



**HAL**  
open science

# Approche matricielle de l'imagerie optique des milieux diffusants

Amaury Badon

► **To cite this version:**

Amaury Badon. Approche matricielle de l'imagerie optique des milieux diffusants. Optique [physics.optics]. Université Paris Diderot, 2016. Français. NNT : 2016USPCC206 . tel-04618396

**HAL Id: tel-04618396**

**<https://hal.science/tel-04618396v1>**

Submitted on 20 Jun 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de doctorat**  
**de l'Université Sorbonne Paris Cité**  
**Préparée à l'Université Paris Diderot**

Ecole doctorale 564 : Physique en Île de France

Institut Langevin - Ondes et Images

---

**Approche matricielle de l'imagerie  
optique des milieux diffusants**

---

**Amaury Badon**

dirigée par Mathias Fink et Alexandre Aubry

Présentée et soutenue publiquement à Paris, le 20 Décembre 2016

Présidente du jury :	<b>Sentenac Anne</b>	<i>Directrice de recherche, CNRS</i>
Rapporteur :	<b>Maret Georg</b>	<i>Professeur, Université de Constance</i>
Rapporteur :	<b>Mertz Jérôme</b>	<i>Professeur, Université de Boston</i>
Examineur :	<b>Beaurepaire Emmanuel</b>	<i>Directeur de recherche, CNRS</i>
Examineur :	<b>Campillo Michel</b>	<i>Professeur, Université Grenoble Alpes</i>
Examineur :	<b>Derode Arnaud</b>	<i>Professeur, Université Paris Diderot</i>
Examineur :	<b>Gigan Sylvain</b>	<i>Professeur, UPMC</i>
Directeur de thèse :	<b>Aubry Alexandre</b>	<i>Chargé de recherche, CNRS</i>
Directeur de thèse :	<b>Fink Mathias</b>	<i>Professeur, ESPCI Paris</i>
Membre invité :	<b>Adam Philippe</b>	<i>DGA</i>

## Approche matricielle de l'imagerie optique des milieux diffusants

L'objectif des travaux présentés dans cette thèse est d'étudier la propagation de la lumière dans les milieux inhomogènes afin de repousser les limites actuelles de l'imagerie : les aberrations et la diffusion multiple. Dans une première partie, nous avons associé les outils et le formalisme initialement développés pour les ondes ultrasonores aux techniques propres à l'optique. Grâce à un dispositif expérimental innovant, nous avons enregistré les réponses d'un milieu complexe pour une collection de champs incidents, formant ainsi une matrice de réflexion. Une étude des corrélations spatiales de cette matrice permet alors de séparer les contributions de diffusion simple et multiple. Alors que la première permet de former une image seulement limitée par la diffraction d'un objet enfoui au sein du milieu, la seconde permet de caractériser les paramètres de transport de la lumière dans le milieu.

La seconde partie de ma thèse s'est intéressée à la possibilité d'extraire une information cohérente à partir d'un champ aléatoire. Il a été démontré, en acoustique et en sismologie notamment, que la corrélation d'un champ incohérent mesuré en deux points permettait d'estimer la réponse impulsionnelle entre ces deux mêmes points. Dans ma thèse, nous avons étendu cette approche aux ondes optiques. En particulier nous avons démontré la mesure de réponses impulsionnelles entre des diffuseurs individuels à l'aide d'une simple lampe halogène et d'un montage interférométrique. A la suite de cette preuve de principe, nous avons réalisé des estimations de paramètres de transport pour des milieux fortement diffusants

Mots clefs :

optique, imagerie, milieux diffusants, aberrations, corrélations, tomographie à cohérence optique, matrice, détection

## A matrix approach for optical imaging in highly scattering media

My thesis was devoted to the study of the propagation of optical waves in inhomogeneous media in an attempt to push back the fundamental limits of optical imaging: multiple scattering and aberrations. In a first part, we combined the tools and the formalism developed initially for acoustic waves with techniques peculiar to the field of optics. Thanks to a system that allows to both control and measure the optical field, we record the output responses of a scattering medium for a given set of input fields. This collection of input-output responses forms a matrix called the reflection matrix. We then exploit the spatial and temporal contents of this matrix to discriminate the ballistic and the multiple scattered light. The first contribution provides an image with a diffraction limited resolution of an object placed behind or embedded in a turbid medium, while the second contribution offers information on the transport of light in the diffusive regime. The second study was dedicated to the measurement of a coherent information from a totally incoherent source. It has been shown in acoustics and seismology that correlations of an In my thesis, we extended this property to optical waves. In particular, we demonstrated the measurement of an impulse response between individual scatterers with a femtosecond resolution using a simple halogen white light source. Following this proof of principle, the characterization of the transport properties of a medium was performed from a collection of impulse responses in the diffusive regime.

Keywords :

Optics, imaging, scattering media, aberrations, correlations, optical coherence tomography, matrix, detection

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>
<b>1 Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction historique . . . . .	14
1.2 Principe de la microscopie optique . . . . .	15
1.2.1 Principes de l'imagerie optique . . . . .	15
1.2.2 Présentation du microscope . . . . .	15
1.2.3 Propagation de la lumière dans les milieux simples . . . . .	18
1.2.4 Réponse impulsionnelle associée au microscope . . . . .	23
1.2.5 Les aberrations en optique . . . . .	25
1.2.6 Diffusion de la lumière . . . . .	27
1.2.7 Propriétés optiques des milieux diffusants . . . . .	33
1.2.8 Imagerie classique des milieux diffusants . . . . .	35
1.3 Techniques d'imagerie optique des milieux diffusants . . . . .	37
1.3.1 Imagerie optique des photons multiplement diffusés : la tomographie optique diffuse . . . . .	37
1.3.2 Imagerie des photons simplement diffusés . . . . .	38
1.4 Conclusion . . . . .	46
<b>2 Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple</b>	<b>49</b>
2.1 Introduction . . . . .	50
2.2 Introduction à l'approche matricielle . . . . .	51
2.2.1 Principe de l'approche matricielle : exemple de l'acoustique . . . . .	51
2.2.2 Utilisation de réseaux multi-éléments en optique . . . . .	52

2.3	Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps . . . . .	56
2.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	57
2.3.2	Matrice de réflexion en régime de diffusion simple . . . . .	62
2.4	Formation d'images à partir de la matrice de réflexion . . . . .	68
2.4.1	Image OCT "en face" . . . . .	68
2.4.2	Intégration sur les éléments récepteurs . . . . .	71
2.4.3	Intégration sur les éléments émetteurs . . . . .	73
2.4.4	Limites de l'OCT . . . . .	74
2.5	Approche matricielle de la correction d'aberrations . . . . .	74
2.5.1	Mise en évidence des aberrations du système . . . . .	75
2.5.2	Matrice de réflexion dans l'espace de Fourier en réception . . . . .	77
2.5.3	Matrice "aberration" . . . . .	78
2.5.4	Correction globale des aberrations . . . . .	83
2.5.5	Correction locale des aberrations . . . . .	86
2.6	Conclusion et perspectives . . . . .	99
<b>3</b>	<b>Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion multiple</b>	<b>101</b>
3.1	Introduction . . . . .	102
3.2	Détection de cibles en régime de diffusion multiple . . . . .	103
3.2.1	Matrice de réflexion en régime de diffusion multiple . . . . .	103
3.2.2	Discrimination spatiale : Microscope digital confocal . . . . .	105
3.2.3	Présentation de la méthode DORT . . . . .	107
3.2.4	Détection de cible par la méthode DORT . . . . .	112
3.2.5	Extension de la méthode DORT à plusieurs cibles . . . . .	117
3.3	Imagerie d'objets étendus à travers des tissus biologiques . . . . .	118
3.3.1	Conditions expérimentales . . . . .	118
3.3.2	Matrice de réflexion à travers des tissus biologiques . . . . .	119
3.4	Conclusion et perspectives . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus</b>	<b>125</b>
4.1	Introduction . . . . .	126
4.2	Principe de la mesure passive de fonctions de Green . . . . .	127
4.2.1	Miroir à retournement temporel . . . . .	128

4.2.2	Distribution continue de sources de bruit . . . . .	129
4.2.3	Milieu hétérogène . . . . .	130
4.3	Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental .	132
4.3.1	Mesure des corrélations spatio-temporelles . . . . .	132
4.3.2	Génération du champ diffus incohérent . . . . .	137
4.4	Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels . . .	140
4.4.1	Mesure passive de la composante balistique d'une fonction de Green . . . . .	140
4.4.2	Mesure passive de la fonction de Green : Mise en évidence de la diffusion multiple . . . . .	146
4.5	Conclusion . . . . .	149
<b>5</b>	<b>Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus en milieux diffusants</b>	<b>151</b>
5.1	Introduction . . . . .	152
5.2	Fonction de Green impulsionnelle en régime de diffusion multiple .	153
5.2.1	Mesure de fonctions de corrélation pour des milieux diffusants	153
5.2.2	Convergence des fonctions de corrélation vers les fonctions de Green . . . . .	154
5.3	Intensité moyenne et probabilité de retour . . . . .	155
5.4	Intensité multiplement diffusée et estimation de la constante de dif- fusion . . . . .	156
5.4.1	Sections spatiales du halo diffusif . . . . .	157
5.4.2	Profil spatial de l'intensité pour un temps de vol donné : Mise en évidence du cône de rétrodiffusion cohérente . . . . .	158
5.4.3	Sections spatio-temporelles du halo diffusif : détermination de la constante de diffusion $D$ . . . . .	160
5.4.4	Mesure locale de la constante de diffusion . . . . .	162
5.5	Tenseur de diffusion . . . . .	165
5.5.1	Sections spatiales du halo diffusif . . . . .	165
5.5.2	Sections spatio-temporelles du halo diffusif . . . . .	166
5.6	Conclusion et perspectives . . . . .	169
	<b>Conclusion générale</b>	<b>171</b>

<b>A Annexes</b>	<b>175</b>
<b>Annexes</b>	<b>175</b>
A.1 Établissement de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique	176
A.1.1 Étude dans le plan pupille . . . . .	176
A.1.2 Microscopie conventionnelle . . . . .	180
A.1.3 Microscopie confocale . . . . .	181
A.2 Caractérisation des propriétés diffusantes du papier . . . . .	183
A.2.1 Détermination du libre parcours moyen de diffusion $\ell_s$ . . . . .	183
A.2.2 Détermination du libre parcours moyen de transport $\ell_t$ . . . . .	184
A.3 Résolution temporelle du dispositif expérimental . . . . .	186
A.4 Mesure et étude de la courbe des temps de vol pour un échantillon multiplement diffuseur . . . . .	187
A.5 Distribution des valeurs singulières de la matrice de réflexion en ré- gime de diffusion multiple . . . . .	190
A.6 Expressions de l'intensité en régime de diffusion multiple . . . . .	192
A.7 Dispositifs expérimentaux . . . . .	197
A.7.1 Dispositif expérimental dédié à la mesure de matrice de ré- flexion résolue en temps . . . . .	197
A.7.2 Dispositif expérimental dédié à la mesure passive de fonctions de Green . . . . .	198

# Introduction générale

La propagation de la lumière dans les milieux inhomogènes est un problème fondamental avec d'importantes applications qui vont de l'observation des astres à travers une atmosphère turbulente jusqu'à l'imagerie microscopique des tissus biologiques en passant par la détection optique en présence de nuages pour la technologie LIDAR. Dans ces différents domaines, les techniques d'imagerie conventionnelles s'appuient sur une hypothèse de propagation des ondes lumineuses en ligne droite entre l'objet et le détecteur optique. Cependant, dans de nombreux cas de figure, la présence d'inhomogénéités entraîne la diffusion de la lumière au cours de sa propagation. Cette lumière diffusée, en ayant été déviée selon diverses directions, vient dégrader les conditions d'observation et la formation directe d'une image. Ce phénomène s'observe dans la vie quotidienne en présence de brouillard, de nuages, ou encore à travers un verre de lait. Au-delà d'une certaine distance, la lumière diffusée devient majoritaire en comparaison de la lumière qui s'est propagée de manière balistique. Il n'est alors plus possible de voir au travers du milieu. Cette distance, appelée libre parcours moyen de diffusion et notée  $\ell_s$ , est définie comme la distance moyenne entre deux événements de diffusion successifs. Elle peut prendre des valeurs de l'ordre de quelques dizaines de mètres pour les nuages, à quelques dizaines de microns seulement pour les tissus biologiques.

La propagation des ondes en milieu désordonné n'est pas un sujet propre à l'optique. Il concerne tous les domaines de la physique des ondes, que ce soit la physique du solide, les télécommunications, la sismologie ou encore l'acoustique. Dans chacune de ces disciplines, les chercheurs ont étudié ce phénomène sous un angle différent du fait des spécificités expérimentales et des limites technologiques propres à chacune d'elles. En acoustique, notamment, la possibilité de contrôler de manière cohérente l'amplitude et la phase des ondes avec une résolution temporelle bien inférieure à leur période et une résolution spatiale de l'ordre de la longueur d'onde a entraîné le développement d'approches permettant de manipuler les ondes dans des milieux complexes. En tirant profit de l'invariance par renversement du temps de l'équation d'ondes, le concept de retournement temporel a pu voir le jour [1]. Des miroirs à retournement temporel ont ainsi été implémentés et ont permis de focaliser spatio-temporellement les ondes à travers un milieu diffusant. Les ondes sismiques, en revanche, n'offrent pas la possibilité d'effectuer un tel contrôle co-



hérent. Cependant, il a été démontré que la mesure des corrélations entre deux bruits sismiques enregistrés par deux stations différentes permettaient d'accéder à la réponse impulsionnelle (ou fonction de Green) entre ces dernières. Tout se passe comme si l'une des stations devenait une source virtuelle et l'autre un détecteur enregistrant le champ induit par la dite source [2, 3]. Cette approche a révolutionné le domaine de la sismologie puisqu'il a été alors possible d'imager passivement la croûte terrestre à partir du bruit sismique ambiant [4]. Les équations d'ondes étant sensiblement similaires dans les différents domaines de la physique des ondes, ces différentes approches sont donc, en théorie, parfaitement transposables à l'optique.

Seulement, une mesure et un contrôle cohérent de l'amplitude et de la phase d'une onde sont longtemps restés impossibles dans le domaine de l'optique à cause de la mise en jeu d'échelles d'espace et de temps extrêmement petites. Aucune électronique, aussi sophistiquée soit-elle, n'est capable de fonctionner aux fréquences optiques. Néanmoins, l'émergence de technologies récentes permet désormais un façonnage spatial du champ optique, notamment grâce à l'avènement des modulateurs spatiaux de lumière (SLM). Ceux-ci comportent des millions de pixels indépendants capables de moduler spatialement l'amplitude et la phase d'un front d'onde incident. C'est grâce à un tel contrôle cohérent que Vellekoop et Mosk ont démontré en 2007 la focalisation d'un faisceau de lumière incident à travers un milieu fortement diffusant [5]. Cette expérience a consisté à moduler le front d'onde en amont du milieu afin d'optimiser l'intensité transmise en un point à la sortie du même milieu. Depuis cette expérience fondatrice, de nombreux travaux ont porté sur le contrôle cohérent de la lumière dans les milieux complexes [6]. En particulier, Gigan et son équipe ont introduit un formalisme matriciel pour exprimer le champ transmis ou rétrodiffusé par un milieu en réponse à un champ incident. Une matrice de transfert contient alors les réponses entre les éléments sources, par exemple les pixels d'un SLM, et les éléments détecteurs, par exemple les pixels d'une caméra. A la différence d'une procédure d'optimisation, il est possible à partir d'une seule mesure de matrice de transfert de focaliser la lumière à n'importe quel endroit en sortie du milieu diffusant et également de transmettre de l'information à travers ce dernier [7, 8, 9].

Dans le cas où l'on souhaite étudier des milieux épais, par exemple des tissus biologiques, seule la lumière rétrodiffusée est accessible. Les éléments source et récepteur sont donc placés du même côté de l'échantillon et la matrice de transfert portera le nom de matrice de réflexion. A l'exception des travaux récents de Choi et son équipe [10], l'approche matricielle n'a toutefois pas été utilisée à des fins d'imagerie. Ce constat est d'autant plus dommageable car des méthodes matricielles dédiées à l'imagerie des milieux complexes ont déjà été développées dans d'autres domaines, notamment en acoustique. Ces approches basées sur la mesure d'une matrice de réflexion ont porté sur les deux limites fondamentales de l'imagerie : les aberrations et la diffusion multiple. Dans le cas où une onde est émise en direction d'un objet enfoui dans un milieu inhomogène, l'onde réfléchie est la somme

## *Introduction générale*

d'une onde diffusée simplement par l'objet que l'on cherche à imager, et d'ondes qui ont subi les effets des inhomogénéités. Selon le milieu, ces effets peuvent aller d'une distorsion du front d'onde à de la diffusion multiple. Dans le premier cas, le retournement temporel itératif permet par exemple de détecter et de focaliser sélectivement sur chacun des diffuseurs d'un milieu multi-cibles [11, 12]. Dans le régime de diffusion multiple de l'onde incidente et réfléchi, des travaux ont démontré la possibilité d'isoler la signature de l'onde en provenance directe de l'objet parmi les ondes multiples diffusées par le milieu, même lorsque ces dernières sont largement prédominantes [13].

L'objectif de cette thèse est donc d'associer des outils développés en acoustique et en sismologie avec des techniques propres à l'optique afin de proposer des méthodes innovantes pour l'imagerie optique des milieux complexes. Au cours de la première partie de cette thèse, nous proposons une nouvelle approche matricielle de l'imagerie optique. Celle-ci repose sur la mesure du champ rétrodiffusé par un objet illuminé par une impulsion femtoseconde modulée spatialement par un SLM. Ces réponses impulsionnelles, ou fonctions de Green, nous permettent alors de former une matrice de réflexion résolue en temps qui contient toute l'information sur l'objet. Dans un premier temps, nous verrons comment un ensemble d'opérations matricielles vont nous permettre de corriger de manière automatique les aberrations optiques, notamment celles induites par l'inhomogénéité de l'indice optique du milieu situé en amont du plan focal. Dans un second temps, nous verrons que les contributions de diffusion simple et de diffusion multiple présentent une signature bien différente sur la matrice de réflexion. Nous allons tirer profit de cette différence de comportement pour sélectionner de manière confocale les photons simplement diffusés. Une approche matricielle du retournement temporel itératif nous permettra ensuite d'imager l'objet placé dans le plan focal, tout en s'affranchissant partiellement des aberrations induites par le milieu diffusant.

Cette matrice de réflexion résolue en temps, ou matrice de Green, s'avère donc être un outil extrêmement puissant pour l'imagerie des milieux diffusants. Cependant, l'aspect invasif lié à l'emploi d'une source cohérente ainsi que la méthode d'acquisition limitent actuellement son application pour l'étude de tissus biologiques. Dans la seconde partie de cette thèse, nous montrerons alors qu'il est possible d'avoir accès à des réponses impulsionnelles de manière totalement passive par interférométrie à faible cohérence. En ce sens, cette approche est l'équivalent optique des mesures passives de fonctions de Green par corrélations de bruit mises au point en sismologie. Nous démontrerons tout d'abord le potentiel de cette nouvelle approche par la mesure de réponses impulsionnelles entre des diffuseurs individuels. Nous verrons que les fonctions de Green mesurées nous donnent accès à tous les événements de diffusion subis par l'onde entre deux diffuseurs utilisés comme source et récepteur virtuels. Suite à ces expériences preuves de concept, nous étendrons notre étude aux milieux diffusants. Cette approche nous permet de mesurer de manière totalement passive une matrice de Green de très grande

dimension ( $\sim 10^6$ ). Cette dernière contient la signature de tous les événements de diffusion subis par les ondes dans le milieu. Nous en tirerons profit pour mesurer localement les paramètres de transport de l'onde au sein d'un tel milieu. Ces résultats constituent une rupture pour l'approche matricielle en optique car ils nous ouvrent la possibilité de mesurer passivement une matrice de réflexion résolue en temps, et ainsi d'appliquer toutes les approches que nous avons développées dans la première partie.

Le chapitre 1, introductif, présentera brièvement le principe de l'imagerie et la microscopie optique. Grâce notamment au formalisme de Green, nous décrirons la propagation d'une onde lumineuse dans un milieu homogène, puis en présence d'inhomogénéités qui entraînent sa diffusion. Nous constaterons que la diffusion multiple limite l'observation des tissus biologiques en profondeur. Nous verrons comment une discrimination confocale et temporelle des photons balistiques permet de repousser la profondeur de pénétration en microscopie. Toutefois, celle-ci reste limitée à 1 mm environ dans les tissus biologiques même pour la tomographie à cohérence optique (OCT pour *Optical Coherence Tomography* en anglais), qui combine ces deux formes de discrimination.

Face à ce constat, nous proposons de dépasser cette limite actuelle grâce à une approche matricielle de l'imagerie optique. Le chapitre 2 est dédié à la présentation du dispositif expérimental développé au cours de cette thèse dans ce but. Nous décrirons le principe du montage ainsi que la procédure de mesure et de formation d'une matrice de réflexion résolue en temps. Une telle matrice contient les réponses impulsionnelles entre les pixels d'un modulateur spatial de lumière en entrée, et les pixels d'une caméra en sortie. Dans le cas d'objets simples, nous étudierons les propriétés de cette matrice ainsi que les procédures de formation d'images. Face à la sensibilité vis à vis des aberrations optiques, une approche matricielle innovante sera développée pour isoler automatiquement chaque patch d'isoplanétisme de l'image et appliquer à chacun d'eux une correction des aberrations adaptée. Des expériences d'imagerie à travers des films plastiques et des tissus biologiques viendront démontrer le potentiel de cette approche.

Le chapitre 3 sera consacré à l'étude de la matrice de réflexion en milieu diffusant. En particulier, nous nous intéresserons à imager un objet placé derrière un tel milieu. Deux approches matricielles permettront d'isoler le champ en provenance de l'objet parmi une contribution de diffusion multiple prédominante. Le premier, par analogie avec un microscope confocal, permettra d'effectuer une discrimination spatiale des contributions de diffusion simple et multiple. Dans un second temps, nous appliquerons la méthode de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel (DORT [14]) afin d'isoler le champ en provenance de l'objet parmi la contribution de diffusion multiple résiduelle, et ce en dépit des aberrations induites par la couche diffusante. Le bienfait de cette approche sera tout d'abord démontré par une expérience académique mettant en jeu la détection de diffuseurs échogènes à travers plusieurs feuilles de papier particulièrement diffu-

## *Introduction générale*

santes. La supériorité de notre approche par rapport à l'OCT sera démontrée à la fois théoriquement et expérimentalement. Cette approche sera ensuite appliquée à l'imagerie d'un objet étendu (mire de résolution) cachée derrière une épaisse couche de tissus biologiques. Encore une fois, la supériorité par rapport à une image OCT conventionnelle sera démontrée.

Dans la première partie de la thèse, nous nous sommes appuyés sur des expériences "actives" mettant en jeu un contrôle cohérent du front d'onde afin de mesurer la matrice de réflexion. En vue d'applications biomédicales, cela pose des problèmes aussi bien en terme d'invasivité, de temps d'acquisition ou de résolution axiale des images obtenues. Pour répondre à ces limitations, nous développons dans cette partie une méthode passive de mesure de fonctions de Green impulsionnelles. Inspirée de travaux réalisés en acoustique et en sismologie, nous montrerons que la mesure des corrélations entre deux positions d'un champ diffus incohérent spatialement et temporellement permet d'estimer la fonction de Green entre ces deux mêmes positions. Nous retrouvons donc la même information que lors des mesures actives réalisées dans le début de cette thèse à l'aide d'un montage plus complexe et onéreux. Dans le chapitre 4, nous décrirons le principe de cette approche ainsi que le dispositif expérimental que nous avons développé pour l'appliquer aux ondes optiques. Enfin, nous présenterons des expériences démontrant la mesure passive de réponses impulsionnelles entre des diffuseurs individuels.

A la suite de ces preuves de principe, nous réaliserons dans le dernier chapitre des mesures semblables dans le cas d'échantillons multiples diffuseurs. Une matrice de réflexion sera alors mesurée de manière totalement passive en surface du milieu diffusant. Nous illustrerons l'intérêt d'une telle approche pour la tomographie optique diffuse. En examinant localement la croissance du halo diffusif au sein du milieu diffusant, nous montrerons comment on peut accéder à une mesure locale des paramètres de transport de l'onde multiple diffusée. Ceci nous permettra de dresser une image 2D de la constante de diffusion de la lumière à la surface d'un milieu diffusant dont la concentration en diffuseurs varie spatialement. Nous mettrons également en évidence l'intérêt de notre approche pour directement visualiser l'anisotropie de la diffusion de la lumière et la quantifier dans des milieux fibrés.



# Chapitre 1

## Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

### Table des matières

---

<b>1.1 Introduction historique</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>1.2 Principe de la microscopie optique</b> . . . . .	<b>15</b>
1.2.1 Principes de l'imagerie optique . . . . .	15
1.2.2 Présentation du microscope . . . . .	15
1.2.3 Propagation de la lumière dans les milieux simples . . . . .	18
1.2.4 Réponse impulsionnelle associée au microscope . . . . .	23
1.2.5 Les aberrations en optique . . . . .	25
1.2.6 Diffusion de la lumière . . . . .	27
1.2.7 Propriétés optiques des milieux diffusants . . . . .	33
1.2.8 Imagerie classique des milieux diffusants . . . . .	35
<b>1.3 Techniques d'imagerie optique des milieux diffusants</b> . . . . .	<b>37</b>
1.3.1 Imagerie optique des photons multiples diffusés : la tomographie optique diffuse . . . . .	37
1.3.2 Imagerie des photons simplement diffusés . . . . .	38
<b>1.4 Conclusion</b> . . . . .	<b>46</b>

---

## 1.1 Introduction historique

L'utilisation de la lumière dans le but d'imager la matière est une discipline déjà ancienne, le microscope optique voit le jour dès 1595 grâce aux travaux de Hans et Zacharias Jansen [15]. Peu de temps après, Robert Hooke publie le premier ouvrage, *Micrographia*, décrivant le fonctionnement d'un microscope proche de celui que l'on connaît de nos jours et illustré par des croquis révélant la structure de l'œil d'une mouche ou de graines. Malgré de nombreuses avancées technologiques au  $XX^e$  siècle, citons par exemple la microscopie confocale [16] ou l'utilisation de la fluorescence [17], la microscopie optique fait l'objet d'applications dans le domaine de l'imagerie médicale depuis seulement une trentaine d'années. Cette

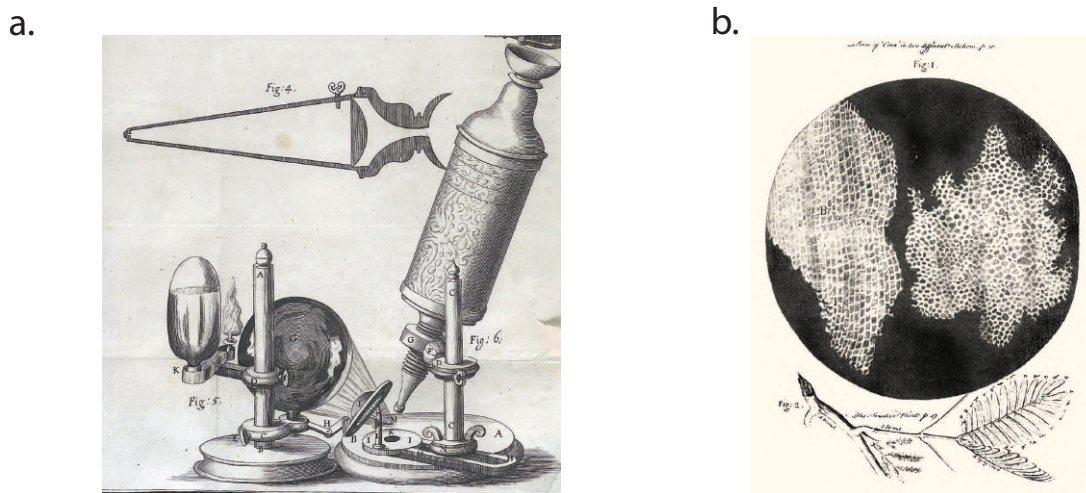


FIGURE 1.1 – (a) Croquis du microscope utilisé par Robert Hooke pour ses expériences. (b) Dessin représentant l'arrangement microscopique d'un morceau de liège. Hooke y introduit la notion de cellule.

application tardive s'explique principalement par la complexité de la propagation de la lumière dans des milieux comme les tissus biologiques pour les longueurs d'onde du visible et proche infra-rouge (500-1400 nm). Les tissus biologiques sont en effet très hétérogènes, tant par la taille de leurs structures que par la nature des

## 1.2. Principe de la microscopie optique

---

interactions avec la lumière qui y ont lieu (réflexion, absorption, *etc.*). Dans ce chapitre, nous introduirons dans un premier temps les principes généraux de l'imagerie optique. Nous y décrirons notamment la propagation de la lumière en milieu homogène, hypothèse sur laquelle repose le fonctionnement d'un microscope en réflexion. Puis, nous nous attacherons à la description de la propagation de la lumière dans les milieux complexes. Cela nous permettra enfin de décrire physiquement le fonctionnement des principales techniques d'imagerie optique dédiées aux milieux biologiques.

## 1.2 Principe de la microscopie optique

### 1.2.1 Principes de l'imagerie optique

La microscopie optique a pour objectif l'observation magnifiée d'un échantillon afin d'en révéler la structure invisible à l'œil nu. Comme toutes les techniques d'imagerie optique, elle peut se décomposer selon les trois étapes suivantes :

- émission de lumière incidente dans un état donné (longueur d'onde  $\lambda$ , état de polarisation, *etc.*)
- interaction de la lumière avec l'échantillon (absorption, diffusion, *etc.*)
- mesure de l'état de la lumière après interaction.

Nous décrivons plus tard les propriétés de l'interaction entre la lumière et l'échantillon, notamment le contraste optique qui en résulte. Pour l'instant, nous allons nous intéresser au fonctionnement d'un microscope optique à partir de la description de la propagation entre la source et l'échantillon, puis entre l'échantillon et le point d'observation.

### 1.2.2 Présentation du microscope

#### Description géométrique

Le fonctionnement d'un microscope peut être décrit qualitativement dans le cadre de l'optique géométrique. Cette discipline considère seulement la direction de propagation de l'énergie de la lumière et modélise un faisceau lumineux comme un ensemble de rayons. Le principe d'un microscope optique dans le cadre de cette



approximation est schématisé en figure 1.2. Le dispositif est formé d'un objectif

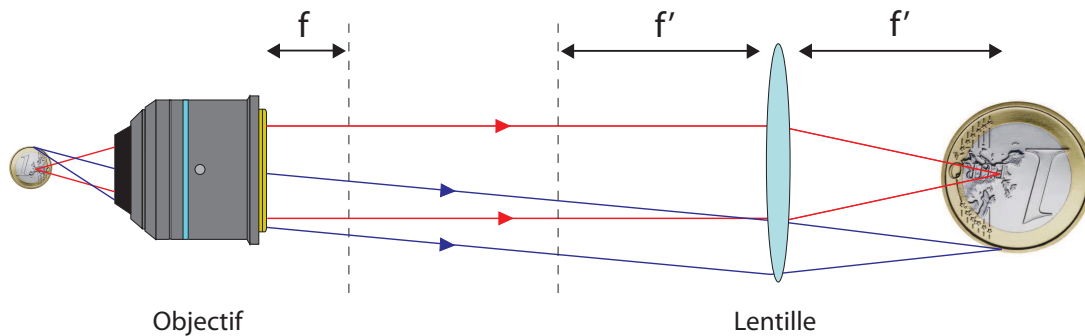


FIGURE 1.2 – Principe d'un microscope optique. Un objet à imager est positionné dans le plan focal d'un OM. Les rayons sortants forment des faisceaux collimatés et sont ensuite focalisés par une lentille de tube qui permet l'observation d'une image agrandie.

de microscope (OM) et d'une lentille de tube de distance focale  $f'$ . Bien qu'un OM classique soit en réalité un assemblage complexe de lentilles, nous le considérerons comme une simple lentille convergente de focale  $f$ . Un objet à imager est placé dans le plan focal de l'OM, les rayons sortants forment alors des faisceaux collimatés. Ces faisceaux sont ensuite focalisés par la lentille de tube au niveau de son plan focal où l'image finale est obtenue. Le grandissement total du montage  $G$  est donné par le rapport des distances focales de l'OM  $f$  et de la lentille  $f'$  :

$$G = -\frac{f'}{f}. \quad (1.1)$$

Par exemple, un objectif de distance focale  $f = 4.5$  mm combiné avec un lentille de focale  $f' = 180$  mm donnera un grossissement de -40. Le signe "-" indique que l'image obtenue est inversée.

Afin de pouvoir séparer les détails de l'image magnifiée, ce fort grandissement doit également s'accompagner d'une résolution suffisante. Contrairement au grandissement, cette résolution ne peut pas être établie dans le cadre de l'optique géométrique où la lumière est modélisée par des simples rayons se recoupant en des points de dimension nulle.

### Résolution du microscope optique

En considérant la nature ondulatoire de la lumière, la focalisation d'un faisceau collimaté (ou onde plane) à travers une lentille n'est plus un point, mais une tache formée d'un disque central et de cercles concentriques qui s'atténuent en fonction

## 1.2. Principe de la microscopie optique

de la distance. Cette tache, appelée tache d'Airy, provient de la diffraction de la lumière par l'ouverture finie de la lentille [18]. Le rayon de cette tache au foyer d'une lentille de focale  $f$  et de diamètre  $D$  a pour expression :

$$d \sim 1.22\lambda \frac{f}{D} \sim 1.22 \frac{\lambda}{2n \cdot \sin\theta} \quad (1.2)$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde,  $n$  l'indice de réfraction et  $\theta = \arcsin(D/2f)$  l'angle maximal de collection de la lentille (voir figure 1.3). Le critère de résolution défini par Lord Rayleigh stipule que deux taches de diffraction sont résolues si elles sont espacées d'une distance  $\Delta r$  supérieure au rayon du disque d'Airy  $d$  [19]. Notons  $h(\mathbf{r})$

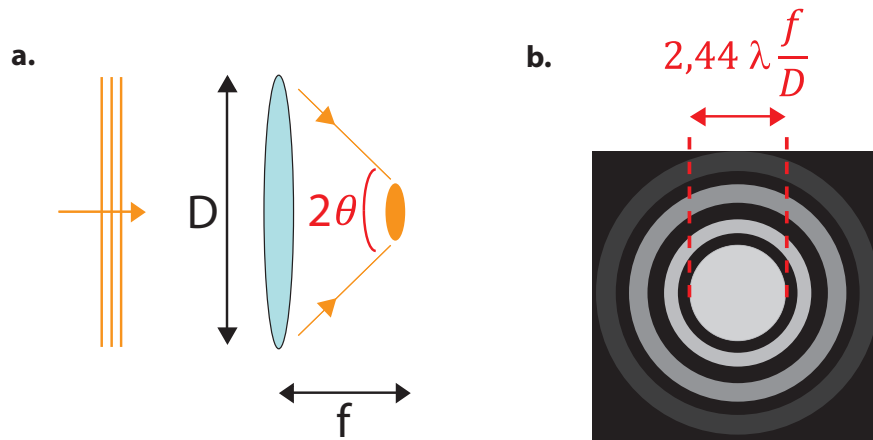


FIGURE 1.3 – Diffraction de la lumière lors de la focalisation à travers une lentille. (a) La focalisation d'une onde plane par une lentille donne une tache de dimension finie. (b) Tache d'Airy formée de centres concentriques.

la répartition spatiale du champ dans le plan focal image. Le détail de cette fonction sera donné dans le chapitre suivant (voir équation 2.5).

Les performances d'un microscope peuvent donc être résumées par les deux propriétés suivantes : son grandissement et sa résolution. En théorie, un simple microscope optique permet la visualisation de détails sub-micrométriques comme l'intérieur d'une cellule. Toutefois, de telles performances sont rarement atteintes car cette description théorique ne prend pas en compte la nature de l'échantillon ou bien les déviations du montage optique par rapport à son fonctionnement idéal. Une description plus riche est offerte par la fonction de transfert de l'ensemble comprenant le microscope et l'échantillon à imager. Afin d'établir son expression, nous ferons appel au formalisme de Green qui permet de relier l'onde lumineuse entre deux points de l'espace. Nous allons nous intéresser à cet outil mathématique dans deux cas simples : la propagation dans un milieu homogène et la traversée d'une lentille.

### 1.2.3 Propagation de la lumière dans les milieux simples

#### Equation d'onde et fonction de Green

La lumière est une onde électromagnétique dont les deux composantes, le champ électrique  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  et le champ magnétique  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ , dépendent du vecteur position  $\mathbf{r}$  et du temps  $t$ . Dans la suite de la thèse, nous traiterons seulement la composante électrique de l'onde lumineuse. Dans un milieu homogène, linéaire, isotrope et non dispersif, le champ électrique est solution de l'équation d'onde [20] :

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{n^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.3)$$

avec  $n$  l'indice optique du milieu et  $c_0$  la célérité dans le vide. Le rapport de ces deux quantités donne la vitesse de phase de l'onde dans le milieu  $c = c_0/n$ . La même équation est vérifiée par le champ magnétique  $\mathbf{H}$  si bien que toutes les composantes des champs électrique et magnétique vérifient une équation d'onde scalaire. Il est donc possible de modéliser le comportement de chacune de ces composantes à travers une seule équation d'onde scalaire :

$$\Delta \psi(\mathbf{r}, t) - \frac{n^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.4)$$

où  $\psi$  représente n'importe quelle composante du champ scalaire.

Pour modéliser la propagation d'une onde en milieu homogène et les phénomènes de diffraction, il est alors commun d'introduire la fonction de Green impulsionnelle  $g_0(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t')$ . Celle-ci exprime la solution de l'équation 1.4 à la position  $\mathbf{r}$  et au temps  $t$  en présence d'une source ponctuelle émettant en  $\mathbf{r}'$  une impulsion infiniment brève au temps  $t'$  :

$$\Delta g_0(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') - \frac{n^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 g_0(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t')}{\partial t^2} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t'). \quad (1.5)$$

En supposant que le milieu de propagation est invariant par translation dans le temps, la dépendance temporelle peut s'exprimer selon  $t - t'$ . Bien que cette fonction représente la réponse du système à une excitation ponctuelle dans l'espace et dans le temps, la linéarité de l'équation d'onde permet d'en déduire la réponse à une excitation quelconque. Pour une source  $S(\mathbf{r}', t')$ , le champ  $\psi(\mathbf{r}, t)$  s'obtient par une convolution avec la fonction de Green dans le domaine spatial et temporel :

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, t) &= g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') \otimes_{\mathbf{r}, t} S(\mathbf{r}', t') \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') \cdot S(\mathbf{r}', t') dt' d.\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (1.6)$$

## 1.2. Principe de la microscopie optique

---

La transformée de Fourier d'un produit de convolution étant égale au produit des transformées de Fourier, l'équation précédente s'exprime plus simplement dans le domaine fréquentiel :

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot S(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}' \quad (1.7)$$

avec  $\omega$  la pulsation de l'onde. Remarquons qu'il est possible de réaliser la même opération sur les coordonnées spatiales. De manière générale, il est plus simple de travailler dans le domaine des fréquences spatiales que dans l'espace réel. Dans le premier cas, la propagation en espace libre est obtenu par multiplication du propagateur des ondes planes, alors que dans le second cas nous avons à traiter d'une convolution spatiale du champ.

En milieu homogène, la fonction de Green a pour expression [20] :

$$g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{e^{jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (1.8)$$

avec  $k_0 = \omega/c_0$ , le module du vecteur d'onde. Cette équation décrit une onde sphérique dont l'origine est située à la position de la source  $\mathbf{r}'$ . Rappelons que cette expression de la fonction de Green n'est valable que pour une onde scalaire. Dans le cas général d'un milieu inhomogène, l'équation d'onde ne peut pas être simplifiée sous une forme scalaire et la fonction de Green associée est dyadique [21]. Elle lie un champ vecteur au point d'observation à une source dipolaire. Elle se présente donc sous la forme d'un tenseur de dimension  $3 \times 3$ .

### Théorie de la diffraction

Nous souhaitons désormais exprimer la propagation du champ entre deux points de l'espace  $\mathbf{r}'$  et  $\mathbf{r}$  à l'aide de la fonction de Green en espace libre préalablement introduite. Pour cela, nous définissons deux plans parallèles  $\Pi_0$  et  $\Pi_1$  de coordonnées  $\mathbf{r}_{||}$  et  $\mathbf{r}'_{||}$  séparés d'une distance  $z$  (voir figure 1.4(a)). Lorsque la distance de propagation  $z$  est grande devant la longueur d'onde  $\lambda$ , le champ au point  $\mathbf{r}$  peut s'exprimer à partir du champ au point  $\mathbf{r}'$  de la manière suivante [20] :

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{1}{j\lambda} \int_{\Pi_0} \psi(\mathbf{r}', \omega) \cdot \frac{\partial g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)}{\partial n} d\mathbf{r}' \\ &\simeq \frac{1}{j\lambda} \int_{\Pi_0} \psi(\mathbf{r}'_{||}, z=0, \omega) \cdot \frac{e^{ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \cos(\theta) d\mathbf{r}'_{||} \end{aligned} \quad (1.9)$$

avec  $n$  la normale aux plans et  $\theta$  l'angle entre  $n$  et la direction du vecteur  $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$  (voir figure 1.4(b)). Nous retrouvons ici le principe des ondelettes de Huygens. Chaque

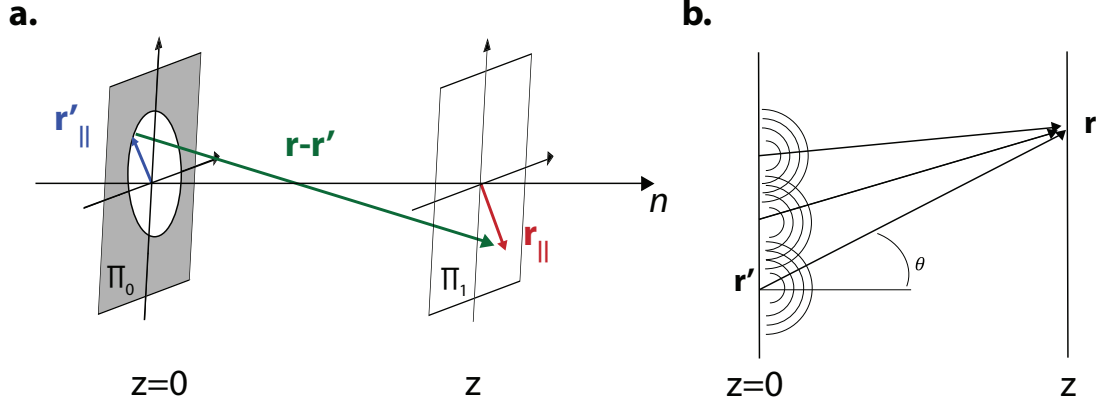


FIGURE 1.4 – Figure inspirée de [22]. (a) Coordonnées des deux plans entre lesquels nous exprimons la propagation du champ  $\psi$  par la théorie de la diffraction. (b) Principe de Huygens. Le champ obtenu à la position  $\mathbf{r}$  peut s'interpréter comme une somme d'ondelettes sphériques émises depuis la position  $\mathbf{r}'$ . L'approximation de Fresnel consiste à supposer des angles de propagation petits lorsque la distance  $z$  est grande devant les coordonnées transverses. Si le champ dans le plan d'origine est contenu dans une pupille de dimension négligeable devant  $z$  et devant la taille transverse dans le plan d'arrivée, nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer.

point dans le plan d'origine agit comme une source virtuelle qui émet une onde sphérique dont l'amplitude est proportionnelle au champ incident  $\psi(\mathbf{r}'_{||}, 0, \omega)$ . Dans le cas où la distance de propagation  $z$  est grande devant les dimensions transverses, nous pouvons supposer que les angles de propagation sont faibles. D'une part, nous faisons l'approximation  $1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \simeq 1/z$  concernant la décroissance géométrique de l'amplitude de l'onde entre les deux plans. D'autre part, nous pouvons simplifier l'expression de la phase. Tout d'abord, nous prenons  $\cos(\theta) = 1$ , ensuite nous pouvons effectuer le développement limité suivant :

$$\begin{aligned} |\mathbf{r}-\mathbf{r}'| &= \sqrt{z^2 + |\mathbf{r}_{||}-\mathbf{r}'_{||}|^2} \\ &= z \sqrt{1 + \frac{|\mathbf{r}_{||}-\mathbf{r}'_{||}|^2}{z^2}} \\ &\approx z \left( 1 + \frac{1}{2z^2} (|\mathbf{r}_{||}|^2 + |\mathbf{r}'_{||}|^2 - 2\mathbf{r}_{||} \cdot \mathbf{r}'_{||}) \right). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Cette hypothèse correspond à l'approximation de Fresnel. En injectant l'équation 1.10 dans 1.9, nous obtenons l'expression du champ suivante :

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e^{jk_0 z} e^{\frac{jk_0}{2z} |\mathbf{r}_{||}|^2}}{j\lambda z} \int_{\Pi_0} \psi(\mathbf{r}'_{||}, 0, \omega) \cdot e^{\frac{jk_0}{2z} |\mathbf{r}'_{||}|^2} \cdot e^{-\frac{jk_0}{z} \mathbf{r}_{||} \cdot \mathbf{r}'_{||}} d\mathbf{r}'_{||}. \quad (1.11)$$

## 1.2. Principe de la microscopie optique

---

Dans l'hypothèse où les dimensions transverses dans le plan d'origine peuvent être négligées, c'est à dire si  $|\mathbf{r}'_{\parallel}|^2 \ll \mathbf{r}'_{\parallel} \cdot \mathbf{r}_{\parallel}$ , la relation 1.10 se simplifie encore :

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx z \left( 1 + \frac{1}{2z^2} (|\mathbf{r}_{\parallel}|^2 - 2\mathbf{r}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}'_{\parallel}) \right). \quad (1.12)$$

L'injection de cette expression dans l'équation 1.9 permet d'obtenir finalement l'approximation de Fraunhofer :

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e^{jk_0 z} \cdot e^{\frac{jk_0}{2z} |\mathbf{r}_{\parallel}|^2}}{j\lambda z} \int_{\Pi_0} \psi(\mathbf{r}'_{\parallel}, 0, \omega) \cdot e^{-\frac{jk_0}{z} \mathbf{r}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}'_{\parallel}} d\mathbf{r}'_{\parallel}. \quad (1.13)$$

Cette équation fait apparaître les fréquences spatiales  $k_0 \mathbf{r}'_{\parallel} / z = 2\pi \mathbf{r}'_{\parallel} / (\lambda z)$ . Le champ diffracté à l'infini est donc proportionnel à la transformée de Fourier spatiale du champ dans le plan objet.

### Propagation à travers une lentille

Nous venons de voir que la diffraction de Fraunhofer relie théoriquement le champ entre deux plans de l'espace séparés par une distance infinie par une transformée de Fourier spatiale. Plus simplement, une lentille permet de réaliser la même opération entre ses plan focaux objet et image (voir figure 1.5). La relation entre les champs dans les ces deux plans est la suivante [22] :

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}_{\parallel}, f, \omega) &= \frac{e^{j2k_0 f}}{j\lambda f} \int_{\Pi_0} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{r}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}'_{\parallel}} \cdot \psi(\mathbf{r}'_{\parallel}, -f, \omega) d\mathbf{r}'_{\parallel} \\ &= \int_{\Pi_0} g_L(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot \psi(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (1.14)$$

En configuration dite  $2f$ , les champs dans les plans focaux image et objet sont reliés par une transformée de Fourier spatiale. Nous appellerons respectivement espace réel et espace de Fourier ces deux plans conjugués. Ainsi, une source ponctuelle positionnée dans le plan focal objet, ou espace réel, sera à l'origine d'une onde plane dans le plan focal image, ou espace de Fourier (voir figure 1.5). Réciproquement, une onde plane incidente dans le plan focal objet donnera une tache focale dans le plan focal image.

Cependant, une transformée de Fourier exacte nécessite une intégration sur tout le plan focal objet, chose qui n'est pas possible en prenant en compte l'ouverture limitée de la lentille. Nous introduisons ici une fonction pupille  $H$  qui vaut 1 à l'intérieur du plan focal objet imagé par la lentille, et 0 ailleurs. La prise en compte de

**Chapitre 1.** Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

cette fonction nous permet de réécrire l'équation 1.14 de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}_{\parallel}, f, \omega) &= \frac{e^{j2k_0f}}{j\lambda f} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\mathbf{r}'_{\parallel}) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{r}_{\parallel}\cdot\mathbf{r}'_{\parallel}} \cdot \psi(\mathbf{r}'_{\parallel}, -f, \omega) d\mathbf{r}'_{\parallel} \\ &= \frac{e^{j2k_0f}}{j\lambda f} \underbrace{\left[ \int_{-\infty}^{+\infty} H(\mathbf{r}'_{\parallel}) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{r}_{\parallel}\cdot\mathbf{r}'_{\parallel}} d\mathbf{r}'_{\parallel} \right]}_{h(\mathbf{r}_{\parallel}, \omega)} \otimes_{\mathbf{r}_{\parallel}} \underbrace{\left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{r}_{\parallel}\cdot\mathbf{r}'_{\parallel}} \cdot \psi(\mathbf{r}'_{\parallel}, -f, \omega) d\mathbf{r}'_{\parallel} \right]}_{\text{transformée de Fourier du champ}}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Dans le plan focal image, nous obtenons la transformée de Fourier spatiale du champ issu du plan focal objet convoluée avec la fonction  $h$  propre à la lentille dont nous avons parlé précédemment.

Après avoir vu comment relier le champ entre deux plans de l'espace en milieu homogène et dans le cas d'une lentille positive, nous allons pouvoir exprimer la réponse impulsionnelle d'un microscope optique.

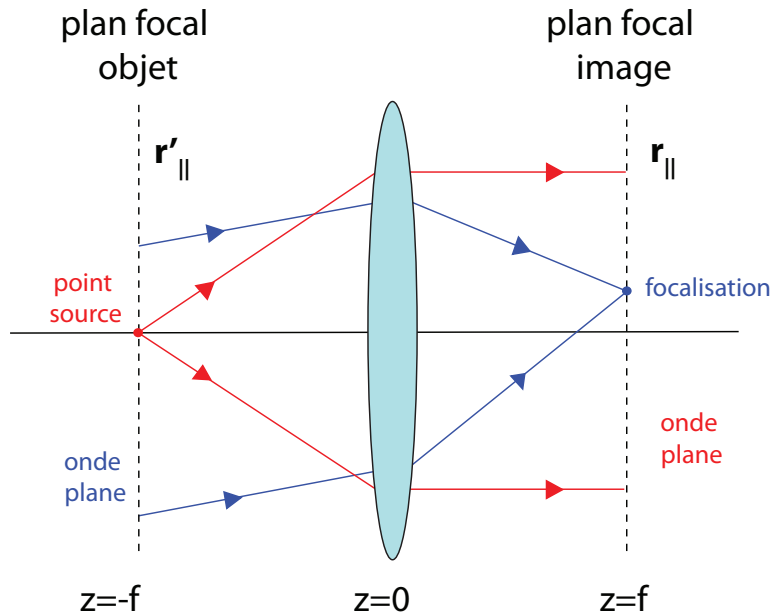


FIGURE 1.5 – Tracé des rayons lumineux entre le plan focal objet et image d'une lentille. Une onde plane incidente (en bleu) est focalisée en un point du plan focal image. Réciproquement, un point source dans le plan focal objet de la lentille (en rouge) est à l'origine d'une onde plane dans le plan focal image.

## 1.2. Principe de la microscopie optique

---

### 1.2.4 Réponse impulsionnelle associée au microscope

Nous souhaitons désormais décrire le fonctionnement d'un microscope en réflexion dont le schéma de principe est présenté en figure 1.6. Sa réponse impulsionnelle, notée  $M(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, \omega)$ , relie un point  $\mathbf{r}_s$  du plan source à un point  $\mathbf{r}$  du plan image. Le trajet de la lumière entre ces deux points peut être décrit de la manière suivante. La lumière provenant du point source  $\mathbf{r}_s$  est collectée par une lentille  $L_1$  puis focalisée sur un échantillon positionné dans le plan focal de l'OM. Ce même OM collecte la lumière rétrodiffusée. Une lentille  $L_2$  permet ensuite de former une image de l'échantillon dans son plan focal image. La réponse  $M(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, \omega)$  peut donc se décomposer suivant les trois étapes suivantes :

- propagation de la source à l'échantillon que l'on va modéliser par la réponse impulsionnelle  $G_1(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_0, \omega)$
- interaction entre la lumière et l'échantillon modélisée par le potentiel  $V(\mathbf{r}_0, \omega)$ . Une expression de  $V$  sera donnée dans la partie 1.2.6
- propagation du champ entre l'échantillon et le plan image modélisée par la réponse impulsionnelle  $G_1(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \omega)$

La réponse impulsionnelle du microscope s'exprime alors de la façon suivante :

$$M(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, \omega) = \int G_1(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_0, \omega) \cdot V(\mathbf{r}_0, \omega) \cdot G_1(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r}_0. \quad (1.16)$$

Par souci de simplicité, mais sans perte de généralité, nous considérons un système de grandissement  $G=1$ . Cette hypothèse revient à fixer la distance focale des lentilles et de l'OM à la même valeur  $f$ . Le montage optique s'interprète alors comme un montage  $4f$  en émission et un réception. Un tel montage correspond à deux lentilles séparées d'une distance égale à la somme de leurs distances focales. A partir de l'équation 1.15, nous pouvons exprimer la réponse impulsionnelle à l'émission  $G_1(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_0, \omega)$  :

$$\begin{aligned} G_1(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_0, \omega) &= \left( \frac{j}{\lambda f} \right)^2 e^{4k_0 f} \left[ h(\mathbf{r}_0, \omega) \otimes_{\mathbf{r}_0} \delta(\mathbf{r}_s + \mathbf{r}_0) \right] \\ &= \left( \frac{j}{\lambda f} \right)^2 e^{4k_0 f} h(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_s, \omega). \end{aligned} \quad (1.17)$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac. Ainsi, dans le plan focal de l'OM, nous obtenons une image de la source convoluée avec la fonction réponse  $h$ . En injectant cette expression dans l'équation 1.16 nous obtenons finalement l'expression de la réponse



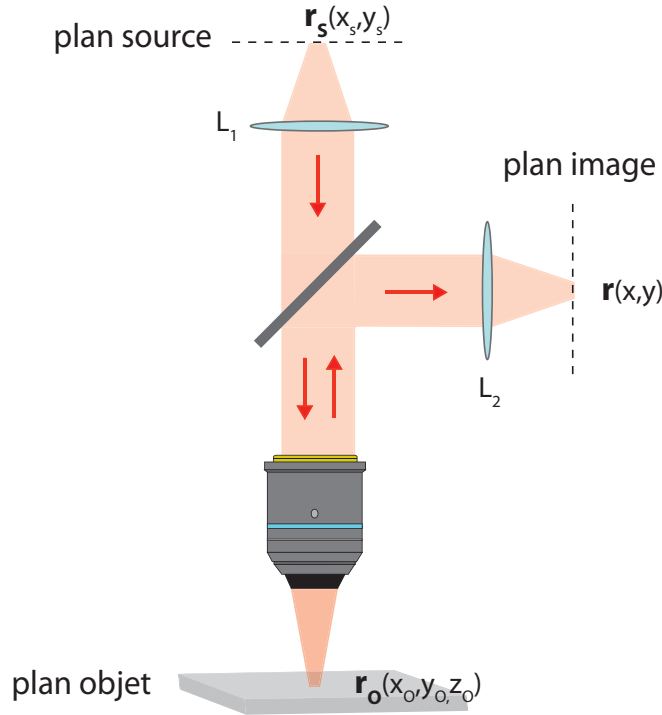


FIGURE 1.6 – Schéma de principe d'un microscope optique en réflexion. Une source située à la position  $\mathbf{r}_s$  dans le plan focal d'une lentille  $L_1$  illumine un échantillon placé dans le plan focal d'un OM. Le champ rétrodiffusé est collecté par le même OM et imagé dans le plan focal d'une lentille  $L_2$ .

impulsionnelle du microscope :

$$M(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}, \omega) = \left( \frac{j}{\lambda f} \right)^4 e^{i8k_0 f} \int h(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_s, \omega) \cdot V(\mathbf{r}_0, \omega) \cdot h(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r}_0. \quad (1.18)$$

Cette expression nous indique qu'un microscope optique permet d'imager directement le potentiel d'interaction  $V$  entre la lumière et l'échantillon. La résolution est ici donnée par la fonction  $h$  qui décrit les effets de la diffraction de la lumière induits par la taille finie de la pupille d'entrée d'un OM ou d'une lentille. Théoriquement, l'image obtenue doit présenter une résolution limitée par la diffraction, soit quelques centaines de nanomètres pour un OM d'ouverture numérique élevée ( $NA \geq 0.5$ ). Toutefois, cette résolution théorique a été établie sous certaines hypothèses, notamment celles d'un dispositif optique idéal ainsi que d'un milieu de propagation homogène. Dès que l'on souhaite imager un échantillon, non plus en surface, mais en profondeur, cette hypothèse n'est plus valable. Nous allons maintenant étudier les effets de ces écarts aux conditions idéales d'imagerie et voir quels sont leurs effets sur les performances d'un microscope optique.

### 1.2.5 Les aberrations en optique

#### Aberrations dues au dispositif optique

Une grande variété d'aberrations éloignent l'efficacité d'un système réel de sa résolution théorique. Outre les défauts possibles dans la conception d'un système optique, le caractère ondulatoire de la lumière est à la source d'aberrations dites chromatiques. En effet, les propriétés des composants optiques dépendent de la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière. La focalisation d'un faisceau polychromatique par une lentille ne s'effectuera donc pas en une simple tache, mais en une superposition de taches relatives aux différentes longueurs d'ondes, ou couleurs. Cette superposition de taches focales peut entraîner une baisse de la résolution (voir figure 1.7).

Cependant, même pour une onde parfaitement monochromatique, des aberrations liées aux éléments optiques subsistent. Parmi les plus courantes, les aberrations dites sphériques se produisent lorsque l'étendue d'un faisceau est large comparée à la courbure d'une lentille. Le point focal pour les rayons incidents les plus éloignés de l'axe optique est alors déplacé, se traduisant encore une fois par un élargissement de la tache focale et donc par une baisse de la résolution.

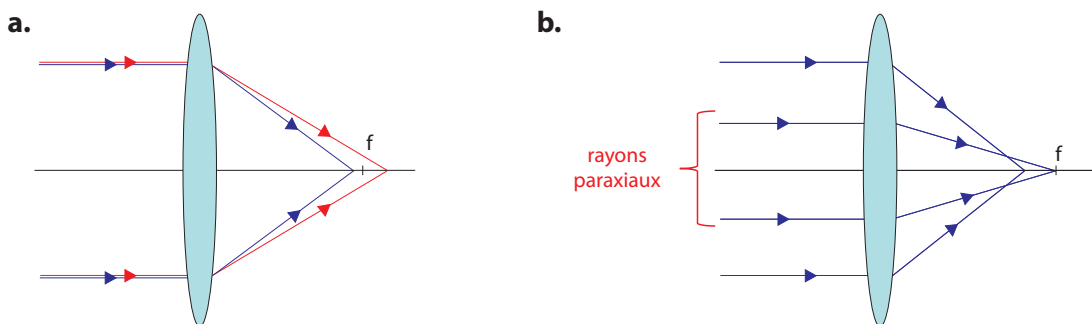


FIGURE 1.7 – Aberrations courantes des lentilles. (a) Aberration chromatique. A cause des propriétés dispersives du verre, la distance focale n'est pas la même pour deux longueurs d'ondes différentes, ici bleue et rouge. (b) Aberration sphérique. Le point focal pour les rayons incidents les plus éloignés de l'axe optique est déplacé.

La minimisation de ces phénomènes est possible mais nécessite l'incorporation de nouveaux éléments optiques, ce qui augmente encore le prix d'achat d'un OM par exemple. Cependant, même en s'affranchissant de toutes les aberrations du système, une résolution seulement limitée par la diffraction est rarement atteinte lorsque l'échantillon étudié présente des variations spatiales d'indice de réfraction comme cela est le cas des milieux biologiques.

**Aberrations dues au milieu de propagation**

L'expression de la limite de résolution donnée par l'équation 1.2 indique que la focalisation d'une onde lumineuse par une lentille dépend de l'indice de réfraction environnant. Un changement de l'indice moyen peut entraîner une modification de la direction de propagation de l'onde incidente et ainsi dégrader la tache focale (voir figure 1.8(b)). Une telle différence d'indice apparaît notamment lors de l'étude des tissus biologiques, soit des tissus eux-mêmes, soit du fait de la présence d'une lame de verre et/ou d'un liquide d'immersion [23]. Par ailleurs, tout changement d'indice localisé va distordre le front d'onde et dégrader la tache focale (voir figure 1.8(c)). Ce cas de figure se présente lors de l'étude d'échantillons inhomogènes.

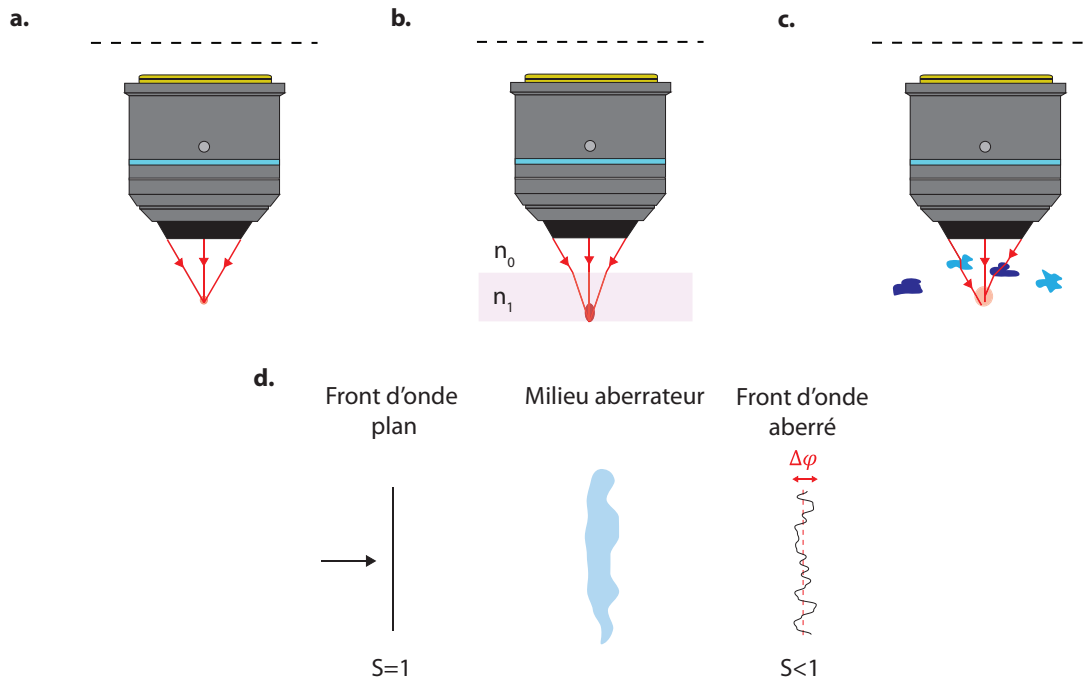


FIGURE 1.8 – (a,b,c) Figure extraite et adaptée de la référence [24]. Effets de la présence d'inhomogénéités sur la focalisation. (d) Dégradation d'un front d'onde par un milieu aberrateur. Le rapport de Strehl  $S$  permet de quantifier ces aberrations par rapport à l'écart  $\Delta\phi$  entre le front d'onde observé et le front d'onde idéal.

Lorsque ces aberrations sont relativement faibles, le rapport de Strehl  $S$  permet de quantifier la dégradation de la résolution d'un système optique [25, 26]. Dans le plan focal objet,  $S$  représente le rapport des amplitudes des taches focales aberrée et idéale. Ainsi,  $S$  est compris entre 0, dans le cas d'un point focal totalement dégradé, et 1, dans le cas où aucune aberration n'affecte le système optique. Dans le plan pupille, en notant  $\Delta\phi$  l'écart entre le front d'onde observé et le front d'onde

## 1.2. Principe de la microscopie optique

---

idéal (voir figure 1.8(d)),  $S$  a pour expression :

$$S = \left\langle \left| e^{2j\pi\Delta\varphi/\lambda} \right| \right\rangle. \quad (1.19)$$

Le symbole  $\langle \cdot \rangle$  représente ici une moyenne sur toute la surface du faisceau. Le rapport de Strehl permet ainsi de quantifier les performances d'un montage optique. Il est particulièrement employé dans les domaines de l'optique adaptative et des observations astronomiques. Notons que la détermination de ce paramètre permet de quantifier les aberrations sans toutefois en donner la nature. Dans certains cas, il peut être intéressant de savoir si les aberrations proviennent de l'échantillon ou du dispositif optique lui-même, par exemple pour améliorer l'alignement de ce dernier.

### 1.2.6 Diffusion de la lumière

Nous avons évoqué les effets néfastes des variations lentes de l'indice de réfraction du milieu de propagation sur les performances d'un microscope optique. Nous allons maintenant nous intéresser au cas où l'indice optique présente des discontinuités locales, que nous appellerons diffuseurs. Comme nous allons le voir, leur présence a un double effet. D'une part, elles atténuent le faisceau incident, d'autre part, elles induisent une onde diffuse. Nous proposons ici de définir d'un point de vue théorique les intensités balistique et diffuse afin de quantifier l'effet de la diffusion sur la qualité de l'image microscopique.

#### Diffusion de la lumière par une particule

Lorsqu'une onde lumineuse rencontre un diffuseur, elle est diffractée selon un diagramme de rayonnement qui dépend des propriétés de l'objet (indice, taille, *etc.*). Les théories de Mie et de Rayleigh permettent de prédire ce diagramme pour des particules de tailles respectivement comparables et très petites devant la longueur d'onde  $\lambda$  [27]. Une illustration schématique est donnée en figure 1.9. Pour des particules petites devant  $\lambda$ , le rayonnement est isotrope alors qu'il devient très directionnel lorsque leurs taille augmente. La force de cette diffusion est représentée par la section efficace de diffusion  $\sigma_S$ , définie comme le rapport entre la puissance diffusée et la densité de puissance incidente. Plus  $\sigma_S$  est élevé, et plus la particule interagit avec la lumière. De façon analogue, la section efficace d'absorption  $\sigma_a$  est définie comme le rapport entre la puissance absorbée et la densité de puissance incidente.

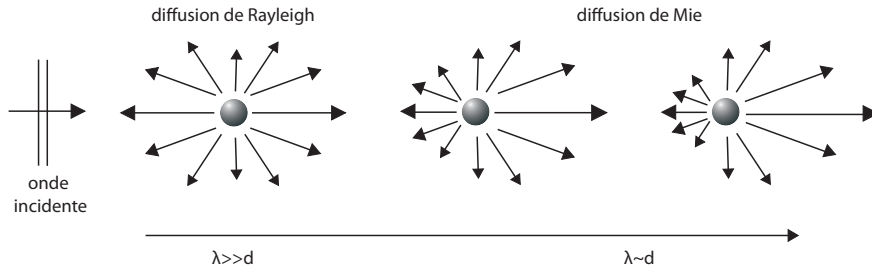


FIGURE 1.9 – Diffusion de la lumière par un diffuseur diélectrique unique en fonction de sa taille. Pour un diffuseur de taille comparable à la longueur d'onde, la diffusion est très directive. Plus le diffuseur est petit, plus la diffusion devient isotrope.

### Diffusion de la lumière par un grand nombre de particules

Bien que les grandeurs  $\sigma_s$  et  $\sigma_a$  caractérisent l'interaction de la lumière avec une particule, nous pouvons généraliser cette approche lorsque la lumière se propage dans un milieu qui en contient un grand nombre. En notant  $\rho_s$  la densité volumique de diffuseurs, nous pouvons introduire les coefficients de diffusion  $\mu_s$  et d'absorption  $\mu_a$  :

$$\mu_s = \rho_s \sigma_s \quad (1.20)$$

$$\mu_a = \rho_s \sigma_a \quad (1.21)$$

Plus un milieu diffuse une onde incidente, et plus son coefficient de diffusion  $\mu_s$  sera important. L'inverse de ces coefficients permet de définir le libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s = 1/\mu_s$ , et la longueur d'absorption  $\ell_a = 1/\mu_a$ .  $\ell_s$  peut s'interpréter comme la distance moyenne entre deux événements de diffusion successifs alors que  $\ell_a$  représente la distance moyenne de propagation avant qu'un photon ne soit absorbé. Ces distances définissent des échelles de longueur caractéristiques de la propagation de la lumière dans un milieu désordonné. Nous allons maintenant étudier la nature du transport de la lumière en fonction de la distance de propagation comparée à ces longueurs.

### Equation d'onde en milieu inhomogène

En milieu inhomogène, la propagation de la lumière est également régie par une équation d'onde. A la différence d'un milieu homogène (voir équation. 1.3), la présence des diffuseurs est modélisée par un indice de réfraction dépendant de la position  $\mathbf{r}$  :

$$\Delta\psi(\mathbf{r}, t) - \frac{n(\mathbf{r})^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (1.22)$$

## 1.2. Principe de la microscopie optique

---

Pour une onde scalaire monochromatique, cette équation devient l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta\psi(\mathbf{r}, \omega) + n(\mathbf{r})^2 k_0^2 \psi(\mathbf{r}, \omega) = 0. \quad (1.23)$$

Cette équation peut se réarranger afin d'obtenir une équation d'onde en milieu homogène (équation 1.3) avec un terme source lié aux hétérogénéités du milieu de propagation :

$$\Delta\psi(\mathbf{r}, \omega) + n_0^2 k_0^2 \psi(\mathbf{r}, \omega) = \underbrace{k_0^2 [n_0^2 - n(\mathbf{r})^2]}_{V(\mathbf{r})} \psi(\mathbf{r}, \omega) \quad (1.24)$$

avec  $n_0$  l'indice de réfraction moyen du milieu. Il apparait explicitement que les variations d'indice au sein du milieu se comportent comme un terme source dans l'équation de propagation. En notant  $V(\mathbf{r}) = [n_0^2 - n(\mathbf{r})^2] k_0^2$  le potentiel associé au désordre, la solution de cette équation s'écrit :

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \psi_0(\mathbf{r}, \omega) + \int g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot V(\mathbf{r}', \omega) \cdot \psi(\mathbf{r}', \omega) d^3 \mathbf{r}' \quad (1.25)$$

avec  $\psi_0$  la solution de l'équation homogène. Cette équation décrit de manière exacte le processus de diffusion. Néanmoins, on remarque que l'expression du champ  $\psi$  met en jeu le champ  $\psi$  lui même sous l'intégrale. Cette équation est dite "auto-consistante". Sauf cas particulier, il n'existe pas de solutions explicites exactes à une telle équation. Nous pouvons toutefois remplacer le terme  $\psi(\mathbf{r}', \omega)$  sous l'intégrale par le membre de droite et, en répétant cette manipulation à l'infini, obtenir le développement de Born :

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) = & \underbrace{\psi_0(\mathbf{r})}_{\text{champ incident}} + \underbrace{\int g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot V(\mathbf{r}', \omega) \cdot \psi_0(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'}_{\text{diffusion simple}} \\ & + \underbrace{\int \int g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot V(\mathbf{r}', \omega) \cdot g_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega) \cdot V(\mathbf{r}'', \omega) \cdot \psi_0(\mathbf{r}'') d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}''}_{\text{diffusion double}} \\ & + \dots \end{aligned} \quad (1.26)$$

Cette expression fait apparaître les ordres de diffusion successifs. Lorsque le milieu contient peu de diffuseurs ou que ceux-ci diffusent faiblement, le troisième terme et les termes d'ordre supérieur peuvent être négligés : il s'agit de l'approximation dite de Born ou de diffusion simple (voir figure 1.10(a)). Cette approximation est valable lorsque le libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$  est grand devant l'épaisseur  $L$  du milieu :  $\ell_s \gg L$ . Physiquement, cela suppose que le champ diffusé simplement soit petit devant le champ incident. En tout point de l'espace, le champ s'écrit alors :

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \int g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \cdot V(\mathbf{r}', \omega) \cdot \psi_0(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (1.27)$$

C'est sur cette hypothèse que reposent les techniques classiques d'imagerie telles que l'échographie, l'OCT ou le radar. Toutefois, lorsque la quantité de diffuseurs ne

**Chapitre 1.** Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

permet plus de se placer dans le cadre de cette approximation, il devient nécessaire de prendre en compte les ordres supérieurs du développement de Born (voir figure 1.10(b)). Le traitement d'une telle expression est alors peu maniable et entraîne des temps de calcul rédhibitoires à cause de sa non-linéarité. Des approximations supplémentaires deviennent nécessaires.

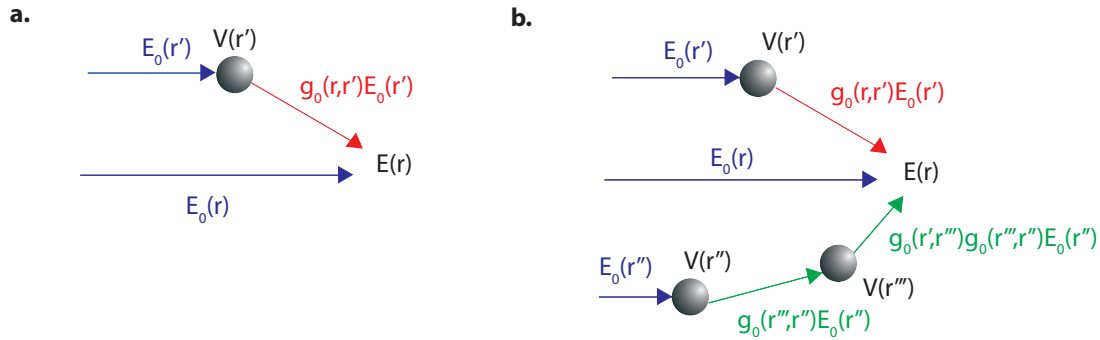


FIGURE 1.10 – Représentation schématique du développement de Born. (a) Régime de diffusion simple correspondant à l'approximation de Born. Le champ reçu en  $\mathbf{r}$  est la somme du champ incident et du champ diffusé simplement par les diffuseurs. (b) Régime de diffusion multiple. Le champ reçu en  $\mathbf{r}$  résulte de trajets de diffusion multiple.

**Approche statistique**

Lorsque le désordre du milieu entraîne la diffusion multiple d'une onde lumineuse incidente, nous avons vu que la mesure de l'intensité réfléchie ou transmise ne permet pas de remonter exactement aux caractéristiques du milieu, par exemple la position des diffuseurs. L'équation d'onde, qui offre une description à l'échelle microscopique de la propagation de l'onde, est donc inadaptée pour l'étude de milieux multiplement diffuseurs. Dans ces conditions, une approche statistique consistant à étudier l'intensité moyenne du champ  $\langle I \rangle = \langle |\mathbf{E}|^2 \rangle$  est souvent adoptée. Cette intensité moyenne peut se décomposer comme la somme d'une contribution balistique associée au champ incident ( $I_b = \langle |\mathbf{E}_0|^2 \rangle$ ) et d'une contribution diffusive  $I_d$  :

$$\langle I \rangle = I_b + I_d . \tag{1.28}$$

**Intensité balistique** Intéressons nous dans un premier temps au transport de l'intensité balistique. Pour cela, considérons un faisceau collimaté illuminant selon la direction  $Oz$  une tranche diffusante et absorbante d'épaisseur  $L$  (voir figure 1.11). En supposant que les diffuseurs sont identiques, de section efficace de diffusion

## 1.2. Principe de la microscopie optique

$\sigma_s$  et d'absorption  $\sigma_a$ , de densité volumique  $\rho_s$  homogène, un bilan d'énergie permet d'obtenir l'expression de la décroissance de l'intensité, appelée loi de Beer-Lambert :

$$\begin{aligned} I_b(L) &= I_0 \exp(-\rho_s(\sigma_s + \sigma_a)L) \\ &= I_0 \exp(-L/\ell_s) \cdot \exp(-L/\ell_a) . \end{aligned} \quad (1.29)$$

L'intensité collimatée (en rouge sur la figure 1.11) décroît exponentiellement en fonction de la distance de propagation  $L$  comparée au libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$  et à la longueur d'absorption  $\ell_a$ . Cette atténuation exponentielle implique qu'au-delà de quelques  $\ell_s$ , seule l'intensité diffusée contribue à l'intensité totale.

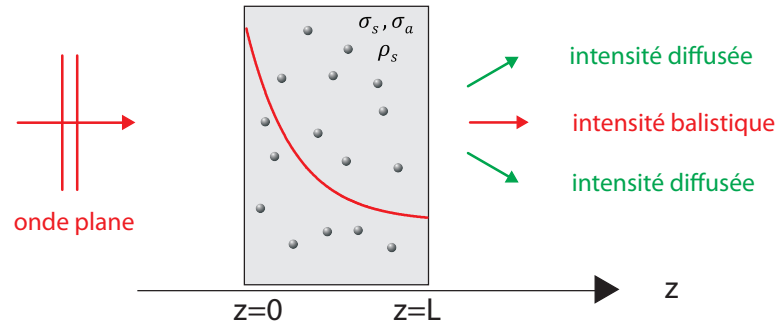


FIGURE 1.11 – Atténuation de l'intensité balistique par un milieu diffusant et absorbant d'épaisseur  $L$ .

