



HAL
open science

Méthodologie de calcul et de design au flambement local de structures sandwichs pour avion léger

Malo Ginot

► **To cite this version:**

Malo Ginot. Méthodologie de calcul et de design au flambement local de structures sandwichs pour avion léger. Génie mécanique [physics.class-ph]. INSA de Toulouse, 2023. Français. ⟨NNT : 2023ISAT0025⟩. ⟨tel-04802286⟩

HAL Id: tel-04802286

<https://hal.science/tel-04802286v1>

Submitted on 7 Apr 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



THÈSE

En vue de l'obtention du
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE
Délivré par l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse

Présentée et soutenue par

Malo GINOT

19/01/2023

Méthodologie de calcul et de design au flambement local de structures sandwichs pour avion léger

École doctorale : **MEGEP - Mécanique, Énergétique, Génie civil, Procédés**

Spécialité : **Génie mécanique, mécanique des matériaux**

Unité de recherche : **ICA - Institut Clément Ader**

Thèse dirigée par
Bruno CASTANIÉ et Christophe BOUVET

Jury

M. Philippe LE GROGNEC
M. Philippe VIDAL
Mme. Nadia BAHLOULI
M. Riccardo VESCOVINI
M. Michele D'OTTAVIO
M. Bruno CASTANIÉ
M. Christophe BOUVET
M. Nicolas MAHUET
M. Alain CROUZET

ENSTA Bretagne
Université Paris-Nanterre
Université de Strasbourg
Politecnico di Milano
Université Paris-Nanterre
INSA Toulouse
ISAE-SUPAERO
Elixir Aircraft
Daher

Rapporteur
Rapporteur
Présidente
Examineur
Examineur
Directeur de thèse
Co-directeur de thèse
Encadrant industriel
Invité



Ma vision de l'Elixir après 3 ans et demi de thèse... (Réalisation Annette Bérard)

Remerciements

Cette thèse n'est pas un achèvement solitaire, mais elle a été rendue possible par bien de personnes que j'ai côtoyées ces quatre dernières années. Je les remercie.

L'encadrement a été un piler. Bruno Castanié et Christophe Bouvet ont formé un duo très complémentaire. Merci Bruno pour ton approche globale, de contexte, pour les directions de recherches. Merci Christophe pour le soutien scientifique et technique. Je n'avais pas conscience à quel point l'encadrement était important pour la réussite d'une thèse, j'ai eu une belle chance. Puis au-delà du labo, sur la route pour la Rochelle ou pour la Suisse, au bar... C'est toujours de super moments. Je pense aussi à Joël Serra, qui, avec le support du projet VIRTUOSE, a apporté des moyens, du temps à mes études. Puis Nicolas Mahuet, encadrant industriel, qui a su rappeler la composante industrielle du projet tout en me laissant une pleine confiance dans les travaux de recherches. Le stage de fin d'études, puis les quelques mois en tant qu'ingénieur passé à tes côtés, m'ont donné une grande expérience de travail qui s'est avérée très utile pour la thèse.

Je souhaite également remercier les membres du jury de thèse. Philippe le Grogne et Philippe Vidal d'avoir pris le temps de rapporter mon travail avec intérêt, la discussion a été riche et ouverte. Nadia Bahlouli, merci d'avoir présidé ce jury et surtout d'être venue en présentiel malgré toutes les déconvenues du voyage. Merci aussi à Riccardo VESCOVINI qui malgré une partie du manuscrit et la soutenance en français a examiné et contribué à la discussion. Puis Alain Crouzet, invité, qui apporté sa vision industrielle. Enfin, il reste Michele D'Ottavio qui a une place à part. Nous avons eu l'occasion de collaborer plusieurs fois pour la rédaction d'articles. Tes travaux, tes conseils scientifiques, tes relectures ont apportées une qualité très appréciée.

Ma thèse étant en grande partie expérimentale, j'ai pleinement sollicité le personnel technique et les plateformes de l'institut Clément Ader, et l'ISAE Supaéro. Michael De San José, Xavier Foulquier qui ont découpés, préparés mes éprouvettes avec qualité. Olivier Cherrier et Louison Bernardi qui ont apportés leurs expertises et conseils pour l'instrumentation des essais, merci pour votre disponibilité. Marc Chartrou avec qui nous avons passé du temps autour de la machine traction-compression INSTRON®. Pour un essai, j'ai même « réquisitionné » une machine que développait Louis Bridonau un doctorant. Merci pour l'aide.

Le reste du Labo, Les chercheurs, les doctorants, les post-doc, le cadre de l'institut Clément Ader offrent un environnement propice à la discussion. Je pense à Florent Grotto pour les discussions tard le soir, John-Eric Dufour pour l'aide sur python, Pierre Journoud et Noémie Martin pour les petites poses du bureau d'à côté. Mes co-bureaux pour les pauses café avec Axel Peignon pour se changer les idées avec des discussions sur le bois. Et puis il reste, les apéros, repas, sorties, merci beaucoup.

Puis enfin, il y a tout mon environnement personnel. Ma famille, merci pour le soutien, l'écoute, les relectures, la présence à la soutenance. Mes amis à Toulouse, la coloc pour réparer un bon plat le soir d'une journée un peu trop longue. Et Louise, merci pour ton temps, ta patience, ta bienveillance. L'arrivée d'Hipazia le 22 mars 2022, a été une joie et un grand chamboulement. Dans cette période particulière, je n'ai pas toujours été très disponible et tu as pris charge de beaucoup de choses dans notre famille, merci.

Table des matières

RESUME	7
ABSTRACT	8
LISTE DES FIGURES	9
LISTE DES TABLES	15
COMMUNICATIONS SCIENTIFIQUES	16
NOTATIONS.....	17
INTRODUCTION GENERALE	18
PREMIERE PARTIE : CONTEXTE ET BIBLIOGRAPHIE	21
I. FLAMBEMENT DES STRUCTURES SANDWICHES – ETAT DE L’ART.....	22
I.1 LES STRUCTURES SANDWICHES	23
I.1.1 Définition.....	23
I.1.2 Revue historique.....	23
I.2 MODELISATION DU FLAMBEMENT	28
I.2.1 Définition.....	28
I.2.2 Flambement dans les sandwichs.....	28
I.2.3 Instabilités globales.....	30
I.2.4 Instabilités locales	33
I.2.5 Formulations couplées	43
I.2.6 Théories d’ordres supérieurs.	48
I.2.7 Modélisation par éléments finis	49
I.2.8 Gestion de la non-linéarité.....	52
I.2.9 Autres facteurs influents	59
I.3 CARACTERISATION EXPERIMENTALE DU FLAMBEMENT	62
I.3.1 Configurations d’essai	62
I.3.2 Instrumentations.....	66
II. POSITION DE L’ETUDE.....	68
II.1 UNE MULTITUDE DE MODELES	68
II.2 UNE CARACTERISATION EXPERIMENTALE DIFFICILE	69
II.3 OBJECTIF DE L’ETUDE.....	69
DEUXIEME PARTIE : L’ECHELLE COUPON	71
III. LIMITES ET PERTINENCE DES MODELES ANALYTIQUES DANS UNE APPLICATION INDUSTRIELLE	72
III.1 INTRODUCTION.....	72
III.2 MODELS USED.....	73
III.2.1 3D FEM Reference Model.....	73
III.2.2 Analytical wrinkling formulas used for the benchmark.....	74
III.2.3 Quasi-3D SGUF model	76
III.3 INDUSTRIAL CASE STUDY	78
III.3.1 Wrinkling modes computed by the FEM	79
III.3.2 “Radar” type comparison graphs.....	80
III.4 CONCLUSION	84
IV. CARACTERISATION EXPERIMENTALE SUR COUPONS SANDWICHES.....	86
IV.1 INTRODUCTION	86

IV.2	PROTOCOLE D'ESSAI	87
IV.2.1	<i>Matériaux et Géométrie</i>	87
IV.2.2	<i>Fabrication</i>	88
IV.2.3	<i>Configuration d'essai</i>	89
IV.3	RESULTATS ET ANALYSES	92
IV.3.1	<i>Données brutes, efforts maximums</i>	92
IV.3.2	<i>Déroulement des essais</i>	92
IV.3.3	<i>Faciès de rupture</i>	94
IV.3.4	<i>Biais</i>	96
IV.4	DIALOGUE ESSAIS/CALCUL	100
IV.4.1	<i>Modèles utilisés</i>	100
IV.4.2	<i>Graphiques comparatifs type « radar »</i>	101
IV.4.3	<i>Demi-longueur d'onde</i>	104
IV.4.4	<i>Limites et conclusions</i>	106
CONCLUSION DE LA 2^{EME} PARTIE.....		110
TROISIEME PARTIE : L'ECHELLE « TECHNOLOGIQUE » (PLAQUES VERTEX).....		112
V.	CAMPAGNE SUR BANC D'ESSAI VERTEX : METHODE ET RESULTATS	113
V.1	INTRODUCTION.....	113
V.2	MATERIALS AND METHOD.....	115
V.2.1	<i>Specimen design</i>	116
V.2.2	<i>Measurement systems</i>	120
V.3	RESULTS.....	122
V.3.1	<i>Overall behaviour</i>	123
V.3.2	<i>Local behaviour</i>	125
V.3.3	<i>Compressive and shear strains at failure</i>	135
V.4	CONCLUSION	135
VI.	CAMPAGNE SUR BANC D'ESSAI VERTEX : DIALOGUE ESSAIS/CALCULS	137
VI.1	INTRODUCTION	137
VI.2	EXPERIMENTAL AND COMPUTATION DIALOGUE: LINEAR ANALYSIS IN A BEAM FRAMEWORK	138
VI.2.1	<i>3D FE beam model</i>	138
VI.2.2	<i>Analytical formulations</i>	139
VI.2.3	<i>Radar comparison graph</i>	139
VI.3	DEVELOPMENT OF A NON-LINEAR FINITE ELEMENTS PANEL MODEL	141
VI.3.1	<i>3D FE panel model definition</i>	141
VI.3.2	<i>Boundary conditions imposed by the displacements measured by SDIC</i>	142
VI.3.3	<i>Initial imperfections</i>	143
VI.3.4	<i>Core behaviour</i>	146
VI.4	NON-LINEAR FINITE ELEMENT MODEL OF PANEL: EXPERIMENTAL AND COMPUTATION DIALOGUE	151
VI.4.1	<i>Specimens under compression</i>	151
VI.4.2	<i>The specimen under shear (F51_D3)</i>	158
VI.4.3	<i>Radar comparison graph</i>	161
VI.5	CONCLUSION	161
VII.	COMPARAISONS ESSAIS COUPONS ET ESSAIS STRUCTURAUX.....	163
CONCLUSION DE LA 3^{EME} PARTIE.....		167
CONCLUSION GENERALE		169
ANNEXE A : BENCHMARK MEF ET FORMULATIONS ANALYTIQUES DANS UN CADRE ISOTROPE		173
ANNEXE B : CARACTERISATION EXPERIMENTALE SUR COUPONS SANDWICHS AVEC AME EN NID D'ABEILLE		178
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUES.....		186

Résumé

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre l'Institut Clément Ader et l'Entreprise Elixir Aircraft. Elixir Aircraft est un avionneur qui développe et produit « l'Elixir » un avion biplace de nouvelle génération majoritairement composé de structures sandwichs en carbone produites avec la technique de fabrication « one shot ». L'utilisation massive de ces structures sandwichs monobloc dans « l'Elixir » présente des difficultés de dimensionnement. La nature des sandwichs composites crée un comportement mécanique complexe, et les techniques de dimensionnement classiques via des critères de rupture statique sont mise en défaut. Le flambement local appelé « Wrinkling » est une instabilité à l'échelle locale, sous la forme de courtes longueurs d'onde dans les peaux, qui apparaît lorsque qu'une structure sandwich est soumise à de la compression. Le phénomène de Wrinkling est étudié depuis les années 40, et depuis nombre de modèles analytiques permettant le calcul de charges critiques au flambement ont été développées. Cependant, l'application de ces modèles dans un cadre industriel reste peu étudiée. Les formulations historiques basées sous des hypothèses fortement restrictives, loin de la réalité mécanique des structures sandwichs récentes, sont toujours utilisées dans l'industrie aéronautique ce qui amène à l'utilisation de forts coefficients de sécurité et des surcroits en masse non-négligeable dans l'avion. Cette thèse a donc pour objectif de développer une méthodologie de calcul et de design de structures sandwich du type de celles d'Elixir Aircraft avec la prise en compte des risques d'instabilités locales dans une démarche de type pyramide des essais.

La démarche scientifique se divise en 2 étapes. Premièrement, on se place à la base de la pyramide des essais, à l'échelle coupon. Le but est de quantifier les limites et pertinence des modèles analytiques dans une application industrielle. Cela via une analyse numérique où un benchmark est développé. Les modèles analytiques de wrinkling sont comparés à un modèle éléments finis 3D de références. La pertinence de certains modèles est mise en évidence et ils sont utilisés pour un dialogue essais/calculs. Une campagne d'essais sur des éprouvettes sandwichs coupons soumises à un effort de compression uniaxial est réalisée. La rupture par wrinkling est bien observée. La corrélation des modèles avec les essais est correcte, mais optimiste à cause des conditions aux limites qui génèrent des biais et déclenchent le flambement prématurément. La volonté de s'affranchir des biais observés à l'échelle coupon ainsi que la représentativité limitée de ce niveau d'essais a conduit à réaliser des études au deuxième niveau de la pyramide des essais, échelle dite « technologique ». Cette échelle du panneau permet d'ajouter des éléments technologiques typiques des structures réelles afin d'étudier leur influence et permet aussi de travailler sous chargement multiaxial. On se rapproche d'une application industrielle réelle. Ainsi, un nouveau dialogue essais/calculs est réalisé, via une campagne d'essais sur des plaques sandwich 400 x 400 mm testés en compression et en cisaillement sur le banc d'essai VERTEX. Instrumentées par de la mesure de champs (corrélation d'images stéréo, caméra thermique, caméra rapide), le design particulier des éprouvettes est mis en avant. La rupture par wrinkling est observée dans les panneaux sandwich. La corrélation avec les modèles analytiques puis éléments finis avancés (non-linéaire géométrique et endommagement de l'âme), offre des conclusions intéressantes quant à la pertinence des modèles dans un cadre proche d'une application industrielle.

Abstract

This thesis is the result of a collaboration between the “Clément Ader” Institut and the company “Elixir Aircraft”. Elixir Aircraft is an aircraft manufacturer that develops and produces the "Elixir", a new generation two-seater aircraft composed mainly of carbon sandwich structures produced using the "one shot" manufacturing technique. The massive use of these one-shot sandwich structures in the "Elixir" presents design difficulties. The nature of composite sandwiches creates a complex mechanical behaviour, and conventional design techniques via static failure criteria are challenged. Local buckling, known as "Wrinkling", is a local scale instability, in the form of short wavelengths in the skins, which occurs when a sandwich structure is subjected to compression. The wrinkling phenomenon has been studied since the 1940s, and since then many models have been developed to calculate critical loads for wrinkling. However, the application of these models in an industrial framework remains poorly studied. Historical formulations based on highly restrictive assumptions, far from the mechanical reality of recent sandwich structures, are still used in the aeronautical industry, which leads to the use of high safety coefficients and non-negligible extra mass in the aircraft. The objective of this thesis is to develop a methodology for the calculation and design of sandwich structures of the Elixir Aircraft type, taking into account the risks of local instabilities in a test pyramid type approach.

The scientific work is divided into two steps. Firstly, we place ourselves at the base of the test pyramid, at the coupon scale. The aim is to quantify the limits and relevance of analytical models in an industrial application. This is done via a numerical analysis where a benchmark is developed. The analytical wrinkling models are compared to a 3D finite element model with reference. The relevance of certain models is highlighted and models are they are used for an experimental and computation dialogue. A test campaign on sandwich coupon specimens, consistent with the Elixir Aircraft's structures, subjected to a uniaxial compression force is carried out. The wrinkling failure is well observed. The correlation of the models with the tests is correct but optimistic because of the boundary conditions which generate biases and trigger buckling prematurely. The desire to avoid the biases observed at the coupon scale and the limited representativeness of this test level led to studies at the second level of the test pyramid, the so-called "technological" scale. This panel scale allows the addition of technological elements typical of real structures to study their influence and also allows work under multiaxial loading. This brings us closer to a real industrial application. A new experimental and computation dialogue is carried out, via a test campaign on 400 × 400 mm sandwich panels tested in compression and shear on the VERTEX test bench. Instrumented with field measurements (stereo image correlation, thermal camera, high-speed camera), the particular design of the specimens is highlighted. The wrinkling failure is observed in the sandwich panels. The correlation with analytical models and then advanced finite element models (geometric non-linear and core damage), offers interesting conclusions on the relevance of the models in a framework close to an industrial application.

Liste des figures

Figure 1 : l'Elixir, avion léger biplace certifié par l'EASA (https://elixir-aircraft.com).....	18
Figure 2 : fuselage de l'Elixir.....	18
Figure 3 : structure sandwich.....	23
Figure 4 : chasseur bombardier britannique De Havilland « Mosquito » (Castanié et al., 2020).	24
Figure 5 : les zones en sandwich composite nid d'abeille du SR 71 « Black bird » sont indiquées en noir (Merlin, 2009).....	25
Figure 6 : Beechcraft « Starship » (Hooper, 1989).	25
Figure 7 : matériaux composites dans l'ATR 72 (Tropis et al., 1995).	26
Figure 8 : MCR 4S (http://www.aeroclubyonne.fr/Images).....	27
Figure 9 : trimaran Ultim SRV Lazartigue (https://www.courseaularge.com)	27
Figure 10 : comportements de bifurcation. P le chargement compression et a la flèche.	28
Figure 11 : les formes principales d'instabilités dans une structure sandwich.....	30
Figure 12: valeurs de α suivant les conditions aux limites appliquées à la poutre.....	31
Figure 13: tracé de N_{cr} global sur N_{cr} Euler en fonction du module de cisaillement de l'âme G_c . ($E_s=7000\text{Mpa}$; $t_s=2\text{mm}$; $t_c=50\text{mm}$ et $L=700\text{mm}$).	32
Figure 14 : le faciès d'instabilité locale type "wrinkling" dans une éprouvette sandwich coupon soumise à de la compression. (Rivallant, 2003)	33
Figure 15 : formulation du sandwich où les peaux sont supportées par un milieu continu, sous une charge uniaxiale.	34
Figure 16 : modèle de poutre sur fondation Winkler à un paramètre K_{zz}	34
Figure 17 : comparaison entre la théorie "classique" et des résultats d'essais (Sullins et al., 1969). Données d'essais (Norris et al., 1961).....	37
Figure 18 : influence sur le facteur Q en fonction de la configuration du sandwich et de l'amplitude des défauts initiaux. (Norris et al., 1961).....	38
Figure 19 : méthode STRIP THEORY proposée par (Fagerberg & Zenkert, 2005a). (a) Plaque sandwich anisotrope soumise à une charge biaxiale. La ligne grisée symbolise la bande mince à l'angle ϕ où la charge de flambement est évaluée. (b) Définition de la charge.	40
Figure 20 : flambement d'une plaque sous un chargement en cisaillement. L'orientation de la cloque est perpendiculaire à la composante de compression.....	41
Figure 21 : hypothèse 1 de la formulation des ondes de wrinkling proposée par (Birman & Bert, 2004). Deux repères sont définis, celui global du panneau sandwich (y-x) celui local de la cloque de flambement (y_1-x_1).....	42
Figure 22 : hypothèse 2 de la formulation des ondes de wrinkling proposée par (Birman & Bert, 2004). Cloque de flambement rectangulaire.	42

Figure 23 : formulaire pour l'effort critique au wrinkling dans le cas de chargements combinés (Kassapoglou, 2010).	43
Figure 24 : diagrammes de l'effort appliqué en fonction des déplacements sur un poutre sandwich où 2 points de bifurcation sont observés.	44
Figure 25 : courbe de stabilité du mode asymétrique en fonction de la longueur d'onde rapporté à l'épaisseur de l'âme. $L=460\text{mm}$; $b=60\text{mm}$; $E_s=7000\text{ Mpa}$; $E_c=100\text{ Mpa}$; $\nu_c=0$ (âme isotrope).....	47
Figure 26 : solution de maillage hybride pour la modélisation de structures sandwichs.	49
Figure 27 : diagramme effort en fonction du déplacement global adimensionné d'une poutre sandwich. (Léotoing et al., 2002c).....	51
Figure 28 : bifurcation et charge limite. (Fagerberg & Zenkert, 2005b)	52
Figure 29 : équilibre d'un sandwich pour différentes amplitudes initiales de défaut. (Fagerberg & Zenkert, 2005b)	53
Figure 30 : comportement mécanique d'une mousse sous chargement uniaxial de compression.....	55
Figure 31 : diagramme Effort-déplacement pour un modèle purement élastique (courbe en pointillé) et un modèle avec écrasement de l'âme (courbe continue) dans le cas d'une poutre sandwich en compression (Stiftinger & Rammerstorfer, 1997).....	55
Figure 32 : éprouvette sandwich rompue (vue de profil) et le résultat correspondant par éléments finis avec écrasement de l'âme (Stiftinger & Rammerstorfer, 1997).	56
Figure 33 : diagramme effort appliqué en fonction du déplacement global de la poutre sandwich pour des modélisation élastique et élastoplastique de l'âme en fonction de différentes amplitudes de défauts (Léotoing et al., 2002c).....	57
Figure 34 : définition du sandwich asymétrique (Castanié et al., 2002).	57
Figure 35 : comportement d'une plaque sandwich asymétrique sous compression uniaxial. La peau "stabilisatrice » montre un comportement non linéaire alors que la peaux « travaillante » reste linéaire ((Castanié et al., 2002).	58
Figure 36 : contrainte critique au wrinkling en fonction de la taille de l'impact (Aitken, 2000).....	60
Figure 37 : modèle de (Wadsworth et al., 2009) incluant une région dans l'âme endommagée.....	61
Figure 38 : comparaison entre les contraintes de rupture prévues et les résultats expérimentaux en fonction de la température (Zhang et al., 2015).	62
Figure 39 : préparation des éprouvettes coupon et set up d'essais de (Fagerberg, 2004).....	63
Figure 40 : montage carré déformable utilisé pour solliciter une plaque sandwich. (Oluwabusi & Toubia, 2019).....	64
Figure 41: machine d'essai originale pour tester une plaque de sandwich asymétrique sous différents chargements (Castanié et al., 2002). (1) éprouvette sandwich ; (2) caisson ; (3) poutres transversales ; (4) et (5) vérins ; (6) capteurs d'effort.....	65
Figure 42 : banc d'essai VERTEX et détails d'une éprouvette boulonnée sur la partie supérieure du caisson central.....	66
Figure 43 : champs de déformations dans l'âme d'une éprouvette coupon sandwich mesurée par corrélation d'image. (Koissin et al., 2010).....	67

Figure 44 : images d'un flambement local sur poutre sandwich prise par (Rivallant, 2003) à 0,5 ms d'intervalle.....	67
Figure 45: Comparison scheme of the different models.....	73
Figure 46: 3D FEM with its boundary conditions	74
Figure 47: Geometry of analytical models	74
Figure 48: Definition of the asymmetry parameter φ	79
Figure 49: 3D FEM critical local buckling load for antisymmetric and symmetric modes	80
Figure 50: Radar type comparison graph for ST-0 sandwich stacking: symmetric balanced orthotropic skin with foam core.	81
Figure 51: Radar type comparison graph for ST-2 sandwich stacking: Symmetric balanced orthotropic skin with honeycomb core.	82
Figure 52: Radar type comparison graph for symmetric skins (ST-0) and asymmetric skin (ST-1; ST-3).	83
Figure 53: Radar type comparison graph for ST-0 and ST-4 with a large proportion of UniDirectional ply.	83
Figure 54: Radar type comparison graph for ST-0 and ST-5 with a single ply.....	84
Figure 55: géométrie des éprouvettes.	88
Figure 56 : usinage des éprouvettes avec fraiseuse conventionnelle (fraise 2 tailles).	89
Figure 57 : vue globale de l'outillage et d'une éprouvette F51_D4-3.	90
Figure 58 : configuration des caméras. Deux caméras pour la corrélation d'image stéréo pour l'une des faces de l'éprouvette sandwich, une caméra rapide pour le flanc.	91
Figure 59 : illustration du déroulement des essais pour la configuration F51_D4-2. Les captures des parties 2 et 3 correspondent au champ de déplacement hors plan mesuré par corrélation d'image. La photo en noir et blanc est prise par la caméra rapide au moment de la rupture.	93
Figure 60 : déplacement hors plan W suivant la ligne de post-traitement pour l'éprouvette F51_D4-2_01 à différents niveaux de chargement.	93
Figure 61 : déplacement hors plan W au niveau de l'onde de flambement pour l'éprouvette F1_D4-2_01.....	94
Figure 62 : faciès de décohésion peau/âme de l'éprouvette F51_D4-3_04. Captures prises par la caméra rapide à 7000 images par seconde.....	95
Figure 63 : faciès de flambement local asymétrique de l'éprouvette F51_D1_02. Captures prise par la caméra rapide à 7000 images par seconde.....	95
Figure 64 : faciès d'écrasement local de l'âme en compression de l'éprouvette F51_D6_01.....	96
Figure 65 : gradient dans les déformations longitudinales de compression suivant la largeur pour l'éprouvette H51_D4-3_01.....	97
Figure 66 : champs de déplacement hors plan de l'éprouvette F51_D4-3_01 pour différents niveaux de chargement.	97
Figure 67: courbe effort/déformation pour l'éprouvette F51_D4-2_02.....	98
Figure 68 : déplacement hors plan en bord de talon pour la configuration F51_D4-1.....	99

Figure 69 : moment local en bord de talon introduit par le saut de fibre moyenne entre la zone talon/peau et peau seule.	99
Figure 70 : modèle éléments finis de la campagne d'essai coupon.	100
Figure 71 : graphique radar comparatif pour les configurations avec des peaux supérieures à trois plis.	102
Figure 72 : graphique radar comparatif pour les configurations avec des peaux à deux plis.....	103
Figure 73 : graphique radar comparatif pour la configuration F51_D6 avec des peaux d'un pli.....	104
Figure 74 : déplacement hors plan de l'éprouvette F51_D6_01. Le pattern de tissage apparait lorsque l'éprouvette est soumise à un chargement de compression.	104
Figure 75 : Courbe de stabilité pour les modèles de Niu & Talreja, Douville & Le Grogneq, Léotoing et al. avec la configuration F51_D4-2.	105
Figure 76 : diagrammes Effort/déformation longitudinale pour l'ensemble des éprouvettes testées avec les résultats des calculs éléments finis correspondants. La capture d'image montrée dans chaque graphique, représente la déformée calculée par MEF, précisant ainsi le mode de flambement obtenu.	108
Figure 77 : déplacement hors plan pour l'éprouvette F51_D5_04 avec les résultats du calcul éléments finis correspondants.	109
Figure 78 : état de contrainte hors plan dans l'âme à proximité du talon, calculé par le modèle éléments finis.	109
Figure 79 : point de bifurcation et effort limite (Fagerberg & Zenkert, 2005b).....	109
Figure 80: VERTEX test bench.....	114
Figure 81: Details of a specimen bolted on to the upper part of the central box of the VERTEX test bench.	115
Figure 82: Overall panel geometry.	116
Figure 83: Loads expected to be introduced in the specimens.....	116
Figure 84: Bending effect on asymmetric sandwich structure.	117
Figure 85: Cross-sectional drawing of specimens with the manufacturing process.	118
Figure 86: Definition of the cores of the specimens.	118
Figure 87: Definition of the specimen skins.	119
Figure 88: Camera set up on the VERTEX test bench.	120
Figure 89: SDIC captures.....	121
Figure 90: High-speed camera and infrared camera captures.....	122
Figure 91: Locations of "Rosette" gauges.....	122
Figure 92: Specimen F51_D1 general behaviour.....	123
Figure 93: Specimen F51_D3 ϵ_{xy} of upper and lower faces against test progress.....	123
Figure 94: Strain fields just before failure of the upper faces of specimen F51_D1 under compressive loading and specimen F51_D3 under shear loading.	125
Figure 95: Specimen F51_D1 local behaviour.	126

Figure 96: Upper skin initial shapes against X coordinate at nominal and high-density foam interface of specimen F51_D1.	127
Figure 97: Specimen F51_D2 local behaviour.	128
Figure 98: Parameters of the local strain computation from SDIC (scheme symbols not representative of the values used) (Serra, 2016).	129
Figure 99: Failure scenario for specimens under compression.....	130
Figure 100: Images taken with a high-speed camera (7000 fps) for specimen F51_D3 tested under shear.	131
Figure 101: Post-mortem cutting of specimen F51_D2.	131
Figure 102: Specimen F51_D3 local behaviour.	132
Figure 103: Specimen N29_D3 local behaviour.	133
Figure 104: Failure scenario for specimen under shear.	134
Figure 105: FE beam model definition.	139
Figure 106: Radar comparison graph between linear models and test results	139
Figure 107: Bifurcation and limit load. (Fagerberg & Zenkert, 2005b)	141
Figure 108: FE panel model definition.	142
Figure 109: SDIC loading condition imposed in the FEM by four imposed displacement frames.	142
Figure 110: Upper sandwich face mesh construction from measured SDIC out of plane coordinates z.	144
Figure 111: Thickness offset modelled in the shell elements of the upper surface in the "SDIC" mesh.	144
Figure 112: FE results of "Perfect" and "SDIC" meshes from the loading condition of specimen F51_D1 (compression)."	145
Figure 113: Constitutive law and yield surface of the PMI foam core used in the FE panel model. Parameters ET ; EC ; σ_{0c} ; σ_{0t} are calibrated from characterisation test campaigns in traction (ASTM C297, 2004) and compression (ASTM C365, 2011).	146
Figure 114: Overall kinematic energy versus time in FEM from the loading condition of specimen F51_D1. 3 relaxation steps allow kinetic energy dissipation from large displacements in preload step.	148
Figure 115: FEM cross sections with elastoplastic+damage constitutive law for the core. Plastic strains develop locally, then the core fails in tension (modelled by element deletion).....	149
Figure 116: FE results of elastic and elastoplastic+damage core modelling from loading condition of specimen F51_D1 (compression). The constitutive law introduces an elastoplastic behaviour in compression and an elastic response with damage modelled by element deletion in tension (see Figure 113).....	150
Figure 117: Displacement fields: comparison between experimental measurements and FEM results of the upper face of specimen F51_D1 under compressive loading. Frames were taken just before the core failed in tension in the FEM (93% of test progress).	151

Figure 118: Comparison of displacement fields between experimental measurements and FEM results of the upper face of specimen F51_D2 under compressive loading. Frames were taken just before test failure (99% of test progress).	152
Figure 119: Strain ϵ_{xx} in the upper and the lower faces against test progress for specimens F51_D1 and F51_D2.....	153
Figure 120: Comparison of fields and curves between test and FEM for specimen F51_D1.	156
Figure 121: Comparison of fields and curves between test and FEM for the specimen F51_D2.	157
Figure 122: Comparison of displacement fields between experimental measurements and FEM results for the upper face of specimen F51_D3 under shear loading. Frames were taken just before test failure (99% of test progress).	158
Figure 123: Shear strain ϵ_{xy} of the centre of the upper and the lower faces against test progress.	159
Figure 124: Fields and curves comparison between test and FEM for the specimen F51_D3.	160
Figure 125: Radar comparison graph between models and test results. The dashed line indicates a perfect correlation with the test.	161
Figure 126 : champs et courbes de déformation ϵ_{xx} pour comparaison entre l'éprouvette poutre et plaque (configuration F51_D1).	165
Figure 127: Définition du modèle "générique"	173
Figure 128 : charges critique en fonction de pour le modèle éléments finis.....	174
Figure 129 : charge critique du modèle de flambement global (charge critique d'Euler).	175
Figure 130 : charge critique du modèle flambement de (Hoff & Mautner, 1945).....	175
Figure 131 : charge critique du modèle flambement de (Léotoing et al., 2002b).	176
Figure 132 : charge critique du modèle flambement de (Niu & Talreja, 1999).	176
Figure 133 : charge critique du modèle flambement de (Douville & Le Grogneq, 2013).	177
Figure 134 : schéma des éprouvettes NIDA testée en compression longitudinale.	179
Figure 135 : courbe effort/déformation pour l'éprouvette N29_D2_02.	181
Figure 136: Faciès rupture âme.....	182
Figure 137: Faciès rupture peau.....	182
Figure 138: faciès flambement asymétrique.....	183
Figure 139: faciès flambement symétrique.....	183
Figure 140 : modèle éléments finis conditions aux limites et matériaux.	184
Figure 141 : dialogue essai/calcul pour l'éprouvette N29_D2_03.	185

Liste des tables

Table 1 : Material properties used for the case study.	78
Table 2: Definition of the 6 sandwich stacking sequences.....	79
Table 3 : configurations des éprouvettes sandwichs.	87
Table 4 : données brutes des essais.	92
Table 5: estimation de la demi-longueur d'onde de flambement et comparaisons essais/calculs. ...	105
Table 6: Specimens stacking sequence in nominal area. Specimen nomenclature is F51_... or N29_... for PMI foam or NOMEX® honeycomb respectively and ..._Dx for specified stacking sequence.....	120
Table 7: Average strain at failure.	135
Table 8 : comparatif entre les éprouvettes poutres et plaques pour les configurations F51_D1 et F51_D3.....	164
Table 9 : entrées matériaux.....	174
Table 10 : configurations des éprouvettes sandwich.....	179
Table 11 : efforts maximums.....	180

Communications scientifiques

Articles

- Castanié, B., Bouvet, C., & Ginot, M. (2020). Review of composite sandwich structure in aeronautic applications. *Composites Part C: Open Access*, 1, 100004. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2020.100004>
- Ginot, M., D'Ottavio, M., Polit, O., Bouvet, C., & Castanié, B. (2021). Benchmark of wrinkling formulae and methods for pre-sizing of aircraft lightweight sandwich structures. *Composite Structures*, 273, 114387. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114387>
- Ginot, M., Bouvet, C., Castanié, B., Serra, J., & Mahuet, N. (2022). Local Buckling on Large Sandwich Panels Applied to Light Aviation: Experimental and Computation Dialogue. *Composite Structures*, 304,16. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116439>
- Ginot, M., Bouvet, C., Castanié, B., D'Ottavio, M., Serra, J., & Mahuet, N. (2023) Local Buckling on Large Sandwich Panels Applied to Light Aviation: Experimental Setup and Failure Scenarios. *International Journal of Solids and Structures*, 268, 112170. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112170>

Conférences

- Ginot, Malo, Bouvet Christophe, Castanié Bruno, Mahuet Nicolas. On the efficiency of some analytic wrinkling models. 24th International Conference on Composite Structures (14 juin 2021) Faculty of Engineering, University of Porto, Portugal
- Ginot, Malo, Bouvet Christophe, Castanié Bruno, Mahuet Nicolas. Analyse du flambage local (Wrinkling) des structures sandwich appliqué aux avions légers. 22ème Journées Nationales sur les Composite (JNC22) (28 juin 2021) Association pour les matériaux composites
- Ginot, Malo, Bouvet Christophe, Castanié Bruno, Mahuet Nicolas. Structural testing of local buckling for the design of sandwich aircraft structures. 20th European Conference on Composite Materials (26 juin 2022 - 30 juin 2022) EPLF Lausanne

Notations

(X, Y, Z)	base de référence
(x, y, z)	coordonnées d'un point dans la base
(u, v, w)	champ de déplacement dans la base
.c	grandeur liée à l'âme
.s	grandeur liée aux peaux
E	module d'Young
G	module de cisaillement
ν	coefficient de Poisson
t	épaisseur dans la direction Z
b	largeur dans la direction Y
L	longueur dans la direction X
I	moment quadratique
K	Rigidité linéique
D	rigidité équivalent en flexion
S	rigidité équivalente en cisaillement
Π	énergie potentielle
P	charge extérieure appliquée
P_{cr}	charge critique au flambement
P_{wr}	charge critique au wrinkling
N_{wr}	charge critique au wrinkling par unité de largeur
σ_{cr}	contrainte critique
σ_{wr}	contrainte critique au wrinkling
l	demi-longueur d'onde de wrinkling
$q...$	ratio
FEM	Finite Element Model
GFEM	Global Finite Element Model
DIC	Digital Image Corrélation
MEF	Modèle Eléments finis
DIO	Demi-longueur d'Onde
CIN	corrélacion d'image numérique

Introduction générale

Cette thèse CIFRE est le fruit d'une collaboration entre l'Institut Clément Ader et l'Entreprise Elixir Aircraft.

Elixir Aircraft est un avionneur basé à la Rochelle (17) (*Elixir Aircraft*, n.d.). L'entreprise développe et produit « l'Elixir » un avion biplace de nouvelle génération majoritairement composé de structures sandwichs en carbone. L'avion a été certifié par l'EASA en juin 2020 (Figure 1).



Figure 1 : l'Elixir, avion léger biplace certifié par l'EASA (<https://elixir-aircraft.com>).

L'Elixir a été développé autour de la technologie de production « One-Shot ». Cette technique consiste à fabriquer des éléments complexes (comme une aile) en une seule pièce et une seule opération, sans assemblages structurels. L'inspiration provient de la voile de compétition, où le « One-Shot » est utilisé depuis plus de 15 ans. Le développement, couplant les structures sandwichs avec le « One-Shot », a permis la généralisation des structures monoblocs sandwichs dans l'Elixir (Figure 2).



Figure 2 : fuselage de l'Elixir.

Une telle approche permet la réduction drastique du nombre d'éléments. Ainsi, l'Elixir est constitué d'environ 600 pièces, contre plus de 10 000 avec la construction métallique classique d'avions légers. Moins de pièces et moins d'assemblages signifient moins de défaillances potentielles et une maintenance facilitée. Ainsi, la sécurité est renforcée par la simplicité de la structure et les performances sont améliorées par le poids réduit. Elixir Aircraft présente l'Elixir comme la 4ème génération d'avions légers en carbone One-Shot, après le bois et toile, l'aluminium et rivets, les composites et l'aluminium.

Le développement et la certification de la structure de l'Elixir se sont avérés complexes en particulier à cause de l'utilisation massive de ces structures sandwichs monobloc. Les hétérogénéités mécaniques et géométriques des structures sandwichs créent une complexité des modes de ruptures et de leurs interactions. Cela met en défaut les techniques de dimensionnement classiques via des critères de rupture de type TSAI-HILL par exemple (Castanié et al., 2013), (Kassapoglou, 2010), (Gay, 2015), usuellement utilisées pour le calcul statique des stratifiés en aviation légère. Un mode de rupture se distingue dans le cas des structures sandwichs légères : le flambement local appelé « wrinkling ». C'est une instabilité localisée lorsque qu'une structure sandwich est soumise à de la compression, qui se manifeste sous la forme d'une courte longueur d'onde dans les peaux de l'ordre de l'épaisseur du sandwich. La caractérisation de ce type de flambement est étudiée depuis l'utilisation régulière des structures sandwichs dans l'aéronautique et le maritime, notamment, à partir des années 40 (Hoff & Mautner, 1944). Depuis, nombre de formulations permettant le calcul de charges critiques au flambement dans les structures sandwichs ont été développées. Cependant, les formulations historiques basées sous des hypothèses fortement restrictives restent massivement utilisées par l'industrie (Zenkert, 1997) , (Sullins et al., 1969). Pour Elixir Aircraft, les drapages particuliers utilisés ainsi que la méthode de fabrication des structures sandwichs monoblocs conduisent aussi à mettre en défaut ces formules analytiques. Les incertitudes, « la méconnaissance » complète du phénomène de flambement se reflètent par l'utilisation de forts coefficients de sécurité. Amenant l'utilisation de matériaux plus résistants pour les structures sandwich et des gains en masse non-négligeable dans l'avion.

Du point de vue de la littérature, le flambement des sandwichs retient toujours l'attention des laboratoires et des industriels, avec des publications régulières sur le sujet (Koissin et al., 2010), (Douville & Le Grogneq, 2013), (D'Ottavio & Polit, 2015), (Birman & Kardomateas, 2018). Ce besoin a donc nécessité un travail de recherche pour développer une méthodologie de calcul et de design de structures sandwichs du type de celles d'Elixir Aircraft avec la prise en compte des risques d'instabilités locales. Cette thèse est le fruit de ce travail. Le but de cette thèse n'est donc pas de créer un nouveau modèle sur le flambement des sandwichs, mais de formuler une méthode de conception, de dimensionnement et d'optimisation. Basée sur des modèles et outils déjà présents dans la littérature, la méthode sera justifiée par un dialogue essai/calcul, et appliquée aux structures propres à Elixir Aircraft. Ceci dans une démarche de pyramide des essais.

Ce mémoire est divisé en 3 parties. A noter que le chapitre 1 de la deuxième partie, ainsi que la troisième partie sont rédigés sous la forme d'articles scientifiques.

Première Partie : une étude bibliographique sur les instabilités locales dans les structures sandwichs est proposée. Les formules historiques y sont décrites, suivies de développements plus récents permettant un cadre mécanique plus général, notamment avec le développement de modèles « unifiés » pour la caractérisation de formes globales et locales de flambement. Des approches numériques y sont aussi présentées. Enfin, le positionnement de l'étude et les objectifs de la thèse y sont détaillés.

Deuxième Partie : on se place ici à la base de la pyramide des essais, à l'échelle coupon. Un benchmark est développé dans un premier chapitre pour démontrer les limites et la pertinence de modèles analytiques dans une application industrielle réelle. La comparaison porte sur les charges critiques de wrinkling entre un modèle éléments finis 3D et les solutions correspondantes de différents modèles analytiques de la littérature. Les configurations des poutres sandwichs sont cohérentes avec celles utilisées par Elixir Aircraft. Le deuxième chapitre porte sur la réalisation d'une campagne d'essais sur des éprouvettes sandwich coupon soumises à un effort de compression uniaxial. La rupture par wrinkling est observée. La corrélation des modèles avec les essais est correcte, mais optimiste à cause des conditions aux limites qui génèrent des biais et déclenchent le flambement prématurément. La grande sensibilité aux conditions aux limites de tels essais est largement reconnue par la littérature.

Troisième partie : dans cette partie, on change d'échelle pour passer des coupons/poutres aux panneaux sandwichs. C'est à dire à l'échelle dite « technologique » (Castanié et al., 2002), (Castanié et al., 2004) : deuxième niveau de la pyramide des essais. L'étude à cette échelle s'est justifiée par la volonté de s'affranchir des biais observés à l'échelle coupon, d'ajouter des éléments technologiques tels que les arrêts de plis afin d'étudier leurs influences sur le panneau et de solliciter le panneau sous un chargement multiaxial. Cette échelle est plus représentative d'une application industrielle réelle. Une campagne d'essais sur des panneaux sandwichs testés en compression et en cisaillement sur le banc d'essai VERTEX est développée. Le protocole, le détail des éprouvettes, avec l'analyse des résultats sont décrits dans un premier chapitre. Le deuxième chapitre est consacré au dialogue essai/calculs. La rupture par wrinkling est observée dans les panneaux sandwichs, la corrélation avec les modèles analytiques puis éléments finis avancés (non-linéaire géométrique et endommagement de l'âme), offre des conclusions intéressantes quant à la pertinence des modèles dans un cadre plaque.

Enfin, une synthèse des travaux de la thèse est formulée via une méthodologie de dimensionnement au flambement local des structures sandwichs.

Première partie : Contexte et Bibliographie

I. Flambement des structures sandwichs

– Etat de l’art

Sommaire

I.1	LES STRUCTURES SANDWICHS	23
I.1.1	<i>Définition</i>	23
I.1.2	<i>Revue historique</i>	23
I.2	MODELISATION DU FLAMBEMENT	28
I.2.1	<i>Définition</i>	28
I.2.2	<i>Flambement dans les sandwichs</i>	28
I.2.3	<i>Instabilités globales</i>	30
I.2.3.1	Formulation	31
I.2.3.2	Discussion sur l’effet du cisaillement transverse	31
I.2.4	<i>Instabilités locales</i>	33
I.2.4.1	Flambement intercellulaire « Face dimpling »	33
I.2.4.2	Wrinkling : modèles analytiques historiques	33
I.2.4.2.1	Poutre sur fondation élastique discrète (Winkler)	34
I.2.4.2.2	Modèles avec âme homogénéisée	35
I.2.4.2.3	Résumé et limites des modèles historiques	36
I.2.4.3	Cas des plaques	38
I.2.4.3.1	Analogie pour les plaques et anisotropie	38
I.2.4.3.2	Modèles orthotropes	39
I.2.4.3.2.1	Peaux orthotropes	39
I.2.4.3.2.2	Ames orthotropes	40
I.2.4.3.3	Sandwich sollicité en cisaillement	41
I.2.4.3.4	Sandwich sous effort combiné	41
I.2.5	<i>Formulations couplées</i>	43
I.2.5.1	Premières études	44
I.2.5.2	Etudes récentes	45
I.2.5.2.1	Travaux de Niu et Talreja	45
I.2.5.2.2	Travaux de Léotoing	45
I.2.5.2.3	Travaux de Douville et Le Grogneac	46
I.2.5.2.4	Courbes de stabilité	46
I.2.6	<i>Théories d’ordres supérieurs</i>	48
I.2.7	<i>Modélisation par éléments finis</i>	49
I.2.7.1	Modélisation pour le calcul au flambement local	49
I.2.7.2	Etudes du post-flambement par l’utilisation de modèles numériques non-linéaires	50
I.2.7.3	Éléments finis couplés aux modèles analytiques	51
I.2.8	<i>Gestion de la non-linéarité</i>	52
I.2.8.1	Résolutions linéaires, une approche erronée ?	52
I.2.8.2	Défauts initiaux dans les peaux	52
I.2.8.2.1	Modèles analytiques	53
I.2.8.2.2	Modèles éléments finis	54
I.2.8.3	Autres effets hors plan	54
I.2.8.4	Non-linéarités matériaux	54
I.2.8.5	Cas du sandwich asymétriques	57
I.2.9	<i>Autres facteurs influents</i>	59
I.2.9.1	Comportement aux dommages d’impact	59
I.2.9.2	Effets de la température	61
I.3	CARACTERISATION EXPERIMENTALE DU FLAMBEMENT	62

1.3.1	Configurations d'essai	62
1.3.1.1	Caractérisation à l'échelle coupon	62
1.3.1.2	Caractérisation aux échelles supérieures	63
1.3.2	Instrumentations	66

1.1 Les structures sandwichs

1.1.1 Définition

Une structure sandwich est **un assemblage** de plusieurs couches de matériaux différents (Figure 3). On parle alors bien de structure sandwich et non pas de matériau sandwich. Elle est généralement constituée de deux couches rigides minces appelées **peaux**, en matériau à haute résistance. Les peaux sont séparées par une troisième couche épaisse, un matériau aux caractéristiques mécanique relativement faibles et léger, **l'âme**. L'intégrité entre les couches est faite par **l'interface** entre celles-ci, usuellement un adhésif dans le cas de matériaux composites. La séparation des peaux par l'âme permet l'augmentation du moment d'inertie de la structure par rapport à son plan moyen. Cela améliore la rigidité de flexion, sans entraîner une augmentation significative de la masse. C'est l'effet sandwich. Les peaux, rigides en membrane supportent des charges dans le plan. L'âme transfère la charge de flexion entre les peaux, essentiellement par des contraintes normales et de cisaillement transversal.

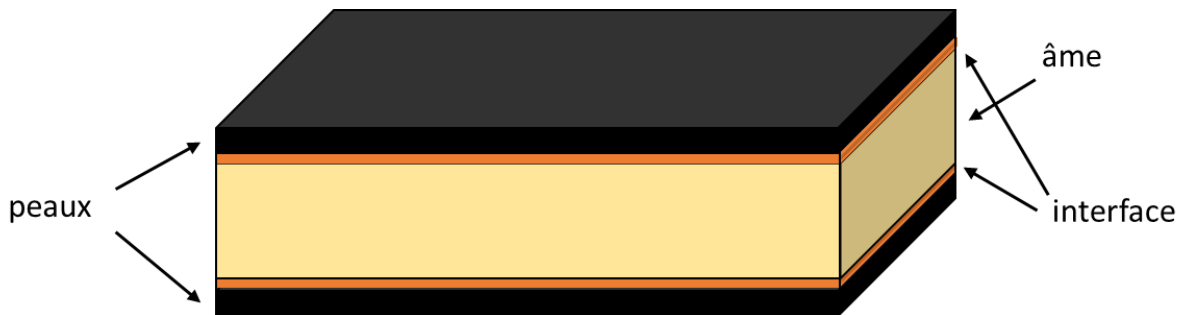


Figure 3 : structure sandwich.

1.1.2 Revue historique

L'importante rigidité de flexion des structures sandwich pour un gain de masse faible, s'avère être un avantage pour l'industrie du transport, où la recherche d'efficacité massique est recherchée. Elle devient même primordiale dans les secteurs de l'aérospatial. Il n'est pas étonnant que l'utilisation de ce type de structure à grande échelle se soit faite avec l'évolution des structures aéronautiques.

La suite de ce chapitre est partiellement reprise et traduite du papier (Castanié et al., 2020).

La construction de structures sandwich en bois est arrivée tôt au cours du développement de l'aviation durant l'entre 2 guerres et le vol à voile a été précurseur (Hoff, 1946). Puis vient la Seconde Guerre mondiale, avec l'exemple bien connu, de la construction du chasseur bombardier britannique De Havilland « Mosquito » en structure monobloc sandwich en contreplaqué bois (Figure 4).



(a) De Havilland Mosquito.



(b) Fuselage moulé en structure sandwich du « Mosquito ».

Figure 4 : chasseur bombardier britannique De Havilland « Mosquito » (Castanié et al., 2020).

À cette période les structures sandwichs avec peaux en aluminium et âme en contreplaqué de bois d’okoumé apparaissent aussi avec en particulier avec l’aile du chasseur français Morane-Saunier 406. La guerre froide apporte plus tard son lot d’innovations. Le bombardier supersonique américain Convair B-58 opérationnel en 1969 en est un exemple. L’aile était construite en structures sandwichs avec des peaux aluminium et l’âme en structure nid d’abeille tissé en fibre de verre (Smith & Rogers, 1962). Mais aussi le XB-70 « Valkyrie » prototype de bombardier américain pouvant aller jusqu’à Mach 3. Les hautes températures présentes sur les structures du fait de la friction avec l’air à ces vitesses, ont poussé les ingénieurs à développer un sandwich entièrement en acier INOX (peaux et âme en structure nid d’abeille). Le sandwich s’est avéré très efficace, non seulement d’un point de vue structurel, mais aussi pour l’isolation thermique. Enfin, il n’est pas possible de donner un aperçu de cette période et de ce type d’avion sans mentionner le célèbre SR 71 "Blackbird". Comme le « Valkyrie », la vitesse d’opération de cet avion développait des températures sur la structure extrêmement élevées, ce qui a impliqué le développement d’une structure principalement constituée de titane. Cependant certaines parties du SR 71 étaient constituées d’un sandwich composé de peaux d’amiante/fibre de verre, avec une âme en aluminium nid d’abeille (Merlin, 2009). Ces pièces étaient non structurelles mais conçues pour assurer des fonctions de furtivité comme le montrent les formes triangulaires de la Figure 5. Après les premières versions en titane, le sandwich a également été utilisé pour les 2 empennages verticaux.

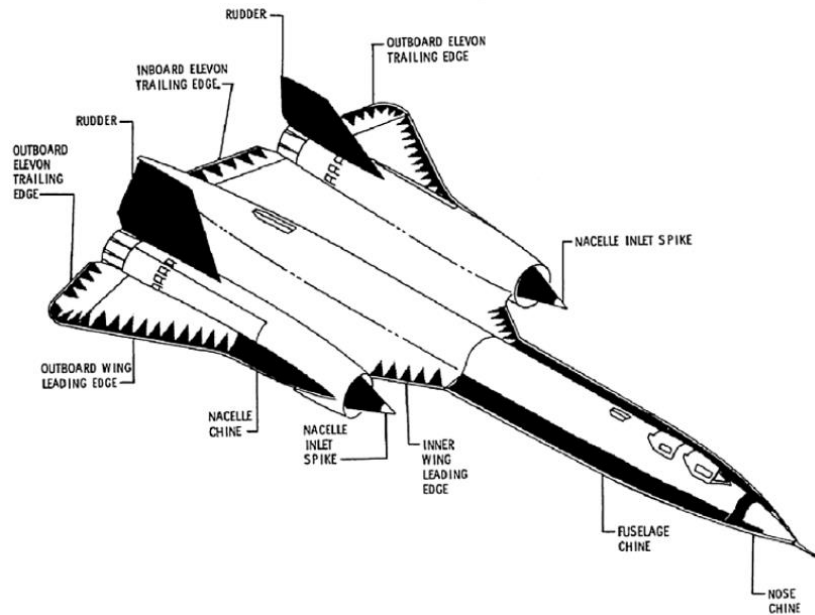


Figure 5 : les zones en sandwich composite nid d'abeille du SR 71 « Black bird » sont indiquées en noir (Merlin, 2009).

Dans le civil, l’avion canard de chez Beechcraft « Starship » est une étape très importante (Figure 6). Le premier vol date de 1986, et devient le premier avion commercial certifié FAA avec des structures sandwichs primaires. Environ 72 % de la masse de sa structure est sous forme de matériaux composites, principalement des peaux en carbone époxy et des âmes en nid d'abeille en Nomex® (résine + aramide) (Hooper, 1989). L’avion s’est avéré être en échec commercial du fait du développement et de la certification extrêmement coûteux de ce type de structure innovante. Mais cette étape a grandement contribué à l’introduction des structures sandwichs dans le civil et a apporté une expérience précieuse à l’ensemble de l’industrie aéronautique.



Figure 6 : Beechcraft « Starship » (Hooper, 1989).

Depuis les années 70, les structures sandwichs sont massivement introduites dans les structures secondaires des avions commerciaux. Aux Etats Unis, cela commence avec le Boeing 747 (1^{er} vol en 1969) avec les bords d'attaque et de fuite, ainsi que le grand carénage ventral élaborés en sandwich fibre de verre et nid d'abeille Nomex®. En Europe, l’ATR 72 est le premier avion civil certifié avec une

structure primaire en composite (le caisson de voilure). Les structures sandwich sont utilisées pour les surfaces de contrôle, mais aussi pour les bords d’attaques des ailes, empennage et radôme (Figure 7) (Tropis et al., 1995). Ces solutions ont également été appliquées dans les programmes d’Airbus A320, A330 et A340.

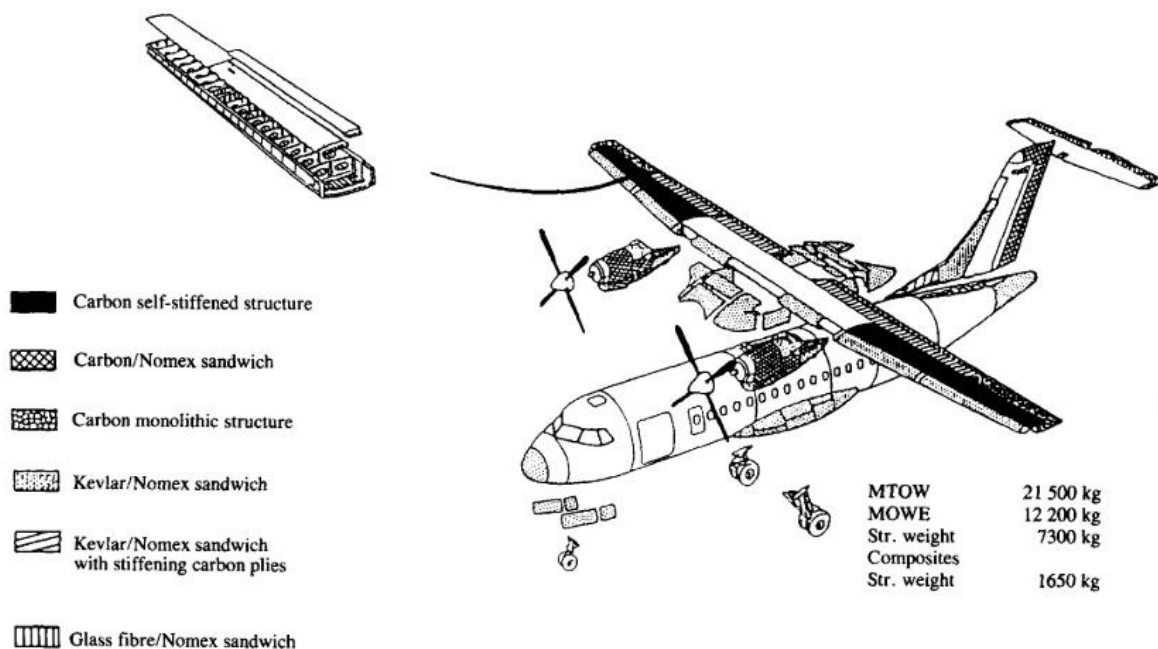


Figure 7 : matériaux composites dans l’ATR 72 (Tropis et al., 1995).

Finalement, l’introduction des sandwichs pour les structures primaires des avions de grande taille n’a pas dépassé le cadre des programmes de recherche (Walker et al., 1997). Et même, dans les programmes les plus récents, la proportion de matériaux sandwichs dans les structures secondaires a diminué. C’est plutôt dans l’aviation légère que les structures sandwichs restent très utilisés aujourd’hui. Le kit pour la construction amateur, MCR4S de chez Dyn Aero dont le 1^{er} vol a été réalisé en 2000, a le revêtement d’aile composé de panneaux sandwichs. Diamond Aircraft développe le DA50 avion quadri places à moteur diesel (1^{er} vol en 2006). Des structures sandwich avec des peaux composites à fibres de carbone ou de verre et une mousse rigide constituant l’âme sont présentes dans les cloisons verticales de l’aile, les volets et les ailerons (Diamond Aircraft, 2022). Et tout récemment Elixir Aircraft avec l’Elixir, avion biplace à structures sandwichs monoblocs (voir introduction générale) est un dernier exemple.



Figure 8 : MCR 4S (<http://www.aeroclubyonne.fr/Images>)

Cette revue historique est axée sur l’aéronautique, mais les sandwichs sont utilisés dans bien d’autres secteurs des transports, comme le spatial, le nautisme (Palomba et al., 2021), l’automobile, mais aussi en Génie Civil. Pour finir, une petite photo du dernier trimaran « SRV Lazartigue » de François Gabart réalisé par MerConcept (<https://trimaransvrlazartigue.com>) où les structures sandwich constituent la majorité des coques de ce bijou. A 40 nœuds avec le vent, on est peut-être loin des Mach 3 de « Black bird » mais c’est vraiment magique...



Figure 9 : trimaran Ultim SRV Lazartigue (<https://www.cOURSEAULARGE.COM>)

1.2 Modélisation du flambement

1.2.1 Définition

Commençons par la définition du flambement donnée par le dictionnaire Larousse « Phénomène d'instabilité de forme qui se manifeste dans des pièces soumises à un effort normal de compression. ». Cette définition reprend les 2 caractéristiques principales qui définissent le flambement : un **problème de stabilité d'une structure soumise à un effort de compression**.

Je reprends ici la définition du Flambement proposée par (Leotoing, 2001) dans sa thèse *Modélisation du flambage global, local, et interactif dans les structures sandwich en compression* : « Le flambement est défini comme la transition brusque d'un état de compression pure, dans lequel seuls les termes de membrane existent, vers une configuration fléchie. D'un point de vue énergétique, ce changement de configuration intervient lorsque l'énergie emmagasinée durant la phase de compression atteint celle d'un **mode** de flexion. Ainsi, le flambement d'une structure se caractérise par la perte d'unicité de son équilibre mécanique. Pour une charge donnée, appelée **charge critique**, l'équilibre comprimé devient instable et la configuration fléchie est alors favorisée. L'existence de plusieurs solutions pour les équations d'équilibre entraîne l'apparition d'autant de **branches** de solution dont l'intersection caractérise un **point de bifurcation**. »

Le flambement est non linéaire d'un point de vue géométrique. Cependant, une approche linéarisée pour déterminer le premier point de bifurcation à partir duquel la structure peut brusquement changer de configuration est suffisante, en revanche une formulation non-linéaire est indispensable pour suivre la deuxième branche de solution, l'état **post-flambé**.

La partie **post-flambé** de la branche peut être **sur-critique** (Figure 10-a) ou **sous-critique** (Figure 10-b). Dans le premier cas, après le flambement, la charge appliquée augmente légèrement pour des déplacements importants. Dans le deuxième cas, en comportement sous-critique, l'apparition du flambement est suivie d'une perte importante de rigidité qui conduit à la ruine de la structure.

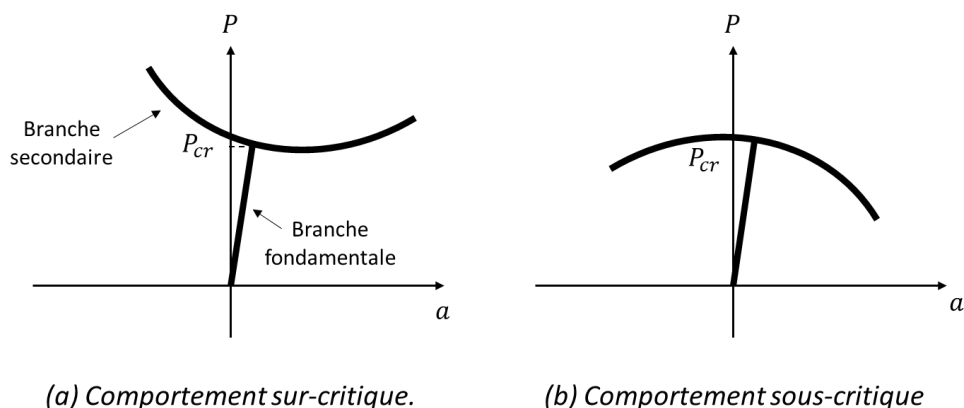


Figure 10 : comportements de bifurcation. P le chargement compression et a la flèche.

Euler fut le premier à caractériser théoriquement le flambement, en 1744 par une problématique de stabilité, la notion de flambement lui est associée

1.2.2 Flambement dans les sandwichs

Le flambement se présente sous plusieurs formes dans les structures sandwich. En raison de propriétés mécaniques et de dimensions géométriques très différentes des peaux et de l'âme, le comportement en stabilité des sandwichs est complexe et l'existence d'effets d'échelles peut être

observée. On note deux échelles distinctes : l'échelle globale de la structure et l'échelle locale des peaux et de l'âme. Ainsi, 2 approches de modélisation du sandwich sont possibles.

Les théories homogénéisées réduisent la structure du sandwich avec ses différents constituants à une structure homogène équivalente. Cette approche décrit bien le comportement global de la structure. Dans le cas des instabilités, le flambement global d'un sandwich peut facilement être considéré comme le flambement classique d'une structure homogène dès lors que les propriétés particulières des sandwichs ont été correctement prises en compte. En effet, l'âme d'une structure sandwich est généralement légère et sa rigidité en cisaillement est très faible. Par conséquent, le cisaillement transversal, est un point important à ne pas négliger contrairement à la théorie de poutre classique (Allen, 1969a).

Les théories par couches proposent des formulations cinématiques différentes pour chaque partie de la structure (Caliri et al., 2016). Dans le cas des instabilités, ces approches sont nécessaires pour l'analyse locale du flambement des peaux du sandwich qui nécessite l'utilisation de l'échelle locale.

Une troisième échelle encore plus locale peut être retenue, dans le cas particulier des composites, le micro flambement des fibres (Drapier, 1996) ou « Kinking » (Budiansky & Fleck, 1994) peut provoquer la rupture en compression de la peau. Dans cette bibliographie dont le sujet d'étude est la structure sandwich, nous nous limiterons aux deux échelles déjà présentées.

Les principales formes d'instabilités observées dans une poutre sandwich sont les suivantes :

Flambement global de type Euler (Figure 11-a) : instabilité générale, c'est aussi le mode de flambement des poutres homogènes. L'ensemble de la structure sandwich répond de façon homogène et aucun effet local n'est observé.

Flambement en cisaillement « Shear crimping » (Figure 11-b) : il s'agit d'un cas particulier d'instabilité générale où le flambement est piloté par le cisaillement de l'âme. Ce phénomène, courant dans le cas d'âme aux caractéristiques mécaniques faibles, se produit assez soudainement et provoque généralement une rupture en cisaillement de l'âme.

Flambement local des peaux « Wrinkling » : il s'agit d'un mode d'instabilité localisé qui se manifeste sous la forme de courtes longueurs d'onde dans les peaux de l'ordre de l'épaisseur du sandwich alors que l'ensemble reste stable. Il peut être défini comme un flambement par effondrement de l'âme dans le sens où la rupture résulte habituellement soit de l'écrasement de l'âme, soit de la rupture en traction de l'interface peau/âme ou de l'âme elle-même.

3 modes particuliers à ce phénomène local peuvent être définis :

- **Mode asymétrique** Figure 11-c : les ondes dans les peaux se forment en phase, la ligne moyenne du sandwich suit la forme des ondes dans les peaux. Théoriquement, l'âme n'est pas sujette à de la compression mais à du cisaillement.
- **Mode symétrique** Figure 11-d : les ondes dans les peaux se forment en opposition de phase, la ligne moyenne du sandwich reste dans le plan. L'âme est sujette à de la traction ou à de la compression.
- **Flambement d'une seule peau** Figure 11-e : seulement une des 2 peaux flambe localement, aucune interaction ne se produit avec l'autre peau qui reste plate. L'âme est sujette à de la traction ou de la compression.

Les modes asymétrique et symétrique peuvent apparaître lorsque les peaux sont comprimées de manière égale, le flambement d'une seule peau peut se produire dans la peau comprimée d'une

structure sandwich sujette à de la flexion, ou dans la peau la plus mince d'une structure sandwich asymétrique.

Flambement intercellulaire « Face Dimpling » (Figure 11-f) : il s'agit d'un mode d'instabilité localisé propre aux âmes discontinues comme celles d'une âme en nid d'abeille. L'instabilité se crée dans les régions où les peaux ne sont pas supportées. On comprendra que ce type d'instabilité dépend de la dimension des régions non supportées.

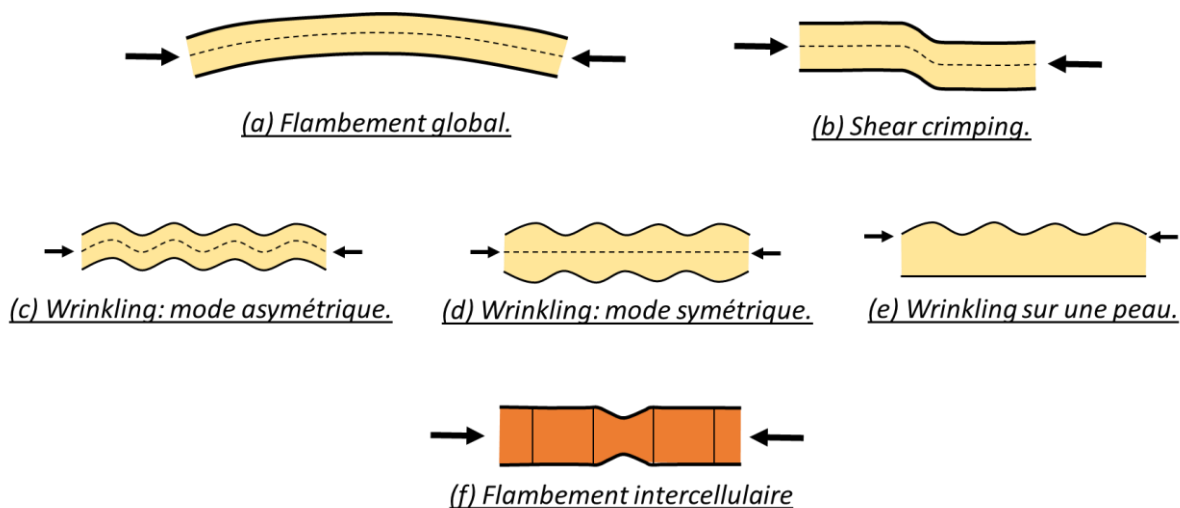


Figure 11 : les formes principales d'instabilités dans une structure sandwich.

La prépondérance d'une forme d'instabilité sur les autres dépend de la nature du chargement, des caractéristiques mécaniques des différents constituants et de la géométrie du sandwich.

Les travaux pionniers sur le flambement des structures sandwich remontent au début des années 1940. Depuis, de nombreuses contributions caractérisées par des niveaux d'approximation différents ont été définies dans la littérature. Les travaux de (Hoff & Mautner, 1945), d'(Allen, 1969b) et (Plantema, 1966) font encore référence aujourd'hui. Même les ouvrages plus récents, (Zenkert, 1997), (Kassapoglou, 2010), (Carlsson & Kardomateas, 2011) reprennent pour l'essentiel ces travaux pionniers. Ces premières approches sont découplées, c'est-à-dire qu'elles consistent à établir des modèles spécifiques pour chaque échelle (globale ou locale) et selon les modes d'instabilités (symétrique ou asymétrique). Ainsi, chacune des formes d'instabilité est caractérisée indépendamment l'une de l'autre. Un aperçu de ces modèles est donné dans la section I.2.4. D'autres modèles ont été enrichis en ajoutant l'orthotropie des peaux (Fagerberg & Zenkert, 2005a) et la possibilité d'un chargement multiaxial (Sullins et al., 1969) (Birman & Bert, 2004) (voir section I.2.4.3). Plus récemment de nouvelles approches sont développées sur le principe d'appréhender les phénomènes d'instabilité dans les sandwichs de manière complète et « unifiée » et ainsi de considérer des interactions possibles entre l'échelle globale et l'échelle locale (Léotoing et al., 2002b) (voir section I.2.5). Enfin, des solutions numériques ont été développées (D'Ottavio & Polit, 2015), permettant la résolution de formulations rigoureuses afin de s'affranchir de la plupart des hypothèses cinématiques utilisées par les modèles précédents (voir section I.2.6).

I.2.3 Instabilités globales

Bien que le flambement global dans les sandwichs, aujourd'hui bien documenté, ne soit pas le sujet principal de ce travail de recherche, il est intéressant de reprendre la formulation car elle servira

de référence pour les formulations plus complexes modélisant l’instabilité globale des sandwichs comme un cas particulier de l’instabilité locale.

1.2.3.1 Formulation

La recherche de la charge critique est classiquement menée (charge critique d’Euler) par la considération d’une poutre homogène équivalente dans laquelle le cisaillement transverse de l’âme est modélisé.

$$Ncr_{global} = \frac{\alpha \pi^2 \frac{D}{L^2}}{1 + \alpha \pi^2 \frac{D}{L^2 S}}$$

Avec les grandeurs S et D représentant respectivement les rigidités de cisaillement transverse et de flexion du sandwich.

$$S = \frac{G_c(t_c + t_s)^2}{t_c}$$

$$D = \frac{E_s t_s (t_c + t_s)^2}{2}$$

Où le coefficient α dépend des conditions aux limites et est donné sur la ci-dessous.

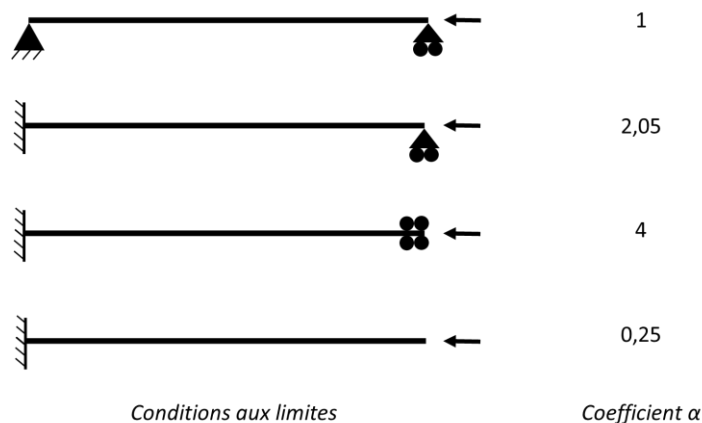


Figure 12: valeurs de α suivant les conditions aux limites appliquées à la poutre.

On notera que la rigidité de flexion est une simplification de l’intégration du module de flexion dans l’épaisseur. En réalité

$$D = \int E^2 dz = 2D_s + D_0 + D_c$$

Ou $2D_s$ est la rigidité de flexion des peaux par rapport à leur axe moyen, D_0 est la rigidité de flexion des peaux par rapport à l’axe moyen du sandwich (transport de Huygens) et D_c est la rigidité de flexion de l’âme.

Cependant, dans la plupart des sandwichs utilisés en application industrielle, on peut faire l’approximation de peaux fines devant l’épaisseur de l’âme ce qui conduit à $2D_s \approx 0$ et à l’approximation d’une âme faible $D_c \approx 0$

1.2.3.2 Discussion sur l’effet du cisaillement transverse

Une notation intéressante permettant de mettre en évidence l’influence de la rigidité en cisaillement de l’âme sur la charge critique au flambement du sandwich s’écrit :

$$\frac{1}{Ncr_{global}} = \frac{1}{Ncr_{Euler}} + \frac{1}{S}$$

Ou Ncr_{Euler} est directement la charge critique d’Euler. $Ncr_{Euler} = \alpha\pi^2 \frac{D}{L^2}$

On notera que la charge de flambement global d’un sandwich n’est pas proportionnelle au carré de la longueur non supportée, du fait de l’influence du cisaillement transverse dans l’âme

On note 2 cas remarquables :

- Si la rigidité de l’âme S et/ou que la hauteur non supportée L tend vers l’infini

$$\lim_{S \rightarrow \infty \text{ et/ou } L \rightarrow \infty} Ncr_{global} = \alpha\pi^2 \frac{D}{L^2} = Ncr_{Euler}$$

Lorsque la rigidité en cisaillement de l’âme devient plus importante, sa contribution dans l’écriture du Ncr_{global} du sandwich tend vers 0 et on retrouve la charge critique classique d’une poutre homogène d’Euler. On remarque qu’avec des modules de l’âme inférieurs à 50 Mpa, ce qui est souvent le cas dans les applications industrielles, la prise en compte du cisaillement dans l’âme fait chuter de plus 70% l’effort critique

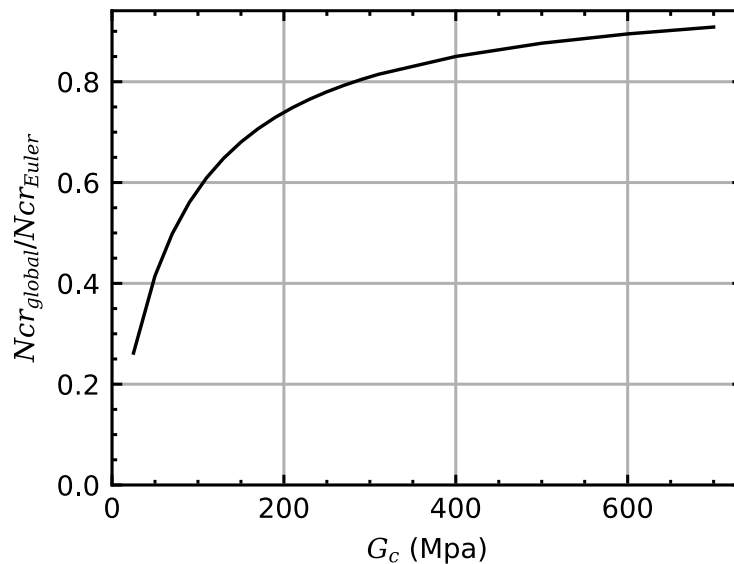


Figure 13: tracé de Ncr_{global} sur Ncr_{Euler} en fonction du module de cisaillement de l’âme G_c . ($E_s=7000\text{Mpa}$; $t_s=2\text{mm}$; $t_c=50\text{mm}$ et $L=700\text{mm}$).

- Si la rigidité de l’âme S et/ou que la hauteur non supportée L tend vers 0

$$\lim_{S \rightarrow 0 \text{ et/ou } L \rightarrow 0} Ncr_{global} = S = \frac{G_c(t_c + t_s)^2}{t_c}$$

La charge critique devient égale à la rigidité en cisaillement. Ce cas particulier du flambage global est décrit par (Allen, 1969b) comme du « shear crimping » c’est-à-dire le flambage global piloté par le cisaillement de l’âme.

1.2.4 Instabilités locales

Par définition, la longueur d’onde de l’instabilité locale est très courte (Figure 14), les dimensions et conditions aux limites globales du sandwich ne sont pas prises en compte. L’approche est donc portée à un problème de stabilité structurelle local du sandwich.

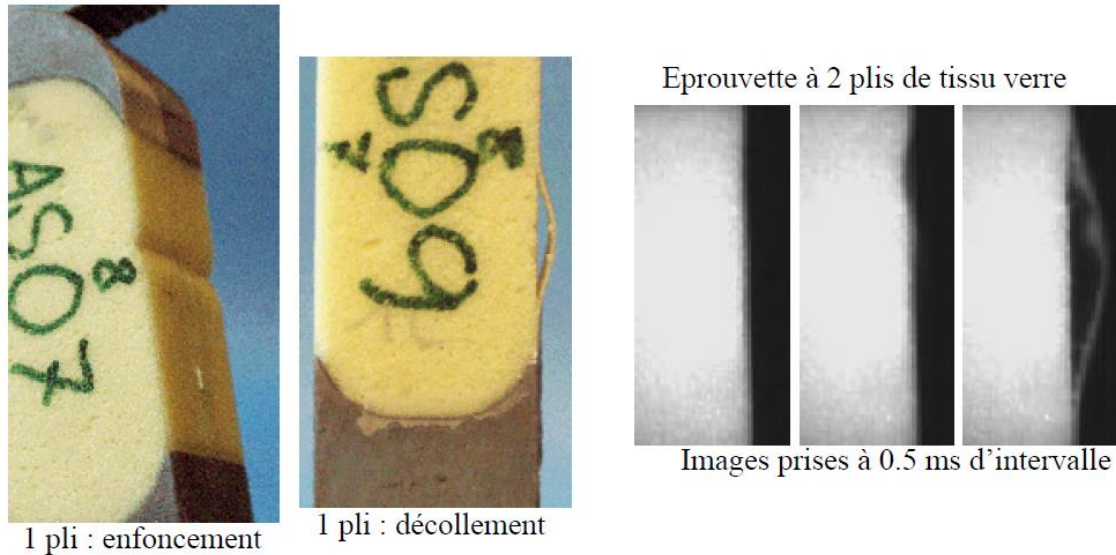


Figure 14 : le faciès d’instabilité locale type “wrinkling” dans une éprouvette sandwich coupon soumise à de la compression. (Rivallant, 2003)

1.2.4.1 Flambement intercellulaire « Face dimpling »

Le mode de rupture « face dimpling » est un mode de flambement local intracellulaire dans le sens où le flambement ne se produit que lorsque l’âme n’est pas continue. Ainsi, une partie de la peau n’est pas supportée, ce qui peut entraîner un flambement local dans les régions non-soutenues directement au-dessus des cellules de l’âme (par exemple celles d’une âme en nid d’abeille). On comprendra, que la charge critique de cette instabilité est fonction de la taille des parties non soutenues.

(Norris, 1964) propose une formule empirique à la suite de campagnes d’essais sur des sandwichs avec une âme en nid d’abeille et des peaux en aluminium.

$$\sigma_{dimpling} = \frac{2E_s}{1 - \nu_s^2} \left(\frac{t_s}{s} \right)^2$$

Avec E_s le module de la peau, ν_s le coefficient de Poisson de la peau, t_s l’épaisseur de la peau, s la longueur non supportée. La formule ne dépend pas des caractéristiques de l’âme, les parois cellulaires sont supposées infiniment rigides. On notera que ce type d’instabilité n’apparaît que pour des sandwichs où la taille des parties non soutenues est conséquente. C’est le cas des structures spatiales, où des âmes en nid d’abeille sont généralement utilisées avec des cellules de plus de 20 mm.

1.2.4.2 Wrinkling : modèles analytiques historiques

L’approche retenue pour ces modèles porte sur un problème de stabilité locale de peaux reposant sur une fondation élastique de longueur infinie $L = \infty$, soumise à une charge de compression P (Figure 15). L’état de contrainte dans le système est considéré bi-dimensionnel par unité de largeur b . Du fait de la longueur infinie dans le plan du modèle, aucune influence de la nature des conditions aux limites sur l’apparition de l’instabilité locale n’est prise en compte. Le wrinkling est donc traité

comme une instabilité au niveau de la cinématique des matériaux plutôt que comme une instabilité structurelle.

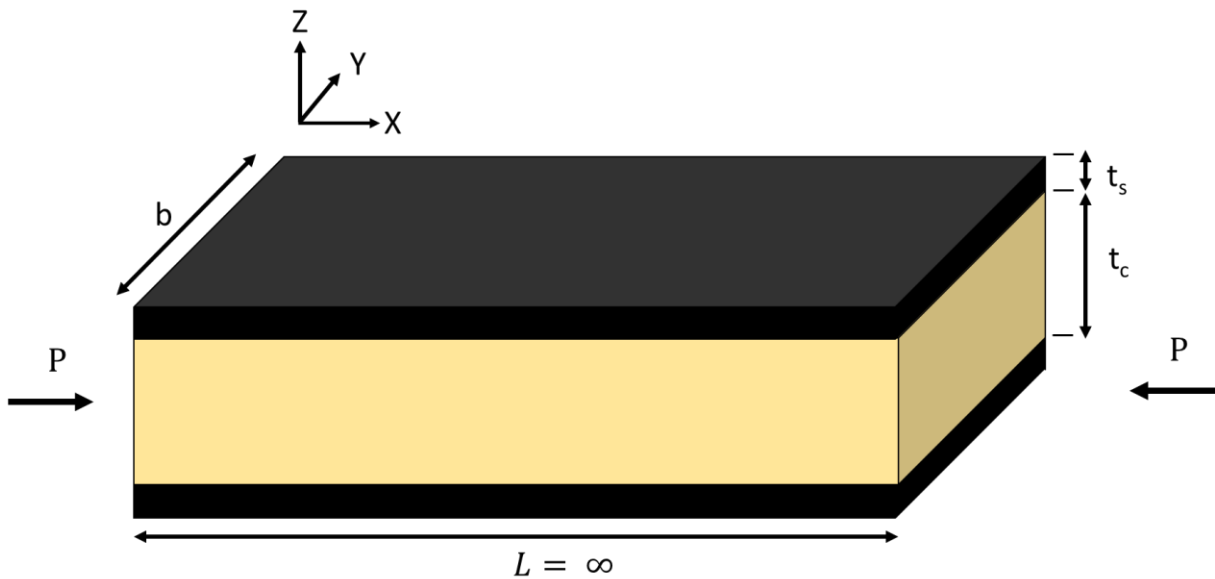


Figure 15 : formulation du sandwich où les peaux sont supportées par un milieu continu, sous une charge uniaxiale.

1.2.4.2.1 Poutre sur fondation élastique discrète (Winkler)

Cette formulation, développée dans un cadre général par Winkler en 1867, fait appel à une description discrète de l’âme, modélisant l’âme comme un ensemble de ressort liant les peaux (Figure 16).

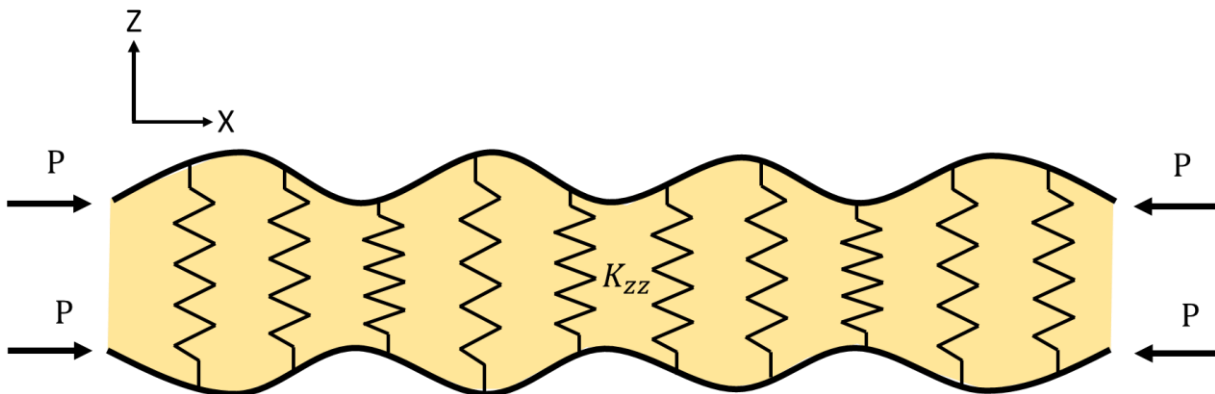


Figure 16 : modèle de poutre sur fondation Winkler à un paramètre K_{zz} .

Ici, le mode asymétrique n’est pas possible, les déplacements de chacune des peaux étant en phase. De plus, le cisaillement ne peut être pris en compte par l’ensemble des ressorts. Seul le mode symétrique peut être envisagé, et met en évidence la déformation en traction/compression de l’âme. La raideur linéique de chacun des ressorts définit la contrainte normale à l’interface peau/âme. Dans la mesure où les ressorts sont considérés comme ayant un comportement élastique, la contrainte de l’âme est alors indépendante dans l’épaisseur. La résolution du problème peut se formuler par la conservation de l’énergie du système (peaux et fondation élastique). La charge critique au flambement d’une des peaux s’exprime alors par l’équation ci-dessous (Carlsson & Kardomateas, 2011).

$$P_{cr \text{ Winkler}} = 4\sqrt{K_{zz} E_s I_s}$$

Où K_{zz} est la raideur linéique de l’ensemble des ressorts, E_s le module de la peau et I_s le moment quadratique de la peau. Outre l’obligation symétrique, une autre limite de cette approche

réside dans la capacité du comportement équivalent supposé de l’ensemble des ressorts à reproduire correctement le comportement mécanique réel de l’âme. (Allen, 1969b) exprime simplement K_{zz} par le ratio module E_c , épaisseur t_c de l’âme.

$$K_{zz} = \frac{b * 2 * E_c}{t_c}$$

Pour des instabilités à faibles longueurs d’onde, le cisaillement transverse ne peut pas être négligé. En utilisant une formulation de la fondation élastique par deux paramètres de type « Vlasov » (Vlasov & Leont’ev, 1966), il est possible d’améliorer la modélisation en ajoutant des ressorts K_{yz} pour prendre en compte le cisaillement au sein de l’âme (Leotoing, 2001).

$$P_{cr \text{ Winkler}} = 2 \sqrt{K_{zz} E_s I_s} + K_{yz}$$

Mais l’expression de ces paramètres devient alors difficile et implique une méthode variationnelle (Vlasov & Leont’ev, 1966).

