



HAL
open science

Contributions à la détection de cibles faibles en environnement complexe dans les applications radar

Olivier Rabaste

► **To cite this version:**

Olivier Rabaste. Contributions à la détection de cibles faibles en environnement complexe dans les applications radar. Sciences de l'ingénieur [physics]. CentraleSupélec, 2024. tel-04669103

HAL Id: tel-04669103

<https://hal.science/tel-04669103v1>

Submitted on 7 Aug 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contributions à la détection de cibles faibles en environnement complexe dans les applications radar

Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université Paris-Saclay

présentée et soutenue à CentraleSupélec, le 21 Mai 2024, par

OLIVIER RABASTE

Composition du Jury

Sylvie MARCOS Directrice de Recherche CNRS, CentraleSupélec (L2S)	Présidente
Laurent FERRO-FAMIL Professeur, ISAE-SUPAERO (DEOS)	Rapporteur
Guillaume GINOLHAC Professeur des Universités, Université Savoie-Mont-Blanc (LISTIC)	Rapporteur
Jean-Yves TOURNERET Professeur, Institut National Polytechnique de Toulouse	Rapporteur
Stéphanie BIDON Professeur, ISAE-SUPAERO (DEOS)	Examinatrice
Philippe FORSTER Professeur, Université Paris-Nanterre	Examineur

"Le chercheur consciencieux aime trop l'état de l'art pour être végétarien."

Robert Eliaivas

TABLE DES MATIÈRES

Introduction générale	13
1 Bilan Professionnel	17
1.1 Etat civil	17
1.2 Parcours académique	17
1.3 Parcours professionnel	18
1.4 Production scientifique	18
1.4.1 Publications dans des revues internationales et nationales à comités de lecture	19
1.4.2 Chapitre d'ouvrage	20
1.4.3 Conférences internationales ou nationales avec comité de relecture	20
1.4.4 Rapports techniques	26
1.5 Autres activités	27
1.5.1 Enseignements	27
1.5.2 Responsabilités de projet	28
1.5.3 Responsable de thématique	29
1.5.4 Relecteur d'articles scientifiques	29
1.5.5 Chairman de sessions dans des conférences internationales	29
1.5.6 Participation à un Comité de Suivi Individuel	30
1.5.7 Groupes OTAN	30
1.5.8 Participation au KTD-PCC	30
1.6 Encadrements	31
1.6.1 Thèses soutenues	31
1.6.2 Thèse en cours	32
1.6.3 Post-doctorat	33
1.6.4 Stages	33
2 Approche géométrique pour la détection radar	35
2.1 Introduction	35
2.2 Test d'hypothèse en radar et détecteurs associés	37
2.3 Exploitation des propriétés géométriques des détecteurs	39
2.3.1 Géométrie des détecteurs	39
2.3.2 Le "parce que" du "pourquoi"	41
2.3.3 Comportement en présence de bruit impulsif	42
2.3.4 Sensibilité aux erreurs de modèle et robustesse asymptotique	44
2.4 Formalisation géométrique des détecteurs classiques et nouveaux détecteurs	45
2.4.1 Représentations "cartésienne" et "polaire" des détecteurs	45

2.4.2	Fonctions caractéristiques de plusieurs détecteurs	46
2.4.3	Quelques performances de détection	47
2.5	Cas des erreurs de modèle dites "hors-grille"	49
2.5.1	Case de résolution et probabilité de détection asymptotique moyenne	50
2.5.2	Premières solutions au problème off-grid (2015-2019)	51
2.5.3	GLRT et calculs de probabilités de fausse alarme pour le problème off-grid (2020-2023) - Thèse de Pierre Develter (Octobre 2020 - Décembre 2023)	54
2.6	Conclusion	59
3	Gestion des lobes secondaires	61
3.1	Introduction	61
3.2	Filtrage désadapté	62
3.2.1	Formalisation sous la forme d'un problème d'optimisation convexe	63
3.2.2	Application au cas du radar MIMO	66
3.2.3	Application au cas des cibles "hors-grille"	70
3.2.4	Travaux récents en filtrage désadapté - Thèse de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi (Octobre 2019- Février 2023)	72
3.3	Optimisation de formes d'onde	75
3.3.1	Thèse de Uy-Hour Tan (Décembre 2014 - Juin 2019)	77
3.3.2	Postdoctorat d'Hassan Mortada (Janvier 2019 - Février 2020)	82
3.4	Réjection de cible ou de fouillis	84
3.4.1	Réjection en présence de contributeurs hors grille	86
3.4.2	Radar passif aéroporté - Thèse de Clément Berthillot (Octobre 2013 -Décembre 2018)	88
3.5	Conclusion	91
4	Détection et localisation de cibles par exploitation d'informations multiples	93
4.1	Introduction	93
4.2	Pistage par filtrage particulière en contexte Track-Before-Detect	94
4.2.1	Cas d'une phase incohérente - Thèse d'Alexandre Lepoutre (Octobre 2010 - Octobre 2016)	95
4.2.2	Cas d'une phase cohérente - ARF Particulaire	99
4.3	Radar "Around-the-Corner" par exploitation des multitrajets	101
4.3.1	L'expérimentation "caponière"	103
4.3.2	Thèse de Khac Phuc Hung Thai (Octobre 2015 - Décembre 2018)	104
4.3.3	Thèse de Ba-Huy Pham (Octobre 2020 - Printemps 2024)	111
4.4	Conclusion	116
5	Conclusion et perspectives	119
5.1	Bilan chronologique	119
5.2	Perspectives	120
5.2.1	Les détecteurs	121

5.2.2	Le filtrage désadapté	123
5.2.3	Les formes d'onde	124
5.2.4	Applications : radar passif aéroporté et radar Around-the-Corner	126
5.3	Conclusion de la conclusion	127
	Bibliographie	129

LISTE DES ACRONYMES

ASB	Adaptive Sidelobe Blanker
BIC	Bayesian Information Criterion
CPFSK	Continuous Phase Frequency Shift Keying
CPM	Continuous Phase Modulation
DEMR	Département ElectroMagnétisme et Radar
DPSS	Discrete Prolate Spheroidal Sequences
DVB	Digital Video Broadcasting
FFC	Formation de Faisceaux par le Calcul
GLRT	Generalized Likelihood Ratio Test
ISL	Integrated Sidelobe Level
LPG	Loss in Processing Gain
MF	Matched Filter
MIMO	Multiple Input Multiple Output
NLOS	Non Line Of Sight
NMF	Normalized Matched Filter
NMSF	Normalized Matched Subspace Filter
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OLS	Orthogonal Least Squares
OMP	Orthogonal Matching Pursuit
PRI	Période de Répétition des Impulsions
PSLR	Peak to Sidelobe Level Ratio
QCQP	Quadratically Constrained Quadratic Program
RAC	Radar Around-the-Corner
SAR	Synthetic Aperture Radar
SIRV	Spherically Invariant Random Vector
SNR	Signal to Noise Ratio
SOCP	Second-Order Cone Programming
STAP	Spatio-Temporal Adaptive Processing
SVD	Singular Value Decomposition
TBD	Track-Before-Detect
TFAC	Taux de Fausse Alarme Constant

TABLE DES FIGURES

2.1	Illustration d'une question existentielle	36
2.2	Géométrie des détecteurs (cas réel)	40
2.3	Evolution du seuil de détection en fonction de la dimension	41
2.4	Représentations schématiques des détecteurs MF, NMF, PWL ₃ et Bell	43
2.5	Probabilité de détection en fonction du SNR pour différents angles de mismatch	45
2.6	Probabilités de détection en fonction du SNR pour les détecteurs MF, NMF, OR, PWL3 et BELL	49
2.7	Sortie du détecteur NMF testant l'hypothèse $\nu = 0$ en fonction d'un vrai paramètre de cible ν_t localisé dans la case	51
2.8	Probabilité de détection moyenne sur une case de résolution	54
2.9	Probabilité de détection moyenne dans la case en présence de bruit blanc pour plusieurs détecteurs	55
2.10	Géométrie du détecteur NMF dans les cas réel et complexe	56
2.11	Représentation d'un tube enroulé autour d'une variété de longueur finie	58
2.12	Comparaison des relations P_{FA} -seuil théoriques et empiriques pour le détecteur NMF-GLRT	59
3.1	Fonctions d'autocorrélation de deux cibles	62
3.2	Sorties des filtres adapté et désadapté pour un code de Gold	65
3.3	Sorties des filtres adapté, désadapté par pondération avec fenêtre de Hamming, et désadapté optimal proposé	66
3.4	Architectures de traitement MIMO	67
3.5	Coupes distance/angle de la fonction d'ambiguïté MIMO	69
3.6	Niveau d'ISL en fonction du produit BT_p pour un signal chirp	71
3.7	ISL moyen en fonction du retard hors-grille	73
3.8	Images SAR resynthétisées avec différentes formes d'onde et filtres adaptés (MF) ou désadaptés (MMF)	76
3.9	Résultats d'optimisation de séquences	79
3.10	Résultats d'optimisation conjointe de séquence et de filtre désadapté	81
3.11	comparaison de la borne de Welch et des bornes proposées, et des niveaux de lobes secondaires obtenus pour des séquences optimisées	82
3.12	Schéma de principe du récepteur MWC	83
3.13	Cohérence moyenne et écart-type pour différentes méthodes d'optimisation	84
3.14	Réjection d'une cible forte localisée hors grille sur un intervalle continu ou par suréchantillonnage d'un facteur 2	88

3.15	Constellations obtenues pour plusieurs symboles OFDM en fonction de la méthode de traitement retenue	90
3.16	Distance moyenne d_{2c} entre le point estimé et le point le plus proche de la constellation	90
3.17	Cartes distance/Doppler sur données réelles après réjection	91
4.1	Probabilité de présence estimée par le filtre particulaire	98
4.2	Evolution de la racine carrée de l'erreur quadratique en position et en vitesse pour différents filtres particuliers	101
4.3	Représentation 3D de l'expérimentation "caaponière"	103
4.4	Différents types de cibles considérées pour les mesures "caaponière"	104
4.5	Résultats de mesures obtenus pour différentes positions de cibles	104
4.6	Problématique du Radar Around-the-Corner	105
4.7	Configuration des mesures effectuées lors des thèses de Hung et de Huy	108
4.8	Mesures réelles pendant la thèse de Hung	109
4.9	Résultats de traitement sur données réelles	110
4.10	Résultats de simulation en prenant en compte plusieurs antennes	112
4.11	RMSE obtenue pour différents algorithmes de localisation	114
4.12	Mesures enregistrées pour une cible évoluant selon la trajectoire 2	116
4.13	Répartition des particules en fonction des itérations pour différents filtres particuliers	117

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Si l'idée d'utiliser la réflexion d'une onde électromagnétique sur un objet pour le détecter et le localiser dans l'espace est apparue dès le début du XX^{ème} siècle, l'acronyme "RADAR" (Radio Detection And Ranging), vraisemblablement issu de l'imagination fertile d'un passionné de palindromes, date quant à lui de 1942, au beau milieu de la seconde guerre mondiale. Ce système de détection, très utile et utilisé pendant ladite guerre¹, a poursuivi son essor dans les décennies qui ont suivi, et se retrouve de nos jours employé dans un grand nombre d'applications civiles et militaires. L'informatique et le numérique ayant connu une montée en puissance très importante durant la même période, il s'en est donc suivi le développement considérable de techniques de traitement du signal permettant d'améliorer toujours plus les performances des systèmes radars en fonction des applications considérées. Cela a bien entendu nécessité la formation et l'emploi d'un certain nombre d'ingénieurs et chercheurs spécialisés dans le traitement du signal radar. Et c'est ainsi que l'on rencontre un petit quidam innocent recruté en Décembre 2008 à l'ONERA au sein de l'unité de Traitement du Signal du Département Électromagnétisme et Radar, et qui s'est mis en tête une quinzaine d'années et sept doctorants plus tard de passer son Habilitation à Diriger des Recherches (HDR). Ce document présente une synthèse des travaux d'étude et de recherche dudit quidam, lequel quidam, étant bien évidemment l'auteur de ces lignes, va s'empresse après ce petit préambule de revenir à l'emploi de la première personne a priori plus classique dans les écrits HDRiens.

Depuis mon arrivée à l'ONERA, la majeure partie des problématiques que j'ai considérées, des travaux de recherche que j'ai effectués, et des méthodes que j'ai étudiées, peuvent être considérés comme des facettes différentes d'un seul et même problème général : la détection de cibles faibles en environnement complexe dans les applications radar. Le terme "cibles faibles" est un terme qui n'est pas usité en radar, et je m'empresse donc de le préciser. Par "cibles faibles en environnement complexe", j'entends englober ici plusieurs types de cibles difficiles à détecter :

- ◆ des cibles difficiles à détecter en raison de la distribution statistique complexe du bruit ou du fouillis environnant (par exemple un fouillis non gaussien impulsionnel).
- ◆ des cibles de niveau faible par rapport aux lobes secondaires générés par d'autres objets réflecteurs présents dans l'environnement proche (fouillis environnant ou cible voisine de plus fort rapport signal à bruit (ou SNR : Signal to Noise Ratio)).
- ◆ des cibles pour lesquelles l'exploitation d'informations multiples est nécessaire pour les extraire de leur environnement et estimer leurs paramètres, par exemple parce qu'elles sont de niveau trop faible par rapport au niveau de bruit thermique pour pouvoir être détectées avec une unique mesure.

Dans le premier cas, le travail que j'ai effectué a consisté à étudier en détail les propriétés spécifiques de certains détecteurs dérivés sous hypothèses gaussiennes ou non gaussiennes. L'approche que

1. Une formule consacrée par les historiens est : "The atomic bomb only ended the war. Radar won it." (La bombe atomique a amené la fin de la guerre, mais c'est le radar qui l'a gagnée) [Bud96].

j'ai considérée pour ces travaux a été essentiellement géométrique, ce qui la démarque de la plupart des travaux effectués sur les détecteurs. Elle m'a permis en tout cas de comprendre en profondeur le fonctionnement de ces détecteurs, de proposer de nouvelles classes de détecteurs intéressants en présence de bruit impulsionnel, et enfin d'étudier leurs performances en présence d'erreurs de modèles spécifiques. Ces travaux ont abouti à la thèse de Pierre Develter, qui a porté sur l'étude des performances des détecteurs radar classiques en présence d'erreurs de modèle liées à des cibles hors grille. Cette problématique des cibles hors grille, peu traitée dans la littérature, est souvent revenue tout au long de mes travaux de recherche, et elle apparaîtra régulièrement dans la suite de ce manuscrit.

Dans le deuxième cas, le problème à résoudre est la gestion des lobes secondaires forts générés par les réflecteurs présents dans la scène mesurée - tels que les bâtiments, les arbres, le sol ou la mer, etc... tout ce que l'on assemble sous le terme de "fouillis" dans le langage des radaristes, mais aussi des cibles fortes potentielles qui peuvent polluer les mesures après filtrage adapté - et qu'il faut gérer d'une manière ou d'une autre afin de détecter une cible faible potentielle. Pour ce problème, j'ai considéré deux approches différentes. La première approche a consisté à réduire le plus possible le niveau de lobes secondaires en optimisant le filtre utilisé à la réception pour comprimer le signal émis - on parle de filtre désadapté, Mismatched Filter en anglais -, voire en optimisant même conjointement le code émis et le filtre optimal correspondant. J'ai commencé à développer ces outils au début des années 2010, et ils ont ensuite été utilisés, améliorés et approfondis dans la thèse de Uy-Hour Tan qui portait sur l'optimisation de formes d'onde et des traitements associés pour le radar MIMO, et dans celle de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi qui traitait de l'utilisation de formes d'onde de communication pour mener conjointement des missions de communication et d'imagerie radar. La deuxième approche a consisté à éliminer complètement ces lobes secondaires en utilisant des techniques de réjection par projection orthogonale sur des sous-espaces prédéfinis, ou des stratégies de type Matching Pursuit utilisées dans la résolution de problèmes avec contrainte de parcimonie de la solution (notamment dans le cadre du Compressive Sensing). Les méthodes de réjection ont été considérées en particulier dans la thèse de Clément Berthillot qui a porté sur l'étude de la faisabilité de la détection de cible par un système radar passif aéroporté.

Enfin concernant le troisième type de "cibles faibles", je me suis intéressé à l'exploitation d'informations multiples pour détecter et localiser des cibles dans des contextes complexes où l'exploitation d'une unique information ne permet pas de résoudre le problème posé. J'ai été confronté à cette problématique dans deux applications bien distinctes. La première concerne la détection de cibles de niveau trop faible pour être détectées avec une bonne probabilité en exploitant une seule mesure. Dans ce cas de figure, il est nécessaire d'intégrer les informations portées par plusieurs mesures successives pour résoudre le problème de détection. C'est l'objectif des méthodes dites "Track-Before-Detect" qui cherchent à pister les cibles très faibles à partir des données brutes du radar, sans étape de détection préalable qui ferait perdre toute l'information de la mesure. J'ai travaillé sur l'utilisation de méthodes de filtrage particulière dans le cadre Track-Before-Detect dès mon arrivée à l'ONERA, et ces travaux ont été suivis assez vite par la thèse d'Alexandre Lepoutre, qui portait sur ce sujet. La seconde problématique traitée concerne la détection de cibles en milieu urbain situées dans des zones qui ne sont pas en ligne de vue directe du radar. Cette application radar très récente, et qui me tient particulièrement à cœur, est dénommée "Radar Around-the-Corner". Pour localiser la cible dans cette configuration

particulière, il est nécessaire d'exploiter les multi-trajets sur les bâtiments environnants. Si j'ai initialement défriché cette problématique lors d'un projet de recherche interne ONERA avec quelques collègues onériens, cette problématique a ensuite fait l'objet de deux thèses : la thèse de Khac Phuc Hung Thai, puis la thèse de Ba-Huy Pham. Plusieurs outils de traitement ont été considérés lors de ces deux thèses, parmi lesquels des méthodes de filtrage particulière sur données brutes similaires à celles que j'avais considérées dans le cas Track-Before-Detect !

La majeure partie de ces travaux de recherche a été effectuée sur ressources générales et lors de l'encadrement de mes différents doctorants. Mais qui dit ONERA dit souvent activité contractuelle importante. Je n'ai pas dérogé à la règle, et j'ai ainsi beaucoup travaillé sur contrat en parallèle de mes travaux de recherche. Dans certains cas, cette activité contractuelle m'a permis de mettre en application les méthodes développées lors de mes recherches. Mais la majeure partie de ces travaux contractuels n'apparaîtront pas dans ce document, pour certains afin de garder la cohérence des thèmes de recherche présentés ici, et pour d'autres en raison de leur confidentialité. Je mentionnerai tout de même la thématique du radar MIMO que j'ai étudiée de manière très soutenue pendant une bonne treizaine d'année (série en cours) mais qui, dans ce document, passera presque complètement... sous les radars.

Ce manuscrit est organisé en cinq chapitres. Le chapitre 1 retrace mon parcours professionnel, mes activités, mes publications et mes encadrements. Le chapitre 2 présente mes travaux de recherche portant sur la géométrie des détecteurs. Le chapitre 3 traite des différentes solutions que j'ai étudiées concernant la gestion des lobes secondaires. Le chapitre 4 portera finalement sur l'exploitation d'informations multiples dans le cadre des applications Track-Before-Detect et Radar Around-the-Corner. Enfin je conclurai ce document par le chapitre 5 où je présenterai mes perspectives de recherche.

Avant de laisser le lecteur pressé s'enquérir des chapitres suivants, je terminerai cette introduction en m'excusant par avance de m'être pris au jeu de la rédaction pour quelques sections de la partie technique qui me tenaient particulièrement à cœur et qui se retrouvent probablement un peu plus développées que nécessaire. Enfin, j'ai sans doute usé de manière un tantinet immodérée des notes de bas de page, notamment pour certains commentaires que je souhaitais ardemment voir figurer dans ce manuscrit sans toutefois rompre le discours du texte principal. J'espère malgré tout être resté dans les limites du raisonnable².

2. Pour un usage hors du commun des notes de bas de page, je succombe à la tentation de citer le roman "La Maison des feuilles" de Mark Z. Danielewski, dont la structure est totalement ovniesque.

BILAN PROFESSIONNEL

1.1 Etat civil

Nom	Olivier Rabaste
Date et lieu de naissance	16 Décembre 1980 à Caen (14) (43 ans, nombre premier)
Nationalité	Français
Adresse professionnelle	ONERA, DEMR/MATS, 6 Chem. de la Vauve aux Granges, 91120 Palaiseau
Tél. bureau	01 80 38 63 14
Email	olivier.rabaste@onera.fr

1.2 Parcours académique

2000-2003	Etudiant en école d'ingénieur à l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne (Télécom Bretagne)
2002-2003	Master of Sciences Master of Science "Digital Communications Systems and Technologies", à la Chalmers University of Technology (Göteborg, Suède), obtenu avec la mention "with distinction"
2003	Stage de fin d'études : « On the error-detecting performance of a class of irreducible binary cyclic codes and their dual codes », encadré par Mme R. Dodunekova (Mathematical sciences, Chalmers University of Technology and Göteborg University)
2003-2006	Thèse de Doctorat en Traitement du Signal et Télécommunications de l'ENST Bretagne en habilitation conjointe avec l'université de Rennes 1, intitulée « Estimation de canaux multitrajets. Application à la Tomographie Acoustique Océanique active discrète », effectuée à l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, département Signal et Communication, soutenue le 29 Novembre 2006, obtenue avec mention très honorable - Directeur de thèse : Thierry Chonavel

Mon jury de thèse était composé des membres suivants, les affiliations indiquées étant celles des différents membres au jour de la soutenance :

- Président :** Jean-Jacques FUCHS (IRISA/INRIA Rennes)
Rapporteurs : Jérôme IDIER (CNRS, IRCCYN, Nantes) et Jérôme MARS (LIS, Grenoble)
Examineurs : Hervé CARFANTAN (Observatoire Midi-Pyrénées, Toulouse), François LE GLAND (IRISA/INRIA Rennes)
Invités : Cédric GERVAISE (ENSIETA, Brest), Yann STEPHAN (SHOM, Brest)

1.3 Parcours professionnel

- 2007-2008** **Post-doctorat :** Détection d'ondes gravitationnelles par un réseau mondial de détecteurs, CNRS, laboratoire AstroParticule et Cosmologie, équipe ADAMIS - Responsable : Eric Chassande-Mottin
- 12/2008 - 07/2018** **Ingénieur de Recherche à l'ONERA,** département Electromagnétisme et RADAR, unité Méthodes Avancées en Traitement du Signal (anciennement Unité Traitement du Signal)
- Depuis 01/2018** **Responsable de Thématique Scientifique** au sein du département Electromagnétisme et RADAR, thématique scientifique : "Traitement du Signal pour le Radar et la Guerre Electronique" ; membre du Comité Scientifique de Département
- Depuis 07/2018** **Maître de Recherche 1** à l'ONERA, département Electromagnétisme et RADAR, unité Méthodes Avancées en Traitement du Signal

1.4 Production scientifique

Mon activité contractuelle représente une bonne partie de mon activité professionnelle (entre 60 et 70%). En raison du caractère souvent confidentiel des contrats sur lesquels je suis amené à intervenir, cette activité ne me permet généralement pas de publier. Cela me permet toutefois de mettre en pratique ou d'approfondir au travers d'études des outils/méthodologies sur lesquels je travaille par ailleurs dans mon activité de recherche. Les thèmes d'étude concernent une bonne part de la chaîne de traitement radar, à savoir :

- ◆ les formes d'onde à l'émission
- ◆ les traitements à la réception et notamment :
 - ♣ les tests de détection
 - ♣ le filtrage désadapté
 - ♣ les techniques de pistage

Les applications concernées sont variées : radar de veille, radar MIMO, radar passif, radar à ondes de surface. Par ailleurs je travaille de manière très active depuis 2017 sur des applications de guerre électronique, et notamment ce que l'on appelle le ROEM, à savoir le Renseignement d'Origine ElectroMagnétique, travaux qui sont nécessairement classifiés.

Dans la suite de cette section se trouve listée la majeure partie de ma production scientifique :

- ◆ les publications dans des revues internationales et nationales à comités de lecture ;
- ◆ un chapitre d'ouvrage ;

- ◆ les publications dans des conférences internationales et nationales avec comité de relecture ;
- ◆ les rapports techniques internes issus d'études financées sur Ressources Générales ONERA.

Manquent à l'appel les rapports techniques rédigés dans le cadre de contrats financés par des clients extérieurs (DGA ou DSO National Laboratories¹ pour la majeure partie) qui sont presque tous classifiés, et quelques rapports techniques internes également trop sensibles.

1.4.1 Publications dans des revues internationales et nationales à comités de lecture

- [J1] R. DODUNEKOVA, **O. RABASTE** et J.L. VEGA PÁEZ, « Error detection with a class of irreducible binary cyclic codes and their dual codes », in : *IEEE Transactions on Information Theory* 51 (2005), p. 1206-1209.
- [J2] **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « Estimation of multipath channels with long impulse response at low SNR via an MCMC method », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 55 (2007), p. 1312-1325.
- [J3] **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « Estimation du canal acoustique sous-marin pour la Tomographie Acoustique par petits fonds », in : *Traitement du signal* 25 (2008), p. 139-150.
- [J4] A. PAI, E. CHASSANDE-MOTTIN et **O. RABASTE**, « Best network chirplet-chain : Near-optimal coherent detection of unmodeled gravitational wave chirps with a network of detectors », in : *Physical Review D* 77 (2008), p. 062005.
- [J5] **O. RABASTE** et N. TROUVÉ, « Geometrical Design of Radar Detectors in Moderately Impulsive Noise », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 50 (2014), p. 1938-1954.
- [J6] **O. RABASTE**, E. COLIN-KOENIGUER, D. POUILLIN, A. CHERALY, J.-F. PÉTTEX et H.-K. PHAN, « Around-the-Corner Radar : Detection of a Human Being in Non Line of Sight », in : *IET Radar, Sonar and Navigation* 9 (2015), p. 660-668.
- [J7] **O. RABASTE** et L. SAVY, « Mismatched filter optimization for radar applications using quadratically constrained quadratic programs », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 51.4 (2015), p. 3107-3122.
- [J8] A. LEPOUTRE, **O. RABASTE** et F. LE GLAND, « Multitarget likelihood computation for Track-Before-Detect applications with amplitude fluctuations of type Swerling 0, 1 and 3 », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 52 (2016), p. 1089-1107.
- [J9] C. BERTHILLOT, A. SANTORI, **O. RABASTE**, D. POUILLIN et M. LESTURGIE, « BEM Reference Signal Estimation for an Airborne Passive Radar Antenna Array », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 53 (2017), p. 2833-2845.
- [J10] J. BOSSE et **O. RABASTE**, « Subspace Rejection for Matching Pursuit in the Presence of Unresolved Targets », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 66 (2018), p. 1997-2010.

1. DSO National Laboratories est l'organisation de recherche et développement de défense de Singapour.

- [J11] F. ARLERY, U. TAN et **O. RABASTE**, « Generalization and Improvement of the Levenshtein Bound for Aperiodic Correlation », in : *IEEE Transactions on Information Theory* 65 (2019), p. 1258-1266.
- [J12] K.-P.-H. THAI, **O. RABASTE**, J. BOSSE, D. POUILLIN, I. HINOSTROZA, T. LETERTRE et T. CHONAVEL, « Detection-Localization Algorithms in the Around-the-Corner Radar Problem », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 55 (2019), p. 2658-2673.
- [J13] **O. RABASTE** et J. BOSSE, « Robust Mismatched Filter for Off-Grid Target », in : *IEEE Signal Processing Letters* 26 (2019), p. 1147-1151.
- [J14] U. TAN, F. ARLERY, **O. RABASTE**, F. LEHMANN et J.-P. OVARLEZ, « A New Lower Bound on the Maximum Correlation of a Set with Mismatched Filters », in : *IEEE Transactions on Information Theory* 66 (2020), p. 6555-6565.
- [J15] H. MORTADA, J. BOSSE et **O. RABASTE**, « Performance optimization of greedy recovery for Modulated Wideband Converter based sub-Nyquist sensing », in : *Signal Processing* 199 (2022), p. 1-10.
- [J16] M.-E. CHATZITHEODORIDI, A. TAYLOR, **O. RABASTE** et H. ORIOT, « A Cooperative SAR-Communication System Using Continuous Phase Modulation Codes and Mismatched Filters », in : *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 61 (2023), p. 1-14.
- [J17] P. DEVELTER, J. BOSSE, **O. RABASTE**, P. FORSTER et J.-P. OVARLEZ, « On the false alarm probability - threshold relationship for off-grid target detection with the Normalized Matched Filter », in : *Accepté pour publication dans la revue IEEE Transactions on Signal Processing* (2023).
- [J18] A. TAYLOR et **O. RABASTE**, « Let it GUWO : Waveform optimization for angular blanking and robustification in a MIMO Dual-Functional Radar-Communication system », in : *Soumis à la revue IEEE Transactions on Radar Systems* (2023).

1.4.2 Chapitre d’ouvrage

- [O1] A. SANTORI, C. BERTHILLOT, D. POUILLIN et **O. RABASTE**, « Reference signal estimation for an airborne passive radar », in : *Passive Radars on Moving Platforms*, sous la dir. de Diego CRISTALLINI et Daniel W. O’HAGAN, SciTech Publishing, 2023, chap. 5.

1.4.3 Conférences internationales ou nationales avec comité de relecture

- [C1] R. DODUNEKOVA, **O. RABASTE** et J.L. VEGA PÁEZ, « On the error-detecting performance of a class of irreducible binary cyclic codes and their duals », in : *Ninth International Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory* (Kranevo, Bulgarie), juin 2004, p. 131-136.
- [C2] **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « On the furtivity of signals used in oceanic acoustic tomography experiments », in : *IEEE OCEANS’05 Europe* (Brest, France), juin 2005, p. 987-992.
- [C3] **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « Multipath channel estimation via the MPM algorithm », in : *EUSIPCO’05* (Antalya, Turquie), sept. 2005, p. 1-4.

- [C4] **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « Channel estimation in the presence of multipath Doppler by means of pseudo-noise sequences », in : *EUSIPCO'06* (Florence, Italie), sept. 2006, p. 1-4.
- [C5] **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « Estimation of a shallow water channel impulse response via an MCMC method with application to an oceanic acoustic tomography experiment », in : *IEEE OCEANS'07* (Aberdeen, Ecosse), juin 2007, p. 1-6.
- [C6] E. CHASSANDE-MOTTIN, A. PAI et **O. RABASTE**, « Chains of chirplets for the detection of gravitational wave chirps », in : *Wavelet XII* (San Diego, Californie, Etats-Unis), août 2007.
- [C7] F. BRAHIM, **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « Acquisition des signaux Galiléo en présence des multitrajets », in : *GRETSI'07* (Troyes, France), sept. 2007.
- [C8] **O. RABASTE**, A. PAI et E. CHASSANDE-MOTTIN, « Goniométrie pour les chirps gravitationnels », in : *GRETSI'07* (Troyes, France), sept. 2007.
- [C9] F. BRAHIM, **O. RABASTE** et T. CHONAVEL, « An MCMC algorithm for BOC and AltBOC signaling acquisition in multipath environments », in : *PLANS 2008* (Monterey, Californie, Etats-Unis), 2008, p. 424-432.
- [C10] **O. RABASTE** et E. CHASSANDE-MOTTIN, « Echantillonnage minimal de la sphère céleste adapté au réseau d'antennes gravitationnelles terrestres », in : *GRETSI'09* (Dijon, France), sept. 2009.
- [C11] **O. RABASTE**, A. PETITEAU et E. CHASSANDE-MOTTIN, « Détection de chirps multi-composantes et application aux ondes gravitationnelles des binaires à rapport de masses extrême », in : *GRETSI'09* (Dijon, France), sept. 2009.
- [C12] **O. RABASTE**, « Multi-target tracking with MCMC-based particle filters », in : *EUSIPCO 2010* (Aalborg, Danemark), août 2010.
- [C13] **O. RABASTE** et N. TROUVÉ, « A new family of robust non gaussian detectors based on a geometric heuristic », in : *EUSIPCO 2011* (Barcelone, Espagne), août 2011.
- [C14] **O. RABASTE** et N. TROUVÉ, « Une nouvelle classe générale de détecteurs non gaussiens fondée sur une heuristique géométrique », in : *GRETSI 2011* (Bordeaux, France), sept. 2011.
- [C15] M. BOCQUEL, A. LEPOUTRE, **O. RABASTE** et F. LE GLAND, « Optimisation d'un filtre particulière en contexte Track-Before-Detect », in : *GRETSI 2011* (Bordeaux, France), sept. 2011.
- [C16] A. LEPOUTRE, **O. RABASTE** et F. LE GLAND, « Optimized instrumental density for particle filter in Track-Before-Detect », in : *9th IET Data Fusion and Target Tracking* (Londres, Grande-Bretagne), mai 2012.
- [C17] **O. RABASTE**, C. RICHÉ et A. LEPOUTRE, « Long-time coherent integration for low SNR target via particle filter in Track-Before-Detect », in : *15th International Conference on Information fusion* (Singapour), juill. 2012.
- [C18] A. LEPOUTRE, **O. RABASTE** et F. LE GLAND, « A particle filter for target arrival detection and tracking in Track-Before-Detect », in : *7th workshop on sensor data fusion* (Bonn, Allemagne), sept. 2012.

- [C19] A. LEPOUTRE, **O. RABASTE** et F. LE GLAND, « Exploiting Amplitude Spatial Coherence for Multi-target Particle Filter in Track-Before-Detect », in : *16th International Conference on Information fusion* (Istanbul, Turquie), juill. 2013.
- [C20] G. DESODT, L. AOUCHICHE et **O. RABASTE**, « Extract Before Detect, N-Signal Complex Approximate Message Passing Applied to Radar Signals », in : *2nd International Workshop on Compressed Sensing applied to Radar (CoSeRa 2013)* (Bonn, Allemagne), sept. 2013.
- [C21] **O. RABASTE**, L. SAVY, M. CATTENOZ et J.-P. GUYVARCH, « Signal Waveforms and Range/Angle Coupling in Coherent Colocated MIMO Radar », in : *2013 International Conference on Radar* (Adelaide, Australie), sept. 2013.
- [C22] **O. RABASTE**, A. LEPOUTRE et E. KOENIGUER, « Exploitation des multi-trajets en milieu urbain pour le pistage d'une cible en zone d'ombre par filtrage particulaire », in : *GRETSI 2013* (Brest, France), sept. 2013.
- [C23] A. LEPOUTRE, **O. RABASTE** et F. LE GLAND, « Filtres particuliers en contexte Track-Before-Detect en présence de fluctuations d'amplitude de type Swerling 1 et 3 », in : *GRETSI 2013* (Brest, France), sept. 2013.
- [C24] **O. RABASTE** et L. SAVY, « Mismatched Filter Optimization via Quadratic Convex Programming for Radar Applications », in : *International Radar Conference 2014* (Lille, France), *Best paper award*, oct. 2014.
- [C25] **O. RABASTE**, L. SAVY et G. DESODT, « Approximate Multitarget Matched Filter for MIMO Radar Detection via Orthogonal Matching Pursuit », in : *International Radar Conference 2014* (Lille, France), oct. 2014.
- [C26] L. AOUCHICHE, G. DESODT, L. FERRO-FAMIL, R. KASSAB et **O. RABASTE**, « Adaptive Grid BOMP technique for the detection of low reflectivity moving objects in the presence of Doppler ambiguities », in : *International Radar Conference 2014* (Lille, France), oct. 2014.
- [C27] G. DESODT, G.-E. MICHEL, J.-P. GUYVARCH, F. LE CHEVALIER et **O. RABASTE**, « Multi-bursts space-time coding for active antenna systems », in : *International Radar Conference 2014* (Lille, France), oct. 2014.
- [C28] **O. RABASTE** et D. POUILLIN, « Rejection of Doppler Shifted Multipaths in Airborne Passive Radar », in : *IEEE International Radar Conference 2015* (Washington, Etats-Unis), mai 2015, p. 1660-1665.
- [C29] J. BOSSE, **O. RABASTE** et D. POUILLIN, « Matching Pursuit via Continuous Resolution Cell Rejection in Presence of Unresolved Radar Targets », in : *EUSIPCO 2015* (Nice, France), 2015.
- [C30] C. BERTHILLOT, A. SANTORI, **O. RABASTE**, D. POUILLIN et M. LESTURGIE, « Improving BEM channel estimation for airborne passive radar reference signal reconstruction », in : *International Radar Symposium* (Dresdes, Allemagne), 2015.

- [C31] C. MUSSO, F. CHAMPAGNAT et **O. RABASTE**, « Improvement of the Laplace-based Particle Filter for Track-before-detect », in : *19th International Conference on Information Fusion* (Heidelberg, Allemagne), juill. 2016.
- [C32] U. TAN, C. ADNET, **O. RABASTE**, F. ARLERY, J.-P. OVARLEZ et J.-P. GUYVARCH, « Phase Code Optimization for Coherent MIMO Radar Via a Gradient Descent », in : *IEEE International Radar Conference* (Philadelphie, Etats-Unis), mai 2016.
- [C33] U. TAN, **O. RABASTE**, C. ADNET, F. ARLERY et J.-P. OVARLEZ, « Optimization Methods for Solving the Low Autocorrelation Sidelobes Problem », in : *International Radar Symposium* (Cracovie, Pologne), mai 2016.
- [C34] **O. RABASTE**, J. BOSSE et J.-P. OVARLEZ, « Off-Grid Target Detection with Normalized Matched Subspace Filter », in : *EUSIPCO 2016* (Budapest, Hongrie), 2016.
- [C35] K.-P.-H. THAI, **O. RABASTE**, J. BOSSE, D. POUILLIN, I. HINOSTROZA, T. LETERTRE et T. CHONAVEL, « Around-the-Corner Radar : Detection and Localization of a Target in Non-Line of Sight », in : *IEEE International Radar Conference* (Seattle, Etats-Unis), mai 2017.
- [C36] **O. RABASTE**, J. BOSSE et L. SAVY, « Approximated optimal mismatched filter for off-grid-delayed sampled continuous-phase modulations », in : *IET Radar Conference* (Belfast, Royaume-Uni), oct. 2017.
- [C37] U. TAN, **O. RABASTE**, C. ADNET et J.-P. OVARLEZ, « A Joint Optimization for Coherent MIMO Radar », in : *IET Radar Conference* (Belfast, Royaume-Uni), oct. 2017.
- [C38] U. TAN, **O. RABASTE**, C. ADNET et J.-P. OVARLEZ, « Sur le problème de l'optimisation jointe d'une séquence et d'un filtre désadapté », in : *GRETSI 2017* (Juan-Les-Pins, France), sept. 2017.
- [C39] K.-P.-H. THAI, **O. RABASTE**, J. BOSSE, D. POUILLIN, I. HINOSTROZA, T. LETERTRE et T. CHONAVEL, « Radar around-the-corner : Détection et localisation d'une cible en non ligne de vue », in : *GRETSI 2017* (Juan-Les-Pins, France), sept. 2017.
- [C40] J. BOSSE, **O. RABASTE** et D. POUILLIN, « Matching Pursuit en présence de cibles radar non résolues », in : *GRETSI 2017* (Juan-Les-Pins, France), sept. 2017.
- [C41] K.-P.-H. THAI, **O. RABASTE**, J. BOSSE et T. CHONAVEL, « GLRT Particle Filter for Tracking NLOS Target in Around-The-Corner Radar », in : *ICASSP 2018* (Calgary, Canada), avr. 2018.
- [C42] D. POUILLIN, **O. RABASTE**, M. LESTURGIE, M. MENELLE et S. AZARIAN, « MIMO-FM : A Solution to Estimate Target Elevation with Passive FM Radar », in : *IET Radar Conference* (Brisbane, Australie), août 2018.
- [C43] U. TAN, **O. RABASTE**, C. ADNET et J.-P. OVARLEZ, « A Sequence-Filter Joint Optimization », in : *EUSIPCO 2018* (Rome, Italie), sept. 2018.
- [C44] C. BERTHILLOT, A. SANTORI, **O. RABASTE**, D. POUILLIN et M. LESTURGIE, « DVB-T Airborne passive radar : Clutter analysis and experimental results », in : *IEEE International Radar Conference* (Boston, Etats-Unis), 2019.

- [C45] U. TAN, **O. RABASTE**, C. ADNET et J.-P. OVARLEZ, « On the eclipsing phenomenon with Phase Codes », in : *2019 International Radar Conference* (Toulon, France), sept. 2019.
- [C46] C. BERTHILLOT, A. SANTORI, **O. RABASTE**, D. POUILLIN et M. LESTURGIE, « DVB-T Airborne passive radar : Clutter block rejection », in : *2019 International Radar Conference* (Boston, Etats-Unis), sept. 2019.
- [C47] U. TAN, **O. RABASTE**, C. ADNET et J.-P. OVARLEZ, « Optimisation d'un code de phase robuste aux phénomènes d'éclipse », in : *GRETSI* (Lille, France), août 2019.
- [C48] H. MORTADA, **O. RABASTE** et J. BOSSE, « Structured dictionary optimization : application to the modulated wideband converter », in : *CAMSAP* (Guadeloupe, France), déc. 2019.
- [C49] D. POUILLIN, **O. RABASTE**, M. MENELLE, B. URBANI et M. GOUJON, « MIMO-FM : some new experimental results proving the concept feasibility », in : *2020 IEEE International Radar Conference* (Washington, Etats-Unis), avr. 2020.
- [C50] J. BOSSE, **O. RABASTE** et J.-P. OVARLEZ, « Adaptive subspace detectors for off-grid mismatched targets », in : *ICASSP* (Barcelone, Espagne), mai 2020.
- [C51] M.-E. CHATZITHEODORIDI, A. TAYLOR et **O. RABASTE**, « A Mismatched filter for Integrated Sidelobe Level Minimization over a Continuous Doppler Shift Interval », in : *2020 IEEE Radar Conference* (Florence, Italie), sept. 2020.
- [C52] A. TAYLOR et **O. RABASTE**, « Improving detection of unknown signal with unknown duration using an information criterion », in : *2020 IEEE Radar Conference* (Florence, Italie), sept. 2020.
- [C53] **O. RABASTE**, « Direction Blanking with controllable width in MIMO Radar via phase code optimization », in : *2020 IEEE Radar Conference* (Florence, Italie), sept. 2020.
- [C54] B. GABARD, V. WASIK, **O. RABASTE**, T. DELOUES, D. POUILLIN et H. JEULAND, « Airborne Targets Detection by UAV-Embedded Passive Radar », in : *EURAD 2020* (Utrecht, Pays-Bas), jan. 2020.
- [C55] P. DEVELTER, J. BOSSE, **O. RABASTE**, P. FORSTER et J.-P. OVARLEZ, « Off-grid Radar Target Detection with the Normalized Matched Filter : a Monopulse-Based Detection Scheme », in : *IEEE Statistical Signal Processing Workshop 2021 (SSP)* (Rio de Janeiro, Brésil), juill. 2021.
- [C56] M.-E. CHATZITHEODORIDI, A. TAYLOR, **O. RABASTE** et H. ORIoT, « A Sidelobe Level Minimization Mismatched Filter for Continuous Phase Frequency-Shift Keying Codes », in : *EUSIPCO 2021* (Dublin, Irlande), août 2021.
- [C57] B.-H. PHAM, **O. RABASTE**, J. BOSSE, I. HINOSTROZA et T. CHONAVEL, « On the reduction of localization ambiguities of hidden target in the around-the-corner radar », in : *2021 CIE International Conference on Radar* (Haikou, Chine), déc. 2021.
- [C58] P. DEVELTER, J. BOSSE, **O. RABASTE**, P. FORSTER et J.-P. OVARLEZ, « On the False Alarm Probability of the Normalized Matched Filter for Off-Grid Target Detection », in : *ICASSP 2022* (Singapour), mai 2022.

- [C59] M.-E. CHATZITHEODORIDI, A. TAYLOR, **O. RABASTE** et H. ORIOT, « Fast Computation of the Optimal Integrated Sidelobe Level Filter for Large-Scaled Problems », in : *IEEE International Radar Conference* (New-York, Etats-Unis), mars 2022.
- [C60] M.-E. CHATZITHEODORIDI, A. TAYLOR, H. ORIOT et **O. RABASTE**, « A Joint SAR-Communication system using Continuous Phase Frequency Shift Keying Codes and Mismatched Filtering Compression », in : *conférence EUSAR 2022* (Leipzig, Allemagne), ***Best student paper award***, juill. 2022.
- [C61] B.-H. PHAM, **O. RABASTE**, J. BOSSE, I. HINOSTROZA et T. CHONAVEL, « Apport de l'information angulaire pour la réduction des ambiguïtés de localisation en radar Around-the-Corner », in : *GRETSI 2022* (Nancy, France), sept. 2022.
- [C62] P. DEVELTER, J. BOSSE, **O. RABASTE**, P. FORSTER et J.-P. OVARLEZ, « Sur la probabilité de fausse alarme du Filtre Adapté Normalisé pour la détection de cibles hors-grille », in : *GRETSI 2022* (Nancy, France), sept. 2022.
- [C63] B.-H. PHAM, **O. RABASTE**, J. BOSSE, I. HINOSTROZA et T. CHONAVEL, « Multipath model order selection for Non-Line Of Sight radar localization in urban environment », in : *IEEE International Radar conference* (San Antonio, Etats-Unis), mai 2023.
- [C64] P. DEVELTER, J. BOSSE, **O. RABASTE**, P. FORSTER et J.-P. OVARLEZ, « False alarm regulation for off-grid target detection with the matched filter », in : *ICASSP 2023* (Rhodes, Grèce), juin 2023.
- [C65] B.-H. PHAM, **O. RABASTE**, J. BOSSE, I. HINOSTROZA et T. CHONAVEL, « GLRT Particle Filter for Non-Line of Sight Single Moving Target Tracking via Phased Array Radar », in : *IEEE International Conference on Information Fusion* (Charleston, Etats-Unis), juin 2023.
- [C66] P. DEVELTER, J. BOSSE, **O. RABASTE**, P. FORSTER et J.-P. OVARLEZ, « Sur la probabilité de fausse alarme du filtre adapté pour la détection distance-Doppler de cibles hors-grille », in : *GRETSI 2023* (Grenoble, France), août 2023.
- [C67] B.-H. PHAM, **O. RABASTE**, J. BOSSE, I. HINOSTROZA et T. CHONAVEL, « Pistage d'une cible masquée en milieu urbain par filtrage particulière exploitant l'information angulaire des signaux radar multi-trajet », in : *GRETSI 2023* (Grenoble, France), août 2023.
- [C68] M.-E. CHATZITHEODORIDI, A. TAYLOR, F. YOUSFI, N. GONÇALVES, M. ROZEL, **O. RABASTE** et H. ORIOT, « Experiments on an ISAR-Communication System Using Continuous Phase Modulation and Mismatched Filtering », in : *IEEE International Radar Conference* (Sidney, Australie), nov. 2023.
- [C69] **O. RABASTE**, M. MENELLE, D. POUILLIN, A. TAYLOR et A. DOREY, « Doppler/Angle Coupling and Rejection for Slow-Time Phase Codes in MIMO Radar », in : *IEEE International Radar Conference* (Sidney, Australie), nov. 2023.

1.4.4 Rapports techniques

- [R1] **O. RABASTE**, *Algorithmes de filtrage particulière pour la poursuite mono/multi-cibles*, rapp. tech. RT 2/14546 DEMR, ONERA, nov. 2009.
- [R2] **O. RABASTE** et N. TROUVÉ, *Etude et développement de méthodes de détection en environnement non gaussien. Application au fouillis de mer*. Rapp. tech. RT 1/16749 DEMR, ONERA, nov. 2010.
- [R3] **O. RABASTE** et L. SAVY, *Radar MIMO colocalisé : fonction d'ambiguïté et formes d'onde*, rapp. tech. RT 1/19275 DEMR, ONERA, jan. 2012.
- [R4] J.-M. ALLARD, K. DAHIA, S. HERBIN, V. LEUNG, C. MUSSO et **O. RABASTE**, *ARF Particulaire 2011-2012 : Rapport Technique n°1*, rapp. tech. RT 1/18451 DEMR, ONERA, fév. 2012.
- [R5] J. LEMORTON, P. MILLOT, T. DELOUES, L. CASADEBAIG, H. JEULAND, H.-J. MAMETSA, **O. RABASTE**, L. VIGNAUD et M. LESTURGIE, *Travaux préparatoires au PR CORAZON*, rapp. tech. RT 1/18622 DEMR, ONERA, mars 2012.
- [R6] T. CRÉPIN, T. DELOUES, H. JEULAND, E. KOENIGUER, J. LEMORTON, M. LESTURGIE, H.-J. MAMETSA, P. MILLOT et **O. RABASTE**, *CORAZON : Communicating Radar Network for Urban Zones (Réseau de radars communicants pour zones urbaines) - Travaux de première année*, rapp. tech. RT 1/19663 DEMR, ONERA, jan. 2013.
- [R7] J.-M. ALLARD, A. BRUN, L. CONSTANCIAS, A. COSNUAU, K. DAHIA, S. HERBIN, C. MUSSO et **O. RABASTE**, *ARF Particulaire : Rapport technique 2ème année*, rapp. tech. RT 2/18451 DEMR, ONERA, fév. 2013.
- [R8] H. JEULAND, V. FUERTES, J.-F. GABARD, Y. WATANABE, H. DE PLINVAL, A. AMIEZ, P. ESCALAS, D. POUILLIN, **O. RABASTE**, T. DELOUES, N. MAAREF, H.-J. MAMETSA, L. CASADEBAIG, R. CUISINIER, J. HERMETZ, V. NIMIER et K. BENAMEUR, *PRF DORADA : Rapport première année*, rapp. tech. RT 1/19665 DEMR, ONERA, fév. 2013.
- [R9] **O. RABASTE** et L. SAVY, *Radar MIMO colocalisé : fonction d'ambiguïté, formes d'onde et désadaptation*, rapp. tech. RT 1/19689 DEMR, ONERA, mars 2013.
- [R10] J. LEMORTON, L. CASADEBAIG, E. KOENIGUER, H.-J. MAMETSA, P. MILLOT, D. POUILLIN et **O. RABASTE**, *CORAZON : Communicating Radar Network for Urban Zones (Réseau de radars communicants pour zones urbaines) - Travaux de deuxième année*, rapp. tech. RT 2/19663 DEMR, ONERA, fév. 2014.
- [R11] H. JEULAND, V. FUERTES, J.-F. GABARD, Y. WATANABE, H. DE PLINVAL, A. AMIEZ, P. ESCALAS, P. CHAVENT, P. MOUYON, D. POUILLIN, **O. RABASTE**, T. DELOUES, H.-J. MAMETSA, L. CASADEBAIG, N. RABALLAND, V. NIMIER, R. CUISINIER et J. HERMETZ, *PRF DORADA : Rapport d'activités de la 2ème année*, rapp. tech. RT 2/19665 DEMR, ONERA, avr. 2014.
- [R12] L. CONSTANCIAS, A. COSNUAU et **O. RABASTE**, *ARF Particulaire Rapport de synthèse de la 3ème année : implémentation sur architecture parallèle*, rapp. tech. RTS 3/18451 DEMR, ONERA, mai 2014.

