 \left[ \frac{dZ^2}{dt} - \frac{dZ^1}{dt} \right] \\ &= \frac{d\xi^0}{dt} + 2\zeta^0 (p^{1,2}Z^1 - p^{2,1}Z^2) \end{aligned}$$

En tenant compte de (2.1)<sup>4</sup> :

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= \frac{d\xi^0}{dt} + p^{1,2} (\xi^0 - \xi + \zeta^0) - p^{2,1} (-\xi^0 + \xi + \zeta^0) \\ &= \frac{d\xi^0}{dt} + (p^{1,2} + p^{2,1}) (\xi^0 - \xi) + (p^{1,2} - p^{2,1}) \zeta^0 \\ &= \frac{d\xi^0}{dt} + (p^{1,2} + p^{2,1}) \left[ \frac{p^{1,2} - p^{2,1}}{p^{1,2} + p^{2,1}} \zeta^0 + \xi^0 - \xi \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d}{dt}(\xi - \xi^0) = \frac{1}{\tau} (\eta - \xi) \quad (2.7)^1$$

où :

$$\tau = p^{1,2} + p^{2,1} \quad (2.7)^2$$

est le temps caractéristique de l'évolution, et

$$\eta = \xi^0 + \frac{p^{1,2} - p^{2,1}}{p^{1,2} + p^{2,1}} \zeta^0 \quad (2.7)^3$$

la configuration d'équilibre.  $\eta$  donne l'état vers lequel tend le système lorsque les paramètres du chargement (contrainte  $\sigma$ , humidité  $\omega$ , température  $T$ ) sont maintenus constants, et  $\tau$  la rapidité avec laquelle le système se rapproche de cet état d'équilibre.

En utilisant (2.2) on obtient les expressions suivantes pour  $\tau$  et  $\eta$  :

$$\tau = \tau_v \frac{\exp G_a/\Theta}{2 \operatorname{ch} \lambda(\sigma - P\xi^0)/\Theta} \quad (2.8)^1$$

$$\eta = \xi^0 + \zeta^0 \operatorname{th} \left[ \frac{\lambda(\sigma - P\xi^0)}{\Theta} \right] \quad (2.8)^2$$

## 2.2. Influence de l'humidité.

*Rappelons que l'humidité agit de plusieurs manières. Avant tout, par simple effet stérique, l'eau fait gonfler les zones amorphes où elle s'introduit. Il s'agit d'une action sur la géométrie. Il faut la distinguer de l'action sur le comportement, qui doit être séparée à son tour en action sur la rigidité (comportement élastique) et sur la mobilité moléculaire (comportement visqueux). Cette dernière distinction est toutefois relative à une échelle de temps, la rigidité instantanée étant le résultat de mécanismes différés par rapport à des temps d'un ordre de grandeur inférieur.*

*Une remarque d'une nature similaire pourrait d'ailleurs être faite à propos de la distinction entre l'action sur la géométrie et l'action sur le comportement. Cette distinction, d'une manière très générale, est relative à l'échelle spatiale envisagée. Dans notre cas par exemple, "si" nous étions capables d'envisager séparément les comportements individuels des segments moléculaires et des molécules d'eau, nous*

*pourrions interpréter les variations du comportement global de la matrice alors que celui des segments reste inchangé (Voir aussi la fin du § IV.2 de la conclusion générale).*

**Humidité et mobilité moléculaire.** En général, les paramètres  $P, Q, \xi^0, \zeta^0, G_b, V_0, \tau_v$  dont dépendent les coefficients  $\tau$  et  $\eta$  de l'équation différentielle (2.8) ne sont pas constants. Ils dépendent eux-mêmes de la température  $T$  et de l'humidité  $\omega$ . Rappelons que nous parlons ici d'"humidité" pour signifier le **taux d'humidité** du bois.  $\omega$  varie entre 0 (état anhydre) et  $\omega_s$  (état saturé). Nous négligerons l'influence de la température sur les paramètres que nous venons de citer. C'est une hypothèse raisonnable dans la mesure où nous travaillons dans des plages de temps et de température suffisamment réduites. Cela n'empêche pas la température d'intervenir directement dans les expressions des coefficients  $\tau$  et  $\eta$ , par l'intermédiaire de l'énergie thermique volumique  $\Theta = RT/V_0$ .

Rappelons que le facteur d'ampleur  $\zeta^0$  est supposé ne pas varier avec  $\omega$ , et cela dans le seul but de simplifier le calcul (2.6) de l'équation d'évolution. Supposer une dépendance de  $\zeta^0$  par rapport à  $\omega$  pourrait toutefois présenter de l'intérêt sur le plan physique.

Nous admettrons en revanche que dans certaines conditions les variations d'humidité engendrent une "mobilité moléculaire", qui se traduit notamment par une valeur plus faible de  $G_b$ . Cet effet sera symbolisé par un paramètre noté  $z$  et compris entre 0 et 1.  $z$  vaut 0 lorsque l'humidité est maintenue parfaitement constante, et peut être  $> 0$  lorsque l'humidité varie.

Les facteurs  $\tau$  et  $\eta$  de (2.6)<sup>2</sup> sont donc des fonctions de  $\sigma$ ,  $\omega$  et  $z$ . Dans ces conditions, les relations de comportement peuvent s'écrire :

$$\epsilon = J(\omega) \sigma + w_0(\omega) \xi \quad (2.9)^1$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{d\xi^0}{dt} + \frac{1}{\tau(\sigma, \omega, z)} \{ \eta(\sigma, \omega, z) - \xi \} \quad (2.9)^2$$

où  $\epsilon, \sigma, \omega, z$  et  $\xi$  sont des fonctions du temps,  $J$  est définie par (1.15)<sup>2</sup> ou bien (1.15)<sup>4</sup> et  $w_0$  par (1.15)<sup>3</sup>. Ces équations donnent  $\epsilon(t)$  lorsque  $\sigma(t)$ ,  $\omega(t)$  et  $z(t)$



sont imposés, ou bien  $\sigma(t)$  lorsque  $\epsilon(t)$ ,  $\omega(t)$  et  $z(t)$  sont imposés.

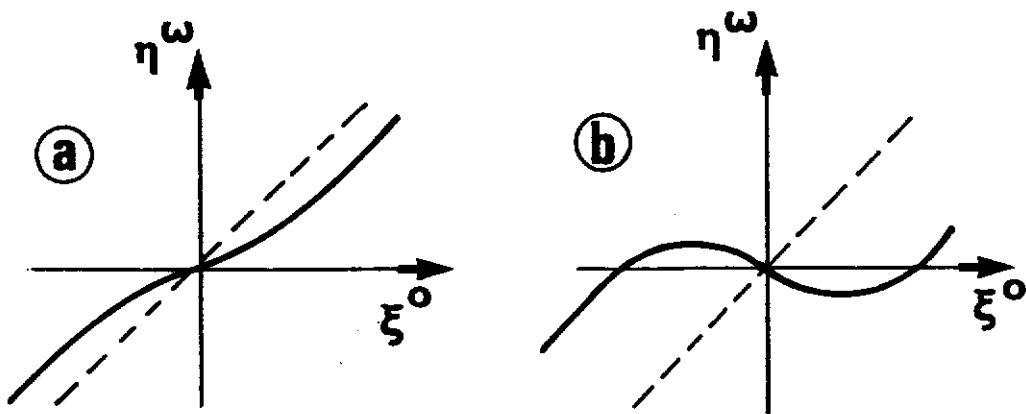
Nous allons nous limiter provisoirement au cas où  $\omega$  reste constant, c'est-à-dire  $z=0$ . Afin d'alléger les notations, nous noterons :

$$\tau(\sigma, \omega, 0) = \tau(\sigma, \omega) \quad \text{et} \quad \eta(\sigma, \omega, 0) = \eta(\sigma, \omega) \quad (2.10)^1$$

ainsi que, pour  $\sigma = 0$  :

$$\tau(0, \omega, 0) = \tau(0, \omega) = \tau^\omega \quad \text{et} \quad \eta(0, \omega, 0) = \eta(0, \omega) = \eta^\omega \quad (2.10)^2$$

Parmi les paramètres dépendant de  $\omega$ , nous avons cité  $\xi^0$ . Rappelons que  $\xi^0$  et  $\zeta^0$  caractérisent la position des puits de potentiel dans l'"espace" des configurations. Nous allons voir qu'ils permettent d'inclure dans le modèle les effets d'expansion hygrométrique, c'est-à-dire le retrait et le gonflement de la matière sous l'action des variations d'humidité.



**Fig. 2.1 CONFIGURATION D'ÉQUILIBRE A CONTRAINTE NULLE ( $\eta^\omega$ ) EN FONCTION DU FACTEUR DE PREDEFORMATION  $\xi^0$ , POUR DEUX VALEURS DU FACTEUR D'AMPLEUR  $\zeta^0$ .**

(a) Cas  $\zeta^0 < \zeta^1$  : mouvements moléculaires potentiels au sein de la matrice peu élevés (dans la direction de la sollicitation). (b) Cas  $\zeta^0 > \zeta^1$  : mouvements potentiels élevés.

*Configuration d'équilibre à contrainte nulle.* Désignons par  $\xi^0 + \eta^\omega$  la configuration d'équilibre à contrainte nulle. D'après (2.8)<sup>2</sup>:

$$\eta^\omega = \eta(0, \omega) = \xi^0 - \zeta^0 \operatorname{th} \frac{\xi^0}{\zeta^1} \quad (2.11)^1$$

$$\text{où :} \quad \zeta^1 = \frac{\Theta}{P \lambda} = \frac{\Theta}{K \zeta^0} \frac{1+q}{q} \quad (2.11)^2$$

Considérons  $\eta^\omega$  comme une fonction de  $\xi^0$ ,  $\zeta^0$  étant maintenu constant. Lorsque  $\xi^0 \rightarrow \pm\infty$ , la courbe  $\eta^\omega(\xi^0)$  admet les droites ( $\eta^\omega = \xi^0 \pm \zeta^0$ ) comme

asymptotes. Pour les petites valeurs de  $\xi^0$ , la forme de la courbe dépend de la valeur de  $\zeta^0$  par rapport à  $\zeta^1$ .

Au voisinage de  $\xi^0 = 0$ ,  $\eta^\omega$  vaut :

$$\eta^\omega \simeq \left[ 1 - \frac{\zeta^0}{\zeta^1} \right] \xi^0$$

Lorsque  $\zeta^0 \leq \zeta^1$ ,  $\eta^\omega$  est une fonction croissante monotone de  $\xi^0$ . Lorsque  $\zeta^0 > \zeta^1$ , la pente de la courbe change de signe au voisinage de  $\xi^0 = 0$ , et la courbe présente des extréma relatifs aux points  $\pm \xi^m$ , où :

$$\xi^m = \zeta^1 \operatorname{Argch} \sqrt{\frac{\zeta^0}{\zeta^1}} \quad (2.12)$$

Sur la figure 2.1, nous avons représenté l'allure de  $\eta^\omega$  dans les deux cas.

**Le facteur de prédéformation.** Revenons maintenant à l'interprétation que l'on peut donner à  $\xi^0$ . On sait que la matière ligneuse est soumise à divers champs de contraintes résiduelles. Lors de la maturation de la cellule, les parois se lignifient. L'introduction de la lignine, selon une certaine interprétation de la genèse des contraintes de croissance [Boyd et Foster (1974)], provoque un gonflement de la matrice. Par la suite, lors du séchage, le départ d'une partie de l'eau adsorbée dans la matrice provoque son retrait. Selon cette analyse, *lignification et retrait produiraient donc des effets contradictoires* (Nous reprendrons cette discussion dans le cadre multiaxial de la troisième partie, §§ III.3.2-3). Dans le cadre présent, nous interprétons cela en disant que le facteur de prédéformation  $\xi^0$  est fonction de  $\omega$  et d'un "taux de maturation"  $\kappa$ , sous la forme :

$$\xi^0 = \alpha^c \kappa - \alpha^\omega (\omega_s - \omega) \quad (2.13)$$

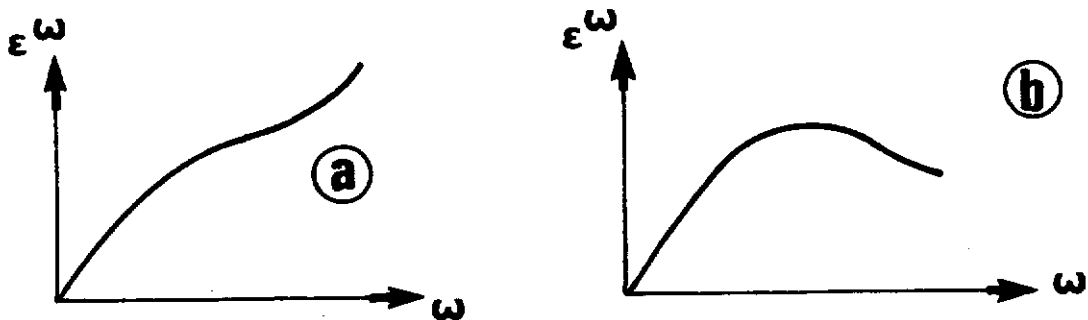
où  $\omega_s$  est la valeur de  $\omega$  à l'état saturé. On voit que  $\xi^0$  peut varier entre  $\xi^0_{\min} = \alpha^c \kappa - \alpha^\omega \omega_s$  à l'état sec et  $\xi^0_{\max} = \alpha^c \kappa$  à l'état humide.

**Expansion hygrométrique.** Nous pouvons maintenant interpréter les courbes ci-dessus en écrivant que, pour une valeur fixée de  $\kappa$ ,  $\xi^0$  est une "mesure" de  $\omega$  :

$$\xi^0 = \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_g} \right] \xi^0_{\min} + \frac{\omega}{\omega_g} \xi^0_{\max} \quad (2.14)$$

$$\text{et que : } \epsilon^\omega = w_0(\omega) [\xi^0(\omega) + \eta^\omega] \quad (2.15)$$

est l'expansion hygrométrique de la matière ligneuse, c'est-à-dire l'état de déformation vers lequel tend celle-ci lorsque l'humidité est maintenue à la valeur  $\omega$  suffisamment longtemps, la contrainte appliquée étant nulle. Comme le montre l'expression (2.13), le véritable état de référence correspondrait à la situation précédant la maturation cellulaire, symbolisée ici par  $\kappa = 0$  et  $\omega = \omega_g$ . En réalité nous n'avons pas accès à cet état de référence. On peut admettre que l'évolution de la maturation  $\kappa$  est négligeable après l'abattage de l'arbre, de sorte que en pratique,  $\xi^0$  est en fait une fonction de  $\omega$ ,  $\epsilon^\omega$  étant définie à une constante près.



**Fig. 2.2 ALLURE DES COURBES DE RETRAIT-GONFLEMENT LONGITUDINAL POUR DEUX VALEURS DU FACTEUR D'AMPLEUR  $\zeta^0$**

Par rapprochement avec des courbes expérimentales on peut relier le facteur "d'ampleur"  $\zeta^0$  à l'angle des microfibrilles. (a)  $\zeta^0 < \zeta^1$  (angle élevé, ampleur réduite). (b)  $\zeta^0 > \zeta^1$  (angle petit).

Supposons, pour fixer les idées, que  $\xi^0_{\min} < 0$  et  $\xi^0_{\max} > 0$ , et que d'autre part les influences de  $\omega$  sur  $J$  et  $P$  se compensent, de sorte que le terme  $w_0 = 1 - JP$  est approximativement constant et que l'expansion  $\epsilon^\omega$  est proportionnelle à  $\eta^\omega$ . Dans ces conditions, l'expansion hygrométrique  $\epsilon^\omega(\omega)$ , pour  $0 < \omega < \omega_g$ , correspond par homothétie à une portion de la courbe  $\xi^0 + \eta^\omega(\xi^0)$  dont la forme, nous l'avons vu, dépend de  $\zeta^0$ . Dans le cas  $\zeta^0 < \zeta^1$ ,  $\epsilon^\omega$  est une fonction croissante de  $\omega$ , alors que dans le cas  $\zeta^0 > \zeta^1$ ,  $\epsilon^\omega$  croît au début, puis se met à décroître avec  $\omega$  pour les fortes valeurs de  $\omega$  (figure 2.2). Ces deux cas sont observés dans la réalité (Hunt, communication personnelle). Il est intéressant de préciser qu'ils correspondent à des *angles moyens des microfibrilles différents* : le second de nos deux cas, élongation suivie de raccourcissement à l'humidification à partir de l'état anhydre, est observé pour un angle faible, le premier l'étant pour un angle élevé.

**Signification du paramètre  $\zeta^0$ .** Cela nous amène à la signification physique du "facteur d'ampleur"  $\zeta^0$ .  $2\zeta^0$  est la distance séparant les deux puits de potentiel. C'est donc, comme nous le disions au début du chapitre, une mesure de l'ampleur des mouvements moléculaires différés potentiels. La remarque précédente montre que  $\zeta^0$  dépend de facteurs structurels tels que l'angle des microfibrilles. Nous ne sommes pas à même de prendre cela en compte dans une approche uniaxiale. Cela nécessitera l'approche multiaxiale de la troisième partie, qui nous permettra de fonder le modèle sur une image plus réaliste de la microstructure.

Pour simplifier l'écriture de l'équation d'évolution, nous avons fait l'hypothèse que  $\zeta^0$  ne dépend pas de  $\omega$ , et donc que  $\zeta^0$  est une constante pour un bois donné. Néanmoins, une approche plus générale incluant une dépendance  $\zeta^0(\omega)$  pourrait présenter de l'intérêt.

**Temps caractéristique à contrainte nulle et humidité constante.** Nous avons, en (2.10)<sup>2</sup>, noté  $\tau^\omega$  la valeur de  $\tau(\sigma, \omega, z)$  pour  $\sigma=0$  et  $z=0$ . D'après (2.8)<sup>1</sup> et (2.3), l'expression de  $\tau^\omega$  devient :

$$\ln \tau^\omega = \ln \tau(0, \omega) = \ln \tau_v + \frac{G_b}{\Theta} \frac{q}{1+q} \left[ 1 + \left( \frac{\zeta^0}{q\zeta^1} \right)^2 \right] - \ln 2 \operatorname{ch} \frac{\zeta^0}{\zeta^1} \quad (2.16)^1$$

où  $\zeta^1$  est donné par (2.11)<sup>2</sup>. Dans le cas des puits en "dents de scie" ( $q \rightarrow +\infty$ ), la relation précédente se réduit à :

$$\ln \tau(0, \omega) = \ln \tau_v + \frac{G_b}{\Theta} - \ln 2 \operatorname{ch} \frac{\zeta^0}{\zeta^1} \quad (2.16)^2$$

On voit que l'humidité (même constante), influence  $\tau$  de multiples manières :

- (i)  $G_b$  est supposé une fonction décroissante de  $\omega$ . Nous justifions cela en disant que  $G_b$  représente la "barrière" à franchir pour passer d'une configuration à l'autre, ce qui implique la rupture de liaisons hydrogène, de niveau énergétique plus élevé pour le bois sec que pour le bois humide, comme l'illustre la figure 1.3.
- (ii) Dans le cas parabolique où  $q$  a une valeur finie,  $q = K_2/K$  varie avec  $\omega$ , mais dans un sens qu'on ne peut prévoir *a priori*, puisque aussi bien  $K_2 = 2G_b(\zeta^0)^2$  que  $K = (P^{-1}+Q^{-1})^{-1}$  sont susceptibles de décroître avec  $\omega$ . Il en est de même de  $\zeta^1$  dont l'expression fait intervenir  $q$  et  $K$ .

(iii) Comme cela a été discuté plus haut,  $\xi^0$  est une fonction croissante de  $\omega$  et donnée par la relation (2.14).

Nous ferons l'hypothèse que de tous ces effets, le premier est prépondérant.  $\ln(\tau^\omega)$  a donc l'allure indiquée sur la figure 2.3.

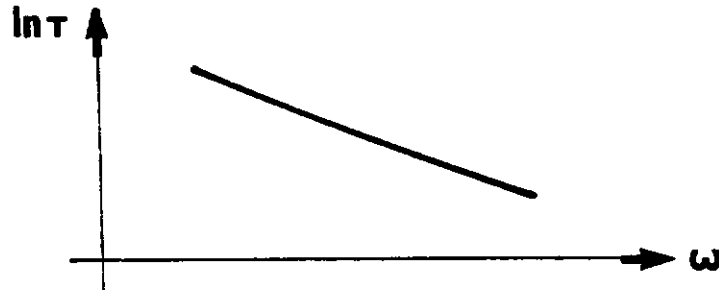


Fig. 2.3 LOGARITHME NEPERIEN DU TEMPS CARACTERISTIQUE A CONTRAINTE NULLE EN FONCTION DE L'HUMIDITE

*Action de la mobilité moléculaire.* En situation d'humidité variable ( $\omega > 0$ ),  $G_b$  est diminuée d'une certaine quantité  $\Delta G_b$ , d'autant plus grande que la vitesse de variation de  $\omega$  est grande. On pourrait, s'inspirant de l'approche de Bazant (1985), prendre en compte cet effet de la manière suivante :

$$\Delta G_b = z G^* \quad (2.18)$$

où  $z$  est proportionnel à la valeur absolue de  $d\omega/dt$  :

$$z \propto \left| \frac{d\omega}{dt} \right| \quad (2.19)$$

Nous préférons toutefois la procédure "discrète" présentée au § 1.9. La plage d'humidité  $[0, \omega_s]$  est divisée en "crans" espacés régulièrement de  $\omega^*$ . A chaque franchissement d'un cran, lorsque le critère ( $C^*$ ) est atteint, nous avons instabilité, avec  $z = 1$  et donc  $\Delta G_b = G^*$ , pendant une durée  $t^*$ . Le reste du temps,  $z$  est nul, de sorte que  $z$  alterne entre 0 et 1, et  $G_b$  entre  $G_b$  et  $G_b - G^*$ .

Nous pouvons ainsi écrire l'influence de  $z$  sur  $\tau(\sigma, \omega, z)$  et  $\eta(\sigma, \omega, z)$ , où  $z = 0/1$ , de la manière suivante :

$$\tau(\sigma, \omega, 0) = \tau(\sigma, \omega) \quad ; \quad \tau(\sigma, \omega, 1) = \tau^*(\sigma, \omega) \quad (2.20)^1$$

$$\eta(\sigma, \omega, 0) = \eta(\sigma, \omega) \quad ; \quad \eta(\sigma, \omega, 1) = \eta^*(\sigma, \omega) \quad (2.20)^2$$

avec la notation pour  $\sigma = 0$  :

$$\tau^*(0, \omega) = \tau^{\omega^*} \quad , \quad \eta^*(0, \omega) = \eta^{\omega^*} \quad (2.20)^3$$

La valeur de  $\eta$  n'est pas modifiée en période instable lorsque  $q \gg 1$ , en

particulier pour les puits "dents de scie". Pour de faibles valeurs de  $q$ , de l'ordre de l'unité, il se peut que durant les périodes "activées", le système évolue dans une direction différente, donnée par  $\eta^* \neq \eta$ . En pratique cet effet doit être faible, car sinon de petites variations d'humidité produiraient des instabilités.

En revanche le temps caractéristique  $\tau$  est fortement diminué, par un facteur exponentiel, en situation "activée" :

$$\tau^{\omega^*} = \tau^*(0, \omega) \simeq \exp \left[ -\frac{G^*}{\Theta} \frac{q}{1+q} \right] \tau^{\omega}$$

d'où : 
$$\ln \tau^{\omega^*} \simeq \ln \tau^{\omega} - \frac{G^*(\omega)}{\Theta} \frac{q}{1+q} \quad (2.21)$$

### 2.3. Influence du niveau de contrainte.

*Tout ce que nous avons étudié jusqu'à présent concernait le cas d'une contrainte nulle. Maintenant nous étudions l'influence de la contrainte, en nous limitant dans un premier temps au cas d'une ambiance stable. Nous nous intéressons tout particulièrement aux effets non-linéaires, qui sont le principal apport de ce type d'approche. Nous allons voir qu'ils sont ici de deux natures :*

- *D'une part vis-à-vis de la déformation d'équilibre  $\epsilon^\infty$  (état d'équilibre).*
- *D'autre part vis-à-vis de la vitesse de l'évolution (état transitoire).*

**Non-linéarité de l'état d'équilibre et non-linéarité de l'état transitoire.** Lorsque  $\omega$  est maintenue constante et qu'un effort  $\sigma$  est appliqué à l'instant  $t=0$ , puis maintenu constant, nous avons, par intégration de (2.9)<sup>2</sup> :

$$\xi(t) = \eta(\sigma, \omega) - [\eta(\sigma, \omega) - \xi(0)] \exp \left[ -\frac{t}{\tau(\sigma, \omega)} \right]$$

Notons  $\Delta\epsilon(t)$  la déformation mesurée à partir de l'état initial. Nous avons :

$$\Delta\epsilon(t) = \epsilon(t) - \epsilon(0^-) = J(\omega) \sigma + w_0(\omega) \left[ 1 - \exp \left[ -\frac{t}{\tau(\sigma, \omega)} \right] \right] [\eta(\sigma, \omega) - \xi(0)] \quad (2.22)$$

où  $0^-$  désigne l'instant juste avant le chargement.

La déformation à partir de l'instant initial contient donc deux termes :

- Le premier,  $J(\omega)\sigma$ , est la déformation instantanée ou élastique, proportionnelle à  $\sigma$ .
- le second est le terme différé de la déformation. Il est d'autant plus important qu'au moment du chargement la configuration moyenne  $\xi=\xi(0)$  se trouve éloignée de sa valeur d'équilibre  $\eta(\sigma,\omega)$ .

A la différence du terme instantané, *le terme différé n'est pas, en général, proportionnel à  $\sigma$* . Pour qu'il le soit, il faudrait, d'une part que  $\eta$  soit une fonction linéaire de  $\sigma$ , et d'autre part que  $\tau$  ne dépende pas de  $\sigma$ . On voit ainsi apparaître une double non-linéarité par rapport à  $\sigma$ . L'une concerne l'état d'équilibre ( $\eta$ ), et l'autre l'état transitoire ( $\tau$ ). Nous allons maintenant étudier successivement ces deux types de non-linéarité.

Pour simplifier les calculs, nous utilisons les variables réduites suivantes :

$$x = \frac{\lambda\sigma}{\Theta} \quad (2.23)^1$$

$$x_0 = \frac{\lambda P \xi^0}{\Theta} = \frac{\xi^0}{\zeta^1} \quad (2.23)^2$$

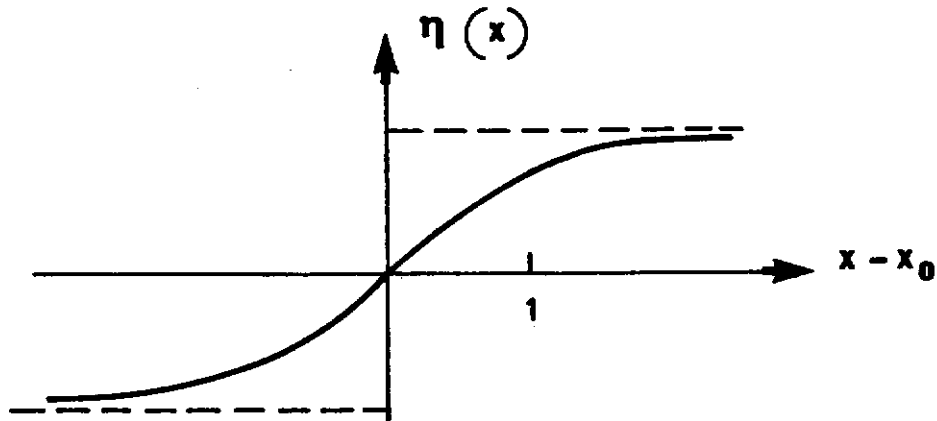
$$x_1 = \frac{2G_b q}{\Theta(1+q)} = \frac{2G_a^0}{\Theta} = \frac{qP\lambda\zeta^0}{\Theta} \quad (2.23)^3$$

Les expressions (2.8)<sup>1</sup> et (2.8)<sup>2</sup> peuvent alors se mettre sous la forme :

$$\eta(\sigma,\omega) = \eta(x) = \xi^0 + \zeta^0 \operatorname{th}(x-x_0) \quad (2.24)^1$$

$$\tau(\sigma,\omega) = \tau(x) = \tau(x_0) \exp\left[\frac{(x-x_0)^2}{2x_1}\right] \left[\operatorname{ch}(x-x_0)\right]^{-1} \quad (2.24)^2$$

*Influence de la contrainte sur l'état d'équilibre.* L'allure générale de  $\eta(x)$  est représentée sur la figure 2.4. Sous l'action d'une très forte contrainte ( $x \rightarrow \pm\infty$ ),  $\eta$  tendrait vers la valeur  $\xi^0 \pm \zeta^0$ , qui correspond au cas extrême où tous les mécanismes contenus dans le volume possèdent l'une ou l'autre des configurations (1) ou (2). On voit donc que la déformation totale de fluage au bout d'un temps infini, qui vaut  $w_0(\omega) \eta(\sigma,\omega)$ , est bornée, et donc n'est pas une fonction linéaire de la contrainte.



**Fig. 2.4 CONFIGURATION D'ÉQUILIBRE  
EN FONCTION DE LA CONTRAINTE RÉDUITE**

Notre modèle prévoit ainsi un fluage relatif décroissant avec  $\sigma$ , ce qui peut sembler surprenant. Rappelons toutefois que nous ne prenons pas en compte l'endommagement ou les déformations irréversibles qui se produisent aux contraintes plus élevées. Sans même envisager la détérioration de la matière, il se peut que sous l'effet de contraintes élevées, des sites jusqu'ici inaccessibles deviennent des configurations stables et de ce fait augmentent l'ampleur des déformations différées.

Développons l'expression (2.24)<sup>1</sup> de  $\eta$  au voisinage de  $x=0$  :

$$\text{th}(x-x_0) \simeq -\text{th}x_0 + \frac{x}{\text{ch}^2x_0} + \frac{x^2}{2} \frac{\text{th}x_0}{\text{ch}^2x_0}$$

$$\Rightarrow \eta(x) \simeq \xi^0 - \zeta^0 \text{th}x_0 + \frac{\zeta^0 x}{\text{ch}^2x_0} \left[ 1 + \frac{x \text{th}x_0}{2} \right]$$

On reconnaît le terme  $\eta^\omega = \xi^0 - \zeta^0 \text{th}x_0$ , configuration d'équilibre à contrainte nulle définie par (2.11)<sup>1</sup>, qui est fonction de l'humidité  $\omega$ . Réintroduisons maintenant la notation  $\epsilon^\infty$  du § 1.8 (formule (1.25)), pour désigner la déformation d'équilibre.  $\epsilon^\infty$  est une fonction de  $\sigma$  et  $\omega$  qui s'écrit sous la forme :

$$\epsilon^\infty(\sigma, \omega) \simeq \epsilon^\omega + (J + J_1)\sigma \quad (2.26)$$

où  $\epsilon^\omega$  est le terme d'expansion  $w_0 \eta^\omega$  défini par (2.15),  $J$  la complaisance instantanée donnée par (1.15)<sup>2</sup> ou bien par (1.15)<sup>4</sup>, et  $J_1$  une complaisance



"différée".  $J_1$  dépend de  $\sigma$  :

$$J_1(\sigma, \omega) \simeq J_1(0, \omega) \left[ 1 + a_0 \frac{\sigma \lambda}{\Theta} \right] \quad (2.27)^1$$

où :

$$J_1(0, \omega) = (1 - a_0^2) \frac{\zeta^0 \lambda w_0}{\Theta} \quad (2.27)^2$$

$$a_0 = \text{th} x_0 = \text{th} \left[ \frac{\lambda P \zeta^0}{\Theta} \right] = \text{th} \left[ \frac{q}{1+q} \frac{K \zeta^0 \xi^0}{\Theta} \right] \quad (2.27)^3$$

*Influence de la contrainte sur le temps caractéristique du processus.*

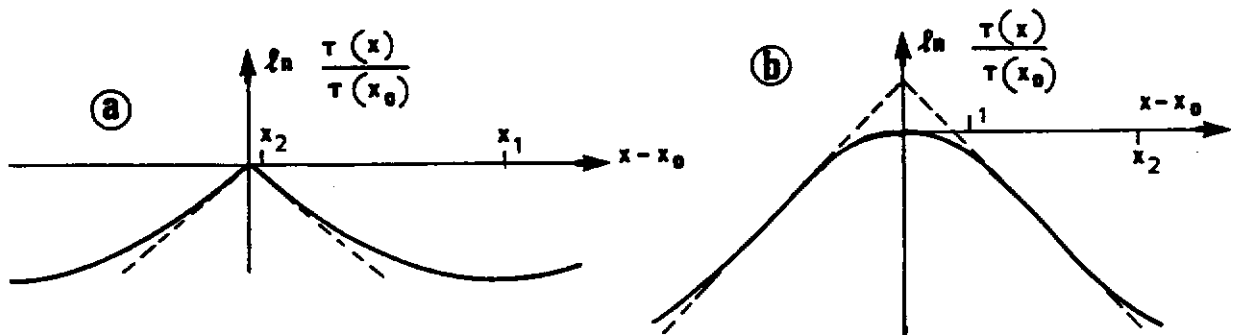
Au lieu de  $\tau$  donné par (2.24)<sup>2</sup>, nous considérerons plutôt le logarithme népérien de  $\tau$  :

$$\ln \tau(\sigma, \omega) = \ln \tau(x) = \ln \tau(x_0) - \ln \text{ch}(x-x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2x_1} \quad (2.28)$$

On peut dériver cette quantité par rapport à la contrainte réduite  $x$  :

$$\frac{\partial(\ln \tau)}{\partial x} = \frac{x-x_0}{x_1} - \text{th}(x-x_0)$$

$$\frac{\partial^2(\ln \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{x_1} - (1 - \text{th}^2 x) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{\text{ch}^2(x-x_0)}$$



**Fig. 2.5 INFLUENCE DE LA CONTRAINTE SUR LE TEMPS CARACTERISTIQUE**

Pointillés : cas "dents de scies" ; Traits continus : cas "parabolique".

(a) Allure générale. (b) Grossissement au voisinage de  $x=x_0$ .

La courbe  $\ln \tau(x)$  est symétrique autour de  $x=x_0$  et possède un maximum en  $x=x_0$  (soit  $\sigma = P \zeta^0$ ). Dans le cas "dents de scie" (qui correspond à  $x_1 = +\infty$ ),

elle possède les asymptotes :

$$\ln \tau(x) \simeq \ln \tau(x_0) + \ln 2 - |x-x_0|$$

L'allure de la fonction  $\tau(x)$  est indiquée sur la figure 2.5. Par rapport au cas "dents de scies", le cas parabolique se caractérise par une valeur grande mais finie de  $x_1$ . Typiquement, pour une énergie d'activation  $E_a^0$  de 30 kcal/mol et une température de 300°K,  $x_1$  vaudra 100. La courbe  $\tau(x)$  admet des minima pour  $|x-x_0| \simeq x_1$  et des points d'inflexion pour  $|x-x_0| = x_2$ , où :

$$x_2 = \operatorname{argch} \left( \sqrt{x_1} \right) \quad (2.29)$$

Dans l'exemple numérique proposé,  $x_2$  vaut environ 3. Tant que  $x-x_0$  reste de l'ordre de l'unité ( $\sigma$  de l'ordre de  $\Theta/\lambda$ ), les deux cas diffèrent peu l'un de l'autre.

Rappelons que la valeur  $x = x_0$  correspond à une contrainte appliquée  $\sigma = P\xi^0$ . Dans cet état la précontrainte exercée par la matrice sur le réseau microfibrillaire est juste compensée par la contrainte extérieure. Tout se passe donc comme si le réseau était libre de contraintes. Le fait que le temps caractéristique  $\tau$  soit maximum pour  $x = x_0$  suggère une stabilité "optimale" dans cet état.

On peut développer  $\tau(x)$  au voisinage de  $x=0$  :

$$\tau(x) \simeq \tau(0) + \left[ \operatorname{th} x_0 - \frac{x_0}{x_1} \right] x - \left[ 1 - \operatorname{th}^2 x_0 - \frac{1}{x_1} \right] \frac{x^2}{2}$$

Pour  $x_0$  tel que  $|x_0| \ll x_1$ , on a  $\operatorname{th} x_0 - x_0/x_1 \simeq \operatorname{th} x_0 = a_0$ , et comme  $x_1 \gg 1$ , cela fait :

$$\tau(\sigma, \omega) \simeq \tau(0, \omega) + a_0 \frac{\lambda \sigma}{\Theta} - \frac{1-a_0^2}{2} \left( \frac{\lambda \sigma}{\Theta} \right)^2 \quad (2.30)$$

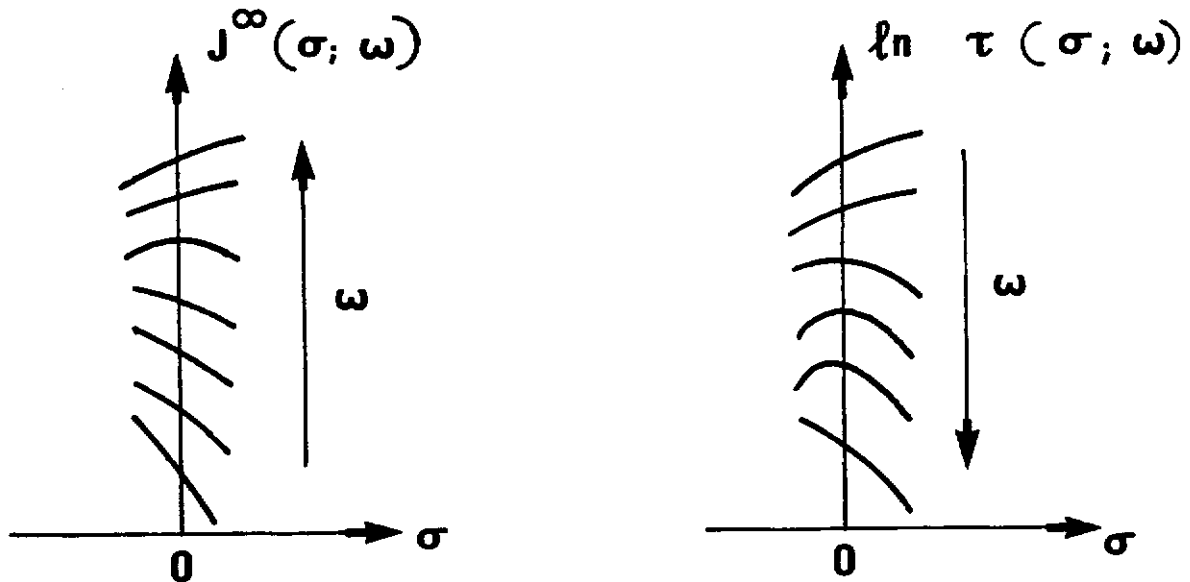
*Sur la différence entre traction et compression.* La double non-linéarité du comportement est clairement mise en évidence par les expressions en fonction de  $\sigma$  de  $J_1$  (2.27) et de  $\ln \tau$  (2.28). Elle se traduira en particulier par des valeurs de  $\tau$  et de  $J_1$  différentes en traction et en compression. On

remarque que la nature de ces non-linéarités, c'est-à-dire le signe des pentes  $\partial J_1/\partial\sigma$  et  $\partial\tau/\partial\sigma$  au voisinage de  $\sigma = 0$ , dépend du signe de  $a_0$ , donc de celui de  $\xi^0$  :

$$\text{Pour } \xi^0 > 0 : J_1^+ > J_1^- \text{ et } \tau^+ > \tau^- \quad (2.31)^1$$

$$\text{Pour } \xi^0 < 0 : J_1^+ < J_1^- \text{ et } \tau^+ < \tau^- \quad (2.31)^2$$

Exprimons ce résultat en d'autres termes : lorsque, par exemple, le réseau cristallin est précontraint en traction ( $\xi^0 > 0$ ), la matrice est précontrainte en compression, et donc est potentiellement plus déformable en traction qu'en compression : c'est ce que veut dire l'inégalité  $J_1^+ > J_1^-$ . Par ailleurs, sous l'effet d'une traction de faible ampleur, le réseau cristallin se rapproche de l'état libre de contraintes, que nous avons qualifié plus haut d'"optimum", qui correspondrait à une plus grande stabilité de la structure et de ce fait à un temps caractéristique plus élevé. Inversement, sous l'action d'une légère compression le réseau s'éloigne de cet état optimum et le temps caractéristique diminue. On interprète de cette manière l'inégalité  $\tau^+ > \tau^-$ .



**Fig. 2.6 INFLUENCE DE L'HUMIDITE  
SUR LA NON-LINEARITE VIS-A-VIS DE LA CONTRAINTE**

**(a) Etat d'équilibre : complaisance différée (b) Etat transitoire : temps caractéristique**

**2.4. Influences simultanées de l'humidité et de la contrainte sur le temps caractéristique et la complaisance différée.**

Les figures 2.6 donnent l'allure de  $\tau(\sigma, \omega)$  et de  $J_1(\sigma, \omega)$  autour de  $\sigma=0$ , c'est-à-dire pour  $|\sigma| \ll \Theta/\lambda$ , et dans le domaine hygroscopique  $0 < \omega < \omega_*$ , compte-tenu :

- de  $\xi^0(\omega)$  donné par (2.14)
- de l'allure de  $\tau^\omega = \tau(0, \omega)$  donnée par (2.16)<sup>2</sup> et de celle de  $\eta^\omega = \eta(0, \omega)$  donnée par (2.11)<sup>1</sup>.
- des développements limités (2.27) et (2.28) par rapport à  $\sigma$ .

Aux humidités proches de  $\omega_g$ , les pentes  $\partial\tau/\partial\sigma$  et  $\partial J_1/\partial\sigma$  en  $\sigma=0$  sont toutes deux positives, ce qui veut dire que le fluage en traction devrait être plus lent mais de plus grande ampleur que le fluage en compression. C'est l'inverse qui - selon le modèle et l'hypothèse (2.13) - doit se produire aux humidités faibles. En outre, pour une certaine humidité, intermédiaire entre 0 et  $\omega_g$ , la contrainte accélère le processus quel que soit son signe. La valeur intermédiaire de  $\omega$  où la tendance s'inverse correspondrait à la situation où, d'après (2.13), *le retrait de la matrice induit par le séchage compense exactement le gonflement induit par la lignification.*

Durant les périodes d'instabilité, pour  $q \gg 1$ , l'allure de  $\ln \tau$  et de  $J_1$  n'est pas modifiée. Le principal changement réside dans la chute exponentielle de  $\tau$ , qui se traduit par une translation vers le bas de  $\ln \tau^*$  par rapport à  $\ln \tau$ . Lorsque  $q$  est de l'ordre de 1, la modification ne se réduit plus à une translation, mais la forme générale des courbes est conservée. Nous retiendrons d'après (2.21) qu'en général (pour  $q$  assez grand), l'effet dominant de l'instabilité est de faire chuter  $\ln \tau$  de la quantité  $G^*/\Theta$  :

$$\ln \tau^* \simeq \ln \tau - \frac{G^*}{\Theta}$$

*Cas de la configuration moyenne nulle ( $\xi^0=0$ ).* Les développements qui précèdent ont permis entre autres d'explicitier le rôle joué, dans le modèle, par le paramètre  $\xi^0$  vis-à-vis (i) du retrait ( $\epsilon^\omega$ ), (ii) de la non-linéarité de l'état d'équilibre ( $\eta$ ) et (iii) de la non-linéarité de l'état transitoire ( $\tau$ ).

*Par souci de simplification, nous ferons à partir de maintenant l'hypothèse que le paramètre de "configuration moyenne"  $\xi^0$  est nul.* Cela entraîne, d'une part que le terme d'expansion hygrométrique est nul, et d'autre part la symétrie traction-compression.

Cette simplification est en partie justifiée par l'objectif primitif des

simulations, qui était de modéliser le fluage en *flexion*. Dans ce cas les retraits sur les faces en traction et en compression se compensent et n'ont pas d'influence sur la flèche mesurée. Il faut donc considérer que toutes les "déformations" dont nous parlerons dans les chapitres suivants sont en réalité des déformations diminuées du terme d'expansion. Quant à la symétrie traction-compression, elle justifiera, théoriquement tout au moins, de relier la simulation d'une déformation à celle d'une flèche.

*Remarques sur la forme des puits de potentiel.* Il est bon de faire quelques remarques à propos de l'influence de la forme des puits sur les équations du comportement. Il est indéniable que la forme parabolique est plus réaliste que la forme en "dents de scie". A ce compte-là, on pourrait aller plus loin, et argumenter qu'une forme sinusoïdale se rapprocherait plus de la réalité. On aurait dans ce cas, outre un déplacement des minima de potentiel, un déplacement des maxima relatifs séparant deux configurations voisines.

En fait, *tout dépend du but poursuivi*, c'est-à-dire des effets que l'on cherche à interpréter. Par exemple, on a vu qu'avec les puits paraboliques, la valeur de  $\eta$  est modifiée durant les périodes d'activation mécano-sorptive, alors que cet effet ne se produit pas avec les puits "dents de scie". Cela introduit une richesse et une souplesse dans le modèle, ce qui peut s'avérer nécessaire pour interpréter des résultats d'observation, mais sans une telle justification, c'est une complication inutile.

Nous avons volontairement mené de front, dans le cadre uniaxial qui est celui de cette partie, les deux hypothèses sur la forme des puits, d'une part parce que le calcul reste malgré tout aisé, et d'autre part afin de mettre en évidence les limites du sens physique que l'on doit attribuer aux expressions mathématiques obtenues. Cependant, quand, dans la troisième partie, nous passerons à la description multiaxiale, nous ferons en sorte de simplifier au maximum, et nous nous limiterons à l'image des "dents de scie", c'est-à-dire que nous admettrons la fixité des minima de potentiel.

### Conclusions

*A partir d'une formulation simplifiée du modèle physique, nous avons été à même d'engager une discussion approfondie sur les effets de l'humidité et du niveau de contrainte.*

*(1) Nous n'avons plus que deux configurations, séparées de  $2\zeta^0$  autour d'une valeur médiane  $\xi^0$ . Le système ne comporte donc plus qu'une variable cachée, la configuration moyenne  $\xi$ , et l'intégration de l'équation d'évolution est élémentaire pour des chargements simples.*

*(2) La maturation cellulaire et le séchage ont une action contradictoire sur la valeur de  $\xi^0$ .  $\xi^0$  caractérise l'état de "prédéformation" exercée par la matrice sur le réseau microfibrillaire en l'absence de contrainte extérieure. Nous avons admis, pour fixer les idées,  $\xi^0 > 0$  à l'état saturé (suite à la lignification) et  $\xi^0 < 0$  à l'état anhydre (retrait de la matrice induit par le séchage).*

*(3)  $\zeta^0$  caractérise l'"ampleur" des mouvements différés potentiels de la matrice. La considération des courbes de retrait longitudinal à contrainte nulle ( $\epsilon^\infty$ ) suggère de relier  $\zeta^0$  à l'angle des microfibrilles  $\theta$ . Ce point sera clarifié dans la partie III, consacrée précisément à la prise en compte du paramètre  $\theta$  et à l'identification de  $\zeta^0$ .*

*(4) La non-linéarité par rapport à la contrainte se manifeste à deux niveaux : (i) celui de l'état d'équilibre (déformation différée  $\epsilon^\infty$ ) et (ii) celui de l'état transitoire (temps caractéristique  $\tau$ )*

*(5) Le modèle ne prévoyant que deux sites pour la configuration de la matrice, la déformation d'équilibre qu'il prévoit "sature" lorsque la contrainte augmente. Dans la réalité, aux contraintes élevées, apparaissent de nouveaux mécanismes de déformation (que l'on pourrait décrire ici par l'accès à de nouveaux sites), voire une détérioration irréversible du matériau.*

(6) *Pour les faibles niveaux de contrainte, la non-linéarité se manifeste par la différence entre traction et compression. Par exemple, à l'état saturé, le réseau microfibrillaire comprimant la matrice, celle-ci est plus extensible que compressible, mais se déforme moins vite en traction qu'en compression. Encore une fois, soulignons qu'en pratique d'autres mécanismes peuvent aussi expliquer la différence entre traction et compression (microflambages en compression, etc.).*

(7) *Il nous reste maintenant à analyser le comportement mécano-sorptif proprement dit, c'est-à-dire la réponse du système soumis à divers types de chargements. Pour cela nous allons procéder à une simulation numérique du modèle. Afin de ne pas faire double emploi avec les développements analytiques de ce chapitre, nous supposons dorénavant que le facteur de prédéformation ( $\xi^0$ ) est nul, ce qui implique l'absence de terme d'expansion et la symétrie entre traction et compression.*

### 3. SIMULATION NUMERIQUE DE CHARGEMENTS MECANO-SORPTIFS.

*La simulation numérique est rendue nécessaire par le fait que tous les paramètres des relations de comportement (2.9) sont susceptibles de varier. A moins de se limiter à des modes de chargement très particuliers, on ne peut donc guère espérer obtenir d'équations analytiques. Par cette approche, nous désirons surtout mettre en valeur la souplesse d'utilisation de la formulation par "crans" de l'activation mécano-sorptive. Pour cette raison, les bases physiques du modèle, sur lesquelles nous avons insisté dans les chapitres précédents, peuvent être maintenant laissées de côté.*

#### 3.1. Rappel des équations du comportement.

Nous avons supposé  $\xi^0=0$ . Donc dans ce chapitre, lorsque nous parlons de "déformation"  $\epsilon$ , il faut entendre une déformation corrigée du retrait  $\epsilon-\epsilon^w$ . Nous nous plaçons dans le cas des puits paraboliques. Rappelons les équations de comportement (2.9) :

$$\epsilon = J(\omega) \sigma + w_0(\omega) \xi \quad (3.1)^1$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{\tau(\sigma, \omega, z)} \{ \eta(\sigma, \omega, z) - \xi \} \quad (3.1)^2$$

$z$  vaut 0 presque tout le temps et 1 durant les périodes "activées". Les coefficients de l'équation d'équilibre (3.1)<sup>1</sup> sont donnés par (1.15)<sup>2-3</sup>. Lorsque  $z=0$ , les coefficients  $\tau$  et  $\eta$  de l'équation d'évolution (3.1)<sup>2</sup> sont donnés (2.8)<sup>1</sup> et (2.8)<sup>2</sup>, que nous récrivons ici compte-tenu de  $\xi^0=0$  :

$$\tau(\sigma, \omega, 0) = \tau(\sigma, \omega) = \tau_v \frac{\exp G_a/\Theta}{2 \operatorname{ch} \lambda \sigma / \Theta} \quad (3.2)^1$$

$$\eta(\sigma, \omega, 0) = \eta(\sigma, \omega) = \operatorname{th} \left[ \frac{\lambda \sigma}{\Theta} \right] \zeta^0 \quad (3.2)^2$$

où :



$$G_a = G_a^0 \left[ 1 + \left( \frac{\sigma}{qP\zeta^0} \right)^2 \right] \quad (3.3)^1$$

$$\lambda = \frac{K}{P} \frac{q}{1+q} \zeta^0 \quad (3.3)^2$$

$$G_a^0 = G_b \frac{q}{1+q} \quad (3.3)^3$$

$$q = \frac{K_2}{K} = \frac{2G_b}{K (\zeta^0)^2} \quad (3.3)^4$$

$$K = \left( \frac{1}{P} + \frac{1}{Q} \right)^{-1} \quad (3.3)^5$$

$$\Theta = \frac{RT}{V_0} \quad (3.3)^6$$

$P, Q, G_b$ , donc aussi  $K, q, G_a^0, \lambda$  sont des fonctions de  $\omega$ .

