



HAL
open science

Étude théorique et expérimentale de la propagation dans le sol des vibrations émises par un trafic ferroviaire

Benoit Picoux

► **To cite this version:**

Benoit Picoux. Étude théorique et expérimentale de la propagation dans le sol des vibrations émises par un trafic ferroviaire. Génie civil. Université de Nantes, 2002. Français. NNT : . tel-04667416

HAL Id: tel-04667416

<https://hal.science/tel-04667416v1>

Submitted on 4 Aug 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

ÉCOLE DOCTORALE

MÉCANIQUE, THERMIQUE ET GÉNIE CIVIL

Année 2002

Thèse de DOCTORAT

***Diplôme délivré conjointement par
L'École Centrale de Nantes et l'Université de Nantes***

Spécialité : GÉNIE MÉCANIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

BENOIT PICOUX

le 7 novembre 2002
à l'Ecole Centrale de Nantes

TITRE

**ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPERIMENTALE DE LA PROPAGATION
DANS LE SOL DES VIBRATIONS ÉMISES PAR UN TRAFIC FÉRROVIAIRE**

JURY

Président :	Bernard CASTAGNEDE	Professeur, Université du Maine, Le Mans
Rapporteurs :	Peter BETTESS Jean-François HAMET	Professeur, Université de Durham (U.K.) Directeur de Recherche, I.N.R.E.T.S. Bron
Examineurs :	Donatien LE HOUEDDEC Bernard PESEUX François QUETIN	Professeur, Ecole Centrale de Nantes Professeur, Ecole Centrale de Nantes Ingénieur de Recherche, S.N.C.F. Paris

A Sandrine,

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée au L.M.M. (Laboratoire Mécanique et Matériaux) au sein de l'Ecole Centrale de Nantes sous la direction de Donatien Le Houedec à qui je tiens à exprimer ma profonde gratitude pour m'avoir dirigée pendant ces trois années et m'avoir permis de conduire ce projet dans de bonnes conditions.

J'exprime toute ma reconnaissance à l'égard de Monsieur Bernard Castagnède pour avoir accepté de présider mon jury, à Messieurs Peter Bettess et Jean-François Hamet pour avoir bien voulu rapporter mon mémoire. Mes remerciements s'adresse également à Messieurs Bernard Peseux et François Quéting pour m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury.

Une grande partie de ce travail a pu être menée à terme grâce à la très bénéfique collaboration de François Quéting, Alain Robinet, Jean-Marie Descusses et Philippe Fontaine de la S.N.C.F. et de Jean-Claude Bernard de E.D.G..

La partie expérimentale concernant les mesures dans la région d'Amiens n'aurait pu aboutir sans les grandes qualités scientifiques et humaines de Jean-Pierre Regoin ; qu'il en soit remercié.

L'ensemble des études contenues dans ce mémoire a été initié et développé à partir d'un programme de recherche financé par le Ministère de l'Environnement sur l'initiative de Monsieur Jean-Claude Serrero. Je le remercie pour l'intérêt qu'il porte dans ce projet.

Dans le cadre de mon séjour à l'université de Durham, je tiens à exprimer un grand merci pour son accueil, sa collaboration et son soutien à Omar Laghrouche.

Enfin, dans mes remerciements, je ne saurais oublier l'ensemble du personnel du laboratoire et plus particulièrement ...

... Brigitte Renaud pour sa sympathie durant la préparation de mon doctorat,

... Bundi, Damien, Matthieu et Myriam pour leur bonne humeur quotidienne.

SOMMAIRE

TABLE DES SYMBOLES	10
LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX	11
INTRODUCTION GENERALE	14

CHAPITRE I : ELABORATION D’UN MODELE DE COUPLAGE VOIE FERREE - SOL

1 INTRODUCTION	20
2 ELÉMENTS BIBLIOGRAPHIQUES	20
2.1 MODÉLISATION DU SOL	20
2.1.1 Rappel sur la propagation des ondes	20
2.1.2 Modèles analytiques.....	24
2.1.3 Modèles numériques	25
2.2 MODÉLISATION DE LA VOIE	26
2.2.1 Paramètres intrinsèques.....	26
2.2.2 Modèles discrets.....	28
2.2.3 Modèles continus	30
3 MODÈLE BI-DIMENSIONNEL	31
3.1 VOIE SUR UN MASSIF SEMI-INFINI : SOLUTION ANALYTIQUE.....	31
3.1.1 Position du problème et principe de résolution	31
3.1.2 Résolution dans le domaine des nombres d’ondes.....	32
3.1.3 Résultats numériques	36
3.2 VOIE SUR UN MASSIF STRATIFIÉ : SOLUTION NUMÉRIQUE	38
3.2.1 Résolution matricielle	38
3.2.2 Utilisation de l’argument recalé	39
3.2.3 Modèle bidimensionnel final.....	41
3.3 CARACTÉRISATION DES MODES DE PROPAGATION	45
3.3.1 Massif semi-infini non dispersif.....	45
3.3.2 Massif stratifié – mise en évidence des modes	45
4 MODÈLE TRI-DIMENSIONNEL	47
4.1 VOIE SUR UN MASSIF SEMI-INFINI : SOLUTION ANALYTIQUE.....	47
4.1.1 Position du problème.....	47

4.1.2	Résolution dans le domaine des nombres d'ondes.....	48
4.1.3	Analyse des solutions.....	51
4.2	VOIE SUR UN MASSIF STRATIFIÉ : SOLUTION NUMÉRIQUE.....	53
4.2.1	Ecriture matricielle.....	53
4.2.2	Utilisation de l'argument recalé : construction de la matrice rigidité.....	54
4.2.3	Résultats numériques.....	55
4.3	EXEMPLE D'APPLICATION : APPROCHE D'UNE LÉGÈRE COURBE.....	57
4.3.1	Modifications induites.....	57
4.3.2	Résultats numériques.....	58
4.4	CONSTRUCTION DE L'EXCITATION DE TYPE « TRAIN ».....	60
4.4.1	Réponse à une sollicitation formée de plusieurs charges de différents poids.....	60
4.4.2	Modélisation de l'excitation de type train.....	63
4.5	RÉSULTATS NUMÉRIQUES DU MODÈLE FINAL.....	64
5	CONCLUSION.....	65

CHAPITRE II : MESURES IN SITU SU UN SOL MOU

1	INTRODUCTION.....	70
2	BIBLIOGRAPHIE.....	70
2.1	IMPORTANCE ET DIFFICULTÉS.....	70
2.1.1	Cadre des travaux du PREDIT.....	70
2.1.2	Caractérisation des ondes – Paramètres mécaniques des sols.....	71
2.1.3	Quelques travaux sur les tourbes.....	71
2.2	QUELQUES RÉSULTATS ISSUS DE LA LITTÉRATURE.....	73
3	PRÉSENTATION DES SITES DE CROUY-SAINT-PIERRE.....	76
3.1	SITUATION GÉOGRAPHIQUE.....	76
3.1.1	Localisation.....	76
3.1.2	Problématique – 1 ^{ères} mesures.....	77
3.2	CONSTRUCTION DU MODÈLE ÉQUIVALENT.....	79
3.2.1	Mesures sismiques et carottages.....	79
3.2.2	Identification des paramètres.....	82
3.2.3	Détermination empirique de l'amortissement.....	83
4	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	85
4.1	PRINCIPE ET CHAÎNE DE MESURES.....	85
4.1.1	Calibrage en laboratoire.....	85
4.1.2	Chaîne de mesures.....	86
4.1.3	Principe d'analyse des signaux.....	88

4.2	RÉSULTATS VNR DIRECTS.....	89
4.2.1	Site 1 (Sans problème)	90
4.2.2	Site 2 (Avec problème, non modifié)	90
4.2.3	Site 3 (Avec problème, modifié)	92
4.3	RÉSULTATS VÉLOCIMÈTRE ET ACCÉLÉROMÈTRES	94
4.3.1	Déplacements latéraux du rail	94
4.3.2	Déplacements dans les éléments de la voie.....	96
4.3.3	Déplacements en surface du sol	97
4.4	BILAN DE LA CAMPAGNE DE MESURES	98

CHAPITRE III : VALIDATION DU MODELE ET CONSEQUENCES

1	INTRODUCTION.....	104
2	ANALYSE PARAMÉTRIQUE	104
2.1	PARAMÈTRES MÉCANIQUES DU SOL.....	104
2.2	PARAMÈTRES MÉCANIQUES DE LA VOIE	107
2.2.1	Analyse des paramètres intrinsèques.....	107
2.2.2	Effet d'une modification : site 3.....	109
2.2.3	Analyse des paramètres de la charge.....	111
2.3	BILAN ET PRÉDICTION	114
3	COMPARAISON SIMULATION – EXPÉRIENCE.....	116
3.1	FONCTION D'EXCITATION ROUE - RAIL	116
3.2	COMPARAISONS SUR LE SITE DE BREILLY (SITE 2)	117
3.2.1	Trafic Autorail.....	117
3.2.2	Trafic Corail.....	118
3.3	COMPARAISONS SUR LE SITE DE CROUY (SITE 3).....	119
3.3.1	Trafic Autorail et Fret	119
3.3.2	Trafic Corail.....	120
3.4	BILAN ET CONSÉQUENCES.....	121
3.4.1	Déplacements dans le rail.....	121
3.4.2	Déplacements dans le sol	122
4	CONCLUSION.....	123

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	124
BIBLIOGRAPHIE	128
 ANNEXES	
ANNEXE I : DEFINITIONS.....	136
1. Transformée de Fourier, formulaires et théorèmes.....	137
2. Echantillonnage.....	137
3. Transformée de Fourier inverse et FFT.....	137
4. Utilisation de la fonction "Peigne de Dirac".....	138
5. Calcul du spectre en un point quelconque du sol.....	139
6. Notion de densité spectrale.....	139
7. Notion de filtre.....	140
 Annexe II : Matrices [Q], [S] et [R] pour un modèle 3D.....	142
1. Matrice des déplacements [Q].....	142
2. Matrice des contraintes [S].....	142
3. Matrice rigidité du massif semi-infini [R].....	142
 ANNEXE III : PARAMETRES UTILISES POUR LE MODELE.....	144
 ANNEXE IV : MATERIELS DE MESURE.....	146
1. Vélocimètre Laser.....	146
2. Accéléromètre.....	146
3. Vidéo numérique rapide.....	147
4. Système d'acquisition.....	148
5. Déclencheur TTL.....	149
 ANNEXE V : LISTE DES ENREGISTREMENTS.....	150
 ANNEXE VI : PHOTOGRAPHIES.....	152
 ANNEXE VII : ESSAIS DE SISMIQUE PAR REFRACTION.....	154

TABLE DES SYMBOLES

[Q]	Matrice des déplacements
[R]	Matrice rigidité d'un massif semi-infini
[S]	Matrice des contraintes
[T]	Matrice rigidité d'un massif multicouches
a, b	Dimensions d'une charge rectangulaire
c	Vitesse de la charge (m.s^{-1})
c_P	Vitesse des ondes P de compression (m.s^{-1})
c_S	Vitesse des ondes S de cisaillement (m.s^{-1})
c_R	Vitesse des ondes R de Rayleigh (m.s^{-1})
E	Module d'Young (N.m^{-2})
EI	Raideur du rail (N.m^2)
F	Fonction de Rayleigh
F_0	Force latérale (N)
F_B	Force à la surface du ballast (N)
F_R	Force sous le rail (N)
F_S	Force sous les traverses (N)
h_i	Epaisseur des couches du sol (m)
k_B	Raideur du ballast (N.m^{-2})
k_P	Raideur des semelles (N.m^{-2})
L_{BAL}	Largeur du contact ballast / sol (m)
M_B	Masse linéique des semelles (kg.m^{-1})
m_R	Masse linéique du rail (kg.m^{-1})
m_S	Masse linéique des traverses (kg.m^{-1})
P_0	Poids d'un essieu, force verticale (N)
u, v, w	Déplacements longitudinaux, latéraux et verticaux (m)
x, y, z	Coordonnées dans le repère lié au repère mobile (m)
x_1, x_2, x_3	Coordonnées dans le repère lié au sol (m)
β, γ	Coordonnées dans l'espace des nombres d'ondes (m^{-1})
δ	Fonction de Dirac
η	Coefficient d'amortissement hystérétique du sol
η_B	Coefficient d'amortissement du ballast
η_P	Coefficient d'amortissement des semelles
λ, μ	Coefficients de Lamé
λ_R	Longueur d'onde de Rayleigh (m)
ν	Coefficient de Poisson
ρ	Masse volumique (kg.m^{-3})
$\tau_{xx}, \tau_{xy}, \sigma_{zz}$	Contraintes longitudinales, latérales et verticales (N.m^2)
ϕ, ψ	Fonctions de Helmholtz
Ω_0	Pulsation de la charge (rad.s^{-1})

LISTE DES FIGURES ET TABLES

Figure 1 - Description des ondes P et S	21
Figure 2 - Description théorique d'une ligne de Mach.....	24
Figure 3 - Principaux mécanismes d'excitation.....	26
Figure 4 - Modèle de Metrikine	29
Figure 5 - Représentation du modèle bidimensionnel	32
Figure 6 - Principe de la méthode semi-analytique par transformée de Fourier	32
Figure 7 - Comparaison avec et sans voie pour une excitation de 20 Hz et 40 Hz.....	37
Figure 8 - Vitesse critique pour une charge mobile	38
Figure 9 - Déplacements verticaux pour une couche sur un massif infini et temps de calcul.	41
Figure 10 - Modèle bi-dimensionnel final de couplage voie - sol	42
Figure 11 - Comparaison massif semi-infini et multicouches	44
Figure 12 - Champ de déplacements en fonction de la profondeur du massif.....	44
Figure 13 - Courbes de niveaux dans le plan $\beta - \omega$ pour un massif semi-infini.....	45
Figure 14 - Courbes de niveaux dans le plan $\beta - \omega$ pour un massif multicouches.....	46
Figure 15 - Modèle tridimensionnel de voie reposant sur un massif semi - infini.....	48
Figure 16 - Représentation des déplacements en surface dans le cas d'un massif semi-infini	52
Figure 17 - Déplacements transformés verticaux suivant β et γ	55
Figure 18 - Champs de déplacements en surface d'un massif stratifié	56
Figure 19 - Géométrie du problème.....	57
Figure 20 - Champ des déplacements verticaux transformés en régime statique.	58
Figure 21 - Champ des déplacements verticaux réels en régime sub-Rayleigh.....	59
Figure 22 - Champ des déplacements verticaux réels en régime super-Rayleigh.....	59
Figure 23 - Effet d'une augmentation d'effort latéral.....	60
Figure 24 - Ensemble de charges de poids différents, construction d'un train de charges.....	60
Figure 25 - Déplacements à la surface d'un sol semi-infini soumis à un train de 3 charges	62
Figure 26 - Schéma d'une excitation de type train	63
Figure 27 - Contraintes de Cauchy dans les domaines des nombres d'ondes et réel.....	64
Figure 28 - Effet de la vitesse du train sur les déplacements verticaux sous la voie.	64
Figure 29 - Champ de déplacements à la surface d'un sol pour un train Corail	65
Figure 30 - Effet du nombre de cycles sur le module de cisaillement et le facteur d'amortissement....	72
Figure 31 - Module de cisaillement et facteur d'amortissement en fonction des déformations	72
Figure 32 - Déplacements à 15 m de la voie pour le passage d'un train à Ledsgard.....	73
Figure 33 - Analyse du site ferroviaire de Ledsgard, Suède.....	74
Figure 34 - Déplacement de la plate-forme sur le site de Ledsgard en fonction de la vitesse	75

Figure 35 - Localisation géographique des sites de mesures	77
Figure 36 - Test de pénétrométrie du sol et mesure de déplacement du rail.....	78
Figure 37 - Courbes de l'accélération mesurée à 2,8m de la voie et déplacements verticaux induits ...	78
Figure 38 - Vitesse particulière maximale mesurée à distance de la voie	78
Figure 39 - Mesures sismiques sur le site de Crouy-Saint-Pierre	80
Figure 40 - Atténuation de la vitesse par rapport à la distance de la source	85
Figure 41 - Description de la manipulation	86
Figure 42 - Description de la chaîne de mesures sur le site 3	88
Figure 43 - Procédé d'analyse vidéo pour l'évaluation des déplacements verticaux du rail	88
Figure 44 - Mesures VNR de train passant sur la voie opposée	90
Figure 45 - Mesures VNR de train passant sur la voie étudiée.....	90
Figure 46 - Mesures VNR de train Corail.....	91
Figure 47 - Mesures VNR de train Autorail	91
Figure 48 - Mesures VNR d'un train Fret et de 2 locomotives.....	91
Figure 49 - Mesures VNR d'un train Autorail.....	93
Figure 50 - Mesures VNR d'un train Corail	93
Figure 51 - Mesures VNR d'un train Fret.....	93
Figure 52 - Mesure de la vitesse latérale du rail lors du passage d'un train Corail	94
Figure 53 - Mesure de la vitesse latérale du rail lors du passage de 2 locomotives.....	94
Figure 54 - Densité spectrale des vitesses latérales du rail en courbe en fonction du site.....	95
Figure 55 - Densité spectrale des vitesses latérales du rail en courbe en fonction du trafic	95
Figure 56 - Exemple de mesures dans la voie.....	97
Figure 57 - Exemple de mesures sur le sol	98
Figure 58 - Comparaison des densités spectrales dans les éléments de la voie	99
Figure 59 - Comparaison des densités spectrales en fonction du type de trafic	99
Figure 60 - Comparaison des densités spectrales en fonction du site de mesure.....	100
Figure 61 - Bilan des déplacements verticaux moyens mesurés sur le site	100
Figure 62 - Densité spectrale des déplacements pour différents modèles numériques.....	105
Figure 63 - Influence sur les déplacements verticaux d'une variation de masse volumique.....	106
Figure 64 - Influence sur les déplacements verticaux d'une variation d'amortissement.....	106
Figure 65 - Influence du module d'Young sur l'amplitude maximale du signal	107
Figure 66 - Variation des paramètres de la voie en vitesses sub- et super-Rayleigh	108
Figure 67 - Effet d'une modification du nombre de rails pour différents types de sols.....	110
Figure 68 - Effet d'une modification de l'espacement entre les traverses	110
Figure 69 - Effet sur les déplacements en surface d'une modification de la voie.....	111
Figure 70 - Influence sur les déplacements verticaux d'une variation de poids	112
Figure 71 - Influence de la fréquence d'excitation sur le contact roue – rail.....	112

Figure 72 - Combinaison fréquentielle dans le domaine transformé et dans le domaine réel	114
Figure 73 - Coupe du modèle mécanique simplifié du sol sous la voie ferrée	114
Figure 74 - Diagramme de dispersion sur le site de Crouy.....	115
Figure 75 - Densité spectrale des déplacements à 2 m de la voie pour différents types d'excitation...	117
Figure 76 - Train Autorail sur site 2	117
Figure 77 : Trains Autorail sur site 2.....	118
Figure 78 - Train Corail sur site 2.....	119
Figure 79 - Train Autorail sur site 3	119
Figure 80 - Train lourd sur site 3	120
Figure 81 - Train Corail sur site 3.....	120
Figure 82 - Train Corail sur site 3.....	121
Figure 83 - Comparaison dans le rail entre déplacements calculés et mesurés	121
Figure 84 - Déplacements à la surface du sol	122
Figure 85 - Densité spectrale des déplacements en fonction de la distance sur le site 2	123
Figure 86 - Accéléromètre ICP 393A03,	147
Figure 87 - Carte d'acquisition de la vidéo et du signal	148
Figure 88 - Position du déclencheur par rapport à la caméra.....	149
Figure 89 - Mesures accélérométriques sur le rail	152
Figure 90 - Mesures accélérométriques sur la traverse et dans le ballast	152
Figure 91 - Mesures accélérométriques à la surface du sol et vélocimétrie Laser.....	152
Figure 92 - Exemple de dromochroniques établies à partir de mesures du site 3	154
Figure 93 - Détermination graphique de la vitesse de ondes sur le site 1	154
Figure 94 - Détermination graphique de la vitesse de ondes sur le site 2.....	155
Figure 95 - Détermination graphique de la vitesse de ondes sur le site 3.....	155
Tableau 1 - Paramètres des éléments d'une voie ferrée.....	28
Tableau 2 - Identification des couches.....	82
Tableau 3 - Paramètres mécaniques des sites de mesures	82
Tableau 4 - Calcul des écarts types sur E et v des trois sites	83
Tableau 5 - Vitesses particulières et déplacements maximums mesurés.....	96
Tableau 6 - Récapitulatif des paramètres mécaniques sur les sites 2 et 3.....	105
Tableau 7 : Paramètres des trains.....	111

INTRODUCTION GENERALE

Les conséquences de la circulation routière ou ferroviaire, en termes de nuisances environnementales (vibrations, bruits, pollutions diverses, ...) sont d'autant plus importantes que les vitesses des véhicules sont élevées. Cette augmentation de vitesse est particulièrement recherchée pour les véhicules ferroviaires du type T.G.V.. En ce qui concerne les vibrations, l'effet de cette vitesse est directement lié à son positionnement relatif vis-à-vis de celle des ondes se propageant dans le sol (en particulier, celle des ondes superficielles de Rayleigh). Pour des sols assez mous (argile, tourbe, ...), une vitesse d'onde de Rayleigh bien inférieure à 100 m/s est tout-à-fait possible, et dans ce cas l'atteinte d'un régime super-Rayleigh est bien envisageable pour des trains circulant à grande vitesse. Cette situation se traduit par des déplacements importants au niveau du rail et de la surface du sol, ne jouant pas sur le confort des passagers mais préoccupant pour la durée de vie de la structure ferroviaire et pour les structures environnantes.

Dans ce cadre, il s'agit donc de concevoir des outils prévisionnels permettant de simuler au mieux les phénomènes observés. En fait, avant le développement des méthodes numériques et des moyens de calcul, les méthodes disponibles reposaient sur des modélisations relativement simples (exemple : poutre sur fondation élastique soumise à des charges mobiles) et ne prenant généralement en compte qu'une partie de l'ensemble général couplé : train - assise de voie - sol. Malgré quelques hypothèses simplificatrices, l'objectif vise donc à assurer au mieux ce couplage grâce à une modélisation plus adaptée et intégrant, d'une part, les expériences spécifiques (S.N.C.F. pour les voies, Soletanche pour les sols) et, d'autre part, les résultats issus de la bibliographie. Le modèle doit donc permettre de prévoir de manière convenable et crédible la réponse des différents éléments (voie ferrée, sol) en fonction des caractéristiques du trafic ferroviaire (type de convoi : T.G.V., Corail, Autorail, Fret ; vitesse du train) et, en particulier, dans le cas de conditions critiques.

Au cours de travaux antérieurs, le Laboratoire Mécanique et Matériaux a mis au point différentes méthodes de calcul applicables au cas de charges fixes (logiciel POS, thèse de O. Laghrouche [LAG96], applications aux critères d'efficacité des barrières de discontinuité ou des voies sur fondation élastique). Ces méthodes utilisaient soit des éléments finis avec des

frontières absorbantes (modèle 2D), soit un couplage éléments finis - éléments infinis (modèles 2D et 3D). Le cas des charges mobiles a été abordé dans le cadre de la thèse de G. Lefeuvre-Mesgouez [LEF99] avec la proposition de méthodes 2D et 3D pour des massifs semi-infinis ou multicouches. Pour ces études, la sollicitation était modélisée uniquement par une charge harmonique exercée à la surface du sol et ne permettait pas d'appréhender la réponse du sol à une excitation ferroviaire. C'est pourquoi les travaux se sont orientés vers la modélisation d'une structure réelle (rail, semelles, traverses, ballast) composant la voie ferrée. Le modèle de simulation numérique qui est proposé assure le couplage entre la voie ferrée et les schématisations possibles pour le sol (massif semi-infini ou multicouches) - avec toutefois la restriction d'une hypothèse de linéarité pour le comportement de tous les matériaux.

En complément de cette modélisation, il est indispensable de disposer d'une validation expérimentale in-situ. En effet, sans cette démarche, il n'est pas possible de crédibiliser les propositions de moyens de simulation numérique. Le choix des sites s'est porté sur une ligne ferroviaire du Nord de la France et pour laquelle la S.N.C.F. avait déjà procédé à un renforcement de voies, suite à des déplacements importants au niveau du rail (de l'ordre de 12 mm). Les campagnes de mesures réalisées au cours de ces travaux conduisent alors à disposer d'une banque de données expérimentales utilisables pour la comparaison entre les mesures in-situ et les résultats numériques déduits de la simulation.

Pour cette comparaison, objet de la dernière partie de nos travaux, il est nécessaire de disposer de toutes les données à intégrer dans le modèle. Pour cela, il a d'abord été nécessaire de choisir les données convenables pour réaliser les simulations numériques. Les paramètres du sol sont déduits des mesures sismiques et des carottages (avec proposition de modèles : milieu semi-infini, modèles unicouche ou bicouches). Les paramètres pour la voie sont pour la plupart fournis par la S.N.C.F.. Enfin, une analyse paramétrique de l'ensemble de ces données est réalisée au préalable et débouche sur la validation du modèle.

CHAPITRE I

ELABORATION D'UN MODELE DE COUPLAGE VOIE FERREE - SOL

1 INTRODUCTION

Dans ce premier chapitre, consacré à la démarche théorique et à la mise en œuvre numérique du couplage voie ferrée - sol, il est présenté tout d'abord l'état des connaissances sur les modèles analytiques et numériques de propagation dans les sols et sur les modèles de voie ferrée. La construction du modèle bidimensionnel est ensuite complétée par la présentation des différents résultats analytiques et semi-analytiques sur des sols semi-infinis ou stratifiés soumis à des charges harmoniques ponctuelles ou rectangulaires réparties. Le modèle bidimensionnel bien qu'étant non réaliste pour notre étude permet d'aborder les premiers résultats et d'étudier les modes de propagation des ondes dans le sol. Par la suite, un modèle tri-dimensionnel est proposé et est complété par une excitation simplifiée de type ferroviaire. Ce dernier permet d'observer les champs de contraintes en tout point du massif et dans chaque élément de la voie. Ce modèle sera utilisé dans le chapitre III lors de la comparaison simulation numérique / essais in situ.

2 ELÉMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

2.1 Modélisation du sol

2.1.1 Rappel sur la propagation des ondes

Le massif semi-infini est supposé homogène et isotrope.

Pour le vecteur déplacement $\vec{U}(u_i, u_j)$, en ne tenant pas compte des efforts de pesanteur, l'équation du mouvement s'écrit :

$$(\lambda + \mu)\overrightarrow{\text{grad}}.\text{div}\vec{U} + \mu\Delta\vec{U} - \rho\frac{\partial^2\vec{U}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (1)$$

et la loi de comportement en élastodynamique :

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \operatorname{div} \vec{U} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad (2)$$

où λ et μ sont les constantes de Lamé.

Pour définir les ondes élastiques de volume, on introduit les potentiels de Helmholtz ψ et ϕ tels que :

$$\vec{U} = \overrightarrow{\operatorname{grad}}\phi + \overrightarrow{\operatorname{rot}}\Psi \quad (3)$$

où $\overrightarrow{\operatorname{grad}}\phi$ est relatif aux ondes de compression associées au mouvement des particules dans la direction de propagation de l'onde (Figure 1) et $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\Psi$ aux ondes de cisaillement associées au mouvement des particules perpendiculaire à la direction de propagation. L'onde de cisaillement a deux composantes dans le plan de propagation notées SH (horizontale) et SV (verticale).

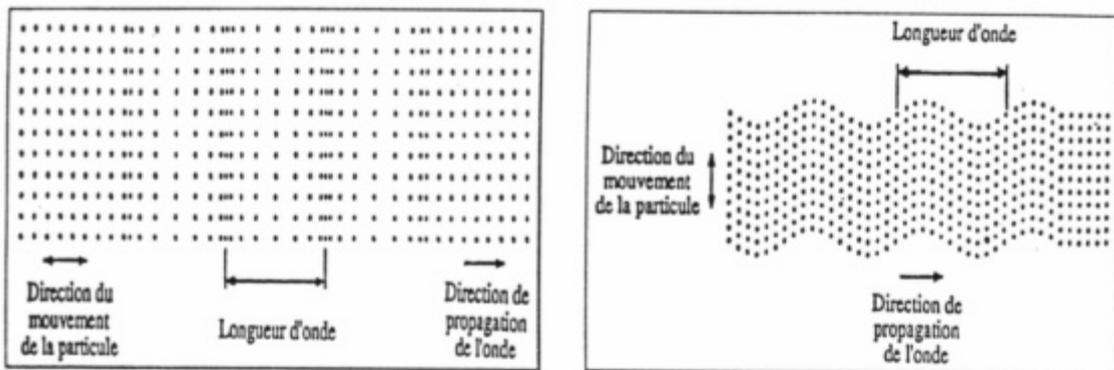


Figure 1 - Description des ondes P et S (d'après [LEF99])

En utilisant les équations de mouvement (1) et la loi de comportement (2), deux équations d'ondes peuvent être déduites : l'une relative à l'onde de compression P (onde "Primaire") de vitesse c_P :

$$\Delta\phi - \frac{1}{c_P^2} \ddot{\phi} = 0 \quad \text{avec} \quad c_P = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (4)$$

l'autre relative à l'onde de cisaillement S (onde "Secondaire") de vitesse c_S :

$$\Delta\bar{\psi} - \frac{1}{c_S^2}\ddot{\bar{\psi}} = 0 \quad \text{avec} \quad c_S = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (5)$$

où E est le module d'Young, ρ la masse volumique et ν le coefficient de Poisson du sol considéré (comme $0 < \nu < 0,5$ donc $c_P > c_S$).

Dans un système symétrique, les ondes volumiques se propagent dans une direction radiale s'échappant de la source le long d'un hémisphère. Donc leur diminution d'amplitudes (amortissement géométrique) est approximativement proportionnelle à $1/r$ sauf le long de la surface de l'espace semi-infini où les diminutions sont de l'ordre de $1/r^2$.

Pour un massif semi-infini, en plus des deux ondes P et S, il existe une onde R générée par la présence d'une interface à la surface du massif. Le premier initiateur des recherches sur la propagation d'ondes dans les milieux semi-infinis fut Rayleigh [RAY85] qui a découvert qu'une onde de surface se propageait dans la direction de propagation de l'onde Ox et s'atténuait suivant Oz, onde de la forme $f(z)e^{i(\omega t - kx)}$ avec une vitesse c_R . Cette onde joue un rôle essentiel dans notre étude puisqu'elle transmet une énergie plus importante que les ondes de volume P et S. Les déplacements en surface dus à l'onde R dans une zone éloignée de la source sont donnés par des fonctions de Bessel qui peuvent être approchées par une fonction harmonique avec une diminution d'amplitude en $1/\sqrt{r}$.

L'onde de Rayleigh satisfait l'équation :

$$\chi^6 - 8\chi^4 + 8\chi^2 \left(3 - 2\frac{c_S^2}{c_P^2} \right) - 16 \left(1 - \frac{c_S^2}{c_P^2} \right) = 0 \quad \text{avec} \quad \chi = \frac{c_R}{c_S} \quad (6)$$

La vitesse de ces ondes est approchée par le rapport (formule de Viktorov) :

$$\frac{c_R}{c_S} = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} \quad (7)$$

Le fait que c_R soit toujours inférieur à c_S peut s'interpréter par l'absence de matière au dessus de la surface libre, ce qui équivaut à diminuer les constantes de rigidité. En prenant la partie réelle des déplacements horizontaux u et verticaux w dans le milieu et en tenant compte des conditions aux limites à la surface du massif, on obtient :

$$\text{Re}(u) = A(z) \cos \omega \left(t - \frac{x}{c_R} \right) \quad \text{et} \quad \text{Re}(w) = B(z) \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_R} \right) \quad (8)$$

Les composantes u et w sont en déphasage de $\pi/2$. Ainsi, au passage de l'onde de Rayleigh, le mouvement des particules du sol est elliptique et situé dans le plan sagittal. L'extrémité du vecteur déplacement décrit une ellipse dans le sens rétrograde à la surface. A $0,2 \times \lambda_R$, il y a annulation de la composante u et pour $z > 0,2 \times \lambda_R$, changement du sens d'orientation sur l'ellipse. Enfin, à une profondeur supérieure à $3 \lambda_R$ dans le massif, la contribution de l'onde de Rayleigh devient nulle. La zone de pénétration de l'onde de Rayleigh est principalement limitée à une longueur d'onde λ_R de la surface. Près de 90 % de l'énergie de l'onde est transférée dans cette zone. On notera aussi que l'onde de Rayleigh n'est pratiquement pas affectée par une nappe d'eau dans le sol, sauf par l'accroissement de densité due à cette nappe. Les fonctions géométriques de décroissance n'ont rien en commun avec la diminution d'amplitudes due à l'amortissement [BEN83], c'est pourquoi en complément un amortissement de coefficient η de type hystérétique [LEH95] est très souvent choisi. Pour cela, on définit d'une façon classique une atténuation ou facteur de qualité noté Q . A l'aide de ce facteur adimensionnel, on définit une vitesse d'onde complexe c'_i qui se déduit de la vitesse d'onde réelle c_i par la formule générale :

$$\frac{1}{c'_i} = \frac{1}{c_i} - \frac{i}{2c_i Q} = \frac{1}{c_i} \left(1 - \frac{i}{2Q} \right) \quad (9)$$

Pour une onde harmonique de pulsation ω , cela revient à écrire une relation linéaire $\sigma = E^* \varepsilon$ dans laquelle $E^* = E \left(1 + \frac{i}{Q} \right)$ ainsi que $\lambda^* = \lambda \left(1 + \frac{i}{Q} \right)$ et $\mu^* = \mu \left(1 + \frac{i}{Q} \right)$.

L'atténuation physique varie avec la fréquence et différents modèles ont été suggérés pour $Q(\omega)$. Des auteurs ont cependant indiqué que l'atténuation est beaucoup plus sensible aux conditions d'interface, pour les roches notamment, qu'à la fréquence [QUI97]. Cette affirmation de l'indépendance de Q vis-à-vis de ω doit être pondérée par des considérations plus complexes touchant à la causalité des phénomènes mis en jeu. Ainsi, l'introduction d'une vitesse complexe présente avant tout un intérêt pratique pour la réalisation des calculs.

Ceci nous a conduit à considérer pour les charges mobiles un amortissement de type hystérétique modifié [LEF00] qui s'écrit dans le domaine fréquentiel sous la forme $(1 + i\eta \text{sign}(\omega))$ où $\eta = 1/Q$. L'introduction de ce terme de viscosité a pour effet de déplacer les points singuliers apparaissant dans la résolution analytique (méthode des résidus) de l'axe d'intégration.

2.1.2 Modèles analytiques

Le problème des charges fixes a d'abord été étudié par Lamb [LAM04] en considérant des vibrations causées par une ligne de sources et des sources ponctuelles ainsi que par Love [LOV29] qui a recherché les déplacements en surface pour une charge rectangulaire ou circulaire.

Dans le cadre des charges mobiles, de nombreuses recherches ont été d'abord effectuées sur la réponse unidimensionnelle. Les premiers travaux ont été initiés par Sneddon en 1952 [SNE52] qui s'intéressa à des problèmes théoriques en 2D et 3D dans les solides. Le problème bidimensionnel a ensuite été complètement étudié par Cole et Huth en 1958 [COL58]. Dans cette étude, le nombre de Mach est défini et la forme de la solution dépend alors de la vitesse de la charge par rapport à la vitesse de l'onde dans le milieu. On nomme cette vitesse sub-Rayleigh, trans-Rayleigh ou super-Rayleigh suivant que la vitesse de la charge est plus petite, égale ou plus grande que la vitesse des ondes de Rayleigh.

De ces études ressortent les points suivants :

- pour les vitesses sub-Rayleigh, il n'y a pas de génération d'ondes, le déplacement est proche d'un mouvement quasi-statique et se déplace avec la charge. Une résonance apparaît lorsque la vitesse de la charge est égale à la vitesse des ondes R;
- pour les vitesses trans-Rayleigh, une onde de choc est générée en plus du mouvement quasi-statique et se déplace avec la charge. Cette onde de choc est appelée onde de Mach et son front d'onde ligne de Mach;
- pour les vitesses super-Rayleigh, deux ondes de choc apparaissent. Elles sont liées à la charge et se déplacent aux vitesses respectivement de l'onde P et de l'onde S.

La Figure 2 propose une représentation d'une ligne de Mach conformément à une charge P se déplaçant à la vitesse c sur un massif.

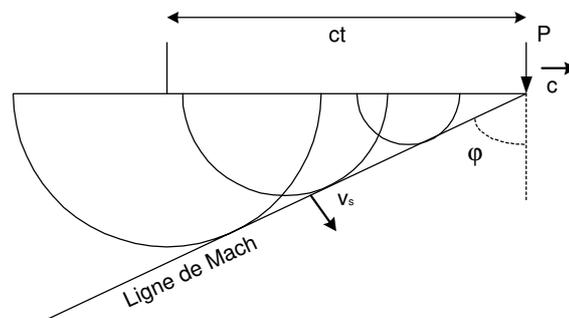


Figure 2 - Description théorique d'une ligne de Mach.

La plupart des modèles théoriques 2D ont été étudiés dans un milieu semi-infini parce qu'il est difficile de trouver des solutions analytiques aux problèmes d'élastodynamique dans les massifs multicouches. Alabi [ALA89], [ALA92] a ainsi étudié une ligne de charges à la surface d'un massif et a montré la prédominance des déplacements verticaux en surface.

Pour prendre en compte les stratifications du sol, De Barros et Luco [DEB94], [DEB95] ont développé grâce à la détermination de la matrice raideur équivalente, par assemblage des matrices raideur de chaque strate du sol, un modèle semi-analytique pour une charge ponctuelle se déplaçant sur un demi-espace viscoélastique multicouches [KAU81]. Le modèle est basé sur une double transformation de Fourier dans les deux dimensions et met en évidence les cônes de Mach pour des vitesses super-Rayleigh dans la première couche du sol. Ce modèle a été ensuite appliqué au trafic routier [GUN96] et ferroviaire [AUE94]. Il est également utilisé par Jones et Petyt [JON93b] pour des charges rectangulaires sur des massifs multicouches, semi-infini [JON93a] ou rigide [JON92]. Notons qu'il existe aussi d'autres méthodes analytiques de résolution de ce genre de problème telles que l'utilisation des fonctions de Green (méthode intégrale) [KRY94], [DEG00], [LOM00]. Cette méthode n'est pas exploitée dans ce mémoire.

2.1.3 Modèles numériques

Une approche numérique avait été développée par Laghrouche [LAG96] au Laboratoire Mécanique et Matériaux de l'Ecole Centrale de Nantes dans un code de calcul nommé POS (Propagation d'Ondes dans les Sols). Elle consiste en un maillage du domaine en éléments finis près de la sollicitation et le reste en éléments infinis. L'équation du mouvement à résoudre fait aussi intervenir les matrices masse $[M]$ et raideur $[K]$ des couches du massif ainsi qu'un couplage entre celles-ci. Ces matrices sont déterminées dans chaque colonne du massif sur chaque élément par la méthode habituelle (Q4 pour les éléments finis, R pour les éléments infinis).

Le modèle a été validé pour des charges fixes par une comparaison avec des mesures expérimentales et confronté au modèle analytique. Cette approche semble bien adaptée au cas plus élaboré de type déplacement de charges roulantes à vitesse élevée dans un espace 2D et permet d'étudier des éventuelles solutions ayant pour but l'atténuation des vibrations. Même si cette approche n'a pas été intégrée dans nos travaux, elle a fait l'objet d'une collaboration avec l'Université de Durham [LEF02].

2.2 Modélisation de la voie

Comme il a été décrit précédemment, le problème de la vitesse critique a été étudié par une multitude d'auteurs et bien que ces phénomènes soient connus depuis longtemps, ils ont une importance accrue dans les transports ferroviaires grandes vitesses. Nous proposons maintenant de dresser une liste non exhaustive des recherches qui s'orientent vers la modélisation de la voie et des couplages voie / sol et train / voie.

2.2.1 Paramètres intrinsèques

Pour un système ferroviaire, l'excitation à la surface du sol est générée principalement par les irrégularités de contact entre la roue et le rail provenant de défauts d'usinage ou d'usure provoquée par le contact entre la roue et le rail (Figure 3). Avec de nombreux passages de trains, les propriétés de la voie évoluent et amplifient l'excitation. La difficulté de modélisation réside alors dans le fait que la voie doit être construite avec des matériaux décrits par des équations constitutives complexes (ballast, coussinets) [GUD96] et qu'il existe de nombreux contacts entre chaque composant de la voie qui ne seront a priori pas pris en compte. Une voie, en règle générale, est composée de deux rails reposant sur des traverses (en bois ou en béton) jointes par l'intermédiaire de semelles. Les traverses s'appuient sur une assise de nature granulaire qui repose elle-même sur le sol.

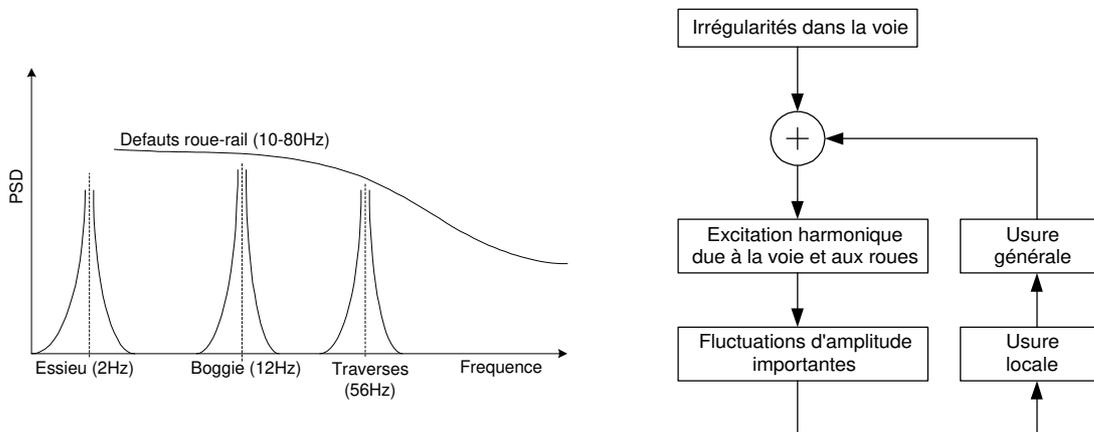


Figure 3 - Principaux mécanismes d'excitation

Le rail est l'élément de contact entre la roue du véhicule et le reste de la voie. Il transmet les vibrations du véhicule à la voie et répartit les efforts sur les traverses, cette répartition est étudiée principalement dans [KRY97]. Le rail représente, de part les irrégularités de sa surface, la principale source d'excitation avec le mouvement des masses mobiles dans le véhicule. Les traverses transmettent les vibrations et efforts au ballast. Dans notre étude

expérimentale, elles peuvent être de deux types : soit bi-bloc en béton armé, soit monobloc en bois. Une semelle élastomère de 9 mm assure une liaison « amortisseur dynamique » entre le rail et chaque traverse. L'espace entre les traverses est de 0,6 m.

Des documents techniques [AVO] donnent des valeurs empiriques mesurées en régime statique pour la raideur de ces semelles dans une gamme allant de 80 à 100 kN/mm et dépendant de la température et de la fréquence d'excitation. Au-delà d'une sollicitation de 100 kN, la loi de comportement du matériau composant la semelle élastomère est considérée comme linéaire. A 20°C et à 10 Hz, le module d'Young a comme valeur 31 MPa et le coefficient d'amortissement est proche de 0,15.

L'assise, que nous appellerons plus communément « ballast » par la suite, est composée de plusieurs couches différentes : une couche d'un granulat de 40 mm dont le rôle est de répartir les efforts appliqués sous les traverses et d'amortir fortement les vibrations, une couche de fondation (sable) et une couche de plate-forme. L'assise a aussi pour fonction de limiter le mouvement des traverses en appliquant une force de résistance latérale, verticale et longitudinale et d'absorber les chocs dynamiques. L'influence de ce phénomène sur la propagation des ondes dans la couche de ballast est encore peu connue au même titre que les propriétés exactes de celui-ci. C'est pourquoi la modélisation de l'assise sera simplifiée dans notre modèle. Pour une étude plus complète de cette couche, le lecteur pourra se reporter aux travaux récents réalisés à l'ENPC dans le cadre de la thèse de Va Hieu Nguyen [NGU02]. Ces travaux traitent entre autres du problème des non-linéarités par une résolution éléments finis utilisant la méthode de Newton-Raphson classique pour les problèmes de charges mobiles.

Pour les basses fréquences, la voie peut être vue comme un simple système masse - ressort (pour notre étude les modèles simples continus ou discrets seront suffisants). A plus hautes fréquences, par contre, les composantes inertielles deviennent importantes (propriétés du ballast à détailler aux alentours de 250 Hz). Pour des plus hautes fréquences (700 Hz), les propriétés des coussinets sont primordiales (propriétés fortement non linéaires) [KNO93]. Bien que les non-linéarités des coussinets et du ballast soient à considérer pour les gammes de fréquences moyennes, jusqu'à présent et pour des raisons évidentes de simplification, la plupart des modèles négligent toutes les non - linéarités. Les paramètres principaux de chacun des éléments constituant la voie sont résumés dans le Tableau 1. Nous verrons dans la suite que le ballast peut être modélisé de deux façons différentes : ressort ou première couche du sol.

	CONTINU	DISCRET	Dommages causés	Paramètres
RAIL	Euler - Bernoulli	Eléments Poutres	Irrégularité, fatigue	E, I, m_R
COUSSINET	Amortisseur	Amortisseur	Usure	K_P, η_P
TRAVERSES	Masse - Ressort	Masse – Ressort	Désordre	m_S, k_S
BALLAST	Masse – Ressort – Amortisseur	Masse – Ressort – Amortisseur	Dégradation, tassement	k_B, m_B, η_B
SOL	Fondation Winkler	Elements Finis	Tassement	ρ, E, ν, η, h
METHODES	Fourier semi-analytique ou analytique	Eléments finis, éléments de frontière ou Fourier		
AUTEURS	Timoshenko, Fryba, Jones, Dietermann, ...	Popp, Krylov, Madshus, ...		

Tableau 1 - Paramètres des éléments d'une voie ferrée

2.2.2 Modèles discrets

La solution analytique du problème peut être obtenue à partir d'un modèle simplifié de rail / remblais / sol utilisant une poutre (Euler - Bernoulli ou Timoshenko) supportée par une fondation élastique (ressort + amortisseur) [FEL96]. Belotserkovskiy [BEL98] a étudié les vibrations émises par une charge harmonique se déplaçant sur un rail reposant sur des traverses périodiques. Dieterman et Metrikine [DIE96] ont montré qu'il existe deux vitesses critiques dans un système de poutre sur un sol homogène, excité par une charge non harmonique : une vitesse égale à la vitesse de l'onde de Rayleigh dans le sol et l'autre, voisine de la vitesse de l'onde de Rayleigh, contrôlée par la raideur et la masse de la poutre. L'énergie est transférée de la poutre au massif lorsque la vitesse de phase des ondes dans la voie est inférieure à celle de Rayleigh du massif. Dans un modèle plus élaboré, les conditions de compatibilité à l'interface voie – sol pour un modèle tridimensionnel sont formulées [MET97] et l'espacement entre les traverses (Figure 4) est pris en compte. Les ondes générées dans le rail transmettent alors l'énergie au sol par l'intermédiaire des traverses, la réaction du sol aux traverses étant une fonction dépendante de la fréquence. L'auteur propose un algorithme de

détermination des contraintes dans la voie à partir d'une charge harmonique mobile $P_0 e^{i\Omega_0 t} \delta(x-ct)$ où δ est la fonction de Dirac. Dans le rail, une équation inhomogène avec dérivées discontinues (semelles) est écrite, un changement de fonction $\tilde{f}(x,t) = f(x,t) e^{-i\Omega_0 t}$, un changement de variables $X = x - ct$ et une transformée de Fourier suivant X sont successivement appliqués. La raideur équivalente sur chaque traverse à la position x dans le domaine des nombres d'ondes est calculée et une transformée de Fourier inverse permet de retrouver la solution en régime permanent dans le domaine réel. Cette même méthode sera détaillée par la suite.