- [R13] **O. RABASTE** et L. SAVY, *Travaux KTD 2013 : radar MIMO colocalisé, codes circulants et filtres désadaptés*, rapp. tech. RT 1/21048 DEMR, ONERA, juill. 2014.
- [R14] H. JEULAND, A. AMIEZ, V. FUERTES, M. ROGNANT, J.-F. GABARD, P. MOUYON, Y. WATANABE, D. POUILLIN, **O. RABASTE**, T. DELOUES, B. GABARD, T. CRÉPIN, L. CASADEBAIG, N. RABALLAND, J. HERMETZ et V. NIMIER, *PRF DORADA : Rapport d'activités de la 3ème année*, rapp. tech. RT 3/19665 DEMR, ONERA, avr. 2015.
- [R15] J.-P. OVARLEZ, **O. RABASTE** et M. LESTURGIE, *Le compressive sensing et ses applications dans le contexte Radar*, rapp. tech. RF 2/22427 DEMR, ONERA, jan. 2016.
- [R16] H. JEULAND, A. AMIEZ, P. MOUYON, P. ESCALAS, M. ROGNANT, Y. WATANABE, D. POUILLIN, **O. RABASTE**, T. DELOUES, B. GABARD, T. CRÉPIN, L. CASADEBAIG, N. RABALLAND et V. NIMIER, *PRF DORADA : Rapport d'activités de la 4ème année*, rapp. tech. RT 4/19665 DEMR, ONERA, fév. 2016.
- [R17] H. JEULAND, A. AMIEZ, P. ESCALAS, D. POUILLIN, **O. RABASTE**, T. DELOUES, B. GABARD, L. CASADEBAIG et F. ISSAC, *PRF DORADA : Rapport d'activités de la 6ème année et synthèse du PRF*, rapp. tech. RT 6/19665 DEMR, ONERA, juin 2018.
- [R18] **O. RABASTE**, *Synthèse de diagramme d'antennes par radar MIMO*, rapp. tech. RT 1/29709 DEMR, ONERA, jan. 2020.
- [R19] A. TAYLOR, **O. RABASTE**, F. PLATZER et T. DELOUES, *Rapport annuel de la première année PR New Wave*, rapp. tech. RT 1/32740 DEMR, ONERA, mars 2023.

1.5 Autres activités

1.5.1 Enseignements

Sont listées ci-dessous les différentes activités d'enseignement auxquelles j'ai pu prendre part.

2004-2006	Environ 100h d'enseignement (Cours, TP, TD) à l'ENST Bretagne, en Mathématiques (probabilités, calcul matriciel, fonctions holomorphes, optimisation), Traitement du Signal (Estimation de paramètres, analyse spectrale) et Réseaux.
Depuis 2015	Participation au stage EUROSAE ELA 007 "Radars : concepts actuels et futurs" : 3h de formation chaque année sur le thème "Pistage radar".
2016	TP de Mathématiques pour le traitement du signal à l'IUT d'Orsay (18h)
Depuis 2019	Participation au stage EUROSAE ELA 006 "Performances et applications du radar" : <ul style="list-style-type: none"> ◆ 3h de formation chaque année sur le thème "Probabilités en traitement du signal et détection radar" ◆ 3h de formation chaque année sur le thème "Grandes familles d'antennes radar et notions sur le balayage électronique" ◆ 1h30 de formation chaque année sur le thème "Pistage radar" ◆ Depuis 2020, 1h30 de formation chaque année sur le thème "Radar passif"
Depuis 2019	Participation au module de 3ème année "Radar" à l'Institut d'Optique Graduate School : 4h30 de TP et TD sur les thèmes "Radar MIMO" et "Radar Passif".
Depuis 2021	Participation au stage EUROSAE ELT 044 "Antennes adaptatives" : 3h30 de formation sur le thème "Radar MIMO".

Par ailleurs nous venons de proposer à l'organisme EUROSAE, avec trois autres collègues de l'ONERA (Abigael Taylor, Jonathan Bosse, Flora Weissgerber), une nouvelle formation radar qui vient d'être ajoutée au catalogue EUROSAE 2024 sous le titre ELA 014 : "Principes avancés du traitement du signal pour les applications radar". J'en serai l'animateur et participerai à la formation au travers de 7h30 de cours.

1.5.2 Responsabilités de projet

Comme indiqué précédemment, mon activité contractuelle représente une part très importante de mon activité professionnelle. Une bonne partie de cette activité contractuelle consiste en l'exécution des études proprement dites. J'ai toutefois également eu des responsabilités de gestion de projets, listées ci-dessous.

2011-2014	Chef de projet de l'ARF Particulaire (ARF : Axe de Recherche Fédérateur), projet interne ONERA avec implication de 3 départements sur l'application des techniques de filtrage particulaire à différentes applications de pistage.
2015-2018	Chef de projet ONERA du PEA TERACLES, contrat DGA pour lequel l'ONERA était cotraitant avec Thales.
2021-2022	Responsable Technique Chaîne ELINT, avenant au contrat DGA sur le ROEM Spatial (contrat débuté en 2017, avenant signé en 2021)
2021-2023	Responsable du Work Package 7 du projet PADR CROWN (projet européen).

1.5.3 Responsable de thématique

Je suis depuis 2018 Responsable de la Thématique Traitement du Signal pour le Radar et la Guerre Electronique, et de ce fait membre du Comité Scientifique du Département. A ce titre, je suis chargé d'animer l'activité traitement du signal au sein du département, notamment en suivant le développement de cette activité aussi bien sur ressources générales que sur contrats, mais également en suscitant les thèmes de recherche, les projets de recherche, les propositions de thèses sur la thématique, et enfin en synthétisant l'activité de la thématique lors des Rapports d'Activités annuels rédigés par le département, et présentés devant la direction technique et scientifique de l'ONERA.

J'anime également depuis fin 2019 un groupe de travail Traitement du Signal qui regroupe l'ensemble des salariés du département ayant une activité en traitement du signal (une quarantaine de personnes inscrites). J'ai également, sur demande de mon directeur scientifique de domaine de l'époque Riad Haidar, mis en place en 2020 pendant le premier confinement un groupe similaire voué aux doctorants du département DEMR sur le site de Palaiseau (après les premiers mois de démarrage du groupe, j'ai transmis la responsabilité de ce groupe à ma doctorante Maria-Elisavet Chatzitheodoridi).

1.5.4 Relecteur d'articles scientifiques

J'ai eu l'occasion d'être relecteur de nombreux articles au cours de mes années post-thèses, que ce soit pour des articles soumis à des revues scientifiques :

- ◆ IEEE Transactions on Signal Processing
- ◆ IEEE Signal Processing Letters
- ◆ IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems
- ◆ IEEE Journal of Selected Topics in signal Processing
- ◆ IEEE Transactions on Vehicular Technology
- ◆ IET Radar, Sonar and Navigation
- ◆ International Journal of Communication Systems

ou des articles soumis à des conférences :

- ◆ IEEE Radar Conference
- ◆ EUSIPCO
- ◆ ICASSP
- ◆ GRETSI

1.5.5 Chairman de sessions dans des conférences internationales

J'ai été sollicité en 2019 pour être le co-chairman, avec Shannon Blunt (Kansas University), de deux sessions de la *2019 International Radar Conference* qui a eu lieu en Septembre 2019 à Toulon :

- ◆ la session "MIMO Radar waveform design and processing"
- ◆ la session "Waveform design/Mismatched filtering"

1.5.6 Participation à un Comité de Suivi Individuel

J'ai été sollicité en 2023 pour participer, avec Laurent Ferro-Famil (ISAE-SUPAERO), au Comité de Suivi Individuel de la thèse de Nadia Bekkali à l'ISAE-SUPAERO, co-dirigée par Stéphanie Bidon (ISAE-SUPAERO) et Damien Roque (ISAE-SUPAERO), et dont l'intitulé est le suivant : "Nouvelles formes d'onde pour conjointement télédétecter et transmettre de l'information".

1.5.7 Groupes OTAN

J'ai participé et participe toujours en tant que représentant ONERA aux groupes OTAN suivants :

2019-2020	SET-ET-111 "Integrating Compressive Sensing and Machine Learning Techniques for Radar Applications" (Exploratory Team)
2020 -	SET-288 "Integrating Compressive Sensing and Machine Learning Techniques for Radar Applications"

1.5.8 Participation au KTD-PCC

J'ai participé de 2011 à 2015 au KTD-PCC, plateforme STEP (KTD : Key Technical Domains; PCC : Processing, Computing, Cognition; STEP : Space-Time Exploration Platform). Ce groupe constituait une plateforme commune de travail entre deux entités de Thales (Thales Air Systems localisé à Limours, et Thales Systèmes Aéroportés localisé à Elancourt) et l'ONERA, et se réunissait pour des séances de travail sur le site de Thales Research and Technology (TRT) à Palaiseau.

L'objectif spécifique de ce groupe de travail était l'étude des systèmes Radar MIMO. J'ai pendant plusieurs années été détaché un jour par semaine sur le site de TRT pour participer à ce groupe de travail avec plusieurs ingénieurs Thales. La participation à ce groupe a été très formatrice et très instructive pour moi, et j'en garde un excellent souvenir, tant sur le plan scientifique puisque c'est pendant le KTD que j'ai pu me former et monter en compétence sur le sujet du radar MIMO et que j'ai également pu commencer à développer les techniques d'optimisation pour le filtrage désadapté, que sur le plan humain puisque j'ai participé aux réunions bimensuelles avec beaucoup de plaisir et que j'ai beaucoup apprécié les discussions que j'ai eues avec les autres membres du KTD (notamment Laurent Savy (ONERA à l'époque), François Le Chevalier (Thales), Guy Desodt (Thales), Jean-Paul Guyvarch (Thales), Cyrille Enderli (Thales)).

Les travaux effectués lors de ce KTD-PCC ont mené à la négociation et la signature du PEA TERACLES, contrat DGA dont j'ai été le chef de projet ONERA, en cotraitance avec Thales.

1.6 Encadrements

1.6.1 Thèses soutenues

- [T1] Alexandre LEPOUTRE, « Détection et pistage par filtrage particulière en contexte Track-Before-Detect », thèse de doct., Université de Rennes 1, 2016.

<i>Dates</i>	2010-2016 (Thèse soutenue le 5 Octobre 2016)
<i>Directeur de thèse</i>	François Le Gland (INRIA Rennes/IRISA)
<i>Encadrant de thèse</i>	Olivier Rabaste (ONERA)
<i>Ecole doctorale</i>	MATISSE (Université de Rennes 1)
<i>Financement</i>	ONERA
<i>Publications associées</i>	[J8], [C15], [C16], [C17], [C18], [C19], [C23]

- [T2] Clément BERTHILLOT, « Radar Passif Aéroporté : Analyse de l'impact de la propagation sur le traitement des signaux DVB-T », thèse de doct., Université Paris-Saclay, 2018.

<i>Dates</i>	2013-2018 (Thèse soutenue le 20 Décembre 2018)
<i>Directeur de thèse</i>	Marc Lesturgie (ONERA, SONDRRA)
<i>Encadrants de thèse</i>	Agnès Santori (CReA), Olivier Rabaste (ONERA), Dominique Poullin (ONERA)
<i>Ecole doctorale</i>	STITS (Université Paris-Sud)
<i>Financement</i>	Clément était officier de l'armée de l'air et a effectué sa thèse en sus de ses attributions militaires
<i>Publications associées</i>	[J9], [O1], [C30], [C44], [C46]
<i>Prix</i>	<i>Cette thèse a obtenu le prix Clément Ader de l'armée de l'air</i>

- [T3] Uy-Hour TAN, « Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars sol. Application au cas du radar MIMO », thèse de doct., Université Paris-Saclay, 2019.

<i>Dates</i>	2014-2019 (Thèse soutenue le 13 Juin 2019)
<i>Directeur de thèse</i>	Jean-Philippe Ovarlez (ONERA, SONDRRA)
<i>Encadrants de thèse</i>	Olivier Rabaste (ONERA), Claude Adnet (Thales LAS)
<i>Ecole doctorale</i>	STIC (Université Paris-Saclay)
<i>Financement</i>	CIFRE DGA
<i>Publications associées</i>	[J11], [J14], [C32], [C33], [C37], [C38], [C43], [C45], [C47]

- [T4] Khac Phuc Hung THAI, « Radar "Around-the-Corner" : détection et localisation de cibles masquées en milieu urbain », thèse de doct., Télécom Bretagne, 2018.

<i>Dates</i>	2015-2018 (Thèse soutenue le 14 Décembre 2018)
<i>Directeur de thèse</i>	Thierry Chonavel (IMT Atlantique)
<i>Encadrants de thèse</i>	Olivier Rabaste (ONERA), Jonathan Bosse (ONERA)
<i>Ecole doctorale</i>	MathSTIC (Télécom Bretagne)
<i>Financement</i>	ONERA
<i>Publications associées</i>	[J12], [C35], [C39], [C41]

- [T5] Maria-Elisavet CHATZITHEODORIDI, « Processing optimization for Continuous Phase Modulation-base Joint Radar-Communication System : Application on Imaging Radar », thèse de doct., Université Paris-Saclay, 2023.

<i>Dates</i>	2019-2023 (Thèse soutenue le 3 Février 2023)
<i>Directeur de thèse</i>	Hélène Oriot (ONERA)
<i>Encadrants de thèse</i>	Abigael Taylor (ONERA), Olivier Rabaste (ONERA)
<i>Ecole doctorale</i>	STIC (Université Paris-Saclay)
<i>Financement</i>	ONERA
<i>Publications associées</i>	[J16], [C51], [C56], [C59], [C60], [C68]

- [T6] Pierre DEVELTER, « Détection robuste de cibles hors-grille », thèse de doct., Université Paris-Saclay.

<i>Dates</i>	2020-2023 (Thèse soutenue le 18 Décembre 2023)
<i>Directeurs de thèse</i>	Philippe Forster (SATIE), Jean-Philippe Ovarlez (ONERA)
<i>Encadrants de thèse</i>	Jonathan Bosse (ONERA), Olivier Rabaste (ONERA)
<i>Ecole doctorale</i>	STIC (Université Paris-Saclay)
<i>Financement</i>	ONERA/SONDRA
<i>Publications associées</i>	[J17], [C55], [C58], [C62], [C64], [C66]

1.6.2 Thèse en cours

[T7] Ba-Huy PHAM, « Radar Around the Corner : détection et localisation de cibles masquées en milieu urbain », thèse de doct., Télécom Bretagne.

<i>Dates</i>	Thèse débutée en Octobre 2020
<i>Directeur de thèse</i>	Thierry Chonavel (IMT Atlantique)
<i>Encadrants de thèse</i>	Olivier Rabaste (ONERA), Jonathan Bosse (ONERA), Israel Hinostrroza (SONDRA)
<i>Ecole doctorale</i>	MathSTIC (Télécom Bretagne)
<i>Financement</i>	ONERA/SONDRA
<i>Publications associées</i>	[C57], [C61], [C63], [C65], [C67]

1.6.3 Post-doctorat

<i>Nom</i>	Hassan Mortada
<i>Dates</i>	Janvier 2019 - Février 2020
<i>Encadrants</i>	Olivier Rabaste (ONERA), Jonathan Bosse (ONERA)
<i>Financement</i>	ONERA/SONDRA
<i>Publications associées</i>	[J15], [C48]

1.6.4 Stages

- ◆ Encadrement de Mélanie Bocquel - Stage de fin d'études (INSA Rennes et Université de Rennes 1), "Détection et poursuite de cibles radar en contexte Track-Before-Detect par méthodes de Monte Carlo de type filtre particulière" - 2010
- ◆ Co-encadrement de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi - Stage de Master 2 (Université Grenoble Alpes), "Use of Phase-Coded Pulses for SAR Image Generation" - 2019 - Co-encadrante : Abigael Taylor
- ◆ Co-encadrement de Marion Badel - Stage de fin d'études (ENSTA Bretagne), "Traitements radar robustes aux erreurs de modèle : cas des cibles hors-grille" - 2019 - Co-encadrant : Jonathan Bosse
- ◆ Co-encadrement de Pierre Develter - Stage de fin d'études (IMT Atlantique), "Application du Xampling au radar" - 2020 - Co-encadrant : Jonathan Bosse
- ◆ Co-encadrement de Wedji Kane - Stage de 4ème année (ENSEIRB MATMECA), "Improving Detection of Unknown Signal with Unknown Duration using an Information Criterion" - 2020 - Co-encadrante : Abigael Taylor
- ◆ Co-encadrement de Victor Galizzi - Stage de fin d'étude (ENSEEIH), "Deep Learning pour la détection de petites cibles radar en présence de fouillis" - 2020 - Co-encadrantes : Christèle Morisseau, Eugénie Terreaux

Plusieurs de ces stagiaires ont poursuivi par une thèse, soit à l'ONERA (Maria-Elisavet Chatzitheodoridi et Pierre Develter), soit dans une autre entité (Mélanie Bocquel, Thales Nederland).

APPROCHE GÉOMÉTRIQUE POUR LA DÉTECTION RADAR

2.1 Introduction

A mon arrivée à l'ONERA en Décembre 2008, de nombreux travaux portant sur la détection en radar avaient déjà été menés au sein du département DEMR, notamment par Jean-Philippe Ovarlez et ses doctorants, qui avaient attaqué le problème de la détection en environnement non-gaussien depuis plusieurs années. Alors qu'en environnement gaussien classique, le test de détection optimal est le filtre adapté bien connu (Matched Filter, MF), ils avaient montré (et la littérature foisonnait également d'articles sur le sujet) qu'en environnement non gaussien de type SIRV (Spherically Invariant Random Vector), la théorie de la détection tendait plutôt à privilégier un autre test, le filtre adapté normalisé (Normalized Matched Filter, NMF). Ce nouveau test étant mal connu de l'équipe Traitement de l'ONERA, et Jean-Philippe Ovarlez étant parti en détachement un an à Singapour à cette époque là, mon chef d'unité Christian Riché me demanda alors de me familiariser avec ces récents développements.

Mon histoire personnelle avec la théorie de la détection radar commence ainsi par une question existentielle que mon collègue Gilles Vieillard me posa un jour en réunion sur les performances de détection comparées des détecteurs MF et NMF : "Mais pourquoi diantre la probabilité de détection du détecteur MF devient-elle supérieure à celle du détecteur NMF au delà d'un certain niveau de SNR, et cela même en environnement non gaussien ?" Cette constatation peut être visualisée sur la figure 2.1 où sont représentées les performances des détecteurs MF et NMF en présence d'un bruit K-distribué relativement impulsif : on observe un croisement des courbes de probabilités de détection des deux détecteurs autour de 16dB, et la probabilité du détecteur MF devient alors supérieure à celle du NMF.

La réponse la plus simple qui me passa à l'esprit, et probablement celle que je fis alors, fut : "Et pourquoi pas ?" Ces deux détecteurs étant tous deux des GLRT¹ (sous des hypothèses différentes), ils n'ont aucun caractère d'optimalité² et il n'y a donc aucune raison pour que le détecteur NMF dérivé sous hypothèse non gaussienne (parmi d'autres dérivations possibles) ne puisse pas, pour certaines valeurs de SNR, fournir des performances de détection inférieures au détecteur MF dérivé sous hypothèse gaussienne, et cela même en environnement non gaussien³. Mais cette première réponse restait

1. GLRT pour Generalized Likelihood Ratio Test, nous y reviendrons de manière plus détaillée dans la suite.

2. Il faut noter quand même qu'ils sont optimaux parmi tous les détecteurs qui partagent leur classe d'invariance, comme démontré par Scharf [SF94]. Mais pour une classe d'invariance donnée, y a-t-il beaucoup de détecteurs ?...

3. D'autant que l'obtention du NMF sous hypothèse non gaussienne est issue de certaines approximations, aussi bien dans l'approche BORD [Jay+03] que dans l'approche GLRT-LQ [CLR95].

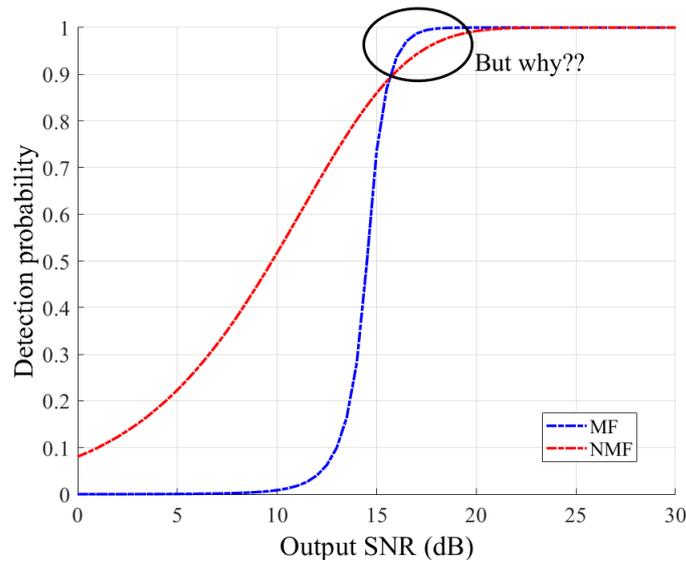


FIGURE 2.1 – Illustration d’une question existentielle : probabilité de détection en fonction du SNR pour les détecteurs MF et NMF ($P_{FA} = 10^{-4}$, vecteur de dimension $m = 10$, bruit K-distribué de paramètre de forme $\kappa = 1$). Pourquoi constate-t-on un croisement dans les courbes de détection alors que le bruit est ici plutôt impulsionnel ?

peu satisfaisante, et il semblait plus intéressant d’essayer de comprendre le mécanisme sous-jacent qui faisait qu’un détecteur GLRT non gaussien ne produise pas des performances toujours supérieures à celles d’un détecteur GLRT gaussien en présence de bruit non gaussien. Malheureusement il n’est pas toujours simple de comparer des tests statistiques différents lorsqu’on les aborde du point de vue probabiliste.

Intrigué par cette question, et comprenant qu’une comparaison probabiliste serait complexe et aurait peu de chance d’aboutir, je décidai plutôt d’exploiter l’invariance sphérique des distributions SIRV afin de comparer les deux détecteurs par une approche géométrique. Cette approche, menée en collaboration avec Nicolas Trouvé, en thèse dans l’unité à l’époque, s’est révélée extrêmement pratique pour comprendre le comportement des détecteurs et a permis :

- ◆ de démontrer l’inéluctabilité du croisement des performances de détection des détecteurs MF et NMF (et donc de répondre à la question initiale) ;
- ◆ d’étudier de manière simple la robustesse de ces détecteurs vis-à-vis d’une méconnaissance (un "mismatch") du signal recherché, et notamment de constater la grande sensibilité du NMF à cet égard ;
- ◆ de définir une classe générale de détecteurs radars, regroupant notamment ces deux détecteurs, ainsi que d’autres détecteurs de la littérature radar ;
- ◆ de produire de nouveaux détecteurs permettant d’exploiter le meilleur des mondes MF et NMF.

Par la suite, les travaux sur la robustesse et la sensibilité du NMF au mismatch de vecteur, couplés au problème hors grille (que l’on appellera aussi indifféremment off-grid dans la suite) rencontré dans la littérature du Compressed Sensing et dans les travaux que j’ai effectués avec certains collègues sur la réjection du fouillis (Dominique Poullin pour des applications de radar passif) ou de cibles hors grille

dans les algorithmes de la famille Matching Pursuit (Jonathan Bosse), nous ont permis de mettre en lumière des baisses de performance drastiques du filtre NMF en présence de cibles hors-grille, ce qui a motivé la poursuite de nos travaux dans cette direction afin de remédier à ce problème peu (pas ?) discuté dans la littérature. Le dernier fruit de cet axe de travail a été la mise en place avec Jonathan Bosse et Jean-Philippe Ovarlez d'un sujet de thèse sur la détection en présence de cibles hors grille. Cette thèse, dirigée par Philippe Forster, a débuté avec l'arrivée de Pierre Develter en Octobre 2020 et vient d'être soutenue en Décembre 2023.

Dans la suite de ce chapitre, je vais revenir sur les principaux résultats que j'ai pu obtenir avec les différents collègues sus-cités sur cette thématique de la détection radar.

2.2 Test d'hypothèse en radar et détecteurs associés

Le problème de la détection d'une cible en radar peut s'écrire sous la forme du test d'hypothèses binaire suivant :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y} = \mathbf{n} & \text{(bruit seul),} \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y} = A\mathbf{s}(\nu) + \mathbf{n} & \text{(signal + bruit),} \end{cases} \quad (2.1)$$

où l'objectif est de déterminer la présence ou l'absence d'un signal rétrodiffusé par une cible représenté par le vecteur signal $\mathbf{s}(\nu)$ (que l'on dénommera également "steering vector" dans la suite), noyé dans un bruit modélisé par le vecteur \mathbf{n} , à partir d'observations fournies par le vecteur \mathbf{y} , ces trois vecteurs étant supposés de taille m . Dans ce qui suit, les hypothèses suivantes seront faites :

- ◆ Le bruit \mathbf{n} est supposé aléatoire et suivre une distribution gaussienne complexe circulaire de moyenne nulle et de matrice de covariance $\mathbf{\Gamma} = \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{norm}$, où l'on suppose ici que la diagonale de $\mathbf{\Gamma}_{norm}$ ne contient que des 1 (de sorte que les variances élémentaires des échantillons de bruit $\mathbb{E}[|n_k|^2]$ sont toutes égales à σ^2);
- ◆ ν peut représenter un ou plusieurs paramètres de la cible, par exemple un retard, un Doppler ou un angle, voire plusieurs de ces paramètres en même temps (auquel cas on notera le vecteur correspondant $\boldsymbol{\nu}$)⁴;
- ◆ Le signal $\mathbf{s}(\nu)$ sera supposé connu dès lors que ν sera connu. Cela signifie que l'on a à disposition un modèle paramétrique du signal;
- ◆ A représente l'amplitude du signal rétrodiffusé par la cible, qui sera supposée déterministe, inconnue et complexe (on ne peut en aucun cas supposer ce paramètre connu en radar, puisqu'il est lié aux pertes de propagation de l'onde entre l'émetteur, la cible et le récepteur, et dépend donc de nombreux facteurs tels que la distance radar/cible, l'angle de présentation de la cible, sa géométrie, les matériaux qui la constituent, etc...).

Le test de détection optimal au sens de Neyman-Pearson⁵, lorsque tous les paramètres du test, à

4. Par défaut on considèrera le cas d'un seul paramètre, sinon on précisera le nombre de paramètres le cas échéant.

5. Pour rappel, le test de Neyman-Pearson consiste à optimiser la probabilité de détection P_D (probabilité de décider que l'hypothèse \mathcal{H}_1 est vraie quand la cible est effectivement présente) pour une probabilité de fausse alarme P_{FA} donnée (probabilité de décider que l'hypothèse \mathcal{H}_1 est vraie alors que la cible est absente).

savoir ici A , ν et $\mathbf{\Gamma}$, sont connus, est fourni par le rapport de vraisemblance :

$$\frac{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \lambda,$$

où λ représente le seuil de détection. Or les paramètres sus-cités ne sont généralement pas tous connus. La stratégie la plus populaire en radar consiste alors à remplacer les paramètres inconnus par leur estimateur au sens du maximum de vraisemblance. Cette stratégie, connue sous le nom de test de rapport de vraisemblance généralisé (en anglais Generalized Likelihood Ratio Test soit GLRT), fournit dans le cas qui nous intéresse le nouveau test (sous-optimal) :

$$\frac{\max_{A,\nu,\mathbf{\Gamma}} p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)}{\max_{\mathbf{\Gamma}} p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \lambda,$$

où la maximisation sous chaque hypothèse ne s'effectue que sur les paramètres inconnus concernés par l'hypothèse considérée.

On peut alors obtenir des tests de détection différents, selon les hypothèses effectuées sur les paramètres connus et inconnus. Deux tests parmi les plus usités en radar sont ainsi :

- ◆ Le filtre adapté (Matched Filter, MF) obtenu en supposant tous les paramètres connus sauf l'amplitude de la cible A :

$$\mathcal{T}_{MF} = \frac{|\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s}(\nu)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \lambda_{MF}. \quad (2.2)$$

- ◆ Le filtre adapté normalisé (Normalized Matched Filter, NMF) obtenu en supposant tous les paramètres connus sauf l'amplitude de la cible A et la variance du bruit σ^2 [SL71 ; SF94] (pour une matrice de covariance normalisée $\mathbf{\Gamma}_{norm}$ supposée connue)⁶ :

$$\mathcal{T}_{NMF} = \frac{|\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}_{norm}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\left(\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}_{norm}^{-1} \mathbf{s}(\nu)\right) \left(\mathbf{y}^H \mathbf{\Gamma}_{norm}^{-1} \mathbf{y}\right)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \lambda_{NMF}. \quad (2.3)$$

Enfin les deux paramètres ν et $\mathbf{\Gamma}$ sont généralement traités de la manière suivante :

- ◆ La maximisation sur ν n'étant généralement pas faisable, elle est effectuée numériquement en calculant le test \mathcal{T}_{MF} ou \mathcal{T}_{NMF} pour différentes valeurs de ce paramètre, généralement échantillonnées uniformément et donc réparties selon une grille discrétisée.
- ◆ La matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}$ est souvent estimée grâce à K données secondaires $(\mathbf{y}_k)_{k=1, \dots, K}$ supposées ne contenir que du bruit de même distribution que le bruit des données sous test : $\mathbf{y}_k = \mathbf{n}_k$. Plusieurs estimateurs existent pour cette matrice de covariance, les deux les plus utilisés à l'Onera étant

6. Ce dernier test a également été dérivé sous d'autres hypothèses, notamment en présence de bruit non gaussien distribué selon un modèle SIRV (Spherically Invariant Random Vector) : il est obtenu par un développement asymptotique du test GLRT et nommé GLRT-LQ dans [CLR95], il est dérivé dans un contexte bayésien et nommé BORD dans [Jay+03], ou encore obtenu comme le GLRT sous hypothèse d'amplitude de cible et texture de SIRV inconnues déterministes [San+99].

- ❖ la SCM (Sample Covariance Matrix) définie par [And58]

$$\mathbf{\Gamma}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H,$$

qui est l'estimateur au sens du Maximum de Vraisemblance de la matrice de covariance sous hypothèse gaussienne [Pas06; Bid08].

- ❖ l'estimateur du Point Fixe obtenu comme solution de l'équation au point fixe [GG02; Pas+08]

$$\mathbf{\Gamma}_{FP} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H}{\mathbf{y}_k^H \mathbf{\Gamma}_{FP}^{-1} \mathbf{y}_k}.$$

Ces deux estimateurs sont calculés à partir des seules données secondaires puis réinjectés dans le test de détection considéré (typiquement MF ou NMF), les tests obtenus ne sont donc pas rigoureusement des tests GLRT, mais plutôt des versions adaptatives des tests initiaux (et connus comme tels dans la littérature⁷).

- ◆ Enfin il convient ici de citer Kelly [Kel86] qui a fourni le test GLRT pour lequel l'amplitude A et la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}$ sont estimées au sens du maximum de vraisemblance à partir des données sous test et des données secondaires. Le test résultant s'écrit

$$\mathcal{T}_{Kelly} = \frac{|\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\left(\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}_{SCM}^{-1} \mathbf{s}(\nu)\right) \left(K + \mathbf{y}^H \mathbf{\Gamma}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}\right)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \lambda_{Kelly}. \quad (2.4)$$

Dans les travaux que j'ai menés sur les détecteurs radar, j'ai toujours considéré que la matrice de covariance était supposée connue, pour m'intéresser plutôt à la géométrie des tests de détection eux-mêmes. On conservera donc cette hypothèse dans la suite de ce chapitre. On remarque que sous l'hypothèse de matrice de covariance connue, il vient tout de suite que le vecteur de bruit blanchi $\mathbf{\Gamma}^{-1/2} \mathbf{n}$ est sphériquement invariant, de sorte que sa distribution dépend uniquement de sa norme. C'est une propriété importante qui sera souvent exploitée dans la suite. En particulier elle signifie que la projection du bruit blanchi sur la sphère unité est uniformément distribuée sur cette sphère pour toute distribution SIRV⁸.

2.3 Exploitation des propriétés géométriques des détecteurs

2.3.1 Géométrie des détecteurs

Les natures géométriques des deux détecteurs MF et NMF sont simples [DM03] :

- ◆ d'après (2.2), le détecteur MF calcule le produit scalaire entre le signal recherché (normalisé en énergie) et la mesure : il projette donc la mesure sur le sous-espace défini par le vecteur signal, en calcule l'énergie et la compare à un seuil. En réel, la zone d'acceptation du détecteur MF

7. On parle alors de l'Adaptive Matched Filter (AMF) et de l'Adaptive Normalized Matched Filter (ANMF).

8. Une erreur d'estimation sur la matrice de covariance ne modifie pas fondamentalement la géométrie des détecteurs considérés. Par contre elle modifie leur distribution statistique, et en particulier le bruit projeté ne peut plus être considéré uniforme sur la sphère.

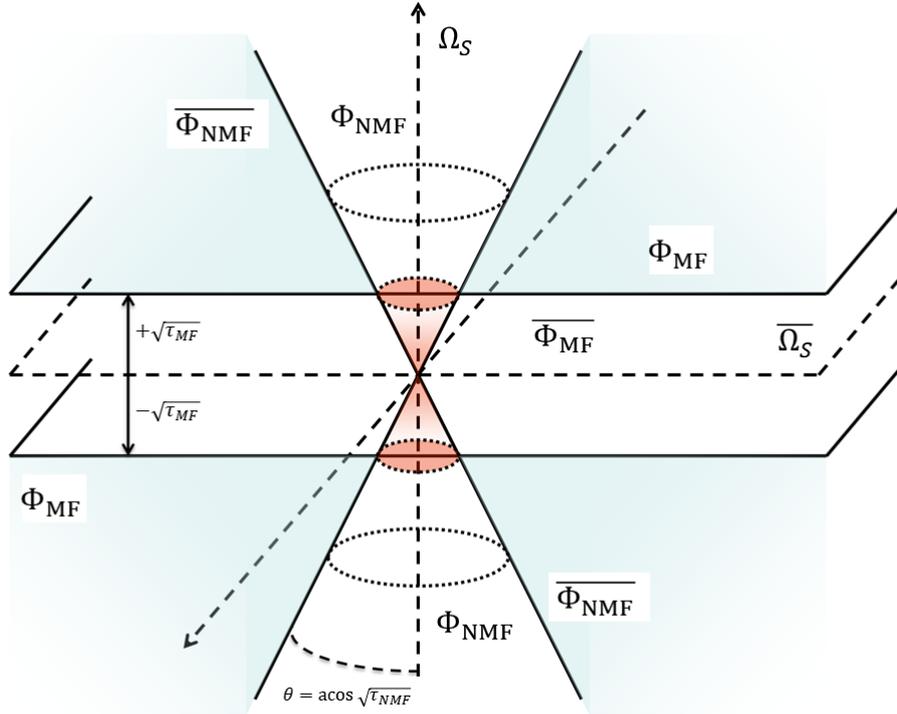


FIGURE 2.2 – Géométrie des détecteurs (cas réel) : le test MF est défini par les deux hyperplans, le test NMF par le double cône. Ω_S est le sous-espace signal (de dimension 1) et $\bar{\Omega}_S$ est le sous-espace bruit orthogonal à Ω_S . Φ_{MF} et Φ_{NMF} représentent les zones d'acceptation des tests MF et NMF, $\bar{\Phi}_{MF}$ et $\bar{\Phi}_{NMF}$ les zones de rejet. Sont illustrées en bleu les zones $\Phi_{MF} \cap \bar{\Phi}_{NMF}$ pour lesquelles le test MF détecte le signal alors que le test NMF le rejette, et en rouge les zones $\bar{\Phi}_{MF} \cap \Phi_{NMF}$ pour lesquelles le test NMF détecte le signal alors que le test MF le rejette. Dans les autres régions, les deux détecteurs prennent la même décision (soit détection, soit rejet) [J5].

est donc délimitée par deux hyperplans définis par le seuil de détection, comme représenté en Figure 2.2 : tout vecteur tombant entre les deux hyperplans est d'énergie inférieure au seuil et donc rejeté par le test, tandis que tout vecteur localisé à l'extérieur des deux hyperplans est d'énergie supérieure au seuil et donc accepté par le test. On peut remarquer que les performances de détection de ce test ne dépendent que de l'énergie projetée sur l'espace signal, et sont donc indépendantes de la dimension du signal : en particulier le seuil de détection ne change pas avec la dimension (pour un vecteur signal d'énergie fixée), comme observé en Figure 2.3.

- ◆ d'après (2.3), le détecteur NMF calcule le cosinus carré de l'angle θ_{NMF} entre le vecteur signal et le vecteur de mesure :

$$\mathcal{T}_{NMF} = \cos^2(\theta_{NMF}). \quad (2.5)$$

Ainsi la procédure de détection consiste à projeter le signal sur l'hypersphère unité et l'accepter si l'angle avec le sous-espace signal est inférieur à l'angle seuil $\theta = \arccos(\sqrt{\tau_{NMF}})$. En réel, la zone d'acceptation du détecteur NMF est donc un double cône défini par cet angle seuil, comme représenté en Figure 2.2 : tout vecteur tombant dans ce cône est accepté par le test, tout vecteur tombant à l'extérieur est rejeté. La probabilité de fausse alarme est simplement obtenue en réel

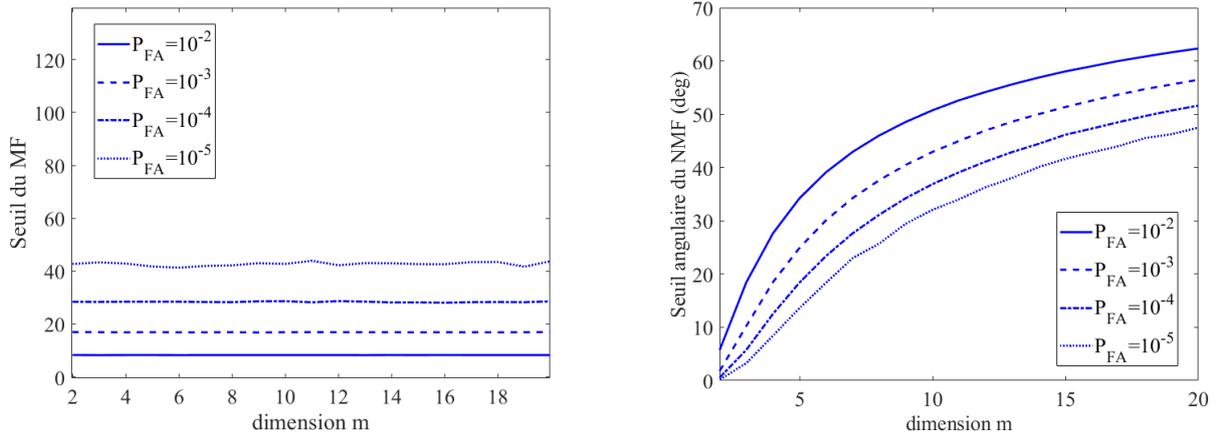


FIGURE 2.3 – Evolution du seuil de détection en fonction de la dimension pour différentes probabilités de fausse alarme en présence d'un bruit impulsionnel K-distribué avec paramètre de forme $\kappa = 1$ (seuil estimé par Monte Carlo). A gauche : détecteur MF. A droite : détecteur MMF [J5].

comme le rapport entre la surface de la calotte sphérique positive définie par l'intersection entre la demi-sphère positive et le cône, et la surface de cette demi-sphère positive⁹. Comme la surface de la demi-sphère tend à augmenter avec la dimension, l'angle d'ouverture du cône va augmenter avec la dimension, et donc les performances de détection du test NMF dépendent de la dimension du vecteur signal (Figure 2.3).

2.3.2 Le "parce que" du "pourquoi"

Fort de ces quelques considérations géométriques, il a été possible de répondre à la question initiale concernant le croisement des performances de détection des détecteurs MF et NMF. En observant la Figure 2.2 et en notant Φ_{MF} et Φ_{NMF} les zones d'acceptation des tests MF et NMF (les zones pour lesquelles une détection est déclarée) et $\overline{\Phi_{MF}}$ et $\overline{\Phi_{NMF}}$ les zones de rejet (les zones pour lesquelles aucune détection n'est déclarée), on remarque que certaines zones de l'espace sont des zones de décision communes aux deux détecteurs, à savoir $\Phi_{MF} \cap \Phi_{NMF}$ et $\overline{\Phi_{MF}} \cap \overline{\Phi_{NMF}}$ et que d'autres ne le sont pas ($\overline{\Phi_{MF}} \cap \Phi_{NMF}$ et $\Phi_{MF} \cap \overline{\Phi_{NMF}}$) : les différences de performance des deux détecteurs viennent de ces dernières. Or on peut démontrer, dans le cas d'un bruit sphériquement invariant, qu'il existe un SNR à partir duquel la probabilité que la mesure tombe dans la zone $\overline{\Phi_{MF}} \cap \Phi_{NMF}$ est nécessairement inférieure à la probabilité que la mesure tombe dans la zone $\Phi_{MF} \cap \overline{\Phi_{NMF}}$, ce qui implique que la probabilité de détection du NMF est inférieure à celle du MF. En notant $P_D^{MF}(P_{FA}, \gamma)$ et $P_D^{NMF}(P_{FA}, \gamma)$ les probabilités de détection des détecteurs MF et NMF pour une probabilité de fausse alarme donnée P_{FA} et un SNR donné γ , il a alors été possible de formuler le théorème suivant [J5] :

Théorème 1. *Considérons le test d'hypothèses (2.1); si la distribution du vecteur de bruit \mathbf{n} est sphériquement invariante, alors, pour une probabilité de fausse alarme donnée $P_{FA} > 0$, il existe un*

9. Cela est vrai uniquement en réel. Nous verrons dans la suite que dans le cas complexe, la surface à considérer pour le calcul de cette fausse alarme n'est plus celle d'une calotte sphérique, mais la surface d'un tube faisant le tour de la sphère.

SNR $\gamma_{P_{FA}}$ tel que

$$\forall \gamma \geq \gamma_{P_{FA}}, P_D^{MF}(P_{FA}, \gamma) \geq P_D^{NMF}(P_{FA}, \gamma).$$

De plus pour tout bruit sphériquement invariant à support non borné, l'inégalité est stricte.

Démonstration. La preuve de ce théorème est fournie dans l'article [J5]. Elle est fondée sur une approche purement géométrique et consiste à exhiber un certain SNR pour lequel on peut construire une zone $\Psi \subset (\Phi_{MF} \cap \overline{\Phi_{NMF}})$ (inclusion stricte) de même probabilité que $\overline{\Phi_{MF}} \cap \Phi_{NMF}$. Cette construction peut s'effectuer par une rotation bien choisie en exploitant l'invariance sphérique de la distribution du bruit et le fait que la zone de décision $\overline{\Phi_{MF}} \cap \Phi_{NMF}$ est de géométrie fermée (un double cone fini en réel, et une sorte de tore en complexe). Le SNR ainsi exhibé n'est pas le SNR minimum vérifiant $P_D^{MF}(P_{FA}, \gamma) \geq P_D^{NMF}(P_{FA}, \gamma)$ mais garantit la validité du théorème. \square

Ce théorème implique que pour tout bruit non Gaussien sphériquement invariant¹⁰, il y aura toute une plage de SNR pour lesquels le détecteur MF produira une probabilité de détection supérieure à celle du détecteur NMF (pour une probabilité de fausse alarme identique). On a observé sur simulation que ce phénomène peut produire des écarts de plusieurs dBs pour des probabilités de détection intéressantes en radar, notamment à faible dimension de steering vector m [J5].

L'approche géométrique utilisée pour la démonstration de ce théorème a permis de comprendre très simplement le comportement des deux détecteurs en présence de bruit impulsionnel, et d'autre part de mettre en lumière la sensibilité du détecteur NMF à une erreur de modèle. Nous revenons sur ces deux points dans les deux sections suivantes.

2.3.3 Comportement en présence de bruit impulsionnel

Les géométries très particulières des deux détecteurs expliquent simplement leur comportement en présence de bruit impulsionnel. Rappelons qu'un bruit impulsionnel est un bruit à queue de distribution plus lourde qu'un bruit gaussien, ce qui a deux implications :

- ◆ Il y a plus de tirages de forte énergie que pour un bruit gaussien.
- ◆ Le mode principal de la distribution impulsionnelle est généralement plus étroit que celui d'un bruit gaussien (même si on pourrait imaginer des distributions sphériquement invariantes pour lesquelles ce n'est pas le cas).

Pour le détecteur MF qui exploite uniquement l'énergie sur l'espace signal, la présence d'une queue de distribution plus lourde implique plus de tirages qui dépassent le seuil de détection du cas gaussien. Ainsi pour assurer une probabilité de fausse alarme identique il est alors nécessaire de relever le seuil de détection. Cela implique une détérioration des performances de détection du détecteur MF lorsque le bruit devient de plus en plus impulsionnel.

Pour le détecteur NMF qui exploite uniquement l'angle entre la mesure et l'espace signal, la lourdeur de la queue ne perturbe en rien la probabilité de fausse alarme : le bruit projeté sur la sphère unité reste uniformément réparti sur celle-ci. Le seuil de détection est donc invariant avec la loi de distribution de la texture pour un bruit SIRV : on dit que le détecteur NMF est TFAC-texture.

10. Rappelons qu'aucune hypothèse ni connaissance sur la distribution du bruit n'est nécessaire pour la démonstration du théorème 1, en dehors de ce caractère sphériquement invariant.

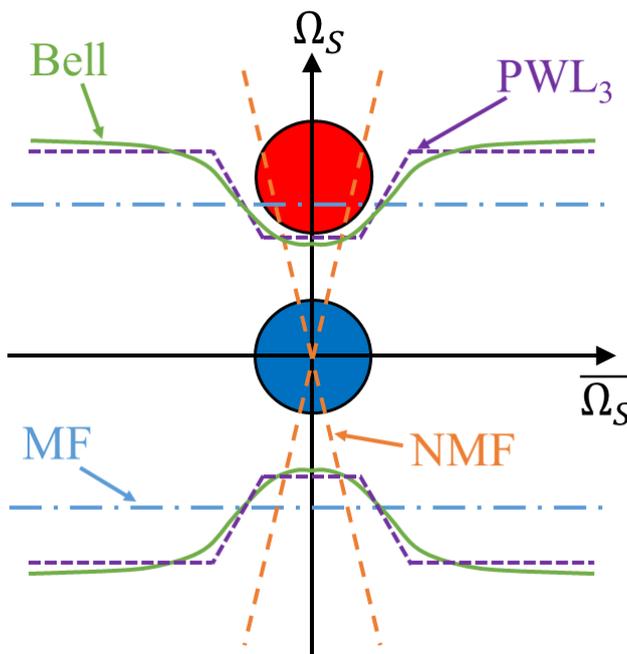


FIGURE 2.4 – Représentations schématiques des détecteurs MF, NMF, PWL_3 et Bell (présentés en section 2.4). Les cercles rouge et bleu représentent le mode central de la distribution du signal sous les hypothèses \mathcal{H}_1 et \mathcal{H}_0 respectivement.

Par ailleurs la géométrie de la zone d'acceptation du NMF lui permet d'accepter des tirages de SNR assez faible : un tirage localisé exactement sur l'espace signal présentera par exemple un angle nul et sera donc toujours accepté quel que soit son SNR. Cela permet au détecteur NMF de fournir des probabilités de détection assez importantes à faible SNR en présence de bruit très impulsionnel : le mode principal d'une telle distribution étant très étroit, la majeure partie des tirages seront localisés dans la zone d'acceptation même à SNR relativement faible, contrairement à des tirages gaussiens. C'est ce que l'on observe par exemple en Figure 2.1.

Cette particularité du NMF présente toutefois deux inconvénients :

- ◆ La géométrie du cône implique que sous l'hypothèse bruit seul \mathcal{H}_0 , une portion d'échantillons très proche de 0 est acceptée comme détection, ce qui limite l'ouverture du cône de détection pour une probabilité de fausse alarme fixée. Il était donc intéressant de proposer des détecteurs rejetant les mesures à trop faible SNR mais pouvant tout de même aller détecter des signaux faible SNR proche du sous-espace signal, comme schématisé en Figure 2.4. C'est ce qui sera présenté en section 2.4.
- ◆ Cette géométrie de cône induit une sensibilité importante du détecteur NMF à une erreur de modèle. Il était donc intéressant de considérer des détecteurs exploitant l'information angulaire mais étant plus robustes au "mismatch". Cela sera considéré dans la section suivante et en section 2.4.

2.3.4 Sensibilité aux erreurs de modèle et robustesse asymptotique

L'approche géométrique a également permis d'étudier la sensibilité des détecteurs à une erreur de modèle. Cette erreur de modèle (ou "mismatch") peut se modéliser simplement en supposant que le signal \mathbf{s}_b réellement présent dans la mesure diffère du signal théorique \mathbf{s} utilisé pour le test de détection (nous oublions temporairement ici la dépendance au paramètre ν). Elle peut être quantifiée par l'angle α entre ces deux vecteurs, défini par

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{|\mathbf{s}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s}_b|^2}{(\mathbf{s}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s})(\mathbf{s}_b^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s}_b)}}, \quad \alpha \in [0, \pi/2].$$

Notons tout de suite que l'on ne considère pas d'angle de mismatch égal à $\pi/2$, car cela signifierait que \mathbf{s}_b appartient complètement au sous-espace bruit.

Clairement les probabilités de détection des différents détecteurs vont dépendre maintenant à la fois de la probabilité de fausse alarme fixée, du SNR de la cible et de l'angle de mismatch α . On notera alors $\mathbf{s}_b(\alpha)$ tout signal d'angle de mismatch α , et $P_D(\gamma, \alpha)$ la probabilité de détection associée au SNR γ et à l'angle de distorsion α (on omettra ici la probabilité de fausse alarme pour ne pas alourdir les notations).

Sous ces notations, nous avons proposé la définition suivante concernant la performance asymptotique d'un détecteur en présence d'erreur de modèle :

Définition 1. *Un détecteur est dit α -robuste si $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} P_D(\gamma, \alpha) = 1$.*

Cette robustesse asymptotique est une caractéristique intéressante pour un détecteur, notamment pour des α petits, car elle implique que le détecteur fournit des bonnes performances de détection à SNR suffisamment grand pour cet angle de mismatch.

Il est alors directement possible d'établir les résultats suivants :

Théorème 2. *(Robustesse du détecteur MF) Le détecteur MF est α -robuste pour tout $0 \leq \alpha < \pi/2$.*

Théorème 3. *(Robustesse du détecteur NMF) Le détecteur NMF est α -robuste seulement pour $0 \leq \alpha < \theta_{NMF}$. De plus,*

1. *si $\theta_{NMF} < \alpha < \pi/2$, $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} P_D^{NMF}(\gamma, \alpha) = 0$;*
2. *si $\alpha = \theta_{NMF}$, $\lim_{\gamma \rightarrow +\infty} P_D^{NMF}(\gamma, \alpha) = 1/2$.*

Démonstration. Les preuves de ces deux résultats sont fournies dans [J5]. □

Il en ressort que le détecteur NMF est beaucoup plus sensible à une erreur de modèle que le détecteur MF, ce qui peut être également vérifié par simulation, comme présenté en Figure 2.5. Notons que cette sensibilité au mismatch avait déjà été évoquée dans la littérature, par exemple dans [Kal92 ; PR01 ; DM03 ; Bes07], mais elle n'était pas formalisée (à ma connaissance en tout cas) de cette manière.

Comme le détecteur NMF est α -robuste sur une plage angulaire correspondant à l'ouverture du cône de détection, et que cette ouverture dépend de la dimension m du signal, il en ressort que ce détecteur sera très sensible aux erreurs de modèle à faible dimension, et de plus en plus robuste quand la dimension augmente.