1.2.4.2.2 Modèles avec âme homogénéisée

Contrairement à la formulation « Winkler », l’approche présentée dans cette section consiste à modéliser l’âme par un milieu continu et élastique (Figure 15). Deux groupes de modèles peuvent être représentés. Pour le premier groupe, l’âme est modélisée comme un milieu élastique unidimensionnel, c’est-à-dire que l’âme supporte des contraintes uniquement dans le sens de l’épaisseur, c’est le sens de l’hypothèse « anti-plane core ». La formulation pionnière de (Hoff & Mautner, 1945) utilise cette hypothèse. La perturbation est supposée décroître linéairement sur l’épaisseur du noyau, contrairement aux travaux de (Plantema, 1966), où le noyau est considéré comme infiniment épais et la perturbation décroît exponentiellement. Pour le second groupe, l’âme est modélisée comme un milieu élastique à 2 dimensions. Pour (Allen, 1969b), puis plus tard (Niu & Talreja, 1999), la rigidité axiale de l’âme est conservée. De cette manière, on représente commodément l’âme isotrope. Dans les 2 cas, les peaux sont modélisées par des poutres isotropes. En supposant la faible épaisseur des peaux par rapport à l’âme, on utilise la théorie d’Euler-Bernoulli en négligeant le cisaillement transversal. Enfin, des sinusoides pour caractériser le déplacement hors plan sont généralement utilisées, car elles permettent de se rapprocher facilement de la déformée des peaux dans leur phase de post-flambement. Ce sont finalement les choix de modélisation de l’âme qui distinguent ces modèles.

Pour (Hoff & Mautner, 1945), leur modèle se base sur une formulation de minimisation de l’énergie potentielle totale. La charge critique au flambement est calculée à partir de la minimisation de l’égalité du travail W effectué par la charge appliquée avec l’énergie de flexion stockée dans la peau U_s et l’énergie de compression et de cisaillement U_c stockée dans l’âme.

$$\Pi = U_s + U_c - W \rightarrow \delta \Pi = 0$$

Une caractéristique importante du modèle est que les déformations de l’âme se décomposent linéairement jusqu’à zéro dans une petite « zone marginale » de largeur z_c qui est choisie comme étant plus petite que la moitié de l’épaisseur de l’âme. Reste comme inconnue z_c ainsi que la demi-longueur d’onde de wrinkling l . Les valeurs réelles de ces paramètres sont celles qui rendent la charge critique au flambement à un minimum. Les auteurs proposent une solution pour le mode symétrique et pour le mode asymétrique. Pour le mode symétrique, le déplacement hors plan w dans la zone marginale droite supposée sinusoidale, est donné par l’équation ci-dessous :

$$w = A \left(\frac{z}{z_c} \right) \sin \left(\frac{\pi x}{l} \right) \text{ avec } A \text{ l'amplitude de l'onde}$$

Pour le mode asymétrique, le sandwich entier (les 2 peaux) est pris en compte et la notion de « zone marginale » n’est plus. Une nouvelle définition du déplacement est alors définie.

$$v = A(1 - \cos(\pi x/l))$$

(Plantema, 1966) propose une approche énergétique pour le mode symétrique mais avec une formulation différente. Comme pour Hoff et Mautner, le sandwich est supposé suffisamment épais pour qu’il n’y ait pas d’interactions entre les peaux et qu’ainsi, une seule des 2 peaux soit étudiée. Mais ici, aucune zone marginale où les déplacements se produisent ne doit être définie et l’âme subit des déplacements verticaux avec une décroissance exponentielle suivant l’axe z.

Pour le second groupe, (Allen, 1969b) puis plus tard par (Niu & Talreja, 1999) (voir section I.2.5.2.1) proposent de représenter l’âme comme un milieu continu isotrope élastique dont la réponse mécanique est caractérisée par une fonction d’Airy. La solution est trouvée en résolvant l’équation différentielle des champs de déformation à l’interface.

I.2.4.2.3 Résumé et limites des modèles historiques

Pour un matériau de l’âme avec un coefficient de Poisson $\nu_c = 0,3$, les formulations de Hoff et Mautner, Plantema, Allen pour le mode symétrique se comparent comme suit :

$$\sigma_{Hoff} = 0,91(E_s E_c G_c)^{1/3}$$

$$\sigma_{Plantema} = 0,85 (E_s E_c G_c)^{1/3}$$

$$\sigma_{Allen} = 0,78 (E_s E_c G_c)^{1/3}$$

Avec E_s le module des peaux, E_c le module de l’âme, et G_c le module de cisaillement de l’âme. La comparaison ci-dessus démontre des résultats similaires malgré les différentes formulations proposées. En termes d’utilisation pratique cette forme est la plus répandue. Nous l’appellerons par la suite formulation « classique ».

$$\sigma_{wr} = Q (E_s E_c G_c)^{1/3}$$

Bien que cette formule ait du mérite en raison de sa simplicité, des remarques quant à son application sont à noter. Le ratio d’épaisseurs rapporté aux caractéristiques mécaniques q a une grande importance dans l’apparition des différents modes de flambement.

$$q = \frac{t_c}{t_s} G_c \left(\frac{1}{E_s E_c G_c} \right)^{1/3}$$

Plus l’épaisseur de l’âme est importante, moins il n’y a d’interaction entre les peaux du sandwich, et donc, la séparation des modes symétrique et asymétrique disparaît (Niu & Talreja, 1999). Inversement, un sandwich plus fin conduira à un flambement asymétrique. Plus précisément, l’interaction entre les peaux n’est pas seulement une question d’épaisseur de l’âme, mais elle est aussi liée à la longueur d’onde de wrinkling, qui dépend elle-même des propriétés géométriques et matérielles des constituants du sandwich. Pour une épaisseur d’âme donnée, l’interaction est plus prononcée pour les grandes longueurs d’onde, tandis que les petites longueurs d’onde s’amortissent plus rapidement à l’intérieur de l’âme. On comprend que la formulation des déformations entre les modèles dans l’épaisseur de l’âme du sandwich a toute son importance. Cet aspect se traduit par le coefficient Q qui peut s’exprimer en fonction de q (Norris et al., 1961) (Allen, 1969b) (Figure 17). Lorsque l’épaisseur de l’âme augmente, la fonction admet une valeur asymptotique qui est indépendante du mode de flambement, comme dit précédemment, la séparation des modes symétrique et asymétrique disparaît.

Aussi, l’approche est basée sur une application des efforts et une géométrie parfaite, la réalité ne l’est pas. Les auteurs expriment l’importante disparité de leurs résultats d’essais, où la contrainte

critique au flambement est très sensible aux conditions de chargement et aux défauts géométriques (voir section I.2.8.2). Les corrélations avec les modèles sont optimistes (Hoff & Mautner, 1945), (Norris et al., 1961). De plus, par leurs hypothèses fortes, ces formulations trouvent une limitation dans la représentativité des déplacements au sein de l'âme et la continuité des contraintes dans l'interface peau/âme. Ainsi, dans une approche de conception pratique, (Hoff & Mautner, 1945) repris par (Zenkert, 1997) proposent un abaissement du coefficient Q à 0,5. Ce coefficient de 0,5 est aussi exprimé par les documents techniques de la NASA (Sullins et al., 1969) des années 60 (Figure 17).

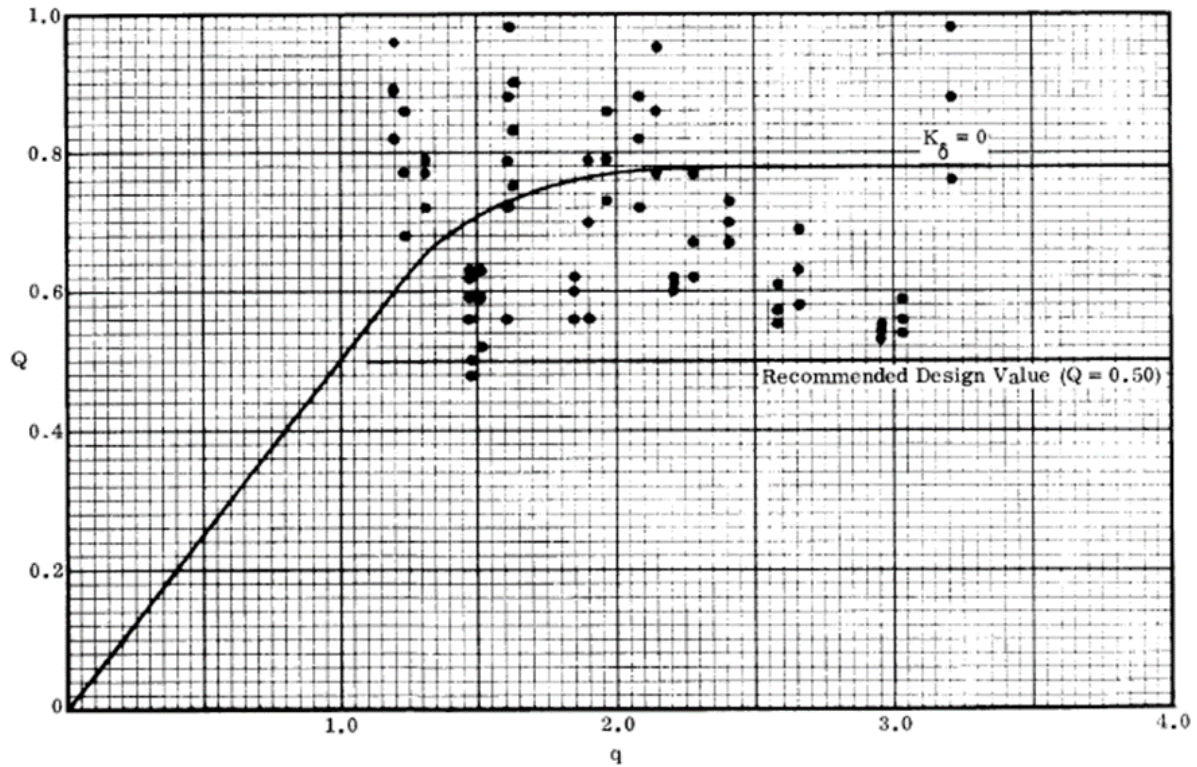


Figure 17 : comparaison entre la théorie "classique" et des résultats d'essais (Sullins et al., 1969). Données d'essais (Norris et al., 1961)

(Norris et al., 1961) propose de rendre Q dépendant de l'amplitude initiale du défaut des peaux cependant compliqué à mesurer/estimer. Le diagramme ci-dessous (Figure 18) le démontre, où la courbe la plus haute correspond à une configuration parfaite et les courbes du dessous correspondent à une amplitude de défaut croissante k . Ce travail est repris par le Military Handbook sur les structures sandwich (Military Handbook MIL-HDBK-23, n.d.).

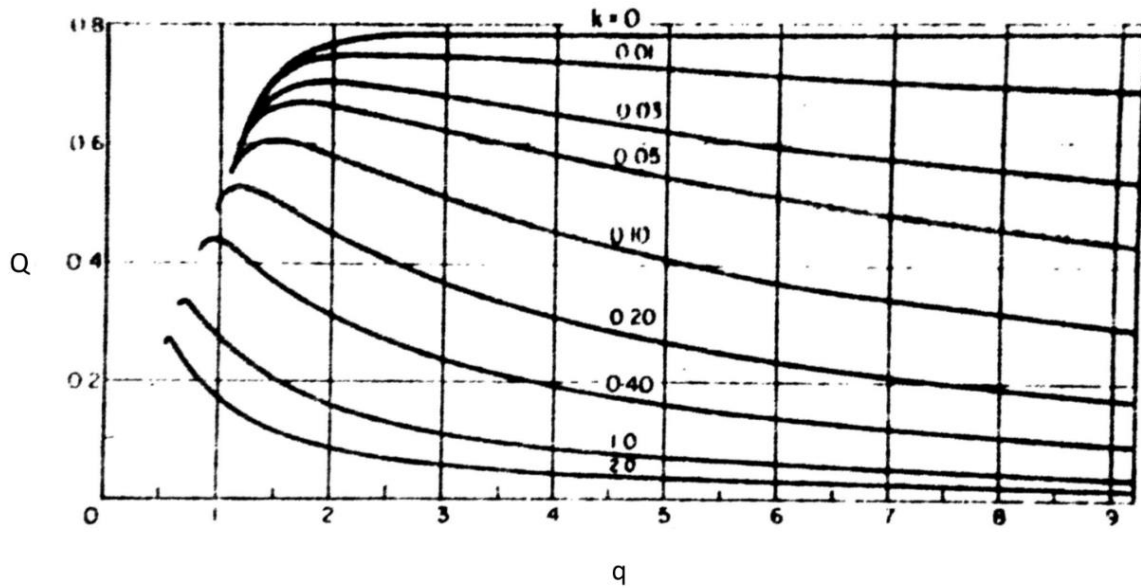


Figure 18 : influence sur le facteur Q en fonction de la configuration du sandwich et de l'amplitude des défauts initiaux. (Norris et al., 1961)

1.2.4.3 Cas des plaques

1.2.4.3.1 Analogie pour les plaques et anisotropie.

Les modèles présentés précédemment ont tous une approche poutre bi-dimensionnelle dans le plan XZ avec les peaux et l’âme isotropes. Des ajouts simples à la formule « classique » peuvent être faits pour les cas des plaques et peaux anisotropes.

Si l’on fait l’analogie du modèle poutre, pour le cas des plaques (largeur b non-négligeable) en sollicitation uniaxiale, l'hypothèse de déformation plane peut être utilisée. Pour passer de l'hypothèse de contrainte plane à l'hypothèse de déformation plane, le module d'Young et le rapport de Poisson sont modifiés de la manière suivante :

$$E \rightarrow \frac{E}{1 - \nu^2} \text{ et } \nu \rightarrow \frac{\nu}{1 - \nu}$$

Si les peaux sont anisotropes, non homogènes dans l’épaisseur comme c’est le cas de peaux stratifiées composites, l’utilisation du module de flexion $E_{flexion}$ dans le sens de l’effort est recommandée (Fagerberg, 2003). La rigidité en flexion du stratifié est définie comme suit :

$$E_{flexion} = \frac{12}{D_{11}^* t_s^3}$$

Les coefficients de Poisson orthotropes en flexion sont définis comme suit :

$$\nu_{flexion\ xy} = -\frac{D_{12}^*}{D_{11}^*} \text{ et } \nu_{flexion\ yx} = -\frac{D_{12}^*}{D_{22}^*}$$

Avec D^* la matrice inverse de la matrice de rigidité en flexion du stratifié.

Cependant, ces « ajouts » restent basiques pour la modélisation de l’orthotropie. Des modèles spécifiques plus robustes ont été développés dans ce sens.

1.2.4.3.2 Modèles orthotropes

Par rapport aux modèles poutre, l’approche reste globalement la même, mais ces modèles étendent leur formulation aux matériaux anisotropes et par conséquent à l’étude des plaques. Il faut comprendre que dans le cas d’un sandwich isotrope (peaux et âme), le modèle de déformation de l’instabilité locale est une onde sinusoïdale unique dans la direction de la charge de compression principale. Ainsi, un modèle poutre peut convenir. Cependant, dans le cas des plaques orthotropes, on suppose que le modèle de déformation de l’instabilité locale est également représenté par une onde sinusoïdale, mais son orientation ne coïncide généralement pas avec la direction de la contrainte de compression principale, ceci est dû à l’influence de l’orthotropie. Un modèle plaque est alors nécessaire pour mener à bien la modélisation dans le plan XY.

1.2.4.3.2.1 Peaux orthotropes

Avec l’arrivée massive des composites dans les années 70, des études avancées ont été faites afin de modéliser des peaux orthotropes. L’un des travaux régulièrement cités dans ce sens est celui de (Pearce & Webber, 1972). Ces auteurs proposent une expression de la charge critique en wrinkling dans un mode symétrique avec les composantes de rigidités propres à la théorie des stratifiés. La charge critique au flambement est trouvée par résolution des équations d’équilibre. La formule ne s’applique que dans le cas d’un stratifié équilibré possédant la symétrie miroir, sans couplage membrane/flexion.

$$N_{xwr} = \frac{2\pi^2}{L^2} \left[(D_{11})_f m^2 + 2((D_{12})_f + 2(D_{33})_f) \left(\frac{L}{b}\right)^2 + \frac{(D_{22})_f}{m^2} \left(\frac{L}{b}\right)^4 \right] + \frac{4E_c L^2}{m^2 \pi^2 t_c}$$

L’effort critique N_{xwr} (Flux en N/mm) est trouvé par minimisation du nombre de demi-longueurs d’ondes m dans la poutre. On remarque que le premier terme correspond au flambement de la peau et le second à la fondation élastique (âme) qui stocke l’énergie en déformation dans le sens z . Cependant, le terme dépendant de la rigidité de cisaillement de l’âme n’est pas présent. On s’attend donc à ce que l’équation ne soit pas aussi précise lorsque le cisaillement de l’âme est important.

(Vonach & Rammerstorfer, 2000) ont étudié la réponse au wrinkling d’un sandwich avec des peaux orthotropes. La formulation de la déformée est exprimée en 3 dimensions en se basant sur un changement de repère propre aux axes d’orthotropie. Ce modèle n’est applicable qu’aux âmes de grande épaisseur puisqu’aucune forme d’interaction des peaux n’est prise en compte. La précision des résultats semble assez bonne avec une orientation des longueurs d’onde qui ne coïncide pas avec la direction du chargement. Un modèle numérique éléments finis est construit pour la validation du modèle analytique.

(Fagerberg & Zenkert, 2005a) proposent une méthode originale d’estimation du comportement au wrinkling d’un sandwich à peaux anisotropes. Intitulée « strip theory model », cette méthode consiste à calculer la charge critique au wrinkling en divisant théoriquement les peaux en fines bandes, une dans chaque direction φ . Pour chaque bande, la charge critique au wrinkling est calculée selon un modèle poutre dans son repère local (Figure 19). La méthode est basée sur l’hypothèse que le wrinkling se produit lorsque le ratio de la charge critique au flambement dans la bande $P_{cr,\varphi}$ par rapport à la charge appliquée P_φ dans la bande atteint un minimum.

$$P_{wr} = \min \frac{P_{cr,\varphi}}{P_\varphi} \text{ pour tout angle } \varphi$$

Cette méthode permet aussi de calculer l’angle entre la charge appliquée et l’onde de flambement α . La méthode donne de bons résultats pour un chargement uniaxial. Elle est aussi testée pour un chargement biaxial, mais les résultats ne sont cohérents que si le chargement « secondaire »

est au-dessus de 70 % du chargement « primaire ». Les auteurs préconisent tout de même d’utiliser un facteur de sécurité.

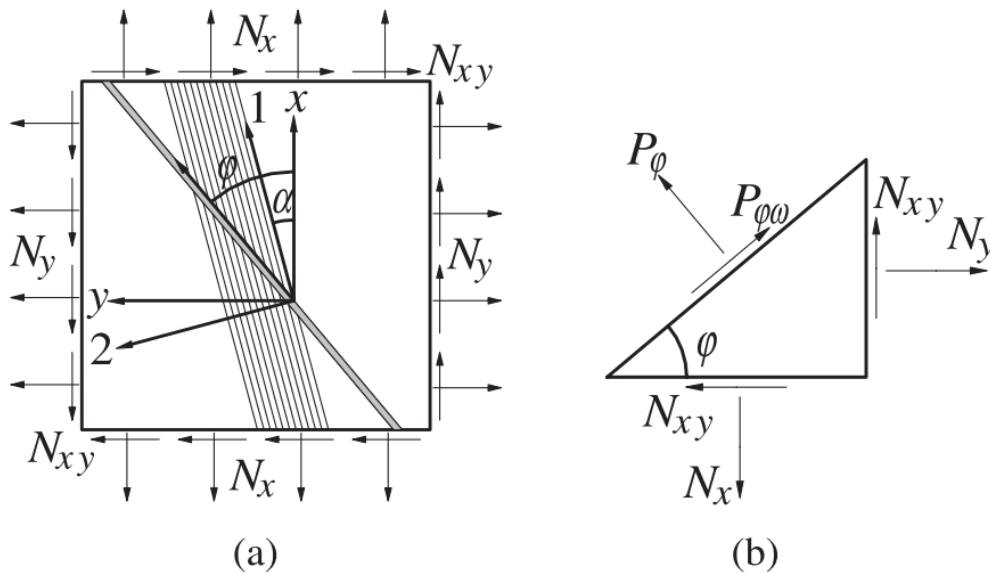


Figure 19 : méthode STRIP THEORY proposée par (Fagerberg & Zenkert, 2005a). (a) Plaque sandwich anisotrope soumise à une charge biaxiale. La ligne grisée symbolise la bande mince à l'angle ϕ où la charge de flambement est évaluée. (b) Définition de la charge.

Enfin, on peut noter le travail de (Aiello & Ombres, 1997), qui ont étudié l’influence de la séquence de drapage sur la charge critique au flambement et notamment sur des peaux stratifiées asymétriques. Il apparaît que la séquence de drapage exerce une influence plutôt relative sur la charge critique au flambement par rapport aux caractéristiques de l’âme. Néanmoins, la charge de flambement maximale est, en général, atteinte pour un angle de laminage des couches extérieures égal à 0° ou 90° .

1.2.4.3.2.2 Ames orthotropes

L’apparition d’âmes en nid d’abeille dans les structures sandwichs dont la particularité est d’être fortement anisotrope dans le plan, a poussé les chercheurs à développer une formulation anisotrope de l’âme. (Starlinger, 1990) a développé un modèle caractérisé par un paramètre qui exprime l’orthotropie de l’âme dans l’équation d’équilibre de la peau. Ce paramètre, par l’intermédiaire d’une contrainte sur la surface de la peau interagit sur le déplacement hors plan à l’interface peau/âme. La recherche de la charge critique de wrinkling, à partir de cette formulation, passe par une minimisation numérique.

Plus récemment (Pozorski et al., 2021) ont proposé une solution analytique au problème d’orthotropie de l’âme. L’âme et les peaux sont homogènes. L’âme a l’un de ses axes orthotropie coïncidant avec la direction de la compression. Le modèle obtenu est une extension de la formulation d’Allen. L’ajout de l’orthotropie mène à la résolution d’une équation différentielle qui sous certains ratios d’orthotropie donne des racines complexes. La solution a donc des conditions d’existence, qui selon les auteurs, sont en principe satisfaites pour une large gamme de paramètres matériaux.

Cependant, la gestion de l’orthotropie reste, pour une résolution analytique, délicate et empreinte d’hypothèses. Les théories d’ordre supérieur (voir section 1.2.6) permettent d’être plus rigoureux et sont plus présentes dans la littérature pour étudier cette problématique. Néanmoins la résolution de telles approche de fait par une résolution numérique.

I.2.4.3.3 Sandwich sollicité en cisaillement

Le flambement local d'une structure sandwich peut également se produire sous l'effet d'une charge de cisaillement. (Kassapoglou, 2010) dans son livre de conception de structures composite présente l'approche suivante : le cisaillement pur est dans les axes principaux à 45° une compression dans un sens et en tension dans l'autre. La partie de compression provoque le wrinkling des peaux du sandwich (Figure 20). L'effort critique au wrinkling sous cisaillement peut être estimé par l'analyse du sandwich dans la direction de la compression à 45° en négligeant la charge de tension. L'approche est conservative, car en situation de charge biaxiale avec compression et tension, la charge de tension tend à stabiliser la structure. La formulation « classique » pour le wrinkling sous compression peut être utilisée sous cette hypothèse, à condition d'un changement de repère pour le calcul des caractéristiques matériaux.

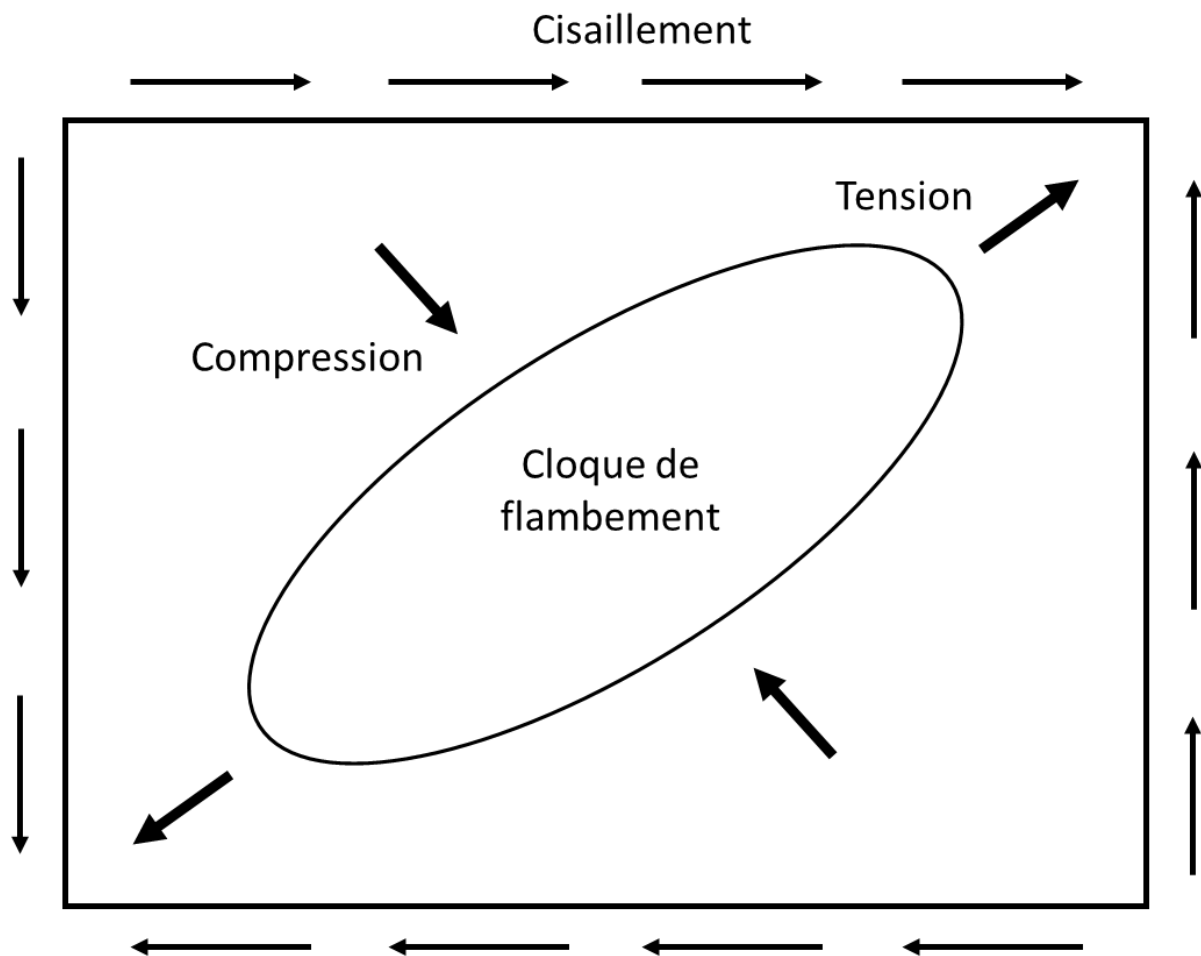


Figure 20 : flambement d'une plaque sous un chargement en cisaillement. L'orientation de la cloque est perpendiculaire à la composante de compression.

I.2.4.3.4 Sandwich sous effort combiné

Dans de nombreuses applications, les panneaux sandwich peuvent être soumis à des charges combinées. Le problème de la stabilité des plaques sandwich dans ce cadre se pose. Des approximations simples sont d'abord proposées. (Plantema, 1966) préconise une analyse conservative en prenant en compte dans le calcul seulement la résultante de compression la plus importante.

(Ley et al., 1999) dans le cas de deux contraintes principales compressives, reprennent l'approche d'un critère à partir des admissibles au wrinkling dans les directions principales (Sullins et al., 1969).

$$\left(\frac{\sigma_1}{sw_1}\right)^3 + \frac{\sigma_2}{sw_2} = 1 \quad \text{pour } \sigma_1 < \sigma_2 < 0$$

Plus tard (Birman & Bert, 2004), sur des sandwichs avec peaux composites ou isotropes et une âme isotrope en compression biaxiale, proposent 2 hypothèses sur la forme des ondes de wrinkling :

- La première hypothèse suppose une onde de largeur importante qui peut être inclinée par rapport à la direction de la charge et donc définie par l’ajout d’un repère local (Figure 21).

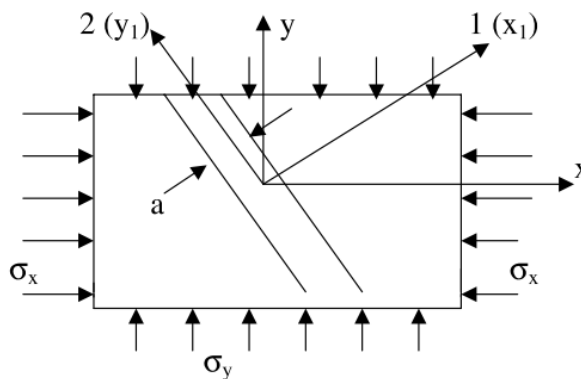


Figure 21 : hypothèse 1 de la formulation des ondes de wrinkling proposée par (Birman & Bert, 2004). Deux repères sont définis, celui global du panneau sandwich (y-x) celui local de la cloque de flambement (y1-x1).

- La deuxième hypothèse suppose une déformation rectangulaire orientée dans le sens de la charge (Figure 22).

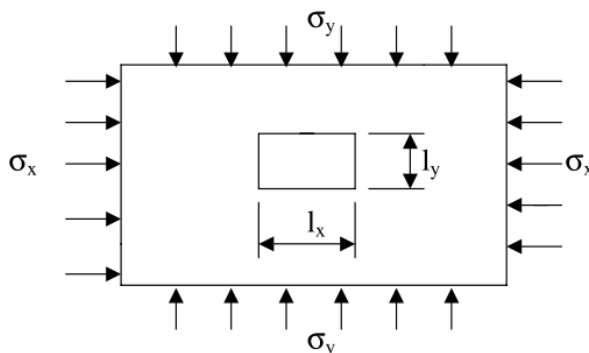


Figure 22 : hypothèse 2 de la formulation des ondes de wrinkling proposée par (Birman & Bert, 2004). Cloque de flambement rectangulaire.

Sur la base de la formulation « Winkler », de celle de (Hoff & Mautner, 1945) et de celle de (Plantema, 1966), les auteurs concluent : l’hypothèse 1 est le mode d’instabilité dominant pour les revêtements composites. Dans le cas des peaux isotropes et équilibrées, les modes de l’hypothèse 1 et 2 sont produits au même niveau de contraintes appliquées. Si la contrainte dans l’une des directions domine, l’onde est perpendiculaire à cette contrainte.

(Kassapoglou, 2013) propose en résumé des études présentées ci-dessus, un formulaire définissant les charges critiques au wrinkling sous des chargements combinés (Figure 23).

Table 10.3 Interaction curves for sandwich wrinkling under combined loads

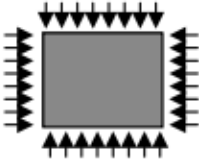
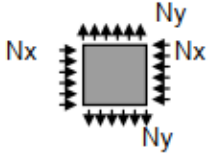
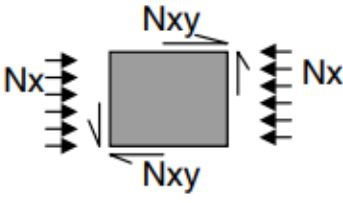
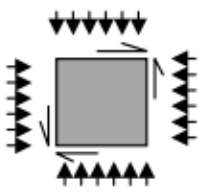
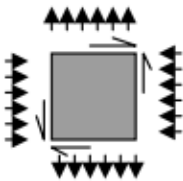
Case	Loading	Design equation
Biaxial compression		$N_x = \frac{N_{xwr}}{\left(1 + \left(\frac{N_y}{N_x}\right)^3\right)^{1/3}}$
Compression in x direction and tension in y direction		$N_x = N_{xwr}$
Combined compression and shear		$R_c + R_s^2 = 1$
Biaxial compression and shear		$R_c + R_s^2 = 1$ $R_c = N_x/N_{xwr}$ $R_s = N_{xy}/N_{xywr}$ N_{xwr} is wrinkling load in major core direction when biaxial compression acts alone (1 st case in this table)
Compression in x direction, tension in y direction, and shear		$R_c + R_s^2 = 1$ $R_c = N_x/N_{xwr}$ $R_s = N_{xy}/N_{xywr}$ N_{xwr} is wrinkling load in x direction when compression acts alone.

Figure 23 : formulaire pour l'effort critique au wrinkling dans le cas de chargements combinés (Kassapoglou, 2010).

1.2.5 Formulations couplées

Les approches discutées jusqu'à présent consistent à proposer des modèles pour un mode de flambement distinct. L'étude du flambement global et local avec leurs différents modes, est réalisée de manière découplée. Le mode de flambement global d'une poutre sandwich est étudié grâce à une poutre homogène équivalente dans laquelle les effets de cisaillement transversal doivent être pris en compte. Les formes locales sont généralement formulées par une poutre (peau) reposant sur une fondation élastique (âme), capable de modéliser les rigidités normales et de cisaillement hors plan du matériau de l'âme. On se retrouve alors avec une multitude de modèles qui restent dépendants au ratio épaisseur peau/âme et au mode de flambement (symétrique, ou asymétrique, ou simple). Dans un souci d'optimisation de design, des auteurs proposent des approches de modélisation capables de décrire les différents phénomènes présents à l'échelle globale et locale. Ces modèles permettent une optimisation des structures sandwich qui conduit à des configurations où les modes de flambement aux 2 échelles apparaîtront à presque la même charge critique. Nous verrons que de telles

configurations présentent un comportement instable en post-flambement résultant de la combinaison d'un mode global et d'un mode local. Des modèles non-linéaires sont développés (Léotoing et al., 2002c) afin d'étudier le comportement en post-flambement utile pour comprendre les interactions potentielles des instabilités à ces deux échelles.

I.2.5.1 Premières études

Les premières notions sont données très tôt (Williams et al., 1941) puis repris par (Allen, 1969b). L'ajout des déplacements longitudinaux initiaux dans les peaux (ce n'est pas le cas pour les théories classiques du wrinkling) permet d'exprimer l'instabilité globale comme un cas particulier du problème et d'étudier l'influence d'une courbure générale sur la valeur de la charge de wrinkling. (Benson & Mayers, 1967) proposent un modèle dit « unifié », où le flambement aux deux échelles peut être caractérisé. L'analyse porte sur les modes asymétriques et symétriques de wrinkling, et le flambement global devient un cas particulier de wrinkling asymétrique quand la demi-longueur d'onde est égale à la longueur de la poutre. Afin d'assurer la continuité des déplacements à l'interface peau-âme pour chaque mode de flambement un multiplicateur de Lagrange est introduit, la résolution du problème devient numérique. (Hadi & Matthews, 2000) ont repris cette théorie pour l'étendre aux sandwichs anisotropes, et asymétriques, où les peaux du sandwich n'ont pas la même épaisseur.

(Hunt et al., 1988) proposent une approche que l'on pourrait appeler flambement « interactif ». Les auteurs partent du principe que le premier mode de flambement d'une structure sandwich est global, suivi de très près par l'apparition d'un deuxième mode composé de la superposition du mode global et des 2 modes locaux (symétrique et asymétrique). Pour cela, ils ont développé une approche énergétique où l'énergie potentielle totale est exprimée en fonction de la charge appliquée, du déplacement global du sandwich et des déplacements locaux des peaux. Une minimisation numérique de l'énergie permet d'exprimer la charge appliquée en fonction des déplacements. On constate alors deux points de bifurcation, le premier correspondant au flambement global de la structure, puis le suivant aboutit à un mode instable (sous-critique) qui est la combinaison des modes locaux avec le mode global (Figure 24). Les auteurs insistent sur la nature instable de la combinaison des modes alors que, pris indépendamment, ils peuvent s'avérer stables.

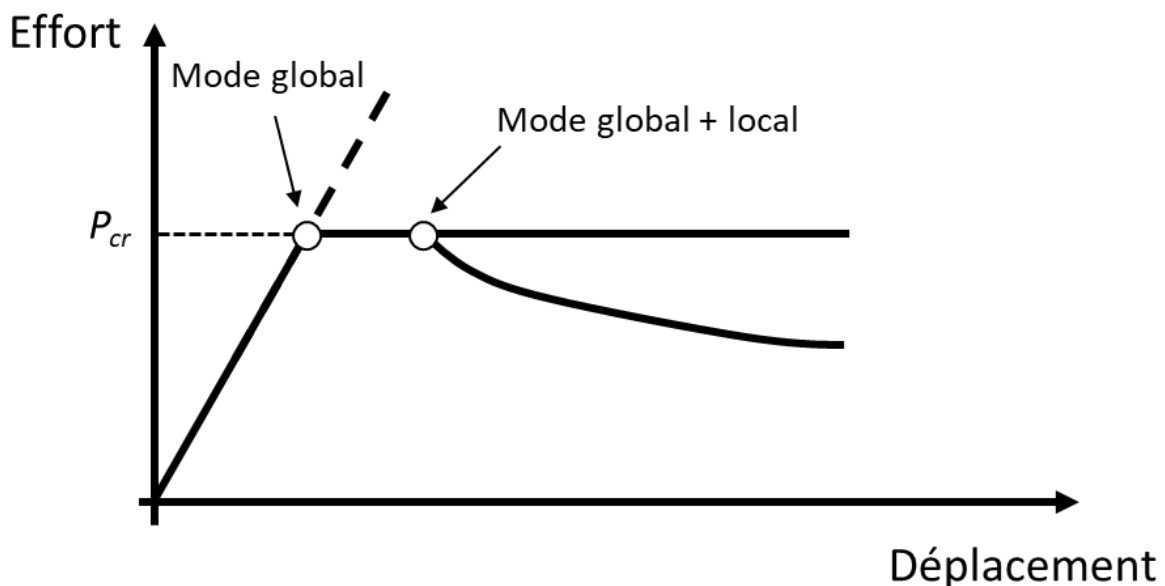


Figure 24 : diagrammes de l'effort appliqué en fonction des déplacements sur une poutre sandwich où 2 points de bifurcation sont observés.

I.2.5.2 Etudes récentes

I.2.5.2.1 Travaux de Niu et Talreja

(Niu & Talreja, 1999) proposent une expression unique des 3 modes de wrinkling (simple sur une peau, symétrique, asymétrique). L'expression dépend d'un paramètre η , défini pour spécifier les trois modes : $\eta = 0$ pour le flambement d'une seule peau, $\eta = 1$ pour le mode asymétrique, et $\eta = -1$ pour le mode symétrique. Le modèle se base sur l'utilisation d'une fonction d'Airy sous forme d'une série de Fourier. La complexité de la formulation mathématique donne une expression analytique complexe.

$$\begin{aligned} \frac{P_{cr}}{2t_s b} = & (1 + \eta) E_c \frac{-4 + \omega^2 [t_s^2 + 2t_s t_c (1 + \nu_c)] + [4 + (\omega t_s)^2] \cosh(\omega t_c)}{4\omega t_s (1 + \nu_c) [\omega t_s (1 + \nu_c) + (3 - \nu_c) \sinh(\omega t_c)]} \\ & + (1 + \eta) E_c \frac{2\omega t_s (1 - \nu_c) \sinh(\omega t_c)}{4\omega t_s (1 + \nu_c) [\omega t_c (1 + \nu_c) + (3 - \nu_c) \sinh(\omega t_c)]} \\ & + (1 - \eta) E_c \frac{-4 + \omega^2 [t_s^2 + 2t_s t_c (1 + \nu_c)] + [4 + (\omega t_s)^2] \cosh(\omega t_c)}{4\omega t_s (1 + \nu_c) [\omega t_c (1 + \nu_c) + (3 - \nu_c) \sinh(\omega t_c)]} \\ & + (1 - \eta) E_c \frac{-2\omega t_p (1 - \nu_a) \sinh(\omega t_a)}{4\omega t_s (1 + \nu_c) [\omega t_c (1 + \nu_c) + (3 - \nu_c) \sinh(\omega t_c)]} + \frac{(\omega t_s)^2}{12} E_s \end{aligned}$$

Avec $\omega = \frac{n\pi}{L}$ où L est longueur de la poutre; n le nombre de demi longueur d'onde

Une minimisation par ω est nécessaire pour trouver la charge critique et dans le cas de grandes longueurs d'onde, le wrinkling asymétrique s'avère être du « shear crimping » et donc on a bien ici à faire à une formulation couplée.

(Niu & Talreja, 1999) développent des formules plus simples sans minimisation par ω mais approchées, basées sur des approximations en fonction de la longueur d'onde des cloques de flambement. Ils constatent que pour le cas des longueurs d'onde courtes les différences entre les charges critiques au wrinkling pour les trois modes sont extrêmement faibles, même si le mode asymétrique reste toujours le plus faible. Enfin, les auteurs mettent l'accent sur l'influence de la contrainte de cisaillement répartie le long de l'interface peau/âme et montrent que l'effet sur la contrainte de wrinkling peut être important lorsqu'il s'agit d'âmes isotropes aux caractéristiques mécaniques importantes.

I.2.5.2.2 Travaux de Léotoing

(Léotoing et al., 2002a) proposent un modèle poutre isotrope où les peaux sont modélisées par la formulation Euler-Bernoulli et l'interface peaux/âme est parfaite avec une distribution linéaire du cisaillement transverse. L'hypothèse « anti-plane core », qui ne tient pas compte de la capacité de charge de l'âme dans le plan, est utilisée. Les auteurs expriment le champ de déplacement dans l'âme par une théorie d'ordre supérieur (Lo et al., 1977). Le modèle est basé sur une approche énergétique avec l'utilisation du principe des travaux virtuels pour déterminer les équations d'équilibre. Par linéarisation des équations d'équilibre déduites de l'utilisation du tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff du second ordre, les auteurs aboutissent à un problème aux valeurs propres et les charges critiques sont extraites par calcul des valeurs propres. On retrouve le principe utilisé par (Benson & Mayers, 1967) où deux valeurs propres correspondent respectivement, à un mode propre asymétrique et à un mode propre symétrique. Les deux valeurs propres donnent les trois modes de flambement : global, local symétrique, local asymétrique. Une minimisation par ω est nécessaire pour trouver la charge critique et le mode global est caractérisé par un mode asymétrique où le nombre de demi-longueurs d'onde de flambement est 1.

$$P_{cr\ asym} = \frac{\omega^2 E_s t_s b}{6} \left(t_s^2 + \frac{72 G_c E_c (t_c + t_s)^2}{\omega^4 E_s G_c t_s t_c^3 + 12 \omega^2 E_s E_c t_s t_c + 24 E_c G_c} \right)$$

$$P_{cr\ sym} = \frac{\omega^2 E_s t_s^3 b}{6} + \frac{4 E_c b}{\omega^2 t_c} + \frac{G_c t_c b}{3}$$

Avec $\omega = \frac{n\pi}{L}$ où L est longueur de la poutre; n le nombre de demi longueur d'onde

Un modèle numérique est créé (voir section I.2.7) pour valider le modèle analytique et de bonnes corrélations sont observées pour les trois types d’instabilités. Néanmoins, des erreurs sont observées, liées à une distribution trop simpliste de la contrainte de cisaillement dans l’épaisseur de l’âme. Ce qui montre qu’une évaluation correcte de la contrainte de cisaillement transversal est nécessaire pour bien représenter le comportement mécanique d’instabilité, surtout pour des longueurs d’ondes courtes.

I.2.5.2.3 Travaux de Douville et Le Grogneq

Dans la lignée de Léotoing, (Douville & Le Grogneq, 2013) partent d’un modèle similaire : poutre isotrope 2D avec modèle Euler-Bernoulli (sans cisaillement transverse) pour les peaux et l’âme caractérisée par une théorie d’ordre supérieur. L’innovation réside dans la rigueur de la résolution. Le calcul des déplacements critiques et des modes de bifurcation associés sont dérivés d’un cadre 3D. La théorie est développée à partir d’une formulation lagrangienne totale où les différents composants du modèle sont initialement considérés comme des corps 3D. Cependant, la solution analytique se fait en simplifiant le problème 3D dans le plan (hypothèse en contraintes planes) avec une âme isotrope. Là aussi, ils obtiennent deux expressions pour les modes symétrique et asymétrique. La charge critique est obtenue par minimisation du nombre n de demi-longueurs d’onde dans la poutre. Le mode global est caractérisé par un mode asymétrique où le nombre de demi-longueurs d’onde de flambement est 1.

$$P_{cr\ asym} \times \frac{L}{2t_s b E_s} = \frac{4E_s E_c n \pi L^2 t_s (4n^2 \pi^2 t_s^2 + 3L^2) \cosh^2(\omega t_c) + (3E_c^2 L^5 + 12E_s E_c n^2 \pi^{2L^3} t_s^2 (1 - \nu_c) + 4E_s^2 n^4 \pi^4 L t_s^4 (3 + 2\nu_c - \nu_c^2)) \times \cosh(\omega t_c) \sinh(\omega t_c) - 3E_c n \pi L^4 (4E_s t_s + E_c t_c) + 12E_s E_c n^3 \pi^3 L^2 t_s^2 t_c (1 + \nu_c) + 4E_s^2 n^5 \pi^5 t_s^4 t_c (1 + \nu_c)^2}{12E_s n \pi L t_s (E_c L^2 \cosh^2(\omega t_c) + E_s n \pi L t_s (3 + 2\nu_c - \nu_c^2)) \times \cosh(\omega t_c) \sinh(\omega t_c) + E_s n^2 \pi^2 t_s t_c (1 + \nu_c)^2}$$

$$P_{cr\ sym} \times \frac{L}{2t_s b E_s} = \frac{4E_s E_c n \pi L^2 t_s (4n^2 \pi^2 t_s^2 + 3L^2) \cosh^2(\omega t_c) + (3E_c^2 L^5 + 12E_s E_c n^2 \pi^{2L^3} t_s^2 (1 - \nu_c) + 4E_s^2 n^4 \pi^4 L t_s^4 (3 + 2\nu_c - \nu_c^2)) \times \cosh(\omega t_c) \sinh(\omega t_c) + 3E_c^2 n \pi L^4 t_c - 16E_s E_c n^3 \pi^3 L^2 t_s^3 - 12E_s E_c n^3 \pi^3 L^2 t_s^2 t_c (1 + \nu_c) - 4E_s^2 n^5 \pi^5 t_s^4 t_c (1 + \nu_c)^2}{12E_s n \pi L t_s (E_c L^2 \cosh^2(\omega t_c) + E_s n \pi L t_s (3 + 2\nu_c - \nu_c^2)) \times \cosh(\omega t_c) \sinh(\omega t_c) - E_c L^2 - E_s n^2 \pi^2 t_s t_c (1 + \nu_c)^2}$$

Avec $\omega = \frac{n\pi}{L}$ où L est longueur de la poutre; n le nombre de demi longueur d'onde

Un modèle éléments finis est créé pour valider le modèle analytique où une corrélation très bonne est observée (moins de 2% d’erreur avec les résultats EF).

I.2.5.2.4 Courbes de stabilité

Cette section propose une comparaison de l’effort critique au flambement en fonction de la longueur d’onde rapportée à l’épaisseur de l’âme pour les modèles de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing

et al., 2002a), (Douville & Le Grogneq, 2013) (Figure 25). La comparaison porte sur le mode de flambement local asymétrique car l’instabilité locale est dominante dans les sandwichs à âme isotrope (Niu & Talreja, 1999). De plus, la même formulation permet d’appréhender le flambement local et global. Plusieurs ratios épaisseur âme/épaisseur peau t_c/t_s sont étudiés. Pour les trois modèles, on observe deux zones distinctes. Avec l’augmentation de la demi-longueur d’onde, une bifurcation est notée montrant le passage du mode local à un mode global. Le minimum de la fonction détermine le mode prédominant. Un ratio t_c/t_s élevé favorise le mode local, alors qu’avec un ratio t_c/t_s faible, le mode global sera prédominant.

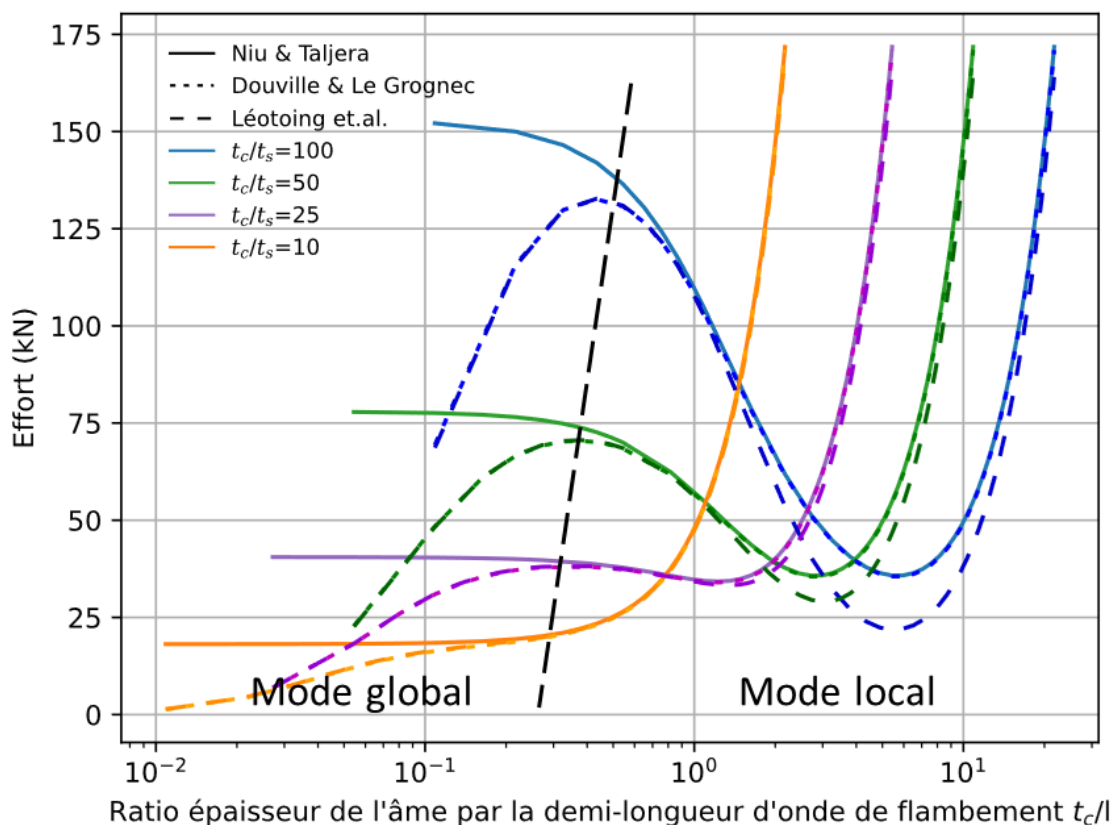


Figure 25 : courbe de stabilité du mode asymétrique en fonction de la longueur d’onde rapporté à l’épaisseur de l’âme. $L=460\text{mm}$; $b=60\text{mm}$; $E_s=7000\text{ Mpa}$; $E_c=100\text{ Mpa}$; $\nu_c=0$ (âme isotrope).

Entre les modèles de (Niu & Talreja, 1999) et (Douville & Le Grogneq, 2013), les courbes sont similaires dans la zone « mode local ». Lorsque la longueur d’onde augmente, les deux modèles divergent sur un mode global de nature différente. Le modèle de (Douville & Le Grogneq, 2013), montre une bifurcation qui correspond à un passage au mode global de type « Euler ». Le modèle de (Niu & Talreja, 1999) montre plutôt un plateau, cela correspond à un passage au mode global de type « shear crimping », la formulation asymétrique devient identique à la formulation d’(Allen, 1969b) pour le « shear crimping ». On notera que la minimisation pour ces deux formulations peut donner des résultats sensiblement différents pour certaines configurations où les modes critiques ne sont pas les mêmes. À l’image de la configuration $t_c/t_s = 50$ où la minimisation de la formulation de Douville démontre du flambement global et celle de Niu du flambement local. Pour le cas étudié isotrope, le mode global type « Euler » est toujours plus critique que le mode global « shear crimping ».

Contrairement à Niu, et comme Douville, la formulation de Léotoing conduit, lorsque la longueur d’onde augmente, à un mode global de type « Euler ». Dans la zone locale, la formulation de Léotoing démontre un chargement critique conservateur par rapport à la formulation de Douville pouvant aller à plus de 30% pour la configuration avec des peaux fines par rapport à l’âme ($t_c/t_s = 50$). Léotoing explique cette différence par une distribution linéaire trop simpliste de la contrainte de cisaillement dans l’épaisseur de l’âme.

1.2.6 Théories d’ordres supérieurs.

Les approches analytiques ont un champ d’application restreint en raison des nombreuses hypothèses nécessaires pour rendre le problème traitable par une formulation analytique. C’est le cas de Douville et Le Grogneq, partant d’une formulation exacte 3D, la solution analytique se fait en simplifiant le problème dans le plan et par isotropie. D’autres auteurs ont choisi d’être moins restrictifs en utilisant des théories d’ordres supérieurs au prix d’une plus grande complexité de la résolution numérique.

(Carrera, 2003), (Carrera & Brischetto, 2009) ont fait un important travail d’analyse de la littérature sur les différents modèles cinématiques pour les plaques multicouches. Il en retourne une notation matricielle compacte « Carrera Unified Formulation (C.U.F.) », où différents modèles cinématiques sont formulés avec leurs équations correspondantes dans un seul programme éléments finis. L’ordre des fonctions polynomiales exprimant les champs de déplacement dans l’épaisseur de la plaque peut-être choisi librement en fonction de la précision voulue. Cette formulation a été généralisée en « Generalized Unified Formulation (G.U.F.) » par les travaux de (Demasi, 2008), (Demasi, 2009) où, cette fois ci, différents ordres peuvent être introduits pour l’approximation de différentes variables (U_x, U_y, U_z par exemple). Ce cadre a été utilisé par (D’Ottavio & Polit, 2015) pour fournir un modèle numérique de flambement sur structure sandwich. La G.U.F. est utilisé avec une approche « Layer-wise » appelée S.G.U.F. pour « Sublaminar General Unified Formulation » (D’Ottavio, 2016). Elle permet d’introduire des modèles dédiés pour les peaux et l’âme, ajustant le degré de précision voulue à chaque couche (D’Ottavio et al., 2016). Dans (D’Ottavio & Polit, 2015), trois couches distinctes représentant les deux peaux et l’âme sont utilisées. Une solution de Navier est adoptée. Les équations d’équilibre dans un cadre 2D sont résolues par un problème aux valeurs propres. Un modèle éléments finis est utilisé pour la validation du modèle et la corrélation est excellente (moins de 0.05 % d’erreur). Les auteurs proposent une étude sur l’orthotropie hors plan dans l’âme. Ils démontrent qu’avec l’utilisation d’âme fortement orthotrope, avec une rigidité axiale très faible (typique des structures en nid d’abeille), le mode symétrique est prépondérant par rapport au mode asymétrique. Lorsque le rapport d’orthotropie $X = E_x/E_z$ diminue, la déformation axiale de l’âme est telle que la contribution de l’énergie de cisaillement au flambement devient négligeable pour le mode symétrique, alors que pour le mode asymétrique, elle reste d’environ 10 %. Le mode symétrique est alors prépondérant et l’âme peut subir uniquement des déformations en extension le long de son épaisseur. On comprend alors que le modèle de Winkler (voir section 1.2.4.2.1), qui néglige la déformation en cisaillement transversal de l’âme, permet de bien prédire le mode symétrique, pour des âmes fortement orthotropes. Ce cas particulier arrive cependant qu’avec un ratio très faible de l’ordre de $X = 10^{-4}$, ce qui n’est pas toujours le cas pour certaines configurations d’âme en nid d’abeille (Ginot et al., 2021). Enfin, (Vescovini et al., 2018) étendent la formulation dans le cadre des plaques sandwichs anisotropes soumises à des chargements multiaxiaux résolue par méthode de Ritz. Plusieurs degrés de précision sont utilisés pour l’âme et démontrent le besoin de modèles d’ordre supérieur pour représenter

convenablement les déformations planes et transverses. Les conclusions quant à l’orientation des ondes de flambement par rapport au chargement et à l’orthotropie des peaux vues à la section I.2.4.3 sont retrouvées.

I.2.7 Modélisation par éléments finis

I.2.7.1 Modélisation pour le calcul au flambement local

Les auteurs ont souvent recouru à des modèles éléments finis pour valider leurs modèles analytiques et étudier les phénomènes non-linéaires. Par rapport aux essais difficilement contrôlables du fait de la haute sensibilité aux défauts et aux conditions aux limites (voir section I.3). Le modèle éléments finis est un moyen efficace de valider un modèle analytique, car il est conforme à sa nature : géométrie parfaite, caractéristiques mécaniques et conditions aux limites bien définies. Encore faut-il réaliser un modèle éléments finis cohérent. Des principes généraux sur le maillage éléments finis sont ici listés afin de pouvoir capturer de manière efficace et précise les modes de flambement à différentes échelles.

Une méthode à faible coût de calcul consiste à substituer la structure hétérogène du sandwich par des éléments coques 2D ayant des propriétés équivalentes. La structure sandwich peut être assimilée à une plaque épaisse, et la déformation en cisaillement hors plan peut être importante. Les éléments choisis doivent avoir la capacité de capter au moins partiellement le cisaillement transverse (formulation de Mindlin où le cisaillement transverse est constant). Cependant, les contraintes normales hors plan ne peuvent pas être calculées, de même que les modes de wrinkling. Une autre approche consiste à diviser le panneau sandwich en couches distinctes. Chaque couche est ainsi définie séparément, et les éléments peuvent être associés au comportement mécanique de la couche. Une solution est d’utiliser des éléments de dimension inférieure pour les peaux : si modèle 3D, utilisation d’éléments 2D ; si modèle 2D, utilisation d’éléments 1D. Cette solution « hybride » (Figure 26) a l’avantage, par rapport à l’utilisation d’éléments de même dimension, de ne pas avoir le problème du rapport de forme trop faible des éléments dans les peaux. Respecter un rapport de forme proche de l’unité dans les peaux induirait un nombre important d’éléments dans le modèle et augmenterait le temps de calcul (Leotoing, 2001).

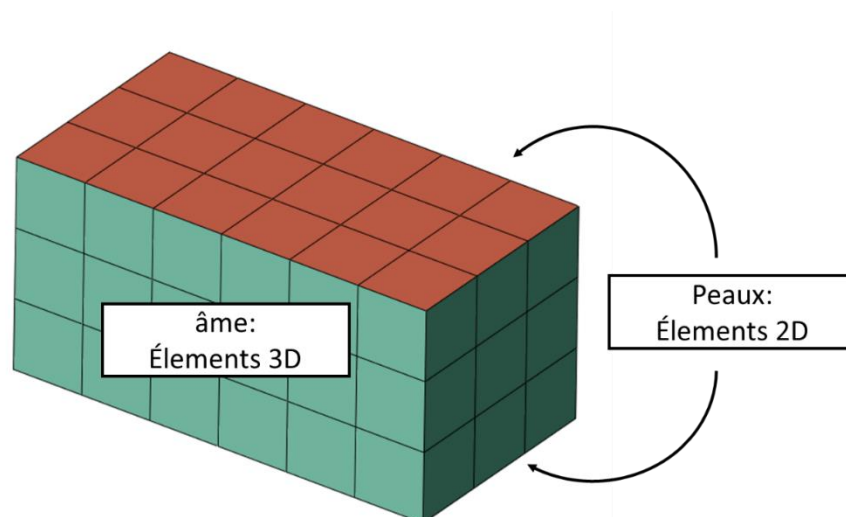


Figure 26 : solution de maillage hybride pour la modélisation de structures sandwichs.

Dans le cas de l’étude des instabilités locales, la taille des éléments doit être suffisamment petite. (Léotoing et al., 2004) ont proposé une étude de convergence qui a montré que les charges critiques de flambement local dépendent de la longueur des éléments utilisés. La charge critique a

tendance à augmenter avec la taille des éléments. Les auteurs recommandent 8 à 10 éléments par longueur d'onde. Enfin, il faut aussi prévoir un nombre suffisant d'éléments dans l'épaisseur du sandwich afin d'avoir une représentation précise des contraintes hors plan dans l'âme.

I.2.7.2 Etudes du post-flambement par l'utilisation de modèles numériques non-linéaires

Les modèles analytiques présentés précédemment reposent sur l'analyse linéaire des structures qui suppose :

- Des petites perturbations, c'est-à-dire de petits déplacements et de petites déformations.
- Des comportements de matériaux linéaires élastiques.
- Des conditions aux limites non-évolutives.

Ces hypothèses permettent de confondre les configurations avant et après le chargement. Cependant, le phénomène de flambement est par définition un phénomène non-linéaire par le passage d'un mode linéaire de petite déformation à un passage avec de grandes déformations donc de non-linéarités géométriques. La définition linéaire du problème étant suffisante pour trouver le point de bifurcation et la charge critique au flambement. Mais pour étudier le post-flambement d'une structure sandwich, une approche non-linéaire est nécessaire et la modélisation doit y être adaptée.

(Léotoing et al., 2002c), à l'aide d'un modèle éléments finis, ont réalisé une étude approfondie du post-flambement, par résolution non-linéaire géométrique. Pour cela, une astuce doit être décrite. Comme vu précédemment section I.1.1, le flambement se définit par un point de bifurcation où il y a non-unicité de la solution ce qui numériquement est complexe à traiter. Pour résoudre numériquement le problème du post flambement, il est nécessaire de le tourner de telle sorte que le point de bifurcation disparaisse et qu'une réponse continue existe (cette notion est reprise section I.2.8.1). Pour cela, les auteurs introduisent dans leur modèle une très petite imperfection géométrique (0.0019 % de la largeur totale du sandwich). Pour la configuration sandwich étudiée, deux points de bifurcation sont observés et la définition du flambement « interactif » (théorisée section I.2.5.1) est confirmée : flambement global (sur-critique) puis global + local (sous-critique). On remarque que les deux modes sont pratiquement au même niveau d'effort (Figure 27).

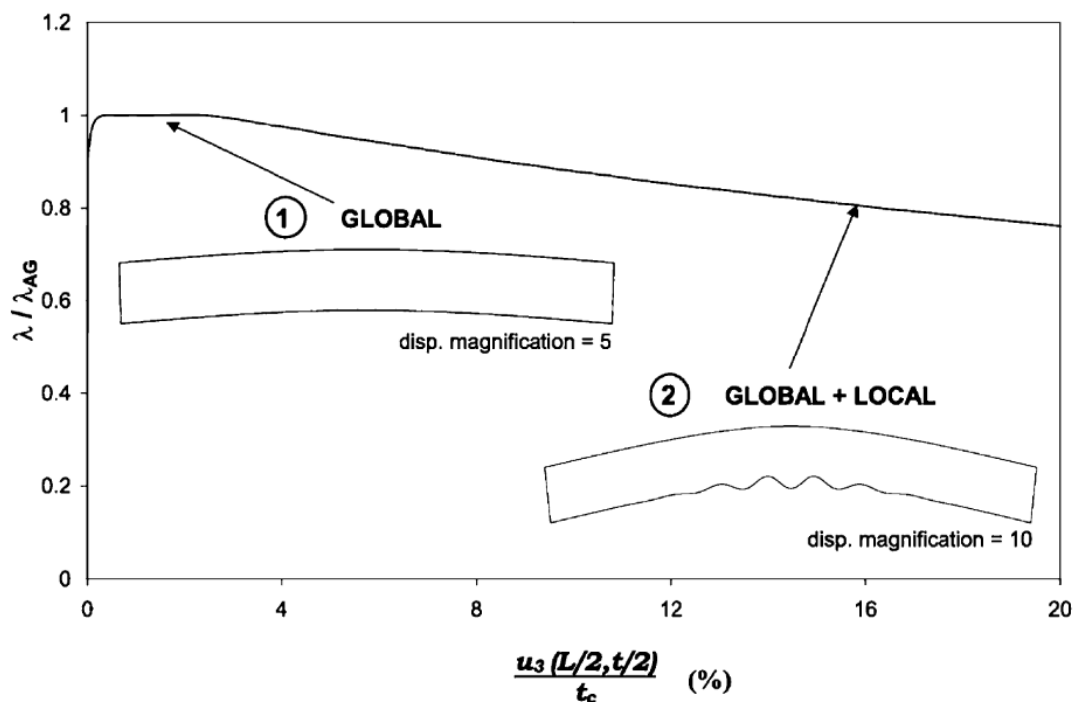


Figure 27 : diagramme effort en fonction du déplacement global adimensionné d'une poutre sandwich. (Léotoing et al., 2002c)

Plus récemment, des études ont porté sur l'élaboration de modèles éléments finis enrichis (Yu et al., 2013), (Yu et al., 2015), (Choe et al., 2018) qui permettent la prise en compte d'une cinématique d'ordre supérieur pour l'âme. La résolution non-linéaire du problème utilise la méthode numérique asymptotique (acronyme anglais : ANM). Le principe de cette méthode est de convertir le système d'équations non-linéaires en des séries polynomiales d'ordre supérieur. C'est une méthode qui s'avère plus efficace que les méthodes itératives classiques, comme la méthode de Newton-Raphson. Le modèle prédit de manière précise les charges critiques ainsi que les branches bifurquées de post-flambement tout en ayant un temps de calcul réduit.

1.2.7.3 Éléments finis couplés aux modèles analytiques

Dans une approche industrielle de conception, des modèles globaux d'éléments finis (acronyme anglais : GFEM) sont utilisés pour le prédimensionnement de grandes structures aéronautiques (ailes, fuselage, etc.). Les GFEM sont réalisés avec de grands éléments coque 2D. Cependant, les contraintes normales hors plan ne peuvent pas être calculées et dans le cas des structures sandwichs et donc les modes de wrinkling ne peuvent donc pas être capturés. Il convient alors d'affiner le modèle en réduisant la taille des éléments et en utilisant un maillage « hybride » (voir section 1.2.7.1). Néanmoins, cela n'est pas possible pratiquement dans un GFEM, le temps de calcul serait trop long pour un cadre industriel.

L'idée générale, est d'associer des critères analytiques de flambement local aux éléments coques du GFEM. Une première approche de ce problème a été publiée par (Starlinger, 1990). Les contraintes de membrane sont calculées dans chaque peau à partir des flux de membrane et flexion de l'élément coque. Ces contraintes sont alors comparées aux charges critiques de flambement local (wrinkling, mais aussi « Face dimpling »). Puis la matrice de rigidité de l'élément coques est modifiée, avec une rigidité nulle dans la direction du wrinkling, si la charge critique est dépassée. Un document technique de la NASA (Zalewski et al., 2012) utilise cette approche avec un outil « sur étagère »

HyperSiser. L’application porte sur des plaques sandwich en peaux carbone et âme en nid d’abeille avec la formulation Winkler.

1.2.8 Gestion de la non-linéarité

1.2.8.1 Résolutions linéaires, une approche erronée ?

Les approches vues dans les chapitres précédents (excepté la modélisation par éléments finis) sont des résolutions linéaires à un problème de stabilité et calculent un point de bifurcation (Figure 28 trait plein). Le calcul de la charge critique est la solution d'un problème aux valeurs propres. Alors que dans la réalité, la structure cède à une charge limite (Figure 28 courbe pointillée). Ces modèles linéaires ne tiennent pas compte des effets des petites perturbations de la configuration initiale, qui peuvent réduire considérablement les charges critiques de flambement. En effet, dans le cas d'imperfections non négligeables et/ou de conditions de chargement hors plan, les déformations hors plan seront importantes et conduiront à un problème non-linéaire, qui déclenche la rupture du matériau, la notion de bifurcation n'existe plus. (Allen, 1969b) puis (Fagerberg & Zenkert, 2005b) résumant bien la problématique. L’approche n’est plus un problème de stabilité mais un problème de résistance. C’est-à-dire que le point de bifurcation n’est pas pris comme critère de rupture. Mais c’est directement la rupture des peaux, de l’âme ou de l’interface peau-âme qui est considérée : la plus faible est alors considérée comme le critère de rupture.

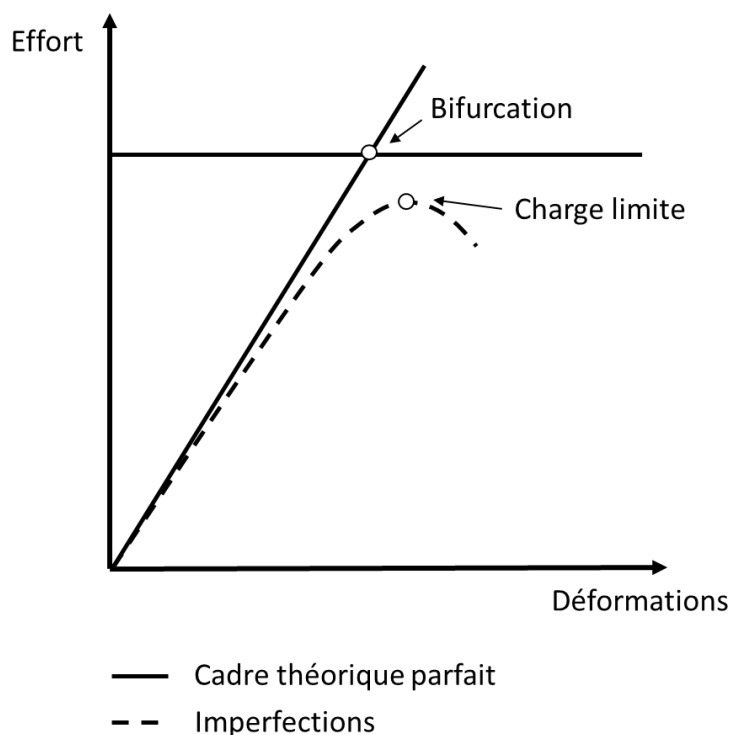


Figure 28 : bifurcation et charge limite. (Fagerberg & Zenkert, 2005b)

1.2.8.2 Défauts initiaux dans les peaux

La sensibilité aux imperfections des structures sandwichs sous chargement en compression a été identifiée très tôt dans la littérature. Rapidement, des travaux ont montré que la grande sensibilité des essais de flambement aux défauts géométriques initiaux entraîne des difficultés de corrélation entre les expériences et les modèles. (Yusuff, 1960) ; (Norris et al., 1961) ; (Rogers, 1964) ; (Kassapoglou et al., 1995) ; (Fagerberg & Zenkert, 2005b) ; (Koissin et al., 2010).

I.2.8.2.1 Modèles analytiques

Certains auteurs ont intégré cet aspect dans des résolutions analytiques. (Kassapoglou et al., 1995) puis (Fagerberg & Zenkert, 2005b), prennent l’hypothèse que les défauts initiaux sont de même nature que les ondes de flambement local et qu’ils deviennent, avec la charge appliquée, des ondes de flambement. La forme initiale du défaut dans la peau du sandwich est décrite comme suit.

$$w_{d\acute{e}f} = W_{d\acute{e}f} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \text{ Avec } W_{d\acute{e}f} \text{ l'amplitude initiale et } l \text{ la longueur initiale du défaut.}$$

En reprenant l’hypothèse des modèles « classiques » de wrinkling où les peaux sont supportées par une fondation élastique, l’évolution des ondes est linéaire et s’exprime en fonction du ratio de charge appliquée P sur la charge critique théorique au wrinkling P_{wr} en configuration parfaite (Yusuff, 1960).

$$w_m = \frac{W_{d\acute{e}f}}{1 - \left(\frac{P}{P_{wr}}\right)} - W_{d\acute{e}f} = W_{d\acute{e}f} \frac{P}{P_{wr} - P} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

L’équilibre d’un sandwich avec défaut peut être tracée dans un diagramme ratio P/P_{wr} en fonction de $W_m = W_{d\acute{e}f} \frac{P}{P_{wr} - P}$ l’amplitude effective de l’onde. Cela pour différentes amplitudes initiales de défaut (Figure 29).

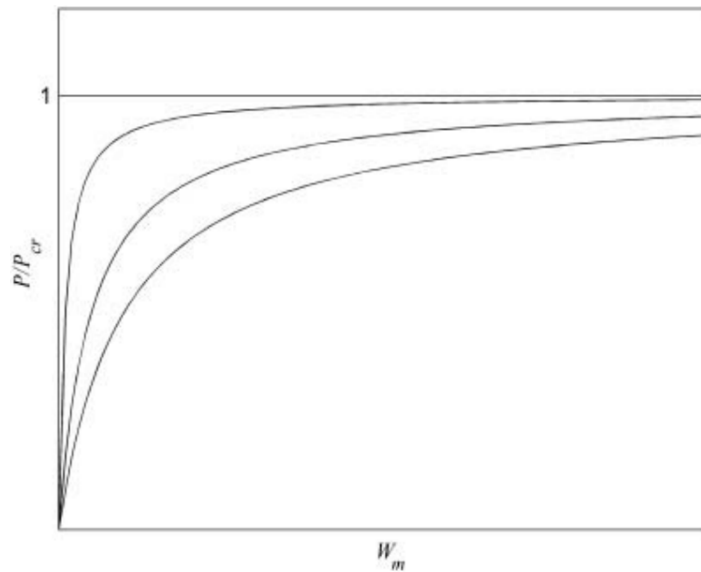


Figure 29 : équilibre d'un sandwich pour différentes amplitudes initiales de défaut. (Fagerberg & Zenkert, 2005b)

Enfin, le couplage de flexion/compression dans les peaux est calculé avec la théorie des poutres et les contraintes hors plan maxi dans l'interface peau-âme sont déterminées. Les contraintes maximales calculées peuvent être finalement comparées aux admissibles correspondants. Un chargement limite P_{limite} du sandwich en compression avec défaut est trouvé. On est donc bien sur une approche de « résistance », comme expliqué au paragraphe précédent.

Reste l’amplitude initiale du défaut $W_{d\acute{e}f}$ comme inconnue. (Norris et al., 1961) propose de l’exprimer en fonction des caractéristiques mécaniques propres à l’âme. Cependant, les meilleurs résultats ont été obtenus lorsque l’amplitude initiale du défaut est déterminée empiriquement à partir d’un grand nombre de tests destructifs (Ley et al., 1999). (Kassapoglou et al., 1995) ont mesuré ce paramètre directement après des découpes sur des panneaux sandwichs. Le modèle montre que

l'amplitude du défaut influe fortement sur la capacité de charge de la structure sandwich. A titre d'exemple, pour (Fagerberg & Zenkert, 2005b), une amplitude de défaut initiale de 10 % de l'épaisseur des peaux, réduira jusqu'à 60 % de la charge théorique de wrinkling.

I.2.8.2.2 Modèles éléments finis

Les modèles éléments finis avec résolution non-linéaire géométrique sont aussi très appropriés pour l'étude des défauts initiaux. Pour (Fagerberg & Zenkert, 2005b), sur la base d'un modèle 2D (éléments 1D pour les peaux et éléments 2D pour l'âme), un premier calcul de stabilité linéaire type « linear perturbation buckle » est réalisé. Puis des calculs non-linéaires géométriques sont réalisés en utilisant comme perturbation initiale la forme du premier mode propre obtenu avec le calcul de stabilité linéaire. (Léotoing et al., 2002c) ont aussi utilisé des modèles éléments finis pour étudier l'influence des défauts initiaux dans le cas de l'interaction entre les modes de flambement global et local.

I.2.8.3 Autres effets hors plan

Au-delà des défauts initiaux, d'autres aspects géométriques peuvent générer des déformations hors plan, et donc de la non-linéarité. (Thomsen, Rits, Eaton, & Brown, 1996)(Thomsen, Rits, Eaton, Dupont, et al., 1996) ont travaillé sur les effets des lâchés de plis dans les structures sandwichs avec peaux stratifiées. Au niveau d'un lâché de pli, la rigidité locale en flexion de la peau stratifiée change de manière discontinue, ce qui induit des effets de flexion locale. Ces effets de flexion locale, induisent des contraintes interlaminaires dans la peau et des contraintes dans l'interface âme/peau. Ainsi, les concentrations de contraintes, localisées dans les régions proches des lâchés de plis, peuvent provoquer un délaminage, une rupture par flexion de la peau, une rupture de l'interface âme/peau ou un écrasement de l'âme. Le modèle est basé sur une théorie de Winkler enrichit (2 paramètres : compression/traction et cisaillement).

(Koissin et al., 2010) proposent l'étude de l'effet local de talons sur des poutres coupons sandwichs par un dialogue entre essais et modèles éléments finis. La présence des talons génère une excentricité de charge qui provoque une flexion locale de la peau en bord de talon accompagnée d'une déformation non-linéaire dans l'âme. En conséquence, le flambement est localisé et la charge ultime est significativement inférieure à celle prédite par une analyse de stabilité linéaire.

I.2.8.4 Non-linéarités matériaux

Comme nous l'avons souligné section I.2.8.1, les structures sandwichs peuvent s'effondrer en compression en raison d'une défaillance matériaux ou à cause d'une instabilité. Mais elles peuvent également céder en raison d'une combinaison des deux. La rupture est souvent précédée de phénomènes non-linéaires, qui ont généralement une influence déstabilisante sur les structures. Au moment de l'instabilité, une modélisation élastique des matériaux constituant la structure sandwich pose question.

Les structures sandwichs récentes sont largement composées de peaux composites à réponse quasi-purement élastique. C'est plutôt pour les matériaux d'âme que la notion de non-linéarité matériau s'est posée dans la littérature et notamment dans le cas des mousses, largement utilisées dans les structures sandwichs d'aujourd'hui. En compression uniaxiale, la courbe effort/déformations d'une mousse peut être divisée en trois parties (Figure 30), (1) une réponse linéaire est d'abord observée, suivie (2) d'un long plateau correspondant au flambement des parois cellulaires et une dernière partie (3) associée à la densification de la mousse dans laquelle les parois cellulaires interagissent et augmentent la rigidité globale de la mousse. Dans le cas du flambement la partie 3 n'est pas intéressante à développer, car elle n'apparaît pas dans la physique de rupture.

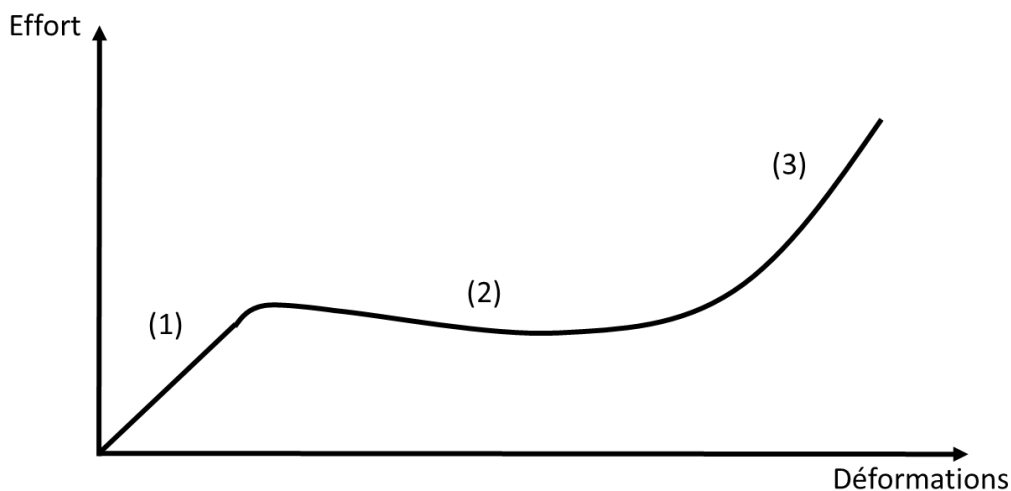


Figure 30 : comportement mécanique d'une mousse sous chargement uniaxial de compression.

Des études récentes dans ce sens ont été réalisées, du fait de la complexité mathématique d’une formulation non-linéaire matériau, ce sont des modèles éléments finis qui ont été développés. (Stiftinger & Rammerstorfer, 1997) ont intégré un comportement d’écrasement de l’âme dans un modèle éléments finis poutre et ils remarquent une légère diminution de l’effort maximum, mais surtout une chute soudaine de la charge après avoir atteint l’effort maximum (Figure 31).

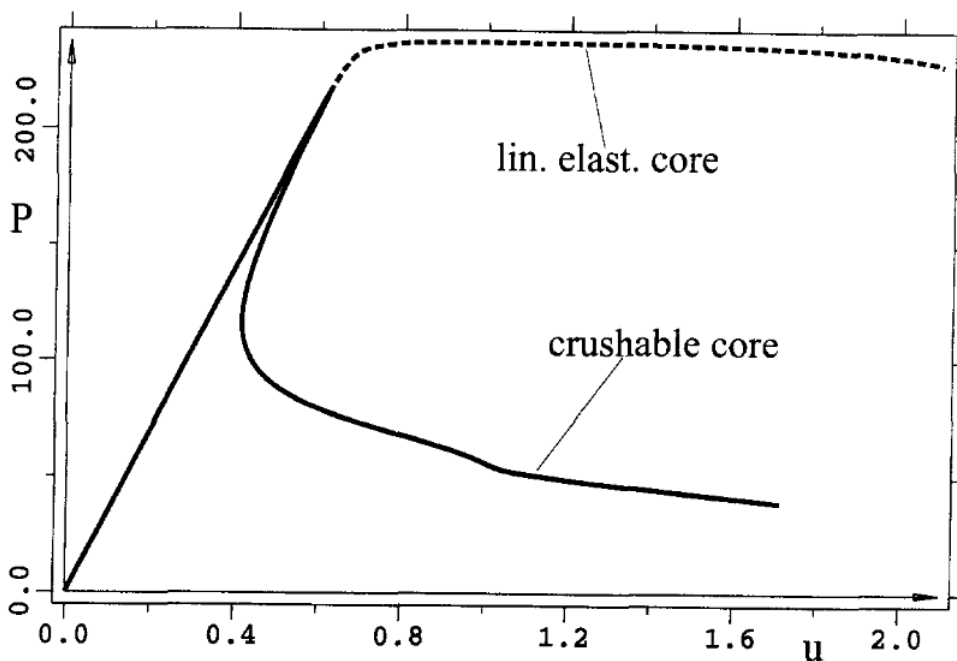


Figure 31 : diagramme Effort-déplacement pour un modèle purement élastique (courbe en pointillé) et un modèle avec écrasement de l’âme (courbe continue) dans le cas d’une poutre sandwich en compression (Stiftinger & Rammerstorfer, 1997).

Des essais ont été réalisés dans une âme aux propriétés mécaniques faibles et le faciès de rupture du modèle avec le comportement d’écrasement de l’âme est similaire à celui observé dans les essais (Figure 32).

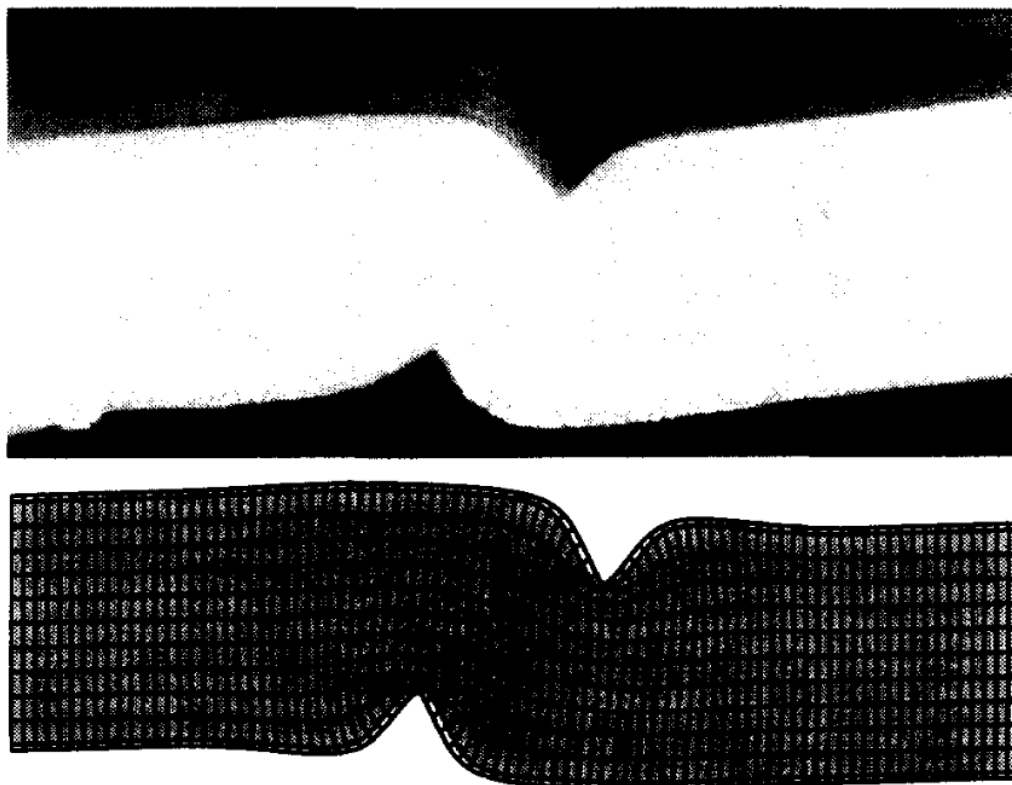


Figure 32 : éprouvette sandwich rompue (vue de profil) et le résultat correspondant par éléments finis avec écrasement de l’âme (Stiftinger & Rammerstorfer, 1997).

Plus tard, (Léotoing et al., 2002c) proposent dans leur modèle numérique une définition élastoplastique de l’âme en mousse. Des difficultés sur la convergence du modèle, car l’âme qui présente une résistance à la traction supérieure à la résistance à la compression, ont poussé les auteurs à utiliser un modèle d’élastoplasticité parfaite avec un critère de von Mises. La loi constitutive est calibrée à partir d’un test uniaxial en compression qui est le comportement le plus restrictif pour la mousse utilisée. Comme Stiftinger, ils remarquent que la définition élastoplastique change totalement le comportement en post-flambement et conduit à un effondrement violent de la poutre sandwich, le phénomène est fortement sous-critique. Ils poursuivent l’étude avec l’introduction de défauts initiaux couplés à la modélisation élastoplastique de l’âme et montrent que l’amplitude des défauts à une influence sur la valeur de la charge critique (Figure 33).