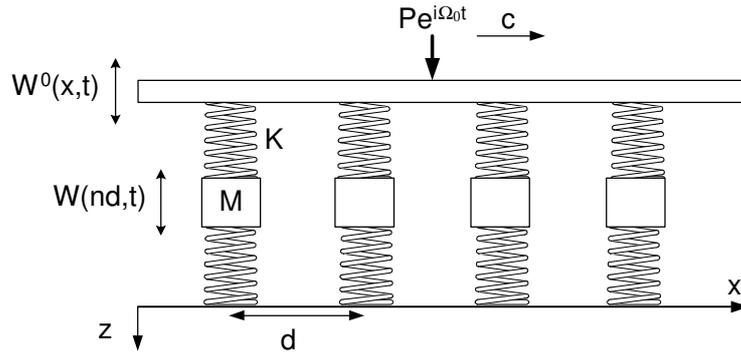


Figure 4 - Modèle de Metrikine [MET99]

Pour le rail, l'auteur écrit l'équation suivante :

$$m \frac{\partial^2 w^0(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w^0(x,t)}{\partial x^4} = -P e^{i\Omega_0 t} \delta(x-ct) - K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [w^0(x,t) - w(x,0,t)] \delta(x-nd) \quad (10)$$

où $\delta(x-nd)$ traduit l'espacement inter-traverse.

La contrainte verticale en $z = 0$ s'écrit :

$$\sigma_{zz}(x,0,t) = \frac{1}{2b} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[K \left(w^0(nd,t) - w(nd,0,t) - M \frac{\partial^2 w(nd,0,t)}{\partial t^2} \right) \right] H(b-|x-nd|) \quad (11)$$

où $2b$ représente la largeur de contact entre la traverse et le sol et H est une fonction Heaviside.

Les auteurs utilisent la périodicité du modèle $V^0(x+d,\omega) = V^0(x,\omega) e^{id\frac{\omega+\Omega}{c}}$ et montrent encore la présence de résonances dans le système pour des vitesses de l'ordre de la vitesse de l'onde de Rayleigh. Comme nous l'avons introduit précédemment, d'autres auteurs [KRY95], [DEG00] utilisent le formalisme des fonctions de Green et une transformée de Fourier temporelle. Le mécanisme de pression de la roue sur la voie est la principale source d'excitation dans ces

modèles (il n'y a pas de prise en compte des défauts de contact rail - roue). Chaque traverse agit comme une force verticale dont l'amplitude et la fréquence d'excitation dépendent de la déflexion du rail créée par le poids d'une roue. Il est donc nécessaire dans ce modèle de calculer la déflexion du rail assimilé à une poutre de Timoshenko. En prenant en compte dans la forme de la fonction de poids tous les axes des wagons qui composent le train, les déplacements verticaux sont retrouvés sous une forme analytique complexe. Ce modèle montre une augmentation des vibrations basses fréquences pour des charges plus importantes et un déplacement du spectre. La variation de la distance entre les axes du convoi entraîne un effet sur les niveaux de vibration. Krylov montre que les amplitudes des déplacements en surface du sol dépendent de la périodicité et du nombre des traverses [KRY95] (qu'on retrouve dans [HEC96]). Enfin, la présence d'un sol multicouches a un effet sur la vitesse des ondes qui deviennent dispersives [KRY97] et augmentent aux faibles fréquences avec une plus forte pénétration de l'énergie dans le sol.

Il existe également des modèles éléments finis [MAD00], [EKE00] dans lesquels le rail est modélisé en éléments poutre de Rayleigh – Timoshenko supportés par des traverses rigides (chaque traverse a 2 degrés de liberté : rotation et translation), l'amortissement étant supposé distribué uniformément le long du rail. Chaque traverse repose sur le ballast et les traverses sont couplées deux à deux par des systèmes ressorts - amortisseurs. L'excitation se ramène à une série de charges concentrées représentant chaque axe du train se déplaçant à une vitesse constante. La charge est supposée agir aux nœuds le long de la poutre. Elle est donc appliquée à chaque nœud avec un temps correspondant à la vitesse du train et la distance inter - nodale. Le problème est ensuite formulé dans le domaine des nombres d'ondes. Cette modélisation permet la prise en compte des non-linéarités du sol et du remblai. Enfin, par analyse modale ou analyse de la dispersion, la notion d'amplification paramétrique est justifiée (dans le domaine pulsation - nombre d'ondes).

2.2.3 Modèles continus

Dans un modèle continu simple [SHE99], le rail est assimilé à une poutre d'Euler reposant sur une poutre de Timoshenko représentant les traverses. Pour les coussinets et le ballast, on suppose un amortissement viscoélastique avec une dépendance fréquentielle arbitraire. Le ballast a une raideur verticale et une masse uniforme répartie. Ce modèle prend en compte deux modes d'excitation (statique et dynamique) et a montré l'importance du régime dynamique en vitesse sub-Rayleigh dans l'amplification des vibrations [SHE01].

En basses fréquences, les couplages train / voie ainsi que l'inertie du rail et des traverses sont négligés. Le modèle de sol fréquemment utilisé [TAS89], [GRU99] est identique à celui développé par Jones et Petyt [JON91] et le modèle de voie par Jones et al. [JON00]. L'excitation comprend une force verticale constante représentant la charge mobile et une force verticale harmonique simulant les irrégularités de la voie définies précédemment (une seule fréquence). Les forces d'interaction voie – sol sont évaluées de manière approximative [BLO00] et interviennent de manière significative en deçà de 40 Hz. La réponse linéaire du massif est calculée par des méthodes intégrales englobant parfois des algorithmes de transformée en ondelettes pour des raisons d'efficacité numérique [DIN00].

Enfin, l'effet hétérogène du ballast peut être considéré [SUI99a], [SUI99b]. Le ballast n'est alors plus assimilé à un milieu continu élastique classique mais à un modèle de Cosserat incluant les rotations / translations et inertie du matériau granulaire le composant (dépendance de la taille des grains). La fréquence angulaire de l'onde générée par une charge harmonique est dépendante de la fréquence de la charge et de la vitesse ($\omega = \Omega_0 + \beta c$). La fréquence de la charge est déterminée par la vitesse et la distance entre les traverses $\Omega_0 = 2\pi \frac{c}{d}$.

3 MODÈLE BI-DIMENSIONNEL

Dans la suite de ce chapitre, nous allons considérer un modèle de voie continue semblable à ceux précités dans le paragraphe 2.2.3 de manière à utiliser le formalisme semi-analytique bidimensionnel développé dans les travaux précédents [LEF99].

3.1 Voie sur un massif semi-infini : solution analytique

3.1.1 Position du problème et principe de résolution

On considère un massif homogène, isotrope et semi-infini sur lequel est disposé une voie ferrée composé de deux rails de raideur EI (E étant le module d'Young de l'acier, I le moment d'inertie suivant l'axe principal) et de masse m_R joints à des traverses de masse m_S par l'intermédiaire de semelles de raideur k_P et de coefficient d'amortissement η_P . Ces traverses sont disposées sur un ballast de masse m_B , de raideur k_B et de coefficient amortissement η_B . Le système 2D, représenté sur la Figure 5, est, dans un premier temps, soumis à sa surface à une charge rectangulaire harmonique.

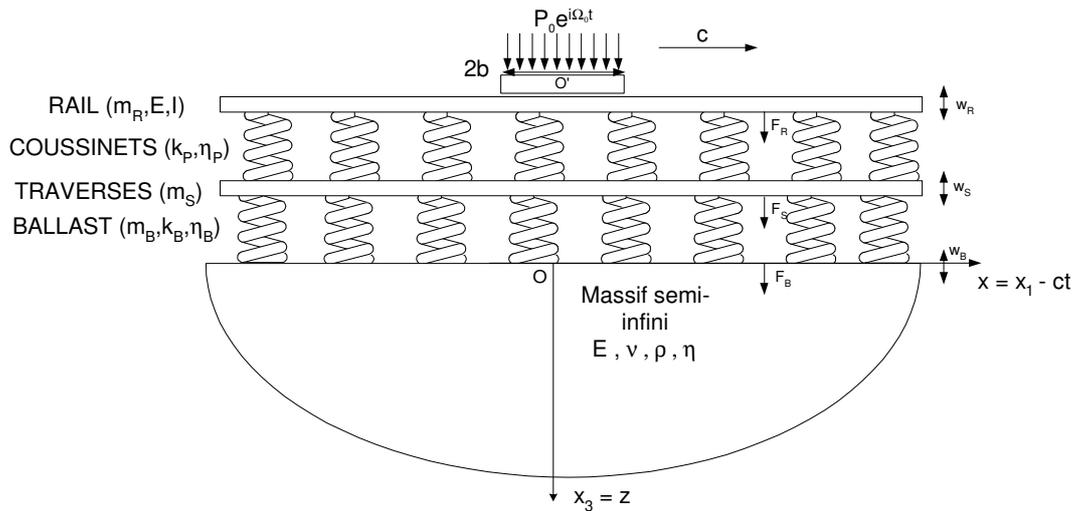


Figure 5 - Représentation du modèle bidimensionnel

Le principe de résolution [JON92] est décrit sur la Figure 6.

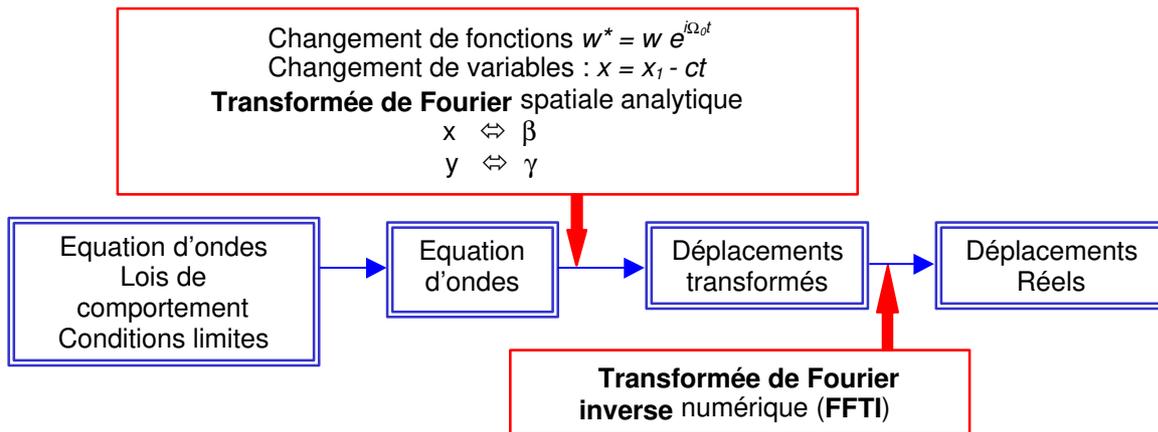


Figure 6 - Principe de la méthode semi-analytique par transformée de Fourier

La déformation dynamique dans la voie fait intervenir trois composantes distinctes : verticale, latérale et longitudinale. Dans ces trois directions, la force de contact mobile induit différents types d'ondes dans le rail, dont la longueur d'onde dépend de la vitesse et fréquence d'excitation de la charge. Dans cette étude, nous nous limiterons la plupart du temps aux contraintes et déplacements verticaux dans la voie et à la surface du sol.

3.1.2 Résolution dans le domaine des nombres d'ondes

Soit (O, x_1, x_3) le repère lié au sol et (O', x, z) le repère lié à la charge mobile.

L'équation différentielle pour le rail dans le repère lié au sol (équivalent à un modèle de poutre d'Euler) a la forme :

$$EI \frac{\partial^4 w_R(x_1, t)}{\partial x_1^4} + m_R \frac{\partial^2 w_R(x_1, t)}{\partial t^2} + k_P [w_R(x_1, t) - w_S(x_1, t)] = \begin{cases} \frac{P_0 e^{i\Omega_0 t}}{2b} & \text{pour } |x_1 - ct| < b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (12)$$

où $x_1 - ct$ traduit le déplacement de la charge.

Un terme d'amortissement η_R peut être également ajouté dans le rail [HIL01] sous la forme $(EI)^* = (EI)(1+i\eta_R)$ où $\eta_R = 0,04$.

Pour les traverses, on utilise une masse répartie et continue sur l'ensemble de la voie sans faire intervenir l'espacement entre chaque traverse puisque à basse fréquence la longueur de l'onde de déflexion du rail sous la charge est supérieure à cet espacement. L'équation suivante représente l'effet de cette masse :

$$m_S \frac{\partial^2 w_S(x_1, t)}{\partial t^2} + k_P [w_S(x_1, t) - w_R(x_1, t)] = -F_S(x_1, t) \quad (13)$$

où F_S représente la force exercée sur les traverses par le rail.

Enfin pour le ballast, on écrit les deux équations suivantes aux limites supérieure et inférieure du ballast :

$$\frac{m_B}{6} \left[2 \frac{\partial^2 w_S(x_1, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w_B(x_1, t)}{\partial t^2} \right] + k_B [w_S(x_1, t) - w_B(x_1, t)] = F_S(x_1, t) \quad (14)$$

$$\frac{m_B}{6} \left[\frac{\partial^2 w_S(x_1, t)}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 w_B(x_1, t)}{\partial t^2} \right] + k_B [-w_S(x_1, t) + w_B(x_1, t)] = -F_B(x_1, t) \quad (15)$$

où F_B est la force exercée sur le sol par le ballast.

On tiendra compte de l'amortissement des semelles sur les traverses et de l'amortissement du ballast en incluant un terme d'amortissement η_i dans les raideurs tel que $k_i^* = k_i [1 + i\eta_i \text{sign}(\omega)]$. Conformément à la Figure 6, en effectuant un changement de variables et un changement de fonctions :

$$\begin{cases} x = x_1 - ct & y = x_2 & z = x_3 \\ w(\beta, t) = w^*(\beta) e^{i\Omega_0 t} & F(\beta, t) = F^*(\beta) e^{i\Omega_0 t} \end{cases} ,$$

les dérivées temporelles première et seconde s'écrivent :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \left(i\Omega_0 w^* - c \frac{\partial w^*}{\partial x} \right) e^{i\Omega_0 t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left(-\Omega_0^2 w^* - 2i\Omega_0 c \frac{\partial w^*}{\partial x} + c^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \right) e^{i\Omega_0 t} \quad (16)$$

Les équations précédentes (13) à (15) sont écrites dans le domaine des nombres d'ondes en effectuant une transformée de Fourier spatiale à une variable (Annexe I), ce qui donne le système de trois équations suivant :

$$\begin{cases} EI\beta^4 \bar{w}_R^*(\beta) + m_R(\Omega_0 - \beta c)^2 \bar{w}_R^*(\beta) + k_P [\bar{w}_R^*(\beta) - \bar{w}_S^*(\beta)] = P_0 \frac{\sin \beta b}{\beta b} \\ -m_S \bar{w}_S^*(\beta) + k_P [\bar{w}_S^*(\beta) - \bar{w}_B^*(\beta)] = \frac{m_B}{6} (\Omega_0 - \beta c)^2 [2\bar{w}_S^*(\beta) + \bar{w}_B^*(\beta)] - k_B [\bar{w}_S^*(\beta) - \bar{w}_B^*(\beta)] \\ -\frac{m_B}{6} (\Omega_0 - \beta c)^2 [\bar{w}_S^*(\beta) + 2\bar{w}_B^*(\beta)] + k_B [-\bar{w}_S^*(\beta) + \bar{w}_B^*(\beta)] = -\bar{F}_B^*(\beta) \end{cases} \quad (17)$$

En posant $\omega = \Omega_0 - \beta c$ dans les équations précédentes, la fréquence s'écrit :

$$f = f_0 - \frac{\beta c}{2\pi} \quad (18)$$

Le système (17) est composé de trois équations dont les inconnues sont w_R , w_S , w_B et F_B . Le couplage de la voie avec le sol permet d'obtenir une quatrième équation.

En reprenant l'équation du mouvement (1) et la loi de comportement (2) et en écrivant (3), il vient, pour le problème bidimensionnel :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \phi - \frac{1}{c_P^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \psi - \frac{1}{c_S^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

En se plaçant dans le repère mobile et en considérant un changement de fonction identique à celui réalisé précédemment, on obtient alors :

$$\begin{cases} \frac{d^2 \phi^*}{dz^2} + \left(1 - \frac{c^2}{c_P^2} \right) \frac{d^2 \phi^*}{dx^2} + 2i\Omega_0 \frac{c}{c_P^2} \frac{d\phi^*}{dx} + \frac{\Omega_0^2}{c_P^2} \phi^* = 0 \\ \frac{d^2 \psi^*}{dz^2} + \left(1 - \frac{c^2}{c_S^2} \right) \frac{d^2 \psi^*}{dx^2} + 2i\Omega_0 \frac{c}{c_S^2} \frac{d\psi^*}{dx} + \frac{\Omega_0^2}{c_S^2} \psi^* = 0 \end{cases} \quad (20)$$

Finalement, la transformée de Fourier spatiale sur le système (20) s'écrit dans le domaine des nombres d'ondes :

$$\begin{cases} \left[\frac{d^2}{dz^2} + \left(1 - \frac{c^2}{c_P^2} \right) \beta^2 - 2\Omega_0 \frac{c}{c_P} \beta + \frac{\Omega_0^2}{c_P^2} \right] \bar{\phi}^* = 0 \\ \left[\frac{d^2}{dz^2} + \left(1 - \frac{c^2}{c_S^2} \right) \beta^2 - 2\Omega_0 \frac{c}{c_S} \beta + \frac{\Omega_0^2}{c_S^2} \right] \bar{\psi}^* = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\text{et se réduit donc à : } \begin{cases} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_P^2 \right] \bar{\phi}^* = 0 \\ \left[\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_S^2 \right] \bar{\psi}^* = 0 \end{cases} \quad \text{avec } \alpha_i^2 = \beta^2 - k_i^2 \left(1 - \frac{\beta}{k} \right)^2 \text{ et } k_i = \frac{\Omega_0}{c_i} \quad (22)$$

où (i =P,S).

Les solutions de ce problème sont données sous la forme :

$$\begin{cases} \bar{\phi}^* = \bar{A}(\beta)e^{-\alpha_P z} + \bar{C}(\beta)e^{\alpha_P z} \\ \bar{\psi}^* = \bar{B}(\beta)e^{-\alpha_S z} + \bar{D}(\beta)e^{\alpha_S z} \end{cases} \quad (23)$$

De façon à ce que le problème soit bien posé, il reste à décrire les conditions aux limites à la surface du sol en intégrant la loi de comportement (2) :

$$\begin{cases} \sigma_{33}|_{x_3=0} = \lambda \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} + 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_3} = F_B(x, t) \\ \mu \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

qui donnent dans le domaine transformé et en régime permanent :

$$\begin{cases} -\lambda \beta^2 \bar{\phi}^* + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \bar{\phi}^*}{\partial z^2} + 2i\beta\mu \frac{\partial \bar{\psi}^*}{\partial z} = \bar{F}_B^*(\beta) \\ \mu \left(2i\beta \frac{\partial \bar{\phi}^*}{\partial z} - \beta^2 \bar{\psi}^* - \frac{\partial^2 \bar{\psi}^*}{\partial z^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (25)$$

En insérant les solutions précédentes (avec conditions de Sommerfeld à l'infini), on obtient :

$$\begin{cases} (\alpha_S^2 + \beta^2)\bar{A} - 2i\beta\alpha_S\bar{B} = \frac{\bar{F}_B^*(\beta)}{\mu} \\ 2i\beta\alpha_S\bar{A} + (\alpha_S^2 + \beta^2)\bar{B} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

On en déduit les déplacements à la surface du massif en fonction de la force exercée sur le ballast :

$$\bar{w}^*|_{z=0} = \alpha_P \frac{\bar{F}_B^*(\beta)}{\mu} \left[\frac{(\beta^2 + \alpha_S^2) - 2\beta^2}{4\alpha_P\alpha_S - (\beta^2 + \alpha_S^2)} \right] \quad (27)$$

Le bilan des équations du problème est donc le suivant :

$$\begin{cases} A_1(\beta)\bar{w}_R^*(\beta) - k_P\bar{w}_S^*(\beta) = A_2(\beta) \\ -k_P\bar{w}_R^*(\beta) + A_3(\beta)\bar{w}_S^*(\beta) + A_4(\beta)\bar{w}_B^*(\beta) = 0 \\ A_4(\beta)\bar{w}_S^*(\beta) + A_5(\beta)\bar{w}_B^*(\beta) = -\bar{F}_B^*(\beta) \\ \bar{w}_B^*(\beta) = A_6(\beta)\bar{F}_B^*(\beta) \end{cases} \quad (28)$$

$$\text{où } A_1(\beta) = EI\beta^4 - (\Omega_0 - \beta c)^2 m_R + k_P ; A_2(\beta) = P_0 \frac{\sin \beta b}{\beta b} ;$$

$$A_3(\beta) = -m_S(\Omega_0 - \beta c)^2 + k_P + k_B - \frac{m_B}{3}(\Omega_0 - \beta c)^2 ; A_4(\beta) = -(\Omega_0 - \beta c)^2 \frac{m_B}{6} - k_B ;$$

$$A_5(\beta) = -(\Omega_0 - \beta c)^2 \frac{m_B}{3} + k_B ; A_6(\beta) = \frac{\alpha_P}{\mu} \left[\frac{(\beta^2 + \alpha_S^2) - 2\beta^2}{4\alpha_P\alpha_S - (\beta^2 + \alpha_S^2)} \right].$$

De manière à déterminer la déflexion et la force de réaction dans la voie dues à la charge de la roue, cette charge peut être représentée par une charge concentrée ramenée à une force unique ponctuelle (distribution du poids sur une « surface » $2b$ lorsque b tend vers 0) .

Après manipulation sur les quatre équations, les déplacements verticaux à la surface du massif peuvent s'écrire sous la forme :

$$\bar{w}_B^*(\beta) = - \frac{A_4(\beta)A_2(\beta)A_6(\beta)k_P}{(A_3(\beta)A_1(\beta) - k_P^2)(1 + A_5(\beta)A_6(\beta)) - A_4^2(\beta)A_1(\beta)A_6(\beta)} \quad (29)$$

3.1.3 Résultats numériques

La réponse $w_B(x)$ dans le domaine réel est retrouvée numériquement par FFT inverse. Les résultats des déplacements dans le domaine transformé (β) et dans le domaine réel (x) sont

tracés sur la Figure 7 pour le cas d'une charge unitaire se déplaçant sur un massif de type sableux avec ou sans voie (cf. Annexe III, type de sol ①, c'est-à-dire $E = 269 \text{ MPa}$, $\rho = 1550 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0,257$ et $\eta = 0,1$). Les paramètres mécaniques de la voie sont donnés en Annexe III et sont utilisés dans l'ensemble des résultats de ce mémoire.

La voie a pour effet de déplacer le nombre d'onde critique β_c vers les β croissants, il en est de même pour la fréquence. La fréquence de résonance du système est ainsi modifiée par la présence de la voie.

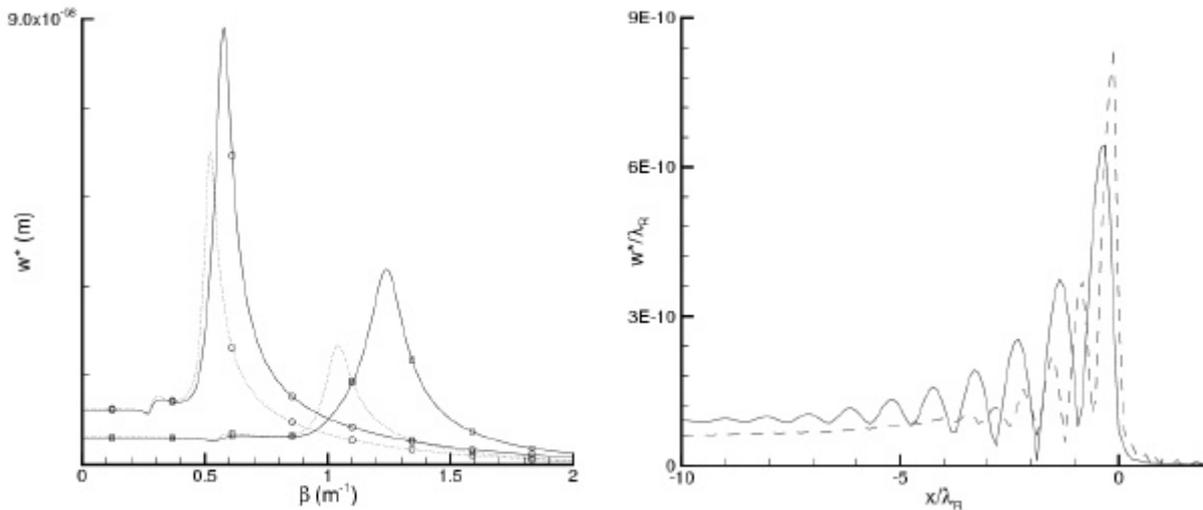


Figure 7 - A gauche : comparaison dans le domaine des nombres d'ondes avec (—) et sans voie (---) pour une excitation de 20 Hz (o) et 40 Hz (□) ; à droite : dans le domaine réel à 40 Hz en régime super-Rayleigh.

Il apparaît ainsi un amortissement des vibrations sous la charge lors de la prise en compte de la voie mais également une amplification derrière la charge. Pour un massif semi-infini, la vitesse critique est égale à c_R (242 m.s^{-1} dans cet exemple) et le nombre d'onde critique est donné par $\omega_0/(c_R \pm c)$. La Figure 8 montre l'amplification des déplacements à la surface du même sol que précédemment pour une charge de poids P_0 unitaire se déplaçant sur la voie, en fonction du nombre de Mach relatif à l'onde R. Pour une charge non harmonique (constante), la courbe est relativement symétrique autour d'une résonance en $M_R = 1$. L'augmentation de la fréquence d'excitation de la charge a pour effet de diminuer ce pic de résonance et de le décaler vers des nombres de Mach plus importants. A droite de cette même figure, l'effet sur les déplacements verticaux normalisés par rapport à la longueur d'onde de Rayleigh à la surface du massif est étudié pour une augmentation de la vitesse de la charge unitaire harmonique (40Hz) se déplaçant sur un massif semi-infini.

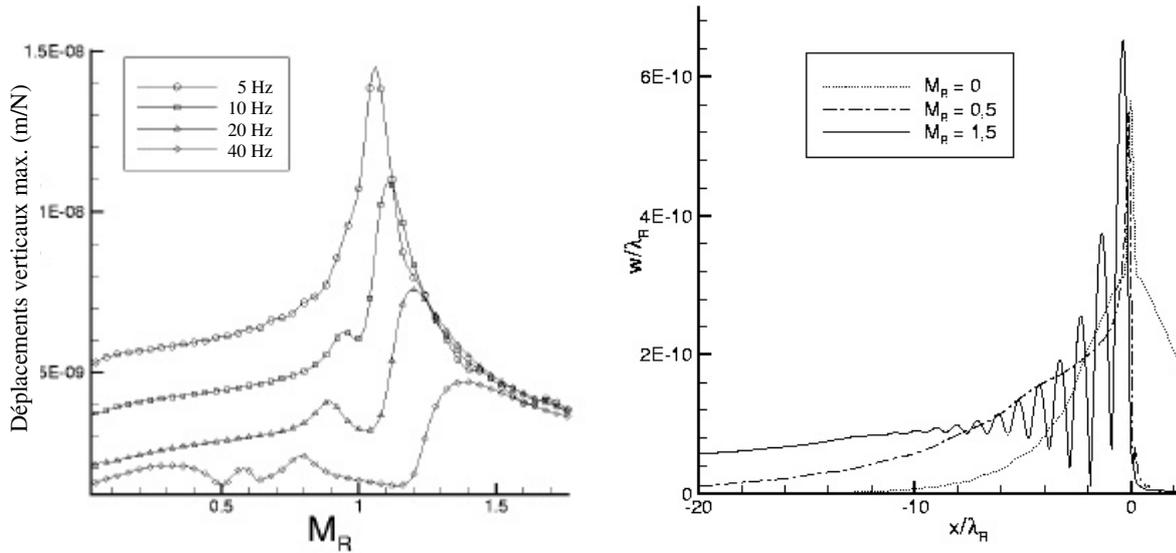


Figure 8 - A gauche : vitesse critique pour une charge mobile; à droite : déplacements verticaux absolus à la surface dans le domaine réel en fonction de la vitesse pour une charge harmonique unitaire.

Pour des vitesses nulle ou sub - Rayleigh, les déplacements sous la charge sont assez symétriques et le maximum coïncide avec la position de la charge. Pour des vitesses super - Rayleigh, le maximum est déplacé derrière la position de la charge. Le passage par la vitesse critique entre ces deux régimes crée de larges amplifications dans la voie.

3.2 Voie sur un massif stratifié : solution numérique [PIC1c]

3.2.1 Résolution matricielle

Le milieu stratifié est défini par un ensemble de $n+1$ plans perpendiculaires à l'axe Oz. Chacun de ces plans horizontaux appelés interface est repéré par la cote h du précédent. A une interface entre deux couches élastiques, les ondes sont partiellement réfléchies et réfractées. Avec les conditions de continuité à l'interface, d'autres types d'ondes que les ondes incidentes sont générées. Le milieu semi-infini sous-jacent est appelé le substratum. De précédents travaux [JON98], [LEF99] ont montré que les déplacements à chaque interface peuvent être liés aux contraintes par l'intermédiaire d'une matrice $[T]$ appelé matrice rigidité du massif. Les auteurs ont noté que cette matrice est mal conditionnée. Pour s'en rendre compte, prenons l'équation d'onde suivante :

$$\frac{d^2 u}{dz^2} - k^2 u = 0 \quad \text{pour } z \in]0, L[\quad (30)$$

Les conditions aux limites sont données par $u'(0) = 0$ et $u'(L) = 1$.

Ce problème que l'on rencontre souvent en acoustique et dans notre cas particulier lors de l'écriture de l'équation d'ondes dans un massif constitué de couches homogènes admet comme solution générale :

$$u(z) = Ae^{kz} + Be^{-kz} \quad (31)$$

En appliquant les conditions aux limites à cette solution on trouve :

$$u(z) = \frac{\text{ch}(kz)}{k.\text{sh}(kL)} \quad (32)$$

Cette solution est régulière et différentiable mais pose un problème aux limites pour de grandes valeurs de kL .

On peut écrire :

$$\begin{Bmatrix} u(L) \\ u'(L) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{kL} & e^{-kL} \\ ke^{kL} & -ke^{-kL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \quad (33)$$

où une des valeurs propres est e^{kL} .

Le problème peut être résolu en scindant les couches L en sous-couches ($L/2$ étant la plupart du temps suffisant) ce qui a pour effet de construire un plus grand nombre de matrices $[T]$ (augmentant ainsi le nombre d'inversions et de multiplications matricielles).

3.2.2 Utilisation de l'argument recalé

Pour résoudre le problème de conditionnement et ainsi augmenter la rapidité d'exécution du programme on se propose de définir un recalage de l'argument dans l'écriture de la fonction d'onde u . Dans l'exemple simple précédent, on pose :

$$u(z) = Ae^{k(z-L)} + Be^{-kz} \quad (34)$$

Cette fois nous pouvons écrire :

$$\begin{Bmatrix} u(L) \\ u'(L) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-kL} \\ k & -ke^{-kL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \quad (35)$$

et la matrice est maintenant bien conditionnée.

Revenons à notre problème et définissons les fonctions d'ondes (23) de la manière suivante :

$$\begin{cases} \phi^* = A(\beta)e^{\alpha_p(z-h)} + C(\beta)e^{-\alpha_p z} \\ \psi^* = B(\beta)e^{\alpha_s(z-h)} + D(\beta)e^{-\alpha_s z} \end{cases} \quad (36)$$

Dans un problème bidimensionnel, les déplacements longitudinaux et verticaux s'écrivent respectivement :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{et} \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (37)$$

Sur une couche d'épaisseur h , les déplacements sont donnés par :

$$\begin{Bmatrix} i\bar{w}(0) \\ \bar{u}(0) \\ i\bar{w}(h) \\ \bar{u}(h) \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} A \\ C \\ B \\ D \end{Bmatrix} \quad \text{où} \quad [Q] = \begin{bmatrix} i\alpha_p e^{-\alpha_p h} & -i\alpha_p & -\beta e^{-\alpha_s h} & -\beta \\ i\beta e^{-\alpha_p h} & i\beta & -\alpha_s e^{-\alpha_s h} & \alpha_s \\ i\alpha_p & i\alpha_p e^{-\alpha_p h} & -\beta & -\beta e^{-\alpha_s h} \\ i\beta & i\beta e^{-\alpha_p h} & -\alpha_s & \alpha_s e^{-\alpha_s h} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Dans ce même problème bidimensionnel, les contraintes longitudinales et s'écrivent :

$$\bar{\sigma}_{xz} = \mu \left(2i\beta \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} - \beta^2 \bar{\psi} \right) \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial z^2} - \lambda \beta^2 \bar{\phi} + 2i\mu\beta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \quad (39)$$

soit, sur une couche d'épaisseur h :

$$\begin{Bmatrix} -i\bar{\sigma}_{zz}(0) \\ -\bar{\sigma}_{xz}(0) \\ i\bar{\sigma}_{zz}(h) \\ \bar{\sigma}_{xz}(h) \end{Bmatrix} = [\Sigma] \begin{Bmatrix} A \\ C \\ B \\ D \end{Bmatrix} \quad (40)$$

où

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} [-i(\lambda + 2\mu)\alpha_p^2 + i\lambda\beta^2]e^{-\alpha_p h} & -i(\lambda + 2\mu)\alpha_p^2 + i\lambda\beta^2 & 2\mu\beta\alpha_s e^{-\alpha_s h} & -2\mu\beta\alpha_s \\ -2i\mu\alpha_p\beta e^{-\alpha_p h} & 2i\mu\beta\alpha_p & \mu[\beta^2 + \alpha_s^2]e^{-\alpha_s h} & \mu(\beta^2 + \alpha_s^2) \\ i(\lambda + 2\mu)\alpha_p^2 - i\lambda\beta^2 & [i(\lambda + 2\mu)\alpha_p^2 - i\lambda\beta^2]e^{-\alpha_p h} & -2\mu\beta\alpha_s & 2\mu\beta\alpha_s e^{-\alpha_s h} \\ 2i\mu\beta\alpha_p & -2i\mu\alpha_p\beta e^{-\alpha_p h} & -\mu(\beta^2 + \alpha_s^2) & -\mu[\beta^2 + \alpha_s^2]e^{-\alpha_s h} \end{bmatrix}$$

L'inversion de $[Q]$ et sa multiplication par $[\Sigma]$ donnent la matrice raideur $[T]$ et cette fois, il n'est plus nécessaire de diviser chaque couche en plusieurs sous-couches d'où un gain de temps de calcul qui s'avère intéressant dans les systèmes composés de 4 à 5 couches. Sur la Figure 9, on compare les temps de calcul avec les deux méthodes (le résultat sur les déplacements verticaux recherchés étant strictement identique). Pour cinq couches, on remarque sur cette figure que le temps de calcul est réduit d'un facteur 2.

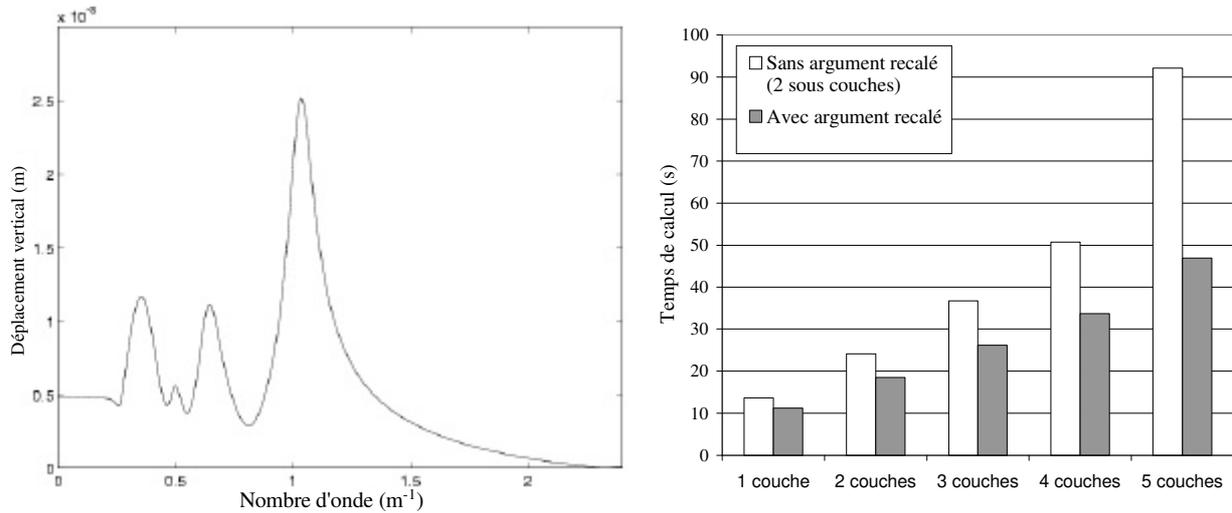


Figure 9 - A gauche : déplacements verticaux dans le domaine des nombres d'ondes pour une couche sur un massif infini (— [LEF99], -- Utilisation de (36)), à droite : temps de calcul.

Enfin, lorsque l'on considère une couche unique sur un massif semi-infini (cas de la figure 9 avec un sol de type ②, cf. Annexe III), il apparaît des pics supplémentaires dans le domaine des nombres d'onde par rapport à un massif semi-infini unique (Figure 7). Ces pics traduisent l'excitation des modes de vibration de la couche. L'apparition et l'identification de ces modes seront traitées dans la partie 3.3.

3.2.3 Modèle bidimensionnel final

Finalement, on couple le modèle structure (rail, semelles, traverses) au modèle sol (ballast représenté par une couche sur un sol stratifié). La Figure 10 représente le modèle complet. Pour le modèle structure, on considère un rail (masse m_R , module de flexion EI) décrit par une poutre d'Euler infinie reposant sur des traverses continues (masse m_S) par l'intermédiaire de semelles (raideur k_P , amortissement η_P). Cette structure repose directement sur un sol multicouches dont la première couche représente le ballast d'épaisseur h_{BAL} (module d'Young E_{BAL} , coefficient de Poisson ν_{BAL} , masse volumique ρ_{BAL} et amortissement η_{BAL}) et les

couches suivantes sont les stratifications du sol ($E_i, \nu_i, \rho_i, \eta_i$). Le système d'équations (13) et (14) est conservé.

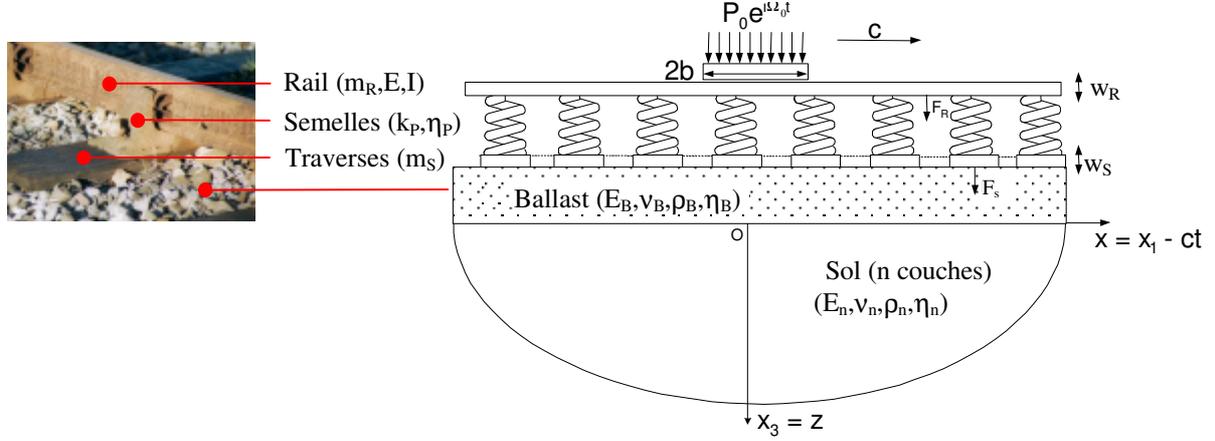


Figure 10 - Modèle bi-dimensionnel final de couplage voie - sol

En utilisant (36), une relation entre déplacements et contraintes à l'interface de chaque strate (ballast inclus) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} T_{11}^{\text{Bal}} & T_{21}^{\text{Bal}} & T_{31}^{\text{Bal}} & T_{41}^{\text{Bal}} & 0 & 0 \\ T_{12}^{\text{Bal}} & T_{22}^{\text{Bal}} & T_{32}^{\text{Bal}} & T_{42}^{\text{Bal}} & 0 & 0 \\ T_{13}^{\text{Bal}} & T_{23}^{\text{Bal}} & T_{33}^{\text{Bal}} + T_{11}^{\text{n}} & T_{43}^{\text{Bal}} + T_{21}^{\text{n}} & T_{31}^{\text{n}} & T_{41}^{\text{n}} \\ T_{14}^{\text{Bal}} & T_{24}^{\text{Bal}} & T_{34}^{\text{Bal}} + T_{12}^{\text{n}} & T_{44}^{\text{Bal}} + T_{22}^{\text{n}} & T_{32}^{\text{n}} & T_{42}^{\text{n}} \\ 0 & 0 & T_{13}^{\text{n}} & T_{23}^{\text{Bal}} & T_{33}^{\text{n}} + R_{11} & T_{43}^{\text{n}} + R_{21} \\ 0 & 0 & T_{14}^{\text{n}} & T_{24}^{\text{Bal}} & T_{34}^{\text{n}} + R_{12} & T_{44}^{\text{n}} + R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i\bar{w}^*(0) \\ \bar{u}^*(0) \\ i\bar{w}^*(h) \\ \bar{u}^*(h) \\ i\bar{w}^*(h^n) \\ \bar{u}^*(h^n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\bar{\sigma}_{zz}^*(0) \\ -\bar{\sigma}_{xz}^*(0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\bar{F}_S^*(\beta) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

où $[T^{\text{Bal}}]$ est la matrice rigidité du ballast, $[T^{\text{n}}]$ est l'assemblage des matrices rigidités des n strates du sol (comme défini au paragraphe précédent) et $[R]$ est la matrice rigidité du massif semi-infini. La matrice $[R]$ pour le massif semi-infini est donnée par :

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{(\lambda + 2\mu)(\Omega_0 - \beta c)^2}{c_p^2} & \frac{\mu\beta}{\alpha_p \alpha_s - \beta^2} \left(2\alpha_p \alpha_s - 2\beta^2 + \frac{(\Omega_0 - \beta c)^2}{c_s^2} \right) \\ \frac{\mu\beta}{\alpha_p \alpha_s - \beta^2} \left(2\alpha_p \alpha_s - 2\beta^2 + \frac{(\Omega_0 - \beta c)^2}{c_s^2} \right) & \frac{\mu\alpha_p}{c_s^2} \frac{(\Omega_0 - \beta c)^2}{\alpha_p \alpha_s - \beta^2} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Ainsi, on peut écrire les déplacements verticaux à la surface du ballast et du sol, respectivement :

$$\bar{w}_{z=0}^*(\beta) = [T]_{11}^{-1} \bar{F}_S^*(\beta) \text{ et } \bar{w}_{z=h}^*(\beta) = [T]_{31}^{-1} \bar{F}_S^*(\beta) \quad (43)$$

En admettant que le système de traverses reste continu face aux longueurs d'ondes mises en jeu, on a donc le système suivant :

$$\begin{cases} (EI\beta^4 - m_R\omega^2 + k_P)\bar{w}_R^*(\beta) - k_P\bar{w}_S^*(\beta) = P_0 \frac{\sin\beta b}{\beta b} \\ -k_P\bar{w}_R^*(\beta) + (k_P - m_S\omega^2)\bar{w}_S^*(\beta) = -\bar{F}_S^*(\beta) \\ \bar{w}_S^*(\beta) = [T]_{11}^{-1} \bar{F}_S^*(\beta) \end{cases} \quad (44)$$

où $\omega = \Omega_0 - \beta c$.

On en déduit alors les déplacements en surface du massif (sous le ballast) :

$$\bar{w}_{z=h}^* = [T]_{31}^{-1} \frac{k_P P_0 \text{sinc}\beta b}{[(EI\beta^4 - m_R\omega^2 + k_P)(k_P - m_S\omega^2) - k_P^2][T]_{11}^{-1} + (EI\beta^4 - m_R\omega^2 + k_P)} \quad (45)$$

Le massif peut être aussi bien semi-infini que multicouches, dans ce cas uniquement $[T^n]$ change. En prenant soin de calculer pour la couche de ballast des paramètres équivalents à ceux définis dans le modèle masse – ressort précédent, le résultat est identique. La Figure 11 présente les résultats pour une charge harmonique unitaire à 40 Hz se déplaçant sur une voie ferrée reposant sur un massif composé d'une couche sur espace semi infini (Annexe III, type ②) et sur un massif semi-infini simple (Annexe III, type ①).

Les résultats montrent alors une forte influence de la présence d'une couche relativement molle sur un massif plus rigide. Les déplacements en surface sont nettement plus élevés, la couche, ici d'épaisseur 7m, ayant pour effet de réfléchir une importante partie de l'énergie émise sous la voie. Dans ce cas, deux longueurs d'ondes apparentes qui correspondent aux modes P et S dans le massif peuvent être décelées.

Par la suite, on considérera plusieurs modèles (semi-infini, 1 couche, 2 couches et 3 couches) pour la validation du modèle avec les mesures in situ.

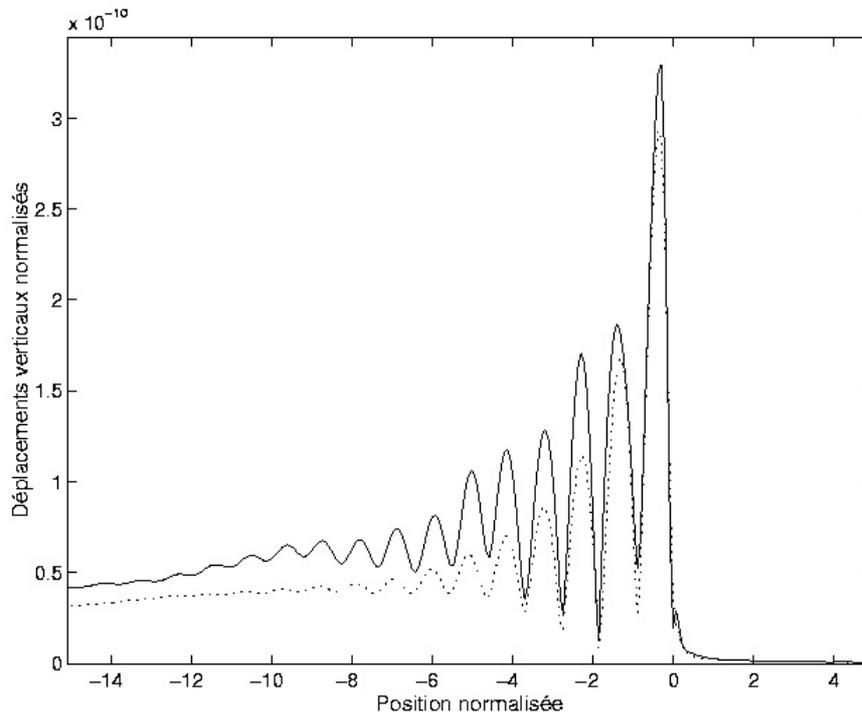


Figure 11 - Comparaison massif semi-infini (···) et multicouches (—)

Enfin, la Figure 12 représente les champs de déplacements dans le sol générés par la charge harmonique mobile sur la voie en fonction de la profondeur du sol. Sur cette figure apparaissent les lignes de Mach dues aux ondes P et S décrites sur la Figure 2.