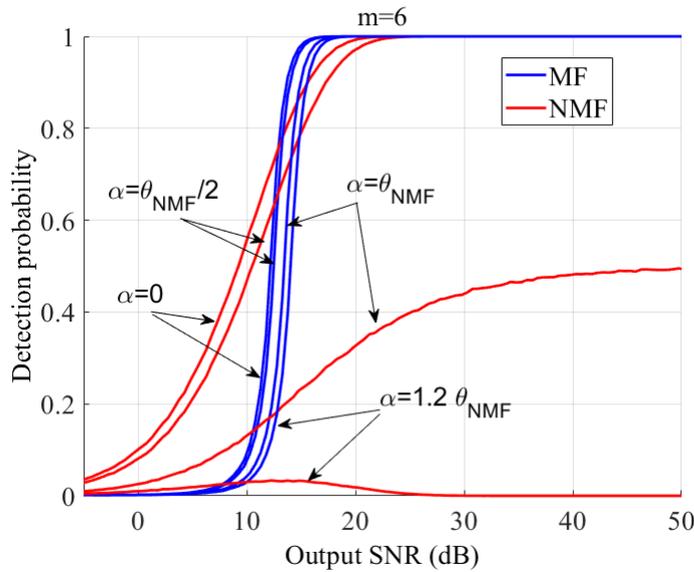


FIGURE 2.5 – Probabilité de détection en fonction du SNR pour différents angles de mismatch $\alpha = \{0; \theta_{NMF}/2; \theta_{NMF}; 1.2\theta_{NMF}\}$. La distribution de bruit considérée est une K-distribution de paramètre de forme $\kappa = 1$; $m = 6$, $P_{FA} = 10^{-3}$ [J5].

2.4 Formalisation géométrique des détecteurs classiques et nouveaux détecteurs

Il ressort de tout ce qui a été dit précédemment que les détecteurs MF et NMF n'exploitent qu'un type d'information :

- ◆ le MF exploite uniquement l'énergie de la mesure projetée sur l'espace signal;
- ◆ le NMF exploite uniquement l'angle entre la mesure et l'espace signal.

Ces détecteurs n'exploitent donc pas toute l'information disponible, ce qui est somme toute bien dommage! Il a paru intéressant de considérer d'autres détecteurs non limités à un unique type d'information. Les travaux qui suivent ont donc eu pour objet de formaliser une classe générale de détecteurs, intéressants pour les applications radar, permettant d'exploiter à la fois les informations d'énergie et d'angle.

2.4.1 Représentations "cartésienne" et "polaire" des détecteurs

En préalable, on peut remarquer que les détecteurs MF et NMF sont tous deux invariants par rotation autour de l'espace signal (blanchi) Ω_S , et il est relativement aisé de démontrer que le détecteur optimal pour un bruit SIRV avec distribution de texture connue [Con+91; San+99; CDG00; Jay+03], fourni par

$$\mathcal{T}_{KT}(\mathbf{y}) = \frac{\int_0^{+\infty} \beta^{-m} \exp\left(-\frac{(\mathbf{y} - A\mathbf{s})^H \mathbf{\Gamma}^{-1}(\mathbf{y} - A\mathbf{s})}{\beta}\right) p_{\beta}(\beta) d\beta}{\int_0^{+\infty} \beta^{-m} \exp\left(-\frac{\mathbf{y}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}}{\beta}\right) p_{\beta}(\beta) d\beta}.$$

partage cette invariance. Considérant que cette invariance est d'intérêt pour la détection radar, on a donc proposé de considérer la classe des détecteurs invariants par rotation autour de Ω_S ¹¹. De tels détecteurs peuvent être définis très simplement de deux manières équivalentes¹² :

- ◆ *Représentation cartésienne* : on dénote par $\mathbf{y}_S = (\mathbf{s}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}) / \sqrt{\mathbf{s}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s}}$ la projection de \mathbf{y} sur le sous-espace signal Ω_S et par $\mathbf{y}_N = \mathbf{y} - \mathbf{y}_S$ la projection de \mathbf{y} sur le sous-espace bruit. Tout détecteur dépendant uniquement de $\|\mathbf{y}_S\|$ et $\|\mathbf{y}_N\|$ est invariant par rotation autour de Ω_S .
- ◆ *Représentation polaire* : l'angle θ_{NMF} défini en (2.5) peut être vu comme l'angle entre la mesure \mathbf{y} et le sous-espace signal Ω_S . Tout détecteur dépendant uniquement de $\|\mathbf{y}_S\|$ et θ_{NMF} est invariant par rotation autour de Ω_S .

En utilisant la représentation cartésienne (par exemple), il est alors possible de représenter les détecteurs à partir d'une fonction $f(x)$ de \mathbb{R}^+ dans \mathbb{R}^+ sous la forme simple

$$\mathcal{T}_{\mathcal{D}RI} = \frac{\|\mathbf{y}_S\|}{f(\|\mathbf{y}_N\|)} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \tau_R \left(\text{autrement dit } \|\mathbf{y}_S\| \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \tau_R f(\|\mathbf{y}_N\|) \right), \quad (2.6)$$

où τ_R est un seuil de détection assurant la probabilité de fausse alarme souhaitée. Tout détecteur de cette forme est par construction invariant par rotation autour de Ω_S , et entièrement défini par la fonction monodimensionnelle f . Considérer des fonctions f croissantes comme dans [J5] permet d'éviter que le détecteur n'accepte comme bonne détection des mesures de forte énergie localisée près de l'espace bruit. On peut montrer par ailleurs simplement (voir [J5]) qu'un détecteur défini par une certaine fonction $f(x)$ bornée supérieurement sur \mathbb{R}^+ est alors α -robuste pour tout $0 \leq \alpha < \pi/2$.

2.4.2 Fonctions caractéristiques de plusieurs détecteurs

Une fois cette formalisation établie, il a été possible de classer différents détecteurs de la littérature en exhibant leur fonction caractéristique équivalente f en représentation "cartésienne" ou "polaire", ainsi que leur intervalle de robustesse. Nous en avons également profité pour proposer d'autres détecteurs qui ont permis de gommer certains défauts des détecteurs existants. Les détails de cette classification sont disponibles dans [J5], et récapitulés dans le tableau 2.1, qui fournit les fonctions caractéristiques pour les différents détecteurs, leur intervalle de robustesse, et leurs représentations géométriques cartésiennes et polaires.

En plus des détecteurs MF et NMF déjà discutés dans ce chapitre, nous avons considéré les détecteurs suivants, issus soit de la littérature soit de nos travaux :

- ◆ Le détecteur de Kelly, définie en (2.4) et modifié en considérant la matrice de covariance du bruit connue¹³.

11. En fait l'invariance du détecteur par rotation autour du sous-espace signal permet de ne pas créer des détecteurs qui privilégieraient plus certaines dimensions de l'espace bruit plutôt que d'autre. Autrement dit, on ne souhaite pas que, pour deux mesures différentes de même énergie et de même angle avec le sous-espace signal, le détecteur accepte l'une des deux mais rejette l'autre.

12. Les dénominations "cartésienne" et "polaire" suivantes sont clairement abusives mais semblent bien explicites quant au choix de la représentation retenue.

13. A noter que Kalson a eu l'audace de proposer dans [Kal92] une sorte de détecteur de Kelly ajustable défini par le test statistique

$$\frac{|\mathbf{s}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}|^2}{(\mathbf{s}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s})(1 + \xi \mathbf{y}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \tau'_K,$$

- ◆ Le détecteur OR, proposé dans [C13] et correspondant à un OU logique entre les tests MF et NMF.
- ◆ Le détecteur ASB (Adaptive Sidelobe Blanker)¹⁴, initialement proposé dans [Ric00], et défini comme un ET logique entre les test MF et NMF.
- ◆ Le détecteur PWL₃ (PieceWise Linear of order 3), proposé dans [J5], qui étend l'idée des détecteurs OR et ASB : il peut être vu comme un ET logique entre un détecteur OR et un détecteur MF de seuil plus faible, ou comme un OU logique entre un détecteur ASB et un détecteur MF de seuil plus élevé¹⁵
- ◆ Le détecteur Bell, proposé dans [J5], de forme inspirée d'une fonction gaussienne¹⁶. L'objectif (maintenant avoué) de ce détecteur comme du détecteur PWL₃ précédent est de détecter les signaux de faible énergie proche du sous-espace signal tout en détectant également les signaux de forte énergie potentiellement plus éloignés de de ce sous-espace.

Remarquons finalement ici que nous avons choisi de représenter les détecteurs par une fonction reliant soit $\|\mathbf{y}_S\|$ et $\|\mathbf{y}_N\|$, soit $\|\mathbf{y}_S\|$ et θ_{NMF} , c'est-à-dire que l'on fournit simplement une représentation des différents détecteurs dans un plan bidimensionnel¹⁷. D'autres choix auraient pu être envisageables. De manière intéressante, il a été proposé récemment dans [CFR20] de représenter les détecteurs dans un plan appelé CFAR-Feature Plane qui est obtenu par reparamétrisation du détecteur de Kelly et du détecteur AMF. Ces auteurs ont ensuite proposé de créer de nouveaux détecteurs définis dans ce CFAR-Feature Plane [CFR22].

2.4.3 Quelques performances de détection

Les performances de détection obtenues pour ces détecteurs sont présentées en détail dans [J5]. Permettons-nous ici seulement de représenter quelques résultats de simulation obtenus avec les détecteurs proposés (OR, PWL₃ et Bell) en présence de bruit Gaussien ou K-distribué (voir Figure 2.6. Le paramètre de forme choisi est $\kappa = 1$, ce qui représente un bruit modérément impulsif. La stratégie retenue pour le choix des paramètres de détection des différents détecteurs est présentée en [J5], le seuil de détection étant quant à lui finalement choisi pour assurer la probabilité de fausse alarme. On

avec ξ un paramètre scalaire réel positif. La fonction caractéristique de ce détecteur est simplement $f(x) = \sqrt{1 + \xi x^2}$, et de nouveau ce détecteur n'est pas α -robuste pour tout $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$, sauf pour $\xi = 0$. On observe que dans ce cas particulier $\xi = 0$, $f(x) \propto 1$ et le détecteur correspond au détecteur MF, tandis qu'on retrouve $f(x) \propto \sqrt{1 + x^2}$ pour $\xi = 1$, soit le détecteur de Kelly, et $f(x) \propto x$ quand ξ tend vers $+\infty$, c'est-à-dire le NMF ; pour des valeurs intermédiaires de ξ ce détecteur permet globalement de pondérer l'impact de l'information d'énergie et de l'information angulaire dans la détection. Culotté ce Kalson!

14. Mais on pourrait aussi appeler ce détecteur AND par analogie au détecteur OR. Et c'est d'ailleurs ainsi qu'on l'avait appelé avant de s'apercevoir que ce détecteur était identique au détecteur proposé par Richmond!

15. Nous avons proposé ici un détecteur défini par 3 morceaux de droites. On pourrait bien entendu étendre ce concept à un détecteur PWL_n défini par n morceaux de droite qui tendrait à approximer une fonction caractéristique continue dérivable par exemple, comme le détecteur Bell défini ensuite.

16. Donc en forme de cloche, d'où le nom choisi, fruit d'une inspiration de très haut vol...

17. D'autres détecteurs auraient également pu être considérés ici, par exemple le détecteur ABORT proposé dans [PR01], qui peut s'écrire dans notre formalisme sous la forme

$$f(x) = \sqrt{1 + x^2 - \frac{1}{\tau_R^2}},$$

et est donc très similaire au détecteur de Kelly. Mais nous n'en avons pas connaissance à l'époque...

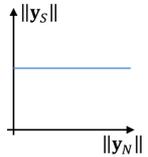
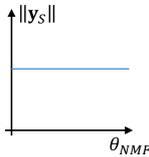
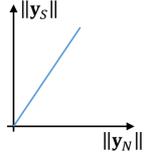
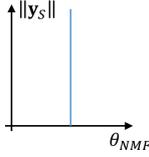
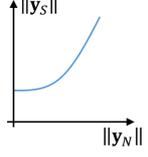
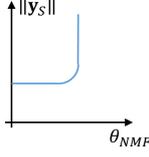
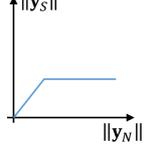
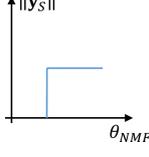
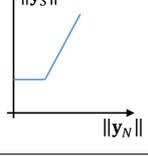
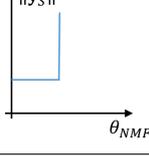
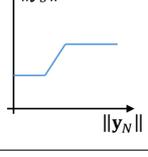
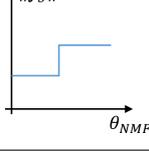
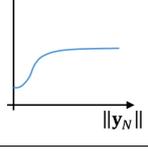
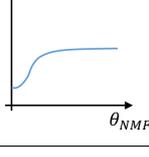
Nom	Fonction caractéristique (cartésienne)	α -robustesse	Représentation cartésienne	Représentation polaire
MF	$f(x) = 1$	$[0, \frac{\pi}{2}[$		
NMF	$f(x) = x$	$[0, \theta_{NMF}[$		
Kelly	$f(x) = \sqrt{1 + x^2}$	$[0, \theta_K[$		
OR	$f(x) = \begin{cases} \tau_1 x & \text{for } x \in [0, 1/\tau_1] \\ 1 & \text{for } x \in [1/\tau_1, +\infty[\end{cases}$	$[0, \frac{\pi}{2}[$		
ASB	$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in [0, 1/\tau_1] \\ \tau_1 x & \text{for } x \in [1/\tau_1, +\infty[\end{cases}$	$[0, \theta_{ASB}[$		
PWL ₃	$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in [0, 1/\tau_1] \\ \tau_1 x & \text{for } x \in [1/\tau_1, \tau_2/\tau_1] \\ \tau_2 & \text{for } x \in [\tau_2/\tau_1, +\infty[\end{cases}$	$[0, \frac{\pi}{2}[$		
Bell	$f(x) = 1 + \tau_1 (1 - \exp(-\tau_2 x^2))$	$[0, \frac{\pi}{2}[$		

TABLE 2.1 – Résumé des principales propriétés de différents détecteurs de la classe \mathcal{D}_{RI} , soit issus de la littérature, soit proposés dans [J5] ou [C13]. Si le test considéré dépend de paramètres autres qu'un simple seuil, on a noté les-dits paramètres τ_1 , τ_2 , etc...

. Les limites des intervalles de robustesse sont indiquées par la notation θ_x lorsque le détecteur n'est pas α -robuste partout.

observe sur ces résultats de simulation que les détecteurs proposés fournissent des performances très proches du détecteur MF en présence de bruit Gaussien, et que leurs performances surpassent celles du détecteur MF comme celles du détecteur NMF en présence de bruit non-Gaussien pour les détections de probabilité d'intérêt en radar (typiquement pas trop petites).

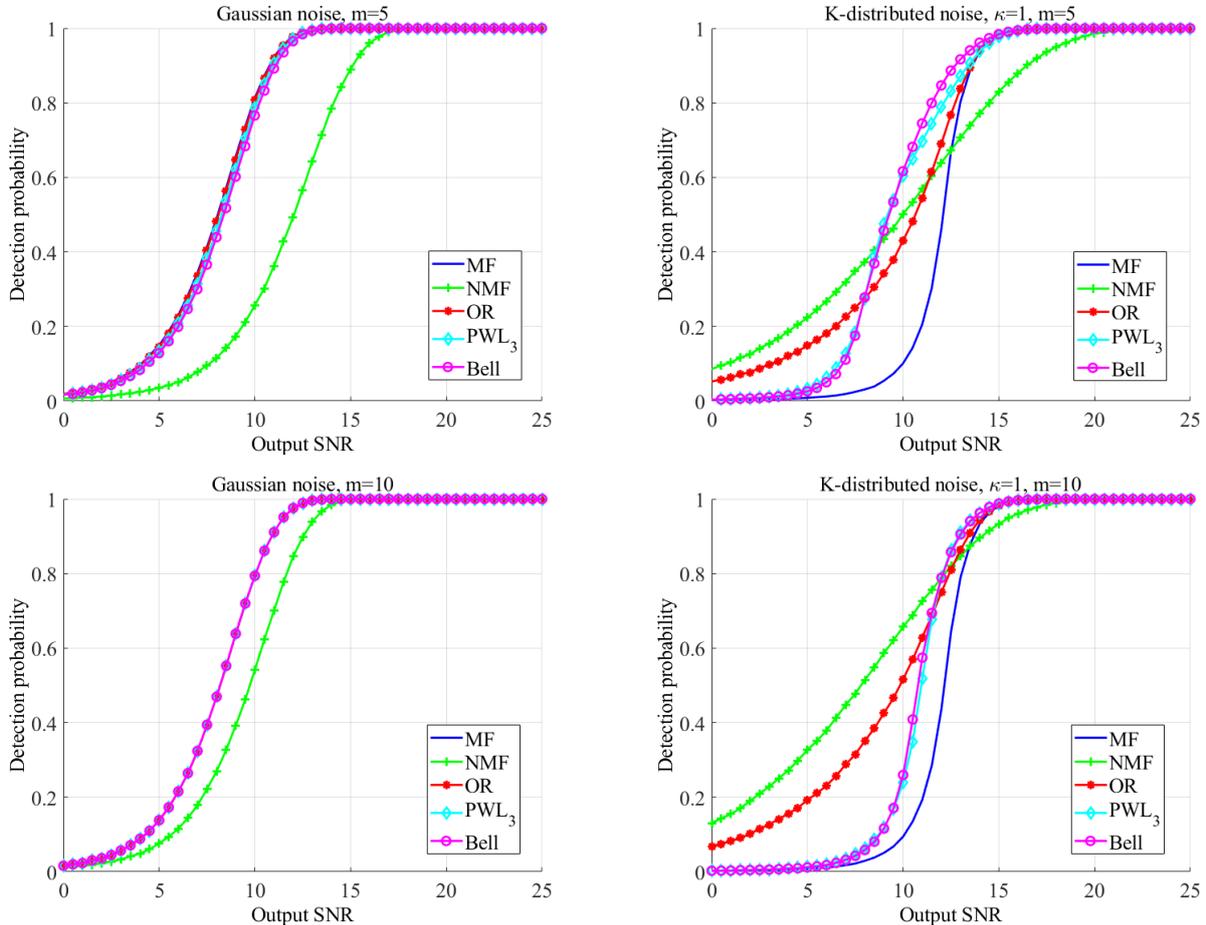


FIGURE 2.6 – Probabilités de détection en fonction du SNR pour les détecteurs MF, NMF, OR, PWL3 et BELL pour deux dimensions de steering vector et deux types de distribution de bruit. La probabilité de fausse alarme est fixée à $P_{FA} = 10^{-3}$. Première ligne : $m = 5$; Seconde ligne : $m = 10$; Première colonne : bruit Gaussien; Seconde colonne : bruit K-distribué de paramètre de forme $\kappa = 1$ [J5].

D'autres résultats sont fournis dans [J5], en particulier des résultats de performance obtenus sur des images SAR polarimétriques simulées mais modélisant des scènes réalistes. Les conclusions sont similaires.

2.5 Cas des erreurs de modèle dites "hors-grille"

Ces premiers travaux ont permis de mettre en lumière la sensibilité aux erreurs de modèle des détecteurs de type NMF et autres Kelly, qui ne sont pas α -robustes pour tout $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Bien que dans la littérature, la non-robustesse soit souvent considérée comme de la sélectivité (et donc vue

positivement) [DM03 ; Bes07], elle peut être handicapante dans la pratique. La littérature radar a donc traité le problème général des erreurs de modèle, en considérant différents types d'erreurs [BOR09 ; Bes01 ; De 05]. Un bon exemple en radar, qui peut produire des effets indésirables dans le cas du NMF mais qui n'avait alors pas été traité à ma connaissance, est le cas des erreurs de modèle dites "hors-grille", liées à l'échantillonnage des hypothèses de recherche des paramètres cible lors des calculs des tests de détection, c'est-à-dire à la grille retenue pour échantillonner les valeurs du paramètre inconnu ν . Nous nous sommes donc penchés sur cette problématique avec mon collègue Jonathan Bosse.

2.5.1 Case de résolution et probabilité de détection asymptotique moyenne

Rappelons tout d'abord que souvent en radar la grille retenue pour l'échantillonnage du paramètre ν est fixée en fonction de la résolution, ce qui permet :

- ◆ de limiter le nombre de points à calculer et donc le coût de calcul ;
- ◆ de considérer des steering vectors orthogonaux (ou presque) et donc des vecteurs de bruit indépendants en sortie.

Par exemple, si l'on considère le cas d'une mesure du paramètre Doppler ν , dans une application radar classique, le signal émis est composé d'un train de N_p impulsions séparées d'une période de répétition des impulsions (PRI) égale à T_r , de sorte que la taille de la case de résolution Doppler vaut $\Delta\nu = 1/(N_p T_r)$ et il y a exactement N_p cases de résolution dans l'ambiguïté Doppler (égale à $\nu_{ambig} = 1/T_r$). Le pas d'échantillonnage choisi pour mailler l'espace de paramètre Doppler est donc généralement de l'ordre de grandeur de $\Delta\nu$ (ou légèrement supérieur). Or bien entendu le vrai paramètre Doppler ν_t de la cible peut prendre n'importe quelle valeur réelle dans l'intervalle $[0, \nu_{ambig}]$.

Il s'agissait donc de voir si le mismatch induit par un paramètre réel ν_t aléatoirement localisé dans une case de résolution $\Delta\nu$ pouvait être suffisant pour détériorer les performances de détection du détecteur NMF. Une première réponse peut être simplement obtenue en comparant l'évolution de la sortie du détecteur NMF en présence d'un mismatch dans la case de résolution¹⁸ avec le seuil de détection du test pour une probabilité de fausse alarme donnée (voir Figure 2.7). Il en ressort que le seuil de détection peut être supérieur à la sortie du NMF sur les bords de la case de résolution considérée, surtout pour des dimensions faibles. Or nous avons vu précédemment que le détecteur NMF n'est pas α -robuste pour des angles de mismatch supérieurs à l'angle du cône de détection, ce qui signifie qu'il ne sera pas performant près des bords de la case de résolution !

Nous avons quantifié simplement cet effet en calculant la probabilité de détection asymptotique moyenne sur la case de résolution sous l'hypothèse d'un paramètre réel de la cible uniformément distribué dans la case de résolution, fournie par [C34]

$$\lim_{|A| \rightarrow +\infty} P_D^{mean} = \lim_{|A| \rightarrow +\infty} \int_{-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\frac{\Delta\nu}{2}} P_D(|A|, \nu) d\nu = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\frac{\Delta\nu}{2}} \mathbb{I}_{\theta(\nu) \leq \theta_S} d\nu, \quad (2.7)$$

où $P_D(|A|, \nu)$ est la probabilité de détection du détecteur NMF pour une probabilité de fausse alarme donnée pour un vecteur de test $\mathbf{s}(\nu)$ en présence d'une cible de vecteur réel $\mathbf{s}(\nu_t)$ et d'amplitude

18. D'après la définition établie auparavant, cette sortie correspond exactement à l'angle de mismatch entre le paramètre testé ν et le vrai paramètre cible ν_t .

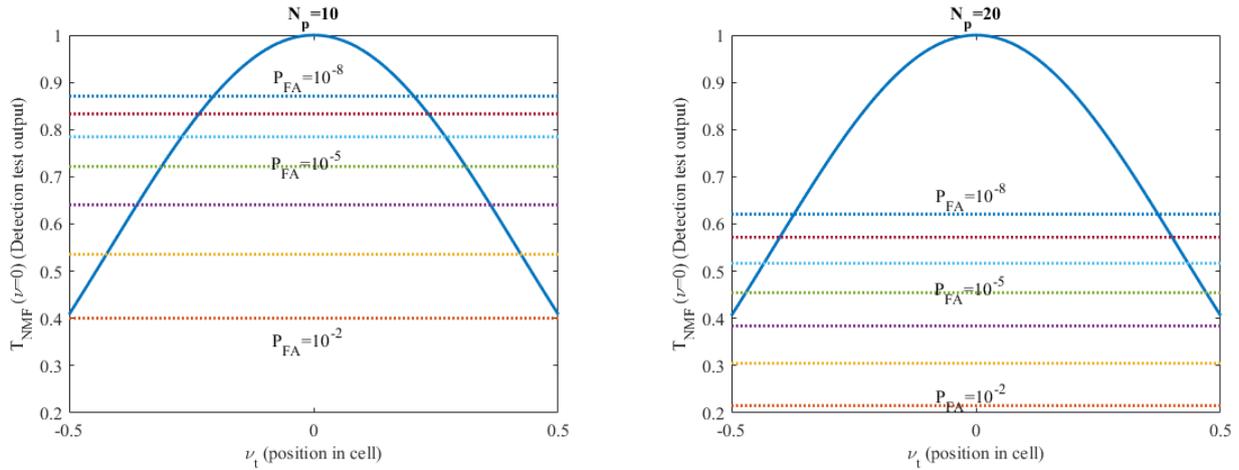


FIGURE 2.7 – Sortie du détecteur NMF testant l’hypothèse $\nu = 0$ en fonction d’un vrai paramètre de cible ν_t localisé dans la case (Doppler normalisé à la résolution ici), pour différentes probabilités de fausse alarme allant de 10^{-2} à 10^{-8} . La matrice de covariance du bruit est fixée à l’identité : $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_{N_p}$. A gauche : $N_p = 10$; A droite : $N_p = 20$.

complexe A , \mathbb{I}_Ω est la fonction caractéristique de l’ensemble Ω (c’est-à-dire que $\mathbb{I}_\Omega(x) = 1$ si $x \in \Omega$, 0 sinon), et $\theta(\nu)$ est l’angle de mismatch entre $\mathbf{s}(\nu)$ et $\mathbf{s}(\nu_t)$.

L’équation (2.7) indique que la probabilité de détection asymptotique moyennée sur la case de résolution :

- ◆ est égale au rapport entre la longueur de l’intervalle sur lequel le seuil de détection est inférieur à la sortie du NMF et la longueur totale de la case de résolution¹⁹ ;
- ◆ n’est pas égale à 1 dès lors que le seuil de détection passe au dessus de la sortie du NMF à l’intérieur de la case de résolution!²⁰

2.5.2 Premières solutions au problème off-grid (2015-2019)

Fort de ces conclusions et persuadés que la sensibilité du détecteur NMF à l’effet hors grille était potentiellement rédhibitoire pour les applications radar classiques, nous avons considéré deux solutions susceptibles de limiter l’impact de ce problème du mismatch [C34].

2.5.2.1 Solution GLRT

La première solution a simplement consisté à considérer la solution GLRT classique, qui estime le paramètre inconnu au sens du maximum de vraisemblance. Pour la $n^{\text{ème}}$ case de résolution $\mathcal{V}_n =$

19. Ce résultat peut bien entendu être étendu à plusieurs dimensions, auquel cas le rapport à calculer serait un rapport de surfaces en deux dimensions, de volumes en trois dimensions, etc...

20. En comparaison, le détecteur MF, qui est α -robuste pour tout α , n’est impacté par cet effet de grille que par une perte (bien connue) de l’ordre de 3 dB en bord de case, mais verra bien sa probabilité de détection asymptotique moyenne sur la case de résolution tendre vers 1.

$[n\Delta\nu - \Delta\nu/2, n\Delta\nu + \Delta\nu/2]$, ce test GLRT vaut donc :

$$\mathcal{T}_{NMF-GLRT} = \max_{\nu \in \mathcal{V}_n} \frac{|\mathbf{s}^H(\nu)\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{y}|^2}{(\mathbf{s}^H(\nu)\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{s}(\nu))(\mathbf{y}^H\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{y})} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \tau. \quad (2.8)$$

Géométriquement parlant, ce test de détection projette le signal reçu \mathbf{y} sur la variété 2D \mathcal{D}_n définie par tous les vecteurs de la forme $\mathbf{s}(\nu)e^{j\varphi}$ avec $\nu \in \mathcal{V}_n$ et $\varphi \in [0, 2\pi]$. Or cette projection est compliquée à effectuer analytiquement, et en pratique elle sera effectuée numériquement... en sur-échantillonnant la case de résolution et en maximisant le test de détection sur cette grille sur-échantillonnée.

Cette stratégie soulève deux problèmes :

- ◆ Le coût de calcul engendré par le sur-échantillonnage peut être rédhibitoire pour un système radar ;
- ◆ Les vecteurs issus du sur-échantillonnage ne sont plus orthogonaux, de sorte que le test (2.8) correspond au maximum de variables aléatoires non indépendantes et qu'il devient difficile de calculer le seuil de détection théorique²¹.

2.5.2.2 Détecteur sous-espace

Nous avons alors proposé une autre stratégie qui consiste à approximer la variété non linéaire 2D \mathcal{D}_n par un sous-espace linéaire de dimension p . Autrement dit, on remplace le problème de détection initial (2.1) par le problème de détection sous-espace

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y}_w = \mathbf{n}_w & \text{(noise only),} \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y}_w = \mathbf{U}_w\boldsymbol{\beta} + \mathbf{n}_w & \text{(signal + noise),} \end{cases}$$

où l'on travaille par souci de simplicité après blanchiment (et donc $\mathbf{y}_w = \mathbf{\Gamma}^{-1/2}\mathbf{y}$ et $\mathbf{n}_w = \mathbf{\Gamma}^{-1/2}\mathbf{n}$ sont respectivement le vecteur de mesure blanchi et le bruit blanchi), où les colonnes de la matrice \mathbf{U}_w de taille $N_p \times p$ définissent une base orthonormale du sous-espace linéaire choisi (c'est-à-dire $\mathbf{U}_w^H\mathbf{U}_w = \mathbf{I}_m$), et $\boldsymbol{\beta}$ est un vecteur représentant à la fois l'amplitude de la cible et la décomposition du steering vector de la cible sur les différentes dimensions du sous-espace.

Sous ces notations, le détecteur sous-espace adapté normalisé (Normalized Matched Subspace Filter NMSF) est donné par [SF94 ; GF02] :

$$\mathcal{T}_{NMSF} = \frac{\|\mathbf{U}_w^H\mathbf{y}_w\|^2}{\mathbf{y}_w^H\mathbf{y}_w} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \tau.$$

Les probabilités de fausse alarme et de détection d'un tel test ont pu être obtenues analytiquement dans notre cas (voir [C34])²².

21. A cette époque, nous pensions même que c'était impossible... mais les travaux effectués dans la thèse de P. Develter (voir section 2.5.3) ont permis de rendre cette impossibilité possible !

22. La probabilité de fausse alarme est obtenue à partir d'une distribution Beta, tandis que la probabilité de détection est obtenue à partir d'une distribution F doublement non centrale, et non pas simplement non centrale comme on pourrait s'y attendre. La distribution doublement non centrale est liée au fait que dans notre cas, la variété signal n'est pas totalement incluse dans le sous-espace choisi, de sorte qu'il reste des composantes liées au signal dans le sous-espace orthogonal.

Concernant le choix de la base \mathbf{U}_w , nous avons proposé d'utiliser le sous-espace de dimension p qui minimise l'erreur quadratique moyenne

$$\mathbf{U}_{n,w} = \arg \min_{\mathbf{U}_w} \mathbb{E}_\nu \left[\|\mathbf{s}_w(\nu) - \mathbf{U}_w \mathbf{U}_w^H \mathbf{s}_w(\nu)\|^2 \right] \quad (2.9)$$

pour une distribution de ν donnée. En supposant ce paramètre ν uniformément distribué dans la $n^{\text{ème}}$ case de résolution, il est possible de montrer dans le cas d'un bruit blanc ($\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_{N_p}$) [DW12; C29] que la solution de (2.9) est fournie par les p premiers vecteurs propres de la matrice

$$\mathbf{M}_n = \left[\mathbf{s}(n\Delta\nu) \mathbf{s}^H(n\Delta\nu) \right] \odot \mathbf{B}_{N_p, \frac{1}{2N_p}},$$

où \odot représente le produit de Hadamard et où la $(k, l)^{\text{ème}}$ composante de la matrice $\mathbf{B}_{N,W}$ est donnée par $(\mathbf{B}_{N,W})_{k,l} = 2W \text{sinc}(2W(k-l))$.

Or cette matrice $\mathbf{B}_{N,W}$ est bien connue dans la littérature! En effet ses vecteurs propres sont les fameuses Séquences Sphéroïdales Prolates Discrètes (en anglais Discrete Prolate Spheroidal Sequences (DPSS)) aussi connues sous le nom de séquences de Slepian [Sle78]²³, et sont très souvent rencontrées dans la littérature pour de nombreuses applications différentes [FV87; CV08; DW12; AQA15; ZW17]. Dans le cas d'un bruit non blanc, il est possible de blanchir les séquences DPSS considérées [C29; C34].

Les performances obtenues pour ces différentes solutions, obtenus dans [C34] et présentés en Figure 2.8, ont permis d'établir plusieurs constats :

- ◆ Comme prévu, la probabilité de détection moyenne du détecteur NMF "on-grid" ne converge pas vers 1 mais est bornée par la probabilité de détection asymptotique calculée théoriquement et fournie par (2.7). Pour une probabilité de fausse alarme de 10^{-6} (assez courante en radar), elle est à peine supérieure à 0.5!
- ◆ Les détecteurs sur-échantillonnés ne présentent pas ce problème, mais on observe que le NMF sur-échantillonné d'un facteur 2 voit ses performances se dégrader pour une probabilité de fausse alarme de 10^{-6} .
- ◆ Le détecteur NMSF proposé fournit des performances un peu détériorées par rapport aux détecteurs sur-échantillonnés, mais reste robuste pour une probabilité de fausse alarme de 10^{-6} , et présente dans ce cas des performances meilleures que le sur-échantillonnage par 2.

Il est à noter enfin que ces travaux sur le problème hors-grille furent plus tard complétés dans [C50] en considérant le cas adaptatif, et en comparant des détecteurs tels que le détecteur de Kelly, l'Adaptive subspace detector [KSM01] ou encore le détecteur proposé dans [Bes01] qui considère un mismatch de signal inclus dans un cone. On a pu notamment y observer que le détecteur de Kelly voit ses performances se dégrader dans le cas d'une cible hors-grille.

²³. Ce n'était en fait pas la première fois que l'on rencontrait les séquences DPSS (comme nous le verrons plus tard dans ce document), et ce ne fut pas non plus la dernière!

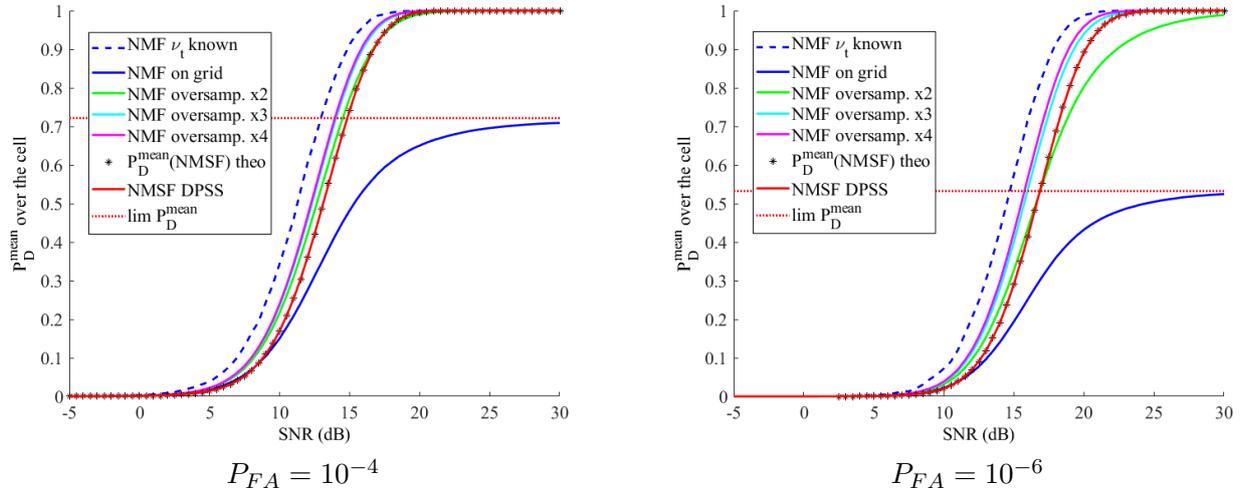


FIGURE 2.8 – Probabilité de détection moyenne sur une case de résolution pour le détecteur NMF avec ν_t connu, le NMF "on-grid", le NMF-GLRT calculé pour des facteurs de suréchantillonnages 2, 3 et 4, et le détecteur NMSF DPSS, en présence d'un bruit K-distribué de paramètre de forme $\kappa = 5$ et $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_{N_p}$, $N_p = 10$. A gauche : $P_{FA} = 10^{-4}$; A droite : $P_{FA} = 10^{-6}$ [C34].

2.5.3 GLRT et calculs de probabilités de fausse alarme pour le problème off-grid (2020-2023) - Thèse de Pierre Develter (Octobre 2020 - Décembre 2023)

Deux points n'étaient pas totalement satisfaisants dans les travaux précédents :

- ◆ Le test NMSF proposé n'exploitait pas précisément la structure très particulière de la variété décrite par le vecteur signal dans la case de résolution ; au contraire on approximait cette variété par un sous-espace complet, ce qui semblait une solution un peu grossière.
- ◆ Le calcul du seuil de détection pour le détecteur GLRT paraissait trop compliqué à calculer en raison de la non indépendance des variables aléatoires mises en jeu.

Nous avons alors proposé un sujet de thèse avec Jonathan Bosse, Jean-Philippe Ovarlez et Philippe Forster, Philippe assurant la direction de la thèse, pour continuer d'investiguer la problématique des cibles hors-grille, et Pierre Develter est ainsi arrivé en thèse à l'ONERA en Octobre 2020 avec un financement 50% ONERA et 50% SONDRRA. Les travaux de Pierre ont porté sur les deux points évoqués.

2.5.3.1 GLRT approché

La première phase des travaux de Pierre a ainsi consisté à proposer une solution approchée au GLRT hors-grille, qui ne soit pas aussi coûteuse en temps de calcul que les solutions consistant à suréchantillonner fortement la case de résolution, mais qui fournisse si possible des performances similaires. La solution proposée a consisté à s'inspirer des techniques d'écartométrie utilisées en estimation angulaire en radar [Mos69 ; Cha04], et qui permettent d'obtenir une bonne estimation de l'angle de la cible à partir de l'utilisation de deux faisceaux uniquement, tant que la cible se trouve entre les angles de pointage de ces deux faisceaux. Autrement dit, la connaissance de deux points de mesure de part et

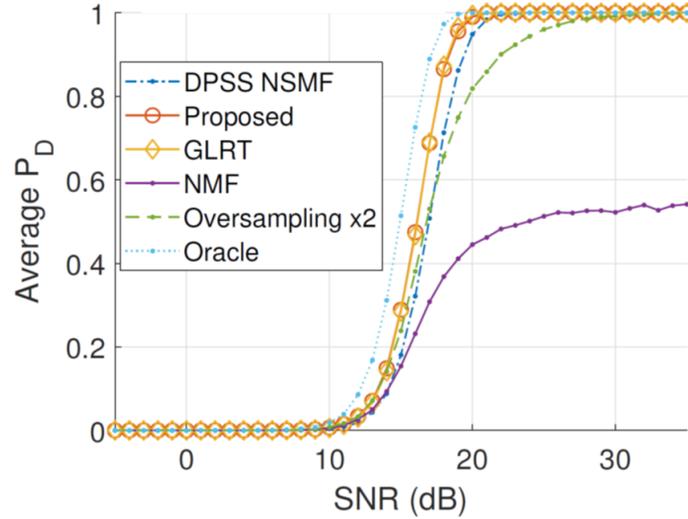


FIGURE 2.9 – Probabilité de détection moyenne dans la case en présence de bruit blanc, pour plusieurs détecteurs : le détecteur connaissant le vrai Doppler cible ("Oracle"), le DPSS NSMF précédent, le GLRT NMF obtenu par suréchantillonnage fin de la case et maximisation, le GLRT obtenu uniquement avec un suréchantillonnage d'un facteur 2, le NMF "on-grid", et le NMF avec estimation angulaire proposé par Pierre ("Proposed"). $P_{FA} = 10^{-6}$, $N_p = 10$ [C55].

d'autre du paramètre à estimer peut être suffisante pour obtenir un bon estimateur de ce paramètre.

Appliqué dans notre cas de figure, cela a conduit à considérer la fonction suivante²⁴ :

$$g_{\nu_0}(\delta) = \frac{\mathcal{T}_{NMF}\left(\mathbf{r}, \nu_0 + \delta - \frac{\Delta\nu}{2}\right) - \mathcal{T}_{NMF}\left(\mathbf{r}, \nu_0 + \delta + \frac{\Delta\nu}{2}\right)}{\mathcal{T}_{NMF}\left(\mathbf{r}, \nu_0 + \delta - \frac{\Delta\nu}{2}\right) + \mathcal{T}_{NMF}\left(\mathbf{r}, \nu_0 + \delta + \frac{\Delta\nu}{2}\right)}, \quad (2.10)$$

où $\delta = \nu - \nu_0$ représente le mismatch entre l'hypothèse testée sur la grille ν_0 et le vrai paramètre de la cible ν . Il suffit alors de calculer les quantités $\mathcal{T}_{NMF}\left(\mathbf{r}, \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}\right)$ et $\mathcal{T}_{NMF}\left(\mathbf{r}, \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}\right)$ et d'inverser la fonction $g_{\nu_0}(\delta)$ pour obtenir un estimateur $\hat{\delta}$ de δ et donc un estimateur $\hat{\nu}$ de ν . On peut alors calculer le test final $\mathcal{T}_{NMF}(\mathbf{r}, \hat{\nu})$. Bien entendu une autre quantité mettant en jeu les deux quantités pourrait être considérée. Cette solution peut être rapprochée de celle utilisée dans le cas du MF pour l'estimation angulaire dans [GCL10].

Cette approche a permis d'améliorer la robustesse du NMF vis-à-vis du mismatch de grille, comme on peut le voir avec le résultat présenté en Figure 2.9. En particulier le détecteur proposé fournit des performances similaires au détecteur GLRT NMF obtenu par maximisation sur une grille fortement sur-échantillonnée (qui approxime donc le vrai GLRT) pour un coût de calcul similaire au détecteur considérant seulement un sur-échantillonnage d'un facteur 2 (qui présente des performances moins bonnes à ce niveau de fausse alarme).

24. Dans cette équation, on a utilisé le test NMF \mathcal{T}_{NMF} , mais on peut remarquer qu'on aurait tout aussi bien pu utiliser le test MF \mathcal{T}_{MF} qui fournit une expression identique en raison du rapport calculé qui va éliminer simplement les termes $\mathbf{y}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}$ introduits par le NMF.

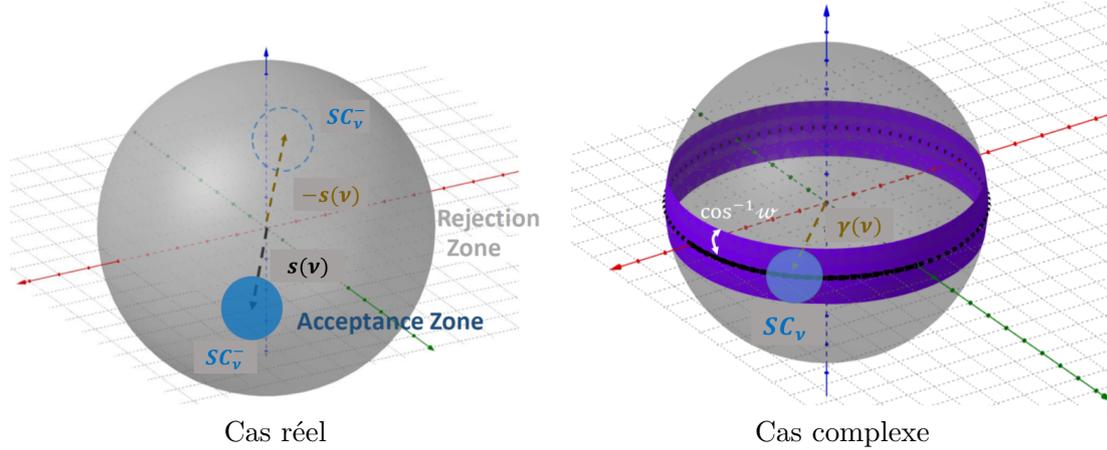


FIGURE 2.10 – Géométrie du détecteur NMF dans les cas réel et complexe [J17].

2.5.3.2 Calculs de probabilités de fausse alarme pour les détecteurs GLRT NMF hors grille : le "tube" des années 20

La question suivante était le calcul de la probabilité de fausse alarme pour le détecteur GLRT NMF. Comme dit précédemment, si l'on attaque le problème sous l'angle statistique, ce calcul nécessite a priori de connaître la distribution d'un maximum de variables aléatoires non indépendantes, ce qui paraît très compliqué. La solution a consisté de nouveau à choisir un angle d'attaque géométrique!

Nous avons vu précédemment que le test NMF "on-grid" consiste à projeter la mesure \mathbf{y} sur la sphère, et que la zone de détection correspond ainsi à l'ensemble des vecteurs unitaires dont l'angle avec l'espace signal est inférieur à $\arccos(\sqrt{\tau_{NMF}})$. La géométrie de la surface de la zone de détection est alors (voir Figure 2.10) :

- ◆ En réel : deux calottes sphériques situées autour de l'axe signal (de dimension 1) aux deux pôles de la sphère unité \mathbb{S}^{m-1} .
- ◆ En complexe : un tube enroulé autour de l'espace signal (de dimension 2) et faisant ainsi le tour de la sphère \mathbb{S}^{2m-1} . C'est bien entendu ce cas qui nous intéresse en radar.

La géométrie dans le cas complexe fait intervenir un objet mathématique rigolo : le "tube". Un tube de rayon $\phi = \arccos w$ est défini sur la sphère comme l'ensemble des points dont la distance géodésique à une certaine variété $\gamma(\nu)$ définie pour $\nu \in [0, b]$ est inférieure à ϕ , soit :

$$\mathcal{T} = \left\{ \mathbf{u} \in \mathbb{S}^{n-1}, \exists \nu \in [0, b], \mathbf{u}^T \gamma(\nu) > \cos(\phi) = w \right\}.$$

La probabilité de fausse alarme pour le détecteur NMF "on-grid" s'obtient alors simplement comme le rapport entre la surface de la zone de détection et la surface de la sphère unité. On peut ainsi retrouver en complexe la relation P_{FA} -seuil classique du NMF en calculant la surface du tube autour de la variété 1D définie par le vecteur signal et une phase inconnue dans $[0, 2\pi]$ $se^{j\varphi}$ ²⁵, surface dont l'expression est fournie dans le cas des variétés monodimensionnelles par Hotelling dans [Hot39], et qui est égale au produit de la surface de la section de tube multipliée par la longueur de la variété.

25. Cette variété fait donc le tour de la sphère unité, comme illustré en Figure 2.10.

Dans le cas "off-grid", il ne faut plus uniquement considérer un tube enroulé autour d'une variété monodimensionnelle définie par le vecteur signal et une phase inconnue sur $[0, 2\pi]$, mais bien un tube enroulé autour d'une variété bidimensionnelle définie par la variété de l'ensemble des vecteurs signal $\mathbf{s}(\nu)$ pour tous les ν dans la case considérée, et une phase inconnue sur $[0, 2\pi]$. A noter que la dimension n_ν de la variété définie par $\mathbf{s}(\nu)$ sera de même dimension que ν , et donc que la variété à considérer sur la sphère sera de dimension $n_\nu + 1$ ²⁶.

De la même manière, la probabilité de fausse alarme est alors fournie par le rapport entre la surface du tube enroulé autour de la variété signal et la surface de la sphère unité \mathbb{S}^{2m-1} . La surface d'un tube enroulé autour d'une variété de dimension 2 sur la sphère unité a été obtenue comme une extension des travaux de Hotelling dans [JS89] et [KS89]. L'application de ces résultats au cas du steering vector Doppler radar considéré en section 2.5.1, et défini pour un paramètre Doppler normalisé par

$$\mathbf{s}(\nu) = \frac{1}{\sqrt{m}} \left[1, e^{2i\pi\nu}, \dots, e^{2i\pi(m-1)\nu} \right]^T \quad (2.11)$$

pour $\nu \in [\nu_1, \nu_2]$, a permis, après d'importantes manipulations mathématiques effectuées par Pierre sous l'impulsion fantastique de Philippe Forster, de démontrer le résultat suivant [C58; J17] :

Théorème 4. *En l'absence d'overlap (donc pour des P_{FA} suffisamment faibles), la probabilité de fausse alarme du détecteur NMF-GLRT (2.8) pour un intervalle $\mathcal{V}_n = [\nu_1, \nu_2]$ et le steering vector $\mathbf{s}(\nu)$ défini en (2.11) est donnée par*

$$P_{FA} = (1 - w^2)^{m-1} + \frac{\Gamma(m) w (1 - w^2)^{m-\frac{3}{2}}}{\pi^{1/2} \Gamma\left(m - \frac{1}{2}\right)} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \|\mathbf{P}_{\gamma_2(\nu)}^\perp \dot{\gamma}_1(\nu)\| d\nu, \quad (2.12)$$

et se simplifie en bruit blanc ($\mathbf{\Gamma} = \sigma^2 \mathbf{I}$) pour donner l'expression :

$$P_{FA} = (1 - w^2)^{m-1} + \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{\Gamma(m) w (1 - w^2)^{m-\frac{3}{2}}}{\Gamma\left(m - \frac{1}{2}\right)} (m^2 - 1)^{\frac{1}{2}} (\nu_2 - \nu_1). \quad (2.13)$$

Dans ce théorème, on a dénoté :

$$\gamma_1(\nu) = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{s}_{bn}(\nu)) \\ \text{Im}(\mathbf{s}_{bn}(\nu)) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \gamma_2(\nu) = \begin{bmatrix} -\text{Im}(\mathbf{s}_{bn}(\nu)) \\ \text{Re}(\mathbf{s}_{bn}(\nu)) \end{bmatrix}$$

où $\mathbf{s}_{bn}(\nu)$ est la version blanchie et normalisée de $\mathbf{s}(\nu)$, et $\mathbf{P}_{\gamma_2(\nu)}^\perp$ est le projecteur orthogonal sur $\gamma_2(\nu)$.

Il faut noter que dans le cas d'un bruit non blanc ($\mathbf{\Gamma} \neq \sigma^2 \mathbf{I}$), l'expression sous forme intégrale (2.12) peut se calculer numériquement [C58; J17] : cette intégrale correspond simplement à la longueur de la variété distordue par l'opération de blanchiment par la matrice de covariance. Par ailleurs le premier terme de l'équation $(1 - w^2)^{m-1}$ correspond à la probabilité de fausse alarme du NMF "on-grid" et représente ici les extrémités du tube en $\nu = \nu_1$ et $\nu = \nu_2$ (voir Figure 2.11).

²⁶. Dans le cas d'un seul paramètre (typiquement Doppler ou angle), on doit donc considérer une variété de dimension 2 sur la sphère unité, comme en Figure 2.10 ; dans le cas de deux paramètres (typiquement Doppler et angle), on devra considérer une variété de dimension 3 sur la sphère... ce qui est plus difficile à représenter sur un schéma !