**Intensité multiplement diffusée** L'atténuation de l'intensité balistique se fait donc au profit de l'intensité diffuse. En négligeant l'aspect ondulatoire de la lumière, le transport de l'énergie de l'onde lumineuse peut être assimilé à celui d'un ensemble de particules classiques effectuant une marche aléatoire dans l'espace. Sous cette hypothèse, il est possible d'exprimer l'évolution du flux de photons diffusés en fonction de la position  $\mathbf{r}$ , de la direction de propagation  $\mathbf{u}$  et du temps  $t$  grâce à l'équation de transfert radiatif (ETR) [28]. En notant  $L$  la luminance, définie comme le flux d'énergie par unité de surface, d'angle solide et de fréquence, cette équation a pour expression [29] :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{u} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = -(\mu_a + \mu_s) L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) + \frac{\mu_s}{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{u}, \mathbf{u}') \cdot L(\mathbf{r}, \mathbf{u}', t) d\Omega' \quad (1.30)$$

avec  $p$  la fonction de phase. Cette fonction décrit la fraction de flux d'énergie qui, arrivant selon la direction  $\mathbf{u}'$ , est diffusée dans la direction  $\mathbf{u}$  (voir figure 1.12). Cette équation exprime les variations spatio-temporelles de la luminance (membre de



## Chapitre 1. Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

gauche) en fonction des pertes par absorption et diffusion, ainsi que d'un gain par diffusion (membre de droite). Malgré les approximations réalisées pour établir cette équation, il n'existe pas de solution analytique à l'ETR, sauf cas particuliers simples. Il faut donc avoir recours à des solutions approchées comme l'approximation de la diffusion. Pour nous placer dans son domaine de validité, nous devons

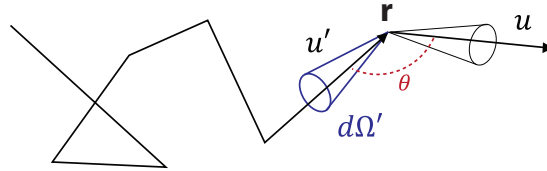


FIGURE 1.12 – Représentation schématique d'une séquence de diffusion dans un milieu aléatoire.

considérer le système à des échelles de longueur grandes devant les grandeurs caractéristiques du système. L'équation 1.30 fait apparaître explicitement deux échelles de longueur, à savoir le libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s = 1/\mu_s$ , et la longueur d'absorption  $\ell_a = 1/\mu_a$ . Cependant, un autre échelle de longueur, appelée libre parcours moyen de transport, est présente dans l'ETR lorsque l'angle  $\theta$  entre les vecteurs d'onde incident et diffusé est pris en compte. En le notant  $\ell_t$ , ce paramètre s'exprime comme :

$$\ell_t = \frac{\ell_s}{1-g} \quad (1.31)$$

avec le  $g$  le facteur d'anisotropie défini selon :

$$g = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\mathbf{u}, \mathbf{u}') \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\cos(\theta)) \cos(\theta) d\Omega = \langle \cos(\theta) \rangle. \quad (1.32)$$

$g$  est donc une moyenne statistique de la dépendance angulaire de la diffusion. Ce paramètre varie entre 0 (diffusion isotrope) et 1 (diffusion uniquement vers l'avant). Le libre parcours moyen de transport  $\ell_t$  s'interprète lui comme la distance au bout de laquelle une onde "perd la mémoire" de sa direction initiale (voir figure 1.13(a)).

Aux grandes échelles d'espace et de temps, c'est à dire pour un milieu de taille caractéristique  $L \gg \ell_t$ , et dans la limite  $ct \gg \ell_t$ , il n'est alors plus nécessaire de prendre en compte la direction de propagation de l'onde lumineuse. L'ETR peut être approchée par une équation de diffusion pour la densité d'énergie  $U(\mathbf{r}, t)$  tel que :

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\mathbf{r}, t) - D \Delta U(\mathbf{r}, t) + \frac{c}{\ell_a} U(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.33)$$

avec :

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_{4\pi} L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) d\Omega \quad (1.34)$$

## 1.2. Principe de la microscopie optique

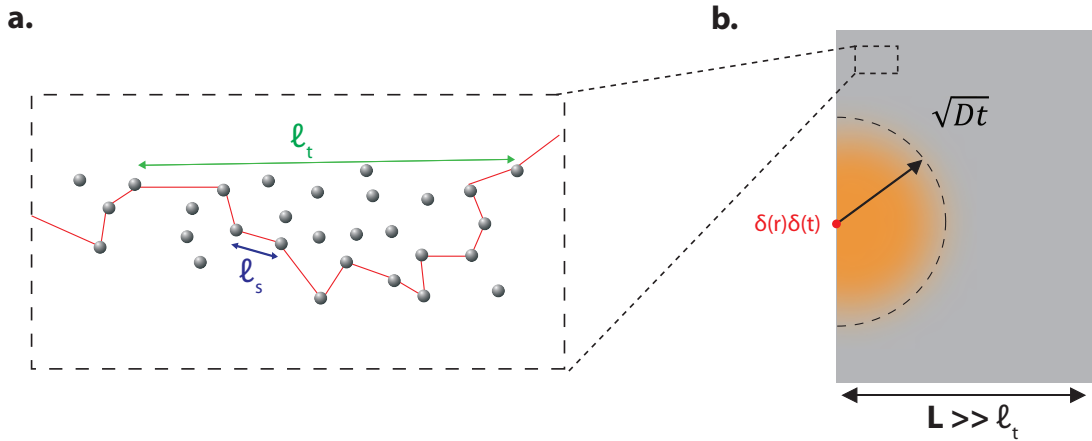


FIGURE 1.13 – (a) Représentation schématique d’une séquence de diffusion anisotrope. (b) Pour des échelles de temps et d’espace vérifiant  $ct \gg \ell_t$  et  $L \gg \ell_t$ , la densité d’énergie s’étale selon un halo diffus dont la croissance est quantifiée par la constante de diffusion  $D$ .

et  $D$  la constante de diffusion. Cette grandeur est directement reliée au libre parcours moyen de transport selon  $D = c\ell_t/d$ , avec  $d$  la dimension de l’espace. Nous traitons des cas 3D, donc  $d = 3$ . Remarquons que l’équation 1.34, bien plus simple à manipuler que l’ETR, est identique à celle obtenue pour le transfert de la chaleur. Dans l’hypothèse d’un milieu semi-infini, la fonction de Green associée à cette équation de diffusion s’exprime selon [30] :

$$P(r, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right). \quad (1.35)$$

Cette solution décrit un halo diffusif qui s’étend au cours du temps dans toutes les directions de l’espace selon une loi caractéristique en  $\sqrt{Dt}$  (voir figure 1.13(b)). Après avoir décrit le transport de l’intensité lumineuse dans un milieu inhomogène en termes d’indice de réfraction, nous allons maintenant présenter et comparer les propriétés optiques de tels milieux.

### 1.2.7 Propriétés optiques des milieux diffusants

#### Généralités

Un milieu est appelé diffusant lorsqu’il présente des variations locales (c.a.d de tailles comparables à la longueur d’onde  $\lambda$ ) d’indice de réfraction. De telles variations apparaissent fréquemment dans la nature ce qui implique une grande variété de milieux diffusants. Nous pouvons citer les gouttes d’eau de tailles micro-

## Chapitre 1. Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

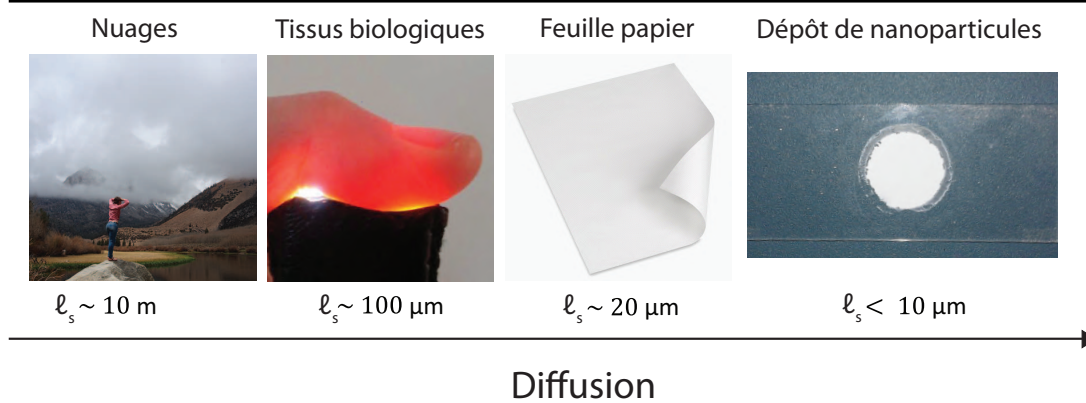


FIGURE 1.14 – Présentation de différents milieux diffusants classés par force de diffusion croissante.

métriques présentes dans les nuages, les fibres de cellulose qui composent une feuille de papier, ou encore les différentes structures au sein des tissus biologiques (cellules, fibres, *etc.*). Malgré leurs natures distinctes, les longueurs caractéristiques telles que le libre parcours de diffusion  $\ell_s$  et la longueur d'absorption  $\ell_a$  nous permettent de comparer leurs propriétés optiques. Ainsi,  $\ell_s$  sera de l'ordre de la dizaine de mètres pour du brouillard ou des nuages, alors qu'il sera de  $20 \mu\text{m}$  environ pour une feuille de papier. Cependant, nous nous intéressons principalement aux tissus biologiques qui constituent le principal sujet d'étude de la microscopie optique. Nous proposons ici d'en résumer les propriétés.

### Propriétés optiques des milieux biologiques

**Diffusion :** Visuellement, nous pouvons remarquer que les tissus biologiques présentent des propriétés diffusantes et absorbantes très différentes selon leur nature. La transparence d'un cristallin indique que celui-ci diffuse peu la lumière, au contraire des tissus de l'épiderme qui apparaissent opaques. Ceci est reflété par la valeur du libre parcours de diffusion  $\ell_s$ , allant de quelques dizaines de microns pour l'épiderme ou les organes tels que le rein, jusqu'à environ 1 millimètre pour le cristallin de l'œil [31]. Dans l'ensemble, nous pouvons estimer que pour les milieux biologiques traditionnels,  $\ell_s \sim 100 \mu\text{m}$  [32].

**Anisotropie :** Les structures responsables de la diffusion dans les milieux biologiques présentent des dimensions de l'ordre de quelques microns à quelques dizaines de microns [32]. La taille de ces diffuseurs est donc bien supérieure aux longueurs d'onde dans le visible. Dans de tels milieux, la théorie de Mie prédit alors une diffusion de la lumière principalement vers l'avant. Cette forte anisotropie se

## 1.2. Principe de la microscopie optique

traduit par un facteur  $g$  (voir équation 1.32) de l'ordre de 0.9 et donc un libre parcours moyen de transport typique  $\ell_t \sim 10 \ell_s \sim 1 \text{ mm}$  [33].

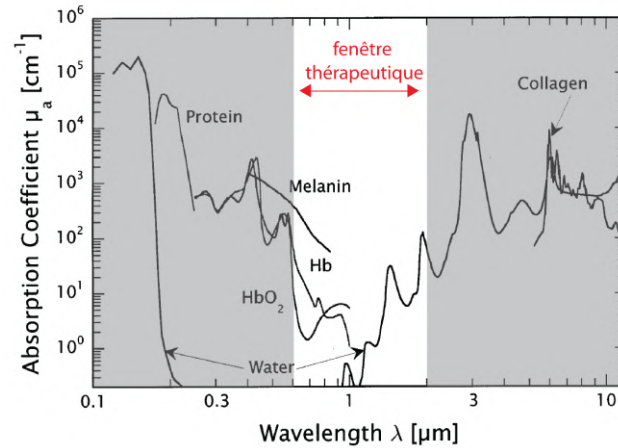


FIGURE 1.15 – Figure extraite de la référence [34]. Coefficient d'absorption des principales molécules présentes dans les milieux biologiques en fonction de la longueur d'onde.

**Absorption :** L'absorption de la lumière dans les tissus biologiques est principalement due à la présence de molécules d'eau et d'hémoglobine. Cette absorption se traduit par un échauffement des tissus, voire la détérioration de ceux-ci dans le cas d'une exposition intense ou prolongée. Le spectre d'absorption des principaux éléments constituant les tissus biologiques est présenté sur la figure 1.15. Un minimum d'absorption est observé pour des longueurs d'onde situées entre 600 nm et 1.4  $\mu\text{m}$ . Cette gamme spectrale porte le nom de fenêtre thérapeutique [34]. Pour une onde incidente appartenant à cette région du spectre électromagnétique, la longueur d'absorption  $\ell_a$  est d'environ 1 cm, soit 10 fois le libre parcours moyen de transport  $\ell_t$  [33]. Dans cette fenêtre, l'imagerie des milieux biologiques est donc bien plus limitée par la diffusion de la lumière que par son absorption.

### 1.2.8 Imagerie classique des milieux diffusants

Au cours de la partie 1.2.4, le principe d'un microscope optique en réflexion a été donné. Nous avons vu que celui-ci reposait sur la mesure de l'onde simplement diffusée par l'objet d'intérêt. En effet, il existe une relation directe entre cette dernière et l'objet. Physiquement, cette contribution correspond à une propagation balistique entre la source et l'objet, puis une diffusion par ce dernier, et enfin à nouveau une propagation balistique jusqu'au détecteur. Cependant, lorsque l'on souhaite

imager un objet en profondeur d'un milieu biologique, les inhomogénéités présentes entre la surface et l'objet entraînent une atténuation de l'intensité de diffusion simple  $I_S$  au profit de l'intensité de diffusion multiple  $I_M$  (voir figure 1.16). A

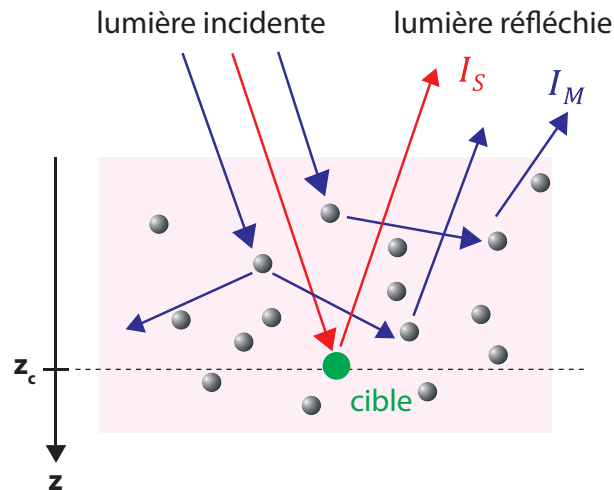


FIGURE 1.16 – Schéma représentant une expérience d'imagerie de cible au sein d'un milieu diffusant. La lumière réfléchie est la somme d'une contribution de diffusion simple en provenance de la cible (en rouge) et d'une contribution de diffusion multiple (en bleu).

l'inverse de  $I_S$ ,  $I_M$  ne vérifie pas de relation directe avec l'objet car sa phase et sa direction de propagation ont été rendues aléatoires par les événements de diffusion au sein du milieu. Cette contribution, d'aspect aléatoire sans relation avec la réflectivité du milieu, va s'ajouter à l'image de l'objet et la dégrader. Lorsque ces deux contributions ont le même poids, la microscopie conventionnelle échoue alors à donner une image exacte de la réflectivité du milieu. Ce cas de figure intervient lorsque la cible est à une profondeur de l'ordre du libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$ , soit environ  $100 \mu\text{m}$  pour un milieu biologique. Afin d'imager plus en profondeur, deux possibilités sont alors envisageables :

- (1) on isole la contribution de diffusion simple  $I_S$  afin de former une image microscopique dont la résolution est limitée par la diffraction.
- (2) on utilise la contribution de diffusion multiple  $I_M$  afin d'imager les paramètres de transport en résolvant l'ETR ou l'équation de diffusion. La résolution spatiale d'une telle image est alors de quelques  $\ell_t$ .

Nous allons maintenant présenter les techniques relatives à ces deux stratégies d'imagerie ainsi que leurs performances.

## 1.3 Techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

Parmi les deux stratégies d'imagerie possible, nous nous intéresserons plus particulièrement à celle visant à isoler la contribution  $I_S$ . L'observation de structures biologiques d'intérêt requiert une résolution micrométrique, résolution qui n'est pas offerte par les techniques d'imagerie de l'intensité multiplement diffusée. Notons toutefois que différencier les techniques d'imagerie selon ces deux catégories est quelque peu réducteur. Par exemple, différentes approches ont intelligemment combiné les propriétés des ondes optiques avec celles d'ondes de natures différentes comme les ondes acoustiques [35, 36]. Nous nous limiterons cependant aux techniques d'imagerie purement optiques et résultant d'une interaction linéaire. Pour une étude détaillée de stratégies telles que la microscopie à fluorescence, à deux photons ou par génération de seconde harmonique, nous renvoyons à la référence [22].

### 1.3.1 Imagerie optique des photons multiplement diffusés : la tomographie optique diffuse

Nous avons vu que lorsque la distance de propagation est supérieure à quelques libres parcours moyen de transport, seule l'intensité diffuse contribue au transport de l'énergie à cause de l'atténuation de la contribution balistique. Pour des grandes échelles d'espace et de temps, c'est à dire pour un milieu de taille caractéristique  $L \gg \ell_t$  et dans la limite  $ct \gg \ell_t$ , la densité d'énergie est solution d'une équation de diffusion. Elle se propage dans le milieu sous la forme d'un halo diffusif dont l'évolution est gouvernée par la constante de diffusion  $D$  et la longueur d'absorption  $l_a$  (voir équation 1.33). La tomographie optique diffuse (DOT pour *Diffuse Optical Tomography*) a pour objectif de cartographier ces deux paramètres à partir de la mesure de l'intensité transmise entre un réseau de sources et de détecteurs à la surface d'un milieu diffusant [37].

La figure 1.17(a) explicite le principe du DOT résolue en temps. Une source à la surface du milieu à imager émet une impulsion de quelques picosecondes qui se propage au sein du milieu. L'enregistrement du temps d'arrivée des photons diffusés par un détecteur séparé de la source d'une distance  $\Delta r$  donne accès à ce que l'on appelle la courbe des temps de vol. Un exemple d'une telle courbe obtenue dans des tissus humains pour une impulsion initiale de 6 ps est présentée en figure 1.17(b). En conséquence des évènements de diffusion qui ont lieu lors de la propagation au sein du milieu, l'impulsion peut s'étaler sur des temps plus de cent fois supérieurs à sa durée initiale. Puisque la diffusion entraîne une perte d'information sur la direction de propagation, il n'y a pas de relation directe entre la profondeur

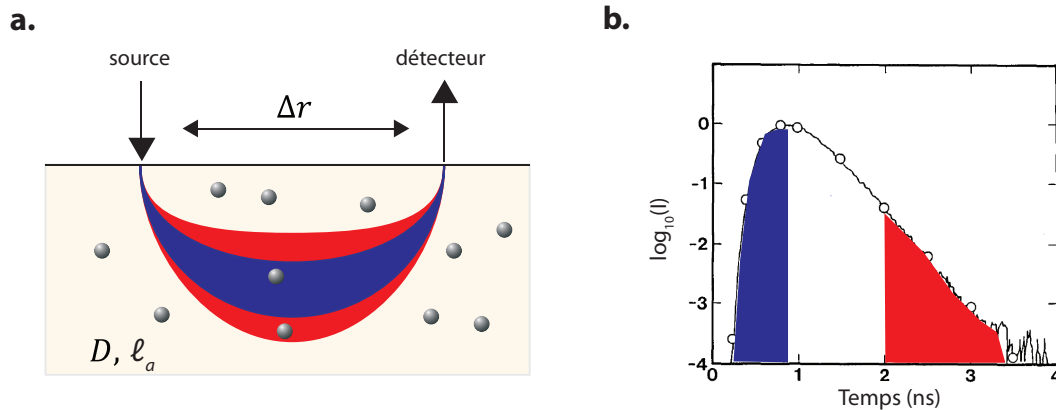


FIGURE 1.17 – Principe de la tomographie optique diffuse résolue en temps. (a) Figure extraite et adaptée de la référence [38]. Une mesure d'intensité est effectuée entre une source impulsionnelle et un détecteur séparés d'une distance  $\Delta r$ . Selon les temps de vol, le volume qu'a pu explorer un photon présente une forme de *banane* plus ou moins élargie. (b) Figure extraite et adaptée de la référence [39]. Exemple de courbe de temps de vol mesurée dans des tissus humains pour une impulsion initiale de 6 ps.

explorée par un photon et son temps de propagation. Pour un temps de vol donné, un photon a pu explorer un certain volume du milieu entre la source et le détecteur. Ce volume augmente avec le temps de vol. La résolution spatiale va alors dépendre de la profondeur mais également de l'échantillonnage spatial de la mesure, c'est-à-dire de la répartition des sources et des détecteurs. A partir d'une collection de mesures de temps de vol entre différents couples d'émetteurs et de récepteurs, une procédure d'inversion basée sur la théorie de la diffusion permet l'estimation des paramètres  $D$  et  $\ell_a$ . A l'heure actuelle, cette technique est limitée par deux facteurs. Premièrement, le temps de calcul associé à la procédure d'inversion croît avec le nombre d'éléments, et donc la résolution spatiale. Enfin, la résolution spatiale obtenue est de l'ordre de quelques millimètres pour des profondeurs de 5 cm, ce qui limite ainsi le champ d'application de la DOT [40].

### 1.3.2 Imagerie des photons simplement diffusés

La seconde stratégie pour imager optiquement un milieu diffusant s'appuie sur la mesure des photons simplement diffusés. L'avantage de cette approche réside dans la formation directe d'une image à partir des photons en provenance de l'objet. Toutefois, lorsque l'on souhaite imager en profondeur, les photons multiplement diffusés deviennent rapidement majoritaires et il devient nécessaire d'isoler la contribution de diffusion simple. Cette discrimination des photons simplement

### 1.3. Techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

---

et multiplement diffusés peut être réalisée spatialement et/ou temporellement, en tirant profit des propriétés relatives à chacune des deux contributions.

Pour décrire le principe de telles méthodes et comparer leurs performances, nous considérons l'expérience schématisée sur la figure 1.16 : nous cherchons à imager une cible de section efficace  $\sigma_s$  à la profondeur  $z_c$  au sein d'un milieu biologique. Ce dernier est caractérisé par son libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s = 100 \mu\text{m}$ , de transport  $\ell_t = 1 \text{ mm}$  et son indice  $n = 1.4$ . Le tout est imagé par un OM d'ouverture numérique  $\text{NA}=0.4$ . Pour prendre en compte les aberrations, nous fixons  $S = 0.1$ . Nous allons maintenant établir l'expression de l'intensité simplement diffusée en provenance de la cible  $I_S$ , et de l'intensité de diffusion multiple  $I_M$ . Le rapport de ces deux quantités, noté RSM, donnera directement la capacité du système à imager la cible enfouie. En effet, ce rapport peut s'interpréter comme un rapport signal à bruit, la contribution  $I_M$  étant ici considérée comme indésirable.

#### Microscopie conventionnelle : ratio diffusion simple / multiple

Lorsque l'ensemble composé du milieu diffusant et de la cible est illuminé par une onde plane incidente, l'onde simplement diffusée par la cible porte l'information que l'on souhaite obtenir. Physiquement, cette contribution correspond à une propagation balistique de l'onde incidente jusqu'à la cible située à une profondeur  $z_c$ , puis une diffusion par la cible, et à nouveau une propagation balistique jusqu'au système de mesure. Cette contribution a subi une atténuation exponentielle avant et après la diffusion par la cible. L'effet de cette dernière se manifeste par sa section efficace de diffusion  $\sigma_s$ . En résumé, il est possible de montrer que  $I_S$  a pour expression (voir annexe A.1) :

$$I_S \propto \underbrace{\exp(-z_c/\ell_s)}_{\text{atténuation}} \underbrace{\sigma_s}_{\text{diffusion par la cible}} \underbrace{\exp(-z_c/\ell_s)}_{\text{atténuation}} \quad (1.36)$$

La seconde contribution, associée à la diffusion multiple, est elle directement proportionnelle à l'albédo diffusif  $\alpha$ . Cette grandeur est définie comme la puissance diffusée par unité d'angle solide normalisée par le flux incident. Elle a donc la structure d'une section efficace de diffusion à un facteur multiplicatif lié au champ de vision du microscope [41]. Dans le cas d'un échantillon d'épaisseur  $L \gg \ell_t$ , la théorie de la diffusion donne :

$$\alpha \sim \frac{3}{4\pi} \left(1 - \frac{5}{3} \frac{\ell_t}{L + 2z_0}\right) \left(1 + \frac{z_0}{\ell_t}\right) \quad (1.37)$$

avec  $z_0 \approx 2/3 \ell_t$  la longueur d'extrapolation [42]. La capacité à imager la cible au sein du milieu diffusant est alors donnée par le rapport des intensités  $I_S$  et  $I_M$ . Son expression est la suivante [43] :

$$\text{RSM} = \frac{I_S}{I_M} = \frac{1}{4\pi W^2} \frac{\sigma_s \exp(-2z_c/\ell_s)}{\alpha}. \quad (1.38)$$



## Chapitre 1. Propagation des ondes lumineuses et techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

avec  $W$  la taille du champ de vision. De façon attendue, cette équation nous indique que plus la section efficace de diffusion de la cible sera importante, et plus l'intensité rétrodiffusée par la cible sera importante. À l'inverse, plus la cible sera située à une profondeur élevée ou plus le milieu sera diffusant, et plus l'intensité en provenance de la cible sera atténuée par la diffusion. L'image de l'échantillon se fait ensuite dans le plan focal image d'une lentille de tube, plan conjugué de celui qui contient l'objet que l'on cherche à imager. Dans ce plan, le rapport des intensités simplement et multiples diffusés a pour expression :

$$\begin{aligned} RSM_m &= S \left( \frac{W}{\delta} \right)^2 RSM \\ &= \frac{\sigma_s S}{\delta^2 4\pi} \frac{\exp(-2z_c/\ell_s)}{\alpha}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

avec  $\delta = \lambda/(2NA)$  la taille d'une cellule de résolution. Comparé au plan pupille de l'OM, le RSM est ici multiplié par le nombre de degrés de liberté spatiaux ou angulaires du système d'imagerie,  $N = (W/\delta)^2$ , qui correspond au nombre de cellules de résolution présentes dans le champ de vision. En effet, les interférences entre les différentes trajectoires de diffusion multiple sont à l'origine d'une intensité diffuse répartie sur tout le plan image. En revanche, l'image de la cible provient des interférences constructives des photons en provenance de la cible, intégrée sur toute l'ouverture numérique de l'OM. Réaliser une focalisation en réception d'un système optique permet d'augmenter le RSM d'un facteur  $N$ . Cependant, les aberrations causées par les variations d'indice de réfraction au sein du milieu diffusant dégradent le signal en provenance de la cible. Ce phénomène est pris en compte dans l'équation 1.39 par le facteur de Strehl  $S$ .

Puisque l'albedo statique ne dépend pas de la position de la cible, le RSM décroît exponentiellement en fonction de la profondeur  $z_c$ . L'allure du RSM pour un microscope conventionnel est présenté en noir sur la figure 1.18. Nous avons adopté les conditions expérimentales définies plus haut, et considéré une cible de section efficace  $\sigma_s = 8 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . En fixant la limite de détection pour  $RSM=1$ , il apparaît qu'il n'est plus possible d'imager au-delà d'une profondeur de  $1-2 \ell_s$ . Nous allons maintenant voir comment isoler la contribution de diffusion simple temporairement et/ou spatialement afin d'augmenter le RSM et ainsi atteindre des profondeurs d'imagerie plus importantes.

### Discrimination spatiale : microscopie confocale

Étudions désormais l'effet de la diffusion sur le front de l'onde lumineuse. Dans le cas où la cible est placée dans un milieu de propagation homogène, l'onde en provenance de la cible présente un front d'onde bien défini, sphérique ou plan selon la distance à laquelle nous nous plaçons (voir figure 1.19(a)). Dans le plan image du

### 1.3. Techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

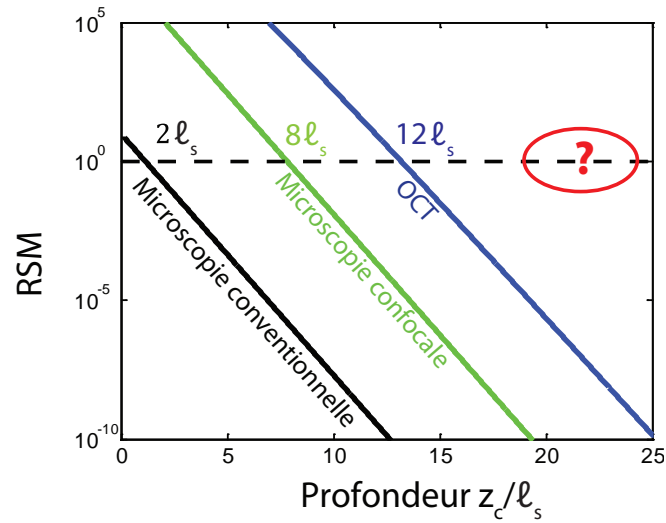


FIGURE 1.18 – Évolution du ratio de la contribution de diffusion simple et multiple en fonction de la profondeur d'une cible enfouie dans un milieu diffusant pour différentes techniques conventionnelles d'imagerie. Nous avons considéré ici des conditions idéales, les profondeurs de pénétration indiquées correspondent aux maxima atteignables.

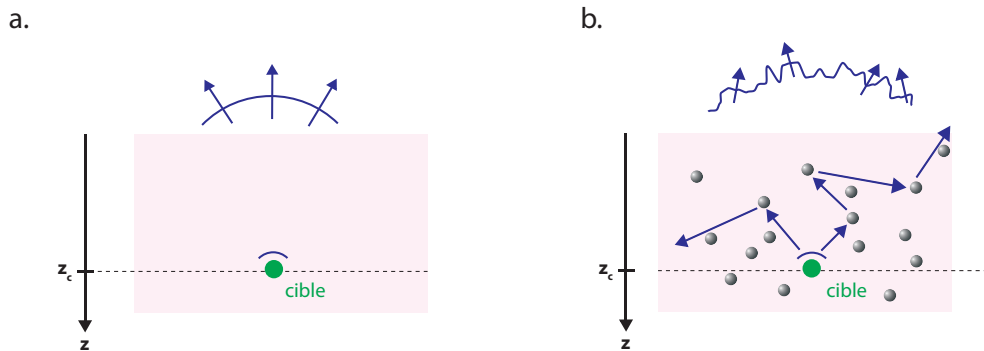


FIGURE 1.19 – (a) Front d'onde en provenance de la cible en milieu homogène. (b) Front d'onde en provenance de la cible en milieu diffusant.

microscope, un tel front d'onde sera focalisé et donnera une image de la cible. Cette caractéristique n'est en revanche plus observée en présence de diffuseurs dans le milieu de propagation. Comme cela est schématisé sur la figure 1.19(b), les inhomogénéités du milieu rendent aléatoire la phase et la direction des photons multiplement diffusés. Une telle onde donnera une image d'aspect aléatoire dans le plan image du microscope. A noter que le même phénomène a lieu lors de la propagation de l'onde incidente entre la source et la cible. Afin d'isoler la contribution de diffusion simple, de nombreuses techniques tirent profit de la cohérence spatiale des ondes simplement diffusées [44]. Nous explicitons ici le principe de l'une

d'elles : la microscopie confocale.

Le principe de cette approche, introduite dans les années 1950 par M. Minsky [16], est schématisé dans la figure 1.20. Il repose dans un premier temps sur la focalisation d'un faisceau laser par un OM en un point de l'échantillon, puis en l'insertion d'un diaphragme en amont du détecteur et conjugué avec ce point focal. Tous les photons ne provenant pas du point de focalisation à l'émission sont alors rejetés physiquement par le diaphragme. La formation d'une image est ensuite réalisée en balayant point par point l'ensemble du champ de vision (*FOV* pour *field-of-view* en anglais). En prenant un pas spatial égal à la taille d'une cellule de résolution  $\delta$ , la formation d'une image en deux dimensions nécessite  $N = (W/\delta)^2$  mesures.  $N$  représente également le nombre de degré de liberté spatiaux introduits par cette technique. Grâce à cette opération de discrimination spatiale, le RSM d'un microscope confocal est donné par :

$$RSM_c = \frac{S^2 N \sigma_s \exp(-2z_c/\ell_s)}{4\pi \delta^2 \alpha} = S \times N \times RSM_m. \quad (1.40)$$

Nous retrouvons ici encore une multiplication du RSM par un facteur  $S \times N$ . Alors que dans le cas de la microscopie conventionnelle ce facteur était lié à la focalisation en réception par la lentille de tube, ce facteur est ici lié à la focalisation en émission et à la conjugaison des points d'entrée et de sortie. L'évolution de  $RSM_c$  en fonction de la profondeur est présentée en figure 1.18. On observe que la multiplication du RSM par un facteur  $N$  rend possible l'imagerie de milieux diffusants jusqu'à des profondeurs de  $4-8 \ell_s$  selon les conditions expérimentales (ouverture numérique, aberrations, *etc.*). Cette profondeur correspond à  $500 \mu\text{m}$  environ dans les tissus biologiques. A l'heure actuelle, la simplicité du montage expérimental associée à une résolution micrométrique dans les directions transverses et de quelques microns suivant l'axe optique en font la technique la plus utilisée pour l'imagerie des milieux biologiques. Néanmoins cette approche est extrêmement sensible aux aberrations, comme l'atteste la dépendance en  $S^2$  de  $RSM_c$ . Cet aspect sera traité dans le chapitre 2.

### Discrimination temporelle

Considérons maintenant l'envoi d'une brève impulsion lumineuse dans le milieu diffusant. Si la cible est à une profondeur  $z_c$  dans le milieu, l'onde simplement diffusée par la cible reste résolue temporellement et ressort du milieu diffusant après un temps  $t = 2z_c/c$  (voir figure 1.21(a)). Au contraire, la diffusion multiple donne lieu à une onde incohérente dont la distribution temporelle est donnée par la courbe des temps de vol (voir figure 1.21(b)). L'étendue temporelle de cette courbe rend compte des temps de propagation des trajectoires empruntées par l'onde lumineuse entre la source et le détecteur. Lorsque la diffusion est prédominante,

### 1.3. Techniques d'imagerie optique des milieux diffusants

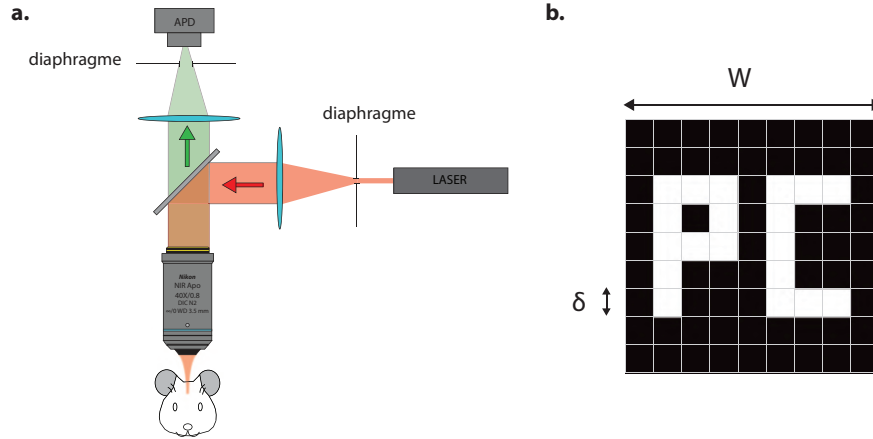


FIGURE 1.20 – (a) Schéma de principe d'un microscope confocal. Un faisceau laser est focalisé en un point du milieu diffusant. Un diaphragme conjugué avec ce point permet de rejeter une grande partie de la lumière multiple diffusée. (b) Construction d'une image confocale par balayage. L'acquisition consiste en  $N = (W/\delta)^2$  mesures.

ces trajectoires complexes dominant l'écho en provenance de la cible. Dans le but d'isoler la contribution de diffusion simple, un fenêtrage temporel paraît pertinent pour rejeter un maximum de photons multiple diffusés. Cependant, pour être efficace la résolution temporelle nécessaire doit être de l'ordre du temps caractéristique de la diffusion. Pour un milieu avec un libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s = 100 \mu\text{m}$ , ce temps vaut  $\tau_c = \ell_s/c \sim 3 \text{ ps}$ . Cette valeur est extrêmement courte, même comparée aux temps de réponse des détecteurs ultra-rapides tels que les streak cameras ou les photodiodes. Les méthodes directes de fenêtrage temporel des photons diffusés sont donc peu efficaces [44].

Une approche alternative consiste à utiliser une source de faible cohérence temporelle associée à une détection interférométrique. En effet, deux faisceaux lumineux ne peuvent interférer que s'ils sont cohérents entre eux. Temporellement, ils doivent présenter une différence de temps de propagation  $\Delta t$  inférieure au temps de cohérence  $\tau_c$  de la source. Pour une source présentant un spectre gaussien centré en  $\lambda_m$  et de largeur à mi hauteur  $\Delta\lambda$ , ce temps de cohérence est défini de la façon suivante [45] :

$$\tau_c = \frac{2 \ln(2)}{\pi c} \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}. \quad (1.41)$$

Faire interférer la lumière rétrodiffusée par l'échantillon avec un faisceau de référence permet donc de rejeter efficacement tous les photons qui ne présentent pas un temps de vol égal à celui de l'onde de référence plus ou moins  $\tau_c$ . Dans le cas d'une source lumineuse centrée en  $\lambda_m = 800 \text{ nm}$  et de la largeur  $\Delta\lambda = 300 \text{ nm}$ ,  $\tau_c = 3 \text{ fs}$ . Une mesure interférométrique à faible cohérence temporelle permet de réduire grandement le nombre de photons multiple diffusés que l'on mesure.

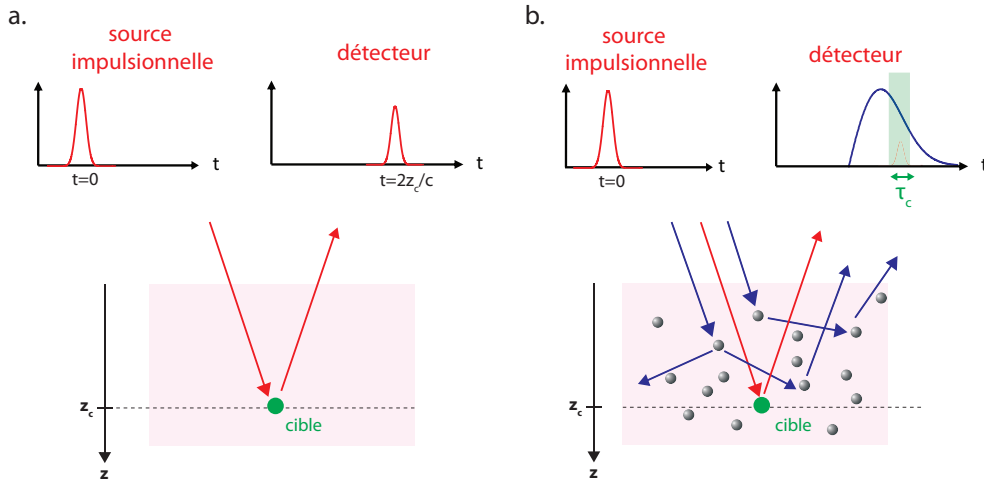


FIGURE 1.21 – Dispersion temporelle d’une impulsion lumineuse par diffusion. (a) Propagation d’une impulsion entre un source et un détecteur dans le cas où une seule cible est présente à une profondeur  $z_c$  dans le milieu de propagation. Un seul écho de diffusion est obtenu pour un temps de vol  $t = 2 z_c / c$ . (b) Lorsque des diffuseurs sont présents dans le milieu de propagation, l’impulsion incidente est dispersée par les événements de diffusion. La courbe des temps de vol présente alors une extension temporelle relative à toutes les trajectoires empruntées par l’onde entre la source et le détecteur. Pour isoler la contribution en provenance de la cible, il est possible de réaliser une mesure interférométrique qui consiste à ne sélectionner qu’une fenêtre temporelle de largeur  $\tau_c$  au temps de vol attendu.

Désormais, la quantité de photons multiplement diffusés mesurés, précédemment donnée par  $\alpha$ , est diminuée d’un facteur  $(\tau_c \cdot \alpha(t)) / \alpha$  avec  $\alpha(t)$  l’albedo résolue en temps. Cette grandeur représente la puissance diffusée par unité d’angle solide au temps  $t$  et normalisée par le flux incident. Dans le cas d’un milieu semi-infini et pour des temps  $ct \gg \ell_t$ , la théorie de la diffusion donne [41] :

$$\alpha(t) \simeq \frac{c(z_0 + \ell_s)^2}{(4\pi Dt)^{3/2}} . \quad (1.42)$$

Cette expression fait naturellement apparaître les paramètres de transport du milieu diffusant et une décroissance temporelle de l’albedo en loi de puissance. Afin de réaliser un isolement optimal de l’onde de diffusion simple en provenance de la cible, cette méthode peut être combinée avec une discrimination dans le domaine spatial : c’est le cas de la tomographie à cohérence optique (OCT pour *Optical Coherence Tomography*).

#### Discrimination spatiale et temporelle : cas de l'OCT plein champ

Proposée en 1991 par J.G. Fujimoto [46], l'OCT présente de nombreuses variantes dont l'OCT à balayage, l'OCT dans le domaine fréquentiel [47] ou encore l'OCT plein champ [48]. C'est cette dernière variante que nous présentons ici. Son principe, schématisé sur la figure 1.22, peut être assimilé à celui d'un microscope interférométrique. La lumière provenant d'une source lumineuse à faible cohérence temporelle et spatiale est séparée en deux faisceaux : un faisceau de référence et un faisceau objet. Après avoir traversé un OM, le faisceau objet illumine l'objet à imager. Les photons rétrodiffusés sont ensuite collectés par le même OM puis interfèrent avec le faisceau de référence au niveau d'une caméra. L'incohérence de la source, à la fois spatiale et temporelle, permet de réaliser simultanément une discrimination spatiale et temporelle des photons simplement et multiples fois diffusés. Avec une telle source, différentes zones de l'échantillon sont illuminées par des champs qui peuvent être totalement incohérents entre eux. Le terme de volume de cohérence définit une zone de l'échantillon où le champ incident est considéré comme cohérent. Les dimensions transverses de ce volume sont données par la taille d'une cellule de résolution  $\delta$ , la dimension axiale est elle égale à la longueur de cohérence temporelle  $c \cdot \tau_c$ . Seuls les photons en provenance d'un tel volume vont interférer constructivement avec le faisceau de référence et vont donc être détectés. La faible cohérence spatiale joue ici un rôle analogue à celui du diaphragme dans le cas de la microscopie confocale. Cette double discrimination conduit à l'expression suivante du RSM :

$$\begin{aligned} \text{RSM}_{OCT} &= \frac{S^2 N \sigma_s}{4\pi \delta^2 \tau_c \cdot \alpha(t)} \exp(-2z_c / \ell_s) \\ &= \left[ \frac{1}{\tau_c} \frac{\alpha}{\alpha(t)} \right] \text{RSM}_c. \end{aligned} \quad (1.43)$$

L'évolution du RSM associé à l'OCT dans le cas d'une source de cohérence temporelle  $\tau_c = 5$  fs est présentée en figure 1.18. La combinaison des discriminations dans le domaine spatial et temporel permet de réduire encore le RSM par rapport à la microscopie confocale et ainsi d'imager plus en profondeur. Selon les conditions expérimentales, l'OCT peut imager jusqu'à des profondeurs comprises entre 6 et 12  $\ell_s$ . Enfin, l'utilisation d'une caméra CCD en sortie du système permet d'obtenir une image 2D de l'échantillon en une seule acquisition. Ces performances associées à la simplicité du montage expérimental font de l'OCT une méthode de choix pour étudier les milieux biologiques. Pour un grand nombre d'applications médicales, la profondeur de pénétration, environ 1 mm dans les tissus biologiques, est cependant insuffisante pour une imagerie *in vivo* des tissus. C'est pourquoi l'OCT est aujourd'hui principalement utilisée pour l'étude de tissus en surface tels que la rétine ou l'épiderme.

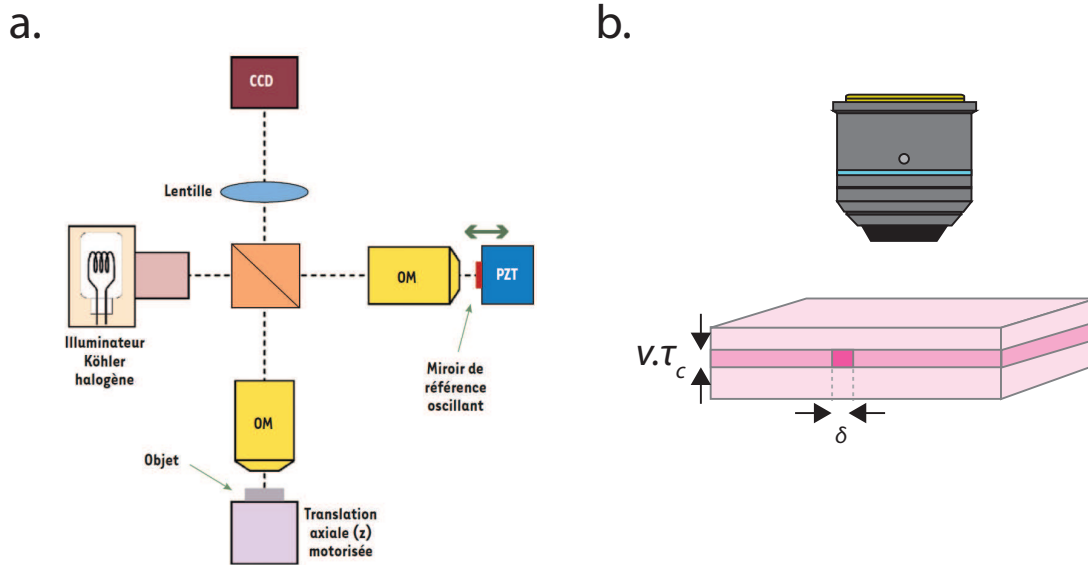


FIGURE 1.22 – (a) Figure tirée de la référence [48]. Schéma de principe de l'OCT plein champ. Un interféromètre de Michelson avec deux OM (configuration Linnik) est éclairé par une lampe halogène. L'échantillon est positionné dans le plan focal de l'un des OM. Un miroir est placé dans le bras de référence dont la position détermine la tranche de l'objet susceptible d'interférer. La translation axiale de l'objet permet l'obtention d'une image 3D. (b) Imagerie d'un échantillon 3D par OCT plein champ. Seul les photons en provenance d'un volume de cohérence au sein de l'échantillon interfèrent constructivement. Les dimensions transverses de ce volume sont données par la résolution  $\delta$  de l'OM. La dimension axiale est elle égale à la longueur de cohérence temporelle de la source  $c \cdot \tau_c$ . En OCT plein champ, une image 2D correspondant à une telle tranche est directement obtenue.

## 1.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'introduire les concepts de base de la microscopie optique. Pour cela, nous avons fait appel au formalisme de Green afin de décrire la propagation de la lumière dans des milieux simples. La réponse impulsionnelle d'un microscope en réflexion en a été déduite afin de décrire physiquement le fonctionnement d'un tel dispositif. Ses performances ont ensuite été discutées, notamment l'influence des aberrations ou de la diffusion. Cette dernière limite rapidement les techniques de microscopie conventionnelles qui s'appuient sur une propagation dans un milieu homogène. Ainsi, la microscopie optique conventionnelle des tissus biologiques n'est possible que jusqu'à une profondeur de  $100 \mu\text{m}$  environ. Au-delà, la diffusion multiple empêche toute observation.

Différentes stratégies existent alors pour dépasser cette limite : former une image à partir des photons multiples diffusés ou isoler la contribution de diffusion

#### 1.4. Conclusion

---

simple. Cette dernière approche consiste à discriminer spatialement et/ou temporellement les photons simplement diffusés parmi un bruit de diffusion multiple largement prédominant. En combinant une discrimination spatiale et temporelle, la tomographie à cohérence optique est à ce jour la technique d'imagerie des milieux diffusants la plus performante. Néanmoins, la profondeur de pénétration reste limitée typiquement à 1 mm dans les tissus biologiques. Face à ce constat, nous avons développé une approche matricielle de l'imagerie en milieu diffusant. Comme nous allons le voir dans les deux chapitre suivants, cette méthode va nous permettre, d'une part, de corriger les phénomènes d'aberration, et d'autre part, de repousser la limite fondamentale de la diffusion multiple en imagerie optique.





# Chapitre 2

## Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

### Table des matières

---

<b>2.1 Introduction</b> . . . . .	<b>50</b>
<b>2.2 Introduction à l'approche matricielle</b> . . . . .	<b>51</b>
2.2.1 Principe de l'approche matricielle : exemple de l'acoustique	51
2.2.2 Utilisation de réseaux multi-éléments en optique . . . . .	52
<b>2.3 Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps</b> . . . . .	<b>56</b>
2.3.1 Dispositif expérimental . . . . .	57
2.3.2 Matrice de réflexion en régime de diffusion simple . . . . .	62
<b>2.4 Formation d'images à partir de la matrice de réflexion</b> . . . . .	<b>68</b>
2.4.1 Image OCT "en face" . . . . .	68
2.4.2 Intégration sur les éléments récepteurs . . . . .	71
2.4.3 Intégration sur les éléments émetteurs . . . . .	73
2.4.4 Limites de l'OCT . . . . .	74
<b>2.5 Approche matricielle de la correction d'aberrations</b> . . . . .	<b>74</b>
2.5.1 Mise en évidence des aberrations du système . . . . .	75
2.5.2 Matrice de réflexion dans l'espace de Fourier en réception .	77
2.5.3 Matrice "aberration" . . . . .	78
2.5.4 Correction globale des aberrations . . . . .	83
2.5.5 Correction locale des aberrations . . . . .	86
<b>2.6 Conclusion et perspectives</b> . . . . .	<b>99</b>

---

## 2.1 Introduction

Lors du chapitre introductif précédent, nous avons vu que l'imagerie optique des milieux biologiques était limitée en termes de profondeur. Même une technique telle que la tomographie à cohérence optique, qui combine une discrimination spatiale et temporelle des photons d'intérêt parmi les photons multiples diffusés, échoue à imager au-delà de 1 mm environ. La diffusion de la lumière par les tissus rend en effet impossible une observation avec une résolution limitée par la diffraction. Dans ce contexte, nous proposons une approche matricielle afin de repousser les profondeurs atteignables en imagerie optique. L'objectif de ce chapitre est de présenter le principe de cette approche et son application à l'imagerie.

Ce chapitre commence par une introduction à l'approche matricielle. Celle-ci se base sur la mesure d'une matrice de transfert entre un réseau de sources et un réseau de détecteurs. Une telle matrice contient alors l'ensemble des réponses impulsionnelles entre ces deux réseaux multi-éléments. Initialement développée en acoustique ultrasonore grâce à l'utilisation de réseaux de transducteurs, l'émergence de modulateurs spatiaux de lumière a récemment permis son développement en optique.

Dans un second temps, nous présenterons le dispositif expérimental développé au cours de cette thèse. Celui-ci permet la mesure d'une matrice de réflexion résolue en temps. Une telle matrice contient alors les réponses impulsionnelles entre les pixels d'un modulateur spatial de lumière en entrée, et les pixels d'une caméra en sortie. Nous caractériserons expérimentalement et mathématiquement cette matrice grâce à des mesures sur des objets simples : lame de microscope, micro-bille et mire de résolution.

Dans une troisième partie, nous verrons comment de simples opérations matricielles permettent de former des images de l'objet observé à partir des éléments de la matrice de réflexion. Une image équivalente à une image obtenue par OCT peut notamment être déduite des éléments diagonaux. Dans des conditions d'imagerie en espace libre, notre approche matricielle offre alors une résolution limitée par la diffraction.

Dans une dernière partie, nous étudierons la sensibilité de notre technique d'imagerie vis à vis des aberrations du système ou liées à l'échantillon lui-même. Un nou-

## 2.2. Introduction à l'approche matricielle

---

vel outil matriciel sera alors introduit pour caractériser la présence de ces aberrations. L'originalité de cette approche réside dans une étude simultanée de la matrice de réflexion dans le plan de l'objet et dans l'espace de Fourier. Une investigation des corrélations spatiales du champ réfléchi permet notamment de corriger localement les aberrations, et ainsi de restaurer des conditions d'imagerie optimales.

## 2.2 Introduction à l'approche matricielle

La technologie multi-éléments a permis des avancées notables pour l'imagerie, la focalisation des ondes ou les communications dans des domaines aussi variés que l'acoustique (réseau de transducteurs ultrasonores pour l'échographie), l'électromagnétisme (réseau d'antennes pour les communications MIMO) ou encore la sismologie (réseau de géophones). La mesure de réponses entre les éléments d'un réseau de sources et ceux d'un réseau de récepteurs a naturellement fait apparaître un formalisme matriciel. Lorsque les deux réseaux sont de part et d'autre du milieu d'intérêt, la matrice est dite de transmission (MT), alors que nous l'appellerons matrice de réflexion (MR) lorsque sources et récepteurs sont placés du même côté de l'échantillon. Cette dernière configuration sera celle étudiée dans le cadre de la thèse car elle permet une imagerie non-invasive des tissus biologiques.

### 2.2.1 Principe de l'approche matricielle : exemple de l'acoustique

L'approche matricielle est basée expérimentalement sur l'utilisation de réseaux multi-éléments à l'émission et à la réception. Ce formalisme a notamment connu un fort développement en acoustique grâce aux performances des réseaux de transducteurs. Ceux-ci permettent à la fois le façonnage de l'onde incidente, ainsi qu'une mesure résolue en temps de l'onde réfléchie. En considérant l'exemple d'un seul réseau agissant à la fois comme source et récepteur, la matrice de réflexion est obtenue de la manière suivante. Une onde incidente est émise par un élément du réseau, celle-ci se propage au sein du milieu étudié puis le champ rétrodiffusé est mesuré par l'ensemble des  $N$  éléments du réseau (voir figure 2.1). En répétant cette opération pour chaque élément source, on obtient une matrice de réflexion contenant les  $N \times N$  réponses impulsionnelles entre chaque élément du réseau. La matrice de réflexion contient alors toute l'information disponible sur le milieu étudié. Un ensemble d'opérations peut ensuite lui être appliqué pour extraire l'information pertinente en fonction du problème considéré.

Si l'on considère un milieu de propagation peu diffusant, l'onde réfléchie provient principalement d'une cible ou de l'objet que l'on cherche à imager. Cependant, la présence de diffuseurs en amont de la cible peut dégrader la focalisation de l'onde

incidente ou la résolution de l'image obtenue. Différentes approches matricielles ont alors été développées pour traiter ce genre de problème et notamment focaliser une onde incidente de façon optimale en présence d'un aberrateur. Citons la méthode de décomposition de l'opérateur de retournement temporel, appelée méthode DORT [49], ainsi que le filtre inverse [50]. Ces méthodes échouent néanmoins lorsque l'approximation de Born n'est plus valide et que la diffusion domine le signal en provenance du milieu.

Si l'on considère maintenant un milieu de propagation diffusant, les réponses impulsionnelles caractérisent les trajectoires complexes parcourues par une impulsion sous l'effet des diffuseurs. Il est alors possible de tirer profit des informations contenues dans la matrice de réflexion afin d'estimer la capacité de transfert d'information du milieu [51], ou de caractériser ses propriétés de transport [52]. Enfin, la caractérisation des propriétés de l'onde de diffusion multiple peut être mise à profit pour isoler la contribution de diffusion simple et ainsi retrouver l'image d'une cible enfouie dans un milieu (voir figure 2.1(b,c)) [53].

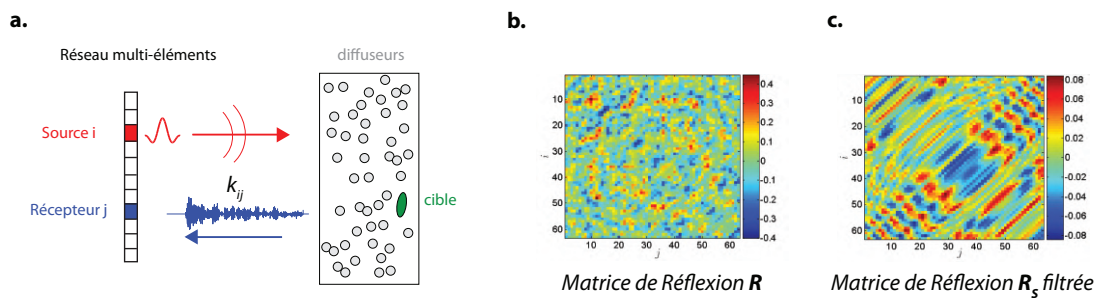


FIGURE 2.1 – (a) Figure tirée et adaptée de [13]. Schéma de principe d'une mesure de réponses inter-éléments en acoustique. Le transducteur  $i$  émet une brève impulsion, la mesure par l'élément  $j$  du signal réfléchi par le milieu donne directement le terme  $r_{ij}$ . (b) Figure tirée de [53]. Exemple de matrice de réflexion en régime de diffusion multiple. (c) Contribution de diffusion simple isolée à partir de la matrice mesurée en (b).

## 2.2.2 Utilisation de réseaux multi-éléments en optique

### Correction des aberrations : Optique adaptative

Contrairement aux ondes acoustiques, micro-ondes ou ondes radios, la lumière met en jeu des fréquences si grandes qu'aucun appareil électronique ne peut suivre l'évolution temporelle de l'onde associée à une impulsion lumineuse. Il n'existe donc pas l'équivalent des réseaux de transducteurs permettant le contrôle temporel et spatial d'une onde optique. Cependant, il est possible de façonner un front

## 2.2. Introduction à l'approche matricielle

d'onde spatialement grâce à un ensemble de miroirs indépendants. De tels dispositifs apparaissent au cours des années 1970 dans le cadre d'expériences astronomiques. Lors de l'observation d'une étoile depuis la surface de la Terre, la lumière traverse l'atmosphère avant d'être collectée par un télescope. Or, les turbulences présentes dans l'atmosphère entraînent une dégradation du front d'onde, et donc de l'image obtenue. Corriger les effets de ces turbulences est alors nécessaire pour restaurer la qualité de l'image. Bien qu'initialement proposée dès les années 1950 par Babcock [54], il a fallu attendre plus de 20 ans avant que la technologie permette de réaliser une telle correction. L'idée fondatrice de l'optique adaptative est d'introduire un ensemble de miroirs indépendants en amont du détecteur. La position et l'inclinaison des miroirs permettent de modifier localement la phase du front d'onde afin de corriger les effets des aberrations. Historiquement, le premier réseau contenait seulement 21 segments indépendants, alors que les modulateurs spatiaux de lumière à cristaux liquides (SLM) en contiennent plusieurs millions de nos jours [55].

La correction à apporter peut être trouvée soit par une mesure directe du front d'onde, soit par une méthode itérative à partir de la qualité de l'image (voir figure 2.2). Cette dernière approche consiste à tester différentes valeurs de déphasage pour chaque élément du miroir déformable. Une boucle de rétroaction visant à améliorer la qualité de l'image permet alors de converger vers une compensation optimale des aberrations. La méthode directe est expérimentalement plus com-

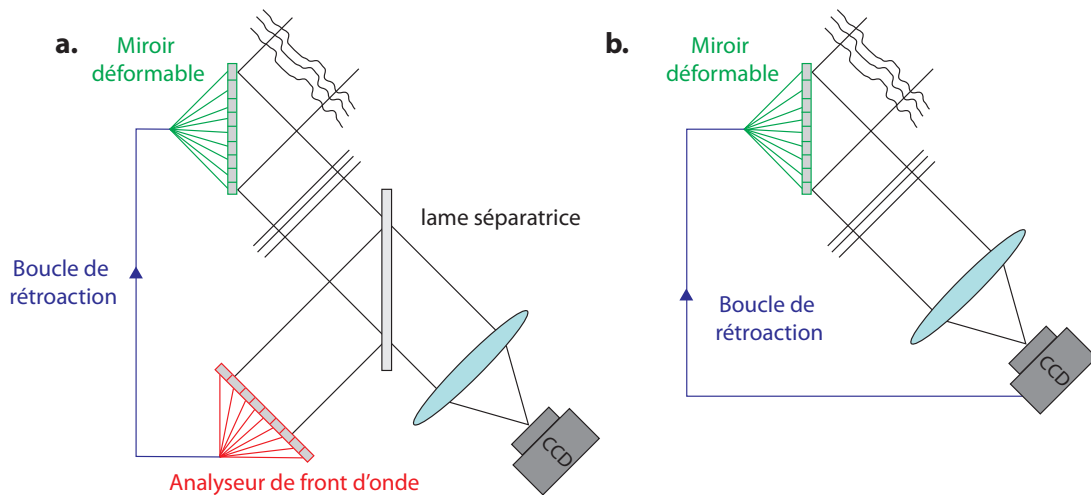


FIGURE 2.2 – Montages de correction de front d'onde en optique adaptative. (a) Méthode basée sur une mesure directe du front d'onde. (b) Méthode itérative basée sur la qualité de l'image finale.

plexe car elle nécessite une mesure du front d'onde, ce qui se révèle être plus difficile en optique qu'en acoustique. Nous détaillerons cet aspect dans la partie 2.3.1.

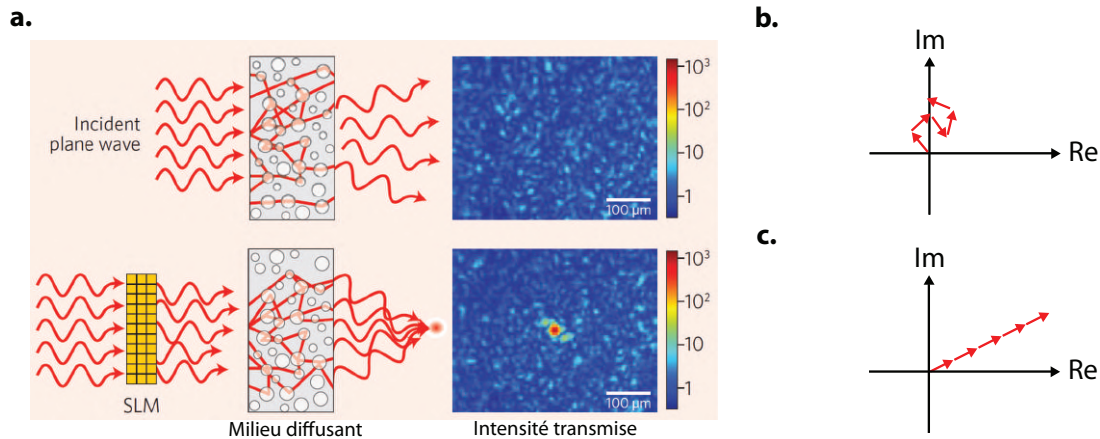


FIGURE 2.3 – (a) Figure tirée de [6]. Lorsqu’une onde plane monochromatique illumine un milieu complexe, les interférences entre les différents trajets au sein du milieu donnent lieu à un champ transmis aléatoire dont l’image est appelée figure de speckle. La mise à profit des degrés de liberté spatiaux offerts par le SLM permet de remettre en phase ces différents trajets afin de focaliser l’onde transmise en un point donné. (b) Représentation de Fresnel du champ mesuré en un point en sortie du milieu avant optimisation. Les amplitudes partielles associées à chaque chemin de diffusion se somment de manière aléatoire. (c) L’optimisation effectuée avec le SLM permet de remettre en phase chacune des ondes partielles et de les faire interférer constructivement.

### Contrôle actif : Focalisation à travers les milieux diffusants

Les techniques d’optique adaptative permettent de corriger des aberrations telles que celles rencontrées lors de la propagation à travers l’atmosphère. En revanche elles s’avèrent inadaptées pour corriger l’effet d’un échantillon diffusant car le nombre de degrés de liberté contrôlés est bien trop faible. Lorsqu’une onde plane illumine un milieu diffusant, la répartition spatiale de l’intensité à la sortie apparaît comme totalement aléatoire (voir figure 2.3(a)). Cette figure de speckle (ou tavelures) résulte des interférences complexes entre tous les chemins de diffusion explorés par la lumière lors de sa propagation. Schématiquement, le front de l’onde incidente peut être divisé en  $N_S$  taches indépendantes de dimension  $(\lambda/2)$ . Pour une surface  $A$  illuminée par un faisceau incident de longueur d’onde  $\lambda$ , le nombre de modes transverses indépendants du système est donné par  $N_S = 2\pi A/\lambda^2$ . Pour une onde lumineuse dans le visible, il y a environ 10 millions de modes transverses par millimètre carré qui contribuent à la figure de speckle en sortie du milieu diffusant. Ce nombre est bien trop élevé pour espérer en compenser les effets comme réalisé en optique adaptative.

Comme l’ont montré Vellekoop et Mosk en 2007, l’avènement du SLM a cependant rendu possible le contrôle d’une onde à travers un milieu diffusant [5]. Un SLM

## 2.2. Introduction à l'approche matricielle

---

à cristaux liquides est en effet composé de plusieurs millions d'éléments contrôlables indépendants. En plaçant ce dernier en amont du milieu diffusant, leurs travaux ont démontré qu'une procédure d'optimisation permettait de focaliser la lumière en sortie du milieu. Plus précisément, une mesure d'intensité est effectuée à la position où l'on souhaite focaliser l'onde incidente. Le premier élément du SLM est ensuite sélectionné, il est déphasé d'une certaine valeur comprise entre 0 et  $2\pi$  afin de maximiser l'intensité à la position étudiée. La même procédure est ensuite réitérée pour tous les éléments actifs du SLM. Cette optimisation consiste à remettre en phase les contributions des différents modes transverses, rendues aléatoires par les événements de diffusion (voir figure 2.3(b,c)). L'intensité au point d'optimisation est augmentée d'un facteur  $N_{SLM}$ , où  $N_{SLM}$  est le nombre de pixels contrôlés par le SLM.

Ces travaux souffrent toutefois d'une limitation majeure car aucune information n'est collectée sur le milieu. L'utilisation d'une boucle de rétroaction avec itération permet simplement d'optimiser ou de minimiser l'intensité au niveau de la position ciblée. Ainsi, si l'on souhaite focaliser à une position différente en sortie du milieu, la procédure d'optimisation doit être renouvelée. Ces travaux ont donc une application limitée pour réaliser de l'imagerie au sein des milieux diffusants par exemple. Toutefois, dans le cas d'un milieu peu épais, l'ajout d'une rampe de phase sur la phase affichée par le SLM permet le balayage du point focal obtenu en sortie du milieu diffusant. Cette propriété est une conséquence de l'effet mémoire [56, 57]. Il est alors possible d'obtenir une image après balayage du point focal sur tout le champ de vision autorisé. Pour un objet situé à une distance  $d$  d'un milieu d'épaisseur  $L$ , le champ de vision  $\Delta r$  est donné par [58, 59, 60] :

$$\Delta r = \frac{\lambda \cdot d}{\pi \cdot L} . \quad (2.1)$$

Expérimentalement, cette approche est limitée à des champs de vue extrêmement réduits. Remarquons que cet effet peut également être utilisé pour imager des objets à travers une fine épaisseur de milieu diffusant en tirant profit des corrélations de la figure de speckle mesurée en réflexion [61, 62, 63].

### Approche matricielle en optique

A la suite des travaux fondateurs de Vellekoop et Mosk, des chercheurs de l'Institut Langevin ont alors tiré profit de ces techniques de façonnage de front d'onde afin de développer une approche matricielle de la propagation des ondes en optique [7]. A la différence de l'acoustique, une matrice de réflexion ou transmission contient ici les réponses entre les pixels d'un SLM illuminé par un faisceau laser, et ceux d'une caméra CCD. En notant  $\mathbf{T}$  cette matrice dans le cas d'une configuration en transmission, elle permet de relier directement les champs à l'entrée,  $\mathbf{E}_{in}$ , et à la



sortie du milieu,  $\mathbf{E}_{\text{out}}$ , tel que :

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{E}_{\text{in}} . \quad (2.2)$$

Une inversion de la matrice  $\mathbf{T}$  permet de déterminer le champ à appliquer à l'entrée pour obtenir le champ souhaité à la sortie. En notant  $\mathbf{E}_{\text{cible}}$  ce dernier, le masque de phase à appliquer sur les pixels du SLM est donné par :  $\mathbf{E}_{\text{in}} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{E}_{\text{cible}}$  (ou  $\mathbf{T}^\dagger$  si la matrice  $\mathbf{T}$  n'est pas régulière). Tant que le milieu n'évolue pas, une seule mesure de la matrice  $\mathbf{T}$  permet alors de focaliser en n'importe quel point ou un ensemble de points à la sortie du milieu. Par ailleurs, la connaissance de la matrice de transmission peut être utilisée à des fins de communication MIMO à travers le milieu diffusant [9].

Remarquons que ces travaux présentent une mise à profit des degrés de liberté

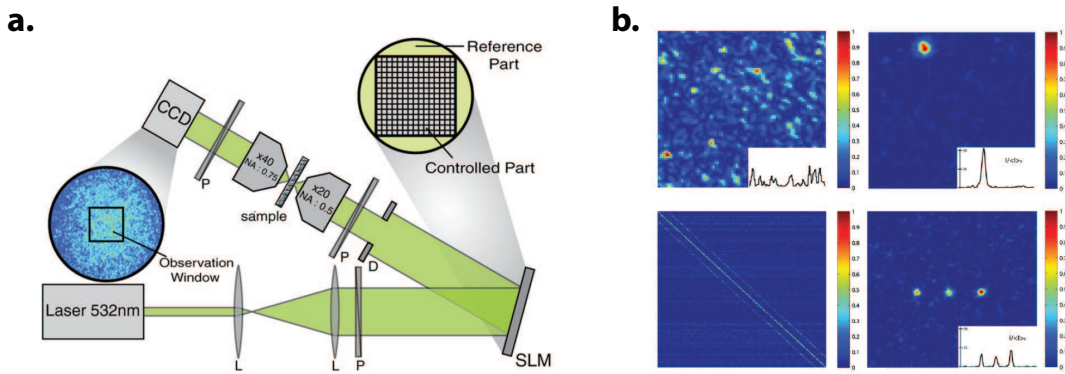


FIGURE 2.4 – Figure tirée de [7]. (a) Montage expérimental dédié à la mesure d'une matrice de transmission entre les pixels du SLM et de la caméra CCD. (b) Pour une illumination incidente quelconque, le champ obtenu en sortie est une figure de speckle. L'utilisation de la matrice de transmission permet de focaliser en un point ou un ensemble de points donné.

seulement au niveau de la phase de l'onde incidente. Il est toutefois possible de mesurer des matrices de transmission à partir d'autres degrés de liberté tels que la polarisation [64]. La matrice de transmission peut en outre être mesurée sur toute une gamme spectrale. Cette acquisition peut ensuite être mise à profit pour focaliser spatio-temporellement la lumière à travers un milieu diffusant [65, 66, 67].

## 2.3 Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

L'objectif de nos travaux est de dépasser les limites actuelles des techniques optiques afin d'imager un objet placé derrière ou au sein d'un milieu diffusant. Nous venons de voir que d'un côté, les approches matricielles développées en acoustique

## 2.3. Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

---

ont démontré un fort potentiel pour des applications d'imagerie des milieux diffusants. D'un autre côté, les techniques optiques telles que l'OCT n'ont pas encore intégré des approches similaires. Cela étant d'autant plus dommageable au vu de la très forte analogie existant entre l'OCT et l'imagerie échographique. A l'aide de méthodes de contrôle de front d'onde récemment développées en optique, nous allons nous attacher à transposer le savoir faire matriciel à l'imagerie optique des milieux diffusants.

Nous présentons ici une nouvelle méthode expérimentale de mesure de matrice de réflexion résolue en temps. Cette résolution temporelle nous distingue de la majorité des travaux actuels qui se limitent à une étude d'une matrice de réflexion ou transmission monochromatique [7, 68, 69, 70]. Nous tirerons profit de cette caractéristique dans le chapitre 3 afin d'isoler la contribution de diffusion simple dans un contexte d'imagerie de milieux fortement diffusants. Remarquons que l'étude d'une matrice de réflexion résolue en temps a déjà été réalisée par l'équipe de Wonshik Choi [71, 10]. Cependant, nous proposons ici une étude dans le plan image en réception. A la différence de l'espace de Fourier généralement adopté, ce plan permet une interprétation visuelle des résultats ainsi que la formation directe d'images du milieu étudié. Nous verrons tout particulièrement son intérêt pour corriger localement les phénomènes d'aberrations.

### 2.3.1 Dispositif expérimental

#### Contrôle du front d'onde incident

L'acquisition d'une matrice de réflexion en optique nécessite le contrôle de l'onde incidente (réalisé à l'aide d'un SLM) ainsi que la mesure résolue en temps du champ rétrodiffusé (réalisée à l'aide d'un montage interférométrique et d'une caméra CCD). Pour ce faire, le dispositif expérimental présenté sur la figure 2.5 a été mis au point au cours de cette thèse. La source lumineuse employée est un laser femtoseconde (FEMTOSECOND™ FUSION™ 20-400), d'une longueur d'onde centrale de 800 nm et d'une largeur spectrale de 40 nm. Le faisceau du laser est étendu puis polarisé rectilignement. La polarisation fixée par  $\mathbf{P}_1$  est choisie afin de moduler la phase du faisceau à l'aide d'un SLM (PLUTO NIR2, Holoeye) sans modulation notable de l'intensité [72, 73]. Nous obtenons cette configuration de modulation "phase-mostly" lorsque la polarisation est fixée suivant le grand axe du SLM. Un cube séparateur permet de diviser l'amplitude du faisceau incident selon deux directions perpendiculaires : un faisceau objet et un faisceau référence. Le premier faisceau (en vert sur la figure 2.5), est projeté sur le SLM afin d'être modulé. La surface du SLM est ensuite imagée à l'aide d'un montage de type  $4f$  dans la pupille d'un OM. Avec des focales respectivement de  $f_1 = 65$  mm et  $f_2 = 125$  mm, il en résulte un grandissement du faisceau  $G = f_2/f_1 = 1.92$ . Le SLM est ici utilisé comme une grille de

## Chapitre 2. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

diffraction permettant de fixer la composante transverse du vecteur d'onde incident. Nous souhaitons ici focaliser l'onde incidente en un point  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  du plan focal de l'OM. En notant  $E_0$  le champ incident et  $\mathbf{k}_{\text{in}} = (k_{in,x}, k_{in,y})$  les coordonnées spatiales dans le plan du SLM, le champ modulé spatialement  $E_S$  a pour expression :

$$E_S(\mathbf{k}_{\text{in}}) = E_0 e^{2j\pi \frac{1}{\lambda f G} \mathbf{k}_{\text{in}} \cdot \mathbf{r}_{\text{in}}} . \quad (2.3)$$

A partir de cette expression, nous déduisons celle du champ dans le plan focal de l'objectif par une application du grandissement  $G$  opéré par le montage  $4f$  suivie d'une transformée de Fourier spatiale qui relie le plan focal objet et le plan pupille de l'OM. Son expression est la suivante :

$$E_f(\mathbf{r}) = \frac{e^{2jk_0f}}{j\lambda f} E_0 \cdot h(\mathbf{r}_{\text{in}} - \mathbf{r}) \quad (2.4)$$

avec  $h$  la réponse impulsionnelle entre les modes transverses du SLM et le plan focal de l'OM. Cette expression fait apparaître une invariance par translation dans le plan transverse. Dans nos expériences, la partie active du SLM présente une forme rectangulaire. La réponse impulsionnelle  $h$  a donc pour expression [20] :

$$h(\mathbf{r}_{\text{in}} - \mathbf{r}) = (f \sin \theta)^2 \text{sinc} [f \sin \theta (x_{in} - x)] \times \text{sinc} [f \sin \theta (y_{in} - y)] \quad (2.5)$$

avec  $f$  la focale de l'OM,  $\theta$  son angle de collection maximal et sinc la fonction sinus cardinal. L'expression de  $h$  paraît complexe mais peut s'interpréter comme suit : le champ dans le plan focal représente une tache focale centrée au point de coordonnées  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\text{in}}$  et dont la forme est donnée par un sinus cardinal de largeur caractéristique  $\delta = \lambda / (2 \sin \theta)$ . Ainsi, une simple modulation de la phase du faisceau incident permet un balayage du point de focalisation de l'onde incidente dans le plan focal de l'OM. Remarquons que nous avons fait ici l'hypothèse d'une ouverture rectangulaire. En supposant une ouverture circulaire, l'expression de  $h$  définirait des anneaux concentriques successivement sombres et brillants correspondant à la tache d'Airy (voir figure 1.3).

### Mesure du champ rétrodiffusé

La lumière rétrodiffusée par l'échantillon est ensuite collectée par le même OM. L'analyseur  $\mathbf{P}_3$  placé en sortie d'un montage de type  $4f$  permet la sélection d'une seule composante du champ (voir figure 2.5). Nous choisissons la même orientation pour l'analyseur  $\mathbf{P}_3$  et le polariseur  $\mathbf{P}_1$  initial car la contribution de diffusion simple est supposée conserver la polarisation de l'onde incidente [74]. L'analyseur permet ainsi de rejeter une partie de la contribution de diffusion multiple dont la polarisation a été rendue aléatoire. Le champ  $E$  issu du bras objet interfère ensuite avec le champ de référence  $E_{\text{ref}}$  au niveau d'une caméra CCD (Dalsa Pantera 1M60).