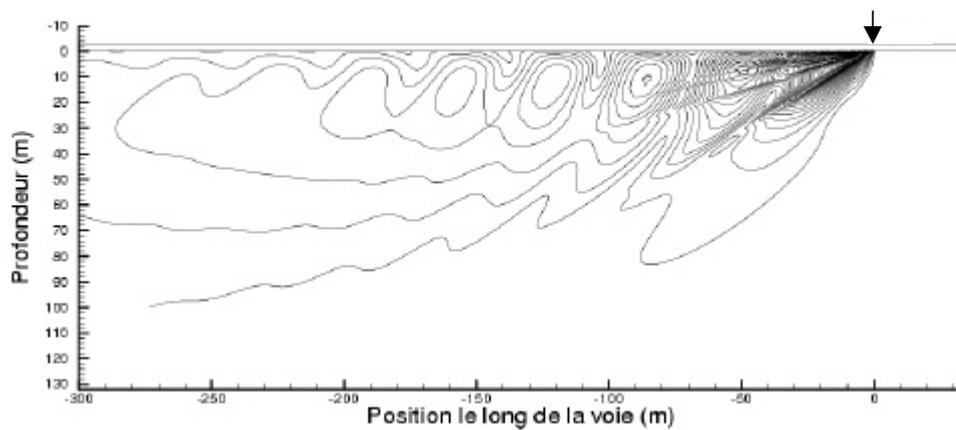


Figure 12 - Champ de déplacements en fonction de la profondeur du massif

3.3 Caractérisation des modes de propagation

3.3.1 Massif semi-infini non dispersif

La Figure 13 montre la dépendance du dénominateur de l'équation (27) en fonction du nombre d'onde et de la fréquence. Les déplacements maximum sont donnés lorsque le dénominateur est minimal, ce qui est mis en évidence dans le plan $\beta - \omega$ sur cette même figure par une droite $\beta = \text{const} \times \omega$. Ce résultat implique la présence d'une onde non dispersive se propageant à la surface du massif semi-infini. Cette onde se propage à la surface et est évanescente suivant l'axe Oz (la profondeur de pénétration dépend du nombre d'onde k_R et ainsi de ω). Les courbes de dispersion sont données grâce aux racines du dénominateur de l'équation (27). Cette méthode n'est évidemment plus applicable dans le cas d'un massif multicouches. La visualisation de ces courbes sera alors effectuée directement dans le plan nombre d'onde β - fréquence.

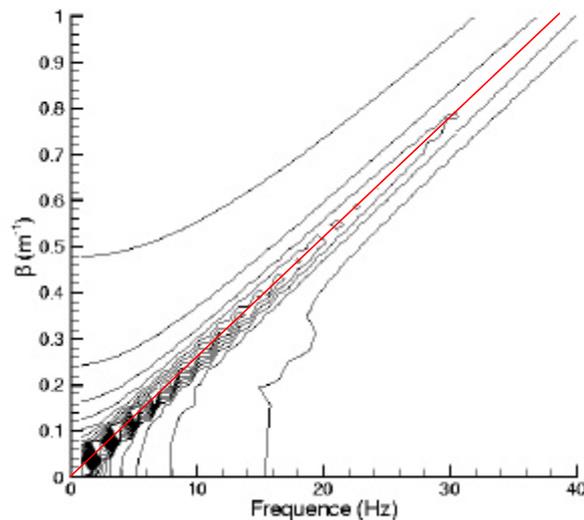


Figure 13 - Courbes de niveaux dans le plan $\beta - \omega$ pour un massif semi-infini

3.3.2 Massif stratifié – mise en évidence des modes

Lorsque le sol est stratifié, les interfaces entre plusieurs couches successives de propriétés différentes (module d'Young, masse volumique, coefficient de Poisson) génèrent des ondes réfractées et réfléchies. Ainsi, une onde de compression P incidente peut donner naissance à deux ondes P et SV réfléchie et P et SV réfractée [DOY97]. Pour une fréquence donnée et en admettant qu'aucune contrainte n'agit à la surface du massif, l'équation issue de la continuité des déplacements aux interfaces du massif donne une relation de dispersion sous la forme d'un

déterminant de la matrice rigidité égal à zéro. Les fréquences de résonance naturelles de la couche sont données par les relations :

$$f_P = (2n - 1) \frac{c_P}{2h} \text{ pour les ondes P, } f_S = (2n - 1) \frac{c_S}{2h} \text{ pour les ondes S.}$$

Inversement, l'existence d'une fréquence de résonance renseigne sur les caractéristiques du sol constituant la structure.

La Figure 14 représente la transformée de Fourier des déplacements à la surface d'un massif composé d'une couche de 7m (Annexe III, type ②) ou deux couches (Annexe III, type ③) sur un massif semi-infini et excité par une charge unique de fréquence comprise entre 0 et 60 Hz. Cette figure renseigne sur le type d'onde excité. Sur la courbe de droite, on note les fréquences de coupure des modes P ou S. Les courbes tracées en pointillés fins indiquent les résonances du système et correspondent à des pics d'amplitudes finies à cause de l'amortissement. Les droites en pointillé large sont construites avec un massif infini dont les paramètres mécaniques du matériau sont équivalents à ceux de la couche de 7m ou à celui du matériau du substrat. En dessous de 16 Hz, il n'y a pas de mode de propagation dans la couche. Entre 16 et 28 Hz, il y a augmentation des vibrations dans la couche avec l'excitation des premiers modes de vibration des ondes P puis des modes suivants plus faibles. Des résultats similaires peuvent être retrouvés à partir d'un massif à 2 couches sur un milieu semi-infini (à gauche sur la même figure). Les différents modes sont alors notés directement sur la figure.

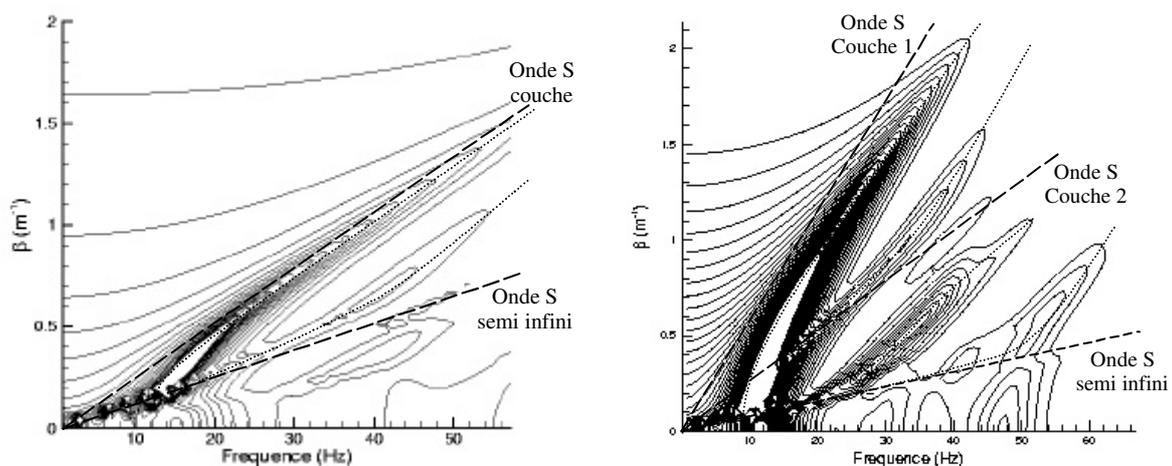


Figure 14 - Courbes de niveaux dans le plan $\beta - \omega$
(à gauche : 1 couche sur massif semi-infini ; à droite : 2 couches sur massif semi-infini)

Si l'épaisseur h de la couche est faible et couvre entièrement la surface du massif semi-infini, le milieu devient dispersif avec une vitesse de phase dépendant du rapport λ/h . Dans cette situation, il peut alors exister deux types d'ondes : celles dont le mouvement des particules est concentré dans le plan sagittal et celles qui sont transversales pures. Les premières sont appelées ondes de Lamb, le mouvement des particules dans le plus bas mode de propagation ressemble à celui dans le cas des ondes de Rayleigh. Les secondes existent lorsque la vitesse des ondes transversales dans la couche est plus faible que celle dans le milieu infini. Ainsi, sous certaines conditions et pour une fréquence donnée, il peut exister un nombre fini d'ondes de surface transversales se propageant avec des vitesses différentes. Les vibrations des particules sont alors parallèles à la surface et perpendiculaires à la direction de propagation (ondes de Love). Le mode le plus bas des ondes de Lamb peut ainsi exister lorsque la vitesse des ondes transversales dans la couche est plus grande que celle dans le milieu infini, sa vitesse est donc plus grande que la vitesse des ondes de Rayleigh à la surface du massif semi-infini. Ceci signifie que, dans ce cas, la couche a pour effet d'accélérer les ondes de Rayleigh. Lorsque la fréquence augmente, la vitesse du plus bas mode augmente jusqu'à atteindre l'amplitude de la vitesse des ondes transversales dans le milieu infini, ce qui produit une onde de choc transversale (effet Cherenkov).

4 MODÈLE TRI-DIMENSIONNEL

Les modèles 2D ne peuvent cependant reproduire correctement les mécanismes de propagation d'ondes dans les sols puisqu'ils représentent un domaine réduit d'un modèle infini dans les directions perpendiculaires $y > 0$ et $y < 0$, nécessaire pour se placer dans un état de déformations planes. Cette limitation a motivé les recherches sur des solutions en 3D. Nous présentons ici suivant la même structure que précédemment les résultats des modèles tridimensionnels de couplage voie – sol.

4.1 Voie sur un massif semi-infini : solution analytique

4.1.1 Position du problème

On considère un massif semi-infini homogène, isotrope et élastique de caractéristiques E , ρ , ν , η . La voie ferrée est identique à la description bi-dimensionnelle précédente et le ballast a désormais une surface de contact avec le sol de largeur $2L_{BAL}$ (Figure 15). Le rail est excité par une charge harmonique unitaire répartie sur une surface de contact $2b$. Le but du couplage

dans ce modèle est de calculer la force appliquée sous le ballast grâce au modèle simplifié à deux dimensions de la voie puis de répartir les efforts sur la surface de contact entre le ballast et le sol.

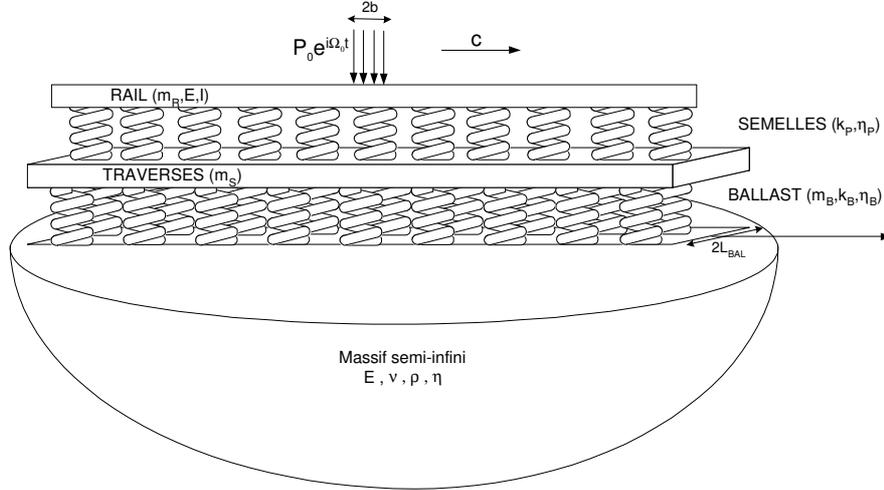


Figure 15 - Modèle tridimensionnel de voie reposant sur un massif semi - infini

4.1.2 Résolution dans le domaine des nombres d'ondes

La voie est décrite de la même façon qu'en description bidimensionnelle (équation 17).

Dans un massif tridimensionnel l'équation (1) est satisfaite en posant les champs de déplacements suivant [LAMB04]:

$$u_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_3} \quad ; \quad u_2 = \frac{\partial \phi}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \quad ; \quad u_3 = \frac{\partial \phi}{\partial x_3} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c_s} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}.$$

Ainsi l'équation (2) et les conditions limites, permet d'écrire les équations suivantes dans le repère $(0, x_1, x_2, x_3)$ orthonormé lié au sol :

$$\sigma_{33}(x_1, x_2, x_3, t) = \frac{\lambda}{c_p^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x_3^3} \right) - 2\rho \frac{\partial^3 \psi}{\partial x_3 \partial t^2} = \begin{cases} -\frac{F_B(x_1, t)}{2L_{BAL}} & \text{si } |x_2| \leq 2L_{BAL} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (46)$$

$$\tau_{13}(x_1, x_2, x_3, t) = 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x_1 \partial x_3^2} \right) - \rho \frac{\partial^3 \psi}{\partial x_1 \partial t^2} = 0 \quad (47)$$

$$\tau_{23}(x_1, x_2, x_3, t) = 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x_2 \partial x_3^2} \right) - \rho \frac{\partial^3 \psi}{\partial x_2 \partial t^2} = 0 \quad (48)$$

L'équation (66) définie dans le paragraphe 4.2.2. par le terme de dilatation peut également être utilisée avec le coefficient B nul puisqu'il n'y a pas de réflexion dans le massif semi-infini. On effectue le même changement de variables et de fonctions que précédemment. Une transformée de Fourier spatiale suivant deux variables $(x,y) \rightarrow (\beta,\gamma)$ est effectuée conformément à l'annexe I et permet d'obtenir le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\lambda}{c_P^2} (\Omega_0 - \beta c)^2 \bar{\phi}^*(\beta, \gamma) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}^*(\beta, \gamma)}{\partial z^2} + \frac{\partial^3 \bar{\psi}^*(\beta, \gamma)}{\partial z^3} \right) - 2\rho(\Omega_0 - \beta c)^2 \frac{\partial \bar{\psi}^*(\beta, \gamma)}{\partial z} = -\bar{F}_B^*(\beta) \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} \\ 2\mu \frac{\partial \bar{\phi}^*(\beta, \gamma)}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial^2 \bar{\psi}^*(\beta, \gamma)}{\partial z^2} + \rho(\Omega_0 - \beta c)^2 \bar{\psi}^*(\beta, \gamma) = 0 \end{cases} \quad (49)$$

Les solutions pour ce système d'équations sont, avec les conditions de non propagation d'ondes vers les z négatifs (pas de réflexions) :

$$\bar{\phi}^*(\beta, \gamma) = A(\beta, \gamma) e^{-\alpha_P z} \quad \text{et} \quad \bar{\psi}^*(\beta, \gamma) = B(\beta, \gamma) e^{-\alpha_S z}$$

$$\text{où } \alpha_P^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \left(\frac{\Omega_0 - \beta c}{c_P} \right)^2 \quad \text{et} \quad \alpha_S^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \left(\frac{\Omega_0 - \beta c}{c_S} \right)^2 \quad (50)$$

Les déplacements à la surface du massif sont alors donnés par :

$$\bar{w}^* = -\alpha_P \bar{A}(\beta, \gamma) + \alpha_S^2 \bar{B}(\beta, \gamma) + \left(\frac{\Omega_0 - \beta c}{c_S} \right)^2 \bar{B}(\beta, \gamma) \quad (51)$$

Résolvant le système précédent, on obtient les déplacements verticaux à la surface $z = 0$ dans le domaine des nombres d'ondes :

$$\bar{w}^* = -\frac{\bar{F}_B^*(\beta) (\Omega_0 - \beta c)^2}{\mu c_S^2} \frac{\alpha_P}{\left[(\alpha_S^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha_P \alpha_S (\beta^2 + \gamma^2) \right]} \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} \quad (52)$$

Le but est de déterminer \bar{w}^* à la surface du sol pour retrouver les déplacements w par transformée de Fourier inverse (évaluée numériquement). Pour cela, il est nécessaire de calculer $\bar{F}_B^*(\beta)$ et donc d'écrire la continuité des contraintes et des déplacements en $z = 0$:

$$w_B(x) \Big|_{z=0^-} = w(x, y = 0) \Big|_{z=0^+} \quad (53)$$

et par transformée de Fourier inverse en $y = 0$:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}_B(\beta) e^{i\beta x} d\beta = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \bar{w}(\beta, \gamma) e^{i\beta x} d\beta d\gamma \quad (54)$$

qui conduit dans le domaine transformé à l'équation sur les déplacements verticaux :

$$\bar{w}_B(\beta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \bar{w}(\beta, \gamma) d\gamma \quad (55)$$

D'autre part, l'équation de continuité des contraintes s'écrit :

$$\sigma_{zz}(x, y, 0, t) = -\frac{F_B(x, t)}{2L_{BAL}} \quad (56)$$

Les déplacements sous le ballast s'expriment finalement de la manière suivante :

$$\bar{w}_B^*(\beta) = -\frac{\bar{F}_B^*(\beta)}{\pi\mu} \int_0^{\infty} \frac{(\Omega_0 - \beta c)^2}{c_S^2} \frac{\alpha_P}{\left[(\alpha_S^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha_P\alpha_S(\beta^2 + \gamma^2) \right]} \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} d\gamma \quad (57)$$

Le système d'équations dans la voie se résume alors à :

$$\begin{cases} A_1(\beta) \bar{w}_R^*(\beta) - k_P \bar{w}_S^*(\beta) = A_2(\beta) \\ -k_P \bar{w}_R^*(\beta) + A_3(\beta) \bar{w}_S^*(\beta) + A_4(\beta) \bar{w}_B^*(\beta) = 0 \\ A_4(\beta) \bar{w}_S^*(\beta) + A_5(\beta) \bar{w}_B^*(\beta) = -\bar{F}_B^*(\beta) \\ \bar{w}_B^*(\beta) = A_6(\beta) \bar{F}_B^*(\beta) \end{cases} \quad (58)$$

où

$$A_1(\beta) = EI\beta^4 - (\Omega - \beta c)^2 m_R + k_P ; A_2(\beta) = P_0 ; A_4(\beta) = -(\Omega - \beta c)^2 \frac{m_B}{6} - k_B ;$$

$$A_3(\beta) = -m_S(\Omega - \beta c)^2 + k_P + k_B - \frac{m_B}{3}(\Omega - \beta c)^2 ; A_5(\beta) = -(\Omega - \beta c)^2 \frac{m_B}{3} + k_B ;$$

$$A_6(\beta) = -\frac{1}{\pi\mu} \int_0^{\infty} \frac{(\Omega_0 - \beta c)^2}{c_S^2} \frac{\alpha_P}{\left[(\alpha_S^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha_P\alpha_S(\beta^2 + \gamma^2) \right]} \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} d\gamma.$$

La solution du système d'équations conduit à la force exercée sous le ballast :

$$\bar{F}_B^*(\beta) = \frac{A_2(\beta)A_4(\beta)k_P}{A_1(\beta)A_6(\beta)A_4^2(\beta)(A_3(\beta)A_1(\beta) - k_P^2)(1 + A_5(\beta)A_6(\beta))} \quad (59)$$

Enfin, les déplacements transformés sont donnés par :

$$\bar{w}^* = -\frac{\bar{F}_B^*(\beta) (\Omega_0 - \beta c)^2}{\mu c_S^2} \frac{\alpha_P}{\left[(\alpha_S^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha_P\alpha_S(\beta^2 + \gamma^2) \right]} \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}}. \quad (60)$$

4.1.3 Analyse des solutions

Les résultats sont représentés sur la Figure 16 pour un massif semi-infini sableux excité par une charge unitaire harmonique de 40 Hz circulant sur une voie ferrée dont les paramètres sont donnés en Annexe III, ②. Les lignes de champs des déplacements dans le domaine transformé sont aussi tracés en encart de ces mêmes figures et permettent de localiser les maxima (cercle en régime statique, ellipse en régime sub-Rayleigh et hyperbole en régime super-Rayleigh) donnés par l'équation (57). Les cônes de Mach dus aux ondes R sont visibles sur la dernière figure. Les résultats sont adimensionnés par rapport à la longueur d'onde de Rayleigh qui est proche de 6 m dans cet exemple.

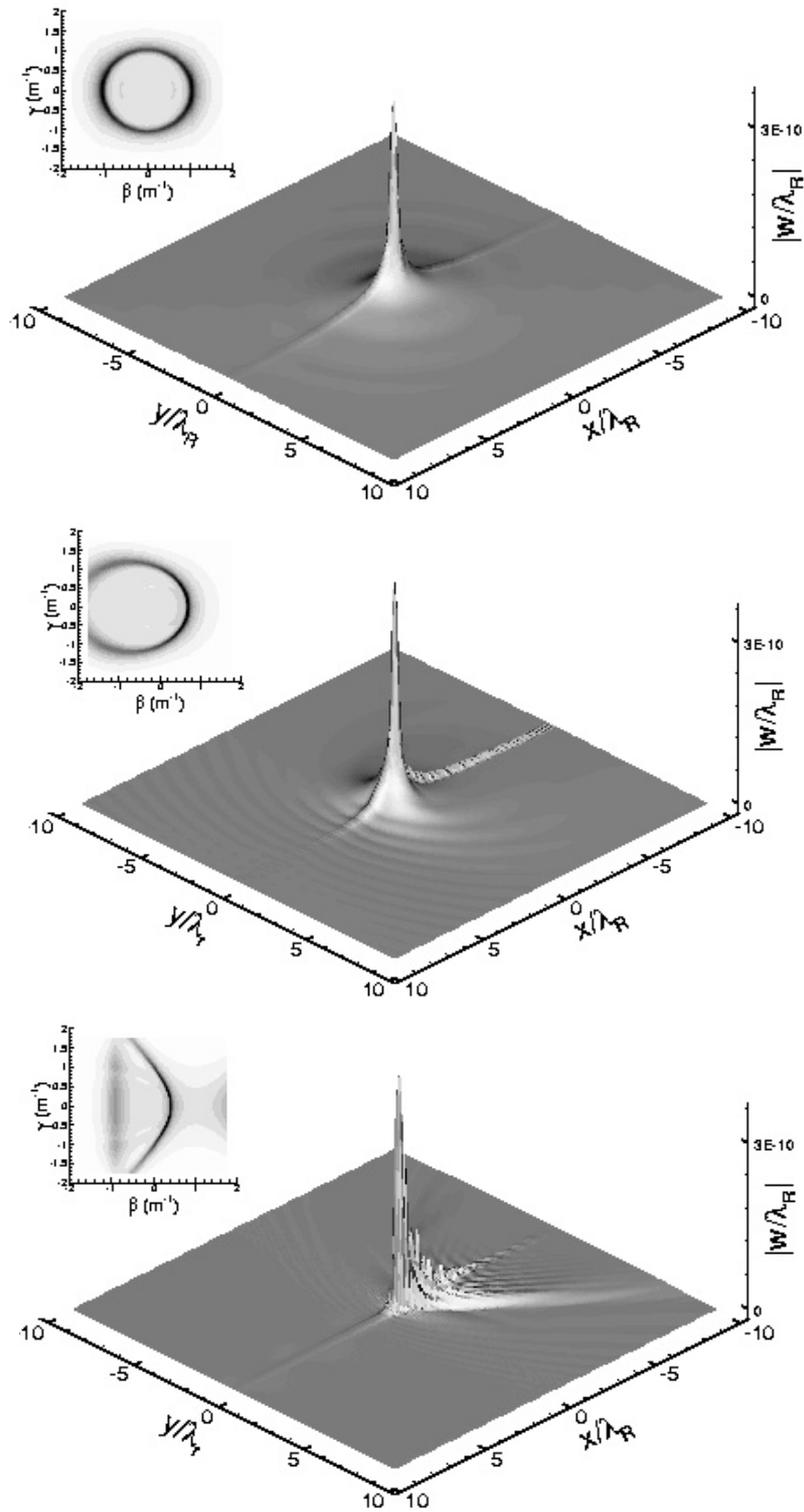


Figure 16 - Représentation des déplacements en surface (de haut en bas : statique, sub et super Rayleigh) dans le cas d'un massif semi-infini

4.2 Voie sur un massif stratifié : solution numérique

4.2.1 Ecriture matricielle

Le modèle de la Figure 15 est repris en remplaçant le massif semi-infini par un massif multicouches. On peut écrire [LEF99] une relation entre déplacements et contraintes à l'aide d'une matrice appelée matrice rigidité du massif qui est l'assemblage des matrices rigidité de chaque couche qui compose le massif tri - dimensionnel (cf. 3.2.3 avec cette fois un vecteur $\{u,v,w\}$):

$$[\text{RIGIDITE}]\{\bar{U}^*\} = \{\bar{\Sigma}^*\} \quad (61)$$

où $\{\bar{U}^*\}$ est le vecteur des déplacements transformés et $\{\bar{\Sigma}^*\}$ est le vecteur des contraintes.

Par inversion du système, le vecteur déplacement est donné par :

$$\{\bar{U}^*\} = [\text{RIGIDITE}]^{-1} \{\bar{\Sigma}^*\} = [\text{B}]\{\bar{\Sigma}^*\} \quad (62)$$

où [B] est la matrice inverse de la matrice rigidité du massif multicouches.

La matrice rigidité est construite à partir des matrices [Q], [S] et [R] données en Annexe II pour un massif 3D.

Puisque l'on ne considère aucune contrainte latérale et longitudinale dans notre problème, $\bar{\sigma}_{xz} = \bar{\sigma}_{yz} = 0$, on obtient ainsi les déplacements :

$$\bar{u}^*(0) = -iB_{31}\bar{\sigma}_{zz}^*(0) ; \bar{v}^*(0) = -iB_{32}\bar{\sigma}_{zz}^*(0) ; \bar{w}^*(0) = -B_{33}\bar{\sigma}_{zz}^*(0)$$

Dans le modèle précédent (Figure 15), la contrainte verticale résulte de la force exercée par le ballast $F_B(x,t)$ répartie sur la surface $2L_{BAL}$, les déplacements s'écrivent donc :

$$\bar{w}^*(0) = -B_{33}\bar{F}_B(\beta) \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} \quad (63)$$

A la surface, la continuité des déplacements donnée par l'équation (53) fournit une relation entre les déplacements verticaux à la surface du ballast et la force F_B , notés habituellement :

$$\bar{w}(\beta) = \bar{w}_B(\beta) = A_6(\beta)\bar{F}_B(\beta) \quad \text{avec} \quad A_6(\beta) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty B_{33} \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} d\gamma \quad (64)$$

La force F_B est calculée avec l'équation (59) et les déplacements verticaux sont donnés par :

$$\bar{w}^*_{z=0} = -B_{33} \frac{\sin \gamma L_{BAL}}{\gamma L_{BAL}} \bar{F}_B^* \quad (65)$$

4.2.2 Utilisation de l'argument recalé : construction de la matrice rigidité

Dans cette partie, nous allons reproduire la même méthode utilisée pour le modèle bi-dimensionnel. Il s'agit là encore de réaliser un gain en terme de temps de calcul.

En l'absence de forces volumiques, la combinaison de l'équation du mouvement et de la loi de comportement donne les équations de Navier (1). Pour le cas d'un sol multicouches tridimensionnel et en tenant compte de l'argument recalé précédent (36), on note la nouvelle fonction dilatation θ [LEF99] telle que :

$$\bar{\theta}^* = i\beta \bar{u}^* + i\gamma \bar{v}^* + \frac{d\bar{w}^*}{dz} = \bar{A} e^{\alpha_p(z-h)} + \bar{B} e^{-\alpha_p z} \quad (66)$$

où on rappelle que la barre supérieure note la transformée de Fourier et l'astérisque le changement de fonction.

L'équation d'onde s'écrit alors avec la dilatation :

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_s^2 \right) \begin{Bmatrix} \bar{u}^* \\ \bar{v}^* \\ \bar{w}^* \end{Bmatrix} = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \begin{Bmatrix} i\beta(\bar{A} e^{\alpha_p(z-h)} + \bar{B} e^{-\alpha_p z}) \\ i\gamma(\bar{A} e^{\alpha_p(z-h)} + \bar{B} e^{-\alpha_p z}) \\ \alpha_p(\bar{A} e^{\alpha_p(z-h)} - \bar{B} e^{-\alpha_p z}) \end{Bmatrix} \quad (67)$$

La solution de cette équation est donnée par la somme d'une solution générale de l'équation sans second membre et d'une solution particulière de l'équation avec second membre :

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}^* \\ \bar{v}^* \\ \bar{w}^* \end{Bmatrix} = -\frac{\bar{A} e^{\alpha_p(z-h)}}{\left(\frac{\Omega_0 - \beta c}{c_p^2} \right)^2} \begin{Bmatrix} -i\beta \\ -i\gamma \\ -\alpha_p \end{Bmatrix} + \frac{\bar{B} e^{\alpha_p(z-h)}}{\left(\frac{\Omega_0 - \beta c}{c_p^2} \right)^2} \begin{Bmatrix} -i\beta \\ -i\gamma \\ \alpha_p \end{Bmatrix} + e^{\alpha_s(z-h)} \begin{Bmatrix} \bar{C} \\ \bar{D} \\ -\frac{i}{\alpha_s}(\beta\bar{C} + \gamma\bar{D}) \end{Bmatrix} + e^{-\alpha_s z} \begin{Bmatrix} \bar{E} \\ \bar{F} \\ \frac{i}{\alpha_s}(\beta\bar{E} + \gamma\bar{F}) \end{Bmatrix}$$

On peut ainsi écrire sur une couche d'épaisseur h :

$$\{\bar{U}^*\}_h = \{\bar{u}_0^* \quad \bar{v}_0^* \quad i\bar{w}_0^* \quad \bar{u}_h^* \quad \bar{v}_h^* \quad i\bar{w}_h^*\} = [Q] \{\bar{A} \quad \bar{B} \quad \bar{C} \quad \bar{D} \quad \bar{E} \quad \bar{F}\}^T \quad (68)$$

Les contraintes longitudinale, latérale et verticale sont données respectivement par :

$$\frac{\bar{\tau}_{xz}^*}{\mu} = \frac{d\bar{u}^*}{dz} + i\beta\bar{w}^* ; \quad \frac{\bar{\tau}_{yz}^*}{\mu} = \frac{d\bar{v}^*}{dz} + i\gamma\bar{w}^* ; \quad \frac{\bar{\sigma}_{zz}^*}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu}\bar{\theta}^* + 2\frac{d\bar{w}^*}{dz}$$

On peut de même écrire sur une couche d'épaisseur h :

$$\{\bar{\Sigma}^*\} = \begin{Bmatrix} -\bar{\tau}_{xz,0}^* & -\bar{\tau}_{yz,0}^* & -i\bar{\sigma}_{zz,0}^* & \bar{\tau}_{xz,h}^* & \bar{\tau}_{yz,h}^* & i\bar{\sigma}_{zz,h}^* \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} \bar{A} & \bar{B} & \bar{C} & \bar{D} & \bar{E} & \bar{F} \end{Bmatrix}^T \quad (69)$$

et enfin comme précédemment $\{\bar{U}^*\} = [Q][S]^{-1}\{\bar{\Sigma}^*\} = [B]\{\bar{\Sigma}^*\}$.

4.2.3 Résultats numériques

Sur la Figure 17, la courbe en (--) est obtenue par le modèle d'une charge rectangulaire [LEF99] excitant la surface d'un massif composé d'une couche sur un substrat semi-infini (Annexe III, ②). La courbe résultante dans le plan β, γ pour un modèle sans voie ferrée est déduite par révolution autour de l'axe w^* de cette même courbe et est symétrique en β et γ .

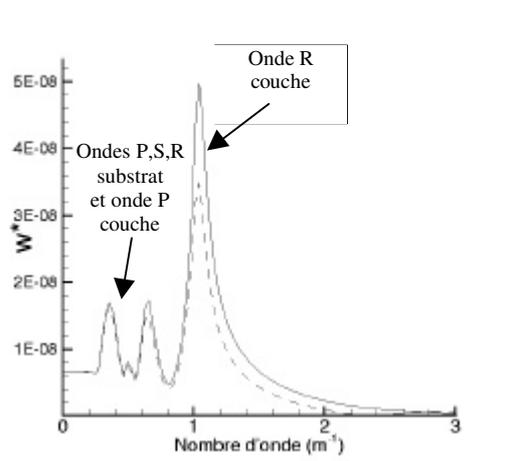


Figure 17 - Déplacements transformés verticaux suivant β (—) et γ (--)

La courbe en (—) suivant β associée à (--) suivant γ représente le modèle avec voie ferrée. La présence de la voie a pour effet de modifier l'amplitude des ondes émises au niveau de la première couche du sol (mode au voisinage de 1m^{-1}) et plus précisément d'amplifier les déplacements dans la direction de la voie. La Figure 18 montre au même titre que la Figure 16 l'effet de la vitesse d'une charge unitaire harmonique de fréquence 40 Hz sur les déplacements verticaux en surface du massif stratifié (Annexe III, ②). La différence provient d'une part dans le domaine des nombres d'onde (en haut à gauche de chaque image) avec

l'apparition des modes de vibration due à la présence de la couche et d'autre part dans le domaine réel avec l'augmentation de l'amplitude des déplacements et l'apparition d'oscillations plus importantes au voisinage de la charge.

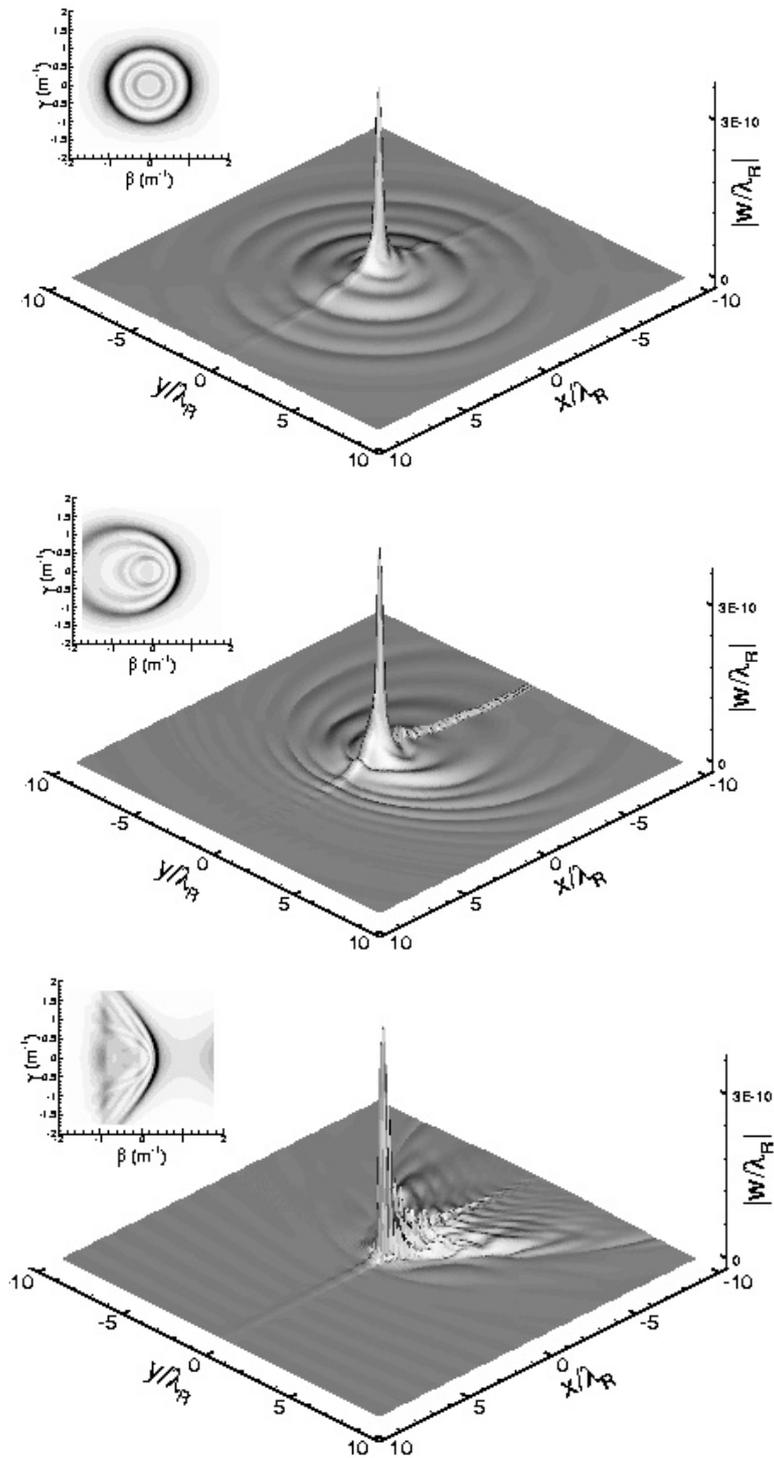


Figure 18 - Champs de déplacements en surface d'un massif stratifié (de haut en bas : Régime statique, sub - Rayleigh et super - Rayleigh)

4.3 Exemple d'application : approche d'une légère courbe [PIC01a]

La partie qui suit représente une approche simplifiée d'une légère courbure de la voie. Dans cette approche, la voie n'est pas modélisée mais il est considéré uniquement le couplage entre une traverse de surface $4ab$ et le sol. Cette étude a pour but d'évaluer grossièrement l'effet d'une courbe sur les déplacements verticaux à la surface du sol.

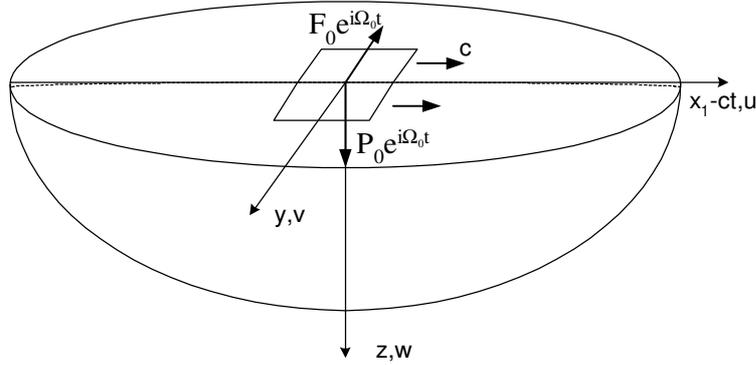


Figure 19 - Géométrie du problème.

4.3.1 Modifications induites

Pour cette approche, on considère une charge P harmonique de pulsation Ω_0 répartie uniformément sur un rectangle de dimensions $2a \times 2b$ et se déplaçant uniformément à la vitesse c . On suppose, de plus, que cette surface est soumise à un effort latéral F harmonique à la même pulsation Ω_0 et répartie uniformément sur ce même rectangle (Figure 19).

Ainsi, l'effort latéral peut représenter la sollicitation induite par la force centrifuge exercée sur la charge dans une courbe. On considère, dans cette étude, une courbe suffisamment légère (rayon de courbure grand) de manière à conserver un changement de variable rectiligne.

Etant données les contraintes longitudinale, latérale et verticale suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\tau}_{xz}^*(\beta, \gamma) = 0 \\ \bar{\tau}_{yz}^*(\beta, \gamma) = \mu \left(\frac{d\bar{u}^*}{dz} + i\beta\bar{w}^* \right) = \bar{F}^*(\beta, \gamma) = F_0 \text{sinc}(\beta a) \text{sinc}(\gamma b) \\ \bar{\sigma}_{zz}^*(\beta, \gamma) = \mu \left(\frac{d\bar{v}^*}{dz} + i\gamma\bar{w}^* \right) = \bar{P}^*(\beta, \gamma) = P_0 \text{sinc}(\beta a) \text{sinc}(\gamma b) \end{array} \right. \quad (70)$$

les déplacements latéraux et verticaux à la surface du massif, soumis à ces efforts s'écrivent respectivement de la même façon que précédemment (cf. section 4.1) dans le domaine des nombres d'ondes :

$$\bar{v}_{z=0}^* = \frac{1}{\mu f(\beta, \gamma)} \left[iP(\beta, \gamma)(2\alpha_p \alpha_s - \alpha_s^2 - \beta^2 - \gamma^2) + \frac{F(\beta, \gamma)}{\alpha_s} (\alpha_s^2 + \beta^2)(\alpha_s^2 + \beta^2 + \gamma^2) - 2F(\beta, \gamma)(2\beta^2 \alpha_p + \gamma^2 \alpha_s) \right] \quad (71)$$

$$\bar{w}_{z=0}^* = \frac{1}{\mu f(\beta, \gamma)} \left[\alpha_p P(\beta, \gamma)(\alpha_s^2 - \beta^2 - \gamma^2) + i\gamma F(\beta, \gamma)(\alpha_s^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha_p \alpha_s) \right] \quad (72)$$

où $f(\beta, \gamma) = 4\alpha_p \alpha_s (\beta^2 + \gamma^2) - (\alpha_s^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2$ est la fonction de Rayleigh pour une charge en mouvement.

4.3.2 Résultats numériques

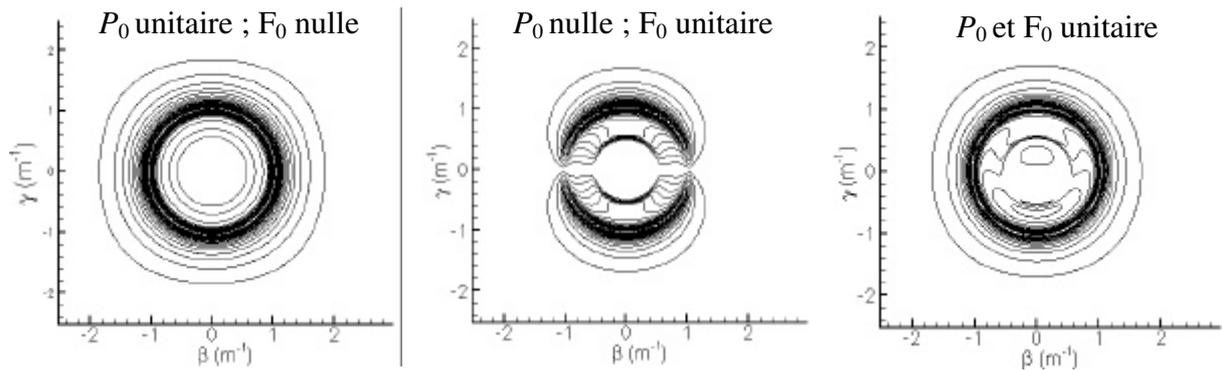
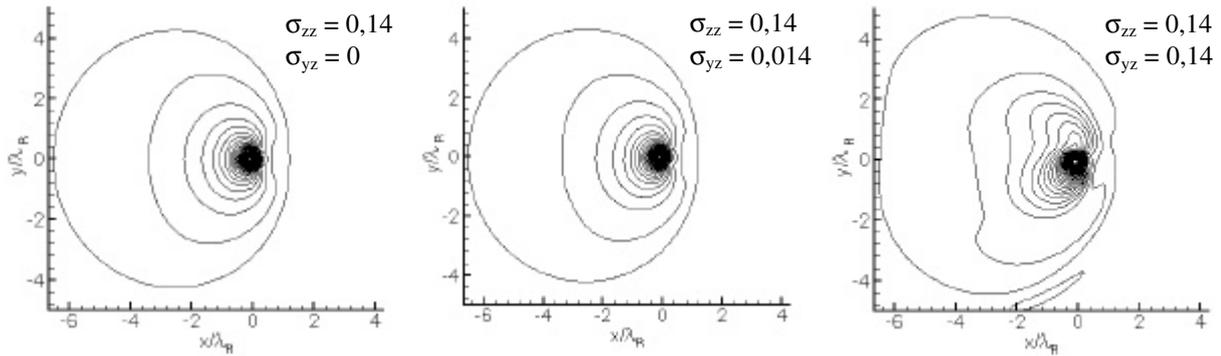


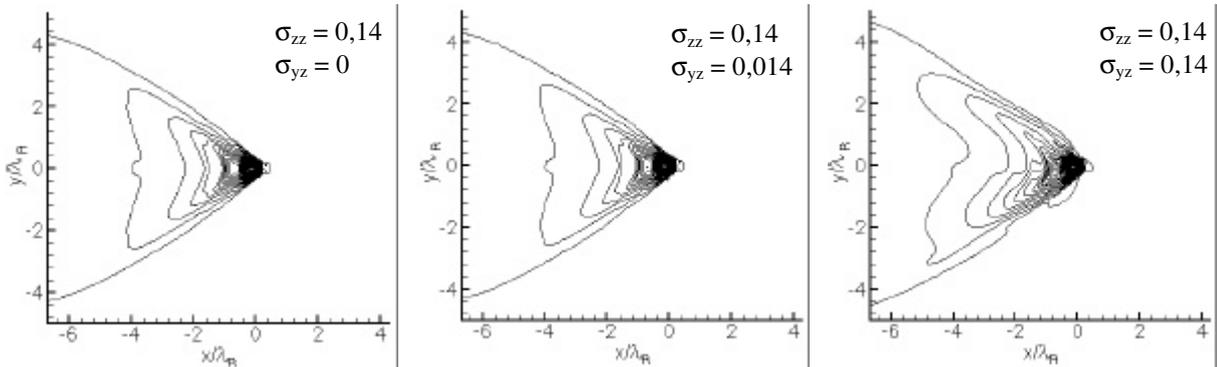
Figure 20 - Champ des déplacements verticaux transformés $\bar{w}_{z=0}^*$ en régime statique.

Pour la résolution numérique, on considère une charge rectangulaire $2,7\text{m} \times 2,7\text{m}$ excitant le sol à la fréquence de 40 Hz. L'étude dans le domaine des nombres d'ondes pour le régime de vitesse nulle (Figure 20) montre qu'en considérant un effort vertical unique, les lignes de niveaux du champ de déplacement vertical à la surface du massif sont des cercles (on montre aussi qu'en régime dynamique on obtient des ellipses en régime sub-Rayleigh et des portions d'hyperboles en régime super-Rayleigh).

En considérant un effort latéral unique, ces lignes de niveaux sont réparties symétriquement de part et d'autre de l'axe de déplacement de la charge (déplacements nuls sur cet axe). La combinaison de ces deux mouvements découplés présente une allure dissymétrique par rapport au nombre d'onde γ .

Figure 21 - Champ des déplacements verticaux réels w^* en régime sub-Rayleigh.

En régime sub-Rayleigh ($c < c_R$), on observe (Figure 21) une compression des lignes de champ de déplacement devant la charge ($\lambda_{\min} = \lambda_0 - c/c_R$), une dilatation des lignes de champ de déplacement derrière la charge ($\lambda_{\max} = \lambda_0 + c/c_R$) et une augmentation de la dissymétrie de ces lignes par rapport à l'axe y lorsque les contraintes latérales augmentent. En régime super-Rayleigh (Figure 22), on retrouve la présence de cônes de Mach et une dissymétrie équivalente par augmentation des contraintes latérales.

Figure 22 - Champ des déplacements verticaux w^* réels en régime super-Rayleigh.

L'amplitude des déplacements verticaux est réduite de 75 % pour une fréquence d'excitation de 7 Hz (1^{ère} fréquence significative pour ce type de phénomène) par rapport à la fréquence de 40 Hz mais l'allure des champs de déplacements reste inchangée dans le repère de référence adimensionné (x/λ_R , y/λ_R , w^*/λ_R). L'effet sur les déplacements verticaux (Figure 23) d'une contrainte latérale, dans la mesure où $F/P < 1$, reste cependant très faible par rapport à l'effet de cette même contrainte sur les déplacements latéraux. Ceci donne des éléments d'information pour considérer l'effet des forces centrifuges dans le modèle lors de l'étude des phénomènes de ripage latéral de voie ferrée.

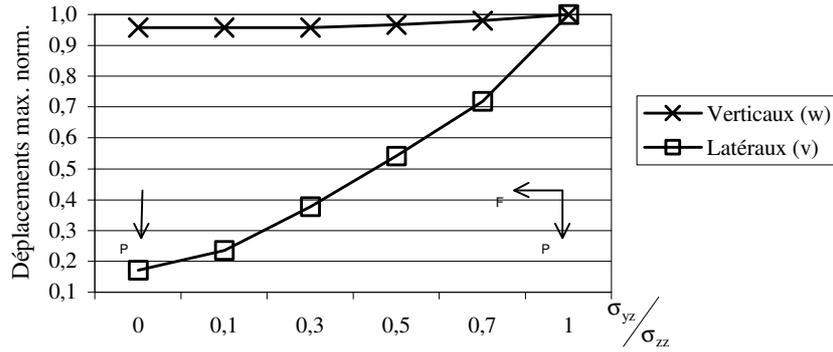


Figure 23 - Effet d'une augmentation d'effort latéral.

4.4 Construction de l'excitation de type « train »

Lorsqu'un train se déplace le long de la voie, chacune de ses roues en contact avec le rail interagit avec la voie. Les défauts sur la roue et sur le rail produisent une force d'interaction dynamique entre le rail et la roue, de fréquence correspondant à la vitesse de passage sur la taille du défaut. La réponse de la voie à ces interactions peut être simplifiée en utilisant le principe de superposition (le système étant supposé linéaire).

Avant de construire l'excitation « train », nous allons examiner le cas d'un ensemble de plusieurs charges harmoniques se déplaçant sur le sol (notons que cet exemple permettrait facilement d'appréhender un trafic routier).