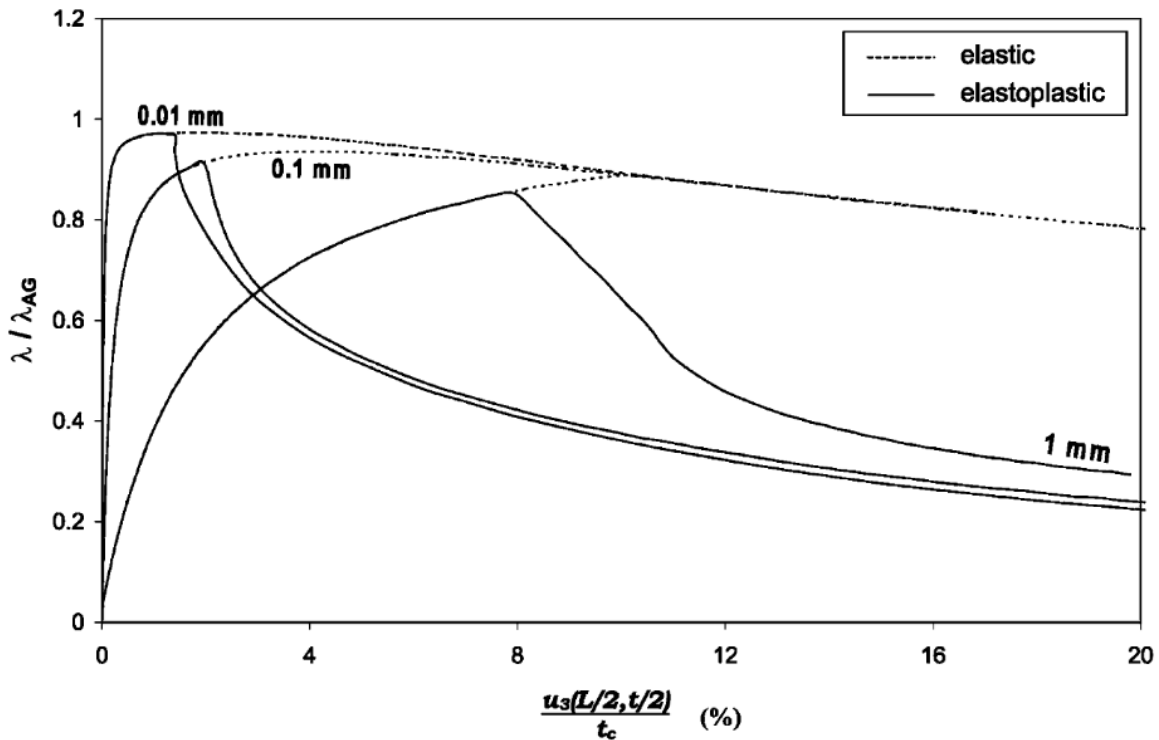


Figure 33 : diagramme effort appliqué en fonction du déplacement global de la poutre sandwich pour des modélisations élastique et élastoplastique de l’âme en fonction de différentes amplitudes de défauts (Léotoing et al., 2002c).

1.2.8.5 Cas du sandwich asymétriques

Cette section présente un petit aparté sur l’étude structurale des sandwichs asymétriques, dont la réponse en compression est non-linéaire. (Castanié et al., 2002) donnent une définition d’une telle structure. « Le sandwich asymétrique (Figure 34) est constitué dans sa zone centrale d’une première peau dite "peau travaillante" qui reprend les flux d’efforts de membrane. La stabilité de cette peau pour les chargements en compression et cisaillement est assurée par une âme et une contre-peau dite "peau stabilisatrice". L’introduction des efforts dans la zone centrale se fait par une zone biseautée dite "arrêt d’âme" et une zone monolithique qui constitue la zone de jonction. Ainsi, cette dernière peut être réalisée par une technologie maîtrisée de type boulonnage, rivetage ou collage, ce qui permet de faire transiter des charges élevées contrairement à une solution par inserts ».

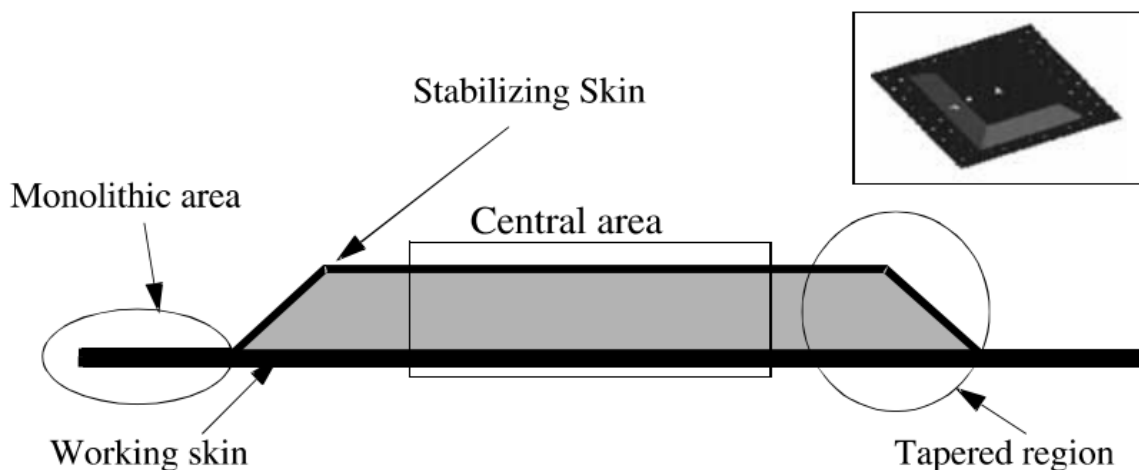


Figure 34 : définition du sandwich asymétrique (Castanié et al., 2002).

La modélisation d’une telle structure par (Castanié et al., 2002) porte sur une définition de la structure incluant l’arrêt de l’âme en introduisant deux paramètres δ et N . Les paramètres δ et N rendent compte de l’influence de l’arrêt de l’âme et de la zone monolithique. δ (en mm) représente le décalage des lignes moyennes existant entre la zone monolithique et la zone centrale. N (en %) représente la fraction de l’effort de compression P susceptible de transiter par l’arrêt en biseau de l’âme et de venir charger directement la peau stabilisatrice. Le modèle repose sur une formulation numérique non-linéaire en déplacement avec une cinématique de plaque d’ordre supérieur de type « Zig-Zag ». Les hypothèses retenues pour la définition des 3 constituants sont :

- Peau travaillante : le modèle poutre d'Euler-Bernoulli est utilisé pour prendre en compte l’effort de flexion due au décalage de ligne moyenne.
- Peau stabilisatrice : une modélisation barre est privilégiée avec l’hypothèse de membrane où la rigidité de flexion est négligée.
- Âme : l’hypothèse « anti-plane core » (voir section I.2.4.2.2) est retenue.

Une analyse comparative est faite avec un modèle éléments finis où l’âme est modélisée par des éléments 3D et les peaux par des éléments 2D. La corrélation entre modèles est bonne pour des cas de compression uniaxiale et en cisaillement. Pour le chargement en compression, les auteurs montrent que la réponse de la peau stabilisatrice est non-linéaire et tend à se charger en traction alors que la poutre est chargée globalement en compression (Figure 35). Ceci, car le chargement s’effectue par la seule peau travaillante, soit hors ligne moyenne du sandwich et génère ainsi un moment de flexion. Ce phénomène non-linéaire de la peau stabilisatrice est moins visible pour le chargement en cisaillement.

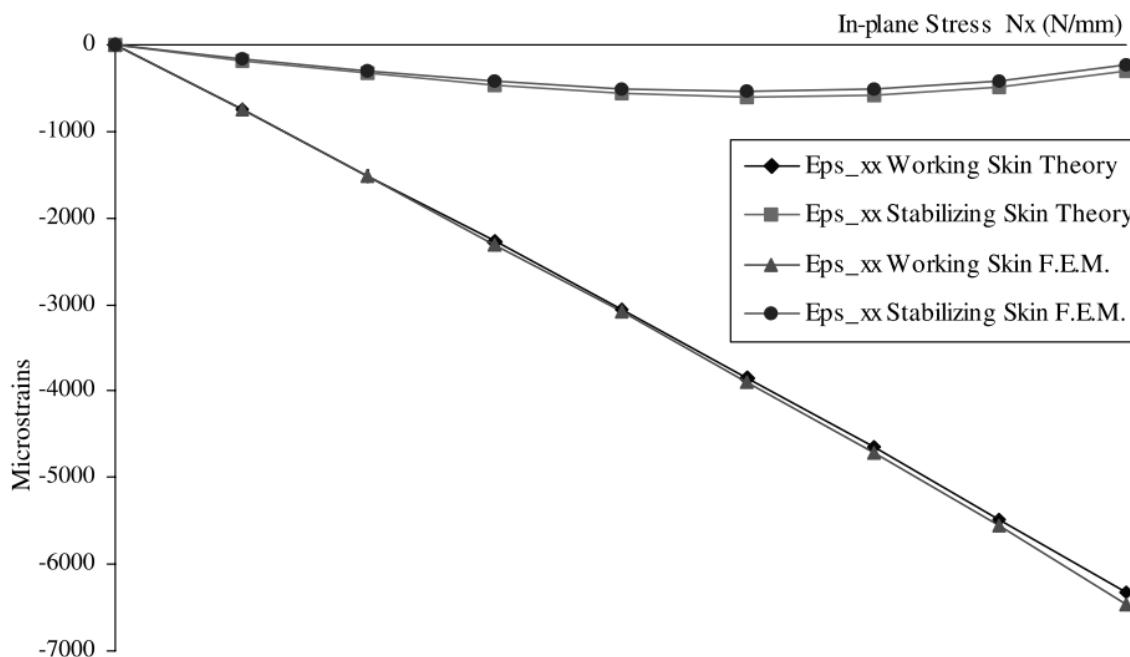


Figure 35 : comportement d'une plaque sandwich asymétrique sous compression uniaxiale. La peau "stabilisatrice" montre un comportement non linéaire alors que la peaux « travaillante » reste linéaire ((Castanié et al., 2002).

Une étude expérimentale dans une approche de « pyramide des essais » dans le cadre d’un partenariat avec Airbus Helicopters (ex Eurocopter) est réalisée. Une machine particulière avait été construite (voir section I.3.1) afin de tester des plaques de sandwich asymétrique carbone-epoxy et âme nid d’abeille sous différents chargements. Les déformations mesurées en compression avant rupture dépassent les 10 000 μ déformations, démontrent la robustesse de la technologie du sandwich asymétrique. Cette

technologie est d’ailleurs toujours utilisée et appliquée aux fuselages d’hélicoptères les plus récents (Fink & Einzmann, 2020). Les auteurs mettent l’accent sur l’efficacité du modèle avec un temps de calculs très réduit par rapport à l’approche éléments finis permettant du prédimensionnement efficace dans un cadre industriel avec possibilité d’utilisation dans des boucles d’optimisation.

Enfin, Castanié et al. montrent que leur modèle est applicable à la problématique d’un sandwich symétrique soumis à un effort dissymétrique. Le paramètre δ est alors choisi afin d’amener la ligne moyenne au centre du sandwich et le paramètre N gère l’asymétrie du chargement entre les peaux. Le modèle montre l’influence de la dissymétrie du chargement sur la charge critique au flambement. Néanmoins, seul le flambement global est étudié.

1.2.9 Autres facteurs influents

1.2.9.1 Comportement aux dommages d’impact.

Au cours de la vie d’une structure des impacts peuvent apparaître et influencer sur sa réponse mécanique. En aéronautique, on a l’habitude de classer la nature des dommages sur une structure peut être classée en 2 groupes. Les dommages importants et visibles qui nécessitent une réparation immédiate et les dommages à peine visibles en surface. Pour les structures composites et surtout sandwich, c’est le deuxième groupe qui est le plus problématique : une structure sandwich peut être endommagée même en l’absence d’une marque visible sur sa surface et passer à travers les inspections de maintenance, donc ne pas faire l’objet d’une réparation. Cette notion de « marque visible », « Barely Visible Impact Damage (BVID) », est fondamentale pour le dimensionnement d’une structure sandwich, car elle va conditionner sa tenue résiduelle admissible. La BVID se définit comme le plus petit dommage détectable lors d’une inspection avec une probabilité suffisante et correspondant à des critères bien définis et normés (Fualdes, 2006). La problématique est donc d’étudier l’influence d’un dommage non-détectable BVID dans la réponse mécanique des structures sandwichs, ce qu’on appelle la tolérance aux dommages (EASA - CM-S-010, 2018).

Un travail important a été fait sur le sujet par (Aitken, 2000). Son travail de thèse porte sur l’étude à l’impact de faible vitesse des corps mous sur des sandwichs. Contrairement aux corps rigides qui créent plutôt un impact similaire à l’impacteur, les corps mous créent une profondeur presque uniforme dans toute la zone d’impact. Ce type d’impact semble être plus catastrophique sur la réponse structurelle du panneau sandwich. Après des études expérimentales où des panneaux sandwichs ont été impactés et ensuite chargés sous flexion quatre points, Aitken trouve que les résultats montrent qu’un point de transition est atteint lorsque la taille du défaut s’approche de la longueur d’onde critique du wrinkling. Le graphique de l’effort critique au flambement en fonction de la taille des dommages montre ce phénomène (Figure 36).

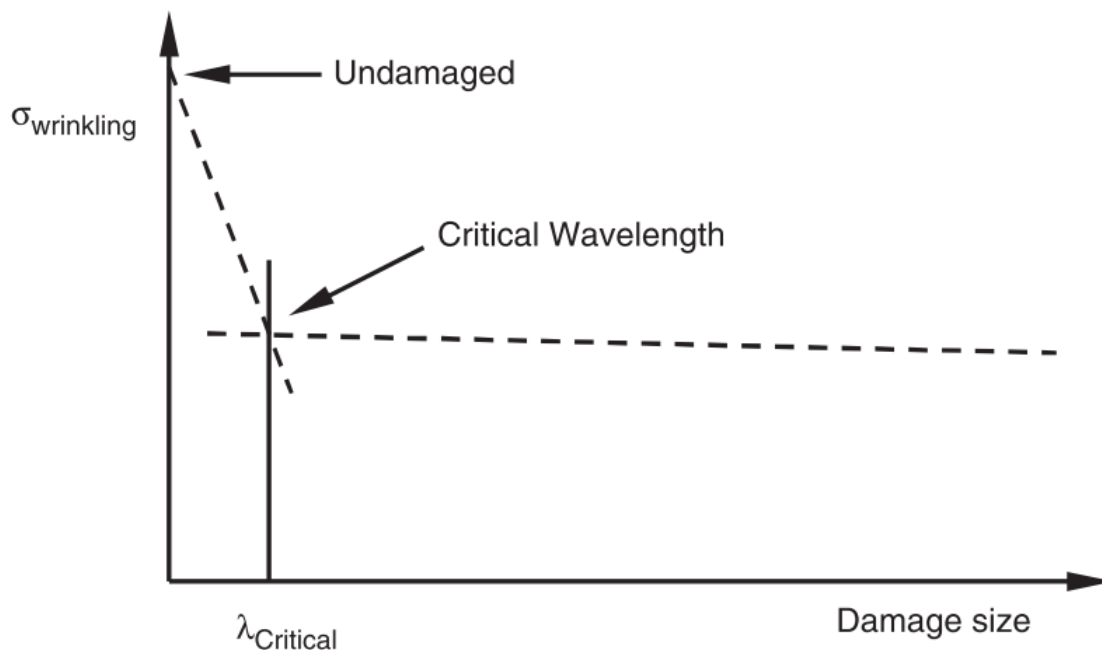


Figure 36 : contrainte critique au wrinkling en fonction de la taille de l'impact (Aitken, 2000).

(Wadsworth et al., 2009) reprennent l’étude de l’impact de faible vitesse des corps mous sur des sandwichs avec âme en nid d’abeille. Suite à l’observation d’Aitken, les auteurs assument que le dommage est plus grand que la longueur d’onde de flambement. Le principe du modèle est de saisir les caractéristiques d’une rigidité « équivalente » dans une région hétérogène où il existe une zone de dégradation des propriétés du matériau non endommagé, qui se situe sous la peau impactée. La formulation est classique, la peau est considérée comme une poutre mince supportée sur une fondation continue, linéaire, élastique et infinie où l’hypothèse d’âme « anti-plane core » est utilisée. L’âme est divisée en deux régions. La région supérieure présente des dommages à une profondeur constante h_i à partir de la couche de surface, tandis que la région inférieure comprend la partie intacte (Figure 37). La répartition des contraintes est modélisée par une fonction d’Airy avec une décroissance exponentielle suivant l’épaisseur. La définition duale entre les 2 régions de l’âme endommagée et non-endommagée donne la rigidité « équivalente » de l’âme.

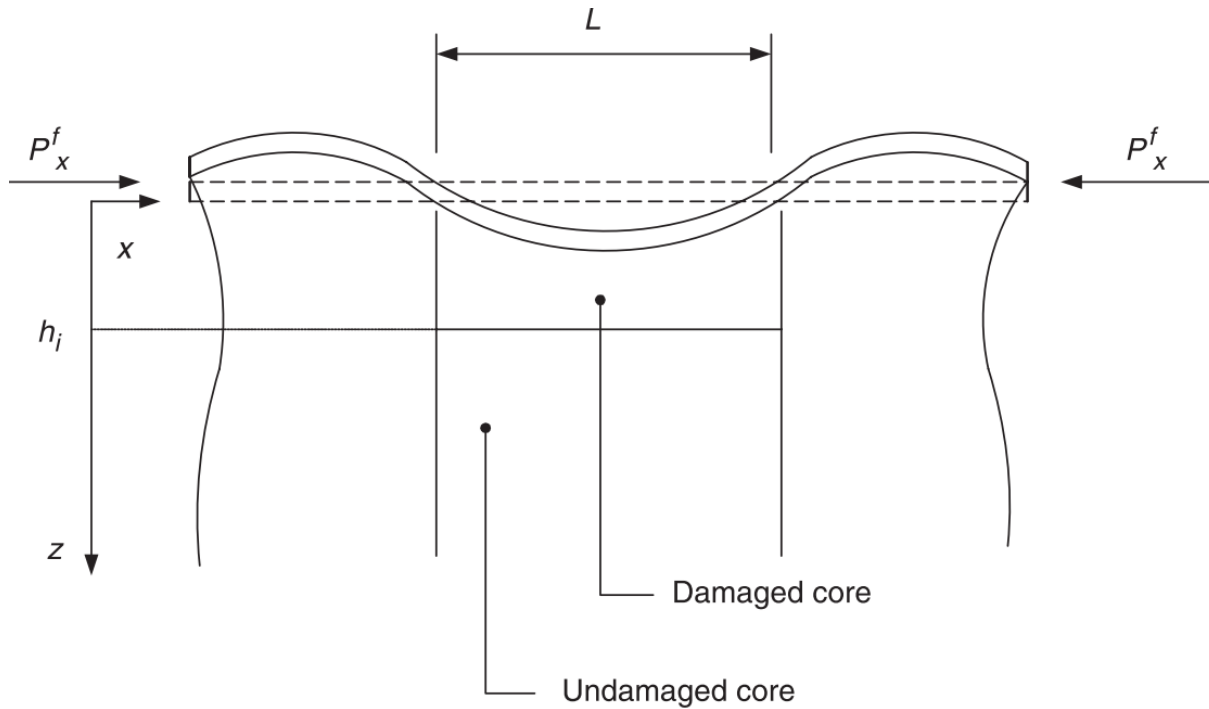


Figure 37 : modèle de (Wadsworth et al., 2009) incluant une région dans l'âme endommagée.

L'analyse se limite au cas de la BVID et le modèle est confronté aux résultats expérimentaux (Aitken, 2000). Il en résulte que l'introduction d'une couche d'endommagement sous la peau a pour effet de réduire la contrainte critique au wrinkling pour des matériaux isotropes et orthotropes (nid d'abeille) de l'âme et suit les tendances des données expérimentales. A noter qu'il existe une littérature abondante sur le sujet qui n'est pas reportée ici.

1.2.9.2 Effets de la température

Il est connu que la température a un effet sur les caractéristiques mécaniques des matériaux notamment pour les mousses polymères largement utilisées dans les âmes des sandwichs. Dans ce sens (Zhang et al., 2015) proposent une étude expérimentale, analytique et numérique sur l'influence de la température dans le mode de rupture d'une poutre sandwich avec des peaux en aluminium et une âme de mousse polymère PVC Divinycell® H100 soumise à de la flexion 4 points.

La principale caractéristique de l'étude est que seulement une des peaux est chauffée, cela impose donc un gradient de température dans le sandwich. Le modèle analytique proposé reprend cette caractéristique. Les caractéristiques matériaux évoluant avec la température. Un gradient de température dans l'épaisseur existant, la mousse n'est donc plus un matériau mécaniquement homogène. Il faut alors intégrer dans l'épaisseur l'évolution des caractéristiques matériaux en fonction du gradient de température. On suppose la variation dans l'épaisseur de la température connue, et la dépendance entre les modules élastiques de l'âme et la température également connue. Les modules élastiques hors plan de l'âme peuvent donc être représentés par des développements en séries polynomiales en fonction de z .

$$E_c(z) = E_c(1 + a_1z + a_1z^2 + \dots + a_nz^n) = E_c \left(1 + \sum_1^n a_nz^n \right)$$

$$G_c(z) = G_c(1 + a_1z + a_1z^2 + \dots + a_nz^n) = G_c \left(1 + \sum_1^n a_nz^n \right)$$

Où a_n sont des constantes. Le modèle analytique au wrinkling se base sur la formulation de (Plantema, 1966) avec une résolution par minimisation de l’énergie potentielle totale en intégrant les caractéristiques matériaux dans l’épaisseur. Une étude comparative est faite entre 2 modèles : le modèle de rupture par plastification des peaux du sandwich en aluminium et le modèle de rupture au wrinkling développé. Il en découle que la contrainte de rupture diminue avec la température et à partir d’une certaine température le mode de rupture change. Des essais de flexion 4 points sur poutre sandwich sont réalisés et le phénomène est retrouvé. On passe d’une évolution linéaire à basse température qui corrèle bien avec le modèle de rupture des peaux en compression à un phénomène non-linéaire qui corrèle bien avec le modèle de wrinkling (Figure 38).

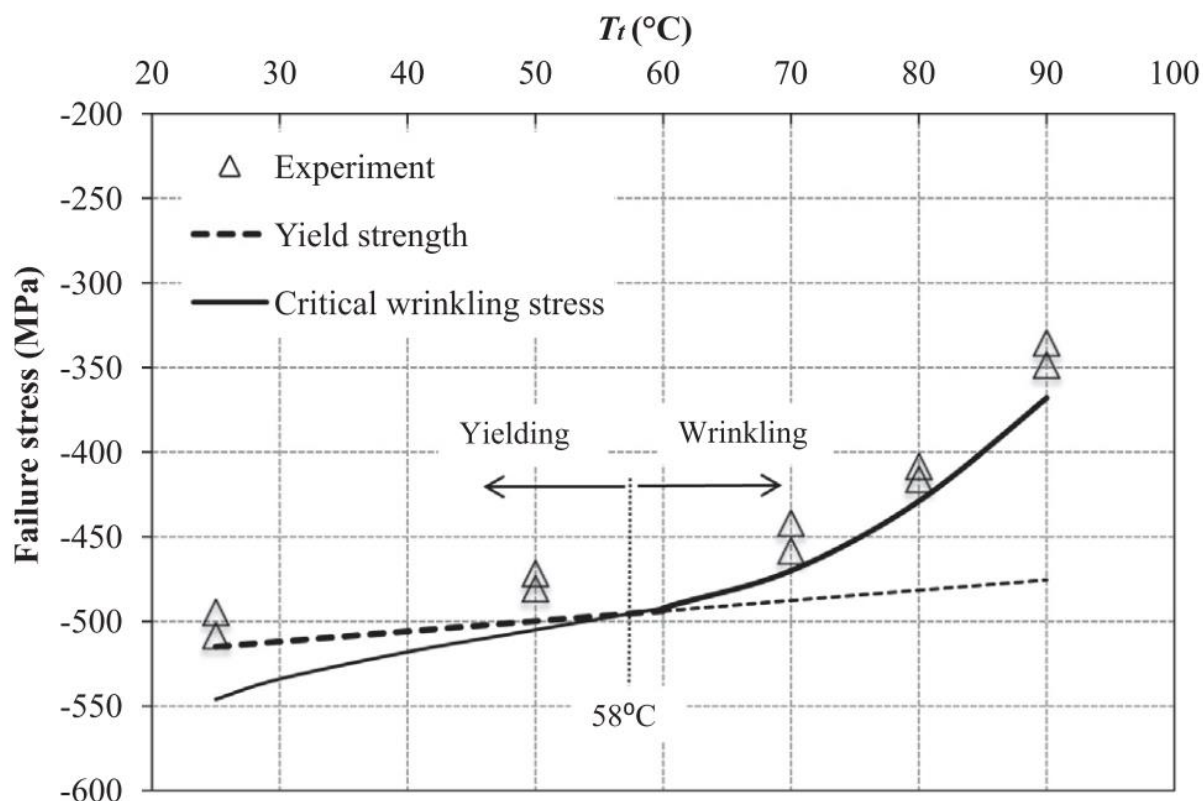


Figure 38 : comparaison entre les contraintes de rupture prévues et les résultats expérimentaux en fonction de la température (Zhang et al., 2015).

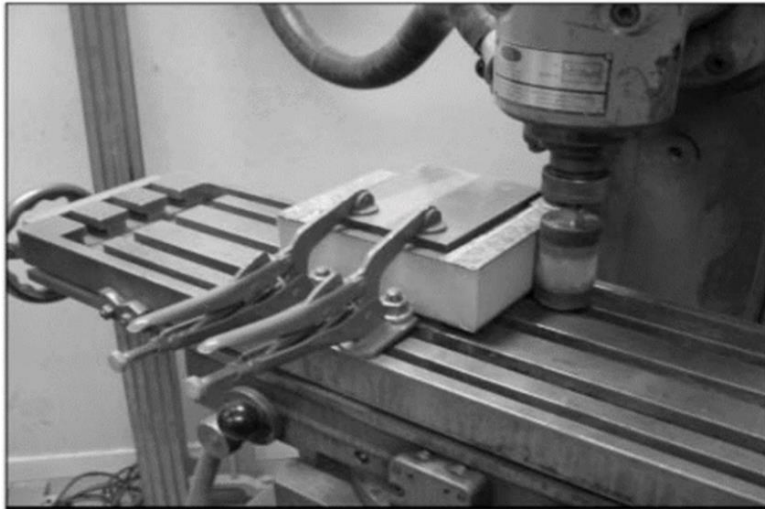
I.3 Caractérisation expérimentale du flambement

I.3.1 Configurations d’essai

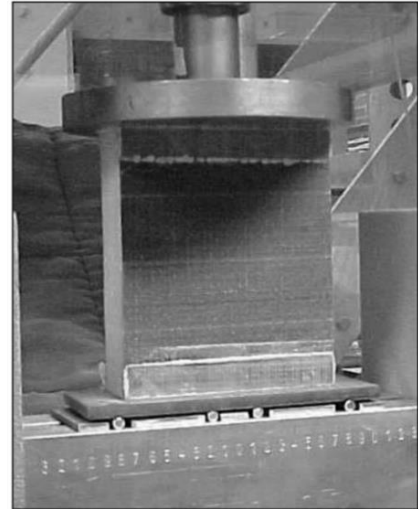
I.3.1.1 Caractérisation à l’échelle coupon

Une remarque importante que l’on peut faire dans la littérature développée sur les problèmes de stabilité dans les structures sandwichs est le manque de caractérisation expérimentale. Pourtant, cela devrait jouer le rôle d’arbitre dans le choix des différents modèles proposés. On l’a vu section I.2.8.1, les travaux pionniers ont montré que la grande sensibilité des essais de compression aux conditions limites et aux défauts géométriques initiaux entraîne des difficultés de corrélation entre les expériences et les modèles (Hoff & Mautner, 1945), (Norris et al., 1961), (Ley et al., 1999), (Koissin et al., 2010). Ceci est particulièrement vrai à l’échelle du coupon, qui correspond à la plupart des études expérimentales de la littérature. Pour améliorer la qualité des essais, une attention particulière doit être portée à la maîtrise des conditions aux limites, et à l’introduction correcte de la charge de

compression (Kassapoglou et al., 1995) (Fagerberg, 2004). Les essais sur coupons sandwichs de (Fagerberg, 2004) font référence. Les coupons sandwichs sont comprimés entre 2 plateaux parallèles. Le parallélisme entre les surfaces de l’éprouvette chargées est fait par rectification sur centre d’usinage (Figure 39-a). Des rouleaux horizontaux au niveau du plateau inférieur (Figure 39-b) sont utilisés de sorte que toutes les contraintes dues à la déformation en cisaillement soient relâchées.



(a) Rectification d'une éprouvette sandwich



(b) Test set up.

Figure 39 : préparation des éprouvettes coupon et set up d'essais de (Fagerberg, 2004).

Certaines recommandations sont également proposées dans la norme ASTM C364-94 ou dans la norme française NF T 54-604. Notamment avec l’utilisation de plateaux rotulés. Néanmoins, la rupture est souvent localisée en bord d’éprouvette. Pour éviter les ruptures en bord d’éprouvette au niveau des surfaces chargées, les auteurs proposent des solutions de renforcement. Communément, c’est l’utilisation de talons collés, (Hoff & Mautner, 1945) en avait utilisé en bois, (Fagerberg, 2004) en composite. Cependant, (Koissin et al., 2010) démontrent que les talons introduisent une flexion locale ainsi que des déformations hors plan importantes, réduisant la charge critique de flambement et localisant le flambement au bord de talon (voir section 1.2.8.3). Une autre solution, moins intrusive, est la densification de l’âme à chaque extrémité de l’éprouvette. (Kassapoglou et al., 1995) l’ont fait avec de la mousse syntactique pour densifier localement l’âme en nid d’abeille utilisée pour des essais coupons sandwichs.

1.3.1.2 Caractérisation aux échelles supérieures

Pour le cas de chargements combinés, (Fagerberg & Zenkert, 2005a) ont réalisés des essais sur des éprouvettes sandwichs soumis à une charge de compression biaxiale avec une machine universelle de compression (charge primaire) où la force transversale (charge secondaire) est appliquée via deux poulies et câbles pré-comprimés. Dans le cas du cisaillement, le montage carré déformable appliqué au panneau sandwich est proposé par la norme ASTM D8067. La méthode est utilisée par (Oluwabusi & Toubia, 2019) sur des plaques sandwichs (Figure 40) pour évaluer la contribution de la charge de cisaillement sur les modes de ruptures et en particulier celui du flambement global. La norme est satisfaisante pour obtenir les propriétés de cisaillement dans le plan de plaques sandwich. Avec tout de même une attention particulière sur les mécanismes de pivots au niveau des quatre coins. Cependant, dans ces deux exemples de chargement multiaxial, la taille des éprouvettes est plus proche de celle d'un panneau que d'un coupon. Cela montre que le chargement multiaxial à l'échelle du coupon est difficile en raison de la petite taille caractéristique de cette échelle.

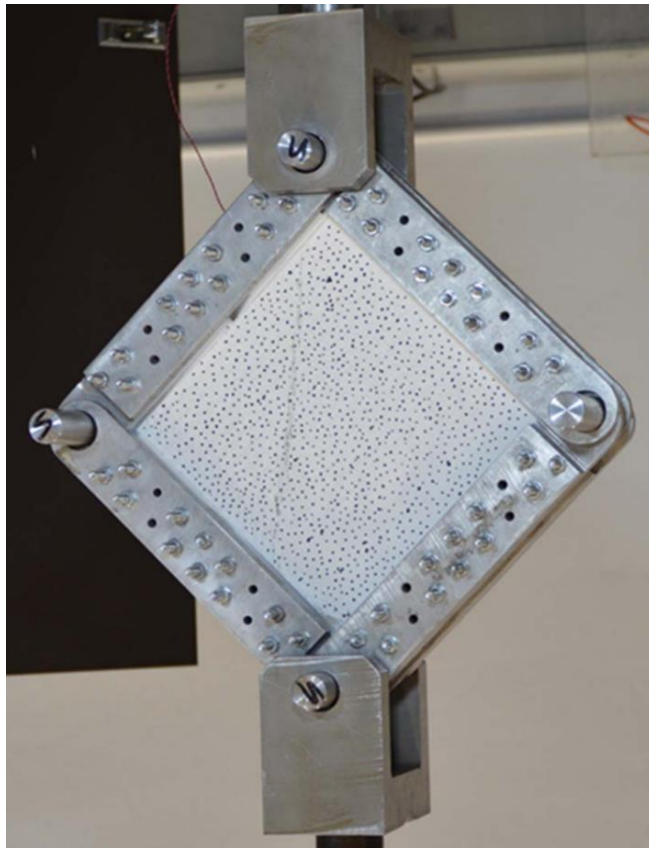


Figure 40 : montage carré déformable utilisé pour solliciter une plaque sandwich. (Oluwabusi & Toubia, 2019)

Ainsi, une approche intéressante est d'étudier l'étape supérieure de la "pyramide des essais" (Rouchon, 1990) appelée "technologique" (Castanié et al., 2002). En d'autres termes, il s'agit de passer de l'échelle du coupon à celle du panneau. Cette échelle supérieure offre suffisamment d'espace pour gérer les conditions aux limites et aussi pour ajouter des éléments technologiques (renforcement local, raidisseur, etc.) afin d'étudier leur influence sur le panneau. Cette échelle est plus représentative d'une application industrielle réelle. À cette échelle, à notre connaissance, aucun essai portant sur le flambement local des sandwichs n'est reporté dans la littérature. Au-delà de la fabrication onéreuse de plaques sandwich par rapport aux éprouvettes coupons, l'utilisation de machine avec outillage conventionnel reste limitée pour solliciter en chargement combiné. L'utilisation de plateforme d'essai est nécessaire à la réalisation de tels essais.

C'est justement ce que propose l'Institut Clément Ader avec le banc d'essai VERTEX. Le banc développé par Castanié et utilisé pour la première fois par (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, & Castanié, 2017) (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, Castanié, et al., 2017), fait partie du projet VERTEX, acronyme de "Validations Expérimentales et modélisations des structures composites sous sollicitations complexes" (ANR VERTEX Program, n.d.). Ce projet ANR répond à la nécessité de réduire le nombre d'essais à l'échelle du coupon et de développer des méthodes d'essais plus représentatives par un positionnement à l'échelle dite « technologique » (deuxième niveau de la pyramide des essais). Le banc d'essai VERTEX est basé sur des expériences précédentes utilisant une structure caisson rectangulaire (Peters, 1948), (Klein, n.d.). L'inspiration majeure vient du travail effectué par (Castanié et al., 2002) et (Castanié et al., 2004). Les auteurs ont développé un banc d'essai de chargement complexe où une structure caisson longitudinal est chargée par quatre vérins (Figure 41). Des essais de compression, cisaillement et compression/cisaillement combinés sont effectués sur des plaques sandwichs asymétriques (voir section I.2.8.5).

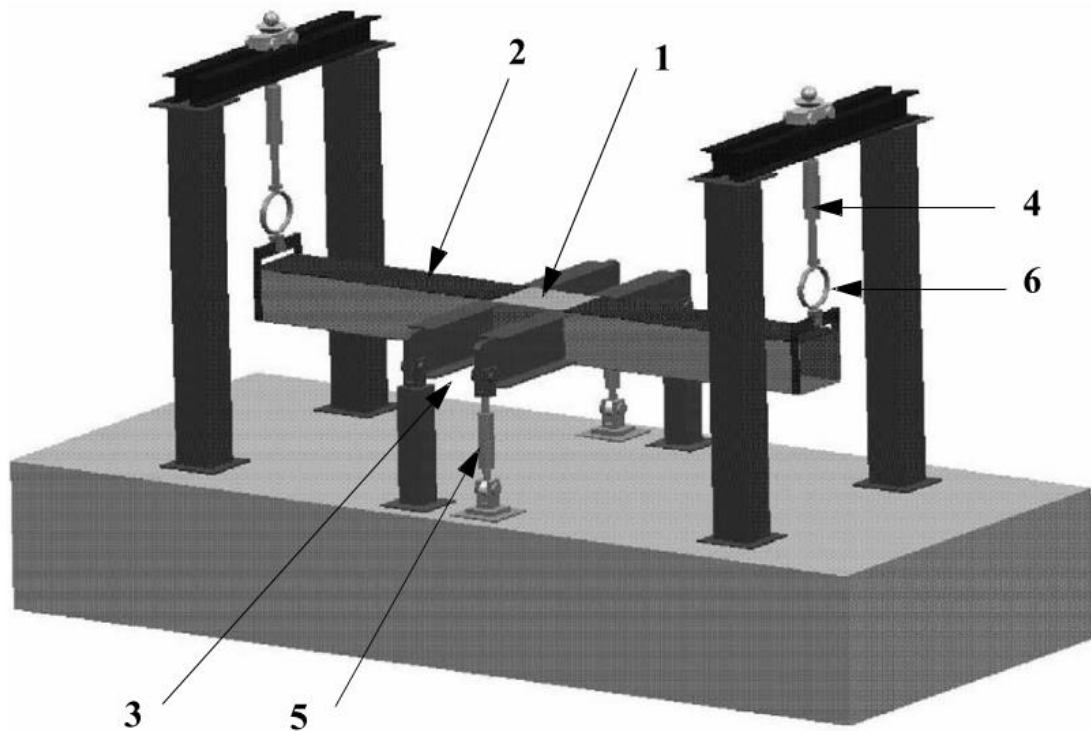


Figure 41: machine d'essai originale pour tester une plaque de sandwich asymétrique sous différents chargements (Castanié et al., 2002). (1) éprouvette sandwich ; (2) caisson ; (3) poutres transversales ; (4) et (5) vérins ; (6) capteurs d'effort.

Le chargement d'une éprouvette par une structure caisson présente certains avantages. Le caisson permet d'introduire une charge importante dans l'éprouvette par un effet de levier : 3 000 N/mm en traction et compression, 1 000 N/mm en cisaillement pour le banc d'essai VERTEX. Cela sans utiliser le nombre important d'actionneurs puissants et coûteux qui auraient été nécessaires si la charge avait été directement appliquée à l'éprouvette (Bergan et al., 2011).

Le principe de fonctionnement du banc d'essai VERTEX consiste en quatre vérins hydrauliques utilisés pour charger une structure caisson (Figure 42). La structure de la machine est constituée d'un caisson longitudinal et de deux poutres en I transversales. Le panneau éprouvette est boulonné pour fermer la partie supérieure du caisson central. Les vérins 1 et 2 peuvent pousser ou tirer symétriquement pour solliciter l'ensemble du caisson en flexion 4 points et, ainsi, le panneau éprouvette est localement chargé en tension ou en compression. Les vérins 3 et 4 peuvent pousser sur les poutres transversales pour solliciter le centre du caisson en torsion, chargeant ainsi localement le panneau éprouvette en cisaillement. Un système de vessie sous air comprimé inséré dans le caisson permet de soumettre le panneau éprouvette à une pression interne de 1,6 bar maximum. Le fait que l'éprouvette fasse partie intégrante du banc d'essai permet de développer des conditions aux limites représentatives de ce que peut subir un panneau dans une structure soumise à des conditions réelles. Plusieurs études ont utilisé le banc d'essai VERTEX. (Serra, 2016) a étudié la rupture de plaques stratifiées carbone-époxy entaillées (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, Castanié, et al., 2017). (Trellu et al., 2020) a étudié l'effet d'impacts à faible vitesse sur des plaques stratifiées carbone-époxy sous un chargement multiaxial.

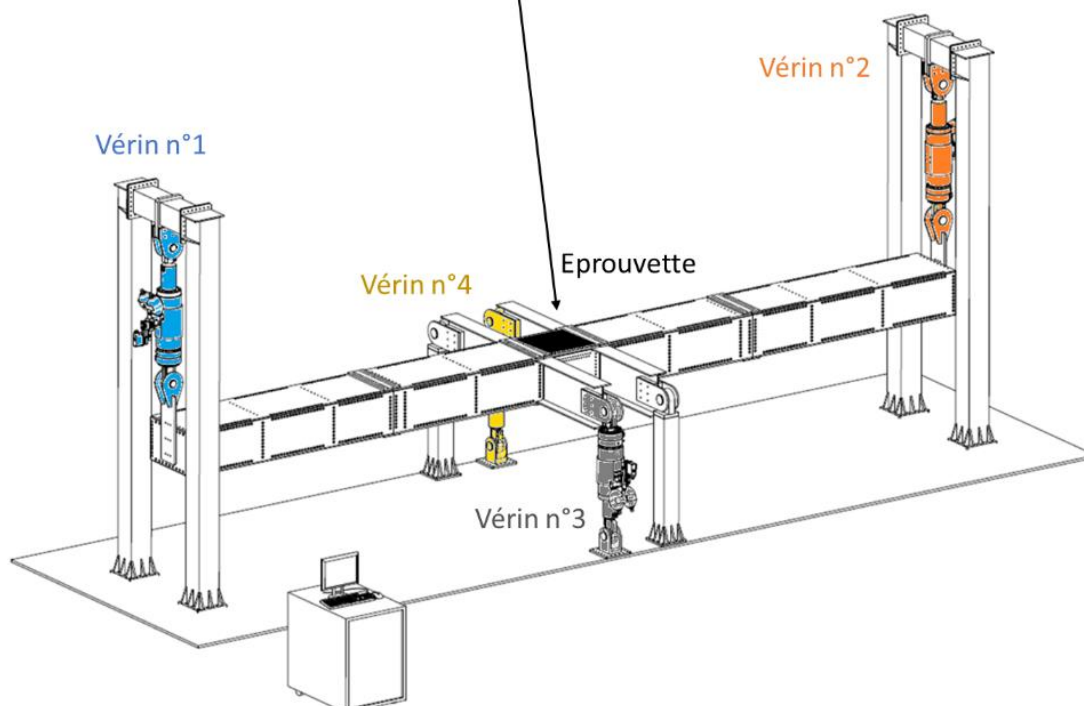
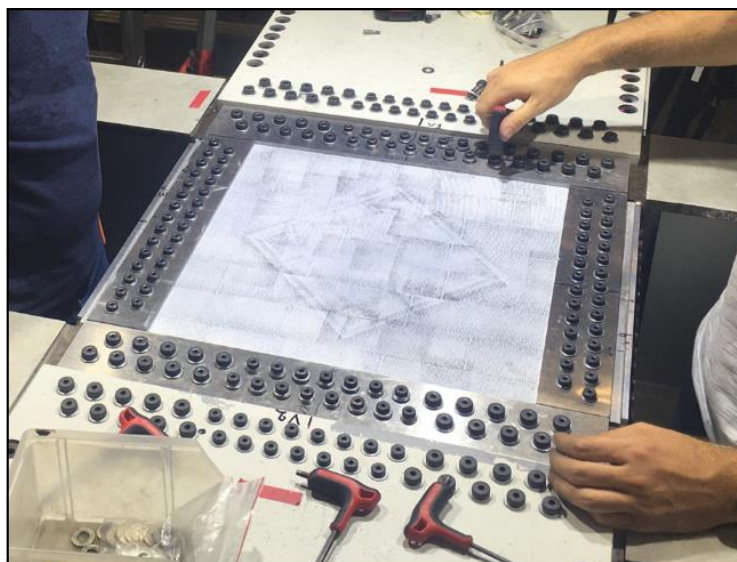


Figure 42 : banc d'essai VERTEX et détails d'une éprouvette boulonnée sur la partie supérieure du caisson central.

A l'échelle de la structure, (Tuwair et al., 2016) ont réalisé un essai sur un prototype de caisson sandwich soumis à une flexion à quatre points. Le phénomène de wrinkling est observé. Des corrélations sont effectuées avec des analyses par éléments finis et des modèles analytiques. Les auteurs ont noté que l'utilisation d'approches analytiques peut être limitée par les hypothèses adoptées pour ces méthodes. Enfin, à l'échelle grandeur réelle, faut comprendre que les essais ne sont plus finalement plus du ressort de la recherche. Les essais grandeur réelle sont fait par l'industriel dans un cadre de certification non pas de recherche.

I.3.2 Instrumentations

À l'échelle coupon, globalement, si l'essai est correctement réalisé, les champs de déformations sont constants dans la zone d'intérêt au centre de l'éprouvette. L'effort et le déplacement machine

permettent de caractériser le flambement via un effort maximum (Fagerberg, 2004). Cependant, l’utilisation de jauges de déformations est couramment utilisé (Hoff & Mautner, 1945), (Pearce & Webber, 1973), (Kassapoglou et al., 1995) pour valider l’uniformité du chargement. La mesure de champs offre un degré de précision supérieur. La possibilité de mesurer les gradients permet de localiser la zone de flambement dans l’éprouvette. Les gradients peuvent directement être comparés aux modèles. C’est le cas de (Thomsen, Rits, Eaton, Dupont, et al., 1996) avec la méthode dite « d’interférométrie électronique par speckle » (ESPI en anglais), où il compare les champs de déplacements hors plan mesurés avec son modèle sur les lâchés de plis (voir section I.2.8.3). (Koissin et al., 2010) utilisent la corrélation d’image sur le flanc d’une éprouvette coupon afin de mesurer les champs de déformations hors plan dans l’âme du sandwich (Figure 43).



Figure 43 : champs de déformations dans l’âme d’une éprouvette coupon sandwich mesurée par corrélation d’image. (Koissin et al., 2010)

A l’échelle de la plaque, dans le cadre de sollicitations complexes, la corrélation d’image est un bon outil pour estimer les flux d’effort entrant dans la plaque pendant l’essai. Dans le cadre du banc VERTEX c’est de la corrélation d’image stéréo (2 caméras) qui est utilisée afin de mesurer les déplacements hors plan et d’estimer les flux de membrane et de flexion. La stéréo permet de mesurer les formes 3D, utile pour la caractérisation d’ondes de flambement (Oluwabusi & Toubia, 2019).

L’utilisation de l’imagerie rapide s’avère efficace pour la caractérisation du comportement post-flambé d’une éprouvette sandwich. (Rivallant, 2003) a utilisé une caméra rapide à 2000 images par seconde. L’initiation du décollement de la peau de l’âme par flambement local apparaît sur seulement 3 images (Figure 44). (Zhang et al., 2015) lors de leur étude sur l’influence de la température sur le phénomène de wrinkling, utilisent l’imagerie rapide combinée à de la corrélation d’images.

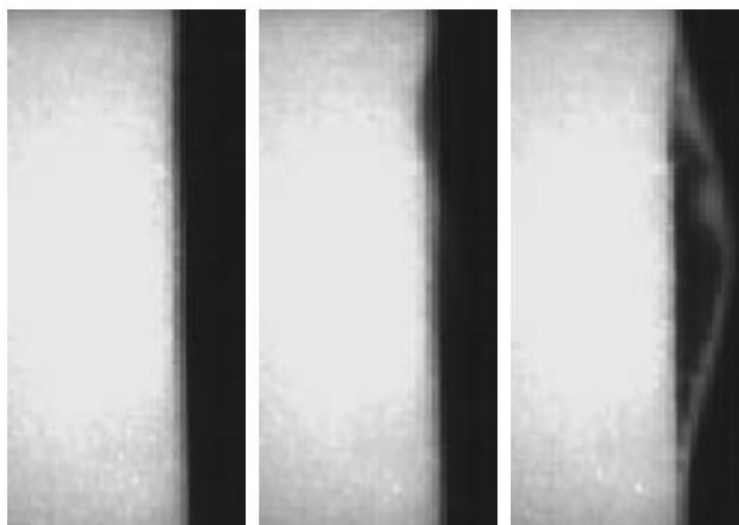


Figure 44 : images d’un flambement local sur poutre sandwich prise par (Rivallant, 2003) à 0,5 ms d’intervalle.

II. Position de l'étude

Sommaire

II.1	UNE MULTITUDE DE MODELES	68
II.2	UNE CARACTERISATION EXPERIMENTALE DIFFICILE	69
II.3	OBJECTIF DE L'ETUDE	69

La stabilité dans les structures sandwichs est une problématique étudiée depuis leur introduction « régulière » dans les structures au cours des années 40. Depuis, la littérature s'est développée sur le sujet avec une complexification et une précision des modèles croissante. Le flambement des sandwichs est complexe et relève de phénomènes mécaniques différents. On observe des effets d'échelles où les phénomènes de stabilité sont différents. Cette étude bibliographique permet de rendre compte de la diversité des approches et des modèles. Dans cette conclusion, après avoir fait une synthèse de la revue bibliographique et exprimé les limites notamment de la caractérisation expérimentale, le besoin industriel et les objectifs de cette thèse seront exprimés.

II.1 Une multitude de modèles

Il existe une multitude de modèles définissant le flambement dans les sandwichs. Basés sur des approches plus ou moins complexes, parfois très précises, ces modèles ont une grande dépendance aux configurations et chargements. Il en résulte des solutions peu adaptées aux besoins des concepteurs d'aujourd'hui. C'est-à-dire avoir en main des outils simples, adaptables, voir universels pour le dimensionnement et l'optimisation sous un chargement complexe de structures sandwichs composites. L'objectif des concepteurs n'étant pas une précision absolue, mais plutôt la confiance dans le modèle dans des configurations variées et réalistes. En ce sens la solution utilisée par les industriels pour le dimensionnement aux instabilités locales dans les structures sandwichs, est d'utiliser la contrainte critique de wrinkling « classique ».

$$\sigma_{wr} = Q (E_s E_c G_c)^{1/3}$$

Sa simplicité d'utilisation, cache un certain nombre d'incertitudes et pose question sur sa validité. En effet, le facteur Q varie de 0,5 à 0,9 selon les auteurs. (Hoff & Mautner, 1945) puis (Zenkert, 1997) préconisent une valeur de 0,5 dans le sens où Q joue le rôle d'un coefficient de sécurité et masque le détail des mécaniques de l'apparition d'instabilités locales. À cette incertitude sur Q , s'ajoute l'utilisation trop universelle de la formule, sans la prise en compte des paramètres géométriques du sandwich alors qu'elle est soumise à des configurations précises notamment le ratio épaisseur peau/âme. La littérature la plus récente propose des formulations couplées (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002c), (Douville & Le Grogneq, 2013) qui permettent l'étude des modes de flambement aux échelles globales et locales. Enfin, des solutions utilisant des théories d'ordre supérieur comme celle proposée par (D'Ottavio & Polit, 2015) permettent d'être aussi rigoureux que possible. Ces solutions s'affranchissent d'un grand nombre d'hypothèses cinématiques au prix de la résolution numérique, et sont donc proches des modèles éléments finis.

Cependant, ces modèles sont basés sur un problème de stabilité et calculent un point de bifurcation, alors que dans la réalité, la structure cède à une charge limite. Dans le cas d'imperfection géométriques non-négligeables et/ou de conditions de chargement hors plan, les déformations hors plan conduiront à un problème non-linéaire, qui déclenchera la rupture d'un des constituants de la structure sandwich. La notion de bifurcation n'existe plus et le problème devient alors un problème de résistance. La sensibilité aux défauts sur le flambement local a été expérimentée très tôt (Hoff & Mautner, 1945), (Norris et al., 1961) et prise en compte en se référant aux équations d'équilibre et de stabilité non-linéaires, par exemple avec (Kassapoglou et al., 1995) et (Fagerberg & Zenkert, 2005b). Néanmoins, ces approches ajoutent l'amplitude initiale du défaut comme paramètre additionnel, difficile à mesurer ou à estimer. On comprend que les méthodes de conception pratique qui réduisent les charges de bifurcation par des facteurs d'abattement restent largement utilisées par les industriels.

II.2 Une caractérisation expérimentale difficile

Les essais démontrent que le flambement est sensible à une multitude de facteurs différents qui vont des caractéristiques mécaniques, aux conditions de chargement et aux imperfections géométriques initiales. La grande sensibilité aux conditions aux limites est difficilement modélisable d'où la grande difficulté de corrélation entre expérimentation et modèles (Hoff & Mautner, 1945), (Norris et al., 1961), (Ley et al., 1999), (Fagerberg & Zenkert, 2005a). Cela est d'autant plus vrai à l'échelle coupon. L'étude de l'échelle supérieure de la pyramide des essais (Rouchon, 1990) dite « technologique » semble intéressante pour caractériser le comportement réel d'une pièce. C'est la démarche du projet « VERTEX » (*ANR VERTEX Program*, n.d.), (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, & Castanié, 2017), (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, Castanié, et al., 2017) où des éprouvettes de type plaques sont testées sous sollicitations simples ou combinées. Néanmoins, la caractérisation des structures sandwichs au flambement local n'est pas présente dans la littérature à cette échelle de la pyramide des essais.

On remarque que les ruptures réelles observées lors des essais sont au mieux, pilotées par un seul mode, mais le plus souvent en combinant plusieurs où la notion de post-flambement est importante. Par conséquent, il est souvent difficile de savoir quel est le premier mode de ruine de la structure et l'on est conduit à élaborer un scénario probable de rupture. L'instrumentation d'essai par imagerie rapide couplée avec corrélation d'image est un moyen efficace de capter le scénario de rupture (Zhang et al., 2015). On notera que la modélisation selon l'approche non-linéaire par calcul éléments finis permet l'élaboration de scénarios de rupture précis, mais elle demande néanmoins une démarche de modélisation et de calculs lourds (Léotoing et al., 2002c).

La littérature sur l'effet des défauts dans le comportement en stabilité des structures sandwichs montre des résultats intéressants. Cependant la caractérisation des défauts notamment la mesure de l'amplitude de ceux-ci reste délicate pour l'application pratique de ces modèles en conception. La corrélation d'image stéréo permettant la mesure des formes 3D est un outil intéressant pour la caractérisation des imperfections géométriques présentes dans les structures.

II.3 Objectif de l'étude

Malgré une littérature importante sur les instabilités des structures sandwichs démontrant avec les modèles récents une bonne compréhension des mécaniques en jeu, un retard est noté quant à l'application de ces nouveaux modèles au domaine industriel.

Dans le cadre des technologies d'Elixir Aircraft sur des structures aéronautiques légères sandwich réalisées en « one shot », cette thèse propose le développement d'une méthodologie de calcul et de design au flambement local de structures sandwichs pour avion léger. L'approche se vaudra multiple

et couplée, par l'utilisation de plusieurs modèles analytiques et numériques et à plusieurs échelles, jusqu'à des structures complexes sous des chargements complexes. Le dialogue essai/calcul sera prépondérant, permettant la corrélation à tout niveau par des essais et modèles dans une démarche de pyramide des essais. Pour cela, la démarche scientifique que l'on souhaite mettre en œuvre est la suivante :

Etape 1 : définir une méthodologie de prédimensionnement au flambement local à l'échelle coupon.

- Identifier les modèles analytiques les plus adaptés au prédimensionnement des structures sandwichs de type de celles d'Elixir Aircraft, accompagné d'une étude numérique de validation. Quantifier les approximations de ces modèles par rapport à la réalité mécanique des structures d'Elixir Aircraft.
- Maîtriser le scénario de rupture par wrinkling via des essais coupons sandwichs instrumentés en imagerie rapide et en corrélation d'image couplées à des modèles éléments finis non-linéaires.

Etape 2 : étendre la méthodologie aux structures globales dans une démarche de pyramide des essais.

- Maîtriser le scénario de rupture par wrinkling via des essais plaques sandwich en sollicitations simples et combinées. Le banc « VERTEX » sera utilisé.
- Réaliser un dialogue essais/calcul poussé afin de statuer sur la pertinence des modèles analytiques et évaluer la capacité de modèles éléments finis avancés et non-linéaires à simuler correctement le phénomène de flambement local dans un cadre industriel complexe.

En parallèle, une attention particulière sera portée à la nécessité de lier le monde de la recherche et celui des applications industrielles dans le cadre de la certification. Pour cela des propositions de collaborations avec les équipes de recherche développant les modèles retenus seront proposées.

Deuxième partie : L'échelle coupon

III. Limites et pertinence des modèles analytiques dans une application industrielle

Ce chapitre présente une étude comparative des modèles analytiques de flambement local présents dans la littérature potentiellement intéressants pour le dimensionnement des structures composites sandwichs présentes dans l’Elixir. Sans aller dans le cœur mathématique de chaque modèle, l’idée est de comprendre les hypothèses qui les gouvernent afin de voir leur domaine de validité dans des applications industrielles réelles où les hypothèses ne sont pas strictement, ou carrément plus, respectées. Le contenu de ce chapitre est partiellement reproduit de la publication de (Ginot et al., 2021) et sera écrit en anglais.

Sommaire

III.1	INTRODUCTION.....	72
III.2	MODELS USED.....	73
III.2.1	<i>3D FEM Reference Models</i>	73
III.2.2	<i>Analytical wrinkling formulas used for the benchmark</i>	74
III.2.3	<i>Quasi-3D SGUF model</i>	76
III.3	INDUSTRIAL CASE STUDY	78
III.3.1	<i>Wrinkling modes computed by the FEM</i>	79
III.3.2	<i>“Radar” type comparison graphs</i>	80
III.3.2.1	Homogeneous foam core	80
III.3.2.2	Orthotropic honeycomb core	81
III.3.2.3	Asymmetric skins	82
III.3.2.4	UD dominated stacking in skin	82
III.3.2.5	A single ply in skin.....	84
III.4	CONCLUSION	84

III.1 Introduction

In an industrial approach to structural design, global finite element models (GFEM) are used for pre-sizing large aeronautical structures (wings, fuselage etc.). GFEM are made with large shell elements and cannot capture wrinkling modes because of the short wavelengths involved and the 3D nature of the phenomenon. The engineer therefore needs an effective, efficient tool to prevent the occurrence of wrinkling. A methodology based on a local analytical approach, if possible, providing reliable, conservative results and validated by numerical models, needs to be developed. The ideal, from the design engineer's point of view, would be to define the local buckling phenomenon by an analytical formulation with as few parameters as possible. The objective of the designer is not absolute precision but the coherence of the model in various, realistic configurations. Therefore, the purpose of this chapter is to provide a benchmark that can demonstrate the limits/relevance of these analytical models in an actual industrial application.

The work presented here is a comparison of the critical wrinkling loads between a realistic configuration modelled by a 3D FEM, the corresponding solutions of different analytical models in the literature, and the numerical S.G.U.F. model of (D’Ottavio & Polit, 2015). This numerical model is found to be situated between the analytical formulations and the FEM. In fact, the numerical model uses the same 2D stress/strain state and boundary conditions as the analytical formulations. However, its very rich, quasi-3D formulation relaxes many of the kinematic hypotheses upon which the analytical models are formulated and is hence close to the FE model. The comparison of the numerical model with the analytical formulas highlights the approximations of the kinematic assumptions, and the comparison with the 3D FEM shows the influence of the 3D stress state, as well as the boundary conditions inherent in the FEM (see Figure 45).

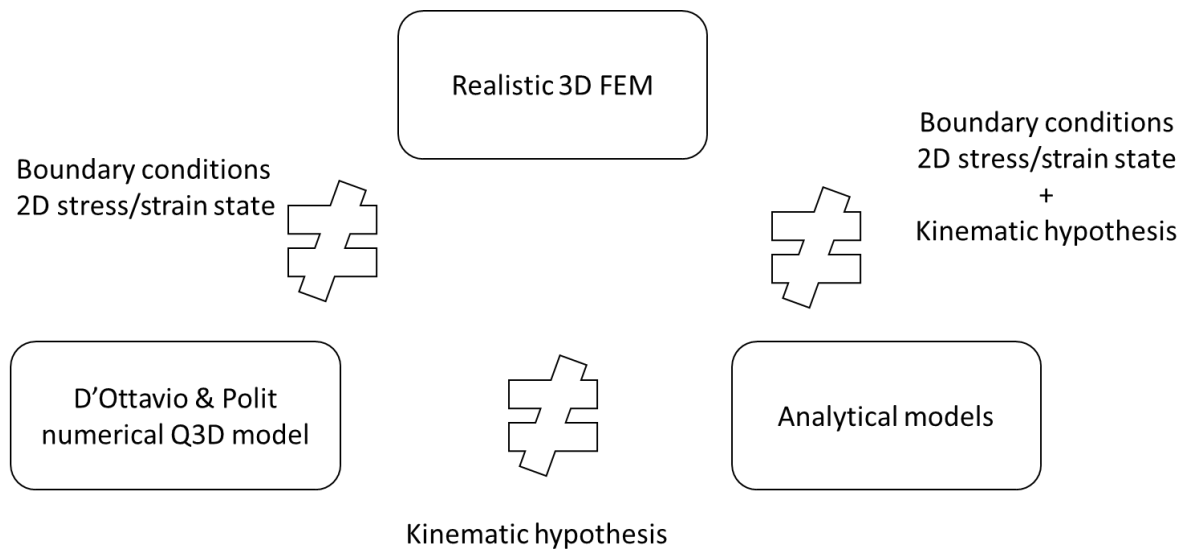


Figure 45: Comparison scheme of the different models

With the above mentioned purpose in mind, the chapter is organized as follows. Firstly, the case study is described, with the analytical, numerical, and FE models used; subsequently, the benchmark is discussed, by comparing the models with the 3D FEM and looking into correlations. Finally, some conclusions are drawn and perspectives envisaged.

III.2 Models used

The case study concerns a range of sandwich composite beams subjected to uni-axial compressive loading. The sandwich structures are consistent with those used by Elixir Aircraft with orthotropic balanced carbon skins and honeycomb or foam core. The dimensions of the beam are 200×60×50 mm (see Figure 46). Sandwich structures generally used in lightweight aircraft have thicknesses that do not exceed 10 mm, which is not respected here (thickness = 50 mm). This significant thickness is preferred to make local wrinkling modes dominant over global buckling modes.

III.2.1 3D FEM Reference Model

The mean used is the Finite Element Software and Solver ABAQUS 2016. The 3D framework allows reality to be approached in the sense that a 3D FEM could be used by an engineer in a test/simulation dialogue, or in a local sizing approach. Abaqus software is used. The mesh size is fine enough to take account of the least influence on the critical buckling load (Léotoing et al., 2002c). The average element size is 1 mm and at least 4 elements per half wavelength are observed in the most critical case (see Figure 46). In the core thickness, the mesh is refined close to the skins but left coarse in the centre to save computing time. The types of elements used are also noted in Figure 46.

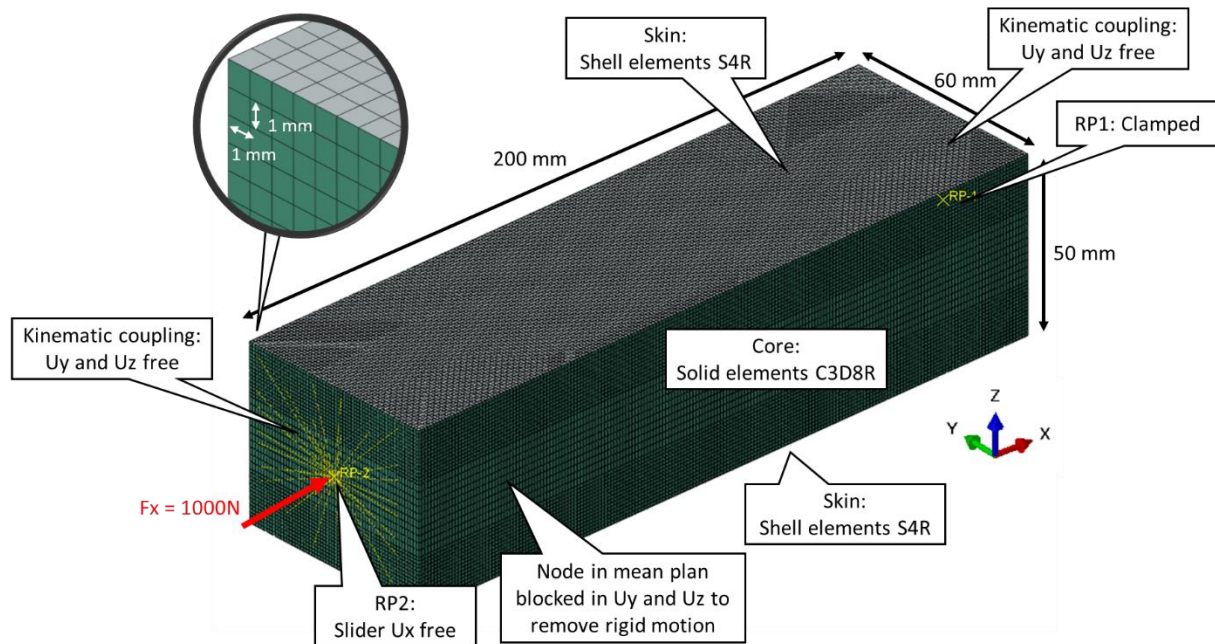


Figure 46: 3D FEM with its boundary conditions

Boundary conditions are not totally in conformity with analytical models. The analytical formulations and the numerical S.G.U.F. model are based on a periodic response over the length of the sandwich beam. This can be interpreted as an infinite medium: no boundary conditions other than that formed by the trigonometric functions that define the solution are considered. In FEM, the boundary conditions always have an effect but it can be reduced if the length of the beam is sufficiently greater than the half wavelength (Léotoing et al., 2002c). Linear perturbation buckle computation (eigenvalue prediction) is used to define the reference buckling load.

III.2.2 Analytical wrinkling formulas used for the benchmark

In general, wrinkling analytical models are taken to be infinitely long skins attached to an elastic foundation (see Figure 47). The skins and the foundation are of width b , and a plane stress/strain assumption is used in the ZX plane. A plane stress assumption can be used if b is small, or a plane strain assumption can be used if b is considered infinite. The cross-section is symmetric, i.e., $t_{tot} = t_c + 2t_s$, where t_c and t_s denote the core and skin thicknesses, respectively.

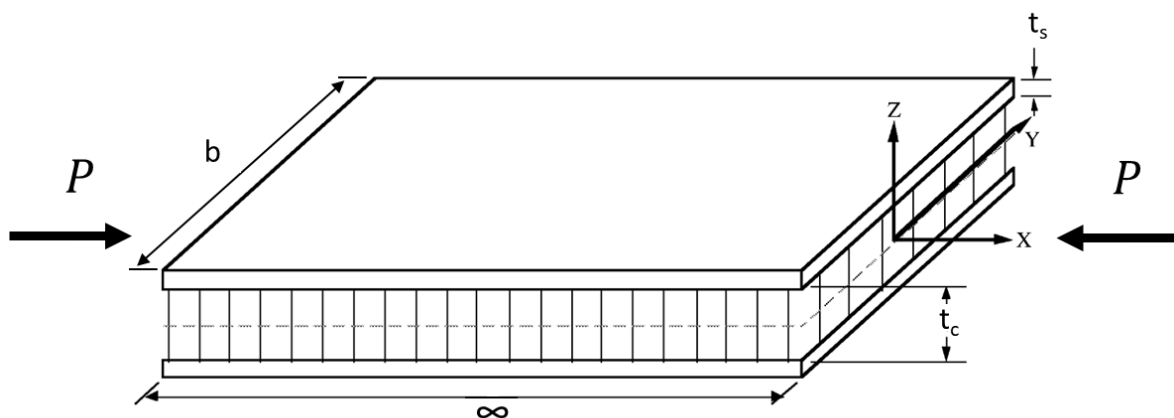


Figure 47: Geometry of analytical models

The buckling differential equation of the face supported by an elastic foundation can be written as (Niu & Talreja, 1999):

$$D_s \frac{d^4 w_s}{dx^4} + \frac{d}{dx} \left(P_s \frac{dw_s}{dx} \right) - b \sigma + \frac{dm}{dx} = 0$$

where D_s is the flexural rigidity of the skin, P_s is the axial compression load carried by the skin, w_s is the vertical deflection of the skins and σ is the corresponding normal stress between the face and the elastic foundation. The distributed bending moment m is often neglected as a second order effect because of the thin face assumption (Allen, 1969b). Due to the huge difference of axial stiffness between the two materials, the uniaxial stresses in the precritical state are far larger in the skins than in the core. The initial stress is considered to be in the skins only. Then the skins are assumed to buckle into a trigonometric function with a half wavelength l . The main difference from the analytical models is the translation of normal stress σ and the propagation of the perturbation through the core thickness.

Analytical formulas are chosen in the literature in order to cover a broad panel of kinematics hypotheses. Also, attention is paid to the “usability” of the formulation from a designer’s point of view. The formulation should be easily usable on an excel sheet, with a few material parameters (engineering constants). A minimization with one variable is accepted.

A brief reminder of the main particular assumptions used in the models is given below. More details and formulas can be found in the references.

Assumptions of the models:

The Winkler formulation (Carlsson & Kardomateas, 2011)

- Core: elastic springs of stiffness $k = \frac{E_c}{t_c/2}$.
- Skins: isotropic Euler-Bernoulli beams in pure bending.
- Solution method: direct solution of Partial Differential Equation (PDE).

Hoff & Mautner, 1945 (Hoff & Mautner, 1945)

- Core: isotropic continuum under anti-plane core stress assumption.
- Skins: isotropic Euler-Bernoulli beams in pure bending.
- Solution method: potential energy minimization.

Léotoing et al., 2002 (Léotoing et al., 2002b)

- Core: isotropic continuum with finite thickness, the interactions between faces are retained. Transverse shear stress is linear other the core thickness.
- Skins: isotropic Euler-Bernoulli beams in pure bending.
- Solution method: linearization of PDE constructed by the Principle of Virtual Work.

Niu & Talreja, 1999 (Niu & Talreja, 1999)

- Core: isotropic continuum with finite thickness. Stress field is expressed by Airy function in the form of a Fourier series.
- Skins: isotropic Euler-Bernoulli beams under pure bending.

Douville & Le Grogne, 2013 (Douville & Le Grogne, 2013)

- Core: isotropic continuum with finite thickness.
- Skins: isotropic Euler-Bernoulli beams in pure bending.

- Solution method: Differential equations obtained from a general bifurcation in a 3D framework then restrained in a 2 dimensional framework to obtain an analytical formula.

Plane strain assumption:

The plane strain assumption is more coherent for the comparison with a 3D FEM. Because the width b is not negligible, the plane strain assumption is thus taken for the analysis. To pass from plane stress assumption to plane strain assumption, the Young's modulus and Poisson's ratio are modified such that:

$$E \rightarrow \frac{E}{(1 - \nu^2)} \text{ and } \nu \rightarrow \frac{\nu}{(1 - \nu)}$$

Composite laminated skins:

Composite laminated skins are studied, and the use of the flexural modulus $E_s flex$ in the direction of the compressive load is recommended instead of the membrane modulus E_s .

The flexural rigidity of the laminate is defined as:

$$E_s flex = \frac{12}{D_{11}^* t_s^3}$$

The flexural orthotropic Poisson's ratios are defined as:

$$\nu_s xy = -\frac{D_{12}^*}{D_{11}^*} \text{ and } \nu_s yx = -\frac{D_{12}^*}{D_{22}^*}$$

where the Matrix D^* is the inverse of the **bending stiffness matrix of the laminate**. If the coupling terms between curvature and in-plane strains (matrix B_{ij}) is not zero, which is the case for asymmetric laminates, the bending stiffness calculated, $E_s flex$, does not consider this coupling and will be erroneous (see discussions on stacking with asymmetric skins).

III.2.3 Quasi-3D SGUF model

In this section, numerical S.G.U.F. model of (D'Ottavio & Polit, 2015) is presented, for details see reference. The bifurcation buckling problem is stated in weak form expressing the stability of a linear elastic body in the x - z plane subjected to an axial initial stress σ_{xx}^0 [35]:

$$\int_L \int_{t_{tot}} [\delta \varepsilon_{xx} (\tilde{C}_{11} \varepsilon_{xx} + \tilde{C}_{13} \varepsilon_{zz}) + \delta \varepsilon_{zz} (\tilde{C}_{13} \varepsilon_{xx} + \tilde{C}_{33} \varepsilon_{zz}) + \delta \gamma_{xz} \tilde{C}_{55} \gamma_{xz} + \delta u_{x,x} (\lambda \sigma_{xx}^0 u_{x,x}) + \delta u_{z,x} (\lambda \sigma_{xx}^0 u_{z,x})] dz dx = 0 \quad (1)$$

where the critical buckling load is defined by the scalar parameter λ that multiplies the initial stress characterizing the initial equilibrium condition. The perturbation strains are defined by the usual linearized geometric relations $\varepsilon_{xx} = u_{x,x}$, $\varepsilon_{zz} = u_{z,z}$, $\gamma_{xz} = u_{x,z} + u_{z,x}$.

The initial stress σ_{xx}^0 is defined in terms of a uniform axial strain ε_{xx}^0 produced by an end shortening of the whole sandwich strut. Therefore, the initial stress is constant across each ply but is non-uniform across the sandwich cross-section as it depends on the stiffness of the ply (ρ), see also [24]:

$$\sigma_{xx}^{0(p)} = Q_{11}^{(p)} \epsilon_{xx}^0 \quad \text{with} \quad Q_{11}^{(p)} = \tilde{C}_{11}^{(p)} - \frac{\tilde{C}_{13}^{(p)} \tilde{C}_{31}^{(p)}}{\tilde{C}_{33}^{(p)}} \quad (2)$$

The total axial load per unit width is obtained as the sum of all ply-wise stresses:

$$P = \int_{h_{tot}} \sigma_{xx}^{0(p)} dz = \epsilon_{xx}^0 \int_{h_{tot}} Q_{11}^{(p)} dz = A_{11} \epsilon_{xx}^0 \quad (3)$$

The stiffness coefficients \tilde{C}_{pq} with $p; q \in \{1; 3; 5\}$ in Eq. (1) and Eq. (2) are kept constant during the perturbation from the initially stressed state. In a plane strain setting ($\epsilon_{yy} = 0$), these coefficients are the usual stiffnesses defining the 3D generalized Hooke law ($\tilde{C}_{pq} = C_{pq}$), whereas they are the reduced stiffnesses $\tilde{C}_{pq} = C_{pq} - \frac{C_{p2} C_{2p}}{C_{22}}$ if a plane stress setting is employed ($\sigma_{yy} = 0$). The weak form Eq. (1) allows the a priori assumptions to be introduced for the displacement field that describes the perturbed (buckled) shape across the thickness t_{tot} of the sandwich strut. These are formulated according to the S.G.U.F. approach as a Layer-Wise (LW) assembly of $N_l = 3$ sublaminates representing the 2 skins and the core, where an arbitrary model expressed in Unified Formulation is adopted for each sublaminate, see (D'Ottavio, 2016) for more details. The resulting approximation is thus expressed as

$$u_x(x, z) = \bigcup_{k=1}^3 \sum_{\tau=0}^{N_{u_x}^k} F_{\tau}^k(z_k) \hat{u}_{\tau}(x); \quad u_z(x, z) = \bigcup_{k=1}^3 \sum_{\tau=0}^{N_{u_z}^k} F_{\tau}^k(z_k) \hat{w}_{\tau}(x) \quad (4)$$

where F_{τ}^k are the thickness functions used in the k^{th} sublaminate and expressed in function of its local coordinate z_k . The present Quasi-3D (Q3D) model adopts a higher-order Layer-Wise (LW) description for providing reference results:

- LD_{3;2} for the skin laminates: the axial displacement $u_x(z)$ is cubic and the out-of-plane displacement, $u_z(z)$, quadratic in each ply.
- ED_{12;12} for the core: the axial and out-of-plane displacements $u_x(z)$ and $u_z(z)$ are represented by a 12th order polynomial.

The thickness functions are introduced into Eq. (1); the derivatives and integration along z are carried out explicitly and the following arrays are computed upon cycling over all indices $\tau, \rho \in [0, N^k]$ and assembling all ply-wise (superscript (ρ)) contributions for all sublaminates (superscript k):

$$\{Z_{uu11}^{\tau\rho}; Z_{uw13}^{\tau\rho}; Z_{ww33}^{\tau\rho}\} = \bigcup_{k=1}^3 \int_{h_k} \{C_{11}^{(p)} F_{u_{\tau}}^k F_{u_{\rho}}^k; C_{13}^{(p)} F_{u_{\tau}}^k F_{w_{\rho,z}}^k; C_{33}^{(p)} F_{w_{\tau,z}}^k F_{w_{\rho,z}}^k\} dz_k \quad (5a)$$

$$\{Z_{uu55}^{\tau\rho}; Z_{uw55}^{\tau\rho}; Z_{ww55}^{\tau\rho}\} = \bigcup_{k=1}^3 \int_{h_k} C_{55}^{(p)} \{F_{u_{\tau,z}}^k F_{u_{\rho,z}}^k; F_{u_{\tau,z}}^k F_{w_{\rho}}^k; F_{w_{\tau}}^k F_{w_{\rho}}^k\} dz_k \quad (5b)$$

$$\{Z_G^{uu\tau\rho}; Z_G^{ww\tau\rho}\} = \bigcup_{k=1}^3 \int_{h_k} Q_{11}^{(p)} \{F_{u_{\tau}}^k F_{u_{\rho}}^k; F_{w_{\tau}}^k F_{w_{\rho}}^k\} dz_k \quad (5c)$$

These arrays correspond to the model adopted for the sandwich stack and include the linear stiffness contributions, Z , and the “geometric” stiffness contributions, Z_G . Contrary to the FEM and in analogy

to the analytical models presented in Section III.2.2, this model adopts a strong-form solution along the coordinate x ; the local stability equations in the domain $x \in [0, L]$ and the required boundary conditions are hence obtained upon applying the divergence theorem to the terms whose virtual variations are derived with respect to x . The solution is defined in terms of trigonometric functions as

$$\hat{u}_\tau(x) = U_\tau \cos\left(\frac{\pi x}{L_x}\right); \quad \hat{w}_\tau(x) = W_\tau \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \quad (6)$$

where $L_x = L/m$ is the half-wavelength of the periodic response. This Navier type solution exactly verifies the essential boundary conditions $u_3(x=0, L) = 0$ as well as the natural condition $\sigma_{xx}^p(x=0; L) = 0$, stating that the external initial load $\sigma^{(p)}$ remains constant throughout the perturbation. The linearized stability equation is eventually cast in the conventional eigenvalue problem for a given half-wavelength $L_x(m)$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{W} \end{bmatrix}_m^\top \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{UU} & \mathbf{K}_{UW} \\ \mathbf{K}_{UW}^\top & \mathbf{K}_{WW} \end{bmatrix}_m + \lambda_m \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{GUU} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{GWW} \end{bmatrix}_m \right) \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{W} \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

whose solution provides the through-thickness modes $[\mathbf{U}; \mathbf{W}]^\top$ corresponding to the half-wavelength $L_x = L/m$ and the associated scalar parameters λ_m that define the critical loads $P_{cr}(m) = \lambda_m P$ according to Eq. (3). The buckling/wrinkling load is then found as the lowest critical load among all possible wavelengths:

$$P = \min_m(P_{cr}(m)) \quad \text{at} \quad m = m^*, L_x^* = L_x(m^*) = \frac{L}{m^*} \quad (8)$$

III.3 Industrial case study

Materials used:

The properties of the materials used are generic industrial standards and are proposed in Table 1.

Table 1 : Material properties used for the case study.

	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	E_3 (MPa)	G_{12} (MPa)	G_{13} (MPa)	G_{23} (MPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	Ply thickness (mm)
Fabric	55000	55000	10000	4000	4000	4000	0.04	0.3	0.3	0.22
UniDir	120000	10000	10000	4000	4000	3333	0.3	0.3	0.5	0.16
FOAM	50	50	50	30	30	30	0.3	0.3	0.3	
Nomex Honeycomb	0.5	0.5	140	1	40	25	0.9	0.01	0.01	

Stacking used:

Asymmetry is one of the characteristics of the sandwich skins used in light aviation. An asymmetry parameter φ is defined from the position of the skin's neutral fibre (see Figure 48):

$$\varphi = \frac{c}{a} \quad \text{with} \quad c = -\frac{B_{11}^{-1}}{D_{11}^{-1}}$$

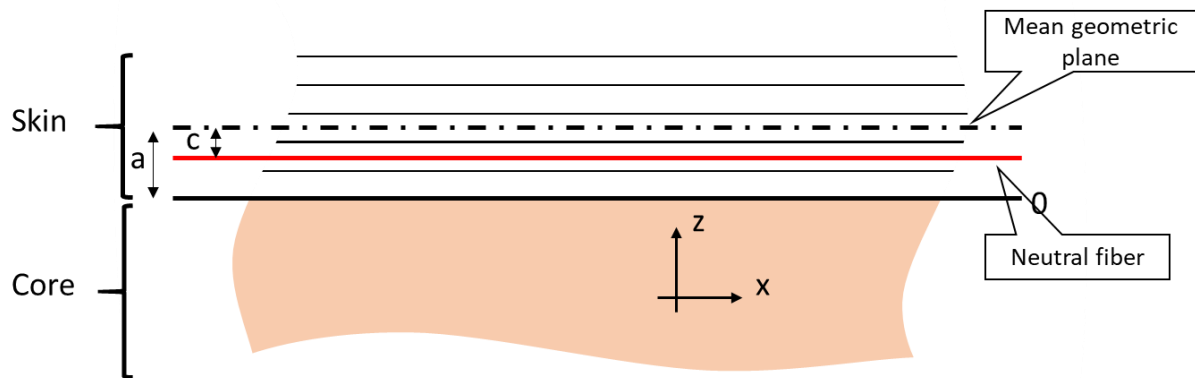


Figure 48: Definition of the asymmetry parameter φ

The position of neutral fibre in the skin is defined by $M_x(z) = \varepsilon_x(z) = 0$; where $M_x(z)$ and $\varepsilon_x(z)$ are respectively the bending moment and the axial strain through the skin thickness. A negative value of φ means that the neutral fiber is moved inwards, i.e. in the direction of the core of the sandwich.

Six sandwich stacking sequences are studied (Table 2).

Table 2: Definition of the 6 sandwich stacking sequences.

Stacking	ST-0	ST-1	ST-2	ST-3	ST-4	ST-5
Sequence	Fabric +/-45°	Fabric +/-45°	Fabric +/-45°	Fabric +/-45°	Fabric +/-45°	
	UniDir 0°	UniDir 0°	UniDir 0°		4XUniDir 0°	
	Fabric +/-45°	Fabric 0°/90°	Fabric +/-45°	Fabric 0°/90°	Fabric 0°/90°	Fabric 0°/90°
	Foam	Foam	Honeycomb	Foam	Foam	Foam
	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry	Symmetry
φ	0%	-16%	0%	-28%	-8%	0%

The ST-0 stacking acts as a control configuration with symmetrical skins and a homogeneous core. Then comes the more "technological" stacking that can be found in a lightweight aircraft structure, with asymmetric skins (ST-1 ; ST-3) and an orthotropic honeycomb core (ST-2). Then a stacking sequence is defined with a large proportion of UniDirectional plies that can take up a large part of the longitudinal force (ST-4) and, finally, a stacking with a single ply (ST-5) is used.

III.3.1 Wrinkling modes computed by the FEM

Niu & Talreja, Léotoing et al., and Douville & Le Grogneac demonstrate that the critical stress for asymmetric wrinkling is always the lowest when the core is isotropic. However, when the skins are thin with respect to the core thickness, the loads leading to asymmetric and symmetric modes are almost equal, which is the case for this study case (see Figure 49).

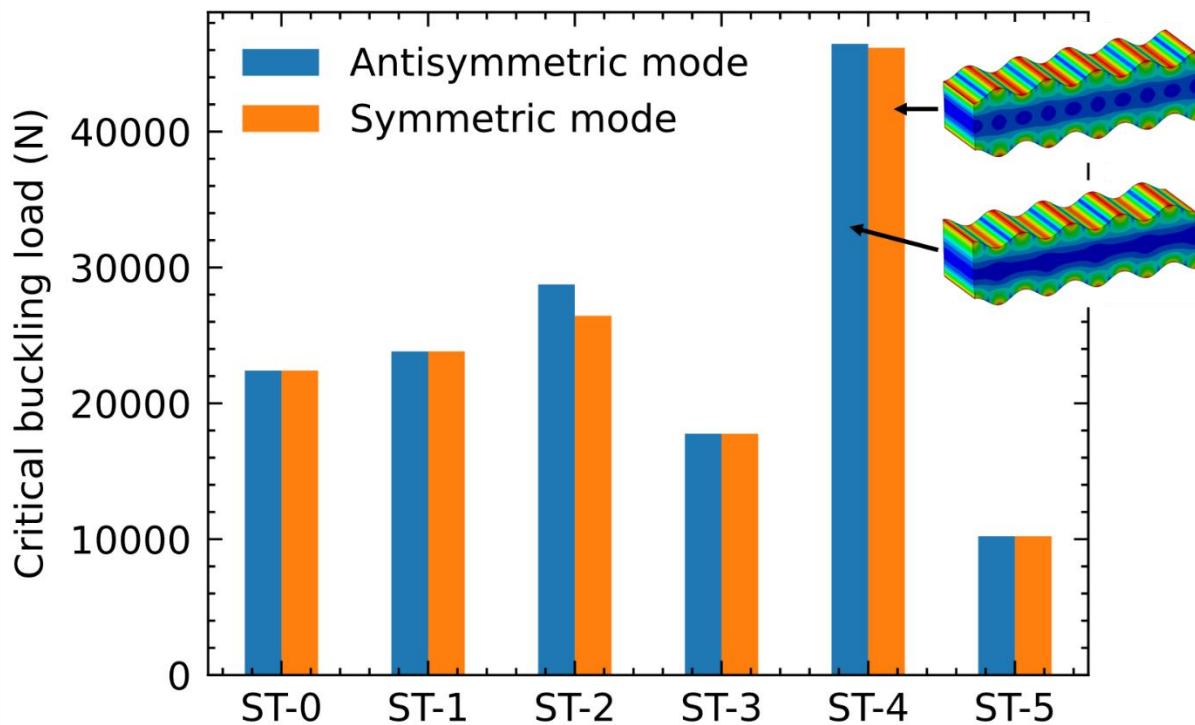


Figure 49: 3D FEM critical local buckling load for antisymmetric and symmetric modes

It can be noticed that, for the stacking with orthotropic honeycomb core (ST-2), the symmetrical mode is preponderant. This phenomenon has been reported by several authors (Hwang, 1998) (Vonach & Rammerstorfer, 2000) (D’Ottavio & Polit, 2015). D’Ottavio and Polit explain that “in case of high orthotropy as honeycomb core, when axial modulus is nearly equal to zero, the contribution of the transverse shear energy gets negligible for the symmetric mode which becomes preponderant whereas antisymmetric wrinkling mode is indeed always associated with a transverse shear deformation of the core.” As the symmetric mode shows a lower buckling load, only this mode will be compared with the results of the analytical models.

III.3.2 “Radar” type comparison graphs

“Radar” type comparison graphs were chosen to illustrate comparisons between the models. The different models are listed and presented in relation to the relative percentage gap between the buckling loads of the models and that of the FEM. The dotted line seen in the different graphs indicates perfect correlation with the FEM. A negative value means the model is conservative compared to the FEM. Note that “Q3D” correspond to “quasi-3D” SGUF model from (D’Ottavio & Polit, 2015) and developed in section III.2.3.

III.3.2.1 Homogeneous foam core

For the ST-0 sandwich stacking (see Figure 50), the Winkler formulation does not match the FEM because it totally neglects shear stress in the core, unlike the FEM, which models a continuum of quasi-isotropic medium.

Léotoing et al.’s model shows poor correlation. According to the authors, the difference between analytical and numerical results can be partly explained by the simplistic analytical shear stress distribution (linear through the core thickness), which does not estimate the actual energy contribution of the shear stress accurately (Léotoing et al., 2004). Also, it is here the symmetric mode which is compared; contrary to the other unified models, the critical loads between the 2 modes are

not similar and the antisymmetric mode would give a conservative result compared to the FEM. Niu & Talreja, like Douville & Le Grogneq, use an isotropic core formation. In the FEM, the foam is slightly non-isotropic in the sense that the modulus E , the shear modulus G and the Poisson coefficient ν are not linked with the Lamé formulation: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$. In their models, only the core modulus with Poisson coefficient is expressed; the core shear modulus comes from Lamé's formulation and should be 19.7 MPa instead of the 30 MPa introduced in the FEM. Thus, in this case, the models are conservative, which is interesting from an engineering point of view. Unlike Hoff's model with the theoretical coefficient. The model with "practical" coefficient $Q = 0.5$, is very conservative compared to the FEM. This "abatement" comes from test observations with their inherent aspects, boundary conditions, and defects (Hoff & Mautner, 1945), whereas the FEM is a perfect framework.

