



Hydrodynamique d'un essaim de bulles en ascension

Guillaume Riboux

► To cite this version:

Guillaume Riboux. Hydrodynamique d'un essaim de bulles en ascension. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique (Toulouse), 2007. Français. <NNT : 2007INPT022H>. <tel-04614550>

HAL Id: tel-04614550

<https://hal.science/tel-04614550v1>

Submitted on 17 Jun 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



Thèse
présentée pour obtenir le titre de Docteur de
l'Institut National Polytechnique de Toulouse
Spécialité : Dynamique des fluides



Hydrodynamique d'un essaim de bulles en ascension

Guillaume RIBOUX

Thèse soutenue le 24 Avril 2007 à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse
devant le jury composé de :

M.	A. BERLEMONT	Membre
M.	A. CARTELLIER	Rapporteur
M.	J.-P. HULIN	Président du jury
M.	M. LANCE	Rapporteur
M.	D. LEGENDRE	Directeur de thèse
M.	F. RISSO	Directeur de thèse
M.	P. SPELT	Membre
M.	R. ZENIT	Membre

N° d'ordre : 2470

*Dans l'intérêt de la clarté,
il m'a paru inévitable de me répéter souvent,
sans me soucier le moins du monde de donner
à mon exposé une forme élégante ;
j'ai consciencieusement suivi l'avis du théoricien
génial L. Boltzmann, de laisser le souci d'élégance
aux tailleurs et aux cordonniers.*

Extrait de la préface de
« La théorie de la relativité restreinte et générale »
Albert Einstein (1879-1955)

Résumé

Dans de nombreuses applications, des bulles sont utilisées pour agiter un liquide afin de favoriser le mélange et les transferts. Ce travail est consacré à l'étude de l'hydrodynamique d'une colonne à bulles. Expérimentalement, nous avons déterminé les propriétés des fluctuations de vitesses à l'intérieur et derrière un essaim de bulles homogène en ascension pour différentes tailles de bulles et fractions volumiques α : auto-similarité en $\alpha^{0,4}$, spectre en k^{-3} et échelle intégrale de longueur imposée par la force de flottabilité. Numériquement, nous avons reproduit ces propriétés par simulation des grandes échelles en modélisant les bulles par des volumes-forces. Nous avons ainsi prouvé que la dynamique est maîtrisée par les interactions des sillages.

Mots-Clés

Bulles, écoulement diphasique, turbulence, simulation numérique, colonne à bulle, volume-force, PIV, spectre.

Abstract

In many applications, bubbles are used to agitate a liquid in order to enhance mixing and transfer. This work is devoted to the study of the hydrodynamics in a stable bubble column. Experimentally, we have determined the properties of the velocity fluctuations inside and behind a homogeneous swarm of rising bubbles for different bubble sizes and gas volume fractions α : selfsimilarity in $\alpha^{0.4}$, spectrum in k^{-3} and integral length scale controlled by buoyancy. Numerically, we have reproduced these properties by means of large-scale simulations, the bubbles being modeled by volume-forces. This confirms that the dynamics is controlled by wake interactions.

Key-Words

Bubbles, two-phase flow, turbulence, numerical simulations, bubble column, volume-force, PIV, spectrum.

Avant-propos

Le doctorat est un diplôme long et difficile mais il permet au jeune chercheur de se forger un esprit scientifique et une rigueur d'analyse et de travail tout au long de ces trois années d'étude. Il est alors nécessaire de bien choisir son sujet ainsi que le laboratoire de recherche et les encadrants qui vont diriger les axes de l'étude.

Je souhaite donc tout d'abord remercier le directeur de mon laboratoire Jacques Magnaudet qui m'a permis d'effectuer mes travaux de recherche à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) dans de très bonnes conditions. Je remercie aussi François Charru le responsable de mon groupe de recherche (Interface) qui a su créer une convivialité au sein du groupe et permet l'épanouissement des jeunes futurs docteurs.

Je tiens à remercier les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mes travaux de recherche. En particulier, je suis reconnaissant à Michel Lance et Alain Cartellier d'avoir rapporté sur ce mémoire, ainsi qu'à Jean-Pierre Hulin d'avoir présidé mon jury de soutenance de thèse. Je remercie également Alain Berlemont, Peter Spelt et Roberto Zenit d'avoir accepté de faire partie de mon jury. Je remercie les membres du jury pour leurs remarques et la discussion scientifique longue et animée durant ma soutenance.

Je remercie énormément mes encadrants Frédéric Risso et Dominique Legendre qui ont su me transmettre sans aucune restriction leur savoir et leur esprit d'analyse. Je suis reconnaissant pour leur soutien tout au long de ces travaux et leur présence, plus particulièrement lors des nombreuses réunions organisées pour discuter des résultats expérimentaux ou numériques obtenus au jour le jour. Il est rare, d'avoir des personnes aussi compétentes et agréables pour vous former, je vous remercie pour m'avoir permis de devenir un jeune docteur.

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont aussi dûs à des personnes de l'IMFT compétentes dans chacun de leur domaine. Je remercie donc Jean-Pierre Escafit pour la conception de ma manipulation, *la girafe*, Cédric Trupin, technicien du groupe Interface pour son aide au quotidien, Sébastien Cazin, Emmanuël Cid et Hervé Ayroles pour leur précieux savoir en terme de mesure et d'analyse expérimentales.

Je tiens aussi à remercier particulièrement, Patricia Ern et Véronique Roig pour leur soutien et leur joie de vivre qui permettaient d'oublier les tracas du quotidien. Un mot concernant mes collègues de bureau, Hamdi Ayed, Vincent Sarrot et Sylvain Boulesteix que je remercie et avec qui j'ai pu avoir des moments de pause et de gaieté.

Je remercie aussi mes amis, Olivier Benvenuto et Virginie Esteffe qui en dehors de mon travail, me permettaient de décompresser et de profiter de notre ville rose Toulouse.

Enfin, je remercie mes parents bien-aimés à qui je dédie mes travaux, qui tout au long de mes études ont su me reconforter et m'aider grâce à leur amour.

Table des matières

Nomenclature	5
Introduction générale	7
1 Dispositif expérimental et instrumentation	11
1.1 Le dispositif expérimental : <i>La girafe</i>	12
1.2 Caractérisation des injecteurs	12
1.3 La taille des bulles au détachement	16
1.4 Les caractéristiques d'une bulle en ascension	19
1.5 La mesure de la phase dispersée	23
1.5.1 La sonde optique : aspects techniques	23
1.5.2 La convergence statistique de la fraction volumique	29
1.5.3 Homogénéité de l'essaim de bulles	30
1.5.4 La vitesse d'ascension des bulles dans l'essaim	32
1.6 Mesure de la phase continue	32
1.6.1 Anémométrie Doppler Laser : ADL	32
1.6.1.1 Principe de la mesure	36
1.6.1.2 Mise en œuvre et validation	36
1.6.2 Vélométrie par image de particules : PIV	40
1.6.2.1 Dispositif expérimental et principe	41
1.6.2.2 Les champs de vitesses	44
1.6.2.3 La mesure dans l'essaim de bulles	45
1.6.2.4 Derrière le nuage : les différents maillages	48
1.6.2.5 Les spectres bruts	54
1.6.2.6 Le maillage plus raffiné 8×8	59
1.6.2.7 Conclusion	70
1.7 Conclusion générale	76
2 Résultats expérimentaux de l'essaim	77
2.1 L'essaim de bulles homogène	77
2.1.1 Les d.d.p. des vitesses des bulles	78
2.1.2 La vitesse moyenne des bulles	78
2.1.3 Les d.d.p. des fluctuations du liquide	82
2.1.4 L'auto-similarité des d.d.p.	85
2.1.5 Les d.d.p. pour les différentes tailles de bulles	87
2.1.6 Conclusion	87
2.2 La mesure derrière l'essaim	92
2.2.1 Evolution globale derrière l'essaim	92

2.2.2	La signature de la pseudo-turbulence	94
2.2.3	Evolution sur une fenêtre de calcul	97
2.2.4	Les auto-corrélations spatiales	102
2.2.5	Les spectres d'énergie de la pseudo-turbulence	102
2.3	Discussion	105
2.4	Conclusion	114
3	Présentation du modèle numérique et validations	115
3.1	Principe des simulations	115
3.2	Le problème réel	116
3.3	Le modèle physique	117
3.4	Mise en œuvre numérique	119
3.5	Le cas de référence : le sillage de la bulle isolée	121
3.5.1	Etablissement temporel	121
3.5.2	Position du forçage dans le domaine de calcul	123
3.5.3	Sensibilité au nombre de Reynolds	127
3.5.4	L'effet de la force horizontale	127
3.5.5	Une vitesse de dérive	127
3.5.6	Raffinement du maillage	130
3.5.7	Conclusion	132
3.6	L'essaim de bulles	132
3.6.1	Création de l'essaim	136
3.6.2	Etablissement spatial	136
3.6.3	Calcul des d.d.p. et des spectres	137
3.6.4	La convergence temporelle	137
3.6.5	Représentativité statistique d'un tirage des positions des bulles . . .	141
3.6.6	Evolution des fluctuations avec la fraction volumique	141
3.6.7	Position des volumes de forçage sur le maillage	145
3.6.8	Importance du choix de la vitesse de l'essaim	145
3.6.9	Influence du raffinement du maillage	145
3.6.10	Effets du nombre de Reynolds, du forçage horizontal et de la vitesse relative	149
3.6.11	Contribution du champ proche	149
3.6.12	Comportement aux fortes fractions volumiques	154
3.6.13	Effet d'une distribution de tailles de bulles	154
3.6.14	Conclusion	160
3.7	Conclusion générale	161
4	Simulations numériques des cas expérimentaux pour les trois tailles de bulles	163
4.1	Le cas de référence : la bulle isolée	163
4.2	Les d.d.p. des fluctuations du liquide dans l'essaim de bulles	168
4.3	Les spectres de puissance dans l'essaim de bulles	177
4.3.1	Comportements pour différents forçages horizontaux	177
4.3.2	Evolution avec la fraction volumique	177
4.4	Conclusion	182
	Conclusions et perspectives	183

Bibliographie	189
A Sound generation on bubble coalescence following detachment.	
<i>Submitted to Int. J. Multiphase Flow (2007)</i>	191

Nomenclature

A	(m ²)	Section du canal de mesure
A_i	(m)	Amplitude d'oscillation du mouvement d'une bulle suivant i
Bo	(-)	Nombre de Bond
C_d	(-)	Coefficient de traînée
d_c	(m)	Diamètre interne d'un capillaire
d_{const}	(m)	Diamètre interne d'un capillaire donné par le constructeur
d_{eq}	(m)	Diamètre équivalent d'une bulle
d_p	(m)	Diamètre moyen des particules de rhodamine
d_s	(m)	Distance entre les fibres optiques
d_i	(m)	Diamètre effectif des particules dans une image PIV
dt	(s)	Pas de temps
E_{ij}	(m ³ /s ²)	Energie spectrale des vitesses du liquide U_i dans la direction j
$\langle E_{ij} \rangle$	(m ³ /s ²)	Energie spectrale moyenne des vitesses du liquide U_i dans la direction j
e	(m)	Epaisseur de la nappe laser
F_{x0}	(kg.m/s ²)	Composante horizontale de la force agissant sur une bulle
F_{z0}	(kg.m/s ²)	Composante verticale de la force agissant sur une bulle
Fr	(-)	Nombre de Froude
f_D	(s ⁻¹)	Fréquence Doppler
f	(s ⁻¹)	Fréquence d'oscillation du volume d'une bulle
g	(m/s ²)	Accélération de la pesanteur
k	(m ⁻¹)	Nombre d'onde
L	(m)	Longueur du canal
L_b	(m)	Taille des bords PIV retirés
l	(m)	Echelle de longueur
l_c	(m)	Longueur des injecteurs
Mo	(-)	Nombre de Morton
N_c	(-)	Nombre d'injecteurs par cartouche
n_i	(-)	Nombre de maille du volume-force dans la direction i
n_p	(-)	Nombre de particules par maille PIV
P	(Pa)	Pression
P_0	(Pa)	Pression absolue
Re	(-)	Nombre de Reynolds
r'_0	(m/s)	Valeur de seuil de détection par résidu médian normalisé
Q	(m ³ /s)	Débit total des injecteurs
St	(-)	Nombre de Strouhal
s	(V)	Seuil de tension
T	(K)	Température
t_p	(s)	Temps de chute des particules de rhodamine

U_i	(m/s)	Vitesse du fluide dans la direction i
$\langle U \rangle$	(m/s)	Vitesse moyenne du fluide
u	(m/s)	Echelle de vitesse des fluctuations du liquide
$\overline{u_i'^2}$	(m ² /s ²)	Variance des vitesses du fluide suivant i
V_0	(m/s)	Vitesse de la bulle isolée
V_b	(m/s)	Vitesse des bulles
$\langle V_b \rangle$	(m/s)	Vitesse moyenne des bulles
V_{essaim}	(m/s)	Vitesse d'ascension de l'essaim de bulles
V_i	(m/s)	Vitesse d'interface des bulles
V_p	(m/s)	Vitesse des particules de rhodamine
V_r	(m/s)	Vitesse relative des bulles
$\overline{v_b'^2}$	(m ² /s ²)	Variance des vitesses moyennes des bulles
We	(-)	Nombre de Weber
x	(m)	Cote horizontale
y	(m)	Cote horizontale
z	(m)	Cote verticale
α	(-)	Fraction volumique ou taux de vide
χ	(-)	Rapport de forme d'une bulle
δ	(m)	Taille caractéristique du volume-force
Δ_i	(m)	Taille de la maille dans la direction i
ϵ	(m ² /s ³)	Taux de dissipation
Λ	(m)	Echelle intégrale de longueur
λ	(m)	Longueur d'onde
λ_c	(m)	Longueur d'onde de coupure du spectre d'énergie
λ_r	(m)	Longueur d'onde de recouvrement du spectre d'énergie
μ_L	(kg/m/s)	Viscosité dynamique du liquide
ν_L	(m ² /s)	Viscosité cinématique du liquide
Ω	(s ⁻¹)	Pulsation du mouvement d'une bulle
ρ_L	(kg/m ³)	Masse volumique du liquide
ρ_p	(kg/m ³)	Masse volumique des particules de rhodamine
σ	(kg/s ²)	Tension superficielle
τ	(s)	Temps caractéristique
θ	(°)	Angle d'inclinaison de la vitesse de la bulle avec la verticale
ϑ_p	(m ³)	Volume d'une particule de diamètre d_{eq}
ϑ_T	(m ³)	Volume total de la cuve

Introduction générale

Les écoulements à bulle sont constitués d'une phase continue liquide et d'une phase gazeuse dispersée sous forme de bulles. Ils sont présents dans la nature et dans de nombreuses applications industrielles, comme le transport du pétrole dans les oléoducs, les réacteurs chimiques en génie des procédés et les générateurs de vapeur pour la production d'électricité. Du fait de la grande différence de densité entre le gaz et le liquide, la force de flottabilité cause l'ascension des bulles qui peuvent à leur tour engendrer des mouvements d'ensemble et de l'agitation dans le liquide. Cette utilisation de la gravité comme moteur de l'écoulement, qui est spécifique aux systèmes à phase dispersée, est utilisée en génie des procédés (colonnes à bulles et gazosiphon) pour favoriser de manière économe le mélange et les échanges entre le gaz et le liquide.

Quelle que soit la configuration, la présence d'un mouvement relatif entre les deux phases fait que les écoulements à bulles sont le siège de fluctuations aléatoires. Dans ce travail, nous nous intéressons aux situations où l'inertie joue un rôle prépondérant, c'est-à-dire lorsque le nombre de Reynolds basé sur le diamètre et la vitesse relative des bulles est de plusieurs centaines. Souvent, l'écoulement de la phase liquide est alors turbulent indépendamment de la présence des bulles. On doit ainsi distinguer deux causes à l'agitation : la turbulence de cisaillement classique qui existe dans les écoulements monophasiques et l'agitation causée par le mouvement des bulles. A la suite de nombreux auteurs, nous appellerons cette dernière pseudo-turbulence : *turbulence* parce qu'elle présente des fluctuations aléatoires avec un spectre continu, *pseudo* parce que le caractère aléatoire est plus lié à la distribution irrégulière des bulles dans l'espace qu'à la production de turbulence par le mouvement individuel de chaque bulle. Lorsque turbulence et pseudo-turbulence sont présentes ensemble, il est difficile de les distinguer car leurs échelles temporelles et spatiales ne sont pas séparées et car elles interagissent.

Le sujet de cette thèse est l'étude des écoulements à bulles en l'absence de turbulence de cisaillement. Ceci impose de considérer une situation dans laquelle il n'y a pas de gradient significatif du mouvement moyen. Nous avons choisi la situation élémentaire d'un essaim homogène de bulles en ascension sous l'effet de la gravité. Pour présenter les paramètres qui régissent cette situation, il est pertinent de considérer d'abord le cas de la bulle isolée, puisque c'est le mouvement d'ascension des bulles qui est le moteur de l'écoulement. Deux nombres adimensionnels indépendants suffisent à déterminer l'écoulement correspondant, par exemple le nombre de Reynolds, qui conditionne le régime de l'écoulement, et le nombre de Weber, qui régit la déformation de la bulle. Pour un couple de fluides donné, ces deux nombres sont des fonctions croissantes du diamètre. Pour de l'air dans l'eau (voir notamment Aybers & Tapucu (1969*a*), Aybers & Tapucu (1969*b*) et Duineveld (1995)), les petites bulles sont sphériques et leur mouvement est rectiligne et uniforme. Pour un diamètre d_{eq} supérieur à 1 mm, des déformations importantes apparaissent, puis entre 1,3 et 50 mm, on observe des mouvements d'ascensions oscillatoires sur un zigzag ou une

hélice. Pour les régimes qui nous intéressent ($d_{eq} > 1,5$ mm), on observe qu'un long sillage se développe derrière la bulle (De Vries (2001), Ellingsen & Risso (2001)). En présence de nombreuses bulles, les interactions hydrodynamiques sont susceptibles de modifier les mouvements des bulles, comme les interactions des sillages vont déterminer la structure des fluctuations de mouvement dans le liquide : le troisième nombre adimensionnel pertinent est donc la fraction volumique de gaz.

Pour un couple de fluides et une taille de bulles donnés, la détermination du rôle de la fraction volumique α est un enjeu majeur. Concernant la phase dispersée, toutes les études (Zenit *et al.* (2001), Garnier *et al.* (2002), Roig & Larue de Tournemine (2007)) montrent que la vitesse d'ascension moyenne des bulles diminue avec α . Si la cause de cette diminution ne fait guère de doute, le mouvement de contournement de chaque bulle par le liquide freinant les bulles voisines, on n'a pas encore de modèle physique quantitatif pour prédire les résultats. Quant à l'agitation des bulles, il n'existe pas encore de résultats fiables couvrant une grande gamme de α pour les grands nombres de Reynolds, le problème étant compliqué par le fait que mêmes les bulles isolées ($\alpha=0$) ont un mouvement d'agitation important à cause des instabilités de sillage. Concernant la phase continue, il est indubitable que l'intensité des fluctuations croît avec la fraction volumique. De nombreuses études expérimentales se sont concentrées sur la détermination de la relation entre la variance des fluctuations et α (voir la synthèse par Cartellier (March 2003)), pour conclure qu'elle n'est pas loin d'être linéaire. L'énergie totale des fluctuations impliquent cependant deux contributions de nature différentes. La première est celle de l'écoulement potentiel autour de la bulle (Biesheuvel & Wijngaarden (1984)), elle conduit à une variance linéaire en α . La seconde est celle des sillages, dont il a été montré à faible fraction volumique qu'elle produit des fluctuations de vitesse dont la densité de probabilité est auto-similaire lorsque la vitesse du liquide est normalisée par $\alpha^{0,4}$ (Risso & Ellingsen (2002)). Pour progresser dans la compréhension de la pseudo-turbulence, il apparaît nécessaire de comprendre sa structure et notamment la façon dont l'énergie des fluctuations est répartie entre les différentes échelles de temps et de longueur. Lance & Bataille (1991) ont trouvé expérimentalement que la signature de la pseudo-turbulence dans le plan spectral était une loi en puissance $-8/3$ du nombre d'onde k . Depuis des lois en $k^{-8/3}$ ont été trouvées par d'autres auteurs (Wang *et al.* (1990), Larue de Tournemine (2001)) dans des écoulements à bulles. Un article récent de Rensen *et al.* (2005) met cependant ce résultat en doute en s'appuyant sur leurs propres résultats expérimentaux et aussi sur ceux d'autres auteurs (Esmaeeli & Tryggvason (1996), Mudde & Saito (2001), Mazzitelli *et al.* (2003) et Cui & Fan (2004)). Il est difficile de se faire une opinion des causes des divergences entre ces différentes études pour deux raisons. La première est que les écoulements étudiés sont différents ; en particulier nombreux concernent des situations où de la turbulence de cisaillement est aussi présente. La seconde raison est que les signaux expérimentaux de vitesse du liquide sont discontinus et nécessitent d'être interpolés avant le calcul des spectres. Or les algorithmes utilisés par les différents auteurs ne sont pas les mêmes et on sait cette opération susceptible de modifier dramatiquement l'allure des spectres. L'objectif de ce travail est d'éclaircir ce point particulier et de manière plus générale de déterminer les principales propriétés de la pseudo-turbulence, notamment ses échelles de vitesse et de longueur caractéristiques pour différents nombres de Reynolds et fractions volumiques.

Dans ce travail, nous présentons l'investigation expérimentale et numérique d'un essai homogène de bulles d'air en ascension dans de l'eau. Notre choix a été de nous

concentrer sur les interactions de sillage qui maîtrisent l'écoulement du liquide sauf dans le proche voisinage des bulles. Sur le plan expérimental, nous avons conçu un dispositif qui permet de produire des essaims de bulles d'air qui montent dans de l'eau au repos. Les bulles sont injectées au bas de la cuve par des cartouches comprenant un très grand nombre de tubes capillaires identiques, ce qui garantit le caractère statistiquement homogène de la répartition spatiale des bulles et une faible dispersion de leur diamètre. Ce dispositif permet l'étude de trois diamètres de bulles ($d_{eq}=1,6, 2,1$ et $2,5$ mm) pour des fractions volumiques de 0,4 à 12 %. Nous avons choisi ces diamètres de façon à ce que les plus petites aient un mouvement d'ascension rectiligne lorsqu'elles sont isolées, alors que les autres présentent des oscillations de leur mouvement. Enfin, il est possible d'interrompre soudainement l'injection de gaz pour étudier l'écoulement dans la zone monophasique qui suit l'essaim ; cet écoulement présente l'avantage d'être maîtrisé par les interactions des sillages et, puisqu'aucune bulle ne s'y trouve, de permettre des mesures fiables et précises du champ continu de vitesse du liquide par PIV (Vélocimétrie par Images de Particules). Sur le plan numérique, nous mettrons en œuvre des simulations des grandes échelles de l'écoulement du liquide. Les bulles seront représentées par des sources de quantité de mouvement distribuées à des positions aléatoires fixes dans un écoulement uniforme descendant. Chaque source de quantité de mouvement sera répartie sur quelques-unes des mailles de calcul dont la taille sera de l'ordre de celle des bulles. Notre objectif est de vérifier s'il est possible de reproduire les principales caractéristiques de la pseudo-turbulence sans décrire ni l'écoulement dans le voisinage proche des bulles ni le mouvement d'agitation de celles-ci.

Dans les écoulements à bulles, l'interprétation des résultats peut être fortement influencée par les problèmes liés à la définition exacte des grandeurs mesurées ou simulées autant qu'à la précision des mesures ou des calculs. Pour cette raison, nous avons effectué de nombreux essais de manière à asseoir la validité des techniques utilisées. Il nous a semblé important d'en faire le compte-rendu complet dans ce mémoire, qui en conséquence est assez long. De manière à en rendre la lecture plus digeste, nous avons adopté la structure suivante. Le mémoire est découpé en deux parties de deux chapitres chacune, la première étant consacrée aux expériences, la seconde aux simulations numériques. Chaque partie est construite en suivant la même logique : un chapitre dédié à la présence des techniques et des nombreuses validations nécessaires, suivi d'un chapitre rassemblant les résultats saillants et la discussion physique. Ainsi le lecteur souhaitant un accès rapide à la contribution que ce travail apporte à la compréhension de l'hydrodynamique dans les écoulements à bulles pourra se contenter de lire les chapitres deux (*Résultats expérimentaux de l'essaim*) et quatre (*Simulations numériques des cas expérimentaux pour les trois tailles de bulles*). Alors que le lecteur voulant connaître les détails techniques utilisés et se forger une opinion sur leur validité trouvera les informations nécessaires dans les chapitres un (*Dispositif expérimental et instrumentation*) et trois (*Présentation du modèle numérique et validations*).

Au cours de ma thèse, j'ai abordé un autre sujet : *l'émission acoustique produite par la coalescence de bulles au moment de leur détachement d'un tube capillaire*. Ce travail a été conduit à l'aide du dispositif expérimental de ma thèse lors de la visite à l'IMFT de Richard Manasseh, un collègue australien du CSRIO de Melbourne. Nous avons rédigé l'article présenté en annexe, qui a été soumis au *J. Multiphase Flow*.

Chapitre 1

Dispositif expérimental et instrumentation

Ce chapitre est consacré à des études préliminaires qui nous permettent de mettre en œuvre notre stratégie pour l'étude des écoulements gaz-liquide lorsque la phase dispersée, les bulles d'air, ont un mouvement d'ascension sous l'action de la gravité. Le début de notre travail fut de concevoir le dispositif expérimental adéquat, capable de créer tous les écoulements nécessaires à notre étude.

Ici, nous avons choisi d'étudier un cas simple : l'ascension d'un essaim de bulles dans une phase continue au repos. Dans ce type d'écoulement, la mise en mouvement du liquide est causée par l'ascension de l'essaim de bulles. Cette catégorie d'écoulement garantit l'absence d'interactions entre les bulles et d'un écoulement moyen du liquide qui pourrait masquer l'effet des bulles sur la dynamique du liquide. Une fois choisi le type d'écoulement, nous avons réfléchi aux fluides à utiliser. Nous avons choisi d'étudier des bulles d'air dans l'eau pour des raisons de simplicité de mise en œuvre et d'entretien de l'expérience.

Les paramètres régissant les caractéristiques de l'écoulement sont alors le diamètre des bulles et le nombre de bulles par unité de volume du liquide, communément nommé fraction volumique ou taux de vide. Des bulles de taille plus petite que le millimètre sont sphériques et ont une trajectoire rectiligne. Leur mouvement engendre un déplacement du liquide. Des bulles plus grosses suivent une trajectoire en zigzag ou hélicoïdale. Elles ont donc un sillage plus important et créent plus d'agitation dans le liquide. Le diamètre des bulles est donc un paramètre important. Pour faire varier la taille des bulles, il faut faire varier le diamètre des injecteurs et le débit d'air. Un autre paramètre important qui résulte du débit d'air injecté et du nombre d'injecteurs est la fraction volumique. Elle détermine l'intensité des interactions entre les sillages induits par les bulles en ascension. Lorsque l'essaim est dense, les interactions de sillage sont favorisées. Ces interactions engendrent une turbulence du liquide que l'on nomme *pseudo-turbulence* pour la distinguer de la turbulence de cisaillement monophasique.

Les précautions à prendre pour réussir l'étude de l'ascension d'un essaim de bulles dans de l'eau au repos sont nombreuses. La première est de créer un essaim de bulles homogène, composé de bulles de même taille pour avoir des sillages de même intensité. La répartition des bulles dans l'espace doit être vérifiée pour s'assurer de l'absence de recirculation du liquide dans l'expérience. Le dispositif doit être suffisamment large et haut pour un écoulement établi spatialement. La mesure précise de la pseudo-turbulence induite par les bulles nécessite donc la maîtrise à la fois des différents paramètres de l'écoulement et des moyens de mesure.

1.1 Le dispositif expérimental : *La girafe*

Le début de notre travail expérimental a été de concevoir un dispositif permettant de produire le type d'écoulement voulu, tout en permettant la possibilité de faire varier la taille des bulles et la fraction volumique.

La Figure 1.1 représente le dispositif expérimental. Il est composé d'un réservoir en verre [1] de $15 \times 15 \times 100$ cm qui permet la visualisation des bulles et donc la mesure optique. On remplit d'eau le réservoir en ouvrant la vanne [2]. L'eau est préalablement filtrée de manière à supprimer les particules plus grosses que $15 \mu\text{m}$. Deux cuves d'air de volumes différents [3] $V=200$ l et [4] $V=10$ l alimentées indépendamment, sont reliées à des vannes électriques [5]. Ces vannes électriques permettent d'ouvrir ou fermer la connexion de chacune des cuves à alimentation des injecteurs [6]. La cuve ayant le plus faible volume sert à alimenter à pression constante la chambre des capillaires alors que la plus grosse permet la décompression de la chambre lors de l'arrêt de l'injection des bulles. Nous avons conçu un circuit d'alimentation en air permettant de maîtriser la pression d'air dans les cuves pour ajuster le débit d'air. Le débit et l'alimentation en air de l'une ou l'autre des deux cuves sont affichés sur un panneau [7] comprenant les débitmètres [8] et les vannes [9]. La pression dans chaque cuve est mesurée avec les manomètres [10] et les vannes électriques sont commandées par un interrupteur [11].

Nous avons injecté des bulles d'air dans de l'eau au repos de sorte que tous les mouvements de la phase continue ne sont dûs qu'aux mouvements des bulles. Pour pouvoir changer la taille des bulles, nous avons conçu trois batteries différentes d'injecteurs [12] dénommées cartouche dans la suite. Chaque cartouche en plexiglass assure la production d'un essaim monodisperse de bulles. Le nombre de capillaires sur chaque cartouche est donné dans le tableau (1.1).

Le dispositif expérimental est conçu pour permettre de changer la cartouche et deux configurations sont possibles :

1. La bulle isolée : Une cartouche avec un seul injecteur (Fig. 1.2) qui est directement alimenté en air (Fig. 1.3 (a)). On peut changer les injecteurs pour étudier les trois tailles de bulles différentes. Pour cela, l'alimentation en air, doit être faible de manière à avoir des bulles suffisamment éloignées les unes des autres. Cette cartouche donne aussi la possibilité d'étudier un train de bulles.
2. L'essaim de bulles : Dans cette configuration, les injecteurs sont tous alimentés (Fig. 1.3 (b)) par la chambre d'air [6]. Les vannes électriques permettent l'arrêt de l'essaim et donc l'étude des fluctuations du liquide engendrées derrière un essaim de bulles en ascension. On peut estimer le temps d'ascension de l'essaim de bulles dans le dispositif pour s'assurer que la longueur du canal est suffisante : $t = L/V_{essaim}$, avec $V_{essaim} \sim 0,35$ m/s la vitesse moyenne de l'essaim de bulles et $L \approx 1$ m la longueur du canal, il est de l'ordre de 3 s ce qui est suffisant pour effectuer des mesures expérimentales temporelles dans le sillage de l'essaim de bulles.

1.2 Caractérisation des injecteurs

Le but de notre expérience est de comprendre les fluctuations de vitesse au sein d'un liquide au repos induites par le mouvement de bulles. Nous voulons faire varier la fraction volumique de gaz pour différents diamètres de bulles. Il apparaît clairement que le diamètre

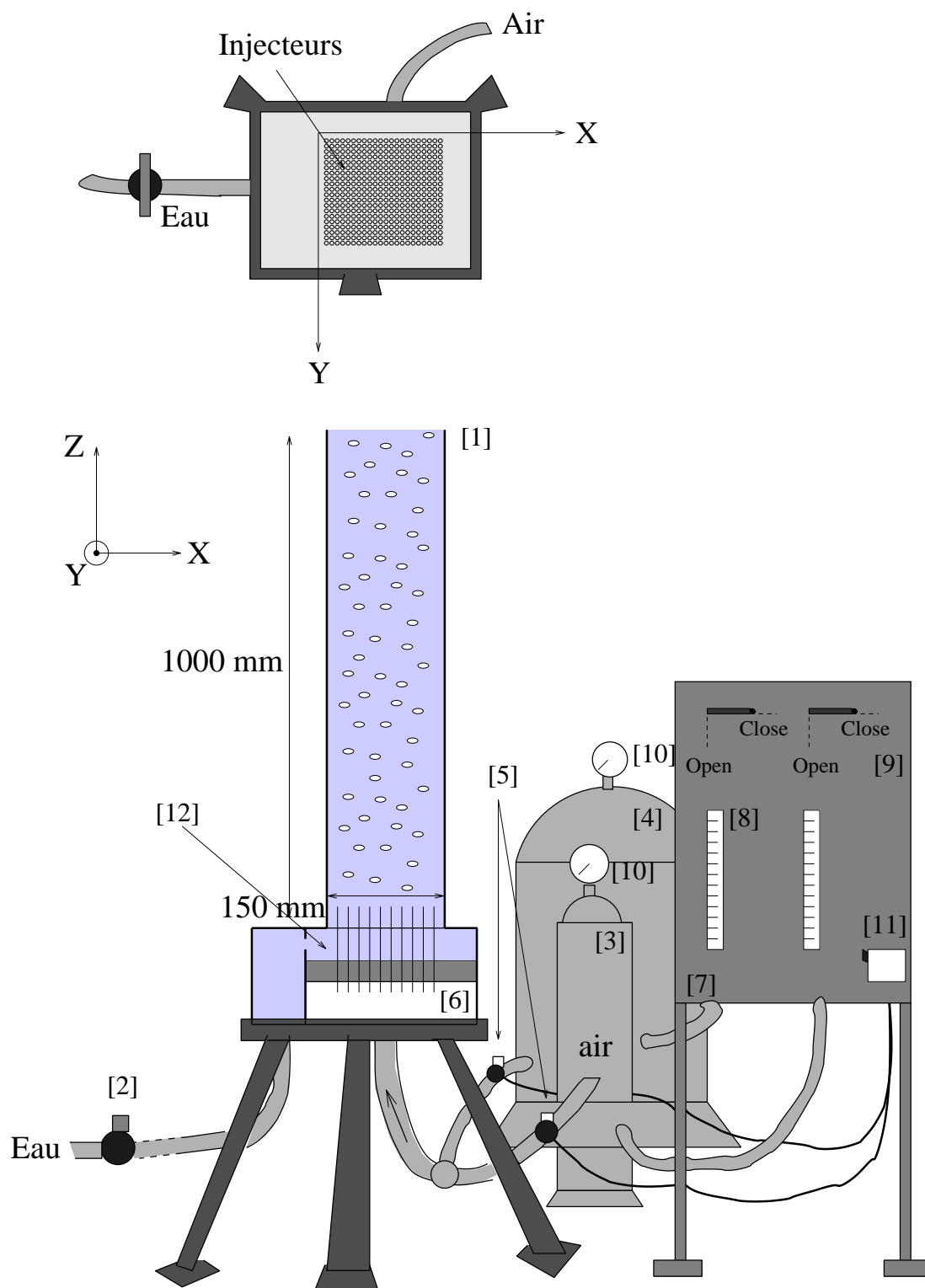


FIG. 1.1 – Le dispositif expérimental : *La girafe*

Cartouche	N_c	d_{const} (mm)	l_c (cm)
1	841	0,1	10
2	841	0,2	15
3	361	0,3	15

TAB. 1.1 – Caractéristique des trois cartouches d'injecteurs : Nombre de capillaire N_c par cartouche, le diamètre interne constructeur d_{const} , et la longueur des capillaires l_c .

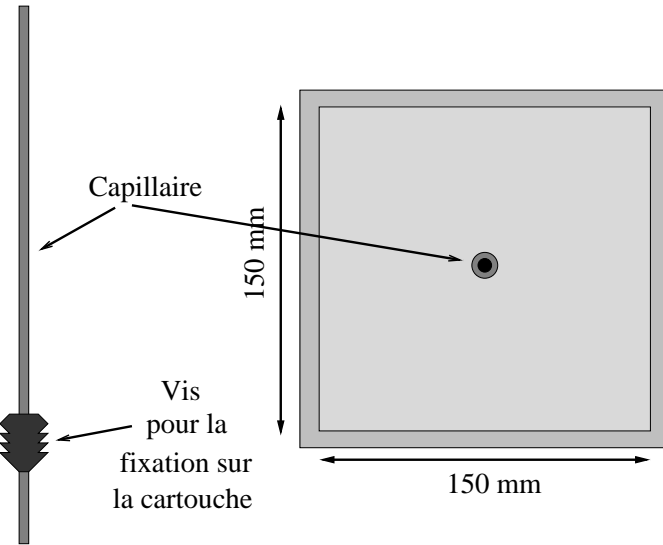


FIG. 1.2 – Capillaire et cartouche pour l'étude de la bulle isolée.

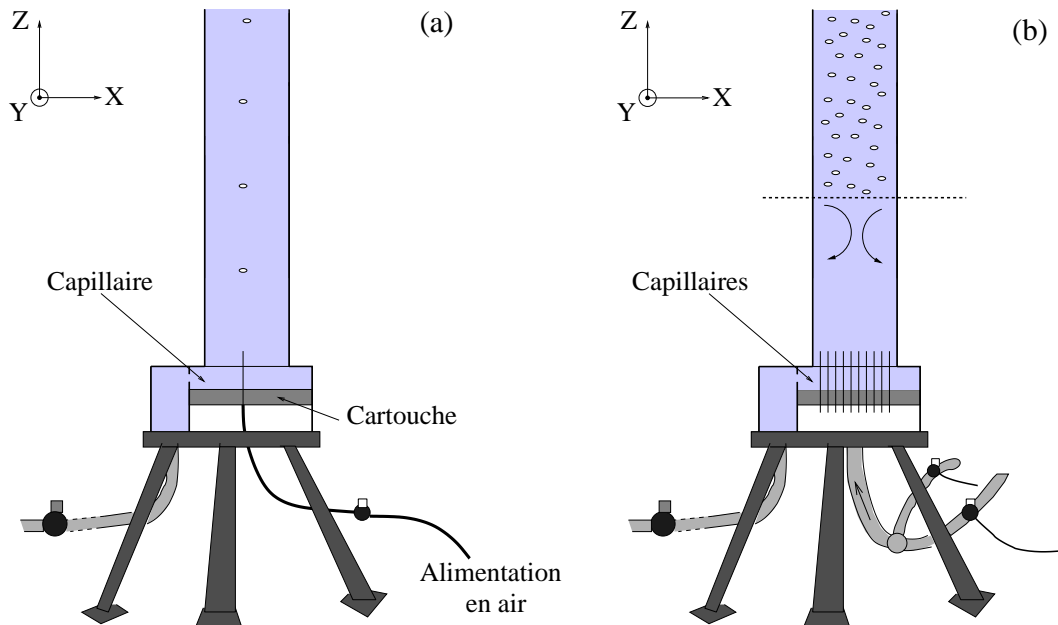


FIG. 1.3 – Les deux configurations possibles de *la Girafe*, (a) La bulle isolée ou le train de bulles, (b) l'essaim de bulles et son sillage.

des bulles va dépendre du diamètre interne des capillaires. En effet, le détachement des bulles dans un liquide au repos, s'effectue lorsque la force de flottabilité devient plus forte que la force capillaire. L'équilibre statique de ces deux forces détermine alors le diamètre au détachement des bulles. Pour une bulle sphérique et un grand angle d'attache entre la bulle et le capillaire, le diamètre statique est

$$d_{eq} \simeq \sqrt[3]{\frac{6 \sigma d_c}{\rho_L g}}, \quad (1.1)$$

où ρ_L est la densité volumique du fluide, g l'accélération de la pesanteur, σ la tension superficielle et d_c le diamètre du capillaire. Le diamètre équivalent des bulles dépend uniquement du diamètre d'attache de la bulle d_c , aussi avons nous utilisé plusieurs diamètres de capillaires pour faire varier le diamètre équivalent des bulles.

Avant la fabrication des cartouches, nous avons souhaité mesurer les diamètres internes d_c des injecteurs capillaires que nous nous étions procurés. Pour cela, nous avons conçu le dispositif décrit sur la figure 1.4. Le capillaire est disposé sur un support attaché à un système de translation micrométrique à trois dimensions permettant d'aligner le capillaire dans le plan focal d'un appareil photo Canon avec flash incorporé. Pour une mesure précise, il faut prendre en compte la différence de longueur des injecteurs. Pour permettre l'alignement du capillaire dans le plan focal de l'appareil photo, une caméra Sensicam est disposée à la verticale de l'injecteur (Fig. 1.4). Une photo du diamètre interne du capillaire est effectuée, traitée avec le logiciel Optimas et comparée à un cercle. Sur la figure 1.5, on constate que les deux contours sont très proches. Le contour expérimental n'est cependant pas un cercle parfait, de petites aspérités sont visibles. Ce dispositif nous a permis de mesurer les diamètres intérieurs de chaque capillaire à leurs deux extrémités avec une précision de 10 μm .

La figure 1.6 présente la fonction de densité de probabilité des rayons des capillaires. Sur cette figure sont représentées, les densités de probabilités brutes, c'est à dire des rayons des capillaires sans distinction de l'extrémité considérée. On constate un excès de petits diamètres qui rendent asymétrique ces d.d.p. brutes. Ces mesures permettent de choisir l'extrémité dont le diamètre est le plus proche de la moyenne. Les d.d.p. triées ne prenant en compte que les meilleures extrémités sont plus symétriques et ont une plus faible variance des rayons internes. L'écart à la moyenne se réduit alors à 10 % (Tab. 1.2). Pour savoir s'il y a une relation entre les diamètres des capillaires et la taille des bulles au détachement, nous avons choisi 9 capillaires (*capillaire choisi*) de diamètre réparti dans la gamme de variation observée. Les diamètres issus de ces capillaires ont été mesurés dans le dispositif *la girafe* en configuration *bulle isolée*. Ils sont représentés par des symboles sur la figure 1.6. On n'observe pas de relation directe entre le diamètre des capillaires et le diamètre des bulles, contrairement à la prédiction de l'équation 1.1. Le détachement des bulles s'avère un problème complexe où la mouillabilité entre les bulles et les injecteurs joue un rôle important.

Les cartouches de capillaires ont été fabriqués en retenant les meilleures extrémités des capillaires. Les d.d.p. de leurs diamètres intérieurs correspondant donc aux courbes en traits pleins sur la figure 1.6.

d_{const} (mm)	d_c (mm)
0,1	$0,11 \pm 0,01$
0,2	$0,21 \pm 0,02$
0,3	$0,40 \pm 0,02$

TAB. 1.2 – Diamètres internes moyen des capillaires d_c pour les trois cartouches d’injecteurs comparés aux diamètres annoncés par le constructeur d_{const} .

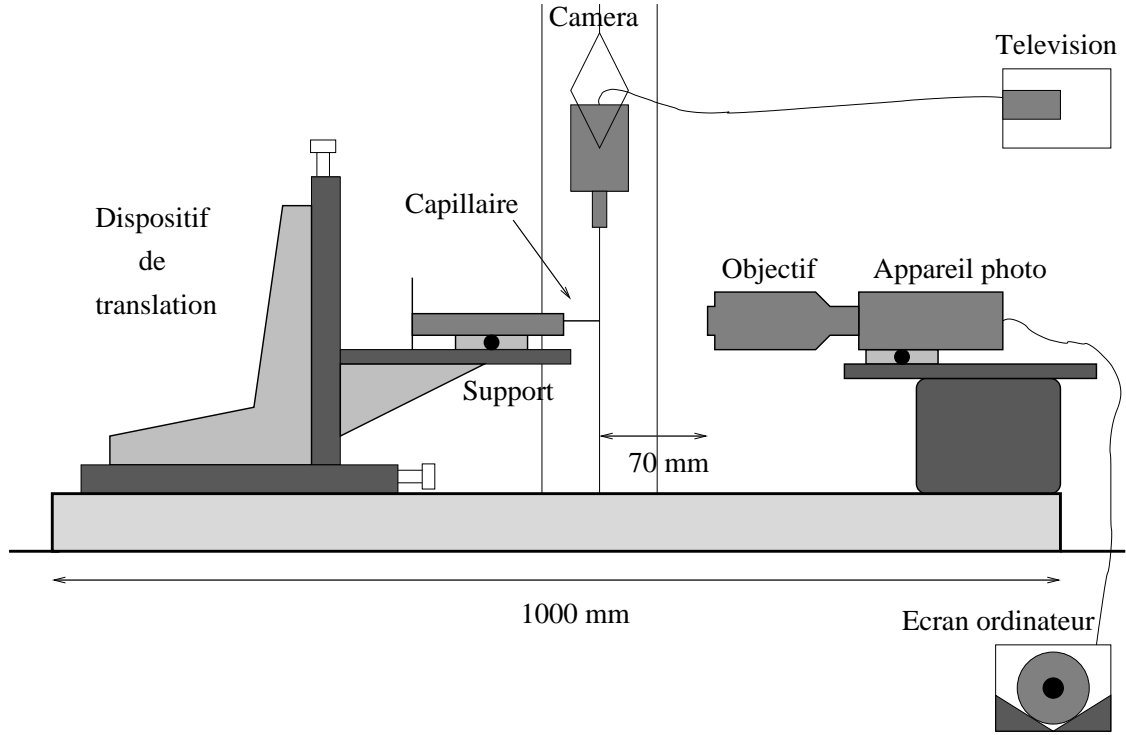


FIG. 1.4 – Dispositif expérimental pour la mesure du diamètre interne des capillaires d_c .

1.3 La taille des bulles au détachement

Dans cette partie, nous voulons vérifier la taille des bulles en sortie des injecteurs. Nous souhaitons pouvoir augmenter le débit d’air Q sans changer la taille de nos bulles. Nous avons effectué la mesure des bulles à l’aide de deux dispositifs expérimentaux non intrusifs en utilisant notre manipulation en mode *bulle isolée* (§1.1). Le détachement des bulles étant un phénomène très rapide, nous avons utilisé une caméra rapide Photron ultima APX avec un champ de 1024×1024 pixels pour $6,12 \text{ mm}^2$ et une fréquence d’acquisition $f=10\,000 \text{ Hz}$. La mesure est effectuée avec les injecteurs de référence choisis parmi les trois gammes de capillaires. Les contours des bulles sont déterminés à l’aide du logiciel Optimas et l’erreur sur la mesure est de l’ordre du pixel soit $5,9 \mu\text{m}$. Un exemple de contour détecté est comparé à l’image brute sur la figure 1.7.

Une autre mesure de taille de bulles a été effectuée en utilisant un hydrophone positionné près de l’extrémité de l’injecteur. Les bulles émettent un son à une fréquence caractéristique de leur rayon. La relation entre la fréquence acoustique f correspondant

aux oscillations du volume des bulles et leur rayon r_c est donnée (Minnaert (1933), Leighton & Walton (1987)),

$$d_c = \frac{1}{\pi f} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho_L}}, \quad (1.2)$$

où P_0 est la pression absolue et γ la chaleur spécifique du gaz. L'hydrophone produit un signal analogique qu'une carte d'acquisition convertit en signal numérique (Manasseh *et al.* (1998)) enregistré par un ordinateur. En déterminant la fréquence f du signal nous pouvons mesurer la taille des bulles au détachement grâce à la relation 1.2.

La figure 1.8 présente la mesure du diamètre équivalent des bulles d_{eq} , c'est à dire le diamètre de la sphère de même volume que la bulle, en fonction de la fraction volumique. La fraction volumique est calculée en déterminant les instants de détachement des bulles et en considérant une batterie de N injecteurs tous alimentés de la même façon et produisant des bulles de même diamètre. Le débit total Q des injecteurs s'écrit alors,

$$Q = N f \frac{\pi d_{eq}^3}{6}. \quad (1.3)$$

Connaissant la vitesse d'ascension V_0 des bulles (§1.4) et la section A du canal, on peut calculer la fraction volumique α d'un tel essaim de bulles,

$$\alpha = \frac{Q}{A V_0} \quad (1.4)$$

Sur la figure 1.8, nous avons représenté le minimum, le maximum ainsi que la moyenne des diamètres des bulles au détachement en fonction de la fraction volumique α . Le diamètre est déterminé par la moyenne de cinq mesures du contour des bulles pour chaque fraction volumique et pour chaque capillaire des trois gammes (§1.2). Deux régimes peuvent être distingués. Le premier observé pour $\alpha < 1\%$ est le régime statique où

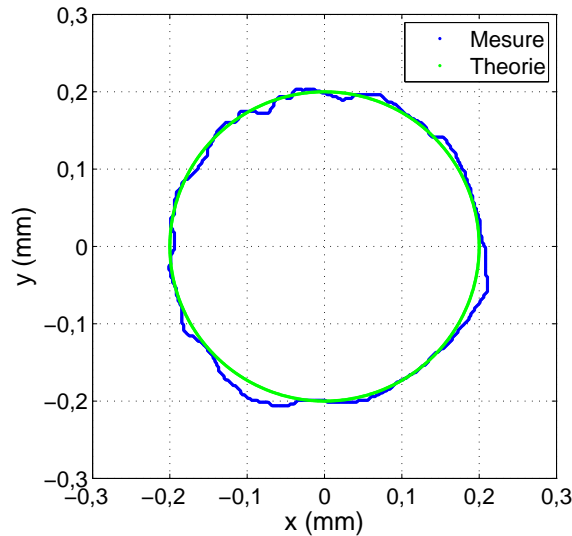


FIG. 1.5 – Exemple de comparaison entre le contour intérieur du capillaire mesuré et un cercle.

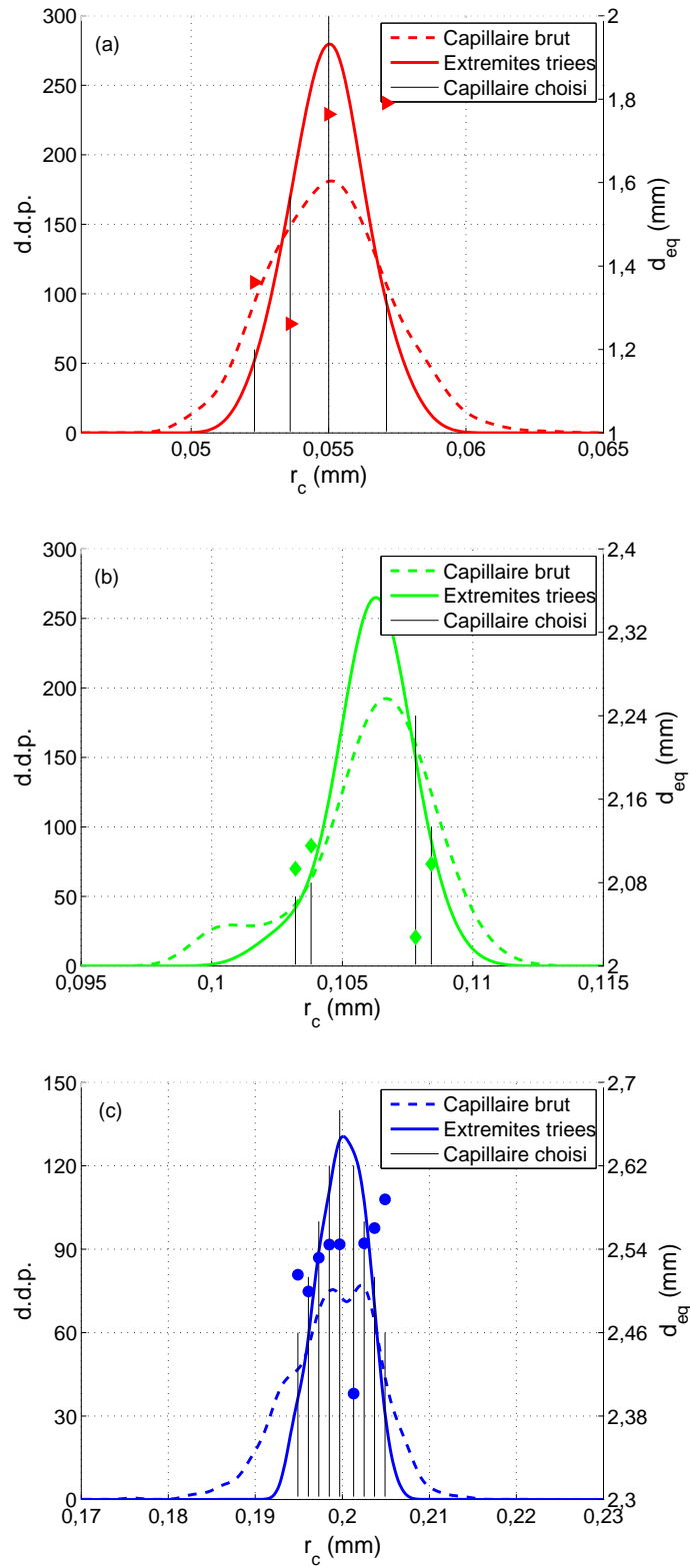


FIG. 1.6 – Fonction de densité de probabilité (d.d.p.) des rayons des capillaires r_c pour les trois cartouches d’injecteurs. - Trait plein - Rayon des capillaires sans distinction des côtés. - Trait pointillé - Rayon des capillaires en choisissant le meilleur côté. - Traits verticaux - Capillaires choisis pour la mesure des bulles aux détachements. Les Symboles représentent le calcul du diamètre des bulles issues de la mesure du diamètre des capillaires choisis.

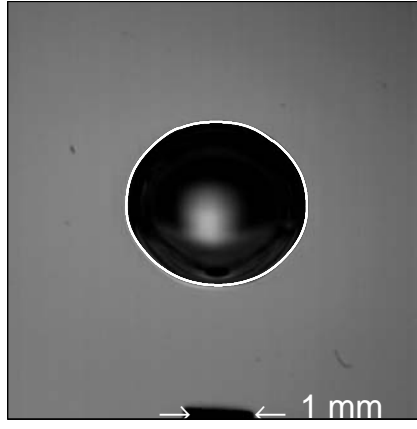


FIG. 1.7 – Comparaison entre l'image brute d'une bulle de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm au détachement et la détection de son contour à l'aide du logiciel Optimas.

la fraction volumique peut-être modifiée sans changer le diamètre des bulles qui est bien prédit par l'équilibre statique (Eq. 1.1). L'essaim de bulles présente une très faible polydispersité des tailles de bulles. Pour des débits plus importants correspondants à $\alpha > 1$ %, on observe le régime dynamique. L'inertie du liquide retarde le détachement des bulles qui ont alors un volume plus grand lors du détachement. La taille des bulles croît alors avec la fraction volumique. La polydispersité est plus grande tout en restant modérée (Tab. 1.3).

d_c (mm)	d_{eq} (mm)	α (%)
0,1	$1,6 \pm 0,2$	0,05-1,20
0,2	$2,1 \pm 0,1$	0,10-2,00
0,4	$2,5 \pm 0,1$	0,05-1,00

TAB. 1.3 – Tailles de bulles pour les trois cartouches d'injecteur et la gamme de fraction volumique où l'essaim de bulles reste monodispersé à 12 % près pour les plus petites bulles et 5 % pour les deux autres tailles de bulles.

On peut remarquer que les mesures acoustiques sont proches de nos mesures par imagerie. Ces mesures sont moins précises mais sont toujours comprises entre le minimum et le maximum des mesures. Enfin, les symboles carrés sur la figure 1.8 représentent les diamètres statistiques calculés en injectant les valeurs minimales, moyennes et maximales des diamètres intérieurs mesurés des capillaires dans la formule 1.1. On constate que les diamètres statistiques calculés restent cohérents avec nos résultats obtenus par imagerie et acoustique.

1.4 Les caractéristiques d'une bulle en ascension

Dans cette partie, nous avons mesuré les caractéristiques du mouvement d'une bulle isolée à l'aide de deux caméras vidéo rapides. Nous avons enregistré les mouvements tridimensionnels à l'aide de deux caméras filmant un champ $16,7 \times 7,5$ cm : une caméra La Vision (1270×570 pixels) et une caméra X-stream (champ 1260×580 pixels). Pour obtenir

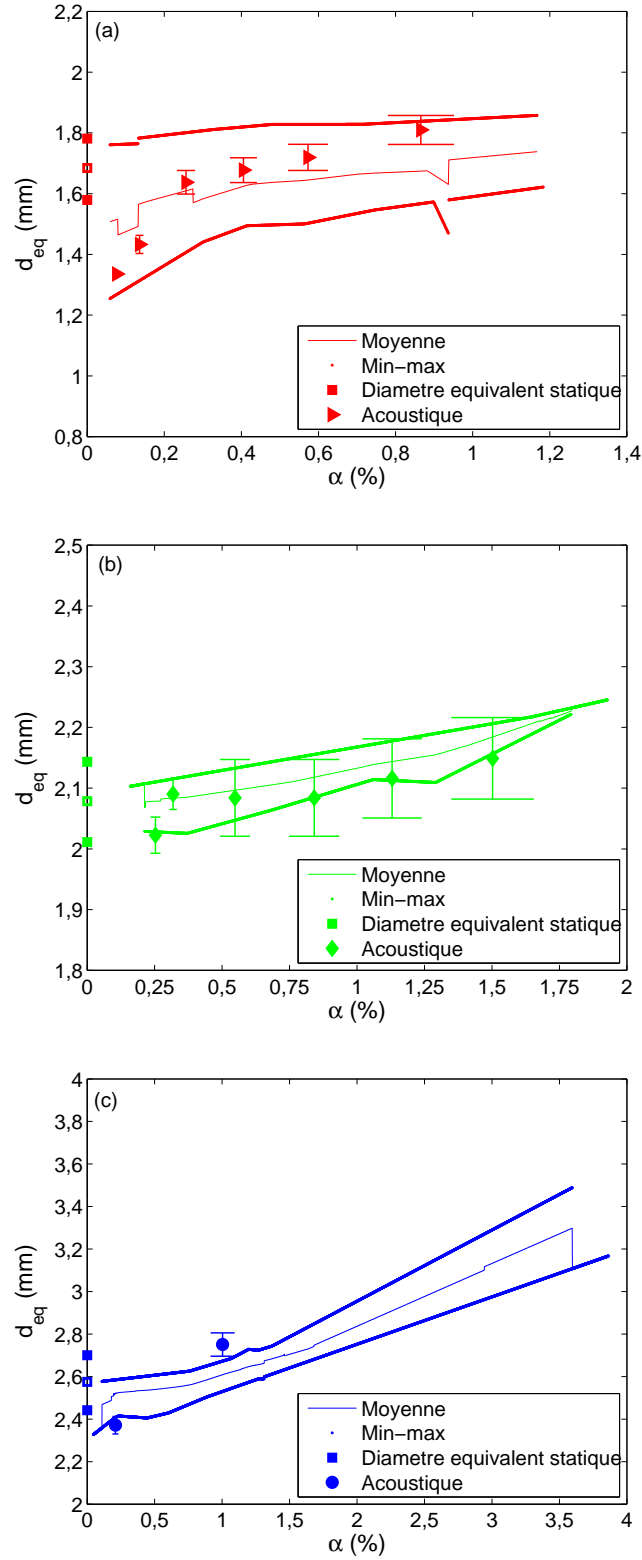


FIG. 1.8 – Mesures du diamètre moyen d_{eq} des bulles au détachement en fonction de la fraction volumique α pour les différentes gammes de capillaires (a) $d_c=0,1$ mm, (b) $d_c=0,2$ mm, (c) $d_c=0,4$ mm.

des images simultanées des deux caméras, nous les avons déclenchées avec un GBF à une fréquence $f=1000$ Hz. La mesure est effectuée à une hauteur suffisamment élevée ($H=500 \pm 5$ mm) pour avoir une trajectoire établie. Les temps d'expositions des deux caméras ont été fixés à $t=0,1$ ms. Les capillaires moyens de chaque série sont utilisés et la fréquence de bullage est suffisamment faible ($f \approx 5$ Hz) pour être dans le cas de bulle isolée sans interaction de sillage entre elles (la distance entre deux bulles qui se suivent est plus grande que 100 diamètres de bulle).

Une correction optique est effectuée pour tenir compte des variations du grandissement optique dû à la position des bulles dans les champs des deux caméras. L'étalonnage optique a montré que le grandissement était une fonction linéaire de la distance au plan focal. Nous avons donc détecté les contours des bulles (Fig. 1.9) et corrigé ces contours par le grandissement optique. Expérimentalement, Ellingsen & Risso (2001) ont montré que le mouvement du centre de la bulle d'air de diamètre 2,5 mm vérifiait les lois horaires suivantes,

$$\begin{cases} x_b = A_x \sin(\omega t) \\ y_b = \pm A_y \cos(\omega t) \\ z_b = A_z \sin(2\omega t + \tau) + V_0 t \end{cases} \quad (1.5)$$

Avec A_x , A_y , A_z les amplitudes d'oscillation du mouvement des bulles, ω la pulsation du mouvement, τ la phase et V_0 la vitesse d'ascension. La projection dans les deux plans de nos caméras du contour théorique d'une ellipsoïde de révolution de diamètre égal au diamètre de nos bulles au détachement, de rapport de forme χ , de vitesse d'ascension V_0 parallèle à l'axe de symétrie des bulles et vérifiant les équations 1.4 est superposée à nos contours expérimentaux (Fig. 1.10). La meilleure superposition des contours théoriques nous a permis de mesurer les différents paramètres des trajectoires et de la forme des bulles. Les deux gammes de bulles les plus grosses ont une trajectoire hélicoïdale non circulaire correspondant à la transition entre un mouvement en zig-zag et l'hélice circulaire (Aybers & Tapucu (1969b), Aybers & Tapucu (1969a)). Les plus petites bulles ont un mouvement rectiligne avec une faible vitesse de dérive comme le montre les visualisations trois dimensions de la figure 1.10 (a).

Pour les bulles de 2,1 et 2,5 mm, les amplitudes sont mesurées dans la direction de plus grandes (A_x) et de plus petites (A_y) amplitudes d'oscillations. Nous avons mesuré ainsi les amplitudes principales et secondaires de 20 trajectoires non circulaires de bulles (Fig. 1.11).

Les vitesses V_0 mesurées pour chaque trajectoire et pour les trois gammes de bulles sont représentées sur la figure 1.12 (a). Les vitesses d'ascensions sont peu dispersées sauf la 2^e trajectoire des bulles de diamètre $d_{eq}=2,1$ mm. L'angle d'inclinaison θ est l'angle maximal entre la vitesse des bulles, qui est parallèle à l'axe de révolution de la bulle, et la verticale (Fig. 1.12). Cet angle est maximal lorsque la bulle change l'orientation de son mouvement (Fig. 1.10). Les mesures sont dispersées mais elles restent sur une gamme proche des résultats de Ellingsen & Risso (2001), $\theta=25^\circ$.

En conclusion, nous avons déterminé les différents paramètres régissant l'ascension d'une bulle dans de l'eau au repos ainsi que les différents nombres adimensionnels du problème (Tab. 1.4). Nous sommes donc dans un régime inertiel à fort nombre de Reynolds (540 à 760) et nombre de Weber intermédiaire (2,6 et 3,3). La figure 1.13 montre l'évolution du nombre de Weber en fonction du rapport de forme χ (grand axe sur petit axe) de la bulle. Nos résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus par Duineveld (1994) dans de l'eau ultra-pure et s'éloigne peu de la théorie de Moore (1965).

(a) Paramètres mesurés

d_c (mm)	d_{eq} (mm)	α (%)	χ	V_0 (mm/s)
$0,11 \pm 0,010$	$1,6 \pm 0,2$	0,05 - 1,20	$1,44 \pm 0,01$	335 ± 3
$0,21 \pm 0,020$	$2,1 \pm 0,1$	0,10 - 2,00	$1,70 \pm 0,01$	320 ± 10
0,33	2,5	0,05 - 0,60	2,00	309
$0,40 \pm 0,015$	$2,5 \pm 0,1$	0,05 - 1,00	$2,00 \pm 0,01$	298 ± 8

A_x (mm)	A_y (mm)	f (Hz)	θ (°)
0	0	0	0
$4,9 \pm 0,5$	$3,5 \pm 0,5$	$4,6 \pm 0,1$	25 ± 4
4,3	0	6,3	25
$5,2 \pm 0,5$	$3,7 \pm 0,4$	$5,0 \pm 0,1$	28 ± 2

(b) Nombres adimensionnels

Re	We	St	Cd
536 ± 71	$2,57 \pm 0,37$	0	$0,19 \pm 0,03$
672 ± 53	$3,07 \pm 0,34$	$0,030 \pm 0,003$	$0,27 \pm 0,03$
772	3,41	0,051	0,34
762 ± 50	$3,32 \pm 0,30$	$0,041 \pm 0,004$	$0,35 \pm 0,03$

$Cd(\chi)$	Bo	Fr
$0,15 \pm 0,02$	$0,36 \pm 0,09$	$7,15 \pm 1,02$
$0,19 \pm 0,02$	$0,62 \pm 0,06$	$4,97 \pm 0,55$
0,22	0,88	3,89
$0,22 \pm 0,02$	$0,88 \pm 0,07$	$3,79 \pm 0,34$

TAB. 1.4 – Les caractéristiques des bulles étudiées : (a) Les paramètres de trajectoire et de forme de la bulle isolée pour les trois gammes de bulle et (b) les différents nombres adimensionnels correspondants comparés aux résultats de Ellingsen & Risso (2001) (Troisième ligne des tableaux).

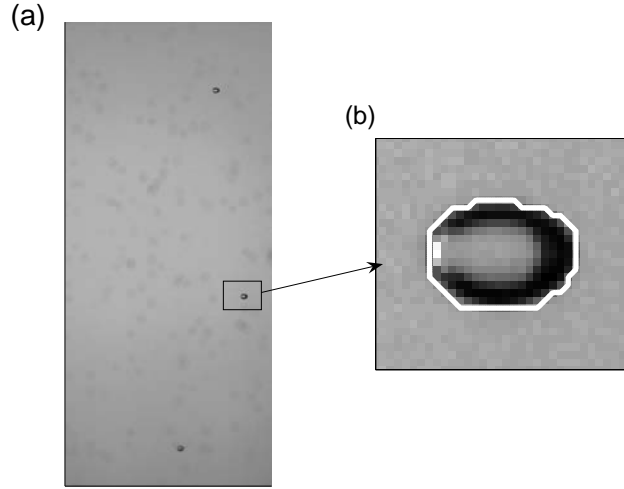


FIG. 1.9 – Détection d’une bulle de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm en ascension. (a) Vue principale et (b) détection du contour de la bulle superposé à l’image brut.

1.5 La mesure de la phase dispersée

Connaissant toutes les caractéristiques des bulles qui formeront notre essaim, il nous reste à déterminer si l’essaim est homogène et établi spatialement, c’est-à-dire s’il n’y a pas de gradient de fraction volumique. Le but de cette partie est de présenter les moyens et le dispositif qui nous ont permis de déterminer les profils de taux de vide ainsi que les vitesses moyennes des bulles pour les différentes séries de capillaires. Pour cela, nous avons utilisé notre manipulation en mode essaim de bulles.

1.5.1 La sonde optique : aspects techniques

La sonde optique utilisée de marque RBI, est un appareil qui permet la détection locale de la phase gazeuse. Cette détection est basée sur la différence d’indice optique du milieu présent à l’extrémité de la fibre optique appelée *optrode* (Fig. 1.14). La lumière est générée à l’aide d’une diode et guidée par un câble optique jusqu’à l’optrode. Ensuite, elle est réfléchié ou partiellement réfractée selon le milieu puis suit le chemin inverse jusqu’à un photo-détecteur. Le signal électrique-analogique du photo-détecteur est ensuite amplifié et transformé en signal à deux niveaux représentant les deux phases avec une carte d’acquisition analogique-numérique (DAS1700) installée dans un micro-ordinateur (Fig. 1.15). L’extrémité de la fibre est taillée de façon à avoir une réflexion totale dans l’air et donc pouvoir détecter les plus petites bulles ($10\ \mu\text{m}$).

Avant de pouvoir obtenir les informations qui nous intéressent, nous devons transformer le signal continu de la sonde optique en signal binaire, c’est-à-dire un signal qui vaut 0 lorsque la sonde est dans l’eau et 1 lorsqu’elle est dans l’air. Cette transformation dépend de trois paramètres :

1. La période d’échantillonnage du signal $\delta t=10^{-4}$ s qui conditionne le nombre de points dans la bulle, et doit être suffisamment court pour décrire les fronts de la bulle.