4.4.1 Réponse à une sollicitation formée de plusieurs charges de différents poids

Considérons un ensemble de charges de poids différents (cf. Figure 24). Chaque charge excite le sol sur une surface $4ab$ à la pulsation Ω_0 .

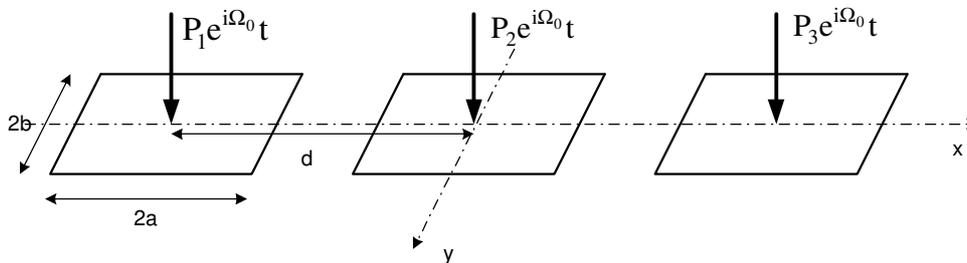


Figure 24 - Ensemble de charges de poids différents, construction d'un train de charges

La force répartie sur la surface de chaque charge de la Figure 24 se note :

$$f_k = \begin{cases} -\frac{P_k}{4ab} & \text{si } kd - a \leq x \leq kd + a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (73)$$

de sorte que la transformée de Fourier s'écrit :

$$\bar{f}_k(\beta, \gamma) = \bar{f}_0(\beta, \gamma)e^{ik\beta d} \quad \text{où} \quad \bar{f}_0(\beta, \gamma) = -P_k \quad (74)$$

Pour $2N+1$ charges centrées en $x = 0$, le tenseur des contraintes peut s'écrire en $z = 0$:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} &= \sum_{k=-N}^N \bar{f}_k(\beta, \gamma) = \frac{\sin \beta a}{\beta a} \frac{\sin \gamma b}{\gamma b} \sum_{k=-N}^N P_{k+N+1} e^{ik\beta d} \\ &= \frac{\sin \beta a}{\beta a} \frac{\sin \gamma b}{\gamma b} \left[P_1 e^{-iN\beta d} + P_2 e^{-i(N-1)\beta d} + \dots + P_{N+1} + \dots + P_{2N+1} e^{iN\beta d} \right] \\ \bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} &= \frac{\sin \beta a}{\beta a} \frac{\sin \gamma b}{\gamma b} \sum_{\ell=1}^{2N+1} P_\ell e^{i(\ell-N-1)\beta d} \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_{xz}|_{z=0} = \bar{\sigma}_{yz}|_{z=0} = 0. \end{aligned} \quad (75)$$

Les déplacements verticaux à la surface du sol provoqués par ce type particulier d'excitation sont représentés sur la Figure 25 pour différents régimes de vitesse. Il y a interaction des charges entre elles pour un domaine de vitesses proche du domaine trans - Rayleigh ($c = c_R$). Ces interactions dépendent de la fréquence d'excitation des charges et des différences entre leurs poids. L'influence des charges entre elles sur le sol et la voie a été étudiée dans [HUN01] et [WU00].

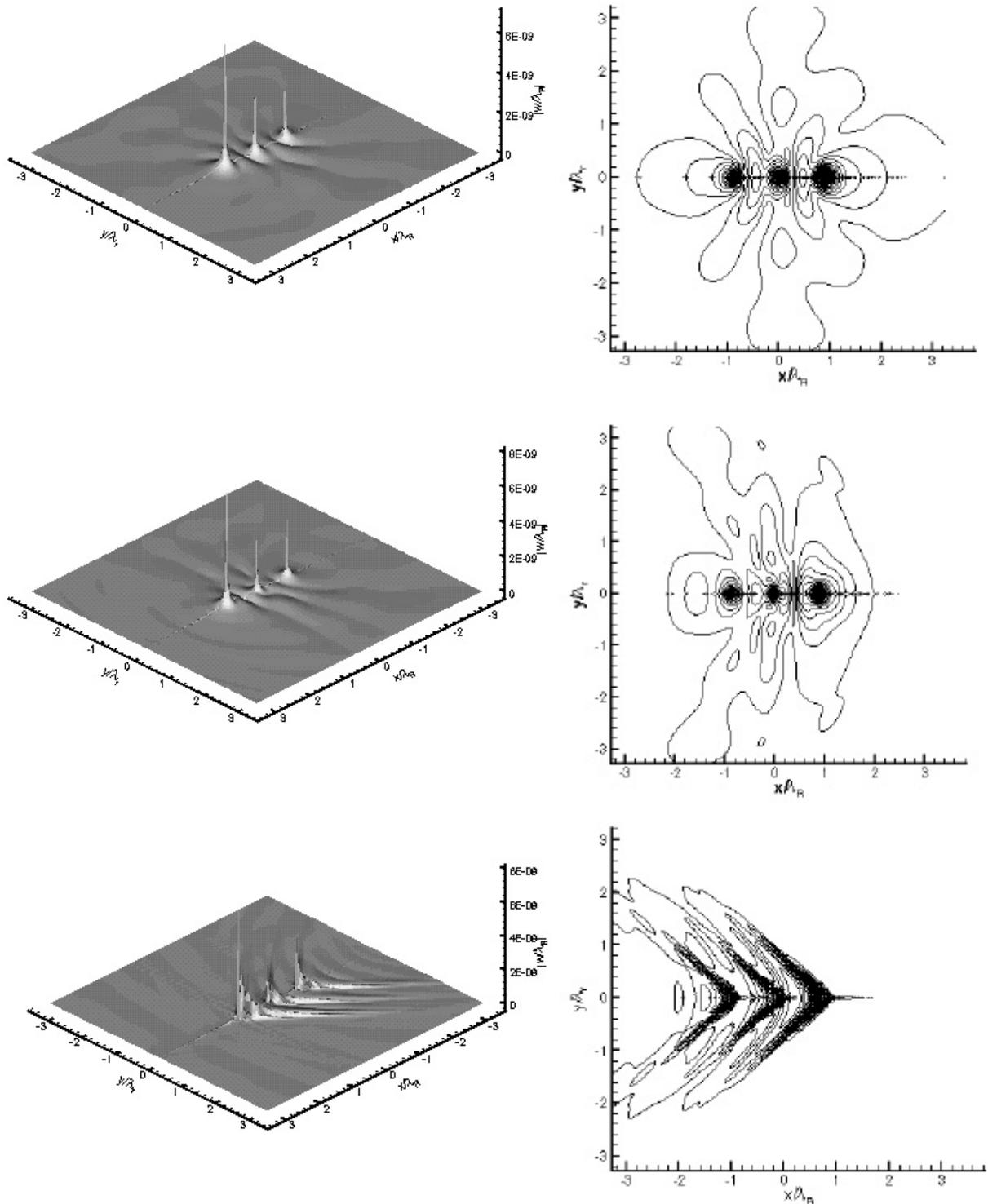


Figure 25 - Déplacements verticaux à la surface d'un sol semi-infini soumis à un train de 3 charges ($P_1 = 2\text{N}$, $P_2 = 1\text{N}$, $P_3 = 1\text{N}$, $f_0 = 40\text{ Hz}$) pour différents régimes : « statique », sub-Rayleigh et super-Rayleigh.

4.4.2 Modélisation de l'excitation de type train

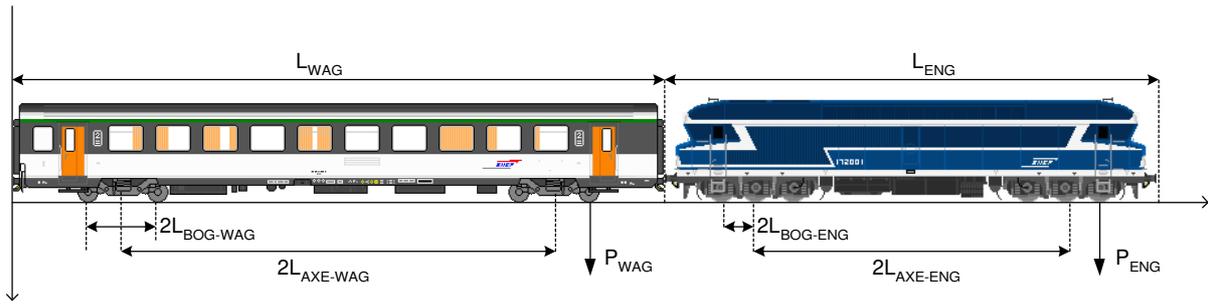


Figure 26 - Schéma d'une excitation de type train

L'excitation de type train est plus complexe que celle représentée précédemment (Figure 26), elle est composée d'un ensemble de sollicitations verticales qui symbolisent l'effet de chaque roue du wagon et de la locomotive sur le rail, chacune de ces forces étant supposée de la forme $P_0 e^{i\Omega_0 t}$ (excitation harmonique). Le poids total de la charge est réparti sur l'ensemble des contacts rail – roue.

La contrainte de Cauchy due à la locomotive est donnée par (cf. Figure 26) :

$$\bar{\sigma}_{ENG}(\beta) = -2P_{ENG} e^{i\Omega_0 t} e^{-i\frac{\beta}{2}(N_{WAG}L_{WAG} + L_{ENG})} \frac{\sin \beta a}{\beta a} [1 + 2 \cos \beta L_{BOG-ENG}] \cos \beta L_{AX-ENG} \quad (76)$$

et celle due aux $2N_{WAG}$ wagons :

$$\bar{\sigma}_{WAG}(\beta) = -4P_{WAG} e^{i\Omega_0 t} \frac{\sin \beta a}{\beta a} \cos \beta L_{AX-ENG} \cos \beta L_{BOG-WAG} \sum_{k=1}^{2N_{WAG}} e^{i\beta \left(k \frac{N_{WAG}}{2} - \frac{1}{2} \right) L_{WAG}} \quad (77)$$

telle que $\bar{\sigma}_{TRAIN}(\beta) = \bar{\sigma}_{ENG}(\beta) + \bar{\sigma}_{WAG}(\beta)$.

Par mesure de simplification, l'excitation des différents essieux est supposée synchrone. Cependant, l'étude d'excitations asynchrones pourrait être réalisée par introduction d'un déphasage temporel dans les équations (76) et (77).

Les paramètres pour un train réel (type SNCF Corail) sont donnés dans le Tableau 7 du dernier chapitre. Nous considérons dans les exemples qui suivent uniquement 2 wagons (Figure 27). Dans le domaine des nombres d'ondes la fonction de distribution du train est périodique et symétrique lorsque la vitesse est nulle. La Figure 27 décrit les contraintes σ_{zz}^* dans le domaine réel, en accord avec la Figure 26. L'amplitude de ces contraintes dépend du

pois de chaque axe et de la surface de contact rail / roue. L'augmentation des wagons dans un train n'augmente pas nécessairement beaucoup les déplacements dans toutes les gammes de fréquence mais l'accumulation de l'énergie sous les roues peut induire des résonances, provoquant une forte amplification de la réponse de la voie.

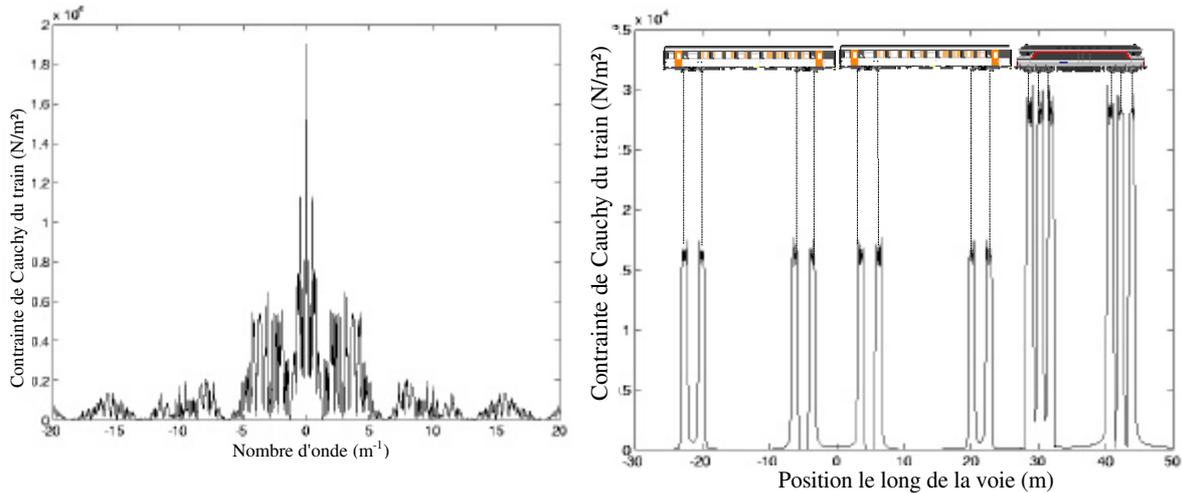


Figure 27 - Contraintes de Cauchy dans les domaines des nombres d'ondes (à gauche) et réel (à droite)

4.5 Résultats numériques du modèle final

Dans cette partie, le modèle final de voie discuté dans le paragraphe 3.2.3 est obtenu. Le ballast est alors considéré comme étant la première couche du sol d'épaisseur h_{BAL} et le couplage est réalisé par les traverses de largeur $2L_{TRAV}$. La Figure 28 présente une comparaison entre les déplacements sous la voie dans le domaine réel pour chaque régime de vitesse du modèle complet : statique, sub-Rayleigh et super-Rayleigh.

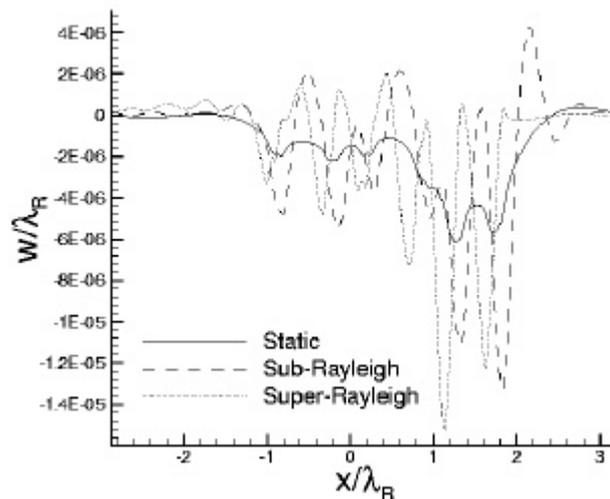


Figure 28 - Effet de la vitesse du train sur les déplacements verticaux sous la voie.

La fréquence d'excitation est choisie égale à 10 Hz. Les paramètres mécaniques correspondent à un sol mou de type tourbeux (Annexe III, ④). Les résultats sont une fois encore divisés par la longueur d'onde de Rayleigh λ_R pour une étude adimensionnelle. Si la vitesse de la charge est inférieure à la vitesse de phase du système, les déplacements produits par une des forces uniques composant le train sont atténués rapidement (onde évanescence) et reste confinés au voisinage de cette force. Cependant si la vitesse de la charge est suffisamment élevée pour exciter un mode de propagation dans le système alors il y a amplification des réponses due à chaque force unique (interférence constructive). Une augmentation de la vitesse implique ainsi une amplification des déplacements verticaux et une augmentation des oscillations derrière le train. Les champs de déplacements à la surface du sol sont représentés sur la Figure 29 pour des vitesses différentes et confirment les résultats précédents ainsi que la présence des cônes de Mach pour chaque ensemble de boggies.

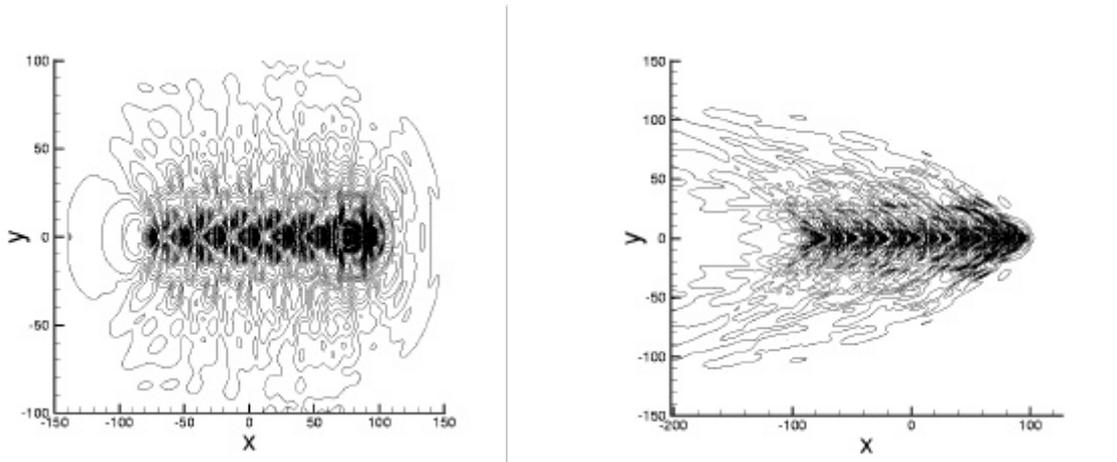


Figure 29 - Champ de déplacements à la surface d'un sol (Annexe III, ④) pour un train Corail en régime sub (à gauche) et super Rayleigh (à droite).

5 CONCLUSION

A l'issue de la démarche théorique de ce premier chapitre, consistant à élaborer un modèle de simulation des vibrations à partir d'un véhicule ferroviaire, un programme nommé FASTIVIB a été implémenté. "Fourier Analysis of Soil – Track Interaction and VIBration" est un code de calcul et d'évaluation des déplacements à la surface d'un massif homogène isotrope, semi-infini ou multicouches. Il prend en compte les caractéristiques physiques du massif sous une voie ferrée et une modélisation simplifiée d'un train se déplaçant à vitesse constante sur cette voie.

Le modèle mathématique de voie implémenté dans FASTIVIB est obtenu avec les simplifications suivantes :

- chaque rail est considéré comme parfaitement élastique (poutre d'Euler),
- chaque traverse est modélisée sous la forme d'une somme continue d'éléments de raideur attachés au rail et offrant une résistance latérale et longitudinale,
- les semelles sont considérées comme des éléments offrant une raideur et un amortissement entre les traverses et le rail,
- le ballast est constitué simplement par des éléments de raideur verticale offrant une rigidité latérale et longitudinale de la structure ou comme une couche élastique reposant à la surface du sol.

Différents résultats de ce chapitre ont permis de montrer l'influence des paramètres mécaniques du massif et de la vitesse du train. Désormais il est important de valider la qualité de ce modèle par des mesures sur site. Le chapitre II se propose de définir la campagne de mesures et d'en donner les principaux résultats.

CHAPITRE II

MESURES IN SITU SUR UN SOL MOU

1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre consacré à la démarche expérimentale, nous donnons un bref état de l'art des mesures déjà effectuées dans le cadre de projets similaires et essayons de rassembler un maximum d'informations sur les caractéristiques mécaniques des types de sol rencontrés. Puis nous traitons l'étude qui a été réalisée dans le courant du mois de juillet 2001 dans la vallée de la Somme (80) sur trois sites différents. Le choix de ces sites provient principalement du sous-sol supportant la voie ferrée, constitué essentiellement de tourbes, source de vibrations importantes dans la voie et dans le sol environnant. Nous présentons ici la préparation de cette campagne de mesures et les différents résultats qui en résultent. Bien que soumis à des trafics de vitesses relativement faibles, ces sites considérés comme « cas d'écoles » nous permettront de construire une base de données qualitatives et quantitatives en vue de la validation du modèle numérique.

2 BIBLIOGRAPHIE

2.1 Importance et difficultés

2.1.1 Cadre des travaux du PREDIT

Les différentes études du chapitre précédent combinent plusieurs approches (bi-dimensionnelle et tridimensionnelle) permettant d'appréhender la modélisation des sollicitations dynamiques d'un train sur une voie ferrée. Ces études constituaient la première partie du projet mais aucune tentative de validation de ces études numériques avec des essais in situ pour ce type d'excitation n'avait été réalisée auparavant. C'est pourquoi, dans le cadre de la seconde partie du projet, des méthodes d'expérimentation ont été développées pour valider les méthodes de simulation.

Pour cela, il est indispensable d'avoir recours à une campagne de mesures sur un site ferroviaire existant. Le choix de ce site, en partenariat avec la SNCF, a été défini en fonction des possibilités de trafic et des caractéristiques de l'environnement. Ce choix a été porté sur un site dont le sol est particulièrement mou puisque composé de tourbe et dont le niveau de vibration est élevé. Le trafic est cependant composé de trains se déplaçant en vitesse sub-Rayleigh (entre 70 et 140 km/h).

L'importance de la qualité des résultats de validation repose sur la détermination des paramètres mécaniques du sol. Cette partie a été entreprise par la société E.D.G. (Européenne de géophysique) filiale de Soletanche-Bachy, leader mondial dans le domaine des fondations spéciales.

2.1.2 Caractérisation des ondes – Paramètres mécaniques des sols

Les ondes P,S et R sont caractérisées en réalisant des essais de sismique réfraction. Un signal impulsionnel est émis en un point quelconque de la surface du sol. Le signal enregistré en différents points donne le relevé des réponses et permet d'en déterminer la vitesse des différentes ondes. Le tracé de courbes dromochroniques (courbes formées de segments de droite de pentes différentes relatant les temps d'arrivée des ondes en fonction de la distance entre la source et les points de mesures) permet d'identifier le nombre et la profondeur des couches du milieu (cf. Annexe VI). L'identification des différentes strates a une influence importante sur le pic de vitesse et sur la fréquence du champ libre de vibration. Les paramètres du sol sont finalement calculés à partir des vitesses des ondes P et S.

Des travaux réalisés par Regoin [REG98], en régime statique impulsionnel ou harmonique, ont montré la difficulté de caractériser exactement les valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson. L'erreur calculée sur ces paramètres pour un sol de type sableux peut alors atteindre plus de 10 % et même parfois beaucoup plus. Cette étude a aussi montré l'importance des mesures statistiques et la variabilité des résultats entre chaque point de mesures.

2.1.3 Quelques travaux sur les tourbes

Les tourbes sont des matériaux organiques en cours de décomposition, mal connus du fait des difficultés expérimentales que posent leur prélèvement et leur étude et aussi en raison de leur variété et de leur hétérogénéité. Les conditions de transformation des espèces végétales en matière organique inerte dépendent de la température, des sels présents dans le sol, ... de sorte que les matériaux sont différents en chaque point.

En dépit de ces caractéristiques, Amick [AMI99] a étudié, pour des matériaux mous, le coefficient d'amortissement α en fonction de la fréquence et a montré qu'il pouvait être compris entre 0,026 et 0,44. Des mesures pour des matériaux de types organiques, tourbeux, spongieux ou encore saturés donnent α entre 0,003 et 0,01 pour une fréquence d'excitation de 5 Hz.

Boulanger et al. [BOU98] ont identifié les effets de fréquence de charge, de dégradation et d'anisotropie structurale sur des échantillons de tourbe du Nord de la Californie saturée en eau (avec des teneurs en eau $W_p \sim 240\%$). Ils ont montré que les modules de cisaillement et le facteur d'amortissement sont dépendants de la fréquence d'excitation mais sont relativement insensibles à une dégradation cyclique pour de faibles déformations (Figure 30). Par contre, les déformations ont un effet non négligeable sur ces mêmes paramètres (Figure 31). Les courbes concernant le facteur d'amortissement tracées ici sont calculées à partir de la surface délimitée par les ellipses elles-mêmes issues des courbes contraintes - déformations [ADO99].

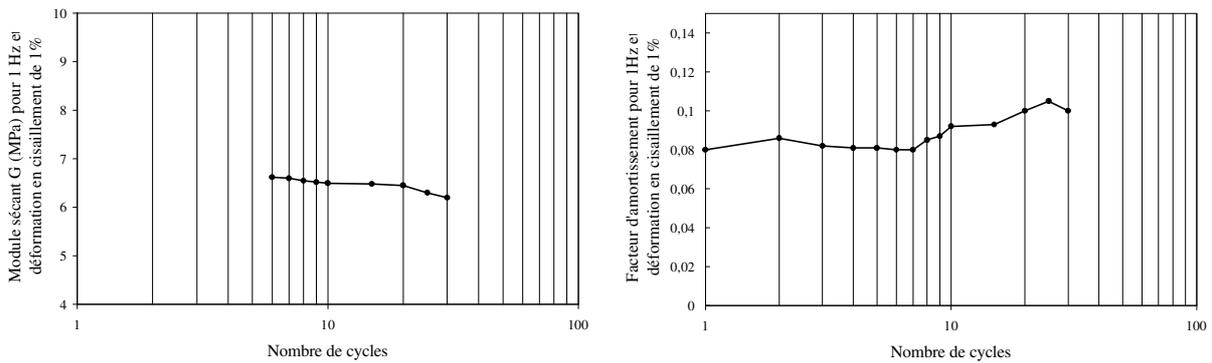


Figure 30 - Effet du nombre de cycles sur le module de cisaillement et le facteur d'amortissement

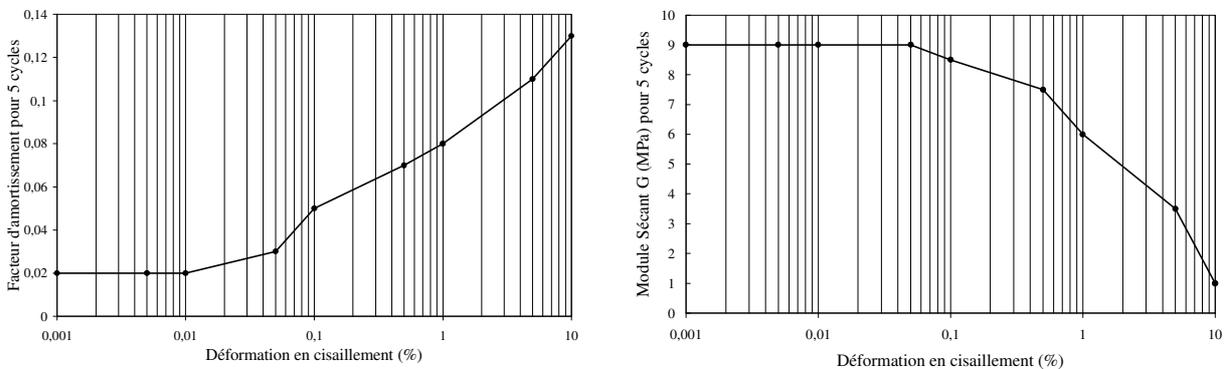


Figure 31 - Module de cisaillement et facteur d'amortissement en fonction des déformations

Les résultats provenant de tests sismiques et de carottages apportent des résultats similaires à ceux constatés dans les tourbes de la vallée de la Somme tant au niveau des résistances dynamiques et masses volumiques que pour les vitesses de propagation des ondes de cisaillement. Il sera constaté plus tard que les niveaux de nappe phréatique mesurés sont aussi du même ordre de grandeur.

Trombino [TRO] a mesuré les vitesses des ondes P et S dans des échantillons de mélange sable – tourbe (de 0% à 30% de tourbe) et en a déduit les paramètres mécaniques. La masse volumique varie alors de 1000 à 1700 kg.m⁻³. La vitesse des ondes élastiques étant contrôlée par la microstructure, le taux de mélange tourbe, sable et air dans chaque échantillon et leur arrangement affectent les ondes P et S (en plus d'un gradient de vitesse). Le module d'Young calculé est alors de 200 MPa pour du sable pur, 110 MPa pour 1 % de tourbe, 140 MPa pour 3 % et 50 MPa pour 20 %. De même, le coefficient de Poisson est égal à 0,3 pour du sable pur, 0,15 pour 1 % de tourbe, 0,20 pour 3 % et 0,45 pour 20 %.

2.2 Quelques résultats issus de la littérature

Dans les pays du nord de l'Europe, comme en Suède, beaucoup de régions sont constituées de sols argileux ou tourbeux. Or dans ces sols, des vibrations basses fréquences sont facilement transmises. Un trafic ferroviaire peut parfois produire des vibrations à plus de 150 m des voies. Des mesures à Ledsgard sur une ligne ferroviaire de la côte Ouest entre Göteborg et Malmö pour des trains allant de 80 à 190 km/h ont été réalisées en 1999 [ADO99], [KAY00]. La Figure 32 donne les déplacements alors mesurés sur ce site. Les résultats mettent en évidence principalement l'augmentation des déplacements à la surface du sol en fonction de la vitesse du train.

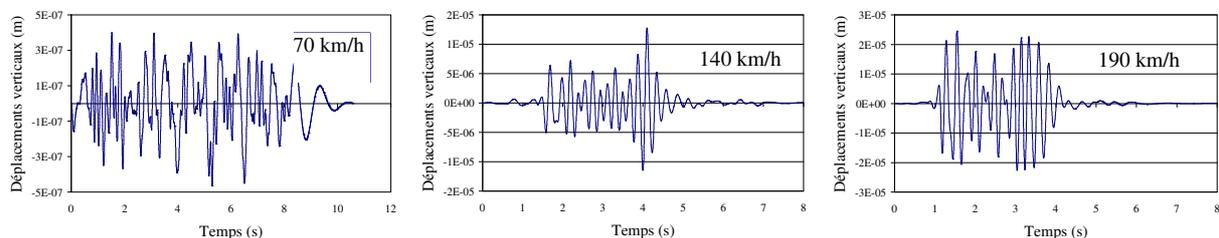


Figure 32 - Déplacements à 15 m de la voie en fonction du temps pour le passage d'un train à Ledsgard

Les résultats montrent également que l'amplification dynamique des déplacements à la surface du sol est contrôlée par la vitesse des ondes du 1^{er} mode de Rayleigh et dépend de la

coïncidence entre les longueurs d'ondes caractéristiques du site et la distance entre les boggies et les axes du train.

Les mesures de la vitesse de propagation dans le sol et la déduction de la vitesse de Rayleigh sont effectuées par méthodes "cross-hole"¹ et "down-hole"² avec différents types d'excitations. Des mesures triaxiales statiques et dynamiques sont complétées en laboratoire. Sur des sols courants, la vitesse des ondes de Rayleigh est de l'ordre de 250 m.s^{-1} (soit 900 km.h^{-1}) ce qui est bien au delà de la vitesse des trains actuels. Cependant dans ces régions, la vitesse des ondes de Rayleigh peut être beaucoup moins élevée (35 m.s^{-1} pour le site de Ledsgard). Sur ce site, le remblai est constitué de 1,4 m de ballast et de sable. L'argile en dessous de la voie est composée essentiellement de matière organique. Au total, le sol est composé de 1,5 m d'argile sèche, 3 m de matière organique et enfin d'argile molle avec augmentation de la contrainte de cisaillement en fonction de la profondeur. Le massif rigide se situe environ à 50 m (Figure 33).

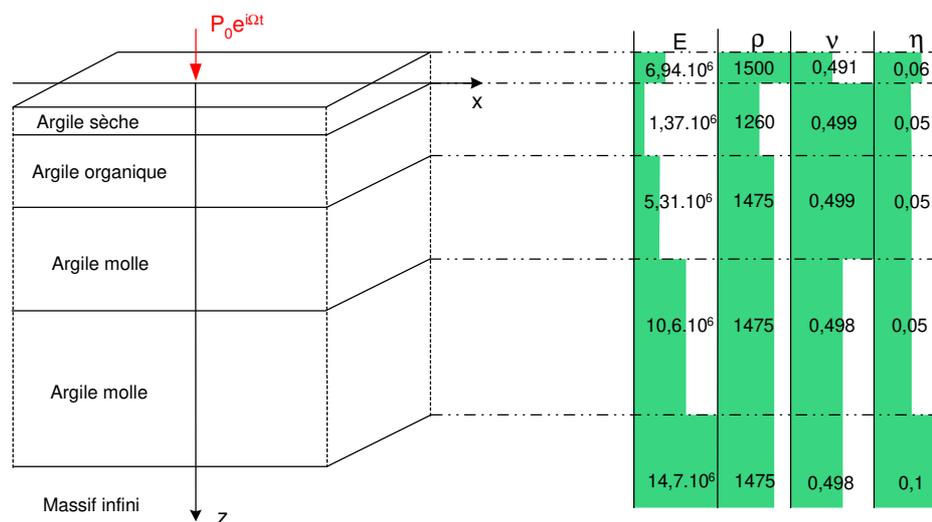


Figure 33 - Analyse du site ferroviaire de Ledsgard, Suède [MAD99].

Le déplacement mesuré est de l'ordre de 2 à 9 mm avec une moyenne de 7 mm. Pour un train immobile sur la voie, la déformation est très petite voire nulle, il n'y a donc pas de tassement mais seulement une expansion du remblai. Des mesures directes de la compression du remblai et du sol entre les traverses, ainsi que des mesures indirectes de vitesse avec des géophones et sismomètres ont été réalisées.

¹ Cross hole : la mesure de la vitesse de propagation est faite le long d'un forage, l'émission et la réception se font dans le forage à une même profondeur.

² Down hole : l'émission du signal a lieu à la surface du sol et la réception se fait à l'aide de capteurs placés dans le forage.

Les résultats montrent également que le déplacement vertical augmente avec la vitesse du train. Le signal perçu par l'accéléromètre au dessus du remblai confirme la part dynamique du déplacement. Les fréquences dominantes se situent entre 1 et 25 Hz.

Pour des vitesses de trains en dessous de 80 km/h, la déformation est purement quasi-statique et ne change pas avec la vitesse (par contre la fréquence change en compatibilité avec l'espacement entre les traverses, les boggies et la vitesse). Pour les vitesses supérieures à 80 km/h, la partie dynamique apparaît et s'ajoute à la partie quasi-statique (la partie quasi-statique reste inchangée mais la partie dynamique progresse avec la vitesse). Le tassement permanent de la voie est également étudié après une série de passages de train. Les déplacements moyens de la plate-forme sont de l'ordre de 7 mm mais aucun tassement différentiel n'est noté dans la voie.

La Figure 34 résume les résultats précédents et montre clairement l'amplification dynamique créée au delà d'une vitesse de 120 km/h avec un maximum estimé proche de 235 km/h (correspondant à la vitesse des ondes de Rayleigh à la surface du milieu argileux).

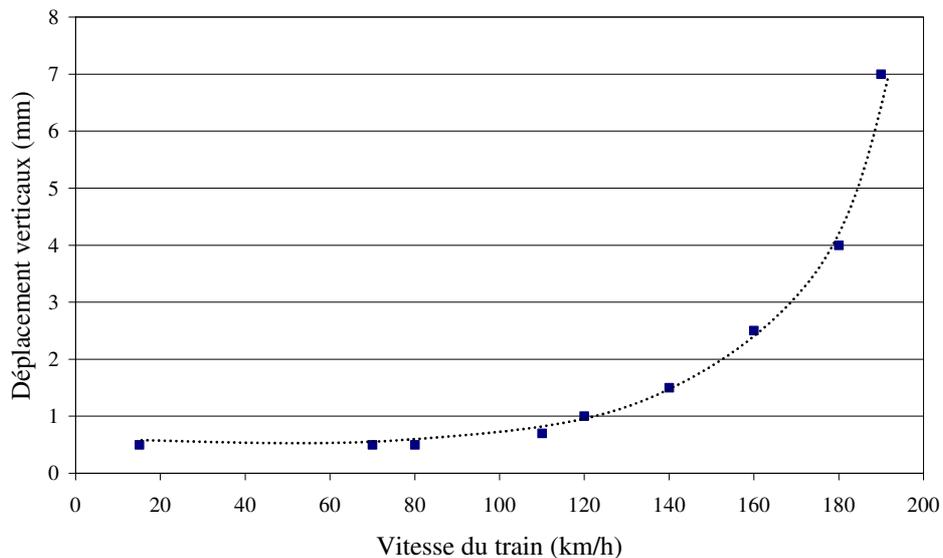


Figure 34 - Déplacement de la plate-forme sur le site de Ledsgard en fonction de la vitesse du train [MAD99]

3 PRÉSENTATION DES SITES DE CROUY-SAINT-PIERRE

3.1 Situation géographique

3.1.1 Localisation

Les sites proposés par la SNCF pour effectuer une campagne de mesures se trouvent dans la zone de Crouy St Pierre (80) le long de la ligne de train Corail Longueau - Boulogne. Il s'agit d'une ligne (2 voies) en courbe légère, proche des marais du Quesnoy et dont le sol est composé essentiellement de dépôts constitués par des niveaux de cailloux alternant avec des couches de tourbe (module d'Young E et masse volumique ρ faibles) ou de limons particulièrement développés le long de la vallée de la Somme.

La zone étudiée se situe à la limite Sud-Ouest de cette vallée. Elle est caractérisée par des dépôts d'alluvions reposant en forte épaisseur directement sur un substrat de craie. Sur les différents sites, dans des zones d'environ 100 m, la plate-forme ferroviaire et le sol avoisinant subissent des déformations de l'ordre du centimètre (principalement le rail) lors du passage d'un train. Les paramètres concernant la voie et le sol dans cette région seront présentés dans la section 3.2.

La Figure 35 présente la localisation des différents sites :

- Site 1 : Crouy / PK 148,100 / zone dite saine;
- Site 2 : Breilly / PK 141,800 / zone à problème, non modifiée;
- Site 3 : Crouy / PK 148,400 / zone à problème, modifiée³.

La voie, en courbe dans les deux zones, a un rayon de courbure non négligeable, de 1430 m pour le site 3. L'environnement est essentiellement constitué de prairies au niveau de la plate-forme, de plantations diffuses d'arbres et d'un grand nombre d'étangs et de rus.

La voie est composée d'un rail UIC60 de masse linéique 60 kg/m et de raideur $6,4 \cdot 10^6$ N.m², de traverses bi-blocs U41 de masse 265 kg espacées de 0,6 m (soit 440 kg/m), de semelles NABLA de raideur 221 MN / m et de coefficient d'amortissement 0,2. Enfin le ballast, de comportement encore peu connu sera symbolisé par une couche de 0,8m d'épaisseur composée d'un matériau défini par ses paramètres mécaniques :

$E = 300$ MPa ; $\nu = 0,3$; $\rho = 1800$ kg/m³ ; $\eta = 0,1$ (Annexe III).

³ Les modifications (rapprochement des traverses, ajout de rails) ont pour objet de rigidifier la voie, voir Chapitre suivant.

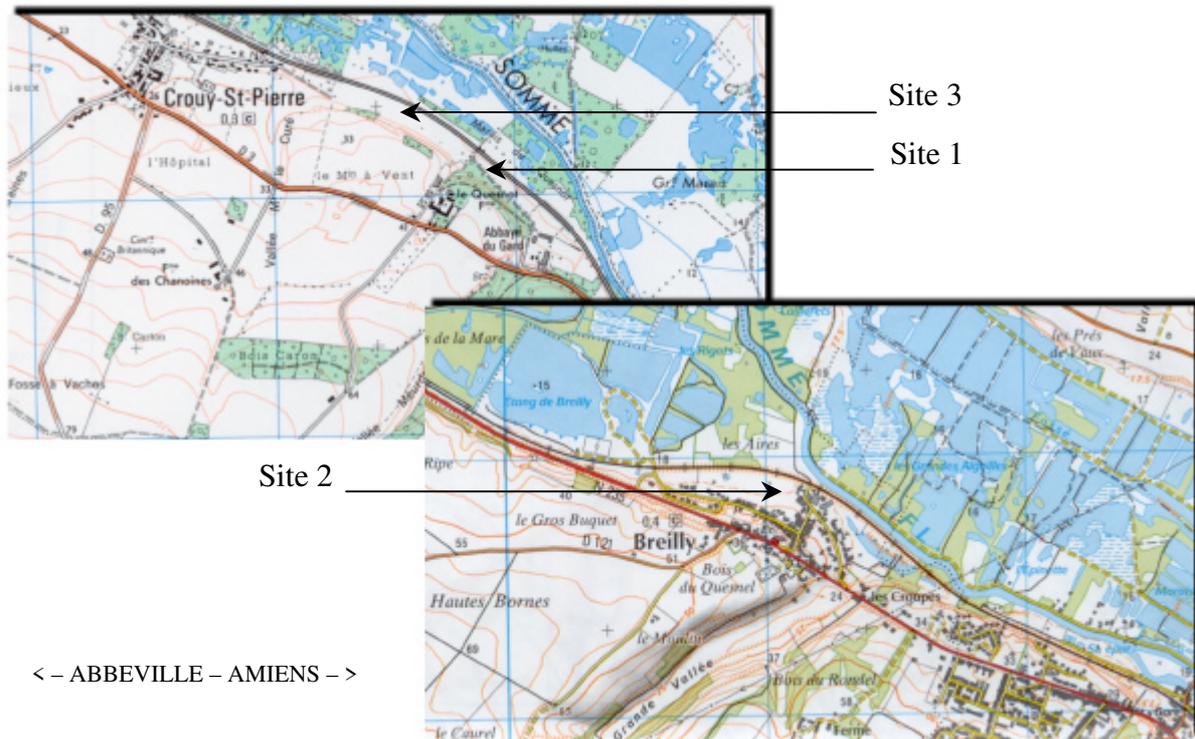


Figure 35 - Localisation géographique des sites de mesures.
(Source : Cartes I.G.N. n° 2208E et 2308O)

3.1.2 Problématique – 1^{ères} mesures

Une première campagne de mesures avait été réalisée sur cette zone (site 3, PK148,400) en 1998 par la SNCF. Cette campagne avait permis de mesurer les teneurs en eau et la résistance dynamique du sol (Figure 36). Les résultats mettaient en évidence des teneurs en eau très importantes (parfois de l'ordre de 350 %) et la constitution du sol (épaisseur et matériaux des couches). Diverses mesures accélérométriques et des mesures optoélectroniques (camera Zimmer – modèle 100 DF) ont permis alors de mesurer avec précision l'enfoncement absolu de la voie (Figure 36) et les vibrations transmises au sol. Sur le même site, la Figure 37 donne d'une part l'historique de l'accélération mesurée à 2,8 m de la voie en fonction du temps et d'autre part les déplacements verticaux calculés. Enfin la Figure 38 permet de visualiser l'atténuation de l'amplitude des vitesses particulières maximales verticales et latérales en fonction de la distance à la voie ferrée. Le seuil de perception, seuil à partir duquel les ondes générées dans la voie créent des ondes acoustiques, et le seuil de dommages pour des structures avoisinantes a été établi à partir de normes existantes (DIN 4150, ISO 2631). On remarque alors qu'en dessous d'une distance de 4 m de la voie, le seuil de dommages est atteint par les vibrations à composantes verticales.

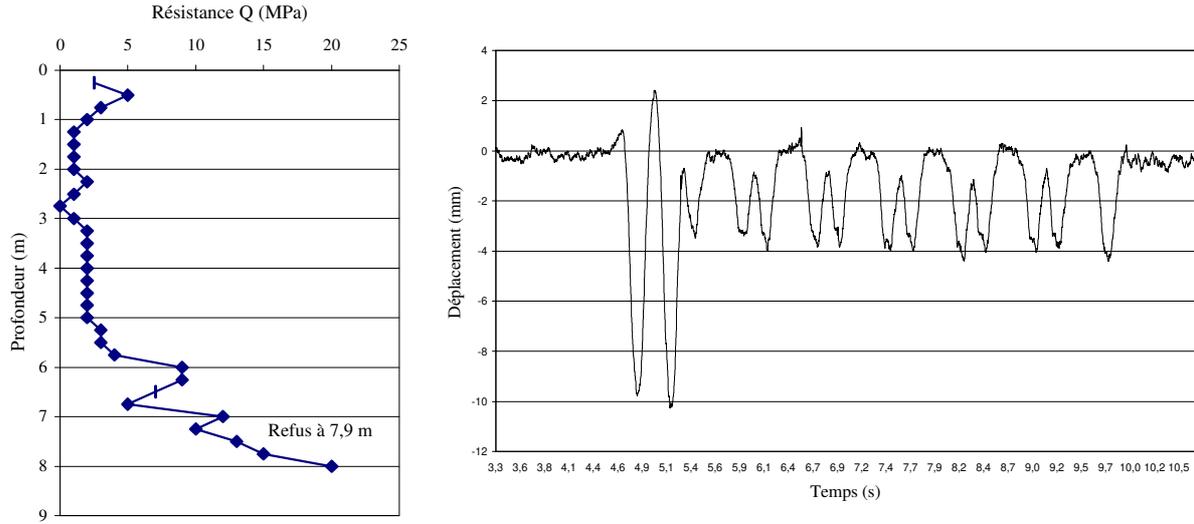


Figure 36 - Test de pénétrométrie du sol (à gauche) et mesure de déplacement du rail (à droite)

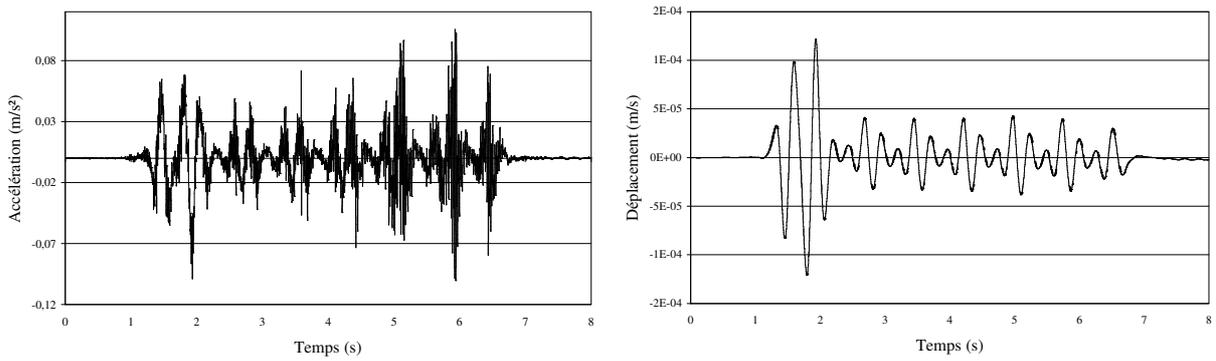


Figure 37 - Courbes de l'accélération mesurée à 2,8m de la voie et déplacements verticaux induits

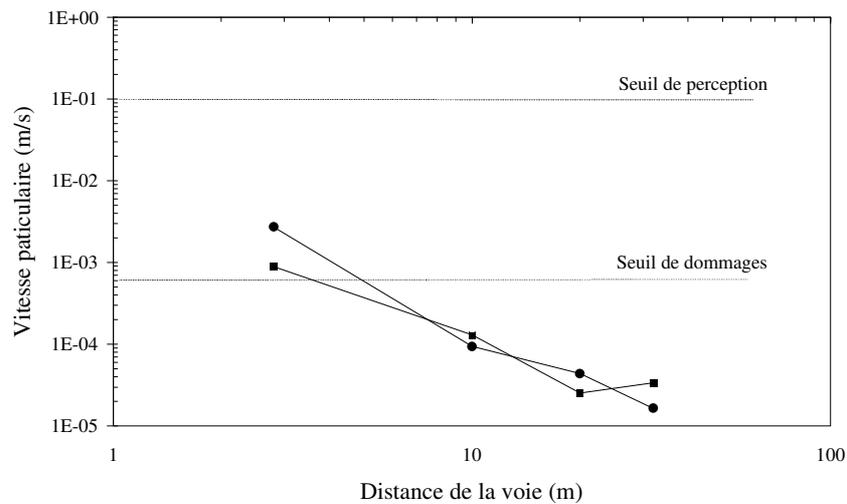


Figure 38 - Vitesse particulaire maximale (• : verticale ; ■ : latérale) mesurée à distance de la voie

3.2 Construction du modèle équivalent

La masse volumique ρ du sol peut être facilement mesurée. Pour identifier le module d'Young et le coefficient de Poisson, la démarche classique consiste à mesurer deux des trois vitesses des ondes se propageant dans le sol. Lorsque ces deux vitesses sont mesurées, la troisième peut être déterminée en utilisant l'équation (6). L'identification du coefficient d'amortissement η caractérisant le matériau est réalisée à partir de l'évolution en fréquence du rapport entre le spectre de deux mesures espacées. La moyenne de cette courbe permet de déduire l'augmentation de l'amortissement avec la fréquence [DAT99].

