



**HAL**  
open science

# Processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles

Jean-Louis Tailhan

► **To cite this version:**

Jean-Louis Tailhan. Processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paris-Est, 2024. tel-04709943

**HAL Id: tel-04709943**

**<https://hal.science/tel-04709943v1>**

Submitted on 26 Sep 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mémoire d'habilitation à diriger des recherches

# Processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles

Vers une stratégie générique de modélisation numérique probabiliste, appliquée aux  
structures en béton et aux tissus osseux humains

Jean-Louis TAILHAN

## **Mémoire soutenu le 17 Juin 2024 devant un jury composé de :**

### **S. Laporte**

Professeur, Institut de Biomécanique Humaine Georges Charpak - Arts et Métiers, Paris, Président.

### **M. Pithioux**

Directrice de Recherche, Institut des Sciences du Mouvement, Marseille, Rapporteur.

### **A. Sellier**

Professeur, Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions, INSA, Toulouse, Rapporteur.

### **F. Meftah**

Professeur, Laboratoire Génie Civil et Génie Mécanique, INSA, Rennes, Rapporteur.

### **B. Nedjar**

Professeur, Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry, Université d'Evry Paris-Saclay, Examineur.

### **E. de MR Fairbairn**

Professeur, Laboratory of Structures and Materials Professor Lobo Carneiro, UFRJ, Rio de Janeiro, Examineur.

### **P.-J. Arnoux**

Directeur de Recherche, Laboratoire de Biomécanique Appliquée, Université Gustave Eiffel, Marseille, Examineur.

### **P. Rossi**

Professeur, Laboratory of Structures and Materials Professor Lobo Carneiro, UFRJ, Rio de Janeiro, Examineur.

*A mon épouse, à mon fils, à ma famille,  
mes vrais soutiens  
à jamais.*

« Ce qui compte ce n'est pas tant  
l'objectif que le mouvement pour  
l'atteindre. »

---

*(Jacques Weber, acteur, interview,  
2022.)*

## Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à remercier chaleureusement tous les éminents membres de mon jury d'habilitation à diriger des recherches :

Martine Pithioux, Alain Sellier, Fekri Meftah, Sébastien Laporte, Eduardo Fairbairn, Boumediene Nedjar, Pierre-Jean Arnoux et Pierre Rossi.

Merci à eux d'avoir pris le temps de rapporter et d'examiner ce travail.

Mon parcours ne serait rien sans les rencontres que j'ai pu faire. Il y en a eu de bonnes, certainement, et nombreuses aussi. De moins marquantes, peut-être. Et puis il y a eu les inoubliables...

Je pense en premier lieu à Pierre Rossi. Je lui reconnais, sans aucun doute, la plus grande influence sur l'orientation de ces travaux. Il m'a poussé à les initier et m'a fait confiance. Je garde en mémoire les longs échanges et les discussions scientifiques parfois vives que nous avons eues. Sans être toujours d'accord, d'ailleurs, nous avons pourtant progressé dans la même direction. Je conserve surtout de lui l'idée que la recherche a besoin d'esprits libres, qui ne s'arrêtent pas aux écoles de pensée, mais poussent à voir plus loin et différemment, quitte à parfois remettre en question les dogmes. Merci Pierre pour ces leçons apprises de toi.

Il m'a également fait connaître ses collègues et amis de « l'étranger », qui sont alors devenus les miens. Bruno Massicotte, professeur à l'École Polytechnique de Montréal, Eduardo Fairbairn et Fernando Ribeiro, professeurs à l'Université de Rio de Janeiro, avec qui j'apprécie infiniment de collaborer. Ils ont cru en nos travaux, ils nous ont soutenus. Ils m'ont aussi montré, au cours de mes différents séjours au Québec ou à Rio, ce que devrait être une équipe de recherche : un groupe où joie de vivre, joie d'apprendre, dur labeur et amitié savent cohabiter intelligemment. Merci à eux.

Je pense aussi à Claude Boulay, et Fabrice le Maou à qui je dois tant sur le plan expérimental. Leur professionnalisme, leur inventivité et leur savoir-faire sont encore pour moi sources d'inspiration. Je les remercie infiniment et les assure de toute mon amitié.

Je remercie aussi très amicalement Jean-Claude Renaud du laboratoire EMGCU qui a aussi beaucoup œuvré expérimentalement, et sans qui les essais de mesures de pression dans les fissures n'auraient pas pu être faits. Merci pour sa patience, ses idées, ses solutions et son investissement. J'en fait de même pour Giuseppe Rastiello, du CEA, avec qui je développe cette thématique et dont j'apprécie, depuis de nombreuses années, la grande rigueur scientifique.

Et puis, je remercie également Pierre-Jean Arnoux, rencontré il y a quelques années au détour d'une fusion d'établissement. Il m'a ouvert les portes du Laboratoire de Biomécanique Appliquée, hébergé au quotidien à Marseille et très rapidement assimilé aux membres du laboratoire. Grâce à cela est née une petite équipe autour du sujet : Yves Godio-Raboutet et Lionel Thollon, les premiers à m'avoir fait confiance au LBA, rejoints ensuite par Théophile Kurtz qui a tant donné pour faire avancer nos projets en Biomécanique. J'apprécie tant notre petite équipe « FOs » faite de rires et de sérieux ! Merci à vous !

Enfin je remercie Lucie, Audrey, Virginie, Max,... bref toute l'équipe du LBA, chercheurs, médecins, ingénieurs, techniciens et étudiants, pour ces journées passées en leur compagnie et toutes les discussions intéressantes que nous pouvons avoir.

# Résumé

Ce document définit le contexte global de mes travaux de recherche sur une approche particulière de la modélisation des processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles. La particularité de l'approche réside aussi bien dans la stratégie *probabiliste* de modélisation proposée que dans les domaines d'application visés, le Génie Civil et la Biomécanique. Traiter des problématiques de deux domaines si différents, nécessite en contrepartie et assez logiquement de développer un cadre scientifique générique. Ce cadre ne m'est pas apparu tout de suite, il s'est construit au fil des ans, et le passage d'un domaine à l'autre est encore, pour certains de mes pairs, difficile à comprendre. De fait, j'ai voulu dans un premier temps recontextualiser mon parcours afin de mettre en lumière cette construction progressive du sujet scientifique. Bien évidemment, compte tenu de mon historique, de nombreuses choses ont été initiées dans un contexte pleinement « Génie Civil ». Qu'il s'agisse de la compréhension d'une physique des processus, du rôle important de l'hétérogénéité du matériau et de la façon même d'interpréter cette hétérogénéité et ses conséquences sur les propriétés ou le comportement du matériau, ou encore des choix stratégiques de modélisation, tout cela a d'abord été vu par ce prisme. Un bilan de toutes ces années passées à développer des outils pour le Génie Civil est donc dressé. Mais le recul gagné au fil des ans sur le sujet permet de généraliser les concepts, et un concours de circonstances dans ce parcours les a ouverts à la biomécanique. De fait, le document décrit aussi comment est envisagée cette adaptation. Les premiers développements y sont relatés. Enfin, il me permet également de tenter de définir une projection de ces activités et envisager comment elles pourront s'organiser ou s'articuler dans les années à venir.

# Abstract

This document defines the overall context of my research work on a particular approach to modeling cracking processes in quasi-brittle heterogeneous materials. The particularity of the approach lies both in the *probabilistic* modeling strategy proposed and in the areas of application targeted, namely Civil Engineering and Biomechanics. Dealing with problems in two different fields logically requires the development of a generic scientific framework. This framework did not appear to me straight away; it has been built up over the years, and the transition from one field to the other is still, for some of my peers, challenging to understand. I wanted to begin by recontextualizing my career to highlight this gradual construction of the scientific subject. Given my background, many things were initiated entirely in the 'Civil Engineering' context. Whether it was the understanding of physical processes, the critical role of material heterogeneity and the way of interpreting this heterogeneity and its consequences on the properties or behavior of the material, or strategic modeling choices, all this was initially seen through this prism. A review of all the years spent developing tools for Civil Engineering has therefore been made. However, the hindsight I have gained over the years on the subject allows to generalize the concepts, and a combination of circumstances along the way has opened them up to biomechanics. In fact, the document also describes how this adaptation is envisaged. The first developments are described. Finally, it also allows me to define a projection of these activities and figure out how they might be organized or articulated in the coming years.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	Les éléments d'un parcours . . . . .	9
1.2	Une thématique centrale . . . . .	12
1.3	Une philosophie de modélisation . . . . .	14
1.4	Vers une stratégie générique de modélisation . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Processus de fissuration et modélisation : le cas du béton</b>	<b>17</b>
2.1	Physique des processus . . . . .	17
2.1.1	Préambule . . . . .	17
2.1.2	Composants et structuration du matériau . . . . .	17
2.1.3	Processus de fissuration . . . . .	19
2.1.3.1	Dans un volume de matière soumis à de la traction directe . . . . .	19
2.1.3.2	Lors de la propagation d'une macrofissure . . . . .	20
2.1.3.3	Dans un volume de matière soumis à une compression . . . . .	22
2.1.3.4	Dans le cas du fluage . . . . .	22
2.2	Hétérogénéité et propriétés mécaniques : quelques exemples. . . . .	23
2.2.1	Effet de l'hétérogénéité sur le module d'élasticité et la résistance à la traction - L'expérience du LCPC . . . . .	23
2.2.2	Energie de fissuration d'un matériau hétérogène . . . . .	26
2.2.2.1	Eléments de mécanique linéaire de la rupture . . . . .	27
2.2.2.2	Ténacité d'un matériau hétérogène quasi-fragile . . . . .	28
2.3	La modélisation des processus de fissuration . . . . .	30
2.3.1	Eléments historiques et contexte global . . . . .	30
2.3.2	Quel bilan après 60 ans de développements numériques? . . . . .	34
2.3.3	Retour sur une philosophie de modélisation, cadre et objectifs . . . . .	35
2.3.4	L'apport d'une démarche probabiliste . . . . .	37
2.3.5	Les modèles probabilistes développés : principes et mise en oeuvre. . . . .	39
2.3.5.1	Une approche explicite de fissuration probabiliste . . . . .	39
2.3.5.2	Une approche semi-explicite de fissuration probabiliste . . . . .	43
2.3.6	Remarques conclusives . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Apports et perspectives pour la modélisation des structures en béton</b>	<b>49</b>
3.1	Du matériau à la structure . . . . .	49
3.2	Enrichissement des modèles à l'échelle du matériau : le cas des bétons de fibres . . . . .	49

3.3	La modélisation du comportement des structures . . . . .	52
3.3.1	Aspects mécaniques . . . . .	54
3.3.1.1	Comportement à la fissuration d'éléments de structure en béton armé	54
3.3.1.2	Vers la modélisation de structures de grandes tailles en béton armé : une approche multi-échelles . . . . .	58
3.3.2	Aspects numériques : vers le calcul intensif et l'optimisation du design des structures . . . . .	60
3.3.2.1	Implantation des modèles probabilistes sur une plateforme HPC . . .	61
3.3.2.2	Vers une optimisation du design des structures . . . . .	63
3.3.3	Impact de la fissuration sur les transferts . . . . .	65
3.4	Perspectives . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Application à la modélisation des tissus osseux</b>	<b>70</b>
4.1	Composants et structure de l'os . . . . .	70
4.1.1	Composants constitutifs . . . . .	70
4.1.2	Structuration . . . . .	71
4.2	Mécanismes de rupture . . . . .	74
4.3	Stratégie de modélisation . . . . .	75
4.3.1	Objectif et cadre de travail . . . . .	76
4.3.2	Choix méthodologiques . . . . .	76
4.4	Les réalisations . . . . .	78
4.4.1	Etude expérimentale de la propagation d'une fissure dans un tronçon osseux .	78
4.4.2	Détermination des modules d'élasticité et des énergies de fissuration . . . . .	81
4.4.2.1	Méthodologie de modélisation géométrique du problème . . . . .	81
4.4.2.2	Détermination de la complaisance initiale et d'un module d'Young moyen du tissu osseux . . . . .	82
4.4.2.3	Détermination de l'énergie de fissuration intrinsèque du tissu osseux	83
4.4.2.4	Analyse critique de la méthode de détermination de l'énergie de fissuration . . . . .	86
4.4.3	Histologie osseuse . . . . .	87
4.4.4	Vers la modélisation probabiliste des processus de fissuration . . . . .	89
4.5	Perspectives . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Conclusions générales</b>	<b>94</b>

# 1 Introduction

## 1.1 Les éléments d'un parcours

Ce travail est le fruit du parcours qui m'a conduit du Génie Civil à la Biomécanique. Curieusement, je me heurte souvent dans mon quotidien à l'étonnement de mes pairs qui ne comprennent pas toujours comment on peut passer de l'étude des bétons à celles des os. Il faut croire que des cloisonnements culturels existent encore dans l'univers des chercheurs.

Bien qu'atypique, ce parcours n'est pourtant pas une exception. J'ai ainsi découvert que la formation initiale en Génie Civil avait donné, dans le monde entier, de nombreux chercheurs à la Biomécanique. Je pense qu'il s'agit d'une conséquence de la nature même de notre matériau de prédilection. Mélange de composants très différents, fruit de transformations physico-chimiques complexes, passant d'un état fluide à un état solide, subissant des transferts thermiques et hydriques générant eux-même des états de déformation et de contraintes évolutifs tout au long de son existence, le béton et son étude nécessitent d'aborder simultanément une multitude de disciplines. On pourrait le dire tout autant de l'étude des structures. De fait, la formation en Génie Civil apporte peut-être cette ouverture d'esprit particulière qui peut expliquer la possibilité ou l'envie de parcourir différents domaines<sup>1</sup>.

Cet état d'esprit est parfois aussi le fruit de rencontres. Je me souviens de deux de mes professeurs, Mme M. Moranville-Regourd et M. Y. Malier, qui, il y a longtemps maintenant, lorsque j'étais étudiant en DEA insistaient sur l'indispensable interdisciplinarité de la science. La confrontation des savoir-faire, des compétences acquises dans des disciplines différentes au service de la compréhension d'une notion, comme « un croisement des regards sur un objet d'étude commun »<sup>2</sup>. Un outil de créativité aussi. Cela m'est resté en mémoire.

Je dois insister cependant sur le fait que, en ce qui me concerne, la Biomécanique n'est pas une fin en soi. Elle ne constitue pas pour moi un changement disciplinaire. La Biomécanique est dans mon parcours scientifique une ouverture thématique, une étape. Etape au cours de laquelle je cherche à exprimer un point de vue ou un éclairage peut être « un peu différent », issu de mon expérience dans un autre domaine, sur une problématique qui au fond ne m'est pas complètement inconnue, l'étude des processus de fissuration, et dans un contexte unique, celui de la mécanique des matériaux et des structures.

Mon parcours de recherche a donc démarré, dans la fin des années 90, au sein du Laboratoire

---

1. La section 60 du Conseil National des Universités, intitulée « *Mécanique, Génie mécanique et Génie Civil* », regroupe en son sein les disciplines suivantes : Mécanique fondamentale, Mécanique des Fluides, Mécanique des Solides, Génie Mécanique, Génie Civil, Acoustique, Biomécanique, Génie des Systèmes Industriels. Génie Civil et Biomécanique ne sont donc pas si étrangers l'un à l'autre.

2. D'après « *Une définition de l'interdisciplinarité* » de N. Reveyaz, IA-IPR d'histoire-géographie, interview video sur <https://www.reseau-canope.fr>.

de Mécanique et Technologie (LMT) de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan<sup>3</sup>. Mon sujet de thèse s'intitulait « Méthode d'analyse simplifiée pour la prédiction de la rupture des structures en béton »<sup>4</sup>. Ce sujet de modélisation purement numérique s'intéressait finalement assez peu à la physique des phénomènes. Il portait sur une technique d'enrichissement des fonctions d'interpolation d'une description éléments finis du champ de déplacements afin de capter, au sein d'un élément dans une bande de largeur finie, d'éventuels gradients d'endommagement. Cet enrichissement était obtenu par superposition à la description éléments finis classique, d'un champ analytique dont l'expression était issue de travaux antérieurs portant sur une analyse de localisation et de bifurcation dans un milieu non local [14, 104].

Je suis ensuite entré fin 1999 au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) dans la Division Bétons et Composites Cimentaires (BCC), dirigée par P. Rossi. J'avais été recruté en détachement, sur mon profil Génie Civil bien sûr, mais surtout sur la base de mes compétences en numérique. J'avais alors la responsabilité des activités numériques de la Division. A ce titre, j'avais la charge de récupérer un savoir-faire sur les développements réalisés par l'équipe précédente. Cette dernière étant partie, ce savoir-faire avait quasiment disparu et je devais le recouvrer. En 2005, P. Rossi me chargea de piloter une opération de recherche pluriannuelle du LCPC sur la « *Mesure de l'impact de la fissuration sur le comportement et la durabilité des structures en composites cimentaires* ». Je dois dire que ce projet a véritablement posé les bases de mon activité, même si mes compétences ont pris leurs sources bien avant. Maîtriser la durée de vie des structures, enjeu majeur dans notre domaine, nécessite de se donner les moyens d'en assurer le bon fonctionnement dans leur environnement et sur toute leur durée de vie. En terme de conception, cela impose de garantir une réponse optimale aux exigences d'un cahier des charges initial, pour des raisons de confort, de résistance, de sécurité, d'environnement, de durabilité ou d'économie. En terme de gestion, et pour des raisons liées aux contextes économiques, cela implique la possibilité de prolonger leur durée de vie. Le cahier des charges que j'avais alors rédigé, considérait la fissuration comme une problématique centrale du projet. Il ne s'agissait pas de l'étudier uniquement d'un point de vue purement mécanique, mais bien de considérer en sus ses divers impacts sur les comportements structuraux, en termes de durabilité ou de comportement à long terme. Pour des structures « durables » ou « encore plus durables » nous proposons donc d'élaborer des outils de modélisation numérique quantitatifs et prédictifs de la fissuration et de ses couplages avec les comportements différés et les phénomènes de transfert. J'avais donc organisé cette opération autour de trois axes :

- Le premier, pivot du projet, devait aboutir à la proposition d'une modélisation numérique pertinente de la fissuration. Modélisation qui devait permettre d'accéder aux caractéristiques principales d'un état de fissuration : nombre, ouvertures et espacements des fissures.
- Le second axe avait pour objectif de mettre en évidence et de comprendre le rôle de la fissuration dans les mécanismes physiques à l'origine des effets différés.
- Le troisième et dernier axe s'intéressait à la mesure du comportement au jeune âge des composites cimentaires et à celle de l'impact de la fissuration sur les propriétés de transfert.

Je reviendrai ultérieurement sur les principaux résultats de ces travaux.

Je voudrais, à ce stade, noter deux aspects chronologiques intéressants relatifs à ce projet. Le premier concerne la thématique fissuration. Le projet a été initié en 2005. Or en 2008, soit trois ans

---

3. Aujourd'hui Ecole Normale Supérieure de Paris Saclay.

4. Thèse dirigée par le Prof. G. Pijaudier-Cabot, soutenue en 1998.

après, le projet national CEOS démarrait et, en 2009, lui était adjoint le projet ANR MEFISTO. Tous deux portaient sur la maîtrise de la fissuration des structures, et nous y avons tout naturellement participé, travaillant déjà sur le sujet. CEOS et MEFISTO ont eu le très grand intérêt de montrer que la communauté française des modélisateurs en Génie Civil se remobilisait autour du thème de la caractérisation de la fissuration, thème qu'elle avait quelque peu délaissé peut-être du fait de la prééminence des modèles d'endommagement. Le second aspect chronologique est lié au Grenelle de l'environnement. Organisé fin 2007, il avait pour objectif de prendre des décisions à long terme en matière d'environnement et de développement durable. Cette période a eu l'avantage de mettre en avant la nécessité d'intégrer cette notion à nos activités. L'opération de recherche LCPC initiée en 2005 portait en elle une intuition fine : celle d'ouvrir des développements précurseurs de nos activités futures en phase avec la demande sociétale, la devançant même de peu.

C'est naturellement qu'elle fut prolongée en 2010 par une nouvelle opération de recherche intitulée « *Apports des modélisations dans la construction durable* », plus fortement liée dans ses objectifs et dans son contenu aux enjeux du développement durable. Ce nouveau projet mettait intuitivement en exergue le rôle fondamental que devraient jouer les modèles numériques dans la conception optimisée des structures, s'ils étaient véritablement utilisés. Intuition qui, en ce qui me concerne, s'est transformée en credo au fil des ans. Le cadre institutionnel d'opération de recherche n'a pas perduré dans le temps du fait des réorganisations successives et des mutations de l'établissement durant les années 2010 à 2012<sup>5</sup>. On peut le regretter, car ces opérations de recherche internes fixaient malgré tout un cadre thématique et organisationnel clair. Elles ont donc disparu, mais les thématiques sont restées et nous avons continué à les développer. Les contraintes du « *développement durable* » se sont depuis trouvées renforcées par celles de la sécurité des structures liées aux attentats (USA 2011, France 2013 etc. ...) et celles des risques climatiques liées au problème (mondial) des changements climatiques. Une fois encore, je reviendrai un peu plus tard sur la façon dont cela se décline sur mes objectifs de recherche en Génie Civil.

En 2011 est né l'IFSTTAR<sup>6</sup>, issu de la fusion de deux établissements, le LCPC et l'INRETS<sup>7</sup>. Peu avant cette fusion, des séminaires de connaissance réciproque avaient été organisés dans le but d'instaurer entre les équipes des deux établissements un échange sur leurs activités. Nous avons constaté lors d'un séminaire avec le Laboratoire de Biomécanique Appliquée (LBA) que, même si nos objets d'étude étaient par nature très différents, il nous était possible de trouver des similitudes dans nos problématiques de modélisation. Face à la complexité des structures étudiées, à celle des comportements de leurs matériaux constitutifs (composites, multiphasiques, hétérogènes, etc. ...), aux interactions entre les composants structuraux, des choix stratégiques similaires en termes de modélisation dans nos domaines respectifs s'imposent : utilisation de modèles mécaniques simples mais physiquement pertinents, méthodes de calculs intensifs robustes, etc. ... Outre ces aspects, le LBA était particulièrement intéressé par l'approche que nous développons sur la modélisation de la fissuration des composites cimentaires, du moins dans son objectif quantitatif et prédictif de caractériser les fissures. Car, en Biomécanique aussi, l'enjeu réside dans l'amélioration du caractère prédictif des modèles de fissuration pour la simulation des fractures osseuses. Les champs d'appli-

---

5. 2010, réorganisation du LCPC. 2011, création de l'IFSTTAR. 2012, déménagement à Marne la Vallée et réorganisation de l'IFSTTAR. Ces tumultes ont perduré jusqu'en 2020, date de création de l'Université Gustave Eiffel.

6. Institut Français des Sciences et Technologies des Transports de l'Aménagement et des Réseaux.

7. Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité

cation couvrent notamment l'accidentologie, l'implantologie, aussi bien en chirurgie dentaire qu'en chirurgie orthopédique, ainsi que l'économie des séniors, différents domaines à très fort impact social. C'est ainsi qu'est né le projet d'adapter notre approche à la fracture osseuse et qui m'a conduit à m'investir, en parallèle de mes activités en Génie Civil, sur cette thématique à partir de 2014.

On pourrait considérer, finalement, que je suis arrivé à la biomécanique par un concours de circonstances, à la faveur d'une dynamique de fusion. C'est effectivement un élément déclencheur, mais le contenu scientifique s'y est parfaitement prêté.

## 1.2 Une thématique centrale

L'étude de la littérature concernant le matériau *os*, sa microstructure, ses propriétés mécaniques, son comportement, ses processus de fissuration, permet de déceler diverses analogies frappantes avec le matériau *béton*. Nous reprendrons ces éléments de littérature ultérieurement. Cependant, il ne fait aucun doute que *os* et *béton* sont des matériaux *hétérogènes* et *quasi-fragiles*.

Le caractère hétérogène peut revêtir différents aspects. D'une manière générale, qu'ils soient d'origine naturelle (comme le tissu osseux [10, 15] ou le bois par exemple [80, 174]), ou fabriqués par l'homme (comme le béton [56, 143]), tous ces matériaux sont souvent des composites complexes, polyphasiques et présentant fréquemment une structure interne plus ou moins fortement multi-échelles. On peut distinguer deux sources principales d'hétérogénéité : l'une liée aux *constituants* (*hétérogénéité matérielle*), l'autre liée à la façon dont la matière s'organise (*hétérogénéité structurale*). Ces deux sources d'hétérogénéité, souvent intimement liées, ont pour conséquence de rendre variables<sup>8</sup> les propriétés locales internes au matériau (résistances, modules par exemple), propriétés définies relativement à une échelle d'observation donnée. Bien évidemment cela a des conséquences sur le comportement mécanique du matériau.

Le béton, par exemple, est un matériau essentiellement fabriqué à partir de granulats, de ciment et d'eau<sup>9</sup>. Il est donc hétérogène par nature, du fait de ses constituants de base. Une fois les réactions d'hydratation du couple ciment/eau terminées, on peut voir le béton, à une échelle macroscopique (de l'ordre de la dizaine de cm), comme un ensemble d'inclusions granulaires, de formes plus ou moins sphériques, dans une matrice de pâte de ciment durcie. Si on descend un peu dans les échelles (de l'ordre de la centaine de microns), on verra apparaître les interfaces pâte de ciment/granat et la porosité de la pâte de ciment. On pourrait descendre encore plus bas et mettre en lumière d'autres éléments<sup>10</sup>, mais en considérant seulement ces premiers niveaux, on voit déjà clairement les éléments essentiels d'une structure interne hétérogène : une matrice poreuse, des inclusions, des interfaces. Chacun d'entre eux a des propriétés particulières et différentes.

L'os est constitué de matière organique, de matière minérale et d'eau. Ce qui, à l'instar du béton, lui confère une hétérogénéité naturelle du fait de ses constituants. Les écarts de propriétés (d'un point de vue mécanique principalement) entre la matière organique et la matière minérale sont importants. Cependant, la minéralisation de la matière organique se fait à une échelle très pe-

---

8. Au sens d'une variabilité spatiale.

9. Afin de simplifier sans sacrifier pour autant la généralité du propos, nous n'évoquons pas ici des différents adjuvants possibles entrant parfois dans la formulation du matériau.

10. Si effectivement nous descendions plus bas dans les échelles d'observation, nous verrions apparaître par exemple les différents produits de l'hydratation du ciment dont les structures peuvent être très différentes (cristallines ou amorphes). Ce qui, à cette échelle, rendrait très hétérogène la pâte de ciment.

tite (quelques dizaines de nanomètres [182, 117]) et dans des proportions relativement importantes (60 à 70% en masse), ce qui la rend particulièrement diffuse dans le matériau. Le tissu osseux est avant tout un tissu lamellaire, c'est à dire constitué de couches organisées (les lamelles) de paquets de fibres organiques minéralisées. A l'échelle des lamelles déjà (soit une dizaine de microns [117]), les variations de propriétés mécaniques dans ce tissu, même si elles existent et sont statistiquement significatives [118], ne semblent pas très importantes en termes d'amplitude, si on excepte les différences liées à l'anisotropie du matériau. Cependant, l'organisation même du tissu osseux est relativement complexe. On estime généralement qu'il n'existe pas moins de 7 niveaux organisationnels différents [117], et qu'à chaque niveau on trouve des éléments structuraux de natures, de formes et de propriétés différentes. L'hétérogénéité du matériau semble par conséquent particulièrement influencée par son organisation structurelle.

Le caractère quasi-fragile de tous ces matériaux est une conséquence directe de leur structure interne. La fragilité pure<sup>11</sup> a pour conséquence une rupture brutale. Celle des matériaux quasi-fragiles est plus progressive. Dans tous ces matériaux, la dissipation d'énergie est principalement liée à la création de surfaces de ruptures (fissures), contrairement aux matériaux ductiles pour lesquels une très grande part d'énergie est dissipée par plastification. Pour un matériau fragile, la propagation de fissure est immédiatement instable, d'où sa rupture brutale. On entend alors par « *quasi-fragile* » le fait qu'un tel matériau a une certaine aptitude à résister à la propagation d'un processus de fissuration. Les mécanismes le permettant peuvent être de différentes natures et sont généralement classés en deux catégories en fonction de leur localisation par rapport au front de fissure : intrinsèques en avant et extrinsèques en arrière [122, 123]. Les premiers ont tendance à limiter ou réduire la concentration de contrainte dans le matériau en pointe de fissure (microfissuration<sup>12</sup>), les seconds à exercer des efforts de rappel ou des contraintes additionnelles entre les lèvres de la fissure, en arrière du front, contrebalançant celles qui se développent à l'avant (mécanismes de pontage, déviations, engrenements, frottements etc. ...). Ces phénomènes, qui n'agissent pas tous à la même échelle, sont liés à des éléments de structure interne du matériau et à leur propriétés respectives. Et une forte hétérogénéité du matériau les complexifiera d'autant.

Par conséquent la structure interne et l'hétérogénéité d'un matériau conditionnent les processus de fissuration qui s'y développent sous chargement, et impactent les propriétés mécaniques qui en résultent (résistances et ténacités). Cet impact est de différentes natures : il confère un caractère aléatoire aux propriétés mécaniques ainsi qu'une dépendance au volume sollicité (effet de volume ou effet d'échelle [143]).

L'étude des processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles, thématique centrale de mes travaux, nécessite de considérer ce lien entre structure hétérogène et propriétés mécaniques. Sa prise en compte, de façon quantitative, est l'élément clé d'une modélisation prédictive de leur comportement fissurant.

---

11. Idéalement, cela se produit pour des matériaux initialement homogènes et élastiques.

12. Dans les matériaux ductiles, la plastification du matériau en pointe de fissure est l'un de ces mécanismes. Mais nous ne l'évoquerons pas ici.

### 1.3 Une philosophie de modélisation

Les développements numériques démarrés en 2005 prennent leurs origines dans des travaux initiés par Rossi dans les années 90 au LCPC [132, 142]. Il avait alors établi les principes d’une approche discrète et probabiliste de la fissuration des bétons. Cette approche tenait compte de ce lien que nous venons d’évoquer entre hétérogénéité du matériau et comportement mécanique (voir section 1.2). Il posait les bases d’une philosophie de modélisation principalement axée sur la prise en compte d’une *physique pertinente* dans l’élaboration d’un *modèle*<sup>13</sup> *simple* piloté par un nombre restreint de paramètres parlants pour l’ingénieur<sup>14</sup>. La difficulté dans cette vision des choses est de conjuguer simplicité et prédiction fiable du modèle. La solution pensée par Rossi à l’époque réside dans l’exploitation intelligente d’une banque de données expérimentales sur le comportement en traction d’une large gamme de bétons. Il en a tiré des relations analytiques empiriques définissant de façon probabiliste la dépendance de certaines propriétés mécaniques, en l’occurrence le module d’élasticité et la résistance à la traction, au degré d’hétérogénéité<sup>15</sup> du volume de matériau sollicité [143]. Restait à choisir un support de représentation mécanique et numérique de la fissuration. Considérant que les processus de fissuration sont essentiellement dûs à des ruptures locales fragiles en ouverture pure (mode I), le choix s’est porté sur un modèle mécanique simple, l’élasticité fragile combinée à des critères de rupture en traction et en cisaillement, et un support numérique combinant des éléments massifs (représentant le matériau sain) et des éléments d’interface (sièges probables de fissures futures). A cette époque peu d’auteurs cherchaient à probabiliser les modèles [18]. L’approche de Rossi était originale car elle régularisait un modèle de rupture élastique fragile par le caractère probabiliste de ses paramètres et intégrait, de façon naturelle, les effets d’échelles. Elle permettait surtout d’accéder à tous types de fissures d’un faciès de rupture : de la micro à la macrofissure. Elle était (et reste), en revanche, numériquement coûteuse. Ce qui à l’époque pouvait être rédhibitoire, particulièrement pour des calculs tridimensionnels. Proposée dans un contexte français très axé sur la mécanique de l’endommagement, qui bénéficiait déjà d’une bonne dizaine d’années d’expérience, l’approche n’a pas connu un engouement particulier dans la communauté scientifique et les développements sont principalement restés cantonnés au LCPC. Cependant, à partir des années 2000, la donne change. Les moyens informatiques ont considérablement évolué, les méthodes de calculs intensifs se sont développées, de sorte que l’argument du coût de calcul n’est plus perçu de la même manière. Le retour sur le devant de la scène de la thématique fissuration et l’importance pour l’ingénierie de quantifier les phénomènes et leurs aléas participent à ce changement de contexte. Les idées initiales de Rossi ont fixé les prémisses d’un cadre global de développement qui s’est construit et amélioré au fil des ans. Ce cadre définit une philosophie de développement d’une modélisation numérique au service d’une problématique de fissuration donnée. Il inclut un ensemble de réflexions :

- sur la physique des processus,
- sur les échelles de modélisation,
- sur le choix des supports mécano-numériques,
- et sur la cohérence de l’ensemble au regard de la problématique traitée.

---

13. Je parle ici de modèle mécanique.

14. On voit ici le souci du chercheur de faire en sorte que l’outil numérique réponde à des problématiques d’ingénierie. Souci que je partage pleinement.

15. On retrouve ici cette notion de lien entre hétérogénéité et propriétés mécaniques évoqué dans la section précédente.

Chacune de ces grandes lignes ainsi rappelées n’invente rien, n’a rien d’original et pourrait même tenir du lieu commun. En revanche, je crois que ce qui fait indéniablement la force du cadre global réside dans la manière d’appréhender, au travers de cet ensemble, une physique *pertinente* des phénomènes et une façon *raisonnée et raisonnable*<sup>16</sup> de la représenter. Si l’on prend l’exemple du modèle initial de Rossi [132, 142], le premier élément de pertinence a été de réaliser une campagne expérimentale bien pensée et ambitieuse. Cela représente un coût, assurément. Mais le retour sur investissement est énorme<sup>17</sup>. L’analyse des résultats de cette campagne a permis de mettre en lumière et de quantifier le rôle essentiel de l’hétérogénéité (et de la présence de défauts) sur la propriété de résistance en traction du matériau. Le second élément de pertinence vient du fait que cette quantification prend en compte les effets de volume observés expérimentalement<sup>18</sup>. De fait, l’auteur considère que, à toutes les échelles d’observation, les mêmes mécanismes interviennent dans le processus global de rupture. Il stipule donc - on est ici dans le domaine de l’hypothèse<sup>19</sup> - que localement chaque (micro-)fissure est le résultat de la rupture du volume de matière qui l’entoure directement, à un niveau de résistance (locale) dépendant des effets de volume<sup>20</sup>. Le choix des supports mécano-numériques brièvement décrits précédemment apparaît alors presque naturel et en cohérence avec les hypothèses faites. Les hypothèses simplificatrices (dans la vision des phénomènes qu’elles sous-tendent) et les choix simples pour les supports mécano-numériques illustrent les caractères *raisonné et raisonnable* que j’évoquais précédemment. La conséquence de ces choix est qu’un modèle, simple dans son formalisme mais richement et intelligemment alimenté, permet de décrire des phénomènes complexes et fournir des réponses riches en représentant toutes les fissures du faciès de rupture, des microfissures aux macrofissures. C’est le « *retour sur investissement* » mentionné précédemment.

## 1.4 Vers une stratégie générique de modélisation

Il me semble intéressant de noter ici que les notions et principes de base que nous avons évoqués précédemment se réfèrent aux matériaux, qu’il s’agisse des processus de fissuration ou des comportements qui en résultent. Cependant, Génie Civil ou Biomécanique s’intéressent in fine au comportement des structures, et pas uniquement aux matériaux. Par conséquent, la question de savoir comment intégrer la spécificité de ces matériaux dans la simulation du comportement des structures se pose. Se pose également la question du type d’information visée. Car, au-delà du comportement global, on s’intéresse à caractériser la fissuration : veut-on représenter essentiellement une macrofissuration structurelle ou accéder à une information plus fine en allant jusqu’aux microfissures ? Se pose enfin la question du coût de calcul : comment obtenir un résultat fiable dans des temps raisonnables ? Tout cela implique des choix *stratégiques* de modélisation.

Les travaux réalisés ces dernières années sur la modélisation de la fissuration des structures en composites cimentaires, ont été conduits dans le cadre de la philosophie présentée précédemment

---

16. Autant que faire se peut.

17. C’est à ma connaissance une des rares bases de données disponibles sur la résistance en traction des bétons, encore utilisée aujourd’hui pour le développement de modèles.

18. A savoir que, pour un même béton, le niveau d’hétérogénéité dépend du volume de matière sollicité et que la statistique du résultat, en termes de valeur moyenne et d’écart type sur la résistance par exemple, évoluera en conséquence.

19. Notons que ce qui relève de l’hypothèse peut toujours être discuté.

20. Selon des lois empiriques tirées des expériences pré-citées [143].

tout en gardant à l'esprit ces questionnements. Ils ont abouti finalement au développement d'une sorte de « boîte à outils » numériques, un ensemble de modèles à utiliser en fonction du problème traité.

Les considérations que nous venons de faire revêtent finalement un caractère très générique, qu'il s'agisse de la thématique centrale - l'étude des processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi fragiles - ou de la philosophie même de leur modélisation présentée ci-dessus. Aussi est-il assez naturel qu'on puisse penser possible de les adapter à des matériaux aussi différents que le béton et l'os. C'est la raison pour laquelle j'ai sous-titré ce document : *vers une stratégie générique de modélisation probabiliste, appliquée aux structures en béton et aux tissus osseux humains*.

Je m'attacherai dans ce document à montrer ce caractère générique de la stratégie tout en particularisant tout de même sa déclinaison aux deux champs d'application évoqués. Je m'attacherai à expliciter et justifier les choix de modélisation (processus représentés, choix des supports mécanonumériques) ainsi que leur conditions d'utilisation et leur limites (choix des échelles de modélisation, stratégies d'utilisation). J'aborderai cependant mon propos de façon assez chronologique. Venant du Génie Civil, mon parcours m'a confronté principalement aux problématiques propres à ce domaine et l'ouverture de mon travail vers la biomécanique est finalement assez récente.

## 2 Processus de fissuration et modélisation : le cas du béton

### 2.1 Physique des processus

#### 2.1.1 Préambule

Mon parcours a démarré par le Génie Civil. C'est donc tout naturellement que mes travaux ont été initiés pour répondre à des questions propres à ce domaine. J'ai donc abordé la modélisation des processus de fissuration dans les composites cimentaires, en premier lieu. C'est dans ce contexte qu'ont été établis les principes fondamentaux sur lesquels sont basés mes développements, et c'est la raison pour laquelle je les présente à travers ce prisme, dans ce chapitre.

#### 2.1.2 Composants et structuration du matériau

Je rappelle ici quelques éléments fondamentaux de la composition et de la structure interne du matériau béton.

Le béton est par nature un matériau composite, hétérogène et polyphasique. Il est principalement fabriqué à partir de granulats, de ciment et d'eau. Des adjuvants sont également utilisés pour améliorer un certain nombre de propriétés : la maniabilité, la résistance, etc. ...

Du béton durci on peut retenir de manière schématique qu'il est structurellement constitué :

- d'une matrice (cimentaire), la pâte de ciment,
- d'inclusions, les granulats (sable et graviers),
- et d'une interface de transition entre les deux éléments précédents.

Les granulats occupent environ 70 à 80% du volume du béton. Ils sont composés de particules de tailles différentes, des plus fines ( $d < 4\text{ mm}$ ) au plus grossières ( $d > 4\text{ mm}$ ). La distribution des tailles granulaires joue un rôle important dans la compacité du squelette granulaire. Et la recherche d'une compacité optimale permet, pour une maniabilité donnée, de conférer au béton durci des propriétés également optimales [27].

La pâte joue le rôle de liant du squelette granulaire. Elle est le résultat de l'hydratation du ciment, qui, en fonction de la nature de ciment utilisé et des conditions dans lesquelles elle se déroule, forme un ensemble de produits (hydrates) à structure cristalline et/ou amorphe. L'ensemble de ces réactions constitue globalement ce que l'on appelle la prise. D'un point de vue physico-chimique, cette phase débute dès lors que les réactifs sont mis en présence. Notons que d'un point de vue mécanique, le début de prise correspond au moment où le matériau est capable de reprendre des contraintes. C'est durant la prise que la pâte de ciment se structure. Une fois durcie, elle est un corps poreux dont la porosité s'étend [76] des pores capillaires (de  $0.01\ \mu\text{m}$  à  $1\ \mu\text{m}$ ), qui sont les « vestiges » des espaces entre grains de la pâte de ciment fraîche, à la porosité interne des hydrates

(de l'ordre de quelques nanomètres)<sup>1</sup>. Cette dernière, essentiellement connectée, provient surtout de l'hydrate principal des ciments (le C-S-H) dont la particule élémentaire est lamellaire. Cependant, c'est la porosité capillaire qui influe le plus sur la résistance du matériau. C'est également dans cette porosité capillaire que se trouve l'eau libre. Dans la composition des bétons, peuvent également être utilisés des adjuvants entraîneurs d'air qui, lors du malaxage, entraînent tout un réseau de bulles relativement fines dans le béton (de quelques centaines de microns de diamètre). Enfin, le malaxage du béton frais, emprisonne également de plus grosses bulles d'air (quelques mm de dimension caractéristique) mais moins régulières en forme que les précédentes.

Toute l'eau introduite dans la composition du béton n'est pas nécessaire à l'hydratation du ciment, l'excédant étant en général utilisé pour des raisons de maniabilité du matériau frais. Il reste donc de l'eau dans le béton durci qui se présente sous deux formes :

- de l'eau adsorbée à la surface des hydrates, à l'intérieur de leur porosité propre. Retenue par des forces de surface relativement importantes, cette eau n'est pas mobile.
- de l'eau dite libre contenue dans la porosité capillaire et donc soumise à des forces de capillarité. Cette eau résiduelle joue un rôle essentiel dans les mécanismes de propagation de fissure [125], dans celui du séchage [173], mais aussi dans le fluage des bétons [136] et également dans son comportement en dynamique [139].

A l'interface entre la pâte de ciment et le granulat se trouve la zone de transition interfaciale (ITZ, Interfacial Transition Zone). Elle joue un rôle important dans le comportement du béton. Tel que rapporté par [148], la surface du granulat joue un rôle proche de l'effet de paroi pour les grains de ciment se trouvant dans son voisinage. Cela donne lieu à une augmentation de la porosité et de la prédominance de toutes petites particules de ciment dans cette zone dont l'épaisseur est de 10 à 20  $\mu m$  environ.

Lors de la prise de la pâte de ciment, un certain nombre de mécanismes déformationnels s'activent. Ces déformations "au jeune âge" sont :

- du retrait endogène, composé :
  - de retrait chimique (contraction Le Chatelier) lié au fait que le volume des produits formés est plus faible que le volume total des réactifs en présence.
  - de retrait d'auto-dessiccation : les réactions d'hydratation ne sont pas instantanées et s'étalent dans le temps bien au delà du début de prise du matériau. L'eau disponible se trouve alors dans la porosité du matériau sous forme de ménisques. La consommation progressive de cette eau par les réactions d'hydratation conduit à une diminution de ces ménisques et conjointement une augmentation des tensions superficielles dans la phase liquide. Cette augmentation des tensions superficielles conduit à transmettre des contraintes de compression à la pâte de ciment et donc un retrait.
- du retrait thermique : lié au fait que les réactions chimiques se produisant sont fortement exothermiques conduisant à un échauffement du matériau suivi d'un refroidissement.
- du retrait de séchage : le déséquilibre hydrique entre l'environnement et l'intérieur de la pâte de ciment conduit à un séchage du matériau, qui, pour globalement les mêmes raisons que le séchage d'auto-dessiccation, va conduire à un retrait de la pâte de ciment.

A l'échelle du matériau, tous ces retraits vont être gênés par le squelette granulaire. À l'échelle d'un

---

1. Ils peuvent représenter environ 25 à 30% du volume total des C-S-H

élément structurel ils le seront aussi par les conditions aux limites. Il se développe alors un système complexe, hétérogène et auto-équilibré de contraintes internes de traction/compression dans la pâte de ciment [1, 175].