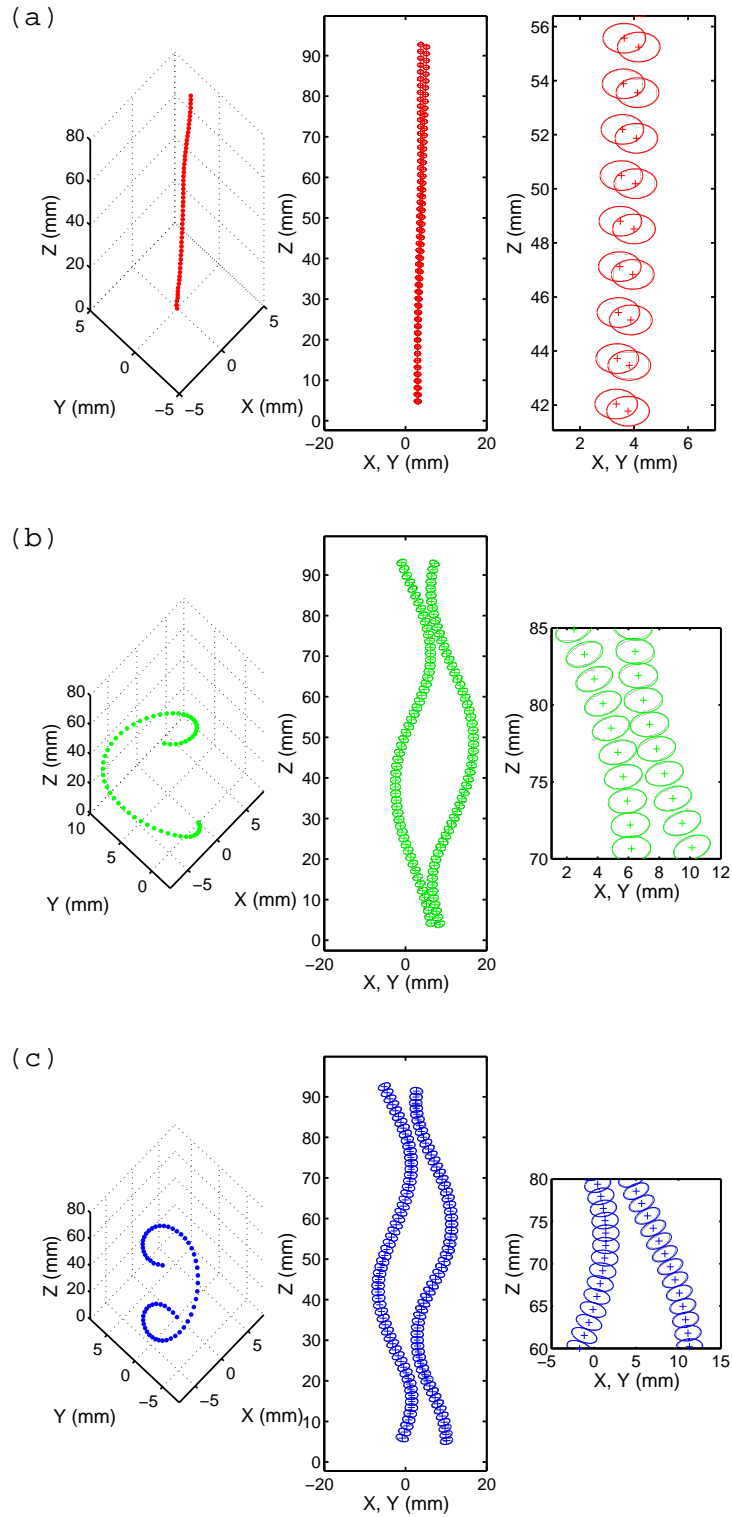


FIG. 1.10 – Trajectoires des différentes bulles étudiées : - à gauche - Trajectoire en trois dimensions, - au centre - visualisation des deux caméras, - à droite - superpositions des contours théoriques et expérimentaux pour les bulles de diamètres (a) $d_{eq}=1,6$ mm, (b) $d_{eq}=2,1$ mm, (c) $d_{eq}=2,5$ mm.

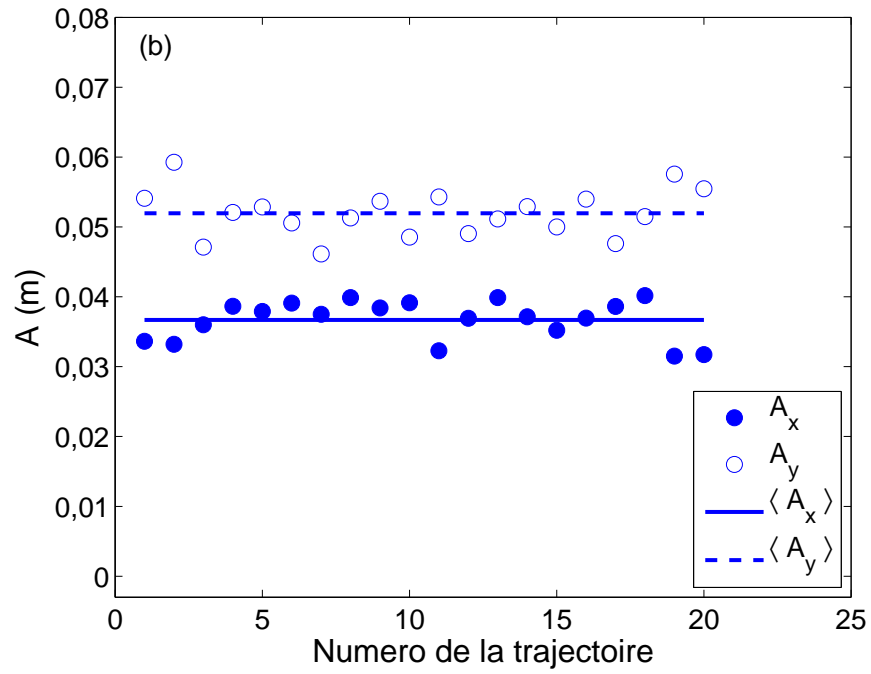
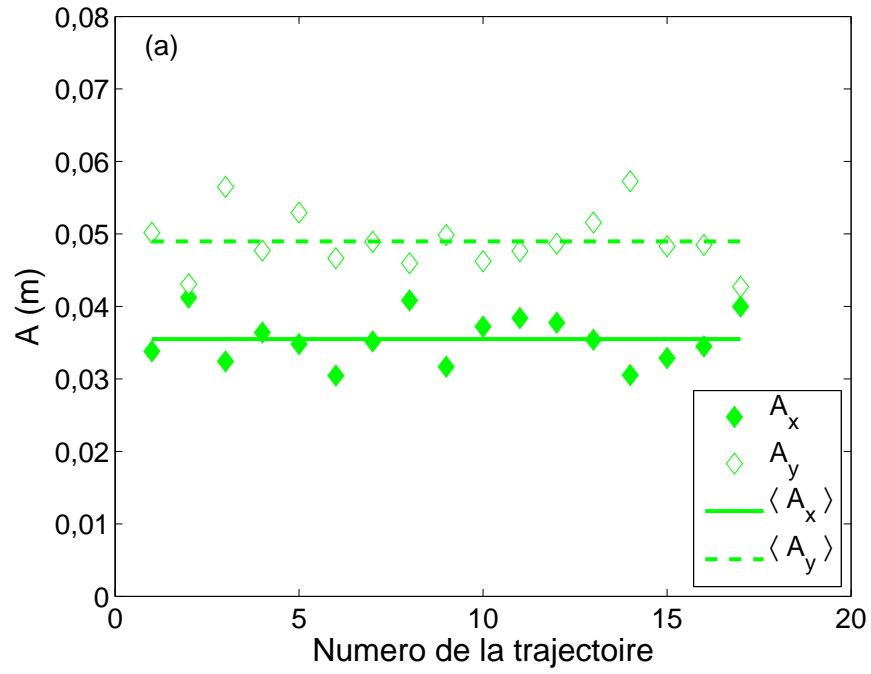


FIG. 1.11 – Amplitude des oscillations du mouvement des bulles dans le repère principal d'oscillation. (a) Bulles de diamètre $d_{eq}=2,1$ mm, (b) $d_{eq}=2,5$ mm.

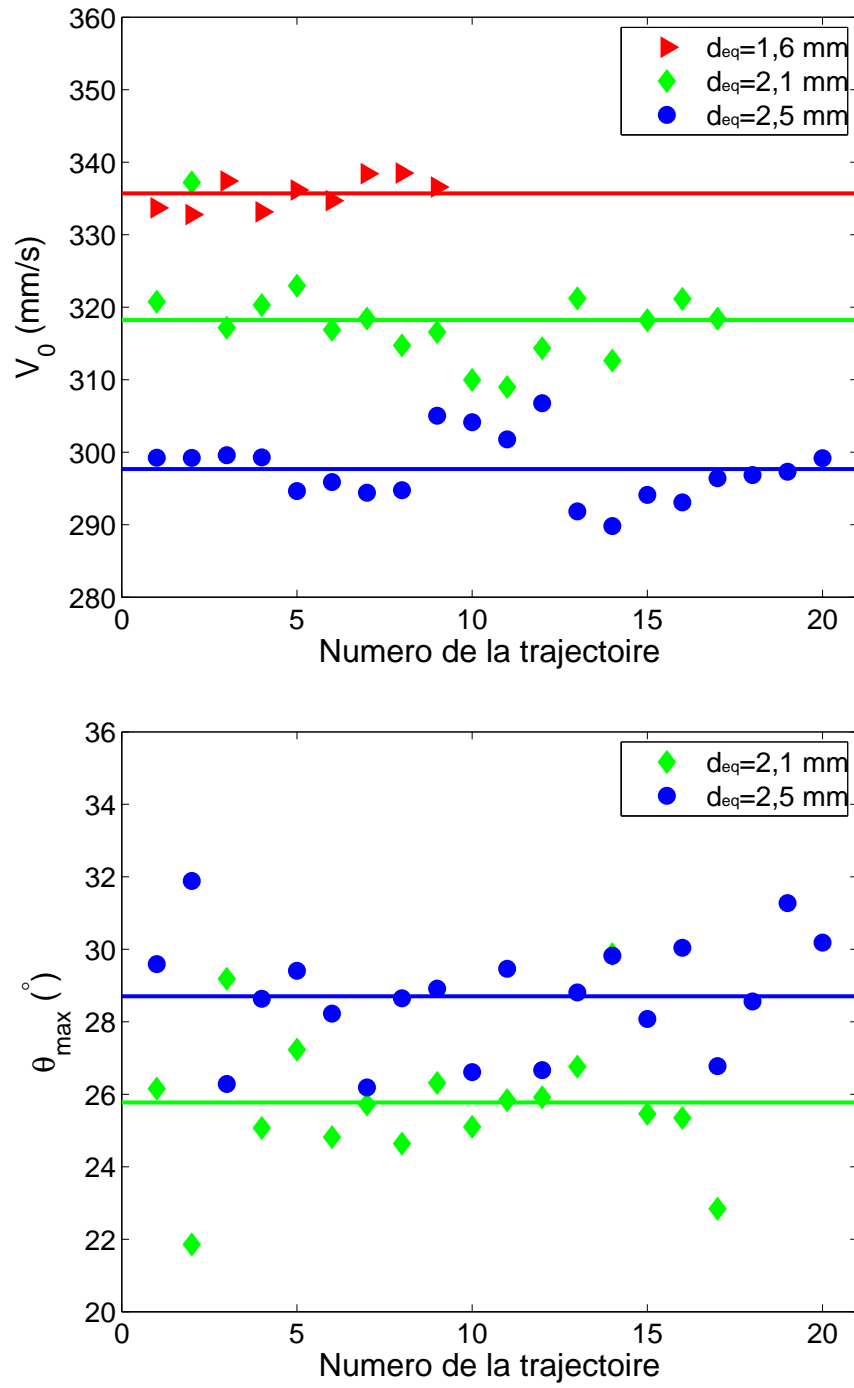


FIG. 1.12 – (a) Vitesse d'ascension V_0 des bulles pour les différentes trajectoires et (b) angle d'inclinaison maximal θ de la vitesse des bulles avec la verticale.

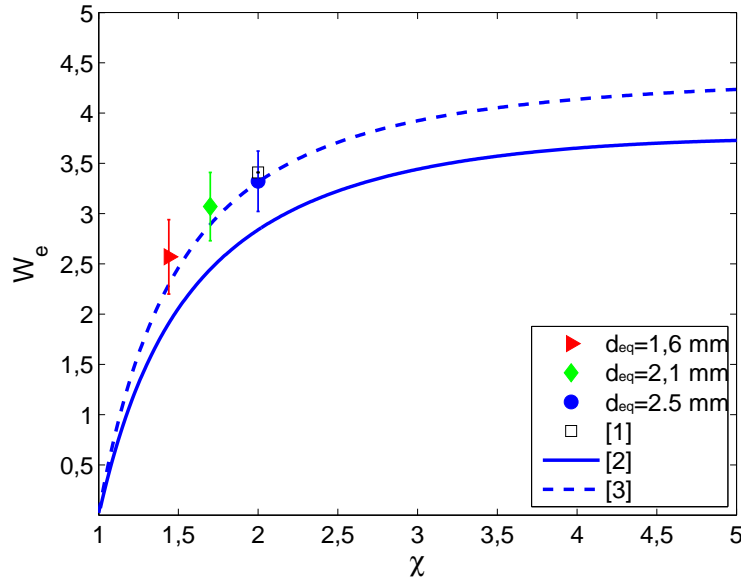


FIG. 1.13 – Nombre de Weber We en fonction du rapport de forme χ de la bulle. [1] Mesure de Ellingsen & Risso (2001) et [2] théorie de Moore (1965) et de [3] Duineveld (1994).

2. Le temps d'échantillonnage $T > 800$ s détermine la convergence statistique des mesures, puisqu'il conditionne le nombre de bulles qui touchent la sonde. Le temps d'échantillonnage minimum est imposé par les plus faibles fractions volumiques.
3. Le seuil s de détection des bulles doit être le plus bas possible pour assurer la détection de toutes les bulles. Nous avons fixé le seuil à $s = 0,01$ V au dessus de la tension correspondant au liquide (Fig. 1.16).

Une fois, le signal brut transformé en signal binaire, nous pouvons calculer la fraction volumique locale par moyenne dans le temps. Elle correspond au nombre N_b de point détecté dans les bulles par rapport au nombre N_T de point total,

$$\alpha = \frac{N_b \delta t}{T} = \frac{N_b}{N_T} \quad (1.6)$$

L'utilisation d'une bisonde peut permettre d'obtenir en plus de la fraction volumique locale la vitesse de l'interface des bulles. Ceci est possible grâce au décalage temporel des deux signaux des sondes optiques (Fig. 1.17). Avant tout, nous avons mesuré l'écartement des deux fibres optiques $d_s = 0,538 \pm 0,011$ mm à l'aide d'un support binoculaire $M3$ de grossissement $\times 60$.

L'estimation des vitesses d'interface des bulles dans l'alignement des deux sondes s'exprime alors,

$$V_i = \frac{d_s}{\Delta t_{12}}, \quad (1.7)$$

où Δt_{12} est le temps écoulé entre les contacts de la bulle avec les deux fibres.

La mesure des vitesses d'interface des bulles a été étudiée en détail par Kiambi *et al.* (2003) et Ellingsen (1998). La sonde optique est un dispositif intrusif, le nombre de bulles

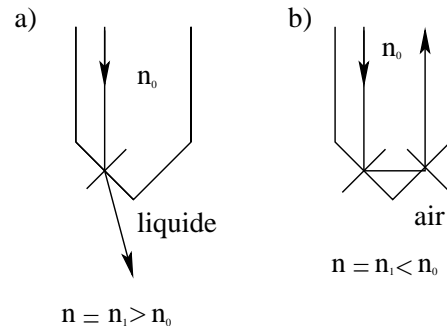


FIG. 1.14 – Schéma de l'extrémité de la sonde optique : l'optrode. -a- Réfraction -b- Réflexion totale

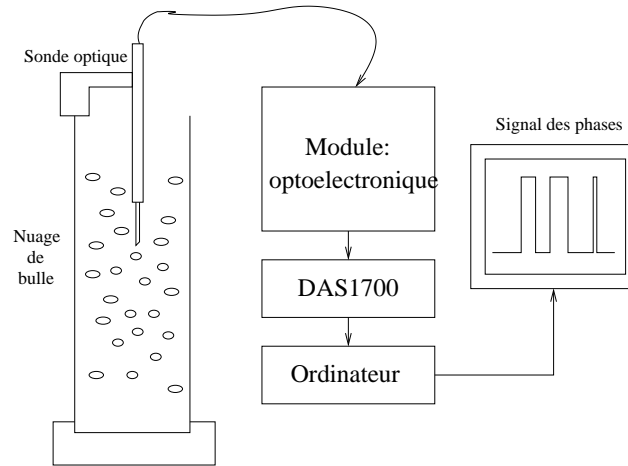


FIG. 1.15 – Chaîne de mesure de la sonde double.

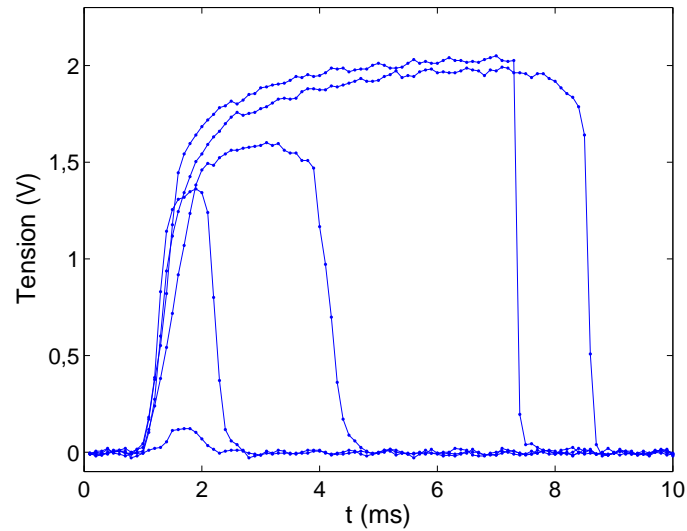


FIG. 1.16 – Les différents signaux possibles de la sonde optique : choix de la tension minimale pour le seuil, permettant de détecter tous les passages des bulles ($s=0,01$ V).

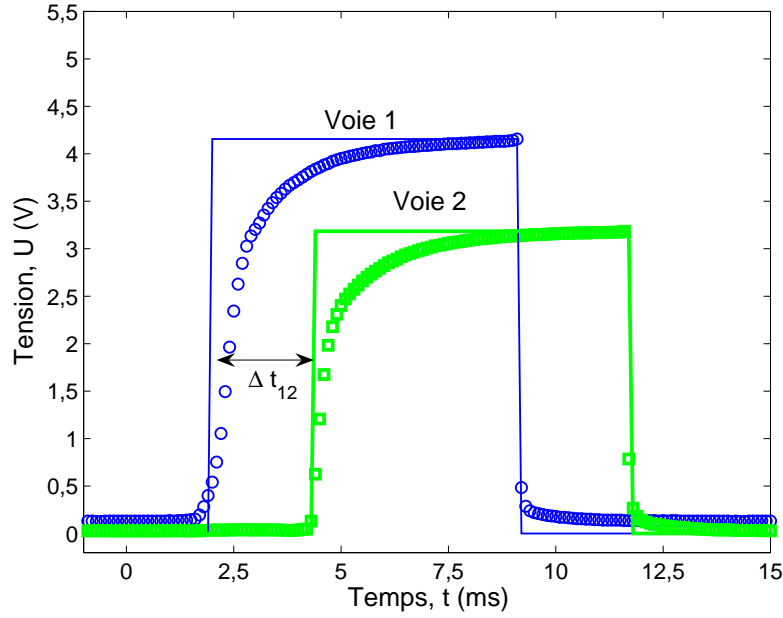


FIG. 1.17 – Détection des deux signaux des voies de la double sonde optique.

perçées par la première fibre est 30 % plus élevé que celui des bulles perçées par la seconde fibre (Kiambi *et al.* (2003)). Souvent la bulle perturbée par le choc avec la première sonde ne touche pas la seconde sonde. Si l'on constate un décalage Δt_{12} des signaux trop importants, on rejette la mesure car elle correspond à une bulle n'ayant pas touché la deuxième sonde.

Les vitesses d'interfaces des bulles ainsi mesurées sont surestimées et ce d'autant plus que la trajectoire des bulles est inclinée par rapport à la verticale (Ellingsen (1998)). Pour s'en convaincre nous avons représenté différents cas possibles d'arrivée de bulle sur la sonde optique (Fig. 1.18). (a) Dans le cas où la bulle a une vitesse parallèle à l'axe d'alignement des fibres optiques, la mesure de la vitesse de la bulle est correcte. (b) Dans le cas où la bulle arrive sur la sonde avec une vitesse latérale, la vitesse est surestimée car la bulle va toucher les deux fibres avec un laps de temps Δt_{12} très petit.

Kiambi *et al.* (2003) montrent que les résultats des signaux de la sonde optique sont plus précis lorsque la taille des bulles augmente. Ceci revient à dire que plus le rapport d_{eq}/d_s est élevé et plus les mesures sont précises. Ayant des bulles de taille fixe, nous avons utilisé une bisonde avec un faible écartement d_s pour obtenir une mesure précise. Dans le cas de Ellingsen (1998), l'écartement entre les deux fibres est de $d_s=3,1$ mm alors que notre sonde a un écartement de $d_s=0,5$ mm (Tab. 1.5). Lorsque l'écartement entre les fibres optiques est faible, les interfaces des bulles peuvent toucher les deux fibres avec un délai Δt_{12} très faible. Les vitesses d'interface sont alors très élevées et il faut déterminer un seuil limite de vitesse V_c correspondant à des vitesses de bulles réalistes.

1.5.2 La convergence statistique de la fraction volumique

Deux possibilités de mesure de la fraction volumique sont possibles : à l'aide d'une sonde optique ou bien en mesurant la hauteur du liquide. On mesure la différence de hauteur du liquide entre le moment où il n'y a pas de bulle et après l'introduction des

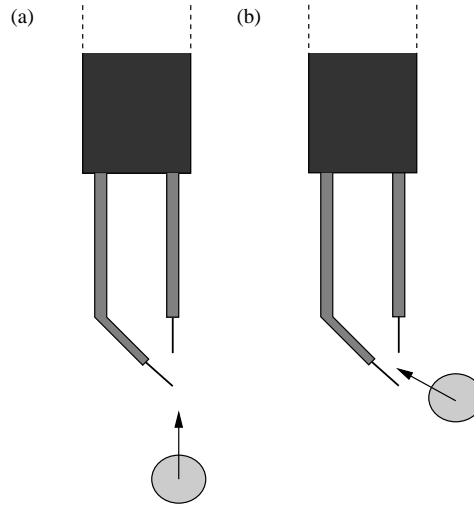


FIG. 1.18 – Les différents cas possibles d’arrivée de la bulle sur la double sonde optique. (a) vitesse de la bulle parallèle à l’axe de la sonde. (b) Vitesse de la bulle faisant un angle avec la verticale

Diamètre des bulles d_{eq} (mm)	d_{eq}/d_s avec $d_s=0,5$ mm	d_{eq}/d_s avec $d_s=3,1$ mm
1,6	3,2	0,5
2,1	4,2	0,7
2,5	5,0	0,8

TAB. 1.5 – Tableau des rapports entre la taille des bulles d_{eq} et l’écartement des fibres optiques d_s pour la mesure des vitesses des bulles V_b dans l’essai.

bulles. Cette mesure est très délicate et peu précise car il est difficile de déterminer correctement la position de l’interface liquide-air à forte fraction volumique. Nous avons préféré mesurer la fraction volumique à l’aide d’une sonde optique simple. La figure 1.19 présente la moyenne de la fraction volumique $\alpha_t(t)$ sur l’intervalle $[0, t]$ pour les différentes gammes de bulles, ce qui permet de juger de la convergence temporelle de la mesure. La fraction volumique moyenne est estimée par la valeur finale de α_t . Pour mieux étudier la convergence, nous avons représenté l’écart à $\pm 2 \%$ sur la mesure finale par deux traits pointillés. Pour toutes les gammes de bulles, la fraction volumique est bien convergée et on remarque que le temps d’acquisition nécessaire à cette convergence est plus important lorsque la fraction volumique est faible. Dans la suite de la thèse, toutes les mesures de fractions volumiques ont été effectuées de cette manière ce qui garantit une précision de $\pm 2 \%$ sur la mesure de la fraction volumique α .

1.5.3 Homogénéité de l’essai de bulles

La mesure avec une sonde optique en différents points de notre cuve remplie d’eau a permis de quantifier l’homogénéité spatiale de l’essai de bulles (Fig. 1.20). Cet essai est créé à partir d’une batterie d’injecteurs positionnés à intervalles réguliers sur la cartouche. La figure 1.20 (c) montre que la mémoire de cet arrangement particulier est perdue à

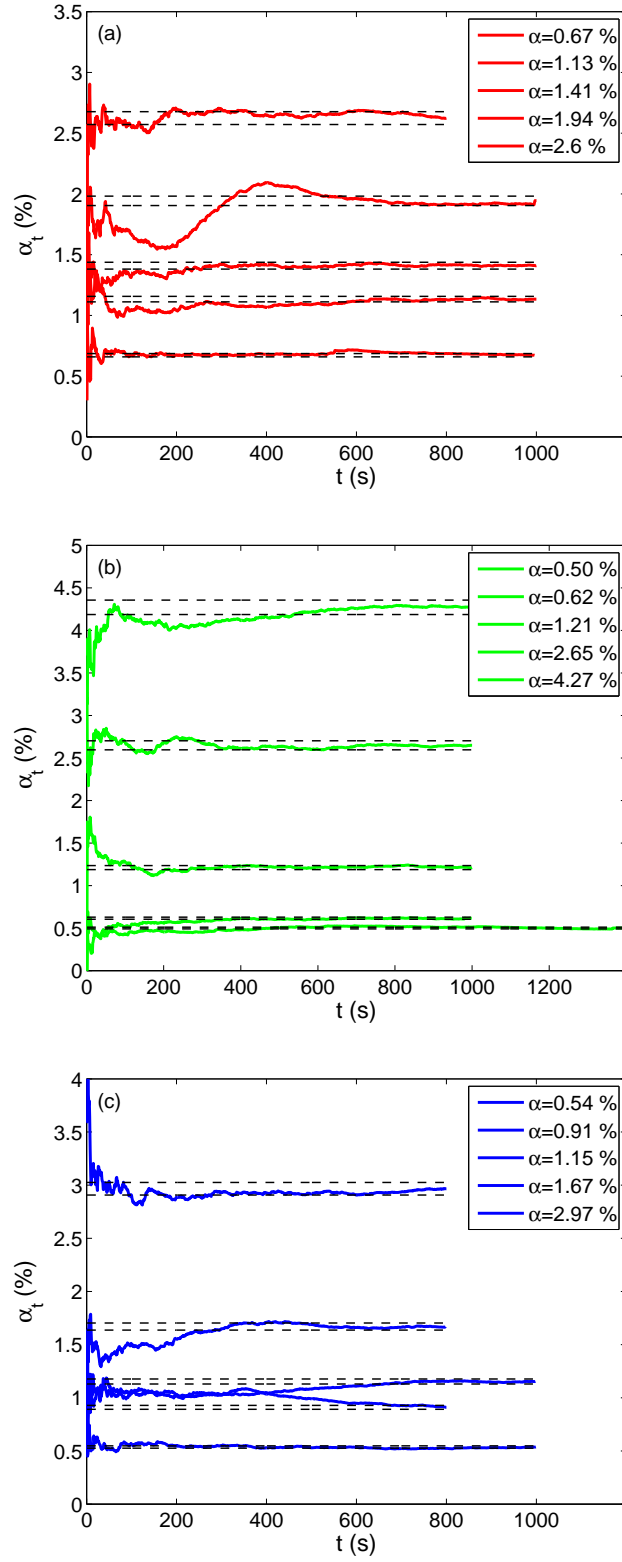


FIG. 1.19 – Moyennes cumulées de la fraction volumique α_t en fonction du temps. (a) Pour les bulles de diamètre $d_{eq}=1,6$ mm, (b) $d_{eq}=2,1$ mm, (c) $d_{eq}=2,5$ mm.

partir d'une hauteur de 200 mm où les bulles se répartissent de manière uniforme dans le réservoir. Dans le plan horizontal, à une hauteur suffisante pour que l'essaim de bulles soit établi ($z=500$ mm), les mesures montrent que la fraction volumique est uniforme dans la zone centrale $-40 \text{ mm} < x, y < 40 \text{ mm}$ (Fig. 1.20 (a) et (b)). Toutes les mesures ultérieures ont été faites dans cette zone de la cuve.

1.5.4 La vitesse d'ascension des bulles dans l'essaim

Cette partie est consacrée aux moyens de mesure des vitesses de bulles pour différentes fractions volumiques et pour les trois tailles de bulles. Comme nous l'avons présenté dans la partie technique, la sonde optique mesure des vitesses d'interface très élevées lorsque les bulles ont une composante de vitesse horizontale importante. Il faut par conséquent déterminer un seuil de coupure V_c au-delà duquel les vitesses mesurées seront considérées comme non représentatives des vitesses de bulles.

Nous avons fait varier la vitesse de coupure V_c du signal pour les petites bulles ($d_{eq}=1,6$ mm) pour estimer son impact sur la vitesse moyenne des bulles $\langle V_b \rangle$ et sur la variance des vitesses de bulles $\overline{v_b'^2}$ (Fig. 1.21 (a) et (b)). Sur la figure (a), la vitesse à $\alpha=0$ % est la vitesse de la bulle isolée mesurée au §1.4. Les vitesses moyennes et la variance des vitesses de bulles augmentent avec la vitesse de coupure. Les deux figures 1.21 (a) et (b), nous indiquent que les résultats ne sont pas réalistes pour des vitesses de coupure plus grandes que 1,0 m/s car les vitesses moyennes des bulles sont alors trois fois plus élevées que la vitesse V_0 de la bulle isolée. Si l'on regarde maintenant la borne inférieure (Fig. 1.22 (a)), on constate qu'en dessous de 0,6 m/s, les vitesses moyennes chutent énormément. Nous avons donc décidé de fixer la vitesse de coupure à $V_c=0,7$ m/s. On remarque cependant que quelle que soit la vitesse de coupure utilisée, la vitesse la plus probable reste constante (Fig. 1.22 (b)). La pertinence du choix de cette vitesse de coupure est illustrée sur la figure 1.23 par la représentation des d.d.p. des vitesses de bulles sur l'intervalle [0-0,7] m/s.

En résumé, nous avons montré que notre essaim est homogène et établit spatialement, que la fraction volumique est bien convergée statistiquement et enfin que la mesure des vitesses de bulles nécessite un seuil que nous avons fixé à deux fois la vitesse moyenne des bulles.

1.6 Mesure de la phase continue

La mesure de la phase continue est difficile, d'une part parce que le signal est complexe, discontinu et intermittent et d'autre part parce que la mesure laser est perturbée lorsque la fraction volumique augmente, l'essaim étant de plus en plus opaque. Dans cette partie consacrée à la mesure de la phase continue, nous présenterons les moyens de mesures des fluctuations du liquide par Anémométrie Laser Doppler et par PIV (Particle Image Velocimetry).

1.6.1 Anémométrie Doppler Laser : ADL

L'objectif est ici de déterminer la fiabilité de nos mesures ADL. Pour cela nous présenterons brièvement le principe de la mesure ADL puis sa mise en œuvre et la validation des mesures.

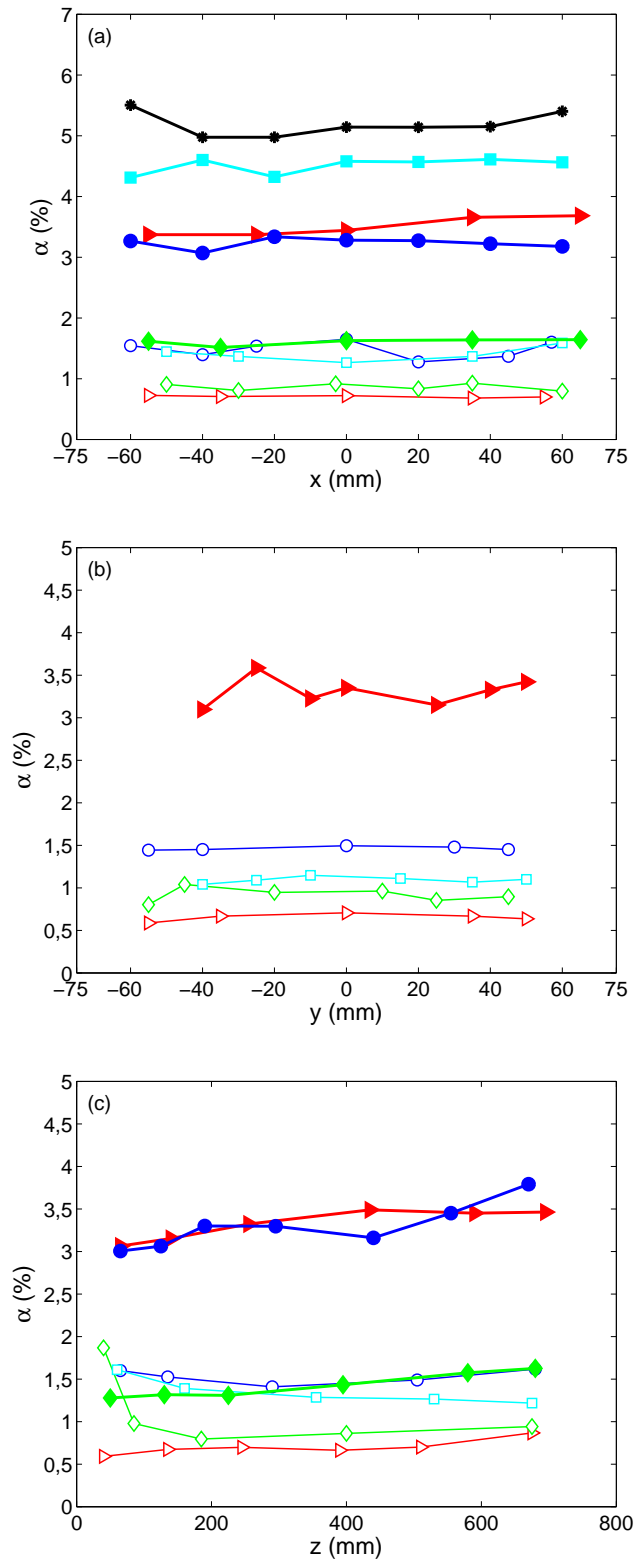


FIG. 1.20 – Fraction volumique α en différents points de la cuve (x, y, z) . (a) Dans la direction horizontale x et (b) dans la direction horizontale y à $z=500$ mm des injecteurs. (c) Dans la direction verticale z au centre du canal ($x=y=75$ mm), pour l'essai composé des plus grosses bulles ($d_{eq}=2,5$ mm).

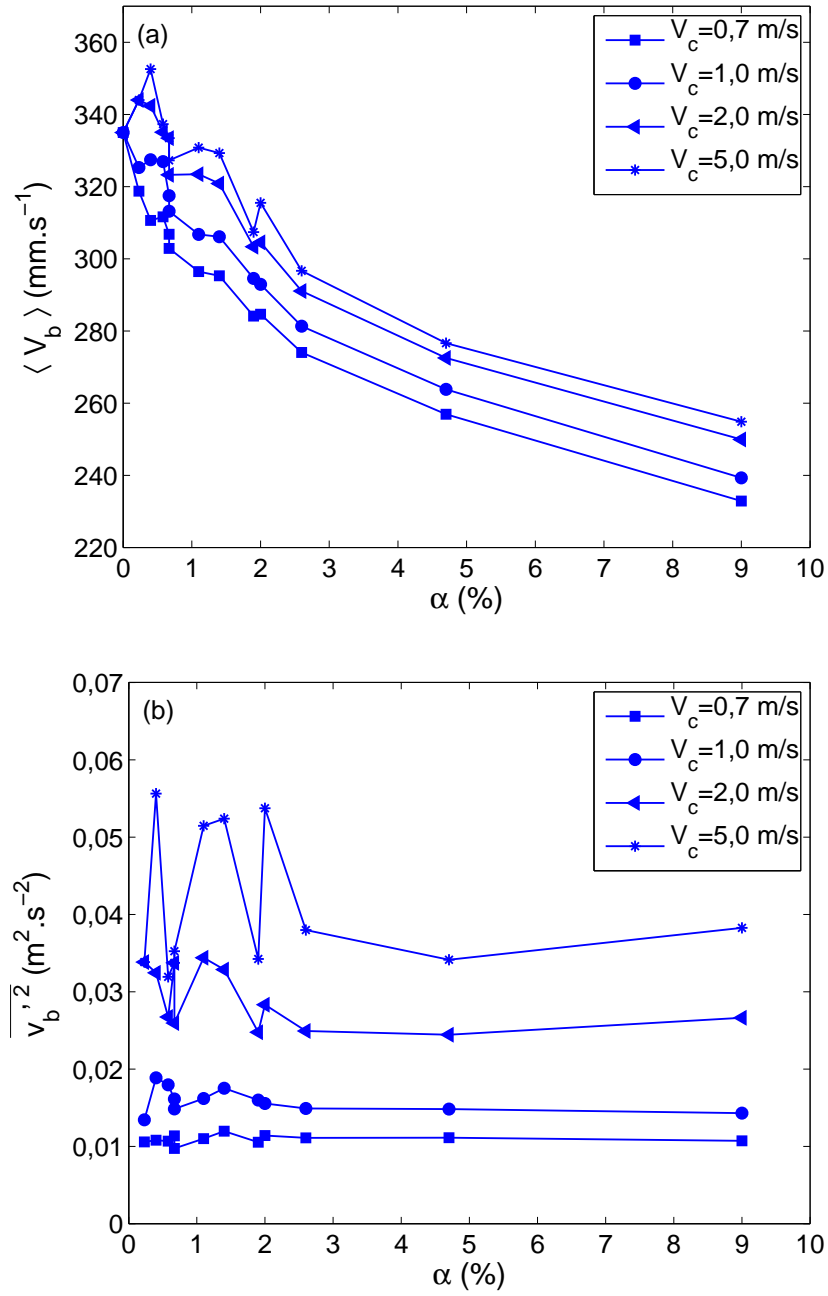


FIG. 1.21 – (a) Evolution de la vitesse moyenne des bulles $\langle V_b \rangle$ et (b) de la variance $\overline{v_b'^2}$ en fonction de la fraction volumique α pour différentes vitesses de coupe V_c ($d_{eq}=1,6$ mm).

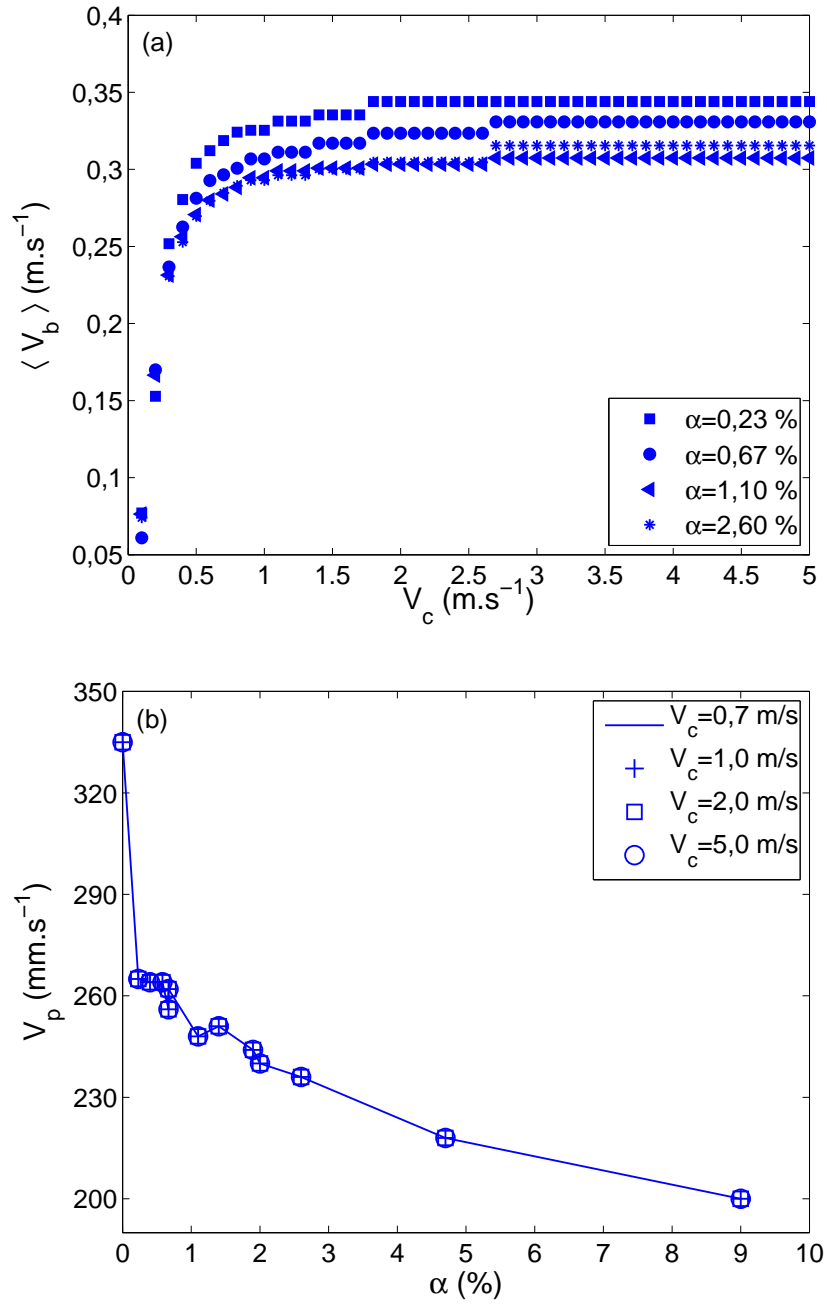


FIG. 1.22 – (a) Vitesse moyenne $\langle V_b \rangle$ des bulles en fonction de la vitesse de coupe V_c du signal brut. (b) Vitesse la plus probable V_p en fonction de la fraction volumique α pour différentes vitesses de coupe V_c ($d_{eq}=1,6$ mm).

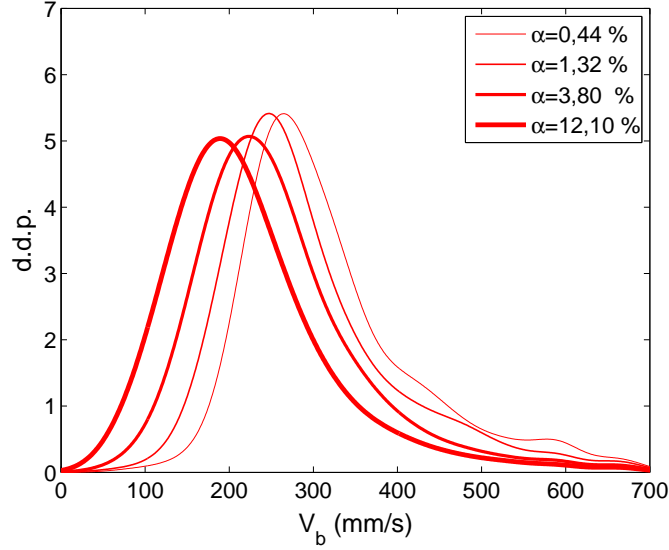


FIG. 1.23 – d.d.p. des vitesses de bulles V_b pour les bulles de diamètre $d_{eq}=1,6$ mm pour différentes fractions volumiques α .

1.6.1.1 Principe de la mesure

La mesure ADL est une mesure non intrusive, sans calibration, qui permet de déterminer la vitesse du liquide à des instants aléatoires. Un Laser Spectra-Physics bicomposante 2016 est disposé à l'extérieur de la cuve, et produit deux faisceaux, l'un de longueur d'onde $\lambda=488$ nm (bleu) et l'autre $\lambda=514,5$ nm (vert). Une lentille de focale $f=80$ mm est utilisée en sortie du laser pour faire converger les deux faisceaux (Fig. 1.24 (a)). L'intersection des faisceaux définit alors un volume de mesure de forme ellipsoïdale de dimension $dx \times dy \times dz$ permettant la mesure de la vitesse verticale et horizontale du fluide (Fig. 1.24 (b)). Nous avonsensemencé l'eau avec des particules d'iriodim 111 suffisamment petites pour suivre les mouvements du fluide sans le perturber (Ellingsen (1998)). Lorsque les particules passent dans l'élément de mesure, elles diffusent la lumière des faisceaux vers un photomultiplicateur Dantec 55×34 qui la convertit en un signal électrique. Nous avons utilisé le laser en mode de rétrodiffusion. On utilise un système nommé *Burst Spectrum Analyzer* (BSA) 57N10 pour déterminer la fréquence Doppler et donc la vitesse du liquide en analysant les données reçues par le photomultiplicateur. Le BSA discrétise le signal et calcule numériquement la fréquence Doppler f_D par FFT. La vitesse du liquide U est alors déterminée à l'aide de la formule,

$$U = f_D \frac{\lambda}{2 \sin(\theta)} , \quad (1.8)$$

où θ est le demi-angle entre les faisceaux incidents et λ la longueur d'onde du faisceau laser (Fig.1.24).

1.6.1.2 Mise en œuvre et validation

La fréquence d'acquisition et la convergence des mesures

L'évolution de la fréquence d'acquisition nous renseigne sur le nombre de mesures ADL effectuées par seconde (Fig. 1.25). Cette évolution est clairement liée à la fraction

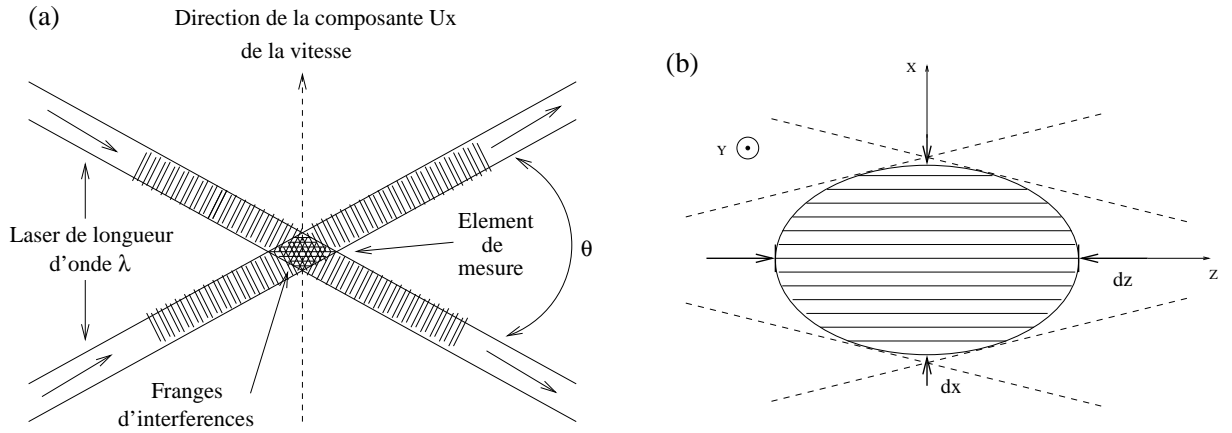


FIG. 1.24 – (a) Intersection des faisceaux laser : le réseau de franges et (b) l'élément de mesure ellipsoïdale.

volumique (Marié (1983)). En effet, lorsque la fraction volumique est trop importante, les faisceaux du laser sont réfléchis par les interfaces des bulles. Dans notre cas, la fréquence d'acquisition des mesures décroît linéairement avec la fraction volumique pour les trois gammes de bulles étudiées¹. Il faudra donc d'autant plus de temps d'acquisition pour obtenir des statistiques de vitesse du liquide correctement convergées à forte fraction volumique.

Si l'on regarde la convergence temporelle des mesures statistiques de vitesse du liquide (Fig. 1.26), on constate que les temps d'acquisition sont suffisamment grands pour obtenir assez d'échantillons N et assurer la convergence des d.d.p. . Sur la figure 1.26 (1) et (2), la convergence des fluctuations verticales et horizontales est atteinte pour un nombre d'événements compris entre $5.10^3 \leq N < 1.10^4$. Pour chacune de nos acquisitions, le nombre de mesures est compris entre $N=1.10^4$ et $N=8,6 \cdot 10^4$ (Fig. 1.25), ce qui correspond à des temps d'acquisition compris entre $t=800$ s et $t=1200$ s. Nous avons donc choisi des temps d'acquisition ou nombre d'échantillons suffisant pour garantir la convergence statistique de toutes nos mesures.

Mesures à différentes hauteurs

Des mesures effectuées au centre du canal à différentes hauteurs z des injecteurs et, ont montré qu'à partir de $z=300$ mm, les statistiques des fluctuations du liquide créées par le mouvement des bulles sont toutes les mêmes (Fig. 1.27). Ce résultat est valable pour les fluctuations horizontales et verticales et quelle que soit la cartouche d'injecteur considérée. A partir de cette hauteur, nous pouvons considérer que les statistiques des fluctuations sont indépendantes de la position verticale. Par la suite, tous les résultats ADL proviennent de mesures effectuées à une hauteur de $z=500$ mm des injecteurs.

Les différents volumes de mesure

La dimension de l'élément de mesure est régie par l'optique du laser (§1.6.1.1). Deux campagnes de mesures avec des optiques différentes ont été réalisées (Tab. 1.6). Les d.d.p. des fluctuations de vitesse pour $\alpha \approx 1,7$ % montrent que le gros volume de mesure filtre en partie les grandes vitesses (Fig. 1.28 (1)). Risso & Ellingsen (2002) ont utilisé un volume

¹ En extrapolant l'évolution de la fréquence d'acquisition jusqu'à zéro, on constate que nous ne pouvons faire des mesures au-delà de $\alpha=6$ %.

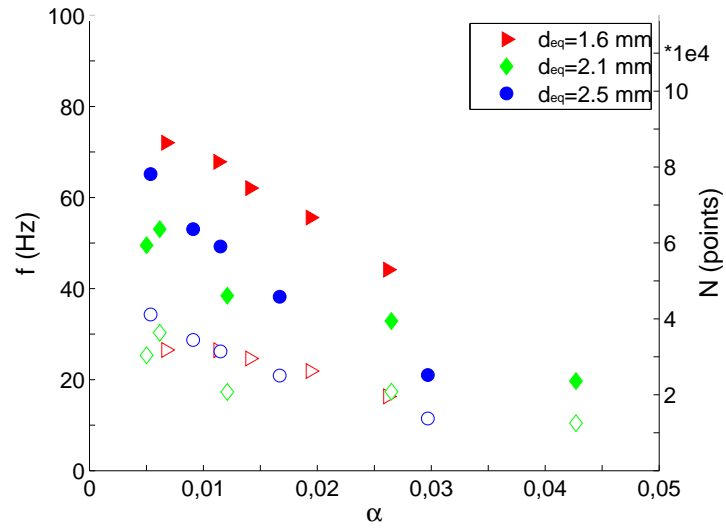


FIG. 1.25 – Evolution de la fréquence f moyenne d'acquisition et du nombre d'échantillons N par acquisition avec la fraction volumique α . -Symboles plein- pour la mesure de la vitesse verticale et -symboles vides- pour la vitesse horizontale.

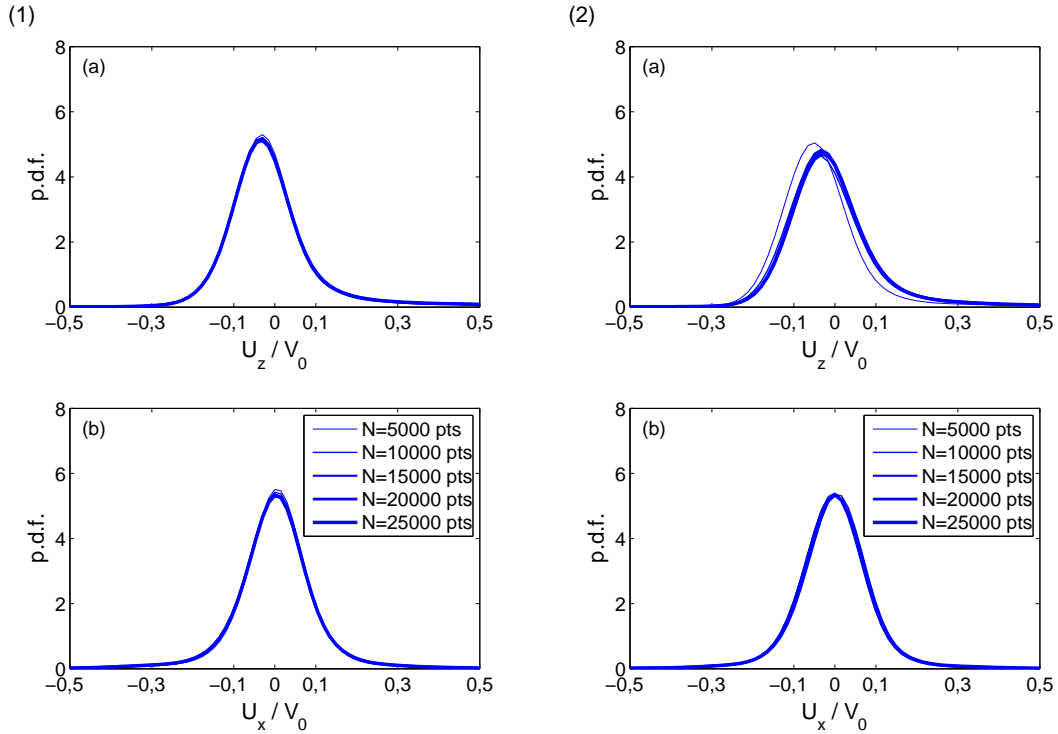


FIG. 1.26 – Convergence temporelle des signaux ADL de fluctuations de vitesse du liquide (a) dans la direction verticale et (b) horizontale pour les deux gammes de bulles (1) $d_{eq}=1,6$ mm et (2) $d_{eq}=2,5$ mm à faible fraction volumique.

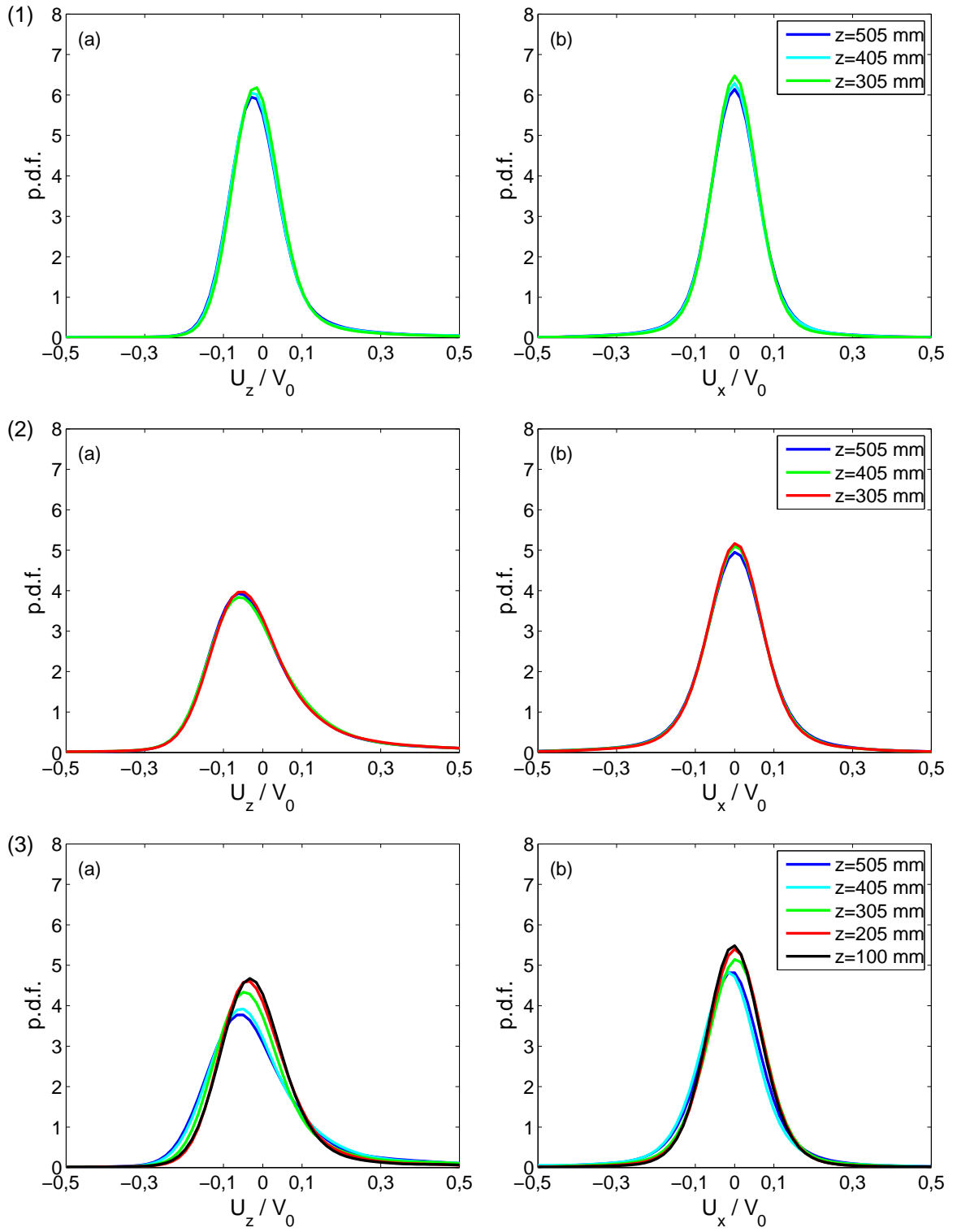


FIG. 1.27 – Fonctions de densité de probabilité (d.d.p.) des fluctuations (a) verticales et (b) horizontales du liquide mesurées à différentes hauteurs des injecteurs pour les trois gammes de capillaires. (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

Volume	focale (mm)	$d_x=d_y$ (mm)	d_z (mm)
Gros	305	0,08	0,66
petit	80	0,04	0,15

TAB. 1.6 – Taille des deux différents volumes de mesure ADL.

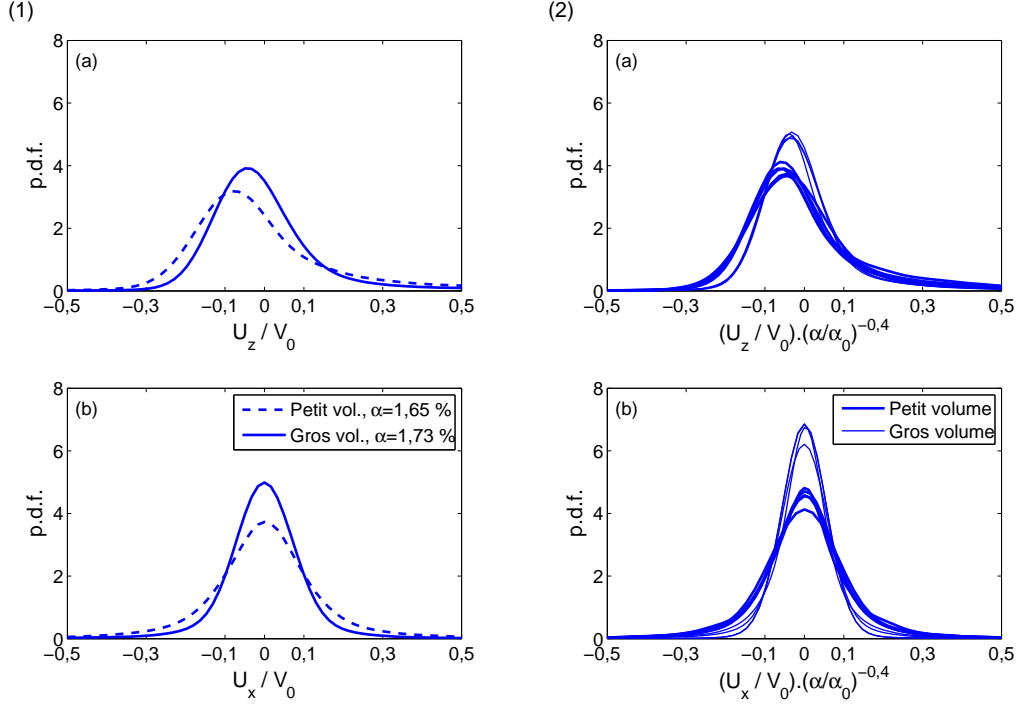


FIG. 1.28 – Comparaison des d.d.p. pour les deux volumes de mesure ($d_{eq}=2,5$ mm). (1) Comparaison à une même fraction volumique. (2) Comparaison de la normalisation des d.d.p. par la loi de Risso & Ellingsen (2002) en $V_0 \alpha^{0.4}$ pour les fractions volumiques $\alpha=0,54$ %, $0,91$ %, $1,15$ %, $1,67$ % et $2,97$ %.

de mesure de la même taille que notre plus petit volume. En utilisant la normalisation des fluctuations de vitesse en $V_0 \alpha^{0.4}$ proposée par les auteurs, nous constatons que les d.d.p. sont auto-similaires (Fig. 1.28 (2)). L'auto-similarité est vérifiée pour les deux volumes de mesure². Pour les mesures ADL précédentes et suivantes, nous avons utilisé le petit volume de mesure.

1.6.2 Véllocimétrie par image de particules : PIV

La technique d'Anémométrie Laser Doppler a été utilisée pour mesurer les statistiques en un point des fluctuations de vitesse du liquide engendrées par un essaim de bulles. Dans cette partie, nous présenterons la technique utilisée pour mesurer les champs instantanés de vitesse du liquide à l'aide de la vélocimétrie par image de particules.

² La discussion de cette normalisation est présentée au prochain chapitre.

1.6.2.1 Dispositif expérimental et principe

Des mesures PIV ont été effectuées dans l'essai et derrière l'essai en utilisant notre manipulation en mode *essai de bulles* après avoir arrêté le débit d'air (Fig. 1.29 (b)). Le dispositif expérimental est constitué d'un laser continu de marque New Wave (Pegasus) impulsif dont le tir à une fréquence $f=200$ Hz et avec une énergie de 10 mJ et généré à l'aide d'un cristal NdYLF. A l'aide d'une lentille cylindrique est produite une nappe verticale dans notre écoulement (Fig. 1.29 (a)). A la perpendiculaire de la nappe laser, nous disposons une caméra rapide Photron ultima (APX) 1024×1024 pixels filmant un champ de 5,12 cm² couvrant 1/3 de la largeur de notre cuve. L'objectif de la caméra est un 55 mm dont le diaphragme est réglé à une ouverture de $f_{\#}=11$. La fenêtre de vue est positionnée au centre du canal à une hauteur de 400 mm des injecteurs. Le laser de longueur d'onde $\lambda=527$ nm excite des particules de rhodamine fluorescentes émettant dans le rouge ($\lambda \approx 600$ nm) lorsque celles-ci passent dans le mince feuillet lumineux ($\approx 0,8$ mm). Ces particules préalablement introduites dans la cuve, jouent le rôle de traceur du liquide. Sur l'objectif de la caméra, nous fixons un filtre interférentiel passe-haut pour filtrer les longueurs d'ondes inférieures à 527 nm, ce qui permet de ne visualiser que les longueurs d'ondes émises par les particules de rhodamine (Fig. 1.30). En déterminant la distance parcourue par les particules entre deux images, nous pouvons déterminer le champ de vitesse instantanée du fluide.

Les différents paramètres permettant une bonne mesure par PIV sont liés aux particules utilisées comme traceurs. Le choix des particules dépend de :

1. La visibilité des particules dans l'écoulement. Cette visibilité dépend du choix des particules et de l'intensité de la nappe laser. Les particules de rhodamine encapsulées par de la résine de mélanine permettent d'avoir une émission satisfaisante. L'intensité moyenne de la nappe laser sur 1000 images derrière l'essai de bulles est représentée sur la figure 1.31. L'intensité moyenne de la nappe ne varie que de 20 niveaux de gris ce qui est peu comparé au 700 niveaux de gris de dynamique utilisés pour la mesure PIV. L'interpolation de l'intensité de la nappe par une fonction quadratique, nous laisse penser que le champ de notre caméra est proche de l'intensité maximale de la nappe laser et que la longueur verticale de la nappe est ≈ 75 mm. L'intensité laser moyenne verticale peut donc être considérée comme uniforme.
2. La taille des particules d_p est directement liée à leur vitesse de chute. Dans un liquide au repos, une particule subit deux forces, la trainée et la flottabilité. En égalisant les deux forces et en considérant des particules sphériques, nous pouvons calculer la vitesse terminale des particules ($R_e \ll 1$) :

$$V_p = \frac{1}{18} (\rho_p - \rho_L) \frac{d_p^2 g}{\mu_L} , \quad (1.9)$$

où la masse volumique des particules de rhodamine est $\rho_p=1500$ kg/m³, ρ_L et μ_L la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide. Sur la figure 1.32, nous avons représenté la vitesse de chute des particules V_p et le temps de chute t_p correspondant pour une distance de 80 cm (hauteur de remplissage de la cuve). Pour garantir des vitesses et des temps de chutes acceptables, Il faut rester dans la gamme de diamètre $d_p=1-30$ μ m. Parmi les trois gammes de particules de rhodamine disponibles (Tab. 1.7), nous avons choisi les plus petites.

La taille des traceurs connue, nous pouvons calculer le diamètre effectif d_i des tâches

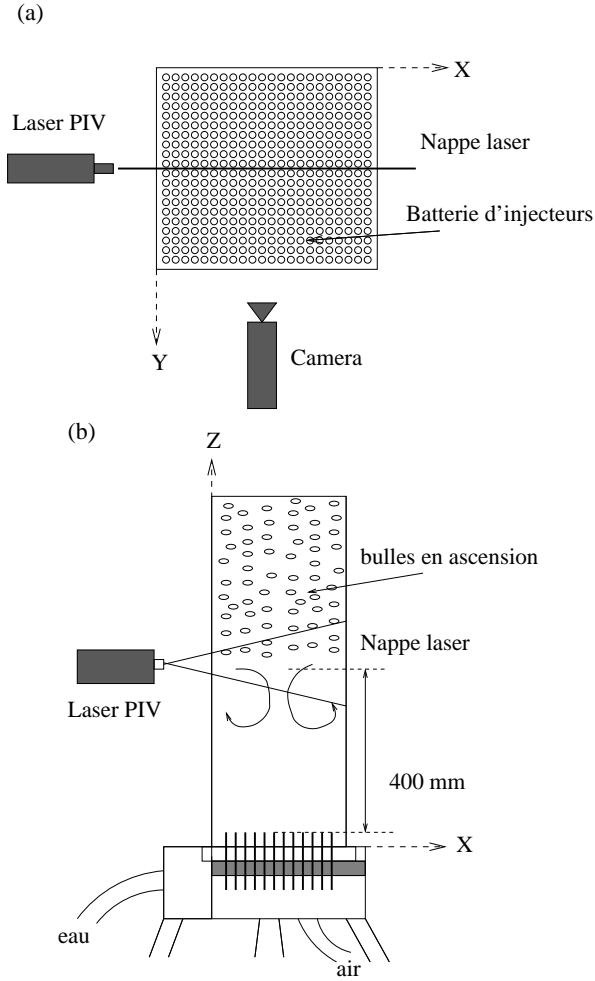


FIG. 1.29 – Dispositif expérimental pour la mesure PIV dans et derrière l’essaim. (a) Vue de dessus. (b) Vue de face.

d_p (μm)	V_p (mm/s)	S_t	t_p (s)
10	0,027	$4,0 \cdot 10^{-4}$	8 h 9 min 19 s
30	0,245	$1,1 \cdot 10^{-2}$	54 min 22 s
75	1,533	$1,7 \cdot 10^{-1}$	8 min 42 s

TAB. 1.7 – Différentes particules de rhodamine disponibles : diamètre moyen d_p , vitesse de chute V_p , nombre de Stokes correspondant $S_t = (\rho_p d_p V_t) / \mu_f$ et temps de chute t_p .

de lumière correspondantes formées dans notre image. Cette dimension est principalement déterminée par la diffraction de l’objectif,

$$d_i = \sqrt{M^2 d_p^2 + (2,44 (1 + M) f_\# \lambda)^2} \quad (1.10)$$

Cela donne $d_i = 19 \cdot 10^{-6}$ m pour des particules de rhodamine de taille $d_p = 10 \mu\text{m}$ et un grossissement $M = 0,345$. Le diamètre effectif sur l’image PIV est un peu plus grand que la taille d’un pixel de la caméra c’est-à-dire $17,5 \mu\text{m}$.

3. La concentration de traceur : Si la concentration est trop élevée, les traceurs ne seront plus visibles individuellement, et si elle est trop faible, les traceurs ne seront

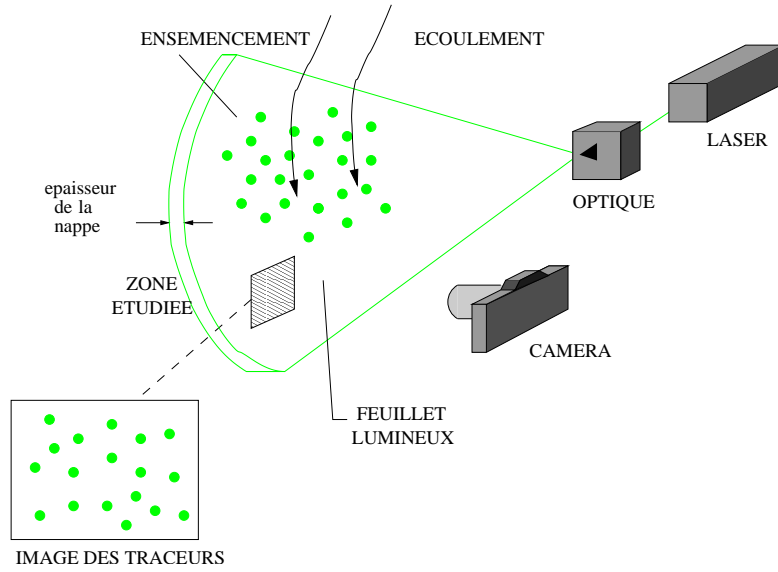


FIG. 1.30 – Système optique pour la mesure PIV.