### 2.3. Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

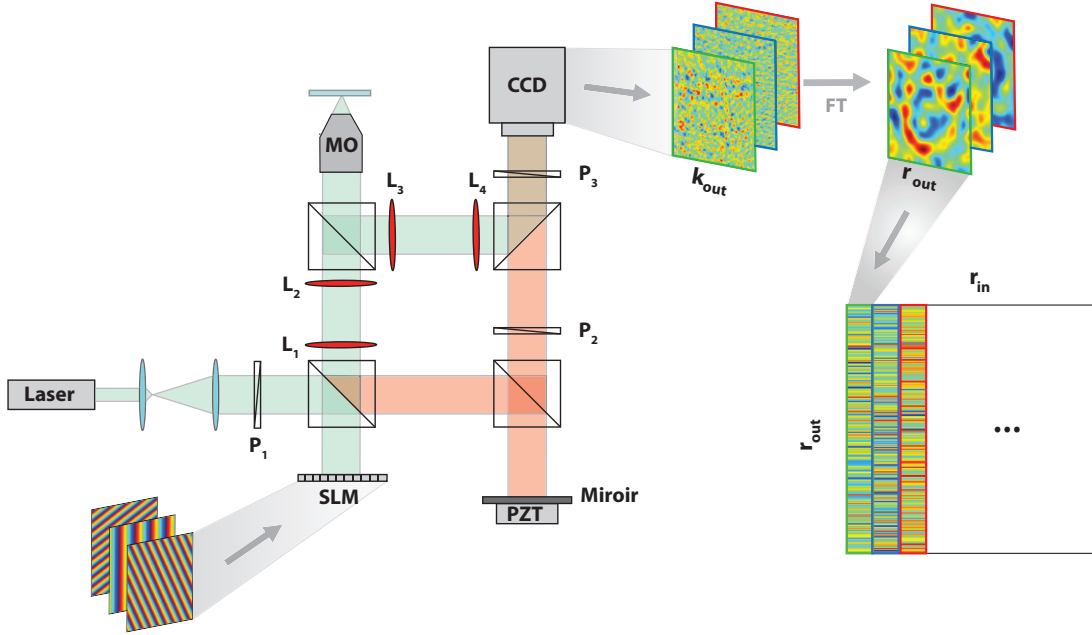


FIGURE 2.5 – Dispositif expérimental :  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  : polariseurs,  $\mathbf{OM}$  : objectif de microscope,  $\mathbf{L}$  : lentille,  $\mathbf{PZT}$  : piezoélectrique,  $\mathbf{SLM}$  : modulateur spatial de lumière. Le faisceau d'un laser femtoseconde est façonné par un SLM utilisé comme un réseau de diffraction. Un ensemble d'ondes planes affichés par le SLM permet de balayer le point focal dans le plan focal de l'OM. Le champ rétrodiffusé est ensuite collecté par le même OM et interfère avec le faisceau de référence au niveau de la caméra CCD. Celle-ci est conjuguée avec le plan pupille de l'OM, soit dans le plan de Fourier de l'objet. Le champ complexe dans l'espace de Fourier est mesuré par une méthode de décalage de phase à 4 images. Le temps de vol  $t$  est contrôlé par la longueur du bras de référence, nous fixons cette longueur pour être conjuguée avec la position du plan focal. Une transformée de Fourier spatiale permet de propager le champ dans un plan image, conjugué au plan objet.

Celle-ci mesure l'intensité associée à ces interférences. En utilisant un laser femtoseconde, seuls les photons présentant un temps de vol égal à celui du bras de référence interféreront constructivement. La résolution temporelle est donnée par le temps de cohérence de la source, ici  $\tau_c = 50$  fs. Cette résolution temporelle par interférométrie offre une résolution axiale égale à  $\Delta z = c\tau_c = 10 \mu\text{m}$ . Nous mettrons à profit par la suite cette résolution temporelle pour discriminer temporellement les photons simplement et multiples diffusés, ou encore pour réaliser une étude en profondeur d'un milieu. Pour l'instant, nous fixons la position du miroir de référence afin de sélectionner les photons provenant du plan focal de l'OM. En notant  $\alpha$  le déphasage entre les deux bras interférométriques, l'intensité mesurée au niveau de la caméra a pour expression :

$$I_\alpha(\mathbf{k}_{\text{out}}) = \left| e^{j\alpha} E_{\text{ref}}(\mathbf{k}_{\text{out}}) + E(\mathbf{k}_{\text{out}}) \right|^2. \quad (2.6)$$

## Chapitre 2. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

Le champ complexe, amplitude et phase, est obtenu par une combinaison linéaire de quatre images d'intensité acquises pour des valeurs de  $\alpha = 0, \pi/2, \pi$  et  $3\pi/2$  :

$$E(\mathbf{k}_{\text{out}}) = \frac{1}{4|E_{\text{ref}}|} \left( (I_0 - I_\pi) + j(I_{\frac{3\pi}{2}} - I_{\frac{\pi}{2}}) \right). \quad (2.7)$$

Cette méthode est appelée "décalage de phase à quatre images" ("phase shifting interferometry" en anglais) [75]. En pratique, le déphasage  $\alpha$  entre les deux bras de l'interféromètre est contrôlé par la position du miroir dans le bras de référence. Si l'on appelle  $d$  le déplacement relatif du miroir, ce déphasage entre les deux bras interférométriques est donné par :

$$\alpha = \frac{4\pi d}{\lambda}. \quad (2.8)$$

Un composant piézoélectrique placé à l'arrière du miroir permet le contrôle précis de sa position (voir figure 2.5). Pour une longueur d'onde  $\lambda = 800$  nm, les valeurs de  $d$  sont égales respectivement à 0, 100, 200 et 300 nm.

### Construction de la matrice de réflexion $\mathbf{R}$ dans le plan objet

La mesure de la matrice de réflexion complète nécessite l'acquisition du champ rétrodiffusé pour chacune des  $N$  illuminations incidentes. Nous avons choisi une base d'ondes planes dans le plan du SLM permettant de balayer le champ de vision  $W$  de l'OM. Avec un pas de balayage  $\delta r$ , le nombre d'illuminations est donné par :

$$N = \left( \frac{W}{\delta r} \right)^2. \quad (2.9)$$

Nous retrouvons ici la même relation que pour la microscopie confocale, valable pour toutes les méthodes d'imagerie par balayage (voir partie 1.3.2). Par exemple, l'observation d'un champ de vision  $W^2 = 60 \times 60 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 2 \mu\text{m}$  nécessite  $N = 961$  acquisitions. Chacune de ces acquisitions nécessitant 4 images d'intensité, le temps d'acquisition s'élève typiquement à 5 minutes pour une matrice de cette taille. La mesure du champ complexe est réalisée au niveau de la caméra CCD dont la position est conjuguée avec le plan pupille de l'OM. Le plan pupille correspond au plan de Fourier du champ dans le plan focal. Une transformée de Fourier spatiale permet de propager numériquement le champ mesuré au niveau de la caméra dans un plan image conjugué du plan focal. En notant  $\mathbf{k}_{\text{out}}$  les coordonnées du champ dans le plan de la caméra CCD et  $\mathbf{r}_{\text{out}}$  les coordonnées conjuguées, nous noterons  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}} = [R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})]$  la matrice de réflexion dans le plan image ou espace réel.  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  relie un point de focalisation en entrée  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  à un point de focalisation en sortie  $\mathbf{r}_{\text{out}}$ , elle a donc une structure 4D. Manipuler un tel objet n'est pas pratique ; nous concaténons alors le champ 2D en entrée et en sortie sous

### 2.3. Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

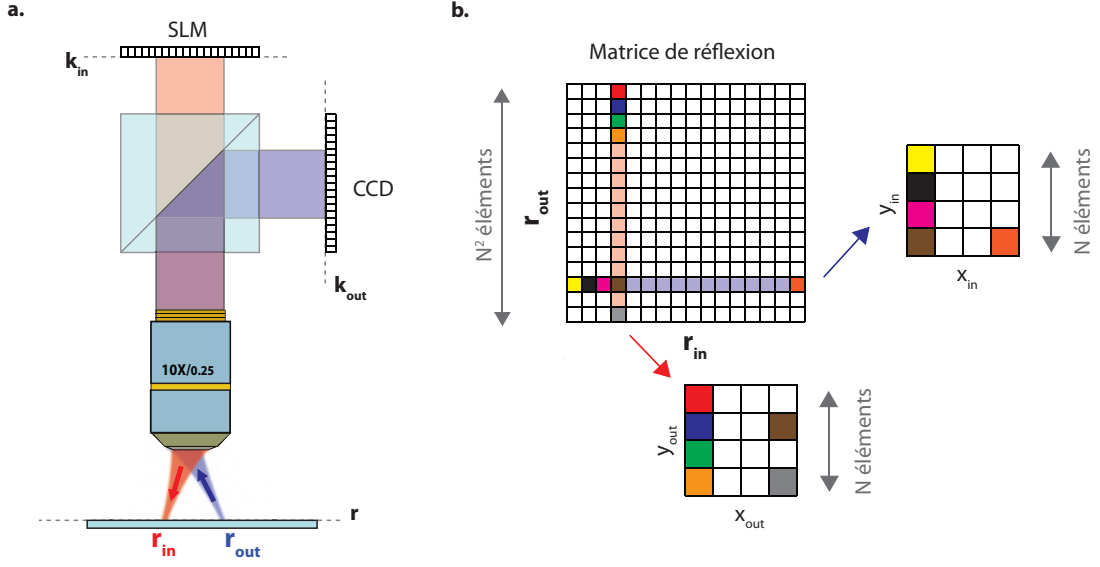


FIGURE 2.6 – (a) Schéma simplifié du dispositif expérimental dédié à la mesure de la matrice de réflexion résolue en temps. Un mode transverse appliqué par le SLM permet de focaliser l’onde incidente dans le plan focal de l’OM à la position  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ . Le champ rétrodiffusé est mesuré dans l’espace de Fourier par une caméra CCD. Une transformée de Fourier spatiale permet de propager ce champ jusque dans un plan image conjugué du plan objet, repéré par le vecteur  $\mathbf{r}_{\text{out}}$ . (b) Concaténation des champs mesurés pour former la matrice de réflexion. Pour chaque illumination incidente  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ , le champ 2D en sortie est réarrangé en un vecteur qui forme une colonne de la matrice de réflexion  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$ .

forme de vecteur (voir figure 2.6(b)). En pratique, la matrice de réflexion 2D est alors construite colonne par colonne, chacune d’entre elles contenant le champ  $E_c(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  mesuré pour un champ incident focalisé au point  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  :

$$R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = E_c(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) . \quad (2.10)$$

Nous pouvons résumer la procédure d’acquisition de la matrice de réflexion comme suit :

- (1) Génération à l’aide du SLM d’un front d’onde incident qui focalise dans le plan de l’objet en  $\mathbf{r}_{\text{in}}$
- (2) Mesure du champ complexe  $E_c(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  par interférométrie sur la caméra CCD

(3) Obtention du champ  $E_c(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  dans le plan image par transformée de Fourier spatiale discrète

(4) Remplissage de la colonne de la matrice de réflexion associée à  $\mathbf{r}_{\text{in}}$

Ce procédé est répété pour les  $N$  illuminations incidentes requises pour balayer le champ de vision  $W$ . Maintenant que nous avons décrit le dispositif expérimental et la procédure d'acquisition de la matrice de réflexion, nous allons présenter ses propriétés en régime de diffusion simple.

### 2.3.2 Matrice de réflexion en régime de diffusion simple

#### Cas d'un objet homogène

Pour réaliser notre première expérience, nous plaçons une lame de microscope dans le plan focal de l'OM (Olympus x10, NA=0.25) du dispositif expérimental. Une lame de microscope agit comme un miroir plan avec une réflectivité limitée due à son indice optique relativement peu élevé ( $n_{\text{verre}} = 1.51$ ). L'acquisition consiste en un balayage d'un champ de vision  $W^2 = 216 \times 216 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 10.8 \mu\text{m}$  correspondant à  $N = 441$  illuminations incidentes.

Le champ obtenu pour une illumination donnée est présenté sur la figure 2.7. Nous pouvons notamment observer la phase du mode transverse appliquée par le SLM. Celle-ci est associée à une onde plane, nous observons bien les oscillations périodiques de la phase entre  $-\pi$  et  $\pi$ . Une mesure interférométrique au niveau de la caméra CCD nous donne ensuite accès au champ rétrodiffusé par la lame de microscope. La phase et l'amplitude de ce champ sont représentées sur les figures 2.7(b) et (c). Nous observons que la phase du champ rétrodiffusé est identique à celle appliquée par le SLM, ce qui est attendu en présence d'un miroir dans le plan focal de l'OM. Ce résultat nous confirme également que la position de la caméra est correctement conjuguée avec le plan pupille du microscope et le SLM. L'amplitude du champ est quant à elle relativement homogène ce qui nous confirme que le SLM module essentiellement la phase du faisceau incident pour une polarisation fixée.

Une transformée de Fourier spatiale discrète est ensuite appliquée au champ mesuré. Comme expliqué précédemment, cette opération permet de propager le champ depuis l'espace de Fourier jusqu'à un plan image conjugué du plan objet. Dans ce plan, le champ forme une tache focale correspondant à la focalisation de l'onde plane incidente par l'OM (voir figure 2.8(a,b)). La concaténation du champ à deux dimensions  $E_c(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  obtenu pour chacune des  $N$  illuminations incidentes permet d'obtenir la matrice de réflexion dans l'espace réel (voir figure 2.8(c)). La ma-

### 2.3. Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

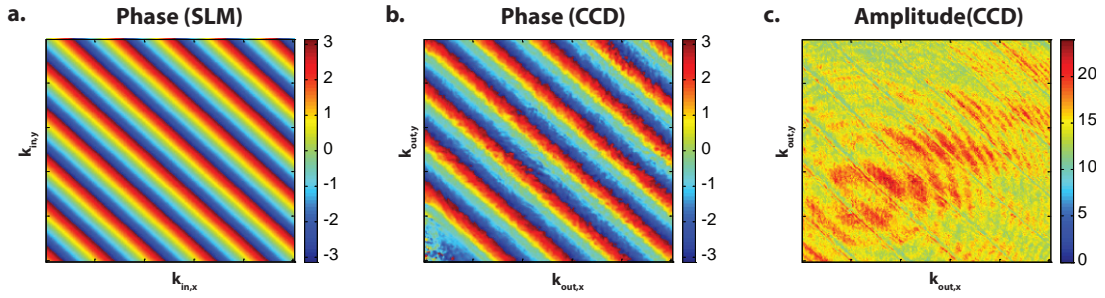


FIGURE 2.7 – Mesure du champ rétrodiffusé par la lame de microscope. (a) Phase appliquée par le SLM. (b) Phase du champ mesuré par interférométrie au niveau de la caméra CCD. La phase est identique à celle affichée par le SLM car les deux éléments sont dans des plans conjugués et que l’on se trouve en régime de diffusion simple. (c) Amplitude du champ mesuré.

trix  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  ainsi obtenue est presque diagonale. En d’autres termes, un champ non nul est observé seulement pour les éléments vérifiant  $\mathbf{r}_{\text{in}} \approx \mathbf{r}_{\text{out}}$ . Physiquement, cela signifie que le champ rétrodiffusé provient seulement du point de focalisation en entrée. Cette propriété est caractéristique du régime de diffusion simple. En outre, l’amplitude des éléments diagonaux est constante. Nous en déduisons que la réflectivité à la surface de l’échantillon est homogène ce qui est le cas pour une lame de verre.

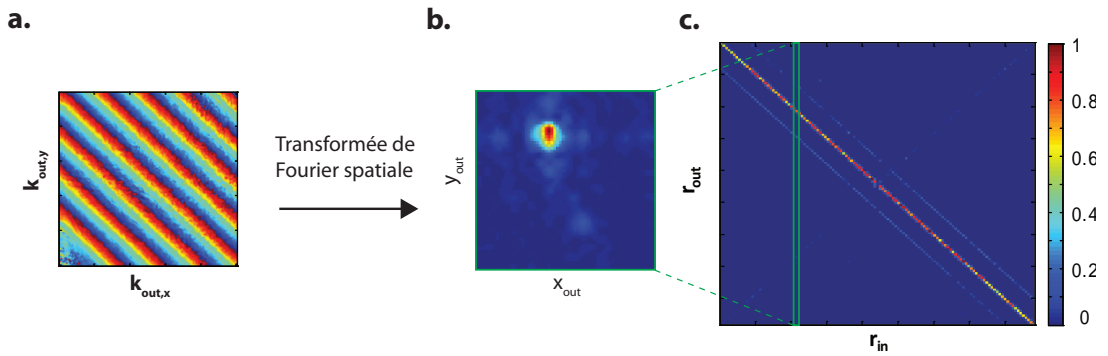


FIGURE 2.8 – (a) Phase du champ mesuré au niveau de la caméra pour une illumination incidente donnée sur la lame de microscope. (b) Une transformée de Fourier spatiale discrète permet de propager le champ dans un plan image conjugué du plan objet. Une tache focale est obtenue autour du point de focalisation  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  de l’onde incidente. (c) Amplitude d’une matrice de réflexion mesurée à la surface d’une lame de microscope. Chaque colonne correspond au champ mesuré pour une illumination  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  qui est ici une simple tache focale centrée en  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  comme montré par la sous-figure (b).



### Modélisation mathématique de la matrice de réflexion

Jusqu'à présent, nous avons donné une interprétation intuitive de la matrice de réflexion. Il est toutefois possible d'en donner une description plus rigoureuse grâce à l'utilisation des réponses impulsionnelles introduites précédemment (voir partie 1.2.4). Pour rappel, nous pouvons exprimer le champ  $E_f$  dans le plan focal image d'une lentille en fonction du champ dans le plan focal objet  $E_S$  de la façon suivante :

$$E_f(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_L(\mathbf{r}, \mathbf{k}_{in}, \omega) \cdot E_S(\mathbf{k}_{in}) d\mathbf{k}_{in} \quad (2.11)$$

avec  $g_L$  la réponse impulsionnelle de la lentille (voir équation 1.14). Cette équation exprime de façon exacte la propagation du champ à travers une lentille. Néanmoins, nous pouvons simplifier cette forme intégrale car nous considérons des éléments discrets en entrée (pixels du SLM) et en sortie (pixels de la caméra). Une matrice de transfert permet alors d'exprimer plus simplement la propagation entre ces deux plans transverses. Les éléments de cette matrice  $\mathbf{G}$  correspondent aux réponses impulsionnelles  $g_L(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{k}_{in}, \omega)$  entre chaque pixel du SLM repéré par le vecteur position  $\mathbf{k}_{in}$  et chaque point de focalisation  $\mathbf{r}_{in}$  dans le plan objet. Cette matrice relie le champ incident modulé par les pixels du SLM et le champ induit dans le plan focal, tel que :

$$\mathbf{E}_f = \mathbf{G} \cdot \mathbf{E}_S \quad (2.12)$$

avec  $\mathbf{E}_f$  le vecteur contenant les valeurs du champ pour chaque point  $\mathbf{r}_{in}$  et  $\mathbf{E}_S$  le champ incident induit par chaque pixel du SLM (voir figure 2.9). De la même manière, le champ réfléchi sur chaque pixel de la caméra CCD peut être relié au champ réfléchi par l'objet dans le plan focal :

$$\mathbf{E}_c = {}^t \mathbf{G} \cdot \mathbf{E}'_f \quad (2.13)$$

avec  $\mathbf{E}'_f$  le vecteur contenant les valeurs du champ réfléchi par chaque point  $\mathbf{r}_{in}$  du plan focal et  $\mathbf{E}_c$  le champ réfléchi mesuré par chaque pixel du SLM.

Considérons désormais le dispositif expérimental complet. La matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{k},\mathbf{k}}$  contient les réponses impulsionnelles entre les pixels du SLM et ceux de la caméra CCD. La propagation de la lumière entre ces deux plans peut se décomposer selon les trois étapes suivantes :

- (1) Propagation du SLM au plan focal de l'OM modélisée par la matrice  $\mathbf{G}$
- (2) Réflexion par la lame de microscope modélisée par la matrice  $\rho$
- (3) Propagation du plan focal de l'OM à la caméra CCD modélisée par la matrice  ${}^t \mathbf{G}$

### 2.3. Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

---

La matrice de réflexion dans l'espace de Fourier  $\mathbf{R}_{\mathbf{k},\mathbf{k}}$  s'obtient alors par le produit des trois matrices associées à ces étapes :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{k},\mathbf{k}} = {}^t \mathbf{G} \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{G} . \quad (2.14)$$

La matrice  $\boldsymbol{\rho}$  représente la réflectivité du milieu. En régime de diffusion simple, cette matrice est diagonale telle que  $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \mathbf{V}(\mathbf{r})$ , avec  $\mathbf{V}$  le potentiel d'interaction de l'échantillon à la position  $\mathbf{r}$ . L'équation 2.14 exprime ici la relation entre un pixel du SLM et un pixel de la caméra, soit dans l'espace de Fourier à l'émission et à la réception. Nous cherchons cependant à étudier la matrice de réflexion dans le plan objet directement. Une transformée de Fourier inverse en réception permet de se ramener au plan image en sortie. Mathématiquement, cela est réalisé par l'opération matricielle suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{k}} &= \mathbf{G}^* \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{k},\mathbf{k}} \\ &= [\mathbf{G}^* \cdot {}^t \mathbf{G}] \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{G} \end{aligned} \quad (2.15)$$

où la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{k}}$  correspond à la matrice de réflexion entre chaque position du plan image  $\mathbf{r}_{\text{out}}$  et chaque pixel du SLM. Enfin, une transformée de Fourier inverse à l'émission permet de se placer dans le plan objet en entrée :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}} &= \mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{k}} \cdot \mathbf{G}^\dagger \\ &= [\mathbf{G}^* \cdot {}^t \mathbf{G}] \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot [\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^\dagger] . \end{aligned} \quad (2.16)$$

Le produit matriciel  $[\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^\dagger]$  donne la matrice  $\mathbf{H}$  dont les éléments correspondent à la fonction  $h(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\text{in}})$  qui représente le champ obtenu dans le plan focal pour une focalisation au point  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  (voir équation 2.5). Il s'agit de la réponse impulsionnelle entre le plan source et le plan objet défini sur la figure 1.6. L'équation 2.16 peut donc se réécrire sous la forme :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}} = {}^t \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{H} . \quad (2.17)$$

La matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  définie dans le plan focal offre un accès direct à la réflectivité du milieu convoluée par la réponse impulsionnelle du système en entrée et en sortie. D'une part, cela explique le fait que l'on obtienne une matrice de réflexion quasi-diagonale en régime de diffusion simple et en absence d'aberrations. D'autre part, cela explique le fait que ses éléments diagonaux permettent de mesurer directement la réflectivité de l'objet placé dans le plan focal de l'OM.

#### Mesure d'une matrice de réflexion pour un échantillon non homogène

Afin de vérifier que la matrice de réflexion donne un accès direct à la réflectivité de l'échantillon, nous réalisons maintenant des acquisitions pour des échantillons

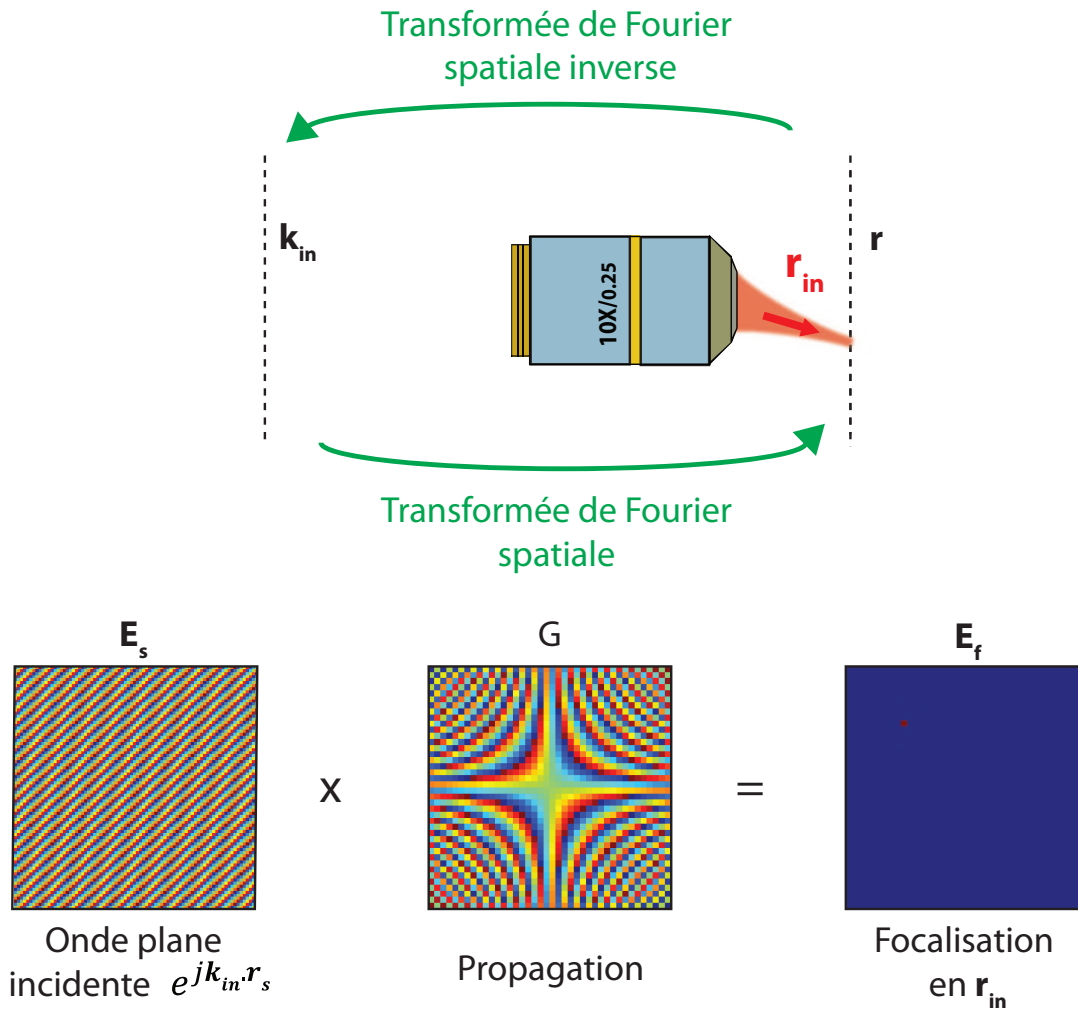


FIGURE 2.9 – Modélisation matricielle de la propagation d’une onde entre le SLM et la caméra CCD. Une matrice représentant la loi de phase de la lentille permet d’effectuer une transformée de Fourier spatiale discrète.

présentant des réflectivités non uniformes. Nous comparons en figure 2.10 les matrices mesurées expérimentalement pour une mire de résolution négative USAF 1951, une lame de microscope avec une bille de magnétite à sa surface et un œil de têtard.

Une mire de résolution est simplement une lame de verre sur laquelle une couche de chrome de 120 nm d’épaisseur environ est déposée selon un motif spécifique. L’indice de réfraction du chrome est complexe avec une partie réelle très élevée ( $n_{Cr} \approx 3$  à 800 nm), il en résulte que la lumière incidente est fortement réfléchi. Ainsi, une mire de résolution peut être assimilée à un objet de réflectivité binaire : élevée au niveau du motif de chrome, et nulle sur le substrat en verre. En guise de confirmation, la matrice de réflexion mesurée à la surface d’un tel échantillon ap-

### 2.3. Mesure de la matrice de réflexion résolue en temps

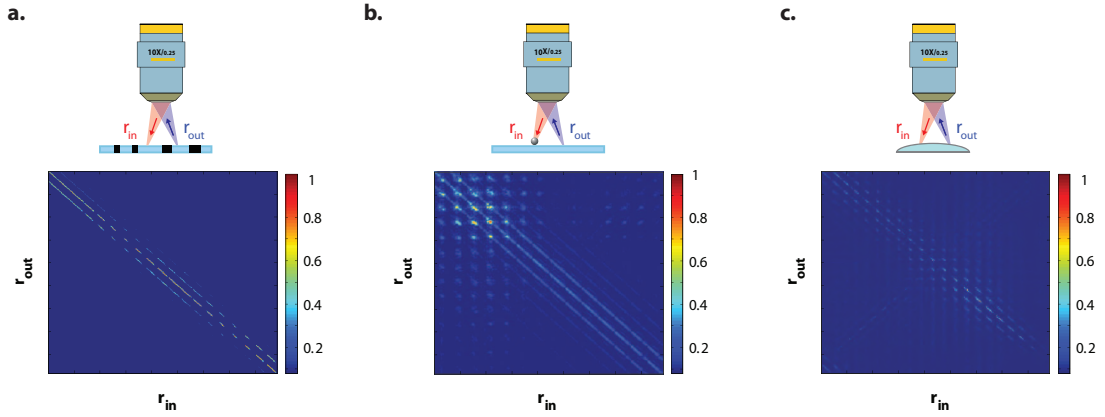


FIGURE 2.10 – (a) Matrice de réflexion mesurée à la surface d’une mire de résolution USAF 1951 pour  $N = 961$  illuminations incidentes avec un pas spatial  $\delta r = 2 \mu\text{m}$ . (b) Matrice de réflexion mesurée à la surface d’une lame de microscope avec une bille à sa surface pour  $N = 289$  illuminations incidentes avec un pas spatial  $\delta r = 3.1 \mu\text{m}$ . (c) Matrice de réflexion mesurée à la surface d’un œil de têtard pour  $N = 441$  illuminations incidentes avec un pas spatial  $\delta r = 60 \mu\text{m}$ . Les trois matrices sont renormalisées par leur maximum et montrées en amplitude.

paraît bien comme une matrice quasi-diagonale discontinue. Les éléments diagonaux de la matrice de réflexion normalisée par son maximum prennent des valeurs de 0 ou 1, correspondant à la réflectivité locale de la mire.

Dans une seconde expérience, nous étudions l’effet de la présence d’une microbille d’oxyde de zinc ZnO de diamètre  $d = 10 \mu\text{m}$  déposée à la surface d’une lame de microscope. La matrice de réflexion correspondante présente une structure similaire à celle obtenue pour une lame de microscope seule, à savoir une matrice quasi-diagonale, sur laquelle vient s’ajouter la signature de la bille. Cette signature se manifeste par une sur-intensité sur les éléments correspondants à  $\mathbf{r}_{\text{in}} \sim \mathbf{r}_{\text{b}}$ , avec  $\mathbf{r}_{\text{b}}$  la position de la bille. La sur-intensité s’explique par l’indice de réfraction du ZnO qui est bien supérieur à celui du verre ( $n_{\text{ZnO}} \approx 2$  contre  $n_{\text{verre}} \approx 1.51$ ). Enfin, nous pouvons remarquer que la présence de la bille se manifeste par une sur-intensité non seulement sur les éléments diagonaux, mais également sur les éléments proches de la diagonale. Ceci peut s’expliquer par la taille de la bille, qui est plus grande que la cellule de résolution. Autrement dit, le signal de la bille se manifeste sur tous les éléments de la matrice de réflexion vérifiant :  $|\mathbf{r}_{\text{in}} - \mathbf{r}_{\text{out}}| \leq d$ .

Enfin, dans une dernière expérience, nous mesurons une matrice de réflexion en présence d’un œil de têtard dans le plan focal de l’OM. Une fois encore, une matrice quasi-diagonale est obtenue. Cependant, l’amplitude et le contraste du champ mesuré sont ici plus faibles. D’une part, cela signifie que la réflectivité moyenne de l’échantillon est faible comparée aux échantillons précédemment étudiés. Cette observation est cohérente avec la relative transparence d’un œil de têtard. D’autre part, cela signifie que l’échantillon étudié est relativement homogène. En effet, les

tissus biologiques ne présentent pas des variations d'indice de réfraction comparables à celles observées pour les expériences précédentes. Ce sont là deux des difficultés majeures de l'imagerie biomédicale.

En conclusion, la contribution de diffusion simple apparaît sur la diagonale et sur les éléments proches de la diagonale de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$ . Physiquement, cela signifie que la lumière rétrodiffusée provient seulement du voisinage du point focal incident  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ . La quantité de lumière rétrodiffusée est elle directement liée à la réflectivité de l'objet dans le plan focal.

## 2.4 Formation d'images à partir de la matrice de réflexion

Au cours de la partie précédente, nous avons décrit la procédure expérimentale d'acquisition de la matrice de réflexion résolue en temps. Nous proposons maintenant de former des images à partir des éléments de cette matrice. La difficulté réside ici dans le réarrangement des éléments matriciels. En effet,  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  relie un point de focalisation en entrée  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  à un point de focalisation en sortie  $\mathbf{r}_{\text{out}}$  : elle a donc une structure 4D. Plusieurs opérations sont alors possibles pour obtenir une image 2D de l'objet placé dans le plan focal. Nous allons ici en présenter trois qui correspondent chacune à une technique d'imagerie particulière. Par exemple, une sommation sur les éléments en entrée ou en sortie revient à faire une illumination plein champ ou une détection avec un seul détecteur. Enfin, la prise en compte des seuls éléments diagonaux permet de réaliser une image OCT "en face".

### 2.4.1 Image OCT "en face"

Nous venons de voir que la contribution de diffusion simple se trouvait sur la diagonale de la matrice de réflexion, soit pour les éléments vérifiant  $\mathbf{r}_{\text{in}} = \mathbf{r}_{\text{out}}$ . Un moyen simple d'obtenir une image est de considérer seulement l'amplitude des éléments diagonaux :

$$I(\mathbf{r}) = |R(\mathbf{r}, \mathbf{r})| . \quad (2.18)$$

Afin de former une image à partir des éléments diagonaux, il est nécessaire de les réarranger. La matrice de réflexion contient  $N^2 \times N^2$  éléments, sa diagonale est donc formée de  $N^2$  éléments. En les organisant selon la procédure schématisée dans la figure 2.11, une image de taille  $N \times N$  est formée.

Physiquement, la prise en compte des seuls éléments diagonaux revient à conjuguer les points de focalisation en entrée et en sortie,  $\mathbf{r}_{\text{in}} = \mathbf{r}_{\text{out}}$ . Cette conjugaison,

## 2.4. Formation d'images à partir de la matrice de réflexion

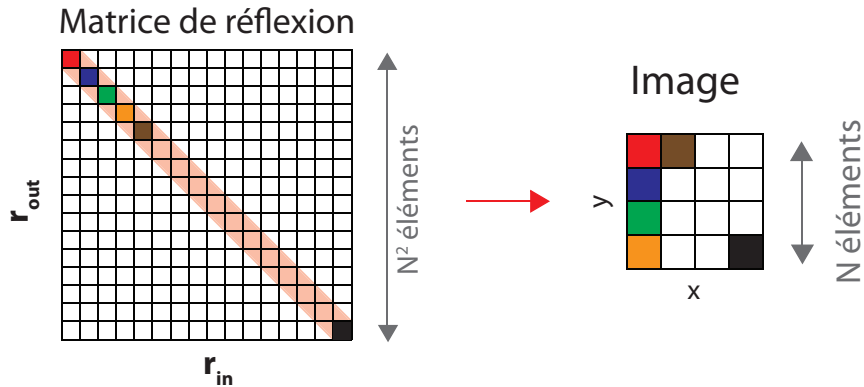


FIGURE 2.11 – Principe de formation de l'image confocale à partir des éléments diagonaux de la matrice de réflexion. Les  $N^2$  éléments diagonaux de la MR sont réarrangés afin d'obtenir une image OCT de taille  $N \times N$ .

réalisée numériquement, est équivalente à une conjugaison réalisée physiquement avec un diaphragme en microscopie confocale. Considérons une colonne de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$ , celle-ci contient la répartition spatiale du champ  $E_c(\mathbf{r}_{\text{out}})$  pour une illumination en un point  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  donné. En régime de diffusion simple, cette répartition donne une tache focale plus ou moins étendue, avec notamment des lobes dus à la taille finie de la pupille de l'OM. Prendre seulement l'élément diagonal  $R(\mathbf{r}_{\text{in}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  revient à appliquer un diaphragme numérique de la taille d'une cellule de résolution autour du point  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ . Nous voyons sur la figure 2.12 que seul le centre de la tache focale est conservé après application de ce diaphragme. L'image finale est ensuite formée en réalisant cette procédure pour toutes les colonnes de la matrice. Nous réalisons ici un équivalent matriciel du microscope confocal digital développé par Goy et Psaltis [76]. L'un des avantages majeurs de ce traitement numérique est sa souplesse d'utilisation. Nous verrons dans le chapitre suivant la possibilité de faire varier numériquement la taille du diaphragme lorsque nous traiterons le problème de l'imagerie des milieux diffusants.

Nous appellerons image OCT une image formée à partir des éléments diagonaux de la matrice de réflexion. En effet, la faible cohérence temporelle de la source lumineuse permet de réaliser une discrimination temporelle des photons balistiques, comme en OCT conventionnelle. Les images OCT associées à la lame de microscope, à une micro-bille déposée sur une lame de microscope, à une mire de résolution et à un œil de têtard sont ainsi déduites des matrices montrées en figure 2.10. Le résultat est présenté sur la figure 2.13. A noter que les images obtenues sont rééchantillonnées d'un facteur 2 à des fins esthétiques.

Nous voyons sur la figure 2.13(a) que l'image associée à la lame de microscope présente une amplitude homogène, ce qui est cohérent avec une réflectivité indépendante de la position. Nous observons néanmoins une légère atténuation de l'amplitude de l'image sur les bords. Cette atténuation peut s'expliquer par l'ouver-

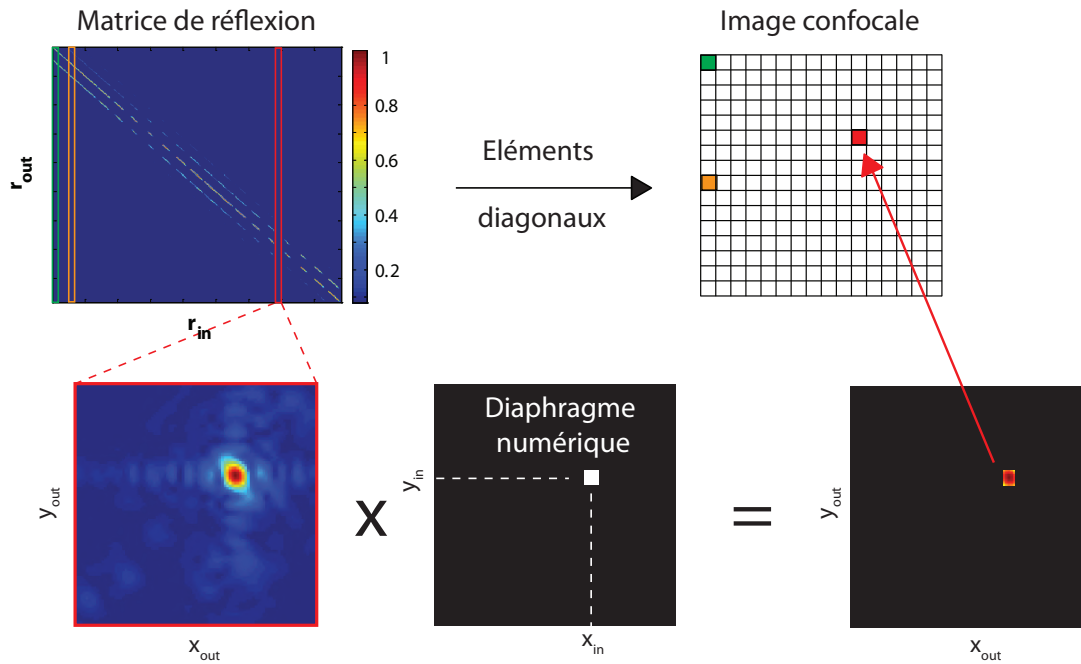


FIGURE 2.12 – Analogie entre la formation d’une image par les éléments diagonaux et la microscopie confocale. Considérer seulement les éléments diagonaux est équivalent à l’application au champ  $\mathbf{E}_c(\mathbf{r}_{out})$  d’un diaphragme numérique de taille  $\delta r$  à la position  $\mathbf{r}_{in}$  pour chaque illumination.

ture numérique limitée de l’OM. Cette question sera traitée dans la partie suivante. Sur la deuxième image présentée en figure 2.13(b), nous observons nettement trois lignes caractéristiques de la mire de résolution. Celles-ci sont associées aux éléments 6 du groupe 5 ; la largeur des motifs est de  $8.77 \mu\text{m}$ . Puisque ces lignes sont clairement résolues, la résolution du système est ici meilleure que cette dimension. Cette observation était attendue avec une résolution théorique limitée ici par le pas spatial, soit  $\delta r = 2 \mu\text{m}$ . La troisième image obtenue montre que la bille de ZnO est nettement visible à la surface de la lame (voir figure 2.13(c)). Nous retrouvons ici sa grande réflectivité comparée à celle du substrat. Enfin, la structure de l’œil de têtard est bien visible sur la dernière image. Même si l’image est peu contrastée, ce résultat nous indique que notre dispositif expérimental présente une sensibilité suffisante pour imager directement des tissus biologiques.

L’étude de la matrice de réflexion dans le plan image permet de former une image OCT par une simple opération matricielle. Comme nous allons le voir maintenant, la souplesse de l’approche matricielle permet également la formation d’images de nature différente.

## 2.4. Formation d'images à partir de la matrice de réflexion

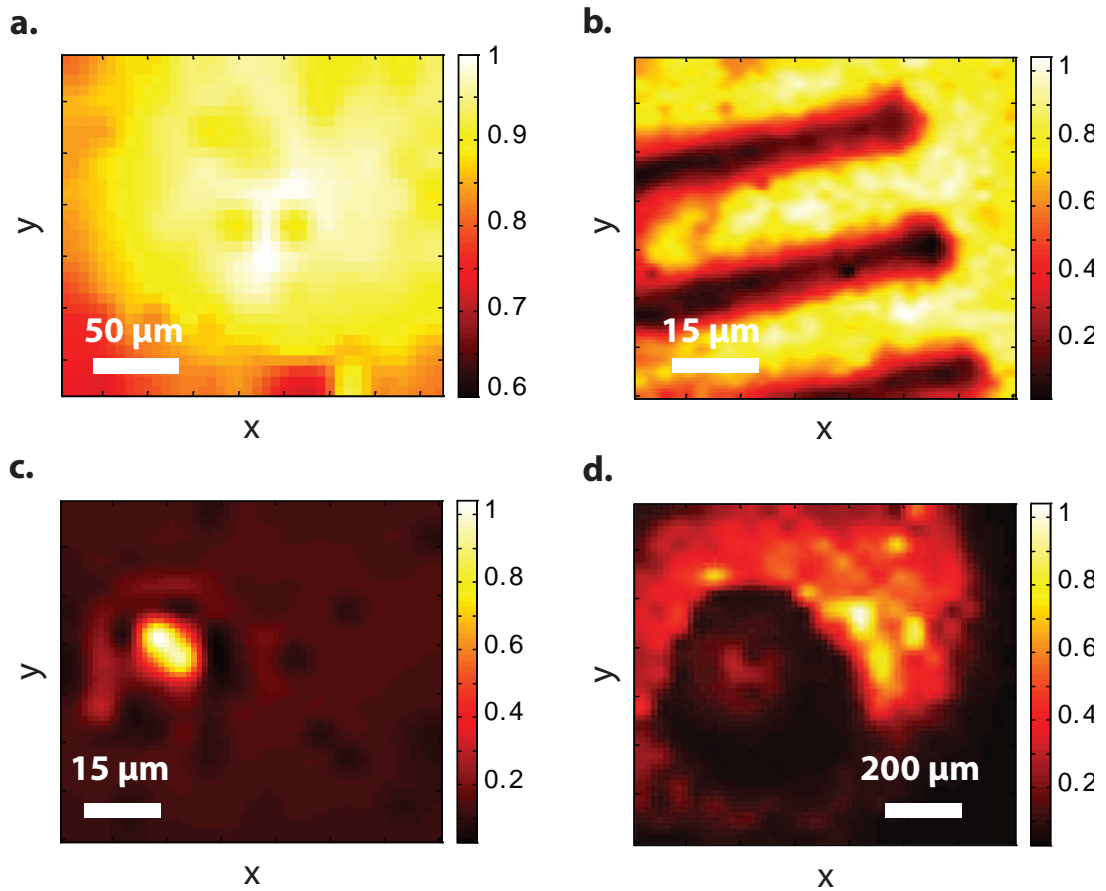


FIGURE 2.13 – Images OCT déduites de la matrice de réflexion mesurée dans le cas d'une lame de microscope (a), d'une mire de résolution USAF 1951 (b), d'une micro-bille déposée à la surface d'une lame de microscope (c) et d'un œil de têtard (d). Ces images sont déduites de la diagonale des matrices présentées respectivement sur les figures 2.8 et 2.10(a-c).

### 2.4.2 Intégration sur les éléments récepteurs

La formation d'une image OCT à partir des éléments diagonaux de la matrice de réflexion repose sur une conjugaison entre les points de focalisation en entrée et en sortie. Une manière plus simple de construire une image est d'intégrer tout le champ réfléchi sur la caméra pour chaque point de focalisation à l'émission. L'image du plan focal alors déduite correspond à ce qui serait obtenu avec un détecteur unique, par exemple une photodiode. L'expression mathématique de l'image correspondante est la suivante :

$$I_R(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}_{\text{out}}} |R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r})| . \quad (2.19)$$

Dans le cas de la mire de résolution, l'image obtenue par sommation sur les élé-



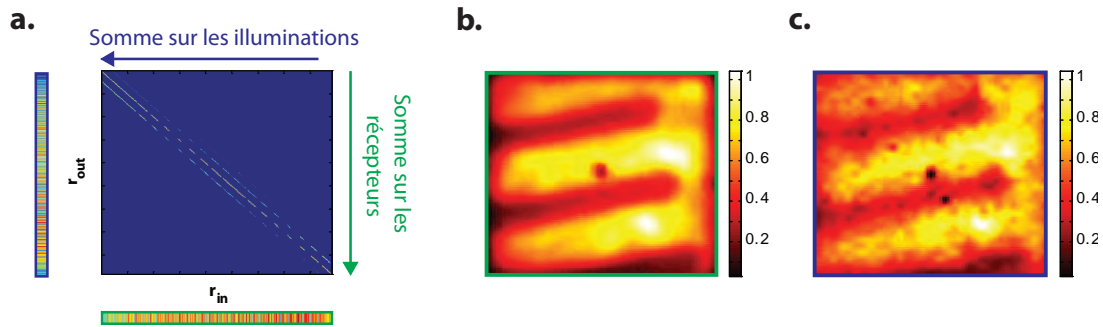


FIGURE 2.14 – (a) Formation d’images par sommation sur les lignes ou les colonnes de la matrice de réflexion. (b) Une sommation sur les lignes équivaut à une imagerie réalisée avec un seul détecteur. (c) Une sommation sur les colonnes équivaut à une illumination plein champ .

ments récepteurs est présentée en figure 2.14(b). Une comparaison avec l’image OCT obtenue précédemment pour les mêmes conditions (voir figure 2.13(b)) fait effectivement apparaître une dégradation de la résolution. Cette formation d’image détériore également la discrimination des photons simplement diffusés par rapport au bruit de multidiffusion. L’image obtenue présente donc un contraste plus faible que l’image OCT.

D’après cet exemple, cette formation alternative d’image ne semble pas présenter de réel intérêt. Cependant, cette approche présente une sensibilité plus faible aux aberrations que la formation d’une image OCT par les éléments diagonaux. La figure 2.15 montre une comparaison des images obtenues par ces deux méthodes dans un cas où l’objet, ici une mire de résolution, est volontairement placé  $10 \mu\text{m}$  en dehors du plan focal de l’OM. Nous observons que l’image OCT est très dégradée et ne permet pas de discerner tous les motifs de la mire de résolution. L’image obtenue par intégration sur les éléments récepteurs offre également une résolution dégradée, cependant le contraste est suffisant pour discerner correctement les éléments de la mire. En effet, nous avons vu dans la partie 1.3.2 que la microscopie confocale et l’OCT réalisaient une focalisation en émission et en réception afin d’isoler la contribution de diffusion simple. L’image de l’échantillon est alors obtenue par une convolution des réponses impulsionnelles en entrée et en sortie. Il en résulte une sensibilité aux aberrations à l’émission et à la réception, ce qui est attesté par la dépendance du RSM en  $S^2$  (voir équation 1.40). Le fait d’intégrer le champ sur les éléments récepteurs pour chaque illumination incidente revient à réaliser la réciproque d’un microscope plein champ où le champ est focalisé seulement en réception. Ces deux méthodes sont toutefois équivalentes d’un point de vue du RSM. La méthode décrite ici présente donc une dépendance en  $S$  (équation 1.40). Ainsi, les aberrations peuvent avoir un impact beaucoup plus important en imagerie confocale ou en OCT qu’en microscopie conventionnelle. Nous reviendrons plus en détails sur l’étude et la correction des aberrations dans la partie sui-

## 2.4. Formation d'images à partir de la matrice de réflexion

vante.

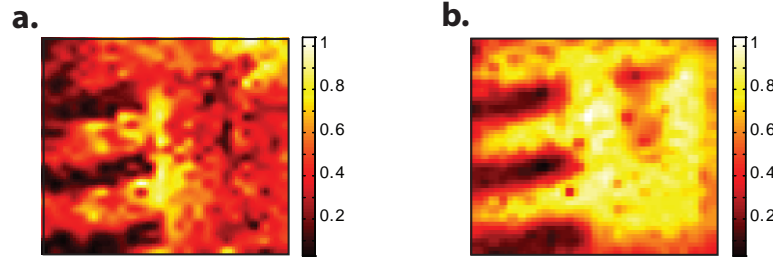


FIGURE 2.15 – Formation d'images en présence d'aberrations, ici un défaut de mise au point de  $10 \mu\text{m}$ . (a) Image OCT. (b) Image obtenue par intégration sur les éléments récepteurs.

### 2.4.3 Intégration sur les éléments émetteurs

Alternativement, il est possible d'obtenir une image en sommant les colonnes de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$ , l'image a alors pour expression :

$$I_E(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}_{\text{in}}} |R(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{\text{in}})| . \quad (2.20)$$

Ce cas de figure correspond à une somme de l'amplitude du champ mesuré sur les illuminations incidentes. L'image obtenue est donc équivalente à celle qui serait obtenue en microscopie classique sauf que la contribution des photons balistiques est réhaussée par leur fenêtrage temporel. L'image ainsi obtenue dans le cas de la mire de résolution est présentée en figure 2.14(c). Pour les mêmes raisons que lors de l'intégration sur les éléments récepteurs, cette image présente une dégradation de la résolution et du contraste par rapport à l'image OCT. De façon inattendue, les images obtenues par une sommation sur les lignes ou les colonnes sont très différentes. En effet, la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  est supposée être symétrique, effectuer une opération selon les colonnes ou les lignes doit donc aboutir au même résultat. Nous en déduisons donc que  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  n'est pas symétrique. Deux raisons, au moins, peuvent expliquer cela. Premièrement, il est possible que les plans contenant le SLM et la caméra CCD ne soient pas parfaitement conjugués. De plus, le bruit expérimental apparaît principalement sur le champ réfléchi  $E_c$  mesuré par la caméra CCD grâce à une méthode interférométrique. En moyennant l'intensité de ce champ (voir paragraphe précédent), les fluctuations de ce bruit ont tendance à se gommer. Cela donne lieu à un champ résiduel homogène et à une image plus lisse (voir figure 2.14(b)). En revanche, en moyennant l'intensité de l'image mesurée sur les illuminations, les fluctuations liées à une mesure imparfaite du champ réfléchi restent présentes sur l'image finale (voir figure 2.14(c)).

#### **2.4.4 Limites de l'OCT**

La mesure d'une matrice de réflexion et son étude dans le plan focal image permettent de développer différentes approches d'imagerie à partir d'opérations matricielles simples. Parmi les trois méthodes présentées ici, l'OCT offre la meilleure résolution et le meilleur contraste. Toutefois, cette technique est extrêmement sensible aux aberrations, que celles-ci soient induites par l'échantillon étudié ou proviennent des défauts du montage optique. La conjugaison des points de focalisation à l'émission et la réception entraîne le rejet physique de tous les photons ne provenant pas du point focal. En présence d'aberration, cette conjugaison n'est plus optimale et le contraste et la résolution de l'image obtenue se dégradent fortement. L'optique adaptative permet de compenser cette limite majeure mais cette solution s'avère souvent complexe à mettre en oeuvre et nécessite un temps de mesure supplémentaire.

Contrairement à l'OCT, l'approche matricielle mesure l'ensemble du champ rétro-diffusé et pas seulement sa composante confocale. Nous allons maintenant tirer profit de la richesse de l'information contenue dans la matrice  $\mathbf{R}$  pour développer une approche matricielle innovante dédiée à la correction d'aberrations. Par rapport aux techniques d'optique adaptative, une approche matricielle globale va nous permettre de déterminer de manière automatique les différentes zones d'isoplanétisme de l'image ainsi que les corrections à appliquer à chacune d'elles. Nous serons ainsi en mesure de compenser les aberrations, qu'elles soient liées aux défauts du montage optique ou aux inhomogénéités du milieu étudié.

### **2.5 Approche matricielle de la correction d'aberrations**

Les aberrations optiques sont une limitation majeure en microscopie. Nous proposons dans cette partie de caractériser et de corriger leur présence à partir des éléments de la matrice de réflexion. Dans la partie précédente, nous avons étudié cette dernière dans le plan image en réception, cela nous a permis de former directement une image du milieu étudié. Désormais, nous allons voir qu'une étude dans l'espace de Fourier en réception est particulièrement adaptée à l'étude des aberrations. Un nouvel opérateur matriciel, nommé matrice aberration (MA), va alors être introduit à partir de la matrice de réflexion. Enfin, nous montrerons comment le mettre à profit pour corriger des aberrations de façon globale, puis locale.

### 2.5.1 Mise en évidence des aberrations du système

Nous avons utilisé jusqu'ici un OM Olympus x10 présentant une ouverture numérique  $NA=0.25$ . Cette valeur d'ouverture numérique, relativement faible comparée aux OM utilisés en microscopie confocale, nous assurait une souplesse dans nos réglages et une relative insensibilité vis à vis des aberrations. Nous le remplaçons ici par un objectif à immersion à eau Nikon x40 d'ouverture numérique  $NA = 0.8$ . Pour une longueur d'onde de 800 nm, cet OM offre une résolution latérale théorique de 600 nm environ. Néanmoins, l'observation d'un échantillon avec une telle résolution nécessite des réglages très précis. La position de l'objet doit notamment être comprise dans la profondeur de champ de l'OM. Cette grandeur détermine la distance  $\Delta z$  sur laquelle tous les points de l'objet sont vus avec netteté. Son expression en fonction de l'ouverture de l'OM est la suivante [77] :

$$\Delta z = \frac{n\lambda}{(NA)^2}. \quad (2.21)$$

La valeur de cette distance passe de 12.8  $\mu\text{m}$  à environ 1.6  $\mu\text{m}$  entre les deux OM. Dans le cas d'un OM à forte ouverture, il en résulte une extrême sensibilité de l'observation vis à vis de la position de l'échantillon. Pour vérifier la sensibilité du système à un défaut de mise au point, nous réalisons et comparons les deux expériences suivantes. Premièrement, une matrice de réflexion est mesurée à la surface d'une mire de résolution positionnée dans le plan focal de l'OM. Un champ de vision de  $250 \times 250 \mu\text{m}^2$  est imagé à l'aide de  $N = 3136$  illuminations incidentes ( $\delta r = 4.5 \mu\text{m}$ ). L'amplitude de la matrice obtenue est présentée en figure 2.16(b). Une matrice quasi-diagonale est obtenue, avec pour seuls éléments non-nuls ceux vérifiant  $\mathbf{r}_{\text{in}} \sim \mathbf{r}_{\text{out}}$ . La représentation 2D du champ mesuré pour une illumination incidente, c.a.d une colonne de la matrice, montre bien l'obtention de la tache focale attendue. Dans une seconde expérience, la mire de résolution est déplacée axialement de 10  $\mu\text{m}$ , c'est à dire en dehors de la profondeur de champ. La zone étudiée est également différente afin d'imager des motifs plus grands. Nous pouvons voir sur la figure 2.16(d) que ce défaut de mise au point se traduit par une dégradation de la tache focale. Le champ associé à l'objet s'étale désormais à tous les couples  $(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  compris dans la même tache focale (voir figure 2.16(e)).

Après ces premières analyses qualitatives, les images OCT sont construites à partir des éléments diagonaux de ces deux matrices. Les figures 2.16(f) et (g) permettent de les comparer. Dans le cas où la mire est positionnée au sein de la profondeur de champ, une image nette est obtenue. Nous pouvons toutefois remarquer que le contraste diminue sur les bords de l'image. Dans le cas où la mire se situe en dehors de la profondeur de champ, nous obtenons une image très dégradée avec une résolution bien moindre que celle attendue théoriquement. Les motifs de la mire sont ici à peine discernables. D'une part la dégradation de la tache focale entraîne une baisse de la résolution, et d'autre part l'étalement du champ réfléchi en dehors de la diagonale se traduit par une baisse du contraste. L'image OCT est en effet formée

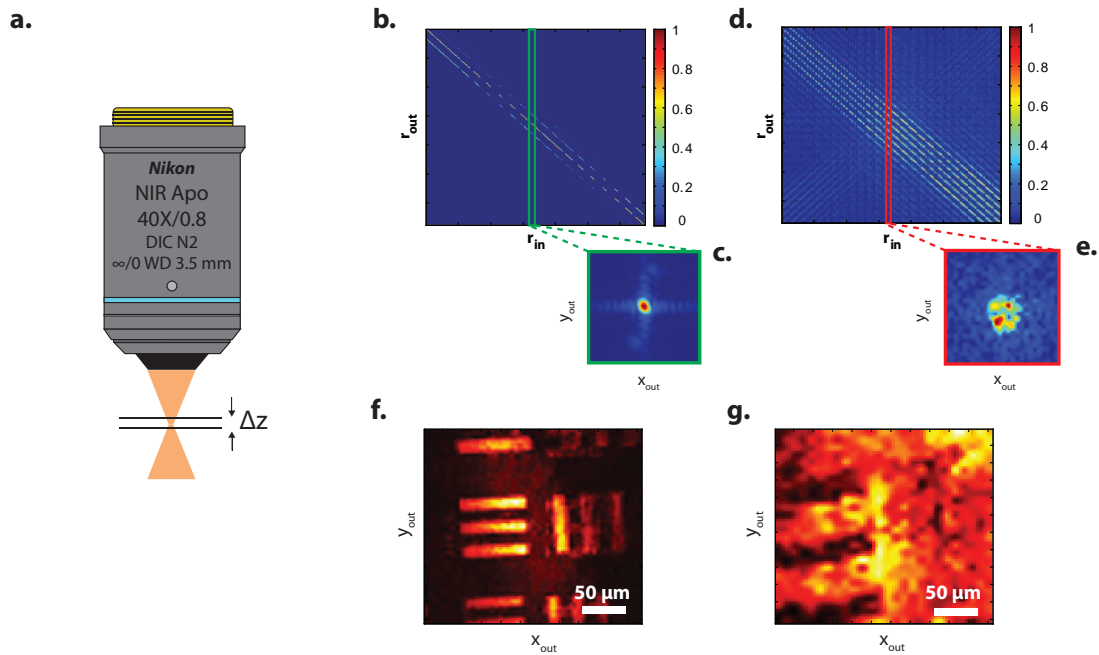


FIGURE 2.16 – (a) Profondeur de champ d'un objectif de microscope. Une image nette est obtenue seulement pour un échantillon placé dans le plan focal de l'OM avec une tolérance donnée par  $\Delta z$ . (b) Matrice de réflexion mesurée pour une mire de résolution placée dans le plan focal de l'OM. (c) Champ réfléchi  $E_c(\mathbf{r}_{out})$  mesuré pour une illumination incidente  $\mathbf{r}_{in}$  correspondant à une colonne de la matrice présentée en (b). (d) Matrice de réflexion mesurée pour une mire de résolution avec un défaut de mise au point de  $10 \mu\text{m}$ . (e) Champ réfléchi  $E_c(\mathbf{r}_{out})$  mesuré pour une illumination incidente  $\mathbf{r}_{in}$  correspondant à une colonne de la matrice présentée en (d). (f) Image OCT obtenue à partir de la diagonale de la matrice de réflexion présentée en (b). (g) Image OCT obtenue à partir de la diagonale de la matrice de réflexion présentée en (c).

à partir des seuls éléments diagonaux. Le même problème se pose pour la microscopie confocale, où le diaphragme rejette tous les photons ne provenant pas de la profondeur de champ de l'OM.

De tels effets d'aberration ne se retrouvent pas seulement lors d'un défaut de mise au point. Des effets similaires peuvent également survenir lorsque l'échantillon étudié présente un indice de réfraction différent de celui du milieu d'immersion. L'emploi de techniques d'optique adaptative est alors une solution pour restaurer une résolution seulement limitée par la diffraction. Dans ce type d'approche, il est commun de placer l'élément correctif dans le plan pupille de l'OM. Par analogie avec ces techniques, nous allons maintenant étudier la matrice de réflexion dans l'espace de Fourier en réception (ou plan pupille) tout en conservant une analyse dans l'espace réel en entrée (plan focal).

### 2.5.2 Matrice de réflexion dans l'espace de Fourier en réception

La caméra CCD utilisée pour mesurer le champ est située dans un plan conjugué de la pupille de l'OM, nous mesurons donc directement le champ réfléchi  $E_c(\mathbf{k}_{out})$  dans l'espace de Fourier de l'objet. Une concaténation du champ mesuré pour les  $N$  illuminations incidentes donne directement la matrice de réflexion dans l'espace de Fourier en réception. Nous notons ses coefficients  $R(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in})$ . Elle contient  $M \times N$  éléments, avec  $M$  le nombre de pixels actifs de la caméra. Ce nombre pouvant atteindre plusieurs millions, le champ mesuré est rééchantillonné afin de manipuler des matrices de taille raisonnable. Cet aspect sera important dans la suite lorsque nous aurons besoin de réaliser des opérations matricielles plus complexes. Typiquement, nous prenons  $M = 2500$ , correspondant à un champ mesuré sur un ensemble de  $50 \times 50$  macro-pixels. Cette valeur nous assure un temps de calcul de l'ordre de la seconde en utilisant le logiciel Matlab sur un ordinateur classique (8Gb de RAM, processeur 3.7 GHz). La partie réelle de la matrice  $R(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  relative à

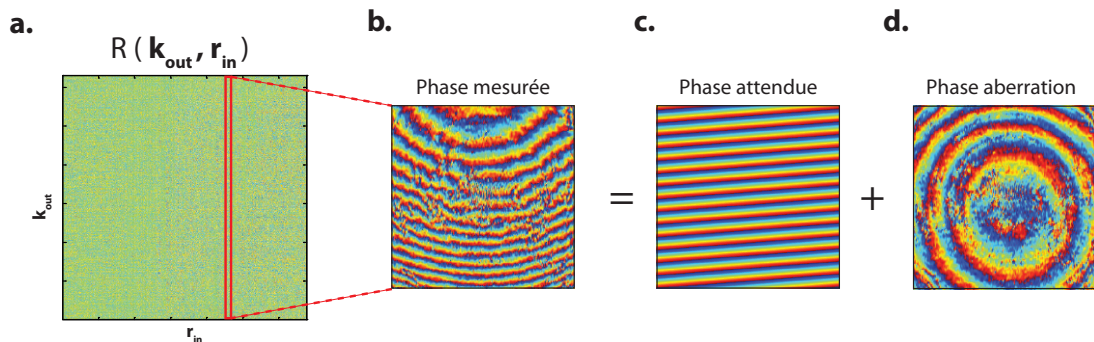


FIGURE 2.17 – (a) Matrice de réflexion dans l'espace de Fourier en réception mesurée dans le cas d'une mire de résolution avec un défaut de mise au point. Chaque colonne contient le champ complexe mesuré dans l'espace de Fourier pour une illumination donnée. (b) La phase du champ mesuré peut se décomposer comme la somme d'une onde plane affichée par le SLM (c) , et d'une onde relative à la propagation (d). Celle ci contient les aberrations éventuelles du système et/ou de l'échantillon.

l'expérience avec un défaut de mise au point est présentée en figure 2.17(a). L'allure de cette matrice ne présente pas de caractéristiques particulières. Son aspect semble aléatoire ce qui rend sa manipulation moins intuitive. Par définition, chacune de ses colonnes contient le champ mesuré pour une illumination donnée. La figure 2.17(b) montre la phase du champ complexe mesuré pour l'une d'elles. Alors que dans le cas d'une lame de microscope placée dans le plan focal objet, la phase appliquée par le SLM et la phase mesurée étaient identiques (voir figure 2.7), la phase mesurée ici en diffère grandement. Pour quantifier cet écart à l'idéalité, nous retranchons la phase appliquée par le SLM (figure 2.17(c)) à la phase mesu-

rée (figure 2.17(b)). Le masque de phase ainsi obtenu (figure 2.17(d)) représente ici l'aberration subie par le front d'onde. Il s'agit d'anneaux concentriques caractéristiques d'un défaut de mise au point [78]. Nous proposons maintenant d'étudier la nature des aberrations en fonction de la position dans le plan focal objet. Pour cela, nous introduisons un nouvel outil matriciel que nous nommons matrice aberration.

### 2.5.3 Matrice "aberration"

#### Construction de la matrice aberration

Nous venons de voir que dans l'espace de Fourier, la phase du champ mesuré peut s'exprimer comme la somme de deux contributions : une contribution liée à l'illumination incidente, et une contribution associée aux aberrations. Puisque nous connaissons avec précision la phase appliquée par le SLM pour chaque illumination incidente (voir équation 2.3), nous pouvons nous en affranchir en renormalisant le champ mesuré par le champ qui serait obtenu idéalement en l'absence d'aberrations. Ce champ renormalisé  $E_{abe}$  a pour expression :

$$E_{abe}(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = E(\mathbf{k}_{out}) \times e^{-j \frac{2\pi}{\lambda f_G} \mathbf{k}_{out} \cdot \mathbf{r}_{in}} . \quad (2.22)$$

La matrice aberration  $A(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  est alors formée colonne par colonne, chaque colonne contenant le champ renormalisé  $E_{abe}(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  relatif à une illumination incidente  $\mathbf{r}_{in}$ . Cette matrice contient donc le produit des effets des aberrations et de la réflectivité de l'objet moyennée sur la tâche focale autour de la position  $\mathbf{r}_{in}$ . La matrice aberration obtenue dans le cadre de l'étude d'une mire de résolution en présence d'un défaut de mise au point est présentée sur la figure 2.18(a). Bien qu'apparemment aléatoire, nous pouvons percevoir une cohérence en regardant de plus près ses éléments (voir figure 2.18(b)). Cette cohérence est d'autant plus visible si l'on regarde la phase associée à deux illuminations différentes. Le réarrangement selon une image 2D de la phase pour deux colonnes différentes fait apparaître dans les deux cas des anneaux concentriques (voir figure 2.18(c,d)). Ces anneaux associés au défaut de mise au point ne dépendent pas (ou peu) de la position  $\mathbf{r}_{in}$  du point de focalisation à l'émission.

Puisque la matrice aberration contient en théorie les aberrations relatives à chaque position dans le plan objet, il est possible d'effectuer une correction pour chacune d'elles. Nous proposons ici de corriger la phase de l'onde mesurée dans l'espace de Fourier pour chaque colonne de la matrice de réflexion. Matriciellement, cette opération s'exprime :

$$R^c(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = R(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \times e^{-j \cdot \arg(A(\mathbf{k}_{out}, \mathbf{r}_{in}))} . \quad (2.23)$$

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

Une fois cette correction effectuée, une transformée de Fourier discrète en réception permet d'obtenir la matrice de réflexion corrigée  $\mathbf{R}^c$  dans le plan image. Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.19(c), la matrice ainsi corrigée est maintenant diagonale. L'image OCT formée à partir des éléments diagonaux de  $R_c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  est

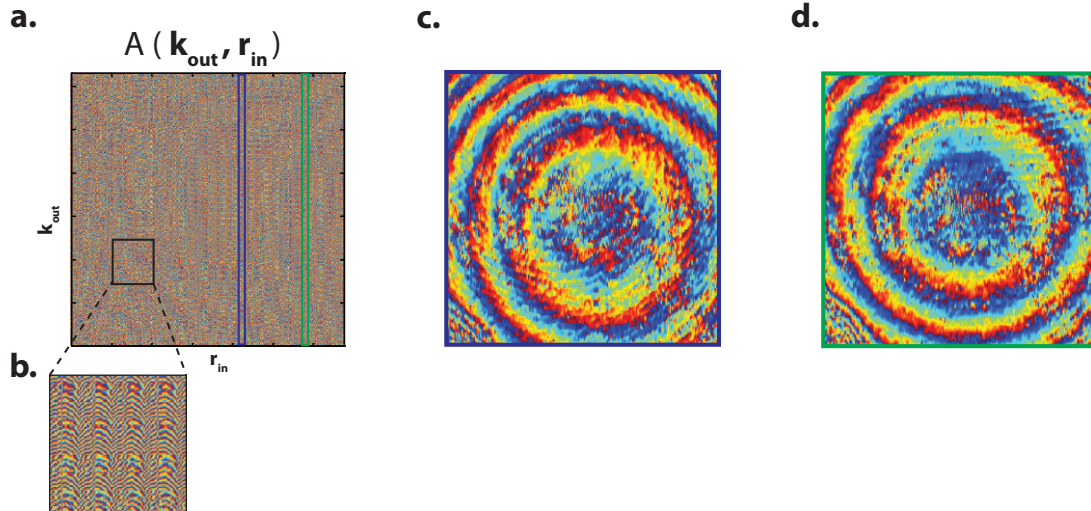


FIGURE 2.18 – (a) Matrice aberration. Chacune de ses colonnes contient la loi d'aberration subie par le front d'onde réfléchi dans le plan pupille pour un point d'illumination donné. (b) Zoom d'une sous-partie de la matrice aberration. (c,d) Phases relatives aux aberrations pour deux colonnes de la matrice aberration précisées en (a).

présentée et comparée à l'originale sur les figures 2.19(b) et (d). Nous observons que notre étape de correction a permis une amélioration de l'image. Désormais, nous pouvons discerner les motifs de la mire, sans toutefois la restauration d'une résolution et d'un contraste optimaux. En effet, l'opération effectuée ici a remis artificiellement en phase tout le champ mesuré, aussi bien le signal d'intérêt altéré par les aberrations que le bruit de mesure. Cette opération est donc strictement équivalente à intégrer le signal sur les différents pixels de la caméra CCD (voir partie 2.4.2).

Chaque colonne de  $\mathbf{A}$  est proportionnelle à la réflectivité complexe de l'objet au point  $\mathbf{r}_{in}$ . En corrigeant la matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  directement par la phase de la matrice  $\mathbf{A}$  (voir équation 2.23), on perd donc toute information sur la phase de l'objet, en plus des problèmes inhérents au bruit expérimental mentionnés plus haut.

La distribution de phase qui se répète sur chaque colonne de  $\mathbf{A}$  donne donc la loi d'aberration subie par chaque front d'onde cumulée sur les opérations d'émission et de réception. Pour extraire cette loi, un outil particulièrement intéressant est la décomposition en valeurs singulières (SVD pour *Singular Values Decomposition* en anglais). Avant de l'appliquer à la matrice aberration, nous proposons une modélisation mathématique simple de cette dernière afin d'explicitier son sens physique.



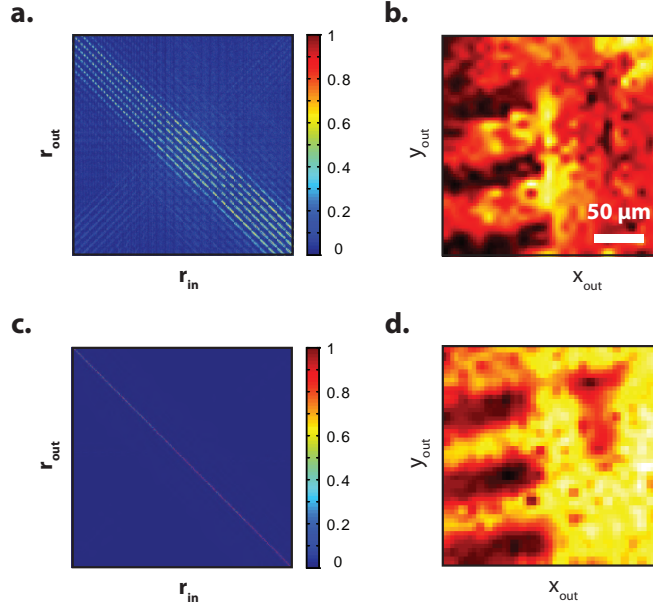


FIGURE 2.19 – (a) Matrice de réflexion originale en présence d'un défaut de mise au point. (b) Image OCT déduite des éléments diagonaux de (a). (c) Matrice de réflexion après l'étape de correction terme à terme décrite par l'équation 2.23. (d) Image OCT déduite des éléments diagonaux de (c).

### Modélisation mathématique de la matrice aberration

Considérons une expérience où l'on souhaite imager un objet de réflectivité  $\rho$  placé dans le plan focal de l'OM en présence d'un aberrateur que nous modélisons par une transmittance  $T_A$  dans le plan pupille. Celui-ci agit à la fois lors de l'émission et la réception de l'onde lumineuse. En notant  $\mathbf{R}^0$  la matrice de réflexion sans aberration (voir équation 2.14), nous en déduisons l'expression suivante pour la matrice de réflexion dans le plan pupille en présence d'un aberrateur :

$$R[\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{k}_{\text{in}}] = T_A(\mathbf{k}_{\text{out}}) \cdot R^0[\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{k}_{\text{in}}] \cdot T_A(\mathbf{k}_{\text{in}}). \quad (2.24)$$

Dans un premier temps, nous considérons le cas d'un miroir de réflectivité homogène  $\rho(\mathbf{r}) = \tilde{\rho} = 1$ , la matrice de réflexion  $\mathbf{R}^0$  s'exprime simplement de la façon suivante :

$$R^0(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{k}_{\text{in}}) = \tilde{\rho} \cdot \delta(\mathbf{k}_{\text{out}} + \mathbf{k}_{\text{in}}). \quad (2.25)$$

En injectant cette expression dans l'équation 2.24, nous obtenons :

$$\begin{aligned} R[\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{k}_{\text{in}}] &= T_A(\mathbf{k}_{\text{out}}) \cdot \tilde{\rho} \cdot \delta(\mathbf{k}_{\text{out}} + \mathbf{k}_{\text{in}}) \cdot T_A(\mathbf{k}_{\text{in}}) \\ &= \tilde{\rho} \cdot T_A(\mathbf{k}_{\text{out}}) T_A(-\mathbf{k}_{\text{out}}). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Dans ce cas simple, nous en déduisons alors l'expression de la matrice aberration :

$$A[\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{k}_{\text{in}}] = T_A(\mathbf{k}_{\text{out}}) T_A(-\mathbf{k}_{\text{out}}). \quad (2.27)$$

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

---

Cette équation nous indique que la matrice aberration est de rang 1 et nous donne directement le font d'onde relatif aux aberrations cumulées sur l'émission et la réception. Une correction depuis la sortie est alors suffisante pour compenser les effets de l'aberrateur.

Considérons à présent un objet de réflectivité inhomogène dont les échelles de variations spatiales sont grandes devant la cellule de résolution, par exemple une mire. Localement, un tel objet agit comme un réflecteur spéculaire. Nous notons  $\tilde{\rho}(\mathbf{r}_{\text{in}})$  sa réflectivité autour de la position  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ . Une étude locale de la matrice de réflexion dans le plan focal en entrée permet de se placer au niveau d'une zone de réflectivité homogène et donc de se ramener au cas précédent. Nous en déduisons l'expression suivante pour la matrice aberration :

$$A[\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}] \sim \tilde{\rho}(\mathbf{r}_{\text{in}}) \otimes h(\mathbf{r}_{\text{in}}) \cdot [T_A(\mathbf{k}_{\text{out}}) \cdot T_A(-\mathbf{k}_{\text{out}})] . \quad (2.28)$$

Cette expression nous indique que la matrice aberration permet de relier les aberrations subies par l'onde lumineuse dans le plan pupille à la réflectivité moyenne de l'objet dans le plan focal. Toutefois, l'équation 2.28 n'est qu'une approximation de l'expression de  $\mathbf{A}$  et son rang est en réalité supérieur à 1. Une analyse plus complexe de la matrice aberration est nécessaire pour estimer et corriger les aberrations. Nous allons voir en quoi une SVD est un outil particulièrement intéressant pour cette analyse.