Pour une bibliographie complète et une revue exhaustive des propriétés et caractéristiques des bétons, le lecteur pourra se reporter à cette référence désormais classique [91].

### 2.1.3 Processus de fissuration

#### 2.1.3.1 Dans un volume de matière soumis à de la traction directe

Nous venons de voir que le béton est un matériau structurellement hétérogène, et siège de contraintes internes initiales auto-équilibrées.

On peut alors considérer que la fissuration des bétons trouve son origine dans l'intervention simultanée de deux phénomènes, à savoir :

- le développement, hétérogène, de gradients de contraintes dans le matériau d'une part, qui vont évoluer en fonction de la sollicitation externe imposée,
- la répartition spatiale, hétérogène, de résistances locales d'autre part, prédéterminée par la nature même du matériau et son état initial (présence de défauts, faiblesses locales).

Dans un état vierge de toute contrainte mécanique extérieure, le béton est un matériau dans lequel règnent déjà et simultanément ces deux phénomènes. La différence de propriétés élastiques entre les granulats et la pâte de ciment influence directement le premier. Les granulats ayant en général un module d'élasticité plus élevé que celui de la pâte de ciment [91], ils constituent des points durs dans la matrice. Les différents retraits, chimique, thermique et hydrique, qui s'y développent au jeune âge, empêchés par le squelette granulaire, génèrent les contraintes internes initiales dans le matériau (voir section 2.1.2). Si très localement, ces contraintes internes dépassent les résistances, des fissures vont se créer. Ces fissures peuvent se créer à des échelles relativement petites (microfissuration, à l'échelle de quelques hydrates), ou à des échelles un peu plus grandes (échelle des gradients d'auto-contraintes, qui sont à relier à la dimension des plus gros granulats). Ces dernières, conduisant à redistribuer les contraintes, vont jouer à leur tour sur l'hétérogénéité mésoscopique du champ d'auto-contraintes. Alors que les premières jouent plutôt le rôle de microdéfauts initiaux, au même titre que la porosité initiale du matériau, et conditionnent plutôt les résistances locales.

Le fait d'appliquer une sollicitation externe de traction sur ce système complexe va induire une contrainte macroscopique supplémentaire reprise par le matériau. Cette contrainte vient se superposer à l'état de contrainte initial. De nouvelles fissures vont potentiellement se créer et les fissures initiales vont potentiellement se propager. Ce principe va se répéter au fur et à mesure que la sollicitation externe augmente ayant pour conséquences (1) une augmentation de la densité de fissures dans le matériau, (2) l'apparition de fissures de plus en plus grandes. A partir d'un certain moment, certaines des plus grandes fissures peuvent coalescer et conduire à la localisation du processus de fissuration et générer une macrofissure. Dès lors, cette dernière va se propager et l'ensemble bascule sur un processus de rupture instable.

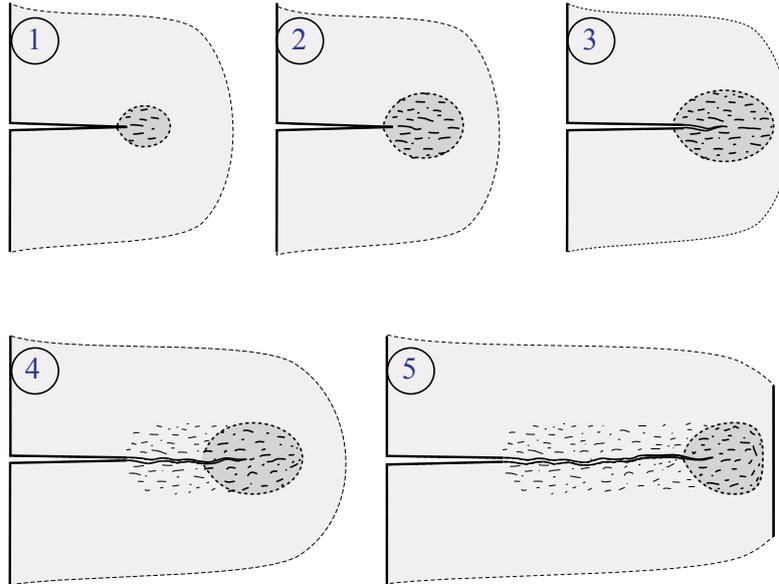


FIGURE 2.1 – Représentation schématique des 5 étapes du développement des processus de fissuration en pointe de fissure.

### 2.1.3.2 Lors de la propagation d'une macrofissure

Étudier la *propagation d'une macrofissure* est l'objet principal de la Mécanique de la Rupture. L'étude expérimentale nécessite la mise en œuvre d'essais adéquats. Il existe dans ce domaine de très nombreux dispositifs expérimentaux [189]. Néanmoins, pour suivre et analyser convenablement la propagation d'une macrofissure dans un béton, il faut une taille d'éprouvette relativement grande, car il faut permettre à sa Fracture Process Zone (FPZ) de se développer entièrement sans être impactée par les conditions aux limites. La pointe de fissure est une singularité géométrique qui concentre très fortement et localement des contraintes dans le matériau. Or cette concentration de contraintes se produit dans le contexte particulier d'un matériau hétérogène qui comporte des points faibles comme des points durs aléatoires et qui auront une influence sur les processus de fissuration en pointe de fissure. La taille de la FPZ dépend donc aussi de l'hétérogénéité du matériau, et pour un béton elle peut atteindre une valeur importante, de l'ordre de vingt à trente fois la taille du plus gros granulats [124, 155]. Ce qui justifie ce que je soulignais précédemment concernant la nécessaire grande taille des éprouvettes.

D'une manière générale, les essais de mécanique de la rupture sont basés sur une éprouvette contenant un défaut initial, principalement une fente ou une entaille. Supposons cette entaille suffisamment grande par rapport à la dimension caractéristique de l'hétérogénéité majeure du matériau [45] et suffisamment petite par rapport à une dimension caractéristique de l'échantillon pour considérer le problème peu influencé, du moins un certain temps, par les conditions aux limites. On s'intéresse à une propagation en mode I, le chargement conduit donc à ouvrir les lèvres de l'entaille. Il est imposé de sorte à maintenir stable la propagation de fissure (pilotage en déplacements imposés par exemple). La figure 2.1 récapitule différentes étapes importantes du développement de la fissuration.

Ces étapes sont les suivantes :

- Etape 1 : *Initiation des processus de microfissuration, création de la FPZ.*

La présence d'une entaille induit une concentration des contraintes qui peut être influencée par la forme du fond d'entaille. Des microfissures s'initient de manière aléatoire du fait de l'hétérogénéité du champ de contraintes locales<sup>2</sup> et de la présence aléatoire de défauts/faiblesses locaux(les). La FPZ est créée.

— Etape 2 : *Développement de la FPZ.*

Lorsque l'intensité du chargement augmente, les processus de microfissuration s'amplifient et la FPZ se développe.

— Etape 3 : *Initiation/propagation de la macrofissure et développement de sa FPZ associée.*

Un phénomène de coalescence des microfissures en pointe d'entaille se produit. Il en résulte l'initiation d'une macrofissure dont la localisation (à l'échelle de l'échantillon) correspond à l'effort maximal appliqué. A ce moment, la macrofissure se propage, mais sa Fracture Process Zone continue potentiellement à évoluer en taille [80].

— Etape 4 : *Propagation de la macrofissure avec sa FPZ associée conservant une taille fixe.*

A partir d'un moment, un processus quasi « stationnaire »<sup>3</sup> se met en place : la macrofissure se propage avec sa FPZ associée, dont la forme n'évolue plus en dimension. La consommation d'énergie est elle aussi, par conséquent, stationnaire. La forme (constante) de la FPZ est fonction de l'hétérogénéité du matériau.

— Etape 5 : *Modification de la FPZ par les conditions aux limites.*

Lorsque le système macrofissure/FPZ se rapproche des limites de l'échantillon, les conditions de bord ou les conditions aux limites vont à nouveau jouer sur le développement de la FPZ mettant fin à la « stationnarité » de la configuration macrofissure/FPZ évoquée précédemment.

Comme je l'ai évoqué en introduction, différents mécanismes influencés par l'hétérogénéité du matériau vont intervenir dans une forme de résistance à la propagation de la macrofissure (mécanismes de ténacité, en anglais « toughening mechanisms »). Shah en donne une brève revue dans le cas particulier des bétons [150, 151]. Ces mécanismes sont traditionnellement regroupés en deux familles : les mécanismes intrinsèques et extrinsèques<sup>4</sup>. La microfissuration en pointe de fissure, générée par la concentration de contrainte combinée à l'hétérogénéité du matériau fait partie des mécanismes intrinsèques. Ce phénomène est connu dans la littérature sous le nom de « microcrack shielding ». Il a pour conséquence (1) de dissiper de l'énergie par la création de surface dans la génération des microfissures et (2) d'écarter la concentration de contrainte en pointe de macrofissure. D'autres mécanismes (extrinsèques) agissent également dans le sillage de la macrofissure : des déviations de fissures engendrées par le contournement des granulats, points durs ; la transmission de contraintes par des granulats « pontant » les fissures ; le développement de contraintes de frottement lors d'un arrachement de granulat, ou au niveau des points de contact entre les lèvres d'une macrofissure tordue. Tous ces phénomènes, soit nécessitant un apport d'énergie, soit conduisant à une dissipation accrue d'énergie, contribuent à augmenter la ténacité du matériau hétérogène.

---

2. Le champ de contraintes en pointe de fissure est lui-même hétérogène, pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment, cf. sections 2.1.3 et 2.1.3.1.

3. L'emploi, peut-être abusif, du mot « stationnaire » souligne ici la stationnarité de la configuration macrofissure/FPZ associée, dans le sens où la forme de cette dernière ne change plus. Le phénomène n'est pas stationnaire si l'on considère que la longueur de la macrofissure évolue au cours du temps, car elle se propage.

4. Mécanismes intrinsèques en avant du front de fissure, mécanismes extrinsèques en arrière.

### 2.1.3.3 Dans un volume de matière soumis à une compression

Les processus de fissuration dans un béton en compression se développent généralement en deux temps.

Il y a tout d'abord l'apparition de fissures toutes orientées dans la direction de la contrainte principale majeure. Distribuées dans tout le volume, elles correspondent à des hétérogénéités de la matière [51, 140]. Leur nombre augmente avec le chargement. Elles sont en général nombreuses si l'on en juge par la quantité d'émissions acoustiques élémentaires enregistrées jusqu'au pic [51]. La densification de ces fissures conduit généralement à l'apparition de colonnettes [140] qui n'altèrent pas le module d'élasticité, ni même la résistance. C'est donc un autre mécanisme qui conduit à la ruine.

Si l'on observe fréquemment sur des éprouvettes cylindriques des formes de rupture en « diablo » ce n'est que la conséquence d'un frettage des surfaces de l'éprouvette au contact des plateaux de la presse. Il a en effet été démontré que les modes de ruptures observés dépendent fortement des conditions aux limites [176, 177]. Un dispositif antifrettage efficace aura tendance à modifier les faciès de rupture [51], ainsi que le comportement post-pic en rendant la chute d'effort sensiblement plus brutale. Cependant, il semblerait qu'il n'ait quasiment pas d'influence sur l'instant de localisation [176]. Habib [51] évoquait un possible phénomène de flambement des colonnettes comme responsable de la ruine de l'éprouvette. Rossi, quand à lui, évoque plutôt une flexion composée de ces colonnettes, générant des forces de cisaillement et conduisant à l'apparition de fissures de cisaillement. Cependant il a également montré que ces fissures sont la conséquence d'une coalescence de microfissures créées très localement par des contraintes de traction à une échelle bien inférieure à celle des colonnettes. Ce mécanisme conduit à l'apparition d'une surface de rupture inclinée dans des éprouvettes prismatiques, ce qui a été très nettement observé par [177] avec un dispositif anti-frottement très efficace. Ce mode de rupture a également été obtenu par simulation numérique par Rossi [140].

### 2.1.3.4 Dans le cas du fluage

Un des axes importants du projet de recherche sur la fissuration des composites cimentaires, que j'ai piloté à partir de 2005 (cf. introduction 1.1), a consisté à démontrer le rôle des processus de fissuration dans les comportements différés et notamment le fluage. Ce travail a été essentiellement expérimental. Quelques tentatives de modélisation ont été lancées, mais n'ont pas franchement été concluantes.

Ces travaux sont partis d'une hypothèse, posée au début des années 90 par Rossi [133, 130], selon laquelle il existe une corrélation entre le développement d'une microfissuration<sup>5</sup> sous chargement maintenu et la déformation de fluage basique. Il est bien connu qu'il n'existe pas de consensus sur les origines du fluage. Différentes hypothèses sur les mécanismes ont été proposées depuis longtemps et la littérature sur le sujet est particulièrement abondante : théorie de la percolation, glissement visqueux entre les particules de CSH, microfissuration... Cependant, selon la présentation faite par Neville [91] dans son imposante revue bibliographique, aucun de ces mécanismes n'est pleinement satisfaisant pour expliquer complètement le fluage.

---

5. Au sens d'une création de microfissures.

Les études menées au LCPC dans la décennie 2005-2015, ont donc consisté à réaliser des essais de fluage (traction, compression, flexion) à différents niveaux de chargement. Conjointement, des mesures d'émissions acoustiques ont également été réalisées. Elles ont confirmé les premières investigations de Rossi [130] de 1994. De fait, l'interprétation qui a été proposée à la suite de ces travaux est la suivante :

Comme indiqué précédemment, le matériau est initialement dans un état de contraintes internes hétérogènes et auto-équilibré. Il contient également des microfissures existantes. Tout cela étant la conséquence des différents retraits physico-chimiques subits par le matériau dans son jeune âge. Le chargement mécanique ajoute à l'état de contraintes initiales une contrainte macroscopique supplémentaire. Le nouvel état de sollicitation supporté induit de nouvelles microfissures. En s'ouvrant, ces fissures causent alors des chocs hydriques locaux conduisant à des transferts d'eau liquide et de vapeur d'eau du matériau vers le vide créé par la fissure. Ces mouvements d'eau contraignent et déforment la phase solide du matériau. Il s'agit en fait de retraits d'auto-dessiccation locaux. Ce phénomène peut aussi être amplifié par le fait que les fissures créées facilitent le passage de l'eau vers des particules de ciment non complètement hydratées. Ces dernières deviennent alors accessibles à l'eau libre mettant ainsi en oeuvre un nouveau mouvement d'eau. La création des fissures et les mouvements d'eau conduisent à des redistributions de contraintes, et génèrent de nouvelles fissures. En outre, la présence d'eau libre dans le voisinage des pointes de fissures écrête les forces de cohésion et facilite leur propagation. Tout cet ensemble conduit ainsi à entretenir le phénomène.

Sans rentrer dans les détails, ces mécanismes, selon leurs auteurs, expliquent du moins en grande partie les déformations de fluage, les interprétant comme un retrait d'auto-dessiccation sous chargement [136]. Ils expliquent ainsi les différences observées en fonction du mode de sollicitation [137, 160], les effets de l'âge [128], les déformations résiduelles [138].

Je ne détaillerai pas plus ces aspects, volontairement. Mon objectif n'est pas ici de rentrer dans le débat scientifique sur le sujet. Il est plutôt de sensibiliser le lecteur de ce document sur le fait que la fissuration, dans l'ensemble de mon activité, est toujours restée un point central fondamental. Point autour duquel se sont construits une pensée, une philosophie et des développements de modélisation.

## **2.2 Hétérogénéité et propriétés mécaniques : quelques exemples.**

### **2.2.1 Effet de l'hétérogénéité sur le module d'élasticité et la résistance à la traction - L'expérience du LCPC**

Les processus de fissuration explicités section 2.1.3.1, dans le cas d'un volume de matière sollicité en traction, se traduisent mécaniquement en un comportement uniaxial, exprimé sous forme de relation contrainte-déformation axiales, similaire à celui schématisé figure 2.2.

L'hétérogénéité intrinsèque du matériau a comme conséquence de rendre aléatoire sa réponse aux sollicitations mécaniques imposées. En outre, la réponse mécanique du matériau quasi-fragile dépend aussi fortement du poids relatif de l'hétérogénéité principale sur le volume de matière sollicitée. On parle alors d'effets de volume (ou d'effets d'échelle statistiques [7]). Ces aspects ont été largement étudiés à la fin des années 1990 au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC) par Rossi et al. [143]. Une importante campagne d'essais avait alors été mise en oeuvre pour tester le comportement d'éprouvettes de différentes tailles et faites de différents bétons. Les résultats ob-

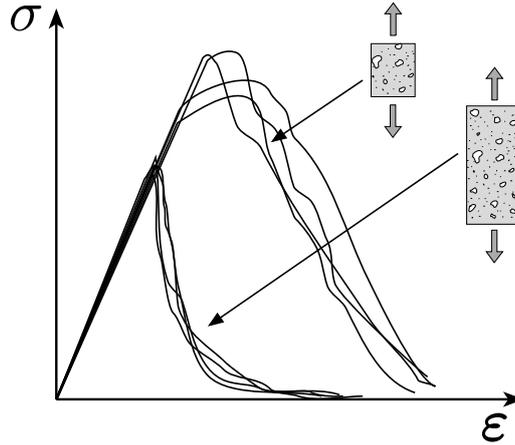


FIGURE 2.2 – Exemple d’allure de courbes réponses en traction directe pour des échantillons de tailles différentes, faits d’un même béton.

tenus illustrent clairement les conséquences de l’hétérogénéité du matériau. Outre le fait de livrer à la communauté, une base de données expérimentales conséquente et directement exploitable sur la traction directe d’une large gamme de bétons, l’intérêt de la publication réside dans le fait que les auteurs dressent un lien direct entre cette caractéristique physique intrinsèque du matériau qu’est son hétérogénéité, et certaines de ses propriétés mécaniques, modules et résistances. C’est assez rare pour le signaler.

Je pense que la principale difficulté de l’établissement d’un tel lien réside dans la définition d’un degré ou niveau d’hétérogénéité du matériau. Les auteurs n’en donnent d’ailleurs pas une définition explicite, mais l’expriment au travers de deux indicateurs pertinents :

- Le premier est un *rapport d’échelle*, exprimé sous la forme du quotient entre le volume de matière sollicité et le volume du plus gros granulat ( $V/v_g$ ). Il mesure en quelque sorte le niveau d’hétérogénéité structurelle du matériau et indique le poids relatif de l’hétérogénéité majeure sur le volume de matière sollicité.
- Le second est un *indice de qualité* de la pâte de ciment, directement donné par la résistance à la compression du béton ( $f_c$ ), qui est elle-même directement fonction de cette qualité. Il indique en quelque sorte le niveau d’hétérogénéité matérielle<sup>6</sup>, car il qualifie l’écart de propriétés entre la pâte de ciment et les granulats. Meilleure sera la qualité de la pâte, plus faible sera l’écart de propriétés entre elle et les granulats, et donc plus homogène sera le matériau.

Le degré (ou niveau) d’hétérogénéité du matériau est donc fonction de ces deux indicateurs : un rapport d’échelle (hétérogénéité structurelle) et un indice de qualité du matériau (hétérogénéité matérielle). Je qualifiais précédemment ces indicateurs de pertinents car le premier permet d’exprimer aisément les effets de volumes et le second marque les différences enregistrées entre des matériaux plus ou moins intrinsèquement homogènes. Ces aspects restent néanmoins très liés, comme je l’ai précisé en introduction. Ils caractérisent ainsi une large gamme de bétons (entre 30 et 130MPa de résistance à la compression, soit la quasi totalité des bétons utilisés en Génie Civil). De plus ces indicateurs peuvent facilement être déterminés, car il nécessitent la connaissance du diamètre du plus gros granulat ( $D_g$ ) et de la résistance à la compression du matériau ( $f_c$ ). Deux données qui servent à l’ingénierie pour la définition d’une formulation de béton.

6. Dans son acception première : relative à la matière.

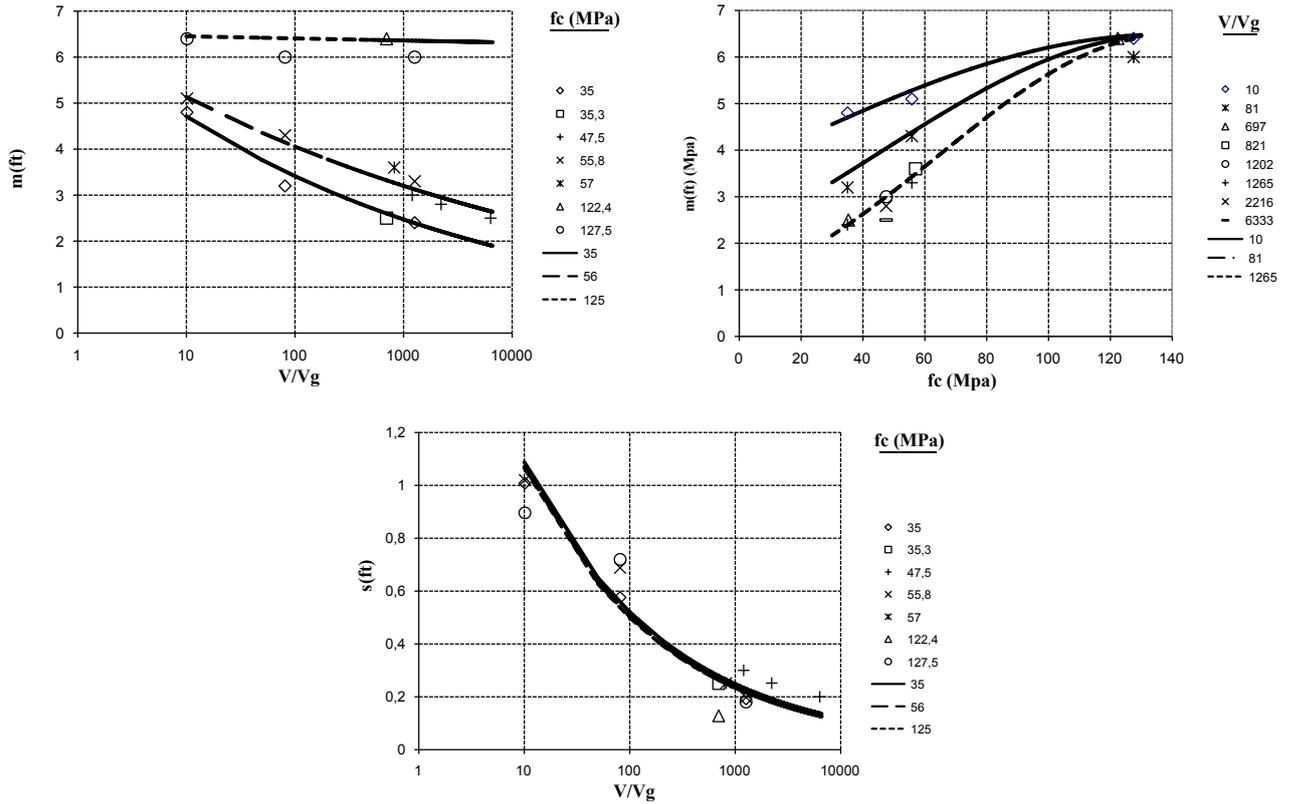


FIGURE 2.3 – Evolution de la valeur moyenne et de l'écart type sur la résistance à la traction de bétons. Points expérimentaux, d'après Rossi et al. [143], courbes d'après [162].

Les résultats expérimentaux issus de [143] sont rappelés figure 2.3. Ils concernent la résistance à la traction ( $f_t$ ) et le module d'Young ( $E$ ) et sont exprimés en fonction des deux indicateurs présentés. Ils mettent en évidence un effet d'échelle significatif sur la résistance à la traction, sa valeur moyenne diminuant en fonction de l'augmentation de volume. En revanche, le module d'Young ne dépend quasiment pas du volume sollicité. De plus, les dispersions enregistrées sur la résistance comme sur le module sont d'autant plus grandes que le volume est petit. Enfin, on constate que ces effets sont d'autant moins marqués que la qualité du béton augmente. En effet, plus la qualité de la pâte de ciment augmente, plus faible est l'écart de propriétés entre elle et les granulats. Le matériau sera donc plus homogène.

A l'inverse, pour un matériau de moins bonne qualité, l'impact de l'hétérogénéité sera d'autant plus important que le volume sollicité est petit. A matériau fixé, si le volume est grand, la probabilité d'y trouver l'hétérogénéité majeure est importante. Le processus de fissuration a donc plus de chance de se localiser rapidement et de conduire à des ruptures fragiles peu dispersées. Inversement, pour des volumes beaucoup plus petits, l'impact de l'hétérogénéité étant plus grand, les processus de fissuration se diffuseront un peu plus avant localisation et les différences seront plus marquées d'un échantillon à un autre. Ce qui explique l'ensemble des courbes figures 2.2 et 2.3.

Rossi et al. en ont également proposé une mise en équation rappelée dans les relations 2.1.

$$\begin{cases}
m_{f_t} = 6,5 \left( \frac{V}{V_g} \right)^{-b} & \text{avec } b = 0,25 - 3,60 \cdot 10^{-3} f_c + 1,30 \cdot 10^{-5} f_c^2 & (a) \\
\frac{\sigma_{f_t}}{m_{f_t}} = 0,35 \left( \frac{V}{V_g} \right)^{-B} & \text{avec } B = 4,50 \cdot 10^{-2} - 4,50 \cdot 10^{-3} f_c + 1,81 \cdot 10^{-5} f_c^2 & (b) \\
m_E = E & & (c) \\
\frac{\sigma_E}{m_E} = 0,15 \left( \frac{V}{V_g} \right)^{-D} & \text{avec } D = 0,15 - 2,7 \cdot 10^{-3} f_c + 3,40 \cdot 10^{-6} f_c^2 & (d)
\end{cases} \quad (2.1)$$

Ces relations sont un fittage des points expérimentaux et à ce titre sont valables, stricto sensu, dans les domaines de variations des indicateurs  $V/V_g$  et  $f_c$  scrutés expérimentalement. Ces domaines de validité peuvent être exprimés par les conditions 2.2 suivantes :

$$\begin{cases}
10 \leq D_g \leq 25 \text{ mm} \\
10 \leq V/V_g \leq 10000 \text{ mm} \\
30 \leq f_c \leq 130 \text{ MPa}
\end{cases} \quad (2.2)$$

Il faut noter que toute extrapolation des fonctions 2.1 hors de ces domaines est possible mais potentiellement risquée, car on ne sait pas, a priori, si elles sont encore valables. Cependant, ces relations ont pour intérêt qu'elles peuvent alimenter (ou aider à alimenter) en données d'entrée des modèles de fissuration. Et ces résultats restent à ce jour, et à ma connaissance, les seuls de ce type à être exploitables en ce sens.

C'est sur ces compréhension et analyse des mécanismes physiques de fissuration et sur une alimentation pertinente en données d'entrée que sont notamment basés les développements de modèles de fissuration proposés dans nos travaux [142, 163, 94, 115, 82, 121].

## 2.2.2 Energie de fissuration d'un matériau hétérogène

Je l'ai déjà mentionné auparavant, la Mécanique de la Rupture est la science qui s'intéresse à l'étude de la propagation d'une fissure. Elle ne peut en prédire l'amorçage ou l'initiation. En revanche, elle présuppose l'existence d'une discontinuité initiale (fissure/défaut) et s'intéresse aux conditions de sa propagation. C'est dans ce contexte qu'a été définie la notion de ténacité, propriété qui quantifie la résistance à la propagation d'une fissure. La ténacité a différentes mesures équivalentes possibles, les deux principales étant le Facteur d'Intensité de Contrainte critique ( $K_{Ic}$ , chronologiquement appelée en premier *ténacité*) et le taux critique de restitution d'énergie ( $G_{Ic}$ , chronologiquement utilisé en premier dans un critère de propagation). Initialement définies en Mécanique Linéaire de la Rupture pour des matériaux fragiles, elles restent cependant utilisables dans le cas des matériaux quasi-fragiles, sous certaines conditions.

### 2.2.2.1 Éléments de mécanique linéaire de la rupture

Les travaux de Griffith dans les années 1920 [48] sur la rupture fragile, ont mis en évidence l'importance d'une grandeur énergétique, le taux de restitution d'énergie ( $G$ ). Cette grandeur représente la variation d'énergie totale (élastique et potentielle des forces imposées) lorsque la fissure se propage sous chargement constant. Initialement proposé dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, il a montré qu'un critère de propagation de fissure pouvait être formulé de la sorte :

$$G = G_c \tag{2.3}$$

Où  $G_c$  est une valeur critique du taux de restitution d'énergie, « interprétée comme une énergie réversible de séparation des lèvres de la fissure » [66], et donc égale à deux fois l'énergie de surface du matériau ( $\gamma_s$ ) :

$$G_c = 2\gamma_s \tag{2.4}$$

Ces travaux fondateurs de Griffith ont été laissés en suspend jusque dans les années 1950. Deux raisons sont invoquées [37] : d'une part le fait que des écarts souvent considérables entre l'énergie nécessaire à causer la rupture du matériau et l'énergie de surface correspondante ont été observés, et, d'autre part, le fait que les matériaux utilisés en ingénierie présentent souvent des déformations inélastiques en pointe d'entaille rendant irréaliste l'hypothèse de milieu élastique linéaire et de contrainte infinie dans cette zone. Notons que ce paradoxe de contrainte infinie était connu depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle, mis en évidence par les travaux de Wieghardt [37]. Dès la fin des années 1940, les observations expérimentales d'Orowan (1948) montraient l'existence de ces zones de déformation inélastiques, y compris pour des matériaux réputés fragiles. Il conclut que l'énergie de déformation plastique  $\gamma_p$  devait être également prise en compte dans la dissipation énergétique en pointe de fissure. Et de remplacer  $\gamma_s$  du critère énergétique par  $\gamma_s + \gamma_p$  dans les équations 2.3 et 2.4. Au regard de l'hypothèse de départ formulée par Griffith,  $G_c$  correspond donc plus justement à la puissance dissipée par l'ensemble des mécanismes irréversibles ceux-ci restant confinés en pointe d'entaille (plasticité, microfissuration, ...) [66].

Dans la même période, Irwin montrait l'équivalence des approches « en contraintes » et « énergétique » et liait ainsi le taux de restitution d'énergie ( $G$ ) au facteur d'intensité de contrainte ( $K$ ). De la même manière, il démontrait l'équivalence entre les deux formalismes  $G = G_c$  et  $K = K_c$  pour l'expression d'un critère de propagation.  $K_c$  et  $G_c$  sont donc deux façons équivalentes de quantifier la ténacité du matériau. Notons cependant que l'approche en contraintes développée par Irwin fait jouer un rôle important au facteur d'intensité de contrainte ( $K$ ) qui n'a pas de réalité physique puisqu'il est lié à la divergence des contraintes en pointe de discontinuité. En revanche, l'approche énergétique de Griffith, de par sa nature même, ne présente pas ce défaut [66].

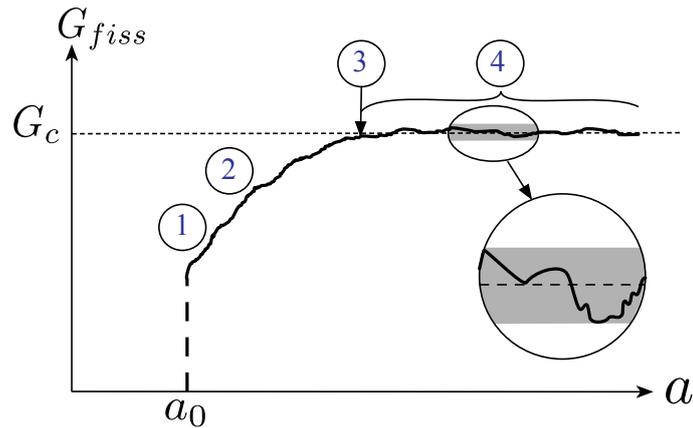


FIGURE 2.4 – Forme type de courbe de résistance à la propagation de fissure pour un matériau hétérogène quasi-fragile. Les étapes 1 à 4 de la figure 2.1 y sont symboliquement reportées. Les fluctuations autour d’une valeur moyenne de  $G_c$  sont significatives de l’hétérogénéité du matériau.

### 2.2.2.2 Ténacité d’un matériau hétérogène quasi-fragile

J’ai souligné précédemment que les matériaux hétérogènes quasi-fragiles étaient ainsi nommés à cause de l’intervention progressive de mécanismes intrinsèques et extrinsèques s’opposant à la propagation de fissure. Ces mécanismes ont été explicités pour le cas des bétons dans la section 2.1.3.2. L’exploitation des essais de mécanique de la rupture réalisés sur ces matériaux montrent que la ténacité, résistance à la propagation, augmente en fonction de la longueur de fissure. Ce qui se traduit par des courbes de résistance (courbe R) croissantes. La littérature est particulièrement abondante sur ce sujet pour les céramiques [53, 183], les bétons [151, 155], le bois [80, 79] et les tissus osseux [28, 29, 78] notamment.

Dans le cas des bétons (à l’instar des autres matériaux quasi-fragiles), la forme croissante des courbes de résistance est liée à la façon dont se développent les processus de fissuration en pointe de fissure. Pour mémoire, ces processus ont été présentés dans la section 2.1.3.2, et les principales étapes de leur développement sont illustrées figure 2.1. Les étapes 1, 2 et 3 correspondent à une augmentation progressive de l’énergie consommée par le développement de la FPZ. Ce qui explique la croissance des courbes de Résistance. A partir de l’étape 4, et si on évite l’étape 5, la consommation d’énergie dans la propagation de la macrofissure et de sa FPZ associée (qui conserve une taille constante) est stationnaire. Ce qui explique l’atteinte d’un palier dans la courbe de résistance. La figure 2.4 montre la forme d’une courbe type.

Les courbes de résistance s’obtiennent à partir d’un dépouillement d’essais de propagation de fissure. De telles courbes ont été données, par exemple, dans les références [155, 124]. Elles ont été obtenues à partir d’essais réalisés sur des éprouvettes, de type « Double Cantilever Beam », de très grandes dimensions, travaux réalisés par le passé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC). Les normes ASTM donnent, pour des géométries d’éprouvettes standardisées, l’expression analytique du taux de restitution d’énergie ( $G$ ). Pour des géométries non standardisées, la détermination de  $G$  peut être obtenue à partir de quantités globales mesurables par la formule d’Irwin-Kies [37] :

$$G = \frac{P^2}{2} \frac{dC(a)}{dA} \quad dA = Bda \quad (2.5)$$

dans laquelle  $P$  est l'effort appliqué,  $C = P/\delta$  la complaisance de l'éprouvette,  $\delta$  étant le déplacement du point d'application de la charge,  $a$  la longueur de fissure et  $dA$  l'incrément de surface de fissure. Cette méthode<sup>7</sup> peut être raisonnablement appliquée aux matériaux quasi-fragiles (à la condition que la dimension caractéristique de la FPZ soit petite par rapport à celle de l'éprouvette, et que l'on puisse considérer que la FPZ reste confinée en pointe de fissure). Dans ce cas, on considère que l'effet structurel de la macrofissure réelle et de sa FPZ associée peut être assimilé à celui d'une fissure équivalente se développant dans la même éprouvette considérée idéalement comme élastique. Si cela s'avère possible, la fonction  $C(a)$ , et donc sa dérivée, peuvent être obtenues analytiquement. Dans le cas contraire, elles sont déterminées par simulation numérique [124, 78, 80]. L'estimation de la longueur de fissure équivalente ( $a$ ) s'obtient en identifiant  $C(a)$  à la valeur de complaisance expérimentale ( $C_{exp}$ )<sup>8</sup>. La valeur du taux de restitution d'énergie calculée en des points de propagation (c'est à dire des points en lesquels évoluent les processus de fissuration) donnent une estimation de l'énergie dissipée par ces processus,  $G_{fiss}$ , et permettent la détermination de la courbe de résistance correspondante.

Le palier de cette courbe a une signification particulière. Il correspond à l'atteinte, ou le dépassement, de l'étape 3 des processus décrits figure 2.1, sans pour autant atteindre l'étape 5. La valeur du palier est une caractéristique du matériau. Elle représente l'énergie nécessaire pour créer un élément de surface  $dA$  de fissure dans le matériau élastique fragile équivalent au matériau réel hétérogène quasi-fragile considéré. Par extension, on l'assimile à l'énergie de fissuration *intrinsèque* du matériau hétérogène quasi-fragile, soit  $G_c$ , énergie principalement consommée par les processus de microfissuration dans la FPZ. À titre d'exemple, Rossi obtient une valeur moyenne de  $G_{Ic} \approx 150 \text{ J/m}^2$  [124]<sup>9</sup>, pour un béton de résistance 50 MPa utilisant un granulats silico-calcaire de 12,5 mm de diamètre maximal, avec une fluctuation des valeurs autour de cette moyenne selon une dispersion d'environ 6% de la valeur moyenne, assez classique pour une détermination de caractéristique mécanique d'un béton. La fluctuation de ces valeurs est la conséquence directe de l'hétérogénéité du matériau, la fissure rencontrant aléatoirement dans sa propagation des points faibles et des points durs.

Il est clair, compte tenu de tous ces éléments, que la détermination de la valeur « stationnaire » de l'énergie de fissuration peut être largement entachée d'erreur si des éprouvettes trop petites sont utilisées. En réalité, les valeurs ainsi obtenues sont dépendantes de la taille de l'éprouvette et des conditions aux limites.

---

7. Connue sous le nom de *Méthode de la complaisance*, et initialement développée dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture.

8. Des cycles de déchargement/rechargement doivent être imposés lors de l'expérience.

9. Ce qui correspond à une valeur de  $K_{Ic} = 2,16 \text{ MPa}/\sqrt{\text{m}}$ . Valeur comparable à celles issues d'autres références [36, 12] autour de  $2 \text{ MPa}/\sqrt{\text{m}}$ .

## 2.3 La modélisation des processus de fissuration

### 2.3.1 Eléments historiques et contexte global

L'objet de cette section n'est pas de faire une étude bibliographique détaillée et exhaustive sur les modèles de fissuration. Il existe de nombreuses revues bibliographiques sur le sujet déjà publiées ou intégrées dans diverses thèses ou rapports de recherche. J'ai moi-même participé à la rédaction de certains d'entre eux, notamment dans le cadre du projet national APPLLET [24]. Mon objectif, dans cette section, est de mettre en lumière un contexte, historique et actuel, dans lequel s'inscrivent les développements que je fais.

Parmi le nombre considérable de contributions dans ce domaine, certaines peuvent être particulièrement mises en exergue pour avoir réellement établi les bases fondamentales de la modélisation et aussi parce qu'elles trouvent un écho particulier dans les développements que j'ai réalisés ou auxquels j'ai participé. Historiquement, et selon [25], les deux premiers travaux marquants datent de la fin des années 1960 [92, 110]. Bien que s'intéressant au comportement de structures, ces papiers exposent les premières idées (simples) d'une modélisation numérique du comportement fissurant des structures en bétons. Ce qu'il est intéressant de retenir, outre leur caractère pionnier pour leur domaine, c'est qu'ils introduisent, sans en avoir conscience, les deux grandes familles d'approches modélisatrices qui, aujourd'hui encore, continuent à être utilisées et développées. À savoir [25] :

- Les modèles de type *fissure discrète* (*Discrete Crack Models*),
- et les modèles de type *fissure diffuse* (*Smearred Crack Models*).

Cette classification, couramment utilisée, fait en réalité une distinction entre les modèles sur la base du caractère continu ou discontinu de leurs supports numériques (et/ou mathématiques) [109]. Les intitulés *fissure discrète* et *fissure diffuse* prennent leur origine dans les premières approches théoriques développées historiquement par Hillerborg [52] et par Bažant [9]. Aujourd'hui les modèles s'intéressent plus à simuler des états multi-fissurés qu'une seule fissure, et on parle plus volontiers de modèles de *fissuration*<sup>10</sup> *discrète*<sup>11</sup> (*Discrete Cracking Models*) ou de *fissuration diffuse* (*Smearred Cracking Models*).

Comme il est rappelé dans [52], et si l'on veut considérer les choses de manière relativement simple, modéliser les processus de fissuration pourrait se résumer à (1) décrire leur **initiation**, et (2) décrire leur **propagation**, deux aspects purement mécaniques. J'y ajouterais un troisième : choisir un mode de représentation, un support, de l'**état** qui en résulte (c'est à dire choisir une façon de représenter les fissures elles-mêmes).

Dans le papier pionnier de Rashid [110], l'auteur considérait un comportement élastique fragile orthotrope pour le béton, et le critère de création de fissure était basé sur la contrainte principale majeure qui pouvait atteindre une valeur maximale, assimilée à la résistance en traction du matériau. L'approche s'identifie à une méthode de type fissuration diffuse, même si à l'époque cette appellation

---

10. Sur un plan purement sémantique, une fissure est fondamentalement une discontinuité dans le matériau et revêt, par nature, un caractère local et non diffus. Selon le dictionnaire de l'Académie Française, le mot « *fissuration* », désigne à la fois le fait de se fissurer et l'état qui en résulte. Par conséquent, si le mot « *fissuration* » désigne l'état de ce qui est fissuré, alors physiquement cet état peut être soit diffus soit localisé. Pour être plus précis, si l'on se réfère à l'évolution du phénomène plus qu'à son état, il convient de parler de « *processus de fissuration* ».

11. L'appellation « discrète » peut aussi être parfois ambiguë car la méthode des éléments finis est par nature une méthode discrète, puisque basée sur une discrétisation géométrique du domaine d'étude. Or tous ces modèles (continus ou discontinus) ont pour cadre la méthode des éléments finis.

n'était pas encore utilisée. L'auteur obtenait ainsi des orientations locales de fissures et pouvait procéder à une analyse du faciès de fissuration. Ce type d'approche est connu pour être acceptable pour la simulation du comportement de structures en béton armé, dès lors que le renforcement en acier évite tout mode de rupture structurel basé sur un mécanisme localisé de propagation d'une macrofissure principale et favorise plutôt la création d'une multi-fissuration structurelle.

Bažant écrit en 1983 [9] que « pour *initier* des fissures dans un corps vierge, [c'est à dire] sans fissure initiale ni concentration de contraintes, le concept de résistance est suffisant ». A contrario, l'auteur souligne qu'il n'est plus pertinent lorsqu'une fissure localisée existe déjà et qu'elle doit se propager. Il ajoute que « l'analyse [élastique] par éléments finis de la fissuration basée sur un critère en contrainte [...] n'est pas objective » car la concentration de contrainte en pointe de fissure n'est pas capturée correctement. Cette dernière tend théoriquement vers l'infini au sens de la mécanique linéaire de la rupture. Le résultat dépend alors clairement du choix du type et de la taille des éléments. Des solutions possibles ont été envisagées dans ce contexte comme, par exemple, l'utilisation de méthodes de raffinement ou d'enrichissement (éléments singuliers [6]), ou plus récemment la XFEM [83] et la méthode XIGA <sup>12</sup> [184]). La mise en oeuvre de ces méthodes dans le cadre d'hypothèses de la mécanique linéaire de la rupture a donné de bons résultats pour divers matériaux, mais, on le sait bien, les structures en béton n'entrent que difficilement dans ce cadre. La raison est liée à l'hétérogénéité du matériau [9] qui a pour conséquence que la taille de la « Fracture Process Zone » (FPZ) en pointe de fissure est relativement grande : les phénomènes de microfissuration s'y développent sur une échelle de une à deux dizaine(s) de centimètres environ <sup>13</sup> [124] et y dissipent de l'énergie. Les conditions d'applicabilité de la mécanique linéaire de la rupture ont été clairement exposées [37], et Rossi [124] de préciser : la FPZ doit rester confinée en pointe de fissure, *condition nécessaire*, et conserver des dimensions constantes, *condition suffisante*.