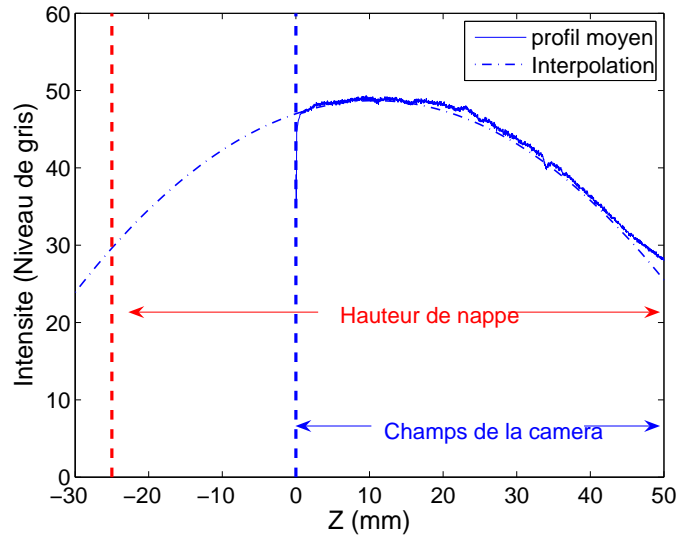


FIG. 1.31 – Intensité moyenne de la nappe laser dans le champ de la caméra.

pas distribués uniformément dans l'image. Le choix de la concentration est donc lié à la taille des traceurs, à la masse de traceurs introduite dans la cuve et au nombre de traceurs que l'on veut dans une image. Le nombre de traceurs dépend de l'épaisseur e de la nappe et de la taille de l'image. En fait, l'image PIV est divisée en fenêtres d'interrogation carrées (maille) de côté δ . La mesure PIV est de bonne qualité lorsqu'il y a un minimum de $n_p=10$ particules par maille, ce qui correspond à avoir une concentration de 10^{10} à 10^{11} particules par m^3 . La masse de particule nécessaire à l'ensemencement pour les différentes tailles de fenêtre d'interrogation est donnée par la formule ci-dessous,

$$m_p = \frac{n_p \rho_p V_T v_p}{e \delta^2}, \quad (1.11)$$

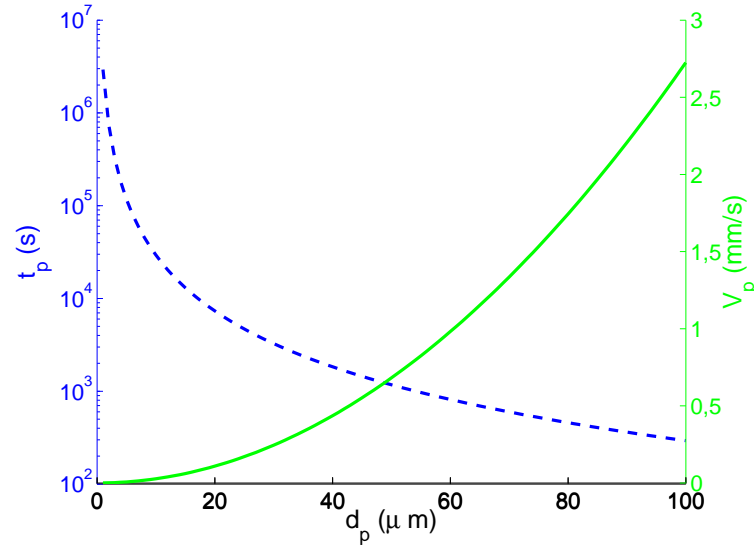


FIG. 1.32 – Vitesse terminale V_p et temps de chute t_p de particule de rhodamine dans notre cuve en fonction du diamètre des particules d_p .

où ϑ_p est le volume d'une particule et V_T le volume de la cuve. Le tableau 1.8 présente la masse nécessaire de particules en fonction de la taille des mailles de l'image en pixels. Les critères pour la mesure sont vérifiés pour les deux maillages 16×16 et 32×32 pixels. A priori, il est préférable de diviser notre image en maille de taille $\delta = 16$ pixels = 0,8 mm de façon à avoir des mailles cubiques.

4. La fréquence d'acquisition. Si la fréquence est trop faible, le déplacement excessif des particules entre deux images requiert une maille de grande taille pour le calcul du champ de vecteur. Par contre si la fréquence est trop importante, le déplacement des particules sera faible et plus difficile à mesurer. Le mouvement d'une particule dans une maille doit être compris entre $1/10$ et $1/4$ de la maille. Nous avons choisi une fréquence d'acquisition de $f = 200$ Hz. En considérant le critère précédent, nous pouvons donc calculer la gamme de vitesse du liquide (ou des particules) possible à mesurer (Tab. 1.8). Pour le maillage 16×16 , la vitesse la plus petite est de 0,016 m/s.

1.6.2.2 Les champs de vitesses

Les champs de vitesses sont obtenus en déterminant le déplacement des particules entre deux images successives. Ce traitement est réalisé avec le logiciel PIVis développé à l'IMFT par E. Cid dans le groupe *Signaux et Images* (Cid & Gardelle (2005)).

L'algorithme utilisé, divise l'image en N fenêtres d'interrogation carrées de côté δ , puis détermine le déplacement moyen des particules dans chaque maille à partir du maximum de la corrélation entre les deux images successives calculé à l'aide d'un algorithme itératif avec déformation de maille (Cid & Gardelle (2005)). Nous avons utilisé un taux de recouvrement des mailles de $1/2$ pour augmenter la résolution spatiale de nos mesures. Selon le maillage utilisé pour le calcul du champ de vecteur, il apparaît des vecteurs *faux*. Dans tous les cas, les bords des champs calculés avec PIVis contiennent des vecteurs faux que nous avons retirés (Tab. 1.8). Quelque soit le maillage utilisé la taille des bords retirés

est $L_b \approx 3-5$ mm. Pour les vecteurs aléatoirement positionnés à l'intérieur du champ, nous avons utilisé une méthode de détection par la norme de la vitesse $\| U \|$. On rejette du champ les points dont la norme est $\| U \| \geq 0,5$ m/s.

(a)

δ (pixels)	δ (mm)	m_p (g)	particules / m ³
8	0,4	1,16	$6,55 \cdot 10^{10}$
16	0,8	0,29	$1,64 \cdot 10^{10}$
32	1,6	0,07	$4,10 \cdot 10^9$
64	3,2	0,02	$1,02 \cdot 10^9$

(b)

V_{min}/V_{max} (m/s)	N_b	L_b (mm)
0,008 - 0,02	1	3,23
0,016 - 0,04	2	3,23
0,032 - 0,08	6	4,85
0,064 - 0,16	8	3,23

TAB. 1.8 – (a) Masse m_p de particule de rhodamine pour l'ensemencement optimal et concentration correspondante pour différentes tailles de maille δ . (b) Gamme de vitesse mesurable V_{min} et V_{max} , nombre de maille retiré des bords N_b et la longueur correspondante L_b en fonction de la taille de la maille.

1.6.2.3 La mesure dans l'essai de bulles

La première étape de l'analyse des mesures PIV fut de regarder si les mesures dans l'essai de bulles étaient possibles. Il suffit de regarder une image PIV et le champ de vecteur correspondant pour se rendre compte de la difficulté de traitement et des images prises dans l'essai (Fig. 1.33). Le nombre important de bulles dans l'image, la réflexion par les interfaces des bulles créent des zones d'ombre et engendrent un grand nombre de vecteurs erronés. Nous avons donc abandonné les mesures dans l'essai pour nous concentrer sur les mesures derrière l'essai où les vecteurs faux sont nettement moins nombreux. En effet, avec un maillage 16×16 et avec la détection par la norme de la vitesse, on a 4,88 % de vecteurs faux pour un champ dans le nuage et 0,13 % de vecteurs faux détectés derrière l'essai.

Avant de passer aux mesures derrière l'essai, nous souhaitons montrer qu'elles sont les conséquences des vecteurs faux dûs à la présence des bulles sur la détermination des spectres de puissance du signal de vitesse. La figure 1.34 montre les spectres des composantes horizontales et verticales du liquide moyennés sur la fenêtre de mesure. Ces spectres exhibent une pente en λ^2 due aux discontinuités (Fig. 1.35) causées par les vecteurs faux liés à la présence des bulles. Aucune information physique pertinente ne peut être extraite de ces mesures.

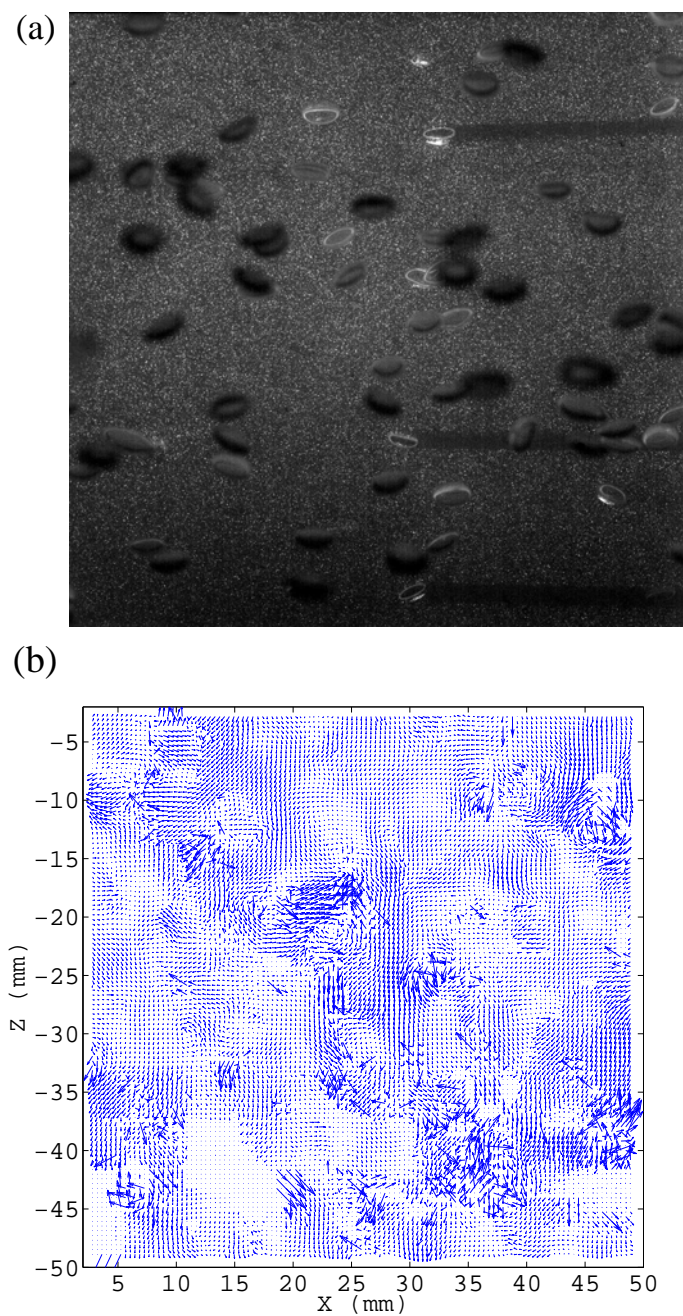


FIG. 1.33 – Une image dans l’essaim (a) et le champ de vecteur correspondant calculé avec PIVis (b) pour les bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm et la fraction volumique $\alpha=0,46$ %.

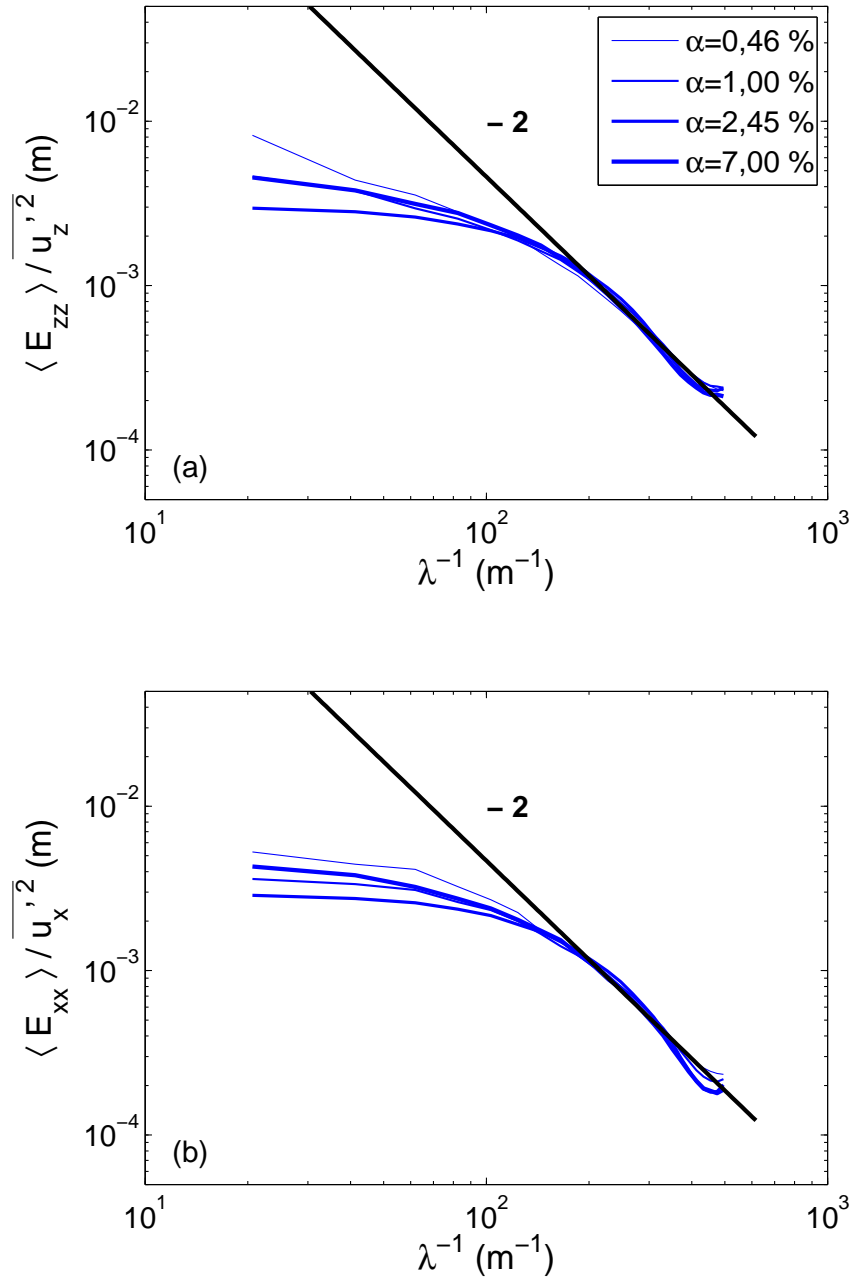


FIG. 1.34 – Spectres d'énergie moyen (a) dans la direction verticale $\langle E_{zz} \rangle / \overline{u_z'^2}$ et (b) horizontale $\langle E_{xx} \rangle / \overline{u_x'^2}$ mesurés dans l'essai pour différentes fractions volumiques α ($d_{eq}=2,5$ mm).

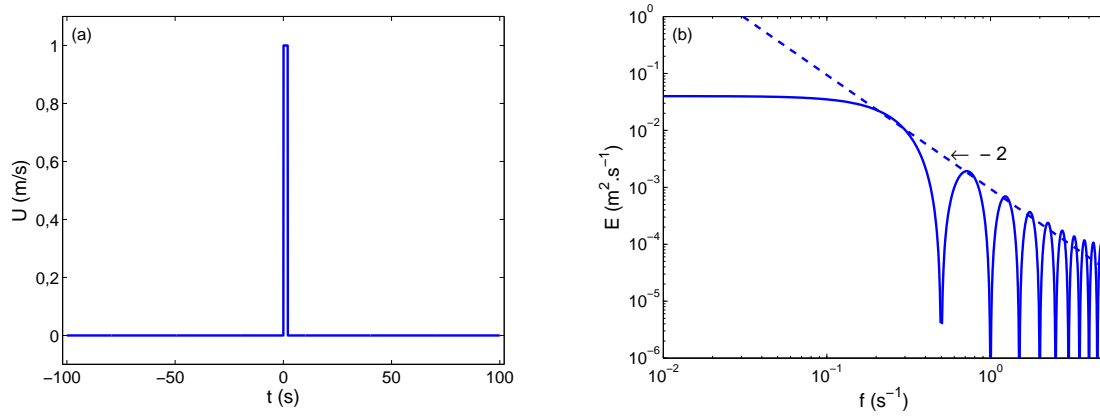


FIG. 1.35 – (a) Représentation de la fonction porte et (b) de son spectre.

1.6.2.4 Derrière le nuage : les différents maillages

Nous considérons maintenant les mesures derrière l'essaim de bulles obtenues dans la fenêtre de mesure après le passage des bulles. Le front de bulles séparant l'arrière de l'essaim à la zone diphasique qui le suit n'est pas une frontière nette. Nous définissons ici l'origine des temps par l'instant où la dernière bulle a quitté la fenêtre de mesure après l'arrêt du débit de gaz. La première image PIV sans bulle correspond donc à $t=0$ s, les précédentes correspondant à des temps négatifs. Le champ correspondant à l'instant $t=0,01$ s, juste derrière l'essaim de bulles, est utilisé dans l'analyse qui suit.

A) Les champs de vecteur

Dans cette partie, nous présentons les calculs PIV effectués avec les différents maillages possibles (Fig. 1.36 et 1.37). Les rares vecteurs faux ponctuels présents dans les champs sont éliminés par seuillage sur la norme. Avec un seuil à 0,5 m/s le nombre de vecteurs faux est zéro pour le maillage 32×32 et l'on détecte seulement un vecteur faux pour les maillages 16×16 et 64×64 . Pour le maillage 8×8 , nous avons utilisé un seuil plus bas de 0,08 m/s qui supprime 0,54 % des vecteurs, et pourtant des vecteurs incohérents restent encore visibles sur la figure 1.38 (d). Les paramètres de la mesure PIV semblent donc bien optimaux pour le maillage 16×16 .

B) Homogénéité

Le champ de vitesse après le passage de l'essaim étant instationnaire, le calcul des moments statistiques nécessite l'emploi de moyennes spatiales. La direction verticale n'étant pas une direction d'homogénéité la question se pose de la validité de moyenner les mesures sur toute la hauteur de la fenêtre de mesure PIV. Pour juger de l'homogénéité à la fois dans les directions horizontale (x) et verticale (z), le champ est découpé en cinq bandes verticales (ou horizontales) de même largeur. Pour les bandes verticales, les variances $\overline{u_x'^2}(z)$ et $\overline{u_z'^2}(z)$ sont calculées par moyenne sur la largeur de la bande dans la direction x . Réciproquement, pour les bandes horizontales, $\overline{u_x'^2}(x)$ et $\overline{u_z'^2}(x)$ sont calculées par moyennes dans la direction z . Les figures 1.39 et 1.40 comparent les résultats obtenues pour les variances calculées pour les deux bandes les plus extrêmes avec la variance totale calculée sur la largeur totale de la fenêtre (soit sur l'ensemble des cinq bandes). Dans la direction verticale z , les variances des vitesses de la première bande (gauche du champ)

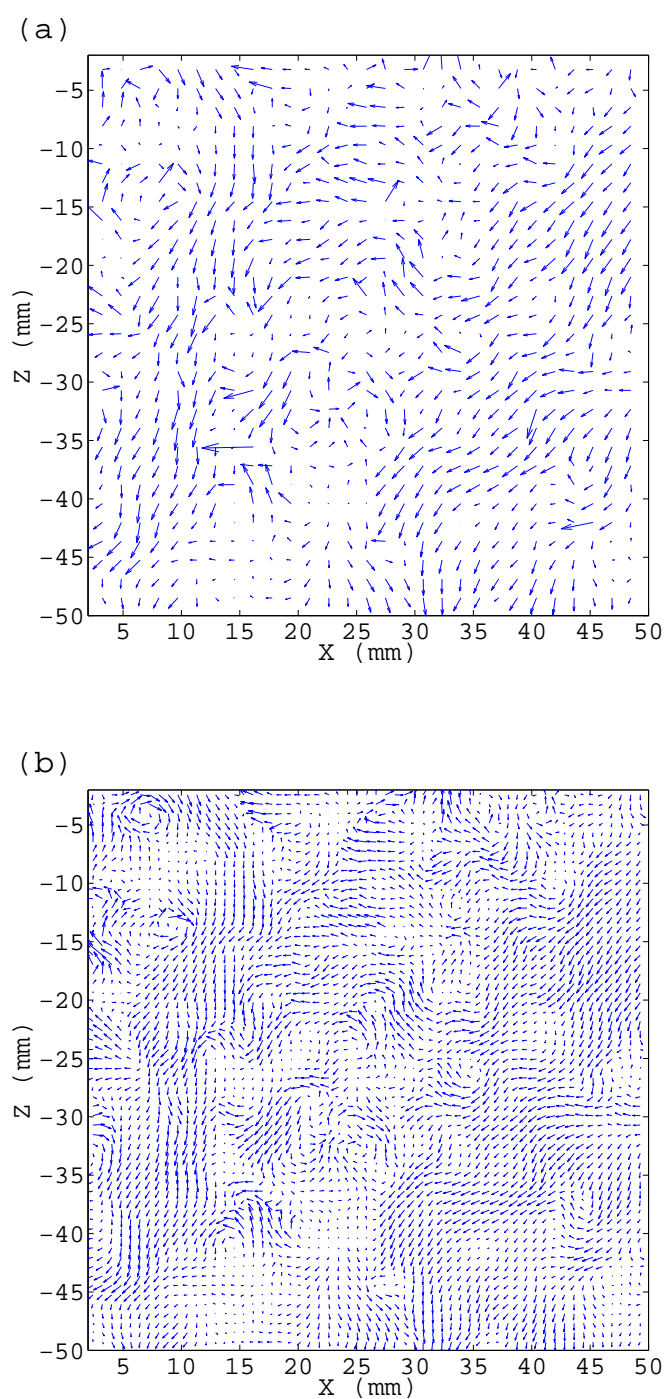


FIG. 1.36 – Mesure d'un champ de vitesse derrière l'essaim de bulles en utilisant des mailles de (a) 64×64 pixels ou de (b) 32×32 pixels.

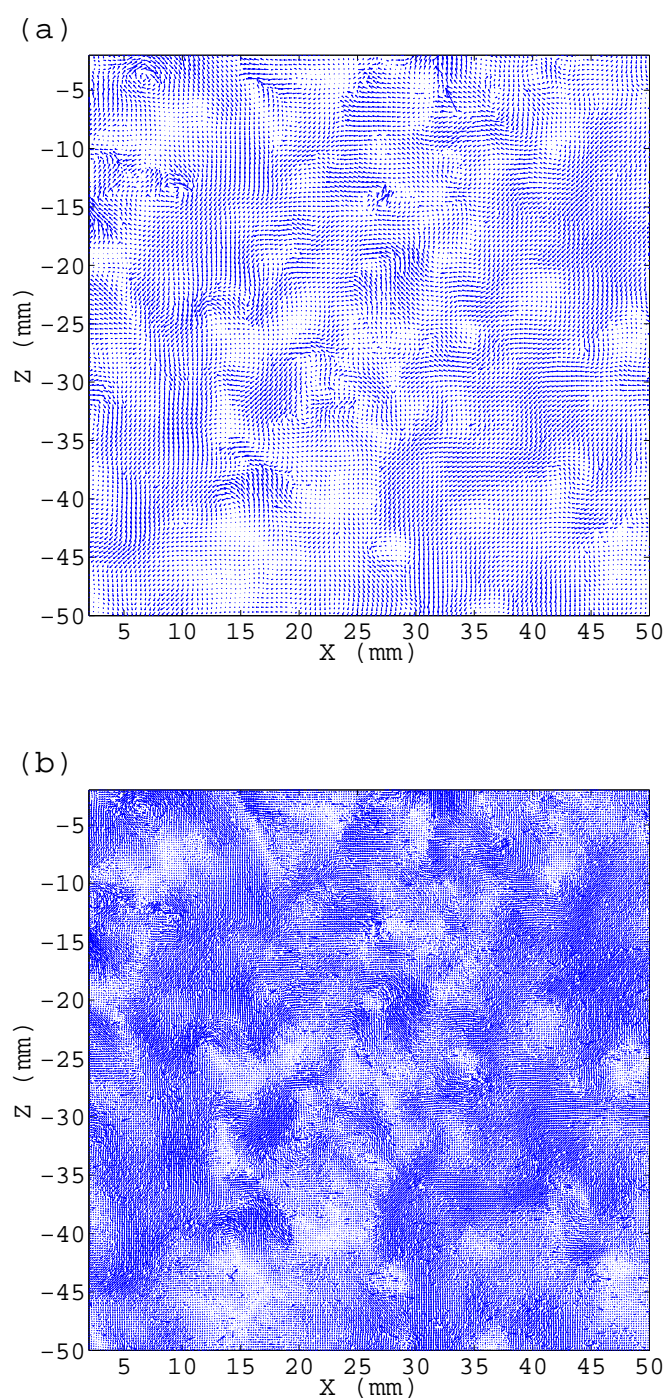


FIG. 1.37 – Mesure du même champ derrière l’essaim de bulles en utilisant des mailles de (a) 16×16 pixels ou de (b) 8×8 pixels.

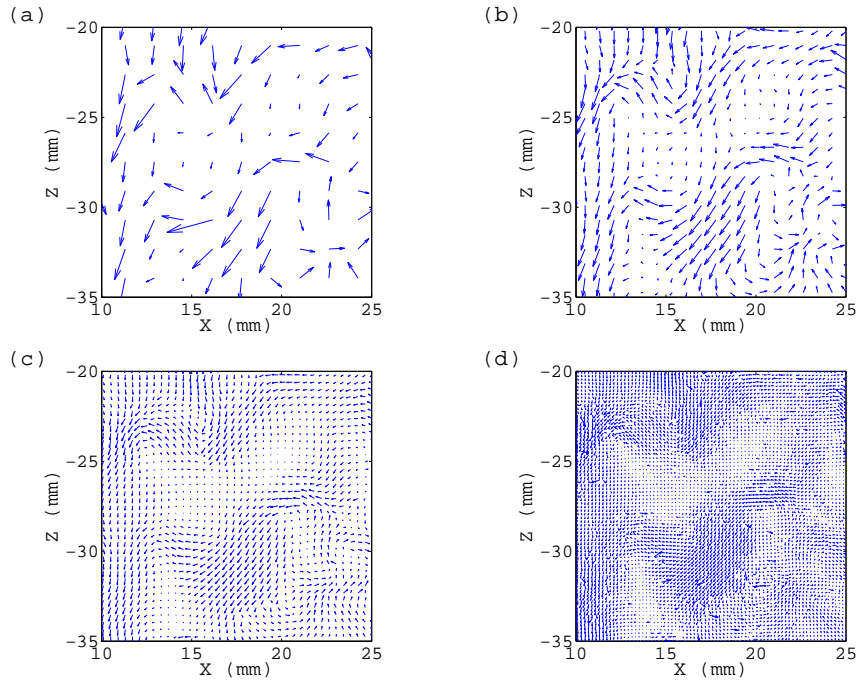


FIG. 1.38 – Détail d’une région du champ pour les quatre maillages différents. (a) 64×64 pixels, (b) 32×32 pixels, (c) 16×16 pixels et (d) 8×8 pixels.

et de la dernière bande (droite du champ) sont semblables (Fig. 1.39). Une diminution de la variance totale suivant la hauteur de la fenêtre est cependant visible car l’énergie turbulente diminue après le passage des bulles. Cette diminution de la variance reste toutefois suffisamment modérée pour pouvoir considérer que le champ est homogène (ce point sera justifié quantitativement au chapitre suivant). Dans la direction horizontale et malgré les fluctuations de la variance des vitesses entre la partie haute et basse de la fenêtre, on constate que les deux signaux sont proches (Fig. 1.40). La direction horizontale peut raisonnablement être considérée comme homogène.

C) La comparaison des maillages

Puisqu’il est raisonnable de considérer le champ comme homogène sur la fenêtre de mesure, nous avons calculé les moments sur la totalité du champ en utilisant les quatre maillages possibles. Les d.d.p. des vitesses du liquide et les fonctions d’auto-corrélations sont indépendantes de la taille du maillage utilisé (Fig. 1.41 et 1.42). On rappelle que les fonctions d’auto-corrélation spatiale des vitesses du liquide sont définies par,

$$\rho_{ii}(n\delta) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} U_i(i) U_i(i+n) , \quad (1.12)$$

avec n variant de 0 à $(N-1)\delta$. La fonction d’auto-corrélation est donc obtenue en effectuant une somme des produits de vitesse entre deux points espacés d’un pas $n\delta$ dans la direction verticale z ou horizontale x sur tout le champ (plus n est grand et moins on a d’échantillons pour le calcul de la fonction). De façon générale, les fonctions d’auto-corrélations renseignent sur l’organisation spatiale du signal, donc de l’écoulement.

Cependant, l’utilisation d’un maillage raffiné permet de calculer des spectres d’énergie à des longueurs d’onde plus petites (Fig. 1.43). L’énergie aux grandes échelles est indé-

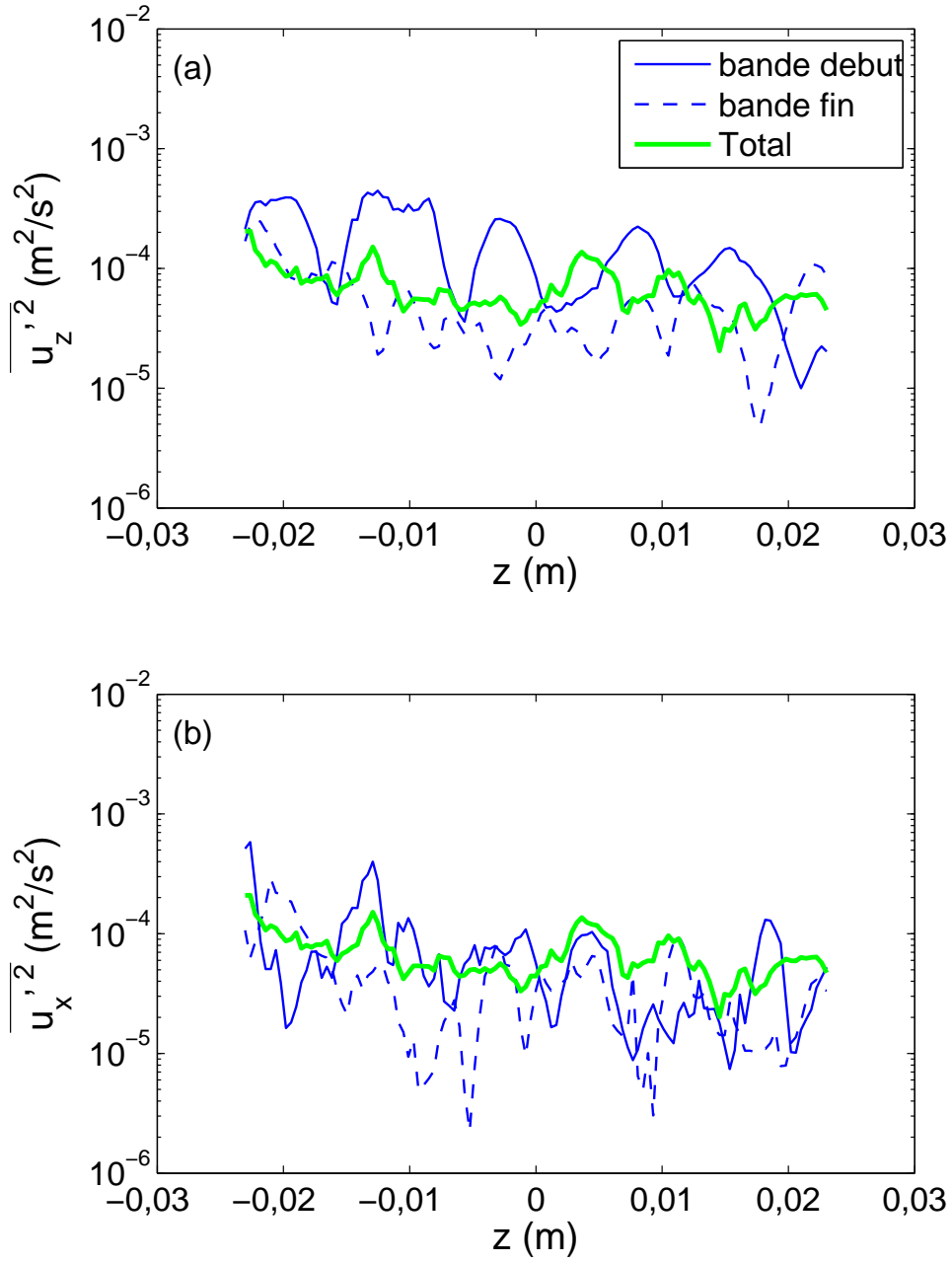


FIG. 1.39 – Variance des fluctuations (a) verticales $\overline{u_z'^2}$ et (b) horizontales $\overline{u_x'^2}$ dans la direction longitudinale z de l'écoulement pour différentes bandes du champ et pour le champ total ($\alpha=0,46$ %).

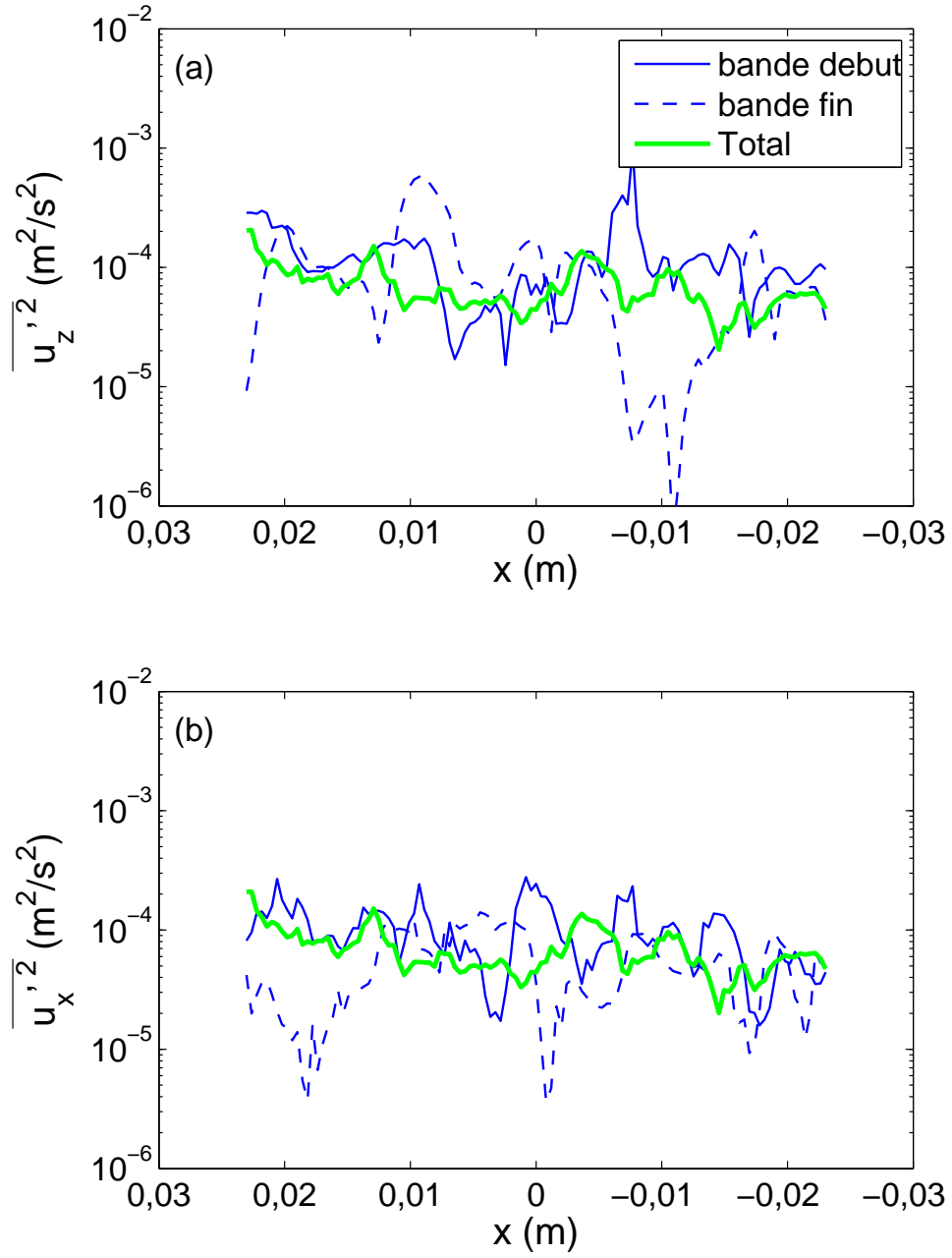


FIG. 1.40 – Variance des fluctuations (a) verticales $\overline{u_z'^2}$ et (b) horizontales $\overline{u_x'^2}$ dans la direction transverse x de l'écoulement pour différentes bandes du champ et pour le champ total ($\alpha=0,46 \%$).

pendante du maillage. Suivant la verticale, tous les spectres exhibent la même pente en λ^3 . Pour le spectre d'énergie horizontal, le maillage le plus grossier ne permet pas de bien distinguer cette pente en λ^3 et le maillage le plus raffiné semble être bruité aux petites échelles. Le maillage 16×16 est optimal parce qu'il n'engendre pas de vecteur faux et produit un spectre sans bruit sur toute la gamme de longueurs d'onde accessibles.

1.6.2.5 Les spectres bruts

A) Le recouvrement

Le spectre d'un signal échantillonné avec un pas δ , se replie sur lui-même à la longueur d'onde $\lambda_c = 2\delta$. Cela signifie que les échelles telles que $\lambda^{-1} > \lambda_c^{-1}$ viennent se superposer aux échelles $\lambda^{-1} < \lambda_c^{-1}$. On peut estimer l'importance de cet effet de recouvrement des longueurs d'onde par la méthode suivante. Sur une représentation log-log du spectre, on trace la droite d_1 ayant la même pente $-n$ que le spectre jusqu'à la longueur d'onde λ_c , puis la droite d_2 partant de λ_c avec la pente inverse $+n$. La somme des deux droites $d = d_1 + d_2$ s'éloigne alors de la première droite d_1 s'il y a recouvrement du spectre, pour une longueur d'onde λ_r . Plus la pente du spectre d'énergie est élevée (n grand) et plus la longueur d'onde du recouvrement λ_r sera proche de λ_c . Sur le spectre (Fig. 1.44), nous avons tracé les deux droites de pente $+3$ et -3 et la somme de ces deux droites. La longueur d'onde de recouvrement correspond alors à $\lambda_r = (1/618)$ m qui est proche de $\lambda_c = (1/625)$ m. Notre spectre brut remonte à cause du recouvrement et non pas à cause de vecteurs erronés aux petites échelles.

B) Reproductibilité des essais

Durant les campagnes de mesures, trois essais ont été effectués pour chaque fraction volumique et gamme de bulles. Ces mesures permettent de savoir si le champ de vitesse derrière l'essaim de bulles est reproductible. La réponse n'est pas forcément évidente et ne peut se vérifier sur la comparaison visuelle des champs entre-eux. Pour constater la reproductibilité du phénomène, nous représentons les d.d.p. (Fig. 1.45) et les spectres des champs des trois mesures (Fig. 1.46). La reproductibilité est avérée et permet de moyenner les essais pour chaque fraction volumique et de diminuer ainsi le bruit des spectres instantanés (Fig. 1.47). Les trois spectres moyens d'énergie, **sans suppression de vecteurs faux ni interpolation des champs PIV**, pour les différentes gammes de bulles ont le même comportement en λ^3 , visible jusqu'à des longueurs d'ondes de l'ordre de la taille des bulles. En ce qui concerne les grandes échelles, nous avons calculé les coefficients d'auto-corrélations vertical et horizontal $C_{ii}(n) = \rho_{ii}(n)/\rho_{ii}(0)$. Les coefficients d'auto-corrélations permettent de quantifier la similitude entre un signal et ce même signal décalé dans l'espace de $n\delta$. Les coefficients d'auto-corrélations de différents essais ne sont pas reproductibles pour les échelles plus grandes que la taille des bulles d_{eq} et indiquent que nous n'avons pas assez de points permettant la convergence statistique des coefficients, même en moyennant les différents essais (Fig. 1.48). Normalement, les coefficients d'auto-corrélations doivent tendre vers zéro à partir d'une certaine distance de corrélation $\Gamma = \sum C_{ii}(n)$ qui n'est autre que l'échelle intégrale déterminant l'échelle maximale pour laquelle les structures de l'écoulement interagissent. Une autre échelle microscopique λ (échelle de Taylor) définit comme la courbure du coefficient d'auto-corrélations à l'origine et qui en turbulence monophasique homogène isotrope permet de calculer l'échelle de kolmogorov η n'est pas mesurable (Le pas du maillage δ n'est pas assez faible). Les coefficients d'auto-corrélations pourront être comparés jusqu'à une taille maximale de 2

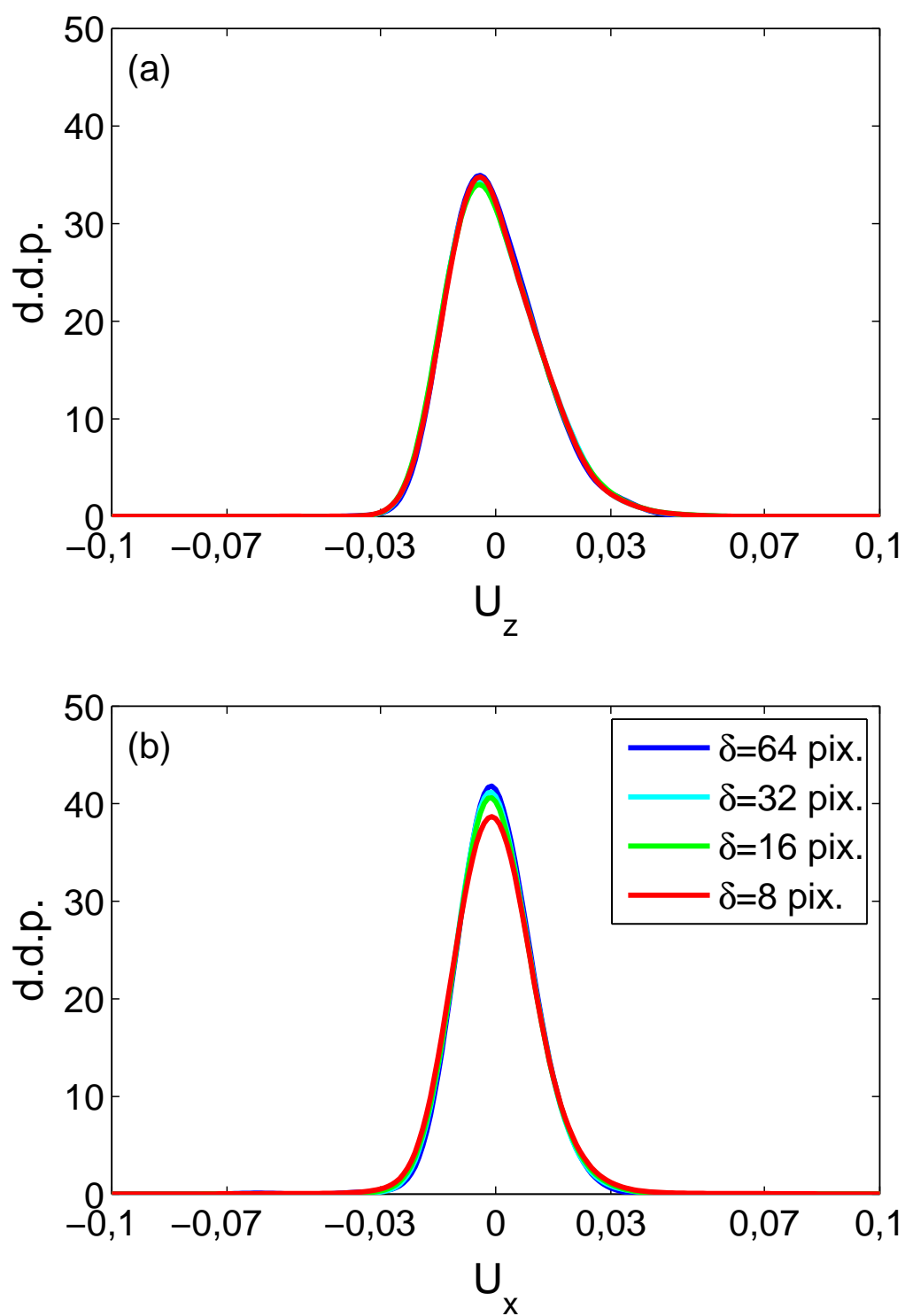


FIG. 1.41 – d.d.p. des fluctuations de vitesse (a) verticale U_z et (b) horizontale U_x du liquide pour les quatres maillages différents.

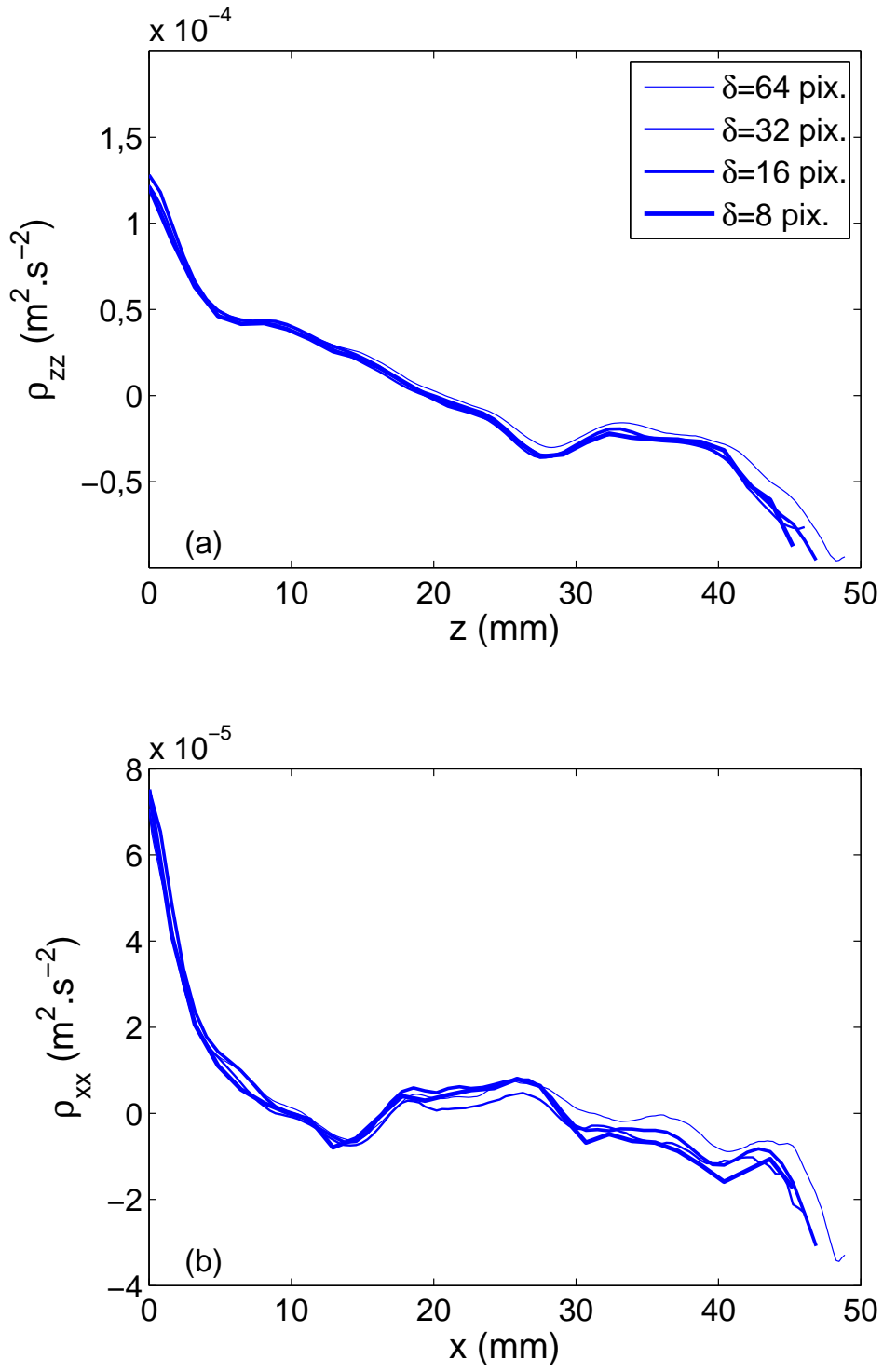


FIG. 1.42 – Coefficient d'auto-corrélations (a) vertical ρ_{zz} et (b) horizontal ρ_{xx} pour les quatres maillages différents.

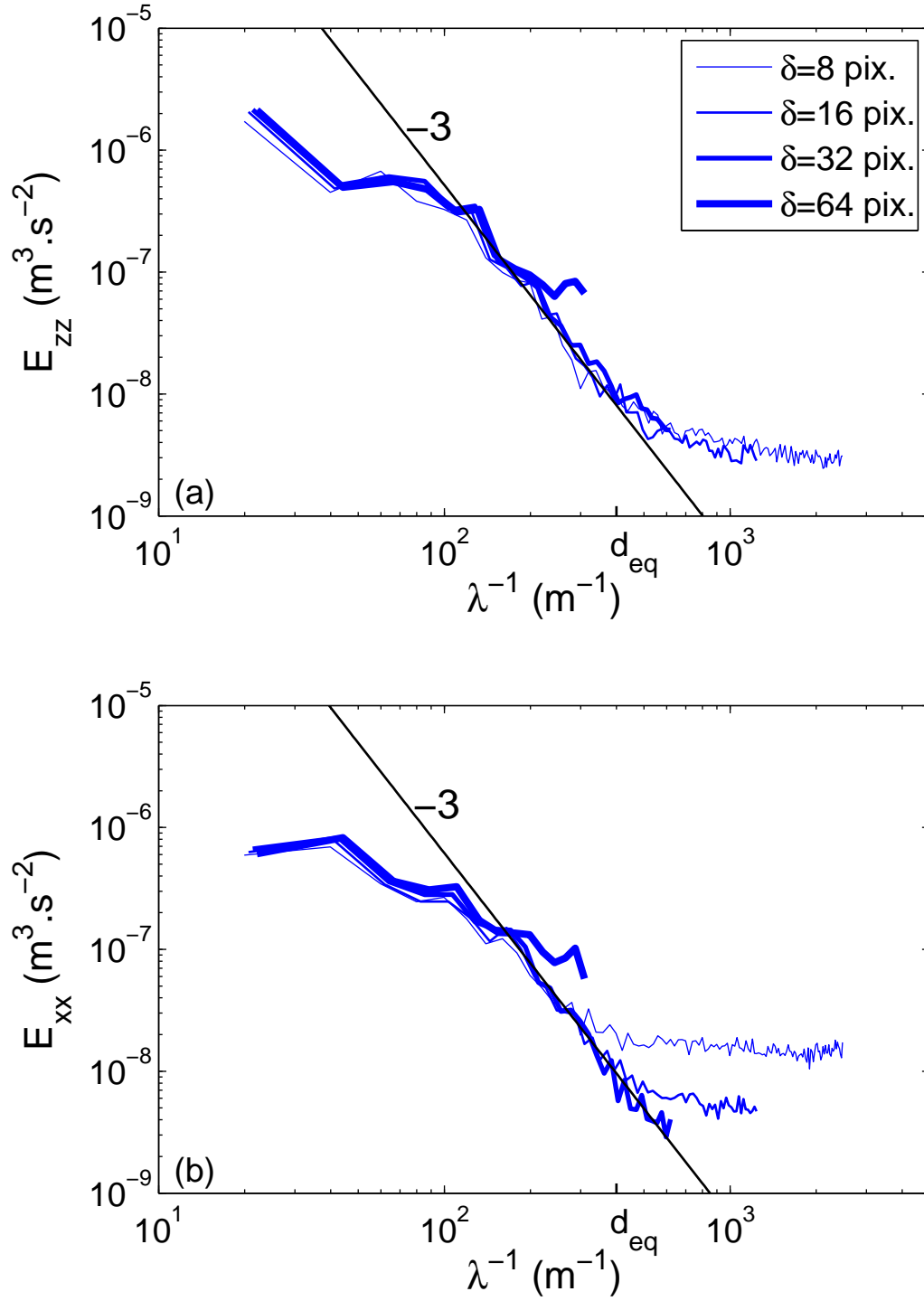


FIG. 1.43 – Spectres d'énergie des vitesses (a) verticales E_{zz} et (b) horizontales E_{xx} calculés pour le même champ de vecteur et pour les quatres maillages différents.

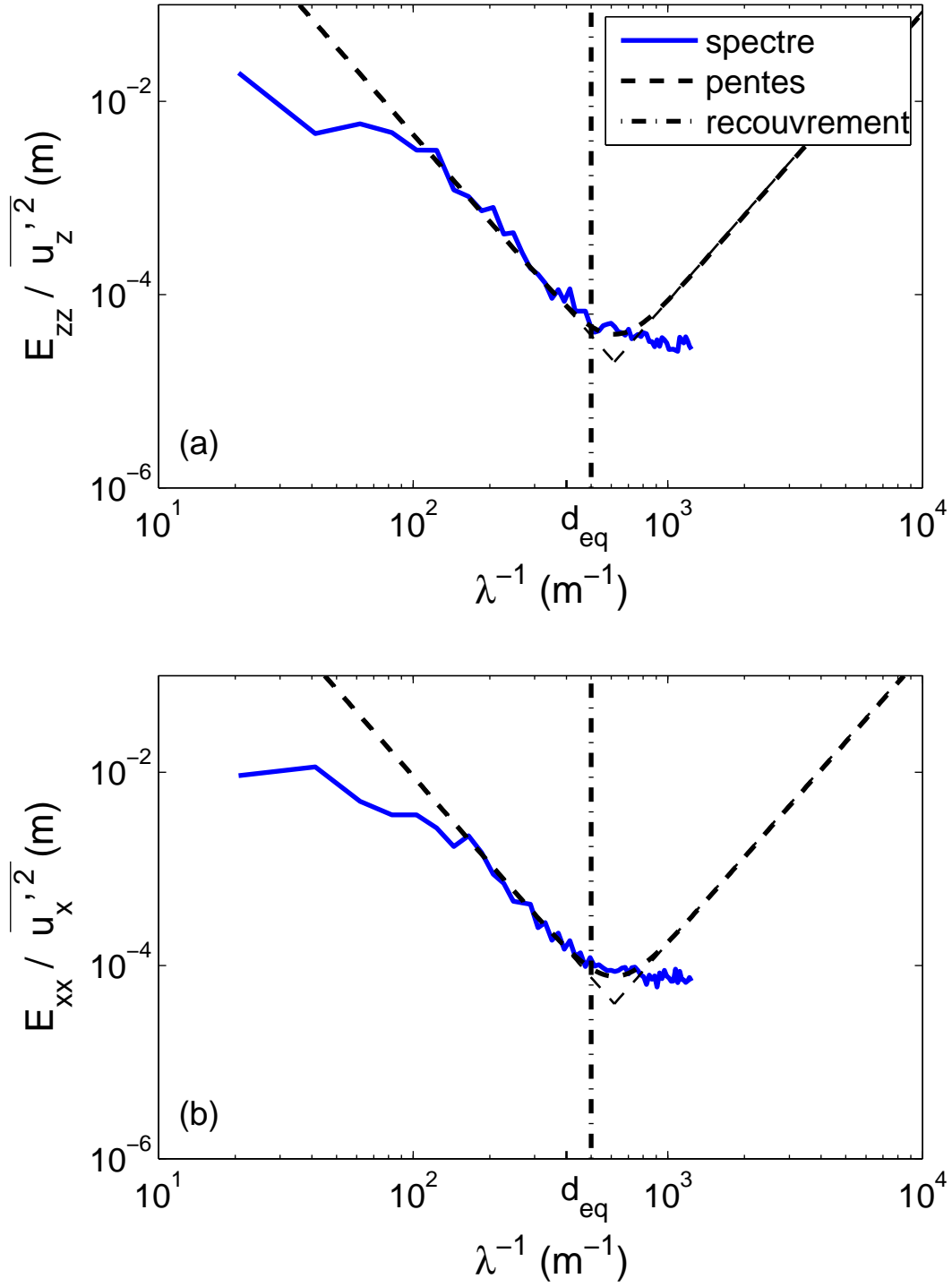


FIG. 1.44 – Spectres d'énergie normalisés des vitesses (a) verticales $E_{zz}/\overline{u'_z{}^2}$ et (b) horizontales $E_{xx}/\overline{u'_x{}^2}$ calculés pour un champ de vecteur brut et le maillage 16×16 . Visualisation du recouvrement du spectre et de l'échelle minimale en deçà de laquelle le spectre ne décrit plus la physique ($d_{eq}=2,5$ mm, $\alpha=0,46$ %).

d_{eq} pour les différentes fractions volumiques.

1.6.2.6 Le maillage plus raffiné 8×8

Une façon d'obtenir les échelles du spectre d'énergie plus petites que la taille des bulles, est d'utiliser les résultats provenant du maillage 8×8 . L'inconvénient de ce choix est de devoir supprimer des vecteurs faux qui sont répartis aléatoirement dans les champs et engendrent du bruit aux petites échelles (Fig 1.43). Il nous faut une méthode de détection adéquate pour détecter ces valeurs erronées.

A) La détection des vecteurs faux

Deux méthodes de détection des vecteurs faux ont été envisagées : La première impose un seuil à la norme de la vitesse. Lorsque ce seuil est trop faible (par exemple $\geq 0,04$ m/s), pas assez de vecteurs faux sont éliminés (Fig. 1.49 (a)). Mais cette méthode crée de trop nombreux trous lorsque le seuil est plus important (par exemple $\geq 0,022$ m/s), rendant non pertinente l'interpolation du champ ainsi décimé (Fig. 1.49 (b)). C'est une méthode globale utile lorsqu'il y a quelques vecteurs absurdes dont la norme est très grande. L'autre méthode, qui a été proposée par Westerweel & Scarano (2005), est basée sur le résidu médian normalisé. En prenant en compte l'intensité des gradients de vitesse, elle permet de discriminer de manière plus pertinente les vecteurs faux. Le principe de la méthode est de considérer pour chaque vecteur U_0 , les 8 vecteurs voisins notés U_i ($i = 1, 8$). La valeur médiane des U_i est noté U_m . On calcule alors le résidu $r_i = |U_i - U_m|$ pour chaque vecteur U_i . La valeur médiane r_m des r_i sert à normaliser le résidu de U_0 pour obtenir,

$$r'_0 = \frac{|U_0 - U_m|}{r_m + \varepsilon}. \quad (1.13)$$

Sont alors considérés comme faux les vecteurs dont le résidu médian dépasse un seuil r'_0 . Pour un écoulement uniforme, le facteur de normalisation r_m tend vers zéro. Les auteurs compensent alors le filtre médian par une valeur minimum à l'aide de ε qui fixe le niveau acceptable de fluctuation du résidu. Une valeur de ε de 0,1 pixel, est optimale d'après Westerweel & Scarano (2005). Ces auteurs ont déterminé un seuil universel $r'_0 \approx 2$ à partir de l'étude de nombreuses configurations d'écoulements couvrant une large gamme de nombre de Reynolds $10^{-1} < Re < 10^7$. Ici, nous avons choisi d'utiliser les valeurs ε et r'_0 conseillées par ces auteurs. La figure 1.50 montre l'avantage de cette détection locale par rapport à celle basée sur la norme (Fig. 1.49).

Quels que soient les cas étudiés ou la méthode de détection utilisée, le pourcentage de vecteurs faux détectés augmente avec la fraction volumique (Fig. 1.51). De plus, la taille L des trous créée par la méthode du résidu médian est plus petite (Fig. 1.52) ; on remarque notamment que la taille des trous de 1 seul pixel de longueur, c'est-à-dire les vecteurs faux isolés, sont plus fréquents avec la méthode du résidu médian qu'avec la méthode de seuillage sur la norme. Il sera donc beaucoup plus facile d'interpoler le champ incomplet après suppression des vecteurs faux par la méthode du résidu médian que celle utilisant la norme.

B) Les spectres raccourcis

Après suppression des vecteurs faux sur les champs PIV utilisant des mailles 8×8 , on obtient donc un champ à trous. On se retrouve avec le problème de calculer le spectre

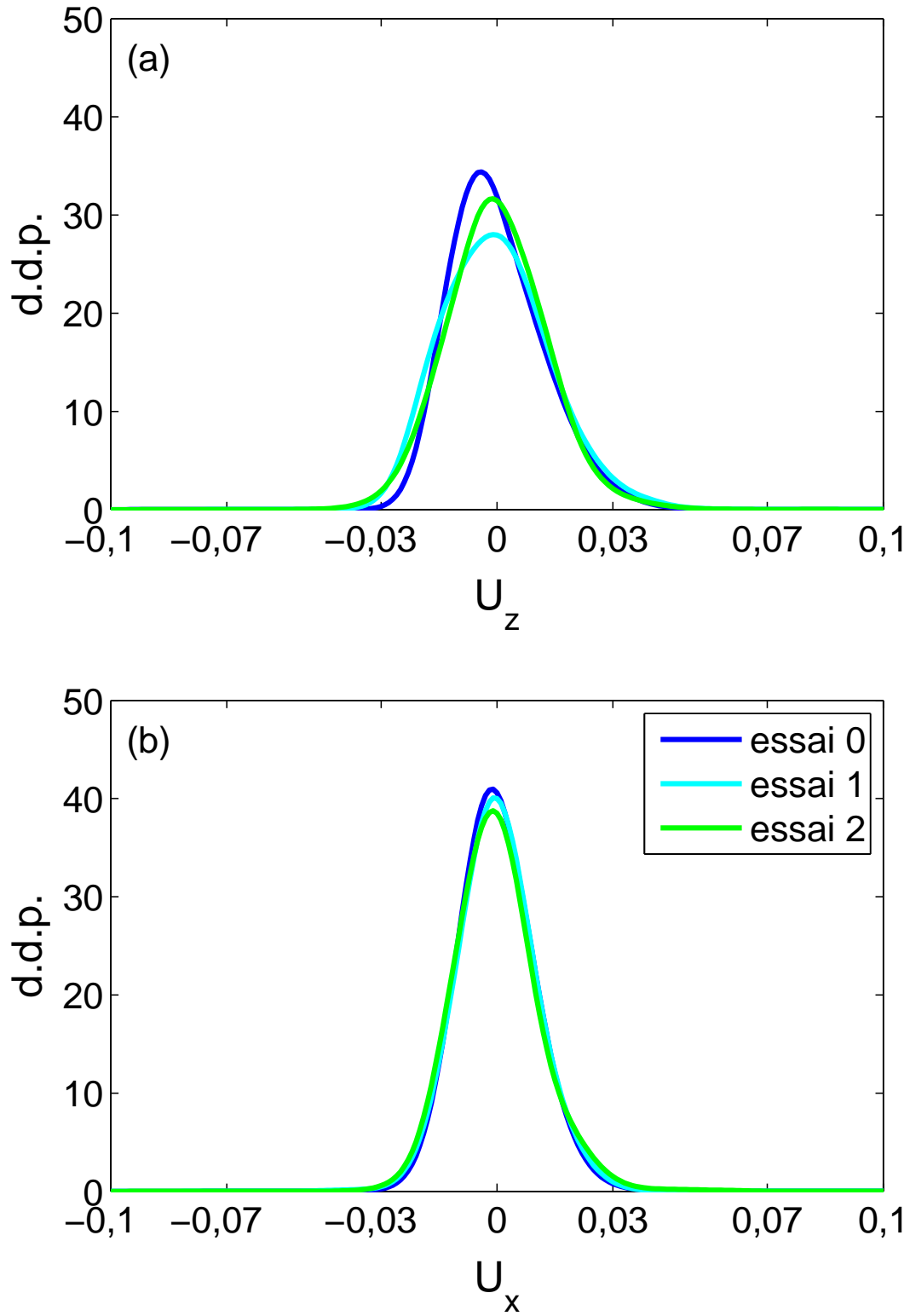


FIG. 1.45 – d.d.p. des fluctuations de vitesse (a) verticale U_z et (b) horizontale U_x du liquide pour les trois essais ($d_{eq}=2,5$ mm, $\alpha=0,46$ %).

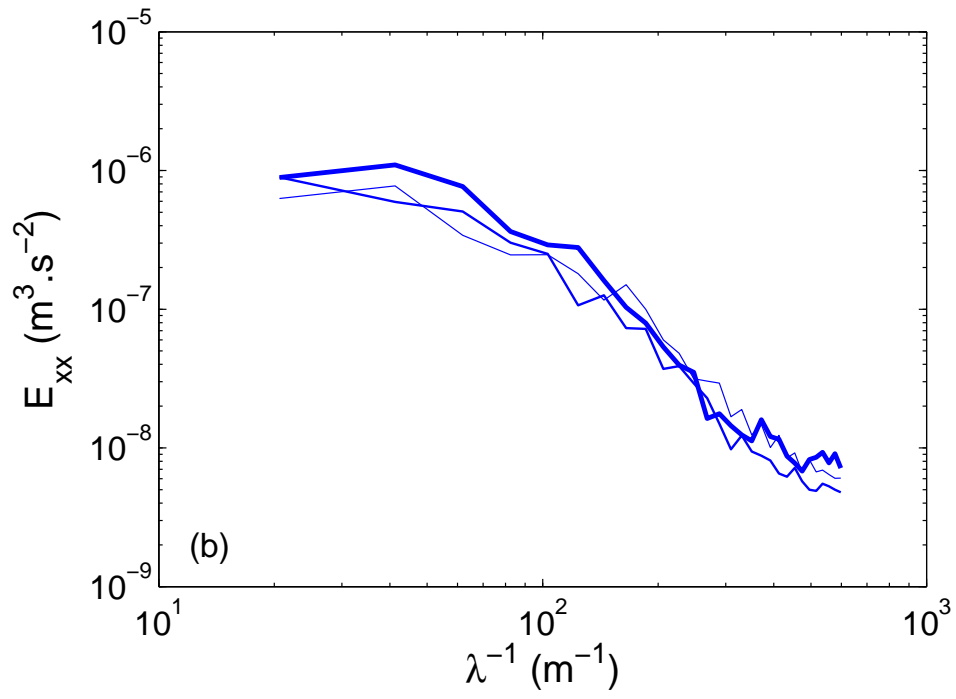
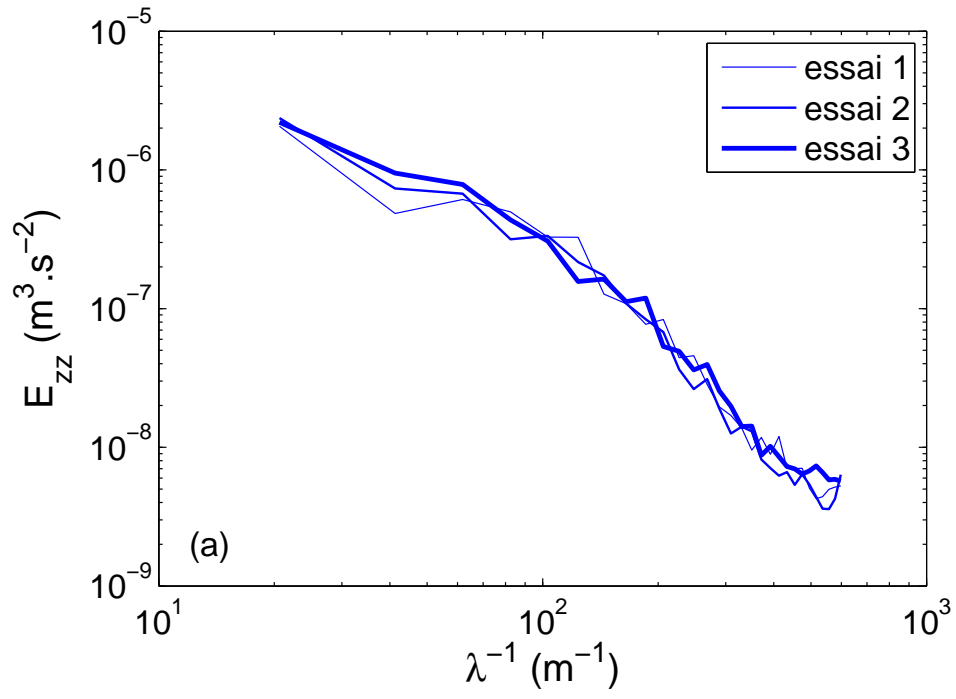


FIG. 1.46 – Spectres d'énergie des vitesses (a) verticales E_{zz} et (b) horizontales E_{xx} correspondants à trois essais ($d_{eq}=2,5$ mm, $\alpha=0,46$ %).