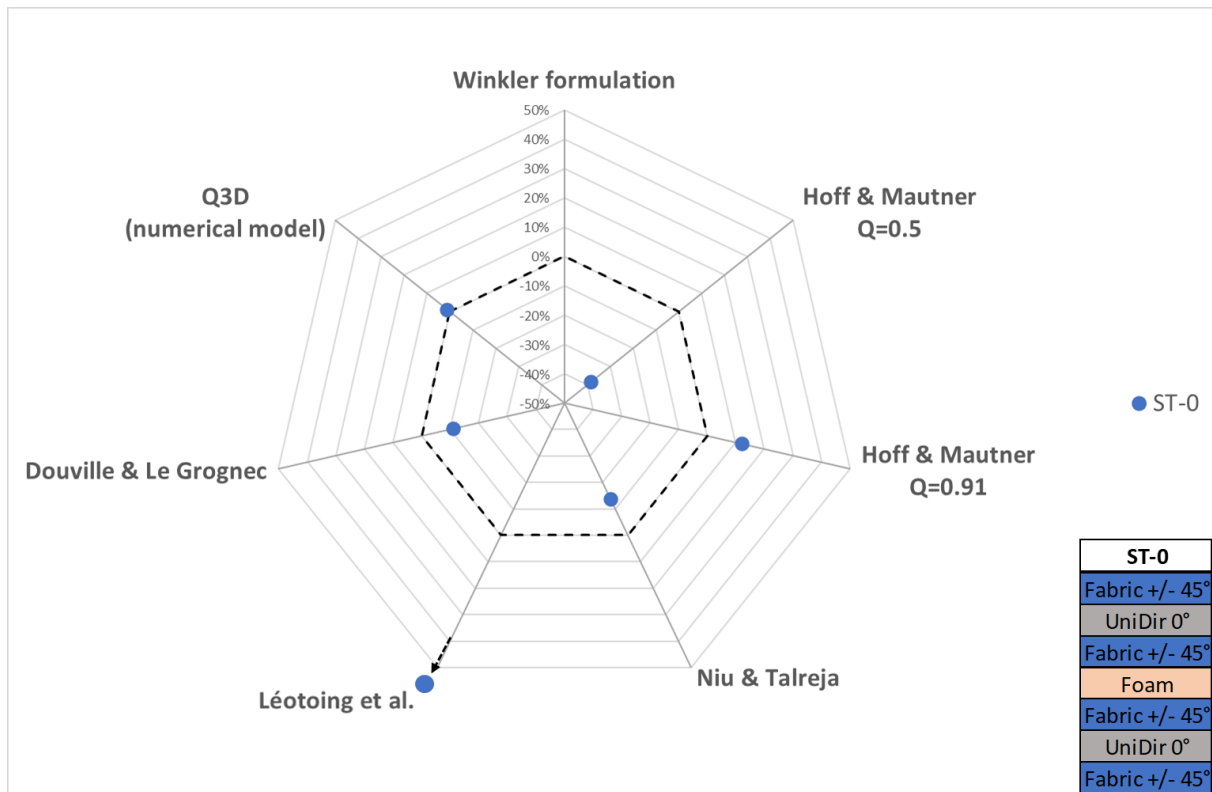


Figure 50: Radar type comparison graph for ST-0 sandwich stacking: symmetric balanced orthotropic skin with foam core.

III.3.2.2 Orthotropic honeycomb core

For the ST-2 sandwich stacking (see Figure 51), all the analytical models give poor results, which is quite understandable for Niu & Talreja, Léotoing et al., and Douville & le Grogneq, because these models are constructed around a continuum isotropic core. For Hoff and Mautner, orthotropy can be treated by the shear modulus G and give a better correlation but still too optimistic.

The Winkler model, neglecting the transverse shear of the core, should be more coherent for sandwich with honeycomb, because the axial honeycomb modulus is very low, so the contribution of the transverse shear energy becomes smaller. That is why it is suitable for the design of sandwich structures with honeycomb core according to a recent NASA technical memorandum (Zalewski et al., 2012). However, in the present case, it shows bad correlation. D'Ottavio and Polit had shown the influence of the out-of-plane core orthotropy ratio $X = \frac{E_x}{E_z}$ on the wrinkling buckling load (D'Ottavio & Polit, 2015). It appears that the contribution of the transverse shear energy becomes negligible when the ratio is of the order of $X = 1 * 10^{-4}$, as the Winkler formulation correlates well for this type of ratio. However, in the case of the properties of the materials studied here (see Table

1), its value is close to $X = 7 * 10^{-3}$ and the transverse shear stress becomes non-negligible. The in-plane properties of honeycomb are not given by the suppliers, nor by the data bases ((Military Handbook MIL-HDBK-23, n.d.), (Military Handbook MIL-HDBK-17, n.d.) or NCAMP). A value of 1 MPa is often used by the engineers as the honeycomb axial stiffness. That said, it is understandable why this model is always used in an industrial setting: neglecting the transverse shear limits the critical buckling load and it is conservative.

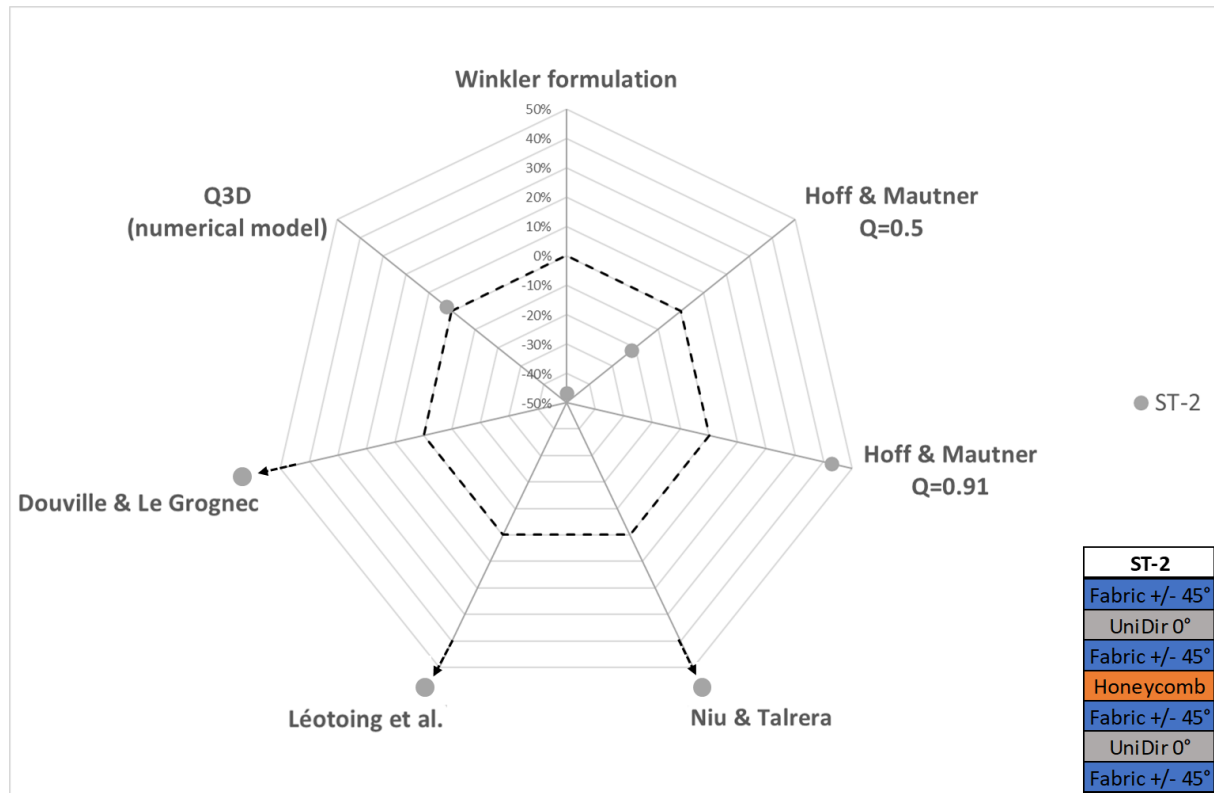


Figure 51: Radar type comparison graph for ST-2 sandwich stacking: Symmetric balanced orthotropic skin with honeycomb core.

III.3.2.3 Asymmetric skins

In Figure 52, the results of the ST-0, ST-1 and ST-3 sandwich stacking are summed up. It is recall that the coupling terms of a laminated skin rigidity matrix are non-zero in cases of asymmetric skin, and are not considered in the flexural rigidity of the laminated skin. Surprisingly, the stacking sequences with asymmetric skins (ST-1; ST-3) demonstrate a similar level of correlation compared to the symmetric skin stacking (ST-0), which shows that, for asymmetric skins, up to 28% offset of the neutral fibre from the mean plane geometry, the flexural/membrane coupling is not prevalent in the critical buckling load.

III.3.2.4 UD dominated stacking in skin

The stacking sequence ST-4, with a high proportion of UD 0° ply, shows correlation similar to that of the ST-0 stacking sequence (see Figure 53). The improvement of Léotoing et al.'s model can be explained by a longer buckling wavelength with the increase of the skin thickness and modulus. The influence of transverse shear, which is the limitation of this model, is less marked than for the case with short wavelength (Niu & Talreja, 1999).

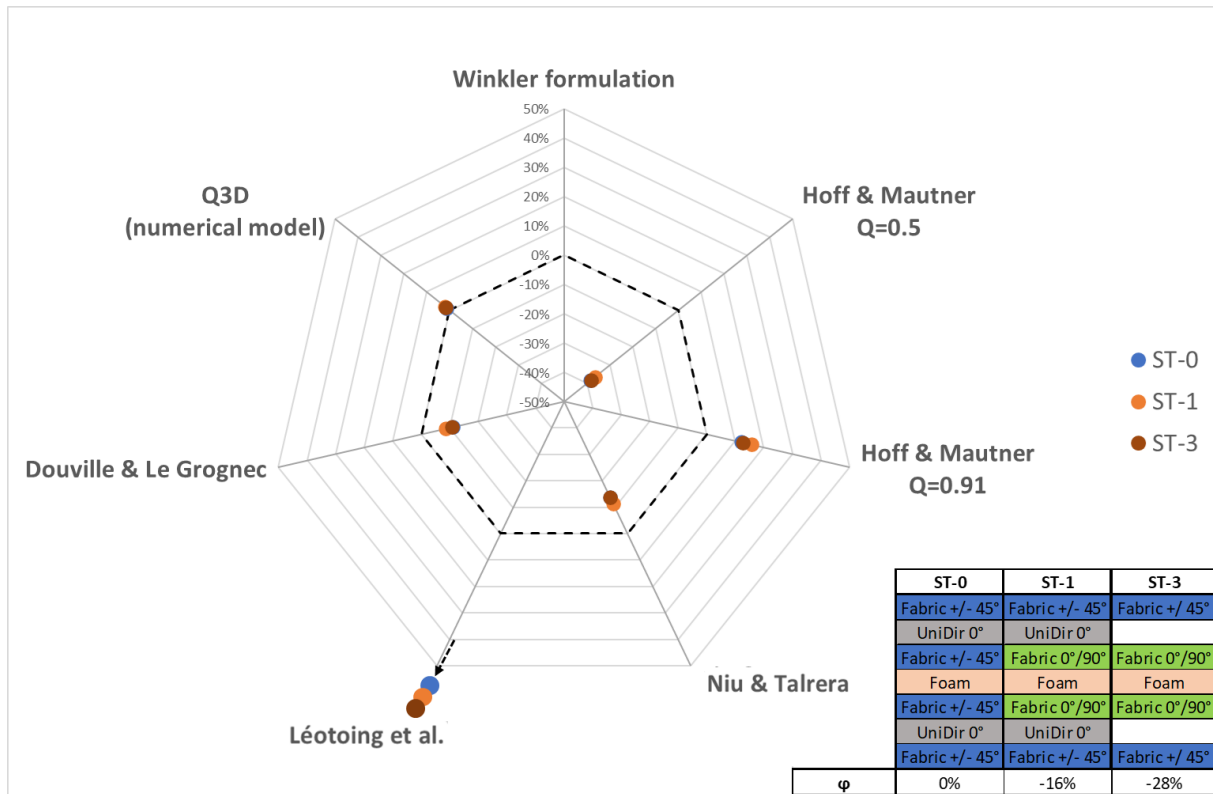


Figure 52: Radar type comparison graph for symmetric skins (ST-0) and asymmetric skin (ST-1; ST-3).

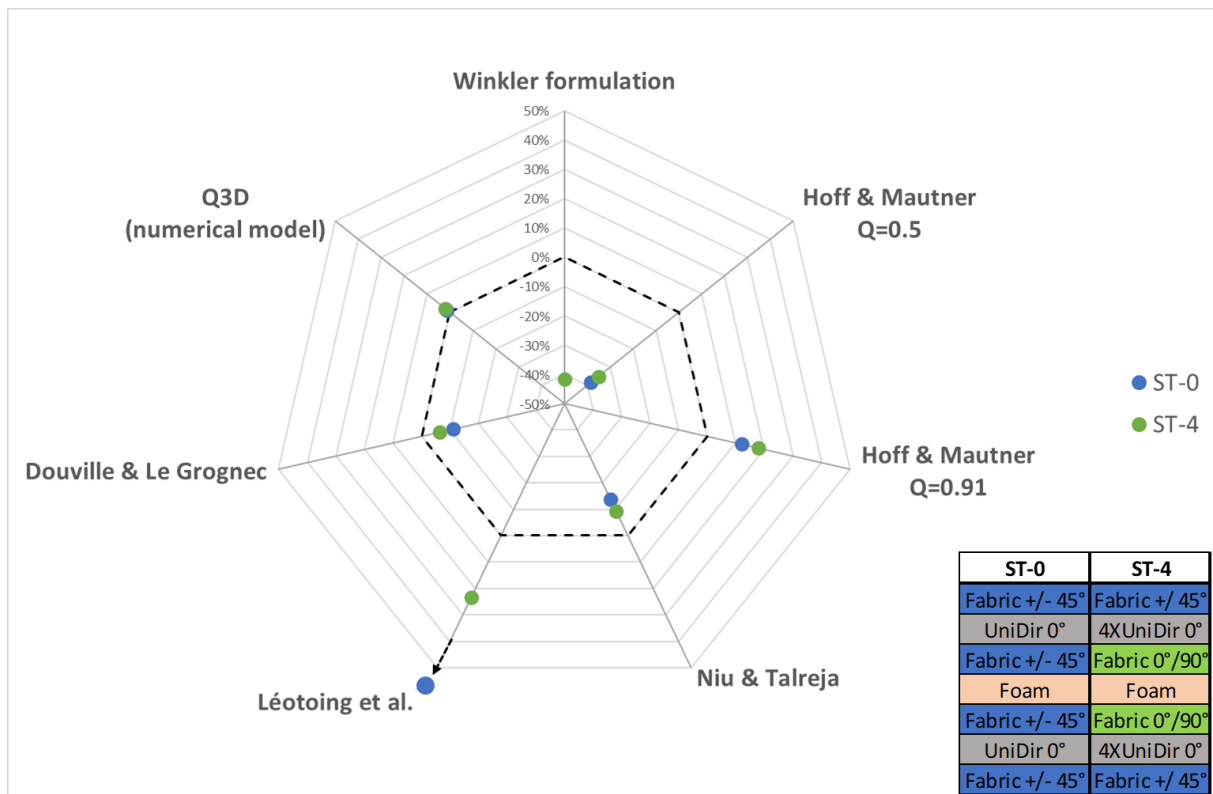


Figure 53: Radar type comparison graph for ST-0 and ST-4 with a large proportion of UniDirectional ply.

III.3.2.5 A single ply in skin

In the analytical models studied, the core does not take up any axial load and the critical buckling load is computed as $P_{crit} = \sigma_{crit} * 2 * b * t_f$. In the ST-5 stacking sequence, the core takes up about 9% of the total load applied to the sandwich beam. This explains why the correlation of the analytical models, for a stacking sequence with a very small skin thickness, is less, in absolute value, than for a configuration with a thicker skin (see Figure 54). The hypothesis that the skins take up the totality of the pre-critical axial load is conservative and thus interesting from the engineering point of view.

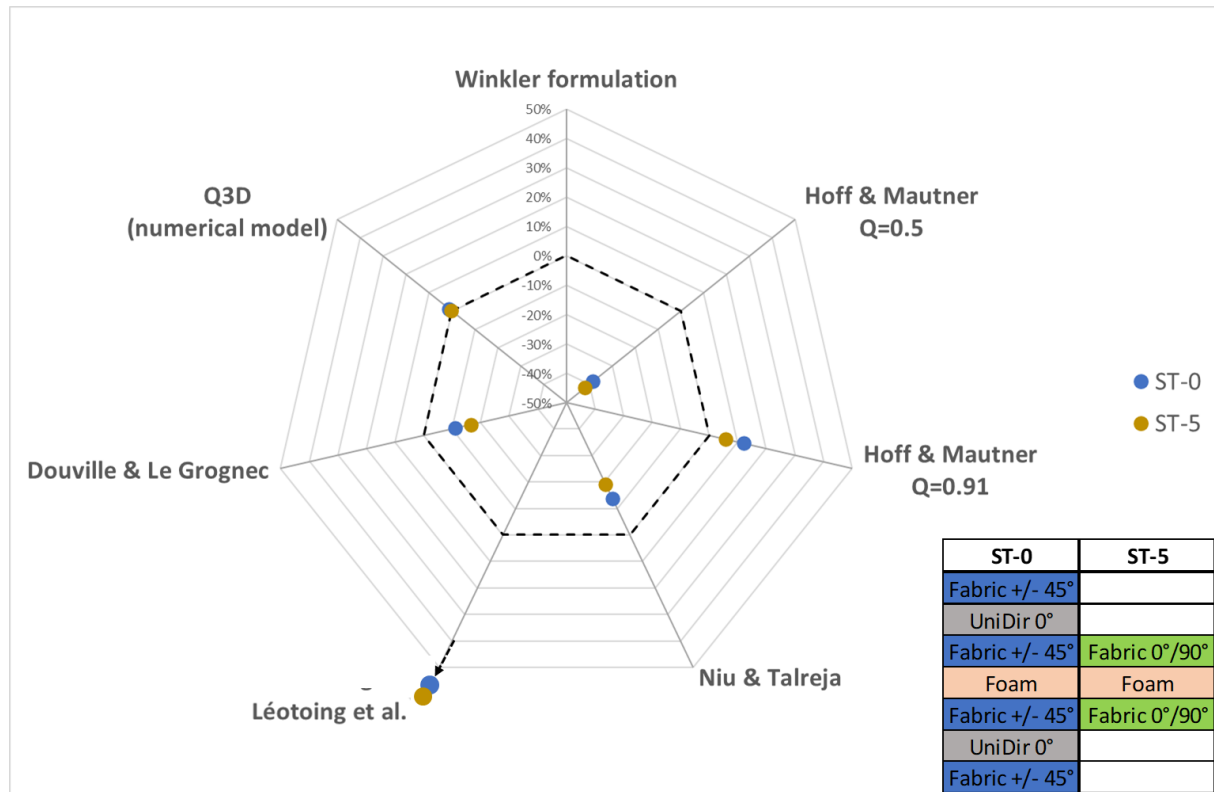


Figure 54: Radar type comparison graph for ST-0 and ST-5 with a single ply

III.4 Conclusion

This chapter presents a benchmark of analytical wrinkling formulas compared to a 3D finite Elements Model. The study case is a sandwich composite beam subjected to uniaxial compressive loading with stacking sequences and material properties (orthotropic balanced carbon skins and honeycomb or foam cores) in accordance with an industrial application in light aviation. These analytical models are challenged under a framework (3D stress state; orthotropy; skin asymmetry) far from the assumptions on which the analytical formulations were based. The paper shows how the analytical solutions behave compared to a realistic 3D FEM, and the conclusions can be summarized as follows:

- The symmetrical mode is the predominant wrinkling mode for honeycomb core stacking, as already observed in the literature (Hwang, 1998), (Vonach & Rammerstorfer, 2000), (D'Ottavio & Polit, 2015).
- Hoff and Mautner's formula with the practical constant $Q = 0.5$ is conservative for all sandwich stacking sequences, sometimes up to -50%, and an interesting conservative correlation is observed for honeycomb core stacking (around -20%)

- The models by Niu & Talreja and Douville & Le Grogneq show an interesting conservative correlation for foam core configurations (between -10% and -20%). On the other hand, they are unusable (too optimistic) for sandwich beams with honeycomb core. The isotropic continuum core hypothesis is too far from the honeycomb mechanical characteristic.
- The Winkler formulation, which is used for the design of sandwich structures with honeycomb core (Zalewski et al., 2012), is too conservative for the honeycomb core stacking studied, because the out-of-plane orthotropy ratio ($X = E_x/E_z$) chosen is too high to allow the transverse shear energy to be neglected.
For foam core stacks, the formulation is unusable because the compressive spring foundation is too far from the foam continuum medium.
- The asymmetric skins studied have little influence on the wrinkling load.
- In the case of very thin skins with high core thickness, the core takes up a non-negligible part of the total load applied to the sandwich beam, which is not considered in the analytical buckling load computations. Nevertheless, this assumption remains conservative.
- This study shows that classical analytical formulations are not suitable for recent advanced sandwich structures and generate over-conservative or unreliable results.
- The Q3D SGUF numerical model shows a quasi-perfect correlation with the FEM for all sandwich stacking sequences studied. The plane strain assumption used in this model is good enough to represent the 3D sandwich beam subjected to compressive uniaxial load that was considered. This most advanced formulation, of the C.U.F. formulation class, is the only one that should be implemented in a python routine in a GFEM and can be considered for the design of actual lightweight aeronautical structures. Its reliability can permit the currently used security coefficient to be decreased.

This study has some limitations, which bring perspectives. First, the case study imposes a considerable core thickness (50 mm), which means that the skins' interaction mechanisms are ignored. This is not the case for a sandwich structure used in light aviation, where the core thickness is around 10 mm. Secondly, the analytical models are evaluated in a perfect framework. However, it is known that the wrinkling phenomenon is sensitive to boundary conditions and defects—hence the great difficulty of correlation between experiments and analytical models (Norris, 1964), (Ley et al., 1999), (Fagerberg & Zenkert, 2005b)—and few wrinkling test campaigns are available in the literature. For a full evaluation, an experimental test/analytical models dialogue needs to be completed. Finally, uniaxial compressive load is a particular loading case and sandwich structures are often subject to multiaxial load. The stability problem of sandwich structures under combined loads arises. Several authors have worked on this subject (Sullins et al., 1969), (Birman & Bert, 2004) bringing analytical solutions and a benchmark of the same philosophy that proposed in this chapter, should interesting to be done.

IV. Caractérisation expérimentale sur coupons sandwichs

Ce chapitre porte sur plusieurs campagnes d'essais où des éprouvettes coupons sandwichs ont été soumises à de la compression longitudinale. L'objectif de ces essais est l'observation et l'analyse expérimentale du phénomène de flambement local de type wrinkling sur des configurations de sandwich cohérentes avec les structures utilisées en aviation légère. Un dialogue essai calcul est mis en place pour évaluer les modèles.

Sommaire

IV.1	INTRODUCTION	86
IV.2	PROTOCOLE D'ESSAI	87
IV.2.1	<i>Matériaux et Géométrie</i>	87
IV.2.2	<i>Fabrication</i>	88
IV.2.3	<i>Configuration d'essai</i>	89
IV.3	RESULTATS ET ANALYSES	92
IV.3.1	<i>Données brutes, efforts maximums</i>	92
IV.3.2	<i>Déroulement des essais</i>	92
IV.3.3	<i>Faciès de rupture</i>	94
IV.3.4	<i>Biais</i>	96
IV.3.4.1	Déformations non-uniformes sur la largeur de l'éprouvette	96
IV.3.4.2	Asymétrie de chargement des peaux	98
IV.3.4.3	Déplacement hors plan en fin de talon	98
IV.4	DIALOGUE ESSAIS/CALCUL	100
IV.4.1	<i>Modèles utilisés</i>	100
IV.4.1.1	Caractéristiques matériaux	100
IV.4.1.2	Modèle éléments finis	100
IV.4.1.3	Modèles analytiques de flambement local	101
IV.4.2	<i>Graphiques comparatifs type « radar »</i>	101
IV.4.2.1	Configurations de peaux supérieures à 3 plis (Figure 71)	101
IV.4.2.2	Configurations de peaux à deux plis (Figure 72)	102
IV.4.2.3	Configurations de peaux à un pli (Figure 73)	103
IV.4.3	<i>Demi-longueur d'onde</i>	104
IV.4.4	<i>Limites et conclusions</i>	106

IV.1 Introduction

L'essai sur des sandwichs en compression longitudinale pour capturer le flambement local de type wrinkling n'est pas nouveau dans la littérature ; la plupart des études précédentes sur le sujet font part de la grande sensibilité aux conditions aux limites de ce type d'essai (Hoff & Mautner, 1945), (Ley et al., 1999), (Fagerberg, 2004), (Koissin et al., 2010). Les ruptures réelles observées dans les essais sont au mieux, pilotées par un seul mode de rupture, mais le plus souvent en combinent plusieurs. Par conséquent, il est souvent difficile de savoir quel est le premier mode de ruine de la structure ce qui

conduit à élaborer un scénario probable de rupture. Afin de contrôler efficacement le scénario de rupture, deux axes méthodologiques sont nécessaires à développer :

- Le dimensionnement des éprouvettes : la géométrie, les matériaux utilisés ainsi que le drapage des peaux stratifiées composites sont étudiés afin de sélectionner le wrinkling comme premier mode de rupture.
- La configuration de l'essai : avec une réflexion particulière sur l'introduction des efforts dans l'éprouvette impliquant un outillage dédié et des tolérances géométriques (éprouvette et outillage) précises.

Enfin, il est primordial de capturer le scénario de rupture. La bibliographie a démontré que l'instrumentation d'essai par imagerie rapide ainsi que la corrélation d'image numérique (CIN) étaient des outils efficaces.

IV.2 Protocole d'essai

IV.2.1 Matériaux et Géométrie

La forme des éprouvettes choisie pour les essais est représentée sur la Figure 55. Il s'agit d'une poutre sandwich épaisse, formée d'une âme en mousse PMI de 51 kg/m^3 , recouverte de peaux stratifiées composites carbone/époxy pré-imprégnées. L'épaisseur des peaux et la séquence de drapage sont cohérentes avec les structures sandwichs du type de celles d'Elixir Aircraft. Au total, ce sont 12 configurations de drapages différents de quatre éprouvettes qui ont été testées. L'étude, présentée dans cette section, porte sur six d'entre elles (Table 3).

Table 3 : configurations des éprouvettes sandwichs.

Configuration	F51_D4-1	F51_D4-2	F51_D4-3	F51_D1	F51_D5	F51_D6
Drapage	Tissu +/-45°	Tissu +/-45°	Tissu +/-45°			
		UD 90°	2X UD 90°			
	UD 0°	UD 0°	UD 0°	Tissu +/-45°	Tissu 0°/90°	
	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°
	Mousse PMI $e_c=16 \text{ mm}$	Mousse PMI $e_c=24 \text{ mm}$	Mousse PMI $e_c=24 \text{ mm}$	Mousse PMI $e_c=13 \text{ mm}$	Mousse PMI $e_c=13 \text{ mm}$	Mousse PMI $e_c=8 \text{ mm}$
	Symétrie	Symétrie	Symétrie	Symétrie	Symétrie	Symétrie

Les dimensions longueur, largeur et épaisseur évoluent selon la configuration des éprouvettes (Figure 55). Les éprouvettes ont pour dimensions 150 x 50 mm pour les configurations F51_D4-1, F51_D1, F51_D5 et F51_D6 et 200 x 75 mm pour les configurations F51_D4-2 et F51_D4-3. Les épaisseurs des éprouvettes sont spécifiées Table 3. Les épaisseurs d'âme sont choisis sur un compromis entre une épaisseur cohérente avec une structure sandwich utilisée en aviation légère (environ 10 mm) et l'apparition du mode local comme premier mode de flambement. Un ratio épaisseur âme/peaux trop faible privilégierait le mode global. Des talons biseautés en aluminium sont collés aux extrémités de l'éprouvette afin de renforcer la surface de chargement et d'éviter le matage et flambement des peaux en bord d'éprouvette.

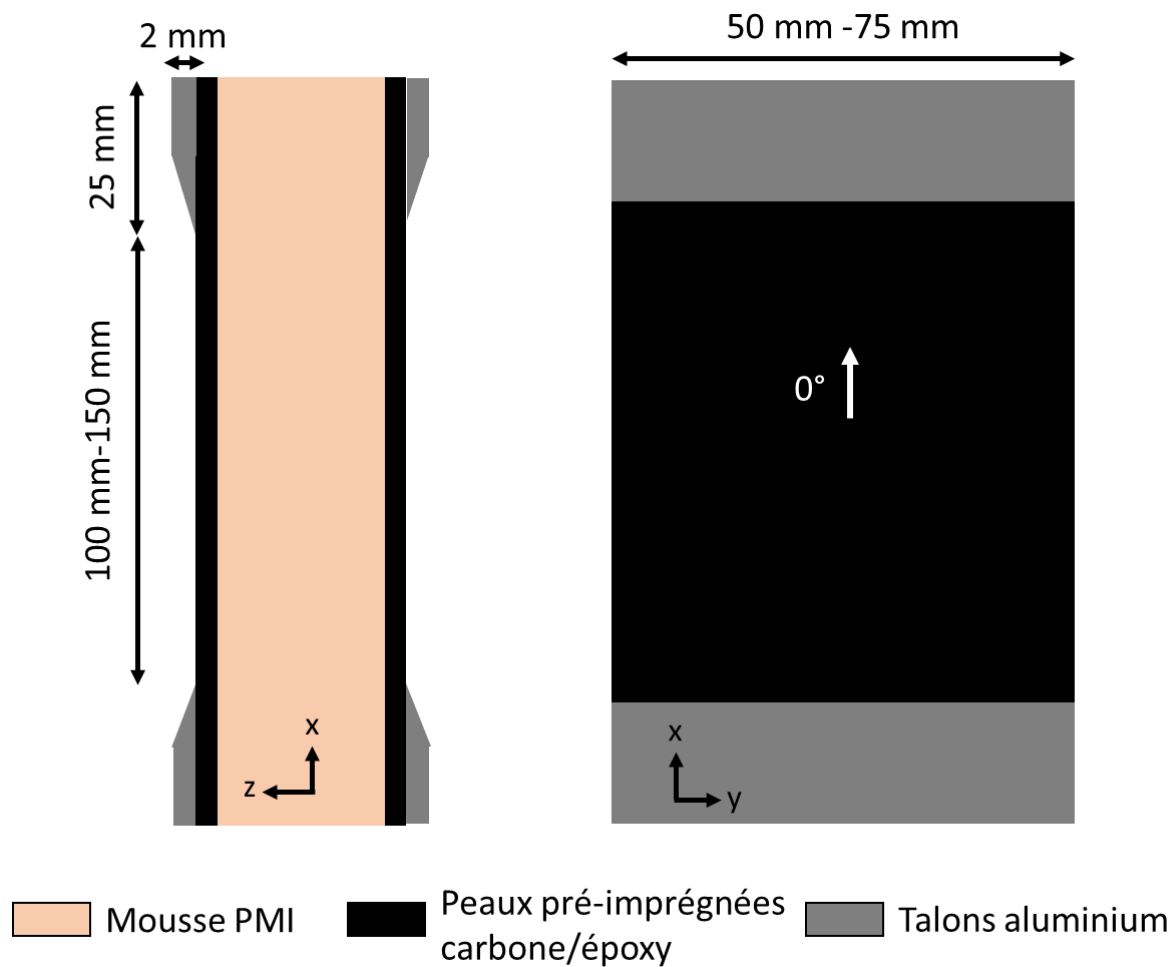


Figure 55: géométrie des éprouvettes.

IV.2.2 Fabrication

La fabrication des plaques sandwichs est réalisée suivant le process en autoclave propre à Elixir Aircraft pour les pièces structurales en sandwich. La découpe des éprouvettes dans les plaques et le collage des talons est fait dans les locaux d'Elixir Aircraft. Une dernière étape d'usinage est réalisée via une fraiseuse conventionnelle (Figure 56). Le parallélisme entre les surfaces contraintes ainsi que la perpendicularité des peaux par rapport à celles-ci, sont essentiels pour avoir une répartition des efforts la plus uniforme et symétrique entre les deux peaux du sandwich et éviter une flexion parasite néfaste au bon déroulement des essais (Fagerberg, 2004).

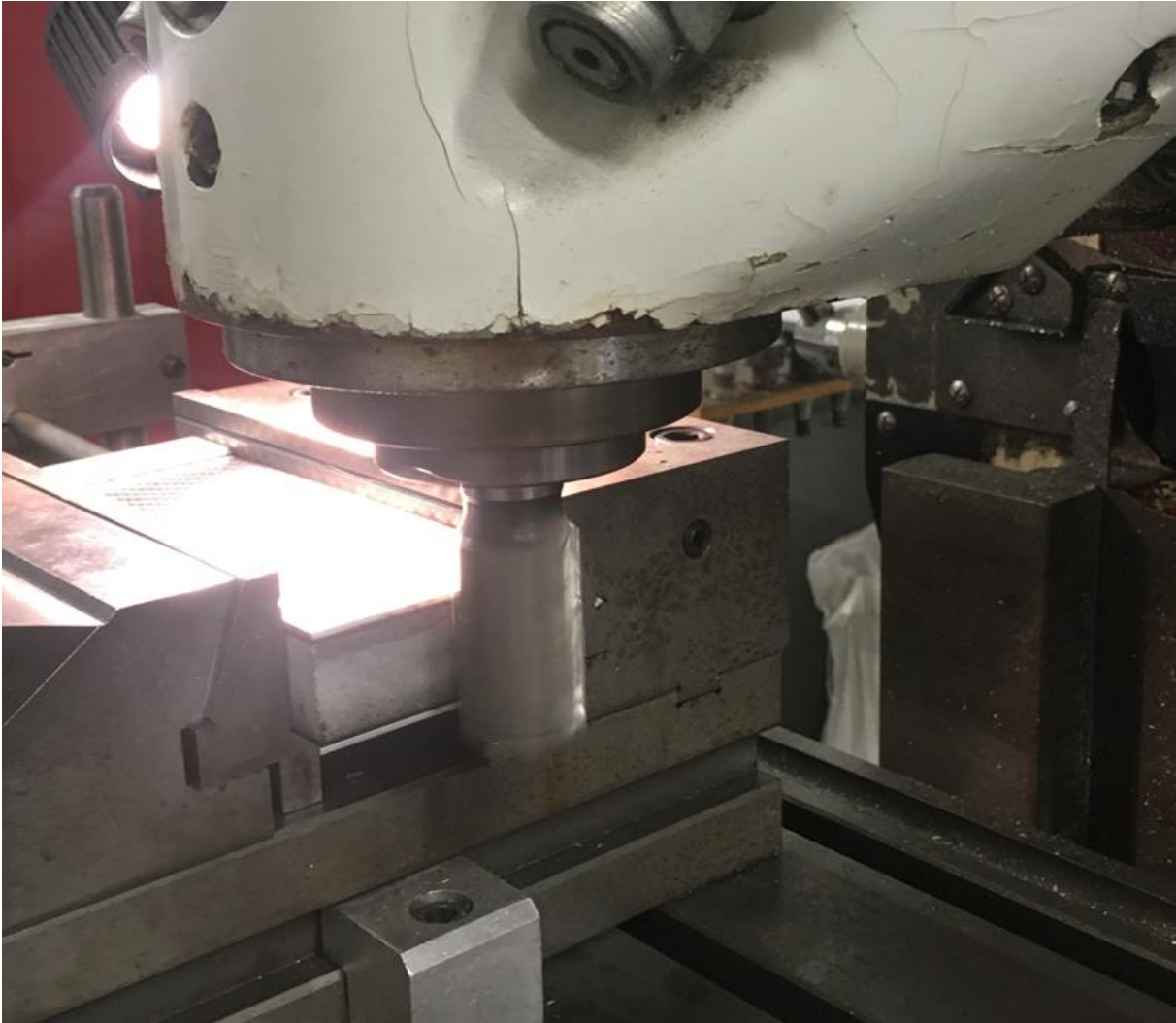


Figure 56 : usinage des éprouvettes avec fraiseuse conventionnelle (fraise 2 tailles).

IV.2.3 Configuration d'essai

Les essais sont réalisés sur une machine de traction-compression INSTRON 100 kN, à partir d'un dispositif adapté, inspiré des normes (NF T 54-604, 1986), (ASTM C364, 2000) (Figure 57). A la manière des tolérances géométriques précises dans les éprouvettes, son but est de transmettre les efforts de la manière la plus uniforme afin d'avoir une répartition la plus symétrique entre les deux peaux du sandwich.

L'outillage consiste en deux platines en acier. La platine inférieure est en appui plan sur les bouts des mors. Elle est mise en position grâce à des lardons ajustés entre mors. La platine supérieure est en appui sur les bouts des mors et est maintenue en position grâce à des vis coincées entre les mors. L'éprouvette est placée entre les 2 platines, elle est mise en position sur la platine inférieure via des cales et maintenue par des vis. Les essais se font à un déplacement imposé de 0.5 mm/min.

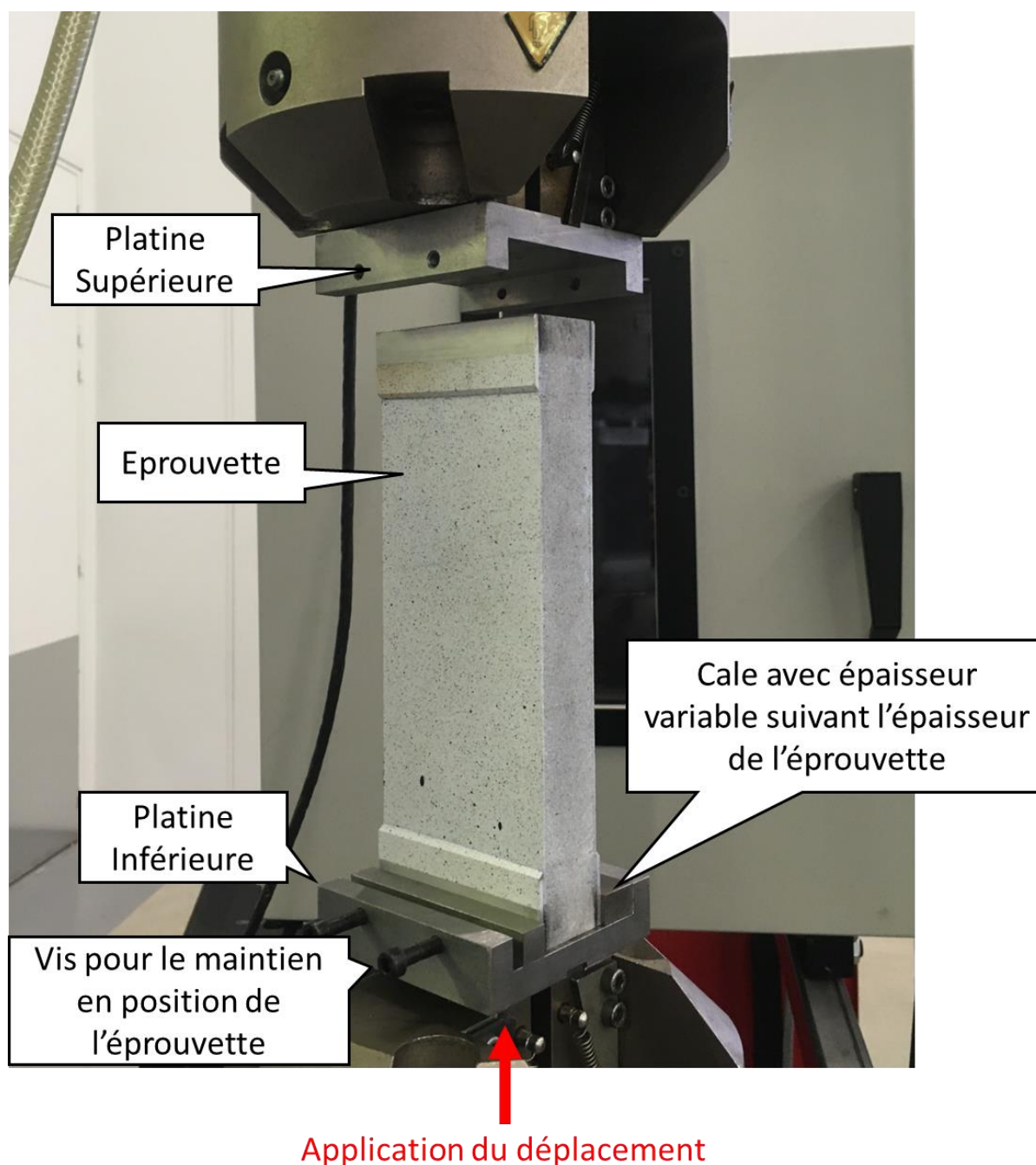
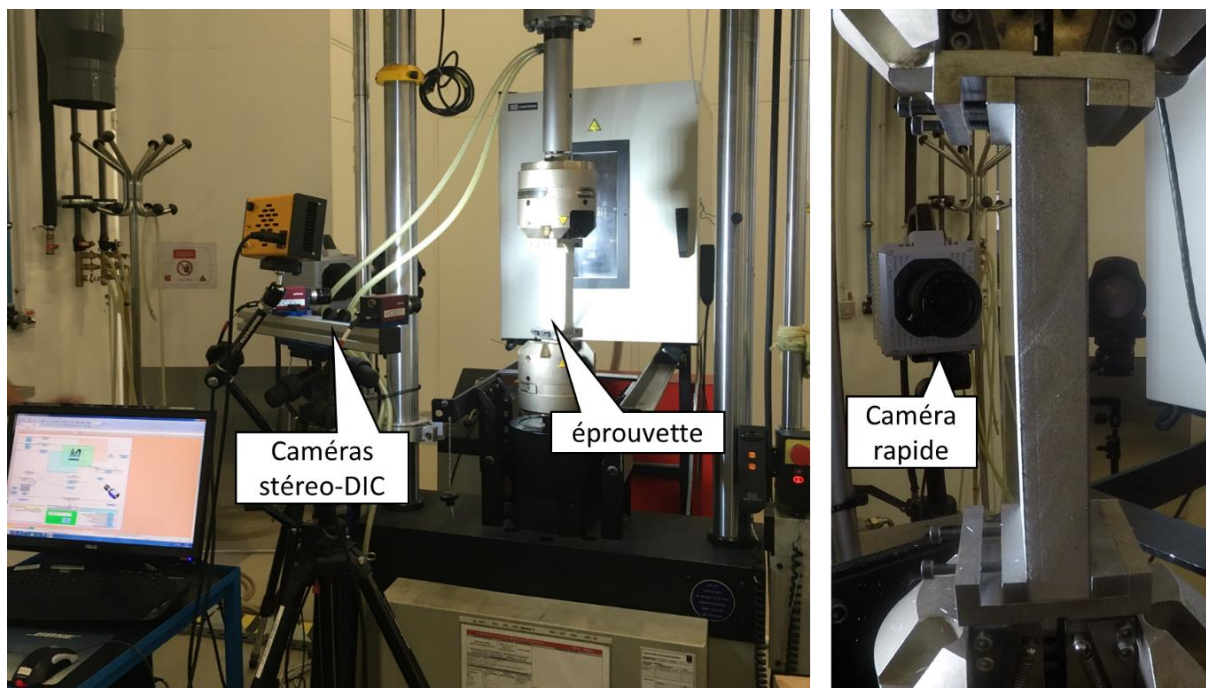


Figure 57 : vue globale de l'outillage et d'une éprouvette F51_D4-3.

La corrélation d'images numérique stéréo est utilisée (Figure 58-a). Une des deux peaux est peinte avec un mouchetis blanc/noir, ce qui fait que seulement une peau du sandwich est analysée et le flambement peut apparaître sur la peau non analysée. Le mode « Flex capture » est utilisé permettant l'utilisation de deux fréquences d'acquisition et d'éviter de générer des fichiers de mesures trop importants. L'une lente, d'une image par seconde pour la majorité de l'essai, l'autre rapide, de 5 images par seconde utilisée après 80 % de l'effort maximum pour capturer au mieux le scénario de rupture. Le logiciel Vic3D (Correlated Solutions Inc., Columbia, SC, USA) est utilisé pour le post-traitement. Une caméra rapide à 7000 images par seconde est utilisée avec le champ de vision sur la tranche de l'éprouvette (Figure 58-b) afin de capturer le post flambement de l'éprouvette qui peut être brusque et rapide. Enfin, l'effort appliqué est mesuré par le capteur interne à la machine de traction/compression. La mesure du déplacement de la traverse machine est située sur la vis sans fin

de la machine. Ainsi la mesure prend en compte les déformations du mors, cylindres, capteur d'effort, traverse, etc. certes faibles comparé à la raideur de l'éprouvette, mais elle est aussi parasitée par les jeux dans les mors et dans l'outillage de manière non-négligeable. La mesure machine n'est donc pas utilisée pour la mesure des déplacements au profit de la corrélation d'image, moyen de mesure plus directe.

Une synchronisation des temps entre le capteur d'effort machine et la corrélation d'images est réalisée en direct. Néanmoins, les fréquences d'acquisition entre les deux systèmes sont différentes (capteur d'effort : 10 Hz, corrélation d'image : 5 images par seconde). Cela traduit un effort maximum légèrement erroné pour les données synchronisées avec la corrélation d'image (fréquence d'acquisition 2X plus faible). Cela reste faible : un maximum de 2 % de différence entre les deux systèmes et un recalage de l'effort maximum est réalisé en post-traitement.



(a) Set-up de l'essai et caméras pour la corrélation d'image stéréo.

(b) Caméra rapide avec focus sur la tranche de l'éprouvette.

Figure 58 : configuration des caméras. Deux caméras pour la corrélation d'image stéréo pour l'une des faces de l'éprouvette sandwich, une caméra rapide pour le flanc.

IV.3 Résultats et analyses

IV.3.1 Données brutes, efforts maximums

Table 4 : données brutes des essais.

Eprouvette	01	02	03	04	Moyenne	Ecart-type relatif
Configuration	F51_D4-3					
Effort maxi (N)	34587	30440	28752		29596	4,0 %
Contrainte maxi (MPa)	247	217	205		211	
Configuration	F51_D4-2					
Effort maxi (N)	24604	25647	26709	27250	26052	4,5 %
Contrainte maxi (MPa)	212	221	231	235	225	
Configuration	F51_D4-1					
Effort maxi (N)	13811	13361	14303	12719	13549	5,0 %
Contrainte maxi (MPa)	226	219	234	209	222	
Configuration	F51_D1					
Effort maxi (N)	8750	8560	8972	8440	8681	2,7 %
Contrainte maxi (MPa)	195	191	200	188	194	
Configuration	F51_D5					
Effort maxi (N)	9733	8940	9441	9865	9495	4,3 %
Contrainte maxi (MPa)	217	200	211	220	212	
Configuration	F51_D6					
Effort maxi (N)	4077	<i>3467</i>	4134	4249	4153	2,1 %
Contrainte maxi (MPa)	182	<i>155</i>	185	190	185	

En gris et italique : éprouvettes écartées de l'analyse, car soit rompues prématurément (F51_D6_02), soit ayant une rigidité globale incohérente (F51_D4-3_01).

En prenant l'hypothèse que l'effort pré-flambement est majoritairement reprise par les peaux, la contrainte maximum est calculée à partir de l'effort maximum divisé par la surface des peaux. L'écart-type relatif inférieur à 5 % sur des lots de quatre éprouvettes (sauf pour les lots avec les éprouvette écartées), démontre une bonne répétabilité pour des essais de compression.

IV.3.2 Déroulement des essais

La Figure 59 est la courbe effort déformation pour les éprouvettes de configuration F51_D4-2. L'axe des abscisses ε_{xx} correspond à la déformation moyenne mesurée sur la longueur de l'éprouvette (extensomètre numérique). Le déroulement des essais se divise en quatre parties :

1. Partie non-linéaire de mise en contact, les défauts géométriques sont rattrapés pour que l'outillage appuie pleinement sur les surfaces de contacts.
2. Partie linéaire correspondant à la rigidité en compression du sandwich, pratiquement égale à la rigidité des peaux.
3. Partie non-linéaire correspondant à l'apparition d'une onde de flambement. L'effort maximum est atteint puis suivi d'une diminution de l'effort (pilotage en déplacement) plus ou moins brève avant la rupture.
4. Rupture.

Sur la Figure 60 est représenté le déplacement hors plan suivant la hauteur de l'éprouvette pour différents niveaux de chargement. Le déplacement hors plan dans l'éprouvette est globalement stable. En fin d'essai (partie 3 en Figure 59) et localement en zone de flambement, une onde se forme (Figure 60). L'évolution du déplacement devient rapide et non-linéaire (Figure 61), cela provoque la rupture de l'éprouvette.

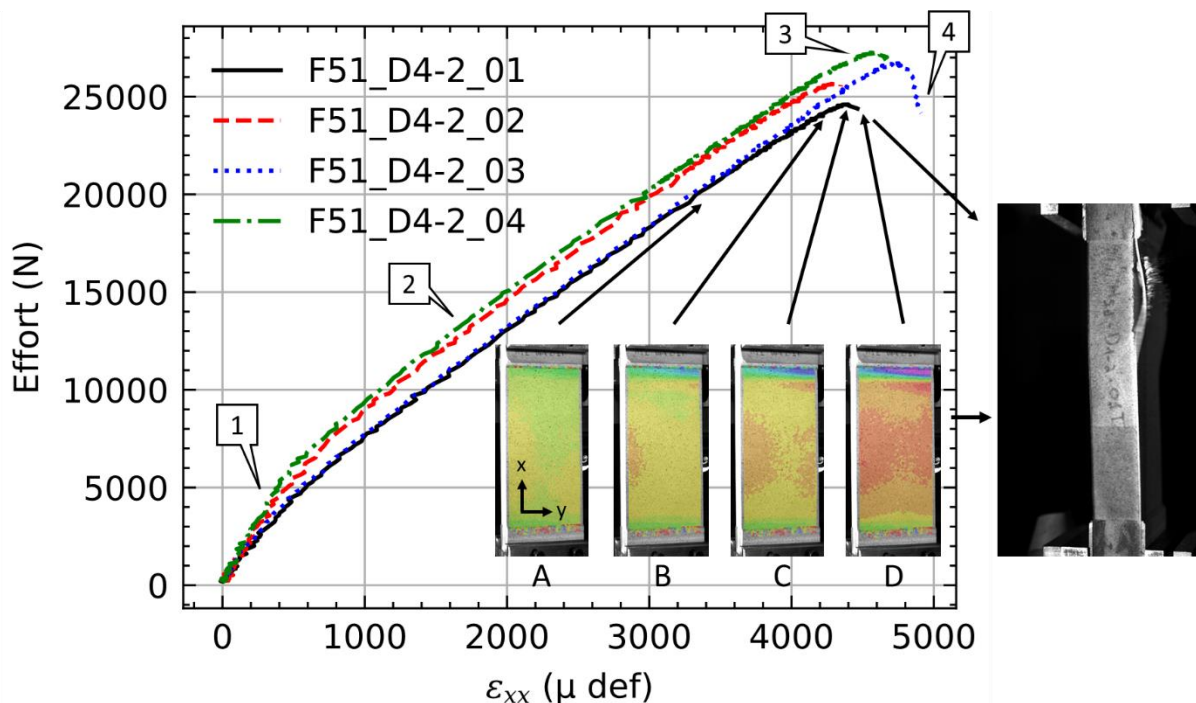


Figure 59 : illustration du déroulement des essais pour la configuration F51_D4-2. Les captures des parties 2 et 3 correspondent au champ de déplacement hors plan mesuré par corrélation d'image. La photo en noir et blanc est prise par la caméra rapide au moment de la rupture.

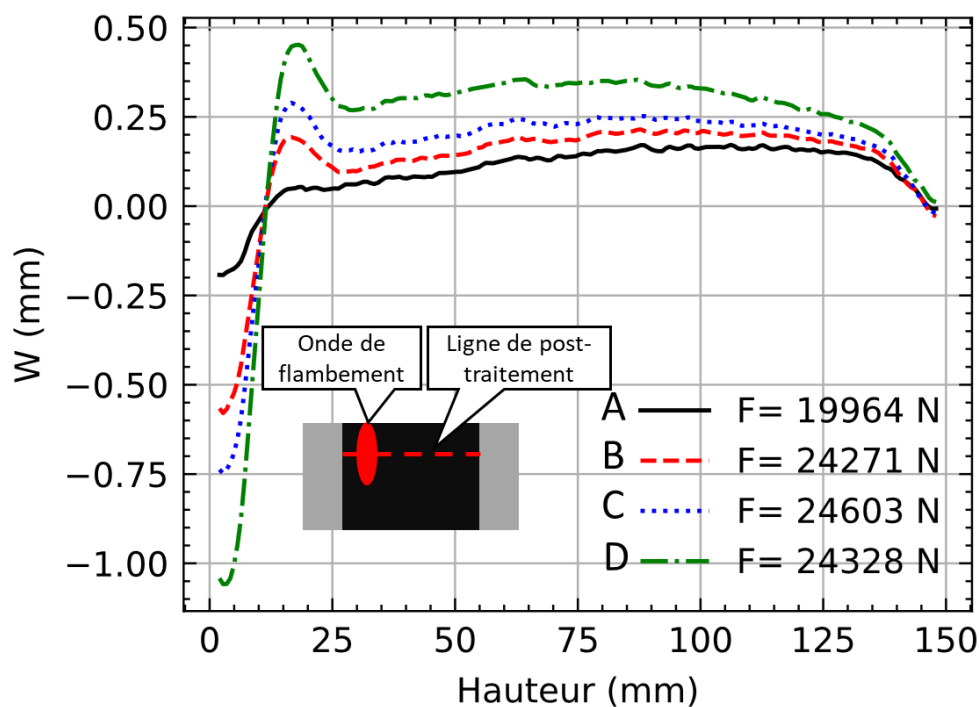


Figure 60 : déplacement hors plan W suivant la ligne de post-traitement pour l'éprouvette F51_D4-2_01 à différents niveaux de chargement.

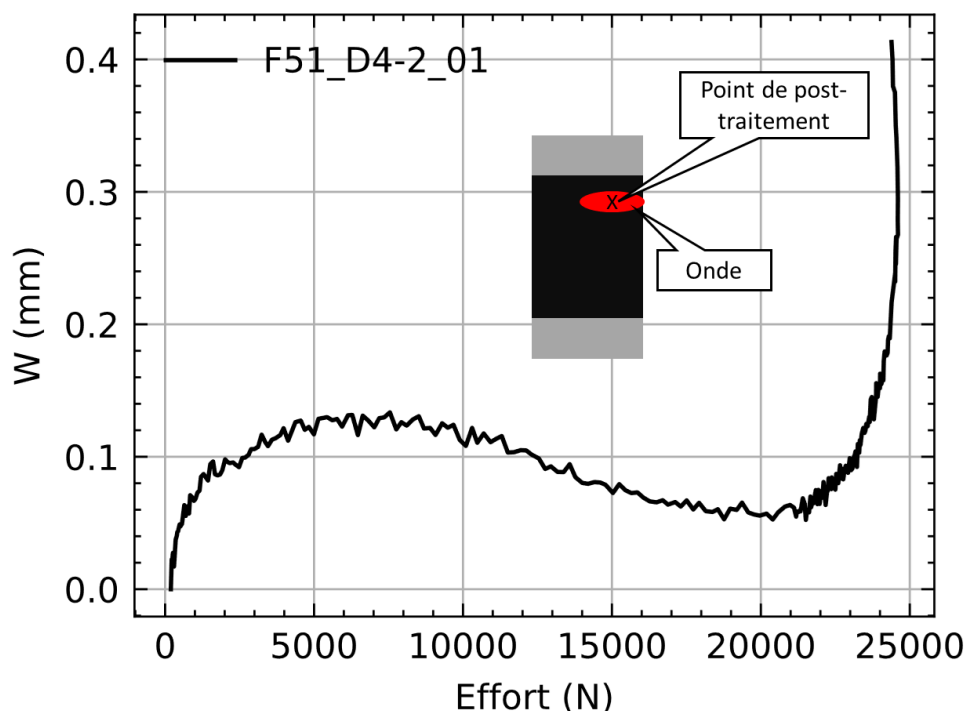


Figure 61 : déplacement hors plan W au niveau de l'onde de flambement pour l'éprouvette F1_D4-2_01.

IV.3.3 Faciès de rupture

Dans ce paragraphe, nous étudions le déroulement de la rupture à l'aide des images capturées par la caméra rapide (7000 images par seconde). Trois types de rupture sont observés et semblent être corrélés à l'épaisseur des peaux de l'éprouvette sandwich.

- Décohésion peau/âme par la rupture de l'âme en traction suivie d'une propagation à l'ensemble de l'éprouvette : principalement observée sur des configurations de peaux supérieures à trois plis.
- Flambement local asymétrique, affaissement de l'âme en cisaillement : observé sur des configurations de peaux à deux plis.
- Écrasement local de l'âme : observé sur la configuration de peaux à un pli.

Dans la majorité des éprouvettes testées, les ondes de flambement sont observées proche des talons et la rupture se propage depuis cette zone. On observe seulement pour quelques éprouvettes de la configuration à un pli, des ondes de flambement en leur milieu.

Décohésion peau/âme par la rupture de l'âme en traction :

Une rupture de l'âme en traction est observée sous la peau dans la zone de flambement (Figure 62) puis cette rupture se propage rapidement à l'ensemble du sandwich. Cette instabilité/choc fait rompre pratiquement en même temps l'âme sous l'autre peau. Ce faciès est observé sur les configurations avec des peaux supérieures à trois plis. Les peaux sont suffisamment rigides pour que l'énergie de rupture soit importante et permette une rupture brusque et qui se propage à l'ensemble de l'éprouvette.

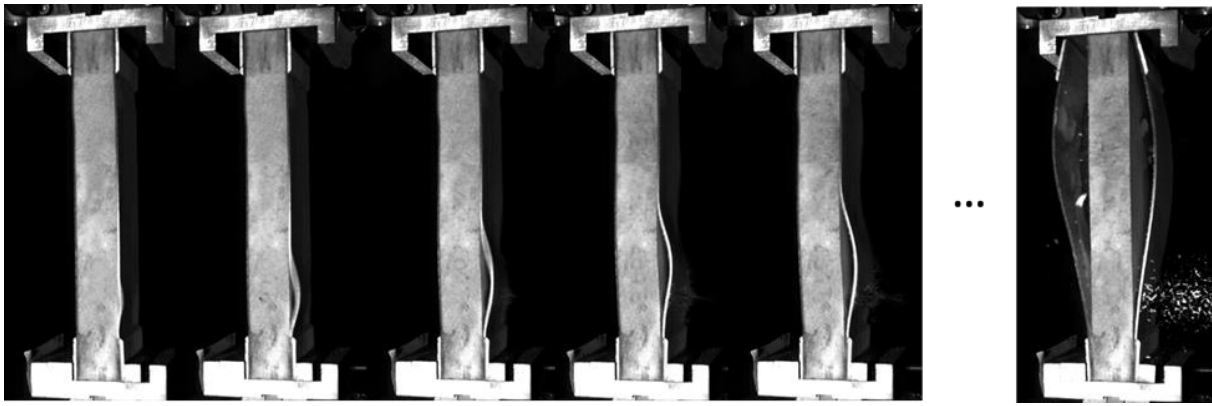


Figure 62 : faciès de décohésion peau/âme de l'éprouvette F51_D4-3_04. Captures prises par la caméra rapide à 7000 images par seconde.

Flambement local asymétrique, affaissement de l'âme en cisaillement :

Après une première onde de flambement sur l'une des peaux, une deuxième se forme sur l'autre peau de manière asymétrique (Figure 63). La rupture est alors pilotée par le cisaillement dans l'âme. Ce faciès est observé pour les configurations à deux plis. Ce faciès pourrait être aussi associé à du « shear crimping », un cas particulier du flambement global, où la rupture est pilotée par le cisaillement de l'âme.

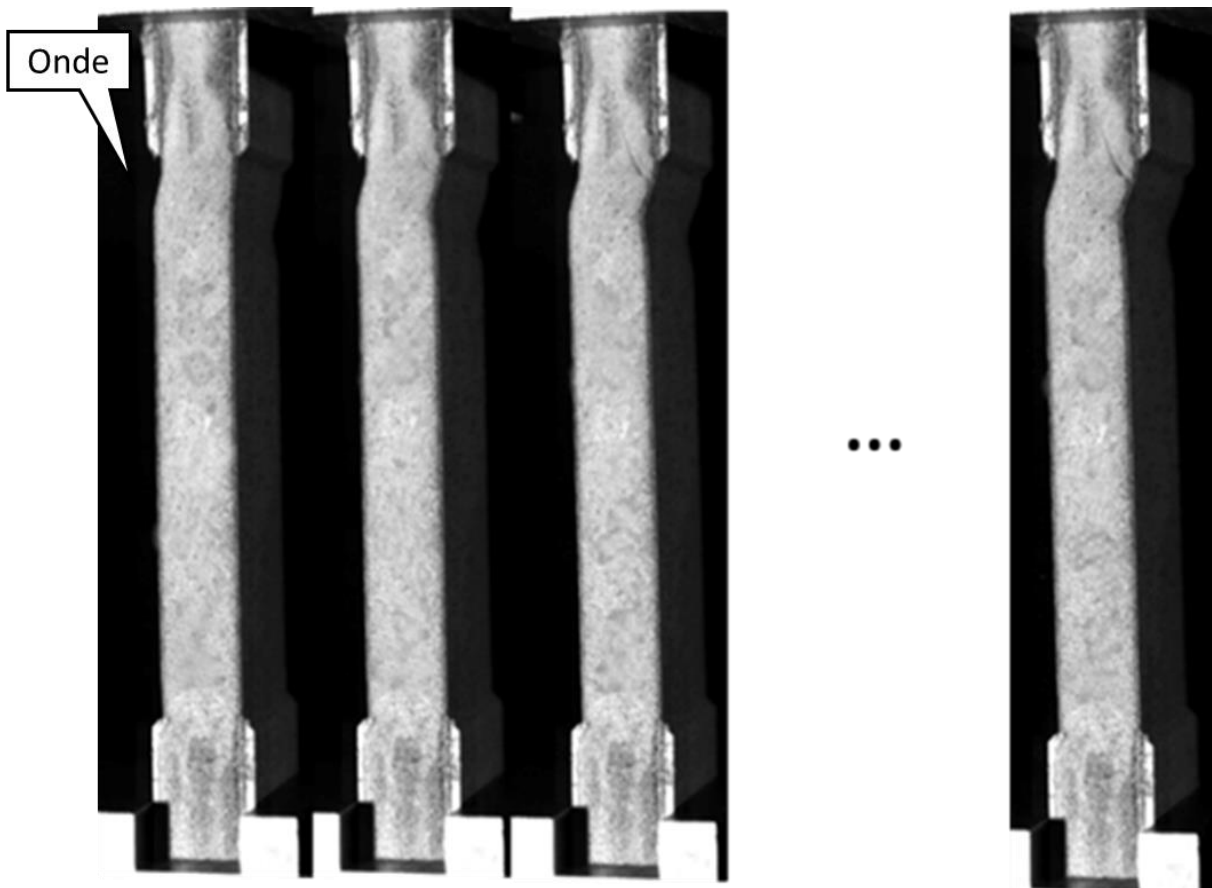


Figure 63 : faciès de flambement local asymétrique de l'éprouvette F51_D1_02. Captures prise par la caméra rapide à 7000 images par seconde.

Ecrasement local de l'âme :

Rapidement après l'apparition de l'onde de flambement, l'âme rompt en s'écrasant. Cet écrasement en compression est cohérent, car l'admissible en compression de l'âme est bien plus faible que celui en traction. Ce faciès est observé pour les configurations à un pli. Contrairement au faciès de rupture de l'âme en traction, la rupture reste locale et ne s'étend pas à l'ensemble du sandwich.

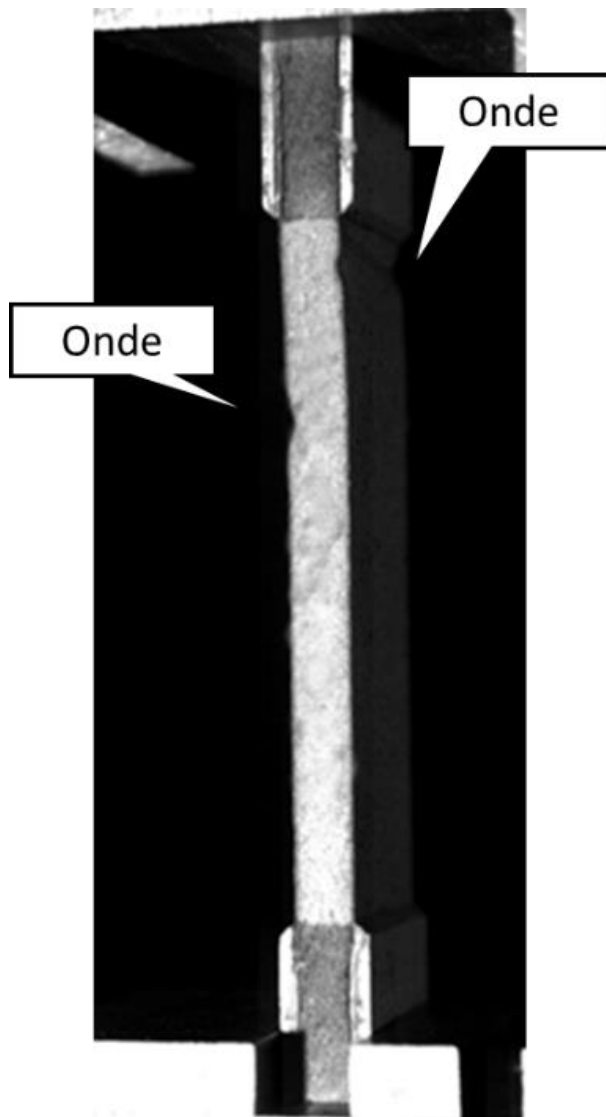


Figure 64 : faciès d'écrasement local de l'âme en compression de l'éprouvette F51_D6_01.

IV.3.4 Biais

Différents biais ont été observés pendant la campagne. Ceux-ci peuvent exercer une influence importante sur les résultats et les phénomènes observés. Il est primordial, pour la construction d'un dialogue essais/calculs, de pouvoir faire la part entre un phénomène causé par un biais et le comportement qui devrait être théoriquement observé.

IV.3.4.1 Déformations non-uniformes sur la largeur de l'éprouvette

Grâce à la mesure de champs qu'offre la mesure par corrélation d'images, des gradients de déformations ont pu être observés sur la face mesurée de l'éprouvette. La majorité des éprouvettes

analysées montre une répartition non-uniforme des déformations (Figure 65), conséquence d'un défaut de parallélisme entre les deux surfaces d'appuis.

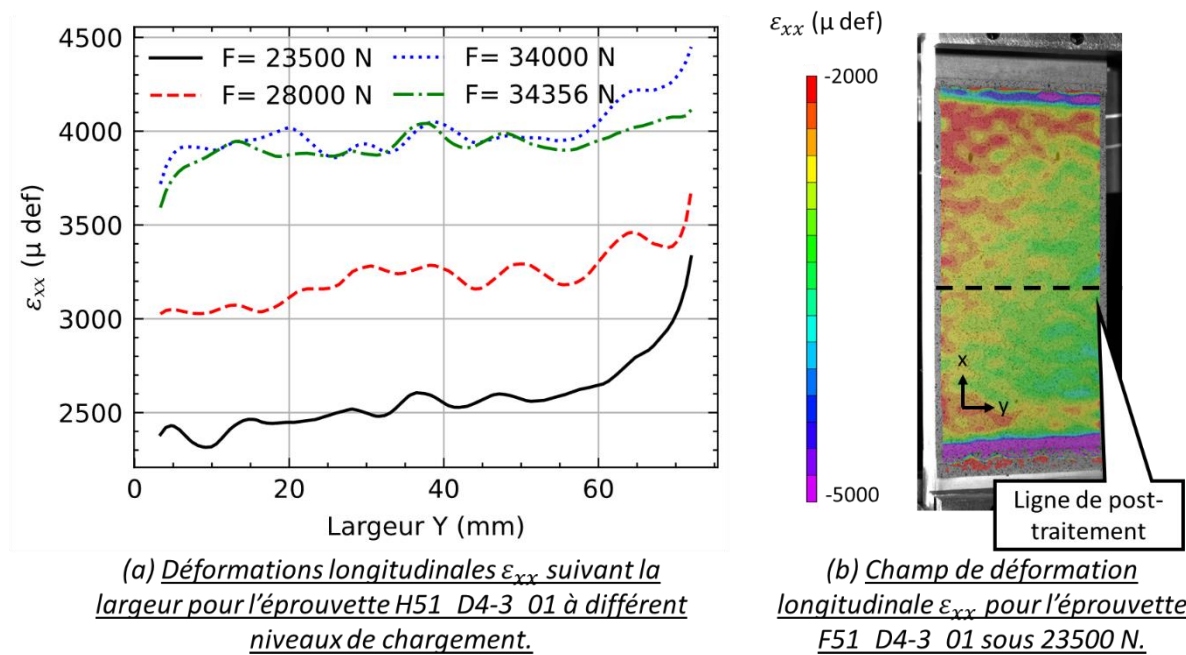


Figure 65 : gradient dans les déformations longitudinales de compression suivant la largeur pour l'éprouvette H51_D4-3_01.

Note : les déformations en Figure 65-a sont des déformations de compression malgré le signe positif.

Ce gradient de déformations, et donc de contrainte localise la cloque de flambement sur l'un des bords de l'éprouvette (Figure 66), celle-ci se propage ensuite sur toute la largeur.

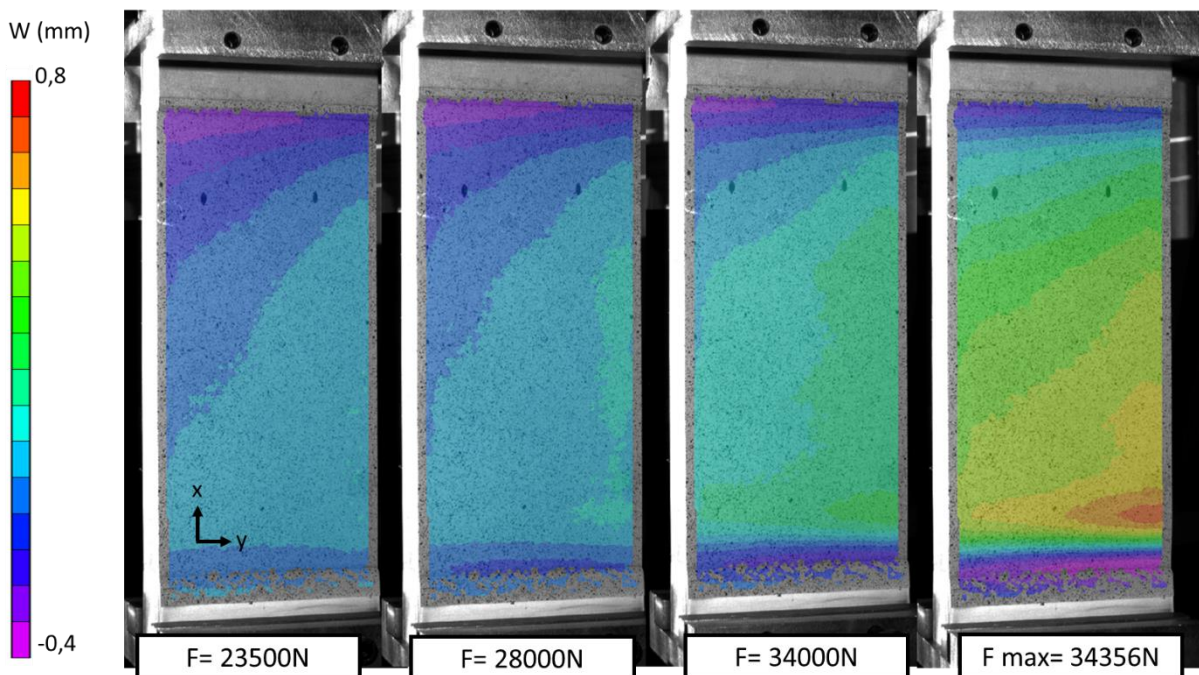


Figure 66 : champs de déplacement hors plan de l'éprouvette F51_D4-3_01 pour différents niveaux de chargement.

IV.3.4.2 Asymétrie de chargement des peaux

L'asymétrie de chargement des peaux est aussi la conséquence d'une erreur de parallélisme entre les 2 surfaces d'appuis. Sur la courbe effort/déformation (Figure 67) cela se traduit par :

- Partie 1 : une des deux peaux est en contact avec la platine de chargement. Le sandwich est contraint principalement sur une peau. Si la peau analysée pour le calcul de la déformation n'est pas en contact avec la platine, la pente effort/déformation peut-être importante, car la peau est peu sollicitée pour un effort donné. C'est le cas pour l'éprouvette F51_D4-2_02 (Figure 67).
- Partie 2 : dès que la deuxième peau est pleinement en contact avec la platine, on observe une rupture de pente et la pente effort/déformation reprend une valeur cohérente avec à la rigidité globale du sandwich.

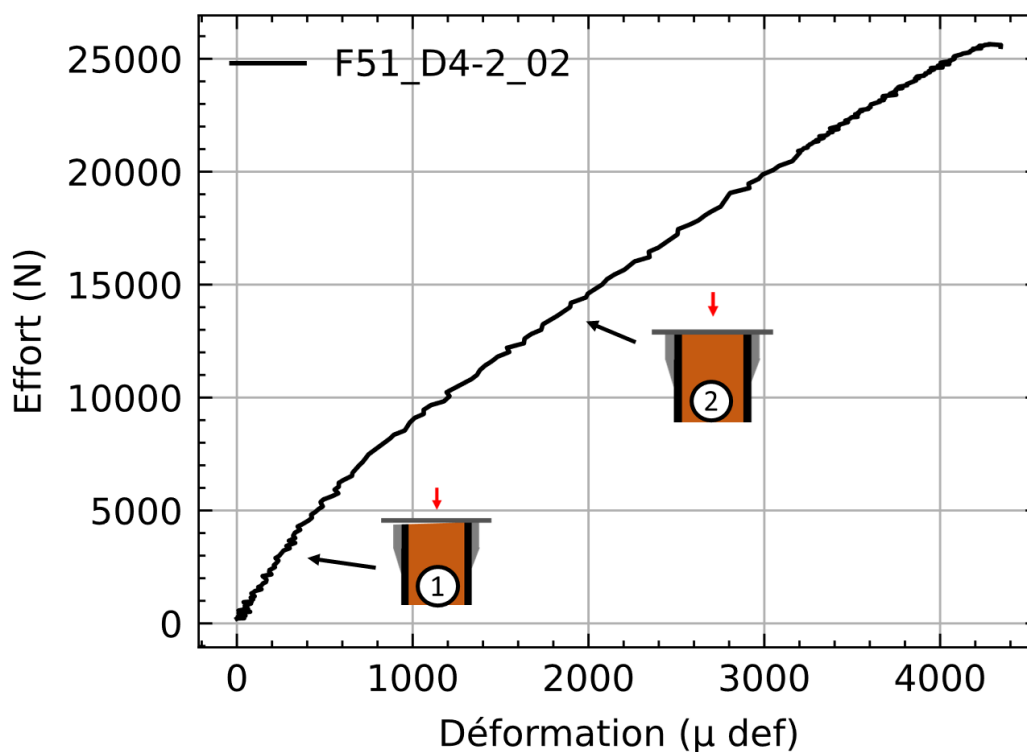


Figure 67: courbe effort/déformation pour l'éprouvette F51_D4-2_02.

De cette manière, une peau du sandwich est plus sollicitée que l'autre et pourrait faire flamber celle-ci prématurément. Aussi, si le défaut de parallélisme est important, cela induit une flexion parasite globale dans l'éprouvette capable de développer un mode de flambement global plutôt que local. Néanmoins, cela n'a pas été observé lors de ces essais.

Un effort particulier a pourtant été effectué pour éviter ce biais. Néanmoins, l'usinage par fraisage s'est révélé de qualité insuffisante. Une rectification ou usinage par commande numérique aurait été préférable, mais n'a pas pu être mis en place dans les délais de l'étude.

IV.3.4.3 Déplacement hors plan en fin de talon

En bord de talon (zone violette Figure 68-b), on observe une évolution du déplacement hors plan (Figure 68-a) qui traduit une flexion locale due à un saut de fibre moyenne entre la zone talon/peau et peau seule (Figure 69). Ce phénomène reste linéaire avant le flambement. À noter que dans la zone en bord de talon la mesure DIC reste délicate, car en bord de zone de mesure. Ce

déplacement hors plan induit une contrainte de compression dans l'âme. L'admissible en compression de l'âme relativement faible peut alors être dépassé avant l'effort théorique de flambement local et déclencher prématurément celui-ci.

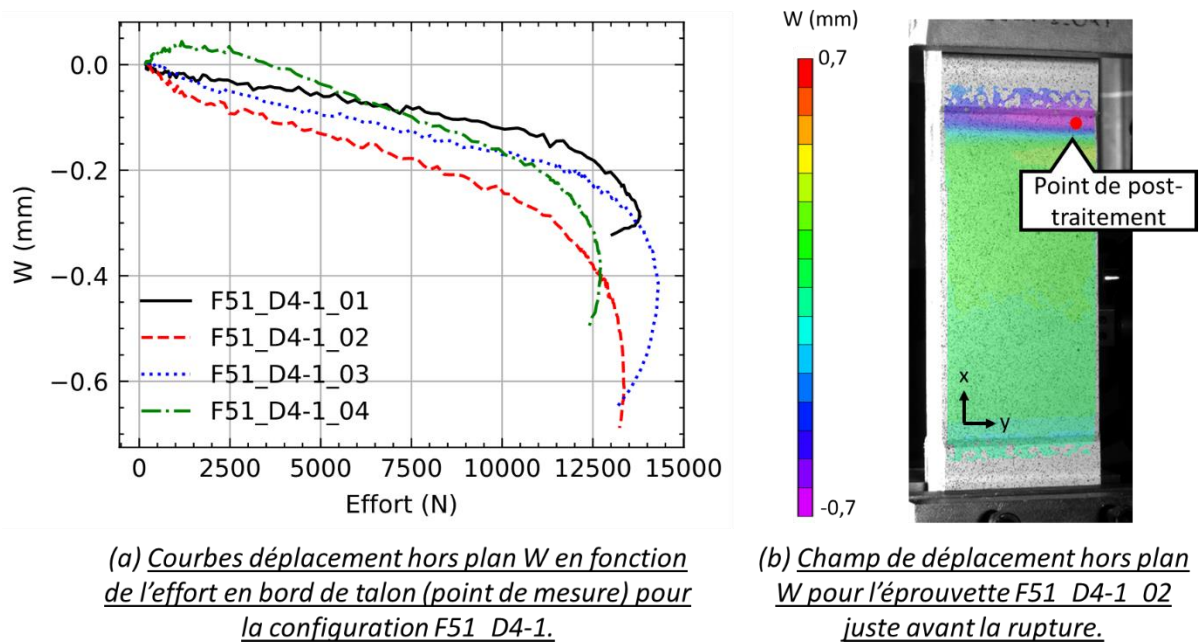


Figure 68 : déplacement hors plan en bord de talon pour la configuration F51_D4-1.

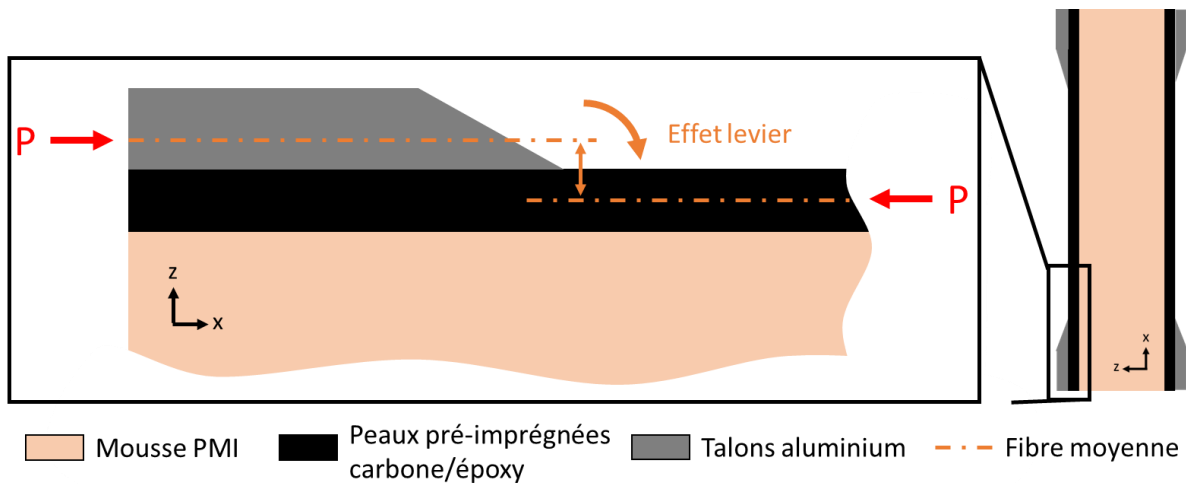


Figure 69 : moment local en bord de talon introduit par le saut de fibre moyenne entre la zone talon/peau et peau seule.

IV.4 Dialogue essais/calcul

IV.4.1 Modèles utilisés

Pour le dialogue essai/calcul des modèles analytiques et éléments finis ont été utilisés. La comparaison du modèle éléments finis avec les formules analytiques met en évidence les approximations des hypothèses cinématiques de celles-ci. Alors que la comparaison entre le modèle élément finis et les résultats d'essai met en évidence les conditions aux limites inhérentes au modèle différentes des conditions réelles expérimentales et des imperfections initiales.

IV.4.1.1 Caractéristiques matériaux

Les modules des tissus et unidirectionnels pré-imprégnés présents dans les peaux du sandwich sont ceux utilisés pour le calcul de développement et de certification par Elixir Aircraft. Pour les modèles analytiques, le module équivalent des peaux est calculé suivant la théorie des stratifiés. C'est le module de flexion à partir d'une loi constitutive 2D qui est utilisé (voir chapitre III.2.2). La mousse PMI présente un module de traction différent du module de compression, la moyenne entre les deux modules est prise pour le calcul. Le matériau est considéré isotrope. Les paramètres matériau de l'âme sont issus de campagnes d'essais de caractérisation en traction (ASTM C297, 2004), et en compression (ASTM C365, 2011).

IV.4.1.2 Modèle éléments finis

Le modèle éléments finis (MEF) se veut proche des conditions aux limites (Figure 70) des essais avec :

- Une modélisation géométrique du système avec les plaques de chargement rigides et l'éprouvette avec ces talons déformable.
- Une gestion d'un contact parfait entre l'outillage et l'éprouvette.
- La présence de défauts géométriques (défaut de parallélisme au niveau des surfaces d'appuis).
- Un maillage hybride de l'éprouvette, l'âme est modélisée par les éléments 3D, les peaux par des éléments coques épaisses afin d'introduire l'épaisseur de peau dans le maillage, et modéliser au mieux le décalage de fibres moyennes talon-peau (voir Figure 69).

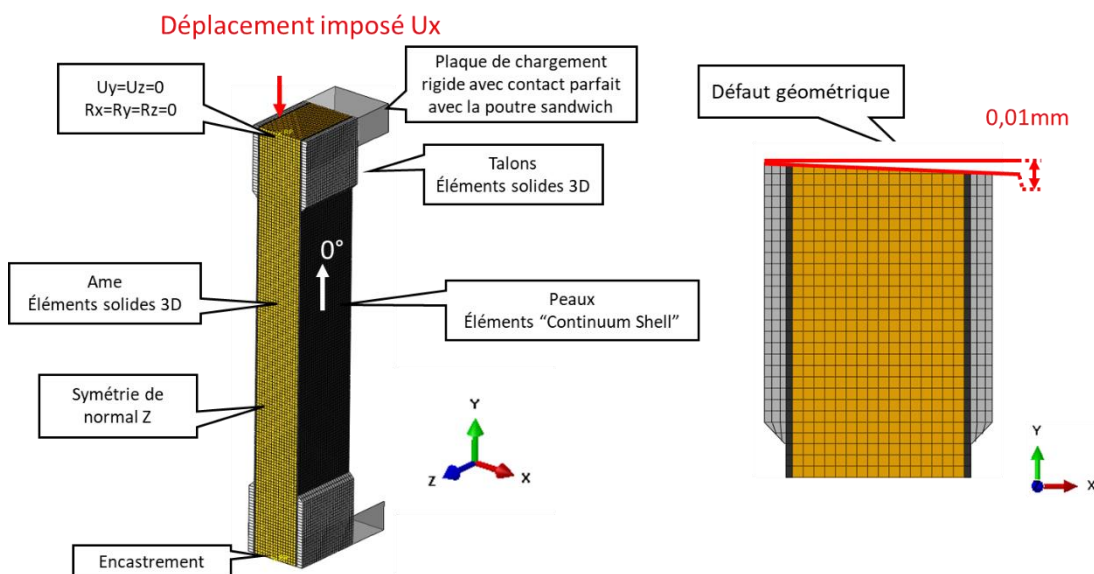


Figure 70 : modèle éléments finis de la campagne d'essai coupon.

Le logiciel et solver ABAQUS est utilisé en calcul implicite non-linéaire géométrique.

IV.4.1.3 Modèles analytiques de flambement local

Les modèles analytiques utilisés pour le dialogue essais/calcul sont ceux présentés en section III.2.2. La formulation de Winkler est écartée car non-pertinente dans le cadre d'une âme considérée homogène isotrope (voir section I.2.4.2.1). Pour le modèle de (Hoff & Mautner, 1945), comme rappelé dans la partie état de l'art, la formule historique est développée dans l'hypothèse du mode symétrique avec une condition d'utilisation selon le ratio épaisseur âme/peau. Ce ratio n'est pas respecté pour l'ensemble des configurations de sandwich testées, ce qui veut dire que le modèle n'est pas dans son domaine d'utilisation. En effet, les formulations couplées de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013) montrent que c'est le mode asymétrique qui est prépondérant pour l'ensemble des configurations de sandwich testées. Cependant, nous avons décidé de l'utiliser, car le modèle est encore largement utilisé en dimensionnement des structures sandwichs, cela sans forcément respecter son domaine d'utilisation. Le modèle analytique modélisant le « shear crimping » d'(Allen, 1969b), phénomène observé dans les faciès de ruptures (voir section IV.3.3), a été utilisé dans le dialogue essai/calcul, mais n'a pas démontré de corrélation cohérente avec les essais ; il n'est pas présenté ici. Les formulations sont basées sur une fondation élastique homogène, dans un cadre 2D (épaisseur et longueur) avec une hypothèse de déformations planes. En raison de l'importante différence de rigidité axiale entre les peaux et l'âme, la contrainte initiale est considérée comme étant uniquement dans les peaux. Pour plus de détails sur les modèles, le lecteur pourra se référer au chapitre 1. L'effort critique minimum entre les modes de wrinkling symétriques et antisymétriques est retenue pour l'analyse.