Lorsque  $z=1$ ,  $\tau(\sigma, \omega, 1) = \tau^*(\sigma, \omega)$  et  $\eta(\sigma, \omega, 1) = \eta^*(\sigma, \omega)$ .  $\tau^*$  et  $\eta^*$  sont donnés par les mêmes formules que  $\tau$  et  $\eta$ , mais en remplaçant  $G_b$  par :

$$G_b^*(\omega) = G_b(\omega) - G^*(\omega) \quad (3.4)$$

### 3.2. choix de paramètres.

*Avant de procéder à la simulation numérique, nous allons chercher l'ordre de grandeur de certains paramètres. Rappelons qu'il ne faut pas attribuer un caractère physique rigoureux à ces évaluations : il s'agit certes d'appuyer le caractère illustratif du modèle, mais l'objectif n'en reste pas moins limité à une description mathématique convenable du comportement macroscopique.*

Les divers paramètres du modèle :  $P, Q, G_b, \tau_v, \zeta^0$ , etc. ont été ajustés de manière à d'obtenir le comportement approché d'un résineux de densité  $\rho \simeq 0,5$ , dans la direction des fibres, pour une température  $T = 300^\circ\text{K}$ . Pour fixer les idées, nous supposons que le mécanisme élémentaire occupe un volume de section  $s_0 = 10 \text{ nm}^2 = 10^{-17} \text{ m}^2$  et de longueur  $d_0 = 100 \text{ nm} = 10^{-7} \text{ m}$ , soit  $v_0 = 10^{-24} \text{ m}^3$ , et  $V_0 = N_a v_0 \simeq 0,6 \text{ m}^3$ . Pour une température

de  $300^{\circ}\text{K}$ , avec  $R = 2 \text{ cal}/^{\circ}\text{K}\cdot\text{mol}$ , nous obtenons alors  $\Theta = RT/V_0 \simeq 1 \text{ kcal}/\text{m}^3 \simeq 4 \text{ kJ}/\text{m}^3$ .

Rappelons que l'"humidité"  $\omega$  est assimilée au **taux d'humidité** du bois  $\omega$ , défini habituellement comme le rapport de la masse d'eau extraite par étuvage (à  $103^{\circ}\text{C}$ , ou à  $70^{\circ}\text{C}$  à vide sur  $\text{P}_2\text{O}_5$ ) à la masse de matière après étuvage. Nous considérons des variations du taux d'humidité  $\omega$  dans le domaine hygroscopique entre 5% et 25%. Nous supposons que les paramètres  $P, Q, G_b, G_b^*$  varient linéairement dans cet intervalle, entre une valeur à l'état "sec" (5%) et une valeur à l'état "humide" (25%). Nous avons cherché à respecter les conditions suivantes :

- (i) **Module élastique  $E^e$**  variant de 13,9 GPa (sec) à 11,1 GPa (humide).
- (ii) **Module différé  $E^{\infty}$**  variant de 4,0 GPa (sec) à 3,8 GPa (humide).
- (iii) **Energie d'activation du fluage en ambiance hygrométrique stable et à contrainte faible ( $G_a^0$ )** variant de 25 kcal/mol (sec) à 20 kcal/mol (humide).
- (iv) **Energie d'activation  $G_a^*$**  pendant les périodes d'activation mécano-sorptive de environ 66 kJ/mol, ce qui donne une différence  $G^* = G_a^* - G_a^0$  variant de 34 kJ/mol (sec) à 12 kJ/mol (humide).
- (v) **Temps caractéristique d'atteinte de l'état d'équilibre ( $\tau_c$ )**, pour un effort faible, de l'ordre du *mois* en ambiance humide constante.
- (vi) **Contrainte caractéristique de la non-linéarité ( $\Theta/\lambda$ )** de 40 MPa.

*Ces choix appellent quelques commentaires.*

Pour (i), le module  $E^e$  provient de valeurs de la littérature telles que celles données par le Wood Handbook. Pour  $E^{\infty}$  dans (ii), nous avons en vue les résultats de Hunt (1986) dans le cas de résineux à effet mécano-sorptif important.

L'idée physique ayant conduit à (iii) et (iv) est la suivante : les mouvements relatifs des macromolécules de la matrice sont gênés par (a) les liaisons hydrogènes à rompre et (b) l'encombrement des molécules avoisinantes.

(a) et (b) contribuent tous deux à l'énergie d'activation  $G_a^0$  en ambiance stable, alors que seul (b) subsiste lors des périodes d'instabilité mécano-sorptive, et correspond donc à  $G_a^*$ . La contribution (a) est donc représentée par la différence  $G^* = G_a - G_a^*$ . Par ailleurs,  $V_0 G^*$  a été assimilée à l'énergie d'activation intervenant dans l'expression du coefficient de diffusion de l'eau liée dans la paroi, donnée par Siau (1984) :

$$D_{bt} = 7.10^{-4} \exp\left[\frac{9,2 - 7 \omega}{RT}\right] \text{ (en m}^2/\text{s)}$$

avec :  $R = 0,002 \text{ kcal/mol}$ ,  $T$  en  $^{\circ}\text{K}$  et  $\omega$  en %

Quant à la contribution (b), correspondant à  $G_a^*$ , nous avons considéré qu'elle ne dépendait pas du taux d'humidité et nous l'avons ajustée de manière à avoir l'énergie d'activation apparente à l'état humide de l'ordre de 20 kcal/mol trouvée par Moriizumi et al. (1973) [voir plus bas les commentaires sur la méthode de mesure de ces auteurs].

La condition (v) a son origine dans une observation de Hunt (1984) qui, après deux mois d'essais mécano-sorptif au bout desquels la déformation semble se stabiliser, estime par extrapolation que si le bois avait été maintenu à l'état humide durant la même période, il aurait atteint une déformation du même ordre de grandeur.

La valeur  $\sigma_1$  de (vi) correspond typiquement, pour un résineux, à 80% de la rupture en flexion statique. On sait que la non-linéarité viscoélastique peut se produire dès 40% de la rupture [Schniewind (1968)], voire 20% pour des durées de sollicitation suffisamment longues [Le Govic (1988)]. Nous espérons rendre compte de cet effet, tout en assurant la linéarité aux niveaux de contrainte et aux durées de sollicitation expérimentées par Hunt (1986).

La valeur des paramètres restant était pratiquement imposée par les conditions (i) à (vi) énumérées plus haut. Nous en sommes arrivés aux choix ci-dessous :

- Nous avons choisi  $\omega^* = 1 \%$ . Le temps d'instabilité qui en résulte  $t^* = 1$  mn est de l'ordre du temps de diffusion de l'eau dans une portion de paroi d'épaisseur  $10 \mu\text{m} = 10^{-5}$  m.
- Le temps  $\tau_v$  vaut  $10^{-8}$ s, ce qui est du même ordre de grandeur que la période de vibration d'une masse  $M_0$  accrochée à un ressort de rigidité  $K_2$ , où  $M_0$  est la masse de la portion de matière ligneuse (de densité  $\rho_p \simeq 1,45$ ) correspondant au volume  $v_0 = d_0 s_0$  occupé par le mécanisme :

$$M_0 = 10^3 v_0 \rho_p \simeq 1,45 \cdot 10^{-21} \text{kg} \Rightarrow \text{période} = 2\pi \sqrt{\frac{M_0}{K_2}} \simeq 0,14 \cdot 10^{-8} \text{s}$$

- Nous avons fixé  $\zeta^0$  à 6,6 %, ce qui est un ordre de grandeur raisonnable étant donnée que la déformation maximale du bois ne dépasse guère 2% dans la direction des fibres. Des déformations bien plus considérables, allant jusqu'à 30%, peuvent être obtenues à l'état saturé, aussi bien dans la direction transverse (notamment lors du déroulage) que dans la direction des fibres (après formage par microondes par exemple). Elles sont liées cependant à des processus de déformation microscopiques, tels que la flexion et le flambement des parois cellulaires, dont nous ne pouvons pas rendre compte à l'échelle moléculaire.

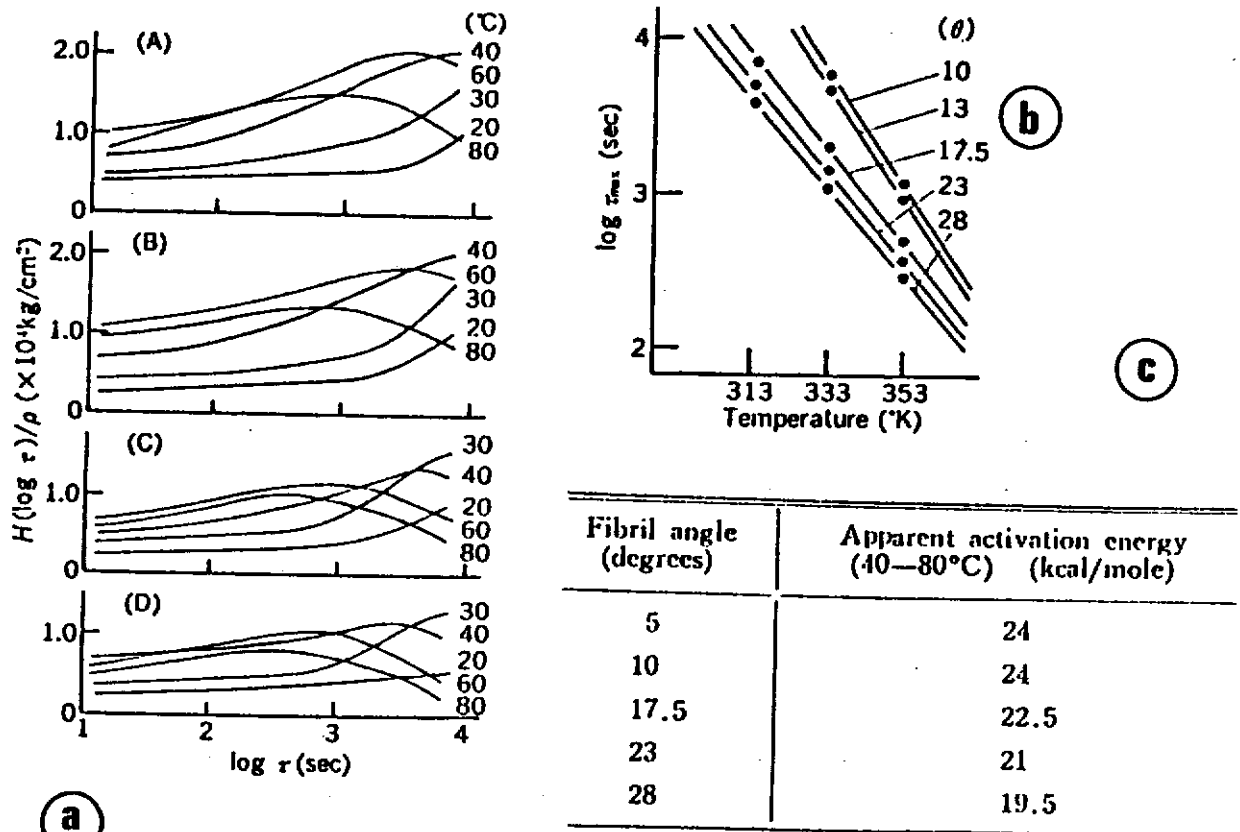
*Remarques sur la méthode de Moriizumi et al. (1973).* Ces auteurs basent leur mesure de l'énergie d'activation apparente sur la recherche du pic du spectre de relaxation spécifique. Celui-ci correspond à l'instant  $\tau_{\text{max}}$  où la quantité :

$$\frac{\partial}{\partial(\log t)} \left[ \frac{E(t)}{\rho} \right]$$

passé par un maximum. Le facteur de translation de  $\log(\tau_{\text{max}})$  sous l'effet d'une augmentation de la température permet d'estimer l'énergie d'activation apparente. La figure 3.1 montre les résultats obtenus par ces auteurs, pour différents angles des microfibrilles (la prise en compte de ce facteur explique l'utilisation du module *spécifique*, rapporté à la densité). Les valeurs de 19,5 (grands angles) à 24 kcal/mol (petits angles) sont bien inférieures à celles de environ 50 kcal/mol obtenues par d'autres auteurs par la méthode

d'identification conventionnelle. Rappelons que celle-ci se fonde sur la recherche du facteur de translation logarithmique permettant de superposer les courbes de fluage et de relaxation à différentes température.

A ce propos, signalons les travaux menés actuellement au CTBA, qui suggèrent une réinterprétation de l'équivalence temps-température à partir de la représentation dans le plan complexe [Huet (1987 b,c), Le Govic (1988), Rouget (1987)]



**Fig. 3.1 METHODE DU TEMPS CARACTERISTIQUE  
POUR LA MESURE DE L'ENERGIE D'ACTIVATION**

d'après Moriizumi et al. (1973)

- (a) Spectre de relaxation spécifique à différentes température pour des angles fibrillaires  $\theta$  de  $8^\circ$  (A),  $13^\circ$  (B),  $23^\circ$  (C) et  $28^\circ$  (D) respectivement.
- (b) Valeurs de  $\log \tau_{\max}$  tiré des spectres de relaxation spécifique (a), en fonction de la température, pour différents angles.
- (c) Energie d'activation apparente

### 3.3. Discrétisation pour les simulations numériques.

Nous reprenons la procédure suggérée au §1.9, en l'adaptant au cas du modèle simplifié. Nous allons effectuer des simulations numériques du modèle donnant la déformation  $\epsilon(t)$  pour des chargements imposés en contrainte  $\sigma(t)$  et en humidité  $\omega(t)$ , à température constante  $T = 300^\circ\text{K}$ . Pour cela nous devons connaître :

$$J(\omega) ; w_0(\omega) ; \tau(\omega, \sigma) ; \eta(\omega, \sigma) ; \tau^*(\omega, \sigma) ; \eta^*(\omega, \sigma)$$

• (a) Dans un premier temps nous discrétisons  $\omega$  et  $\sigma$  dans les domaines que nous considérons, et constituons une table des quantités correspondantes :

$$J(\omega_i) ; w_0(\omega_i) ; \tau(\omega_i, \sigma_j) ; \eta(\omega_i, \sigma_j) ; \tau^*(\omega_i, \sigma_j) ; \eta^*(\omega_i, \sigma_j)$$

Cela permettra de ne pas devoir les recalculer dans le calcul ultérieur. Les valeurs pour  $\omega$  et  $\sigma$  quelconques peuvent être obtenues par extrapolation à partir des valeurs de la table. Pour simplifier nous avons opté pour une procédure d'extrapolation élémentaire, consistant à prendre les valeurs pour les  $\omega_i$  et  $\sigma_j$  les plus proches de  $\omega$  et  $\sigma$  respectivement.

• (b) Ensuite, le chargement  $\omega(t)$  et  $\sigma(t)$  étant donné, nous discrétisons le temps en intervalles  $[t_k, t_{k+1}[$ , durant lesquels soit  $\omega_i$ , soit  $\sigma_j$  associés à  $\omega(t)$  et  $\sigma(t)$  reste constant et où en outre la variation de  $\omega_i$  est monotone. Nous obtenons ainsi deux suites discrètes ( $i_k$ ) pour  $\omega$  et ( $j_k$ ) pour  $\sigma$  telles que  $i_{k+1} = i_k$  et/ou  $j_{k+1} = j_k$

En particulier, si à l'instant  $t_0$  la contrainte passait brusquement de  $\sigma$  à  $\sigma + \Delta\sigma$ , l'humidité valant  $\omega$ , nous discrétiserions  $(t, \omega, \sigma)$  en redoublant l'instant  $t_0$  :

$$t_k = t_0 ; \omega_{i_k} = \omega ; \sigma_{j_k} = \sigma ; t_{k+1} = t_0 ; \omega_{i_{k+1}} = \omega ; \sigma_{j_{k+1}} = \sigma + \Delta\sigma$$

Remarquons que pratiquement (du moins dans le cas présent où la *contrainte* est imposée) notre procédure revenait à discrétiser le chargement, en rentrant comme données directement les  $t_k$ ,  $\omega_{i_k}$  et  $\sigma_{j_k}$ .

• (c) *Mise en place du critère  $C^*$* . Avant de commencer le calcul, nous devons mettre à zéro la mémoire des "contraintes bloquées"  $\Sigma = (\Sigma_i)$  [voir la remarque ci-dessous]. Chaque  $\Sigma_i$  correspond à l'humidité  $\omega_i$ . Les valeurs  $\Sigma_i$  seront modifiées à chaque étape du calcul, de la manière suivante :

- Lors d'une désorption ( $\omega_{i_{k+1}} < \omega_{i_k}$ ), la valeur  $\sigma_{j_k}$  de la contrainte est attribuée à tous les  $\Sigma_i$  correspondant aux humidités franchies :

$$\Sigma_{i_{k+1}} = \dots = \Sigma_{i_k} = \sigma_{j_k}$$

- Lors d'une adsorption ( $\omega_{i_{k+1}} > \omega_{i_k}$ ), tous les  $\Sigma_i$  correspondant aux humidités franchies sont effacés :

$$\Sigma_{i_k} = \dots = \Sigma_{i_{k+1}} = 0$$

Tout se passe donc comme si, lors d'une désorption, l'humidification précédente avait "gommé" les valeurs des  $\Sigma_i$ , ce qui nécessite leur remise à jour à l'occasion de la désorption actuelle. La mise à zéro initiale correspond au fait que le bois, initialement saturé d'eau, est séché une première fois en l'absence de contrainte, avant d'être stabilisé à l'humidité de départ. *Il n'est donc pas nécessaire de conserver la mémoire de tout le chargement antérieur.* Le matériau ne se "souvient" que de la valeur de la contrainte lors de la dernière désorption au niveau d'humidité actuel.

**Remarque sur la formulation du critère.** Cette étape de la simulation numérique n'a pas été explicitée dans les chapitres précédents. Il s'agit d'une formulation du critère  $C^*$  qui généralise (1.2) tout en pouvant s'adapter à un chargement quelconque, et sera développée dans le chapitre 4. Les simulations que nous allons considérer dans ce chapitre se limitent à des cas simples, de sorte que nous pourrions remplacer l'introduction des contraintes bloquées  $\Sigma$  par "on conserve en mémoire la valeur maximale de  $\omega$  depuis le début du chargement,  $\omega_{\max}$ , et, en adsorption, on n'active l'effet que si  $\omega > \omega_{\max}$ ". Nous avons néanmoins, par anticipation, pris en compte la formulation du chapitre 4, afin que la procédure décrite ici conserve une partie de sa validité à la lumière des résultats ultérieurs.

- (d) Nous établissons les conditions initiales :

$$\omega = \omega_{i_0} ; \sigma = \sigma_{j_0} = 0 ; \xi_0 = \eta(\sigma_{j_0}, \omega_{i_0}) = 0$$

- (e) Les valeurs de  $\omega$ ,  $\sigma$  et  $\xi$  étant connues à l'instant  $t_k$  :

$$\omega = \omega_{i_k} ; \sigma = \sigma_{j_k} ; \xi = \xi_k$$

nous calculons la déformation à cet instant :

$$\epsilon = \epsilon_k = J(\omega_{i_k}) \sigma_{j_k} + w_0(\omega_{i_k}) \xi_k$$

- (f) Nous effectuons un comptage des crans d'humidité franchis entre  $t_k$  et  $t_{k+1}$  :

$$\Delta m = \text{Ent} \left[ \frac{\omega_{i_{k+1}}}{\delta u} \right] - \text{Ent} \left[ \frac{\omega_{i_k}}{\delta u} \right]$$

où Ent désigne la fonction Partie Entière. Nous calculons alors la durée cumulée d'instabilité mécano-sorptive  $\Delta t^*$  entre  $t_k$  et  $t_{k+1}$ , et remettons à jour la valeur des contraintes bloquées : *contrainte actuelle en désorption, zéro en adsorption*.

Pour  $\Delta m < 0$  :  $\Delta t^* = -t^* \Delta m$  puis  $\Sigma_i = \sigma_{j_{k+1}}$  pour  $i_{k+1} < i < i_k$

Pour  $\Delta m > 0$  :  $\Delta t^* = t^* \Delta m$  si  $|\sigma_{j_{k+1}} - \Sigma_{i_{k+1}}| > \sigma_c$ ,  $\Delta t^* = 0$  sinon.

Ensuite  $\Sigma_i = 0$  pour  $i_{k+1} > i > i_k$

- (g) Pour finir nous intégrons analytiquement l'équation différentielle, en supposant que sur l'intervalle de temps  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$  les constantes possèdent les valeurs  $\tau_k$  et  $\tau_k^*$  correspondant à  $t_k$  :

$$\xi(t_{k+1}) = \exp[-\tau_k \Delta t - (\tau_k^* - \tau_k) \Delta t^*] \xi(t_k)$$

Puis • retour au point (e).

### 3.4. Représentation graphique des résultats.

Par le calcul numérique nous obtenons une suite

$$(t_k, \omega_{i_k}, \sigma_{j_k}, \epsilon_k)$$

contenant toutes les informations de la sollicitation appliquée et de la réponse du modèle. Pour les représenter graphiquement il y a plusieurs possibilités :



- (i) Représentation temporelle avec trois graphes  $\omega(t)$ ,  $\sigma(t)$  et  $\epsilon(t)$ , qui préserve toutes les informations mais est peu suggestive.
- (ii) Graphe  $\epsilon(\omega)$ , bien adapté à l'effet mécano-sorptif dans le cas d'un essai de fluage, donc à contrainte constante (Hunt 1984). Rappelons que cette représentation *élimine le temps* (§ I.2.1), ce qui, nous le verrons plus loin, peut se révéler un avantage ou un défaut selon les échelles de temps considérées.
- (iii) Graphe  $\sigma(\epsilon)$ , où aussi bien le temps que l'humidité sont éliminés. Cette représentation est la plus adaptée pour des essais à plusieurs niveaux de contrainte, avec des cycles réguliers de l'humidité. Il est recommandé de ne reporter sur le graphe que les points correspondant à un niveau d'humidité donné, par exemple l'humidité maximale des cycles.

Rappelons maintenant quelques éléments de terminologie adoptés dans ce chapitre :

- Par "humidité", notée  $\omega$ , nous entendons ici le taux d'humidité du bois dans le domaine hygroscopique, c'est-à-dire le rapport entre la masse d'eau adsorbée dans la matière ligneuse (eau liée) et la masse anhydre.  $\omega$  est mesurée en % et comprise entre 0% (état anhydre) et  $\omega_s=30\%$  (état saturé). En fait, dans les simulations nous nous sommes limité à des valeurs comprises entre 5% (état "sec") et 25% (état "humide").
- Toutes les simulations sont faites pour une température de 300°K.
- le modèle utilisé ici ne tient pas compte du retrait du bois. Donc lorsque nous parlons de "déformation  $\epsilon$ ", il faut entendre par là une déformation diminuée du terme d'expansion hygrométrique.
- Nous avons simulé des chargements à contrainte imposée. La réponse en déformation contient donc un terme élastique ou "instantané", égal au produit de la contrainte par la complaisance instantanée, et un terme différé, appelé déformation de "fluage".
- Nous distinguerons dans les discussions le fluage "pur" et le fluage "mécano-sorptif". Le fluage pur est la déformation différée qui aurait théoriquement été observée, pour le chargement hygro-mécanique  $[\omega(t),\sigma(t)]$  considéré, en l'absence d'activation mécano-sorptive. Le fluage mécano-sorptif est la différence entre la déformation totale (corrigée du retrait) et le fluage pur.

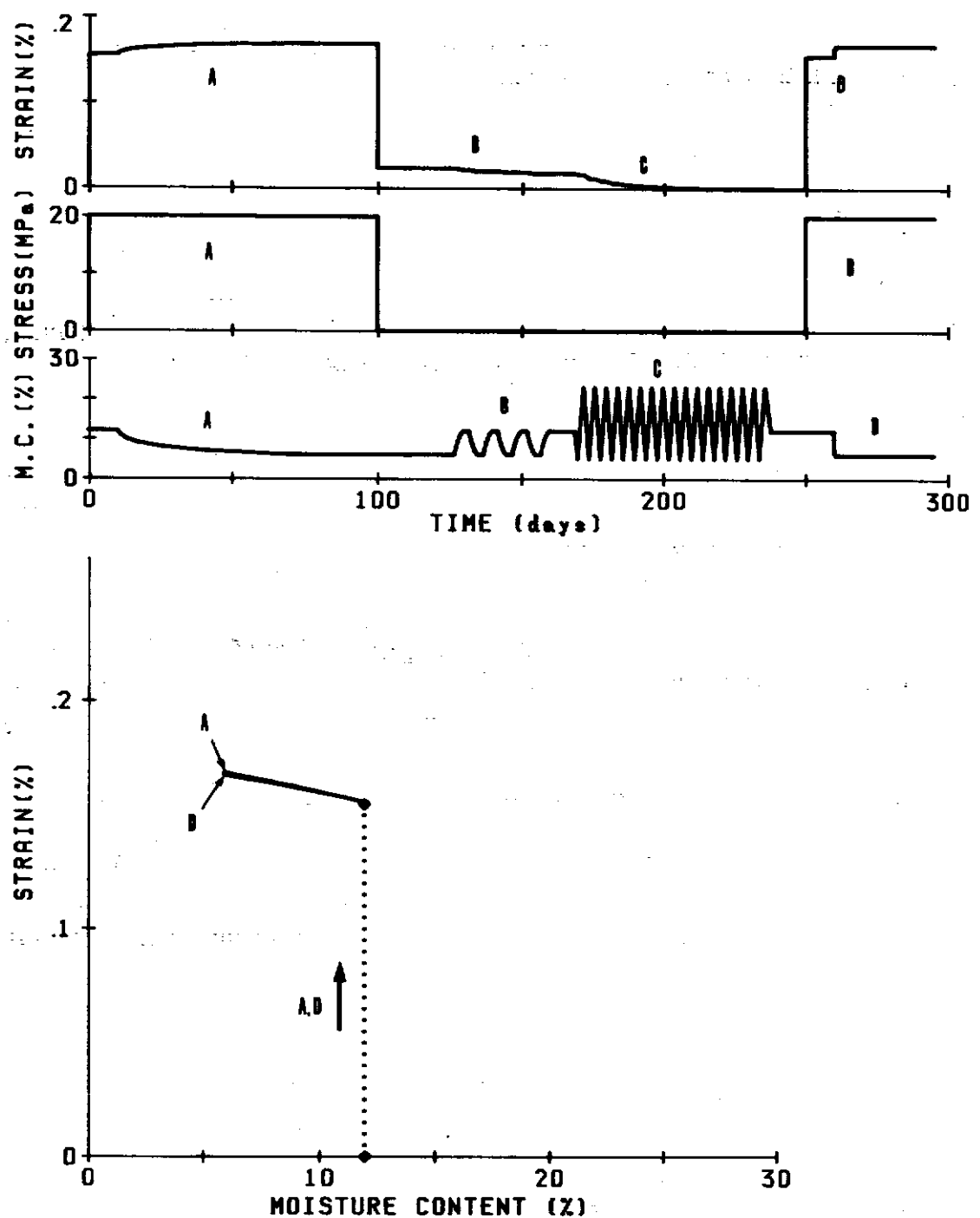
### 3.5. Simulation du séchage sous contrainte.

La figure 3.2 illustre le cas le plus simple d'effet mécano-sorptif. Le chargement que nous avons simulé est constitué de quatre étapes :

- En (A), l'échantillon est soumis à une charge de 20 MPa pendant 100 jours. Il est maintenu à 12% les 10 premiers jours, puis séché très lentement (deux mois environ) de 12% à 6%. Le séchage sous contrainte induit une accélération du fluage, *malgré la diminution des complaisances instantanée et différée*.
- En (B), l'échantillon est déchargé et maintenu à 6% pendant un mois, puis subit trois cycles d'humidité entre 6% et 12%. On vérifie qu'après la décharge et la recouvrance élastique, la déformation reste bloquée ("drying set") : le plateau initial de (B) est le pendant du plateau initial de (A). Sous l'effet des cycles, une recouvrance partielle de la déformation résiduelle a lieu.
- En (C), le processus de recouvrance est achevé à l'aide d'un "traitement" mécano-sorptif, qui consiste ici à appliquer 17 cycles d'humidité entre 5% et 25% à contrainte nulle. Sous l'effet de ce traitement, la déformation est ramenée à zéro. Cela illustre la possibilité, au niveau des expériences, de réutiliser le même échantillon pour des essais successifs, moyennant un traitement intermédiaire propre à lui faire perdre la "mémoire" du chargement antérieur. Dans la pratique, un tel traitement pourra consister à tremper le bois dans de l'eau chaude; d'autre part, *l'absence d'endommagement induit par le premier chargement* demande à être contrôlée.
- En (D), l'expérience de séchage sous contrainte est recommencée, mais cette fois-ci le séchage de 12% à 6% a lieu en un jour. Il se produit, comme en (A), un incrément de déformation, rapide cette fois-ci, mais avec la même déformation finale dans les deux cas, conformément aux observations de Schniemand (1966) par exemple.

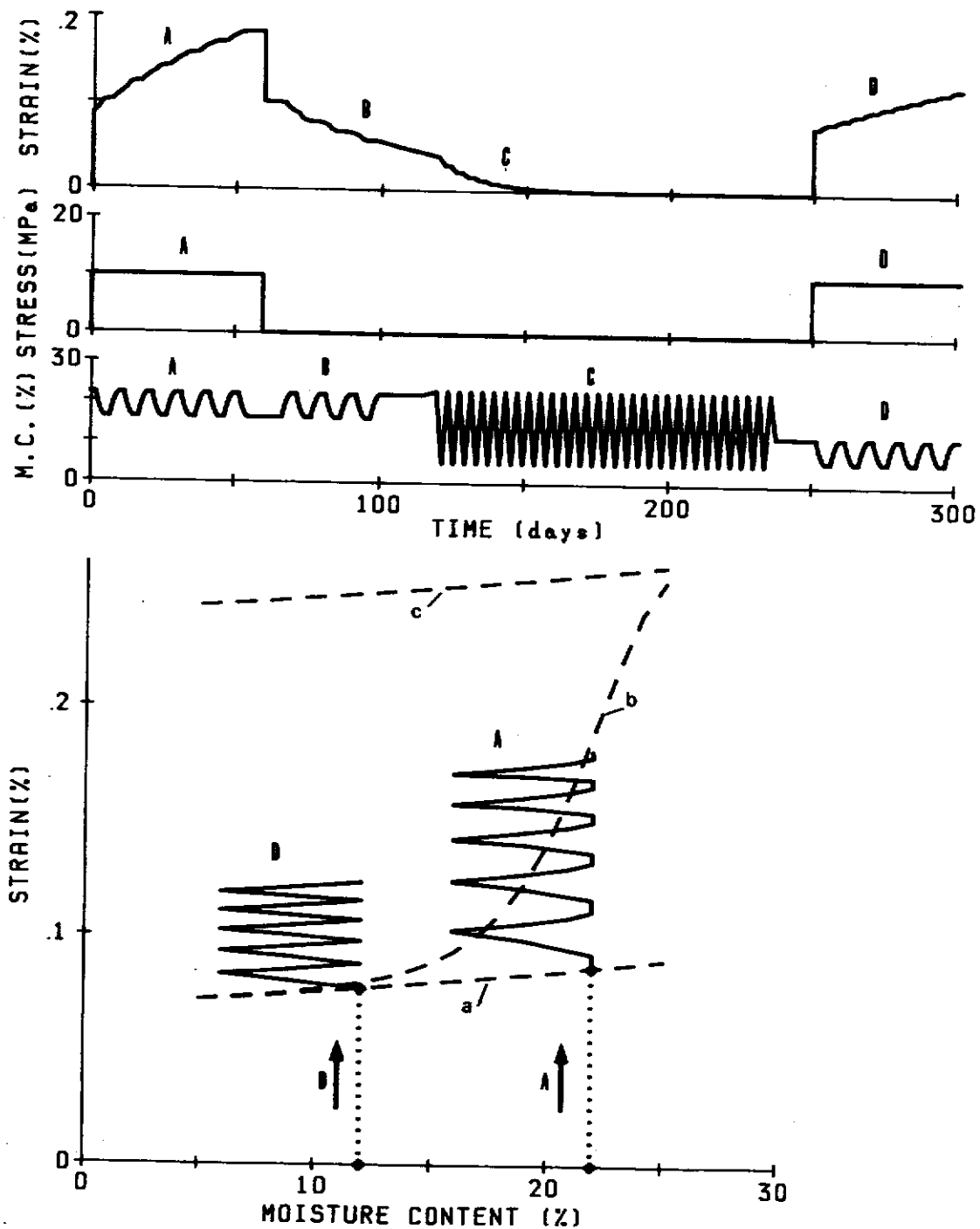
Sur le graphe  $(\omega, \epsilon)$ , seules les "trajectoires" correspondant aux portions (A) et (B) sont reproduites. On remarque qu'elles sont pratiquement superposées, bien qu'en observant attentivement on puisse déceler un très léger décollement de (A) par rapport à (B). Celui-ci provient du terme de fluage pur lié à la durée du chargement. On voit que dans cette plage d'humidité, le modèle prévoit sur 100 jours un fluage pur presque inexistant, de sorte que l'incrément de déformation durant le séchage ne peut être attribué qu'à la mécano-sorption.

Dans cette plage d'humidité, les trajectoires  $(\omega, \epsilon)$ , qui éliminent le temps, sont donc *mieux adaptées à la représentation de l'effet mécano-sorptif que les représentations temporelles*, puisqu'elles mettent en valeur l'équivalence entre les deux essais.



**Fig. 3.2 SIMULATION DU SECHAGE SOUS CONTRAINTE  
POUR DEUX VITESSES DE SECHAGE**

*Haut* : Taux d'humidité (M.C.), contrainte et déformation en fonction du temps. (A) Le chargement est suivi d'un séchage lent, la contrainte étant maintenue. (B) Recouvrance partielle après décharge grâce à des cycles d'humidité. (C) Recouvrance totale à l'aide de cycles énergiques. (D) Chargement suivi de nouveau par un séchage sous contrainte, mais rapide cette fois. *Bas* : Trajectoires humidité-déformations correspondant à (A) et (D). Les pointillés donnent les chargements instantanés. Les deux vitesses de séchage aboutissent pratiquement aux mêmes trajectoires (la différence n'est pas perceptible sur le dessin), de sorte que l'incrément de déformation mécano-sorptive est bien proportionnel au décrement du taux d'humidité.



**Fig. 3.3 SIMULATION DU FLUAGE AVEC CYCLES D'HUMIDITE  
DANS LE DOMAINE SEC ET LE DOMAINE HUMIDE**

**Haut :** Taux d'humidité, contrainte et déformation en fonction du temps. (A) Cycles d'humidité sous contrainte, dans le domaine humide. (B) Recouvrance partielle après décharge à l'aide de cycles d'humidité. (C) Recouvrance complète grâce à des cycles énergiques. (D) Cycles d'humidité sous contrainte, dans le domaine sec cette fois-ci.

**Bas :** Trajectoires humidité-déformation correspondant à (A) et à (D). Les pointillés indiquent, en fonction du taux d'humidité, les valeurs des déformations viscoélastiques sous la charge considérée de 10 MPa, pour trois durées de chargement : (a) déformation instantanée; (b) au bout de 50 jours; (c) au bout d'un temps infini. On constate que le fluage pur joue un rôle prédominant dans le cas humide, contrairement au cas sec où la mécano-sorption l'emporte.

### 3.6. Cycles d'humidité sous contrainte dans le domaine sec et le domaine humide.

Comme précédemment la figure 3.3 montre deux essais de fluage (A) et (D) séparés par un essai de recouvrance (B) et un traitement mécano-sorptif (C).

- En (A) l'échantillon est porté à une humidité de 22% et chargé à 10 Mpa pendant 60 jours. Durant l'application de la charge, il est maintenu à 22% pendant 2 jours, puis soumis à cinq cycles d'humidité de dix jours chacun entre 22% et 16%, et enfin maintenu à 16% durant douze heures. Chaque cycle de dix jours est constitué d'un séchage sur trois jours, d'un palier sec de deux jours, d'une réhumidification sur trois jours et enfin d'un palier sec de deux jours.
- En (B) l'échantillon est déchargé à 16%, maintenu à 16% durant 10 jours, puis soumis à trois cycles de 10 jours entre 16% et 22%.
- En (C) un traitement drastique d'une trentaine de cycles entre 23% et 5% est appliqué, de manière à ramener la déformation à zéro, puis l'humidité est portée à 12%.
- En (D) un chargement analogue à (A) est appliqué, mais cette fois-ci entre 12% et 6%.

Ici aussi, l'essentiel de la discussion va porter sur la différence entre (A) et (D). Dans les deux cas, il se produit un incrément de déformation aussi bien durant les séchages que durant les humidifications. Il s'agit cependant de phénomènes bien différents.

Dans le cas sec (D), nous savons, grâce à la simulation précédente, que le fluage pur est négligeable. Donc les incréments au séchage doivent être attribués à l'effet mécano-sorptif. Lors des humidifications, en vertu du critère d'activation que nous avons supposé, il ne peut se produire de mécano-sorption. Par conséquent l'incrément observé est dû exclusivement à l'augmentation de la complaisance élastique lorsque l'humidité augmente.

En revanche, dans le cas humide (A), le fluage pur n'est pas négligeable. Cela apparaît dès le début du chargement : avant même le premier séchage a lieu un incrément de fluage, et cela se reproduit lors de chaque palier ultérieur à 22%. Par contre, lors des paliers de deux jours à 16% la déformation reste stable, ce qui montre que (selon le modèle) le fluage pur à 12% est négligeable

à l'échelle de temps de la journée ou de la semaine. Ainsi en séchant de 22% à 16% nous *passons progressivement de la situation où le fluage pur intervient à celle où sa contribution devient négligeable*. Inversement, lors de la phase initiale des réhumidifications, l'incrément de déformation provient presque uniquement du terme élastique, mais quand on s'approche de 22%, il s'y mêle une composante de fluage pur.

Ce que nous venons de dire apparaîtra très clairement sur les graphes  $(\omega, \epsilon)$ . Nous avons porté en pointillés trois courbes caractérisant, pour la contrainte appliquée de 10 MPa, la réponse de fluage pur, c'est-à-dire à humidité  $\omega$  constante :

- (a) la déformation élastique  $\epsilon^{el}(\omega)$ ;
- (b) la déformation  $\epsilon^{50}(\omega)$  qui aurait été atteinte au bout de 50 jours, soit la durée de chacun des essais (A) et (B), si l'échantillon avait été maintenu à l'humidité  $\omega$  durant tout l'essai;
- (c) l'état limite ou d'équilibre de la déformation  $\epsilon^{\infty}(\omega)$  pour une durée de sollicitation infinie.

Lorsque le bois est chargé à 10 MPa alors que l'humidité vaut  $\omega$ ,  $\epsilon$  atteint instantanément la valeur  $\epsilon^{el}(\omega)$ . Par la suite, tant que l'humidité reste constante et que la contrainte est maintenue à 10 MPa,  $\epsilon$  tend à se rapprocher de la courbe de l'état d'équilibre  $\epsilon^{\infty}(\omega)$ , atteignant au passage, au bout de 50 jours, la valeur  $\epsilon^{50}(\omega)$ . On remarquera que, jusqu'à 12%,  $\epsilon^{50}$  est presque confondu avec  $\epsilon^{el}$ , alors qu'à 16%  $\epsilon^{50}$  est nettement démarqué de  $\epsilon^{el}$ , mais suffisamment peu toutefois pour que le fluage d'une journée n'apparaisse pas sur les graphiques du fait de l'épaisseur des traits. A 22%  $\epsilon^{50}$  est déjà à mi-chemin entre  $\epsilon^{el}$  et  $\epsilon^{\infty}$ , et à 25%  $\epsilon^{50}$  a pratiquement atteint  $\epsilon^{\infty}$ .

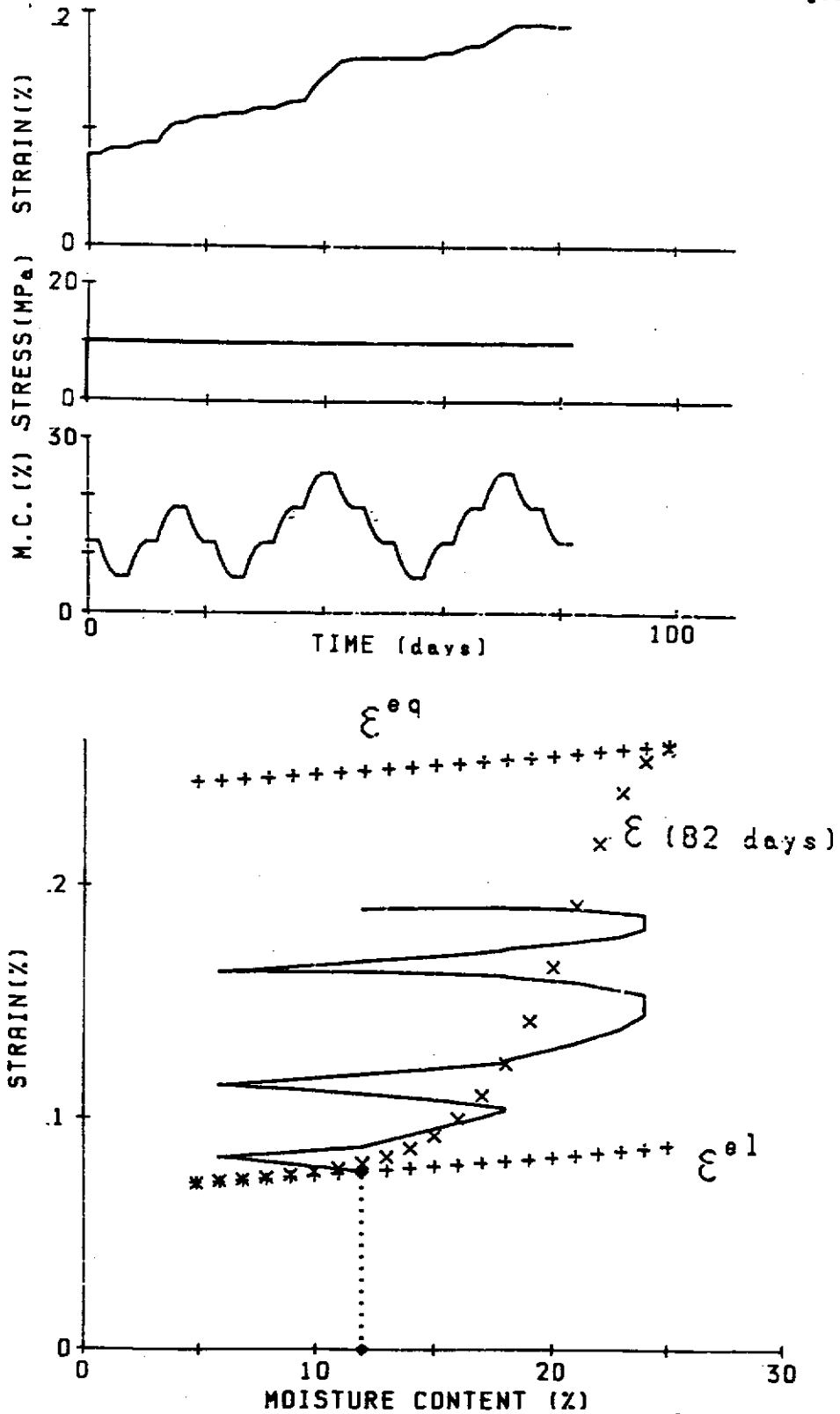
Lorsque des variations d'humidités sont appliquées sous la charge de 10 MPa,  $\epsilon$  évolue entre les deux courbes (a) et (c). Dans tous les cas  $\epsilon$  se rapproche de la courbe (c), mais cela peut être plus ou moins rapide, selon les conditions de chargement hygrométrique.

En particulier il est intéressant de voir comment les trajectoires des chargements (A) et (D) se placent par rapport aux courbes (a), (b) et (c).

Dans le cas (D), les portions correspondant aux réhumidifications sont parallèles à la courbe élastique (a), ce qui indique un fluage négligeable. A chaque séchage, on se rapproche de l'état limite, mais celui-ci reste assez loin pour qu'à chaque cycle l'incrément de  $\epsilon$  soit à peu près le même. Donc ici la pente de la trajectoire  $a = \partial\epsilon / \partial\omega$  prend deux valeurs approximativement constantes,  $a^-$  durant les séchages et  $a^+$  durant les réhumidifications. Nous retrouvons ici la situation décrite par Ranta-Maunus (1975), qui considère que ces pentes sont des constantes du matériau. Cependant, d'après notre analyse, les pentes devraient décroître à mesure que l'on se rapproche de l'état d'équilibre, c'est-à-dire la courbe (c). Cela a été observé dans d'autres conditions expérimentales par Hunt (1982).

C'est d'ailleurs ce qui se produit dans le cas (A), où la conjugaison de l'effet mécano-sorptif et du fluage pur conduit à des déformations plus importantes, qui se rapprochent nettement de (c). Les incréments de  $\epsilon$  lors des paliers à 22% se traduisent sur la trajectoire par des petits segments verticaux. Au dessous de 18% environ, la mécano-sorption domine, alors qu'aux abords de 22% l'effet du temps intervient d'une manière prépondérante, et se traduit par des pentes plus grandes.

Dans l'exemple traité, la mécano-sorption durant les séchages compense exactement la diminution de fluage pur, de sorte qu'au bout des 50 jours de chargement,  $\epsilon$  atteint le même niveau que si  $\omega$  avait été maintenue à 22%. Cela permet d'illustrer une observation de Hunt (1984) sur le hêtre, selon laquelle après deux mois de chargement hygrométrique complexe la déformation de fluage n'est finalement guère plus élevée que si l'humidité avait été maintenue constante à un niveau élevé.



**Fig. 3.4 SIMULATION DU FLUAGE AVEC CYCLES D'HUMIDITE D'AMPLITUDE CROISSANTE**

*Haut* : taux d'humidité, contraintes et déformation en fonction du temps. *Bas* : trajectoire associée dans le plan humidité-déformation. Les pointillés correspondent au chargement instantané et les tirets aux réponses viscoélastiques à humidité constante : (a) instantanée; (b) au bout de 82 jours (la durée totale de l'essai); (c) au bout d'un temps infini. Il faut remarquer la simulation de l'effet de seuil mécano-sorptif, lorsque l'humidité dépasse sa valeur maximale depuis le début du chargement.



### 3.7. Cycles d'humidité à amplitude croissante.

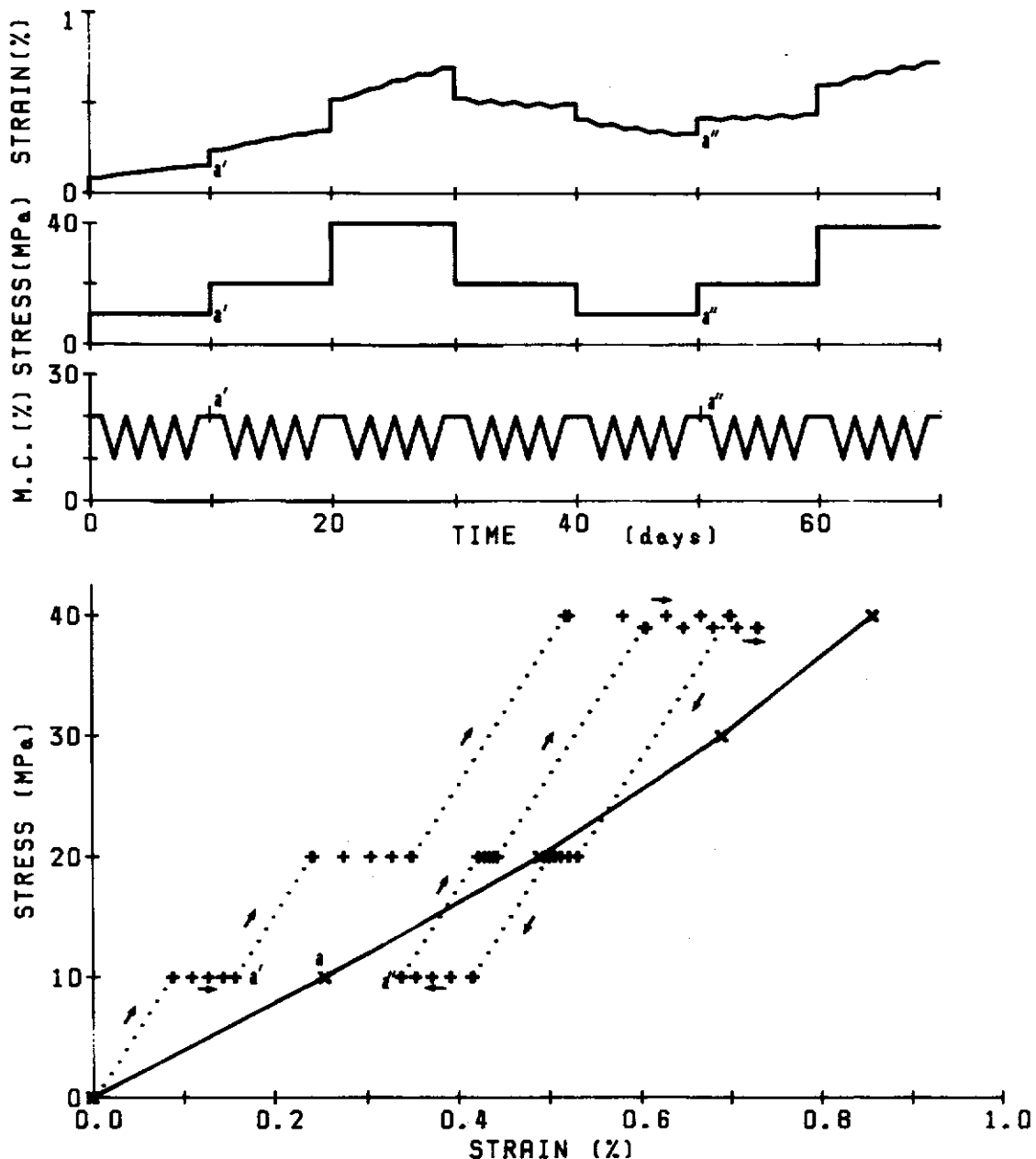
Nous simulons maintenant la procédure expérimentale des cycles d'humidité d'amplitude croissante. Il s'agit de la procédure préconisée par Hunt (1984) et que nous avons signalée dans la première partie [Chapitre I.2, figures I.2.7]. Elle présente l'avantage de mettre en évidence l'effet particulier de la première humidification. On peut voir sur la figure 3.4 que cet effet est effectivement pris en compte par le modèle.

Insistons cependant sur le fait que ce bon "accord" avec l'expérience ne signifie pas que le modèle *explique* l'effet de seuil. Il montre simplement la *souplesse* de la formulation de l'activation mécano-sorptive, qui décrit effectivement bien la réalité, mais moyennant l'introduction, artificielle pour le moment, d'un critère phénoménologique. La formulation plus naturelle du chapitre 4 nous donnera une justification *a posteriori* du critère utilisé.

### 3.8. A la recherche de l'état d'équilibre : fluage multi-paliers.

Dans la première partie (chapitre I.3), nous avons discuté en détail le mode opératoire d'une procédure expérimentale originale, dite "multi-paliers". Sur la figure 3.5 nous indiquons ce que devrait donner un essai de fluage multi-paliers d'après notre modèle. Cette fois-ci, conformément à la "philosophie" de cette procédure, nous éliminons l'humidité  $\omega$  de la représentation, en ne conservant que les points correspondant à l'humidité maximale, et en les reportant dans un graphe  $(\epsilon, \sigma)$ . En pointillés nous avons représenté la "loi de comportement différé" vers laquelle nous tendons, à chaque palier, de sorte que, par exemple, l'état d'équilibre (a) pour 10 MPa est encadré par le bas en (a') et par le haut en (a'').