### Décomposition en valeurs singulières de la matrice aberration

La SVD est un outil puissant pour extraire les corrélations entre les lignes ou les colonnes d'une matrice  $\mathbf{A}$ . Mathématiquement, la SVD de la matrice  $\mathbf{A}$  de taille  $N \times M$  s'écrit de la manière suivante [79] :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^\dagger . \quad (2.29)$$

$\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont des matrices unitaires de tailles respectives  $(N \times N)$  et  $(M \times M)$  dont les colonnes  $\mathbf{u}_i$  et  $\mathbf{v}_i$  correspondent aux vecteurs propres en entrée et en sortie. Chaque vecteur propre en entrée  $\mathbf{u}_i$  est donc défini dans le plan focal repéré par le vecteur  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ . Chaque vecteur propre en sortie  $\mathbf{v}_i$  est défini dans le plan pupille repéré par le vecteur  $\mathbf{k}_{\text{out}}$ . La matrice  $\mathbf{\Sigma}$  est une matrice diagonale de taille  $N \times M$  et d'expression :

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \quad (2.30)$$

avec  $n = \min(N, M)$ . La matrice  $\mathbf{\Sigma}$  contient les valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice  $\mathbf{A}$  qui sont réelles, positives et classées dans un ordre décroissant.

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_n . \quad (2.31)$$

La SVD décompose principalement une matrice en deux sous-espaces : un sous-espace signal (une matrice caractérisée par d'importantes corrélations entre ses

## Chapitre 2. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

lignes ou colonnes) et un sous espace bruit (une matrice aléatoire sans corrélation entre ses lignes et colonnes). Le sous espace signal est associé aux valeurs singulières les plus grandes alors que le sous espace bruit est associé aux valeurs singulières les plus faibles. D'une part, la SVD de  $\mathbf{A}$  va donc nous permettre de filtrer le sous espace bruit qui contient à la fois le bruit expérimental et la contribution incohérente du champ réfléchi induit par les événements de diffusion multiple. D'autre part, chaque état propre du sous espace signal va nous permettre d'extraire suivant le vecteur  $\mathbf{v}_i$  l'aberration subie par l'onde pour chaque zone de l'image qui sera repérée par le vecteur  $\mathbf{u}_i$ .

Pour illustrer l'action de la SVD sur la matrice  $\mathbf{A}$ , nous allons étudier le cas du défaut de mise au point décrit au paragraphe 2.5.1 et dont la matrice  $\mathbf{A}$  est montrée sur la figure 2.18. La figure 2.20 présente le spectre des valeurs singulières de  $\mathbf{A}$  dans cette configuration ainsi que les premiers vecteurs singuliers  $\mathbf{v}_i$ . La distribution très piquée des valeurs singulières est une indication du faible rang de la matrice aberration. Rapidement, les valeurs singulières sont très proches de zero et le poids des sous espaces propres associés devient négligeable. Il est possible de définir un rang effectif  $r$  en considérant seulement les valeurs singulières notables :

$$\begin{aligned} A(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) &= \sum_{i=1}^N \sigma_i \mathbf{u}_i(\mathbf{r}_{\text{in}}) \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{k}_{\text{out}})^\dagger \\ &\simeq \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i(\mathbf{r}_{\text{in}}) \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{k}_{\text{out}})^\dagger . \end{aligned} \quad (2.32)$$

Dans le cas de la matrice aberration associée à un défaut de mise au point, nous obtenons  $r \sim 20$ . Dans le cas idéal d'un miroir parfait comme objet, la matrice  $\mathbf{A}$  devrait être de rang 1. En effet, sous l'approximation paraxiale, le défaut de mise au point n'est pas supposé dépendre de la position dans le plan focal. D'après la modélisation mathématique effectuée lors du paragraphe précédent, en fixant  $\rho(\mathbf{r}_{\text{in}}) = 1$ , nous devrions obtenir directement :

$$\mathbf{u}_1(\mathbf{r}_{\text{in}}) = \rho(\mathbf{r}_{\text{in}}) = 1 \quad (2.33)$$

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{k}_{\text{out}}) = T_A(\mathbf{k}_{\text{out}}) \cdot T_A(-\mathbf{k}_{\text{out}}) \quad (2.34)$$

Toute l'information de la matrice aberration serait ici contenue dans le vecteur propre  $\mathbf{v}_1$  qui donnerait le produit de la loi d'aberration subie par le front d'onde lors de sa propagation aller et retour. Le fait que la matrice  $\mathbf{A}$  ne soit pas de rang 1 s'explique par plusieurs effets. D'une part, l'objet considéré ici n'est pas un miroir parfait mais une mire de résolution. Sa réflectivité varie donc en fonction de la position considérée dans le plan focal. D'autre part, l'approximation paraxiale n'est pas strictement vérifiée en particulier sur les bords du champ de vision. Enfin la présence de bruit expérimental et d'une contribution de diffusion multiple résiduelle conduit au caractère incohérent d'une certaine fraction du champ réfléchi. Cette contribution se retrouve principalement dans le sous espace bruit de la matrice mais est susceptible également de polluer le sous-espace signal.

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

Les figures 2.20(b-e) représentent la phase de plusieurs vecteurs propres  $\mathbf{v}_i(\mathbf{k}_{\text{out}})$  de la matrice  $\mathbf{A}$ . Comme attendu, les vecteurs propres associés aux plus grandes valeurs singulières correspondent à des anneaux concentriques caractéristiques d'un défaut de mise au point. Les vecteurs propres de plus haut rang montrent un aspect aléatoire caractéristique du sous-espace bruit de la matrice  $\mathbf{A}$ .

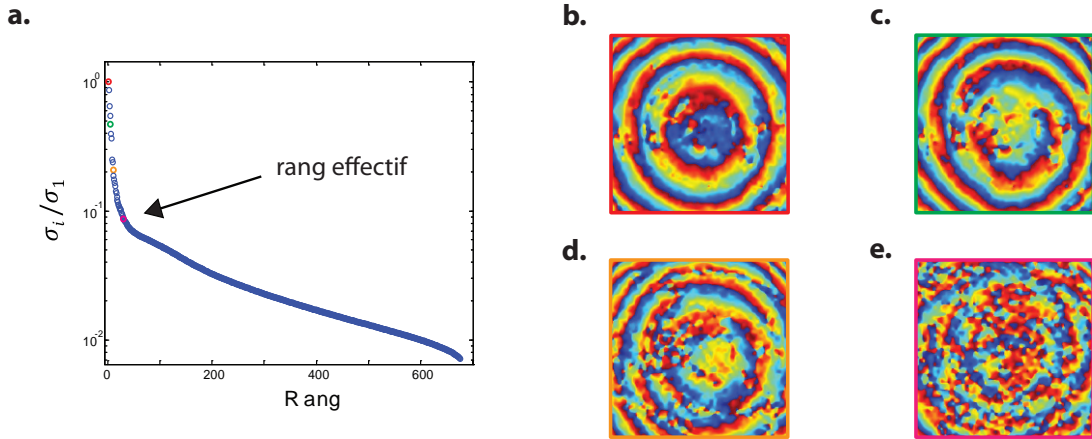


FIGURE 2.20 – Décomposition en valeurs singulières de la matrice aberration. (a) Spectre des valeurs singulières normalisées. Seules 20 valeurs singulières contribuent notablement, cette valeur correspond au rang effectif de la matrice. (b-e) Phase des vecteurs propres  $\mathbf{v}_i$  pour  $i = 1, 5, 15, 35$ . Les premières valeurs singulières sont toutes associées à une loi d'aberration caractéristique d'un défaut de mise au point (anneaux de Fresnel). Au-delà du rang effectif  $r$ , les espaces propres sont majoritairement associés à la contribution incohérente du champ réfléchi (diffusion multiple et bruit expérimental).

### 2.5.4 Correction globale des aberrations

Après avoir extrait la loi d'aberration subie par l'onde grâce à la SVD de la matrice aberration  $\mathbf{A}$ , l'étape suivante consiste à l'utiliser pour corriger les effets d'aberrations et restaurer la qualité de l'image. La correction la plus simple à effectuer consiste à appliquer la même phase compensatrice aux champs mesurés pour les  $N$  illuminations incidentes. Une façon de corriger la matrice  $\mathbf{R}(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  est de compenser chacune de ses colonnes par la phase d'aberration donnée par le vecteur propre  $\mathbf{v}_1$  tel que :

$$R^c(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = R(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) \cdot e^{-j \cdot \arg(\mathbf{v}_1(\mathbf{k}_{\text{out}}))} . \quad (2.35)$$

Une transformée de Fourier spatiale appliquée à  $\mathbf{R}_{\mathbf{k},\mathbf{r}}^c$  permet de se ramener dans le plan image en réception et d'obtenir la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^c$ . Les figures 2.21 (a)

et (c) nous permettent de comparer les matrices de réflexion avant et après correction. Dans ce dernier cas, l'application du vecteur  $\mathbf{v}_1$  depuis le plan pupille a permis de corriger le champ mesuré et de le ramener sur les éléments proches de la diagonale : nous obtenons une matrice quasi-diagonale. Cette correction se traduit par l'obtention d'une tache focale non dégradée (voir figure 2.22(d)). Notons que contrairement à la correction effectuée dans la partie 2.5.3, tout le signal n'a pas été remis artificiellement sur la diagonale. Enfin, nous déduisons une image OCT à

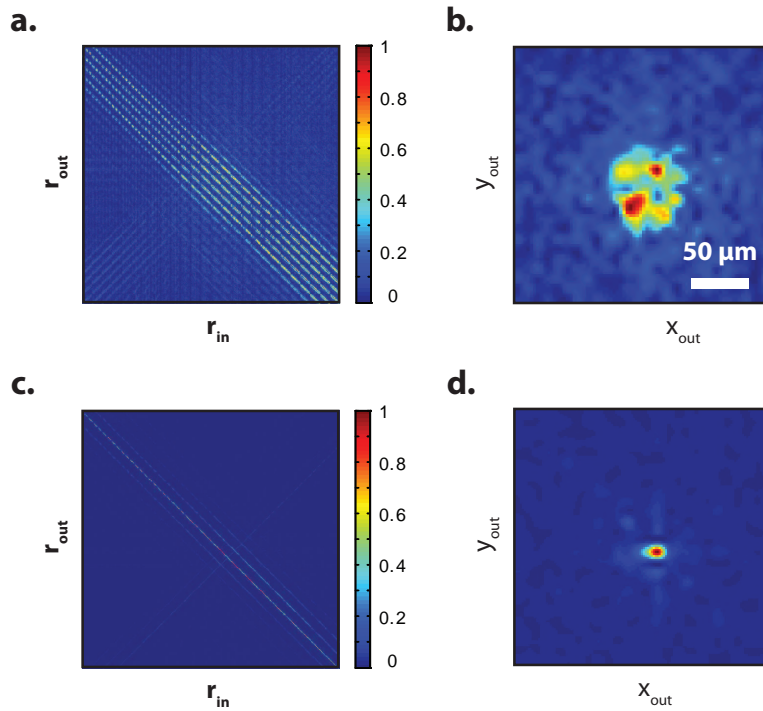


FIGURE 2.21 – (a) Matrice de réflexion originale  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  en présence d'un défaut de mise au point. (b) Champ réfléchi mesuré pour un point d'illumination donné. (c) Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^c$  corrigée de manière globale par le vecteur propre  $\mathbf{v}_1$ . (d) Champ réfléchi mesuré pour un point d'illumination donné après correction.

partir des éléments diagonaux de  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^c$ . Les figures 2.22(a) et (b) permettent de comparer l'image ainsi obtenue avec l'image non corrigée. La différence entre les deux images est ici remarquable. Des détails jusqu'à présent invisibles apparaissent avec un contraste très satisfaisant.

Nous appliquons ensuite la même procédure à la matrice de réflexion mesurée pour une mire de résolution placée dans le plan focal objet de l'OM. Malgré son positionnement axial correct, l'image perdait en contraste sur ses bords. Comme le montre la comparaison des figures 2.22(c) et (d), une correction globale réalisée à partir du premier espace propre  $\mathbf{v}_1$  de la matrice aberration permet de rétablir un excellent contraste sur tout le champ de vision, notamment les bords de l'image.

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

Nous venons de voir que l'utilisation de la matrice aberration permet d'identifier et de corriger numériquement les aberrations au sein de notre dispositif optique. En l'occurrence, nous avons pu surmonter les restrictions liées à la profondeur de champ limitée d'un OM à grande ouverture numérique. Ces résultats sont donc particulièrement prometteurs pour des applications en imagerie. Cependant, les résultats présentés ici pourraient être perçus comme un analogue de la microscopie digitale holographique [80]. Cette approche, basée sur la mesure d'un hologramme, utilise ensuite une technique de focalisation numérique pour propager le champ mesuré jusqu'à la distance souhaitée. Tout d'abord, cette méthode est relativement lourde d'un point de vue du temps de calcul nécessaire à la repropagation du champ mesuré jusqu'à la distance adéquate. Enfin, cette méthode s'appuie sur une propagation de la lumière en espace libre. Afin de nous en différencier et de démontrer tout le potentiel offert par notre approche matricielle, nous allons maintenant étendre notre étude à des cas où les aberrations sont spatialement inhomogènes.

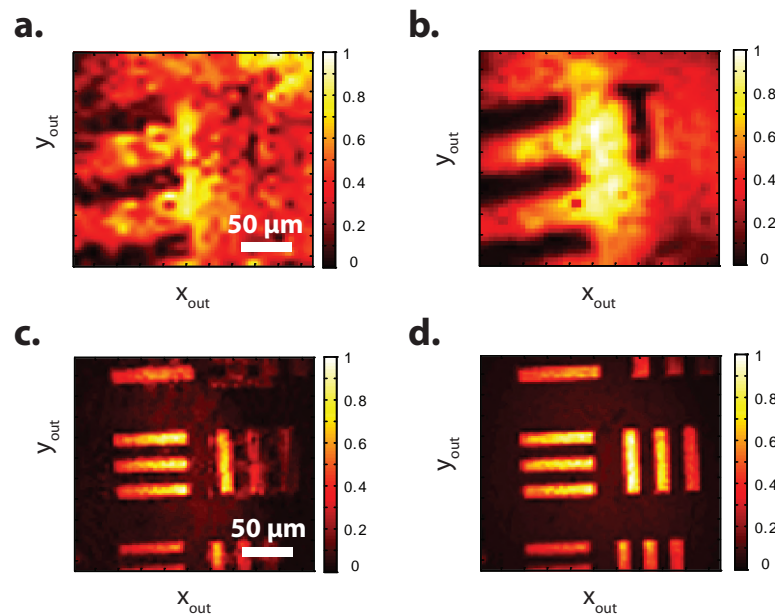


FIGURE 2.22 – Correction globale des aberrations. (a) Image OCT obtenue pour une mire positive placée en dehors de la profondeur de champ de l'OM. (b) Image après correction. (c) Image OCT obtenue pour une mire négative placée dans le plan focal du même objectif. (d) La correction permet de rétablir un contraste et une résolution optimaux sur tout le champ de vision.

### 2.5.5 Correction locale des aberrations

Dans cette partie, nous nous intéressons désormais à l'effet de la présence d'aberrateurs inhomogènes sur la propagation des ondes lumineuses. Alors que les imperfections du système optique ou bien une rupture d'indice liée à un liquide d'immersion peuvent être corrigées de façon globale, la présence de variations spatiales d'indice de réfraction nécessite une correction de phase qui dépend de la position  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  dans le plan focal. Avant de montrer comment notre approche permet de résoudre ce problème fondamental de l'optique adaptative, nous allons dans un premier temps rappeler la notion d'isoplanétisme sur laquelle nous allons nous baser par la suite.

#### Définition du patch d'isoplanétisme

Nous considérons ici un film mince de transmittance  $t(\mathbf{r}) = e^{j\phi(\mathbf{r})}$  placé entre l'OM et l'objet.  $\phi(\mathbf{r})$  représente ici le changement de phase à la position  $\mathbf{r}$  induit par le film. La présence de ce film peut être compensée par l'utilisation de techniques d'optique adaptative. Historiquement, l'élément correcteur, par exemple un SLM, est placé dans le plan pupille de l'OM. Une opération de correction d'aberrations consiste alors à façonner le front d'onde incident dans le plan pupille afin que celui-ci soit conjugué de  $t(\mathbf{r})$  une fois propagé jusqu'à la position de l'aberrateur (voir figure 2.23(b)). Cette correction est efficace si l'on souhaite focaliser ou imager à une position donnée du plan focal  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ , par exemple à la position d'une étoile guide [81]. Néanmoins, si l'on souhaite focaliser à une position différente  $\mathbf{r}'_{\text{in}}$  du plan focal, le front d'onde incident n'est plus conjugué de l'aberrateur. Dès lors, la correction échoue et la focalisation et/ou la qualité de l'image obtenue est fortement dégradée. La surface dans le plan focal sur laquelle une correction effectuée depuis le plan pupille reste valide est nommée patch d'isoplanétisme.

En supposant que ses variations sont statistiquement homogènes, le film peut être caractérisé par sa seule variance  $\sigma_\phi$  et sa longueur de cohérence  $l_\phi$  [45]. Pour des angles de propagation faibles et dans le cas d'un film présentant une variance  $\sigma_\phi$  supérieure à 1 radian, la taille d'un patch d'isoplanétisme  $a_0$  ne dépend pas de la distance entre l'aberrateur et l'objet, mais seulement des caractéristiques de l'aberrateur [82] :

$$a_0 \simeq \frac{2l_\phi}{\sqrt{1 + 2\sigma_\phi^2}}. \quad (2.36)$$

Cette expression nous indique que pour un film aberrateur dont les variations de phase sont peu importantes ( $\sigma_\phi \ll 1$ ), la taille d'un patch d'isoplanétisme est approximativement donnée par la longueur de cohérence du film  $l_\phi$ . Lorsque ces variations deviennent plus importantes, l'équation 2.36 donne  $a_0 \simeq \sqrt{2}l_\phi/\sigma_\phi$ . La taille

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

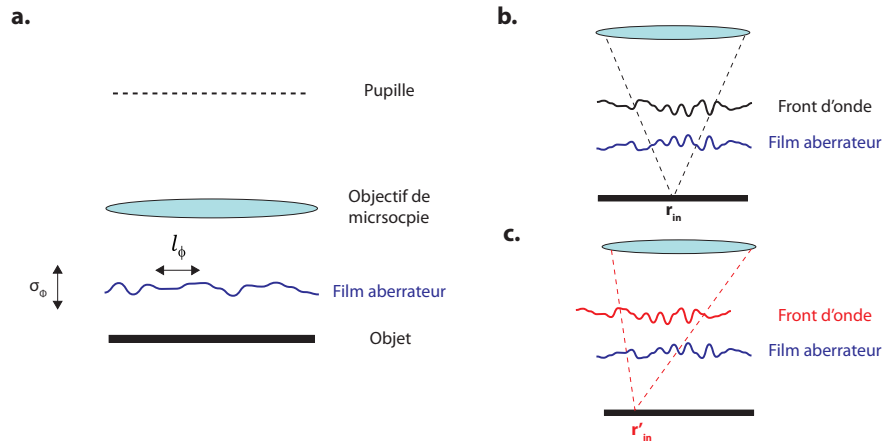


FIGURE 2.23 – (a) Film aberrateur placé entre l’OM et le plan focal. Ce film est caractérisé par une longueur de cohérence  $l_\phi$  et une variance  $\sigma_\phi$ . (b) Un façonnage du front d’onde incident peut permettre de corriger les aberrations induites par le film pour focaliser en une position. (c) Ce front d’onde incident ne permet pas de corriger les aberrations du film pour focaliser à une position différente.

d’un patch d’isoplanétisme dépend alors de l’inverse de la pente de l’aberrateur. Au sein des tissus biologiques, les rapides variations spatiales d’indice de réfraction provoquent des effets d’aberration importants. Ainsi, pour une profondeur de l’ordre d’un libre parcours moyen de transport  $\ell_t$ , la taille d’un patch d’isoplanétisme est de l’ordre de quelques microns carrés seulement [81]. Pour un champ de vision typiquement de quelques centaines de microns carrés, l’obtention d’une image peut alors nécessiter plusieurs dizaines de corrections différentes. Ces procédures supplémentaires entraînent une forte augmentation du temps d’acquisition ce qui est rédhibitoire pour de l’imagerie *in vivo*. Nous proposons ici, grâce à l’exploitation de la matrice aberration, d’identifier automatiquement ces patches d’isoplanétisme ainsi que les corrections de phase associées.

### Mise en oeuvre expérimentale : Imagerie à travers des films plastiques rugueux

Dans un premier temps, nous souhaitons réaliser une expérience d’imagerie en présence d’un film aberrateur mince entre l’objet et l’OM. Pour cela, un film plastique est scotché à la surface d’une rondelle métallique plate d’épaisseur  $z \approx 2$  mm, elle-même déposée sur une mire de résolution (voir figure 2.24(a)). La surface rugueuse et irrégulière du film entraîne de fortes distorsions du front d’onde incident. Puisque nous imageons en réflexion, ces distorsions sont doublement subies par l’onde simplement diffusée par la mire : une fois lors de la propagation entre le SLM et la mire, puis une autre fois entre la mire et la caméra CCD. Une mesure de matrice de réflexion est effectuée pour  $N = 441$  illuminations incidentes permet-



## Chapitre 2. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

tant d'imager un champ de vision de  $240 \times 240 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 12 \mu\text{m}$ . Notons que la discrimination temporelle de notre système interférométrique permet de rejeter les photons diffusés simplement par le film plastique, ou encore les photons multiples diffusés. Seuls les photons simplement diffusés par la mire sont mesurés.

Tout d'abord, l'effet du film plastique est visible lors de la mesure du champ ré-

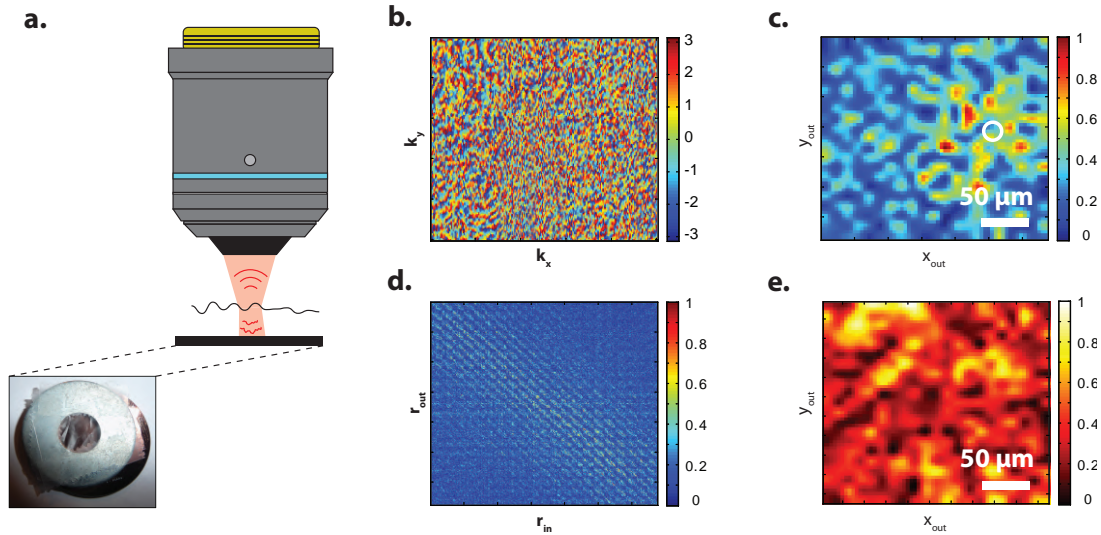


FIGURE 2.24 – Matrice de réflexion en présence d'un aberrateur. (a) Un film plastique inhomogène est placé entre l'objectif de microscope et une mire de résolution placé dans le plan focal. Dans l'encart, photographie du film plastique déposé sur une rondelle plate d'épaisseur  $z = 2 \text{ mm}$ . (b) Phase du champ réfléchi mesuré par la caméra CCD pour un point de focalisation  $\mathbf{r}_{in}$  donné. (c) Transformée de Fourier spatiale de ce champ donnant la convolution de la tache focale en entrée et sortie. La présence de l'aberrateur dégrade très fortement la tache focale par rapport au cas idéal (précisé d'un cercle blanc). (d) Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  mesurée dans le plan focal. La dégradation de la tache focale se traduit par un élargissement important de l'énergie réfléchi autour de la diagonale. (e) Image OCT formée à partir des éléments diagonaux de la matrice de réflexion.

fléchi pour une focalisation à l'émission sur un point  $\mathbf{r}_{in}$  donné. La figure 2.24(b) montre la phase du champ réfléchi mesuré par la caméra CCD (plan de Fourier). Celle-ci présente un aspect aléatoire et diffère fortement de l'onde plane mesurée en espace libre (voir figure 2.7). Cela nous confirme les fortes aberrations induites par la présence du film plastique. Une transformée de Fourier spatiale discrète appliquée à ce champ permet de le propager dans le plan image. Nous observons alors une tache focale très fortement dégradée qui couvre une large partie du champ de vision (voir figure 2.24(c)). Pour visualiser les effets du film, nous précisons d'un cercle blanc la taille attendue de la tache focale pour une mesure en espace libre telle que représentée sur la figure 2.8(d). L'effet de l'aberrateur est aussi particuliè-

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

rement visible sur la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  mesurée dans le plan focal (voir figure 2.24(d)). Alors que dans un cas idéal, cette matrice est quasiment diagonale (voir figure 2.16(b)), ici on observe un élargissement important du champ réfléchi autour de la diagonale. Dans ces conditions, l'image OCT déduite de cette matrice de réflexion présente un aspect totalement aléatoire, sans relation avec la réflectivité de la mire de résolution (voir figure 2.24(e)).

Afin de compenser les effets du film plastique, la matrice aberration  $A(\mathbf{k}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  est

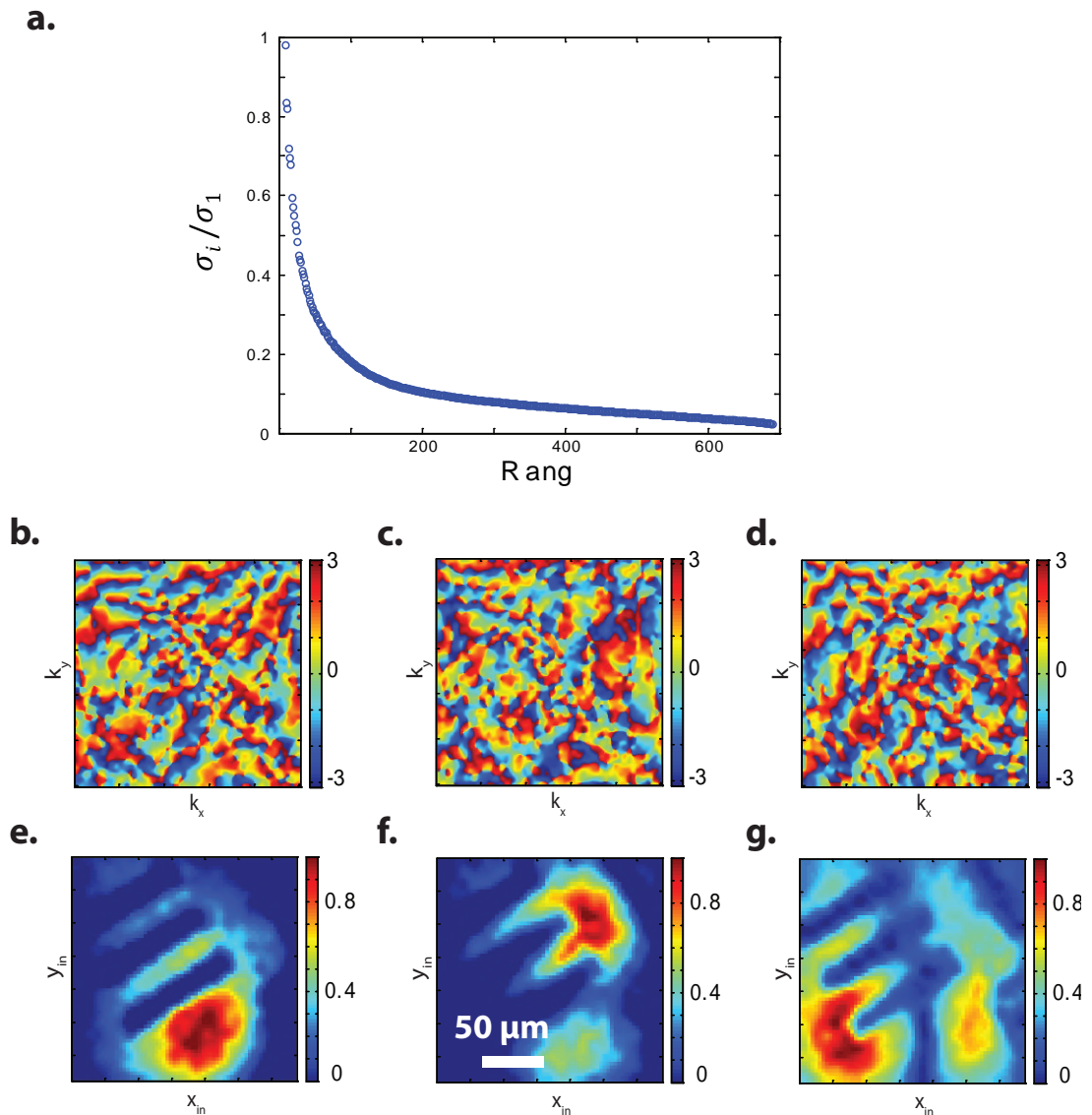


FIGURE 2.25 – Décomposition en valeurs singulières de la matrice aberration. (a) Spectre des valeurs singulières normalisées. (b-d) Phase des sous-espaces en sortie  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ . (e-g) Amplitude des sous-espaces en entrée  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$

calculée et une opération de décomposition en valeurs singulières est réalisée. Le

spectre des valeurs singulières normalisées par  $\sigma_1$  est présenté en figure 2.25(a). Alors qu'il présentait une distribution très piquée dans le cas d'une aberration de type défaut de mise au point (voir figure 2.20), nous observons désormais un continuum de valeurs singulières. Cette distribution est la conséquence d'une plus faible corrélation au sein de la matrice aberration. Autrement dit, la loi d'aberration n'est pas identique pour chaque point  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  du plan focal. Il en résulte une matrice aberration de rang effectif supérieur à celle mesurée dans le cas d'un défaut de mise au point.

Pour étudier cette dépendance locale des aberrations, nous allons désormais considérer simultanément les vecteurs propres en entrée (plan focal) et en sortie (plan pupille ou de Fourier) de la matrice aberration. L'étude des vecteurs propres en sortie  $\mathbf{v}_i$  nous apprend que des aberrations de nature différente et de fréquences spatiales élevées sont présentes au sein du système (voir figure 2.25(b-d)). Les trois premiers vecteurs propres en entrée  $\mathbf{u}_i$  présentent des amplitudes importantes sur des zones localisées d'environ  $50 \mu\text{m}$  de large dans le plan focal (voir figure 2.25(e-g)). Nous avons montré dans le paragraphe 2.5.3 que les vecteurs propres en entrée donnaient accès à la réflectivité moyennée sur la tache focale dégradée associée à une aberration du front d'onde. Cependant, dans le cas de la mire de résolution, nous observons que les vecteurs propres  $\mathbf{u}_i$  dessinent des zones dont les réflectivités sont supposées être identiques. Ainsi, les sous-espaces propres de la matrice aberration nous donnent accès à la fois aux différents patches d'isoplanétisme présents dans le champ de vision (vecteur propre  $\mathbf{u}_i$ ) ainsi qu'à la correction à appliquer pour compenser les aberrations depuis le champ lointain (vecteur propre  $\mathbf{v}_i$ ). Grâce à une décomposition en valeurs singulières de la matrice aberration, il est donc possible de corriger localement des aberrations depuis le plan pupille. Pour cela, nous introduisons une matrice aberration partielle  $\tilde{A}$  comme définie lors de l'équation 2.32. En fixant le rang partiel  $r = 3$ , nous considérons seulement les trois premières valeurs singulières et les sous-espaces associés. La correction des aberrations est ensuite réalisée par un produit de Hadamard entre la matrice de réflexion et le conjugué de la matrice aberration partielle. Mathématiquement, cette opération a pour expression :

$$\begin{aligned} R^c(\mathbf{r}_{\text{in}}, \mathbf{k}_{\text{out}}) &= R(\mathbf{r}_{\text{in}}, \mathbf{k}_{\text{out}}) \times \tilde{A}(\mathbf{r}_{\text{in}}, \mathbf{k}_{\text{out}})^* \\ &= R(\mathbf{r}_{\text{in}}, \mathbf{k}_{\text{out}}) \times \sum_{i=1}^3 \sigma_i \cdot \mathbf{u}_i(\mathbf{r}_{\text{in}})^* \cdot \mathbf{v}_i(\mathbf{k}_{\text{out}})^* . \end{aligned} \quad (2.37)$$

Une fois cette matrice corrigée obtenue, une transformée de Fourier spatiale discrète permet de se ramener dans le plan image en réception et ainsi d'obtenir la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}^c$ . L'image OCT déduite des éléments diagonaux est présentée en figure 2.26(c). Alors que l'image initiale était totalement aléatoire, la correction d'aberrations locale permet d'obtenir une image nette et contrastée sur tout le champ de vision. Nous observons désormais parfaitement tous les éléments de la mire de résolution présents dans le champ de vision. Afin de montrer l'apport d'une correction locale, nous comparons ce résultat à une correction globale effectuée avec

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

seulement le premier sous-espace en sortie  $\mathbf{v}_1$  comme défini lors de l'équation 2.35. Dans ce dernier cas, les résultats présentés sur la figure 2.26(b) font apparaître une nette amélioration de l'image mais seulement sur une seule zone du champ de vision. Cette zone correspond d'ailleurs au sous-espace en entrée  $\mathbf{u}_1$ . Nous démontrons ici le bénéfice de réaliser une correction numérique locale des aberrations depuis le plan pupille.

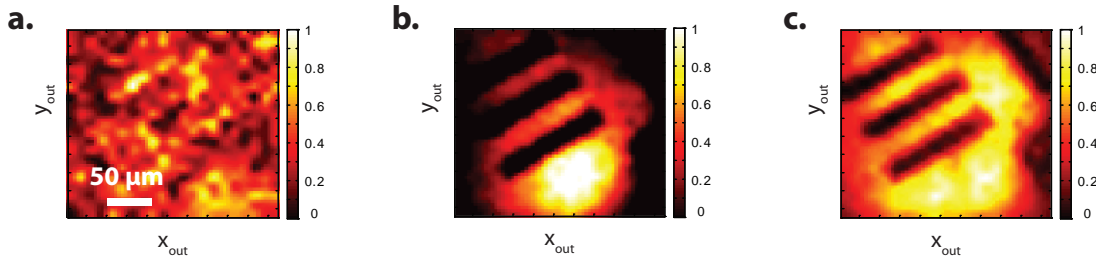


FIGURE 2.26 – Images OCT d'une mire de résolution USAF 1951 à travers un film plastique aberrateur. (a) Image originale fortement dégradée. (b) Image après application d'une correction globale déduite du premier vecteur propre  $\mathbf{v}_1$  de la matrice aberration. Cette opération est mathématiquement décrite par l'équation 2.35. (c) Image après une correction locale déduite des 3 premiers sous espaces propres  $\mathbf{v}_i$  et  $\mathbf{u}_i$ . Cette opération est mathématiquement décrite par l'équation 2.37.

Un élément arbitraire dans notre approche est le choix du nombre d'espaces propres à considérer pour corriger les aberrations. Nous avons ici estimé que seules les trois premières valeurs singulières émergeaient du continuum (voir figure 2.25). D'après le spectre obtenu, il pourrait également être légitime de considérer les six premières valeurs singulières. Il s'avère que la correction était moins performante et conduisait à une image de moindre qualité. Le projet consistant à étudier la matrice aberration pour corriger les aberrations du front d'onde est encore à un stade préliminaire. Notre méthode de correction, même si elle donne des résultats spectaculaires, est encore perfectible. Par exemple, nous avons ici étudié des objets relativement homogènes, c'est à dire que l'amplitude et la phase du champ réfléchi varie sur des échelles plus grandes que la cellule de résolution  $\delta$ . Dans ces conditions, la correction depuis la sortie décrite par l'équation 2.37 donne des résultats satisfaisants à la fois expérimentalement et numériquement. Cependant, dans le cas d'imagerie d'un speckle comme cela est le cas pour l'étude directe d'un milieu biologique, les hypothèses émises dans la partie 2.5.3 ne sont plus valides. Dans ces conditions, la SVD de la matrice aberration donne directement accès à la transmittance de l'aberrateur  $T_A(\mathbf{k}_{out})$ , et non pas au produit  $T_A(\mathbf{k}_{out})-\mathbf{k}_{out}$ . Une correction des aberrations s'effectue alors de manière optimale en entrée et en sortie de la matrice de réflexion. Ainsi, de nombreuses études sont actuellement menées dans ce sens, notamment dans le cadre de la thèse de Victor Barolle à l'Institut Langevin. Grâce à cette première preuve de concept, nous avons démontré que la matrice

## Chapitre 2. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

aberration contient une information précieuse que l'on peut intelligemment extraire au sein de ses espaces propres. Une opération matricielle sur la matrice de réflexion initiale permet alors de retrouver l'image de l'objet placé dans le plan focal. Après cette expérience dans le cas d'un film plastique stable dans le temps, nous allons à présent appliquer cette approche à une expérience d'imagerie à travers un milieu biologique.

### Mise en oeuvre expérimentale : Imagerie à travers des tissus biologiques

Dans le but de réaliser une expérience d'imagerie à travers un milieu biologique, nous déposons une tranche d'intestin de souris fixée sur une mire de résolution USAF 1951 négative. L'épaisseur  $L$  de la tranche est de  $800 \mu\text{m}$  environ. L'intestin présente un libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$  de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$  et un facteur d'anisotropie  $g \simeq 0.9$  [83]. Le libre parcours moyen de transport,  $\ell_t \simeq 1 \text{ mm}$ , est donc de l'ordre de l'épaisseur de l'échantillon. Nous nous retrouvons dans des conditions d'imagerie où la discrimination temporelle des photons balistiques nous assure que la matrice de réflexion contient principalement la contribution de diffusion simple en provenance de la mire. Une fois l'échantillon placé dans le plan focal de l'OM, une matrice de réflexion est mesurée pour  $N = 961$  illuminations incidentes permettant d'imager un champ de vision de  $240 \times 240 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 8 \mu\text{m}$ . La zone étudiée contient les lignes des éléments 6 du groupe 3.

A partir des éléments diagonaux de la matrice de réflexion  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  nous formons une image OCT que nous présentons en figure 2.27(a). Cette image est d'aspect aléatoire, sans relation directe avec la réflectivité du milieu. D'après les prédictions théoriques réalisées dans la partie 1.3.2, la discrimination spatiale et temporelle des photons simplement et multiples diffusés réalisée lors de la formation de l'image l'OCT devrait pourtant permettre une observation correcte de la mire. Ce sont ici les fortes aberrations induites par la tranche d'intestin qui dégradent les conditions d'observation.

Dans le but de compenser ces effets, nous calculons la matrice aberration et y appliquons une décomposition en valeurs singulières. L'étude des vecteurs propres en entrée et en sortie nous renseigne sur la nature des aberrations induites par la tranche d'intestin. Les distorsions du front d'onde obtenues via les vecteurs propres en sortie  $\mathbf{v}_i$  font apparaître des anneaux concentriques fortement aberrés (voir figure 2.27(c)). La présence de ces anneaux nous indique un désaccord d'indice entre l'échantillon et le liquide d'immersion. Alors que celui de l'eau a pour valeur  $n_{\text{eau}} = 1.33$  pour une longueur d'onde incidente de  $800 \text{ nm}$ , celui d'un intestin fixé est de l'ordre de  $n_{\text{intestin}} \simeq 1.45$  [84]. Les distorsions de ces anneaux sont elles associées à des inhomogénéités locales de l'indice optique de la tranche d'intestin. Cette hypothèse est confirmée par l'allure des vecteurs propres en entrée  $\mathbf{u}_i$  qui montrent la présence de plusieurs patches d'isoplanétisme au sein du champ de vision (voir

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

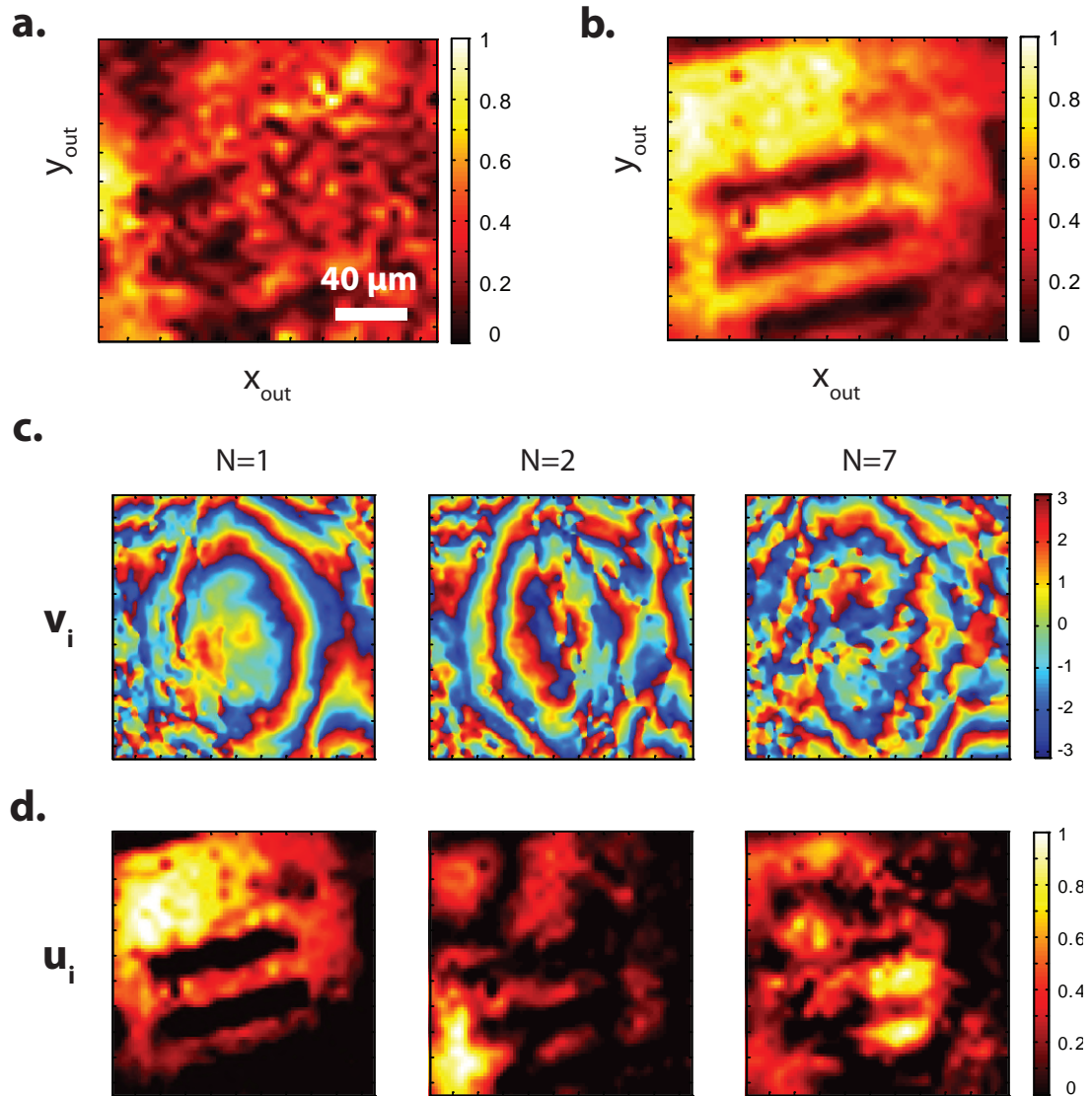


FIGURE 2.27 – Imagerie d'une mire de résolution à travers une tranche d'intestin de souris d'épaisseur  $L = 800 \mu\text{m}$ . (a) Image OCT originale. (b) Image OCT après application d'une correction locale déduite des 7 premières valeurs singulières de la matrice aberration. (c-d) Allure des vecteurs propres respectivement en sortie  $\mathbf{v}_i$  et en entrée  $\mathbf{u}_i$  de la matrice aberration. La phase des  $\mathbf{v}_i$  indique les distortions du front d'onde dans l'espace de Fourier. L'amplitude des  $\mathbf{u}_i$  indique les zones de l'image affectées par ces aberrations.

figure 2.27(d).

La connaissance simultanée des corrections de phase à réaliser depuis le plan pupille ainsi que les zones du plan focal où les appliquer permet une correction locale telle que décrite par l'équation 2.37. L'image OCT formée après une opération utilisant les 7 premiers vecteurs propres de la matrice aberration est présentée sur

## Chapitre 2. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion simple

---

la figure 2.27(b). Cette image permet d'observer très clairement les éléments de la mire sur tout le champ de vision étudié. De façon remarquable, la correction effectuée ici ne n'utilise aucun a priori ni hypothèse sur le milieu ou sur l'objet que l'on cherche à imager.

Cette première expérience d'imagerie à travers un milieu biologique montre que la méthode que nous avons développée permet de s'affranchir des aberrations induites par le milieu afin de restaurer une qualité d'image très satisfaisante. Notre approche matricielle permet cependant d'aller plus loin qu'une simple correction comme effectuée traditionnellement en optique adaptative. En effet, la matrice aberration contient de précieuses informations sur le milieu aberrateur lui-même. Par exemple, nous venons de voir que dans le cas d'une expérience d'imagerie à travers un milieu biologique, les aberrations mesurées depuis le plan pupille avaient principalement la forme d'anneaux de Fresnel. La présence de ces anneaux nous renseigne sur un désaccord d'indice optique entre le milieu biologique et le milieu de propagation environnant. Afin d'étudier plus en détails le milieu biologique lui-même et les aberrations associées, nous proposons maintenant de réaliser une acquisition de matrice de réflexion à différentes profondeurs au sein d'un échantillon biologique.

### Suivi des aberrations en fonction de la profondeur : Imagerie d'une cornée de singe

La dernière mise en oeuvre expérimentale de ce chapitre concerne l'étude d'une cornée de singe. Avec le cristallin, cette partie de l'œil est à l'origine de la formation d'une image sur la rétine [85]. Dans un état normal, une cornée est transparente. Un montage OCT classique permet de l'étudier sur toute son épaisseur, soit 600  $\mu\text{m}$  environ. Un schéma simplifié de sa structure est présenté en figure 2.28(a). Une cornée est composée de trois couches : l'épithélium en surface, puis le stroma, et enfin l'endothélium. Cependant, de nombreuses pathologies telles que des œdèmes ou des kératites entraînent une opacification de la cornée qui altèrent aussi bien la vision du patient que l'observation de sa rétine. Avoir accès à la structure interne de la cornée dans de telles conditions est néanmoins nécessaire pour évaluer la nature et l'avancée de telles pathologies. Ceci explique l'intérêt d'intégrer des techniques d'optique adaptative à des instruments d'imagerie ophtalmologique [86].

En collaboration avec Kristina Irsch, chercheuse à l'Institut de la Vision, nous avons appliqué notre approche matricielle à l'étude des propriétés optiques d'une cornée de singe. Nous plaçons alors une cornée de singe fixée à la surface d'une mire de résolution. Une rondelle plate est posée à sa surface afin d'éviter tout mouvement de l'échantillon dans le liquide d'immersion, ici de l'eau (voir figure 2.28(b)). L'ensemble est positionné sur une plate-forme motorisée qui permet de modifier la position de l'échantillon dans le plan focal de l'OM de notre système. Notons que

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

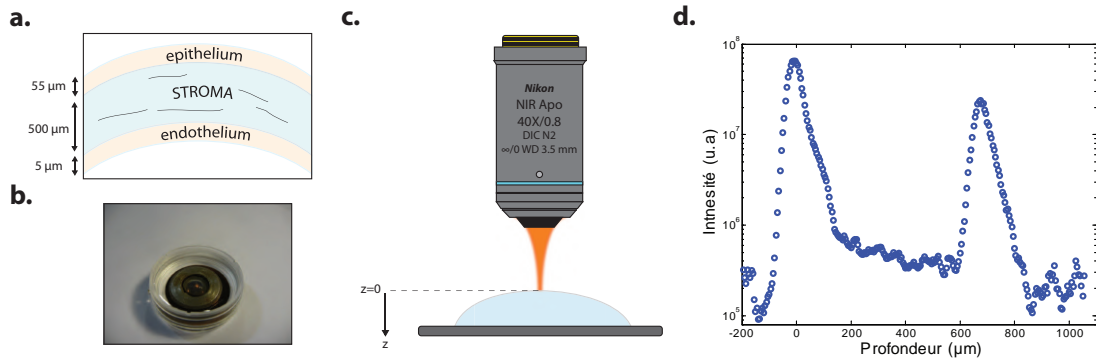


FIGURE 2.28 – (a) Schéma simplifié de la structure d'une cornée. (b) La cornée de singe est déposée sur une mire de résolution. Une rondelle plate permet d'éviter tout mouvement de l'échantillon dans le liquide d'immersion, ici de l'eau. (c) L'échantillon est ensuite placé dans le plan focal de l'OM. Une étude des propriétés optiques en fonction de la profondeur  $z$  est effectuée. (d) Profil de l'intensité rétrodiffusée en fonction de la profondeur  $z$  au sein de l'échantillon.

le fait de fixer la cornée pour son étude provoque une légère perte de transparence associée à l'apparition d'aberrations.

Dans un premier temps, nous mesurons le champ réfléchi pour un point de focalisation donné en fonction de la profondeur  $z$  au sein de l'échantillon. L'intensité de ce champ intégrée sur toute la caméra CCD en fonction de  $z$  est présentée en figure 2.28(d). La faible cohérence temporelle du laser femto-seconde permet de réaliser un sectionnement optique. La résolution axiale est alors donnée par la longueur de cohérence temporelle, ici  $c\tau_c = 10 \mu\text{m}$ . Cette courbe permet une estimation de la réflectivité en fonction de la profondeur. Nous y observons d'ailleurs trois domaines distincts associés aux trois couches de la cornée. Alors que le stroma, qui représente la majeure partie de l'épaisseur de la cornée, est relativement transparent, les deux couches aux extrémités réfléchissent une partie de la lumière incidente. La distance entre ces deux pics nous donne l'épaisseur de la cornée :  $L \sim 700 \mu\text{m}$ . Notons qu'une étude précise de ce profil d'intensité peut renseigner sur une éventuelle pathologie au sein de l'échantillon [87]. Cependant, notre objectif est ici de mesurer les distorsions du front d'onde et de les corriger numériquement à l'aide de notre approche matricielle.

Dans ce but, nous souhaitons mesurer l'évolution de la matrice de réflexion en fonction de la profondeur  $z$  au sein de l'échantillon. Le fait d'étudier un milieu biologique apporte cependant de nouvelles contraintes concernant la stabilité de l'échantillon et le temps de mesure. Les tissus biologiques vivants présentent un temps de décohérence de quelques centaines de millisecondes seulement, principalement à cause des contractions musculaires, de la circulation sanguine et des réarrangements au niveau microscopique. A priori, la fixation d'un échantillon permet de s'affranchir de ces contraintes. Toutefois, même fixé, un échantillon bio-



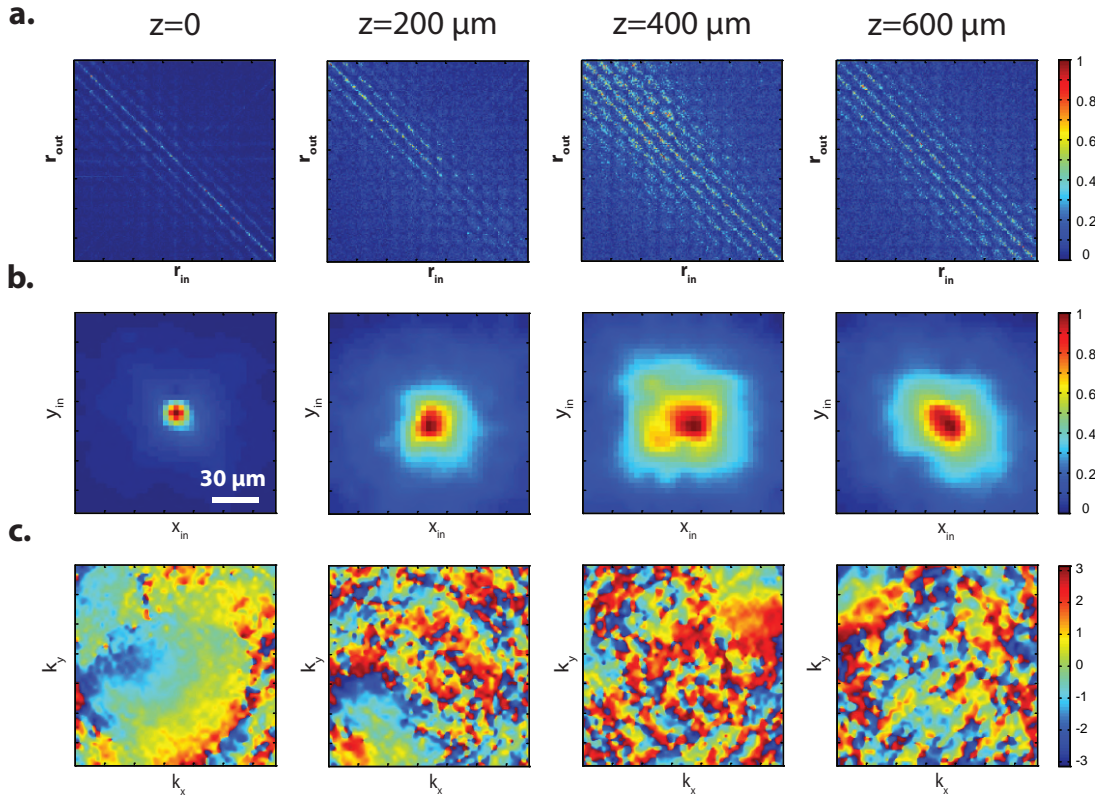


FIGURE 2.29 – Étude des aberrations dans une cornée de singe en fonction de la profondeur  $z$ . (a) Allure de  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  pour  $z = 0, 200, 400$  et  $600 \mu\text{m}$ . (b) Tache focale moyennée sur les différentes illuminations en fonction de la profondeur. (c) Phase des vecteurs propres  $\mathbf{v}_1$  de la matrice aberration pour  $z = 0, 200, 400$  et  $600 \mu\text{m}$ .

logique décorrèle sur des temps allant de quelques secondes à la minute [88, 89]. Dans le but d'éviter des problèmes majeurs liés à cet effet, nous nous limitons à l'acquisition de matrices de réflexion de tailles réduites. Pour  $N = 169$  illuminations incidentes, le temps d'acquisition pour une matrice de réflexion entière est d'environ 40 s. Une telle mesure permet de balayer un champ de vision  $W^2 = 130 \times 130 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 10 \mu\text{m}$ . Cette procédure est ensuite répétée pour des profondeurs allant de  $z = 0$  à  $z = 700 \mu\text{m}$  avec un pas de  $100 \mu\text{m}$ .

L'évolution de la matrice de réflexion  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  en fonction de la profondeur est donnée en figure 2.29(a). Une transition entre un milieu homogène en surface (matrice quasi-diagonale), puis l'apparition d'aberration lorsque l'on se place en profondeur de la cornée (étalement du signal sur les éléments hors diagonaux), est obtenue. Visuellement, cet étalement peut s'observer en étudiant l'évolution de la tache focale moyennée sur toutes les illuminations incidentes. Comme présenté sur la figure 2.29(b), un élargissement continu de la tache focale pour des profondeurs allant de  $z = 0$  à  $z = 400 \mu\text{m}$  est effectivement observé. Pour des pro-

## 2.5. Approche matricielle de la correction d'aberrations

---

fondeurs plus importantes, la tache focale ne semble plus se dégrader. Dans un dernier temps, le calcul de la matrice aberration et sa décomposition en valeurs singulières permettent de suivre l'évolution des aberrations en fonction de la profondeur  $z$ . Nous présentons sur la figure 2.29(c) le vecteur propre en sortie  $\mathbf{v}_1$  de la matrice aberration en fonction de la profondeur. Nous y observons tout d'abord des anneaux concentriques, puis l'apparition de fréquences spatiales de plus en plus élevées lorsque  $z$  augmente. Ces résultats indiquent que l'on est tout d'abord confronté à un changement d'indice de réfraction entre l'eau et l'échantillon, puis que les inhomogénéités présentes dans la cornée entraînent une distorsion de plus en plus significative du front d'onde balistique. Cette observation est cohérente avec la détérioration croissante de la tache focale au fur et à mesure que l'on pénètre dans la cornée (figure 2.29(b)).

Enfin, en augmentant la profondeur d'étude jusqu'à  $z = 1.5$  mm, nous arrivons à la position de la mire de résolution sur laquelle est déposée la cornée de singe. Une matrice de réflexion est mesurée pour  $N = 625$  illuminations incidentes couvrant un champ de vision  $W^2 = 300 \times 300 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 12.5 \mu\text{m}$ . La zone étudiée contient le chiffre 3 du groupe 2 de la mire de résolution USAF 1951. L'image OCT déduite des éléments diagonaux de la matrice de réflexion originale  $\mathbf{R}_{\mathbf{r},\mathbf{r}}$  ne permet cependant pas d'observer ce motif (voir figure 2.30(a)). Afin de compenser les effets d'aberrations dus à la cornée, nous calculons la matrice aberration puis y appliquons une décomposition en valeurs singulières. Les vecteurs propres en entrée  $\mathbf{u}_i$  et en sortie  $\mathbf{v}_i$  sont présentés sur la figure 2.30(c) pour  $i = 1, 3$  et 5. Dans le plan pupille, la phase des vecteurs  $\mathbf{v}_i$  présente des fréquences spatiales élevées et sans relation apparente entre elles. La présence de fréquences spatiales élevées nous indique que les aberrations induites par la cornée fixée sont importantes. Dans le plan focal, l'amplitude des premiers vecteurs  $\mathbf{u}_i$  montre clairement la présence de patchs d'isoplanétisme distincts et localisés. Nous pouvons alors réaliser une correction locale à l'aide des 10 premiers vecteurs propres de la matrice aberration. Cette opération est identique à celle décrite par l'équation 2.37. L'image OCT déduite de la matrice de réflexion ainsi corrigée est présentée sur la figure 2.30(b). Nous y observons désormais le motif de la mire attendu de façon satisfaisante.

Cette série d'expériences a été riche d'enseignements. Ces résultats démontrent tout d'abord le potentiel de notre approche pour l'étude directe de tissus biologiques. Nous avons démontré que l'acquisition d'une pile de matrices de réflexion mesurées à différentes profondeurs  $z$  d'un milieu biologique permet à la fois de caractériser la propagation de la lumière au sein de ce milieu, par exemple en étudiant l'évolution des aberrations en fonction de la profondeur, mais également d'imager un objet placé derrière. L'intérêt serait d'étendre notre approche à l'imagerie *in vivo* de la rétine à travers la cornée et le cristallin. D'une part, on pourrait caractériser les aberrations induites par la cornée et/ou le cristallin et en tirer une mesure quantitative de leur opacité. D'autre part, on pourrait corriger les aberrations dont peuvent

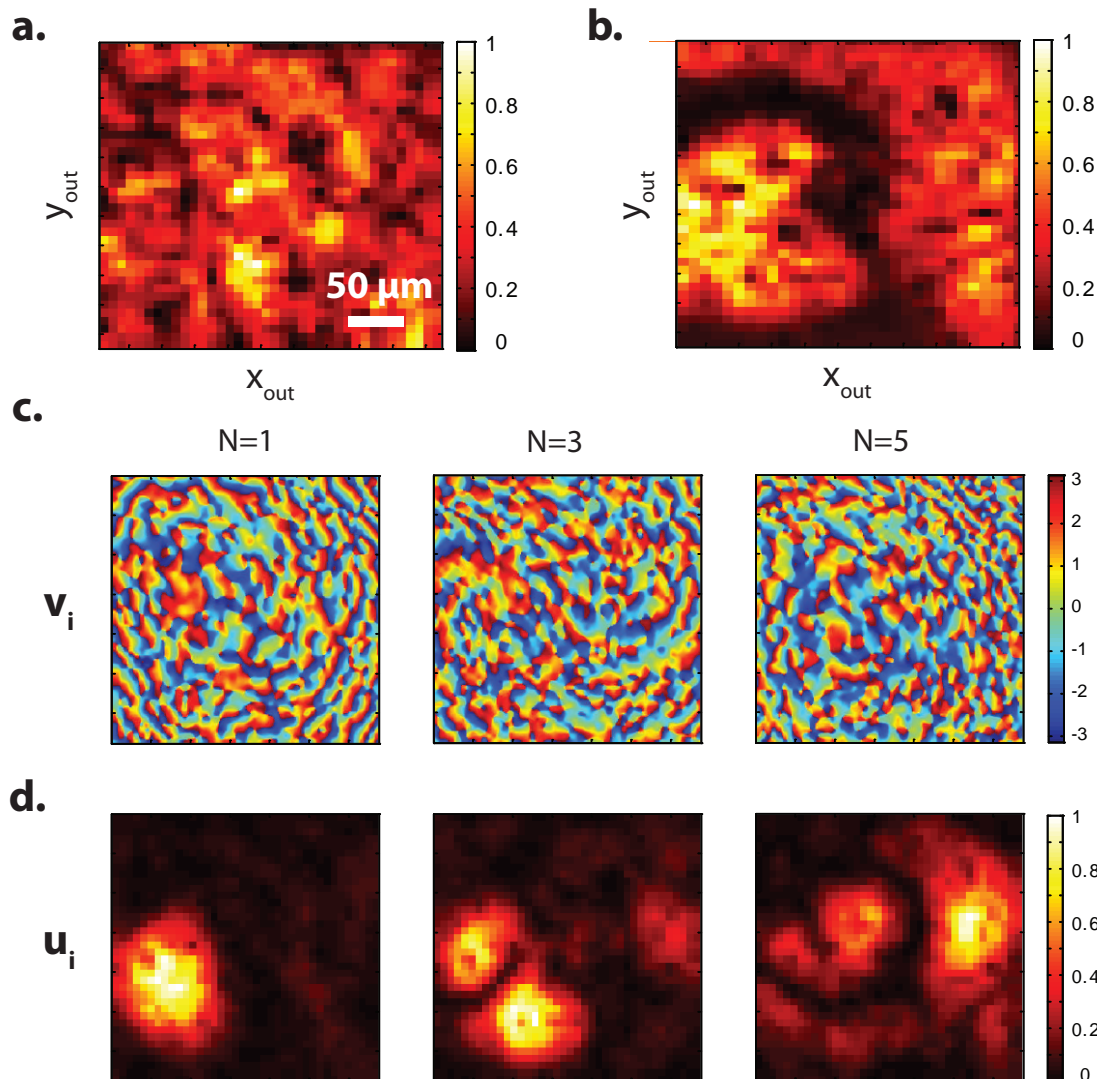


FIGURE 2.30 – Imagerie d’une mire de résolution à travers une cornée de singe. (a) Image OCT originale. (b) Image OCT après correction locale déduite des 10 premières valeurs singulières de la MA. (c,d) Allure des sous-espaces propres respectivement en entrée  $\mathbf{u}_i$  et en sortie  $\mathbf{v}_i$  de la matrice aberration. La phase des  $\mathbf{v}_i$  indique la distorsion du front d’onde dans l’espace de Fourier. L’amplitude des  $\mathbf{u}_i$  indique les patches zones dans l’espace réel associées à ces aberrations.

souffrir dans des cas pathologiques les images OCT de la rétine.

## 2.6 Conclusion et perspectives

Nous avons consacré ce chapitre à la mesure et l'étude de la matrice de réflexion en régime de diffusion simple. Dans une première partie, nous avons présenté le dispositif expérimental développé au cours de cette thèse ainsi que la procédure d'acquisition d'une matrice de réflexion. Comparé aux travaux précédents dans ce domaine, deux nouveautés majeures ont été introduites. Tout d'abord, notre dispositif expérimental permet une mesure de la matrice de réflexion résolue en temps. Cette propriété est utile pour isoler la contribution de diffusion simple en provenance de l'objet d'étude. Deuxièmement, nous avons étudié la matrice de réflexion directement dans le plan image en réception. Dans ce plan, une interprétation directe de l'allure de la matrice est réalisable : la contribution de diffusion simple apparaît sur les éléments diagonaux dont l'amplitude est directement reliée à la réflectivité de l'objet à cette position. De simples opérations matricielles permettent alors de former des images de nature différente. En manipulant les lignes ou les colonnes de cette matrice, nous pouvons former des images analogues à celles obtenues par des techniques d'illumination plein champ, d'imagerie avec un seul détecteur ou encore d'OCT. C'est cette dernière méthode que nous adoptons car elle offre les meilleures performances en termes de résolution et de contraste.

Cependant, l'OCT et son analogue matriciel sont très sensibles aux aberrations, que celles-ci proviennent du montage optique lui-même ou de l'échantillon. En nous plaçant dans le plan de Fourier en réception, nous avons pu décomposer la phase du champ rétrodiffusé selon deux contributions : une phase idéale de référence qui serait celle obtenue en l'absence d'aberrations, et une perturbation liée aux seules aberrations. Nous avons alors introduit un nouvel outil matriciel qui contient seulement la contribution liée aux aberrations. Une étude des corrélations au sein de cette matrice, via une décomposition en valeurs singulières, permet de trouver les invariants de cette matrice. Ces invariants permettent d'associer une distorsion du front d'onde dans l'espace de Fourier à un patch d'isoplanétisme dans le plan de l'objet. Une correction locale permet alors de restaurer la qualité d'une image malgré la présence d'aberrations, qu'elles soient liées au montage optique, à la présence d'un film aberrateur ou au milieu lui-même.

Ces résultats sont très encourageants et ouvrent de nouvelles perspectives en ce qui concerne l'imagerie des tissus biologiques pour des profondeurs de l'ordre du libre parcours moyen de transport  $\ell_t$ . Bien qu'encore à un stade préliminaire et largement perfectible, notre approche présente de nombreux avantages en comparaison des multiples approches actuelles, tant physiques que numériques. Contrairement aux méthodes d'optique adaptative traditionnelles basées sur une optimisation de la qualité de l'image par une boucle rétroactive [23, 24], notre approche ne nécessite pas un dispositif expérimental très complexe et offre une grande flexibilité. En effet, notre méthode d'estimation et de correction des aberrations ne ral-

longe pas le temps d'acquisition et peut être réalisée en post-traitement. Elle offre la possibilité d'adapter les paramètres utilisés selon les conditions expérimentales, en particulier le nombre de patches d'isoplanétisme considérés. Deuxièmement, ces méthodes physiques effectuent une correction depuis le plan pupille ou plan de Fourier. Ces corrections d'aberrations, que nous avons dénommées globales, sont efficaces pour un seul patch d'isoplanétisme. Cet aspect est une limitation sérieuse de ces approches dans un contexte d'imagerie des milieux biologiques. En effet, la taille de ces patches diminue fortement en fonction de la profondeur d'imagerie. Corriger une image sur un champ de vision étendu va nécessiter autant d'étapes de correction d'aberrations que le nombre de patches. Cela va se traduire par un allongement du temps d'acquisition, bien souvent problématique dans un contexte d'imagerie *in vivo*. A l'inverse, notre approche numérique basée sur une étude simultanée dans le plan focal et le plan pupille nous permet de nous affranchir de cette limite et de réaliser des corrections d'aberrations locales. Cet aspect nous permet de nous différencier des méthodes physiques, mais également de la grande majorité des méthodes numériques [90, 91]. De plus, notre méthode numérique utilise uniquement les données expérimentales. Elle fonctionne sans l'emploi d'étoile [81] et n'utilise aucun *a priori* sur le milieu de propagation ou l'objet que l'on souhaite imager. Ce sont uniquement les corrélations au sein de la matrice aberration qui nous permettent d'estimer le front d'onde aberré. Enfin, la résolution spatiale de cette estimation de front d'onde est donnée par la taille des macro-pixels de la caméra CCD utilisée. Grâce à cela, nous ne sommes pas limités aux aberrations classiques décrites par les premiers polynômes de Zernike telles que les aberrations sphériques ou de défaut de mise au point [92].

Malgré ces nombreux avantages, notre méthode d'acquisition de la matrice, point par point dans le plan focal, nécessite un grand nombre de mesures. Afin de limiter ce temps d'acquisition actuellement trop élevé, un nouveau dispositif expérimental est en cours de développement dans le cadre de la thèse de Victor Barolle. Outre ce nouveau dispositif, de nombreuses perspectives théoriques sont envisageables. Citons par exemple le cas d'objets aléatoires au lieu de réflecteurs spéculaires, mais également la présence de plusieurs couches aberratrices. Une étude de la matrice aberration dans un plan estimé de l'aberrateur, plutôt que dans le plan pupille, devrait nous permettre d'augmenter la taille des patches d'isoplanétisme et rendre plus aisée la correction des aberrations. [82].

# Chapitre 3

## Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion multiple

### Table des matières

---

<b>3.1 Introduction</b>	<b>102</b>
<b>3.2 Détection de cibles en régime de diffusion multiple</b>	<b>103</b>
3.2.1 Matrice de réflexion en régime de diffusion multiple	103
3.2.2 Discrimination spatiale : Microscope digital confocal	105
3.2.3 Présentation de la méthode DORT	107
3.2.4 Détection de cible par la méthode DORT	112
3.2.5 Extension de la méthode DORT à plusieurs cibles	117
<b>3.3 Imagerie d'objets étendus à travers des tissus biologiques</b>	<b>118</b>
3.3.1 Conditions expérimentales	118
3.3.2 Matrice de réflexion à travers des tissus biologiques	119
<b>3.4 Conclusion et perspectives</b>	<b>122</b>

---

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré comment une approche matricielle nous permettait de compenser les problèmes d'aberrations en imagerie. Ici, nous allons nous attaquer à une limite encore plus fondamentale : la diffusion multiple. Dans ce régime de propagation, la contribution de diffusion simple est noyée dans un bruit de multidiffusion si fort que les techniques de microscopie usuelles comme l'OCT ou encore l'approche développée au chapitre précédent ne peuvent qu'échouer.

Pour s'affranchir de la diffusion multiple et imager un objet placé derrière un milieu diffusant, nous proposons une nouvelle méthode permettant d'extraire une contribution de diffusion simple noyée dans une contribution de diffusion multiple largement prédominante. Cette approche est toujours basée sur une mesure de la matrice de réflexion résolue en temps. La discrimination des photons simplement diffusés par l'objet que l'on cherche à imager se fait ensuite via deux opérations successives. La première étape a pour but de discriminer spatialement les contributions de diffusion simple et de diffusion multiple. Initialement développée en acoustique en champ lointain [13, 10], sa transposition au domaine de l'optique s'avère être un analogue d'un microscope digital confocal dans le plan de l'objet [76]. Dans un second temps, nous appliquerons la méthode DORT (acronyme de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel) qui à l'origine était destiné à la focalisation sélective sur les diffuseurs d'un milieu multi-cibles. Développée dans le domaine de l'acoustique par C. Prada et M. Fink [49, 93], cette approche a ensuite été appliquée dans le domaine des micro-ondes [94, 95], et plus récemment en optique [8, 96]. Inspirés par de précédents travaux dans le domaine ultrasonore [53, 13], nous appliquons ici la méthode DORT sur la matrice de réflexion préalablement filtrée d'une grande partie du bruit de multidiffusion.

Dans la première partie de ce chapitre, nous proposons de présenter les principes de cette nouvelle approche dans le domaine de l'optique. Grâce à des expériences preuves de concept démontrant la détection de cibles à travers des milieux multiplement diffuseurs, nous mettrons en évidence les performances de notre approche. Nous présenterons notamment la possibilité de détecter des cibles à travers à un empilement de feuilles de papier d'épaisseur optique  $b = L/\ell_s = 12.25$

## 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

---

avec une ouverture numérique limitée ( $NA = 0.25$ ). La comparaison de ce résultat avec l'image obtenue en OCT "classique" montre le bienfait de notre approche matricielle et la possibilité de repousser la limite fondamentale de la diffusion multiple en microscopie.

Dans la seconde partie, nous montrerons que notre approche n'est pas limitée à de la détection de cibles, mais permet de réaliser des images d'objets étendus. Une expérience d'imagerie de mire de résolution à travers une tranche épaisse d'intestin de souris sera présentée pour l'illustrer.

## 3.2 Détection de cibles en régime de diffusion multiple

### 3.2.1 Matrice de réflexion en régime de diffusion multiple

Après avoir présenté le principe de l'approche matricielle dans le chapitre précédent, nous désirons maintenant la mettre à profit pour réaliser de l'imagerie à travers des milieux fortement diffusants. A l'aide du même dispositif expérimental que celui présenté dans le chapitre précédent (voir figure 2.5), nous souhaitons imager un objet déterministe placé derrière un milieu diffusant. Dans un premier temps, l'objet considéré est formé de billes de magnétite  $Fe_3O_4$  d'environ  $10 \mu m$  de diamètre, déposées à la surface d'une lame de microscope. Ces billes sont incorporées à de la poly-L-lysine, un polymère transparent qui permet de les fixer à la surface de la lame. Le milieu diffusant est lui formé de deux couches de papier d'épaisseur  $L = 82 \mu m$  assemblées et placées entre l'OM et l'échantillon. La mesure de l'atténuation de l'intensité en fonction du nombre de couches permet de déterminer les propriétés de transport du papier (voir Annexe A.2). Nous obtenons  $\ell_s \simeq 13.4 \mu m$  et  $\ell_t \simeq 20 \mu m$ . En assemblant deux couches de papier, le milieu ainsi formé présente une épaisseur optique  $b = L/\ell_s = 12.25$ . La contribution de diffusion simple, qui permet une imagerie limitée par la diffraction, est atténuée d'un facteur  $e^{-2b} = e^{-24.5}$ . Cela signifie que moins d'un photon sur 1 000 milliards de photons réfléchis est associé à la contribution de diffusion simple en provenance de l'objet. Nous nous plaçons donc bien au-delà des limites de détection de l'OCT. En effet, pour les conditions expérimentales décrites ici, nos prédictions théoriques nous indiquent une limite en termes de profondeur d'imagerie de  $7 \ell_s$  environ (voir figure 3.1). Malgré ces conditions qui semblent désespérées, nous souhaitons imager les diffuseurs sur la lame de microscope à partir d'une mesure de matrice de réflexion résolue en temps. Les conditions d'imagerie sont schématisées sur la figure 3.2(a).

En guise d'expérience de contrôle, nous mesurons dans un premier temps une matrice de réflexion en espace libre, c'est à dire en l'absence du milieu diffusant. Cette matrice, que nous notons  $\mathbf{R}_0$ , est mesurée pour 289 illuminations incidentes



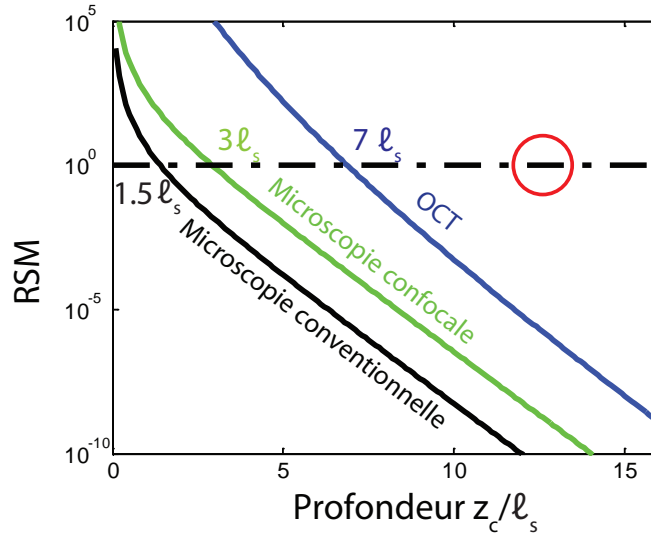


FIGURE 3.1 – Évolution du ratio de la contribution de diffusion simple et multiple en fonction de la profondeur d'une cible enfouie dans un milieu diffusant pour différentes techniques conventionnelles d'imagerie. Nous avons considéré ici les conditions expérimentales décrites dans le texte. Le cercle rouge indique la profondeur de la cible, bien au-delà des performances atteignables en OCT.

qui permettent de balayer un champ de vision de  $40 \times 40 \mu\text{m}^2$ , avec un pas spatial  $\delta r = 2.9 \mu\text{m}$ . Une seule bille est présente dans la zone étudiée. L'allure de la matrice  $\mathbf{R}_0$  dans le plan image en réception, présentée sur la figure 3.2(b), montre la signature caractéristique d'un écho de diffusion simple à proximité de la diagonale, correspondant à la réflexion par la surface de la lame (voir figure 2.8(c)). Une surintensité à la position  $\mathbf{r}_b$  du diffuseur est également observée.

Dans un second temps, nous mesurons une matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  dans les mêmes conditions mais en présence du milieu diffusant. Comme le montre la figure 3.2(c), la signature de la diffusion simple n'est alors plus observable. Une matrice d'aspect aléatoire est obtenue. Premièrement, l'onde de diffusion simple en provenance de l'objet a été fortement atténuée, et deuxièmement, les nombreux évènements de diffusion rencontrés par l'onde incidente et réfléchi ont rendus aléatoire la direction de propagation de l'onde mesurée au niveau de la caméra CCD.