Ces difficultés ont pu être contournées à l'époque en se référant à des concepts de la mécanique de la rupture, dans lesquels, et selon les travaux de Griffith et Irwin, on suppose qu'une certaine quantité d'énergie est absorbée par la création de surfaces de fissures (voir section 2.2.2.1). En 1976, Hillerborg [52] fut le premier à implémenter, dans une approche éléments finis, l'idée du modèle des forces cohésives de Barenblatt [5], proposé beaucoup plus tôt dans les années 60. Il introduisit les bases de son fameux modèle numérique de « fissure fictive » ou « fissure cohésive » en considérant la proposition de Barenblatt comme une hypothèse physique permettant de prédire à la fois l'initiation et la propagation de fissures : l'approche considère qu'en pointe de fissure se développent, entre les deux lèvres, des efforts de cohésion dont l'intensité décroît en fonction de l'ouverture. En fait, ces efforts représentent le transfert de contrainte par des ligaments de matière présents dans la zone microfissurée. De fait, comme il y a des contraintes à vaincre pour ouvrir la fissure, de l'énergie est nécessairement dissipée. Hillerborg proposa alors que la quantité d'énergie dissipée soit égale à  $G_c$  <sup>14</sup>. Dans ce modèle numérique, la fissure est donc représentée par une ligne (ou un plan) de noeuds dédoublés et les forces de cohésion sont introduites entre les noeuds en vis à vis lorsqu'ils s'écartent

---

12. XIGA : Extended IsoGeometric Analysis. Approche numérique qui bénéficie des apports à la fois de la méthode des éléments finis étendue (XFEM) et de la méthode d'analyse isogéométrique (IGA), cette dernière utilisant les mêmes fonctions de base (B-splines non-uniformes, NURBS) pour la modélisation assistée par ordinateur et l'analyse mécanique.

13. Selon [124], pour un béton dont la taille du plus gros granulats est de 12,5 mm, la taille de la FPZ est d'environ 20 cm de longueur sur 10 cm de large. Ces estimations sont issues de mesures par émission acoustique.

14. Notons que c'est dans l'introduction de  $G_c$  que l'on retrouve le concept développé par Griffith et Irwin.

l'un de l'autre. Ces forces, fonctions du déplacement relatif des noeuds considérés, peuvent suivre diverses lois généralement de formes relativement simples. Comme il a été souligné précédemment, cette approche permet de rendre compte à la fois de l'initiation des fissures et de leur propagation. En ce sens, ce modèle a été une percée conceptuelle fondamentale pour l'époque, par le fait même de supposer qu'une fissure cohésive puisse se développer n'importe où, même si aucune macrofissure préexistante n'est présente [109]. L'autre intérêt de la méthode est qu'elle permet l'utilisation de maillages plus grossiers puisqu'il n'y a pas de singularité de contrainte et que l'énergie dissipée est peu dépendante du maillage [52].

Cette idée a ensuite été réutilisée par Bažant dans son papier de 1983 [9], introduisant le modèle de la « *bande de fissure diffuse* » (« *Smearred Crack Band Model* ») dans le contexte de la mécanique des milieux continus et de la méthode des éléments finis. L'hypothèse centrale du modèle stipule que la rupture dans un matériau hétérogène peut être modélisée par une bande de microfissures parallèles, dont la largeur est considérée comme une propriété du matériau. L'objectif est de maintenir le processus dissipatif dans une zone de taille non nulle, et par conséquent de toujours dissiper de l'énergie. En pratique, la largeur de cette bande coïncide avec celle des éléments finis sous-jacents, ce qui fixe une taille minimale pour ces éléments. L'auteur le justifie principalement par la nature hétérogène du matériau. D'une part, la taille d'un élément fini ne peut être conceptuellement plus petite que celle du VER du matériau<sup>15</sup>. D'autre part, l'élément supportant la bande de fissuration doit englober la FPZ qui a une dimension bien plus importante que celle des inhomogénéités, soit plusieurs fois le diamètre du plus gros granulats dans le cas des bétons. Il est précisé qu'une largeur minimale acceptable pour cette bande de fissuration serait estimée à trois fois la taille du plus gros granulats. L'effet mécanique du processus de fissuration, essentiellement en pointe de fissure, est pris en compte par une loi adoucissante exprimée en contrainte *et déformation de fissuration*. La *déformation de fissuration* est définie par l'auteur comme le cumul des ouvertures des microfissures<sup>16</sup> dans la FPZ rapporté<sup>17</sup> à la largeur de bande. On retrouve ici la même idée que dans l'approche de Hillerborg, à la différence que cette loi est exprimée en déformation et non en ouverture. L'aire sous cette courbe représente l'énergie de fissuration  $G_f$ , ou plus exactement la densité surfacique d'énergie consommée dans la création et l'ouverture de toutes les microfissures de la FPZ. Le modèle est donc fonction de trois paramètres : une énergie de fissuration, une résistance uniaxiale et une largeur de bande de fissuration<sup>18</sup>. La propagation d'une fissure dépend essentiellement du flux d'énergie à l'intérieur de sa FPZ. L'auteur considère ce flux (ou  $G_f$ ) comme une caractéristique globale de la structure dépendant peu de la distribution de contraintes et de déformations en pointe de fissure. Il justifie ainsi que son modèle soit équivalent à une approche de type fissure linéique, comme le modèle de Hillerborg vu précédemment. Le fait d'introduire une énergie de fissuration dans ces modèles confère une certaine objectivité de leurs réponses calculatoires au regard du choix de la taille des éléments. Comme il a été précédemment souligné, une conséquence directe est qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser des maillages trop fins. Comparativement, et selon son auteur, l'avantage du modèle de la bande fissurée par rapport à celui de la fissure cohésive est essentiellement numérique. L'approche

---

15. Puisque c'est sur ce volume que sont définies contraintes et déformations, elles-mêmes supportées par le maillage éléments finis.

16. Mesurées dans une projection orthogonale à l'axe de la fissure.

17. C'est à dire : « *divisé par* ».

18. En réalité, il s'agit d'une largeur « *efficace* » dépendant du modèle choisi et de l'hypothèse de déformation de fissuration uniforme à l'intérieur de la bande.

ne nécessite pas de dédoublement des noeuds et n'induit donc pas de modification de la connectivité du maillage. Ce qui en simplifie l'implantation numérique. Le modèle ne présuppose pas non plus la direction dans laquelle va s'initier la fissure, son orientation étant le résultat du calcul. Cependant, d'après les travaux de Rots [145] sur des approches similaires, des précautions particulières doivent être prises lorsque l'évolution de la bande de fissuration diffuse suit un chemin tortueux au sein du maillage. Notons également, que le formalisme mathématique du modèle de Bažant s'apparente à un modèle orthotrope d'endommagement [9]. La fin des années 70 et le début des années 80 voient naître les prémices de l'application de la mécanique de l'endommagement à la description du comportement mécanique des bétons. L'un des premiers développements, qui aujourd'hui encore fait référence, est celui de Mazars [74]. Cependant, dès cet article de 1983, Bažant soulignait que « le concept d'endommagement [était] inséparable d'une zone d'une certaine largeur caractéristique [...] ou d'un critère en énergie, sinon les prévisions de la mécanique de l'endommagement dépendraient du choix de la taille des éléments ». C'est à la fin des années 80 qu'apparaissent les premières formulations régularisées, dites « non-locales », de la mécanique de l'endommagement [103], et, un peu plus tardivement, les modèles dits « au gradient » de déformation [44, 93] ou d'endommagement [42, 90]. Notons que ces derniers sont également similaires à l'approche dite des champs de phase [77], très populaire aujourd'hui.

Les modèles de fissure cohésive d'Hillerborg et de bande fissurée de Bažant appartiennent chacun à une catégorie de la classification précédemment citée. Ce sont véritablement des modèles de fissuration, car ils considèrent clairement l'adoucissement (*softening*) comme une manifestation macroscopique (c'est à dire structurelle) de la propagation d'une fissure localisée à l'échelle du volume de matériau sollicité, et non comme représentatif du comportement du matériau à cette même échelle. Chose qui n'a pas toujours été très claire avec les modèles d'endommagement qui ont parfois perdu de vue cette dissociation conceptuelle entre adoucissement macroscopique et comportement matériau. Or, comme le rappellent Lemaître et Chaboche [68]<sup>19</sup> « la théorie de l'endommagement décrit les phénomènes [de fissuration] entre l'état vierge et l'amorçage de la fissure macroscopique ». C'est à ce stade et pour le VER que la variable d'endommagement est théoriquement définie. Cela exclue clairement le stade de la localisation et de la propagation d'une fissure macroscopique, objet d'étude de la mécanique de la rupture [linéaire ou non-linéaire] [67]. D'où cette ambiguïté conceptuelle entre endommagement et adoucissement parfois rencontrée. Cependant, une solution pour représenter une macrofissure localisée et sa FPZ par une zone d'endommagement (non-local) « énergétiquement équivalente » a été proposée [104, 75, 14]. Mais en réalité, elle revient aussi à présupposer l'existence d'une bande dans laquelle se développe un champ non homogène de déformation autour d'une fissure centrale et à en déduire le champ d'endommagement correspondant. La différence avec l'approche de Bažant est finalement la non homogénéité du champ de déformation. En outre, le caractère non-local du modèle mécanique sous-jacent conduit à rendre l'approche numériquement plus coûteuse. Néanmoins, retenons que la force des modèles d'endommagement réside dans la possibilité de les formaliser rigoureusement dans le cadre mathématique et physique de la thermodynamique des processus irréversibles [68, 74, 67] ce qui explique pour une grande part leur immense popularité.

Hillerborg et Bažant ont fixé un cadre général pour le développement de modèles de fissuration

---

19. Page 344 de la référence citée.

et posé les bases de la mécanique non-linéaire de la rupture appliquée au béton (et applicable plus généralement à tous les matériaux quasi-fragiles). Nombre de modèles développés par la suite découlent de ces deux approches ou sont en lien fort avec elles. Ils les ont affinées, enrichies. Ils ont amélioré les méthodes mais n'ont finalement pas véritablement changé les concepts de base. Planas [109] a dressé un tableau des grandes familles de modèles et précisé les différents liens entre elles, soulignant au passage le caractère non-local du modèle de la fissure cohésive (voir également [108]) ou soulignant aussi des similitudes avec les modèles à forte discontinuité (*embedded crack models*). De Borst [26] a également détaillé les parallèles entre les modèles de type *smearred* (cf. [145] pour les travaux pionniers), héritiers de l'approche de Bažant, et les modèles d'endommagement.

Notons, que j'ai volontairement éclipsé, de ce discours, certaines approches comme les modèles de type lattice ainsi que le modèle de Rossi. Je le fais, non pas parce qu'elles ne s'intègrent pas dans cette revue de littérature, bien au contraire, mais parce que ces approches englobent par leur nature propre, des aspects que je développe ultérieurement.

### 2.3.2 Quel bilan après 60 ans de développements numériques ?

Quel bilan tirer de la littérature abondante qui, depuis les années 60, traite des problématiques de fissuration et de leur modélisation numérique ?

La première chose à remarquer, et la plus importante certainement, est que toutes les bases de la modélisation ont été posées. L'essentiel est dit. Si les concepts de base sont apparus progressivement durant les 20 premières années environ, de nombreuses améliorations ont été apportées depuis sur les formalismes, les algorithmes, les méthodes de résolution etc. ... De fait, certaines de ces approches ont eu de beaux succès et se sont illustrées dans leur aptitude à prédire raisonnablement les capacités portantes maximales ou des déplacements globaux des structures.

En revanche, si l'on resserre le focus en se référant à la problématique, fondamentale, de la fissuration ou plus précisément de sa caractérisation, les résultats sont beaucoup plus mitigés. En effet, l'accès par le modèle à l'information locale, comme une ouverture de fissure par exemple, est encore très délicate, même si quelques avancées ont été réalisées dans cette voie, portées par exemple par les projets APPLET, CEOS et MEFISTO. Mettant de côté les approches de type *fissure discrète*, qui par essence donnent directement accès à des ouvertures de fissure, on peut citer comme exemple dans ce domaine les méthodes de post-traitement des zones d'endommagement telles que celle développée par [33].

Donc techniquement, il est possible d'accéder à une ouverture de fissure même pour une approche de fissuration diffuse. Cependant, le caractère véritablement prédictif des modèles et relatif à cette problématique de caractérisation de la fissuration est encore une question ouverte pour la plupart des approches. A mon sens cela vient en grande partie de la pertinence de la représentation de la physique locale par rapport à celle de la physique globale. Si, pour une structure, un même état global de capacité portante et de déformée peut être obtenu pour des champs de déplacements/déformations différents, il n'en va pas de même à l'échelle locale. L'ouverture d'une fissure dépend clairement du champ de déplacements local. Certains aspects de la physique locale peuvent être pris en compte dans le formalisme mécanico-mathématico-numérique du modèle, d'autres peuvent l'être par les données d'entrée. C'est souvent ce dernier point qui pose problème, car souvent les approches proposées y portent peu d'attention.

On oublie trop souvent que le matériau considéré est hétérogène et que la taille caractéristique de son hétérogénéité est suffisamment importante par rapport à celle des éléments finis utilisés. Il en résulte que l'élément fini n'est pas forcément un volume élémentaire représentatif du matériau. Le comportement mécanique local (au sens du comportement élémentaire) n'est donc pas homogène, et certains paramètres (comme par exemple la résistance en traction) sont sensibles aux effets d'échelle<sup>20</sup>. En réalité ces aspects devraient être systématiquement intégrés d'une manière ou d'une autre dans les modèles.

### 2.3.3 Retour sur une philosophie de modélisation, cadre et objectifs

Pour revenir plus particulièrement aux approches sur lesquelles il m'a été donné de travailler, et compte tenu de ce que je viens d'énoncer, voici en quelques mots, les objectifs de modélisation que nous nous étions définis :

**1. Proposer un modèle, mathématique et mécanique, simple basé sur une physique raisonnable :**

A première vue, on peut se demander comment la simplicité mathématique d'un modèle peut embrasser la complexité inhérente à une réalité physique ? Les deux aspects pourraient sembler contradictoires. Il est vrai qu'une description mathématique exhaustive (du moins tant que faire se peut) des mécanismes physiques implique toujours un nombre de paramètres trop important, souvent très difficiles (et coûteux) à obtenir, rendant délicate l'utilisation du modèle. La stratégie, si une simplification est à opérer, peut résider dans une démarche similaire au principe de Pareto : trouver une physique simple qui décrit l'essentiel des phénomènes. Cette simplicité se retrouvera dans l'écriture mathématique du modèle. Cependant, elle revient toujours à perdre en richesse dans la description du comportement mécanique. La question est donc comment enrichir une approche simplifiée pour décrire raisonnablement la complexité de la réalité physique ?

**2. Proposer un modèle alimenté en données riches et une stratégie d'obtention de ces données :**

Conformément à ce que nous avons souligné précédemment dans la section 2.3.2, ce point est une réponse à la question précédente et certainement la difficulté principale de l'approche. L'enrichissement que peut apporter la donnée d'entrée doit provenir de la pertinence physique qu'elle est susceptible de porter en elle, nous l'avons déjà évoqué précédemment. La question sous-jacente est donc comment intégrer une physique pertinente dans la donnée d'entrée ? Ce point est développé par la suite.

**3. Proposer un modèle prédictif et quantitatif :**

- de la capacité portante d'une structure en béton,
- de son état de fissuration et en donner une caractérisation fine : ouvertures, nombre et espacement de fissures.

Ces deux points doivent être la conséquence des objectifs 1 et 2. On notera, au passage, qu'ils

---

20. Je renvoie le lecteur aux sections 2.1.3 et 2.2

convoquent deux échelles très différentes : l'échelle globale et l'échelle locale.

Je voudrais maintenant revenir au cadre de modélisation dans lequel s'inscrivent ces objectifs et dont j'ai esquissé les contours en introduction pour en préciser la teneur. Ce cadre inclut donc un ensemble de réflexions autour de quatre grandes lignes, que je rappelle et développe ici :

— **Quelle physique des processus de fissuration représenter (en réponse au point 1) ?**

D'une manière générale, et pour fixer les choses, je retiendrai simplement deux cas de figure différents : la représentation d'un état de fissuration diffus et la représentation d'un état de fissuration localisé (macrofissure et éventuellement sa FPZ associée). Pour chacun de ces deux états, l'approche choisie doit permettre de caractériser la fissuration obtenue. Un état de fissuration diffus peut être vu comme un ensemble diffus de microfissures, et donc décrit par une multitude de créations locales de microfissures. Pour un état de fissuration(s) localisée(s), la problématique porte essentiellement sur la description de l'initiation et de la propagation d'une(de) macrofissure(s). On voit donc apparaître deux schémas de représentation possibles : création de fissures d'une part (générées par des ruptures locales fragiles), et initiation/propagation d'autre part (au sens d'une rupture plus ductile, je parle ici de *ductilité* post-pic, dans une acception qui l'opposerait à la rupture *fragile* ). On peut déjà noter, ici, qu'ils correspondent à des échelles différentes de manifestation des mécanismes physiques (le second se produisant à une échelle plus grande que le premier), et les supports mathématico-mécaniques qui permettront de décrire ces deux physiques différentes doivent aussi tenir compte de ces différences d'échelle. C'est sur ces deux schémas que nous avons bâti nos approches. Je les détaillerai dans les sections suivantes.

— **Comment intégrer cette physique de façon pertinente dans les données d'entrée (en réponse au point 2) ?**

Cet aspect a déjà été longuement détaillé dans les sections 2.1.3 et 2.2 de ce document, qu'il s'agisse de l'observation des processus physiques mis en jeu, de l'impact de l'hétérogénéité sur ces processus ou encore des conséquences sur les propriétés mécaniques du matériau. L'option retenue est de reprendre et développer l'idée de départ proposée par Rossi [142], à savoir d'intégrer dans la modélisation, au travers des données d'entrée, un lien quantitatif entre une mesure (par différents indicateurs) du niveau d'hétérogénéité du matériau et ses propriétés mécaniques. Lien qui traduise aussi bien le caractère aléatoire de ces propriétés que les éventuels effets d'échelle dont elles pourraient faire l'objet.

Rossi a obtenu ce lien pour la résistance à la traction et le module d'Young via l'expérimentation et en a tiré les relations empiriques 2.1. Ces dernières peuvent, a priori, être utilisées in extenso dans une modélisation à condition que le rapport d'échelle ( $V/v_g$ ) satisfasse les conditions 2.2.

Dans le cas où l'obtention directe de la propriété concernée n'est pas possible expérimentalement, cette dernière peut être obtenue indirectement par analyse inverse. Il est possible d'imaginer, en couplant modélisation et expérimental, des stratégies plus ou moins complexes pour obtenir de telles relations sur une propriété donnée. J'en présenterai des exemples dans

le chapitre 3.

— **Quel support numérique choisir pour la description des fissures ?**

Le support numérique porte en lui une échelle de modélisation qui n'est pas sans lien avec l'échelle de modélisation mécanique. Nous avons développé là encore nos approches sur deux stratégies différentes : une approche *explicite* de la fissuration et une approche qualifiée de *semi-explicite*. Je les détaillerai et expliquerai dans les prochaines sections 2.3.5.1 et 2.3.5.2.

— **Comment assurer une cohérence de l'ensemble au regard de la problématique traitée ?**

La réponse à cette question est à la fois simple et multiple. Elle consiste à mettre en cohérence les échelles évoquées précédemment : l'échelle des processus physiques, l'échelle de modélisation mécanico-mathématique, l'échelle de modélisation numérique. On peut noter qu'à ces échelles s'ajoute également celle de la détermination expérimentale des paramètres.

### 2.3.4 L'apport d'une démarche probabiliste

A la question fondamentale précédente « Quelle physique pertinente considérer ? », Rossi avait apporté, dans les années 90 [142, 141], les premiers éléments de réponse par la prise en compte de l'hétérogénéité du matériau et de ses effets mécaniques au travers d'une approche modélisatrice intégrant la probabilisation de certains paramètres du modèle.

D'autres auteurs se sont également penchés, à peu près à la même époque, sur ces aspects, mais de façon différente. Citons, par exemple, les travaux de Mazars [73] et ceux de Breysse sur la probabilisation d'une loi d'endommagement [18], ceux de Carmeliet sur l'utilisation de champs autocorrélés de paramètres matériau [20]. Toutes ces approches avaient pour objectif de rendre compte de l'aspect aléatoire du comportement et des possibles effets d'échelle du fait de l'hétérogénéité du matériau. Elles permettaient également une forme de régularisation du modèle. Cependant, on ne peut pas dire qu'elles aient connu un véritable engouement. Peut-être parce qu'avec les approches probabilistes, les développements se complexifiaient (au regard, sans doute, des moyens de calcul de l'époque) et aussi parce que les effets d'échelle ont été, sous l'impulsion des travaux de Bažant [7, 8], considérés plus comme un effet de structure que comme une conséquence même de l'hétérogénéité du matériau (effets d'échelle statistiques). Notons au passage, qu'à cette époque, la mise en lumière des effets d'échelles donnait lieu à un vif débat et plusieurs approches se confrontaient, celle de Bažant, bien évidemment, mais aussi celle de Rossi ou celle de Carpinteri [21] qui regardait les processus de fissuration par le prisme de la géométrie fractale.

Ce n'est finalement que très récemment qu'un regain d'intérêt est apparu, du moins en France, en partie grâce aux projets CEOS, MEFISTO et MACENA, qui, je le rappelle, ont remis sur le devant de la scène la problématique de fissuration, sa modélisation et surtout *sa caractérisation*. De fait, certaines approches reprennent les lois empiriques de Rossi [143] pour tenir compte de ces aspects. D'autres sont basées sur une recherche, au sein de la structure, de la zone de rupture la plus probable. Sellier, par exemple, formalise élégamment cette recherche dans le cadre de la méthode des champs de phase [149]. Enfin, je citerai, dans un autre registre, les approches de type « lattice », initialement introduites dans le domaine de la physique statistique pour l'étude de la rupture des

matériaux désordonnés [70, 13] et aujourd’hui encore largement utilisées pour simuler la fissuration (de façon explicite) des bétons.

Mais revenons aux travaux initiaux de Rossi, car ce sont eux qui fixent le cadre des développements dans lesquels je suis intervenu. Je l’ai déjà évoqué en introduction (voir paragraphe 1.3) ainsi qu’au chapitre 2.2.1, l’approche exploite une grande base de données expérimentales sur le comportement en traction d’une large gamme de bétons et propose de relier certaines caractéristiques mécaniques (module d’élasticité et résistance à la traction) à une estimation du niveau d’hétérogénéité du volume de matériau sollicité, intégrant ainsi naturellement, dans le modèle, aléa et effet d’échelle simultanément. Le principe de l’approche est simple. Il est basé sur deux points fondamentaux :

- Le premier est un concept de base trop souvent oublié des modélisateurs : l’élément fini représente un volume donné de matière. Sauf que le matériau est hétérogène, et que le poids de cette hétérogénéité peut avoir des conséquences sur les caractéristiques mécaniques d’un volume de matière équivalent à celui de l’élément fini : aléa et effets d’échelle.
- Le second est une hypothèse majeure : considérer que les mêmes mécanismes, à l’origine des processus de fissuration, se produisent à toutes les échelles.

Ces deux points permettent d’exploiter directement les résultats de la base de données expérimentales. Rossi les avait exprimés sous la forme de relations empiriques donnant directement les caractéristiques des distributions aléatoires des propriétés mécaniques concernées en fonction d’une estimation du niveau d’hétérogénéité du volume de matière sollicité (cf. 2.2.1). Rappelons que la quantification de ce niveau d’hétérogénéité était donnée par deux indicateurs : un rapport d’échelle (le ratio volume sollicité sur volume de l’hétérogénéité majeure, i.e. le plus gros granulats), et un indicateur de la qualité de pâte (mesurant en quelque sorte la différence de propriétés mécaniques entre la pâte et les granulats). Compte tenu des remarques précédentes, il suffit de considérer l’élément fini comme un volume de matière hétérogène et de tirer des relations empiriques, les caractéristiques de distributions des propriétés mécaniques considérées aléatoires : par exemple les valeurs moyennes et les écarts types d’un module, d’une résistance ou, pourquoi pas, d’une énergie de fissuration. Ces propriétés sont ainsi distribuées sur tout le maillage. Le reste de l’approche est déterministe. L’élément fini supporte localement une loi de comportement choisie au préalable pour représenter raisonnablement l’acceptation que l’on a des processus de fissuration à cette échelle. Il faut donc réaliser un certain nombre de tirages aléatoires et de simulations consécutives pour analyser statistiquement les résultats (approche de type Monte Carlo).

La force de cette méthode réside véritablement dans cette exploitation des données expérimentales matériaux, pré-établies une bonne fois pour toutes, et pour différents types de bétons. La méthode ne nécessite finalement qu’un nombre réduit de paramètres initiaux, notamment ceux permettant d’estimer le niveau d’hétérogénéité de chaque élément fini, à savoir un diamètre de plus gros granulats et une résistance à la compression (indicateur de qualité de pâte). Deux paramètres parlants pour l’ingénieur et facilement accessibles. Comme elle est probabiliste et intègre en même temps les effets de volume elle permet aussi de régulariser le problème, à la fois, sur un plan énergétique (si localement le modèle mécanique intègre une possible dissipation d’énergie) et sur un plan numérique en rendant le faciès de fissuration moyen indépendant du maillage. Enfin, elle n’intègre pas explicitement, dans son formalisme mathématique, de longueur interne particulière<sup>21</sup>, souvent dif-

---

21. On sait qu’il est toujours délicat de déterminer proprement ces longueurs internes.

facile à estimer de façon objective. Ou du moins, s'il existe une telle longueur, elle est implicitement contenue dans le rapport d'échelles (ratio volume sollicité sur volume du plus gros granulat).

### 2.3.5 Les modèles probabilistes développés : principes et mise en oeuvre.

Dans le contexte précédemment décrit aux sections 2.3.1 et 2.3.2 et selon le cadre et les objectifs explicités à la section 2.3.3, j'ai travaillé sur différentes approches. Je vais en présenter deux particulières, une approche *explicite* et une approche *semi-explicite* de fissuration probabiliste. La différence de dénomination entre *explicite* et *semi-explicite* fait référence à la façon de représenter numériquement la fissuration.

Notons, de façon préliminaire, que tous les modèles ont été développés dans le cadre de la méthode aux éléments finis et implantés dans un code de calcul « maison », appelé FiDeS (Fissuration Des Structures), à vocation de recherche et d'expertise<sup>22</sup>. J'ai moi-même créé cet outil et piloté son développement.

#### 2.3.5.1 Une approche explicite de fissuration probabiliste

Stricto sensu, cette première approche correspond au modèle initialement développé par Rossi[132] dans les années 90 et que nous avons déjà partiellement évoqué en introduction de ce document (cf. section 1.3). Rappelons-en ici les principes d'implantation.

Ce modèle a pour vocation de représenter explicitement des fissures par l'utilisation d'éléments d'interface (ou de contact), d'où la dénomination « d'approche explicite ». Le maillage éléments finis est constitué d'éléments de volume représentant le béton sain entre lesquels sont intercalés ces éléments d'interface quadratiques introduisant, lorsqu'ils sont activés, la discontinuité cinématique franche dans le maillage significative de l'apparition d'une fissure. Lorsqu'ils ne sont pas actifs, c'est à dire lorsqu'aucune fissure n'est créée, ces éléments permettent d'imposer la continuité des déplacements entre les éléments de volume. Ils fonctionnent grâce à un mécanisme de pénalisation<sup>23</sup>/dépénalisation de leur matrice de rigidité.

On définit alors une cellule d'intérêt constituée de deux éléments de volume voisins bordant un élément d'interface. Selon l'approche considérée ici, cette cellule doit avoir un comportement élastique fragile. Classiquement, le comportement mécanique d'un élément fini est donné par une relation entre contraintes et déformations. Dans le cas particulier de l'élément d'interface, les contraintes sont directement reliées aux déplacements relatifs des noeuds de ses faces en vis à vis, car cet élément n'a pas d'épaisseur. Contraintes et déplacements relatifs sont exprimés dans la direction normale et dans les directions tangentiels à l'élément, comme indiqué dans la relation 2.6 en 2D (pouvant être généralisée aisément en 3D).

---

22. La question du choix du logiciel dans lequel développer ces modèles s'est bien évidemment posée avant de démarrer les travaux. Le premier outil auquel nous avons pensé était CESAR-LCPC. Cependant, et fort malheureusement, son avenir à ce moment-là était très incertain. L'équipe de suivi et de maintenance du code avait été fortement réduite et le maintien de son développement risquait d'être compromis. J'ai donc opté pour le développement de mon propre outil numérique afin de conserver la maîtrise de son développement.

23. La pénalisation consiste à imposer une rigidité infiniment grande dans la direction considérée. La notion « d'infiniment » étant à comprendre au sens numérique du terme, à savoir « très grande » par rapport à la valeur dépénalisée.

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Les éléments de volume représentant le béton sain suivent un comportement élastique (ils ne fissurent pas). Les éléments d'interface peuvent s'activer pour créer une fissure dès lors qu'un critère en contrainte est vérifié. Deux modes de rupture sont alors possibles :

- Le premier en ouverture pure, s'exprime en fonction de la contrainte normale ( $\sigma_n$ ) et d'une résistance à la traction ( $f_t$ ) par :

$$\sigma_n - f_t > 0 \quad (2.7)$$

- Le second, s'exprime en fonction de la contrainte tangentielle ( $\tau$ ) et d'une résistance en cisaillement ( $C$ ) par :

$$\tau - C > 0 \quad (2.8)$$

Lorsque l'un de ces critères est vérifié dans l'élément, ce dernier devient actif, c'est à dire qu'il représente une fissure active. Il perd alors automatiquement sa résistance en traction ( $f_t = 0$ ) et sa cohésion ( $C = 0$ ), ce qui traduit bien une rupture fragile. Sa matrice de rigidité est alors dépénalisée complètement si l'élément est ouvert, partiellement s'il est actif mais refermé. Dans ce cas, la dépénalisation est uniquement tangentielle, la pénalisation de la raideur normale étant conservée afin d'imposer la condition de non interpénétration de l'élément<sup>24</sup>. L'élément actif refermé suit un comportement frottant gouverné par une loi de Coulomb :

$$\begin{cases} \sigma_n \leq 0 \\ |\tau| + \sigma_n \tan(\phi) > 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Le non glissement entre les lèvres de la fissure étant alors assuré lorsque la condition  $|\tau| + \sigma_n \tan(\phi) \leq 0$  est vérifiée.

Notons que l'état ouvert ou refermé d'un tel élément n'est a priori pas définitif. Une fois ouvert il peut, par exemple, se refermer pour ensuite se réouvrir. Numériquement, la vérification de la non interpénétration ou du décollement s'effectue après le calcul de l'incrément de déplacement au cours des itérations internes et avant le calcul des contraintes. La vérification de l'un d'entre eux conduit alors à la réactualisation de la matrice de rigidité par pénalisation/dépénalisation. Toute la difficulté technique réside principalement dans la gestion, au cours des itérations, de ces états successifs de décollement ou de refermeture et il peut être nécessaire de mettre en place des stratégies particulières en cas d'oscillation (comme par exemple forcer la refermeture).

---

24. Notons que la non interpénétration de l'élément n'est pas strictement garantie par une méthode de pénalisation. En effet, bien qu'« infiniment » grande, la raideur normale de l'élément autorise une très légère, mais néanmoins négligeable, interpénétration des faces en vis à vis.

Les critères de fissuration 2.7 et 2.8 font intervenir des caractéristiques mécaniques du matériau considéré : les résistances en traction et en cisaillement. Prenons tout d’abord le cas de la résistance en traction. Nous développerons par la suite le cas la résistance en cisaillement. Selon la philosophie de l’approche initiée par Rossi [142], ce paramètre est fonction du volume de matière localement sollicité. Ce volume, noté  $V_e$ , est celui de la cellule d’intérêt évoquée précédemment. Il est alors utilisé dans l’évaluation du facteur d’échelle ( $V_e/V_g$ , cf. section 2.2.1) relatif à un béton donné, dont on connaîtrait le diamètre du plus gros granulat ( $V_g$ ) et la résistance à la compression ( $f_c$ ). Le degré d’hétérogénéité de ce volume « élémentaire » est alors défini, et sa résistance à la traction peut être évaluée au sens de la formulation donnée par Rossi [143] et reprise dans les relations 2.1. Cette résistance est distribuée aléatoirement sur l’ensemble du maillage. Initialement, dans les premiers travaux de Rossi [142], les tirages aléatoires des valeurs de résistances étaient réalisés au sens d’une distribution gaussienne tronquée<sup>25</sup>, dont la valeur moyenne et l’écart type étaient données directement par les relations 2.1. Par la suite, la distribution gaussienne a été remplacée par une distribution de Weibull, plus conforme à l’esprit de l’approche.

L’hypothèse évoquée dans la section 2.3.4 et qui consiste à considérer que *les mêmes mécanismes, à l’origine des processus de fissuration, se produisent à toutes les échelles* permet d’envisager une formulation continue des effets de volume sur les paramètres mécaniques quelque soit la valeur de  $V_e/V_g$ . Cependant, il peut arriver que la finesse du maillage soit telle que  $V_e/V_g$  sorte du domaine de validité des formules de Rossi ( $10 \leq V/V_g \leq 10000$  mm, cf. relations 2.2) nécessitant une extrapolation de ces formules hors de ce domaine. Or cette extrapolation pose problème dans le cas des formules de Rossi [162]. En effet, les dérivées par rapport à  $f_c$  de la valeur moyenne et de l’écart type sur  $f_t$  (cf. relations 2.1) sont données par :

$$\frac{\partial m_{f_t}}{\partial f_c} = -m_{f_t} \frac{\partial b}{\partial f_c} \ln \left( \frac{V_e}{V_g} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \sigma_{f_t}}{\partial f_c} = -\sigma_{f_t} \frac{\partial (b + B)}{\partial f_c} \ln \left( \frac{V_e}{V_g} \right) \quad (2.11)$$

Or pour être physiquement admissibles, ces relations doivent respecter les conditions suivantes :

$$\frac{\partial m_{f_t}}{\partial f_c} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \sigma_{f_t}}{\partial f_c} < 0 \quad \forall \left( f_c, \frac{V_e}{V_g} \right) \quad (2.12)$$

Ce qui traduit que, plus la qualité du béton augmente<sup>26</sup>, plus sa résistance à la traction augmente en valeur moyenne et moins elle est dispersée. Or 2.10 et 2.11 montrent que leurs signes dépendent de celui de  $\ln \left( \frac{V_e}{V_g} \right)$ , lequel change en  $\frac{V_e}{V_g} = 1$ <sup>27</sup>. Par conséquent, cela peut induire une évolution inverse pour les petits facteurs d’échelle ( $\frac{V_e}{V_g} < 1$ ). Ce qui n’est pas permis par les conditions précédentes

25. Pour des distributions à fortes dispersions, des valeurs négatives étaient possiblement réalisées. Dans ce cas, ces valeurs n’étaient pas considérées. On effectuait alors un nouveau tirage jusqu’à ce qu’une valeur positive soit obtenue. Cette approche était celle implantée dans CESAR-LCPC.

26. C’est à dire, plus  $f_c$  augmente.

27. Notons que pour  $25\text{MPa} \leq f_c \leq 130\text{MPa}$ ,  $\frac{\partial}{\partial f_c}(b) < 0$  et  $\frac{\partial}{\partial f_c}(b + B) > 0$ .

(relations 2.12). C'est pourquoi j'insiste ici sur le fait que les relations de Rossi ne peuvent être extrapolées raisonnablement hors de leur domaine de validité (cf. relations 2.2) que si  $\frac{V_e}{V_g} \geq 1$ .

Par conséquent, la seule façon de connaître les caractéristiques de distribution de la résistance à la traction pour les petites valeurs de  $\frac{V_e}{V_g}$  est de les déterminer par analyse inverse. On peut d'ailleurs généraliser ce principe pour toutes valeurs de  $\frac{V_e}{V_g}$  inférieures à 10 et supérieures à 10000 et proposer un nouveau fittage de l'ensemble des points obtenus. C'est à ce prix que l'on peut alors décrire correctement la dépendance au volume sollicité de la résistance à la traction d'un béton donné.

Je ferai maintenant quelques remarques complémentaires :

- Les éléments d'interface utilisés dans cette approche sont à interpolation quadratique. Ils permettent par nature de mieux capter les gradients de contrainte. Par soucis de vérification, nous avons testé l'approche avec des éléments linéaires. Ils ne permettent pas de représenter convenablement la propagation d'une fissure localisée, car ils conduisent à un « déboutonnage » précoce de la fissure. Ce que permettent en revanche les éléments quadratiques.
- Le modèle mécanique est basé sur un comportement local élastique fragile. Il n'y a donc aucune énergie dissipée dans le comportement du matériau. En fait, la dissipation d'énergie est reportée à l'échelle structurelle.
- Le choix d'un comportement local élastique fragile impose que le maillage soit suffisamment fin par rapport à la dimension caractéristique de la zone où se développent les gradients de contrainte. Ce qui justifie les remarques faites précédemment sur les petites valeurs de  $\frac{V_e}{V_g}$ .
- La distribution aléatoire de la résistance à la traction, combinée à la prise en compte des effets de volume, régularise (numériquement et statistiquement) le modèle. D'une part, cela permet de décrire des comportements structuraux adoucissants indépendants de la finesse du maillage malgré les fragilités locales. D'autre part, on peut considérer que cela évite la dépendance à l'orientation pré-établie du maillage<sup>28</sup>.
- La détermination par analyse inverse de la loi d'effet de volume proposée ci-dessus, permet d'assurer l'auto-cohérence du modèle [170, 168]. Ce qui, à mon sens, assure en quelque sorte un premier niveau d'auto validation du modèle.
- Notons enfin que ce modèle, initialement développé en 2D a été étendu en 3D dans le cadre de la thèse de M. Mota [81]<sup>29</sup> dans un code de calcul intensif développé à l'Université Fédérale de Rio de Janeiro (UFRJ) [120].
- Le principal inconvénient de cette approche reste son coût numérique. Le dédoublement des nœuds augmente considérablement la taille du système linéaire à inverser et l'utilisation d'éléments d'interface pénalisés induit un mauvais conditionnement de la matrice. Ce dernier point limite le choix d'utilisation des solveurs, car les solveurs itératifs ne convergent pas, et peut influencer sur la précision du résultat donné par les solveurs directs.

Quelques illustrations de cette approche sont données au chapitre 3.

---

28. On peut, du moins, considérer que ça la limite considérablement.

29. Thèse UFRJ co-dirigée par P. Rossi et le professeur F. Ribeiro, et co-encadrée par le professeur E. Fairbairn et moi-même. Soutenue en 2021. Ces travaux ont été réalisés dans le cadre d'une collaboration bilatérale entre l'Université Gustave Eiffel (initialement le LCPC) et l'UFRJ qui existe depuis [2014 à vérifier].

### 2.3.5.2 Une approche semi-explicite de fissuration probabiliste

La motivation pour le développement de cette approche a pris sa source dans la volonté de pouvoir simuler le comportement macrofissurant tridimensionnel des structures en béton. Or, le modèle précédent, bien que puissant dans les résultats qu'il fournit pour caractériser la fissuration, reste particulièrement coûteux en temps de calcul, si aucune stratégie numérique adaptée n'est utilisée pour le diminuer.

Notre choix s'est tout naturellement porté sur une approche de mécanique des milieux continus et ce pour différentes raisons. Tout d'abord parce que les modèles mésoscopiques sont souvent préférés par les ingénieurs en raison de l'existence d'un cadre théorique bien établi (celui de la thermodynamique des processus irréversibles par exemple) et de la possibilité d'utiliser des variables mesurables et des lois d'évolution. Ensuite, parce que l'implémentation numérique dans le contexte de la méthode des éléments finis est assez naturelle et des algorithmes de résolution robustes sont largement disponibles. Enfin, outre le fait d'être moins exigeant en terme d'efforts de calcul que les modèles discrets, un modèle continu peut être amélioré, relativement facilement, en incluant des effets multi-physiques comme par exemple des couplages thermo-hydriques ou la prise en compte du fluage.

Dans la simulation numérique, l'élément fini volumique est le support géométrique et matériel de la loi de comportement mécanique du matériau, reliant contraintes et déformations. Choisir une loi élastique fragile, à l'image du modèle précédent, ne serait pas judicieux. Car il y aurait alors une forme d'incohérence presque conceptuelle entre le fait d'être obligé de mailler finement la structure (à cause du choix du modèle mécanique) et le fait que l'élément de volume, une fois fissuré, ne devrait plus transmettre de contrainte et serait donc mécaniquement équivalent à un trou. Or un trou diminue la concentration des contraintes en son pourtour. On aurait alors une approche très locale du comportement mécanique combinée à une approche beaucoup moins locale pour le support numérique de la fissuration. En outre, l'utilisation de maillages fins conduirait à des coûts de calcul très importants car la finalité, ne l'oublions pas, est la simulation du comportement d'une structure réelle. On en reviendrait au défaut principal du modèle précédent. Cette finalité impose donc des tailles minimales d'éléments assez grandes, car la finesse du maillage doit aussi être compatible avec des temps de calcul raisonnables, y compris lorsque ces calculs sont parallélisés. Un élément fini d'un maillage de structure réelle peut donc être d'une taille relativement grande par rapport à celle de l'hétérogénéité majeure du matériau. N'oublions pas qu'il représente un volume équivalent de matière hétérogène. Le comportement doit représenter l'effet mécanique des processus physiques qui s'y développent. Le choix de la loi correspondante doit être cohérent avec l'échelle de l'élément.

Selon ce qui a été présenté aux sections 2.1.3.1 et 2.1.3.2, les processus physiques peuvent être distingués en un endommagement pré-pic (plus ou moins important), une localisation de la fissuration et une propagation de fissure localisée. Pour des éléments de très grande taille, représentant un volume important de matériau hétérogène, l'endommagement pré-pic peut être négligeable alors que la propagation de la fissure localisée devient prépondérante. Ces processus de fissuration dissipent une énergie non négligeable à l'échelle de ce volume et la loi de comportement doit en tenir compte. Par conséquent, l'approche proposée ici doit se baser sur une loi dissipative, et la quantité d'énergie dissipée doit être mise en rapport avec le volume de matière hétérogène fissuré.

Dans la première approche développée [163], le choix a été fait de considérer à l'échelle de l'élé-

ment fini un comportement de type *matériau*, c'est à dire un comportement qui ne présente pas de pic en contrainte suivi d'adoucissement, significatif d'une localisation de la fissuration<sup>30</sup>. Un comportement élasto-plastique fragile en traction pure avait été choisi. Rappelons que le modèle était voué à représenter principalement ce mode de fissuration (mode I). Un tel comportement dissipe de l'énergie. Une part de cette énergie peut être consommée éventuellement dans la phase pré-pic du comportement fissurant, une autre dans la phase post-pic. En outre, lorsque toute l'énergie dissipable est effectivement consommée, la fragile brutale traduit le fait que l'élément est effectivement rompu. A ce moment-là il ne transmet plus de contrainte. L'élément devient donc un trou, et les contraintes se redistribuent naturellement sur ses voisins. Ce trou est alors un élément de la macrofissure structurelle. L'identification des paramètres du modèle, la contrainte palier et l'énergie dissipée, était rendue possible grâce à une campagne d'expérimentation numérique basée sur le modèle explicite (cf. section 2.3.5.1). Un ensemble d'éprouvettes de traction de différentes tailles et toutes constituées d'un même béton, était alors simulées numériquement. L'analyse statistique des réponses exprimées en relations contrainte / déformation permettait de déterminer, par équivalence énergétique, les distributions probabilistes de contrainte palier et d'énergie dissipée pour chaque taille d'éprouvette (numérique) et d'en déduire les lois d'effet d'échelle sur ces paramètres. Un test de validation avait ensuite été réalisé avec ces paramètres sur une poutre en flexion 4 points pour laquelle nous disposions d'un ensemble de mesures expérimentales (effort, flèche, ouvertures de fissures). La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montraient la faisabilité de l'approche.