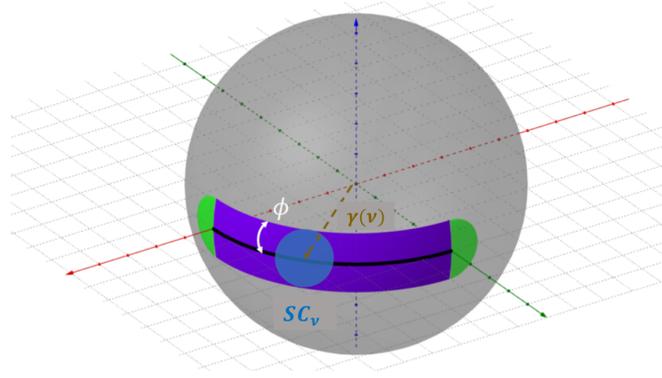


FIGURE 2.11 – Représentation d'un tube enroulé autour d'une variété de longueur finie. Les calottes sphériques vertes correspondent aux extrémités du tube et au premier terme de l'équation (2.13) (la phase sur $[0, 2\pi]$ n'est pas représentée ici) [J17].

Dans le cas particulier où l'on considère une variété représentant la totalité du domaine Doppler (soit $\mathcal{V}_n = [0, 1]$ ici) et qui se reboucle donc sur elle-même, la probabilité de fausse alarme est fournie par les équations (2.12) et (2.13) sans ce premier terme²⁷. Enfin ces expressions ne sont exactes qu'en l'absence d'overlap, c'est-à-dire tant que le tube ne se replie pas sur lui-même, soit localement car le rayon de courbure de la variété est inférieur au rayon du tube, soit non localement car la variété reboucle sur elle-même et se rapproche à une distance inférieure à deux fois le rayon du tube. Pierre a étudié de manière très détaillée les conditions d'overlap dans le cas du détecteur NMF-GLRT [J17].

La validité des expressions de probabilité de fausse alarme a été vérifiée par simulation (voir Figure 2.12). On observe que la relation théorique se superpose parfaitement avec la relation empirique, sauf pour les valeurs de P_{FA} les plus fortes pour lesquelles l'effet d'overlap apparaît fortement²⁸.

Enfin on remarquera que l'expression générale de la P_{FA} pour une matrice de covariance quelconque $\mathbf{\Gamma}$ dépend de cette matrice de covariance et donc que le détecteur n'est de manière générale pas TFAC ! En pratique on s'est aperçu que la présence de la matrice de covariance tend à allonger la variété dans les cas de forte énergie du bruit et à la raccourcir dans les cas de faibles énergies. Mais au global on s'aperçoit que la longueur totale de la variété sur tout l'espace de paramètre tend à augmenter ! Ce résultat peu intuitif implique ainsi qu'en présence d'une matrice de covariance non identité, le seuil de détection devra être relevé, et donc les performances de détection dégradées...

Ces travaux peuvent encore être étendus au cas de variétés de dimensions plus grandes. Si l'on considère un problème de détection où le vecteur cible dépend de deux paramètres inconnus par exemple, alors le NMF-GLRT pour ces deux paramètres fait intervenir une variété de dimension 3 (les deux paramètres et la phase inconnue). Le Théorème 4 ne peut plus s'appliquer, mais il est possible d'utiliser les résultats développés par Weyl dans [Wey39] qui généralisent les premiers résultats de Hotelling à des variétés de toute dimension. Ce travail a été effectué par Pierre également [T6].

27. Il convient de noter par ailleurs que pour une variété de longueur très grande, les extrémités du tube peuvent se superposer et ainsi créer de l'overlap (cela peut se produire dès lors que la longueur de la variété est supérieure à $1 - 2w$, dans le cas étudié ici).

28. Mais ces grandes valeurs de P_{FA} ne sont pas d'intérêt pour les applications radar.

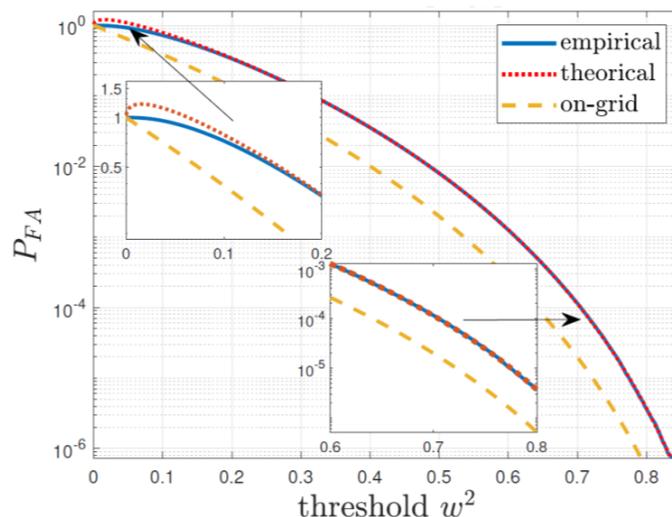


FIGURE 2.12 – Comparaison des relations P_{FA} -seuil théoriques et empiriques pour le détecteur NMF-GLRT, ainsi que celle du NMF "on-grid" pour un bruit blanc, pour une case de résolution Doppler. $m = 10$ [J17].

2.6 Conclusion

Les travaux de Pierre en représentent à l'heure actuelle la dernière des travaux que j'ai menés sur les détecteurs radar depuis une douzaine d'années, souvent à la marge de mes activités plus "officielles" à l'Onera. En se retournant sur le chemin effectué, il est plutôt rigolo de constater que le point de départ de ces travaux a été une question finalement assez anodine d'un collègue. L'approche géométrique initialement considérée pour répondre à cette question a, par ricochets, entraîné d'autres constatations (parfois déjà soulevées dans la littérature à partir d'autres approches) telles que la sensibilité au mismatch du détecteur NMF et la dégradation des performances de ce détecteur dans le cas du problème hors-grille. Rappelons ici que la dégradation de ces performances a lieu essentiellement pour des dimensions de steering vector pas trop grandes²⁹, mais que cela correspond en radar dans le cas Doppler au nombre d'impulsions généralement émises par un radar de veille dans une rafale, et que ce problème est donc prégnant si l'on souhaite appliquer le NMF dans ce type d'application.

J'ai choisi de présenter dans ce chapitre les travaux essentiellement tournés vers la géométrie des détecteurs. Dans la deuxième partie de sa thèse, Pierre s'est tourné vers le calcul des probabilités de fausse alarme pour le détecteur MF confronté également au problème de grille. Pour ce détecteur, si le cas hors-grille est moins problématique que pour le NMF en raison de sa robustesse au mismatch, il n'en voit pas moins ses performances de détection se dégrader dans la case³⁰, et il peut être intéressant de considérer de nouveau une approche GLRT sur les paramètres cibles. Dans ce cas, une approche géométrique est plus difficile à mettre en oeuvre, mais Pierre a réussi "l'exploit d'exploiter" des résultats mathématiques portant sur les maxima des champs gaussiens aléatoires [Adl00 ; AT07] et

29. Pour une dimension suffisamment grande, l'ouverture du cône de détection devient suffisante pour que le problème hors-grille soit moins problématique dans la case de résolution.

30. La perte peut aller jusqu'à 3dB en bord de case pour un paramètre, soit 6dB pour deux paramètres par exemple... les pertes devant bien entendu être moyennées sur la case.

qui permettent de montrer que la probabilité de fausse alarme souhaitée peut être estimée de manière précise par le biais de la caractéristique d'Euler de l'ensemble d'excursion ("excursion set" en anglais [Adl00]) associé au détecteur. Grâce à ces outils complexes, Pierre a pu produire des expressions approchées de la probabilité de fausse alarme pour le détecteur MF-GLRT pour un et deux paramètres dans le cas bruit blanc [C64; T6]. Je suis toutefois de plus en plus convaincu que les outils de géométrie différentielle employés dans le cas du NMF peuvent être adaptés pour calculer les probabilités de fausse alarme dans le cas du MF, pour pourquoi pas permettre d'obtenir des expressions dans le cas bruit corrélé ?

GESTION DES LOBES SECONDAIRES

3.1 Introduction

Les détecteurs étudiés au chapitre précédent considèrent tous le calcul des produits scalaires $\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{y}$ pour un ensemble de valeurs des paramètres ν (qui, rappelons-le, peut désigner le retard, le Doppler ou l'angle en radar, voire plusieurs de ces paramètres). On supposera dans tout ce chapitre que la matrice de covariance du bruit est proportionnelle à l'identité ($\mathbf{\Gamma} = \sigma^2 \mathbf{I}$) de sorte que lorsqu'une cible de vrai paramètre ν_c est présente dans la mesure, le test de détection (quel qu'il soit parmi ceux que nous avons étudiés) pour une hypothèse de test ν , va notamment calculer la quantité ¹

$$\mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{y} = A \mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{s}(\nu_c) + \mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{n} = A \rho(\nu, \nu_c) + \mathbf{n}',$$

où $\rho(\nu, \nu_c) = \mathbf{s}(\nu)^H \mathbf{s}(\nu_c)$ est la valeur de la corrélation entre les vecteurs $\mathbf{s}(\nu)$ et $\mathbf{s}(\nu_c)$, qui est égale à l'énergie du signal lorsque $\nu = \nu_c$.

Les détecteurs en radar ont généralement été définis pour produire les meilleures performances de détection possibles... pour la vraie valeur des paramètres cible, c'est-à-dire $\nu = \nu_c$! Par contre, ils n'ont pas été définis pour optimiser également leur comportement en dehors de la case de résolution de la cible. Or, si l'on souhaite généralement optimiser la probabilité de détection de la cible pour la bonne valeur de paramètre (par exemple en maximisant l'énergie de la cible dans la case, ce qui est fait par le filtre adapté), il n'est pas souhaitable qu'une même cible crée des détections supplémentaires en dehors de sa case de résolution. Il est par conséquent important de gérer le comportement du test de détection dans ces cases voisines, et notamment de limiter l'impact de remontées importantes de la fonction de corrélation $\rho(\nu, \nu_c)$ en dehors de la case sous test, d'autant que ces remontées pourraient masquer des cibles de plus faible niveau réellement présentes. De manière générale, les valeurs prises par cette fonction de corrélation en dehors de la case de résolution sont appelées "lobes secondaires" (voir Figure 3.1).

J'ai été confronté à la problématique des lobes secondaires dès le début des années 2010 lors de ma participation au KTD-PCC, un groupe de travail formé de plusieurs entités de Thales et de l'ONERA. La thématique de travail commune portait sur le radar MIMO, et il s'est avéré assez rapidement que la présence de lobes secondaires forts était prégnante dans ce cadre particulier. Puis j'ai participé à des projets traitant du radar passif, et la problématique a de nouveau été soulevée, et elle s'avère en fait d'importance pour de très nombreuses applications radar.

Je me suis donc intéressé à cette problématique et ai considéré trois axes de travail principaux :

1. Cette quantité correspond, à un facteur de normalisation près, à la quantité \mathbf{y}_S définie dans le chapitre précédent pour les représentations cartésiennes et polaires proposées, et est donc bien utilisée par tous les tests considérés.

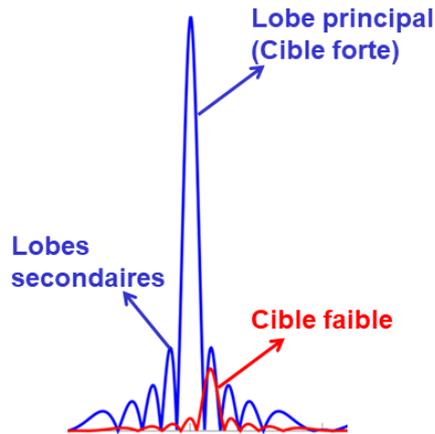


FIGURE 3.1 – Fonctions d'autocorrélation de deux cibles. Les lobes secondaires créés par la cible forte sont plus forts que le lobe principal de la cible faible.

- ◆ l'optimisation du filtre de traitement pour une forme d'onde particulière afin de minimiser les lobes secondaires en sortie de traitement : c'est ce que l'on appelle le filtrage désadapté ;
- ◆ l'optimisation de la forme d'onde émise elle-même afin de minimiser les lobes secondaires de sa fonction d'autocorrélation (ou d'intercorrélacion dans le cas de plusieurs formes d'onde comme en radar MIMO par exemple) ;
- ◆ la réjection de la contribution de la cible en sortie de traitement qui permet d'éliminer totalement les lobes secondaires afférents.

Ces travaux ont été menés dans le cadre de plusieurs projets ou groupes de travail : le KTD-PCC en collaboration avec Thales, le PRF DORADA ², le PEA TERACLES ³, l'étude MIMO-FM ⁴. Ces axes de travail ont par ailleurs été repris, lancés ou poursuivis lors de plusieurs thèses que j'ai co-encadrées : la thèse de Clément Berthillot portant sur le radar passif aéroporté, la thèse de Uy-Hour Tan portant sur l'optimisation des formes d'onde en radar MIMO, et la thèse de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi portant sur les systèmes conjoints de radar et de communication.

3.2 Filtrage désadapté

Au regard de la problématique des lobes secondaires, le premier axe de travail que j'ai étudié ⁵ a concerné le filtrage désadapté ("mismatched filter" en anglais). Cette solution consiste simplement à remplacer le filtre adapté, optimal du point de vue du SNR, par un filtre différent, optimisé du point de vue du niveau des lobes secondaires.

2. Projet de recherche interne ONERA portant sur le radar passif aéroporté.

3. Projet d'Etude Amont financé par la DGA en cotraitance avec Thales.

4. Etude portant sur l'emploi de techniques MIMO pour estimer l'angle d'élévation dans le cadre d'une application de radar passif exploitant les signaux des radios FM.

5. Cet axe de travail est effectivement historiquement le premier que j'ai considéré lorsque la problématique s'est posée dans le contexte du KTD-PCC.

3.2.1 Formalisation sous la forme d'un problème d'optimisation convexe

Comme vu dans le chapitre précédent, la procédure GLRT fournie par la théorie de la détection impose de maximiser le test de détection pour différentes valeurs des paramètres de cible inconnus. En l'absence de solution analytique, cette maximisation s'effectue pour différentes valeurs de paramètres. Les différentes hypothèses de test considérées forment une grille dans l'espace des paramètres qui est, généralement, échantillonnée à la largeur de résolution pour chaque paramètre (voir pour rappel la section 2.5.1).

Supposons ainsi dans un premier temps qu'un seul paramètre test ν_0 est échantillonné avec un pas de grille $\Delta\nu$. Le vecteur signal correspondant à un des points de cette grille s'écrira $\mathbf{s}(\nu_0 + k\Delta\nu)$, pour un certain k décrivant le point de la grille, ν_0 représentant le paramètre recherché qui correspondra donc au maximum du lobe principal de la fonction de corrélation. Si l'on concatène les vecteurs correspondant à ces différentes hypothèses dans une matrice $\mathbf{\Lambda}(\nu_0)$, la sortie des différents tests pour un certain filtre désadapté \mathbf{q} peut s'écrire

$$\mathbf{y}(\nu_0) = \mathbf{\Lambda}(\nu_0)\mathbf{q}, \quad (3.1)$$

où

$$\mathbf{\Lambda}(\nu_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H(\nu_0 - Q_l\Delta\nu) \\ \vdots \\ \mathbf{s}^H(\nu_0 - \Delta\nu) \\ \mathbf{s}^H(\nu_0) \\ \mathbf{s}^H(\nu_0 + \Delta\nu) \\ \vdots \\ \mathbf{s}^H(\nu_0 + Q_r\Delta\nu) \end{bmatrix}$$

est de taille $Q \times K$ avec K la taille du filtre désadapté \mathbf{q} et $Q = Q_l + Q_r + 1$ est le nombre d'hypothèses testées qui dépend du paramètre considéré⁶. Bien entendu, remplacer \mathbf{q} dans (3.1) par $\mathbf{s}(\nu_0)$ fournira la sortie du filtre adapté au signal ν_0 .

L'idée de remplacer le filtre adapté par un filtre différent n'est pas récente : en radar, on utilise très souvent à la réception des fenêtres d'apodisation⁷ en Doppler, en angle, et même en distance dans le cas particulier de signaux chirp⁸, pour baisser le niveau des lobes secondaires, au prix d'une perte en SNR et d'un élargissement du lobe principal. Pour d'autres types de signaux, tels que des codes de phase par exemple, les fenêtres d'apodisation ne sont pas applicables, mais on peut chercher le filtre optimal qui minimise le niveau de lobes secondaires. De nombreuses méthodes sous-optimales ont d'abord été proposées dans la littérature [Zor80; BC90; GRB95; LM04; BM16]. Il a ensuite été montré de manière indépendante par différents auteurs dans différents contextes que ce problème peut

6. En effet la structure de la matrice $\mathbf{\Lambda}(\nu_0)$ va différer selon le paramètre considéré. Par exemple, dans le cas d'un paramètre Doppler, les vecteurs $\mathbf{s}(\nu_0 + k\Delta\nu)$ constitutifs de cette matrice seront des vecteurs de Fourier. Dans le cas d'un paramètre retard, ces vecteurs seront des versions décalées en temps du vecteur $\mathbf{s}(\nu_0)$; cette matrice aura alors la structure d'une matrice de convolution temporelle (comme définie par exemple dans [J7; C24; J13]).

7. Il existe de très nombreuses fenêtres d'apodisation, telles que Hamming, Hann, Kaiser, Blackman, Dolph-Chebyshev, et bien d'autres encore que l'on peut trouver dans l'excellent article [Har78].

8. Le signal "chirp" très couramment utilisé en radar est un signal modulé linéairement en fréquence.

être présenté sous la forme d'un problème d'optimisation convexe sous contraintes convexes [LB97; SLW08; De +11]⁹.

Le problème à résoudre généralement considéré dans la littérature peut être résumé sous la forme :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{q}} \quad & \|\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu_0)\|_{L_p}^2 && (\text{Obj}) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}^H(\nu_0)\mathbf{q} = \mathbf{s}^H(\nu_0)\mathbf{s}(\nu_0), && (C_E) \end{aligned} \quad (3.2)$$

où \mathbf{F} est une matrice diagonale contenant uniquement des "1" sur la diagonale sauf pour les composantes correspondant au lobe principal égales à "0" [GRB95; C28]. La fonction objectif (Obj) représente ainsi la norme L_p de l'énergie des lobes secondaires de $\mathbf{y}(\nu_0)$, et la contrainte (C_E) permet d'éliminer la solution nulle. Le programme ainsi défini est convexe (pour $L_p \geq 1$). Le choix de la norme pour la fonction objectif correspond à des critères différents sur les lobes secondaires, par exemple :

- ◆ Une norme L_2 correspond à un critère d'ISL (Integrated Sidelobe Level) : on cherche à minimiser l'énergie totale des lobes secondaires.
- ◆ Une norme L_∞ correspond à un critère PSLR (Peak to Sidelobe Level Ratio) : on cherche à minimiser le niveau maximum des lobes secondaires.

Si une norme L_2 est utilisée, la solution optimale du problème (3.2) existe sous forme analytique [GRB95; C28]. Ce n'est plus le cas pour une norme L_∞ , mais il est possible de montrer que le problème ainsi posé est un problème SOCP (Second-Order Cone Programming) [SLW08; De +11] et qu'il peut donc être résolu de manière efficace par des méthodes de point intérieur.

De notre côté, nous avons dans un premier temps indépendamment proposé d'écrire le problème d'optimisation en norme L_∞ sous la forme (un tantinet différente) d'un problème QCQP (Quadratically Constrained Quadratic Program)¹⁰, et d'autre part nous avons proposé d'ajouter des contraintes supplémentaires afin de contrôler :

- ◆ La perte en gain de traitement (LPG pour Loss in Processing Gain en anglais), définie par le rapport entre l'énergie en sortie de filtre désadapté et l'énergie en sortie de filtre adapté :

$$LPG = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{SNR}_{\text{mismatched}}}{\text{SNR}_{\text{matched}}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{|\mathbf{q}^H \mathbf{s}(\nu_0)|^2}{(\mathbf{q}^H \mathbf{q}) (\mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0))} \right) \leq 0. \quad (3.3)$$

Contraindre ce LPG à être supérieur à $-10 \log_{10} \alpha$ dB avec $\alpha > 1$ ¹¹ peut se réécrire dans le cadre du problème (3.2) sous la forme quadratique convexe simple $\mathbf{q}^H \mathbf{q} \leq \alpha \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0)$.

- ◆ La forme du lobe principal : la matrice \mathbf{F} utilisée dans la fonction objectif (Obj) ne contraint effectivement pas du tout les échantillons de la sortie $\mathbf{y}(\nu_0)$ correspondant au lobe principal.

9. L'article d'Hervé Lebet [LB97] de 1997 qui traite spécifiquement de l'optimisation de diagrammes d'antenne par programmation convexe est totalement passé inaperçu dans la littérature du filtrage désadapté et n'était cité par aucun des articles traitant du sujet dans les années 2000 ; il considère pourtant le problème d'une manière très similaire. Je n'en aurais jamais eu connaissance si mon chef Christian Riché n'avait pas évoqué ces travaux en pointant leur similitude avec ce que j'avais fait par ailleurs...

10. Les programmes QCQP, qui sont un cas particulier de programmes SOCP, sont structurellement plus simples que les programmes SOCP, de sorte que l'effort calculatoire par itération des méthodes de point intérieur est normalement plus léger pour résoudre les problèmes QCQP que les problèmes SOCP, comme indiqué dans [AG03].

11. Cauchy-Schwarz appliqué à (3.3) impose en effet $\alpha \geq 1$. Si on force $\alpha = 1$, on retrouve $\mathbf{q} \propto \mathbf{s}(\nu_0)$, c'est-à-dire le filtre adapté. Pour obtenir un filtre désadapté intéressant du point de vue des lobes secondaires, il est donc nécessaire de choisir $\alpha > 1$.

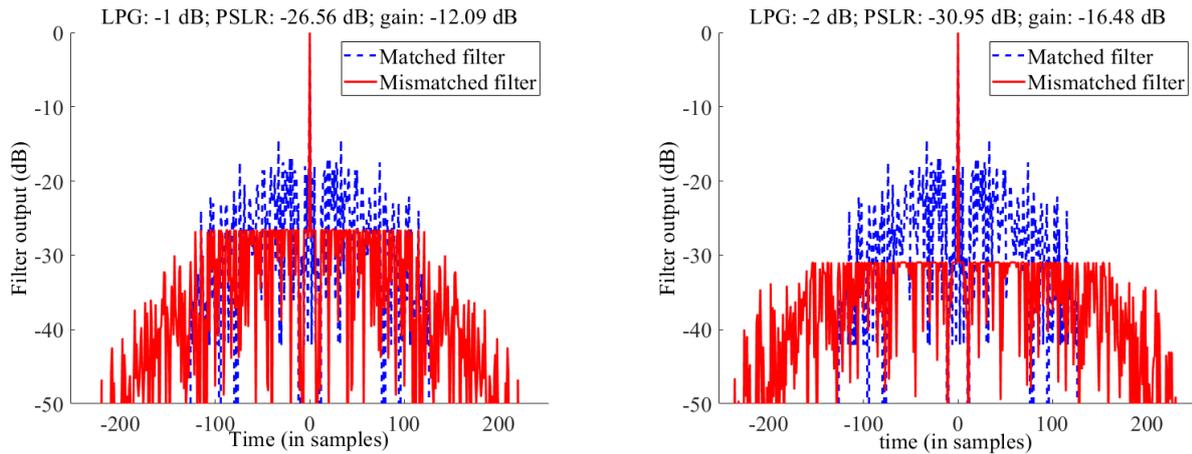


FIGURE 3.2 – Sorties des filtres adapté et désadapté pour un code de Gold de longueur $N = 127$ et un LPG contraint à -1 dB (gauche) et -2 dB (droite). Le PSLR correspond au niveau maximum des lobes secondaires du filtre désadapté. Le gain indique l'écart entre le niveau maximum des lobes secondaires des deux filtres. Le filtre désadapté est ici choisi de longueur $K = 3N$.

Cela peut se contrôler simplement en ajoutant des contraintes du type

$$\mathbf{q}^H \mathbf{s}(\nu_0 + i\Delta\nu) \mathbf{s}^H(\nu_0 + i\Delta\nu) \mathbf{q} \leq b_i, \quad \text{pour } |i| < N_{ML},$$

où N_{ML} correspond au nombre d'échantillons localisés dans le demi-lobe principal. On peut montrer que de nouveau cette contrainte est quadratique convexe.

- ♦ l'ISL (lorsque la fonction objectif dépend d'une norme $L_p > 2$). En effet on peut imposer que l'ISL reste inférieure à une certaine valeur c_{ISL} en ajoutant la contrainte quadratique convexe $\mathbf{q}^H \mathbf{\Lambda}^H(\nu_0) \mathbf{F} \mathbf{\Lambda}(\nu_0) \mathbf{q} \leq c_{ISL}$.

On a ainsi proposé le programme d'optimisation convexe générique suivant :

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{q}} \quad & \|\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu_0)\|_{L_p}^2 && (\text{Obj}) \\
 \text{s. t.} \quad & \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{q} = \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0), && (C_E) \\
 & \mathbf{q}^H \mathbf{q} \leq \alpha \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0), && (C_{LPG}) \\
 & \mathbf{q}^H \mathbf{s}(\nu_0 + i\Delta\nu) \mathbf{s}^H(\nu_0 + i\Delta\nu) \mathbf{q} \leq b_i, \quad \forall |i| < N_{ML}, && (C_{ML}) \\
 & \mathbf{q}^H \mathbf{\Lambda}^H(\nu_0) \mathbf{F} \mathbf{\Lambda}(\nu_0) \mathbf{q} \leq c_{ISL}, && (C_{ISL})
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

où les contraintes (C_{LPG}) , (C_{ML}) et (C_{ISL}) sont respectivement associées au contrôle du LPG, de la forme du lobe principal, et de la valeur d'ISL¹². Ce programme étant convexe, il peut être résolu de manière optimale très efficacement, par exemple par une méthode de point intérieur [BV04; Kar84; NN88]. Nous avons pour cela utilisé CVX, un programme MATLAB permettant de spécifier et résoudre des problèmes d'optimisation convexe [CVX12].

Des résultats typiques d'application de ce filtre désadapté optimal pour une norme L_∞ , issus de

12. Selon les besoins de l'application traitée, on peut intégrer une ou plusieurs de ces contraintes. On utilisera généralement a minima la contrainte (C_{LPG}) , qui permet d'éviter une perte trop importante par rapport au filtre adapté.

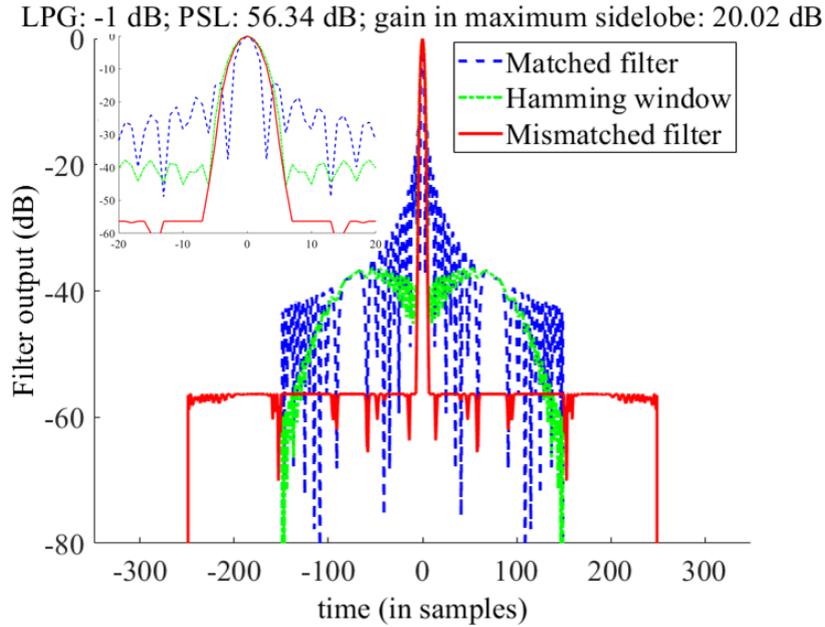


FIGURE 3.3 – Sorties des filtres adaptés, désadaptés par pondération avec fenêtre de Hamming, et désadaptés optimaux proposés, pour un signal chirp de bande $B = 2$ MHz et de produit $BT_p = 50$ (T_p durée de l’impulsion), pour un LPG de -1 dB. Le chirp est suréchantillonné d’un facteur 3 pour un nombre d’échantillons dans l’impulsion $N = 150$, et le filtre désadapté optimal est de longueur $K = 350$. Une contrainte sur la forme du lobe a été prise en compte, afin de fournir un lobe principal similaire à celui de la fenêtre de Hamming, ce qui est vérifié sur la figure zoomée.

l’article [J7], sont présentés en Figure 3.2 dans le cas d’un code de phase binaire de type Gold, avec comparaison au filtre adapté, et en Figure 3.3 dans le cas d’un signal chirp suréchantillonné, avec comparaison au filtre adapté et à un filtre désadapté par application d’une fenêtre de Hamming. Dans ce dernier cas, une contrainte sur le lobe principal a été ajoutée de manière à assurer une forme de lobe (et donc en particulier la largeur) similaire au lobe principal fourni par la fenêtre de Hamming.

3.2.2 Application au cas du radar MIMO

La première application pour laquelle j’ai considéré l’utilisation du filtrage désadapté (et pour laquelle j’ai développé le formalisme générique (3.4)) est le cas du radar MIMO cohérent colocalisé¹³. Ce type de radar est constitué d’un réseau phasé à l’émission de N_E antennes où l’antenne m émet une forme d’onde $s_m(t)$ différente des autres antennes. Avec un tel réseau, le signal transmis dans une certaine direction θ est fourni par

$$s(t, \theta) = \sum_{m=1}^{N_E} e^{j\mathbf{x}_{E,m}^T \mathbf{k}(\theta)} s_m(t), \quad (3.5)$$

où $\mathbf{x}_{E,m}$ est la position de l’antenne m et $\mathbf{k}(\theta)$ est le vecteur d’onde. Il s’ensuit donc que les signaux émis dans deux directions différentes sont différents, puisqu’obtenus comme deux combinaisons linéaires

¹³. Le radar MIMO cohérent colocalisé a été un sujet d’étude très important pour moi, je n’en présente toutefois dans ce manuscrit que quelques facettes.

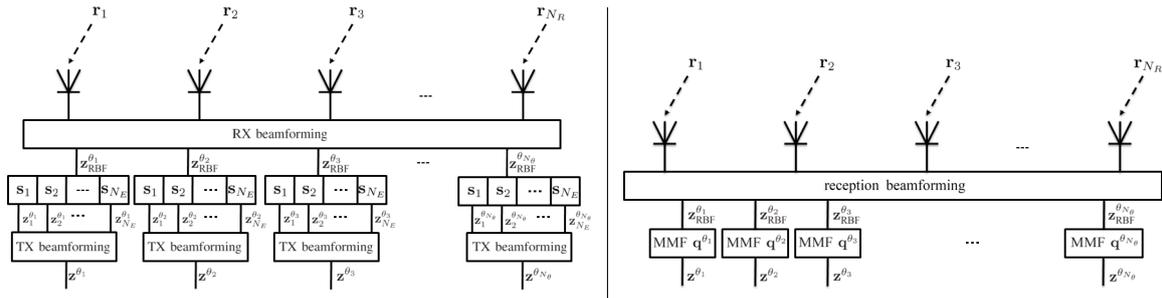


FIGURE 3.4 – Architecture de traitement MIMO classique (gauche) et architecture proposée avec filtre désadapté (droite). Les formes d’onde émises sont notées s_i et les filtres désadaptés aux signaux dans les directions θ_i sont notés q_i .

différentes des formes d’onde $s_m(t)$. En négligeant l’effet Doppler sur la durée de l’impulsion (hypothèse classique en radar) et en mettant de côté le traitement lié au réseau de réception qui s’avère être totalement découplé du reste, la fonction d’ambiguïté MIMO pour une cible localisée dans la direction θ_c avec un retard τ et une hypothèse angulaire testée θ peut s’écrire sous la forme¹⁴

$$A_r(\tau, \theta, \theta_c) = \sum_{m'=1}^{N_E} \sum_{m=1}^{N_E} e^{j\mathbf{x}_{E,m}^T \mathbf{k}(\theta_c) - j\mathbf{x}_{E,m'}^T \mathbf{k}(\theta)} \int s_m(t) s_{m'}^*(t - \tau) dt. \quad (3.6)$$

On s’aperçoit tout de suite que les paramètres retard et angle sont couplés, sauf dans le cas très particulier où les formes d’onde considérées sont parfaitement orthogonales à tous les retards. Il en résulte selon les formes d’onde une distorsion importante du lobe principal retard/angle ou un étalement important de l’énergie des lobes secondaires dans tout l’espace retard/angle [C21]. Ce deuxième effet est particulièrement marqué lorsque l’orthogonalité des formes d’onde MIMO est obtenue en considérant des codes de phase à l’émission.

Le traitement MIMO tel qu’il est généralement présenté dans la littérature consiste à effectuer dans un premier temps le filtre adapté à chacune des formes d’onde émises, puis à effectuer une étape de FFC (Formation de Faisceau par le Calcul) sur les phases liées au réseau d’émission, et enfin une deuxième FFC sur les phases liées au réseau de réception. La FFC réception peut également être placée en tête de chaîne de traitement sans modifier la philosophie de l’architecture (voir Figure 3.4 gauche). Si l’on souhaite baisser les lobes secondaires de la fonction d’ambiguïté MIMO en insérant le filtre désadapté dans une telle architecture de traitement, alors naturellement cela conduit à remplacer le filtre adapté aux formes d’onde par des filtres désadaptés optimisés par rapport aux auto- et intercorrélations des codes émis. Or nous avons montré que cette stratégie n’est pas efficace dans le cadre MIMO, et qu’il est préférable d’optimiser les différents filtres désadaptés vis-à-vis des signaux $s(t, \theta)$ émis dans les différentes directions de l’espace θ [J7]. Dans ce cas, on considérera plutôt une architecture de traitement appliquant en tête la FFC sur le réseau de réception, puis pour chaque hypothèse angulaire en sortie de FFC on pourra appliquer le filtre désadapté au signal émis dans cette direction (qui prend

14. Pour rappel, la fonction d’ambiguïté représente la sortie en l’absence de bruit du traitement adapté pour la forme d’onde émise en fonction des paramètres considérés. Elle représente en quelque sorte une généralisation de la fonction d’autocorrélation pour des paramètres tels que le Doppler ou l’angle.

donc en compte à la fois les différents formes d'onde émises et les phases liées à l'émission), comme illustré en Figure 3.4 droite.

Une telle architecture permet d'obtenir une coupe distance de la fonction d'ambiguïté MIMO beaucoup plus propre dans le plan distance/angle que l'application du filtrage désadapté sur les codes émis par les antennes, comme on peut le voir en Figure 3.5. On y présente les résultats obtenus avec les filtres adaptés, filtres désadaptés optimisés aux codes émis par les antennes et filtres désadaptés aux codes directionnels $s(t, \theta)$. On observe effectivement dans ce dernier cas une coupe en retard beaucoup plus profonde. Couplée avec un traitement réception, cette dernière solution permet d'obtenir des niveaux de lobes secondaires intéressants (Figure 3.5.(d)).

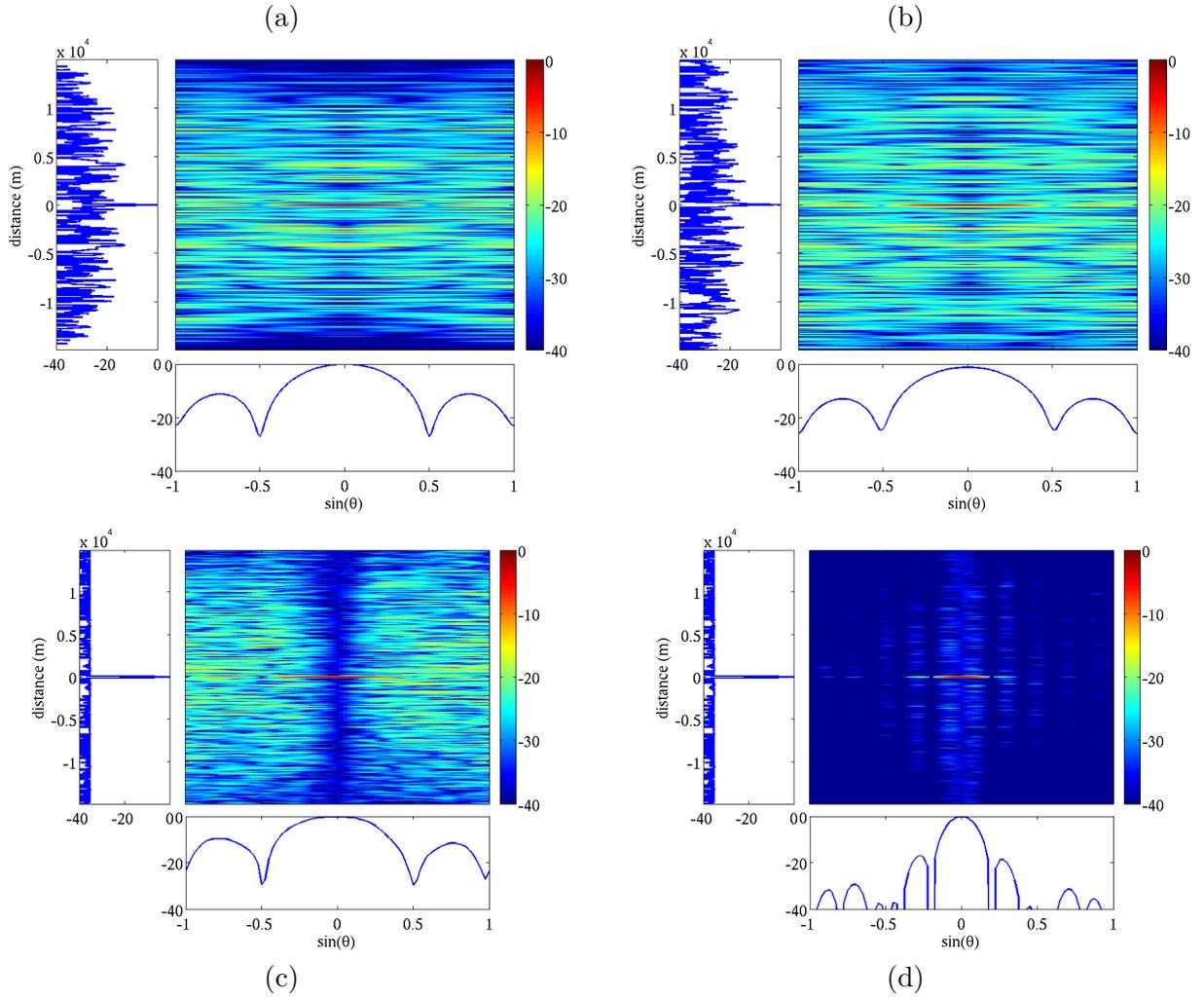


FIGURE 3.5 – Coupes distance/angle de la fonction d’ambiguïté MIMO pour (a) le traitement adapté (b) un traitement désadapté correspondant à l’architecture classique avec optimisation des filtres vis-à-vis des autocorrélations et intercorrélations des codes émis $s_i(t)$ (c) des filtres désadaptés optimisés pour les signaux émis $s(t, \theta)$ (d) les mêmes filtres que la sous-figure (c) et avec un réseau de réception de $N_R = 10$ antennes. Les trois premières sous-figures sont présentées sans traitement de réception. Dans tous les cas, les codes émis sont des codes de phase chaotiques spatiotemporels de longueur $N = 127$, et $N_E = 4$ antennes d’émission sont considérées [J7].

3.2.3 Application au cas des cibles "hors-grille"

Dans ce qui a été présenté jusqu'ici, le signal reçu de la cible dépend d'un seul paramètre ν_0 localisé sur la grille testée. Toutefois plusieurs cas de figure peuvent se poser, parmi lesquels nous considérerons les deux suivants :

- ◆ Le vrai paramètre cible ν n'appartient pas à la grille d'hypothèses testées. Autrement dit ce paramètre est inclus dans la case de résolution $\nu_{cell} = [\nu_0 - \Delta\nu/2, \nu_0 + \Delta\nu/2]$, et la matrice $\mathbf{\Lambda}(\nu)$ sera définie par les vecteurs $\mathbf{s}_k(\nu) = \mathbf{s}(\nu + k\Delta\nu)$.
- ◆ Le signal reçu dépend d'un autre paramètre $\nu \in [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ différent du paramètre ν_0 ¹⁵, et la matrice $\mathbf{\Lambda}(\nu)$ sera définie par des vecteurs du type $\mathbf{s}_k(\nu) = \mathbf{s}_\nu(\nu_0 + k\Delta\nu)$ où la dépendance au nouveau paramètre ν est indiquée par l'indice.

Or selon les valeurs prises par ce paramètre inconnu ν , la différence entre les signaux $\mathbf{s}(\nu)$ et $\mathbf{s}(\nu_0)$ peut induire une remontée de lobe secondaire importante. Il nous a paru donc nécessaire de prendre en compte cette méconnaissance du paramètre ν lors de l'optimisation du filtre désadapté.

Cette prise en compte a consisté à modifier la fonction objectif (Obj) dans le programme d'optimisation générique (3.4) afin de minimiser les remontées de lobes secondaires dans la gamme d'erreur considérée pour le paramètre ν . Dans le cas d'une norme L_∞ , nous avons proposé dans [J7] de discrétiser l'ensemble des valeurs prises par le paramètre ν . Pour un ensemble de valeurs discrètes $(\nu_n)_{n \in \{1, \dots, N\}}$, on peut alors considérer la fonction objectif à minimiser

$$\min_{\mathbf{q}} \left\| \left[(\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu_1))^T, (\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu_2))^T, \dots, (\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu_N))^T \right]^T \right\|_{L_\infty}^2,$$

et la solution est obtenue de nouveau par optimisation convexe. Il semble par contre difficile de traiter un ensemble continu.

Dans le cas d'une norme L_2 , une telle solution est également envisageable. Mais nous avons également proposé dans [J13] une solution plus élégante (et plus générale) qui consiste à modéliser la variable inconnue comme une variable aléatoire et à chercher le filtre qui minimise l'ISL moyen sur l'ensemble de paramètres $\mathcal{V} = [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ ¹⁶. Il s'agit dans ce cas d'optimiser la fonction objectif

$$\min_{\mathbf{q}} \mathbb{E}_\nu \left[\|\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu)\|_2^2 \right].$$

Pour un paramètre ν distribué selon une loi uniforme sur \mathcal{V} , on montre facilement en exploitant la linéarité de l'espérance que

$$\mathbb{E}_\nu \left[\|\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu)\|_2^2 \right] \propto \int_{\mathcal{V}} \|\mathbf{F}\mathbf{y}(\nu)\|_2^2 d\nu = \mathbf{q}^H \mathbf{M}_{\mathcal{V}} \mathbf{q}, \quad (3.7)$$

avec $\mathbf{M}_{\mathcal{V}} = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{\Lambda}^H(\nu) \mathbf{F} \mathbf{\Lambda}(\nu) d\nu$ [J13]. Si la matrice $\mathbf{M}_{\mathcal{V}}$ est hermitienne et définie positive, la fonction objectif ainsi obtenue est bien convexe et le problème d'optimisation peut être résolu par notre solveur

15. Par exemple, si ν_0 correspond à un retard, ν correspond à un Doppler (cas traité notamment dans l'article [C51]). On a choisi de conserver une notation similaire au premier cas de figure afin de ne pas alourdir les notations...

16. On s'est restreint ici à un paramètre ν appartenant à un intervalle, mais il est bien entendu tout à fait envisageable d'étendre la démarche à un paramètre aléatoire de loi quelconque d'ensemble de définition potentiellement infini... sous réserve de pouvoir faire les calculs ensuite!

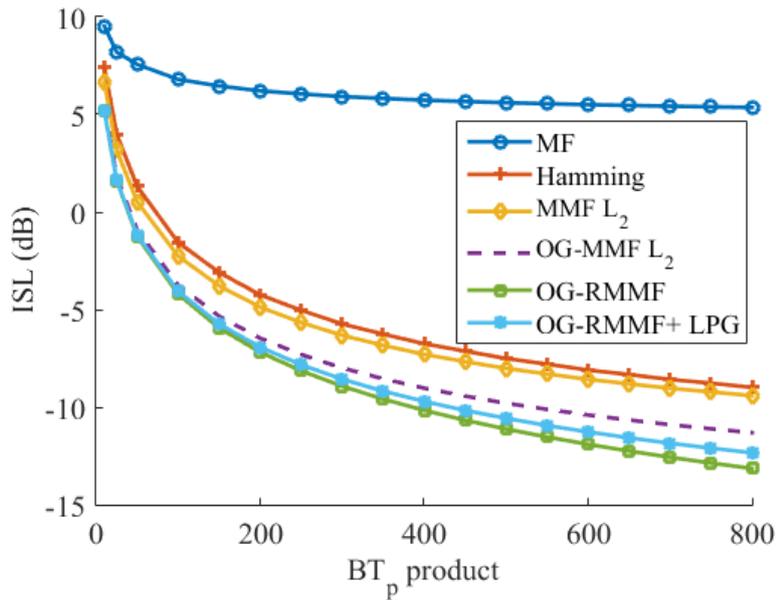


FIGURE 3.6 – Niveau d’ISL en fonction du produit BT_p pour un signal chirp de durée $T_p = 50 \mu s$ et de bande B échantillonné à une cadence d’échantillonnage égale à la bande, et pour un retard inconnu contenu dans la case de résolution retard. Plusieurs filtres différents sont considérés : le filtre adapté (MF), un filtre adapté apodisé avec une fenêtre de Hamming (Hamming), un filtre désadapté optimisé sur la grille (MMF L_2), un filtre désadapté optimisé sur un ensemble de valeurs discrétisées du paramètre retard (OG-MMF L_2), un filtre désadapté optimisé sur la case de résolution continue (OG-RMMF) sans contrainte de LPG, et enfin un filtre désadapté optimisé sur la case de résolution continue (OG-RMMF + LPG) avec contrainte de LPG. Ces deux derniers filtres fournissent les niveaux d’ISL les plus bas sur la case de résolution. Pour tous les filtres désadaptés optimisés avec contrainte de perte, la perte considérée est celle du filtre avec fenêtre de Hamming.

convexe préféré.

Cette solution a pu être adaptée à de nombreux cas d’applications. Par exemple, on a traité dans [J13] d’une part l’optimisation des lobes secondaires en doppler dans le cas d’un steering vector doppler sur un train d’impulsion, et d’autre part l’optimisation des lobes secondaires en retard dans le cas d’un signal chirp échantillonné à une cadence d’échantillonnage égale à la bande du signal (voir Figure 3.6). On a pu montrer que dans les deux cas, la matrice \mathbf{M}_ν peut s’écrire sous la forme

$$\mathbf{M}_\nu \propto \mathbf{M}(0) \odot \mathbf{B}(N_s, \xi), \quad (3.8)$$

où la notation \odot représente le produit de Hadamard, ξ dépend des paramètres du problème considéré, N_s est la taille du vecteur signal... et la matrice $\mathbf{B}(N_s, \xi)$ est la fameuse matrice génératrice des DPSS déjà rencontrée en section 2.5.2.2!

D’autres cas de figure ont été étudiés dans le cadre de la thèse de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi (dite Marilisa par souci de simplicité!).

3.2.4 Travaux récents en filtrage désadapté - Thèse de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi (Octobre 2019- Février 2023)

Les travaux effectués au cours de la thèse de Marilisa, co-encadrée avec Abigael Taylor sous la direction d'Hélène Oriot, toutes deux de l'ONERA, et financée à 100% par l'ONERA, ont eu pour objectif d'étudier la faisabilité d'un système conjoint radar et communications. L'idée était d'utiliser une forme d'onde de communication permettant la transmission d'information tout en assurant une mission radar. Ici l'application radar considérée était l'imagerie SAR (Synthetic Aperture Radar). Le choix de la forme d'onde utilisée s'est porté sur la famille des codes CPM (Continuous Phase Modulation), et plus particulièrement la sous-famille des CPFSK (Continuous-Phase Frequency-Shift-Keying), pour leur propriété d'occupation spectrale intéressante. Par contre ces formes d'onde présentent des lobes secondaires importants en distance, ce qui peut nuire à la qualité des images SAR générées. Il a donc été intéressant d'étudier l'application du filtrage désadapté dans ce cadre particulier, et notamment en prenant en compte les problèmes liés aux effets hors-grille discutés précédemment.

3.2.4.1 Filtrage désadapté pour CPFSK en présence d'effets hors-grille

Marilisa a étudié dans sa thèse deux effets hors-grille différents :

- ◆ l'effet d'un paramètre Doppler intrapulse inconnu sur le niveau des lobes secondaires générés lors de la compression distance [C51] ;
- ◆ l'effet d'un retard hors-grille inconnu sur ces mêmes lobes secondaires en distance [C56].

Dans les deux cas, le filtre désadapté a été étudié du point de vue de l'ISL, et donc optimisé selon la fonction objectif proposée en équation (3.7), et il s'agit alors de déterminer l'expression de la matrice \mathbf{M}_γ . Dans le premier cas, les calculs ont abouti de nouveau à une formulation similaire à celle de l'équation (3.8) : le résultat obtenu est d'ailleurs applicable pour toute forme d'onde [C51]. Dans le second cas, l'expression obtenue dans le cas des CPFSK est plus complexe, et dépend notamment des symboles d'information transmis par la forme d'onde considérée [C56].

Un exemple de résultat obtenu est présenté en Figure 3.7 pour le filtre adapté et différents filtres désadaptés. Il en ressort que les meilleures performances sont obtenues en utilisant le filtre le plus long et en tenant compte de l'effet hors-grille, le filtre optimisé pour la bonne valeur de paramètre ne fournissant des performances plus intéressantes que sur un court intervalle proche de la vraie valeur de ce paramètre.

3.2.4.2 Accélération de la procédure d'optimisation

Jusque-là, l'optimisation du filtre désadapté était effectuée par utilisation de CVX. Toutefois la mise en oeuvre de CVX peut être lourde lorsque le programme à optimiser est de grande taille, c'est-à-dire que le nombre de variables à optimiser est important. Or dans l'application étudiée dans la thèse de Marilisa, la forme d'onde idéalement transmise était un train d'impulsions contenant un grand nombre d'impulsions CPFSK différentes (6522 signaux, cela afin de maximiser le débit d'information transmises), chaque impulsion contenant un grand nombre d'échantillons (3000 échantillons par impulsion), et les meilleures performances étaient obtenues pour un filtre de longueur triple (soit 9000

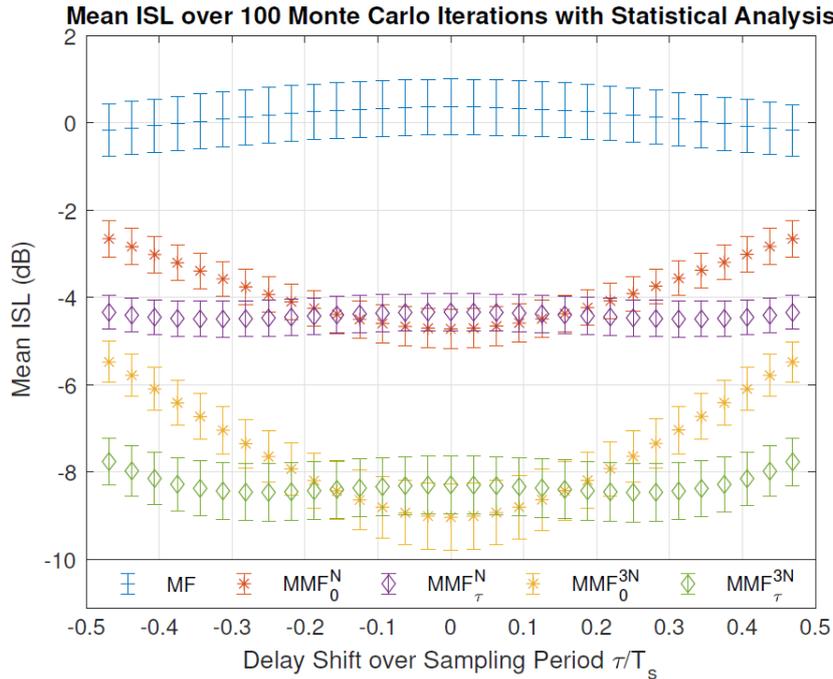


FIGURE 3.7 – ISL moyen en fonction du retard hors-grille, calculé pour 100 tirages aléatoires de formes d’onde CPFSK, pour le filtre adapté "MF", des filtres désadaptés "MMF" optimisés uniquement pour la bonne hypothèse retard (indice "0") ou optimisés en prenant en compte l’effet hors-grille (indice " τ "), et soit de longueur égale à la longueur du code CPFSK (exposant " N ") soit de longueur trois fois plus grande (exposant " $3N$ "). La cadence d’échantillonnage T_s est égale à 2 échantillons par symbole d’information, chaque signal CPFSK contenant 100 symboles. L’écart-type estimé sur les simulations est représenté par une barre verticale.