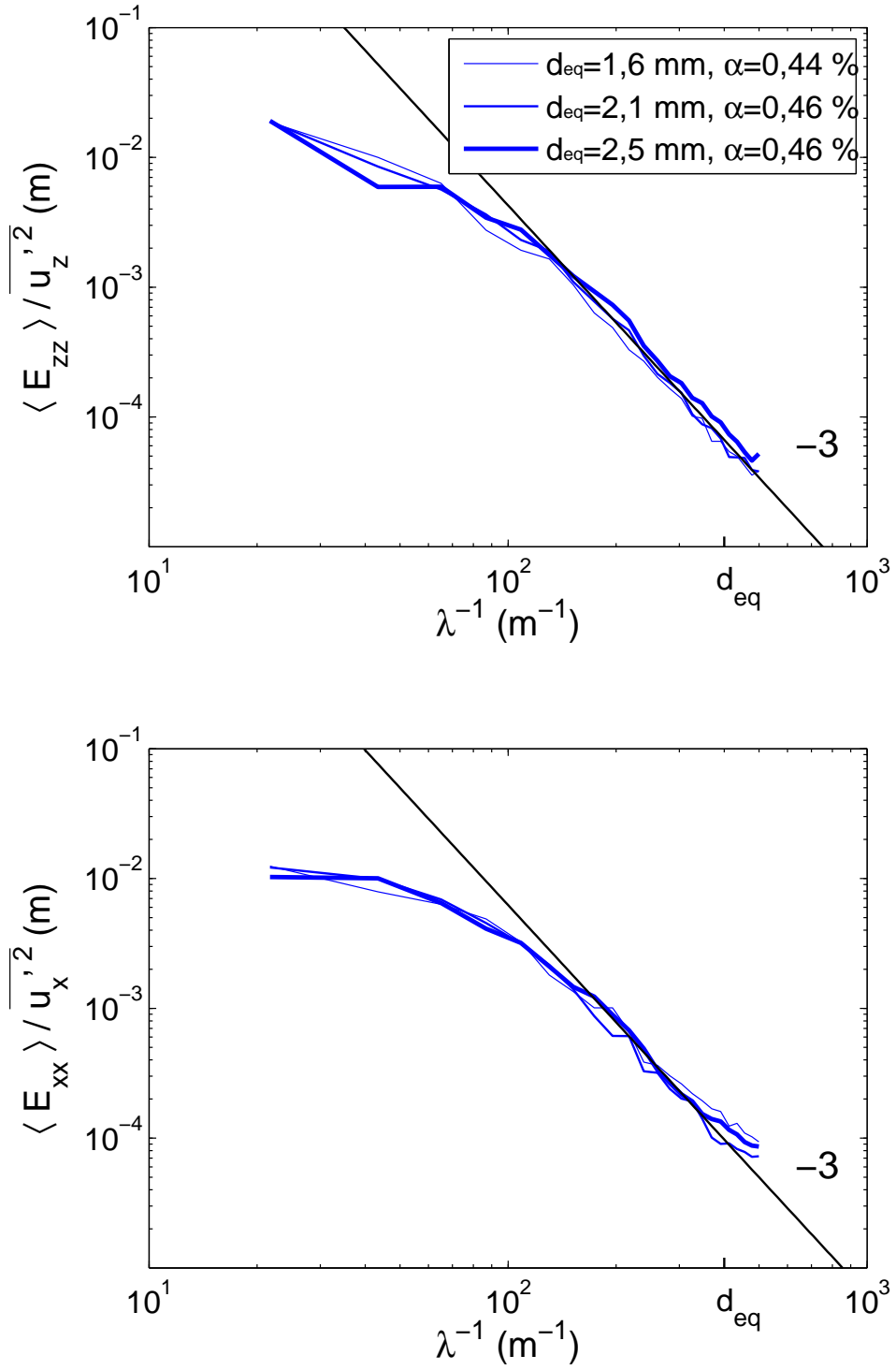


FIG. 1.47 – Spectre d'énergie moyen normalisé, pour différents diamètres de bulles et une faible fraction volumique. (a) Spectre d'énergie dans la direction z et (b) dans la direction x .

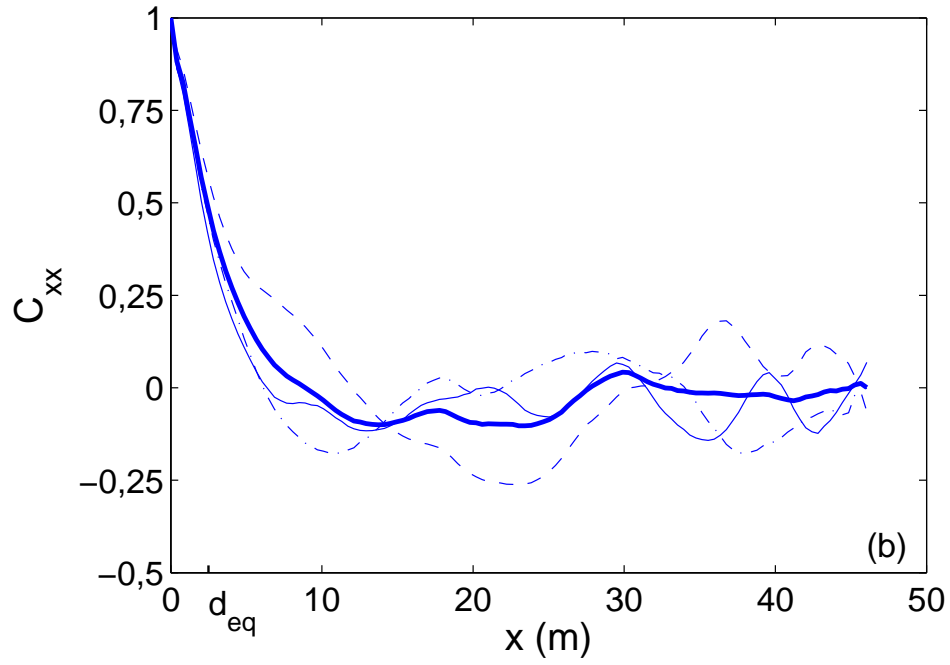
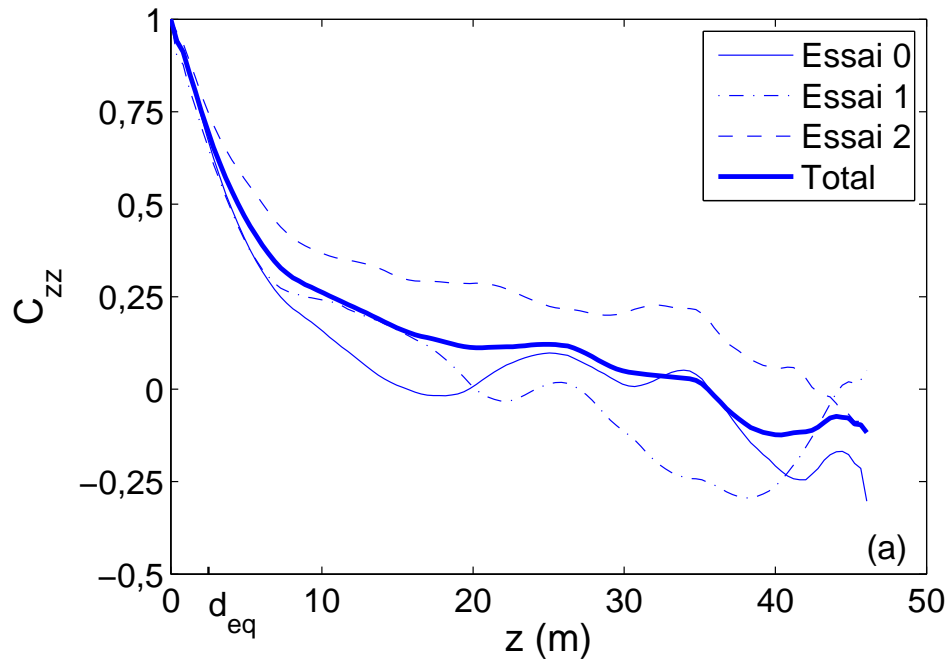
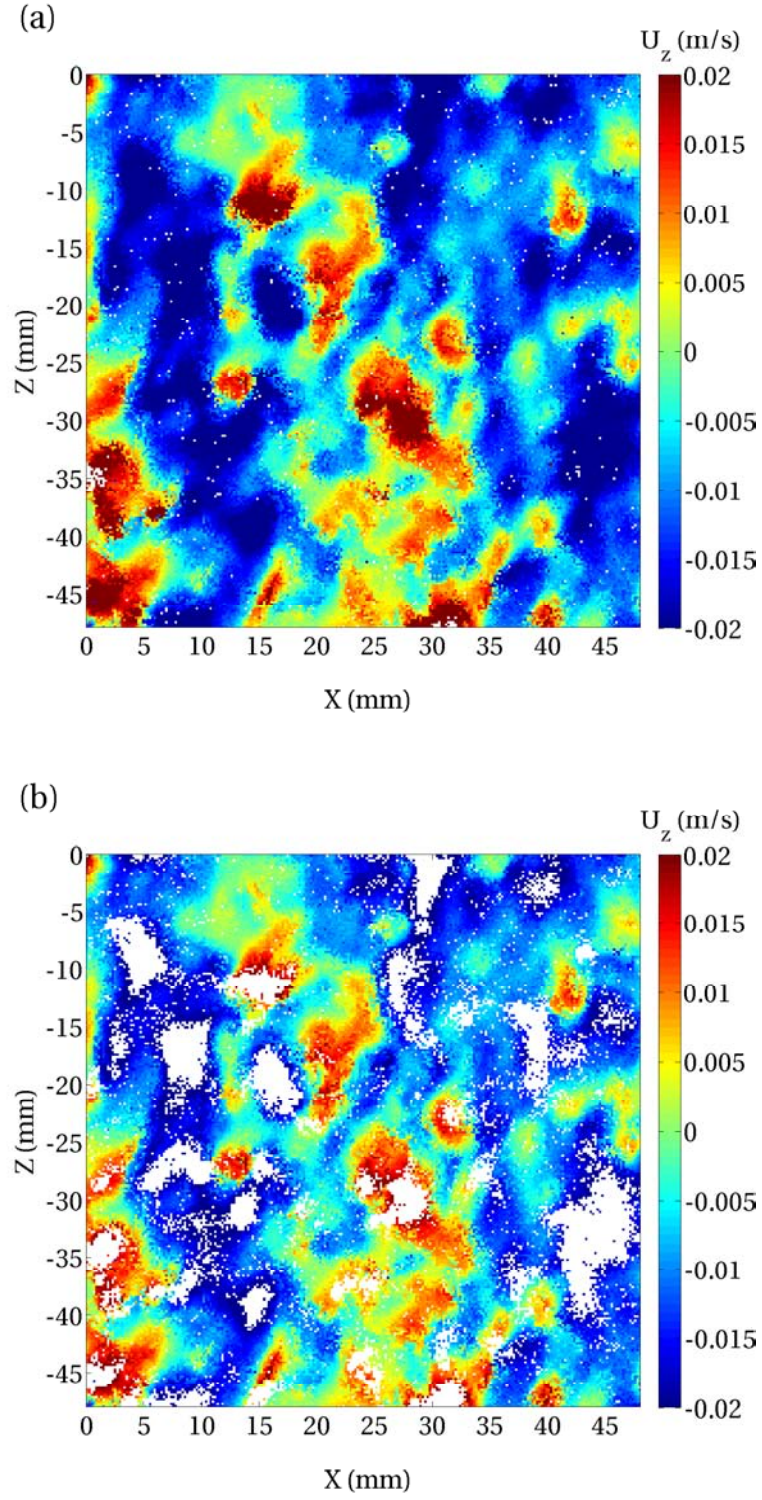


FIG. 1.48 – Coefficients d'auto-corrélations bruts pour les trois essais et coefficient total des trois essais. (a) Suivant la verticale C_{zz} . (b) Suivant l'horizontale C_{xx} , pour $d_{eq}=2,5$ mm et $\alpha=1,00$ %.



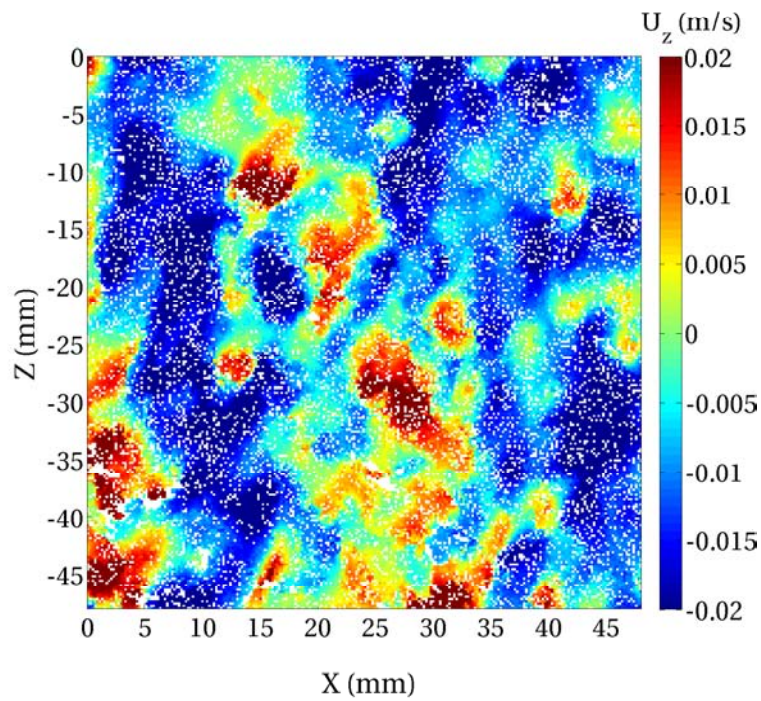


FIG. 1.50 – Champ de vitesse verticale U_z après suppression des vecteurs faux détectés par la méthode du résidu médian normalisé.

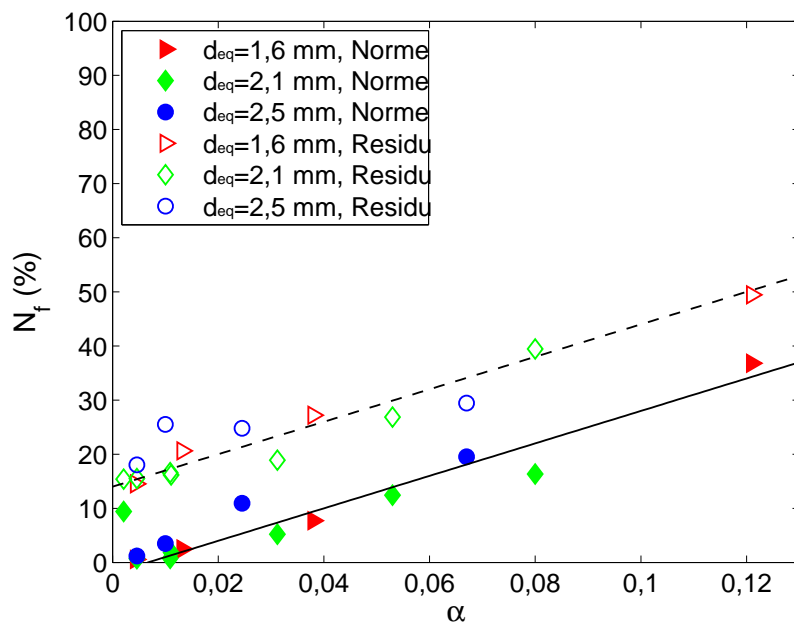


FIG. 1.51 – Pourcentage N_f de vecteurs faux détectés par les deux méthodes en fonction de la fraction volumique α et pour les trois gammes de bulles.

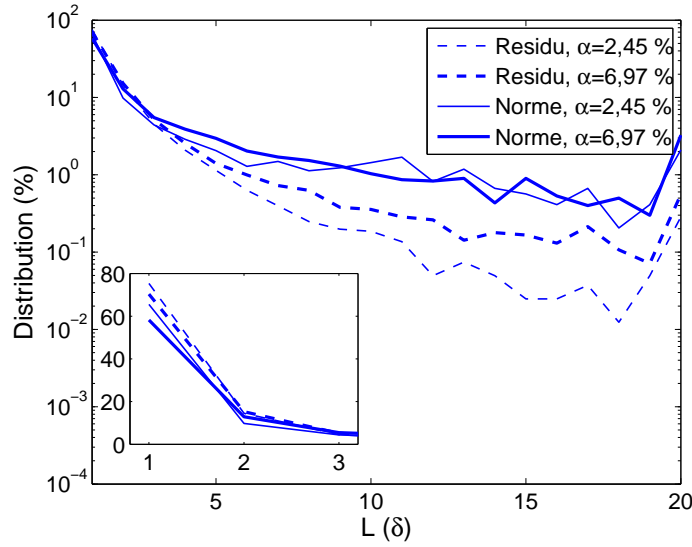


FIG. 1.52 – Statistique des longueurs des trous L dans la direction horizontale du champ suivant la méthode de détection des vecteurs faux. Méthode du résidu médian normalisé ou bien méthode de seuillage par la norme de la vitesse.

d'un champ discontinu. Pour éviter d'avoir à interpoler ce champ, on peut décider de ne calculer les spectres que sur les sous-domaines ne contenant pas de trous.

Pour un spectre monodimensionnel vertical (respectivement horizontal), on ne retiendra donc que les portions de colonnes (resp. de lignes) exemptes de trous. Notons l la longueur de colonne (resp. ligne) utilisée pour calculer chaque échantillon de spectres : l est inférieur ou égal à la longueur d'une colonne (resp. ligne), soit 5,2 cm. Plus l est grand, plus le nombre d'échantillons de longueur correspondante ne contenant pas de trou sera réduit. D'autre part, plus l est grand, plus le spectre donnera accès aux comportements des grandes longueurs d'ondes. On a donc un compromis à accepter entre favoriser la convergence statistique en augmentant le nombre d'échantillons et ne pas trop raccourcir le domaine de définition du spectre. La figure 1.53 compare quelques spectres raccourcis obtenus à partir de champs PIV 8×8 dont les vecteurs faux ont été supprimés par la méthode de la norme de la vitesse avec un grand seuil 0,04 m/s qui n'assure la suppression que des vecteurs qui sont visibles et aberrants.

Quelle que soit la longueur choisie, on voit que les spectres raccourcis exhibent une pente en -3 suivie aux petites échelles par une loi de pente plus faible. La figure 1.54 compare le spectre du maillage 8×8 après détection par la norme avec le spectre 16×16 qui ne contient pas de vecteurs faux. Concernant le spectre vertical, le spectre en 8×8 permet de bien retrouver la loi en -3 et de montrer qu'elle est suivie par une pente en $-5/3$. Pour le spectre horizontal, la deuxième pente du spectre correspond à une pente très faible, plus faible que $-5/3$, qui est vraisemblablement due à la subsistance de vecteurs faux qui n'ont pas été supprimés par l'emploi de ce seuil dont la méthode de détection par le résidu médian nous dit qu'il est trop grand pour éliminer tous les vecteurs faux. L'emploi d'un seuil plus petit, ou bien l'utilisation de la méthode du résidu médian, conduit à la suppression de trop de vecteurs pour permettre l'emploi de cette méthode des spectres raccourcis.

On retiendra des résultats obtenus par cette méthode, que la loi en λ^3 prend fin pour

une taille un peu plus petite que le diamètre des bulles, et semble ensuite suivie par une loi classique en $\lambda^{5/3}$.

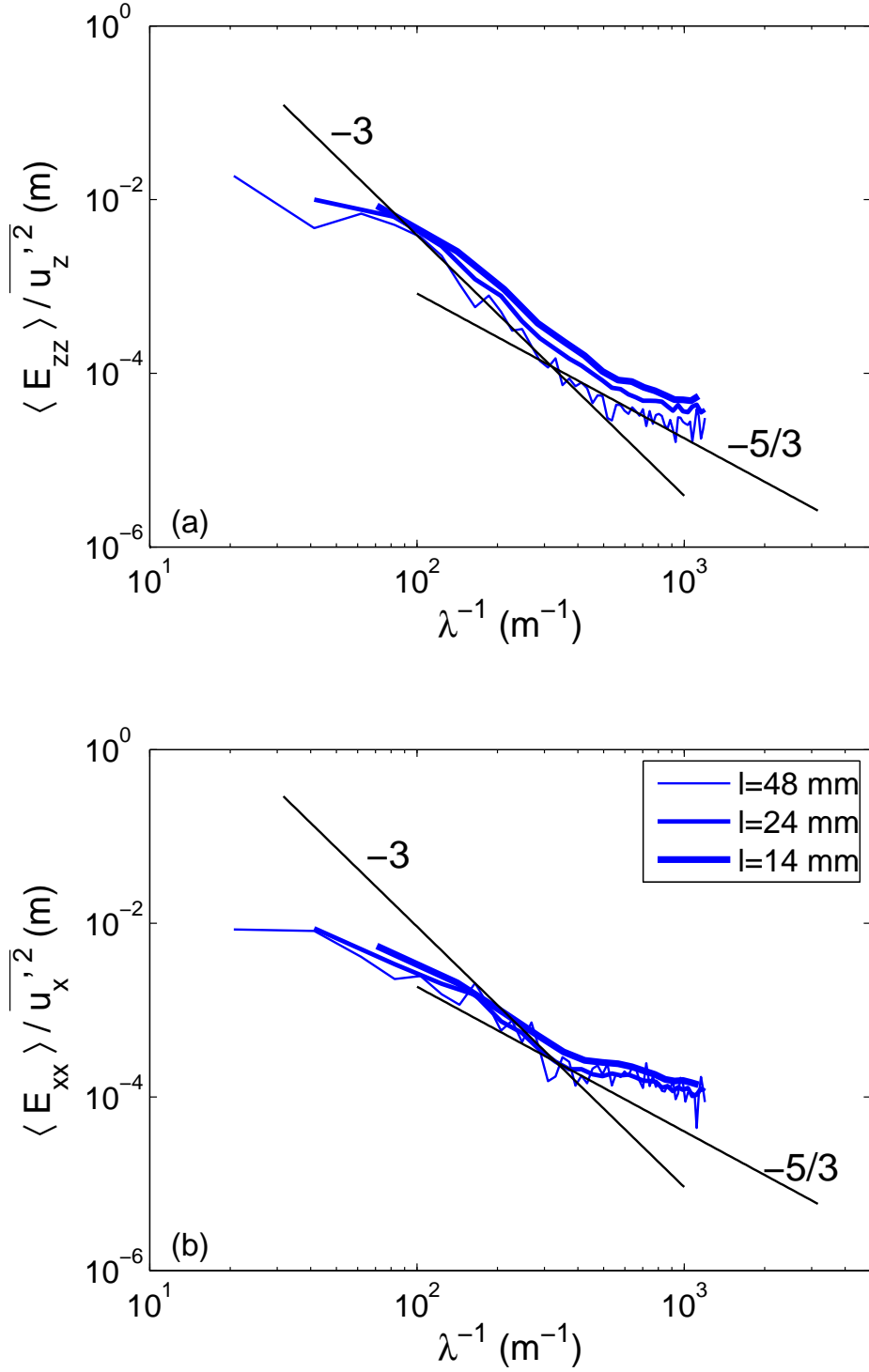


FIG. 1.53 – Spectres normalisés (a) suivant la verticale $E_{zz}/\overline{u_z'^2}$ et (b) suivant l'horizontale $E_{xx}/\overline{u_x'^2}$ en fonction de la taille des vecteurs utilisés l pour le calcul du spectre (détection des vecteurs faux par la norme).

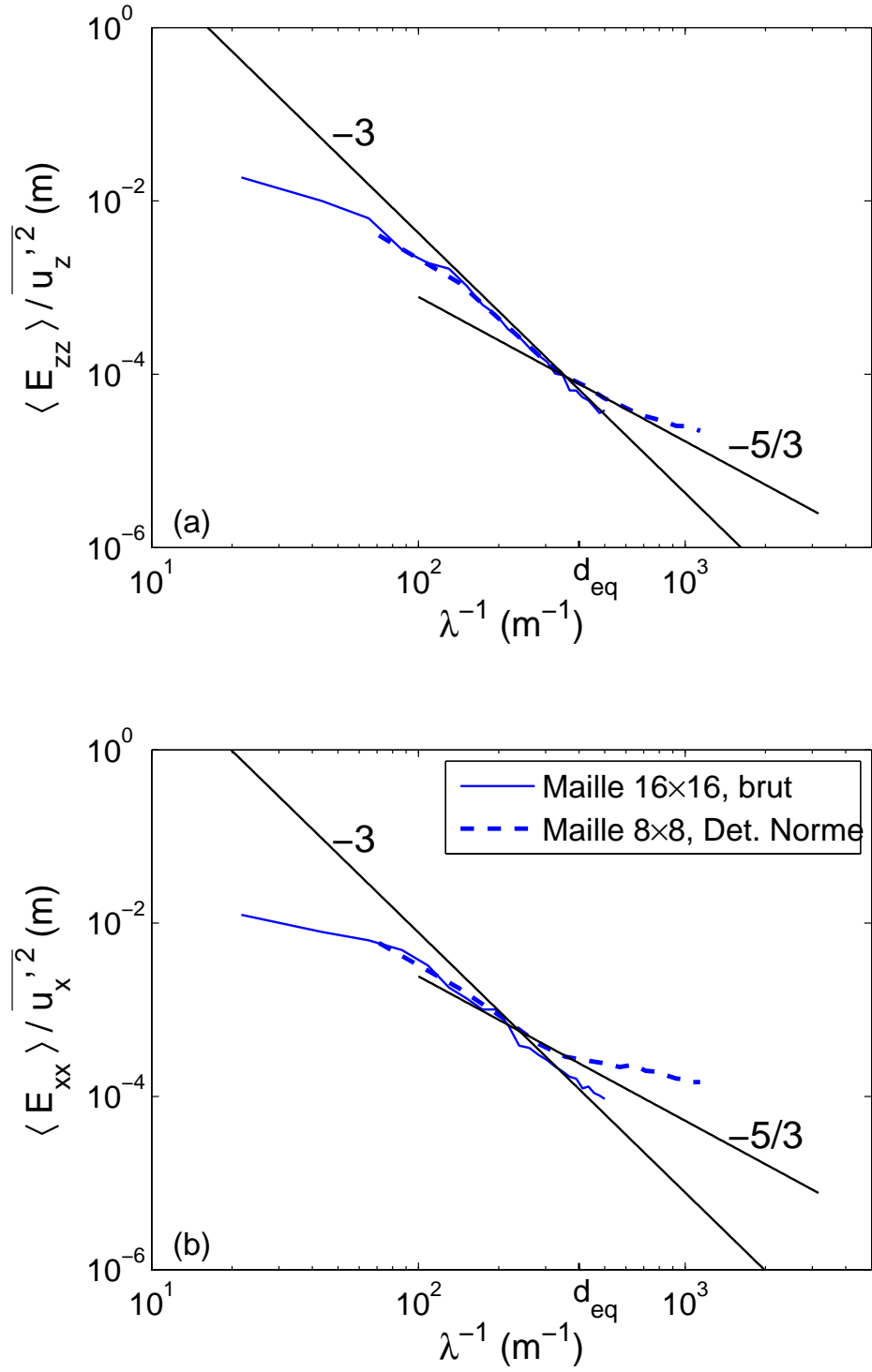


FIG. 1.54 – Spectres d'énergie normalisé brut avec le maillage 16×16 comparé au spectre du maillage 8×8 (détection par la norme). (a) Suivant la verticale. (b) Suivant l'horizontale.

C) Les spectres interpolés

Si l'on utilise les champs sans vecteurs faux provenant de la détection par résidu médian, il faut reconstruire un champ échantillonné tous les δ pour pouvoir calculer les spectres d'énergie. Cette reconstruction a été effectuée par interpolation en utilisant la fonction matlab *griddata* qui utilise la triangulation de Delaunay. La création d'un maillage triangulaire à partir d'un ensemble de points (x, y, z) positionnés n'importe où dans l'espace s'appelle le partitionnement de Delaunay³. Celui-ci définit un maillage triangulaire unique. Une fois ce maillage défini, la fonction effectue une interpolation linéaire des surfaces des triangles $z = f(x, y)$ au point considéré.

La figure 1.55 illustre le résultat de cette interpolation qui visuellement semble très satisfaisant. On notera que l'interpolation d'un champ bidimensionnel est beaucoup moins arbitraire que celle d'un signal unidimensionnel issu d'une sonde ponctuelle. La figure 1.56 compare le spectre obtenu à partir d'un champ PIV calculé avec des mailles 16×16 sans détection de vecteurs faux avec le spectre calculé sur le même champ après suppression de 3,60 % des vecteurs par la méthode du résidu médian et interpolation. On ne constate aucune différence entre les deux champs, ce qui constitue un élément de validation de notre méthode combinée de détection de vecteurs faux et d'interpolation.

Sachant que l'interpolation ne dégrade pas les spectres, on peut estimer la longueur d'onde en deçà de laquelle il n'y a pas de recouvrement : $\lambda_r = 1/800 \text{ m} < d_{eq}$ (Fig. 1.57). Les échelles plus petites que la taille des bulles exhibent une pente en $\lambda^{5/3}$ que nous ne pouvions pas visualiser avec les champs obtenus avec le maillage 16×16 . Les deux pentes existent quelque soit la fraction volumique (Fig. 1.58). Dans la direction horizontale, on constate cependant que pour les plus faibles fractions volumiques, le spectre s'éloigne de la pente en $-5/3$ aux petites échelles. Cela est probablement dû au fait que l'énergie correspondante à ces échelles est trop faible pour sortir du bruit de mesure (N'oublions pas que l'énergie des fluctuations est une fonction croissante de α). Pour des fractions volumiques plus grandes, on dépasse le niveau de bruit PIV ce qui permet de visualiser la pente clairement.

On constate le même comportement sur les spectres interpolés avec une détection par la norme (Fig. 1.58) mais la qualité des résultats est nettement moins bonne aux petites échelles.

1.6.2.7 Conclusion

Le dispositif expérimental qui permet de faire de la mesure PIV a été présenté. La PIV est une technique complexe où de nombreux paramètres doivent être fixés. Les mesures dans l'essaim de bulles n'étant pas concluantes, nous nous sommes restreints à une analyse derrière l'essaim de bulles. Cette analyse a montré que le meilleur maillage était le 16×16 car il permettait d'obtenir des spectres sans suppression de vecteurs faux ni interpolation. Les spectres calculés avec ce maillage sur un champ brut exhibe une pente d'énergie en -3 allant jusqu'aux échelles de l'ordre de la taille des bulles. L'utilisation des champs calculés avec un maillage plus raffiné retrouve cette pente. Pour pouvoir visualiser des échelles plus petites que celle de la bulle, il a fallu supprimer les vecteurs faux obtenus à partir du calcul PIV sur le maillage 8×8 . La méthode de traitement basée sur la détection locale

³Delaunay a inventé ce partitionnement à la suite d'un problème majeur de géométrie (Diagramme des proximités) posé au milieu du XIX^e siècle. Le mathématicien russe Voronoï résolut d'abord en partie ce problème puis Boris Delone (1890-1980) mathématicien russe (francisé en Delaunay) a étendu les travaux de Voronoï.

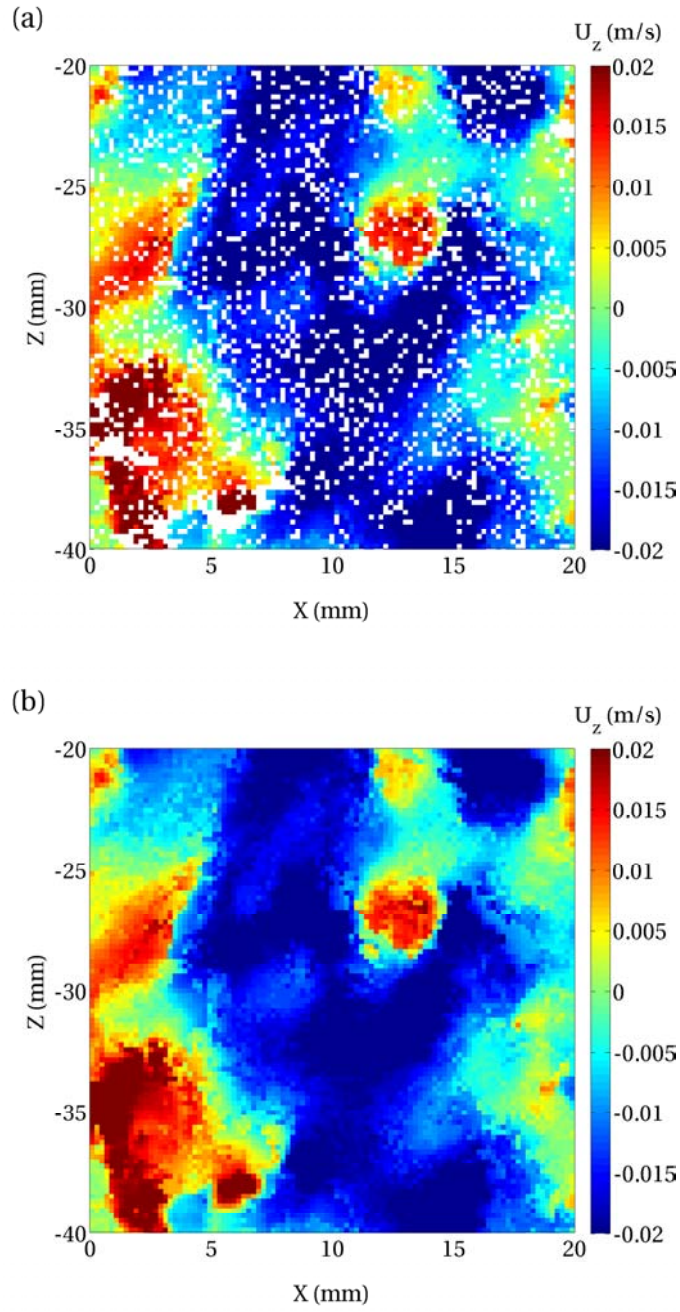


FIG. 1.55 – Exemple d'un champ interpolé avec la détection des vecteurs faux par la méthode du résidu médian normalisé. (a) Champ à trous après détection des vecteurs faux, (b) champ interpolé (isoaleur de la vitesse verticale du fluide).

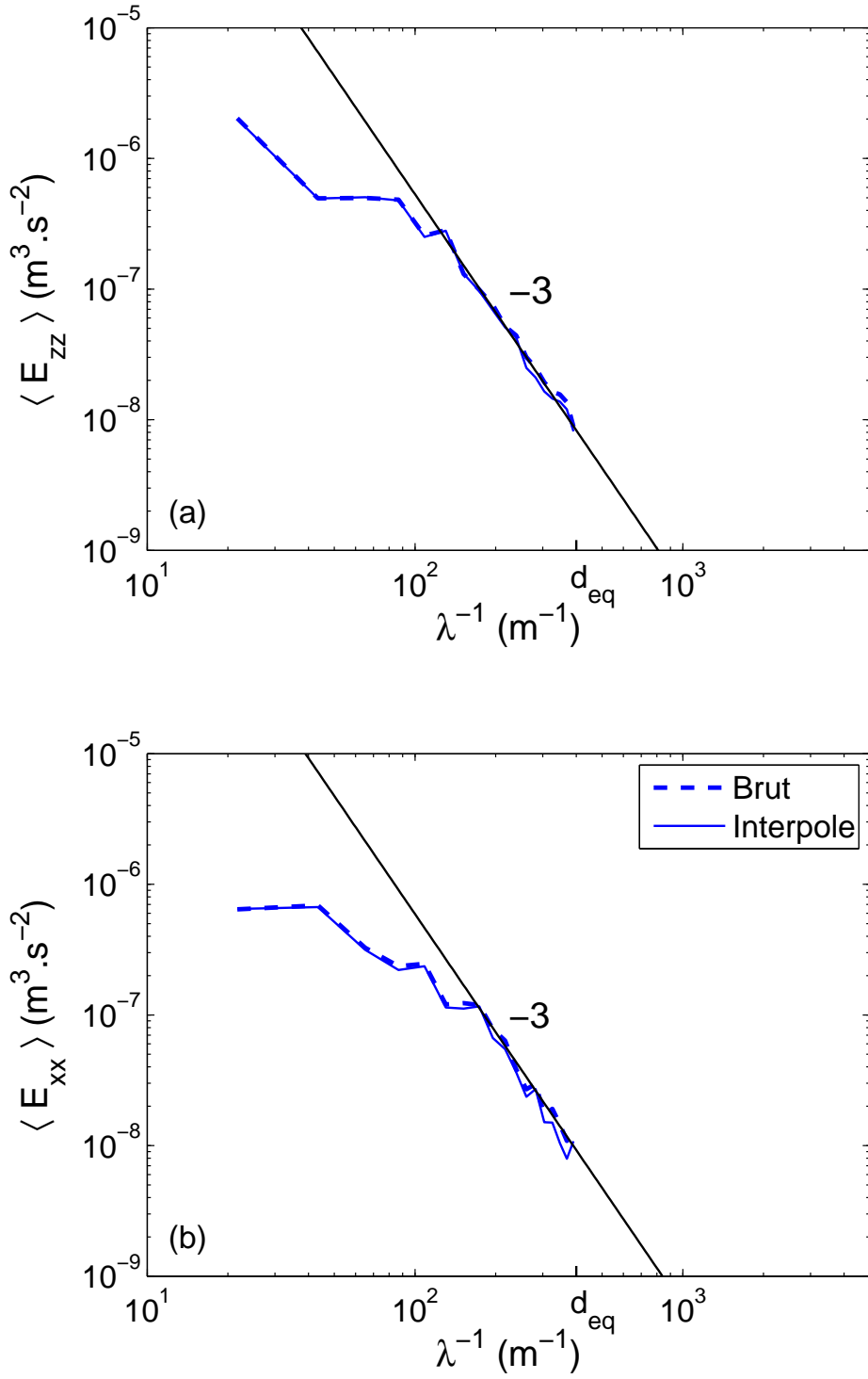


FIG. 1.56 – Comparaison des spectres 16×16 brut et interpolée après suppression des vecteurs erronés détectés par résidu médian. (a) Suivant la verticale. (b) Suivant l'horizontale.

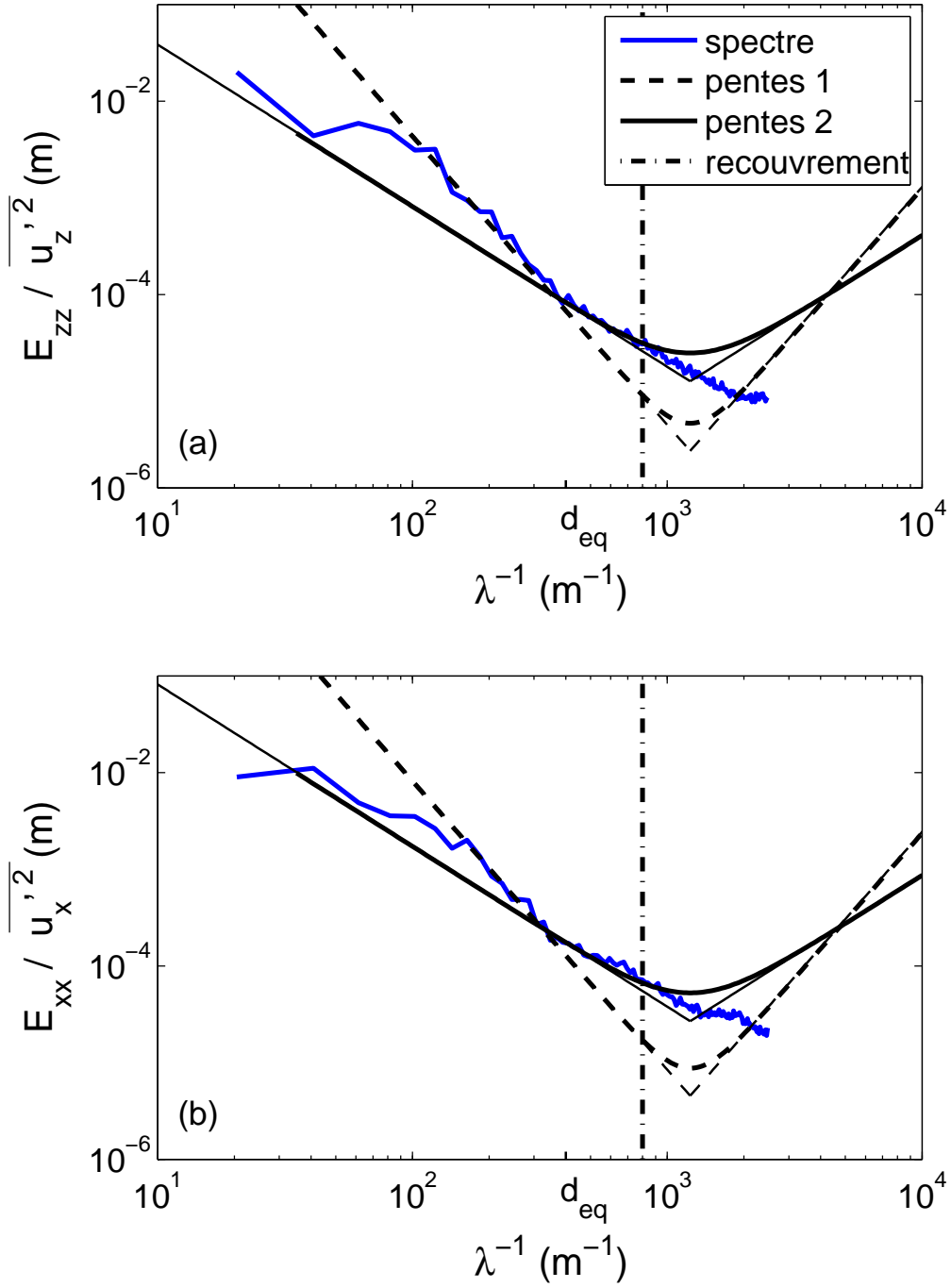


FIG. 1.57 – Visualisation du recouvrement des spectres d'énergie interpolés normalisés (détection des vecteurs faux par la méthode du résidu médian). Spectre d'énergie dans (a) la direction z et (b) dans la direction x pour le maillage 8×8 .

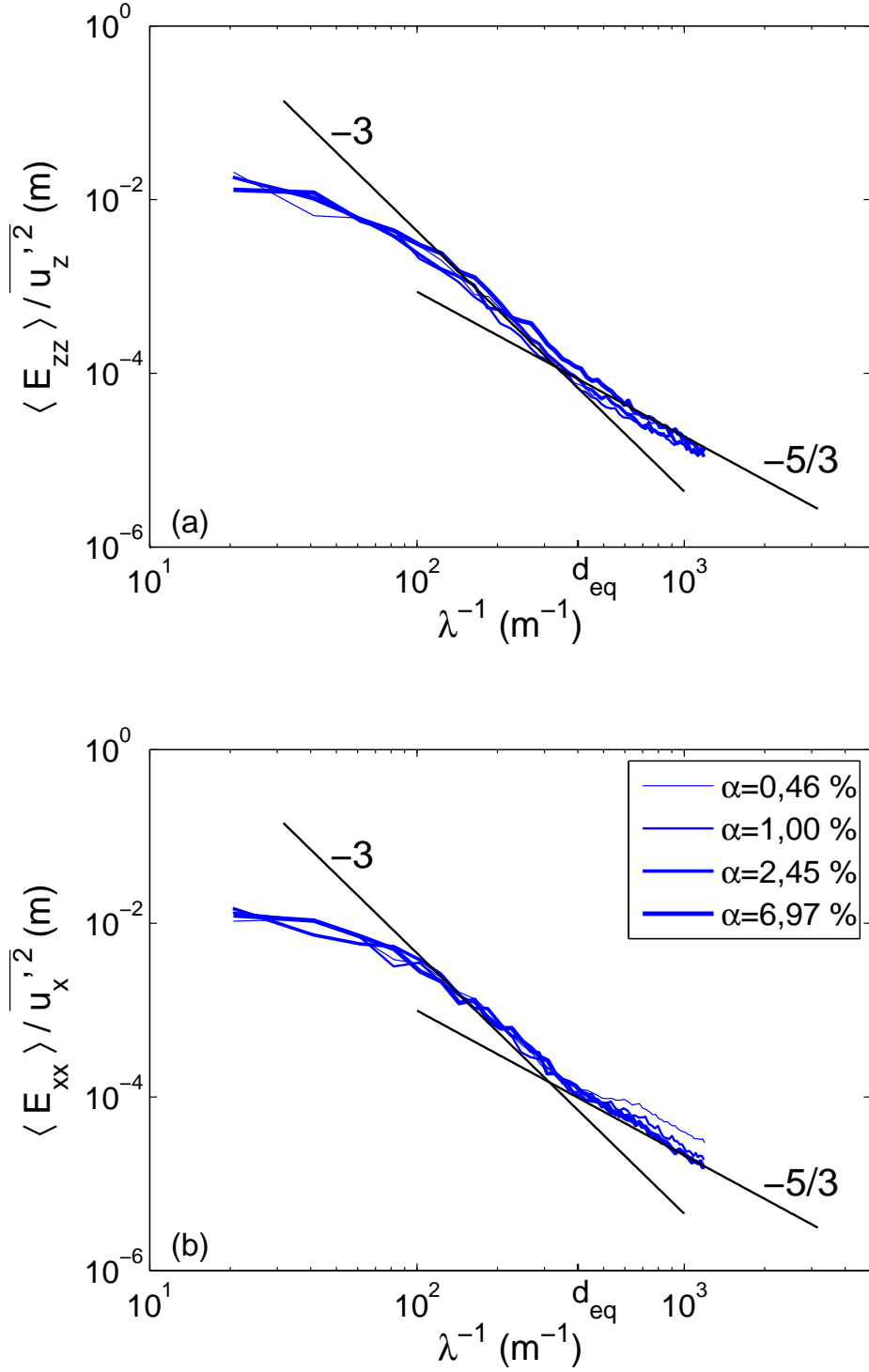


FIG. 1.58 – Spectres interpolés normalisés (a) suivant la verticale $\langle E_{zz} \rangle / \overline{u_z'^2}$ et (b) suivant l'horizontale $\langle E_{xx} \rangle / \overline{u_x'^2}$ pour différentes fractions volumiques (détection par le médian résiduel).

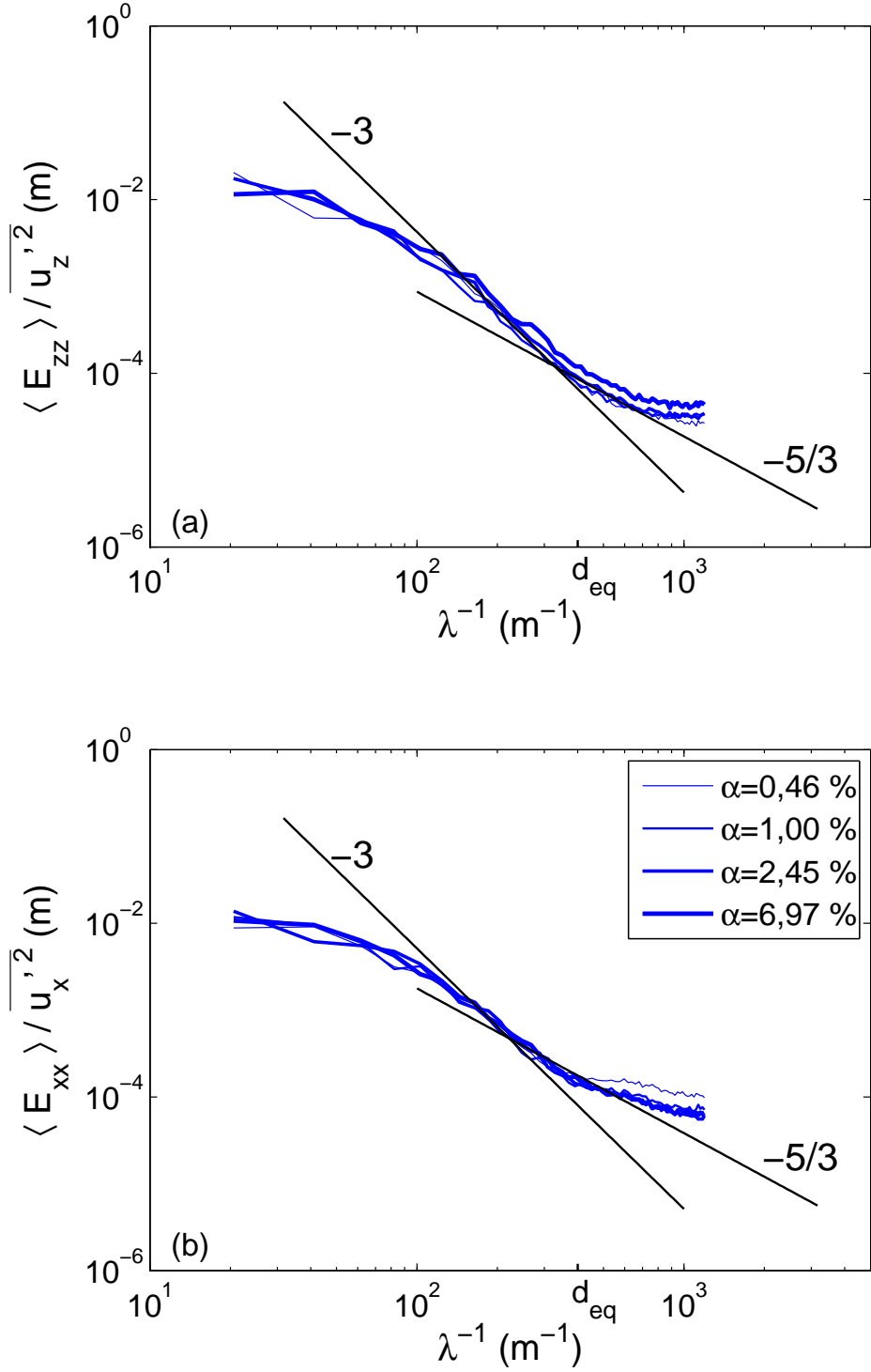


FIG. 1.59 – Spectres interpolés normalisés (a) suivant la verticale $\langle E_{zz} \rangle / \overline{u_z'^2}$ et (b) suivant l'horizontale $\langle E_{xx} \rangle / \overline{u_x'^2}$ pour différentes fractions volumiques (détection par la norme de la vitesse).

des vecteurs faux suivie d'une interpolation permet de distinguer une pente en $\lambda^{5/3}$ en-deçà de la taille des bulles. Dans la suite, nous baserons toute notre analyse spectrale sur ces spectres interpolés provenant des maillages 8×8 sachant que la première pente λ^3 se retrouve aussi sur les spectres provenant des champs bruts du maillage 16×16 .

1.7 Conclusion générale

De façon générale, nous venons de présenter les différents dispositifs expérimentaux et les méthodes de mesures mis en œuvre pour obtenir des résultats pertinents. Le dispositif *la girafe* permet de créer trois tailles de bulles. Nous avons dans un premier temps, déterminé le mouvement, la vitesse, la taille d'une bulle isolée. Une fois caractérisées les bulles composant nos essaims, nous avons montré, à l'aide d'une sonde optique, que les bulles de l'essaim étaient uniformément réparties dans l'espace. Nous avons aussi mesuré les fonctions de densité de probabilités des vitesses des interfaces des bulles et en avons déduit les vitesses moyennes des bulles. Ensuite, la mesure des vitesses du fluide par Anémométrie Laser Doppler a permis de démontrer que l'essaim de bulles est établi suivant la verticale après 300 mm de l'injection. La convergence statistique du nombre de mesures pour le calcul des d.d.p. des vitesses du fluide a été vérifiée pour les différentes fractions volumiques. Deux volumes de mesure ADL ont été testés, ils ont montré que le comportement général mesuré des fluctuations de vitesse ne dépendait pas de la taille du volume de mesure. Enfin, les spectres d'énergie ont été calculés à partir des champs PIV mesurés derrière le nuage de bulles. Les spectres d'énergie des vitesses horizontales et verticales font apparaître deux pentes différentes : une pente en λ^3 allant jusqu'à la taille de la bulle et l'autre en $\lambda^{5/3}$ aux plus faibles échelles.

Chapitre 2

Résultats expérimentaux de l'essai

L'essai homogène de bulles à grand nombre de Reynolds en ascension dans un liquide au repos est une configuration simple d'écoulement à bulles qui met cependant en jeu une physique complexe. Les fluctuations du liquide engendrées par le mouvement des bulles ne sont pas encore bien comprises et font encore aujourd'hui l'objet d'études poussées. Le nombre de bulles ainsi que leur taille et leur vitesse influencent l'intensité des fluctuations du liquide et la structure de la pseudo-turbulence. L'interaction entre les deux phases de l'écoulement conduit à se poser différentes questions. Quelles sont les différentes échelles de l'écoulement et quelle est l'influence sur les deux phases du nombre de bulles dans l'essai ?

On pourrait penser que l'échelle de longueur principale de la pseudo-turbulence devrait être la distance moyenne entre bulles, cette échelle évoluant bien entendu avec le diamètre des bulles et la fraction volumique. D'autre part, la vitesse moyenne des bulles variant elle aussi avec la taille des bulles et la fraction volumique, apparaît être la candidate idéale comme échelle de vitesse. Il s'agit donc de vérifier si ces intuitions sont exactes, ou sinon de déterminer les échelles pertinentes. Puis il faudra aussi comprendre comment ces échelles varient avec le diamètre des bulles et la fraction volumique de gaz.

Nous présentons dans ce chapitre les résultats expérimentaux obtenus dans un essai de bulles en faisant varier la taille et le nombre des bulles. La première partie du chapitre est dédiée à l'étude des vitesses moyennes des bulles par sonde optique et des fluctuations de vitesse du liquide par Anémométrie Laser Doppler au sein de l'essai. La seconde partie présente l'étude des fluctuations du liquide dans le sillage très proche d'un essai de bulles à partir des mesures par vélocimétrie par images de particules. Enfin, nous discuterons les différents résultats obtenus pour déterminer les différentes échelles de l'écoulement.

2.1 L'essai de bulles homogène

Comment les deux phases présentes dans notre écoulement interagissent-elles ? Pour répondre à cette interrogation, nous avons mesuré les vitesses des deux phases. Les mesures ont été effectuées au milieu du canal, loin des injecteurs, où l'essai est homogène et où il n'y a pas d'effet des parois. Nous allons présenter d'abord les densités de probabilité (d.d.p.) des vitesses des bulles obtenues à l'aide de la sonde optique double pour les différentes fractions volumiques et les différents diamètres de bulles.

2.1.1 Les fonctions de densité de probabilité des vitesses des bulles

Les fonctions de densité de probabilité des vitesses des bulles sont toutes obtenues de la même façon, avec le même seuil de vitesse maximale (voir chapitre 1). Nous considérons que les vitesses d'interface ainsi déterminées fournissent une description satisfaisante des d.d.p. de la composante verticale des vitesses des bulles. Les d.d.p. sont calculées pour nos différentes tailles de bulles et sur de larges gammes de fractions volumiques (Fig. 2.1). Pour chaque gamme de bulles, les d.d.p. ont la même forme, non gaussienne et asymétrique, avec des grandes fluctuations positives (vers le haut) plus probables que les grandes fluctuations négatives (vers le bas). La vitesse moyenne et la vitesse la plus probable diminuent avec la fraction volumique, les d.d.p. se décalant vers les faibles vitesses. Lorsque la fraction volumique augmente, les bulles sont freinées dans leurs ascension.

Pour analyser la forme des d.d.p., nous avons centré celles-ci sur leur valeur moyenne (Fig. 2.2). On constate que leur forme, contrairement à la vitesse moyenne responsable du décalage observé sur la figure 2.1, ne dépend pas de la fraction volumique α . La figure 2.3 montre que les d.d.p. centrées correspondant aux différents diamètres de bulles se superposent aussi. Les fluctuations de vitesse des bulles ne dépendant donc ni de la fraction volumique ni de la taille des bulles, seule la vitesse moyenne en dépend. Ce résultat étonnant a déjà été observé par Mudde & Saito (2001) à partir de mesures avec une sonde optique en écoulement en conduite¹. Nous n'avons pas d'explication définitive de la cause de cette indépendance des d.d.p. des fluctuations mais la conséquence est que la variance des vitesses des bulles ne dépend pas de d_{eq} ni de α (Fig. 2.4). Cela indique cependant que l'agitation des bulles reste dominée par les instabilités de mouvement de la bulle isolée et non par les interactions entre bulles.

2.1.2 La vitesse moyenne des bulles

Contrairement aux fonctions de densité de probabilité des vitesses des bulles, l'évolution de la vitesse moyenne des bulles avec la fraction volumique est très présente dans la littérature. Ici, nous comparerons nos résultats avec ceux de trois études. La première est celle de Zenit *et al.* (2001) qui ont étudié l'ascension de bulles d'air de diamètre $d_{eq}=1,35$ mm dont la vitesse terminale était $V_0=0,320$ m/s dans une cuve de section rectangulaire remplie d'eau salée (pour éviter la coalescence) au repos. La deuxième étude est celle de Larue de Tournemine (2001) (récemment publiée par Roig & Larue de Tournemine (2007)), qui ont étudié un essaim de bulles de diamètre $d_{eq}=1,75$ mm dans un écoulement turbulent vertical de vitesse moyenne $\langle U \rangle$ comprise entre 0,45 et 0,59 m/s. La troisième étude a été effectuée par Garnier *et al.* (2002) qui ont considéré des bulles de diamètre compris entre 3 et 4 mm ($Re=300-500$) dans un écoulement ascendant turbulent en conduite pour des fractions volumiques variant sur une très large gamme de 1 à 40 %.

La figure 2.5 montre que la vitesse moyenne des bulles est toujours une fonction décroissante de la fraction volumique, ce qui se comprend aisément car plus le nombre de bulles dans l'essaim est important plus le liquide a du mal à se frayer un passage entre elles. Il est important de noter que pour les trois tailles de bulles que nous avons étudiées, la vitesse d'ascension V_0 de la bulle isolée dans un liquide au repos est quasiment la même. Les petites variations observées (≈ 10 %) entre les trois diamètres pour la bulle isolée ont d'ailleurs quasiment disparues dès la plus faible fraction volumique non nulle considérée ici

¹voir Fig. 12 (b) et 17 (b) de leur article.

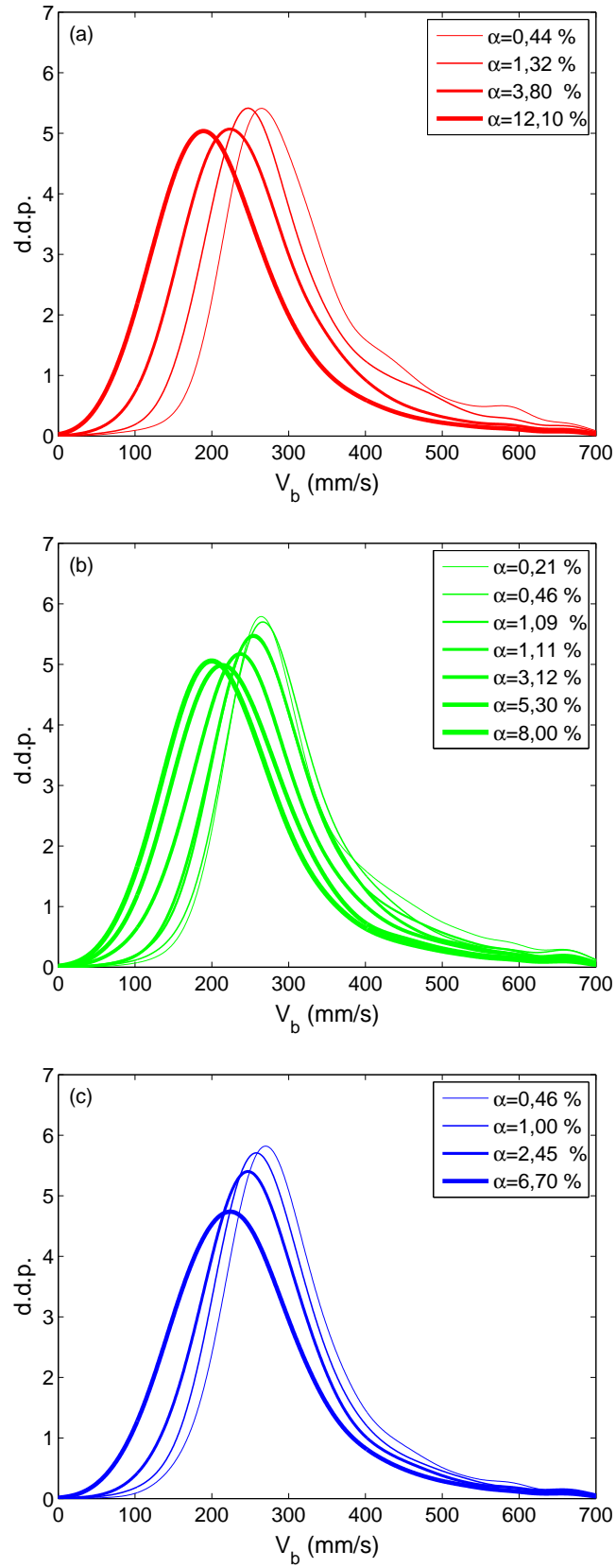


FIG. 2.1 – Fonction de densité de probabilité (d.d.p.) des vitesses d’ascension des bulles V_b en fonction de la fraction volumique α pour : (a) Diamètre des bulles $d_{eq}=1,6$ mm, (b) $d_{eq}=2,1$ mm, (c) $d_{eq}=2,5$ mm.

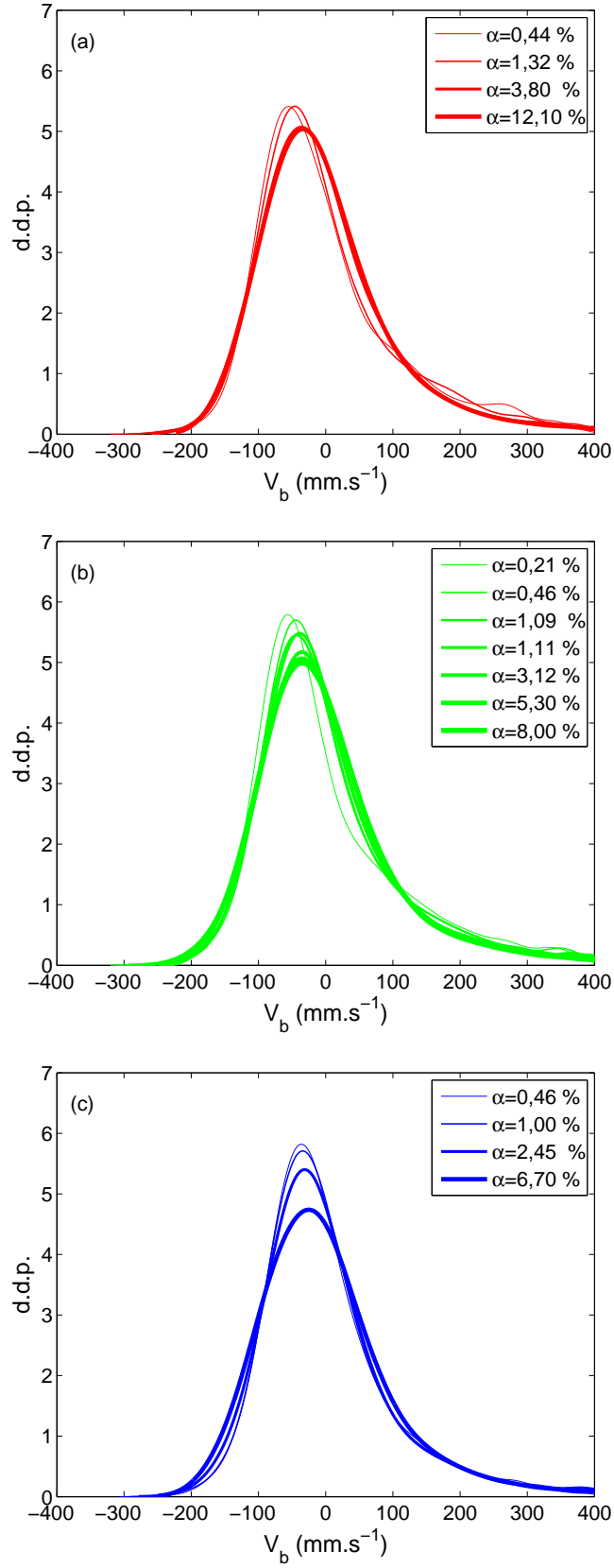


FIG. 2.2 – Fonction de densité de probabilité (d.d.p.) centrée des vitesses d’ascension des bulles V_b en fonction de la fraction volumique α pour : (a) Diamètre des bulles $d_{eq}=1,6$ mm, (b) $d_{eq}=2,1$ mm, (c) $d_{eq}=2,5$ mm.

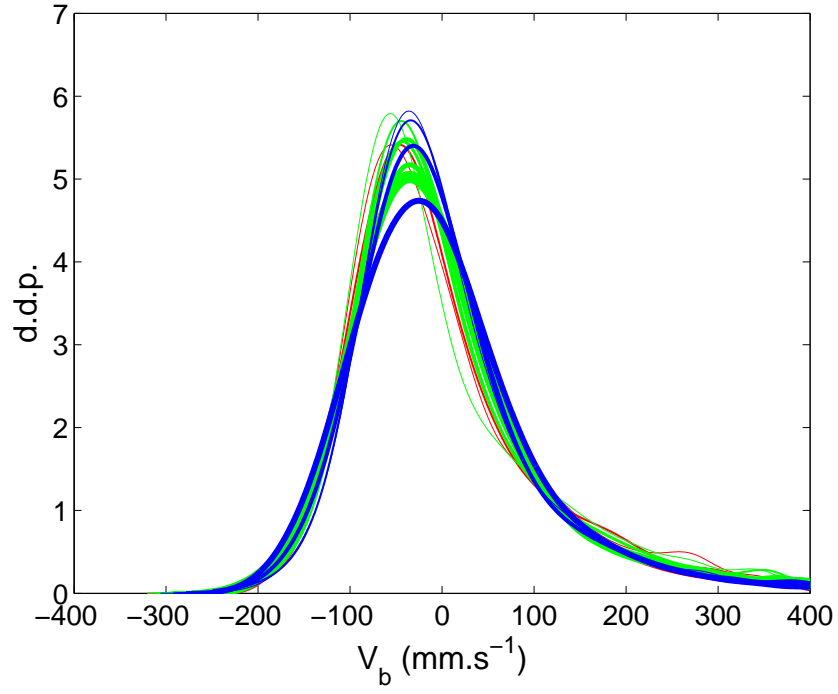


FIG. 2.3 – Fonction de densité de probabilité (d.d.p.) centrée des vitesses d'ascension des bulles V_b pour différentes fractions volumiques α et pour les trois tailles de bulles d_{eq} .

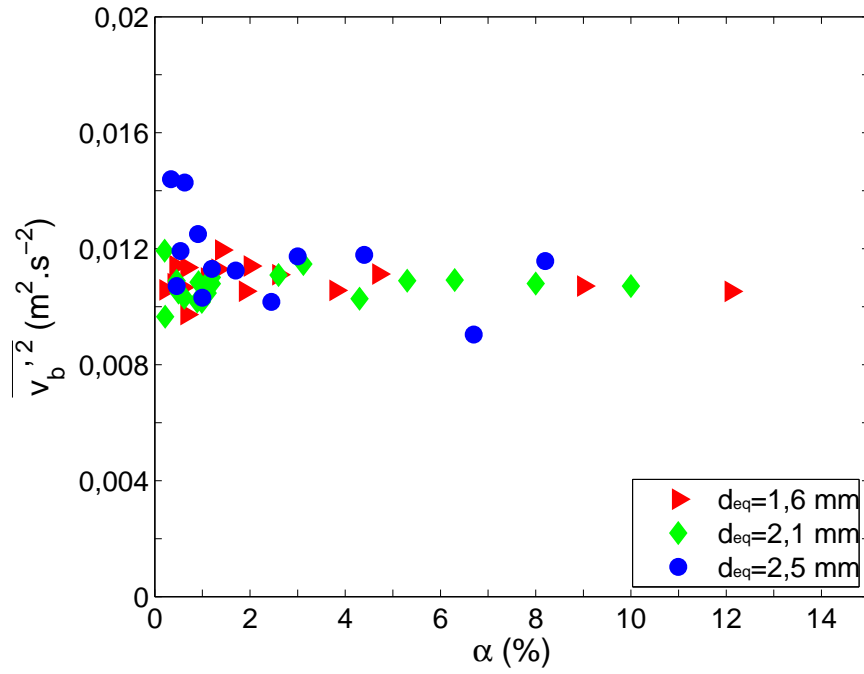


FIG. 2.4 – Evolution de la variance des vitesses des bulles $\overline{v_b'^2}$ pour différentes fractions volumiques α pour les trois tailles de bulles d_{eq} .