Cette approche a été par la suite abandonnée, principalement parce que l'adoption d'un modèle matériau pour représenter la propagation d'une macrofissure n'était pas satisfaisante conceptuellement parlant. Je pense que ce modèle était applicable à la poutre parce que le volume des éléments n'était finalement pas très grand. La part de l'énergie dissipée par la propagation de la fissure n'était pas très importante à l'échelle de l'élément. Il n'est donc pas garanti (à mon avis) qu'un tel comportement puisse être utilisé de façon satisfaisante sur des éléments de grande dimension. Nous avons alors développé une autre approche que nous avons progressivement rendue plus cohérente avec le phénomène que nous voulions représenter : la dissipation d'énergie par la propagation d'une fissure localisée dans des éléments de grande taille. Elle est basée sur l'adoption d'un comportement élastique endommageable, support mathématique de dissipation d'énergie. Contrainte maximale et énergie dissipée sont les paramètres probabilistes à déterminer. La contrainte maximale représente l'initiation de la fissure localisée, alors que l'adoucissement post-pic porté par la loi d'endommagement est la conséquence de sa propagation. A nouveau, on considère l'élément totalement rompu dès lors que toute l'énergie dissipable est effectivement consommée. C'est donc à ce moment là, précisément, que l'on considère avoir une fissure. Et, de la même manière que précédemment, l'élément devient un trou, les contraintes se redistribuent naturellement sur ses voisins et ce trou est un élément de la macrofissure structurelle.

---

30. C'est à l'échelle du volume élémentaire représentatif (VER) d'un matériau que sont définies les grandeurs (thermodynamiques) qui caractérisent son état et son comportement mécanique [67]. A cette échelle, ces grandeurs doivent pouvoir être décrites de façon continue et sans fluctuation ou variation locale importante. Faire l'hypothèse d'un comportement matériau à l'échelle de l'élément fini, conduit à considérer l'échelle de ce dernier comme étant au moins comparable à celle du VER. En réalité, si l'on considère le matériau homogène par élément, l'hétérogénéité étant représentée par des variations de propriétés d'un élément à l'autre, rien n'interdit de parler de comportement matériau sur l'élément, quelque soit sa taille, à condition que ce comportement ne présente pas d'adoucissement significatif de localisation.

A l'échelle de la structure modélisée, la macrofissure est donc représentée, dans ce type d'approche, par une succession de trous. Qu'en est-il de la pertinence de cette représentation ? La réponse à cette question repose sur deux aspects. Le premier, numérique, concerne la taille de l'élément. En général la finesse du maillage à l'échelle structurelle est choisie, a minima, en cohérence avec une représentation correcte de la cinématique élastique. La taille de l'élément est donc assez petite par rapport à la taille du maillage et son poids dans la cinématique globale, tout comme dans le comportement mécanique global, doit être situé entre faible et très modéré. Le second aspect est lié aux paramètres du comportement mécanique, principalement ici la contrainte maximale en traction et l'énergie dissipée. Dans la philosophie que nous développons, l'élément doit véritablement avoir un comportement significatif du volume de matière hétérogène sollicité, qu'il représente au sein de la structure, car ces paramètres (aléatoires) sont dépendants de ce volume. Par conséquent et a priori, le comportement local étant *réaliste*, on peut s'attendre à ce que l'estimation de l'ouverture de fissure le soit aussi localement. Cette estimation est obtenue par calcul des déplacements relatifs des noeuds de l'élément situés de part et d'autre du plan de fissuration. Ce dernier peut être repéré, par exemple, par l'orientation d'une contrainte principale majeure (positive). Notons que l'estimation de l'ouverture de fissure ne peut être obtenue que lorsque l'élément est effectivement rompu, c'est à dire lorsque toute l'énergie dissipable est dissipée. Avant cela, il nous est impossible de calculer cette ouverture. C'est pourquoi, je disais précédemment que le modèle d'endommagement était surtout utilisé ici comme support de la dissipation d'énergie.

Le formalisme du modèle est décrit dans [111]<sup>31</sup>. Je ne dresserai ici qu'un rapide résumé des principaux éléments. La loi constitutive est donc une loi de la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\mathbf{C}^e \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.13)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}$  sont les tenseurs de contraintes et de déformations,  $\mathbf{C}^e$  est le tenseur élastique initial et  $D$  est la variable d'endommagement.  $D \in [0, 1]$  évolue en fonction d'une variable interne  $k$  et classiquement au travers une loi de flux. Elle est ici, cependant, définie explicitement par une fonction  $g$  positive et croissante de  $k$ <sup>32</sup> :

$$D = g(k) \quad (2.14)$$

Le domaine élastique et les conditions pour lesquelles l'endommagement peut augmenter sont définis par l'introduction de la fonction de chargement  $f(\tilde{\varepsilon}, k)$ , dans laquelle  $\tilde{\varepsilon}$  est une fonction scalaire du champ de déformation, satisfaisant aux conditions d'évolution de Kuhn-Tucker :

$$f \leq 0 \quad \dot{k} \geq 0 \quad f\dot{k} = 0 \quad (2.15)$$

On peut définir la fonction de chargement par :

---

31. Travail de thèse de Doctorat de G. Rastiello, dirigé par P. Rossi et encadré par J.-L. Tailhan et S. Dal Pont.

32. Ce qui permet, en outre, d'assurer implicitement la positivité de la dissipation.

$$f(\tilde{\varepsilon}, k) = \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}) - k \quad (2.16)$$

où  $k$  représente une mesure scalaire de la déformation maximale enregistrée par le matériau pendant son histoire de chargement.  $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon})$  peut être définie par la partie positive de la projection du champ de déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$  dans la direction  $\mathbf{n}_{\sigma_1}$  de la contrainte principale majeure  $\sigma_1$  :

$$\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \langle \mathbf{n}_{\sigma_1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^+ \quad (2.17)$$

où  $\langle \bullet \rangle^+$  représente la partie positive de la quantité considérée. De manière similaire aux modèles de fissuration répartie à fissure tournante (*rotating crack models*, [49, 146]), la direction de la normale au plan de fissure,  $\mathbf{n}_{\sigma_1}$ , peut évoluer en fonction de l'état de contrainte dans le matériau pendant le chargement. Elle n'est fixée que lorsque l'élément est déclaré entièrement fissuré. Ce choix, couplé à la mise à zéro progressive de la rigidité de l'élément, assure l'absence des phénomènes de blocage en contrainte, typiques des méthodes de fissuration distribuée [146, 55]. La fonction définissant l'évolution d'endommagement est choisie de sorte que le comportement post-pic résultant soit linéaire :

$$g(k) = 1 - \frac{k_0}{k} \left( \frac{k_c - k}{k_c - k_0} \right) \quad (2.18)$$

$k_0$  étant la valeur seuil de  $k$  définissant l'initiation d'endommagement, et  $k_c$  sa valeur critique limite correspondant à une contrainte nulle et atteinte lorsque l'élément est entièrement fissuré.  $k$  s'identifiant à  $\tilde{\varepsilon}$  au sens de la relation 2.16 et des conditions 2.15, on peut remplacer  $k_0$  et  $k_c$  par  $\tilde{\varepsilon}_0$  et  $\tilde{\varepsilon}_c$  respectivement. Etant développé uniquement (pour le moment) pour une fissuration en mode I, le modèle ne peut activer des fissures qu'en ouverture pure. La refermeture est également (pour le moment) traitée comme la recouvrance d'un comportement élastique.

Comme nous l'avons déjà évoqué, la contrainte maximale de traction et l'énergie dissipée<sup>33</sup> sont considérées dans cette approche comme des variables aléatoires dépendantes du volume de matière hétérogène sollicitée. Elles sont donc fonctions du volume de l'élément fini et de son niveau d'hétérogénéité. A priori, la détermination des caractéristiques de leurs fonctions de distribution pourrait être possible par analyse inverse. Nous avons fait cependant un certain nombre d'hypothèses afin de réduire le coût de cette analyse inverse :

- Nous avons tout d'abord supposé que les distributions statistiques/spatiales des résistances et des énergies de fissuration dans l'espace sont complètement découplées. La résistance et l'énergie de fissuration sont respectivement distribuées sur les éléments du maillage selon une loi de Weibull et une loi log-normale [111].
- L'énergie dissipée lors de la propagation d'une fissure dans un élément est calculable à partir de la connaissance de la densité surfacique d'énergie consommée du matériau considéré. Nous

---

33. L'énergie totale dissipée, dans le cas particulier d'un modèle élastique endommageable, correspond à l'aire sous la courbe contrainte déformation. Elle aura donc comme expression :  $W_d = \frac{1}{2} f_t k_c = \frac{1}{2} f_t \tilde{\varepsilon}_c$ ,  $W_d$  désignant l'énergie dissipée, et  $f_t$  la contrainte maximale en traction.

avons alors supposé que cette densité était égale à la valeur maximale<sup>34</sup> du taux critique de restitution d'énergie, au sens de Griffith ( $G_c$ , cf. section 2.2.2.1). C'est une hypothèse forte, car la dissipation englobe en fait toute l'énergie consommée dans la Fracture Process Zone. Elle reste cependant raisonnable du fait de la quasi-fragilité du matériau et à condition que sa valeur soit déterminée dans des conditions acceptables (c'est à dire sur un échantillon de très grande taille par rapport à celle de la FPZ, cette dernière devant rester confinée en pointe de fissure). Dans cette acception,  $G_c$  est égale à deux fois l'énergie de surface du matériau ( $G_c = 2\gamma_s$ , cf. équation 2.4). On peut donc la considérer comme étant, en valeur moyenne, une caractéristique du matériau hétérogène. Elle peut être déterminée par exemple selon la méthode proposée dans la référence [124] (cf. section 2.2.2.2). Cependant, du fait de l'hétérogénéité du matériau, dont l'impact est toujours représenté à l'échelle de l'élément fini, l'énergie dissipée peut subir une dispersion autour de sa valeur moyenne. Et cette dispersion peut augmenter en fonction de la diminution du volume fissuré considéré [111, 121]. Bien évidemment, la loi d'échelle sur cette dispersion doit être déterminée et sa détermination peut se faire par analyse inverse.

- Concernant la résistance à la traction nous avons suivi chronologiquement deux voies différentes. Dans la thèse de Rastiello [111], valeur moyenne et écart type sur la résistance ont été estimés par analyse inverse sur la base d'essais expérimentaux de fendage. La portion du domaine couvert par  $V_e/V_g$  dans cette analyse inverse, reste relative à des petites valeurs du rapport. Les simulations numérique de validation ont été également réalisées avec ces mêmes rapports [115, 114]. Dans la thèse de Rita [121]<sup>35</sup>, les fonctions de distribution de Rossi, équations 2.1, ont été utilisées. Cependant, ce travail a également montré qu'un ajustement de la résistance à la traction par rapport aux valeurs données par les fonctions de Rossi pouvait s'avérer nécessaire, ajustement d'autant plus important que le volume fissuré était grand.

Le travail de thèse de Rita [121] est cependant plus satisfaisant d'un point de vue conceptuel au regard de l'échelle d'utilisation du modèle que celui de Rastiello. En effet, les éléments de structure modélisés ont des dimensions plus importantes, et sont dans un rapport plus cohérent avec les dimensions de structures réelles et donc avec la finalité de l'approche. Par conséquent, les ordres de grandeurs obtenus dans ce travail par l'identification inverse des paramètres, en particulier la dispersion sur l'énergie de fissuration, nous semblent plus raisonnables.

Enfin, notons également ici que nous avons utilisé dans cette approche des éléments linéaires, triangulaires en 2D et tétraédriques en 3D. L'expérience a montré que des ordres supérieurs d'interpolation n'étaient pas nécessaires. En outre, les éléments linéaires permettent de gagner en temps de calcul, atout indéniable pour aborder les simulations non-linéaires de structures imposantes.

### 2.3.6 Remarques conclusives

Nous avons montré par nos développements, et je l'ai rappelé dans ce chapitre, que ce qui différencie à première vue ces deux approches, explicite et semi-explicite, c'est l'échelle de modélisation à laquelle chacune se réfère. L'échelle de modélisation explicite est plus petite que l'échelle semi-explicite. Mais d'autres aspects distinctifs peuvent être relevés ici.

34. C'est à dire la valeur atteinte au plateau de la courbe R.

35. Thèse UFRJ co-dirigée par le professeur E. Fairbairn et moi-même, et co-encadrée par le professeur F. Ribeiro et P. Rossi. Soutenue en 2021.

Tout d’abord, la dénomination. Le modèle *explicite* est qualifié comme tel car, de façon évidente, il représente explicitement des fissures<sup>36</sup>. On peut, à ce titre, le ranger dans la famille des « modèles de fissuration discrète », évoquée dans la section 2.3.1. Quant à lui, le modèle *semi-explicite* ne représente que partiellement les processus de fissuration et se limite à une forme de représentation de macrofissures localisées à l’échelle de la structure. En fait, à l’échelle de l’élément fini, les processus de fissuration ne sont pas décrits explicitement. Seul leur effet mécanique est représenté par le modèle dissipatif. C’est typiquement un « modèle de fissuration diffuse » régularisé énergétiquement<sup>37</sup> à l’échelle de l’élément, au sens de ce qui a été développé dans la section 2.3.1. En outre, la représentation de la macrofissure par une succession de trous induit que nous n’ayons explicitement accès qu’à une approximation de son « chemin ». Le fait est que son ouverture ne peut être qu’estimée par une mesure des déplacements relatifs des noeuds des éléments finis effectivement rompus. C’est la raison pour laquelle nous qualifions l’approche de semi-explicite.

Ensuite, les deux modélisations représentent des processus physiques de fissuration différents. Cette distinction s’inscrit dans le choix de la loi locale de comportement. Dans l’approche explicite, le choix d’une loi élastique fragile limite la représentation à la *création* locale de fissure<sup>38</sup>. Dans l’approche semi-explicite, le choix d’une loi dissipative adoucissante est adaptée à la représentation d’une propagation de fissure. Création et propagation de fissures sont deux mécanismes fondamentalement différents, comme nous l’avons déjà évoqué précédemment.

En revanche, l’adéquation entre modèle mécanique et support numérique joue un rôle fondamental dans les deux approches. L’élasticité fragile couplée au choix d’un élément d’interface quadratique est idéalement adapté à une approche très locale. De même que l’est un élément de volume muni d’un comportement dissipatif adoucissant pour représenter, à une échelle plus importante, une propagation de macrofissure dans un volume de matière. Cela peut avoir une conséquence sur les distributions des paramètres mécaniques, car ces dernières sont en général accessibles par analyse inverse, comme nous l’avons vu. Et le résultat d’une analyse inverse n’a de sens qu’au regard du modèle utilisé. N’oublions pas que le choix du support numérique influe sur la manière dont sont redistribuées les contraintes lors de l’apparition d’une fissure. Un élément d’interface ouvert concentre les contraintes, alors qu’un trou les diffuse plus.

Par conséquent, on peut dire que loi de comportement, support numérique et données d’entrée sont les trois éléments fondamentaux qui définissent intégralement le modèle de fissuration considéré. Et ils restent intimement liés.

---

36. On qualifie parfois ces modèles de « discrets ». Mais je ne trouve pas cette appellation très pertinente car, par nature même, la méthode des éléments finis, qui en est le support, est une méthode basée sur une discrétisation, a minima celle de la géométrie, parfois aussi celle du champ de propriétés matérielles. Par conséquent, tout modèle basé sur la méthode des éléments finis peut être qualifié de discret. Je préfère donc l’appellation « explicite » qui ne se réfère qu’à la façon de représenter le processus de fissuration.

37. régularisation de type Hillerborg.

38. Ce modèle décrit de façon très riche toutes les échelles de fissuration : des microfissures les plus fines aux macrofissures structurelles. Elle permet également de représenter la propagation d’une macrofissure avec sa Fracture Process Zone associée. Mais cette représentation est la manifestation structurelle de processus locaux de création de fissures.

# 3 Apports et perspectives pour la modélisation des structures en béton

## 3.1 Du matériau à la structure

Le développement de modèles de fissuration, à l'échelle du matériau, a été le pré-requis indispensable à mes travaux de recherche. Pourquoi ? D'une part, il s'agissait de répondre au problème fondamental de la caractérisation numérique de la fissuration, à savoir, accéder à un dénombrement, à des ouvertures et à des espacements de fissures. D'autre part, considérer la fissuration sur un plan purement mécanique, pour estimer un endommagement ou une rupture structurelle, n'est qu'un aspect du problème global. Car ce qui importe, c'est avant tout l'impact de la fissuration sur le comportement, au sens global du terme, des structures : qu'il s'agisse de comportements mécaniques (statique, dynamique ou différé) ou de comportements vis à vis de la durabilité ou vis à vis des fonctions propres de l'ouvrage (étanchéité, etc. ...). Or ces derniers, nécessitent une connaissance fine des caractéristiques de fissuration pour être traités convenablement. Cet objectif a été porté, en son temps, par les deux opérations de recherche LCPC que j'ai pilotées et par nos différentes participations aux projets nationaux et ANR (APPLET, CEOS, MEFISTO, cf. introduction section 1.1).

La problématique de la modélisation du comportement des structures en béton définit à elle seule un continuum (multi-échelles) de problèmes scientifiques : celui de la modélisation du comportement des matériaux constitutifs (béton, renforcement passifs/actifs), celui des interfaces entre ces matériaux constitutifs, celui des éléments structuraux et de leurs liaisons et enfin celui de la structure réelle globale. Dans ce contexte, ce que j'ai exposé tout au long du chapitre 2 précédent définit à la fois un pré-requis indispensable mais aussi un cadre philosophique global dont on peut décliner les principes de base quelque soit l'échelle à laquelle on se situe. L'objectif restant toujours de tenter d'accéder à la fois à une information locale (la fissure) et une information globale (la réponse structurelle).

Je vais ainsi tenter de présenter, dans ce chapitre, l'ensemble des travaux réalisés dans ce contexte en parcourant ce continuum d'échelle et de problèmes, du matériau à la structure, et d'en définir quelques perspectives à développer.

## 3.2 Enrichissement des modèles à l'échelle du matériau : le cas des bétons de fibres

L'ajout de fibres dans un béton a comme conséquence une modification sensible des processus de fissuration. La fibre permet de limiter l'ouverture d'une fissure en exerçant localement des forces de rappel sur ses lèvres. Cependant, une fibre ne sera mécaniquement active qu'à partir d'une certaine

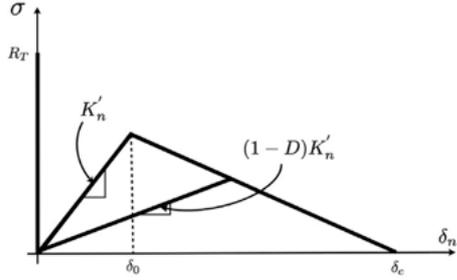
ouverture de fissure. Cette ouverture doit être en cohérence avec les dimensions propres de la fibre. Les processus de fissuration peuvent être ainsi contrôlés à différentes échelles via des « fibrages » plus ou moins complexes, un type de fissures étant cousues par un type de fibres [144]. Il en résulte que le comportement du matériau composite, béton plus fibres, est lui aussi très sensiblement modifié.

On peut ainsi obtenir avec ces matériaux des faciès de fissuration plus répartis, voire plus diffus qu’avec des renforcement par acier classiques tout en conservant de bonnes caractéristiques mécaniques justifiant leur emploi dans des applications structurelles, notamment dans le cas des bétons de fibres métalliques. L’utilisation de fibres en remplacement d’armatures passives peut être économiquement intéressante, car la mise en forme des aciers passifs peut représenter un coût de main d’oeuvre important. Dans certains cas également, l’utilisation conjointe de fibres et de renforts passifs ou actifs permet d’augmenter les caractéristiques de résistance des structures. Enfin, la limitation des ouvertures de fissures est un atout évident pour la durabilité des structures.

On conçoit alors aisément que, de par la multitude de matériaux possibles et de par les différents avantages qu’ils offrent, le champ d’applications soit particulièrement large. De fait ces matériaux commencent à être de plus en plus utilisés, et cette utilisation est soutenue par l’existence de règles nationales et internationales. Cependant ces règles ne couvrent pas tous les usages possibles. Elles sont efficaces pour concevoir des structures simples isostatiques. En revanche, elles ne possèdent pas une base physique suffisante pour proposer des solutions pertinentes pour des structures plus complexes telles que les structures hyperstatiques. Notamment, elles ne sont pas en mesure de fournir suffisamment d’informations pertinentes concernant la caractérisation de la fissuration à l’état limite de service. C’est là que les modèles numériques deviennent pertinents : par leur aptitude à aborder des problèmes complexes tout en étant capables de fournir de l’information locale ; par la possibilité qu’ils offrent de tester différentes configurations, ou de paramétrer les problèmes ; par la possibilité de coupler différentes physiques, etc. ... Par conséquent, la meilleure approche pour concevoir des structures en respectant à la fois des contraintes de sécurité et de développement durable est donc d’utiliser l’analyse par éléments finis. C’est en tout cas dans ce credo que s’insèrent ces travaux.

Dans la lignée de ce que j’ai présenté précédemment pour les bétons, nous avons développé une approche probabiliste de la fissuration des bétons de fibres [169, 129, 135, 134], plus robuste numériquement que les premiers développements initiés par Rossi dans les années 90 [126]. Cette approche considère, tout d’abord, un comportement du béton seul tout à fait similaire à ce que j’ai présenté à la section 2.3.5.1 dans le cas du modèle explicite. La fissuration (du béton) est représentée par l’utilisation d’éléments d’interface. Ces derniers se fissurent soit en ouverture, soit en cisaillement dès lors qu’un critère exprimé sur la contrainte normale ou la contrainte tangentielle, respectivement, est atteint au centre de l’élément. Pour représenter la rupture locale fragile du béton, les raideurs de l’élément fini sont alors mises à zéro en cas d’ouverture pure. En cas de cisaillement, seule la raideur tangentielle est annulée. Dès lors le pontage de la fissure par les fibres peut être mécaniquement activé. Cette activation se fait via une loi contrainte/déplacements relatifs qui, dans un premier temps, prend en compte une reprise d’effort élastique des fibres à l’intérieur de la fissure puis, dans un second temps, traduit une dégradation progressive de la liaison béton/fibres et l’arrachement de ces dernières. Ce phénomène est alors décrit par un simple modèle d’endommagement scalaire isotrope (cf. équation 3.1), le paramètre d’endommagement étant piloté par le déplacement relatif

total (cf. équations 3.2 et 3.3). La loi de pontage post-fissuration est représentée dans la figure 3.1 pour sa composante normale. Physiquement, la rigidité des fibres (à l'intérieur des fissures) est plus importante en traction qu'en cisaillement. Ainsi, les rigidités normale ( $K'_n$ ) et tangentielle ( $K'_t$ ) de l'élément d'interface sont considérées différentes. La rigidité normale est déduite de la connaissance d'une énergie post-fissuration, considérée comme un paramètre du matériau. La rigidité tangentielle est supposée proportionnelle à la rigidité normale, le coefficient de proportionnalité étant inférieur à un, en cohérence avec la remarque précédente.



$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = (1 - D) \begin{bmatrix} K'_n & 0 \\ 0 & K'_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\delta = \sqrt{\delta_n^2 + \delta_t^2} \quad (3.2)$$

FIGURE 3.1 – Représentation graphique de la relation contrainte normale  $\sigma$  vs. déplacement relatif normal  $\delta_n$ .

$$D = 1 - \frac{\delta_0}{\delta} \left( \frac{\delta_c - \delta}{\delta_c - \delta_0} \right) \quad (3.3)$$

Note :  $K'_n$  et  $K'_t$  sont les raideurs normale et tangentielle ;  $D$  est le paramètre d'endommagement ;  $\delta$ ,  $\delta_n$  et  $\delta_t$  sont les déplacements relatifs total, normal et tangentiel respectivement ;  $\delta_0$  est assimilable à un seuil d'endommagement ;  $\delta_c$  est un déplacement relatif critique au-delà duquel le pontage des fibres n'agit plus. Il convient également d'ajouter à ces relations le fait que, pour assurer la positivité de la dissipation d'énergie, le paramètre d'endommagement doit vérifier la condition  $D \geq 0$ .

L'utilisation d'un modèle d'endommagement permet d'introduire dans le formalisme le fait que, pour  $D = 1$  lorsque  $\delta = \delta_c$ , toute l'énergie post-fissuration dissipable par le pontage des fibres est effectivement consommée. A ce moment-là, l'élément est considéré totalement fissuré. L'énergie dissipée est égale à l'aire sous la courbe de la figure 3.1. C'est une caractéristique du matériau qui est, en valeur moyenne, indépendante du volume de matière sollicité. Cela a été démontré expérimentalement [127]. Cependant, l'hétérogénéité du matériau fait que cette énergie est malgré tout une grandeur aléatoire et la dispersion sur ses valeurs est fonction du volume sollicité. Par conséquent, l'aspect « probabiliste » de l'approche est porté à la fois par les caractéristiques du béton et par celles du renfort fibré.

La détermination des paramètres du modèle, notamment ceux relatifs au pontage des fibres, nécessite la mise en place d'une stratégie de détermination par analyse inverse, sur la base d'essais expérimentaux. La partie matrice cimentaire peut être traitée, du moins en première approximation, par les données du modèle explicite présenté précédemment (cf. section 2.3.5.1). La façon la plus commode de procéder, pour déterminer la loi de pontage, est de réaliser un ensemble d'essais de traction directe sur éprouvettes entaillées, pour obtenir la relation contrainte ouverture de fissure. Les résultats servent dans un premier temps à la détermination directe de la valeur moyenne de l'énergie post-fissuration et de  $\delta_c$ . Une modélisation numérique de ces essais est ensuite réalisée. La comparaison calculs/expériences permet la détermination indirecte des paramètres restants du

modèle  $\delta_0$  (et donc  $K'_n$  et  $K''_n$ ) ainsi que la dispersion sur l'énergie relative à la finesse du maillage utilisé. L'utilisation de différents maillages permet de remonter à une loi d'effet d'échelle sur cette dispersion. Enfin, l'introduction de l'ensemble de ces paramètres dans un calcul de structure permet alors d'obtenir les résultats attendus.

Ce modèle a été utilisé pour simuler le comportement d'éléments de structures en bétons renforcés de fibres métalliques sous différentes configurations mécaniques, notamment :

- pour l'étude du comportement fissurant de poutres en flexion quatre points [129],
- pour l'étude du comportement en cisaillement d'une poutre renforcée par un mélange contenant des armatures traditionnelles pour résister à la flexion et des fibres d'acier pour résister au cisaillement (cf. figure 3.2) [169],
- et enfin, pour l'étude comparative des comportements à la fissuration de poutres isostatiques et de poutres hyperstatiques (sur appuis continu, posées sur des sols de rigidités différentes) [134].

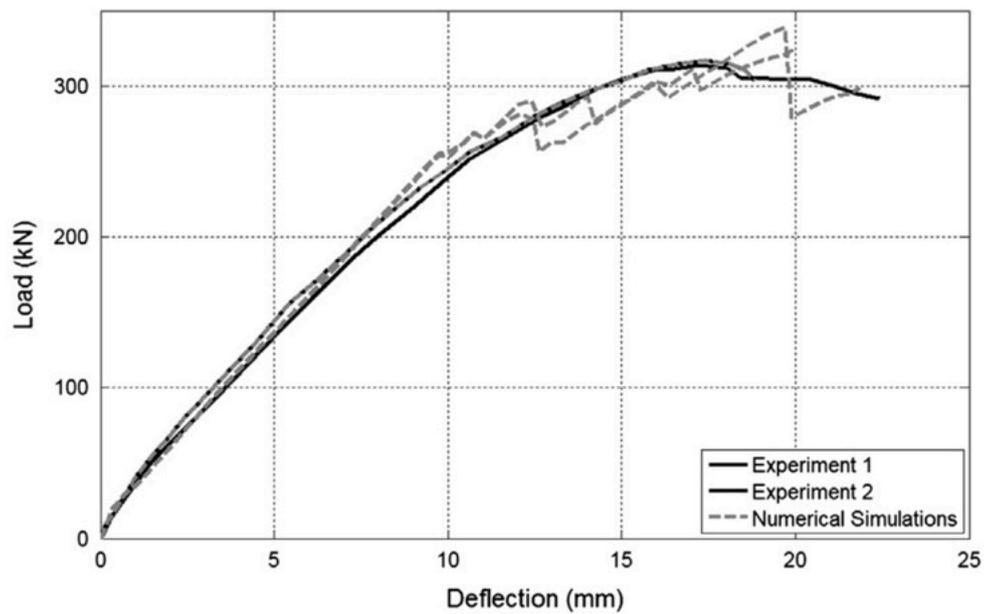
Les deux premières études peuvent être qualifiées de validation du modèle car, d'une part, le modèle numérique y est alimenté par des données expérimentales sur le matériau utilisé et, d'autre part, les résultats des simulations sur structure sont comparés à d'autres résultats expérimentaux à la fois en termes de capacités portantes mais aussi d'ouvertures de fissures. Ce dernier point est fondamental. Ces études démontrent l'aptitude du modèle à fournir des informations pertinentes à *ces deux échelles simultanément*. De surcroît, il est en capacité de donner des informations statistiques, si une approche de type Monte Carlo est mise en oeuvre.

Considérant le modèle validé, la troisième étude est une démonstration de l'intérêt d'utiliser un tel modèle pour mettre en lumière différents modes de fonctionnement d'une même structure soumise à des conditions aux limites différentes exprimées en termes d'isostaticité, d'hyperstaticité, et de qualité de sol. L'analyse en fonction de ces différents paramètres peut alors être aisément faite sur la réponse globale (comparaison des capacités portantes) mais aussi sur les processus de fissuration (comparaisons des faciès de fissuration). Si l'on est alors capable de faire ce travail, on peut aussi faire celui qui consiste à concevoir une structure adaptée de façon optimale à un environnement mécanique donné. Finalement, cette troisième étude apparaît comme les prémices à l'utilisation de l'outil numérique en vue d'un design optimisé de structure. Mais j'aborderai ce point un peu plus loin dans la section 3.3.2.2.

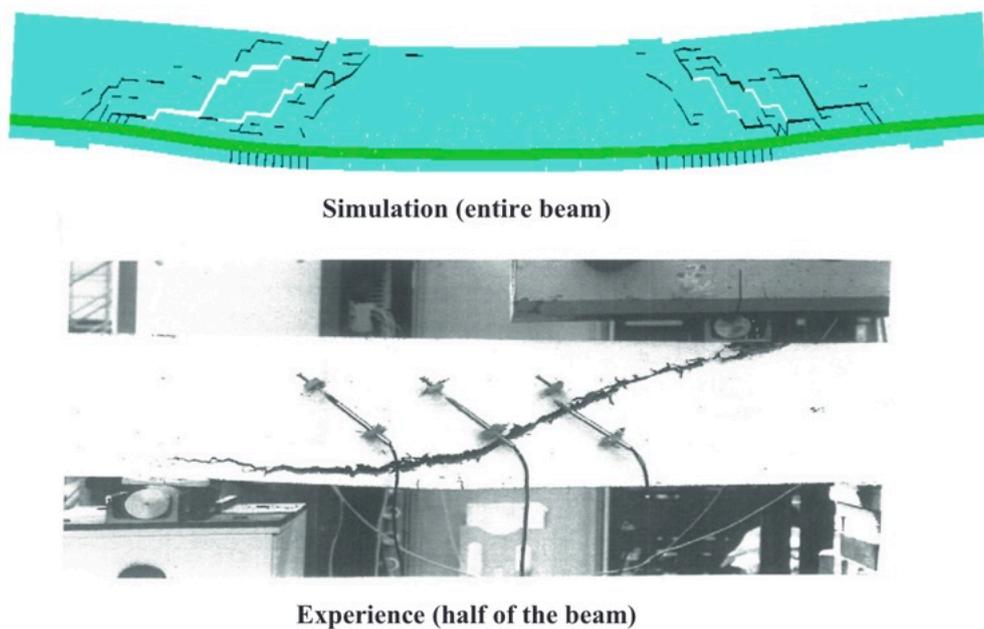
### 3.3 La modélisation du comportement des structures

Dans la section précédente, nous avons vu que le comportement d'une structure (en l'occurrence ici des éléments de structure) dépend directement du comportement de son matériau constitutif. A condition que cet élément structurel soit constitué de ce seul matériau.

Mais la réalité des structures du Génie Civil est toute autre. En effet, elles sont généralement fortement composites car l'utilisation du béton seul y est (quasiment) impossible, du fait de ses faibles caractéristiques en traction. Elles nécessitent donc l'utilisation de renforts additionnels comme les armatures en acier, passives ou actives, par exemple. Dès lors, la seule connaissance des comportements des matériaux constitutifs ne suffit plus à permettre la détermination du comportement



(a) Comportement global, comparaison essai et simulations numériques.



(b) Faciès de fissuration numérique et expérimental.

FIGURE 3.2 – Analyse du comportement en cisaillement d'une poutre en BRF. Tiré de [169].

de structure. Il faut également connaître, déterminer et prendre en compte le comportement des interfaces entre ces matériaux constitutifs.

A nouveau, je précise que dans la notion de *comportement de structure* j'englobe à la fois la réponse globale, c'est à dire l'aptitude de la structure à reprendre les charges qui lui sont appliquées, et la réponse locale, à savoir, la description des processus de fissuration qui s'y développent. Ce dernier point est en effet fondamental pour les structures. Bien évidemment il est toujours intéressant de connaître le comportement ultime d'une structure, de savoir quel sera son mode de rupture, et donc de le modéliser fidèlement. En revanche, il est tout aussi fondamental de savoir comment une structure se fissure en service et quelles sont les caractéristiques de cette fissuration. C'est une question fondamentale pour tous les problèmes de durabilité. C'en est une également pour l'estimation des fuites dans les domaines du nucléaire ou du stockage.

### 3.3.1 Aspects mécaniques

Abordons dans cette partie les questions purement mécaniques. Celles qui concerne l'enrichissement de la description du comportement des structures. Tout d'abord, je préciserais que nous avons restreint notre étude au cas des structures en béton armé. Nous avons alors travaillé à différentes échelles. La première envisage la description *en détail*, je dirais, de la géométrie d'éléments de structures simples (poutres ou dalles), allant jusqu'à représenter explicitement les interfaces acier/béton. Les comportements mécaniques de chacun de ces composants et de leurs interfaces sont donc inclus dans la description. Puis nous avons ensuite regardé les choses à des échelles plus grandes dans l'objectif d'arriver à la modélisation de structures réelles. Nous avons alors élaboré une stratégie de modélisation adapté à cette échelle. Je présente ces aspects dans les deux sections suivantes.

#### 3.3.1.1 Comportement à la fissuration d'éléments de structure en béton armé

Ce premier travail s'est inscrit dans le cadre d'un contrat de recherche entre le LCPC et l'entreprise MATIERE. Cette dernière avait initié, quelques années auparavant, un processus de recherche-développement sur l'utilisation d'aciers plats dans la construction. Le principe technique est en réalité assez ancien, puisque les premiers aciers de renforcement, datant de la seconde moitié du XIX<sup>ème</sup> siècle, étaient des plats lisses en acier doux. Puis les caractéristiques des aciers évoluant, la reconnaissance progressive du rôle de l'adhérence acier-béton a conduit à des modifications géométriques au cours des années pour aboutir, au XX<sup>ème</sup> siècle, aux aciers ronds crantés que nous connaissons.

Si l'entreprise MATIERE s'est à nouveau intéressée aux aciers plats crantés, c'est principalement parce que leur géométrie permet d'envisager de nouvelles dispositions constructives conduisant à un gain sur l'épaisseur de béton, notamment au niveau de l'enrobage. Ces aciers sont principalement destinés aux éléments de type dalle ou aux voiles minces, éléments sur lesquels ils permettent de réaliser des économies de béton significatives. A l'époque, aucune norme ou règlement ne prenait en compte ces nouveaux aciers. Une étude scientifique validée, principalement basée sur la modélisation numérique, s'est avérée nécessaire pour d'une part modéliser et comprendre l'interaction entre l'acier plat et le béton et, d'autre part, pour justifier que les méthodes de calcul traditionnelles restent applicables à ce genre de renforcement. Aujourd'hui, l'entreprise MATIERE commercialise ces aciers sous la marque ECO-STEEL<sup>®</sup>.

L'étude scientifique a intégré, en 2009, le projet de recherche LCPC sur l'*Impact de la fissuration sur le comportement des structures*, et a fait l'objet d'une thèse CIFRE financée par l'entreprise MATIERE (thèse de T.S. Phan, 2012 [94]). La démarche scientifique, élaborée pour atteindre l'objectif fixé, était construite de la manière suivante : partant du principe que le modèle de fissuration du béton était validé, il s'agissait d'une part d'identifier et de modéliser le comportement de l'interface acier plat cranté – béton sur la base d'essais expérimentaux d'identification. Puis, d'autre part, simuler numériquement le comportement d'éléments de structures renforcés sur la base de résultats expérimentaux de validation. Enfin, comme le modèle numérique permet de représenter et de caractériser les processus de fissuration, une analyse comparative des faciès de fissuration pouvait être menée entre une solution utilisant des aciers plats et une autre des aciers HA traditionnels.

Une première campagne expérimentale a été réalisée à Polytech' Clermont, partenaire du projet, sur des tirants en béton armé renforcés d'acier plats crantés et d'acier HA traditionnels (HA10 et HA12). Les aciers plats avaient des sections équivalentes aux aciers HA correspondants, soit  $25 \times 3,5 \text{ mm}^2$  et  $22,5 \times 5 \text{ mm}^2$  respectivement. Deux géométries de crantages ont été réalisées pour les plats équivalents aux HA12 : la première définie à partir des caractéristiques moyennes des aciers à empreintes et verrous selon la norme NF EN 10080, et la seconde avec une hauteur de motifs (verrou/empreinte) augmentée pour améliorer l'adhérence. Au total 27 tirants ont été testés en traction, 9 avec HA10, 9 avec plats  $25 \times 3,5 \text{ mm}^2$ , 3 avec HA12, 3 avec plats  $22,5 \times 5 \text{ mm}^2$  (premier design de crantage) et enfin 3 avec plats  $22,5 \times 5 \text{ mm}^2$  (second design). Les courbes effort – allongement ainsi que des relevés d'ouvertures de fissures ont été enregistrés.

Ces essais ont été modélisés en 2D et en 3D, à différentes échelles et selon différentes hypothèses de modélisation, afin de comprendre les mécanismes de fissuration en fonction de la géométrie particulière des plats et de leurs crantages, et d'un certain nombre d'autres paramètres (excentrement, béton enrobant, etc. ...). Ils ont aussi servi à identifier un comportement macroscopique d'interface, c'est à dire sans représentation explicite des crantages. Dans ce cas, l'interface acier-béton était représentée par des éléments d'interface supportant un comportement élastique endommageable, présentant un palier en contrainte tangentielle et une rupture fragile à l'issue de ce dernier. Le mécanisme d'endommagement était piloté par le déplacement relatif tangentiel, l'influence des mécanismes dans la direction normale étant négligée. Il était initié pour un niveau de contrainte donné par une résistance au cisaillement. La rupture fragile était supposée être atteinte pour un déplacement relatif tangentiel critique, autre paramètre du modèle. Enfin, une fois l'élément d'interface complètement fissuré un comportement frottant de type Coulomb était activé. L'acier suivait, quant à lui, un comportement élasto-plastique écrouissant, basé sur un critère de Von Mises. Pour le béton, un comportement de fissuration probabiliste élastique fragile supporté soit par des éléments d'interfaces, le modèle de la section 2.3.5.1, soit par des éléments massifs linéaires. Le choix de cette dernière version est possible si les mécanismes de fissuration ne sont pas, à proprement parler, pilotés par un mécanisme de propagation de fissure<sup>1</sup>. C'est le cas pour les structures normalement ferrillées (tirants ou dalles) comme dans cette étude. Ce choix est en outre intéressant puisque moins coûteux numériquement, rendant possibles des études tridimensionnelles. Pour une géométrie d'acier donnée, l'analyse comparative entre les données de l'expérience et les résultats numériques est réalisée en terme de réponse globale (courbe effort-allongement du tirant) et de caractéristiques de fissuration

---

1. Il faut dans ce cas utiliser un modèle dissipatif tel que celui décrit dans la section 2.3.5.2.

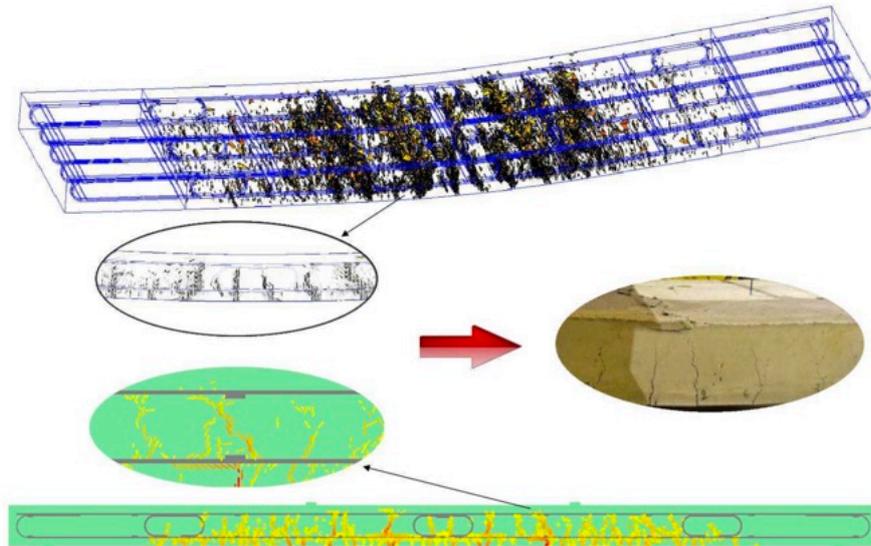


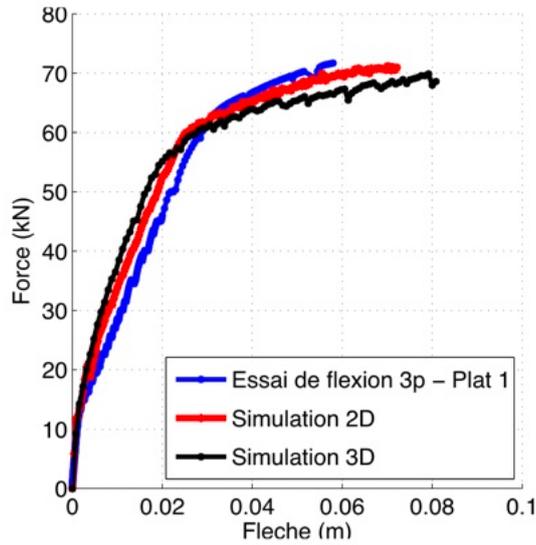
FIGURE 3.3 – Comparaison des modélisations 2D et 3D donnant les faciès de fissuration d’une poutre en béton armé soumise à une flexion. Tiré de la thèse de T.S. Phan [94].

(ouverture, nombre, espacement de fissures). Le nombre conséquent<sup>2</sup> de résultats expérimentaux ainsi que la possibilité de réaliser plusieurs calculs pour une même configuration numérique permet une comparaison statistique des résultats. C’est donc sur cette base qu’est identifié le comportement d’interface acier-béton. Les résultats de cette identification sont relatifs à la contrainte tangentielle palier et au déplacement relatif tangentiel critique, évalués pour des géométries de plats différentes. Une comparaison entre ces paramètres mécaniques obtenus par analyse inverse dans cette étude et des résultats de la littérature a montré que l’ensemble était tout à fait cohérent<sup>3</sup>.