échantillons), pour lequel l’optimisation par CVX pouvait durer plusieurs heures¹⁷. L’optimisation de tous ces filtres désadaptés différents de très grande taille n’était donc pas envisageable en utilisant ce solveur convexe générique, et nous nous sommes penchés sur la question d’accélérer le coût de calcul de notre optimisation... ne serait-ce que pour que Marilisa puisse présenter des résultats d’images SAR avant la fin de sa thèse!

CVX utilise préférentiellement une méthode de résolution fondée sur un algorithme de point intérieur de type primal-dual [BV04], et qui est mis en forme pour résoudre des problèmes d’optimisation générique. Il n’est donc pas optimisé pour le problème particulier que nous avons à traiter. L’idée a donc été de déterminer dans quelle mesure il n’était pas possible d’exploiter la structure particulière de notre problème d’optimisation afin d’accélérer le coût de calcul. Dans le cas de Marilisa qui considérait l’optimisation de l’ISL, le problème d’optimisation s’écrit sous sa forme primale

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{q}} \quad & \mathbf{q}^H \mathbf{M}_\nu \mathbf{q} && (\text{Obj}) \\
 \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{q} = \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0), && (C_E) \\
 & \mathbf{q}^H \mathbf{q} \leq \alpha \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0). && (C_{LPG})
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Il s’avère que la structure de ce problème est relativement simple. En appelant respectivement λ et

17. 14.5 heures pour un seul filtre! soit plusieurs années de calcul pour les 6522 signaux CPFSK!

γ les variables duales associées aux contraintes (C_{LPG}) et (C_E), le problème dual associé consiste à maximiser la fonction duale $g(\lambda, \gamma)$ définie par

$$g(\lambda, \gamma) = \inf_{\mathbf{q}} \mathcal{L}(\mathbf{q}, \lambda, \gamma), \quad (3.10)$$

où $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \lambda, \gamma)$ est la fonction de Lagrange associée au problème d'optimisation :

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \lambda, \gamma) = \mathbf{q}^H \mathbf{M}_V \mathbf{q} + \lambda(\mathbf{q}^H \mathbf{q} - \alpha \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0)) + \gamma(\mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{q} - \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0)).$$

On montre alors facilement que le filtre optimal minimisant le lagrangien est

$$\mathbf{q}_{opt} = -\frac{1}{2} \gamma (\mathbf{M}_V + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{s}(\nu_0),$$

et, après réinjection de \mathbf{q}_{opt} dans l'expression de la fonction duale, que celle-ci peut être maximisée analytiquement par rapport à γ , produisant d'une part la valeur optimale de γ

$$\gamma_{opt} = -\frac{2 \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0)}{\mathbf{s}^H(\nu_0) (\mathbf{M}_V + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{s}(\nu_0)},$$

et d'autre part l'expression de la fonction duale en fonction de la seule variable duale λ sous la forme

$$g(\lambda) = -\lambda \alpha \mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0) + \frac{(\mathbf{s}^H(\nu_0) \mathbf{s}(\nu_0))^2}{\mathbf{s}^H(\nu_0) (\mathbf{M}_V + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{s}(\nu_0)}.$$

Cette dernière expression semble difficile à maximiser analytiquement, par contre elle est concave d'après les propriétés de la fonction duale et mono-variable, de sorte qu'elle peut être très facilement optimisée par un algorithme de descente, par exemple de type Newton-Raphson [Min83]¹⁸. Celui-ci fait intervenir à chaque itération les dérivées premières et secondes de la fonction $g(\lambda)$ qui nécessitent toutes l'inversion de la matrice $\mathbf{M}_V + \lambda \mathbf{I}$, dépendante du paramètre à optimiser λ , ce qui peut être très lourd en coût de calcul. Une astuce consiste alors à diagonaliser en tête la matrice $\mathbf{M}_V = \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P}^H$ et on peut alors montrer que les différentes inverses à calculer ne feront intervenir que la matrice \mathbf{P} (indépendante de λ) et la matrice $\mathbf{D} + \lambda \mathbf{I}$ qui est très simple à inverser ! Une seule diagonalisation de matrice est ainsi nécessaire pour la totalité de l'algorithme de Newton-Raphson, ce qui permet d'alléger fortement le coût de calcul. Enfin, il est possible de montrer que les conditions de Slater [BV04] sont vérifiées dans le cas considéré, ce qui implique que la solution du problème dual est identique à celle du problème primal et que la solution obtenue en résolvant le problème dual est donc bien la solution recherchée [C59]. Au final, on a résolu un problème d'optimisation convexe mutidimensionnel dépendant d'une variable de grande taille par simple optimisation d'une fonction monodimensionnelle concave !

Cette approche de résolution du problème d'optimisation convexe, bien adaptée à notre problème particulier, et qui en exploite les spécificités, nous a permis de réduire très fortement le temps de calcul par rapport à l'application directe du solveur générique CVX. Le problème d'optimisation à 9000 variables a pu être résolu en moins de 4 minutes (au lieu des 14.5 heures), soit un gain d'environ

¹⁸. A noter qu'une méthode relativement similaire a été développée par O. Besson dans [Bes01] dans un cadre différent : il s'agissait de projeter un vecteur sur un cône.

250! Et Marilisa a ainsi pu présenter des résultats sur des images SAR réalistes sans attendre une dizaine d'années.

3.2.4.3 Résultats sur images SAR resynthétisées

Marilisa a ainsi pu générer des images SAR resynthétisées, issues d'images SAR réelles enregistrées en bande X par le moyen ONERA SETHI, et obtenues par émission de signaux chirp. Ces images resynthétisées ont été obtenues en estimant la réponse impulsionnelle de la scène à partir des données brutes enregistrées, puis en convoluant cette réponse impulsionnelle avec les signaux CPFSK étudiés. De nombreuses analyses ont pu être effectuées à partir de cette méthodologie, nous ne montrerons ici que les images SAR obtenues dans différents cas de formes d'onde et traitements appliqués :

- ◆ un signal chirp avec filtre adapté ;
- ◆ un unique signal CPFSK identique d'impulsion à impulsion et son filtre adapté ;
- ◆ un unique signal CPFSK identique d'impulsion à impulsion et son filtre désadapté ;
- ◆ des signaux CPFSK différents d'impulsion à impulsion et leurs filtres adaptés ;
- ◆ des signaux CPFSK différents d'impulsion à impulsion et leurs filtres désadaptés.

Les images SAR obtenues dans ces différents cas sont présentés en Figure 3.8. L'image obtenue avec les signaux chirp fait office de référence du point de vue de la qualité de l'image SAR, même si ce type de code ne permet pas de transmettre de l'information. On a pu observer que l'utilisation d'un même signal CPFSK pour toutes les impulsions crée des remontées de lobes secondaires en distance spectaculaires avec le filtre adapté. L'emploi du filtre désadapté permet d'atténuer ces lobes secondaires dans une certaine mesure, même s'ils restent visibles aux alentours des points brillants très forts de la scène. L'emploi de signaux CPFSK différents d'impulsion à impulsion permet d'une part d'augmenter de manière conséquente le débit d'informations transmises, et d'autre part de limiter fortement les lobes secondaires en distance, mais se traduit par un étalement diffus de l'énergie dans l'espace distance/doppler, qui tend à diminuer le contraste de l'image résultante. L'emploi du filtrage désadapté permet d'améliorer ce contraste pour obtenir une image de qualité très proche de l'image chirp d'origine, avec transmission d'information! La contrepartie de cette dernière solution est bien entendu le coût de calcul nécessaire pour l'obtention des filtres désadaptés...

Quoiqu'il en soit, les travaux de Marilisa ont permis de montrer qu'il était possible d'obtenir des images SAR de bonne qualité avec des signaux initialement utilisés pour transmettre de l'information. D'autres résultats ont été obtenus dans sa thèse sur données réelles issues d'enregistrement avec le moyen de mesure ONERA HYCAM [T5].

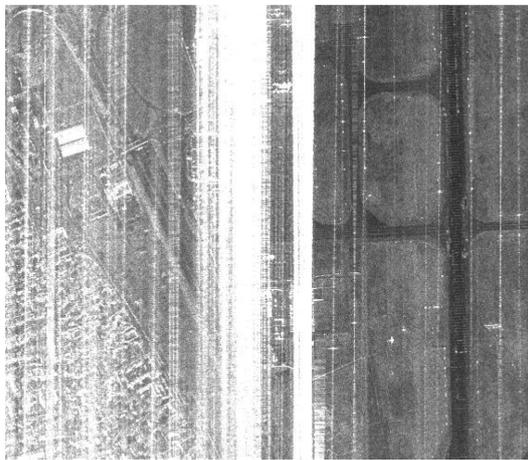
3.3 Optimisation de formes d'onde

Suite aux travaux effectués sur l'optimisation des filtres désadaptés, je me suis intéressé à l'optimisation des formes d'onde elles-mêmes : il s'agit en ce cas de trouver des formes d'onde présentant des fonctions d'autocorrélation avec des lobes secondaires les plus bas possibles.

L'essentiel des travaux que j'ai menés sur cette thématique sont liés aux travaux de Thèse de Uy-Hour Tan détaillés en section 3.3.1, mais la thématique d'optimisation de formes d'onde a également



(a) Chirp with MF



(b) One CPFSK with MF



(c) One CPFSK with MMF



(d) Different CPFSK with MF



(e) Different CPFSK with MMF

FIGURE 3.8 – Images SAR resynthétisées avec différentes formes d’onde et filtres adaptés (MF) ou désadaptés (MMF) [T5].

été abordée dans le cadre des travaux de postdoctorat de Hassan Mortada (voir section 3.3.2). Enfin j'ai également menés quelques travaux sur Ressources Générales ONERA afin d'optimiser des formes d'onde MIMO permettant de synthétiser des diagrammes de rayonnement spécifiques (diagrammes avec trou dans une direction donnée, de largeur plus ou moins importante[C53] (on y retrouvait nos fameuses DPSS!), et diagrammes multi-faisceaux [R18]). Je n'en parlerai pas plus en détail dans ce document.

3.3.1 Thèse de Uy-Hour Tan (Décembre 2014 - Juin 2019)

Uy-Hour Tan a effectué sa thèse Cifre-Défense entre le laboratoire SONDRRA (CentraleSupélec) et Thales. Il était co-encadré par Claude Adnet de Thales, la direction de la thèse étant assurée par Jean-Philippe Ovarlez (ONERA/SONDRRA). Ses travaux de thèse ont été constitués de trois axes principaux :

- ◆ L'optimisation de formes d'onde ;
- ◆ L'optimisation conjointe des formes d'onde et de leur filtre désadapté ;
- ◆ L'étude de bornes inférieures sur le niveau des lobes secondaires.

Le dernier point a été effectué au cours de la thèse de Uy-Hour Tan en collaboration avec Fabien Arlery, également en thèse à Thales.

3.3.1.1 Optimisation de formes d'onde

Le problème d'optimisation considéré dans ce cas consiste à optimiser l'énergie des lobes secondaires de la fonction d'autocorrélation d'une forme d'onde donnée. En notant \mathbf{s} le vecteur de longueur N correspondant à cette forme d'onde, le terme k de la fonction d'autocorrélation s'écrit :

$$f_{ac}^{\mathbf{s}}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n s_{n-k}^*,$$

pour $k \in [-N+1, N-1]$, et où l'on a supposé que $s_l = 0$ pour $l < 0$ ou $l \geq N$.

L'énergie des lobes secondaires (critère ISL) correspond alors à la fonction

$$g_2(\mathbf{s}) = \sum_{|k| \geq N_{ML}} |f_{ac}^{\mathbf{s}}(k)|^2,$$

où N_{ML} défini comme en équation (3.4) est le nombre d'échantillons localisés dans le demi-lobe principal et l'on a ainsi considéré uniquement les échantillons hors lobe principal¹⁹.

Généralement dans les applications radar, on souhaite que les formes d'onde émises ne soient pas modulées en amplitude, pour que les émetteurs puissent fonctionner en mode saturé. Cela implique une contrainte de module constant sur les échantillons s_n , et le problème d'optimisation à résoudre peut alors s'écrire

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}} \quad & g_2(\mathbf{s}) \\ \text{s.t.} \quad & |s_n| = 1, \forall n. \end{aligned} \tag{3.11}$$

19. Cette fonction objectif peut bien entendu être généralisée à des normes L_p plus élevées, en considérant la fonction $g_p(\mathbf{s})$ définie de la même manière que $g_2(\mathbf{s})$ et en remplaçant la puissance 2 par une puissance p .

Ce problème d'optimisation est plus complexe que celui du filtre désadapté, car il n'est pas convexe : en effet, d'une part la fonction objectif est un polynôme multivarié de degré 4 en les variables $(s_n)_{n \in [0, N-1]}$, et d'autre part la contrainte module constant implique un espace de recherche non convexe. On peut ajouter à cela la taille du domaine de recherche (de dimension N) et on en conclut qu'il sera difficile de déterminer l'optimum global du problème. On se contentera donc généralement de trouver un bon optimum local.

Pour ce faire, Uy-Hour a considéré un certain nombre de méthodes d'optimisation applicables au problème, parmi lesquelles une méthode de simple recherche aléatoire, un algorithme évolutionnaire appelé CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy) [Han06], un algorithme de recuit simulé ou encore un algorithme de descente de gradient. Il s'avère que les meilleurs résultats ont été obtenus par l'algorithme CMA-ES et la descente de gradient (à un niveau similaire).

J'évoquerai ici plus particulièrement la descente de gradient, car le choix d'un tel algorithme représente un petit retournement de veste personnel : en raison de la nature fortement non convexe du problème d'optimisation considéré, et du nombre très important de minima locaux, j'ai pendant longtemps été persuadé (sans jamais le vérifier...) que l'utilisation d'un tel algorithme n'était pas du tout pertinente dans ce cas ! Toutefois, lors de ma participation à la conférence IEEE International Radar Conference en 2015, j'ai assisté à la présentation poster de l'article [BDS15] qui présente une méthode de calcul de gradient pour l'optimisation de codes biphasés ou polyphasés, avec des résultats qui m'ont semblé très impressionnants à l'époque. Après quelques petites tentatives personnelles, j'en suis ressorti convaincu qu'il fallait absolument tester ce type de méthode, et ai proposé à Uy-Hour de les mettre en œuvre dans le cadre de sa thèse.

Afin de prendre en compte la contrainte module constant, une solution consiste à poser $s_n = e^{j\varphi_n}$ et à optimiser $g_2(\mathbf{s})$ vis-à-vis des variables φ_n . Dans ce cas, le problème d'optimisation devient un problème d'optimisation sans contrainte, et l'application d'un algorithme de descente de gradient nécessite essentiellement le calcul des dérivées de la fonction objectif $g_2(\mathbf{s})$ par rapport aux φ_n . On peut montrer que ces dérivées s'expriment analytiquement sous la forme²⁰

$$\frac{\partial g_2(\mathbf{s})}{\partial \varphi_n} = -2\mathcal{I}m \left(s_n \sum_{|k| \geq N_{ML}} s_{n-k}^* (f_{ac}^{\mathbf{s}}(k))^* + s_{n+k}^* f_{ac}^{\mathbf{s}}(k) \right),$$

ce qui permet donc une implémentation très rapide de l'algorithme de descente.

Cette approche peut être appliquée également dans le cas de l'optimisation d'une famille de séquences. En définissant par

$$f_{ic}^{\mathbf{s}^a, \mathbf{s}^b}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n^a (s_{n-k}^b)^*$$

la fonction d'intercorrélation d'un couple de séquences $(\mathbf{s}^a, \mathbf{s}^b)$, on peut définir de manière similaire

20. Dans le cas d'un code de phase binaire ($s_n = \pm 1, \forall n$), on s'aperçoit que la quantité complexe dans la partie imaginaire est... réelle, et donc toutes les dérivées sont nulles ! Ainsi tous les codes binaires sont des points critiques de la fonction objectif !! Combien d'optima locaux dans un paysage si chahuté avec au moins 2^N points critiques ? Une telle propriété(/beauté) me laisse rêveur... A noter qu'il aurait été très rigolo que tous ces points critiques soient des maxima locaux (ce qui aurait signifié que les codes binaires, qui sont si souvent utilisés, sont localement les codes de phase... les pires ! en tout cas du point de vue de l'énergie des lobes secondaires), mais après avoir vérifié personnellement pour un code de Barker, il semble que ce ne soit pas le cas. Les mathématiques sont belles mais n'ont pas le sens de l'humour...

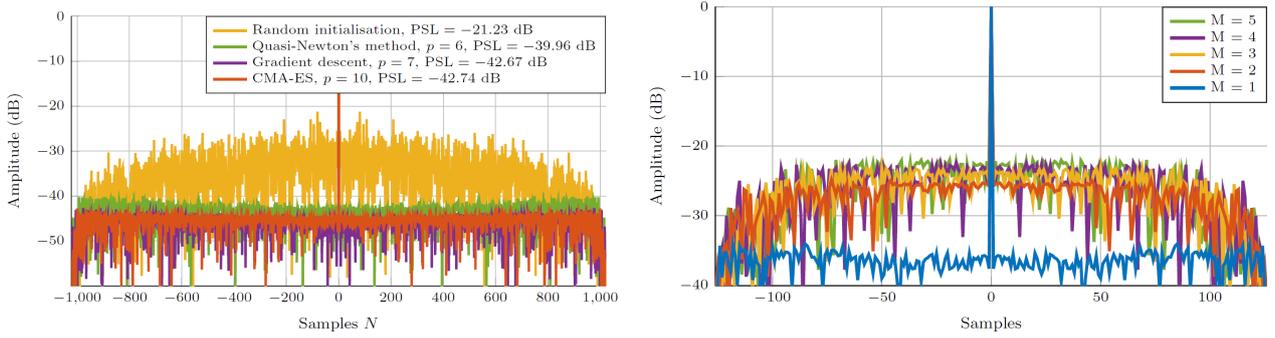


FIGURE 3.9 – Résultats d’optimisation de séquences [T3]. À gauche : comparaison des autocorrélations obtenues pour des codes de longueur $N = 1024$ à partir d’une même séquence initiale, avec algorithme de descente de gradient, algorithme quasi-Newton et algorithme CMA-ES. À droite : Niveaux d’autocorrélation obtenus pour l’optimisation par algorithme de descente de gradient d’une famille de séquences, pour différents nombres M de séquences dans la famille.

l’énergie totale des lobes secondaires des autocorrélations et intercorrélations d’une famille de M codes $(\mathbf{s}^m)_{m \in \{1, \dots, M\}}$ par

$$g_2 \left((\mathbf{s}^m)_{m \in \{1, \dots, M\}} \right) = \sum_{m=1}^M \sum_{|k| \geq N_{ML}} \left| f_{ac}^{\mathbf{s}^m}(k) \right|^2 + \sum_{m_1 \neq m_2} \sum_{k=-N+1}^{N-1} \left| f_{ic}^{\mathbf{s}^{m_1}, \mathbf{s}^{m_2}}(k) \right|^2,$$

il est encore possible d’appliquer un algorithme de descente de gradient pour optimiser la famille $(\mathbf{s}^m)_{m \in \{1, \dots, M\}}$. La figure 3.9 présente les résultats obtenus pour l’optimisation de l’autocorrélation d’une séquence seule ou pour l’optimisation des autocorrélations et intercorrélations d’une famille de séquences [T3]. On observe bien un gain important sur le niveau des lobes secondaires grâce à l’optimisation. Ce niveau remonte toutefois lorsque l’on considère l’optimisation de plusieurs séquences.

3.3.1.2 Optimisation conjointe forme d’onde et filtre désadapté

Suite aux travaux d’optimisation de formes d’onde effectués par Hour, et aux méthodes d’optimisation du filtre désadapté que j’avais pour ma part déjà développées, nous nous sommes penchés sur l’optimisation conjointe des formes d’onde et de leur filtre désadapté. En ne considérant qu’une seule séquence, la fonction objectif peut être modifiée pour devenir

$$g_2(\mathbf{s}, \mathbf{q}) = \sum_{|k| \geq N_{ML}} \left| f_{ac}^{\mathbf{s}, \mathbf{q}}(k) \right|^2,$$

où

$$f_{ac}^{\mathbf{s}, \mathbf{q}}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n q_{n-k}^*.$$

En insérant une contrainte sur le LPG, le problème d’optimisation conjointe peut alors s’écrire sous la forme

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{s}, \mathbf{q}} \quad & g_2(\mathbf{s}, \mathbf{q}) \\
 \text{s.t.} \quad & \mathbf{s}^H \mathbf{q} = \mathbf{s}^H \mathbf{s} \\
 & \mathbf{q}^H \mathbf{q} \leq \alpha \mathbf{s}^H \mathbf{s} \\
 & |s_n| = 1, \forall n.
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Ce problème est bien entendu non convexe et donc difficile à résoudre. Plusieurs méthodes ont donc été considérées par Hour :

- ◆ une optimisation alternée, consistant à effectuer l’optimisation alternativement sur \mathbf{q} en fixant \mathbf{s} , puis sur \mathbf{s} en fixant \mathbf{q} ;
- ◆ une optimisation modifiant la fonction objectif pour prendre en compte un gabarit permettant de modéliser à la fois le niveau des lobes secondaires à atteindre et la perte LPG à satisfaire ;
- ◆ une méthode réinjectant la solution optimale sur \mathbf{q} obtenue à \mathbf{s} fixé dans le programme initial.

Je ne détaillerai que la dernière méthode ici. Elle consiste à résoudre le problème d’optimisation équivalent

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{s}} \quad & g_2(\mathbf{s}, \mathbf{q}_{opt}(\mathbf{s})) \\
 \text{s.t.} \quad & |s_n| = 1, \forall n,
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

où $\mathbf{q}_{opt}(\mathbf{s})$ est la solution du problème d’optimisation du filtre désadapté seul (décrit en début de ce chapitre). Il est de nouveau possible de résoudre ce dernier problème par un algorithme de descente de gradient, au prix d’un coût de calcul assez conséquent puisque le gradient n’est pas calculable analytiquement et doit donc être calculé numériquement.

La figure 3.10 présente le résultat de l’optimisation conjointe d’une séquence et de son filtre désadapté avec d’une part la méthode d’optimisation par gabarit et d’autre part la méthode d’optimisation par réinjection [T3]. Dans un premier temps la séquence d’initialisation des deux algorithmes est tirée aléatoirement, tandis que dans un deuxième temps cette séquence est elle-même préalablement optimisée par un algorithme de descente de gradient. On observe un gain très important dans les deux cas entre le niveau des lobes secondaires de la séquence initiale et le résultat optimisé, mais les deux méthodes fournissent des niveaux encore plus faibles pour une séquence initiale déjà optimisée²¹.

Les différentes méthodes proposées par Hour ont finalement été appliquées dans le cadre du radar MIMO [C32].

3.3.1.3 Bornes sur le niveau des lobes secondaires

Lors de la thèse de Hour, nous nous sommes également intéressés, en collaboration avec Fabien Arlery également en thèse à Thales, à l’étude des bornes inférieures sur le niveau maximum des lobes secondaires d’un ensemble de séquences. Les bornes les plus connues sur le PSLR sont :

- ◆ La borne de Welch définie en 1974 [Wel74], valable pour tout type de séquences, et simplement

21. Ce qui montre bien que l’on n’a convergé que vers un optimum local dans le premier cas...

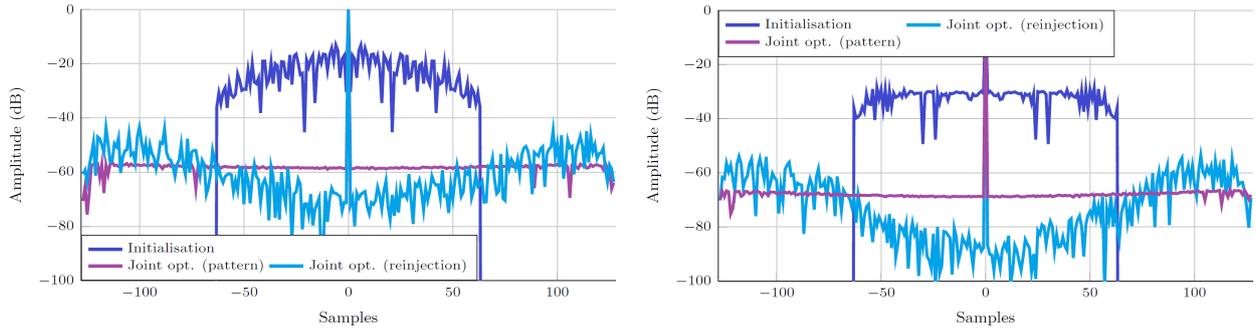


FIGURE 3.10 – Résultats d’optimisation conjointe de séquence et de filtre désadapté [T3] avec méthode d’optimisation par gabarit et méthode d’optimisation par réinjection. A gauche : la séquence d’initialisation est tirée aléatoirement. A droite : la séquence d’initialisation a déjà été optimisée par un algorithme de descente de gradient.

fournie par²²

$$\theta_{\max}^2 \geq \frac{M - 1}{M(2N - 1) - 1},$$

où θ_{\max} est le niveau du lobe secondaire le plus élevé sur l’ensemble des autocorrélations et intercorrélations de la famille de codes considérée.

- ◆ La borne de Levenshtein, définie en 1998 [Lev98], d’expression plus complexe car dépendante d’un vecteur de pondération : selon le choix du vecteur de pondération, la borne sera plus ou moins serrée, et plusieurs bornes de plus en plus resserrées ont donc été trouvées au cours des années, associées à de nouveaux vecteurs de pondération [Lev99 ; Liu+13 ; Liu+14]. Cette borne a initialement été démontrée pour les codes de phase binaires uniquement, la démonstration ayant ensuite été étendue aux codes de phase fondés sur les racines n -ème de l’unité [Boz98].

Il est à noter qu’il existe des vecteurs de pondération pour lesquels la borne de Levenshtein est plus serrée que la borne de Welch dès $M \geq 3$ (les deux bornes étant égales pour $M = 2$).

Nos contributions concernant les bornes sur le PSLR au cours des thèses de Hour et Fabien ont été triples :

- ◆ Nous avons montré que la borne de Levenshtein était valable pour tout code unimodulaire (c’est-à-dire à module constant) [J11]. Cela a été possible en adoptant une stratégie différente de celle considérée par Levenshtein [Lev98] puis Boztaş [Boz98], qui fait intervenir le cardinal de l’ensemble des séquences possibles.
- ◆ Nous avons proposé d’exploiter la structure particulière des séquences de corrélation dans le calcul des bornes de Levenshtein, ce qui nous a permis d’obtenir des bornes un peu plus resserrées²³ [J11].

22. On observera avec cette expression que la borne de Welch n’est pas informative dans le cas $M = 1$ puisqu’elle vaut 0. C’est également le cas des bornes de Levenshtein. On pourra par ailleurs remarquer que puisque la démonstration de Welch ne fait pas d’hypothèse sur le type de séquences (autre qu’une énergie globale normalisée), cette borne pour $M = 1$ est atteinte pour la séquence $[1, 0, \dots, 0]$ qui n’est pas très intéressante pour les applications radar ! On notera surtout qu’en pratique, pour une séquence unimodulaire de longueur N et normalisée en énergie, le point de corrélation extrême vaut toujours $|f_a c^s(N - 1)|^2 = 1/N^2$, ce qui correspond donc à une borne inférieure minimale du PSLR plus serrée que la borne de Welch.

23. Et donc au passage de répondre à une question ouverte de l’article [LG12] : dans cet article, les auteurs établissent

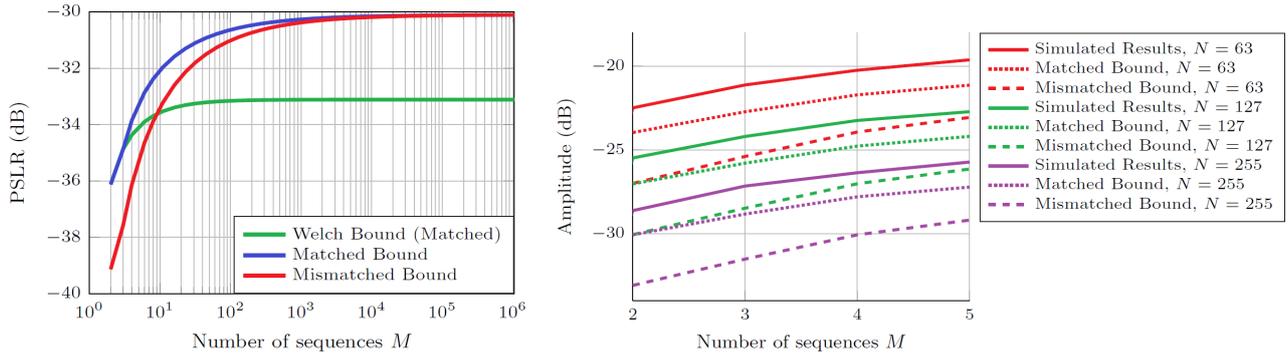


FIGURE 3.11 – À gauche : comparaison de la borne de Welch et des bornes proposées dans le cas classique (Matched) ou avec filtre désadapté (Mismatched) en fonction du nombre de séquences. À droite : Comparaison des niveaux de lobes secondaires obtenus avec des séquences optimisées conjointement avec leur filtre désadapté, et les bornes adaptées et désadaptées proposées, pour différentes longueurs de codes.

- ◆ Nous avons enfin proposé de calculer une borne similaire pour le niveau de lobes secondaires d'une famille de séquences et de leurs filtres désadaptés, ce qui n'avait jamais été considéré à notre connaissance [J14].

Pour visualiser ces différentes bornes, la Figure 3.11 présente d'une part une comparaison de la borne de Welch avec la borne adaptée proposée (amélioration de la borne de Levenshtein) et la borne désadaptée également proposée en fonction du nombre de séquences, et d'autre part une comparaison des niveaux de lobes secondaires obtenus pour des séquences optimisées conjointement avec leur filtre désadapté selon la méthode de descente de gradient, avec les deux bornes proposées, en fonction du nombre de séquences et de la longueur des séquences. On observe que la borne désadaptée est inférieure à la borne adaptée, mais converge vers celle-ci pour un nombre de séquences important. L'évolution des lobes secondaires obtenus avec des séquences optimisées est similaire en pratique à l'évolution de la borne, même si celle-ci n'est pas atteinte.

3.3.2 Postdoctorat d'Hassan Mortada (Janvier 2019 - Février 2020)

Nous avons rencontré dans un autre cadre applicatif le besoin d'optimiser des formes d'onde : le Xampling, défini par Yonina Eldar et son équipe dans les années 2000 [ME09 ; Eld09 ; MEE11], qui a permis de formaliser l'adaptation des méthodes de type "Compressed Sensing" à l'acquisition de signaux analogiques. L'objectif du Xampling dans le cadre de l'écoute est l'enregistrement d'une très large spectre parcimonieux, c'est-à-dire ne contenant que quelques sous-bandes occupées. Y. Eldar et son équipe ont proposé une architecture Xampling particulière pour enregistrer efficacement ce type de signaux : le Multiple Wideband Converter (MWC), dont l'architecture est présentée en Figure 3.12.

Le MWC est composé de plusieurs branches de réception. Dans chaque branche, le signal reçu très large bande est multiplié avec une séquence périodique de période T_p . En raison de sa périodicité, la

les conditions requises par une famille de séquences pour atteindre la borne de Levenshtein, et posent la question de l'existence d'une telle famille. La réponse est donc non, puisque nous avons exhibé une borne plus resserrée que la borne de Levenshtein.

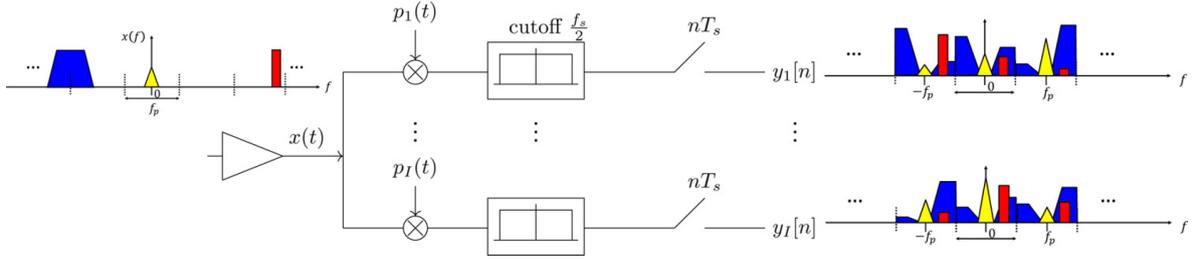


FIGURE 3.12 – Schéma de principe du récepteur MWC. La cadence de sous-échantillonnage f_s peut être choisie égale à Q'/T_p où $Q' \geq 1$ est un entier. Dans ce cas, Q mélanges sont enregistrés par branche.

séquence peut être décomposée en série de Fourier, de sorte que le spectre du signal enregistré, convolué par le peigne de Dirac fréquentiel correspondant au spectre de la séquence, se retrouve mélangé et replié par sous-bandes de largeur $1/T_p$, les coefficients de mélange étant fournis par les coefficients de la série de Fourier de la séquence périodique. Chaque branche crée ainsi des mélanges différents. En sous-échantillonnant chaque mélange à une cadence multiple de $1/T_p$, la totalité du spectre large bande (bien entendu replié et mélangé) est alors acquise sur uniquement quelques sous-bandes. Si certaines hypothèses de parcimonie du spectre enregistré sont respectées, il est alors possible de reconstruire le spectre total par des méthodes de reconstruction parcimonieuse dérivées par exemple des méthodes OMP (Orthogonal Matching Pursuit) [TG07] ou OLS (Orthogonal Least Squares) [CBL89].

Cette architecture semblant intéressante pour des applications d'écoute, nous avons proposé avec mon collègue Jonathan Bosse d'ouvrir un postdoctorat sur le sujet, et c'est ainsi qu'Hassan Mortada a rejoint notre équipe pour un postdoctorat d'un an financé par l'ONERA, afin d'étudier l'architecture MWC et de proposer des pistes d'amélioration, notamment en terme de performances.

Dans ce cadre, il s'avère que les performances de reconstruction dépendent très fortement du choix des séquences périodiques utilisées, puisque les mélanges sont formés à partir des coefficients de Fourier de ces séquences. En particulier, il a été montré que ces performances dépendent de la cohérence du dictionnaire utilisé (ici les coefficients de Fourier des séquences). Parmi les différents travaux effectués par Hassan au cours de son postdoctorat, nous nous sommes donc penchés sur l'optimisation des séquences afin de minimiser la cohérence du dictionnaire [C48 ; J15]. La difficulté ici était liée à la structure très particulière du dictionnaire, notamment due au fait que dès que plusieurs mélanges sont enregistrés par branche, les coefficients de mélanges font intervenir les mêmes coefficients de Fourier décalés sur les différentes sous-bandes. Hassan a considéré plusieurs méthodes d'optimisation parmi lesquelles des descentes de gradient et une méthode appelée c-sidco [RGH18 ; C48], qui consiste à optimiser itérativement les colonnes du dictionnaire, chaque optimisation par colonne pouvant être écrite sous la forme d'un problème d'optimisation convexe résolu par méthode de point intérieur. La méthode finale proposée par Hassan a alors consisté en une adaptation à notre problématique de la méthode c-sidco afin de gérer la structure très particulière de notre problème, suivie d'une étape de descente de gradient. La figure 3.13 présente quelques résultats obtenus pour l'optimisation des séquences en terme de cohérence du dictionnaire. Dans les deux sous-figures, le nombre total de mélanges est le même (égal à 15), par contre le nombre de branches et le nombre de mélanges

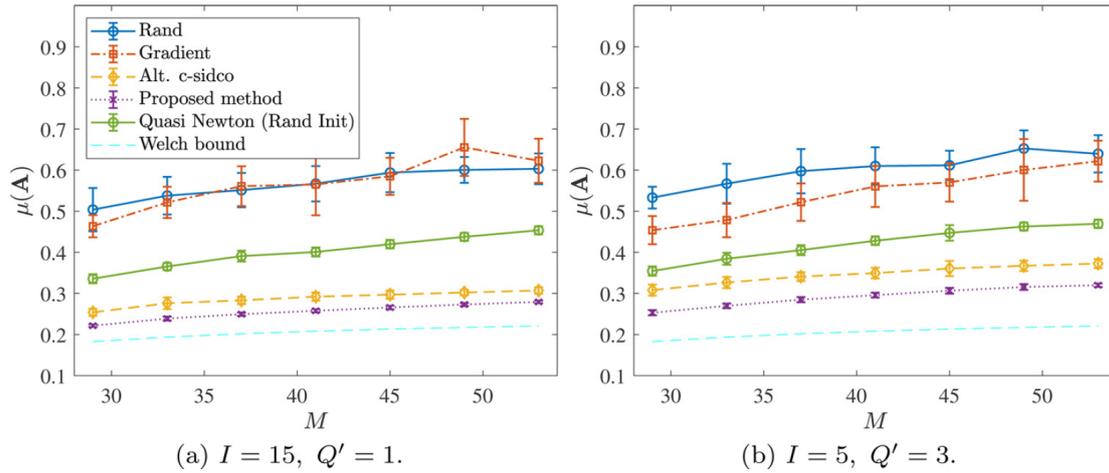


FIGURE 3.13 – Cohérence moyenne et écart-type (obtenus sur 20 tirages) pour différentes méthodes d’optimisation. I représente le nombre de branches du MWC, et Q' le nombre de mélanges par branche. Les deux figures présentent donc le même nombre total de mélanges.

par branche est différent. Pour la figure 3.13.(a), un seul mélange est enregistré par branche, ce qui nécessite 15 branches et donc 15 séquences différentes, tandis que dans la figure 3.13.(b), 5 branches seulement sont utilisées (et donc 5 séquences) avec 3 mélanges enregistrés par branche. En terme de cohérence on observe alors que les performances sont meilleures dans le cas (a) que dans le cas (b), ce qui est logique puisque le nombre de degrés de liberté est supérieur (15 séquences au lieu de 5), au prix d’une complexité accrue du récepteur. Ces performances sont comparées à la borne... de Welch, déjà rencontrée dans la section précédente pour le niveau des lobes secondaires.

Le postdoctorat d’Hassan a permis d’initier les travaux sur le Xampling au DEMR, qui ont ensuite été poursuivis par la réalisation d’un démonstrateur par des collègues d’une autre équipe en collaboration avec Hassan et Jonathan notamment.

3.4 Réjection de cible ou de fouillis

Les travaux précédemment évoqués ont eu pour vocation de limiter le plus possible le niveau des lobes secondaires créés par les réflecteurs forts présents dans la scène. Malgré tout, cet abaissement des lobes secondaires, soit par optimisation du code émis, soit par utilisation du filtre désadapté optimal, reste limité²⁴.

Une autre stratégie pour gérer les lobes secondaires produits par les réflecteurs forts consiste à éliminer totalement la contribution des dits réflecteurs, ce qui a pour effet de ne plus du tout générer les lobes secondaires correspondants après filtrage adapté. Cette stratégie est beaucoup utilisée :

- ◆ dans les applications de type radar passif [WG07 ; HMR05 ; Pou05 ; Col+09] où le trajet direct lié à l’émetteur mais aussi les multitrajets réfléchis par la scène présentent généralement des niveaux tellement importants au regard des niveaux attendus pour les cibles à détecter qu’ils

24. Notamment en raison de l’existence de bornes inférieures sur le niveau des lobes secondaires, telles que les bornes de Welch et de Levenshtein, comme nous avons vu dans la section précédente.

interdisent toute détection sans une réjection adéquate ;

- ◆ dans les algorithmes de la famille Clean [TS88] ou Matching Pursuit [MZ93; End10], où la contribution des précédents atomes déjà sélectionnés lors de la procédure itérative est éliminée de la mesure afin de permettre la sélection de l'atome suivant à partir du signal résiduel.

Je me suis intéressé à ces deux types d'applications lors de mes travaux. Dans les deux cas, le principe de la réjection se fait de manière très similaire, par une méthode de moindres carrés. Soit un signal reçu \mathbf{y} s'écrivant sous la forme d'une combinaison linéaire bruitée de répliques d'un signal émis \mathbf{s} soumis à l'effet d'un jeu de paramètres ν :

$$\mathbf{y} = \sum_{n=1}^{N_r} \alpha_n^r \mathbf{s}(\nu_n^r) + \sum_{m=1}^{N_c} \alpha_m^c \mathbf{s}(\nu_m^c) + \mathbf{n},$$

où les α et ν représentent respectivement les amplitudes (inconnues) et les paramètres pour chaque réflecteur de la scène, l'exposant r représentant les contributions des éléments à éliminer (trajet direct ou fouillis dans le cas du radar passif, éléments du dictionnaire déjà extraits dans le cas du Matching Pursuit par exemple), et l'exposant c représentant les contributions des cibles à détecter. Le vecteur \mathbf{n} représente bien entendu le bruit additif supposé comme toujours gaussien, qui sera considéré ici blanc de variance connue par souci de simplification. Connaissant les paramètres ν_n^r , l'élimination des contributions correspondantes s'effectue en estimant les amplitudes associées par résolution du problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\mathbf{a}^r} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}^r \mathbf{a}^r\|_2^2,$$

où $\mathbf{a}^r = [\alpha_1^r, \dots, \alpha_{N_r}^r]^T$ et la matrice \mathbf{S}^r contient les différentes répliques de signal

$$\mathbf{S}^r = [\mathbf{s}(\nu_1^r), \dots, \mathbf{s}(\nu_{N_r}^r)].$$

La solution de ce problème très classique de moindres carrés est fournie par

$$\hat{\mathbf{a}}^r = (\mathbf{S}^{rH} \mathbf{S}^r)^{-1} \mathbf{S}^{rH} \mathbf{y},$$

et le signal après réjection \mathbf{y}_{rej} est obtenu en éliminant ces contributions, soit :

$$\mathbf{y}_{rej} = \mathbf{y} - \mathbf{S}^r \hat{\mathbf{a}}^r = \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}^r (\mathbf{S}^{rH} \mathbf{S}^r)^{-1} \mathbf{S}^{rH} \right) \mathbf{y}, \quad (\pi)$$

où la matrice impliquée est le projecteur orthogonal à l'espace des contributeurs à éliminer.

Pour obtenir de bonnes performances de réjection, il est toutefois nécessaire de modéliser correctement le problème, c'est-à-dire en particulier :

- ◆ De connaître les valeurs des paramètres à rejeter ν_n^r . Bien entendu ces valeurs sont inconnues, et pour simplifier le problème on les suppose localisées sur une grille. D'où une problématique hors-grille déjà évoquée dans ce chapitre et le précédent. J'ai travaillé sur cette problématique d'abord avec mon collègue Dominique Poullin dans le cas du radar passif, puis avec mon collègue Jonathan Bosse dans le cadre d'algorithmes de type Matching Pursuit.
- ◆ De connaître le modèle du signal émis \mathbf{s} . Ce n'est malheureusement pas le cas dans les applica-

tions radar passif. Il s’agit alors d’estimer ce signal émis, ce qui peut être relativement complexe selon les applications. La problématique était particulièrement renforcée dans le cas du radar passif aéroporté, qui fut le sujet de la thèse de Clément Berthillot.

3.4.1 Réjection en présence de contributeurs hors grille

C’est historiquement pour ce problème de réjection dans le cadre du radar passif aéroporté que j’ai été confronté pour la première fois à la problématique hors grille. Pour rappel, le radar passif consiste à exploiter une émission d’opportunité déjà présente dans l’environnement pour détecter et localiser les cibles sans émettre soi-même. De nombreuses sources d’émission différentes peuvent être considérées, telles que les émissions de radio FM ou les émissions de télévision numérique DVB-T. J’ai commencé à travailler sur la problématique du passif aéroporté dans le cadre du projet PRF DORADA²⁵ qui avait pour vocation l’étude d’un concept de radar passif FM porté par des drones. Qui dit récepteur aéroporté dit mouvement du porteur et donc étalement des contributions de fouillis en Doppler. Or, dans les applications de radar passif, la réjection des multitrajets s’effectue en supposant les contributeurs localisés sur une certaine grille de l’espace de paramètres. Dans le cas d’un récepteur au sol, on peut supposer le fouillis localisé à Doppler nul, ce qui facilite sérieusement la tâche, puisqu’il suffit de créer une grille en distance pour éliminer les multitrajets, en l’absence de connaissance exacte de l’emplacement des différents contributeurs. On élimine ainsi toutes les contributions à Doppler nul localisées entre la distance 0 (correspondant au trajet direct) et une certaine distance fixée au préalable.

Dans le projet DORADA, il était nécessaire de considérer un fouillis avec des composantes Doppler non nulles, ce qui impliquait d’augmenter sérieusement la taille de la grille à éliminer. S’est ainsi posée la question de l’échantillonnage en Doppler de cette grille. Il est apparu très vite qu’un échantillonnage à la résolution Doppler n’était pas suffisant pour éliminer correctement les contributions de fouillis. Une première solution consistant à échantillonner d’un facteur 2 a été proposée par un autre doctorant de l’ONERA, Mathieu Cattenoz, pour une autre application [CSM14]. Mais cette solution n’était pas satisfaisante non plus dans le cadre du passif aéroporté, et nous nous sommes alors posé la question avec mon collègue Dominique Poullin de la possibilité d’éliminer directement toutes les contributions sur un intervalle continu plutôt que sur des échantillons discrets.

L’idée naturelle était bien entendu d’augmenter le suréchantillonnage, ce qui implique d’augmenter le nombre de colonnes de la matrice \mathbf{S}^r . En supposant que le vecteur signal est de longueur N_s et que le nombre d’hypothèses échantillonnées est N_ν , la matrice à inverser $\mathbf{S}^{rH}\mathbf{S}^r$ dans l’équation (π) est alors de taille croissante $N_\nu \times N_\nu$. Si les hypothèses ν_n^r échantillonnent un certain intervalle $[\nu_{\min}, \nu_{\max}]$, alors on peut représenter l’intervalle complet en faisant tendre le nombre d’échantillons vers l’infini (soit en faisant tendre le pas d’échantillonnage vers 0). Toutefois la taille de la matrice à inverser pour calculer le projecteur tend alors vers l’infini. Ce qui n’est pas très pratique...

L’astuce consiste à utiliser la Décomposition en Valeurs Singulières (SVD) de \mathbf{S}^r . On peut en effet

²⁵. PRF signifie Projet de Recherche Fédérateur, c’est un type de projet regroupant des ingénieurs de plusieurs départements de l’ONERA.

montrer que le projecteur $\mathbf{S}^r (\mathbf{S}^{rH} \mathbf{S}^r)^{-1} \mathbf{S}^{rH}$ peut se réécrire sous la forme

$$\mathbf{S}^r (\mathbf{S}^{rH} \mathbf{S}^r)^{-1} \mathbf{S}^{rH} = \mathbf{U}_S \mathbf{I}_M \mathbf{U}_S^H,$$

où \mathbf{U}_S est la matrice fournie par la SVD de \mathbf{S}^r telle que $\mathbf{S}^r = \mathbf{U}_S \mathbf{D}_S \mathbf{V}_S^H$, \mathbf{I}_M est la matrice identité dont seules les M premières valeurs diagonales sont non nulles, et M représente le nombre de valeurs singulières non nulles de \mathbf{S}^r . Le projecteur ne fait donc intervenir que la matrice \mathbf{U}_S de la SVD. Or cette matrice peut être obtenue directement en calculant plutôt la SVD de $\mathbf{S}^r \mathbf{S}^{rH}$ puisque $\mathbf{S}^r \mathbf{S}^{rH} = \mathbf{U}_S \mathbf{D}_S \mathbf{D}_S \mathbf{U}_S^H$, et il s'avère que $\mathbf{S}^r \mathbf{S}^{rH}$ est de taille $N_s \times N_s$ indépendante du nombre d'hypothèses ν_n^r considérées ! On peut donc en particulier étendre le calcul à l'intervalle continu $[\nu_{\min}, \nu_{\max}]$, moyennant d'être capable de calculer les termes de la matrice $\mathbf{S}^r \mathbf{S}^{rH}$ sur cet intervalle.

Dans le cas d'un vecteur signal $\mathbf{s}(\nu_n^r)$ s'écrivant sous la forme d'une loi de phase linéaire (c'est le cas du steering vector doppler dans le cas d'un train d'impulsions périodique, ou encore du steering vector angulaire pour un réseau phasé linéaire uniforme), soit

$$\mathbf{s}(\nu_n^r) = [1, e^{j2\pi\nu_n^r}, e^{j2\pi 2\nu_n^r}, \dots, e^{j2\pi(N_s-1)\nu_n^r}],$$

on peut alors montrer que le terme (k, l) de la matrice $\mathbf{S}^r \mathbf{S}^{rH}$ s'écrit, quand on fait tendre le nombre d'échantillons vers l'infini :

$$\lim_{N_\nu \rightarrow \infty} (\mathbf{S}^r \mathbf{S}^{rH})_{k,l} = \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} e^{j2\pi(k-l)\nu} d\nu = \frac{1}{2} e^{j\pi(k-l)(\nu_{\min} + \nu_{\max})} \text{sinc}((k-l)(\nu_{\max} - \nu_{\min})).$$

Cette matrice est la matrice génératrice des DPSS déjà rencontrée auparavant dans ce document. La réjection est donc possible sur l'intervalle continu $[\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ en utilisant la SVD de cette matrice. Deux exemples d'une telle réjection sont présentés en figure 3.14, où la mesure contient une cible très forte localisée en hors grille et une cible faible, et une réjection avec un échantillonnage d'un facteur 2 n'est pas suffisante pour éliminer l'effet de la cible forte.

Suite à ces travaux, nous nous sommes penchés avec mon collègue Jonathan Bosse sur leur application dans le cadre d'algorithmes de la famille Matching Pursuit, l'idée étant de remplacer l'étape classique de réjection de ce type d'algorithme par une étape de réjection continue afin de gérer le problème des cibles hors grille ou des cibles non résolues, ce qui a mené aux publications [C29 ; J10]. Dans ces travaux, la base des DPSS était de nouveau utilisée pour la réjection, la dimension du projecteur étant choisie en fonction du SNR du contributeur à rejeter, et le critère proposé permettait de contrôler le niveau du résidu de sorte que la probabilité de détection du résidu et de ses lobes secondaires soit inférieure à la probabilité de fausse alarme désirée. Une procédure similaire a été réutilisée ultérieurement dans les algorithmes de reconstruction Xampling développés par Hassan Mortada lors de son postdoctorat (voir section 3.3.2).