IV.4.2 Graphiques comparatifs type « radar »

À la manière du benchmark dans le chapitre 1, les graphiques comparatifs sont de type « radar » où les différents modèles (numériques et analytiques) y sont listés et présentés par rapport à l'écart relatif en % entre l'effort critique des modèles et l'effort maximum moyen mesuré par configuration lors des essais. Un écart relatif positif signifie que le modèle est optimiste, et un écart relatif négatif que le modèle est conservatif.

IV.4.2.1 Configurations de peaux supérieures à 3 plis (Figure 71)

Pour ces configurations avec des peaux d'épaisseur importante ($> 0,61$ mm), les modèles sont cohérents bien qu'optimistes (sauf Hoff & Mautner $Q=0,5$). Les modèles plus récents avec des cinématiques plus complexes de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b), (Douville & Le Grogneq, 2013) offrent de meilleures corrélations par rapport au modèle historique de (Hoff & Mautner, 1945). Parmi ces modèles, c'est le modèle de (Léotoing et al., 2002b) qui propose la meilleure corrélation ; il est légèrement conservatif par rapport aux modèles de Niu et Douville. Léotoing explique cette différence par une distribution linéaire trop simpliste de la contrainte de cisaillement dans l'épaisseur de l'âme ; ce point permet d'apporter du conservatisme. Le modèle éléments finis donne de très bonnes corrélations bien que légèrement optimiste. À noter que pour la configuration F51_D4-3, le mode de flambement calculé par le modèle éléments finis semble être une interaction entre un mode local et global. Cela est cohérent avec le modèle de (Douville & Le Grogneq, 2013), où le mode global est le 1^{er} mode, suivi de très près par un mode local. C'est pourtant un mode local qui est observé dans les essais (voir section IV.3.3). Le modèle de (Hoff & Mautner, 1945) avec l'abattement préconisé par les auteurs ($Q=0,5$) reste conservatif avec cependant une corrélation avec les essais modeste de l'ordre de 30 %.

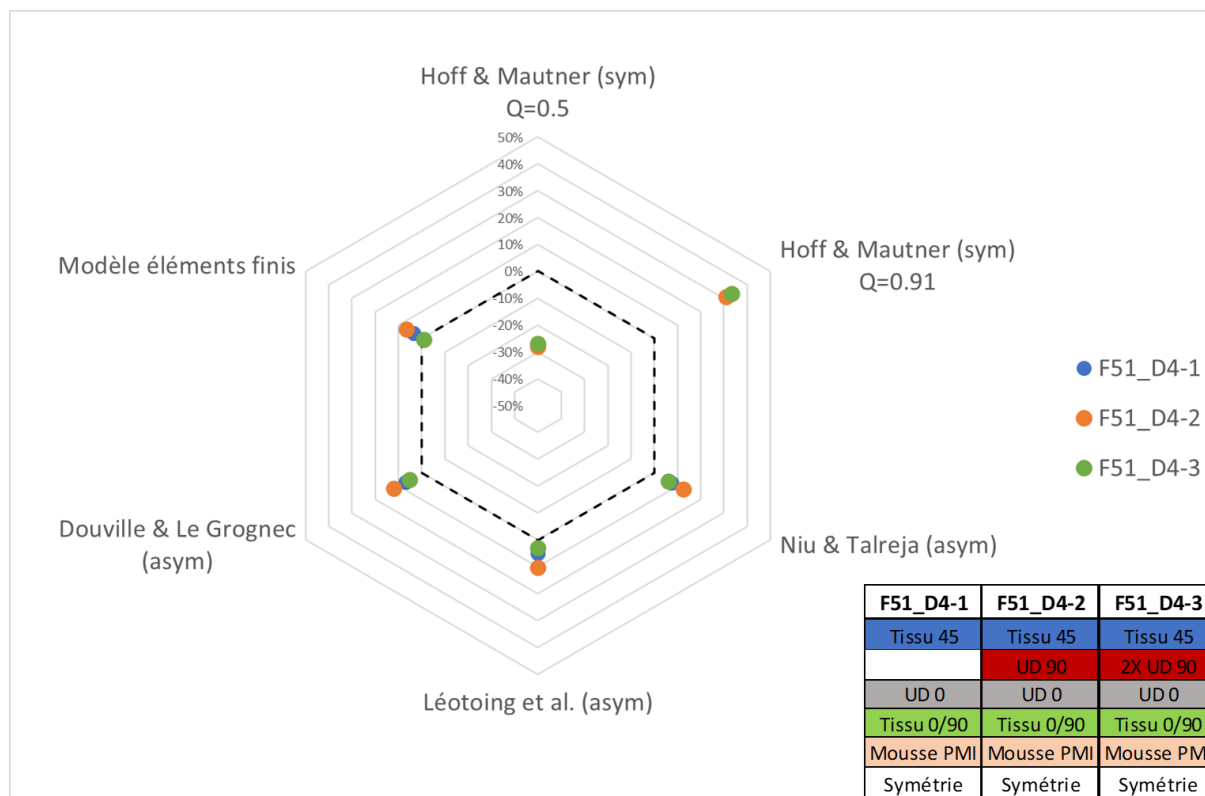


Figure 71 : graphique radar comparatif pour les configurations avec des peaux supérieures à trois plis.

IV.4.2.2 Configurations de peaux à deux plis (Figure 72)

De manière générale, les modèles sont plus optimistes que pour les configurations à trois plis. Les corrélations avec les modèles sont plus mitigées. Les modèles récents de (Niu & Talreja, 1999), (Léoitoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneec, 2013) prévoient un effort critique à plus de 20 % par rapport à l'effort maximum mesuré pendant les essais. Le modèle éléments finis donne des résultats similaires. De la même manière que pour la configuration F51_D4-3, le mode de flambement calculé par le modèle éléments finis pour la configuration F51_D1 semble être une interaction entre un mode local et global. C'est finalement le modèle de (Hoff & Mautner, 1945) avec l'abattement $Q=0,5$ qui est le plus pertinent, et c'est le seul résultat conservatif.

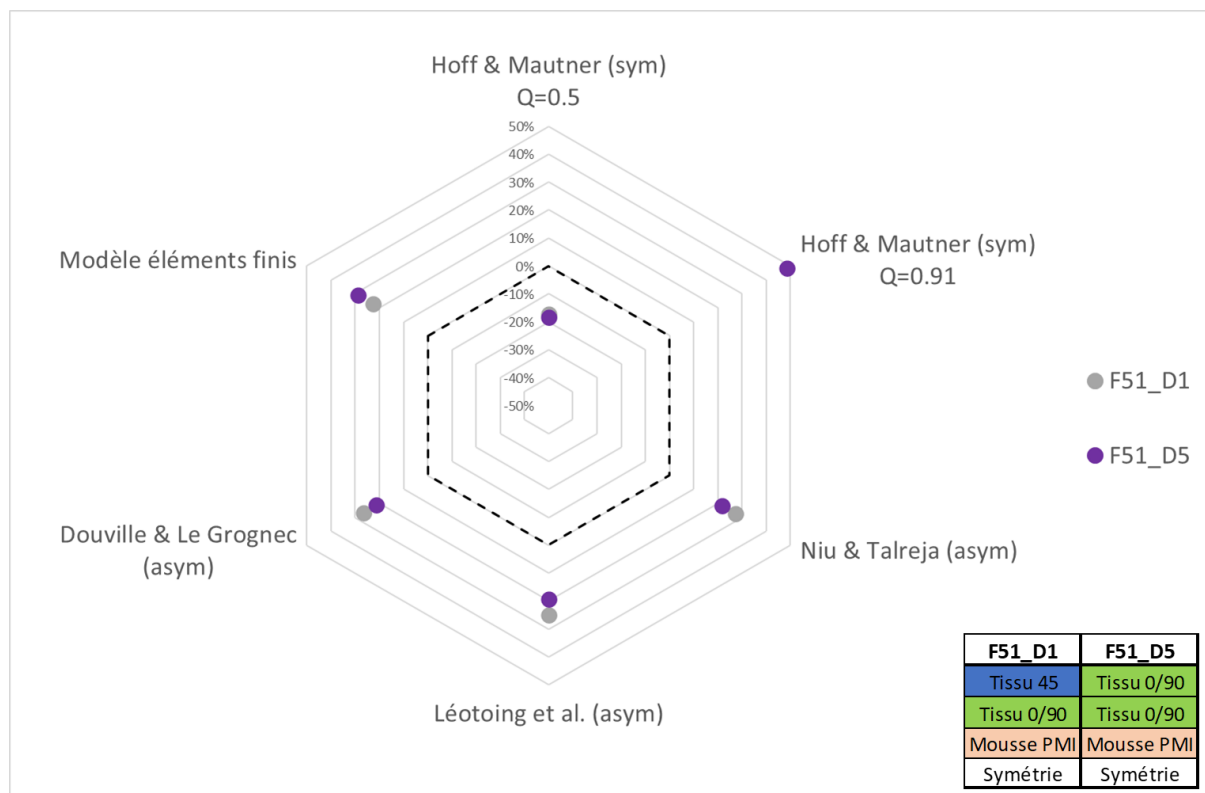


Figure 72 : graphique radar comparatif pour les configurations avec des peaux à deux plis.

IV.4.2.3 Configurations de peaux à un pli (Figure 73)

Cette fois-ci, pour la configuration à un pli les modèles sont hors-jeu. Seul le modèle de (Hoff & Mautner, 1945) avec l'abattement $Q=0,5$ offre une corrélation quasi parfaite. Le modèle éléments finis n'offre pas de corrélation correcte et est optimiste de 50 % par rapport à l'effort maximum mesuré, et ce, malgré l'intégration d'un défaut de parallélisme entre les surfaces contraintes (voir section IV.4.1.2). Aussi le modèle éléments finis prévoit un mode de flambement avec une interaction entre un global et local alors que lors des essais, seul le mode local est observé (voir section IV.3.3). Une telle différence entre modèles et essais pourrait s'expliquer par l'influence prépondérante de caractéristiques géométriques des peaux dans le cas de configurations de sandwichs à peaux très fines. Dans la configuration étudiée, les peaux sont constituées d'un seul pli de tissu Sergé 2x2 orienté à 0/90°. Les fibres s'entrecroisent et forment un pattern d'ondulations à 45°. Lorsque l'éprouvette est chargée en compression, le pattern de tissage à 45° apparaît dans le champ de déplacement hors plan (Figure 74). Ce déplacement hors plan pourrait induire une contrainte de compression dans l'âme. L'admissible en compression de l'âme relativement faible peut alors être dépassé avant l'effort théorique de flambement local et déclencher prématurément celui-ci.

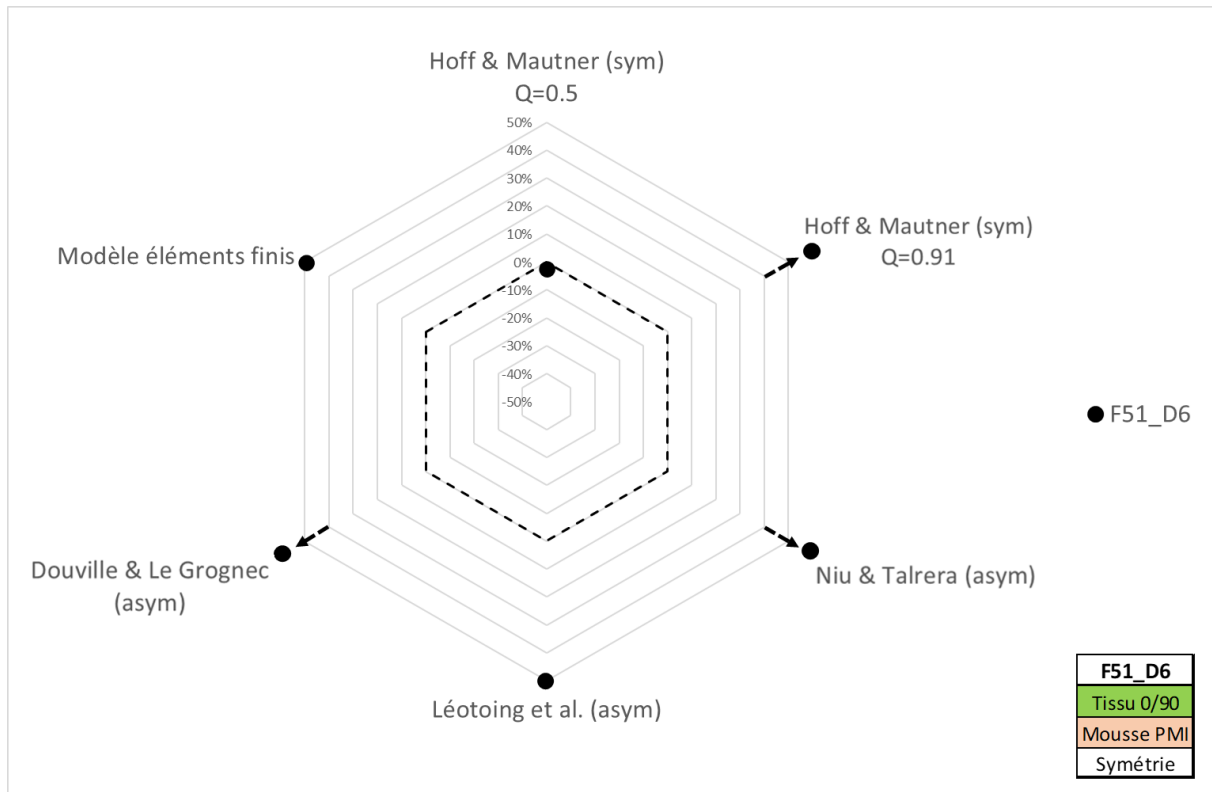


Figure 73 : graphique radar comparatif pour la configuration F51_D6 avec des peaux d'un pli.

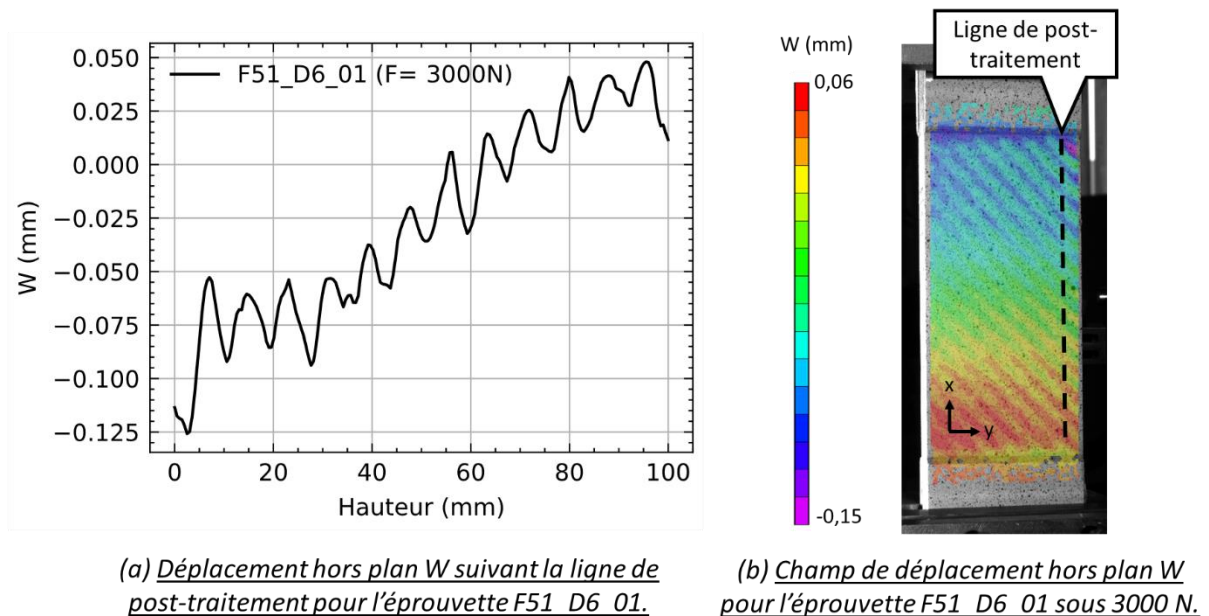


Figure 74 : déplacement hors plan de l'éprouvette F51_D6_01. Le pattern de tissage apparaît lorsque l'éprouvette est soumise à un chargement de compression.

IV.4.3 Demi-longueur d'onde

La demi-longueur d'onde (DIO) des cloques de flambement est un élément important de la caractérisation du phénomène d'instabilité. Cela, permet de conclure si l'on est dans le cas d'un phénomène de wrinkling avec une DIO de l'ordre de grandeur de l'épaisseur du sandwich ou d'un phénomène global. Cela ajoute aussi un point de comparaison avec les modèles (Table 5). Cependant, on observe souvent une seule onde de flambement et sur certaines éprouvettes, l'amplitude des ondes

avant rupture reste faible. Il est alors difficile de mesurer précisément la longueur de celle-ci. Enfin, avec la configuration un pli de tissu à 0/90, des ondulations dues au grammage du tissu apparaissent (voir section IV.4.2.3) et influent sur la DIO des ondes de flambement. Ces différents points montrent que la mesure précise de la DIO n'est pas réaliste, il est donc nécessaire de parler ici d'une estimation.

Table 5: estimation de la demi-longueur d'onde de flambement et comparaisons essais/calculs.

Demi-longueur d'onde (mm)						
Configuration	Moyenne des mesures	Hoff & Mautner	Niu & Talreja	Léotoing et al.	Douville & Le Grogneq	Modèle éléments finis
F51_D4-3	18.3	18.2	33.4	Global	Global	19 (*)
F51_D4-2	14.3	14.9	18.9	18.6	18.8	15.5
F51_D4-1	12.3	11.8	19.5	21.9	19.7	14.0
F51_D1	8.3	8.5	11.5	11.6	11.4	10.0 (*)
F51_D5	9.8	13.0	14.1	15.0	14.1	9.0
F51_D6	5.8	4.6	5.6	5.4	5.6	5.0

(*) : mode de flambement en interaction global/local.

Le modèle de (Hoff & Mautner, 1945) corrèle bien avec les DIO mesurées. Néanmoins la comparaison est à nuancer car le mode calculé par le modèle est symétrique et son domaine d'application ne correspond pas à la configuration des sandwichs (voir section IV.4.1.3). Les modèles de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013) surestiment les DIO mesurées. La surestimation des DIO pourrait être liée au fait que les modes local et global sont proches, surtout pour les configurations dont les épaisseurs des peaux sont supérieures à trois plis et que délimitation des modes global-local n'est pas « claire ». Par exemple, si l'on trace les courbes de stabilité (Effort critique en fonction de la taille de DIO) pour la configuration F51_D4-2 (Figure 75), le minimum en zone locale est pratiquement confondu avec celui de la zone global (DIO égale à la demi-longueur de la poutre).

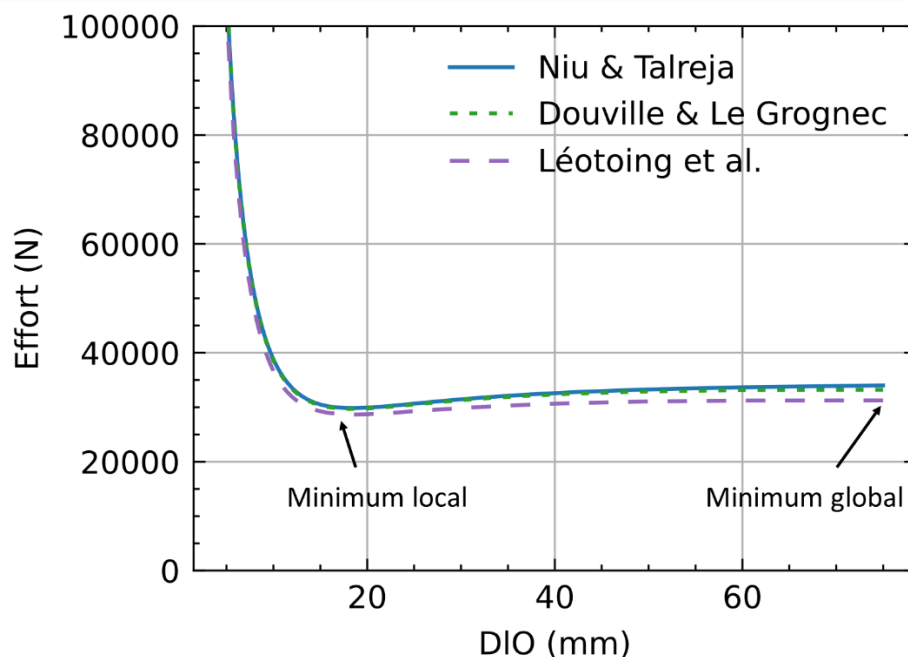


Figure 75 : Courbe de stabilité pour les modèles de Niu & Talreja, Douville & Le Grogneq, Léotoing et al. avec la configuration F51_D4-2.

IV.4.4 Limites et conclusions

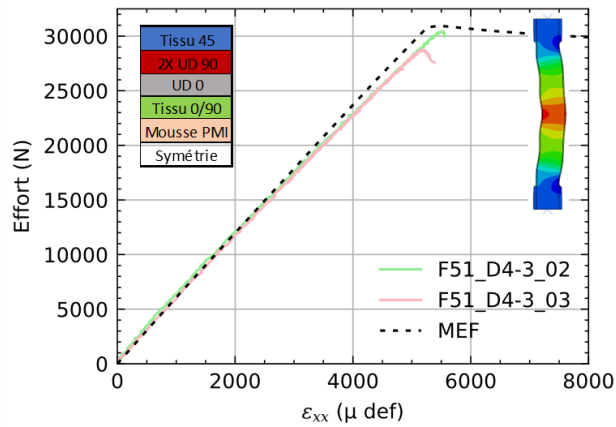
Les modèles de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013) présentés comme plus rigoureux dans la modélisation mécanique par rapport au modèle de (Hoff & Mautner, 1945) démontrent de bonnes corrélations avec les essais notamment pour les configurations dont les épaisseur des peaux sont supérieures à trois plis. Cependant, les modèles restent optimistes dans l'ensemble des configurations de sandwichs testées. Pour la configuration de sandwich avec les peaux d'épaisseur d'un pli de tissu 0/90°, l'ensemble des modèles (sans abattement) n'offrent pas de corrélation acceptable. L'influence du pattern de tissage sur l'effort maximum mesuré est une piste permettant d'expliquer un tel écart. C'est finalement le modèle de (Hoff & Mautner, 1945) « dégradé » avec un coefficient $Q=0,5$ qui offre les corrélations les plus pertinentes du point de vue de l'ingénieur, car conservatives pour l'ensemble des configurations testées. Cependant la corrélation peut aller jusqu'à 30 % en deçà des résultats d'essais. (Hoff & Mautner, 1945) avaient déjà démontré expérimentalement que l'utilisation de ce coefficient d'abattement était pertinente. Cette approche empirique a été reprise et redémontrée plus tard dans la littérature. (Zenkert, 1997) ainsi que les documents techniques de la NASA (Sullins et al., 1969) des années 60, proposent un abaissement avec le même coefficient de 0,5 à la formulation « classique » du flambement local. Il semblerait que nous l'eussions démontré une nouvelle fois.

Bien que légèrement meilleur, le modèle éléments finis n'offre pas de plus-value notable par rapport aux modèles de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013). Ce qui est cohérent avec le benchmark présenté chapitre 1 où les modèles montraient de bonnes corrélations avec le calcul élément finis. Le modèle éléments finis présente une modélisation fine des conditions aux limites propres aux essais (platines de chargement, talons), la prise en compte d'un défaut de parallélisme entre les surfaces chargées, avec une résolution par un calcul non-linéaire géométrique. On montre finalement que cela est similaire à la solution linéaire d'un problème de stabilité que résolvent les modèles analytiques étudiés. Néanmoins, le modèle corrobore le comportement mécanique de l'éprouvette avant rupture. La rigidité globale de l'éprouvette sandwich est bien modélisée, ce que démontrent les pentes effort/déformation identiques aux essais (Figure 76). L'évolution du déplacement hors plan calculée en bord de talon, corrèle bien avec celle observée lors des essais (Figure 77). Le modèle éléments finis permet de calculer la forme du mode de flambement et d'y associer les champs correspondants (déplacements, déformations, contraintes). Il apparaît que dans certaines configurations le mode de flambement soit une interaction entre un mode local et un mode global. Cela est corroboré par le modèle de (Douville & Le Grogneq, 2013) permettant le calcul des deux échelles d'instabilités, qui prévoit des efforts critiques similaires entre les deux modes. Ce phénomène était attendu, car le design des éprouvettes se veut proche des configurations de sandwich utilisées dans l'aviation légère où l'épaisseur de l'âme reste relativement faible (de l'ordre de 10 mm). Cela a poussé au compromis entre une âme suffisamment épaisse pour provoquer le mode de flambement local, mais pas trop afin de ne pas s'éloigner des configurations de sandwich réalistes. Le mode local a ainsi été observé dans la majorité des éprouvettes.

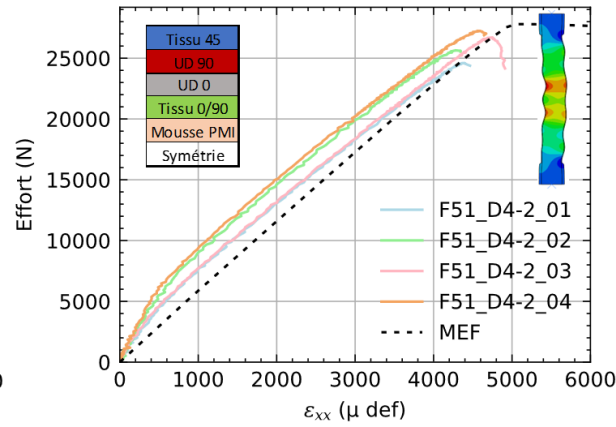
Cependant, pour certaines configurations notamment celles avec des peaux relativement fines (inférieures ou égales à 2 plis de tissus) (Figure 76-d-e-f), le modèle éléments finis reste trop optimiste, ce qui n'est pas acceptable du point de vue ingénieur. Cet optimisme (général, car c'est aussi le cas des modèles analytiques), pourrait bien être lié au biais des talons. Comme il a été vu précédemment (voir section IV.3.4.3), les talons développent à leur extrémité une flexion locale de la peau, induisant un déplacement hors plan et une contrainte de compression dans l'âme. L'admissible en compression de l'âme peut alors être dépassé avant l'effort théorique de flambement local et déclencher celui-ci prématurément. C'est la conclusion qu'ont proposé (Koissin et al., 2010) lors d'essais similaires avec

coupons sandwichs et talons aux extrémités. Cependant, les talons rigidifient aussi localement la zone, car, localement, les peaux peuvent être vues comme encastées et non simplement appuyées, ce qui limite le flambement dans la zone de bord de talons. Théoriquement, ce phénomène de flexion locale devrait être plus important pour les configurations à faible épaisseur de peaux, car le saut de fibre moyenne serait alors proportionnellement plus important pour une rigidité de flexion plus faible. Le modèle éléments finis démontre bien une influence prépondérante des talons sur le déplacement hors plan des peaux et donc sur la contrainte hors plan dans l'âme σ_{zz} , lorsque celles-ci sont de plus en plus fines (Figure 78). Cela pourrait expliquer les bonnes corrélations pour les configurations à peaux épaisses où l'influence des talons est limitée. Ainsi pour les configurations à peaux plus fines, l'influence des talons est importante et l'admissible en compression de l'âme est rapidement dépassé, déclenche le flambement avant l'effort critique théorique, et rend les modèles trop optimistes. Cependant, l'observation du déplacement hors plan en bord de talons entre les différentes configurations ne montre pas clairement cette tendance. Néanmoins, comme souligné précédemment, la mesure par corrélation d'image numérique reste délicate dans la zone en bord de talon, car elle se situe en bord de zone de mesure.

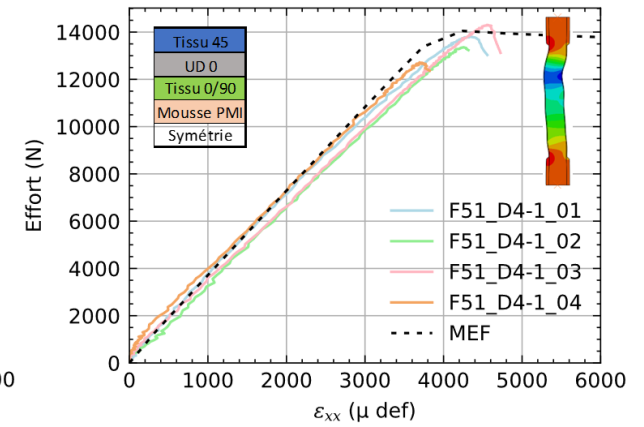
Une remarque peut être faite sur le vocabulaire utilisé entre le calcul d'une instabilité et la réalité du phénomène observé. Une résolution linéaire d'un problème de stabilité revient à calculer un point de bifurcation (Figure 79, trait plein) alors que dans la réalité la structure rompt à un effort limite (Figure 79, trait pointillé). En effet, les imperfections géométriques initiales non-négligeables et/ou les conditions aux limites hors plans induisent de grandes déformations locales, qui déclenchent la rupture du matériau : dans ce cas, la notion de bifurcation n'existe plus. C'est la lecture qu'en ont fait (Allen, 1969b) puis (Fagerberg & Zenkert, 2005b) (et voir le chapitre état de l'art I.2.8.1). L'approche ne serait donc plus un problème de stabilité, mais un problème de résistance. C'est-à-dire que le point de bifurcation n'est pas pris comme critère de rupture mais c'est directement l'admissible des peaux, l'interface peau-âme ou de l'âme qui doit être considérée. Ainsi, l'approche linéarisée au flambement, c'est-à-dire la solution d'un problème aux valeurs propres, n'est pas rigoureusement applicable en présence de couplages membrane-flexion induits par des défauts initiaux et des conditions aux limites en bord de talon. Il faut donc passer par un calcul non-linéaire afin de calculer les déplacements hors plans en fonction de l'effort appliqué pour en ressortir les contraintes dans les matériaux. Ici, et notamment pour les configurations d'éprouvettes avec peaux fines (F51-D1, F51_D5 et F51_D6), le flambement local observé n'est pas le scénario de rupture, mais serait une conséquence d'un phénomène non-linéaire endommageant l'âme ; les modèles analytiques ne sont donc pas pertinents. Même si pour certaines configurations, la concomitance des deux phénomènes (instabilité et rupture) rend leur utilité non dénuée d'intérêt. La modélisation numérique non-linéaire couplée à de l'endommagement de l'âme semble alors être une voie intéressante.



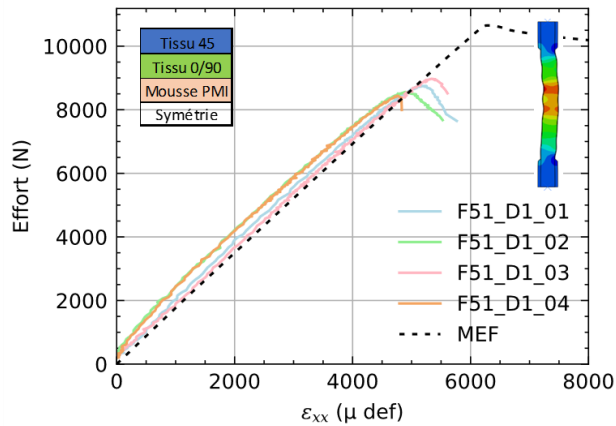
(a) Configuration F51_D4-3



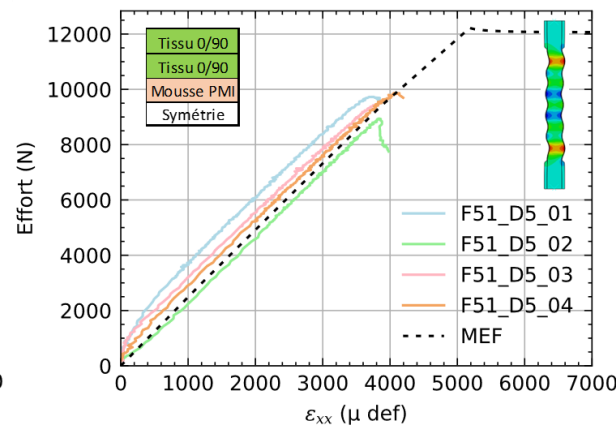
(b) Configuration F51_D4-2



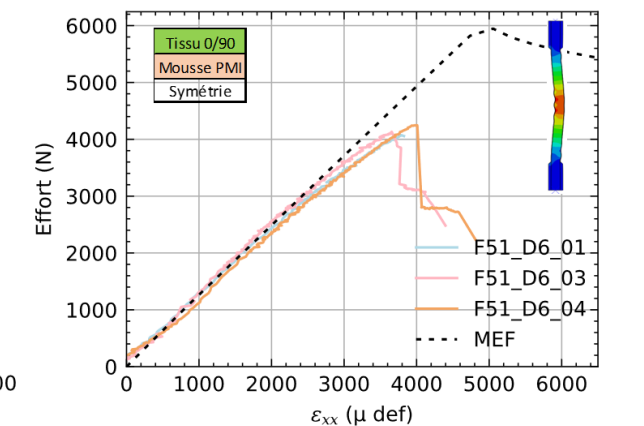
(c) Configuration F51_D4-1



(d) Configuration F51_D1



(e) Configuration F51_D5



(f) Configuration F51_D6

Figure 76 : diagrammes Effort/déformation longitudinale pour l'ensemble des éprouvettes testées avec les résultats des calculs éléments finis correspondants. La capture d'image montrée dans chaque graphique, représente la déformée calculée par MEF, précisant ainsi le mode de flambement obtenu.

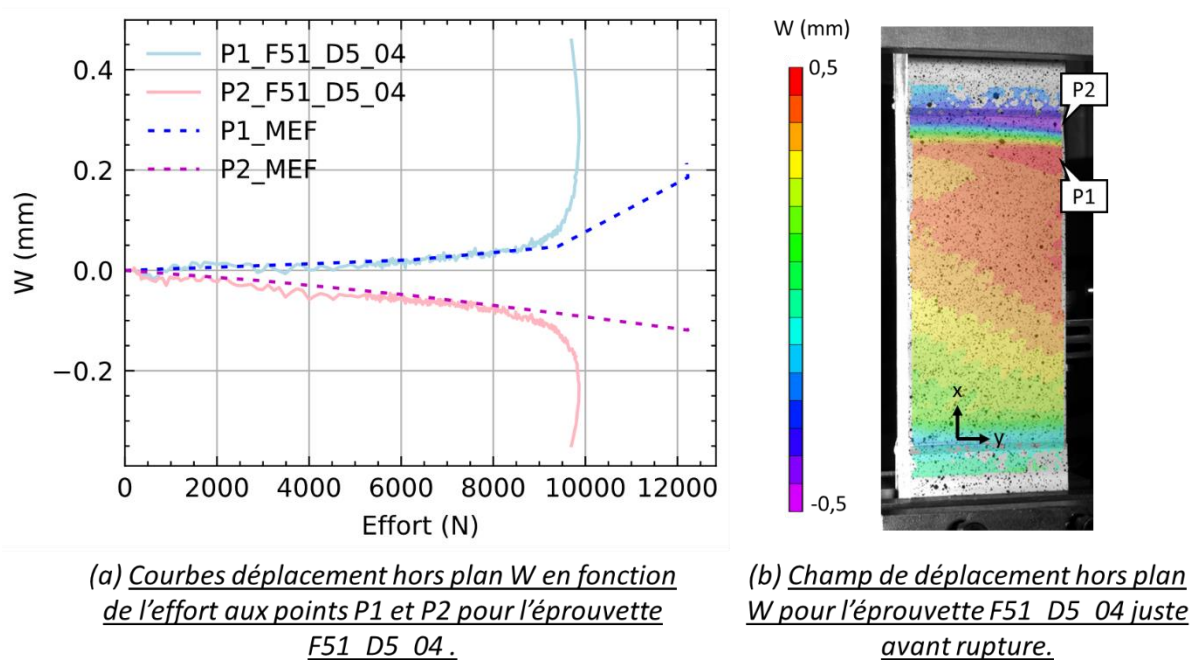


Figure 77 : déplacement hors plan pour l'éprouvette F51_D5_04 avec les résultats du calcul éléments finis correspondants.

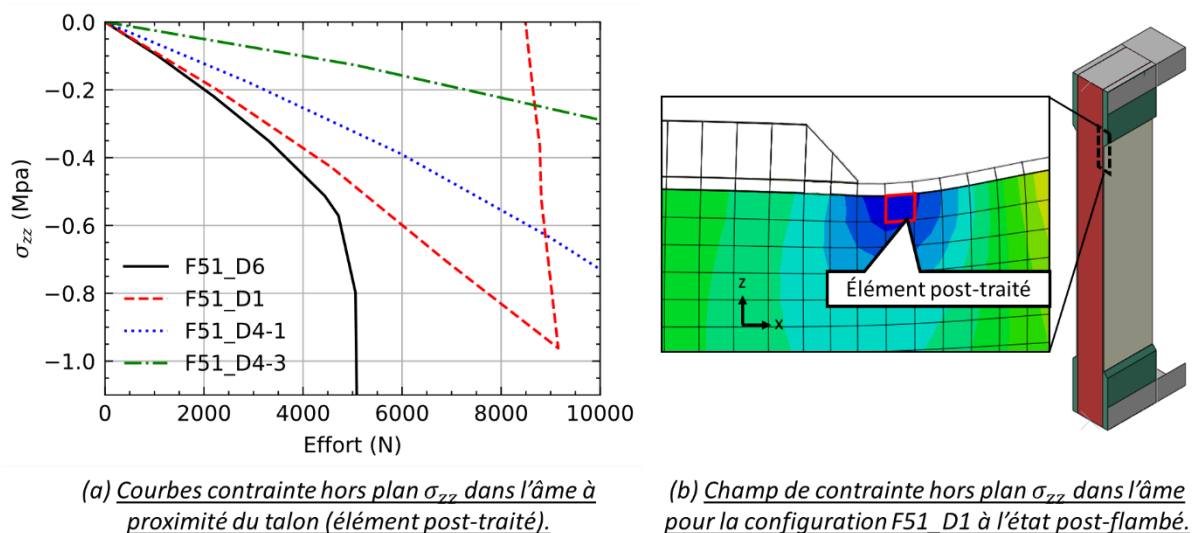


Figure 78 : état de contrainte hors plan dans l'âme à proximité du talon, calculé par le modèle éléments finis.

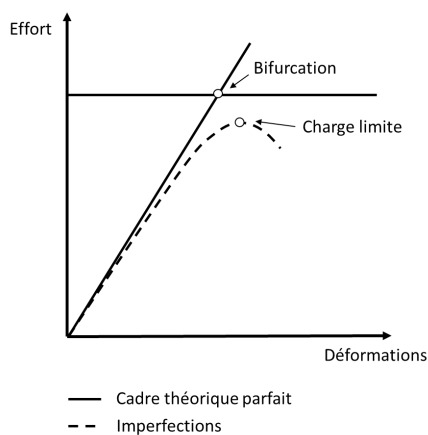


Figure 79 : point de bifurcation et effort limite (Fagerberg & Zenkert, 2005b).

Conclusion de la 2^{ème} partie

Cette 2^{ème} partie développe l'étude de flambement local dans les structures sandwich au 1^{er} niveau de la pyramide des essais, l'échelle coupon. Un benchmark a été réalisé pour identifier et quantifier les différences entre des modèles analytiques et numériques où un modèle éléments finis est la référence. Le but est d'identifier les modèles analytiques les plus adaptés au prédimensionnement des structures sandwichs appliquées à l'aviation légère. Les peaux sont des laminés composite époxy-carbone orthotropes, non-homogènes et asymétriques. L'âme peut être orthotrope (nid d'abeille). Ces caractéristiques s'éloignent des hypothèses cinématiques sur lesquelles les modèles analytiques ont été construits. On l'a vu en revue bibliographique, des modèles plus complexes et rigoureux intégrant l'orthotropie, se plaçant dans un cadre en trois dimensions, sont proposés dans la littérature. Mais la majorité requière une résolution numérique, difficilement applicable dans un cadre industriel. Les modèles analytiques choisis sont donc des formulations de forme finie, pouvant être utilisés simplement sur une feuille Excel. Le besoin des concepteurs est d'avoir en main des outils simples, adaptables, voir universels pour le dimensionnement et l'optimisation sous un chargement complexe de structures sandwich. L'objectif des concepteurs n'étant pas une précision absolue, mais plutôt la cohérence du modèle dans des configurations variées et réalistes. Dans le cas des sandwichs avec âme en mousse, les modèles de (Niu & Talreja, 1999) et de (Douville & Le Grogneq, 2013) montrent une corrélation conservatrice intéressante (entre -10 % et -20 %). En revanche, ils sont inutilisables (trop optimistes) pour les poutres sandwich avec âme en nid d'abeille. L'hypothèse d'une âme continue isotrope est trop éloignée des caractéristiques mécaniques du nid d'abeille. La formulation de Winkler, cinématiquement pertinente pour ce type d'âme fortement orthotrope, ne montre pas la corrélation suffisante, car le rapport d'orthotropie hors plan E_x/E_z de l'âme en nid d'abeille est trop élevé pour permettre de négliger l'énergie de cisaillement transversal. Finalement, la formulation classique de (Hoff & Mautner, 1945) dégradée avec le coefficient $Q=0,5$ reste conservative par rapport au modèle éléments finis de référence pour l'ensemble des configurations de sandwich étudiées, mais parfois avec 50 % de différence. Finalement, seul le modèle à théorie supérieur développé par (D'Ottavio & Polit, 2015) avec résolution numérique qui montre une corrélation quasi-parfaite avec le modèle éléments finis, permet de capturer l'ensemble de la cinématique des poutres sandwich étudiées. Les modèles analytiques sont évalués dans un cadre linéaire parfait. Cependant, il est connu que le wrinkling est sensible aux conditions aux limites et aux défauts. Pour une évaluation complète, un dialogue essais/calcul est réalisé.

Plusieurs campagnes d'essais ont été réalisées sur les poutres sandwichs soumises à de la compression uniaxiale, formée d'une âme en mousse PMI de 51 kg/m³, recouverte de peaux composites carbone/époxy pré-imprégné. Ce sont finalement 52 éprouvettes sandwich coupon sous 12 configurations différentes qui ont été testées, toutes n'ont pas été étudiées dans cette partie. Le flambement local de type wrinkling a bien été observé sur la majorité des éprouvettes grâce à de la corrélation d'image stéréo et une caméra rapide. Des ondes de flambement locales ont été observées et les demi-longueurs d'onde mesurées sont cohérentes avec la théorie du wrinkling. La corrélation essai/calcul est bonne pour les configurations de sandwich à peaux épaisses. Pour ces configurations, les modèles de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et de (Douville & Le Grogneq, 2013) sont légèrement optimistes, alors que la formulation classique de (Hoff & Mautner, 1945) dégradé avec le coefficient $Q=0,5$ reste conservative d'environ 30 %. Pour les configurations à peaux fines, la corrélation est plus mitigée, les modèles qu'ils soient analytiques ou éléments finis restent trop

optimistes. Les talons en bords d'éprouvette engendrent des déformations hors plan à l'interface peaux/âme importantes. La résistance hors plan de l'âme est atteinte avant l'effort critique de flambement. L'âme s'écrase et déclenche le flambement prématurément. D'après le modèle éléments finis ce phénomène est plus prépondérant lorsque les peaux du sandwich sont fines, ce qui expliquerait les corrélations limités et optimistes pour ces configurations de sandwich. L'approche ne serait donc plus un problème de stabilité, mais un problème de résistance. C'est-à-dire que le point de bifurcation n'est pas pris comme critère de rupture, mais c'est directement l'écrasement d'âme qui doit être considéré. Ainsi, les modèles analytiques, c'est-à-dire la solution d'un problème aux valeurs propres, ne sont pas applicables et il faut donc passer par un calcul non-linéaire avec prise en compte de l'endommagement.

On voit dans la littérature (Hoff & Mautner, 1945), (Ley et al., 1999), (Fagerberg & Zenkert, 2005b) et maintenant avec cette campagne d'essais coupon sur sandwich, la difficulté de réaliser des essais coupon. La grande sensibilité aux conditions aux limites de ce type d'essais est difficilement modélisable d'où la grande difficulté de corrélation entre expérimentations et modèles. En effet, l'éprouvette ne réagit pas comme un matériau homogène, mais comme une structure avec un chemin d'effort bien particulier suivant le chargement et les conditions aux limites. Celles-ci parasitent et parfois deviennent même prépondérantes devant les comportements propres aux matériaux du sandwich. Ainsi, on n'observe plus un ensemble de caractéristiques mécaniques sous l'action d'une sollicitation provoquant un comportement donné, mais l'action de conditions aux limites provoquant un comportement donné. Cela est d'autant plus visible lorsque l'on sollicite les éprouvettes en compression. L'approche classique de la pyramide des essais, c'est-à-dire avec une première étape qui consiste à faire des essais de caractérisation à l'échelle coupon, est donc remise en cause pour les problèmes d'instabilité dans les structures sandwich. Le sandwich n'est pas un matériau en soi, mais bien une structure. Le principe « Les matériaux ne préexistent pas à la structure » est pertinent. Or la caractérisation à l'échelle coupon est propre à une réflexion « matériau ». Lorsqu'on caractérise du sandwich, on est déjà à une réflexion structure et l'essai à l'échelle coupon ne semble pas le plus pertinent.

Ainsi, une approche intéressante consiste à étudier l'étape supérieure de la « pyramide des essais » appelée « technologique ». En d'autres termes, à passer de l'échelle du coupon aux panneaux. Cette échelle supérieure offre suffisamment d'espace pour gérer les conditions aux limites (renforcement de la peau en bords d'éprouvette et lâchés de plis petit à petit, ainsi que pour ajouter des éléments technologiques (renforcement local, raidisseur, etc.) afin d'étudier leur influence sur le panneau.

Troisième partie : L'échelle
« technologique » (plaques
VERTEX)

V. Campagne sur banc d'essai VERTEX : méthode et résultats

Ce chapitre présente la réalisation d'une campagne d'essais réalisée sur le banc VERTEX. Des éprouvettes plaques sandwich ont été testées et soumises à de la compression et du cisaillement. Le flambement local type « wrinkling » est observé via la corrélation d'image stéréo et une caméra rapide. Le contenu de ce chapitre est partiellement reproduit de la publication de (Ginot et al., 2022) et sera écrit en anglais.

Sommaire

V.1	INTRODUCTION.....	113
V.2	MATERIALS AND METHOD.....	115
V.2.1	<i>Specimen design</i>	116
V.2.1.1	Geometry	117
V.2.1.2	Materials	117
V.2.2	<i>Measurement systems</i>	120
V.3	RESULTS.....	122
V.3.1	<i>Overall behaviour</i>	123
V.3.1.1	Specimens under compression	123
V.3.1.2	Specimens under shear	123
V.3.1.3	Strain fields.....	124
V.3.2	<i>Local behaviour</i>	125
V.3.2.1	Specimens under compression	125
V.3.2.1.1	Buckling behaviour	125
V.3.2.1.2	Failure scenario for compression loading.....	129
V.3.2.2	Specimens under shear	131
V.3.2.2.1	Buckling behaviour	131
V.3.2.2.2	Failure scenario for shear loading.	134
V.3.3	<i>Compressive and shear strains at failure</i>	135
V.4	CONCLUSION	135

V.1 Introduction

The state-of-the-art review shows the need to generate wrinkling test cases at the technological scale and to evaluate analytical and numerical models representative of an actual industrial aeronautical application.

Therefore, this chapter aims to propose protocols/methods with results and analysis for sandwich panels tested under compressive and shear loading, where wrinkling-type failure is observed. Sandwich panel configurations are chosen to be consistent with the sandwich structures used in light aviation (details in V.2.1.2). The VERTEX test bench (Figure 80) developed by Castanié and first used by (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, & Castanié, 2017) (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, Castanié, et al., 2017) is used here. VERTEX, for “Experimental modelling and validation of composite structures under complex loading” (ANR VERTEX Program, n.d.), is a French National Research Agency project. It is in line with the need to reduce the number of tests at the coupon scale

and to develop more representative testing methods using a virtual testing approach (Yang et al., 2011). The VERTEX test bench is based on previous experience with testing devices using a rectangular box structure (Peters, 1948)(Klein, n.d.). The major inspiration comes from the work done by (Castanié et al., 2002)(Castanié et al., 2004), who developed a complex loading test bench where a longitudinal box structure is loaded by four actuators. However, it was pointed out that the area of interest of the test machine was too small ($200 \times 200 \text{ mm}^2$) and that the effects of boundary conditions were preponderant. Also, it was difficult to estimate the in-plane loads that actually penetrate the test piece. The new VERTEX test bench just keeps the same loading principle and improves these aspects by a larger specimen size and field measurement instrumentation. The level of loading is also about ten times higher. Loading a specimen by a box structure has certain advantages. It allows for the introduction of considerable complex loading (3000 N/mm in tension and compression, 1000 N/mm in shear for the VERTEX test bench) in the specimen by a leverage effect. The operating principle of the VERTEX machine consists of four hydraulic actuators used to load a rectangular box structure (see Figure 80).

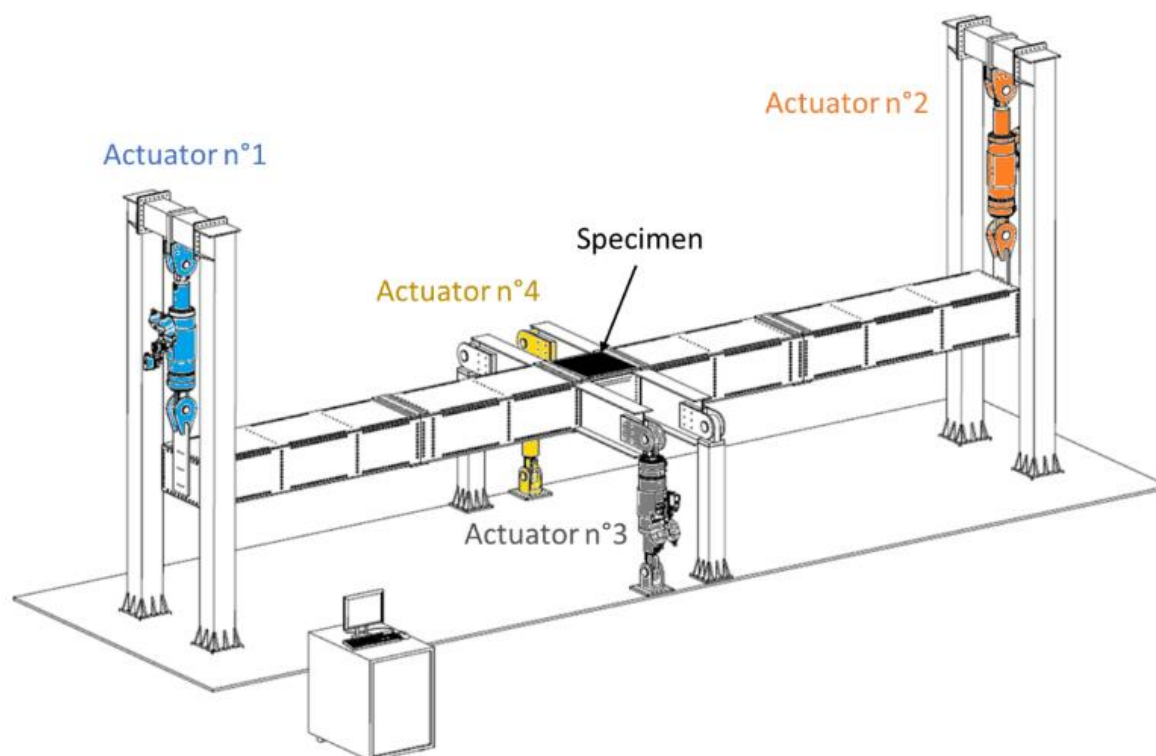


Figure 80: VERTEX test bench.

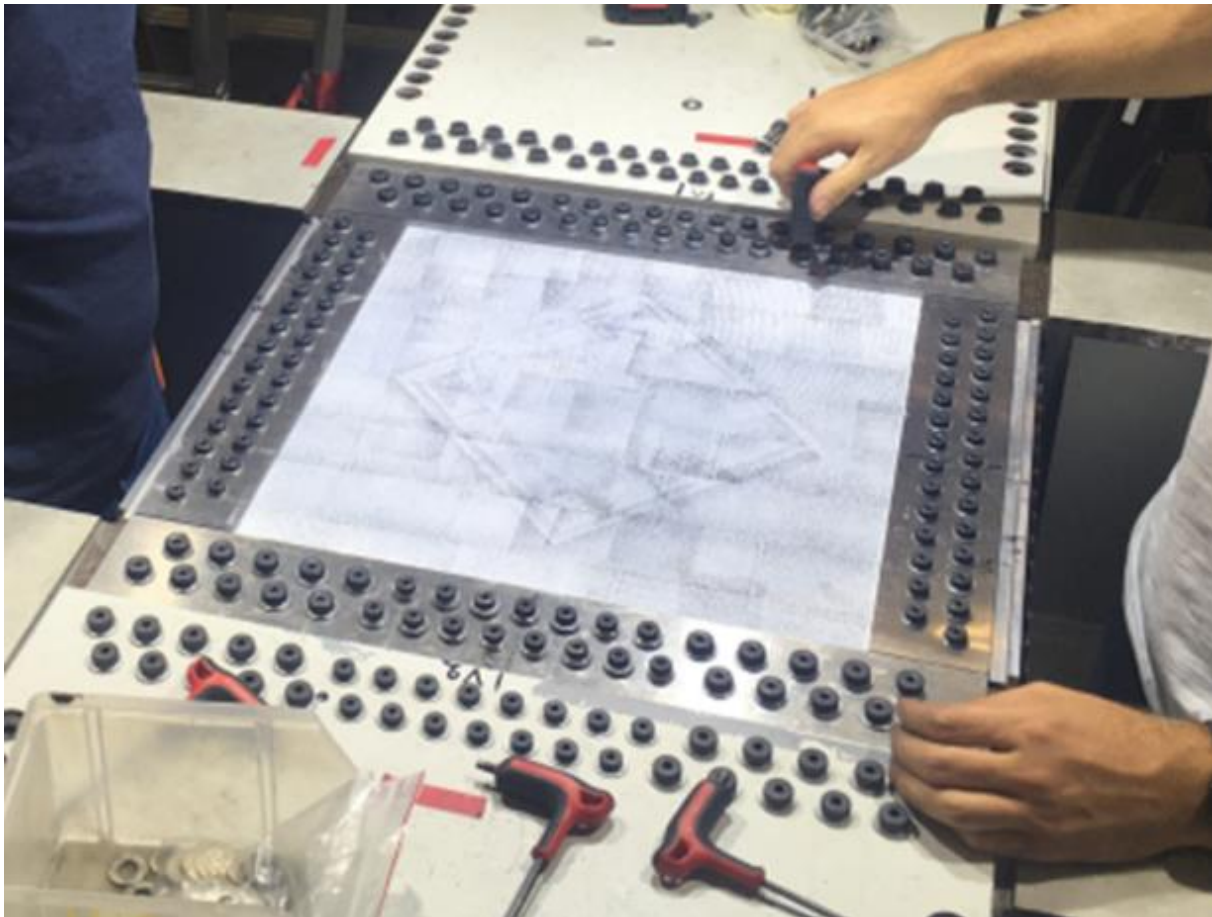


Figure 81: Details of a specimen bolted on to the upper part of the central box of the VERTEX test bench.

The machine structure is a longitudinal box and two cross I-beams. The panel under test is bolted to close the upper part of the central box (see Figure 81). Actuators 1 and 2 can push or pull symmetrically to place the assembly in 4-point bending and, thus, the panel under test is locally loaded in tension or compression. Actuators 3 and 4 can push to twist the centre of the box structure, thus locally loading the tested panel in shear. An air-pressurized rubber bladder system inserted in the box structure between the I-beams allows the specimen to be subjected to an internal pressure of a maximum of 1.6 bar (not used in this experimental analysis). All this was done without using the significant number of powerful, expensive actuators that would have been needed if loading was directly applied to the specimen (Bergan et al., 2011). Also, the fact that the specimen is an integral component of the test bench structure develops boundary conditions representative of what a sandwich panel can undergo in real conditions (complex loading induced by a structural behaviour, Poisson ratio effect, redundancy of the load paths). Since several studies have used the VERTEX test bench. (Serra, 2016) studied the failure of carbon fibre reinforced polymer notched. (Trellu et al., 2020) studied the effect of low-velocity impacts on carbon fibre reinforced polymer plates under multiaxial loading.

V.2 Materials and method

Asymmetric sandwich structures used for helicopter structures (Castanié et al., 2020) inspired the specimen geometry discussed in this chapter. The specimens consisted of a monolithic peripheral area and an asymmetric sandwich central area including the tapered region (see Figure 82). The monolithic peripheral area was drilled to bolt the specimen to the VERTEX test bench. The specimen was positioned as shown in Figure 80 and bolted on its 4 sides with 128 screws and aluminium tabs

(see Figure 81). The external dimensions were 558x536 mm², and the sandwich area with the tapered regions was 390x390 mm² and about 21 mm thick (core and skins) (Figure 82). According to the VERTEX methodology described before, the specimens were subjected to a compressive loading or a shear loading through the actuators driven in displacement (Figure 83).

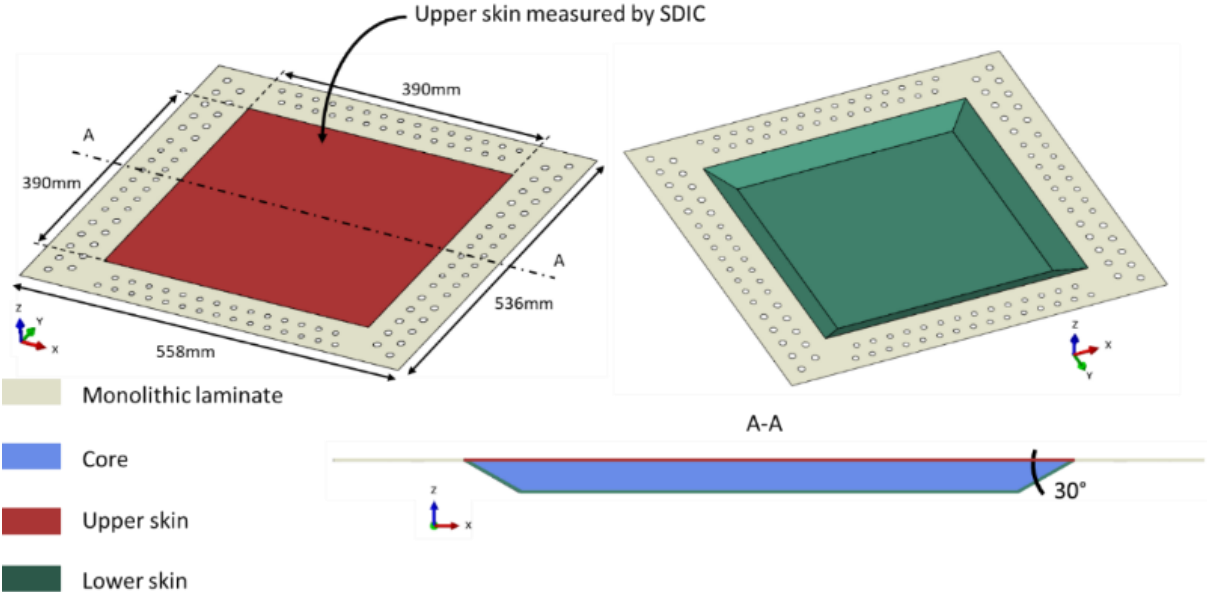


Figure 82: Overall panel geometry.

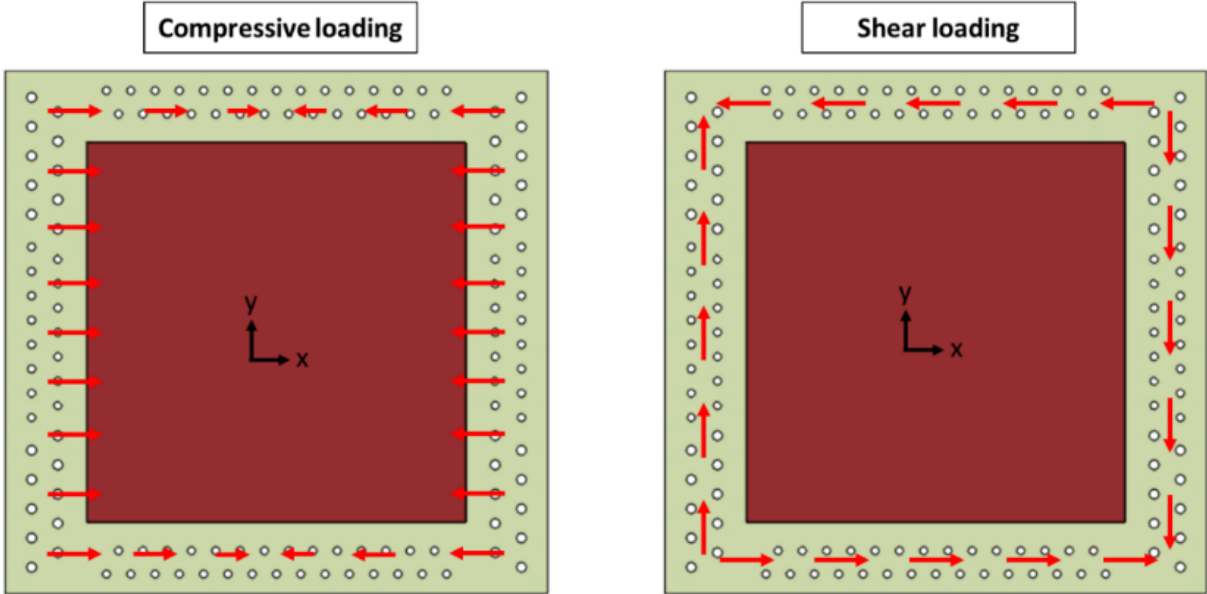


Figure 83: Loads expected to be introduced in the specimens.

V.2.1 Specimen design

Sandwich structures can potentially fail according to multiple scenarios. The one under study, wrinkling, was selected through rigorous design. Two ways were developed: first, ensure the wrinkling, which must be the first failure scenario to occur in the specimen, then, localise the failure scenario to enable effective observation of the phenomenon and minimise the effect of undesired boundary conditions, as far as possible.

V.2.1.1 Geometry

The lower skin of the sandwich plane is not accessible as it faces the interior of the test bench box structure.

Since the observable surface is the upper skin, it is imperative to localise the wrinkling on it. In compression, the asymmetric geometry of the plate allows the upper skin to be more loaded than the lower skin and therefore to buckle locally first. This offset between the load introduction axis and the mean geometric plane of the sandwich structure leads to a bending moment, which induces an additional compressive load in the upper skin and a tensile load in the lower skin (blue arrows in Figure 84). This phenomenon has already been identified with asymmetric sandwich structures tested by (Castanié et al., 2004) and recalled in (Castanié et al., 2020). Under shear loading, the offset of the middle plane does not play any role because the tension and compression at 45° cancel each other out. The shear load is shared in the same proportion as the skin stiffness (Castanié et al., 2004). Therefore, reinforcement in the lower skin is required to localise the buckling on the upper skin (Table 6).

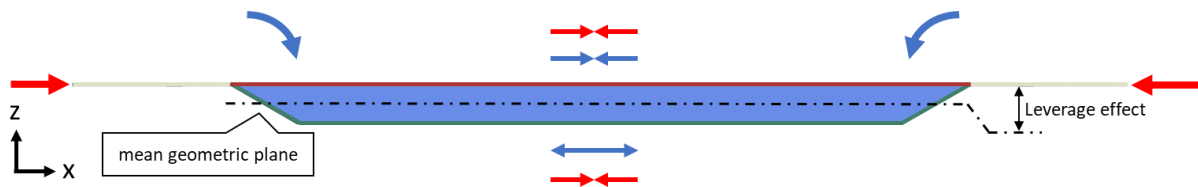


Figure 84: Bending effect on asymmetric sandwich structure.

V.2.1.2 Materials

Pre-sizing using finite element models and the experience acquired during previous compression tests on sandwich beams (see chapter IV) helped to define the choice of materials, stacking sequences, reinforcements, and core thickness allowing wrinkling to be obtained as the first failure scenario under compressive and/or shear load. The materials used for the specimens were a PMI foam of 51 kg/m^3 or NOMEX® honeycomb of 29 kg/m^3 and prepreg epoxy/carbon woven fabric that was unidirectional for the skin (Table 6). Despite lower strengths and stiffnesses than the Nomex honeycombs, foams remain widely used in light aviation due to the ease of manufacturing (cutting, machining, forming, and bonding to the skins). The skins were glued to the core by an adhesive film. A "one-shot/co-cured" process was used in the autoclave. To have the upper skin as flat as possible, it faced the mould and calibrated plies were used to leave the core undeformed with the ply drops (Figure 85). No counter-mould was used; a vacuum bag was applied instead. The core (foam or honeycomb) was 20 mm thick.

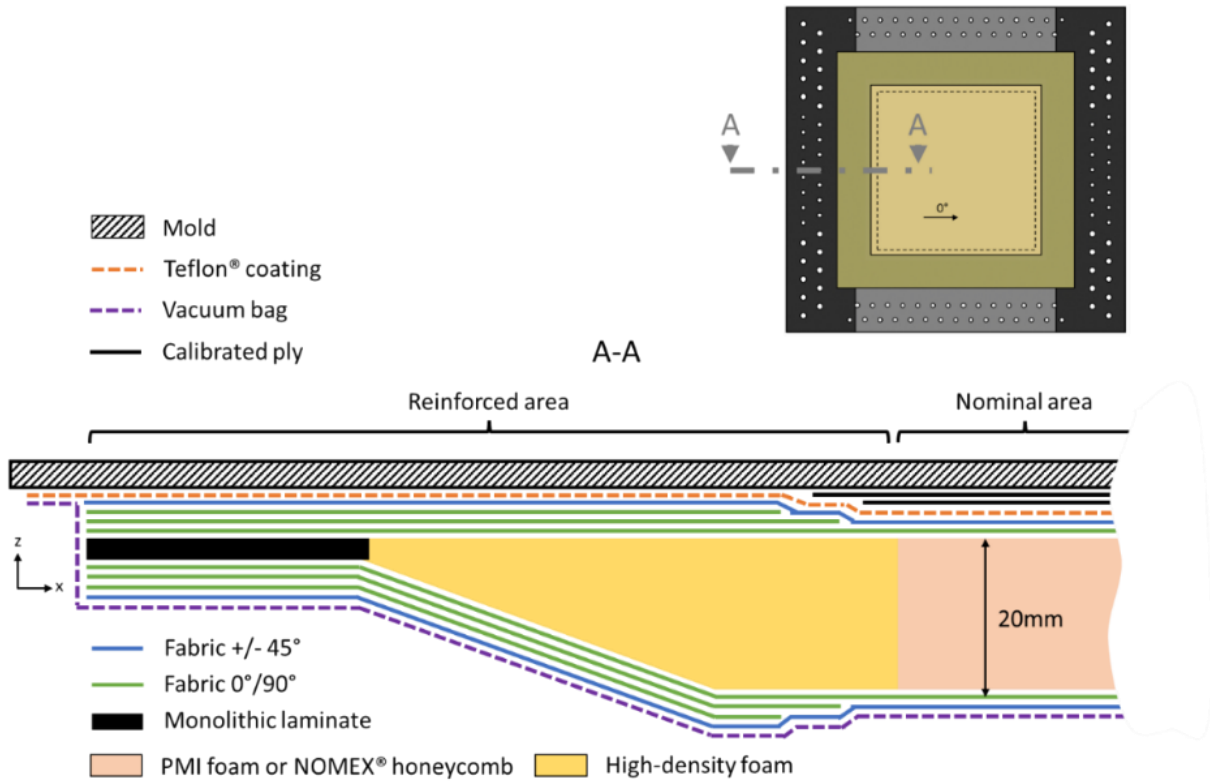


Figure 85: Cross-sectional drawing of specimens with the manufacturing process.

To localise the wrinkling in the centre of the panel, a high-density foam frame was used to reinforce the tapered area of the sandwich where local stresses could be relatively high (Figure 86). For specimens under compressive loads, the nominal area was 260x260 mm² (pink in Figure 86(a)). For specimens under shear load, the nominal area (pink in Figure 86(b)) was lozenge-shaped so as to have edges perpendicular to the main stresses at 45°. Pre-sizing had shown that buckling occurred at the corners and was restrained if a square reinforcement shape was used, which was not intended. For specimens with NOMEX® honeycomb, the ribbon direction (L) is specified in Figure 86.

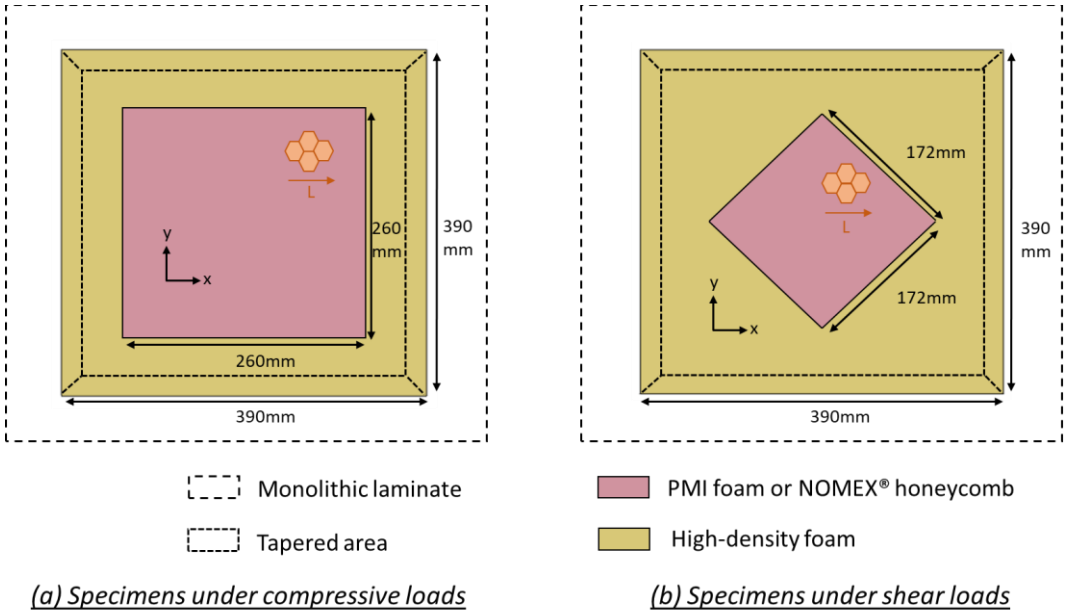


Figure 86: Definition of the cores of the specimens.

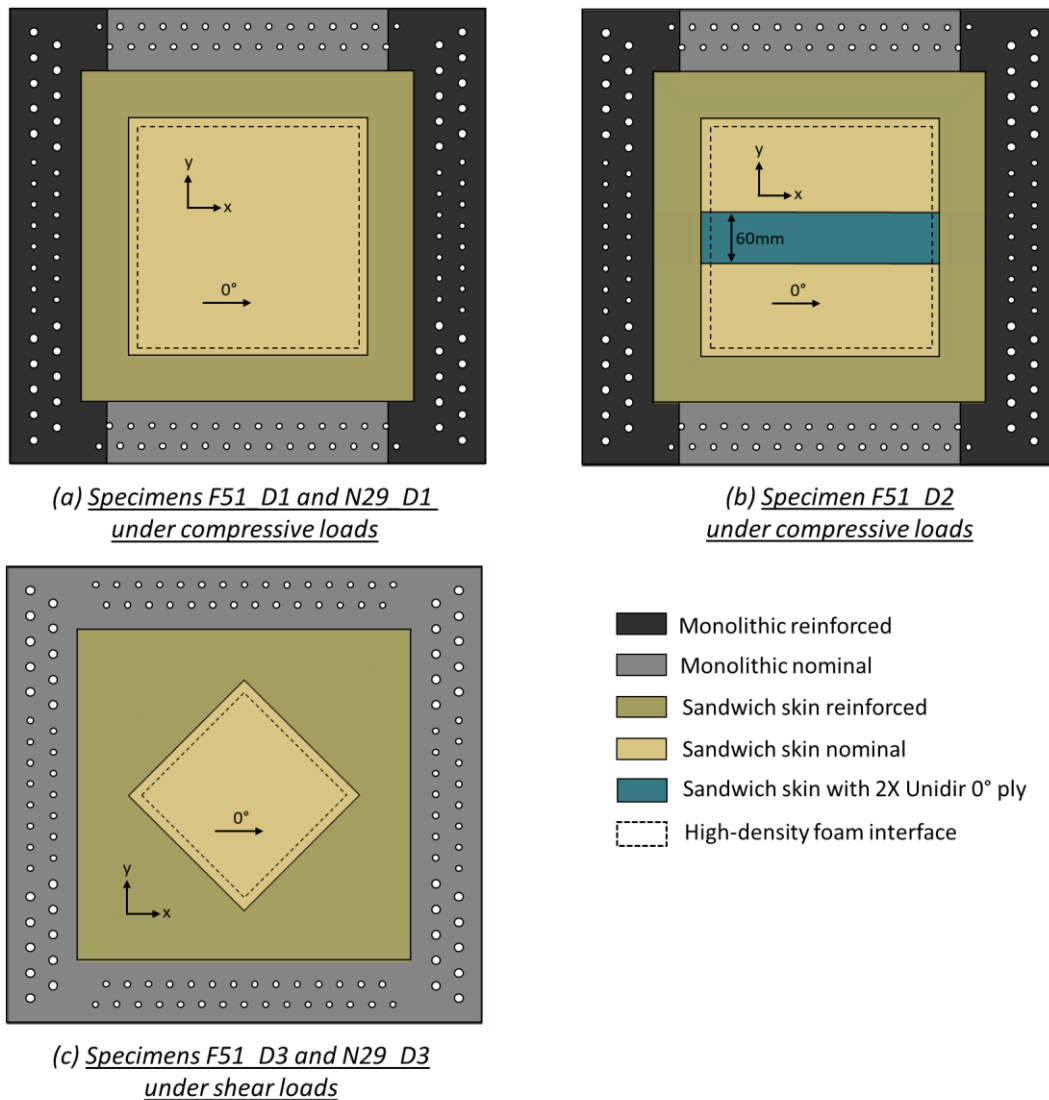


Figure 87: Definition of the specimen skins.

For the same reasons, skins in the tapered area were reinforced (dark brown area in Figure 87). For specimens under compressive load, the monolithic area was reinforced in the specimen height (dark area in Figure 87(a) and (b)), to avoid bolt bearing. In the width, the monolithic area was left with a relatively thin laminate (grey area in 8(a) and (b)) so that this area did not bear all the loads at the expense of the sandwich area. For specimens under shear load, the nominal skin (light brown area in Figure 87(c)) was lozenge-shaped. It should be noted that ply drops are not detailed in Figure 87; in the sandwich area, 10 mm was left between each ply drop. The nominal skin (light brown area in Figure 87) extended beyond the nominal core area (pink area in Figure 86), to avoid having a ply drop and core interface in the same area. The area where the stacking sequence corresponds to Table 6 is called the “nominal area” (where wrinkling is expected) and is shown in Figure 85.





In the nominal area, the panel configurations tested were consistent with the sandwich structures used in light aviation. Five specimens were manufactured, which corresponded to typical stackings used in different locations of the aircraft (Table 6). In specimen F51_D2, tested under compressive load, a 60 mm wide strip of 2 x unidir 0° ply was added (blue area in Figure 87(b)). In specimen N29_D3, tested under shear load, the ribbon direction, L, of the honeycomb core was on the x-axis (Figure 86(b)) and not at the 45° direction of the theoretical principal stresses.

Table 6: Specimens stacking sequence in nominal area. Specimen nomenclature is F51_... or N29_... for PMI foam or NOMEX® honeycomb respectively and ..._Dx for specified stacking sequence.

Specimen	F51_D1	N29_D1	F51_D2	F51_D3	N29_D3
Loading	Compressive	Compressive	Compressive	Shear	Shear
Stacking sequence	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°
			2 x Unidir 0°		
	Fabric 0°/90°	Fabric 0°/90°	Fabric 0°/90°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°
	adhesive film	adhesive film	adhesive film	adhesive film	adhesive film
	PMI foam	NOMEX® honeycomb	PMI foam	PMI foam	NOMEX® honeycomb
	adhesive film	adhesive film	adhesive film	adhesive film	adhesive film
	Fabric 0°/90°	Fabric 0°/90°	Fabric 0°/90°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°
	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°
			Fabric +/- 45°	Fabric +/- 45°	

V.2.2 Measurement systems

Because of intrinsic structural redundancies in the VERTEX test bench and the fact that the specimen is an integral component of the test bench structure, no transfer function currently links actuator forces with stresses entering the specimen. To estimate the stresses entering the specimen during the test, an in-situ strain measurement method had to be used. To capture the failure scenario, the test bench was equipped with several measurement systems as shown in Figure 88.

-  DIC far-field
-  DIC near-field
-  High speed camera
-  Thermal camera

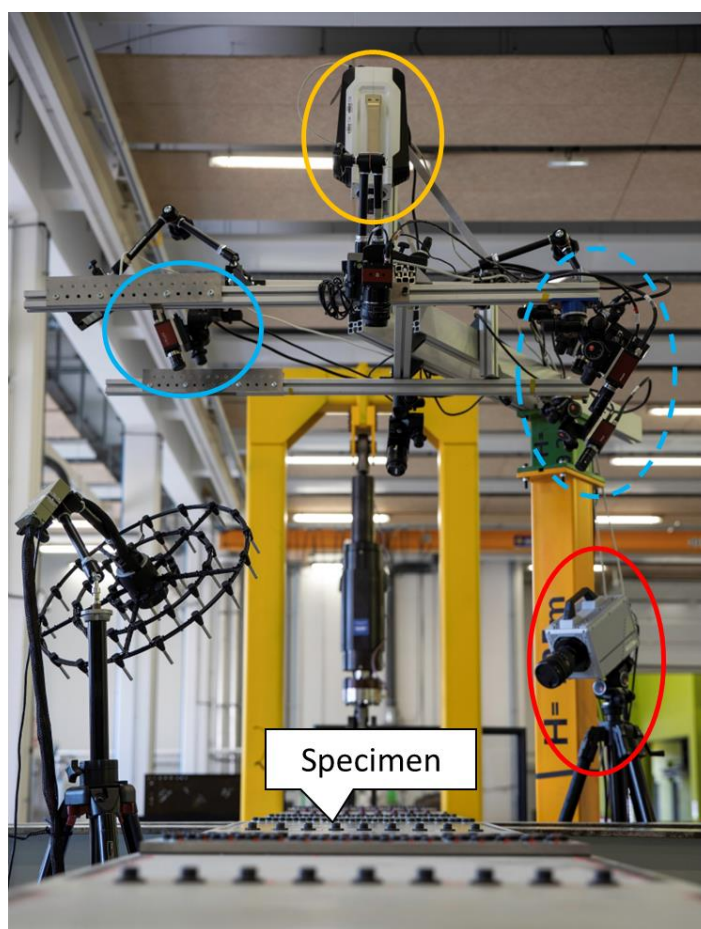
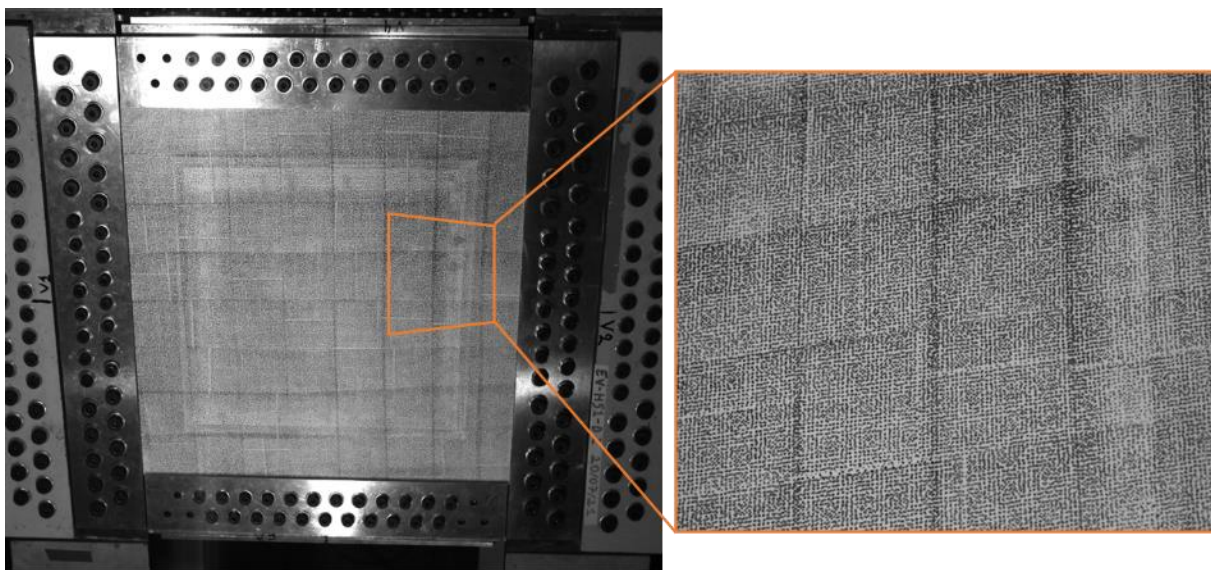


Figure 88: Camera set up on the VERTEX test bench.

Stereo Digital Image Correlation (SDIC) is a very reliable method that has already been used on previous VERTEX tests (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, & Castanié, 2017) (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, Castanié, et al., 2017) (Trellu et al., 2020). Moreover, SDIC can measure out-of-plane displacements and reconstruct a 3D shape evolution. This is particularly useful for observing wrinkling, which manifests itself as short, out-of-plane waves in the skins. To achieve this SDIC, a speckled pattern was applied to the specimen's upper skin. It was made by using paint rollers where the size of the dots was chosen according to the cameras' resolutions and fields of view. Two SDIC systems of five Mpx cameras were employed. A far-field system measured the entire upper surface of the specimen up to the tabs (area of 400x400 mm) (Figure 89(b)). This allowed the overall displacement fields in the specimen to be analysed. A near-field system focused on a particular, limited area of the specimen (Figure 89(a)), thus improving the accuracy of measurement. The focus was chosen where wrinkling was likely to occur. The acquisition frequency was set to two images per second. Vic3D_ software (Correlated Solutions Inc., Columbia, SC, USA) was used for post-processing.

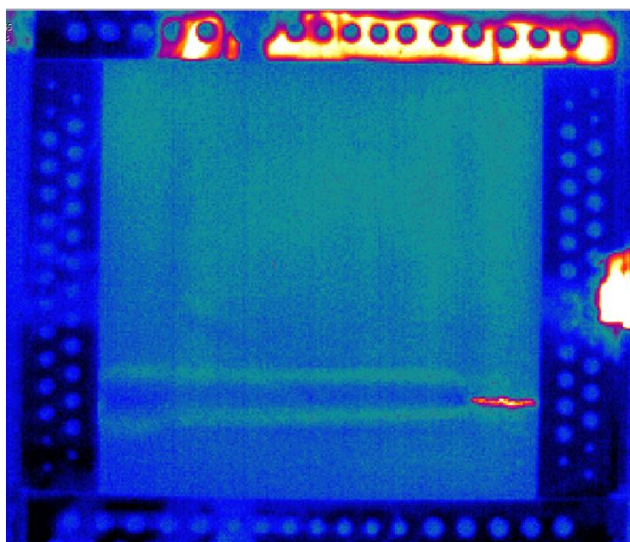
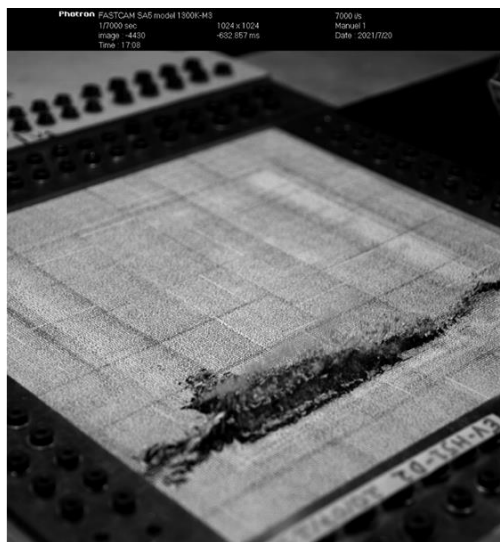


(a) SDIC far-field capture

(b) SDIC near-field capture

Figure 89: SDIC captures.

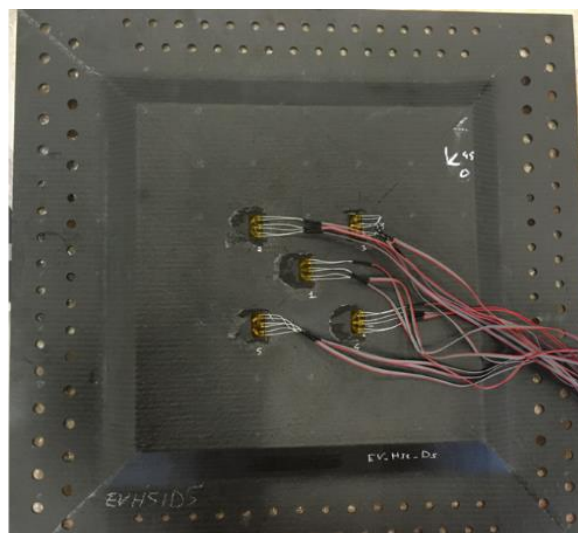
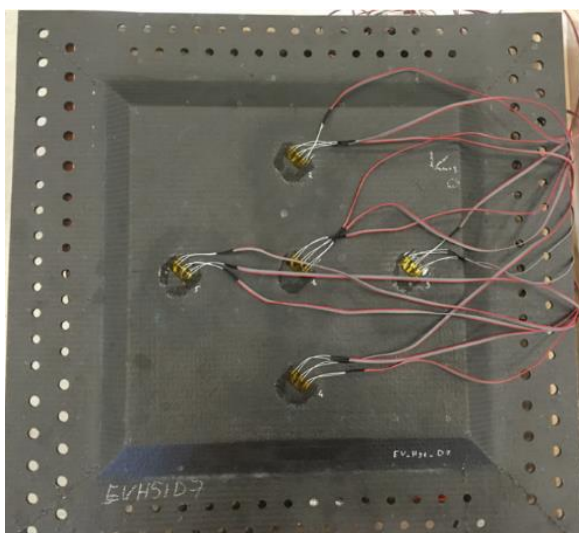
A high-speed camera (7000 fps) was also used to observe a potential explosive failure (Figure 90(a)). Finally, an infrared camera (500 fps) was added to the setup (Figure 90(b)) to allow for possible wrinkling-type failure measurements. In particular, it enables the capture of fiber breakages and their locations, thus permitting the identification of the failure scenario. In the lower skin, several "Rosette" gauges were used (Figure 91). An acoustic camera was also present for one trial (Figure 88, left side) but the results were not sufficiently relevant and are not reported here.