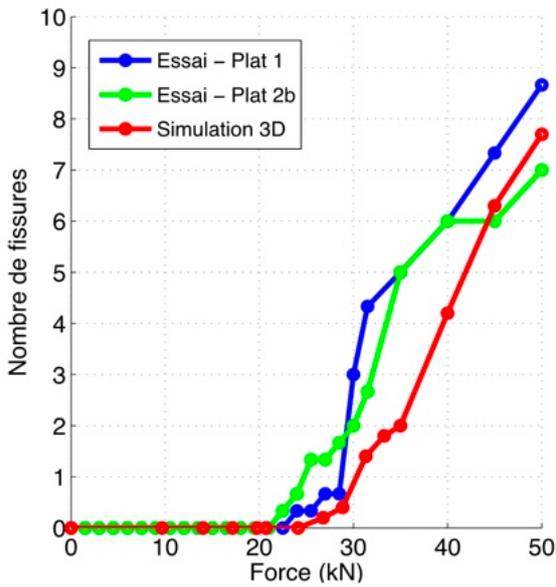
Une deuxième campagne expérimentale a ensuite été réalisée à Polytech’ Clermont. Les éléments de béton armé testés étaient des poutres-dalles ayant pour dimensions, une longueur de 3,30 m (3,00 m de portée entre les appuis), une largeur de 0,80 m, et une épaisseur de 15 cm dans le cas d’une utilisation d’aciers plats (équivalent HA12, les deux définitions de crantage étant utilisées) ou 16 cm dans celui des aciers ronds (HA12). Des essais de flexion trois points et quatre points ont été réalisés. Les courbes globales effort – flèche ainsi que des mesures de fissuration (ouvertures et nombres) ont été relevées. Ces essais ont servi de validation de l’approche modélisatrice en 2D comme en 3D. Notons au passage, que l’approche 3D a nécessité la représentation explicite de l’ensemble du ferrailage et la prise en compte des interfaces entre aciers et béton. Les paramètres du comportement de l’interface étaient ceux issus de la phase d’identification précédente. Le grand nombre d’éléments de ce maillage a également nécessité la parallélisation du code de calcul FiDeS. A nouveau, la comparaison des résultats a été faite sur les réponses globales comme sur la caractérisation de la fissuration (ouvertures, nombres de fissures) mettant en évidence leur bonne concordance. La capacité portante de la poutre armée par les aciers ronds s’est avérée très légèrement supérieure

2. Même si, pour une étude statistique, un nombre de 9 spécimens peut apparaître faible, il permet d’estimer convenablement une valeur moyenne et donner un ordre de grandeur raisonnable de la dispersion. Il n’en reste pas moins que, pour une étude de Génie Civil, cela reste assez rare.

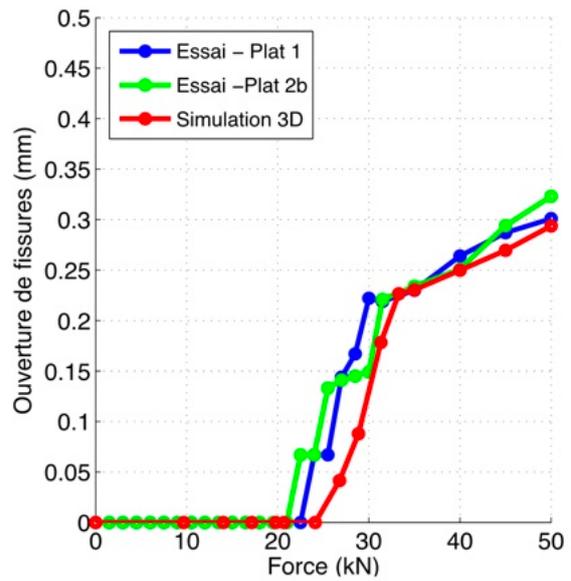
3. Cf. les conclusions de la thèse de Phan, [94] sur ce point



(a) Réponse globale.



(b) Nombre de fissures.



(c) Ouvertures de fissures.

FIGURE 3.4 – Résultats obtenus par la modélisation 3D d'une poutre en béton armé soumise à une flexion trois points. Tiré de la thèse de T.S. Phan [94].

à celle armée par les aciers plats. Cette très faible différence a été expliquée par le fait que la poutre armée par les aciers ronds avait 1 cm de plus en hauteur que la poutre armée par les aciers plats. Cette dernière avait, en revanche, un comportement significativement plus ductile que l'autre (comportement à l'ultime). Ceci s'explique par le fait que l'utilisation d'aciers plats a conduit à des fissures légèrement plus nombreuses et plus fines que celles occasionnées par l'utilisation des aciers ronds.

La conclusion de cette étude, au regard de la demande de l'industriel, était donc que les poutres-dalles armées par les aciers plats avaient un comportement mécanique similaire ou meilleur que celles armées par les aciers ronds, ceci pour les nuances d'acier étudiées, une amélioration obtenue avec une diminution du volume total de béton utilisé.

Du point de vue du chercheur, l'apport novateur de ces travaux était de confronter les modèles numériques à un problème industriel concret dans lequel la fissuration jouait un rôle central. Car elle était un élément fondamental de la validation de la solution technique développée. Cependant, bien qu'il s'agissait d'une question industrielle, l'étude scientifique est restée une étude de recherche qui s'est concrétisée par cette thèse d'une durée de trois ans [94]. Il est alors intéressant de noter, qu'à ce moment-là l'entreprise MATIERE n'avait pas encore eu le temps de finaliser sa stratégie industrielle, ni même son process de fabrication des aciers. Par conséquent, ce travail a démontré que le temps caractéristique de la recherche pouvait être compatible avec celui de l'industrie. Ce qui n'est pas toujours perçu comme tel par nos partenaires industriels. Ce travail a en outre donné lieu à la publication d'articles dans des revues internationales à comité de lecture [100, 95, 96] et a été présenté dans des conférences internationales [98, 97, 99]. Enfin, les figures 3.3 et 3.4 illustrent quelques résultats types de cette étude.

### **3.3.1.2 Vers la modélisation de structures de grandes tailles en béton armé : une approche multi-échelles**

La problématique de fond du Génie Civil est celle de la modélisation du comportement des structures. Elle a fait l'objet de nombreuses études et publications. On peut se référer à l'étude bibliographique de [84] par exemple pour en avoir un aperçu. Cependant, nous abordons ici la notion de comportement fissurant des structures. Notion qui impose à l'approche modélisatrice d'être en capacité de fournir des informations permettant de caractériser l'état de fissuration structurel.

Modéliser le comportement d'éléments structuraux est un passage obligé pour élaborer, tester et valider des approches modélisatrices. Mais les structures réelles du Génie Civil sont des structures de grandes tailles. Et parfois, les choix faits à l'échelle de l'élément structurel ne sont pas adaptés pour traiter le problème, pourtant de nature identique, à l'échelle de la structure complète. Il y a là un changement d'échelle difficile à franchir. Il nécessite des stratégies adaptées qui peuvent conduire à revoir les choix de modélisation tant mécaniques que numériques. De ce que nous avons pu voir jusqu'à présent, il faut oublier les modèles de fissuration explicites tels que nous les avons conçus et développés, pour modéliser une structure réelle complète, car trop coûteux numériquement. Il est également impensable de représenter explicitement toutes les armatures et leurs liaisons avec le béton.

Pour autant le problème reste celui de la description, par un modèle numérique, d'un processus

de fissuration se développant dans une structure sollicitée. Ce modèle doit donc être en mesure de représenter le comportement structurel global et de décrire et caractériser l'état local de fissuration. Notons que, dans le cas présent, nous nous sommes intéressés à des modes de fissuration engendrés par des tractions locales.

La solution que nous avons envisagée s'est donc tournée vers le développement d'un modèle de fissuration probabiliste mésoscopique<sup>4</sup> d'élément fini de béton armé. Son comportement mécanique doit résulter, pour une part, d'une homogénéisation des comportements de ses constituants (béton et renforcement) et, pour une autre, tenir compte de la (possible) fissuration du béton et de la reprise d'effort qui en résulte, par les armatures. Il est spécifique à l'élément, car il dépend de la façon dont il est effectivement ferrailé. Il englobe aussi un certain nombre d'informations très locales (à l'échelle microscopique), notamment sur la façon dont se développe le processus de fissuration et sur celle dont se transfèrent les efforts au renforcement passif. Informations, dont on ne veut et ne peut représenter que l'effet mésoscopique sur le comportement de l'élément. Ainsi, à l'échelle de la structure globale, les macrofissures apparaîtront comme l'assemblage de fissures élémentaires. Il faut, dores et déjà, être conscient ici du niveau d'information que l'on peut avoir avec ce type d'approche, et de la typologie de fissures que l'on peut représenter.

La question est donc d'identifier ce comportement élémentaire. Le travail, développé dans le cadre de la thèse de C. Nader [84], s'est donc orienté vers une identification sur la base d'une expérimentation numérique réalisée sur une modélisation à échelle fine (échelle sous-jacente) d'un volume similaire de béton armé. Or à cette échelle, nous disposons de modèles performants, ceux évoqués dans les sections 2.3.5.1 et 3.3.1.1. Car si on doit les oublier pour la structure complète, ils restent très performants pour un élément de structure. Performants car : ils permettent une modélisation locale fine, représentent donc finement les processus de fissuration ; ils sont validés par les études antérieures ; ils permettent de réaliser des études statistiques par des approches de type Monte Carlo. Cela a un coût, certes. Mais pas plus important que l'expérimental, et certainement moins risqué.

L'expérimentation numérique permet donc d'accéder à une base statistique de résultats. De sorte que l'on peut identifier un modèle probabiliste de fissuration à l'échelle de l'élément mésoscopique. Il existe des stratégies spécifiques pour ce faire et les travaux de Nader [84, 85, 131] utilisent notamment des techniques d'apprentissage et d'optimisation automatisées. Le formalisme mathématique du modèle mécanique peut encore être exprimé sous la forme d'une relation contrainte – déformation dont les paramètres sont probabilisés. Les caractéristiques des lois de distribution de ces paramètres sont alors identifiées à l'aide des algorithmes évoqués et appliqués aux résultats expérimentaux.

Le problème que je n'ai pas encore évoqué est celui du choix de la discrétisation de la structure en éléments finis mésoscopiques. Ce choix est à minima conditionné par la cinématique élastique de la structure globale. Cette dernière devant être représentée convenablement. Il doit également tenir compte de la répartition du ferrailage dans la structure. Car la stratégie d'identification du comportement élémentaire tient compte du ferrailage local. Dans une approche d'ingénierie, il convient de regrouper les éléments par familles représentatives des ferrailages sous-jacents (même

---

4. On peut définir ici, de façon relative, les trois échelles suivantes. L'échelle *macroscopique* est celle de la structure. L'échelle *microscopique* est celle, inférieure à l'élément, qui permet de visualiser en détail les armatures contenues dans l'élément et le béton et considérer, éventuellement, les effets de son hétérogénéité majeure. L'échelle de l'élément fini de béton armé « homogénéisé » est l'échelle *mésoscopique*, intermédiaire aux deux précédentes.

taux, même orientation par exemple), et d'en identifier les comportements types à l'aide de la stratégie présentée. Enfin, ces comportements mésoscopiques probabilistes, une fois identifiés, sont utilisés pour le calcul global de la structure.

Comme on a pu le constater, l'approche proposée convoque différentes échelles : celle de la structure, celle de l'élément fini de béton armé, et celle sous-jacente utilisée pour l'expérimentation numérique. L'approche est donc clairement multi-échelles.

Comme première mise en oeuvre et validation de cette stratégie de modélisation multi-échelles, le cas d'un élément de structure de type poutre-dalle soumis à une flexion trois points [94] a été étudié. Les simulations numériques en 2D, contraintes planes, ont montré que l'approche scientifique proposée est prometteuse [85] : le comportement global de la structure est correctement prédit, et les informations sur la macrofissuration structurelle sont cohérentes avec des résultats donnés par une approche plus locale, encore utilisable à cette échelle. Au cours du processus de fissuration, certaines informations sur le nombre total de fissures sont perdues, ce qui était prévu, mais les ouvertures obtenues pour les plus grosses fissures restent très pertinentes.

Une seconde étude [86], réalisée sur le cas particulier d'une poutre DCB contenant des armatures d'acier [124] a permis de tester en 3D la stratégie de modélisation multi-échelles dans un contexte très proche d'une application réelle, compte tenu des dimensions de l'élément de structure. Les simulations numériques ont montré une fois de plus que la stratégie proposée peut prédire correctement le comportement global de la structure, et donne des informations sur le processus de macrofissuration (ouverture de la fissure, trajectoire, etc.) comparables à celles obtenues en appliquant une approche plus locale.

L'un des objectifs importants de cette stratégie est de réduire le temps de calcul. Même en tenant compte du temps incompressible consommé par l'étude amont d'identification des comportements élémentaires (qui deviendrait négligeable en appliquant l'approche sur de plus grandes structures), la stratégie de modélisation multi-échelles a produit des résultats dans des temps environ 80 % plus faibles que les temps de calcul requis par une approche très locale.

Enfin, si la véritable application de cette stratégie à une structure réelle n'a pas encore été faite, nous nous en sommes grandement approchés. Le travail réalisé a, tout de même, démontré la faisabilité et l'efficacité de la méthode.

### **3.3.2 Aspects numériques : vers le calcul intensif et l'optimisation du design des structures**

Si travailler sur l'approche de modélisation est une voie pour réduire les temps de calcul, travailler sur les aspects numériques en est une autre. Il existe différentes possibilités : développer dans une plateforme numérique plus performante, opter pour des solutions techniques complémentaires ou alternatives.

Parmi ces solutions, il y a la parallélisation des codes de calculs. Elle permet l'utilisation simultanée de plusieurs processeurs dans le but d'effectuer le plus grand nombre d'opérations possibles dans un temps le plus réduit possible. Elle nécessite cependant une adaptation particulière des algorithmes et peut suivre des stratégies très différentes de gestion de la mémoire et de partage des données (stratégies à mémoire partagée vs. stratégies à mémoire distribuée). Nous nous sommes

appuyés sur une collaboration, effective depuis 2010, avec des collègues Brésiliens de l'Université Fédérale de Rio de Janeiro. Sur leurs conseils et avec leur soutien nous avons parallélisé le code de calcul FiDeS. Ce code, que j'ai créé et dont je pilote le développement <sup>5</sup>, est la plateforme dans laquelle nous avons implanté et testé nos modèles jusqu'à présent. Sa parallélisation a aussi été faite avec l'aide de deux étudiants en mathématiques appliquées de l'université Paris VI (maintenant Paris Sorbonne Université) dont j'ai encadré les stages de MASTER de recherche ( J. Goncalves, 2010, et J. Foulliaron, 2011). La stratégie en mémoire distribuée a été choisie, et pour ce faire, l'interface de transmission des données, Open MPI, a été utilisée. C'est grâce à cela, et au contexte collaboratif évoqué, que les études tridimensionnelles sur la fissuration des poutres dalles de la thèse de Phan [94] <sup>6</sup> ont pu être réalisées. Sans cela, elles étaient impossibles, la finesse de description étant très grande et les maillages particulièrement conséquents.

La performance <sup>7</sup> globale d'un code parallélisé est conditionnée par différents aspects. Cependant, la performance de sa version séquentielle est un prérequis primordial. Elle peut passer par une gestion optimale des données et des algorithmes adaptés et rapides. Le choix du solveur est également fondamental. Il représente à lui seul la partie la plus importante du temps CPU utilisé dans un calcul, les solveurs itératifs étant largement plus performants que les solveurs directs dans la plupart des cas. Notre expérience a cependant montré que si l'on utilisait des éléments d'interface à pénalisation, les solveurs itératifs sont incapables de converger, du fait du très mauvais conditionnement de la matrice du système, causé par la méthode de pénalisation. Un code séquentiel optimisé est une condition sine qua non d'une version parallélisée, elle-même performante.

L'université Fédérale de Rio dispose d'une plateforme de calcul performante. Elle a été conçue pour fonctionner avec des stratégies de mémoires distribuée et partagée. Le code initialement développé pour résoudre des problèmes complexes (et couplés) de génie civil est également destiné à être utilisé en biomécanique [152, 153]. Il est basé sur une implémentation parallèle de la méthode des éléments finis utilisant des structures de données compressées spécifiques [119, 120], couplée à un solveur itératif <sup>8</sup>. Dans la dynamique de notre collaboration, nous avons démarré un travail d'implantation de nos modèles probabilistes sur cette plateforme qui s'avère bien plus performante que FiDeS.

### 3.3.2.1 Implantation des modèles probabilistes sur une plateforme HPC

Les travaux de thèse de Mota [81] et Rita [121] sont la concrétisation de l'implantation des modèles probabilistes dans la plateforme de l'UFRJ. Ces thèses ont été co-dirigées et co-encadrées à quatre mains, deux professeurs Brésiliens <sup>9</sup>, deux chercheurs Français <sup>10</sup>.

Mota s'est intéressé plus particulièrement au modèle de fissuration probabiliste explicite (cf. figure 3.5). Il a implanté ce modèle de façon très similaire à ce qui avait été fait dans FiDeS. Il a donc utilisé des éléments d'interface avec pénalisation, ce qui a nécessité l'utilisation d'un solveur direct (Pardiso). Cependant, contrairement à ce qui avait été réalisé jusqu'à présent dans FiDeS, l'implantation a été faite en 3D. Ce modèle étant relativement coûteux en temps de calcul, on comprend tout

---

5. Ce que j'ai évoqué précédemment à la section 2.3.5.

6. Cf. aussi section 3.3.1.1.

7. Je l'entend ici en terme de temps de calcul.

8. Notons, qu'il est également possible d'utiliser d'autres types de solveurs (Pardiso, MUMPS, etc. ...).

9. Professeur E. de M. R. Fairbairn et professeur F. L. B. Ribeiro

10. P. Rossi et moi-même.

de suite l'intérêt d'une migration vers une plateforme HCP. De fait, il a également réalisé l'étude d'analyse inverse nécessaire à l'alimentation du modèle probabiliste en données d'entrée<sup>11</sup> [82]. Pour rappel, le modèle tient compte de l'hétérogénéité du matériau par des lois de distributions aléatoires de propriétés mécaniques (cf. section 2.3.5.1), en l'occurrence la résistance à la traction, distribuée selon une loi de Weibull.

Si ce travail constitue une avancée indéniable de nos outils, puisqu'il les ouvre à une forme de généralisation de leur utilisation, sa grande originalité réside dans le développement, en complément des travaux cités, d'une méthode automatique de remaillage adaptative dont l'objectif est une réduction drastique des temps de calculs. Cette méthode considère un maillage initial constitué d'éléments massifs exclusivement. Une fissure potentielle à l'interface entre deux éléments massifs voisins peut être aisément détectée à partir du calcul des contraintes nodales dans la région. Si une contrainte limite est atteinte dans cette région, une fissure doit apparaître. Cependant, l'incorporation d'une discontinuité géométrique générée par l'apparition d'une fissure nécessite une stratégie particulière. Différentes options ont été testées, et celle qui a été retenue, pour ses résultats similaires au modèle initial<sup>12</sup>, consiste à insérer des éléments d'interface sur le pourtour de tous les éléments massifs entourant la fissure détectée. Cette méthode a montré un niveau d'efficacité redoutable, avec des temps d'analyse réduits jusqu'à 80%, dans le cas de processus de fissuration très localisés pour lesquels le nombre d'éléments d'interface insérés restent très faible par rapport à l'approche initiale. Dans les cas de processus de fissuration plus diffus, les résultats obtenus se rapprochent, au contraire, de ceux du modèle initial.

Une étude spécifique sur les apports de la parallélisation, en terme d'accélération du calcul, a aussi été réalisée. Mota montre que si la parallélisation de la phase d'assemblage de la matrice suit une courbe d'accélération idéale (« ideal speedup » en anglais, pour laquelle doubler le nombre de processeurs réduit de moitié le temps de calcul), ce n'est nettement pas le cas de celle proposée pour le solveur par ses développeurs. En conséquence, et puisque la résolution du système est la phase la plus coûteuse en temps de calcul, l'accélération globale du code, toutes phases confondues, s'écarte sensiblement de la courbe théorique. En revanche, il s'est avéré que la parallélisation de la méthode de Monte Carlo, qui est somme toute assez naturelle, permettait des gains de temps très sensibles. De sorte que, dans l'ensemble il paraît presque plus judicieux d'accélérer la méthode de Monte Carlo que le code lui-même. Cette dernière remarque reste tout de même à tempérer. Car les mauvais scores de la parallélisation du code sont finalement liés au fait qu'ils obligent de facto à utiliser un solveur direct de toute façon moins performant qu'un solveur itératif. Il y a là, je pense, une voie d'amélioration pertinente à regarder : traiter le problème de l'élément d'interface sans utiliser une méthode de pénalisation et tirer partie des avantages d'un solveur itératif.

Rita, qui s'est intéressée à l'implantation du modèle semi-explicite et dont j'ai évoqué dans la section 2.3.5.2 les principaux résultats, est arrivée à une conclusion similaire sur la parallélisation de la méthode de Monte Carlo. Elle montre aussi que cette dernière a ses limites en observant que l'accélération de ses performances pouvait décroître progressivement en augmentant le nombre de processeurs. Elle explique ce phénomène par une saturation de la mémoire cache dans le cas d'une

---

11. Une analyse inverse est, par nature, dépendante du modèle utilisé. Les champs de contraintes sont a priori différemment représentés (très localement) en 2D et en 3D. Une analyse inverse sur le modèle 3D ne donnera pas forcément les mêmes résultats qu'une autre réalisée en 2D.

12. C'est à dire celui concernant un maillage initial composé d'éléments massifs, tous interfacés par des éléments d'interface.

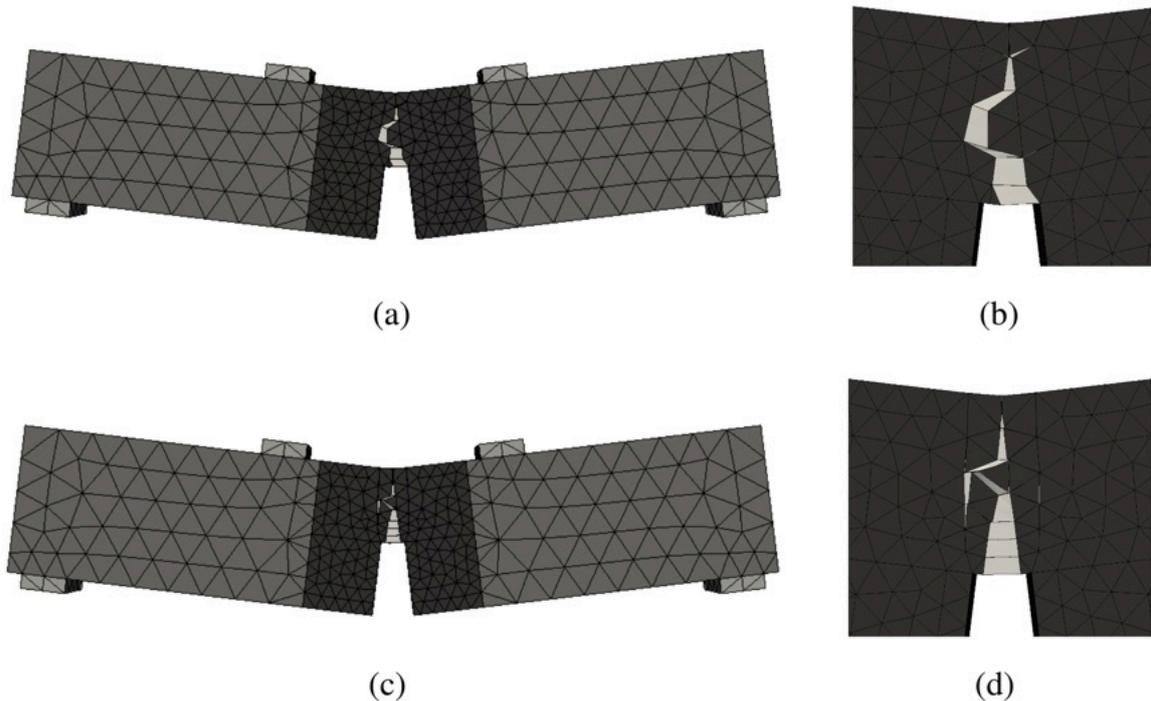


FIGURE 3.5 – Faciès de fissuration d’une poutre en béton dans la partie post-pic de son comportement (a) vue frontale ; (b) agrandissement de la vue frontale ; (c) vue postérieure ; (d) agrandissement de la vue postérieure. Simulation obtenue par un modèle 3D de fissuration explicite. Tiré de la thèse de M. T. Mota [81].

utilisation intensive de l’ensemble des coeurs de la plateforme. De fait, elle semble conclure, à l’instar de Mota, qu’il est plus pertinent de paralléliser l’approche de Monte Carlo plutôt que le code lui-même. Cependant, elle reconnaît que ce type de stratégie convient aux problèmes qui ne nécessitent pas de maillages extrêmement raffinés et, par conséquent, ne requièrent pas la mise en œuvre d’une stratégie de parallélisation plus complexe. En réalité la limitation vient de la plateforme elle-même. Si le nombre de coeurs est suffisant pour englober à la fois la parallélisation de la résolution et celle de l’approche de Monte Carlo, l’utilisation simultanée des deux peut être pertinente, à condition que la taille du problème à résoudre le nécessite.

### 3.3.2.2 Vers une optimisation du design des structures

Utiliser les outils numériques pour optimiser le design des structures est un objectif qui prévaut dans mes travaux depuis les années 2010. Je l’ai dit en introduction, à propos du projet de recherche sur les « *Apports des modélisations dans la construction durable* » de 2010, les modèles numériques doivent jouer un rôle fondamental dans la conception optimisée des structures, notamment au regard des contraintes du développement durable, de la sécurité et des risques climatiques. Le Génie Civil, comparativement à d’autres domaines technico-sociaux-économiques, accuse un certain retard. J’ai eu l’occasion, lors de mon arrivée au LCPC en 1999, de m’occuper d’un module de CESAR-LCPC<sup>13</sup> de couplage simple thermo-mécanique, TEXO-MEXO créée par J.M. Piau. J’en ai assuré un temps la « hot line » et le service après-vente en appui de la société commercialisant le code. J’ai pu mesurer

13. Le code de calculs aux éléments finis du LCPC.

alors le temps de migration d'un développement numérique de sa phase « recherche » à une phase d'exploitation par des industriels. Le module en question avait été développé dans les années 80 et a commencé à être utilisé par des bureaux d'étude de façon assez systématique dans les années 2000. Ce temps de migration était donc de 20 années.

Aujourd'hui, la formation des ingénieurs Génie Civil inclut systématiquement une formation à l'utilisation de ces outils, fort heureusement. Les principaux codes numériques industriels proposent des lois de comportement et différents outils, adaptés au calcul des structures du Génie Civil. Les règlements ont ouvert une porte à leur utilisation pour le calcul des structures. L'Association Française de Génie Civil (AFGC) a créé un groupe « modèles numériques », il y a quelques années, montrant que la profession ne peut plus faire sans. Différents éléments qui illustrent un changement progressif de la situation. On peut donc penser que ce temps de migration, dont je parlais précédemment, se réduit. Mais il reste encore beaucoup de chemin à parcourir avant que ces outils soient plus généralement utilisés. Et une partie du chemin doit encore être faite par les chercheurs eux-mêmes. C'est la raison pour laquelle nous avons, P. Rossi et moi-même, créé le cycle de conférences internationales SSCS (Numerical Modelling for Sustainable Concrete Structures) dès 2012. Nous voulions faire se rencontrer chercheurs, ingénieurs, maîtres d'ouvrages, gestionnaires, architectes autour de cette thématique. Car nous, chercheurs, avons encore, je pense, à *démontrer* la valeur de ces outils et leur pertinence dans ce domaine.

Rossi énumère d'ailleurs dans un article [135] les raisons qui peuvent motiver l'utilisation de simulations par éléments finis pour l'analyse du comportement à la fissuration dans la conception des structures en BRF<sup>14</sup> notamment. Ces raisons sont principalement dues au manque de pertinence des recommandations de conception actuelles, qui ne prennent pas suffisamment en compte certains problèmes techniques, tels que l'évaluation des ouvertures de fissures dans les structures en BRF sous des charges de service, l'analyse du comportement non linéaire des structures en béton sous cisaillement et poinçonnement, et l'analyse du comportement non linéaire des structures hyperstatiques en béton.

Nous avons travaillé dans ce sens, avec comme première étude celle [134] que j'ai évoquée précédemment à la section 3.2 démontrant par le calcul numérique que l'utilisation d'un BRF, combinée à une forte hyperstaticité de la structure, devenait une solution technique pertinente face à la problématique du contrôle de la fissuration. Nous avons ensuite montré, dans une étude spécifique d'un contrat industriel avec Alstom [167], que des dalles ferroviaires en béton armé (BA) pouvaient être remplacées par une solution mixte BA-BRF, beaucoup moins consommatrice en terme d'aciers passifs<sup>15</sup> et équivalente, voire meilleure, en terme de maîtrise de la fissuration. Nous démontrions ainsi, par la même occasion, l'intérêt d'utiliser le modèle numérique comme seul outil capable de véritablement tester de possibles solutions techniques alternatives. Nous avons ensuite montré qu'il était possible d'optimiser le design de la dalle mixte BA-BRF en réalisant une étude multi-paramètres, jouant sur l'épaisseur, le dosage en fibres et le taux de renforcement passif [171]. Nous avons montré, grâce à l'outil numérique, qu'il était possible de réaliser un gain en épaisseur de dalle qui, sur le coût environnemental global à l'échelle d'une ligne TGV complète, pouvait apparaître comme extrêmement intéressant puisque conduisant à une réduction de 10% de l'émission de CO<sub>2</sub> à « efficacité mécanique » identique ; l'efficacité mécanique étant mesurée ici au regard des processus de

---

14. Bétons Renforcés de Fibres (BRF).

15. En gagnant simultanément sur la quantité d'acier passifs et sur leur façonnage.

fissuration et de leur caractérisation.

Seul un outil de calcul numérique permettant d'accéder à une caractérisation de la multi-fissuration d'une structure peut permettre de répondre à ce genre de question. Cependant, si l'on se réfère à ce que j'ai évoqué dans les sections précédentes, l'utilisation d'un modèle explicite est très coûteuse en temps. De fait l'étude a été réalisée en 2D, pour diminuer les coûts de calculs, ces derniers ayant été réalisés avec FiDeS. On peut envisager une étude tridimensionnelle à condition de migrer sur une plateforme HPC, comme celle de l'UFRJ par exemple<sup>16</sup>. Mais le coût restera important. On ne peut donc pas, dans le cadre d'une étude paramétrique, envisager un grand nombre de configurations différentes. Les études réalisées constituent pourtant une base de données intéressante. Car, en les couplant à un outil d'apprentissage automatique et d'optimisation, il est possible d'arriver au bout d'un processus de design optimisé. Rappelons tout de même qu'il s'agit de réaliser ce design sur la base d'une étude paramétrique et statistique de la fissuration, tout en conservant une maîtrise du coût numérique global. En jouant sur cette complémentarité des outils numériques, il est possible de rattraper la surconsommation, en temps de calcul, du modèle mécanique tout en conservant une approche très pertinente au regard de la problématique de fissuration. Je pense qu'il est important de le souligner, car l'une des critiques majeures faites à nos modèles est relative à leur coût numérique, trop souvent jugé « prohibitif ». Cette critique tombe alors si l'on considère ce que je viens d'exposer. C'est en tout cas une voie intéressante que je désire explorer pour aller au bout de cette démonstration.

### 3.3.3 Impact de la fissuration sur les transferts

Lorsqu'en 2005 j'avais monté l'opération de recherche sur la « *Mesure de l'impact de la fissuration sur le comportement et la durabilité des structures en composites cimentaires* », j'avais prévu de traiter un axe spécifique aux couplages entre fissuration et problématique de durabilité. La Division des bétons du LCPC, l'équipe dans laquelle je travaillais à l'époque, s'intéressait aux questions de formulation, de comportement mécanique et de durabilité des matériaux cimentaires. Le sujet avait cet objectif attrayant de proposer une forme de transversalité entre durabilité et mécanique au sein de la Division.

Nous avons décidé de considérer uniquement la question d'une fissure localisée et de son impact sur une problématique de transfert. Cela permettait de cibler stratégiquement les développements tant expérimentaux que numériques sur une problématique concrète. Malgré tout, ce sujet de prédiction des flux de fluides, liquides ou gaz d'une manière générale, et de la perméabilité des fissures est un enjeu important pour les infrastructures vieillissantes françaises notamment celles produisant de l'énergie<sup>17</sup>. Par ailleurs, pour les ouvrages d'art, comme les ponts et viaducs et tout autre infrastructure en béton armé, de nombreuses pathologies de vieillissement dépendent du rôle des fissures dans les transferts chimiques à l'origine des cinétiques de dégradation. C'est donc naturellement un domaine stratégique hautement concurrentiel ayant conduit à un nombre conséquent d'études depuis quelques décennies. On peut, par exemple, se reporter aux références [54, 2] pour une revue de littérature détaillée et [181, 4, 102, 3, 112] pour les couplages fissuration localisée/transfert de liquides ainsi que [158, 157, 102, 35, 166] pour les couplages fissuration localisée/transferts de gaz.

---

16. Cf. section 3.3.2.1.

17. Barrages hydro-électrique et enceintes de réacteurs nucléaires, par exemple, pour lesquelles la notion d'étanchéité est fondamentale.

La prédiction des flux passant nécessairement par la modélisation, la modélisation devait s'appuyer sur une expérimentation pertinente à la fois au regard des phénomènes qu'elle doit quantifier, mais également au regard des modèles que nous développons. Nous avons donc porté notre attention sur la quantification de propriétés de transfert dans le contexte particulier d'une fissure localisée dans un béton. Je l'ai signalé, des travaux similaires existent pour les transferts de liquides et de gaz. Ceux que nous avons réalisés trouvent leurs origines dans de premières investigations menées sur des écoulements d'eau liquide à travers une fissure [16, 112, 113], adaptées ensuite à l'écoulement de gaz [166]. Leur objectif était l'étude de l'écoulement d'un fluide à travers une fissure « active », c'est à dire chargée mécaniquement, et dont l'ouverture était contrôlée et mesurable pendant l'essai. Le dispositif était également équipé de moyens de mesure des pressions du fluide considéré. Cependant, ces mesures étaient réalisées aux points de contrôle des pressions dans le circuit, à savoir aux niveaux d'un régulateur amont et d'une pompe à vide aval, par rapport à l'éprouvette de béton fissuré. En outre, un capteur différentiel permettait de mesurer l'écart de pression entre l'entrée et la sortie de l'éprouvette, avec des prises de mesure situées dans les chambres d'alimentation/évacuation en amont et aval de la fissure. Malheureusement, ce dispositif, conçu initialement pour un circuit de fluide liquide, s'est avéré inadapté au cas du gaz car incapable de permettre une mesure convenable du « gradient de pression au carré », quantité fondamentale de la théorie de l'écoulement d'un gaz, y compris en condition de quasi-incompressibilité. En outre, il était impossible de s'affranchir de pertes de charges singulières liées aux différents changements de sections (élargissements-rétrécissements brusques) et subies par le fluide dans son écoulement. En conséquence, les résultats obtenus à l'époque rendaient délicate la vérification des lois théoriques<sup>18</sup>.

J'ai donc engagé une étude spécifique [164] qui a permis de démontrer la nécessité de mesurer les pressions de gaz au plus près (à savoir à l'intérieur) de la fissure, si l'on veut éviter d'intégrer dans les résultats les pertes de charges singulières induites par la géométrie du dispositif. L'éprouvette de béton y avait été remplacée par deux demi-blocs métalliques permettant de définir un espace d'écoulement idéalisé plan-plan en remplacement de la fissure initiale. L'un des deux blocs avait été équipé de quatre petits trous cylindriques régulièrement espacés dans le sens de l'écoulement, fonctionnant comme des tubes de Pitot, et raccordés à quatre capteurs de pression. Les mesures réalisées ont permis de vérifier que (1) la relation entre le gradient de pression au carré et le débit était non linéaire si les pressions étaient mesurées comme dans le dispositif classique, et que (2) cette relation recouvrait sa linéarité si les pressions étaient mesurées au sein de la fissure plane. Cette dernière configuration corroborant la théorie (cf. figure 3.6).

Si l'expérimentation a pu être réalisée pour un écoulement idéalisé plan-plan, il n'y avait aucune raison pour qu'elle ne puisse être adaptée à une autre géométrie d'écoulement. D'autant que le matériel utilisé pouvait être adapté relativement aisément. J'ai donc eu l'idée [165] de fabriquer un échantillon contenant un profil de fissure « réaliste », équipé des mêmes petits trous de mesure de pression, et pouvant être intercalé entre les blocs métalliques précédemment évoqués. On définit une fissure réaliste comme un espace dont la géométrie se rapproche le plus possible de celle d'une fissure réelle. C'est une fissure modèle, une reproduction fidèle d'une surface de fissure réelle dans un bloc de béton. Néanmoins, cette géométrie doit rester idéalement maîtrisée : son encombrement est connu (longueur et largeur), ainsi que la distance entre ses faces opposées. La fissure modèle

---

18. On a montré, et cela est évoqué par la suite dans cette section, que cette vérification était impossible dans le cas d'une mesure de pressions dans les réservoirs amont et aval de l'essai.

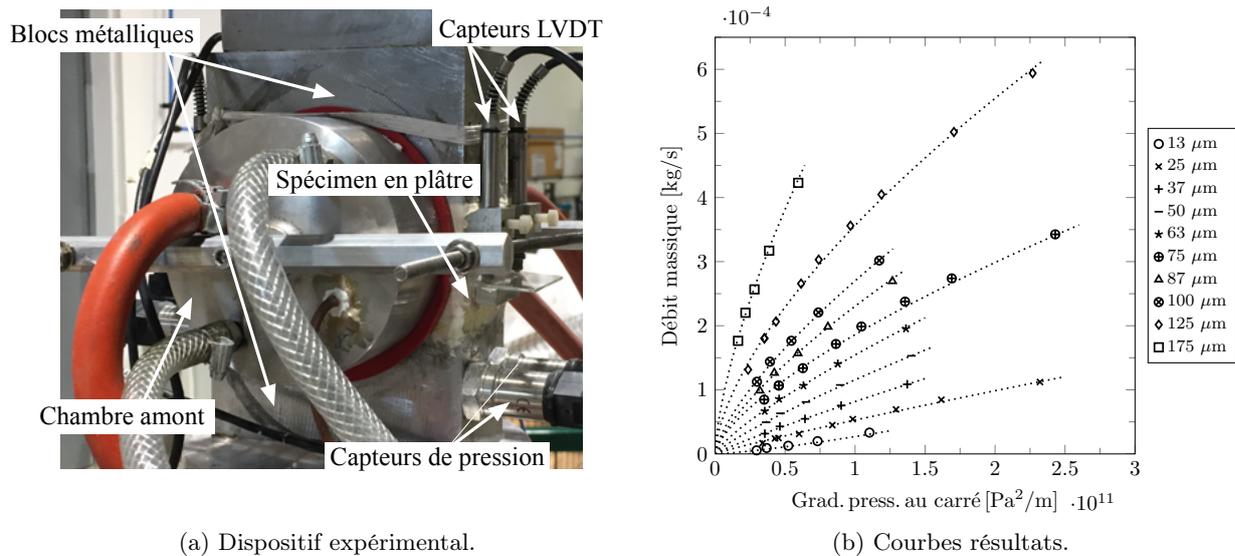


FIGURE 3.6 – Dispositif expérimental pour la mesure de la relation débit vs. gradient de pression au carré et courbes résultats, selon [165].

doit être initialement fermée sans qu’aucun écoulement de fluide ne soit possible dans cet état. Son ouverture doit facilement se produire pour une charge très faible. Cette ouverture doit se faire sans détériorer la reproduction de la surface réelle, et une fois ouverte, les deux surfaces opposées, idéalement similaires, doivent se déplacer parallèlement l’une à l’autre.

Les échantillons à profils de fissure « réaliste » ont été fabriqués en utilisant des techniques de moulage de précision (les plus petits détails représentés sont estimés entre le micron et la dizaine de micron). De sorte que le relief obtenu est similaire à la surface réelle d’origine. Un soin particulier a été porté sur l’étanchéité du circuit fluide. Un joint latéral étanche et souple a été coulé directement dans l’échantillon. De sorte que les débits en amont et aval de ce dernier sont parfaitement identiques. Cet essai, original, unique et assez complexe à mettre en oeuvre, a permis de mesurer les profils de pressions au sein même de la fissure réaliste. Les conditions de pression imposées sont telles qu’elles permettent de considérer l’écoulement comme quasi-incompressible, mais restent représentatives des gradients de pression rencontrés dans le cadre d’un essai décennal dans les enceintes nucléaires. Les résultats mettent en évidence qu’une géométrie tortueuse de fissure conduit, comparativement à un écoulement théorique plan-plan, à une non linéarité franche de la relation entre le gradient macroscopique de pression au carré et le débit. Ils montrent également que cette non linéarité est d’autant plus prononcée que l’ouverture de fissure est plus grande. Ils confirment également la présence de pertes de charge, en entrée et en sortie de la fissure, dont les valeurs sont potentiellement très différentes de celles enregistrées dans le cas d’un écoulement plan-plan. Ces résultats intéressants et novateurs, ont été obtenus sur un seul profil de fissure (2 essais réalisés). Ils méritent cependant d’être enrichis par des essais sur des profils différents. Néanmoins, ils ouvrent un champ d’étude intéressant, sur l’effet de l’hétérogénéité du matériau sur la géométrie de surface de fissure et donc sur la relation entre gradient de pression et débit, sur la quantification des pertes de charge singulière, sur la représentativité de cet essai par rapport au cas d’une fissure réelle, etc. ... Autant de questions qui doivent encore être explorées.

## 3.4 Perspectives

J'ai tenté, dans ce troisième chapitre, de re-situer l'ensemble de mes travaux dans un contexte global tout en essayant de montrer la logique dans laquelle ils ont été inscrits. S'il nous a été possible de parcourir la chaîne complète allant du développement de modèles et de leurs stratégies d'alimentation en données d'entrée, à leur validation et à leur utilisation pour des objectifs industriels (contrats MATIERE, ALSTOM), il reste cependant encore de nombreuses choses à faire.

J'aimerais décliner ici autour de trois axes quelques perspectives possibles que je souhaiterais développer dans les années à venir sur ces aspects « Génie Civil ».

- Concernant tout d'abord les modèles numériques développés :
  - Nous avons développé, dans une même approche philosophique, des modèles dont les niveaux d'intervention se situent à des échelles assez différentes. Si le modèle de fissuration explicite permet la description de processus de fissuration à une échelle très locale, à une échelle plus grande et pour des raisons de temps de calcul et de taille de problème à traiter, il est plus judicieux d'utiliser le modèle semi-implicite. Les deux ont donc leur raison d'être et leurs propres domaines d'intervention. Mais ces modèles sont-ils vraiment si dissemblables l'un de l'autre ? Certes, ils reposent sur des descriptions des processus à des échelles très différentes, micro pour l'un, macro pour l'autre. Mais ces deux échelles sont généralement définies de manière relative, quelque soit leurs dimensions caractéristiques. Les deux modèles sont aussi conçus sur une idée commune, celle qui consiste à prendre en compte dans leur formalisme les effets d'échelle. Leurs domaines d'utilisation peuvent donc être assez larges. La question qui en découle est celle qui consiste à savoir s'il existe un possible recouvrement de leur domaine d'application ? En d'autres termes, en descendant dans les échelles, jusqu'où le modèle semi-implicite peut-il raisonnablement être utilisé ? Quelle adaptation conceptuelle faut-il faire à son formalisme pour descendre dans les petites échelles ? Ces questions peuvent avoir leur intérêt si l'on se réfère au gain de temps de calcul potentiel apporté par cette approche, comparativement au modèle explicite, même si l'on perd en richesse d'information. C'est un aspect qui me semble intéressant à regarder pour unifier les approches. Car même pour calculer, par exemple, un élément de structure ferrailé (une poutre, une dalle), on peut être amené à utiliser des éléments finis dont la taille est finalement petite par rapport à celle de l'hétérogénéité du matériau, et donc sortir du domaine d'utilisation conceptuelle du modèle semi-implicite.
  - Pour en revenir au modèle de fissuration explicite, il me semble aussi fondamental de revoir la stratégie numérique à adopter concernant les éléments d'interface utilisés. Je l'ai déjà évoqué précédemment, l'emploi d'une méthode de pénalisation ne milite pas en faveur de ce modèle. Au regard de la richesse d'information que peut apporter cette approche, notamment dans tous les problèmes où la caractérisation de la fissuration de service joue un rôle fondamental, elle seule peut apporter des réponses pertinentes. Il me semble qu'il y a là un enjeu de taille pour ce modèle. Car à mon sens, couplée à des méthodes de sous-structuration, implantée sur une plateforme HPC, cette approche a un avenir.
- Concernant ensuite l'optimisation du design des structures
  - Dans les précédentes sections, j'ai abordé ce point particulier de l'utilisation des outils numériques pour le design optimisé des structures. Si nous avons proposé un premier niveau

de démonstration de leur utilité, nous n'avons pas encore mesuré pleinement l'efficacité potentielle de nos approches couplées à des techniques d'apprentissage et d'optimisation pour aller jusqu'à un design optimal de structure. Design dans lequel il est possible d'intégrer à la fois le calcul numérique mécanique (voir plus complexe, THM par exemple) mais aussi des considérations d'impact environnemental, d'économie de matériau, de durabilité, etc. ... Il me semble important encore de réaliser ce travail.