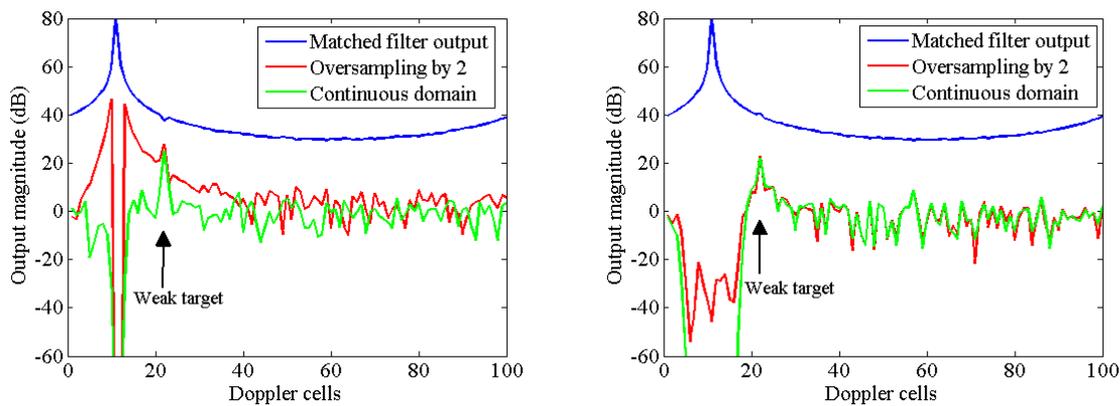


FIGURE 3.14 – Réjection d’une cible forte localisée hors grille sur un intervalle continu ou par sur-échantillonnage d’un facteur 2 [C28]. A gauche : réjection sur une case de résolution. A droite : réjection sur 10 cases de résolution.

3.4.2 Radar passif aéroporté - Thèse de Clément Berthillot (Octobre 2013 -Décembre 2018)

Les travaux précédents proposaient d’effectuer la réjection sur une base permettant de représenter un ensemble continu de paramètres, afin de limiter les remontées de lobes secondaires liées à une mauvaise réjection des contributeurs hors grille pouvant masquer les vraies cibles. Dans ce cas, la mauvaise réjection est liée au fait que le projecteur considéré ne modélise pas correctement le contributeur à éliminer (par exemple la matrice \mathbf{S}^r dans l’équation (π) ne contient pas l’hypothèse correspondant au paramètre du contributeur).

Dans le cas des applications radar passif, la mauvaise réjection peut également être liée à une mauvaise connaissance du signal émis \mathbf{s} , qui n’est bien entendu pas connu et doit donc être estimé à partir du signal reçu. Or ce signal reçu est par nature composite, contenant comme nous l’avons vu le trajet direct et de nombreux multitrajets. Lorsque le récepteur est aéroporté, l’aspect composite du signal reçu est encore plus prégnant en raison d’une part du tilt des antennes d’émission vers le sol couplé à la position en altitude du récepteur qui entraînent un très grand nombre de réflexions au sol, et d’autre part du fait que plusieurs émetteurs civils exploitant la même fréquence peuvent être en ligne de vue directe du récepteur²⁶. Enfin le mouvement du récepteur implique un étalement Doppler des échos reçus qui complexifie encore l’estimation du signal de référence comme l’étape de réjection des échos de fouillis. La mise en œuvre d’un système passif aéroporté représentait donc un véritable défi du point de vue du traitement.

Un des enjeux de la thèse de Clément Berthillot, débutée fin 2013²⁷, encadrée par Agnès Santori du CRÉA, mon collègue Dominique Poullin et moi-même, et dirigée par Marc Lesturgie également de l’ONERA et du laboratoire SONDRRA, et dont le sujet portait sur le radar passif aéroporté, a donc été

26. C’est en particulier vrai des configurations dites SFN (Single Frequency Network) où plusieurs émetteurs vont non seulement exploiter la même bande de fréquence, mais réémettre le même signal, à un retard près.

27. Clément était à l’époque (et est toujours) officier de l’armée de l’air et a donc effectué ses travaux de thèse au CRÉA (Centre de Recherche de l’Ecole de l’Air) en parallèle de sa charge d’officier, ce qui dénote une capacité de travail totalement admirable.

de défricher la problématique pour proposer des méthodes de traitement spécifiques permettant d'une part une bonne estimation du signal de référence et d'autre part une bonne réjection du fouillis²⁸. La solution proposée dans la thèse de Clément pour estimer le signal de référence dans le cadre de signaux DVB-T (Digital Video Broadcasting - Terrestrial) a consisté à combiner deux stratégies :

- ◆ Une méthode de traitement d'antennes permettant de focaliser le réseau dans la direction de l'émetteur pour limiter l'impact des échos provenant d'autres directions. Cette première méthode a consisté assez classiquement à projeter les signaux reçus sur le réseau d'antennes de réception sur le vecteur propre associé à la valeur propre principale de la matrice de covariance du signal reçu sur le réseau.
- ◆ Une méthode cherchant à décoder le signal reçu pour reconstruire le signal émis. Les méthodes de décodage nécessitent toutefois d'estimer le canal de propagation qui crée des effets d'interférence entre symboles voire, dans le cas des modulations OFDM utilisées en DVB-T, d'interférences entre porteuses.

Pour le deuxième point, Clément a dans un premier temps montré à partir des données expérimentales acquises par le moyen de mesure qu'il a développé avec Agnès Santori et des collègues du site de Salon-de-Provence de l'ONERA, que le canal aéronautique pour le passif aéroporté varie relativement lentement dans le temps, de sorte que les interférences entre porteuses intra-symboles restent faibles. Il a ensuite développé une méthode d'estimation permettant d'estimer les variations lentes, inter-symboles, du canal. Cette méthode est fondée sur une modélisation des variations du canal par décomposition de la réponse impulsionnelle du canal sur une base de fonctions variant dans le temps, appelée BEM (Basis Expansion Model) [GT98]. Contrairement aux méthodes de la littérature qui cherchent à modéliser les variations rapides du canal, la méthode proposée par Clément, qui n'estime que les variations lentes, est beaucoup plus légère en coût de calcul. Plusieurs familles de fonctions peuvent être utilisées (modèle polynomial, fonctions exponentielles complexes, fonctions de Karhunen-Loeve ou encore... les Discrete Prolate Spheroidal Sequences, encore elles [ZM05]!). Clément a choisi pour sa méthode les fonctions exponentielles complexes. L'application de la méthode BEM couplée à la méthode de traitement d'antennes a permis d'améliorer le décodage des symboles OFDM. Cela peut être visible sur les constellations obtenues en sortie de traitement présentées en Figure 3.15. Pour quantifier l'amélioration obtenue, on a considéré la distance moyenne entre le point estimé et le point le plus proche de la constellation théorique, moyennée sur tous les symboles d'un enregistrement. Cette distance moyenne, calculée sur 500 enregistrements différents, est présentée en Figure 3.16 et montre de nouveau l'apport de la méthode combinée proposée par Clément.

Cette méthode d'estimation du signal de référence a été appliquée sur les vraies données enregistrées par le récepteur mis au point pendant la thèse de Clément. Il restait alors à effectuer la réjection du fouillis, qui s'avère complexe en radar passif aéroporté, en raison de l'étalement du fouillis en distance et en Doppler²⁹. En effet, le fouillis est alors présent sur un grand nombre de cases distance et Doppler,

28. Les deux autres enjeux principaux de la thèse de Clément ont consisté d'une part à développer un système d'acquisition permettant l'enregistrement de données en vol afin d'obtenir des mesures réelles permettant de valider les algorithmes de traitement proposés, et d'autre part à comprendre la répartition spatiale du fouillis observé en radar passif aéroporté et son impact sur les traitements.

29. La forme géométrique de cet étalement du fouillis a été expliquée par Clément lors de sa thèse, ce qui lui a notamment permis de calculer les bornes maximales en distance/Doppler pour une géométrie d'acquisition donnée.

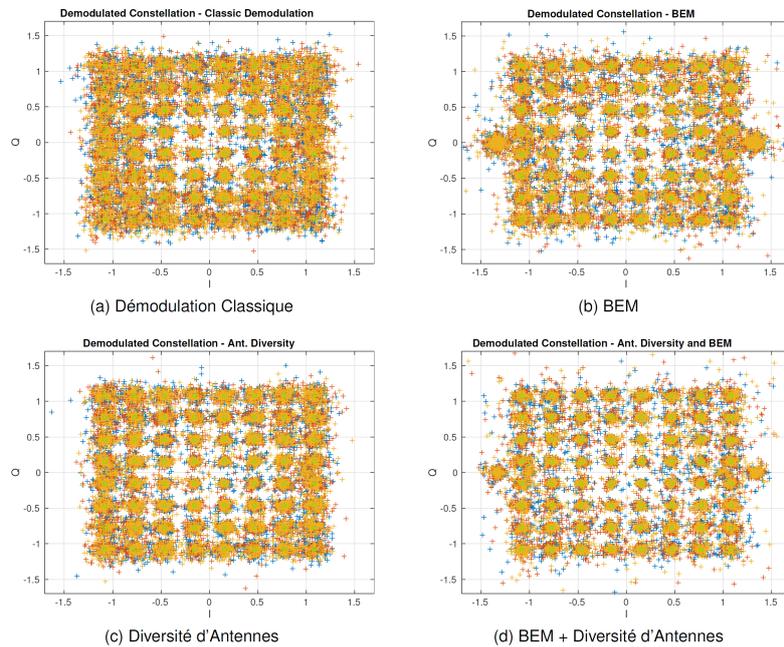


FIGURE 3.15 – Constellations obtenues pour plusieurs symboles OFDM en fonction de la méthode de traitement retenue (démodulation classique, exploitation du traitement d’antennes, exploitation des BEM, exploitation simultanée du traitement d’antennes et des BEM). Données réelles enregistrées en vol [T2].

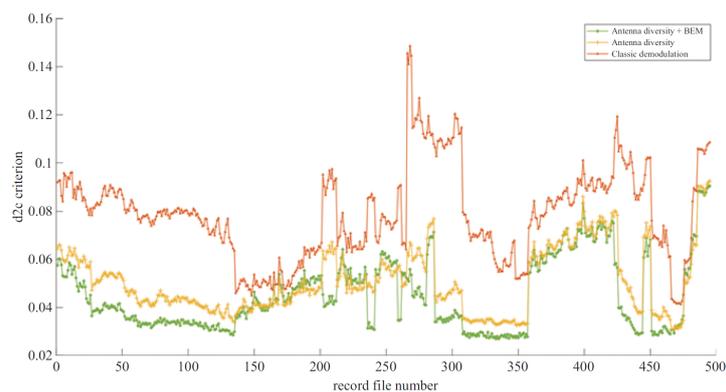


FIGURE 3.16 – Distance moyenne $d2c$ entre le point estimé et le point le plus proche de la constellation 64-QAM théorique, moyennée sur tous les symboles d’un enregistrement, et calculée pour 500 enregistrements différents [O1].

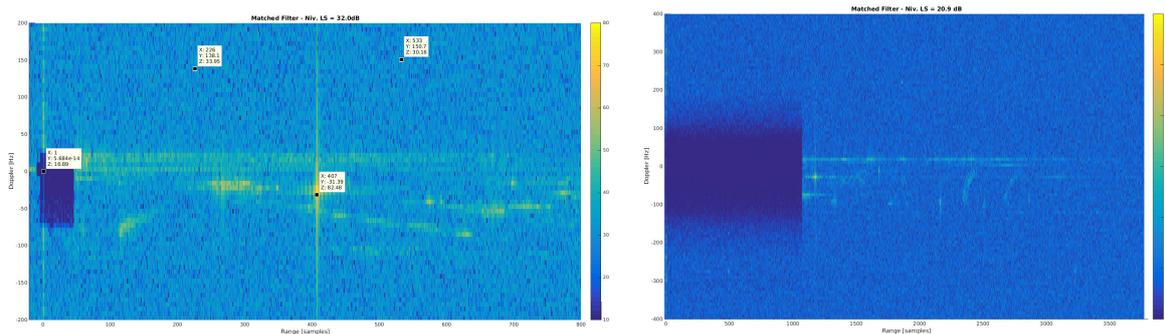


FIGURE 3.17 – Cartes distance/Doppler sur données réelles après réjection : A gauche, sur un masque de taille limité. A droite, par bloc de 10 symboles.

ce qui rend la méthode de réjection considérée (celle au sens des moindres carrés présentée en début de section 3.4) très lourde en coût de calcul, voire dans le cas de Clément tout simplement rédhibitoire. Clément a alors considéré une méthode de réjection par bloc où il s'agissait de découper le signal temporel reçu en un certain nombre de sous-blocs. Cette stratégie présentait deux avantages :

- ◆ la taille limitée d'un bloc permettait de diminuer drastiquement la taille des matrices en jeu dans la méthode de réjection ;
- ◆ la durée limitée en temps d'un bloc réduisait la résolution Doppler pour ce bloc, ce qui permettait de représenter une même étendue Doppler sur un nombre d'échantillons plus limité, et donc de limiter le nombre de colonnes de cette même matrice.

Le désavantage d'une telle méthode est de créer des artefacts de réjection sous la forme de structures périodiques, de période égale à l'inverse de la durée d'un bloc, visibles sur la carte distance/Doppler après réjection, et liés à la discontinuité des coefficients de réjection estimés sur les différents blocs. Clément a proposé de limiter ces défauts en effectuant la réjection sur des blocs glissants dans le temps, ce qui tend bien entendu à augmenter à nouveau le coût de calcul global de la méthode de réjection. Un exemple d'étalement de fouillis après réjection sur un masque de taille limité, et après réjection par bloc, est présenté en Figure 3.17. La zone rejetée par la méthode par bloc représente un nombre d'échantillons distance et Doppler beaucoup trop important pour la méthode de réjection classique.

Je terminerai cette section en soulignant qu'à l'issue de ses travaux de thèse, Clément s'est vu remettre par le Major Général de l'Armée de l'air le prix Clément Ader.

3.5 Conclusion

Finalement, une bonne partie de mes travaux d'étude et de recherche ont porté, depuis mon arrivée à l'ONERA, sur la gestion des lobes secondaires créés par les contributeurs forts (cibles ou fouillis) présents dans l'environnement. Si j'ai initialement été confronté à la problématique dans le cadre du radar MIMO, je l'ai à nouveau rencontrée dans les applications de radar passif et dans les algorithmes de type Matching Pursuit que nous avons utilisés pour les applications de type Compressed Sensing (ou Xampling) notamment. Les différentes stratégies utilisées pour gérer ces lobes secondaires ont consisté à optimiser le traitement à la réception par le biais du filtre désadapté, ou bien directement

la forme d'onde émise quand cela était possible, voire les deux conjointement. Quand l'application nécessitait un niveau de lobes secondaires trop bas par rapport à ce qui est atteignable en pratique, la solution retenue a été l'emploi de méthodes de réjection : c'est le cas bien entendu du radar passif.

Souvent pour obtenir de bonnes performances, il a été nécessaire de considérer la problématique des contributeurs hors-grille. J'ai d'abord rencontré celle-ci dans le cadre de la réjection en radar passif, et cela a abouti à l'emploi d'un projecteur sous-espace souvent constitué des Discrete Prolate Spheroidal Sequences. La problématique s'étant également posée dans le cas du filtre désadapté, les calculs nous ont de nouveau fait aboutir à ces DPSS pour de nombreux cas de formes d'onde. Et dans un article relativement récent [C53] où je cherchais cette fois-ci à optimiser le diagramme d'antennes d'un radar MIMO en créant des directions sans émission d'énergie, j'ai de nouveau été confronté à ces séquences que nous avons affectueusement appelées "Prolates" avec mes collègues. En ajoutant à cette liste les "Prolates" rencontrées dans le cadre de la détection comme évoqué dans le chapitre 2, j'ai parfois eu l'impression de ne jamais pouvoir les éviter dans les travaux que j'ai menés ! Je souhaiterais toutefois bien préciser que dans tous ces travaux, l'emploi des "Prolates" n'a jamais été un choix fortuit motivé par la nécessité de trouver une bonne base de représentation, mais bien parce que les calculs menés dans le cadre des problématiques considérées aboutissaient naturellement à cette famille.

DÉTECTION ET LOCALISATION DE CIBLES PAR EXPLOITATION D'INFORMATIONS MULTIPLES

4.1 Introduction

Dans les deux chapitres précédents, la détection d'une cible s'effectuait de manière classique à partir d'une mesure ne contenant qu'un seul vecteur porteur de toute l'information de cette cible, même si elle pouvait être rendue complexe par la présence de contributeurs additionnels générant des lobes secondaires de niveau important en regard du SNR de la cible. L'équation de mesure pouvait ainsi s'écrire sous la forme simple

$$\mathbf{y} = \alpha_c \mathbf{s}(\nu_c) + \mathbf{y}_f + \mathbf{n},$$

où α_c est l'amplitude de la cible, $\mathbf{s}(\nu_c)$ le signal rétrodiffusé par la cible de vecteur de paramètres ν_c , \mathbf{y}_f est un vecteur porteur de l'ensemble des contributeurs de fouillis (qu'il n'est pas nécessaire d'explicitier ici) et \mathbf{n} est ce bruit de mesure (gaussien ou pas) cher à tout traiteur de signal. Il existe malheureusement des applications pour lesquelles l'exploitation de la seule contribution $\alpha_c \mathbf{s}(\nu_c)$ de la cible est insuffisante pour extraire l'information portée par celle-ci, soit pour la détecter, soit pour la localiser de manière satisfaisante. C'est en particulier le cas :

- ◆ lorsque le SNR de la cible est trop faible. Il peut alors être nécessaire d'agréger les informations issues de plusieurs mesures successives afin de pouvoir la détecter. On rencontre cette problématique dans les applications dites "Track-Before-Detect" (TBD) qui vont chercher à pister la cible directement à partir des données brutes, sans étape préalable de détection.
- ◆ lorsque le paramètre mesuré (par exemple la distance) ne permet pas de déterminer directement la position de la cible en raison de l'environnement particulier dans laquelle celle-ci évolue. On rencontre notamment cette problématique dans le cadre d'une application radar particulière, le "Radar Around-the-Corner" (RAC), où la cible à localiser n'est pas en ligne de vue directe du radar, et où sa localisation passe par l'exploitation des informations issues de plusieurs trajets réfléchis distincts porteurs d'informations différentes qui peuvent être recombinaées pour estimer sa position.

Dans ces deux cas de figure, c'est alors l'exploitation d'informations multiples, soit au cours du temps dans le cas du TBD, soit à l'intérieur d'une même mesure dans le cas du RAC, voire même à l'intérieur d'une même mesure et au cours du temps (lorsque l'on applique la stratégie TBD dans le cas du RAC),

qui va permettre d'extraire l'information d'intérêt portée par la cible.

Le troisième axe de travail auquel je me suis intéressé au cours de mes années à l'ONERA a donc été la détection et la localisation de cibles par exploitation d'informations multiples, pour les deux types d'applications cités ci-dessus (TBD et RAC). Pour le TBD, mes travaux ont été menés dans le cadre d'un projet de recherche, l'ARF Particulaire, et lors de l'encadrement en parallèle de la thèse d'Alexandre Lepoutre ; dans les deux cas, il s'agissait de développer des méthodes de filtrage particulaire pour détecter des cibles en contexte TBD. Pour le "Radar Around-the-Corner", la problématique a été initiée au cours d'un projet de recherche, le PR CORAZON, et a ensuite été poursuivie par l'encadrement de la thèse de Khac Phuc Hung Thai, suivie ces dernières années par l'encadrement de la thèse de Ba-Huy Pham. De manière assez amusante, certains outils développés lors de la thèse d'Alexandre dans le contexte TBD ont pu être réutilisés par Hung puis Huy dans l'application RAC.

4.2 Pistage par filtrage particulaire en contexte Track-Before-Detect

L'approche de traitement radar classique consiste à appliquer un test de détection sur les données brutes (par exemple de type MF ou NMF comme vu en chapitre 2) pour créer des plots de détection, qui peuvent ensuite être fournis en entrée d'un algorithme de pistage qui va agréger les informations portées par les plots au cours du temps. En contexte Track-Before-Detect, la cible ne peut généralement pas être détectée (avec une bonne probabilité de détection) à partir d'une seule mesure, de sorte que peu de plots de détection vont être créés. On va donc plutôt essayer d'appliquer l'algorithme de pistage directement à partir des données brutes, sans étape de détection préalable, afin de réaliser conjointement la détection et le pistage des cibles. Le modèle de mesure à l'instant k va s'écrire, dans le cas d'une cible unique, sous la forme

$$\mathbf{z}_k = \alpha_k \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_k, \quad (4.1)$$

où

- ◆ \mathbf{z}_k est le vecteur de mesure à l'instant k ;
- ◆ \mathbf{x}_k est le vecteur d'état de la cible à l'instant k ;
- ◆ $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ est un vecteur modélisant le signal mesuré par le radar en sortie de prétraitement et en entrée de l'étape de pistage, qui dépend de l'état de la cible ;
- ◆ α_k est l'amplitude complexe de la cible à l'instant k , que l'on décomposera souvent sous la forme $\alpha_k = \rho_k e^{j\varphi_k}$ avec ρ_k et φ_k le module et la phase à l'instant k respectivement ; cette amplitude est supposée inconnue et sera généralement intégrée au vecteur d'état pour être échantillonnée au même titre que la position et la vitesse de la cible.
- ◆ \mathbf{n}_k est le vecteur de bruit à l'instant k , que l'on considèrera dans tout ce chapitre gaussien centré de matrice de covariance connue $\mathbf{\Gamma}$.

Il s'agira alors, à partir de l'information fournie par les différentes mesures $\mathbf{z}_{1:k}$ reçues depuis l'instant 1 jusqu'à l'instant k , de déterminer si une cible est présente ou pas et le cas échéant d'estimer son état \mathbf{x}_k .

Dans tout ce qui suit, le modèle d'état, qui modélise l'évolution de l'état de la cible au cours du temps, sera supposé linéaire et gaussien. Par contre l'équation de mesure (4.1) n'est pas linéaire en raison du caractère non linéaire fort de la fonction $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ quand on considère des mesures brutes. Par ailleurs l'amplitude de la cible est supposée inconnue, le signal mesuré est un vecteur d'échantillons plutôt qu'un plot de détection classique, et enfin la présence ou l'absence de la cible n'est pas connue. Dans ces conditions, les techniques de pistage classiques fondées sur le filtre de Kalman et ses dérivées sont difficilement applicables. Au contraire, le filtre particulière fournit un cadre intéressant et performant pour mener à bien cette estimation dans ce contexte particulier. Pour rappel, ce type de filtre considère un nuage de particules $(\mathbf{x}_k^i)_{i=1,\dots,N_p}$, où N_p représente le nombre de particules utilisées, pondérées par des poids (w_k^i) , afin d'obtenir une estimation discrète de la densité de probabilité a posteriori $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{z}_{1:k})$ sous la forme

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{z}_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N_p} w_k^i \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^i),$$

où $\delta(\mathbf{x})$ est la distribution de Dirac.

Le mécanisme du filtre particulière fonctionne selon les étapes suivantes [Aru+02] :

- ◆ Une première étape de propagation des particules qui consiste à propager les particules dans l'espace d'état selon une certaine loi instrumentale $q(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{z}_k)$;
- ◆ Une étape de mise à jour qui consiste à calculer les poids des particules, fournis par

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k^i)p(\mathbf{x}_k^i|\mathbf{x}_{k-1}^i)}{q(\mathbf{x}_k^i|\mathbf{x}_{k-1}^i, \mathbf{z}_k)},$$

- ◆ Une étape de normalisation du nuage de particules ;
- ◆ Une étape de rééchantillonnage des particules en cas de dégénérescence du nuage.

Les travaux que j'ai menés dans le cadre du pistage par filtrage particulière en contexte Track-Before-Detect ont abordé deux cas de figure légèrement différents :

- ◆ Dans le premier cas de figure, la phase φ_k de la cible n'est pas cohérente de mesure à mesure. Elle est dans ce cas supposée aléatoire uniforme à chaque instant k . C'est le contexte considéré dans la thèse d'Alexandre Lepoutre.
- ◆ Dans le deuxième cas de figure, cette phase φ_k est cohérente de mesure à mesure, on la suppose alors constante au cours du temps, et il est possible de tenter de la recohérer au cours du temps, processus que l'on appelle "intégration longue". C'est le contexte considéré dans les travaux menés dans le cadre de l'ARF Particulaire.

4.2.1 Cas d'une phase incohérente - Thèse d'Alexandre Lepoutre (Octobre 2010 - Octobre 2016)

Les travaux que nous avons menés dans le cadre de la thèse d'Alexandre Lepoutre, dirigée par François Le Gland de l'INRIA et financée à 100% par l'ONERA, ont donc porté sur l'emploi du filtrage particulière pour le pistage de cible en contexte TBD lorsque la phase de la cible est incohérente de mesure à mesure. Nous sommes partis d'un premier filtre TBD existant, proposé dans [SB01], auquel

nous avons proposé des améliorations, notamment en termes de choix des lois instrumentales. Nous nous sommes également penchés sur le calcul de la vraisemblance dans le cas TBD, qui peut être assez difficile à mettre en œuvre selon les hypothèses faites sur l'amplitude de la cible, et aussi selon le nombre de cibles présentes. Alexandre a également proposé dans sa thèse une stratégie originale de pistage TBD fondée sur la modélisation des temps d'apparition des cibles, et enfin un mécanisme général de pistage multicibles dans le cadre TBD [T1]. Je ne détaillerai pas ces deux dernières contributions dans la suite.

4.2.1.1 Filtre particulière TBD et lois instrumentales

Dans ce cadre, les mesures considérées sont les mesures brutes $\mathbf{z}_{1:k}$, généralement après filtrage adapté, mais avant toute étape de détection. La présence ou l'absence de la cible n'est donc pas connue a priori. La méthode classique pour gérer cette méconnaissance consiste à ajouter dans le modèle d'état une variable s_k permettant de modéliser la présence ou l'absence de la cible :

- ◆ si $s_k = 0$, la cible est absente ;
- ◆ si $s_k = 1$, la cible est présente.

Cette variable est alors échantillonnée par le filtre particulière au même titre que l'état \mathbf{x}_k . Il faut pour cela introduire des hypothèses sur la loi de s_k . Le processus aléatoire $(s_k)_{k \in \mathbb{N}}$ est alors souvent défini comme une chaîne de Markov à deux états indépendante de l'état \mathbf{x}_k , et la densité du modèle d'état est généralement factorisée sous la forme

$$p(\mathbf{x}_k, s_k | \mathbf{x}_{k-1}, s_{k-1}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, s_k, s_{k-1})p(s_k | s_{k-1}).$$

Il y a a priori quatre cas de figure à considérer selon les valeurs prises par s_{k-1} et s_k , mais comme l'état de la cible n'est en pratique défini que pour $s_k = 1$, il n'est nécessaire de considérer que les deux cas suivants :

- ◆ $(s_k = 1, s_{k-1} = 1)$: la cible était déjà présente à l'instant précédent, l'évolution de son état est donc défini par un modèle d'état classique en pistage (typiquement un mouvement rectiligne uniforme) ;
- ◆ $(s_k = 1, s_{k-1} = 0)$: la cible était absente à l'instant précédent, et apparaît donc à l'instant courant. Il est alors nécessaire de définir un modèle de naissance qui permettra d'initialiser l'état de la cible dans l'espace d'état, modèle qui est généralement choisi uniforme dans l'espace d'état (en position mais aussi en vitesse).

Si le premier cas (cible déjà présente) est très classique, le second cas (apparition de la cible) s'est avéré très critique dans le cas du TBD. Alexandre a en particulier montré que les performances obtenues étaient très sensibles au choix de la loi instrumentale retenue pour la naissance des particules. Il a alors proposé des nouvelles lois instrumentales dérivées à partir d'approximations de la loi instrumentale optimale $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{z}_k)$ qui prend en compte l'information fournie par la mesure courante \mathbf{z}_k . Les différentes lois instrumentales qu'il a proposées permettent d'échantillonner efficacement les différentes composantes du vecteur d'état. Ainsi :

- ◆ une loi instrumentale a été proposée pour l'initialisation de la position fondée sur une approximation de la densité optimale par un mélange de lois, l'idée étant d'initialiser les particules

essentiellement dans les zones de l'espace d'état pour lesquelles la vraisemblance dépasse un certain seuil. Cela permet d'éviter de "gaspiller" des particules en les tirant dans des zones de l'espace non informatives.

- ◆ une loi instrumentale a été proposée pour l'échantillonnage du module de l'amplitude inconnue de la cible, définie par une loi gaussienne centrée sur l'estimateur MAP de ce module. Cette loi permettait d'éviter d'échantillonner des particules avec des amplitudes peu vraisemblables conditionnellement à la mesure. La phase de l'amplitude était quant à elle gérée par marginalisation de la vraisemblance par rapport à ce paramètre, comme cela était proposé dans [DRC12]. Cette solution d'échantillonnage du module n'était toutefois valable que dans le cas Swerling 0 où l'amplitude est supposée non fluctuante de mesure à mesure (et donc le module constant).
- ◆ une loi instrumentale a été proposée pour l'initialisation de la vitesse qui prend en compte deux états consécutifs pour échantillonner la vitesse, afin de tirer directement une vitesse cohérente des états déjà échantillonnés par la particule.
- ◆ on a montré qu'il était intéressant d'échantillonner la variable de présence s_k à partir de la loi a posteriori $p(s_k | \mathbf{z}_k, s_{k-1})$. Avec une telle stratégie, il est alors nécessaire de tirer d'abord l'état de la cible \mathbf{x}_k avant de tirer la variable s_k , autrement dit avant de savoir si la cible est présente ou pas (pour cette particule). Cela permet en pratique de tirer beaucoup plus efficacement la présence et l'absence des particules, puisque la probabilité de tirer $s_k = 1$ pour une particule dans un état \mathbf{x}_k peu vraisemblable au regard de la mesure devient faible.

L'application de ces différentes lois instrumentales a permis d'améliorer les performances du filtre particulière TBD, comme on peut le voir sur les résultats de simulation présentés en Figure 4.1 qui présente la probabilité de présence estimée par le filtre particulière de la littérature (dénomé "Prior") et le filtre proposé par Alexandre (dénomé "Optimal"), d'une part pour différents nombres de particules pour une cible de SNR=7 dB, et d'autre part pour différents SNR de la cible en utilisant $N_p = 7500$ particules. Dans les deux cas, le scénario considéré est celui d'une cible apparaissant à la 15^{ème} itération et disparaissant à la 75^{ème} itération. On observe que le filtre exploitant des lois instrumentales optimisées présente une probabilité de présence qui converge plus rapidement en présence de la cible que le filtre de la littérature, et qu'il était capable de capable de déceler la présence d'une cible au cours du temps pour des SNR faibles tels que 5 à 7 dB¹.

4.2.1.2 Calculs de vraisemblance pour le filtre particulière TBD

Nous avons vu que le calcul des poids des particules nécessite la connaissance de la vraisemblance $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$. Cependant cette vraisemblance nécessite pour être calculée la connaissance de l'amplitude de la cible, qui est inconnue. Une première solution envisageable souvent proposée dans la littérature est d'intégrer cette amplitude dans le vecteur d'état pour l'échantillonner au même titre que les autres paramètres. Toutefois cette solution qui augmente la dimension de l'état n'est pas toujours efficace, et est même peu efficace dans le cas où l'amplitude de la cible fluctue de mesure en mesure, ce qui

1. Où l'on s'aperçoit tout à coup avec étonnement qu'il n'y a pas encore eu de note de bas de page dans ce chapitre.

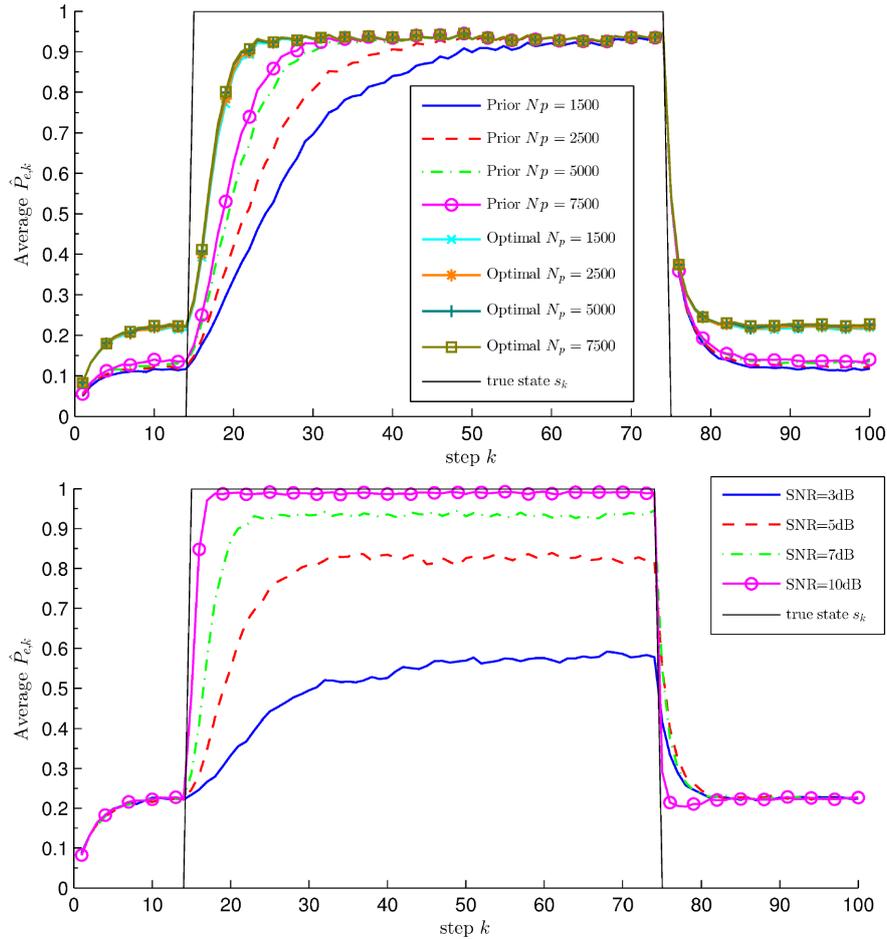


FIGURE 4.1 – Probabilité de présence estimée par le filtre particulaire. En haut : en fonction du nombre de particules. Le filtre dénoté "Prior" est le filtre de la littérature, le filtre dénoté "Optimal" est le filtre proposé par Alexandre. En bas : en fonction du SNR de la cible.

est le cas des modèles de fluctuation de type Swerling 1² et 3³. Une autre solution proposée dans la littérature pour gérer la méconnaissance de la phase consiste à travailler avec le module carré de la mesure plutôt que la mesure complexe. Cependant cette stratégie n'est pas la plus efficace, car elle fait notamment perdre une information importante qui est la cohérence spatiale de l'amplitude, c'est-à-dire le fait que l'amplitude de la cible est la même pour toutes les cases où la réponse de la cible (après filtre adapté) est présente⁴. Or il a été prouvé dans [DRC12] que la perte de cette cohérence spatiale détériore de manière importante les performances du filtre particulaire. Ces auteurs ont alors proposé de travailler directement à partir de la mesure complexe, mais n'ont considéré que le cas d'un modèle de fluctuation de type Swerling 0, c'est-à-dire sans fluctuation du module de l'amplitude de mesure à mesure, et en présence d'une unique cible.

2. Dans le modèle de Swerling 1, le module de l'amplitude est modélisé par une loi de Rayleigh, et le module carré est donc modélisé par une loi exponentielle.

3. Dans le modèle de Swerling 3, le module carré de l'amplitude est modélisé par une loi du χ_2 à 4 degrés de liberté.

4. La cible étant généralement localisée hors-grille, le lobe principal qu'elle génère sur une mesure donnée s'étale sur au moins 2 échantillons par dimension quand on échantillonne à la résolution.

Nous avons proposé avec Alexandre d'étendre leur travail pour les trois types de fluctuation Swerling 0, 1 et 3, de considérer également les cas monocible et multicibles, et de proposer des méthodes de calcul de la vraisemblance que ce soit dans le cas des mesures complexes ou dans le cas des mesures en module carré, ce dernier cas ayant déjà été traité de manière approchée dans la littérature [MB08]. Je ne reviendrai ici brièvement que sur le cas des mesures complexes, qui n'avait été traité dans la littérature que dans le cas monocible avec fluctuation de type Swerling 0 [DRC12]. Pour un ensemble de N_k cibles à l'instant k , décrites par les particules d'état $\mathbf{x}_{k,1:N_k}$ et d'amplitudes de module $\rho_{k,1:N_k}$ et de phase $\varphi_{k,1:N_k}$, la vraisemblance $p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_{k,1:N_k})$ est alors obtenue par marginalisation sur les paramètres $\rho_{k,1:N_k}$ et $\varphi_{k,1:N_k}$:

$$p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_{k,1:N_k}) = \int \cdots \int_{(\mathbb{R}^+)^{N_k} \times [0,2\pi]^{N_k}} p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_{k,1:N_k}, \rho_{k,1:N_k}, \varphi_{k,1:N_k}) \prod_{n=1}^{N_k} p(\rho_{k,n})p(\varphi_{k,n}) d\rho_{k,n} d\varphi_{k,n}. \quad (4.2)$$

La cohérence spatiale des amplitudes des cibles est bien conservée ici grâce aux marginalisations sur les modules et les phases des amplitudes des différentes cibles. Les densités des phases $p(\varphi_{k,n})$ seront toujours considérées uniformes, et les densités des modules des amplitudes $p(\rho_{k,n})$ seront quant à elles définies par le type de fluctuation retenu. Généralement cette marginalisation ne peut pas être calculée simplement, et Alexandre a alors proposé des approximations, par exemple en exploitant l'approximation de Laplace déjà utilisée de manière efficace en filtrage particulière [MBL11]. Il y a tout de même un cas de figure intéressant où la marginalisation peut être calculée (indirectement) : la fluctuation de type Swerling 1. En effet, une telle loi de fluctuation suppose implicitement que l'amplitude complexe de la cible est gaussienne centrée de sorte que la mesure \mathbf{z}_k est en fait simplement également une loi gaussienne centrée, et il suffit d'en calculer la matrice de covariance pour obtenir la loi $p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_{k,1:N_k})$.

Dans le cas des mesures en module carré, l'information de phase est irrémédiablement perdue. La majeure partie des travaux de la littérature considérait alors le module également indépendant de case à case, et donc spatialement incohérent. Or il est tout à fait possible dans ce cas également d'exploiter la cohérence spatiale du module de l'amplitude, de nouveau par marginalisation. Cela avait déjà été fait dans le cas monocible dans [DRC12], et Alexandre a étendu ces travaux au cas multicibles.

Au final les travaux d'Alexandre ont permis de fournir des méthodes de calcul dans tous les cas de figure non encore considérés dans la littérature, que ce soit avec les mesures complexes ou les mesures en module carré, aussi bien en monocible qu'en multicibles, et pour les modèles de fluctuation de type Swerling 0, 1 et 3. Un résumé de ses différentes contributions est présenté en Table 4.1.

4.2.2 Cas d'une phase cohérente - ARF Particulaire

Dans la thèse d'Alexandre Lepoutre, nous avons considéré que la phase des cibles n'était pas cohérente temporellement de mesure à mesure ⁵. Dans le cadre d'un projet de recherche, l'ARF Particulaire, dont j'ai été chef de projet, j'ai, en parallèle des travaux d'Alexandre et suite à des travaux déjà initiés par mon chef d'unité Christian Riché, considéré également le cas où la phase de la cible est cohérente temporellement. Dans un tel cas de figure, il est alors possible d'exploiter cette cohérence temporelle

5. Par contre on exploitait la cohérence spatiale de l'amplitude de la cible pour chaque mesure.

		Swerling 0	Swerling 1	Swerling 3
Mesures complexes	Monocible	[DRC12]	[J8 ; T1]	[J8 ; T1]
	Multicibles	[J8 ; T1]	[J8 ; T1]	[J8 ; T1]
Modules carrés	Monocible, non cohérent	[MB08]	[MB08]	[MB08]
	Multicibles, non cohérent	[J8 ; T1]	[Boe+03]	[J8 ; T1]
	Monocible, cohérent	[DRC12]	[DRC12]	[DRC12]
	Multicibles, cohérent	[J8 ; T1]	[J8 ; T1]	[J8 ; T1]

TABLE 4.1 – Récapitulatif des calculs de vraisemblance selon les types de données (mesures complexes ou modules carrés), les types de modèles de fluctuation de Swerling (type 0, 1 et 3) et le nombre de cibles présentes (monocible ou multicibles). Le cas des mesures en modules carrés est séparé entre le cas où la cohérence spatiale de l'amplitude est exploitée, et le cas où elle n'est pas exploitée. Chaque cellule contient la référence où peut être trouvé le résultat correspondant. Les références en gras correspondent aux contributions d'Alexandre.

pour intégrer de manière cohérente l'énergie de la cible sur une durée potentiellement importante. Cette stratégie particulière de pistage TBD est appelée "intégration longue".

Comme dans le cas précédent traité par Alexandre, le problème principal pour ce type de filtre est la gestion de l'amplitude. Si on l'ajoute au vecteur d'état de la cible et qu'on l'échantillonne au même titre que les autres paramètres d'état (position et vitesse), alors on augmente la dimension de l'espace d'état⁶, ce qui nécessite en pratique d'utiliser un plus grand nombre de particules. On a par exemple montré que l'échantillonnage de la phase seule nécessite entre 4 et 8 fois plus de particules que dans le cas d'une phase connue, pour obtenir les mêmes performances de convergence du filtre particulaire.

Nous avons alors proposé dans le cadre de l'ARF Particulaire une autre stratégie adaptée au cas de l'intégration longue en TBD, qui ne requiert pas d'échantillonner l'amplitude. Cette stratégie consiste à remplacer, pour chaque particule, l'amplitude par son estimateur au sens du maximum de vraisemblance. Nous avons montré que cette stratégie pouvait être intégrée dans le cadre du filtrage particulaire. En premier lieu, on a considéré que l'amplitude est échantillonnée au même titre que les autres paramètres d'état, mais au lieu de choisir une loi instrumentale séquentielle pour ce paramètre, on choisit une loi non séquentielle de la forme

$$q(\mathbf{x}_k, A_k | \mathbf{x}_{k-1}, A_{k-1}, \mathbf{z}_{1:k}) = q(A_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}).$$

Autrement dit, l'état est classiquement échantillonné selon le modèle d'état, tandis que l'amplitude est échantillonnée conditionnellement à l'état courant et aux mesures. En second lieu la loi instrumentale $q(A_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{z}_{1:k})$ retenue pour l'amplitude a consisté en une loi gaussienne centrée sur l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de l'amplitude. On a alors montré que si l'on fait tendre la variance de cette gaussienne vers 0 de sorte que l'amplitude de chaque particule est exactement l'estimateur au sens

6. On ajoute 2 dimensions dans ce cas, puisque l'amplitude est complexe.

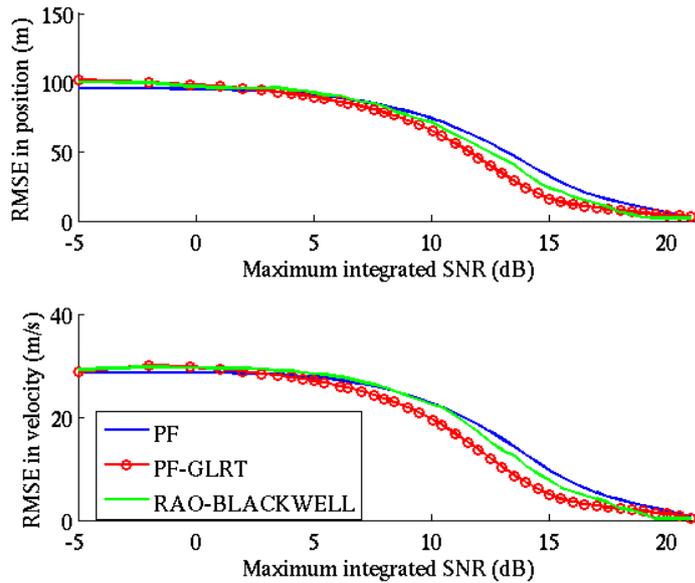


FIGURE 4.2 – Evolution de la racine carrée de l’erreur quadratique en position et en vitesse pour le filtre particulaire classique, le filtre particulaire GLRT et le filtre particulaire Rao-Blackwellisé, en fonction du SNR intégré au cours du temps.

du maximum de vraisemblance, le logarithme des poids des particules est directement proportionnel au test de détection GLRT du MF comme vu en chapitre 2, ce qui correspond à une intégration cohérente de la mesure sur les trajectoires définies par les particules ⁷ [C17]. Enfin on a montré que le calcul de ces poids peut se faire de manière récursive, ce qui permet de l’intégrer dans un algorithme de filtre particulaire itératif. Les performances d’estimation fournies par ce filtre particulaire TBD dénommé filtre GLRT, ont pu être comparées à celles d’un filtre particulaire classique échantillonnant l’amplitude de manière habituelle au même titre que les autres paramètres d’état, ainsi qu’à celles d’un filtre particulaire Rao-Blackwellisé pour lequel l’amplitude est estimée au moyen d’un filtre de Kalman, et se sont avérées meilleures, notamment en terme de vitesse de convergence, comme visualisé en Figure 4.2 [R7]. Dans cette figure, les résultats sont exprimés en fonction du SNR maximum pouvant être intégré au cours du temps par le mécanisme d’intégration longue.

Au cours de l’ARF Particulaire, le filtre GLRT proposé a ensuite pu être implémenté sur GPU par des collègues de l’ONERA pour être testé sur des données réelles enregistrées par le moyen de mesure ONERA HYCAM.

4.3 Radar "Around-the-Corner" par exploitation des multitrajets

En pistage TBD, la cible ne peut être détectée sur une unique mesure en raison d’un niveau de SNR insuffisant, et il est nécessaire d’intégrer l’information au cours du temps afin de déterminer la présence d’une cible et d’en estimer les paramètres. Je me suis intéressé à un autre type d’application

7. Au moins avant toute étape de rééchantillonnage.

où l'exploitation d'un unique trajet cible ne fournit pas d'information suffisante pour en estimer les paramètres : le "Radar Around-the-Corner" (RAC). Dans cette application particulière, l'objectif est de détecter et localiser une ou des cibles en non ligne de vue directe (NLOS⁸) du radar. Ce cas de figure peut être rencontré en environnement urbain, où la présence de bâtiments autour du radar crée des zones d'ombre. Les cibles localisées dans ces zones peuvent toutefois être détectées en exploitant les réflexions multiples sur les surfaces environnantes, qui créent des multi-trajets pouvant atteindre la cible. En exploitant un modèle de propagation simple et une connaissance imparfaite de la géométrie de la scène, il est alors possible de localiser la cible.

C'est tout d'abord dans le cadre d'un projet de recherche, le PR CORAZON, que j'ai abordé cette problématique. Le PR CORAZON avait pour but d'étudier la faisabilité d'un réseau composé de petits radars pour effectuer la détection de cibles en milieu urbain. Dans ce contexte, nous avons très rapidement proposé avec mon chef Christian Riché de considérer la problématique spécifique des multi-trajets, et la possibilité de les exploiter pour détecter des cibles en NLOS. A l'époque, cette problématique était très novatrice, et très peu de travaux traitant du sujets existaient dans la littérature, les principaux correspondant aux travaux de chercheurs américains [LS09] ou suédois publiés peu de temps auparavant [Gus11 ; Sum+11], et portant essentiellement sur les conditions de propagation des ondes et les trajets pouvant être enregistrés à la réception, mais sans considérer réellement les problèmes de traitement du signal sous-jacents. Nous nous sommes donc penchés sur le problème, en l'étudiant au travers de deux aspects :

- ◆ la faisabilité de l'application, pour déterminer si des multitrajets de niveau suffisants pouvaient effectivement être mesurés après réflexion sur des murs dans un contexte NLOS ;
- ◆ les méthodes de traitement du signal à mettre en œuvre pour exploiter les informations fournies par les différents trajets mesurés pour localiser la cible en NLOS.

Le premier point concernant la faisabilité a pu être traité en proposant de mettre en place, avec mes collègues Elise Colin et Dominique Poullin, une expérimentation simple utilisant du matériel déjà existant à l'ONERA, afin d'enregistrer des mesures réelles pour répondre à la question des niveaux des multitrajets. Cette expérimentation, pas du tout prévue initialement dans le PR CORAZON, a été menée dans la caponnière du fort de Palaiseau sur le site de l'ONERA en juin 2013. Le deuxième point concernant les problématiques de traitement du signal a été étudié en parallèle dans le PR CORAZON où j'ai pu poser les premières bases des traitements à appliquer en détection et localisation. Les premières conclusions de ces travaux ayant été plutôt positives, les prémisses des traitements ébauchés dans le PR pouvaient tout à fait conduire à l'élaboration d'un sujet de thèse sur la problématique de la détection et la localisation de cibles en milieu urbain : cela a abouti à la thèse de Khac Phuc Hung Thai, commencée en Octobre 2015 et soutenue en Décembre 2018. De nouveau les résultats obtenus par Hung ayant été très satisfaisants, nous avons proposé de les poursuivre au travers d'une deuxième thèse. Cela a ainsi donné lieu à la thèse de Ba-Huy Pham, commencée en Octobre 2020.

8. NLOS pour Non Line Of Sight.

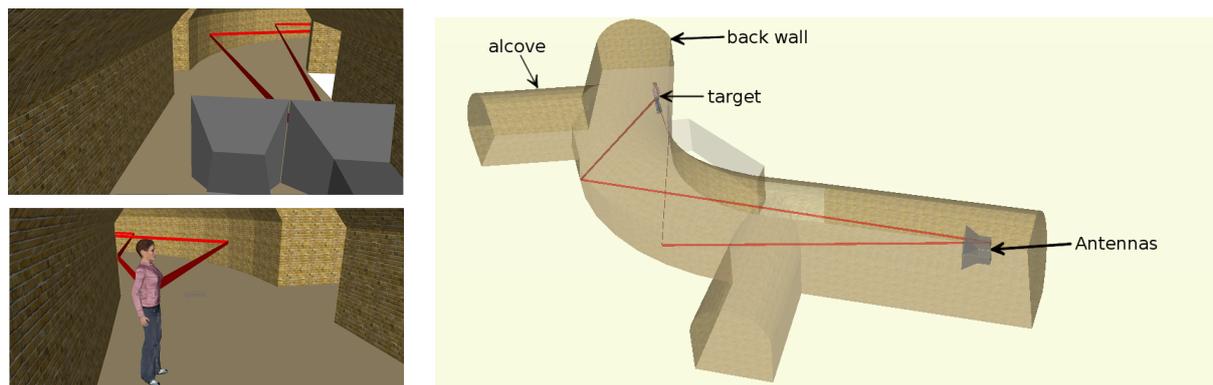


FIGURE 4.3 – Représentation 3D de l'expérimentation "caponière" selon différents points de vue (modèle 3D fait par Elise Colin) [J5].

4.3.1 L'expérimentation "caponière"

Les premiers travaux que nous avons effectués pour appréhender la possibilité de localiser des cibles en NLOS ont très rapidement montré que la détection et le pistage ne pourraient être effectués convenablement qu'en exploitant un modèle de propagation. Mais il était très difficile de prévoir la qualité de modélisation nécessaire pour obtenir des performances de traitement convenables, et il était par ailleurs difficile de se faire une idée des signaux reçus dans un tel environnement urbain. Nous avons donc proposé avec mes collègues Elise Colin et Dominique Poullin d'effectuer une expérimentation simple avec des moyens existants à l'Onera dans un environnement simplifié présentant une configuration favorisant les multitrajets.