La réalité expérimentale s'écarte de cette prévision. Il est clair en particulier que notre modèle ne rend pas compte d'une manière correcte de l'influence du niveau de contrainte, ni de la "dérive" de la déformation d'équilibre sous l'effet de surcontraintes, tel que cela apparaît sur les courbes des figures I.3.5 et I.3.6 par exemple.



**Fig. 3.5 SIMULATION D'UN CHARGEMENT COMPLEXE (FLUAGE MULTI-PALIER) PERMETTANT DES ENCADREMENTS DE L'ETAT D'EQUILIBRE**

**Haut :** Taux d'humidité, contrainte et déformation en fonction du temps. Une succession de paliers d'humidité sont imposés. A chaque palier, l'humidité est cyclée entre 20% et 10% plusieurs fois, et il en résulte soit un incrément de fluage, soit une recouvrance.

**Bas :** Trajectoire correspondante dans le plan déformation-contrainte. Les lignes pointillées donnent les réponses instantanées lors des variations du chargement mécanique. Les croix (+) donnent les valeurs atteintes à la fin de chacun des cycles d'humidité, lorsque celle-ci vaut 20%. La ligne continue correspond à la loi de comportement différé et indique, pour chacun des niveaux de contraintes, la déformation d'équilibre vers laquelle tend le matériau. On remarquera qu'une légère non-linéarité apparaît aux niveaux de contraintes simulés ici. L'objectif de cette procédure expérimentale est d'obtenir, dans l'hypothèse de l'existence d'une relation biunivoque entre la contrainte et la déformation dans un état limite dit "d'équilibre", une approximation de cette relation. Considérons par exemple le niveau de contrainte de 10 MPa. Selon le modèle il existe un état d'équilibre donné par le point a. Ce point est l'inconnue expérimentale que l'on cherche à approcher. La procédure simulée permet d'en donner un encadrement : par le bas à la fin d'un palier de fluage (point a') et par le haut à la fin d'un palier de recouvrance (point a'').

### Conclusions

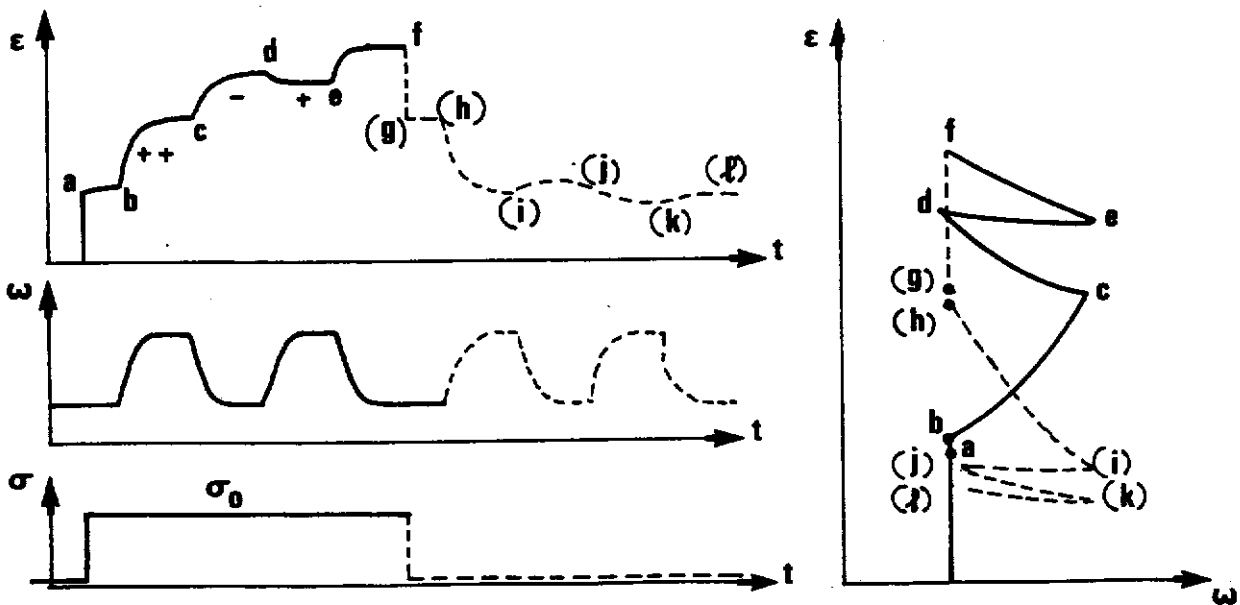
*Les simulations présentées nous ont permis tout d'abord d'éclaircir la question du rapport entre effets visqueux et mécano-sorption, que nous avons déjà abordée dans la première partie (chapitre I.2). On peut retenir à l'actif du modèle sa souplesse d'utilisation, et le fait qu'il implique la proportionnalité de l'incrément de déformation par rapport à la variation d'humidité. En revanche, en ce qui concerne la comparaison avec des résultats concrets d'expériences, tels que ceux de la procédure multi-paliers, nous n'avons obtenu qu'un demi-succès.*

*Le bois ne "daigne" pas, en effet, répondre à l'image simpliste de deux ressorts en parallèle! Il s'agit d'un échec du modèle, mais d'un succès de la procédure multi-paliers. Parmi les quatre expériences que nous avons simulées, elle est la seule qui permette de déceler immédiatement l'inaptitude du modèle à prédire la réponse différée pour des chargements complexes.*

*Il ne s'agit pas encore de remettre en cause l'hypothèse de l'état d'équilibre, qui conserve sa validité a priori, en temps qu'approximation raisonnable dans une certaine plage temporelle, et qui par ailleurs semble cohérente avec des résultats expérimentaux à contrainte modérée [Hunt (1988)]. Il faut cependant admettre, aux contraintes élevées en tout cas, l'existence d'une "plasticité" qui interdit la relation biunivoque entre la contrainte et la déformation dans l'état d'équilibre.*

**4. INTERPRETATION ANALOGIQUE  
DE L'EFFET DE SEUIL MECANO-SORPTIF.**

*Le "modèle physique" développé jusqu'à présent nous a permis la simulation de chargements simples, ne mettant pas en jeu l'effet de la "première humidification" mentionné dans la première partie au § 1.2.2. Il nous avait suffi d'affirmer que l'activation mécano-sorptive se produit lors de la désorption et non lors de l'adsorption, celle-ci étant, dans tous les cas envisagés, une "réhumidification". Nous devons maintenant envisager la prise en compte de cet effet de seuil pour des chargements quelconques. Cela nous conduira à construire un modèle phénoménologique fondé sur une représentation analogique du comportement, et suggérera une réinterprétation du processus physique intervenant dans la mécano-sorption.*



**Fig. 4.1 FLUAGE ET RECOUVRANCE AVEC CYCLAGE DE L'HUMIDITE.**

a ... f : fluage (traits pleins) ; (g) ... (l) : recouvrance (pointillés)  
 ab et gh : déformation élastique ; bc : effet ++ - cd et ef : effet - ; de : effet +

**4.1. Conditions devant être vérifiées par le critère d'activation.**

Nous allons tout d'abord rappeler les conditions qui doivent être réunies pour que le modèle soit en accord avec les faits expérimentaux observés.

- Lors d'un essai de fluage (contrainte constante) :

- (i) L'activation mécano-sorptive se produit lors d'une désorption (effet "-").
- (ii) En adsorption l'activation n'a pas lieu lorsque l'humidité reste inférieure à l'humidité maximale subie depuis l'application de la charge (effet "+").
- (iii) En revanche elle a lieu lorsque l'humidité maximale subie depuis l'application de la charge est dépassée (effet "++").

- Par ailleurs, lorsque l'essai de fluage est suivi d'un essai de recouvrance (mise à zéro de la contrainte) :

- (iv) L'essentiel de la recouvrance se produit lors de la première ré-humidification après décharge (cela ne vaut que dans le cas où le bois est déchargé à l'état sec).

Ces quatre conditions sont synthétisées sur la figure 4.1, qui indique l'allure de la déformation observée dans le cas typique d'un essai de fluage suivi d'un essai de recouvrance, avec des cycles d'humidités périodiques dans chacun des deux. Afin d'inclure les effets (iii) et (iv), la charge et la décharge sont effectuées à l'état sec.

#### 4.2. Généralisation du critère "humidité maximale".

Nous allons rechercher une formulation de critère d'activation mécano-sorptive qui remplisse les conditions énumérées dans le paragraphe précédent. Notre formulation doit pouvoir s'appliquer à tout trajet de chargement  $[\sigma(t), \omega(t)]$ , et non seulement au cas particulier de l'essai de fluage suivi de recouvrance. Nous proposons le critère suivant :

*"L'activation mécano-sorptive dépend d'une contrainte effective  $\sigma^{eff}$  égale à la différence entre la contrainte actuelle  $\sigma(t)$  et une certaine contrainte bloquée  $\Sigma(\omega)$ .  $\Sigma(\omega)$  prend la valeur de la contrainte actuelle  $\sigma(t)$  après une désorption, et s'annule après une adsorption."*

(4.1)

Examinons tout d'abord les conséquences de ce critère dans le cas typique d'un essai de fluage suivi de recouvrance.

- Le chargement  $\sigma_0$  est effectué à l'état sec  $\omega_0$ . Durant la période précédant le chargement la contrainte était nulle. Du fait qu'antérieurement le bois était saturé (état vert), *il a subi au moins une fois, pour toutes les humidités  $\omega > \omega_0$ , une désorption*. Donc pour tous les  $\omega > \omega_0$ , on a  $\Sigma(\omega) = 0$  au début du chargement.
- Une première humidification sous charge à lieu jusqu'à l'état humide  $\omega_1$ . A tout moment la contrainte effective  $\sigma^{\text{eff}}$  est égale à  $\sigma_0$ , puisque  $\Sigma = 0$ . Donc la mécano-sorption se produit. A l'issue de cette étape, les  $\Sigma(\omega)$  conservent leur valeur nulle.
- Ensuite le bois est séché de  $\omega_1$  à  $\omega_0$ , la charge étant maintenue à  $\sigma_0$ . Là encore  $\sigma^{\text{eff}} = \sigma_0 - 0 = \sigma_0$ , donc la mécano-sorption se produit. Mais à l'issue de ce séchage,  $\Sigma(\omega)$  prend la valeur  $\sigma_0$  pour  $\omega_0 < \omega < \omega_1$ .
- Puis le bois est réhumidifié sous charge de  $\omega_0$  à  $\omega_1$ . Cette fois-ci, *à la différence de la première humidification*,  $\sigma^{\text{eff}} = \sigma - \Sigma$  est nulle, et la mécano-sorption ne se produit pas. De plus, à l'issue de cette réhumidification, les  $\Sigma(\omega)$  reviennent à la valeur zéro.
- Un second séchage sous contrainte produit le même effet que le premier : mécano-sorption suivie du "blocage" de  $\Sigma$  à la valeur  $\sigma_0$ .
- A ce moment-là a lieu la décharge. On se trouve alors, juste après, dans la situation suivante : contrainte nulle  $\sigma = 0$ ; contraintes bloquées non nulles  $\Sigma = \sigma_0$  pour  $\omega_0 < \omega < \omega_1$ .
- Lors de la première humidification après décharge, la contrainte effective vaut  $\sigma - \Sigma = -\sigma_0$ . Donc l'activation mécano-sorptive se produit, dans le sens de la recouvrance. A l'issue de cette réhumidification, les contraintes bloquées sont de nouveau nulles. Par conséquent, on se trouve, du point de vue de l'activation mécano-sorptive, ramené à la situation précédent le chargement. Lors des cycles ultérieurs, qu'il s'agisse d'adsorption ou de désorption, la mécano-sorption ne peut plus se produire.

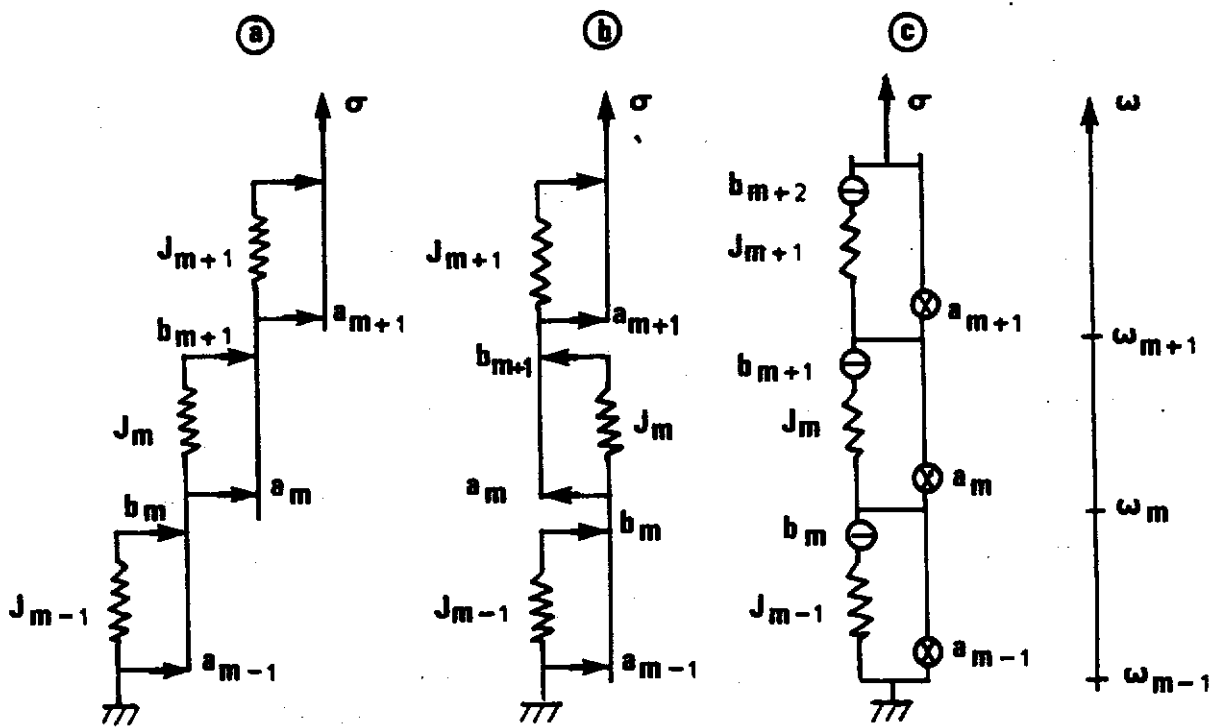
On voit que, point par point, les conditions énumérées plus haut sont bien remplies. Il semble donc que nous sommes sur la bonne voie. Afin d'exploiter au mieux ce nouveau critère de mécano-sorption, nous allons en rechercher une formulation équivalente mais plus maniable sur le plan mathématique et numérique.

### 4.3. Représentation de la mécano-sorption par un "attelage à hygro-verrous".

Le type de critère que nous venons de proposer pour l'activation mécano-sorptive peut s'interpréter analogiquement à l'aide d'un "attelage" de verrous et de ressorts. Sur la figure 4.2a, nous avons disposé en série  $M$  ressorts  $1...m...M$  de complaisance  $J_m$ , accrochés les uns aux autres par deux types de verrous, désignés par  $a_m$  et  $b_m$  respectivement. L'indice  $m$  représente un niveau d'humidité : nous nous en tenons ici à une représentation discrète de l'humidité  $\omega$ , qui prend les valeurs  $\omega_1 < ... \omega_m ... < \omega_M$ . Le verrou  $a_m$  est situé en amont (vers les humidités inférieures, en dessous sur la figure) du ressort  $m$  et le verrou  $b_m$  en aval du ressort  $m-1$ . Les figures 4.2 b et c donnent des représentations équivalentes, plus compactes, du même modèle.

Nous appelons  $\epsilon_m$  la déformation de l'élément  $m$ , et  $\xi_m$  sa déformation résiduelle. D'autre part, nous notons  $\Sigma_m$  la contrainte qui s'exerce sur le ressort  $J_m$ , de sorte que la déformation du ressort  $m$ , égale à la déformation élastique  $\epsilon_m - \xi_m$  de l'élément  $m$ , vaut alors  $J_m \Sigma_m$ . Lorsqu'une contrainte  $\sigma$  est appliquée à la branche, la contrainte qui s'exerce sur la branche contenant le verrou  $a_m$  vaut  $\sigma_m = \sigma - \Sigma_m$ , alors que celle qui s'exerce sur la branche contenant le ressort  $J_m$  et le verrou  $b_{m+1}$  est  $\Sigma_m$ .

Lorsque l'humidité vaut  $\omega_m$ , nous supposons que *les verrous  $a_m$  et  $b_m$  sont ouverts ("débloqués" ou "déverrouillés")*, et que *dans les autres cas ils sont fermés ("bloqués" ou "verrouillés")*. Du fait de la disposition des ressorts, le déblocage du verrou  $a_m$  implique que pour l'ensemble de la branche seul le ressort  $J_m$  est actif. Le déblocage de  $b_m$ , quant à lui, permet le relâchement du ressort  $J_{m-1}$ , sans effet sur le reste de la branche. Les autres ressorts sont inactifs et nous dirons qu'ils sont "figés" dans leur configuration actuelle. (figure 4.3). Sur les figures 4.2 a et b, les verrous sont représentés par les symboles de patins, signifiant par là que leur action équivaut à celle de patins dont les seuils s'annuleraient lorsque  $\omega = \omega_m$ .

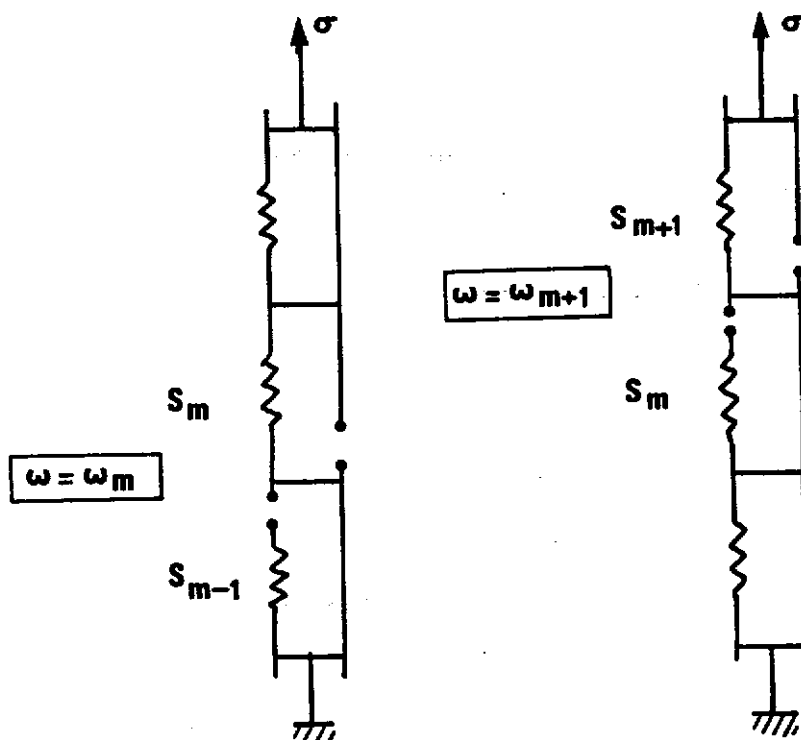


**Fig. 4.2 REPRESENTATIONS EQUIVALENTES DU MODELE A "HYGRO-VERROUS".**

Les verrous  $a_m$  et  $b_m$  sont ouverts lorsque  $\omega = \omega_m$  et bloqués sinon.

Le déverrouillage de  $a_m$  active le ressort  $J_m$ , celui de  $b_m$  le relaxe

Les verrous sont représentés par les symboles de patins en (a) et (b), par des cercles en (c).



**Fig. 4.3 : INFLUENCE DE L'HUMIDITE SUR LES SEUILS.**

$\omega = \omega_m$  :  $J_m$  absorbe l'effort et  $J_{m-1}$  est relâché.

$\omega = \omega_{m+1}$  :  $J_{m+1}$  absorbe l'effort et  $J_m$  est relâché.



**Equations du comportement.** Du fait de la disposition en série des éléments, La déformation  $\epsilon$  de la branche est égale à la somme des déformations  $\epsilon_m$  de chacun des éléments :

$$\epsilon = \epsilon_1 + \dots + \epsilon_M \quad (4.2)^1$$

et chacun subit la contrainte  $\sigma$  appliquée à l'ensemble de la branche :

$$\sigma = \sigma_1 + \Sigma_1 = \dots = \sigma_M + \Sigma_M \quad (4.2)^2$$

Dans chaque élément, le déplacement des points d'ancrage des verrous  $a_m$  et  $b_{m+1}$  provoque l'apparition d'une déformation résiduelle  $\xi_m$  égale à :

$$\xi_m = \epsilon_m - J_m \Sigma_m \quad (4.2)^3$$

Notre système contient donc autant de paramètres internes que de crans d'humidité  $\omega_m$  (les  $\xi_m$ ). Leur loi d'évolution est donnée par :

"Lorsque  $\omega = \omega_m$ , un incrément de la déformation résiduelle  $\Delta \xi_m = J_m \sigma_m$  se produit, puis  $\sigma_m$  et  $\Sigma_{m-1}$  s'annulent." (4.2)^4

La condition de succession temporelle revient au fait que, lors d'une désorption de  $\omega_{m+1}$  à  $\omega_m$ , le verrouillage de  $b_{m+1}$  se produit antérieurement au déverrouillage de  $a_m$ . Inversement, lors d'une adsorption de  $\omega_m$  à  $\omega_{m+1}$ , le verrouillage de  $a_m$  se produit antérieurement au déverrouillage de  $b_{m+1}$ . Si cela n'était pas le cas, les parties inférieure et supérieure de la branche se trouveraient momentanément désolidarisées.

Remarquons que la formulation de l'évolution du système évite tout effet d'"instabilité" provoqué par des petites oscillations de l'humidité autour de la valeur  $\omega_m$ , du fait qu'une fois que la contrainte  $\sigma_m$  qui s'exerce sur le verrou  $a_m$  est ramenée à la valeur 0, des verrouillages et déverrouillages successifs de  $a_m$  n'entraînent pas d'incrément supplémentaires de  $\xi_m$ . De ce fait on pourrait envisager de passer de cette formulation discrète à une formulation continue.

**Mise à l'épreuve du modèle.** Nous allons reprendre, comme au § précédent, la simulation de l'essai de fluage suivi de recouvrance, avec des cycles d'humidité entre  $\omega_m$  (état sec) et  $\omega_{m+1}$  (état humide).

- Dans l'état initial l'humidité vaut  $\omega_m$  et les verrous  $a_m$  et  $b_m$  sont débloqués. D'autre part, comme au § précédent, nous supposons que dans l'état initial tous les ressorts en aval de  $J_m$  sont relâchés :

$$\Sigma_{m+1} = \dots = \Sigma_M = 0$$

donc en particulier  $\Sigma_{m+1} = 0$ . Lorsque nous exerçons la contrainte  $\sigma_0$  sur la branche, celle-ci est supportée par le ressort  $J_m$ , et la déformation initiale de la branche vaut :

$$\epsilon_0 = J_m \sigma_0$$

- La contrainte étant maintenue, appliquons une adsorption unitaire, en faisant prendre à  $\omega$  la valeur  $\omega_{m+1}$ . Maintenant  $a_m$  et  $b_m$  se bloquent, de sorte que  $\Sigma_{m-1} = 0$  et  $\Sigma_m = \sigma_0$ , et c'est au tour de  $a_{m+1}$  et  $b_{m+1}$  de se débloquent. Le déblocage de  $b_{m+1}$  a comme effet de ramener  $\Sigma_m$  à zéro, et celui de  $a_{m+1}$  fait rentrer en action le ressort  $J_{m+1}$ . Celui-ci, étant initialement relâché par hypothèse, soit  $\Sigma_{m+1} = 0$ , se trouve brusquement soumis à la contrainte  $\sigma_0$ , et va donc s'allonger de  $\Delta\xi_1 = J_{m+1}\sigma_0$ , de sorte que la déformation devient :

$$\epsilon_1 = \epsilon_0 + \Delta\xi_1 = (J_m + J_{m+1}) \sigma_0 .$$

- Si à partir de là nous revenons à l'humidité  $\omega_m$ ,  $a_{m+1}$  et  $b_{m+1}$  se bloquent de nouveau, et  $a_m$  et  $b_m$  se débloquent. Le blocage de  $a_{m+1}$  fige  $\Sigma_{m+1} = \sigma_0$ , et celui de  $b_{m+1}$  fige  $\Sigma_m = 0$ ; le déblocage de  $a_m$  impose  $\Sigma_m = \sigma_0$ , et du fait que préalablement  $\Sigma_m$  valait 0, il en résulte un incrément de déformation  $\Delta\xi_2 = J_m\sigma_0$ , d'où :

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 + \Delta\xi_2 = (2 J_m + J_{m+1}) \sigma_0 .$$

- Nous pouvons maintenant appliquer un nouveau cycle d'adsorption-désorption. La différence avec le premier réside dans le fait qu'entretemps  $\Sigma_{m+1}$  a été bloqué à la valeur  $\sigma_0$ . Aussi le déblocage de  $a_{m+1}$  lors de l'adsorption, qui impose  $\Sigma_{m+1} = \sigma_0$ , n'a-t-il aucun effet sur la déformation, de sorte que  $\Delta\xi_3 = 0$ , d'où :

$$\epsilon_3 = \epsilon_2 .$$

- En revanche,  $\Sigma_m$  ayant été remis à zéro grâce au déblocage de  $b_{m+1}$  lors de l'adsorption, la désorption qui suit produit le même effet que la précédente, d'où  $\Delta\xi_4 = \Delta\xi_2 = J_m\sigma_0$ , et :

$$\epsilon_4 = \epsilon_3 + \Delta\xi_4 = (3 J_m + J_{m+1}) \sigma_0 .$$

*On voit donc que les effets de la désorption et de l'adsorption sont dissymétriques : dans tous les cas la désorption produit un incrément de déformation, alors que l'adsorption n'agit que la première fois.*

- Maintenant appliquons une décharge, soit :  $\sigma = 0$ . Le ressort  $m$  réagit élastiquement en se remettant à  $\Sigma_m = 0$ , d'où  $\Delta\epsilon_5 = -J_m\sigma_0$ , et :

$$\epsilon_5 = (2 J_m + J_{m+1}) \sigma_0 .$$

- Ensuite imposons, comme durant la charge, deux cycles d'adsorption-

désorption. Lors de la première adsorption,  $\Sigma_{m+1}$ , qui était bloqué à  $\sigma_0$ , est ramené à 0. Il en résulte une recouvrance  $\Delta\xi_6 = -J_{m+1}$ , d'où :

$$\epsilon_6 = (2 J_m) \sigma_0$$

- A partir de là, du fait que  $\Sigma_m = \Sigma_{m+1} = 0$ , il ne se produit plus de recouvrance, quel que soit le nombre de cycles d'humidité que l'on impose :

$$\epsilon_7 = \epsilon_8 = 2 J_m \sigma_0$$

Ainsi nous constatons, comme précédemment, que cette formulation rend compte des quatre exigences énumérées au § 4.1. Représentons les différentes étapes du calcul dans un tableau :

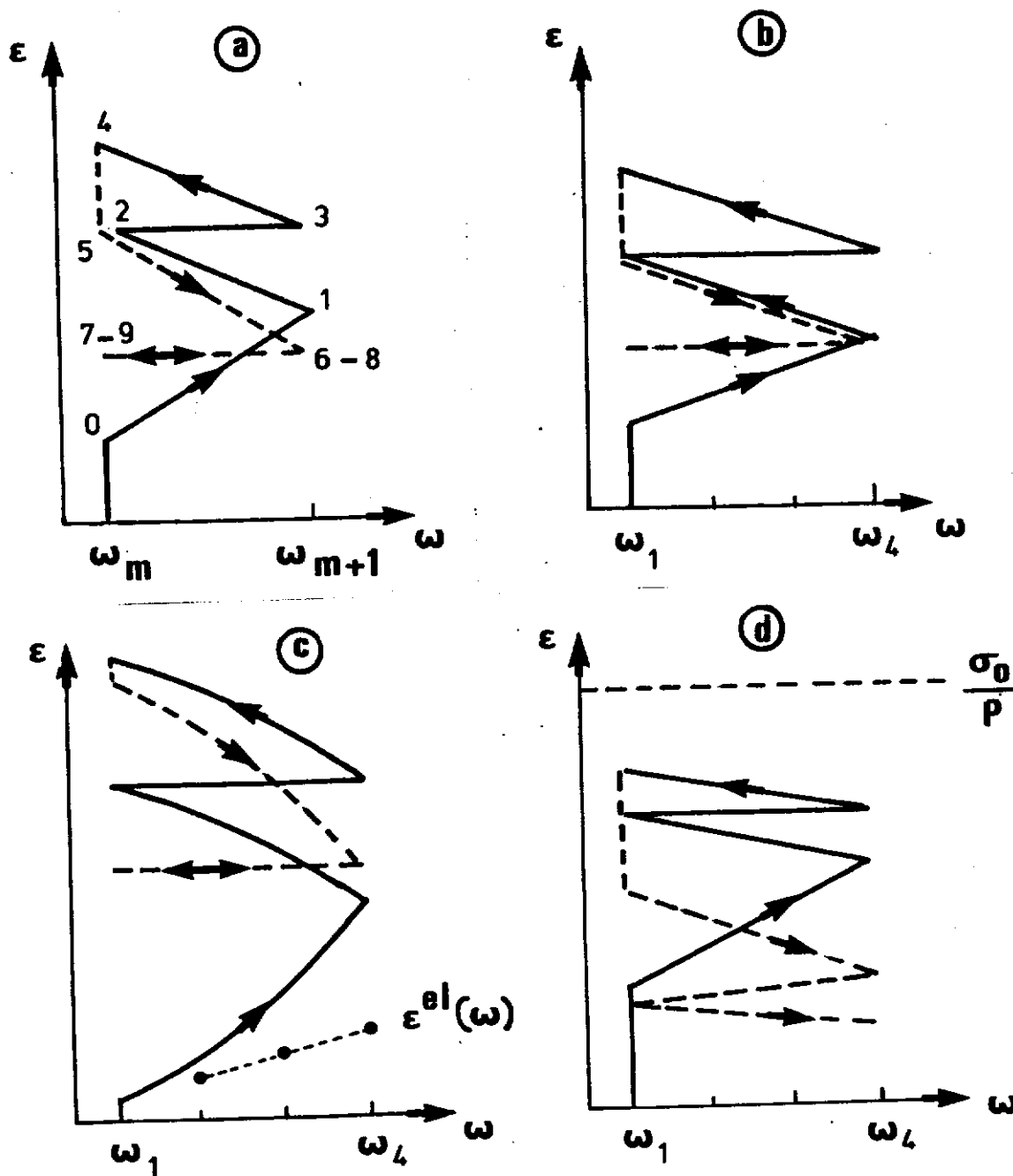
temps	$t_0^-$	$t_0^+$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$
contrainte	0	$\sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_0$	0	0	0	0	0
humidité	$\omega_m$	$\omega_m$	$\omega_{m+1}$	$\omega_m$	$\omega_{m+1}$	$\omega_m$	$\omega_m$	$\omega_{m+1}$	$\omega_m$	$\omega_{m+1}$	$\omega_m$
$\Sigma_{m+1}$	0	0	$\sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_0$	$\sigma_0$	0	0	0	0
$\Sigma_m$	0	$\sigma_0$	0	$\sigma_0$	0	$\sigma_0$	0	0	0	0	0
$\frac{\Delta\xi_m}{\sigma_0}$	0	$J_m$	$J_{m+1}$	$J_m$	0	$J_m$	$-J_m$	$-J_{m+1}$	0	0	0

Sur la figure 4.4a, nous montrons l'allure de la trajectoire  $(\omega, \epsilon)$ . On voit bien apparaître les trois effets +, - et ++, avec des pentes respectivement nulle, négative et positive. Afin de prendre en compte l'augmentation de la complaisance avec  $\omega$ , nous avons choisi  $J_{m+1} > J_m$ . Il en résulte un effet ++ plus important que l'effet -, conformément à l'observation expérimentale de Ranta-Maunus (1975) sur le contreplaqué.

Insistons sur le fait qu'il s'agit là d'une représentation *analogique* du comportement d'une forme bien particulière, dont les éléments sont disposés en *ponts* (ou en *attelage*), et n'est certainement pas réductible à une disposition en série ou bien en parallèle. Elle évoque, à la disposition préférentiellement en série des ressorts près, la notion de "front d'eau" se déplaçant dans la paroi cellulaire, formulée par Yamada (1963). Cependant la signification que l'on doit attribuer aux éléments n'est pas une localisation dans la structure. De

même ce modèle se distingue de modèles rhéologiques constitués d'une batterie d'éléments en série ou en parallèle correspondant aux mouvements de segments moléculaires de taille croissante. Chaque élément correspond ici à l'ensemble des sites de sorption concernés par un intervalle de taux d'humidité donné.

Dans l'attente d'une désignation plus appropriée, nous proposons celle de modèle à "hygro-verrous" ou d'"attelage hygro-verrouillé".



**Fig. 4.4 SIMULATIONS DE L'ESSAI DE FLUAGE + RECOUVRANCE**  
 (a) 2 crans avec  $J_{m+1} > J_m$  ; (b) 4 crans avec  $J_1 = \dots = J_4$  ; (c) 4 crans avec  $J_1 < \dots < J_4$  ; (d) 4 crans avec  $J_1 = \dots = J_4$  et un ressort de rigidité  $P$  en parallèle.

#### 4.4 Développements du modèle à hygro-verrous.

On peut étendre le calcul précédent au cas où plusieurs crans d'humidité sont franchis lors des sorptions. Sur la figure 4.4b nous simulons le cas où tous les  $J_m$  sont égaux, et sur la figure 4.4c nous introduisons l'hypothèse que les  $J_m$  sont croissants avec  $\omega_m$ . On voit que cela entraîne une variation des pentes "-" et "++" avec  $\omega$ , conformément aux observations de Hunt (1982).

*Prise en compte du réseau microfibrillaire.* On sait que les observations expérimentales de Hunt (1982,1984) ont permis de mettre en évidence une "saturation" de la déformation, qui se traduit par une décroissance des pentes des trajectoires à mesure que la déformation augmente. Cela peut s'interpréter par l'existence, en parallèle avec la matrice où se produisent les glissements mécano-sorptifs, du réseau microfibrillaire. Celui-ci est "analogue" à un ressort de rigidité P, disposé en parallèle avec l'"attelage hygro-verrouillé" que nous venons de considérer. L'effet de ce ressort est double : d'une part il impose une déformation maximale  $\epsilon^\infty(\sigma)$ ; d'autre part il permet la recouvrance totale après la décharge.

La figure 4.4d montre l'effet de ce ressort sur le premier trajet de chargement que nous avons considéré. Outre une décroissance des pentes  $\partial\epsilon/\partial\omega$ , due au fait que l'on s'approche de la déformation limite  $\sigma/P$ , on observe que la recouvrance continue à se produire après la première réhumidification qui suit la décharge.

*Cycles d'amplitude croissante.* La figure 4.5 indique un autre type de chargement que le modèle doit être capable de prédire. Il s'agit là aussi d'un essai de fluage (contrainte maintenue constante), mais avec cette fois-ci des cycles d'humidité d'amplitude croissante. Il s'agit de la procédure expérimentale préconisée par Hunt (1984,1986) qui permet d'obtenir un grand nombre d'informations sur l'allure du comportement à l'aide d'un essai unique.

Dans le cas de la figure 4.5a, les  $J_m$  ont tous la même valeur, de sorte que nous retrouvons le modèle de Ranta-Maunus (1975) avec des pentes constantes.

La figure 4.5b montre l'allure de la réponse dans le cas où un ressort de rigidité P, symbolisant le réseau microfibrillaire, est disposé en parallèle avec la branche "sorpto-plastique". Là encore, les pentes sont décroissantes. L'allure de cette courbe est compatible avec les résultats de Hunt (1986) sur les résineux.

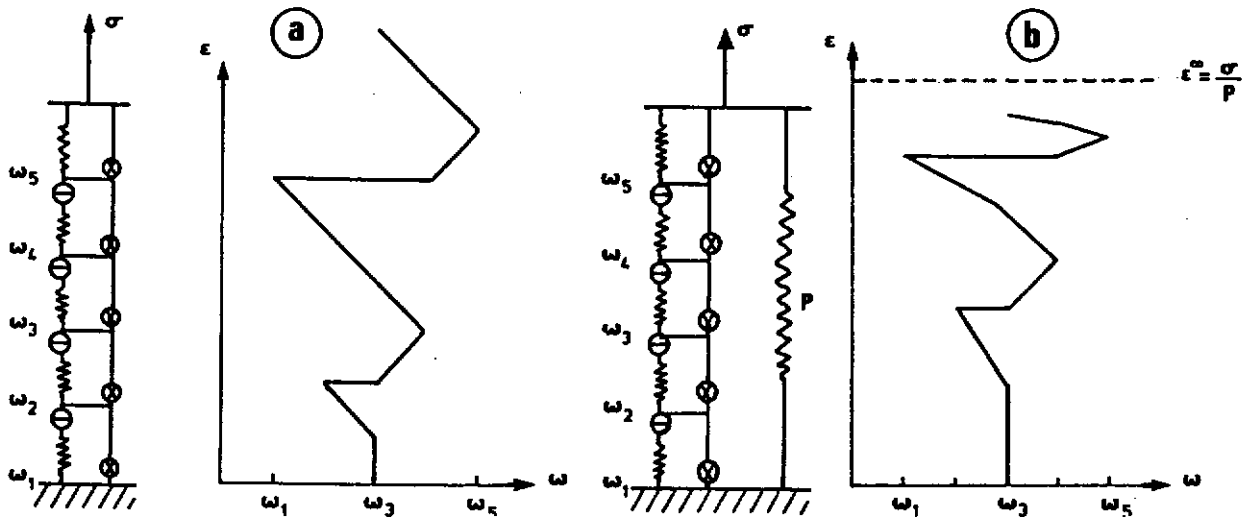


Fig. 4.5 FLUAGE AVEC CYCLES D'AMPLITUDE CROISSANTE.

(a) : Attelage hydro-verrouillé (matrice) seul.

(b) : Ressort P en parallèle (réseau microfibrillaire).

**Verrous frottants.** Signalons, pour mémoire, la possibilité d'améliorer ce modèle en introduisant des conditions de frottement pour les glissements des verrous :

- L'incrément  $\Delta\xi_m$  est assujéti à une condition  $|\sigma_m| > \sigma_{ms}$ , et, notant  $si(x)$  le signe d'une quantité x et par le symbole  $\langle x \rangle_+$  sa partie positive, égal à :

$$\Delta\xi_m = J_m (|\sigma_m| - \sigma_{ms})_+ si(\sigma_m) \tag{4.3}^1$$

- La condition de remise à zéro pour  $\sigma_m$  est remplacée par :

$$\begin{aligned} \sigma_m &\rightarrow \sigma_{ms} && \text{si } \Delta\xi_m \neq 0 \text{ (ou } |\sigma_m| > \sigma_{ms}) \\ \sigma_m &\text{ inchangé} && \text{sinon} \end{aligned} \tag{4.3}^2$$

- Celle de remise à zéro de  $\Sigma_m$  est elle aussi conditionnée par un seuil  $\Sigma_{ms}$ , de sorte qu'elle devient :

$$\begin{aligned} \Sigma_m &\rightarrow \Sigma_{ms} && \text{si } |\Sigma_m| > \Sigma_{ms} \\ \Sigma_m &\text{ inchangé} && \text{sinon} \end{aligned} \tag{4.3}^3$$

Tous se passe donc comme si les verrous  $a_m$  et  $b_m$  étaient des patins dont les seuils sont infinis lorsque  $\omega \neq \omega_m$ , et prennent des valeurs finies non nulles

$\sigma_m$  et  $\Sigma_m$ , respectivement, lorsque  $\omega = \omega_m$ . Remarquons que nous pourrions aussi admettre des seuils élevés, mais non infinis, lorsque  $\omega \neq \omega_m$ . Cela induirait des écoulements plastiques dans tous les éléments de l'attelage, et leur désolidarisation éventuelle sous l'action d'une contrainte élevée. Le ressort en parallèle P limiterait toutefois la déformation de l'attelage, en diminuant la part de la contrainte extérieure qui lui est appliquée.

Nous rendrions compte ainsi, d'une part de la *forte non-linéarité de l'effet mécano-sorptif* par rapport à la contrainte exercée, d'autre part du fait que la *recouvrance mécano-sorptive n'est jamais totale*, même à la suite de chargements modérés.

#### 4.5. Extension viscoélastique.

Les verrous (ou les patins) des modèles précédents peuvent être remplacés par des amortisseurs  $a_m$  et  $b_m$  dont les coefficients de viscosité dépendent de l'humidité  $\omega_m$  :

- très élevés pour  $\omega < \omega_m$ ;
- très bas pour  $\omega = \omega_m$ ;
- moyennement élevés pour  $\omega > \omega_m$ .

Le schéma du modèle est donné sur la figure 4.6a. Ce modèle est intéressant à plusieurs égards. Tout d'abord, il rend compte des effets relatifs du temps et de la mécano-sorption. D'autre part, il donne une interprétation originale de l'existence d'un spectre viscoélastique étendu. En effet, prenons par exemple les cas représentés sur les figures 4.6.b et 4.6.c. Chacune des viscosités est amenée à prendre trois valeurs : élevée  $a_m^-$ , basse  $a_m^0$  et intermédiaire  $a_m^+$  (de même pour les  $b_m$ ). Dans le cas (b), toutes les valeurs "sèches" sont égales, alors que dans le cas (c) elles décroissent de concert avec les valeurs humides. Ainsi le cas (c) implique un spectre étendu à l'état sec comme à l'état humide, alors que dans le cas (b) le spectre s'amplifie avec  $\omega$ .

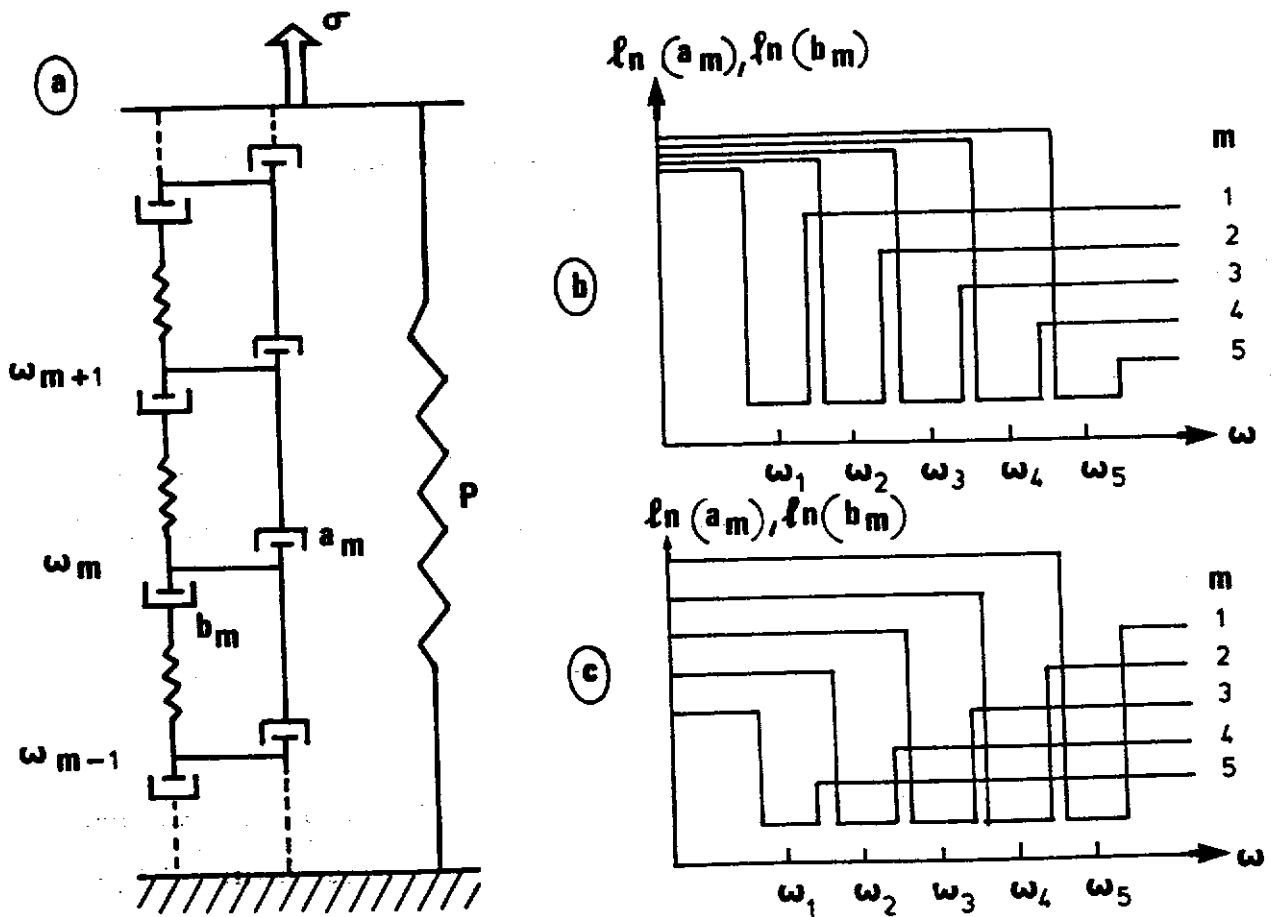


Fig. 4.6 EXTENSION VISCOELASTIQUE DU MODELE A HYGRO-VERROUS.

#### 4.6. Interprétation physique.

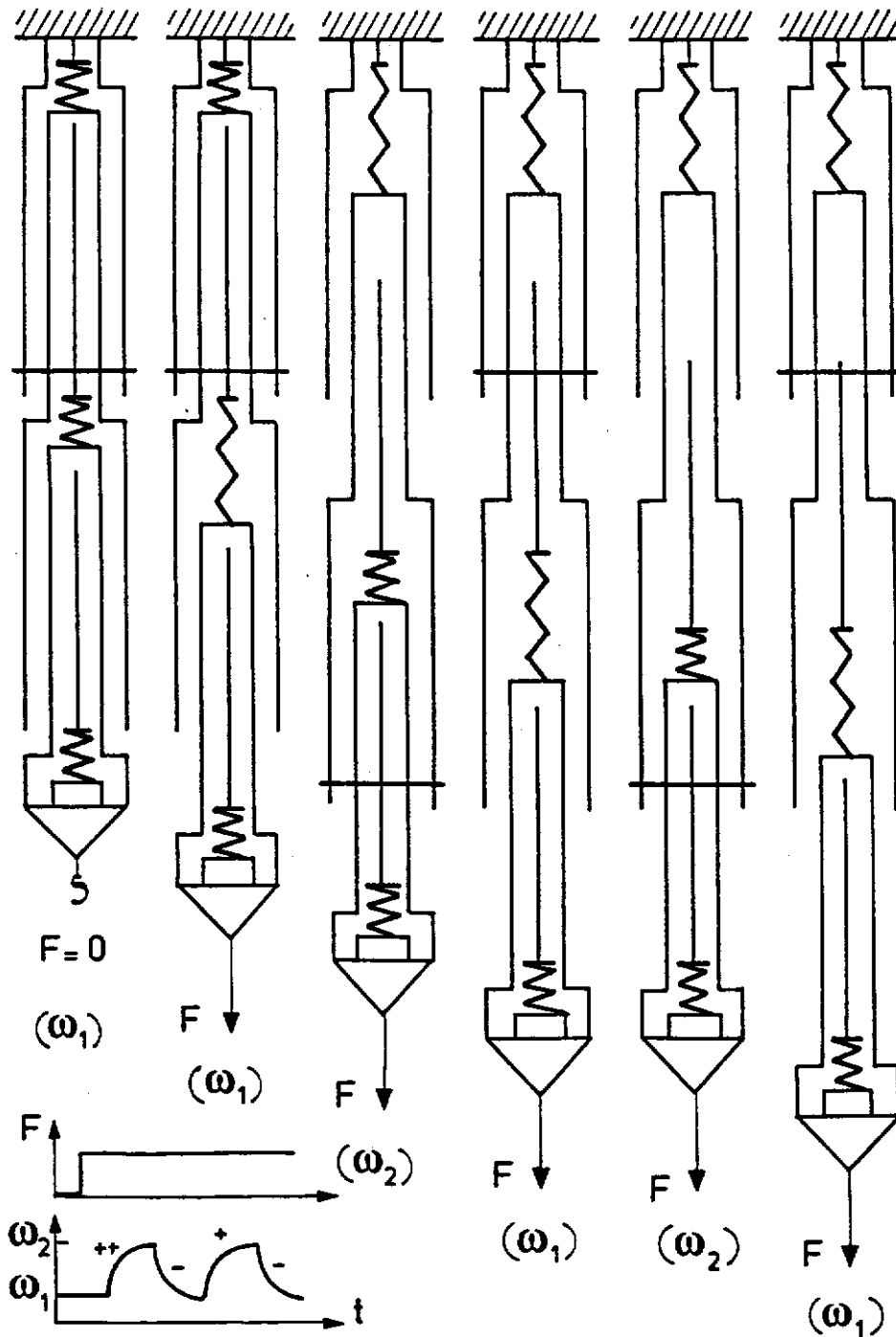
L'attelage "hygro-verrouillé" (ou son extension visco-élastique) est une représentation analogique de la matrice. Celle-ci n'est pas homogène, et l'expression de "zones amorphes" que nous utilisons parfois à la place de "matrice" ne se justifie que par opposition au réseau microfibrillaire. Elle contient des "incrustations" de lignine, aplaties entre les microfibrilles et mêlées à des hémicelluloses. Par ailleurs les hémicelluloses se mêlent à la cellulose amorphe située sur le pourtour des microfibrilles, pour constituer une interface entre les microfibrilles et la lignine. Quant à l'eau, on sait qu'elle est adsorbée par les différents constituants des zones amorphes, préférentiellement par les hémicelluloses et la cellulose amorphe, dans des "sites" de niveau énergétique décroissant lorsque l'humidité croît.



Chacun des éléments de la branche correspond à une humidité, donc à l'ensemble des sites d'adsorption liés à cette humidité. Lorsque l'humidité vaut  $\omega_m$ , il y a continuellement rupture et reformation des sites de l'humidité en question, les sites des autres humidités n'étant pas affectés. Par rapport à la lignine, représentée par les ressorts  $J_m$ , cela a deux conséquences : d'une part un affaiblissement "externe" au niveau de l'interface avec le réseau, symbolisé par la chute du seuil (ou du coefficient de viscosité)  $a_m$ ; d'autre part un affaiblissement "interne" au complexe lignine-hemicellulose, symbolisé par la chute de  $b_m$ .