— Concernant enfin la problématique durabilité et fissuration/transferts

- Les travaux engagés ces dernières années sur cette thématique, ont pour objectif de clarifier certains manques fondamentaux relatifs à l'identification expérimentale des paramètres de transfert. Etre en mesure de déterminer proprement une relation perméabilité-ouverture de fissure, pour un écoulement de gaz, est fondamental pour la modélisation des processus. C'est la donnée d'entrée nécessaire à toute prédiction de fuite, question fondamentale dans le domaine du nucléaire par exemple. Nous avons acquis, à ce jour, une certaine expérience et une certaine reconnaissance, notamment par nos publications. Il est donc important, je pense, de poursuivre cet investissement dans le sujet, et arriver au développement d'une modélisation des couplages fissuration / transferts adaptés aux fluides gazeux.

Je n'ai relaté ici que quelques points issus de mes travaux qui méritent des approfondissements. Je pense que ces aspects, qui vont dans le sens de l'amélioration des performances de nos modèles, s'inscrivent dans mes objectifs de départ et mon projet de recherche. Ces objectifs sont ceux qui ont été définis en introduction de ce document et qui se résument finalement par la volonté de faire de l'outil numérique un acteur indispensable de la construction en génie civil et un vecteur d'innovation.

## 4 Application à la modélisation des tissus osseux

Les os, tout comme les matériaux cimentaires, sont des matériaux composites hétérogènes et polyphasiques. Leur comportement mécanique, notamment à la rupture, sont fortement conditionnés par la nature propre de leurs constituants, par leur organisation interne (microstructure), par leurs interactions mutuelles, et par les mécanismes physiques internes mis en jeu lorsque ces systèmes complexes sont perturbés par des sollicitations externes.

Bien qu'étant des matériaux de natures respectives totalement différentes, des aspects tels que l'hétérogénéité, la présence d'une porosité, la présence d'eau, le vieillissement, le phénomène de cicatrisation,... que l'on retrouve aussi bien dans le comportement des os que dans celui des bétons, font pressentir de manière intuitive qu'un certain nombre de similitudes peuvent exister. Similitudes qui peuvent être intéressantes, à condition de bien en connaître les tenants et aboutissants, pour adapter des approches similaires de modélisation à l'un ou l'autre des deux matériaux.

### 4.1 Composants et structure de l'os

#### 4.1.1 Composants constitutifs

L'os est un matériau composite complexe. Ses principaux constituants de base, dont les proportions varient beaucoup en fonction de la nature de l'os [182], sont classables en trois grandes phases :

- une phase organique représentant 35% [43, 105, 22] en masse de la matrice osseuse et dont le constituant principal est à 90% du collagène de type I. Il s'agit d'une protéine structurale organisée en une triple hélice de chaînes polypeptidiques d'environ mille acides aminés (le tropocollagène) [182]. D'après [117] les caractéristiques géométriques de cette molécule seraient un diamètre d'environ 1,5 à 3,5 nm et une longueur d'environ 300 nm.

La phase organique comporte également un nombre important de protéines non-collagèneuses (ostéopontine, ostéonectine, ostéocalcine, etc. ...). Leur principale fonction serait de réguler la taille, l'orientation et les habitudes de cristallisation des dépôts minéraux [117]. Il en existerait environ 200 mais représentant moins de 10% de la teneur totale en protéines [182].

La phase organique de l'os lui apporterait sa flexibilité. Elle serait également responsable de son comportement viscoélastique [17], et vis à vis des mécanismes de rupture, elle jouerait également sur la ténacité [78].

- une phase minérale constituée principalement de phosphate de calcium sous forme de cristaux d'hydroxapatite ( $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ ), connus également sous le nom de cristaux de Dahllite. Cette phase constitue l'essentiel des teneurs en calcium et phosphates de l'organisme. Elle représente environ 45% en masse de la matrice osseuse [105, 22], ou 70% du poids sec de l'os,

bien que les proportions exactes varient grandement en fonction de la nature de l'os et du sujet. On peut également noter que la croissance des cristaux se poursuit au cours du temps, augmentant ainsi la teneur minérale, et qu'en outre cette augmentation se fait généralement au détriment de la teneur en eau de l'os.

Les cristaux de Dahllite, plus petits cristaux formés biologiquement connus [182], se présentent sous la forme de plaquettes de quelques dizaines de nanomètres (20 à 80 nm) de dimensions caractéristiques dans leur plan et de quelques nanomètres (2 à 5 nm) d'épaisseur [117]. Ils sont présents entre les fibres de collagène et/ou à l'intérieur de celles-ci, au niveau des interstices entre les unités de tropocollagène [182].

La phase minérale est le principal contributeur aux propriétés élastiques et aux résistances de l'os [78]. Elle participe notamment à sa rigidité en augmentant le module élastique. Elle diminue également la contrainte ultime et le travail de déformation [182].

- de l'eau. L'eau représente environ 20% de la masse totale de l'os [105, 22]. Elle se trouve à l'intérieur de la fibrille, dans les intervalles, et entre des molécules à triple hélice. Elle est également présente entre les fibrilles et entre les fibres [182]. [78] relate que la déshydratation de l'os a pour conséquences une augmentation du module d'élasticité et de la résistance à la traction et une diminution de la ténacité. Elle affecte également le comportement viscoélastique.

#### 4.1.2 Structuration

La matière s'organise de façon très complexe dans l'os, selon différents niveaux hiérarchiques [182]. Et cette organisation fait apparaître clairement le caractère composite de l'os et ce quelque soit le niveau hiérarchique considéré. Le tableau 4.1 ci-dessous donne un exemple de classification des différentes échelles structurelles de l'os.

Échelle structurelle	Dimension caractéristique	Élément structurel
Sous-nanostructure	$< 0.1 \mu m$	Structure moléculaire des constituants de base : cristaux, tropocollagène, et protéines non-collagèneuses
Nanostructure	$0.1 - 1 \mu m$	Fibres et fibrilles de colagène
Sous-microstructure	$1 - 10 \mu m$	Lamelle
Microstructure	$10 - 500 \mu m$	Système harvésien, ostéon, trabécule
Macrostrucure	$> 500 \mu m$	Os cortical, os trabéculaire

TABLE 4.1 – Classification des échelles structurelles de l'os selon [117]

Le tableau 4.2 précise, en outre, quelques ordres de grandeurs des principaux éléments structuraux de l'os cortical.

Comme on peut le constater, l'os est un matériau qui exhibe une très riche structure hiérarchique, beaucoup plus complexe que celle d'une roche ou d'un composite cimentaire. Une organisation structurelle peut être présente à de nombreuses échelles dans un matériau, mais les plus grands éléments structurels ont souvent un rôle unique. S'ils sont de taille non négligeable par rapport à l'objet lui-même, la vision classique de milieu continu peut ne plus décrire la situation de manière adé-

Élément	Dimension caractéristiques
Tropocollagène	Diamètre : $1.5 - 3.5 \text{ nm}$ Longueur : $300 \text{ nm}$
Dahllite	Dans le plan : $50 \times 25 \text{ nm}$ Épaisseur : $3 \text{ nm}$
Fibrille de collagène	Diamètre : $50 - 70 \text{ nm}$
Fibre de collagène	Diamètre : $100 \text{ nm} - 1 \text{ }\mu\text{m}$
Lamelles	Épaisseur : $3 - 10 \text{ }\mu\text{m}$
Zone interlamellaire	Épaisseur : $1 - 3 \text{ }\mu\text{m}$
Ligne cimentaire	Épaisseur : $1 - 5 \text{ }\mu\text{m}$
Ostéon	Diamètre : $200 - 250 \text{ }\mu\text{m}$ Longueur : $500 \text{ }\mu\text{m}$ à quelques $\text{mm}$ Regroupe : quelques lamelles
Lacune	$5 - 30 \text{ }\mu\text{m}$

TABLE 4.2 – Dimensions caractéristiques des différents éléments structuraux dans l’os cortical (valeurs prises de la littérature [117, 19, 72])

quate [63], et les conséquences sur leur comportement deviennent non négligeables (effets, d’échelle, influence sur les concentrations de contraintes locales, sur la ténacité,...). Par conséquent, parmi les éléments structuraux intéressant potentiellement les processus de fissuration du tissu osseux, ceux présents à l’échelle microstructurale vont jouer un rôle tout particulier. Si je présente donc très rapidement les échelles sous-nanostructurales à sous-microstructurales, c’est pour m’attarder préférentiellement à ce niveau microstructural<sup>1</sup>.

De l’échelle sous-nanostructurale à l’échelle sous-microstructurale, la matière s’organise progressivement sous la forme d’un composite hiérarchique de fibrilles<sup>2</sup> de collagènes, regroupées généralement sous forme de faisceaux (les fibres de collagène), eux mêmes disposés en différents types d’arrangements, faisceaux parallèles, radiaux, entrelacés, structure lamellaire [182].

La structure lamellaire est cependant la plus courante, mais sa structure interne est relativement méconnue [117]. Il existe néanmoins différents modèles plus ou moins complexes proposés dans la littérature. Selon [57], les lamelles peuvent être considérées comme un composite hiérarchisé de fibrilles de collagène, de minéral et de protéines non-collagèneuses, assemblées en sous-couches. A l’intérieur d’une même lamelle, l’orientation des fibres tourne progressivement d’une sous-couche à l’autre, un peu à l’image d’un contreplaqué de bois [46]. La lamelle résultante peut varier en épaisseur dans une plage de  $3$  à  $7 \text{ }\mu\text{m}$  (cf. tableau 4.2).

Entre deux lamelles consécutives se trouve une zone riche en protéines non-collagèneuses, et plutôt déficiente en collagène. Cette zone dite “interlamellaire” est considérée, structurellement et en termes de composition, comme différente des lamelles. On peut, encore une fois, la voir comme un composite dans lequel les protéines non-collagèneuses forment une matrice (soft phase) autour des fibrilles de collagène (hard phase) qui présenteraient une orientation différente de celle des lamelles (dans le cas des ostéons, elles seraient plutôt orientées perpendiculairement à leur axe longitudinal

1. Au passage, notons qu’il existe dans la littérature de très nombreuses revues bibliographiques détaillant l’ensemble de ces niveaux hiérarchiques.

2. Constituée d’une matrice organique (le collagène) et d’inclusions cristallines (l’hydroxyapatite) en forte présence.

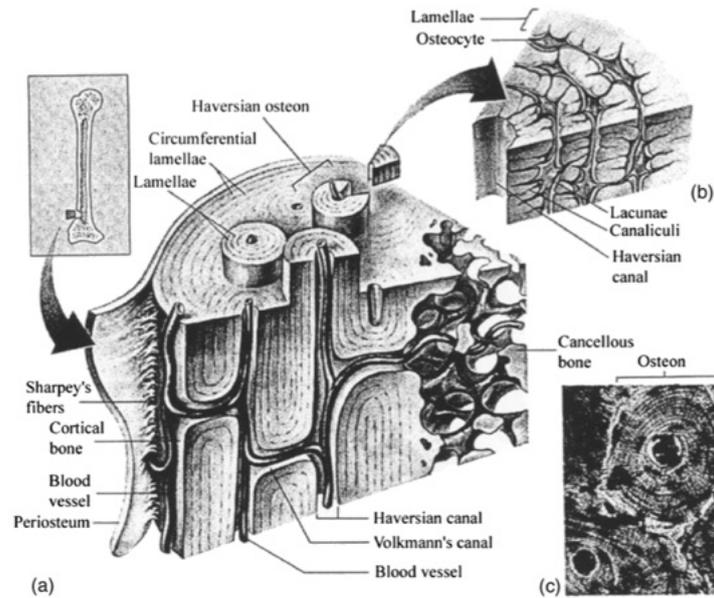


FIGURE 4.1 – Structure osseuse (selon [30]).

[57]). Concernant leur niveau de minéralisation, il semblerait qu'il n'y ait pourtant pas un consensus clair dans la littérature.

A l'échelle microstructurale, on peut doré et déjà distinguer le cas de l'os cortical de celui de l'os trabéculaire. Pour fixer quelques ordres de grandeur, l'os cortical représente environ 90% du squelette chez l'adulte, alors que l'os spongieux n'en représente que 10%. La figure 4.1, tirée de [30], donne une représentation de la structure osseuse à cette échelle. L'os cortical, ou os compact, est la partie dense du tissu osseux. L'os trabéculaire est un os qualifié de spongieux en rapport à sa structuration interne faisant penser *de visu* à celle d'une éponge. Conformément au tableau 4.1, et dans le cas de l'os cortical, l'élément structurel important est l'ostéon (ou système de Havers). Dans le cas de l'os trabéculaire, l'élément structurel est la trabécule.

L'ostéon est un arrangement concentrique de lamelles osseuses. Sa formation est le résultat d'un processus très particulier qui se déroule tout au long de la vie du sujet, le remaniement haversien ou remodelage osseux. De façon très schématisée, ce remodelage osseux est la conséquence d'un processus de résorption, provoqué par des cellules particulières, les ostéoclastes, et d'un processus de reformation de lamelles par les ostéoblastes. Les dimensions caractéristiques des ostéons sont indiquées dans le tableau 4.2. Au centre des ostéons existent des canaux vasculaires<sup>3</sup>, interconnectés en réseau<sup>4</sup> et permettant l'irrigation du tissu. Entre les ostéons se trouve soit un reliquat d'os primaire lamellaire, soit un amas d'anciens ostéons remaniés (l'os interstitiel).

L'os cortical est un matériau poreux, mais dont la porosité reste faible, entre 5 et 15% typiquement. Elle est constituée essentiellement de différentes cavités vasculaires et de résorption, ainsi que des lacunes où se situent les ostéocytes.

Entre l'ostéon et l'os environnant existe une zone interfaciale, d'une épaisseur de 1 à  $5\mu\text{m}$ , cf. tableau 4.2, appelée ligne cémentante. Elle est la trace, assez irrégulière, de l'ancienne cavité

3. Canaux de Havers.

4. Avec les canaux de Volkman, plus fins que les canaux de Havers.

de résorption dans laquelle l'ostéon s'est formé. D'aucun prétendent que c'est une région à minéralisation réduite qui contient significativement moins de calcium et de phosphore (environ 15% en moins) que les lamelles ostéonales et les interstices lamellaires mais elle contient cependant plus de sulfures. C'est également une région à densité massique plus faible. Elle est impliquée (à des niveaux de déformations et de vitesses de déformations physiologiquement acceptables) dans différents aspects du comportement mécanique de cet os : l'élasticité, la fissuration, l'absorption d'énergie, l'amortissement visqueux. Sa faible minéralisation aurait un impact sur son comportement, plus ductile que la matrice osseuse [19]. Il n'y a cependant pas de consensus sur ce point qui reste encore très discuté [154].

L'os spongieux est constitué de travées ou trabécules (cf. caractéristiques tableau 4.2) disposées en réseau autour de larges espaces de formes et de tailles irrégulières et interconnectées. L'échelle de taille de ces pores est de l'ordre du millimètre, alors que l'épaisseur des travées est d'un ordre de grandeur plus petit (une centaine de microns). La structure trabéculaire est orientée de sorte qu'il existe une direction dans laquelle la raideur mécanique et la résistance sont plus grandes. Les travées sont continuellement renouvelées par le jeu de l'ostéoclasie et de l'ostéogénèse. A plusieurs endroits d'ailleurs, le bord des travées est irrégulier car ce sont des zones de résorption. On peut noter enfin, que les propriétés élastiques du tissu trabéculaire<sup>5</sup> sont apparemment comparables à celles du tissu cortical [178].

## 4.2 Mécanismes de rupture

La rupture des os correspond à des mécanismes de fissuration [10, 57, 58, 78, 87, 89, 88, 187, 101, 147]. Les propriétés mécaniques des tissus osseux sont intimement liées à leur caractère fortement composite, à l'organisation structurelle hiérarchique de ces tissus et de leurs différents composants constitutifs [117, 38] et, bien évidemment, aux caractéristiques mécaniques de ces derniers, bien que, en l'état actuel des connaissances, elles restent difficilement accessibles [182].

Dans la très riche littérature traitant du comportement fissurant des os, les propriétés remarquables de résistance à la rupture du tissu osseux ont été attribuées à différents mécanismes de résistance, de transferts de charges, de dissipation d'énergie couvrant tous les niveaux hiérarchiques de la structure osseuse. Mais il y est effectivement précisé que les mécanismes de fissuration et de résistance à la rupture trouvent plutôt leurs origines dans les "hauts" niveaux hiérarchiques correspondant aux échelles sous-microscopiques ou microscopiques évoquées précédemment.

Dans le cas de l'os cortical, par exemple, une étude [57] a été réalisée sur les transferts de charge aux niveaux ostéonal et sous-ostéonal. Les observations faites ont notamment montré que les zones interlamellaires étaient vraisemblablement des zones préférentielles de propagation de fissures, que celles-ci se propagent dans le sens des lamelles ou perpendiculairement. Ils expliquent cet état de fait, par leur composition différente qui les rendraient plus souples que les lamelles. L'étude montre en outre que l'inhomogénéité des propriétés élastiques, entre les lamelles et les zones interlamellaires ou la ligne cémentante, contribue de façon importante à la résistance à la rupture et à la propagation de fissures. Cette inhomogénéité s'explique principalement par les différences de composition et de structure entre les lamelles et leurs interfaces. Les résultats montrent globalement que la ténacité

---

5. À comprendre ici comme le tissu constituant les trabécules.

du tissu osseux augmente avec l'inhomogénéité, et inversement que plus les écarts s'amenuisent (notamment en fonction de l'augmentation de l'âge) plus le tissu est globalement fragile. L'étude montre aussi le rôle important des ostéons dans leur capacité à capter et/ou dévier la fissuration au travers des lignes cémentantes, conduisant à des faciès de fissuration plus ou moins tortueux en fonction du degré d'inhomogénéité. Les auteurs concluent cependant sur le fait que l'inhomogénéité des propriétés élastiques ne peut expliquer que 40% à 60% des phénomènes et que d'autres facteurs jouent un rôle non négligeable, notamment la porosité et le niveau de dommages pré-existants.

Le rôle de la ligne cémentante dans les processus de fissuration est également décrit dans [19]. Sa composition et sa structure particulières, par rapport aux zones interlamellaires et bien évidemment aux lamelles elles-mêmes, semble être des facteurs fondamentaux, bien que le sujet sur leur nature soit controversé. Cela dit, la présence de ces zones permettrait une initiation des microfissures dans l'os haversien, mais elle préviendrait ou ralentirait également la propagation des fissures de façon significative. Lorsqu'une fissure se propage dans un matériau composite présentant, comme l'os, des zones interfaciales faibles, la concentration de contrainte en pointe de fissure a tendance à s'émousser lorsque celle-ci rencontre l'interface et y délamine le matériau, ralentissant ainsi la propagation. De surcroît, lorsqu'une fissure rencontre tout d'abord une interface ductile et peu de temps après une zone plus raide, la fissure peut d'abord être accélérée, puis ensuite ralentie par l'interface souple, pour finalement être arrêtée par la zone raide, nécessitant alors une augmentation de l'état de contrainte pour poursuivre la propagation. Tout cela a pour conséquence que l'énergie nécessaire à la création de fissure dans les os serait moins importante que celle nécessaire à leur propagation.

Dans la même veine, Nalla et al. in [87, 88] expliquent que la difficulté dans la compréhension des mécanismes de rupture de l'os réside clairement dans la détermination de l'importance relative des différents niveaux hiérarchiques structuraux sur l'initiation et la propagation de la fissuration. Les auteurs observent que les mécanismes principaux, intervenant dans la résistance à la création et à la propagation de fissures dans l'os, incluent divers phénomènes : microfissuration, pontage de la macrofissure par des fibres de collagène ou des ligaments non rompus (d'une dimension de quelques centaines de  $\mu\text{m}$  environ), et déviation de la fissure par le jeu des interactions fissure/ostéons. Il en résulte que la fissure suit un chemin plus ou moins tortueux et discontinu dans l'os et présente de manière évidente une "Fracture Process Zone" (FPZ) en pointe de fissure qui met un certain temps à s'établir. Ils en déduisent d'ailleurs la nécessité de la détermination de courbes-R pour l'estimation de l'évolution de la ténacité en fonction du chargement. Dans [187], les auteurs estiment que la longueur de la FPZ varie, pour de l'os cortical humain, dans une plage de 3 à 10 mm environ. Ce qui, au passage, correspond généralement en ordre de grandeur à l'épaisseur de la zone corticale dans un os. La fissure progresse donc comme un système complexe de fissures mère/filles, ces dernières se créant de manière répartie autour et en pointe de la fissure mère, puis se reliant à elle lorsque les ponts de matière résiduels cassent sous l'action de l'état de contrainte. Ce pattern de fissuration est donc fortement lié à l'hétérogénéité de l'os et à certains de ses éléments microstructuraux.

### 4.3 Stratégie de modélisation

Il résulte des différents éléments qui viennent d'être présentés l'intuition que l'application des stratégies de modélisation développées pour les bétons sont applicables aux tissus osseux. Dans les deux cas, en effet, nous avons affaire à des matériaux polyphasiques, hétérogènes et quasi-fragiles. Je

l'ai dit en introduction de ce chapitre, puis développé ensuite, les similitudes sont nombreuses malgré des natures et des structurations internes des matières constitutives très différentes. Cependant, si ces stratégies sont applicables, elles doivent être adaptées. La première question à se poser est celle de l'objectif visé, suivront ensuite les méthodes à mettre en oeuvre pour l'atteindre.

### 4.3.1 Objectif et cadre de travail

L'objectif est celui du développement d'une modélisation probabiliste de la fissuration des tissus osseux, dans une acception en tous points similaire à celle établie pour les bétons. Elle doit intégrer les différents effets de l'hétérogénéité du matériau (aléa, effets d'échelle éventuels), en établissant un lien entre microstructure et propriétés mécaniques, et permettre d'accéder numériquement à une caractérisation de la fissuration.

Concernant le cadre de travail, il convient de préciser certaines choses. Le premier point concerne l'échelle à laquelle est positionné le problème. Il s'agit de s'intéresser à un élément osseux, soit considéré seul, soit considéré comme faisant partie intégrante d'une structure plus complexe<sup>6</sup>. On ne s'interdit pas, dans le premier cas, d'espérer accéder par le modèle à de la microfissuration et/ou à de la macrofissuration. La finesse de représentation des processus sera choisie en fonction du niveau d'information désiré dans la description des processus et bien évidemment en fonction aussi des coûts de simulation que cela induit. Dans le second cas, il me paraît évident que ces coûts risquent d'augmenter très sensiblement et conduire à des choix de modélisation ne donnant accès qu'à des processus de macrofissuration. L'utilisation de modèles explicite ou semi-explicite, tels que nous les avons évoqués dans le chapitre précédent, découlera alors de ces contextes et considérations.

Cependant, la complexité macrostructurelle de l'os, qui distingue le tissu cortical du spongieux (cf. tableau 4.1), oblige à procéder à une simplification préliminaire. Il a été décidé de focaliser notre attention, dans un premier temps, sur le seul tissu cortical. Les processus de fissuration dans le tissu spongieux seront étudiés dans un second temps, lorsque la modélisation du comportement fissurant du tissu cortical sera faite et validée.

### 4.3.2 Choix méthodologiques

A l'instar de ce qui a été fait pour les bétons, il a été décidé de procéder selon trois étapes :

- La première consiste en une phase expérimentale. Elle a deux objectifs. Le premier est de bâtir notre propre expérience et notre propre connaissance des processus de fissuration dans l'os, les observer, les analyser et les quantifier. Le second est d'acquérir de la donnée expérimentale exploitable (raisonnablement) statistiquement<sup>7</sup>. Cette phase expérimentale se situe également sur deux plans. Le premier est mécanique et concerne l'étude du comportement fissurant du tissu sollicité. Le second est histologique et concerne l'étude et la caractérisation de la microstructure du tissu.
- La seconde étape consiste en une première exploitation des résultats expérimentaux pour identifier certaines propriétés mécaniques et analyser les données histologiques relatives aux tissus testés.

---

6. Structure qui peut regrouper plusieurs os, des ligaments, des muscles etc. ...

7. Le modèle qui découle de ces développements doit être probabiliste.

- La troisième étape consiste à utiliser l'un ou l'autre des modèles de fissuration explicite ou semi-explicite, et à identifier par analyse inverse leur paramètres (du moins ceux n'ayant pas été accessibles au point 2) sur la base des résultats expérimentaux mécaniques. Il conviendra alors de valider le modèle sur la base d'essais complémentaires.

Il découle de ces trois étapes un certain nombre de choix méthodologiques qu'il convient de préciser ici.

Le premier de ces choix concerne l'expérimental. La question de savoir sur quel type d'essai porter notre attention s'est posée. Comme il s'agit d'étudier les processus de fissuration (création/initiation et propagation), l'essai doit conduire à les mettre en lumière. Classiquement, le mécanicien des matériaux travaille sur des géométries d'échantillon bien contrôlées, pour la bonne raison que la plupart du temps il est aisé de les fabriquer. Une géométrie contrôlée, et donc parfaitement connue, a cet avantage de permettre d'accéder facilement à la détermination de propriétés mécaniques, comme des modules élastiques ou des résistances par exemple. Dans le cas des tissus biologiques, et notamment humains, les choses sont souvent plus compliquées. Fabriquer des échantillons à partir d'un os cortical humain est tout à fait possible. Mais les géométries sont forcément petites. Il faut disposer d'un matériel de découpe de précision et d'un matériel d'expérimentation adapté à ces dimensions. En outre, il est possible que les effets de l'hétérogénéité du matériau soient plus sensibles (effets d'échelle). L'autre alternative consiste à travailler directement sur la géométrie « naturelle ». Mais dans ce cas, si la mesure de quantités globales, efforts et déplacements, est aisée, la détermination de propriétés mécaniques l'est beaucoup moins. Elle nécessite de mettre en place une analyse inverse couplant modélisation numérique et expérimental. Ce qui est tout à fait réalisable, mais plus coûteux en temps. Ce que l'on gagne à éviter les difficultés de fabrication des échantillons, on le perd dans l'analyse des résultats. Nous avons cependant porté notre choix sur cette option, pour les raisons suivantes : le laboratoire ne disposait pas des moyens suffisants pour prélever proprement des échantillons osseux à géométrie contrôlée dans de l'os cortical ni des moyens expérimentaux adaptés à ces géométries ; il était souhaitable de rester à une échelle la plus proche possible de l'objet d'étude global.

Le second choix méthodologique découle du premier. Les analyses inverses, alors nécessaires à la détermination de propriétés mécaniques à partir d'essais réalisés sur des géométries « naturelles d'os », doivent être basées à la fois sur une reconstruction biofidèle de ces géométries et sur une reconstitution précise des conditions de réalisation de l'essai. C'est la condition *sine qua non* pour l'obtention de valeurs correctes des propriétés mécaniques visées. Il convient alors de définir et réaliser l'ensemble des opérations qui garantissent cela.

Enfin, il convient de définir quels types d'analyses inverses peuvent être réalisées et quels types de paramètres peuvent être identifiés dans les étapes 2 et 3 précédemment évoquées. Certaines propriétés peuvent en effet être obtenues plus directement que d'autres. Une simulation numérique élastique des essais réalisés permettra de déterminer des modules d'élasticité du matériau par exemple. En revanche, la détermination des caractéristiques d'une distribution aléatoire de résistance à la traction (paramètre d'un modèle de fissuration) nécessitera un travail plus conséquent.

## 4.4 Les réalisations

J'aimerais, dans un premier temps, revenir brièvement sur le contexte global dans lequel se sont inscrits ces développements. Comme je l'ai indiqué en introduction, le sujet de *la modélisation probabiliste de la fissuration des os* est au centre d'une collaboration transversale, que j'ai motivée, entre deux laboratoires, TS2/LBA et MAST/EMGCU, de l'ex-IFSTTAR devenu aujourd'hui l'Université Gustave Eiffel. Cette collaboration transversale, née des séminaires de connaissance réciproque organisés lors de la création de l'IFSTTAR et effective depuis 2014, a conduit :

- à la soumission de différents projets internes de recherche exploratoire, financés par la Vice-Présidence Recherche de l'Université Gustave Eiffel :
  - Le projet FOs<sup>8</sup>, Fissuration des Os, qui a permis d'initier la conception de la partie expérimentale du projet tant sur les aspects mécanique qu'histologique (2017-2019)
  - Le projet COs<sup>9</sup>, Protocoles de Conservation et histologie de tissus Osseux, s'inscrivant dans la continuité du précédent et portant sur la maîtrise des conditions d'essais, conservation des échantillons, maîtrise de la préparation des échantillons et des conditions aux limites des essais mécaniques, protocole d'histologie, etc. ... (2020-2021)
  - Le projet MiDICOT<sup>10</sup>, Microscopic Digital Image Correlation for Organic Tissues, sur l'observation et la mesure des processus de fissuration par DIC (financement sur fonds propres du laboratoire, 2022).
- à l'encadrement de divers étudiants de MASTERS 1 et 2,
- au financement d'une thèse AMU (Aix-Marseille Université) par l'Université Gustave Eiffel, sur l'élaboration d'une stratégie de modélisation probabiliste de la fissuration des os. Thèse de T. Kurtz [59], démarrée en 2020 et devant se soutenir début 2024.
- à l'ouverture à la Biomécanique de la collaboration avec Université Fédérale de Rio de Janeiro, sur une volonté commune du Prof. F. Ribeiro et de moi-même, collaboration initiée sur la thématique Génie Civil, et permettant l'utilisation de la plateforme Brésilienne de calcul intensif pour les analyses numériques du projet. Cette ouverture fait de l'équipe Brésilienne un partenaire important de mes projets de développement et inscrit cette collaboration dans la durée,
- à différents partenariats/entraides avec le laboratoire ADES - Anthropologie bio-culturelle, droit, éthique et santé (UMR 7268) - pour les études de microstructure du tissu osseux et teneur en minéraux.

Cependant, la thèse de T. Kurtz reste le point (de départ) central des développements et donne sa structure au projet. Elle en reprend à la fois les objectifs principaux, s'appuie sur les choix méthodologiques présentés et développe la stratégie globale de l'expérimental au numérique.

### 4.4.1 Etude expérimentale de la propagation d'une fissure dans un tronçon osseux

La première action, menée dans le cadre de la thèse de T. Kurtz [59], a été d'élaborer et de mettre en oeuvre un essai de propagation de fissure dans un tissu osseux. Dans un souci de simplification du problème et de maîtrise des résultats, les hypothèses suivantes ont été formulées :

---

8. Notons, que j'ai élaboré et co-piloté ce projet avec Y. Godio-Raboutet, ingénieur de recherche au LBA.

9. cf. note 8.

10. cf. note 8.

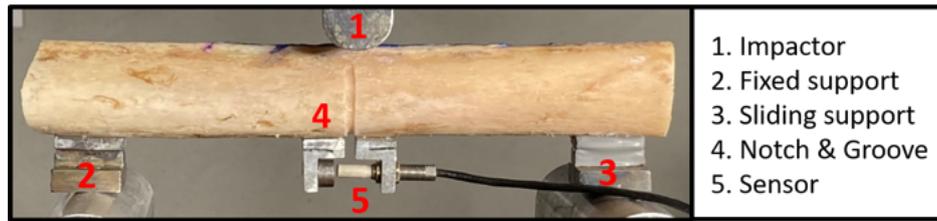


FIGURE 4.2 – Dispositif expérimental pour un essai de propagation de fissure dans un tronçon de fémur humain [61].

- Le tissu osseux étudié est un tissu cortical, comme indiqué dans les objectifs initiaux de cette étude, issu d'un os long ;
- Compte tenu de l'anisotropie du tissu, l'étude se concentre dans un premier temps sur une propagation transversale de fissure.

L'essai proposé est assez simple dans son principe puisqu'il consiste en une flexion trois points exercée sur un tronçon d'os long pré-entaillé. Il permet donc de localiser un processus de fissuration en section centrale de l'échantillon et de le suivre au cours de l'essai. Il permet également la quantification (c'est à dire la mesure) de son impact sur le comportement global de flexion. Cependant, s'il reste assez simple dans son principe, sa mise en oeuvre présente un certain nombre de difficultés qu'il a fallu surmonter. Les essais ont été initialement publiés dans [161], référence dans laquelle sont précisés les détails et précautions prises pour la réalisation des échantillons, leur mise en place sur la machine d'essai ainsi que les procédures expérimentales mises en oeuvre et les mesures effectuées.

Notons cependant, et brièvement, que les échantillons sont des segments de 180 mm coupés dans les diaphyses de fémurs, prélevés post-mortem sur des sujets humains<sup>11</sup>. La figure 4.2 montre le dispositif expérimental utilisé. L'échantillon est testé sous une presse hydraulique MTS Landmark 370.10 couplée à un capteur de force de 15 kN. La charge est appliquée sur la partie médiane de la diaphyse fémorale, sur sa face postérieure. La distance entre appuis est de 155 mm, l'un des appuis est glissant, l'autre est fixe. Une entaille de 200  $\mu\text{m}$  d'épaisseur et de longueur théorique de 7,5 mm est usinée avec une scie à chantourner très fine pour initier la fissure. Un capteur sans contact, inductif, est utilisé pour mesurer l'ouverture d'entaille. Le signal enregistré est également utilisé pour le pilotage de la presse, de sorte à contrôler correctement la propagation de fissure lors de l'essai. L'effort est appliqué à mi portée, par la tête de vérin, sur la ligne de crête située en partie postérieure de l'os. Les résultats sont exprimés en termes de courbes effort appliqué versus ouverture d'entaille, comme montré par exemple à la figure 4.3.

L'essai consiste à réaliser des cycles de déchargement/rechargement à différents niveaux d'ouverture d'entaille. Une analyse de ces cycles, portant sur leur inclinaison globale, sur les ouvertures d'entaille résiduelles au déchargement complet, sur la largeur des boucles hystérétiques de déchargement/rechargement est proposée dans [161, 61]. Les résultats montrent clairement l'impact fondamental des processus de fissuration sur le comportement global du spécimen testé, tant sur l'endommagement/affaiblissement structurel observé que sur les déplacements résiduels enregistrés. De fait une interprétation des mécanismes physiques mis en jeu au cours de ces cycles, expliquant notamment leurs formes, est également proposée. Elle insiste aussi sur l'impact potentiel des contraintes internes initiales, liées au mécanisme de remodelage osseux, et relaxées par la fissuration

11. Conformément au cadre éthique de la Faculté de Médecine de Marseille relatif au don de corps à la science.

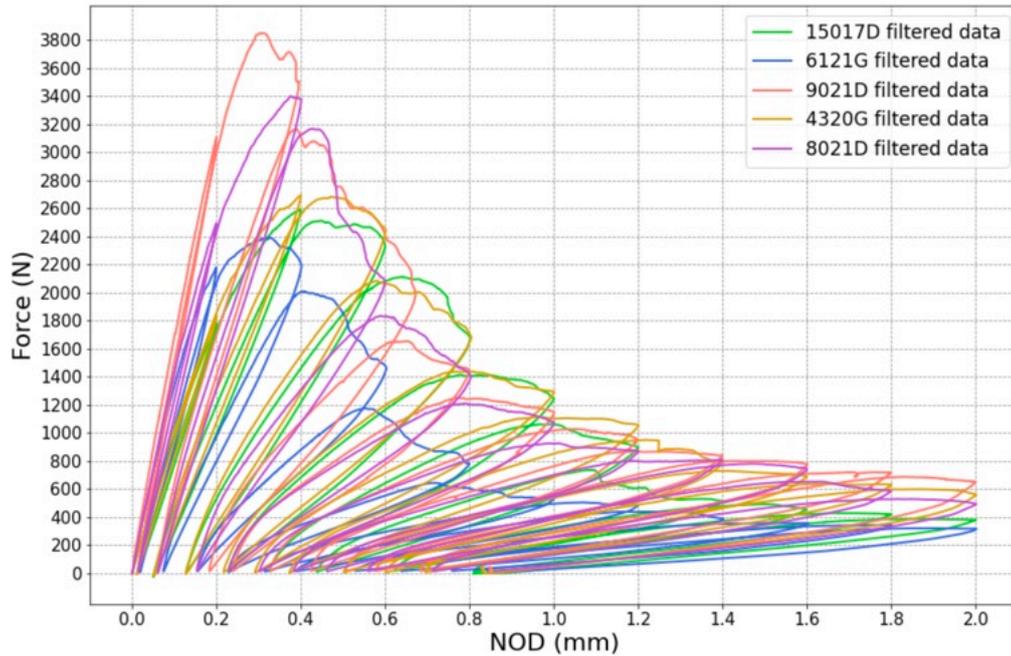


FIGURE 4.3 – Courbes efforts vs. ouverture d’entaille obtenues sur des tronçons de fémur humains en flexion 3 points [61].

sur l’amplitude des déplacements résiduels. Les résultats publiés dans [161] montrent également le rôle de l’anisotropie du matériau sur l’orientation du parcours de la macrofissure. En effet, initiée dans la direction transversale, la fissure a tendance à systématiquement s’orienter vers la direction longitudinale, dénotant ainsi une ténacité plus faible du tissu dans cette direction.

Afin de palier cette difficulté et maintenir une propagation transversale de la fissure, une gorge hémisphérique, de 2 mm de diamètre et 1 mm de profondeur, a été réalisée en section centrale des spécimens. L’entaille, alors positionnée au milieu de cette gorge permet d’initier une fissure qui se propage en fond de gorge pendant l’essai. Il a été vérifié par calcul numérique que l’impact de la gorge sur la raideur globale de l’éprouvette restait inférieur à 1 %. Les résultats publiés notamment dans [61, 62] restent similaires à ceux obtenus précédemment [161], de fait leur interprétation en termes de mécanismes physiques mis en jeu reste la même. Par contre, ces résultats peuvent maintenant être utilisés pour caractériser la fissuration transversale du tissu osseux, ce que nous détaillerons dans la section suivante.

Notons également que ces travaux expérimentaux sont le fruit d’un assez long processus de recherche afin de définir la meilleure solution technique, dans le sens où elle permet une bonne répétabilité de l’essai. Comme je l’ai précisé, malgré leur apparente simplicité conceptuelle, ces essais restent très délicats à réaliser du fait même de la géométrie irrégulière des spécimens nécessitant différentes précautions à prendre dans leur réalisation. Précautions qu’il a fallu bien évidemment définir au préalable, ce qui a nécessité du temps. Ces travaux ont été soutenus financièrement par les projets internes FOs et COs, que j’ai présentés précédemment.

## 4.4.2 Détermination des modules d'élasticité et des énergies de fissuration

L'intérêt d'un essai de propagation de fissure sur éprouvette entaillée est de permettre la détermination d'une énergie de fissuration. L'une des méthodes classiquement utilisée est la méthode de la complaisance basée sur la formule d'Irwin-Kies (équation 2.5, rappelée à la section 2.2.2.2). Développée initialement pour des matériaux fragiles, elle peut être cependant étendue aux matériaux quasi-fragiles sous certaines conditions (cf. section 2.2.2.2).

Cette formule permet d'estimer la valeur critique du taux de restitution d'énergie en fonction de grandeurs macroscopiques : effort, complaisance, longueur de fissure et données géométriques relatives à la structure considérée. En général, les structures sont des prismes (Compact Tension test) ou des poutres entaillées, des poutres DCB, etc. ... bref, des géométries relativement « standardisées » pour lesquels la relation entre la complaisance structurelle et la longueur de macrofissure peut être établie analytiquement. Dans le cas qui nous intéresse, cette relation n'est pas accessible, du fait même de la géométrie « atypique » et personnalisée des os testés. En revanche, elle peut être obtenue par simulation numérique si l'on est capable de représenter [numériquement et] de façon fidèle la géométrie étudiée. Ce qui, dans notre cas, est réalisable grâce au traitement de l'imagerie médicale.

La mise en oeuvre de la méthode nécessite donc de représenter numériquement les choses de façon fidèle tant pour la géométrie réelle de l'os que pour les conditions de réalisation de l'essai (positionnement précis du spécimen dans l'espace, conditions aux limites, mesure des ouvertures d'entaille). En revanche, la méthode impose de considérer une représentation idéalisée de la fissure réelle et de sa FPZ en les remplaçant par une fissure équivalente<sup>12</sup>.

### 4.4.2.1 Méthodologie de modélisation géométrique du problème

Chaque os testé expérimentalement est, au préalable, passé au scanner médical de l'Hôpital Nord<sup>13</sup> permettant une acquisition de sa géométrie réelle. C'est à partir de cette imagerie que la reconstruction tridimensionnelle de l'échantillon et sa numérisation peut être réalisée. Classiquement, la méthodologie de reconstruction est basée sur l'utilisation d'une méthode de segmentation qui permet de séparer les voxels<sup>14</sup> contenant de la matière osseuse de ceux n'en contenant pas, via une analyse de leurs niveaux de gris. L'une des méthodes standard utilisée couramment consiste à choisir, dans l'histogramme des niveaux de gris de l'image, un seuil de segmentation - à savoir le niveau de gris qui permet le tri de ces voxels - comme la moyenne entre le pic des voxels clairs (« blancs ») et le pic des voxels sombres (« noirs »). Bien qu'étant un standard, cette méthode ne nous semblait pas permettre un seuillage identique pour tous les os, puisque la valeur du seuil peut changer d'un os à l'autre. Nous avons donc proposé [62] une autre méthode de segmentation basée, cette fois, sur une évaluation de la fraction volumique de matière solide contenue dans un voxel, via une mesure de densité osseuse issue de l'imagerie. Un voxel, non vide, peut être rempli totalement ou partiellement par du tissu osseux. L'expression d'une fraction volumique solide pour ce voxel permet de déterminer un seuil à partir duquel on peut considérer que la matière présente participe mécaniquement à la réponse du spécimen.