Le choix du lieu de mesure s'est porté sur la caponière du fort de Palaiseau sur le site de l'ONERA, qui présentait une géométrie permettant de tester une configuration NLOS simple et permettait de pouvoir mener l'expérimentation sans nuisances extérieures. Une représentation 3D de l'expérimentation "caponière" est présentée en Figure 4.3. N'ayant pas à disposition de petit radar pouvant être utilisé, nous avons utilisé un analyseur de réseau et des antennes cornets mis à disposition par des collègues de l'ONERA (Anil Cheraly, Jean-François Pétex et Huy-Khang Phan). Cet analyseur de réseau ne permettait pas de faire de mesure radar au sens classique, mais pouvait émettre une succession de fréquences pures permettant de synthétiser une large bande. Le temps de mesure étant relativement long, l'élimination des échos fixes était effectuée par soustraction avec une mesure préalablement effectuée de la chambre seule. Cette procédure permettait l'élimination des échos de mur les plus forts, au prix de la création de quelques "ombres" liées à la présence de la cible masquant certaines réflexions sur les murs [J5].

Plusieurs types de cibles ont été utilisées pendant la mesure, pour observer la diversité des réponses selon la taille et la forme : une sphère métallique, des collègues et même un nain de jardin (voir Figure 4.4). En faisant varier les positions des cibles, il a été possible d'analyser les différences de multi-trajets fournies par la variété de positions. Ces mesures ont ainsi permis de mettre en évidence plusieurs trajets résolus⁹, comme montré en figure 4.5. Il s'est avéré qu'un simple lancer de rayons a

9. On appelle ici trajets résolus des trajets qui sont séparés d'un intervalle temporel supérieur à la résolution en retard



FIGURE 4.4 – Différents types de cibles considérées pour les mesures "caponière" : humains de SER différentes, nain de jardin, sphère métallique.

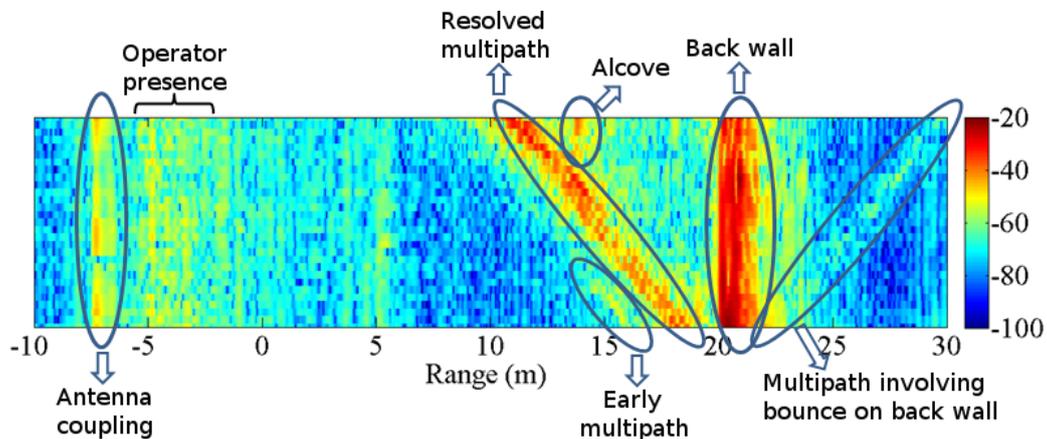


FIGURE 4.5 – Résultats de mesures obtenus pour différentes positions de cibles, choisies le long d'une ligne droite parallèle à l'axe du couloir, et se rapprochant du mur du fond.

permis en pratique d'expliquer sans problème les principaux trajets observés.

Fort de ces premiers résultats encourageants, et de premiers algorithmes de localisation développés pendant le PR CORAZON, il m'a paru intéressant de pousser l'étude plus loin. J'ai donc proposé un sujet de thèse portant sur la détection et la localisation de cibles en NLOS en milieu urbain.

4.3.2 Thèse de Khac Phuc Hung Thai (Octobre 2015 - Décembre 2018)

La thèse de Khac Phuc Hung Thai s'est déroulée à l'ONERA avec un financement 100% ONERA. Elle a été co-encadrée avec mon collègue Jonathan Bosse entre temps arrivé à l'ONERA et qui était intéressé pour travailler sur la thématique du RAC, et dirigée par Thierry Chonavel de l'IMT Atlantique.

L'objectif de la thèse de Hung était de mettre en place des méthodes de traitement du signal
fournie par le filtre adapté pour la forme d'onde utilisée.

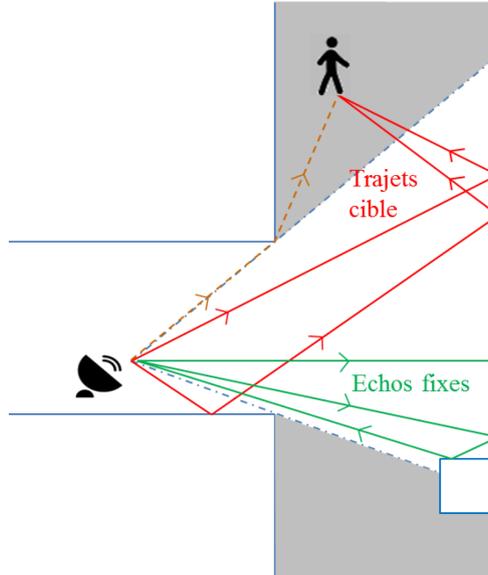


FIGURE 4.6 – Problématique du Radar Around-the-Corner : après élimination des échos fixes, on va chercher à détecter et localiser la cible en NLOS en exploitant les différents multitrajets observés.

permettant la détection et la localisation d'une cible en NLOS en milieu urbain pour un scénario typique représenté en Figure 4.6, et de les valider sur des données réelles.

4.3.2.1 Algorithmes de détection et de localisation de cible en NLOS

Dans le cas du RAC, le signal reçu s'écrit de manière très similaire au cas du radar passif vu dans la section 3.4. En supposant qu'une seule cible est présente et que les échos fixes ont déjà été éliminés de la mesure (par classique réjection à Doppler nul), ce signal reçu peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{y} = \sum_{m=1}^{N_t(x,y)} \alpha_m \mathbf{s}(\nu_m(x,y)) + \mathbf{n} = \mathbf{R}(x,y)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n}, \quad (4.3)$$

où $N_t(x,y)$ représente le nombre de trajets existants entre le radar et la cible pour la position (x,y) , $\nu_m(x,y)$ représente les paramètres du trajet m (a minima la distance, mais on peut ajouter l'angle voire le Doppler) pour la cible localisée en (x,y) et α_m est l'amplitude de ce trajet. La matrice $\mathbf{R}(x,y)$ est obtenue par concaténation de l'ensemble des contributions des multitrajets $\mathbf{s}(\nu_m(x,y))$, un trajet par colonne, et le vecteur $\boldsymbol{\alpha}$ par concaténation des amplitudes correspondantes. Dans les expérimentations menées pendant la thèse de Hung, le radar utilisé ne fournissait que la mesure retard, et les méthodes développées par Hung n'ont donc considéré que le paramètre retard des multitrajets.

Il est important de noter ici que dans le cadre du RAC, les amplitudes des différents trajets ne peuvent être supposées connues ou fournies par un modèle. En effet, ces amplitudes dépendent de nombreux paramètres inconnus tels que la géométrie de la cible, son angle de présentation ou encore la nature des matériaux des différentes surfaces impliquées dans les réflexions. Il était donc nécessaire de mettre en œuvre des méthodes de traitement tenant compte de cette méconnaissance. Hung a proposé deux méthodes de résolution du problème de détection et de localisation.

La première méthode consiste à calculer, pour une position connue (x, y) , le détecteur GLRT correspondant au test d'hypothèses

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y} = \mathbf{n} & \text{(bruit seul),} \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y} = \mathbf{R}(x, y)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n} & \text{(cible + bruit),} \end{cases} \quad (4.4)$$

où le vecteur d'amplitudes $\boldsymbol{\alpha}$ est supposé déterministe et inconnu, et où le bruit est supposé blanc gaussien de variance connue. On peut montrer que le détecteur correspondant est fourni par le test, que l'on a appelé "Filtre Adapté Multitrajets" (FMU) :

$$T_{FMU}(x, y) = \|\mathbf{P}(x, y)\mathbf{y}\|^2,$$

où $\mathbf{P}(x, y) = \mathbf{R}(x, y) \left(\mathbf{R}^H(x, y)\mathbf{R}(x, y) \right)^{-1} \mathbf{R}^H(x, y)$ est la matrice de projection sur le sous-espace engendré par les colonnes de $\mathbf{R}(x, y)$. Ce test est tout simplement un filtre adapté sous-espace [SF94], mais n'est pas normalisé ici contrairement au test considéré en section 2.5.2.2. Il nécessite la connaissance du modèle de propagation pour la position (x, y) afin de former la matrice de projection $\mathbf{P}(x, y)$. L'application de ce test pour toutes les positions (x, y) souhaitées permet ensuite, par maximisation, de calculer un estimateur (\hat{x}, \hat{y}) de la position réelle de la cible :

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \max_{(x, y)} T_{FMU}(x, y).$$

Cette première solution est relativement lourde à mettre en œuvre car elle nécessite le lancement d'un algorithme de lancer de rayon pour chaque position testée, la création de la matrice $\mathbf{R}(x, y)$ correspondante à partir des paramètres des rayons modélisés, et le calcul de la matrice de projection $\mathbf{P}(x, y)$ qui nécessite une inversion de matrice¹⁰. Toutes ces étapes peuvent être effectuées hors-ligne si la scène est déjà connue avant la mesure, auquel cas il est tout de même nécessaire de stocker toutes les matrices $\mathbf{P}(x, y)$ en mémoire, et le temps de calcul est troqué contre de la place mémoire.

Hung a alors proposé une deuxième méthode permettant de limiter le coût de calcul (ou la place mémoire) : au lieu de projeter le signal reçu sur le sous-espace défini par $\mathbf{R}(x, y)$, cette seconde solution calcule l'intégration non-cohérente des sorties du filtre adapté pour les retards fournis par le modèle de propagation, et s'écrit donc simplement¹¹

$$T_{SLC}(x, y) = \sum_{i \in \Omega(x, y)} |y(i)|^2,$$

où $\Omega(x, y)$ contient les indices des échantillons de mesure correspondant aux retards des multitrajets fournis par le modèle de lancer de rayons. Un tel algorithme requiert donc toujours l'étape de lancer de rayons, nécessaire pour exploiter la connaissance de la géométrie de la scène, mais ne nécessite ensuite que le stockage des temps de retard de chaque rayon, et aucune inversion de matrice. Bien entendu, elle est moins performante que la méthode FMU : on peut montrer que la probabilité de

10. Ou une décomposition en valeur singulière si une pseudo-inverse de Moore-Penrose est utilisée.

11. Comme ce second test est très similaire au détecteur de type "Square Law Combiner" utilisé en communication numérique [PS02], nous l'avons dénoté SLC.

détection de la méthode SLC est inférieure à celle de la méthode FMU ¹². Enfin Hung a proposé une méthode permettant de sélectionner le nombre de trajets à utiliser pour optimiser la probabilité de détection. En particulier, il a montré que l'utilisation d'un trop grand nombre de trajets peut amener à détériorer cette probabilité de détection.

Les deux méthodes proposées permettent effectivement d'exploiter l'information fournie par les multi-trajets afin de localiser la cible en NLOS. Toutefois il s'est avéré que l'exploitation des retards des trajets seuls tend à créer des ambiguïtés de localisation fortes : plusieurs positions de la zone NLOS peuvent conduire à des sorties de test $T_{FMU}(x, y)$ de niveaux similaires, car elles présentent plusieurs trajets de retards proches voire identiques. On a donc considéré la possibilité d'exploiter le mouvement de la cible au cours du temps afin de lever ces ambiguïtés.

4.3.2.2 Algorithmes de pistage de cible en NLOS

Les algorithmes de pistage permettent de prendre en compte l'évolution de la position de la cible au cours du temps, par le biais du modèle d'état déjà évoqué en section 4.2, qui modélise un comportement de cible physique. Le modèle de mesure que nous avons considéré pour cette problématique de pistage est l'équation de mesure correspondant à l'hypothèse \mathcal{H}_1 de l'équation (4.4) : la mesure consiste donc de nouveau en les données complexes temporelles après filtrage adapté, comme en section 4.2. Il était donc possible d'adapter les méthodes de filtrage particulière déjà développées précédemment en pistage Track-Before-Detect au cas du pistage d'une cible en NLOS dans la problématique RAC ¹³. La principale différence a bien entendu résidé dans la présence des multitrajets. L'amplitude α étant de nouveau inconnue, plusieurs solutions pouvaient être considérées pour gérer ce paramètre inconnu. On a proposé dans la thèse de Hung d'étudier deux solutions possibles :

- ◆ d'une part la solution du filtre GLRT évoquée dans la section 4.2.2 ;
- ◆ d'autre part la solution fondée sur la marginalisation de la vraisemblance des mesures discutée en section 4.2.1.2.

Les deux stratégies ci-dessus ont dû être adaptées au cas particulier d'une mesure comportant plusieurs trajets. Dans le cas du filtre GLRT, les calculs en présence de multi-trajets aboutissent à une expression des poids des particules dépendant du test sous-espace $T_{FMU}(x, y)$. Pour le calcul de la vraisemblance par la marginalisation, Hung a considéré une loi de fluctuation de type Swerling 1, qui permet un calcul relativement simple de la vraisemblance marginalisée en présence de multi-trajets, alors que celle-ci

12. Il est possible, moyennant quelques hypothèses simplificatrices mineures, de montrer que les tests de détection FMU et SLC sont tous les deux distribués selon une loi du χ^2 à $2N_t(x, y)$ degrés de liberté, centrée sous \mathcal{H}_0 et décentrée sous \mathcal{H}_1 , de sorte que :

- ◆ le seuil de détection pour une certaine probabilité de fausse alarme fixée est le même pour les deux tests.
- ◆ la probabilité de détection est fournie pour les deux tests par une fonction Q de Marcum où seul le paramètre de non-centralité change, celui du FMU étant toujours supérieur ou égal à celui du SLC. Les propriétés de la fonction Q de Marcum, croissante par rapport à ce paramètre [GST14], impliquent donc, à même probabilité de fausse alarme et même nombre de trajets, que la probabilité de détection du FMU sera supérieure ou égale à celle du SLC.

13. L'utilisation d'un filtre particulière dans le cas du RAC paraissait naturelle car le problème rencontré est fortement non linéaire : en particulier les colonnes de la matrice $\mathbf{R}(x, y)$ dépendent de manière fortement non linéaire de la position de la cible (x, y) , et le nombre de colonnes de cette matrice est lié au nombre de trajets et dépend donc fortement également de la position de la cible (x, y) , de la géométrie de la scène et des conditions de propagation. Dans ces conditions, un filtre de Kalman semblait peu adapté à notre problématique.



FIGURE 4.7 – Configuration des mesures effectuées lors des thèses de Hung et de Huy. A gauche : un carrefour urbain présentant une zone NLOS. Au milieu : un candidat à l'HDR emballé dans une couverture de survie pour mieux servir de cible. A droite : modèle géométrique de la scène et exemple de lancer de rayons.

peut être très difficile à calculer sinon ¹⁴. Ces filtres particuliers ont fourni de bonnes performances de localisation en Around-the-Corner sur simulations, avec un avantage pour le filtre GLRT qui a globalement fourni de meilleures performances [T4]. Ce dernier filtre a donc eu vocation à être appliqué sur données réelles.

4.3.2.3 Premiers tests sur données réelles

Lors de la thèse de Hung, il est apparu intéressant de pouvoir faire des enregistrements de mesures réelles dans des conditions représentatives de l'application visée, à savoir un environnement urbain type et un petit radar portable ¹⁵. Or nous n'avions pas ce type de radar à disposition à l'ONERA. Heureusement, lors du workshop SONDRRA au printemps 2016, mon collègue Jonathan Bosse et moi avons pu discuter avec Israel Hinostrroza et Thierry Letertre du laboratoire SONDRRA, qui avaient un petit radar disponible pour le type de mesures envisagées. Nous avons sollicité leur aide pour monter l'expérimentation et ils ont accepté immédiatement. Nous avons ainsi pu faire une série de mesure avec ce petit radar dès Août 2016 sur le site de Supélec (voir Figure 4.7), ce qui a permis à Hung de disposer d'un jeu de données réelles pour tester ses algorithmes pour les deux dernières années de sa thèse. Après réjection des échos fixes, ces mesures ont permis d'exhiber plusieurs rayons qu'il a été possible d'identifier en les comparant à ceux prédits par le lancer de rayons, comme représenté en Figure 4.8. On notera ici que le radar utilisé ne fournissait qu'une mesure distance mais pas de mesure angulaire ni Doppler.

L'application du traitement FMU proposé par Hung sur ces données réelles a permis, comme avec les données simulées, de mettre en lumière des ambiguïtés de localisation très fortes, que l'on peut observer sur la Figure 4.9. L'emploi du filtre particulier GLRT a permis de lever dans une certaine mesure, et après plusieurs itérations, ces ambiguïtés car l'exploitation du mouvement de la cible, qui modifie le schéma de ces ambiguïtés, contribue à faciliter la convergence du filtre vers la bonne position

14. Le calcul en présence de multitrajets est en fait similaire au calcul effectué par Alexandre en présence de cibles multiples. On avait effectivement vu que le cas Swerling 1 menait à des calculs beaucoup plus simples, tandis que les autres scénarios de fluctuation ne permettait pas un calcul direct.

15. L'analyseur de réseau utilisé pour les mesures "cajonnière" n'était ni radar ni portable.

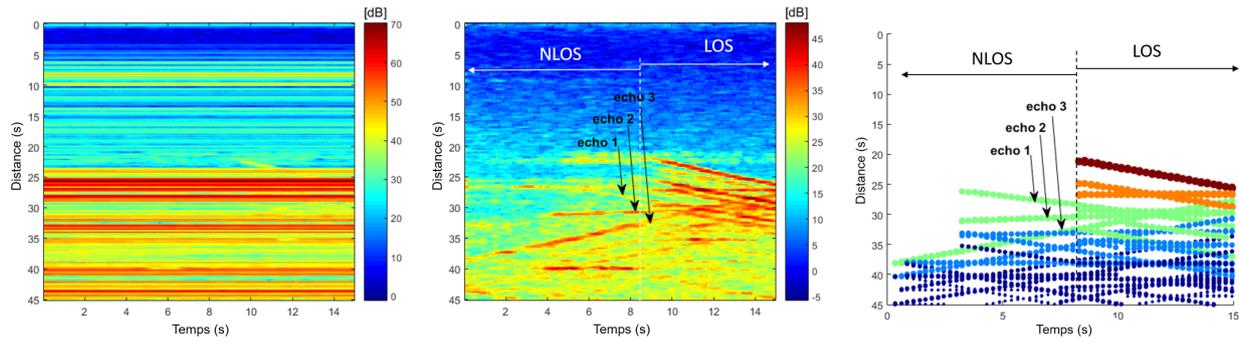


FIGURE 4.8 – Mesures réelles pendant la thèse de Hung, pour lesquelles la cible évolue selon la trajectoire 1 visualisée en Figure 4.7. A gauche : profils distance avant élimination des échos fixes. Au milieu : profils distance après élimination des échos fixes. A droite : profils distance idéaux fournis par le modèle de lancer de rayons utilisé.

de la cible (voir Figure 4.9) [T4].

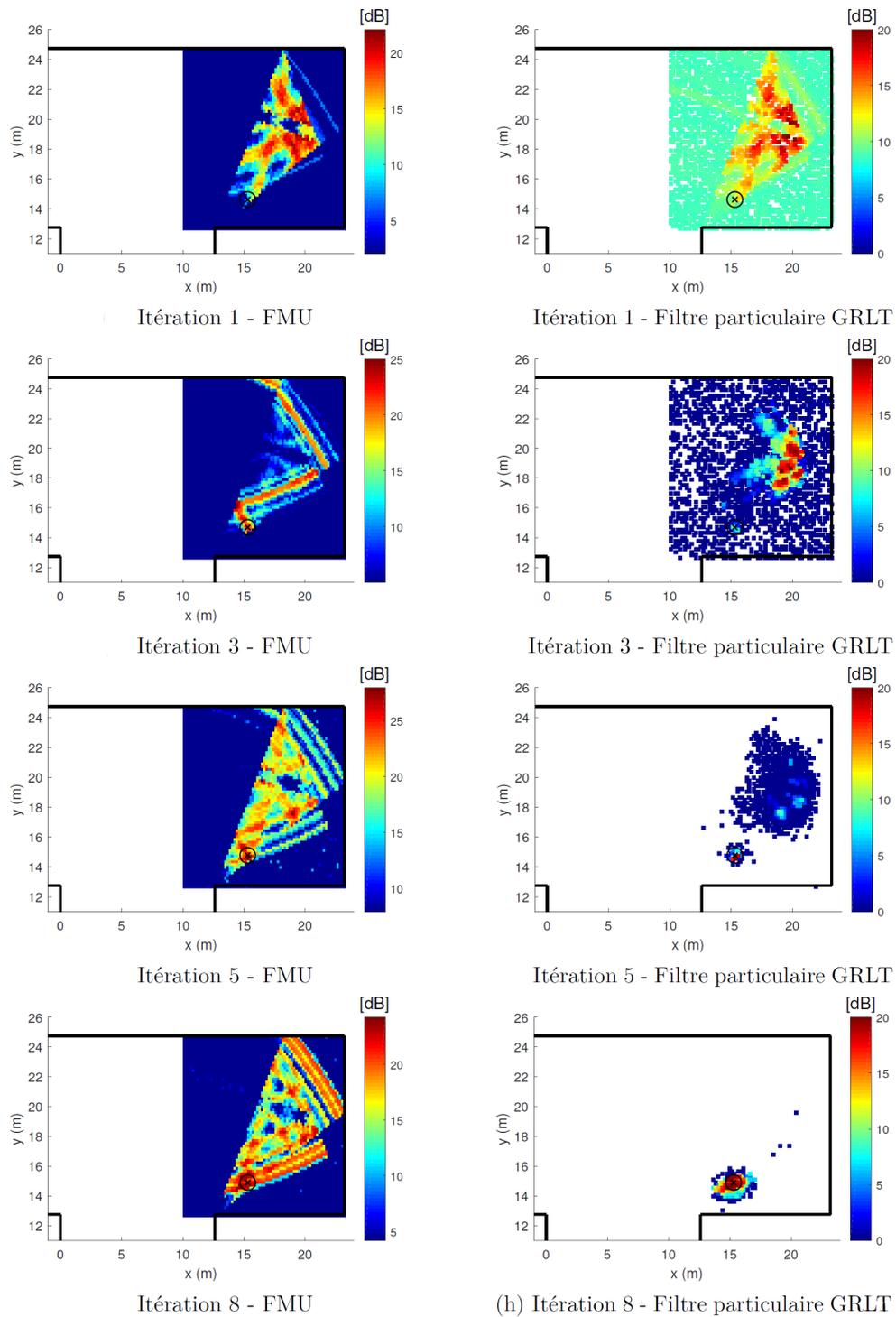


FIGURE 4.9 – Résultats de traitement obtenus par Hung sur données réelles pour différentes itérations. A gauche : sortie du test FMU. A droite : particules pondérées du filtre particulaire GLRT.

4.3.3 Thèse de Ba-Huy Pham (Octobre 2020 - Printemps 2024)

Les travaux de thèse de Hung ayant été concluants quant à la possibilité de mettre en œuvre des méthodes de traitement dédiées pour détecter et localiser les cibles en NLOS, mais ayant soulevé par ailleurs le problème important des ambiguïtés de localisation, nous avons proposé de les poursuivre avec une nouvelle thèse. La thèse de Ba-Huy Pham a ainsi débuté en Octobre 2020 avec un financement 50% ONERA et 50% SONDRRA, et la même équipe d'encadrement que pour la thèse de Hung, à laquelle s'est joint Israel Hinostroza, qui nous avait déjà aidé pour les mesures expérimentales effectuées à Supélec. L'objectif affiché était la gestion des ambiguïtés de localisation.

Plusieurs axes d'étude ont été considérés par Huy pour limiter le plus possible les erreurs de localisation liées aux ambiguïtés :

- ◆ l'apport de nouvelles informations, notamment une mesure angulaire associée à chaque trajet.
- ◆ l'utilisation de techniques de sélection de modèles pour gérer l'hétérogénéité du nombre de trajets présents en fonction des positions et déterminer les trajets à utiliser dans le test sous-espace.
- ◆ l'amélioration des méthodes de filtrage particulière proposées par Hung, afin d'intégrer les deux points précédents et prendre en compte la méconnaissance de la présence de la cible.

4.3.3.1 Exploitation d'informations additionnelles et nouvelles expérimentations

Le radar employé pour les mesures effectuées pendant la thèse de Hung ne fournissait qu'une mesure retard, et les méthodes de traitement développées par Hung se sont donc focalisées sur l'exploitation des informations de retard seules. Or ces informations sont fortement ambiguës, d'autant plus que plusieurs positions différentes peuvent conduire à des trajets présentant des temps de retards similaires.

La première idée pour limiter les ambiguïtés a donc été de considérer l'utilisation des informations additionnelles fournies par les mesures angulaires pour chaque trajet. Ces informations peuvent être obtenues par exemple lorsque le système de réception est constitué d'un réseau de plusieurs antennes. Huy a montré que l'équation de mesure résultante peut toujours être écrite sous la forme (4.3), où le vecteur de mesure $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_Q^T]$ est obtenu par concaténation des mesures \mathbf{y}_q où \mathbf{y}_q est la mesure enregistrée par l'antenne q , Q est le nombre d'antennes de réception et la matrice $\mathbf{R} = [\mathbf{R}_1^T, \mathbf{R}_2^T, \dots, \mathbf{R}_Q^T]$ s'obtient également par concaténation des matrices de modèle \mathbf{R}_q . La colonne m de la matrice \mathbf{R}_q correspondant à l'antenne q est fournie par la contribution $\mathbf{s}(\tau_m(x, y), \theta_m(x, y))$ dépendant du retard $\tau_m(x, y)$ et de l'angle $\theta_m(x, y)$ du multitrajet m pour la position (x, y) .

Le nouveau modèle de mesure étant similaire au modèle (4.3), Huy a pu appliquer le filtre sous-espace déjà utilisé par Hung, qu'il faut bien entendu calculer pour toutes les positions (x, y) de la zone NLOS où se trouve la cible potentielle. On remarquera ici que l'information angulaire étant une information spatiale au même titre que le retard, elle ne dépend que de la position de la cible. La dimension de l'espace d'état à considérer n'est donc pas impactée¹⁶. Huy a pu montrer sur simulation

16. Ce n'est pas le cas de l'information Doppler, qui dépend de la vitesse de la cible. Ainsi si l'on souhaite prendre en compte l'information Doppler, il est nécessaire de considérer les coordonnées de vitesse de la cible également, ce qui augmente d'autant la dimension de l'espace d'état, et peut donc conduire à un nombre de points à considérer... considérable.

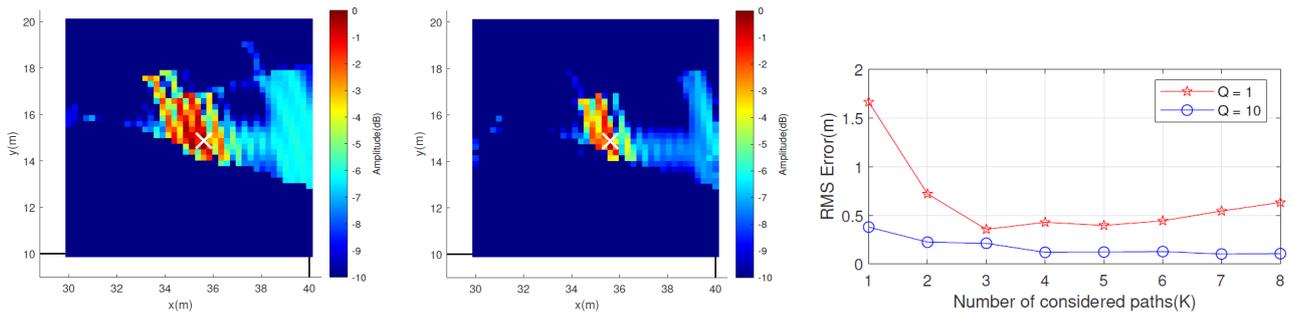


FIGURE 4.10 – Résultats de simulation en prenant en compte plusieurs antennes. À gauche : sortie du test sous-espace pour $Q = 1$ antenne. Au milieu : sortie du test sous-espace pour $Q = 10$ antennes. À droite : Erreur quadratique moyenne de la position estimée en fonction du nombre de trajets considérés dans le modèle pour $Q = 1$ et $Q = 10$ antennes.

l'apport positif de la prise en compte de l'information angulaire sur la qualité d'estimation de la position de la cible, comme représenté en Figure 4.10.

Afin de valider sur données réelles la prise en compte de l'information angulaire proposée par Huy, il était nécessaire d'effectuer de nouvelles expérimentations avec un radar fournissant la mesure d'angle pour les différents trajets. Heureusement nous avons pu utiliser un petit radar, le Demorad, récemment acheté par une équipe de l'ONERA Toulouse qui nous l'a gentiment prêté, et son successeur le Tinyrad [Tin] acheté peu de temps après par le laboratoire Sondra, afin de faire de nouvelles campagnes de mesures. Pour ces deux radars, l'antenne de réception n'est toutefois composée que de 4 antennes de réception, et la résolution angulaire reste donc limitée¹⁷, de sorte que si l'apport de l'information angulaire a permis d'améliorer les performances, il subsistait malgré tout de fortes ambiguïtés.

4.3.3.2 Méthodes de sélection de modèles

Une réflexion approfondie sur l'origine des ambiguïtés de localisation a donc été nécessaire. Elles sont liées à plusieurs phénomènes :

- ◆ les limitations en résolution angulaire du système de mesure ne permettent pas nécessairement une mesure angulaire très informative ;
- ◆ plusieurs positions différentes peuvent présenter un ou des trajets de retards similaires ;
- ◆ la méconnaissance des amplitudes des différents trajets ne permet pas d'exploiter l'information de SNR ; en particulier le test sous-espace peut très bien estimer une amplitude proche de 0 lorsque l'un des trajets modélisés pour une position testée différente de la position de la cible ne correspond pas à un trajet réel et que la mesure ne contient pas d'énergie pour cette hypothèse de trajet (retard et angle), sans que cela ne dégrade outre mesure la vraisemblance totale si

17. Le Demorad comme le Tinyrad sont des radars MIMO, et présentent à l'émission 2 antennes espacées de la longueur du réseau de réception. Dans le cadre d'une application radar classique avec une cible en ligne de vue directe, il pourrait ainsi être possible d'exploiter le principe MIMO pour améliorer la résolution angulaire du système. Ce n'est pas aussi simple dans notre cas d'application, notamment pour les trajets pour lesquels le chemin parcouru à l'aller entre le radar et la cible n'est pas le même que le chemin parcouru au retour entre la cible et le radar. Dans la thèse de Huy, nous n'avons donc considéré que le réseau de réception, et l'étude de l'apport du MIMO dans notre cadre d'application reste à faire.

d'autres trajets mesurés correspondent au modèle. En cela, le test va tendre à favoriser des positions associées à des sous-espaces de grande dimension.

- ◆ les positions testées peuvent être localisées dans des zones présentant des nombres de trajets différents, et sont donc représentées par des sous-espaces de dimensions différentes ;
- ◆ le modèle considéré peut potentiellement prédire un très grand nombre de trajets, car il n'est pas forcément simple de modéliser les pertes de propagation liées aux réflexions sur les murs, et que l'on ne connaît de toute façon pas le SNR de la cible. Ainsi le nombre total de trajets prédits par le modèle peut être largement supérieur au nombre de trajets réellement observés dans la mesure.

Parmi tous ces phénomènes, il en ressort que deux problèmes particuliers doivent être résolus : le problème de l'hétérogénéité des nombres de trajets entre les différentes positions testées, et la sélection du nombre de trajets à considérer dans l'algorithme. Huy s'est alors attelé à proposer des solutions pour ces deux problèmes.

Pour le problème de l'hétérogénéité des nombres de trajets, il a montré que le problème de localisation pouvait être vu comme un problème de sélection de modèles, où chaque position testée correspond à un modèle différent. Il a alors proposé d'utiliser le critère BIC (Bayesian Information Criterion) pour estimer la position de la cible sous la forme [C63]

$$(\hat{x}_{BIC}, \hat{y}_{BIC}) = \arg \min_{1 \leq j \leq J} BIC(x_j, y_j),$$

où le critère utilisé ici est la forme robuste proposée dans [GJ22] :

$$BIC(x_j, y_j) = 2N_e \ln \hat{\sigma}_j^2 + 2N_t(x_j, y_j) \ln \left(\frac{N_e}{\pi} \right) + (2N_t(x_j, y_j) + 2) \ln \left(\frac{\hat{\sigma}_s^2}{\hat{\sigma}_j^2} \right),$$

avec

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{P}(x_j, y_j)\mathbf{y}\|_2^2}{N_e}, \quad \hat{\sigma}_s^2 = \frac{\|\mathbf{y}\|_2^2}{N_e},$$

$\mathbf{P}(x_j, y_j)$ est la matrice de projection définie en section 4.3.2.1, $N_t(x_j, y_j)$ le nombre de trajets associé à la position (x_j, y_j) et N_e est la taille du vecteur de mesure \mathbf{y} . Ce critère permet de prendre en compte la complexité de chaque modèle afin de pénaliser la vraisemblance des positions présentant des nombres de trajets importants.

Ce critère ne permet pas par contre de sélectionner au préalable le nombre de trajets à utiliser pour chaque position testée, ce qui correspond au deuxième problème à résoudre. La stratégie proposée par Huy pour ce faire consiste à estimer ce nombre de trajets à partir de la mesure \mathbf{y} , grâce à l'utilisation d'un algorithme de type OLS (Orthogonal Least Square) [CBL89] que l'on avait déjà considéré lors du Postdoctorat d'Hassan Mortada. Cet algorithme, qui suit une procédure relativement similaire à celle des algorithmes de la famille Matching Pursuit, permet d'extraire de la mesure les trajets les plus importants prédits pour la position testée et de s'arrêter lorsque les trajets résiduels ne sont plus d'énergie suffisante [C63] : en cela, il permet d'extraire uniquement les trajets significatifs présents dans la mesure.

Finalement Huy a proposé de coupler ces deux méthodes BIC et OLS pour obtenir un algorithme

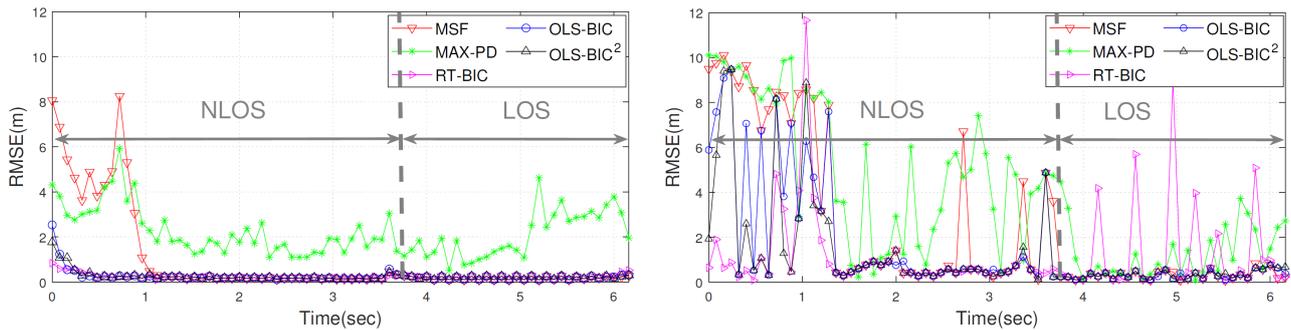


FIGURE 4.11 – RMSE obtenue pour différents algorithmes de localisation [C63]. A gauche : données simulées. A droite : données réelles. "MSF" correspond au détecteur sous-espace utilisant les trajets du modèle de rayons. "MAX-PD" considère un nombre de trajets estimés pour maximiser la probabilité de détection. "RT-BIC" utilise le critère BIC pour pénaliser la vraisemblance en utilisant tous les trajets prédits par le modèle de lancer de rayons. "OLS-BIC" applique l'algorithme OLS avec le BIC comme critère d'arrêt pour estimer le nombre de trajets, puis utilise le test sous-espace pour effectuer la localisation. "OLS-BIC²" utilise l'algorithme OLS comme précédemment, mais effectue la localisation en appliquant le critère BIC.

qui :

- ◆ estime le nombre de trajets à utiliser pour chaque position traitée grâce à l'OLS ;
- ◆ utilise le critère BIC comme critère d'arrêt de l'OLS en arrêtant les itérations lorsque l'ajout d'un trajet ne permet pas d'améliorer la valeur prise par le critère BIC ;
- ◆ pénalise les positions présentant des nombres de trajets importants par le biais du critère BIC.

Huy a appliqué cette méthode à la fois sur simulation et données réelles et a pu montrer l'apport sur les positions pour lesquelles le test sous-espace faisait face au problème d'ambiguïtés. Les données réelles ont été obtenues pour un scénario de mesure similaire à celui considéré lors de la thèse de Hung, mais avec un radar à 4 antennes de réception permettant une certaine mesure angulaire. Des résultats sont présentés en Figure 4.11 pour différentes stratégies de localisation, et montrent l'apport de la méthode proposée par Huy [C63]. Toutefois il convient de noter que dans les zones NLOS très complexes, notamment lorsque la cible est proche d'un mur et reçoit peu de trajets, l'erreur d'estimation reste conséquente sur les données réelles, même pour les stratégies proposées.

4.3.3.3 Couplage des méthodes de sélection de modèles et du filtrage particulière

Pour tenter de résoudre les problèmes de localisation dans les zones complexes où peu de trajets atteignent la cible (zones lointaines ou près des murs), nous nous sommes de nouveau rabattus sur l'emploi des méthodes de filtrage particulière. L'application du premier filtre développé par Hung dans ces conditions difficiles a montré qu'il pouvait facilement diverger, notamment lorsque les premières itérations du filtre coïncidaient en pratique avec une localisation de la cible dans ces zones complexes. Dans certains scénarios de mesure enregistrés lors de la thèse de Huy, on a même pu constater que la cible était tout simplement trop loin en début d'enregistrement pour que les trajets correspondants soient détectables. Dans ce cas, le filtre peut diverger rapidement, et requiert ensuite beaucoup

d'itérations avant de pouvoir converger à nouveau vers la cible ¹⁸.

Il nous est donc apparu nécessaire de modifier le mécanisme du filtre particulaire considéré par Hung pour le rendre plus robuste à ces problèmes. Deux solutions ont été considérées par Huy :

- ◆ La première solution a consisté à intégrer le mécanisme OLS-BIC dans le calcul des poids des particules.
- ◆ La seconde solution a consisté à considérer un filtre particulaire de type Track-Before-Detect (TBD) comme utilisé dans la thèse d'Alexandre Lepoutre (voir section 4.2.1).

La première solution a pu être formalisée en considérant la vraisemblance de la mesure marginalisée sur les amplitudes complexes des trajets, de manière similaire à la marginalisation (4.2) déjà considérée dans la thèse d'Alexandre pour les cibles multiples :

$$p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) = \int p(\mathbf{y}_k | \boldsymbol{\alpha}_k, \mathbf{x}_k) p(\boldsymbol{\alpha}_k | \mathbf{x}_k) d\boldsymbol{\alpha}_k.$$

En calculant les intégrales en jeu dans cette marginalisation au moyen d'une approximation de Laplace comme dans [Dju98], Huy a pu montrer que les poids des particules pouvaient être alors fournis par le critère BIC considéré déjà pour le test sous-espace (voir section précédente), plutôt que définis par le GLRT comme cela avait été proposé et utilisé par Alexandre et Hung. Dans ce cas, le nombre de trajets utilisés pour une position donnée, et donc une particule donnée, a de nouveau été obtenu par application de l'algorithme OLS.

Quant à la seconde solution, l'objectif était de pouvoir réinitialiser des particules dans tout l'espace d'état à chaque itération, pour éviter une convergence prématurée du filtre particulaire vers une ambiguïté, notamment en l'absence de cible ou en présence d'une cible de niveau très faible et dont les trajets sont peu détectables. En ce sens, l'utilisation d'un filtre TBD était naturelle, et son adaptation au cas particulier du Radar Around-the-Corner relativement immédiate. Bien entendu, dans le cas TBD, les poids des particules étaient obtenus par application de la stratégie OLS-BIC. Cette solution a permis de rendre le filtre plus robuste aux ambiguïtés.

Huy a comparé sur données réelles les performances des trois filtres suivants :

- ◆ le filtre particulaire développé par Hung dans le cas RAC et fondé sur la stratégie GLRT ;
- ◆ le filtre particulaire intégrant la stratégie OLS-BIC pour calculer les poids des particules ;
- ◆ le filtre particulaire associant les stratégies TBD et OLS-BIC.

Le cas considéré ici correspond à la trajectoire 2 présentée en Figure 4.7. La particularité de cette trajectoire est que la cible part d'une zone où les niveaux des trajets sont trop faibles pour être détectables comme on peut le voir en Figure 4.13, de sorte que les filtres particuliers tendent à diverger en début de trajectoire.

La Figure 4.13 présente les résultats obtenus pour les trois filtres. Il en ressort que les deux premières solutions tendent à converger vers une ambiguïté (itération 7) de sorte qu'il leur est ensuite difficile de retrouver la cible (itération 15). La stratégie TBD permet ici de préserver des particules dans tout l'espace, de sorte que le nuage de particules peut converger vers la vraie position dès que

¹⁸. En effet, le mécanisme du filtre particulaire n'est pas magique : le coût de calcul réduit par rapport à des méthodes de grille se paye par la convergence des particules vers les modes principaux. Mais une fois les particules localisées dans des zones réduites de l'espace, le filtre devient quasiment aveugle à toute information apparaissant dans d'autres zones de l'espace non échantillonnées par les particules.

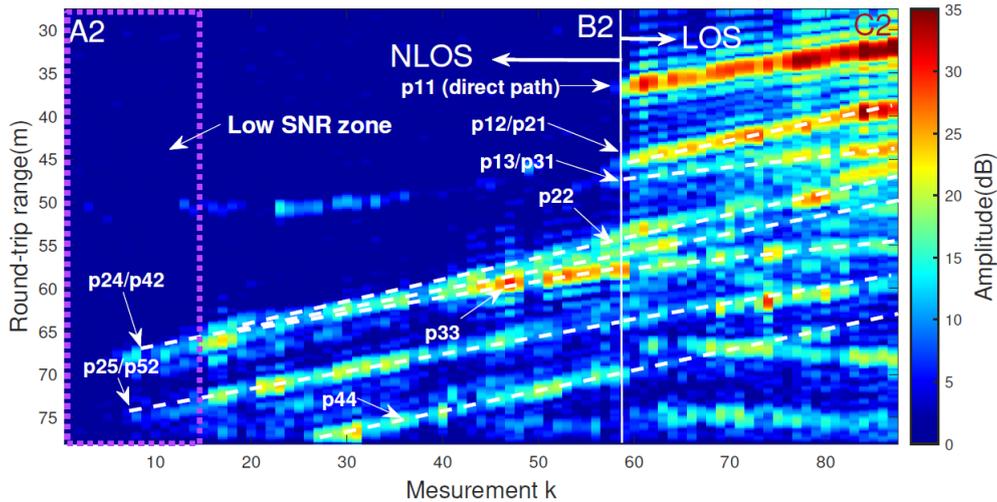


FIGURE 4.12 – Mesures enregistrées pour une cible évoluant selon la trajectoire 2 présentée en Figure 4.7. La zone entourée en pointillés violets correspond à une zone où les trajets sont très faibles voire absents [T7].

celle-ci devient suffisamment énergétique.

4.4 Conclusion

L'utilisation du filtrage particulière en contexte Track-Before-Detect est en fait la première étude sur laquelle on m'a demandé de travailler lorsque j'ai été recruté à l'ONERA. Ces travaux ont rapidement mené à la thèse d'Alexandre Lepoutre. A l'époque, je ne me doutais pas que les filtres particuliers développés lors de cette première étude TBD et lors de la thèse d'Alexandre seraient plusieurs années plus tard de nouveau employés par d'autres doctorants dont j'étais l'encadrant, dans le cadre complètement différent du radar Around-the-Corner.

Cette dernière application, sur laquelle je me suis retrouvé à travailler de manière relativement fortuite au départ, était très novatrice, et les travaux que nous avons effectués avec notre premier doctorant Khac Phuc Hung Thai sur le sujet de la détection et la localisation de cible en NLOS en milieu urbain sont finalement parmi les premiers de la littérature à avoir été publiés sur ce sujet spécifique. Depuis quelques années, on voit toutefois sortir de plus en plus d'articles sur le sujet, plusieurs laboratoires chinois s'étant emparés de la thématique, et celle-ci étant également d'intérêt pour les applications de radar pour voiture autonome. Il reste par ailleurs de nombreux travaux à mener sur cette application, comme on le verra dans le prochain chapitre.

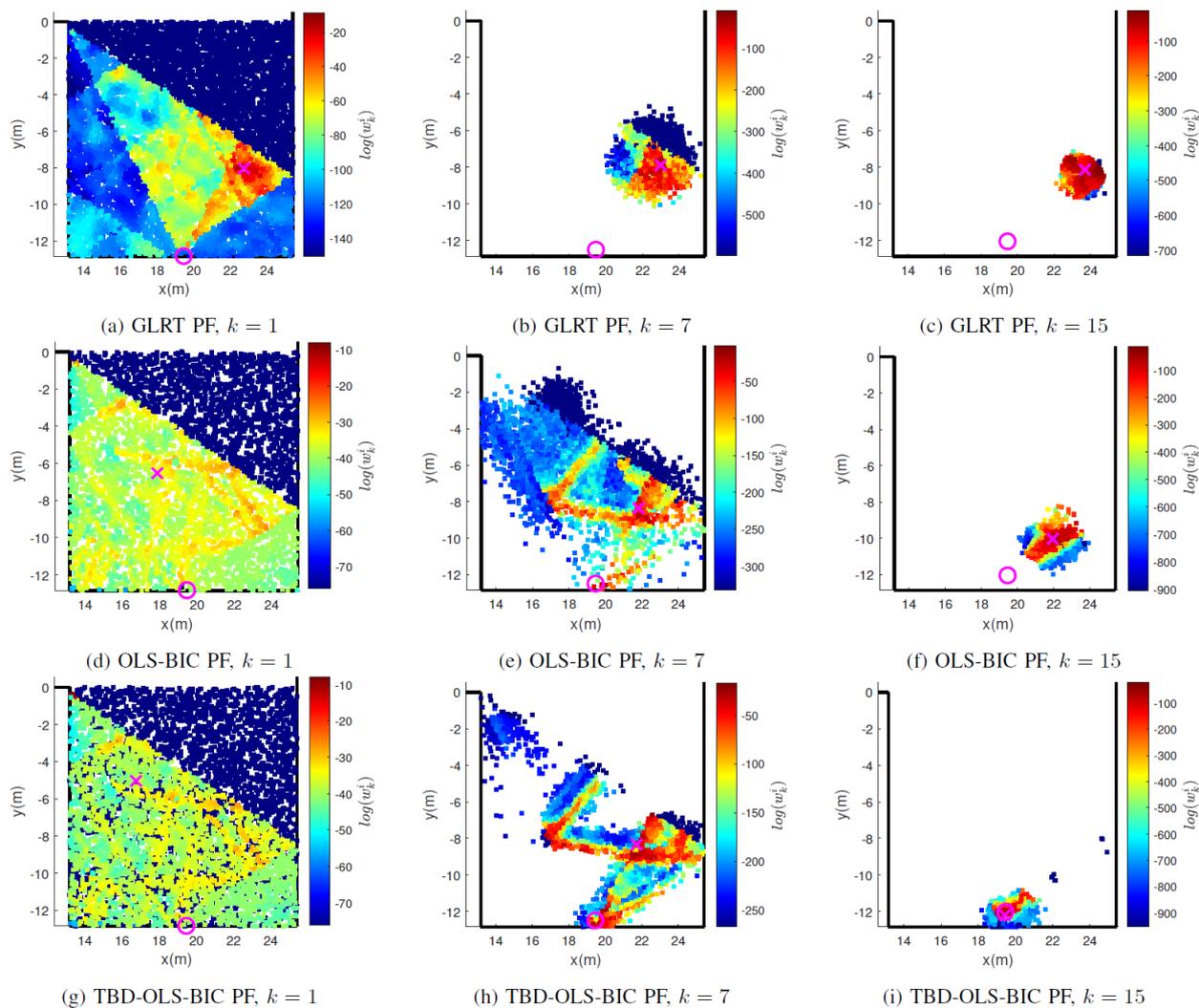


FIGURE 4.13 – Répartition des particules en fonction des itérations pour différents filtres particulaires. Les trois colonnes représentent trois itérations k différentes. La première ligne correspond au filtre particulaire GLRT. La deuxième ligne correspond au filtre particulaire exploitant la stratégie OLS-BIC. La troisième ligne correspond au filtre particulaire TBD avec stratégie OLS-BIC. La vraie position cible est représentée par un cercle et la position estimée par le filtre par une croix.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

5.1 Bilan chronologique

J'ai choisi dans ce document de ne pas présenter mes travaux de manière chronologique, privilégiant ainsi la cohérence de la présentation. En pratique, la progression de mes sujets d'étude n'a bien entendu été ni thématique ni linéaire. Les différentes pistes de travail que j'ai considérées se sont superposées temporellement et enchevêtrées au gré des nouvelles problématiques rencontrées et de la compréhension des précédentes solutions obtenues. Ainsi, la première activité que j'ai menée à mon arrivée à l'ONERA en décembre 2008 a concerné l'étude du filtrage particulaire et son application dans le cadre des applications radar et en particulier du contexte Track-Before-Detect, et mon premier doctorant a donc été Alexandre Lepoutre qui a commencé sa thèse sur ce sujet particulier en Octobre 2010. J'ai ensuite commencé à travailler, à partir de 2010, sur les détecteurs gaussiens et non gaussiens, et je me suis penché assez vite sur leurs propriétés géométriques, embarquant dans l'aventure Nicolas Trouvé qui était à l'époque en thèse dans mon unité, et assommant probablement mes collègues de détails infinis sur les différences de géométrie de ces détecteurs. J'ai commencé à participer au KTD un an plus tard, en 2011, où j'ai beaucoup travaillé sur la thématique du radar MIMO (peu évoquée dans ce manuscrit). C'est grâce au KTD et aux nombreuses discussions que j'ai eues avec les participants venant de Thales que j'ai été sensibilisé à la problématique des lobes secondaires. Les formes d'onde étudiées pour le MIMO dans le cadre du KTD présentant généralement des lobes secondaires de niveau élevé, j'ai considéré la possibilité de les optimiser par le biais du filtre désadapté dès mi-2012. Dans la foulée, puisque même en les optimisant, les niveaux de lobes secondaires pouvaient rester trop importants, j'ai commencé à envisager d'utiliser des méthodes de reconstruction parcimonieuse comme utilisées en Compressed Sensing, et notamment les algorithmes de la famille Matching Pursuit. Je me suis alors retrouvé confronté une première fois courant 2013 au problème des cibles hors-grille.