3.2.1 Mesures sismiques et carottages

Pour l'évaluation des vitesses des ondes de compression et de cisaillement qui vont nous permettre de calculer les paramètres mécaniques du site et la vitesse des ondes de Rayleigh au voisinage de la voie, une méthode sismique a été mise en œuvre par la société Européenne de Géophysique (filiale du groupe Soletanche Bachy). Cette méthode consiste à mesurer les temps d'arrivées des ondes de choc. Les ondes de compression (P) ont été étudiées grâce à la réalisation de bases sismiques (Figure 39) sur 24 m (48 m sur le site 2) composées de 24 géophones et d'une source de type marteau (frappe d'un marteau sur une plaque). Elles permettent d'obtenir les vitesses et la profondeur des interfaces du terrain grâce aux ondes directes et réfractées (arrivant en premier) en vue de fournir un modèle géologique correct.

Pour les ondes de cisaillement (S) de fréquence plus faible, un capteur tridimensionnel a été utilisé et placé à différentes distances de la source sismique. La mesure des vitesses peut en outre contribuer à l'identification de la nature et de la qualité des matériaux issus du carottage.

Sur les séismogrammes de la Figure 39, on distingue de part et d'autre de la source la progression des ondes P. Le même séismogramme plus amplifié permettrait de discerner l'onde S et de se donner une idée des possibilités de la méthode en matière de bruit numérique. Il est parfois possible de reconnaître la totalité des ondes présentes : réflexions simples, multiples, réfractions, Cependant, l'enregistrement est réalisé sur une durée trop courte (~ 100 ms) puisqu'il ne s'agissait que de déterminer les temps d'arrivée des ondes P pour en déterminer les vitesses.

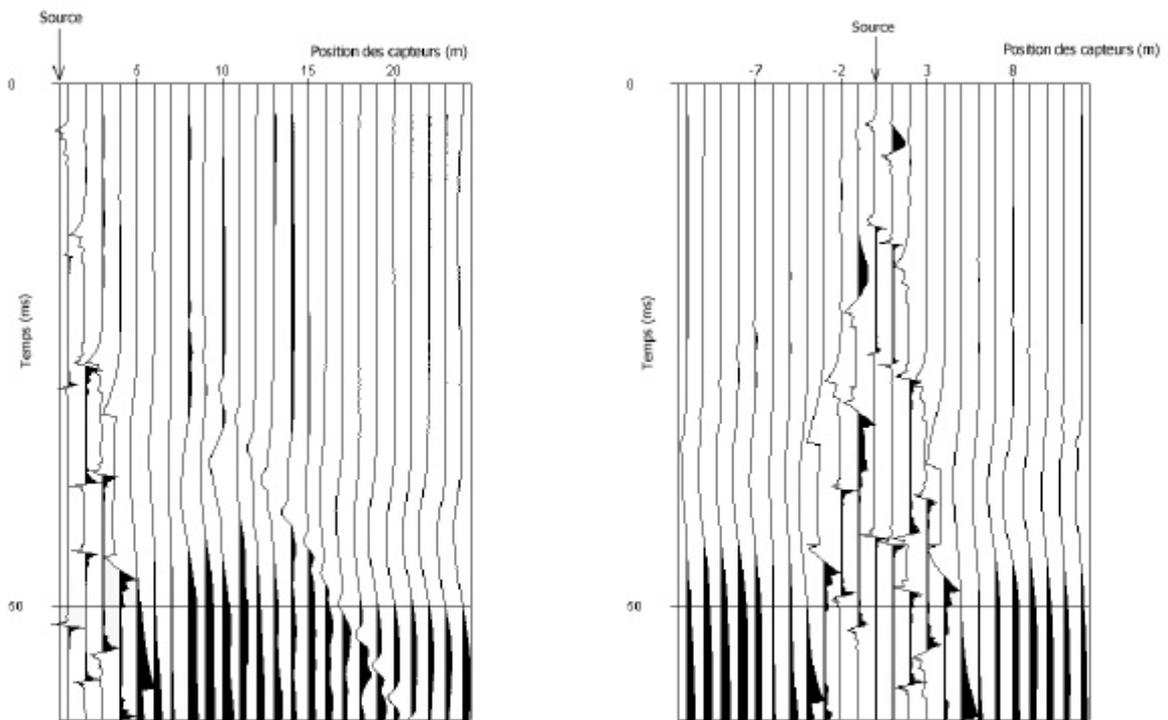


Figure 39 - Mesures sismiques sur le site de Crouy-Saint-Pierre

Les résultats sont les suivants :

- Formations tourbeuses d'environ 3 m (limons organiques, limons tourbeux et tourbe)

	c_P (m.s ⁻¹)	c_S (m.s ⁻¹)
Site 1	362	193
Site 2	344	147
Site 3	345	122

- Formations intermédiaires d'environ 4 m (limons, alluvions, craie très altérée et silex)

	c_P (m.s ⁻¹)	c_S (m.s ⁻¹)
Site 1	1058	520
Site 2	960	480
Site 3	959	475

- Formations crayeuses (craie altérée englobant des limons et des alluvions)

	c_P (m.s ⁻¹)	c_S (m.s ⁻¹)
Site 1	1878	915
Site 2	1872	930
Site 3	1850	920

En dépit des résultats moyennés résumés ci-dessus, cette étude a révélé la difficulté de mettre en évidence la couche de terrain entre la tourbe et la craie. Cette couche est constituée, d'après les forages, de limons, d'alluvions, d'éléments crayeux dans une matrice plus ou moins argilo-marneuse. Les vitesses des ondes P sont sensiblement les mêmes sur les trois sites. Toutefois, nous pouvons constater l'existence de vitesses moyennes légèrement supérieures dans la zone saine. Ces différences sensibles pour les formations tourbeuses ne sont plus retrouvées pour la craie.

Les vitesses sismiques des ondes S dans la formation tourbeuse varient du site sain aux sites à problèmes d'environ 30 %. Ceci serait dû à des différences de qualité de tourbes entre le site 1 et les sites 2 et 3 qui n'ont pas été mises en évidence par les ondes P. Enfin, il reste à signaler l'importante variance des mesures de vitesses dans la couche de transition (écart-type $\sigma = 44$ m.s⁻¹ contre 6 dans la couche de tourbe).

Les masses volumiques des matériaux sont déterminées grâce au carottage effectué au PK 141,800 au voisinage de la voie à problèmes. Une carotte de 7m de diamètre 70 mm a été analysée et découpée en sections. Sur ces sections sont réalisées successivement une pesée simple puis une pesée hydrostatique :

- Méthode 1 (pesée d'un cylindre)

Ex. à 4,5 m : diamètre 72 mm × hauteur 78 mm, 585 g soit 1842 kg/m³.

- Méthode 2 (moyenne de 4 pesées hydrostatiques)

Ex. à 4,5 m: 1 élément de 500 g génère une hausse de volume de 35 ml soit 1851 kg/m³.

Les résultats finaux sont donnés dans le Tableau 2.

	h (m)	COUCHE	ρ (kg/m ³)
Alluvions récentes	0,2	Remblais chemin	500
	3,3	Tourbe	1600
	0,8	Vase glaiseuse calcaire blanche	1850
Alluvions anciennes	2,1	Sable glaiseux et craie granulaire	2000
	0,4	Gros gravier	2100
	∞	Craie	2000

Tableau 2 - Identification des couches

3.2.2 Identification des paramètres

Le milieu est considéré comme élastique, les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales données précédemment sont reliées aux paramètres de la loi de comportement du milieu par les relations :

$$c_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Les coefficients de Lamé λ et μ étant liés au module d'Young E et au coefficient de Poisson ν , ces grandeurs mécaniques peuvent être déduites de la façon suivante :

$$E = \rho c_S^2 \frac{3 \left(\frac{c_P}{c_S} \right)^2 - 4}{\left(\frac{c_P}{c_S} \right)^2 - 1} \quad \nu = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{c_P}{c_S} \right)^2 - 2}{\left(\frac{c_P}{c_S} \right)^2 - 1} \quad (78)$$

Les résultats sont résumés dans le Tableau 3.

SITE	1		2		3	
	E (MPa)	ν	E (MPa)	ν	E (MPa)	ν
Tourbe	155	0,30	96	0,39	68	0,43
Limons	1298	0,35	940	0,37	940	0,37
Craie	4502	0,34	4539	0,34	3889	0,35

Tableau 3 - Paramètres mécaniques des sites de mesures

Puisque les grandeurs E et v sont des grandeurs corrélées, les variances sont de type composé et calculées avec les expressions suivantes :

$$\sigma_c^2(v) = \left(\frac{\partial v}{\partial c_P}\right)^2 \sigma^2(c_P) + \left(\frac{\partial v}{\partial c_S}\right)^2 \sigma^2(c_S) + 2\left(\frac{\partial v}{\partial c_P}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial c_S}\right)\sigma(c_P)\sigma(c_S)r(c_P, c_S) \quad (79)$$

$$\sigma_c^2(E) = \left(\frac{\partial E}{\partial \rho}\right)^2 \sigma^2(\rho) + \left(\frac{\partial E}{\partial c_P}\right)^2 \sigma^2(c_P) + \left(\frac{\partial E}{\partial c_S}\right)^2 \sigma^2(c_S) + 2\left(\frac{\partial E}{\partial c_P}\right)\left(\frac{\partial E}{\partial c_S}\right)\sigma(c_P)\sigma(c_S)r(c_P, c_S) \quad (80)$$

où $r(c_P, c_S)$ est le coefficient de corrélation.

Sur l'ensemble des sites et pour les différentes couches, les écarts types sont calculés et donnés dans le Tableau 4.

		$\sigma(E)$	$\sigma(v)$
TOURBE	Site 1	48	0,045
	Site 2	33	0,029
	Site 3	56	0,045
LIMONS	Site 1	1072	0,094
	Site 2	217	0,024
	Site 3	186	0,020
CRAIE	Site 1	136	0,003
	Site 2	137	0,004
	Site 3	721	0,019

Tableau 4 - Calcul des écarts types sur E et v des trois sites

Les résultats issus du calcul des variances composées montrent une forte dispersion des résultats principalement lors des mesures de vitesses dans la couche de limon et gravier de silex.

3.2.3 Détermination empirique de l'amortissement

Les vibrations émises proches de la surface se propagent dans le sol principalement par les ondes de Rayleigh. L'amplitude de ces ondes diminue avec la distance selon deux facteurs : l'expansion du front d'ondes (atténuation géométrique) et la dissipation de l'énergie dans le sol

(amortissement interne du matériau). Le taux d'atténuation géométrique dépend du type d'ondes et de la forme du front d'ondes. L'amortissement du matériau est généralement associé à une perte d'énergie due à l'hystérésis. L'amortissement interne dans les sols est fonction de nombreux paramètres tels que le type de sol, la teneur en eau ou encore la température. Des sols humides ou saturés en eau ont un coefficient d'atténuation plus faible que des sols secs du fait du transport d'énergie des ondes de compression par l'eau entre les particules de sol. En outre les ondes de Rayleigh sont insensibles à l'absence ou à la présence d'eau [RIC70]. L'équation générale de Barkan [BAR62] traduisant un modèle de propagation des vibrations dans le sol d'un point A (distance r_A de la source, vitesse particulière v_A) à un point B (distance r_B de la source, vitesse particulière v_B) est donnée sous la forme suivante :

$$v_B = v_A \left(\frac{r_A}{r_B} \right)^\gamma e^{-\frac{\eta \pi f}{c_i} (r_A - r_B)} \quad (81)$$

où γ est un coefficient dépendant du type de propagation envisagé ($\gamma = 0.5$ pour les ondes de surface, $\gamma = 2$ pour des ondes de volume), c_i ($i=P,S$) est la vitesse des ondes considérées, f est la fréquence considérée et η est le facteur d'atténuation. Pour des sols de type mou dont les résistances dynamiques à la pénétration sont faibles (Figure 36), tels que les tourbes saturées ou organiques, les sables des dunes, les sols spongieux des forêts, le coefficient d'atténuation formé par $\eta \pi f / c$ varie entre 0.003 et 0.01 à la fréquence de 5Hz [BAR62]. La

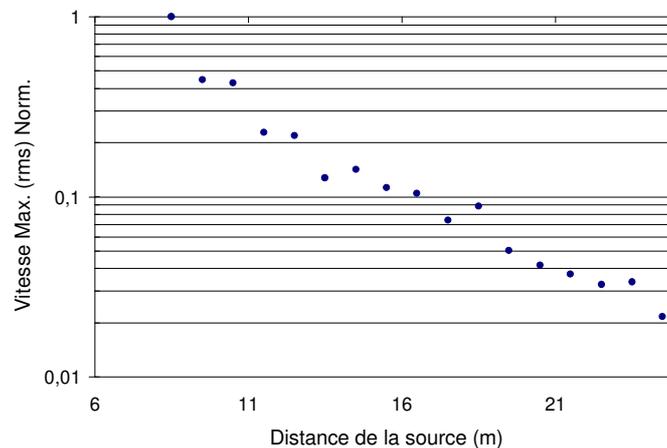


Figure 40 présente les résultats issus de la détermination empirique de l'atténuation sur le site 3. Il est difficile d'affirmer la totale validité de ces résultats puisque les enregistrements par géophones n'ont été réalisés que sur une durée de 96 ms (Figure 39). Cependant ils permettent de retrouver des amortissements de l'ordre de ceux rapportés dans la littérature.

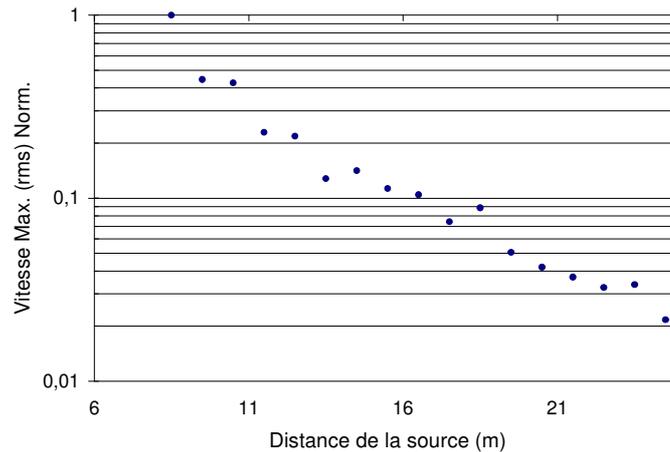


Figure 40 - Atténuation de la vitesse par rapport à la distance de la source.

4 RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

4.1 Principe et chaîne de mesures

4.1.1 Calibrage en laboratoire

Pour mesurer les déplacements du rail, une caméra vidéo numérique rapide (VNR) est utilisée (voir section 4.2.). Le calibrage de la caméra vidéo numérique a fait l'objet d'une manipulation en laboratoire. Il a pour but de préciser les incertitudes induites par la mesure et de définir le traitement des données numériques en fonction de la distance entre le rail et la lentille de la caméra.

Le dispositif est schématisé sur la Figure 41, il s'agit d'une section de rail excitée par un pot vibrant (10 Hz, amplitude arbitraire) et sur laquelle est dessiné au sommet d'un losange un jeu de quatre marques blanches. Un accéléromètre B&K type 4371 est collé sur le rail, un vélocimètre Laser vise un réflecteur collé à côté de l'accéléromètre. Ces 3 relevés (accélération, vitesse, déplacement) vont permettre de déterminer l'incertitude sur la mesure par VNR. Une comparaison entre mesures par VNR et mesures par accéléromètre (intégrées 2 fois) est reportée sur la Figure 41. Dans un premier temps, nous désirons évaluer le gain d'incertitude sur une mesure de déplacement par analyse d'images issues de la VNR en fonction de la distance entre l'objet et la caméra. Sur site réel, il est probable que cette distance varie entre 1 et 3 m.

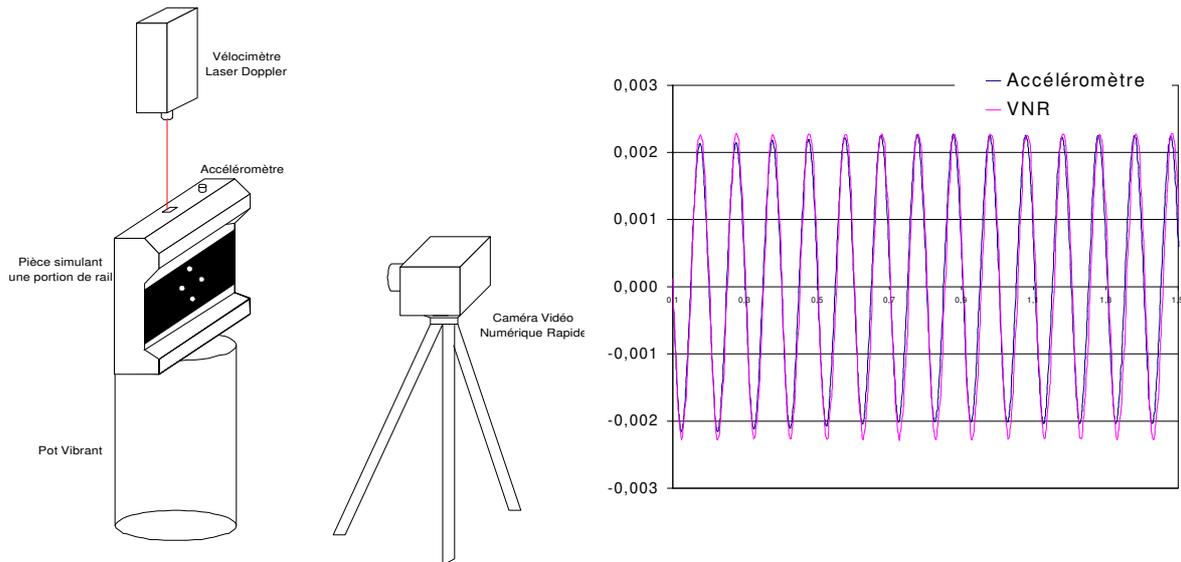


Figure 41 - A gauche, description de la manipulation. A droite, signaux mesurés par l'accéléromètre et calculés par l'analyse des images VNR.

Une étude en régime statique par déplacement sur vis millimétrique est effectuée. Pour une distance rail – caméra donnée, deux images sont suffisantes pour nous apporter une confrontation entre mesure sur la vis et mesure par le logiciel de traitement d'images. Pour un déplacement d'amplitude 15 mm, il apparaît que la distance de 1,5 m donne une incertitude suffisamment faible sur le résultat. Pour ce régime statique et à une distance de 2m, l'incertitude sur la mesure est de l'ordre de 2 % (0,5% : suivi des taches, 1,5 % : calibrage). Au-delà, il est difficile de déterminer le calibrage des marques (principale source d'incertitude). En régime dynamique, les incertitudes sur la mesure semblent être de 3 % pour la VNR à une distance de 1 m du rail (dix fois supérieures au régime statique). Plusieurs facteurs en sont la cause : la détermination manuelle du calibrage de distance lors de l'analyse numérique d'images, le suivi des taches ainsi que les intégrations (une matérielle et une numérique) du signal d'accélération. Notons enfin que le déphasage introduit par le conditionneur (environ $\pi/4$) a été corrigé sur la figure.

4.1.2 Chaîne de mesures

La Figure 42 présente la totalité des entrées de la chaîne de mesures mise en œuvre sur le site 3. Cette chaîne a été légèrement modifiée sur les sites 1 et 2 à cause des différents éléments du terrain et du sens de circulation.

Nous présentons maintenant chaque élément de la chaîne séparément en fonction de l'ordre d'entrée sur les voies d'acquisition :

- Voie Numérique : Caméra vidéo numérique CCD (MotionVision CA-D6) de résolution spatiale 528×512 pixels et munie d'une carte d'acquisition associée à une unité software (SYSMAT Industries VNR250). Avec ce procédé, nous pouvons évaluer les déplacements verticaux et longitudinaux du rail ainsi que les déformations. La fréquence d'acquisition est égale à 250 images par seconde. Dans ce cas, le temps d'acquisition est proche de 7 secondes, soit approximativement 1800 images.

- Voie ① : Accéléromètre B&K type 4371 (Annexe IV)

Ce transducteur est aimanté sur le patin du rail pour des mesures verticales et sur le flanc du rail pour des mesures latérales. Il est soumis à de très fortes accélérations ainsi qu'à un bruit haute fréquence important propagé et rayonné par le rail.

- Voie ② : Vélocimètre Laser RMP-Polytec type OFV 2200 (principe de mesures utilisant l'effet Doppler, cf. Annexe IV) visant une cellule de réflexion collée sur le flanc du rail pour des mesures de vitesses latérales. L'avantage de cette mesure réside principalement dans l'absence de contact entre le transducteur et le rail.

- Voie ③ : Accéléromètre ICP type 393A03 collé sur la surface d'une traverse pour des mesures verticales ou sur son flanc pour des mesures latérales. Cet accéléromètre subit aussi de fortes accélérations.

- Voie ④ : Accéléromètre ICP type 393A03 monté sur un pieu foncé dans le ballast pour des mesures d'accélérations verticales. Du fait du principe de montage, cet accéléromètre bénéficie d'un mauvais couplage entre les grains du ballast et le support.

- Voies ⑤ à ⑧ : Accéléromètre ICP type 393A03 fixé sur un support parallélépipédique en acier et posé à la surface du sol en différents points perpendiculaires et parallèles à la voie. La voie ⑤ est aussi utilisée pour évaluer les déplacements au pied de la caméra vidéo numérique en vue d'une éventuelle correction.

- Voie Trigger : cellule de détection de signaux infrarouges. Cette technique permet de déclencher automatiquement l'enregistrement de toutes les voies dès la coupure du faisceau lumineux par le passage de la première roue du convoi (cf. Annexe IV). Elle permet aussi de calculer avec une bonne précision (moins de 3 km/h) la vitesse des trains.

Des photographies des différents éléments sont regroupées dans l'annexe VI.

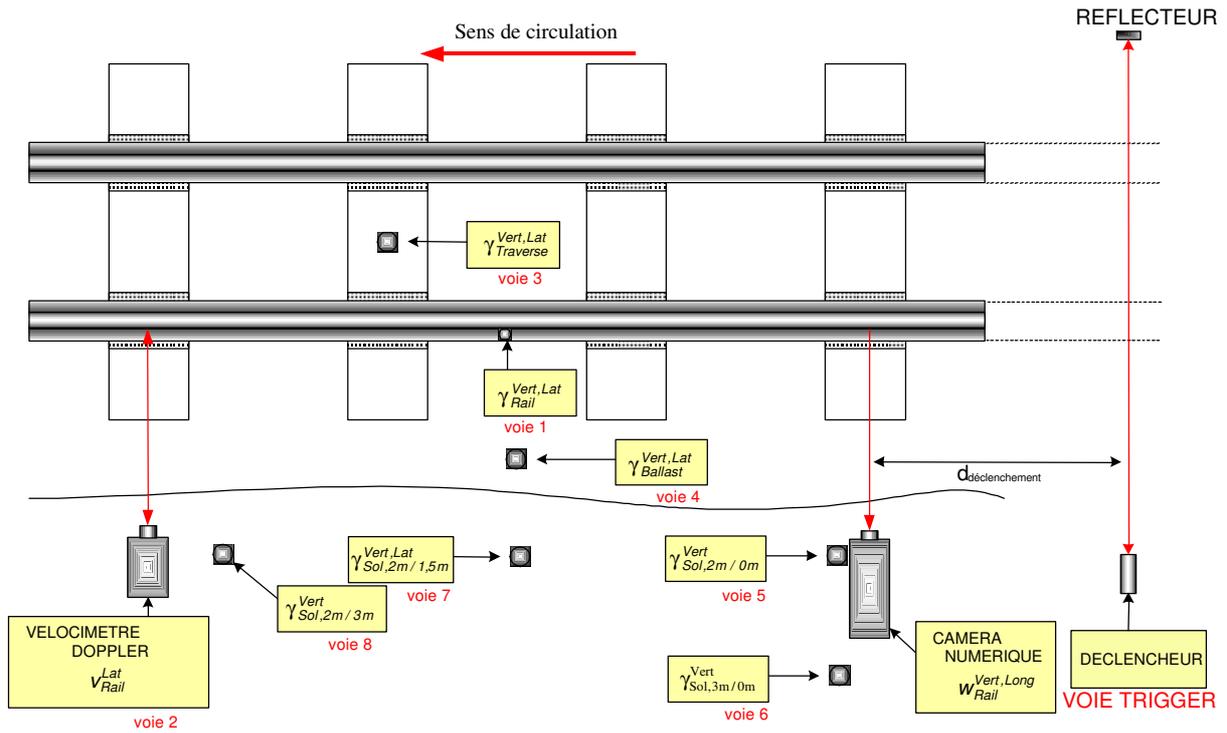


Figure 42 - Description de la chaîne de mesures sur le site 3

4.1.3 Principe d'analyse des signaux

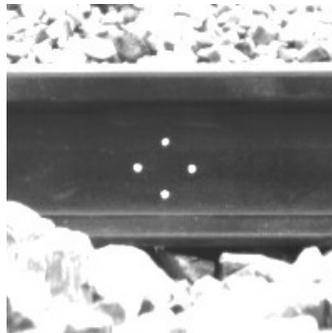


Figure 43 - Procédé d'analyse vidéo pour l'évaluation des déplacements verticaux du rail [PIC01b]

La Figure 91 de l'Annexe VI décrit le système in situ (en noir la caméra, en blanc le vélocimètre Laser) et la Figure 43 l'image numérique enregistrée par la caméra où l'on retrouve les quatre marques peintes sur le rail. L'analyse de ces images est réalisée en temps différé grâce à un programme qui calcule automatiquement les déplacements pour chaque image entre le barycentre des marques et leurs positions. La localisation du centre est faite par le calcul du barycentre pondéré par les intensités lumineuses. La limite inférieure de l'intensité lumineuse doit être choisie de manière à extraire correctement la marque du fond

noir (rail). La précision de la mesure est fonction du diamètre de la marque. Finalement, les déplacements plans locaux du rail sont facilement déduits de la coordonnée des marques.

Les déplacements de chaque élément de la voie et de la surface du sol sont calculés avec une précision raisonnable à partir des signaux d'accélération mesurés par les accéléromètres (ICP et B&K). Une attention particulière doit être cependant portée lors de la procédure de traitements des données, sur les transducteurs utilisés pour enregistrer les accélérations (déphasages issus des conditionneurs, couplages, ...) et sur les paramètres d'enregistrement tels que la fréquence d'échantillonnage. Grâce à l'enregistrement asynchrone entre les voies analogique et numérique, une fréquence d'échantillonnage de 1000 Hz est utilisée (contre 250 Hz pour la caméra). Des travaux [FAU96] ont en effet montré qu'une fréquence d'échantillonnage supérieure à 400 Hz devait être utilisée lors de l'enregistrement de mesures des accélérations en régime dynamique pour avoir une exactitude raisonnable lors du calcul des déplacements. Ainsi, les signaux d'accélération mesurés sont intégrés pour obtenir les vitesses et déplacements en utilisant deux intégrations numériques.

Un léger décalage continu est souvent remarqué dans les données. Ce décalage provient d'un problème de conditionnement du signal. Il cause une tendance linéaire dans les résultats de vitesses et de déplacements ne correspondant pas à la réalité physique du phénomène. Par conséquent, un filtre digital est appliqué pour extraire cette composante. Pour toutes les mesures d'accélération, cette tendance est extraite en utilisant avant chaque intégration un filtre passe – bas (fréquence de coupure 4Hz) de type *Butterworth* (cf. Annexe I).

4.2 Résultats VNR directs

Les résultats de mesures issues de la caméra Vidéo Numérique Rapide sur les trois sites sont présentés successivement dans les paragraphes suivants. Les différents trafics laissent alors apparaître des différences dans les profils des déplacements verticaux du rail. La Figure 44 donne les déplacements du rail sur le site sain alors que le passage a lieu sur la voie opposée montrant ainsi l'importante déformation de la structure complète (plate-forme + 2 voies). Les numéros des courbes (par exemple 17-03 et 17-05) correspondent à des références de passage données dans l'annexe V. Nous disposons de 36 enregistrements (dont 16 Autorails, 10 Corails, 7 frets et 3 locomotives seules) répartis sur les trois sites. Le descriptif complet de ces enregistrements est donné ci-après.

4.2.1 Site 1 (Sans problème)

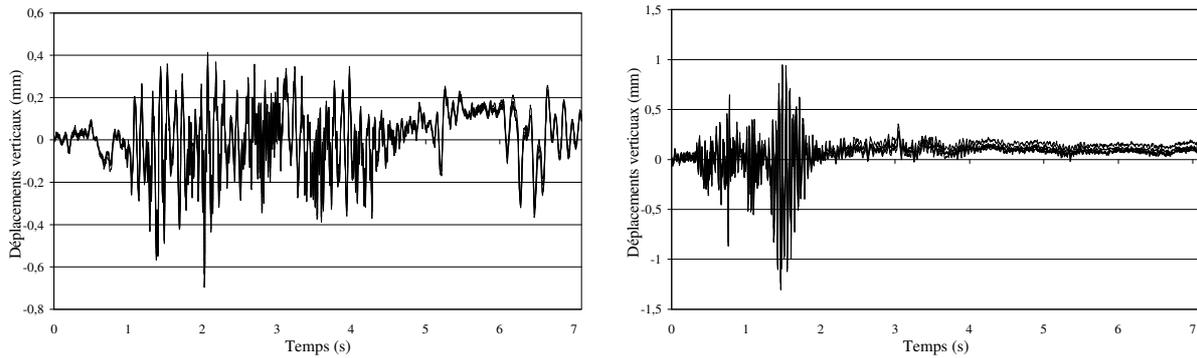


Figure 44 - Mesures VNR de train passant sur la voie opposée (autorails 17-03 à gauche et 17-05 à droite)

La Figure 45 illustre également la déformation du rail lors du passage de trains de configurations et de poids différents. Les déplacements peuvent atteindre 2 mm sur ce site mais le signal semble fortement entaché de bruits.

L'œil averti du lecteur pourra discerner des dédoublements de courbes, légitimes puisque l'ensemble des quatre courbes correspondant aux quatre marques du rail est tracé sur chaque figure. Cette opération a pour objet de suivre les erreurs numériques induites par le programme de traitement d'images. Ces erreurs sont le plus souvent dues à des problèmes de luminosité.

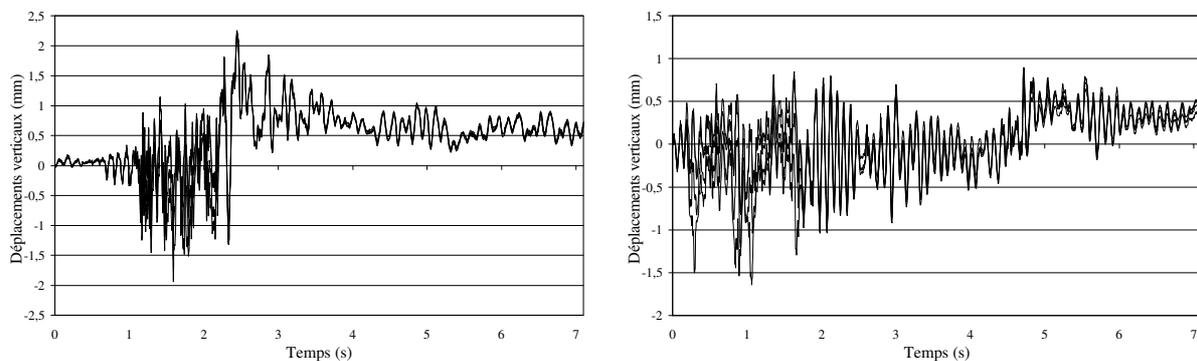


Figure 45 - Mesures VNR de train passant sur la voie étudiée (17-07 à gauche et 17-09 à droite)

4.2.2 Site 2 (Avec problème, non modifié)

Les Figure 46 et 47 donnent avec exactitude les déformées absolues du rail lors du passage de trains Corail et Autorail respectivement.

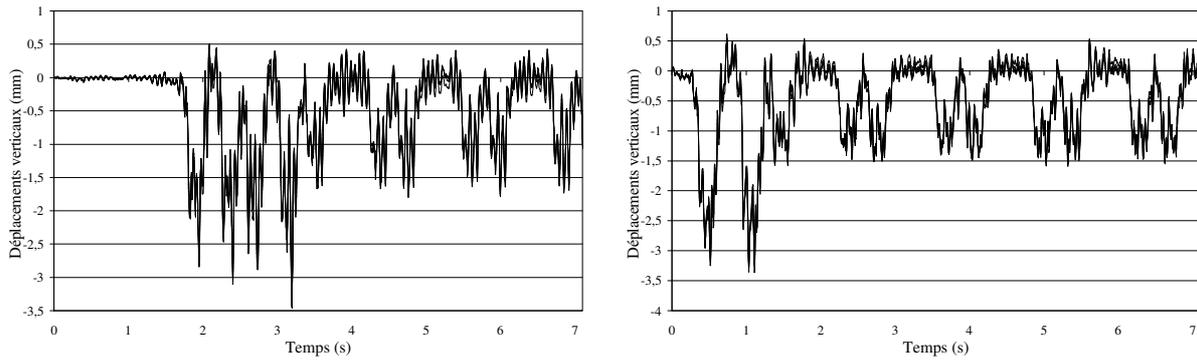


Figure 46 - Mesures VNR de train Corail (18-03 à gauche et 18-16 à droite)

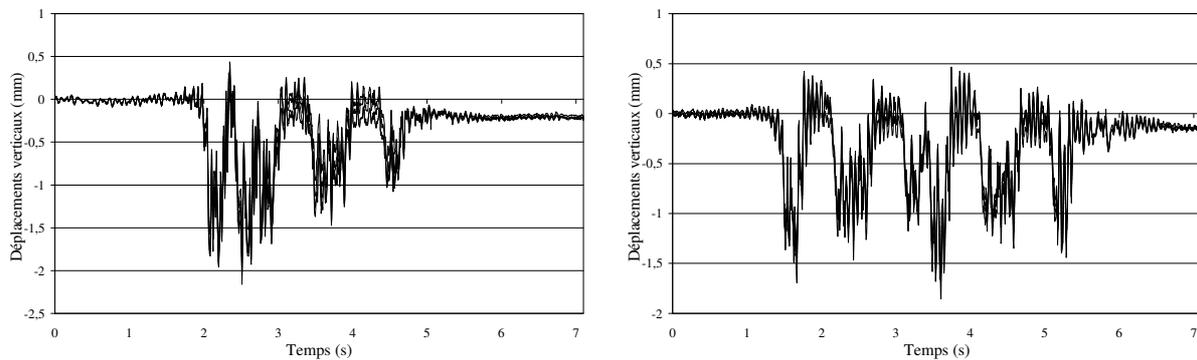


Figure 47 - Mesures VNR de train Autorail (18-08 à gauche et 18-09 à droite)

Chaque élément constituant le convoi peut être discerné et le bruit est relativement faible. A ces faibles vitesses, la déformation du rail et, en conséquence du sol est principalement quasi-statique. L'amplitude des déplacements maximums relevés est de l'ordre de 4 mm pour des charges avoisinant 20 tonnes par essieu. Enfin, la Figure 48 donne les déplacements du rail pour un train de marchandises et deux locomotives seules.

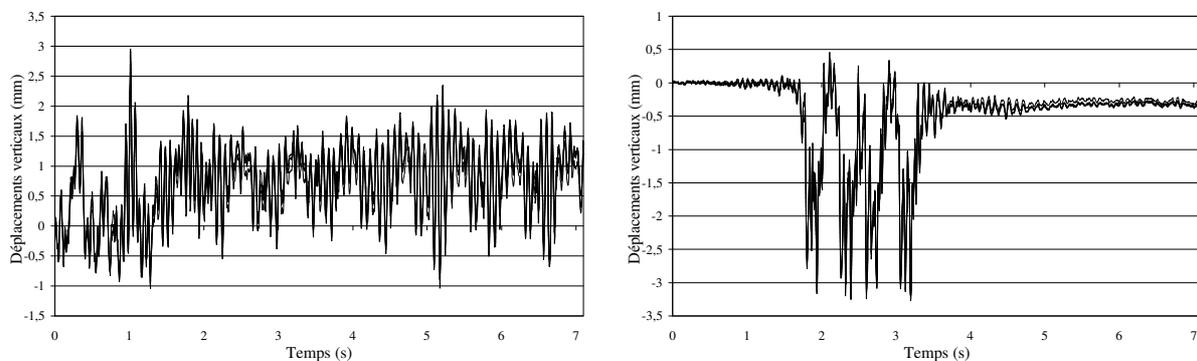


Figure 48 - Mesures VNR d'un train Fret (18-05 à gauche) et de 2 locomotives (18-14 à droite)

4.2.3 Site 3 (Avec problème, modifié)

Les trois figures qui suivent mettent en évidence les déplacements du rail sur le site modifié pour différents types de trains à des vitesses supérieures à 100 km/h. En fonction du trafic, ces déplacements peuvent être beaucoup plus importants et atteindre crête à crête 7 mm pour le convoi le plus rapide (19-10, Figure 50).

Les fortes oscillations notées sur cette série de courbes proviennent a priori de la présence du régime dynamique généré dans la voie mais probablement aussi d'un bruit important. Les résultats issus de la vidéo numérique rapide permettent d'apprécier les déplacements absolus du rail lors d'un passage. Ces résultats semblent meilleurs sur le site le moins souple. La position de la caméra, les contraintes liées au climat et les mouvements transmis par voie solidienne du sol au support (inférieur à 20 % du signal mesuré) remettent certaines de ces précédentes courbes en question et nous contraignent à ne conserver que l'aspect qualitatif des résultats. Une comparaison modèle / mesure pour les déplacements du rail sera néanmoins réalisée dans le chapitre suivant à partir des meilleurs résultats.

Pour remédier au problème de couplage entre le sol et le pied de la caméra ainsi que pour diminuer le rapport signal / bruit, l'éloignement de la caméra par rapport à la voie doit être envisagé. Par contre l'ajout d'un zoom optique est alors indispensable.

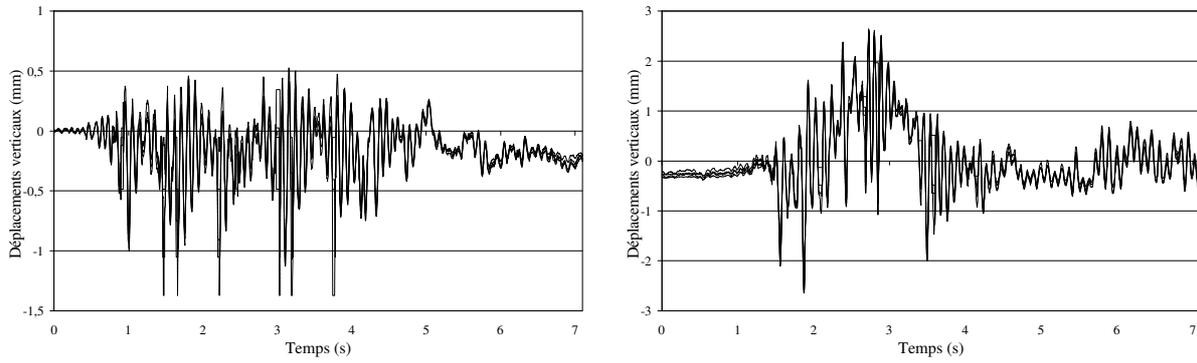


Figure 49 - Mesures VNR d'un train Autorail (19-01 à gauche et 19-07 à droite)

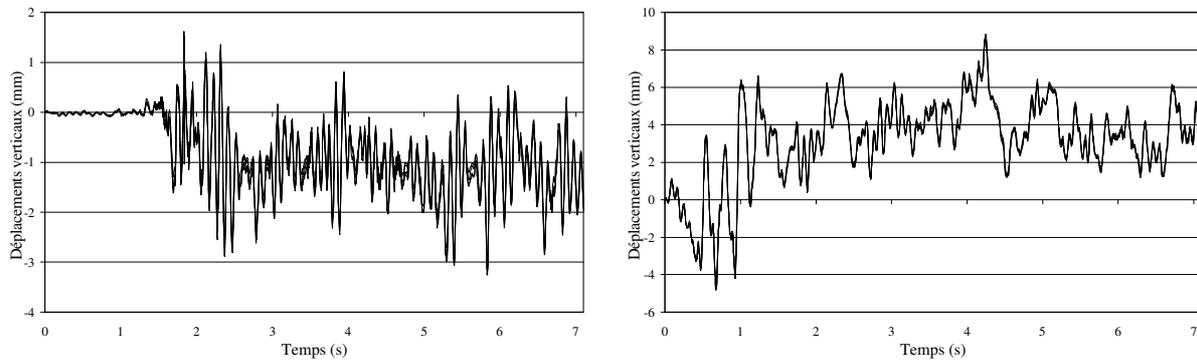


Figure 50 - Mesures VNR d'un train Corail (19-06 à gauche et 19-10 à droite)

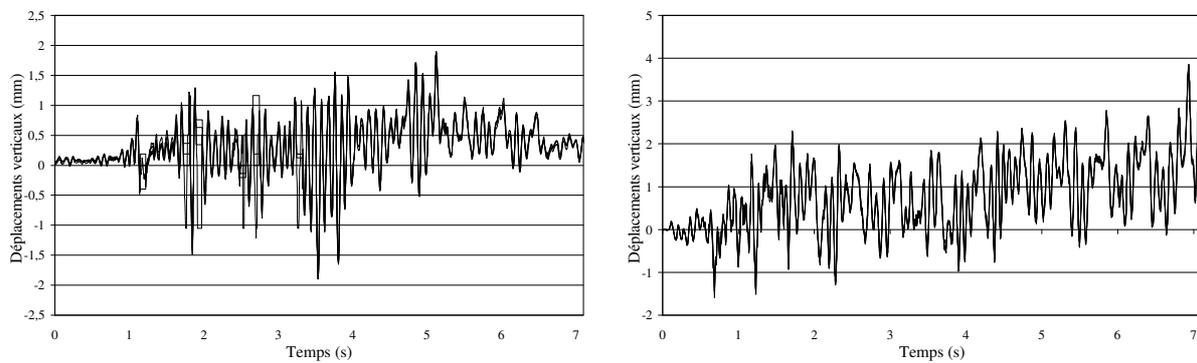


Figure 51 - Mesures VNR d'un train Fret (19-08 à gauche et 19-09 à droite)

4.3 Résultats vélocimètre et accéléromètres

4.3.1 Déplacements latéraux du rail

Les mouvements latéraux du rail provenant du fait que la voie comporte un léger rayon de courbure auxquels s'ajoutent les mouvements latéraux issus de la déformation générée par les ondes latérales se propageant dans le rail (plusieurs modes de vibration dont la fréquence est comprise entre 160 et 5000 Hz), sont représentés dans le domaine temporel et fréquentiel sur les figures suivantes. La Figure 52 retrace l'historique dans le temps des vitesses latérales du rail pour le passage d'un convoi lourd sur le site 2 (18-16).

Des vitesses de déplacements latéraux non négligeables sont alors constatées. Elles conduisent à des déplacements de l'ordre du millimètre. Les principales fréquences concernées sont inférieures à 20 Hz essentiellement marquées par le passage des axes du train à cette vitesse.

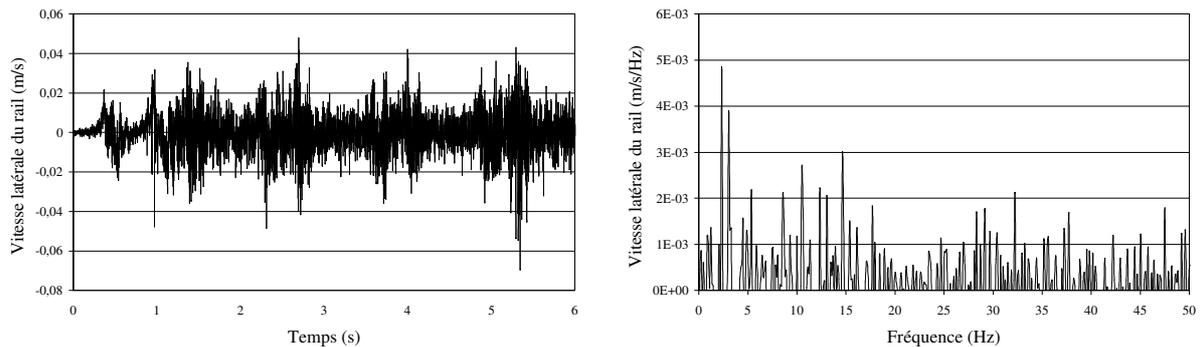


Figure 52 - Mesure de la vitesse latérale du rail lors du passage d'un train Corail

La Figure 53 renseigne sur les mêmes quantités que précédemment pour le passage de deux locomotives seules.

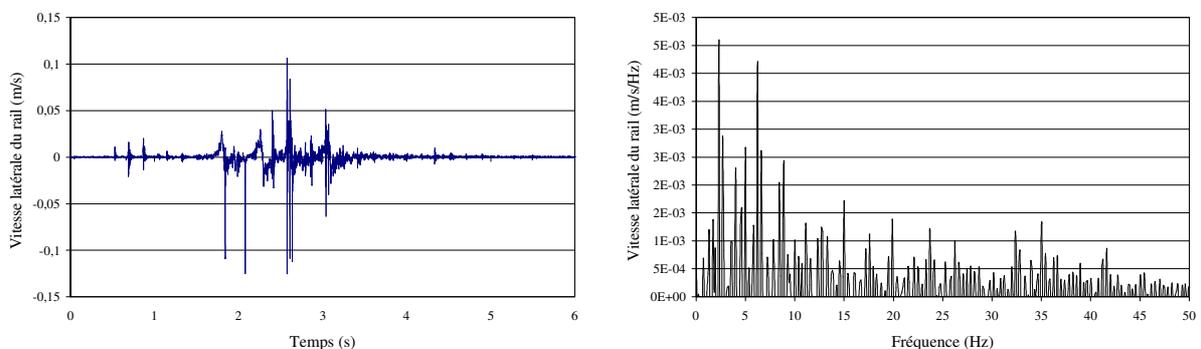


Figure 53 - Mesure de la vitesse latérale du rail lors du passage de 2 locomotives CC72000 (18-14)

Les déplacements mesurés sont du même ordre de grandeur puisqu'il s'agit encore d'un trafic lourd. Certains écarts importants correspondant à des erreurs de réflexion du faisceau sur le rail apparaissent.

La comparaison des densités spectrales des vitesses latérales du rail est alors faite pour les différents sites (Figure 54) et pour différents trafics (Figure 55). Sur la Figure 54, d'un site à l'autre on note un écart important des pentes entre 15 et 40 Hz.

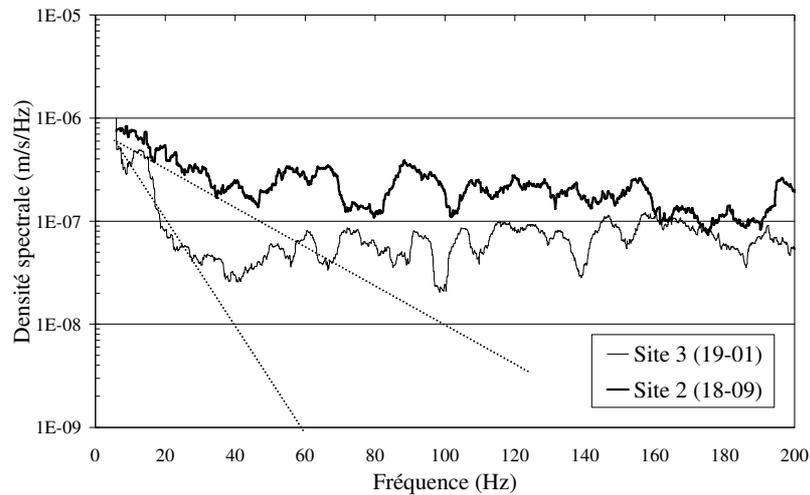


Figure 54 - Densité spectrale des vitesses latérales du rail en courbe en fonction du site

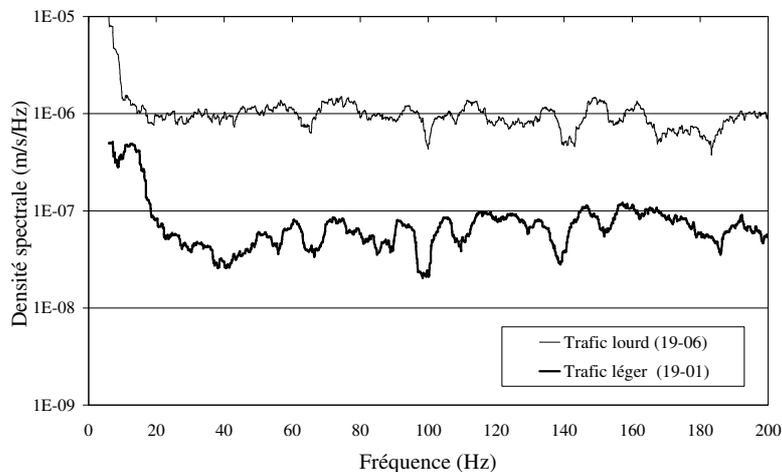


Figure 55 - Densité spectrale des vitesses latérales du rail en courbe en fonction du trafic

Dans cette gamme de basses fréquences, cet écart provient d'une part de la différence des vitesses des convois 19-01 et 18-09 (respectivement 102 et 70 km/h), d'autre part de la différence de réaction du massif (non identique sur les deux sites) et enfin de la différence effective de la rigidité de la voie (la voie du site 3 étant la plus rigide : 3 rails supplémentaires, espacement des traverses diminué).