($\alpha=0,2\%$). Nos résultats expérimentaux pour les trois gammes de bulles se superposent ainsi avec la loi empirique suivante,

$$\langle V_b \rangle = V_0^* (1 - \alpha^n) \quad \text{avec} \quad n = 0,49, \quad (2.1)$$

où $V_0^*=0,335$ m/s est la valeur de V_0 pour les plus petites bulles ($d_{eq}=1,6$ mm). Cette corrélation respecte bien le comportement à faible α en tendant vers la vitesse de la bulle isolée pour $\alpha=0\%$. Pour les fractions volumiques comprises entre 0,2 et 10 %, une autre corrélation empirique rend tout aussi bien compte des mesures,

$$\langle V_b \rangle = V_0 (\alpha/\alpha_0)^{-0.1} \quad \text{avec} \quad \alpha_0 = 0,3\%. \quad (2.2)$$

Cette loi, bien qu'elle diverge pour α tendant vers zéro, a une expression algébrique plus simple qui nous sera utile par la suite. En normalisant la vitesse moyenne des bulles par V_0 , nos résultats se superposent bien à ceux de Zenit *et al.* (2001) et ceux de Garnier *et al.* (2002) (Fig. 2.6). Seules nos mesures de la vitesse des plus grosses bulles s'écartent un peu des autres, mais cet écart de seulement 5 % n'est pas significatif.

La vitesse de la bulle isolée dans un liquide au repos n'a pas été mesurée par Larue de Tournemine (2001), nous avons cependant pu estimer la valeur correspondante à partir de nos mesures (Fig. 2.7) puisque leurs bulles se situaient dans la même gamme de taille que les nôtres. Pour la vitesse de la bulle isolée de Garnier *et al.* (2002), nous avons utilisé le résultat expérimental de Maxworthy *et al.* (1996) pour une bulle de 3,5 mm de diamètre. La figure 2.8 présentent les vitesses des bulles isolées des différentes études en les comparant aux mesures obtenues par Maxworthy *et al.* (1996) pour différents diamètres d_{eq} et différents couples de fluides (différents nombres de Morton).

Les résultats de Larue de Tournemine (2001) sont très différents des nôtres et de ceux de Zenit *et al.* (2001) et de Garnier *et al.* (2002), à la fois par le fait que la vitesse des bulles ne tend pas vers V_0 lorsque α tend vers zéro et en suivant une loi de décroissance différente lorsque α augmente. On notera cependant que les mesures de Larue de Tournemine (2001) et Garnier *et al.* (2002) reportées sur les figures 2.5 et 2.6 ne sont pas des vitesses absolues de bulles mais des vitesses relatives à l'écoulement moyen du liquide. La présence d'un fort écoulement porteur dans le cas de Larue de Tournemine (2001), dont il a été observé qu'il modifie fortement la forme des bulles, explique vraisemblablement cette différence.

En résumé, pour des bulles en ascension dans un liquide au repos, la vitesse moyenne des bulles que nous avons mesurée est proportionnelle à la vitesse de la bulle isolée et décroît avec la fraction volumique comme $1 - \alpha^n$ (ou $\alpha^{-0.1}$) pour $0,4 \leq \alpha \leq 10\%$ et $1,6 \leq d_{eq} \leq 2,5$ mm.

2.1.3 Les d.d.p. des fluctuations du liquide

Les fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesse du liquide pour nos trois gammes de bulles, obtenues par Anémométrie Laser Doppler dans l'essaim, sont présentées sur la figure 2.9. Elles sont normalisées par la vitesse V_0 et représentées sur l'intervalle $[-0,5 V_0, +0,5 V_0]$ pour lequel nous avons confiance dans la validité des mesures : absence de mesures erronées et de biais statistique significatif. Ceci implique que les grandes vitesses d'ordre V_0 qui existe dans le liquide très près des bulles ne seront pas étudiées ici.

Pour chaque gamme de taille de bulles, les d.d.p. verticales sont asymétriques, les fortes fluctuations positives sont plus probables que les fortes fluctuations négatives. Les

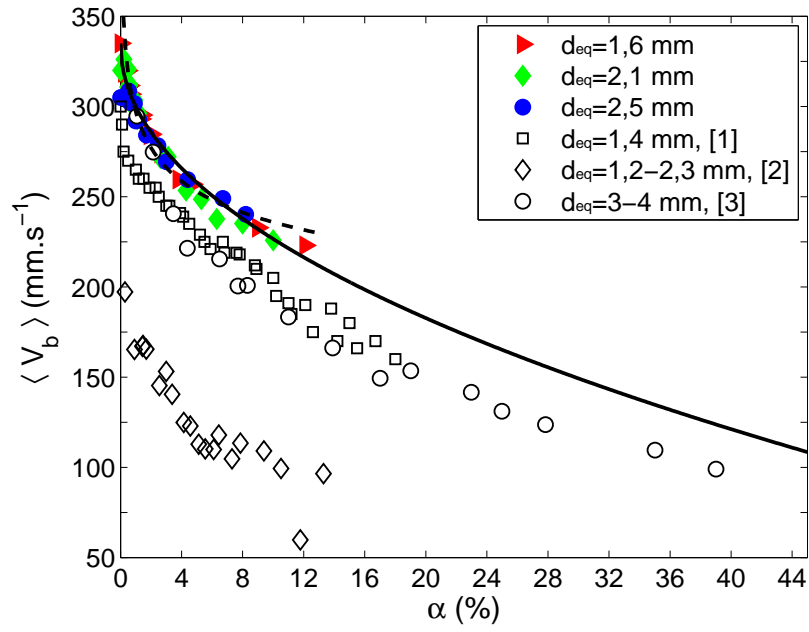


FIG. 2.5 – Vitesse moyenne $\langle V_b \rangle$ des bulles en fonction de la fraction volumique α . Symboles pleins, notre étude. Symboles vides, [1] l'étude de Zenit *et al.* (2001), [2] Larue de Tournemine (2001) et [3] Garnier *et al.* (2002). Le trait continu représente la corrélation 2.1, le trait pointillé la corrélation 2.2.

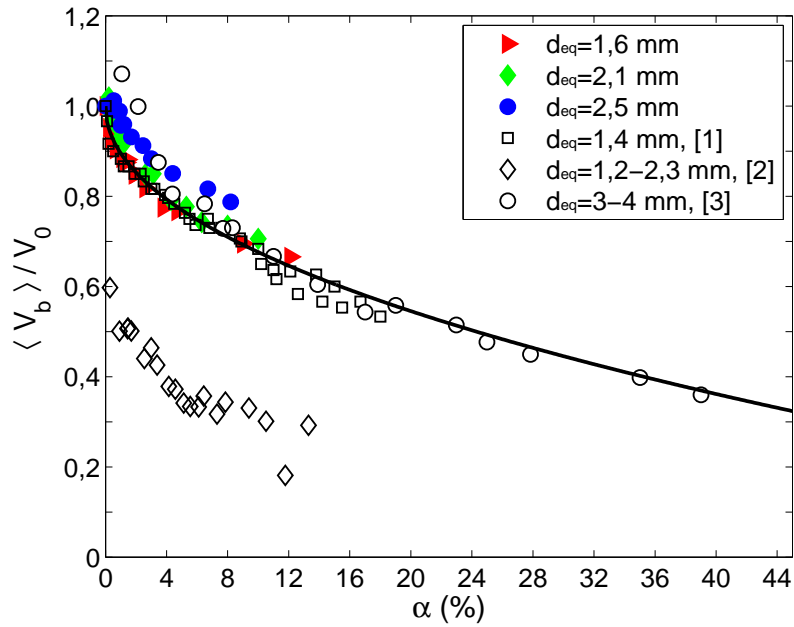


FIG. 2.6 – Vitesse moyenne $\langle V_b \rangle$ des bulles normalisée par la vitesse V_0 de la bulle isolée. Symboles pleins, notre étude. Symboles vides, [1] l'étude de Zenit *et al.* (2001), [2] Larue de Tournemine (2001) et [3] Garnier *et al.* (2002).

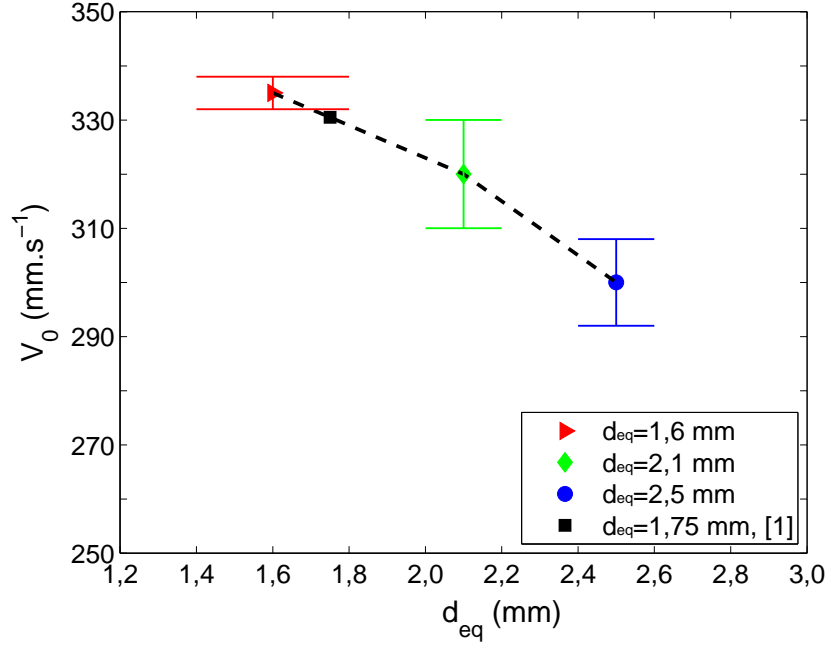


FIG. 2.7 – Vitesse mesurée V_0 de la bulle isolée en fonction du diamètre équivalent d_{eq} des bulles pour nos trois tailles de bulles et [1] l'étude de Larue de Tournemine (2001).

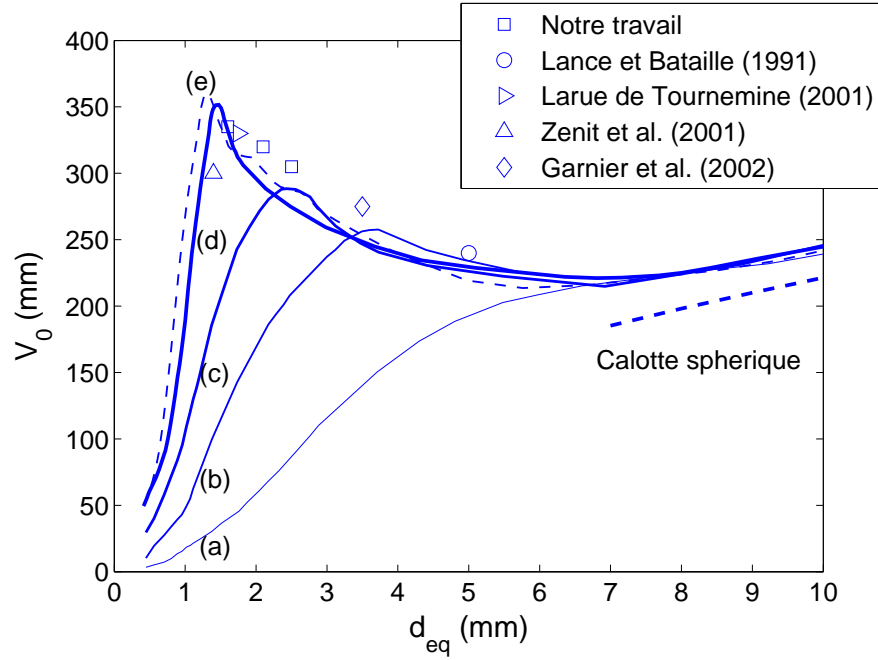


FIG. 2.8 – Vitesse V_0 de la bulle isolée mesurée par Maxworthy *et al.* (1996) en fonction du diamètre d_{eq} de la bulle et pour différents nombres de Morton et comparée aux différentes études. (a) $Mo=3,77.10^{-4}$, (b) $Mo=2,17.10^{-7}$, (c) $Mo=5,75.10^{-9}$, (d) $Mo=2,72.10^{-11}$ correspondant à un écoulement diphasique eau-air et (e) $Mo=7,71.10^{-12}$. Régime à calotte sphérique $V_0 = \sqrt{0,5 g d_{eq}}$.

bulles étant en ascension sous l'action de la gravité, il n'est pas surprenant que la direction verticale soit privilégiée et que l'on observe une telle asymétrie. Par contre, suivant l'horizontale, les d.d.p. sont symétriques conformément à la symétrie du problème physique étudié (nous aurions obtenu les mêmes d.d.p. suivant l'autre direction horizontale y). Dans l'ensemble, les fluctuations de vitesse ne sont donc pas isotropes.

L'augmentation des fluctuations de vitesse avec l'accroissement de la fraction volumique se traduit par l'élargissement des d.d.p. ; On a de plus en plus de fluctuations positives et négatives pour les deux composantes. L'évolution des d.d.p. avec α est identique pour les trois tailles de bulles et laisse penser qu'une normalisation unique est possible.

2.1.4 L'auto-similarité des d.d.p.

Pour connaître la dépendance des d.d.p. avec la fraction volumique, nous avons testé une normalisation de la vitesse par $V_0 \alpha^n$ pour différentes valeurs de n où V_0 est la vitesse de la bulle isolée ($\alpha=0$ %) au diamètre correspondant. Pour permettre une lecture plus aisée des valeurs des vitesses normalisées, nous avons normalisé le taux de vide α par une fraction volumique de référence $\alpha_0=1$ %. La meilleure normalisation est obtenue pour $n=0,4$ (Fig. 2.10) comme déjà observé par Risso & Ellingsen (2002) pour des bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm et des fractions volumiques comprises entre 0,5 et 1 %. Ici, nous étendons leur résultat en montrant que les d.d.p. des fluctuations de vitesse sont auto-similaires lorsque la vitesse est normalisée par $V_0 \alpha^{0,4}$ à la gamme de diamètre 1,6 à 2,5 mm et pour des fractions volumiques comprises entre 0,5 et 4 %. Le fait que la variance des vitesses varie comme $\alpha^{0,8} V_0^2$ traduit le caractère non-linéaire des interactions entre les écoulements induits par les mouvements des différentes bulles.

En traçant les d.d.p. normalisées sur une échelle semi-logarithmique (Fig. 2.11), on constate que la décroissance des d.d.p. autour du maximum de probabilité suit une loi exponentielle en $\exp(-ax)$. A la précision des mesures, le coefficient a ne dépend pas de α et le comportement exponentiel est observé dans toute la gamme des vitesses mesurées pour les fluctuations horizontales et pour les fluctuations verticales positives, il semble qu'on observe un changement du coefficient a (donc de la pente sur la répartition semi-log) au-delà d'un certain seuil. Quoi qu'il en soit, nous ne retrouvons pas les distributions gaussiennes ou de type Maxwell $Ax^2 \exp(-Bx^2)$ obtenus par Zenit *et al.* (2001)². La question se pose maintenant de savoir si l'état auto-similaire est conservé en normalisant les fluctuations par la vitesse moyenne des bulles $\langle V_b \rangle(\alpha)$ au lieu de la vitesse V_0 de la bulle isolée. La figure 2.12 montre que l'état auto-similaire est retrouvé avec une normalisation par $\langle V_b \rangle \alpha^{0,5}$, ce qui n'est pas surprenant puisque nous avons montré que les résultats expérimentaux étaient en accord avec la corrélation $\langle V_b \rangle = V_0 \alpha^{-0,1}$. On peut alors se demander laquelle des normalisations de $V_0 \alpha^{0,4}$ ou bien $\langle V_b \rangle \alpha^{0,5}$ est la plus porteuse de sens.

Les résultats de Larue de Tournemine (2001) sont particulièrement intéressants de ce point de vue puisqu'ils ne vérifient pas la loi en $V_0 \alpha^{-0,1}$ sur la vitesse moyenne des bulles. La figure 2.13 (a) présente les d.d.p. des fluctuations verticales de la vitesse du liquide obtenues par anémométrie à film chaud dans un écoulement à bulles au sein d'un écoulement turbulent vertical en canal pour un diamètre moyen de bulles de 1,75 mm et des fractions volumiques allant de 1,5 à 13,3 %. La figure 2.13 (b) montre qu'après normalisation par $V_0 \alpha^{0,4}$ toutes les d.d.p. se superposent entre elles. Ce qui est remarquable c'est qu'elles

²Voir Fig. 16 et 17 de leur article.

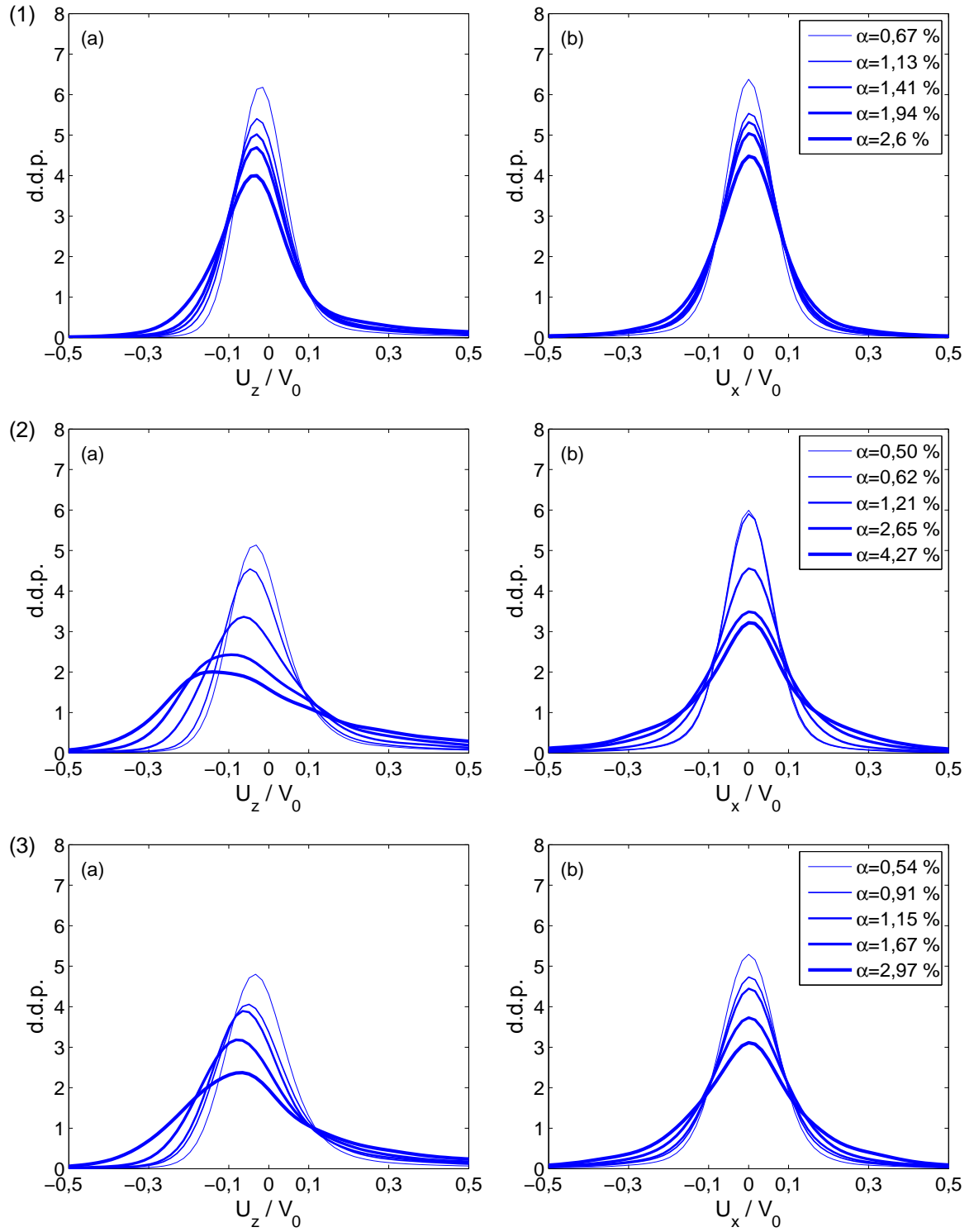


FIG. 2.9 – Fonctions de densité de probabilité (d.d.p.) normalisées des fluctuations de vitesses verticales (a) et horizontales (b) du liquide pour les trois essais de bulles (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm. Pour chaque essai la fraction volumique α varie sur une large gamme. La normalisation est effectuée par la vitesse V_0 de la bulle isolée.

se superposent également avec celle que nous avons obtenue pour un diamètre des bulles très proche de 1,6 mm. La figure 2.14 montre que ce n'est pas le cas pour la normalisation $\langle V_b \rangle \alpha^{0,5}$. L'auto-similarité et la normalisation en $V_0 \alpha^{0,4}$ se généralisent donc à des fractions volumiques jusqu'à 13 % et à des configurations d'écoulements plus complexes pour lesquelles la loi de vitesse moyenne des bulles en $V_0 \alpha^{-0,1}$ n'est plus valable. Pour la vitesse du liquide, la loi d'échelle en $V_0 \alpha^{0,4}$ est donc plus générale que celle en $\langle V_b \rangle \alpha^{0,5}$.

2.1.5 Les d.d.p. pour les différentes tailles de bulles

Les fonctions de densité de probabilité des fluctuations normalisées dépendent du diamètre des bulles (Fig. 2.15 (1)). Les d.d.p. verticales obtenues par Larue de Tournemine (2001) et celles obtenues pour les petites bulles se superposent, nous n'avons donc pas représenté les résultats de Larue de Tournemine (2001) dans l'analyse qui suit. Les d.d.p. des fluctuations verticales des plus grosses bulles ($d_{eq}=2,1$ mm et $d_{eq}=2,5$ mm) sont identiques alors que celle plus petite ($d_{eq}=1,6$ mm) est plus étroite. Concernant les fluctuations horizontales, les d.d.p. des trois tailles de bulles sont très proches les unes des autres et assez proches de la d.d.p. des fluctuations verticales des plus petites bulles. Il en résulte que l'anisotropie entre les fluctuations horizontales et verticales est plus faible dans le cas des bulles de 1,6 mm. Sur la figure 2.15 (2) nous avons représenté les mêmes d.d.p. après normalisation par un coefficient $\gamma(d_{eq})$ permettant de corriger les écarts de variance entre les différents diamètres de bulles pour mieux comparer leur forme (de manière arbitraire nous avons choisi $\gamma=1$ pour $d_{eq}=1,6$ mm). On constate alors pour les bulles de 1,6 mm, en accord avec la plus faible anisotropie entre composante verticale et horizontale, que la d.d.p. des fluctuations verticales est aussi moins symétrique. Les valeurs de γ sont présentées sur la figure 2.16, on constate qu'elles sont du même ordre de grandeur pour tous les cas considérés.

Il est probable que cette évolution de l'anisotropie comme de l'évolution de l'intensité des fluctuations (Fig. 2.16), est liée au changement de la structure du sillage avec le nombre de Reynolds. Nous avons d'ailleurs conçu un dispositif capable de produire des bulles de 1,6 mm car, pour cette taille, contrairement aux bulles de 2,1 et 2,5 mm, le sillage de la bulle isolée est stable et son ascension est rectiligne. Il est cependant important de faire remarquer ici que les trajectoires des bulles de 1,6 mm dans l'essai présentent les mêmes oscillations de trajectoires que les bulles de 2,1 et 2,5 mm ; l'agitation du liquide dû à la présence des autres bulles est suffisante pour déclencher l'instabilité de mouvement des bulles. Les différences de fluctuations de vitesse du liquide entre les bulles de 1,6 mm et celles de 2,1 et 2,5 mm ne sont donc pas dues à la présence de cette instabilité. En revanche, le fait que le mouvement des plus petites bulles se met à osciller comme celui des plus grandes explique peut-être pourquoi la limite de $\langle V_b \rangle$ lorsque α tend vers zéro est identique pour les trois diamètres alors que les vitesses des bulles isolées correspondantes diffèrent de 10 %.

2.1.6 Conclusion

L'étude dans l'essai de bulles pour différentes tailles de bulles a permis d'obtenir quelques résultats intéressants. D'une part, la vitesse moyenne des bulles diminue avec la fraction volumique suivant une loi en $V_0 (1 - \alpha^n)$, où V_0 est la vitesse de la bulle isolée dans un liquide au repos. Les bulles étudiées ayant des vitesses d'ascension très proches, c'est la comparaison avec les résultats de Zenit *et al.* (2001) qui a permis de montrer

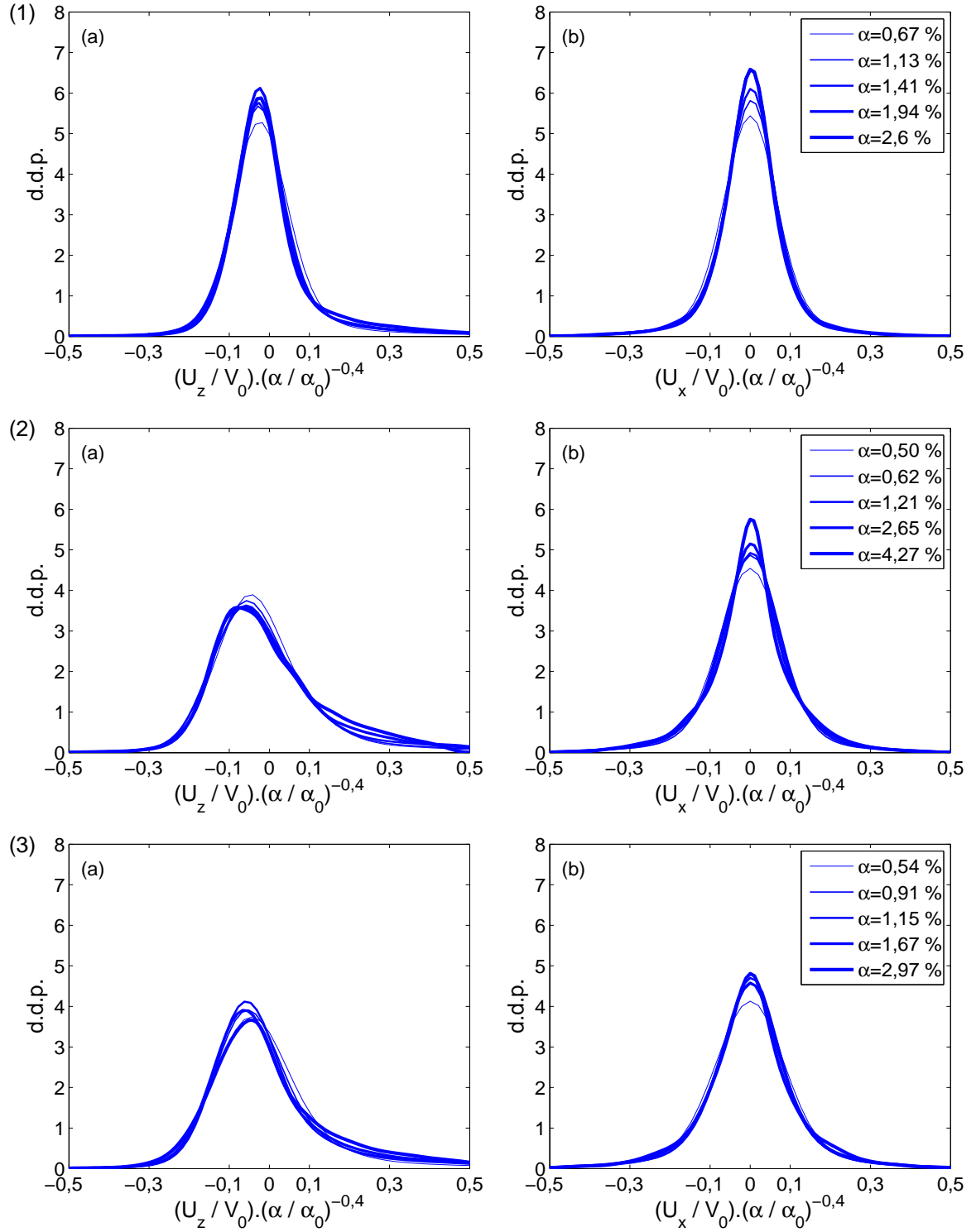


FIG. 2.10 – Fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesses verticales (a) et horizontales (b) du liquide normalisées par $V_0 (\alpha/\alpha_0)^{0.4}$ pour les trois tailles de bulles (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm. V_0 est la vitesse de la bulle isolée correspondant au diamètre des bulles et $\alpha_0=1$ %.

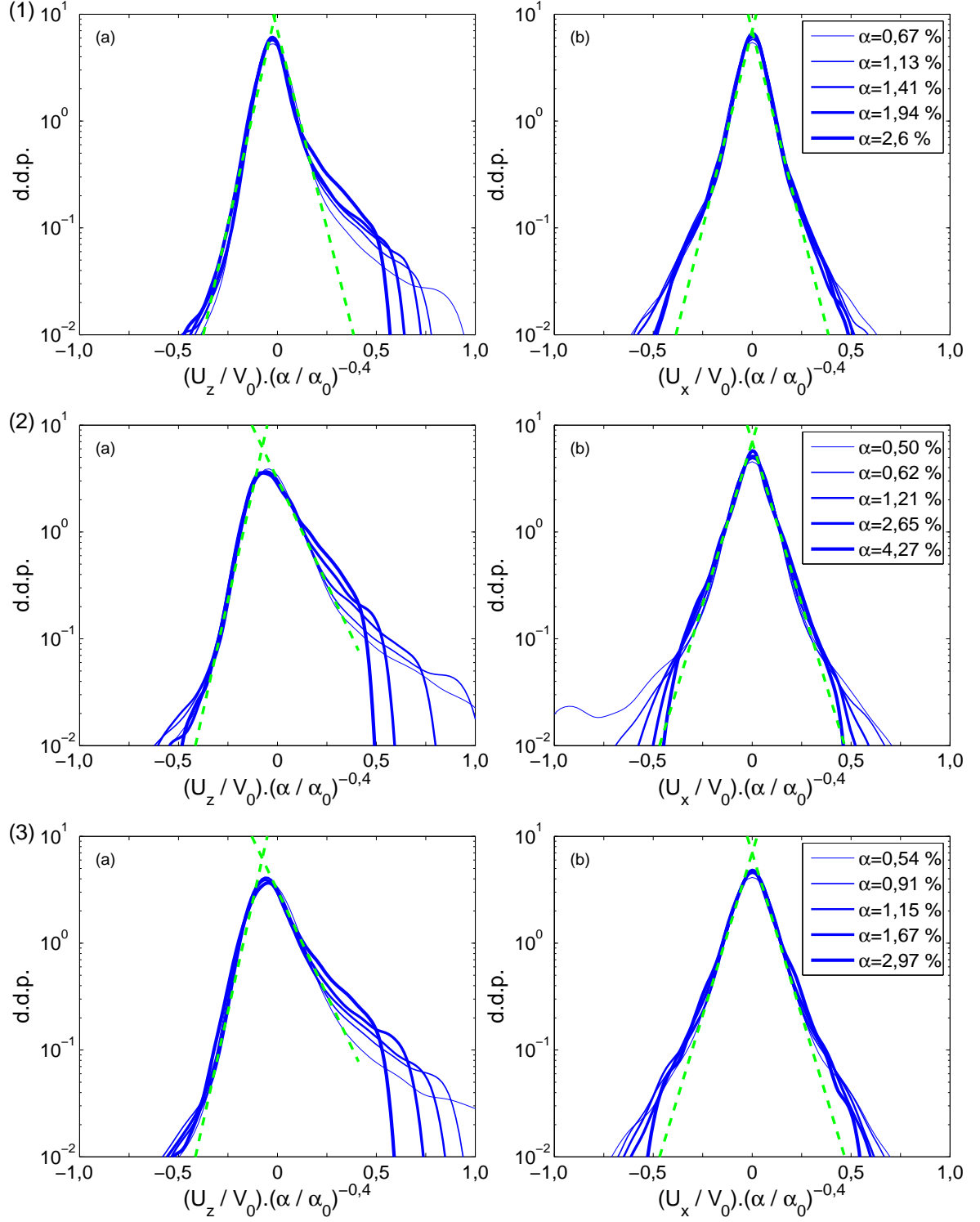


FIG. 2.11 – Représentation semi-logarithmique des fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesses normalisées verticales (a) et horizontales (b) du liquide pour les trois tailles de bulles (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

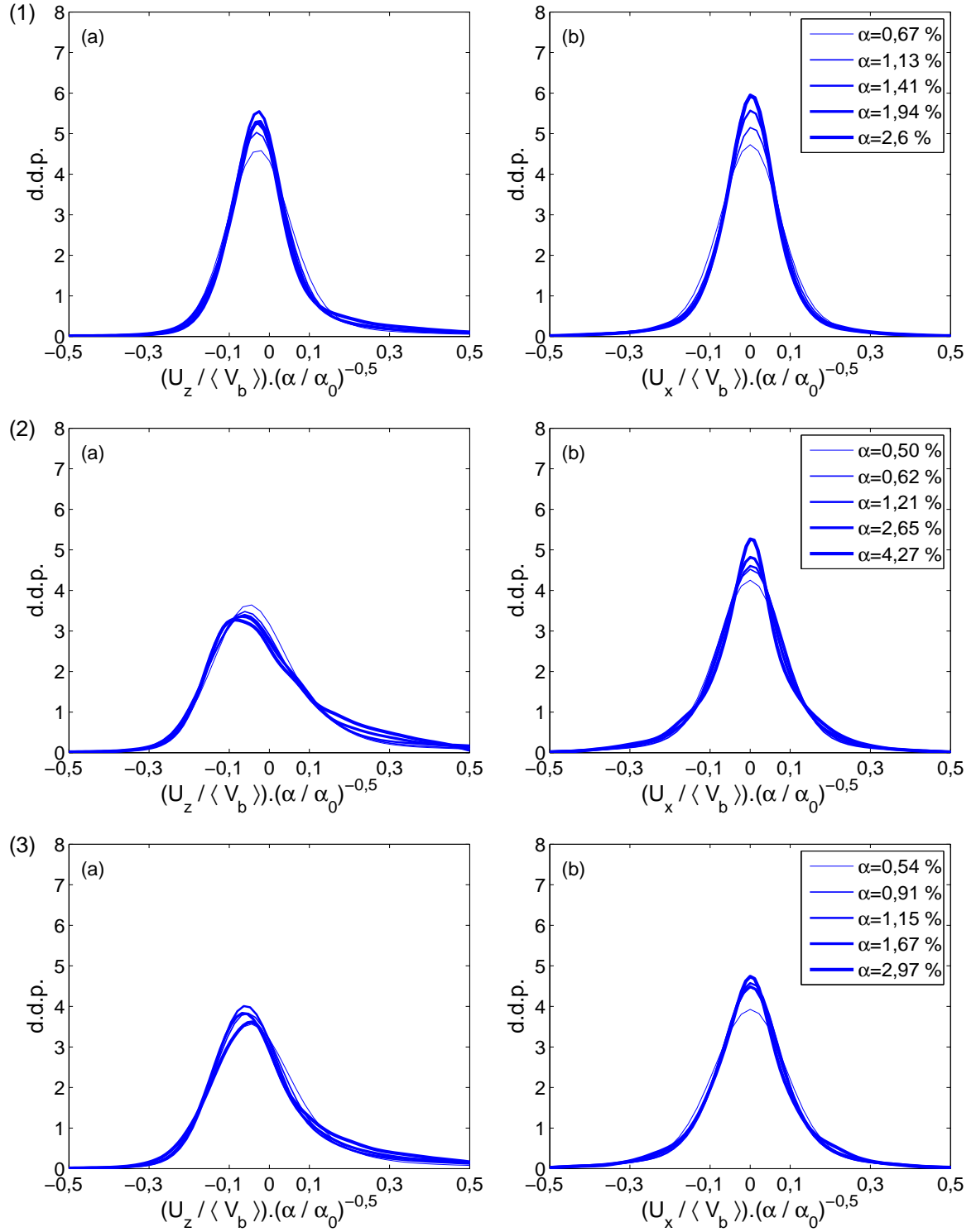


FIG. 2.12 – Fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesses verticales (a) et horizontales (b) du liquide normalisées par $\langle V_b \rangle (\alpha / \alpha_0)^{0.5}$ pour les trois tailles de bulles (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm. $\langle V_b \rangle$ est la vitesse moyenne des bulles qui dépend de la fraction volumique et correspond à un diamètre des bulles.

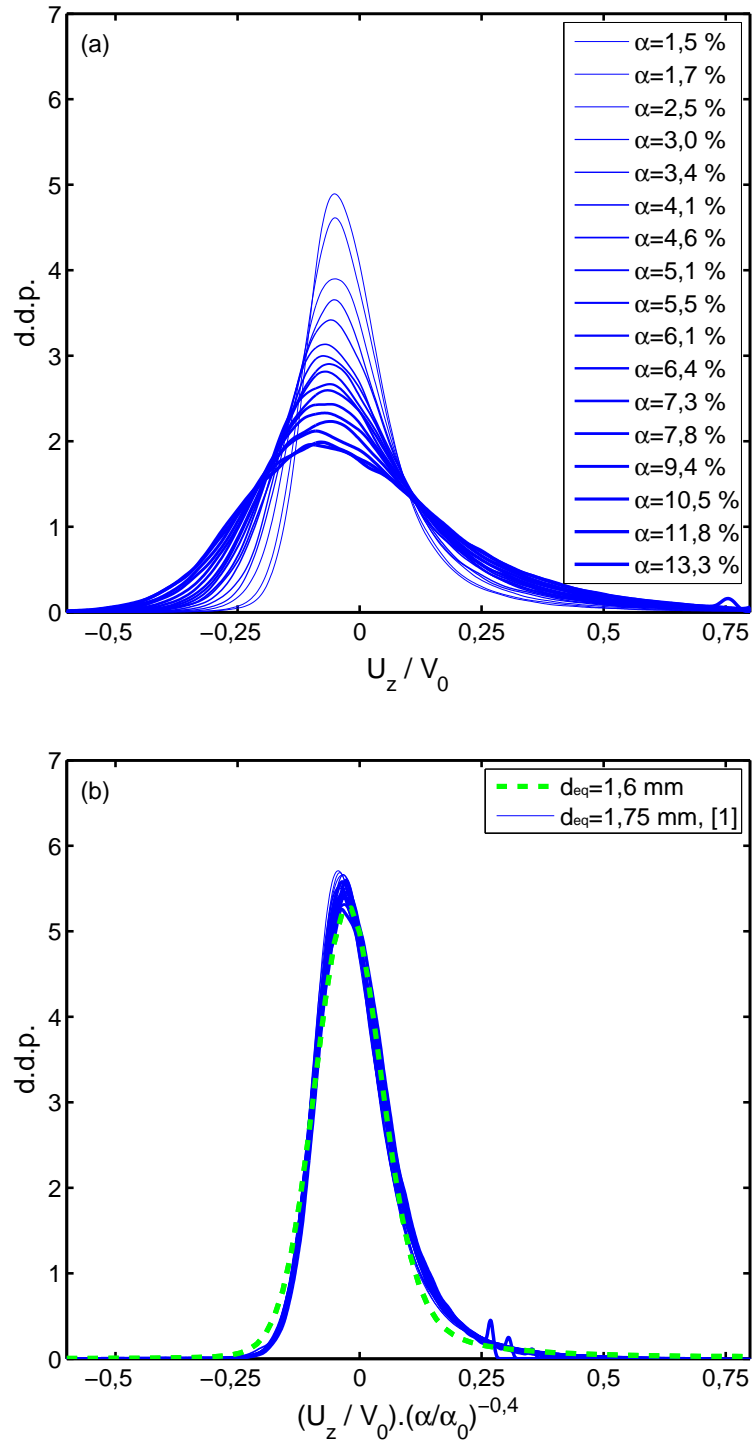


FIG. 2.13 – Mesures de Larue de Tournemine (2001) [1] représentant les fonctions de densité de probabilité des fluctuations (a) de vitesses verticales du liquide, (b) normalisées par $V_0 (\alpha/\alpha_0)^{0,4}$ et comparées à nos mesures.

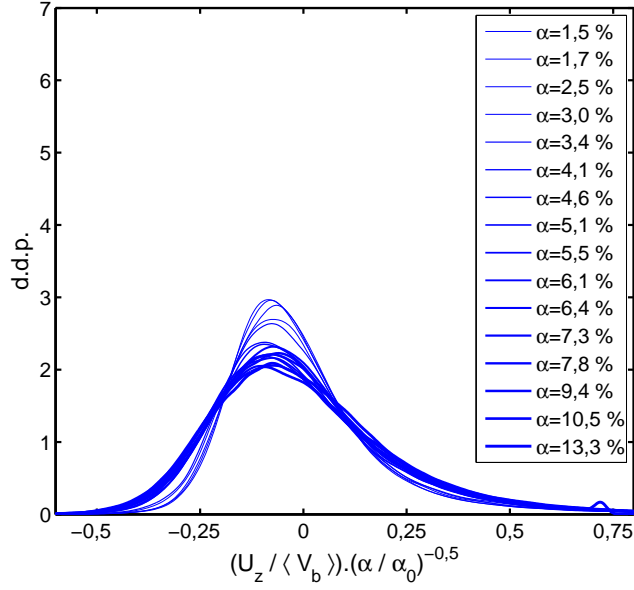


FIG. 2.14 – Mesures de Larue de Tournemine (2001) représentant les fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesses verticales du fluide normalisées par $\langle V_b \rangle (\alpha/\alpha_0)^{0.5}$.

la pertinence de cette loi pour des V_0 contrastés. D'autre part, l'analyse des d.d.p. des fluctuations de vitesse du liquide a confirmé que le comportement auto-similaire des d.d.p. est atteint lorsque l'on normalise la vitesse à la fraction volumique considérée par $V_0 \alpha^{0.4}$ ou bien si l'on souhaite faire intervenir la vitesse moyenne des bulles par $\langle V_b \rangle \alpha^{0.5}$. Ces deux normalisations sont quantitativement équivalentes pour nos essais puisque dans la gamme $0,4 \leq \alpha \leq 5 \%$, nous avons observé que $\langle V_b \rangle$ était proportionnel à $V_0 \alpha^{-0.1}$. Cependant, les résultats obtenus par Larue de Tournemine (2001), pour lesquels la vitesse des bulles n'est pas proportionnelle à $\alpha^{-0.1}$ admettent une échelle de normalisation en $V_0 \alpha^{0.4}$. L'échelle de vitesse pertinente pour les fluctuations de vitesse du liquide est donc bien $V_0 \alpha^{0.4}$.

2.2 La mesure derrière l'essaim

Les résultats de la mesure par PIV derrière l'essaim sont présentés dans cette partie. Nous regarderons tout d'abord l'évolution de l'énergie dans le sillage de l'essaim puis nous analyserons les résultats proches de l'essaim qui sont représentatifs du comportement des vitesses du liquide dans l'essaim.

2.2.1 Evolution globale derrière l'essaim

La première étape dans l'analyse temporelle de l'énergie des fluctuations derrière l'essaim est la détermination de la frontière entre l'essaim de bulles et la zone monophasique qui le suit après l'arrêt de l'injection des bulles. Les bulles près des parois montent moins vite que celles au centre de la cuve, la frontière entre les deux régions n'est pas plane. La première image PIV sans bulle définira ici le début de la région monophasique et correspondra à l'origine des temps.

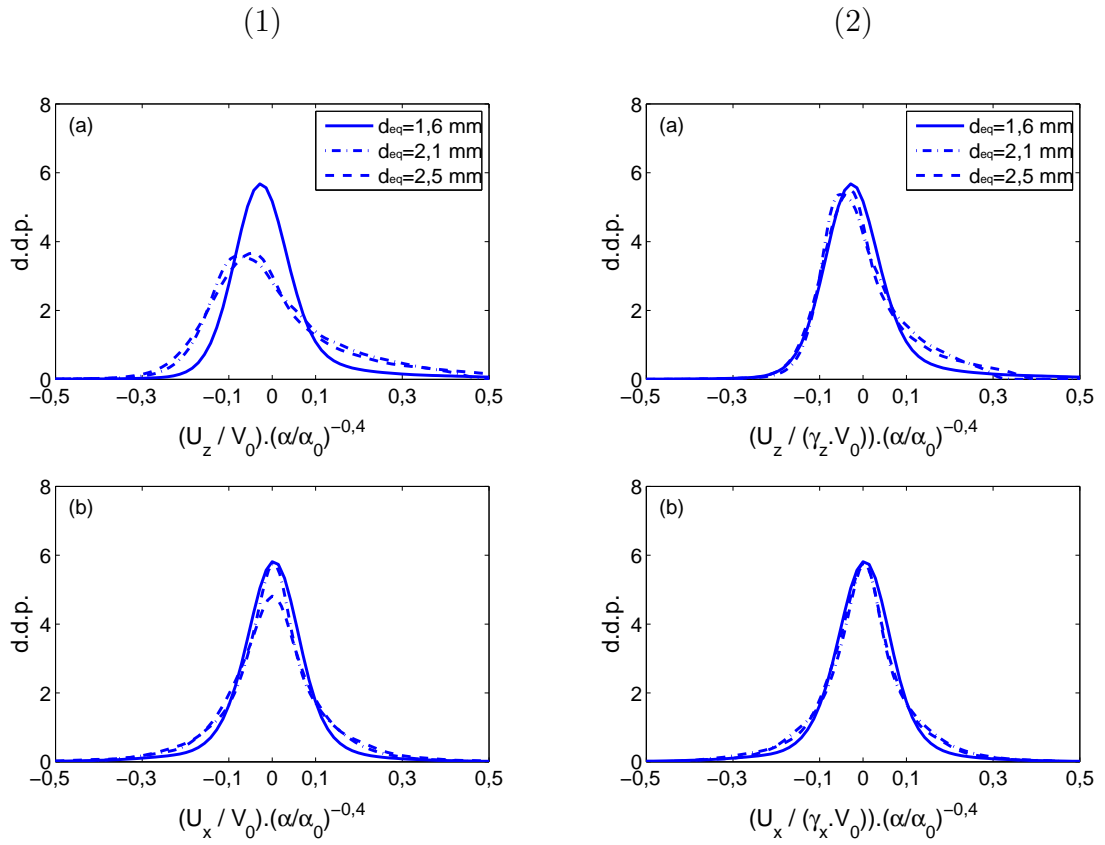


FIG. 2.15 – Comparaison des d.d.p. normalisées par $V_0(\alpha/\alpha_0)^{0,4}$ des fluctuations de vitesse verticales (a) et horizontales (b) du liquide pour les trois essais (1) et comparaison des mêmes d.d.p. mais normalisées par $V_0 \gamma (\alpha/\alpha_0)^{0,4}$ (γ un coefficient) (2).

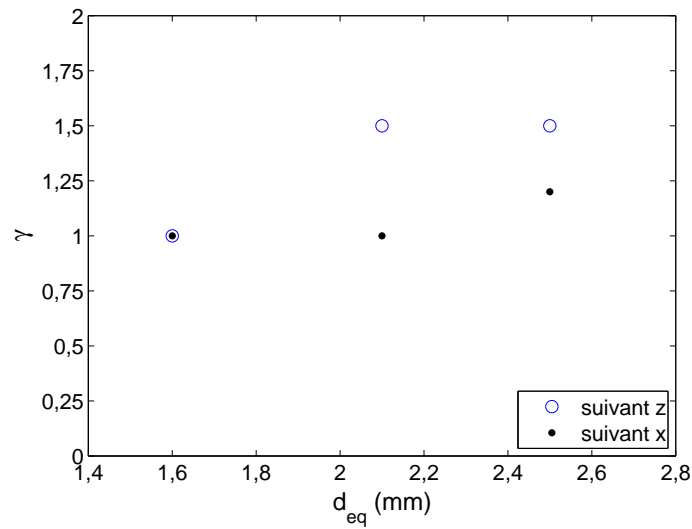


FIG. 2.16 – Evolution du coefficient de normalisation γ des d.d.p. des fluctuations du liquide en fonction du diamètre d_{eq} .

Une fois définie la frontière, nous pouvons étudier l'évolution de la variance moyenne du liquide, calculée sur l'ensemble de chaque champ de vecteurs instantanés. La figure 2.17 présente l'évolution temporelle de la variance des fluctuations verticales et horizontales du liquide pour différentes fractions volumiques. Pour faciliter les comparaisons, les variances ont été normalisées par leur valeur à $t=0$ s.

Dans l'essaim ($t < 0$ s), la variance mesurée fluctue autour d'une valeur moyenne constante; la mesure est ici très bruitée à cause de la présence des bulles dans le champ PIV (§1.6.2.3). Après le passage de l'essaim ($t > 0$ s), la variance du liquide diminue. Le régime proche de l'essaim ($0 \leq t \leq 0,3$ s) est caractérisé par une diminution exponentielle de l'énergie avec le temps suivant une loi $\exp(-t/t_0)$ avec $t_0=0,3$ s pour toutes les fractions volumiques. Après $t=0,3$ s, un second régime est observé où la variance continue de diminuer exponentiellement mais avec un temps caractéristique plus grand, $t_1=1,5$ s. Ce régime prend fin entre $t \approx 1$ et 3 s selon la fraction volumique pour laisser place à un régime complexe qui dépend de α et dans lequel l'influence des parois se fait vraisemblablement sentir. Pour rappel, un essaim de bulles en ascension à une vitesse caractéristique de $V=0,3$ m/s parcourt une distance de $1,2$ m en 4 s, ce qui est approximativement la longueur de notre canal.

Etant donné que nous voulons étudier les fluctuations engendrées dans l'essaim de bulles, nous allons nous concentrer sur la partie proche de l'essaim dont on constate qu'elle ne dépend pas de la fraction volumique et qu'elle est bien reproductible (Fig. 2.18). Il s'agit maintenant de déterminer si les caractéristiques des fluctuations mesurées dans cette région sont semblables à celles qui existent dans l'essaim.

2.2.2 Région proche de l'essaim : la signature de la pseudo-turbulence

La figure 2.19 montre les d.d.p. des fluctuations de vitesse du liquide mesurées dans la zone proche entre 0 et $0,3$ s et normées par leur variance. On observe que si l'énergie des fluctuations diminue bien avec l'éloignement de l'essaim, la forme des d.d.p. n'évolue pas avec le temps quelle que soit la fraction volumique considérée.

Après avoir montré que la forme des d.d.p. n'évoluait pas dans la région proche de l'essaim, regardons maintenant ce qu'il en est de la distribution de l'énergie dans le plan spectral. La figure 2.20 présente les spectres d'énergie des fluctuations de vitesse du liquide à différents instants situés dans la première et la seconde région après le passage de l'essaim. Si l'on met de côté la diminution de l'énergie totale qui conduit à un décalage des spectres vers le bas on remarque que les deux évolutions en puissance -3 et $-5/3$ du nombre d'onde ne sont pas modifiées dans la zone proche pour ensuite évoluer de manière complexe dans la seconde région ($t \geq 0,3$ s) : si la région en λ^3 perdure, la région en $\lambda^{5/3}$ apparaît modifiée. Cette évolution des petites échelles est aussi visible sur l'évolution du coefficient d'auto-corrélation présentée sur la figure 2.21. Au cours du temps la corrélation décroît moins rapidement à l'origine ce qui traduit le fait que la micro-échelle de Taylor augmente. Quoiqu'il en soit, l'observation des spectres normalisés par leur variance (Fig. 2.22) montrent que très près de l'essaim ($t \leq 0,1$ s), la distribution spectrale d'énergie des fluctuations verticales, comme des fluctuations horizontales, reste inchangée, au moins pour ce qui concerne la gamme d'échelles accessibles à la révolution spatiale des mesures.

Dans la suite, nous ne prendrons en compte que les mesures obtenues à des instants inférieurs à $0,1$ s pour lesquels la structure des spectres est donc représentative de la

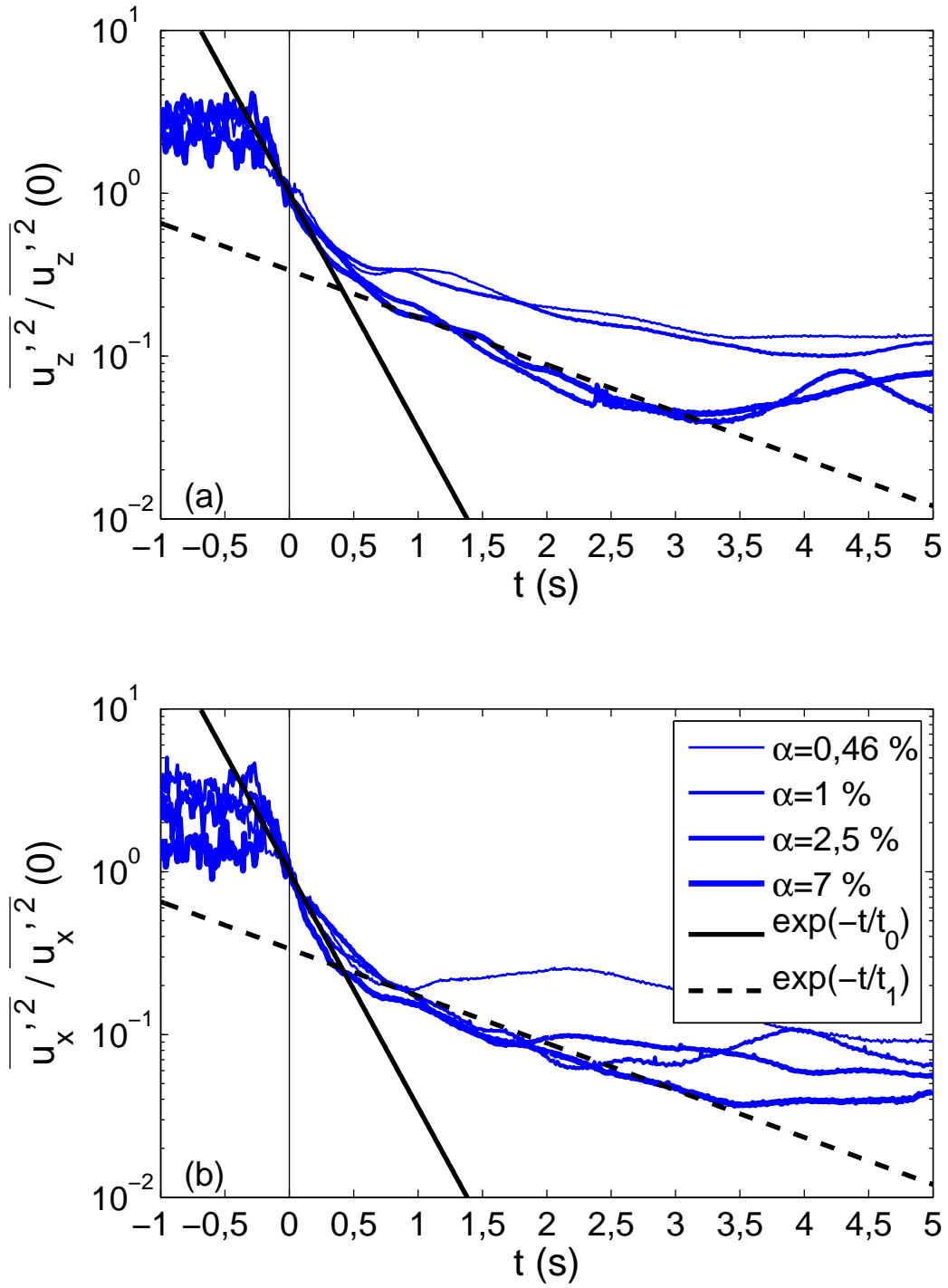


FIG. 2.17 – Evolution de la variance des vitesses, (a) composante verticale $\overline{u_z'^2(t)}/\overline{u_z'^2(0)}$ et (b) composante horizontale $\overline{u_x'^2(t)}/\overline{u_x'^2(0)}$ du liquide en fonction du temps t , pour quatre fractions volumiques différentes α et pour les bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm.

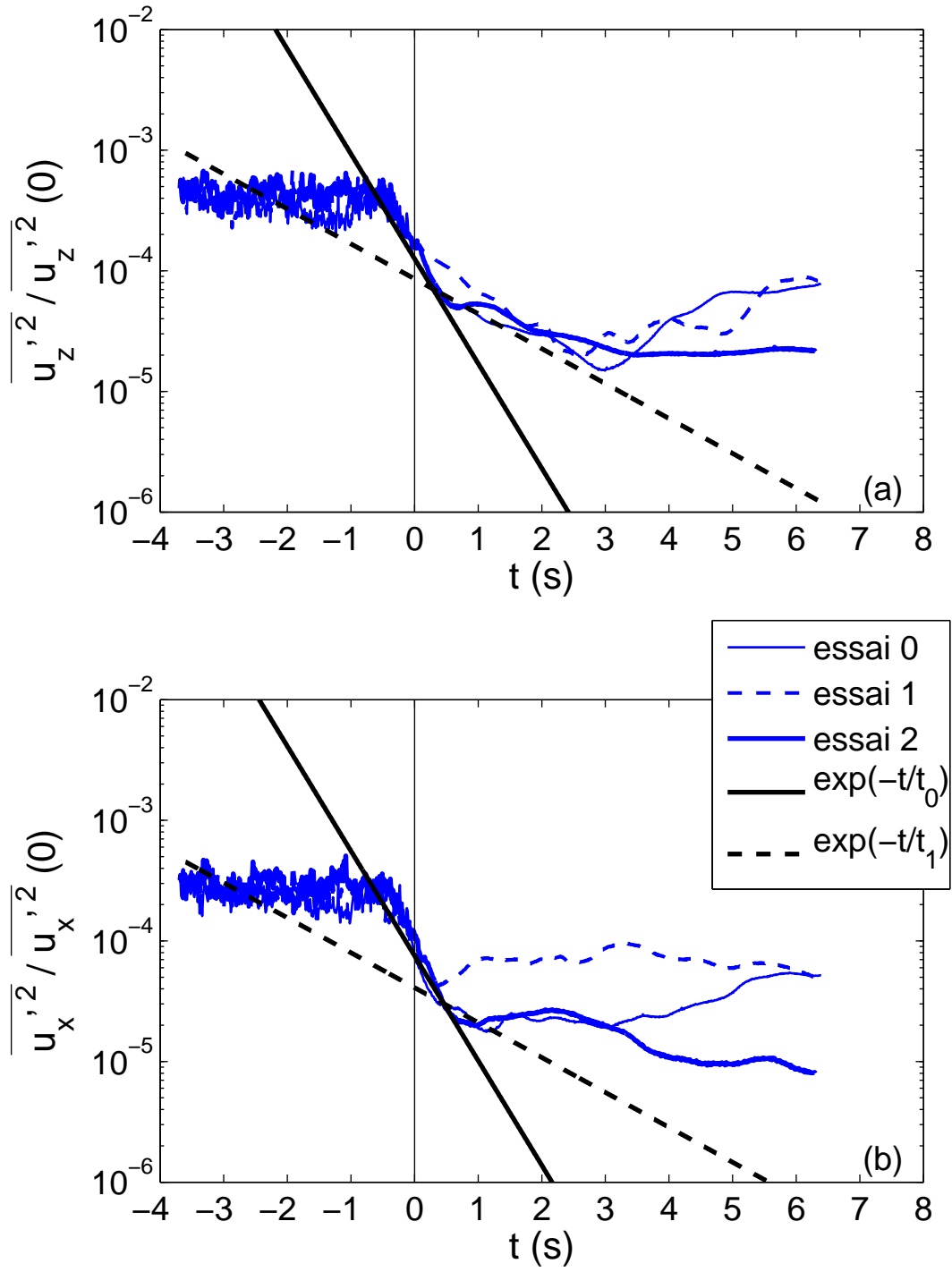


FIG. 2.18 – Evolution de la variance des vitesses, (a) composante verticale $\overline{u_z'^2}(t)$ et (b) composante horizontale $\overline{u_x'^2}(t)$ du liquide pour les trois essais en fonction du temps t , pour la fraction volumique $\alpha=0,46$ %.

structure de la pseudo-turbulence au sein de l'essaim³.

2.2.3 Evolution sur une fenêtre de calcul

Dans cette partie, nous voulons vérifier s'il est légitime d'estimer les statistiques de la vitesse du liquide par moyenne sur l'ensemble de la fenêtre de mesure PIV sachant que l'énergie des fluctuations diminue le long de la direction verticale avec l'éloignement de l'essaim de bulles.

On définit le moment centré d'ordre n de la composante U_i de la vitesse du liquide calculée par intégration sur la fenêtre de mesure qui s'étend de $z = -L/2$ à $z = L/2$:

$$\overline{u_i'^n} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} (U_i - \langle U_i \rangle)^n dz \quad \text{avec} \quad \langle U_i \rangle = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} U_i dz . \quad (2.3)$$

Les résultats expérimentaux conduisent à supposer que les fluctuations diminuent dans le sillage de l'essaim suivant une loi exponentielle connue $\exp(-z/a)$ où l'échelle de longueur de décroissance est reliée à l'échelle de temps de décroissance par la vitesse des bulles : $a=V t_0$. La valeur du moment n calculée sur la fenêtre peut alors s'exprimer à partir de la connaissance des fluctuations $U_i(0)$ à la seule côte $z_0=0$:

$$\overline{u_i'^n} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \left((U_i(z_0) - \langle U_i \rangle) \exp\left(-\frac{z}{a}\right) \right)^n dz , \quad (2.4)$$

on trouve alors que le moment calculé par intégration dans la direction d'inhomogénéité z s'exprime en fonction du moment à la côte $z=0$ par

$$\overline{u_i'^n} = K(n) \overline{u_i'^n}(0) , \quad (2.5)$$

où,

$$K(n) = \frac{2a}{nL} \sinh\left(\frac{nL}{2a}\right) . \quad (2.6)$$

Pour $nL/(2a)$ tendant vers zéro, on a bien $K(n)$ qui tend vers l'unité, c'est à dire que le calcul par intégration sur une fenêtre de faible hauteur L conduit à la détermination du moment au centre de cette fenêtre. La figure 2.23 présente l'erreur relative $(K - 1)$ sur le calcul des moments par intégration dans la direction d'inhomogénéité z pour notre fenêtre de mesure de hauteur $L=5$ cm et pour une vitesse de bulle de 0,3 m/s. On voit que l'erreur est une fonction croissante de l'ordre du moment et décroît avec l'échelle de temps de décroissance exponentielle t_0 . Dans la région proche de l'essaim ($t_0 \leq 0,3$ s), l'erreur commise sur la détermination de la variance est inférieure à 5 %. Dans la suite, les statistiques seront calculées en collectant les vitesses obtenues dans tout le premier champ de vitesse PIV mesuré juste après le passage de l'essaim, c'est-à-dire le champ correspondant au temps $t=0,01$ s.

³Notons que 0,1 s est inférieur à la durée mise par les bulles pour parcourir une hauteur égale à la fenêtre de mesure.

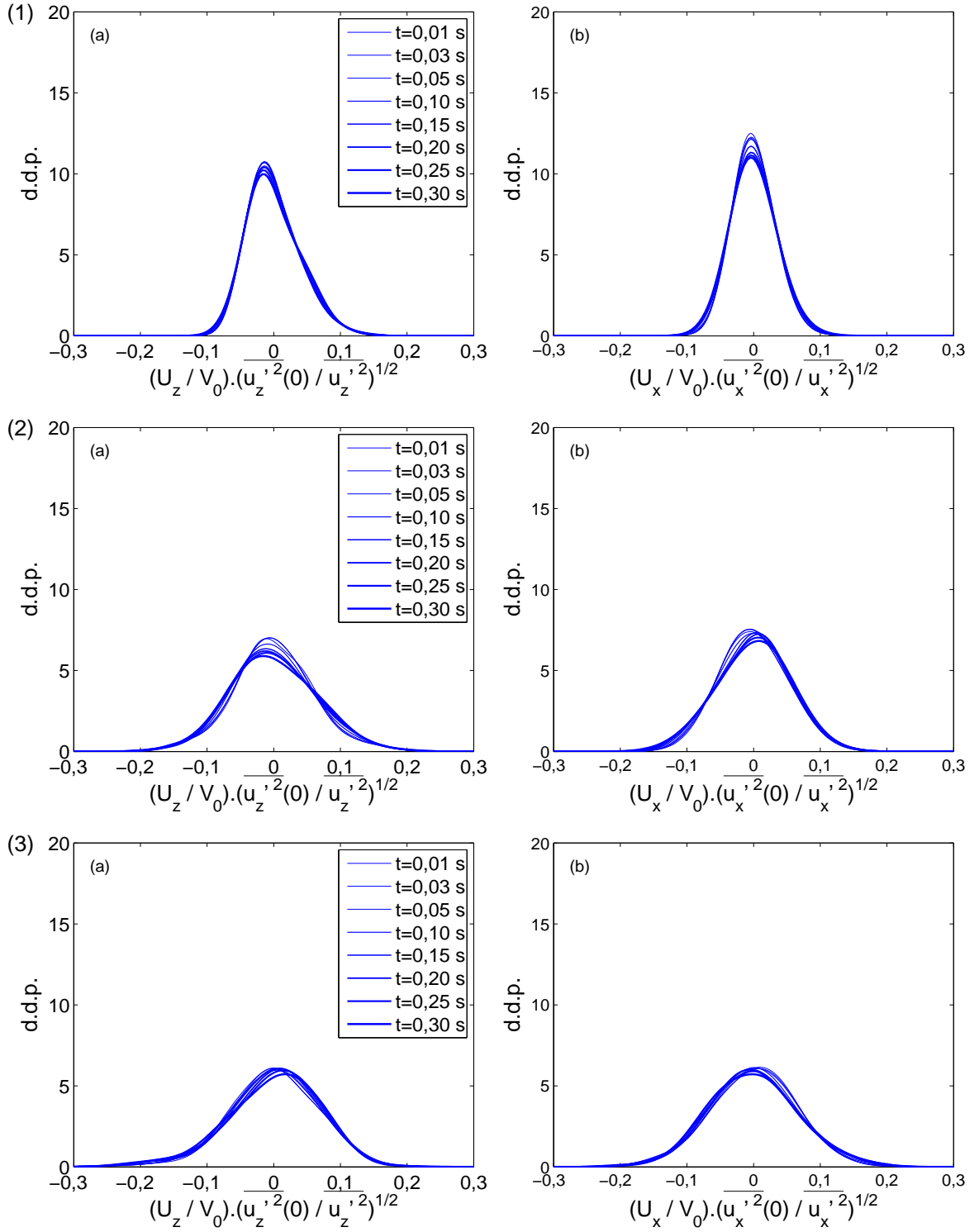


FIG. 2.19 – Fonctions de densité de probabilité (d.d.p.) des fluctuations de vitesses (a) verticales et (b) horizontales du liquide à différents instants pour l'essai composé des bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm. La fraction volumique est (1) $\alpha=0,46$ %, (2) $\alpha=2,50$ %, (3) $\alpha=7$ % ($\overline{u_z'^2}$ et $\overline{u_x'^2}$ variances des fluctuations verticales et horizontales, $\overline{u_z'^2(0)}$ et $\overline{u_x'^2(0)}$ variances à l'instant $t=0$ des fluctuations verticales et horizontales).

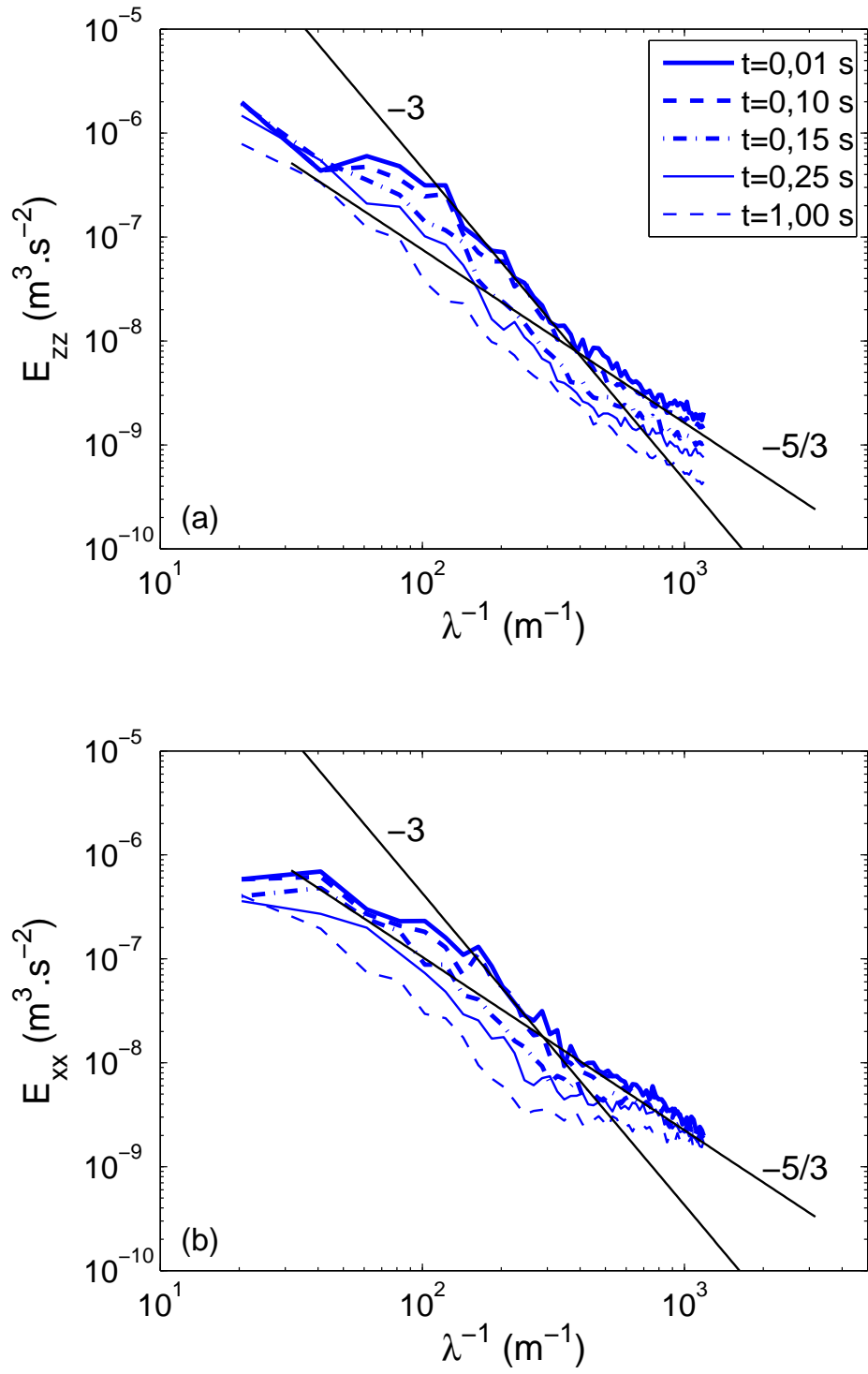


FIG. 2.20 – Spectres d'énergie à différents instants t après l'essai de bulles. Dans les directions (a) verticale z et (b) horizontale x ($d_{eq}=2,5$ mm, $\alpha=0,46$ %).