### Conclusions

*Le modèle à "hygro-verrous" étudié dans ce chapitre représente indéniablement un progrès par rapport à l'approche précédente. Il prédit convenablement l'allure des courbes expérimentales. Il ne nécessite pas de conserver en mémoire toute l'histoire du chargement antérieur en contrainte et en humidité pour savoir quel "type" d'effet mécano-sorptif va se produire. Le nombre de variables cachées ne dépend que du degré de finesse désiré dans la prise en compte de l'humidité. Les équations de comportement s'obtiennent immédiatement à partir des représentations analogiques, les coefficients intervenant dans ces équations étant des fonctions de l'humidité uniquement, et ne dépendant pas de ses variations. Des extensions ont été proposées, avec des patins de seuils finis ou bien des amortisseurs. Cela suggère des voies de recherche en vue de l'identification expérimentale.*



### FONCTIONNEMENT DU MODELE A HYGRO-VERROUS

L'attelage est représenté par un empilement de boîtes qui s'imbriquent les unes dans les autres, de telle sorte que le bas d'une boîte donnée est au même niveau que le haut de la boîte située deux crans plus bas. Ainsi une seule "broche" (trait horizontal) joue le rôle des deux verrous  $a_m$  et  $b_m$ . La figure illustre les étapes  $t_0^-$ ,  $t_0^+$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$  (cf fig. 4.4a). Seul le tronçon actif de l'attelage est représenté. On remarque bien l'absence d'élongation à la seconde réhumidification, l'activation du ressort supérieure n'ayant pas de conséquence puisqu'il était déjà allongé. En revanche à cette étape le ressort du milieu s'arme, ce qui permet de préparer l'élongation au séchage suivant.

## **Troisième Partie**

### **HYGRO-VISCO-ELASTICITE DE LA PAROI CELLULAIRE : ESSAI D'APPROCHE MICRO-MACRO**

- 1 - MODELISATION DU COMPORTEMENT ELASTIQUE**
- 2 - MODELISATION DU COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE**
- 3 - CONTRAINTES GENEREES PAR LA LIGNIFICATION ET  
LE SECHAGE**
- 4 - IDENTIFICATION DU COMPORTEMENT DE LA MATIERE  
LIGNEUSE**

Dans la partie précédente, nous avons développé des représentations uniaxiales qui nous ont permis de décrire qualitativement le comportement différé du bois lorsque l'humidité varie simultanément à l'application de la charge. Cette approche ne rend pas compte de l'influence sur le comportement de l'angle des microfibrilles dans les couches S2. Afin de pallier cette insuffisance, nous allons construire un modèle fondé sur la structure de la paroi.

En première approximation, les parois cellulaires, en particulier les couches S2 qui en constituent la majeure partie, sont assimilables à des plaques minces chargées dans leur plan. Aussi allons-nous nous limiter à une approche bidimensionnelle en contrainte plane. En outre, nous avons principalement en vue le comportement longitudinal (L). Comme cela a été vu au § I.4.3 [formule (I.4.2)], on peut relier directement le comportement macroscopique dans la direction (L) au comportement à l'échelle de la paroi dans la direction de l'axe des cellules ( $l$ ), par un simple rapport de densités. Le modèle développé dans cette partie s'applique à une portion représentative de couche S2, sollicitée par un chargement mécanique dans son plan, supposée homogène, et caractérisée par l'existence d'un réseau microfibrillaire orienté.

Le premier chapitre décrira la géométrie associée au modèle de la matière et en calculera le comportement élastique. Le second introduira la viscosité en généralisant le modèle physique uniaxial dans sa version simplifiée à deux sites (chap. II.2). De ce fait nous allons retrouver les facteurs de prédéformation  $\xi^0$  et d'ampleur  $\zeta^0$ , devenus maintenant des tenseurs de déformation. Le chapitre suivant partira de l'interprétation de  $\xi^0$  pour aboutir à des considérations qualitatives sur divers "types" d'eau, selon sa localisation dans la paroi. Le dernier chapitre détaillera les étapes essentielles du passage "micro-macro", l'appliquera au cas particulier du comportement dynamique longitudinal, et aboutira finalement à identifier certains des paramètres du modèle, notamment le fameux "facteur d'ampleur"  $\zeta^0$ .

A propos des conventions utilisées pour les orientations, le lecteur est invité à se reporter à la figure I.1.1. D'autre part, les notations associées au calcul tensoriel ont été signalées sous la rubrique "notations" au début de l'ouvrage. Quant à la notation vectorielle adoptée pour les tenseurs symétriques, elle est brièvement expliquée en annexe à la fin de cette partie. Précisons simplement que pour les cisaillements, nous nous sommes conformé à la convention habituelle pour les composites et le bois [Guitard (1987)], soit par exemple :

$$\epsilon_6 = 2 \epsilon_{12} ; \xi_6 = 2 \xi_{12} ; \sigma_6 = \sigma_{12}$$

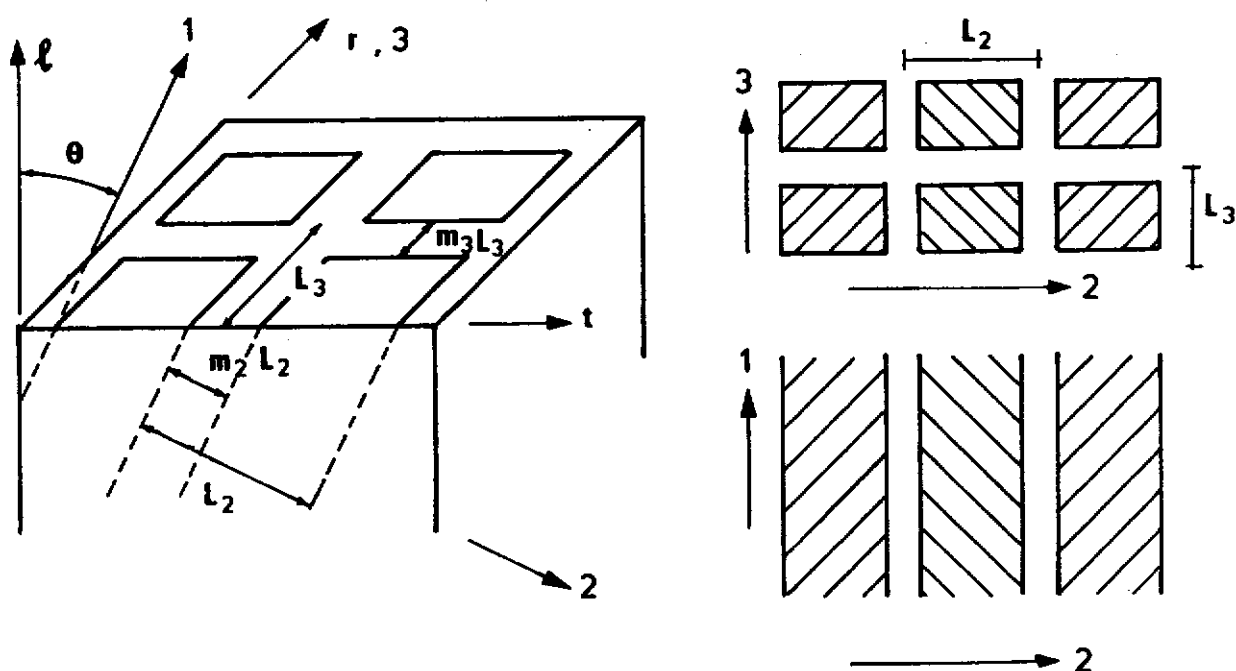
## 1. MODELISATION DU COMPORTEMENT ELASTIQUE

*Jusqu'à présent nous avons limité l'image du réseau microfibrillaire à sa plus simple expression, celle d'une barre élastique disposée en parallèle avec la matrice. Nous souhaitons maintenant approfondir le rôle joué par les microfibrilles : aussi auront-elles une place de choix dans cette partie, et nous commençons par elles cette fois-ci. Nous les supposons disposées en un réseau continu et parfaitement interconnecté. Afin de pouvoir obtenir des expressions analytiques du comportement, nous devons admettre en outre un arrangement régulier. Le modèle qui va être exposé ci-dessous représente la solution adoptée pour répondre à cette double exigence.*

### 1.1. Un réseau continu de microfibrilles

La première idée de schématisation qui vienne à l'esprit consiste à décrire la matière ligneuse comme un milieu périodique constitué d'une matrice renforcée par des fibres. Cette démarche est par exemple celle de Tang et Hsu (1973) ou de Ohgama et Norimoto (1984), où les microfibrilles sont assimilées à des barres de section rectangulaire et de longueur infinies dans la direction 1 (Figure 1.1), disposées à intervalles réguliers. Leur comportement est élastique et assimilable à celui de la cellulose cristalline. La matrice d'hémicellulose et de lignine qui les sépare est supposée homogène et isotrope. A partir d'estimations des propriétés élastiques de ces deux constituants, on peut déduire le comportement moyen de la matière ligneuse par un calcul élémentaire d'homogénéisation. Le calcul doit être fait séparément pour chacune des couches M+P, S1, S2, S3 en tenant compte des différences dans la teneur en cellulose. On obtient ainsi la complaisance de chacune des couches de la paroi, définie dans le repère (1,2,3) lié aux microfibrilles.

**Remarque sur l'application de techniques d'homogénéisation à l'échelle moléculaire.** On peut se demander à quel point il est correct de représenter des phénomènes moléculaires par des équations mathématiques conçues, par définition, pour des milieux grands par rapport à leurs constituants atomiques. A ce type d'objection, on peut répondre de toute manière que ces approches sont justifiées *a posteriori* par leur capacité à décrire effectivement le comportement macroscopique. Dans le cas présent on parlera par exemple de "module" de la matrice, en signifiant par là une grandeur caractérisant un matériau "équivalent" à l'amas moléculaire remplissant en moyenne l'intervalle entre les microfibrilles.



**Fig. 1.1 REPRESENTATION DE LA MATIERE PAR DES RENFORCEMENTS DE FIBRES DANS UNE MATRICE AMORPHE**

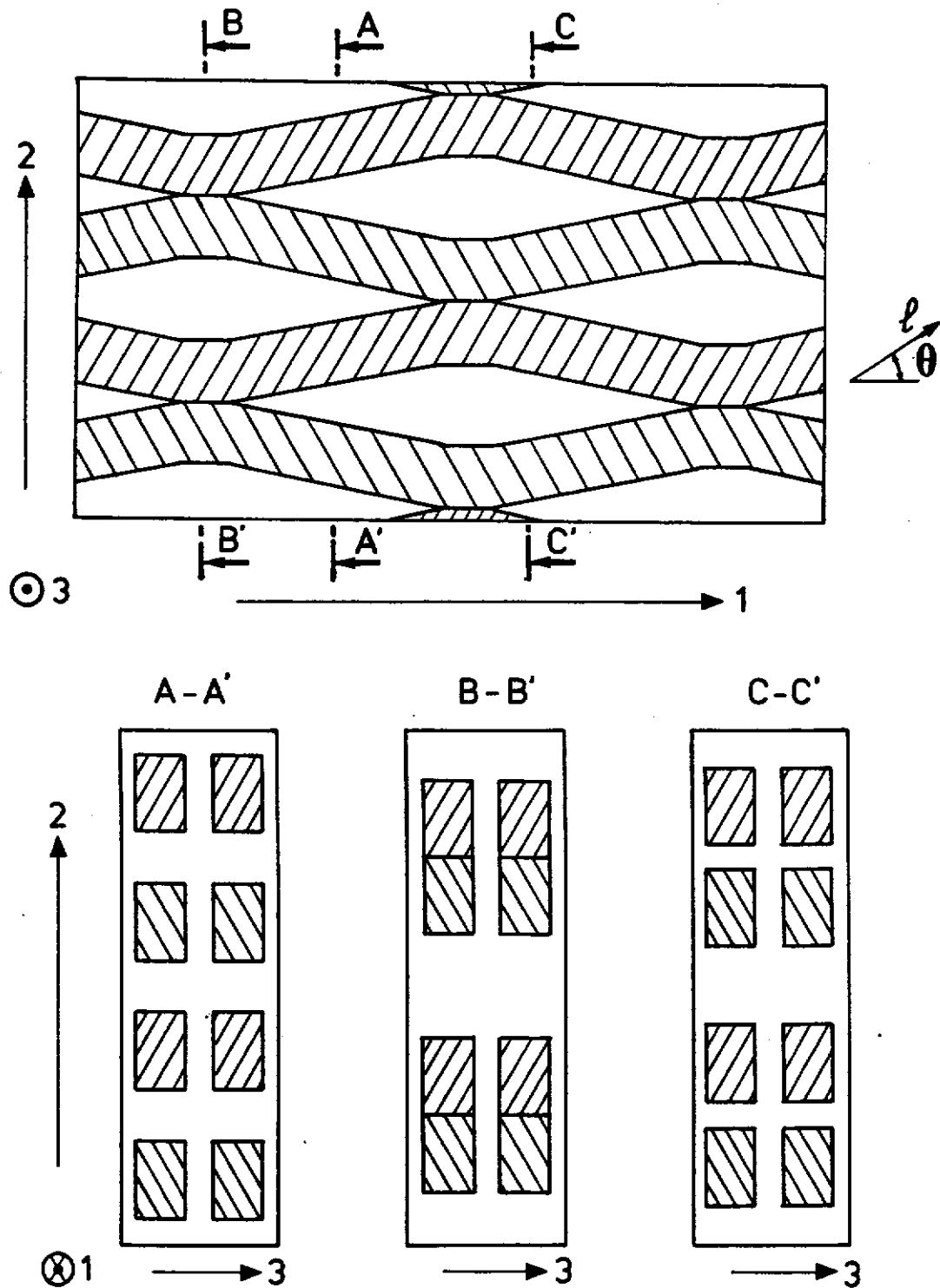
Les microfibrilles sont des barreaux infinis dans la direction 1 et de section rectangulaire, régulièrement espacés en un réseau périodique. La matrice remplit les intervalles d'épaisseur  $m_2L_2$  ou  $m_3L_3$  entre les microfibrilles,  $L_2L_3$  étant la section d'un volume élémentaire du réseau. Les barreaux (les microfibrilles) font l'angle  $\theta$  avec la direction  $l$  de l'axe de la cellule.

Rappelons qu'à partir de là, moyennant des informations sur l'inclinaison moyenne des microfibrilles et l'épaisseur relative des couches, ainsi que sur la nature des interfaces, on pourra remonter au comportement global de la paroi, puis estimer le module spécifique longitudinal.

Dans cette partie, nous ne considérons que l'étape initiale de modélisation de la matière ligneuse dans le repère (1,2,3). Le modèle de la figure 1.1 ne nous convient pas car nous voulons rendre compte d'effets non-linéaires. En particulier nous désirons que la structure conserve une cohésion, *aussi bien dans la direction 2 que dans la direction 1*, quel que soit l'état de la matrice et de l'interface entre les microfibrilles et la matrice. Cela n'est pas le cas avec la description habituelle en termes de renforts filamenteux dans une matrice amorphe. Nous allons donc lui substituer une description mieux adaptée à nos besoins, en termes de réseau microfibrillaire avec des incrustations amorphes.

La représentation que nous proposons est indiquée sur la figure 1.2. La couche est faite d'un empilement de lamelles identiques dans la direction 3. Les lamelles sont donc orientées dans le plan (1,2), parallèlement à la lamelle moyenne. Elles sont séparées les unes des autres par des couches de matrice amorphe. Dans chaque lamelle les microfibrilles ne sont pas rectilignes. Elles "ondulent" légèrement autour de la direction 1 et sont en contact les unes avec les autres à intervalles réguliers. La matrice se dispose entre les points de contact, sous la forme d'incrustations "lenticulaires", très allongées, dont nous avons exagéré l'épaisseur sur la figure.

Le modèle proposé ici rappelle celui de Scallan (1974) [Figure I.1.3a] ou de Boyd et Foster (1975) en termes d'incrustations lenticulaires, avec toutefois une différence notable : la réticulation des microfibrilles est ici limitée à la direction 2, alors que dans le modèle de Scallan par exemple, elle se produit dans les directions 2 et 3. Ici nous nous contentons de cette représentation lamellaire de la paroi, dans la mesure où nous considérons l'effet d'un champ de contraintes planes  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6$  appliqué dans le plan (1,2) (voir l'annexe pour ces notations).



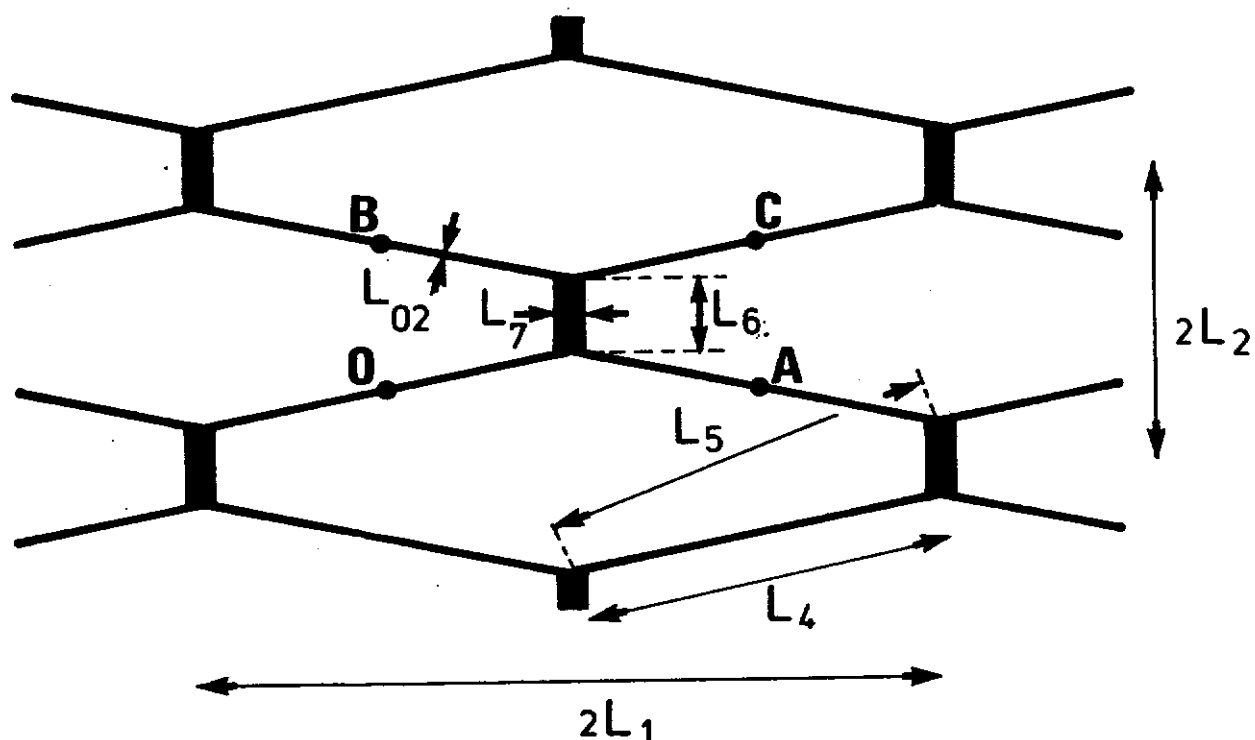
**Fig. 1.3 REPRESENTATION DU RESEAU MICROFIBRILLAIRE PAR DES LAMELLES TANGENTIELLES CONTENANT DES MICROFIBRILLES NON RECTILIGNES**

(a) : Coupe tangentielle dans une lamelle : la direction moyenne des microfibrilles (1) fait encore l'angle  $\theta$  avec celle de l'axe de la cellule ( $\ell$ ). Par souci de clarté, les dimensions dans les directions transverses 2 et 3 sont exagérées par rapport à la direction 1. En réalité les zones amorphes (parties non hachurées) ont l'allure d'incrustations "lenticulaires" très allongées dans la direction 1. (b) : Coupes transversales : selon la position de la coupe, les microfibrilles semblent régulièrement espacées (AA'), agglomérées (BB') ou encore irrégulièrement espacées (CC').



### 1.2. Schématisation d'une lamelle de la paroi par un réseau de poutres encastées.

*Nous allons tout d'abord déterminer la rigidité que posséderait une lamelle de réseau microfibrillaire en l'absence de matrice. Pour cela nous allons le schématiser par un réseau de poutres encastées, auquel nous appliquerons la théorie des milieux curvilignes.*



**Fig. 1.3 SCHEMATISATION D'UNE LAMELLE DU RESEAU MICROFIBRILLAIRE A L'AIDE D'UN ASSEMBLAGE PERIODIQUE DE POUTRES ET DE POUTRELLES**

La figure indique les notations utilisées pour les dimensions dans le plan de la lamelle. Ajoutons que l'épaisseur de la lamelle est  $L_{03} = f_3 L_3$ , celle de la couche de matrice séparant deux lamelles voisines étant  $L_3 - L_{03} = m_3 L_3$ .

Nous assimilons le réseau microfibrillaire dans une lamelle à un réseau de poutres élastiques de module  $E_0$ , de longueur  $L_4$ , de largeur  $L_{02}$  et d'épaisseur  $L_{03}$ , connectées entre elles par des "poutrelles" latérales de module  $E_1$ , de longueur  $L_6$  et d'épaisseur  $L_7$  (figure 1.3). Signalons que par souci de clarté, sur cette figure comme sur les suivantes, nous exagérons considérablement les dimensions dans la direction 2. Les poutrelles représentent les zones de contact entre deux microfibrilles adjacentes, d'étendue  $L_7$  dans le sens axial.

Nous avons affaire à un milieu périodique, dont un élément de base aurait

comme dimensions  $2L_1, 2L_2, L_3$  dans les directions 1,2,3 respectivement (voir les notations sur la figure 1.3). Notons  $m_2L_2$  l'épaisseur moyenne de matrice dans une lamelle, et  $m_3L_3$  l'épaisseur de la couche de matrice séparant deux lamelles de microfibrilles. La géométrie du réseau est telle que dans tout plan transversal, quelle que soit sa position sur l'axe 1, le rapport de surface entre fibres et inclusions amorphes est le même. Ainsi  $m_2L_2$  est aussi l'intervalle inter-microfibrillaire à mi-hauteur entre deux zones de contact des microfibrilles. Par ailleurs nous notons  $f_2=1-m_2$  et  $f_3=1-m_3$ . L'angle  $\alpha$  étant petit, la proportion volumique de microfibrilles est :

$$\Phi = f_2 f_3 \quad \text{où : } f_2 = 1 - m_2 \simeq \frac{L_{02}}{L_2} \quad \text{et} \quad f_3 = 1 - m_3 = \frac{L_{03}}{L_3} \quad (1.1)$$

Nous notons ici  $\lambda_0$  le facteur de forme des poutres (inverse de l'élançement),  $S_0$  leur section et  $I_0$  leur moment d'inertie,  $\lambda_1$  le facteur de forme des poutrelles,  $S_1$  leur section et  $I_1$  leur moment d'inertie :

$$\lambda_0 = \frac{L_{02}}{L_4} \quad ; \quad S_0 = L_{02} L_{03} \quad ; \quad I_0 = \frac{1}{12} L_{03} (L_{02})^3 \quad (1.2)^1$$

$$\lambda_1 = \frac{L_7}{L_6} \quad ; \quad S_1 \simeq L_{03} L_7 \quad ; \quad I_1 \simeq \frac{1}{12} L_{03} (L_7)^3 \quad (1.2)^2$$

Sur la figure 1.4, nous avons agrandi la zone de contact. Les paramètres géométriques ne sont pas indépendants. On peut écrire :

$$L_1 = L_5 \cos \beta = L_4 \cos \alpha \quad (1.3)^1$$

$$L_2 = L_5 \sin \beta = L_4 \sin \alpha + L_6 \quad (1.3)^2$$

$$L_{02} = f_2 L_2 \cos \alpha = L_6 \cos \alpha + L_7 \sin \alpha \quad (1.3)^3$$

Les calculs feront intervenir l'angle  $\gamma = \beta - \alpha$ .  $\gamma$  vérifie :

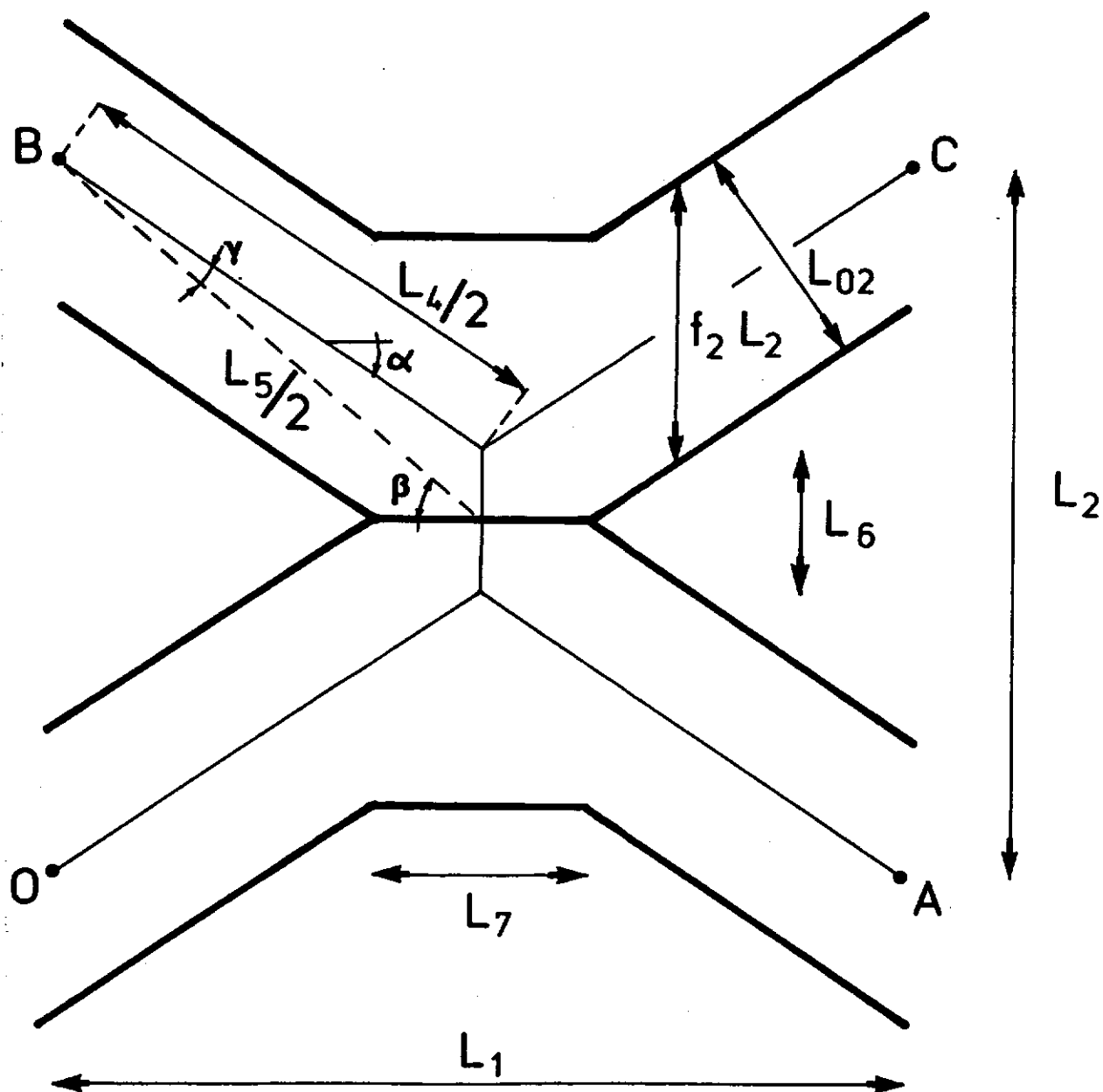
$$L_4 \sin \gamma = \sin \beta L_4 \cos \alpha - \cos \beta L_4 \sin \alpha = L_6 \cos \beta \quad (1.3)^4$$

*Approximations sur la géométrie.* Pour  $\alpha < \beta \ll 1$ , ces relations donnent :

$$L_4 \simeq L_5 \quad (1.4)^1$$

$$\gamma = \beta - \alpha \simeq \frac{L_6}{L_4} \quad (1.4)^2$$

$$L_{02} \simeq f_2 L_5 \beta \simeq L_6 + L_7 \alpha \quad (1.4)^3$$



**Fig. 1.4 AGRANDISSEMENT DE LA ZONE DE CONTACT  
ENTRE DEUX MICROFIBRILLES VOISINES**

Nous supposons en outre que  $L_7 \alpha \ll L_{02}$ . Dans ce cas  $L_{02} \simeq L_6$  et les angles  $\alpha, \beta, \gamma$  s'expriment simplement en fonction de la proportion de fibres  $f_2$  dans la lamelle  $f_2$  et du facteur de forme des poutres  $\lambda_0$  :

$$\alpha \simeq \lambda_0 \frac{1-f_2}{f_2} = \lambda_0 \frac{m_2}{f_2} \quad (1.4)^4$$

$$\beta \simeq \frac{\lambda_0}{f_2} \quad (1.4)^5$$

$$\gamma \simeq \lambda_0 \quad (1.4)^6$$

Par ailleurs nous admettrons que le contact entre les microfibrilles est suffisamment fort pour que la contribution des poutrelles à la déformation de l'ensemble soit petite. Nous verrons que cette condition se traduit par :

$$p_1 \ll 1 \quad \text{et} \quad \frac{p_1}{\lambda_1^2} \ll 1 \quad \text{où :} \quad p_1 = \frac{E_0 \lambda_0}{E_1 \lambda_1} = \frac{E_0}{E_1} \lambda_0 \frac{L_6}{L_7} \quad (1.5)^1$$

On a donc pour l'étendue de la zone de contact  $L_7$ , du fait que  $L_6 \simeq L_{02}$ , la condition suivante :

$$\frac{E_0}{E_1} \lambda_0 L_0 \ll L_7 \ll \frac{1}{\alpha} L_0 \quad (1.5)^2$$

Des ordres de grandeur raisonnables pour  $E_0$  et  $E_1$  sont respectivement les modules axial et transverse de la cellulose cristalline, donc  $E_0/E_1$  est de l'ordre de 10 [Mark (1972)]. Vraisemblablement  $\lambda_0 \ll 0,1$ , de sorte que les diverses conditions sur  $L_7$  sont vérifiées si  $L_7$  est de l'ordre de l'épaisseur des microfibrilles  $L_0$ . *En toute rigueur, les "poutrelles" ne sont alors plus assimilables à des milieux curvilignes.* Nous calculerons toutefois leurs déformations comme si c'était le cas, afin d'obtenir des ordres de grandeur, et de vérifier ensuite qu'il est possible de négliger les termes qui les font intervenir.

Les liaisons aux points de contact entre deux poutres et une poutrelle sont des **encastremements**. Notre modèle ne tient donc pas compte d'éventuelles zones faibles de cellulose amorphe situées périodiquement dans la *longueur* des microfibrilles, ce qui pourrait être donné ici par des liaisons de type rotule aux points de contact. Cela impliquerait la discontinuité de la rotation des sections situées de part et d'autre des points de contact entre les poutres.

Nous disposons maintenant de tous les éléments pour calculer la rigidité du réseau en l'absence de matrice.

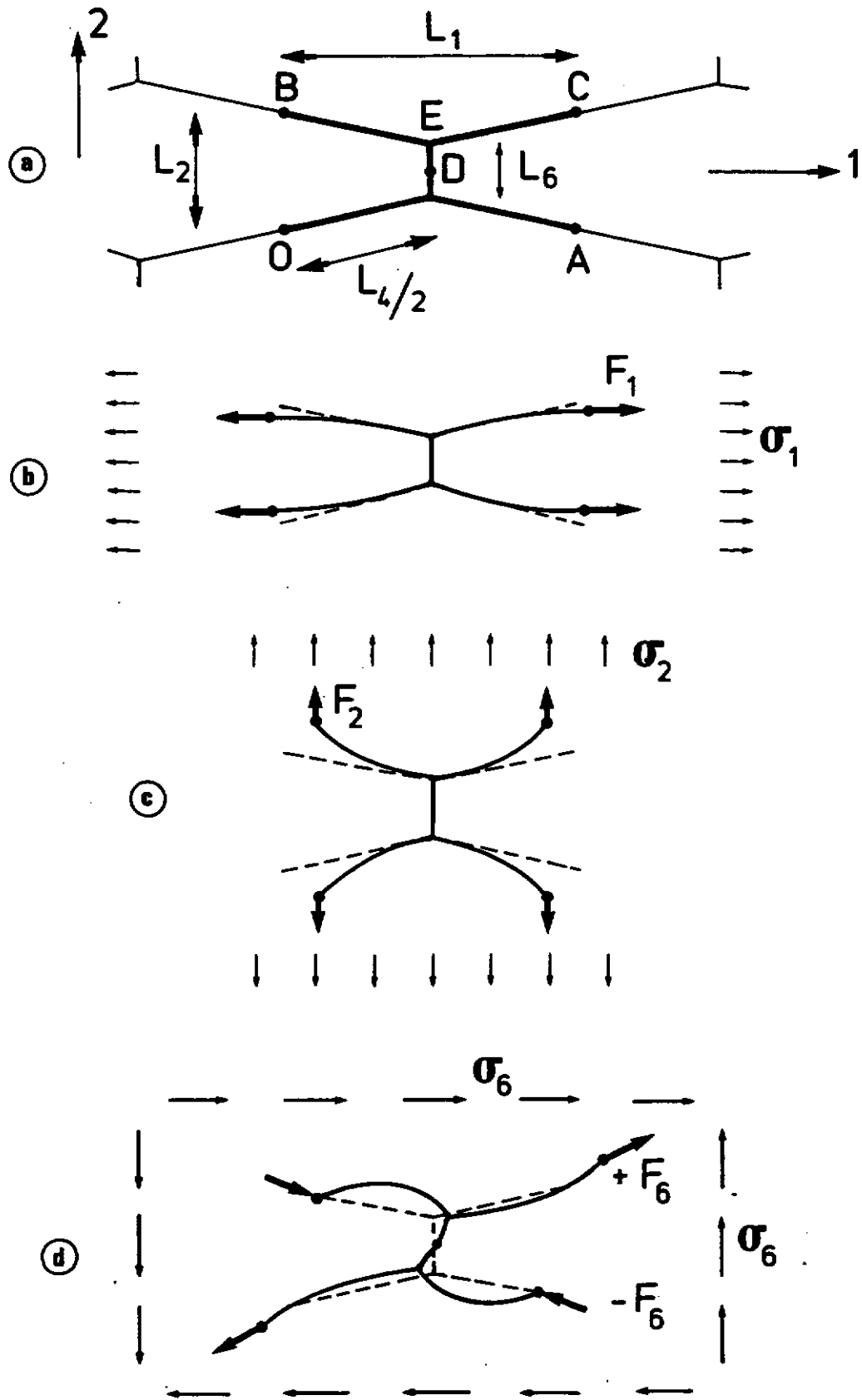
### 1.3. Calcul de la rigidité du réseau en contrainte plane.

Un champ de contraintes  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)$  appliqué sur la couche S2 se traduit par des forces et des moments appliqués aux sections des poutres. Nous devons tenir compte de la périodicité et de la symétrie du réseau. En particulier, par des considérations de symétrie, on peut montrer que *les moments appliqués aux sections passant par les milieux des poutres et des poutrelles sont nuls* (dans la suite ces points particuliers seront, par convention, dénommés les "noeuds" du réseau).

Cette remarque permet de simplifier notablement l'analyse du problème. Ainsi considérons l'élément de base du réseau représenté sur la figure 1.5a. Du fait de la régularité du réseau, les contraintes  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_6$  se traduisent, au niveau d'une maille délimitée par les "noeuds" (O,A,B,C), par les efforts indiqués sur les figures 1.5b 1.5c et 1.5d respectivement, avec :

$$F_1 = \sigma_1 L_3 L_2 ; F_2 = \sigma_2 L_3 L_1 ; F_6 = \sigma_6 L_3 L_5 \quad (1.6)$$

Nous allons calculer la déformation de la maille du réseau sous l'action du chargement  $(F_1, F_2, F_6)$  appliqué aux noeuds du réseau, en admettant la possibilité d'appliquer la théorie des milieux curvilignes (voir par exemple le cours de Salençon (1986)). Nous obtiendrons ainsi les déplacements aux extrémités A,B,C par rapport à O supposé fixé. Nous en déduirons les "déformations" de l'élément (c'est-à-dire les allongements relatifs des écarts entre les noeuds), qui, *du fait, une nouvelle fois, de la régularité du réseau*, sont égales aux déformations de celui-ci. Par souci de clarté, nous allons calculer séparément les cas des efforts normaux et de cisaillement.



**Fig. 1.5 EFFORTS APPLIQUES AUX NOEUDS DU RESEAU SOUS L'EFFET D'UN CHARGEMENT EXTERIEUR**

(a) Élément de base. (b) et (c) Contraintes normales. (d) Contrainte de cisaillement

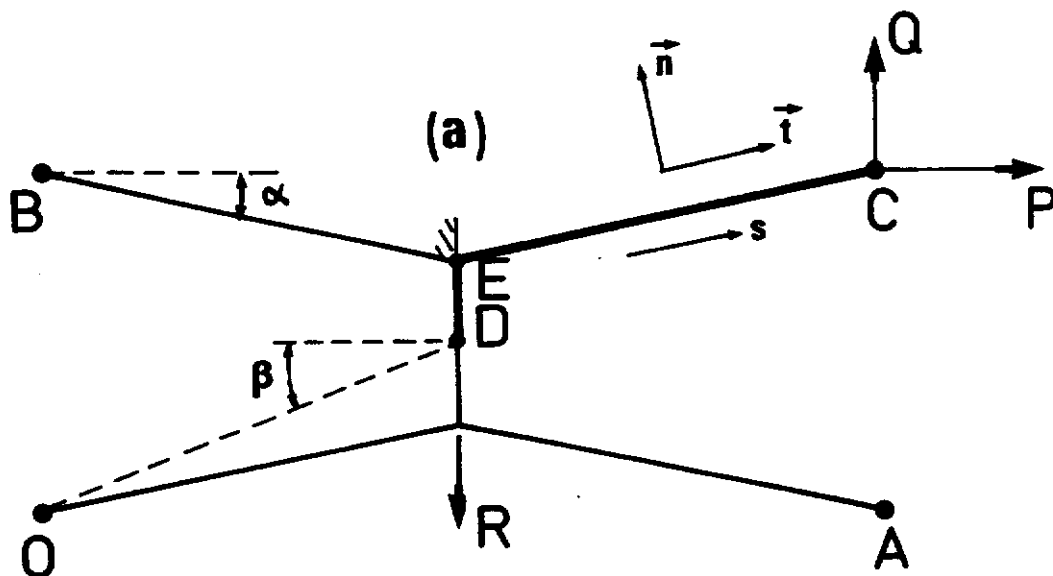


Fig. 1.6a CALCUL DES DEPLACEMENTS DES NOEUDS A L'AIDE DU THEOREME DE CASTIGLIANO (EFFORTS NORMAUX).

**Calcul pour les efforts normaux** Pour les contraintes normales ( $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ ), il suffit par symétrie de considérer un quart d'élément encastré en E (figure 1.6a).  $s$  désigne l'abscisse curviligne comptée dans la branche EC à partir de E. Le torseur des efforts appliqués à la section ( $s$ ) par la partie  $\{s'>s\}$  se réduit, pour ce problème plan, à trois composantes :  $N$  l'effort normal,  $T$  l'effort tranchant et  $M$  la composante du moment dans la direction 3. On a ici, du fait de la nullité de  $M$  au point C ( $s=L_4/2$ ) :

$$N = P \cos \alpha + Q \sin \alpha ; \quad T = -P \sin \alpha + Q \cos \alpha ; \quad M = T \left[ \frac{L_4}{2} - s \right]$$

L'énergie élastique dans la barre EC est :

$$W_{EC} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{L_4}{2}} \left[ \frac{N^2}{E_0 S_0} + \frac{M^2}{E_0 I_0} \right] ds = \frac{1}{4 E_0 L_{03}} \left[ \frac{N^2}{\lambda_0} + \frac{T^2}{\lambda_0^3} \right]$$

Les composantes ( $\Delta_1, \Delta_2$ ) du déplacement de C par rapport à E s'obtiennent, d'après le théorème de Castigliano, en différenciant  $W_{EC}$  par rapport à P et Q :

$$\Delta_1(EC) = \frac{\partial W_{EC}}{\partial P} = \frac{1}{2 \lambda_0^3 E_0 L_{03}} (\lambda_0^2 N \cos \alpha - T \sin \alpha)$$

$$\Delta_2(EC) = \frac{\partial W_{EC}}{\partial Q} = \frac{1}{2 \lambda_0^3 E_0 L_{03}} (\lambda_0^2 N \sin \alpha + T \cos \alpha)$$

Pour le déplacement de E par rapport à D :

$$\Delta_1(DE) = 0 ; \Delta_2(DE) = \frac{R}{E_1 S_1} \frac{L_6}{2} \approx \frac{R}{2L_{03} E_1 \lambda_1}$$

On obtient le déplacement de C par rapport à D en additionnant les expressions précédentes et en faisant (voir la figure 1.5b-c)  $P=F_1$ ,  $Q=F_2$  et  $R=2F_2$ . Par une double symétrie on obtient les déplacements des points A et B par rapport à O, dont nous déduisons les déformations de l'élément en écrivant :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\Delta_1(OA)}{L_1} = \frac{2\Delta_1(DE)+2\Delta_1(EC)}{L_1} \\ &= \frac{\lambda_0^2 \cos\alpha (F_1 \cos\alpha + F_2 \sin\alpha) - \sin\alpha (-F_1 \sin\alpha + F_2 \cos\alpha)}{L_1 L_{03} \lambda_0^3 E_0} \\ \epsilon_2 &= \frac{\Delta_2(OB)}{L_2} = \frac{2\Delta_2(DE)+2\Delta_2(EC)}{L_2} \\ &= \frac{\lambda_0^2 \sin\alpha (F_1 \cos\alpha + F_2 \sin\alpha) + \cos\alpha (-F_1 \sin\alpha + F_2 \cos\alpha)}{L_2 L_{03} \lambda_0^3 E_0} \\ \epsilon_6 &= \frac{\Delta_2(OA)}{L_1} + \frac{\Delta_1(OB)}{L_2} = 0 \end{aligned}$$

On obtient finalement, en utilisant (1.6) et en remarquant que  $L_{03}=f_3 L_3$  d'après (1.1) :

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{f_3 \lambda_0^3 E_0} [\operatorname{tg}\beta (\lambda_0^2 \cos^2\alpha + \sin^2\alpha) \sigma_1 - (1-\lambda_0^2) \cos\alpha \sin\alpha \sigma_2] \quad (1.7)^1 \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{f_3 \lambda_0^3 E_0} \left[ -(1-\lambda_0^2) \cos\alpha \sin\alpha \sigma_1 + \frac{\lambda_0^2 \sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\operatorname{tg}\beta} \sigma_2 \right] + \frac{\sigma_2}{f_3 \lambda_1^3 E_1 \operatorname{tg}\beta} \quad (1.7)^2 \\ \epsilon_6 &= 0 \end{aligned}$$

**Calcul pour les efforts de cisaillements.** On fait de même pour les cisaillements. Cette fois-ci nous considérons le demi-élément constitué de DE,EB,EC, encastré en D (figure 1.6b). L'origine des abscisses curvilignes  $s$  est en E. L'effort  $P$  est appliqué en C et compté positivement de D vers C, alors que l'effort  $Q$  est compté positivement de B vers D.

Les torseurs appliqués aux sections des poutres sont :

$$\begin{aligned} \text{EC} : N &= P \cos\gamma ; T = P \sin\gamma ; M = P \sin\gamma \left[ \frac{L_4}{2} - s \right] \\ \text{EB} : N &= -Q \cos\gamma ; T = Q \sin\gamma ; M = Q \sin\gamma \left[ \frac{L_4}{2} - s \right] \end{aligned}$$



$$DE : N = (P-Q)\sin\beta ; T = (P+Q)\cos\beta ; M = (P+Q) \left[ \frac{L_6}{2} - s \right] \cos\beta$$

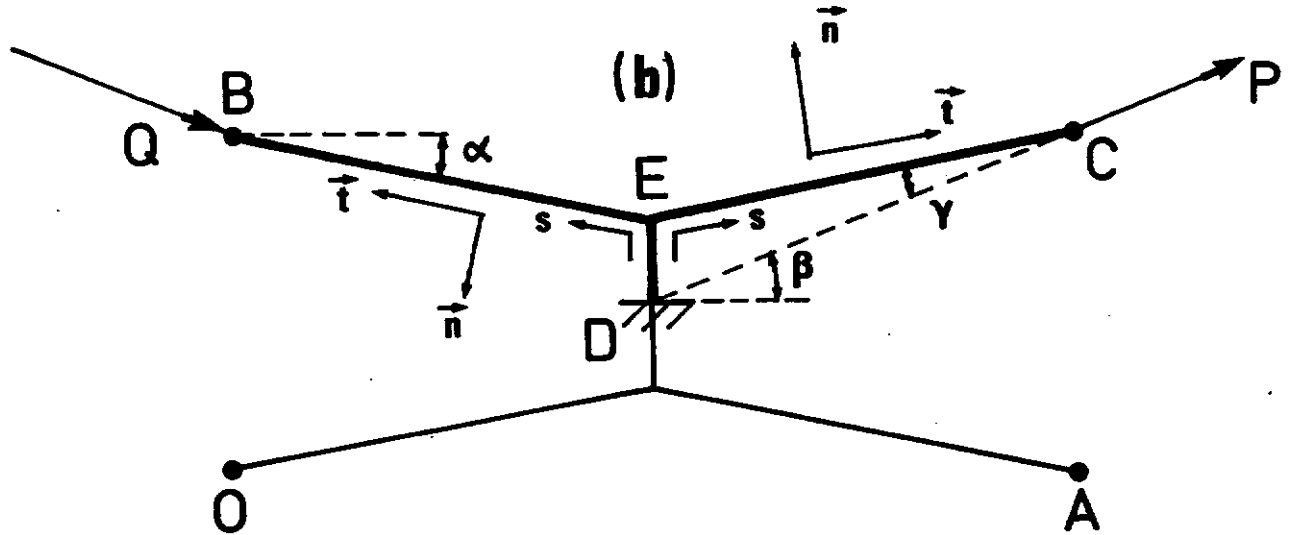


Fig. 1.6b CALCUL DES DEPLACEMENTS DES NOEUDS A L'AIDE DU THEOREME DE CASTIGLIANO (EFFORTS DE CISAILLEMENT).

On obtient l'énergie élastique totale du demi-élément :

$$\begin{aligned} W_{DEC} &= \frac{1}{2} \int_{EC+EB} \left[ \frac{N^2}{E_0 S_0} + \frac{M^2}{E_0 I_0} \right] ds + \frac{1}{2} \int_{DE} \left[ \frac{N^2}{E_1 S_1} + \frac{M^2}{E_1 I_1} \right] ds \\ &= \frac{P^2+Q^2}{2L_{03}E_0\lambda_0} \left[ \cos^2\gamma + \frac{\sin^2\gamma}{\lambda^2} \right] + \frac{1}{2L_{03}E_1\lambda_1} \left[ (P-Q)^2 \sin^2\beta + (P+Q)^2 \frac{\cos\beta^2}{\lambda_1^2} \right] \end{aligned}$$

Appliquons une nouvelle fois le théorème de Castigliano. On calcule les élongations des demi-diagonales de l'élément en différentiant par rapport à P et Q, puis en faisant  $P = Q = L_3 L_5 \sigma_6$  d'après (1.6) :

$$\Delta DC = -\Delta DB = \frac{\sigma_6 L_5 L_3}{2L_{03}E_0\lambda_0} [\lambda_0^2 \cos^2\gamma + \sin^2\gamma] + \frac{\sigma_6 L_5 L_3}{L_{03}E_1\lambda_1^3}$$

En tenant compte de la symétrie par rapport à D,  $\Delta OC = 2\Delta DC$  et  $\Delta AB = 2\Delta DB$ . On en déduit la déformation de cisaillement de l'élément complet :

$$\begin{aligned} \epsilon_6 &= \frac{\epsilon_\beta - \epsilon_{-\beta}}{2 \cos\beta \sin\beta} = \frac{\Delta OC - \Delta AB}{2L_5 \cos\beta \sin\beta} = \frac{2\Delta DC}{L_5 \cos\beta \sin\beta} \\ &= \frac{\lambda_0^2 \cos^2\gamma + \sin^2\gamma}{f_3 E_0 \lambda_0 \cos\beta \sin\beta} \sigma_6 + \frac{\sigma_6}{f_3 E_1 \lambda_1^3 \cos\beta \sin\beta} \end{aligned} \quad (1.8)$$

On a d'autre part  $2\epsilon_1 \cos^2\beta + 2\epsilon_2 \sin^2\beta = \epsilon_\beta + \epsilon_{-\beta} = 0$ . Un calcul complet permettrait de vérifier que  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ , ce à quoi on doit s'attendre, d'après la

symétrie du tenseur des complaisances, du fait que les effort normaux ne génèrent pas de déformations de cisaillement comme on le voit sur les relations (1.7).