Un écart important entre les densités spectrales d'un trafic lourd et léger est constaté traduisant effectivement l'effet du poids du convoi sur le système voie - sol.

4.3.2 Déplacements dans les éléments de la voie

Conformément à la Figure 42, des mesures d'accélération dans les éléments de la voie (rail, traverse, ballast) sont effectuées pour chaque passage. Les déplacements et vitesses maximums crête à crête mesurés sur le site 3 pour un Corail (19-06) et pour un Autorail (19-07) sont résumés dans le Tableau 5.

	<i>Vitesse particulière (mm/s)</i>		<i>Déplacement induit (mm)</i>	
	LOCOMOTIVE	WAGONS	LOCOMOTIVE	WAGONS
CORAIL				
Traverse	-	-	-	-
Ballast	120	40	5	2
Sol à 2m	60	40	3	0,6
Sol à 3m	40	1	1,4	0,4

	<i>Vitesse particulière (mm/s)</i>		<i>Déplacement induit (mm)</i>	
	LOCOMOTIVE	WAGONS	LOCOMOTIVE	WAGONS
AUTORAIL				
Traverse	600	-	-	-
Ballast	100	-	0,8	0,3
Sol à 2m	40	0,5	1,6	0,2
Sol à 3m	20	0,25	0,8	0,1

Tableau 5 - Vitesses particulières et déplacements maximums mesurés.

La Figure 56 représente les signaux d'accélération pour un convoi autorail et le spectre des déplacements calculés par double intégration et transformée de Fourier. La double intégration est réalisée à l'aide d'une méthode des trapèzes.

Le calcul du spectre du signal réponse est réalisé en utilisant la fréquence d'échantillonnage F_s (1000 Hz) et un nombre de points N multiple de 2 (8192 points). La fréquence f et le spectre S_w sont alors donnés respectivement par :

$$f = F_s \frac{M}{N} \text{ et } S_w = \frac{\text{FFT}(w)}{F_s} \quad (82)$$

avec M variant de 0 à la fréquence de Nyquist (Annexe I).

Les signaux sont reportés d'un capteur à l'autre avec une atténuation en amplitude d'un facteur proche de 10. Notons que le signal mesuré dans le ballast peut être fortement erroné du fait du mauvais couplage entre le milieu granulaire et le pieu, support de l'accéléromètre (Annexe VI, Figure 90). Le spectre évolue d'un élément à l'autre, le pic le plus important

dans la traverse et le ballast (aux alentours de 2 Hz) dû au passage des essieux à cette vitesse est conservé. La gamme 10-20 Hz est beaucoup plus atténuée.

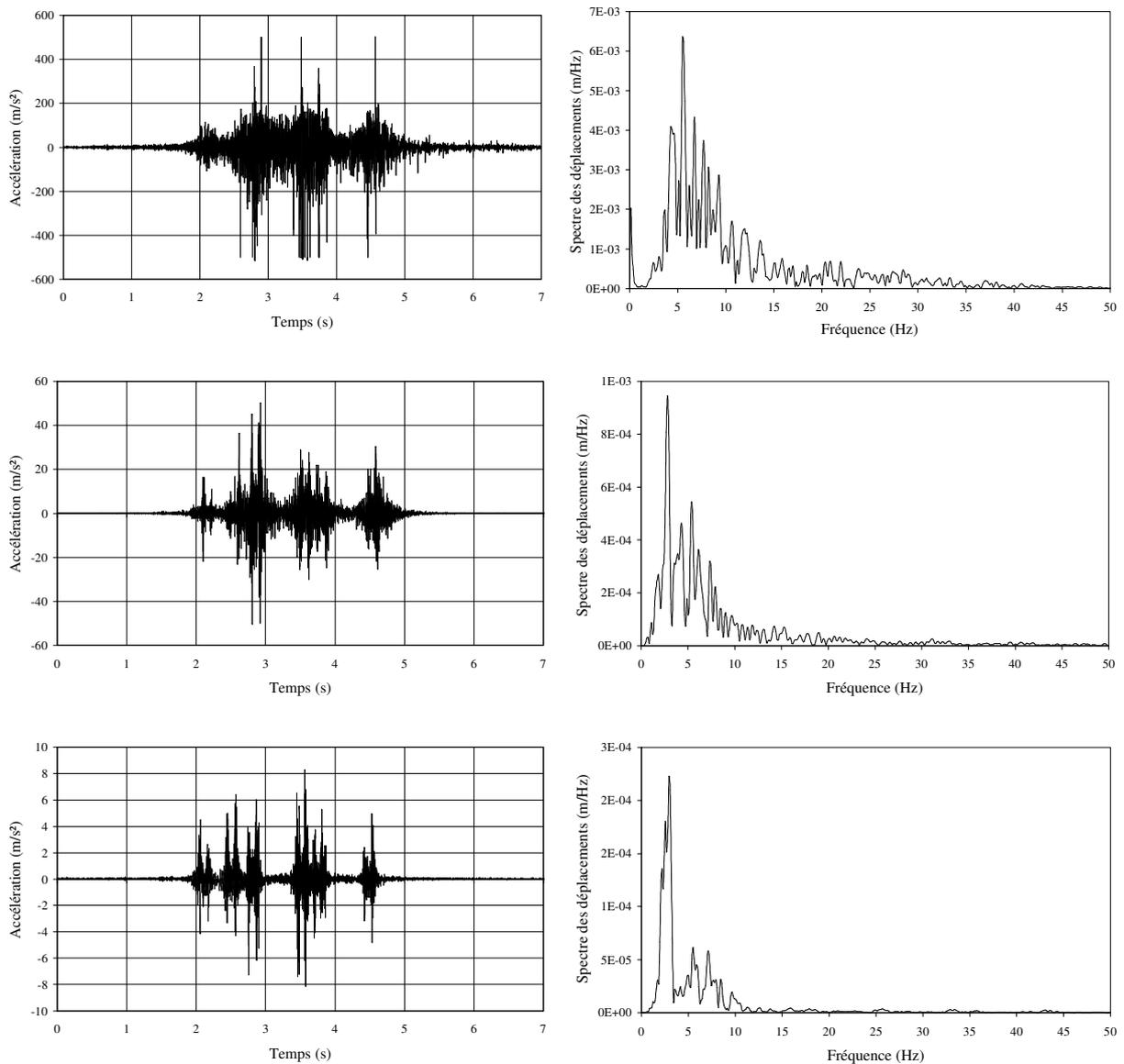


Figure 56 - Exemple de mesures dans la voie pour le convoi 18-08 (de haut en bas : rail, traverse, ballast)

4.3.3 Déplacements en surface du sol

Sur la Figure 57, nous donnons les résultats de mesures effectuées à la surface du sol proche de la voie (2, 3 et 5m) pour le même passage que précédemment. Pour caractériser correctement la propagation d'ondes dans le milieu, il est nécessaire de réaliser les mesures plus loin de la voie car de fortes déflexions quasi – statiques masquent les vibrations. Ces fortes déflexions quasi – statiques sont visibles sur le spectre. Près de la voie, un pic important entre 2 et 5 Hz masque les vibrations (en temporel) issues des composantes comprises entre

10 et 40 Hz. Ce phénomène est moins présent déjà à 3 et 5 mètres. Le signal d'accélération mesuré à 5m est légèrement supérieur à celui mesuré à 3m. La cause en est l'estimation préalable de la longueur des ondes de surface (environ 12 m) inadéquate avec la position des capteurs.

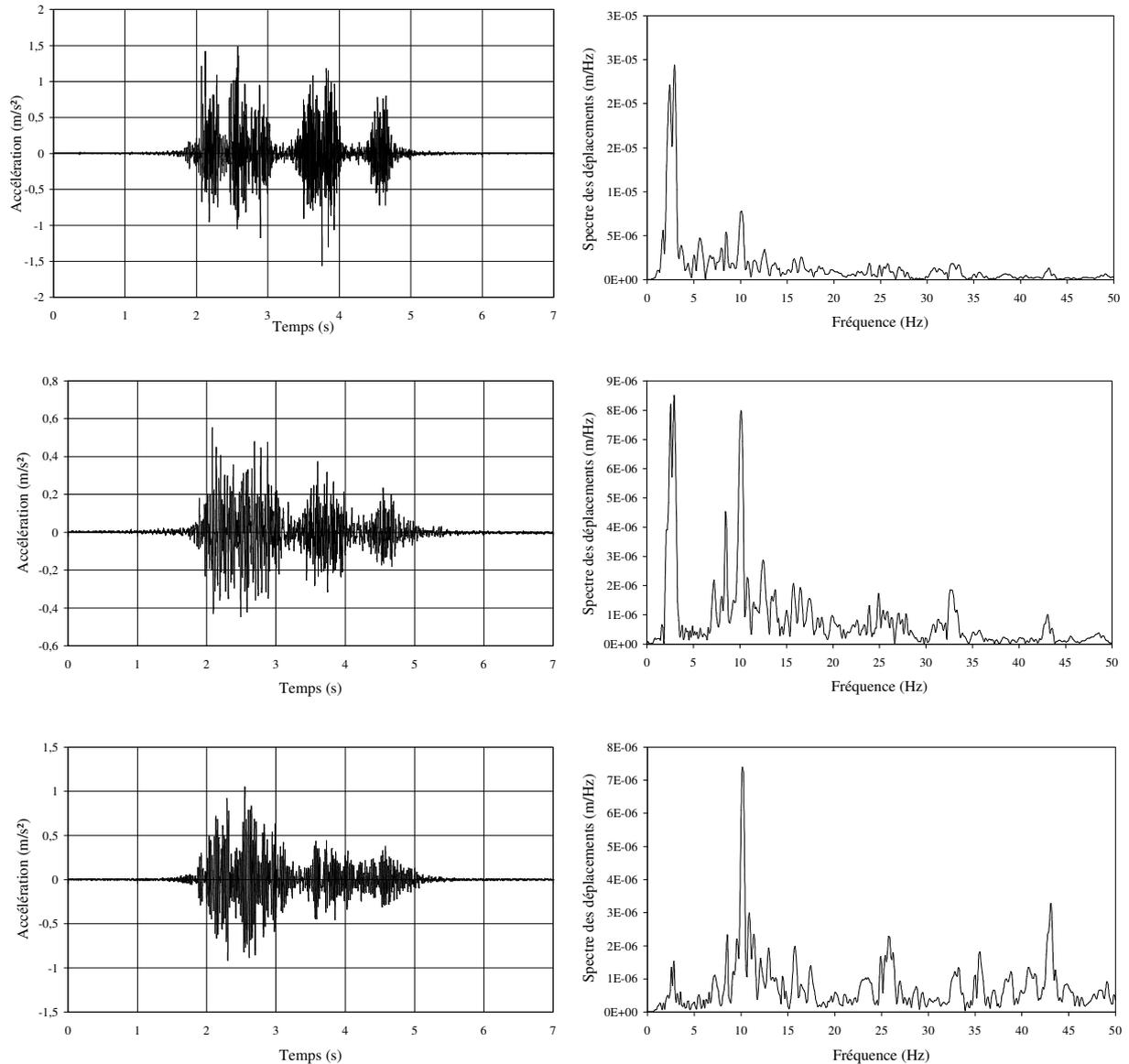


Figure 57 - Exemple de mesures sur le sol pour le convoi 18-08 (de haut en bas : à 2m, à 3m, à 5m)

4.4 Bilan de la campagne de mesures

A l'issue de la campagne de mesures, nous disposons d'environ 15 passages exploitables englobant trafics, vitesses, sites et éléments différents.

L'étude de la densité spectrale des accélérations montre que :

- les accélérations verticales sont fortement atténuées par le ballast (Figure 58),

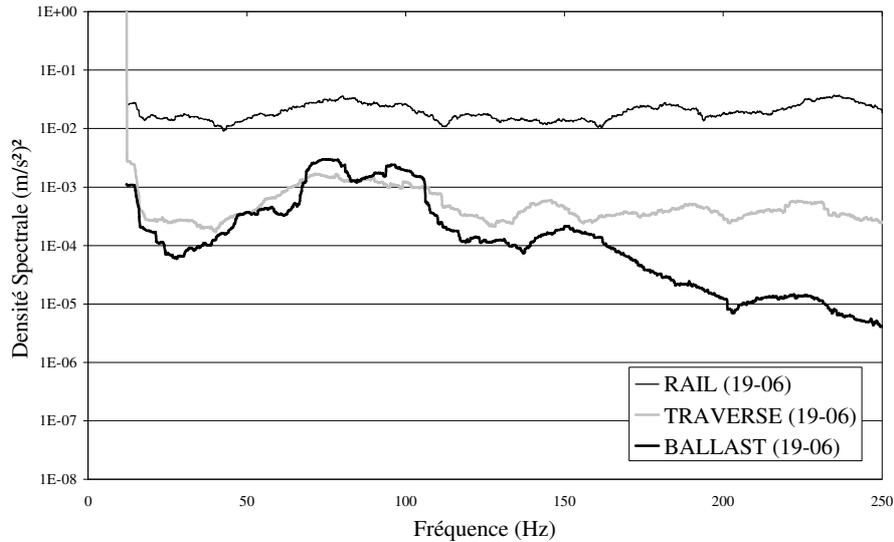


Figure 58 - Comparaison des densités spectrales dans les éléments de la voie

- leur répartition fréquentielle est différente d'un élément à l'autre (presque constante en fréquence entre 10 et 250 Hz dans le rail),
- sur un même site, un train lourd (Corail) provoque des accélérations plus importantes dans la gamme 50 – 100 Hz qu'un train Fret et Autorail (Figure 59),

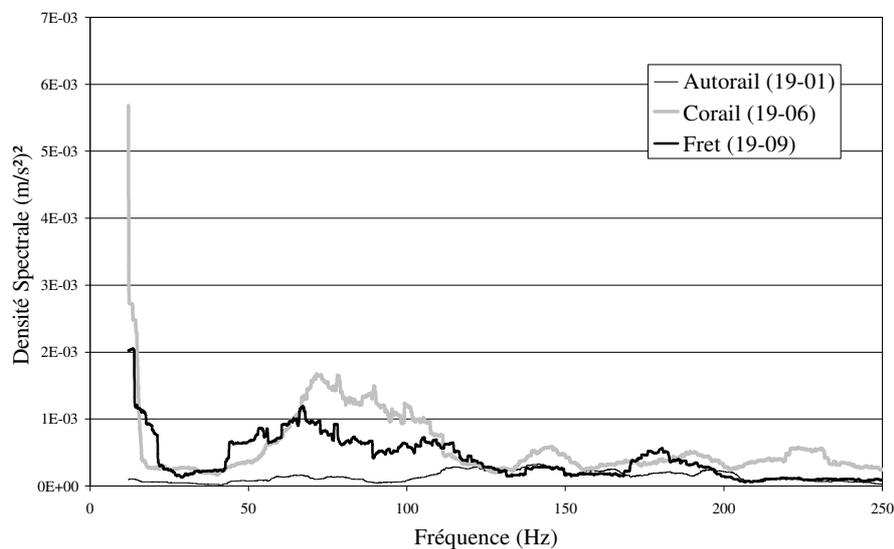


Figure 59 - Comparaison des densités spectrales en fonction du type de trafic

il existe un décalage vers les plus hautes fréquences entre le site modifié et le site non modifié (Figure 60). Cette figure compare également en termes de répartition fréquentielle un trafic

lourd à un trafic léger. Il faut également tenir compte des vitesses sur chaque site qui sont différentes.

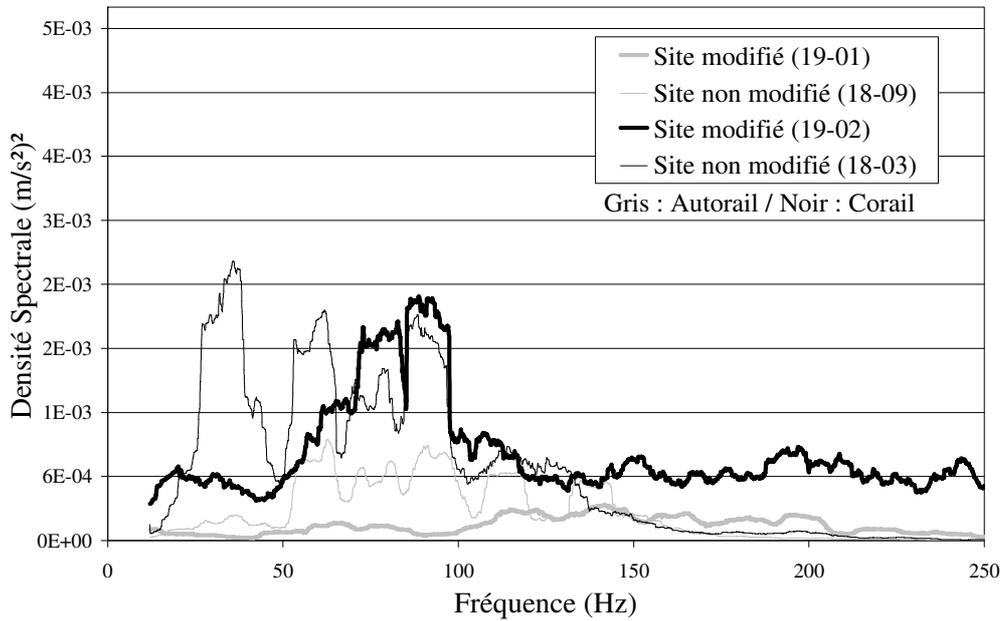


Figure 60 - Comparaison des densités spectrales en fonction du site de mesure

Enfin, une comparaison des déplacements verticaux absolus moyens dans les différents éléments de la voie et pour des trafics de poids croissant est représentée sur la Figure 61 et vient confirmer les résultats précédents. L'atténuation entre chaque élément peut être évaluée pour les trois types de trains et montre que le comportement des semelles semble relativement linéaire vis à vis du poids.

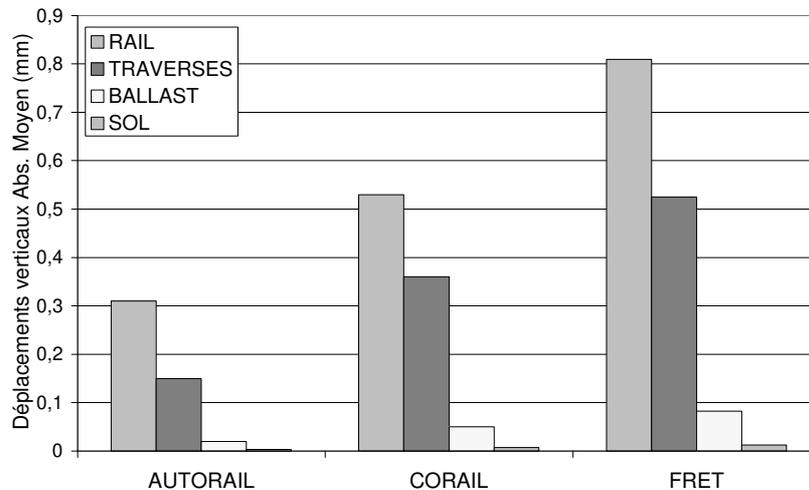


Figure 61 - Bilan des déplacements verticaux moyens mesurés sur le site

CHAPITRE III

VALIDATION DU MODELE ET CONSEQUENCES

1 INTRODUCTION

Ce troisième et dernier chapitre est consacré à la confrontation entre les mesures effectuées sur le site de Crouy-Saint-Pierre (Chapitre II) et le modèle numérique de couplage voie ferrée – sol élaboré au cours du chapitre I. Au préalable, il est nécessaire de réaliser une étude de la variation des différents paramètres du sol et de la voie par rapport à ceux mesurés réellement (puisque'il existe de forts écarts types sur ces données). L'effet sur ces paramètres de la modification de voie effectuée sur le site 3 est aussi apprécié ainsi que les écarts relatifs aux paramètres de la charge roulante. Le modèle est enfin validé dans la gamme de fréquences spécifiques pour un vaste échantillon de trains sur les sites 2 et 3.

2 ANALYSE PARAMÉTRIQUE

2.1 Paramètres mécaniques du sol

A la suite des mesures sismiques et du carottage (Chapitre II), les paramètres du sol ont été évalués. Ils sont résumés et bien entendu simplifiés dans le Tableau 6. Le modèle retenu construit à l'aide de ce tableau permettra d'alimenter notre modèle numérique. Il apparaît que les deux sites principaux (à problèmes) sont légèrement différents en termes de module d'Young et de coefficient de Poisson. Les teneurs en eau (saturation plus ou moins importante) sont probablement aussi différentes. Par contre nous supposons que les masses volumiques et les coefficients d'amortissement sont identiques. Dans la suite, il sera considéré soit un modèle semi-infini constitué uniquement de tourbe, soit un modèle « 1 couche » constitué d'une couche de 7 mètres de tourbe sur un substrat de craie ou encore un modèle « 2 couches » représenté dans le Tableau 6.

SITE 2 : BREILLY

	C_p	C_s	E	ν	ρ	η
Tourbe (3m)	344	147	96	0,39	1600	0,05
Transition (4m)	960	480	940	0,37	1850	0,08
Craie (∞)	1872	930	4539	0,34	2000	0,1

SITE 3 : CROUY-ST-PIERRE

	C_p	C_s	E	ν	ρ	η
Tourbe (3m)	345	122	68	0,43	1600	0,05
Transition (4m)	959	475	940	0,37	1850	0,08
Craie (∞)	1850	920	3889	0,35	2000	0,1

Tableau 6 - Récapitulatif des paramètres mécaniques sur les sites 2 et 3

La Figure 62 présente les différences en terme de densité spectrale de ces différents modèles. Pour une fréquence d'excitation comprise entre 0 et 40 Hz, la différence est nette dans la gamme 5 à 20 Hz. Cette différence évoque des résultats déjà rencontrés dans le chapitre I tels que l'amplification des vibrations due à la présence de couches dans le milieu. L'effet des stratifications a une influence considérable sur les pics de vitesses et sur la fréquence du champ libre de vibration.

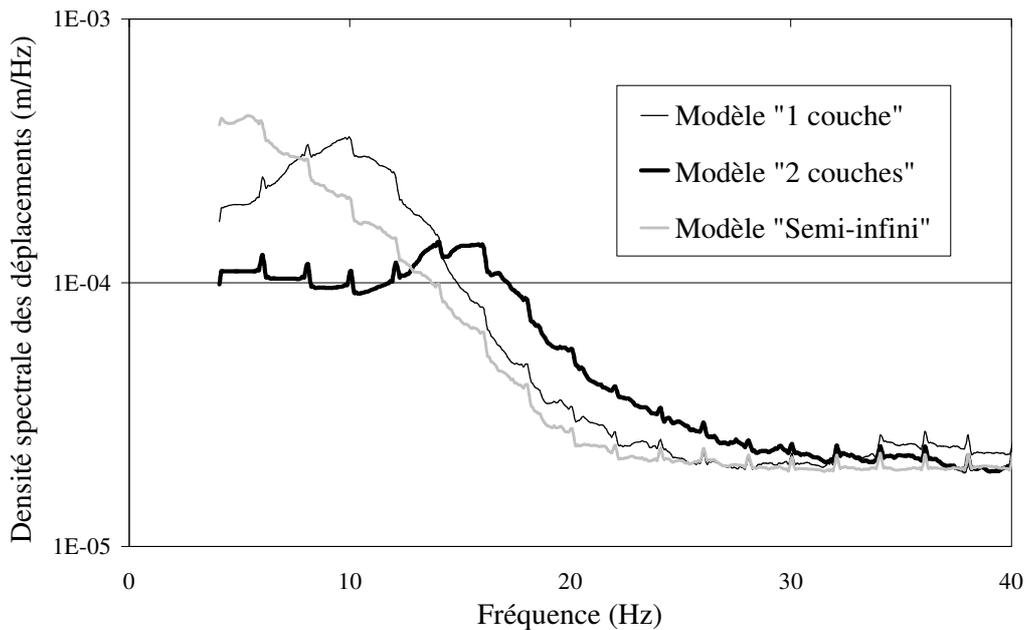


Figure 62 - Densité spectrale des déplacements pour différents modèles numériques

Dans le modèle, le spectre des déplacements est calculé à partir de la transformée de Fourier inverse du champ de déplacement en surface du massif multiplié par un coefficient $e^{i\beta x}/c$ (cf. Annexe I).

Pour une fréquence d'excitation unique de 10 Hz, la Figure 63 et la Figure 64 montrent qu'une variation de masse volumique et du coefficient d'amortissement η a peu d'effet sur le maximum des déplacements proches de la voie, contrairement à l'influence du module d'Young.

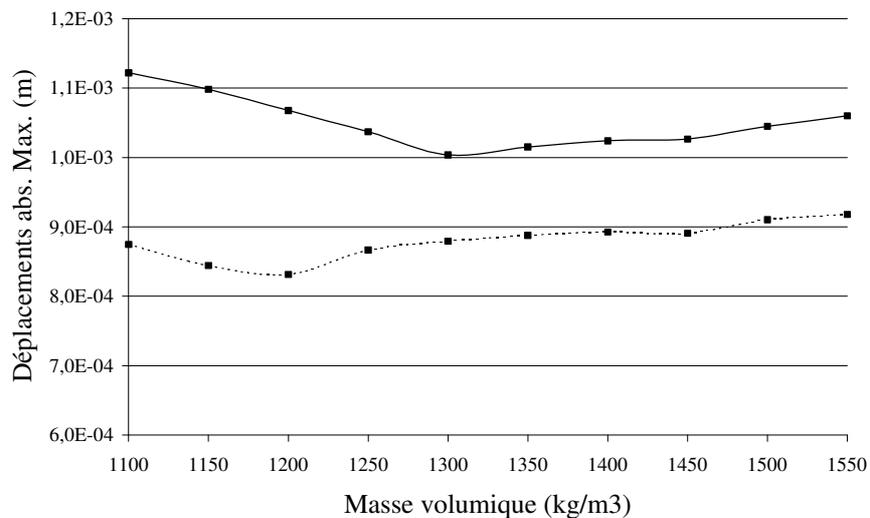


Figure 63 - Influence sur les déplacements verticaux d'une variation de masse volumique de la couche de tourbe (-2m ; -3m)

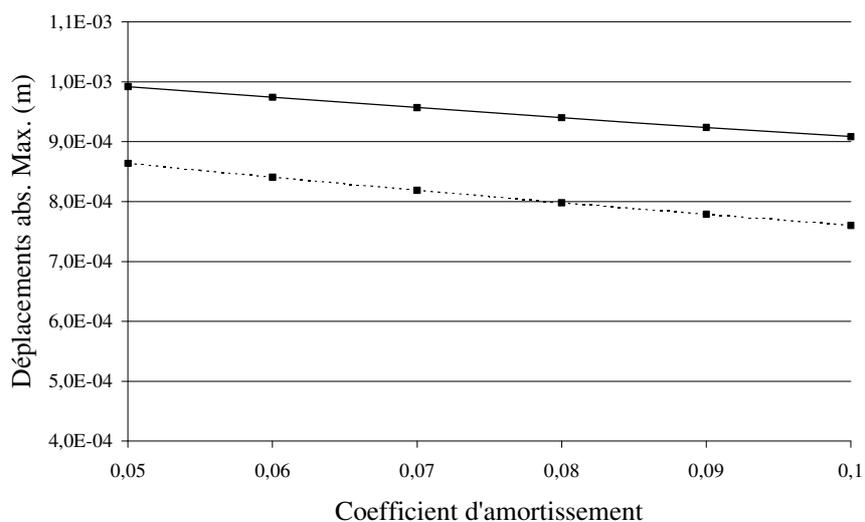


Figure 64 - Influence sur les déplacements verticaux d'une variation du coefficient d'amortissement de la couche de tourbe (-2m ; -3m)

L'amplitude maximale du signal (vitesse de déplacement du sol à deux mètres) est représentée en fonction du module d'Young sur la Figure 65. Nous pouvons constater que, d'une manière générale, l'amplitude maximale du signal augmente lorsque la fréquence d'excitation et le module d'Young de la tourbe diminuent. Dans la gamme de modules d'Young cohérents pour notre site (50 –100 MPa), la vitesse particulière à la surface du massif est moins sensible à la fréquence d'excitation que pour des modules plus faibles. Cette représentation nous permettra par la suite d'approcher et de caler le modèle sur les mesures.

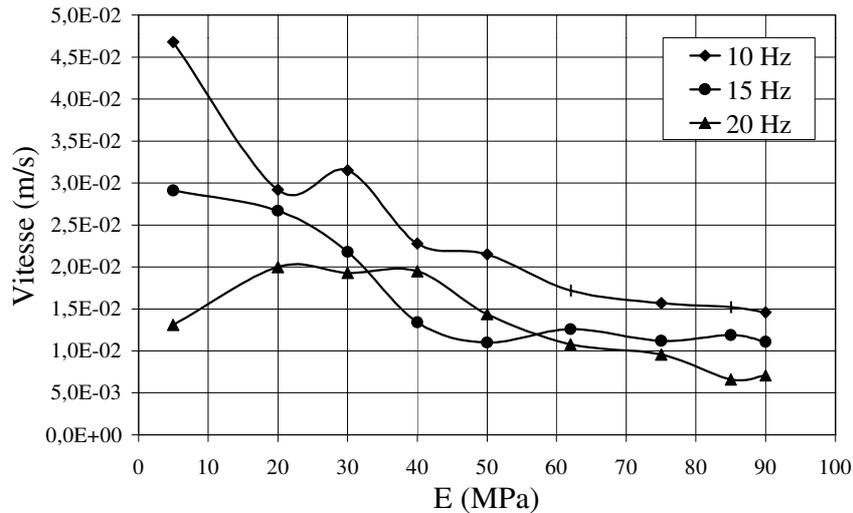


Figure 65 - Influence du module d'Young sur l'amplitude maximale du signal

2.2 Paramètres mécaniques de la voie

2.2.1 Analyse des paramètres intrinsèques

Les paramètres intrinsèques de la voie sont résumés en Annexe III. Chacun de ces paramètres a fait l'objet d'une analyse et leur variation est représentée sur l'ensemble des courbes de la Figure 66.

A partir de ces courbes peuvent être étudiées les variations en régime sub ou super-Rayleigh des modifications de la voie (augmentation des rails, variation du poids des traverses, influence des raideurs et amortissements en fonction de la fréquence) et le gain en déplacements induit à la surface du sol (sous la voie). L'appréciation de ces différents paramètres permet d'évaluer qualitativement les valeurs effectives retenues dans le modèle.

La courbe (a) montre que l'augmentation de la raideur des rails par duplication de leur nombre dans le modèle numérique a un effet notable sur la transmission (et probablement sur la répartition) des vibrations en régime sub-Rayleigh puisque le gain en déplacement est de 20

dB entre le modèle à 2 rails et celui à 5 rails. Ce gain diminue fortement en régime super-Rayleigh.

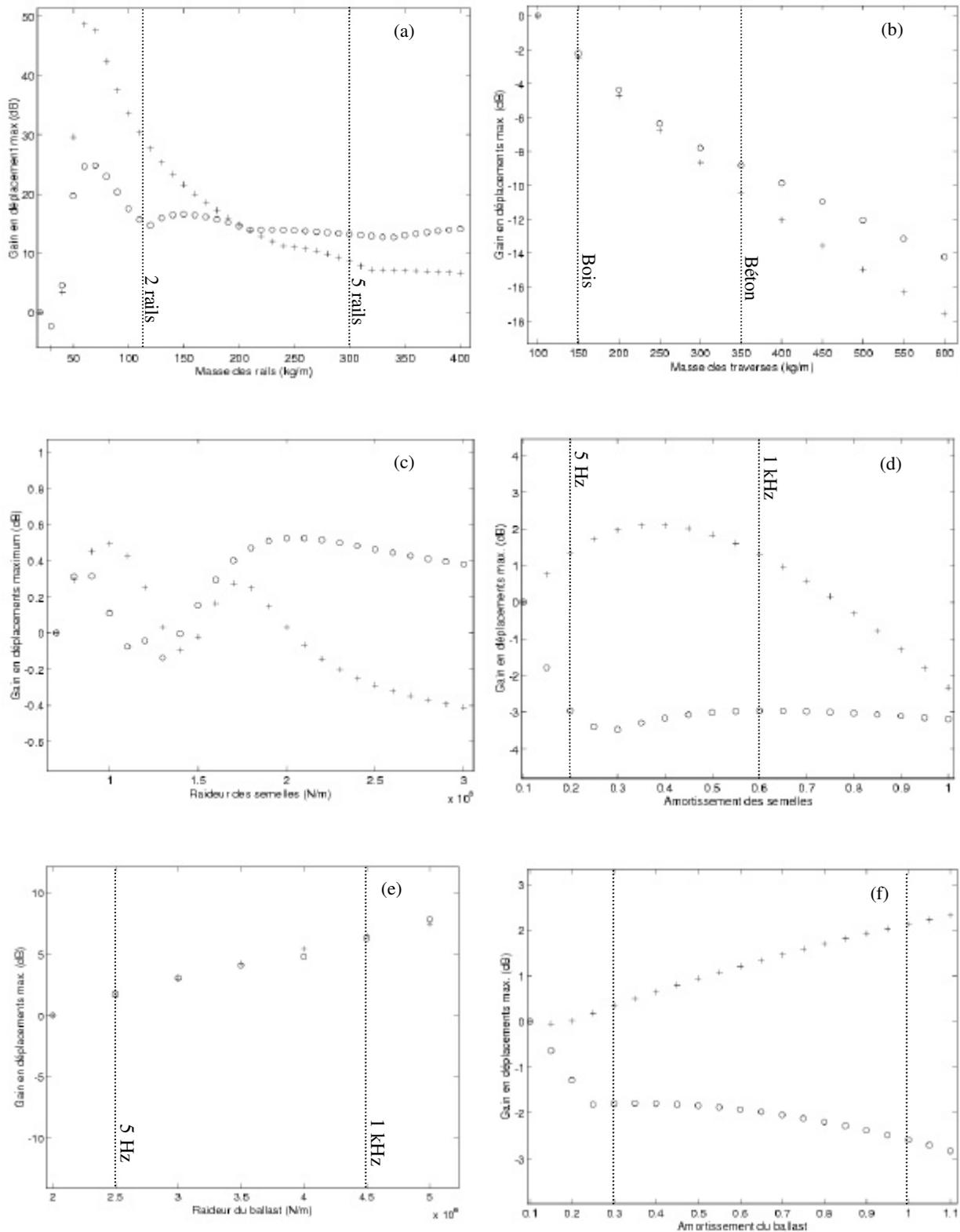


Figure 66 - Variation des paramètres de la voie en vitesses sub-Rayleigh (+) et super-Rayleigh (o)

Par contre, l'augmentation de la masse des traverses (b) a un effet identique suivant les deux régimes de vitesses considérés.

Le comportement du système est différent en vitesse sub- et super-Rayleigh lorsque les raideurs des semelles sont plus importantes (c). L'atténuation, quoique faible, est plus importante en vitesse sub-Rayleigh. L'amortissement des semelles (dépendant de la fréquence d'excitation) a peu d'effet sur la réduction des déplacements du sol en régime de vitesses importantes (d). Enfin, la raideur du ballast (dans le cadre d'un modèle ressort) dépendant elle aussi de la fréquence, trouve un effet commun dans les deux régimes de vitesses (e) contrairement à son coefficient d'amortissement (f).

2.2.2 Effet d'une modification : site 3

En vue d'une amélioration de la stabilité de la plate-forme et d'une diminution des vibrations dans la voie, des modifications concernant uniquement la voie ont été apportées après la première campagne de mesures citée dans le chapitre précédent. Pour apporter une raideur plus importante (sécurité face à une éventuelle fissuration), des rails de renforcements sont disposés de part et d'autre des 2 rails existants. La SNCF a ainsi disposé 3 rails entre les deux rails de la voie courante et deux rails à l'extérieur, portant le nombre total de rails à 7. En plus de la duplication du nombre de rails, les traverses sont rapprochées avec un espacement réduit de 0,6 m (situation habituelle) à 0,2 m. Ces traverses forment donc une plate-forme plus rigide et plus lourde se traduisant par une augmentation de la masse, de l'amortissement (augmentation du nombre de semelles par mètre), ces semelles étant de plus fixées dans le ballast par l'intermédiaire de tiges d'acier.

Les résultats de ces modifications sont donnés par une simple mesure du déplacement du rail. On note alors un déplacement de 10 mm au passage de la motrice (soit une réduction de 20 % des vibrations). Compte tenu du paragraphe précédent (2.2.1), ces modifications (augmentation du nombre de rails, rapprochement des traverses) peuvent être facilement prises en compte dans notre modèle de prédiction.

Ainsi, une modification du nombre de rails peut entraîner (Figure 67) une atténuation plus ou moins importante suivant que la voie repose sur un sol « dur » (Annexe III, type ①) ou un sol « mou » ($E = 6,9 \text{ MPa}$, $\nu = 0,497$, $\rho = 1550 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0,06$).

Sur un sol de type argileux (sol « mou ») et pour une excitation harmonique de fréquence 5 Hz se déplaçant à la vitesse de 80 km/h, la modification considérée ferait chuter le maximum de vibrations à la surface du sol de 50 % alors que pour un sol de type sableux (sol "dur"), elle n'apporte qu'une atténuation faible de 5 %.

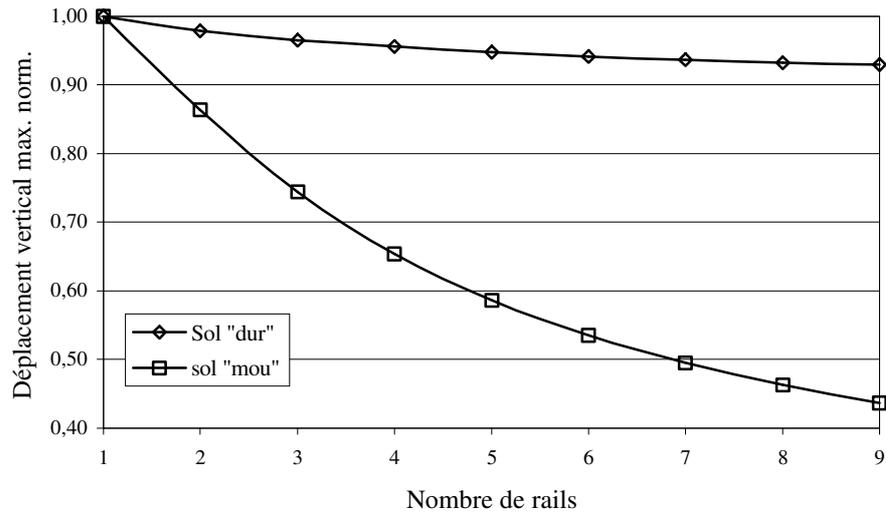


Figure 67 - Effet d'une modification du nombre de rails pour différents types de sols

Une modification de l'espace entre les traverses engendre une atténuation beaucoup plus faible (2 % à 10 Hz) et est fortement dépendante de la fréquence (Figure 68). La gamme de fréquences profitant de cette modification est ainsi celle des hautes fréquences (supérieures à 100 Hz).

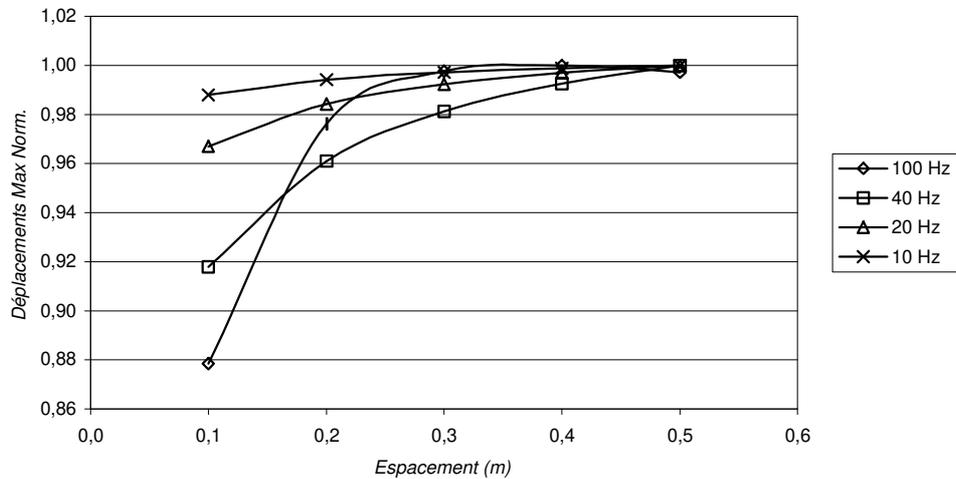


Figure 68 - Effet d'une modification de l'espace entre les traverses (sol : argile)

La modification réalisée sur le site de Crouy-Saint-Pierre (site 3, Figure 69 à gauche) nous amène aux résultats représentés sur la Figure 69 (à droite). L'atténuation concerne donc plus particulièrement les basses fréquences (45 % à 10 Hz).

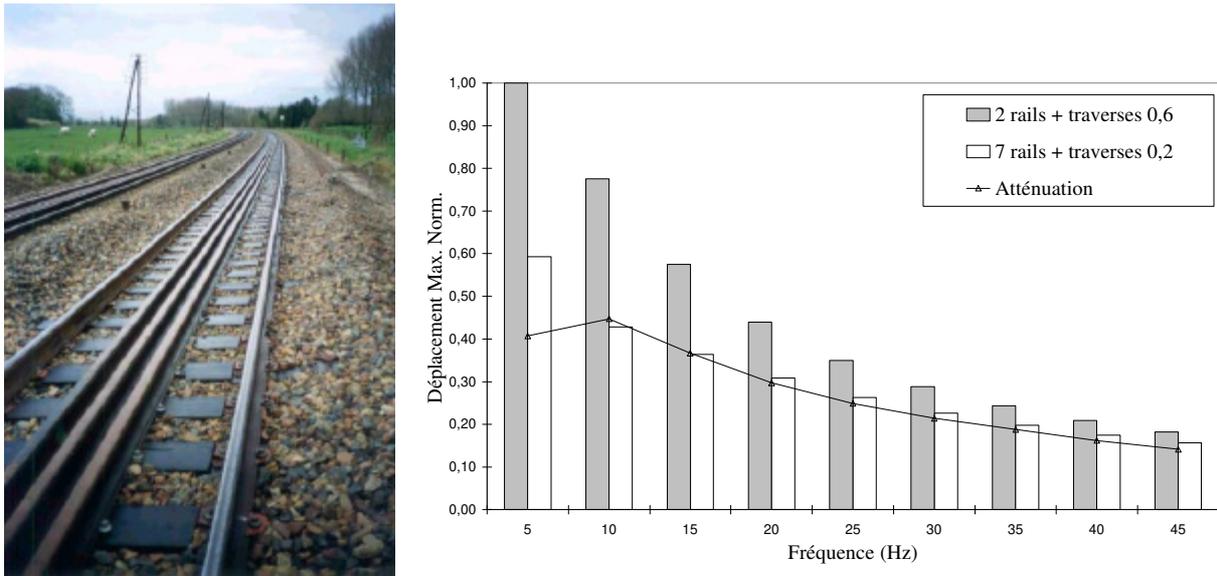


Figure 69 - Effet sur les déplacements en surface (à droite) d'une modification de la voie (à gauche)

2.2.3 Analyse des paramètres de la charge

La charge axiale dynamique dépend d'un système constitué de masses, amortisseurs et raideurs discrètes. Dans un but de simplification, le véhicule et les roues, ainsi que le reste des suspensions sont considérés somme des éléments d'inertie (alors qu'en réalité les suspensions peuvent être représentées par un système masse ressort).

Les paramètres des différents convois rencontrés sont résumés dans le Tableau 7 et leurs variations (principalement le poids et la fréquence d'excitation générée par le contact roue – rail) sont tracées sur les Figure 70 et 71.

Type	P _{LOC}	P _{WAG}	L _{BOGLOC}	L _{BOGWAG}	L _{AXELOC}	L _{AXEWAG}	DISTANCE
Autorail	108 kN	78 kN	2,5 m	2,5 m	15,2 m	15,4 m	21,24 m
Corail	180 kN	103 kN	1,6 m	2,56 m	11,99 m	16,3 m	26,4 m
Fret	204 kN	170 kN	2,6 m	2,6 m	8,46 m	10 m	15 m

Tableau 7 : Paramètres des trains

La Figure 70 montre qu'une variation de $\pm 10\%$ (soit 2 tonnes) sur le poids moyen de chaque élément du convoi (variation maximale que l'on peut légitimement envisager vue la méconnaissance du contenu des voitures) entraîne un écart de $\pm 10\%$ sur les déplacements maximum (soit 0,2 mm).

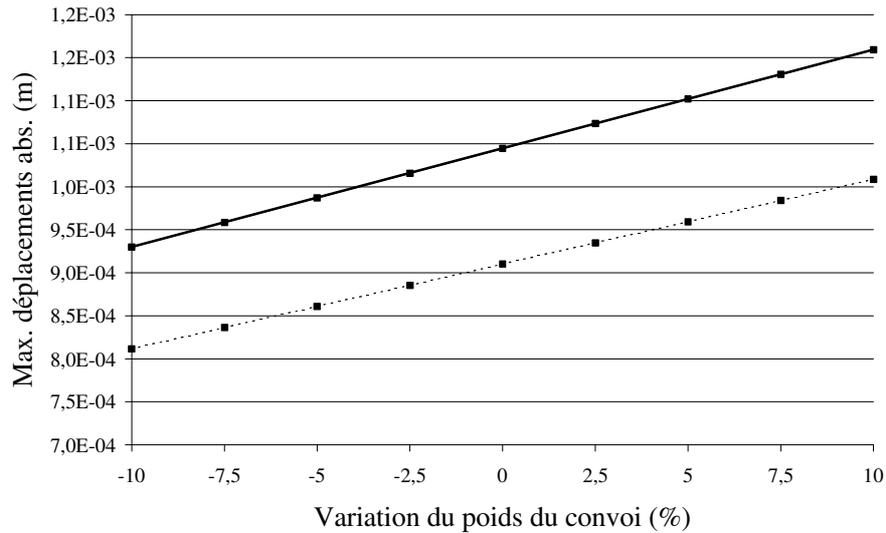


Figure 70 - Influence sur les déplacements verticaux d'une variation de poids du convoi ferroviaire 19-06 (-2m ; --3m)

Notons que dans notre modèle, les déplacements en surface du sol dépendent linéairement du poids du convoi, ce qui n'est pas tout à fait le cas en réalité puisque le comportement du ballast est non linéaire sous la contrainte des traverses. La Figure 71 donne des éléments importants quant au choix de la fréquence d'excitation du modèle. En effet, elle nous indique qu'au-delà de 40 Hz les déplacements verticaux à la surface du sol sont environ 5 fois moins importants qu'au voisinage de la fréquence de résonance de la couche de tourbe (7m). La gamme de fréquences envisagée dans le modèle sera donc, en première approche, prise dans la plage de 5 à 40 Hz.