Afin d'imager le plan focal de l'OM, nous formons des images OCT à partir des éléments diagonaux des matrices  $\mathbf{R}_0$  et  $\mathbf{R}$ . Les images ainsi obtenues sont présentées sur les figures 3.2(d) et (e). Sans surprise, l'image déduite de  $\mathbf{R}_0$  montre la présence d'une bille plus échogène que le substrat. Cette observation a d'ailleurs déjà été faite dans le chapitre précédent (voir figure 2.13). En revanche, l'image OCT déduite de  $\mathbf{R}$  ne permet pas de détecter la présence de la bille. Les photons multiples diffusés, ici majoritaires malgré la discrimination spatiale et temporelle des photons simplement diffusés, forment une image aléatoire sans aucune surintensité à la position supposée de la bille. Nous utiliserons le terme de speckle pour faire

### 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

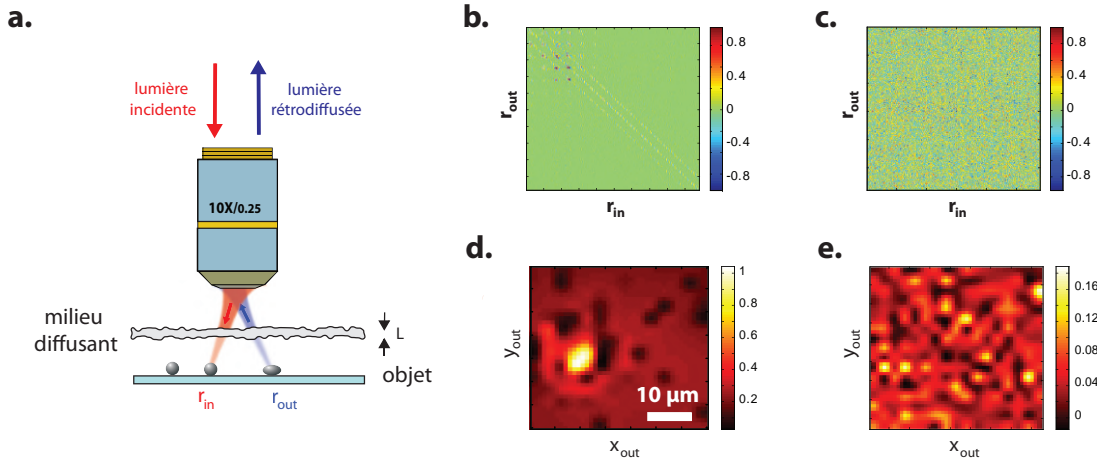


FIGURE 3.2 – (a) Principe de l’expérience. Un milieu d’épaisseur  $L$  est placé entre l’OM et un objet constitué de micro-billes déposées à la surface d’une lame de microscope. (b) Partie réelle de  $R_0(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  en présence d’une bille sur une lame de microscope. (c) Partie réelle de  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  après ajout de deux couches de papier devant l’objet. (d) Image OCT déduite des éléments diagonaux de  $\mathbf{R}_0$ , la bille apparaît clairement. (e) Image OCT déduite des éléments diagonaux de  $\mathbf{R}$ , une image de speckle est obtenue.

référence à des images semblables. Ces résultats étaient attendus puisque l’objet est placé derrière un milieu d’épaisseur  $L = 12.25 \ell_s$ . Cette épaisseur est au-delà des limites de l’OCT. Toutefois, la discrimination spatiale que nous avons réalisée pour former cette image consiste à rejeter la contribution de tous les éléments non diagonaux. Or, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.2(b) et comme expliqué dans le chapitre précédent, la contribution de diffusion simple peut également émerger sur les éléments proches de la diagonale du fait de la taille finie des diffuseurs et des effets d’aberration. Nous proposons d’adapter notre approche de discrimination spatiale afin de prendre en compte ces éléments.

#### 3.2.2 Discrimination spatiale : Microscope digital confocal

Nous avons démontré dans le chapitre précédent que réaliser une conjugaison entre le point de focalisation en entrée  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  et le point de focalisation en sortie  $\mathbf{r}_{\text{out}}$ , était équivalent à appliquer un diaphragme numérique de taille  $\delta r$  à la position  $\mathbf{r}_{\text{in}}$  (voir figure 3.3(a)). Nous proposons maintenant de modifier la forme de ce diaphragme afin de prendre en compte les effets d’aberration et la taille finie de l’objet que l’on cherche à imager.

L’idée la plus simple consisterait à sommer directement le champ des pixels voisins. Par analogie avec un microscope confocal, cela reviendrait à élargir la taille

### Chapitre 3. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion multiple

du diaphragme. Cette action permet de prendre en compte la contribution de diffusion simple aberrée, mais également une partie de la contribution multiple présente sur tous les éléments de  $\mathbf{R}$ . Donner un poids égal aux éléments diagonaux et hors-diagonaux n'est donc pas pertinent, car plus l'on s'éloigne de la diagonale et plus le rapport entre diffusion simple et multiple diminue. Nous proposons alors de pondérer la contribution des éléments voisins en fonction de la distance  $|\mathbf{r}_{\text{in}} - \mathbf{r}_{\text{out}}|$ . Matriciellement, cette procédure s'effectue en multipliant la matrice  $\mathbf{R}$  par une matrice  $\mathbf{S}$  de la forme :

$$S(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_{\text{in}} - \mathbf{r}_{\text{out}}|^2}{l_d^2}\right) \quad (3.1)$$

avec  $l_d$  une longueur ajustable. La matrice  $\mathbf{S}$  est une matrice caractéristique de la diffusion simple. Comme on peut l'observer sur la figure 3.3(b), seuls ses éléments proches de la diagonale présentent une amplitude élevée ce qui permet de pondérer le poids des photons en fonction de la distance  $|\mathbf{r}_{\text{in}} - \mathbf{r}_{\text{out}}|$ . Chaque colonne de la matrice  $\mathbf{S}$  correspond dans le plan focal à une ouverture gaussienne de variance  $l_d$  autour de la position  $\mathbf{r}_{\text{in}}$ . Une projection de la matrice  $\mathbf{R}$  sur la matrice caractéristique de diffusion simple  $\mathbf{S}$  permet d'obtenir une matrice filtrée, que nous notons  $\mathbf{R}_S$ . Matriciellement, cette opération est réalisée par un produit de Hadamard entre les deux matrices :

$$R_S(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = S(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) \times R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) . \quad (3.2)$$

Nous présentons en figure 3.3(b) l'allure de la matrice  $\mathbf{S}$  obtenue pour  $l_d = 3 \delta r$  ainsi que la matrice filtrée  $\mathbf{R}_S$ . Grâce à cette opération, nous réalisons ici un analogue matriciel du microscope digital confocal développé par Goy et Psaltis [76].

A partir de la matrice filtrée, la manière la plus simple de former une image est de sommer de manière incohérente le champ réfléchi. Cette formation d'image est identique à celle présentée dans la partie 2.4.2. Son expression mathématique est donnée par :

$$I_d(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}_{\text{out}}} |R_S(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r})| . \quad (3.3)$$

Les évolutions de la matrice  $\mathbf{R}_S$  et de l'image  $I_d$  obtenues pour des valeurs de taille de diaphragme  $l_d = \delta r$ ,  $2 \delta r$  et  $3 \delta r$  sont présentées en figure 3.4. Le fait d'ouvrir davantage le diaphragme permet a priori de prendre en compte une plus grande contribution de diffusion simple. Ce faisant, le poids de la diffusion multiple augmente également singulièrement. L'image initiale, qui présentait une allure de speckle contrasté, tend à s'homogénéiser. Remarquons que le signal sur les bords de l'image est plus faible car ces éléments ont moins de pixels voisins sur lesquels le signal est sommé. Le fait d'ouvrir le diaphragme n'est donc pas une fin en soi, il est nécessaire de combiner cette première étape de discrimination spatiale des photons simplement diffusés avec une approche qui va extraire de manière cohérente les échos de diffusion simple. Comme nous allons le voir, la méthode DORT offre cette possibilité.

### 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

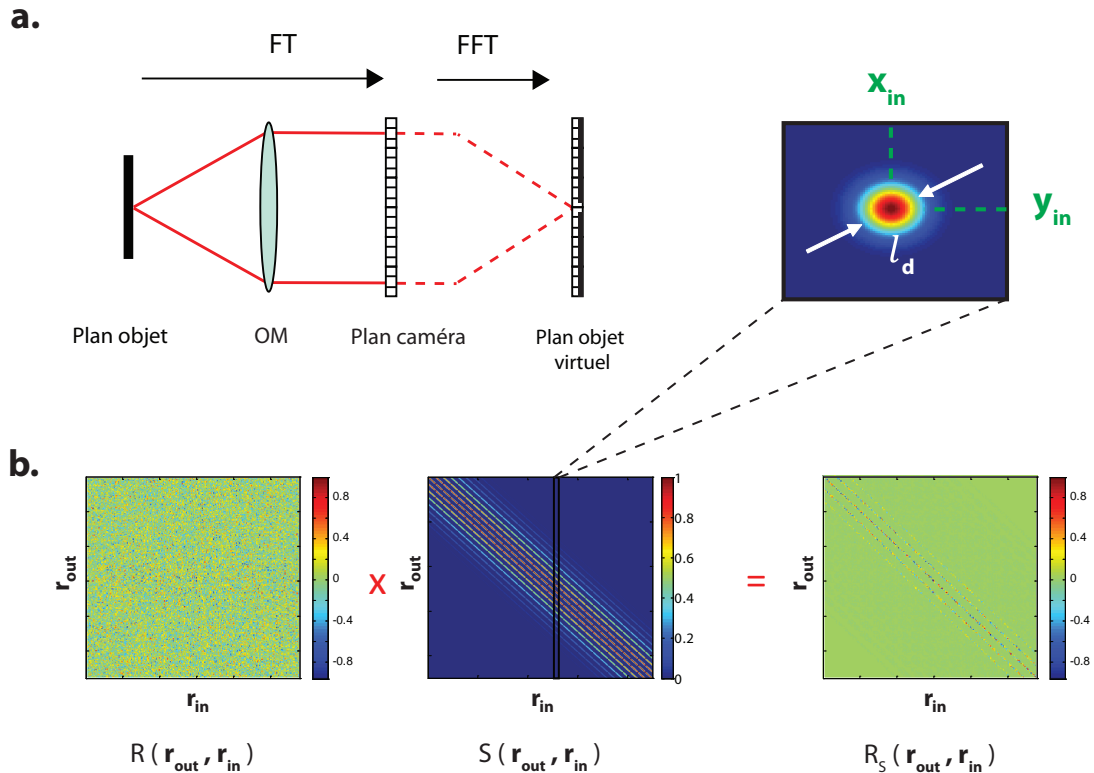


FIGURE 3.3 – Discrimination spatiale des contributions de diffusion simple et multiple. (a) Figure tirée de la référence [76]. Schéma de principe du microscope digital confocal. Le champ provenant d'un objet positionné dans le plan focal d'un OM est mesuré par une caméra dans le plan de Fourier. Une transformée de Fourier spatiale discrète permet la propagation de ce champ dans un plan image où un diagramme numérique peut être appliqué. (b) Équivalent matriciel du microscope digital confocal. Un produit de Hadamard entre la matrice  $\mathbf{R}$  et la matrice  $\mathbf{S}$  permet d'obtenir une matrice  $\mathbf{R}_S$  dont la contribution de diffusion simple, proche de la diagonale, est conservée alors que le contribution de diffusion multiple hors-diagonale est filtrée.

#### 3.2.3 Présentation de la méthode DORT

Nous souhaitons maintenant exploiter la matrice de réflexion filtrée  $\mathbf{R}_S$  afin de détecter la présence de la cible dans le plan focal. Pour cela, nous allons appliquer la méthode DORT qui permet d'extraire des échos de diffusion simple et de focaliser sur les différents diffuseurs d'un milieu multi-cibles même lorsque l'image est affectée par la présence d'un aberrateur. Avant de l'appliquer à notre expérience, nous présentons brièvement cette approche initialement développée en acoustique.

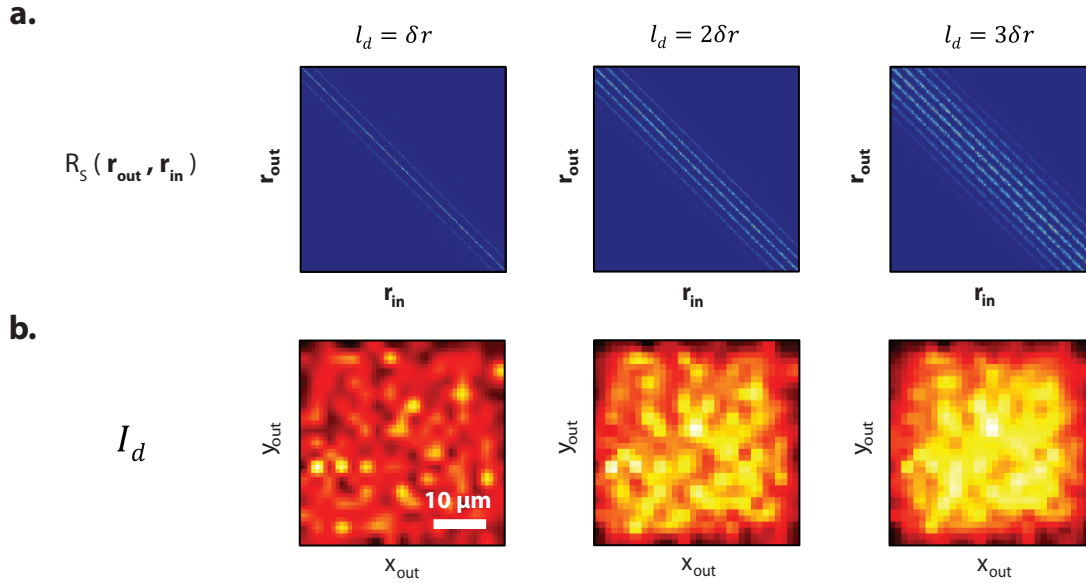


FIGURE 3.4 – (a) Evolution de la matrice  $\mathbf{R}_S$  en fonction de la taille  $l_d$  du diaphragme numérique. Plus la valeur de  $l_d$  augmente, et plus des éléments éloignés de la diagonale sont pris en compte. (b) Les images correspondantes tendent alors à s'homogénéiser à cause de la diffusion multiple.

### Le retournement temporel itératif

L'invention de la méthode DORT s'inscrit dans le prolongement des expériences de retournement temporel itératif réalisées en acoustique ultrasonore dans les années 1990 [11, 97, 49]. Nous décrivons ici une expérience mettant en jeu un réseau de  $N$  transducteurs en espace libre en présence de deux diffuseurs A et B de réflectivités  $a$  et  $b$ , avec  $a > b$ . Nous négligeons les événements de diffusion multiple entre les deux diffuseurs. Le principe d'une telle expérience est schématisé en figure 3.5. Lorsqu'une impulsion est envoyée par l'un des  $N$  transducteurs, le front d'onde incident est en partie réfléchi par les deux diffuseurs. Le signal mesuré par les éléments du réseau, maintenant utilisés en tant que récepteurs, contient les ondes provenant de A et B avec des amplitudes proportionnelles à  $a$  et  $b$ . Ces signaux sont ensuite renversés temporellement et émis par les transducteurs. Ils vont alors se focaliser sur les diffuseurs A et B et vont être à nouveau diffusés. Les contributions des diffuseurs A et B sont maintenant proportionnelles à  $a^2$  et  $b^2$ . En itérant  $n$  fois ce processus, l'amplitude relative de l'onde focalisée sur le diffuseur A est proportionnelle à  $a^n$ , alors que celle focalisée sur B est proportionnelle à  $b^n$ . Puisque  $a > b$ , pour  $n$  suffisamment grand,  $a^n \gg b^n$ . Ce processus de retournement temporel itératif tend donc vers une focalisation sur la cible la plus écho-gène, ici A.

### 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

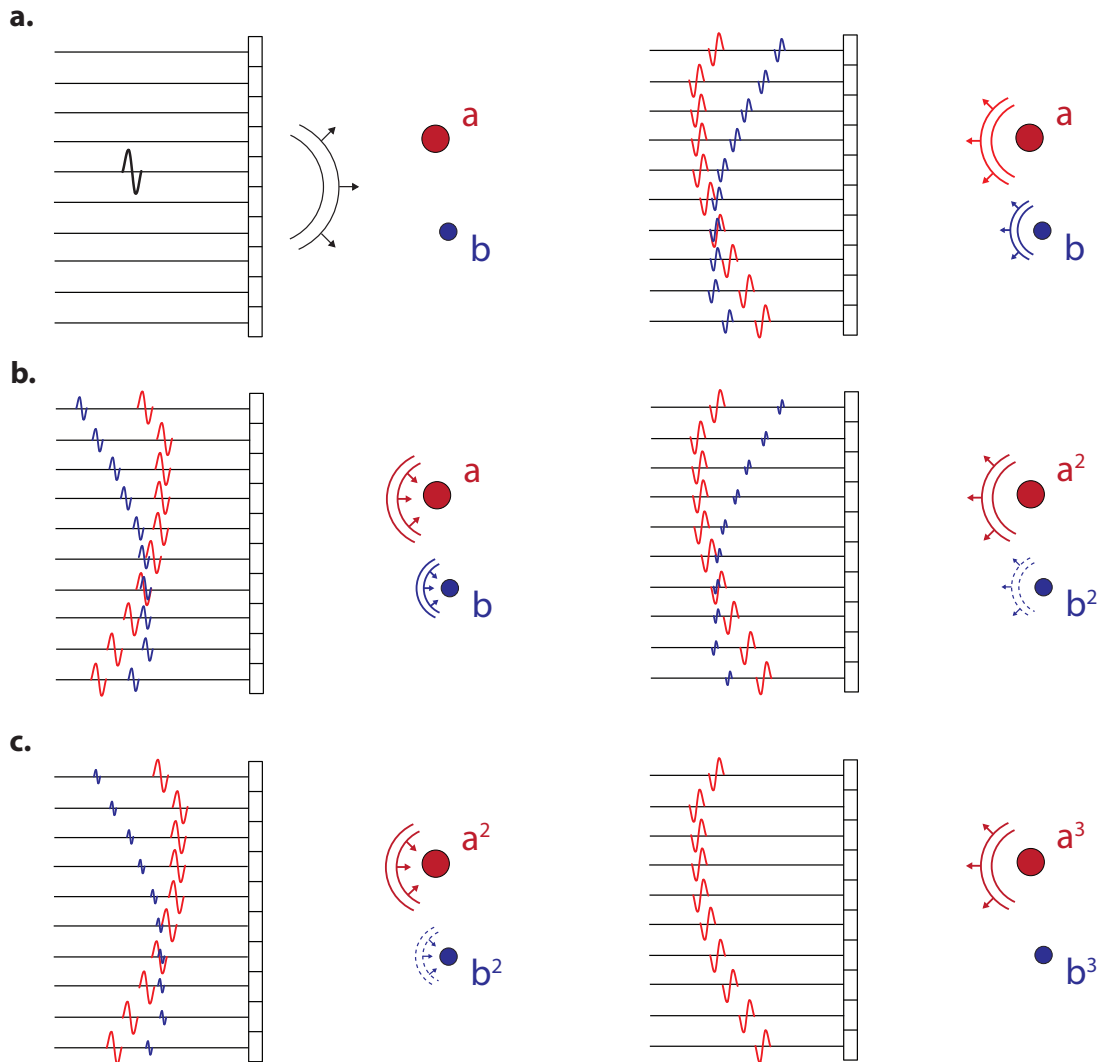


FIGURE 3.5 – Figure tirée et adaptée de la référence [98]. Principe du retournement temporel itératif en espace libre en présence de deux cibles A et B de réflectivité  $a$  et  $b$ . Trois étapes d’émission/réception du retournement temporel itératif sont schématisées. Au cours des étapes successives d’enregistrement et d’émission, on tend à focaliser le faisceau ultrasonore sur le diffuseur le plus écho-gène, ici A.

#### La décomposition de l’opérateur de retournement temporel : la méthode DORT

Toujours en considérant le dispositif expérimental présenté en figure 3.5, nous allons désormais étudier la matrice de réflexion spatio-temporelle  $\mathbf{R}$ . Considérons l’élément  $r_{ij}(t)$  de cette matrice, avec  $(i, j) \in [1 : N] \times [1 : N]$ . Par définition, cet élément contient le signal enregistré par l’élément  $j$  en réponse à une impulsion infiniment brève émise par l’élément  $i$ . En supposant que la propagation dans le milieu est linéaire, la matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  décrit complètement la propagation au

### Chapitre 3. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion multiple

sein du système formé du milieu et du réseau de transducteurs. Par exemple, si un signal quelconque  $e_i(t)$  est émis par l'émetteur  $i$ , le signal  $m_j(t)$  mesuré par l'élément  $j$  s'obtient par un produit de convolution du signal incident avec la réponse impulsionnelle entre les deux éléments :

$$m_j(t) = r_{ij}(t) \otimes e_i(t) . \quad (3.4)$$

Dans l'espace des fréquences, cette relation s'écrit :

$$m_j(\omega) = r_{ij}(\omega) \cdot e_i(\omega) . \quad (3.5)$$

Il est possible de généraliser cette expression à l'ensemble des réponses inter-éléments en utilisant le formalisme matriciel :

$$M(\omega) = \mathbf{R}(\omega) \cdot E(\omega) . \quad (3.6)$$

La matrice  $\mathbf{R}$  permet d'obtenir le vecteur  $M(\omega)$ , regroupant l'ensemble des réponses mesurées à la fréquence  $\omega$ , pour une émission incidente  $E$  également à la fréquence  $\omega$ . Afin de simplifier les notations, nous considérons une source monochromatique. Nous proposons maintenant d'exprimer l'expérience de retournement temporel itératif précédente avec ce formalisme matriciel.

Dans le cas où un signal  $E_0$  est émis depuis le réseau de transducteurs, le champ total réfléchi  $M_0$  mesuré au niveau de ce même réseau est donné par :  $M_0 = \mathbf{R}E_0$ . En régime monochromatique, retourner temporellement une onde est équivalent à conjuguer sa phase. Le champ  $E_1$  émis par les transducteurs après une telle opération s'écrit  $E_1 = M_0^* = \mathbf{R}^*E_0^*$ . Suite à cette émission, le signal enregistré par les récepteurs s'écrit :  $M_1 = \mathbf{R}E_1 = \mathbf{R}\mathbf{R}^*E_0^*$ . Remarquons que dans le cas où émetteurs et récepteurs sont confondus, la matrice de réflexion est symétrique et nous avons  ${}^t\mathbf{R} = \mathbf{R}$ . A l'étape suivante, nous émettons le signal  $E_2$  conjugué de  $M_1$ , soit  $E_2 = M_1^* = {}^t\mathbf{R}^*\mathbf{R}E_0 = \mathbf{R}^\dagger\mathbf{R}E_0$ , avec  $\dagger$  l'opération transposée conjuguée. Une étape d'émission/focalisation fait apparaître l'opérateur  $\mathbf{R}^\dagger\mathbf{R}$ , appelé opérateur de retournement temporel. En continuant à itérer ce processus, le champ émis à l'étape  $2n$  s'écrit :

$$E_{2n} = \left( \mathbf{R}^\dagger\mathbf{R} \right)^n E_0 . \quad (3.7)$$

Dans une expérience de retournement temporel itératif, le processus converge vers une focalisation sur le diffuseur le plus échogène. Du fait de cette convergence, pour un nombre d'itérations  $n$  grand, nous avons :

$$E_{2(n+1)} = \left( \mathbf{R}^\dagger\mathbf{R} \right) E_{2n} \propto E_{2n} . \quad (3.8)$$

$E_{2n}$  apparaît comme un invariant de l'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{R}^\dagger\mathbf{R}$ . Une étude de ces invariants est réalisable à partir de la diagonalisation de cet opérateur. Une telle opération mathématique s'écrit :

$$\mathbf{R}^\dagger\mathbf{R} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{V}^\dagger \quad (3.9)$$

### 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

---

avec  $\Lambda$  une matrice carrée diagonale composée de valeurs propres  $\lambda_i$ . Celles-ci sont réelles, positives et triées par ordre décroissant.  $\mathbf{V}$  est une matrice unitaire contenant les vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  qui forment une base orthogonale. Ces vecteurs sont directement les invariants de l'opérateur de retournement temporel, en effet :

$$\left(\mathbf{R}^\dagger \mathbf{R}\right) \mathbf{V}_i = \left(\mathbf{V} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{V}^\dagger\right) \mathbf{V}_i = \lambda_i \mathbf{V}_i . \quad (3.10)$$

Le principe de la méthode DORT consiste alors à exploiter les vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  de l'opérateur  $\mathbf{R}^\dagger \mathbf{R}$  afin de focaliser sélectivement sur les diffuseurs au sein du milieu. En effet,  $\mathbf{V}_i$  donne directement la forme d'onde à émettre pour focaliser sur le diffuseur associé à la valeur propre  $\lambda_i$ . Les valeurs propres  $\lambda_i$  sont elles proportionnelles aux réflectivités des diffuseurs.

Remarquons que le même résultat peut être obtenu en effectuant une SVD de la matrice  $\mathbf{R}$ . Cette opération consiste à exprimer la matrice  $\mathbf{R}$  comme le produit de trois matrices :

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \cdot \Sigma \cdot \mathbf{V}'^\dagger \quad (3.11)$$

avec  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}'$  des matrices unitaires, et  $\Sigma$  une matrice diagonale. Nous en déduisons :

$$\mathbf{R}^\dagger \mathbf{R} = \mathbf{V}' \cdot \Sigma^2 \cdot \mathbf{V}'^\dagger . \quad (3.12)$$

A partir des équations 3.9 et 3.12 nous identifions  $\Lambda = \Sigma^2$  et  $\mathbf{V} = \mathbf{V}'$ . Les valeurs propres  $\lambda_i$  sont donc égales au carré des valeurs singulières  $\sigma_i$  de la MR.

Une fois la matrice de réflexion mesurée, une simple opération de SVD permet une application directe de la méthode DORT. En régime de diffusion simple, il existe une relation biunivoque entre chaque diffuseur du milieu et chaque espace propre de la matrice de réflexion. Nous avons accès aux formes d'ondes à émettre pour focaliser sur les diffuseurs depuis l'entrée (vecteur propre  $\mathbf{U}_i$ ) ou depuis la sortie (vecteur propre  $\mathbf{V}_i$ ) du système. Les valeurs singulières au carré représentent les coefficients de réflexion en énergie des diffuseurs vus par le système. Cette méthode est effective également en présence d'un aberrateur entre les réseaux de transducteurs et les diffuseurs, tant que l'on se place en régime de diffusion simple. Bien sur, la présence de l'aberrateur entraînera une modification du front d'onde obtenu, mais celui-ci permettra de compenser les effets d'aberration et de focaliser sur les diffuseurs. Il est à noter que cette technique permet de déduire numériquement le résultat d'une expérience de retournement temporel itératif réalisée en un grand nombre d'étapes.

Cependant, la méthode DORT que nous venons de présenter n'est applicable directement qu'en régime de diffusion simple. La relation biunivoque entre chaque diffuseur du milieu et chaque espace propre de la matrice de réflexion n'est en effet plus valable en régime de diffusion multiple. On ne peut donc pas l'appliquer directement à la matrice  $\mathbf{R}$  mesurée expérimentalement à travers les couches de papier puisque cette dernière contient une contribution de diffusion multiple largement prédominante. En revanche, la méthode DORT va pouvoir être appliquée



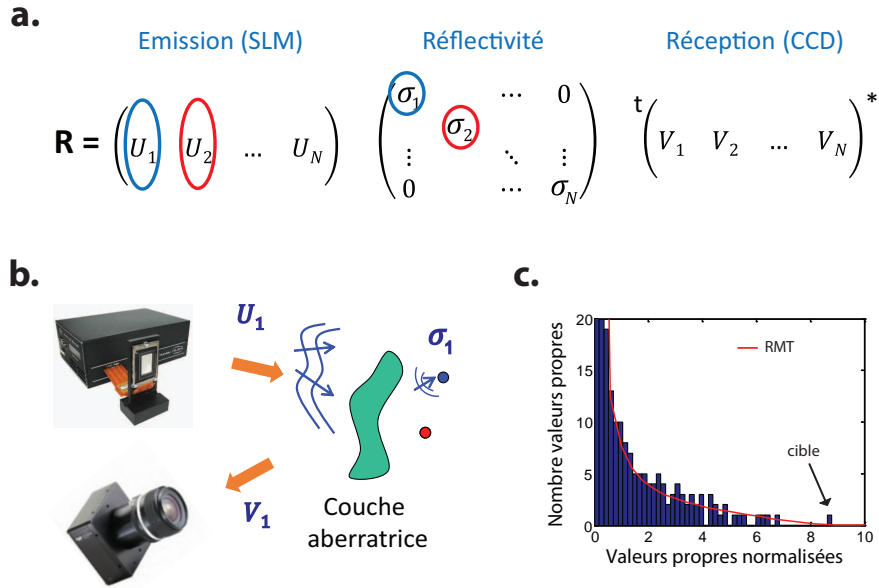


FIGURE 3.6 – (a) Décomposition en valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{R}$ . (b) Schéma de principe d'une expérience de DORT optique. Le sous-espace propre en entrée  $\mathbf{U}_1$  permet de focaliser sur le diffuseur présentant la plus haute réflectivité. Le sous-espace propre en sortie  $\mathbf{V}_1$  est lui obtenu au niveau de la caméra CCD. (c) Spectre des valeurs propres normalisées de  $\mathbf{R}_S^\dagger \mathbf{R}_S$ . Au-delà du continuum associé à la diffusion multiple et au bruit de mesure, une valeur propre associée à la cible est détectée.

à la matrice  $\mathbf{R}_S$  dont une grande partie de la diffusion multiple a été éliminée par l'opération décrite au paragraphe 3.2.2. Nous souhaitons ainsi détecter le signal de la cible parmi les aberrations et la diffusion multiple résiduelle.

### 3.2.4 Détection de cible par la méthode DORT

#### Formation d'une image par la méthode DORT

L'application de la méthode DORT passe dans un premier temps par une décomposition en valeurs singulières de la matrice de réflexion. Cette opération est effectuée sur la matrice filtrée  $\mathbf{R}_S$  obtenue pour  $l_d = 1.7$   $\delta r = 5 \mu\text{m}$ .  $\mathbf{R}_S$  se décompose alors selon le produit de trois matrices :  $\mathbf{R}_S = \mathbf{U}_S \cdot \mathbf{\Sigma}_S \cdot \mathbf{V}_S^\dagger$ . Nous notons  $\sigma_{S_i}$  les éléments diagonaux de la matrice  $\mathbf{\Sigma}_S$ . La figure 3.6(c) donne l'histogramme du carré des valeurs singulières  $\sigma_{S_i}^2$  normalisées par leur moyenne et comparé à la distribution que l'on obtiendrait en régime de diffusion multiple (i.e en l'absence d'écho de diffusion simple lié à la cible). La méthode d'estimation d'une telle distribution

### 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

---

est donnée en annexe A.5. L'histogramme obtenu est en accord avec cette distribution, mis à part la présence d'une valeur singulière qui émerge du continuum. Son amplitude anormalement haute peut laisser penser qu'elle est associée à la cible [53, 99]. Un calcul de probabilité de fausse alarme nous indique qu'il y a moins de 0.01 % de chance qu'une telle valeur singulière soit associée à la contribution de diffusion multiple (voir figure A.6).

Pour nous en assurer, nous allons maintenant étudier les vecteurs propres  $\mathbf{U}_{S_i}$  et  $\mathbf{V}_{S_i}$ . Dans le cadre de notre expérience, nous avons mesuré la matrice de réflexion entre deux réseaux d'éléments disposés dans des plan conjugués, un SLM à l'émission et une caméra CCD à la réception. A la différence de travaux précédents qui se plaçaient dans l'espace de Fourier et obtenaient le front d'onde à émettre pour focaliser physiquement sur des nano-billes [8], nous étudions la matrice de réflexion dans le plan focal en entrée et en sortie. Les vecteurs propres  $\mathbf{U}_{S_i}$  et  $\mathbf{V}_{S_i}$  s'expriment donc dans ce plan et permettent de donner directement une image du diffuseur associée à une valeur singulière  $\sigma_{S_i}$ . Puisque le SLM et la caméra sont dans des espaces conjugués, la matrice  $\mathbf{R}_S$  est supposée être symétrique. Les sous-espaces d'entrée et de sortie sont alors équivalents et une image peut être formée identiquement à partir de  $\sigma_{S_i} |\mathbf{U}_{S_i}(\mathbf{r}_{in})|^2$  ou  $\sigma_{S_i} |\mathbf{V}_{S_i}(\mathbf{r}_{out})|^2$ . Cependant, la présence de bruit lié à la mesure brise cette symétrie. Pour éviter tout biais, nous formons une image à partir du produit des sous-espaces d'entrée et de sortie, soit  $\sigma_{S_i} |\mathbf{U}_{S_i}(\mathbf{r}) \circ \mathbf{V}_{S_i}(\mathbf{r})|$ . Dans notre expérience, une seule valeur singulière associée au seul diffuseur présent émerge du continuum. Comme on peut l'observer sur la figure 3.7(d), l'image formée à partir du produit des premiers sous-espaces en entrée et en sortie associés à cette valeur singulière permet de détecter la présence de la cible. Une comparaison avec l'image OCT montre l'apport remarquable de la méthode DORT pour détecter une cible à travers un milieu fortement diffusant. Il est à noter que la position obtenue de la bille est légèrement différente par rapport à celle attendue. La méthode DORT permet ici d'extraire l'écho de diffusion simple associé à la cible mais celui-ci reste distordu par les aberrations engendrées par la couche diffusante. La cible est donc détectée de manière non ambiguë mais l'image formée reste sensible aux aberrations.

Enfin, nous souhaitons insister sur le fait que l'étape préalable de filtrage de la diffusion multiple est prépondérante pour le succès de la méthode DORT. En effet, si l'on applique la méthode DORT sur la matrice d'origine  $\mathbf{R}$ , l'image déduite du premier sous-espace singulier ne permet pas d'identifier une cible : une image de speckle est alors obtenue (voir figure 3.7(c)). L'étape de discrimination spatiale initiale a donc été cruciale pour rejeter une grande partie de la diffusion multiple et pour se placer dans des conditions où la méthode DORT fonctionne.

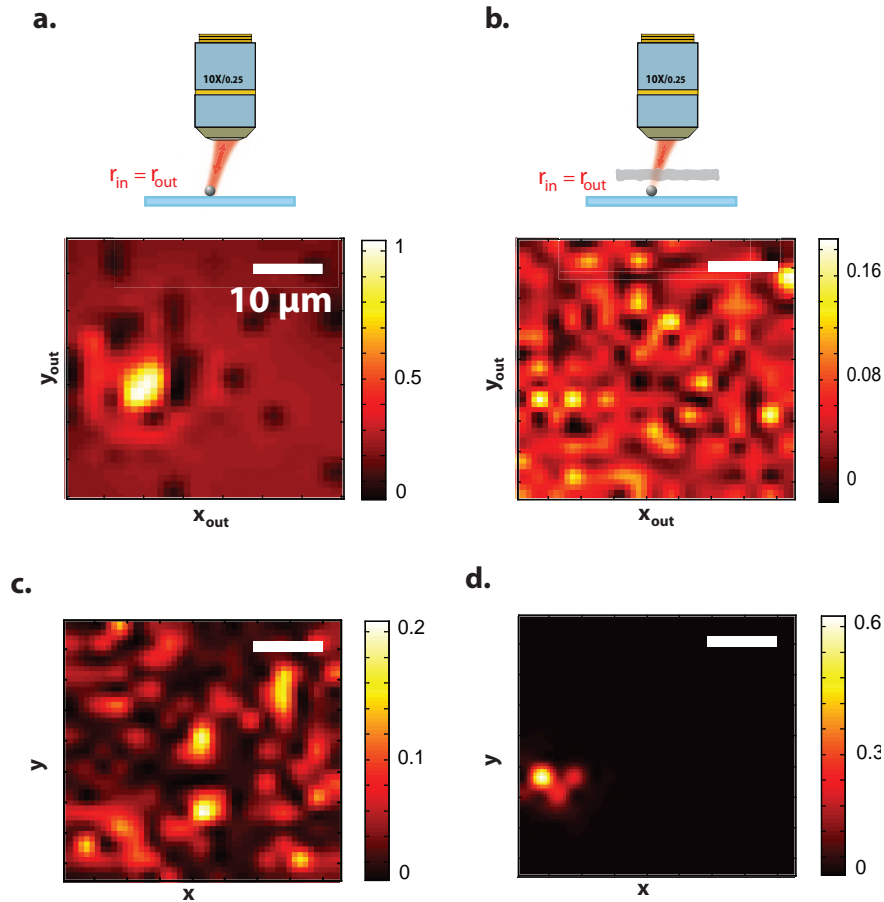


FIGURE 3.7 – (a) Image OCT en espace libre. (b) Image OCT en présence de deux couches de papier entre l'objet et le microscope. (c) Image formée à partir du premier espace propre de la matrice  $\mathbf{R}$  (méthode DORT). (d) Image formée à partir du premier espace propre de la matrice  $\mathbf{R}_S$  (méthode DORT). L'image fait clairement apparaître la cible.

### Performances de la discrimination spatiale des contributions de diffusion simple et multiple

Nous souhaitons à présent calculer l'efficacité de discrimination des contributions de diffusion simple et multiple des deux méthodes que nous venons d'appliquer pour détecter une cible à travers un milieu fortement diffusant. N'oublions pas qu'une discrimination temporelle des photons balistiques est également effectuée par fenêtrage temporel lors de la mesure interférométrique du champ. Nous avons vu que l'efficacité d'une telle discrimination était inversement proportionnelle au temps de cohérence  $\tau_c$  de la source (voir équation 1.43). A partir de notre mesure expérimentale, il n'est toutefois pas possible d'estimer le RSM de notre approche comme défini dans la partie 1.3.2 et de le comparer à celui qui serait obtenu en

### 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

---

OCT. Cependant, connaissant l'intensité du sous-espace propre associé à la bille, nous pouvons estimer l'efficacité de détection de chacune des étapes en comparant cette intensité à l'intensité totale des matrices de réflexion obtenues à chacune de ces étapes. L'intensité totale d'une matrice s'obtient en sommant l'intensité de tous ses éléments, ou de façon équivalente l'intensité de ses valeurs singulières.

La première étape de discrimination spatiale est analogue à l'application d'un diaphragme dans le cas d'un microscope confocal. Par rapport à un microscope plein champ résolu en temps, cette opération permet de réaliser une discrimination des contributions de diffusion simple et multiple d'une efficacité :

$$\eta_{th}^{(1)} \propto \left( \frac{W}{l_d} \right)^2 = N_{\text{eff}}. \quad (3.13)$$

Avec  $l_d = 1.88 \delta_r$ , nous obtenons théoriquement  $N_{\text{eff}} \simeq 80$ . Expérimentalement, nous pouvons estimer l'efficacité de cette étape à partir du rapport de l'intensité totale des matrices avant et après la projection sur la matrice  $\mathbf{S}$ , soit :

$$\eta_{\text{exp}}^{(1)} = \frac{I(\mathbf{R})}{I(\mathbf{R}_{\mathbf{S}})} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{S_i}^2} \simeq 56. \quad (3.14)$$

Seulement 1.7 % de l'énergie initiale est donc conservée après projection de  $\mathbf{R}$  sur la matrice  $\mathbf{S}$ . La différence entre la valeur expérimentale et théorique peut s'expliquer par la non prise en compte de la forme gaussienne du diaphragme dans l'expression théorique.

Dans un second temps, nous appliquons la méthode DORT à la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{S}}$ . Cette étape de discrimination permet d'isoler la contribution de diffusion simple parmi la diffusion multiple et les aberrations résiduelles avec une efficacité théorique  $\eta_{\text{th}}^{(2)} \sim N$  [100, 53]. Expérimentalement, l'efficacité de cette opération s'obtient grâce au rapport de l'intensité de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{S}}$  et du carré de la valeur singulière associée à la cible :

$$\eta_{\text{exp}}^{(2)} = \frac{I(\mathbf{R}_{\mathbf{S}})}{I_{\text{cible}}} = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{S_i}^2}{\sigma_{S_1}^2} \simeq 33. \quad (3.15)$$

Seulement 3% de l'énergie de la matrice filtrée  $\mathbf{R}_{\mathbf{S}}$  est conservée par la méthode DORT. Nous remarquons ici un désaccord important entre la valeur théorique ( $N = 289$ ) et expérimentale, d'un facteur 10 environ. La méthode DORT utilise en effet les corrélations spatiales au sein de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{S}}$  pour isoler la contribution d'intérêt. Cependant, l'estimation théorique repose sur une absence totale de corrélations pour la contribution de diffusion multiple. La distribution du continuum des valeurs singulières associées à la diffusion multiple devrait alors être donnée par la

loi de Marcenko Pastur avec une borne supérieure égale à 4 [101]. Du fait des aberrations présentes dans l'expérience, cette absence de corrélations n'est pas vérifiée et la loi de Marcenko Pastur est loin d'être observée (voir figure 3.6(c)).

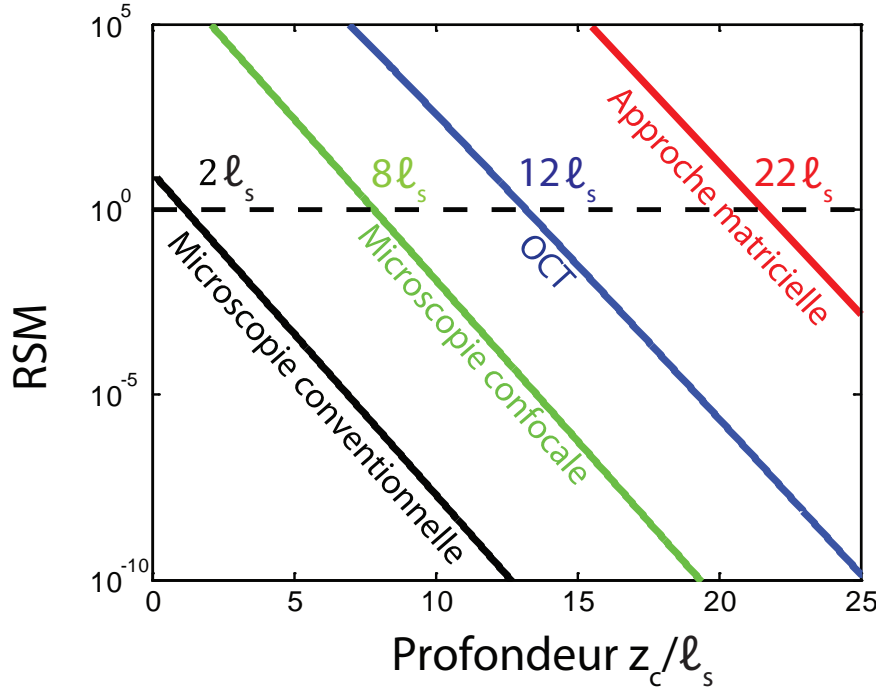


FIGURE 3.8 – Comparaison du ratio de la contribution de diffusion simple et multiple en fonction de la profondeur d'une cible enfouie dans un milieu diffusant pour différentes techniques conventionnelles d'imagerie avec notre approche matricielle. Les paramètres de ces simulations sont identiques à ceux utilisés dans la partie 1.3.2.

Cette valeur d'efficacité, bien que plus faible que la valeur attendue, est cependant considérable. En effet, la première étape de discrimination spatiale appliquée à la matrice réflexion nous permettait d'obtenir des performances comparables à l'OCT ou à l'approche matricielle développée par Wonshik Choi [10]. L'étape DORT appliquée à la matrice filtrée constitue l'apport majeur de notre approche matricielle. C'est cette étape qui nous permet d'isoler la contribution en provenance de la cible au sein d'une contribution de diffusion multiple résiduelle et d'en déduire une image. En comparaison de l'OCT, grâce à un gain en termes de RSM égal au nombre de degrés de liberté introduits  $N$ , notre approche permet de repousser la limite usuelle de profondeur atteignable pour l'imagerie de milieux diffusants. Afin de montrer l'apport potentiel de notre approche, nous comparons sur la figure 3.8 le RSM de notre approche matricielle avec ceux obtenus pour les différentes techniques conventionnelles d'imagerie. Ces prédictions théoriques sont calculées pour des conditions usuelles d'OCT, identiques à celles utilisées dans la partie 1.3.2

## 3.2. Détection de cibles en régime de diffusion multiple

---

(notamment  $N = 10^6$ ). Nous voyons qu'en introduisant un grand nombre de degrés de liberté spatiaux  $N$ , nous pouvons espérer multiplier par deux la profondeur d'imagerie atteignable en OCT. Notre approche matricielle ouvre donc des perspectives importantes pour l'imagerie de tissus en profondeur. Cependant, ce nombre  $N$  est limité par deux facteurs. D'une part, en fixant le pas spatial de balayage  $\delta r$  égal à la taille de la cellule de résolution  $\delta$ ,  $N$  est ultimement limité par l'ouverture numérique de l'OM. Enfin, d'un point de vue pratique, le temps d'acquisition croît linéairement avec  $N$  ce qui peut rapidement s'avérer problématique pour l'imagerie de tissus biologiques.

### 3.2.5 Extension de la méthode DORT à plusieurs cibles

Les résultats précédents ont démontré les performances de notre approche pour la détection de cibles à travers un milieu fortement diffusant. Nous souhaitons à présent mettre en évidence le fait que notre approche ne se limite pas à de la détection mais qu'elle permet de réaliser également une image du plan focal. A cette fin, nous considérons une zone du plan focal où trois billes de ZnO de  $5 \mu\text{m}$  de diamètre sont présentes à la surface de la lame de microscope. Nous mesurons alors une matrice de réflexion en espace libre  $\mathbf{R}_0$ , puis dans les mêmes conditions mais en présence d'une feuille de papier (épaisseur  $L \simeq 6\ell_s$ ) une matrice  $\mathbf{R}$ . Ces deux acquisitions sont réalisées pour  $N = 289$  illuminations incidentes permettant d'imager un champ de vision  $W^2 = 40 \times 40 \mu\text{m}^2$  avec un pas spatial  $\delta r = 3.1 \mu\text{m}$ .

Les images OCT déduites des éléments diagonaux des deux matrices de réflexion sont présentées sur les figure 3.9(a) et (b). Sur la première image obtenue en espace libre, trois billes sont effectivement observées dans le champ de vision. En revanche, en présence de la feuille de papier, une image de speckle caractéristique d'une diffusion multiple prédominante est observée. Afin de réaliser une discrimination spatiale des contributions de diffusion simple et multiple, nous projetons la matrice  $\mathbf{R}$  sur une matrice caractéristique  $\mathbf{S}$  construite avec  $l_d = 1.7 \delta r = 5 \mu\text{m}$ . Une SVD est ensuite appliquée à la matrice filtrée  $\mathbf{R}_S$  ainsi obtenue. Puisque trois cibles sont dans le champ de vision, nous construisons les images associées aux trois premières valeurs singulières. Comme le montre la figure 3.9(c), chacune de ces images est effectivement associée à un diffuseur. Une image finale est alors obtenue par sommation de ces images pondérées par les valeurs singulières, soit :

$$I_{\text{cibles}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^3 \sigma_{S_i} |\mathbf{U}_{S_i}(\mathbf{r}) \circ \mathbf{V}_{S_i}(\mathbf{r})|. \quad (3.16)$$

Cette image formée à partir des trois premières sous-espaces de  $\mathbf{R}_S$  permet de retrouver la position des trois cibles de façon très satisfaisante (voir figure 3.9(d)). Ces résultats démontrent que la méthode DORT ne se limite pas seulement à de

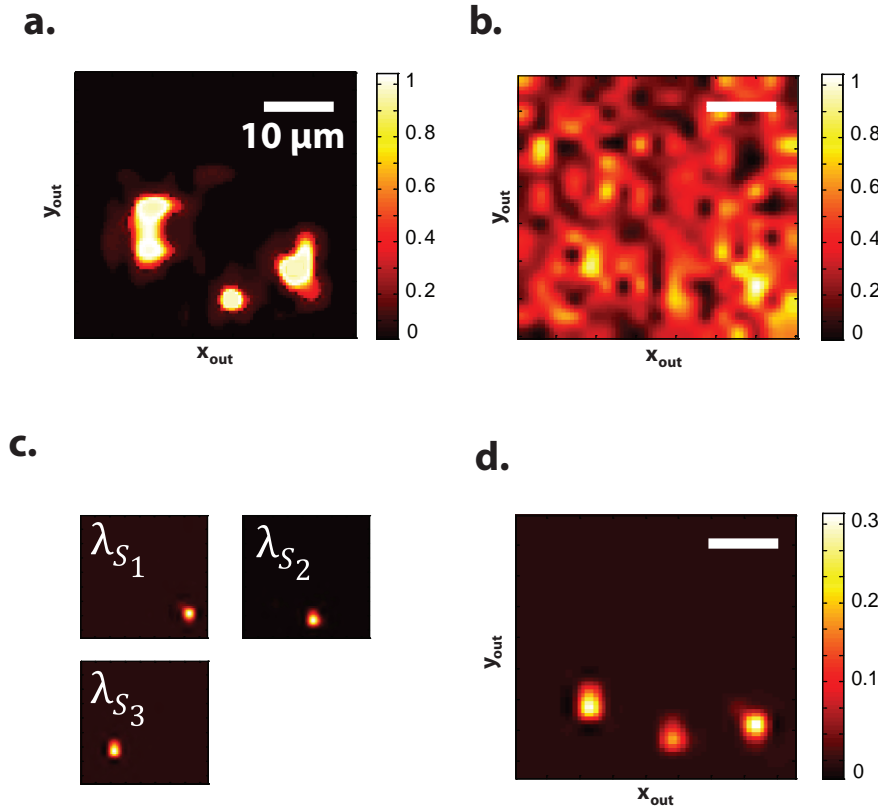


FIGURE 3.9 – Application de la méthode DORT sur la matrice  $\mathbf{R}_S$ . (a) Image OCT en espace libre. (b) Image OCT en présence d'une couche de papier entre l'objet et le microscope. (c) Sous-espaces associés aux trois premières valeurs singulières. Les images sont formées par le produit  $\sigma_{S_i} |\mathbf{U}_{S_i}(\mathbf{r}) \circ \mathbf{V}_{S_i}(\mathbf{r})|$ . (d) La somme des trois premiers sous-espaces permet de reconstruire l'image des trois diffuseurs.

la détection de cibles, mais peut également être utile dans un contexte d'imagerie. Nous allons maintenant étendre davantage notre approche afin d'imager des objets plus complexes à travers des tissus réels, ici des tissus biologiques fixés.

### 3.3 Imagerie d'objets étendus à travers des tissus biologiques

#### 3.3.1 Conditions expérimentales

Dans l'intention d'étendre les résultats prometteurs de la partie précédente, nous souhaitons désormais imager un objet étendu à travers des tissus biologiques. Dans

### 3.3. Imagerie d'objets étendus à travers des tissus biologiques

---

ce but, une tranche d'intestin de souris fixée et d'épaisseur  $L = 800 \mu\text{m}$  est déposée à la surface d'une mire de résolution positive USAF 1951. L'ensemble est imagé par un OM à immersion (Olympus, X40, NA=0.8). Avec un libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s \simeq 100 \mu\text{m}$ , le milieu diffusant présente une épaisseur optique  $b = L/\ell_s \simeq 8$  [83]. Ces conditions sont proches des limites de l'OCT. Afin d'imager la mire, une matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  est mesurée pour  $N = 961$  illuminations incidentes permettant de balayer un champ de vision  $W^2 = 60 \times 60 \mu\text{m}^2$  avec un pas  $\delta r = 2 \mu\text{m}$ . Cette zone contient les trois barres associées aux éléments 1 du groupe 7 (voir encart de la figure 3.10(a)).

#### 3.3.2 Matrice de réflexion à travers des tissus biologiques

Comme on peut le voir sur la figure 3.10(b), le champ rétrodiffusé mesuré et contenu dans la matrice de réflexion  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  est fortement élargi autour de la diagonale. Cette allure est caractéristique d'un milieu qui présente des aberrations ainsi que de la diffusion multiple. Cependant, le fait que cette répartition ne soit pas sur toute la matrice mais centrée autour de la diagonale, indique que la diffusion de la lumière ne rend pas totalement aléatoire la direction de propagation de l'onde lumineuse. Avec un facteur d'anisotropie  $g$  de l'ordre de 0.9, la lumière garde une information sur sa direction initiale de propagation sur une longueur  $\ell_t \simeq 10 \ell_s \sim L$  [83]. Ce phénomène a lieu lors de la propagation à l'aller (avant la réflexion sur la mire) puis au retour. Malgré cette conservation de la direction de propagation, l'image OCT formée à partir des éléments diagonaux de  $R(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$  ne permet pas d'en déduire une image résolue et contrastée de la mire de résolution. Ici, ce sont à la fois les aberrations et la diffusion multiple qui sont à l'origine de cette dégradation de l'image. Nous proposons ici une méthode de traitement alternative pour traiter ce problème. Dans un premier temps, une discrimination des contributions de diffusion simple et multiple est réalisée par une projection de la matrice  $\mathbf{R}$  sur une matrice caractéristique  $\mathbf{S}$  construite pour  $l_d = 4 \delta r = 8 \mu\text{m}$ . Dans un second temps, la méthode DORT est appliquée à la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{S}}$  ainsi obtenue. Au cours des expériences précédentes, l'objet à imager était composé d'une ou de plusieurs billes. La sparsité de tels objets offrait une association biunivoque entre un espace propre de la matrice de réflexion et chaque diffuseur. Cependant, une mire de résolution est un objet étendu et sa reconstruction va nécessiter la combinaison d'un grand nombre d'espaces propres. La difficulté est ici d'estimer ce nombre, que l'on associera au rang de l'objet. Si l'objet à imager contient  $M$  cellules de résolution, alors sa reconstruction devrait nécessiter la combinaison de  $M$  espaces propres [102]. Lorsque la taille de l'objet est inconnue, une possibilité consiste à étudier l'évolution de la qualité de l'image en fonction du nombre d'espaces propres combinés  $M'$ . Une image intermédiaire  $I_I(M')$  s'obtient en sommant sur les  $M'$  premiers



### Chapitre 3. Approche matricielle de l'imagerie optique en régime de diffusion multiple

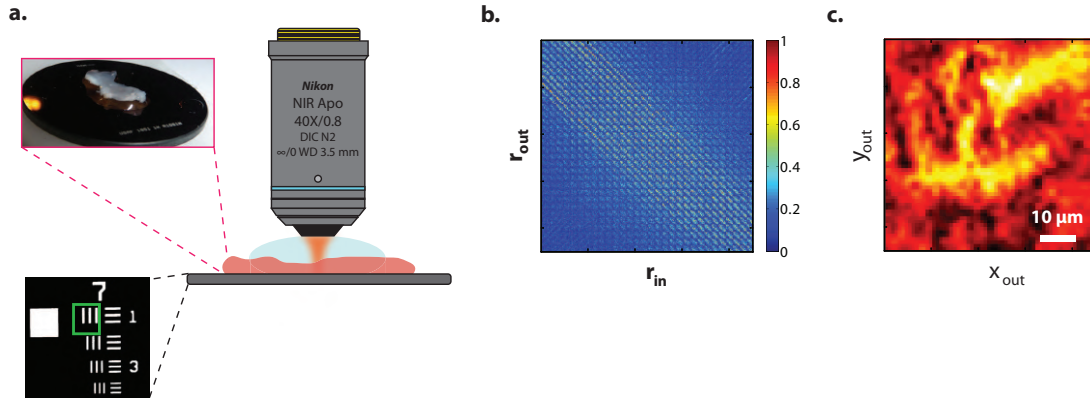


FIGURE 3.10 – Imagerie à travers des tissus biologiques. (a) Schéma de la configuration expérimentale. Une mire de résolution USAF 1951 sur laquelle est déposée une tranche d'intestin de  $800 \mu\text{m}$  d'épaisseur est imagée par un OM à immersion. La zone de la mire que nous imageons est précisée par un rectangle vert dans l'encart. (b) Matrice de réflexion dans le plan objet. (c) Image OCT déduite des éléments diagonaux de la matrice de réflexion. Les éléments de la mire n'apparaissent pas à cause de la diffusion et des aberrations induites par le milieu biologique.

sous-espaces pondérés par la valeur singulière associée :

$$I_I(M') = \sum_{i=1}^{M'} \sigma_{S_i} |\mathbf{U}_{S_i}(\mathbf{r}) \circ \mathbf{V}_{S_i}(\mathbf{r})|. \quad (3.17)$$

Visuellement, nous pouvons voir sur la figure 3.11(a), qu'une image satisfaisante est obtenue pour  $M' \approx 250$ . Nous discernons alors facilement les éléments de la mire. Si la valeur de  $M'$  est trop faible, seulement une partie de l'objet est reconstruite. Si au contraire la valeur de  $M'$  est plus élevée, l'image perd en contraste car des valeurs singulières associées à la diffusion multiple commencent à être ajoutées. Cette observation peut être confirmée par un calcul du contraste de l'image en fonction de  $M'$ . Le contraste  $C$ , encore appelé visibilité, a pour définition :

$$C(M') = \frac{\max(I_I(M')) - \min(I_I(M'))}{\max(I_I(M')) + \min(I_I(M'))}. \quad (3.18)$$

Puisqu'une mire de résolution présente une réflectivité binaire, son image doit présenter un contraste de 1, même lorsque sa reconstruction est partielle. Comme on peut le voir sur la figure 3.11(c), nous obtenons effectivement un contraste égal à 1 jusqu'à  $M' \sim 250$ . Le contraste diminue ensuite pour des valeurs de  $M'$  plus élevées, signifiant que les espaces propres d'ordre supérieur sont associés à un bruit de diffusion multiple incohérent. Ce résultat est en accord avec l'évolution visuelle de l'image obtenue présentée en figure 3.11(b).

Afin de vérifier la nécessité de la discrimination spatiale préalable à l'application de la méthode DORT, nous réalisons la même procédure de reconstruction d'image

### 3.3. Imagerie d'objets étendus à travers des tissus biologiques

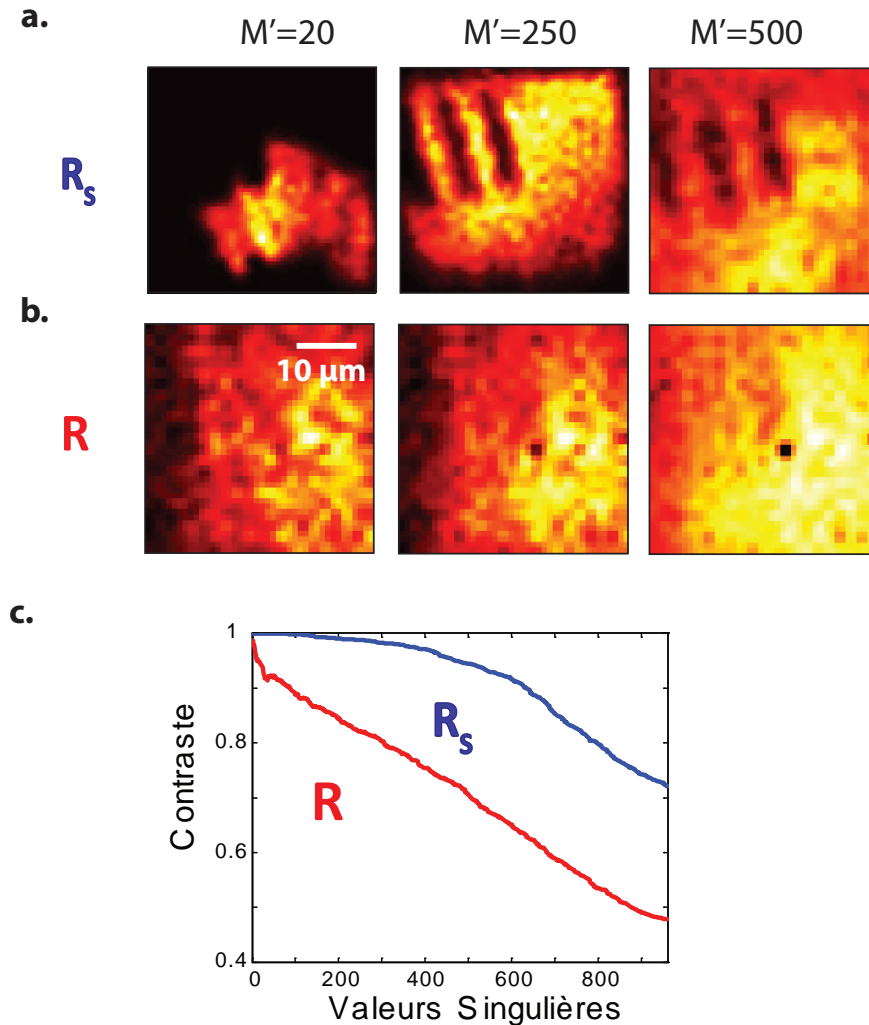


FIGURE 3.11 – Application de la méthode DORT pour imager à travers un milieu biologique. (a) Reconstruction d'une image en sommant sur les  $M'$  premiers sous-espaces propres. Lorsque la méthode DORT est appliquée sur  $\mathbf{R}_s$ , une image nette est obtenue pour  $M' \sim 250$ . Si plus de valeurs propres sont considérées l'image perd en contraste. (b) En revanche, quelle que soit la valeur de  $M'$ , la méthode DORT ne permet pas d'imager la cible à partir de  $\mathbf{R}$ . (c) Évolution du contraste des images intermédiaires  $I_l$  obtenues par application de la méthode DORT sur  $\mathbf{R}$  (en rouge) et  $\mathbf{R}_s$  (en bleu).

mais cette fois sur la matrice originale  $\mathbf{R}$ . Quelle que soit la valeur de  $M'$ , les images intermédiaires obtenues ne permettent pas de visualiser les éléments de la mire de résolution (voir figure 3.11(b)). Une mesure du contraste nous montre d'ailleurs que celui-ci chute dès les premières valeurs singulières, montrant que la diffusion multiple prédomine.

Les résultats présentés dans cette partie sont importants pour deux raisons. Premièrement, nous avons mis en évidence la possibilité d'appliquer la méthode DORT à l'imagerie d'objets étendus, ici une mire de résolution, en étudiant le contraste de l'image obtenue en fonction du nombre d'espaces propres considérés. De plus, ces résultats démontrent les possibilités de notre approche pour réaliser de l'imagerie de tissus réels.

### **3.4 Conclusion et perspectives**

Dans ce chapitre, nous avons appliqué notre approche matricielle à des cas d'imagerie à travers des milieux multiples diffuseurs. Nous avons notamment tiré profit de la matrice de réflexion afin d'isoler le plus efficacement possible la contribution de diffusion simple. Cette opération a été réalisée à la fois dans le domaine spatial et temporel. Pour ce dernier, le montage interférométrique permet un fenêtrage temporel des photons balistiques qui nous assure un rejet efficace des photons multiples diffusés. Dans le domaine spatial, nous avons dans un premier temps réalisé un analogue numérique d'un microscope confocal à ouverture variable afin de construire une matrice de réflexion dont le RSM est optimisé. Dans un second temps, nous avons utilisé les corrélations spatiales au sein de cette matrice filtrée pour détecter une cible malgré les aberrations et la diffusion multiple résiduelles. Grâce à cela, une détection de cible à travers un milieu d'une épaisseur optique de  $12.25 \ell_s$  a été démontrée. Dans ces conditions, seul 1 photon réfléchi parmi 1000 milliards de photons est associé à la diffusion simple en provenance de l'objet.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons ensuite montré que cette méthode n'était en rien limitée à de la détection, mais permettait de réaliser de l'imagerie d'objets étendus. Nous avons notamment introduit une technique de reconstruction se basant sur le contraste de l'image finale afin d'estimer le nombre de sous-espaces propres de la matrice de réflexion à considérer pour imager le plan focal. L'image d'une mire de résolution à travers une tranche épaisse d'intestin de souris a ainsi pu être obtenue.

Les résultats présentés dans ce chapitre sont très prometteurs en vue de réaliser de l'imagerie de milieux réels à des profondeurs importantes. En effet, nous avons démontré qu'il était possible de repousser la limite fondamentale de la diffusion multiple en imagerie optique. Cependant, nous avons pu observer lors de nos expériences sur les milieux biologiques la présence simultanée de la diffusion multiple et des aberrations induites par de tels échantillons. Bien que nous ayons séparé en deux chapitres notre étude à la correction de ces deux effets, il nous apparaît nécessaire de coupler notre approche de correction d'aberrations avec celle de discrimination des photons simplement et multiples diffusés pour imager des tissus

### 3.4. Conclusion et perspectives

---

biologiques en profondeur et sans perte de résolution.

Pour l'instant, le dispositif expérimental ne permet pas d'exploiter pleinement les principes théoriques de notre approche matricielle et d'atteindre les profondeurs prédites pour des tissus *in vivo*. Pour cela, des améliorations de nature différente sont nécessaires. Premièrement, réaliser de l'imagerie de tissus réels nécessite une cadence d'acquisition compatible avec le temps de décorrélation du milieu. Ce temps caractéristique prend des valeurs de quelques millisecondes à quelques secondes selon l'épaisseur et la nature du milieu. Il est donc largement inférieur au temps d'acquisition de quelques minutes actuellement. Cependant, l'utilisation de technologies plus performantes (caméra et SLM plus rapides) ou l'emploi de l'holographie hors-axe (qui nécessite seulement une acquisition au lieu de 4 actuellement lors de l'acquisition du champ) sont des pistes pour abaisser ce temps à une valeur raisonnable. Deuxièmement, les expériences présentées au cours des deux derniers chapitres avaient pour but d'imager des objets bien plus échogènes que le milieu diffusant lui-même. Ce cas de figure idéal n'est pas représentatif des milieux biologiques où l'objet et le milieu diffusant présentent une échogénéité similaire. Remarquons tout de même que les résultats obtenus lors de l'imagerie d'un œil de singe ou de têtard prouvent que notre dispositif expérimental possède une sensibilité suffisante pour imager directement des tissus réels.

Enfin, l'utilisation d'un laser femtoseconde nous a permis à la fois de réaliser une discrimination temporelle grâce à sa faible cohérence temporelle, et de contrôler les illuminations incidentes grâce à sa cohérence spatiale et à l'emploi d'un SLM. Malheureusement, cette source lumineuse est à la fois onéreuse et invasive. Son intérêt pour de l'imagerie de tissus biologiques est donc limitée. Cependant, nous avons récemment démontré qu'il était possible d'extraire des fonctions de Green sous une simple illumination halogène [103, 104]. En plus d'être totalement non invasive, cette approche permet d'obtenir une résolution axiale d'environ  $1 \mu\text{m}$  grâce à la très faible cohérence temporelle d'une telle source. Dans le but de combiner les avantages de ces deux approches, un dispositif expérimental est actuellement en cours de développement dans le cadre de la thèse de Victor Barolle. Ce dispositif permettra également une mesure plein champ qui augmentera grandement la vitesse d'acquisition afin de le rendre compatible pour l'imagerie de tissus biologiques. L'approche passive de la mesure de fonction de Green sur laquelle repose ce dispositif fait l'objet des deux derniers chapitres de cette thèse.



# Chapitre 4

## Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus

### Table des matières

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>126</b>
<b>4.2</b>	<b>Principe de la mesure passive de fonctions de Green</b>	<b>127</b>
4.2.1	Miroir à retournement temporel	128
4.2.2	Distribution continue de sources de bruit	129
4.2.3	Milieu hétérogène	130
<b>4.3</b>	<b>Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental</b>	<b>132</b>
4.3.1	Mesure des corrélations spatio-temporelles	132
4.3.2	Génération du champ diffus incohérent	137
<b>4.4</b>	<b>Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels</b>	<b>140</b>
4.4.1	Mesure passive de la composante balistique d'une fonction de Green	140
4.4.2	Mesure passive de la fonction de Green : Mise en évidence de la diffusion multiple	146
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>149</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons vu que la connaissance des fonctions de Green associées à un milieu de propagation était essentielle pour l'imagerie optique. Quand cela est possible, la fonction de Green entre deux points A et B d'un milieu peut être obtenue en émettant une impulsion depuis une source située en A, puis en enregistrant le champ induit à l'aide d'un capteur situé en B. Précédemment, nous avons réalisé de telles mesures à l'aide d'un modulateur spatial de lumière illuminé par un laser femtoseconde et d'une caméra CCD. Toutefois, pour un grand nombre d'applications, un tel dispositif expérimental est complexe à mettre en place et coûteux à la fois en termes de temps et d'argent. Un accès direct à la fonction de Green entre les points A et B n'est alors pas envisageable.

Ce problème s'est également posé, par le passé, pour des études géologiques car l'utilisation de sources cohérentes, typiquement des explosifs, y est presque impossible. Face à cet obstacle, Charles E. Weller propose dès 1969 une technique de mesure passive de fonctions de Green dans un contexte de prospection pétrolière au profit de la Shell Oil Company [105]. Son principe est le suivant : si le milieu étudié "baigne" dans un champ diffus incohérent, la fonction de Green entre deux points A et B peut être déduite en intercorrélant le champ mesuré par deux capteurs passifs placés en ces points. Le champ diffus peut être issu soit de sources déterministes placées en dehors du milieu de propagation ou bien d'un bruit ambiant (par exemple le bruit sismique lié aux microseismes, aux activités humaines, *etc.*). Longtemps oubliée, cette technique a été redécouverte dans les années 1990 en héliosismologie, la corrélation des fluctuations de l'intensité lumineuse à la surface du soleil permettant d'imager la structure de l'astre [106].

Depuis le début des années 2000, la corrélation de champs diffus est un sujet de recherche très actif. Ce sont tout d'abord Weaver et Lobkis qui ont généralisé ce principe aux ondes acoustiques [2]. Ils ont réalisé l'extraction de la réponse impulsionnelle entre deux points à la surface d'un bloc d'aluminium à partir de l'enregistrement du bruit associé aux ondes élastiques. Finalement, ce principe a été appliqué à la sismologie 34 ans après l'idée originale de Weller. Les travaux de Campillo et Paul ont démontré que la corrélation de signaux mesurés par deux stations sismiques permettait d'en déduire la réponse impulsionnelle entre ces deux positions

## 4.2. Principe de la mesure passive de fonctions de Green

---

[3]. Cette démonstration a ensuite révolutionné le domaine de l'imagerie sismique puisqu'il n'était dorénavant plus nécessaire d'attendre un séisme ou de provoquer une explosion pour récolter des informations sur les structures géologiques. Cette approche se révèle particulièrement pertinente en tomographie à l'échelle régionale [4, 107]. Plus récemment, le principe de la mesure passive a été également appliqué à des ondes électromagnétiques dans le régime micro-ondes à partir des corrélations du bruit thermique ambiant [108, 109].

Transposer cette approche aux ondes optiques présenterait des intérêts multiples. En effet, nous avons vu dans la partie précédente de cette thèse qu'une mesure conventionnelle de fonction de Green nécessite un dispositif expérimental relativement complexe, onéreux mais surtout invasif. Plutôt que de focaliser une impulsion en provenance d'un laser femtoseconde, une mesure passive implique simplement l'illumination de l'échantillon par un champ diffus totalement incohérent. Nous allons voir qu'une simple source halogène permet de satisfaire cette condition, réglant à la fois le problème de coût et l'aspect invasif de notre approche cohérente. Sous une telle illumination, les diffuseurs du milieu étudié vont alors être utilisés en tant que source cohérente ou détecteur capable d'enregistrer l'évolution temporelle du champ à la surface de l'échantillon. Enfin, le dispositif expérimental développé à cet effet permet une acquisition plein champ de telles fonctions de Green. Nous pourrions donc avoir accès à des millions de réponses impulsionnelles entre des sources et des récepteurs virtuels à la surface de l'échantillon. Cette immense quantité d'informations pourra ensuite être mise à profit pour étudier les propriétés de transport de l'onde lumineuse au sein du milieu étudié.

Dans ce chapitre, nous présentons, à notre connaissance, la première expérience de corrélations de bruit pour des ondes électromagnétiques aux fréquences optiques. Dans la première des trois parties de ce chapitre, nous rappelons les principes théoriques de la méthode d'estimation passive de fonctions de Green grâce à une analogie avec une expérience de retournement temporel. Nous présentons ensuite le dispositif expérimental développé afin de transposer ces concepts aux ondes lumineuses. Enfin, la dernière partie sera l'occasion de présenter les résultats expérimentaux de mesures passives de fonctions de Green entre des diffuseurs individuels. Nous y démontrerons la possibilité de mesurer à la fois les contributions de diffusion simple mais également multiple entre deux diffuseurs voisins.

## 4.2 Principe de la mesure passive de fonctions de Green

L'objectif de cette première partie est de donner une explication intuitive du principe de la mesure passive de fonctions de Green à partir des corrélations d'un champ diffus. Pour faire ce lien, nous allons nous appuyer sur une expérience de miroir à retournement temporel dans le cas d'une onde scalaire décrite dans la référence



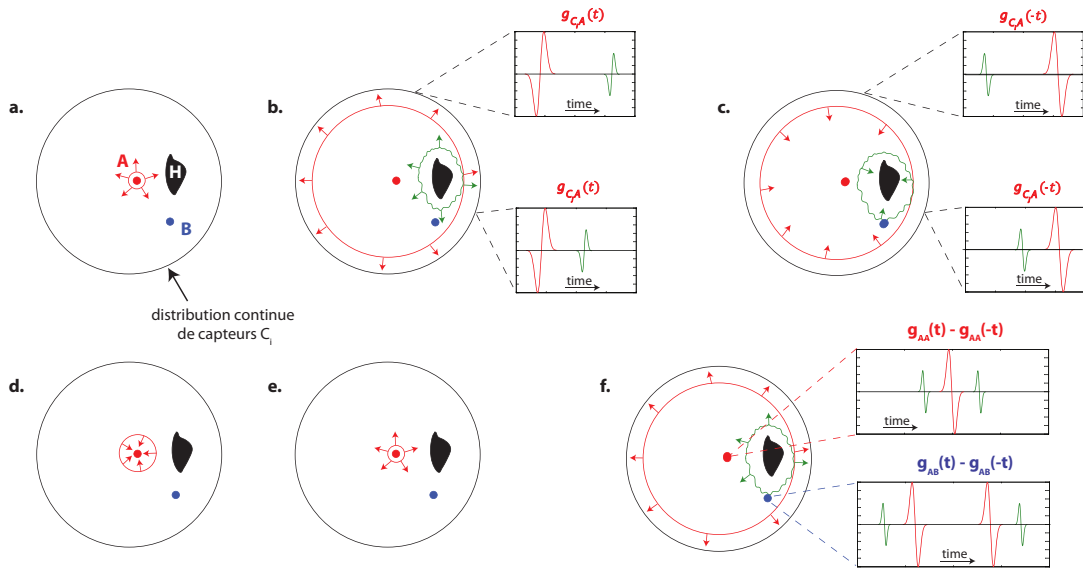


FIGURE 4.1 – Expérience de miroir à retournement temporel dans une cavité formée d’une distribution continue de capteurs  $C_i$  et d’inhomogénéités éventuelles H. (a,b) La source en A émet une brève impulsion qui se propage jusqu’à B qui mesure  $g_{AB}(t)$  et aux capteurs  $C_i$  qui mesurent  $g_{AC_i}(t)$ . (c) Les signaux mesurés par les  $C_i$  sont retournés temporellement et réémis. (d,e,f) Le champ se focalise en A puis diverge à nouveau.

[110].

### 4.2.1 Miroir à retournement temporel

Considérons une distribution continue de sources  $C_i$  formant une cavité fermée (figure 4.1(a)). Nous voulons ici mesurer la fonction de Green impulsionnelle entre deux points A et B au sein de cette cavité. Celle-ci peut être homogène ou non, nous négligerons simplement l’absorption. Imaginons l’expérience de retournement temporel suivante [97, 1, 111] :

- L’émetteur ponctuel placé en A émet une impulsion infiniment brève  $\delta(t)$ . L’onde générée se propage au sein de la cavité et est éventuellement diffusée par les hétérogénéités présentes. Puis, l’onde est à la fois enregistrée par B, qui mesure directement la fonction de Green  $g_{AB}(t)$  entre A et B, et par l’ensemble des capteurs  $C_i$  du miroir à retournement temporel. Ceux-ci mesurent les fonctions de Green  $g_{AC_i}(t)$  (figure 4.1(b)) Ici, un écho direct ainsi qu’un écho de diffusion lié aux hétérogénéités sont obtenus.

- La seconde étape consiste à retourner temporellement tous les signaux mesu-

## 4.2. Principe de la mesure passive de fonctions de Green

---

rés au niveau des capteurs et à les réémettre ( $g_{AC_i}(-t)$ ) (figure 4.1(c)). En supposant la réciprocity de la propagation au sein de la cavité, l'onde formée atteint tout d'abord B et l'hétérogénéité avant de refocaliser en A au temps  $t=0$  (figure 4.1(d)). Il en résulte que le champ mesuré en B est exactement  $g_{AB}(-t)$ , la fonction de Green anti-causale entre A et B. Une fois refocalisée en A, l'onde diverge à nouveau (figure 4.1(e)) et donne lieu en B au signal  $g_{AB}(t)$ , la fonction de Green causale (figure 4.1(f)). Le champ  $\phi_B$  obtenu en B est donc la somme des fonctions de Green causale et anti-causale.

$$\phi_B(t) = g_{AB}(-t) + g_{AB}(t) \quad (4.1)$$

Alternativement, ce champ peut s'exprimer directement en fonction du signal émis depuis les sources  $C_i$ . Nous en déduisons la relation suivante :

$$\begin{aligned} \phi_B(t) &= \sum_{C_i} \int_{-\infty}^{+\infty} g_{AC_i}(-t) \cdot g_{C_iB}(t-\tau) d\tau \\ &= \sum_{C_i} g_{AC_i}(t) \otimes g_{C_iB}(t) . \end{aligned} \quad (4.2)$$

En faisant une hypothèse de réciprocity du système, nous avons :

$$g_{AC_i}(t) = g_{C_iA}(-t) . \quad (4.3)$$

En combinant les équations 4.1, 4.2 et 4.3, nous obtenons l'égalité suivante :

$$g_{AB}(-t) + g_{AB}(t) = \sum_{C_i} g_{C_iA}(-t) \otimes g_{C_iB}(t) . \quad (4.4)$$

Cette équation peut être traduite physiquement de la manière suivante : l'intercorrélation des champs mesurés en A et B suite à l'émission d'une impulsion cohérente depuis les éléments  $C_i$  donne directement la somme des fonctions de Green causale et anti-causale entre A et B.