(a) High-speed camera capture

(b) Infrared camera capture

Figure 90: High-speed camera and infrared camera captures.



(a) "Rosette" gauges in lower skin of specimens tested under compression

(b) "Rosette" gauges in lower skin of specimens tested under shear

Figure 91: Locations of "Rosette" gauges.

V.3 Results

Installing the specimen on the test bench by bolting the 128 screws induced some initial stresses in it as the sandwich panel had high bending stiffness and did not compensate for the initial geometrical imperfections between the test bench and the specimen. Installation of the specimen on the test bench thus yielded residual compressive and shear strains. F51_D3 was the specimen where the highest residual principal compressive strains, of about $-500 \mu\text{strains}$, were observed in the nominal area, i.e. 10% of the ultimate failure strain. However, an average of $-200 \mu\text{strains}$ in the nominal area was observed over all specimens.

V.3.1 Overall behaviour

V.3.1.1 Specimens under compression

The specimen panels bent globally (Figure 92(a)), a consequence of the asymmetric geometry (see section V.2.1.1). The plot of Figure 92(b) shows the evolution of ϵ_{xx} at the centre of both skins and highlights the non-linear bending behaviour of the tested panel.

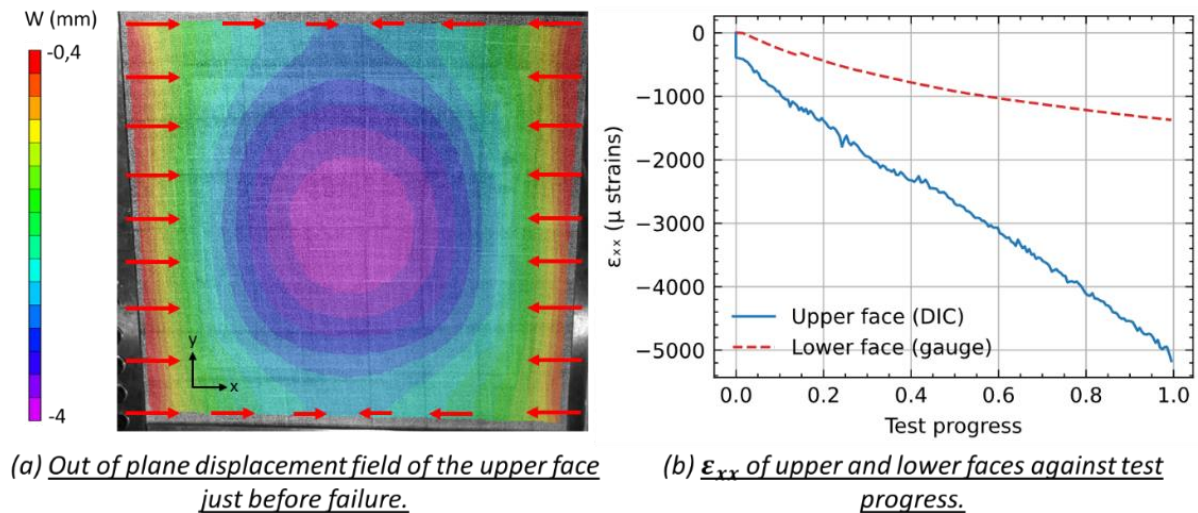


Figure 92: Specimen F51_D1 general behaviour.

The upper skin had a quasi-linear response and underwent higher loading whereas the response of the lower skin was non-linear. The nonlinearity was due to coupling of the sandwich deflection and the load. This behaviour had already been observed with asymmetric sandwich panels tested by (Castanié et al., 2004) and was expected.

V.3.1.2 Specimens under shear

The global bending behaviour presented previously was not present here because the tension and compression at 45° cancelled each other out. The plot of the strain evolution at $\pm 45^\circ$ (ϵ_{xy}) shows a quasi-linear response in both skins (Figure 93). Nonlinearity was not likely to occur as the deflection was very small. Note that strains were greater in the upper face, as a consequence of the stiffness difference between the sandwich skins: the upper skin had two plies of $\pm 45^\circ$ fabric, whereas the lower had three plies of $\pm 45^\circ$ (Table 6). This confirms the pre-sizing performed.

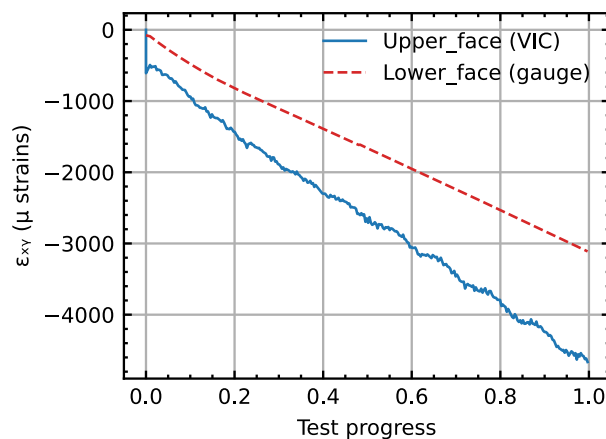
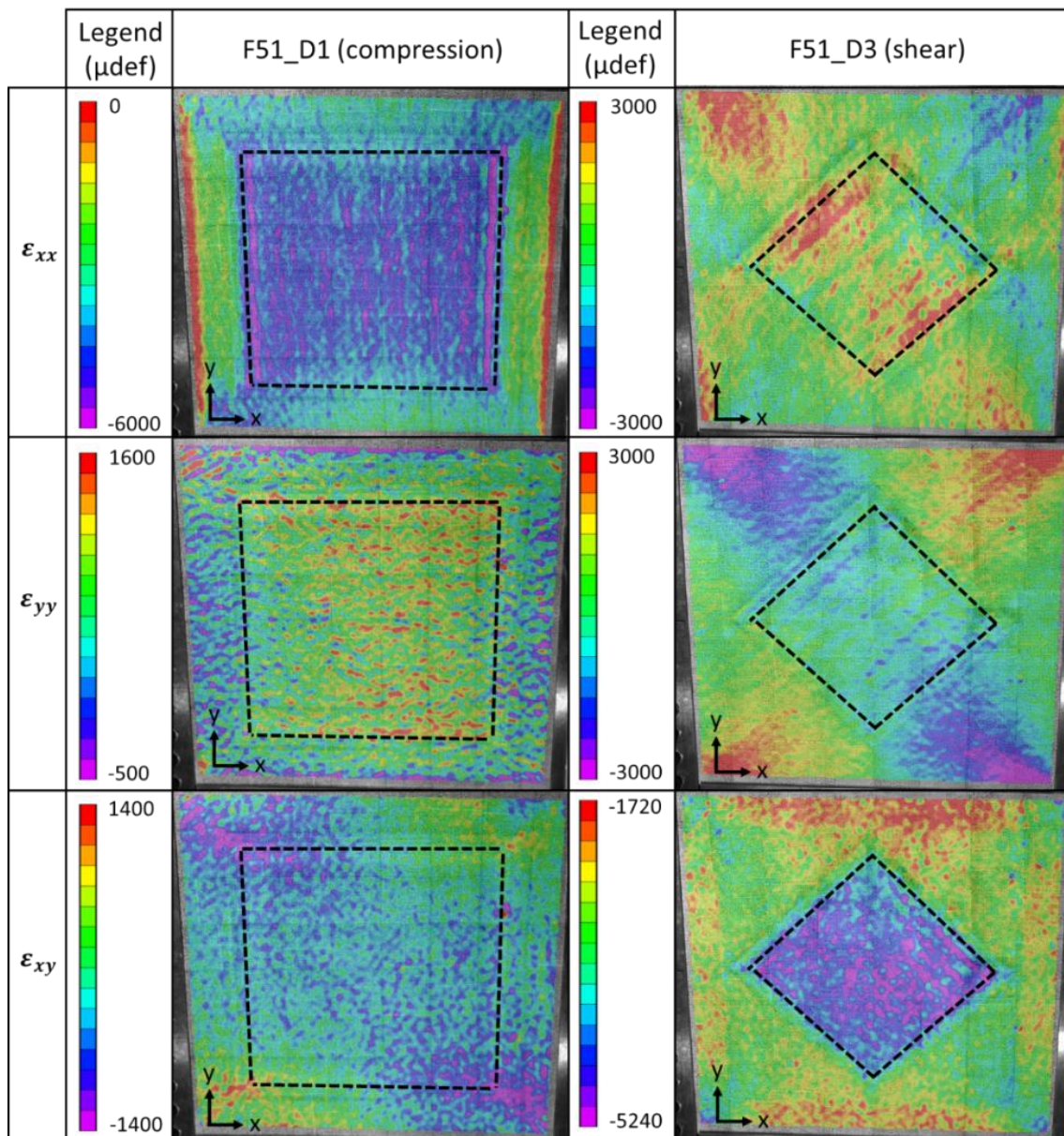


Figure 93: Specimen F51_D3 ϵ_{xy} of upper and lower faces against test progress.

V.3.1.3 Strain fields

Figure 94 shows in-plane strain fields in the upper face obtained by SDIC of two specimens just before failure. The reference image (time 0 and strain field equal to zero) was taken when the specimen was simply laid down on the VERTEX bench, i.e. before it was clamped by bolting the 128 screws. In the nominal area, strains were globally uniform and corresponded to the theory. For the specimens under compressive loading, the average principal compressive strain direction in the nominal area was not more than 5° from the x-axis. Some transverse traction appeared (Figure 94 positive ϵ_{yy} field of F51_D1 column). The specimen was clamped on its 4 sides and reacted with the boundary condition imposed by the central box of the VERTEX test bench. Poisson's strains were thus blocked and transverse tension appeared in consequence. This must be quite representative of what a sandwich panel can undergo in a structure in real conditions. Some shear was observed at the corners, but it was nearly zero in the nominal area (Figure 94 ϵ_{xy} field of F51_D1 column). For the specimens under shear loading, the average principal compressive strain direction was about 52° from the x-axis. Some traction is shown by the non-null ϵ_{xx} components (Figure 94 positive ϵ_{xx} field of F51_D3 column). This was a consequence of a coupling between torsion and bending of the box structure. When operated for this stress, it generated parasitic tensile forces. This has already been encountered in (Trellu et al., 2020) (Castanié et al., 2002). For these tests, compensation was not carried out to diminish these tension forces since the authors were afraid of perturbing the wrinkling phenomena. Local gradients, in the form of strips (Figure 94 ϵ_{xx} field of F51_D1 column and ϵ_{xy} field of F51_D3 column) were present at the edge of the nominal area, reflecting a local bending induced by wrinkles. The strain fields exhibited a grained noise, a consequence of the SDIC parameters used, which are justified in section V.3.2.1.



Nominal area

Figure 94: Strain fields just before failure of the upper faces of specimen F51_D1 under compressive loading and specimen F51_D3 under shear loading.

V.3.2 Local behaviour

V.3.2.1 Specimens under compression

V.3.2.1.1 Buckling behaviour

Locally, specimens F51_D1 and F51_D2, presented similar behaviour. The formation of a wrinkling at the interface between the nominal core and the high-density foam can be observed in Figure 95(a) and (b), and Figure 97(a) and (b). It appears at the end (>80%) of the test (Figure 95(b) and Figure 97(b)). The failure load (test progress equal to 1) is the moment when the core breaks in tension (see the following section V.3.2.1.2) and the plate loses its stiffness. A very loud noise is heard which also corresponds to the sudden propagation of a crack in the skin at the local buckling level. Wrinkling failure localisation is driven by geometrical and mechanical aspects. The nominal/high-density core

interface leads to a gap in core stiffness (high-density core modulus is about three times higher than the nominal PMI foam) and induces local bending in the sandwich skins (Allen & Zhengnong, 1997) (Bozhevolnaya et al., 2003) likely to trigger instabilities. Moreover, SDIC revealed an initial slight local dent in this area in specimens tested under compression (Figure 96). The dent was about 0.04 mm, which is about 10% of the sandwich skin thickness in the nominal area.

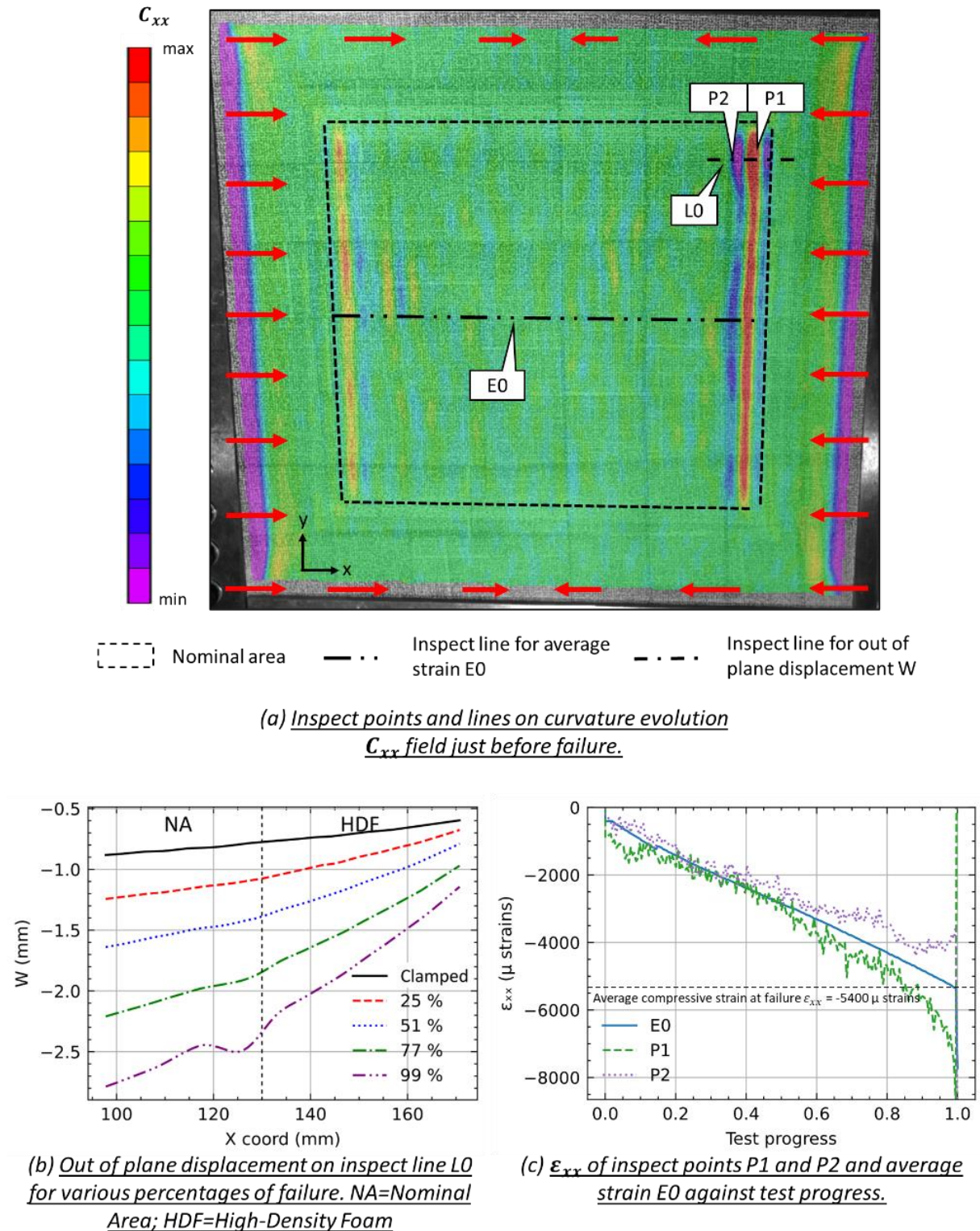


Figure 95: Specimen F51_D1 local behaviour.

A technical explanation is difficult to justify, especially since particular attention was paid to the flatness of the upper skin (see section V.2.1.2 and Figure 85). It was probably a manufacturing defect. As for dents in compression after impact on sandwiches (Fagerberg & Zenkert, 2005b) (Castanié et al., 2008), this shape generates non-linear local bending moments which may increase the depth of the dent and therefore promote the local appearance of wrinkling (Kassapoglou et al., 1995). So, this local imperfection localises the wrinkling failure in the specimen. Figure 95(c) and Figure 97(c) show plots of the strain's ε_{xx} evolution measured at inspection points P1 and P2, and the averaged strain E0 taken along a line in the centre of the nominal area (see Figure 95(a)). The average strain is calculated via the ratio of the difference between the two ends of the line E0 with the length of the line E0 (as a numerical extensometer). The evolutions of strain in P1 and P2 differ from the averaged E0. This is due to the non-linear local response initiated by the dent, which generates out-of-plane displacements and thus affects local in-plane strains. Strain evolution at P1 and P2 first decreases linearly with the load, then becomes non-linear as a consequence of the appearance of the wrinkling wave (around 80% of the failure load). This phenomenon was local, so the non-linearity did not influence the average strain E0, which remained linear until failure. In specimen F51_D2, where a 60 mm wide strip of two Unidir 0° plies was added, the wrinkling was positioned in this stiffened area, which drained the loads (Figure 97 (a)). The localisation of wrinkling failure can thus be chosen by playing locally on the in-plane stiffness of the skin.

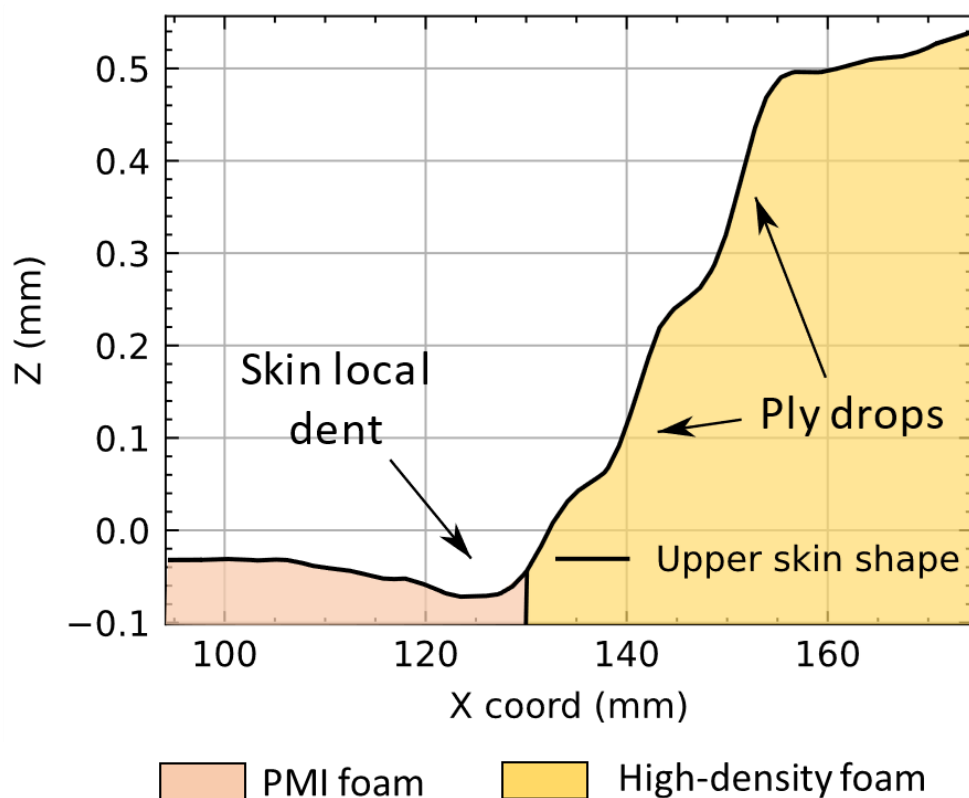


Figure 96: Upper skin initial shapes against X coordinate at nominal and high-density foam interface of specimen F51_D1.

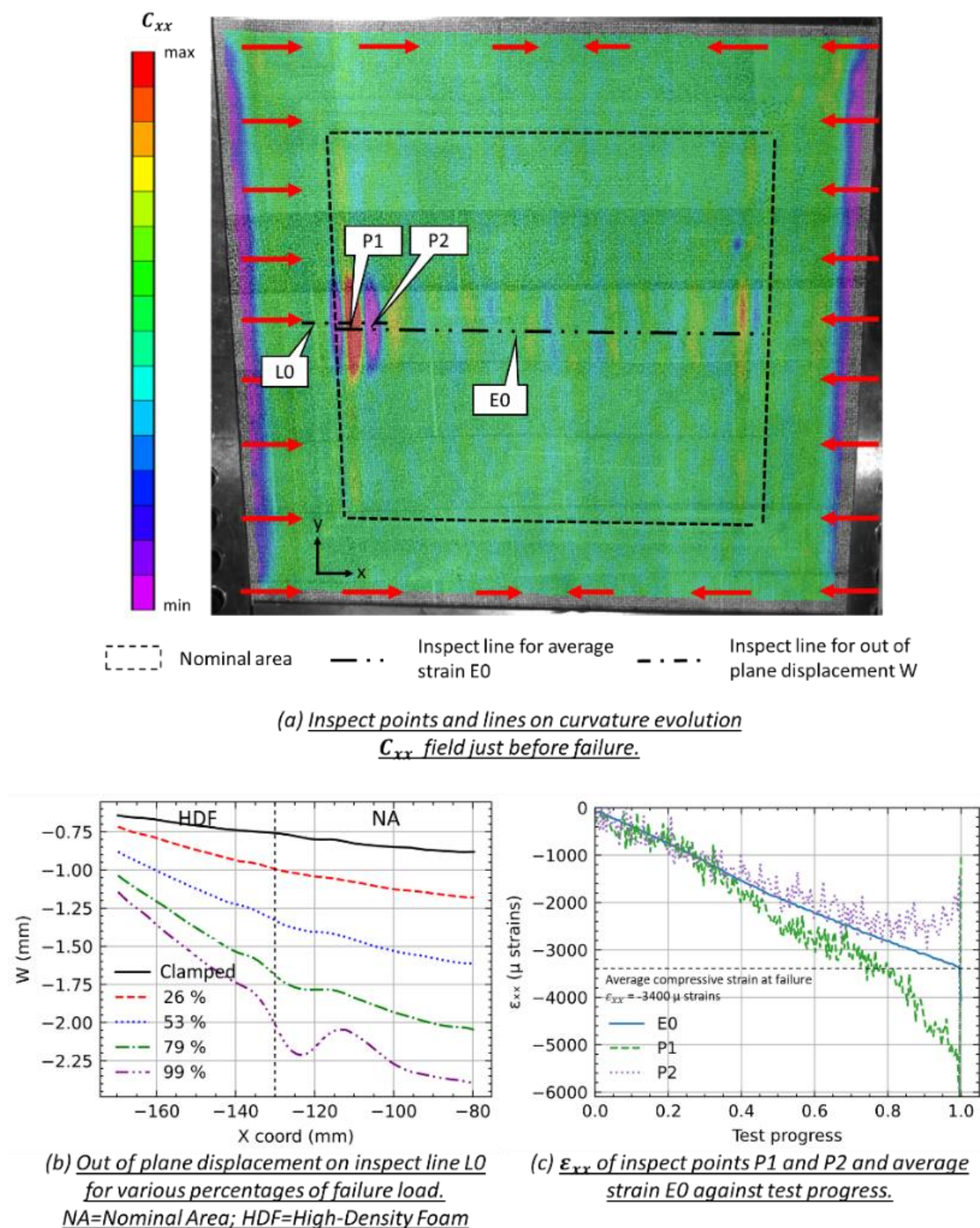


Figure 97: Specimen F51_D2 local behaviour.

Noises in the strain curves at P1 and P2 are observed in Figure 95(c) and Figure 97(c). Local strain computation from DIC depends on several parameters. The displacement is averaged over a square of size $J(\text{pixels}) = N_{step}(N_{filter} - 1) + N_{subset}$, where N_{subset} is the size of the area used to track the displacement between images, N_{step} is the number of pixels between the points that are analysed during correlation and N_{filter} is the number of points in the calculation window (see Figure 98). The decay filter used is a 90% centre-weighted Gaussian filter. A good compromise was chosen between

data noise and sufficient accuracy to capture the actual strain at the centre of the buckling wave. The wrinkling half wave-lengths observed were about 10 mm. A strain calculation window of 45 pixel square was chosen to have the same order (pixel size is equal to 0.2 mm). With these parameters, the average confidence margin for out-of-plane displacement W is about 0.003 mm. In Figure 95(a) and Figure 97(a) the curvature evolution C_{xx} , calculated as the inverse diameter of the circle locally tangent to the out of plane displacement, does not have a quantitative legend. Quantitative results are not consistent with the expected order of magnitude. As a strain computation, the curvature depends on a calculation window that is far too large compared to the one required to obtain consistent data in the local wrinkle area. However, the curvature evolution gradient remains an intersecting indicator for locating wrinkling. These remarks are valid for specimens under shear.

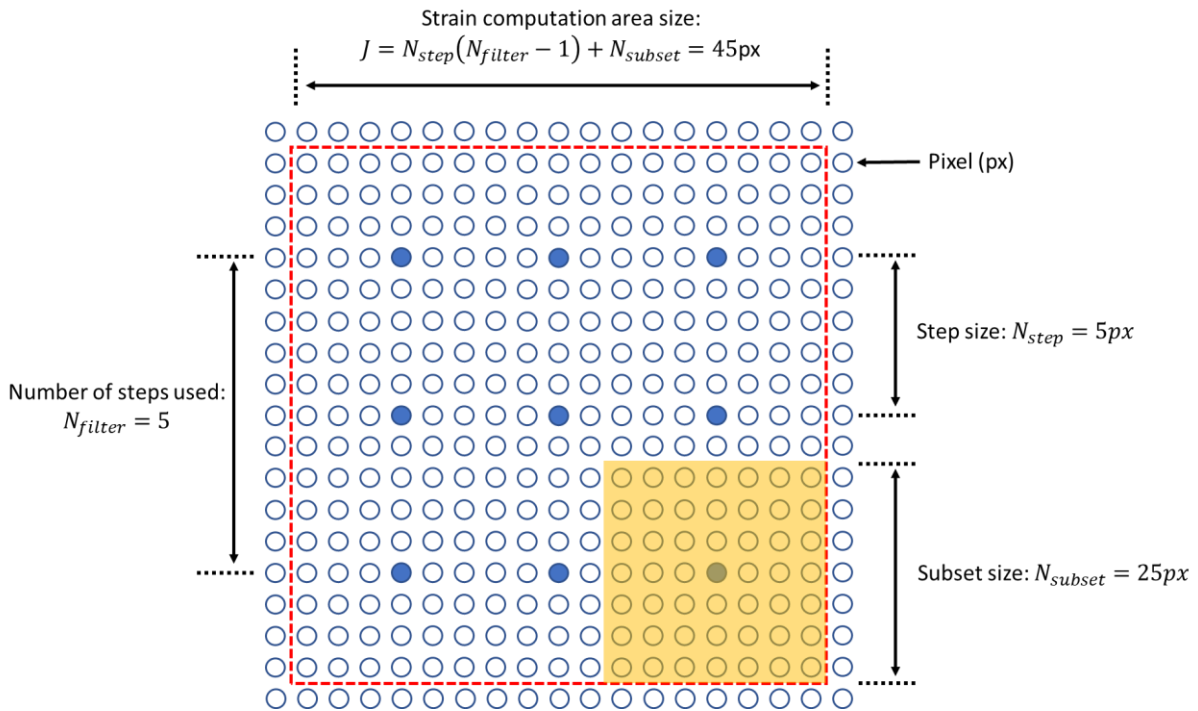


Figure 98: Parameters of the local strain computation from SDIC (scheme symbols not representative of the values used) (Serra, 2016).

V.3.2.1.2 Failure scenario for compression loading

For specimens F51_D1 and F51_D2, the failure behaviour was similar. The specimens failed by wrinkling of the upper skin, which validates the design of the specimens. A wrinkling wave appeared, the core was crushed, and the wave then spread over the width. Finally, the core failed in tension and the wave moved on over a large part of the nominal area (Figure 99).

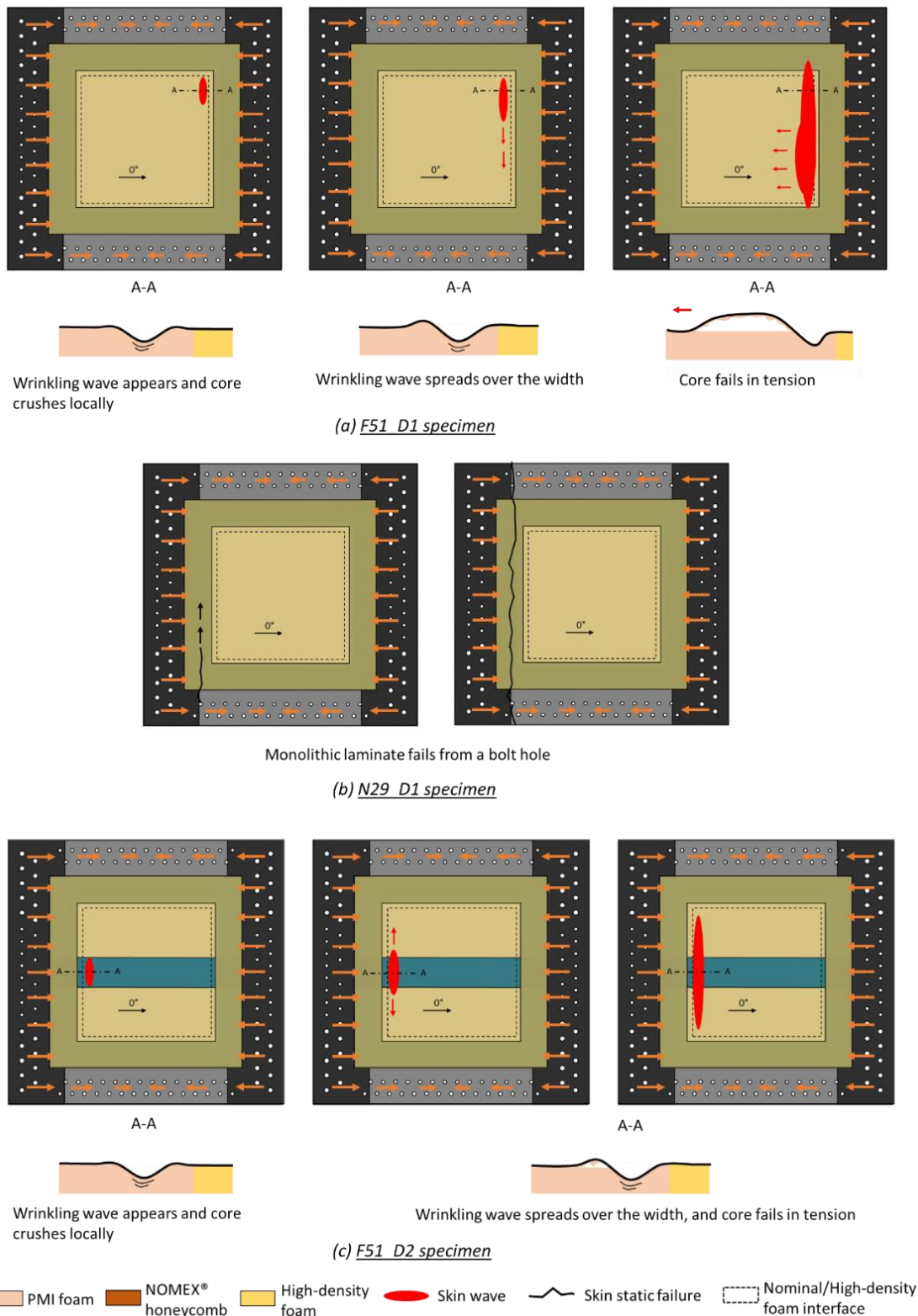


Figure 99: Failure scenario for specimens under compression.

The wrinkling wave appearance lasted a few seconds and could be observed by SDIC (acquisition frequency of 2 fps). However, failure, beginning with core crushing, was very fast and lasted about 2 milliseconds. The failure scenarios could be accurately reconstructed thanks to images taken by the high-speed camera (Figure 100). Skin static failure could be observed soon after the wrinkling failure (Figure 100). An exception, specimen N29_D1, failed

by a static compressive rupture in the monolithic laminate area (Figure 99(b)). Thanks to the thermal camera, we observed that the failure propagated from a hole at the edge of the specimen panel. That area presented stress concentrations where ply drops accumulated. It seems that the upper skin in the nominal area did not reach the wrinkling critical stress. However, it allowed a minorant to be found for comparison with other specimens (see section V.3.3).

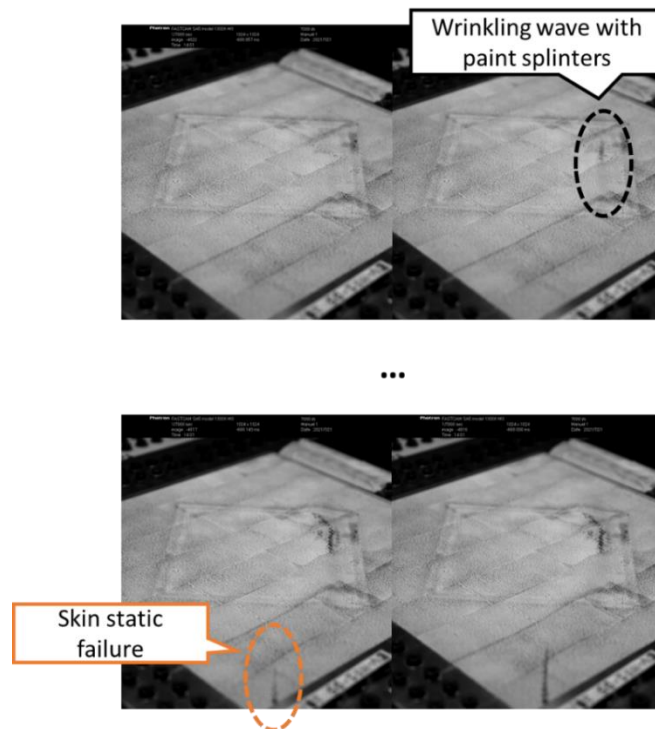


Figure 100: Images taken with a high-speed camera (7000 fps) for specimen F51_D3 tested under shear.

The specimens were cut postmortem, and the foam crushing and tensile cracks were distinct in specimens with foam core (Figure 101).

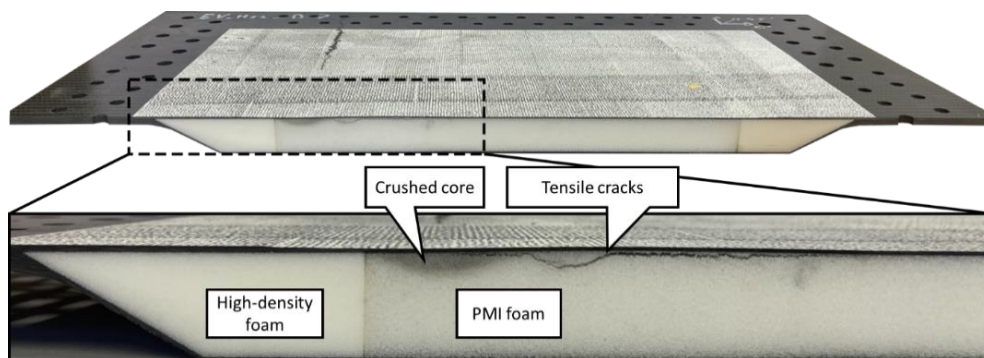


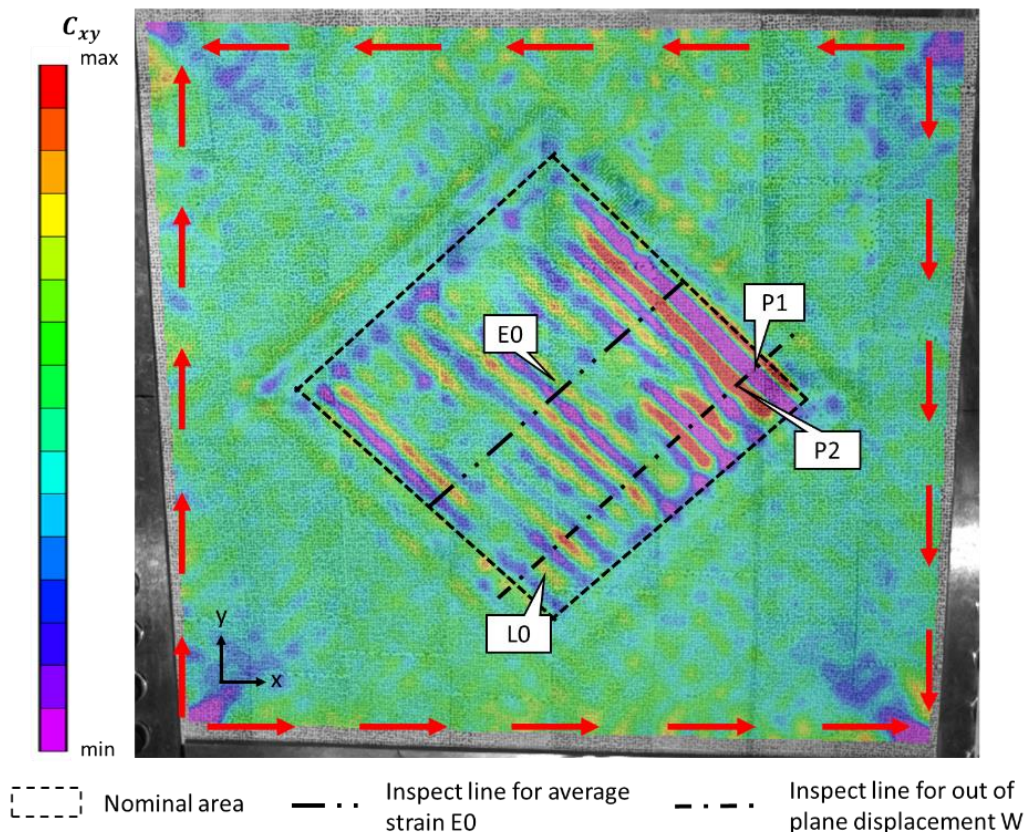
Figure 101: Post-mortem cutting of specimen F51_D2.

V.3.2.2 Specimens under shear

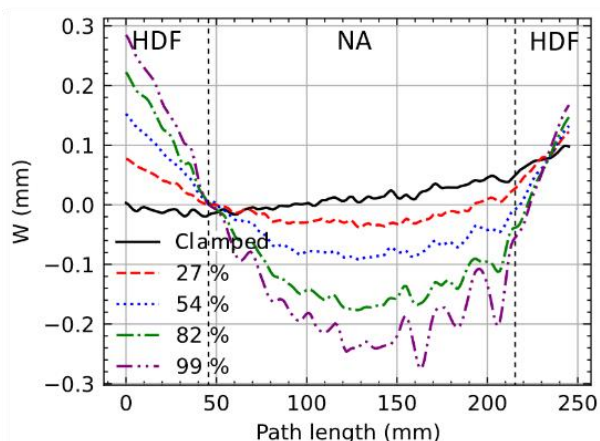
V.3.2.2.1 Buckling behaviour

Contrary to the situation in specimens under compressive loading, the formation of several wrinkles was observed in the nominal area. For specimen F51_D3, the maximum wave amplitude appeared at the interface between the nominal area and the high-density foam (Figure 102(a) and (b)). Specimen N29_D3 showed interesting behaviour. The maximum wave amplitude was located in the

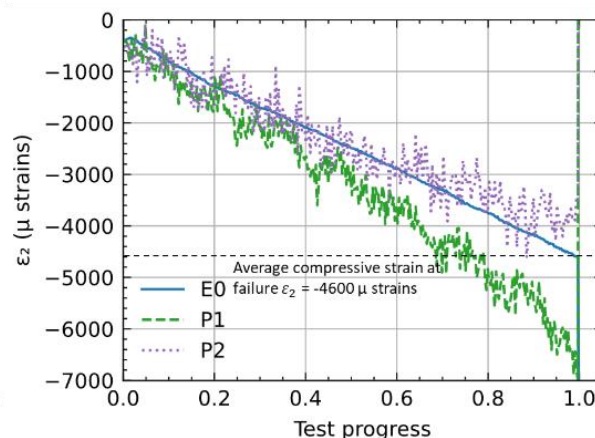
central nominal area (Figure 103(a) and (b)). The wrinkling wave was not precisely at -45° from the x-axis but around -40° (Figure 103(a)), practically perpendicular to the principal compression strain (see Table 7). This is consistent with predictions by several authors who have worked on the theory of wrinkling under combined loading (Birman & Bert, 2004) (Vescovini et al., 2018). We did not observe it in specimen F51_D3 because the wrinkling wave direction is driven by the interface with high-density foam, which was precisely at -45° from the x-axis.



(a) Inspect points and lines on curvature evolution C_{xy} field just before failure.



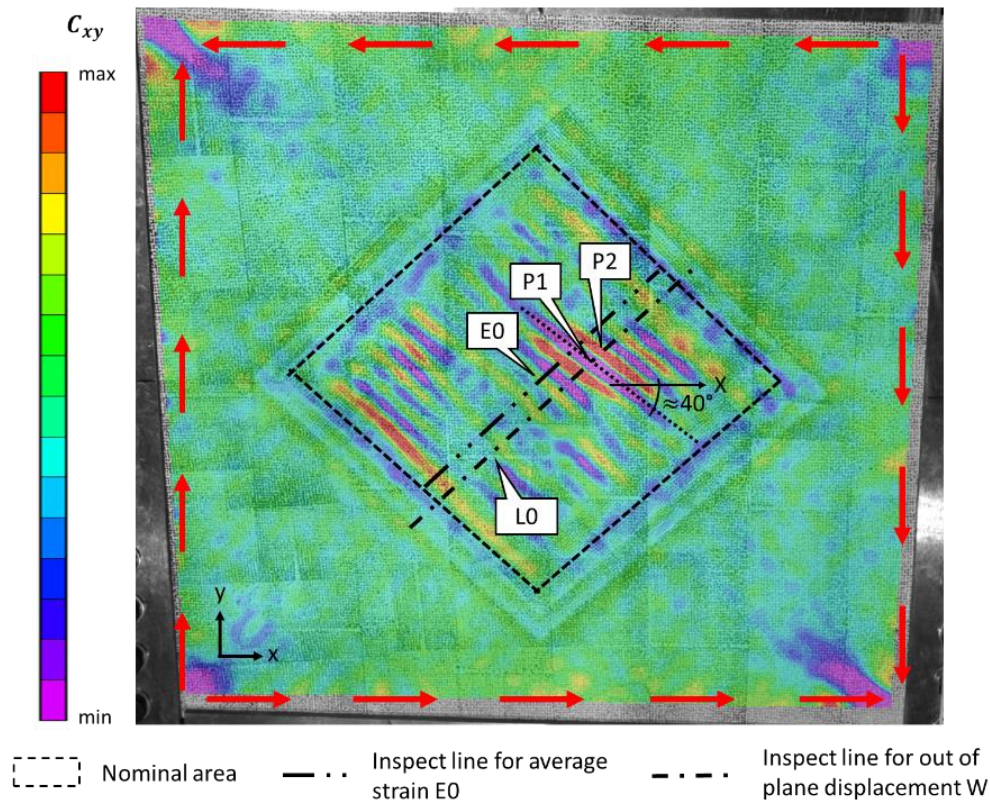
(b) Out of plane displacement on inspect line LO for various percentages of failure load. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam



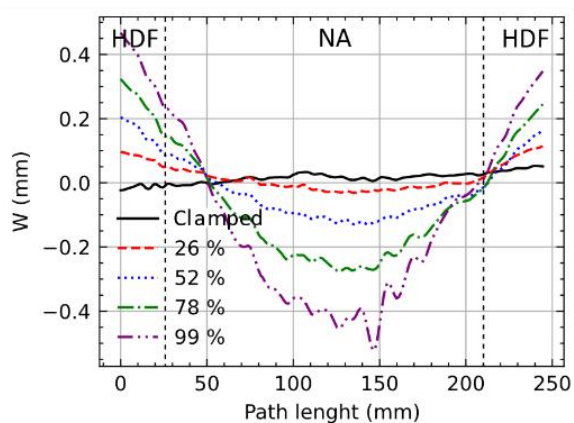
(c) ϵ_2 compressive principal strain for inspect points P1, P2 and average strain E0 test progress.

Figure 102: Specimen F51_D3 local behaviour.

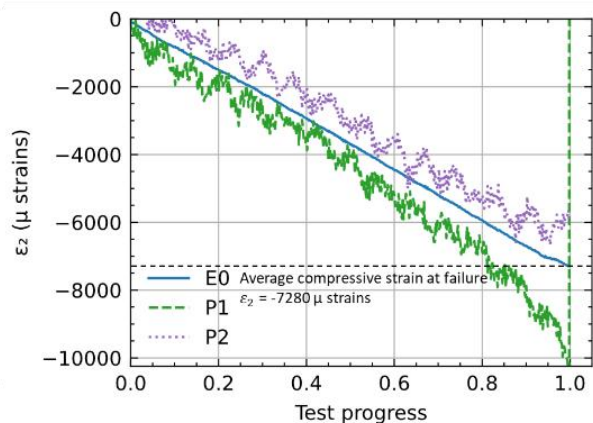
The rigid motion of the panel has been removed, leaving only deformation components of displacement, shown in Figure 102 (b) and Figure 103 (b). The processing method, directly proposed by the software, calculates the average transformation for each image and inverts it to obtain an image with an average displacement/rotation of zero (VIC-3D Correlated Solutions, n.d.). Only object deformation will be reflected in the transformed U, V, and W displacements. The process is used for visualization purposes. For this loading case, an inherent behaviour of the test bench makes the overall rigid out-of-plane displacement of the panel very great relative to its deflection and even more so to the buckling waves.



(a) Inspect points and lines on curvature evolution C_{xy} field just before failure.



(b) Out of plane displacement on inspect line LO for various percentage of failure load.
 NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam



(c) ϵ_z compressive principal strain for inspect points P1, P2 and average strain E0 against test progress.

Figure 103: Specimen N29_D3 local behaviour.

Similarly to what was observed in the compressive test, the evolution of the principal compressive strains ϵ_2 at inspection points P1 and P2 (Figure 102(c) and Figure 103(c)) showed a linear trend with load, followed by a non-linear regime at the end. Again, this can be attributed to the onset of local buckling that took place at around 80% of the failure load. We note that, for specimen N29_D3, the strain evolution at P1 and P2 (slope of the curve) was similar to that of the averaged strain E0 taken in a line in the centre of the nominal area (Figure 103(c)). No initial imperfection was observed in this area. The analysis proposed in section V.3.2.1.1, where an initial defect affected in-plane strains, was not accurate here. We observed a wave phenomenon in curves P1 and P2 (Figure 103(c)). This was not considered as true mechanical behaviour but as an artefact of the SDIC strain calculation process, which could be due to the frequency of the lighting in the test room.

V.3.2.2.2 Failure scenario for shear loading.

For specimens under shear, the wrinkles appeared around the direction -45° from the x-axis because the compression along the $+45^\circ$ direction was associated with shear loading (Figure 104). Then, the scenario was comparable to those observed in specimens under compression. Skin static failure could be observed soon after the wrinkling failure.

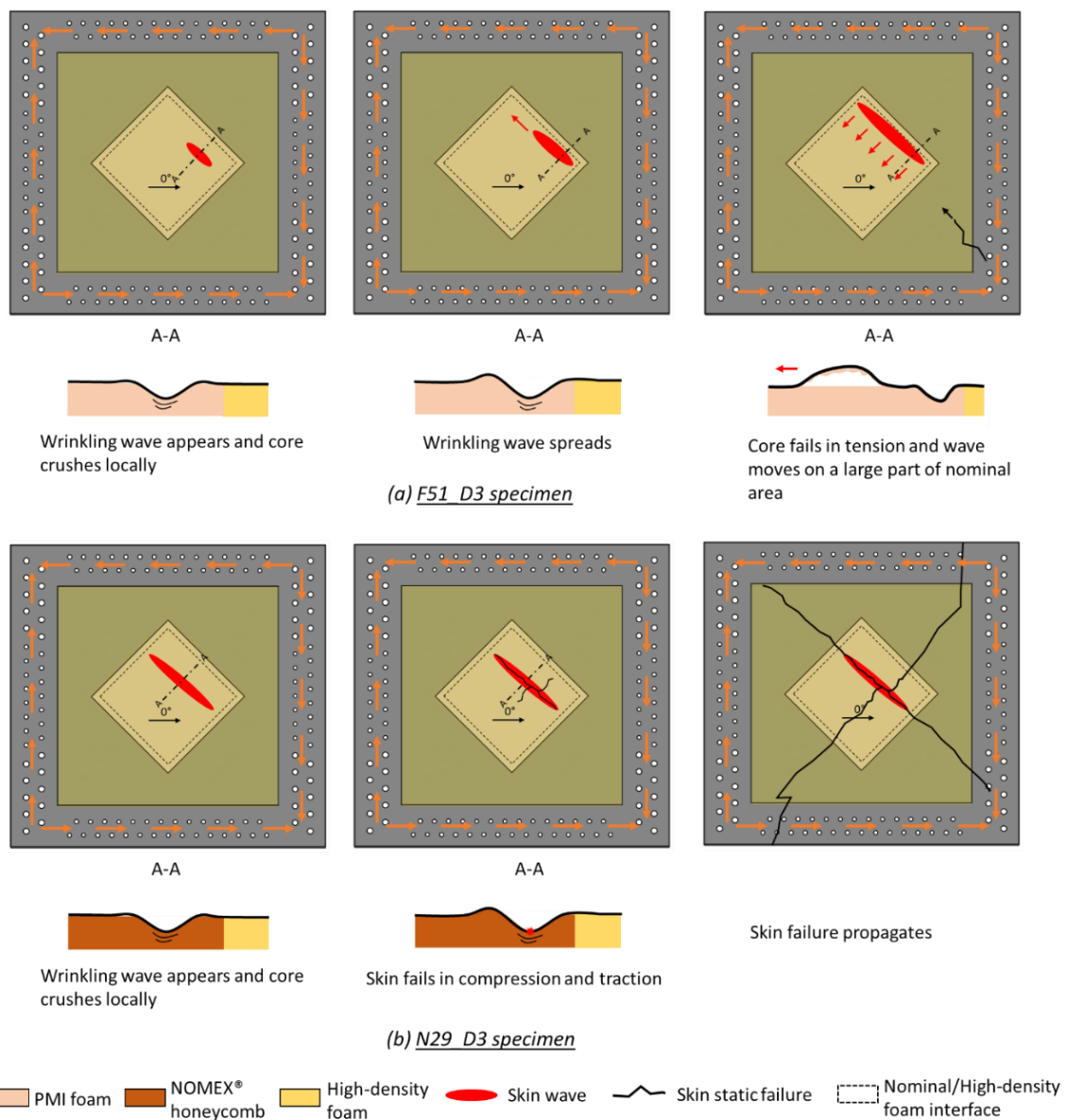


Figure 104: Failure scenario for specimen under shear.

V.3.3 Compressive and shear strains at failure

Table 7: Average strain at failure.

Specimen	F51_D1	N29_D1	F51_D2	F51_D3	N29_D3
Loading	Compression	Compression	Compression	Shear	Shear
Failure type	wrinkling	Compressive Skin static failure	wrinkling	wrinkling	wrinkling
Principal compressive direction	3.9°	3.0°	3.6°	51.8°	51.5°
Average compressive strain at failure	$\varepsilon_{xx} = -5400$ μstrains	$\varepsilon_{xx} = -6050$ μstrains	$\varepsilon_{xx} = -3400$ μstrains	$\varepsilon_2 = -4600$ μstrains	$\varepsilon_2 = -7280$ μstrains

Noting the strain where the failure occurs as the actual wrinkling strain might be interesting. However, in this area, the wrinkles appear, and the stress state is no longer in the membrane only but also in bending; making the measurement and calculation of an equivalent pure membrane stress complex. From an engineer's point of view, to find a wrinkling's allowable, it is more appropriate and conservative to take the average strain in the nominal area; which remains linear throughout the test (see section V.3.2).

Table 7 shows the superiority of the NOMEX® honeycomb core (29 kg/m³, noted N29) over the PMI foam core (51 kg/m³, noted F51) in wrinkling resistance – both in compression (where the specimen N29_D1 even failed statically) and in shear. Such a result is logical because the out-of-plane characteristics are superior at almost twice as high as the PMI foam. The superiority is even more important if we relate them to the mass. The specimen F51_D2 shows that the concentration of stiffness in a local area (60 mm strip of 2 × 0° ply) drains the loads, localises the buckling and causes the sandwich structure to wrinkle at a lower strain level. Note that a quantitative comparison between specimens F51_D1 and F51_D2 is not possible because their overall membrane stiffness is not the same.

V.4 Conclusion

This chapter presents an experimental methodology to test the wrinkling behaviour of aeronautic sandwich structures. Five sandwich panels were bolted on 4 sides and tested in compression and shear using the VERTEX test bench. The technological/panel scale with the VERTEX test bench allows multiaxial loading and boundary conditions that come close to the reality of what a sandwich panel can undergo in an aeronautical lightweight structure. The specimen geometry, material definition and measurement tools have demonstrated their effectiveness in the observation of wrinkling. The asymmetric geometry of the sandwich specimens with core and skin reinforcements allows the wrinkling failure to be located in the upper skin while reducing side effects. Locally, specimens (except N29_D1 which failed statically) present similar failure behaviour. One or more wrinkles appear at around 80% of the failure load. The specimen then fails locally by core crushing, which is quickly followed by a core tensile failure and wave spreading over a large area. This scenario lasts about 2 milliseconds and was successfully observed with a high-speed camera (7000 fps). It appears that wrinkling is driven by mechanical and geometrical aspects. The interface between the high-density foam and nominal area induces a gap in out-of-plane core stiffness (high-density core modulus is about three times higher than the nominal PMI foam), where initial geometrical defects are also observed in some specimens. These aspects develop local bending and displacements with load, giving rise to both in-plane and out-of-plane stress. This facilitates the start of the buckling

process and localises the wrinkling failure. 3D shapes and strain field evolutions have been quantified thanks to SDIC. In-plane strains in the wrinkling area show the onset of local buckling. Compressive strains first decrease linearly with load, until the wrinkling wave appears. It then becomes non-linear, a consequence of local bending due to the wrinkling wave. In the specimen N29_D3, tested under shear load, wrinkles were observed in the centre of the panel. The wave's direction was practically perpendicular to the main compression strain, which is consistent with theory. Panel scale permits the addition of technological elements such as in specimen F51_D2, where a strip of carbon prepreg Unidir 0° ply was added in the sandwich upper skin, as is typical of some sandwich structures used in light-weight aviation. The stiffer area drains the loads, localises the buckling and causes the sandwich structure to wrinkle at a lower strain level. Comparison between specimens with PMI foam (51 kg/m³) core and specimens with NOMEX® honeycomb (29 kg/m³) shows the superiority of honeycomb core in wrinkling-type failure resistance. This result is logical because, even though the honeycomb has a lower density than the foam, its out-of-plane mechanical properties are higher.

These tests at the technological scale provide a large amount of interesting data on wrinkling phenomena. The next step is the computation/testing dialogue with existing analytical and advanced non-linear finite element models. This is intended to evaluate models in an actual industrial aeronautical application and is the object of the next chapter.

VI. Campagne sur banc d'essai VERTEX : dialogue essais/calculs

Ce chapitre développe le dialogue essais/calculs de la campagne sur banc d'essai VERTEX. Le dialogue est réalisé à plusieurs niveaux : (1) les modèles linéaire poutres utilisés au chapitre III sont réutilisés ici pour voir leur pertinence dans un cadres plaque ; (2) un modèles éléments finis affiné de la plaque sandwich testée est réalisé en intégrant des imperfections initiales et une loi de comportement pour l'âme. Le contenu de ce chapitre est partiellement reproduit de la publication de (Ginot et al., 2023) et sera écrit en anglais.

Sommaire

VI.1	INTRODUCTION	137
VI.2	EXPERIMENTAL AND COMPUTATION DIALOGUE: LINEAR ANALYSIS IN A BEAM FRAMEWORK	138
VI.2.1	<i>3D FE beam model</i>	138
VI.2.2	<i>Analytical formulations</i>	139
VI.2.3	<i>Radar comparison graph</i>	139
VI.3	DEVELOPMENT OF A NON-LINEAR FINITE ELEMENTS PANEL MODEL	141
VI.3.1	<i>3D FE panel model definition</i>	141
VI.3.2	<i>Boundary conditions imposed by the displacements measured by SDIC</i>	142
VI.3.3	<i>Initial imperfections</i>	143
VI.3.3.1	Mesh building based on SDIC data	143
VI.3.3.2	Effects of defects	144
VI.3.4	<i>Core behaviour</i>	146
VI.3.4.1	Constitutive law for the core	146
VI.3.4.2	Explicit computation.....	147
VI.3.4.3	Effects of the compressive elastoplastic and tensile damage core behaviour	148
VI.4	NON-LINEAR FINITE ELEMENT MODEL OF PANEL: EXPERIMENTAL AND COMPUTATION DIALOGUE	151
VI.4.1	<i>Specimens under compression</i>	151
VI.4.1.1	Overall behaviour	151
VI.4.1.2	Local behaviour	154
VI.4.2	<i>The specimen under shear (F51_D3)</i>	158
VI.4.2.1	Overall behaviour	158
VI.4.2.2	Local behaviour	159
VI.4.2.3	Radar comparison graph	161
VI.5	CONCLUSION	161

VI.1 Introduction

In the literature, the models are too often compared to textbook cases – either directly via finite element models, with no geometric defects and perfect boundary conditions (Ginot et al., 2021), or via coupon scale tests that are simple to implement but suffer from underlying boundary condition problems (Ley et al., 1999). Chapter V presents wrinkling tests under multiaxial stresses at the plate scale. Five sandwich panels were tested under compressive and shear loading with the VERTEX test bench (Figure 80) and wrinkling type failure was observed. This campaign provided a large number of

interesting data and led to interesting comparisons between experimental work and modelling. The experimental and computation dialogue representative of a real industrial case is the aim of the present chapter. This is rare in the literature.

The experimental and computation dialogue focuses on specimens with PMI foam and is presented in two main parts: (1) Comparisons are made with linear wrinkling models, results and limits being discussed, and (2) an advanced FEM is developed and the nonlinear analysis is compared to the test results. Finally, conclusions are drawn.

VI.2 Experimental and computation dialogue: Linear analysis in a beam framework

A first try to simulate VERTEX test and the wrinkling phenomena is the use of linear models in a 2D plane strain setting subjected to uniaxial compressive loading. Due to the specific geometry of the panel specimen used in the VERTEX bench (see Fig. 3), the sandwich section is not uniformly strained in the axial direction: the upper skin is more loaded and is where the wrinkling instability is of interest, whereas the lower skin carries a lower compressive load due to the overall bending of the specimen. Therefore, it is assumed that the experimentally measured wrinkling pertains to a one-sided mode. Thus, the thickness of the core in the analytical models is chosen to be 50 mm, instead of 20 mm (the thickness of the VERTEX sandwich specimens), in order to prevent any interactions between the two skins and being comparable to a one-sided mode. Moreover, the same layup is attributed to both skins (symmetric sandwich section) and the skins' thickness and layup is taken to correspond to the upper skin of the VERTEX sandwich panel (Table 1). Finally, since the load introduction is not as simple, it appears more meaningful to compare critical strains of the upper skin rather than critical loads, which also allows a direct comparison with the experimental results reported in Table 7.

VI.2.1 3D FE beam model

The finite element software and solver ABAQUS 2016 is used with a "hybrid" mesh: Mindlin 2D shell elements (ABAQUS S4R) for the skins and solid 3D elements (ABAQUS C3D8R) for the core of the sandwich. The link between the core and skins is made with node coincidence. The average element size is 1 mm in order to have at least 5 elements per wrinkling half wavelength. In the core thickness, the mesh is refined close to the skins but left coarse in the centre to save computing time. The FEM definition is shown in Figure 105. A linear perturbation buckle solver is used.

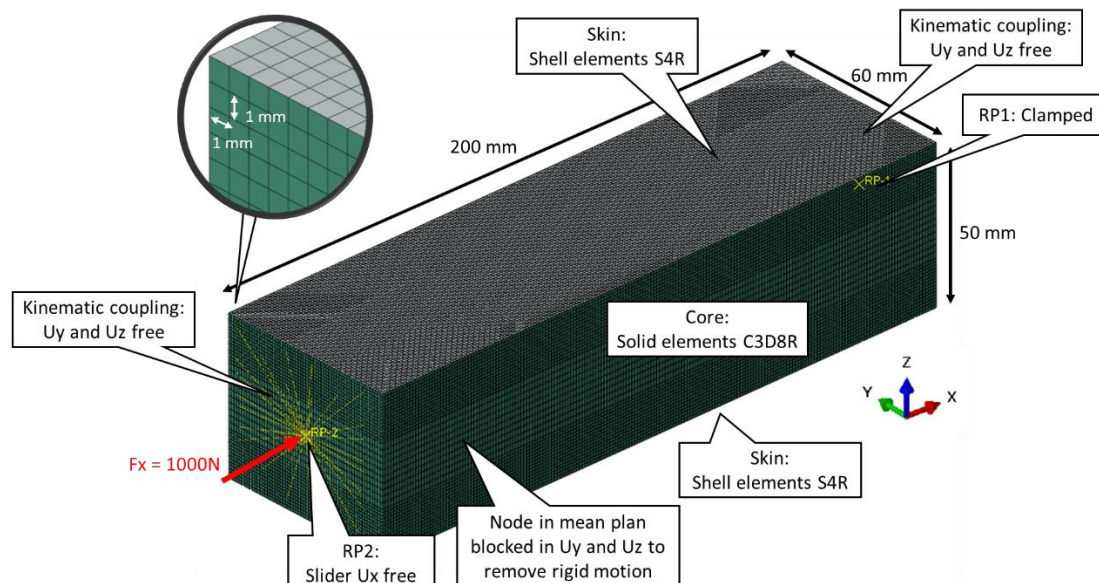


Figure 105: FE beam model definition.

VI.2.2 Analytical formulations

A number of analytical wrinkling formulae are considered to evaluate the critical bifurcation load in the two-dimensional, plane strain setting, see also chapter III. In many cases, the skin stiffness appearing in the formula is expressed by the longitudinal Young's modulus. Since composite laminated skins are studied, this property is computed from the flexural rigidity in the direction of the compressive load as $E_{s\ flex} = \frac{12}{D_{11}^* t_s^3}$ (D^* is the inverse of the bending stiffness matrix of the laminate).

We refer to the original works for the details of the models taken from the literature: Hoff and Mautner (1945) (Hoff & Mautner, 1945); Niu and Talreja (1999) (Niu & Talreja, 1999); Léotoing et al. (2002) (Léotoing et al., 2002b); Douville and Le Grogneq (2013) (Douville & Le Grogneq, 2013). Note that, for Hoff and Mautner's pioneering formula: $\sigma_{crit} = Q(E_{s\ flex}E_cG_c)^{1/3}$ where E_c and G_c , are the core modulus and the core transverse shear modulus, respectively, Q is a constant that has been theoretically calculated at 0.91, but Hoff and Mautner recommend a "practical" constant Q of 0.5 considering that Q plays the role of a knock down factor. Both values are compared with test results.

VI.2.3 Radar comparison graph

The results of the considered models are presented in the radar comparison graph of Figure 106 in terms of relative percentage differences between the analytical wrinkling strains and the mean strains at specimen failure (given in Table 7). The dotted line indicates perfect correlation with the tests. A positive percentage shows an optimistic model, a negative percentage shows a conservative model. The wrinkling strain of analytical models are obtained from the corresponding load or stress through the equivalent membrane rigidity of the skin. The minimum critical stress between symmetric and antisymmetric wrinkling modes is chosen for analysis.

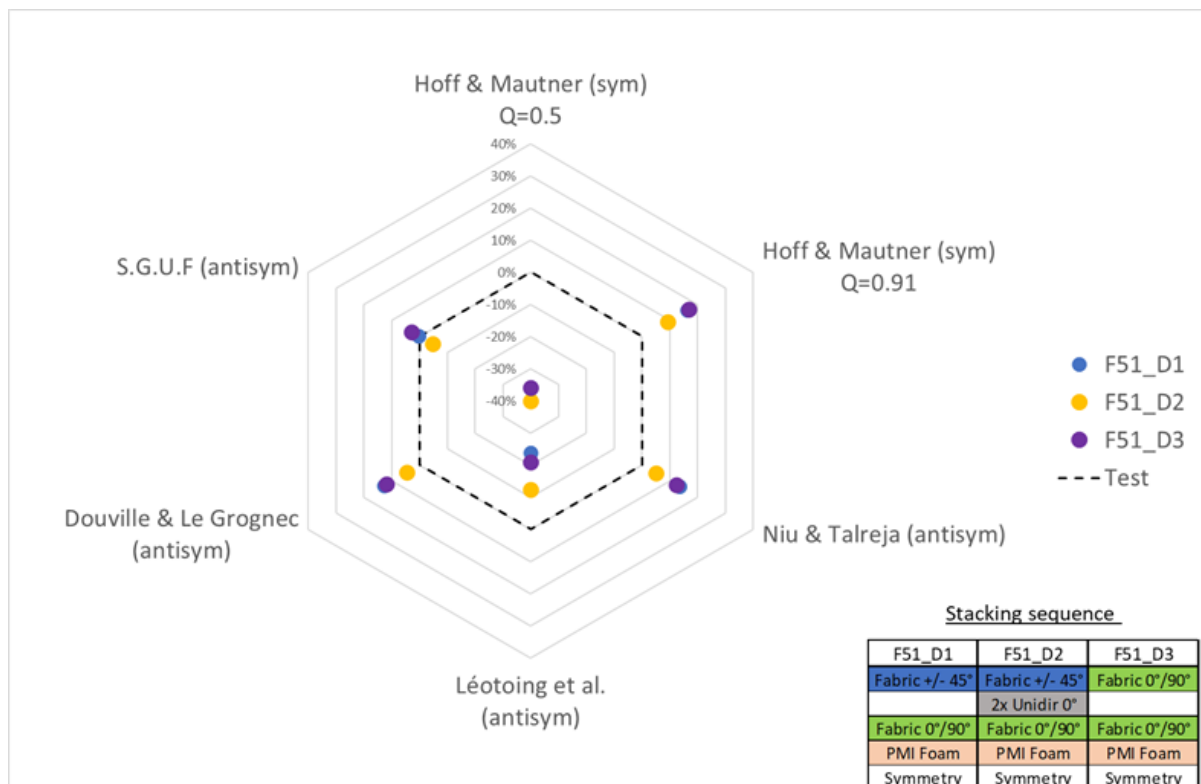


Figure 106: Radar comparison graph between linear models and test results

It is first noticed that the correlation for the specimen F51_D3 is of the same order as for the specimens tested mainly in compression. This confirms that the approach of taking only the compression component seems consistent even if the specimen is not purely loaded in shear. The "classical" formulations for wrinkling can therefore be used under this assumption, provided that the relevant quantities are "rotated" in the direction of the applied compression (Plantema, 1966),(Kassapoglou, 2010). Here, for skins composed of +/-45° fabrics, this is equivalent to switching to 0°/90° fabrics (see the stacking sequence in Figure 106).

Most of the models are optimistic (except for Hoff and Mautner's formulae with the knock-down factor $Q = 0.5$ and for Léotoing et al.). There are many reasons for the analytical expressions to be non-conservative. Models studied here use different assumptions and can produce a certain inaccuracy. Firstly, the core modelling plays a role in the discrepancy between the computed and experimental buckling loads. The models (including the FE beam model) model a linear elastic behaviour identical in tension and compression. In reality, the PMI foam has different properties in tension and compression (see following section VI.3.4), the compressive modulus being lower than the tensile modulus. According to the observations and simulation, the rupture initially occurs by the foam becoming crushed in compression, so the compressive modulus should be preponderant. In the models, an average between tension and compression modulus is taken. Also, Niu and Talreja, like Douville and Le Grogneq, use an isotropic core formulation, whereas the PMI foam is slightly non-isotropic in the sense that the modulus E , the shear modulus G and the Poisson coefficient ν are not related by the Lamé formulation: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$. Niu and Talreja (Niu & Talreja, 1999) have shown that the shear effect can be important with short wavelengths. Secondly, questions may be asked about the composite laminate skin modelling with the influence of the non-zero membrane/bending coupling terms (matrix B) for specimens F51_D1 and F51_D2, which are not considered in analytical models. The chapter III shows that, for this type of stacking (similar thickness and stiffness) the coupling is not of major importance in the critical buckling load and does not explain such differences in correlations. The kinematic assumptions present in the analytical formulations can be evaluated by comparing them with the FE beam model. The correlations between the FE beam model and the test results are good, and even perfect with specimen F51_D2. Leotoing et al.'s model shows conservative correlations with the tests. Nevertheless, the discrepancy with the FE beam model raises questions. The authors explain that the conservative nature of the analytical critical load, especially for configurations with a low skin/core thickness ratio, is due to an overly simplistic distribution of the shear stress in the core thickness. The energy contribution of transverse shear stress is much lower than in the FEM. However, from an engineering point of view, this conservatism is welcome.

Finally, the considered analytical bifurcation buckling formulae do not consider any type of initial imperfection, which is known to be a major reason for excessively optimistic failure loads (Ley et al., 1999) (Fagerberg & Zenkert, 2005b). Thanks to SDIC, initial slight local dents were observed in the upper skin on most of the sandwich specimens. Details are developed in Chapter V. With this in mind, the better correlation of F51_D2 compared to F51_D1 might be explained by a less marked initial geometrical defect than for F51_D1. The models studied are linear solutions of a stability problem and calculate a bifurcation point (Figure 107 solid line), whereas, in reality, the structure fails at a limit load. In a case of non-negligible imperfection and/or out-of-plane loading conditions, out-of-plane strains will be significant and will lead to a non-linear problem that triggers the failure of the material, so the notion of bifurcation no longer exists (Figure 107 dotted line). The approach is therefore no longer a stability problem but a strength problem (Fagerberg & Zenkert, 2005b). This means that the bifurcation point is not taken as the failure criterion; it is the failure of the skins, the skin-core interface or the core that should be considered. The introduction of geometric imperfections in an analytical formulation is proposed in (Kassapoglou et al., 1995) (Fagerberg & Zenkert, 2005b). However, the addition of the

amplitude of the initial imperfection as a new parameter remains "limited" because it is difficult to measure (see (Kassapoglou et al., 1995) and section VI.3.3). We finally come back to the early work of Hoff and Mautner, who recommend a safety coefficient for their analytical formulation to tackle these phenomena (Hoff & Mautner, 1945). This formulation with the knock-down factor of $Q = 0.5$ remains conservative in all configurations tested but leads to conservative sizing that can be significant.

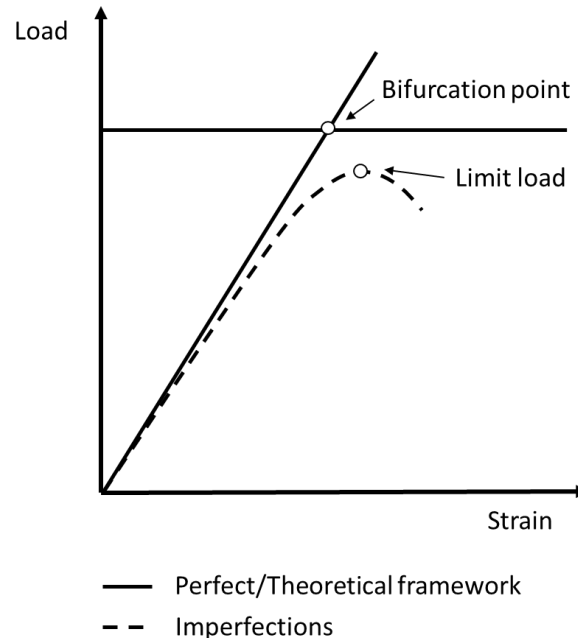


Figure 107: Bifurcation and limit load. (Fagerberg & Zenkert, 2005b)

As they stand, linear models are optimistic and therefore unsafe for use from the design engineer's point of view. The FE linear model relaxes many of the kinematic hypotheses used in the analytical formulation and shows a good correlation but is still optimistic. FE modelling also allows non-linear calculation, the introduction of boundary conditions closer to the reality of the tests, and the introduction of a finer material law with damage. This seems to be an interesting way to improve the calculation/testing correlation.

VI.3 Development of a non-linear finite elements panel model

VI.3.1 3D FE panel model definition

The geometry of the sandwich specimen panels, with the integration of the reinforcements (core and skins) around the nominal area (Figure 108) is taken into account in this model. The monolithic area bolted to the VERTEX test bench is not represented, just a 5 mm wide strip remains. The meshing is identical to that of the FE beam model presented in section VI.2.1. ABAQUS S4R elements are used for the skin and monolithic parts and ABAQUS C3D8R elements are used for the core of the sandwich. The skins and the core are assumed to be perfectly bonded and, therefore, they are linked by coincident nodes. (Léotoing et al., 2002c) recommend a minimum of 4-5 elements per wrinkling half wavelength. The measured wrinkling half wavelengths in the specimens are about 8 mm to 10 mm depending on the sandwich configuration. The horizontal element size is then set to 2 mm in the nominal area. The size of the FEM is 400 x 400 mm². The total number of degrees of freedom is around 720000 for the whole model. The computation is performed using dynamic analysis (ABAQUS Explicit). The choice of this analysis is explained in section VI.3.4.2.

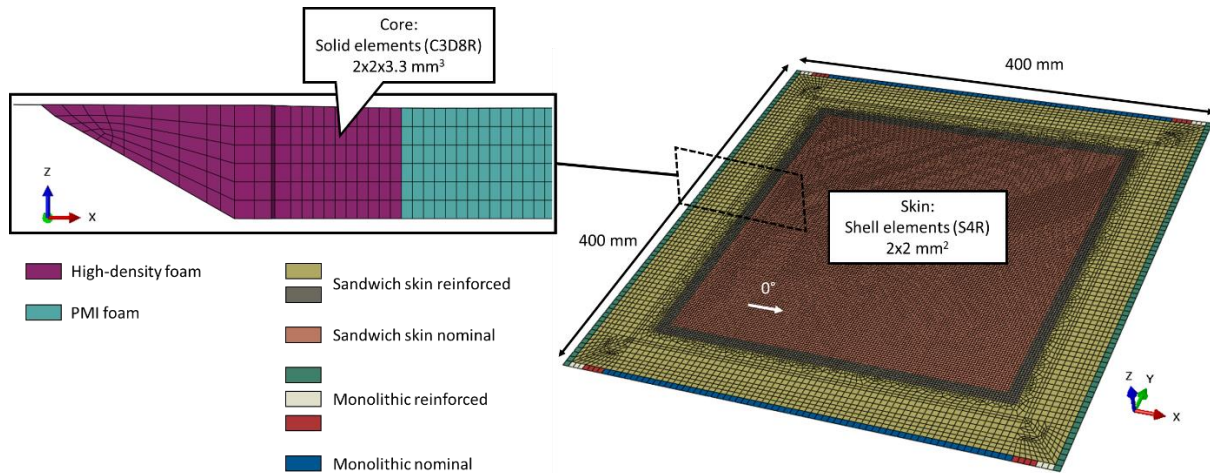


Figure 108: FE panel model definition.

VI.3.2 Boundary conditions imposed by the displacements measured by SDIC

It would not be pertinent to impose simple, perfect loading, like simply-supported clamped conditions, in the panel FEM to simulate the VERTEX tests. To date, no transfer function links actuator forces of the VERTEX test bench with the displacement at the specimen boundaries. So, Stereo Digital Image Correlation (SDIC) data are extracted and used to apply a loading path in the numerical model. This approach has been successfully developed and used for the previous experimental and computation dialogues on VERTEX test campaigns (Serra, Pierré, Passieux, Périé, Bouvet, & Castanié, 2017) (Trellu et al., 2020). It consists of imposing the displacements (U,V,W) measured by SDIC on a rectangular frame of upper face nodes (red in Figure 109), plus out-of-plane displacements (W) on 3 additional rectangular frames (orange in Figure 109). Rotations are then introduced by the out-of-plane displacement gradient between the loading frames (Sztefek & Olsson, 2008). Displacements are implemented in the model as amplitudes against time and are linearly interpolated between two successive SDIC measurements to represent their evolution during the test.

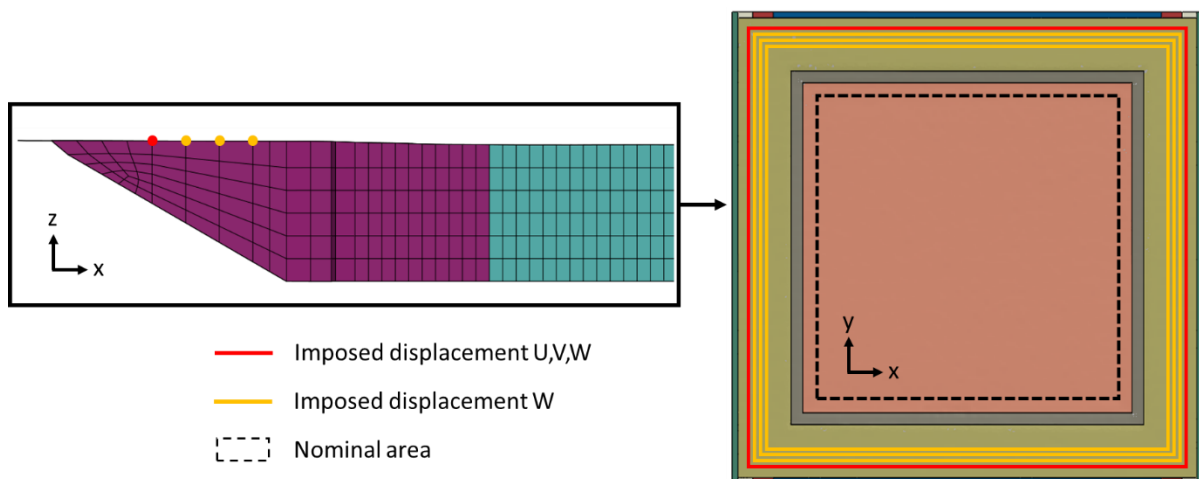


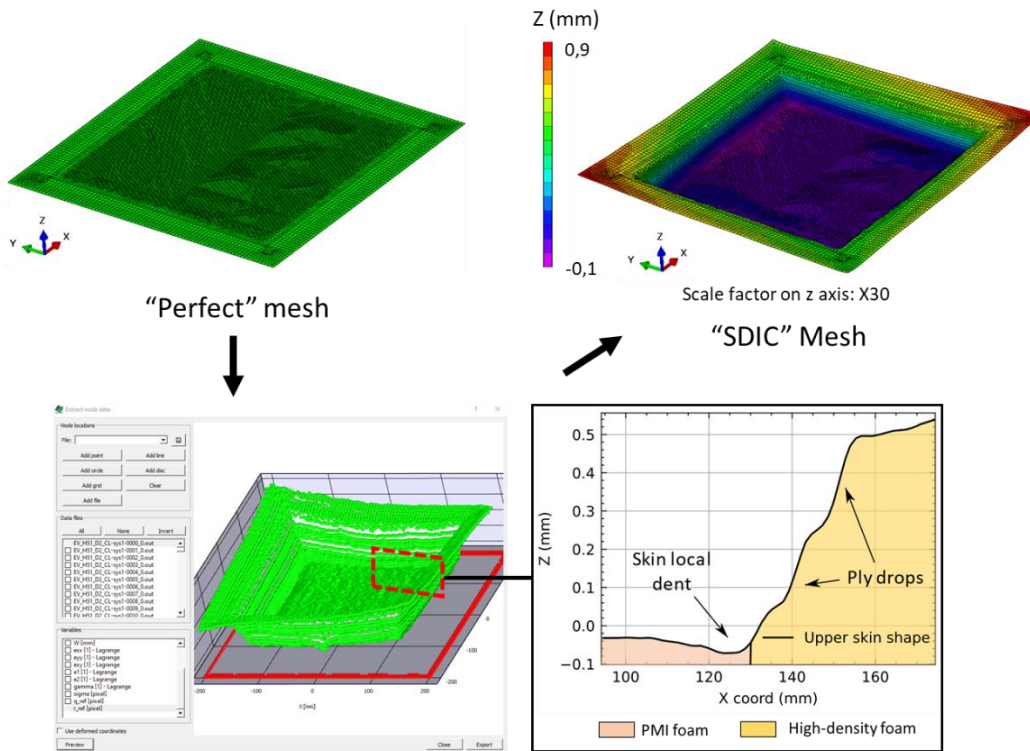
Figure 109: SDIC loading condition imposed in the FEM by four imposed displacement frames.

VI.3.3 Initial imperfections

Section VI.2 concludes that the error made by linear models is partly due to initial imperfections. Moreover, the literature (Norris et al., 1961) (Fagerberg & Zenkert, 2005b) has demonstrated that the influence of initial geometric imperfections is preponderant in the occurrence and the localisation of wrinkling. Therefore, this issue should be integrated into the model for its consistency.

VI.3.3.1 Mesh building based on SDIC data

The introduction of measured imperfections from a real part in a finite element analysis has been strongly studied in the Thin-Walled Structures community. The issue of processing the measured data noise has been recognised and the most commonly used method is to approximate geometrical imperfections using a double Fourier series (Arbocz, 1982). In addition, this formulation allows the Fourier coefficients to be random variables for probabilistic analysis (Wagner et al., 2020). Recently, the use of double Fourier for mesh generation based on SDIC data was performed to model the effects of geometric imperfections on the buckling behaviour of woven composite cylindrical shell structures (Xin et al., 2022). In our case, generating imperfections through a double Fourier series is not used. Fourier series such as a periodic sine function would not represent the ply drops offset present in the sandwich panel well. Another method is to use SDIC measurements of the initial specimen profile and apply them directly to generate a mesh. This method has already been used on CFRP panels under compression (Featherston et al., 2012). A perfect mesh is first made. Then, the out-of-plane positions, z , are extracted from SDIC data at the corresponding x and y positions of the upper skin nodes of the perfect mesh (Figure 110). In nodes at the FEM boundaries, where SDIC data are not consistent or available (SDIC measuring window edges), linear extrapolation from the nearest measured data points is used. The "SDIC" mesh has shown that very small ripples can trigger wrinkling localisation. It is necessary to dissociate the ripples due to the measurement uncertainty from the actual imperfections. The parameters used for the SDIC are recommended by the DIC software to minimise data noises from the image characteristics (resolution, contrast, etc.); Subset size is 35 px; step size is 15 px; with a pixel size equal to 0.2 mm. With these parameters, the average confidence margin of the measurements is about 0.01 pixel, which is equal to 0.002 mm. The imperfections present in the specimens were measured at about 0.04 mm in out-of-plane direction z , which is an order of magnitude greater than the SDIC confidence margin.



Out-of-plane coordinate z extraction from SDIC data at zero load

Figure 110: Upper sandwich face mesh construction from measured SDIC out of plane coordinates z.

Note that the measured surface is the upper face of the skin, the ply drop offsets are integrated into the “SDIC” mesh. The thickness offset in the shell elements of the upper skin is then set to “top” (Figure 111).

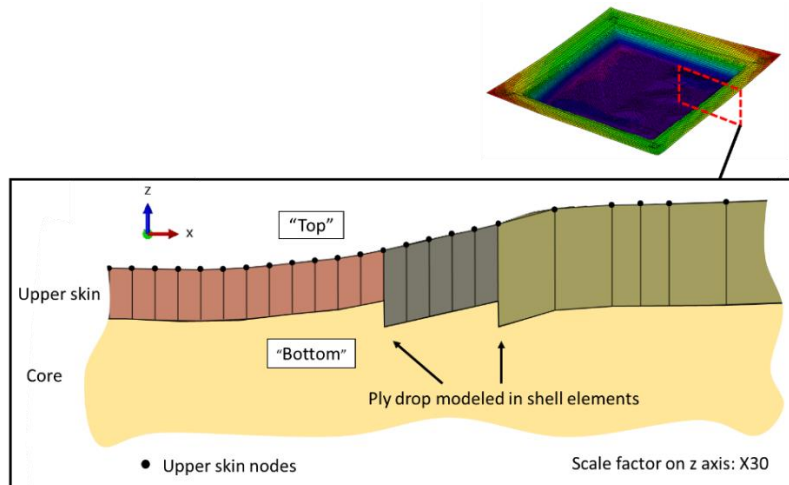


Figure 111: Thickness offset modelled in the shell elements of the upper surface in the “SDIC” mesh.

VI.3.3.2 Effects of defects

Figure 112 illustrates the influence of the initial imperfections introduced into the mesh on in-plane and out-of-plane strain. By comparing the results from a perfect mesh (left image in Figure 112 (a)) and those from the “SDIC” mesh with imperfections (right image in Figure 112 (a)), we observe:

(1) In Figure 112 (a), wrinkling waves are represented by blue areas with high strain gradients induced by the local bending of the wrinkling waves. In the perfect mesh, the wrinkling pattern is

smooth and straight, whereas in the "SDIC" mesh it has changed and follows the localisation and the geometry of the initial imperfections.

(2) Figure 112 (b) is the plot of strain evolution of the top and bottom faces in the upper skin of the sandwich at the inspection point (red point in Figure 112 (a)). The Initial imperfections in the "SDIC" mesh induce local bending effects. This is shown by the difference in the in-plane strain evolution between the top and bottom faces (solid lines in Figure 112 (b)). The evolution rapidly becomes non-linear and the buckling onset is characterised by a progressive growth of the non-linearity. In contrast, in the perfect mesh (dotted line in Figure 112 (b)), the strain difference between the top and bottom faces is almost zero and linear until the bifurcation (computation progress equals 1). These local bending effects generate high out-of-plane strains in the core (Figure 112 (c)) from the beginning of the loading. In the sandwich specimens, the PMI core has a low density and low mechanical characteristics. The out-of-plane strength can be reached rapidly and trigger the core to fail. Here again, the remark can be the same as that made in section VI.2, where the approach is no longer a stability problem but a strength problem. Consequently, to switch the analysis to a strength problem, refined modelling in the core is justified.