La densité du tissu osseux, accessible par l'imagerie après calibration, peut être considérée comme

---

12. Au sens mécanique du terme, à savoir une fissure plane conduisant à la même valeur de complaisance.

13. Modèle du tomographe : RevolutionTM Maxima de General Electric HealthCare.

14. Notons que la taille du voxel pour le matériel est de  $0,703 \times 0,703 \times 0,625 \text{ mm}^3$

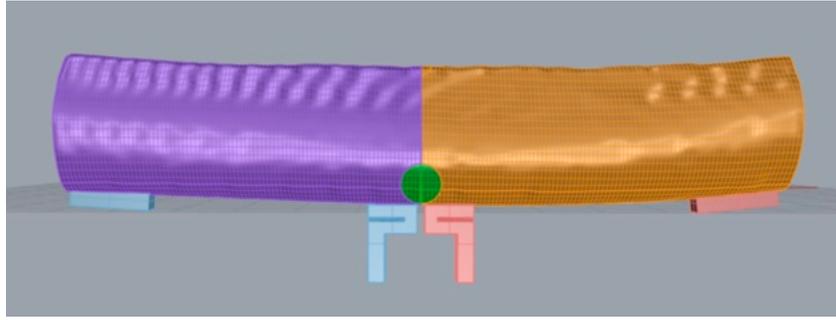


FIGURE 4.4 – Exemple de géométrie osseuse reconstituée sous Rhino3D™, selon [62].

dépendante à la fois de la nature du tissu osseux et de sa porosité. Néanmoins en supposant que la nature du tissu soit la même partout dans le spécimen<sup>15</sup>, on peut imaginer que la densité soit principalement impactée par la porosité. Il est alors possible de lier la valeur de densité mesurée par imagerie, à une valeur de porosité et donc à une valeur de fraction volumique solide. Reste à choisir une valeur seuil. Notons, à ce stade, que tout choix porte intrinsèquement une part d'arbitraire. Cependant cet arbitraire peut être justifié. Nous avons choisi un seuil en fraction volumique de 50%, et nous l'avons justifié par le fait que, selon la littérature, on peut s'attendre à ce qu'un tissu osseux avec une telle porosité ait un module d'Young environ 10 fois plus faible qu'un tissu cortical dense. Cet ordre de grandeur nous semble raisonnable pour ne pas comptabiliser dans la segmentation tout voxel ayant une fraction volumique solide inférieure à cette valeur, négligeant ainsi sa contribution dans la raideur de l'os. Nous avons finalement comparé le résultat de cette méthode avec la méthode standard citée précédemment, et observé que les deux segmentations donnaient des résultats relativement similaires.

A l'issue de la segmentation, diverses opérations de lissage peuvent être réalisées sur la géométrie tridimensionnelle reconstituée. Cette géométrie (souvent au format \*.stl) est ensuite reformatée pour être utilisable par un mailleur éléments finis. Cette opération est réalisée sous Rhino3D™, logiciel qui nous permet également d'orienter la géométrie ainsi reconstituée dans l'espace, de sorte qu'elle soit dans une position identique à celle du spécimen pendant l'essai. Il est également possible, à ce stade, d'ajouter à l'ensemble les géométries des supports d'appuis et des supports de capteur pontant l'entaille pour la mesure de son ouverture (cf. figure 4.4). L'ensemble est ensuite importé dans un mailleur éléments finis pour la préparation du maillage et la définition des conditions aux limites (blocages et chargement) et des paramètres de calculs. Enfin, nous avons tenté de mesurer l'impact de chacune de ces étapes sur d'éventuelles modifications en volume de la géométrie reconstituée et numérisée. De fait, il s'avère que cet impact est très faible, et ne dépasse pas les 2% en variation du volume global en comparaison avec le spécimen réel [62].

#### 4.4.2.2 Détermination de la complaisance initiale et d'un module d'Young moyen du tissu osseux

La détermination de la complaisance initiale est simple puisqu'il s'agit de mesurer la raideur initiale de l'éprouvette et d'inverser cette valeur.

En revanche, en cherchant à égaliser la raideur initiale expérimentale avec la raideur de la réponse

---

15. Ce qui reste une hypothèse forte.

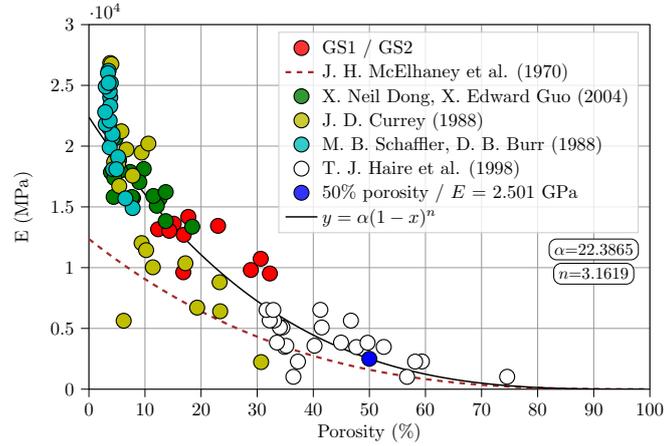


FIGURE 4.5 – Module d’Young en fonction de la porosité (os cortical et spongieux provenant de diverses espèces selon les sources), les points rouges représentant les résultats de notre étude ( $G_{s1}$  et  $G_{s2}$ ). D’après [62].

numérique élastique de l’os entaillé non fissuré, sous un chargement et des conditions aux limites identiques, il est possible d’obtenir les valeurs de modules élastiques des os considérés<sup>16</sup>. Voici quelques résultats marquants de cette identification inverse [62] :

- Cette étude a montré que, en première approximation, considérer un comportement élastique isotrope de l’os était suffisant pour en déterminer un module longitudinal. L’écart avec une approche considérant un comportement orthotrope est de moins de 5%.
- La présence ou non d’une gorge<sup>17</sup> dans la simulation numérique n’est pas nécessaire, son impact étant inférieur à 1%.
- La méthode de segmentation décrite précédemment et utilisée pour la reconstruction géométrique de l’os a un impact non négligeable sur la précision de la détermination du module. L’erreur sur l’estimation du module est du même ordre de grandeur que l’erreur éventuellement commise sur la reconstruction géométrique. Il faut donc que cette reconstruction soit précise. Ainsi, d’après notre étude, l’estimation du module faite par la méthode proposée est valable à environ 2% près.
- Les valeurs de modules, pour les os testés, sont contenues entre 9,5 GPa et 14,2 GPa. Ces valeurs peuvent être considérées comme des valeurs moyennes puisqu’elles sont obtenues en considérant l’os parfaitement homogène. Elles ne sont donc pas représentatives de l’hétérogénéité du tissu, et les valeurs locales (au sein du matériau) pourraient être bien différentes. Cependant, ces valeurs restent parfaitement cohérentes avec les données de la littérature. En outre, si on les place en regard des valeurs de la porosité moyenne, estimée soit par imagerie médicale soit par une étude de la microstructure des os étudiés, à nouveau les résultats restent dans un rapport cohérent avec ce qui est observé dans la littérature (cf. figure 4.5).

#### 4.4.2.3 Détermination de l’énergie de fissuration intrinsèque du tissu osseux

Appliquée au problème qui nous intéresse, la relation d’Irwin-Kies (équation 2.5) s’écrit :

16. Un exemple de maillage éléments finis, utilisé pour cette étude, est donné en figure 4.6.

17. Celle qui permet le guidage transversal de la fissure dans l’essai.

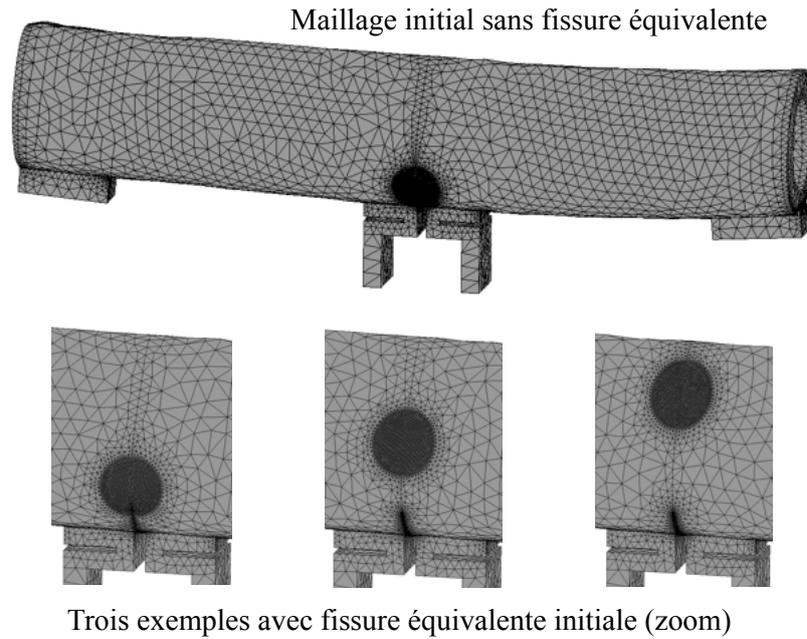


FIGURE 4.6 – Maillages utilisés pour l’application de la méthode de la complaisance. Un maillage initial, sans fissure équivalente, et différents maillages contenant différentes longueur de fissures équivalentes sont montrés ici. En pointe de fissure (et en pointe d’entaille) les maillage sont très raffinés afin de représenter correctement les gradients importants de contrainte. Le maillage initial est utilisé pour déterminer la complaisance initiale et donc identifier un module d’Young « moyen » du matériau. D’après [60, 61].

$$G_I = \frac{P^2}{2B(a)} \frac{dC(a)}{da} \quad (4.1)$$

$G_I$  correspondant ici au taux de restitution d’énergie dans le cas d’une fissuration en mode I d’ouverture pure. La détermination cette l’énergie de fissuration nécessite la connaissance complète de la courbe  $C(a)$ , donnant l’évolution de la complaisance  $C$ <sup>18</sup> en fonction de la longueur de fissure  $a$ . Cette courbe s’obtient par le calcul numérique. Un maillage spécifique de l’os considéré incluant une fissure équivalente plane de longueur donnée est réalisé. Un calcul numérique élastique est effectué sur ce maillage avec des conditions de chargement et des conditions aux limites similaires à celle de l’essai expérimental. Différents maillages utilisés son trprésentés figure 4.6. Le matériau est supposé isotrope (compte tenu de ce qui a été souligné précédemment), et le module d’Young utilisé est celui identifié à la section précédente (4.4.2.2). La complaisance numérique de l’os ainsi fissuré peut donc être obtenue. Ces opérations sont répétées pour différentes longueurs de fissures équivalentes et la courbe numérique donnant l’évolution de la complaisance en fonction de la longueur de fissure est tracée.

L’application de la relation 4.1 nécessite également de connaître la largeur de la zone fissurée  $B$ . La section transversale de l’os n’étant pas régulière,  $B$  dépend de  $a$ .  $B(a)$  est obtenue grâce au logiciel Rhino3D<sup>TM</sup> qui permet d’analyser aisément cette donnée. Enfin, l’expérience nous donne accès aux efforts imposés et aux valeurs de complaisance correspondantes. Pour un effort donné,

18.  $C = U/P$ ,  $U$  étant le déplacement du point d’application de la charge  $P$  appliquée.

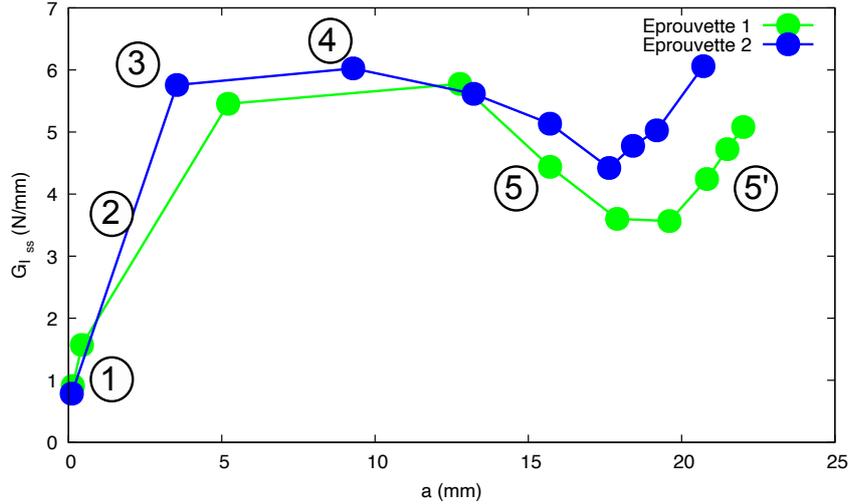


FIGURE 4.7 – Allure des courbes de résistance exprimées en terme de taux de restitution d’énergie obtenues par la méthode de la complaisance sur deux os testés, d’après [61, 59]. Les étapes définies dans la figure 2.4 de la section 2.2.2.2 sont schématiquement reportées ici.

l’identification de la complaisance expérimentale à la complaisance numérique nous permet d’estimer la longueur de fissure équivalente et de calculer les valeurs de  $B(a)$  et  $\frac{dC(a)}{da}$  correspondantes. On peut ainsi calculer le taux de restitution d’énergie en des points de propagation des processus de fissuration,  $G_{I_{fiss}}$ .

Les courbes qui résultent de l’application de cette méthode, donnant l’évolution de  $G_{I_{fiss}}$  en fonction de  $a$ , ont une allure telle qu’illustrée à la figure 4.7. La forme particulière de ces courbes comporte 5 phases, telles que mentionnées déjà dans la section 2.2.2.2 et à la figure 2.4. Les phases de croissance (1) et (2) montrent une augmentation de  $G_{I_{fiss}}$  en fonction de  $a$ , et correspondent à l’établissement d’un processus de fissuration en pointe d’entaille, initiant et développant la FPZ. Les phases (5) et (5’) sont très certainement impactées par les conditions aux limites, la géométrie particulière de l’os ainsi que la microstructure du matériau<sup>19</sup>, lorsque la fissure s’est entièrement propagée dans celui-ci et que sa FPZ approche du point d’application de l’effort. Il reste à interpréter convenablement les phases (3) et (4). La question qui se pose est : *correspondent-elles à une phase de propagation de la macrofissure avec sa FPZ associée, cette dernière conservant une forme et une taille constantes* ? Une réponse positive à cette question signifierait que la valeur maximale de  $G_{I_{fiss}}$ ,  $G_{I_{max}}$ , serait identifiable à l’énergie de fissuration critique  $G_{Ic}$ , ( $G_{I_{max}} = G_{Ic}$ ). Cette dernière pourrait alors être considérée comme une grandeur intrinsèque au matériau. Dans le cas contraire, cela signifierait que le processus de développement de la FPZ pendant la phase (2) n’a pas le temps de se produire jusqu’à son terme sans que l’influence des conditions aux limites se fasse sentir. La valeur maximale atteinte par  $G_I = G_{I_{max}}$  ne serait donc pas représentative de sa valeur critique ( $G_{I_{max}} < G_{Ic}$ ). Et dans ce cas  $G_{I_{max}}$  ne serait en aucun cas une propriété intrinsèque au matériau.

Répondre positivement à cette question n’est absolument pas trivial, car, même si l’on peut en avoir l’intuition, on peut difficilement le décréter. Pour autant, sa mise en évidence reste fondamen-

19. La thèse de T. Kurtz [59] a montré que les cadrans antérieur et postérieur de la section osseuse sont nettement plus poreux que les cadrans médial et latéral.

tale.

#### 4.4.2.4 Analyse critique de la méthode de détermination de l'énergie de fissuration

Les valeurs de  $G_I = G_{I_{max}}$  obtenues pour les phases (3-4) sont comprises entre 4,5 et 7,1  $N/mm$ . Elles semblent cohérentes avec certaines données de la littérature [179, 69], bien que ces valeurs soient fréquemment plus faibles [10]. N'oublions pas néanmoins, que la plupart des essais réalisés dans la littérature sont menés sur des spécimens de petites tailles, ce qui n'est pas sans conséquence sur la détermination de cette grandeur. Cependant, pour nous convaincre de la validité des résultats obtenus, nous avons procédé à une étude particulière afin de vérifier que la géométrie naturelle d'un os pouvait effectivement permettre de déterminer une valeur de  $G_{Ic}$  dans le cas d'une fissuration transversale. Cette étude est un apport original de la thèse de T. Kurtz [59], et le lecteur pourra s'y référer pour de plus amples détails.

Elle a consisté à réaliser, dans un matériau que l'on peut reproduire, un ensemble de poutres entaillées de géométries différentes, d'une part, et d'autre part, de reconstituer avec ce même matériau la géométrie naturelle d'un os. Le matériau utilisé doit être hétérogène quasi-fragile, avec une taille caractéristique d'hétérogénéité comparable à celle d'un os, ou du moins s'en rapprochant. Nous avons choisi de fabriquer un béton de résine dosé à 40% (en masse) de résine. La résine est une époxy, assez fragile une fois durcie. Le sable est un sable très fin dont la taille du plus gros granulat est de 500 à 600  $\mu m$ . Cette taille est comparable, bien qu'un peu supérieure, à la taille d'un ostéon d'os humain (250 à 300  $\mu m$  selon [117]). Les poutres étaient de 180  $mm$  de longueur, de deux épaisseurs différentes (5 et 25  $mm$ )<sup>20</sup> et de deux hauteurs différentes (32 et 45  $mm$ )<sup>21</sup>. Les entailles réalisées étaient de 7,5  $mm$ .

La difficulté technique était de réaliser un os de synthèse dans sa géométrie naturelle. Il a été possible de réaliser par impression 3D, un moule externe en matière plastique à partir de la numérisation de l'os réel. L'originalité réside dans la réalisation d'un noyau interne dans un matériau soluble dans l'eau et imprimable en 3D. Le moule équipé de son noyau soluble est rempli de béton de résine. Une fois durci, l'os est démoulé et plongé dans l'eau. Son noyau dissout, il est sorti de l'eau et séché à température ambiante pendant quelques jours. Une entaille de 7,5  $mm$  est réalisée ensuite.

La méthode de la complaisance est utilisée pour dépouiller les résultats expérimentaux obtenus (cf. [59]) et dont les allures sont schématisées dans la figure 4.8. les conclusions suivantes ont pu être tirées :

- Les courbes  $G_I(a)$  ne dépendent pas de l'épaisseur choisie (5  $mm$  ou 25  $mm$ ).
- Les courbes  $G_I(a)$  correspondant aux poutres de 32  $mm$  de hauteur sont plus basses que celles des poutres de 45  $mm$ .
- Les courbes  $G_I(a)$  correspondant aux os de synthèse sont comparables en niveau à celles des poutres de 45  $mm$ .
- On peut estimer, à partir des résultats que la taille de la FPZ de ce matériau est d'environ 20  $mm$  soit 30 fois le diamètre du plus gros granulat. Ce qui est tout à fait comparable à

---

<sup>20</sup>. 5  $mm$  correspond à une épaisseur moyenne de cortical. 25  $mm$  correspond à l'épaisseur maximale de tissu fissuré dans le cas de l'os.

<sup>21</sup>. 32  $mm$  correspond au diamètre moyen d'un os. 45  $mm$  a été choisi arbitrairement comme valeur sensiblement plus grande que ce diamètre.

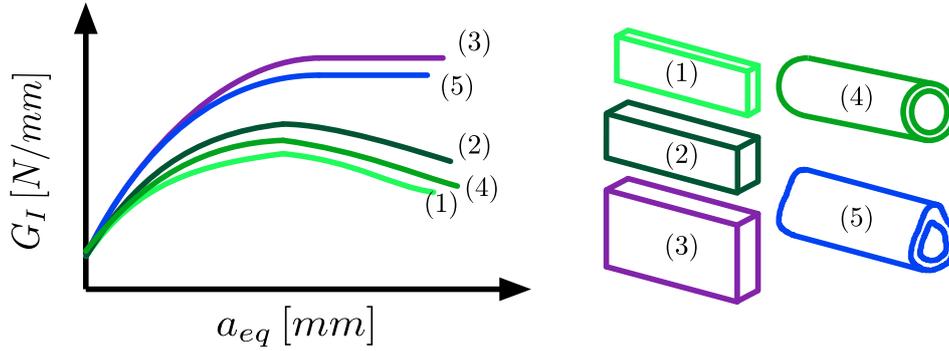


FIGURE 4.8 – Allure des courbes de résistance exprimées en terme de taux de restitution d'énergie obtenues par la méthode de la complaisance sur les échantillons de béton de résine, d'après [59]. Sections des poutres : (1)  $5 \times 32$ mm, (2)  $25 \times 32$ mm, (3)  $25 \times 45$ mm. Cylindre (4) diamètre 32mm, épaisseur 6mm. Os (5) réplique d'un os réel, grand axe 30mm environ.

des données de la littérature ([155], [124]) pour des bétons. A partir de cette estimation, il en ressort qu'une hauteur de 45 mm est suffisante pour la FPZ du matériau s'établit entièrement et se propage suffisamment avec la fissure pour définir un palier sur la courbe  $G_I(a)$ .

- Les courbes sur l'os de synthèse étant comparables à celles des grandes poutres de 45 mm, on peut considérer que la géométrie est suffisante pour développer un palier significatif de  $G_{Ic}$  pour ce matériau.

Selon les quelques données de la littérature disponibles sur ce point (cf. section 4.2), des dimensions de FPZ dans les os seraient d'environ 3 à 10 mm. Compte tenu des résultats que nous avons obtenus, 10 mm semble être une estimation plus réaliste. Par conséquent, on peut considérer que les valeurs de  $G_{I_{max}}$  obtenues, données en début de cette section, sont bien significatives de valeurs critiques  $G_{Ic}$ .

La méthode de la complaisance est basée sur une identification inverse nécessitant des simulations numériques des os testés et soumis à des conditions aux limites et de chargement identiques aux conditions expérimentales. La précision de la méthode dépend donc directement de la précision de la représentation éléments finis de l'essai. On rejoint là les préoccupations évoquées pour la détermination du module d'Young. On peut supposer que le soin apporté à représenter de façon « biofidèle » l'os numérique influe directement sur la qualité de nos résultats.

Enfin, la complexité et surtout la taille des maillages étudiés (environ 1 million d'éléments pour 600 000 équations à résoudre) a nécessité l'utilisation d'outils de calculs plus performants. Cet aspect du problème m'a conduit à proposer à mes collègues de l'Université Fédérale de Rio de Janeiro d'ouvrir notre collaboration à la Biomécanique. Cela a été en ce sens fondamental, puisque nous avons bénéficié de leur plateforme de calcul pour réaliser ces études. La publication de notre premier article, [62], scelle l'initiation de nos développements communs en biomécanique.

#### 4.4.3 Histologie osseuse

A l'instar de ce que nous avons développé pour les composites cimentaires, l'établissement d'un lien entre microstructure et propriétés mécaniques est un point fort du projet que je porte en biomécanique. Il est clair que l'hétérogénéité et la structure hiérarchique complexe de l'os lui permettent

de mobiliser différents mécanismes de résistance à la propagation de fissure, et ce à tous les niveaux hiérarchiques.

Cependant, dans le contexte particulier de la rupture d'un tronçon d'os long par propagation d'une macrofissure et de sa FPZ associée, certaines échelles peuvent jouer un rôle plus important que d'autre. Si l'on en croit les données de la littérature concernant la taille de la FPZ (cf. section précédente 4.4.2.4) et en conservant un rapport de dimensions de 25 à 30 fois la taille de l'hétérogénéité majeure du matériau considéré (comme pour les bétons), on s'aperçoit que la dimension caractéristique de cette hétérogénéité majeure serait de l'ordre de 100 à 300  $\mu m$ . Les éléments microstructuraux de cette taille se retrouvent dans la structure Haversienne du tissu, à savoir sa macroporosité (canaux de Havers ou de Volkman, cavités de résorption) et les ostéons eux-mêmes.

Dans les processus de fissuration, cette porosité peut tout aussi bien jouer un rôle de concentrateur de contraintes qu'un rôle de diffuseur [23]. En tant que concentrateur, elle peut favoriser la création de fissures. En tant que diffuseur, elle peut ralentir la propagation d'une fissure en diminuant la concentration de contrainte en pointe et en redistribuant ces contraintes sur un voisinage plus large.

Les ostéons peuvent avoir des propriétés physiques et mécaniques différentes de l'os interstitiel, principalement du fait de leur niveau de minéralisation. De même, il existe une gradation des propriétés des lamelles ostéonales, semblant diminuer de l'intérieur vers l'extérieur [118, 39]. Ces différences de propriétés sont une source potentielle d'hétérogénéité et peuvent donc influencer sur la distribution des contraintes dans le matériau. Cependant, il n'existe pas de consensus flagrant dans la littérature donnant un poids particulier à ces phénomènes pour justifier une hétérogénéité suffisante du champ de contraintes. Néanmoins, des déchaussement d'ostéons sont fréquemment observés en fissuration transversale [15, 11] et en fissuration longitudinale, les fissures ont tendance à suivre la direction des ostéons. Ce qui prouve que cet élément de microstructure joue un rôle important dans le processus de fissuration.

Dans le cas particulier de l'os, il pourrait exister une autre source d'hétérogénéité, toujours en lien avec la structure Haversienne. On sait que le remodelage osseux induit des contraintes internes au sein du matériau [172, 159, 185, 186]. On sait aussi que ces contraintes peuvent être importantes, quelques dizaines voire la centaine de MPa. Ce mécanisme peut très bien induire une hétérogénéité du champ de contraintes interne et par conséquent influencer sur le processus de fissuration. Cette hypothèse, pourtant plausible et qui mérite d'être considérée, n'a a priori jamais été étudiée dans la littérature.

En tout cas, caractériser l'hétérogénéité du champ de contraintes ou caractériser l'hétérogénéité structurelle du tissu revient un peu au même. Et les caractéristiques de la structure Haversienne du tissu cortical humain, qu'il s'agisse de sa porosité ou de la géométrie des ostéons, semblent être des paramètres importants. Certains auteurs ont d'ailleurs montré des corrélations négatives du module d'élasticité et de la ténacité transversale avec la porosité [188] et des corrélations positives entre la ténacité transversale et la fraction surfacique ostéonale corrigée<sup>22</sup>.

La caractérisation de la microstructure du matériau étudié est donc fondamentale. Des analyses histologiques des os que nous avons testés ont alors été réalisées au LBA par observation en microscopie optique de lames minces prélevées. Ces résultats sont comparés aux données de la littérature et semblent être en cohérence avec elles. Ce travail fait partie intégrante de la thèse de T. Kurtz [59].

---

22. C'est à dire sans tenir compte de la surface du canal de Havers.

L'analyse histologique du tissu osseux cortical est une activité récente au LBA, qui initialement n'était pas équipé pour. Nous l'avons débutée grâce à une collaboration avec le laboratoire ADES<sup>23</sup> qui lui disposait du matériel nécessaire et d'un savoir faire. Sous mon impulsion, nous avons progressivement opté pour nous équiper de matériels et acquérir la compétence. De fait, il est intéressant de noter que, du fait des mouvements de personnels, le laboratoire ADES a temporairement perdu cette compétence et aujourd'hui le processus de collaboration est inversé : c'est le LBA qui est sollicité par ADES sur cette thématique. Cela donne une synergie intéressante entre les deux laboratoires, même si elle reste relativement modeste. En outre, le LBA est actuellement dans une dynamique d'acquisition de matériels scientifiques sophistiqués : projet d'acquisition d'un micro CT-scan (projet que j'ai initié et porté avec mon collègue L. Thollon), de matériels de microscopie optique plus performants, etc. ... Dynamique qui consiste à aller vers une meilleure connaissance et une meilleure description de la microstructure des matériaux étudiés au LBA, et pour laquelle, je pense, le projet que je porte a été l'un des vecteurs d'initiation.

#### 4.4.4 Vers la modélisation probabiliste des processus de fissuration

Nous en arrivons maintenant à l'objet final de cette partie : développer une modélisation d'un processus aléatoire de fissuration dans un tissu osseux cortical, considéré comme milieu hétérogène quasi-fragile.

Je ne détaillerai pas dans cette section les différentes approches de la littérature en biomécanique pour la modélisation de la rupture des os. Car les modèles mécaniques utilisés sont assez similaires à ce que l'on peut trouver pour d'autres matériaux, et j'ai déjà largement abordé la question pour les bétons en particulier. Je dirai simplement, et pour dresser un rapide contour, que l'analyse par éléments finis est l'outil le plus généralement utilisé, et ce pour différents cas de figure<sup>24</sup> :

- tout d'abord, pour détecter des risques de rupture en cherchant des zones où une contrainte maximale, le plus souvent une contrainte de Von Mises, est atteinte dans un milieu élastique [65].
- dans le cadre d'analyses non-linéaires, avec notamment des approches basées sur la plasticité [116], la mécanique de l'endommagement [190] ou, plus sophistiquée, une méthode couplant IGA et endommagement nonlocal (régularisation par la méthode du gradient) [156].
- dans le cadre d'analyse de la fissuration à proprement parlé. Certaines approches restent « simples » et utilisent une méthode dite de « kill-element » après avoir détecté les éléments rompus (au sens d'un critère donné, généralement exprimé en contrainte) [31, 71]. On trouve également des approches basées sur les modèles dits « de fissure cohésive », comme par exemple dans [78, 29]. L'utilisation de la méthode XFEM, semble aussi relativement populaire, et de nombreuses références sont disponibles [40, 50, 180].

En revanche, concernant la modélisation *probabiliste* de la fissuration, il existe encore peu de choses. L'intégration de données probabilisées dans les modèles porte de façon très générale sur des données géométriques, des propriétés mécaniques, et parfois sur des chargements mécaniques [64]. Cependant, et concernant les propriétés mécaniques, peu de données expérimentales permettant de les quanti-

---

23. Anthropologie bio-culturelle, droit, éthique et santé (UMR 7268).

24. Notons que je ne cite ici que quelques exemples de la littérature.

fier statistiquement existent. On peut citer néanmoins les travaux de Pithioux sur la résistance à la traction d'os bovins [106, 107], qui en outre proposent un modèle de rupture probabiliste en fonction des effets de vitesse. Les simulations numériques par éléments finis utilisant ce type de données probabilisées, conduisent la plupart du temps à estimer des risques de fissuration [32, 34, 65]. Il existe cependant quelques approches « plus complexes », comme le montre, par exemple, la référence [47] dans laquelle une utilisation de la méthode XFEM est couplée à une approche probabiliste.

Notre objectif, je l'ai défini dans la section 4.3.1, est de caractériser et quantifier la fissuration dans le matériau hétérogène qu'est l'os. J'ai également décrit, dans les chapitres précédents, deux approches différentes : celle d'un modèle de fissuration probabiliste explicite (se reporter à la section 2.3.5.1) et celle d'un modèle semi-explicite (voir section 2.3.5.2). C'est cette dernière que je vais développer maintenant.

Je ne rappellerai ici pas les équations du modèle, pour ne pas trop alourdir le document et parce qu'elles ont déjà été données dans la section 2.3.5.2. En revanche, je rappelle simplement que nous nous intéressons à une fissuration en mode d'ouverture pure (mode I) se propageant dans la direction transversale du tissu<sup>25</sup>, qui, dans un premier temps, est considéré comme isotrope. Plus spécifiquement, nous allons nous intéresser à modéliser l'initiation et la propagation de macrofissures dans un élément de structure osseuse. Simuler le comportement des os testés expérimentalement dans ce travail sera le premier niveau de modélisation proposé<sup>26</sup>.

Le modèle mathématique étant celui d'un modèle élastique endommageable, ses paramètres sont donc simplement une contrainte maximale de traction et une énergie totale dissipée. La contrainte maximale de traction correspond, au sens de ce modèle, à l'effet mécanique de la localisation d'une macrofissuration au sein de l'élément fini qui soutient ce modèle. C'est aussi lorsque cette contrainte est atteinte que s'initient les phénomènes dissipatifs liés à la propagation de la macrofissure. L'énergie dissipée représente l'effet de cette propagation sur le comportement mécanique de l'élément fini. Une fois cette énergie entièrement dissipée, l'état de contrainte et la raideur de l'élément sont nuls et ce dernier « agit » comme un trou au sein du maillage<sup>27</sup>. La contrainte maximale en traction et l'énergie dissipée sont des paramètres propres au matériau hétérogène. Par conséquent, conformément à l'esprit du modèle, ils doivent être probabilisés. En l'absence de données expérimentales sur le comportement en traction directe<sup>28 29</sup> des os que nous avons testés, une analyse inverse est nécessaire pour déterminer les caractéristiques de leurs distributions probabilistes. Quelques hypothèses doivent cependant être faites pour mettre en place cette analyse inverse :

- Sur le choix des distributions probabilistes des paramètres : en l'absence d'informations validant ou invalidant fondamentalement ce type d'hypothèse, la contrainte maximale de traction et l'énergie de fissuration seront respectivement distribuées selon une loi de Weibull pour la

---

25. Donc perpendiculairement à la direction de l'axe principal de sa structure haversienne.

26. Ce premier objectif de simulation constitue actuellement une validation de la faisabilité de la stratégie de modélisation.

27. Comme nous l'avons vu précédemment pour les bétons, dans la section 2.3.5.2.

28. Contrairement au cas des bétons pour lesquels ces données étaient disponibles grâce aux campagnes expérimentales réalisées.

29. Notons tout de même que la traction directe n'est pas le mode de sollicitation idéal pour mobiliser de la propagation de fissure et caractériser une énergie de fissuration. Autrement dit, une campagne de traction directe aurait simplement apporté des informations utilisables pour la détermination de la contrainte maximale de traction du modèle, guère plus.

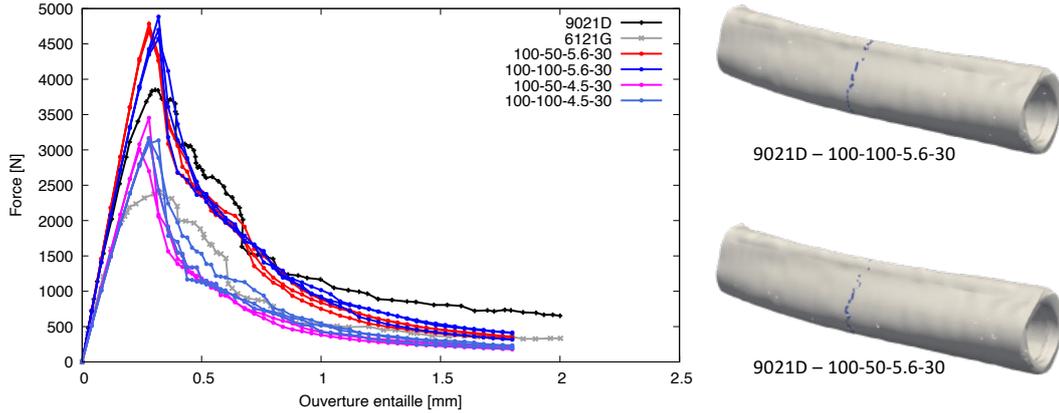


FIGURE 4.9 – Exemple de comparaison simulation numérique / expérience. Les simulations numériques sont réalisées en utilisant le modèle de fissuration dit « semi-explicite », présenté en section 2.3.5.2, avec une distribution de Weibull pour la résistance à la traction et une distribution log-normale pour l'énergie de fissuration. Les valeurs des paramètres de simulation sont indiqués dans l'ordre suivant :  $m_{\sigma_T} - s_{\sigma_T} - m_{G_c} - s_{G_c}$ , avec  $m_{\sigma_T}$  la valeur moyenne et  $s_{\sigma_T}$  l'écart type sur la contrainte limite de traction, et  $m_{G_c}$  la valeur moyenne et  $s_{G_c}$  l'écart type sur l'énergie de fissuration. Les faciès de fissuration au 26ème pas de calcul des simulations sont donnés pour exemple sur l'os 9021D et pour les deux jeux de paramètres. Résultats issus de [59]. Notons que les valeurs moyennes de contraintes limites de traction restent cohérentes avec les valeurs de résistances à la traction reportées dans la revue de littérature [41].

première et une loi log-normale pour la seconde. Le choix d'une distribution de Weibull est au moins conforme avec l'idée de la présence d'un défaut local initiateur du phénomène de fissuration, sorte de maillon faible. Le choix d'une loi log-normale offre la possibilité de formes de distributions différentes selon que la dispersion reste faible autour de la valeur moyenne (et dans ce cas la distribution peut se rapprocher d'une loi normale) ou au contraire forte (et dans ce cas les éléments à faible énergie peuvent être plus nombreux que les éléments à forte énergie). Notons qu'on adopte ici des choix similaires à ceux faits pour le cas des bétons.

- Dans ce cadre, les grandeurs à déterminer par analyse inverse sont : les deux paramètres de la loi de Weibull ainsi que la valeur moyenne et la dispersion de la loi log-normale.
- On peut réduire la recherche à trois paramètres si l'on considère que la valeur moyenne de l'énergie est le taux critique de restitution d'énergie de l'os ( $G_{Ic}$ ), valeur déterminée par l'expérience, comme cela a été montré (sections 4.4.2.3 et 4.4.2.4).

La mise en oeuvre de la méthode est simple. Elle consiste à simuler numériquement le comportement des os testés expérimentalement. Ce qui est rendu possible par le fait que nous disposons de leurs maillages (biofidèles) positionnés dans l'espace tel que dans l'essai et soumis aux conditions aux limites et de chargement réelles. Cette partie du projet est encore à la date de rédaction de ce document en cours de réalisation. La figure 4.9 montre cependant un exemple prometteur de résultats de simulation du comportement global d'os ainsi que des états de fissuration résultant du calcul (une seule fissure au centre, comme dans l'essai).

Les résultats présentés ici sont partiels. Ils font néanmoins partie de la thèse de T. Kurtz [59]. Si un travail important reste à faire sur cette analyse inverse, la thèse démontre au moins la faisabilité

de la stratégie, et je pense, qu'en ce sens, elle a pleinement atteint cet objectif. Le développement complet de l'analyse inverse est aussi au centre de notre collaboration avec l'Université Fédérale de Rio. Un stage de niveau master recherche a démarré en juillet 2023 sur ce sujet.

## 4.5 Perspectives

Les perspectives autour de cette partie biomécanique de mon projet sont potentiellement diverses.

Bien évidemment, la première d'entre-elle concerne la nécessité à « très court terme » de finaliser proprement l'analyse inverse présentée à la section précédente. Une fois ce travail terminé, il conviendra de valider pleinement le modèle et de l'enrichir. La validation du modèle nécessitera très vraisemblablement de réaliser des essais complémentaires (flexion trois points sans entaille ou traction directe par exemple). Ces essais devraient faire l'objet de travaux futurs.

Par la prise en compte de l'anisotropie du matériau, tout d'abord. Pour ce faire, on pourra se baser sur les résultats expérimentaux de notre première campagne, celle publiée notamment dans [161]. Elle montraient clairement, qu'en l'absence d'une gorge pour la guider, la fissure bifurquait systématiquement. Cette bifurcation a été interprétée comme une conséquence de l'anisotropie du tissu et de la géométrie particulière des tronçons de fémur utilisés (voir section 4.4.1). Connaissant les propriétés de l'os pour une fissuration transversale, ces résultats devraient permettre de déterminer, à nouveau par analyse inverse, les propriétés similaires dans la direction longitudinale.

Dans l'objectif d'aller progressivement vers le comportement dynamique de l'os, une adaptation des essais présentés à des vitesses de chargement différentes est également prévue. Ces essais permettront d'étudier l'impact de cette vitesse sur la propagation de fissure et sur certaines propriétés mécanique du tissu (résistance, ténacité par exemple). En complément, le développement de l'approche numérique proposée au cas des chargements dynamiques devra être lancée. Elle sera appuyée par les essais expérimentaux évoqués. Il sera alors possible d'adapter aux sollicitations dynamiques les outils de modélisation précédemment développés pour le comportement quasi-statique. Les travaux utiliseront notamment les développements numériques réalisés à l'UFRJ sur le comportement dynamique des bétons. Cela consistera un ensemble cohérent d'outils pour l'analyse des chocs et accidents, problématique historique importante au LBA, comme je l'ai indiqué en introduction.

On peut aussi aller un peu plus loin dans ces approches en abordant les choses sous l'angle de la personnalisation du modèle. C'est à dire en rendant à la fois les données d'entrées et paramètres du modèle spécifiques du patient, et en tenant compte aussi de leur véritable répartition au sein du tissu. Cela dit, j'entrevois certains verrous comme quantifier de manière non destructive les caractéristiques microstructurelles du tissu osseux d'un sujet vivant afin de les relier directement à ses propriétés mécaniques...

En termes de moyens, il faut souligner que l'essentiel des sujets autour de la fissuration des os concerne une petite équipe au sein du LBA, équipe que j'ai créée et dont je pilote les travaux scientifiques. Mais la thématique os va au delà de ce périmètre dans le laboratoire. Nous avons, avec mes collègues, instauré un groupe interne de réflexion et d'échange sur ces sujets, ce qui peut être un moyen de motiver d'autres synergies. Le LBA est également dans une phase ascendante en termes d'équipements scientifiques, car il a obtenu un finacement CPER conséquent. En parallèle, je rappelle également que nous avons le projet d'acquérir un microtomographe qui permettra d'améliorer la qualité des descriptions que nous pourrions faire de la microstructure du tissu.

En outre, j'ai déposé un projet de collaboration avec l'UFRJ en répondant à l'appel CAPES-COFECUB 2023 centré sur le développement des sujets évoqués. Nous collaborons depuis longtemps maintenant avec l'UFRJ. Ce qui nous a progressivement appris à travailler aussi à distance. Mécanisme qui a été renforcé ces dernières années par le contexte particulier d'une pandémie mondiale. Du reste, nous organisons des visio-conférences avec une périodicité d'une réunion tous les quinze jours environ. Ce projet a été accepté en janvier 2024. Son démarrage est effectif au 1er février, et s'échelonne sur une durée de quatre ans. Cela fixe un cadre officiel pour mes travaux, et en constitue aussi une forme de reconnaissance internationale. C'est également un moyen de pérenniser nos échanges avec Rio.

Enfin, je voudrais dire que je m'intéresse également à la problématique du remodelage osseux, du moins à ses effets physico-mécaniques sur le tissu. C'est un sujet qui, somme toute, reste connexe aux précédents. J'ai déposé au budget programme de l'Université Gustave Eiffel pour l'année 2023, un projet dans le contexte particulier de l'ostéointégration d'implants dentaires. Il a pour objectif de développer un modèle numérique couplant un mécanisme de densification/résorption du tissu et un mécanisme de croissance/atrophie, l'ensemble étant naturellement stimulé par l'état de contrainte appliqué au tissu. Ce projet regroupe certains chercheurs/ingénieurs du laboratoire et l'entreprise GLAD-Medical comme partenaire socio-professionnel. Il doit durer deux ans. Un autre projet, regroupant les entreprises GLAD-Medical, Biotech-Dental et Prakartis et le LBA, a également été déposé pour un financement BPI. Son objectif était de développer des outils de forage du tissu osseux minimisant les éventuelles nécroses induites par cette opération et d'étudier les conséquences sur la cinétique de densification du tissu autour des implants dentaires. Malheureusement ce projet n'a pas été retenu, mais la question de le reposer à un autre AAP sous cette forme ou sous une forme modifiée est à l'étude.

Tous ces éléments sont rappelés ici pour montrer qu'il existe maintenant une véritable dynamique positive et pérenne autour du sujet.

## 5 Conclusions générales

Ce travail avait donc pour objectif de présenter l'ensemble de mes travaux de recherche et de montrer qu'ils s'insèrent dans un contexte global cohérent et pérenne. Au grès d'un parcours qui, du Génie Civil, m'a amené à la Biomécanique, ce contexte s'est construit progressivement au fil des ans. Il me permet aujourd'hui de définir un cadre scientifique cohérent autour de la modélisation des processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles et de l'appliquer concrètement à deux domaines très différents en apparence. Ce dernier point est, selon moi, fondamental puisque je considère véritablement que mes activités relèvent pleinement de la Science Appliquée. J'ose espérer en ce sens que ces travaux participeront à répondre aux questions sociétales qui nous sont posées.

Ce document a été organisé en quatre grandes parties.

Dans la première partie, introductive, j'ai présenté les éléments d'un parcours professionnel original afin de faire comprendre au lecteur comment s'est construit progressivement ce projet. Cette partie avait également pour but de préciser un cadre générique de travail et de montrer ma volonté d'établir une cohérence d'ensemble forte dans mes recherches, même si je les applique à deux domaines aussi différents en apparence que le Génie Civil et la Biomécanique.

Dans la seconde partie, j'ai présenté les grandes lignes de la philosophie de modélisation qui soutend mes travaux. J'ai, en premier lieu, insisté sur une présentation d'une physique des processus de fissuration. Puis j'ai développé progressivement les approches modélisatrices proposées en détaillant également le contexte scientifique historique dans lequel elles se sont inscrites.

Dans les troisième et quatrième parties, j'ai présenté l'ensemble des travaux réalisés en Génie Civil et en Biomécanique respectivement, en prenant soin de spécifier pour chaque domaine les différentes particularités. J'ai également tenté de dégager des perspectives de travail pour chacun d'eux dans la continuité des réalisations proposées et dans la cohérence du contexte présenté.