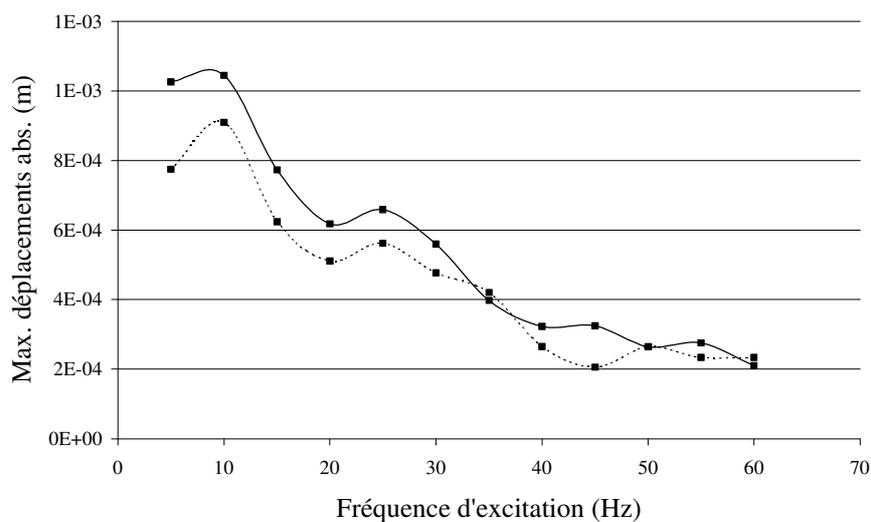


Figure 71 - Influence sur les déplacements verticaux de la fréquence d'excitation du contact roue - rail (-2m ; --3m)

Dans le cas d'un modèle "1 couche" reposant sur un massif de craie (Annexe III, ③) où $c_{p,s}(\text{tourbe}) \ll c_{p,s}(\text{craie})$, il existe une fréquence critique, liée à la nature et à l'épaisseur de la première couche du sol (tourbe), pour laquelle les déplacements sont maximum. Pour notre site en particulier, cette fréquence est proche de 15 Hz pour les ondes P et 5 Hz pour les ondes S. En première approximation, une excitation harmonique mono-fréquentielle (15 Hz) est considérée. Par la suite, il sera plus pertinent de considérer une excitation multi-fréquentielle (dans la gamme 5 – 40 Hz). La fréquence d'excitation harmonique ($f=c/\lambda$) dépend de la vitesse. Pour les composantes dynamiques, il faut tenir compte du contact rail - roue et du véhicule. En effet, pour une longueur d'onde λ d'irrégularité du rail, le train induit une excitation à la pulsation $\Omega = 2\pi c/\lambda$ et la roue exerce une force $P(\Omega)e^{i\Omega t}$ (hypothèse harmonique). Cette force harmonique d'interaction est détaillée dans la section 3.1.

La solution $w(\beta)$ (cf. Chapitre I) est calculée pour une pulsation d'excitation ω donnée, et par la suite la solution temporelle est calculée telle que :

$$w(x, t) = \text{Re}\{w(x)\}\cos(\Omega t + \phi) + i[\text{Im}\{w(x)\}\sin(\Omega t + \phi)] \quad (83)$$

$$\text{où } \phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}\{w(x)\}}{\text{Re}\{w(x)\}}\right) \text{ et } |w(x)| = \sqrt{\text{Re}\{w(x)\}^2 + \text{Im}\{w(x)\}^2}$$

La partie réelle $\text{Re}\{w(x)\}$ est la quantité expérimentalement identifiable. La solution multifréquentielle est construite à l'aide de :

$$w_{\text{total}} = \int A(\Omega)\cos[\Omega t + \phi(\Omega)]d\Omega \quad (84)$$

où $A(\Omega)$ est la solution précédente et $\phi(\Omega)$ la phase pour $\Omega \in 2\pi[0,40]$ Rad/s.

Dans la mesure où le milieu reste linéaire, le principe de superposition peut être appliqué à l'étude de plusieurs fréquences. Un exemple est donné sur la Figure 72 dans le domaine des nombres d'ondes β et dans le domaine réel pour une charge rectangulaire harmonique fixe.

On note l'apparition de pics supplémentaires correspondant aux fréquences utilisées ainsi que la modification de la forme du signal temporel et de l'amplitude sous la charge. En plus de la superposition des réponses nous pourrions considérer que la fonction poids dépend de la fréquence entre 0 et 40 Hz sous différentes formes (constante, linéaire décroissante, gaussienne centrée en 0).

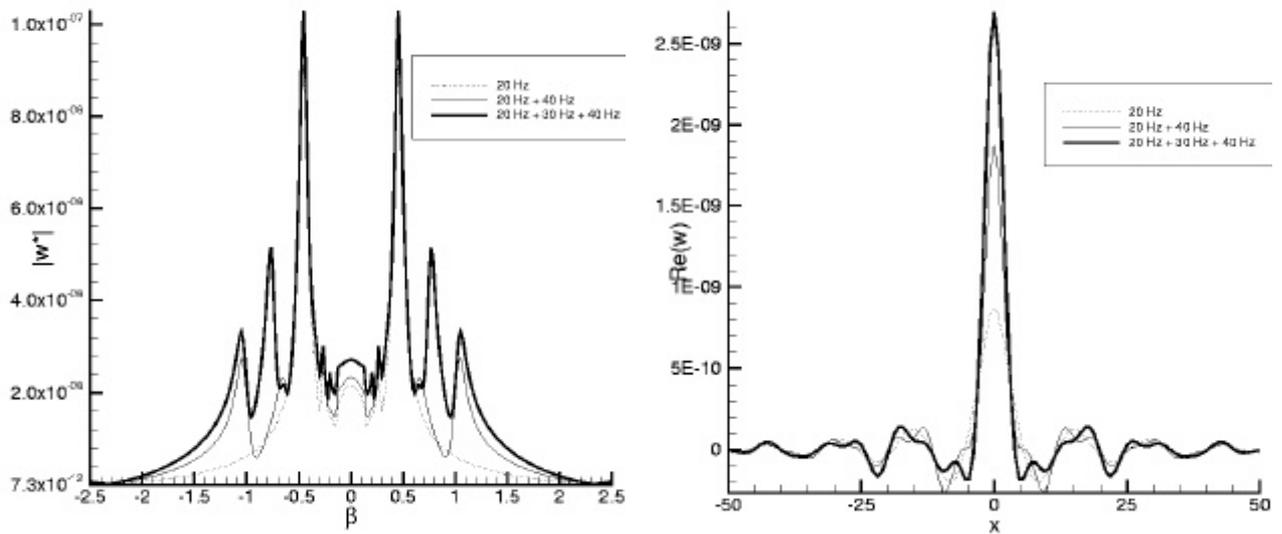


Figure 72 - Combinaison fréquentielle a) dans le domaine transformé ; b) dans le domaine réel

2.3 Bilan et prédiction

Grâce à l'ensemble des données mesurées sur les sites, il nous est possible de recréer un modèle mécanique simplifié du sous-sol (Figure 73). Les résistances mécaniques Q_D et les teneurs en eau W_n proviennent de mesures plus anciennes. Elles permettent néanmoins d'estimer la saturation en eau de la couche de tourbe probablement très importante au moment des mesures (conséquence des récentes inondations).

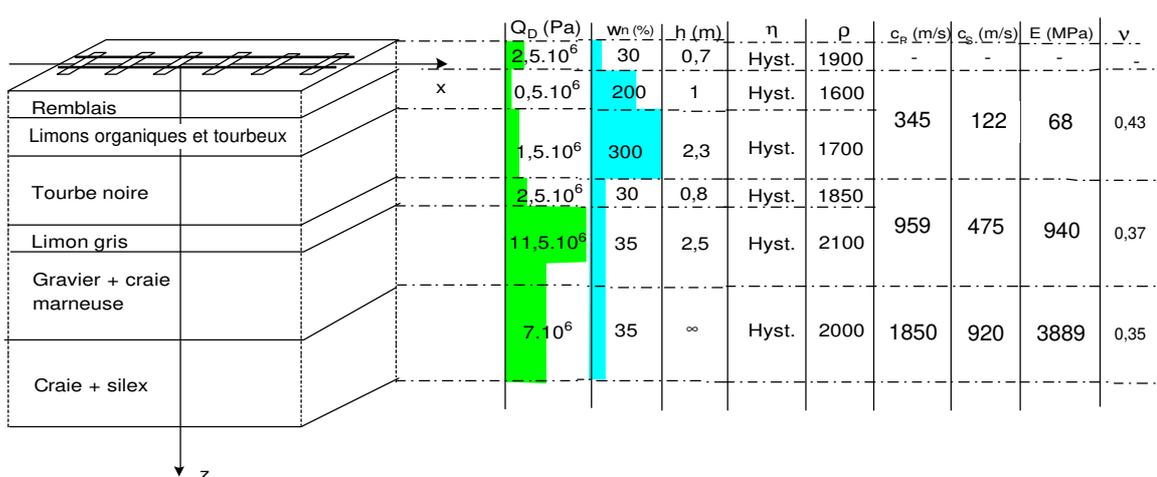


Figure 73 - Coupe du modèle mécanique simplifié du sol sous la voie ferrée (site 3)

Avec le modèle de la Figure 73, il nous est possible de tracer le diagramme de dispersion montré sur la Figure 74 qui illustre l'amplitude de la fonction réponse du sol pour le site de Crouy (site 3) dans l'espace fréquence – nombre d'ondes.

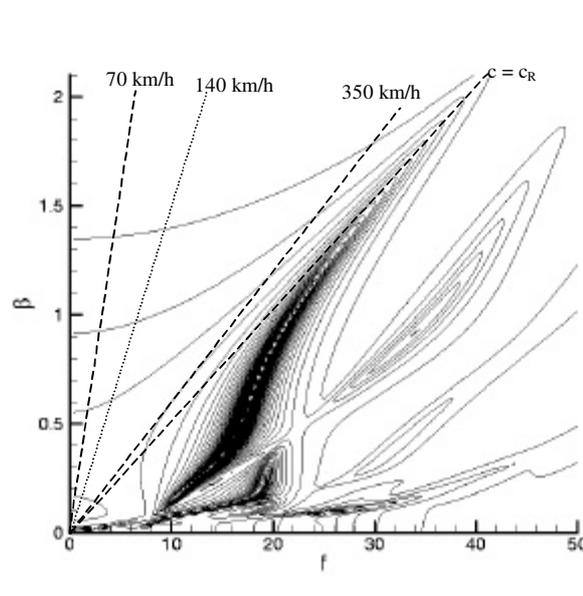


Figure 74 - Diagramme de dispersion sur le site de Crouy (site 3)

Ce diagramme permet d'ores et déjà de constater l'amplification dynamique des déplacements autour de la courbe de dispersion du 1^{er} mode de Rayleigh avec l'augmentation des vitesses de charge. Puisque la réponse du sol à une excitation harmonique se déplaçant à la vitesse c se trouve suivant la droite $\omega = \Omega_0 - \beta c$, on ne trouve pas d'amplification dynamique pour des vitesses de la charge statique ($\Omega_0 = 0$) inférieures à 140 km/h. Pour des vitesses comprises entre 140 km/h et 350 km/h, la réponse du sol est amplifiée pour devenir maximale autour de 412 km/h (correspondant à la vitesse de l'onde de surface).

Enfin, pour des vitesses encore supérieures, le modèle prédit une diminution des amplitudes. La réponse du sol (produit d'une fonction de transfert voie / sol et de l'excitation) dépend des caractéristiques du train (distance entre boggies, axes) et peut être modifiée dans ce diagramme (apparition d'autres vitesses critiques). Notons que les modes excités en charge mobile harmonique à Ω_0 sont déterminés par les intersections des courbes définies sur la Figure 74 et la droite $\beta = (\Omega_0 - 2\pi f)/c$ et que ces intersections correspondent à des pics dans le spectre des déplacements verticaux.

3 COMPARAISON SIMULATION – EXPÉRIENCE [PIC02]

Dans cette dernière partie, une comparaison entre les mesures effectuées sur les sites 2 et 3 et les résultats déduits de la simulation numérique est réalisée. L'excitation est composée d'une partie constante (non harmonique) ainsi qu'une partie harmonique de fréquences comprises entre 5 et 80 Hz. Les résultats numériques sont parfois comparés pour une seule composante harmonique prise dans la zone de résonance de la couche de tourbe ou pour une large gamme de fréquences (la fonction d'excitation du contact roue - rail à chaque fréquence sera alors évaluée).

3.1 Fonction d'excitation roue - rail

Comme il a déjà été cité précédemment dans le cadre d'une étude multifréquentielle, l'excitation totale comprend une composante quasi-statique créée par le poids des axes du train à laquelle s'ajoute une composante harmonique créée par les irrégularités de contact roue - rail. L'excitation est donc fonction de la fréquence. Près de la voie, les composantes statique et quasi-statique sont prépondérantes. Le modèle utilisé pour des comparaisons à 2m ou 3m fera intervenir la contribution de la composante constante et une composante harmonique basse fréquence. Au delà de 5m, la contribution de la composante harmonique devient plus importante, il sera donc nécessaire de prendre en compte un modèle combinant les deux composantes. Une fonction linéaire décroissante de la fréquence (entre 0 et 40 Hz) ou gaussienne centrée en 0 peut être considérée pour l'excitation de l'axe sur la voie. Il pourra être considéré également une fonction dont l'allure se rapproche d'une gaussienne (née du processus aléatoire des défauts du contact entre le rail et la roue). Cette fonction est supposée centrée autour de 80 Hz et est donnée par :

$$P(f) = \frac{P_{\text{axe}}}{\varpi\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(f-\kappa)^2}{2\varpi^2}} \quad (85)$$

où P_{axe} est l'amplitude maximale dynamique générée par le poids de l'essieu sur la voie, κ est le centre de la gaussienne, ϖ est un coefficient dimensionnant la surface de la gaussienne. La Figure 75 illustre une comparaison entre les différents modèles d'excitation considérés. Le modèle "constant" prend en compte toute la gamme [0-80]Hz avec une fonction poids constante, "gaussien" utilise l'équation 85 dans la gamme [0-40]Hz avec $\kappa = 0$ et "complet" combine "gaussien" et l'équation 85 dans la gamme [40-80]Hz avec $\kappa = 80$ (interaction roue rail).

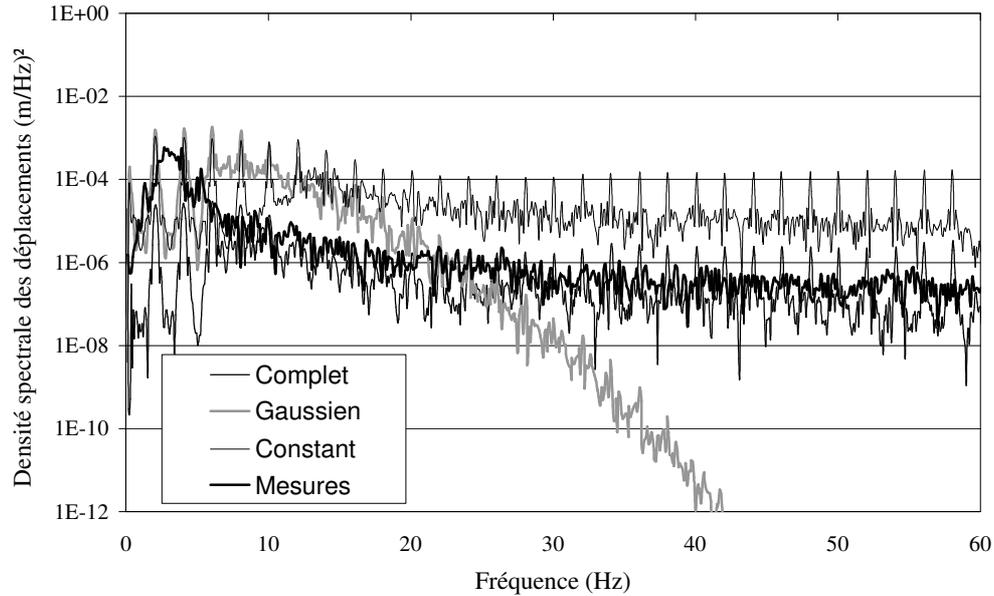


Figure 75 - Densité spectrale des déplacements à 2 m de la voie pour différents types d'excitation

Le modèle d'excitation donnant les meilleurs résultats dans la gamme de fréquences 0-60 Hz lors de confrontations avec les mesures sur site est le modèle complet créé à partir d'une composante statique et d'une composante dynamique.

3.2 Comparaisons sur le site de Breilly (site 2)

3.2.1 Trafic Autorail

La Figure 76 présente une comparaison entre les vitesses particulières mesurée et calculée à 2m de la voie pour un train léger de type Autorail (cf. Tableau 7) comportant 2 voitures et se déplaçant à la vitesse de 80 km/h sur le site 2 non modifié.

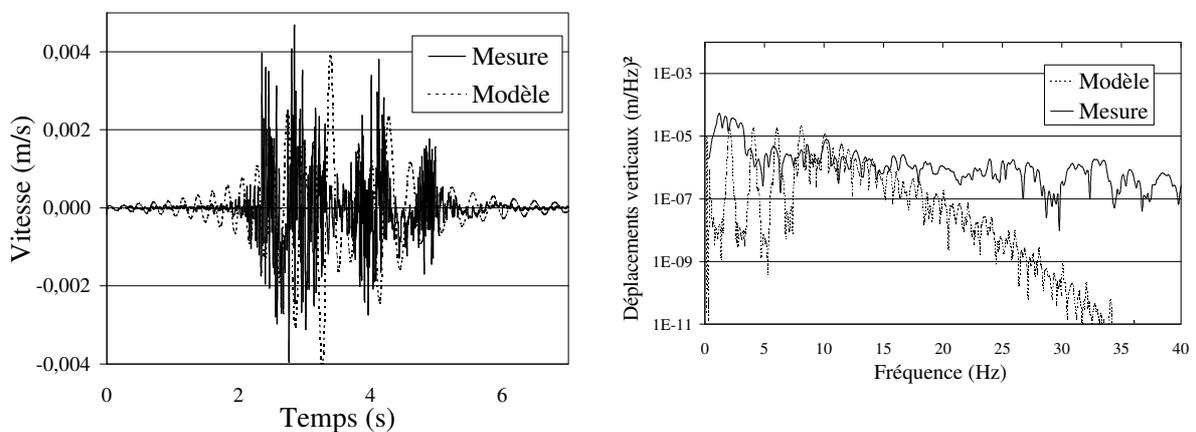


Figure 76 - Train Autorail sur site 2 (18-08), à gauche : signal de vitesse à 2 m de la voie, à droite : densité spectrale des déplacements.

Le modèle utilisé pour la représentation fréquentielle du signal excitation est une gaussienne centrée. La confrontation des densités spectrales des déplacements mesurée et calculée montre que ce modèle respecte la mesure en basse fréquence mais qu'il n'est pas suffisant pour décrire la gamme de fréquences supérieures à 20 Hz. Pour une fréquence principale de 15 Hz (fréquence proche de la résonance du système et de l'excitation des modes de vibrations de la première couche du sol, cf. Figure 74), la forme du signal de vitesse (principalement les maxima et la décroissance derrière le train) peut néanmoins être retrouvée.

La Figure 77 compare les résultats du modèle numérique utilisant les paramètres du Tableau 6 pour le site 2 avec ceux issus de la mesure pour des trains autorails de même nature (cf. Annexe V, seuls les autorails 18-09 et 18-17 peuvent être étudiés puisque circulant sur la voie d'étude 1). Le signal est sensiblement le même et les vitesses particulières au voisinage de la voie sont (dans la forme générale et en amplitude maximale) retrouvées.

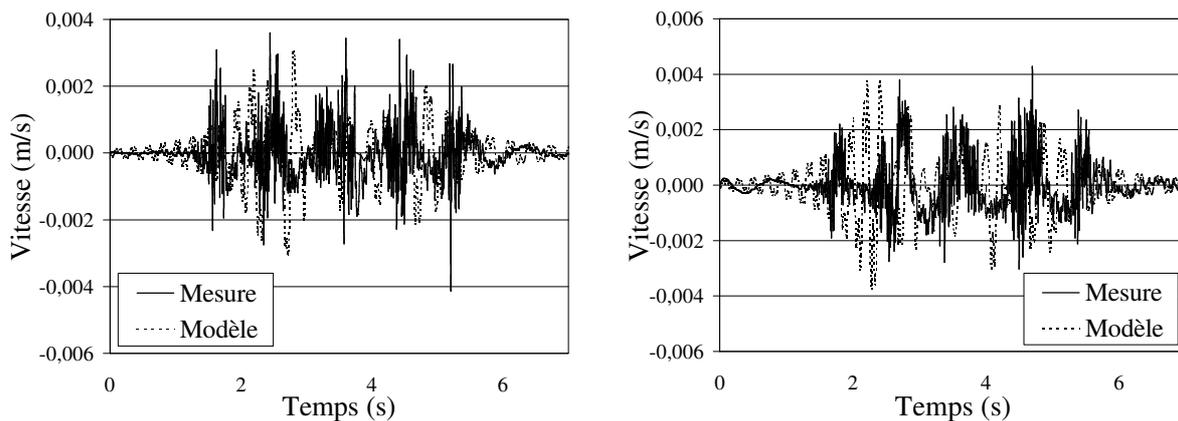


Figure 77 : Trains Autorail sur site 2 : à gauche (18-09), à droite (18-17)

3.2.2 Trafic Corail

Pour les trains de type Corail, les résultats expérimentaux sur le site 2 sont de moins bonne qualité (Figure 78). Un modèle complet pour l'excitation rassemblant une composante constante basse fréquence et des composantes harmoniques représentant le contact roue - rail (gaussienne centrée sur 80 Hz) est implémenté dans le programme.

La comparaison des densités spectrales des déplacements met en évidence un écart dans la gamme 0 - 20 Hz et les signaux de vitesse particulière aux abords de la voie sont difficilement comparables (la cause est a fortiori de nature expérimentale). Une comparaison identique a été remarquée sur le train Corail 18-07 et 18-16.

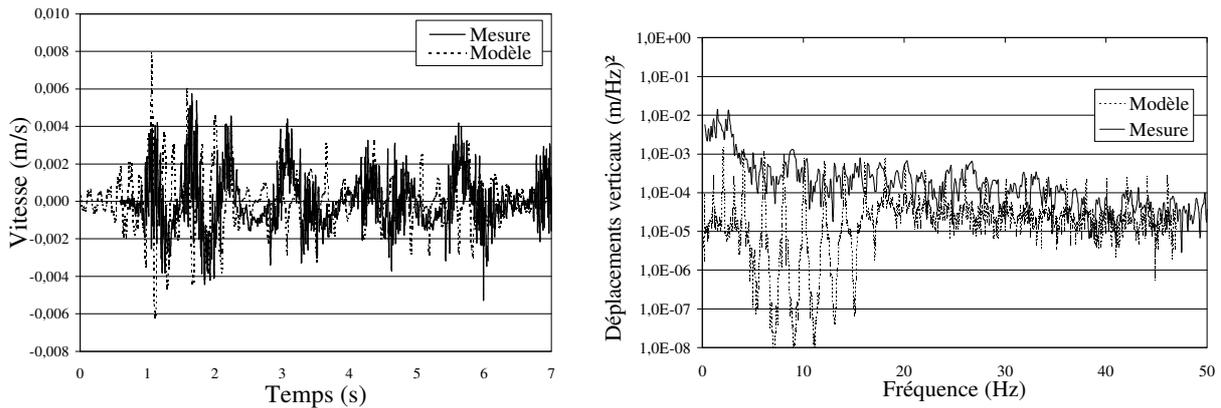


Figure 78 - Train Corail sur site 2 (18-03), à gauche : signal de vitesse à 2 m de la voie, à droite : densité spectrale des déplacements.

3.3 Comparaisons sur le site de Crouy (site 3)

3.3.1 Trafic Autorail et Fret

La Figure 79 présente les signaux mesurés sur le site 3 et calculés à 2 m de la voie pour le passage d'un train léger de type Autorail.

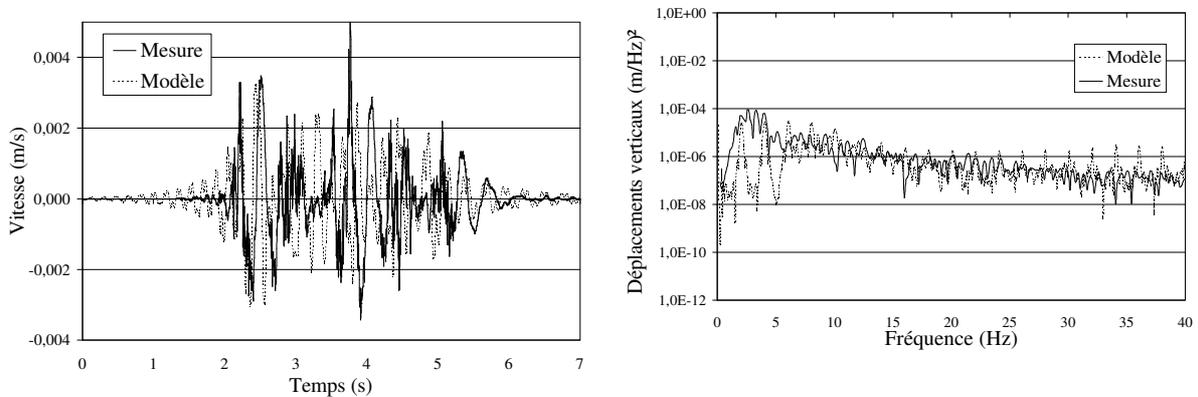


Figure 79 - Train Autorail sur site 3 (19-01), à gauche : signal de vitesse à 2 m de la voie, à droite : densité spectrale des déplacements.

La densité spectrale des déplacements verticaux calculée avec un modèle d'excitation multifréquentielle complet entre 0 et 60 Hz (dont une composante constante représentant le poids des axes et des composantes formées par une gaussienne centrée à 80 Hz représentant l'interaction roue-rail) s'apparente totalement à la mesure sur site. Le signal de vitesse calculé avec ce même modèle peut alors être comparé à la mesure au voisinage de la voie. Cette comparaison donne de bons résultats.

La Figure 80 reprend le même principe que précédemment avec deux autres passages de train. La comparaison mesure / modèle pour un train lourd de type Corail avec 2 locomotives (19-02, cf. Annexe V) permet de valider le modèle avec les paramètres utilisés (Tableau 6). La mesure pour un train fret sur cette même voie donne des résultats plus mitigés bien que les signaux soient du même ordre de grandeur.

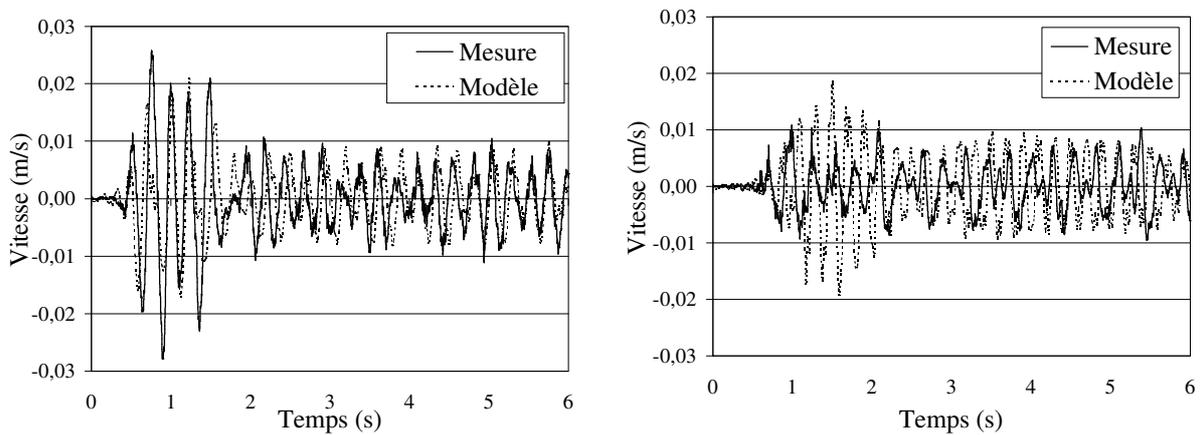


Figure 80 - A gauche : train lourd sur site 3 (19-02), à droite : train Fret sur voie 3 (19-09).

3.3.2 Trafic Corail

En utilisant la même méthode, on étudie le passage d'un train Corail sur le site 3 (Figure 81). La comparaison des densités spectrales des déplacements montre un écart important dans la gamme de fréquences étudiée. Cependant, pour une excitation basse fréquence proche de la fréquence de résonance de la première couche de tourbe du sol (fréquence égale à 15 Hz), les vitesses particulières aux abords de la voie sont correctement retrouvées par le modèle.

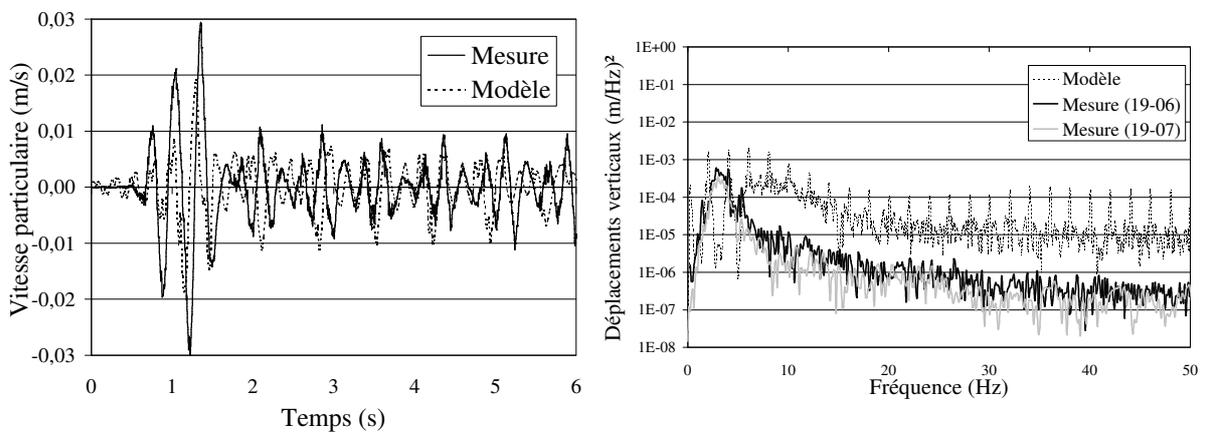


Figure 81 - Train Corail sur site 3 (19-06) ou (19-07), à gauche : signal de vitesse à 2 m de la voie, à droite : densité spectrale des déplacements.

Enfin, la Figure 82 présente les résultats pour un train Corail (2 locomotives) se déplaçant à vitesse élevée (135 km/h) sur le site 3. Le modèle complet multi-fréquentiel permet une très bonne comparaison des densités spectrales et des vitesses particulières.

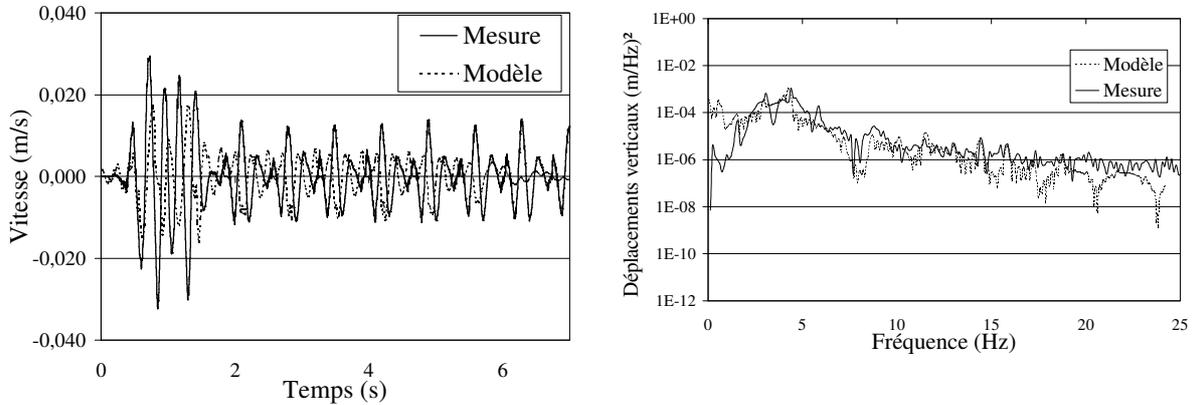


Figure 82 -Train Corail sur site 3 (19-10) , à gauche : signal de vitesse à 2 m de la voie, à droite : densité spectrale des déplacements.

Notons que pour ce précédent calcul, un train comportant 6 voitures a été implémenté alors que celui mesuré en comportait 12 ce qui donne une explication sur la décroissance du modèle vers 6 secondes non remarqué sur la mesure et qui n'entache en rien la validité du résultat.

3.4 Bilan et conséquences

3.4.1 Déplacements dans le rail

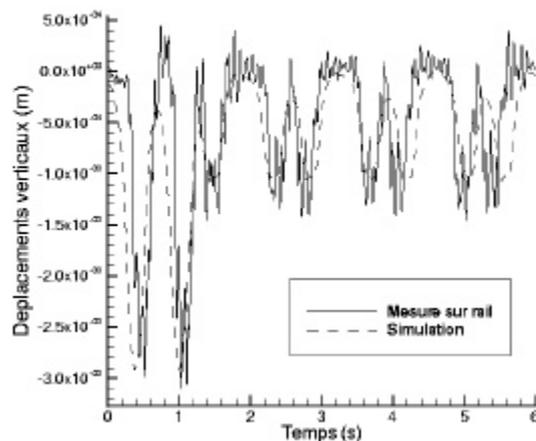


Figure 83 - Comparaison dans le rail entre déplacements calculés et mesurés

En reprenant les résultats de mesures issues du passage du train 18-16 (Figure 46), par exemple, et en extrayant le déplacement vertical dans le rail w_R déduit de l'équation (56) du modèle numérique, la comparaison entre mesure sur rail et simulation peut être réalisée sur la Figure 83. Les deux courbes sont alors en accord puisque les maximums des déformations sous chaque essieu sont retrouvés.

3.4.2 Déplacements dans le sol

La Figure 84 donne des informations sur le signal calculé en fonction de la distance à la voie et montre l'aspect quasi-statique du déplacement en surface lorsqu'on est proche de la voie. Cet aspect disparaît quand on s'éloigne de la voie au profit d'un signal de nature plus harmonique.

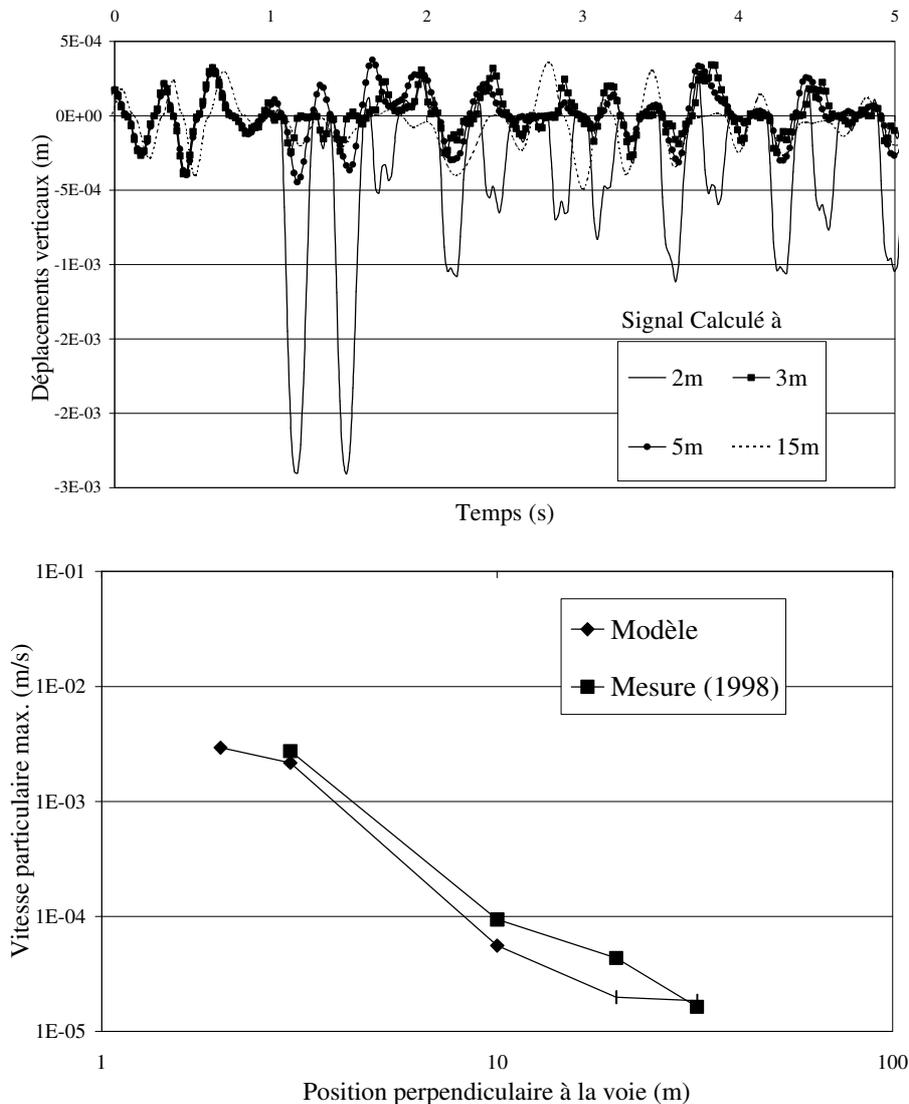


Figure 84 - Déplacements à la surface du sol ; en haut : réponse mesurée en fonction de la distance à la voie, en bas : comparaison mesure modèle en fonction de la distance de la voie.

Loin de la source, la contribution du régime harmonique due aux irrégularités devient plus importante. La comparaison entre mesure et simulation numérique en fonction de la distance à la voie est également réalisée. Le bon accord rencontré ici entre les deux types de résultats confirme la qualité des mesures des paramètres mécaniques, notamment de ceux liés aux vitesses des ondes de compression et de cisaillement, et le bon choix de la loi d'amortissement structurel. Enfin, la Figure 85 représente les densités spectrales des déplacements mesurées en fonction de la distance à la voie et montre que plus on s'éloigne de la source, plus les fréquences les plus hautes sont atténuées alors que la gamme 30-60 Hz est plus importante au delà de 5m confirmant les conclusions précédentes.

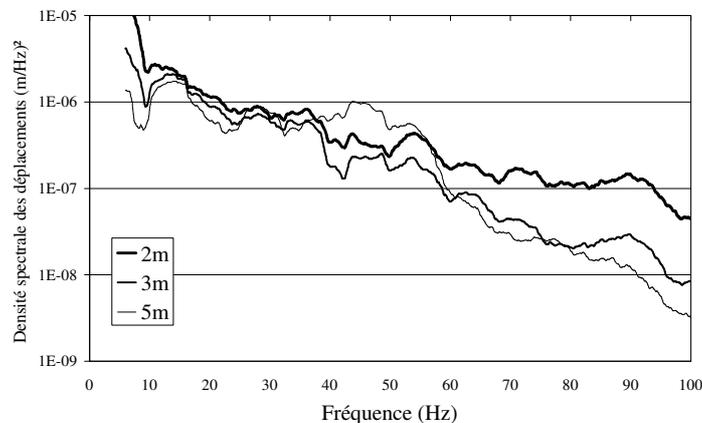


Figure 85 - Densité spectrale des déplacements en fonction de la distance sur le site 2 (18-08).

4 CONCLUSION

Dans l'ensemble, les comparaisons entre le modèle construit dans la première partie de ce mémoire et les mesures présentées dans la deuxième partie ont abouti à de bons résultats compte tenu des difficultés de mesurage, du nombre important de paramètres peu connus de la voie et des hypothèses de linéarité et d'homogénéité des couches du sol. Les vitesses particulières à 2m, 3m et 5m de la voie ont pu être comparées ainsi que les déplacements maximums induits dans le rail et le sol. Grâce au modèle multi-fréquentiel, les densités spectrales calculées ont pu être confrontées aux mesures in situ. De bons résultats sont obtenus dans la gamme de fréquences [5-40]Hz. Le modèle de simulation numérique n'a pu être validé malheureusement pour des vitesses trans- ou super-Rayleigh compte tenu de la limitation des vitesses des trains sur cette voie. Suivant l'hypothèse de linéarité et en tenant compte des résultats du chapitre I, nous pouvons imaginer une validation du modèle pour des grandes vitesses de qualité équivalente.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

La première partie de ce mémoire a consisté à concevoir un outil de simulation numérique adapté au problème de la propagation des vibrations à partir d'un trafic ferroviaire et prenant en compte les différents éléments de la structure (rail - assise - sol). Le modèle de simulation numérique qui est proposé assure le couplage entre la voie ferrée et les schématisations possibles pour le sol (massif semi-infini ou multicouches) - avec toutefois la restriction d'une hypothèse de linéarité pour le comportement de tous les matériaux. Le modèle peut être adapté à des configurations 2D ou 3D.

En termes de résultats significatifs, on peut mettre en évidence les points suivants :

- Malgré des données géomécaniques incertaines, le modèle a permis d'expliquer sur le site de Crouy Saint-Pierre (Vallée de la Somme) l'influence effective du raidissement de la voie (nombre de rails) et de l'espacement entre traverses, sur la réduction des déplacements au niveau de la voie ;
- Sur le même site, on a pu apprécier l'influence d'un effort latéral dû à la présence d'une légère courbe dans le profil en long (rayon de courbure de 1430 m) ;
- L'adaptation d'un argument recalé (code FASTIVIB) permet un gain en termes de temps de calcul (réduction de 50 % pour un massif à 5 couches) ;
- Les modèles tels qu'ils sont définis autorisent toutes les études paramétriques possibles (avec ou sans prise en compte de la voie, caractérisation de tous les déplacements verticaux et horizontaux dans le domaine des nombres d'ondes et le domaine réel, chargement éventuel à partir de la modélisation d'un seul train ou d'un convoi).

Bien entendu, l'utilisation de ces modèles et la crédibilité des résultats qui en découlent reposent en très grande partie sur la confiance à accorder aux données géomécaniques concernant à la fois la voie et surtout le sol environnant pour lequel les caractéristiques et même les lois de comportement sont difficilement transposables d'un site à l'autre.

C'est pourquoi, la deuxième partie de la thèse a consisté à mettre en œuvre une campagne de mesures in situ sur un sol relativement mou et supportant une ligne de chemin de fer.

Dans l'ensemble des résultats issus de cette campagne, on peut insister sur les éléments significatifs suivants :

- Sur les sites étudiés, pour la couche tourbeuse les vitesses des ondes de Rayleigh se situent dans la plage 90 à 110 m/s, c'est-à-dire entre 320 et 400 km/h. Ainsi, avec une vitesse maximale d'un train mesurée à 135 km/h, on se trouve largement en régime sub-Rayleigh (nombre de Mach de l'ordre de 0,4) ;
- Malgré ces conditions, l'effet de la vitesse du train est tout-à-fait perceptible comme le montre, en particulier, les figures 46 et 50 pour 2 trains Corail circulant à 70 et 135 km/h ;
- L'effet du type de chargement a également pu être clairement observé. En moyenne pour les déplacements verticaux et en résumé, on peut admettre qu'en prenant une référence de 1 pour un Autorail, on obtient de l'ordre de 1,7 pour un Corail et 2,7 pour un train de fret ;
- La chaîne de mesures (vélocimètre Laser, caméra vidéo-numérique, accéléromètres) et le dispositif d'analyse des signaux obtenus ont permis de déduire dans de bonnes conditions les déplacements de chaque élément de la voie (rail, traverses, ballast) et à la surface du sol ;
- Même si certains résultats sont difficilement exploitables (en particulier pour le site sain, superposition du bruit et du signal), les conclusions qui peuvent être tirées conduisent malgré tout à évaluer correctement l'influence de plusieurs paramètres comme ceux caractérisant le trafic ferroviaire.

Enfin, la dernière partie visait à confronter les deux approches abordées, d'une part, dans la mise au point d'outils numériques et, d'autre part, via l'exploitation des résultats expérimentaux. Pour cela, il a d'abord été nécessaire de choisir les données convenables pour réaliser les simulations numériques. Les paramètres du sol sont déduits des mesures sismiques et des carottages. Les paramètres pour la voie sont pour la plupart fournis par la S.N.C.F.. Le problème rencontré pour les études de simulation concerne le choix de la fréquence d'excitation. Plusieurs modèles d'excitation ont été proposés (mono-fréquentiel et multi-fréquentiel avec des fréquences influentes se situant dans la plage 5 - 80 Hz). Ceci constitue certainement un motif pour expliquer certains écarts observés entre les relevés expérimentaux et les résultats numériques. Malgré tout, la comparaison qui a pu être réalisée sur le site de Crouy-Saint-Pierre entre les déplacements et les vitesses obtenus, d'une part, grâce aux simulations numériques et, d'autre part, par les mesures expérimentales, doit être considérée comme relativement satisfaisante compte tenu des différentes incertitudes présentes dans les deux démarches. Cet accord est suffisamment significatif pour estimer que le modèle qui est

proposé permet d'obtenir des informations crédibles sur le comportement de la voie et du sol environnant.

L'approche analytique ou semi-analytique par transformée de Fourier dans le domaine des nombres d'onde est donc bien adaptée au cas des frontières infinies. Cependant, elle ne peut être utilisée que dans le cas de couches du sol parallèles et homogènes. Si le sol comporte une géométrie quelconque ou s'il existe des inclusions de matériaux de caractéristiques différentes dans la direction longitudinale, un modèle numérique tel que P.O.S. [LAG95] doit être utilisé. Ce modèle qui a fait l'objet d'une comparaison avec l'approche semi-analytique [LEF02] devra être utilisé dans de futurs travaux afin d'étudier les solutions aux problèmes de vibration sur ces sites par construction de tranchées, d'inclusions de couches de matériaux amortissants ou encore l'apport de colonnes en béton sous la voie joignant le massif rigide comme cela a été réalisé sur le site de Ledsgard [SME02].

Un point à développer également dans de futurs travaux est la modélisation complète de la charge. L'essieu d'un train comporte en effet de nombreux systèmes "masse - amortisseur" entre la masse du convoi et le contact sur le rail, ce que nous avons simplifié dans le modèle. Enfin, des travaux expérimentaux sur le contact roue - rail permettraient de mieux préciser la gamme réelle de fréquences mises en jeu et ainsi d'améliorer la fonction source approchée lors de la validation dans le chapitre III.

BIBLIOGRAPHIE

- [ADO99] K. ADOLFSSON, B. ANDREASSON, A. BODARE, C. MADSHUS, “ High speed lines on soft ground - Evaluation and analyses of measurements from the west cost line”, Banverket, *Report 2-9710-502*, Part 1 & 2, February 1999.
- [ALA89] B. ALABI, “A model for the problem of ground vibration induced by the wheels of a moving train”. *Applied Mathematics Modeling*, Vol. 13, pp. 710 - 715, 1989.
- [ALA92] B. ALABI, “A parametric study on some aspects of ground borne vibrations due to rail traffic”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 153 (1), 77 - 87, 1992.
- [AMI99] H. AMICK, “A frequency dependent soil propagation model”, *Conference on current developments in vibration control for optomechanical systems*, Denver, Colorado, pp. 1 - 8, July 1999.
- [AUE94] L. AUERSH, “Wave propagation in layered soils : theoretical solution in wave number domain and experimental results of hammer and railway traffic excitation”, *Journal of Sound and Vibration*, 173 (2), pp. 233 – 264, 1994.
- [AVO] AVON Technical products, "Rubber rail pads presentation", *Documentation technique*, 10 pages, Source : SNCF.
- [BAR62] D.D. BARKAN, Dynamics of bases and foundations, traduit du russe par L. Drashevskaja, édité par G.P. Tschebotarioff, Mac Graw-Hill, 1962.
- [BEL98] P.M. BELOTSEKOVSKIY, “Forced oscillations of infinite periodic structures. Applications to railway track dynamics”, *Vehicle system dynamics supplement*, Vol. 28, pp. 85 – 103, 1998.
- [BEN83] J. BENCAT, “In situ measurement of soil dynamic properties”, *Studies of University of Transport and Communication in Zalina*, Civil Engineering, pp. 37 - 47, 1983.
- [BLO00] J.R. BLOCK, B.P. TEMPLE, “The influence of vehicle and track condition on the generation of railway ground borne vibration”, *7th International Congress on Sound and Vibration*, Jul. 2000, Garmisch-Partenkirchen, Germany, pp. 2719 – 2726.
- [BOU98] W. BOULANGER, R. ARULNATHAN, L.F. HARDER, “Dynamic properties of Sherman Island Peat”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 124 (1), pp. 12 –20, 1998.
- [COL58] J. COLE, J. HUTH, “Stresses produced in a half plane by moving load”, *Journal of Applied Mechanics*, pp. 433 - 436, 1958.
- [DAT99] S. DATOUSSAID, B. DE SAEDELEER, O. VERLINDEN, “Vehicle track interaction and ground propagation of vibrations for urban railway vehicles”, *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering*, Vol. 45 (21), pp. 87 – 93.
- [DEB94] F.C.P. DE BARROS, J.E. LUCO, “Response of a layered visco-elastic half space to a moving point load”, *Wave Motion*, Vol. 19, pp.189 - 210, 1994.
- [DEB95] F.C.P. DE BARROS, J.E. LUCO, “Stresses and displacements in a layered half space for a moving line load”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 67, pp. 103 - 134, 1995.