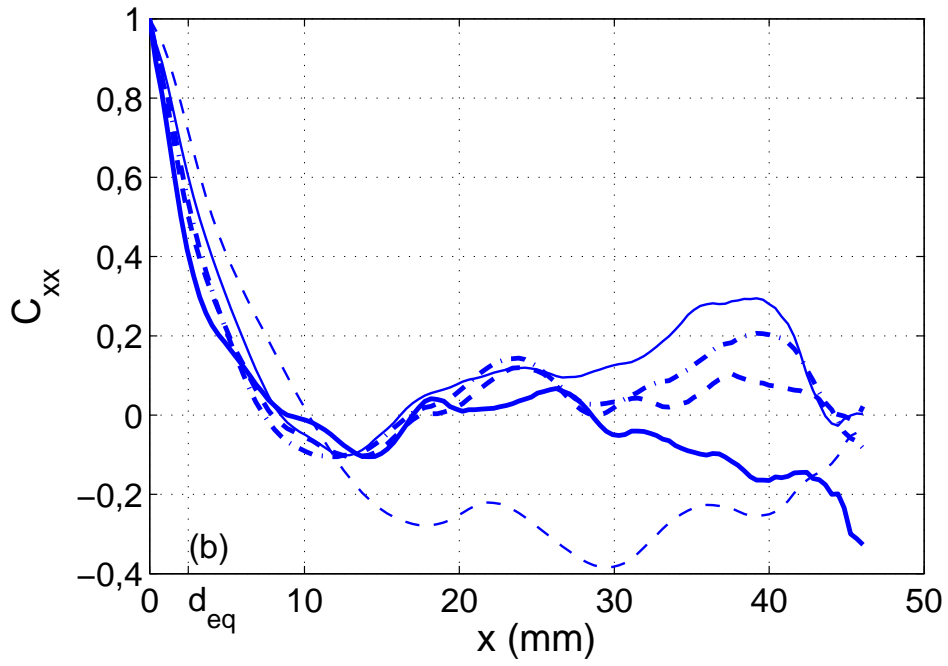
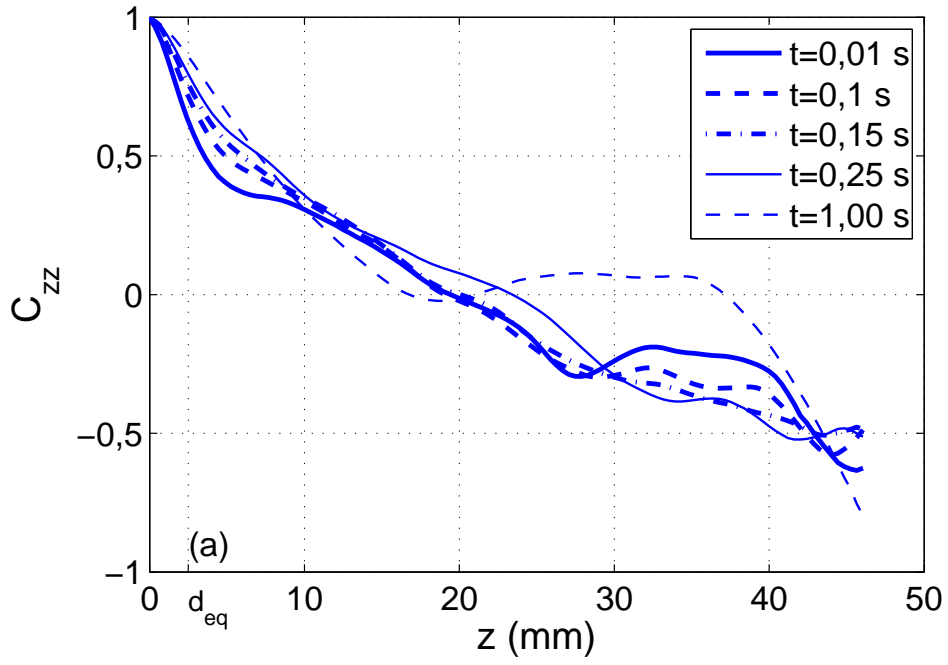


FIG. 2.21 – Coefficients d'auto-corrélation à différents instants après l'essai de bulles dans les directions (a) la verticale et (b) l'horizontale ($\alpha=0,46\%$, $d_{eq}=2,5$ mm).

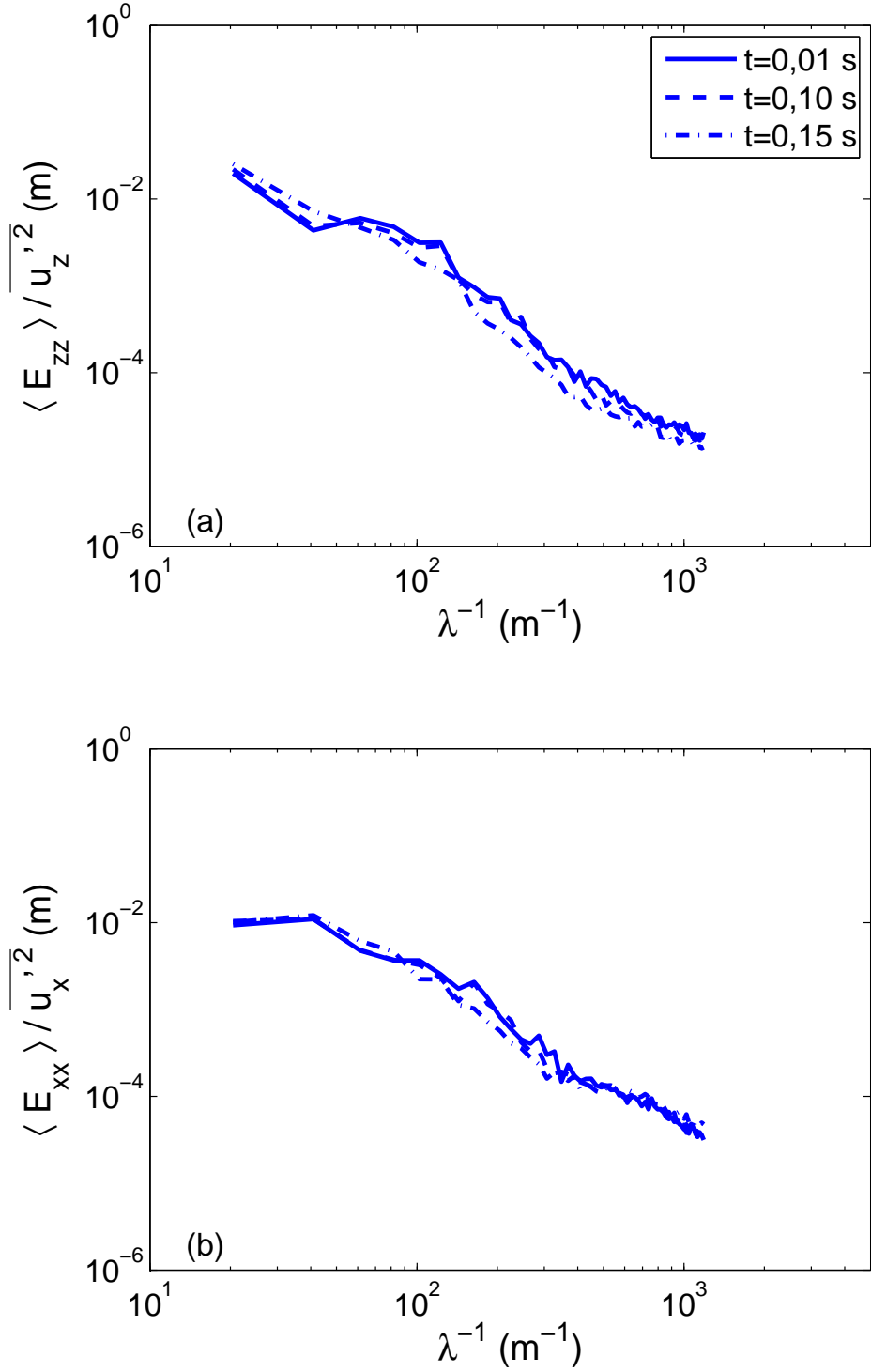


FIG. 2.22 – Spectres d'énergie normalisés par leur variance, à différents instants t après l'essai de bulles. Spectre d'énergie dans les directions (a) verticale z et (b) horizontale x ($d_{eq}=2,5$ mm, $\alpha=0,46$ %).

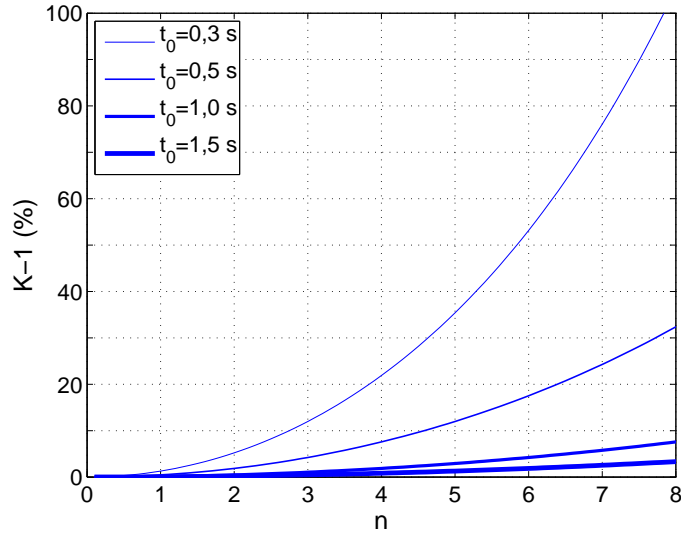


FIG. 2.23 – Erreur relative $(K - 1)$ commise sur le moment $\overline{u_i'^n}$ en fonction de n pour différentes échelles de décroissance t_0 . Calcul effectué pour une fenêtre de hauteur $L=5$ cm et une vitesse de bulle $V=0,3$ m/s.

2.2.4 Les auto-corrélations spatiales

Les coefficients d'auto-corrélations pour différentes fractions volumiques et tailles de bulles sont représentés sur la figure 2.24. Deux échelles de longueur sont indiquées en abscisse, la taille moyenne des bulles d_{eq} ainsi qu'une échelle macroscopique L_c qui sera définie dans la prochaine section. On observe les corrélations importantes pour les échelles plus petites que les bulles quelle que soit la fraction volumique. Entre d_{eq} et L_c , les coefficients de corrélations varient avec la fraction volumique et la taille des bulles considérées. Au-delà de L_c , il est difficile d'interpréter les résultats, car les corrélations ne sont pas convergées statistiquement. Néanmoins l'observation d'oscillations longitudinales et transverses de grandes amplitudes laisse penser que l'écoulement contient des structures de grandes tailles, c'est-à-dire du même ordre que la largeur du canal.

2.2.5 Les spectres d'énergie de la pseudo-turbulence

Nous savons maintenant comment l'énergie des fluctuations de vitesse du liquide varie avec la fraction volumique et la vitesse de la bulle isolée. Pour comprendre les mécanismes de production des fluctuations de vitesse dans le liquide, il est aussi essentiel de savoir comment l'énergie se répartit entre les différentes longueurs d'onde.

La Figure 2.25 présente les spectres de puissance $E(k)$ pour les trois diamètres de bulles (1,6, 2,1 et 2,5 mm) et des fractions volumiques entre 0,4 et 7 %. De manière surprenante, on observe que la normalisation par la variance est suffisante pour obtenir la superposition de tous les spectres. Cela implique que l'échelle de longueur intégrale Λ de la pseudo-turbulence, caractéristique des grandes échelles de l'écoulement, est indépendante de la fraction volumique et du diamètre des bulles pour les gammes étudiées ici. En extrapolant les spectres à l'origine, on peut estimer que Λ est de l'ordre du centimètre.

Le spectre des fluctuations verticales, comme celui des fluctuations horizontales, pré-

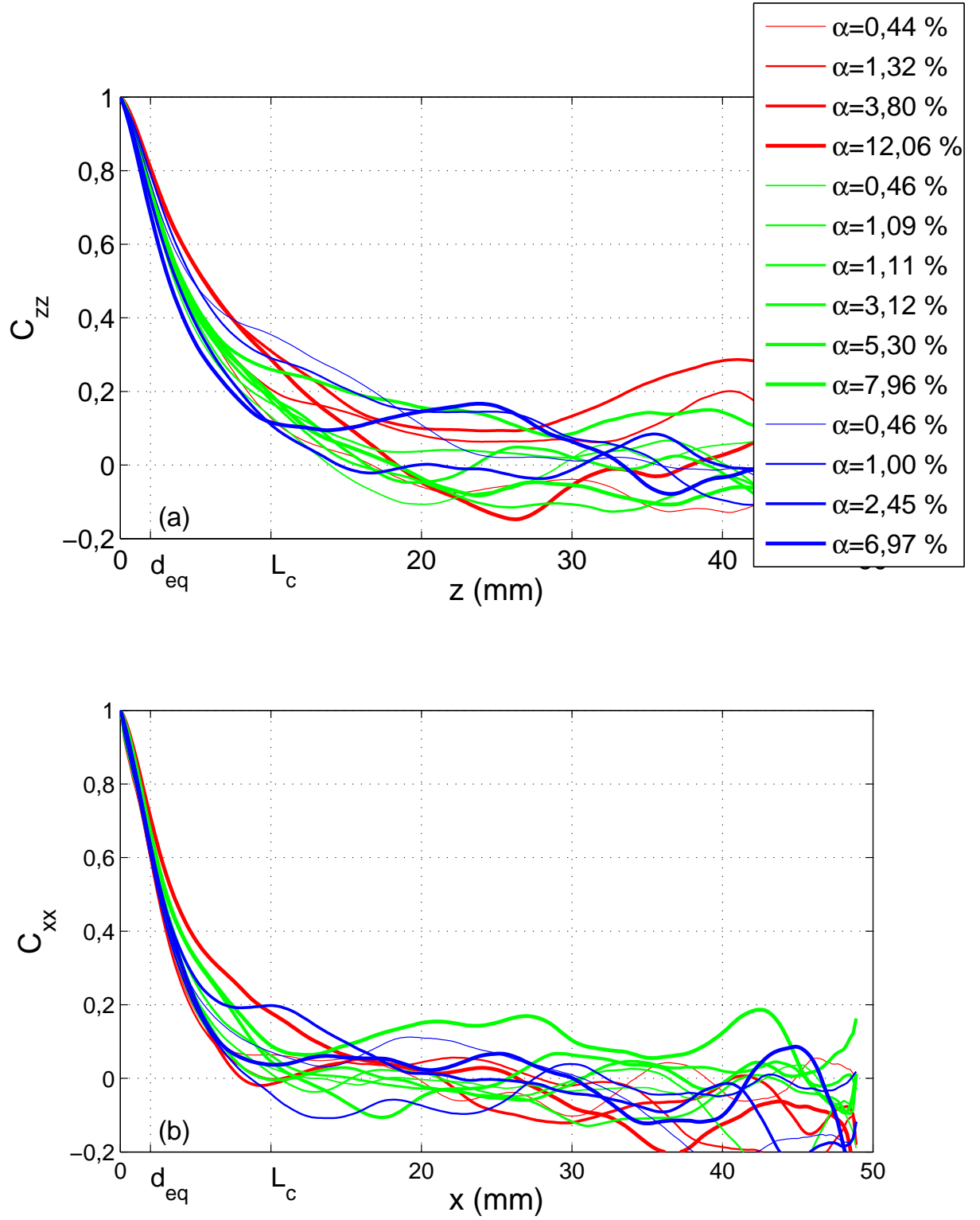


FIG. 2.24 – Coefficients d'auto-corrélation à $t=0,01$ s derrière l'essai de bulles pour différentes fractions volumiques α et pour différents diamètres de bulles. (a) Coefficient dans la direction z et (b) dans la direction x . -trait rouge- Diamètre des bulles $d_{eq}=1,6$ mm -trait vert- $d_{eq}=2,1$ mm -trait bleu- $d_{eq}=2,5$ mm.

sente trois parties dont les frontières sont indiquées en pointillées sur la figure 2.25. L'échelle de longueur L_c est proche de l'échelle intégrale, de l'ordre du centimètre. Elle correspond à la transition entre le comportement aux plus grandes échelles, qui ne présente aucun caractère remarquable, et le début de la zone intermédiaire qui suit une loi en puissance -3 du nombre d'onde k . Pour les longueurs d'onde plus petites que les bulles, la loi en k^{-3} laisse ensuite la place à une décroissance en $k^{-5/3}$; il semble donc qu'aux petites échelles on observe une classique cascade inertielle de Kolmogorov. Bien sûr, on doit s'attendre à une région dissipative aux plus petites échelles de l'écoulement, celle-ci n'est cependant pas accessible avec la résolution spatiale de notre moyen de mesure.

Un tel comportement en k^{-3} ou bien $k^{-8/3}$ (ce qui est pratiquement équivalent à la précision des mesures) fut pour la première fois observé dans un écoulement à bulles par Lance & Bataille (1991), mais pour une gamme d'échelles plus petites que le diamètre des bulles. Ensuite, différents auteurs ont observé des comportements en $k^{-8/3}$ ou $k^{-5/3}$ selon les types d'écoulements considérés (voir Rensen *et al.* (2005) et les références citées par ces auteurs). Il faut cependant noter que dans la plupart des écoulements étudiés dans la littérature, le mouvement moyen de la phase liquide est non nul et engendre de la turbulence de cisaillement. Turbulence et pseudo-turbulence combinent donc leurs effets de manière complexe pour régir la structure des fluctuations de vitesse du liquide. La comparaison avec les résultats des autres auteurs est donc difficile et il faudra retenir que les résultats présents concernent une situation dans laquelle les fluctuations du liquide ne sont dues qu'au mouvement d'ascension des bulles.

La question reste posée de l'interprétation de cette zone intermédiaire au comportement spectral singulier. En général, on observe des spectres en k^{-3} lorsqu'une échelle de temps constante τ_c est imposée sur la gamme des nombres d'ondes impliqués. On a alors en effet,

$$E(k) \propto k^{-3} \tau^{-2}. \quad (2.7)$$

C'est le cas lorsque qu'un forçage externe impose son échelle de temps, comme pour la force de Coriolis en turbulence à grande échelle dans l'atmosphère (Pedlosky (1987)), de la force de Lorentz en turbulence magnéto-hydrodynamique (Sommeria et Moreau (1982)) ou des vagues pour la turbulence sous une surface libre (Thais et Magnaudet (1996)). La pseudo-turbulence est contrôlée par une échelle de longueur qui pour des échelles plus grandes que la taille des bulles est l'échelle intégrale et une échelle de vitesse qui est liée aux fluctuations de vitesse du liquide engendrées par les bulles. Dans notre cas, l'échelle de temps est alors le rapport de l'échelle intégrale de longueur par l'écart-type $u = (\overline{u'^2})^{1/2}$ des fluctuations :

$$\tau = \frac{\Lambda}{u}. \quad (2.8)$$

Si l'on écrit l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente dans le plan spectral (voir Lesieur (1997), Ch. 4) on obtient pour une turbulence homogène isotrope

$$\frac{\partial}{\partial t} E(k, t) + 2\nu k^2 E(k, t) = T(k, t), \quad (2.9)$$

où $T(k, t)$ est le transfert d'énergie entre les nombres d'onde et $2\nu k^2 E(k, t)$ est le spectre de dissipation. Lance & Bataille (1991) ont proposé d'ajouter un terme de production $\Pi(k, t)$ pour prendre en compte l'agitation engendrée par les sillages des bulles. Ils obtiennent alors un spectre stationnaire régi par l'équation

$$2\nu k^2 E(k) = T(k) + \Pi(k), \quad (2.10)$$

c'est-à-dire,

$$\text{Dissipation visqueuse} = \text{Transferts} + \text{Production par les bulles.}$$

Nous avons tracé sur la figure 2.26, les évolutions des spectres de dissipation correspondant à nos mesures. On voit bien pour les échelles comprises entre L_c et d_{eq} une évolution en k^{-1} et pour les échelles plus petites que d_{eq} une classique évolution en $k^{1/3}$.

Lance & Bataille (1991) ont proposé l'interprétation suivante. En supposant qu'il n'y a pas de transfert ($T(k) = 0$) et que la production par les sillages ne dépendait que du taux de dissipation ϵ_w dans les sillages et du nombre d'onde, ils obtiennent : $\Pi(k) \propto \epsilon_w k^{-1}$. Si cette interprétation peut être pertinente lorsque le spectre en k^{-3} est observé pour des échelles plus petites que les bulles, il a peu de chance d'expliquer les résultats présents. Dans notre cas, les sillages des bulles individuelles ne sont pas turbulents et les fluctuations observées aux échelles comprises entre d_{eq} et L_c résultent de la combinaison des multiples sillages.

2.3 Discussion

Le principal objectif de ce travail était de déterminer les échelles de vitesse et de longueur de la turbulence induite par des bulles en ascension à grand nombre de Reynolds dans un liquide au repos. Pour obtenir des résultats significatifs, nous avons étudié des bulles de trois diamètres d_{eq} différents (1,6, 2,1 et 2,5 mm) et exploré des fractions volumiques de gaz α comprises entre 0,4 et 12 %. Nous allons brièvement rappeler les différents résultats obtenus avant de les discuter.

Concernant le gaz, nous avons observé que la vitesse moyenne $\langle V_b \rangle$ des bulles pouvait être décrite par la corrélation empirique suivante :

$$\langle V_b \rangle \propto V_0(d_{eq}) \alpha^a \quad \text{avec} \quad a = -0,1, \quad (2.11)$$

où $V_0(d_{eq})$ est la vitesse d'ascension de la bulle isolée de diamètre d_{eq} mesurée dans le liquide au repos. Il est important de noter que pour les trois tailles de bulles considérées ici, la vitesse de la bulle isolée est sensiblement la même, environ 0,3 m/s. Aussi, est-il important de se souvenir que les résultats obtenus correspondent à une unique valeur de V_0 . Le fait de changer le diamètre avait donc pour effet majeur de changer le nombre de Reynolds, $Re_0 = V_0 d_{eq} / \nu_L$ de 560 à 760.

Concernant le liquide, nous avons confirmé que les densités de probabilité des fluctuations de vitesse étaient auto-similaires lorsqu'elles étaient normalisées par une échelle de vitesse u telle que

$$u \propto \gamma(d_{eq}) V_0 \alpha^b \quad \text{avec} \quad b = 0,4, \quad (2.12)$$

où le préfacteur $\gamma(d_{eq})$ d'ordre 1 et est pratiquement indépendant de d_{eq} . Il sera considéré constant ci-après. Ensuite, nous avons mis en évidence deux propriétés remarquables des spectres en nombres d'onde des fluctuations. D'une part, une fois normalisés par la variance, ils sont indépendants à la fois du diamètre des bulles et de la fraction volumique de gaz. Ce qui implique que l'échelle intégrale Λ , de l'ordre du centimètre, est indépendante de d_{eq} et α . D'autre part, ils suivent un comportement en k^{-3} pour les longueurs d'onde comprises entre d_{eq} et Λ .

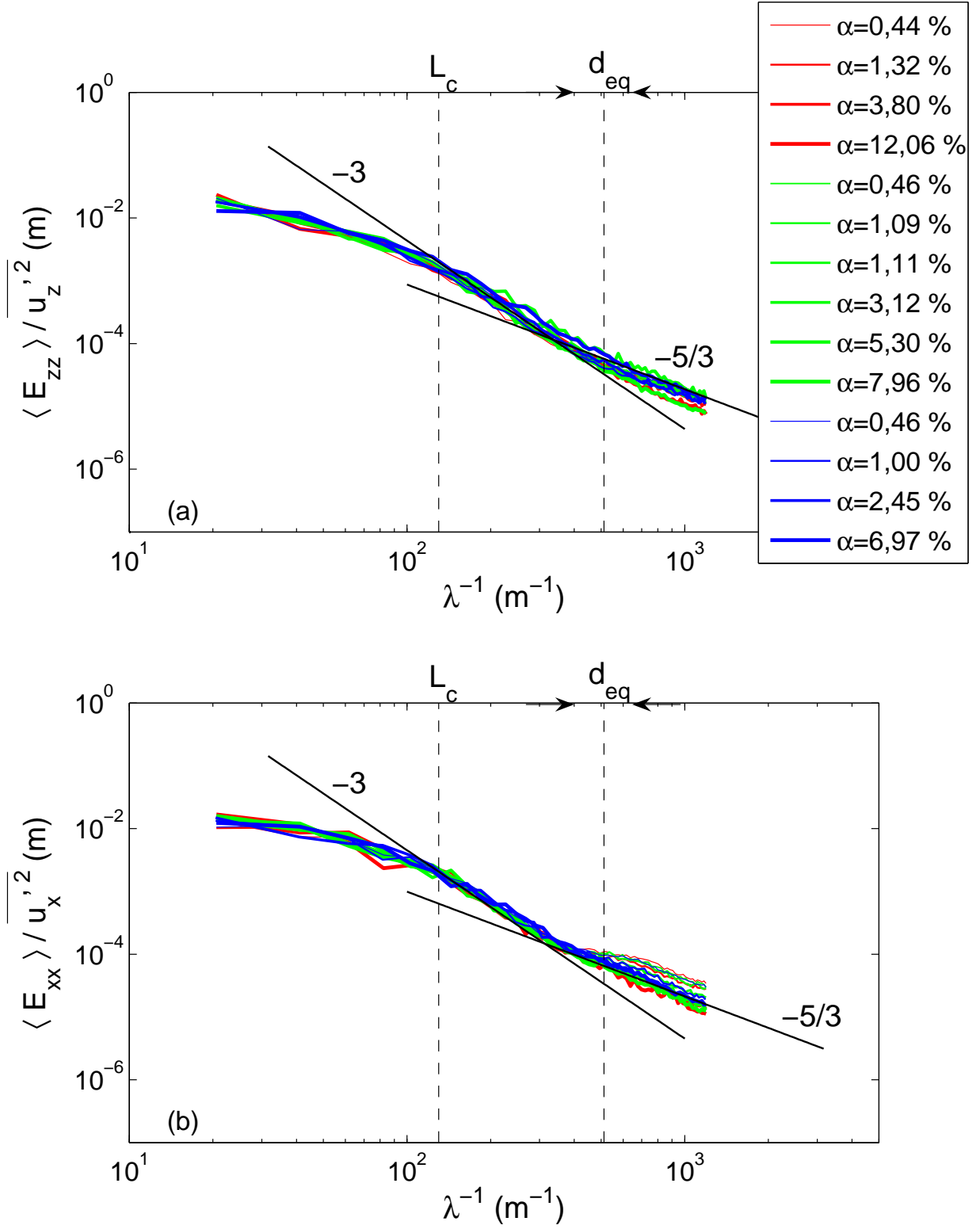


FIG. 2.25 – Spectres d'énergie pour différentes fractions volumiques α et différents diamètres de bulles d_{eq} . (a) spectre d'énergie dans la direction z et (b) dans la direction x . -trait rouge- Diamètre des bulles $d_{eq}=1,6$ mm -trait vert- $d_{eq}=2,1$ mm -trait bleu- $d_{eq}=2,5$ mm.

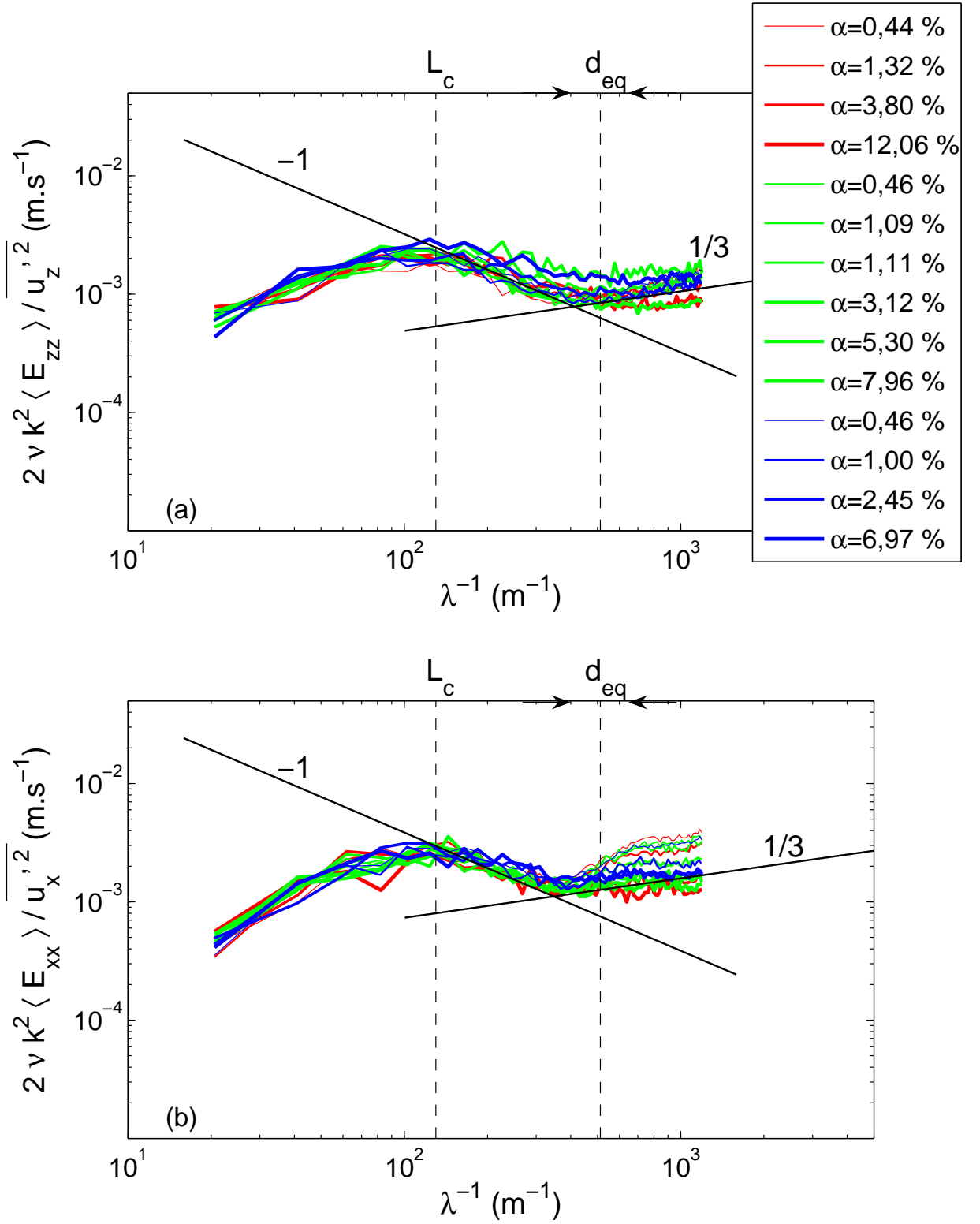


FIG. 2.26 – Spectres de dissipation derrière l'essai de bulles pour différentes fractions volumiques α et différents diamètres de bulles. (a) Spectre dans la direction z et (b) dans la direction x . -trait rouge- Diamètre des bulles $d_{eq}=1,6$ mm -trait vert- $d_{eq}=2,1$ mm -trait bleu- $d_{eq}=2,5$ mm.

Cette constance observée de l'échelle intégrale pour toutes les gammes de paramètres étudiées ici peut sembler surprenante. On peut toutefois en proposer une interprétation raisonnable à partir des résultats que nous venons de résumer. La puissance transmise au liquide lors de l'ascension d'une bulle est égale au produit de la force de flottabilité par la vitesse de la bulle. Pour un essaim de bulles, la puissance par unité de masse s'obtient en faisant la somme des contributions de chaque bulle. Si l'écoulement est stationnaire, la dissipation ϵ est donc égale à la production, soit

$$\epsilon = \alpha g \langle V_b \rangle . \quad (2.13)$$

Par ailleurs, on peut estimer la dissipation à partir de l'échelle intégrale et de l'écart-type des fluctuations par

$$\epsilon = \kappa \frac{u^3}{\Lambda} , \quad (2.14)$$

où κ est un coefficient sans dimension. En égalant (2.13) et (2.14), en exprimant $\langle V_b \rangle$ et u' à l'aide de (2.11) et (2.12) on obtient

$$\Lambda \propto (\kappa \alpha^{0,3}) \left(\frac{V_0^2}{g} \right) . \quad (2.15)$$

De plus, le fait que Λ ne dépend pas de α , implique que le coefficient κ dépend de la fraction volumique comme

$$\kappa \propto \alpha^{-0,3} . \quad (2.16)$$

Enfin, on obtient l'expression suivante pour l'échelle intégrale

$$\Lambda \propto \frac{V_0^2}{g} , \quad (2.17)$$

qui est bien constante dans les expériences présentées ici puisque V_0 est le même pour les trois diamètres de bulles. Les paramètres expérimentaux conduisent d'ailleurs à $V_0^2/g \approx 1$ cm, ce qui est le bon ordre de grandeur de l'échelle intégrale. En utilisant l'équilibre entre traînée et flottabilité, on obtient l'expression équivalente

$$\Lambda \propto \frac{d_{eq}}{C_{d0}} , \quad (2.18)$$

où C_{d0} est le coefficient de traînée pour une bulle isolée. En utilisant Λ et V_0 , comme échelle de référence on trouve que la dissipation s'écrit,

$$\epsilon \frac{\Lambda}{V_0^3} \propto \alpha^{0,9} , \quad (2.19)$$

est presque proportionnelle à la fraction volumique de gaz. On trouve aussi que l'échelle de temps τ qui régit la gamme de longueur d'onde où l'on observe un spectre en k^{-3} est une fonction décroissante de α ,

$$\tau \frac{V_0}{\Lambda} \propto \alpha^{-0,4} . \quad (2.20)$$

Cette expression pouvant être déduite de l'équation 2.8 à l'aide de la relation 2.12. Enfin, il est important de remarquer que le nombre de Reynolds des grandes échelles de la pseudo-turbulence,

$$Re_{pseudo} = \frac{u \Lambda}{\nu_L} \propto \frac{Re_0}{C_{d0}} \alpha^{0,4} , \quad (2.21)$$

prenait les mêmes valeurs pour nos trois tailles de bulles ($Re_0/C_{d0} \approx 2.10^3$).

Il est maintenant intéressant de confronter cette interprétation avec les résultats de la littérature. La figure 2.27 présente l'évolution de l'échelle de longueur intégrale $\Lambda = d_{eq}/C_{d0}$ en fonction de d_{eq} . Les courbes correspondent aux résultats de Maxworthy *et al.* (1996) pour différents nombres de Morton. Les symboles montrent les valeurs de d_{eq}/C_{d0} pour des bulles dans l'eau ($Mo=2,72.10^{-11}$) correspondant à cette étude et aux travaux de Lance & Bataille (1991), Garnier *et al.* (2002), Larue de Tournemine (2001), Zenit *et al.* (2001). Pour notre étude, nous avons à la fois représenté les valeurs de d_{eq}/C_{d0} déterminées à partir de la vitesse d'ascension V_0 que nous avons mesurée pour une bulle isolée (symbole vide) et celles obtenues en utilisant la valeur de V_0 correspondant à la limite de la vitesse moyenne des bulles dans l'essai lorsque α tend vers zéro. La différence entre les deux méthodes de détermination n'est pas très grande, mais l'utilisation de la seconde méthode conduit à obtenir une échelle d_{eq}/C_{d0} exactement identique pour les trois diamètres de bulles étudiés. La figure 2.28 montre que les nombres de Reynolds Re_0/C_{d0} caractéristiques de la pseudo-turbulence (cf. Eq. 2.21) sont compris entre 1000 et 3000 pour toutes les études conduites dans de l'eau.

Nos résultats suggèrent que l'échelle intégrale Λ des fluctuations, qui ne dépend pas de α , est proche de l'échelle de longueur $L_c \approx 1$ cm qui marque le début du comportement en k^{-3} des spectres. Les résultats de Larue de Tournemine (2001) montrent la même tendance avec une échelle intégrale $\Lambda=4,5$ mm et une échelle de longueur $L_c=6,2$ mm pour $2 \leq \alpha \leq 8\%$. Dans le cas de Lance & Bataille (1991), l'échelle intégrale ne dépend pas non plus de la fraction volumique de gaz⁴ et on mesure sur leur spectre $L_c=4,5$ mm. La figure 2.29 montre que l'évolution de l'échelle intégrale Λ en fonction de la valeur expérimentale de L_c est pratiquement linéaire. Pour estimer l'écart entre les valeurs expérimentales de L_c et d_{eq}/C_{d0} , nous avons représenté leur rapport sur la figure 2.30. Les résultats des trois études sont raisonnablement proches de l'unité compte tenu de la précision des valeurs expérimentales de L_c . L'expression 2.18 semble s'appliquer aussi aux mesures de Lance & Bataille (1991) et Larue de Tournemine (2001).

Pour vérifier la pertinence de notre interprétation, nous avons tracé sur la figure 2.31 les spectres normalisés en utilisant d_{eq}/C_{d0} . La partie en k^{-3} des spectres des trois études débute à d_{eq}/C_{d0} et se superpose jusqu'à environ $d_{eq}/4C_{d0}$. Pour les échelles plus grandes que d_{eq}/C_{d0} , la présence de turbulence causée par l'écoulement porteur explique vraisemblablement la plus grande énergie des résultats de Lance & Bataille (1991). La différence aux échelles plus petites que $d_{eq}/4C_{d0}$ est plus difficile à expliquer. Nos mesures mettent en évidence un comportement en $k^{-5/3}$ alors que celles de Larue de Tournemine (2001) et de Lance & Bataille (1991) continuent à suivre un comportement en k^{-3} . Ces différences s'expliquent peut-être encore par la présence d'un écoulement porteur ou bien être artificiellement causées par les traitements des signaux. Quoiqu'il en soit, on voit bien que le diamètre de la bulle n'est pas une échelle pertinente. La pseudo-turbulence semble bien

⁴Cette conclusion est tirée de l'observation des corrélations présentées dans la thèse de Lance (1986) p.114.

maîtrisée par l'échelle d_{eq}/C_{d0} qui est caractéristique de la production d'énergie par la traînée des bulles, et peut être plus grande ou plus petite de d_{eq} selon les cas.

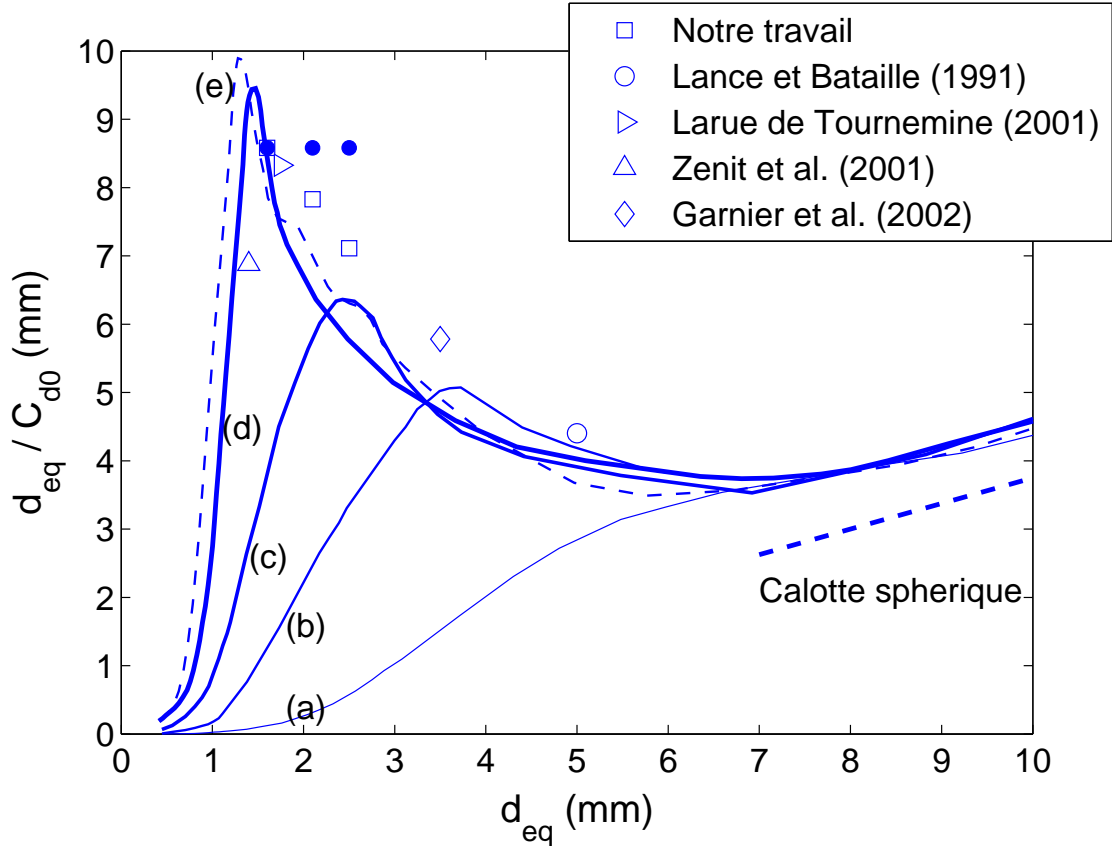


FIG. 2.27 – Echelle de longueur de la pseudo-turbulence d_{eq}/C_{d0} calculée pour les différentes études en fonction du diamètre d_{eq} de la bulle et comparée au calcul à l'aide des résultats de Maxworthy *et al.* (1996) pour différents nombres de Morton. (a) $Mo=3,77.10^{-4}$, (b) $Mo=2,17.10^{-7}$, (c) $Mo=5,75.10^{-9}$, (d) $Mo=2,72.10^{-11}$ correspondant à un écoulement diphasique eau-air et (e) $Mo=7,71.10^{-12}$.

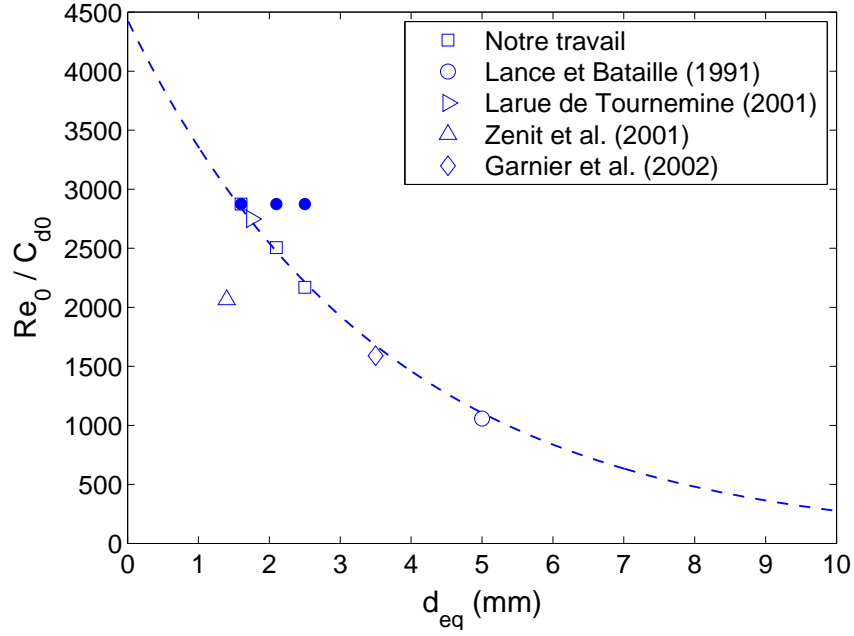


FIG. 2.28 – Rapport Re_0/C_{d0} en fonction de d_{eq} pour les différentes études. Notre travail : (symbole vide) Re_0/C_{d0} déterminé à partir de V_0 et (symbole plein) déterminé avec la valeur de V_0 correspondant $\langle V_b \rangle$ lorsque α tend vers zéro.

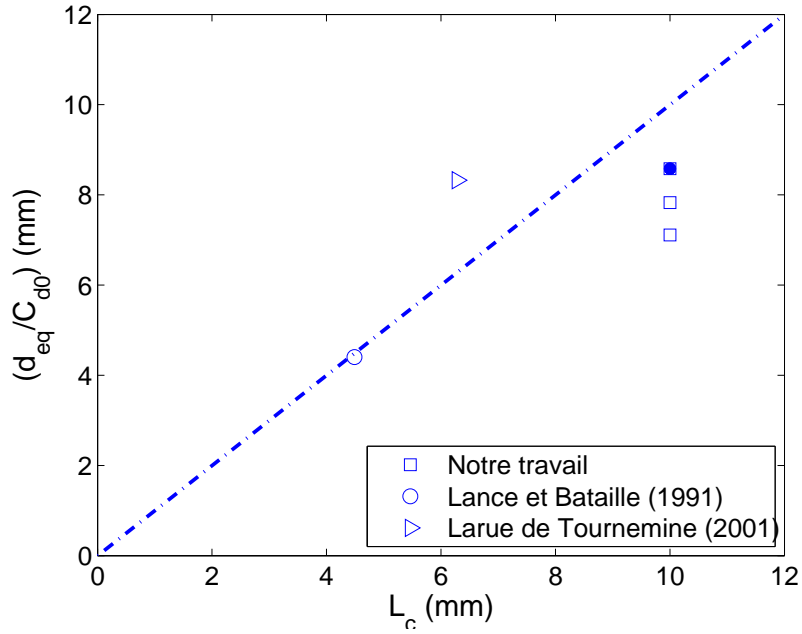


FIG. 2.29 – Echelle de longueur de la pseudo-turbulence d_{eq}/C_{d0} en fonction de l'échelle L_c d'apparition de la pente en -3 du spectre d'énergie turbulent pour les différentes études. Notre travail : (symbole vide) C_{d0} déterminé à partir de V_0 et (symbole plein) déterminé avec la valeur de V_0 correspondant $\langle V_b \rangle$ lorsque α tend vers zéro.

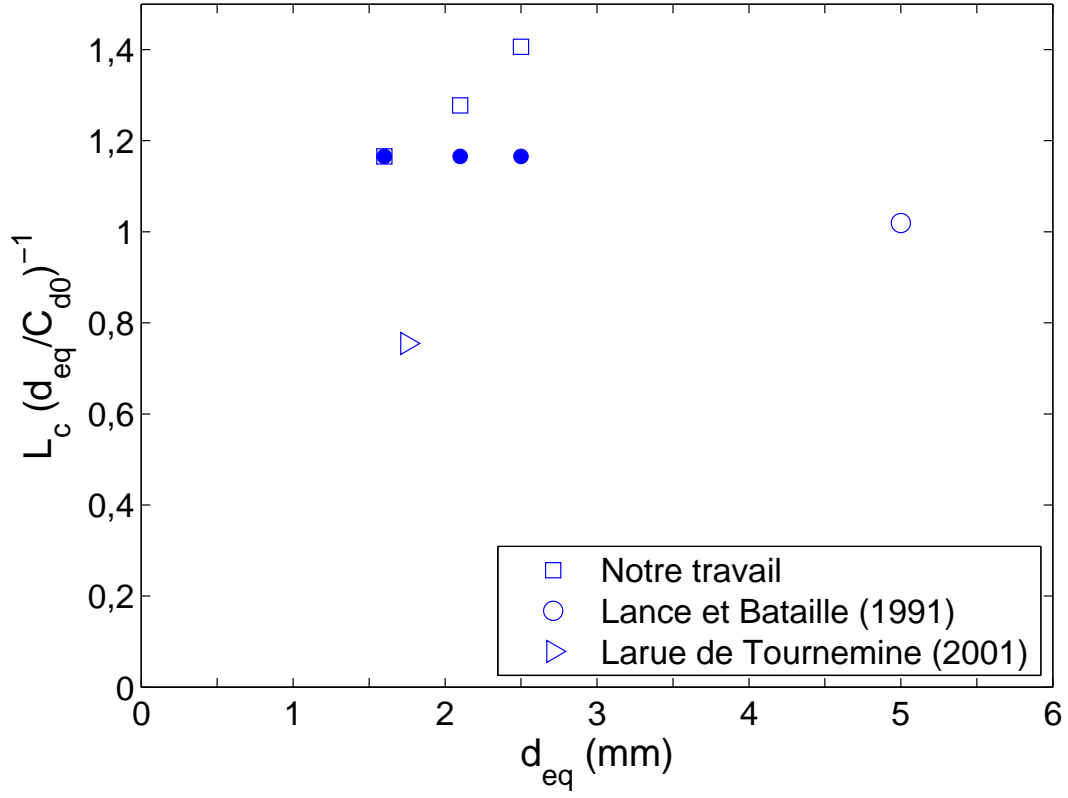


FIG. 2.30 – Echelle de longueur de la pseudo-turbulence d_{eq}/C_{d0} normalisée par l'échelle L_c d'apparition de la pente en -3 du spectre d'énergie turbulent en fonction du diamètre des bulles d_{eq} et pour les différentes études. Notre travail : (symbole vide) C_{d0} déterminé à partir de V_0 et (symbole plein) déterminé avec la valeur de V_0 correspondant $\langle V_b \rangle$ lorsque α tend vers zéro.

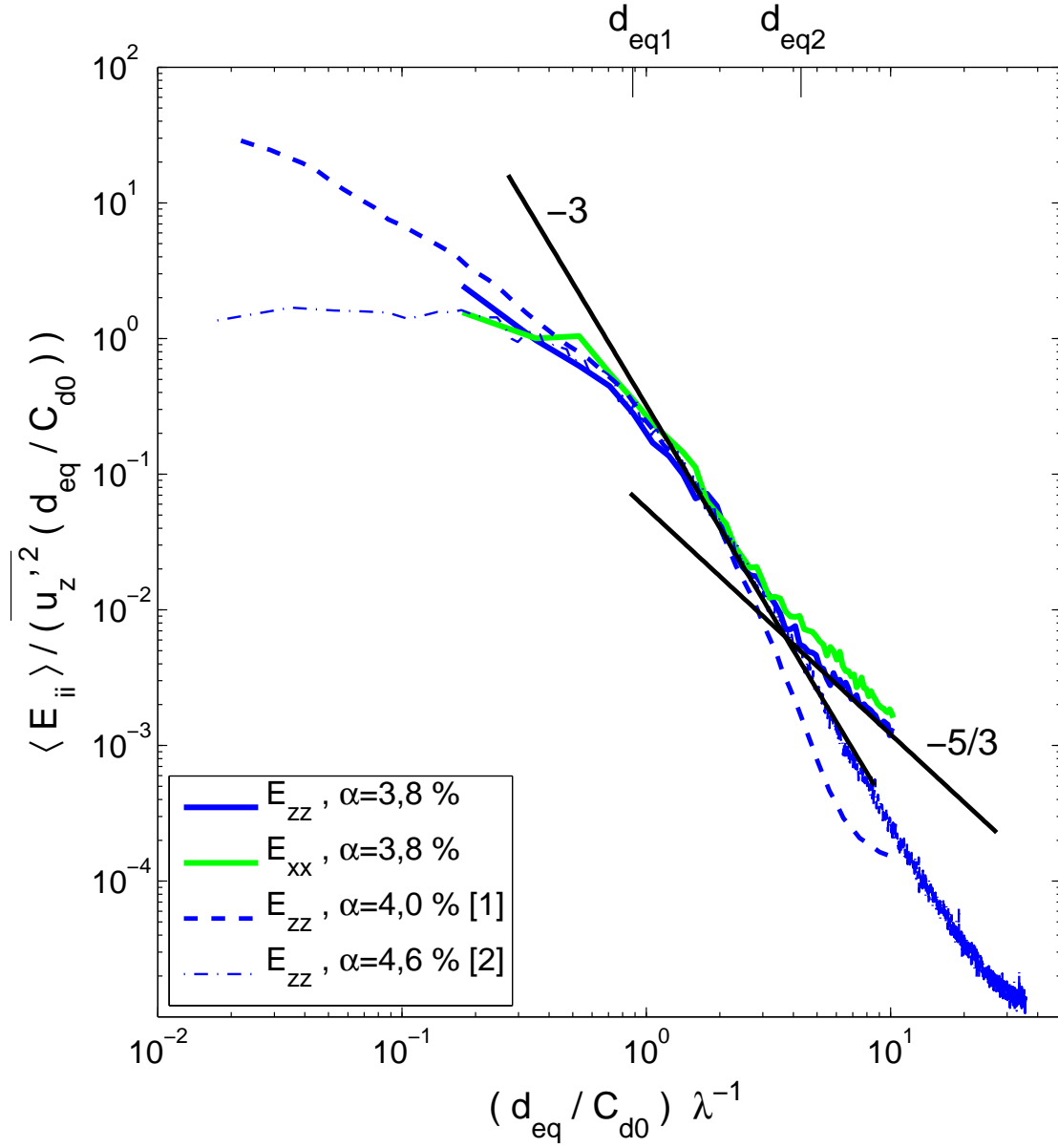


FIG. 2.31 – Spectre d'énergie turbulent normalisé $\langle E_{ii} \rangle / (\overline{u_z'^2} (d_{eq}/C_{d0}))$ en fonction de $(d_{eq}/C_{d0}) \lambda^{-1}$. Diamètre des bulles pour [1] Lance & Bataille (1991) : $d_{eq1}=5$ mm, pour notre étude et celle de [2] Larue de Tournemine (2001) : $d_{eq2} \approx 2$ mm.

2.4 Conclusion

Nous avons conduit l'investigation expérimentale d'un essaim de bulles en ascension dans l'eau et de son sillage proche pour trois diamètres de bulles ($d_{eq}=1,6, 2,1$ et $2,5$ mm) et des fractions volumiques de gaz α comprises entre 0,4 et 12 %. En combinant différentes techniques de mesures nous avons déterminé les principales caractéristiques des fluctuations de vitesse du liquide. Celles-ci sont maîtrisées par une unique échelle de vitesse u et l'échelle intégrale de la pseudo-turbulence Λ . L'échelle de vitesse s'exprime comme le produit de la vitesse de la bulle isolée par une loi de puissance de la fraction volumique, $u=V_0\alpha^{0,4}$. Après normalisation par u , les densités de probabilité des fluctuations deviennent indépendantes de α . L'échelle intégrale Λ s'est avérée être constante pour tous nos essais. En supposant que le taux de dissipation de la turbulence est proportionnel au rapport u^3/Λ , on obtient que l'échelle intégrale est proportionnelle au rapport du diamètre des bulles par le coefficient de traînée de la bulle isolée, $\Lambda=d_{eq}/Cd_0$. Après normalisation avec cette échelle, les spectres des fluctuations que nous avons obtenus se superposent bien avec ceux de Lance & Bataille (1991) et de Larue de Tournemine (2001). Ils exhibent une loi de puissance en k^{-3} pour les longueurs d'onde intermédiaires. L'accord avec les résultats de Lance & Bataille (1991) est particulièrement significatif car ces auteurs ont étudié des bulles de plus grands diamètres mais correspondant cependant à une échelle d_{eq}/Cd_0 plus petite que la nôtre. Les bulles de Larue de Tournemine (2001) avaient une taille comparable aux nôtres mais une vitesse d'ascension différente évoluant d'une toute autre manière avec la fraction de gaz. L'accord avec nos résultats a donc une tout autre signification : c'est bien la vitesse de la bulle isolée et son coefficient de traînée qui sont pertinents pour fixer les échelles de vitesse et de longueur de la pseudo-turbulence.

Chapitre 3

Présentation du modèle numérique et validations

L'étude expérimentale dans un essaim de bulles à grand nombre de Reynolds a permis de déterminer les différentes échelles régissant la pseudo-turbulence et de mieux comprendre les fluctuations du liquide induites par le mouvement des bulles. L'outil numérique est un moyen complémentaire aux expériences qui peut nous aider à valider notre interprétation des résultats. Il permet d'une part d'explorer des situations non abordables expérimentalement et donne accès à des grandeurs que nous n'avons pas mesurées. Ce chapitre est consacré au développement et à la validation d'un modèle simple basé sur la simulation des grandes échelles du sillage d'une bulle isolée. Ce modèle physique générateur de sillage, une fois validé, est introduit N fois dans le domaine de calcul de manière à reproduire les fluctuations du liquide dues à l'ascension de toutes les bulles composant l'essaim. Nous présenterons d'abord le principe général des simulations. Nous définirons ensuite le problème physique de l'ascension d'une bulle isolée dans un liquide au repos, le modèle physique correspondant. Nous exposerons ensuite la mise en œuvre numérique pour la bulle isolée et l'essaim de bulles. Enfin, nous validerons le modèle par comparaison avec les expériences effectuées avec des bulles de 2,5 mm de diamètre et testerons l'influence des paramètres physiques et numériques.

3.1 Principe des simulations

L'objectif du travail numérique présenté dans ce chapitre et le suivant est de simuler les fluctuations de vitesse du liquide engendrées par les interactions entre les sillages des bulles (Risso & Legendre (March 2003), Riboux *et al.* (2005)). Même si nous souhaitons nous appuyer sur la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes, les sillages ne seront pas obtenus en résolvant l'ensemble de l'écoulement autour de chaque bulle et notamment pas de la couche limite générée à la surface de chaque bulle. A ceci deux raisons : (i) la première par économie d'espace mémoire et de temps de calcul. Il est en effet actuellement impossible de réaliser une simulation numérique directe décrivant les couches limites de chaque bulle à grand nombre de Reynolds car l'épaisseur de celles-ci évolue comme $d_{eq} Re^{-1/2}$. Les simulations numériques les plus avancées dans ce domaine sont réalisées par l'équipe de Tryggvason (Bunner & Tryggvason (2003)) et sont actuellement limitées à quelque dizaines de bulles dont le nombre de Reynolds est de l'ordre de quelques dizaines. (ii) La seconde est de permettre de tester l'idée discutée au chapitre précédent

que la zone proche de la bulle joue peu un rôle marginal dans la structure des fluctuations de vitesse. Celle-ci a uniquement pour rôle la génération du sillage que nous allons tenter de reproduire sans résoudre les effets à petites échelles qui sont d'ordre $O(d_{eq} Re^{-1/2})$.

Pour cela, nous modélisons l'action d'une bulle sur le liquide par une source de quantité de mouvement répartie sur un volume de l'ordre de grandeur de la taille de la bulle et qui n'est décrit que par quelques mailles de calcul. Les caractéristiques du modèle de sillage sont ajustées et validées de manière à reproduire les caractéristiques mesurées expérimentalement du sillage d'une bulle isolée en ascension dans un liquide au repos. Les fluctuations de vitesse du liquide observées dans un nuage homogène de tels générateurs de sillage sont obtenues en distribuant ces N modèles numériques dans le domaine de calcul. Ce chapitre a pour objectif d'exposer le modèle physique permettant de décrire chaque sillage et de présenter la sensibilité aux paramètres physiques et numériques des résultats obtenus pour le sillage isolé comme pour l'interaction de plusieurs sillages. Nous allons tout d'abord présenter le problème réel d'une bulle en ascension dans un liquide au repos avant de proposer le modèle physique de sillage et de le valider.

3.2 Le problème réel

Nous souhaitons proposer un modèle physique permettant de reproduire le sillage d'une bulle en ascension sous l'action de la gravité g dans un liquide au repos (Fig. 3.1 (a)). La bulle de diamètre d_{eq} peut avoir un mouvement oscillant de type zigzag ou hélicoïdal de fréquence f dépendant de la forme de la bulle et des propriétés physiques des fluides. Pour le couple de fluide eau/air qui nous intéresse dans ce travail, les paramètres contrôlant le mouvement de la bulle sont alors au nombre de 5 : la tension superficielle σ , la masse volumique du liquide ρ_L (car $\rho_G/\rho_L \ll 1$), la viscosité dynamique du liquide μ_L (car $\mu_G/\mu_L \ll 1$), la gravité g , la taille de la bulle caractérisée par son diamètre équivalent d_{eq} .

Ainsi, d'après le théorème II, les nombres adimensionnels décrivant le mouvement tels que le coefficient de traînée C_d et le nombre de Strouhal $St = f d_{eq}/V_0$ ne dépendent que de deux nombres adimensionnels. La célèbre représentation du diagramme de déformation d'une particule fluide en mouvement dans un liquide rapportée par Clift *et al.* (1978) donne l'évolution du nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho_L V_0 d_{eq}}{\mu_L}$$

en fonction du nombre de Bond :

$$Bo = \frac{\rho_L g d_{eq}^2}{\sigma}.$$

Sur ce graphe sont également reportées les iso-valeurs du nombre de Morton dont l'intérêt est de ne dépendre que des propriétés des fluides et de la gravité :

$$Mo = \frac{g \mu_L^4}{\rho_L \sigma^3}.$$

Dans notre étude $Mo=2,9.10^{-11}$. Il est ainsi possible d'utiliser ce graphe pour déterminer le nombre de Reynolds de la bulle (et d'en déduire sa vitesse d'ascension) en connaissant le

nombre de Bond et le nombre de Morton. Pour décrire le mouvement d'une bulle déformée, il est également courant d'utiliser le nombre de Weber

$$We = \frac{\rho_L V_0^2 d_{eq}}{\sigma}.$$

Pour les trois tailles de bulles étudiées, les valeurs de ces nombres adimensionnels sont reportées dans le tableau 3.1.

d_{eq} (mm)	Re	Bo	We	C_d	St
1,6	540	0,36	2,57	0,19	0
2,1	670	0,62	3,07	0,27	0,030
2,5	760	0,88	3,32	0,35	0,041

TAB. 3.1 – Les différents nombres adimensionnels correspondants aux bulles étudiées.

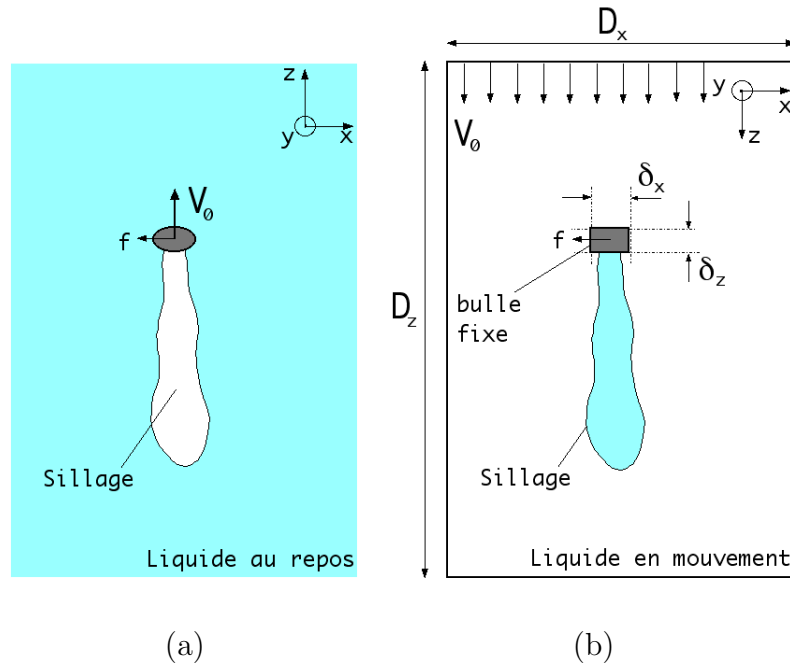


FIG. 3.1 – Schéma d'une bulle en ascension dans un liquide au repos. (a) Le problème réel et (b) son modèle physique associé.

3.3 Le modèle physique

Nous souhaitons utiliser un modèle physique permettant de reproduire au mieux les caractéristiques du sillage d'une bulle isolée. Un résultat classique de mécanique des fluides (cf. par exemple Batchelor (1967), p. 348) montre que la forme du sillage lointain d'un objet se déplaçant à une vitesse constante dans un fluide ne dépend que de l'intensité de la force de traînée générée par le déplacement. Compte tenu de ce résultat, nous proposons de reproduire le sillage d'une bulle en imposant une vitesse de glissement V_{mod} à une

source de quantité de mouvement \mathbf{F}_{mod} distribuée sur un volume de taille caractéristique δ . Pour des raisons de mises en œuvre numériques, nous imposons la forme du volume de forçage comme étant un parallélépipède rectangle de cotés δ_x , δ_y et δ_z (Fig. 3.1 (b)).

Nous souhaitons reproduire les caractéristiques du sillage (décroissance, oscillation) en adaptant la forme de la source de quantité de mouvement \mathbf{F}_{mod} . Le forçage utilisé dans cette étude est caractérisé par une valeur verticale constante dans le sens du glissement et une oscillation à la fréquence f_{mod} dans un plan vertical. Un tel forçage s'apparente à un mouvement en zigzag plan et est donné par les expressions :

$$\begin{cases} F_x = F_{h0} \cos(\phi) \sin(2\pi f_{mod} t + \psi) \\ F_y = F_{h0} \sin(\phi) \sin(2\pi f_{mod} t + \psi) \\ F_z = F_{z0} \end{cases} \quad (3.1)$$

La composante verticale F_z est prise constante pour modéliser la traînée moyenne de la bulle alors que les composantes horizontales qui varient dans le temps rendent compte du mouvement d'oscillation de la bulle par rapport à la direction moyenne d'ascension (Fig. 3.2 (a)). L'angle maximal θ_{mod} d'oscillation par rapport à la verticale est défini par $F_{h0} = \tan(\theta_{mod}) F_{z0}$ et l'orientation du plan d'oscillation est définie par l'angle ϕ . La phase initiale est ψ .

Le forçage de taille caractéristique δ devant reproduire le sillage d'une bulle de diamètre équivalent d_{eq} , nous pouvons écrire les nombres adimensionnels permettant de caractériser le modèle physique choisi. En notant ρ_{mod} et μ_{mod} les densités et viscosité du fluide, le nombre de Reynolds s'exprime alors par

$$Re_{mod} = \frac{\rho_{mod} V_{mod} d_{eq}}{\mu_{mod}}$$

Le coefficient de traîné moyen suivant la verticale est :

$$C_{dmod} = \frac{2F_{z0}}{\rho_{mod} V_{mod}^2 \pi d_{eq}^2 / 4}$$

Le nombre de Strouhal s'écrit,

$$St_{mod} = \frac{f_{mod} d_{eq}}{V_{mod}}$$

et finalement l'angle maximal d'oscillation :

$$\theta_{mod} = \text{atan} \left(\frac{F_{h0}}{F_{z0}} \right)$$

Tous ces nombres adimensionnels sont déterminés expérimentalement (cf. tableau 3.1). A noter que la valeur de θ_{mod} est déduite des expériences à l'aide de la décomposition de la vitesse d'ascension de la bulle.

L'égalité entre les nombres adimensionnels du modèle qui vont permettre de décrire au mieux le sillage expérimental et ceux issus des expériences n'est *a priori* pas immédiate. Il en est *a fortiori* de même pour δ et d_{eq} qui n'ont aucune raison d'être égaux. De plus ces relations dépendent aussi de la manière dont est discrétisé le volume de forçage car nous voulons le décrire à l'aide d'un nombre limité de mailles. Nous souhaitons cependant conserver δ et d_{eq} du même ordre de grandeur soit : $\delta \approx d_{eq}$.

Des relations plus précises entre les paramètres expérimentaux et ceux du modèle seront déduites de la comparaison directe du sillage résolu avec le sillage expérimental correspondant. La démarche consiste à réaliser une succession de tests de manière à décrire au mieux la décroissance du sillage derrière chaque bulle. Dans toute la suite de l'étude la longueur caractéristique δ et la forme du volume de forçage sont définies par :

$$\begin{cases} \delta_x = \delta \\ \delta_y = \delta \\ \delta_z = 2\delta \end{cases} \quad (3.2)$$

Nous n'avons pas réalisé dans le cadre de ce travail des tests spécifiques concernant la forme du volume de forçage. Un travail préliminaire (Cassan (2002)) avait notamment permis de montrer qu'un tel volume permet de mieux reproduire le sillage qu'un simple carré ou un rectangle allongé.