**Complaisance et rigidité du réseau.** Les expressions (1.7) et (1.8) nous donnent la matrice des complaisances du réseau. Notons-la  $J^0$  (Rappelons que les quantités tensorielles sont désignées par des caractères gras, leur composantes par des caractères normaux et des indices inférieurs), soit  $\epsilon_i = J^0_{ij} \sigma_j$ .  $J^0$  est de la forme :

$$\begin{bmatrix} J^0_{11} & J^0_{12} & 0 \\ J^0_{12} & J^0_{22} & 0 \\ 0 & 0 & J^0_{66} \end{bmatrix}$$

$$\text{où : } J^0_{11} = \frac{1}{f_3 E_0} \operatorname{tg} \beta \left[ \frac{\cos^2 \alpha}{\lambda_0} + \frac{\sin^2 \alpha}{\lambda_0^3} \right] \quad (1.9)^1$$

$$J^0_{22} = \frac{1}{f_3 E_0 \operatorname{tg} \beta} \left[ \frac{\sin^2 \alpha}{\lambda_0} + \frac{\cos^2 \alpha}{\lambda_0^3} \right] + \frac{2}{f_3 E_1 \operatorname{tg} \beta \lambda_1} \quad (1.9)^2$$

$$J^0_{12} = \frac{1}{f_3 E_0} \left[ \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0^3} \right] \cos \alpha \sin \alpha \quad (1.9)^3$$

$$J^0_{66} = \frac{1}{f_3 E_0 \sin \beta \cos \beta} \left[ \frac{\cos^2 \gamma}{\lambda_0} + \frac{\sin^2 \gamma}{\lambda_0^3} \right] + \frac{2}{f_3 E_1 \lambda_2^3 \cos \beta \sin \beta} \quad (1.9)^4$$

Avant d'aller plus loin, nous simplifions ces expressions en tenant compte des approximations (1.4). Nous obtenons, en remarquant que  $f_2 f_3 = \Phi$  :

$$J^0_{11} = \frac{1}{\Phi E_0} \left[ 1 + \frac{m_2^2}{f_2^2} \right]$$

$$J^0_{12} = \frac{1}{\Phi E_0} \left[ -\frac{m_2}{\lambda_0^2} \right]$$

$$J^0_{22} = \frac{1}{\Phi E_0} \left[ \frac{f_2^2}{\lambda_0^4} + 2p_1 \right]$$

$$J^0_{66} = \frac{1}{\Phi E_0} \left[ \left[ 1 + \frac{p_1}{\lambda_1^2} \right] \frac{f_2^2}{\lambda_0^2} \right]$$

En inversant la matrice ci-dessus, nous obtenons finalement la rigidité  $P=(P_{ij})$  du réseau microfibrillaire dans le plan (1,2). Jusqu'à présent nous avons inclu les termes en  $p_1$  qui font intervenir les déformations des poutrelles. Dorénavant nous les négligeons, supposant que les conditions (1.5) sont vérifiées.  $P$  prend

alors une forme simple :

$$\sigma_j = P_{ij}\epsilon_i \quad \text{avec } P = k_f \begin{bmatrix} 1 & m_2\mu & 0 \\ m_2\mu & h_2\mu^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (1.10)^1$$

$$\text{où : } k_f = f_2 f_3 E_0 = \Phi E_0 \quad (1.10)^2$$

$$\mu = \frac{\lambda_0^2}{f_2^2} \simeq \beta^2 \quad (1.10)^3$$

$$m_2 = 1 - f_2 \quad (1.10)^4$$

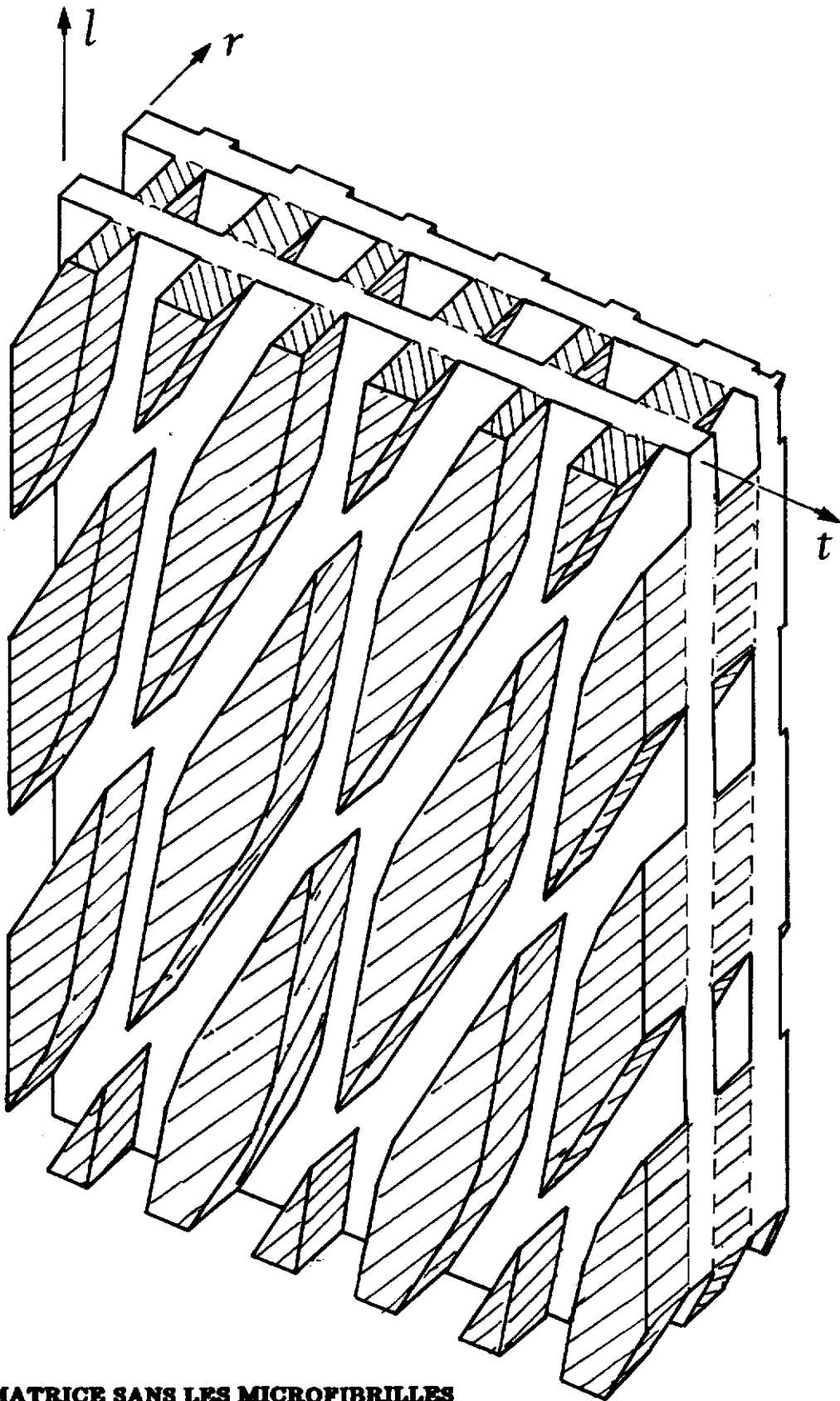
$$h_2 = m_2^2 + f_2^2 \quad (1.10)^5$$

*Il ne s'agissait jusqu'à présent que du comportement des microfibrilles seules, en l'absence de matrice. Il nous reste maintenant à introduire l'effet des inclusions amorphes.*

#### 1.4. Les incrustations de matrice représentées par des ressorts inclus dans le réseau.

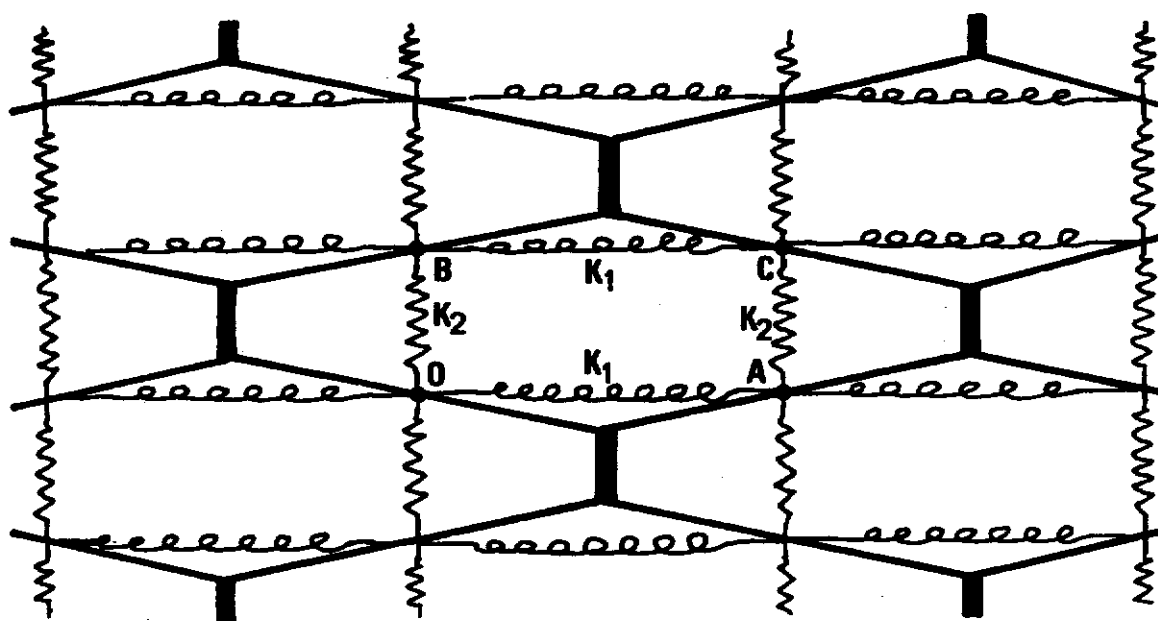
La matrice, selon l'image que nous développons, se trouve dans deux sortes d'endroits : d'une part dans des couches intermédiaires entre les lamelles de microfibrilles, d'autre part en incrustations lenticulaires à l'intérieur de celles-ci. Cela est mis en évidence sur la figure 1.7, où la matrice est représentée en l'absence des microfibrilles.

On peut, en première approximation, négliger la contribution des couches inter-lamellaires de matrice au comportement mécanique sous l'effet de contraintes planes, en considérant que l'essentiel des contraintes est supporté par les lamelles de microfibrilles.



**Fig. 1.7 LA MATRICE SANS LES MICROFIBRILLES  
SELON LE MODELE LAMELLAIRE**

Supposons qu'un champ de contrainte  $\sigma$  soit appliqué à une lamelle, qui sous l'effet de  $\sigma$  prend une déformation  $\epsilon$ . La déformation étant imposée par le réseau, la matrice résiste à ces déformations en exerçant sur le réseau un champ de contraintes  $-\sigma'$  qui absorbe en partie la contrainte extérieure, de sorte que la contrainte effectivement subie par le réseau devient  $\sigma^{\text{eff}} = \sigma - \sigma'$ . En d'autres termes nous avons une disposition en parallèle du réseau microfibrillaire et des incrustations amorphes.



**Fig. 1.8 LA MATRICE VUE COMME DES RESSORTS ACCROCHES AUX NOEUDS DU RESEAU**

Nous allons illustrer par une image concrète la contribution de la matrice à la rigidité de la lamelle :

Supposons que l'action de la matrice soit équivalente à celle des ressorts indiqués sur la figure 1.8. Le point O étant fixe, soient  $A^0, B^0, C^0$  les positions des points A, B, C du réseau en l'absence de contraintes extérieures et en l'absence de matrice, et  $L_1^0 = OA^0 = B^0C^0$ ,  $L_2^0 = OB^0 = A^0C$ . Le ressort OA et ses semblables ont tous une rigidité  $K_1$  et une longueur à vide  $L_1^v = OA^1$ , qui peut être différente de  $L_1^0$ . De même pour les ressorts OB, de rigidité  $K_2$ , et de longueur à vide  $L_2^v = OB^1$ . Prenant comme longueur de référence les  $L_j^0$  ( $j = 1, 2$ ), nous notons :

$$\epsilon_j = \frac{L_j - L_{j0}}{L_{j0}} ; \xi_j = \frac{L_j^v - L_{j0}}{L_{j0}} ; \epsilon_j^e = \epsilon_j - \xi_j \quad (1.11)$$

Ces notations sont justifiées par le fait que, en vertu de la **périodicité** du réseau, les  $\epsilon_j^e$  *se confondent avec les grandeurs correspondantes pour l'ensemble du réseau.*

Ainsi, lorsque sous l'effet d'un chargement extérieur le réseau est déformé dans l'état caractérisé par  $\epsilon$ , cette déformation se retrouve localement au niveau des noeuds, de sorte que le réseau applique aux ressorts des efforts :

$$F_j = K_j L_j^0 (\epsilon_j - \xi_j) \quad (j=1,2)$$

D'après les formules (1.6), *tout se passe comme si* le réseau subissait, du fait des ressorts, un champ de contrainte supplémentaire  $-\sigma'$  avec :

$$\sigma'_j = k_j (\epsilon_j - \xi_j) \quad (1.12)$$

$$\text{où :} \quad k_1 = K_1 \frac{L_1^0}{L_3 L_2^0} = \frac{K_1}{L_3 \text{tg}\beta}$$

$$k_2 = K_2 \frac{L_2^0}{L_3 L_1^0} = \frac{K_2 \text{tg}\beta}{L_3}$$

$$k_6 = 0$$

Plus généralement, on peut écrire :

$$\sigma'_i = Q_{ij} (\epsilon_j - \xi_j) \Leftrightarrow \sigma = Q (\epsilon - \xi) \quad (1.13)^1$$

$$\text{où :} \quad Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (1.13)^2$$

puis que le réseau subit la contrainte effective  $\sigma - \sigma'$  :

$$\sigma - \sigma' = P \epsilon$$

d'où :

$$\sigma = P \cdot \epsilon + Q \cdot (\epsilon - \xi) \quad (1.14)$$

ou encore :

$$\epsilon = J \sigma + JQ \xi \quad (1.15)^1$$

$$\text{où :} \quad J = (P+Q)^{-1} \quad (1.15)^2$$

Rappelons qu'en écrivant (1.13), nous faisons implicitement une hypothèse

*d'homogénéité des déformations et des contraintes dans la matrice.* Nous faisons une hypothèse équivalente lorsque nous admettons que l'action de la matrice peut se ramener à celle de groupes de ressorts identiques accrochés aux *noeuds* du réseau.

Ainsi, pour reprendre l'image précédente, nous pourrions obtenir une expression du type de (1.13) ci-dessus pour  $Q$  en ajoutant aux ressorts précédents deux systèmes de ressorts diagonaux accrochés respectivement aux positions OC et AB. On obtiendrait alors :

$$Q_{11} = k_1 + k_3 ; Q_{22} = k_2 + k_3 \text{tg}^4\beta ; Q_{12} = Q_{66} = k_3 \text{tg}^2\beta \quad (1.16)$$

où  $k_1, k_2, k_3$  sont reliés aux rigidités des ressorts axiaux, transversaux et diagonaux respectivement. D'autre part les  $\xi_1, \xi_2, \xi_6$  seraient alors certaines combinaisons linéaires des longueurs à vides des quatre types de ressorts en jeu.

Remarquons que  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_6)$  est une grandeur homogène à un tenseur de déformations. C'est un paramètre caché qui représente la configuration interne de la matrice, et donc est susceptible de varier du fait des réarrangements moléculaires au sein de la matrice.

### 1.5. Elasticité des inclusions amorphes.

*Nous allons maintenant chercher à estimer les rigidités  $Q_{ij}$ . Ensuite, dans le chapitre suivant, nous verrons comment prendre en compte l'évolution des  $\xi_j$ .*

Pour estimer la part des inclusions amorphes à la rigidité, nous utilisons une image "équivalente" du volume élémentaire, de dimensions  $L_1, L_2, L_3$  (figure 1.9), où nous avons regroupé en un seul bloc toute la matrice présente dans la lamelle contenant les microfibrilles.

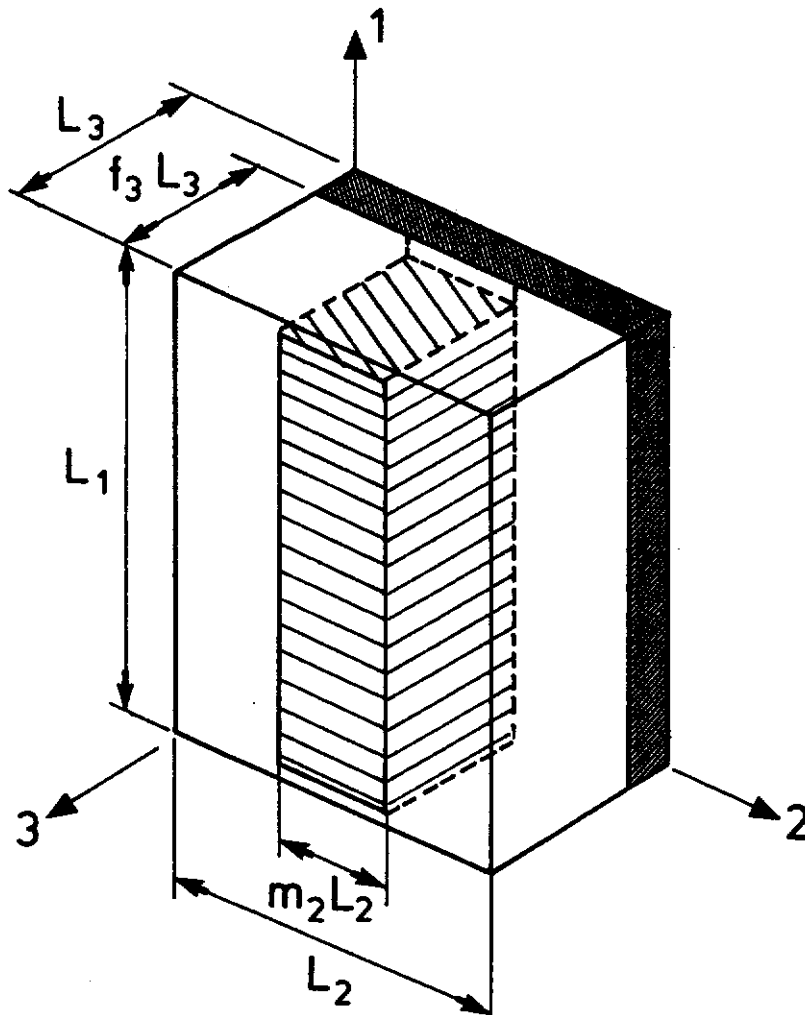


Fig. 1.9 IMAGE COMPACTEE DE LA MATRICE

La matrice occupe le sous-volume  $L_1, m_2 L_2, f_3 L_3$ . Appelons  $\sigma^m$  et  $\epsilon^{em}$  les champs de contraintes et déformations élastiques, supposés homogènes, subis par la matrice, et  $\sigma'$  et  $\epsilon^e$  les champs qui, appliqués extérieurement au réseau, produiraient sur lui le même effet.

Dans la direction 1, la déformation élastique est imposée par le réseau, donc  $\epsilon_1^{em} = \epsilon_1^e$ , alors que pour les contraintes il faut écrire l'égalité des efforts :

$$F_1 = L_3 L_2 \sigma_1' = f_3 L_3 m_2 L_2 \sigma_1^m \quad \text{d'où} : \sigma_1' = f_3 m_2 \sigma_1^m$$

En revanche, dans la direction 2, la contrainte est transmise par toute la surface de contact :

$$F_2 = L_3 L_1 \sigma_2' = f_3 L_3 L_1 \sigma_2^m \quad \text{d'où} : \sigma_2' = f_3 \sigma_2^m$$

alors que pour les déformations élastiques il faut écrire l'égalité des déplacements, étant donné que nous avons négligé les déformations latérales des microfibrilles :



$$\epsilon_2^e L_2 = \epsilon_2^{em} m L_2 \quad \text{d'où} : \epsilon_2 = m \epsilon_2^m.$$

En résumé, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \sigma_1' &= f_3 m_2 \sigma_1^m \\ \sigma_2' &= f_3 \sigma_2^m \\ \epsilon_1^e &= \epsilon_1^{em} \\ \epsilon_2^e &= \epsilon_2^{em} m_2 \end{aligned} \quad (1.17)$$

De ce fait, si  $\sigma^m = Q^m \epsilon^{em}$  représente la loi de comportement de la matrice au niveau des inclusions, cela se traduit au niveau du réseau par :

$$\begin{aligned} \sigma_1' &= m \left[ Q_{11}^m \epsilon_1^e + Q_{12}^m \frac{\epsilon_2^e}{m} \right] \\ \sigma_2' &= Q_{12}^m \epsilon_1^e + Q_{22}^m \frac{\epsilon_2^e}{m} \end{aligned}$$

D'où une relation  $\sigma' = Q \epsilon^e$  avec :

$$Q_{11} \simeq f_3 m_2 Q_{11}^m \quad (1.18)^1$$

$$Q_{12} \simeq f_3 Q_{12}^m \quad (1.18)^2$$

$$Q_{22} \simeq f_3 \frac{1}{m_2} Q_{22}^m \quad (1.18)^3$$

Nous pouvons interpréter ces relations en remarquant que dans la direction 1 la disposition des constituants est presque en parallèle, ce qui réduit le rôle de la matrice, alors qu'elle est presque en série dans la direction 2, ce qui au contraire amplifie sa contribution. Pour les cisaillements, nous faisons, faute de mieux, l'hypothèse :

$$Q_{66} \simeq f_3 Q_{66}^m \quad (1.18)^4$$

Pour obtenir la contribution de la matrice à la rigidité globale, il nous faut donc une estimation de son comportement local  $Q^m$ . Pour l'obtenir, nous faisons l'hypothèse que le comportement élastique local de la matrice est *isotrope*, avec un module  $E_m$  et un coefficient de Poisson  $\nu$ . dans ces conditions nous obtenons :

$$Q \simeq f_3 \frac{E_m}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} m_2 & \nu & 0 \\ \nu & 1/m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

### Conclusions

(1) La barre élastique, qui représentait les microfibrilles dans la deuxième partie [§ II.1.3], a été remplacée par un réseau de poutres encastées.

(2) Le tenseur de rigidité  $P$  de la lamelle contenant les microfibrilles a été calculé, en contraintes planes, dans le repère lié aux microfibrilles. Il est l'extension multiaxiale du module élastique de la barre ( $P$ ) de la deuxième partie.

(3) Son expression fait intervenir le module des poutres, qui sera assimilé au module de la cellulose cristalline, et certains facteurs géométriques tels que les proportions relative de microfibrilles et de matrice.

(4) Nous disposons maintenant d'une relation de comportement de la forme :

$$\sigma = P\epsilon + Q(\epsilon - \xi)$$

où  $P$  est la rigidité du réseau seul et  $Q$  la contribution de la matrice. A la différence de la relation (II.1.4) obtenue dans la seconde partie, il s'agit maintenant de grandeurs tensorielles.

(5) Cette relation ne rend pas compte de la répartition complexe des déformations et des contraintes dans la matrice. Pour l'obtenir, nous avons donc fait une hypothèse d'homogénéité des tenseurs contrainte et déformation de la matrice, hypothèse symbolisée par l'image de petits ressorts accrochés aux noeuds du réseau.

(6) Dans le chapitre suivant nous allons étudier la signification de  $\xi$  et la loi qui régit son évolution.

## 2. MODELISATION DU COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE.

*Dans la seconde partie, la matrice était assimilée à un ressort de rigidité  $Q$  et de longueur à vide variable  $\xi$ , accroché à ses extrémités à une barre élastique de rigidité  $P$ . Nous nous retrouvons formellement dans une situation analogue, à la différence près qu'ici  $P$  et  $Q$  sont des tenseurs d'ordre 4, et  $\xi$  un tenseur d'ordre 2 (correspondant respectivement, avec la notation vectorielle que nous utilisons, à des matrices et un vecteur). Ce sont donc les six composantes  $\xi_1 \dots \xi_6$  qui sont susceptibles de varier. Même en ne retenant que  $\xi_1, \xi_2, \xi_6$  dans l'approche bidimensionnelle, cela fait une situation autrement plus complexe que dans le cas uniaxial. Or nous ne désirons pas, dans cette partie "dédiée" aux microfibrilles, donner une place excessive à la représentation de la matrice. Aussi, de même que dans le chapitre précédent nous lui avons déjà imposé un champ de déformations élastiques homogène, allons-nous dans ce chapitre être amené à poursuivre la simplification en lui imposant des déformations différées localement uniaxiales, c'est-à-dire dont les directions sont déterminées par certaines directions matérielles liées à la microstructure.*

### 2.1. Evolution du paramètre de configuration : Extension du modèle uniaxial.

On se souvient que le paramètre  $\xi$  est homogène à un tenseur de déformation et représente, comme au § II.1.1, la configuration de la matrice. Formellement il a été défini comme le tenseur de la "déformation à vide" de la matrice, c'est à dire la déformation qui serait celle de la matrice si, hypothétiquement, l'action du réseau microfibrillaire (contrainte  $\sigma'$ ) cessait de s'exercer sur elle.

*Nous reprenons dans ce chapitre l'approche physique développée au chapitre II.2 dans le cas uniaxial.*

Supposons que la matrice "à vide" possède un nombre fini de configurations stables  $\xi^0, \dots, \xi^N$ , caractérisées par un potentiel  $G_\ell(\xi)$  possédant des minima relatifs aux points  $\xi^n$ . De même qu'au § II.1.4 [formule (II.1.3)], l'énergie libre du mécanisme élémentaire (une maille du réseau) est, du fait des rigidités  $P$  et  $Q$  :

$$\rho f(\epsilon, \xi) = \frac{1}{2} P \epsilon \cdot \epsilon + \frac{1}{2} Q (\epsilon - \xi) \cdot (\epsilon - \xi) + G_\ell(\xi)$$

On en déduit la contrainte en dérivant par rapport à  $\epsilon$  :

$$\sigma = \frac{\partial \rho f}{\partial \epsilon} = P \epsilon + Q (\epsilon - \xi)$$

ce qui revient en fait à écrire l'équilibre du ressort de rigidité  $P$  en parallèle avec le ressort de rigidité  $Q$ . On a donc, sous l'effet d'une contrainte  $\sigma$  [voir formule (II.1.4)] :

$$\epsilon = \epsilon(\sigma, \xi) = J \sigma + J Q \xi$$

où :

$$J = (P + Q)^{-1}$$

Cela nous permet d'écrire l'enthalpie libre comme fonction de  $\sigma$  et  $\xi$  [voir formules (II.1.5) et (II.1.6)] :

$$\begin{aligned} \rho g(\sigma, \xi) &= \rho f - \epsilon \cdot \frac{\partial \rho f}{\partial \epsilon} \\ &= \frac{1}{2} Q \xi \cdot \xi - \frac{1}{2} J (Q J + \sigma) \cdot (Q \xi + \sigma) + G_\ell(\xi) \\ &= \frac{1}{2} K (\xi - P^{-1} \sigma) \cdot (\xi - P^{-1} \sigma) - \frac{1}{2} P^{-1} \sigma \cdot \sigma + G_\ell(\xi) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\text{où :} \quad K = Q - Q J Q = P J Q = Q J P = (P^{-1} + Q^{-1})^{-1} \quad (2.2)$$

L'expression de  $G_\ell(\xi)$  étant connue, nous pouvons théoriquement en déduire les hauteurs des barrières énergétiques  $G^{n,m}$  à franchir pour passer d'une configuration  $\xi^n$  à une autre configuration  $\xi^m$ . Nous en déduisons alors l'évolution de la répartition  $Z^n(t)$  dans les différents sites, par le système d'équations [voir (II.1.19)] :

$$\frac{dZ^n}{dt} = \sum_{m \neq n} (p^{m,n} Z^m - p^{n,m} Z^n)$$

où [définition (II.1.17)] :

$$p^{n,m} = \frac{1}{\tau_v} \exp \left[ - \frac{G^{n,m} V_0}{RT} \right] \quad (2.3)$$

puis le site moyen et la déformation :

$$\xi(t) = \sum_n \xi^n Z^n(t) \rightarrow \epsilon(t) = J\sigma(t) + JQ \xi(t)$$

Rappelons que  $p^{n,m}$  est la probabilité de transition par unité de temps du site  $n$  vers le site  $m$ . Les "barrières"  $G^{n,m}$  sont des densités d'énergie, homogènes au produit d'une contrainte par une déformation.  $V_0$  est le volume occupé par une mole de l'élément de volume : l'exposant dans l'expression des probabilités  $p^{n,m}$  est ainsi le rapport de deux énergies molaires,  $\Theta = RT/V_0$  étant l'énergie thermique volumique de la matière.

## 2.2. Remarques sur le potentiel des configurations $G_\ell(\xi)$ .

Tout le problème de cette approche réside dans le choix adéquat des  $\xi^n$  et de  $G_\ell(\xi)$ . Dans le § II.1.4 [figure II.1.5], nous avons écrit que les  $\xi^n$  (alors des quantités *scalaires*) étaient équidistants, séparés de  $2\zeta^0$  les uns des autres, et que  $G_\ell(\xi)$  était une fonction périodique de  $\xi$ , de période  $2\zeta^0$ , possédant des minima aux points  $\xi^n$  et des maxima aux points  $\xi^n \pm \zeta^0$ . En fait, pour tenir compte de la structure complexe de la matrice, dont les déformations visqueuses correspondent aux mouvements de segments moléculaires de tailles différentes, il aurait été plus réaliste d'avoir une fonction  $G_\ell(\xi)$  modulée par plusieurs périodes. Vanderput (1987) considère la décomposition de l'énergie libre en un terme non périodique, correspondant pour nous aux premiers termes de  $G$ , et une série de termes sinusoïdaux de période décroissante, ce qui serait revenu ici à considérer la transformée de Fourier de  $G_\ell(\xi)$ .

On peut espérer, par cette approche, rendre compte des différentes transitions en jeu dans les processus visqueux, chaque période étant attribuée à une taille de segments moléculaires. Remarquons que l'élargissement du spectre de relaxation correspondant à un processus donné peut s'interpréter autrement que par une distribution de la taille des segments autour d'une valeur moyenne. Il est, en partie au moins, impliqué par l'existence d'une série de puits de potentiels successifs pour une période (i.e. une taille de segments) donnée.

**Remarque.** Cela avait été mis en évidence dans la formulation uniaxiale du chapitre II.1, qui aboutissait au système d'évolution (II.1.19), avec les valeurs de barrières énergétiques (II.1.12). Lorsque le nombre de sites stables dépasse deux, le système possède plus d'une valeur propre. Le terme dominant dans l'évolution correspond à une valeur propre dont l'ordre de grandeur est donné par la formule (II.1.24), mais l'existence des autres termes contribue à "élargir" le spectre de relaxation, autour de la fréquence donnée par le terme dominant. Cela montre qu'une série de "sauts" moléculaires identiques aboutit, sous l'effet de l'élasticité de la structure avoisinante, à une "distribution" (discrète) de temps de relaxation.

Comme nous l'avions rappelé plus haut, l'objectif que nous poursuivons pour le moment n'est pas la prise en compte des différentes transitions, ni même l'élargissement du spectre de relaxation pour une transition donnée. Nous cherchons avant tout à rendre compte des effets d'anisotropie locale, au sein de la matière ligneuse, afin que notre loi de comportement soit fonction de l'orientation de la microstructure (angle des microfibrilles) par rapport à la direction de la sollicitation.

Il nous suffit donc de considérer le cas simplifié de deux sites, qui donnera un temps de relaxation unique.

### 2.3. Formulation simplifiée pour deux sites.

*Ce cas a été traité dans le cadre uniaxial au chapitre II.2. Nous devons reprendre la formulation en tenant compte de la multiaxialité.*

Les deux sites sont donnés par  $\xi^1 = \xi^0 - \zeta^0$  et  $\xi^2 = \xi^0 + \zeta^0$  [extension de la définition (II.2.1)<sup>2</sup>], la configuration moyenne étant :

$$\xi = \xi^1 Z^1 + \xi^2 Z^2 \quad \text{avec :} \quad Z^1 + Z^2 = 1 \quad (2.4)$$

On a [comme en (II.2.5)] :

$$\frac{dZ^1}{dt} = -\frac{dZ^2}{dt} = -p^{1,2} Z^1 + p^{2,1} Z^2$$

où les  $p^{i,j}$  sont les probabilités de transition par unité de temps, données par (2.3). On en déduit [comme pour (II.2.6), la seule différence étant que maintenant  $\xi$ ,  $\xi^0$ ,  $\zeta^0$ , etc. sont des tenseurs] :

$$\frac{d}{dt}(\xi - \xi^0) = (p^{1,2} + p^{2,1}) \left[ \frac{p^{1,2} - p^{2,1}}{p^{1,2} + p^{2,1}} \zeta^0 + \xi^0 - \xi \right] \quad (2.5)$$

Pour simplifier nous *négligeons le déplacement des minima de  $\rho g$  par rapport à ceux de  $G_\ell(\xi)$*  (c'est-à-dire  $\xi^1$  et  $\xi^2$ ), conformément à ce que nous avons mentionné à la fin du chapitre II.2. Cela revient à supposer pour  $G_\ell(\xi)$  une forme mathématique en "dents de scie" [figure II.1.5b], telle que :

$$G_\ell(\xi^1) = G_\ell(\xi^2) = 0 \quad \text{et} \quad G_\ell(\xi^0) = G_b$$

et pour laquelle :

$$G^{1,2} = \rho g(\xi^0; \sigma) - \rho g(\xi^1; \sigma)$$

$$G^{2,1} = \rho g(\xi^0; \sigma) - \rho g(\xi^2; \sigma)$$

On a donc d'après (2.1) :

$$\begin{aligned} G^{1,2} &= G_b + \frac{1}{2} \mathbf{K}(\xi^0 - \mathbf{P}^{-1}\sigma) \cdot (\xi^0 - \mathbf{P}^{-1}\sigma) - \frac{1}{2} \mathbf{K}(\xi^0 - \mathbf{P}^{-1}\sigma - \zeta^0) \cdot (\xi^0 - \mathbf{P}^{-1}\sigma - \zeta^0) \\ &= G_b - \frac{1}{2} \mathbf{K} \zeta^0 \cdot \zeta^0 - \mathbf{K} \zeta^0 \cdot (\mathbf{P}^{-1}\sigma - \xi^0) \end{aligned}$$

et de même :

$$G^{2,1} = G_b - \frac{1}{2} \mathbf{K} \zeta^0 \cdot \zeta^0 + \mathbf{K} \zeta^0 \cdot (\mathbf{P}^{-1}\sigma - \xi^0)$$

Ces expressions peuvent s'écrire [comme (II.2.2)<sup>1</sup>]

$$G^{1,2} = G_a - \lambda \cdot (\sigma - \mathbf{P} \xi^0) \quad G^{2,1} = G_a + \lambda \cdot (\sigma - \mathbf{P} \xi^0) \quad (2.6)^1$$

où :

$$G_a = G_b - \frac{1}{2} \mathbf{K} \zeta^0 \cdot \zeta^0$$

$$\lambda = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{K} \zeta^0 = \mathbf{QJ} \zeta^0$$

En reportant dans (2.5) les expressions des probabilités (2.3), avec les valeurs des barrières données par (2.6), nous obtenons la loi d'évolution de  $\xi$  suivante [extension multiaxiale de (II.2.7)] :

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{d\xi^0}{dt} + \frac{1}{\tau(\sigma)} (\eta(\sigma) - \xi) \quad (2.7)$$

où les coefficients  $\tau$  et  $\eta$  ont les expressions :

$$\tau = \tau_v \frac{\exp(-G_s/\Theta)}{2 \operatorname{ch} \left[ \frac{1}{\Theta} \lambda \cdot (\sigma - P\xi^0) \right]} \quad (2.8)^1$$

$$\eta = \xi^0 \operatorname{th} \left[ \frac{1}{\Theta} \lambda \cdot (\sigma - P\xi^0) \right] + \xi^0 \quad (2.8)^2$$

[qui sont les extensions des formules (II.2.7)<sup>1</sup> et (II.2.8)<sup>1-2</sup> de la seconde partie].

#### 2.4. Etude de la linéarité.

*Non-linéarité de l'équation d'évolution.* Comme dans la deuxième partie (§ II.2.3), Il apparaît une double non-linéarité par rapport à  $\sigma$  : (i) par la dépendance  $\tau(\sigma)$ ; (ii) par la non-linéarité de  $\eta(\sigma)$ .

Mais par ailleurs, il intervient un fait nouveau par rapport au cas uniaxial. On remarque en effet que  $\sigma$  n'intervient que par le terme :

$$\frac{1}{\Theta} \lambda \cdot \sigma = \frac{1}{\Theta} K \zeta^0 \cdot P^{-1} \sigma = \frac{1}{\Theta} QJ \zeta^0 \cdot \sigma \quad (2.9)$$

où  $\lambda$  est, rappelons-le, homogène à un tenseur de déformations. Ainsi des contraintes telles que  $\lambda \cdot \sigma = 0$  ne produisent pas d'effet visqueux. Seule compte la projection de  $\sigma$  sur la direction définie par  $\lambda$ . Cela rappelle la *plasticité des monocristaux métalliques* qui fait intervenir les cisaillements sur un nombre fini de plans de glissement.

Cette "simplicité" du comportement peut sembler étrange à première vue. En réalité, elle tient simplement au fait de s'être limité à deux puits de potentiel dans l'expression de  $G_\ell(\xi)$ , ce qui impose la direction  $\zeta^0$  aux glissements visqueux. Le produit sans dimension QJ joue donc le rôle d'un tenseur de localisation caractérisant l'action locale de la contrainte macroscopique.

*Cas des valeurs élevées de  $\sigma \cdot \lambda$*  Lorsque la composante de  $\sigma$  dans la direction définie par  $\lambda$  devient élevée, soit  $\pm[\lambda \cdot (\sigma - P\xi^0)] \gg \Theta$  :

$$\tau(\sigma) \simeq \tau_0 / \exp \left| \frac{\lambda \cdot (\sigma - P\xi^0)}{\Theta} \right| \rightarrow 0$$

$$\eta(\sigma) \rightarrow \xi^0 \pm \zeta^0$$



Donc pour des valeurs élevées de  $|\sigma.\lambda|$ , l'état limite  $\eta$  est borné par  $\xi^0 \pm \zeta^0$  et le processus tend à devenir *instantané*.

*Linéarisation pour les faibles valeurs de la projection de la contrainte sur la direction des glissements visqueux.* Dorénavant nous allons considérer le cas :

$$|\lambda.\sigma| = |QJ\zeta^0.\sigma| \ll \Theta \quad (2.10)$$

Compte-tenu de  $\text{ch}(x-a) \simeq \text{cha} (1-x\text{tha})$  et  $\text{th}(x-a) \simeq -\text{tha} - (1-\text{th}^2a)x$  :

$$\tau(\sigma) = \frac{\tau}{1 - a_0\lambda.\sigma/\Theta} \quad (2.11)^1$$

$$\eta(\sigma) = \xi^0 - a_0\zeta^0 + (1 - a_0^2) W^0 QJ \sigma \quad (2.11)^2$$

où, si l'on note  $x^T$  la transposée de  $x$  :

$$\tau = \tau_v \frac{1}{2\text{ch} \frac{K\xi^0.\zeta^0}{\Theta}} \exp \frac{G_b - K\xi^0.\zeta^0/2}{\Theta} \quad (2.12)^1$$

$$a_0 = \text{th} \frac{K\xi^0.\zeta^0}{\Theta} \quad (2.12)^2$$

$$\lambda = QJ \zeta^0 \quad (2.12)^3$$

$$W^0 = \frac{1}{\Theta} (\zeta^0 \zeta^{0T}) \quad (2.12)^4$$

*Remarque.* Dans les calculs nous tenons compte de la symétrie des tenseurs  $P, Q, K, W^0$ , etc. et du fait que  $(X.Y)Z = Z X^T Y$

On peut remarquer que  $W^0$ , qui représente un tenseur homogène à une complaisance, est une matrice de rang 1, de vecteur propre  $\zeta^0$  associé à la valeur propre  $|\zeta^0|^2/\Theta$  :

$$W^0\zeta^0 = \frac{1}{\Theta} \zeta^0 \zeta^{0T} \zeta^0 = \frac{1}{\Theta} |\zeta^0|^2 \zeta^0 \quad (2.13)$$

*Hypothèse supplémentaire sur les configurations.* Remarquons que  $a_0$  est un scalaire tel que  $|a_0| < 1$ . A partir de maintenant, nous supposons que  $a_0$  est petit devant 1, c'est à dire :

$$|K\xi^0.\zeta^0| \ll \Theta \quad (2.14)$$

on peut alors écrire  $a_0 \simeq K\xi^0.\zeta^0/\Theta$ , d'où  $a_0\zeta^0 \simeq W^0 K\xi^0$ ; d'autre part on

néglige les termes  $a_0^2$  et  $a_0(\lambda.\sigma)/\Theta$ , et il reste :

$$\eta = (\text{Id} - \mathbf{W}^0\mathbf{K})\xi^0 + \mathbf{W}^0\mathbf{QJ}\sigma \quad (2.15)^1$$

$$\tau = \tau_v \exp(G_s/\Theta) \quad (2.15)^2$$

**Remarque.** L'hypothèse (2.14) n'a pas de sens physique évident a priori. Elle impose une condition sur la position des sites  $\xi^1$  et  $\xi^2$ , sous la forme d'une "quasi-orthogonalité" de l'ampleur des mouvements visqueux potentiels (facteur  $\zeta^0$ ) par rapport à  $\mathbf{K}\xi^0$ . Nous avons fait cette hypothèse dans le but exclusif de simplifier les expressions de  $\tau$  et  $\eta$ ,  $\tau$  devenant constant et  $\eta$  une fonction linéaire de  $\sigma$  et  $\xi^0$ . Elle devra être vérifiée *a posteriori* lorsque nous disposerons d'estimations des paramètres à partir d'identifications expérimentales. Il faut noter toutefois que, du fait qu'il nous manquera une estimation quantitative de  $\xi^0$ , nous n'aurons pas la possibilité de le faire dans le cadre de ce travail.

## 2.5. Introduction d'un élément "vérin mécanique" et représentation analogique équivalente au modèle physique.

Le terme  $\mathbf{QJ}\sigma$  qui intervient dans l'expression de  $\eta(\sigma)$  ci-dessus peut être transformé de manière à faire intervenir la contrainte  $\sigma' = \sigma - \mathbf{P}\epsilon = \mathbf{Q}(\epsilon - \xi)$  appliquée à la matrice. Nous avons en effet :

$$\begin{aligned} \mathbf{QJ}\sigma &= \mathbf{QJ}[\mathbf{P}\epsilon + \mathbf{Q}(\epsilon - \xi)] = \mathbf{Q}[\epsilon - \mathbf{JQ}\xi] = \mathbf{Q}(\epsilon - \xi) + (\mathbf{Q} - \mathbf{QJQ})\xi \\ &= \sigma' + \mathbf{K}\xi \end{aligned}$$

Les coefficients étant donnés par (2.15), l'équation différentielle (2.7) s'écrit maintenant :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\xi - \xi^0) &= \frac{1}{\tau} \{ \mathbf{W}^0\sigma' + (\text{Id} - \mathbf{W}^0\mathbf{K})(\xi^0 - \xi) \} \\ &= \mathbf{T}^{-1} \{ \xi^0 + \mathbf{W}^1\sigma' - \xi \} \end{aligned} \quad (2.16)^1$$

$$\text{où :} \quad \mathbf{T} = \tau(\sigma)(\text{Id} - \mathbf{W}^0\mathbf{K})^{-1} \quad (2.16)^2$$

$$\mathbf{W}^1 = (\text{Id} - \mathbf{W}^0\mathbf{K})^{-1} \mathbf{W}^0 \quad (2.16)^3$$

Cette manière d'écrire la loi d'évolution de  $\xi$  a l'avantage de mettre en valeur le rôle de  $\xi^0$ . Elle permet de voir que le modèle physique est équivalent à un modèle rhéologique dans lequel nous introduisons un élément non conventionnel que nous appellerons un "vérin mécanique". *Un vérin mécanique*

est un élément rhéologique actif qui génère une déformation à ses extrémités, sans imposer la contrainte. Une représentation analogique résultant du modèle est indiquée sur la figure 3.1a. Elle contient deux éléments en parallèle :

- (i) Un ressort de rigidité  $P$ .
- (ii) Un élément comprenant en série :
  - un ressort de rigidité  $Q$ ;
  - un ressort de complaisance  $W^1$  en parallèle avec un amortisseur de tenseur temps caractéristique  $T$ ;
  - un vérin mécanique  $\xi^0$ .

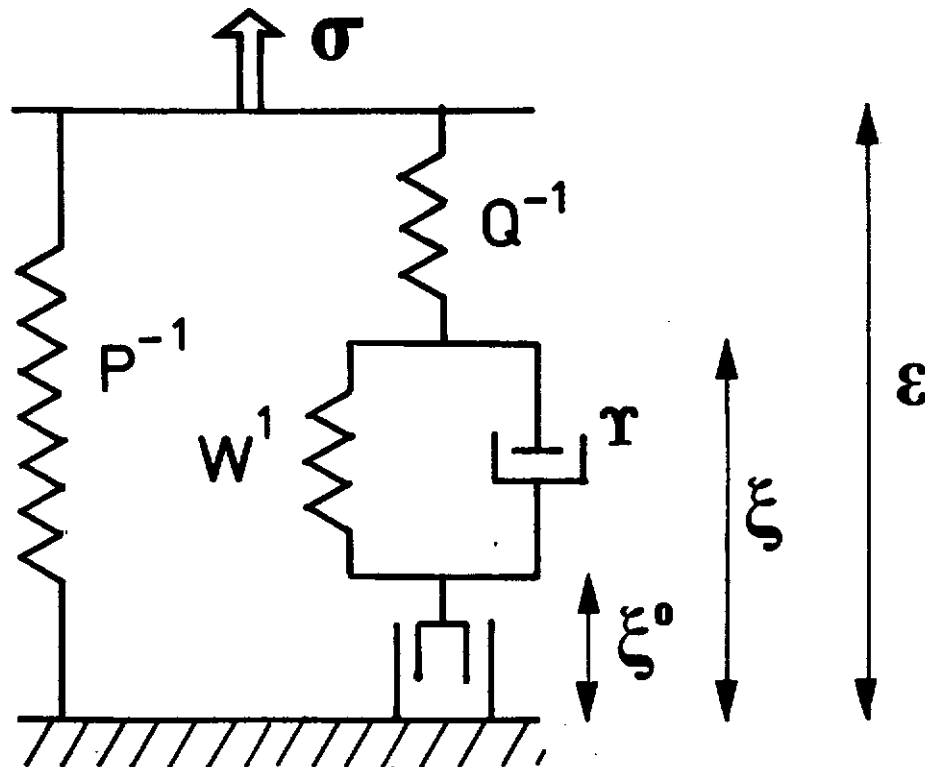


Fig. 3.1 REPRESENTATION ANALOGIQUE DU MODELE MULTIAXIAL.

**Remarque.** Par tenseur de "temps caractéristique"  $T$  il faut entendre que l'inverse de la viscosité de l'amortisseur est le tenseur (de rang 1, donc non inversible)  $T^{-1}W^1$ . L'élément (i) représente le réseau microfibrillaire seul, et l'élément (ii) la matrice. Si nous avons  $\xi^0 = 0$  (donc pas d'"effet vérin mécanique"), et si nous négligeons l'influence de  $\sigma$  sur  $\tau$ , notre modèle se réduirait à un modèle rhéologique classique (mais multiaxial) à quatre éléments, constitué d'un ressort en parallèle avec un modèle de "Zener solide", avec toutefois une particularité, liée à la forme particulière de  $W^1$ , qui impose aux déformations visqueuses l'orientation donnée par le tenseur  $\xi^0$ .

Rappelons en outre que l'amortisseur est thermiquement activé,  $G_a$ , qui intervient dans l'expression de  $\tau$ , étant l'énergie d'activation.

En nous inspirant de Huet (1967), nous pouvons symboliser ce modèle par le sigle :

$$\boxed{P^{-1} // \{ Q^{-1} - (W^1 // T) - \xi^0 \}}$$

Rappelons ses équations :

$$\sigma = P\epsilon + \sigma' \quad (2.17)^1$$

$$\sigma' = Q(\epsilon - \xi) \quad (2.17)^2$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{d\xi^0}{dt} + T^{-1} (W^1 \sigma' + \xi^0 - \xi) \quad (2.17)^3$$

## 2.6. Equation différentielle du comportement.

La représentation ci-dessus contenait cinq éléments : trois ressorts, un amortisseur et un vérin mécanique, chacun de ces éléments étant relié aux paramètres du modèle physique. Afin de faciliter l'utilisation du modèle, nous allons l'exprimer sous la forme d'une équation différentielle reliant entre elles le tenseur déformation  $\epsilon$ , le tenseur contrainte  $\sigma$ , l'humidité  $\omega$  et les dérivées premières de ces quantités.

Autrement dit nous devons éliminer le paramètre caché  $\xi$ . Pour cela, posons :

$$H = JQ = (\text{Id} + Q^{-1}P)^{-1} \quad (2.18)^1$$

$$\zeta = JQ \zeta^0 = H \zeta^0 \quad (2.18)^2$$

$$W = JQ W^0 QJ = \frac{1}{\theta} (\zeta \zeta^T) \quad (2.18)^3$$

$$x = JQ \xi = H \xi \quad (2.18)^4$$

D'après (1.15) :

$$\epsilon = J\sigma + H\xi = J\sigma + x$$

avec, d'après (2.7) et (2.15)<sup>1</sup> :

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{d\xi^0}{dt} + \frac{(\text{Id} - W^0 QJP)\xi^0 + W^0 QJ \sigma - \xi}{\tau} \quad (2.21)$$

Les paramètres  $\xi^0$ , J, H sont des fonctions de l'humidité  $\omega$ . Notons :

$$\xi^{\circ}_{,\omega} = \frac{d\xi^{\circ}}{d\omega}, \quad J_{,\omega} = \frac{dJ}{d\omega}, \quad H_{,\omega} = \frac{dH}{d\omega} \quad (2.19)$$

On a :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= H \frac{d\xi}{dt} + \frac{dH}{dt} \xi \\ &= H \xi^{\circ}_{,\omega} \frac{d\omega}{dt} + \frac{(H-WP) \xi^{\circ} + W \sigma}{\tau} + H_{,\omega} \frac{d\omega}{dt} H^{-1} x \end{aligned}$$

d'où en définitive l'équation différentielle :

$$\frac{d\epsilon}{dt} = J \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\epsilon^{\infty} - \epsilon}{\tau} + \left( J_{,\omega} \sigma + H_{,\omega} H^{-1} (\epsilon - J\sigma) + H \xi^{\circ}_{,\omega} \right) \frac{d\omega}{dt} \quad (2.20)^1$$

$$\text{où :} \quad \epsilon^{\infty} = \epsilon^{\infty}(\sigma, \omega) = (H-WP) \xi^{\circ}(\omega) + (W+J) \sigma \quad (2.20)^2$$

donne l'état "d'équilibre hygro-mécanique" de la déformation, c'est-à-dire la valeur atteinte lorsque  $\sigma$  et  $\omega$  sont maintenus constants suffisamment longtemps.

Il faut remarquer cependant que (2.20) n'est valide qu'à condition que  $\tau$  soit une fonction continue du temps, de sorte qu'il soit possible d'admettre que  $\tau$  reste constant durant l'incrément de temps  $dt$ . Lorsqu'il se produit des discontinuités de  $\tau(t)$ , il faut intégrer (2.20) par morceaux. Cela nous amène à la prise en compte de l'effet mécano-sorptif.

### 2.7. Activation mécano-sorptive.

A ce stade, nous pouvons introduire un effet d'"accélération mécano-sorptive", comme au § II.1.9, en écrivant que la quantité  $G_b$  chute momentanément à la valeur  $G_b^* = G_b - G^*$ , pendant une durée  $t^*$ , à chaque fois que  $\omega$  a varié d'une quantité  $\omega^*$ , moyennant le critère  $C^*$ .

Le temps caractéristique  $\tau$  est donc amené à prendre deux valeurs :

- $\tau^*$  en situation "instable" d'activation mécano-sorptive,
- $\tau$  le reste du temps.

$\tau^*$  et  $\tau$  sont des fonctions de la température  $T$ , de l'humidité  $\omega$  et de la contrainte  $\sigma$ .  $\tau$  est donné par (3.11) et  $\tau^*$  est relié à  $\tau$  par :

$$\tau^* = \tau \exp\left[-\frac{V_0 G^*}{RT}\right] = \tau \exp\left[-\frac{G^*}{\Theta}\right] \quad (2.21)$$

On s'attend à ce que, en général (typiquement pour  $G^* > 3\Theta$ ),  $\tau^*$  soit petit devant  $\tau$  : autrement dit durant les périodes instables, les processus visqueux sont fortement accélérés.