Si je devais mettre en exergue, en quelques lignes, les résultats que je juge importants et significatifs de mes activités de recherche, je citerais les points suivants :

- Tout d'abord, nous avons établi une philosophie et un cadre général de modélisation. Il s'agit bien d'une approche particulière qui, à l'échelle du matériau, s'appuie principalement sur une prise en compte du lien étroit existant entre hétérogénéité, microstructure interne et processus de fissuration. Ce point précis constitue, je pense, une caractéristique forte de mon travail, positionnant la « fissuration » et les mécanismes impliqués comme *point central* de mes études et développements. J'espère l'avoir clairement montré dans ce document. Cependant le matériau n'est rien seul, il est toujours partie intégrante d'une structure. La proposition inverse est aussi vraie. De fait notre réflexion a également intégré ce lien particulier matériau/structure. En conséquence, nous proposons une véritable stratégie de développement et d'utilisation des modèles proposés. Basés sur une physique pertinente, sur des choix de sup-

ports mécaniques et numériques particuliers, nous les avons accompagnés d'une réflexion sur les liens qu'entretiennent ces trois aspects et sur les échelles auxquelles ils s'intéressent. Bien entendu, il s'agit d'une proposition parmi tant d'autres, avec ses avantages et ses inconvénients et je les ai évoqués. Cependant, si les approches capables de caractériser raisonnablement pour une structure donnée une fissuration ultime sont plus nombreuses, celles caractérisant une fissuration de service restent très rares. Ce que nous proposons traite les deux.

- Un autre résultat, propre au Génie Civil, est d'avoir engagé une démarche globale consistant à montrer (voir démontrer) que les outils de calcul numériques peuvent et doivent être utilisés pour une conception optimisée et innovante des structures du Génie Civil. Cette démarche est portée bien évidemment par nos travaux de recherche, qui vont dans ce sens, mais aussi par les différents projets de collaborations internationales que nous avons eu avec le Brésil ou le Canada, enfin par le cycle de conférences internationales SSCS que nous avons créé en 2012 et qui continue à la soutenir. Les outils numériques sont des vecteurs d'innovation dans de nombreux domaines, pourquoi pas dans le Génie civil ? C'est d'autant plus vrai aujourd'hui que des matériaux nouveaux ne cessent d'être formulés, que des procédés de fabrication modernes comme l'impression 3D commencent à être développés pour le Génie Civil. On peut alors imaginer que dans un proche futur, une chaîne numérique complète allant CAO - choix de matériaux - optimisation de la conception - fabrication puisse voir le jour dans ce domaine.
- Je citerais ensuite le développement d'un code de calcul aux éléments finis (le code FiDeS) dédié à la modélisation des processus de fissuration dans les matériaux hétérogènes quasi-fragiles. Développer un tel outil est un long travail, le fruit de plusieurs années. Travail parfois ingrat, car très consommateur de temps et d'énergie et parce qu'en grande partie cela reste peu visible. Cependant, il me semble qu'il m'a permis d'acquérir une véritable crédibilité auprès des partenaires avec lesquels j'ai collaboré ou je collabore encore et de me positionner clairement en tant que mécano-numéricien des matériaux hétérogènes quasi-fragiles. Même s'il est difficile de présager du devenir d'un tel outil tant cela dépend des moyens qu'on peut y consacrer dans son développement et sa maintenance et parce que mes travaux semblent s'orienter maintenant vers la plateforme Brésilienne, malgré tout plus performante, il reste un produit important de mon travail.
- Enfin, je pense aborder la problématique Biomécanique, tant en expérimental qu'en numérique, avec une certaine forme d'originalité du fait, principalement, de m'être beaucoup appuyé sur des concepts tout de même développés pour des composites cimentaires. L'originalité vient des « ponts » conceptuels lancés entre les deux domaines et s'appuyant sur les nombreuses similitudes observées. Cette démarche a peut-être le mérite d'amener un autre point de vue. Aujourd'hui les résultats concrets sont visibles au travers des publications acceptées et au travers de la soutenance de la thèse de T. Kurtz.

J'ai évoqué dans ce document les différentes perspectives, à plus ou moins court terme, pour mes travaux de recherche. Elles s'inscrivent bien évidemment dans une logique de continuation des actions entreprises, qu'il s'agisse d'améliorer les outils et méthodes déjà développés ou d'ouvrir sur de nouveaux développements. Mes récents travaux sur les couplages fissuration-transfert en Génie Civil ainsi que ceux sur la fissuration des os en Biomécanique, revêtent pour moi un intérêt

particulier et sont porteur, à plus ou moins long terme, d'un potentiel fort de valorisation scientifique, de développements à venir, ainsi que de collaborations futures, nationales (projet OCID, projet de congrès de la Société Française de Biomécanique 2025, en tant que membre du comité d'organisation local) ou internationales (Projet CAPES-COFECUB de collaboration Franco-Brésilienne 2024-2027, conférence SSCS), pour ne citer que quelques exemples directs.

J'ai évoqué, en démarrant cette dernière partie, que mon parcours professionnel m'avait amené à définir un cadre de travail générique cohérent dans lequel s'inscrivent mes recherches. De fait, cela m'a logiquement positionné en transversalité, entre deux domaines. J'assume totalement ce positionnement, bien qu'il ne soit pas toujours évident de le soutenir, car je me heurte parfois à des incompréhensions, tant les choses sont encore très cloisonnées, même dans la recherche. Pourtant, la transversalité est une valeur intrinsèque de mon établissement, l'Université Gustave Eiffel ; valeur revendiquée dans ses projets transformants. En ce sens, mon positionnement peut être un atout pour l'établissement. Cela permet de tisser des liens conceptuels transdisciplinaires. C'est aussi une source de transferts possibles de savoirs et de savoir-faire d'un laboratoire à l'autre, un enrichissement mutuel. Cela permet de motiver des dynamiques d'équipes pluridisciplinaires sur des projets communs. C'est aussi un signe d'adaptabilité, d'ouverture et de décroisement. Ce n'est en aucun cas une perte d'identité, ni pour le chercheur, ni pour les équipes. Sauf erreur de ma part, cette collaboration avec le LBA était l'unique exemple à l'IFSTTAR de partenariat véritablement transversal et l'un des rares, pour le moment, à l'UGE.

# Bibliographie

- [1] P. Acker, C. Boulay, and P. Rossi. On the importance of initial stresses in concrete and of the resulting mechanical effects. *Cement and Concrete Research*, 17(5) :755–764, 1987. Publisher : Elsevier.
- [2] A. Agrawal. A Comprehensive Review on Gas Flow in Microchannels. *International Journal of Micro-Nano Scale Transport*, 2(1) :1–40, March 2011.
- [3] A. Akhavan, F. Rajabipour, and others. Quantifying the effects of crack width, tortuosity, and roughness on water permeability of cracked mortars. *Cement and Concrete Research*, 42(2) :313–320, 2012. Publisher : Elsevier.
- [4] C.-M. Aldea, S. P. Shah, and A. Karr. Permeability of cracked concrete. *Materials and Structures*, 32(5) :370–376, June 1999.
- [5] G. I. Barenblatt and others. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics*, 7(1) :55–129, 1962.
- [6] R. S. Barsoum. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10(1) :25–37, 1976.
- [7] Z. P. Bažant. *Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des structures*. Hermès Science Publications, 2004.
- [8] Z. P. Bažant. Size effect in blunt fracture : concrete, rock, metal. *Journal of engineering mechanics*, 110(4) :518–535, 1984.
- [9] Z. P. Bažant and B. H. Oh. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et construction*, 16(3) :155–177, 1983.
- [10] J. C. Behiri and W. Bonfield. Fracture mechanics of bone - The effects of density, specimen thickness and crack velocity on longitudinal fracture. *Journal of Biomechanics*, 17(1) :25–34, January 1984.
- [11] J. C. Behiri and W. Bonfield. Orientation dependence of the fracture mechanics of cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 22(8) :863–872, January 1989.
- [12] M. E. Benkirane. Propagation d'une fissure dans le béton précontraint - Interaction avec des armatures passives. *Thèse de Doctorat présentée à l'Université de Technologie de Compiègne*, 1982.
- [13] S. Berton and J. E. Bolander. Crack band model of fracture in irregular lattices. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(52) :7172–7181, November 2006.
- [14] L. Bodé, J.-L. Tailhan, G. Pijaudier-Cabot, C. La Borderie, and J.-L. Clément. Failure analysis of initially cracked concrete structures. *Journal of engineering mechanics*, 123(11) :1153–1160, 1997.

- [15] W. Bonfield. Advances in the fracture mechanics of cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 20(11-12) :1071–1081, January 1987.
- [16] C. Boulay, S. Dal Pont, and P. Belin. Real-time evolution of electrical resistance in cracking concrete. *Cement and Concrete Research*, 39(9) :825–831, September 2009.
- [17] S. M. Bowman, L. J. Gibson, W. C. Hayes, and T. A. McMahon. Results from demineralized bone creep tests suggest that collagen is responsible for the creep behavior of bone. *Journal of biomechanical engineering*, 121(2) :253–258, 1999.
- [18] D. Breyse. Probabilistic Formulation of Damage-Evolution Law of Cementitious Composites. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(7) :1489–1510, July 1990.
- [19] D. B. Burr, M. B. Schaffler, and R. G. Frederickson. Composition of the cement line and its possible mechanical role as a local interface in human compact bone. *Journal of Biomechanics*, 21(11) :939–945, 1988.
- [20] J. Carmeliet and H. Hens. Probabilistic nonlocal damage model for continua with random field properties. *Journal of engineering mechanics*, 120(10) :2013–2027, 1994.
- [21] . Carpinteri. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties. *Mechanics of materials*, 18(2) :89–101, 1994.
- [22] D. R. Carter and D. M. Spengler. Mechanical properties and composition of cortical bone. *Clinical orthopaedics and related research*, 135 :192–217, 1978.
- [23] J. Cook and J. E. Gordon. A mechanism for the control of crack propagation in all-brittle systems. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 282(1391) :508–520, 1964.
- [24] S. Dal Pont and J.-L. Tailhan. Etude bibliographique sur la modélisation de l’endommagement des bétons, 2008.
- [25] R. de Borst. Fracture in quasi-brittle materials : a review of continuum damage-based approaches. *Engineering fracture mechanics*, 69(2) :95–112, 2002.
- [26] R. de Borst. Numerical aspects of cohesive-zone models. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(14) :1743–1757, September 2003.
- [27] F. de Larrard. *Structures granulaires et formulation des bétons*. OA 34. Etudes et Recherches des Laboratoires de Ponts et Chaussées, 2000.
- [28] A. B. De Morais. Double cantilever beam testing of multidirectional laminates. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 34(12) :1135–1142, 2003.
- [29] M. F. S. F. De Moura, N. Dourado, J. J. L. Morais, and F. A. M. Pereira. Numerical analysis of the enf and els tests applied to mode ii fracture characterization of cortical bone tissue. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 34(3) :149–158, 2011.
- [30] M. Doblaré, J. M. Garcia, and M. J. Gómez. Modelling bone tissue fracture and healing : a review. *Engineering Fracture Mechanics*, 71(13) :1809–1840, 2004.
- [31] F. Donaldson, D. Ruffoni, P. Schneider, A. Levchuk, A. Zwahlen, P. Pankaj, and R. Müller. Modeling microdamage behavior of cortical bone. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 13(6) :1227–1242, November 2014.

- [32] C. Dopico-González, A. M. New, and M. Browne. Probabilistic finite element analysis of the uncemented hip replacement—effect of femur characteristics and implant design geometry. *Journal of biomechanics*, 43(3) :512–520, 2010. Publisher : Elsevier.
- [33] F. Dufour, G. Pijaudier-Cabot, M. Choinska, and A. Huerta. Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models. *Computers and Concrete, an International Journal*, 5(4) :375–388, 2008.
- [34] S. K. Easley, S. Pal, P. R. Tomaszewski, A. J. Petrella, P. J. Rullkoetter, and P. J. Laz. Finite element-based probabilistic analysis tool for orthopaedic applications. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 85(1) :32–40, January 2007.
- [35] E. M. El Dandachy, M. Briffaut, F. Dufour, and S. Dal Pont. An original semi-discrete approach to assess gas conductivity of concrete structures : Semi-Discrete Approach to Assess Concrete Hydraulic Conductivity. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41(6) :940–956, April 2017.
- [36] V. M. Entov and V. I. Yagust. Experimental investigation of laws governing quasi-static development of macrocracks in concrete. *Mechanics of solids*, 10(4) :87–95, 1975.
- [37] F. Erdogan. Fracture mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 37(1) :171–183, 2000.
- [38] F. G. Evans and S. Bang. Differences and relationships between the physical properties and the microscopic structure of human femoral, tibial and fibular cortical bone. *American Journal of Anatomy*, 120(1) :79–88, 1967.
- [39] A. Faingold, S. R. Cohen, and H. D. Wagner. Nanoindentation of osteonal bone lamellae. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 9 :198–206, May 2012.
- [40] E. M. Feerick and P. McGarry. Computational study of cortical bone screw pullout using the extended finite element method (XFEM). In *SIMULIA Community Conference*, 2012.
- [41] I. Fleps, H. Bahaloo, P. K. Zysset, S. J. Ferguson, H. Pálsson, and B. Helgason. Empirical relationships between bone density and ultimate strength : A literature review. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 110 :103866, October 2020.
- [42] M. Frémond and B. Nedjar. Damage, gradient of damage and principle of virtual power. *International Journal of Solids and Structures*, 33(8) :1083–1103, March 1996.
- [43] A. Garo. *Modélisation du corps vertébral en chargement dynamique : intégration de l'effet de l'âge*. PhD thesis, Université de la Méditerranée-Aix-Marseille II, 2010.
- [44] M. G. D. Geers, R. De Borst, W. A. M. Brekelmans, and R. H. J. Peerlings. Strain-based transient-gradient damage model for failure analyses. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 160(1-2) :133–153, July 1998.
- [45] C. J. Gilbert, J. J. Cao, L. C. Jonghe, and R. O. Ritchie. Crack-Growth Resistance-Curve Behavior in Silicon Carbide : Small versus Long Cracks. *Journal of the American Ceramic Society*, 80(9) :2253–2261, January 2005.
- [46] M.-M. Giraud-Guille. Twisted plywood architecture of collagen fibrils in human compact bone osteons. *Calcified tissue international*, 42(3) :167–180, 1988.

- [47] Jorge Grasa, José Antonio Bea, and Manuel Doblaré. A probabilistic extended finite element approach : application to the prediction of bone crack propagation. *Key Engineering Materials*, 348 :77–80, 2007. Publisher : Trans Tech Publ.
- [48] A. Griffith. The theory of rupture. In *First Int. Cong. Appl. Mech*, pages 55–63, 1924.
- [49] A. K. Gupta and H. Akbar. Cracking in reinforced concrete analysis. *Journal of Structural Engineering*, 110(8) :1735–1746, 1984. Publisher : American Society of Civil Engineers.
- [50] A. Gustafsson, M. Wallin, and H. Isaksson. The influence of microstructure on crack propagation in cortical bone at the mesoscale. *Journal of Biomechanics*, 112 :110020, November 2020.
- [51] P. Habib. Radoucissement sans formation de surfaces de glissement. *Revue Française de Géotechnique*, (44) :5–11, 1988.
- [52] A. Hillerborg, M. Modéer, and P.-E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and concrete research*, 6(6) :773–781, 1976.
- [53] W. B. Hillig. Strength and Toughness of Ceramic Matrix Composites. page 44, 1987.
- [54] M. Hoseini, V. Bindiganavile, and N. Banthia. The effect of mechanical stress on permeability of concrete : A review. *Cement and Concrete Composites*, 31(4) :213–220, April 2009.
- [55] M. Jirásek and T. Zimmermann. Rotating crack model with transition to scalar damage. *Journal of engineering mechanics*, 124(3) :277–284, 1998. Publisher : American Society of Civil Engineers.
- [56] B. L. Karihaloo and X. Huang. Tensile response of quasi-brittle materials. 137 :27, 1991.
- [57] O. L. Katsamenis, H. M. H. Chong, O. G. Andriotis, and P. J. Thurner. Load-bearing in cortical bone microstructure : Selective stiffening and heterogeneous strain distribution at the lamellar level. *J Mech Behav Biomed Mater*, 17 :152–65, Jan 2013.
- [58] O. L. Katsamenis, T. Jenkins, and P. J. Thurner. Toughness and damage susceptibility in human cortical bone is proportional to mechanical inhomogeneity at the osteonal-level. *Bone*, 76 :158–68, Jul 2015.
- [59] T. Kurtz. *Processus de fissuration du tissu osseux cortical : stratégie expérimentale et numérique pour une modélisation probabiliste*. PhD thesis, Aix-Marseille Université, 2024.
- [60] T. Kurtz, Y. Godio-Raboutet, P.J. Arnoux, and J.-L. Tailhan. Determination of mechanical parameters for crack propagation on human femoral bone via a FE-based inverse analysis. In *Recueil des communications*, Marseille, France, July 2022.
- [61] T. Kurtz, Y. Godio-Raboutet, and J.-L. Tailhan. Propagation de fissure sur tronçon d’os long rainuré. In *Recueil des articles soumis*, Nantes, France, September 2022.
- [62] T. Kurtz, T. Woitrain, Y. Godio-Raboutet, F. L. B. Ribeiro, P.-J. Arnoux, and J.-L. Tailhan. Method for evaluating cortical bone young’s modulus : Numerical twin reconstruction, fe calculation and microstructure analysis. *Journal of Biomechanical Engineering*, pages 1–30, 2023.
- [63] R. Lakes. Materials with structural hierarchy. *Nature*, 361(6412) :511–515, 1993. Publisher : Nature Publishing Group.

- [64] P. J. Laz and M. Browne. A review of probabilistic analysis in orthopaedic biomechanics. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part H : Journal of Engineering in Medicine*, 224(8) :927–943, 2010. Publisher : SAGE Publications Sage UK : London, England.
- [65] P. J. Laz, J. Q. Stowe, M. A. Baldwin, A. J. Petrella, and P. J. Rullkoetter. Incorporating uncertainty in mechanical properties for finite element-based evaluation of bone mechanics. *Journal of Biomechanics*, 40(13) :2831–2836, 2007.
- [66] J.-B. Leblond. Rupture fragile et rupture ductile. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy*, 326(4) :243–250, 1998. Publisher : Elsevier.
- [67] J. Lemaitre. *A course on damage mechanics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [68] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, A. Benallal, and R. Desmorat. *Mécanique des matériaux solides*, volume 2. Dunod Paris, 1985.
- [69] S. Li, A. Abdel-Wahab, and V. V. Silberschmidt. Analysis of fracture processes in cortical bone tissue. *Engineering Fracture Mechanics*, 110 :448–458, 2013.
- [70] G. Lilliu and J. G. M. Van Mier. 3D lattice type fracture model for concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(7-8) :927–941, May 2003.
- [71] M. Marco, E. Giner, R. Larraínzar-Garijo, J. R. Caeiro, and M. H. Miguélez. Modelling of femur fracture using finite element procedures. *Engineering Fracture Mechanics*, 196 :157–167, June 2018.
- [72] G. Marotti. A new theory of bone lamellation. *Calcified Tissue International*, 53(1) :S47–S56, 1993.
- [73] J. Mazars. Probabilistic aspects of mechanical damage in concrete structures. In *Fracture Mechanics Technology Applied to Material Evaluation and Structure Design : Proceedings of an International Conference on ‘Fracture Mechanics Technology Applied to Material Evaluation and Structure Design’, held at the University of Melbourne, Melbourne, Australia, August 10–13, 1982*, pages 657–666. Springer, 1983.
- [74] J. Mazars. Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. *Thèse de Docteur es Sciences présentée à l’Université Pierre et Marie Curie-Paris 6*, 1984.
- [75] J. Mazars. From damage to fracture mechanics and conversely : A combined approach. *International Journal of Solids and Structures*, 33(20) :3327–3342, 1996.
- [76] P. K. Mehta. *Concrete. Structure, properties and materials*. Prentice-Hall, 1986.
- [77] C. Miehe, F. Welschinger, and M. Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83(10) :1273–1311, September 2010.
- [78] J. J. L. Morais, M. F. S. F. de Moura, F. A. M. Pereira, J. Xavier, N. Dourado, M. I. R. Dias, and J. M. T. Azevedo. The double cantilever beam test applied to mode I fracture characterization of cortical bone tissue. *J Mech Behav Biomed Mater*, 3(6) :446–53, Aug 2010.

- [79] S. Morel, E. Bouchaud, J. Schmittbuhl, and G. Valentin. R-curve behavior and roughness development of fracture surfaces. *International Journal of Fracture*, 114 :307–325, 2002.
- [80] S. Morel, N. Dourado, and G. Valentin. Wood : a quasibrittle material R-curve behavior and peak load evaluation. *International Journal of Fracture*, 131 :385–400, 2005. Publisher : Springer.
- [81] M. T. Mota. *Modèle probabilistic adaptatif tridimensionnel de fissuration explicite du béton*. PhD thesis, unviersité Fédérale de Rio de Janeiro, December 2021.
- [82] M. T. Mota, E. de M. R. Fairbairn, F. L. B. Ribeiro, P. Rossi, J.-L. Tailhan, H. C. C. Andrade, and M. R. Rita. A 3D probabilistic model for explicit cracking of concrete. *Computers and Concrete*, 27(6) :549–562, 2021. Publisher : Techno-Press.
- [83] N. Moës and T. Belytschko. X-FEM, de nouvelles frontières pour les éléments finis. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 11(2-4) :305–318, 2002. Publisher : Taylor & Francis.
- [84] C. Nader. *A Multi-Scale Strategy for the Probabilistic Modeling of Reinforced Concrete Structures*. Thèse de Doctorat, Université Paris Est, Champs sur Marne, 2017.
- [85] C. Nader, P. Rossi, and J.-L. Tailhan. Numerical strategy for developing a probabilistic model for elements of reinforced concrete. *Structural Concrete*, 18(6) :883–892, December 2017.
- [86] C. Nader, P. Rossi, and J.-L. Tailhan. Multi-scale Strategy for Modelling Macrocracks Propagation in Reinforced Concrete Structure. *Cement and Concrete Composites*, 99 :119–125, 2019.
- [87] R. K. Nalla, J. H. Kinney, and R. O. Ritchie. Mechanistic fracture criteria for the failure of human cortical bone. *Nature materials*, 2(3) :164–168, 2003.
- [88] R. K. Nalla, J. J. Kruzic, J. H. Kinney, and R. O. Ritchie. Mechanistic aspects of fracture and r-curve behavior in human cortical bone. *Biomaterials*, 26(2) :217–31, Jan 2005.
- [89] R. K. Nalla, J. J. Kruzic, and R. O. Ritchie. On the origin of the toughness of mineralized tissue : microcracking or crack bridging? *Bone*, 34(5) :790–798, 2004.
- [90] B. Nedjar. On a concept of directional damage gradient in transversely isotropic materials. *International Journal of Solids and Structures*, 88-89 :56–67, June 2016.
- [91] A. M. Neville. *Properties of concrete*. 1995.
- [92] D. Ngo and A. C. Scordelis. Finite element analysis of reinforced concrete beams. In *Journal Proceedings*, volume 64, pages 152–163, 1967.
- [93] R. H. J. Peerlings, R. De Borst, W. A. M. Brekelmans, and M. G. D. Geers. Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 3(4) :323–342, October 1998.
- [94] T. S. Phan. *Modélisation numérique de l'interface acier-béton : application au comportement des structures en béton renforcées par des aciers plats crantés*. PhD thesis, Université Paris Est, Champs-sur-Marne, 2012.
- [95] T. S. Phan, P. Rossi, and J.-L. Tailhan. Numerical modelling of the concrete/rebar bond. *Cement and Concrete Composites*, 59 :1–9, 2015.
- [96] T. S. Phan, J.-L. Tailhan, and P. Rossi. 3D numerical modeling of concrete structural element reinforced with flat steel rebars. *Structural Concrete*, 14(4) :378–388, 2013.

- [97] T. S. Phan, J.-L. Tailhan, P. Rossi, P. Bressolette, and F. Mezghani. Behaviour of RC tie-beams reinforced by flat steel rebars. Numerical modeling of the rebar/concrete interface. In *Bond in Concrete*, Brescia, Italy, June 2012.
- [98] T. S. Phan, J.-L. Tailhan, P. Rossi, P. Bressolette, and F. Mezghani. Cracking analysis of concrete structure elements reinforced by flat steel rebars. In *Numerical Modelling Strategies for Sustainable Concrete Structures, SSCS'2012*, Aix-en-Provence, France, May 2012.
- [99] T. S. Phan, J.-L. Tailhan, P. Rossi, P. Bressolette, F. Mezghani, and J. Foulliaron. Modeling of the behaviour of RC tie-beams reinforced by flat steel rebars : A comparison between 2D and 3D numerical simulation of the steel/concrete interface. In *Numerical Modelling Strategies for Sustainable Concrete Structures, SSCS'2012*, Aix-en-Provence, France, May 2012.
- [100] T. S. Phan, P. Tailhan, J.-L. and Rossi, P. Bressolette, and F. Mezghani. Numerical modeling of the rebar/concrete interface : case of the flat steel rebars. *Materials and Structures*, 46(6) :1011–1025, 2013.
- [101] J. B. Phelps, G. B. Hubbard, X. Wang, and C. M. Agrawal. Microstructural heterogeneity and the fracture toughness of bone. *J Biomed Mater Res*, 51(4) :735–41, Sep 2000.
- [102] V. Picandet, A. Khelidj, and H. Bellegou. Crack effects on gas and water permeability of concretes. *Cement and Concrete Research*, 39(6) :537–547, June 2009.
- [103] G. Pijaudier-Cabot and Z. P. Bažant. Nonlocal damage theory. *Journal of engineering mechanics*, 113(10) :1512–1533, 1987.
- [104] G. Pijaudier-Cabot and A. Benallal. Strain localization and bifurcation in a nonlocal continuum. *International Journal of Solids and Structures*, 30(13) :1761–1775, 1993.
- [105] M. Pithioux. *Lois de comportement et modèles de rupture des os longs en accidentologie*. PhD thesis, 2000.
- [106] M. Pithioux, P. Chabrand, and F. Mazerolle. Statistical Failure Model of Bones. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, 02(01) :19–27, March 2002.
- [107] M. Pithioux, D. Subit, and P. Chabrand. Comparison of compact bone failure under two different loading rates : experimental and modelling approaches. *Med Eng Phys*, 26(8) :647–53, Oct 2004.
- [108] J. Planas, M. Elices, and G.V. Guinea. Cohesive cracks versus nonlocal models : Closing the gap. *International Journal of Fracture*, 63(2) :173–187, 1993.
- [109] J. Planas, M. Elices, G.V. Guinea, F.J Gómez, D.A. Cendón, and I. Arbillá. Generalizations and specializations of cohesive crack models. *Engineering fracture mechanics*, 70(14) :1759–1776, 2003.
- [110] Y. R. Rashid. Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear engineering and design*, 7(4) :334–344, 1968.
- [111] G. Rastiello. *Influence de la fissuration sur le transfert de fluides dans les structures en béton : Stratégies de modélisation probabiliste et étude expérimentale*. Spécialité : Structures et Matériaux, Université Paris Est, May 2013.
- [112] G. Rastiello. Real-time water permeability evolution of a localized crack in concrete under loading. *Cement and Concrete Research*, 2014.

- [113] G. Rastiello, S. Dal Pont, J.-L. Tailhan, and P. Rossi. On the threshold crack opening effect on the intrinsic permeability of localized macro-cracks in concrete samples under Brazilian test conditions. *Mechanics Research Communications*, 90 :52–58, June 2018.
- [114] G Rastiello, C Desmettre, J-L Tailhan, P Rossi, J-P Charron, and S Dal Pont. Modeling of fluid leakage through multi-cracked RC structural elements using a numerical probabilistic cracking approach. *Materials and Structures*, 49(8) :3095–3108, 2016. Publisher : Springer.
- [115] G. Rastiello, J.-L. Tailhan, P. Rossi, and S. Dal Pont. Macroscopic probabilistic cracking approach for the numerical modelling of fluid leakage in concrete. *Annals of Solid and Structural Mechanics*, 7(1-2) :1–16, 2015. Publisher : Springer.
- [116] D. Remache, M. Semaan, J.M. Rossi, M. Pithioux, and J.L. Milan. Application of the Johnson-Cook plasticity model in the finite element simulations of the nanoindentation of the cortical bone. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 101 :103426, January 2020.
- [117] J.-Y. Rho, L. Kuhn-Spearing, and P. Zioupos. Mechanical properties and the hierarchical structure of bone. *Medical Engineering & Physics*, 20(2) :92–102, March 1998.
- [118] J. Y. Rho, P. Zioupos, J. D. Currey, and G. M. Pharr. Variations in the individual thick lamellar properties within osteons by nanoindentation. *Bone*, 25(3) :295–300, 1999.
- [119] F. L. B. Ribeiro and A. L. G. A. Coutinho. Comparison between element, edge and compressed storage schemes for iterative solutions in finite element analyses. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63(4) :569–588, 2005. Publisher : Wiley Online Library.
- [120] F. L. B. Ribeiro and I. A. Ferreira. Parallel implementation of the finite element method using compressed data structures. *Computational Mechanics*, 41 :31–48, 2007.
- [121] M. R. Rita. *Implementation of a macroscopic probabilistic cracking model using parallelization technics*. PhD thesis, université Fédérale de Rio de Janeiro, March 2021.
- [122] R. O. Ritchie. Mechanisms of fatigue-crack propagation in ductile and brittle solids. page 29, 1999.
- [123] R. O. Ritchie. The conflicts between strength and toughness. *Nature Materials*, 10(11) :817–822, November 2011.
- [124] P. Rossi. Fissuration du béton : du matériau à la structure-Application de la mécanique linéaire de la rupture. Rapport de recherche 150, LCPC, 1988.
- [125] P. Rossi. Influence of cracking in the presence of free water on the mechanical behaviour of concrete. *Magazine of concrete research*, 43(154) :53–57, 1991. Publisher : Thomas Telford.
- [126] P Rossi. A model for cracking in fibre-reinforced concrete structures. *Materials and structures*, 32 :125–130, 1999.
- [127] P. Rossi. Experimental study of scaling effect related to post-cracking behaviours of metal fibres reinforced concretes (MFRC). *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 16(10) :1261–1268, November 2012.
- [128] P. Rossi, J.-P. Charron, M. Bastien Masse, J.-L. Tailhan, F. Le Maou, and S. Ramanich. Tensile basic creep versus compressive basic creep at early ages : comparison between normal strength concrete and a very high strength fibre reinforced concrete. *Materials and Structures*, 47 :1773–1785, 2014.

- [129] P. Rossi, D. Daviau-Desnoyers, and J.-L. Tailhan. Analysis of Cracking in Steel Fibre Reinforced Concrete (SFRC) Structures in Bending using Probabilistic Modelling. *Structural Concrete*, 16(3) :381–388, 2015.
- [130] P. Rossi, N. Godart, J. L. Robert, J. P. Gervais, and D. Bruhat. Investigation of the basic creep of concrete by acoustic emission. *Materials and Structures*, 27 :510–514, 1994. Publisher : Springer.
- [131] P. Rossi, C. Nader, and J.-L. Tailhan. Probabilistic Cracking Model for Macrocrack Propagation in Reinforced Concrete Structures. In *Computational Modeling of Concrete and Concrete Structures, EURO-C*, Bad Hofgastein, Austria, March 2018.
- [132] P. Rossi and S. Richer. Numerical modelling of concrete cracking based on a stochastic approach. *Materials and Structures*, 20(5) :334–337, 1987. Publisher : Springer.
- [133] P. Rossi, J. L. Robert, J. P. Gervais, and D. Bruhat. Identification of the physical mechanisms underlying acoustic emissions during the cracking of concrete. *Materials and structures*, 22 :194–198, 1989. Publisher : Springer.
- [134] P. Rossi and J.-L. Tailhan. Numerical modeling of the cracking behavior of a steel fiber-reinforced concrete beam on grade. *Structural Concrete*, 18(4) :571–576, August 2017.
- [135] P. Rossi, J.-L. Tailhan, and D. Daviau-Desnoyers. Numerical models for designing steel fiber reinforced concrete structures : why and which ? *FIB Bulletin 79 - ACI SP-310*, pages 289–300, 2016. Publisher : Design and Construction of SFRC bridge decks : building on past experiences and recent developments. Fiber Reinforced Concrete : From Design to Structural Applications. FRC2014 : ACI-fib International Workshop.
- [136] P. Rossi, J.-L. Tailhan, F. Le Maou, L. Gaillet, and E. Martin. Basic creep behavior of concretes investigation of the physical mechanisms by using acoustic emission. *Cem. Concr. Res.*, 42(1) :61–73, January 2012. Publisher : Pergamon-Elsevier Science ltd.
- [137] P. Rossi, J.-L. Tailhan, and F. Le Maou. Comparison between concrete creeps in tension and in compression : influence of the concrete age at the loading and of the drying conditions. *Cement and Concrete Research*, 51 :78–84, 2013.
- [138] P. Rossi, J.-L. Tailhan, F. Le Maou, and E. Martin. Creep strain versus residual strain of a concrete loaded under various levels of compressive stress. *Cement and Concrete Research*, 51 :32–37, 2013.
- [139] P. Rossi and F. Toutlemonde. Effect of loading rate on the tensile behaviour of concrete : description of the physical mechanisms. *Materials and structures*, 29(2) :116–118, 1996. Publisher : Springer.
- [140] P. Rossi, F.-J. Ulm, and F. Hachi. Compressive Behavior of Concrete : Physical Mechanisms and Modeling. *Journal of Engineering Mechanics*, 122(11) :1038–1043, November 1996.
- [141] P. Rossi, J. G. M. Van Mier, F. Toutlemonde, F. Le Maou, and C. Boulay. Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension. *Materials and structures*, 27(5) :260–264, 1994. Publisher : Springer.
- [142] P. Rossi and X. Wu. Probabilistic model for material behaviour analysis and appraisalment of concrete structures. *Magazine of concrete research*, 44(161) :271–280, 1992. Publisher : Thomas Telford Ltd.

- [143] P. Rossi, X. Wu, F. Le Maou, and A. Belloc. Scale effect on concrete in tension. *Materials and structures*, 27(8) :437–444, 1994. Publisher : Springer.
- [144] Pierre Rossi. *Les bétons de fibres métalliques*. Ed. Ponts et Chaussées (Presses), 1998.
- [145] J. G. Rots. Computational modeling of concrete fracture. 1988.
- [146] J. G. Rots, P. Nauta, G. M. A. Kuster, and J. Blaauwendraad. Smearred crack approach and fracture localization in concrete. *HERON*, 30 (1), 1985, 1985. Publisher : Delft University of Technology.
- [147] S. Schmitt, D. J. Krzypow, and C. M. Rimnac. The effect of moisture absorption on the fatigue crack propagation resistance of acrylic bone cement. *Biomed Tech (Berl)*, 49(3) :61–5, Mar 2004.
- [148] K. L. Scrivener, A. K. Crumbie, and P. Laugesen. The interfacial transition zone (ITZ) between cement paste and aggregate in concrete. *Interface Sci.*, 12(4) :411–421, October 2004. Publisher : Kluwer Academic Publ.
- [149] A. Sellier and A. Millard. Relevance of behavior laws of homogenized reinforced concrete in the context of finite elements of different sizes. In *RILEM International Conference on Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures*, pages 335–344. Springer, 2022.
- [150] S. P. Shah and C. Ouyang. Toughening Mechanisms in Quasi-Brittle Materials. page 8, 1993.
- [151] S. P. Shah and C. Ouyang. Fracture Mechanics for Failure of Concrete. page 29, 1994.
- [152] A. B. C. G. Silva, J. Laszczyk, L. C. Wrobel, F. L. B. Ribeiro, and A. J. Nowak. A thermo-regulation model for hypothermic treatment of neonates. *Med. Eng. and Phys.*, 38 :988–998, 2016.
- [153] A. B. C. G. Silva, L. C. Wrobel, and F. L. B. Ribeiro. A thermoregulation model for whole body cooling hypothermia. *J. thermal biology*, 78 :122–130, 2018.
- [154] J. G. Skedros, J. L. Holmes, E. G. Vajda, and R. D. Bloebaum. Cement lines of secondary osteons in human bone are not mineral-deficient : New data in a historical perspective. *The Anatomical Record Part A : Discoveries in Molecular, Cellular, and Evolutionary Biology : An Official Publication of the American Association of Anatomists*, 286(1) :781–803, 2005.
- [155] C. Sok, J. Baron, and D. François. Mécanique de la rupture appliquée au béton hydraulique. *Cement and Concrete Research*, 9(5) :641–648, 1979.
- [156] A. Soni, A. Negi, S. Kumar, and N. Kumar. An IGA based nonlocal gradient-enhanced damage model for failure analysis of cortical bone. *Engineering Fracture Mechanics*, 255 :107976, October 2021.
- [157] T. Suzuki, K. Takiguchi, and H. Hotta. Leakage of gas through concrete cracks. *Nuclear Engineering and Design*, 133(1) :121–130, February 1992.
- [158] T. Suzuki, K. Takiguchi, H. Hotta, N. Kojima, M. Fukuhara, and K. Kimura. Experimental study on the leakage of gas through cracked concrete walls. 1989. Publisher : IASMiRT.
- [159] S. Tadano and T. Okoshi. Residual stress in bone structure and tissue of rabbit’s tibiofibula. *Bio-Medical Materials and Engineering*, 16(1) :11–21, 2006. Publisher : IOS Press.

- [160] J.-L. Tailhan, C. Boulay, P. Rossi, F. Le Maou, and E. Martin. Compressive, tensile and bending basic creep behaviours of a same concrete. *Structural Concrete*, 14(2) :124–130, 2012.
- [161] J.-L. Tailhan, T. Kurtz, Y. Godio-Raboutet, P. Rossi, and L. Thollon. Macrocrack propagation in a notched shaft segment of human long bone : Experimental results and mechanical aspects. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 128 :105132, 2022. Publisher : Elsevier.
- [162] J.-L. Tailhan, J. Lombart, P. Rossi, and A. Deleurence. Modelling of the volume effects related to the uniaxial behaviour of concrete. In *Proceedings of the 16th European Conference of Fracture*, Alexandroupolis, Greece, July 2006.
- [163] J.-L. Tailhan, S. Dal Pont, and P. Rossi. From local to global probabilistic modelling of concrete cracking. *Annals of Solid and Structural Mechanics*, 1(2) :103–115, May 2010.
- [164] J.-L. Tailhan, G. Rastiello, J.-C. Renaud, and C. Boulay. Critical analysis of an experimental setup to estimate gas permeability through an active crack. *Nuclear Engineering and Design*, 370 :110915, 2020. Publisher : Elsevier.
- [165] J.-L. Tailhan, G. Rastiello, J.-C. Renaud, and C. Boulay. An experimental test for gas pressure measurement within a realistic crack in concrete. *Nuclear Engineering and Design*, 403 :112138, March 2023.
- [166] J.-L. Tailhan, G. Rastiello, J.-C. Renaud, C. Boulay, and G. Antony. Projet MACENA WP3 – Task 1.3 – Livrable 2017. Rapport de recherche, February 2018.
- [167] J.-L. Tailhan and P. Rossi. Design Optimization of Fibres Reinforced Concrete Railway Tracks by Using Non-linear Finite Elements Analysis. In *Fibre Reinforced Concrete : Improvements and Innovations II : X RILEM-fib International Symposium on Fibre Reinforced Concrete (BEFIB) 2021 10*, pages 652–665. Springer, 2022.
- [168] J.-L. Tailhan, P. Rossi, and A. M. Caucci. Probabilistic modelling of cracking in concrete structures. *European journal of environmental and civil engineering*, 18(7) :770–779, 2014.
- [169] J.-L. Tailhan, P. Rossi, and D. Daviau-Desnoyers. Probabilistic numerical modelling of cracking in steel fibre reinforced concrete (SFRC) structures. *Cement and Concrete Composites*, 55 :315–321, 2015. Publisher : Elsevier.
- [170] J.-L. Tailhan, P. Rossi, J. Lombart, and F. Guerrier. From a discontinuous to a macroscopic modeling of the mode I cracking behavior of cement-based composites. FRAMCOS, 2007.
- [171] J.-L. Tailhan, P. Rossi, and D. Salin. Design Optimization of Concrete Railway Tracks by Using Non-linear Finite Element Analysis. In *RILEM International Conference on Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures*, pages 345–354. Springer, 2023.
- [172] M. Tanaka, T. Adachi, and Y. Tomita. Bone remodeling considering residual stress : preliminary experimental observation and theoretical model development. *WIT Transactions on Biomedicine and Health*, 1, 1970. Publisher : WIT Press.
- [173] M. Thiery, V. Baroghel-Bouny, N. Bourneton, G. Villain, and C. Stéfani. Modélisation du séchage des bétons : analyse des différents modes de transfert hydrique. *Revue européenne de génie civil*, 11(5) :541–577, 2007. Publisher : Taylor & Francis.

- [174] R. J. Thomas. Wood : formation and morphology. *Wood structure and composition*, pages 7–47, 1991.
- [175] J.-M. Torrenti, P. Acker, C. Boulay, and D. Lejeune. Contraintes initiales dans le beton [Initial Stresses in Concrete, in French]. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, (158) :39–44, 1988.
- [176] J. M. Torrenti, E. H. Benaija, and C. Boulay. Influence of Boundary Conditions on Strain Softening in Concrete Compression Test. *Journal of Engineering Mechanics*, 119(12) :2369–2384, December 1993.
- [177] J. M. Torrenti, J. Desrues, E. H. Benaija, and C. Boulay. Stereophotogrammetry and Localization in Concrete under Compression. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(7) :1455–1465, July 1991.
- [178] C. H. Turner, J. Rho, Y. Takano, T. Y. Tsui, and G. M. Pharr. The elastic properties of trabecular and cortical bone tissues are similar : results from two microscopic measurement techniques. *J Biomech*, 32(4) :437–41, Apr 1999.
- [179] D. Vashishth, J. C. Behiri, and W. Bonfield. Crack growth resistance in cortical bone : Concept of microcrack toughening. *Journal of Biomechanics*, 30(8) :763–769, August 1997.
- [180] L. Vergani, C. Colombo, and F. Libonati. Crack propagation in cortical bone : a numerical study. *Procedia materials science*, 3 :1524–1529, 2014. Publisher : Elsevier.
- [181] K. Wang, D. C. Jansen, S. P. Shah, and A. F. Karr. Permeability study of cracked concrete. *Cement and Concrete Research*, 27(3) :381–393, March 1997.
- [182] S. Weiner and H. D. Wagner. The material bone : structure-mechanical function relations. *Annual Review of Materials Science*, 28(1) :271–298, 1998.
- [183] S. M. Wiederhorn. Brittle Fracture and Toughening Mechanisms in Ceramics. page 32, 1984.
- [184] A. Yadav, R. K. Godara, and G. Bhardwaj. A review on XIGA method for computational fracture mechanics applications. *Engineering Fracture Mechanics*, 230 :107001, May 2020.
- [185] S. Yamada and S. Tadano. Residual Stress Around the Cortical Surface in Bovine Femoral Diaphysis. *Journal of Biomechanical Engineering*, 132(4) :044503, April 2010.
- [186] S. Yamada, S. Tadano, and K. Fujisaki. Residual stress distribution in rabbit limb bones. *Journal of Biomechanics*, 44(7) :1285–1290, April 2011.
- [187] Q. D. Yang, B. N. Cox, R. K. Nalla, and R. O. Ritchie. Re-evaluating the toughness of human cortical bone. *Bone*, 38(6) :878–87, Jun 2006.
- [188] Y. N. Yeni, C. U. Brown, Z. Wang, and T. L. Norman. The influence of bone morphology on fracture toughness of the human femur and tibia. *Bone*, 21(5) :453–459, November 1997.
- [189] X.-K. Zhu and J. A. Joyce. Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization. *Engineering Fracture Mechanics*, 85 :1–46, May 2012.
- [190] P. K. Zysset and A. Curnier. A 3D Damage Model for Trabecular Bone Based on Fabric Tensors.