La section suivante présente la méthode numérique retenue pour la résolution du modèle physique. Nous présenterons ensuite les différents tests de sensibilité réalisés.

3.4 Mise en œuvre numérique

La résolution du modèle physique introduit ci-dessus n'étant pas possible par voie analytique, nous allons utiliser la simulation numérique directe. Il faut pour cela un code résolvant de manière directe les équations de Navier-Stokes et dans lequel il est possible de positionner des sources volumiques de quantité de mouvement. Nous avons à cet effet utilisé le module « Simulation Directe » du code JADIM développé à l'IMFT (Calmet

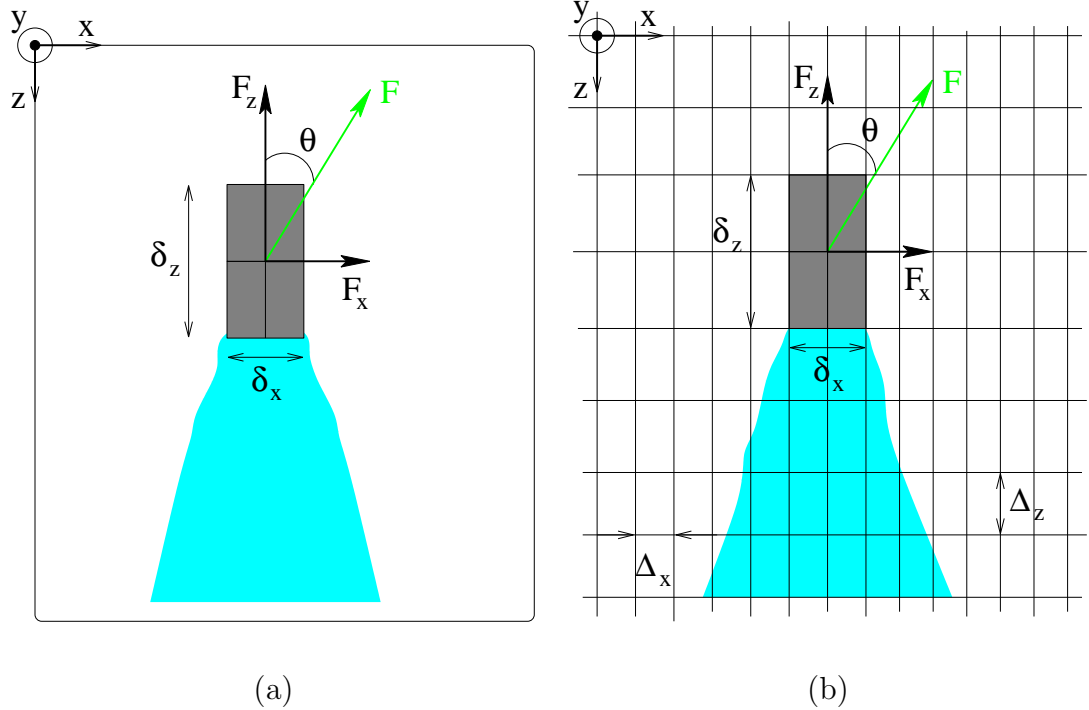


FIG. 3.2 – (a) Modèle associé au problème d'une bulle en ascension dans un liquide au repos. (b) La discrétisation numérique.

(1995), Legendre (1996)). Le code JADIM résout les équations instationnaires et tridimensionnelles de Navier-Stokes exprimées en variables primitives vitesse-pression par la méthode des volumes finis. L'avancement en temps est assuré par un Runge-Kutta d'ordre 3 couplé à un schéma de type Crank-Nicholson pour la résolution semi-implicite des termes visqueux. La pression est calculée à la fin de chaque pas de temps par une méthode de projection qui assure l'incompressibilité du champ de vitesse. La précision globale des schémas numériques est d'ordre 2 en temps et en espace.

De manière à simplifier la résolution nous choisissons un maillage cartésien régulier dans chaque direction de taille $N_x \times N_y \times N_z$ avec $N_x = N_y$ compte tenu de l'équivalence de ces deux directions pour le problème traité. En général N_z est choisi beaucoup plus grand car la décroissance du sillage est lente (en d_{eq}/z). La taille du domaine de calcul est (D_x, D_y, D_z) d'où l'on déduit la taille des mailles dans chaque direction $\Delta_x = D_x/N_x = \Delta_y = D_y/N_y$ et $\Delta_z = D_z/N_z$.

Compte tenu de la stratégie qui est de décrire la zone de forçage par un nombre réduit de mailles, le résultat de la simulation dépend du nombre de mailles disposées dans le forçage. Nous noterons ainsi n_x , n_y , n_z le nombre de mailles dans chaque direction. ($n_x=1$, $n_y=1$, $n_z=1$) correspond à un volume de forçage décrit par une seule maille. Le cas de figure de référence que nous avons étudié est défini par (cf. figure 3.2 (b)) :

$$n_x = n_y = n_z = 2 \quad (3.3)$$

Le volume de forçage est donc dans ce cas décrit par 2 mailles dans chaque direction ce qui fait un total de 8 mailles. C'est a priori un choix très économe pour décrire le volume de forçage donné par (3.2). Le maillage peut également être plus raffiné suivant la direction horizontale ou verticale. L'impact du raffinement sera testé ultérieurement.

Le volume de forçage est introduit comme une source de quantité de mouvement instationnaire dans les équations de Navier-Stokes. Il a été discrétisé en respectant le Runge-Kutta d'ordre 3 utilisé pour l'avancement en temps du schéma de discrétisation de JADIM afin de respecter la précision d'ordre 2 du schéma temporel et d'assurer la stabilité du solveur Navier-Stokes. Aucun problème de stabilité n'est apparu et le pas de temps utilisé est celui donné par le critère CFL égal à $\sqrt{3}$ (Calmet (1995)). Nous avons cependant travaillé avec un pas de temps constant $dt=0,1 \delta/V_0$ pour avoir la possibilité de calculer correctement les statistiques temporelles. Par la suite, nous avons tracé le maxima des fluctuations du liquide derrière la bulle isolée sur une période de son mouvement. Un pas temporel trop grand ne permettrait pas d'obtenir une bonne convergence statistique.

Les simulations sont réalisées par simplicité dans le référentiel de la bulle en ascension. Le champ de vitesse $-V_0$ est donc imposé en entrée de domaine qui se trouve être dans notre configuration la surface supérieure de la boîte de calcul. Des conditions périodiques sont imposées sur les parois latérales. La condition imposée en sortie de domaine (côté inférieur) consiste à annuler les dérivées secondes du champ de vitesse sortant du domaine. L'effet de ces conditions sur la structure du sillage a été testé et est discuté dans la suite.

Enfin, notons que les bords du volume de forçage ne sont pas forcément définis par les mailles et ceci pour deux raisons. La première provient de la position des variables discrètes qui sont positionnées sur un maillage décalé. Les trois composantes de la vitesse sont positionnées sur les normales des facettes du maillage du champ de pression. Ainsi les mailles de calcul pour les trois composantes du champ de vitesse sont décalées et les maillages associés différents. La seconde est liée au tirage aléatoire du centre du volume de forçage lors de la constitution de l'essaim. Par conséquent, si une maille n'est pas entièrement contenue dans le volume de forçage, la source de quantité de mouvement

introduite dans le bilan de quantité de mouvement est pondérée par le taux d'occupation volumique du forçage dans la maille. Ce point sera également testé dans la suite.

3.5 Le cas de référence : le sillage de la bulle isolée

Pour valider le modèle physique de sillage et pour caler les paramètres permettant de décrire au mieux le sillage réel correspondant, nous avons choisi les résultats bien documentés de Ellingsen & Risso (2001). Les auteurs ont mesuré par ADL le champ de vitesse dans le sillage de bulles d'air de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm. Pour de telles bulles, $C_{dexp}=0,35$, $St_{exp}=0,04$, $Re_{exp}=800$. Ces auteurs ont également montré que l'angle maximum d'inclinaison de la vitesse de la bulle par rapport à la verticale est $\theta_{exp}=25^\circ$.

Pour un volume de forçage donné, nous avons déterminé les nombres adimensionnels qui permettaient de reproduire au mieux le sillage de la bulle. Le maillage utilisé est un maillage $64 \times 64 \times 125$. Le nombre de mailles décrivant le volume de forçage est donné par la relation (3.3) soit $n_x=n_y=n_z=2$. Nous avons constaté qu'il est possible d'assurer l'égalité des paramètres au modèle avec ceux déterminés expérimentalement soit $Re_{mod}=Re_{exp}=800$, $C_{dmod}=C_{dexp}=0,35$, $St_{mod}=St_{exp}=0,04$ et $\theta_{mod}=\theta_{exp}=25^\circ$ pour un volume de forçage vérifiant : $\delta=(1/1,52) d_{eq}$.

Le maximum des valeurs numériques dans chaque plan horizontal de la vitesse verticale U_z est reporté sur la figure 3.3 en fonction de la distance verticale centrée sur la bulle. Les résultats du modèle sont comparés aux expériences de Ellingsen & Risso (2001) et à une simulation numérique directe de l'écoulement autour d'une bulle ellipsoïdale de même diamètre. On constate que le modèle proposé permet de reproduire la décroissance de la vitesse verticale dans le sillage d'une bulle de diamètre d_{eq} . Comme attendu le sillage dans la zone proche de la bulle n'est pas bien décrit notamment au niveau de l'intensité de la vitesse qui est largement sous-estimée. On constate cependant que l'on est en mesure de décrire correctement la décroissance de la vitesse verticale du sillage à partir d'une distance de $10 R_{eq}$ en aval de la bulle. Pour cela, il suffit de conserver les paramètres réels et d'adapter la taille du volume de forçage.

La figure 3.3 présente également la composante horizontale de la vitesse générée par le volume de forçage. On constate qu'avec les paramètres déduits de l'expérience, le modèle n'arrive pas à reproduire le bon niveau de vitesse proche de la bulle suivant l'horizontale. Ce n'est qu'à partir de $50 R_{eq}$ derrière la bulle que l'on a des fluctuations équivalentes à celles mesurées expérimentalement. Des tests présentés dans la suite ont été réalisés afin de proposer des améliorations du modèle pour retrouver un niveau de vitesse plus proche des expériences.

Nous allons maintenant réaliser un certain nombre de tests pour étudier la sensibilité du modèle aux différents paramètres.

3.5.1 Etablissement temporel

Nous présentons dans cette section l'établissement temporel du sillage pour les paramètres du modèle présentés ci-dessus. La figure 3.4 présente l'évolution des vitesses verticales maximales dans le sillage de la bulle. Les temps sont normés par δ/V_0 .

On observe l'établissement progressif du sillage (figure 3.4 (a)) qui est transporté derrière le volume de forçage lorsque le temps augmente. Le temps nécessaire pour établir le sillage à une distance de $100 R_{eq}$ est de l'ordre de $100 \delta/V_0$ ce qui correspond à environ

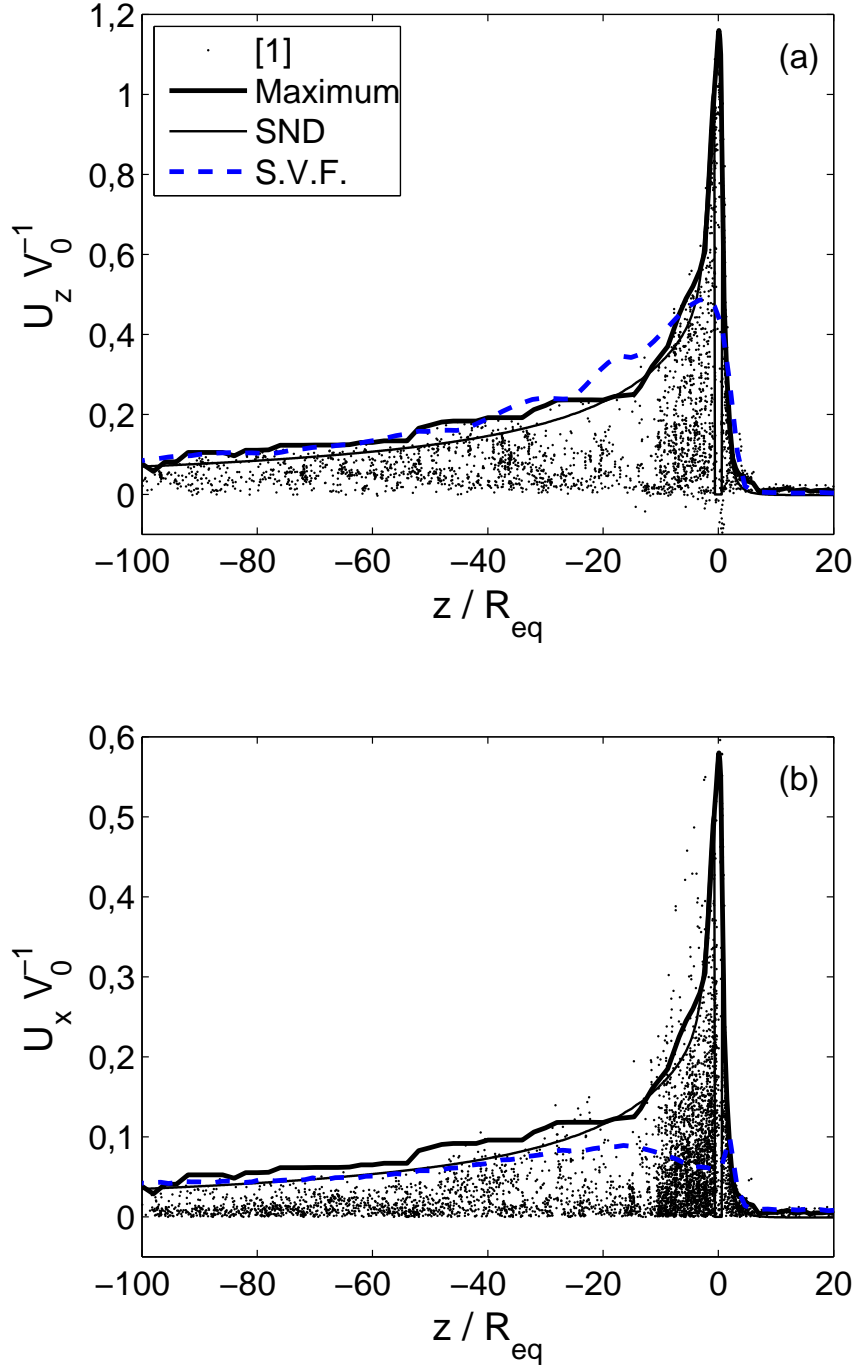


FIG. 3.3 – Décroissance des vitesses (a) verticales U_z et (b) horizontales U_x du fluide normalisées par la vitesse de la bulle isolée V_0 dans le sillage d'une bulle de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm en ascension. [1] Points expérimentaux obtenues par Ellingsen & Risso (2001). Comparaison du maximum des vitesses du fluide (trait épais) à une simulation numérique directe SND dans les mêmes conditions (trait fin). S.V.F : Simulation par les Volumes Forces (trait épais pointillés).

1000 itérations et un temps de calcul de 3 heures sur un pentium IV à 3,6 Ghz. La figure 3.4 (b) montre l'évolution entre $200 \delta/V_0$ et $240 \delta/V_0$ pour confirmer l'établissement temporel du sillage généré par le volume de forçage.

On constate que sous l'effet du forçage oscillant dans le plan horizontal les vitesses verticales présentent des maxima locaux. Les maxima se déplacent au cours du temps avec l'écoulement à une vitesse V_0 . Par la suite, nous présenterons le maximum des maxima de vitesse du liquide sur une période d'oscillation du mouvement de la bulle pour bien prendre en compte toutes les vitesses maximales possibles et pour pouvoir comparer à l'expérience de Ellingsen & Risso (2001).

3.5.2 Position du forçage dans le domaine de calcul

L'un des premiers tests a consisté à vérifier que nos résultats ne dépendent pas de la position sur le maillage du volume de forçage. Pour cela, nous avons vérifié ce point par deux tests, l'un concerne la position du forçage par rapport aux bords du domaine de calcul (test des conditions limites) et l'autre concerne le décentrage du volume de forçage par rapport au centre de la maille.

Positionnement par rapport aux bords du domaine

Nous avons dans un premier temps testé la position du volume de forçage par rapport à l'entrée et la sortie du domaine. Nous avons constaté qu'un positionnement proche de l'entrée du domaine altère légèrement l'établissement du champ de vitesse en amont de la bulle. Nous avons également observé qu'il n'y a pas de problème de stabilité ou de réflexion numérique d'un sillage produit par un volume de forçage placé trop près de la sortie. Cependant, compte tenu de la lente décroissance du sillage nous avons placés les volumes de forçage suffisamment loin de la sortie pour en étudier l'évolution. Pour ces raisons, nous avons toujours placé le volume-force à une distance de l'entrée supérieure à 7δ et à une distance de la sortie supérieure à 50δ .

La figure (3.5) reporte l'évolution du maximum des composantes verticales et horizontales pour une bulle positionnées à 7δ de l'entrée. Trois positions sont testées pour un volume de forçage centré sur le maillage : forçage au centre du domaine (position 1), sur une frontière périodique (position 2) et dans un coin du domaine de calcul (position 3). La superposition des résultats obtenus prouve que les conditions limites sont correctement écrites.

Positionnement par rapport au centre des mailles

Le test sur le décentrage du volume de forçage par rapport à la maille est présenté sur la figure 3.6. Trois positions différentes sont comparées : forçage centré (position 1), forçage légèrement décentré de 10 % et forçage fortement décentré de 40 %. A noter qu'un décentrage de 60 % est pour des raisons de symétrie équivalent à un décentrage de 40 %. Les résultats sont pratiquement identiques avec quelques différences très localisées que ce soit pour la composante verticale ou horizontale de la vitesse. Si l'on compare (non rapporté ici) les vitesses maximales calculées sur la totalité d'une période d'oscillation, on constate que ces différences ne sont plus visibles.

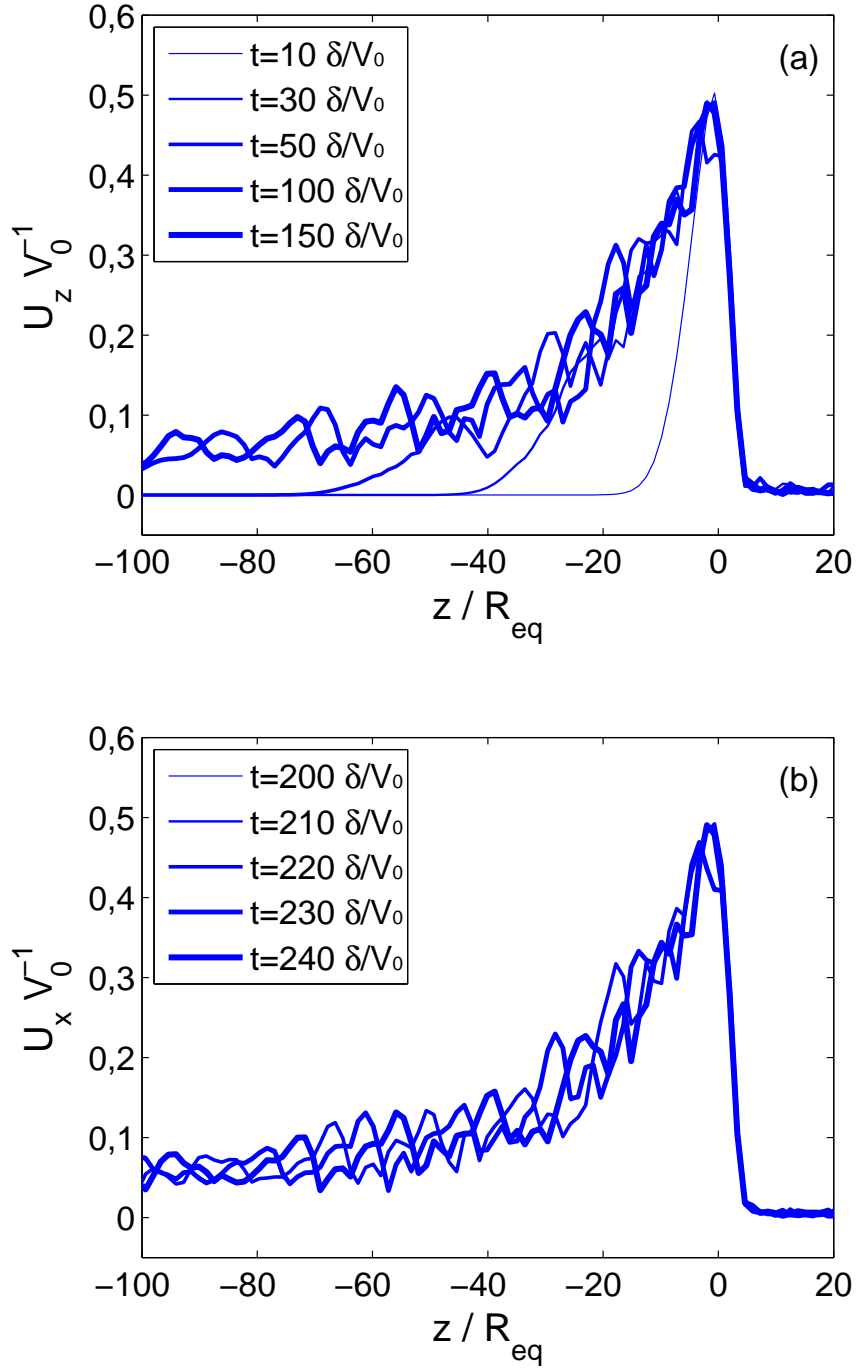


FIG. 3.4 – Décroissance de la vitesse verticale du fluide dans le sillage d'une bulle de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm pour différents temps. $Re_{mod}=Re=800$, $C_{dmod}=C_d=0,35$, $St_{mod}=St=0,04$ et $\theta_{mod}=\theta=25^\circ$. (a) Temps adimensionnel compris entre 10-150 δ/V_0 et (b) entre 200-240 δ/V_0 .

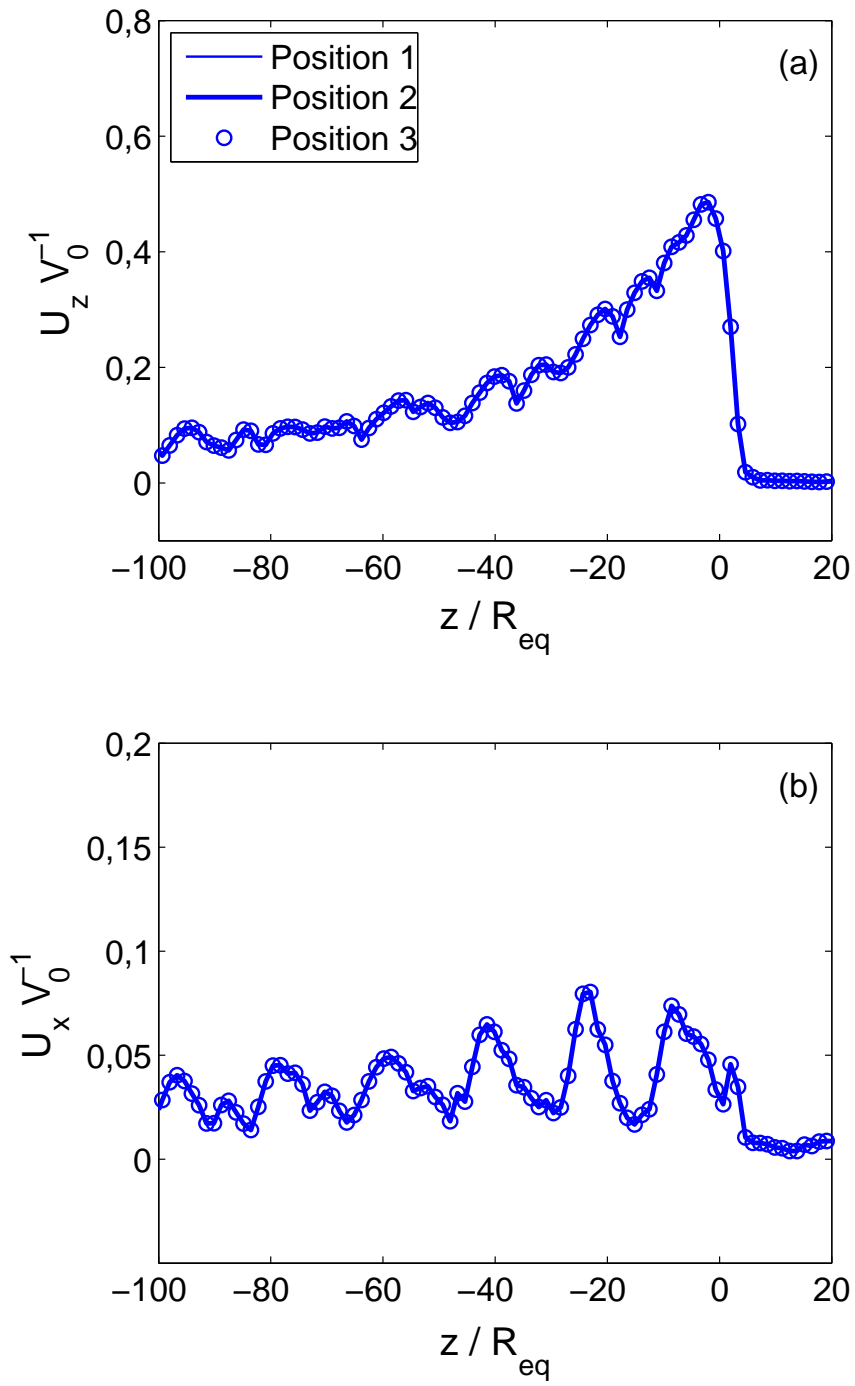


FIG. 3.5 – Vitesse normalisée du fluide derrière une bulle de diamètre 2.5 mm pour différentes positions du centre des sources de quantité de mouvement sur le maillage. (a) Vitesse verticale et (b) vitesse horizontale. Position 1 : forçage au centre du maillage, position 2 forçage sur une frontière périodique et position 3 forçage dans un coin du domaine de calcul.

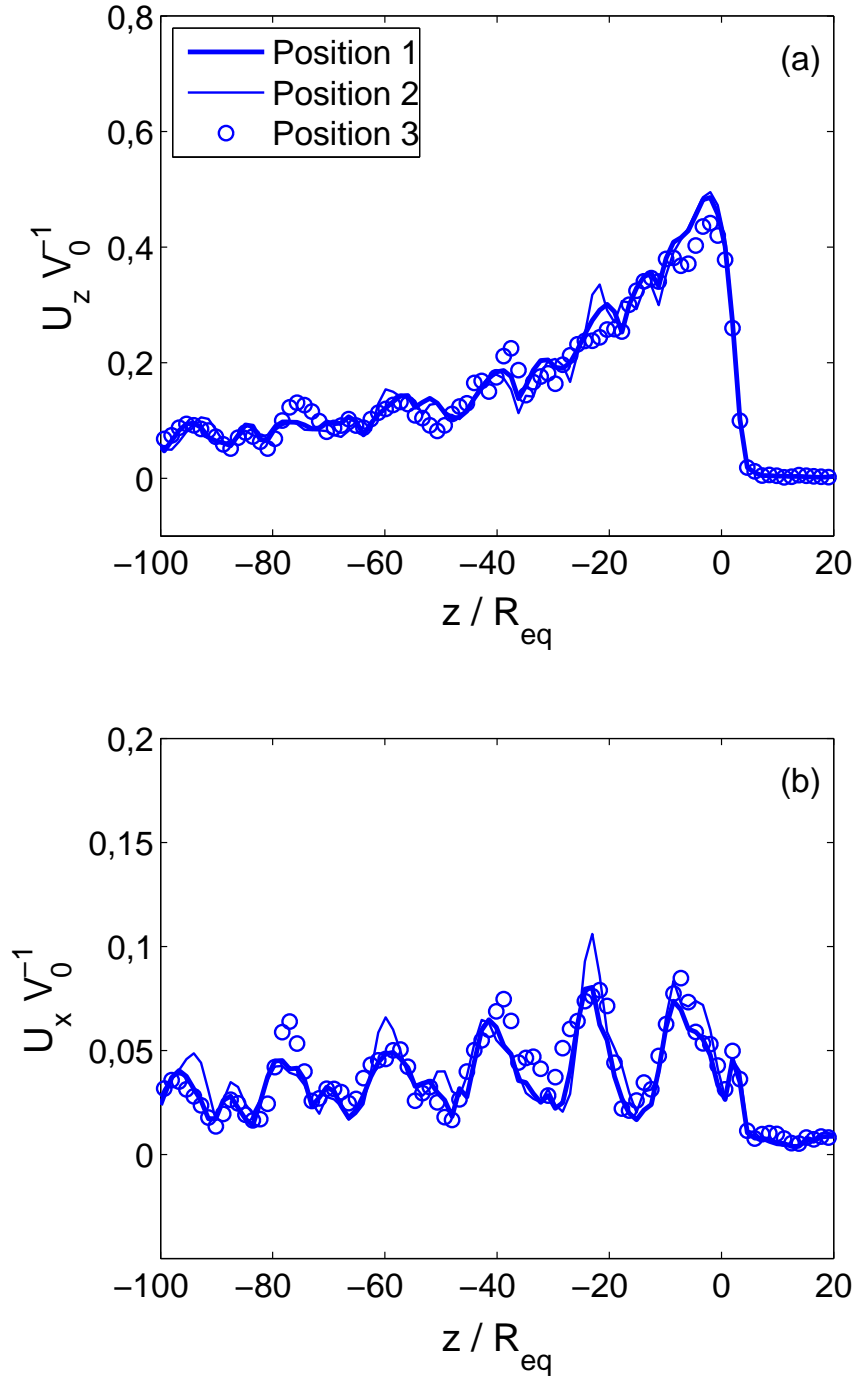


FIG. 3.6 – Vitesse normalisée du fluide derrière la bulle pour différentes positions du centre des sources de quantité de mouvement sur le maillage. (a) Dans la direction verticale et (b) dans la direction horizontale. Position 1 : volume de forçage centré sur le maillage de pression, position 2 : décentré de 10 % et position 3 : décentré de 40 %.

3.5.3 Sensibilité au nombre de Reynolds

Dans cette section, nous montrons la sensibilité du modèle au nombre de Reynolds. Nous avons conservé les valeurs des paramètres permettant de reproduire au mieux le sillage expérimental ($C_{dmod}=C_{dexp}=0.35$, $St_{mod}=St_{exp}=0.04$ et $\theta_{mod}=\theta_{exp}=25^\circ$) à l'exception du nombre de Reynolds que nous avons fait varier. La figure 3.7 représente l'évolution verticale des composantes maximales verticale et horizontale de la vitesse du liquide pour $Re_{mod}=400$, $Re_{mod}=600$ et $Re_{mod}=800$. La vitesse verticale est nettement moins sensible au nombre de Reynolds que la composante horizontale. D'une manière générale, diminuer le nombre de Reynolds revient à abaisser l'intensité des composantes horizontale et verticale. La diffusion de la quantité de mouvement est en effet plus importante et la décroissance du sillage plus rapide. D'autre part d'autres tests nous ont permis de constater qu'il n'est pas possible de trouver le bon niveau de vitesse horizontale en ne faisant qu'augmenter le nombre de Reynolds. Le niveau de vitesse horizontale obtenu sature sensiblement à celui reporté sur la figure 3.7 pour $Re_{mod}=800$. Nous avons donc décidé de conserver la valeur expérimentale $Re_{mod}=Re_{exp}=800$.

3.5.4 L'effet de la force horizontale

Un moyen d'ajuster le niveau d'agitation horizontal est, par construction du modèle, le forçage horizontal. Nous avons testé l'effet du forçage horizontal en jouant sur la valeur de l'angle θ_{mod} . Plus cet angle est important et plus il y a de quantité de mouvement distribuée dans le plan horizontal. La valeur expérimentale peut être déduite de la trajectoire de la bulle en mesurant l'angle maximal que fait la vitesse de la bulle avec la verticale. Pour une bulle de $d_{eq}=2,5$ mm, Ellingsen & Risso (2001) ont mesuré $\theta_{exp}=25^\circ$. Afin de tester l'effet du forçage horizontal nous avons conservé les paramètres du modèle à savoir $Re_{mod}=Re_{exp}=800$, $C_{dmod}=C_{dexp}=0,35$ et $St_{mod}=St_{exp}=0,04$. Nous avons donc fait varier l'angle θ_{mod} . La figure 3.8 présente l'évolution des composantes maximales verticales et horizontale pour $\theta_{mod}=0^\circ$, $\theta_{mod}=25^\circ$ et $\theta_{mod}=45^\circ$. Cette figure montre que la valeur de l'angle θ_{mod} a très peu d'effet sur l'évolution de la composante verticale de la vitesse. Par contre, l'effet sur la composante horizontale est très significatif. On constate qu'il est même possible de reproduire le niveau expérimental dans la zone déficitaire ($-50 \leq z/R_{eq} \leq -10$) en prenant $\theta_{mod}=45^\circ$. Même si cette valeur est largement plus grande que l'inclinaison observée dans les expériences de Ellingsen & Risso (2001), ce résultat montre qu'il est possible de compenser dans le modèle la perte d'information concernant le mouvement horizontal dans le sillage en augmentant arbitrairement l'angle θ_{mod} .

3.5.5 Une vitesse de dérive

Afin d'éviter d'augmenter arbitrairement l'angle θ_{mod} nous avons tenté d'intensifier les mouvements horizontaux en introduisant une vitesse de dérive de la bulle. Cette idée avait surtout pour objectif d'obtenir un résultat significatif pour l'essaim de bulles que nous présenterons dans la seconde partie de ce chapitre. Expérimentalement, une bulle en ascension peut voir (au sein d'un essaim) son mouvement dériver suivant l'horizontale. Cette vitesse de dérive est faible par rapport à la vitesse d'ascension de la bulle. Dans cette partie, nous avons donc ajouté au modèle, un mouvement de dérive dans le plan horizontal. Ceci revient à donner à la bulle une faible vitesse V_r longitudinale dont la direction est tirée de façon aléatoire. Les résultats pour différentes vitesses de dérive sont présentés sur

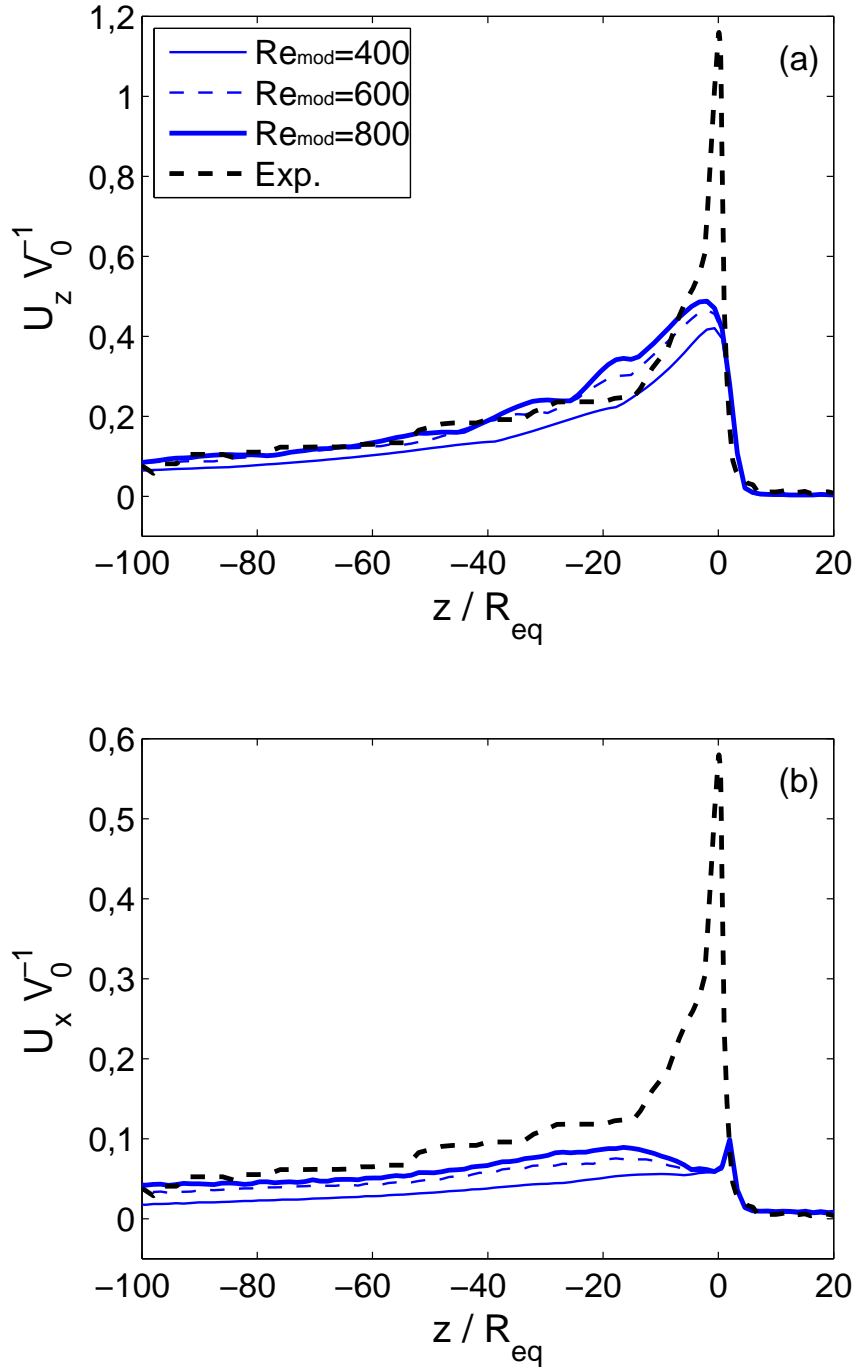


FIG. 3.7 – Décroissance de la vitesse du fluide dans le sillage d'une bulle diamètre $d_{eq} = 2.5$ mm pour différents nombres de Reynolds Re_{mod} . (a) Vitesses verticales normalisées U_z/V_0 et (b) vitesses horizontales normalisées U_x/V_0 comparées aux expériences.

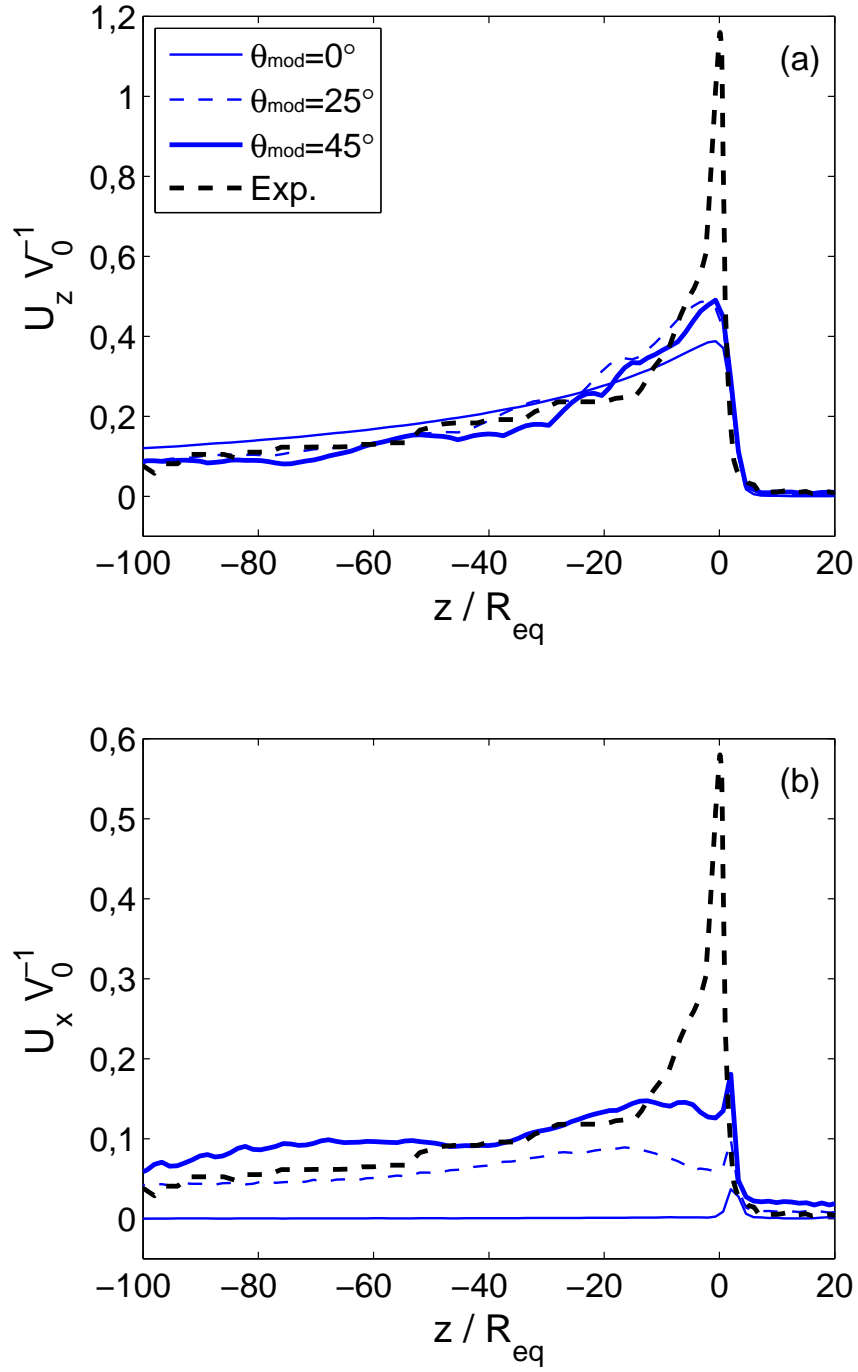


FIG. 3.8 – Décroissance de la vitesse du fluide dans le sillage de la bulle pour différents angles d'inclinaison θ_{mod} de la force. (a) Vitesses verticales normalisées U_z/V_0 et (b) vitesses horizontales normalisées U_x/V_0 comparées aux expériences.

la figure (3.9). Ils montrent que dans l'intervalle $0,01 \leq V_r/V_0 \leq 0,1$ l'introduction de la vitesse de dérive n'influence pas les résultats du modèle. Il faut introduire une forte dérive ($V_r=0,5 V_0$) pour constater un effet significatif sur les vitesses verticale et horizontale qui sont alors nettement diminuées dans le sillage de la bulle, effet contraire à celui recherché!

3.5.6 Raffinement du maillage

Les derniers tests réalisés ont porté sur le nombre de mailles décrivant le volume de forçage, c'est-à-dire sur l'effet du raffinement du maillage pour un volume de forçage donné. Nous avons souhaité utiliser un modèle et une discrétisation numérique afin d'optimiser l'espace mémoire et le temps de calcul. Pour cela, le choix retenu $n_x=n_y=n_z=2$ est très économe pour décrire le volume de forçage donné par (3.2). Nous avons précédemment souligné que les résultats du modèle dépendent de la discrétisation et du nombre de mailles utilisées pour décrire le volume de forçage. La relation entre δ et d_{eq} dépend ainsi du nombre de mailles choisies. Dans le test proposé dans cette section, nous n'avons pas recherché la meilleure correspondance entre δ et d_{eq} pour un nombre de mailles données. Nous avons seulement voulu étudier l'effet du raffinement pour un rapport d_{eq}/δ fixé (ici 1,52) et des paramètres du modèle physique donnés par les valeurs expérimentales ($Re_{mod}=Re_{exp}=800$, $C_{dmod}=C_{dexp}=0,35$, $St_{mod}=St_{exp}=0,04$ et $\theta_{mod}=\theta_{exp}=25^\circ$), les résultats du modèle.

La figure 3.10 présente l'effet du raffinement horizontal. En diminuant le nombre de mailles dans les directions horizontales à $N_x=N_y=32$, nous avons réduit le forçage à une maille dans les directions horizontales ($n_x=n_y=1$) tout en maintenant $n_z=2$. Nous constatons alors un effet relativement modéré du raffinement horizontal. On constate cependant un niveau plus important de vitesses horizontales dans le sillage proche de la bulle lorsque le nombre de mailles suivant l'horizontale diminue. L'augmentation du nombre de mailles réduit l'effet de discontinuité imposé localement par le forçage et l'intensité correspondante de la vitesse ainsi générée et transportée dans le sillage s'en trouve réduite.

Un effet le plus significatif est observé en raffinant le maillage verticalement. La figure 3.11 présente l'effet du raffinement suivant la direction verticale. En gardant $n_x=n_y=2$, le nombre de mailles suivant la verticale a été successivement fixé à $n_z=2$, $n_z=4$ et $n_z=8$. On constate un effet significatif du raffinement du maillage suivant la verticale. On observe une diminution très nette de la vitesse verticale ainsi que de la vitesse horizontale. On retrouve de manière plus marquée ici l'effet d'étalement imposé par une discrétisation plus fine qui diminue l'effet de discontinuité entraînant la génération d'une vitesse plus intense au niveau du forçage.

Afin de comparer les différents sillages entre eux, la composante verticale normée par sa valeur maximale est reportée sur la figure 3.12 pour les trois raffinements considérés. A condition d'ajuster la normalisation par δ suivant la cote verticale par un coefficient β , il est possible de superposer tous les sillages. En choisissant $\beta=1$ pour le cas de référence $n_z=2$, on trouve $\beta=0,7$ pour $n_z=4$ et $\beta=0,45$ pour $n_z=8$. On constate ainsi que même si l'effet de la discrétisation est de diminuer l'intensité de la vitesse dans le sillage et d'en augmenter la décroissance, les sillages restent auto-similaires. La figure 3.13 présente l'évolution du coefficient β pour les trois discrétisations différentes du maillage. Le raffinement du maillage entraîne une décroissance du sillage derrière la bulle beaucoup plus rapide que pour le maillage de référence ($n_z=2$) et cette décroissance varie de façon exponentielle, $\exp(-n_z/n_0)$, avec le raffinement du maillage ($n_0=6,5 \delta_z$) dans l'intervalle étudié ici ($2 \leq n_z \leq 8$). Nous n'avons pas exploré plus loin cette piste, mais il est clair qu'à

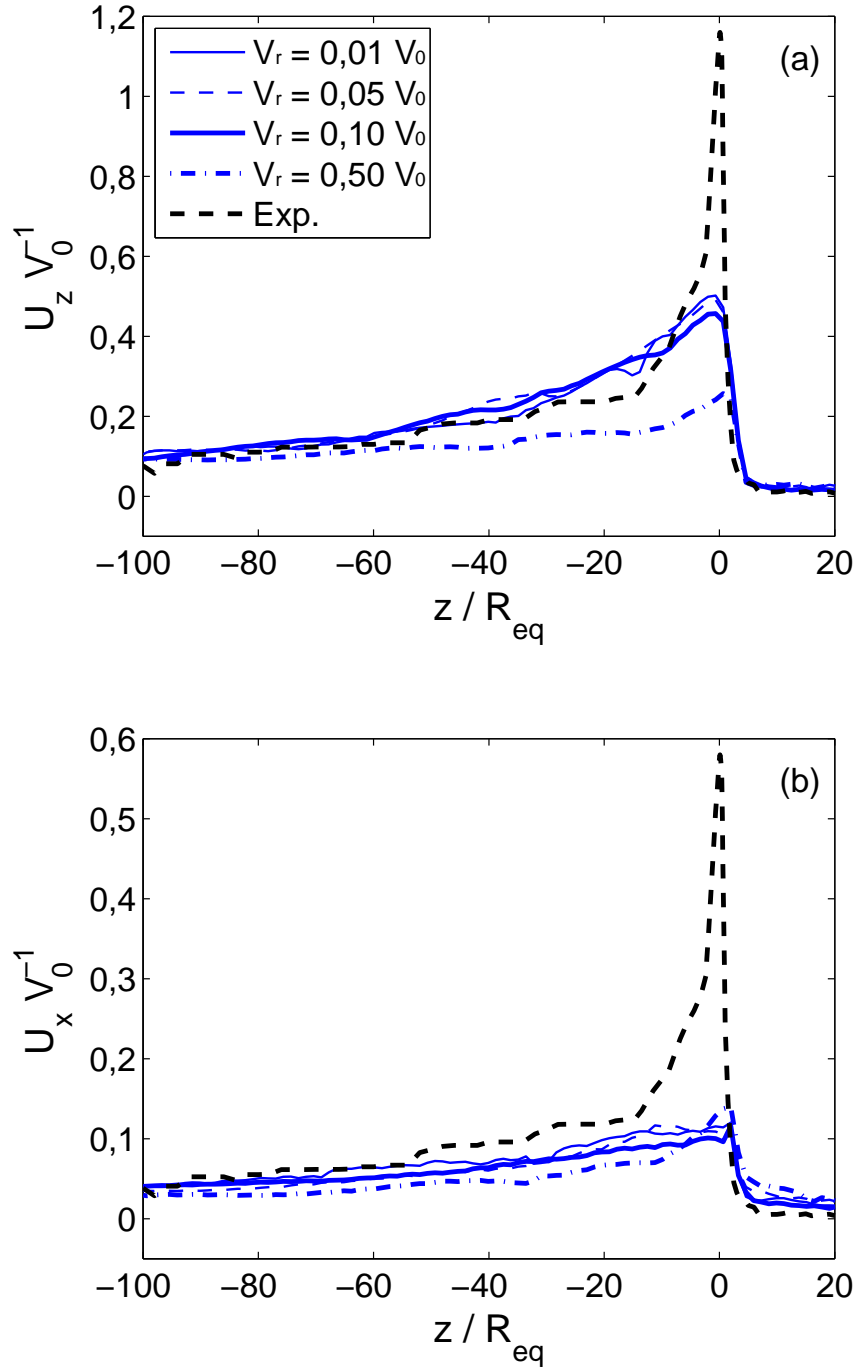


FIG. 3.9 – Décroissance de la vitesse du fluide dans le sillage de la bulle pour différentes vitesses de dérive horizontale V_r . (a) Vitesses verticales normalisées U_z/V_0 et (b) vitesses horizontales normalisées U_x/V_0 comparées aux expériences.

partir d'un certain raffinement les résultats ne dépendront plus de la taille de la maille contrairement à ce que peut laisser penser la loi exponentielle.

3.5.7 Conclusion

Nous avons confronté dans cette partie le modèle physique de sillage derrière une bulle en ascension dans un liquide au repos avec les résultats expérimentaux de Ellingsen & Risso (2001). Nous avons montré qu'il est possible de reproduire de manière très satisfaisante la décroissance du sillage d'une bulle de diamètre équivalent $d_{eq}=2,5$ mm en conservant les paramètres donnés par les valeurs expérimentales ($Re_{mod}=Re_{exp}=800$, $C_{dmod}=C_{dexp}=0,35$, $St_{mod}=St_{exp}=0,04$ et $\theta_{mod}=\theta_{exp}=25^\circ$) à condition de prendre un volume de forçage vérifiant $\delta=\delta_x=\delta_y=\delta_z/2=(1/1,52)d_{eq}$ et de le discrétiser par $n_x=n_y=n_z=2$ mailles dans chaque direction. Le niveau de vitesse verticale est alors très proche de celui mesuré expérimentalement. Par contre le niveau des vitesses horizontales est inférieur à celui des expériences.

Nous avons testé la sensibilité des différents paramètres constituant ce modèle. Nous avons tout d'abord vérifié que la position des volumes-forces dans le domaine de calcul ne jouait pas sur les résultats des simulations. Les deux paramètres principaux de notre modèle ont été testés : le nombre de Reynolds et l'angle maximal d'inclinaison de la force par rapport à la verticale. Concernant le nombre de Reynolds, lorsqu'il augmente, les fluctuations verticales et horizontales augmentent assez faiblement dans le sillage de la bulle ce qui ne permet pas d'augmenter suffisamment le niveau des vitesses horizontales pour reproduire les fluctuations mesurées expérimentalement. Concernant l'angle d'inclinaison du forçage par rapport à la verticale, celui-ci joue un rôle très net sur les vitesses horizontales. Pour un angle d'inclinaison supérieur aux données expérimentales, il est possible de reproduire le bon niveau des fluctuations horizontales du sillage d'une bulle en ascension. Nous avons également testé l'introduction d'une vitesse horizontale de glissement ; cela ne permet pas d'améliorer le niveau des fluctuations horizontales. Enfin, nous avons testé l'effet de la discrétisation du volume de forçage ce qui a permis de montrer une nette diminution des fluctuations lorsque l'on raffine dans la direction verticale. Il a été cependant possible de rendre auto-similaires les différents sillages obtenus montrant aussi que ceux-ci gardent une caractéristique intrinsèque au modèle proposé.

3.6 L'essaim de bulles

Le but de cette partie est d'utiliser le modèle de sillage validé et ajusté pour une bulle isolée pour l'appliquer à l'étude d'un essaim de bulles en ascension. Pour cela, nous générons un modèle d'essaim en distribuant un grand nombre de volumes de forçage dans le domaine de calcul. Connaissant le volume correspondant à chaque forçage $\vartheta_\delta=\delta_x \delta_y \delta_z$ et le nombre de modèles placés dans le domaine de calcul de volume $\vartheta_T=LS$ (S étant l'aire de la section du domaine de calcul dans le plan (xy) et L la hauteur de l'essaim), nous pouvons en déduire la fraction volumique α représentée par le modèle d'essaim. Suivant la même démarche que pour le sillage de la bulle isolée, nous allons prendre comme référence l'essaim de bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm que nous avons étudié dans la partie expérimentale de ce travail.

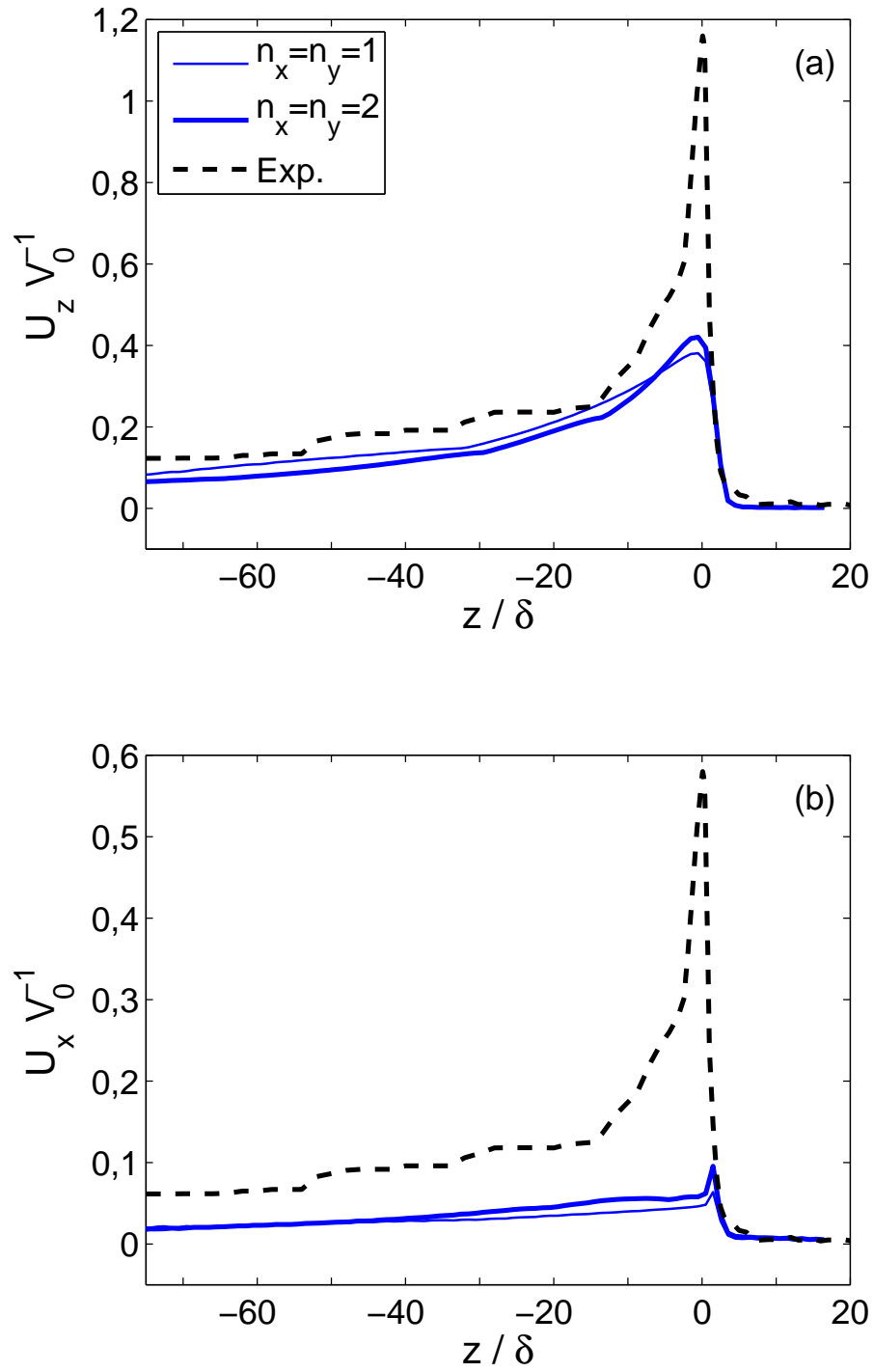


FIG. 3.10 – Evolution des vitesses normalisées du fluide dans le sillage de la bulle en ascension pour deux maillages différents : Effet du raffinement dans la direction horizontale x ou y pour un nombre de mailles $n_z=2$ inchangé.

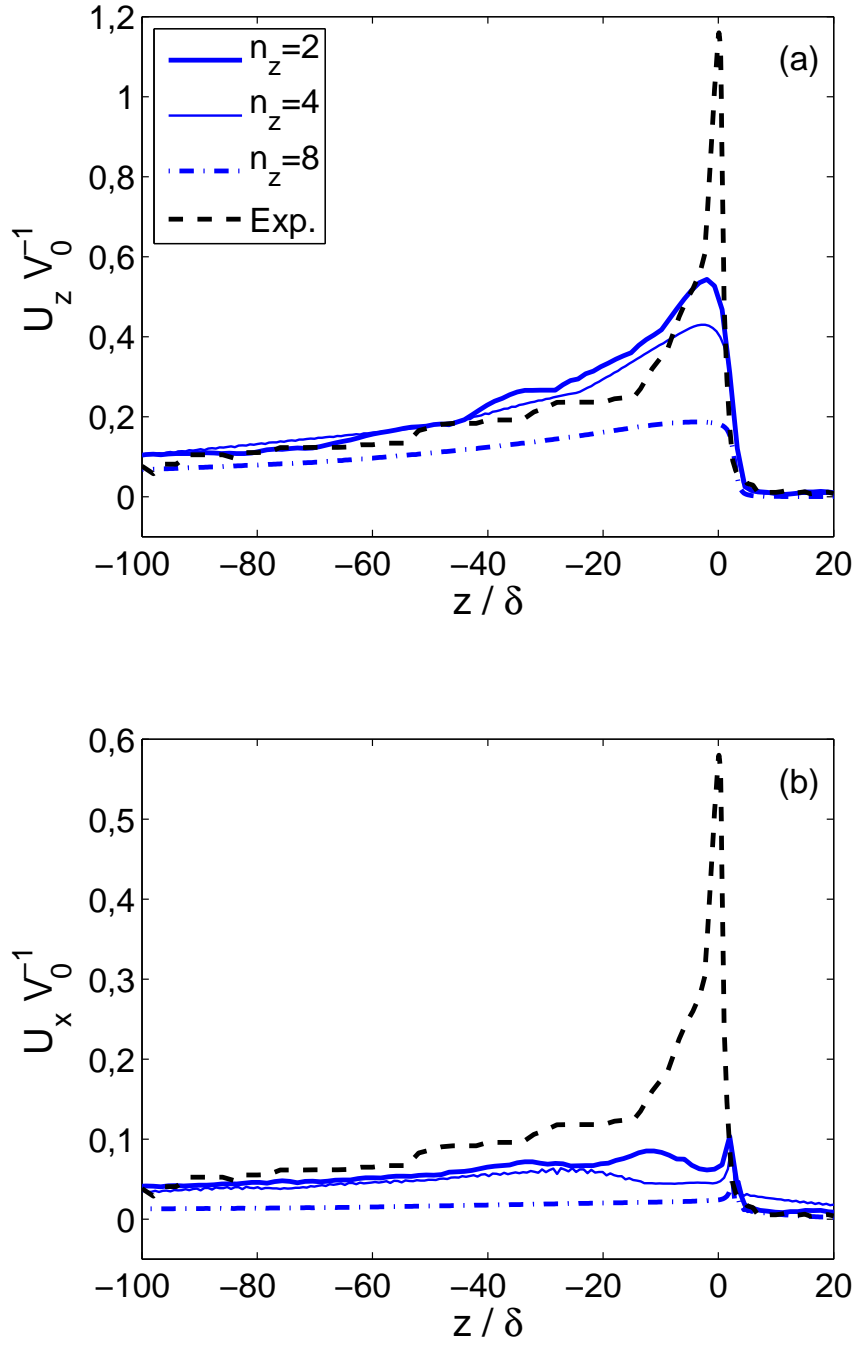


FIG. 3.11 – Vitesses normalisées du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale dans le sillage d'une bulle en ascension pour deux maillages différents : Effet du raffinement dans la direction verticale z pour $n_x=n_y=2$. mettre en légende $n_z=2$, $n_z=4$ et $n_z=8$.

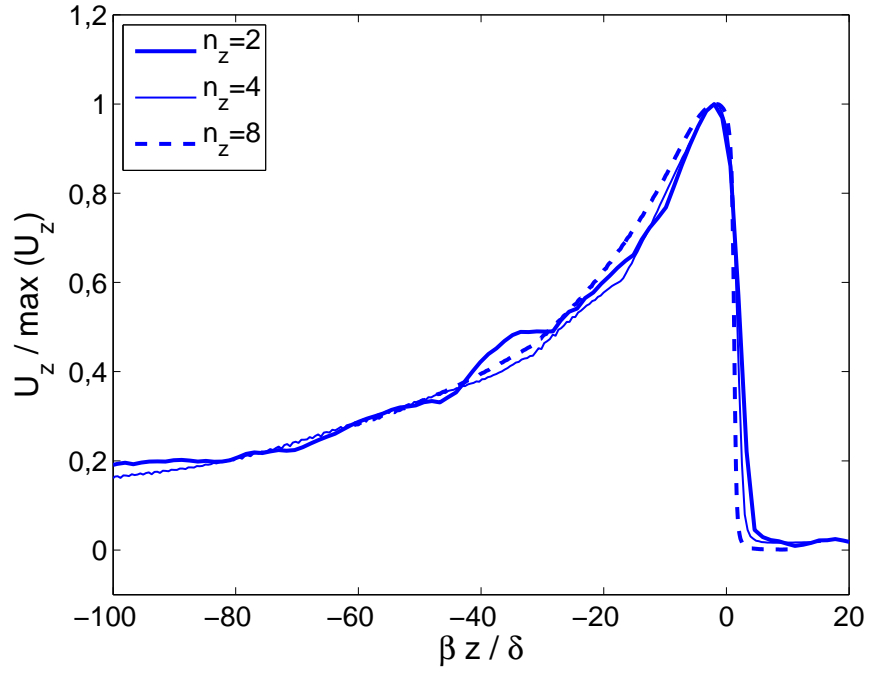


FIG. 3.12 – Les vitesses du liquide derrière la bulle. Vitesses normalisées par leur maximum $\max(U_z)$ et rectifié par une échelle β .

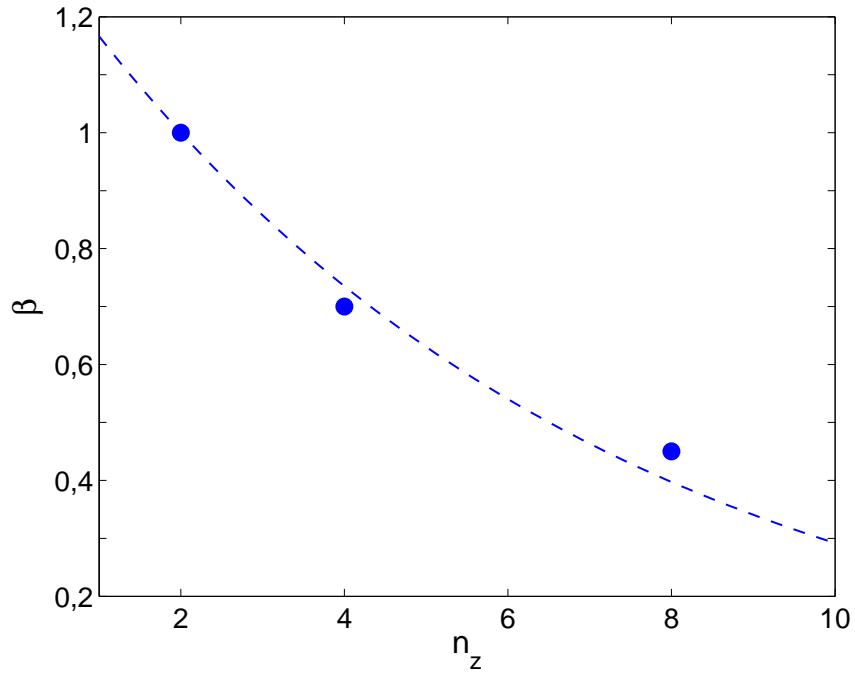


FIG. 3.13 – Evolution de l'échelle β en fonction du nombre de mailles n_z du volume de forçage suivant la verticale ($n_x=n_y=2$).

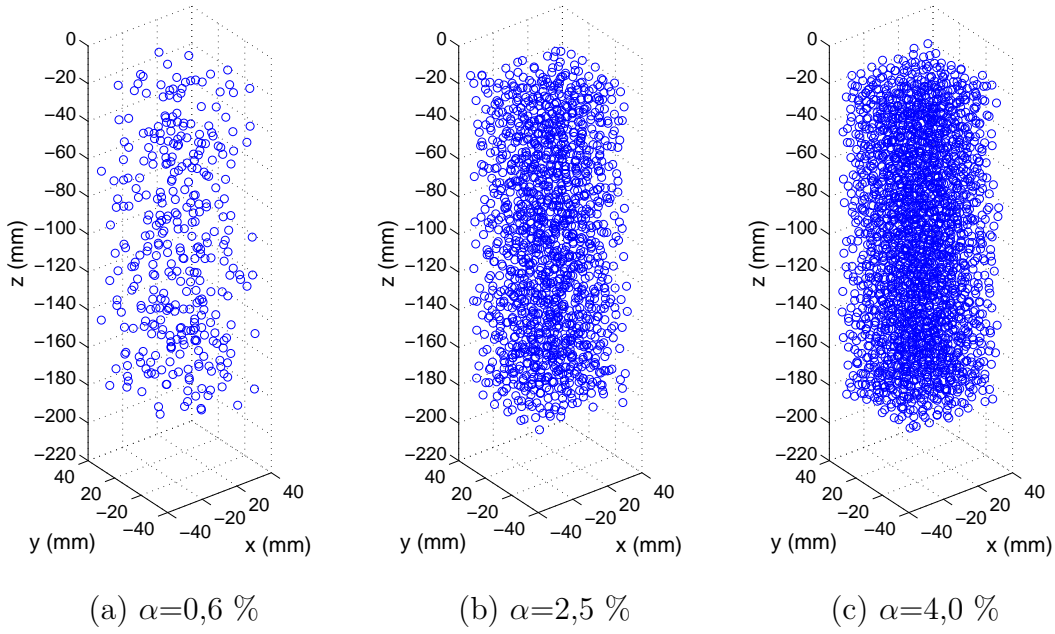


FIG. 3.14 – Exemples d’essaims de bulles de diamètre moyen $d_{eq}=2,5$ mm pour différentes fractions volumiques α . Tirage aléatoire de la position des N bulles.

3.6.1 Création de l’essaim

Chaque source de quantité de mouvement est définie à l’aide des paramètres déterminés pour la bulle isolée de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm, à savoir : $Re_{mod}=Re_{exp}=800$, $C_{dmod}=C_{dexp}=0,35$, $St_{mod}=St_{exp}=0,04$ et $\theta_{mod}=\theta_{exp}=25^\circ$. Le volume de forçage est défini par $\delta=\delta_x=\delta_y=\delta_z/2=(1/1,52) d_{eq}$ et est discrétisé par $n_x=n_y=n_z=2$ mailles dans chaque direction. La direction de l’oscillation ϕ et la phase initiale d’oscillation horizontale ψ de chaque volume-force sont tirées au sort de manière indépendante (cf. eq. 3.1). Leurs positions dans le domaine de calcul sont aussi tirées au hasard de manière indépendante de façon à obtenir une répartition statistiquement homogène. Nous imposons une distance minimale $d_{min}=3 \delta$ entre chaque bulle pour éviter d’avoir des bulles trop proches les unes des autres. Comme expliqué dans la partie précédente, le tirage des positions respecte une distance minimale avec l’entrée ($d_{in}=15 \delta$) et la sortie ($d_{out}=7 \delta$) du domaine de calcul. L’entrée du domaine est arbitrairement fixée à l’ordonnée $z=0$. La figure 3.14 présente différents tirages ainsi obtenus pour différentes fractions volumiques α .