*Equation différentielle de l'évolution intégrant la mécano-sorption.*

Supposons que, entre  $t$  et  $t+\delta t$ ,  $\omega$  ait varié de  $\delta\omega$  et la contrainte  $\sigma$  de  $\delta\sigma$ .  $\delta t$ ,  $\delta\omega$  et  $\delta\sigma$  sont supposés suffisamment petits pour que  $\tau$ ,  $\tau^*$ ,  $J$  et  $(\epsilon^\infty - \epsilon)$  puissent être considérés comme constants. Durant chaque période instable,  $x$  augmente de :

$$\delta_1 x = \frac{\epsilon^\infty - \epsilon}{\tau^*} t^*$$

Durant  $\delta t$ , le "cran" d'humidité  $\omega^*$  a été franchi  $\delta\omega/\omega^*$  fois, de sorte que le cumul des incréments de  $x$  durant les périodes instables est  $\delta_1 x \delta\omega/\omega^*$ . Nous notons  $\delta t^*$  la durée cumulée d'instabilité pendant  $\delta t$  :

$$\delta t^* = \frac{\delta\omega}{\omega^*} t^*$$

Nous pouvons intégrer le système (2.20) par paliers, durant lesquels  $\tau$  vaut alternativement  $\tau$  et  $\tau^*$ . Durant  $\delta t$  les autres coefficients du système restent constants, ce qui nous permet de cumuler les périodes stables et les périodes instables pendant  $\delta t$ , d'où :

$$\delta\epsilon = J \delta\sigma + \frac{\epsilon^\infty - \epsilon}{\tau} (\delta t - \delta t^*) + \left\{ J_{,\omega} \sigma + H_{,\omega} H^{-1} (\epsilon - J\sigma) + \frac{\epsilon^\infty - \epsilon}{\tau^*} \frac{t^*}{\omega^*} \right\} \delta\omega \quad (2.22)$$

Nous supposons  $\delta t^* \ll \delta t$ . Cela est vrai si  $\omega$  varie assez lentement :

$$\frac{d\omega}{dt} \ll \frac{\omega^*}{t^*} \quad (2.23)$$

Nous notons  $v^*$  le produit de  $\omega^*/t^*$  par la durée d'instabilité  $\tau^*$ , quantité homogène à une humidité :

$$v^* = \omega^* \frac{\tau^*}{t^*} \quad (2.24)$$

En remplaçant alors  $\epsilon^\infty$  par son expression (2.20)<sup>2</sup> dans (2.22), et en divisant par  $\delta t$  que nous faisons tendre vers 0, nous obtenons l'équation différentielle :

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\epsilon}{\tau} = J \frac{d\sigma}{dt} + \frac{(W+J)\sigma + (H-WP)\xi^0}{\tau} + \left\{ \left[ J_{,\omega} - H_{,\omega} H^{-1} J + \frac{J+W}{v^*} \right] \sigma + \left[ H_{,\omega} H^{-1} - \frac{1}{v^*} \right] \epsilon + \left[ \frac{H-WP}{v^*} \xi^0 + H \xi^0_{,\omega} \right] \right\} \frac{d\omega}{dt} \quad (2.25)$$

où l'on rappelle que  $J=(P+Q)^{-1}$  et que  $H$  est donné par (2.18)<sup>1</sup> et  $W$  par (2.18)<sup>3</sup>.

*Quelques mots de commentaire à propos de cette impressionnante formule.* Tout d'abord, lorsque l'humidité  $\omega$  est constante, elle se réduit à une équation très simple :

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\epsilon}{\tau} = J \frac{d\sigma}{dt} + \frac{(W+J)\sigma + (H-WP)\xi^0}{\tau} \quad (2.26)$$

qui fait apparaître une complaisance instantanée  $J$ , une complaisance différée  $J+W$ , un temps caractéristique  $\tau$  et un terme complémentaire impliquant le facteur de prédéformation  $\xi^0$ . A propos du peu de réalisme qu'il y a à décrire la viscosité du bois à l'aide d'un temps caractéristique unique, se reporter à la discussion du § II.2.2. Une discussion détaillée sur le terme  $\xi^0$  va faire l'objet du chapitre suivant. Notons seulement que le coefficient  $(H-WP)$  joue le rôle d'un **tenseur de localisation** reliant une action située au niveau de la matrice à son effet (à long terme) sur la déformation globale de la matière.

Lorsque  $\omega$  varie, l'équation donnant l'évolution de la déformation et de la contrainte dans l'état transitoire fait intervenir un terme supplémentaire donné par la seconde ligne de (2.25). Sa forme n'est pas quelconque. En particulier elle assure qu'à partir d'une situation donnée, l'incrément de déformation (ou de contrainte) est *proportionnel à l'incrément d'humidité*. Cela provient tout simplement de ce que nous avons adopté dans ce paragraphe la formulation du

§ II.1.9 pour l'activation mécano-sorptive. Rappelons à ce propos la principale faiblesse de cette théorie : elle est associée à un critère d'activation ( $C^*$ ), sensé rendre compte de l'influence de l'histoire antérieure, dont nous n'avons pas proposé de formulation explicite applicable à un chargement mécano-sorptif quelconque. Dans le chapitre II.4 nous ébauchions une solution sous forme d'un assemblage d'"hygro-verrous". Une étape ultérieure du travail serait d'intégrer cette formulation, plus performante, dans la représentation multiaxiale.

Les termes de couplage mécano-sorptif sont donnés par les coefficients [crochets de (2.25)] de  $\sigma$ ,  $\epsilon$  et  $\xi^0$ . Ils sont de deux sortes. Les termes contenant  $v^*$  en dénominateur sont réellement liés à l'activation mécano-sorptive. Bien que cela n'apparaisse pas d'une manière évidente du fait de la multiaxialité, on s'attend à ce qu'ils induisent une accélération des processus visco-élastiques. Les autres sont de "faux" termes de couplage : ils résultent du passage du niveau de la matrice, où était définie au départ l'équation d'évolution, à celui du réseau microfibrillaire, par le biais de tenseurs de localisation. Ils seraient nuls si les paramètres P, Q, etc. ne dépendaient pas de  $\omega$ .

Lorsque nous faisons  $\sigma=0$  dans (2.25), nous obtenons une équation différentielle qui peut s'interpréter comme l'équation d'évolution de l'expansion hygrométrique de la matière ligneuse :

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{\epsilon}{\tau} = \frac{(H-WP)\xi^0}{\tau} + \left\{ \left[ H_{,\omega} H^{-1} - \frac{1}{v^*} \right] \epsilon + \left[ \frac{H-WP}{v^*} \xi^0 + H \xi^0_{,\omega} \right] \right\} \frac{d\omega}{dt} \quad (2.27)$$

Cette équation montre que les termes d'expansion (retrait-gonflement) sont soumis aux effets visqueux, exactement au même titre que la déformation différée induite par une contrainte mécanique. La principale différence est que lors d'une expansion hygrométrique, il se produit forcément de la mécano-sorption, qui accélère le processus, alors que cela n'est pas le cas pour un essai de caractérisation visco-élastique réalisé à humidité constante ! Retenons-en l'idée que *les temps caractéristiques liés aux effets mécano-sorptifs doivent être de même ordre que ceux de l'expansion hygrométrique.*



### Conclusions

(1) Nous avons transposé dans le cadre multiaxial l'approche uniaxiale de la seconde partie dans le cas le plus simple de deux puits de potentiels. Cette formulation impose une restriction sur la nature des glissements visqueux au sein de la matrice : leur direction est en effet donnée par celle du paramètre "d'ampleur"  $\zeta^0$ , homogène à un tenseur de déformation. Moyennant cette hypothèse restrictive, le modèle se ramène à une formulation rhéologique simple.

(2) L'interprétation rhéologique de la "prédéformation"  $\xi^0$  a été faite à l'aide d'un élément actif, dit "vérin mécanique", générant une déformation à ses extrémités. Cet élément est l'équivalent d'un générateur de tension dans un schéma électrique (un élément actif générant une contrainte à ses extrémités, que l'on pourrait appeler "vérin hydraulique", serait l'équivalent d'un générateur de courant).

(3) En éliminant le paramètre "caché"  $\xi$  décrivant la configuration de la matrice, nous avons abouti à l'équation différentielle (2.25) dans laquelle l'effet des variations de l'humidité intervient à la fois explicitement (par le terme en  $d\omega/dt$ ) et implicitement (par l'influence de  $\omega$  sur les paramètres  $\tau$ ,  $\xi^0$ ,  $P$ ,  $Q$ , etc.).

(4) La signification physique du paramètre  $\xi^0$  va faire l'objet du chapitre suivant. Ce point étant éclairci, nous serons à même d'étudier la réponse du système à divers types de chargement et d'envisager l'identification expérimentale, notamment celle du facteur d'ampleur  $\zeta^0$  dont nous avons souligné en (1) le rôle important sur le plan de la qualification du processus physique de relaxation visco-élastique.

### 3. DEFORMATIONS RESIDUELLES GENEREES PAR LA LIGNIFICATION ET LE SECHAGE.

*Nous allons maintenant revenir sur la signification physique des facteurs de "prédéformation"  $\xi^0$  et "d'ampleur"  $\zeta^0$ . Cette discussion a déjà été amorcée dans le cadre uniaxial au § II.2.2. La prédéformation  $\xi^0$  y était reliée aux contraintes induites par la maturation cellulaire (symbolisée par un "taux de maturation"  $\kappa$ ) et par le séchage (par le départ d'eau liée  $\omega_s - \omega$ ). Cette idée était exprimée sous une forme condensée par la formule (II.2.13). Rappelons que l'insuffisance de la représentation uniaxiale avait été alors soulignée, notamment à propos de l'interprétation du facteur d'ampleur  $\zeta^0$ , dont la valeur semblait dépendre de l'angle des microfibrilles. Nous disposons maintenant d'une représentation du comportement définie dans le repère lié aux microfibrilles, et qui donc devrait permettre d'introduire explicitement l'influence de ce paramètre lorsque nous relierons le comportement local au comportement macroscopique. Cela sera l'objet du chapitre suivant. Pour le moment, nous allons reprendre l'analyse antérieure dans le cadre multiaxial (biaxial plus exactement) que nous venons de développer. Nous en profiterons pour ébaucher une discussion à propos de l'action de l'eau sur le comportement mécanique, en relation avec sa localisation dans la paroi. Cela nous amènera à évoquer la nécessité, pour rendre compte plus correctement des effets de la maturation et du séchage, d'une approche réellement triaxiale.*

#### 3.1. signification physique des facteurs de prédéformation et d'ampleur.

Rappelons que le modèle physique à deux sites ( $\xi^0 - \zeta^0$  et  $\xi^0 + \zeta^0$ ) nous a permis une double simplification : (i) la configuration de la matrice est décrite par un seul paramètre caché, que nous avons pris ici égal à la configuration

moyenne  $\xi$ , et (ii) l'évolution de la répartition dans les sites est donnée par un système différentiel à une seule valeur propre.

Il faut cependant garder présent à l'esprit que nous avons affaire à la formulation simplifiée d'une réalité plus complexe, avec un grand nombre de sites  $\xi^1 \dots \xi^N$  et une répartition  $Z^1 \dots Z^N$  dans ces sites, dont l'évolution est décrite par un système différentiel comportant une distribution discrète de valeurs propres. On peut malgré tout penser que les sites  $\xi^n$  ne sont pas disposés aléatoirement. Il sont distribués autour d'une valeur moyenne  $\xi^0$ , qui n'est pas nécessairement nulle. De même le "relief" des "lignes de niveau" de  $G_\ell(\xi)$  fait apparaître des "vallées", c'est à dire des **directions préférentielles** pour l'évolution de la répartition dans les puits de potentiel. Le paramètre  $\zeta^0$  est là pour signifier l'orientation générale et l'étirement de ces "vallées" de potentiel. Nous avons donc décrit une réalité complexe à l'aide de ces deux paramètres  $\xi^0$  et  $\zeta^0$ , de même que la distribution statistique d'une grandeur est caractérisée par la *valeur moyenne* et *l'écart type*.

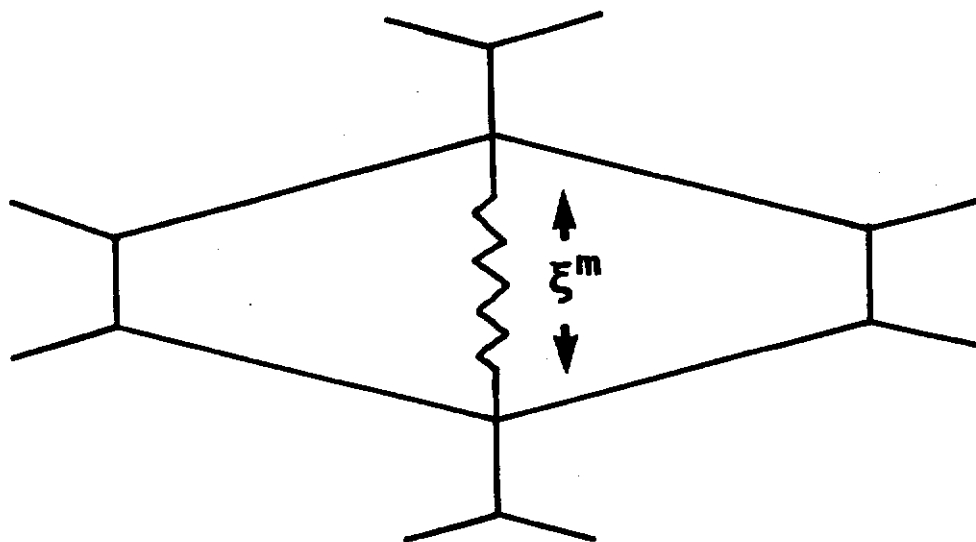
Compte-tenu de ce que nous savons des zones amorphes de la matière ligneuse, on peut s'attendre à une valeur non nulle de  $\xi^0$ , du fait de l'existence, dans la matière ligneuse, de **déformations résiduelles**. Celles-ci sont de deux natures : déformations induites (i) lors de la maturation de la cellule et (ii) lors du retrait consécutif au séchage. Nous allons examiner comment prendre en compte ces deux effets dans le modèle.

### 3.2. Déformation résiduelle générée lors de la croissance cellulaire.

Lors de la lignification de la paroi, les microfibrilles sont en place. Si nous admettons qu'elles sont déjà constituées en réseau, nous devons nous attendre à ce que la lignine applique un effort au réseau, aux lieux où elle s'introduit. Nous pourrions symboliser cela par un ressort transversal situé dans la partie la plus épaisse des incrustations amorphes (figure 3.1a). Ce ressort est "prédéformé" en extension. Il tend à dilater le réseau dans la direction transverse aux microfibrilles (2,3), et à le raccourcir dans la direction axiale 1.

Au niveau de la cellule (c'est-à-dire après rotation de  $\theta$  autour de l'axe 3), cela se traduit, lors de la maturation, par une tendance au gonflement dans la direction transverse ( $r,t$ ). Dans la direction longitudinale ( $l$ ), l'effet dépend de l'angle des microfibrilles : il faut s'attendre à un raccourcissement pour les petits angles, et une élévation pour les grands angles, le gonflement dans les directions (2,3) l'emportant, dans ce dernier cas (par effet "Poisson"), sur le raccourcissement dans la direction 1.

Nous aboutissons ainsi à l'interprétation de Boyd et Foster (1974) [voir aussi Boyd (1980)] pour expliquer l'apparition des contraintes de croissance lors de la maturation cellulaire (correspondant à la lignification). En effet, les cellules avoisinantes étant déjà en place, les variations dimensionnelles de la nouvelle cellule sont empêchées dans les directions T et L. Cela entraîne que la nouvelle cellule subit une compression dans la direction T et, dans la direction L, soit une traction pour le bois normal, soit une compression pour le bois de compression (caractérisé par des angles de microfibrilles élevés).



**Fig. 3.1a INTERPRÉTATION PHYSIQUE DU "VERIN MECANIQUE"  $\xi^m$   
(MATURATION CELLULAIRE)**

Au niveau de la matière de la paroi cela se traduit par le *maintien d'une partie de la prédéformation causée par l'introduction de la lignine*. Nous pouvons décrire cela par une prédéformation de la matrice  $\xi^m = a^c \kappa \delta_{i2}$  dont seule la composante  $\xi^m_2$  est non nulle (dans un cadre triaxial, il faudrait tenir compte aussi d'une composante non nulle dans la direction 3). Le paramètre  $\kappa$ , que nous avons appelé "taux de maturation" au § II.2.2, pourrait être, par exemple, une concentration de lignine. Pour le moment  $\xi^m$  est une déformation résiduelle de la matrice, définie localement par rapport aux

dimensions propres de celle-ci. Appliquons les formules (1.17), qui nous permettent de tenir compte de la forme en lenticules très allongées des inclusions amorphes. La grandeur  $\xi^m$  correspond, à l'échelle globale du réseau, à une prédéformation de croissance  $\xi^{oc}$ , donnée par :

$$\xi^{oc} = \alpha^c \kappa$$

où :

$$\alpha^c = a^c f_3 m_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

est l'extension multiaxiale du facteur  $\alpha^c$  de l'équation (II.2.13).

***Commentaires à propos de l'explication physique des déformations résiduelles générées par la maturation cellulaire.***

Certains auteurs n'admettent pas l'interprétation de Boyd des contraintes (ou déformations) de croissance. Ainsi Bamber (1978) considère que celles-ci sont générées par un raccourcissement de la cellulose cristalline dans la direction axiale des microfibrilles. Okuyama et al. (1986) vont jusqu'à considérer que les deux effets coexistent, faute de quoi, selon eux, le raccourcissement des cellules de bois de tension, qui contiennent presque exclusivement des microfibrilles, très bien alignées avec la direction ( $\ell$ ), ne s'expliquerait pas.

Il ne nous appartient pas de prendre parti sur ce point, bien que l'option que nous avons prise se rapproche plutôt du mécanisme de Boyd et Foster (1974), de même que nous nous sommes inspiré, dans notre représentation de la microstructure, du modèle anatomique suggéré par ces auteurs [Boyd et Foster (1975)] sur lequel Boyd (1982) se fonde pour expliquer qualitativement l'effet mécano-sorptif.

Remarquons que nous aurions obtenu un effet formellement identique au précédent si nous avons supposé que les contacts entre les microfibrilles ne s'établissent qu'après l'introduction de la lignine. Cela introduirait aussi une précontrainte au niveau des localisations de lignine, ainsi qu'un raccourcissement du réseau, sans qu'il soit nécessaire d'invoquer une contraction des cristaux. Cependant, pour reprendre l'argumentation de Okuyama et al. (1986), nous n'expliquerions toujours pas la contraction des cellules de bois de tension, qui contiennent très peu de lignine et dont les microfibrilles sont orientées quasi-longitudinalement.

### 3.3. Déformation résiduelle générée lors du séchage

Une deuxième source de variation de  $\xi^0$  est l'humidité du bois  $\omega$ . Jusqu'à présent nous avons défini  $\omega$  comme le taux d'humidité du bois. Pour les besoins de la discussion actuelle, il vaut mieux considérer  $\omega$  comme un paramètre représentant l'humidité, mais sans en préciser la définition. L'état saturé correspond à l'humidité maximale  $\omega_s$ , et l'état anhydre à la valeur 0. Dans l'état anhydre ne demeure que l'eau de constitution, dont le départ impliquerait la dégradation du matériau. A l'origine le bois est saturé. Lorsqu'ensuite l'eau quitte les incrustations amorphes, celles-ci tendent à diminuer de volume, ce qui entraîne un resserrement du réseau.

Guitard et al. (1986), à propos de l'anisotropie du retrait macroscopique du bois, ont remarqué que celui-ci est, en première approximation, quantitativement équivalent à l'action d'une contrainte isotrope générée dans la matière. Par *analogie*, nous supposerons que l'effet du départ de l'eau sur la déformation de la matière ligneuse se ramène à l'action, sur la matrice, d'une contrainte  $\sigma^m$  isotrope (figure 3.1b) :

$$\sigma^m = -a^\omega(\omega_s - \omega) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dans cette expression,  $a^\omega$  désigne *a priori* une fonction quelconque (positive) de  $\omega$ , mais, si l'échelle d'humidité (par le biais d'une définition appropriée de  $\omega$ ) est convenablement choisie,  $a^\omega$  peut théoriquement être prise comme une quantité scalaire constante. De même qu'au paragraphe précédent, nous appliquons les formules (1.17), de sorte que  $\sigma^m$  se traduit par une contrainte  $\sigma'^\omega$  appliquée par la matrice au réseau, avec :

$$\sigma'^\omega = -a^\omega f_3 (\omega_s - \omega) \begin{bmatrix} m_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On voit donc que l'isotropie d'origine de la "dépression de retrait" est perdue du fait de la disposition lenticulaire de la matrice, qui tend à amenuiser l'effet dans la direction des microfibrilles. En terme de la représentation analogique du 2.6,  $\sigma^w$  pourrait être décrit comme un "vérin hydraulique" imposant une contrainte à ses extrémités et disposé en parallèle avec les deux branches du modèle de la figure 3.1.

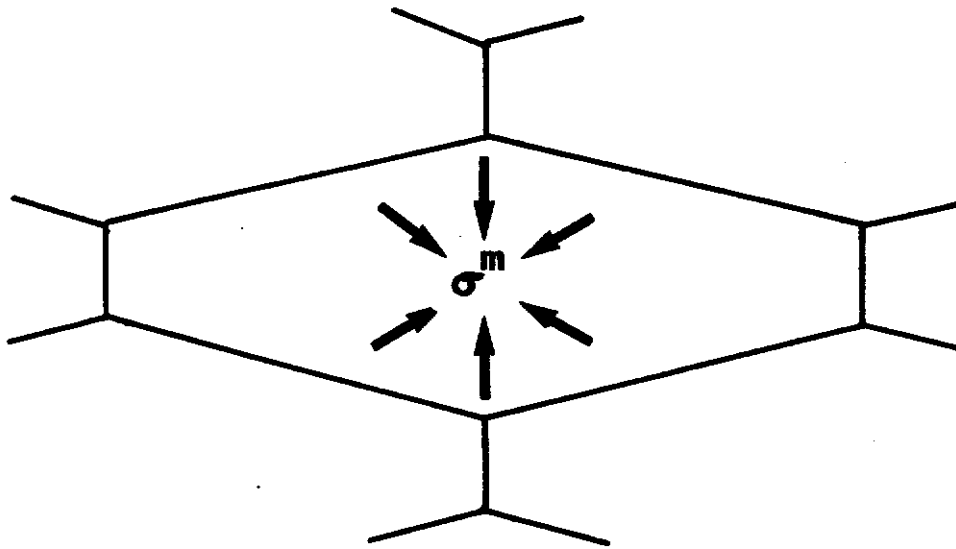


Fig. 3.1b INTERPRETATION PHYSIQUE DU "VERIN MECANIQUE"  $\xi^0$  (SECHAGE).

A la différence de la maturation cellulaire agissant par déplacement imposé transversalement aux microfibrilles, l'action du départ d'eau est supposée ici équivalente à celle d'une pression hydrostatique négative, qui se traduit au niveau du réseau par un "vérin hydraulique" ayant perdu son isotropie d'origine.

Afin d'obtenir la prédéformation  $\xi^{0w}$  équivalente à  $\sigma^w$ , nous utilisons l'expression de la configuration d'équilibre telle qu'elle apparaît dans la formule (2.16)<sup>1</sup> :

$$\xi^{0w} = W^1 \sigma^w = \alpha^w (\omega_s - \omega) \quad (3.2)^1$$

où :

$$\alpha^w = -a^w f_3 W^1 \begin{bmatrix} m_2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)^2$$

est l'extension multiaxiale du facteur  $\alpha^w$  de l'équation (II.2.13).

*Remarque sur la notion de "dépression de retrait".* En toute rigueur, on ne peut pas réellement tirer des résultats de Guitard et al. (1986) de conclusion valable à l'échelle de l'ultrastructure, d'autant plus que que les travaux de ces auteurs concernent surtout le retrait transverse du bois, le retrait longitudinal n'étant pris en considération que pour vérifier la possibilité de le négliger dans les équations du comportement macroscopique. Cela est d'autant plus justifié que l'on sait qu'il n'est pas proportionnel à la variation d'humidité et donc n'est pas caractérisé par un coefficient de retrait, et que, de plus, l'allure de la courbe de retrait longitudinal dépend fortement de l'angle des microfibrilles (voir la figure II.2.2). Il n'en reste pas moins que l'idée physique impliquée par l'approche des auteurs cités ci-dessus, comme celle d'une "pression de gonflement" de la matière ligneuse [Perkitny et Kingston (1972)], peut être retenue comme étant la manière la plus naturelle de décrire l'effet du retrait au sein de la matière ligneuse.

Nous avons ainsi introduit l'effet de l'humidité d'une manière analogue aux contraintes de croissance, c'est-à-dire sous la forme d'une prédéformation générée au sein de la matrice. La seule différence réside dans le type d'action mécanique, liée à un apport de matière dans la direction transversale dans le cas précédent, dépression (hydrostatique au niveau de la matrice) ici.

*Expression de la prédéformation totale comme fonction linéaire de la perte d'eau et du taux de maturation.*

Additionnant les deux contributions (3.1) et (3.2), nous obtenons l'extension multiaxiale de la formule (II.2.13), c'est-à-dire l'expression de la prédéformation  $\xi^0$  comme fonction linéaire de la perte d'humidité  $\omega_g - \omega$  et du taux de maturation  $\kappa$  :

$$\xi^0 = \xi^{0c} + \xi^{0\omega} = \alpha^\omega (\omega_g - \omega) + \alpha^c \kappa \quad (3.3)$$



### 3.4. Une distinction au sein de l'eau liée : eau lenticulaire et eau lamellaire.

*Les propos qui suivent sont l'ébauche d'une discussion à propos de l'action de l'eau sur la rigidité et le retrait de la paroi. Les concepts qui sont exposés ne sont pas suffisamment élaborés, aussi faut-il les considérer comme une spéculation, qui n'intervient pas dans le reste du travail.*

Revenons sur la définition de  $\omega$ , dont nous avons à dessein laissé dans l'ombre, cette fois-ci, la définition précise. Rappelons que l'eau se trouve sous plusieurs formes dans le bois, liquide ou gazeuse dans les lumens et les gros pores de la paroi (eau libre), adsorbée dans les zones amorphes (eau liée). On sait que seule la quantité d'eau liée, que nous notons  $\omega_0$ , a une influence sur les variations dimensionnelles et le comportement mécanique. Nous sommes amené ici à établir une distinction supplémentaire en écrivant que  $\omega_0$  est la somme de deux termes :

$$\omega_0 = \omega_2 + \omega_3$$

La signification de  $\omega_2$  et  $\omega_3$  est la suivante :  $\omega_2$  est l'eau "lenticulaire" adsorbée dans les incrustations situées à l'intérieur des lamelles, alors que  $\omega_3$  est l'eau "lamellaire" adsorbée dans les plaques de matrice séparant les lamelles de microfibrilles.

*Action de l'eau lenticulaire.* Le départ de l'eau "lenticulaire"  $\omega_2$  provoque :

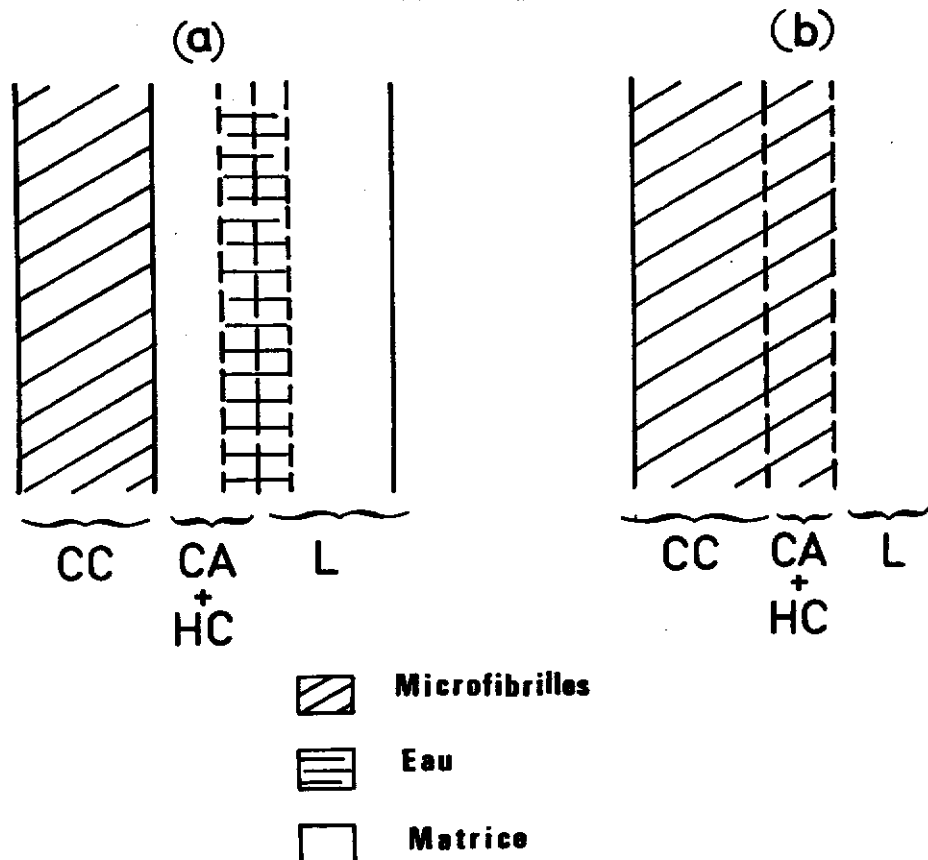
- (i) la rigidification des incrustations de matrice ;
- (ii) un retrait dans la direction 2 ;
- (iii) un allongement dans la direction 1.

$\omega_2$  ne contribue guère au retrait transverse de la paroi, qui se produit préférentiellement dans la direction (r) et peu dans la direction (t), comme le suggèrent les mesures des composantes du retrait des parois par Mariaux (1987). Cela pourrait être attribué à la restriction imposée par les couches latérales S1 et S3, comme le suggère Mukudai (1987a). En revanche  $\omega_2$  agit sur le retrait et la rigidification de la lamelle dans la direction  $\ell$ , par combinaison de (i) et (ii). *Ces deux phénomènes dépendront fortement de l'angle des microfibrilles.* Pour un angle faible, on s'attend à peu d'effet de rigidification, et un retrait *négatif*, c'est à dire une expansion au séchage ((iii) l'emporte sur (ii)). Pour des angles élevés, l'effet sur la rigidité doit devenir plus important, du fait de la disposition en série des incrustations, et le retrait positif.

**Action de l'eau lamellaire** Lorsque l'eau "lamellaire"  $\omega_3$  quitte l'espace situé entre les lamelles, son départ provoque :

- (i') la rigidification des plaques de matrice ;
- (ii') un retrait dans la direction 3 par diminution de  $L_3$  ;
- (iii') le renforcement du réseau, les polyosides amorphes qui entourent les microfibrilles sur les faces parallèles à (1,2) devenant partie intégrante des microfibrilles ; autrement dit, augmentation de  $f_3L_3$  compensant une diminution correspondante de  $m_3L_3$ .

Sur la figure 3.2 est explicitée la combinaison des effets (ii') et (iii'). L'effet (i') est peu important vis-à-vis de la rigidité longitudinale, car les lamelles sont en parallèle avec les microfibrilles et donc supportent une faible part de la contrainte. C'est donc surtout par **augmentation de la part relative de microfibrilles**, donc de la section efficace pour l'effort appliqué, que le départ de  $\omega_3$  contribue à augmenter la rigidité ( $\ell$ ).



**Fig. 3.2 VARIATION DE LA PART RELATIVE DES MICROFIBRILLES  
LORS DU DEPART DE L'EAU LAMELLAIRE**

(a) Etat saturé (b) Etat anhydre

CC : cellulose cristalline ; CA : cellulose amorphe ; HC : hémicelluloses ; L : lignine

On pourrait objecter que le modèle lamellaire est une schématisation commode certes, mais que l'on remet facilement en cause en remarquant que les microfibrilles sont connectées aussi dans la direction 3 : la distinction établie entre les deux types d'eau liée peut donc sembler artificielle. Néanmoins elle conserve sa validité si l'on détache les termes de "lamellaire" et

de "lenticulaire" de leur signification strictement impliquée par notre modèle, en considérant que l'eau lamellaire  $\omega_3$  correspond aux zones amorphes en "parallèle" avec les microfibrilles, qui agissent sur la rigidité globale surtout par l'intermédiaire de la modification de la géométrie, que  $\omega_3$  est aussi le principal facteur responsable de l'expansion transverse, et que l'eau lenticulaire  $\omega_2$  correspond aux zones amorphes partiellement en série avec les microfibrilles, et de ce fait contribue à la rigidité du réseau et à l'expansion longitudinale, mais pas à l'expansion transverse.

L'existence d'une réticulation du réseau dans la direction 3 autant que dans la direction 2 (que semblent attester les observations au MEB) peut apparaître comme une objection de fond à notre modèle lamellaire. Pour le défendre, on peut tout de même avancer l'argumentation suivante : la paroi se constitue par dépôts tangentiels successifs; de ce fait, quel que soit l'état final de la matière ligneuse une fois la croissance achevée, lignification comprise, *il doit forcément subsister une anisotropie transverse de l'ultrastructure*, autrement dit une différence entre la disposition géométrique, la répartition des constituants moléculaires et le comportement dans les directions 2 et 3.

En résumé, on peut, au risque de paraître excessivement schématique, affirmer que :

- $\omega_2$  contribue à la rigidité ( $\ell$ ) par rigidification des incrustations;
- $\omega_3$  y contribue par modification de la géométrie;
- l'expansion transverse dépend de  $\omega_3$ ;
- l'expansion longitudinale dépend de  $\omega_2$ ;

et, en outre, énoncer le principe suivant :

- des effets liés à  $\omega_2$  seront fortement influencés par l'angle des microfibrilles, mais pas ceux liés à  $\omega_3$ .

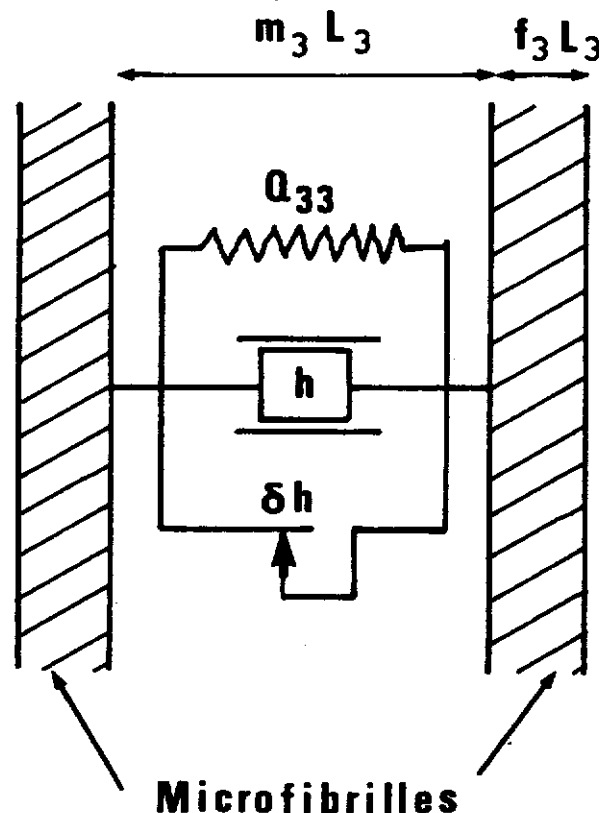
Salmen et al. (1985) ont montré que l'augmentation relative du module longitudinal au séchage dépend peu de l'angle des microfibrilles. Cela semblerait suggérer que, d'une part, c'est  $\omega_3$  et non  $\omega_2$  qui est le principal responsable des variations de rigidité, mais que d'autre part  $\omega_3$  n'a pas qu'un effet indirect sur la rigidité, c'est-à-dire lié seulement à l'expansion transverse. Ces auteurs attribuent l'effet qu'ils observent à la rigidification de la cellulose amorphe qui enrobe les microfibrilles. Cette interprétation correspond à l'effet (iii').

A ce propos, Norimoto et Takabe (1985) ont trouvé que environ 45% de la cellulose est amorphe. Selon les calculs de ces auteurs, ce chiffre correspondrait, sur le plan quantitatif, aux rangées de molécules de cellulose situées à la superficie des microfibrilles, dont on peut supposer que pour moitié elles appartiennent à la zone cristalline et pour moitié à la zone amorphe. Ils en tirent argument pour minimiser l'importance des soi-disantes coupures périodiques des microfibrilles par des zones désorganisées semi-amorphes dans la direction de leur longueur, tous les 30 ou 60 nm, dont par ailleurs aucune observation directe au MEB (sur l'algue *Valonia* en particulier) n'a pu confirmer l'existence.

### 3.5. Définition de l'humidité $\omega$ et interprétation de l'hystérésis.

Pour le problème que nous traitons, il est clair que  $\omega_2$  joue un rôle prédominant. Nous pouvons raisonnablement considérer que  $\xi^{\omega}$  est une fonction de  $\omega_2$ . Donc l'humidité  $\omega$  qui apparaît dans la formule (4.2) doit être prise égale à  $\omega_2$ , ou du moins à une fonction de  $\omega_2$ .

On peut se demander quel rapport existe entre l'humidité relative ( $h$ ), le taux d'humidité (que nous notons maintenant  $\omega_0$ ) et les paramètres  $\omega_2$  et  $\omega_3$  que nous n'avons définis qu'en termes abstraits jusqu'à présent. On sait que  $h$  et  $\omega_0$  sont reliés par des isothermes de sorption de forme sigmoïde présentant une hystérésis [figure I.1.5]. Or le même type de forme sigmoïde et d'hystérésis apparaît lorsqu'une mesure précise de l'expansion longitudinale  $\epsilon^{\omega}$  est effectuée, et portée en fonction de  $\omega_0$  [Hunt (1986)]. Cela suggère que  $\epsilon^{\omega}$  dépend plus de  $h$  que de  $\omega_0$ . De fait, lorsque  $\epsilon^{\omega}$  est porté en fonction de  $h$ , l'hystérésis devient bien moins marquée (Hunt, communication personnelle). Or nous avons vu plus haut que l'expansion  $\epsilon^{\omega}$  doit être reliée principalement à  $\omega_2$  et peu à  $\omega_3$ . Il semblerait donc que  $\omega_2$ , donc  $\omega$ , soit directement une fonction de l'humidité relative  $h$  et non du taux d'humidité  $\omega_0$ .



**Fig. 3.3 INTERPRETATION RHEOLOGIQUE DE L'HYSTERESIS DES ISOTHERMES DE SORPTION**

**Interprétation de l'hystérésis des isothermes de sorption.** Cela amène à s'interroger sur l'origine de l'hystérésis entre  $h$  et  $\omega_0$ . Dans le cadre de notre discussion, puisqu'elle ne provient pas de  $\omega_2$ , c'est qu'elle trouve son origine dans  $\omega_3$ .

La figure 3.3 montre ce que pourrait être une interprétation "rhéologique" de l'hystérésis. L'humidité relative est assimilée ici à une contrainte transversale  $\sigma = \sigma_3 \delta_{i_3}$ . Entre deux lamelles de microfibrilles est inséré un modèle à trois éléments en parallèle :

- un ressort  $Q_{33}$
- un vérin hydraulique exerçant l'effort  $\sigma_3 \propto h$
- un patin de seuil  $\propto \delta h$  représentant les processus dissipatifs.

où  $\delta h$  désigne une certaine quantité de pression de vapeur (humidité relative). Par ailleurs, la déformation transversale est proportionnelle à la quantité d'eau dans la couche :  $\epsilon_3 \propto \omega_3$ .

On voit que l'allure des courbes cycliques dans un graphe donnant  $\epsilon_3 \propto \omega_3$  en fonction de  $\sigma_3$  n'est pas sans ressemblance avec les boucles d'hystérésis dans les isothermes de sorption.

### 3.6. Influence de l'humidité sur les paramètres du modèle

Faisons le point des différents types d'action de l'eau exerce sur les paramètres du comportement. Dans un but de simplification, nous admettons que  $\omega_3 \gg \omega_2$ .

- Le module des microfibrilles n'est pas affecté par les variations d'humidité. En revanche, la rigidité du réseau microfibrillaire ( $P$ ) l'est, par le biais de facteurs géométriques. En première approximation, nous dirons que  $P$  dépend de  $\omega_3$ .
- La rigidité des inclusions de matrice  $Q$  est affecté aussi bien par les mêmes facteurs géométriques que  $P$ , donc de  $\omega_3$ , que par la variation du module de la matrice, donc de  $\omega_2$ .
- Le volume molaire de l'élément de volume,  $V_0$ , dépend directement du taux d'humidité, donc de  $\omega_0 = \omega_2 + \omega_3$ . La encore  $\omega_3$  joue le plus grand rôle.
- En revanche,  $\xi^0$ , dépend principalement de  $\omega_2$ .

La conséquence de cette discussion pour le modèle de comportement du chapitre 2 pourraient être de distinguer deux paramètres "humidité".

- L'un ( $\omega_3$ ) est soumis à l'hystérésis, assimilable au taux d'humidité, et agit sur les rigidités.
- L'autre ( $\omega_2$ ) est directement relié à la pression de vapeur dans le lumen voisin ( $h$ ), et concerne la valeur de  $\xi^0$ , ou, ce qui revient au même, de  $\pi^0$ .

Les "deux" humidités  $\omega_2$  et  $\omega_3$  se distinguent probablement par des vitesses de diffusion différentes, l'équilibre de  $\omega_2$  étant plus long à atteindre que celui de  $\omega_3$ .

### Conclusions

(1) Nous avons décrit les contraintes induites par la maturation cellulaire et le retrait à l'aide de déformations résiduelles ("prédéformations") générées dans la matrice. Leur action sur le réseau microfibrillaire se ramène au champ de déformation homogène donné par la formule (3.3), qui représente donc l'extension biaxiale de la formule (II.2.13).

(2) Afin de marquer la différence entre ces deux phénomènes, nous avons admis que la maturation se traduit par un déplacement imposé transversalement aux microfibrilles, alors que le séchage induit une dépression isotrope au sein de la matrice. Nous nous sommes fondé, pour établir cette différence, sur l'idée que la lignine, lorsqu'elle s'introduit dans la paroi, se constitue par polymérisation dans des interstices du réseau cellulosique et exerce sur celui-ci des efforts concentrés au niveau des zones où elle s'accumule. Le retrait, quant à lui, concerne plus les hémicelluloses qui, du fait qu'elles "enrobent" les microfibrilles, exercent sur celles-ci une action mécanique proche d'une contrainte isotrope.

(3) Nous ne disposons pas, en fait, d'éléments justificatifs pour ces deux hypothèses. Nous avons voulu surtout poser le problème de la relation existant, à l'échelle locale, entre les déformations résiduelles induites par la maturation cellulaire et par le séchage. La discussion du (2) suggère que c'est au niveau de l'hétérogénéité interne de la matrice que l'explication pourrait se situer.

(4) Cela nous ramène au modèle à "hygro-verrous" du chapitre II.4. Rappelons que ce modèle conduisait à distinguer deux types de mécanismes d'affaiblissement des sites de sorption, l'un provoquant la mise en tension locale et le blocage ultérieur de la contrainte, l'autre la relaxation de la contrainte bloquée. Dans l'interprétation physique amorcée alors, nous avons qualifié le premier d'"externe" et suggéré qu'il se localise dans l'interface entre le réseau cellulosique et la matrice, le second étant "interne" au complexe lignine-hémicelluloses.

(5) *Il faudrait aussi remonter aux résultats du chapitre I.5. Nous avons vu alors l'efficacité remarquable de certains traitements chimiques comme stabilisateurs mécano-sorptifs. Une réflexion plus poussée sur les processus physico-chimiques associés à ces traitements, en particulier sur la localisation de leur action, ne manquerait pas de nous éclairer sur les mécanismes associés au couplage mécano-sorptif.*

(6) *Passons maintenant à l'échelle immédiatement supérieure de la microstructure, celle de la constitution de la paroi en lamelles. Nous avons été amené à définir, conformément à notre image de la microstructure, les concepts d'eau "lenticulaire" et "lamellaire". Au delà de la localisation impliquée par ces termes, qui a servi de point de départ à la discussion, il s'agit là d'une interrogation sur les paramètres pertinents à prendre en compte dans l'écriture de la loi de comportement.*

(7) *Rappelons que retrait comme maturation cellulaire génèrent aussi des efforts dans la direction radiale (3 ou r). Aussi l'approche biaxiale utilisée jusqu'ici est-elle insuffisante. Il faudra dans l'avenir l'étendre à une représentation triaxiale. Cela implique, d'une part d'inclure la réticulation des microfibrilles dans la direction 3, d'autre part de considérer la structure de la paroi dans son ensemble.*

(8) *Cette extension a été amorcée par une tentative d'interprétation "rhéologique" de l'hystérésis qui attribue celle-ci à la "résistance" à l'infiltration de l'eau lamellaire entre les lamelles de microfibrilles.*

(9) *Pour finir insistons sur l'importance des déformations en jeu dans le retrait, puisqu'elles peuvent excéder (à l'échelle de la paroi) 20% dans la direction de l'épaisseur de la paroi [figure I.1.4]. La structure de tubes multicouches juxtaposés, qui est celle du bois à l'échelle microscopique, suggère l'existence de contraintes résiduelles importantes, surtout dans la direction tangentielle à la paroi dans laquelle les déformations de retrait sont empêchées.*

#### 4. IDENTIFICATION DU COMPORTEMENT DE LA MATIERE LIGNEUSE

*Dans le chapitre 2, nous avons obtenu une loi de comportement de la matière ligneuse, définie dans le repère lié aux microfibrilles. L'étape suivante pourrait consister à déduire, par rotation de l'angle  $\theta$ , les équations dans le repère de la paroi, à assembler les couches, puis finalement, en tenant compte des vides, remonter au comportement macroscopique. C'est à peu près ce que nous allons faire, mais dans l'ordre inverse. Le point de vue adopté ici est en effet le suivant : comment interpréter les données expérimentales de manière à en déduire des informations sur le comportement local ? Cette démarche a été amorcée par Norimoto et al. (1986), qui interprètent systématiquement leurs mesures en termes de valeurs pour la paroi, obtenues, dans le cas longitudinal, en divisant les valeurs mesurées par la densité. Nous allons montrer comment aller encore plus loin, et obtenir une estimation de grandeurs calculées dans le repère de la matière qui seront, elles, susceptibles d'être des quantités intrinsèques, c'est-à-dire peu variables d'une essence à l'autre.*

*Nous serons alors à même d'aborder l'identification expérimentale du modèle développé dans le chapitre 2.*

##### 4.1. Passage du comportement macroscopique à celui de la paroi.

Nous avons vu que le bois est une juxtaposition de cellules en forme de tubes très allongés et de sections polygonales ou arrondies. La structure microscopique du bois est donc, en gros, celle d'un matériau en nids d'abeilles bidimensionnel [Easterling et al. (1981), Gibson et al. (1982)]. Si l'on exclut le cas des feuillus denses, dont les parois sont épaisses, il est possible d'assimiler le comportement des parois cellulaires à celui de plaques minces, soumises à des sollicitations de flexion ou de membrane.



Dans la suite nous allons nous intéresser uniquement au comportement dans la direction des fibres L. Malgré tout voyons brièvement ce qu'il en serait des autres modes de sollicitation.

Différents auteurs se sont attachés à expliquer l'anisotropie transverse du bois sur la base d'une certaine schématisation de la forme et de la disposition des parois, avec comme objectif de prédire l'influence de la densité. Ainsi Ohgama (1975) utilise une représentation en T, Gillis (1972) en Y, Easteling et al. (1982) en hexagone. Norimoto et Ohgama (1986) simulent le comportement transverse par la méthode des éléments finis à l'aide d'un schéma rectangulaire dans le bois final et hexagonal dans le bois initial. Des travaux de ces auteurs il ressort que les facteurs de forme interviennent d'une manière prépondérante dans le comportement transverse du bois, de sorte qu'il est délicat de relier celui-ci, en général, à la densité [Norimoto (1987)]. Autrement dit, des bois de densité proche pourront posséder des modules transverses très différents, pour peu que la forme de leurs cellules, ou la disposition de celles-ci les unes par rapport aux autres, soient très différentes.

Nous retiendrons l'idée qu'une sollicitation macroscopique transverse ( $\sigma_R$ ,  $\sigma_T$ ,  $\sigma_{RT}$ ) se traduit principalement, à l'échelle des parois, par une sollicitation de flexion  $\int r^2 \sigma_f(r) dr / \int r^2 dr$ , et, dans une moindre mesure, par une sollicitation de membrane  $\int \sigma_t(r) dr / \int dr$ .

Des sollicitations de cisaillement longitudinal ( $\sigma_{LT}$  et  $\sigma_{LR}$ ) se traduiront aussi, à l'échelle de la paroi, par des sollicitations de flexion  $\int r^2 \sigma_{t\ell}(r) dr / \int r^2 dr$  et de membrane  $\int \sigma_{r\ell}(r) dr / \int dr$ . On s'attend cependant qu'à l'inverse des sollicitations transverses, ce soient les effets de membrane qui prédominent.

Dans la direction des fibres (contrainte  $\sigma_L$ ), les effets de membrane sont largement prépondérants, de sorte que la contrainte macroscopique  $\sigma_L$  est reliée à la contrainte locale moyenne  $\sigma_\ell$  par la relation :

$$\sigma_L = \int \sigma_\ell(r) dr / \int dr \simeq \frac{\rho_P}{\rho} \sigma_L \quad (4.1)$$

où  $\rho$  est la densité du bois,  $\rho_P$  celle de la matière ligneuse ( $\rho_P \simeq 1,45$ ). Ce faisant, on néglige des facteurs d'irrégularité tels que la pente du fil, les rayons ligneux, les ponctuations des parois, etc. Il s'agit néanmoins d'une hypothèse raisonnable que l'on peut prendre comme une approximation du premier ordre [Norimoto (1987)].

Pour la déformation, nous faisons une hypothèse d'homogénéité :

$$\epsilon_\ell = \epsilon_\ell(r) \simeq \epsilon_L \quad (4.2)$$

On pourrait déduire des deux expressions précédentes la relation entre la

complaisance macroscopique  $J_{LL}$ , et la complaisance moyenne de la paroi  $J_{\ell\ell}$

$$J_{\ell\ell} = \frac{\epsilon_{\ell}}{\sigma_{\ell}} \simeq \frac{\rho}{\rho_P} J_{LL} \quad (4.3)$$

Ecrire une telle relation présuppose que sous l'action d'une contrainte extérieure uniaxiale  $\sigma_{\ell}$ , *des contraintes internes ne sont pas générées dans les autres directions*. Nous allons voir en effet que l'existence de contraintes internes de cisaillement est tout à fait envisageable, ce qui peut amener à modifier l'expression de  $J_{\ell\ell}$ .

#### 4.2. Passage du comportement de la paroi à celui des couches S2.

Considérons maintenant plus en détail la structure de la paroi. Rappelons que pour un point de la paroi, nous désignons par  $\ell$  la direction de l'axe de la cellule (soit  $\ell \simeq L$ ),  $t$  la direction tangentielle à la paroi et  $r$  la direction radiale. Une portion de paroi de cellule isolée a l'apparence d'un tube multicouche. Chaque couche est constituée d'un enroulement hélicoïdal de microfibrilles cellulosiques. Le pas des hélices, ou, ce qui revient au même, l'angle  $\theta$  que font les microfibrilles avec la direction  $\ell$ , varie selon la position dans l'épaisseur. Dans le cas des trachéides de résineux ou des fibres de feuillus, qui constituent le cas le plus fréquent, la plus grande partie de la paroi est occupée par la couche S2 caractérisée par un angle  $\theta$  faible et peu variable dans l'épaisseur, ce qui implique une rigidité élevée dans la direction  $\ell$ .

Une portion de paroi complète, comprenant les parois de deux cellules adjacentes, a l'allure d'un multicouche antisymétrique, du fait que le sens de l'enroulement hélicoïdal est le même dans les deux cellules situées de part et d'autre de la zone intermédiaire M+P qui les sépare.