### 4.2.2 Distribution continue de sources de bruit

Considérons à présent la configuration où le MRT est remplacé par une distribution continue de sources aléatoires  $C_i$  incohérentes les unes aux autres (voir figure 4.2). Soit  $n_i(t)$  le champ émis par la source  $i$ , le champ reçu en A et B est alors égal à :

$$\begin{cases} \phi_A(t) = \sum_i n_i(t) \otimes g_{C_iA}(t) \\ \phi_B(t) = \sum_i n_i(t) \otimes g_{C_iB}(t) \end{cases} \quad (4.5)$$

La fonction d'intercorrélation du champ en ces deux points vaut :

$$\begin{aligned} C(A, B, t) &= \phi_A(-t) \otimes \phi_B(t) \\ &= \left( \sum_j n_j(-t) \otimes g_{C_jA}(-t) \right) \otimes \left( \sum_i n_i(t) \otimes g_{C_iB}(t) \right) . \end{aligned} \quad (4.6)$$

## Chapitre 4. Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus

Grâce à l'associativité et la distributivité de l'opérateur de convolution, cette expression peut se mettre sous la forme :

$$C(A, B, t) = \sum_j \sum_i [n_j(-t) \otimes n_i(t)] \otimes [g_{C_j A}(-t) \otimes g_{C_i B}(t)]. \quad (4.7)$$

Par souci de simplicité, nous supposons que les sources de bruit sont décorrélées, le produit de convolution  $n_j(-t) \otimes n_i(t)$  sera pris égal à  $\delta_{ij} R_b(t)$ . Ici  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker, il est égal à 1 pour  $i = j$  et 0 sinon.  $R_b(t)$  représente l'autocorrélation des sources de bruit que nous supposons identiques pour toutes les sources. L'équation 4.7 devient alors :

$$C(A, B, t) = R_b(t) \otimes \left( \sum_i g_{C_i A}(-t) \otimes g_{C_i B}(t) \right). \quad (4.8)$$

D'après l'équation 4.4, nous reconnaissons l'expression des fonctions de Green entre A et B. Nous pouvons en déduire l'expression suivante les reliant à la fonction de corrélation :

$$C(A, B, t) = R_b(t) \otimes (g_{AB}(-t) + g_{AB}(t)). \quad (4.9)$$

Théoriquement la fonction de Green entre deux points A et B peut être obtenue

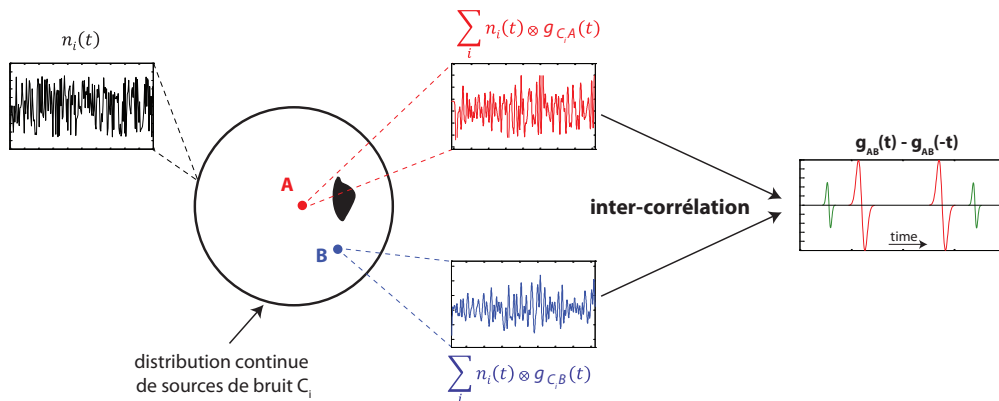


FIGURE 4.2 – Expérience de corrélation de bruit dans un milieu entouré par une distribution continue de sources  $C_i$  qui émettent un champ  $n_i(t)$ . La corrélation des champs mesurés en deux points A et B de la cavité permet de mesurer la fonction de Green entre ces deux points.

par la mesure de la corrélation du champ en ces deux points dans le cas d'une distribution continue de sources aléatoires.

### 4.2.3 Milieu hétérogène

La configuration précédente ne constitue certes qu'un cas idéal. Toutefois, il a été prouvé expérimentalement par Derode *et al* que ce résultat restait valable dans le

## 4.2. Principe de la mesure passive de fonctions de Green

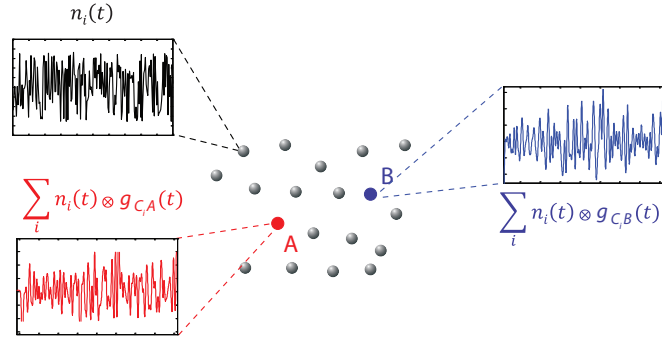


FIGURE 4.3 – Expérience de corrélation de bruit en milieu hétérogène. Une distribution aléatoire de sources de bruit génère un champ diffus incohérent spatialement et temporellement. Si la complexité du milieu est suffisante, alors nous pouvons nous ramener au cas précédent (milieu entouré d’une distribution continue de sources aléatoires) et la corrélation des champs mesurés en A et B permet d’obtenir la fonction de Green entre ces deux points.

cas d’un milieu ouvert hétérogène avec un nombre fini de sources [110]. Bien que la convergence de la fonction de corrélation vers la fonction de Green nécessite un nombre de sources important, cette limitation peut être compensée par la complexité du milieu (voir figure 4.3). La présence d’hétérogénéités au sein du milieu va entraîner la diffusion de l’onde émise par les sources et ces diffuseurs peuvent alors être considérés comme des sources secondaires. La prise en compte de temps de propagation plus longs peut alors permettre de tirer profit de cette complexité. Une fois encore, une analogie avec le retournement temporel peut être faite. Il a été montré que l’on peut focaliser à travers un milieu diffusant à l’aide d’une seule source qui émet un signal temporel complexe [112]. Un milieu diffusant peut ainsi être assimilé à un multiplexeur entre les degrés de liberté spatiaux (ici une source) et temporels.

Cette brève démonstration avait pour but de faire le lien entre la fonction de corrélation d’un champ et la fonction de Green. Nous appellerons champ diffus le champ créé par les sources aléatoires. Ce champ peut être soit créé physiquement par des sources de bruit, soit il peut provenir de la diffusion multiple d’une onde par les hétérogénéités du milieu. Bien souvent il proviendra de la combinaison des deux. Remarquons que cette démonstration a été faite dans le cas d’une onde scalaire, la démonstration pour une onde électromagnétique en 3 dimensions est possible mais nécessite des calculs plus compliqués. Leur détail ne sera pas traité dans cette thèse, mais le lecteur pourra les trouver dans la référence [103]. Dans un souci de simplification, nous faisons dans ce manuscrit, l’hypothèse d’ondes scalaires. Nous admettons que le résultat suivant s’applique également aux ondes électromagnétiques :

$$\partial_t C(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) \underset{T \rightarrow \infty}{\sim} g_{AB}(-t) - g_{AB}(t). \quad (4.10)$$

## **Chapitre 4. Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus**

La dérivée temporelle de la corrélation du champ diffus mesuré en deux points A et B tend vers la différence des fonctions de Green causale et anti-causale entre ces deux points. Cette estimation est d'autant meilleure que le temps d'intégration  $T$  est grand par rapport au temps caractéristique des fluctuations du champ diffus. Nous retrouvons ici le sens de l'équation 4.9 qui nous indiquait que les fonctions de Green obtenues sont convoluées avec l'autocorrélation du champ diffus. Ainsi, plus le champ diffus sera incohérent temporellement et le temps d'acquisition long, et meilleure sera l'estimation de la fonction de Green.

Après avoir présenté le principe de la mesure passive de fonction de Green, nous allons maintenant nous intéresser à sa mise en oeuvre expérimentale en optique, notamment la génération d'un champ diffus et la mesure des corrélations spatio-temporelles de ce champ.

### **4.3 Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental**

Comme nous l'avons vu précédemment, il est en théorie possible d'extraire des fonctions de Green entre deux points A et B d'un milieu par corrélation de champ diffus. Pour cela, les critères suivants doivent être respectés :

- le milieu étudié doit "baigner" dans un champ ambiant incohérent à la fois spatialement et temporellement.
- la corrélation temporelle du champ diffus en A et B doit être mesurée (ou calculée).

Avant de détailler comment générer un tel champ diffus en optique et quelles sont ses propriétés, nous présentons le principe de l'interféromètre de Michelson. Nous allons voir que malgré sa simplicité, ce dispositif permet une mesure précise des corrélations temporelles et spatiales du champ incident.

#### **4.3.1 Mesure des corrélations spatio-temporelles**

##### **Présentation de l'interféromètre de Michelson : mesure de corrélations temporelles**

La figure 4.4 donne le schéma de principe de l'interféromètre de Michelson. L'illumination incidente  $E_0$  est séparée en amplitude par un cube séparateur vers les

### 4.3. Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental

deux bras perpendiculaires de l'interféromètre. Nous notons  $E_1$  et  $E_2$  les champs dans les deux bras. Les faisceaux sont ensuite réfléchis par les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  puis recombinaés en sortie du cube où un détecteur mesure l'intensité associée aux interférences. La position axiale d'au moins un des deux miroirs est contrôlable et nous notons  $\delta$  la différence de chemin optique introduite entre les deux bras. Cette différence de marche est associée à une différence de temps de vol  $t = 2\delta/c$ . Dans la grande majorité des cas, le temps de réponse du détecteur est très grand devant la période des ondes optiques (typiquement  $10^{-14}$  s dans le visible), la grandeur mesurée en sortie est alors une intensité moyennée sur le temps d'intégration. Son expression est :

$$\begin{aligned} I(t) &= \langle |E_1(t + \tau) + E_2(\tau)|^2 \rangle_\tau \\ &= \langle |E_1(t + \tau)|^2 \rangle_\tau + \langle |E_2(\tau)|^2 \rangle_\tau \\ &\quad + \langle E_1(t + \tau)^* \cdot E_2(\tau) \rangle_\tau + \langle E_1(t + \tau) \cdot E_2(\tau)^* \rangle_\tau . \end{aligned} \quad (4.11)$$

Le symbole  $*$  fait ici référence au complexe conjugué et le symbole  $\langle . \rangle$  désigne une

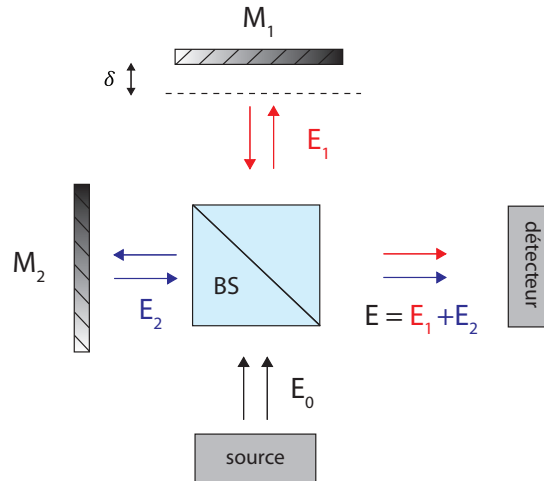


FIGURE 4.4 – Principe d'un interféromètre de Michelson. Le champ  $E_0$  provenant d'une source est divisé en amplitude par un cube séparateur. Les faisceaux sont réfléchis sur les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  puis recombinaés en sortie du même cube. Un détecteur permet la mesure de l'intensité associée aux interférences entre les faisceaux provenant des deux bras.

moyenne sur la variable indiquée en indice, ici le temps d'intégration du détecteur. En supposant que la somme des intensités moyennes de chaque bras est constante et en notant  $I_0$  cette valeur, l'expression 4.11 peut se simplifier en :

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 + \langle E_1(t + \tau)^* \cdot E_2(\tau) \rangle_\tau + \langle E_1(t + \tau) \cdot E_2(\tau)^* \rangle_\tau \\ &= I_0 + 2\Re(C(t)) \end{aligned} \quad (4.12)$$

## Chapitre 4. Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus

avec  $\Re$  la partie réelle et  $C$  la fonction de corrélation croisée des champs  $E_1$  et  $E_2$ . Un interféromètre de Michelson permet donc de mesurer la corrélation temporelle des champs issus des deux bras de l'interféromètre à une constante près. La résolution temporelle d'une telle mesure est donnée par le pas de déplacement  $p$  du miroir mobile. Typiquement, un moteur de précision offre un pas  $p = 100$  nm, correspondant à une résolution temporelle  $t = 2p/c = 0.67$  fs. Une transformée de Fourier de l'interférogramme permet d'obtenir le spectre de l'illumination incidente grâce au théorème de Wiener-Kinchin. Ce principe est à la base de la spectroscopie à transformée de Fourier [45].

### Dispositif expérimental : mise à profit des degrés de liberté du miroir $M_2$

L'utilisation d'un interféromètre de Michelson avec un détecteur en sortie permet de mesurer les corrélations temporelles d'un champ incident. Afin d'avoir accès non seulement à la dépendance temporelle, mais aussi spatiale de ces corrélations, nous remplaçons le détecteur par une caméra CCD et ajoutons deux moteurs sur le miroir  $M_2$  afin de contrôler son inclinaison. Un OM est également inséré en amont de l'interféromètre pour permettre de réaliser des mesures à l'échelle microscopique. Le dispositif ainsi obtenu est schématisé sur la figure 4.5(a). Nous allons maintenant décrire son fonctionnement.

Remarquons que chaque bras de l'interféromètre s'apparente à un montage de type  $4f$ , nous obtenons alors dans le plan de la caméra CCD la superposition de deux images du plan focal de l'OM. Par souci de simplicité, nous négligeons ici le grandissement de ce montage ainsi que les effets de la diffraction. Considérons tout d'abord le dispositif en configuration lame d'air, c'est à dire lorsque l'inclinaison du miroir  $M_2$  est nulle. Dans ce cas, les images formées par chaque bras de l'interféromètre se superposent parfaitement. Par exemple, si deux points source sont présents dans le plan focal de l'OM, une image de ces deux points est alors obtenue dans le plan de la caméra (voir figure 4.5(b)).

En revanche, si un angle  $\theta$  est introduit au niveau du miroir  $M_2$ , la superposition des deux images n'est plus parfaite. L'image en provenance du bras fixe du montage est identique, mais l'image en provenance du bras 2 a elle été décalée (voir figure 4.5(c)). Nous notons  $\Delta\mathbf{r}$  ce décalage. Nous supposons ici que l'inclinaison du miroir  $M_2$  n'entraîne pas de modification du temps de vol  $t$ . Pour une inclinaison quelconque, quatre images correspondant aux images des deux points source par les deux bras de l'interféromètre sont obtenues. Les images fixes sont séparées de leur image mobile par une distance  $|\Delta\mathbf{r}|$  alors qu'elles sont séparées entre elles d'une distance  $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ . Remarquons qu'il est possible de superposer deux de ces images en fixant  $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  (voir figure 4.5(d)). Puisque le plan focal et le plan de la caméra sont conjugués, nous adoptons la même notation pour leurs coordonnées. Au niveau de la caméra CCD, le champ reçu est donc la somme du champ

### 4.3. Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental

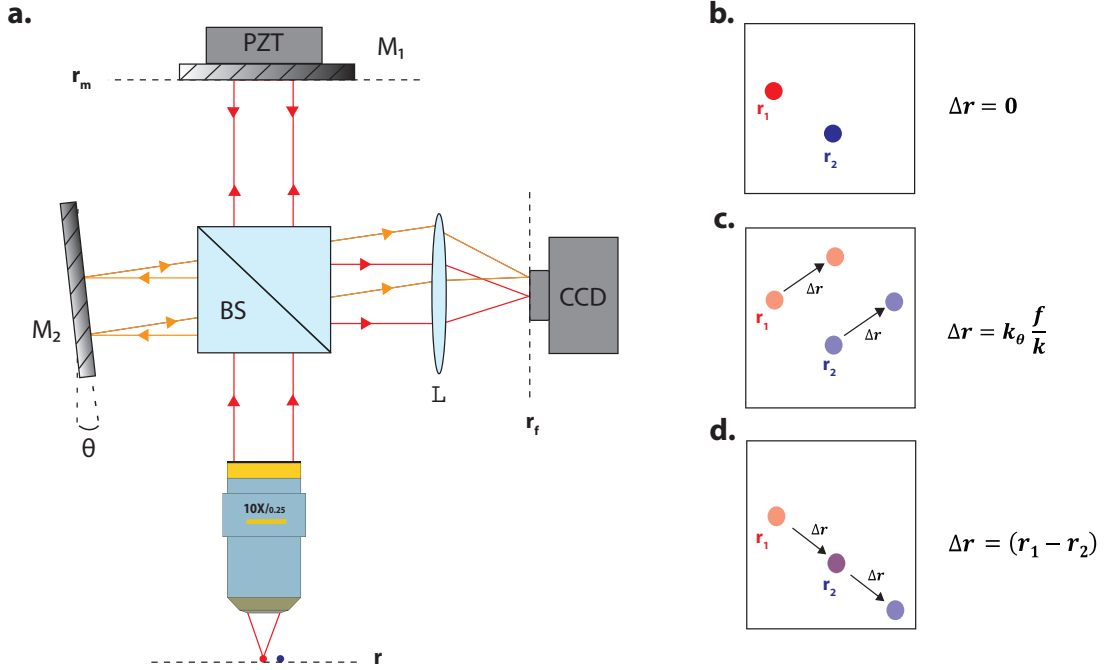


FIGURE 4.5 – (a) Dispositif expérimental permettant la mesure de corrélations spatio-temporelles du champ incident.  $M_1, M_2$  : miroirs,  $BS$  : cube séparateur,  $PZT$  : piézoélectrique,  $L$  : lentille. (b-d) Schémas d'images obtenues dans le plan de la caméra de deux points sources dans le plan focal de l'OM. Chaque point source donne une image fixe et une image mobile dont la position dépend de l'inclinaison  $\theta$  du miroir  $M_2$ .

provenant des positions  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}$  à la surface de l'échantillon. Pour un pixel de la caméra à la position  $\mathbf{r}$ , le champ a pour expression :

$$E_C(\mathbf{r}) = E(\mathbf{r}) + E(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) . \quad (4.13)$$

De plus, en associant l'inclinaison du miroir  $M_2$  et le balayage de la position axiale du miroir  $M_1$ , il est possible de superposer sur un même pixel le champ provenant de deux positions de l'échantillon et à des temps de vol différents :

$$E_C(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, t + \tau) + E(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \tau) . \quad (4.14)$$

Afin de mesurer de façon passive la fonction de Green impulsionnelles entre les positions  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}$ , nous cherchons à mesurer la corrélation croisée de ces champs. Cette grandeur est définie comme :

$$C(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) = \int E(\mathbf{r}, t + \tau) \cdot E^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \tau) d\tau . \quad (4.15)$$

Nous allons voir comment une mesure interférométrique permet l'obtention de cette grandeur.



**Mesure des corrélations par la méthode de décalage de phase à 4 images**

Le détecteur placé en sortie de l'interféromètre de Michelson est une caméra CCD qui mesure une intensité moyennée sur le temps d'intégration  $T$ . Toutefois, nous avons vu qu'une méthode telle que le décalage de phase à 4 images permettait de remonter à la valeur complexe du signal interférentiel à partir de mesures d'intensité (voir partie 2.3.1). Appelons  $\alpha$  le déphasage induit par un élément piezoélectrique positionné à l'arrière du miroir  $M_1$ . L'intensité mesurée au niveau de la caméra s'exprime comme :

$$\begin{aligned}
 S_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) &= \int_0^T \left| e^{j\alpha} E(\mathbf{r}, t + \tau) + E(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \tau) \right|^2 d\tau \\
 &= \int_0^T \left| e^{j\alpha} E(\mathbf{r}, t + \tau) \right|^2 d\tau + \int_0^T |E(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \tau)|^2 d\tau \\
 &\quad + e^{-j\alpha} \int_0^T E^*(\mathbf{r}, t + \tau) \cdot E(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \tau) d\tau \\
 &\quad + e^{j\alpha} \int_0^T E(\mathbf{r}, t + \tau) \cdot E^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, \tau) d\tau .
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Les deux derniers termes de cette équation font apparaître la fonction de corrélation croisée des champs définie lors de l'équation 4.15. Nous supposons ici que lorsque l'élément piezoélectrique déplace le miroir  $M_1$ , seuls les termes interférométriques varient notablement. En définissant  $I_0$  comme la somme des deux premiers termes constants, l'intensité mesurée se simplifie en :

$$S_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) = I_0 + e^{-j\alpha} C^*(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) + e^{j\alpha} C(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) . \tag{4.17}$$

Une mesure de  $S_\alpha$  pour des valeurs  $\alpha = 0$  et  $\alpha = \pi$  permet de déduire directement la partie réelle de la fonction de corrélation :

$$2\Re [C(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t)] = S_0(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) - S_\pi(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) . \tag{4.18}$$

Alternativement, il est possible d'obtenir la partie imaginaire de cette fonction de corrélation en prenant  $\alpha = \pi/2$  et  $\alpha = 3\pi/2$  :

$$2\Im [C(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t)] = S_{3\pi/2}(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) - S_{\pi/2}(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t) . \tag{4.19}$$

Grâce à une combinaison linéaire de quatre acquisitions d'intensité nous sommes en mesure d'obtenir la fonction de corrélation complexe du champ. D'après l'équation 4.10, la dérivée temporelle de cette fonction permet alors d'évaluer la fonction de Green impulsionnelle entre les points  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}$ . Si le pas temporel est suffisamment petit comparé à la période de l'onde, une différence finie permet d'obtenir cette dérivée temporelle. Avec une longueur d'onde minimale de l'illumination  $\lambda_{\min} = 400$  nm et un pas moteur  $p = 100$  nm, nous avons bien  $p < \lambda_{\min}/2$ . Le critère

### 4.3. Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental

---

de Nyquist est donc respecté. Toutes les dérivées temporelles des fonctions de corrélation montrées dans la suite de cette thèse seront estimées par différence finie de la fonction de corrélation mesurée.

L'utilisation d'un interféromètre de Michelson associée à une technique de mesure par décalage de phase à quatre images permet de mesurer les corrélations spatio-temporelles d'un champ diffus. Dans la partie suivante, nous allons voir comment générer un champ optique qui soit incohérent à la fois spatialement et temporellement pour satisfaire les conditions nécessaires à la mesure passive de fonctions de Green.

#### 4.3.2 Génération du champ diffus incohérent

Le second critère à remplir pour l'estimation passive de fonctions de Green, à savoir la génération d'un champ diffus, peut être satisfait en utilisant tout simplement une lampe halogène.

##### Cohérence temporelle

Premièrement, le temps de cohérence  $\tau_c$  d'une source est directement lié à son spectre d'émission. Dans l'hypothèse d'une source de lumière blanche incohérente, cette relation s'écrit [45] :

$$\tau_c = \frac{2 \ln(2)}{\pi c} \frac{\lambda_m^2}{\Delta \lambda} \quad (4.20)$$

avec  $\lambda_m$  la longueur d'onde centrale et  $\Delta \lambda$  la largeur à mi-hauteur du spectre d'émission. À l'aide d'un spectromètre, nous réalisons une mesure du spectre d'émission entre 500 nm et 1100 nm d'une lampe halogène (SCHOTT KL 1500 compact). La courbe obtenue est présentée en figure 4.6(a). Elle révèle un spectre large bande avec une longueur d'onde centrale  $\lambda_m=710$  nm et une largeur  $\Delta \lambda = 230$  nm. Nous en déduisons un temps de cohérence théorique  $\tau_c=3.2$  fs. Cette valeur gouvernera la résolution temporelle ultime de notre montage interférométrique.

Pour estimer la résolution temporelle réelle de notre montage optique, une lame de microscope est placée dans le plan focal de l'OM de notre dispositif. La lampe halogène est équipée de trois guides d'ondes flexibles qui permettent de réaliser une illumination isotrope (voir figure A.11). Nous plaçons ces guides à une distance  $D \sim 4$  cm de la lame et faisons en sorte que seulement le champ rétrodiffusé soit collecté par l'OM. Nous annulons l'angle  $\theta$  entre les deux miroirs de l'interféromètre. Un balayage de la fonction de corrélation est alors effectué en déplaçant axialement le miroir  $M_1$ . L'évolution de la partie réelle de la fonction de corrélation mesurée pour l'un des pixels de la caméra est donnée en figure 4.6(b). Cet in-

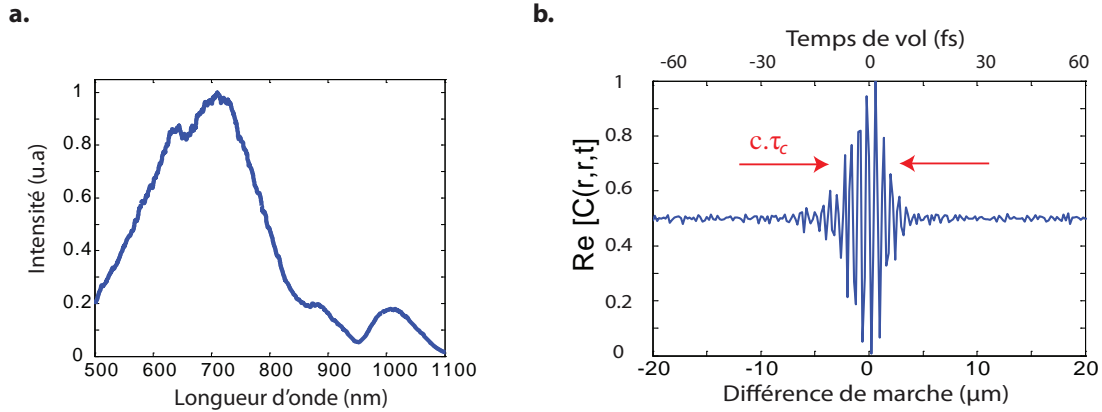


FIGURE 4.6 – (a) Spectre d’émission de la lampe halogène. Le spectre obtenu présente une longueur d’onde centrale  $\lambda_m = 710$  nm et une largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda = 230$  nm. (b) Mesure de la cohérence temporelle du champ incident. L’étendue temporelle de l’interférogramme donne un accès direct au temps de cohérence de la source, nous obtenons  $\tau_c = 10$  fs.

terférogramme est présenté en fonction de la différence de marche (OPD)  $\delta$ , mais aussi du temps de vol  $t$  associé. Ces deux quantités sont reliées par la célérité de la lumière dans le vide par la relation  $\delta = ct$ . L’amplitude du signal d’interférence s’étale seulement sur quelques microns en termes d’OPD. La largeur à mi-hauteur de l’interférogramme permet d’estimer  $\tau_c = 10$  fs. Cette valeur est en accord avec les prédictions théoriques données par l’équation 4.20.

### Cohérence spatiale

Le second intérêt de l’utilisation d’une lampe halogène est sa faible cohérence spatiale. Les sources thermiques étendues peuvent être considérées comme une superposition de points sources adjacents et incohérents entre eux. En supposant que le champ est totalement incohérent spatialement à la sortie des trois guides de la lampe, le théorème de Van Cittert-Zernike indique que la longueur de cohérence spatiale du champ au niveau de l’échantillon est donnée par [113] :

$$l_c = \frac{\lambda D}{S} \quad (4.21)$$

avec  $D$  la distance entre la sortie du guide d’onde et l’échantillon, et  $S$  le diamètre du guide d’onde (voir figure 4.7(a)). Dans notre situation  $S = 9$  mm et  $D \sim 4$  cm, nous obtenons théoriquement une longueur de cohérence spatiale  $l_c \sim 3 \mu\text{m}$ .

Afin de mesurer expérimentalement cette longueur de cohérence spatiale, nous

### 4.3. Extension de la mesure passive à l'optique : dispositif expérimental

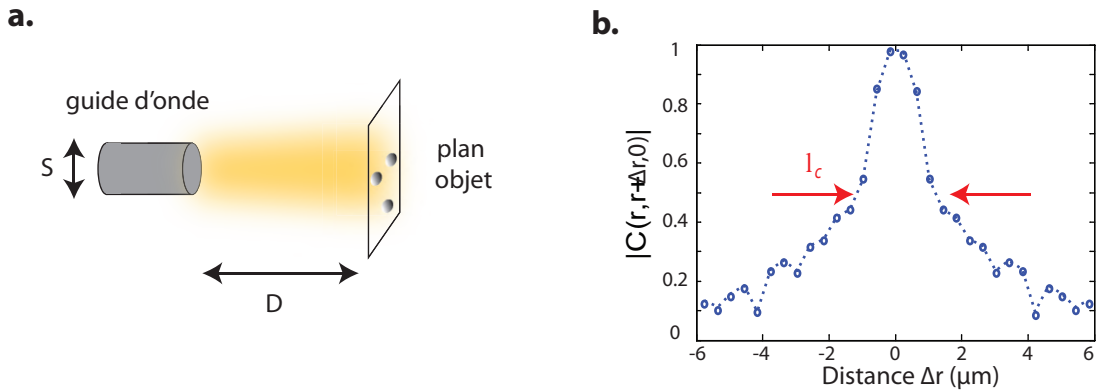


FIGURE 4.7 – Cohérence spatiale du champ d’illumination de l’échantillon. (a) D’après le théorème de Van Cittert-Zernike, la longueur de cohérence  $l_c$  est donnée par l’équation 4.21. (b) La largeur à mi-hauteur du profil de la corrélation spatiale du champ permet l’estimation de la longueur de cohérence spatiale. Nous obtenons  $l_c \approx 3 \mu\text{m}$ .

fixons la position axiale du miroir  $M_1$  afin d’égaliser la longueur des deux bras de l’interféromètre. Cette position est appelée contact optique. Nous mesurons ensuite l’évolution spatiale de  $C(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, t = 0)$  en fonction de la distance  $\Delta r$  induite. Comme le montre la figure 4.7(b), l’amplitude de la fonction de corrélation présente une largeur à mi-hauteur d’environ  $3 \mu\text{m}$ , valeur que nous prendrons comme estimation de la longueur de cohérence spatiale  $l_c$ . Remarquons que pour des valeurs de  $\Delta r$  supérieures à  $5 \mu\text{m}$ , la cohérence spatiale du champ est faible mais non nulle. Nous verrons quel impact aura cette cohérence résiduelle sur nos résultats expérimentaux par la suite.

Avec le système d’illumination décrit ci-dessus, nous entrons dans la cadre des hypothèses requises pour la mesure passive de fonctions de Green. Le montage optique montré sur la figure 4.5 va nous permettre d’accéder à des mesures de corrélations spatio-temporelles de champ diffus. Nous allons démontrer la convergence de ces dernières vers les fonctions de Green causale et anticausale (équation 4.10) grâce à une première expérience preuve de concept mettant en jeu quelques diffuseurs.

## 4.4 Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels

Afin de démontrer la mesure passive de fonction de Green en optique, nous étudions dans un premier temps le cas de deux diffuseurs A et B. Nous allons chercher à mesurer la fonction de Green impulsionnelle  $g_{AB}$  qui les relie mais aussi la fonction de Green propre à l'un de ces diffuseurs, ici  $g_{AA}$ . Pour cela, nous réalisons un dépôt aléatoire de micro-billes de magnétite  $Fe_3O_4$  de  $3 \mu\text{m}$  de diamètre incorporées à un polymère transparent, la poly-L-lysine, sur une lame de microscope. Grâce à un indice de réfraction élevé ( $n = 2.42$ ), les billes de magnétite sont bien plus échogènes que le substrat en verre ( $n = 1.51$ ). Ainsi, seuls les événements de diffusion entre les micro-billes A et B seront pris en compte.

Imaginons que le diffuseur A émette une brève impulsion dans toutes les directions de l'espace. Cette impulsion se propage notamment jusqu'au diffuseur B qui peut lui-même rediffuser le champ incident selon son diagramme de rayonnement. Le diffuseur A peut à son tour rediffuser le champ provenant de B, et ainsi de suite. Par définition, la fonction de Green  $g_{AB}$  contiendra toutes les trajectoires reliant A à B, à savoir les contributions relatives à la propagation directe, puis de diffusion double, quadruple et ainsi de suite (voir figure 4.8(a)). La fonction de Green  $g_{AA}$  contiendra elle toutes les trajectoires reliant A à A, à savoir les contributions relatives à la diffusion simple, puis triple et ainsi de suite (voir figure 4.8(b)). Cependant, nous attendons des amplitudes faibles pour les échos de diffusion d'ordres élevés à cause de la décroissance géométrique de la fonction de Green en espace libre (voir équation 1.8).

### 4.4.1 Mesure passive de la composante balistique d'une fonction de Green

Dans un premier temps, nous souhaitons mesurer la contribution associée à l'écho direct entre les diffuseurs A et B. Cette contribution est contenue dans la fonction de Green  $g_{AB}(t)$  dont l'estimation par l'approche passive nécessite de mesurer la fonction de corrélation  $C(A, B, t)$ . Dans la pratique, nous étudions deux billes séparées d'une distance  $L = 7 \mu\text{m}$ . Le temps de vol associé à la propagation directe est égal à  $t = L/c = 23 \text{ fs}$ . Une mesure active de la fonction de Green  $g_{AB}(t)$  entre ces deux billes nécessiterait de focaliser le faisceau provenant d'un laser femtoseconde sur la bille A, puis de mesurer le champ au niveau la bille B avec une résolution temporelle de quelques femtosecondes (voir figure 4.9). Il va sans dire que cette mesure active serait très exigeante expérimentalement. Nous proposons ici de mimer cette expérience sans employer de source cohérente.

#### 4.4. Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels

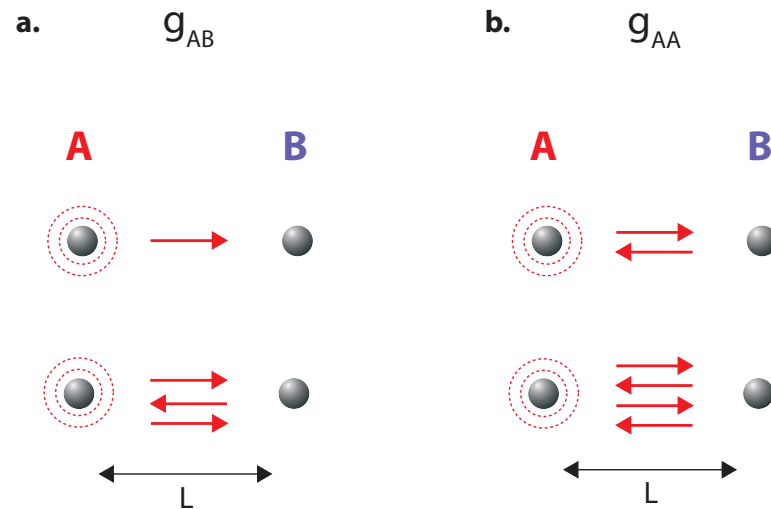


FIGURE 4.8 – (a) Évènements de diffusion mis en jeu dans la fonction de Green  $g_{AB}$  qui relie deux diffuseurs ponctuels. (b) Évènements de diffusion mis en jeu dans la fonction de Green relative à un seul diffuseur, ici  $g_{AA}$  (b).

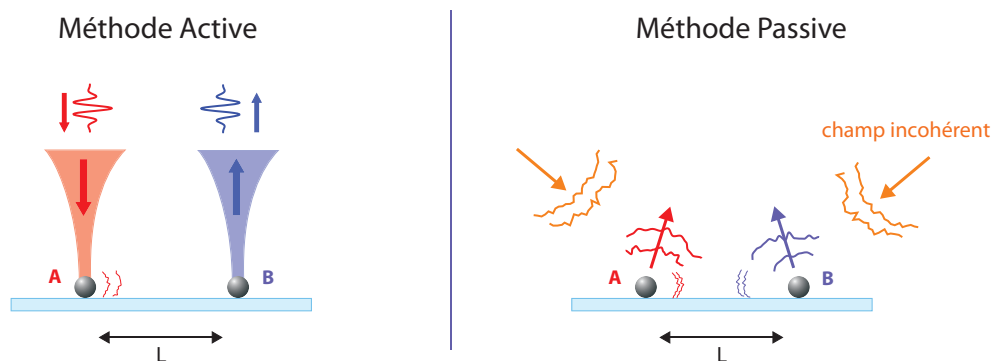


FIGURE 4.9 – Comparaison des méthodes de mesure active et passive de la fonction de Green impulsionnelle entre deux diffuseurs ponctuels A et B. La méthode active nécessite une illumination incidente de quelques femtosecondes focalisée en A, puis la mesure du champ diffusé par B avec une résolution temporelle comparable. La méthode passive repose sur une illumination incohérente et homogène de A et B, puis une mesure de la corrélation des champs diffusés par A et B.

#### Conditions expérimentales

Dans la pratique, l'échantillon est illuminé par une lampe halogène équipée de trois guides d'onde en sortie afin de rendre l'illumination la plus isotrope possible.

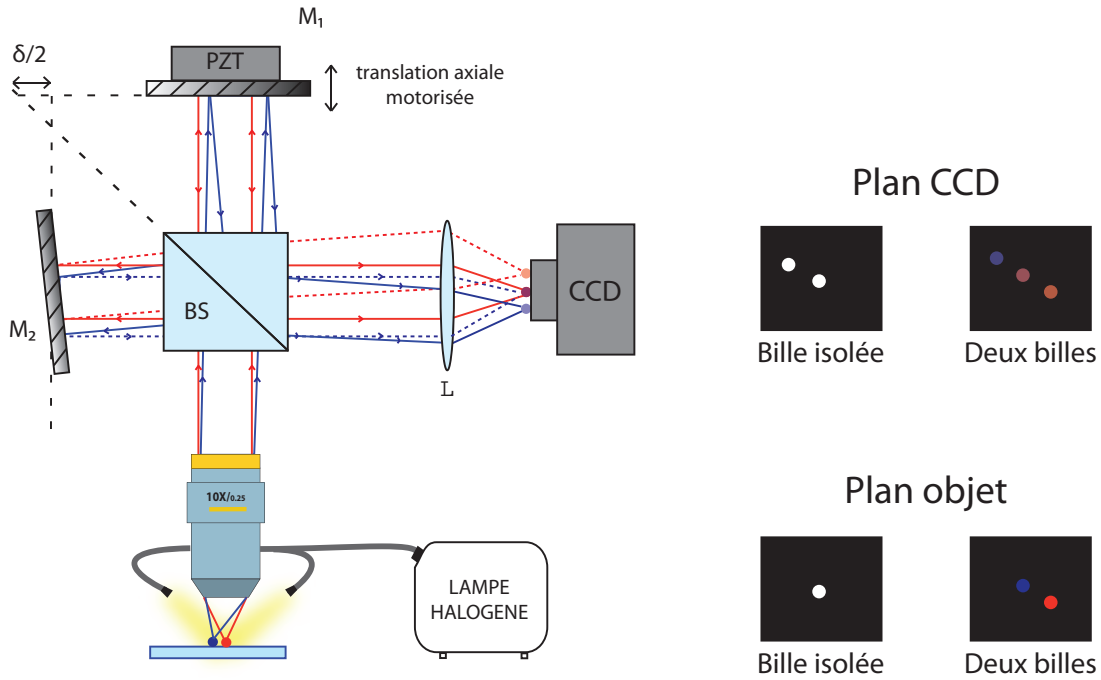


FIGURE 4.10 – Configuration expérimentale pour la mesure passive de la contribution balistique de la fonction de Green entre deux diffuseurs ponctuels. L’inclinaison du miroir  $M_2$  permet de superposer les images des deux diffuseurs dans le plan de la caméra. La position axiale du miroir  $M_1$  permet ensuite de balayer le domaine temporel de la fonction de corrélation.

Le champ diffusé par l’échantillon est ensuite collecté par un OM (Olympus X10,  $NA=0.25$ ) et guidé vers un interféromètre de Michelson. Un angle  $\theta$  est introduit au niveau du miroir  $M_2$  afin que les images des billes A et B se superposent dans le plan de la caméra CCD (voir figure 4.10). Trois images sont alors observées dans ce plan : l’image de la bille A réfléchiée par le miroir  $M_1$ , l’image de la bille B réfléchiée par le miroir  $M_2$  et la superposition des images des billes A et B vues par les miroirs  $M_2$  et  $M_1$ . C’est à cette dernière position que la fonction de corrélation  $C(A, B, t)$  associée à la propagation entre les deux billes sera mesurée. Parallèlement, nous étudions le cas d’une bille isolée dont l’image est dédoublée d’une distance  $L$ . Une fois la position dans le domaine spatial fixée, le domaine temporel est balayé grâce à la position axiale du miroir  $M_1$ . Nous fixons le pas du moteur  $p = 1 \mu\text{m}$ . Ce déplacement induit une OPD  $\delta = 2 \mu\text{m}$ , ou de façon équivalente un pas temporel  $\delta t = 6.7 \text{ fs}$ .

Pour un temps d’intégration  $T = 750 \text{ ms}$ , la fonction de corrélation du champ diffusé par les billes A et B ainsi que celle associée à la bille isolée sont présentées en figure 4.11(c) et (f). Alors que l’interférogramme associé à la bille isolée montre un signal non nul seulement autour du contact optique, l’interférogramme associé

#### 4.4. Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels

---

à  $C(A, B, t)$  présente deux échos supplémentaires obtenus pour une différence de marche  $\delta = \pm 7 \mu\text{m}$ , soit la distance séparant les deux billes. Avant d'affirmer que ces échos correspondent à la contribution balistique de la fonction de Green  $g_{AB}$ , il est nécessaire d'étudier la convergence du signal interférométrique en fonction du temps d'intégration  $T$ .

##### Convergence de la fonction de corrélation vers la fonction de Green

Nous présentons en figure 4.11(a-c) l'évolution qualitative de la fonction de corrélation  $C(A, B, t)$  pour des valeurs de  $T = 10, 40$  et  $750$  ms. Pour des temps d'intégration courts, le signal interférométrique est dominé par le bruit et aucun signal cohérent n'apparaît. A partir de  $T = 40$  ms un signal cohérent émerge du bruit mais le rapport signal à bruit est encore faible. Enfin pour  $T = 750$  ms, le signal est suffisamment moyenné et l'interférogramme obtenu fait apparaître clairement un signal cohérent composé de trois termes.

De la même façon, nous comparons en figure 4.11(d-f), l'évolution de la fonction de corrélation associée à la bille isolée pour les mêmes valeurs de  $T$ . La encore, pour des temps d'intégration courts le signal interférométrique est dominé par le bruit. Puis, pour des valeurs de  $T$  plus élevées, seul reste un écho obtenu pour une différence de marche nulle.

Après cette rapide analyse, nous proposons une étude quantitative de l'évolution temporelle des fonctions de corrélation pour estimer si le temps d'intégration est suffisant pour assurer la convergence vers les fonctions de Green. D'un point de vue général, le signal mesuré peut s'exprimer comme la somme du signal d'intérêt, les fonctions de Green, et d'un signal associé au bruit que nous notons  $n$  :

$$\partial_t C(t) = \underbrace{\{g(t) - g(-t)\}}_{\text{signal}} + \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T n(\tau) d\tau}_{\text{bruit}}. \quad (4.22)$$

Pour estimer le rapport du signal sur le bruit nous prenons l'intensité de cette équation :

$$\langle |\partial_t C(t)|^2 \rangle = \langle |\{g(t) - g(-t)\}|^2 \rangle + \frac{1}{T^2} \left| \left\langle \int_0^T n(\tau) d\tau \right\rangle \right|^2. \quad (4.23)$$

En supposant un bruit blanc gaussien de temps de cohérence  $\tau_c$  relatif au spectre de la lampe halogène, cette relation se simplifie en :

$$\langle |\partial_t C(t)|^2 \rangle = \underbrace{\langle |\{g(t) - g(-t)\}|^2 \rangle}_{\text{intensité du signal}} + \underbrace{\frac{\tau_c}{T} \langle |n(\tau)|^2 \rangle}_{\text{intensité du bruit}}. \quad (4.24)$$



## Chapitre 4. Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus

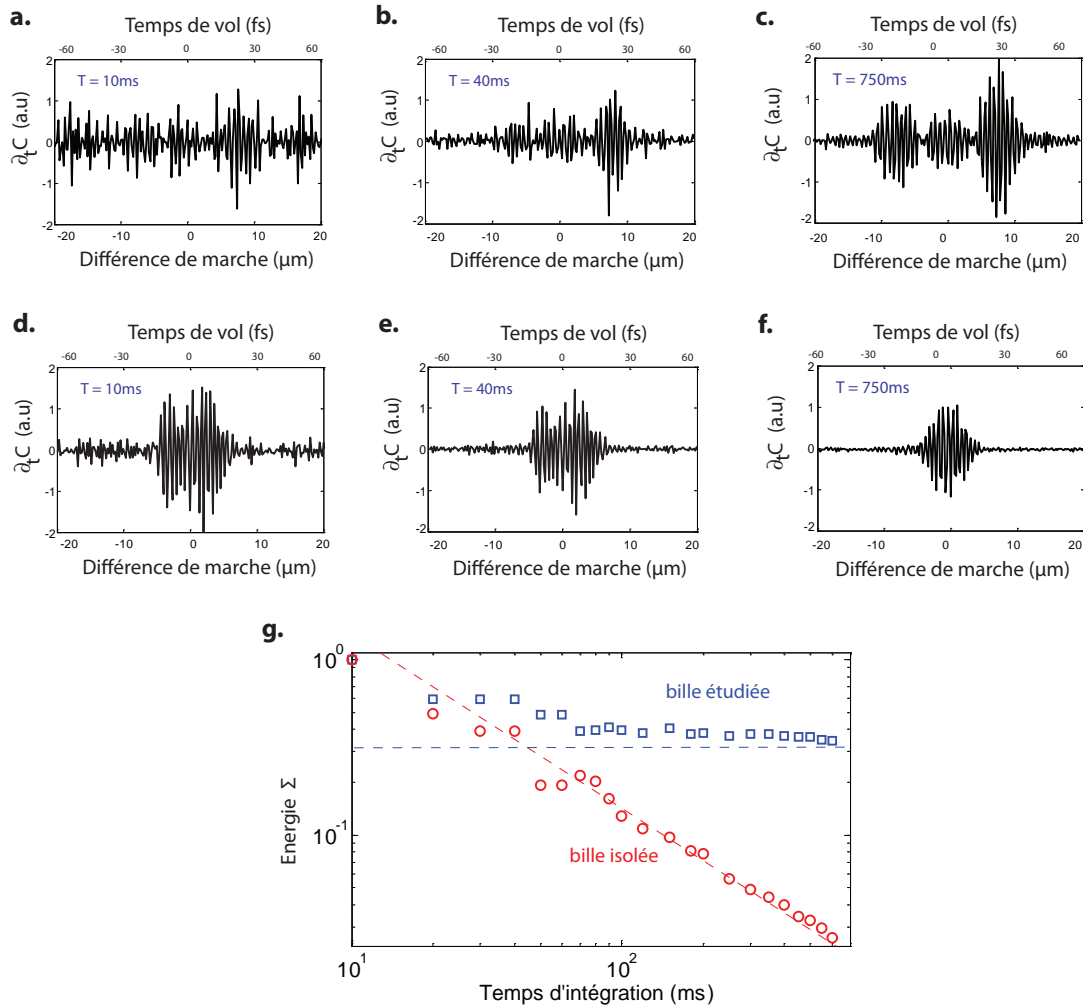


FIGURE 4.11 – (a-c) Evolution de la dérivée temporelle de la fonction de corrélation du champ diffusé par deux billes voisines pour des temps d'intégration  $T = 10, 40$  et  $750$  ms. (d-f) Evolution de la dérivée temporelle de la fonction de corrélation associée à la bille isolée pour des temps d'intégration  $T = 10, 40$  et  $750$  ms. (g) Evolution de l'intensité du signal hors contact optique en fonction du temps d'intégration. Alors que le signal d'intérêt converge vers la fonction de Green entre les deux billes, celui associée à la bille isolée présente la même signature qu'un signal de bruit.

Puisque l'intensité du bruit décroît avec le temps d'intégration, l'évolution de l'intensité de la fonction de corrélation en fonction de  $T$  nous renseigne sur la convergence (ou non) de celle-ci vers la fonction de Green. Dans la pratique, il n'est pas possible d'augmenter indéfiniment le temps d'intégration car la caméra sature à cause de sa dynamique limitée. Pour contourner ce problème, nous avons fixé le temps d'intégration pour une acquisition à  $T_0 = 10$  ms, et nous avons réalisé pour chaque valeur de temps de vol  $t$  une série de 75 acquisitions. Il est alors possible d'étudier la convergence du signal interférométrique en moyennant sur un nombre

#### 4.4. Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels

---

$N$  d'acquisitions, correspondant à un temps d'intégration  $T(N) = N \times T_0$ . Nous présentons en figure 4.11(g), la moyenne temporelle de l'intensité du signal des deux billes et de la bille isolée. A noter que cette moyenne ne prend pas en compte le signal obtenu pour des OPD proches du contact optique pour ne pas considérer le signal cohérent obtenu de façon identique pour tous les pixels de la caméra, y compris celui associé à la bille isolée. Alors que le signal d'intérêt converge rapidement vers une valeur constante, celui associé à la bille isolée décroît en  $1/T$ . Nous pouvons donc affirmer que l'intercorrélacion des champs diffusés par les deux billes a bien convergé vers la fonction de Green  $g_{AB}$ .

Encore une fois, nous pouvons nous appuyer sur les résultats obtenus lors d'une expérience de retournement temporel pour une interprétation intuitive de la convergence. Lors d'une expérience de retournement temporel dans une cavité ouverte, la qualité de l'estimation de la fonction de Green croît en  $\sqrt{N_S}$ , avec  $N_S$  le nombre de sources [112]. Au cours de notre expérience de corrélacion de champs diffus, nous ne moyennons pas sur des degrés de liberté spatiaux, mais temporels. Avec un temps de cohérence de la lampe halogène  $\tau_c = 10$  fs, l'intégration sur un temps  $T = 750$  ms lors d'une acquisition interférométrique permet de moyenner sur un grand nombre de réalisations. Nous pouvons alors introduire le nombre de degrés de libertés temporels  $N_t$ , défini comme le rapport du temps d'observation sur le temps de cohérence de la source :

$$N_t = \frac{T}{\tau_c}. \quad (4.25)$$

Lors de l'expérience réalisée précédemment, une moyenne sur  $N_t \approx 10^{11}$  degrés de liberté était réalisée. Ce nombre est à comparer aux conditions des techniques d'imagerie passive en sismologie. Les corrélacions de coda sismiques y sont moyennées sur des mois pour un temps de cohérence de l'ordre de la seconde. Nous en déduisons  $N_t \approx 10^6$ . En optique, l'utilisation de sources à faible cohérence temporelle permet de moyenner sur un très grand nombre de réalisations lors d'une simple acquisition interférométrique. Cela nous assure une convergence rapide de la fonction de corrélacion vers la fonction de Green.

#### Intercorrélacion du champ diffusé par deux micro-billes

Revenons à présent plus en détails sur la fonction de Green  $g_{AB}$  obtenue à partir de la dérivée temporelle de la fonction de corrélacion  $C(A, B, t)$  (figure 4.12(b)) ainsi que la dérivée temporelle de la fonction de corrélacion associée à la bille isolée (voir figure 4.12(a)). Ce dernier interférogramme représente la corrélacion entre le champ au niveau de la bille et le champ à une position sur la lame de verre séparée d'une distance  $\Delta r = L = 7 \mu\text{m}$ . Puisqu'un signal non nul est mesuré autour du contact optique, cela signifie que le champ incident présente une cohérence

résiduelle sur cette distance  $L$ . Cette observation était prévisible d'après la courbe de caractérisation de la cohérence spatiale donnée en figure 4.7(b). Le même écho apparaît également autour du contact optique dans le cas des deux billes (figure 4.12(b)). Il provient de l'interférence des ondes partielles  $E_1$  et  $E'_1$  diffusées simplement par chacune des billes (figure 4.12(d)).

Outre ce signal *parasite*, deux échos obtenus pour des valeurs de différence de marche  $\delta = \pm L$  sont visibles sur l'interférogramme représentant  $g_{AB}(t)$  (voir figure 4.12(b)). Ces deux échos correspondent respectivement aux parties causale et anti-causale de la contribution balistique de la fonction de Green. La partie causale provient des interférences entre le champ  $E_1$  simplement diffusé par la bille A et le champ  $E'_2$  doublement diffusé par A puis B (figure 4.12.(c)). Alternativement, la partie anti-causale provient des interférences entre le champ  $E'_1$  simplement diffusé par la bille B et le champ  $E_2$  doublement diffusé par B puis A (figure 4.12.(e)). Les deux échos obtenus présentent une extension temporelle d'environ 10 fs, soit l'ordre de grandeur du temps de cohérence de la source halogène mis en évidence sur la figure 4.6(a). Pour des raisons de réciprocité, l'amplitude des parties causales et anti-causales est supposée être identique en l'absence d'absorption [109]. La différence observée ici indique que l'illumination n'est pas totalement isotrope malgré l'utilisation de trois guides d'ondes à la sortie de la lampe halogène. Enfin, remarquons que seule la composante balistique est obtenue alors que des échos d'ordre supérieurs (*triple, etc*) étaient également attendus. La taille finie des diffuseurs ainsi que la décroissance géométrique de la fonction de Green en espace libre (voir équation 1.8) expliquent cette observation. Nous allons voir qu'il est tout de même possible d'avoir accès à des échos de diffusion multiple entre deux diffuseurs grâce à la mesure de l'autocorrélation du champ diffus.

### 4.4.2 Mesure passive de la fonction de Green : Mise en évidence de la diffusion multiple

Nous souhaitons à présent mesurer la contribution de diffusion multiple associée à la propagation entre les deux mêmes diffuseurs A et B. Ici, multiple signifie que l'on s'intéresse à un ordre de diffusion supplémentaire par rapport à la partie précédente, soit à un aller-retour entre les deux diffuseurs. Puisque le diffuseur impliqué lors du premier et du dernier évènement de diffusion est identique, la contribution de diffusion double est contenue dans la fonction de Green  $g_{AA}(t)$  ou  $g_{BB}(t)$ . Une expérience dite de "pulse-écho" permettrait la mesure active d'une telle fonction. Une telle expérience consisterait à focaliser une impulsion lumineuse de quelques femtosecondes sur la bille A, puis à mesurer le champ diffusé par cette même bille. La bille A jouerait donc à la fois le rôle de source et de récepteur (voir figure 4.13). Alternativement, une mesure passive de  $g_{AA}(t)$  repose simplement sur l'accès à l'autocorrélation du champ diffusé par la bille A sous une illumination incohérente.

#### 4.4. Mesure passive de fonctions de Green entre diffuseurs ponctuels

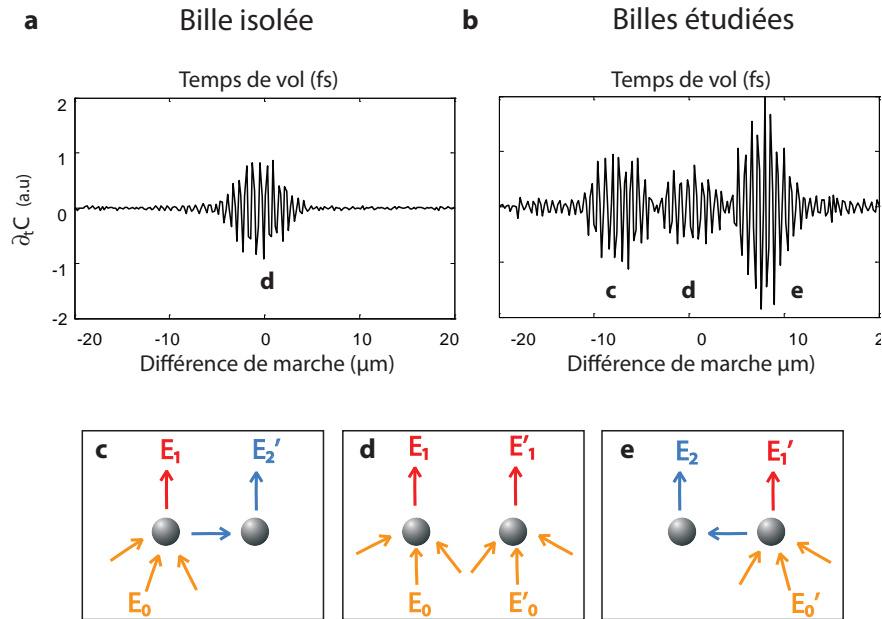


FIGURE 4.12 – Comparaison des interférogrammes obtenus à partir de l’intercorrélacion des champs diffusés par une bille isolée et le substrat (a), et par deux billes voisines (b). (c-e) Schémas des évènements de diffusion mis en jeu.

Autrement dit, l’objectif de cette expérience est de détecter la présence de la bille B par la seule mesure du champ diffusé par la bille A.

#### Conditions expérimentales

Expérimentalement, la mesure de l’autocorrélacion du champ diffusé par la bille A nécessite l’annulation de l’inclinaison du miroir  $M_2$  (voir figure 4.10). Dans ce cas, les champs provenant des deux bras de l’interféromètre se superposent au niveau de la caméra CCD. De même que dans la partie précédente, le temps d’intégracion est fixé à  $T = 750$  ms et le domaine temporel de la fonction d’autocorrélacion  $C(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)$  est balayé via la position axiale du miroir  $M_1$ . Nous fixons le pas  $p=1$   $\mu\text{m}$  équivalent à un pas temporel  $\delta t=6.7$  fs.

#### Autocorrélacion du champ diffusé par une micro-bille

Nous présentons en figure 4.14 une comparaison de l’autocorrélacion du champ diffusé par une bille isolée avec celui diffusé par la bille A. Cette dernière est séparée de la bille B par une distance  $L = 7$   $\mu\text{m}$ . Encore une fois, l’interférogramme associé à la bille isolée présente un écho autour du contact optique. Ce signal correspond

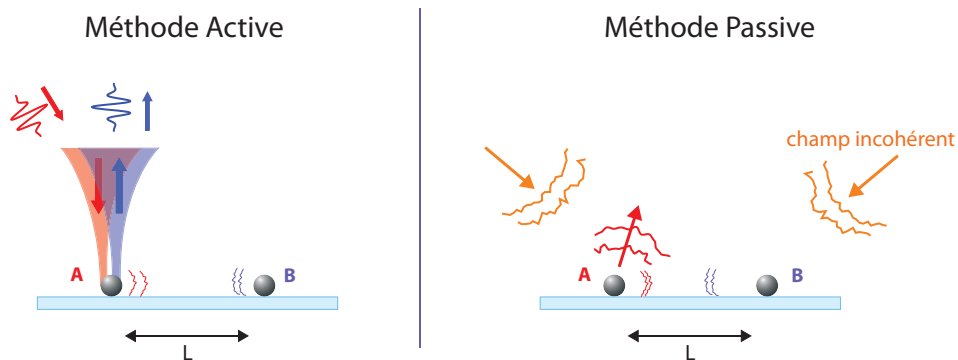


FIGURE 4.13 – Comparaison des mesures actives et passives de la mesure de la fonction de Green  $g_{AA}(t)$ . La méthode active nécessite une illumination incidente de quelques femtosecondes focalisée sur A, puis la mesure du champ diffusé par A avec une résolution temporelle comparable. La méthode passive repose sur une illumination incohérente et homogène de A et B, puis une mesure de l'autocorrélation du champ diffusé par A.

à l'autocorrélation du champ  $E_1$  diffusé par la bille (voir figure 4.14(c)). Sa largeur permet de retrouver le temps de cohérence de la lampe halogène,  $\tau_c \approx 10$  fs. Cet écho dépendant seulement des propriétés de la source lumineuse, nous le retrouvons pour tous les points du plan objet, notamment sur l'interférogramme relatif à la bille A. Une observation plus attentive du signal d'autocorrélation de la bille A nous renseigne sur la présence de 6 échos supplémentaires obtenus pour des différences de marche  $\delta = \pm L$ ,  $\delta = \pm 2L$  et  $\delta = \pm 3L$ . Le premier terme, associé à un écho de diffusion simple, provient des interférences entre le champ  $E_1$  diffusé par la bille A et le champ  $E_2$  diffusé par la bille B puis A (voir figure 4.14(d)). Le fait d'observer cet écho nous indique que le champ incident présente une cohérence spatiale résiduelle à l'échelle des deux billes. C'est cette même cohérence spatiale qui explique la présence d'un signal interférométrique obtenu pour  $\delta = \pm 3L$ . Ce terme est associé à l'écho de diffusion triple correspondant à l'interférence du champ  $E_1$  diffusé par la bille A et du champ  $E_4$  diffusé par B, puis A, puis B et à nouveau A (voir figure 4.14(f)).

Enfin, l'écho obtenu pour  $\delta = \pm 2L$  correspond bien à l'évènement de diffusion double, ou aller-retour, entre les deux diffuseurs A et B. Ce terme provient de l'interférence entre le champ diffusé simplement par la bille B et le champ consécutif à un évènement de diffusion triple par A puis B et encore A. Ce terme correspond à la fonction de Green  $g_{AA}$  dont nous obtenons à la fois la partie causale ( $t > 0$ ) et anticausale ( $t < 0$ ). Remarquons que nous n'obtenons pas les échos d'ordre supérieur (quadruple, etc.) car leurs amplitudes sont trop faibles et le temps d'intégra-

## 4.5. Conclusion

tion insuffisant. Il est à noter que la fonction de Green  $g_{AA}$  est indépendante de la cohérence spatiale de la source. Elle serait obtenue identiquement dans le cas d'une source totalement incohérente spatialement. La cohérence temporelle n'a elle qu'une incidence sur l'étendue temporelle du signal interférométrique.

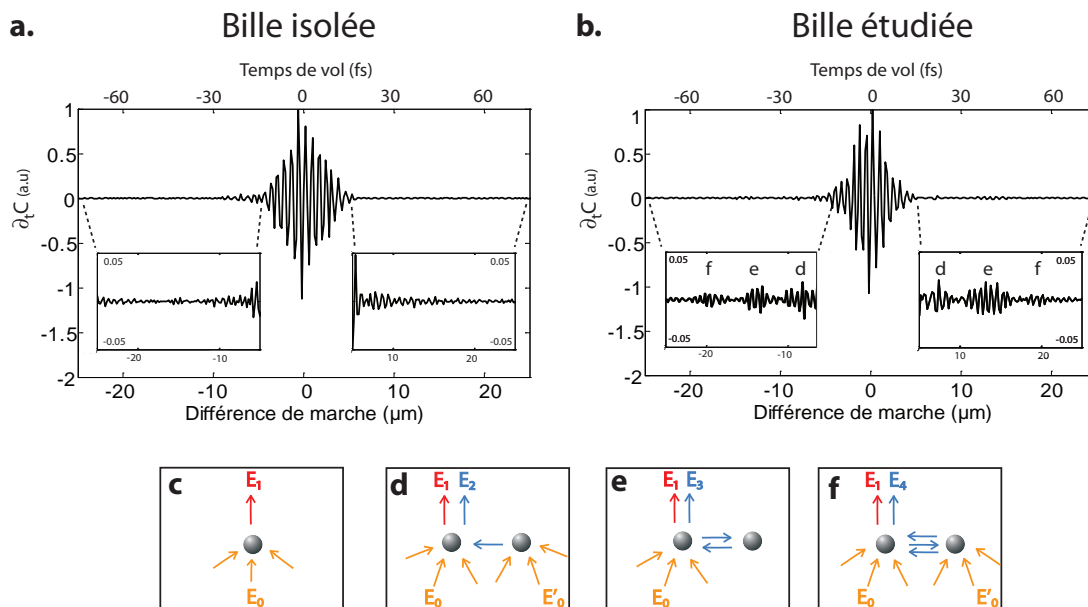


FIGURE 4.14 – Comparaison des interférogrammes obtenus à partir de l'autocorrélation du champ diffusé par une bille isolée (a) et par une bille à proximité d'une seconde bille (b). (c-f) Schémas des évènements de diffusion mis en jeu.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré pour la première fois en optique la possibilité de mesurer passivement des fonctions de Green impulsionnelles, ici entre des diffuseurs individuels. Sous une illumination incohérente, la corrélation du champ diffusé par chacun des diffuseurs permet d'extraire les composantes balistique et de diffusion multiple de la fonction de Green. Par notre approche, nous avons utilisé les diffuseurs comme des sources et détecteurs virtuels dont la taille et la durée de leur réponse impulsionnelle sont données respectivement par la longueur de cohérence spatiale et le temps de cohérence du champ incident. Ainsi, de façon contre-intuitive, plus le champ incident est incohérent et meilleures seront les performances de notre approche. Une source halogène nous permet ici d'obtenir une résolution temporelle comparable à un laser femtoseconde, tout en nous assurant

#### **Chapitre 4. Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus**

une convergence rapide de la fonction de corrélation du champ vers la fonction de Green.

La perspective de disposer de sources et de récepteurs virtuels à la surface d'un échantillon est complètement nouvelle et très prometteuse en optique. D'une part, nous espérons en tirer profit pour sonder des informations sur la propagation de la lumière de façon locale, c'est à dire à l'échelle spatiale des sources virtuelles. D'autres part, nous souhaitons utiliser le contenu temporel des fonctions de Green impulsionnelles dans des configurations plus complexes, par exemple des milieux diffusants. Dans ce type de milieux, la fonction de Green présente en effet une signature particulièrement riche résultant de l'ensemble des événements de diffusion que peut subir l'onde entre deux points du milieu. Suite aux expériences preuve de concept présentées dans ce chapitre, nous allons maintenant étendre notre approche de mesure passive de fonctions de Green à de tels milieux.

# Chapitre 5

## Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus en milieux diffusants

### Table des matières

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>152</b>
<b>5.2</b>	<b>Fonction de Green impulsionnelle en régime de diffusion multiple</b>	<b>153</b>
5.2.1	Mesure de fonctions de corrélation pour des milieux diffusants . . . . .	153
5.2.2	Convergence des fonctions de corrélation vers les fonctions de Green . . . . .	154
<b>5.3</b>	<b>Intensité moyenne et probabilité de retour</b> . . . . .	<b>155</b>
<b>5.4</b>	<b>Intensité multiplement diffusée et estimation de la constante de diffusion</b> . . . . .	<b>156</b>
5.4.1	Sections spatiales du halo diffusif . . . . .	157
5.4.2	Profil spatial de l'intensité pour un temps de vol donné : Mise en évidence du cône de rétrodiffusion cohérente . . . . .	158
5.4.3	Sections spatio-temporelles du halo diffusif : détermination de la constante de diffusion $D$ . . . . .	160
5.4.4	Mesure locale de la constante de diffusion . . . . .	162
<b>5.5</b>	<b>Tenseur de diffusion</b> . . . . .	<b>165</b>
5.5.1	Sections spatiales du halo diffusif . . . . .	165
5.5.2	Sections spatio-temporelles du halo diffusif . . . . .	166
<b>5.6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b> . . . . .	<b>169</b>

---



## 5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, une nouvelle approche de mesure de fonctions de Green impulsives a été introduite. Elle repose sur la mesure de corrélations spatio-temporelles d'un champ diffus et est donc totalement passive. Grâce à une résolution spatiale micrométrique et temporelle de quelques femtosecondes, le dispositif expérimental développé au cours de cette thèse nous a permis de résoudre des événements de diffusion entre des micro-billes séparées de quelques microns seulement. Dans ce chapitre, nous avons pour objectif d'étendre notre approche à l'étude des milieux diffusants. Dans les milieux désordonnés, la fonction de Green constitue une signature unique des trajectoires complexes que peut emprunter une onde pour aller d'un point de l'espace à un autre. La richesse d'information contenue dans une telle fonction peut ensuite être mise à profit afin d'imager ou de caractériser les propriétés de transport de la lumière d'un milieu. De telles mesures ont été réalisées à l'aide d'une source cohérente dans la première partie de cette thèse. Ici, ce nouveau dispositif expérimental nous offre la possibilité, d'une part, de réaliser une mesure similaire mais de façon passive, et d'autre part, son aspect plein champ permet l'acquisition simultanée de millions de fonctions de Green.

Dans ce chapitre, nous allons mettre à profit l'immense richesse de cette matrice de Green afin de caractériser la propagation des ondes au sein de milieux diffusants. Cependant, lorsque la diffusion multiple prédomine, une étude directe de ces fonctions de Green pour imager le milieu s'avère être une tâche extrêmement compliquée, notamment à cause de procédures d'inversion de l'équation d'ondes impliquées. Une approche probabiliste consistant à étudier l'intensité moyenne des fonctions de Green est alors souvent adoptée. Nous verrons que cette intensité moyenne est régie par la diffusion pour des temps de propagation longs, c'est à dire vérifiant  $ct \gg \ell_t$ . Dans ce régime, la propagation de l'onde lumineuse pourra alors être caractérisée dans des milieux diffusants homogènes, inhomogènes ou encore qui présentent des propriétés anisotropes.

## 5.2 Fonction de Green impulsionnelle en régime de diffusion multiple

### 5.2.1 Mesure de fonctions de corrélation pour des milieux diffusants

Dans un premier temps, nous souhaitons démontrer la possibilité de mesurer passivement des fonctions de Green impulsionnelles à la surface d'un échantillon multiple diffuseur. Pour cela, nous réalisons un dépôt de nanoparticules de dioxyde de titane  $\text{TiO}_2$  (Sigma-Aldrich 791326-5G) à la surface d'une lame de verre. Le dépôt s'obtient en évaporant une solution d'eau et de  $\text{TiO}_2$  sur la lame. Le  $\text{TiO}_2$  étant peu soluble dans l'eau, le dépôt se fait par sédimentation en quelques minutes. À l'aide d'un pied à coulisse de précision, son épaisseur est estimée à  $L = 80 \pm 10 \mu\text{m}$ . Comme nous le verrons par la suite, cet échantillon présente un libre parcours moyen de transport  $\ell_t$  de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$  environ, ce qui en fait un échantillon très fortement diffusant. Le montage expérimental utilisé est identique

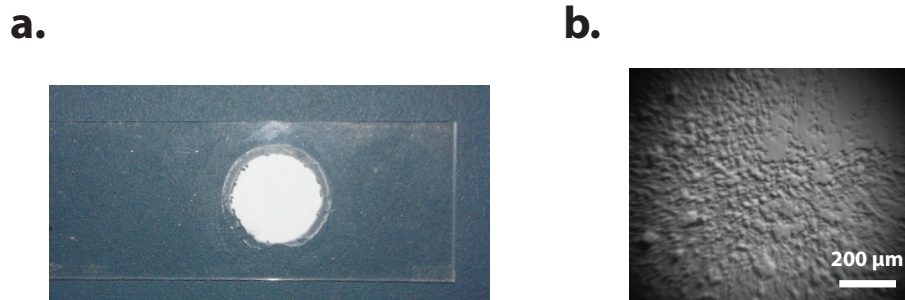


FIGURE 5.1 – Dépôt de nanoparticules de  $\text{TiO}_2$  sur une lame de verre. (a) Photographie de l'échantillon. (b) Image microscopique.

à celui présenté dans la partie précédente (voir figure 4.5(a)). Afin de mesurer l'autocorrélation du champ rétrodiffusé par l'échantillon  $C(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)$ , les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont positionnés perpendiculairement l'un à l'autre. Le pas de balayage est fixé à  $p=100 \text{ nm}$  et le temps d'intégration de la caméra à  $T = 750 \text{ ms}$ . Grâce à la conjugaison de la caméra avec le plan de l'échantillon, une collection de fonctions d'autocorrélation  $C(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)$  est mesurée pour tous les points à la surface de l'échantillon contenus dans le champ de vision de l'OM.

Parmi cette collection, nous présentons en figure 5.2(a) l'allure de la dérivée temporelle de la fonction d'autocorrélation pour une position donnée à la surface de l'échantillon. L'interférogramme obtenu montre un signal symétrique qui s'étale sur plus de  $130 \mu\text{m}$  en termes d'OPD, soit  $430 \text{ fs}$  en termes de temps de vol. Une fois encore, le fort signal obtenu pour  $\delta = 0 \mu\text{m}$  correspond à l'autocorrélation du champ diffus à la position étudiée. Le signal mesuré pour des OPD plus élevées

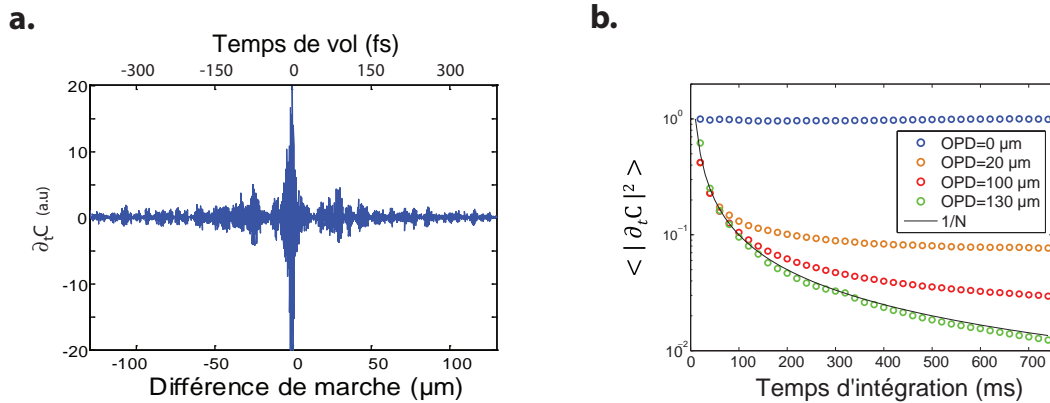


FIGURE 5.2 – (a) Dérivée temporelle de la fonction d'autocorrélation  $C(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)$  mesurée à la surface d'une couche diffusante de  $\text{TiO}_2$ . (b) Convergence de l'intensité de  $\partial_t C$  en fonction du temps d'intégration pour différentes valeurs d'OPD. Plus l'OPD augmente, et plus le temps d'intégration nécessaire à la convergence est important.

(en valeur absolue) correspond lui à de longues séquences de diffusion au sein de l'échantillon. Il reste toutefois à savoir si celui-ci correspond effectivement à la fonction de Green entre une source virtuelle placée au point  $\mathbf{r}$  et un détecteur placé au même point.

### 5.2.2 Convergence des fonctions de corrélation vers les fonctions de Green

Afin de nous assurer de la convergence de ce signal vers la fonction de Green, nous calculons l'évolution de l'intensité de la dérivée de la fonction de corrélation en fonction de  $T$ . Nous présentons en figure 5.2(b) les courbes de convergence pour des signaux mesurés à différents temps de vol et moyennés sur toute la surface de l'échantillon étudié. Nous voyons que pour des OPD proches de 0, la convergence est quasiment immédiate. De même, jusqu'à des valeurs d'OPD de  $100 \mu\text{m}$  environ, nous pouvons estimer que la convergence est satisfaisante. Au-delà, la courbe d'intensité montre une évolution en  $1/T$  caractéristique du bruit (voir équation 4.24). Le signal ne sera alors pas pris en compte.

Ainsi, nous avons une estimation satisfaisante des fonctions de Green jusqu'à des valeurs d'OPD de  $100 \mu\text{m}$  environ. Rapporté au libre parcours moyen de diffusion ( $\ell_s \approx \ell_t \approx 10 \mu\text{m}$ ), cela signifie que nous mesurons des contributions correspondant à des chemins de propagation impliquant jusqu'à 10 événements de diffusion. Or, en régime de diffusion multiple, il est impossible de déduire des fonctions de Green mesurées une image directe de la réflectivité du milieu car les pro-

cédures d'inversion de l'équation d'ondes deviennent beaucoup trop complexes. Dans ce régime, nous pouvons cependant adopter une approche probabiliste et étudier des quantités telles que l'intensité moyenne. Pour des temps de propagation longs, c'est à dire  $ct \gg \ell_t$ , l'intensité moyenne est alors régie par une équation de diffusion (voir paragraphe 1.2.6). Nous allons donc faire appel à la théorie de la diffusion pour modéliser l'évolution spatio-temporelle de l'intensité moyenne.