- [DEG00] C. DEGRANDE, G. LOMBERT, “A dynamic soil structure interaction approach for the modeling of free field traffic induced vibrations”, *7th International Congress on Sound and Vibration*, Garmisch-Partenkirchen (Germany), 4-7 July 2000, pp. 2671-2678.
- [DIE96] H.A. DIETERMAN, A.V. METRIKINE, “The equivalent stiffness of a half space interacting with a beam. Critical velocities of a moving load along the beam”, *European Journal of Mechanics*, Vol. 15 (1), pp. 67 – 90, 1996.
- [DIN 00] J. DINKEL, E. TROMMER, H. GRUNDMANN, “Dynamics of vehicle track - subgrade system - full track simulation model”, *Conference on high speed trains on soft soils*, pp. 1 - 14, Gothenburg, mars 2000.
- [DOY97] J.F. DOYLE, “Wave propagation in structures – Spectral analysis using fast discrete Fourier transform”, 2^e edition, Springer Edition, 317 pages, 1997.
- [EKE00] T. EKEVID, M. LI, N.E. WIBERG, “Adaptive finite element analysis of wave propagation under moving loads induced by high speed trains”, *ECCOMAS 2000*, Barcelona, 11 - 14 September 2000, pp. 1-19.
- [FAU96] B.C. FAULKNER, F.W. BARTON, T.T. BABER, W.T. MCKEEL, “Determination of bridge response using acceleration data”, *Report FHWA/VA-97-R5*, Virginia Transportation Research Council, USA, pp. 1 – 23, 1996.
- [FEL96] S.F. FELSZEGHY, “The Timoshenko beam on an elastic foundation and subjected to a moving step load”, *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 118, 277 - 291, 1996.
- [GRU99] H. GRUNDMANN, M. LIEB, E. TROMMER, “The response of a layered half space to traffic load moving along its surface”, *Archives of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 55 - 67, 1999.
- [GUD96] G. GUDEHUS, “A comprehensive constitutive equation for granular materials”, *Soils and foundations*, Vol. 36 (1), pp. 1 – 12, Mars 1996.
- [GUN96] M. GUNARATINE, O. SANDERS, “Response of a layered elastic medium to a moving strip load”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 20, pp. 191 - 208, 1996.
- [HEC96] M.A. HECKL, G. HAUCK, R. WETTSCHURECK, “Structure borne sound and vibration from rail traffic”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193 (1), pp. 175 - 184, 1996.
- [HIL01] R. HILDEBRAND, “Effect of a soil stabilisation on audible frequency railway ground vibration”, *Proceedings of the 7th International Workshop on Railway Noise*, CD-ROM, Portland (Maine, USA), 24 – 27 October 2001, pp. 1 - 8.
- [HUN01] H. H. HUNG, Y. B. YANG, “Elastic waves in visco-elastic half space generated by various vehicle loads”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 21, pp. 1 – 17, 2001.
- [JON00] C.J.C. JONES, X. SHENG, M. PETYT, “Simulation of ground vibration from a moving harmonic load on a railway track”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 231 (3), pp. 739 - 751, 2000.
- [JON91] D. JONES, M. PETYT, “Ground vibration in the vicinity of a strip load: A two dimensional half-space model”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 147, pp. 155 - 166, 1991.

- [JON92] D.V. JONES, M. PETYT, "Ground vibration in the vicinity of a strip load : an elastic layer on a rigid foundation". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 152 (3), pp. 501 - 515, 1992.
- [JON93a] D. V. JONES, M. PETYT, "Ground vibration in the vicinity of a strip load : an elastic layer on an elastic half space", *Journal of Sound and Vibration*, 161 (1), pp. 1 – 18, 1993.
- [JON93b] D.V. JONES, M. PETYT, "Ground vibration in the vicinity of a rectangular load on a half space", *Journal of Sound and Vibration*, 166 (1), 141 - 159, 1993.
- [JON98] D.V. JONES, D. LE HOUEDDEC, A.T. PELOW, M. PETYT, "Ground vibration in the vicinity of a moving harmonic rectangular load on a half space". *European Journal of Mechanics A/Solids*, 17 (1), pp. 153 – 166, 1998.
- [KAU81] E. KAUSEL, J.M. ROESSET, "Stiffness matrices for layered soils", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 6, pp. 1743 - 1761, 1981.
- [KAY00] A.M. KAYNIA, C. MADSHUS, P. ZACKRISSON, "Ground vibration from high speed trains : prediction and countermeasure", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, pp. 531 – 537, 2000.
- [KNO93] K.L. KNOTHE, S.L. GRASSIE, "Modeling of railway track and vehicle / track interaction at high frequency", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 22, pp. 209-262, 1993.
- [KRY94] V.V. KRYLOV, C. FERGUSON, "Calculation of low frequency ground vibration from railway trains", *Applied Acoustics*, Vol. 42, pp. 199 - 213, 1994.
- [KRY95] V.V. KRYLOV, "Generation of ground vibrations by superfast trains", *Applied Acoustics*, Vol. 44, pp. 149 - 164, 1995.
- [KRY97] V.V. KRYLOV, "Spectra of low frequency ground vibrations generated by high speed trains on layered ground". *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*, Vol. 16 (4), pp. 257 - 270, 1997.
- [LAG96] O. LAGHROUCHE, "Simulation numérique de propagations d'ondes dans les sols - Application à l'isolation vibratoire", *Thèse de Doctorat*, Ecole Centrale de Nantes, 1996.
- [LAM04] H. LAMB, "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, London, A 203, pp. 1 - 42, 1904.
- [LEF00] G. LEFEUVE-MESGOUEZ, A.T. PELOW, D. LE HOUEDDEC, "Ground vibration in the vicinity of a high speed moving harmonic strip load", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 231 (5), pp. 1289 – 1309, 2000.
- [LEF02] G. LEFEUVE-MESGOUEZ, O. LAGHROUCHE, B. PICOUX, D. LE HOUEDDEC, P. BETTESS, "Ground vibration in the vicinity of a moving harmonic strip load : semi analytical and numerical models", *Journal of Sound and Vibration*, Article soumis.
- [LEF99] G. LEFEUVE-MESGOUEZ, "Propagation d'ondes dans un massif soumis à une charge se déplaçant à vitesse constante", *Thèse de doctorat*, Ecole Centrale de Nantes, 1999.
- [LEH95] D. LE HOUEDDEC, "Couplage sols – structures", *Cours de 3^{ième} Année*, Ecole Centrale de Nantes, 1995.

- [LOM00] G. LOMBAERT, G. DEGRANDE, "An efficient formulation of Krylov's prediction model for train induced vibrations based on the dynamic reciprocity theorem", *7th International Congress on Sound and Vibration*, Jul. 2000, Garmisch-Partenkirchen (Germany), pp. 2671 – 2678.
- [LOV29] A.E.H. LOVE, "The stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A228, pp. 377-420, 1929.
- [MAD00] C. MADSHUS, A.M. KAYNIA, "High speed railway lines on soft ground : dynamic behavior at critical train speed", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 231 (3), pp. 689 - 701, 2000.
- [MAD99] C. MADSHUS, A.M. KAYNIA, L. HARVIK, K. HOLME, "A numerical ground model for railway - induced vibration.", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228 (1) , pp. 45 - 55, 1999.
- [MET97] A.V. METRIKINE, H.A. DIETERMAN, "Three dimensional vibrations of a beam on an elastic half space : resonance interaction of vertical, longitudinal and lateral beam waves.", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, pp. 951 - 956, 1997
- [MET99] A.V. METRIKINE, K. POPP, "Vibration of a periodically supported beam on an elastic half space". *European Journal of Mechanics A/Solids*, 18, pp. 679 - 701, 1999.
- [NGU02] V.H. NGUYEN, "Comportement dynamique de structures non-linéaires soumises à des charges mobiles", *Thèse de Doctorat*, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [PIC01a] B. PICOUX, D. LE HOUÉDEC, "Propagation d'ondes en surface d'un massif soumis à un effort vertical et latéral dû à un trafic ferroviaire", *XV^{ième} Congrès français de Mécanique*, CD-ROM , pp. 1 - 6, Nancy, 3 - 7 Septembre 2001.
- [PIC01b] B. PICOUX, R. ROTINAT, J.P. REGOIN, D. LE HOUÉDEC, "Prediction and measurements of vibrations from a railway track lying on a semi-infinite peaty ground", *7th International Workshop on Railway Noise*, Proceedings CD-ROM (12 pages), Portland (Maine), USA, 24-27 October 2001.
- [PIC01c] B. PICOUX, D. LE HOUÉDEC, "Two dimensional model for the response of ground surface due to vibrations emitted by a railway traffic", *Recent Res. Devel. Sound & Vibration*, 1(2002):63-76 ISBN:81-7895-031-6.
- [PIC02] B. PICOUX, D. LE HOUÉDEC, "Experimental and numerical investigation on vibration from a railway traffic moving on a soft ground", *Conference on structural dynamics EURO DYN 2002*, Grundmann & Schuëller (Eds.), pp. 485-490, Munich, 5-7 September 2002.
- [QUI97] J. QUIBIER, *Propagation d'ondes en géophysique et en géotechnique*, Vol. 1 et 2, Editions Technip.
- [RAY85] L. RAYLEIGH, "On waves propagated along the surface of an elastic solid", *Proceedings of the London Mathematical Society*, Vol.17, pp. 4 – 11, 1885.
- [REG98] J.P. REGOIN, Détermination in situ des caractéristiques mécaniques d'un massif de sol, *Mémoire Ingénieur D.P.E.*, 1998.
- [RIC70] F.E. RICHART, J.R. HALL, R.D. WOODS, *Vibration of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

- [SHE01] X. SHENG, C.J.C. JONES, D.J. THOMPSON, "A comparison of a theoretical model for vibration from trains with measurements" , *Proceedings of the 7th International Workshop on Railway Noise*, CD-ROM, Portland (Maine, USA), 24 – 27 October 2001, pp. 1 - 8.
- [SHE99] X. SHENG, C.J.C. JONES, M. PETYT, "Ground vibration generated by a load moving along a railway track". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228 (1), pp. 129 - 156, 1999.
- [SME02] A. SMEKAL, E. BERGGREN, "Mitigation of track vibration at Lesgard Sweden, field measurements before and after soil improvement", *Proceedings of the conference EURO DYN'02*, Balkema Ed., Munich (Germany), 2 - 5 September 2002.
- [SNE52] I. SNEDDON, "The stress produced by a pulse of pressure moving along the surface of a semi-infinite solid". *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, Vol. 1 (2), pp. 57 - 62, 1952.
- [SUI99a] A.S.J. SUIKER, C. CHANG, R. BORST, C. ESVELD, "Surface waves in a stratified half space with enhanced continuum properties. Part 1 : formulation of the boundary value problem". *European Journal of Mechanics A/Solids*, 18, pp. 749 - 768, 1999.
- [SUI99b] A.S.J. SUIKER, C. CHANG, R. BORST, C. ESVELD, "Surface waves in a stratified half space with enhanced continuum properties. Part 2 : analysis of the wave characteristics in regard to high speed railway tracks". *European Journal of Mechanics A/Solids*, 18, pp. 769 - 787 , 1999.
- [TAS89] E. TASSILLY, N. VINCENT, "Prévision et contrôle des vibrations transmises au sol par les trains". *Revue générale des chemins de fer*. 108^{ième} année, pp. 11 -19, 1989.
- [TAS91] E. TASSILY, N. VINCENT, A linear model for the corrugation of rails, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 150, pp. 24-45, 1991.
- [TRO98] C. TROMBINO, "Elastic Properties of Sand-Peat Moss Mixtures from Ultrasonic Measurements.", *Report UCRL-ID-131770*, Lawrence Livermore National Laboratory, September 1998.
- [WU00] J. WU, P. SHIH, "Dynamic responses of railway and carriages under the high speed moving loads.", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 236 (1), pp. 61 – 87.

ANNEXES

ANNEXE I : Définitions

1. Transformée de Fourier, formulaires et théorèmes

La transformée de Fourier décompose une fonction en une somme de sinusoides de fréquences différentes. Les transformées de Fourier spatiales bi-dimensionnelle d'une fonction $f(x)$ et tri-dimensionnelle d'une fonction $f(x,y)$ sont notées respectivement :

$$\bar{f}(\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i\beta x} dx \quad \bar{f}(\beta, \gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)e^{-i(\beta x + \gamma y)} dx dy$$

Les principales propriétés de la transformée de Fourier sont :

- Translation : $\text{TF}\{f(x - x_0)\} = \bar{f}(\beta)e^{i\beta x_0}$ et $\text{TF}\{f(x)e^{i\beta_0 x}\} = \bar{f}(\beta - \beta_0)$
- Convolution : $\text{TF}\{f(x) \otimes g(x)\} = \bar{f}(\beta).\bar{g}(\beta)$ et $\text{TF}\{f(x).g(x)\} = \bar{f}(\beta) \otimes \bar{g}(\beta)$
- Corrélation : $h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)g(x+u)du$ et $\text{TF}\{h(x)\} = \bar{f}(\beta).\bar{g}^*(\beta)$

Si f et g représentent la même fonction, l'intégrale représente l'auto-corrélation.

$$\text{TF}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)f(x+u)du\right\} = |\bar{f}|^2 \quad \ll \text{Théorème de Wiener - Khintchine} \gg$$

- Le théorème de Parseval stipule que la puissance d'un signal représenté par la fonction $h(x)$ est la même en espace et en nombre d'onde telle que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h^2(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{h}^2(\beta)d\beta$$

La puissance spectrale est alors donnée par : $P(\beta) = |\bar{h}(\beta)|^2$ où $-\infty \leq \beta \leq \infty$

- Fonctions spéciales : $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)dx = 1$
 $\delta(x)=0 \quad x \neq 0$

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -1/2 \leq x \leq 1/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H(x)e^{-i\beta x} dx = \int_{-1/2}^{1/2} \cos(-\beta x) + i \sin(-\beta x) dx = 2 \frac{\sin(\beta x / 2)}{\beta x}$$

2. Échantillonnage

Le théorème d'échantillonnage montre qu'un signal réel $f(t)$ limité à B_0 Hz peut être reconstruit sans erreur à partir d'un échantillon pris uniformément à la fréquence d'échantillonnage $f_{\text{éch}} < 2B_0$. La fréquence d'échantillonnage minimale $F_N = 2B_0$ Hz est appelée la fréquence de Nyquist. Cette fréquence critique donne les bornes positives et négatives d'utilisation de la FFT numérique (cf. Paragraphe 3) de manière à éviter le repliement des spectres.

Soit $x(t)$ et $X(\Omega)$ un signal continu et sa transformée de Fourier, ces signaux sont liés par :

$$X(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\Omega t} dt \quad \text{et} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\Omega)e^{i\Omega t} d\Omega$$

Soit $x(n)$ et $X(\omega)$ un signal discret et sa transformée de Fourier, liés par la relation :

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-i\omega n} \quad \text{et} \quad x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(\omega)e^{i\omega n} d\omega$$

Le signal discret $x(n)$ est obtenu par échantillonnage du signal continu $x(t)$ à intervalle régulier T caractérisant la fréquence d'échantillonnage :

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X\left(\frac{\omega}{T} + \frac{2\pi}{T}\right) e^{i\omega n} d\omega \quad \text{et} \quad X(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}\right)$$

3. Transformée de Fourier inverse et FFT

Les transformées de Fourier inverses spatiales bi-dimensionnelle d'une fonction $f(\beta)$ et tri-dimensionnelle d'une fonction $f(\beta, \gamma)$ sont notées respectivement :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(\beta) e^{i\beta x} d\beta$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(\beta, \gamma) e^{i(\beta x + \gamma y)} d\beta d\gamma$$

La transformée de Fourier inverse peut être réalisée numériquement par FFT (*Fast Fourier Transform*). L'algorithme a été développé par Tukey et Cooley en 1965 et réduit le nombre de calculs classiques de N^2 à $N \log_{10} N$ où N est le nombre de points pris pour la transformée.

4. Utilisation de la fonction "Peigne de Dirac"

La fonction "Peigne de Dirac" est définie dans le domaine réel et transformé par :

$$S(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - nd) \quad \leftrightarrow \quad S(\beta) = K \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\beta - k \frac{2\pi}{d}\right)$$

K peut être pris égal à d^2 pour garantir la conversion de la puissance dans le passage du domaine spatial au domaine des nombres d'onde. La fonction résultante $F_k(\beta)$ sous la voie peut être vue comme la convolution de la fonction force résultante (cf. Chapitre I) $F_S(\beta)$ et de la fonction peigne de Dirac $S(\beta)$ sous la forme :

$$F_k(\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(\beta - \nu) S(\nu) d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} F_S(\beta - \nu) K \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - k \frac{2\pi}{d}\right) d\nu$$

La convolution $F_k(\beta)$ d'une fonction $F_S(\beta)$ par une impulsion de Dirac décalée en $2\pi k/d$ se traduit par une translation de $2\pi/d$. Pour les différentes impulsions, on a donc :

$$F(\beta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_k(\beta) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_S\left(\beta - k \frac{2\pi}{d}\right)$$

La transformée de Fourier du signal réponse s'obtient par addition de reproductions de la transformée de Fourier du signal original identiques en forme mais décalées les unes des autres de $2\pi/d$.

L'espacement des traverses peut aussi être intégré dans le modèle par l'imbrication d'une fonction de transfert donnée par une série d'impulsions rectangulaires 1 (dimension de la traverse) et espacées d'une distance d . Cette fonction est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{d} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega \frac{1}{2})}{n} \cos(n\omega x)$$

5. Calcul du spectre en un point quelconque du sol

Le spectre S_w en un point quelconque (x,y) en surface du massif est donné en fonction de la fréquence par la transformée de Fourier temporelle du signal réponse en surface calculée dans le chapitre I. On donne (cf. Chapitre I) :

$$S_w(x, y, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x, y, t) e^{-2i\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x, y) e^{-2i\pi ft} e^{i\Omega_0 t} dt$$

En utilisant le changement de variable $x = x_1 - ct$ défini dans le Chapitre I, l'expression du spectre des déplacements en surface devient :

$$S_w(x, y, f) = \frac{e^{i\beta x}}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} w^*(x_1, y) e^{-i\beta x_1} dx_1 = \frac{e^{i\beta x}}{c} \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \iint \bar{w}^*(\beta, \gamma) e^{i\gamma y} d\beta d\gamma \right\}$$

Le spectre de déplacement est ainsi donné par la transformée de Fourier inverse du champ de déplacement en surface du massif multiplié par un coefficient $e^{i\beta x}/c$. Ainsi, puisque la charge se déplace, une charge excitant le sol avec une seule fréquence Ω_0 dans le repère mobile produit en un point fixe du sol une réponse transitoire avec un spectre contenant une large gamme de composantes fréquentielles. L'effet Doppler transcrit ici dépend de la vitesse des ondes dans le sol.

6. Notion de densité spectrale

Le spectre de puissance d'un signal discret déterministe de longueur finie $x(n)$ est défini par le carré de l'amplitude de la transformée de Fourier de ce même signal :

$$S_x(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i\omega n} \right|^2$$

De manière équivalente, le spectre d'auto-corrélation de deux signaux $x(n)$ et $y(n)$ est donné par :

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{N} \left(\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i\omega n} \right) \left(\sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-i\omega n} \right)^*$$

Un signal ou un processus aléatoire est ergodique s'il est stationnaire et si on peut évaluer les moyennes statistiques aux moyennes temporelles équivalentes. Ce même signal ne possède pas de transformée de Fourier. Néanmoins, le théorème de Wiener – Khintchine montre qu'il

est possible d'accéder au module moyen du spectre en calculant la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation R_x donnée par l'espérance mathématique E telle que :

$$R_x(m) = E\{x(m+n)x^*(n)\}$$

et le spectre de puissance s'écrit :

$$S_x(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_x(m)e^{-i\omega m}$$

La densité spectrale de puissance (DSP) est définie par :

$$\Phi(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \varphi(k)e^{-i2\pi fk}$$

Elle peut être utilisée pour les signaux aléatoires ou déterministes.

En considérant un estimateur à variance faible pour la fonction d'auto-corrélation et pour un signal x aléatoire, il est possible d'écrire cette fonction sous la forme :

$$\varphi(k) = \frac{1}{N} x^*(-n).x(n)$$

et l'estimateur de densité spectrale devient :

$$\Phi(f) = \frac{1}{N} |X(f)|^2 \text{ où } X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-i2\pi fn}$$

$\Phi(f)$ est la transformée de Fourier du signal pondéré par une fenêtre rectangulaire.

On notera alors la densité spectrale par $N\Phi(f)$ et on représentera le plus souvent la densité spectrale de puissance (DSP) par :

$$N\Phi^2 = \int_0^\infty \Phi(f)df$$

7. Notion de filtre

Un filtre est appliqué avant chaque intégration numérique. Ce filtre est mis en place pour supprimer toute composante continue (DC offset) qui peut exister dans le signal issu des accéléromètres. Nous utilisons un filtre IIR (Infinite Impulse Response) de type Butterworth passe haut d'ordre 5. Ces filtres sont définis dans le domaine fréquentiel comme une fonction de transfert rationnelle de la forme :

$$H(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i}$$

où a_i et b_i sont des coefficients à déterminer de manière équivalente par les zéros et les pôles de H donnant la réponse $h^2(\omega) = |H(i\omega)|^2 = H(s).H(-s)$. Ainsi $h(\omega)$ est le spectre du filtre linéaire. Un filtre passe bas est alors obtenu pour $h(\omega) = 0$ pour $\omega > \omega_c$ et $h(\omega) = 1$ pour $\omega < \omega_c$ (les filtres passe haut et passe bande sont obtenus par simple changement de variable).

Le filtre Butterworth considéré est alors donné par :

$$h_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}$$

où ω_c est la fréquence de coupure et n l'ordre du filtre.

ANNEXE III : Paramètres utilisés pour le modèle

Voie ferrée

Elément	Caractéristiques mécaniques
Rails (2)	$E = 2,11.10^{11} \text{ N.m}^{-2}$; $I = 3055 \text{ cm}^4$; $m_R = 60,34 \text{ kg.m}^{-1}$ [SNCF]
Semelles	$\eta_P = 0,2$; $k_P = 60.10^6 \text{ N.m}^{-2}$ [AVO]
Traverses	Bois (monobloc) - $m_S = 191 (+ 23) \text{ kg.m}^{-1}$ [SNCF] Béton (bi-blocs) - $m_S = 333 (+ 8) \text{ kg.m}^{-1}$
Ballast	$\eta_B = 1$; $k_B = 3,15.10^8 \text{ N.m}^2$; $m_B = 1200 \text{ kg.m}^{-1}$ [SHE99]

① Sol de type semi-infini

Couche	Caractéristiques mécaniques	c_p	c_s
Ballast	$E = 300 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho = 1800 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$ [TAS91]	431	264
Massif semi infini	sable : $E = 269 \text{ MPa}$; $\nu = 0,257$; $\rho = 1550 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$	460	263
	tourbe : $E = 68 \text{ MPa}$; $\nu = 0,43$; $\rho = 1600 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,05$	435	131

② Sol de type "1 couche" sur massif semi-infini

Couche	Caractéristiques mécaniques	c_p	c_s
Ballast	$E = 300 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho = 1800 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$ [TAS91]	431	264
Couche « sable »	$E = 269 \text{ MPa}$; $\nu = 0,257$; $\rho = 1550 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$; $h = 7 \text{ m}$	460	263
Massif semi-infini	$E = 2040 \text{ MPa}$; $\nu = 0,179$; $\rho = 2450 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$	952	596

③ Sol de type "2 couches" sur substrat crayeux

Couche	Caractéristiques mécaniques	c_p	c_s
Ballast	$E = 300 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho = 1800 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$ [TAS91]	431	264
Couche « molle »	$E = 60 \text{ MPa}$; $\nu = 0,44$; $\rho = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$; $h = 3 \text{ m}$	360	118
Couche « sable »	$E = 269 \text{ MPa}$; $\nu = 0,257$; $\rho = 1550 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$; $h = 4 \text{ m}$	460	263
Massif semi-infini	$E = 2040 \text{ MPa}$; $\nu = 0,179$; $\rho = 2450 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$	952	596

④ Sol de type "1 couche de tourbe" sur substrat crayeux

Couche	Caractéristiques mécaniques	c_p	c_s
Ballast	$E = 300 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho = 1800 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$ [TAS91]	431	264
Couche « tourbe »	$E = 68 \text{ MPa}$; $\nu = 0,43$; $\rho = 1600 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,05$; $h = 7 \text{ m}$	335	122
Substrat crayeux	$E = 3989 \text{ MPa}$; $\nu = 0,35$; $\rho = 2000 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$	1850	920

⑤ Sol de type "mesuré à Crouy" (tourbe et transition sur substrat crayeux)

Couche	Caractéristiques mécaniques	c_p	c_s
Ballast	$E = 300 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$; $\rho = 1800 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$ [TAS91]	431	264
Couche « tourbe »	$E = 68 \text{ MPa}$; $\nu = 0,43$; $\rho = 1600 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,05$; $h = 3 \text{ m}$	335	122
Couche transition	$E = 959 \text{ MPa}$; $\nu = 0,37$; $\rho = 1850 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,08$; $h = 4 \text{ m}$	959	475
Substrat crayeux	$E = 3989 \text{ MPa}$; $\nu = 0,35$; $\rho = 2000 \text{ kg.m}^{-3}$; $\eta = 0,1$	1850	920

ANNEXE IV : Matériels de mesure

1. Vélocimètre Laser

1.1. Appareil utilisé

L'appareil qui a servi aux mesures de vitesses latérales du rail est le vélocimètre OFV 2200 de la société allemande RMP-Polytec. Le milieu amplificateur du faisceau est du gaz (Helium – Néon) et le faisceau possède une longueur d'onde de 633 nm. La puissance de l'appareil est de 0,8 mW. La gamme de vitesses s'étend alors jusqu'à 1,25 m.s⁻¹ avec une dynamique de 90 dB. La gamme de mesure des déplacements va jusqu'à ± 41 cm avec une dynamique de 72 dB.

1.2. Principe de fonctionnement

Lorsqu'un corps se déplace suivant une direction donnée avec une vitesse V suivant cette direction, toute onde incidente de fréquence f_0 et de longueur d'onde λ est rétro-diffusée par le corps en une onde de fréquence f différente de f_0 . Le décalage en fréquence est donné par :

$$f - f_0 = \frac{2V}{\lambda}.$$

Les vélocimètres Laser utilisent ce décalage pour recueillir des informations en vitesse. Cependant, la fréquence de l'onde incidente (10^{14} Hz) est beaucoup plus importante que la fréquence induite par le déplacement de la cible (10^6 Hz). De plus, il n'est pas possible de prévoir le signe de la vitesse. C'est pourquoi un dispositif mécanique interne (cellule de Bragg) opère un décalage en fréquence de l'ordre de $40 \cdot 10^6$ Hz. Ainsi, le signal rétrodiffusé peut être comparé au faisceau modulé conservé dans l'appareil. La fréquence obtenue est alors égale à $f_{\text{Bragg}} + 2V/\lambda$.

2. Accéléromètres

2.1. Appareils utilisés

Deux types d'appareils ont été utilisés pour les mesures d'accélération. Sur le rail, un accéléromètre Bruel et Kjaer de type 4371 est fixé sur le patin grâce à une base magnétique. Sur le sol sont disposés des accéléromètres de type ICP (PCB Piezotronics – modèle 393A03) montés sur des supports rectangulaires en acier. Ces accéléromètres sont aussi utilisés pour les mesures sur la traverse (par collage) ou dans le ballast (monté sur pieu en acier).

2.2. Principe de fonctionnement

L'accéléromètre de type 4371 est un accéléromètre piézoélectrique en cisaillement en delta qui assure une très bonne stabilité et linéarité du signal de sortie. La fréquence de résonance est relativement élevée (28 kHz). L'accéléromètre ICP (Integrated Circuit Piezoelectric) est aussi un accéléromètre piézoélectrique. Le courant de sortie, proportionnel à l'accélération appliquée, est généré par l'effet piézoélectrique d'un cristal de quartz. Cet effet produit une accumulation de particules chargées sur le cristal. Cette charge est proportionnelle à la force appliquée ou à la contrainte. Les charges s'accumulent sur les électrodes qui les collectent et les transmettent à un conditionneur. Le signal peut être enregistré en sortie du conditionneur.

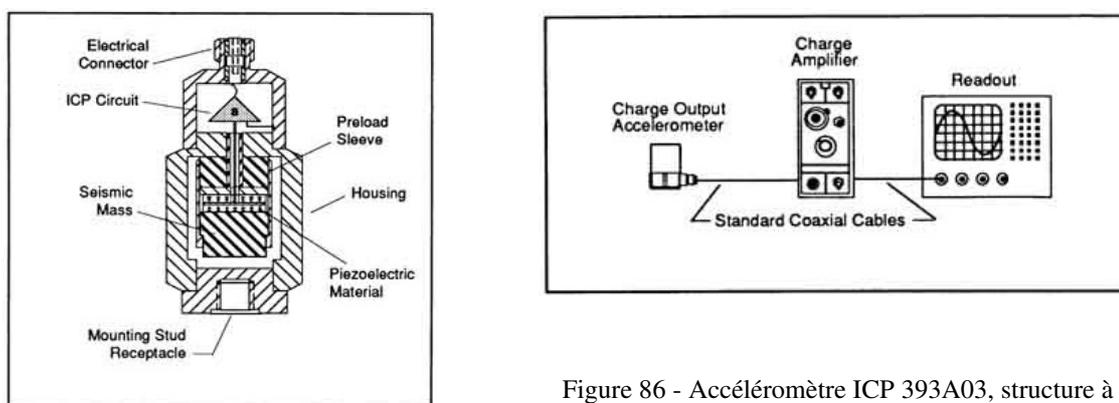


Figure 86 - Accéléromètre ICP 393A03, structure à gauche et chaîne de mesures à droite (Source PCB)

Le circuit électronique ICP intégré convertit le signal généré par le capteur piézoélectrique en un signal de basse impédance. Grâce à son impédance faible, le signal peut être transmis par un câble long sans être dégradé. Ces accéléromètres ont une sensibilité de 1 V/g avec une résolution de $5 \cdot 10^{-6}$ g rms entre 1 Hz et 10 kHz. Ce modèle est couramment utilisé dans les mesures de vibrations des structures et du sol.

3. Vidéo Numérique Rapide

3.1. Appareil utilisé

La vidéo numérique rapide est un système intégré de gestion de vidéo numérique sur PC. La version de caméra utilisée est la version 250 de SYSMAT Industrie qui permet une acquisition de séquences vidéo monochrome (256 niveaux de gris) jusqu'à 250 images par seconde avec une résolution de 528x512 pixels.

3.2. Principe et analyse des données

Le logiciel d'acquisition des données, développé sous Windows 98, est simple d'utilisation. Il permet le réglage des paramètres d'enregistrement, la visualisation en temps réel et l'enregistrement de séquence de n images sous un format Bitmap Windows. Des mesures dimensionnelles et angulaires peuvent être effectuées par pointage directement sur l'image. Pour un essai, la séquence d'images enregistrée est traitée a posteriori par un logiciel de traitement image par image [PIC01b]. L'algorithme de ce logiciel permet de déterminer les déplacements d'un point entre chaque image après calibrage des dimensions.

4. Système d'acquisition

L'unité d'acquisition comprend un ordinateur de type PC Pentium II 350 muni d'une carte SVGA AGP et d'une carte d'acquisition de vidéo numérique PCI (Figure 87). Un logiciel développé sous Labview 5.01 permet l'acquisition de la séquence d'images (1800 pour 7 secondes d'enregistrement). Avant l'enregistrement, il est nécessaire d'associer aux voies tension des caractéristiques d'une voie physique (gamme d'échelle, unité) qui seront utilisées dans l'affichage du logiciel d'acquisition VNR.

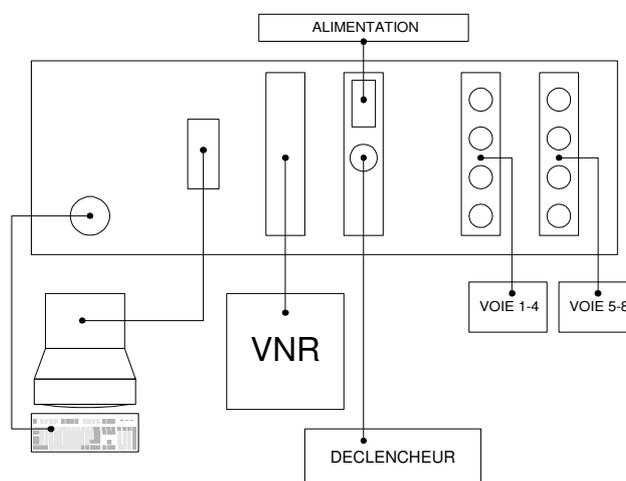


Figure 87 - Carte d'acquisition de la vidéo et du signal

Le déclenchement est réalisé par l'entrée trigger de la carte. Entre les voies numérique et analogiques, les signaux peuvent être enregistrés de manière synchrone ou asynchrone. L'enregistrement synchrone contraint la fréquence d'échantillonnage à se caler sur la fréquence de 250 Hz. La fonction asynchrone est donc choisie pour permettre l'enregistrement des signaux analogiques à une fréquence de 1000 Hz.

5. Déclencheur TTL

L'ensemble de la chaîne de mesures est enclenché par un déclencheur délivrant un signal sur l'entrée TTL de la carte d'acquisition dès la coupure du faisceau infrarouge par le passage du premier essieu entre la cellule et le réflecteur. Ce déclenchement permet d'optimiser la durée d'acquisition et d'estimer la vitesse du train. Les mesures *in situ* sont faites sur les 3 sites différents où les gammes de vitesses des trains vont de 80 à 140 km/h. La carte d'acquisition en déclenchement trigger et fonctionnement asynchrone entre voie analogique et numérique entraîne une perte de 8 images (soit 0,032 seconde à 250 images par seconde). Tenant compte de ce léger désagrément, la position du déclencheur est représentée sur la Figure 88 pour les deux gammes de vitesse.

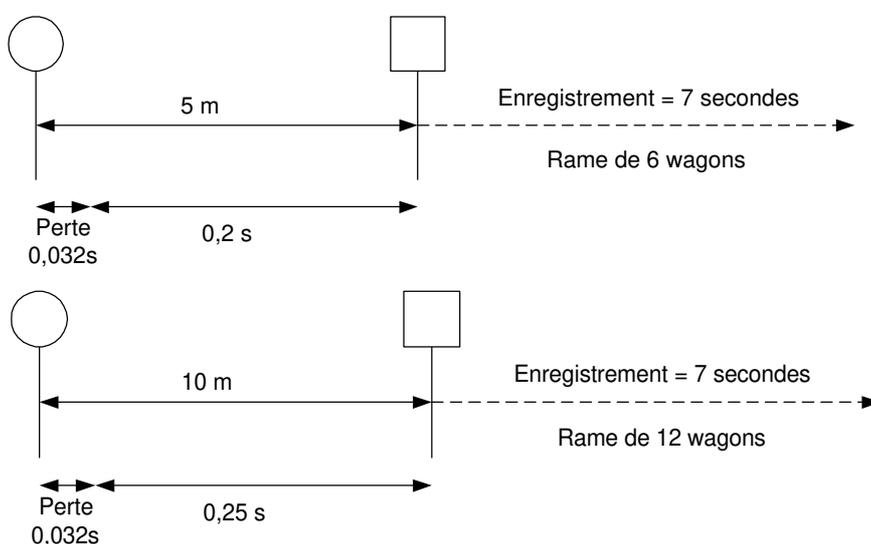


Figure 88 - Position du déclencheur O par rapport à la caméra □.
En haut à 80 km/h, en bas à 140 km/h.

Pour une rame de 9 wagons (11 secondes à 80 km/h), il sera nécessaire de diminuer la fréquence d'acquisition de la caméra (de 250i/s à 170i/s). Le déplacement du train entre chaque image de la VNR est de 8 cm à 80 km/h et de 15 cm à 140 km/h. La vitesse est alors calculée avec $\pm 0,3$ m/s d'erreur maximale.

ANNEXE V : Liste des enregistrements

MARDI 17 JUILLET : CROUY – ST – PIERRE (Etude sur voie 1)

n°	Passage	Voie	Type	Composition	Vitesse (km.h ⁻¹)	Poids total (T)
17-01	12h30	1	Autorail	4 voitures	102	143
17-02	13h05	2	Corail	2 CC72000 + 12 voitures	-	583
17-03	13h45	2	Autorail	4 voitures	102	143
17-04	14h10	2	Fret	1 Locomotive 66401	-	195
17-05	14h35	2	Autorail	2 voitures	135	173
17-06	15h05	2	Fret	2 locos + 22 wagons	95	1940
17-07	15h30	1	2 locos	2 locomotives 66401	98	136
17-08	16h15	2	Fret	2 locos + 29 wagons (1349T)	94	1485
17-09	17h00	1	RRR	4 voitures	98	173

MERCREDI 18 JUILLET : BREILLY (Etude sur voie 1)

N°	Passage	Voie	Type	Composition	Vitesse	Poids
18-01	8h05	2	Autorail	4 voitures	80	143
18-02	8h15	2	RRR	4 voitures	80	158
18-03	8h25	1	Corail	2 CC72000 + 12 voitures	75	583
18-04	9h06	2	Autorail	2 voitures	77	71
18-05	9h42	1	Fret	2 Locos + 22 wagons (418T)	75	554
18-06	10h09	2	Corail	1 CC72000 + 6 voitures	-	583
18-07	10h55	1	Corail	1 CC72000 + 6 voitures	66	531
18-08	11h20	1	Autorail	2 voitures	80	71
18-09	12h30	1	Autorail	4 voitures	77	143
18-10	13h05	2	Corail	1 CC72000 + 6 voitures	-	531
18-11	13h15	2	Autorail	2 voitures	-	71
18-12	13h40	2	Autorail	4 voitures	-	143
18-13	14h28	2	2 locos	2 66401	-	173
18-14	15h00	1	2 Locos	2 CC72000	75	136
18-15	15h10	2	Fret	2 Locos + 22 wagons (1800T)	67	1936
18-16	15h42	1	Corail	1 CC72000 + 6 wagons	70	531
18-17	16h15	1	Autorail	4 voitures	75	143

JEUDI 19 JUILLET : CROUY – ST – PIERRE (Etude sur voie 2)

n°	Passage	Voie	Type	Composition	Vitesse	Poids
19-01	9h05	2	Autorail	4 voitures	102	143
19-02	10h05	2	Corail	2 CC72000 + 12 voitures	?	583
19-03	11h10	1	Corail	2 CC72000 + 12 voitures	130	583
19-04	12h15	1	Autorail	-	-	-
19-05	12h36	1	RRR	4 voitures	99	173
19-06	13h00	2	Corail	1 CC72000 + 6 voitures	118	531
19-07	13h35	2	Corail	1 CC72000 + 6 voitures	118	531
19-08	14h32	2	RRR	4 voitures	100	158
19-09	15h02	2	Fret	2 Locos + 22 wagons (1800T)	102	1936
19-10	15h45	2	Corail	2 CC72000 + 12 voitures	135	583

ANNEXE VI : Photographies



Figure 89 - Mesures accélérométriques sur le rail (verticale à gauche, latérale à droite)



Figure 90 - Mesures accélérométriques sur la traverse (à gauche) et dans le ballast (à droite)



Figure 91 - Mesures accélérométriques à la surface du sol (à gauche), vélocimétrie Laser (à droite)

ANNEXE VII : Essai de sismique par réfraction

L'essai de sismique par réfraction permet de déterminer la vitesse de propagation des ondes dans le sol puis d'en déduire la profondeur des différentes couches. Les premiers temps d'arrivée des ondes en fonction des distances entre la source et les récepteurs sont reportés sur un graphe (Figure 92) et forment les courbes dromochroniques (ondes P réfléchies et réfractées). En calculant les différences de temps d'arrivée dans la couche considérée, la vitesse des ondes P peut être déterminée en utilisant une régression linéaire (Figure 93, 94 et 95). Une méthode identique mais réalisée à l'aide de capteurs différents (3D) est utilisée pour la détermination des vitesses des ondes S.

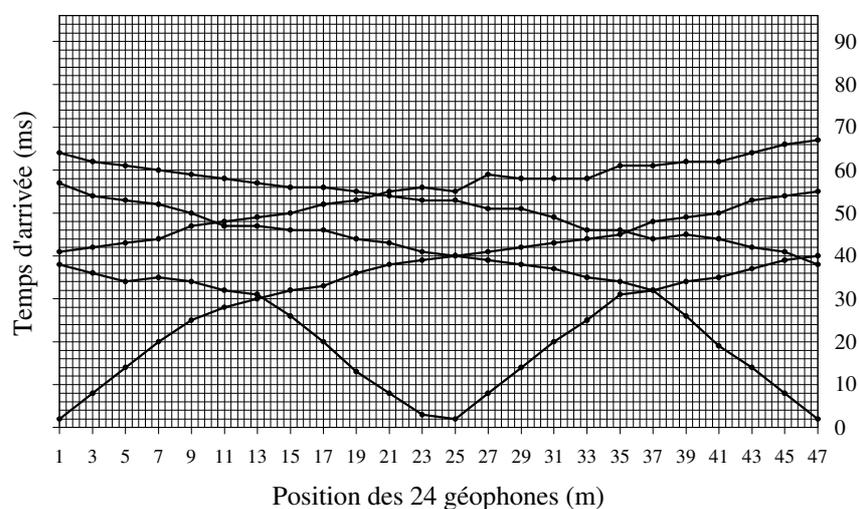


Figure 92 - Exemple de dromochroniques (ondes P) établies à partir de mesures du site 3

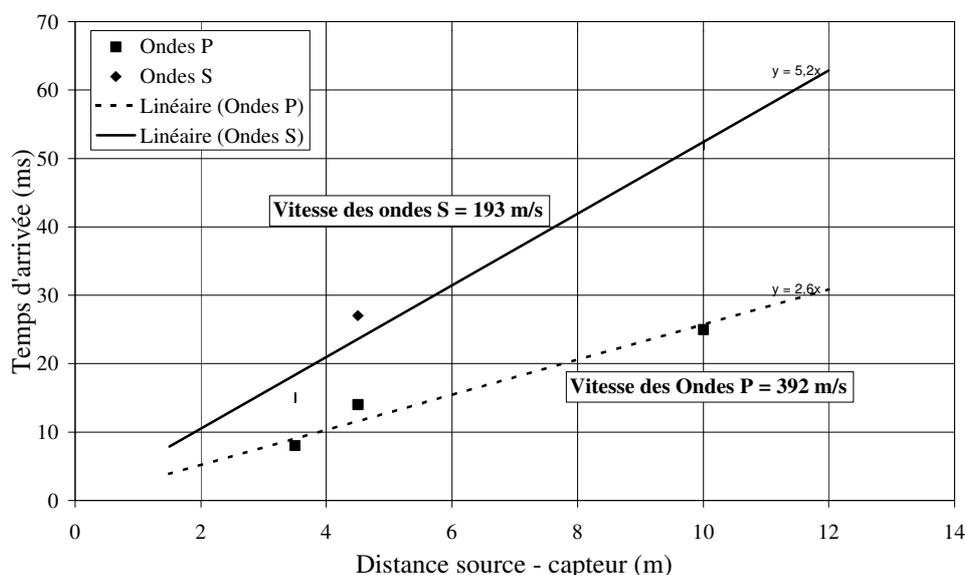


Figure 93 - Détermination graphique de la vitesse de ondes sur le site 1

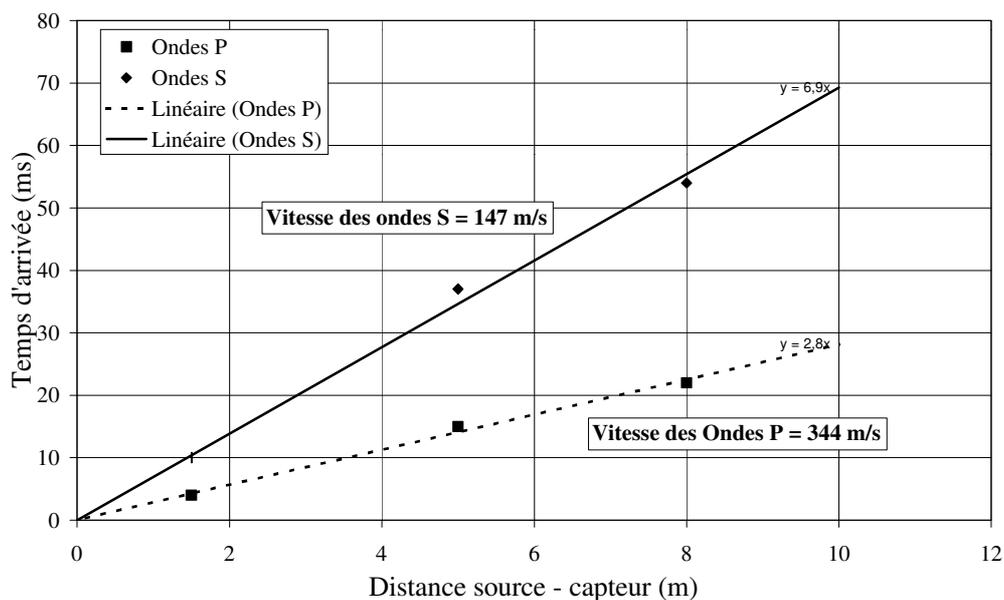


Figure 94 - Détermination graphique de la vitesse de ondes sur le site 2

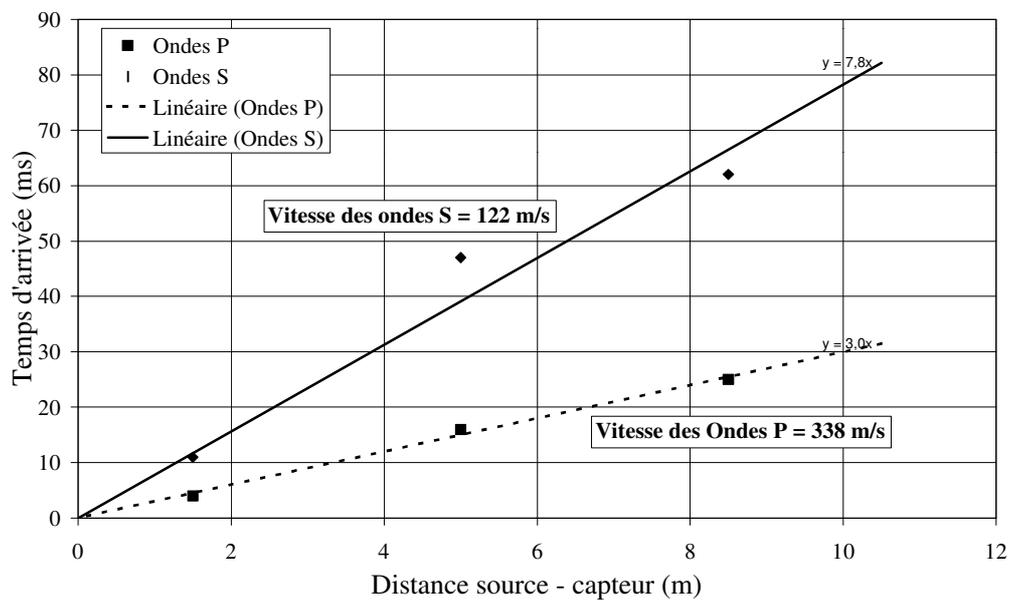


Figure 95 - Détermination graphique de la vitesse de ondes sur le site 3