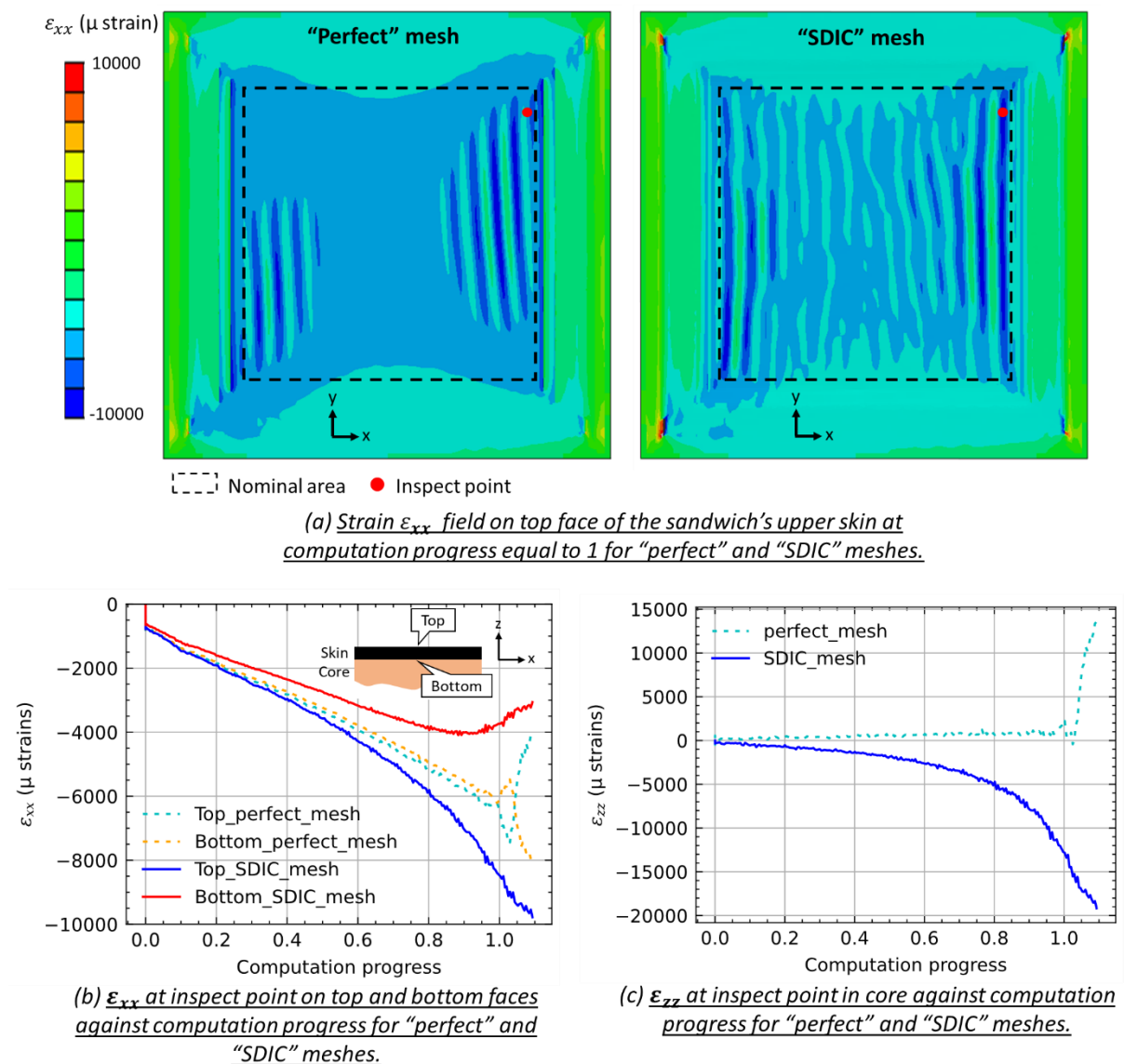


Figure 112: FE results of "Perfect" and "SDIC" meshes from the loading condition of specimen F51_D1 (compression)."

VI.3.4 Core behaviour

VI.3.4.1 Constitutive law for the core

PMI foam exhibits different mechanical behaviour in compression and tension. In compression, the foam behaves like a ductile material where an elastic response is first observed, followed by a plateau corresponding to the buckling of the cell walls and then the cell walls interact, increasing the overall stiffness of the foam (called densification). In tension, the behaviour is rather fragile, with brittle failure. In our case, the difference in mechanical characteristics between compression and tension is significant, with the tension modulus and failure strength being more than twice the compression ones. (Abrate, 2008) shows that hydrostatic pressure has an important effect on foam failure. The anisotropy, at least for the elastic part, not being very important (Wang et al., 2010), the constitutive law is thus isotropic with a bi-modulus behaviour and implemented in the principal directions. In compression, a perfect elastoplastic model is used. The foam densification is not modelled here, because it appears for very large strains not reached in our experiments. In tension, an elastic response is used with damage modelled by element deletion (Figure 113). A yield surface, with a crushable foam model, is available on ABAQUS software. However, it does not provide the possibility of working with bi-modulus behaviour. Many specific yield surfaces for foam failure are proposed in the literature (Abrate, 2008), with a recent experimental characterization on PMI foams where the elliptic yield surface is investigated (Huo et al., 2022). In compression, experimental results indicate that the compressive strength is limited by the buckling of the cell walls and show that it can be closely approximated by a maximum principal stress criterion (Gibson & Ashby, 1997). So, a maximum principal stress criterion is chosen as the yield surface in compression and tension (Figure 113), as a first approach. This greatly simplifies the integration of plastic strains ε^p which are classically taken normal to the yield surface. An elliptical yield surface such as described by Deshpande and Fleck (Deshpande & Fleck, 2000) or (Huo et al., 2022) would introduce a more complex calculation.

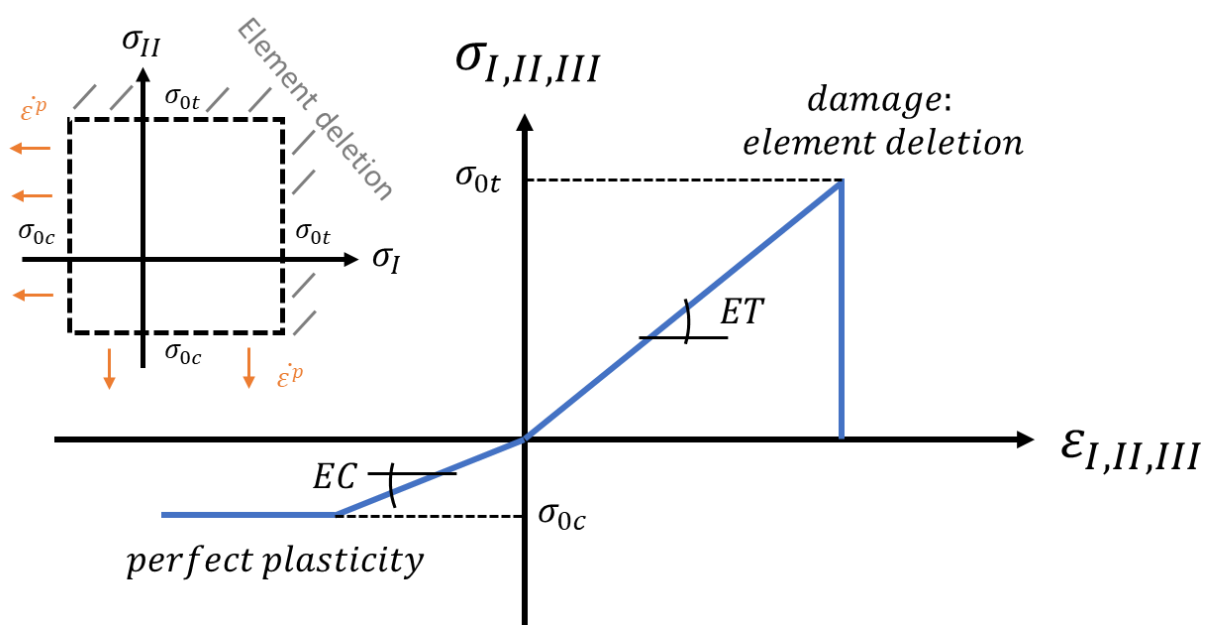


Figure 113: Constitutive law and yield surface of the PMI foam core used in the FE panel model. Parameters ET ; EC ; σ_{0c} ; σ_{0t} are calibrated from characterisation test campaigns in traction (ASTM C297, 2004) and compression (ASTM C365, 2011).

VI.3.4.2 Explicit computation

The constitutive law of the foam was first implemented with implicit computations using ABAQUS UMAT. However, the simultaneity or close occurrence between buckling instability and plasticity behaviour led to difficult convergence problems, a difficulty also noticed by (Leotoing, 2001). The post-buckling behaviour was not reached in implicit computation. The choice of dynamic explicit computation was therefore made, and the constitutive law was implemented with ABAQUS VUMAT. The explicit solver can be relevant for quasi-static computations when these are subject to convergence problems (significant non-linearity, complex contact management). In the case of buckling, the explicit analysis allows the highly nonlinear post-buckling structural response to be followed (Bisagni, 2000). The use of an explicit solver for the solution of a quasi-static problem has some particularities that have to be dealt with (Pinho, 2005) (Serra et al., 2016). Relatively to a standard implicit solver, an explicit solver needs very small increments (depending on the size of the element). Thus, analysis usually requires a large number of increments, and a considerable numerical displacement speed compared to the actual quasi-static problem. Kinetic energy is then introduced, and a damping system is needed to reduce the dynamic vibration. During these steps, a numerical error can accumulate, and the work of external forces can be converted into energy other than the internal energy, such as kinetic energy, hourglass control energy and damping energy. It must be checked that additional energy is kept at a negligible level by selecting the right numerical displacement speed while keeping a reasonable calculation time. The numerical displacement speed taken is 100 mm/s with a time increment of 10^{-7} s. On the other hand, increasing the stable time increment prevents unwanted vibrating effects. The ABAQUS function `"*MASS SCALING"` (Abaqus Analysis user's Manual, n.d.) was used to artificially increase the mass of the model. To ensure that changes in the mass and consequent increases in the inertial forces did not alter the solution significantly, a calculation was performed with a numerical displacement speed that was a quarter of the initial one and showed similar results.

In the test process, residual strains are induced in the specimen when it is bolted onto the VERTEX test bench (see detail in section V.3). This is transcribed in the FEM's loading conditions with a preload imposed by large displacements in the four displacement frames (Figure 109). It is necessary to dissipate the kinematic energy introduced by the preload as far as possible. The displacements are too large to be handled by the numerical displacement speed without a significant increase in computation time. The solution shown, in Figure 114, is the simulation of three steps of relaxation after the preload step. In these steps, the velocity of each node of the FEM is set to zero to keep the kinematic energy at zero, then left free so that the panel can take its distorted equilibrium form. During these relaxation steps, the imposed displacements are kept constant (the red dotted line in Figure 114 is the average displacement X of the left side of the first displacement frame in Figure 109). The test loading conditions are then introduced. This solution has already been used to dissipate energy after impact in (Serra et al., 2021).

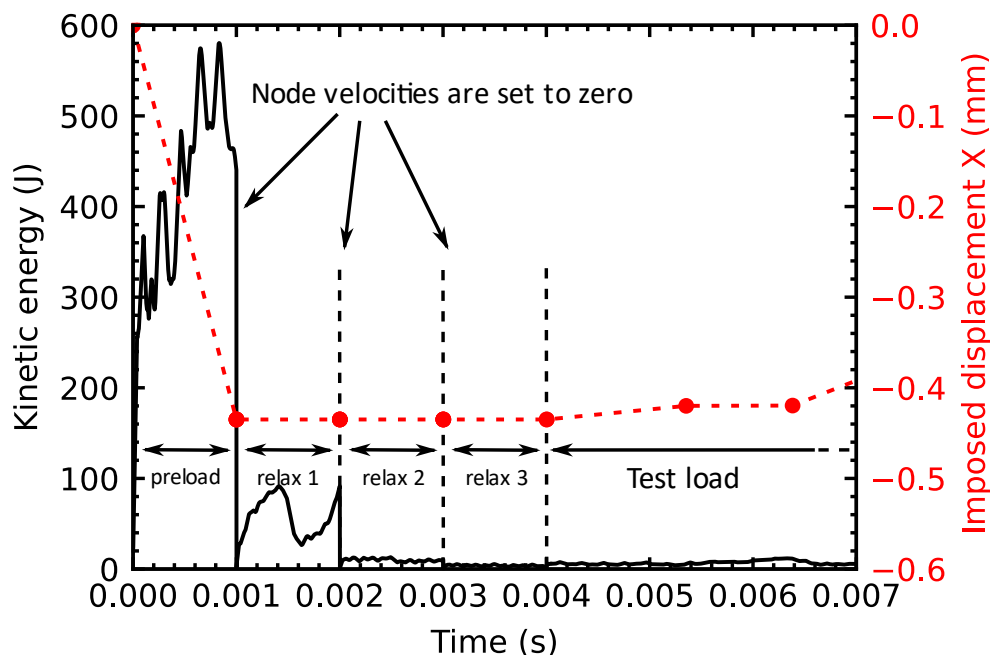


Figure 114: Overall kinematic energy versus time in FEM from the loading condition of specimen F51_D1. 3 relaxation steps allow kinetic energy dissipation from large displacements in preload step.

VI.3.4.3 Effects of the compressive elastoplastic and tensile damage core behaviour

The study of the core non-linear behaviour in the local instability is not completely original. In the literature, several authors have tried to add this parameter to their numerical models but have remained at the beam scale. (Stiftinger & Rammerstorfer, 1997) include a core crushing behaviour in a sandwich beam FEM and report a slight decrease of the maximum load and a sudden drop in the load. (Léotoing et al., 2002c) use a perfect elastoplasticity model with a von Mises yield function, where the constitutive law is calibrated from a uniaxial compression test. They note that the plastic strains are located where wrinkling occurs. The transition from the elastic to the plastic state is immediately followed by a drastic decrease in the overall stiffness of the sandwich beam. In our case at the panel scale, the integration of the compressive elastoplastic and tensile damage behaviour in the core affects the post-buckling regime. Firstly, plastic strains develop locally at the skin interface, then, large out-of-plane strains make the core fail in tension (Figure 115).

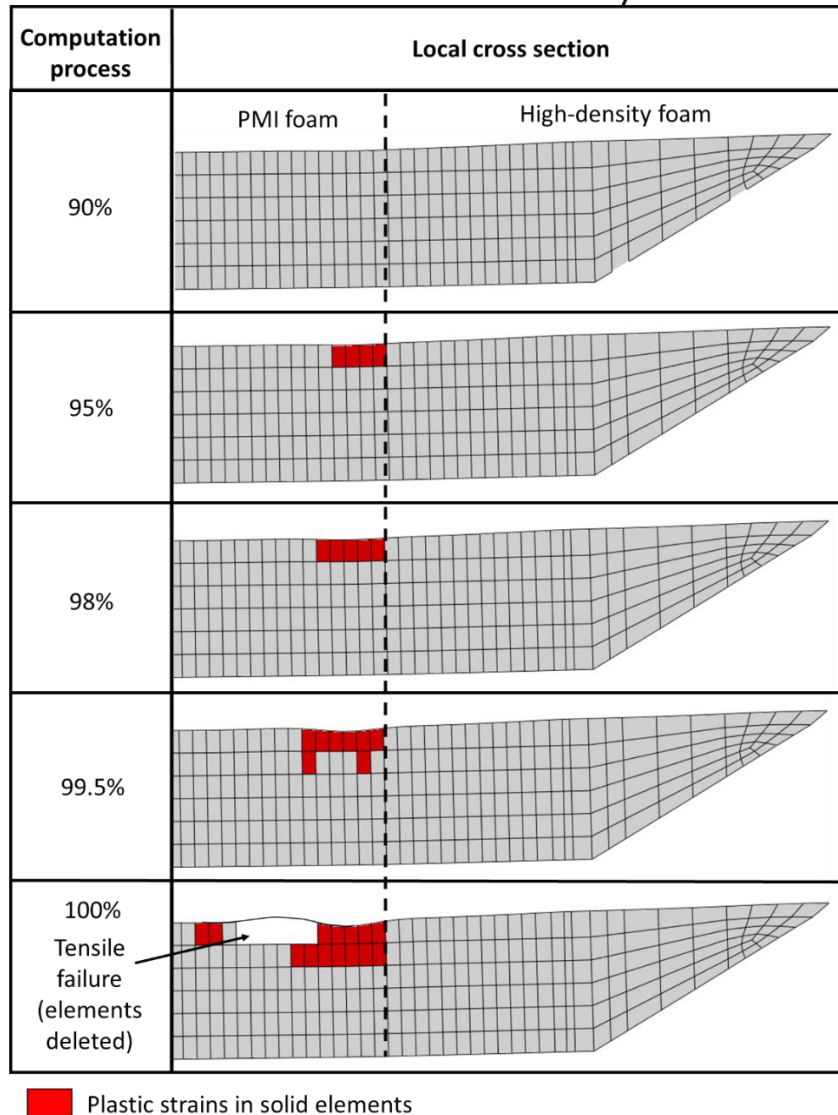
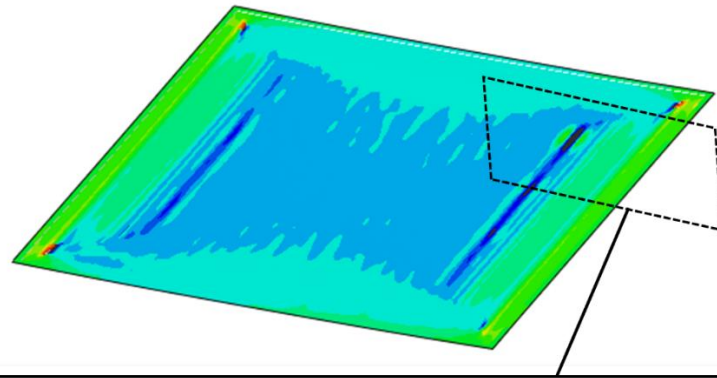


Figure 115: FEM cross sections with elastoplastic+damage constitutive law for the core. Plastic strains develop locally, then the core fails in tension (modelled by element deletion).

Figure 116 illustrates the results of a comparison between a bi-modulus full elastic core behaviour (left image in Figure 116 (a)) and one with the elastoplastic and damage behaviour of the core added (right image in Figure 116 (a)). The transition from an elastic to a plastic state tends to develop non-linear, in-plane strains (solid line in Figure 116 (b)) and out-of-plane strains (solid line in Figure 116 (c)) which increase rapidly with loads. The plastic state develops locally in the panel under

the wrinkling waves with maximum amplitude, magnifying the non-linearity and localising the wrinkling failure (purple area in Figure 116 (a) right image). A jump, when plasticity occurs, is observed in (Figure 116 (b) and (c)). The law implemented is perfect elastoplasticity: the switch from the elastic state to the plastic state is abrupt. But, in reality, non-linearity between the two states allows a smooth transition. The integration of the elastoplastic and damage behaviour of the core makes the panel fail brusquely (considering when the first tensile failure of the core occurs with the computation progress equal to 1), whereas, in the case of purely elastic core behaviour, buckling is progressive and failure is not easy to interpret.

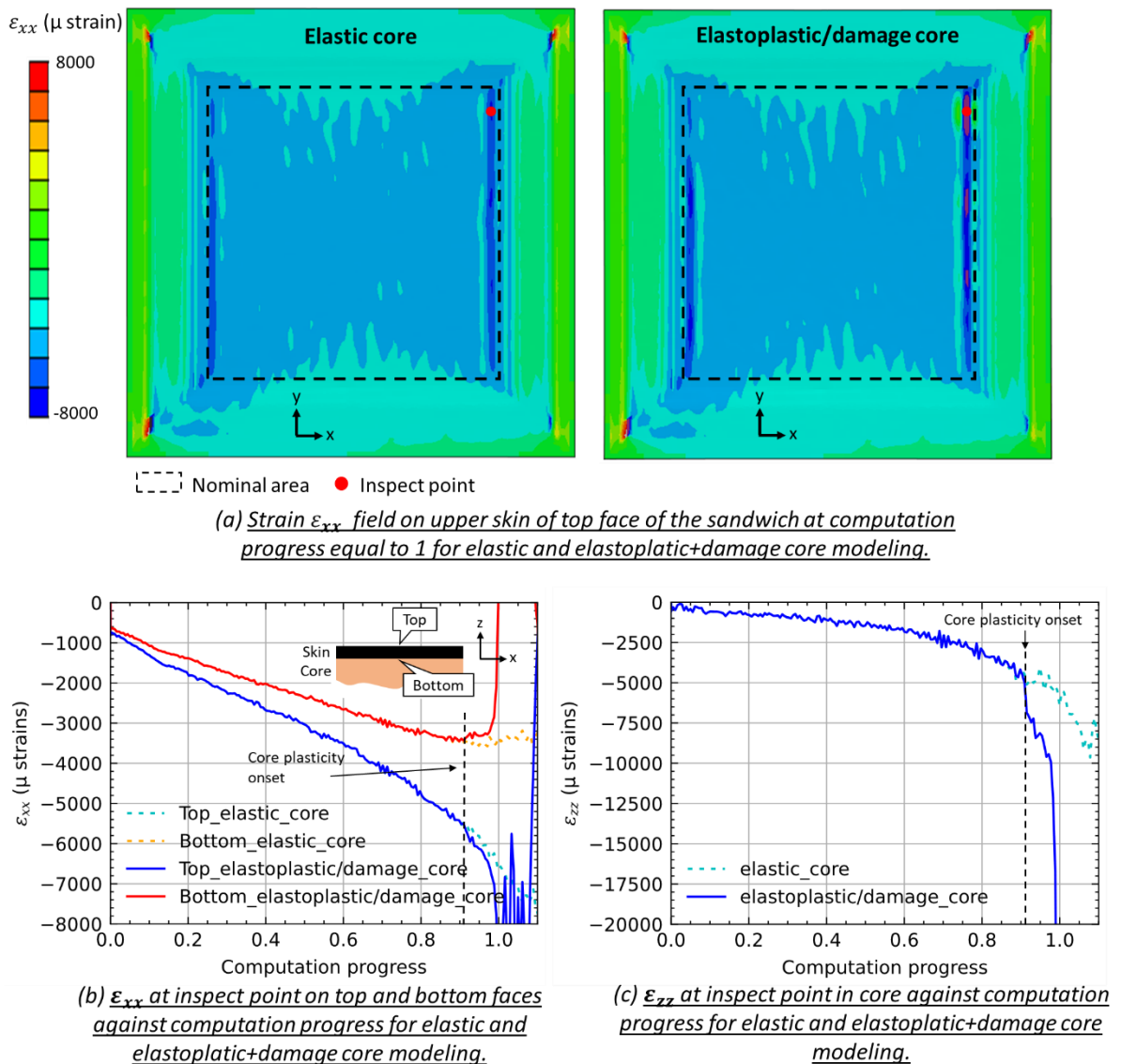


Figure 116: FE results of elastic and elastoplastic+damage core modelling from loading condition of specimen F51_D1 (compression). The constitutive law introduces an elastoplastic behaviour in compression and an elastic response with damage modelled by element deletion in tension (see Figure 113).

VI.4 Non-linear finite element model of panel: Experimental and computation dialogue

VI.4.1 Specimens under compression

VI.4.1.1 Overall behaviour

Figure 117 and Figure 118 show the displacement fields in the upper face for specimens F51_D1 and F51_D2 obtained by SDIC versus those computed by the FEM. Good agreement is found between experimental and numerical displacement fields. Plane and out-of-plane displacement fields computed by FEM are similar to those measured in the nominal area. This confirms that the loading condition methodology developed in section VI.3.2 is effective to introduce the loading path imposed by the VERTEX test bench in the sandwich specimen.

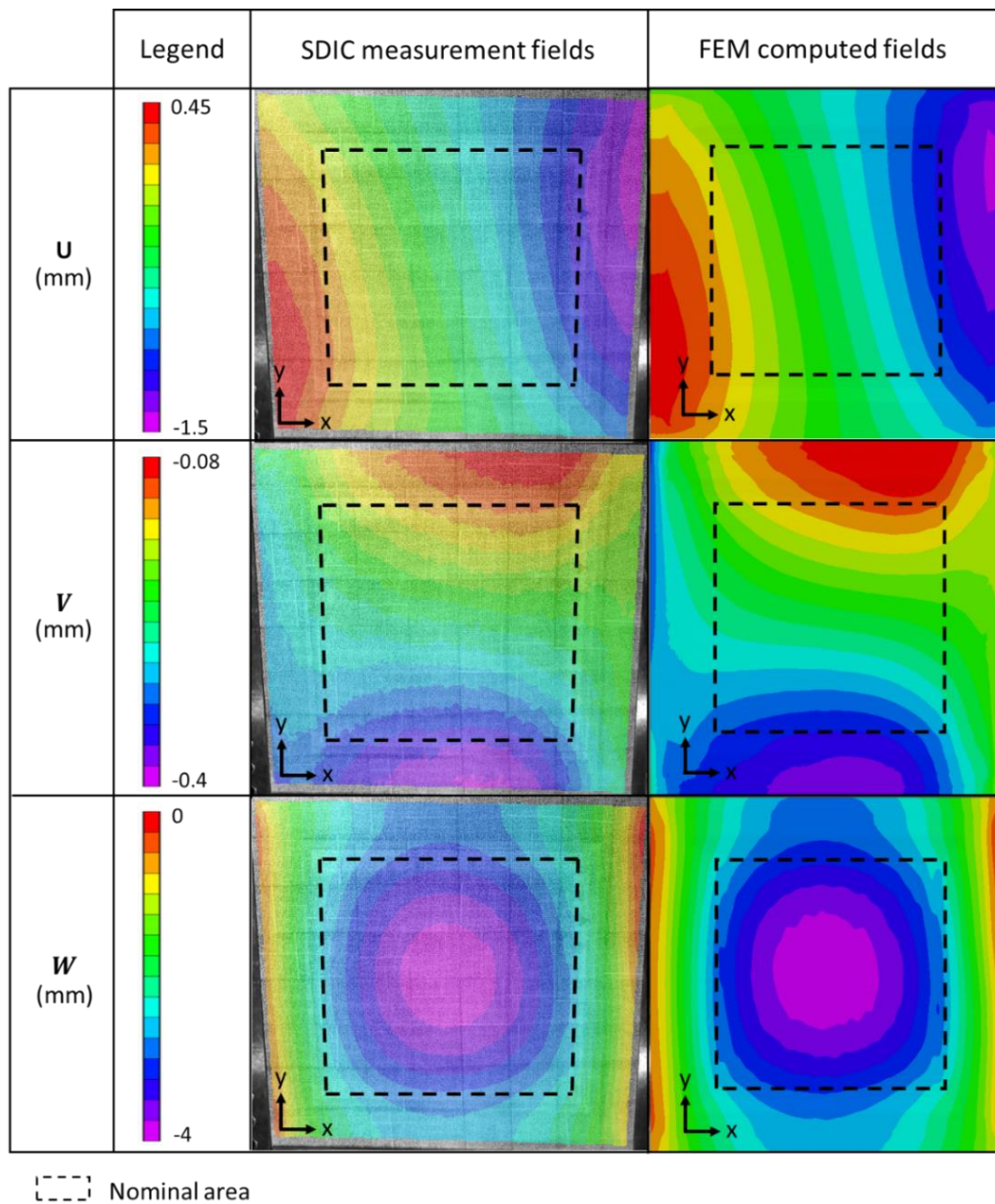


Figure 117: Displacement fields: comparison between experimental measurements and FEM results of the upper face of specimen F51_D1 under compressive loading. Frames were taken just before the core failed in tension in the FEM (93% of test progress).

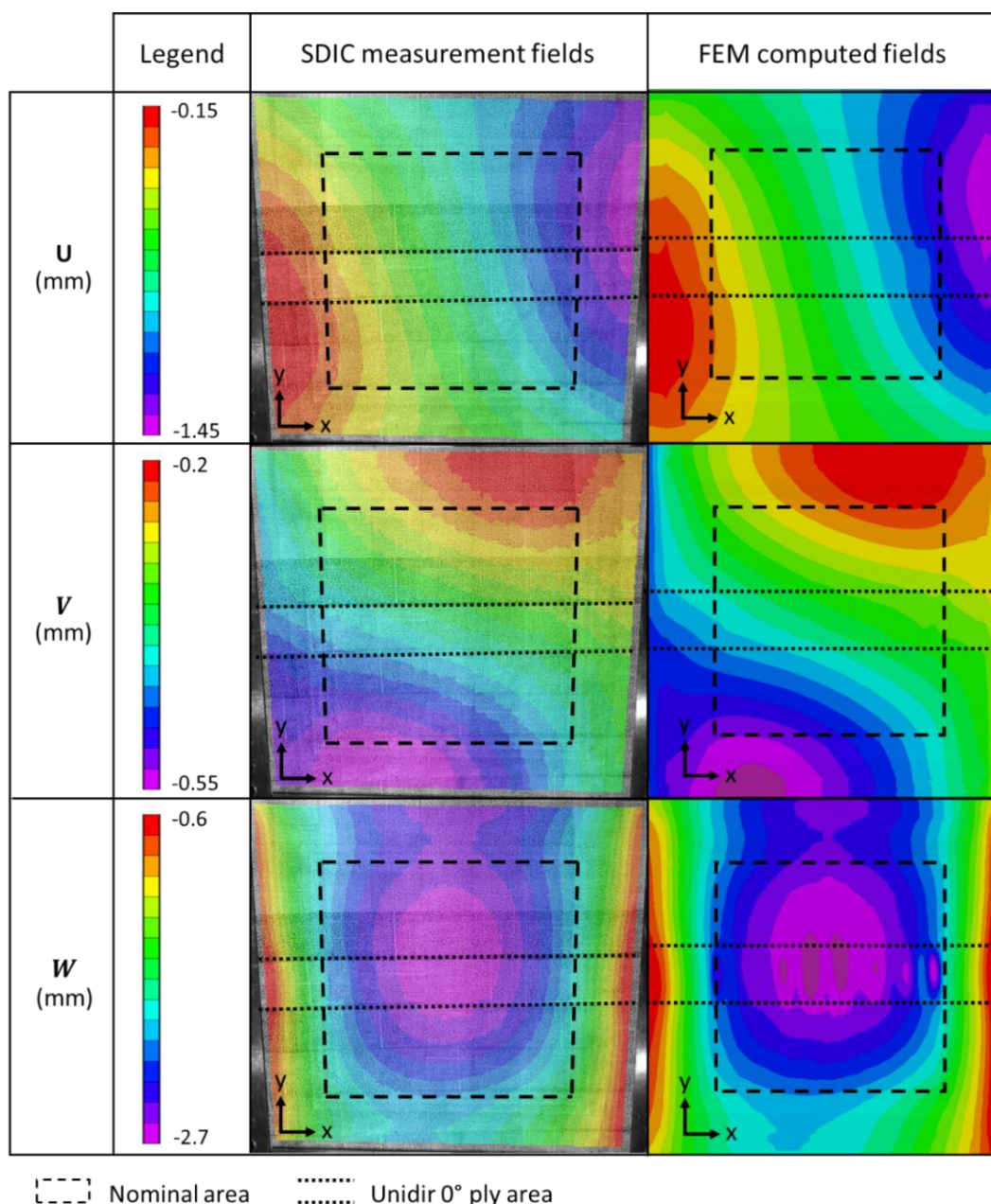


Figure 118: Comparison of displacement fields between experimental measurements and FEM results of the upper face of specimen F51_D2 under compressive loading. Frames were taken just before test failure (99% of test progress).

The specimen panels bend globally, as a consequence of the asymmetric geometry (see section V.3.1.1, and (Castanié et al., 2002)), and the upper skin is more loaded than the lower skin (Figure 119). The FEM represents the global membrane and bending stiffness of the sandwich panels adequately, as shown by the acceptable correlation in the strain of the upper and the lower faces in the centre of the panel (Figure 119). This confirms the relevance of the mechanical and geometrical characteristics used for the simulation. The models are, nevertheless, less stiff in bending than either of the specimens. In simulations, the lower face has a lower state of strain due to the greater panel bending with a higher tensile load that compensates for the main compressive load. This can also be seen in Figure 117 and Figure 118, where the calculated out-of-plane displacements, W , are slightly higher than the measured displacement. Nevertheless, according to (Castanié et al., 2002), this skin is very sensitive to load introduction and local ply drops in the transition region, which may not be modelled accurately enough, and can explain the discrepancy. Note that the assembly of the sandwich panel on

the test bench, which induces strains in the specimen, can be seen in Figure 119 and is taken into account in the FEM (see section VI.3.4.2).

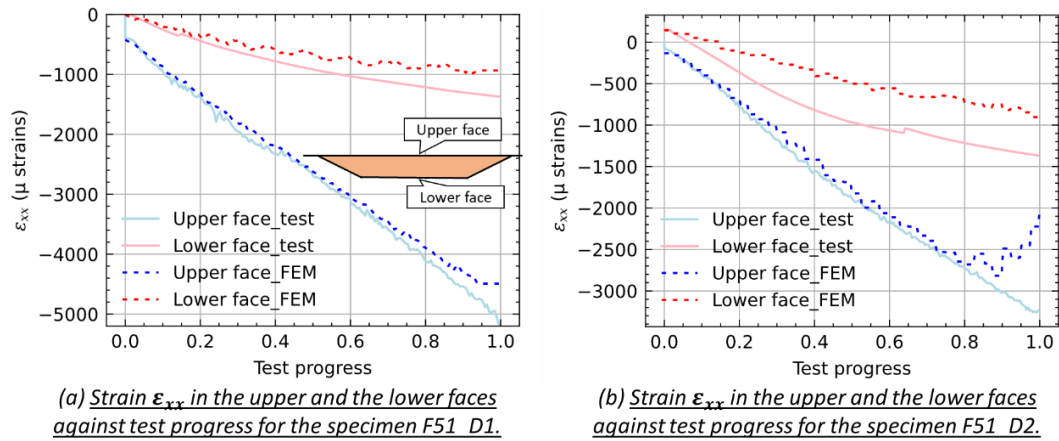
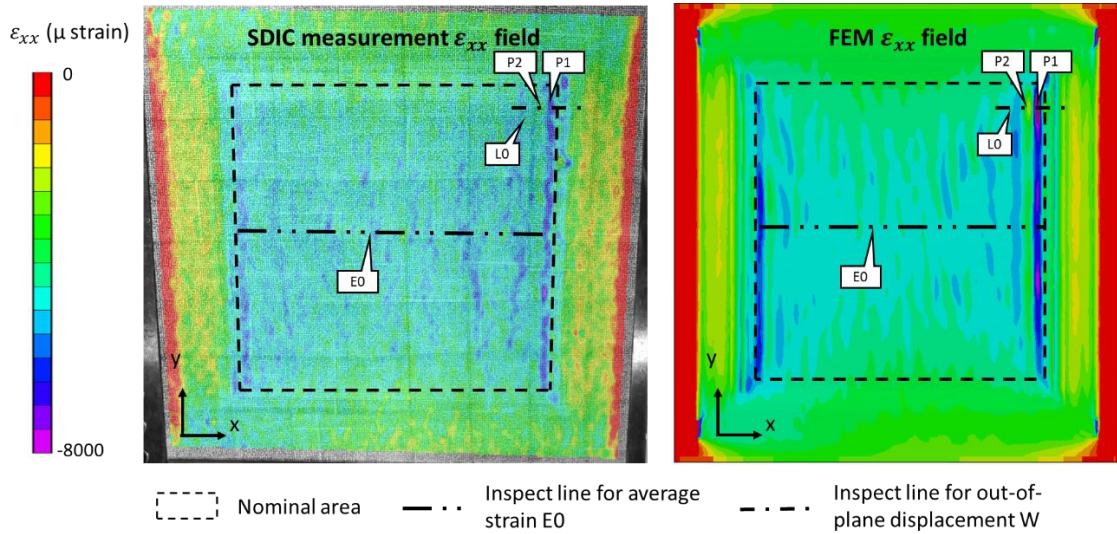


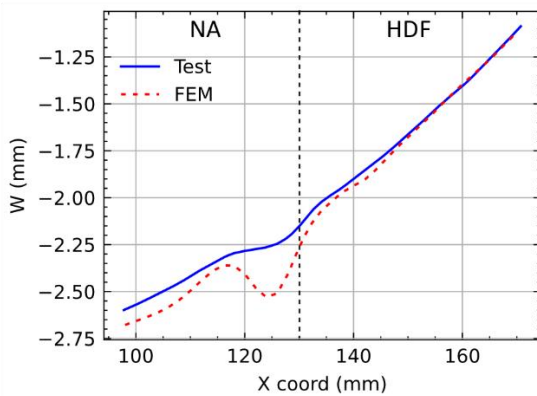
Figure 119: Strain ϵ_{xx} in the upper and the lower faces against test progress for specimens F51_D1 and F51_D2.

VI.4.1.2 Local

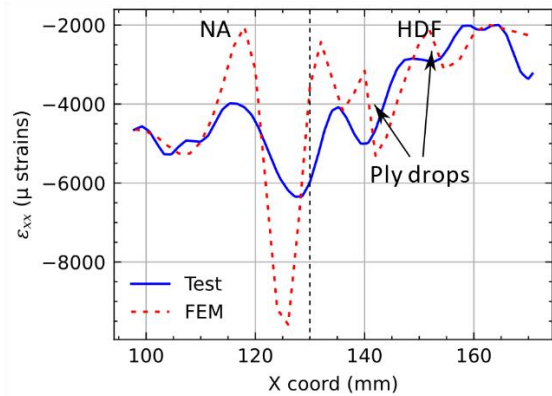
behaviour



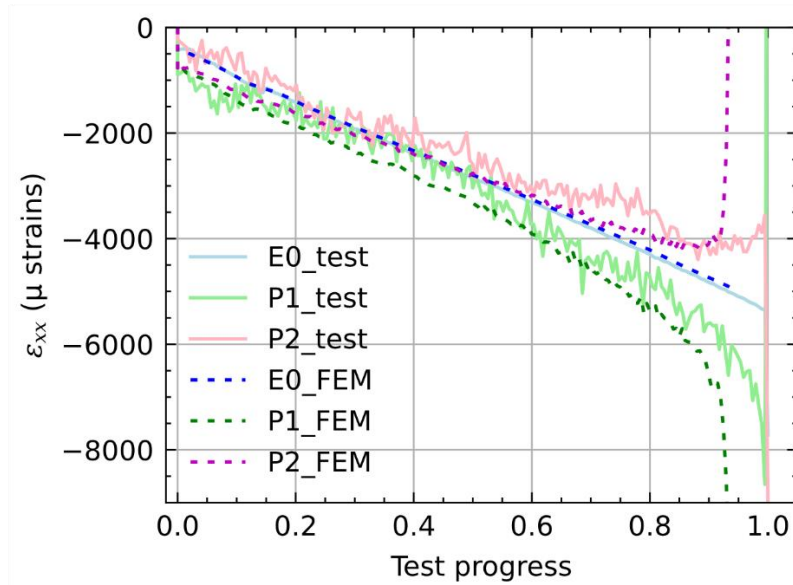
(a) Inspect points and lines on strain ϵ_{xx} field at 93% of test progress.



(b) Out-of-plane displacement on inspect line L0 at 93% of test progress. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam

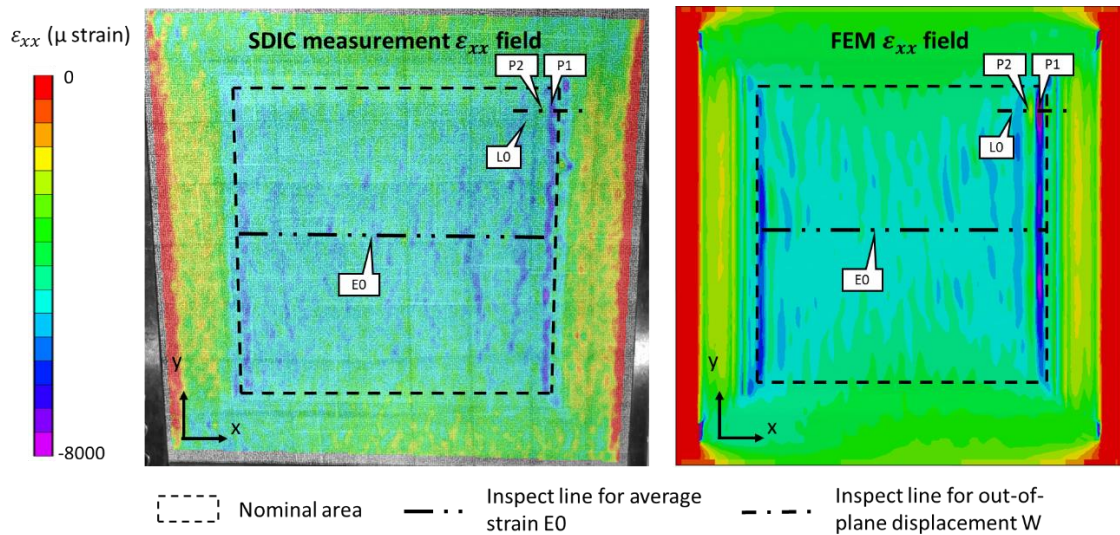


(c) ϵ_{xx} on inspect line L0 at 93% of test progress. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam

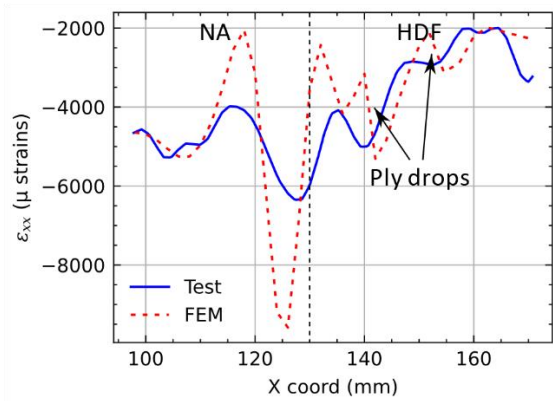
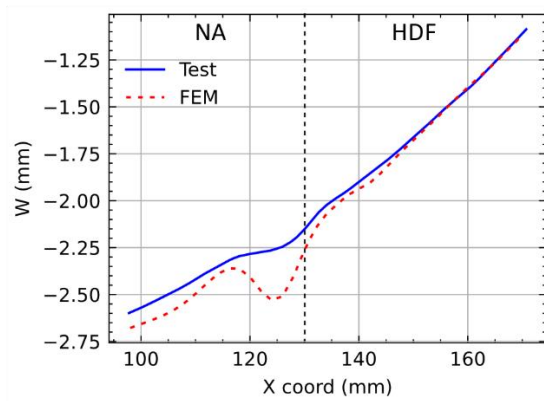


(d) Strain ϵ_{xx} of inspect points P1 and P2 and average strain E0 against test progress.

Figure 120 (a) and Figure 121 (a) local gradients in ϵ_{xx} strain fields, represented by deep blue areas in SDIC measurements as well as in the simulation results, are present at the edge of the nominal area. This reflects a local bending induced by wrinkles. Wrinkles are shown with the profiles of the curves in Figure 120 (b) and Figure 121 (b) for out-of-plane displacement and in Figure 120 (c) and Figure 121 (c) for strain ϵ_{xx} on inspect line L0 (see Figure 120 (a) and Figure 121 (a)). In Figure 120 (d) and Figure 121 (d), strain evolutions at inspect points P1 and P2 are firstly linear with respect to the load and then become non-linear. This is a consequence of the bending effect of the wrinkling wave, which appears at around 80% of the failure load. The strain slopes at P1 and P2 (see Figure 120 (d) and Figure 121 (d)) differ from the averaged one E0. This is due to geometric imperfection generating out-of-plane displacements, which affect local in-plane strains. The difference in slopes and non-linearity at the end of the test, which reflects the onset of buckling, are well represented in the simulations for both specimens. For the specimen F51_D1, the location of the wrinkling in simulation is consistent with that observed by SDIC in the specimen. The profiles of the curves of Figure 120 (b) and (c) show a good match between the test (solid blue lines) and the FEM (dashed red lines), even though larger gradients are present in FEM results. Larger gradients show that the simulation is conservative. Wrinkling is quickly followed by tensile failure of the core, which occurs at 93% of test progress (Figure 120 (b)). At the time studied, i.e. at 93% of the test progress, the local non-linearity resulting from the buckling process is well underway in the simulation whereas, in the test, buckling is just starting to occur. The conservatism of the simulation can be explained by the methodology for introducing imperfections. SDIC measurements of the initial profile's upper face are directly applied to generate the mesh, which implies that the measured curvature is constant over the thickness of the skin. For example, a variation in skin thickness will be simulated as a ripple of the whole skin. It is likely that this method introduces imperfections of greater magnitude than the real ones. For specimen F51_D2, note that a 60 mm wide strip of two Unidir 0° plies is added in the centre of the panel (Figure 121 (a)) and the wrinkling is positioned in this stiffened area, which drains the loads. Several wrinkles appear in the simulation, whereas only one is present in the test (Figure 121 (a)). This might be explained by the fact that the initial geometrical imperfections are less marked here than for specimen F51_D1 (this has already been suggested in section VI.2) and are not sufficient to localise the buckling to a particular area in the simulation. Nevertheless, a wrinkle is present where wrinkling is observed in the test. The profiles of the curves in Figure 121 (b) and (c) show a very good match between the test (solid blue lines) and the FEM (dashed red lines).

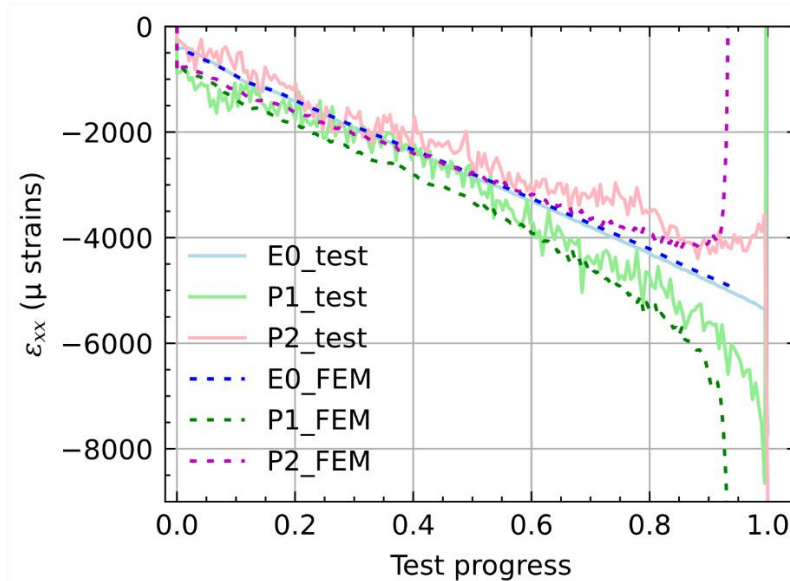


(a) Inspect points and lines on strain ϵ_{xx} field at 93% of test progress.



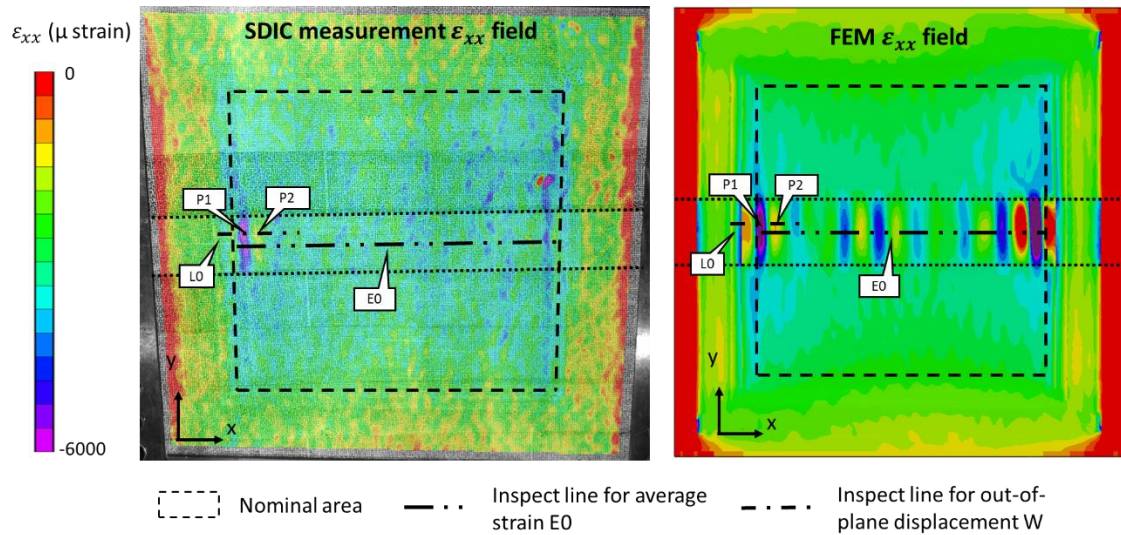
(b) Out-of-plane displacement on inspect line L0 at 93% of test progress. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam

(c) ϵ_{xx} on inspect line L0 at 93% of test progress. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam

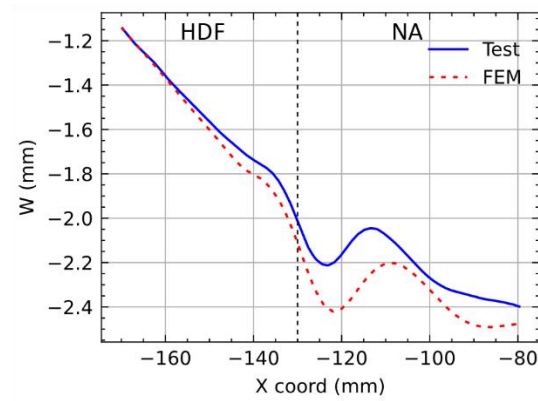


(d) Strain ϵ_{xx} of inspect points P1 and P2 and average strain E0 against test progress.

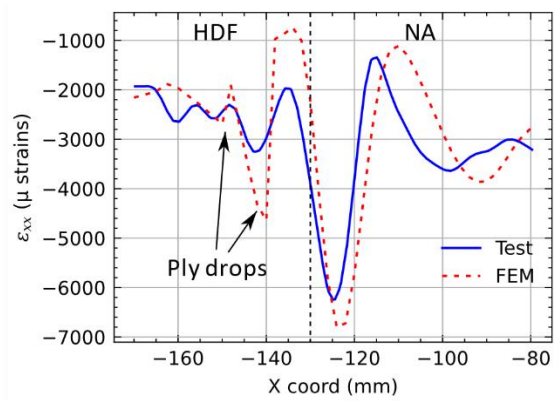
Figure 120: Comparison of fields and curves between test and FEM for specimen F51_D1.



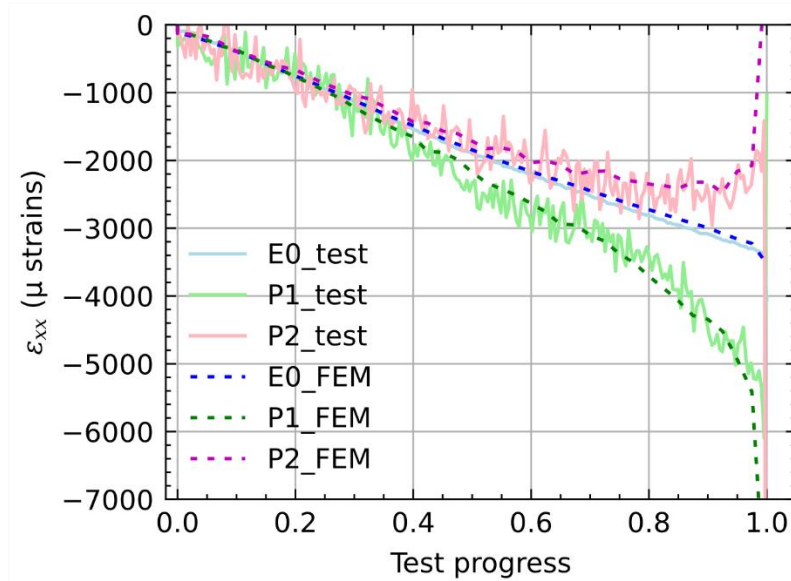
(a) *Inspect points and lines on ϵ_{xx} field just before failure.*



(b) *Out-of-plane displacement on inspect line LO just before failure. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam*



(c) *ϵ_{xx} on inspect line LO just before failure. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam*



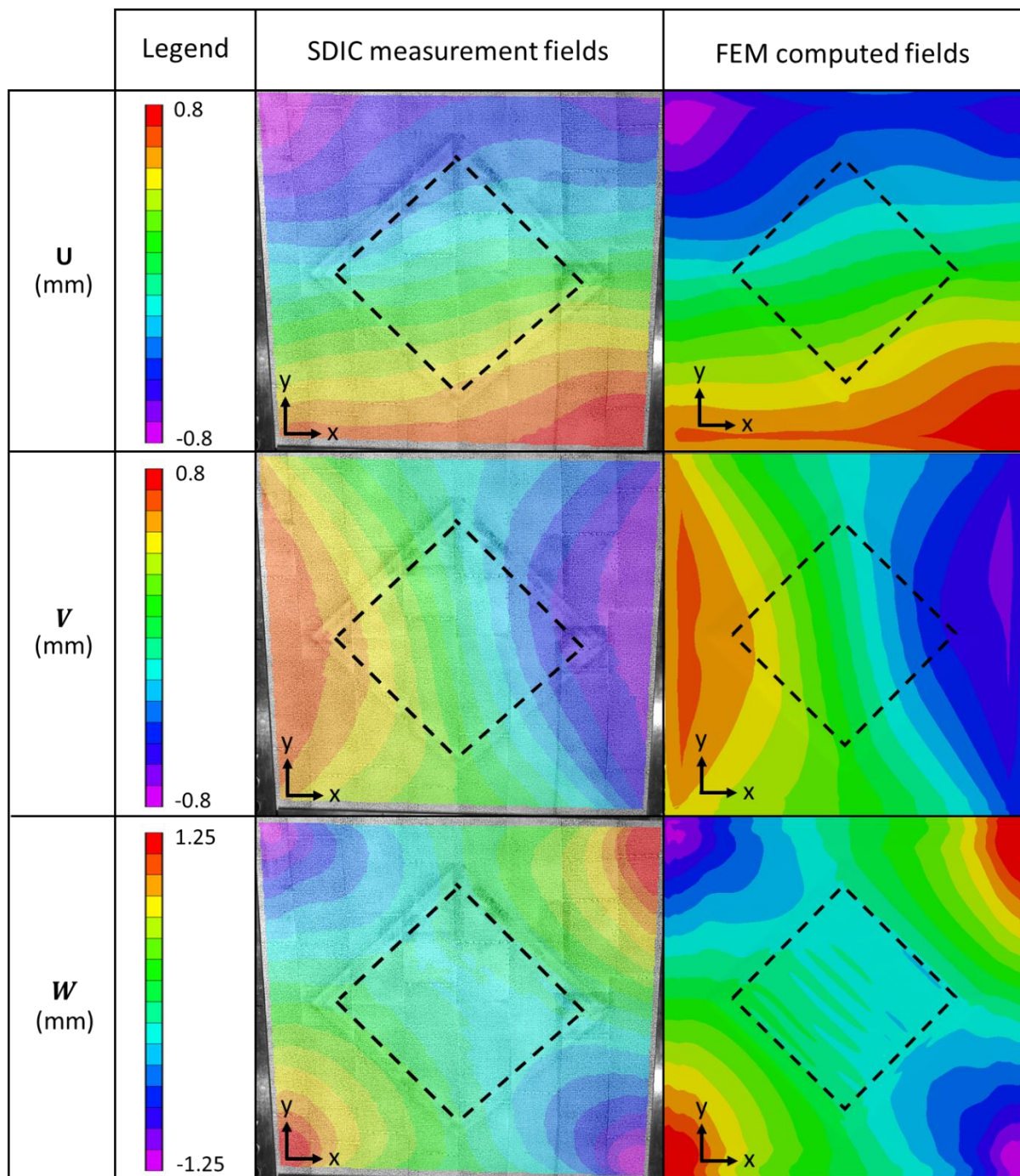
(d) *ϵ_{xx} of inspect points P1 and P2 and average strain E0 against test progress.*

Figure 121: Comparison of fields and curves between test and FEM for the specimen F51_D2.

VI.4.2 The specimen under shear (F51_D3)

VI.4.2.1 Overall behaviour

Figure 122 shows the displacement fields measured by SDIC in the upper face of specimen F51_D3 tested under shear loading and enables them to be compared with those computed by the FEM. The comparison is made just before the test failure. Here again, the correlation between experimental and numerical displacement fields is good.



Nominal area

Figure 122: Comparison of displacement fields between experimental measurements and FEM results for the upper face of specimen F51_D3 under shear loading. Frames were taken just before test failure (99% of test progress).

The correlation of the shear strain in the upper and the lower faces in the centre of the panel is acceptable (Figure 123). The FEM represents the global shear stiffness of the sandwich panel adequately.

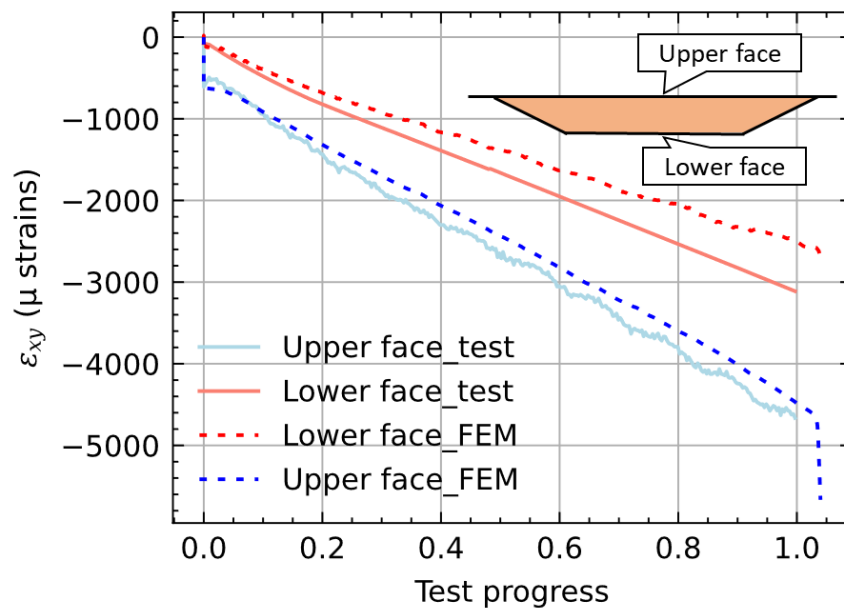
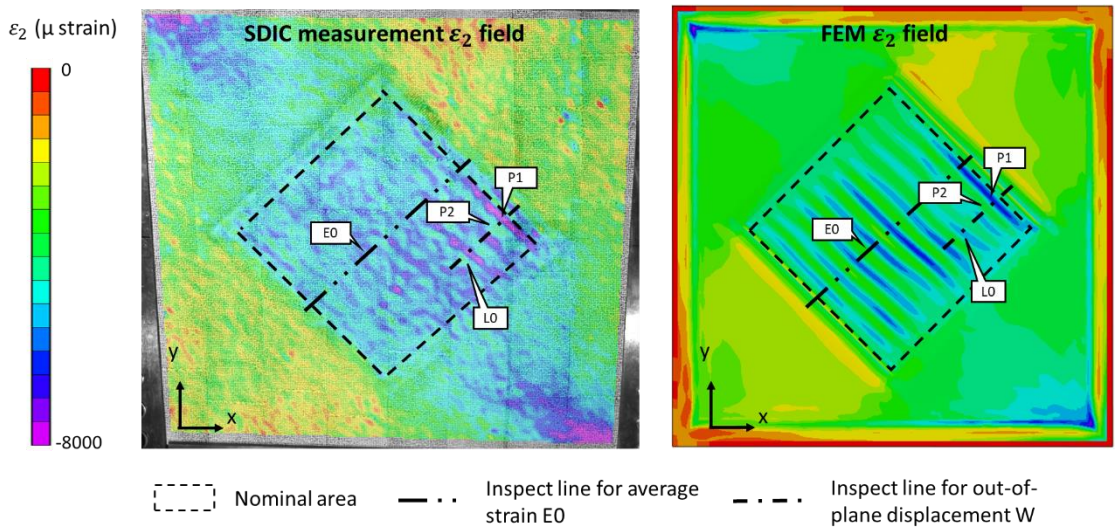


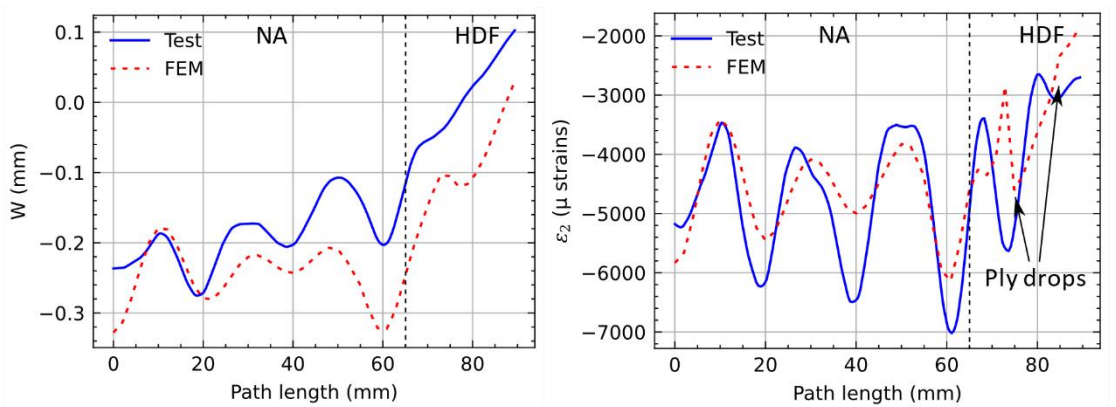
Figure 123: Shear strain ε_{xy} of the centre of the upper and the lower faces against test progress.

VI.4.2.2 Local behaviour

Several wrinkles were observed in the nominal area. They are shown in Figure 124 (a) by the local gradients in principal compressive ε_2 strain fields and, in Figure 124 (b) and (c), by out-of-plane displacement and ε_2 strain curve profiles in the wrinkling area. Note that the principal compressive direction is about 38° from the x-axis, which is why the principal compressive strain ε_2 is expressed instead of the 45° strain, which would be pertinent in pure shear loading. The simulation is consistent with the localisation of the wrinkles. The observation of several wrinkling waves allows an accurate determination of the half-wavelength of the buckling pattern; it is around 10 mm. The simulation is doubly validated by the very good correlation between (1) the average strain state and (2) the length of the half-wavelength of the buckling pattern. As in the compressive tests, the evolution of the principal compressive strains ε_2 at inspect points P1 and P2 shows a linear trend versus loading, followed by a non-linear regime at the end (Figure 124 (d)). Again, this can be attributed to the onset of local buckling that occurred at around 80% of the failure load. The simulation follows the wrinkling phenomenon very well, while being slightly optimistic (Figure 124 (d)).

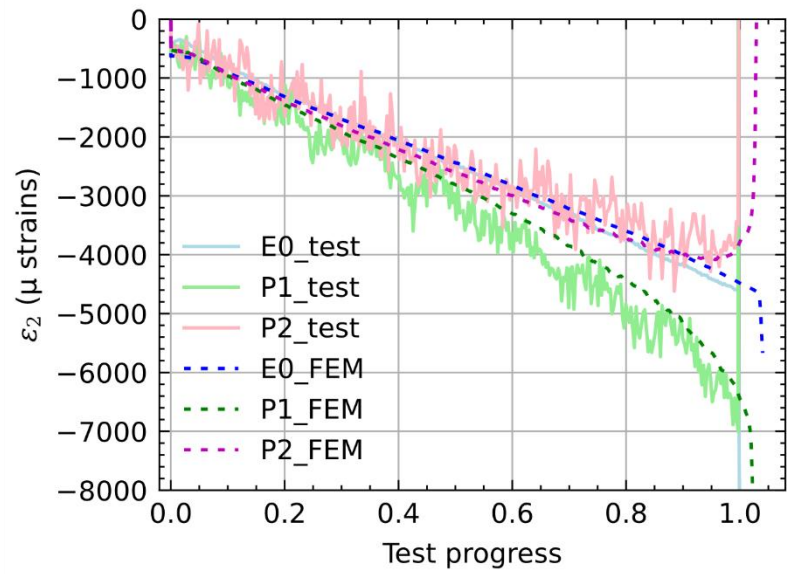


(a) Inspect points and lines on principal compressive strain ϵ_2 field just before failure.



(b) Out-of-plane displacement on inspect line L0 just before failure. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam

(d) ϵ_2 on inspect line L0 just before failure. NA=Nominal Area; HDF=High-Density Foam



(e) principal compressive strain ϵ_2 of inspect points P1 and P2 and average strain E0 against test progress.

Figure 124: Fields and curves comparison between test and FEM for the specimen F51_D3.

VI.4.3 Radar comparison graph

In this section, the radar comparison graph shown in section VI.2.3 is reused with the results from the non-linear FEM.

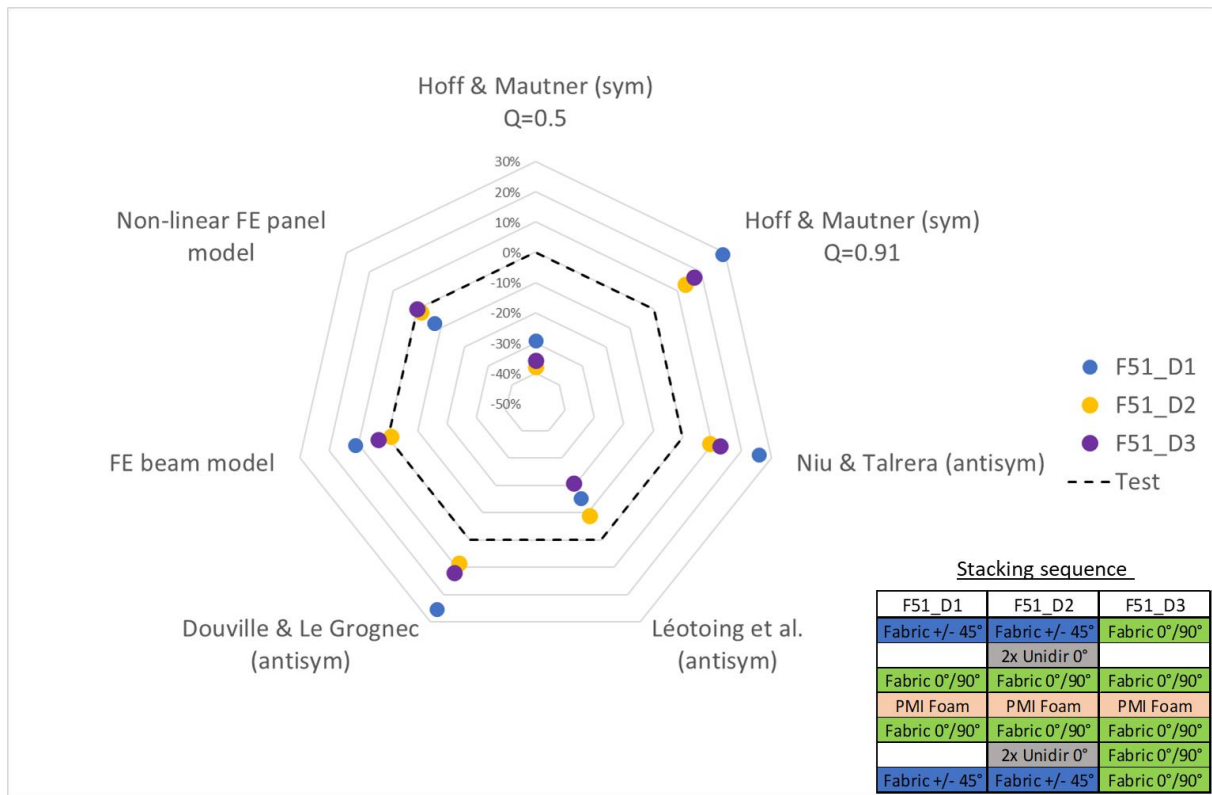


Figure 125: Radar comparison graph between models and test results. The dashed line indicates a perfect correlation with the test.

The advanced nonlinear FE panel model provides an improved and conservative prediction of wrinkling loads over the linear models and the FE beam model. The integration of initial imperfections in the mesh and a constitutive law for the core is effective to obtain correlation with the experimental results. Nevertheless, the failure load computed by the non-linear FE panel model is quite similar to the critical load computed by the FE beam model. In this study, the strength issue and the stability problem are not so different. But a particular effort has been made on the quality of the specimens, where the maximum amplitude of the initial imperfections has been measured at about 10% of the thickness of the sandwiched panel (section V.3.2.1.1). In an industrial application, the imperfections may be greater and the difference between the two approaches may be significant.

VI.5 Conclusion

An exhaustive experimental and computation dialogue on local buckling, named “wrinkling”, in sandwich panels has been performed in this chapter. The test results of three sandwich panels bolted on four sides and tested in compression and shear using the VERTEX test bench have been compared to models. Stacking sequences and material properties (orthotropic asymmetric carbon skins and foam core) are in accordance with an industrial application in light aviation.

Firstly, the benchmark of Chapter III is reused and linear models in a beam framework are challenged with test results. Analytical formulas show optimistic correlations with test results. Beyond the framework (3D stress state; skin orthotropy; bi-modulus behaviour in the core) far from the assumptions on which they were based, these models do not take the initial imperfections into

account, which can seriously lower failure loads. For specimen F51_D3 tested in shear, the correlation is of the same order as for the specimens tested in compression. This demonstrates that models based on uniaxial loading can be used in shear.

Then an advanced non-linear Finite Elements Model of the sandwich panels has been developed. The SDIC measurement data allows the initial shape of the upper face of the sandwich panel to be directly integrated into the FE mesh. Little ripples, considered as imperfections, induce a non-linear local response generating out-of-plane displacements that affect local in-plane and out-of-plane strains. This triggers the failure of the core material. This observation leads to a refinement of the core behaviour. A constitutive law for the core is implemented in the principal directions. The law is isotropic with bi-modulus behaviour. A perfect elastoplasticity model is used for compression and an elastic response with damage modelled by element deletion is used for tension. Due to convergence issues, the choice of the dynamic explicit computation is made and run using the explicit solver ABAQUS. The integration of initial imperfections in the mesh allows the buckling in the sandwich panel to be localised. This is observed in tests. Moreover, the constitutive law for the core with failure prediction (crushing and tensile failure) allows the strength approach whereas a linear stability approach is too optimistic (about 10%). The evolution of in-plane strains in the wrinkling area with the local buckling onset is well represented in the simulations.

The advanced non-linear FEM of the sandwich panels provides a remarkable prediction of wrinkling compared to the experiment results. However, the model is the result of extensive work on mesh construction, loading condition, and nonlinear material modelling with the use of a dynamic explicit solver. This would not be possible without extensive instrumentation of the tests and the measurement fields offered by the SDIC. In this sense, we have moved away from the means and time available to the engineer for his design. Such a model would be difficult to implement in an industrial context. The linear FE beam model, which is much simpler and applicable to industrial design, also correlates well with the test results. However, it remains optimistic. A safety approach could be used with the abatement of the mechanical characteristics of the core and/or the thickness of the skins. Both are preponderant in the occurrence of wrinkling. This approach, in particular on the thickness, is already widely used by the industry for the calculation of buckling of shell structures by global finite element models (GFEM). Similarly, (Niu & Talreja, 1999) and (Douville & Le Grogne, 2013) analytical models can be used with an abatement approach. (Léotoing et al., 2002b) model is conservative, but this is due to a simplistic distribution the transverse shear stress in the core. This aspect depends on the skin/core thickness ratio and is more important when this ratio is low, which is the case of the calculation framework here. In general, for analytical models, the assumptions used should be carefully checked so that the theoretical framework does not deviate too much from the real one.

VII. Comparaisons essais coupons et essais structuraux

Ce chapitre porte sur la comparaison des essais coupons avec ceux fait sur le banc VERTEX. L'objectif est de prendre du recul sur les conclusions faites au Chapitre IV qui ont amenées à la réalisation d'essais à l'échelle supérieure dite « technologique ».

L'analyse ainsi que le dialogue essais/calcul étant réalisés à l'échelle des plaques VERTEX, il est intéressant de comparer les résultats à ceux obtenus à l'échelle coupon/poutre. Sur les 5 plaques VERTEX testées et analysées, deux peuvent être comparées aux résultats obtenus avec les éprouvettes poutres. D'abord, la configuration F51_D1, qui est identique aux deux échelles, sauf pour l'épaisseur de l'âme (20 mm pour la plaque ; 13 mm pour les poutres coupon). Ensuite, la configuration plaque F51_D3 est testée en cisaillement. Comme le rappelle (Kassapoglou, 2010), le cisaillement pur est dans les axes principaux à 45° une compression dans une des deux directions principales et une tension dans l'autre. La charge critique au wrinkling sous cisaillement peut être estimée en analysant le sandwich comme s'il était chargé uniquement en compression le long d'une ligne à 45°. Ainsi la déformation principale de compression ε_2 de la configuration plaque F51_D3 composée de 2 tissus pré-imprégnés orientés à +/-45° peut être comparée à la déformation ε_{xx} de la configuration poutre F51_D5 composée de 2 tissus pré-imprégnés orientés à 0°/90° testés en compression uni axiale.

Les éprouvettes des différentes campagnes d'essais n'ont pas été réalisées avec les mêmes lots matières. Néanmoins, dans le cas de la mousse PMI de 51 kg/m³, la densité matière spécifiée dans les certificats de conformité est similaire pour différents lots. La densité étant un paramètre qui peut être facilement relié aux caractéristiques mécaniques d'une mousse, nous considérons que celles-ci sont sensiblement identiques entre les lots. Pour les peaux stratifiées pré-imprégnées la dispersion entre les lots est négligeable.

La Table 8 présente le comparatif entre les éprouvettes poutres et plaques pour les configurations H51_D1 et H51_D3 (H51_D5 pour les éprouvettes poutres). Pour les plaques VERTEX, où la mesure de l'effort introduit dans la plaque n'est pas disponible, le calcul de la contrainte critique se fait à partir de la mesure par corrélation d'image de la déformation moyenne de la peau supérieure (extensomètre numérique E0 voir section V.3.2) et du module équivalent en membrane de la peau (calculé à partir de la théorie des stratifiés). Pour les poutres coupons, la contrainte critique est obtenue en supposant que la totalité de l'effort est reprise par les peaux ainsi : $\sigma_{crit} = P_{crit}/2bt_s$, Avec b la largeur de la poutre et t_s l'épaisseur des peaux. La déformation critique est obtenue à partir du module équivalent en membrane de la peau. De façon générale, les éprouvettes poutres ont rompu à un niveau de chargement plus faible que les plaques. L'écart relatif entre les deux échelles reste cependant faible. Cela nous semble étonnant vu les biais observés générés par les talons lors des essais coupon (voir section IV.3.4). L'analyse que nous avons faite de ce biais expliquait partiellement le conservatisme important des modèles par rapport aux essais coupon. Cela résidait dans le fait que la rupture par écrasement de l'âme par le moment introduit en bord de talons apparaissait rapidement avec la charge et déclenchait prématurément le flambement. La comparaison avec les résultats plaque, où le biais des talons n'est plus et où les conditions aux limites sont meilleures, démontre que les

différents biais observés pendant les essais coupon n'exercent pas une influence déterminante sur la charge critique au flambement.

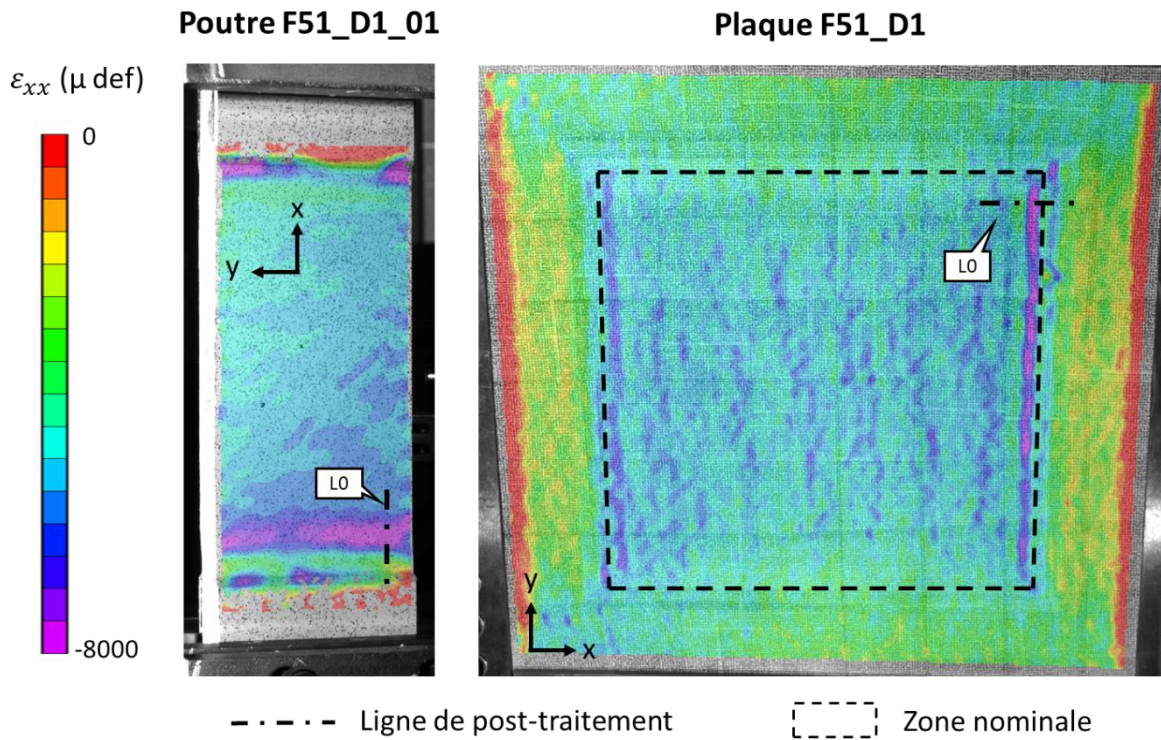
Pour la plaque testée en cisaillement, l'écart est plus important (-15 %). Cela supporte l'hypothèse de (Kassapoglou, 2010), où dans le cas d'une sollicitation en cisaillement, la charge de tension tend à stabiliser la structure et la charge de flambage devient plus élevée par rapport à de la compression pure. Aussi, si l'on compare la corrélation des modèles analytiques aux différentes échelles, la tendance est la même. La corrélation reste similaire entre les deux échelles, avec une légère amélioration pour l'échelle plaque.

Un autre point de comparaison est la valeur des demi-longueurs d'onde (DIO) de flambement. Elles sont similaires aux deux échelles. On montre alors que la forme du flambement n'est pas ou peu influencé par les conditions aux limites, différentes entre la plaque et les éprouvettes poutres.

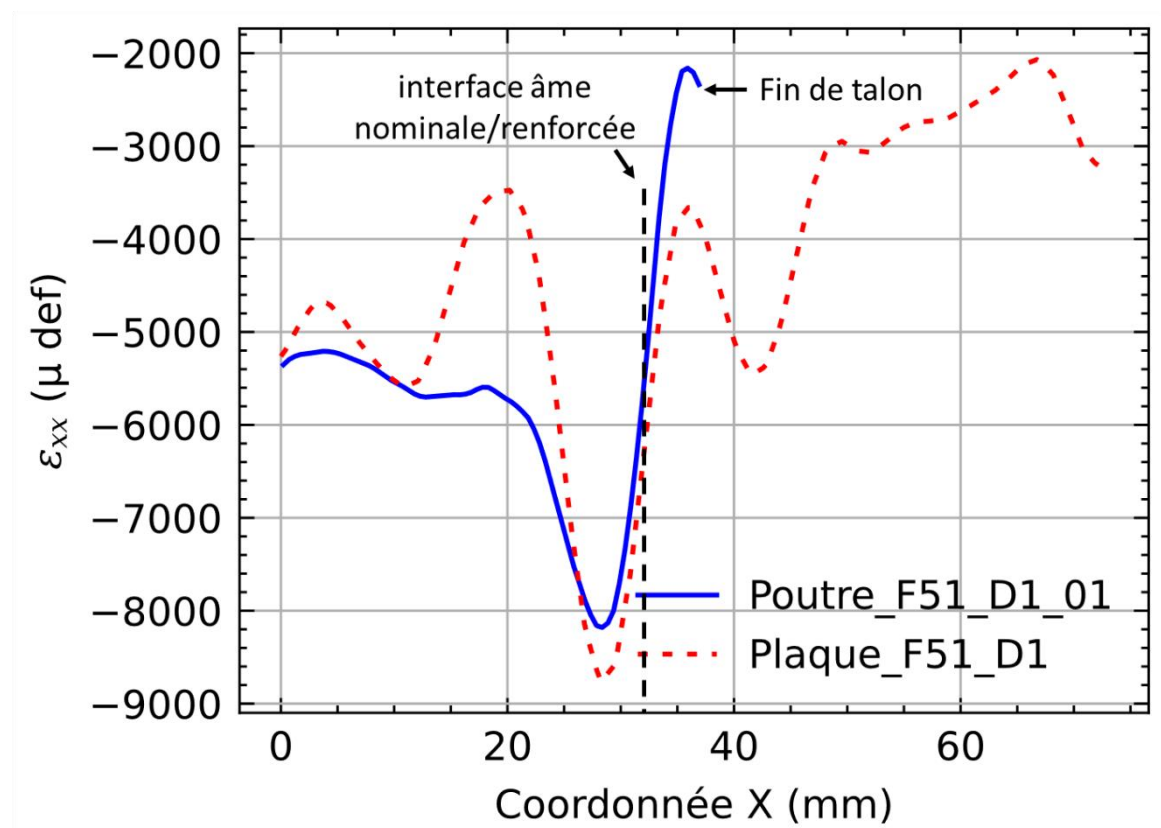
Table 8 : comparatif entre les éprouvettes poutres et plaques pour les configurations F51_D1 et F51_D3.

Configuration	F51_D1	F51_D3 (plaque) F51_D5 (poutre)
Sollicitation	Compression	Cisaillement (plaque) Compression (poutre)
Déformation et contrainte moyenne dans la PLAQUE	$\varepsilon_{xx} = -5400 \mu \text{ def}$ $\sigma_{xx} = -208 \text{ Mpa}$	$\varepsilon_2 = -4600 \mu \text{ def}$ $\sigma_2 = -248 \text{ Mpa}$
Déformation et contrainte moyenne dans les POUTRES (moyenne du lot de 4 éprouvettes)	$\varepsilon_{xx} = -5030 \mu \text{ def}$ $\sigma_{xx} = -194 \text{ Mpa}$	$\varepsilon_{xx} = -3930 \mu \text{ def}$ $\sigma_{xx} = -212 \text{ Mpa}$
Ecart relatif	-7%	-15%
Longueur DIO observée dans la plaque	9 mm	10 mm
Longueur DIO observée dans les poutres	8 mm	10 mm

La Figure 126 propose l'analyse du champ de déformation en compression ε_{xx} juste avant la rupture entre la poutre coupon F51_D1_01 et la plaque VERTEX F51_D1. En Figure 126-b, la déformation est post-traitée suivant la ligne L_0 au niveau de la zone de flambement dans les deux éprouvettes. Pour une comparaison de la forme de flambement efficace, un recalage est effectué en positionnant l'amplitude de ε_{xx} minimum de chaque éprouvette à la même coordonnée de la ligne L_0 . Les courbes obtenues confirment les données de la Table 8. La forme de flambement ainsi que le niveau de déformation local sont similaires dans les deux éprouvettes.



(a) *Champs de déformations ϵ_{xx} juste avant la rupture.*



(b) *ϵ_{xx} suivant la ligne de post-traitement LO juste avant la rupture.*

Figure 126 : champs et courbes de déformation ϵ_{xx} pour comparaison entre l'éprouvette poutre et plaque (configuration F51_D1).

Nota : La différence entre les -7% de la Table 8 et le niveau de déformation quasiment identique dans la Figure 126-b, s'expliquent par des méthodes différentes d'obtention de la déformation. Dans le tableau, pour l'éprouvette coupon, la déformation est calculée à partir de l'effort global avec l'hypothèse d'un chargement des peaux identique. Or, d'après les images prises par caméra rapide, c'est la peau non analysée par corrélation d'image qui flambe en 1^{er}. Avant la rupture générale de l'éprouvette cette peau reste chargée au détriment de l'autre flambée, c'est ce qui est mesuré par la corrélation d'image en Figure 126-b.

Cette analyse comparative a tendance à infirmer l'avantage, initialement défendu, de l'échelle plaque par rapport à l'échelle coupon. En effet, bien que les chargements critique des flambements mesurés à l'échelle plaque sont légèrement supérieurs à ceux de l'échelle coupon, amenant à des gains dans les corrélations modèles/essais, cela reste faible, de l'ordre de 10 %. La similitude entre les deux échelles n'était pas attendue à ce point. Il est néanmoins nécessaire de nuancer la comparaison entre les éprouvettes poutres et plaques. Tout d'abord, à l'échelle plaque, seulement une éprouvette est testée par configuration, il n'y a pas de répétabilité de l'essai ce qui nuance les écarts relatifs présentés dans la Table 8. Il n'est pas possible statuer définitivement ici car on ne sait pas s'il s'agit d'un cas particulier ou d'un phénomène plus général. Ensuite, on ne compare pas les mêmes modes de flambement entre les deux échelles. Dans le cas poutre, la sollicitation est de la compression pure, théoriquement identique entre les deux peaux, amenant à une rupture par wrinkling en mode asymétrique. Dans le cas plaque VERTEX sous chargement en compression, la sollicitation est un effort de compression couplé à une flexion globale, amenant à une rupture par wrinkling d'une seule des deux peaux du sandwich. Enfin, l'épaisseur de l'âme entre les deux échelles n'est pas la même (20 mm pour la plaque ; 13 mm pour les poutres coupon). On peut admettre qu'il y a interaction entre les deux peaux dans les éprouvette poutres ce qui n'est pas ou peu le cas dans les éprouvettes plaques. Ces aspects exercent une influence sur la charge critique de flambement. Pour le cisaillement, la comparaison avec un chargement uniaxial reste une approximation.

À noter que l'échelle plaque a cependant tout son intérêt pour ajouter des éléments technologiques (renforcement local, raidisseur, etc.) afin d'étudier leurs influences sur la plaque, ce qui a été fait avec l'ajout de bandes pré-imprégnées unidirectionnelles au centre de l'éprouvette F51_D2 (voir section V.2.1). De même, l'échelle plaque est nécessaire pour l'étude du chargement multiaxial, ce qui n'est pas réalisable à l'échelle du coupon.