## 5.3 Intensité moyenne et probabilité de retour

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser uniquement à l'évolution temporelle de l'intensité moyenne. En effet, nous venons de présenter une fonction de Green  $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)$  entre une source et un récepteur virtuels à la même position  $\mathbf{r}$  à la surface du milieu diffusant. Cette fonction ne porte pas explicitement d'information sur la propagation dans l'espace de l'onde lumineuse. En réalité, l'aspect plein champ de notre méthode d'acquisition nous a permis de mesurer non pas une fonction de Green, mais toute une collection à la surface de l'échantillon de façon simultanée. Nous obtenons autant d'interférogrammes, tels que celui présenté en figure 5.2(a), que nous disposons de pixels actifs sur la caméra. De cet ensemble de fonctions de Green, nous pouvons calculer l'intensité moyenne  $I_m$  à partir du module au carré de ces fonctions, moyennées sur les pixels de la caméra. Les fonctions de Green causales (respectivement anti-causales) étant nulles pour  $t < 0$  (respectivement  $t > 0$ ), l'intensité  $I_m$  est ici moyennée sur les temps positifs et négatifs, soit :

$$I_m(t) = \left\langle |g(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t)|^2 \right\rangle_r + \left\langle |g(\mathbf{r}, \mathbf{r}, -t)|^2 \right\rangle_r . \quad (5.1)$$

L'intensité moyenne du bruit, estimée lors de l'étude de la convergence des fonctions de corrélation (voir figure 5.2(b)), est ici retranchée à l'intensité moyenne des fonctions de Green. Comme le montre la figure 5.3(b), le profil temporel de l'intensité moyenne décroît rapidement. Qualitativement, ce comportement traduit le fait que plus l'on considère des temps de vol élevés, plus l'onde a eu le temps d'explorer un volume important au sein du milieu diffusant, et donc plus la probabilité de revenir au point de départ est faible. En effet, l'intensité associée à une onde émise par une source à la position  $\mathbf{r}$  et mesurée par un récepteur à la même position donne une estimation de la probabilité de retour [114]. Dans le cas d'une source ponctuelle placée à la surface d'un milieu diffusant semi-infini, cette intensité décroît temporellement en régime diffusif selon la loi de puissance suivante [39, 115] :

$$R(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t) \propto (4\pi D)^{-3/2} t^{-5/2} \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a}\right) . \quad (5.2)$$

Lorsque l'absorption du milieu peut être négligée, la probabilité pour une onde de revenir à son point de départ présente donc une décroissance temporelle en loi de

puissance  $t^{-5/2}$ . Cette loi de puissance est expérimentalement observée pour des  $OPD > 70\mu\text{m}$ , ce qui nous donne une indication du temps à partir duquel un modèle diffusif peut s'appliquer à nos données expérimentales. Dans notre cas, avec  $\ell_t$  de l'ordre de  $10\mu\text{m}$  le régime diffusif semble être atteint pour des  $OPD$  d'environ  $7\ell_t$ , ce qui est en accord avec les prédictions théoriques ainsi que les observations expérimentales [116]. La démonstration de l'expression de l'intensité en régime de diffusion multiple est donnée en Annexe A.6.

Nous venons de démontrer que l'évolution temporelle de l'intensité moyenne peut

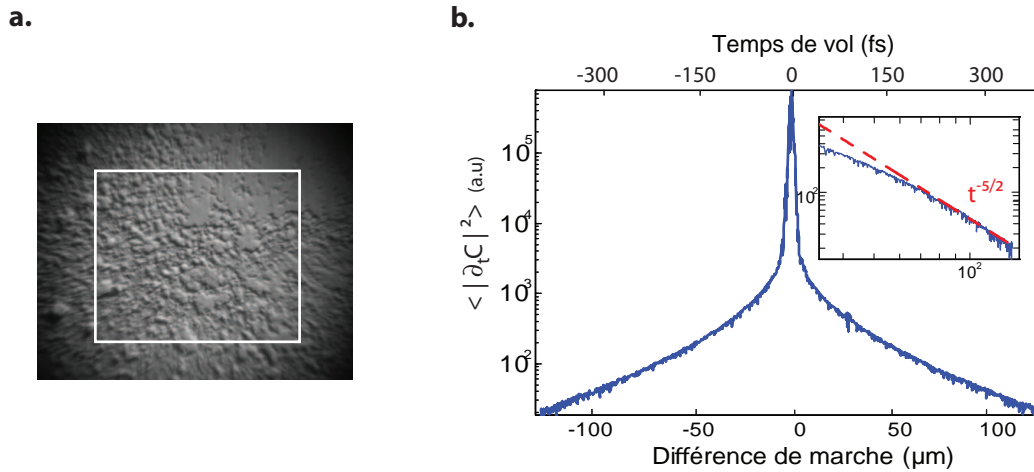


FIGURE 5.3 – (a) Image microscopique de la surface de l'échantillon diffusant. La zone sur laquelle l'intensité est moyennée est précisée d'un rectangle blanc. (b) Profil temporel de la probabilité de retour. La loi de puissance en  $t^{-5/2}$  prédite par la théorie de la diffusion est retrouvée pour les temps longs.

être décrite par un modèle diffusif. La mesure de l'autocorrélation du champ diffusé permet de retrouver la probabilité de retour, cependant cette seule mesure ne permet pas une caractérisation des paramètres de transport du milieu. Pour remédier à cela, nous devons, comme en tomographie optique diffuse, accéder à l'évolution spatio-temporelle de l'intensité multiple diffusée en faisant varier la position  $\Delta\mathbf{r}$  entre source et détecteur virtuels.

## 5.4 Intensité multiple diffusée et estimation de la constante de diffusion

Nous avons démontré au cours de la partie 4.4.1 la possibilité de mesurer passivement des fonctions de Green impulsionnelles entre deux diffuseurs individuels utilisés en tant que source virtuelle à la position  $\mathbf{r}$ , et récepteur virtuel à la position

## 5.4. Intensité multiplement diffusée et estimation de la constante de diffusion

---

$\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}$ . En faisant varier cette position relative  $\Delta\mathbf{r}$  entre la source et le récepteur, nous pouvons mesurer une matrice de réflexion dans le plan focal telle que définie dans la première partie de cette thèse. Mieux que précédemment, nous avons ici un accès direct à la dépendance temporelle de cette matrice grâce à la position axiale du miroir  $M_1$ . A partir d'une telle mesure, nous souhaitons étudier l'évolution spatio-temporelle de l'intensité multiplement diffusée afin d'en déduire les paramètres de transport de l'onde dans le milieu.

Par extension de l'équation 5.1, nous définissons une intensité moyenne qui dépend à la fois du temps  $t$  mais aussi de la position relative  $\Delta\mathbf{r}$  :

$$I_m(\Delta\mathbf{r}, t) = \left\langle |g(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, t)|^2 \right\rangle_r + \left\langle |g(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}, -t)|^2 \right\rangle_r . \quad (5.3)$$

La caractérisation complète du transport de la lumière nécessiterait de mesurer  $I_m$  selon le temps  $t$  et les deux directions de l'espace  $x$  et  $y$ . L'acquisition d'une telle structure tri-dimensionnelle s'avèrerait cependant très fastidieuse et nous proposons ici d'en mesurer des sections, soit des structures bi-dimensionnelles.

### 5.4.1 Sections spatiales du halo diffusif

Dans un premier temps, nous souhaitons mesurer les variations spatiales de l'intensité pour un temps de vol  $t$  fixé. Pour cela, le miroir  $M_1$  est déplacé jusqu'à la position axiale désirée, puis la position relative  $\Delta\mathbf{r}$  entre la source et le récepteur virtuels est balayée à l'aide de l'inclinaison du miroir  $M_2$ . Dans le plan de l'échantillon, ce balayage est effectué selon les deux directions transverses ( $\Delta x$  et  $\Delta y$ ) entre  $-30$  et  $30 \mu\text{m}$  avec un pas spatial  $p_x = p_y = 4 \mu\text{m}$ . Cette mesure constitue une section spatiale de l'intensité moyenne pour un temps de vol donné (voir figure 5.4.(a)). Les figures 5.4(b),(c) et (d) montrent la distribution spatiale de l'intensité moyenne mesurée pour des temps de vol  $t = 67, 335$  et  $670$  fs. Nous retrouvons la forme caractéristique d'un halo diffusif dont l'étendue spatiale croît avec le temps. Cette croissance est ici isotrope, ce qui s'explique à la fois par la taille des particules et par leur répartition spatiale aléatoire. La théorie de Rayleigh nous indique en effet que des particules de cette taille (diamètre  $\sim 100$  nm) rayonnent individuellement de façon isotrope [27].

Après cette observation qualitative de l'évolution de l'intensité multiplement diffusée, nous souhaitons caractériser les propriétés de diffusion du milieu à partir d'une estimation de la constante de diffusion  $D$ . Même si l'évolution de l'intensité moyenne semble régie par la diffusion, cette description est cependant incomplète. En négligeant la direction de propagation et la phase de l'onde, la théorie de la diffusion ne prend pas en compte les effets d'interférences. Malgré le grand nombre d'évènements de diffusion que peut subir une onde, certains effets d'interférences contribuent notablement à l'intensité totale : c'est le cas de la rétrodiffusion cohérente [117, 118, 119]. Pour la mettre en évidence dans notre cas de figure, nous

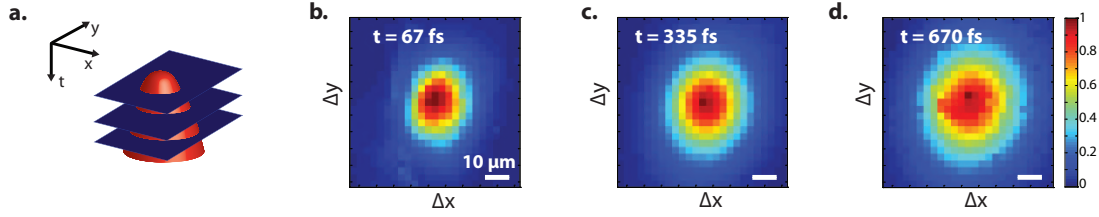


FIGURE 5.4 – (a) Schéma de sections spatiales de l'intensité incohérente à différents temps de propagation. (b-d) Mesures expérimentales de sections spatiales pour des temps  $t = 67, 167$  et  $335$  fs. Chacun de ces profils est normalisé par son maximum.

allons étudier un profil spatial de l'intensité totale selon une seule direction de l'espace et pour un temps de propagation donné.

### 5.4.2 Profil spatial de l'intensité pour un temps de vol donné : Mise en évidence du cône de rétrodiffusion cohérente

Le profil spatial de l'intensité moyenne obtenu pour un temps de propagation  $t = 133$  fs est présenté en figure 5.5(a). La mesure de ce profil est réalisée en faisant varier seulement la position des sources et des récepteurs selon la direction  $y$ . Nous appelons  $\Delta y$  la distance les séparant. Nous souhaitons tout d'abord comparer le profil expérimental à celui prédit par la théorie de la diffusion. Nous avons donné dans le chapitre introductif l'expression attendue de la contribution incohérente de l'intensité (voir équation 1.35). Pour une source et un récepteur séparés d'une distance  $\Delta r$  nous obtenons :

$$I_{\text{inc}}(\Delta r, t) = I_z(t) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{4Dt}\right) \quad (5.4)$$

avec :

$$I_z(t) = (4\pi D)^{-3/2} z_0 t^{-5/2} \cdot \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a}\right). \quad (5.5)$$

Pour un temps donné, le profil spatial de l'intensité diffuse décrit une gaussienne de largeur caractéristique  $W^2 = 4Dt$ . Une rapide comparaison du modèle diffusif avec les données expérimentales nous révèle la présence d'une sur-intensité pour des valeurs faibles de  $\Delta y$  (voir figure 5.5(a)). Cet effet est connu depuis longtemps sous le nom de rétrodiffusion cohérente. Il se manifeste par un doublement de la valeur de l'intensité rétrodiffusée dans la direction incidente en comparaison de la valeur attendue. Ce phénomène provient de l'interférence entre une onde partielle et son onde réciproque. Cette dernière suit la même trajectoire mais en sens inverse, ce qui lui confère la même phase et permet aux deux ondes d'interférer constructivement (voir figure 5.5(b)). Ce phénomène interférentiel est observé

#### 5.4. Intensité multiplement diffusée et estimation de la constante de diffusion

dans de nombreux domaines de la physique des ondes, citons par exemple le cas de l'acoustique ultrasonore [120, 121], des ondes sismiques [122], des ondes électromagnétiques [117, 119, 118] ou encore des ondes de matières [123]. Dans la majorité des cas, ce phénomène est observé en champ lointain de l'échantillon et le terme de cône de rétrodiffusion cohérente est alors employé. Dans notre cas, nous utiliserons le terme de pic de rétrodiffusion cohérente car la source et le récepteur sont directement dans le plan de l'échantillon. Ce cas de figure est analogue à celui des ondes sismiques dont un exemple de mesure de pic est présenté en figure 5.5.(c). Dans cette configuration, l'expression de l'intensité cohérente est donnée par [124] :

$$I_{\text{coh}}(\Delta r, t) = I_z(t) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{l_c^2}\right). \quad (5.6)$$

Cette équation décrit un cône de forme gaussienne et de largeur caractéristique  $W^2 = l_c^2$ . La largeur de ce pic est donc gouvernée par la longueur de cohérence du champ, c'est à dire la taille des sources virtuelles. La faible largeur de la contribution cohérente s'explique donc par la faible cohérence de l'illumination en provenance de la lampe halogène. A notre connaissance, nous réalisons ici la première observation de pic de rétrodiffusion cohérente en optique. La prise en compte de ces deux contributions permet désormais de modéliser correctement l'intensité totale (voir figure 5.5(a)).

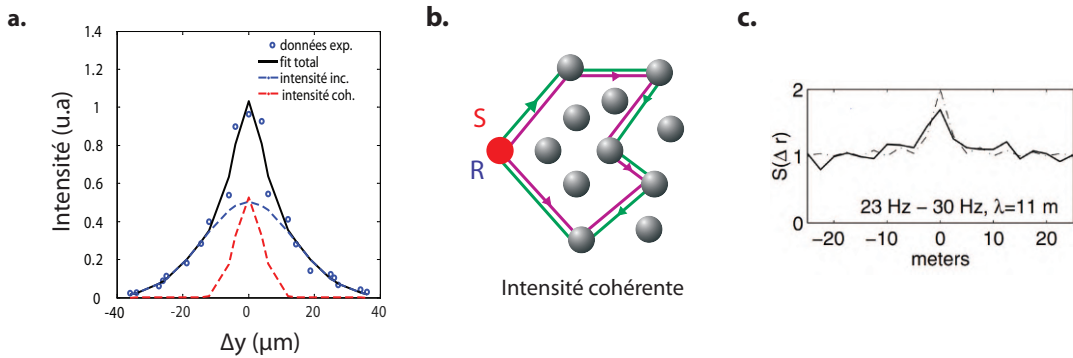


FIGURE 5.5 – (a) Profil spatial de l'intensité moyenne obtenu pour  $t = 133$  fs. (b) Interférences entre deux ondes partielles réciproques responsables de l'effet de rétrodiffusion cohérente. (c) Figure tirée de [122]. Démonstration expérimentale du pic de rétrodiffusion cohérente pour des ondes sismiques.

Nous souhaitons à présent étudier précisément de l'évolution spatio-temporelle de l'intensité afin de déterminer la constante de diffusion  $D$ . L'isotropie de la diffusion de la lumière observée dans la partie précédente nous assure qu'en fixant une dimension de l'espace, il est possible de caractériser complètement le transport de la lumière en mesurant la dépendance de l'intensité moyenne seulement selon le temps et l'autre direction transverse de l'espace.



### 5.4.3 Sections spatio-temporelles du halo diffusif : détermination de la constante de diffusion $D$

L'étude de l'intensité moyenne selon une seule direction de l'espace permet de réduire grandement le temps d'acquisition. En effet, nous passons de  $N^2 = 256$  à  $N = 16$  acquisitions spatiales. Pour chacune de ces positions spatiales, la dépendance temporelle des fonctions de Green est mesurée pour des OPD comprises entre  $-160$  et  $160 \mu\text{m}$  avec un pas  $p = 500 \text{ nm}$ . Nous comparons en figure 5.6(a) l'intensité moyenne  $I_m(\Delta x, t)$  en fonction du temps de vol pour différentes valeurs de  $\Delta x$ . De façon prévisible, l'intensité décroît à la fois en fonction du temps, mais également en fonction de la distance  $\Delta y$  entre la source et le récepteur. Notre objectif est désormais de comparer ces résultats d'intensité moyenne avec les expressions théoriques de l'intensité pour en extraire une mesure de la constante de diffusion  $D$ .

Nous venons de voir que l'intensité multiplement diffusée s'exprime comme la somme d'une contribution cohérente et d'une contribution incohérente. D'après leurs expressions données respectivement par les équations 5.6 et 5.4, nous en déduisons :

$$\begin{aligned} I_{MS}(\Delta r, t) &= I_{inc}(\Delta r, t) + I_{coh}(\Delta r, t) \\ &= I_z(t) \left[ \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{4Dt}\right) + \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{l_c^2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Une renormalisation de l'intensité totale à chaque temps de vol permet de s'affranchir du terme  $I_z(t)$ , et donc de l'absorption et des effets de la propagation dans la direction  $z$ . L'intensité normalisée dépend seulement des coordonnées transverses, de la constante de diffusion  $D$  et de la longueur de cohérence spatiale  $l_c$  de la source :

$$\frac{I_{MS}(\Delta r, t)}{I_{MS}(0, t)} = \frac{1}{2} \left[ \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{4Dt}\right) + \exp\left(-\frac{\Delta r^2}{l_c^2}\right) \right]. \quad (5.8)$$

Nous présentons en figure 5.6(c) l'évolution spatio-temporelle de l'intensité totale normalisée. L'avantage de cette représentation est l'interprétation visuelle directe que l'on peut en faire. Bien que la contribution cohérente n'apparaisse pas clairement sur cette figure, on observe qualitativement l'évolution spatio-temporelle d'un halo diffus.

Il est ici intéressant d'étudier le profil spatial de l'intensité normalisée pour un temps donné. D'après l'équation 5.8, celui-ci s'interprète comme la superposition d'un pic étroit associé à la contribution cohérente au dessus d'un piedestal dont la largeur croît avec le temps, associé lui à la contribution incohérente. Pour chaque temps de vol, le profil d'intensité expérimental est donc ajusté par deux gaussiennes comme nous l'avons déjà décrit lors de l'étude du profil spatial de la figure 5.5(a). Ces deux gaussiennes sont d'amplitudes égales mais de largeurs distinctes,  $W_1$  et

#### 5.4. Intensité multiplement diffusée et estimation de la constante de diffusion

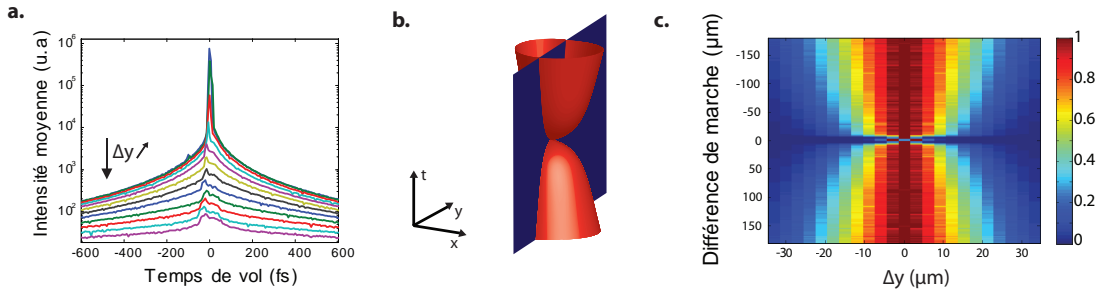


FIGURE 5.6 – (a) Profils temporels de l’intensité moyenne pour différentes valeurs de distance source-récepteur selon la direction  $y$ . (b) Schéma représentant la section spatio-temporelle de l’intensité incohérente pour  $\Delta x = 0$ . (c) Mesure expérimentale de l’intensité moyenne en fonction du temps de vol et de la distance source-récepteur dans la direction  $y$ .

$W_2$ . D’après l’équation 5.8, leurs dynamiques respectives doivent nous permettre de les séparer. Alors que la largeur  $W_1$  de la contribution cohérente est supposée être constante au cours du temps, la section  $W_2^2$  occupé par le halo diffusif est supposée croître linéairement avec le temps. Nous présentons en figure 5.7(b) l’évolution temporelle de  $W_1^2$  et  $W_2^2$ .

Une différence de dynamique permet effectivement de séparer les deux paramètres  $W_1^2$  et  $W_2^2$ . Alors que l’un présente une croissance linéaire rapide (carrés bleus), le second croît très légèrement (ronds rouges). Une déviation par rapport au modèle théorique est observée puisque le profil du pic de rétrodiffusion cohérente est censé être constant avec le temps. Cela peut s’expliquer par le faible nombre de points de mesure spatiaux qui ne permet pas de séparer idéalement les deux gaussiennes lors de l’ajustement des résultats expérimentaux. En prenant une valeur de  $W_2^2 \simeq 100 \mu\text{m}$ , nous obtenons  $l_c \simeq 10 \mu\text{m}$ . Cette valeur est supérieure à celle mesurée dans la partie 4.3.2 mais reste du même ordre de grandeur. Encore une fois, l’échantillonnage spatial ( $p = 4 \mu\text{m}$ ) paraît insuffisant pour mesurer avec précision la longueur de cohérence spatiale du champ.

Une régression linéaire de l’évolution temporelle de  $W_1^2$  permet quant à elle une estimation de la constante de diffusion de l’échantillon de  $\text{TiO}_2$ . En effet, d’après l’équation 5.8, nous avons directement  $W_1^2 = 4Dt$ . La régression linéaire est supposée être effectuée pour des OPD supérieures à  $70 \mu\text{m}$  afin d’être dans le domaine de validité de l’approximation de la diffusion, et inférieures à  $100 \mu\text{m}$  car au-delà le niveau de bruit est trop important. Cependant, comme le montre l’évolution temporelle de  $W_1^2$  (voir figure 5.7(b)), le régime linéaire semble être atteint bien avant, et le choix de valeur minimale d’OPD n’influe pas sur la valeur de la constante de diffusion. Nous réalisons donc la régression linéaire pour des OPD comprises entre 20 et  $100 \mu\text{m}$ . Nous obtenons  $D = 730 \pm 20 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . La relation  $D = v_e \ell_t / 3$  permet d’en déduire le libre parcours moyen de transport  $\ell_t$ , avec  $v_e$  la vitesse associée à l’énergie de l’onde. Dans l’hypothèse d’un milieu dilué avec des particules petites

devant la longueur d'onde,  $\nu_e$  peut être approchée par la célérité de la lumière dans le vide  $c$  [125]. L'estimation du libre parcours moyen de transport donne  $\ell_t \approx 7.5 \mu\text{m}$ . Cette valeur de libre parcours moyen de transport est du même ordre de gran-

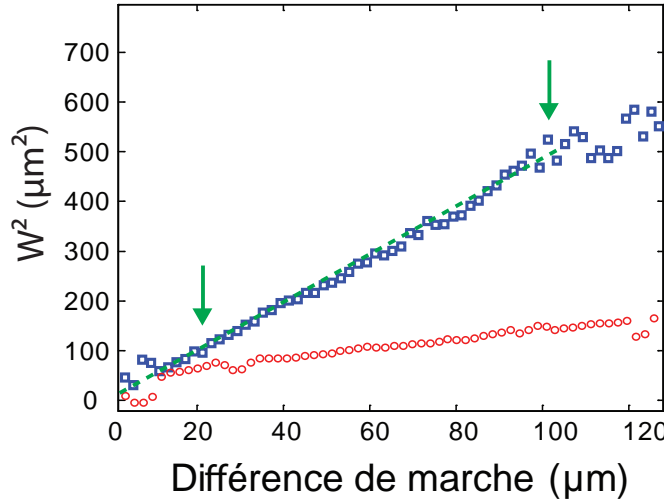


FIGURE 5.7 – Evolution temporelle de  $W_1^2$  associé au halo diffus (en bleu) et à la contribution cohérente (en rouge). La constante de diffusion est déduite d'une régression linéaire de  $W_1^2$  pour la gamme de valeurs précisée par les flèches vertes. Nous obtenons  $D = 730 \pm 20 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

deur que celle mesurée lors d'une expérience de temps de vol effectuée avec le dispositif expérimental utilisé lors de la première partie de la thèse (voir annexe A.4). A la différence de cette méthode, la mesure effectuée ici présente l'avantage de ne pas être sensible à l'absorption. En combinant ces deux résultats, il est possible de réinterpréter la courbe des temps de vol et de déduire une longueur d'absorption  $\ell_a \approx 118 \mu\text{m}$ . Cette estimation est en accord avec les valeurs obtenues pour un échantillon de même nature [126].

Grâce à une étude spatio-temporelle de l'intensité multiple diffusée, l'approche que nous avons présentée dans cette partie offre une caractérisation du transport de la lumière dans le milieu étudié. Néanmoins, cette mesure a été moyennée sur tout le champ de vision et ne rend donc pas compte des variations spatiales du désordre. Dans la partie suivante, nous nous intéresserons à l'imagerie des milieux diffusants à partir d'une détermination locale de la constante de diffusion.

#### 5.4.4 Mesure locale de la constante de diffusion

Jusqu'à présent, nous avons considéré un échantillon dont le désordre était statistiquement homogène. Autrement dit, la concentration en diffuseurs ne dépen-

#### 5.4. Intensité multiplement diffusée et estimation de la constante de diffusion

dait pas de la position à la surface de l'échantillon. Afin de mettre en avant une mesure locale du désordre, nous réalisons un dépôt de particules d'oxyde de zinc ZnO (Sigma Aldrich) à la surface d'une lame de verre. De même que le TiO<sub>2</sub>, le ZnO est également très diffusant et rentre dans la composition de certaines peintures blanches. Nous réalisons un dépôt par sédimentation d'une solution aqueuse de ZnO de sorte que celui-ci soit inhomogène spatialement. Après quelques minutes, l'eau s'est évaporée et il ne reste qu'une fine couche de particules blanches. Une image microscopique nous révèle que la concentration en diffuseurs varie fortement sur des échelles spatiales inférieures à la centaine de microns (voir figure 5.8.(a)). De la même façon que dans la partie précédente, nous mesurons l'évolution spatio-temporelle des fonctions de corrélation du champ diffus.

Dans un premier temps, l'intensité de la dérivée temporelle de la fonction de cor-

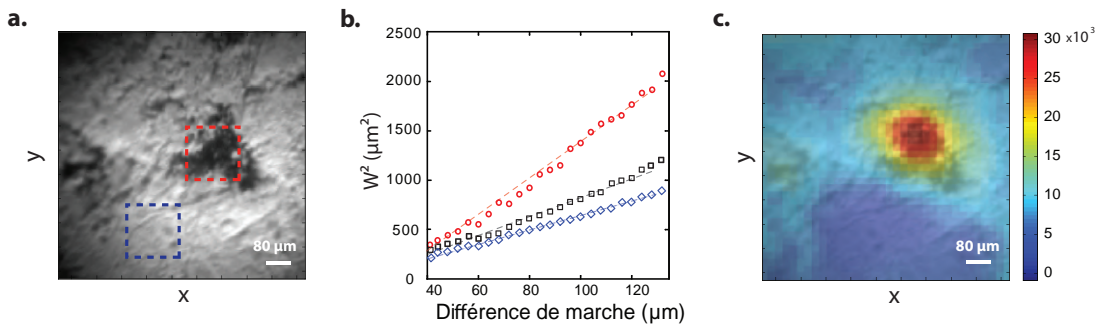


FIGURE 5.8 – (a) Image microscopique d'un échantillon composé de nanoparticules de ZnO. (b) Évolution temporelle de  $W_1^2$  associé à la contribution incohérente de l'intensité moyenne calculée sur tout l'échantillon (en noir), sur la zone entourée en rouge dans (a) et en bleu dans (a). Superposition de l'image microscopique et de la constante de diffusion mesurée localement.

relation est moyennée sur tout le champ de vision de l'OM. Une régression linéaire de la variance  $W_1^2$  associée à la contribution incohérente de l'intensité moyenne permet une estimation de la constante de diffusion  $D$  (carrés noirs sur la figure 5.8.(b)). Nous en déduisons  $\langle D(\mathbf{r}) \rangle = 1425 \pm 105 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Cette mesure caractérise les propriétés diffusantes du milieu moyennées sur une surface de 1 mm<sup>2</sup>. Elle ne rend donc pas compte des variations locales de la concentration en diffuseurs visibles sur l'image microscopique.

Pour répondre à cette problématique, une mesure locale est nécessaire. Alors que jusqu'à présent l'intensité  $I_m$  était calculée en moyennant sur tous les pixels actifs de la caméra CCD, nous définissons une intensité moyenne locale  $I_r$ . Cette intensité s'obtient en sommant le module au carré des fonctions de Green sur une partie des pixels de la caméra formant une fenêtre carrée autour de la position  $\mathbf{r}$ . Par exemple, nous étudions les zones délimitées par les pointillés rouges et bleus sur l'image de la figure 5.8(a). Ces zones présentent respectivement une faible et une

forte concentration en diffuseurs. L'évolution temporelle des variances  $W_1^2$  montre une vitesse d'expansion différente pour ces deux zones (voir figure 5.8(b)). Le halo diffusif croît plus rapidement dans la zone faiblement concentrée que dans la zone fortement concentrée. Ces résultats sont en accord avec la relation inversement proportionnelle entre la constante de diffusion et la concentration en diffuseurs.  $D$  est en effet proportionnel à  $\ell_t$  qui lui-même est inversement proportionnel à la concentration en diffuseurs selon la relation [125] :

$$\ell_t = \frac{\ell_s}{1-g} = \frac{1}{\rho_s \sigma_s} \frac{1}{1-g} \quad (5.9)$$

avec  $\rho_s$  la concentration en diffuseurs et  $\sigma_s$  la section efficace de diffusion d'une particule. Quantitativement, nous déduisons :  $D = 1125 \pm 45 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  pour la zone indiquée en bleu, et  $D = 2800 \pm 220 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  pour la zone indiquée en rouge. Le rapport des constantes de diffusion dans ces deux zones est d'environ 2.5. Nous pouvons ainsi estimer que la concentration en diffuseurs dans la zone indiquée en bleu est 2.5 fois plus grande que dans la zone indiquée en rouge. Une mesure de la constante de diffusion permet donc de quantifier localement le désordre à la surface d'un échantillon.

Enfin, nous souhaitons généraliser cette approche pour former une image de la constante de diffusion à partir d'estimations locales. Plus la taille de la fenêtre utilisée sera petite, et meilleure sera la résolution spatiale de l'image obtenue. Cependant, cette résolution est ultimement limitée par la taille  $\delta r$  du halo diffusif au temps de vol étudié. Celle-ci est donnée par :

$$\delta r \sim \sqrt{D t_{\max}} \quad (5.10)$$

avec  $t_{\max}$  le temps de vol maximal considéré durant la mesure. En limitant les valeurs de temps de vol, il est possible de baisser cette résolution mais cela se fera au détriment de la précision de la mesure. Si l'on se place dans les conditions de notre expérience,  $t_{\max} = 450 \text{ fs}$ , la résolution spatiale ultimement attendue est de  $\delta r = 25 \text{ }\mu\text{m}$ . Toutefois, si l'on moyenne l'intensité sur une zone de cette dimension, l'intensité présente toujours des fluctuations importantes dues à un moyennage sur les réalisations insuffisant. Un compromis doit être fait entre le rapport signal à bruit et la résolution spatiale de l'image finale. Dans notre cas, nous estimons que pour des fenêtres de  $75 \times 75$  pixels ce compromis est satisfaisant. Dans le plan de l'échantillon, ces fenêtres sont associées à des zones de  $150 \times 150 \text{ }\mu\text{m}^2$ . Une image de la constante de diffusion est obtenue en déplaçant la fenêtre par pas de 10 pixels dans les directions  $x$  et  $y$ . Une interpolation bicubique (utilisant un voisinage de 16 pixels) suivie d'un rééchantillonnage d'un facteur 2 sont ensuite appliqués à l'image originale. La figure 5.8.(c) donne l'image de la constante de diffusion  $D$  superposée à l'image microscopique de l'échantillon. Un accord entre l'image microscopique et la valeur de la constante de diffusion est observé qualitativement, toutefois ces deux images apportent des informations complémentaires. L'image

microscopique est seulement sensible à la réflectivité de l'échantillon, donc à la concentration en diffuseurs, alors que la constante de diffusion est également sensible à la nature du désordre au sein de l'échantillon.

L'image de la constante de diffusion obtenue nous permet de voir des variations sur des échelles de quelques dizaines de microns, soit seulement quelques  $\ell_t$ . Cette échelle spatiale de résolution pour la mesure de paramètres de transport est à notre connaissance une première. Actuellement, la technique de référence pour la mesure de la constante de diffusion  $D$  est la tomographie optique diffuse présentée dans la partie 1.3.1. Cette technique offre une résolution spatiale de quelques millimètres dans les tissus biologiques, limitée notamment par la distance entre les sources et les récepteurs [127, 128, 129]. Dans notre approche, nous utilisons les diffuseurs à la surface de l'échantillon comme des sources et des récepteurs virtuels. D'une part, cela nous permet de nous affranchir de cette limite de distance entre la source et le récepteur, et ainsi obtenir une meilleure résolution spatiale. D'autre part, nous ne sommes plus limités à un faible nombre de réponses inter-éléments, la quantité de données collectées lors d'une mesure est immense. En théorie, cette richesse d'informations peut être mise à profit pour réaliser une investigation du milieu de propagation en profondeur. Une telle étude implique cependant des procédures d'inversion de l'équation de transfert radiatif ou de l'équation de diffusion, comme cela est réalisé pour la tomographie optique diffuse.

Notons qu'il existe également des approches cohérentes d'estimation des paramètres de transport. Bien que très élégantes, celles-ci effectuent soit des mesures en champ lointain de l'échantillon, et n'offrent donc pas d'informations locales [130, 131, 132], soit elles ne peuvent pas rendre compte de l'absorption ou des variations en profondeurs des propriétés du milieu [133].

## 5.5 Tenseur de diffusion

### 5.5.1 Sections spatiales du halo diffusif

Jusqu'à présent dans ce chapitre, nous avons traité le cas de la propagation de la lumière dans des milieux isotropes. Ce cas de figure est toutefois réducteur. En effet, la lumière se propage de façon anisotrope dans de nombreux échantillons réels tels que les milieux biologiques [134], les cristaux nématiques [135, 136], les milieux poreux [137] ou encore les milieux composés de fibres [138]. Afin de le prendre en compte, il est nécessaire de remplacer la constante de diffusion par un tenseur de diffusion  $\mathbf{D}$ . Pour un milieu en dimension 3, la propagation de la lumière en régime diffusif est alors caractérisée par un tenseur  $3 \times 3$  formé de 9 éléments. Cependant, lorsque les directions principales d'anisotropie du milieu sont alignées avec les coordonnées cartésiennes, ce tenseur se simplifie et devient diagonal [139]. Nous no-

tons  $D_{xx}$ ,  $D_{yy}$  et  $D_{zz}$  les trois termes diagonaux correspondant à la propagation selon les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement. Remarquons que nous pouvons toujours nous ramener à un cas où les directions d'anisotropie sont alignées avec les axes cartésiens par une simple rotation dans l'espace.

Nous souhaitons désormais mesurer les différentes composantes du tenseur  $\mathbf{D}$  que nous supposons diagonal pour la suite. Dans ce but, nous étudions un morceau de Scotch en téflon (Polytetrafluoroéthylène). Ce matériau est composé de fibres micrométriques alignées selon une direction particulière, ici selon  $x$  (voir figure 5.9(a)). Lorsque la lumière se propage dans la direction  $y$  perpendiculaire aux fibres, la section géométrique vue par l'onde est grande devant la longueur d'onde et la diffusion se fait principalement vers l'avant. Cela doit se traduire par l'observation  $D_{xx} < D_{yy}$ .

Afin de vérifier l'anisotropie du téflon, nous mesurons tout d'abord les variations spatiales de l'intensité réfléchie pour trois valeurs de temps de vol  $t$  moyennées sur tout le champ de vision. Cette procédure d'acquisition est identique à celle réalisée dans la partie 5.4.1. L'évolution de ces sections spatiales du halo diffusif est présentée sur la figure 5.9(b-d). Qualitativement, un halo diffusif anisotrope est effectivement observé, signifiant que la propagation de la lumière est plus rapide dans la direction  $y$  que dans la direction  $x$ .

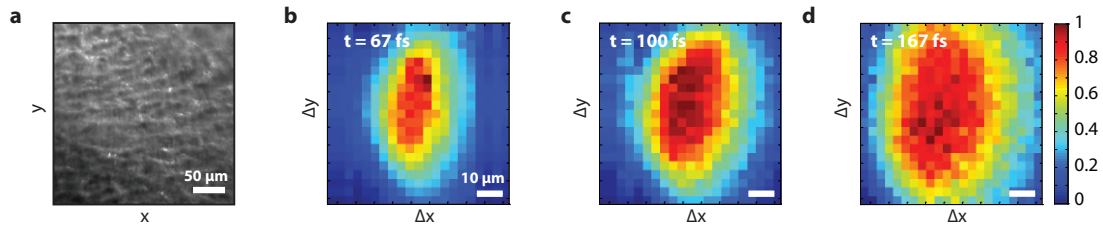


FIGURE 5.9 – Diffusion anisotrope de la lumière dans un morceau de Scotch en téflon. (a) Image microscopique de l'échantillon étudié. La direction des fibres alignées selon la direction  $x$  est observable. (b-d) Évolution temporelle de la distribution spatiale de l'intensité moyenne à la surface de l'échantillon.

### 5.5.2 Sections spatio-temporelles du halo diffusif

Nous venons de voir que l'échantillon en téflon présentait effectivement une forte anisotropie dans le plan  $x - y$ , nous souhaitons maintenant la quantifier à partir de la valeur des composantes du tenseur de diffusion dans ce plan. Pour cela, nous mesurons séparément l'évolution des corrélations du champ selon le temps et la distance source-récepteur dans la direction  $x$ , puis selon le temps et la distance source-récepteur dans la direction  $y$ . La représentation spatio-temporelle relative à ces deux sections de l'intensité moyenne est donnée sur les figures 5.10(a) et (c).

## 5.5. Tenseur de diffusion

Comme le montrent les figures 5.10(b) et (d), nous retrouvons pour chacune de ces directions un halo diffus surmonté d'un cône étroit associé à la contribution cohérente. Il est intéressant de remarquer que la vitesse d'expansion du halo semble différente selon les directions  $x$  et  $y$ . Pour estimer les composantes  $D_{xx}$  et  $D_{yy}$  à partir de ces mesures, nous ne pouvons plus utiliser l'équation de diffusion dans son approximation isotrope (voir équation 1.33). Désormais, la densité d'énergie  $U$

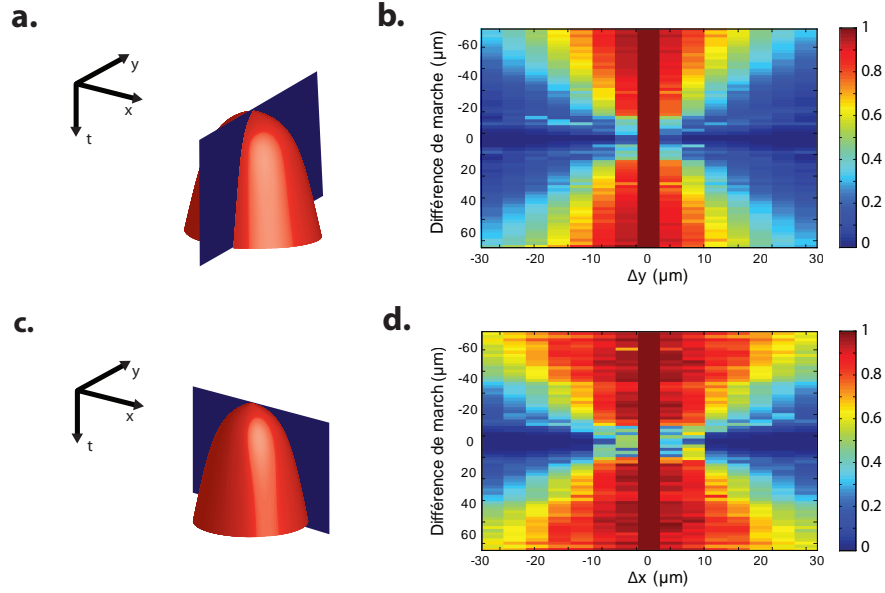


FIGURE 5.10 – (a,c) Schémas de la section spatio-temporelle de l'intensité moyenne incohérente selon la direction  $y$  et  $x$ . (b,d) Mesures expérimentales des sections spatio-temporelles de l'intensité moyenne selon les directions  $y$  et  $x$ .

associée à l'intensité incohérente obéit à l'équation suivante [135] :

$$\frac{\partial U(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{D} \nabla U(\mathbf{r}, t) - \frac{c}{\ell_a} U(\mathbf{r}, t) + S(\mathbf{r}, t) \quad (5.11)$$

avec  $S(\mathbf{r}, t)$  une fonction source,  $\mathbf{D}$  le tenseur de diffusion et  $\ell_a$  la longueur d'absorption. La résolution de cette équation permet d'en déduire l'intensité incohérente réfléchie pour un temps de vol  $t$  [138] :

$$I_{inc}(\Delta x, \Delta y, t) = I_z(t) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{D_{xx}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta y^2}{D_{yy}}\right). \quad (5.12)$$

avec  $\Delta x$  and  $\Delta y$  la projection de la distance source-récepteur  $\Delta r$  sur les axes  $x$  et  $y$ . Une fois encore, nous allons supposer le milieu comme étant semi-infini, dans ces conditions,  $I_z$  s'exprime alors comme suit :

$$I_z(t) = (D_{xx} D_{yy} D_{zz})^{-1/2} z_0 t^{-5/2} \cdot \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a}\right). \quad (5.13)$$



**Chapitre 5.** Mesure passive de fonctions de Green par corrélations de champ diffus en milieux diffusants

Dans le cas de mesures dans le plan de l'échantillon, le cône de rétrodiffusion cohérente n'est pas gouverné par les propriétés de diffusion du milieu mais seulement par la taille effective de la source. Contrairement à une étude dans le champ lointain [140, 141], son expression reste donc identique à celle établie précédemment (voir équation 5.6). De façon analogue au cas isotrope, il est pertinent de renormaliser l'intensité réfléchie à un temps de vol donné par la valeur obtenue dans le cas où source et récepteur sont confondus. Cette intensité normalisée a pour expression :

$$\frac{I_{MS}(\Delta x, \Delta y, t)}{I_{MS}(0, 0, t)} = \frac{1}{2} \left[ \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{4D_{xx}t}\right) \exp\left(-\frac{\Delta y^2}{4D_{yy}t}\right) + \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{l_c^2}\right) \right]. \quad (5.14)$$

Cette grandeur est indépendante de l'absorption mais également de la géométrie du milieu diffusant. Désormais, la contribution incohérente s'exprime comme le produit de deux halos diffusifs indépendants dont la croissance est quantifiée par les composantes  $D_{xx}$  et  $D_{yy}$  du tenseur de diffusion. Cette indépendance nous permet d'estimer séparément les deux composantes du tenseur de diffusion à partir de l'évolution de l'intensité incohérente.

Une régression linéaire opérée sur la croissance des halos diffus nous permet de déduire  $D_{yy} = 3000 \pm 350 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et  $D_{xx} = 1100 \pm 80 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Nous pouvons alors introduire un facteur d'anisotropie défini comme :  $g = 1 - (D_{xx}/D_{yy})$ . Dans le cas d'un milieu isotrope où toutes les composantes du tenseur de diffusion sont égales,  $g = 0$ . Ce facteur peut être interprété comme une mesure de l'écart à l'isotropie d'un milieu diffusant. Nous obtenons ici  $g = 0.63$ , ce qui nous permet d'affirmer que le morceau de téflon étudié est fortement anisotrope dans le plan  $x - y$ .

Remarquons que dans cette expérience, nous n'avons pas constaté un doublement

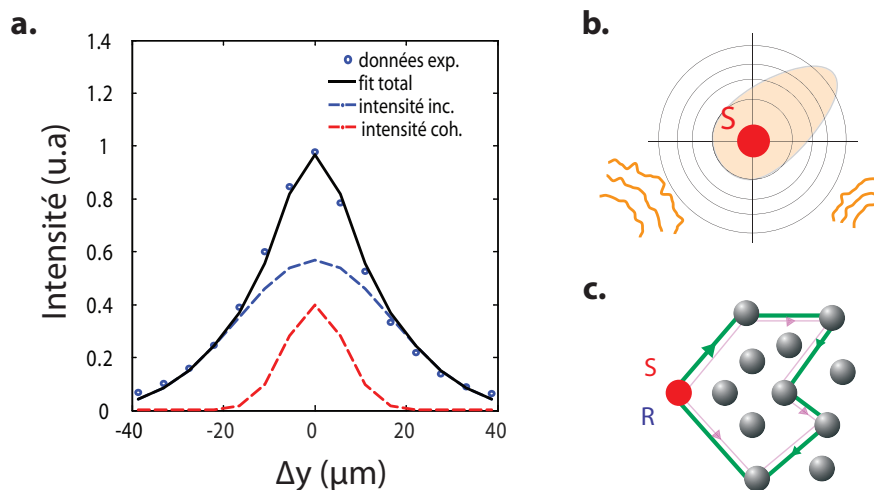


FIGURE 5.11 – (a) Profil spatial de l'intensité moyenne obtenu pour  $t = 150 \text{ fs}$ . (b) Une illumination inhomogène entraîne un diagramme de rayonnement anisotrope des sources virtuelles à la surface de l'échantillon. (c) L'anisotropie des sources donne un poids relatif différent à des séquences de diffusion conjuguées.

de l'intensité lorsque sources et récepteurs sont confondus, mais une sur-intensité de l'ordre de 1.7 (voir figure 5.11(a)). La contribution cohérente est ici de plus faible amplitude que ce qui était attendu car le milieu n'est pas illuminé de manière homogène. Les sources virtuelles ainsi créées présentent un diagramme de rayonnement anisotrope (voir figure 5.11(b)), ce qui donne un poids différent aux séquences de diffusion réciproques (voir figure 5.11(c)). Nous n'étions pas sensible à cet effet dans le cas des échantillons précédents qui étaient bien plus diffusants. L'illumination était alors rendue homogène par le milieu lui-même.

## 5.6 Conclusion et perspectives

A la suite des expériences preuves de concept détaillées dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à la mesure de fonctions de Green pour des échantillons où la lumière est diffusée un grand nombre de fois. Dans de pareilles conditions, nous avons pu mesurer de telles fonctions sur des différences de marche plus de dix fois supérieures au libre parcours moyen de transport. Dans ce régime, la propagation de l'intensité incohérente est correctement prédite par la théorie de la diffusion. Une étude probabiliste de l'intensité associée aux fonctions de Green a alors permis une caractérisation des propriétés de transport de la lumière dans le milieu à des échelles spatiales jusqu'à présent jamais atteintes. La constante de diffusion d'un milieu diffusant inhomogène a pu être imagée avec une résolution de l'ordre de quelques dizaines de microns. L'adaptabilité du dispositif expérimental rend également possible la quantification de l'anisotropie de la diffusion. Cette information est d'intérêt majeur car un grand nombre de milieux réels présentent de telles propriétés anisotropes. Enfin, dans tous les travaux de ce chapitre, nous nous sommes limités à des mesures 2D de la constante de diffusion en surface d'un échantillon. Il convient de préciser que les fonctions de Green mesurées passivement depuis la surface de l'échantillon contiennent toute l'information nécessaire à une étude également en profondeur du milieu. Pour cela, nous envisageons d'appliquer des procédures d'inversion de l'équation de diffusion telles que celles utilisées en ODT.

Grâce à la grande souplesse de notre dispositif expérimental, nous avons pu étudier la dépendance spatio-temporelle de l'intensité multiple diffusée. Cependant, une caractérisation à la fois spatiale, temporelle, et selon la direction de propagation nécessite un grand nombre de mesures, et donc un temps d'acquisition considérable. Au minimum, des acquisitions de fonctions de Green pour dix temps de vol et dix positions source-récepteur sont requises pour une estimation convenable des paramètres de transport. Avec un temps d'acquisition de l'ordre de la minute pour chacune d'entre elles, le temps d'acquisition total devient rapidement de l'ordre de grandeur de l'heure. Cependant, cette limite est à relativiser au regard

des millions de fonctions de Green que nous mesurons simultanément grâce à l'aspect plein champ de dispositif expérimental. Se pose toutefois le problème de la stabilité du montage et de l'échantillon, rendant hors de portée une caractérisation de milieux biologiques pour l'instant. Néanmoins, cet aspect n'est pas la seule limitation de notre approche à l'étude des tissus biologiques. En effet, en raison de leur caractère diffusant plus faible ( $\ell_s \simeq 100 \mu\text{m}$ ), la convergence des fonctions de corrélation vers la fonction de Green va nécessiter un nombre de moyennes bien plus important.

Ainsi, notre approche de mesure passive de fonctions de Green en optique offre principalement des perspectives pour l'étude de milieux très diffusants. En premier lieu, nous souhaitons étudier des milieux où la propagation de la lumière est dite anormale. Dans la grande majorité des milieux, lorsque la lumière se propage et est diffusée, la distribution des temps entre deux événements de diffusion tend vers une gaussienne de variance et de moyenne finie lorsque suffisamment d'événements sont pris en compte. Cependant, dans certains échantillons, la probabilité de réaliser des événements de diffusion associés à des grandes distances ne tend pas vers 0. La distribution des temps de diffusion est alors allongée vers des temps élevés et prend le nom de distribution de Levy [142]. Le halo diffusif peut alors croître plus rapidement que la loi normale en  $\langle \mathbf{r}^2 \rangle \propto Dt$  [143]. Notre dispositif offrirait la possibilité de mesurer précisément l'évolution du halo diffusif et de mettre en évidence son caractère super-diffusif.

Une autre perspective de grand intérêt serait la mise en évidence de la localisation d'Anderson [144, 145]. Lorsque le désordre au sein d'un milieu est tel que le libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$  est inférieur à la longueur d'onde  $\lambda$ , les phénomènes d'interférence peuvent être si intenses que la diffusion de l'onde est stoppée. L'existence de ce phénomène en optique au sein d'un milieu 3D est toujours une question en suspens et une source de débats [146, 147]. Jusqu'à présent, les différentes études expérimentales ont tenté de mesurer l'évolution de l'intensité transmise en fonction de l'épaisseur du milieu. Toutefois, vu l'extrême atténuation de l'onde lumineuse dans un tel milieu, il est tentant d'augmenter la puissance de la source incidente. Des effets non-linéaires tels qu'un signal de fluorescence provenant des particules diffusantes peuvent alors apparaître et fausser l'interprétation des résultats expérimentaux [126]. Notre approche aurait ici l'avantage de fonctionner en réflexion, et donc de pouvoir étudier des échantillons plus épais sans souci de faiblesse du signal rétrodiffusé. De plus, le signal de fluorescence ne devrait pas résister à la moyenne temporelle effectuée lors de la mesure de corrélation du champ diffusé. Enfin, nous avons vu que l'accès au profil spatial de l'intensité rétrodiffusée permettait de s'affranchir de l'absorption au sein de l'échantillon par une étape de renormalisation. Deux des limitations majeures qui ont pollué jusqu'à maintenant les expériences tentant de mettre en évidence la localisation d'Anderson seraient ainsi évitées dans le cadre d'une approche passive par corrélation de champs diffus.

# Conclusion générale et perspectives

L'objectif de cette thèse était d'associer des concepts développés en acoustique avec des méthodes d'imagerie propres à l'optique. Cette approche a été motivée d'une part, par les fortes analogies possibles entre ces deux domaines de la physique des ondes, et d'autre part, par les récentes avancées technologiques qui permettent un contrôle et une mesure du champ optique de plus en plus précis.

Le chapitre introductif nous a permis de présenter le formalisme de Green pour décrire la propagation de la lumière dans des milieux homogènes, puis en présence de variations lentes d'indice de réfraction, et enfin lorsque ces variations sont localisées. La présence de ces inhomogénéités et leurs effets sur les performances de l'imagerie optique ont ensuite été discutées. Nous avons vu que les aberrations et la diffusion de la lumière étaient les limitations majeures de l'imagerie des milieux biologiques. Les principales techniques d'imagerie optique ainsi que leurs performances face à ces deux phénomènes ont alors été présentées. Même la plus performante d'entre elles, la tomographie à cohérence optique, est limitée à de l'imagerie en surface.

Partant de ce constat, nous avons développé une approche matricielle de la propagation des ondes optiques afin de repousser les limites atteignables en termes de profondeur d'imagerie. Cette approche s'inspire de nombreux travaux réalisés en acoustique ces 20 dernières années dédiés à la détection et l'imagerie des milieux complexes. Le concept de matrice de réflexion résolue en temps, qui contient les réponses impulsionnelles entre les éléments d'un réseau source et d'un réseau récepteur, semble particulièrement pertinent dans un contexte d'imagerie. Le chapitre 2 a alors été consacré à une introduction à ce concept, puis aux spécificités de sa mesure en optique. Celle-ci est effectuée entre les pixels d'un modulateur spatial de lumière et ceux d'une caméra CCD placés du même côté du milieu que l'on souhaite imager. Le dispositif expérimental dédié à sa mesure et développé au cours de cette thèse a ensuite été présenté en détails. En comparaison de la littérature, il comporte deux aspects novateurs. Premièrement, nous effectuons une mesure résolue en temps grâce à l'utilisation d'une source à faible cohérence temporelle, ici un laser femtoseconde. Deuxièmement, il nous offre la possibilité d'étudier la ma-

trice de réflexion directement dans le plan image. Dans ce plan, la signature de la diffusion simple apparaît directement sur les éléments diagonaux de la matrice de réflexion. Cette signature a été confirmée par une série d'expériences effectuées sur des objets simples tels qu'une mire de résolution. Une simple opération matricielle permet alors de former une image équivalente à une image obtenue par tomographie à cohérence optique.

Cette méthode d'imagerie offre une résolution et un contraste particulièrement performant, malheureusement contrebalancé par une grande sensibilité aux aberrations. En présence d'une rupture d'indice, ou dès que l'objet n'est plus positionné parfaitement dans la profondeur de champ de l'objectif de microscope, l'image obtenue est fortement dégradée. Cette dégradation de l'image s'accompagne d'un élargissement de la signature du champ autour de la diagonale de la matrice de réflexion. Nous avons alors introduit une approche matricielle dédiée à la caractérisation et la correction des aberrations. Cette approche numérique innovante est en rupture complète avec ce que l'on peut actuellement trouver dans la littérature. Elle repose sur une étude simultanée de la composante aberrée du champ optique dans le plan de l'objet et le plan de Fourier. Une analyse des corrélations au sein de la matrice aberration ainsi formée permet alors d'associer une zone de l'échantillon à une aberration dans l'espace de Fourier, offrant la possibilité de réaliser une compensation locale des aberrations pour restaurer la qualité de l'image. A la différence de l'OCT ou de la microscopie confocale, notre approche utilise donc la mesure du champ total rétrodiffusé, puis une étude de sa composante aberrée. Cette méthode, entièrement numérique, nous autorise une grande souplesse d'utilisation a posteriori, par exemple lors du choix du nombre d'espaces propres de la matrice aberration à considérer. De plus, le temps d'acquisition s'en trouve inchangé, ce qui s'avère être une limitation majeure des méthodes de correction d'aberrations conventionnelles. Le potentiel de ce nouvel outil a été démontré lors d'expériences d'imagerie d'une mire en présence d'un film plastique aberrant ou d'une épaisse couche de tissus biologiques. Ces travaux offrent des perspectives importantes pour l'imagerie de tissus biologiques, notamment lors de l'utilisation d'objectifs de microscope à grandes ouvertures numériques qui sont très sensibles aux aberrations. Ces résultats très prometteurs, obtenus en fin de thèse, vont donner lieu à un dépôt de brevet et font l'objet d'un approfondissement dans le cadre de la thèse de Victor Barolle.

Dans un second temps, nous nous sommes attaqués à une autre limite fondamentale de l'imagerie optique des tissus biologiques : la diffusion. A partir d'une mesure de matrice de réflexion, notre but a ici été d'imager un objet déterministe placé derrière un milieu fortement diffusant. La contribution de diffusion multiple est alors largement prédominante et empêche toute imagerie directe de l'objet. Afin d'isoler le plus efficacement possible la contribution de diffusion simple en provenance de l'objet, nous avons dans un premier temps réalisé une étape de discrimination spatiale. Cette opération consiste à projeter la matrice de réflexion sur une matrice caractéristique de diffusion simple. Cette étape nous place alors dans les mêmes

## Conclusion

conditions d'imagerie que l'OCT. Afin de repousser encore la limite de profondeur atteignable, la méthode DORT a ensuite été appliquée sur cette matrice filtrée. Elle permet de discriminer le champ en provenance de l'objet parmi les aberrations et la diffusion multiple résiduelles. En termes de rapport de contribution d'intensité simplement et multiplement diffusée, un gain proportionnel au nombre d'illuminations est observé. En comparaison de l'OCT, nous espérons ainsi multiplier par deux la limite de profondeur d'imagerie optique.

Notre approche matricielle de l'imagerie optique ouvre donc des perspectives importantes pour l'imagerie des tissus biologiques en profondeur. Cependant, l'implémentation de notre approche est actuellement limitée par deux facteurs. Premièrement, le temps de mesure nécessaire à l'acquisition d'une matrice de réflexion s'élève à plusieurs minutes. Cette durée est bien sur trop élevée pour espérer réaliser de l'imagerie *in vivo* sur des tissus biologiques. Notons cependant que cette limitation est d'ordre purement technique. Deuxièmement, l'acquisition d'une matrice de réflexion nécessite *a priori* le contrôle cohérent des ondes optiques, et donc l'utilisation d'une source cohérente spatialement. Nous avons ici opté pour un laser femtoseconde qui permet également une résolution temporelle extrêmement performante. En plus du prix d'achat très élevé d'une telle source, son aspect invasif rend peu compatible son utilisation pour les tissus biologiques.

Pour dépasser ces limitations, nous avons alors démontré dans les deux derniers chapitres de cette thèse la possibilité de réaliser de façon plein champ et complètement passive l'acquisition de fonctions de Green impulsionnelles en optique. Initialement développée en acoustique et en sismologie, cette approche repose sur la mesure de l'intercorrélation du champs diffus mesuré en deux points de l'espace. Si le champ incident est suffisamment incohérent spatialement et temporellement, alors la fonction de Green entre ces deux positions pourra être estimée à partir de la fonction de corrélation du champ. Afin de satisfaire ces conditions, nous avons développé un dispositif expérimental basé sur l'utilisation d'une lampe halogène et d'un interféromètre de Michelson. Grâce à ce montage simple, la mesure de fonctions de Green entre diffuseurs individuels a été démontrée. Les contributions de diffusion simple et multiple, ainsi que les parties causale et anti-causale ont été obtenues.

A la suite de ces preuves de principe, nous avons effectué des mesures de fonctions de Green pour des échantillons où la lumière est diffusée un grand nombre de fois lors de sa propagation. Pour des temps de propagation élevés,  $t \gg c\ell_t$ , l'intensité moyenne des fonctions de Green renseigne sur les propriétés de transport de la lumière dans le milieu. La théorie de la diffusion permet alors une estimation de la constante de diffusion, et même du tenseur de diffusion pour des milieux qui présentent des propriétés anisotropes.

A notre sens, ces résultats constituent un changement de paradigme en optique. Au-delà de la beauté des concepts physiques mis en jeu, à savoir la mesure d'une information cohérente à partir d'un champ diffus, ces travaux ouvrent de nom-

breuses perspectives pour l'imagerie passive de milieux diffusants. A l'issue de cette thèse, la principale d'entre elles va être de combiner une mesure passive de la matrice de réflexion avec les outils développés pour notre approche cohérente dans les chapitres 2 et 3. En tirant profit des avantages offerts par chacune d'entre elles, nous souhaitons développer une approche non-invasive de l'imagerie optique des milieux biologiques en profondeur.

# Annexe A

## Annexes

### Table des matières

---

<b>A.1</b>	<b>Établissement de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique . . . . .</b>	<b>176</b>
A.1.1	Étude dans le plan pupille . . . . .	176
A.1.2	Microscopie conventionnelle . . . . .	180
A.1.3	Microscopie confocale . . . . .	181
<b>A.2</b>	<b>Caractérisation des propriétés diffusantes du papier . . . . .</b>	<b>183</b>
A.2.1	Détermination du libre parcours moyen de diffusion $\ell_s$ . . .	183
A.2.2	Détermination du libre parcours moyen de transport $\ell_t$ . . .	184
<b>A.3</b>	<b>Résolution temporelle du dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>186</b>
<b>A.4</b>	<b>Mesure et étude de la courbe des temps de vol pour un échantillon multiplement diffuseur . . . . .</b>	<b>187</b>
<b>A.5</b>	<b>Distribution des valeurs singulières de la matrice de réflexion en régime de diffusion multiple . . . . .</b>	<b>190</b>
<b>A.6</b>	<b>Expressions de l'intensité en régime de diffusion multiple . . . . .</b>	<b>192</b>
<b>A.7</b>	<b>Dispositifs expérimentaux . . . . .</b>	<b>197</b>
A.7.1	Dispositif expérimental dédié à la mesure de matrice de réflexion résolue en temps . . . . .	197
A.7.2	Dispositif expérimental dédié à la mesure passive de fonctions de Green . . . . .	198

---



## A.1 Établissement de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique

Dans le chapitre 1, nous avons établi l'expression de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique en réflexion en espace libre. Nous proposons maintenant de détailler le calcul de cette même réponse impulsionnelle en présence d'un milieu diffusant afin d'établir le ratio des intensités de diffusion simple et multiple (RSM). Pour cela, nous considérons le dispositif expérimental schématisé sur la figure A.1. Nous souhaitons ici imager une cible enfouie à une profondeur  $z_c$  au sein d'un milieu diffusant d'épaisseur  $L$ , de libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$ , de transport  $\ell_t$  et de constante de diffusion  $D$ . Un OM de distance focale  $f$  est utilisé afin de collecter la lumière rétrodiffusée par l'échantillon étudié. Par souci de simplicité mais sans perte de généralité, nous supposons un grandissement du montage égal à 1. Cela revient à fixer la distance focale des deux lentilles du dispositif à la même valeur  $f$ . Afin de comprendre les effets des discriminations spatiales et temporelles réalisées en microscopie confocale ou en OCT par exemple, nous allons exprimer la fonction de Green entre les différents plans du montage.

### A.1.1 Étude dans le plan pupille

Dans cette partie, nous souhaitons exprimer la fonction de Green entre une source et un récepteur placés respectivement dans le plan pupille en entrée et en sortie de l'OM. Nous allons établir séparément les expressions des composantes associées à la diffusion simple en provenance de la cible et à la diffusion multiple. Pour cela, nous considérons un point source à la fréquence  $\omega$  et à la position  $\mathbf{u}_i = (v_i, w_i)$  dans le plan pupille en entrée. Un détecteur virtuel dans le plan pupille en sortie mesure le champ rétrodiffusé à la position  $\mathbf{u}_o = (v_o, w_o)$ .

## A.1. Établissement de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique

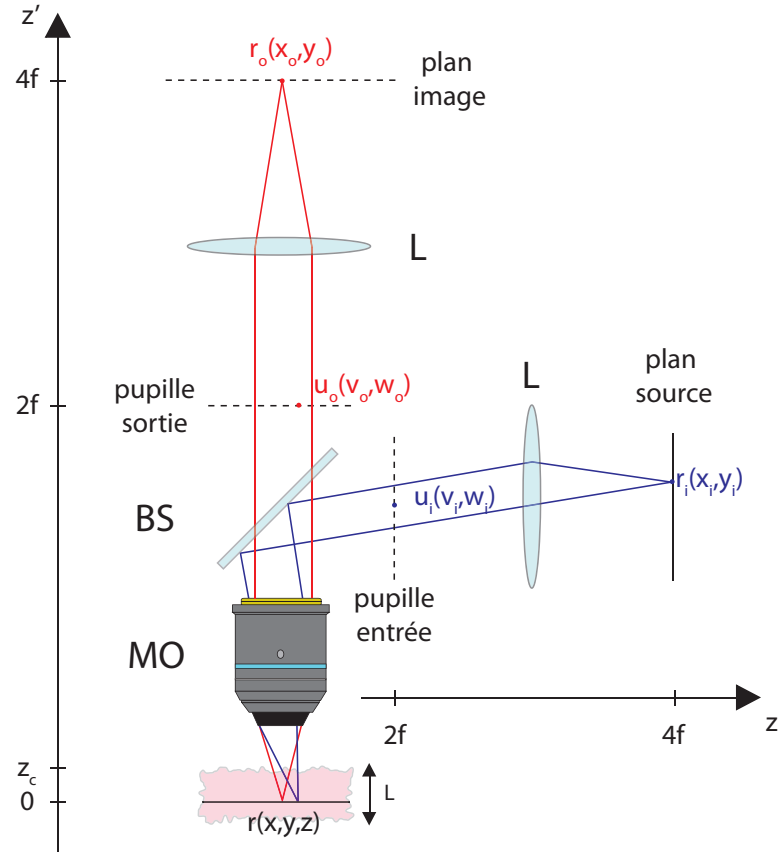


FIGURE A.1 – Schéma d'un microscope optique complet

### Contribution de diffusion simple

En régime de diffusion simple, la composante de diffusion simple de la fonction de Green  $g_S(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)$  peut se décomposer selon les trois séquences suivantes :

- (1) Propagation du plan pupille entrée jusqu'au plan focal de l'OM, modélisée par la fonction de Green  $g_L(\mathbf{u}_i, \mathbf{r}, \omega)$  (voir équation 1.14).
- (2) Diffusion par la cible, modélisée par le potentiel  $V(\mathbf{r})$ .
- (3) Propagation de la cible jusqu'au plan pupille en sortie, modélisée par la fonction de Green  $g_L(\mathbf{r}, \mathbf{u}_o, \omega)$ .

Nous en déduisons l'expression suivante :

$$g_S(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega) = \int d^3\mathbf{r} g_L(\mathbf{u}_o, \mathbf{r}, \omega) V(\mathbf{r}) g_L(\mathbf{r}, \mathbf{u}_i, \omega). \quad (\text{A.1})$$

A la différence de la fonction  $g_L$  précédemment définie dans le cas d'un milieu homogène (voir équation 1.14), son expression doit ici prendre en compte les effets

de la diffusion par le milieu. Dans l'approximation paraxiale, la fonction reliant un point source du plan pupille à un point  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  à proximité du plan focal s'exprime :

$$g_L(\mathbf{r}, \mathbf{u}_i, \omega) = \frac{e^{-\frac{z_c-z}{2\ell_s}} e^{jk_0(2f-z)} e^{-j\frac{k_0z}{2f^2}|\mathbf{r}_\parallel|^2} e^{-j\frac{k_0}{f}\mathbf{r}_\parallel \cdot \mathbf{u}_i}}{j\lambda f} p(\mathbf{u}_i) \quad (\text{A.2})$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  le nombre d'onde et  $\mathbf{r}_\parallel = (x, y)$ . L'atténuation exponentielle de l'onde balistique a ici été modélisée par le terme  $e^{-\frac{z_c-z}{2\ell_s}}$ .  $p(\mathbf{u}_i)$  est défini comme la fonction pupille de l'OM [20]. Alors que sa phase permet de prendre en compte les effets d'aberration en provenance du montage optique ou de l'échantillon observé, son amplitude est elle liée à l'ouverture finie de l'OM :

$$|p(\mathbf{u}_o)| = \begin{cases} 1 & \text{à l'intérieur de l'ouverture de l'objectif} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Dans le cas d'une cible ponctuelle à la position  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$  du plan focal, le potentiel de diffusion est lui défini comme :

$$V(\mathbf{r}) = \sqrt{\sigma_s} \delta(\mathbf{r}) \quad (\text{A.4})$$

avec  $\sigma_s$  la section efficace de diffusion (voir équation 1.21) et  $\delta$  la distribution de Dirac. Sous ces approximations, l'expression de  $g_S$  se simplifie en :

$$g_S(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega) = -\frac{\sqrt{\sigma}}{(\lambda f)^2} e^{-z_c/\ell_s} e^{4jk_0f} p(\mathbf{u}_o) p(\mathbf{u}_i) . \quad (\text{A.5})$$

Dans le cas d'une cible ponctuelle, l'intensité de diffusion simple  $|g_S(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2$  est constante dans le plan pupille.

### Contribution de diffusion multiple

Nous nous intéressons désormais à la composante de la fonction de Green associée à la diffusion multiple. Nous la notons  $g_M(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)$ . Une approche probabiliste est ici adoptée pour traiter ce problème où la répartition des diffuseurs est supposée aléatoire au sein du milieu. Comme nous l'avons vu dans la partie 5.4.2, l'intensité moyenne s'exprime comme la somme d'une contribution incohérente (ou halo diffus) et d'une contribution cohérente (ou effet de rétrodiffusion cohérente). Par souci de simplicité, cette dernière est négligée. Notons que sa prise en compte se traduirait par une simple sur-intensité d'un facteur 2 selon la direction d'illumination sans toutefois modifier notablement l'expression de l'intensité totale.

En ne considérant que sa contribution incohérente, l'intensité moyenne a pour expression [41] :

$$\langle |g_M(\mathbf{u}_o|\mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle \simeq \int_{\Omega} d\mathbf{r}_1 \int_{\Omega} d\mathbf{r}_2 |\langle g_L(\mathbf{u}_o|\mathbf{r}_2, \omega) \rangle|^2 P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |\langle g_L(\mathbf{r}_1|\mathbf{u}_i, \omega) \rangle|^2 \quad (\text{A.6})$$

## A.1. Établissement de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique

avec  $\Omega$  le volume occupé par le milieu diffusant dans le champ de vision de l'OM. En lisant le terme intégral de la droite vers la gauche, nous pouvons interpréter cette équation comme le produit de trois étapes. Tout d'abord,  $|\langle g_L(\mathbf{r}_1|\mathbf{u}_i, \omega) \rangle|^2$  décrit le propagateur entre la source et la position  $\mathbf{r}_1$  où a lieu le premier événement de diffusion.  $P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  correspond à la fonction de Green de l'équation de diffusion qui décrit le transport de l'énergie de la position  $\mathbf{r}_1$  à la position  $\mathbf{r}_2$  où a lieu le dernier événement de diffusion. Enfin, le terme  $|\langle g_L(\mathbf{u}_o|\mathbf{r}_2, \omega) \rangle|^2$  décrit la propagation de l'intensité moyenne entre la position  $\mathbf{r}_2$  et le détecteur à la position  $\mathbf{u}_i$  dans le plan pupille de sortie.

L'injection de l'équation A.2 dans l'équation A.6 nous permet d'en déduire :

$$\langle |g_M(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle = \frac{p(\mathbf{u}_o)p(\mathbf{u}_i)}{(\lambda f)^4} \int_{\Omega} d\mathbf{r}_1 \int_{\Omega} d\mathbf{r}_2 \exp \left[ -\frac{z'_1 + z'_2}{\ell_s} \right] P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (\text{A.7})$$

Le terme intégral est ici directement lié à l'albedo mentionné dans le chapitre introductif (voir partie 1.3.2). Défini comme la puissance diffusée par unité d'angle solide normalisée par le flux incident, son expression est :

$$\alpha = \frac{1}{(4\pi)^2 W^2} \int_{\Omega} d\mathbf{r}_1 \int_{\Omega} d\mathbf{r}_2 \exp \left[ -\frac{z'_1 + z'_2}{\ell_s} \right] P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (\text{A.8})$$

avec  $W$  le champ de vision de l'OM. Pour un milieu diffusant d'épaisseur  $L \gg \ell_s$ , le calcul du terme intégral permet d'en déduire [41] :

$$\alpha \sim \frac{3}{4\pi} \left( 1 - \frac{5}{3} \frac{\ell_t}{L + 2z_0} \right) \left( 1 + \frac{z_0}{\ell_t} \right). \quad (\text{A.9})$$

L'injection de l'équation A.8 dans A.7 nous permet finalement d'exprimer l'intensité moyenne de la façon suivante :

$$\langle |g_M(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle = \frac{(4\pi)^2 \alpha W^2}{(\lambda f)^4} p(\mathbf{u}_o) p(\mathbf{u}_i). \quad (\text{A.10})$$

D'après le théorème de Van Cittert-Zernike, la cohérence mutuelle du champ dans le plan pupille est donnée par la transformée de Fourier spatiale de la distribution spatiale de l'intensité dans le plan focal [45]. Nous supposons que celle-ci est homogène dans le plan focal de l'OM, nous en déduisons la longueur de cohérence  $l_c$  dans le plan pupille :

$$l_c \sim \frac{\lambda f}{W} \quad (\text{A.11})$$

### Rapport des intensités de diffusion simple et multiple

A partir des expressions des deux contributions de l'intensité moyenne, nous pouvons en calculer le rapport que nous avons appelé *RSM*. D'après les équations A.5

et A.10, celui-ci s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \text{RSM} &= \frac{\langle |g_S(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle}{\langle |g_M(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle} \\ &= \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{\sigma_s}{W^2} \frac{e^{-2z_c/\ell_s}}{\alpha}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Maintenant que nous avons dérivé l'expression du *RSM* entre le plan pupille en entrée et le plan pupille en sortie, des transformées de Fourier spatiales vont nous permettre d'étudier ce rapport dans le cas de la microscopie conventionnelle et de la microscopie confocale.

### A.1.2 Microscopie conventionnelle

En microscopie conventionnelle, l'observation est réalisée dans le plan focal d'une lentille placée en sortie de l'OM. Le plan d'observation de coordonnées  $\mathbf{r}_o = (x_o, y_o)$  est alors conjugué du plan pupille en sortie  $\mathbf{u}_o$ . Une transformée de Fourier spatiale relie le champ entre ces deux plans. Dans nos conditions, cette opération s'exprime selon :

$$g(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega) = \frac{e^{2ik_0f}}{j\lambda f} \int d^2\mathbf{u}_o g(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega) e^{-j\frac{k_0}{f}\mathbf{u}_o \cdot \mathbf{r}_o}. \quad (\text{A.13})$$

Nous allons maintenant exprimer les différentes contributions de l'intensité moyenne dans le plan image afin d'exprimer le *RSM* relatif à un microscope conventionnel.

#### Contribution de diffusion simple

Afin d'obtenir l'expression de la contribution de diffusion simple de la fonction de Green, nous injectons l'équation A.5 dans A.13 :

$$g_S(\mathbf{r}_o | \mathbf{u}_i, \omega) = e^{-z_c/\ell_s} \frac{\sqrt{\sigma} j e^{6jk_0f}}{\delta^2(\lambda f)} \tilde{h}(\mathbf{r}_o) \quad (\text{A.14})$$

avec  $\delta = \lambda/(2NA)$  la taille d'une cellule de résolution et  $NA$  l'ouverture numérique.  $\tilde{h}(\mathbf{r}_o)$  représente la fonction réponse normalisée de la lentille définie comme [20] :

$$\tilde{h}(\mathbf{r}_o) = \frac{1}{A} \int d^2\mathbf{u}_o p(\mathbf{u}_o) e^{-j\frac{k_0}{f}\mathbf{u}_o \cdot \mathbf{r}_o} \quad (\text{A.15})$$

avec

$$A = (\lambda f / \delta)^2 \quad (\text{A.16})$$

la taille de la pupille de l'OM.

## A.1. Établissement de la réponse impulsionnelle d'un microscope optique

---

### Contribution de diffusion multiple

De façon identique au cas de la contribution de diffusion simple,  $g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)$  peut s'exprimer comme la transformée de Fourier spatiale sur les coordonnées en sortie de  $g_M(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)$ . Nous avons montré précédemment que le champ dans le plan pupille en sortie présentait une longueur de cohérence spatiale  $l_c$  et une répartition uniforme dans toute la pupille  $A$ , sa transformée de Fourier spatiale décrit alors un champ également incohérent et de répartition uniforme dans tout le champ de vision  $W$ . Sa longueur de cohérence est donnée par  $\delta \sim \lambda f / \sqrt{A}$ . La conservation du flux d'énergie permet de relier simplement l'expression de l'intensité entre ces deux plans :

$$W^2 \langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle = A \langle |g_M(\mathbf{u}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle \quad (\text{A.17})$$

La combinaison des équations A.10 et A.17 nous permet d'en déduire l'expression suivante :

$$\langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle = \frac{(4\pi)^2 \alpha}{\delta^2 (\lambda f)^2} p(\mathbf{u}_i). \quad (\text{A.18})$$

### Rapport des intensités de diffusion simple et multiple

En microscopie conventionnelle, le *RSM* est défini comme le rapport entre l'intensité du champ en provenance de la cible,  $|g_S(0, \mathbf{u}_i, \omega)|^2$ , et l'intensité multiplement diffusée donnée par  $\langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle$ . A partir des équations A.14 et A.18, nous en déduisons :

$$\text{RSM}_m = \frac{S}{(4\pi)^2} \frac{\sigma \exp(-2z_c / \ell_s)}{\delta^2 \alpha} \quad (\text{A.19})$$

avec  $S = |\tilde{h}(0)|^2$  le rapport de Strehl (voir équation 1.19). Nous retrouvons ici l'expression donnée dans le chapitre introductif (voir équation 1.39).