En parallèle, je me suis retrouvé impliqué dans deux projets de recherche qui m'ont amené à travailler sur deux applications nouvelles pour moi :

- ◆ le PR CORAZON à partir de 2012, projet de recherche interne DEMR dans lequel mes collègues et moi avons rapidement dégagé la problématique du "Radar Around-the-corner" très peu considérée dans la littérature. Cela a abouti à la mise en place d'une première expérimentation dans la caponnière du fort de Palaiseau en Juin 2013.
- ◆ le PRF DORADA à partir de 2013, projet de recherche multi-départements où j'ai été initié à la beauté du radar passif par mon collègue Dominique Poullin, et à la complexité du fouillis en radar aéroporté. Fouillis sympathique que l'on a rapidement retrouvé grâce à la thèse de Clément Berthillot commencée fin 2013.

Déjà confronté au problème de la grille au cours du KTD, je l’ai retrouvé dans DORADA en essayant d’appliquer les méthodes de réjection classiques au fouillis aéroporté, diffus et étalé en distance et en Doppler. Suite à plusieurs discussions avec Dominique, notamment pendant la conférence RADAR en Octobre 2014, je suis revenu de cette conférence persuadé qu’il fallait réussir à effectuer la réjection sur des intervalles continus, me suis lancé dans l’histoire... et me suis retrouvé face aux prolates (le nom affectueux par lequel nous désignons les DPSS) en appliquant une telle réjection dans le cadre du radar passif aéroporté [C28], prolates que nous avons alors utilisées à partir de 2015 avec mon collègue Jonathan Bosse pour la réjection en Matching Pursuit. Puis toujours en 2015 pour améliorer la robustesse du NMF dans le cas de la détection de cibles hors-grille. Puis à partir de 2017 pour gérer ce même problème hors grille dans le cas du filtrage désadapté, avec l’impression de boucler la boucle. Encore en 2019 dans le cadre du radar MIMO pour synthétiser des diagrammes d’antennes avec minimisation d’énergie sur un intervalle angulaire étendu. Et enfin en 2023 avec ma collègue Abigaël Taylor pour améliorer la robustesse de formes d’onde dans le cadre d’applications radar et communications conjointes par réseau MIMO.

Ces différentes problématiques ont pu nourrir un certain nombre de thèses. En plus de la thèse de Clément Berthillot débutée fin 2013, je me suis retrouvé dans l’encadrement de la thèse de Uy-Hour Tan à partir de fin 2014, thèse que je n’avais pas initiée mais qui était dans la ligne directe des travaux que j’avais effectués dans le KTD. J’avais proposé en parallèle dès la fin 2013 un sujet de thèse portant sur le radar Around-the-Corner, qui a abouti à la thèse de Khac Phuc Hung Thai débutée fin 2015. Ainsi à partir de 2015, je co-encadrais trois doctorants en parallèle sur trois thématiques différentes, ce qui n’est pas forcément de tout repos¹. Ayant juré qu’on ne m’y reprendrait plus, j’ai donc lancé avec Abigaël la thèse de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi fin 2019, et avec Jonathan les thèses de Pierre Develter et Ba-Huy Pham fin 2020, de nouveau sur trois thématiques différentes.

Finalement, avec le recul, si les différentes thématiques et applications que j’ai considérées ont été relativement différentes, le fait de travailler sur celles-ci en parallèle m’a permis de faire un certain nombre de liens entre elles, et il me semble que cela m’a permis de mieux les appréhender. Certaines de ces problématiques m’ont servi de fil conducteur presque dès le début : le radar MIMO, le filtrage désadapté, le problème hors-grille, les prolates, le Track-Before-Detect, le Around-the-Corner, ... Toutes ces problématiques m’intéressent toujours énormément, et la plus grande frustration au cours de toutes ces années aura certainement été de ne pas pouvoir y consacrer plus de temps, et de ne pas pouvoir creuser davantage certaines pistes, ou encore finaliser certains calculs esquissés sur le cahier.

5.2 Perspectives

Les travaux effectués ont bien entendu ouvert de nombreuses pistes d’études futures. Afin de rester cohérent avec les précédents chapitres, je présenterai les axes de travaux futurs envisageables (et envisagés) de manière thématique. Dans ces perspectives, certaines sont plutôt théoriques et m’intéressent notamment pour la compréhension profonde qu’elles peuvent permettre d’atteindre, d’autres sont plus applicatives.

1. A cela s’est ajouté le fait que de 2015 à 2020, ma charge de travail contractuelle a été très importante.

5.2.1 Les détecteurs

Nous avons vu dans le chapitre 2 qu'il était possible de représenter la majeure partie des détecteurs classiques de la littérature par une fonction $f(x)$ reliant l'énergie de la mesure projetée sur l'espace signal $\|\mathbf{y}_S\|$ et l'énergie de la mesure projetée sur l'orthogonal à cet espace $\|\mathbf{y}_N\|$, fournissant ainsi une représentation bidimensionnelle de ces détecteurs établie à partir d'une compréhension de leur géométrie. Optimiser le détecteur revient alors à rechercher la fonction permettant d'obtenir les meilleures performances de détection possibles pour une loi de bruit donnée, ou une famille de loi telles que les SIRV. C'est ce qu'ont commencé à faire les auteurs de [CFR22], dans le plan CFAR-Feature et avec des méthodes de type Machine Learning. Il me paraît toutefois intéressant d'étudier l'emploi de méthodes d'optimisation plus classiques pour obtenir de nouvelles fonctions $f(x)$ dans le plan défini par $\|\mathbf{y}_S\|$ et $\|\mathbf{y}_N\|$. On pourra d'ailleurs remarquer que ces deux variables sont indépendantes (si le bruit considéré est blanc ou parfaitement blanchi), ce qui pourrait permettre de faciliter les calculs de probabilité de fausse alarme et de détection. Calculs qui n'ont pour l'instant pas été faits dans le cas de ces fonctions $f(x)$ (hormis pour les détecteurs classiques). On pourrait pour cela envisager d'étendre à des fonctions plus complexes la technique employée dans [C17] qui fait intervenir les probabilités de fausse alarme des détecteurs MF et NMF ainsi que celle du détecteur ASB calculée par Richmond [Ric00].

Avec la thèse de Pierre Develter, il s'est avéré que la géométrie pouvait être exploitée encore plus avantageusement pour calculer les probabilités de fausse alarme de certains détecteurs, à condition bien entendu de maîtriser un certain nombre d'outils de géométrie différentielle. Un résultat très intéressant des travaux de Pierre est que les détecteurs hors-grille considérés ne sont TFAC ni par rapport à la matrice de covariance du bruit ni par rapport à l'échantillonnage. Ce dernier point signifie que si l'on choisit des cases équiréparties du point de vue du paramètre testé, alors la probabilité de fausse alarme obtenue n'est pas identique de case à case dès lors que le bruit n'est pas blanc car le blanchiment par la matrice de covariance va distordre la variété pour l'allonger dans certaines cases et la raccourcir dans d'autres. C'est un résultat peu intuitif qui implique que pour obtenir de nouveau un détecteur TFAC, il va être nécessaire d'adapter le choix des cases en fonction de la matrice de covariance. Ce travail reste à faire. Il faudrait aussi comprendre pourquoi la matrice de covariance du bruit a un tel impact sur les performances de détection, et notamment pourquoi la présence d'une matrice de covariance non identité peut ainsi induire une augmentation globale de la fausse alarme². Une première piste d'étude pourrait être de considérer le modèle de matrice de covariance théorique utilisé par Pierre pendant sa thèse, qui devrait permettre de pouvoir faire certains calculs analytiques, voire peut être d'extrapoler ensuite les résultats obtenus à des matrices de covariance moins structurées. Un autre point à creuser, et non des moindres, est l'adaptation des travaux effectués au cas adaptatif, c'est-à-dire lorsque la matrice de covariance du bruit n'est pas connue, mais seulement estimée. Que se passe-t-il alors du point de vue géométrique, et comment peut-on faire pour calculer les probabilités de fausse alarme des détecteurs dans ce cas de figure ? Une chose est sûre : le problème n'est pas simple... Nous avons bien entendu proposé de continuer d'approfondir le sujet dans une suite de la thèse de Pierre.

Dans tous ces calculs, seule la probabilité de fausse alarme est calculée, l'hypothèse \mathcal{H}_0 du problème de détection considéré présentant l'avantage non négligeable d'une distribution centrée de la mesure.

2. Ce point rejoint une question posée par Olivier Besson lors de la soutenance de Pierre.

Le calcul des probabilités de détection semble plus complexe dans la mesure où la distribution à considérer sous l’hypothèse \mathcal{H}_1 se retrouve translatée le long de l’axe signal. La prochaine étape sera aussi d’essayer de mener à bien ces calculs. Je ne sais pas si les outils de géométrie différentielle pourront permettre d’avancer sur cette problématique. Je suis par contre convaincu que ce sont des outils extrêmement puissants et qu’ils devraient nous permettre d’avancer plus loin dans tous ces calculs de probabilités. Par exemple, il y a clairement un lien très fort dans le cas du détecteur MF entre les expressions obtenues pour les probabilités de fausse alarme et la géométrie du problème, et il me semble que ce type de calcul devrait pouvoir être effectué directement par calcul de géométrie différentielle, sans la nécessité de recourir à la théorie des ensembles d’excursion utilisée par Pierre.

Enfin pour conclure sur le thème de la détection, je souhaiterais rappeler que si l’on considère presque toujours dans la communauté du traitement du signal radar le problème de détection (2.1) car il permet une modélisation simple du problème, malheureusement le vrai problème auquel on fait face correspond plutôt au test d’hypothèses

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : \mathbf{y} = \mathbf{c} + \mathbf{n} & \text{(bruit seul),} \\ \mathcal{H}_1 : \mathbf{y} = A\mathbf{s}(\nu) + \mathbf{c} + \mathbf{n} & \text{(signal + bruit),} \end{cases} \quad (5.1)$$

où \mathbf{c} représente le fouillis. En effet, on est généralement confronté en pratique à des signaux contenant à la fois du fouillis et du bruit thermique, le premier n’étant pas distribué selon la même loi que le deuxième : le fouillis sera généralement considéré non-Gaussien (par exemple SIRV) et de matrice de covariance différente de celle du bruit. La distribution de la composante globale $\mathbf{c} + \mathbf{n}$ est dans ce cas difficile à exprimer analytiquement : même si les deux vecteurs sont des SIRV, leur somme n’en est plus nécessairement un. Or il est possible de montrer qu’un détecteur classique comme le NMF n’est plus TFAC sous ces hypothèses. A ma connaissance, peu de travaux ont considéré ce problème-là, qui est pourtant celui rencontré en pratique. Bien entendu ce problème est très complexe, mais certaines pistes pourraient être considérées si l’on accepte de changer un peu notre manière de modéliser les choses. Par exemple, lorsque l’on présente le problème de détection sous la forme (5.1), il est très difficile de dissocier l’effet du bruit et celui du fouillis sur une seule mesure d’une seule case de résolution. Mais certains types de fouillis, par exemple le bruit de sol, ou le bruit de mer pour les radars HF (les raies de Bragg par exemple), présentent pourtant des caractéristiques différentes du bruit thermique. En particulier ces fouillis sont généralement étendus spatialement et fortement localisés dans certaines zones de l’espace distance/Doppler ou distance/Doppler/angle. Il me paraîtrait donc plutôt pertinent de prendre en compte dans le test d’hypothèses considéré les informations fournies par un ensemble de cases de résolution, voire les informations apportées la totalité de la carte, afin de pouvoir exploiter cette extension spatiale du fouillis. Bien entendu ce problème de détection en présence de fouillis et de bruit thermique n’est pas simple, et on arrive peut être ici aux limites de ce qui est modélisable de manière analytique. Mais alors, peut-être serait-il possible d’exploiter les capacités de calcul des machines pour apprendre les distributions statistiques et les règles de décision à appliquer dans ce cas de figure ? Il est certainement très intéressant d’exploiter la puissance des méthodes de type Deep Learning appliquées sur des bases de données complexes contenant de nombreuses mesures de fouillis et de bruit pour effectuer le test de détection en environnement complexe. Suite à des premiers

essais effectués lors du stage de Victor Galizzi que j’ai co-encadré, mes collègues Christèle Morisseau, Eugénie Terreaux et Jean-Philippe Ovarlez viennent de lancer une thèse sur le sujet en collaboration avec Chengfang Ren du laboratoire SONDRRA, et Christèle a déjà avancé sur la thématique dans le cadre d’un projet de recherche interne. Bien entendu il faudra que les performances fournies par un tel réseau soient comparées avec celles des détecteurs plus classiques. Mais s’il s’avère que ce type de méthode permet d’obtenir des performances de détection plus intéressantes que celles des détecteurs classiques dans des environnements complexes, alors un travail sur les dernières couches du réseau pourrait être important pour comprendre les informations exploitées par le réseau pour prendre sa décision. Cela pourrait permettre ensuite d’améliorer les détecteurs dérivés de manière plus classique en définissant les tests d’hypothèses de manière à exploiter ces mêmes informations.

5.2.2 Le filtrage désadapté

Cela fait maintenant une bonne douzaine d’années que je travaille sur le filtrage désadapté, et que je suis en parallèle ce qui est produit sur le sujet dans la littérature. Il existe essentiellement deux grandes familles de méthodes pour calculer le filtre désadapté :

- ◆ une méthode où le filtre recherché est calculé pour minimiser l’écart entre les lobes secondaires produits et un certain gabarit (généralement de type Dirac). Cette méthode a été définie au début des années 70 [AG73], et est actuellement employée par l’équipe de Shannon Blunt par exemple. Elle a l’avantage d’être relativement légère mais a le gros inconvénient de ne pas intégrer facilement de contraintes supplémentaires, telles que la perte en gain de traitement.
- ◆ la méthode présentée ici qui calcule le filtre désadapté comme la solution d’un problème d’optimisation convexe, considérée notamment par Petre Stoica [SLW08], par Antonio De Maio et son équipe [De +11], et à laquelle j’ai contribué. Cette méthode est plus lourde à mettre en œuvre puisqu’il faut résoudre un problème convexe, mais est beaucoup plus souple du point de vue des contraintes que l’on peut considérer. En particulier, on a vu qu’on peut considérer une contrainte sur la perte en gain de traitement qui est très importante pour les radaristes.

Je suis convaincu que la deuxième méthode, ma préférée bien évidemment, pourrait être améliorée d’un point de vue du coût de calcul en allant étudier de manière plus attentive le programme d’optimisation à résoudre. C’est un travail en partie déjà entamé au cours de la thèse de Maria-Elisavet Chatzitheodoridi où l’on a considéré l’accélération du programme d’optimisation dans le cas de la norme L_2 , mais il faudrait étudier la possibilité d’étendre cette démarche à d’autres normes. L’accélération de cette optimisation va être de plus en plus nécessaire dans le cadre des applications radar et communications conjointes avec la souplesse requise pour les formes d’onde émises. Par ailleurs, on voit que cette optimisation a vraisemblablement des liens avec la géométrie : par exemple la contrainte sur la perte en gain de traitement revient à imposer à la solution d’être localisée à l’intérieur (ou sur le bord) d’un cône centré sur la forme d’onde à optimiser (le même cône que celui qu’on rencontre dans le cas du NMF en fait!). Peut-on exploiter cette géométrie particulière? C’est à étudier. Puisque j’évoque le NMF, je me demande s’il ne faudrait pas se poser la question d’optimiser le filtre désadapté lorsque le test de détection considéré n’est pas le MF mais le NMF.

Mais surtout, cette deuxième méthode fournit une solution très particulière, notamment avec la

contrainte sur la perte en gain de traitement. Or si les articles qui traitent du sujet présentent le programme à résoudre et les solutions obtenues, il n'y a pas, à ma connaissance, d'articles étudiant les propriétés théoriques de ces filtres optimaux. Pourtant il serait très intéressant d'étudier leurs propriétés, par exemple en considérant la fonction d'ambiguïté associée au couple forme d'onde - filtre optimal, ne serait-ce par exemple que pour comprendre et déterminer les limites de ce type de stratégie. Pour cela, on pourrait par ailleurs étendre le principe de ces filtres à des signaux continus (puisque jusqu'ici les problèmes d'optimisation sont généralement définis avec des vecteurs, c'est-à-dire des signaux échantillonnés), et pendant qu'on y est, généraliser les problèmes d'optimisation au cas de filtres désadaptés optimisés sur plusieurs paramètres simultanément. J'ai récemment commencé à me pencher sur la question de la fonction d'ambiguïté qui me taraude depuis plusieurs années, et il s'avère déjà qu'il y a quelques propriétés un peu inattendues... que je ne dévoilerai pas ici, n'ayant pas encore publié sur le sujet !

Enfin, si l'on replace le filtre désadapté dans le contexte de la théorie de la détection, rappelons que ce filtre correspond à une solution sous-optimale (au sens de la probabilité de détection d'une cible)³ pour un problème d'optimisation où le signal est représenté par un sous-espace de dimension 1. A ma connaissance, je n'ai pas vu de travaux essayant de produire l'équivalent du filtre désadapté dans le cas d'un sous-espace signal de dimensions supérieure à 1, et qui serait donc le pendant d'un Matched Subspace Filter défini par L.L. Scharf [SF94] : il s'agirait alors de déterminer le sous-espace optimal permettant de détecter des signaux appartenant à un certain sous-espace signal tout en rejetant le plus possible tous les signaux appartenant à d'autres sous-espaces, et en contrôlant la perte en gain de traitement bien entendu. J'ai également commencé à étudier la question, mais n'ai pas pu poursuivre faute de temps. Cette problématique pourrait être d'intérêt notamment pour le Radar Around-the-Corner, mais j'y reviendrai plus loin.

5.2.3 Les formes d'onde

J'ai commencé à m'intéresser aux formes d'onde et leurs propriétés dès ma thèse où j'ai étudié plusieurs types de formes d'onde (chirp, codes de phase, OFDM) et certaines de leurs propriétés. J'étais très intéressé à l'époque par la construction des séquences SBLM (Séquences Binaires de Longueur Maximale, générées au moyen d'un registre à décalage construit à partir d'un polynôme caractéristique issu de certaines propriétés des corps de Galois) et m'étais déjà amusé à étudier des méthodes d'optimisation diverses (recuit simulé, algorithmes génétiques, programmation semidéfinie, ...) qui pourraient permettre de créer des codes de phase à très faible niveau de lobes secondaires. Par le biais du KTD et de mes travaux sur le radar MIMO, je me suis retrouvé plongé dans cette thématique dès le début des années 2010. Or la thématique des formes d'onde a complètement explosé à cette époque-là, avec ce que les anglo-saxons appellent la "waveform diversity", comprenant le radar MIMO et maintenant les applications radar et communications conjointes.

S'il existe donc une littérature importante sur le sujet, il reste beaucoup de travail à faire sur la problématique de l'optimisation des formes d'onde, notamment pour les réseaux MIMO, qu'ils soient

3. Du point de vue de la probabilité de détection, le filtre désadapté est bien sous-optimal puisqu'il présente une perte en gain de traitement par rapport au filtre adapté. Il est par contre optimal du point de vue du niveau des lobes secondaires... qui ne sont pas considérés par le filtre adapté.

cohérents colocalisés ou multistatistiques. L'objectif est à terme d'obtenir une méthode d'optimisation des formes d'onde qui permette de fournir des formes d'onde satisfaisant à un critère donné (orthogonalité ou diagramme d'antennes spécifique) tout en présentant des lobes secondaires en distance les plus bas possibles, et en étant bien contenus dans la bande spectrale allouée. Voire selon les applications avec la contrainte supplémentaire d'être à module constant, contrainte souvent requise par les radaristes. Etant donnée la souplesse toujours plus grande recherchée par les applications radar, il s'agira en particulier de définir une méthode d'optimisation la plus légère possible en coût de calcul pour pouvoir modifier la forme d'onde rapidement, notamment lorsqu'il s'agit de synthétiser des diagrammes de rayonnement par réseau MIMO, par exemple pour créer des diagrammes multi-faisceaux et/ou des directions de rejet⁴.

La contrainte de module constant n'est pas anodine car elle complexifie fortement le problème d'optimisation en ôtant des degrés de liberté. Deux axes de solution peuvent être considérés :

- ◆ intégrer cette contrainte dans le problème d'optimisation et effectuer l'optimisation directe des phases des formes d'onde à émettre.
- ◆ se donner une classe de formes d'onde vérifiant déjà cette contrainte et en optimiser les paramètres.

Quoiqu'il en soit, le problème d'optimisation à résoudre est fortement non convexe, en raison de la nature de la fonction objectif. On pourrait aussi vouloir s'affranchir de la contrainte module constant, ne serait-ce que pour déterminer l'apport potentiel de l'emploi de formes d'onde modulées en amplitude. Si le gain en terme de niveaux de lobes secondaires, de répartition spectrale de l'énergie ou de simplicité d'optimisation est important, cela ne serait-il pas un argument pour tenter d'utiliser ce type de formes d'onde en radar ? Les formes d'onde à amplitude non constante sont bien couramment employées dans le domaine des télécommunications (l'OFDM est très répandu par exemple).

Enfin nous avons initié à l'Onera avec ma collègue Abigael Taylor, à partir de 2019, des travaux sur les applications radar et communications conjointes, notamment par le biais de la thèse de Marilisa. Dans sa thèse, nous avons étudié la possibilité de produire des images radar de bonne qualité en utilisant des formes d'onde CPM. Mais tout l'aspect de transmission de l'information et de décodage n'était pas encore étudié. Il s'agirait donc de se pencher sur la question dans ce cadre là. En particulier, dans le cas où l'on utiliserait un ensemble prédéfini de formes d'onde CPM pour transmettre l'information, afin de faciliter le décodage à la réception, alors tout un travail d'optimisation de la famille de CPM à considérer pour optimiser la probabilité d'erreur binaire doit être fait. Toujours dans le cas d'application radar et communications conjointes, l'utilisation de réseaux MIMO pour synthétiser des formes d'onde différentes dans des directions différentes paraît très prometteuse, mais peu d'articles semblent traiter du sujet pour l'instant. C'est un travail sur lequel nous commençons à nous atteler avec Abigael Taylor, en étudiant notamment la robustesse de ce type de stratégie lorsque le récepteur de communications n'est pas localisé précisément dans la direction exacte de synthèse de la forme d'onde porteuse d'information. Nous avons par ailleurs proposé un sujet de thèse sur cette thématique pour un début en Octobre 2024, car il nous semble que quantités de pistes intéressantes n'attendent qu'à être explorées sur ce sujet.

4. Pour rappel, dès lors que l'on souhaite créer avec un réseau MIMO un diagramme d'énergie non uniforme dans l'espace, les formes d'onde à utiliser doivent être non orthogonales !

Enfin d'un point de vue plus théorique, deux aspects m'intéressent concernant les formes d'onde :

- ◆ Le premier aspect concerne le calcul de bornes sur les niveaux de lobes secondaires. C'est un travail que nous avons abordé dans la thèse de Uy-Hour Tan mais où il s'avère qu'il existe un gap relativement important entre la borne calculée et les niveaux atteints en pratique par les formes d'onde obtenues par optimisation. D'où la question qui reste ouverte de savoir si les bornes peuvent être resserrées ou si l'on peut trouver des formes d'onde plus optimales.
- ◆ Le deuxième aspect est très personnel, il concerne le paysage engendré par la fonction qui associe à un code de phase son niveau d'ISL (ou de PSLR). Ce paysage semble excessivement chahuté, et nous avons vu dans le chapitre 3 (en note de bas de page) qu'il existe un très grand nombre de points critiques. Je serais très intéressé pour trouver d'autres propriétés de ce paysage que je trouve fascinant (mais c'est je le répète très personnel). Peut-être qu'une meilleure compréhension de ce paysage si complexe pourrait à terme permettre d'améliorer les méthodes d'optimisation de ces formes d'onde et atteindre des niveaux de lobes secondaires proches des bornes.

5.2.4 Applications : radar passif aéroporté et radar Around-the-Corner

Je terminerai l'évocation des perspectives en me tournant vers deux applications qui me tiennent à coeur : le radar passif aéroporté (suites de la thèse de Clément Berthillot) et le radar Around-the-Corner (suites des thèses de Khac Phuc Hung Thai et Ba-Huy Pham).

Concernant le radar passif aéroporté, si la thèse de Clément a permis de proposer un certain nombre de méthodes pour effectuer l'estimation du signal de référence et la réjection du fouillis aéroporté, elle a également permis de montrer la complexité du problème, et la nécessité d'utiliser des informations et techniques supplémentaires pour aboutir à la détection de cibles par un système passif aéroporté. Plusieurs pistes d'étude peuvent être envisagées. La première piste concerne l'apport des méthodes de décodage de canal pour améliorer l'estimation du signal de référence. Il s'agit pour cela d'avancer un pas plus loin dans la structure de codage du signal DVB et exploiter la redondance apportée par le code de canal pour corriger certaines erreurs d'estimation des symboles OFDM, et ainsi améliorer la reconstruction du signal émis. La deuxième piste à envisager est de remplacer le traitement à la réception, de type filtre adapté jusqu'à présent, par d'autres filtres désadaptés. Les filtres en question pourraient être soit des filtres désadaptés optimaux tels que présentés dans le chapitre 3, soit de simples fenêtres d'apodisation (de type Hamming par exemple) pour ce qui est du traitement Doppler, soit enfin la mise en œuvre de filtres inverses. Dans tous les cas, l'objectif sera de limiter le plus possible le niveau du plancher de lobes secondaires créés par le traitement à la réception, et espérer ainsi améliorer les performances de détection des cibles. La troisième piste consisterait à considérer un système de réception avec suffisamment d'antennes pour pouvoir mettre en œuvre des techniques de type STAP à la réception. Le fouillis de sol étant localisé dans un domaine particulier de l'espace Doppler/angle (lié au déplacement du récepteur), cela permettrait de dégager toute une partie de cet espace pour la détection des cibles mobiles.

Dans le cas du radar Around-the-Corner, nous avons mis en lumière avec les deux thèses de Hung et Huy le gros problème des ambiguïtés de localisation auxquelles on se retrouve confronté lorsque

l'on cherche à estimer la position de la cible à partir des informations portées par les multitrajets. Il est clair qu'une amélioration importante pour gérer ce problème viendra d'une augmentation de la qualité des informations disponibles à la réception, et cela va passer en tout premier lieu par une augmentation du nombre d'antennes du système afin d'atteindre une bien meilleure résolution angulaire. Je suis convaincu qu'une résolution angulaire bien meilleure que celle fournie par le système que nous avons à disposition pour les mesures faites dans le cadre de la thèse de Huy engendrerait une très nette baisse des ambiguïtés. Mais l'apport d'informations additionnelles peut également être obtenu par exploitation du principe MIMO, qui permettrait quant à lui de fournir une estimation de l'angle du trajet aller, alors que la mesure angulaire fournie par un réseau phasé classique à la réception ne porte que sur l'angle du trajet retour. Ainsi l'emploi d'un réseau MIMO permettrait de disposer à la fois de la mesure des angles aller et retour, et ainsi d'améliorer la séparation d'un certain nombre de trajets, tout en préservant un coût de calcul raisonnable dans la mesure où cette information angulaire supplémentaire permettra toujours de travailler uniquement dans le domaine distance/angle. Toujours dans l'optique d'accroître l'information disponible pour la localisation, et si un réseau avec un nombre suffisant d'antennes n'est pas envisageable, on pourrait considérer un système en mouvement à l'émission, pour pouvoir créer une antenne synthétique et l'exploiter par traitement pour améliorer la résolution angulaire globale du système.

Je pense que les travaux réalisés dans le domaine depuis dix ans ont permis de démontrer la faisabilité d'un tel système Around-the-Corner, en tout cas pour certaines géométries. Il faudrait maintenant définir précisément le système le plus adapté pour cette application et le mettre au point pour pouvoir faire des mesures réelles démonstratives : pour cela, il faut mettre au point un réseau avec la résolution angulaire suffisante (aux fréquences considérées, la bande ne semble pas un problème), des capacités d'extraction automatique de la géométrie de la scène, de sorte à pouvoir montrer en temps réel ou quasi-réel la localisation d'une cible. Comme il est probable que cette méthode ne pourra par contre pas fonctionner dans n'importe quelle configuration géométrique, ou en tout cas pas avec le même niveau de performance, il serait nécessaire également de mettre au point des méthodes d'évaluation des performances atteignables en fonction de la géométrie de la scène. Cela pourrait passer par le calcul de bornes minimales sur la variance d'estimation fournie par le traitement de localisation du système en fonction de cette géométrie. Enfin un autre point clé à traiter sera la gestion des configurations multi-cibles, problématique que nous n'avons pour l'instant pas du tout considérée. Il y a encore matière à une ou plusieurs thèses sur le sujet, et nous avons donc proposé également un sujet de thèse sur le sujet avec la même équipe que pour les deux premières thèses.

5.3 Conclusion de la conclusion

Ce document a consisté en une présentation très synthétique des travaux de recherche dans le domaine du traitement du signal radar que j'ai effectués pendant la quinzaine d'années que j'ai passée à l'ONERA. Bien que mon activité soit majoritairement liée à des études contractuelles, les travaux présentés ici ont pour la très grande partie été effectués sur Ressources Générales ⁵ (RG), ou par le

5. A l'ONERA, les Ressources Générales sont des études financées en interne, qui permettent de mener des travaux plus prospectifs que ceux financés sur contrat.

biais de l'encadrement de thèses. A ce titre, ils ne sont que partiellement représentatifs de mon activité globale. Certains d'entre eux ont par contre ensuite abouti à des études contractuelles permettant la montée en TRL⁶ de certaines des techniques étudiées auparavant en interne. Pour un scientifique qui aime manipuler les équations et tester de nouveaux algorithmes, ces RG permettent un certain ressourcement, eu égard à l'activité contractuelle lourde et ses contraintes administratives. C'est également le cas des participations aux conférences qui permettent de rencontrer des chercheurs généralement passionnés. J'en suis souvent ressorti requinqué, avec une envie renouvelée de développer de nouvelles idées et de rédiger de nouveaux articles. Il en a été de même de la rédaction de ce manuscrit : à se retourner ainsi sur des travaux effectués pour certains il y a plus de dix ans, on en vient à se poser des questions nouvelles, à regretter aussi de ne pas avoir approfondi certains thèmes, et également à se rendre compte de certains manques de connaissance sur la littérature du domaine. Le recul pris permet une vision globale où transparaissent encore plus l'ampleur des travaux à poursuivre et approfondir, et les innombrables questions ouvertes.

6. TRL signifie "Technology Readiness Level". C'est un système de mesure utilisé pour évaluer le degré de maturité d'une technologie particulière.

BIBLIOGRAPHIE

- [Bud96] R. BUDERI, *The invention that changed the world : How a small group of radar pioneers won the second world war and launched a technological revolution*, Simon et Schuster, 1996.
- [AG73] M.H. ACKROYD et F. GHANI, « Optimum Mismatched Filters for Sidelobe Suppression », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 9.2 (1973), p. 214-218.
- [Adl00] R. J. ADLER, « On excursion sets, tube formulas and maxima of random fields », in : *Annals of Applied Probability* (2000), p. 1-74.
- [AT07] R. J. ADLER et J. E. TAYLOR, *Random fields and geometry*, t. 80, Springer, 2007.
- [AQA15] F. AHMAD, J. QIAN et M.G. AMIN, « Wall clutter mitigation using discrete prolate spheroidal sequences for sparse reconstruction of indoor stationary scenes », in : *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 53.3 (2015), p. 1549-1557.
- [AG03] F. ALIZADEH et D. GOLDFARB, « Second-Order Cone Programming », in : *Mathematical Programming* 95.1 (2003), p. 40-54.
- [And58] T.W. ANDERSON, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, John Wiley et Sons, New-York, 1st edition, 1958.
- [Aru+02] M.S. ARULAMPALAM, S. MASKELL, N. GORDON et T. CLAPP, « A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking », in : *Signal Processing, IEEE Transactions on* 50.2 (fév. 2002), p. 174-188.
- [BC90] J.M. BADEN et M.N. COHEN, « Optimal Peak Sidelobe Filters for Biphasic Pulse Compression », in : *Proceedings of the IEEE International radar conference*, 1990, p. 249-252.
- [BDS15] J. M. BADEN, Michael S. DAVIS et Lance SCHMIEDER, « Efficient energy gradient calculations for binary and polyphase sequences », in : *2015 IEEE Radar Conference (RadarCon)*, 2015, p. 0304-0309.
- [BOR09] F. BANDIERA, D. ORLANDO et G. RICCI, *Advanced Radar Detection Schemes Under Mismatched Signal Models*, Morgan et Claypool publishers, 2009.
- [Bes01] O. BESSON, « Detection of a signal in linear subspace with bounded mismatch », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 42.3 (2001), p. 1131-1139.
- [Bes07] O. BESSON, « Detection in the Presence of Surprise or Undernulled Interference », in : *IEEE Signal Processing Letters* 14.5 (2007), p. 352-354.
- [Bid08] S. BIDON, *Estimation et détection en milieu non-homogène, application au traitement spatio-temporel adaptatif*, PhD thesis, Université de Toulouse, 2008.
- [BM16] S.D. BLUNT et E.L. MOKOLE, « Overview of radar waveform diversity », in : *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* 31 (2016), p. 2-42.
- [Boe+03] Y. BOERS, J.N. DRIESSEN, F. VERSCHURE, W.P.M.H. HEEMELS et A. JULOSKI, « A Multi Target Track Before Detect Application », in : *Computer Vision and Pattern Recognition Workshop, 2003. CVPRW '03. Conference on*, t. 9, juin 2003, p. 104-104.
- [BV04] S. BOYD et L. VANDENBERGHE, *Convex Optimization*, Cambridge : Cambridge University Press, 2004.

- [Boz98] S. BOZTAŞ, *New lower bounds on aperiodic cross-correlation of codes over the n th roots of unity*, Dept. Math., R. Melbourne Inst. Technol., Melbourne, Australia, Res. Rep. 13, 1998.
- [CSM14] Mathieu CATTENOZ, Laurent SAVY et Sylvie MARCOS, « Adaptive processing methods for MIMO radar experimental signals », in : *2014 International Radar Conference*, 2014, p. 1-6.
- [Cha04] E. CHAUMETTE, « Contribution à la caractérisation des performances des problèmes conjoints de détection et d'estimation », thèse de doct., Gif-sur-Yvette, France : Cachan, Ecole Normale Supérieure, 2004.
- [CBL89] S. CHEN, S.A. BILLINGS et W. LUO, « Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification », in : *International Journal of Control* 50.5 (1989), p. 1873-1896.
- [CV08] C.Y. CHEN et P.P. VAIDYANATHAN, « MIMO Radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions », in : *IEEE Trans. on Signal Processing* 56.2 (2008), p. 623-635.
- [Col+09] F. COLONE, D.W. O'HAGAN, P. LOMBARDO et C.J. BAKER, « A Multistage Processing Algorithm for Disturbance Removal and Target Detection in Passive Bistatic Radar », in : *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems* 45.2 (2009), p. 698-722.
- [CFR20] Angelo COLUCCIA, Alessio FASCISTA et Giuseppe RICCI, « CFAR Feature Plane : A Novel Framework for the Analysis and Design of Radar Detectors », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 68 (2020), p. 3903-3916.
- [CFR22] Angelo COLUCCIA, Alessio FASCISTA et Giuseppe RICCI, « Design of Customized Adaptive Radar Detectors in the CFAR Feature Plane », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 70 (2022), p. 5133-5147.
- [Con+91] E. CONTE, M. LONGO, M. LOPS et S.L. ULLO, « Radar detection of signals with unknown parameters in K-distributed clutter », in : *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F* 138.2 (1991), p. 131-138.
- [CLR95] E. CONTE, M. LOPS et G. RICCI, « Asymptotically Optimum Radar Detection in Compound-Gaussian Clutter », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 31.2 (1995), p. 617-625.
- [CDG00] E. CONTE, A. DE MAIO et C. GALDI, « Signal detection in compound-Gaussian noise : Neyman-Pearson and CFAR detectors », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 48.2 (2000), p. 419-428.
- [CVX12] CVX RESEARCH, INC., *CVX : Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.0 beta*, <http://cvxr.com/cvx>, sept. 2012.
- [DW12] M.A. DAVENPORT et M.B. WAKIN, « Compressive Sensing of Analog Signals using Discrete Prolate Spheroidal Sequences », in : *Applied and Computational Harmonic Analysis* 33.3 (2012), p. 438-472.
- [DRC12] S.J. DAVEY, M.G. RUTTEN et B. CHEUNG, « Using Phase to Improve Track-Before-Detect », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 48.1 (2012), p. 832-849.
- [De 05] A. DE MAIO, « Robust Adaptive Radar Detection in the Presence of Steering Vector Mismatches », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 41.4 (2005), p. 1322-1337.

- [De +11] A. DE MAIO, Y. HUANG, M. PIEZZO, S. ZHANG et A. FARINA, « Design of Radar Receive Filters Optimized According to L_p -Norm Based Criteria », in : *Signal Processing, IEEE Transactions on* 59.8 (2011), p. 4023-4029.
- [DM03] M.N. DESAI et R.S. MANGOUBI, « Robust Gaussian and non-Gaussian matched subspace detection », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 51.12 (2003), p. 3115-3127.
- [Dju98] P.M. DJURIC, « Asymptotic MAP criteria for model selection », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 46.10 (1998), p. 2726-2735.
- [Eld09] Y.C. ELДАР, « Compressed Sensing of Analog Signals in shift-Invariant Spaces », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.8 (2009), p. 2986-2997.
- [End10] J.H.G. ENDER, « On compressive sensing applied to radar », in : *Signal Processing* 90.5 (2010), p. 1402-1414.
- [FV87] P. FORSTER et G. VEZZOSI, « Application of spheroidal sequences to array processing », in : *Proceedings of the IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.* T. 12, 1987, p. 2268-2271.
- [GCL10] J. GALY, E. CHAUMETTE et P. LARZABAL, « Joint detection estimation problem of monopulse angle measurement », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 46.1 (2010), p. 397-413.
- [GT98] G.B. GIANNAKIS et C. TEPEDELENLIOGLU, « Basis expansion models and diversity techniques for blind identification and equalization of time-varying channels », in : *IEEE Proceedings* 86 (1998), p. 1969-1986.
- [GST14] A. GIL, J. SEGURA et N.M. TEMME, « The asymptotic and numerical inversion of the Marcum Q-function », in : *Studies in Applied Mathematics* (2014).
- [GG02] F. GINI et M. GRECO, « Covariance matrix estimation for CFAR detection in correlated heavy tailed clutter », in : *Signal Processing* 82 (2002), p. 1847-1859.
- [GF02] F. GINI et A. FARINA, « Vector Subspace Detection in Compound-Gaussian Clutter. Part I : Survey and New Results », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 38.4 (2002), p. 1295-1311.
- [GJ22] P.B. GOHAIN et M. JANSSON, « Scale-Invariant and consistent Bayesian information criterion for order selection in linear regression models », in : *Signal Processing* 196 (2022).
- [GRB95] K.R. GRIEP, J.A. RITCEY et J.J. BURLINGAME, « Poly-Phase Codes and Optimal Filters for Multiple User Ranging », in : *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems* 31.2 (1995), p. 752-767.
- [Gus11] M. GUSTAFSSON, « Positioning of objects behind corners using X-band radar », in : *2011 XXXth URSI General Assembly and Scientific Symposium*, août 2011.
- [Han06] N. HANSEN, « The CMA Evolution Strategy : A Comparing Review », in : *Towards a New Evolutionary Computation : Advances in the Estimation of Distribution Algorithms*, Springer Berlin Heidelberg, 2006, p. 75-102.
- [Har78] F.J. HARRIS, « On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform », in : *Proceedings of the IEEE* 66.1 (1978), p. 172-204.
- [Hot39] H. HOTELLING, « Tubes and spheres in n -spaces, and a class of statistical problems », in : *American Journal of Mathematics* 61.2 (1939), p. 440-460.

- [HMR05] P.E. HOWLAND, D. MAKSIMIUK et G. REITSMA, « FM radio based bistatic radar », in : *IEE Proc. Radar Sonar Navig.* 152.3 (2005), p. 107-115.
- [Jay+03] E. JAY, J.-P. OVARLEZ, D. DECLERCQ et P. DUVAUT, « BORD : Bayesian optimum radar detector », in : *Signal Processing* 83 (2003), p. 1151-1162.
- [JS89] I. JOHNSTONE et D. SIEGMUND, « On Hotelling's formula for the volume of tubes and Naiman's inequality », in : *The Annals of Statistics* (1989), p. 184-194.
- [Kal92] S.Z. KALSON, « An adaptive array detector with mismatched signal rejection », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 28.1 (1992), p. 195-207.
- [Kar84] N. KARMARKAR, « A new polynomial-time algorithm for linear programming », in : *Combinatorica* 4 (1984), p. 373-395.
- [Kel86] E.J. KELLY, « An adaptive detection algorithm », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 22.1 (1986), p. 115-127.
- [KS89] M. KNOWLES et D. SIEGMUND, « On Hotelling's approach to testing for a nonlinear parameter in regression », in : *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique* (1989), p. 205-220.
- [KSM01] S. KRAUT, L.L. SCHARF et L.T. MCWHORTER, « Adaptive subspace detectors », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 49.1 (2001), p. 1-16.
- [LB97] H. LEBRET et S. BOYD, « Antenna Array Pattern Synthesis via Convex Optimization », in : *IEEE Trans. on Signal Processing* 45.3 (1997), p. 526-532.
- [LM04] N. LEVANON et E. MOZESON, *Radar signals*, Wiley, 2004.
- [Lev98] V.I. LEVENSHTAIN, « New Lower bounds on aperiodic crosscorrelation of binary codes », in : *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*, 1998, p. 471.
- [Lev99] V.I. LEVENSHTAIN, « New Lower bounds on aperiodic crosscorrelation of binary codes », in : *IEEE Trans. Inf. Theory* 45.1 (1999), p. 284-288.
- [LS09] R. LINNEHAN et J. SCHINDLER, « Multistatic Scattering from Moving Targets in Multipath Environments », in : *IEEE Radar Conference*, 2009.
- [LG12] Z. LIU et Y.L. GUAN, « Meeting the Levenshtein bound with equality by weighted-correlation complementary set », in : *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*, 2012, p. 1010-1013.
- [Liu+13] Z. LIU, Y. L. GUAN, U. PARAMPALLI et S. BOZTAŞ, « Quadratic weight vector for tighter aperiodic Levenshtein bound », in : *Information Theory Proceedings (ISIT), 2013 IEEE International Symposium on*, juill. 2013.
- [Liu+14] Z. LIU, U. PARAMPALLI, Y.L. GUAN et S. BOZTAŞ, « A new weight vector for a tighter Levenshtein bound on aperiodic correlation », in : *IEEE Trans. Inf. Theory* 60.2 (2014), p. 1356-1366.
- [MZ93] S.G. MALLAT et Zhifeng ZHANG, « Matching pursuits with time-frequency dictionaries », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 41.12 (1993), p. 3397-3415.
- [MB08] M. MCDONALD et B. BALAJI, « Track-before-Detect Using Swerling 0, 1, and 3 Target Models for Small Manoeuvring Maritime Targets. », in : *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* (2008), p. 1-9.
- [Min83] M. MINOUX, *Programmation mathématique. Théorie et algorithmes*. Dunod, 1983.

- [MEE11] M. MISHALI, Y.C. ELДАР et A.J. ELRON, « Xampling : Signal Acquisition and Processing in Union of Subspaces », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 59.10 (2011), p. 4719-4734.
- [ME09] Moshe MISHALI et Y.C. ELДАР, « Blind Multiband Signal Reconstruction : Compressed Sensing for Analog Signals », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.3 (2009), p. 993-1009.
- [Mos69] E. MOSCA, « Angle Estimation in Amplitude Comparison Monopulse Systems », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* AES-5.2 (1969), p. 205-212.
- [MBL11] C. MUSSO, P. BUI QUANG et F. LE GLAND, « Introducing the Laplace approximation in particle filtering », in : *Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion*, juill. 2011, p. 1-8.
- [NN88] Y. NESTEROV et A. NEMIROVSKY, *A general approach to polynomial-time algorithms design for convex programming*, rapp. tech., Centr. Econ. and Math. Inst., USSR Acad. Sci., Moscow, USSR, 1988.
- [Pas+08] F. PASCAL, Y. CHITOUR, J.-P. OVARLEZ et P. FORSTER, « Covariance Structure Maximum-Likelihood Estimates in Compound Gaussian Noise : Existence and Algorithm Analysis », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.1 (2008), p. 34-48.
- [Pas06] F. PASCAL, *Détection et estimation en environnement non-Gaussien*, PhD thesis, Université de Nanterre, 2006.
- [Pou05] D. POUILLIN, « Passive Detection using digital broadcasters (DAB, DVB) with COFDM modulation », in : *IEE Proc. Radar Sonar Navig.* 152.3 (2005), p. 143-152.
- [PS02] J.G. PROAKIS et M. SALEHI, *Communication Systems Engineering*, 2nd, Prentice-Hall, 2002.
- [PR01] N.B. PULSONE et C.M. RADER, « Adaptive beamformer orthogonal rejection test », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 49.3 (2001), p. 521-529.
- [Ric00] C.D. RICHMOND, « Performance of the Adaptive Sidelobe Blanker Detection Algorithm in Homogeneous Environments », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 48.5 (2000), p. 1235-1247.
- [RGH18] C. RUSU, N. GONZÁLEZ-PRELCIC et R.W. HEATH, « Algorithms for the construction of incoherent frames under various design constraints », in : *Signal Processing* 152 (2018), p. 363-372.
- [SB01] D.J. SALMOND et H. BIRCH, « A particle filter for track-before-detect », in : *Proceedings of the 2001 American Control Conference. (Cat. No.01CH37148)*, t. 5, 2001, 3755-3760 vol.5.
- [San+99] K.J. SANGSTON, F. GINI, M.V. FRECO et A. FARINA, « Structures for Radar Detection in Compound Gaussian Clutter », in : *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 35.2 (1999), p. 445-458.
- [SL71] L. L. SCHARF et D. W. LYTLE, « Signal Detection in Gaussian Noise of Unknown Level : an Invariance Application », in : *IEEE Transactions on Information Theory* 17 (1971), p. 404-411.
- [SF94] L.L. SCHARF et B. FRIEDLANDER, « Matched Subspace Detectors », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 42.8 (1994), p. 2146-2157.
- [Sle78] D. SLEPIAN, « Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty-V : The discrete case », in : *Bell System Technical Journal* 57.5 (1978), p. 1371-1430.

- [SLW08] P. STOICA, J. LI et M. WUE, « Transmit codes and receive filters for radar », in : *IEEE Signal Processing Mag.* 25.6 (2008), p. 94-109.
- [Sum+11] A. SUME, M. GUSTAFSSON, M. HERBERTSON, A. JANIS, S. NILSSON, J. RAHM et A. ORBOM, « Radar Detection of Moving Targets Behind Corners », in : *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on* 49.6 (2011), p. 2259-2267.
- [Tin] TINYRAD, <https://www.analog.com/en/design-center/evaluation-hardware-and-software/evaluation-boards-kits/eval-tinyrad.html>.
- [TS88] J. TSAO et B.D. STEINBERG, « Reduction of sidelobe and speckle artifacts in microwave imaging : the CLEAN technique », in : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 36.4 (1988), p. 543-556.
- [TG07] Joel A. TROPP et Anna C. GILBERT, « Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit », in : *IEEE Transactions on Information Theory* 53.12 (2007), p. 4655-4666.
- [Van97] D.K. VAN KEUREN, « Science Goes to War : The Radiation Laboratory, Radar and Their Technological Consequences », in : *Reviews in American History* 25.4 (1997), p. 643-647.
- [Wel74] L.R. WELCH, « Lower bounds on the maximum cross-correlation of signals (Corresp.) », in : *IEEE Trans. Inf. Theory* 20.3 (1974), p. 397-399.
- [Wey39] H. WEYL, « On the volume of tubes », in : *American Journal of Mathematics* 61.2 (1939), p. 461-472.
- [WG07] N.J. WILLIS et H.D. GRIFFITHS, *Advances in Bistatic Radar*, Scitech Publishing, Raleigh, NC, 2007.
- [ZM05] T. ZEMEN et C. MECKLENBRÄUKER, « Time-variant channel estimation using discrete prolate spheroidal sequences », in : *IEEE Transactions on Signal Processing* 53.9 (2005), p. 3597-3607.
- [ZW17] Z. ZHU et M.B. WAKIN, « Approximating sampled sinusoids and multiband signals using multiband modulated DPSS dictionaries », in : *J. Fourier Anal. Appl.* 23 (2017), p. 1263-1310.
- [Zor80] S. ZORASTER, « Minimum peak range sidelobe filters for binary phasecoded waveforms », in : *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems* 16.1 (1980), p. 112-115.

Titre : Contributions à la détection de cibles faibles en environnement complexe dans les applications radar

Mots clés : Traitement radar, formes d'onde, lobes secondaires, optimisation, Track-Before-Detect, Around-the-Corner

Résumé : Ce manuscrit présente une synthèse des travaux de recherche en traitement du signal radar que j'ai menés pendant quinze ans au sein du département Electromagnétisme et Radar de l'ONERA. Ces travaux ont contribué à tenter de résoudre, en l'attaquant sous différents angles, un même problème : la détection de cibles faibles en environnement complexe dans les applications radar, c'est-à-dire des cibles difficiles à détecter soit en raison de leur faible niveau énergétique, soit en raison de la complexité de leur environnement. Plusieurs axes de travaux ont été considérés. Premièrement les propriétés géométriques des détecteurs classiquement utilisés en radar ont été étudiées. Cela a permis de comprendre en profondeur leur fonctionnement et leurs limitations, et de proposer certaines solutions nouvelles, notamment

dans le cadre particulier des erreurs de modèle liées aux cibles hors-grille. Deuxièmement, la problématique des lobes secondaires liés aux formes d'onde utilisées et aux traitements employés a été considérée. Les solutions proposées passent par l'optimisation des formes d'onde et l'optimisation des traitements pour minimiser les niveaux des lobes secondaires, ou l'application de méthodes de réjection. Troisièmement, des techniques fondées sur l'exploitation d'informations multiples ont été considérées pour détecter et localiser des cibles dans deux applications particulièrement complexes : la poursuite de cible en contexte Track-Before-Detect et la localisation de cible en radar Around-the-Corner. Tous ces travaux ouvrent de nombreuses perspectives présentées en fin de document.

Title : Contributions to the detection of weak targets in complex environment in radar applications

Keywords : Radar processing, waveforms, sidelobes, optimization, Track-Before-Detect, Around-the-Corner

Abstract : This document presents a synthesis of the research work I conducted during fifteen years in the Electromagnetism and Radar Department of ONERA. This work has constituted attempts to solve a same problem from different perspectives : the detection of weak targets in complex environment in radar applications, i.e. targets difficult to detect either because of their low energy or because of the complexity of the surrounding environment. Several solutions have been considered. Firstly geometrical properties of the classic radar detectors have been studied. This has enabled an in-depth understanding of their behavior and

limitations, and has led to new solutions, for instance in the case of off-grid model mismatch. Secondly the problematic of sidelobes due to the radar waveforms and processing has been considered. Proposed solutions involve waveform and processing optimization, or application of rejection techniques. Thirdly methods exploiting multiple informations have been considered in order to detect and locate targets in two particularly difficult contexts : target tracking in Track-Before-Detect, and target localization in Around-the-Corner Radar. These studies open up numerous perspectives presented at the end of the document.