Faisons pour simplifier l'hypothèse que seules les couches S2 contribuent à la rigidité longitudinale. Cette hypothèse est doublement justifiée, puisque que les couches S2 occupent la plus grande partie des parois et d'autre part sont les plus rigides. De part et d'autre de la paroi se trouvent deux couches S2 (+) et (-) d'angle microfibrillaire  $\theta$  et  $-\theta$  respectivement. Notons  $\epsilon^k$ ,  $\sigma^k$  ( $k=+,-$ ) la

contrainte et la déformation dans chacune des couches et ( $J_{\alpha\beta}$ ) la complaisance de la couche (+). Ecrivons que sous l'action d'un chargement uniaxial  $\sigma_\ell$  chaque couche subit la contrainte  $\sigma_\ell^\pm$ . Nous avons, du fait de la parité de  $J_{\ell\ell}$  et  $J_{t\ell}$  et l'imparité de  $J_{\rho\ell}$  par rapport à  $\theta$  (les formules de rotation complètes sont rappelées en annexe, à la fin de ce chapitre) :

$$\begin{aligned}\epsilon_\ell^\pm &= J_{\ell\ell}\sigma_\ell^\pm \\ \epsilon_t^\pm &= J_{t\ell}\sigma_\ell^\pm \\ \epsilon_\rho^\pm &= \pm J_{\rho\ell}\sigma_\ell^\pm\end{aligned}$$

Nous pouvons raisonnablement admettre que les déformations  $\epsilon_\ell$  sont les mêmes pour toutes les couches de la paroi :

$$\epsilon_\ell^+ = \epsilon_\ell^- = \epsilon_\ell \simeq \epsilon_L$$

Du fait que  $J_{\ell\ell}^+ = J_{\ell\ell}^-$ , on déduit en particulier :

$$\sigma_\ell^+ = \sigma_\ell^- = \sigma_\ell$$

Ajoutons à cela l'hypothèse que les autres couches contribuent pour une part négligeable au comportement moyen de la paroi. Si  $\Delta_0$  désigne la proportion de couche S2, nous avons donc :

$$\sigma_\ell^+ = \sigma_\ell^- \simeq \frac{1}{\Delta_0}\sigma_\ell \simeq \frac{\rho_P}{\rho\Delta_0}\sigma_L \quad (4.4)^1$$

D'où finalement :

$$\epsilon_\ell^+ = \epsilon_\ell^- = \frac{1}{\Delta_0} J_{\ell\ell}\sigma_\ell \quad (4.4)^2$$

$$\epsilon_t^+ = \epsilon_t^- = \frac{1}{\Delta_0} J_{t\ell}\sigma_\ell \quad (4.4)^3$$

$$\epsilon_\rho^+ = -\epsilon_\rho^- = \frac{1}{\Delta_0} J_{\rho\ell}\sigma_\ell \quad (4.4)^4$$

**Remarque.** Il vaudrait mieux dire à propos du facteur  $\Delta_0$  qu'il représente un **facteur de concentration**, sur les couches S2, de la contrainte appliquée à la paroi. Du fait de la faible contribution des couches latérales au comportement longitudinal, son *ordre de grandeur* est la proportion en volume des couches S2 par rapport au volume de matière total.

### 4.3. Restriction du cisaillement et décollement

A partir de là, Il est nécessaire de discuter sur la nature de l'interface entre les couches de la paroi. On peut en effet faire deux hypothèses extrêmes :

- (i) **Pas d'adhérence** entre les couches S2 et le "bloc" S1+P+M+P+S1 qui les sépare; dans ce cas les équations du comportement se réduisent aux expressions précédentes. Les valeurs non nulles et opposées de  $\epsilon_{\rho} = \epsilon_{\rho t}$  signifient que sous l'action de la contrainte axiale les microfibrilles subissent une légère modification de leur direction, et cela dans une direction opposée de part et d'autre de la paroi.
- (ii) **Adhérence parfaite** entre les couches; cette situation se traduit par une restriction au niveau des déformations de cisaillement  $\epsilon_{\rho}^{\pm}$ , qui doivent être identiques dans les deux couches. Cette restriction ne peut être obtenue que par l'existence de contraintes internes de cisaillement  $\sigma_{\rho}^{* \pm}$ , opposées dans chacune des couches, qui annulent les déformations de cisaillement correspondantes :

$$\epsilon_{\rho}^{\pm} = J_{\rho l} \sigma_l \pm J_{\rho \rho} \sigma_{\rho}^{* \pm} = 0 \rightarrow \sigma_{\rho}^{* \pm} = -\frac{J_{\rho l}}{J_{\rho \rho}} \sigma_l^{\pm} \quad (4.5)^1$$

L'existence de ces contraintes internes de cisaillement modifie le comportement des couches S2 en les rigidifiant. On obtient (voir l'annexe) :

$$\epsilon_l^+ = \epsilon_l^- = \left[ J_{ll} - \frac{J_{\rho l}^2}{J_{\rho \rho}} \right] \sigma_l \quad (4.5)^2$$

$$\epsilon_t^+ = \epsilon_t^- = \left[ J_{lt} - \frac{J_{\rho l} J_{\rho t}}{J_{\rho \rho}} \right] \sigma_l \quad (4.5)^3$$

$$\epsilon_{\rho}^+ = \epsilon_{\rho}^- = 0 \quad (4.5)^4$$

Schniewind (1972) considère que l'adhérence se produit, et de ce fait introduit la correction que nous venons de mentionner. Page et al. (1977) justifient la restriction de cisaillement en supposant que les coins des cellules transmettent les efforts de cisaillement. Salmen et de Ruvo (1985) étudient le comportement longitudinal de fibres individuelles, mais "collapsées" de sorte que deux faces opposées de la paroi adhèrent l'une à l'autre, ce qui produit virtuellement un effet identique. Il semble donc raisonnable d'admettre plutôt l'hypothèse (ii) avec la correction qu'elle implique.

Néanmoins le cas (i) n'est pas sans intérêt. Rappelons que pour qu'il se produise, il faut que les couches S2 se décolent du bloc S1+P+M+S1 qui les sépare. Or rappelons que ce phénomène a été observé effectivement dans le cas de certains bois soumis à des traitements thermiques ou hygromécaniques (voir le § I.4.1). Mukudai et Yata (1986) considèrent même qu'une désolidarisation partielle de ces deux zones de la paroi (§ I.4.1 et figure I.4.1) est à l'origine de l'effet mécano-sorptif. Selon Mukudai et Yata (1986), la contrainte longitudinale qui s'exerce sur les couches S2 est diminuée, à l'état sec, d'une certaine quantité qu'ils appellent "stress bias". Dans les simulations numériques que ces auteurs proposent, la valeur du terme de "transfert de contrainte" est imposée, sans référence à l'état mécanique global de la cellule. Nous allons en proposer une interprétation "mécanique", en introduisant un "facteur de décollement".

#### 4.4. Réinterprétation du mécanisme de Mukudai.

*Introduction d'un facteur de décollement.* Afin de concilier les deux points de vue précédents, nous suggérons d'introduire un "facteur de décollement"  $D$ , nul en cas d'adhérence parfaite et égal à 1 en cas de désolidarisation complète entre les couches, tel que la contrainte de cisaillement induite soit proportionnelle à  $(1-D)$  :

$$\sigma_{\rho}^{\pm} = -(1-D) \frac{J_{\rho l}}{J_{\rho\rho}} \sigma_l^{\pm} \quad (4.6)^1$$

Dans ce cas les équations du comportement deviennent :

$$\epsilon_l^+ = \epsilon_l^- = \left[ J_{ll} - (1-D) \frac{J_{\rho l}^2}{J_{\rho\rho}} \right] \sigma_l \quad (4.6)^2$$

$$\epsilon_t^+ = \epsilon_t^- = \left[ J_{lt} - (1-D) \frac{J_{\rho l} J_{\rho t}}{J_{\rho\rho}} \right] \sigma_l \quad (4.6)^3$$

$$\gamma_r^+ = -\gamma_r^- = D J_{\rho l} \sigma_l \quad (4.6)^4$$

*Remarque.* La notation  $D$  est utilisée habituellement pour décrire l'endommagement d'un matériau. Dans une certaine mesure le décollement est lui aussi un processus de détérioration du matériau, sans doute en grande partie irréversible, qui concourt à diminuer la rigidité. Il y a cependant des limites à l'analogie. En particulier  $D=1$  ne signifie pas pour nous la ruine du matériau.

*Interprétation du "stress bias" par le facteur de décollement.*

Mukudai et Yata posent l'existence du transfert de contrainte  $\Delta\sigma$  (stress bias) entre les parties (I) et (II) en écrivant que  $\Delta\sigma$  est une certaine proportion de  $\sigma$ . Ils ne donnent pas le moyen d'estimer la valeur de  $\Delta\sigma$ . Leur représentation uniaxiale ne leur permettent pas, en effet, de rendre compte d'effets multiaxiaux.

Nous suggérons d'interpréter l'effet du décollement entre S2 et S1 en disant qu'il se traduit par la disparition de la contrainte de cisaillement induite par la condition de restriction. Si l'interprétation que nous proposons est juste, nous disposons donc d'un moyen de quantifier la contribution du mécanisme proposé par Mukudai. Il est à prévoir en particulier que l'intensité de cet effet dépend de l'angle des microfibrilles  $\theta$ . En valeur relative, elle peut être mesurée par la valeur du facteur :

$$R_{\text{déc}} = \frac{J_{\rho\rho} \ell^2}{J_{\ell\ell} J_{\rho\rho}} \quad (4.7)^1$$

L'expression analytique de  $R_{\text{déc}}$  est (voir en annexe pour les formules de rotation) :

$$R_{\text{déc}} = \frac{s^2 c^2 (T_1 - 2T_0 s^2)^2}{(J_{11} + T_1 s^2 - T_0 s^4) (J_{66} - 4T_0 s^2 c^2)} \quad (4.7)^2$$

où :  $s = \sin\theta$  ;  $c = \cos\theta$

$$T_1 = J_{66} + 2J_{12} - 2J_{11} ; T = J_{66} + 2J_{12} - J_{11} - J_{22}$$

On doit donc s'attendre à ce que l'effet ne se produise pas pour les angles  $\theta$  très petits. Signalons qu'une simulation de la fonction  $R_{\text{déc}}(\theta)$  pour des valeurs raisonnables des complaisances nous a donné que  $R_{\text{déc}}$  atteint une valeur maximale aux alentours de  $\theta_0 = 20^\circ$ .

#### 4.5. Identification du comportement élastique de la matière ligneuse.

Dorénavant, nous faisons deux hypothèses :

- (i) Nous négligeons l'effet de restriction de cisaillement entre les couches de la paroi. A la lumière des travaux de Mukudai, il semblerait que cette hypothèse se justifie, au moins en partie, pour le bois sec.
- (ii) Les contributions des couches latérales S3 et M+P+S1 sont supposées comprises dans le facteur  $\Delta_0$ , et donc n'interviennent pas dans notre calcul.

Dans ce cas nous pouvons relier la complaisance macroscopique  $1/E_L = J_{LL}$  à la complaisance  $J_{\ell\ell}$  des couches S2, selon l'équation (4.3) :

$$J_{\ell\ell} \simeq \frac{\rho\Delta_0}{\rho_P} J_{LL} \quad (4.8)$$

Appelons  $J = (J_{ij})$  le tenseur des complaisances dans le repère lié aux microfibrilles (1,2,3), (1) étant la direction des microfibrilles, et  $(J_{\alpha\beta})$  le tenseur des complaisances dans le repère  $(\ell, t, r)$  lié à la paroi et obtenu par rotation de l'angle  $\theta$  autour de  $r=3$ .

$J_{\ell\ell}$  est reliée aux complaisances de la paroi par la formule de rotation :

$$J_{\ell\ell}(\theta) = J_{11}\cos^4\theta + (J_{66}+2J_{12})\sin^2\theta\cos^2\theta + J_{22}\sin^4\theta \quad (4.9)^1$$

Remarquant que  $\cos^4\theta = \frac{1}{(1+\text{tg}^2\theta)^2}$ , nous pouvons écrire cela sous la

forme :

$$J_{\ell\ell}(\theta) = \frac{J_{11} + (J_{66}+2J_{12})\text{tg}^2\theta + J_{22}\text{tg}^4\theta}{(1+\text{tg}^2\theta)^2} \quad (4.9)^2$$

Nous avons donc la possibilité, à partir de données de  $J_{LL}$ ,  $\rho$  et  $\theta$ , dont nous déduisons des points de la courbe  $J_{\ell\ell}(\theta)$ , d'obtenir des estimations des quantités  $J_{11}$ ,  $J_{66}+2J_{12}$ ,  $J_{22}$ . Cette démarche est par exemple celle de Cowdrey et Preston (1966).

Il s'agit donc d'une démarche d'identification du comportement élastique de la matière ligneuse à partir de données expérimentales sur le comportement macroscopique longitudinal. Nous allons appliquer la même démarche à l'identification du comportement viscoélastique, à partir des données expérimentales sur le comportement acoustique du § I.4.3 (figure I.4.4).

#### 4.6 Le comportement dynamique de la paroi

Rappelons que lorsqu'on exerce une sollicitation sinusoïdale de faible amplitude  $\hat{\sigma} = \sigma_0 e^{i\phi t}$  sur le matériau [voir le § 1.4.2 pour la représentation complexe], la réponse est de la forme  $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_0 e^{i\phi t}$ , où  $\hat{\varepsilon}_0$  est en général une quantité complexe, reliée à  $\hat{\sigma}_0$ , pour des valeurs assez faibles de  $\hat{\sigma}_0$ , par une complaisance complexe  $\hat{J}$  ou par un module complexe  $\hat{E} = 1/\hat{J}$  :

$$\hat{\varepsilon} = \hat{J} \hat{\sigma} = (J' - iJ'') \hat{\sigma}$$

$$\hat{\sigma} = \hat{E} \hat{\varepsilon} = (E' + iE'') \hat{\varepsilon}$$

Rappelons d'autre part que l'on définit une quantité, appelée ici "amortissement", qui caractérise le retard de la réponse par rapport à la sollicitation :

$$\text{tg} \delta = \frac{J''}{J'} = \frac{E''}{E'}$$

La complaisance complexe moyenne de la paroi  $\hat{J}_{\ell\ell}$  peut être reliée, de la même manière que la complaisance élastique (Hashin (1970)), aux valeurs des complaisances complexes définies dans le repère des microfibrilles :

$$\frac{\rho \Delta_0}{\rho_P} \hat{J}_{LL} \simeq \Delta_0 \hat{J}_{\ell\ell} \simeq \hat{J}_{\ell\ell}(\theta) = \frac{\hat{J}_{11} + (\hat{J}_{66} + 2\hat{J}_{12}) \text{tg}^2 \theta + \hat{J}_{22} \text{tg}^4 \theta}{(1 + \text{tg}^2 \theta)^2} \quad (4.10)^1$$

En séparant partie réelle et imaginaire de ces expressions, nous obtenons :

$$\frac{\rho \Delta_0}{\rho_P} J'_{LL} \simeq J'_{\ell\ell}(\theta) = \frac{J'_{11} + (J'_{66} + 2J'_{12}) \text{tg}^2 \theta + J'_{22} \text{tg}^4 \theta}{(1 + \text{tg}^2 \theta)^2} \quad (4.10)^2$$

$$\frac{\rho \Delta_0}{\rho_P} J''_{LL} \simeq J''_{\ell\ell}(\theta) = \frac{J''_{11} + (J''_{66} + 2J''_{12}) \text{tg}^2 \theta + J''_{22} \text{tg}^4 \theta}{(1 + \text{tg}^2 \theta)^2} \quad (4.10)^3$$

Nous pouvons en particulier en déduire les expressions du décrement logarithmique  $\text{tg} \delta_L$  et du module spécifique  $E'_L/\rho$  du bois, dans la direction L, qui peuvent être directement obtenues par diverses procédures expérimentales :

$$\text{tg} \delta = \frac{J''_{LL}}{J'_{LL}} \simeq \frac{J''_{11} + (J''_{66} + 2J''_{12}) \text{tg}^2 \theta + J''_{22} \text{tg}^4 \theta}{J'_{11} + (J'_{66} + 2J'_{12}) \text{tg}^2 \theta + J'_{22} \text{tg}^4 \theta} \quad (4.11)^1$$



$$\frac{E'}{\rho} = \frac{1}{\rho J'_{LL}} \simeq \frac{\Delta_0/\rho_P(1+\operatorname{tg}^2\theta)^2}{J'_{11} + (J'_{66}+2J'_{12})\operatorname{tg}^2\theta + J'_{22}\operatorname{tg}^4\theta} \quad (4.11)^2$$

On peut remarquer que  $\operatorname{tg}\delta_L$  et  $E'_L/\rho$  sont tous deux des fonctions de  $\theta$ . Supposons que, dans la gamme de fréquences que nous considérons, les  $J'_{ij}$  et  $J''_{ij}$  soient des quantités intrinsèques de la matière ligneuse. On doit s'attendre, si c'est bien le cas, à observer une corrélation entre  $\operatorname{tg}\delta$  et  $E'/\rho$ . Or c'est effectivement ce qui est observé expérimentalement (voir le § I.4.3), ce qui justifie l'hypothèse avancée.

En d'autres termes, il semble raisonnable d'admettre l'existence de valeurs  $J'_{ij}$  et  $J''_{ij}$  caractérisant le comportement viscoélastique de la matière ligneuse. Cette hypothèse reviendrait à affirmer que d'un bois à l'autre, les caractéristiques géométriques et physico-chimiques de l'ultrastructure varient suffisamment peu pour ne pas affecter d'une manière appréciable le comportement viscoélastique, du moins dans le domaine de chargement hygrothermo-mécanique (plage de fréquence, humidité et température données) que nous considérons.

#### 4.7. Identification du comportement visco-élastique de la matière ligneuse.

Revenons maintenant aux expressions des parties réelle et imaginaire de la complaisance comme fonctions de l'angle  $\theta$ . Nous les récrivons sous la forme condensée suivante :

$$J'_{\ell\ell} = J' = c_0 \frac{1+c_1u+c_2u^2}{(1+u)^2} \quad (4.12)^1$$

$$J''_{\ell\ell} = J'' = d_0 \frac{1+d_1u+d_2u^2}{(1+u)^2} \quad (4.12)^2$$

où :

$$u = \operatorname{tg}^2\theta$$

$$c_0 = J'_{11} ; c_1 = \frac{J'_{66}+2J'_{12}}{J'_{11}} ; c_2 = \frac{J'_{22}}{J'_{11}} \quad (4.12)^3$$

$$d_0 = J''_{11} ; d_1 = \frac{J''_{66} + 2J''_{12}}{J''_{11}} ; d_2 = \frac{J''_{22}}{J''_{11}} \quad (4.12)^4$$

Avec ces notations, les expressions (4.11) de  $\text{tg}\delta_L$  et de  $E'_L/\rho$  deviennent :

$$\frac{E'_L}{\rho} \simeq \frac{\Delta_0}{\rho_P c_0} \frac{(1+u)^2}{1+c_1 u+c_2 u^2} \quad (4.12)^5$$

$$\text{tg}\delta_L \simeq \frac{d_0}{c_0} \frac{1+d_1 u+d_2 u^2}{1+c_1 u+c_2 u^2} \quad (4.12)^6$$

Pour identifier les paramètres  $c_0 \dots d_2$ , nous disposons des résultats de Norimoto et al. (1986) signalés au § I.4.3 qui donnent, pour une vingtaine d'échantillons de Hinoki (*Camacyparis obtusa*) sur lesquels les deux quantités ci-dessus ont été mesurées, des valeurs de l'angle moyen des microfibrilles dans les couches S2.

**Remarque.** Pour cette identification, la première idée qui vienne à l'esprit consisterait par exemple à rechercher par une méthode de moindres carrés les valeurs des coefficients  $c_k$  et  $d_k$  approchant au mieux les points expérimentaux. A vrai dire cet exercice serait périlleux, vue la dispersion importante des résultats de mesures dynamiques en fonction de l'angle  $\theta$ . Il n'y a pas lieu de s'en étonner car la mesure de l'angle  $\theta$  est délicate, et, en outre, effectuée sur une plaquette prélevée dans une partie de l'échantillon, et n'est donc qu'une estimation approximative de la valeur moyenne significative vis-à-vis de l'essai mécanique. Nous courons donc le risque, par cette première procédure, d'obtenir des valeurs des  $c_k, d_k$  entachées d'erreurs importantes.

Il est plus judicieux d'exploiter directement la corrélation existant entre  $\text{tg}\delta_L$  et  $E'_L/\rho$  [formule (I.4.4)], ou, ce qui revient au même, entre  $J'_L$  et  $J''_L$ . D'après Norimoto et al. (1986) celle-ci est de la forme :

$$J'' \propto (J')^{n_a} \quad \text{avec } n_a \simeq 1,563 \quad (4.13)$$

Pour cela, nous développons à l'ordre 2 en  $u=\text{tg}^2\theta$  le terme  $J''^n$ , et nous écrivons que les termes du développement obtenu sont proportionnels à ceux de  $J''$ . Nous obtenons ainsi trois conditions sur les valeurs de  $c_1, c_2, d_1, d_2$  :

$$\frac{d_1-2}{n} = c_1-2$$

$$d_1 + d_3 = c_1 + c_3$$

$$d_3(d_1 + d_3) + d_2 = c_3(c_1 + c_3) + c_2$$

$$\text{où : } c_3 = \frac{c_1 - 2c_2}{c_1 - 2} ; d_3 = \frac{d_1 - 2d_2}{d_1 - 2}$$

On peut mettre ce système de trois équations à quatre inconnues sous une forme paramétrique équivalente :

$$c_1 = x + 2 \quad (4.14)^1$$

$$c_2 = \frac{2-n}{6}x^2 + 1 \quad (4.14)^2$$

$$d_1 = nx + 2 \quad (4.14)^3$$

$$d_2 = \frac{n(2n-1)}{6}x^2 + nx + 1 \quad (4.14)^4$$

Il nous faut une condition supplémentaire pour déterminer les quatre constantes  $c_1, c_2, d_1, d_2$ . On peut utiliser par exemple une estimation de la quantité  $c_{30} = \frac{J'(30^\circ)}{J'(0^\circ)}$  qui donne une condition supplémentaire sur  $c_1$  et  $c_2$  :

$$c_{30} = \frac{1+c_1/3+c_2/9}{(1+1/3)^2} = \frac{9+3c_1+c_2}{16} \simeq 10^{0,8} \quad (4.14)^5$$

En fait, nous avons utilisé une estimation de  $c_{20}$ , qui donnait un meilleur résultat :

$$c_{20} = \cos^4(20^\circ) + c_1 \sin^2(20^\circ) \cos^2(20^\circ) + c_2 \sin^4(20^\circ) \simeq 3,69 \quad (4.14)^6$$

la résolution de ce système donne :

$$c_1 \simeq 22 ; c_2 \simeq 49 ; d_1 \simeq 33 ; d_2 \simeq 246 \quad (4.15)$$

$c_0$  et  $d_0$  sont obtenues en extrapolant les points expérimentaux pour  $\theta \rightarrow 0^\circ$  :

$$\frac{E'_L(0^\circ)}{\rho} = \frac{\Delta_0}{c_0} \simeq 50-60 \text{ GPa}$$

$$\text{tg} \delta_L(0^\circ) = \frac{d_0}{c_0} \simeq 0,005$$

Avec  $\Delta_0 \simeq 0,84$  on trouve :

$$c_0 \simeq 1,40\text{--}1,68 \cdot 10^{-2} \text{ (GPa)}^{-1} ; d_0 \simeq 0,84 \cdot 10^{-4} \quad (4.16)$$

#### 4.8 Identification des paramètres du modèle.

*Puisque nous disposons maintenant d'une estimation des coefficients caractérisant le comportement viscoélastique des couches S2 dans le repère attaché aux microfibrilles, nous allons revenir au modèle théorique obtenu dans le chapitre 2, en examinant les conditions que les résultats que nous venons d'obtenir imposent aux paramètres du modèle.*

Notons  $\epsilon'$  la déformation diminuée du terme d'expansion à l'équilibre :

$$\epsilon' = \epsilon - (H-WP)\xi^0 \quad (4.17)$$

L'humidité étant constante, l'équation différentielle (2.26) s'applique.

Moyennant cette notation elle s'écrit :

$$\frac{d\epsilon'}{d\tau} + \frac{\epsilon'}{\tau} = J \frac{d\sigma}{dt} + (J+W) \frac{\sigma}{\tau} \quad (4.18)$$

Pour des efforts modérés, nous pouvons admettre la linéarité du comportement et appliquer la transformation de Laplace-Carson. Nous obtenons la transformée  $\hat{J}(p)$  de la fonction de fluage  $J(t)$  :

$$\hat{J}(p) = J + \frac{W}{1 + p\tau} \quad (4.19)^1$$

Dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale de fréquence  $\phi$ , nous obtenons la complaisance complexe  $\hat{J}$  en faisant  $p = i\phi$ . Lorsque la fréquence est grande devant  $1/\tau$ , la séparation entre la partie réelle et imaginaire de  $\hat{J}$  est aisée :

$$\hat{J} = J + \frac{W}{1 + i\phi\tau} \simeq J - \frac{i}{\phi\tau} W \quad (4.19)^2$$

$$\text{D'où : } J' \simeq J \quad (4.19)^3$$

$$J'' \simeq \frac{1}{\phi\tau} W \quad (4.19)^4$$

La matrice des complaisances élastiques  $J$  s'obtient à partir de l'expression (1.10) de  $P$  et (1.20) de  $Q$  :

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}^{-1} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} &= f_2 f_3 E_0 \begin{bmatrix} 1 & m_2 \mu & 0 \\ m_2 \mu & h_2 \mu^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} + \frac{E_m}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} m_2 & \nu & 0 \\ \nu & 1/m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \\
&= f_2 f_3 E_0 \begin{bmatrix} 1 + \chi m & m \mu + \chi \nu & 0 \\ m \mu + \chi \nu & h \mu^2 + \chi/m & 0 \\ 0 & 0 & \mu + \chi(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (4.20)^1
\end{aligned}$$

où nous avons noté :

$$m = m_2, \quad h = h_2, \quad \chi = \frac{E_m}{f_2 E_0 (1-\nu^2)} \quad (4.20)^2$$

Quant à la matrice des complaisances différées  $\mathbf{W}$ , il faut se rappeler qu'elle est supposée d'une forme bien particulière donnée par (2.20)<sup>3</sup> :

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\Theta} (\zeta \zeta^T) \quad (4.21)^1$$

où  $\zeta$  est homogène à un tenseur de déformations, et est relié au paramètre  $\zeta^0$  du modèle physique par  $\zeta = \mathbf{JQ} \zeta^0$ , soit d'après (2.20)<sup>1</sup> :

$$\zeta^0 = (\mathbf{Id} + \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{P}) \zeta \quad (4.21)^2$$

**Ordres de grandeur des paramètres.** Nous pouvons admettre les ordres de grandeur suivants :

$$\begin{aligned}
f_3 = f_2 = 1-m &\simeq 0,27 && \text{d'après Norimoto et Takabe (1985)} && (4.22)^1 \\
E_0 &\simeq 134 \text{ GPa} && \text{d'après Sakurada et al. (1962)} && (4.22)^2 \\
E_m &\simeq 1,8 \text{ GPa} && \text{d'après Mark (1972)} && (4.22)^3 \\
\nu &\simeq 0,3 && \text{id.} && (4.22)^4
\end{aligned}$$

Il vient en particulier :

$$\chi \simeq 2,0 \cdot 10^{-2} \quad (4.22)^5$$

Dans le cas de  $\mu$ , il n'existe pas de données directes dans la littérature. On peut néanmoins, au vu de photographies au microscope électronique à balayage (MEB) de Ruel (1984), réalisées sur du bois délignifié par des champignons, estimer à  $0,2 \mu\text{m}$  l'ordre de grandeur de la distance entre les points de contacts sur les microfibrilles (paramètre  $L_4$  du § 1.2). Prenant  $5 \text{ nm}$  pour largeur des microfibrilles ( $L_{02}$ ), y compris l'enveloppe de cellulose amorphes, selon la suggestion de Norimoto et Takabe (1985), on obtient pour le facteur de forme  $\lambda_0$  :

$$\lambda_0 = \frac{L_{02}}{L_4} \simeq 1/80 \quad (4.22)^6$$

ce qui correspond, comme ordre de grandeur, au facteur de forme de Salmen et al. (1985a) dans leur application du critère de Halpin-Tsai [Halpin et Kardos

(1976)]. Il en résulte pour  $\mu$ , avec la valeur  $f_2 \simeq 0,73$  de Norimoto et Takabe (1985) :

$$\mu = \frac{\lambda_0^2}{f_2^2} \simeq 0,3 \cdot 10^{-3} \quad (4.22)^7$$

Il est plus difficile de donner des estimations pour les paramètres  $\zeta^0$  et  $\tau$ . Dans le modèle,  $\tau$  n'intervient que par le rapport  $\tau\phi$ . Le modèle n'est pas sensé décrire correctement l'effet de la fréquence, dont on sait que, dans la gamme considérée ici, le comportement dynamique dépend peu [Ono et Norimoto (1985)]. Pour cette raison  $\zeta$  est défini à un facteur multiplicatif près, qui peut être intégré dans la valeur de  $\tau\phi$ . Le principal objectif de la discussion actuelle est de déterminer les orientations préférentielles des glissements visqueux, données par les valeurs relatives des coefficients de  $\zeta$ .

Pour obtenir une description du comportement intégrant d'une manière plus réaliste l'effet de la fréquence, on pourrait par exemple remplacer l'amortisseur linéaire du modèle par un amortisseur parabolique [Huet (1967)], ce qui reviendrait ici à remplacer  $p$  par  $p^k$  dans (4.19)<sup>1</sup> ou  $i\phi$  par  $(i\phi)^k$  dans l'expression de la complaisance complexe  $\hat{J}$  (4.19)<sup>2</sup>, d'où des expressions plus complexes de  $J'$  et  $J''$  que les formules (4.19)<sup>3</sup> et (4.19)<sup>4</sup>.

*Cas du comportement longitudinal.* Faisons l'hypothèse que le chargement qui s'exerce sur la paroi ne fait pas intervenir la restriction de cisaillement. Nous admettons donc la possibilité, pour les deux couches S2 situées de part et d'autre de la lamelle moyenne, d'avoir des déformations de cisaillement opposées. Dans ce cas nous avons :

$$\hat{\sigma}_t = \hat{\sigma}_p = 0$$

et la réponse en déformation, dans la direction  $\ell$ , est simplement donnée par :

$$\hat{\varepsilon}_\ell = \hat{J}_{\ell\ell} \hat{\sigma}_\ell$$

où : 
$$\hat{J}_{\ell\ell} = J_{\ell\ell} - \frac{i}{\phi\tau} W_{\ell\ell}$$

$J_{\ell\ell}$  s'obtient par la formule de rotation :

$$J_{\ell\ell} = J_{11}c^4 + (J_{66} + 2J_{12})c^2s^2 + J_{22}s^4$$

ce qui permet d'écrire :

$$J'_{\ell\ell} = c_0 \frac{1 + c_1 u + c_2 u^2}{(1 + u)^2} \quad (4.23)$$

où : 
$$c_0 = J_{11}$$

$$c_1 = \frac{J_{66} + 2J_{12}}{J_{11}}$$

$$c_2 = \frac{J_{22}}{J_{11}}$$

Pour  $W_{\ell\ell}$ , on remarque que puisque  $W$  s'écrit  $(\zeta \zeta^T)/\Theta$ , nous avons

$$\begin{aligned} W_{\ell\ell} &= \frac{1}{\Theta} (\zeta_\ell)^2 \\ &= \frac{1}{\Theta} (c^2 \zeta_1 + cs \zeta_6 + s^2 \zeta_2)^2 \\ &= \frac{1}{\Theta} c^4 (\zeta_1)^2 \left[ 1 + \operatorname{tg}\theta \frac{\zeta_6}{\zeta_1} + \operatorname{tg}^2\theta \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right]^2 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Le développement de cette expression fait apparaître des termes impairs en  $\theta$ , signifiant un déphasage entre les deux couches S2. Nous n'en tenons pas compte, supposant que les termes se compensent au niveau du comportement global. Il reste alors :

$$J''_{\ell\ell} = d_0 \frac{1 + d_1 u + d_2 u^2}{(1 + u)^2} \quad (4.25)$$

où :

$$d_0 = \frac{1}{\Theta \phi \tau} (\zeta_1)^2$$

$$d_1 = \left( \frac{\zeta_6}{\zeta_1} \right)^2 + 2 \left( \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)$$

$$d_2 = \left( \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \right)^2$$

*Identification de  $E_0$ ,  $E_M$  et  $\mu$ .* Du fait des ordres de grandeur estimés ci-dessus pour les paramètres, nous sommes à même d'écrire :

$$P_{11} \gg Q_{11} \quad \text{soit :} \quad \chi m \ll 1 \quad (4.26)^1$$

$$P_{22} \ll Q_{22} \quad \text{soit :} \quad \frac{\chi}{m} \gg h\mu \quad (4.26)^2$$

Il vient alors :

$$J \simeq \frac{1}{f_2 f_3 E_0} \begin{bmatrix} 1 & -m(\nu + \mu m/\chi) & 0 \\ -m(\nu + \mu m/\chi) & m/\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1/[\mu + \chi(1-\nu)] \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Nous allons partir de l'hypothèse que le module des microfibrilles est le module de la cellulose cristalline  $E_0 \simeq 134$  GPa obtenu par Sakurada et al. (1962). Un moyen de mettre cette hypothèse à l'épreuve consiste à en déduire, par la donnée de  $c_0$ , les proportions  $f_2$  et  $f_3$  en supposant, comme cela est proposé par Norimoto et Takabe (1985), qu'elles sont égales. D'après le résultat (4.16)<sup>1</sup> et :

$$\Phi = f_2 f_3 \simeq \frac{1}{c_0 E_0} \quad (4.28)^1$$

nous obtenons

$$f_2 = f_3 = 0,73-0,67 \quad (4.28)^2$$

La borne inférieure correspond à des valeurs plus faibles de la cristallinité que celle correspondant à la géométrie que nous avons adoptée. Remarquons que nous avons en fait réalisé un calcul similaire à celui de Norimoto et al. (1986), avec les mêmes valeurs de paramètres qu'eux. Donc la seule chose que nous prouvons pour le moment est la **compatibilité** de notre calcul avec celui de ces auteurs.

L'identification de  $\mu$  et  $E_M$  présente plus d'intérêt, car l'estimation que nous avons faite de ces quantités était sujette à caution. Nous obtenons :

$$\mu + (1-\nu) \chi \simeq \frac{J_{11}}{J_{66} + 2J_{12}} = \frac{1}{c_1} \quad (4.29)^1$$

$$\frac{\chi}{\mu} \simeq \frac{J_{11}}{J_{22}} = \frac{1}{c_2} \quad (4.29)^2$$

d'où l'on déduit, en admettant la valeur de 0,3 pour  $\nu$  :

$$\mu \simeq 4,2 \cdot 10^{-2} \quad (4.30)^1$$

$$\chi \simeq 5,5 \cdot 10^{-3} \rightarrow E_M \simeq 0,5 \text{ GPa} \quad (4.30)^2$$

Nous obtenons des valeurs compatibles avec les ordres de grandeur prévus, avec toutefois des écarts qui vont dans le sens suivant :



-  $\mu$  est environ 10 fois plus élevé que la valeur prévue. Cela peut s'interpréter par une bien plus grande densité de liaisons inter-microfibrillaire que ce que nous avons estimé d'après les photos de parois délignifiées. Il se pourrait aussi que la lignine joue un rôle important dans l'inter-connexion du réseau microfibrillaire, par le biais de pontages moléculaire. Remarquons que cette valeur de  $\mu$  implique pour l'inclinaison des microfibrilles autour de leur direction moyenne  $\alpha \simeq 3,3^\circ$  et, pour par exemple une épaisseur des microfibrilles  $f_2 L_{02} = f_3 L_{03} = 4,5$  nm, une distance entre points d'attache ( $L_4$ ) de environ 30 nm.

-  $E_M$  est 3 à 4 fois plus faible que la valeur donnée par Mark (1972). Cela suggère une anisotropie de l'élasticité de la matrice, ce qui n'aurait rien d'étonnant étant donné qu'elle est constituée, en fait, d'un noyau de lignine, assez rigide, et d'une interface d'hémicellulose plus souple : la disposition en couches implique un module plus faible dans la direction 2, or c'est précisément la direction 2 qui intervient dans le calcul de  $\chi$ .

**Identification de  $\zeta^0$ .** Passons maintenant à la composante *différée*. Comme nous l'avons dit plus haut, il nous suffit d'obtenir des grandeurs relatives. Posons :

$$\delta_6 = \frac{\zeta_6}{\zeta_1} \quad ; \quad \delta_2 = \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \quad (4.31)$$

Nous obtenons aisément  $\delta_1$  et  $\delta_2$  en résolvant le système :

$$\begin{aligned} d_1 &= \delta_6^2 + 2 \delta_2 \\ d_2 &= \delta_2^2 \end{aligned}$$

Cela donne :

$$\boxed{\delta_6 \simeq \pm 1,2 \quad ; \quad \delta_2 \simeq 15,7} \quad (4.32)$$

Il nous faut maintenant remonter aux valeurs de  $\zeta^0$ . On a :

$$\text{Id} + \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 + (1 - m\mu^2\nu)k_0/m & \mu k_0(1 - h\mu\nu) & 0 \\ (-\nu + m\mu^2)k_0 & 1 + \mu m k_0(-\nu + h\mu) & 0 \\ 0 & 0 & \mu(1 + \nu) \end{bmatrix} \quad (4.33)^1$$

$$\text{où : } k_0 = \frac{E_0 f_2}{E_M} = \frac{1}{\chi(1 - \nu^2)} \quad (4.33)^2$$

d'où l'on déduit  $\zeta^0 = (\text{Id} + \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{P}) \zeta$ , moyennant des simplifications d'après les ordres de grandeur des paramètres :

$$\frac{\zeta_1^0}{\zeta_1} \simeq \frac{k_0}{m} (1 + \mu m \delta_2)$$

$$\frac{\zeta_2^0}{\zeta_1} \simeq -\nu k_0 + \delta_2$$

$$\frac{\zeta_6^0}{\zeta_1} \simeq k_0 \mu (1 + \nu) \delta_6$$

Avec les valeurs :

$$\nu \simeq 0,3 ; E_M = 0,5 \text{ GPa}$$

$$\Rightarrow k_0 \simeq 200 ; \mu \simeq 4,2 \cdot 10^{-2} ; m \simeq 0,27$$

nous calculons :

$$\frac{\zeta_1^0}{\zeta_1} \simeq 873 ; \frac{\zeta_2^0}{\zeta_1} \simeq -44,3 ; \frac{\zeta_6^0}{\zeta_1} \simeq \pm 10,1$$

$$\text{ou : } \zeta^0 \propto \begin{bmatrix} 1 \\ -0,05 \\ \pm 0,01 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Il est intéressant de ramener ces valeurs aux quantités correspondantes pour la matrice, obtenues à l'aide des formules (1.17) qui permettent de tenir compte de l'effet de forme pour la matrice. Seul  $\zeta_2^0$  est affecté par la transformation et devient :

$$\zeta_2^{0m} = \frac{1}{m} \zeta_2^0 \simeq -163 \zeta_1$$

$$\text{D'où : } \zeta^{0m} \propto \begin{bmatrix} 1 \\ -0,19 \\ \pm 0,01 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

On peut déduire de ces résultats que les glissements visqueux au sein de la matrice sont :

- (i) prédominants dans la direction des microfibrilles.
- (ii) de signe opposé dans la direction transversale.
- (iii) très faibles en cisaillement

Nous avons obtenu finalement, pour les déformations différées du bois dans le domaine des fréquences acoustiques, une relation analogue à l'incompressibilité pour les déformations plastiques des métaux. Même ramenées à la matrice, les déformations ne se font cependant pas à volume constant, mais de manière à *privilégier les déformations dans la direction des microfibrilles*.

*Tentative d'interprétation physique.* Tentons de donner à cette constatation une interprétation physique : dans le domaine de temps et de température considéré (20°C, fréquence 100-1000 Hz), on peut supposer que les transitions liées aux mouvements de petits segments sont achevées, et incluses dans le terme élastique, et que s'amorcent les transitions liées aux segments plus gros, qui culmineront aux échelles de temps impliquées dans les processus de fluage. Les mouvements de gros segments seront probablement plus aisés dans la direction 1 que dans la direction 2, où les faibles épaisseur de matrice (typiquement 2 nm) laissent à peine de quoi placer un noyau benzénique, en travers de surcroît !

Une autre interprétation est cependant possible, dans des termes plus "mécaniciens" cette fois-ci : nous avons réduit l'anisotropie de la viscosité en prenant en compte l'effet de la forme lenticulaire des incrustations de matrice; nous pourrions la réduire encore plus en considérant la structure interne de la matrice, obtenant - par exemple - l'incompressibilité au sein de la lignine ou des hémicelluloses.

### Conclusions

(1) Nous avons effectué le lien entre les échelles macroscopique et nanométrique en passant par deux étapes complémentaires :

- La première, qualifiable de "macro  $\rightarrow$  micro", était une interprétation de résultats expérimentaux fondée sur l'hypothèse que le comportement local (dans la direction des microfibrilles) est une caractéristique intrinsèque de la matière ligneuse.

- La seconde, de type "nano  $\rightarrow$  micro", se base sur le modèle de comportement local développé dans les chapitres 1, 2 et 3 et nous a permis d'aboutir à des expressions analytiques des coefficients identifiés à l'étape précédente; nous avons pour finir procédé à l'identification des paramètres intervenant dans les expressions de ces coefficients.

(2) La démarche "macro  $\rightarrow$  micro" s'appuie sur plusieurs hypothèses :

- Dans la direction des fibres (longitudinale), le comportement macroscopique est relié simplement, en première approximation, au comportement moyen de la paroi.

- Ce dernier est dominé par celui des couches S2.

- Les deux couches S2 situées de part et d'autre de la lamelle moyenne sont désolidarisées vis-à-vis des déformations de cisaillement, autrement dit nous négligeons l'effet de la "restriction de cisaillement".

- Le comportement local "microscopique", c'est-à-dire défini dans le repère des microfibrilles (1,2,3), est une caractéristique intrinsèque de la matière ligno-cellulosique, et peut donc être obtenu par rotation à partir du comportement des couches S2 défini dans le repère ( $\ell, t, r$ ).

(3) *Les considérations sur la restriction de cisaillement nous ont donné l'occasion de suggérer une interprétation au "transfert de contrainte" intervenant dans le mécanisme et le modèle de Mukudai et Yata (1986) [§ I.4.1].*

(4) *Rappelons qu'une hypothèse essentielle de notre modèle de la matière ligneuse résidait dans l'uniaxialité locale des déformations visqueuses, leur direction étant déterminée par le paramètre  $\zeta^0$  (homogène à un tenseur de déformation). Ayant obtenu pour les autres paramètres du modèle des valeurs compatibles avec ce que nous savons de la géométrie et du comportement des constituants, nous avons pu aborder l'indentification de  $\zeta^0$ .*

(5) *Afin d'obtenir une information sur le processus physique représenté par  $\zeta^0$ , nous en avons déduit un paramètre  $\zeta^{0m}$  représentant l'ampleur des déformations au niveau de la matrice. Le résultat final (4.35) a mis en évidence l'existence d'une condition analogue à de l'incompressibilité, avec cependant une orientation largement prédominante des effets visqueux dans la direction des microfibrilles.*

(6) *En d'autres termes, la très forte anisotropie du réseau microfibrillaire est partiellement "compensée" par les glissements visqueux dans la direction des microfibrilles.*

## ANNEXE

**Rappels sur les notations utilisées.** Rappelons que les symboles des tenseurs sont écrits en caractères gras pour les différencier des scalaires et que nous avons adopté, pour les tenseurs symétriques, la notation vectorielle, selon laquelle les contraintes et déformations sont des vecteurs à six composantes, et les rigidités et complaisances des matrices six-six.

Dans le cas de tenseurs de déformation ( $\epsilon$ ,  $\xi$ ,  $\xi^0$ ,  $\zeta^0$ , etc.) et de contrainte ( $\sigma$ ,  $\sigma'$ , etc.) les conventions adoptées pour la notation vectorielle diffèrent au niveau des termes de cisaillement, donnant par exemple :

$$\epsilon_1 = \epsilon_{11} ; \epsilon_2 = \epsilon_{22} ; \epsilon_3 = \epsilon_{33} ; \epsilon_4 = 2\epsilon_{23} ; \epsilon_5 = 2\epsilon_{31} ; \epsilon_6 = 2\epsilon_{12}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{11} ; \sigma_2 = \sigma_{22} ; \sigma_3 = \sigma_{33} ; \sigma_4 = \sigma_{23} ; \sigma_5 = \sigma_{31} ; \sigma_6 = \sigma_{12}$$

Avec cette notation un tenseur de complaisance ( $J$ ,  $W^0$ ,  $W^1$ ,  $W$ , etc.), de rigidité ( $P$ ,  $Q$ ,  $K$ , etc.) ou de localisation ( $H=JQ$ ,  $H-WP$ , etc.) s'écrit sous la forme d'une matrice 6-6, par exemple :

$$\sigma_i = J_{ij} \epsilon_j$$

Sauf mention contraire, nous utilisons la convention des indices répétés

**Repères d'orthotropie.** ( $L,R,T$ ) est le repère macroscopique des directions d'orthotropie du bois, alors que ( $\ell,t,r$ ) est lié à la paroi cellulaire, avec  $\ell \approx L$  dans la direction de l'axe de la fibre,  $t$  parallèle à la lamelle moyenne et  $r$  orthogonal au plan tangent à la paroi, matérialisé par la lamelle moyenne (pour une définition locale liée à la matière ligneuse, se reporter à la figure I.1.1). Les directions de cisaillement seront symbolisées par les indices grecs  $\lambda, \tau, \rho$  correspondant à  $\ell, t, r$  respectivement, de sorte que nous pouvons écrire indifféremment, par exemple :

$$2\epsilon_{\ell t} = \epsilon_\rho = \gamma_r ; \sigma_{\ell t} = \sigma_\rho = \tau_r$$

Cette notation permet de conserver la notation condensée pour le tenseur des complaisances :

$$\sigma_\alpha = J_{\alpha\beta} \epsilon_\beta \quad \text{où } \alpha, \beta = \ell, t, r, \lambda, \tau, \rho$$

Nous réservons les indices (1,2,3) pour  $\sigma$ ,  $\epsilon$ , etc. et (1 ... 6) pour  $P$ ,  $Q$ ,  $J$ , etc. aux quantités définies dans le repère de la matière ligneuse. (1) est la direction des microfibrilles, le plan ( $\ell t$ ) tangent à la paroi étant obtenu par rotation de l'angle  $\theta$  autour de la direction 3= $r$ .

**Formules de rotation.** Dans la direction (1,2,3) le tenseur des complaisances est supposé orthotrope, c'est-à-dire  $J_{16}=J_{26}=J_{36}=0$ . Les complaisances  $J_{\alpha\beta}$  de la paroi se déduisent des complaisances  $J_{ij}$  de la matière par des formules classiques de rotation, que nous écrivons ici sous une forme condensée qui permet de mettre en évidence les puissances de  $\sin\theta$  :

$$\begin{aligned}
J_{\ell\ell} &= J_{11}c^4 + (J_{66} + 2J_{12})c^2s^2 + J_{22}s^4 = J_{11} + T_1s^2 - Ts^4 \\
J_{tt} &= J_{22}c^4 + (J_{66} + 2J_{12})c^2s^2 + J_{11}s^4 = J_{22} + T_2s^2 - Ts^4 \\
J_{\ell t} &= J_{12} - (J_{66} + 2J_{12} - J_{11} - J_{22})c^2s^2 = J_{12} - Ts^2c^2 \\
J_{\rho\rho} &= J_{66} - 4(J_{66} + 2J_{12} - J_{11} - J_{22})c^2s^2 = J_{66} - 4Ts^2c^2 \\
J_{\rho\ell} &= [(J_6 + 2J_{12} - 2J_1)c^2 - (J_6 + 2J_{12} - 2J_2)s^2] sc = (T_1 - 2Ts^2)sc \\
J_{\rho t} &= [(J_6 + 2J_{12} - 2J_1)s^2 - (J_6 + 2J_{12} - 2J_2)c^2] sc = (2Ts^2 - T_2)sc
\end{aligned}$$

et pour la direction 3 :

$$J_{rr} = J_{33} ; J_{r\ell} = J_{31} ; J_{rt} = J_{32} ; J_{\lambda\lambda} = J_{44} ; J_{rr} = J_{55}$$

où :

$$s = \sin\theta ; c = \cos\theta$$

$$T_1 = J_{66} + 2J_{12} - 2J_{11} ; T_2 = J_{66} + 2J_{12} - 2J_{22} ; T = J_{66} + 2J_{12} - J_{11} - J_{22}$$

On remarque que  $J_{11}$ ,  $J_{22}$ ,  $J_{12}$ ,  $J_{66}$  sont des fonctions paires de  $\theta$ , alors que  $J_{16}$  et  $J_{26}$  en sont des fonctions impaires.

Nous assimilons le comportement de la paroi à celui d'une plaque, de sorte que :

$$\sigma_r = \sigma_\lambda = \sigma_\tau = 0 \quad \text{ou encore : } \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$$

**Formules générales de la restriction de cisaillement.** Dans le texte nous avons été amené à discuter l'effet de la restriction de cisaillement. Nous allons en donner ici la formulation générale.

Une paroi cellulaire complète est faite de la juxtaposition des parois de deux cellules adjacentes, séparées par la lamelle moyenne, et que nous supposons identiques. Du fait que l'enroulement microfibrillaire se fait dans le même sens dans les deux cellules, la portion de paroi que nous considérons a l'allure d'un composite antisymétrique. Dans l'hypothèse où l'adhérence entre les couches est parfaite, nous devons écrire que sous l'action d'une contrainte extérieure  $\sigma$  les couches ont toute la même déformation  $\epsilon$ . Cela implique l'existence d'une contrainte interne égale à  $\sigma^*$  dans la couche ( $\theta$ ) et à  $-\sigma^*$  dans la couche opposée ( $-\theta$ ), avec :

$$J(\theta) (\sigma + \sigma^*) = J(-\theta) (\sigma - \sigma^*) \rightarrow \sigma^* = [J(\theta) + J(-\theta)]^{-1} \cdot [J(\theta) - J(-\theta)] \sigma$$

L'existence de ce champ de contraintes internes contribue d'une part à rigidifier la structure, d'autre part à découpler les efforts normaux et de cisaillement. Un calcul complet permet de montrer qu'un couple de deux couches antisymétriques de complaisance  $J(\theta)$  et  $J(-\theta)$ , compte-tenu de la contrainte interne  $\sigma^*$ , est équivalent à une couche unique ( $\theta$ ) de complaisance  $J^R$  [Schniewind (1973)] :

$$J_{11}^R = J_{11} - \frac{J_{16}^2}{J_{66}}$$

$$J_{22}^R = J_{22} - \frac{J_{26}^2}{J_{66}}$$

$$J_{12}^R = J_{12} - \frac{J_{16}J_{26}}{J_{66}}$$

$$J_{66}^R = J_{66} - \frac{J_{22}J_{16}^2 + J_{11}J_{26}^2 - 2J_{12}J_{16}J_{26}}{J_{11}J_{22} - J_{12}^2}$$





## CONCLUSION GENERALE

Le thème général du travail présenté concernait la prise en compte de l'humidité dans la loi de comportement mécanique du bois. Afin d'obtenir des éléments de réponse à cette question, plusieurs approches ont été tentées. Elles nous ont parfois amené à aborder des problèmes d'une autre nature.

Les différentes approches ont été présentées dans l'ordre qui s'imposait naturellement pour des raisons de clarté. Nous avons tout d'abord, dans la première partie, fait état de constatations expérimentales, concernant aussi bien la structure du matériau et son comportement que la relation existant entre les deux. Il s'agissait ensuite d'obtenir, par le biais de modélisations, des formulations mathématiques rendant compte des faits observés, et susceptibles de prédire la réponse du matériau soumis à des chargements complexes en contrainte, humidité et température. C'était l'objet des deux parties suivantes, par une approche uniaxiale puis multiaxiale.