### A.1.3 Microscopie confocale

Nous souhaitons à présent dériver l'expression du rapport des intensités simplement et multiplement diffusés dans le cas de la microscopie confocale. Dans cette configuration, l'illumination incidente peut être modélisée comme un point source  $\mathbf{r}_i$  situé dans le plan conjugué du plan pupille en entrée (voir figure A.1). La réponse impulsionnelle du système est alors donnée par  $g(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega)$  qui s'obtient par une transformée de Fourier spatiale sur les coordonnées d'entrée de  $g(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)$  :

$$g(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega) = \frac{e^{2jk_0f}}{j\lambda f} \int d\mathbf{u}_i g(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{r}_i}. \quad (\text{A.20})$$

### Contribution de diffusion simple

La contribution de diffusion simple de la fonction de Green s'obtient en injectant l'équation A.14 dans A.20 :

$$g_S(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega) = e^{8jk_0f} \frac{\sqrt{\sigma} e^{-z_c/\ell_s}}{\delta^4} \tilde{h}(\mathbf{r}_o) \tilde{h}(\mathbf{r}_i) \quad (\text{A.21})$$

Nous retrouvons ici le produit des réponses impulsionnelles des lentilles d'entrée et de sortie du microscope, d'où la grande sensibilité d'un microscope confocal aux aberrations.

### Contribution de diffusion multiple

De la même façon que pour la contribution de diffusion simple, la fonction de Green  $g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega)$  peut s'obtenir à partir de la transformée de Fourier spatiale de  $g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)$ . A nouveau, nous pouvons invoquer la conservation du flux d'énergie entre les deux plans considérés pour en déduire la relation suivante :

$$W^2 \langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega)|^2 \rangle = A \langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{u}_i, \omega)|^2 \rangle . \quad (\text{A.22})$$

En injectant l'équation A.18 dans cette équation nous obtenons finalement :

$$\langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega)|^2 \rangle = \frac{(4\pi)^2}{\delta^4 W^2} \alpha . \quad (\text{A.23})$$

### Rapport des intensités de diffusion simple et multiple

Enfin, le *RSM* relatif à la microscopie confocale se déduit du rapport entre  $|g_S(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \omega)|^2$  (équation A.21) et  $\langle |g_M(\mathbf{r}_o, \mathbf{r}_i, \omega)|^2 \rangle$  (équation A.23) :

$$\text{RSM}_C = \frac{S^2}{(4\pi)^2} \frac{\sigma}{\delta^2} \left( \frac{W}{\delta} \right)^2 \frac{\exp(-2z_c/\ell_s)}{\alpha} . \quad (\text{A.24})$$

## A.2 Caractérisation des propriétés diffusantes du papier

Nous présentons ici deux méthodes de caractérisation des propriétés diffusantes des feuilles de papier que nous avons utilisées comme milieu diffusant au cours de ce chapitre.

### A.2.1 Détermination du libre parcours moyen de diffusion $\ell_s$

Dans un premier temps nous souhaitons déterminer le libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$ . Une méthode courante pour réaliser cette mesure consiste à étudier l'évolution de l'intensité balistique en fonction de l'épaisseur de milieu traversée. En effet, l'intensité balistique  $I_B$  à la sortie d'un milieu diffusant d'épaisseur  $L$  et de libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$  a pour expression :

$$I_B = I_0 \exp\left(-\frac{L}{\ell_s}\right) \quad (\text{A.25})$$

avec  $I_0$  l'intensité incidente. Dans notre cas, nous pouvons déduire  $\ell_s$  à partir de l'atténuation de  $I_B$  en fonction du nombre de feuilles de papier  $N$  traversées. Cette mesure peut être réalisée à partir du montage expérimental schématisé sur la figure A.2(a). Le faisceau collimaté d'un laser continu ( $\lambda = 810$  nm) illumine le milieu diffusant. La lumière transmise contient à la fois une contribution balistique et une contribution diffuse. Un diaphragme positionné en sortie du milieu permet de sélectionner seulement l'intensité balistique qui est ensuite enregistrée par une caméra CCD placée 50 cm plus loin.

Les figures d'intensité mesurées dans le cas de 1,2 et 3 feuilles de papier sont présentées en figure A.2(b). La colonne de gauche montre le résultat pour une seule réalisation du désordre. La colonne de droite présente l'intensité moyennée sur 400 et 1400 réalisations du désordre. Ces réalisations sont générées par une simple translation du milieu effectuée avec deux moteurs de précision. Pour  $N = 1, 2$  l'intensité balistique apparaît au dessus d'un halo diffus correspondant à l'intensité diffuse. Ces deux contributions peuvent alors être séparées afin d'obtenir l'intensité balistique seule. Remarquons que malgré un grand nombre de réalisations du désordre, l'intensité balistique n'apparaît pas dans le cas de trois feuilles de papier ce qui nous confirme le caractère très diffusant du papier utilisé. Une régression linéaire du logarithme de l'intensité nous permet d'estimer le rapport  $L/\ell_s = 6.1$ . Une mesure de l'épaisseur d'une couche de papier permet ensuite d'en déduire  $\ell_s$ . Avec  $L = 82 \mu\text{m}$ , nous obtenons finalement  $\ell_s = 13.4 \mu\text{m}$ .



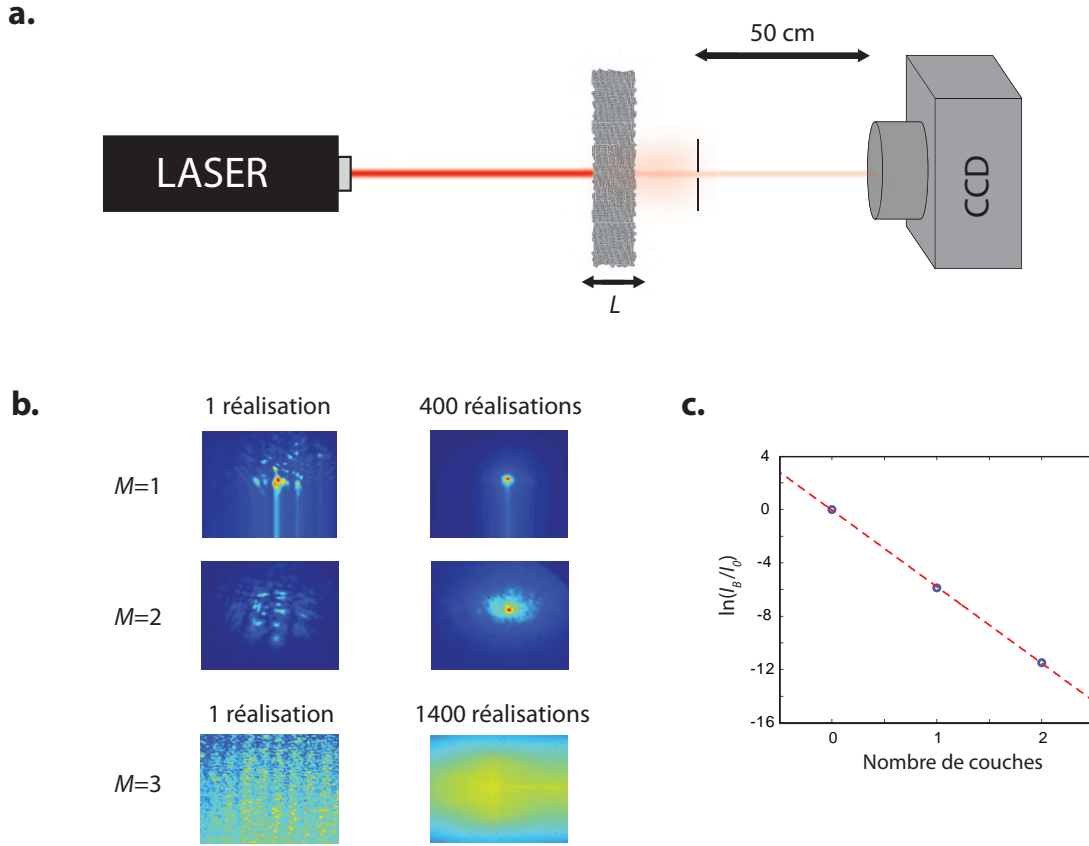


FIGURE A.2 – Détermination expérimentale du libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$ . (a) Schéma du dispositif expérimental utilisé pour mesurer l'intensité balistique  $I_B$ . (b) Intensité transmise par 1, 2 et 3 couches de papier pour une réalisation du désordre (à gauche) et moyennée sur un nombre  $N$  de réalisations du désordre (colonne de droite). (c)  $\ln(I_B/I_0)$  en fonction du nombre de couches de papier. Une régression linéaire (courbe en pointillés rouges) des points expérimentaux (cercles bleus) permet d'estimer  $\ell_s = 13.4 \mu\text{m}$ .

### A.2.2 Détermination du libre parcours moyen de transport $\ell_t$

Puisque  $\ell_s \ll L$ , la lumière transmise a subi plusieurs événements de diffusion lors de sa traversée d'une feuille de papier. A partir de 6-7 de ces événements, l'approximation de la diffusion devient valide [116]. Pour plusieurs feuilles de papier, ce critère est alors largement respecté. Sous cette approximation, l'intensité totale transmise  $I_T$  obéit à la loi d'Ohm [148] :

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{(z_0 + \ell_t)}{(L + 2z_0)} \quad (\text{A.26})$$

## A.2. Caractérisation des propriétés diffusantes du papier

avec  $z_0$  la longueur d'extrapolation. En présence d'une différence d'indice entre l'espace libre et le milieu diffusant, cette longueur d'exprime selon :

$$z_0 = \frac{2}{3} \ell_t \frac{(1+R)}{(1-R)} \quad (\text{A.27})$$

avec  $R$  le coefficient de réflexion interne. Avec un indice moyen de 1.5 pour le papier, nous obtenons  $R = 0.57$  et  $z_0 = 2.4 \ell_t$ .

La détermination de  $\ell_t$  est réalisée à l'aide du dispositif expérimental schématisé en figure A.3(a). Un faisceau collimaté illumine l'échantillon diffusant. L'intensité transmise est mesurée à l'aide d'un puissance-mètre positionné à la sortie du milieu. Le coefficient de transmission  $T$  est mesuré pour un nombre croissant  $N$  de feuilles de papier. L'évolution de l'inverse du coefficient de transmission en fonction de  $N$  est présentée en figure A.3(b). Une régression linéaire permet d'en déduire  $\ell_t$  à partir de l'équation A.26. Nous obtenons  $\ell_t = 19.9 \mu\text{m}$ .

Ces deux expériences nous ont permis de mesurer à la fois  $\ell_s$  et  $\ell_t$ . A partir de ces

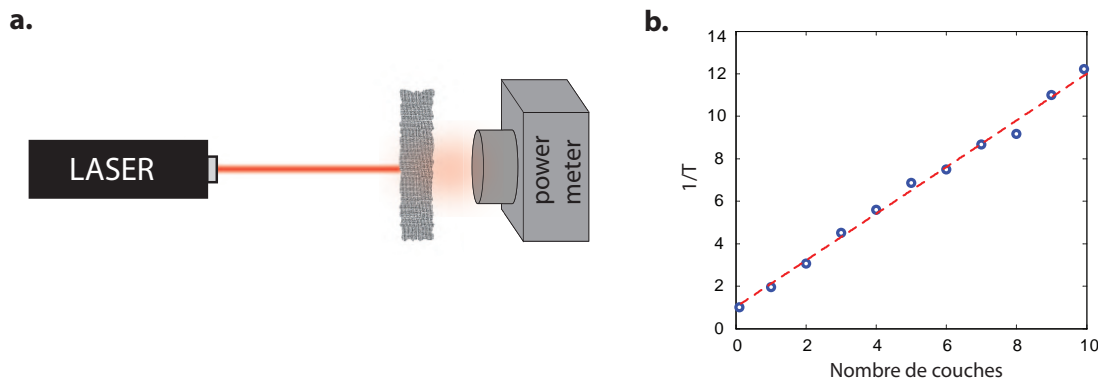


FIGURE A.3 – Détermination expérimentale du libre parcours moyen de transport  $\ell_t$ . (a) Schéma du dispositif expérimental pour la mesure du coefficient de transmission  $T$ . (b) Inverse de  $T$  en fonction du nombre de couches de papier. Une régression linéaire (courbe en pointillés rouges) des points expérimentaux (cercles bleus) permet d'estimer  $\ell_t = 19.9 \mu\text{m}$ .

deux paramètres, il est possible d'en déduire le facteur d'anisotropie  $g = 1 - \ell_s / \ell_t = 0.33$ .

### A.3 Résolution temporelle du dispositif expérimental

La résolution temporelle du montage interférométrique est ultimement limitée par le temps de cohérence de la source lumineuse, ici un laser femtoseconde. Une mesure de son spectre est affichée sur la figure A.4(a). Un spectre gaussien de longueur centrale  $\lambda_c = 810$  nm et de largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda = 27$  nm est obtenu. Pour un tel spectre, le temps de cohérence est donné par [45] :

$$\tau_c = \frac{2 \ln(2) \lambda_m^2}{\pi c \Delta\lambda} \quad (\text{A.28})$$

Nous en déduisons  $\tau_c \simeq 35$  fs. Expérimentalement, la mesure de la courbe des temps de vol dans le cas où l'échantillon est un miroir permet de mesurer la résolution temporelle du système complet, et non plus seulement de la source lumineuse. Le résultat d'une telle expérience est présenté en figure A.4(b). Une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 100 fs est obtenue. La différence entre la résolution théorique et expérimentale peut s'expliquer par les nombreux éléments optiques que la lumière traverse et qui provoquent une dispersion des impulsions incidentes.

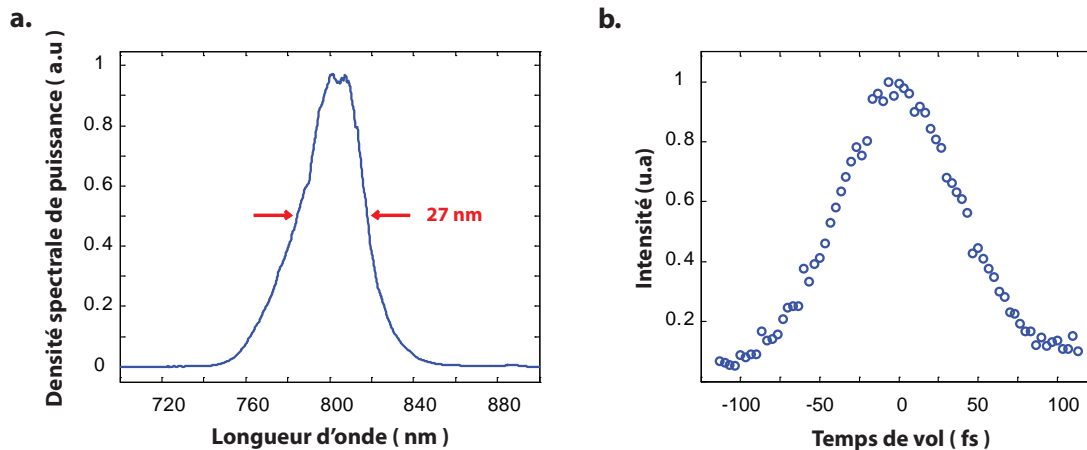


FIGURE A.4 – (a) Mesure expérimentale du spectre du laser femtoseconde. (b) Evolution de l'intensité du signal interférométrique en fonction du temps de vol.

## A.4 Mesure et étude de la courbe des temps de vol pour un échantillon multiplement diffuseur

Dans cette partie, nous étudions la distribution des temps de vol de l'intensité réfléchie par un milieu diffusant grâce à la résolution temporelle de notre dispositif expérimental (voir figure 2.5). Jusqu'à présent, nous avons fixé la longueur du bras de référence afin de rejeter tous les photons dont le temps de vol était différent du temps de vol balistique en provenance du plan focal. Cela nous a permis de rejeter une grande partie des photons multiplement diffusés. En modifiant la position du miroir dans le bras de référence, il devient possible de sélectionner les photons qui présentent un temps de vol différent. Si le miroir est déplacé axialement d'une distance  $p$ , la modification en termes de temps de vol sera donnée par  $\Delta\tau = 2 \times p/c$ . En effectuant un balayage de la position du miroir de référence, nous pouvons mesurer l'évolution du champ rétrodiffusé en fonction du temps de vol. Une telle courbe est appelée courbe des temps de vol.

Une telle acquisition est réalisée sur un dépôt de nanoparticules de dioxyde de titane  $\text{TiO}_2$  d'épaisseur  $L \simeq 80 \mu\text{m}$ . Le pas du moteur est fixé à  $p = 3 \mu\text{m}$  ce qui offre un pas temporel  $\Delta\tau = 20 \text{ fs}$ . Remarquons que ce pas est inférieur à la résolution du système, nous sur-échantillonons l'acquisition. Pour un point de focalisation en entrée, la courbe des temps de vol est mesurée pour  $t$  allant de -2 à 6 ps. L'intensité du champ est ensuite intégrée sur toute la caméra CCD :

$$R(t) = \int I(\mathbf{r}, t) d^2 \mathbf{r}. \quad (\text{A.29})$$

La courbe représentant l'évolution temporelle de  $R$  est présentée en figure A.5(a). Comme attendu, le maximum est observé pour un temps de vol  $t = 0$ , signifiant que la quantité de photons réfléchis en surface est importante. Plus nous considérons des temps de vol élevés, et plus les photons ont exploré un volume important au sein du milieu. La décroissance rapide de l'intensité s'explique par la diminution de la probabilité de revenir en surface après avoir exploré un tel volume. Afin de quantifier cette décroissance, nous faisons appel à la théorie de la diffusion. La propagation d'une onde en régime de diffusion multiple au sein d'un échantillon de taille fini fait apparaître un temps caractéristique appelé temps de Thouless et défini comme :

$$\tau_D = \frac{L^2}{D} \quad (\text{A.30})$$

avec  $L$  l'épaisseur du milieu et  $D$  la constante de diffusion.  $\tau_D$  correspond au temps nécessaire à l'onde multiplement diffusée pour traverser le milieu. Pour des temps de vol inférieurs, le milieu apparaît comme infini et l'intensité est supposée suivre la loi de puissance suivante [149] :

$$R(t) \propto t^{-3/2}. \quad (\text{A.31})$$

Un tel comportement est expérimentalement observé pour des temps de vol  $t$  inférieurs à 1 ps environ (voir figure A.5(b)). Ce résultat nous donne une première estimation de  $\tau_D$ . En revanche, pour des temps de vol plus élevés, il est nécessaire de prendre en compte les conditions aux limites, cela se traduit par le comportement exponentiel suivant [39] :

$$R(t) \propto \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2 D t}{(L+2z_0)^2}\right) \quad (\text{A.32})$$

avec  $z_0$  la longueur d'extrapolation [41],  $\ell_a$  la longueur d'atténuation et  $D$  la constante de diffusion. Ce sont ces deux derniers paramètres que nous souhaitons obtenir. Aux temps longs, la courbe des temps de vol en échelle logarithmique présente bien le comportement attendu (voir figure A.5(c)). Nous effectuons alors une régression linéaire de l'intensité réfléchie de la forme  $I(t) = e^{-kt}$  avec :

$$k = -\frac{-\pi^2 D}{(L+2z_0)^2} - \frac{c}{\ell_a}. \quad (\text{A.33})$$

En supposant  $D = c\ell_t/3$  et  $z_0 = 2/3\ell_t$ , nous obtenons :

$$\ell_t = 3 \left( k - \frac{c}{\ell_a} \right) \frac{(L+2/3z_0)^2}{\pi^2 c} = f(\ell_a, z_0). \quad (\text{A.34})$$

Cette expression nous indique qu'il existe plusieurs couples de solutions correspondant à une mesure de courbe de temps de vol. Nous représentons en figure A.5(d) la fonction  $f(\ell_a, z_0)$  pour plusieurs couples de valeurs selon que l'on considère le milieu absorbant ou non, et selon la définition de la longueur d'extrapolation. Les valeurs de  $\ell_t$  sont obtenues pour les intersections entre la courbe linéaire  $y = \ell_t$  en bleue et les différentes courbes associées à  $f(\ell_a, z_0)$ . Nous voyons qu'une seule mesure de courbe de temps de vol ne permet pas d'estimer  $\ell_t$  et  $\ell_a$  séparément. Une autre mesure indépendante est nécessaire pour discriminer les effets d'absorption et de diffusion. C'est ce que nous avons réalisé dans le chapitre 5 et qui nous a permis de déduire  $\ell_a = 118 \mu\text{m}$  et  $D = 730 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

#### A.4. Mesure et étude de la courbe des temps de vol pour un échantillon multiplement diffuseur

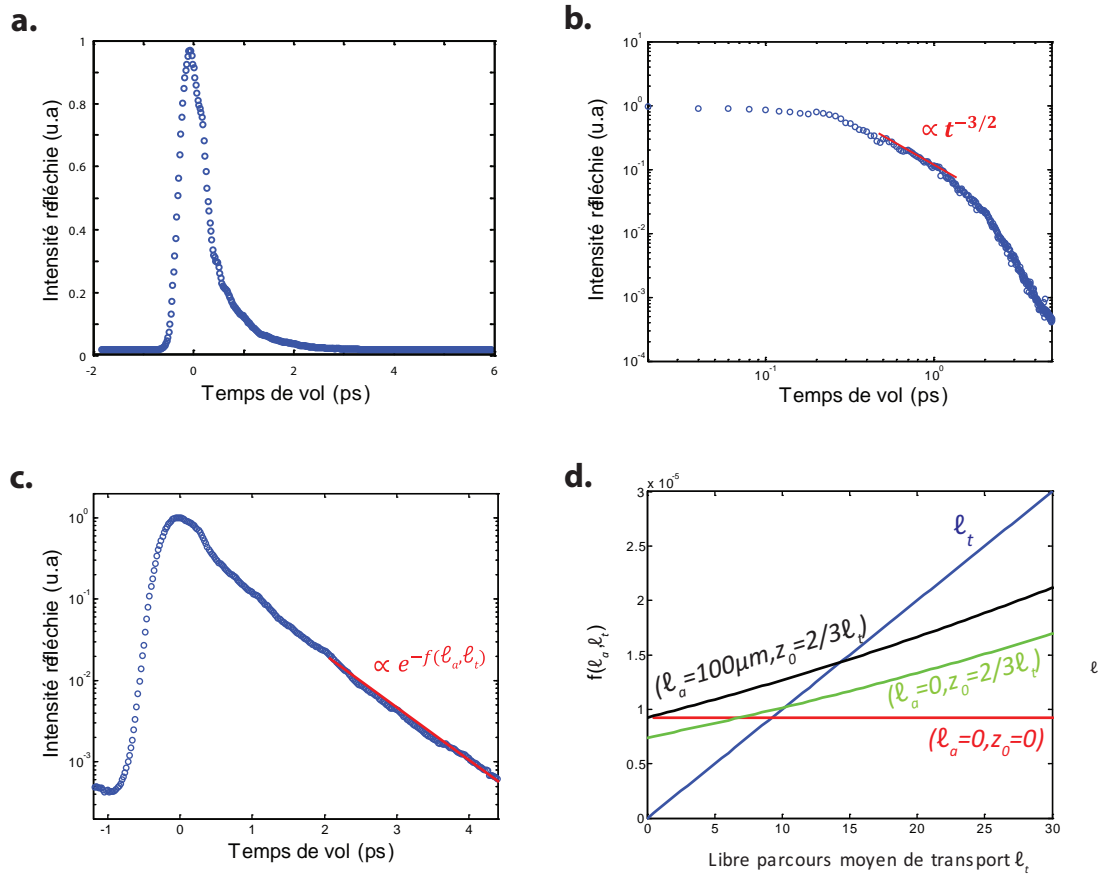


FIGURE A.5 – (a) Courbe des temps de vol mesurée en réflexion pour une couche de nanoparticules de  $\text{TiO}_2$ . (b) Même courbe en échelle log-log. Une décroissance temporelle en  $t^{-3/2}$  est observée pour des temps de vol d'environ 1 ps. (c) Même courbe en échelle log, une décroissance exponentielle est observée pour les temps longs. Cette décroissance dépend des paramètres  $\ell_t, \ell_a$  et  $z_0$  selon une fonction notée  $f$ . (d) Tracé de la fonction  $f$  pour différents couples de valeurs  $(\ell_a, z_0)$ . Les valeurs de  $\ell_t$  sont obtenues pour les intersection entre la fonction  $f$  et la fonction  $y = \ell_t$ .

## A.5 Distribution des valeurs singulières de la matrice de réflexion en régime de diffusion multiple

Dans cette partie, nous présentons la technique numérique qui nous a permis de prédire la distribution des valeurs singulières de  $\mathbf{R}_S$ , ou les valeurs propres de  $\mathbf{R}_S^\dagger \mathbf{R}_S$ , en régime de diffusion multiple. Si les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_S$  sont des variables complexes aléatoires indépendantes, la distribution des valeurs propres devrait alors suivre la loi de Marcenko-Pastur. Cependant, les éléments de  $\mathbf{R}_S$  ne remplissent pas ces critères pour deux raisons : l'opération de discrimination spatiale modifie la distribution des éléments et le bruit de mesure fait apparaître des corrélations résiduelles. Un bruit statique fera par exemple apparaître un champ constant sur les pixels de la caméra ce qui se traduit par un champ constant sur les lignes de la matrice ( $\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}$ ). Les corrélations entre deux éléments  $r_{il}$  et  $r_{jm}$  peuvent s'exprimer comme :

$$\langle r_{il} r_{jm}^* \rangle = \langle |r_{il}|^2 \rangle c_{ij} d_{lm} \quad (\text{A.35})$$

le symbole  $\langle . \rangle$  représente ici une moyenne d'ensemble.  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$  sont des matrices de taille  $N \times N$  que nous appelons matrices de corrélations. Par définition, les propriétés de corrélations sont statistiquement invariantes par translation, les matrices  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$  sont alors des matrices de Toeplitz : leurs coefficients ne dépendent que de  $i - j$  et  $l - m$ . Autrement dit :  $c_{ij} = C_{i-j}$  et  $d_{lm} = D_{l-m}$ . Les coefficients de corrélations entre les lignes et les colonnes,  $C_n$  et  $D_n$ , peuvent être calculés de la façon suivante :

$$C_n = \frac{\langle r_{i,j} r_{i,j+n}^* \rangle_{(i,j)}}{\langle |r_{i,j}|^2 \rangle_{(i,j)}} \quad (\text{A.36})$$

$$D_n = \frac{\langle r_{i,j} r_{i+n,j}^* \rangle_{(i,j)}}{\langle |r_{i,j}|^2 \rangle_{(i,j)}} \quad (\text{A.37})$$

$$(\text{A.38})$$

le symbole  $\langle . \rangle$  représente ici une moyenne sur les variables  $(i, j)$ . A partir d'une matrice aléatoire  $\mathbf{P}$ , nous pouvons créer une matrice  $\mathbf{Q}$  correspondant à une matrice de réflexion en régime de diffusion multiple :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}^{1/2} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{D}^{1/2} \quad (\text{A.39})$$

Grâce aux calculs de  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$ , la matrice ainsi obtenue présente les mêmes corrélations en émission et réception que la matrice  $\mathbf{R}$  mesurée expérimentalement. Nous la projetons ensuite sur la matrice caractéristique de diffusion simple  $\mathbf{S}$  :

$$\mathbf{Q}_S = \mathbf{Q} \times \mathbf{S} \quad (\text{A.40})$$

Une SVD de  $\mathbf{Q}_S$  est réalisée et les valeurs singulières sont renormalisées par leur moyenne. 10000 matrices aléatoires  $\mathbf{P}$  sont générées numériquement, la distribution des valeurs singulières moyennées sur ces réalisations permet de construire

### A.5. Distribution des valeurs singulières de la matrice de réflexion en régime de diffusion multiple

l'histogramme présenté en figure 3.6. A cette occasion, nous avons vu qu'une valeur singulière présentant une amplitude anormalement haute était associée à la présence d'une cible que l'on cherchait à imager. Pour estimer la fiabilité de la détection de la cible, nous étudions la distribution de la première valeur singulière pour l'ensemble des réalisations. L'histogramme correspondant est présenté en figure A.6(a). Une distribution relativement piquée et centrée autour de  $\sigma_1^2 / \langle \sigma_i^2 \rangle = 6$  est obtenue. Nous voyons que la valeur singulière obtenue expérimentalement émerge bien après cette distribution ce qui assure une détection non ambiguë. Quantitativement, nous pouvons calculer la probabilité d'obtenir une première valeur singulière d'une matrice  $\mathbf{Q}_S$  plus élevée que celle obtenue expérimentalement. Cette probabilité, dite de fausse alarme, est égale à 0.01 % dans notre cas.

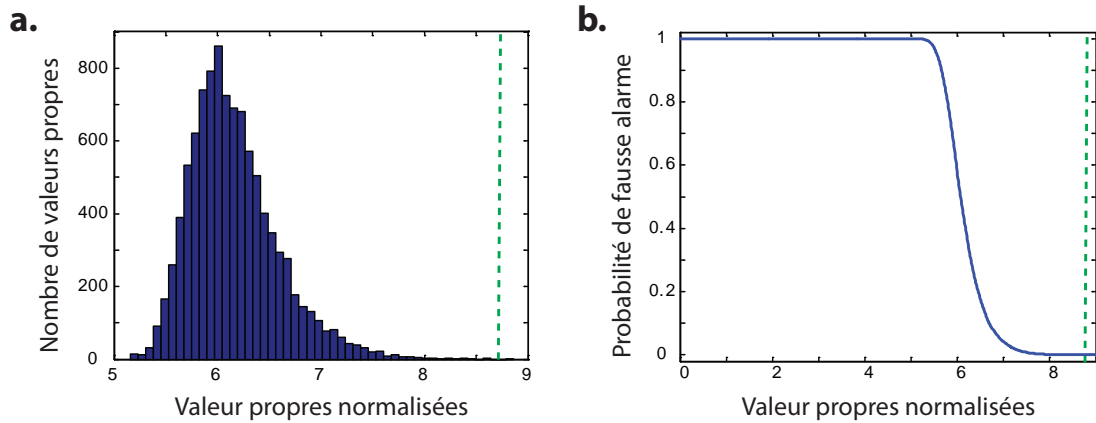


FIGURE A.6 – (a) Histogramme de la première valeur propre normalisée  $\sigma_1^2 / \langle \sigma_i^2 \rangle$  des matrices  $\mathbf{Q}_S$  générées numériquement. La ligne en pointillés verts indique la valeur obtenue expérimentalement. (b) Probabilité de fausse alerte. Une valeur de 0.01 % est obtenue pour la valeur expérimentale.



## A.6 Expressions de l'intensité en régime de diffusion multiple

Dans le chapitre 1, nous avons assimilé l'intensité totale à l'intensité diffuse incohérente en régime de diffusion multiple. Cette approximation était suffisante dans un contexte d'imagerie mais s'avère inexacte d'un point de vue théorique. Nous allons désormais offrir une définition plus adéquate à une étude précise de la propagation de la lumière dans un milieu diffusant.

Pour une distance de propagation de quelques libre parcours moyen de transport  $\ell_t$ , nous pouvons considérer que l'onde incidente a été totalement atténuée au profit d'ondes multiples diffusées. Une onde  $\Phi$  associée à la propagation entre un point source et un point récepteur peut s'écrire comme la somme des contributions correspondant à tous les chemins de diffusion  $p$  entre ces deux points. En notant  $A_p$  l'amplitude associée à l'onde partielle  $p$  nous obtenons :

$$\Phi(t) = \sum_p A_p(t) . \quad (\text{A.41})$$

L'intensité  $I(t)$  est obtenue en prenant la norme au carré de ce champ :

$$I(t) = |\Phi(t)|^2 = \left| \sum_p A_p(t) \right|^2 \quad (\text{A.42})$$

soit :

$$I(t) = \sum_p |A_p(t)|^2 + \sum_p \sum_{q \neq p} A_p(t) A_q^*(t) . \quad (\text{A.43})$$

L'intensité multiple diffusée s'exprime donc comme la somme de deux termes. Le premier terme se nomme intensité *incohérente*, il correspond à l'interférence entre des trajets de diffusion équivalents, autrement dit des trajets qui mettent en jeu les mêmes séquences de diffusion (voir figure A.7(a)). Le second terme correspond aux interférences entre des trajets de diffusion différents et se nomme intensité *cohérente*. Comme nous l'avons précisé précédemment, les détecteurs optiques sont sensibles à la moyenne temporelle de l'intensité qui a pour expression :

$$\langle I(t) \rangle = \left\langle \sum_p |A_p(t)|^2 \right\rangle + \left\langle \sum_p \sum_{q \neq p} A_p(t) A_q^*(t) \right\rangle . \quad (\text{A.44})$$

L'intensité incohérente ne dépend pas de la phase des ondes partielles, par conséquent elle n'est pas sensible aux fluctuations du désordre et résiste à la moyenne. Ce terme décrit la propagation classique d'une particule dans un milieu désordonné. Dans le cas d'une source  $\mathbf{S}$  émettant une brève impulsion, l'intensité incohérente  $I_{inc}(t)$  reçue en  $\mathbf{R}$  au temps  $t$  est analogue à la probabilité pour un marcheur aléatoire initialement en  $\mathbf{S}$  d'arriver au point  $\mathbf{R}$  à l'instant  $t$ . Cette probabilité satisfait

## A.6. Expressions de l'intensité en régime de diffusion multiple

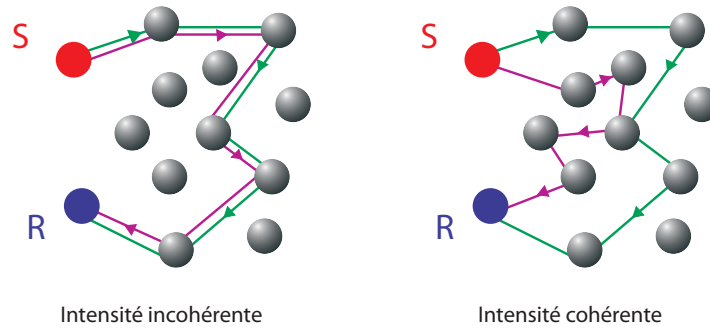


FIGURE A.7 – Interférence entre ondes partielles participant à l'intensité incohérente (à gauche) et cohérente (à droite).

l'équation de transfert radiatif dont on peut approximer la solution aux temps long par celle de l'équation de diffusion. De la même façon qu'une goutte de colorant dans un liquide, l'énergie s'étale dans le milieu en formant un *halo diffusif* dont l'évolution spatio-temporelle est déterminée par la constante de diffusion  $D$ .

Le terme associé à l'intensité cohérente fait apparaître un terme d'interférences entre deux ondes partielles  $p$  et  $q$ , terme qui dépend de la différence de phase entre les deux trajets. En régime de diffusion multiple, cette différence peut être traitée comme une variable aléatoire. Dans l'hypothèse où les ondes partielles  $p$  et  $q$  ne sont pas corrélées, l'intensité *cohérente* est donc sensible aux fluctuations du désordre. On s'attend à ce qu'une moyenne sur le désordre d'une variable aléatoire soit nulle et donc que seule l'intensité *incohérente* contribue à l'intensité moyenne. Cette hypothèse est effectivement observée expérimentalement dans le cas de la mesure de l'intensité transmise par un milieu diffusant. Néanmoins ce raisonnement s'effondre dans le cas de l'intensité rétrodiffusée. Une sur-intensité est observée dans la direction incidente. Ce phénomène, appelé rétrodiffusion cohérente, provient de l'interférence entre une onde partielle et son onde réciproque. Cette dernière suit la même trajectoire mais en sens inverse, ce qui lui confère la même phase et permet aux deux ondes d'interférer constructivement.

Nous allons maintenant nous attacher à donner les expressions de ces deux contributions dans le plan de l'échantillon avant de confronter ces prédictions aux mesures expérimentales. Nous donnerons seulement les étapes de calcul pour en déduire l'expression de l'intensité cohérente et incohérente. Pour plus de détails le lecteur pourra consulter les références [122, 124].

### Séquences de diffusion

Nous considérons ici des séquences de diffusion entre une source **S** et un récepteur **R** à la surface d'un échantillon diffusant (voir figure A.9). Chacune de ces séquences

peut se décomposer selon :

- le trajet reliant la source  $\mathbf{S}$  au premier évènement de diffusion  $\mathbf{R}_1$ , modélisé par la fonction de Green moyenne  $g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1)$
- une séquence d'évènements de diffusion entre le premier et le dernier diffuseur, modélisée par la fonction de Green  $g_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t)$
- le trajet reliant le dernier diffuseur  $\mathbf{R}_N$  au récepteur  $\mathbf{R}$ , modélisé par la fonction de Green moyenne  $g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R})$

Notons  $p^+$  et  $p^-$  les séquences de diffusion réciproques mettant en jeu les mêmes diffuseurs. Les amplitudes de telles séquences ont pour expression :

$$p^+ = g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1) \times g_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t) \times g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R}) \quad (\text{A.45})$$

$$p^- = g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_N) \times g_M(\mathbf{R}_N, \mathbf{R}_1, t) \times g(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}) \quad (\text{A.46})$$

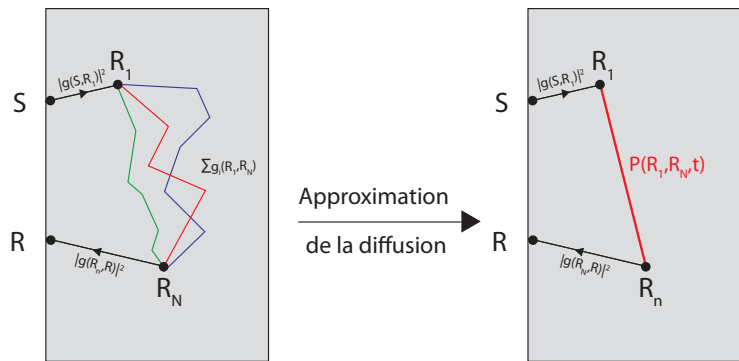


FIGURE A.8 – Séquences de diffusion contribuant à l'intensité incohérente. L'intensité s'exprime comme le produit du module au carré des différentes séquences, et est donc insensible au désordre.

### Expression de l'intensité incohérente

L'intensité incohérente provient des interférences entre des séquences de diffusion identiques. Cela se traduit par la prise en compte du module au carré des amplitudes relatives aux séquences de diffusion :

$$\begin{aligned} \delta I_{\text{inc}}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, t) &= |p^+|^2 \\ &= |g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1)|^2 |g_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t)|^2 |g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R})|^2 . \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

## A.6. Expressions de l'intensité en régime de diffusion multiple

---

Cette équation fait apparaître le terme  $|g(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N)^2|$  qui modélise la propagation incohérente entre les diffuseurs  $\mathbf{R}_1$  et  $\mathbf{R}_N$ . Ce terme correspond à la fonction de Green de l'ETR qui gouverne la propagation de l'intensité moyenne dans le milieu. En se plaçant à des échelles de temps et d'espace grandes devant les longueurs caractéristiques du problème, nous supposons que ce propagateur obéit à l'équation de diffusion. D'après l'expression de la fonction de Green de l'équation de diffusion (voir 1.35), nous en déduisons :

$$|g_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t)|^2 = P(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t) \propto (4\pi Dt)^{-3/2} \cdot \exp\left(-\frac{|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_N|^2}{4Dt}\right). \quad (\text{A.48})$$

L'intensité incohérente s'obtient enfin par une double intégrale sur la position des diffuseurs  $\mathbf{R}_1$  et  $\mathbf{R}_N$  :

$$I_{\text{inc}}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, t) = \int \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_N |g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1)|^2 \cdot P(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t) \cdot |g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R})|^2. \quad (\text{A.49})$$

Le calcul de cette intégrale conduit à l'expression finale de l'intensité incohérente :

$$I_{\text{inc}}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, t) = I_z(t) \cdot \exp\left(-\frac{|\Delta\mathbf{r}|^2}{4Dt}\right). \quad (\text{A.50})$$

avec  $|\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{S} - \mathbf{R}|$  et :

$$I_z(t) = (4\pi D)^{-3/2} z_0 t^{-5/2} \cdot \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a}\right). \quad (\text{A.51})$$

Cette expression décrit la croissance d'un halo diffusif dont l'évolution spatio-temporelle est quantifiée par la constante de diffusion  $D$ .

### Expression de l'intensité cohérente

L'intensité cohérente provient elle des interférences entre des séquences de diffusion réciproques comme  $p^+$  et  $p^-$ . Nous en déduisons :

$$\begin{aligned} \delta I_{\text{coh}}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, t) &= p^+ \times p^{-*} \\ &= [g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1) \times g_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N) \times g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R}, t)] \times [g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_N) \times g_M(\mathbf{R}_N, \mathbf{R}_1) \times g(\mathbf{R}_1, \mathbf{R})]^* \\ &= |g_M(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t)|^2 \times [g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1) \times g^*(\mathbf{S}, \mathbf{R}_N)] \times [g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R}) \times g^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R})] \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

Cette équation fait intervenir deux termes de natures distinctes. Nous retrouvons encore une fois le terme relatif à la propagation incohérente entre le premier et le dernier diffuseur. De la même façon que l'établissement de l'expression de l'intensité incohérente, nous approximerons ce terme par la fonction de Green de l'équation de diffusion.

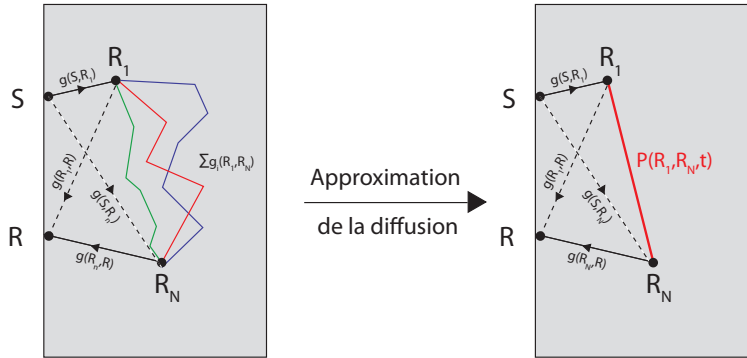


FIGURE A.9 – Séquences de diffusion contribuant à l'intensité cohérente. L'expression de l'intensité fait apparaître des termes d'interférences qui sont sensibles au désordre lors du premier et du dernier évènement de diffusion. La propagation au sein du milieu est elle régie par la diffusion.

Le second terme provient lui des interférences mettant en jeu des chemins de diffusion simple entre  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{R}$  et les diffuseurs  $\mathbf{R}_1$  et  $\mathbf{R}_N$ . L'intensité cohérente s'obtient par une double intégrale sur la position des diffuseurs  $\mathbf{R}_1$  et  $\mathbf{R}_N$  :

$$I_{\text{coh}}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, t) = \int \int d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_N [g(\mathbf{S}, \mathbf{R}_1) g^*(\mathbf{S}, \mathbf{R}_N)] P(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_N, t) [g(\mathbf{R}_N, \mathbf{R}) g^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R})] \quad (\text{A.53})$$

Nous obtenons finalement :

$$I_{\text{coh}}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, t) = I_z(t) \cdot \exp\left(-\frac{|\Delta\mathbf{r}|^2}{l_c^2}\right). \quad (\text{A.54})$$

L'expression de l'intensité cohérente fait bien apparaître un pic lorsque la position de la source et du récepteur sont confondus ( $\Delta\mathbf{r} = 0$ ) dont l'extension spatiale est gouvernée par la taille de la source.

## A.7 Dispositifs expérimentaux

### A.7.1 Dispositif expérimental dédié à la mesure de matrice de réflexion résolue en temps

Une photographie du dispositif expérimental utilisé au cours des chapitres 2 et 3 est donnée en figure A.10. Les faisceaux objet et référence sont tracés en couleurs respectivement verte et rouge. Relativement simple, ce dispositif est cependant peu compact. Par rapport au schéma du montage donné précédemment (voir figure 2.5), une caméra de contrôle (notée CCD2) est ajoutée. Elle est conjuguée avec le plan focal de l'objectif de microscope.

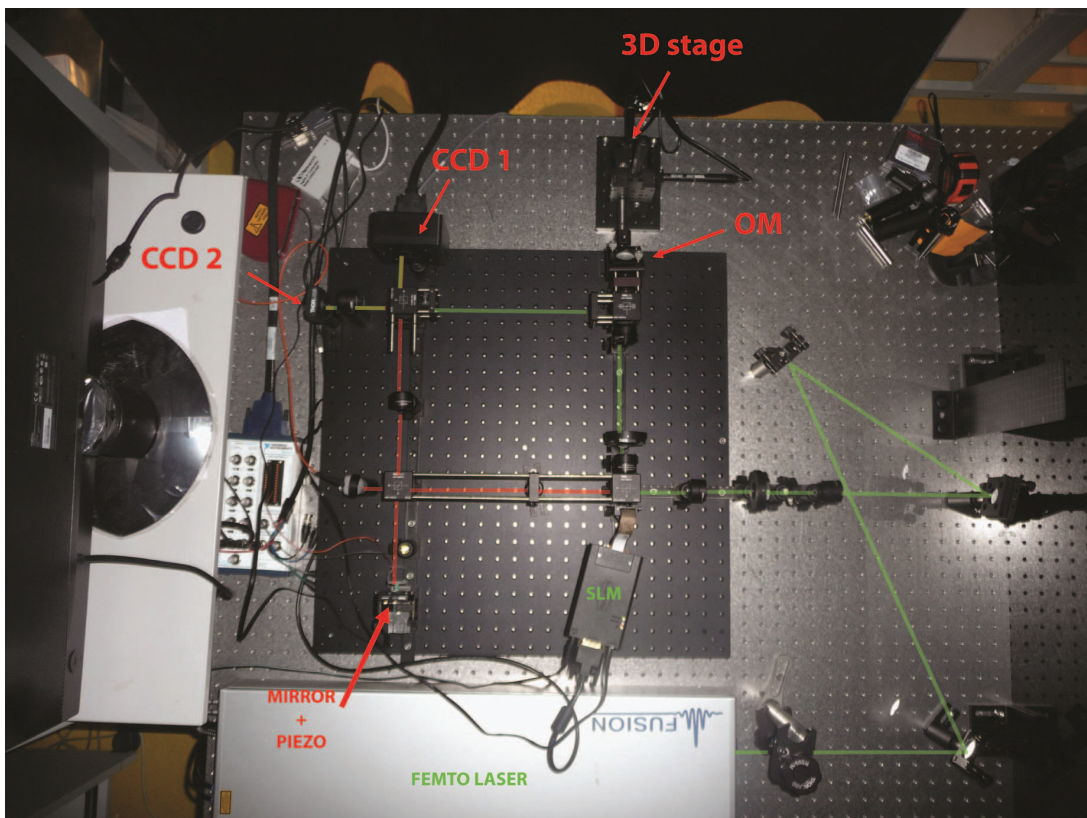


FIGURE A.10 – Photographie du montage utilisé lors de la mesure de matrice de réflexion résolue en temps.

### A.7.2 Dispositif expérimental dédié à la mesure passive de fonctions de Green

Une photographie du dispositif expérimental utilisé au cours des chapitres 4 et 5 est donnée en figure A.11(a). Cette photographie illustre bien son extrême simplicité et sa compacité. L'illumination isotrope est assurée par l'emploi de trois guides d'ondes flexibles en sortie de la lampe halogène (voir figure A.11(b)).

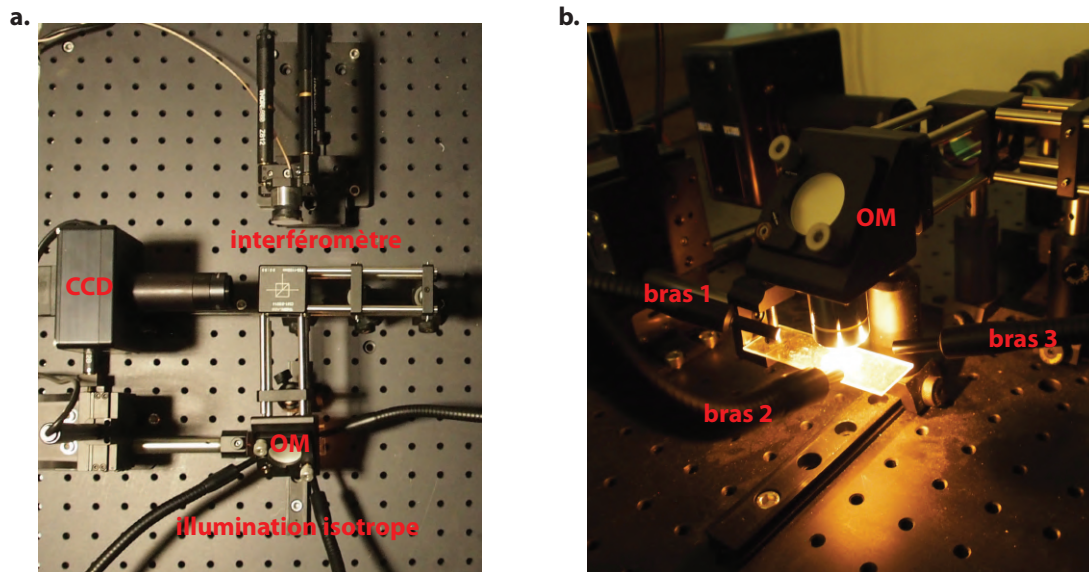


FIGURE A.11 – Dispositif expérimental de corrélations de champ de diffus. (a) Vue d'ensemble. (b) L'illumination isotrope réalisée à l'aide de trois guides d'ondes flexibles en sortie de lampe halogène.

# Bibliographie

- [1] M. Fink. Time reversed acoustics. *Physics today*, pages 34–40, 1997. [7](#), [128](#)
- [2] R. L. Weaver and O. I. Lobkis. Ultrasonics without a source : Thermal fluctuation correlations at mhz frequencies. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :134301, 2001. [8](#), [126](#)
- [3] M. Campillo and A. Paul. Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science*, 299 :547–549, 2003. [8](#), [127](#)
- [4] N. M. Shapiro, M. Campillo, L. Stehly, and M. H. Ritzwoller. High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise. *Science*, 307 :1615–1618, 2005. [8](#), [127](#)
- [5] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Opt. Lett.*, 32 :2309–2311, 2007. [8](#), [54](#)
- [6] A. P. Mosk, A. Lagendijk, G. Lerosey, and M. Fink. Controlling waves in space and time for imaging and focusing in complex media. *Nature Photon.*, 6 :283, 2012. [8](#), [54](#)
- [7] S. .M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan. Measuring the Transmission Matrix in Optics : An Approach to the Study and Control of Light Propagation in Disordered Media. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :100601, 2010. [8](#), [55](#), [56](#), [57](#)
- [8] S. M. Popoff, A. Aubry, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan. Exploiting the time-reversal operator for adaptive optics, selective focusing, and scattering pattern analysis. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :263901, 2011. [8](#), [102](#), [113](#)
- [9] S. M. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan. Image transmission through an opaque material. *Nature Comm.*, 1 :1–5, 2010. [8](#), [56](#)
- [10] S. Kang, S. Jeong, W. Choi, H. Ko, T.D. Yang, J.H. Joo, J-S. Lee, Y-S. Lim, Q.H. Park, and W. Choi. Imaging deep within a scattering medium using collective accumulation of single-scattered waves. *Nature Photon.*, 9 :253–258, 2015. [8](#), [57](#), [102](#), [116](#)
- [11] C. Prada, F. Wu, and M. Fink. The iterative time reversal mirror : A solution to self-focusing in the pulse echo mode. *J. Acoust. Soc. Am.*, 90 :1119–1129, 1991. [9](#), [108](#)



- [12] J.-L. Robert and M. Fink. Greens function estimation in speckle using the decomposition of the time reversal operator : Application to aberration correction in medical imaging. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123 :866–877, 2008. [9](#)
- [13] A. Aubry and A. Derode. Random Matrix Theory Applied to Acoustic Backscattering and Imaging In Complex Media. *Phys. Rev. Lett.*, 102(8) :084301, 2009. [9](#), [52](#), [102](#)
- [14] C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave motion*, 20 :151–163, 1994. [10](#)
- [15] D. Evanko, A. Heinrichs, and C. K. Rosenthal. Nature milestones in light microscopy, 2011. [14](#)
- [16] M. Minsky. Confocal scanning microscope. *Rapport technique, Patent*, 3, 1955. [14](#), [42](#)
- [17] O. Heimstädt. Das fluoreszenzmikroskop. *Z Wiss Mikrosk*, 28 :330–337, 1911. [14](#)
- [18] G. B. Airy. On the diffraction of an object-glass with circular aperture. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 5 :283, 1835. [17](#)
- [19] Lord Rayleigh. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 8 :261–274, 1879. [17](#)
- [20] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company Publishers, 2005. [18](#), [19](#), [58](#), [178](#), [180](#)
- [21] A. D. Yaghjian. Electric dyadic green's functions in the source region. *Proceedings of the IEEE*, 68 :248–263, 1980. [19](#)
- [22] J. Mertz. *Introduction to optical microscopy*, volume 138. Roberts, 2010. [20](#), [21](#), [37](#)
- [23] M. J. Booth, M. A. A Neil, R. Juškaitis, and T. Wilson. Adaptive aberration correction in a confocal microscope. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 99 :5788–5792, 2002. [26](#), [99](#)
- [24] N. Ji, D. E. Milkie, and E. Betzig. Adaptive optics via pupil segmentation for high-resolution imaging in biological tissues. *Nature Meth.*, 7 :141–147, 2010. [26](#), [99](#)
- [25] V. N. Mahajan. Strehl ratio for primary aberrations : some analytical results for circular and annular pupils. *J. Opt. Soc. Am.*, 72 :1258–1266, 1982. [26](#)
- [26] V. N. Mahajan. Strehl ratio for primary aberrations in terms of their aberration variance. *J. Opt. Soc. Am.*, 73 :860–861, 1983. [26](#)
- [27] C. F. Bohren and D. R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons, 2008. [27](#), [157](#)
- [28] S. Chandrasekhar. 1960. radiative transfer. [31](#)

- [29] L. A. Apresian and Y. A. Kravtsov. *Radiation transfer : statistical and wave aspects*. OPA, 1996. [31](#)
- [30] S. Chandrasekhar. Stochastic problems in physics and astronomy. *Rev. Mod. Phys.*, 15 :1, 1943. [33](#)
- [31] D. K Sardar, B. G. Yust, F. J. Barrera, L. C. Mimun, and A. T.C. Tsin. Optical absorption and scattering of bovine cornea, lens and retina in the visible region. *Lasers Med. Sci.*, 24 :839–847, 2009. [34](#)
- [32] S. L. Jacques. Optical properties of biological tissues : a review. *Phys. Med. Bio.*, 58 :R37, 2013. [34](#)
- [33] V. Ntziachristos. Going deeper than microscopy : the optical imaging frontier in biology. *Nature Meth.*, 7 :603–614, 2010. [35](#)
- [34] A. Vogel and V. Venugopalan. Mechanisms of pulsed laser ablation of biological tissues. *Chemical reviews*, 103 :577–644, 2003. [35](#)
- [35] L. V. Wang and S. Hu. Photoacoustic tomography : in vivo imaging from organelles to organs. *Science*, 335 :1458–1462, 2012. [37](#)
- [36] D. Dolfi and F. Micheron. Procédé et système d'imagerie par transillumination à marquage en fréquence des photons, 1989. WO Patent App. PCT/FR1988/000,356. [37](#)
- [37] A. P. Gibson, J. C. Hebden, and S. R. Arridge. Recent advances in diffuse optical imaging. *Phys. Med. Bio.*, 50 :R1, 2005. [37](#)
- [38] A. Pifferi, D. Contini, A. Dalla Mora, A. Farina, L. Spinelli, and A. Torricelli. New frontiers in time-domain diffuse optics, a review. *J. Biomed. Opt.*, 21 :091310–091310, 2016. [38](#)
- [39] M. S. Patterson, B. Chance, and B. C. Wilson. Time resolved reflectance and transmittance for the noninvasive measurement of tissue optical properties. *Appl. Opt.*, 28 :2331–2336, 1989. [38](#), [155](#), [188](#)
- [40] L. Azizi, K. Zarychta, D. Etori, E. Tinet, and J.-L. Tualle. Ultimate spatial resolution with diffuse optical tomography. *Opt. Exp.*, 17 :12132–12144, 2009. [38](#)
- [41] E. Akkermans and G. Montambaux. *Mesoscopic physics of electrons and photons*. Cambridge University Press, 2007. [39](#), [44](#), [178](#), [179](#), [188](#)
- [42] D. J. Durian. Influence of boundary reflection and refraction on diffusive photon transport. *Phys. Rev. E*, 50 :857–866, 1994. [39](#)
- [43] A. Badon, G. Lerosey, A. C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry. The multiple scattering limit in optical microscopy. *To be submitted*, 2017. [39](#)
- [44] C. Dunsby and P. M. W. French. Techniques for depth-resolved imaging through turbid media including coherence-gated imaging. *J. Phys. D Appl. Phys.*, 36 :R207, 2003. [41](#), [43](#)

- [45] J. W. Goodman. *Statistical optics*. John Wiley & Sons, 2015. [43](#), [86](#), [134](#), [137](#), [179](#), [186](#)
- [46] D. Huang, E. A Swanson, C. P. Lin, J. S. Schuman, W. G. Stinson, W. Chang, M. R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C. A Puliafito, et al. Optical coherence tomography. *Science (New York, NY)*, 254 :1178, 1991. [45](#)
- [47] W. Drexler and J. G. Fujimoto. *Optical coherence tomography : technology and applications*. Springer Science & Business Media, 2008. [45](#)
- [48] A. Dubois and A.-C. Boccarda. Loct plein champ. *Medecine Sciences*, 22 :859–864, 2006. [45](#), [46](#)
- [49] C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave motion*, 20 :151–163, 1994. [52](#), [102](#), [108](#)
- [50] M. Tanter, J.-L. Thomas, and M. Fink. Time reversal and the inverse filter. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108 :223–234, 2000. [52](#)
- [51] R. Sprik, A. Tourin, J. de Rosny, and M. Fink. Eigenvalue distributions of correlated multichannel transfer matrices in strongly scattering systems. *Phys. Rev. B*, 78 :012202, 2008. [52](#)
- [52] B. Gérardin, J. Laurent, A. Derode, C. Prada, and A. Aubry. Full transmission and reflection of waves propagating through a maze of disorder. *Phys. Rev. Lett.*, 113 :173901, 2014. [52](#)
- [53] A. Aubry and A. Derode. Detection and imaging in a random medium : A matrix method to overcome multiple scattering and aberration. *J. Appl. Phys.*, 106 :044903, 2009. [52](#), [102](#), [113](#), [115](#)
- [54] H. W. Babcock. The possibility of compensating atmospheric seeing. *Publ. Astron. Soc. Pac*, 65 :229–236, 1953. [53](#)
- [55] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte. What spatial light modulators can do for optical microscopy. *Laser & Photonics Reviews*, 5 :81–101, 2011. [53](#)
- [56] I. Freund, M. Rosenbluh, and S. Feng. Memory effects in propagation of optical waves through disordered media. *Phys. Rev. Lett.*, 61 :2328–2331, 1988. [55](#)
- [57] S. Feng, C. Kane, P. A. Lee, and A. D. Stone. Correlations and fluctuations of coherent wave transmission through disordered media. *Phys. Rev. Lett.*, 61 :834–837, 1988. [55](#)
- [58] I. M. Vellekoop and C. M. Aegerter. Scattered light fluorescence microscopy : imaging through turbid layers. *Opt. Lett.*, 35 :1245–1247, 2010. [55](#)
- [59] C.-L. Hsieh, Y. Pu, R. Grange, G. Laporte, and D. Psaltis. Imaging through turbid layers by scanning the phase conjugated second harmonic radiation from a nanoparticle. *Opt. Exp.*, 18 :20723–20731, 2010. [55](#)

- [60] O. Katz, E. Small, Y. Guan, and Y. Silberberg. Noninvasive nonlinear focusing and imaging through strongly scattering turbid layers. *Optica*, 1 :170–174, 2014. [55](#)
- [61] J. Bertolotti, E. G. van Putten, C. Blum, A. Lagendijk, W. L. Vos, and A. P. Mosk. Non-invasive imaging through opaque scattering layers. *Nature*, 491 :232–234, 2012. [55](#)
- [62] O. Katz, E. Small, and Y. Silberberg. Looking around corners and through thin turbid layers in real time with scattered incoherent light. *Nature Photon.*, 6 :549–553, 2012. [55](#)
- [63] O. Katz, P. Heidmann, M. Fink, and S. Gigan. Non-invasive single-shot imaging through scattering layers and around corners via speckle correlations. *Nature Photon.*, 8 :784–790, 2014. [55](#)
- [64] Jongchan P., J.-H. Park, H. Yu, and Y. Park. Focusing through turbid media by polarization modulation. *Opt. Lett.*, 40 :1667–1670, 2015. [56](#)
- [65] J.-H. Park, C. Park, Y.-H. Yu, Y.-H. Cho, and Y. Park. Active spectral filtering through turbid media. *Opt. Lett.*, 2012. [56](#)
- [66] D. Andreoli, G. Volpe, S. Popoff, O. Katz, S. Grésillon, and S. Gigan. Deterministic control of broadband light through a multiply scattering medium via the multispectral transmission matrix. *Sci. Rep.*, 5, 2015. [56](#)
- [67] M. Mounaix, D. Andreoli, H. Defienne, G. Volpe, O. Katz, S. Grésillon, and S. Gigan. Spatiotemporal coherent control of light through a multiple scattering medium with the multispectral transmission matrix. *Phys. Rev. Lett.*, 116 :253901, 2016. [56](#)
- [68] Y. Choi, T. D. Yang, C. Fang-Yen, P. Kang, K. J. Lee, R. R. Dasari, M. S. Feld, and W. Choi. Overcoming the diffraction limit using multiple light scattering in a highly disordered medium. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :023902, 2011. [57](#)
- [69] M. Kim, Y. Choi, C. Yoon, W. Choi, J. Kim, Q.-H. Park, and W. Choi. Maximal energy transport through disordered media with the implementation of transmission eigenchannels. *Nature Photon.*, 6 :581–585, 2012. [57](#)
- [70] T. Čižmár and K. Dholakia. Shaping the light transmission through a multimode optical fibre : complex transformation analysis and applications in biophotonics. *Opt. Exp.*, 19 :18871–18884, 2011. [57](#)
- [71] Y. Choi, T. R. Hillman, W. Choi, N. Lue, R. R. Dasari, P. T. C. So, W. Choi, and Z. Yaqoob. Measurement of the time-resolved reflection matrix for enhancing light energy delivery into a scattering medium. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :243901, 2013. [57](#)
- [72] N. Konforti, S.-T. Wu, and E. Marom. Phase-only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators. *Opt. Lett.*, 13 :251–253, 1988. [57](#)

- [73] T. H. Barnes, T. Eiju, K. Matusda, and N. Ooyama. Phase-only modulation using a twisted nematic liquid crystal television. *Appl. Opt.*, 28 :4845–4852, 1989. 57
- [74] S. P. Morgan, M. P. Khong, and M. G. Somekh. Effects of polarization state and scatterer concentration on optical imaging through scattering media. *Appl. Opt.*, 36 :1560–1565, 1997. 58
- [75] A. Dubois, L. Vabre, A.-C. Boccara, and E. Beaurepaire. High-resolution full-field optical coherence tomography with a linnik microscope. *Appl. Opt.*, 41 :805–812, 2002. 60
- [76] A. S. Goy and D. Psaltis. Digital confocal microscope. *Opt. Exp.*, 20 :22720–22727, 2012. 69, 102, 106, 107
- [77] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. CUP Archive, 1999. 75
- [78] R. Horstmeyer, X. Ou, J. Chung, G. Zheng, and C. Yang. Overlapped fourier coding for optical aberration removal. *Opt. Exp.*, 22 :24062–24080, 2014. 78
- [79] G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix computations*, volume 3. JHU Press, 2012. 81
- [80] M. K. Kim. Principles and techniques of digital holographic microscopy. *Journal of Photonics for Energy*, pages 018005–018005, 2010. 85
- [81] R. Horstmeyer, H. Ruan, and C. Yang. Guidestar-assisted wavefront-shaping methods for focusing light into biological tissue. *Nature Photon.*, 9 :563–571, 2015. 86, 87, 100
- [82] Jerome Mertz, Hari Paudel, and Thomas G Bifano. Field of view advantage of conjugate adaptive optics in microscopy applications. *Applied optics*, 54(11) :3498–3506, 2015. 86, 100
- [83] D. A. Boas, C. Pitris, and N. Ramanujam. *Handbook of biomedical optics*. CRC press, 2011. 92, 119
- [84] <http://refractiveindex.info/>. 92
- [85] K. Irsch and D. L. Guyton. Eye features and anatomy. *Encyclopedia of Biometrics*, pages 427–433, 2015. 94
- [86] M. Zacharria, B. Lamory, and N. Chateau. Biomedical imaging : new view of the eye. *Nature Photon.*, 5 :24–26, 2011. 94
- [87] K. Irsch, M. Borderie, K. Grieve, K. Plamann, L. Laroche, and V. M. Borderie. Objective analysis of stromal light backscattering with full-field optical coherence tomographic microscopy shows potential to quantify corneal transparency. In *Frontiers in Optics*, pages FW6A–6. Optical Society of America, 2015. 95
- [88] Y. M. Wang, B. Judkewitz, C.A. DiMarzio, and C. Yang. Deep-tissue focal fluorescence imaging with digitally time-reversed ultrasound-encoded light. *Nature Comm.*, 3 :928, 2012. 96

- [89] J. A. Kubby. *Adaptive Optics for Biological Imaging*. CRC press, 2013. [96](#)
- [90] T. Colomb, F. Montfort, J. Kühn, N. Aspert, E. CuChe, A. Marian, F. Charrière, S. Bourquin, P. Marquet, and C. Depeursinge. Numerical parametric lens for shifting, magnification, and complete aberration compensation in digital holographic microscopy. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23 :3177–3190, 2006. [100](#)
- [91] S. Kang, S. Jeong, P. Kang, T. D. Yang, J. Ahn, K. Song, and W. Choi. Simultaneous suppression of scattering and aberration for ultra-high resolution imaging deep within scattering media. *arXiv preprint arXiv :1609.07433*, 2016. [100](#)
- [92] S. G. Adie, B. W. Graf, A. Ahmad, P. S. Carney, and S. A. Boppart. Computational adaptive optics for broadband optical interferometric tomography of biological tissue. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 109 :7175–7180, 2012. [100](#)
- [93] C. Prada, S. Manneville, D. Spoliansky, and M. Fink. Decomposition of the time reversal operator : Detection and selective focusing on two scatterers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99 :2067–2076, 1996. [102](#)
- [94] H. Tortel, G. Micolau, and M. Saillard. Decomposition of the time reversal operator for electromagnetic scattering. *J. Electromagn. Waves Appl.*, 13 :687–719, 1999. [102](#)
- [95] G. Micolau, M. Saillard, and P. Borderies. Dort method as applied to ultra-wideband signals for detection of buried objects. *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*, 41 :1813–1820, 2003. [102](#)
- [96] T. Zhang, C. Godavarthi, P. C. Chaumet, G. Maire, H. Giovannini, A. Talneau, C. Prada, A. Sentenac, and K. Belkebir. Tomographic diffractive microscopy with agile illuminations for imaging targets in a noisy background. *Opt. Lett.*, 40 :573–576, 2015. [102](#)
- [97] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields. i. basic principles. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 39 :555–566, 1992. [108](#), [128](#)
- [98] S. Popoff. *Spatio-temporal control of light in complex media*. Theses, Université Paris-Diderot - Paris VII, 2011. [109](#)
- [99] S. Shahjahan, A. Aubry, F. Rupin, B. Chassignole, and A. Derode. A random matrix approach to detect defects in a strongly scattering polycrystal : How the memory effect can help overcome multiple scattering. *Appl. Phys. Lett.*, 104 :234105, 2014. [113](#)
- [100] A. Badon, D. Li, G. Lerosey, A. C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry. Smart optical coherence tomography for ultra-deep imaging through highly scattering media. *Sci. Adv.*, 2 :e1600370, 2016. [115](#)
- [101] V. A. Marčenko and L. A. Pastur. Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices. *Math. USSR-Sbornik*, 1 :457, 1967. [116](#)

- [102] J.-L. Robert and M. Fink. The prolate spheroidal wave functions as invariants of the time reversal operator for an extended scatterer in the fraunhofer approximation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125 :218–226, 2008. [119](#)
- [103] A. Badon, G. Lerosey, A. C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry. Retrieving time-dependent green's functions in optics with low-coherence interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 114 :023901, 2015. [123](#), [131](#)
- [104] A. Badon, D. Li, G. Lerosey, A. C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry. Spatio-temporal imaging of light transport in highly scattering media under white light illumination. *Optica*, 3 :1160–1166, 2016. [123](#)
- [105] C. Weller. Seismic exploration method, May 21 1974. US Patent 3,812,457. [126](#)
- [106] T. L. Duvall Jr, S. M. Jefferies, J. W. Harvey, and M. A. Pomerantz. Timedistance helioseismology. *Nature*, 362 :430, 1993. [126](#)
- [107] K. G. Sabra, P. Gerstoft, P. Roux, W. A. Kuperman, and M. C. Fehler. Surface wave tomography from microseisms in southern california. *Geophys. Res. Lett.*, 32, 2005. [127](#)
- [108] M. Davy, M. Fink, and J. de Rosny. Green's function retrieval and passive imaging from correlations of wideband thermal radiations. *Phys. Rev. Lett.*, 110 :203901, 2013. [127](#)
- [109] M. Davy, J. de Rosny, and P. Besnier. Greens function retrieval with absorbing probes in reverberating cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 116 :213902, 2016. [127](#), [146](#)
- [110] A. Derode, E. Larose, M. Campillo, and M. Fink. How to estimate the green's function of a heterogeneous medium between two passive sensors ? Application to acoustic waves. *Appl. Phys. Lett.*, 83 :3054, 2003. [128](#), [131](#)
- [111] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J.-L. Thomas, and F. Wu. Time-reversed acoustics. *Reports on progress in Physics*, 63 :1933, 2000. [128](#)
- [112] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink. Random multiple scattering of ultrasound. ii. is time reversal a self-averaging process ? *Phys. Rev. E*, 64 :036606, 2001. [131](#), [145](#)
- [113] F. Zernike. The concept of degree of coherence and its application to optical problems. *Physica*, 5 :785–795, 1938. [138](#)
- [114] S. E. Skipetrov and B. A. van Tiggelen. Dynamics of anderson localization in open 3d media. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :043902, 2006. [155](#)
- [115] K. M. Douglass, S. John, T. Suezaki, G. A. Ozin, and A. Dogariu. Anomalous flow of light near a photonic crystal pseudo-gap. *Opt. Exp.*, 19 :25320–25327, 2011. [155](#)
- [116] Z. Q. Zhang, I. P. Jones, H. P. Schriemer, J. H. Page, D. A. Weitz, and P. Sheng. Wave transport in random media : The ballistic to diffusive transition. *Phys. Rev. E*, 60 :4843, 1999. [156](#), [184](#)

- [117] Y. Kuga and A. Ishimaru. Retroreflectance from a dense distribution of spherical particles. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1 :831–835, 1984. [157](#), [159](#)
- [118] M. P. Van Albada and A. Lagendijk. Observation of weak localization of light in a random medium. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :2692–2695, 1985. [157](#), [159](#)
- [119] P.-E. Wolf and Georg Maret. Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :2696, 1985. [157](#), [159](#)
- [120] G. Bayer and T. Niederdränk. Weak localization of acoustic waves in strongly scattering media. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :3884, 1993. [159](#)
- [121] A. Tourin, A. Derode, P. Roux, B. A. van Tiggelen, and M. Fink. Time-dependent coherent backscattering of acoustic waves. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :3637, 1997. [159](#)
- [122] L Margerin, M Campillo, and BA Van Tiggelen. Coherent backscattering of acoustic waves in the near field. *Geophys. J. Int.*, 145 :593–603, 2001. [159](#), [193](#)
- [123] N. Cherroret, T. Karpiuk, C. A. Müller, B. Grémaud, and C. Miniatura. Coherent backscattering of ultracold matter waves : Momentum space signatures. *Phys. Rev. A*, 85 :011604, 2012. [159](#)
- [124] A. Aubry and A. Derode. Ultrasonic imaging of highly scattering media from local measurements of the diffusion constant : Separation of coherent and incoherent intensities. *Phys. Rev. E*, 75 :026602, 2007. [159](#), [193](#)
- [125] M. P. van Albada, B. A. van Tiggelen, A. Lagendijk, and A. Tip. Speed of propagation of classical waves in strongly scattering media. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :3132, 1991. [162](#), [164](#)
- [126] T. Sperling, L. Schertel, M. Ackermann, G. J. Aubry, C. M. Aegerter, and G. Maret. Can 3d light localization be reached in white paint? *New J. Phys.*, 18 :013039, 2016. [162](#), [170](#)
- [127] A. Puszka, L. Di Sieno, A. Dalla Mora, A. Pifferi, D. Contini, A. Planat-Chrétien, A. Koenig, G. Boso, A. Tosi, L. Hervé, et al. Spatial resolution in depth for time-resolved diffuse optical tomography using short source-detector separations. *Biomed. Opt. Exp.*, 6 :1–10, 2015. [165](#)
- [128] L. Azizi, K. Zarychta, D. Etori, E. Tinet, and J.-M. Tualle. Ultimate spatial resolution with diffuse optical tomography. *Opt. Exp.*, 17 :12132–12144, 2009. [165](#)
- [129] A. B. Konovalov and V. V. Vlasov. Theoretical limit of spatial resolution in diffuse optical tomography using a perturbation model. *Quantum Electron.*, 44 :239, 2014. [165](#)
- [130] N. Curry, P. Bondareff, M. Leclercq, N. F. Van Hulst, R. Sapienza, S. Gigan, and S. Grésillon. Direct determination of diffusion properties of random media from speckle contrast. *Opt. Lett.*, 36 :3332–3334, 2011. [165](#)
- [131] O. L. Muskens and A. Lagendijk. Broadband enhanced backscattering spectroscopy of strongly scattering media. *Opt. Exp.*, 16 :1222–1231, 2008. [165](#)



- [132] O. L. Muskens and A. Lagendijk. Method for broadband spectroscopy of light transport through opaque scattering media. *Opt. Lett.*, 34 :395–397, 2009. [165](#)
- [133] F. Scheffold and I. D. Block. Rapid high resolution imaging of diffusive properties in turbid media. *Opt. Exp.*, 20 :192–200, 2012. [165](#)
- [134] S. Nickell, M. Hermann, M. Essenpreis, T. J. Farrell, U. Krämer, and M. S. Patterson. Anisotropy of light propagation in human skin. *Phys. Med. Bio.*, 45 :2873, 2000. [165](#)
- [135] D. S. Wiersma, A. Muzzi, M. Colocci, and R. Righini. Time-resolved experiments on light diffusion in anisotropic random media. *Phys. Rev. E*, 62 :6681–6687, 2000. [165](#), [167](#)
- [136] B. A. van Tiggelen, R. Maynard, and A. Heiderich. Anisotropic light diffusion in oriented nematic liquid crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :639–642, 1996. [165](#)
- [137] P. M. Johnson, S. Faez, and A. Lagendijk. Full characterization of anisotropic diffuse light. *Opt. Exp.*, 16 :7435–7446, 2008. [165](#)
- [138] E. Simon, P. Krauter, and A. Kienle. Time-resolved measurements of the optical properties of fibrous media using the anisotropic diffusion equation. *J. Biomed Opt.*, 19 :075006–075006, 2014. [165](#), [167](#)
- [139] S. D. Konecky, T. Rice, A. J. Durkin, and B. J. Tromberg. Imaging scattering orientation with spatial frequency domain imaging. *J. Biomed. Opt.*, 16 :126001–1260018, 2011. [165](#)
- [140] R. Sapienza, S. Mujumdar, C. Cheung, AG Yodh, and DS Wiersma. Anisotropic weak localization of light. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :033903, 2004. [168](#)
- [141] M. P. van Albada, M. B. van der Mark, and A. Lagendijk. Observation of weak localization of light in a finite slab : Anisotropy effects and light path classification. *Phys. Rev. Lett.*, 58 :361, 1987. [168](#)
- [142] P. Levy. Théorie de l’addition des variables aléatoires, gauthier-villars, paris, 1937. *LévyThéorie de l’addition des variables aléatoires1937*, 1954. [170](#)
- [143] P. Barthelemy, J. Bertolotti, and D. S. Wiersma. A lévy flight for light. *Nature*, 453 :495–498, 2008. [170](#)
- [144] P. W. Anderson. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.*, 109 :1492, 1958. [170](#)
- [145] A. Lagendijk, B. van Tiggelen, and D. S. Wiersma. Fifty years of anderson localization. *Phys. Today*, 62 :24–29, 2009. [170](#)
- [146] T. Sperling, W. Bührer, C. M. Aegerter, and G. Maret. Direct determination of the transition to localization of light in three dimensions. *Nature Photon.*, 7 :48–52, 2013. [170](#)
- [147] C. M. Aegerter, M. Störzer, S. Fiebig, W. Bührer, and G. Maret. Observation of anderson localization of light in three dimensions. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24 :A23–A27, 2007. [170](#)

- [148] R. Lenke and G. Maret. *Multiple scattering of light : coherent backscattering and transmission*. Gordon & Breach, 2000. [184](#)
- [149] P. M. Johnson, A. Imhof, B. P. J. Bret, J. G. Rivas, and A. Lagendijk. Time-resolved pulse propagation in a strongly scattering material. *Phys. Rev. E*, 68 :016604, 2003. [187](#)