Conclusion de la 3^{ème} partie

Cette 3^{ème} partie étend l'étude du flambement local dans les structures sandwich au 2^{ème} niveau de la pyramide des essais, l'échelle plaque, dite « technologique ». Cette échelle, avec le banc d'essai multiaxial VERTEX, permet des chargements multiaxiaux et des conditions aux limites proches de la réalité de ce que peut subir un panneau sandwich dans une structure légère aéronautique. Une campagne est réalisée sur le banc d'essais multiaxial VERTEX. Cinq éprouvettes plaques en sandwich asymétrique sont conçues, fabriquées et testées en compression ou en cisaillement. Les éprouvettes sont constituées d'une zone périphérique monolithique et d'une zone centrale en sandwich. La jonction entre le monolithique et le sandwich se fait par un biseau. Les matériaux utilisés sont une mousse PMI de 51 kg/m³, ou une structure nid d'abeille NOMEX[®] de 29 kg/m³ pour l'âme, recouverte de peaux stratifiées composites carbone/époxy pré-imprégnées. Les dimensions extérieures sont de 558 x 536 mm², et la surface du sandwich avec les arrêts d'âme est de 390 x 390 mm² avec environ 21 mm d'épaisseur (âme et peaux). Une attention particulière sur la conception des éprouvettes est portée afin d'assurer le wrinkling comme premier scénario de rupture dans la plaque, de localiser cette rupture pour permettre une observation efficace du phénomène et de minimiser l'effet des conditions limites indésirables. Une des deux peaux de la plaque sandwich est visible, car l'autre est en vis-à-vis des surfaces du caisson du banc VERTEX. La géométrie de sandwich biseauté a été choisie et permet à la peau visible (supérieure) d'être plus chargée que la peau inférieure et donc de flamber. Cela, par l'effet du décalage du plan moyen du sandwich et celui du chargement introduisant de la flexion lorsque la plaque est soumise à de la compression. Afin de localiser le wrinkling au centre de la plaque, des plis de renforts sont ajoutés dans les peaux au niveau des biseaux. Aussi, une mousse plus dense est utilisée pour l'âme des biseaux. Dans la zone nominale, les configurations de sandwich sont conformes aux structures sandwichs utilisées dans l'aviation légère. Le lien entre l'effort aux vérins du banc VERTEX et les efforts qui entrent dans l'éprouvette, n'est pas direct. Ainsi, l'instrumentation par mesure de champs est nécessaire pour estimer les sollicitations qui entrent dans l'éprouvette pendant l'essai. La corrélation d'images stéréo a été utilisée. L'état de déformation général de la plaque est observé avec localement l'apparition hors plan d'ondes de flambement. Une caméra rapide a permis de capturer le scénario de rupture bref et explosif qui est globalement le même pour toutes les éprouvettes. L'apparition d'une onde de wrinkling est observée à environ 80 % de l'effort de rupture sur une des deux peaux (celle analysée par la corrélation d'images) au niveau de l'interface entre la zone nominale et la zone renforcée. Puis l'éprouvette se rompt localement par écrasement de l'âme, qui est rapidement suivi d'une rupture en traction de l'âme et d'une propagation de l'onde sur une grande surface. Il semble que la localisation du flambement soit déterminée par des aspects mécaniques et géométriques, propres à l'interface entre la zone nominale et la zone renforcée. Dans cette zone, un écart de rigidité de l'âme a induit une flexion locale dans les peaux du sandwich, susceptible de déclencher des instabilités. De plus, la corrélation stéréo a révélé un léger enfoncement local initial dans cette zone dans certaines éprouvettes. Cette imperfection initiale qui génère des déplacements hors du plan, affecte donc les déformations locales dans le plan. Cela a été observé par des gradients de déformations dans les zones avec défaut. Pour l'éprouvette N29_D3, testée en cisaillement, les ondes de wrinkling ont été observées au centre de la zone nominale. La direction des ondes était pratiquement perpendiculaire à la déformation de compression principale, ce qui est conforme à la théorie. Les dimensions de l'échelle plaque permettent d'ajouter des éléments technologiques avec notamment, une bande de pré-imprégné unidirectionnelle de 60 mm localisée au

centre de l'éprouvette F51_D2. Cette zone plus rigide, draine les charges, localise le flambage et provoque le wrinkling dans l'éprouvette à un niveau de déformation inférieur.

Ces essais à l'échelle technologique fournissent une grande quantité de données intéressantes sur le phénomène du flambement local. Un dialogue essais/calculs avec les modèles analytiques existants et les modèles avancés d'éléments finis non-linéaires a été réalisé. Trois des cinq éprouvettes, celles dont l'âme est en mousse PMI ont été analysées dans cette étude.

Dans un premier temps un dialogue essais/calculs via des modèles poutre est réalisé. Les formules analytiques montrent des corrélations correctes mais optimistes avec les résultats des essais. La pertinence d'une approche en résistance plutôt que le calcul de l'instabilité a été discutée. Pour l'éprouvette F51_D3 testée en cisaillement, la corrélation est du même ordre que pour les éprouvettes testées en compression. Ceci démontre que les modèles basés sur un chargement uniaxial peuvent être utilisés dans le cas d'une sollicitation en cisaillement.

L'approche en résistance via un modèle éléments finis non-linéaire géométrique a été étudiée. Le modèle éléments finis reprends la géométrie des éprouvettes et les mesures de corrélation d'images stéréo permettent d'intégrer directement la forme initiale de la face supérieure de la plaque sandwich dans le maillage. Ainsi, les imperfections initiales peuvent être prises en compte dans le calcul. Les déplacements introduits dans le modèle sont directement issus de la mesure de champs par la corrélation d'images en bord d'éprouvette. Ceci pour être au plus proche des conditions aux limites des essais. Il est apparu que les déformations hors-plan induites par les imperfections, déclenchent une rupture locale prématurée de l'âme. Le comportement de l'âme a donc été finement modélisé. Une loi utilisateur isotrope avec un comportement bi-module traction/compression a été développée. Un modèle d'élastoplasticité parfaite a été utilisé pour la compression et une réponse élastique en traction avec l'endommagement a été modélisée par la suppression d'éléments. En raison de problèmes de convergence, le choix du calcul dynamique explicite a été fait et exécuté grâce au solveur explicite ABAQUS. Ces deux aspects (imperfections initiales et loi de comportement) ont permis la localisation du flambement dans la plaque sandwich comme observé dans les essais. L'évolution des déformations dans le plan, dans la zone de flambement, est bien représentée dans les simulations. La corrélation du modèle non-linéaire avec l'approche en résistance est excellente, l'amélioration par rapport aux modèles linéaires d'instabilité notable. Cependant, la complexité d'un tel modèle ne permet pas son application dans un contexte industriel.

Enfin une comparaison entre l'échelle coupon et l'échelle plaque a été discutée. Pour les configurations de sandwich comparables aux deux échelles, l'échelle plaque présente un niveau de déformation à rupture légèrement supérieur à l'échelle coupon (de l'ordre de 10%). La similitude entre les deux échelles n'était pas attendu à ce stade et remet en question l'intérêt de l'échelle plaque par rapport à l'échelle coupon. L'échelle plaque permettant de mieux gérer les conditions aux limites et les biais qui tendent à réduire l'effort critique au flambement. Cependant, les principaux intérêts de l'échelle plaque qui sont d'ajouter des éléments technologiques (renforcement local, raidisseur, etc.) afin d'étudier leur influence et de pouvoir réaliser les essais sous sollicitations multiaxiales, ont été confirmés par la campagne sur banc VERTEX.

Conclusion générale

Cette thèse est le fruit d'une collaboration avec Elixir Aircraft, avionneur, développant un avion biplace majoritairement composé de structures composites sandwichs. Le flambement local dans les structures sandwichs reste un point d'attention majeur pour le dimensionnement de telles structures par les industriels. Un travail de recherche a été mené pour développer une méthodologie de calcul et de design au flambement local des structures sandwichs du type de celles d'Elixir Aircraft. Des formulations analytiques de la littérature sont d'abord retenues par rapport à leur pertinence réelle via un benchmark avec un modèle élément finis représentatif des structures sandwichs utilisées en aviation légère. Puis, la démarche de recherche s'est élaborée à partir du dialogue essais/calculs à plusieurs niveaux de la pyramide des essais. Le wrinkling a été observé expérimentalement à plusieurs échelles. D'abord à l'échelle coupon où des matériaux et géométries pour la caractérisation du flambement local sont testés via une campagne d'essais sur des poutres sandwich soumises à de la compression uniaxiale. Les charges critiques au flambement des formulations analytiques sont comparées aux résultats d'essais. Puis l'échelle plaque dite « technologique » permet d'étendre le dialogue essais/calculs à des sollicitations multiaxiales, plus représentatives de ce que subit une structure industrielle réelle. Un design d'éprouvette sandwich asymétrique est développé et testé sur le banc d'essais VERTEX. Un modèle éléments finis non linéaire géométrique avec l'implémentation d'une loi de comportement de l'âme mousse est construit modélisant de façon précise le scénario de wrinkling observé lors des d'essais.

L'échelle coupon

Un benchmark avec un modèle éléments finis de référence, a permis de montrer les limites et la pertinence de modèle de wrinkling sur des poutres sandwichs conformes à des structures sandwichs usuellement utilisées en aviation légère comme Elixir Aircraft. Les configurations étudiées, comme des peaux composites carbone/époxy asymétriques ou l'âme orthotrope (nid d'abeille), s'écartent des hypothèses de calcul sur lesquelles les modèles analytiques sont basés. Nos travaux confirment les observations réalisées par d'autres auteurs (Niu & Talreja, 1999), (D'Ottavio & Polit, 2015) : ainsi le mode de flambement asymétrique est prépondérant pour les configurations de sandwich à âme isotrope alors que c'est le mode symétrique qui est prépondérant dans le cas de sandwich à âme fortement orthotrope telle que les âmes en nid d'abeilles. Dans le cas de configurations à âme isotrope, les modèles analytiques récents montrent une bonne corrélation avec le modèle éléments finis de référence. Ce n'est plus le cas des configurations à âme orthotrope, où l'on s'éloigne des hypothèses sur lesquelles les modèles sont construits. La gestion de l'orthotropie reste, pour une résolution analytique, délicate et nécessite des théories d'ordre supérieur. En effet, on montre que le modèle numérique avec une approche « Layer-wise » appelée S.G.U.F. pour « Sublamine General Unified Formulation » de (D'Ottavio & Polit, 2015) corrèle parfaitement avec le modèle éléments finis dans toutes les configurations de sandwich étudiées.

Une campagne d'essais sur des poutres sandwichs cohérentes avec les structures d'Elixir Aircraft soumises à de la compression uniaxiale a été réalisée. L'instrumentation par de la corrélation d'images stéréo et une caméra rapide a permis d'identifier le scénario type de rupture. Le mode de rupture par wrinkling est observé. Le dialogue essais/calculs montre que les modèles analytiques offrent des corrélations correctes, mais optimistes. On remarque une nette amélioration pour les formulations couplée récentes (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013) par

rapport à la formulation « classique » de (Hoff & Mautner, 1945). Cependant, les modèles analytiques restent très optimistes (> à 20 %) pour les configurations sandwich avec des peaux d'épaisseur faible (1 ou 2 plis de tissus pré-imprégnés). Cela amène à une réflexion sur l'approche de la modélisation de l'instabilité de flambement. Peut-on toujours parler d'instabilité dans un cadre réel, ou plutôt de résistance ? C'est-à-dire que le point de bifurcation, qui a seulement une existence théorique dans un cadre parfait, n'est pas pris comme critère de rupture, mais c'est directement la rupture des peaux, de l'âme ou de l'interface peau-âme qui est considérée. En effet, des petites perturbations de la configuration initiale (imperfections, conditions aux limites), peuvent provoquer des déformations hors-plan importantes à même de provoquer la rupture matériaux avant la charge critique de flambement. Ainsi, les modèles analytiques basés sur une résolution linéaire d'un problème de stabilité ne seraient pas pertinents car par définition, seront toujours voués à être optimistes par rapport à une application réelle. C'est donc une approche non-linéaire avec une analyse en résistance (utilisation de critères de ruptures) qui devrait apporter des résultats plus proches des résultats d'essais.

Nos essais montrent que les conditions aux limites exercent une influence importante à l'échelle coupon. Ce qui amène à des difficultés de corrélations entre expérimentation et modèles. Cette observation est conforme à la littérature (Hoff & Mautner, 1945),(Norris et al., 1961),(Ley et al., 1999). L'éprouvette ne réagit pas comme un matériau homogène, mais comme une structure avec un chemin d'effort bien particulier suivant le chargement et les conditions aux limites. Or, si l'échelle coupon est pertinente pour une réflexion « matériau », pour une réflexion « structure » l'idéal est d'étudier les échelles supérieures de la « pyramide des essais ». En conséquence, la deuxième étape de ces travaux a été d'étudier le phénomène de flambement local à l'échelle « technologique », c'est-à-dire, passer de l'échelle du coupon à celle des éprouvettes plaques testée sur le banc VERTEX.

L'échelle plaque VERTEX

Le banc d'essais multiaxial VERTEX a été utilisé. Cinq éprouvettes ont été fabriquées et testées. Les éprouvettes sont des plaques sandwichs asymétriques formées d'une âme en mousse PMI de 51 kg/m³, ou en nid d'abeille NOMEX® de 29 kg/m³, avec deux peaux stratifiées composites carbone/époxy pré-imprégné. Les dimensions extérieures sont de 558 x 536 mm², et la surface du sandwich avec les arrêts d'âme est de 390 x 390 mm² avec environ 21 mm d'épaisseur (âme et peaux). Un effort important de conception des éprouvettes a été fait. D'abord, pour s'assurer que le wrinkling soit le premier scénario de rupture à se produire dans l'éprouvette. Ensuite, pour localiser la rupture au centre de l'éprouvette afin de permettre une observation efficace du phénomène et de minimiser l'effet des conditions aux limites indésirable. La périphérie de l'éprouvette (zone d'arrêt d'âme) est renforcée par l'ajout de plis dans les peaux et une âme plus dense. Dans la zone nominale, les configurations de sandwich sont conformes aux structures sandwichs utilisées dans l'aviation légère. L'instrumentation par mesure de champs, validée à l'échelle coupon, a été réutilisée. La corrélation d'images stéréo a permis de mesurer l'état de déformation général de la plaque tout en observant localement l'apparition hors plan d'ondes de flambement. Grâce à une caméra rapide, le scénario de rupture bref et explosif, a pu être caractérisé : l'éprouvette se rompt localement par écrasement de l'âme, qui est rapidement suivi d'une rupture en traction de l'âme et d'une propagation de l'onde sur une grande surface. Le wrinkling est localisé dans la plaque sur une des deux peaux (celle analysée par la corrélation d'images) au niveau de l'interface entre la zone nominale et la zone renforcée. Il semble que la localisation du flambement soit déterminée par des aspects mécaniques et géométriques propres à l'interface : (1) un écart de rigidité de l'âme entre la zone nominale et la zone renforcée, plus dense ; (2) des imperfections initiales (affaissement de l'âme) ont été observées en bord de zone

nominale. Ces aspects introduisent des gradients de déformations hors plan avec le chargement et localisent l'instabilité. De nouveau, un dialogue essais/calculs a été mis en place à deux niveaux.

Premièrement les modèles analytiques étudiés à l'échelle coupon sont comparés aux résultats d'essais plaques. Malgré des conditions aux limites moins intrusives, les modèles restent optimistes. L'approche en résistance exprimée à l'échelle coupon a été étudiée. Un modèle éléments finis de l'éprouvette plaque sandwich a été construit. Les déplacements introduits dans le modèle sont directement issus de la mesure de champs par la corrélation d'images en bord d'éprouvette. Un maillage « imparfait » a été construit à partir de la forme initiale de l'éprouvette mesurée via la corrélation d'images. Enfin une loi matériau utilisateur a été implémentée pour simuler correctement le caractère bi-module et élastoplastique en compression propre à l'âme en mousse. La combinaison des deux facteurs (imperfections initiales et loi de comportement de l'âme) a permis de simuler correctement le phénomène de flambement local. L'évolution observée des déplacements et des déformations hors plan dans la zone de wrinkling a été retrouvée dans les simulations. Toutefois, ce modèle fut le fruit d'un travail de modélisation important et de temps calculs longs.

Malgré l'utilité du modèle pour la compréhension mécanique du phénomène de wrinkling, un tel modèle serait difficile à mettre en œuvre dans un contexte industriel, où le besoin reste avant tout et simplement le calcul des charges critique au flambement. Pour la construction d'une méthodologie industrielle de calcul et de design de structures sandwichs au flambement local, les modèles linéaires (éléments finis ou analytiques) sont une bonne alternative. Une sécurité pourrait être utilisée avec l'abattement des caractéristiques mécaniques de l'âme ou de l'épaisseur des peaux, éléments prépondérants dans l'apparition de l'instabilité. Cette approche, en particulier sur l'épaisseur, est déjà largement utilisée par l'industrie pour le calcul du flambement des structures par des modèles d'éléments finis globaux (acronyme anglais : GFEM). Dans les cas des modèles analytiques, à la manière de (Hoff & Mautner, 1945), un simple coefficient d'abattement pourrait être appliqué pour palier le conservatisme des modèles. Cependant, la valeur du coefficient devrait être obtenue au prix d'un nombre important d'essais de caractérisation au flambement local et serait dépendante des configurations du sandwich. Aussi, les hypothèses utilisées par les modèles doivent être soigneusement vérifiées afin que le cadre théorique ne s'écarte pas trop du cadre réel. En résumé, seule une approche non-linéaire de résistance nécessitant une modélisation éléments finis coûteuse peut converger précisément avec l'instabilité locale dans les structures sandwichs. Cependant, l'approche linéaire de stabilité avec des modélisations analytiques, ou numérique démontre de bonnes corrélations avec les essais, et cela, aux différentes échelles étudiées (coupon et plaque). Néanmoins, ces modèles resteront par définition toujours optimistes par rapport à la réalité et une approche de sécurité doit y être appliquée.

Perspectives

Ces travaux constituent une contribution au développement d'une méthodologie de calcul et de design au flambement local dans les structures sandwichs appliquée à l'aviation légère.

Bien que massivement utilisée dans les structures sandwichs en aviation légère, l'âme en nid d'abeille a été peu étudiée dans cette recherche et notamment dans le dialogue essais/calcul. Une campagne d'essais coupon a déjà été réalisée dans le cadre de cette thèse (voir Annexe B), cependant le dialogue essais/calcul n'est pour le moment pas abouti. Cela, par un manque de formulations analytiques présentent dans la littérature, modélisant l'orthotropie dans l'âme. Le modèle analytique récent de (Pozorski et al., 2021) pourrait être une solution, néanmoins la facilité d'utilisation du modèle, critère important dans le cadre de la conception industrielle reste à démontrer.

Le banc multiaxial VERTEX ainsi que le design asymétrique des éprouvettes plaques sandwichs a démontré notre capacité à observer efficacement le phénomène de wrinkling. L'intérêt d'une telle échelle dite « technologique » est d'ajouter des éléments technologiques afin d'étudier leur influence, et cela, sous chargement complexe. Cet aspect devrait être poussé avec des essais en sollicitations combinés avec des designs d'éprouvettes incluant des solutions technologiques présentes dans les structures sandwichs en aviation légère. Par exemples : les lâchés de plis dans les peaux, une évolution de l'épaisseur de l'âme, un renfort local de l'âme pour l'introduction d'inserts, etc. Ces éléments locaux exercent une influence mécanique sur la structure sandwich. De tels essais renseigneront sur l'évolution de la charge au flambement ainsi que sur la pertinence des modèles.

Enfin, en suivant le principe de la « pyramide des essais », l'échelle structure devra être la validation finale de la méthode. Les campagnes d'essais réalisées dans le cadre de cette thèse ont permis l'identification de couples peaux/âme optimum afin d'éviter le phénomène de flambement local. Cela permettra de sécuriser la conception d'un démonstrateur qui sera testé au sein d'Elixir Aircraft.

Annexe A : Benchmark MEF et Formulations analytiques dans un cadre isotrope

Cette annexe propose la comparaison de 4 modèles analytiques (Hoff & Mautner, 1945), (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013) avec un modèle éléments finis de référence. Contrairement au benchmark proposé chapitre III, la comparaison porte dans un cadre conforme aux hypothèses des modèles analytiques (matériaux homogènes et isotropes)

Dans ce benchmark, Le modèles éléments finis 3D de référence « générique » (Figure 127) reprend les hypothèses communes aux 4 modèles étudiés :

- Peaux → matériau homogène
- Âme → fondations élastique isotrope
- Coefficient de poisson nulle afin de respecter l'hypothèse de contrainte plane dans un cadre 3D

Nombre d'éléments dans la longueur: 157

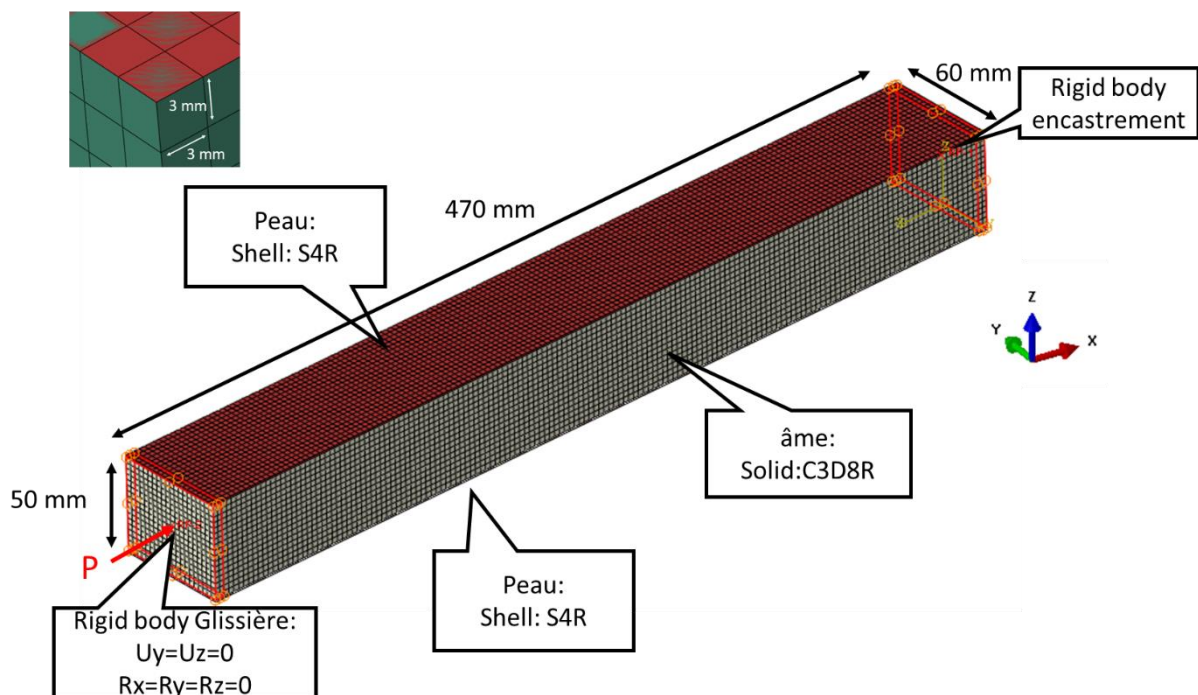


Figure 127: Définition du modèle "générique"

Table 9 : entrées matériaux

	E1 (Mpa)	E2 (Mpa)	G12 (Mpa)	G13 (Mpa)	G23 (Mpa)	Nu12
Peau	70000	3000	3000	3000	3000	0
	Ec (Mpa)	Gc (Mpa)	nu			
Ame	100	50	0			

Le calcul de flambement par perturbation linéaire (prédiction des valeurs propres) est utilisé pour définir la charge de flambement de référence. Les résultats sont exprimés dans des graphiques exprimant l'effort critique au flambement en fonction du ratio épaisseur peau sur épaisseur âme (t_s/t_c).

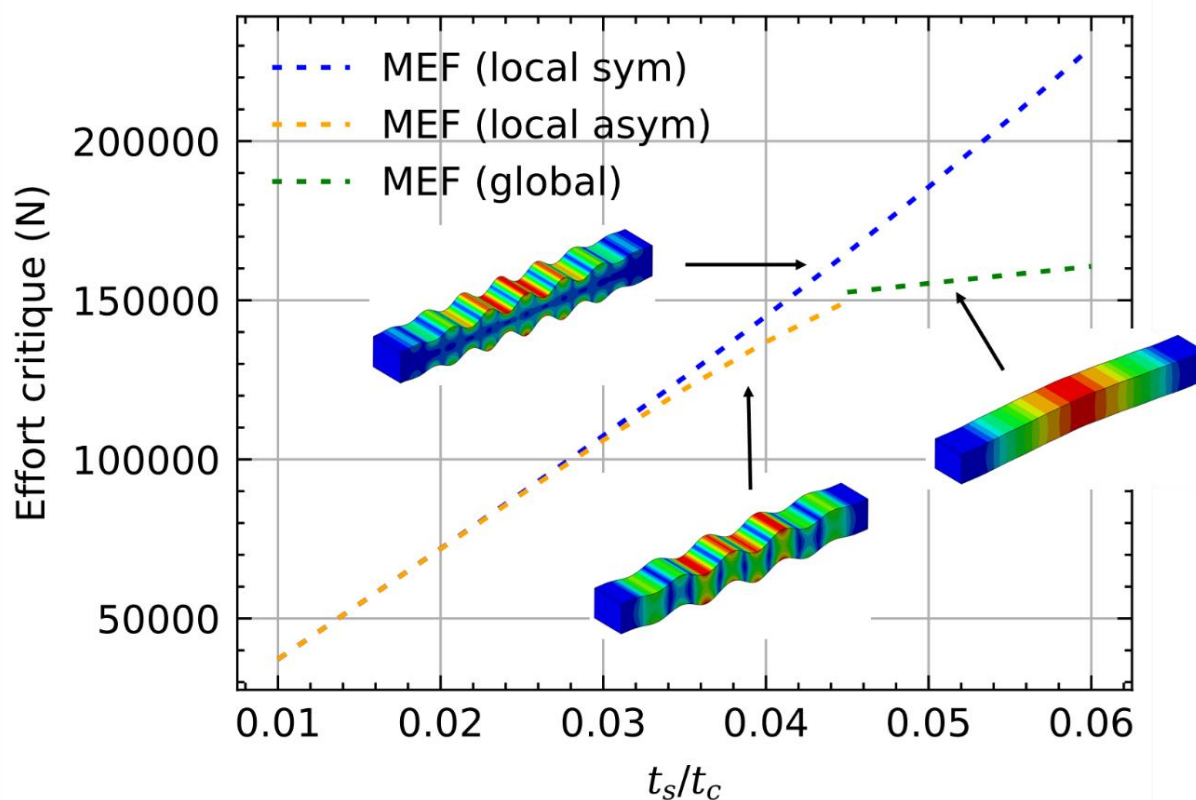


Figure 128 : charges critique en fonction de pour le modèle éléments finis.

Conformément aux remarques de (Niu & Talreja, 1999), (Léotoing et al., 2002b) et (Douville & Le Grogneq, 2013) l'instabilité locale dominante dans les sandwichs à âme isotrope est le mode asymétrique qui devient global lorsque le ratio t_s/t_c devient plus important. Lorsque les peaux sont fines relativement à celle de l'âme les mode asymétrique et symétrique sont très proches (Figure 128).

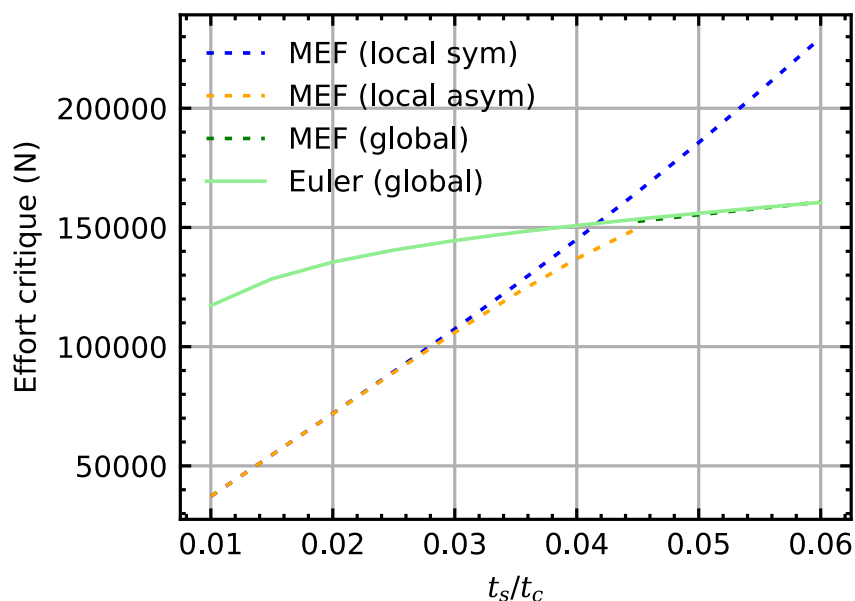
Comparaison avec le modèle analytique global :

Figure 129 : charge critique du modèle de flambement global (charge critique d'Euler).

Le modèle de flambement global avec prise en compte du cisaillement transverse (voir état de l'art section I.2.3) corrèle très bien avec le modèle numérique.

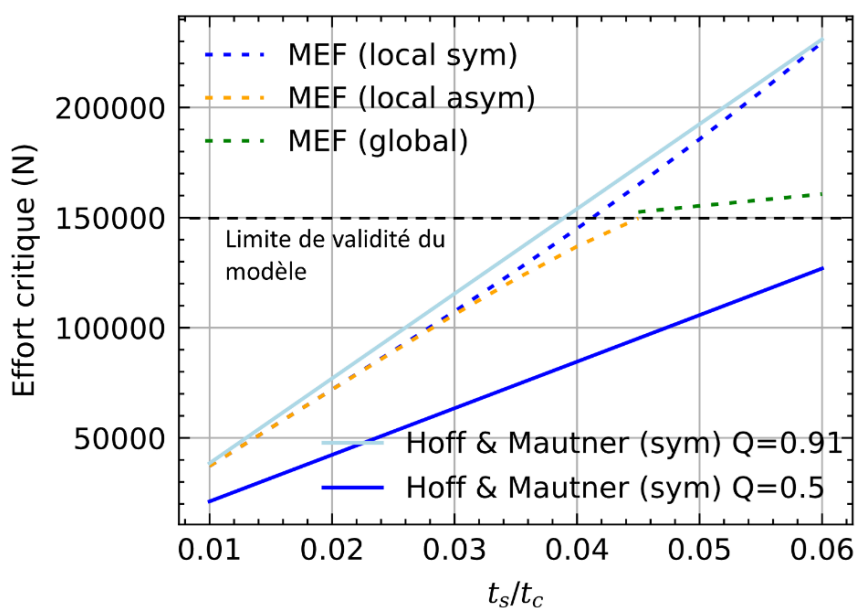
Comparaison avec le modèle de (Hoff & Mautner, 1945) :

Figure 130 : charge critique du modèle flambement de (Hoff & Mautner, 1945).

Le modèle de flambement local symétrique de Hoff et Mautner avec le facteur théorique $Q = 0.91$ est globalement trop optimiste. Par contre la formulation devient nettement optimiste avec le facteur « pratique » de $Q = 0.5$. On remarque que la limite de validité du modèle lorsque le mode de flambement global de la poutre devient prépondérant. En effet, lorsque le ratio t_s/t_c devient plus important et que l'interaction entre les peaux ne justifie plus les hypothèses du modèle (voir état de l'art section I.2.4.2.3).

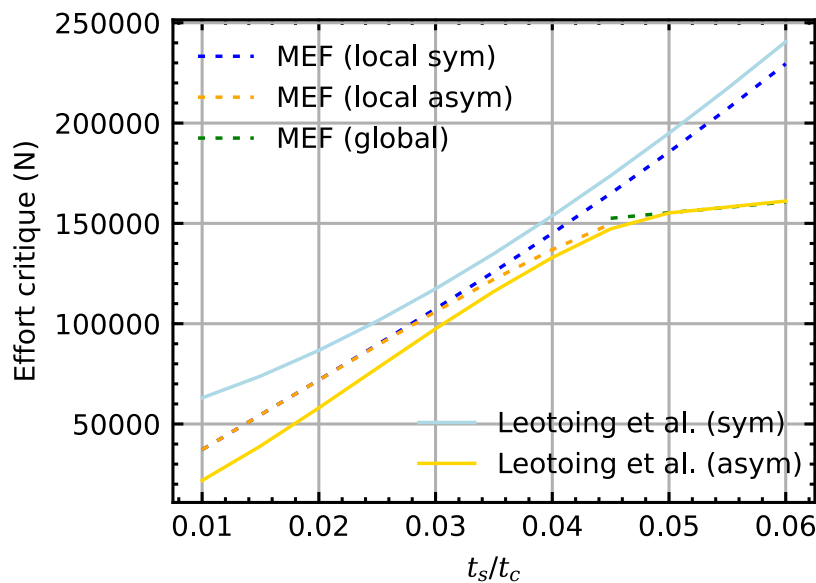
Comparaison avec le modèle de (Léotoing et al., 2002b) :

Figure 131 : charge critique du modèle flambement de (Léotoing et al., 2002b).

Le mode symétrique est pessimiste alors que le mode asymétrique est conservatif par rapport au calcul numérique. Cela devient plus important lorsque le ratio t_s/t_c diminue, et que les demi-longueurs d'onde sont courtes. L'auteur explique cet écart par une distribution trop simpliste de la contrainte de cisaillement transverse dans l'épaisseur de l'âme du sandwich. Néanmoins, lorsque la formulation asymétrique développe un mode global, cela corrèle parfaitement avec le calcul numérique.

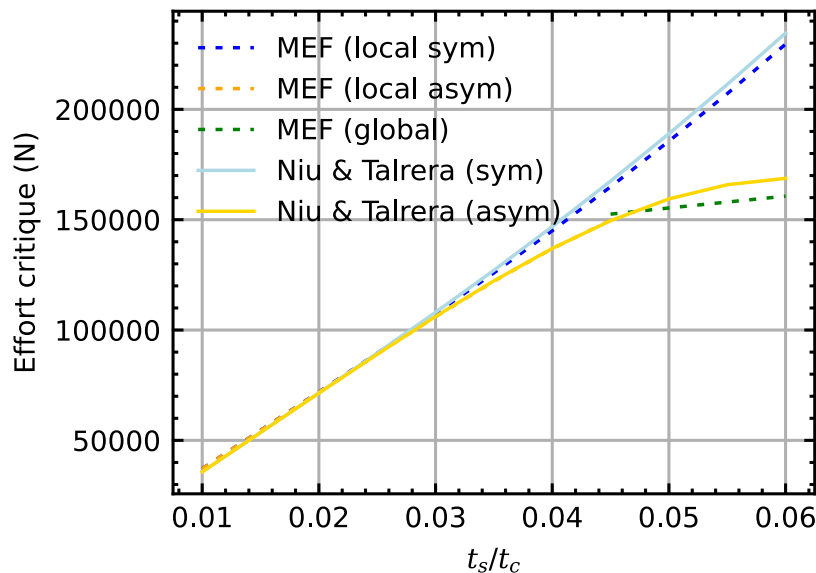
Comparaison avec le modèle de (Niu & Talreja, 1999) :

Figure 132 : charge critique du modèle flambement de (Niu & Talreja, 1999).

Une très bonne corrélation avec le calcul numérique est observée pour les modes symétrique et asymétrique. Cependant, la modélisation du mode global n'est pas pertinente. Dans ce cadre, le modèle analytique exprime un mode type « shear crimping » (voir état de l'art section I.2.5.2.1) ce qui n'est pas observé par le calcul numérique.

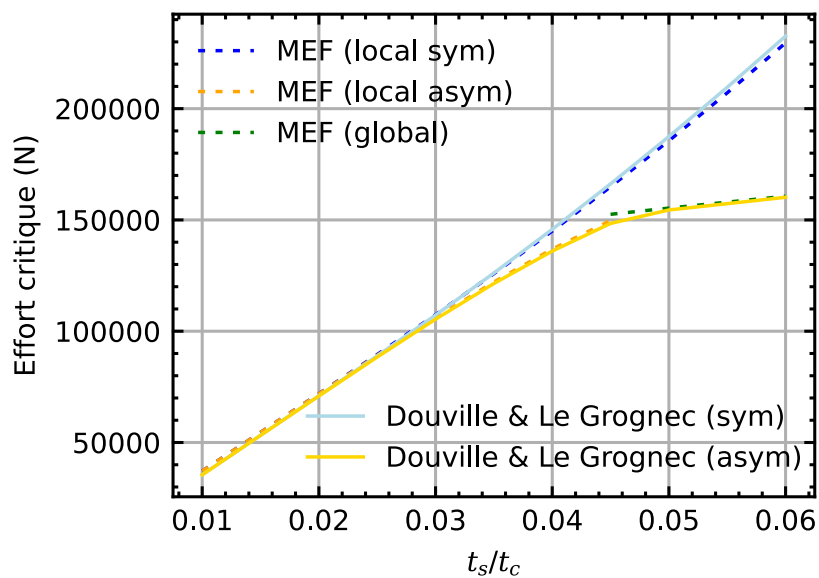
Comparaison avec le modèle de (Douville & Le Grogneq, 2013) :

Figure 133 : charge critique du modèle flambement de (Douville & Le Grogneq, 2013).

La corrélation avec le calcul numérique est excellente à tout point de vue, symétrique ; asymétrique ; local ; global.

Annexe B : caractérisation expérimentale sur coupons sandwichs avec âme en nid d'abeille

Cette annexe est le résumé d'une campagne d'essais réalisé sur des coupons sandwich avec âme en nid d'abeille, avec l'utilisation d'une âme plus dense au niveau des talons pour éviter le biais causé par ceux-ci. L'analyse de cette campagne n'est pas présente dans le manuscrit de thèse, car elle n'est pas totalement aboutie, notamment sur le dialogue essais/calcul. Néanmoins, nous avons décidé de présenter les résultats pour une utilisation ultérieure.

Introduction

Pendant la campagne sur coupons sandwichs avec âme en mousse PMI (voir chapitre IV), nous avons observé que les conditions aux limites en bord de talons créent des déformations locales hors plan, induisent une contrainte importante et déclenchent la rupture/plastification du matériau d'âme. Ainsi, le flambement local ne serait pas le scénario de rupture, mais aurait été la conséquence d'un phénomène d'endommagement de l'âme. Une nouvelle campagne d'essai en compression longitudinale sur coupons sandwichs s'est donc justifiée afin d'éviter ce biais. Dans cette campagne, le nid d'abeille NOMEX® de 29 kg/m³ comme matériaux d'âme a été utilisé. Afin d'éviter l'endommagement de l'âme en bord de talons, la solution de l'utilisation d'une âme plus dense dans cette zone est retenue (Figure 134). La solution fût déjà utilisé par (Kassapoglou et al., 1995). Ainsi la zone « d'intérêt » c.a.d, là où l'on souhaite observer le phénomène de Wrinkling est localisée au centre de l'éprouvette, loin des talons.

Protocole d'essai

Matériaux et Géométrie

La forme des éprouvettes choisie pour les essais est représentée sur la (Figure 134). Il s'agit d'une poutre sandwich, formée au centre d'une âme en nid d'abeille NOMEX® de 29 kg/m³ d'épaisseur 12,7 mm et aux extrémités en mousse PMI de densité importante, recouverte de peaux stratifiées composites carbone/époxy pré-imprégnées. La séquence de drapage sont spécifiées (Table 10).

Table 10 : configurations des éprouvettes sandwich.

Configuration	N29_D4-1	N29_D1	N29_D5
Drapage	Tissu +/-45°		
	UD 0°	Tissu +/-45°	Tissu 0°/90°
	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°	Tissu 0°/90°
	Nid d'abeille	Nid d'abeille	Nid d'abeille
	Symétrie	Symétrie	Symétrie

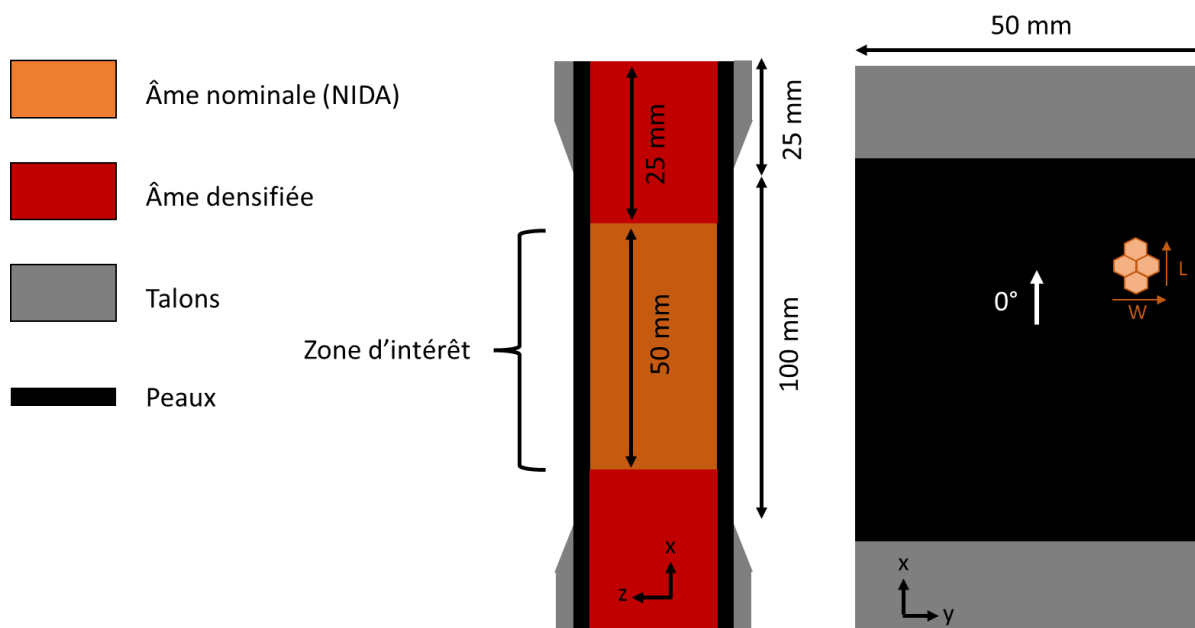


Figure 134 : schéma des éprouvettes NIDA testée en compression longitudinale.

Configuration d'essai

La configuration d'essai et la fabrication des éprouvettes est similaire à celle présentée chapitre IV.

- Machine traction/compression conventionnelle avec un outillage dédié
- Instrumentation par corrélation d'image et caméra rapide.

Résultats et analyses

Données brutes, efforts maximums

Table 11 : efforts maximums.

Eprouvette	01	02	03	04	Moyenne	Ecart-type relatif
Configuration	F51_D4-1					
Effort maxi (N)	11020	11757			11389	4,6 %
Contrainte maxi (Mpa)	181	193			187	
Configuration	F51_D1					
Effort maxi (N)	6287	8020	7108	7342	7189	9,9 %
Contrainte maxi (Mpa)	140	179	159	164	160	
Configuration	F51_D5					
Effort maxi (N)	9054	10567	9712	8381	9428	9,9 %
Contrainte maxi (Mpa)	202	236	217	187	210	

L'écart-type relatif inférieur à 10 % sur des lots de quatre éprouvettes pour la totalité des configurations, démontre une répétabilité correcte pour des essais de compression.

Déroulement des essais

Le déroulement des essais se divise en quatre parties (Figure 135) :

1. Partie non-linéaire de mise en contact, les défauts géométriques sont rattrapés pour que l'outillage appuie pleinement sur les surfaces de contacts. Par rapport aux éprouvettes avec mousse PMI, la non-linéarité en étape 1 est pratiquement nulle.
2. Partie linéaire correspondant à la rigidité en compression du sandwich, pratiquement égale à la rigidité des peaux.
3. Partie non-linéaire correspondant à l'apparition d'une onde de flambement. L'effort maximum est atteint puis suivi d'une diminution de l'effort (pilotage en déplacement) plus ou moins brève avant la rupture.
4. Rupture.

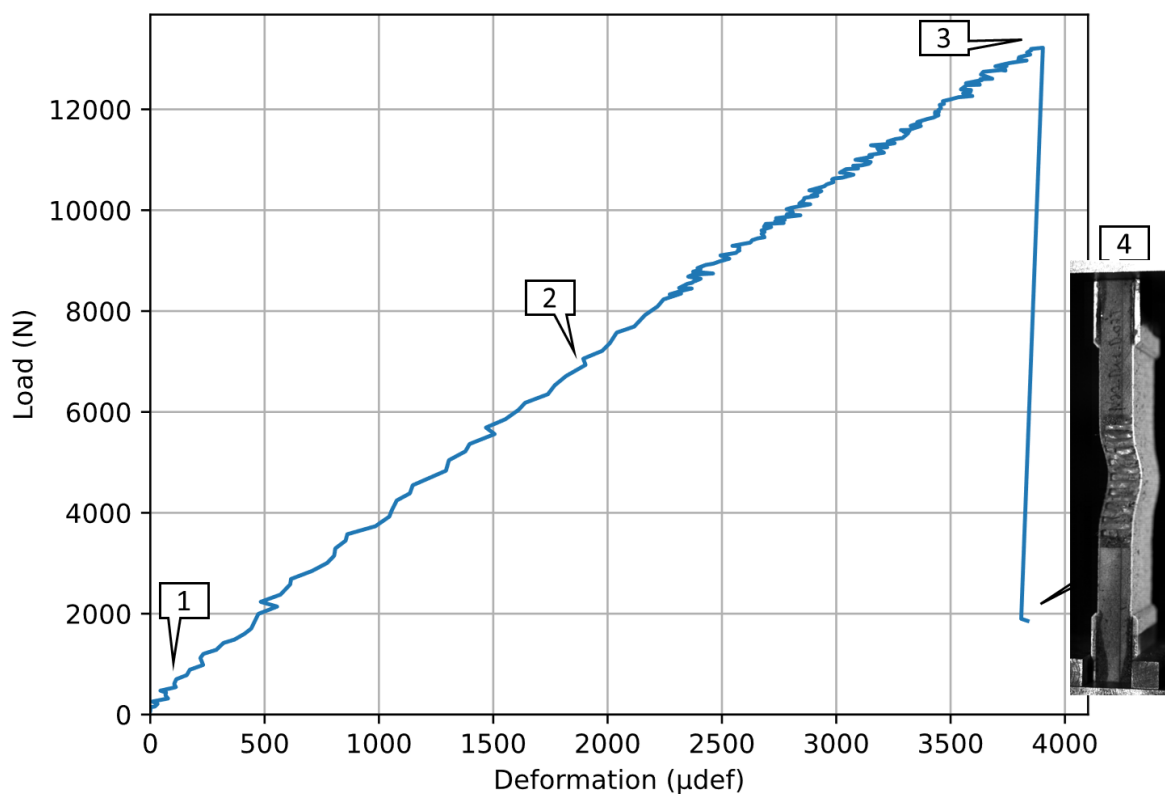


Figure 135 : courbe effort/déformation pour l'éprouvette N29_D2_02.

Faciès de rupture

Ce paragraphe traite du déroulement de la rupture à l'aide des images capturées avec la caméra rapide (7000 images par seconde).

Rupture âme

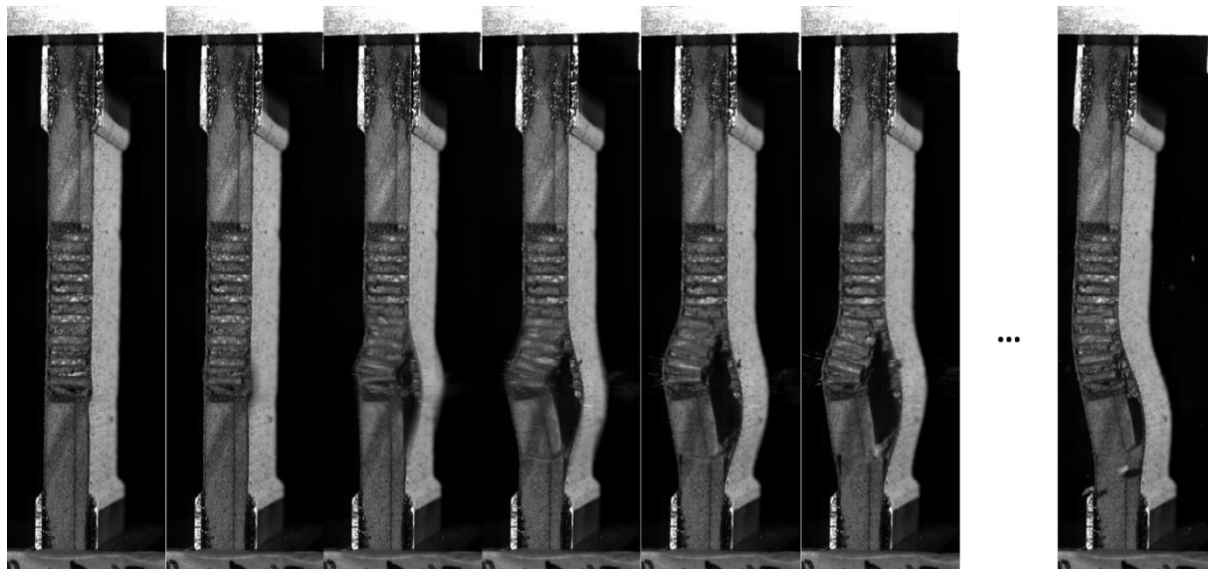


Figure 136: Faciès rupture âme

Une rupture de l'âme est observée sous la peau dans la zone de cloquage. Ce faciès a été observé seulement sur une éprouvette (N29_D1_03).

« Rupture peau »

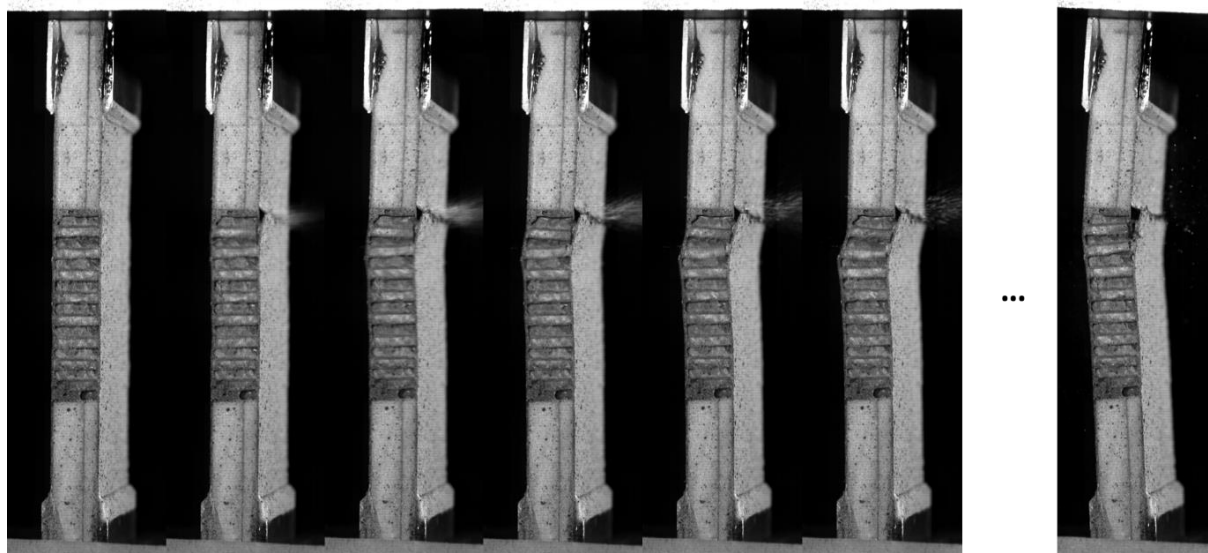


Figure 137: Faciès rupture peau

Une rupture de la peau est observée à l'interface Nida/Mousse. Ce faciès a été observé seulement sur une éprouvette (N29_D1_04). La contrainte en membrane calculé dans les peaux (calcul à partir de l'effort machine) est bien en dessous de l'admissible en compression des peaux. La rupture peaux observée serait la conséquence d'un cloquage ?

Flambement asymétrique

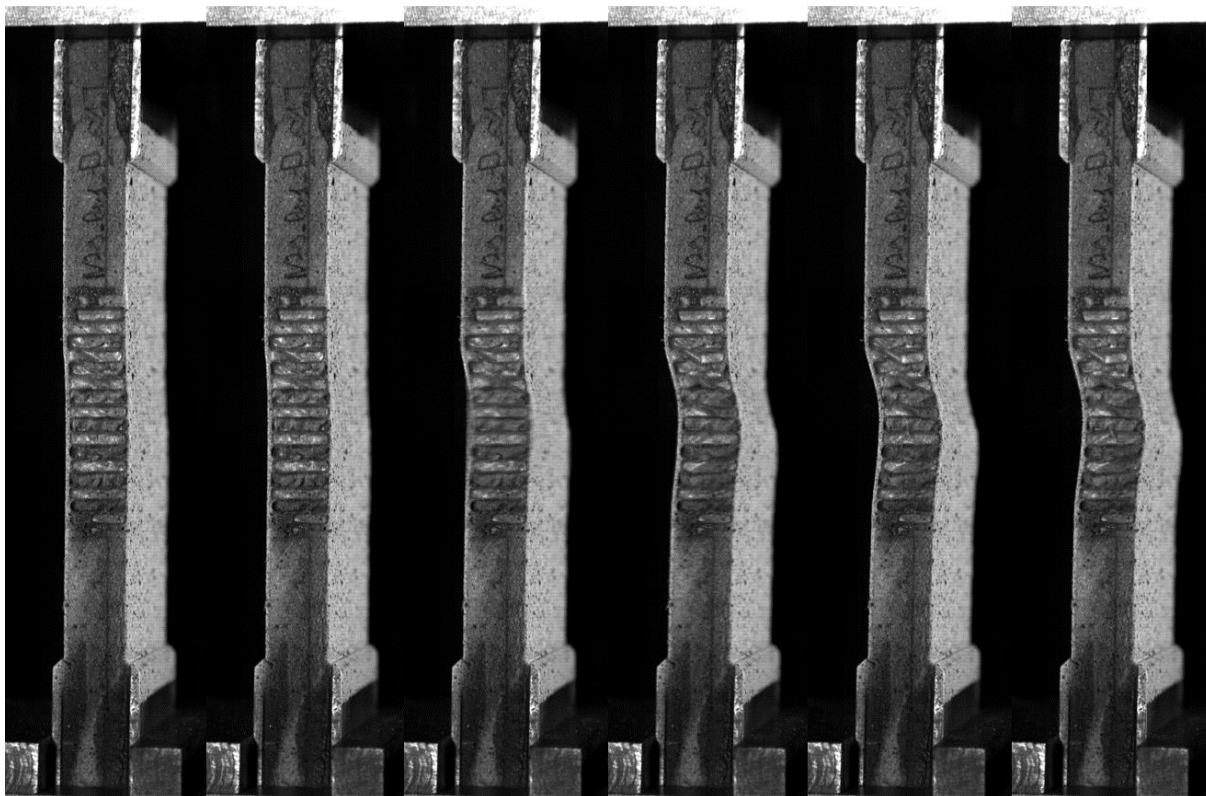


Figure 138: faciès flambement asymétrique

Rapidement, après une première cloque de flambement sur l'une des peaux, une deuxième se forme de manière asymétrique (c'est parfois simultané comme sur la figure). La rupture est alors pilotée par le cisaillement dans l'âme. Ce pourrait être assimilé à du « shear crimping ». C'est le faciès majoritaire.

Flambement symétrique

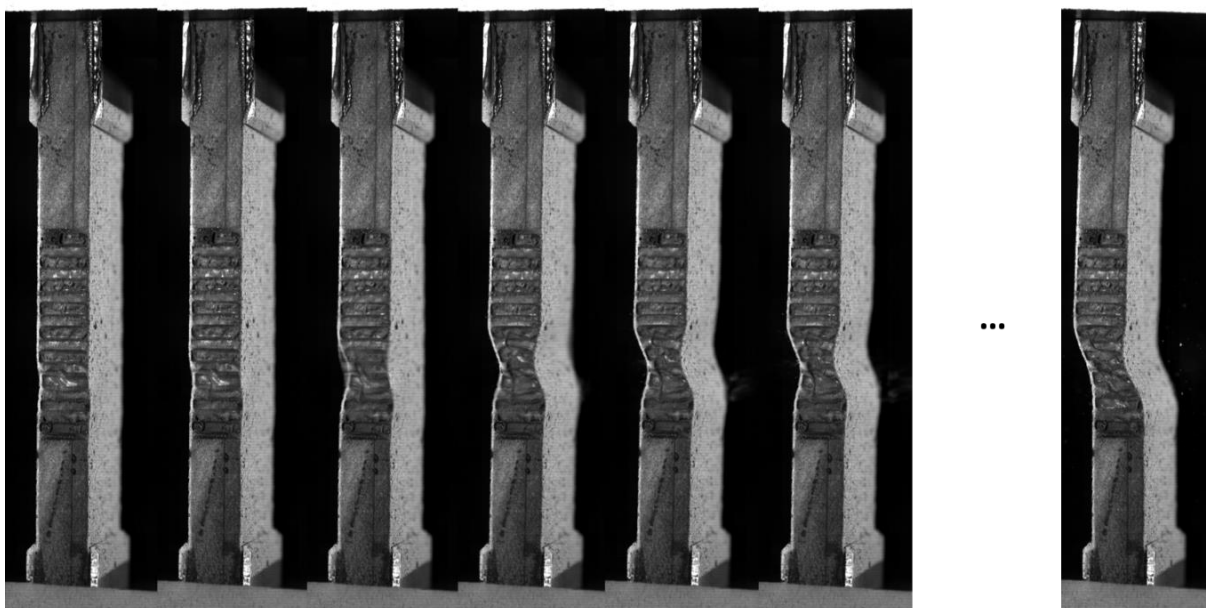


Figure 139: faciès flambement symétrique

Après une première cloque de flambement sur l'une des peaux, une deuxième se forme de manière symétrique. Ce faciès a été observé seulement sur une éprouvette (N29_D1_03). **C'est pourtant le faciès type qui était attendu pour une rupture en Wrinkling avec âme en nid d'abeille** (voir la bibliographie avec (Fagerberg & Zenkert, 2005a), (Vescovini et al., 2018)). Une modélisation par éléments finis est réalisée (Figure 140). La corrélation avec l'essai est bonne, que ce soit avec l'effort maximum et la forme de flambement symétrique (Figure 141).

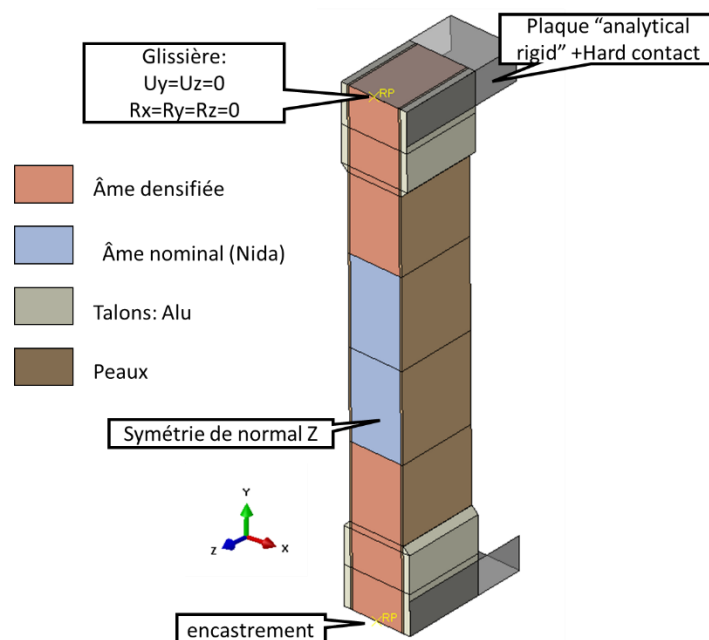


Figure 140 : modèle éléments finis conditions aux limites et matériaux.

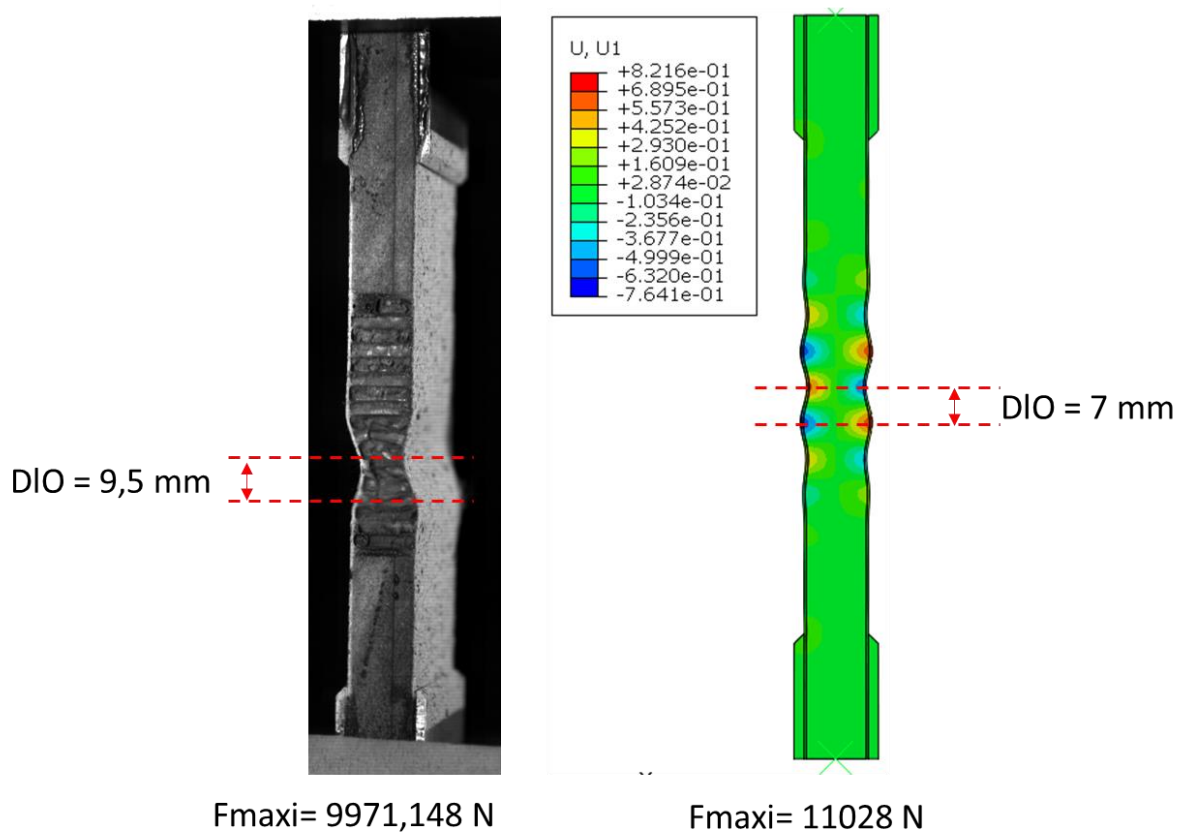


Figure 141 : dialogue essai/calcul pour l'éprouvette N29_D2_03.

La comparaison de demi-longueur d'onde (DIO) est à nuancer. La capture avec caméra rapide montre l'éprouvette à l'état post-flambé, la structure nid d'abeille est écrasée avec un effondrement important de ces caractéristiques mécanique. Ce n'est pas le cas dans le modèle éléments finis où le matériau d'âme est modélisé purement élastique.

Biais

Les biais observés dans cette campagne d'essais sont similaires à ceux observés lors de la campagne sur les éprouvettes poutres avec mousse PMI (pour les détails, voir section IV.3.4)

- Déformations non-uniformes sur la largeur de l'éprouvette
- Asymétrie de chargement des peaux
- ~~Déplacement hors plan en fin de talons~~ → biais évité par l'utilisation d'une âme plus dense dans cette zone.-La zone d'intérêt (âme en nid d'abeille) est localisée au centre de l'éprouvette.

Référence bibliographiques

- Abaqus Analysis user's Manual. (n.d.). *Abaqus Analysis user's manual*, Dassault Systemes Simulia, V6.12. chap 11.6.1 Mass scaling. <http://193.136.142.5/v6.12/books/usb/default.htm?startat=pt04ch11s06aus74.html#usb-anl-amassscaling>
- Abrate, S. (2008). Criteria for yielding or failure of cellular materials. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 10(1), 5–51. <https://doi.org/10.1177/1099636207070997>
- Aiello, M. A., & Ombres, L. (1997). Local buckling loads of sandwich panels made with laminated faces. *Composite Structures*, 38(1–4), 191–201. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(97\)00055-X](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(97)00055-X)
- Aitken, R. R. (2000). *Damage Due to Soft Body Impact on Composite Sandwich Aircraft Panels*. The University of Auckland, New Zealand.
- Allen, H. G. (1969a). *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels* (B. G. Neal, Ed.; Pergamon P).
- Allen, H. G. (1969b). Wrinkling and other forms of local instability. In B. G. Neal (Ed.), *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels* (Pergamon P). <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-012870-2.50012-2>
- Allen, H. G., & Zhengnong, F. (1997). Classification of structural sandwich panel behaviour. In A. Vautrin (Ed.), *Proceedings of EUROMECH 360 Colloquium* (pp. 1–12).
- ANR VERTEX Program. (n.d.). 30 March 2020. <https://www.institut-clement-ader.org/vertex/>
- Arbocz, J. (1982). Imperfection Data Bank, a Mean To Obtain Realistic Buckling Loads. In E. Ramm (Ed.), *Buckling of Shells* (pp. 535–567). https://doi.org/10.1007/978-3-642-49334-8_19
- ASTM C297. (2004). *Standard Test Method for Flexural Properties of Sandwich Constructions*.
- ASTM C364. (2000). *Standard Test Method for Edgewise Compressive Strength of Sandwich*.
- ASTM C365. (2011). *Standard Test Method for Flatwise Compressive Properties of Sandwich Cores*.
- Benson, A. S., & Mayers, J. (1967). General Instability and Face Wrinkling of Sandwich Plates Unified Theory and Applications. *AIAA Journal*, 5(4).
- Bergan, A., Bakuckas, J. G., Lovejoy, A., Jegley, D., Linton, K., Korkosz, G., Awerbuch, J., & Tan, T. (2011). Full-scale test and analysis results of a PRSEUS fuselage panel to assess damage containment features. *Aircraft Airworthiness and Sustainment Conference*, 1–17.
- Birman, V., & Bert, C. W. (2004). Wrinkling of composite-facing sandwich panels under biaxial loading. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 6(3), 217–237. <https://doi.org/10.1177/1099636204033643>
- Birman, V., & Kardomateas, G. A. (2018). Review of current trends in research and applications of sandwich structures. *Composites Part B: Engineering*, 142(January), 221–240. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.01.027>
- Bisagni, C. (2000). Numerical analysis and experimental correlation of composite shell buckling and post-buckling. *Composites Part B: Engineering*, 31(8), 655–667. [https://doi.org/10.1016/S1359-8368\(00\)00031-7](https://doi.org/10.1016/S1359-8368(00)00031-7)

- Bozhevolnaya, E., Thomsen, O. T., Kildegaard, A., & Skvortsov, V. (2003). Local effects across core junctions in sandwich panels. *Composites Part B: Engineering*, 34(6), 509–517. [https://doi.org/10.1016/S1359-8368\(03\)00043-X](https://doi.org/10.1016/S1359-8368(03)00043-X)
- Budiansky, B., & Fleck, N. A. (1994). Compressive kinking of fiber composites: A topical review. *Applied Mechanics Reviews*, 47(6), 246–250. <https://doi.org/10.1115/1.3124417>
- Caliri, M. F., Ferreira, A. J. M., & Tita, V. (2016). A review on plate and shell theories for laminated and sandwich structures highlighting the Finite Element Method. *Composite Structures*, 156, 63–77. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.02.036>
- Carlsson, L. A., & Kardomateas, G. A. (2011). *Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites* (G. M. L. GLADWEL, Ed.). Solid Mechanics and its Applications. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-3225-7>
- Carrera, E. (2003). Theories and Finite Elements for Multilayered Plates and Shells: A Unified Compact Formulation with Numerical Assessment and Benchmarking. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 10(3), 215–296. <https://doi.org/10.1007/BF02736224>
- Carrera, E., & Brischetto, S. (2009). A survey with numerical assessment of classical and refined theories for the analysis of sandwich plates. *Applied Mechanics Reviews*, 62(1), 1–17. <https://doi.org/10.1115/1.3013824>
- Castanié, B., Aminanda, Y., Bouvet, C., & Barrau, J. J. (2008). Core crush criterion to determine the strength of sandwich composite structures subjected to compression after impact. *Composite Structures*, 86(1–3), 243–250. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.03.032>
- Castanié, B., Barrau, J. J., & Jaouen, J. P. (2002). Theoretical and experimental analysis of asymmetric sandwich structures. *Composite Structures*, 55(3), 295–306. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(01\)00156-8](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(01)00156-8)
- Castanié, B., Barrau, J. J., Jaouen, J. P., & Rivallant, S. (2004). Combined shear/compression structural testing of asymmetric sandwich structures. *Experimental Mechanics*, 44(5), 461–472. <https://doi.org/10.1177/0014485104047607>
- Castanié, B., Bouvet, C., & Ginot, M. (2020). Review of composite sandwich structure in aeronautic applications. *Composites Part C: Open Access*, 1, 100004. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2020.100004>
- Castanié, B., Bouvet, C., & Guedra-degeorges, D. (2013). Structures en matériaux composites. *Techniques de l'ingénieur*, 33(bm5080 V2), 1–24. <https://doi.org/https://doi.org/10.51257/a-v2-bm5080>
- Choe, J., Huang, Q., Yang, J., & Hu, H. (2018). An efficient approach to investigate the post-buckling behaviors of sandwich structures. *Composite Structures*, 201, 377–388. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.06.025>
- Demasi, L. (2008). ∞^3 Hierarchy plate theories for thick and thin composite plates: The generalized unified formulation. *Composite Structures*, 84(3), 256–270. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.08.004>
- Demasi, L. (2009). Mixed plate theories based on the Generalized Unified Formulation. *Composite Structures*, 87(1), 12–22. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.07.012>

- Deshpande, V. S., & Fleck, N. A. (2000). Isotropic constitutive models for metallic foams. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(6), 1253–1283. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00082-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00082-4)
- Diamond Aircraft. (2022). *Airplane Maintenance Manual Da 50 C*.
- D’Ottavio, M. (2016). A Sublaminar Generalized Unified Formulation for the analysis of composite structures. *Composite Structures*, 142, 187–199. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.01.087>
- D’Ottavio, M., & Polit, O. (2015). Linearized global and local buckling analysis of sandwich struts with a refined quasi-3D model. *Acta Mechanica*, 226(1), 81–101. <https://doi.org/10.1007/s00707-014-1169-2>
- D’Ottavio, M., Polit, O., Ji, W., & Waas, A. M. (2016). Benchmark solutions and assessment of variable kinematics models for global and local buckling of sandwich struts. *Composite Structures*. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.01.019>
- Douville, M. A., & Le Grogneq, P. (2013). Exact analytical solutions for the local and global buckling of sandwich beam-columns under various loadings. *International Journal of Solids and Structures*, 50(16–17), 2597–2609. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2013.04.013>
- Drapier, S. (1996). *Prévision de la résistance en compression des composites à fibres longues: approche structurelle du microflambage plastique*.
- EASA - CM-S-010. (2018). *Composite Materials - The Safe Design and Use of Monocoque Sandwich Structures in Principal Structural Element Applications*.
- Elixir Aircraft. (n.d.). <https://elixir-aircraft.com/en/>
- Fagerberg, L. (2003). The effect of local bending stiffness on the wrinkling of sandwich panels. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 217(2), 111–119. <https://doi.org/https://doi.org/10.1243/147509003321921355>
- Fagerberg, L. (2004). Wrinkling and compression failure transition in sandwich panels. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 6(2), 129–144. <https://doi.org/10.1177/1099636204030475>
- Fagerberg, L., & Zenkert, D. (2005a). Effects of anisotropy and multiaxial loading on the wrinkling of sandwich panels. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 7(3), 177–194. <https://doi.org/10.1177/109963205048525>
- Fagerberg, L., & Zenkert, D. (2005b). Imperfection-induced wrinkling material failure in sandwich panels. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 7(3), 195–219. <https://doi.org/10.1177/1099636205048526>
- Featherston, C. A., Eaton, M. J., & Holford, K. M. (2012). Modelling the effects of geometric imperfections on the buckling and initial post-buckling behaviour of flat plates under compression using measured data. *Strain*, 48(3), 208–215. <https://doi.org/10.1111/j.1475-1305.2011.00813.x>
- Fink, A., & Einzmann, C. (2020). Discrete tailored asymmetric sandwich structures. *Composite Structures*, 238(1). <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.111990>
- Fualdes, C. (2006). *Damage Tolerance methodology - Airbus composite* (Issue 1).
- Gay, Daniel. (2015). *Matériaux composites* (Hermès sci).

- Gibson, L. J., & Ashby, M. F. (1997). *Cellular solids* (Issue 2). Cambridge University Press. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(89\)90056-0](https://doi.org/10.1016/0021-9290(89)90056-0)
- Ginot, M., Bouvet, C., Castanié, B., D'Ottavio, M., Serra, J., & Mahuet, N. (2023). Local buckling on large sandwich panels applied to light aviation: Experimental and computation dialogue. *International Journal of Solids and Structures*, 268, 112170. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112170>
- Ginot, M., Bouvet, C., Castanié, B., Serra, J., & Mahuet, N. (2022). Local buckling on large sandwich panels applied to light aviation: Experimental setup and failure scenarios. *Composite Structures*, 304(August 2022), 16. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116439>
- Ginot, M., D'Ottavio, M., Polit, O., Bouvet, C., & Castanié, B. (2021). Benchmark of wrinkling formulae and methods for pre-sizing of aircraft lightweight sandwich structures. *Composite Structures*, 273, 114387. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114387>
- Hadi, B. K., & Matthews, F. L. (2000). Development of Benson-Mayers theory on the wrinkling of anisotropic sandwich panels. *Composite Structures*, 49(4), 425–434. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(00\)00077-5](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(00)00077-5)
- Hoff, N. J. (1946). A short history of the development of Aircraft Structures. *American Scientist*.
- Hoff, N. J., & Mautner, S. E. (1944). Sandwich construction. *Aeronautical Engineering Review*.
- Hoff, N. J., & Mautner, S. E. (1945). The Buckling of Sandwich-Type Panels. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 12(3), 285–297. <https://doi.org/10.2514/8.11246>
- Hooper, E. H. (1989). III. Le Starship : un modèle pour les avions futurs. *Matériaux & Techniques*, 77(6), 23–25. <https://doi.org/10.1051/mattech/198977060023>
- Hunt, G. W., Silva, L. S. D., & Manzacchi, G. M. E. (1988). Interactive Buckling in Sandwich Structures. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 417(1852), 155–177. <https://doi.org/10.1098/rspa.1988.0055>
- Huo, X., Jiang, Z., Luo, Q., Li, Q., & Sun, G. (2022). Mechanical characterization and numerical modeling on the yield and fracture behaviors of polymethacrylimide (PMI) foam materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 218(December 2021). <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.107033>
- Hwang, S. F. (1998). The buckling of an orthotropic layer on a half-space. *International Journal of Mechanical Sciences*, 40(7), 711–721. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(97\)00122-7](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(97)00122-7)
- Kassapoglou, C. (2010). *Design and Analysis of Composites Structures*. Wiley.
- Kassapoglou, C. (2013). *short Column Strength of Sandwich Constructions as Affected by the Size of Cells of Honeycomb Core Materials*.
- Kassapoglou, C., Fantle, S. C., & Chou, J. C. (1995). Wrinkling of composite sandwich structures under compression. *Journal of Composites Technology and Research*, 17(4), 308–316. <https://doi.org/10.1520/ctr10451j>
- Klein, H. (n.d.). Genera about Buckling tests with thin-walled shells. *DLR-Mitt.89-13*.
- Koissin, V., Shipsha, A., & Skvortsov, V. (2010). Effect of physical nonlinearity on local buckling in sandwich beams. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 12(4), 477–494. <https://doi.org/10.1177/1099636209104521>
- Leotoing, L. (2001). *Modélisation Du Flambage Global, Local et Interactif Dans Les Structures Sandwich En Compression*.

- Léotoing, L., Drapier, S., & Vautrin, A. (2002a). First applications of a novel unified model for global and local buckling of sandwich columns. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 21(4), 683–701. [https://doi.org/10.1016/S0997-7538\(02\)01229-9](https://doi.org/10.1016/S0997-7538(02)01229-9)
- Léotoing, L., Drapier, S., & Vautrin, A. (2002b). Global , local and interactive buckling in sandwich structures. *Researchgate, April 2014*, 1–10.
- Léotoing, L., Drapier, S., & Vautrin, A. (2002c). Nonlinear interaction of geometrical and material properties in sandwich beam instabilities. *International Journal of Solids and Structures*, 39(13–14), 3717–3739. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00181-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00181-6)
- Léotoing, L., Drapier, S., & Vautrin, A. (2004). Using new closed-form solutions to set up design rules and numerical investigations for global and local buckling of sandwich beams. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 6(3), 263–289. <https://doi.org/10.1177/1099636204034632>
- Ley, R. P., Lin, W., & Mbanefo, U. (1999). Facesheet wrinkling in sandwich structures. In *NASA Contractor Reports: Vol. CR-1999-20*.
- Lo, K. H., Christensen, R. M., & Wu, E. M. (1977). A high-order theory of plate deformation: Part 1: Homogeneous plates. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 44(4), 663–668. <https://doi.org/10.1115/1.3424154>
- Merlin, Peter. W. (2009). Design and Development of the Blackbird: Challenges and Lessons Learned. *AIAA Paper N° 2009- 1922. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition 5 - 8 January 2009, Orlando, Florida*.
- Military Handbook MIL-HDBK-17. (n.d.). *Composite Construction* (Armed Forc).
- Military Handbook MIL-HDBK-23. (n.d.). *Structural Sandwich Composites*.
- NF T 54-604. (1986). *Structures sandwich à base de plastiques. Essai de compression longitudinale sans ou avec flambage*.
- Niu, K., & Talreja, R. (1999). Modeling of wrinkling in sandwich panels under compression. *Journal of Engineering Mechanics*, 125(8), 875–883. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1999\)125:8\(875\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1999)125:8(875))
- Norris, Charles. B. (1964). Short-column compressive cf strength of sandwich constructions as affected by size of cells of honeycomb core materials. *Forest Products Laboratory,- Forest Service U.S. Department of Agriculture*. <https://doi.org/10.1007/BF00731082>
- Norris, Charles. B., Ericksen, Wilhelm. S., March, H. W., Smith, C. B., & Boller, Kenneth. H. (1961). Wrinkling of the facings of sandwich constructions subjected to edgewise compression. *Forest Products Laboratory,- Forest Service U.S. Department of Agriculture*.
- Oluwabusi, O. E., & Toubia, E. A. (2019). In-Plane Shear Characterization of Composite GFRP-Foam Sandwich Panels. *Journal of Composites for Construction*, 23(5), 04019034. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0000959](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000959)
- Palomba, G., Epasto, G., & Crupi, V. (2021). Lightweight sandwich structures for marine applications: a review. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 0(0), 1–26. <https://doi.org/10.1080/15376494.2021.1941448>
- Pearce, T. R. A., & Webber, J. P. H. (1972). Buckling of Sandwich Panels with Laminated Face Plates. *Aeronautical Quarterly*, 23(2), 148–160. <https://doi.org/10.1017/S0001925900006028>

- Peters, R. W. (1948). Buckling Tests of Flat Rectangular Plates under Combined Shear and Longitudinal Compression. *NACA, Technical Note, 194(1)*, 130. [https://doi.org/10.1016/s0016-0032\(22\)90049-3](https://doi.org/10.1016/s0016-0032(22)90049-3)
- Pinho, S. (2005). *Modelling composites failure laminated of using physically-based failure models* (Issue 1). Imperial College London.
- Plantema, F. . J. (1966). Sandwich Construction: The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates and Shells. In *John Wiley and Sons* (Issue 1).
- Pozorski, Z., Pozorska, J., Kreja, I., & Smakosz, Ł. (2021). On wrinkling in sandwich panels with an orthotropic core. *Materials, 14(17)*. <https://doi.org/10.3390/ma14175043>
- Rivallant, S. (2003). *Modélisation à l'impact de pales d'hélicoptères*. Université de Toulouse.
- Rogers, C. W. (1964). Face Wrinkling as a Function of Surface Waviness. *General Dynamics Corp., ERR-FW-196*.
- Rouchon, J. (1990). Certification of large airplane composite structures, recent progress and new trends in compliance philosophy. In *17th ICAS Congress* (Vol. 1, pp. 1439–1447).
- Serra, J. (2016). *Étude expérimentale et numérique de la propagation de coupure dans des stratifiés composites soumis à des chargements complexes*. Université de Toulouse.
- Serra, J., Bouvet, C., Castanié, B., & Petiot, C. (2016). Scaling effect in notched composites: The Discrete Ply Model approach. *Composite Structures, 148*, 127–143. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.03.062>
- Serra, J., Pierré, J. E., Passieux, J. C., Périé, J. N., Bouvet, C., & Castanié, B. (2017). Validation and modeling of aeronautical composite structures subjected to combined loadings: The VERTEX project. Part 1: Experimental setup, FE-DIC instrumentation and procedures. *Composite Structures, 179*, 224–244. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.07.080>
- Serra, J., Pierré, J. E., Passieux, J. C., Périé, J. N., Bouvet, C., Castanié, B., & Petiot, C. (2017). Validation and modeling of aeronautical composite structures subjected to combined loadings: The VERTEX project. Part 2: Load envelopes for the assessment of panels with large notches. *Composite Structures, 180*, 550–567. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.08.055>
- Serra, J., Trellu, A., Bouvet, C., Rivallant, S., Castanié, B., & Ratsifandrihana, L. (2021). Combined loadings after medium velocity impact on large CFRP laminated plates: Discrete ply model simulations. *Composites Part C: Open Access, 6*. <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2021.100203>
- Smith, L. M., & Rogers, C. W. (1962). Bonded Bomber - B-58. *SAE Technical Papers, 70*, 477–486. <https://doi.org/10.4271/620545>
- Starlinger, A. (1990). *Development of Efficient Finite Shell Elements for the Analysis of Sandwich Structures under Large Deformations and Global as well as Local Instabilities*. Vienna Technical University.
- Stiftinger, M. A., & Rammerstorfer, F. G. (1997). Face layer Wrinkling in sandwich shells - Theoretical and experimental investigations. *Thin-Walled Structures, 29(1-4)*, 113–127.
- Sullins, R. T., Smith, G. W., & Spier, E. E. (1969). Manual for structural stability analysis of sandwich plates and shells. *NASA Contractor Reports, CR-1457*.

- Szstefek, P., & Olsson, R. (2008). Tensile stiffness distribution in impacted composite laminates determined by an inverse method. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39(8), 1282–1293. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2007.10.005>
- Thomsen, O. T., Rits, W., Eaton, D. C. G., & Brown, S. (1996). Ply drop-off effects in CFRP/honeycomb sandwich panels - Theory. *Composites Science and Technology*, 56(4), 407–422. [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(95\)00145-X](https://doi.org/10.1016/0266-3538(95)00145-X)
- Thomsen, O. T., Rits, W., Eaton, D. C. G., Dupont, O., & Queekers, P. (1996). Ply drop-off effects in CFRP/honeycomb sandwich panels - Experimental results. *Composites Science and Technology* 56, 56(4), 423–437. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0266-3538\(96\)00007-3](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0266-3538(96)00007-3)
- Trellu, A., Pichon, G., Bouvet, C., Rivallant, S., Castanié, B., Serra, J., & Ratsifandrihana, L. (2020). Combined loadings after medium velocity impact on large CFRP laminate plates: Tests and enhanced computation/testing dialogue. *Composites Science and Technology*, 196(January), 23. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2020.108194>
- Tropis, A., Thomas, M., Bounie, J. L., & Lafon, P. (1995). Certification of the composite outer wing of the ATR72. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 209(4), 327–339. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1995_209_307_02
- Tuwair, H., Volz, J., ElGawady, M. A., Chandrashekhara, K., & Birman, V. (2016). Modeling and Analysis of GFRP Bridge Deck Panels Filled with Polyurethane Foam. *Journal of Bridge Engineering*, 21(5), 04016012. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)be.1943-5592.0000849](https://doi.org/10.1061/(asce)be.1943-5592.0000849)
- Vescovini, R., D’Ottavio, M., Dozio, L., & Polit, O. (2018). Buckling and wrinkling of anisotropic sandwich plates. *International Journal of Engineering Science*, 130, 136–156. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.05.010>
- VIC-3D Correlated Solutions. (n.d.). *VIC-3D Software Manual*.
- Vlasov, V. Z., & Leont’ev, N. N. (1966). Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations. *Translated from Russian for NASA*.
- Vonach, W. K., & Rammerstorfer, F. G. (2000). Wrinkling of thick orthotropic sandwich plates under general loading conditions. *Archive of Applied Mechanics*, 70(5), 338–348. <https://doi.org/10.1007/s004199900065>
- Wadsworth, D. J., Horrigan, D. P. W., Moltschaniwskyj, G., & Collins, I. (2009). Facesheet wrinkling of damaged honeycomb sandwich structures. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 11(2–3), 105–131. <https://doi.org/10.1177/1099636209103555>
- Wagner, H. N. R., Hühne, C., & Elishakoff, I. (2020). Probabilistic and deterministic lower-bound design benchmarks for cylindrical shells under axial compression. *Thin-Walled Structures*, 146(August 2019), 106451. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106451>
- Walker, T. H., Minguet, P. J., Flynn, B. W., Carbery, D. J., Swanson, G. D., & Ilcewicz, L. B. (1997). Advanced Technology Composite Fuselage - Structural Performance. In *NASA Contractor Report*.
- Wang, J., Wang, H., Chen, X., & Yu, Y. (2010). Experimental and numerical study of the elastic properties of PMI foams. *Journal of Materials Science*, 45(10), 2688–2695. <https://doi.org/10.1007/s10853-010-4250-9>
- Williams, D., Leggett, D. M. A., & Hopkins, H. G. (1941). Flat sandwich panels under compressive end loads. *HM Stationery Office*.

- Xin, R., Le, V. T., & Goo, N. S. (2022). Buckling identification in composite cylindrical shells with measured imperfections using a Multi-DIC method and finite element analysis. *Thin-Walled Structures*, 177(May), 109436. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109436>
- Yang, Q. D., Cox, B. N., Fang, X. J., & Zhou, Z. Q. (2011). Virtual testing for advanced aerospace composites: Advances and future needs. *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 133(1), 1–6. <https://doi.org/10.1115/1.4002637>
- Yu, K., Hu, H., Chen, S., Belouettar, S., & Potier-Ferry, M. (2013). Multi-scale techniques to analyze instabilities in sandwich structures. *Composite Structures*, 96, 751–762. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.10.007>
- Yu, K., Hu, H., Tang, H., Giunta, G., Potier-Ferry, M., & Belouettar, S. (2015). A novel two-dimensional finite element to study the instability phenomena of sandwich plates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 283, 1117–1137. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2014.08.006>
- Yusuff, S. (1960). Face Wrinkling and Core Strength in Sandwich Construction. *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, 64(591), 164–167. <https://doi.org/10.1017/S036839310007231X>
- Zalewski, B. F., Dial, W. B., & Bednarczyk, B. A. (2012). Methods for Assessing Honeycomb Sandwich Panel Wrinkling Failures October 2012. *NASA Technical Memorandum*.
- Zenkert, D. (1997). *The handbook of the sandwich construction* (D. Zenkert, Ed.). Engineering Materials Advisory Services.
- Zhang, S., Dulieu-Barton, J. M., & Thomsen, O. T. (2015). The effect of temperature on the failure modes of polymer foam cored sandwich structures. *Composite Structures*, 121, 104–113. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.10.032>