On ne peut cependant affirmer que la troisième partie soit simplement la généralisation de la seconde. Les thèmes différaient : la seconde partie était consacrée à l'effet mécano-sorptif et les deux approches que nous y avons développées sont parties chacune d'une représentation uniaxiale de la matrice. La troisième partie était, quant à elle, centrée sur l'action du réseau microfibrillaire, l'idée sous-jacente étant plutôt d'interpréter les différences, par rapport à leur comportement longitudinal, entre *les* bois. Nous avons abouti finalement à justifier *a posteriori* l'approche uniaxiale, en démontrant la possibilité d'admettre une direction préférentielle pour les glissements visqueux par rapport au repère des microfibrilles. Cela suggère au fond une "relecture" du travail dans son ensemble, dans laquelle, en particulier, le contenu de la troisième partie précéderait celui de la seconde. Nous allons tenter maintenant de restituer cette logique "déductrice", masquée en partie par le déroulement historique du travail et les considérations didactiques.

*1. Justifications de l'approche "micro-macro".* Il nous fallait tout d'abord nous familiariser avec le matériau, observer les différentes échelles de son hétérogénéité et de son anisotropie et étudier les étapes des transformations qu'il subit, naturellement ou de notre fait, à partir de la mort biologique des cellules jusqu'au bois que nous utilisons.

- Nous en avons conclu qu'à l'échelle supra-moléculaire ou nanométrique (l'"ultrastructure" du bois) se trouve le *dénominateur commun* de tous les bois : la **matière ligno-cellulosique**, qui, moyennant des variations limitées dans les proportions, contient toujours le même réseau de microfibrilles cellulosiques, partiellement cristallines, "enrobées" d'hémicelluloses et séparées les unes des autres par des "incrustations lenticulaires" d'hémicelluloses et de lignine. Cette observation constituait la première justification des modélisations présentées dans ce travail, qui se réfèrent au comportement *du* bois en général.

- Un **seconde** justification résidait dans la structure tubulaire des parois, constituées pour leur plus grande part de la couche dite "S2", dans laquelle les microfibrilles sont orientées d'un petit angle par rapport à l'axe des cellules. Nous nous sommes limité à l'étude du comportement longitudinal du bois, du fait de son importance pratique. C'est à cette condition seulement qu'il est possible d'affirmer que l'étude du comportement macroscopique se ramène, en première approximation, à celui d'une portion de paroi cellulaire. Dès lors que l'on envisage le comportement transverse du bois, il devient en effet impossible d'ignorer les **spécificités anatomiques** des différents bois, telles que la forme des cellules, leurs dispositions relatives, l'hétérogénéité et la courbure des cernes, etc.
- Fort de ces deux constatations, nous avons pu aborder l'étude du comportement mécanique de la paroi. L'influence prépondérante de l'**angle moyen des microfibrilles** de S2 ( $\theta$ ) sur le comportement longitudinal a été constatée par différents auteurs, avec l'appui d'observations expérimentales et de considérations théoriques. Ce point a constitué la **troisième** justification de la démarche du dernier chapitre, fondée sur une représentation du comportement dans un repère lié aux microfibrilles.

## *2. De l'influence de l'angle des microfibrilles à l'anisotropie locale.*

Cette échelle de référence, que nous qualifierons de "microscopique", constitue alors le point de rencontre de plusieurs démarches, qui aboutissent à relier entre elles les échelles "macroscopique" (celle des données expérimentales) et "nanoscopique" (ou ultrastructurale) :

- Nous proposons [au § III.4.7] une méthode d'identification du comportement viscoélastique de la matière ligneuse, que l'on pourrait qualifier de "macro-micro" ou d'"interprétation des données expérimentales". Cette méthode est délicate. Elle suppose l'existence d'un comportement intrinsèque et d'autre part se fonde, entre autres, sur les trois justifications rappelées plus haut. Cependant, du fait qu'elle a déjà été appliquée, dans le passé, pour l'identification du comportement élastique, nous n'agissons pas complètement en aveugle. Nous avons appliqué cette procédure à des données publiées par d'autres auteurs, rappelées au § I.4.3, concernant la caractérisation acoustique du bois destiné à la fabrication d'instruments de musique.
- Disposant de coefficients caractérisant le comportement viscoélastique local, il nous fallait construire un modèle compatible avec l'organisation de l'ultrastructure et le comportement des constituants. Le développement de ce modèle a fait l'objet des chapitres III.1 et III.2. Il repose sur une image simplifiée de la microstructure, sous la forme d'un réseau régulier de poutres encastrées avec des ressorts inclus, et résultait d'un compromis entre le désir d'un certain réalisme et la nécessité d'obtenir des expressions analytiques pour les équations du comportement. Le réseau bidimensionnel de poutres encastrées, image des lamelles de microfibrilles de la couche

S2, se comporte élastiquement, garantissant par cela la tendance à la recouvrance après décharge et impliquant en outre l'existence d'un état stationnaire de la déformation. L'évolution du système provient des variations de la configuration des "ressorts" accrochés aux noeuds du réseau.

- Afin d'aller plus loin, c'est-à-dire obtenir, par cette approche dite "nano-micro", des expressions analytiques comportant suffisamment peu de paramètres inconnus pour permettre leur identification expérimentale, nous avons été conduit, dans le chapitre III.2, à supposer l'**uniaxialité des glissements visqueux** de la matrice, représentés par des "sauts" thermiquement activés entre deux configurations extrêmes de la matrice. Reprenant, au § III.4.8, l'équation différentielle ainsi obtenue, avec les expressions des paramètres du chapitre III.1, nous avons pu alors établir le lien avec les résultats du § III.4.7, et obtenir autant de conditions sur les paramètres de la démarche "nano-micro" que de coefficients identifiés dans l'approche "macro-micro".
- Pour achever l'identification des "paramètres" avec les "coefficients", il nous a fallu, au préalable, estimer les valeurs des paramètres. De même que lors de l'approche "macro-micro", nous pouvions nous baser sur les travaux antérieurs de plusieurs auteurs concernant la modélisation du comportement élastique du bois dans la direction longitudinale. Nous disposons en particulier d'informations sur la géométrie de l'ultrastructure et le comportement élastique des constituants, dont nous savions qu'ils permettent de remonter au comportement macroscopique observé expérimentalement. Ayant ajusté les paramètres intervenant dans les expressions du comportement élastique de manière à être compatibles avec ces résultats de référence, nous étions à même de nous concentrer sur les paramètres de viscosité, dont nous nous étions assurés au préalable qu'ils étaient suffisamment peu nombreux pour être tous identifiables.
- Les résultats ainsi obtenus au § III.4.8 nous ont permis de constater l'**anisotropie** marquée des glissements visqueux, qui se produisent préférentiellement sous forme d'extensions et de contractions dans la direction des microfibrilles. Au niveau expérimental, cela semble confirmer des résultats antérieurs concernant l'influence de l'orientation des fibres sur le comportement acoustique du bois [Poliszko (1984)]. Au niveau de la modélisation, notre approche est à mettre en parallèle avec celle de Norimoto, Tanaka et al. (1986) qui, pour expliquer l'influence de l'angle moyen des microfibrilles sur le coefficient d'amortissement ( $\text{tg } \delta$ ), considèrent les deux cas extrêmes d'une disposition en parallèle ou en série des microfibrilles et de la matrice. Dans leur estimation des paramètres de viscosité, ils admettent implicitement l'isotropie de la viscosité de la matrice, et obtiennent de ce fait une valeur relative beaucoup trop élevée de l'amortissement (un facteur 50 entre les directions transverse et axiale des microfibrilles, soit au moins dix fois trop). En quelque sorte, la réponse que nous apportons à la question soulevée par

ces auteurs consiste à dire que la très forte anisotropie élastique du réseau microfibrillaire est en partie compensée par la plus grande viscosité de la matrice dans la direction des microfibrilles.

- Au niveau de l'interprétation physique enfin, nous devons faire référence à la structure de la lignine. Celle-ci est souvent décrite comme "tridimensionnelle". Or ce qualificatif ne s'applique, en toute rigueur, qu'aux types de lignine situés dans la lamelle moyenne. Dans les couches secondaires où elle s'est infiltrée dans des interstices larges de typiquement  $2 \cdot 10^{-9}$  m, il serait plus adéquat de qualifier la lignine de "bidimensionnelle" [Goring (1971,1987)]. Dès lors on comprend que les déformations visqueuses liées aux mouvements de grands segments moléculaires, auxquels on peut s'attendre dans la plage des fréquences acoustiques, se produisent préférentiellement dans la direction des microfibrilles. On pourrait aussi dire, ce qui revient un peu au même, qu'une analyse plus fine de la structure interne de la matrice, constituée d'incrustations de lignine et d'une interface de cellulose amorphe et d'hémicelluloses "enrobant" les parties cristallines des microfibrilles, nous permettrait d'élucider en partie cette anisotropie du comportement visqueux de la matrice. Cela est suggéré en particulier par la "pseudo-incompressibilité" que nous avons identifiée, c'est-à-dire le fait qu'une extension visqueuse de la matrice dans la direction axiale des microfibrilles s'accompagne d'une légère contraction dans la direction transversale, et vis-versa. Cela semble indiquer, à une échelle plus locale, une incompressibilité véritable, compatible avec la description de la matrice en terme de "solution solide" [Kauman (1983)]. En fait nous ne faisons là qu'appliquer un principe général (dont l'étude de l'anisotropie du bois fournirait d'abondants exemples), selon lequel une anisotropie du comportement à une échelle donnée correspond toujours, à une échelle plus petite, à une anisotropie structurelle.

**3. Modélisation du couplage hygro-mécanique : approche "physique" et approche "phénoménologique".** Toute cette réflexion sur l'anisotropie du comportement viscoélastique de la matrice doit en fait être considérée comme un travail préliminaire destiné à faciliter la modélisation du comportement hygro-mécanique du bois. Nous sommes évidemment très loin d'avoir élucidé complètement ce problème. Mais même sans prétendre aller jusque là, disons qu'un travail de synthèse et de développement important reste à faire pour relier entre elles les différentes approches que nous avons proposées et obtenir une description globalement cohérente du comportement hygromécanique, susceptible d'aboutir à l'identification expérimentale d'une part et à l'intégration du modèle dans des codes de calculs d'autre part.

- Rappelons que l'enjeu initial résidait dans la prise en compte de l'"effet mécano-sorptif". Il s'agissait d'expliquer, et surtout d'intégrer dans les équations du comportement, les composantes supplémentaires de la déformation propres à la situation de variations d'humidité sous charge. L'analyse que nous avons faite de ce phénomène, dans le chapitre I.2,

nous a permis de mettre en évidence les points principaux à prendre en compte dans la modélisation, notamment l'indépendance (apparente) du phénomène par rapport au temps, la saturation de la déformation sous charge modérée constante, l'effet de la première humidification exprimé par le concept de "seuil mécano-sorptif".

- La seconde partie était consacrée à la modélisation du comportement différé du bois en tenant compte des différents types d'interaction entre l'humidité et le comportement rhéologique, notamment le retrait (géométrie), la modification des termes de rigidité (comportement), et l'effet mécano-sorptif (interaction géométrie-comportement). Comme cela a été mentionné plus haut, cette deuxième partie aurait pu suivre (moyennant, bien entendu, une complète reformulation) les conclusions de la troisième, qui lui fournissent une justification *a posteriori*. Les éléments pour cette reformulation ont d'ailleurs été mis en place au chapitre III.2 (§ III.2.8 en particulier), dans le cadre de la formulation simplifiée du modèle uniaxial "physique" du chapitre II.1.
- Nous utilisons le terme de modèle "physique" pour l'approche des chapitres II.1 ou II.2, voulant signifier par là que son point de départ est une prise en compte des caractéristiques de la microstructure. Nous la distinguons de l'approche "phénoménologique" du chapitre II.4 dont le point de départ est la recherche d'une formulation rhéologique cohérente de l'effet de seuil mécano-sorptif. Au bout du compte l'approche physique aboutit à des expressions mathématiques compatibles avec des formulations rhéologiques (plus ou moins) conventionnelles, comme cela est bien mis en valeur dans les § III.2.5-7, de même que l'approche rhéologique nous a conduit à des interprétations physiques, non évidentes *a priori*, de l'effet mécano-sorptif.
- L'approche physique nous a permis une formulation de la viscoélasticité du bois qui diffère peu, dans son principe, des modèles classiques de viscoélasticité non-linéaire déjà appliqués aux textiles [Eyring et Halsey (194?)] ou au bois [Echenique-Manrique (1969), Van der Put (1986)]. La principale spécificité de l'approche concerne la prise en compte de l'effet mécano-sorptif par la chute momentanée de barrières de potentiel. Variation d'humidité et élévation de température jouent donc des rôles complémentaires par rapport à l'évolution des processus visqueux, d'autant plus rapides que le rapport de ces barrières énergétiques à l'énergie thermique RT (proportionnelle à la température absolue T) est plus faible. En quelque sorte, la température fait sauter plus haut, et l'humidité permet d'avoir moins à sauter !
- Afin d'obtenir la proportionnalité des effets par rapport aux incréments d'humidité, nous avons opté pour une discrétisation originale de l'humidité, consistant à activer l'effet de chute des barrières pendant un temps donné, à chaque franchissement de "crans" d'humidité. Cette formulation s'est révélée très performante pour l'obtention d'expressions analytiques et pour les simulations numériques. En revanche, par son

caractère trop "abstrait", la formulation de la mécano-sorption ne permet pas d'aboutir à une interprétation réaliste de celle-ci. Ainsi, paradoxalement, l'approche physique au départ nous a plus apporté sur le plan de la formulation mathématique que sur celui de la compréhension du phénomène. Nous avons certes obtenu par des simulations numériques des effets qualitativement proches de ceux observés dans la réalité, mais elles reposaient sur l'introduction de critères phénoménologiques peu naturels pour l'activation mécano-sorptive, et de ce fait "montraient" plus qu'ils ne "démontraient".

- Il faut d'ailleurs reconnaître que, nouveau paradoxe, l'approche phénoménologique du chapitre II.4 s'est révélée plus riche que l'approche physique. Les réflexions auxquelles elle nous a conduit semblent en effet susceptibles d'expliquer correctement l'effet mécano-sorptif, y compris la forme des "trajectoires" mécano-sorptives, l'effet de seuil, la recouvrance, etc..
- Le développement de cette nouvelle approche reste à faire. En particulier, il faudrait l'intégrer dans le modèle multiaxial de manière à obtenir une formulation synthétique du comportement, incluant aussi bien l'effet mécano-sorptif, avec toutes ses spécificités, que celui de l'orientation de la microstructure.

#### ***4. Une réalité plus complexe : contraintes générées dans la matrice.***

L'approche multiaxiale était en fait une approche biaxiale. Nous avons vu qu'elle est amplement justifiée pour décrire le comportement élastique longitudinal de bois de densité modérée (résineux par exemple). Cependant, même en restant dans le cadre longitudinal, on ne peut échapper à la prise en compte des effets radiaux de la paroi dès lors qu'interviennent les variations de l'humidité.

- En particulier dans la conclusion du chapitre III.3 nous avons évoqué l'importance, à l'échelle des parois cellulaires, des déformations et des contraintes induites par le retrait de l'eau. Notre discussion a porté aussi sur le rôle de la maturation cellulaire, qui génère elle aussi des contraintes dans la matière lignocellulosique, de sorte qu'il *n'existe pas, pour le bois, d'état de référence dans lequel il serait libre de contraintes.*
- D'une manière générale, s'il est possible d'ignorer les contraintes résiduelles tant que l'on se limite au comportement élastique, cela n'est plus le cas dès lors qu'interviennent des effets non-linéaires. C'est ce que nous avons voulu montrer au § II.2.3, où le paramètre de prédéformation ( $\xi^0$ ) représente les déformations résiduelles induites par la maturation et le retrait.
- Cette interprétation a été reprise dans le cadre multiaxial au chapitre III.3 et cela nous a amené à poser le problème de la relation existant, au niveau de l'interaction mécanique entre les microfibrilles et la matrice, entre les contraintes de croissance et de séchage.

- A diverses reprises nous avons mentionné la nécessité d'une analyse plus fine de la structure de la matrice et de son interface avec le réseau microfibrillaire. Cela a déjà été mentionné plus haut à propos de la "pseudo-incompressibilité" caractérisant la viscosité de la matrice. Ce pourrait être aussi la clef du problème que nous venons de poser concernant la différence entre les contraintes de croissance et de séchage. Enfin ce point intervient dans l'interprétation à donner à l'effet stabilisateur des traitements chimiques étudié au chapitre I.5.
- Ce dernier point pourrait faire la "conclusion" de cette relecture globale du travail présenté. Il s'agirait d'une conclusion optimiste, puisque nous avons mis en évidence notre capacité à empêcher les déformations induites par l'effet mécano-sorptif, si du moins nous voulons y mettre le prix, donc pour les pièces sensibles de produits en bois à haute valeur ajoutée (dont les instruments de musique sont une excellente illustration). Il ne faut pas cependant voir uniquement le côté négatif de l'effet mécano-sorptif. *Il est en effet des cas, le fromage par exemple, ou la déformabilité du bois constitue un de ses meilleurs atouts.*

**5. Et les effets thermiques ?** On aura remarqué une grande absente : la température. Certes elle est "représentée" par l'énergie thermique qui intervient dans l'expression des probabilités de transition entre les configurations de la matrice, mais il ne s'agit, pourrait-on dire, que d'une présence par "procuration".

- Or il est fondamentalement incorrect de parler de variations de l'humidité sans faire intervenir la température. D'après Crank (1960), les variations de température sont à l'origine de la différence entre les vitesses d'adsorption et de désorption. Le bois, qui "aime" l'eau, dégage de la chaleur quand il en reçoit. De ce fait, l'élévation consécutive de la température au voisinage des sites d'adsorption diminue la pression de vapeur locale et ainsi fait écran à l'arrivée des autres molécules d'eau. Il en résulte un ralentissement du processus d'adsorption, et, inversement, la désorption étant endothermique, une accélération de la désorption par le biais du refroidissement transitoire.
- La température agit sur les processus visqueux par le biais de la distribution des temps caractéristiques. Cela rejoint, du fait de la relation existant entre le temps et la température, la nécessité d'inclure correctement la température et les transitions qui lui sont associées.

Tout au long du travail nous nous sommes efforcé de souligner les limitations des approches présentées. Un travail important reste à faire pour aboutir à une représentation cohérente du comportement hygro-mécanique du bois, qui devrait être d'ailleurs un comportement hygro-thermo-dynamique. Nous espérons avoir malgré tout contribué à clarifier certains des problèmes posés et suggéré des voies d'approche praticables.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

*Certaines sources bibliographiques qui, bien que non mentionnées dans le texte, ont néanmoins été consultées, sont également indiquées.*

**Amstel H.P.v.** (1984), *Lange duurproeven op verbindingen met Menigplaten; voorspellingen van het kruipgedrag m.b.v. verschillen modellen*, Stevin Lab., Delft, Rap. 4-84-7., feb. 1984.

**A.R.BO.LOR.** (1983), *Le matériau bois : propriétés, technologie, mise en oeuvre*, Ecole d'hiver sur le bois, Albe, France, Janv. 1983.

**Arima T.** (1979), *Recovery of wood after mechanosorptive deformation. II. Effects of drying conditions while clamped*, Mokuzaï Gakkaishi 25(7) : 469-475.

**Arima T. and Grossman P.U.A.** (1978), *Recovery of wood after mechanosorptive deformation*, J. Institute of Wood Sci. 8(2) : 47-52.

**Armstrong L.D.** (1972), *Deformation of wood in compression during moisture movement*, Wood Sci. 5(2) : 81-86.

**Armstrong L.D.** (1983), *Mechanosorptive deformations in collapsible and non-collapsible species of wood*, J. Institute of Wood Sci. 13? : 206-211.

**Armstrong L.D. and Christensen G.N.** (1961), *Influence of moisture changes on deformation of wood under stress*, Nature 191(4791) : 869-870.

**Armstrong L.D. and Kingston R.S.T.** (1960), *Effect of moisture changes on creep in wood*, Nature 185(4716) : 862-63.

**Armstrong L.D. and Kingston R.S.T.** (1962), *The effect of moisture content changes on the deformation of wood under stress*, J. Applied Sci. 13(4) : 257-76.

**Back E.L., Salmén L.** (1982), *Glass transitions of wood components hold implications for molding and pulping processes*, Tappi 65(7) : 107-10.

**Back E.L., Salmén L., Richardson G.** (1983), *Transient effects of moisture sorption on the strength properties of paper and wood-based materials*, Svensk papperstidning 6-1983 86 : R61-71

**Bamber R.K.** (1978), *Origin of growth stresses*, Forpride Digest 8(1) : 75-96.

**Barber N.F., Meylan** (1968), *Holzforschung* 22:97-103.

**Bazant Z.P.** (1985), *Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature*, Wood Sci. Technol. 19 : 159-77.

**Bazant Z.P., Chern J.C.** (1984), *Concrete creep at variable humidity : constitutive law and mechanism*, Matériaux et Constructions 18(103) : 1-20.

**Bordonné P.A., Marsoem S.N., Okuyama T.** (1987), *Fatigue et dissipation d'énergie en traction modulée*, in : Actes du 2<sup>e</sup> Colloque "Sciences et Industries du Bois", A.R.BO.LOR., Nancy, 22-24 Avril 1987.



- Boyd J.D. (1974), *Anisotropic shrinkage of wood : Identification of the dominant determinants*, Mokuzaï Gakkaishi 20(10) : 473-82.
- Boyd J.D. (1980), *Relationships between fibre morphology, growth strains and physical properties of wood*, Australian Forest Res. 10(4) : 337-60.
- Boyd J.D. (1982), *An anatomical explanation for visco-elastic and mechano-sorptive creep in wood, and effects of loading rate on strength*, in : "New perspectives in Wood Anatomy", P.Baas (ed.), Martinus Nijhoff and Dr.W.Junk Publ., La Hague (ISBN 90-247-2526-7), pp. 171-222.
- Boyd J.D. (1985), *Biophysical Control of microfibril orientation in plant cell wall : aquatic and terrestrial plants including trees*, Martinus Nijhoff/Dr W. Junk Pub., Dordrecht-Boston-Lancaster. ISBN 90-247-3101-1.
- Boyd J.D., Foster R.C. (1974), *Tracheid anatomy changes as responses to changing requirements of the tree*, Wood Sci. Technol. 8 : 91-105.
- Boyd J.D., Foster R.C. (1975), *Microfibrils in primary and secondary wall growth develop trellis configurations*, Can. J. Bot. 53(23) : 2687-701.
- Catesson A.M. (1980), *Les tissus végétaux, ultrastructure, biogénèse*, in : "Les Polymères végétaux", B. Monties ed., Gauthier-Villard Pub., 1980, 1-29.
- Cave I.D. (1972), *Swelling of a fibre reinforced composite in which the matrix is water reactive*, Wood Sci. Technol. 6 : 157-61.
- Chabert J. (1966) *Contribution à l'étude physico-chimique de la sorption de vapeur d'eau par les fibres textiles*, Thèse de Dr. Ing., Paris, juin 1966.
- Cowdrey D.R., Preston R.D. (1966), *Elasticity and microfibrillar angle in the wood of Sitka spruce*, Proc. R. Soc. London 166(B) : 245-71.
- Crank J. (1960) in : "Moisture in textiles" (chap. 7,8,9), Hearle J.W.S. and Peters R.H. ed., The Textile Inst. and Butterworths Scientific Publications, Manchester-London.
- Dinwoodie J.M. (1975), *Timber - a review of the structure-mechanical properties relationship*, J. of Microscopy 104 : 1-32.
- Easterling K.E., Harrysson R., Gibson L.J. and Ashby M.F. (1981), *On the mechanics of balsa and other woods*, Proc. R. Soc. Lond. A 383 : 31-41. [+note anonyme (1982) dans Nature 299:775]
- Echenique-Manrique R. (1969), *Stress relaxation of wood at several levels of strain*, Wood Sci. Technol. 3 : 49-73.
- Eriksson L., Norén B. (1965), *Der Einfluß von Feuchtigkeitsänderungen auf die Verformung von Holz bei Zug in Faserrichtung*, Holz als Roh- und Werkstoff 23(5) : 201.
- Eyring H., Halsey G. (194?), *The mechanical properties of textiles. The simple non-Newtonian model*, in "High Polymer Physics", ? : 61-116.
- Fengel D. and Wegener G. (1984), *Wood - chemistry, ultrastructure, reactions*, ed. Walter de Gruyter, Berlin - New-York.
- Ferry J.D. (1970), *Viscoelastic properties of polymers*, J. Wiley & Sons.

- Foudjet A. (1986), *Contribution à l'étude rhéologique du matériau bois* Doctorat d'Etat, Université Claude Bernard (Lyon I).
- Fushitani M. (1969), *Effect of acetylating treatment on temperature dependence of stress relaxation of wood in water-saturated condition*, Mokuzai Gakkaishi 15(8) : 319-24.
- Gautherin M.T. (1980), *Critère de contrainte limite du bois massif*, Thèse, ENSET-PARIS VI, Sept. 1980.
- Gerhards C.C (1982), *Effect of moisture content and temperature on the mechanical properties of wood : an analysis of immediate effects*, Wood and Fiber 14(1) : 4-36.
- Gibson L.J., Ashby M.F., Schajer G.S., Robertson C.I. (1982), *The mechanics of two-dimensional cellular materials*, Proc. R. Soc. Lond. A 382 : 25-42.
- Gibson L.J., Ashby M.F. (1982), *The mechanics of three-dimensional cellular materials*, Proc. R. Soc. Lond. A 382 : 43-59.
- Gibson L.J., Easterling K.E. and Ashby M.F. (1981), *The structure and mechanics of cork*, Proc. R. Soc. Lond. A 377 : 99-117.
- Gillis P.P. (1972), *Orthotropic elastic constants of wood*, Wood Sci. Technol. 6 : 138-56.
- Goring D.A.I. (1971), *Polymer properties of lignin and lignin derivatives in : Sarkauen K.V., Ludwig C.H., "Lignins : occurrence, formation and reactions"*.
- Goring D.A.I. (1987), Conférence à l'Université de Kyoto, juin 1987.
- Gressel P. (1972), *Untersuchungen über das Zeitstandbiegeverhalten von Holzwerkstoffen in Abhängigkeit von Klima und Belastung. Zweite Mitteilung : Meßergebnisse in Abhängigkeit von den untersuchten Kriechparametern*, Holz als Roh- u. Werkstoff 30 : 347-55.
- Gril J. (1986), *A Uniaxial Model for Hygro-thermo-mechanical Loadings of Wood*, in :, *Thermomechanical couplings in solids*, H.D. Bui and Q.S. Nguyen Ed., Elsevier Sci. Pub., IUTAM, Paris, Sept. 1986.
- Grossman P.U.A. (1976), *Requirements for a model that exhibits mechano-sorptive behaviour*, Wood Sci. Technol. 10 : 163-8.
- Grossman P.U.A. (1978), *Mechanosorptive behavior*, in :, *General constitutive relations for wood and wood-based materials*, workshop sponsored by WSF, July 1978, Syracuse University, pp.313-25.
- Guitard D. (1987), *Mécanique du matériau bois et composites*, CEPADues Editions, Toulouse.
- Halpin J.C., Kardos J.L. (1976), *The Halpin-Tsai equations : a review*, Polym. Eng. and Sci. 16(5) : 344-52.
- Harada H. (1987), Conférence donnée à l'Univ. de Kyoto, Fev. 1987.
- Hashin Z. (1970), *Complex moduli of viscoelastic composites - I. General theory and application to particulate composites*, Int J. Solids Structures 6 : 539-52.

- Hashin Z. (1983), *Analysis of composite materials- a survey*, J. Appl. Mechanics 50:481-505.
- Hearmon R.F.S. and Paton J.M. (1964), *Moisture content changes and creep of wood*, Forest Products J. 14 : 357-9.
- Hillis W.E. and Rozsa A.N. (1978), *The softening temperatures of wood*, Holzforschung 32(2) : 68-73.
- Huet C. (1967), *Représentation des modules et complaisances complexes dans les plans complexes arithmétique et logarithmique*, Cahiers du Groupe Français de Rhéologie, 1(5) : 237-58.
- Huet C. (1985), *Physical bases for the thermo-hygro-rheological behaviours of wood in finite deformations*, Symposium Jean Mandel, Paris, sept. 1985.
- Huet C. (1987a), *Modèle à fluage parabolique avec équivalence  $t-T$ . Proposition d'une méthode de dépouillement découplant la détermination de  $k$  et celle de  $A_0$* , Note technique CH1.
- Huet C. (1987b), *Modèle multiparabolique multitransitions pour la thermo-viscoélasticité du bois à teneur en eau fixée*, Note technique CH2, Sept. 1987.
- Huet C. (1987c), *Nouvelle méthode de représentation graphique des résultats de fluage, relaxation et propagation du son pour l'identification des modèles mathématiques multitransitions de la thermoviscoélasticité du bois : un espace de phase modifié*, Note technique CH3, oct. 1987.
- Hunt D.G. (1979), *A preliminary study of tensile creep of beech with concurrent moisture changes*, in : Proc. of the 3rd International Conference on Mechanical Behaviour of Materials, Cambridge aug. 1979, Pergamon Press, Oxford, p.977.
- Hunt D.G. (1982), *Limited mechanosorptive creep of beech wood*, J. Institute of Wood Sci. 9 : 136.
- Hunt D.G. (1984), *Creep trajectories for beech during moisture changes under load*, J. Materials Sci. 19 : 1456-67.
- Hunt D.G. (1986), *The mechano-sorptive creep susceptibility of two softwoods and its relation to some other materials properties*, J. Materials Sci. 21 : 2088-96.
- Hunt D.G. (1988), *Non-linearity of mechano-sorptive creep in tension, compression and bending of softwood*, European Scientific Colloquium on the Mechanical Behaviour of Wood, Bordeaux, June 8-9, 1988.
- Hunt D.G., Shelton C.F. (1987), *Stable State Creep Limit of Wood*, J. Mat. Sci. Letters 6 : 353-4.
- Hunt D.G., Shelton C.F. (1987), *Progress in the analysis of creep in wood during concurrent moisture changes*, J. Materials Sci. 22 : 313-20.
- Hunt D.G., Shelton C.F. (1988), *Longitudinal moisture-shrinkage coefficients of softwood at the mechano-sorptive creep limit*, Wood Sci. Technol. 22 : 199-210.

- Iida I., Norimoto M. (1987), *Recovery of compression set*, Mokuzaï Gakkaishi 33(12):929-33.
- Iida I., Norimoto M., Imamura Y. (1984), *Hygrothermal recovery of compression set*, Mokuzaï Gakkaishi 30(5) : 354-8.
- Ikimune R., Norimoto M., Yamada T., Imamura Y. (1987), *Study on the aging of Wood*, in : Annual meeting of the Japan Wood Research Soc., Shizuoka, April 1986.
- Kauman W.G. (1966), *On the deformation and setting of the wood cell wall* Holz als Roh- u. Werkstoff 24(11) : 551-6.
- Kauman W.G. (1983), *L'eau dans le bois*, in : "Ecole d'hiver sur le bois", ARBOLOR, Albe, janv. 1983.
- Keller M. (1983), *Structure, composition, formation du bois - Anatomie* in : "Ecole d'hiver sur le bois", ARBOLOR, Albe, janv. 1983.
- Kelsey K.E. (1963), *A critical review of the relationship between the shrinkage and structure of wood*, Div. Forest Products Techn. Pap. nb. 28., CSIRO, Melbourne.
- Kerr A.J., Goring D.A.I. (1975), *The ultrastructural arrangement of the wood cell wall*, Cellulose Chem. and Technol. 9 : 563-73.
- Keylwerth R. (1951), Holz als Roh -und Werkstoff 9 : 253.
- Kingston R.S.T., Budgen B. (1972), *Some aspects of the rheological behaviour of wood. IV : Non-linear behaviour at high stresses in bending and compression*, Wood Sci. Technol. 6 : 230-8.
- Kitahara R., Tsutsumi J., Matsumoto T. (1981), *Observation on cell wall response and mechanical behaviour in wood subjected to repeated static bending load*, Mokuzaï Gakkaishi 27(1) : 1-7.
- Kohara J., Okamoto H. (1955), *Studies of japanese old timbers*, Scientific Rep. of Saikyo Univ., Fac. Agric. 7 : 9-20.
- Kollmann F. (1963), *Zur Theorie der Sorption*, Forsch. Ing.-Wes. 29(2) : 33-41.
- Kollmann F.F.P., Côté W.A. (1968), *Principles of wood science and technology I. Solid wood*, Springer-Verlag.
- Kollmann F.F.P., Kuenzi E.W., Stamm J.A. (1975), *Principles of wood science and technology II. Wood based materials*, Springer-Verlag.
- Kollmann F., Krech H. (1960), *Dynamische Messung der elastischen Holzeigenschaften und der Dämpfung (Dynamic measurement of damping capacity and elastic properties of wood)* Holz als Roh- u. Werkstoff 18 : 41-54
- Kramer P.J. (1964), *The role of water in wood formation*, in "The formation of wood in forest trees", Zimmermann M.H. ed., Academic Press, New-York, London, pp. 519-32.
- Launay J., Mudry M. and Gilletta F. (1984), *Etude expérimentale de l'influence du taux d'humidité sur l'élasticité du bois*. in : Huet C., Bourgoin D., Richemond S., "Rhéologie des matériaux anisotropes" CR 19<sup>o</sup> Coll. GFR,

Paris, Nov. 1984.

**Le Govic C.** (1988), *La viscoélasticité du bois en liaison avec sa constitution polymérique*, Rapport interne CTBA, Paris, sept. 1988.

**Le Govic C., Felix B., Hadj Hamou A., Rouger F., Huet C.** (1987), *Mise en évidence d'une équivalence temps-température et modélisation du fluage du bois*, in : Actes du 2<sup>ème</sup> Colloque "Sciences et Industries du Bois", ARBOLOR., Nancy, 22-24 Avril 1987.

**Le Govic C., Trenard Y., Huet C.** (1986), *Symmétries matérielles du matériau bois : morphologies et conséquences physiques*, in Huet C., Bourgoin D., Richemond S., *Rhéologie des matériaux anisotropes*, CR 19<sup>o</sup> Coll. GFR, Paris, Nov. 1984.

**Leicester R.H.L.** (1971), *A rheological model for mechanosorptive deflections of beams*, Wood Sci. Technol. 5 : 211-20.

**Lekhnitskii S.G.** (1963), *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*, trans. by P. Fern, Holden-Day, San Fransisco, USA.

**Lekhnitskii S.G.** (1963), *Anisotropic plates*, trans. from 2nd russian ed. by Tsai S.W. and Cheron T., Gordon and Breach Science Publ., New York-London-Paris.

**Lotfy M., El-osta M., Wellwood R.W.** (1972), *Short-term creep as related to microfibril angle*, Wood and Fiber 4 : 26-32.

**Lotfy M., El-osta M., Wellwood R.W.** (1972), *Short-term creep as related to cell-wall crystallinity*, Wood and Fiber 4 : 204-11.

**Lotfy M., El-osta M., Kellog R.M., Foschi R.O., Butters R.G.** (1973), *A direct X-ray technique for measuring microfibril angle*, Wood and Fiber 5(2) : 118-28.

**Mandel J.** (1978), *Propriétés mécaniques des matériaux*, Ed. Eyrolles, Paris.

**Mariaux A.** (1983), *L'ultrastructure du bois*, in : "Ecole d'hiver sur le bois", ARBOLOR, Albe, janv. 1983.

**Mariaux A.** (1987), *Changement de taille et de forme des parois des fibres accompagnant le retrait au séchage du bois massif*, in : Réunion IUFRO-IAWA, "De la formation de la paroi cellulaire au comportement du bois", 9-11 dec. 1987, Paris.

**Mark R.E.** (1967), *Cell wall mechanics of tracheids*, Yale University Press.

**Mark R.E.** (1972), *Mechanical behavior of the molecular components of fibers in : Theory and design of wood and fiber components of fibers*, Syracuse, USA.

**Mark R.E.** (1971), *Mechanical behavior of cellulose in relation to cell wall theories*, Polymer Sci. 36 : 393.

**Mark R.E. and Gillis P.P.** (1973), *The relationship between Fiber Modulus and S2 angle*, Tappi 56(4) : 164-7.

**Mishiro A.** (1985), *The swelling stress of the cell wall of wood*, Rep. Experim. Forests of Tokyo Univ. Nb 75.

- Moriizumi S., fushitani M., Kaburagi J. (1973), *Viscoelasticity and structure of wood III. Temperature dependence of stress relaxation in water-saturated condition*, Mokuzaï Gakkaishi 19(3) : 109-15.
- Mudry M. (1983), *Une synthèse critique des travaux scientifiques mondiaux sur la mécanique du bois*. in : Huet C., Bourgoïn D., Richemond S., "Rhéologie des matériaux anisotropes", CR 19<sup>o</sup> Coll. GFR, Paris, Nov. 1984.
- Mukudai J. (1983a), *Evaluation on non-linear viscoelastic bending deflection of wood*, Wood Sci. Technol. 17 : 39-54.
- Mukudai J. (1983b), *Evaluation of linear and non-linear viscoelastic bending loads of wood as a function of prescribed deflections*, Wood Sci. Technol. 17 : 203-16.
- Mukudai J., Yata S. (1986), *Modelling and simulation of viscoelastic behaviour (tensile strain) of wood under moisture change*, Wood Sci. Technol. 20 : 335-48.
- Mukudai J., Yata S. (1987), *Further modelling and simulation of viscoelastic behaviour (bending deflection) of wood under moisture change*, Wood Sci. Technol. 21 : 49-63.
- Müller I. (1985), *Pseudoelasticity in shape memory alloy - an extreme case of thermoelasticity*, in : Proc. Symp. "Thermoelasticita Finita", Roma, June 1985.
- Müller I. (1986), , in : *Thermomechanical couplings in solids*, H.D. Bui and Q.S. Nguyen Ed., Elsevier Sci. Pub., IUTAM, Paris, Sept. 1986.
- Nakai T. and Grossman P.U.A. (1983), *Deflection of wood under intermittent loading. Part 1 : Fortnightly cycles*, Wood Sci. Technol. 17 : 55-67.
- Norimoto M. (1987), *Specific Young's Modulus and Quality of Coniferous Wood*, Mokuzaï Gakkaishi 33(7) : 545-51 (*En Jap.*).
- Norimoto M., Ohgama T., Ono T. and Tanaka F. (1981), *Young's modulus of cell wall for coniferous wood*, J. Soc. Rheology Japan 9(4) : 169-75.
- Norimoto M., Hayashi S., Yamada T. (1978), *Anisotropy of dielectric constant in Coniferous wood*, Holzforschung 32(5) : 167-72.
- Norimoto M., Gril J., Minato K., Okamura K., Mukudai J., Rowell R.M. (1987) *Suppression of creep of wood under humidity change through chemical modification*, Mokuzaï Kogyo (Wood Industry) 42 : 504 (*en Jap., rés. en anglais*).
- Norimoto M., Ohgama T., Ono T., Tanaka F. (1981), *Young's Modulus of Cell Wall for Coniferous Wood*, J. Soc. Rheol. Japan 9(4) : 169-75.
- Norimoto M., Ono T., Watanabe Y. (1984), *Selection of wood used for piano soundboards*, J. Soc. Rheol. Japan 12(3) : 115-19.
- Norimoto M. et K. Takabe (1985), *On Noncrystalline Structure of Wood*, Wood Res. and Techn. Notes 21 : 96-101. (*en Jap.*)
- Norimoto M., Tanaka F., Ohogama T., Ikimune R. (1986), *Specific Dynamic Youngs Modulus and Internal Friction of Wood in the Longitudinal Direction* Wood Res. and Techn. Notes 22 : 53-65. (*en Jap.*)

- Ohgama T., Norimoto M. (1984), *Elastic constants of wood cell wall*, Bull. Faculty of Education, Chiba Univ. 33 : 127-145. (en Jap.).
- Okusa K., Hayashi S. (1956), *Shrinking and swelling of wood under stress I. Compressive stress*, Mokuzaï Gakkaishi 2(1) : 5-7.
- Okuyama T., Kawai A., Kikata Y., Yamamoto H. (1986), *The growth stresses in reaction wood*, in: Proc. 18th IUFRO World Congress, div. 5 : 249-60, Lubliana, Sept. 1986.
- Ono T., Norimoto M. (1983), *Study on Young's modulus and internal friction of wood in relation to the evaluation of wood for musical instruments*, Japanese J. Applied Physics 22(4) : 611-4.
- Ono T., Norimoto M. (1984), *On physical criteria for the selection of wood for soundboards of musical instruments*, Rheologica Acta 23(6) : 652-6
- Ono T., Norimoto M. (1985), *Anisotropy of Dynamic Young's Modulus and Internal Friction in Wood*, Jap. J. Applied Phys. 24(8) : 960-4.
- Page D.H., El-Hosseiny F., Winkler K., Lancaster A.P.S. (1977), *Elastic modulus of single wood pulp fibers*, Tappi 60(4) : 114-7.
- Palka L.C. (1973), *Predicting the effect of specific gravity, moisture content, temperature and strain rate on the elastic properties of softwoods* Wood Sci. Technol. 7 : 127-41.
- Perkitny T. (1937), cité dans Kollman et Côté (1968), p.215.
- Perkitny T. (1960), *Die Druckschwankungen in verschieden vorgepreßten und dann starr eingeklammerten Holzkörpern (Pressure variations in differently pre-pressed and rigidly clamped wood specimens)\**, Holz als Roh- u. Werkstoff 18(6) : 200-10.
- Perkitny T. and Kingston R.S.T. (1972), *Review of the sufficiency of research on the swelling pressure of wood*, Wood Sci. Technol. 6 : 215-29.
- Perkitny T., Hruzik G. and Perkitny J. (1972), *Freie und mechanisch behinderte Verwölbung von Buchenbrettern bei ihrer Trocknung und Wiederbefeuchtung (Free and restrained warping of beech boards during drying and re-moistening)\**, Holz als Roh- u. Werkstoff 30(8) : 309-15.
- Polge H. (1981), *Compte-rendu de mission au Japon du 6 au 21 nov. 1981*.
- Poliszko S. (1984), *Anisotropy of dynamic wood viscoelasticity*, in : Huet C., Bourgoin D., Richemond S., *Rhéologie des matériaux anisotropes*, CR 19<sup>o</sup> Coll. GFR, Paris, Nov. 1984.
- Preziosa C., Guitard D., Sales C. (1986), *Contraintes internes de séchage dans le matériau bois : le tenseur des coefficients de contrainte de séchage comme caractéristique isotrope de la matière ligneuse*, Cahiers Scientifiques du CTFT (supplément de "Bois et Forêts des Tropiques") n<sup>o</sup> 8.
- Ranta-Maunus A. (1975), *The viscoelasticity of wood at varying moisture content*, Wood Sci. Technol. 9 : 189-205.
- Ranta-Maunus A. (1976), *A study of the creep of plywood*, thesis, Helsinki University of Technology, Finland), Oct. 1976 - Structural Mechanics Lab.,

rep. 5, Espoo.

**Roland J.C., Reis D., Satiat-Jeunemaitre B., Mosiniak M. (1987),** *Morphogenesis of plant cell walls at the supramolecular level : internal geometry and versatility of helicoidal expression*, *Protoplasma* 140 : 75-91.

**Rouger F. (1987),** *Méthodes numériques pour l'identification de modèles rhéologiques*, Note interne C.T.B.A., Paris.

**Rowell R.M. (1975),** *Chemical modification of wood : Advantages and disadvantages*, in : *Proc. American Wood-Preservers Assoc.* 71 : 41-51.

**Rowell R.M., Banks W.B. (1985),** *Water repellency and dimensional stability of wood*, U.S. Forest Products Lab., General Techn. Rep. FPL-50.

**Ruel K. (1984),** *Etude en microscopie électronique des inter-relations cellulose-hemicelluloses-lignines dans les parois végétales*, Doctorat d'Etat, Univ. Scientifique et Médicale de Grenoble, Juin 1984. [comprend 13 publications].

**Rybarczyk W. and Ganowicz R. (1974),** *A theoretical description of the swelling pressure of wood*, *Wood Sci. Technol* 8 : 233-41.

**Sakurada I., Nukushina Y., Ito T. (1962),** *Experimental determination of the elastic modulus of crystalline regions in oriented polymers*, *J. Polym. Sci.* 57 : 651-60.

**Salençon J. (1986),** *Cours de mécanique des milieux continus, II. Elasticité, milieux curvilignes*, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France.

**Sales C. (1984),** *Contribution à l'analyse des contraintes de séchage dans le bois*, Thèse de Dr. Ingénieur, I.N.P.L., Nancy, France.

**Sallenave P. (1959),** *Le séchage naturel des bois en pays tropicaux*, *Bois et forêts des tropiques* 63 : 49-56.

**Salmén L., Back E.L. (1980),** *Moisture-dependent thermal softening of paper, evaluated by its elastic modulus*, *Tappi* 63(6) : 117-20.

**Salmén L., de Ruvo A. (1985),** *A model for the prediction of fiber elasticity*, *Wood Fiber Sci.* 17(3) : 336-50.

**Salmén L., Kolseth P., de Ruvo A. (1985b),** *Modeling the softening behaviour of wood fibers*, *J. Pulp and Paper Sci.* 11(4) : J102-7.

**Sasaki T., Norimoto M., Yamada T. (1987),** *Influence of Moisture Changes on Specific Modulus and Loss Decrement of Wood*, in : 37th Annual Meeting of the Japan Wood Research Society, Kyoto, avril 1987, p.4.

**Schniewind A.P. (1966),** *Ueber den Einfluß von Feuchtigkeitsänderungen auf das Kriechen von Buchenholz quer zur Faser unter Berücksichtigung von Temperatur und Temperaturänderungen (On the influence of moisture content changes on the creep of beech wood perpendicular to the grain including the effects of temperature and temperature changes)\**, *Holz als Roh- u. Werkstoff* 24(3) : 87-98 [trad. en anglais par Pichler (1967) CSIRO translation No.8361].

**Schniewind A.P. (1968),** *Recent progress in the study of the rheology of wood*, *Wood Sci. Technol.* 2 : 188-206.

**Schniewind A.P. (1972),** *Elastic behavior of the wood fiber*, in : *Theory and*



*design of wood and fiber components of fibers*, Syracuse, USA.

**Schniewind A.P.** (1980), *Mechanical behavior and properties of wood*, J. Educ. Modules for Mater. Sci. and Eng. 2(4) : 861-906.

**Schniewind A.P. and Barrett J.D.** (1972), *Wood as a linear orthotropic viscoelastic material*, Wood Sci. Technol. 6 : 43-57.

**Serre D.** (1977), *Sur une modélisation numérique de la découpe des bois*, Doctorat 3ème Cycle, Paris VI.

**Stamm A.J.** (1964), *Wood and Cellulose Science*, The Ronald Press Co., New York.

**Stamm A.J.** (1977), *Monomolecular adsorption and crystallite diameters of cellulose from structural and adsorption consideration*, Wood Sci. Technol. 11 : 39-49.

**Sugiyama J., Harada H.** (1986), *Ultrastructural localization of crystalline and amorphous materials in the cell walls of Valonia macrophysa*, Mokuzaï Gakkaishi 32(10) : 770-6.

**Sugiyama J., Harada H., Fujiyoshi Y., Uyeda N.** (1985), *Observations of cellulose microfibrils in Valonia macrophysa by high resolution electron microscopy*, Mokuzaï Gakkaishi 31(2) : 61-7.

**Sumiya K., Yamada T.** (1975), *An analysis of growth stress in wood*, J. Soc. materials Sci. Japan 24(264) : 833.

**Suzuki M.** (1962), *The effects of water-sorption and temperature on dynamic Young's modulus and logarithmic decrement of wood*, Mokuzaï Gakkaishi 8(1) : 13-8.

**Suzuki M., Nakato K., Aikawa K.** (1965), *Frequency dependance of dynamic Young's Modulus and its relation to creep*, Mokuzaï Gakkaishi 11(3) : 76-82.

**Suzuki M.** (1984), *Creep of the lattice of cellulose in wood*, in : "Pacific Regional Wood Anatomy Conference", Tsukuba, pp.97-9.

**Suzuki Y.** (1952), *Creep of wood beam in moisture transitional state*, Nichirinkou (Trans. Soc. Japanese Forestry) 61 : 210.

**Takahashi A., Schniewind A.P.** (1974), *Deformation and drying set during cyclic drying and wetting under tensile loads*, Mokuzaï Gakkaishi 20(1) : 9-14.

**Takemura T.** (1966), *Plastic properties of wood in relation to the non-equilibrium states of moisture content I*, Memoirs of the College of Agriculture, Kyoto Univ. No. 88.

**Takemura T.** (1967), *Plastic properties of wood in relation to the non-equilibrium states of moisture content II*, Mokuzaï Gakkaishi 13(3) : 77-81.

**Takemura T.** (1968), *Plastic properties of wood in relation to the non-equilibrium states of moisture content III*, Mokuzaï Gakkaishi 14(8) : 406-10.

**Takeyama K.** (1944), *Preliminary Experiment on the creep of wood and wood joints*, public. originale de la Soc. Architecture of Japan 33 : 16.

**Tang R.C. and Hsu N.N.** (1973), *Analysis of the relationship between*

*microstructure and elastic properties of the cell wall*, Wood and Fiber 5(2) : 139-51.

**Timell T.E.** (1986), *Compression wood in Gymnosperms*, Springer Series in Wood Science, Springer-Verlag.

**Tokumoto M.** (1977), *The relation between deformation and moisture change in creep of wood during drying*, J. Fac. Agricul., Shinshu Univ., Japan, 14(1) : 33-47 (En Jap.).

**Urakami H.** (1971), *Stress relaxation of wood treated with the formaldehyde in bending and in torsion during adsorption of water vapor*, Bull. Kyoto Pref. Univ. Forests 23 : 88-99.

**Van der Put** (1986), *Reaction kinetics of bond exchanges of deformation and damage processes in wood*, IUFRO Conf., Sept. 1986, Firenze, Italy - Stevin Lab. Rep. 4-86-11, Delft Univ.

**Wangaard F.F.** (1979), *Wood : its structure and properties*, Pennsylvania State University, U.S.A.. [compilation de cours]

**Watanabe H.** (1966), Conférence donnée à la 16<sup>ème</sup> réunion annuelle de la JWRS, Kyushu Univ., Lab. Wood Sci., Fukuoka, Avril 1966.

*Wood Handbook : Wood as an engineering material* (1974), U.S. Forest Products Lab.

**Yamada T. et al.** (1963) *Sorption et anisotropie viscoélastique du bois*, Zairyou 12(121) : 745-8.

**Yano H., Norimoto M., Yamada T.** (1986), *Changes in acoustical properties of Sitka Spruce due to Acetylation*, Mokuzai Gakkaishi 32(12) : 990-5.

**Yata S., Mukudai J. and Kajita H.** (1979), *Morphological studies on the movement of substances into the cell wall of wood. II. Diffusion of copper compounds into the cell wall*, Mokuzai Gakkaishi 25(3) : 171-6.

**Ylinen A.** (1965), *Ueber die Bestimmung der zeitbedingten elastischen und Festigkeiseigenschaften des Holzes mit Hilfe eines allgemeinen nichtlinear viscoelastischen rheologischen Modelles*, Holz als Roh- u. Werkstoff 23(5) : 193-6.

**Ylinen A. and Jumppanen P.** (1967), *Theory of the shrinkage of wood*, Wood Sci. Technol. 1 : 241-52.

**Zhao G.J., Norimoto M., Tanaka F., Yamada T., Rowell R.M.** (1987), *Structure and properties of acetylated wood I. Changes in the degree of crystallinity and dielectric properties by acetylation*, Mokuzai Gakkaishi 33(2) : 136-42.