3.6.2 Etablissement spatial

Nous souhaitons dans un premier temps étudier l’établissement spatial du champ de vitesse induit par les interactions entre les différents générateurs de sillage distribués dans l’essaim. Nous avons pour cela calculé l’énergie moyenne dans chaque plan horizontal (xy) des vitesses verticales et horizontales. La figure 3.15 (a) montre que l’énergie dans la direction verticale est établie spatialement dans l’intervalle $-110 \leq z/R_{eq} \leq -30$ pour les fractions volumiques comprises entre $0,6 \leq \alpha \leq 4,0 \%$. La figure 3.15 (b) montre que pour les fluctuations horizontales (soit en x ou y) l’établissement spatial est plus lent et est atteint pour $z/R_{eq} \leq -50$. Cette figure montre également que les énergies des deux

composantes horizontales sont identiques, ce qui traduit l'isotropie dans le plan horizontal.

La figure 3.16 présente l'évolution de la pression horizontale moyenne P dans l'essaim. La pression évolue linéairement dans l'essaim et est constante en dehors de l'essaim où aucune source de quantité de mouvement n'est présente. Il est possible de vérifier la valeur du gradient de pression en effectuant un bilan global de quantité de mouvement entre l'entrée et la sortie de l'essaim :

$$(P_{in} - P_{out})S = \vartheta_\delta \sum F_{z0}$$

avec S l'aire du plan (xy) . En définissant P^* la pression normée par $\rho_{mod} V_{mod}^2 \pi R_{eq}^2 / 2$ on en déduit le gradient de pression moyen dans l'essaim :

$$\frac{\Delta P^*}{L} = \alpha C_{dmod}$$

ce qui montre que le gradient de pression évolue linéairement avec le taux de présence et est directement proportionnel au coefficient de traînée de chaque volume de forçage. L'évolution de $P^*/(\alpha L)$ est reportée sur la 3.16 (b). On constate la superposition des différentes évolutions et la pente est trouvée égale à 0,35 ce qui est égal au coefficient de traînée $C_{dmod}=0,35$.

Enfin, nous avons effectué une simulation en prolongeant le domaine de calcul après la fin de l'essaim de bulles afin de comparer les résultats des simulations numériques derrière l'essaim avec la décroissance temporelle observée expérimentalement lorsque l'essaim s'éloigne de la fenêtre de mesure. Pour rendre cette comparaison possible nous avons ramené les résultats numériques dans le repère du laboratoire en divisant la distance à l'essaim par la vitesse des bulles V_0 . La figure 3.17 présente l'évolution des variances des fluctuations derrière l'essaim. Celles-ci sont normalisées par la variance calculée dans l'essaim pour les simulations numériques et par la variance à l'instant de référence $t = 0$ pour les résultats expérimentaux. On constate que le modèle reproduit raisonnablement bien l'évolution de la variance dans la première zone de décroissance exponentielle.

3.6.3 Calcul des d.d.p. et des spectres

Pour le calcul des fonctions de densité de probabilités (d.d.p.) et des spectres d'énergie, nous avons utilisé les résultats des simulations sur l'intervalle $-100 \leq z/R_{eq} \leq -50$, c'est-à-dire l'intervalle où les fluctuations de vitesse sont établies spatialement. Cet intervalle pouvant varier suivant les paramètres des simulations, nous avons toujours vérifié que nous étions dans le domaine établi. Les d.d.p. sont calculées en utilisant tous les points compris dans ce domaine.

Le calcul des spectres (qui seront présentés au chapitre suivant) est effectué soit dans la direction verticale z ou soit dans la direction horizontale x . Pour comparer à nos résultats expérimentaux, les spectres verticaux E_{zz} et horizontaux E_{xx} sont calculés sur toute la largeur du domaine de calcul qui est proche de celle de la fenêtre de mesure PIV (environ 5 cm). Contrairement aux mesures PIV, nous disposons ici de mesures dans tout le volume. Nous avons donc pu déterminer le spectre moyen en utilisant les deux autres directions de l'espace et augmenter ainsi la convergence statistique.

3.6.4 La convergence temporelle

La figure 3.18 (a) présente les d.d.p. des vitesses verticales et horizontales normalisées du liquide à différents instants et pour une fraction volumique $\alpha=1,9$ %. On constate la

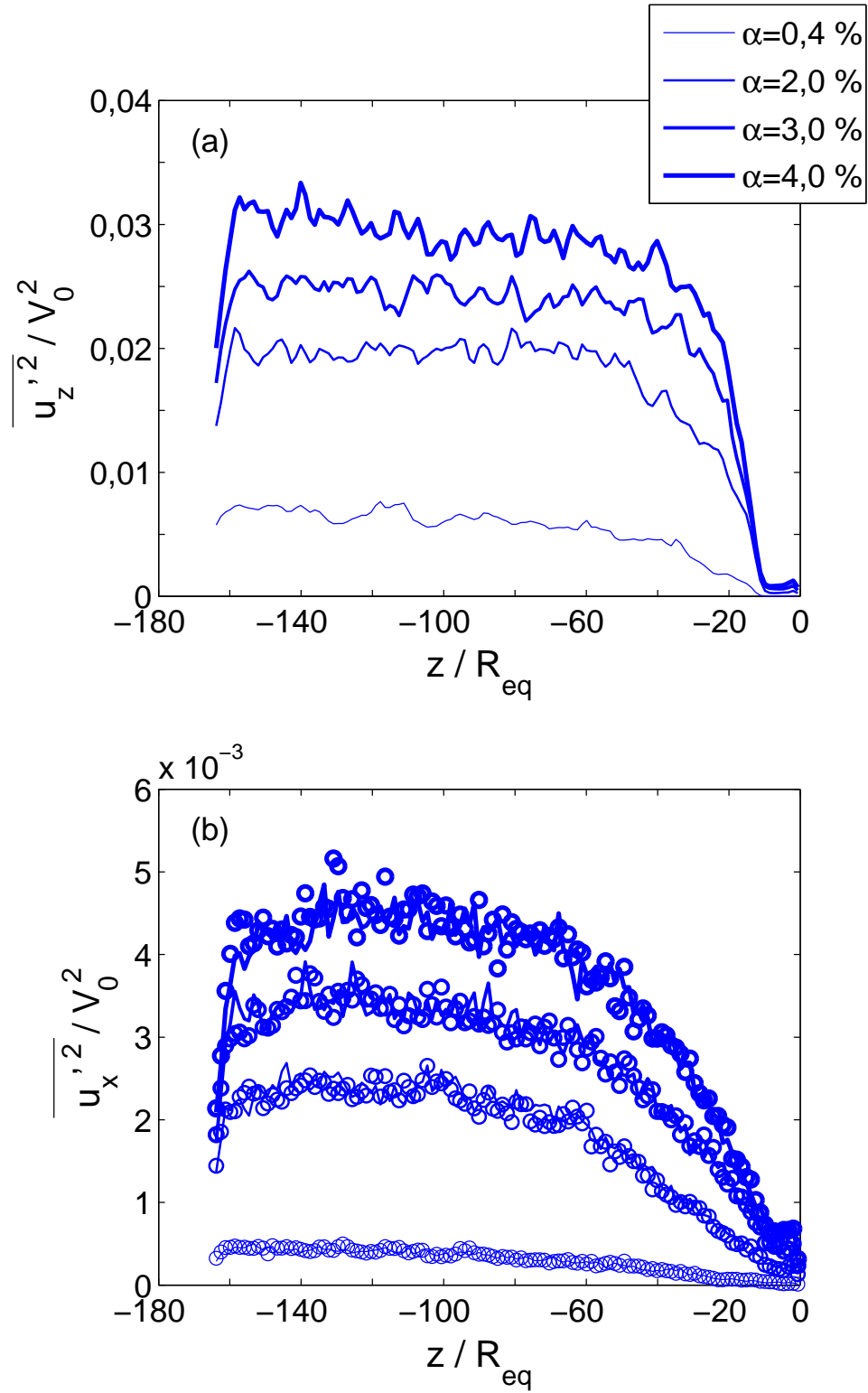


FIG. 3.15 – Evolution spatiale de l'énergie moyenne normalisée. (a) Pour la vitesse verticale $\overline{u'_z{}^2} / V_0^2$ et (b) pour les vitesses horizontales - trait - $\overline{u'_x{}^2} / V_0^2$ et - rond - $\overline{u'_y{}^2} / V_0^2$ pour différentes fractions volumiques α .

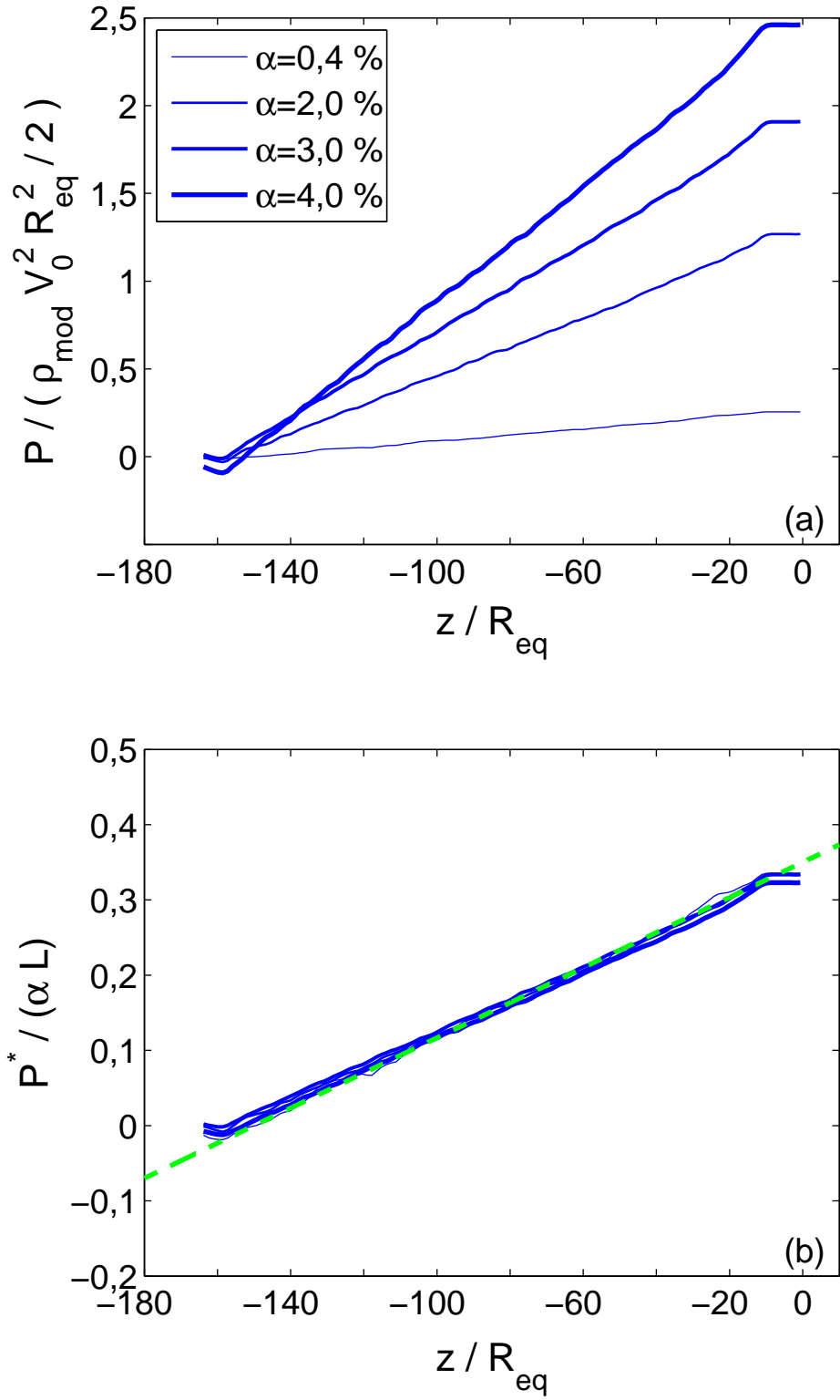


FIG. 3.16 – (a) Pression moyenne P normalisée des plans horizontaux (xy) et (b) pression normalisée P^*/α dans le domaine pour différentes fractions volumiques α , (trait pointillé) droite $y = C_{d mod}(x/L + L)$.

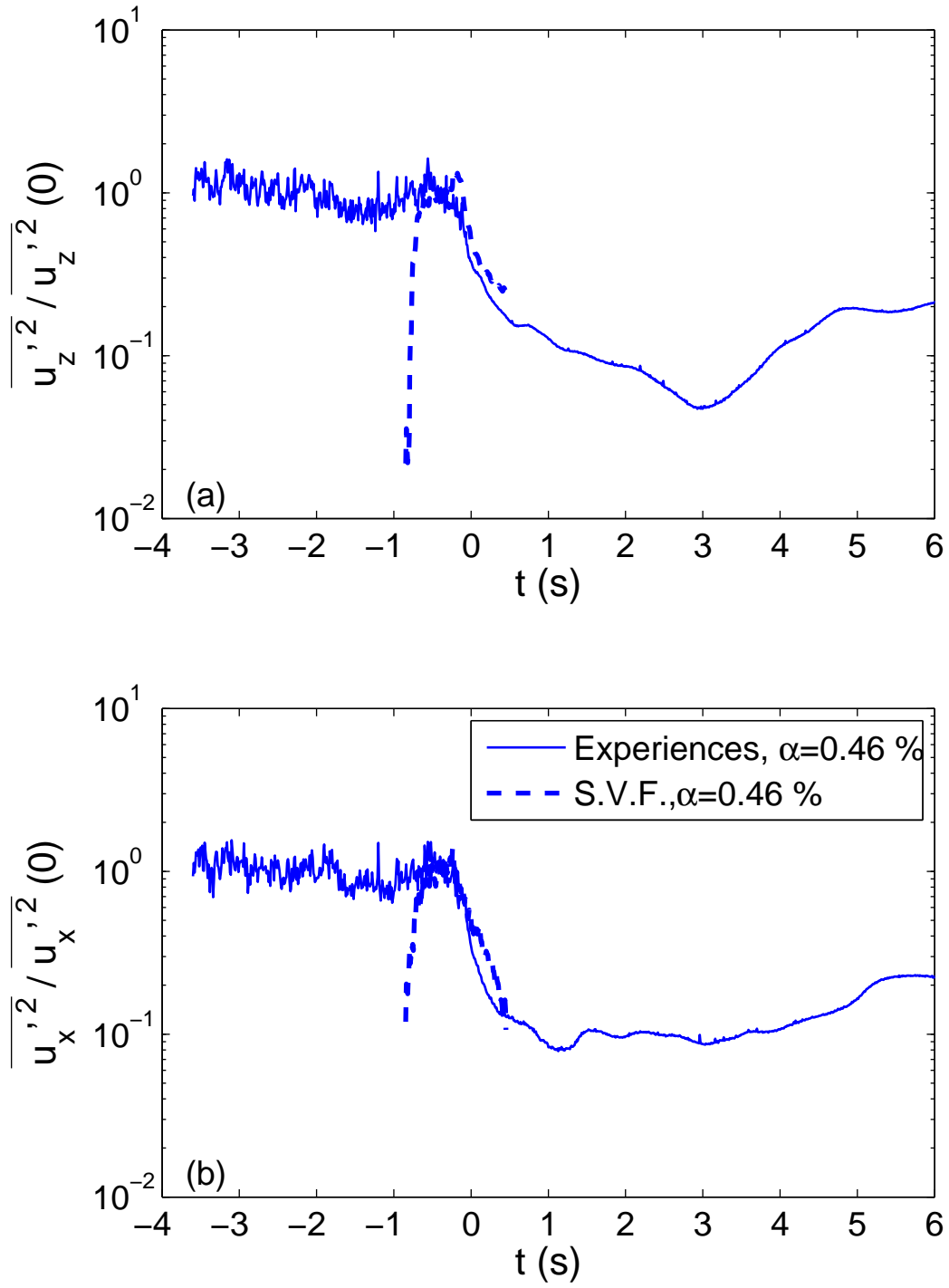


FIG. 3.17 – Evolution temporelle de l'énergie moyenne des plans horizontaux (xy) comparée à l'évolution de l'énergie mesurée derrière l'essaim de bulles en ascension pour une fraction volumique de $\alpha=0,46\%$.

converge temporelle des d.d.p. au bout d'un temps adimensionnel $t = 140 \delta/V_0$ correspondant pour un essaim de bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm à un temps physique de 1,15 secondes.

Les d.d.p. des vitesses verticales et horizontales établies temporellement présentent des formes et des évolutions très semblables aux résultats expérimentaux (cf. figure 2.9). On constate ainsi un décentrage des fluctuations verticales vers les valeurs négatives alors que les fluctuations horizontales sont symétriques par rapport à leur moyenne qui est nulle.

3.6.5 Représentativité statistique d'un tirage des positions des bulles

Avant de comparer les d.d.p. avec les résultats expérimentaux, nous présentons les tests réalisés pour juger de l'indépendance des résultats vis-à-vis du tirage aléatoire des volumes de forçage dans le domaine de calcul. Nous avons, pour une fraction volumique donnée ($\alpha=2,5$ %), généré trois essais différents. La figure 3.19 montre que les d.d.p. des fluctuations du liquide sont identiques pour les trois tirages réalisés. Le nombre d'échantillons est donc suffisant pour que les statistiques soient indépendantes de la manière dont est généré l'essai.

3.6.6 Evolution des fluctuations avec la fraction volumique

Nous souhaitons maintenant analyser l'effet de la fraction volumique du modèle d'essai sur l'évolution des fluctuations du liquide avec la fraction volumique α et comparer les simulations avec les résultats expérimentaux correspondants. La figure 3.20 présente l'évolution des d.d.p. avec α . On constate que les d.d.p. s'aplatissent et s'élargissent lorsque α augmente, ce qui traduit l'augmentation du niveau d'agitation dans chaque direction. Les fluctuations de vitesse dans l'essai de bulles ont donc un comportement similaire aux résultats expérimentaux lorsque α augmente.

Afin de vérifier si l'on retrouve le comportement auto-similaire des d.d.p. observé expérimentalement, nous avons utilisé la normalisation de la vitesse du liquide en $V_0 \alpha^{0,4}$. Sur la figure (3.21), nous voyons que cette normalisation permet la superposition des d.d.p. simulées avec notre modèle simple de générateur de sillages. On constate cependant que l'état auto-similaire n'est observé qu'à partir d'une fraction volumique supérieure ou égale à 1,0 % pour les fluctuations verticales et supérieure ou égale à 2,0 % pour les fluctuations horizontales, seuils qui sont supérieurs aux résultats expérimentaux pour lesquels l'état auto-similaire est retrouvé dès $\alpha=0.4$ %. Les normalisations en $V_0 \alpha^{0,3}$ ou $V_0 \alpha^{0,5}$ (non reportées ici) ont également été testées et nous avons vérifié qu'elles conduisent à une moins bonne superposition des d.d.p. . La comparaison avec la courbe expérimentale correspondant à l'essai de bulles de taille $d_{eq}=2,5$ mm montre que le modèle produit des statistiques de vitesse du liquide très proches de celles observées expérimentalement. L'accord pour la composante verticale est remarquable. Pour la composante horizontale, on constate cependant que, même si la forme de la distribution est bien rendue, l'intensité de l'agitation produit par le modèle est sous-estimée. Ceci est la conséquence directe des résultats obtenus avec le modèle sillage d'une bulle isolée. Une très bonne description de l'évolution de la vitesse verticale à partir d'environ $10 R_{eq}$ derrière chaque volume de forçage permet de reproduire l'agitation verticale au sein de l'essai. La sous-estimation du niveau de vitesse horizontale dans le sillage isolé se répercute directement par une agitation moindre dans cette direction au sein de l'essai. Nous avons testé les différents

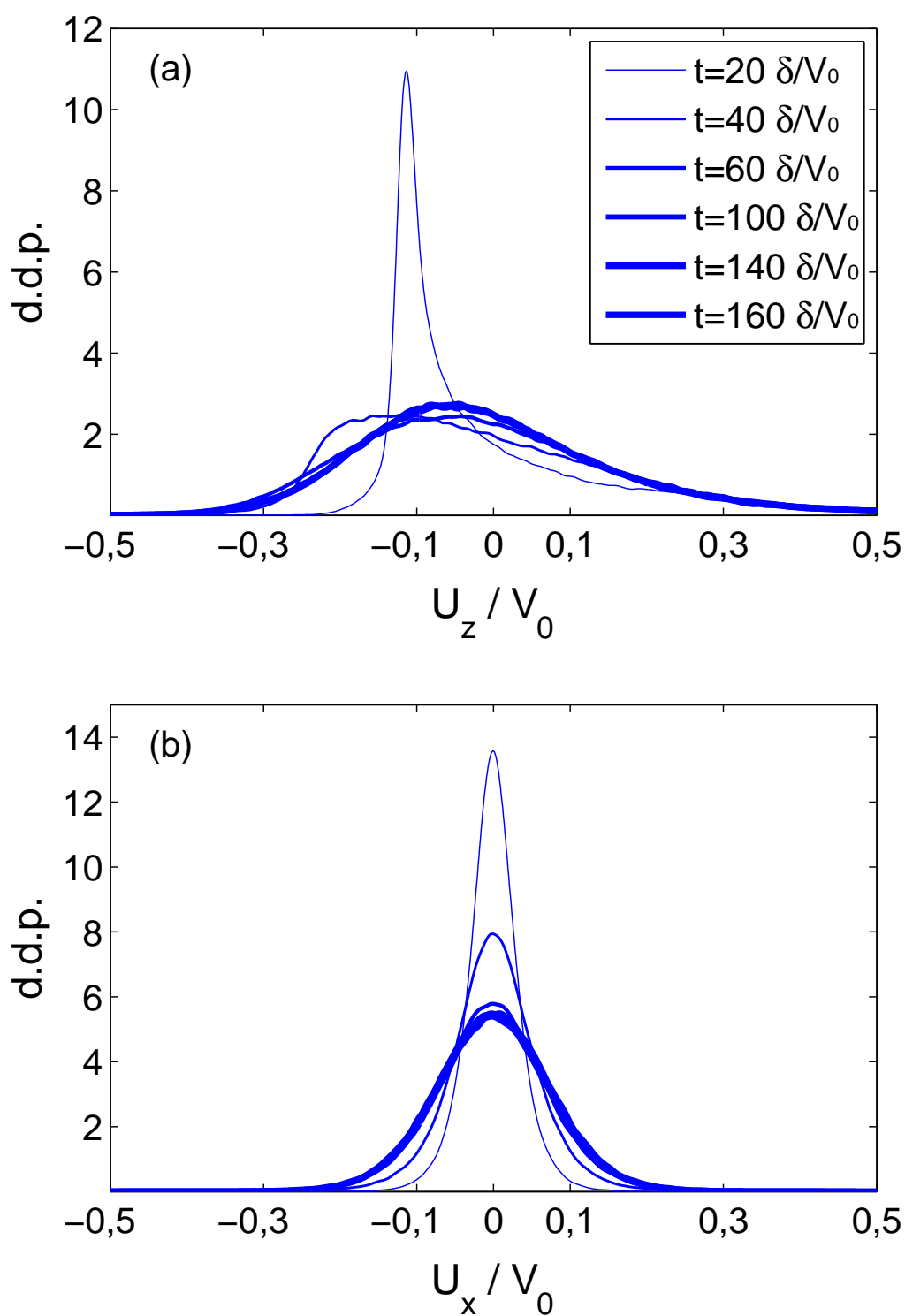


FIG. 3.18 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour différents temps t pour $\alpha=1,9$ %.

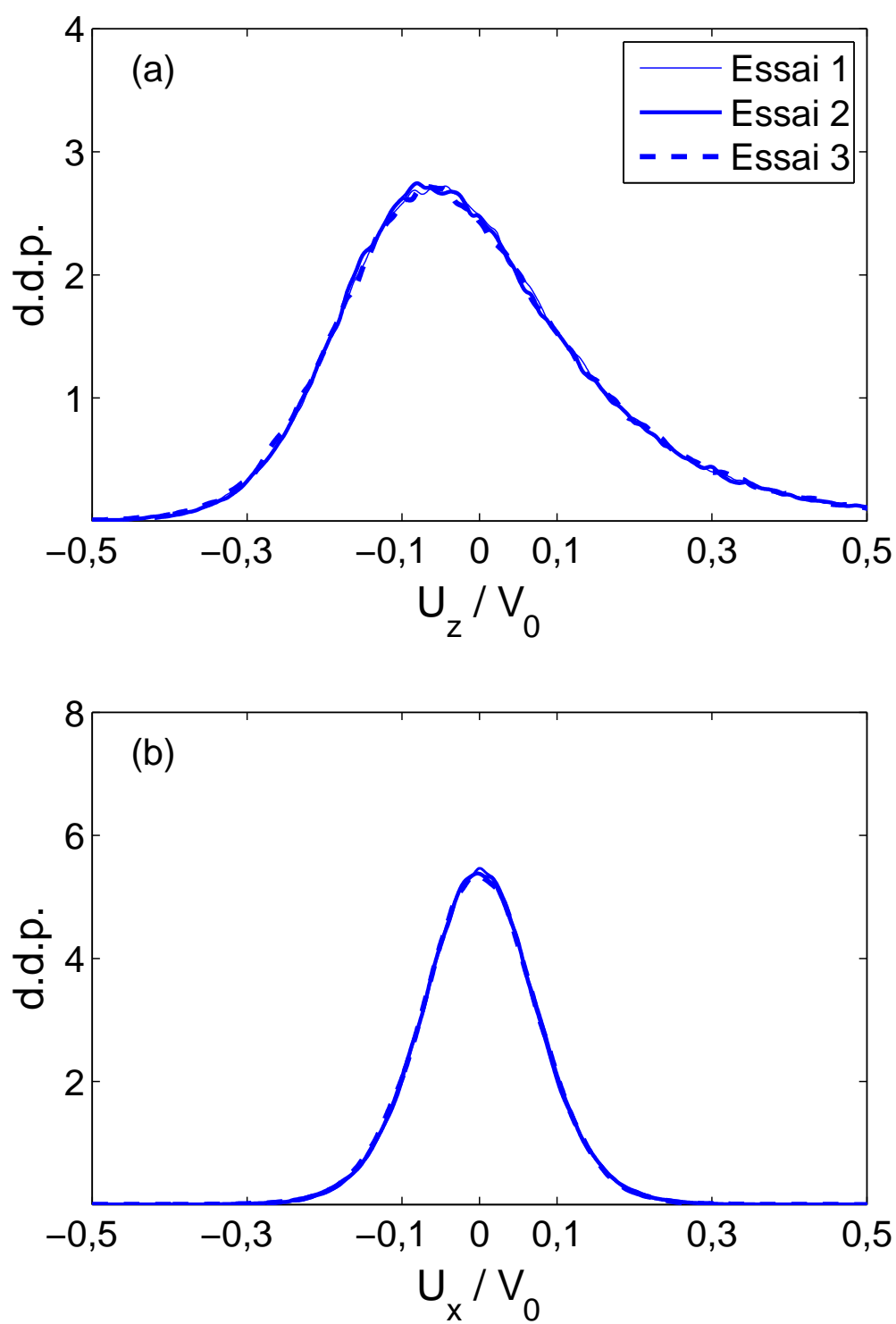


FIG. 3.19 – Fluctuations normalisées des vitesses du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour trois tirages au sort différents des positions des bulles.

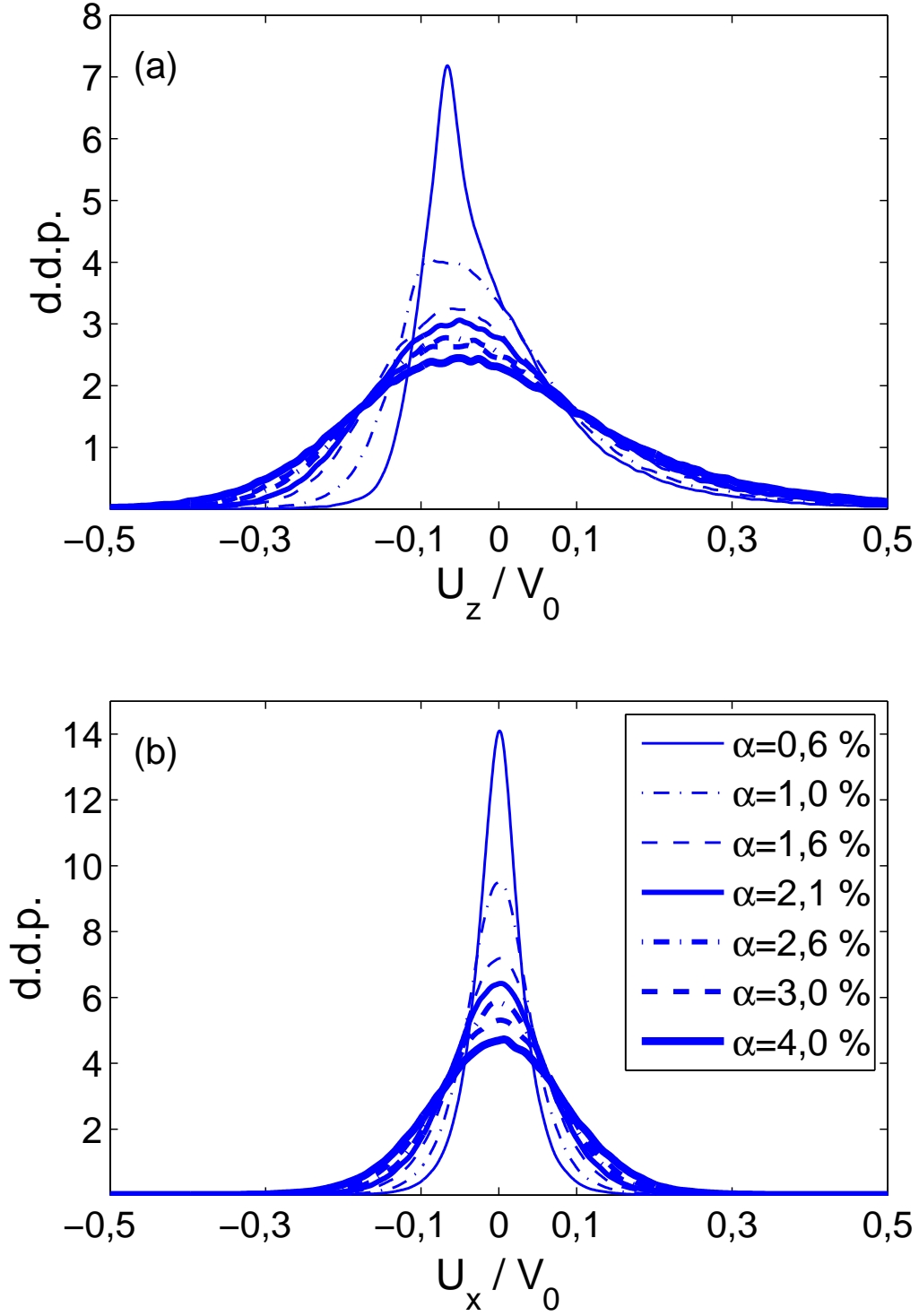


FIG. 3.20 – Fluctuations des vitesses du liquide (a) suivant la verticale et (b) l’horizontale pour différentes fractions volumiques α et pour un essai composé de bulles de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm, de vitesse $V_0=0,305$ m/s et avec un angle $\theta_{mod}=25^\circ$. Le nombre de Reynolds est de 800.

paramètres du modèle pour le sillage isolé. Nous allons maintenant faire de même pour étudier l'effet de l'agitation sur les caractéristiques dans l'essaim modèle.

3.6.7 Position des volumes de forçage sur le maillage

Nous avons étudié l'effet de la position des volumes de forçage par rapport au maillage. Nous avons constaté que cet effet était très faible sur les caractéristiques du sillage généré par un volume de forçage isolé. Nous avons comparé deux essais. Un des tirages réalisé précédemment en laissant libre la position du centre du volume de forçage est comparé à un tirage pour lequel tous les volumes de forçage sont centrés sur le maillage. La comparaison est faite pour différentes fractions volumiques. Elle est reportée sur la figure 3.22 où les d.d.p. sont normalisées par $V_0 \alpha^{0,4}$. On constate que le fait de centrer les volumes de forçage sur le maillage diminue légèrement l'étalement des d.d.p. ce qui traduit une plus faible agitation dans l'essaim.

Ce résultat semble montrer que l'organisation particulière du réseau centré sur le maillage diminue les probabilités d'avoir de fortes vitesses verticales ou horizontales par rapport à une répartition sans contrainte des volumes de forçage.

3.6.8 Importance du choix de la vitesse de l'essaim

Les simulations numériques ont toutes été effectuées en imposant une vitesse V de l'essaim égale à la vitesse V_0 de la bulle isolée. Or, nous avons observé dans les expériences que la vitesse moyenne des bulles $\langle V_b \rangle$ était une fonction décroissante de la fraction volumique α . Il est donc légitime de se demander si nos simulations peuvent rendre compte de la réalité. Pour répondre à cette question, nous avons effectué une simulation de l'essaim pour $\alpha=7\%$ en imposant que la vitesse de l'essaim soit égale à la valeur de la vitesse des bulles correspondant à cette fraction volumique, soit $V=V_0 (\alpha/\alpha_0)^{-0,1}=0,73 V_0$. Le nombre de Reynolds et le coefficient ont été choisis en conséquence.

La figure 3.23 compare les d.d.p. calculées pour $\alpha=7\%$ en choisissant une vitesse d'essaim réaliste ($V=0,73 V_0$) avec celle calculée en supposant que l'essaim se déplace à la vitesse de la bulle isolée ($V=V_0$). On observe que les résultats sont identiques pourvu que les vitesses soient normalisées par la vitesse de l'essaim.

Cela implique que si nous avons choisi d'utiliser une vitesse d'essaim égale à $\langle V_b \rangle$, nous aurions obtenu des d.d.p. identiques, exhibant un comportement auto-similaire lorsque les vitesses sont normalisées indifféremment par $V_0 \alpha^{0,4}$ ou $\langle V_b \rangle \alpha^{0,5}$.

3.6.9 Influence du raffinement du maillage

Cette partie est consacrée aux tests concernant l'effet du raffinement du maillage. On se rappelle que pour le sillage isolé la correspondance entre les paramètres du modèle et ceux déterminés expérimentalement dépend de la manière dont est discrétisé le volume de forçage. Nous avons montré qu'il est possible pour une bulle de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm de conserver les paramètres expérimentaux ($Re_{mod}=Re_{exp}=800$, $C_{dmod}=C_{dexp}=0,35$, $St_{mod}=St_{exp}=0,04$ et $\theta_{mod}=\theta_{exp}=25^\circ$) à condition de prendre un volume de forçage vérifiant $\delta=\delta_x=\delta_y=\delta_z/2=1,52 d_{eq}$ et de le discrétiser par $n_x=n_y=n_z=2$ mailles. Nous avons également montré l'impact d'une discrétisation différente suivant la verticale en maintenant l'ensemble des autres paramètres constants. Nous souhaitons refaire ce test pour l'essaim de bulles. Nous choisissons ici $\alpha=2,5\%$. La figure (3.24) présente l'effet de la

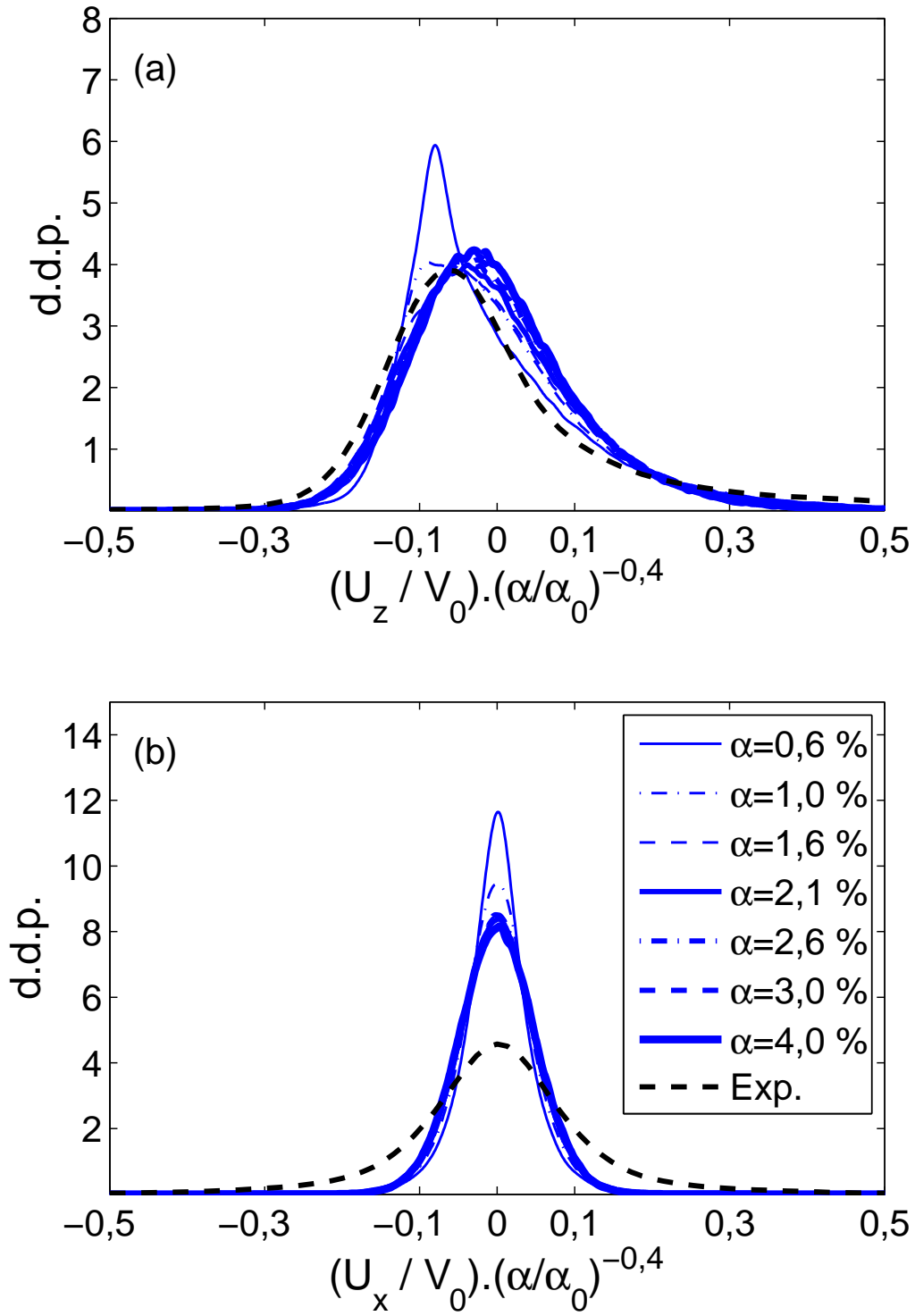


FIG. 3.21 – Fluctuations des vitesses du liquide normalisées par $V_0 \alpha^{0,4}$. (a) Suivant la verticale U_z et (b) suivant l'horizontale U_x pour différentes fractions volumiques α .

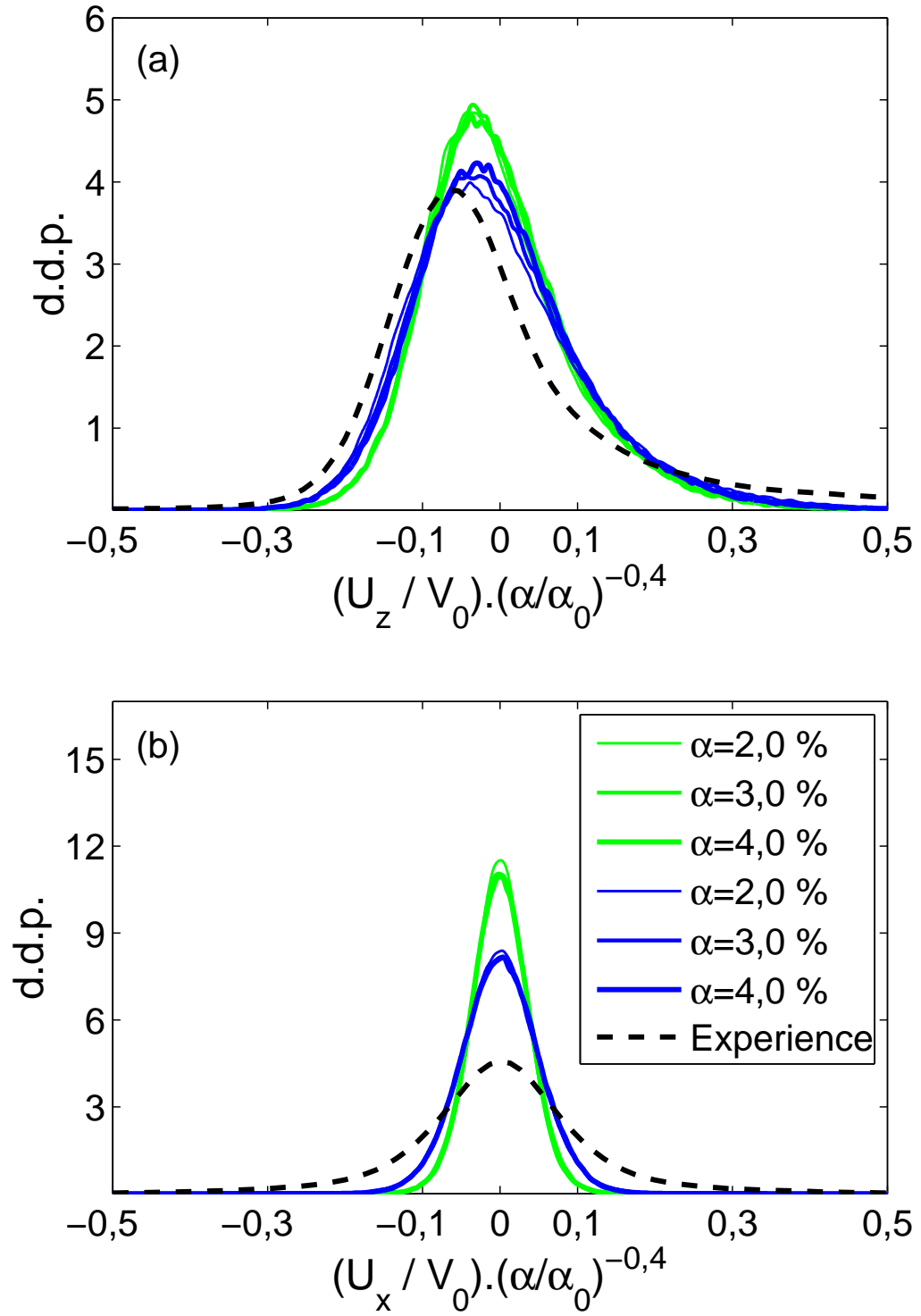


FIG. 3.22 – Fluctuations normalisées des vitesses du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour un essaim composé de bulles ayant des positions centrées -traits clairs- et non centrées -traits foncés- par rapport aux mailles du domaine.

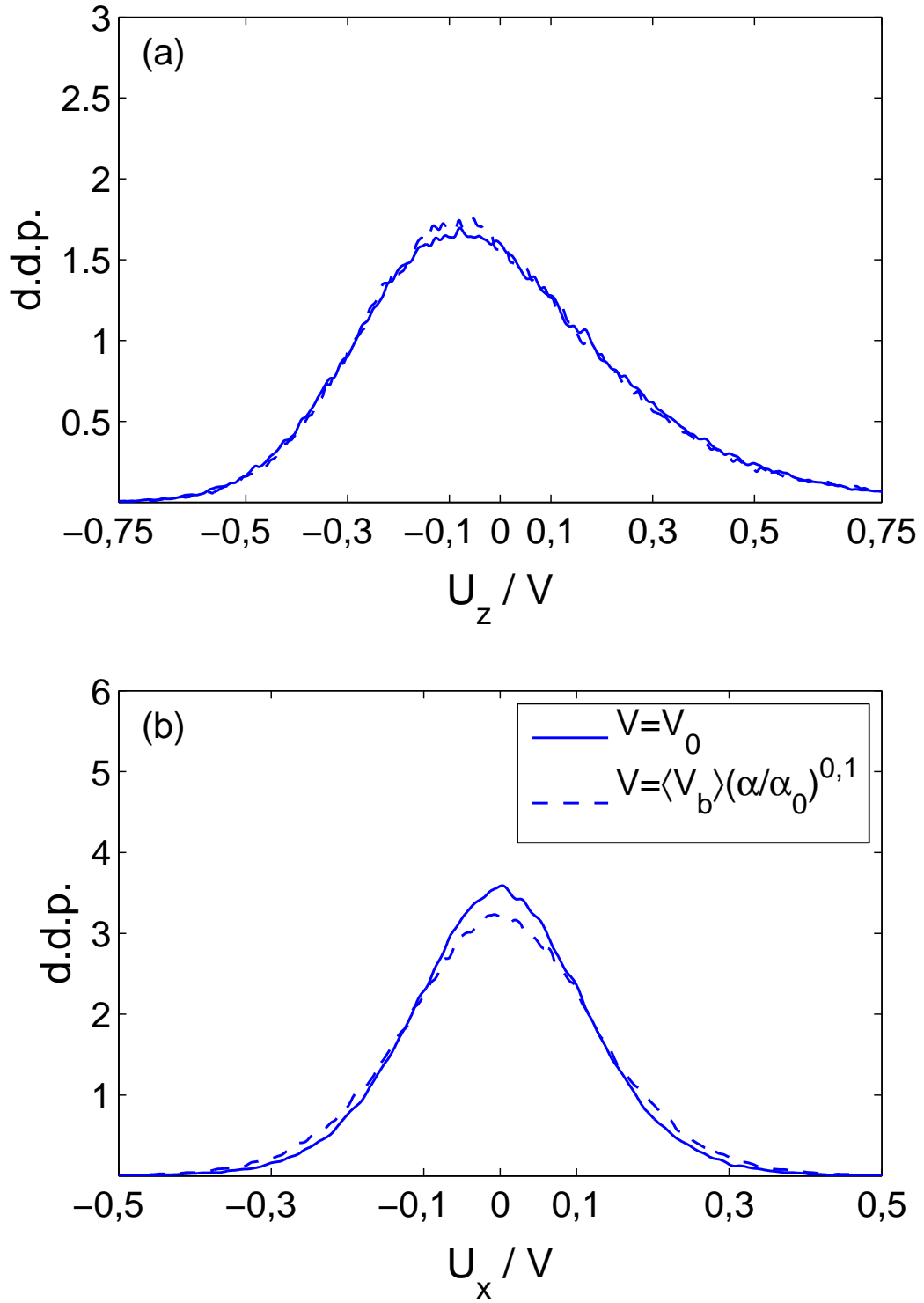


FIG. 3.23 – Fluctuations des vitesses du liquide (a) suivant la verticale et (b) l’horizontale pour les deux simulations, l’une basée sur la vitesse de la bulle isolée V_0 et l’autre sur la vitesse moyenne des bulles $\langle V_b \rangle$. La normalisation des d.d.p. par V_0 et par $\langle V_b \rangle (\alpha/\alpha_0)^{0,1}$ permet de les comparer ($\alpha=7\%$, $\theta_{mod}=0^\circ$ et $d_{eq}=2,5$ mm).

discrétisation suivant la verticale par comparaison avec notre discrétisation de référence et des discrétisations deux, trois et quatre fois plus raffinées, c'est-à-dire pour un nombre de mailles dans la direction verticale suivant : $n_z=4$, $n_z=6$ et $n_z=8$.

Les d.d.p. des fluctuations verticales sont pratiquement les mêmes pour $n_z=2$ et $n_z=4$. L'augmentation du nombre de mailles se traduit comme pour le sillage isolé par une diminution de l'intensité des fluctuations verticales et horizontales. Ceci montre que la discrétisation (nombre de mailles dans un volume de forçage) et la taille du volume de forçage sont deux paramètres essentiels de la modélisation. Ils doivent être absolument calés sur le sillage de la bulle isolée.

3.6.10 Effets du nombre de Reynolds, du forçage horizontal et de la vitesse relative

Comme pour le modèle de la bulle isolée en ascension, nous avons fait varier certains paramètres pour en étudier l'influence sur les résultats obtenus dans l'essai. Dans cette section nous considérons le nombre de Reynolds, le forçage horizontal et l'introduction d'une vitesse de dérive. Une attention particulière a été portée sur l'impact de ces paramètres sur l'intensité des fluctuations horizontales.

L'évolution des fluctuations du liquide pour différents nombres de Reynolds est présentée sur la figure (3.25). Comme pour la bulle isolée, l'augmentation du nombre de Reynolds se traduit par une augmentation du niveau d'agitation. On constate également que la composante horizontale est plus sensible que la composante verticale.

Nous avons observé pour le cas de la bulle isolée que le meilleur moyen de compenser le déficit d'agitation horizontale était d'augmenter l'amplitude du forçage horizontal. Pour $\theta_{mod}=45^\circ$, on avait réussi à reproduire un niveau presque satisfaisant de vitesse horizontale dans le sillage. Nous avons reconduit les mêmes tests pour l'essai. La figure (3.26) compare les formes auto-similaires des d.d.p. sans forçage horizontal ($\theta_{mod}=0^\circ$) à celles avec forçage ($\theta_{mod}=25^\circ$ et $\theta_{mod}=45^\circ$). Comme pour la bulle isolée, le forçage horizontal n'influence que très peu le niveau des fluctuations verticales. L'effet de θ_{mod} se fait essentiellement sentir sur les fluctuations horizontales. Pour $\theta_{mod}=45^\circ$, on se rapproche sensiblement des résultats expérimentaux mais il manque encore de l'énergie.

Une autre piste permettant d'augmenter le niveau de fluctuation horizontale est d'introduire une vitesse de dérive pour chaque bulle. Même si nous avons constaté que cela n'a aucun effet sur la bulle isolée, nous avons testé l'introduction d'une vitesse de dérive V_r de norme identique, pour chaque volume de forçage, mais dont l'orientation dans le plan horizontal est tirée au hasard. La figure (3.27) présente les d.d.p. des fluctuations verticales et horizontales pour différentes vitesses relatives. Nous pouvons constater qu'il n'y a pas de différence entre les d.d.p. pour V_r/V_0 inférieure ou égale à 5 %. Ce résultat décevant du point de vue de l'amélioration du niveau de fluctuation horizontal est cependant intéressant car il montre que l'introduction de vitesses de dérives d'orientation aléatoires ne modifie pas les fluctuations dans l'essai par rapport au choix d'un réseau de volume-forces fixes. Dans la suite de l'étude nous ne considérerons donc que des essais fixes.

3.6.11 Contribution du champ proche

Nous savons par construction et après comparaison avec le sillage d'une bulle isolée que le modèle de sillage ne permet pas de reproduire correctement le sillage pour une

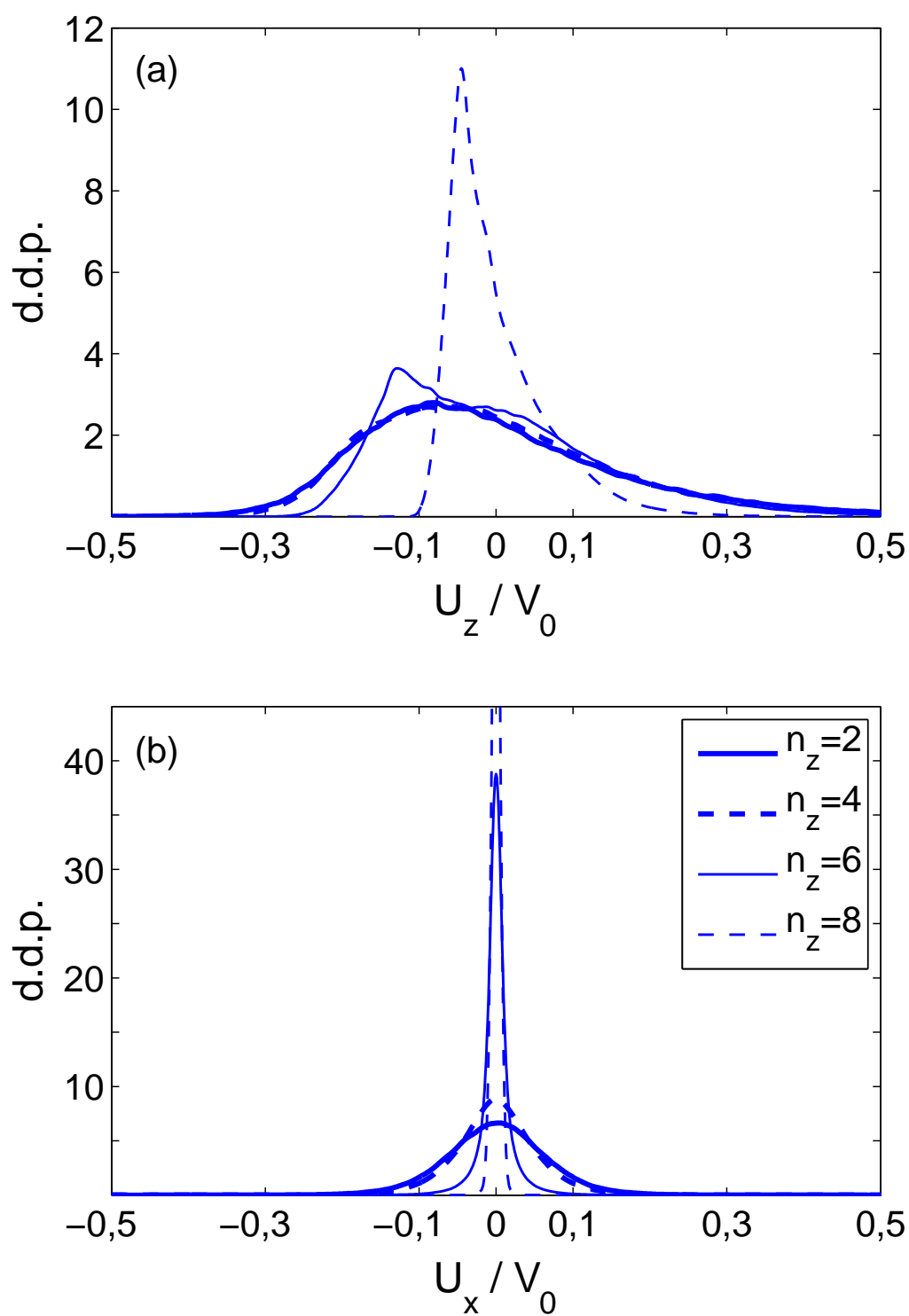


FIG. 3.24 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide pour différents raffinements verticaux du maillage. (a) Suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale ($\alpha=2,5\%$).

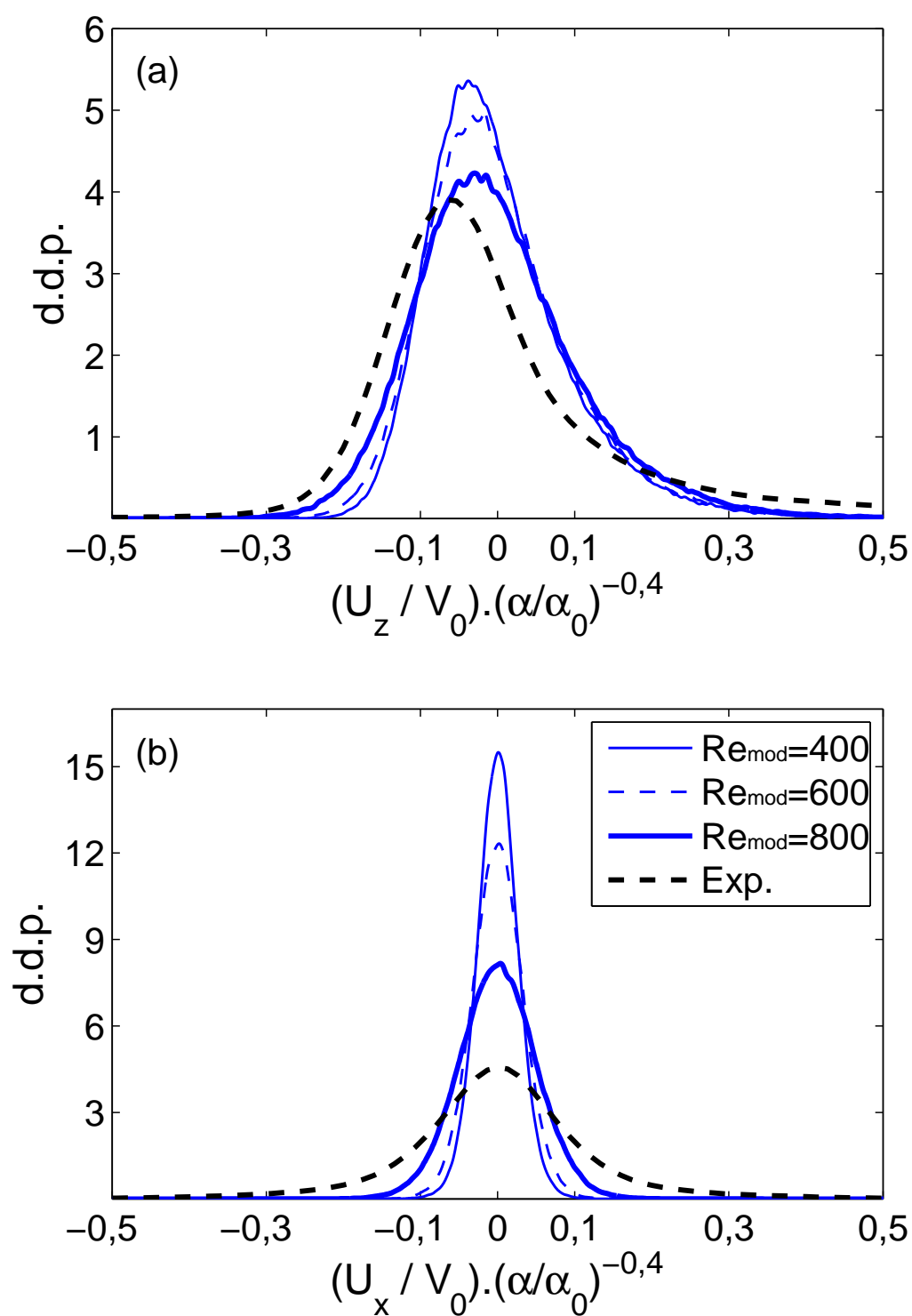


FIG. 3.25 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour différents nombres de Reynolds Re_{mod} .

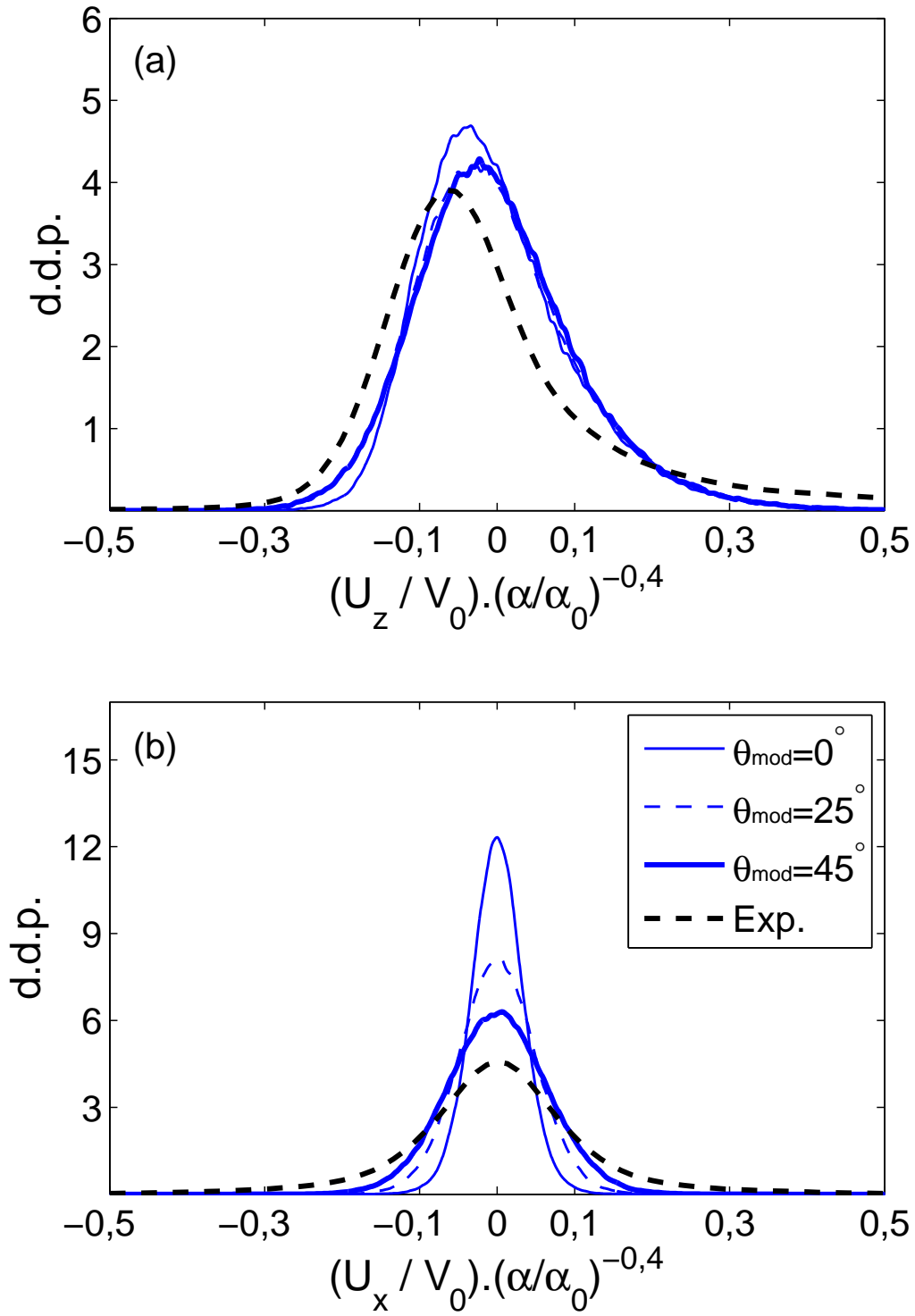


FIG. 3.26 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide pour différents angles d'inclinaison du forçage θ_{mod} . (a) Suivant la verticale et (b) l'horizontale.

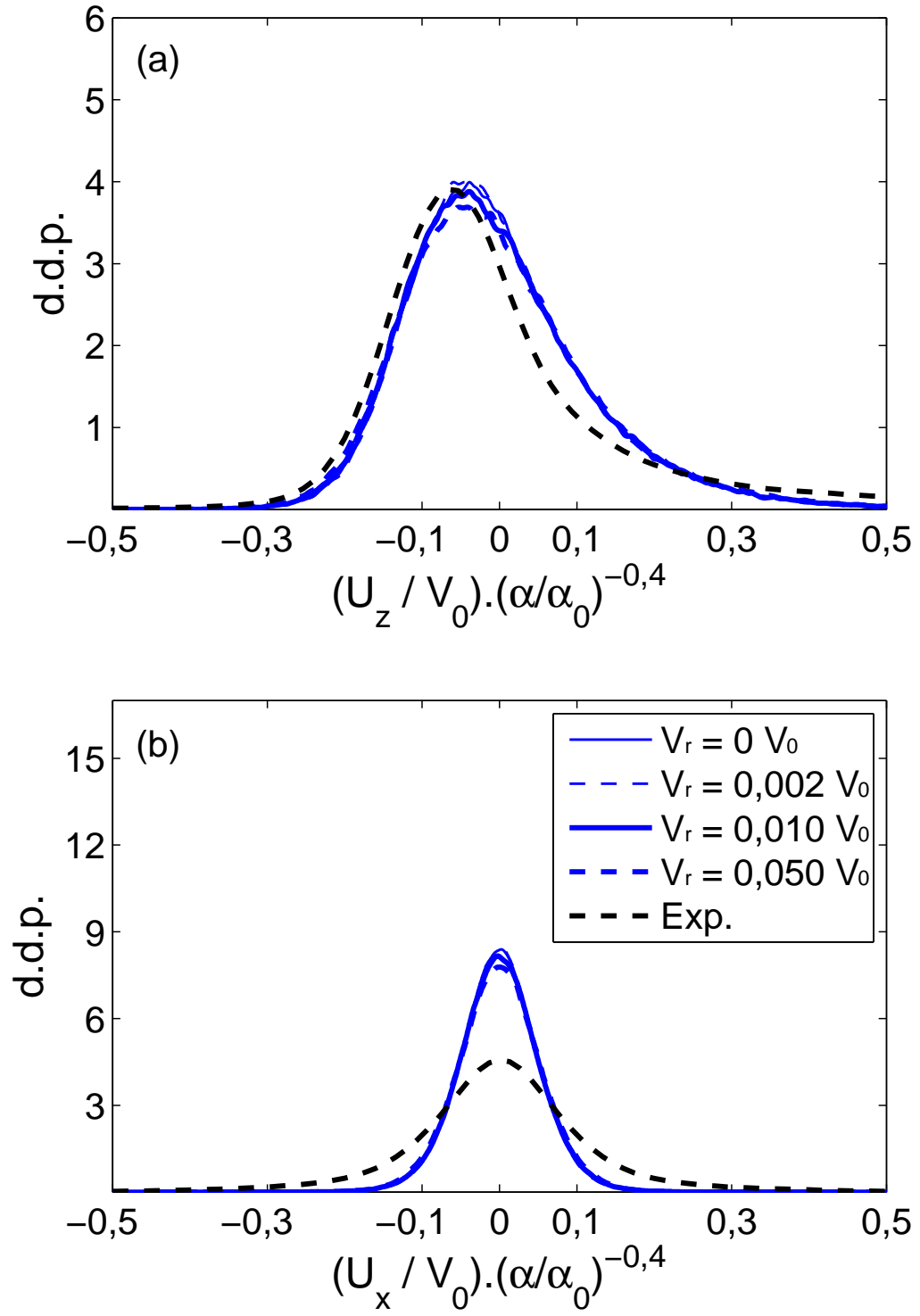


FIG. 3.27 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide pour différentes vitesses relatives V_r des bulles dans le plan horizontal. (a) Suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale. La fraction volumique est de 1,9 %.

distance inférieure à $10 R_{eq}$. Pour apprécier la contribution à l'agitation dans l'essaim de la zone entourant chaque volume de forçage, nous avons calculé les d.d.p. en ne prenant en compte que le champ de vitesse dans une boîte centrée sur chaque bulle dont nous avons fait tendre la taille minimale depuis $3 \times 3 \times 4 \delta^3$ jusqu'à la taille complète du domaine. Nous avons considéré deux fractions volumiques $\alpha=2,0 \%$ et $\alpha=4,0 \%$. Les figures (3.28) et (3.29) montrent qu'à partir de la boîte de taille $\approx 9 \times 9 \times 10 \delta^3$, les fluctuations du liquide sont identiques à celles obtenues en considérant tout le domaine de calcul. La comparaison des deux figures révèle que plus la fraction volumique est forte et plus la taille de la boîte permettant d'avoir les d.d.p. totales, est réduite. On constate également que la contribution du champ proche simulé contenu dans la plus petite boîte de taille $3 \times 3 \times 4 \delta^3$ ne diffère pas sensiblement de celle du champ total.

3.6.12 Comportement aux fortes fractions volumiques

Nous souhaitons dans cette section étudier le comportement du modèle de l'essaim lorsque l'on augmente fortement la fraction volumique en bulles jusqu'à $\alpha=20 \%$. Pour pouvoir créer des essaims de bulles correspondant à des fractions volumiques importantes, il a été nécessaire de diminuer la distance d'exclusion entre bulles à $d_{min}=0,001 \delta$ et donc de considérer que nous pouvions avoir des chevauchements partiels de volume de forçage dans l'essaim. Sur la figure (3.30), nous pouvons voir que l'état auto-similaire est vérifié jusqu'à des fractions volumiques de $\alpha=20 \%$. Malgré la simplicité du modèle de sillage de chaque bulle et du chevauchement possible des volumes de forçage, nous retrouvons l'état auto-similaire sur une grande gamme de fractions volumiques.

3.6.13 Effet d'une distribution de tailles de bulles

Comme nous l'avons montré lors de la mise en place du dispositif expérimental, l'essaim de bulles réel se caractérise par une distribution non-uniforme de tailles de bulles car il est impossible d'avoir des injecteurs rigoureusement identiques. On a voulu étudier à l'aide de nos simulations les fluctuations de vitesse produites par un essaim caractérisé par une faible polydispersité de tailles de bulles. La polydispersité est introduite dans le modèle en ajoutant aux modèles de sillage une contribution aléatoire constante de quelques pour-cent pour le forçage vertical. Nous avons ainsi tiré au hasard la force verticale générant ainsi un essaim constitué de bulles ayant une distribution de coefficients de traînée $Cd_{mod} - \Delta Cd_{mod} \leq Cd_{mod} \leq Cd_{mod} + \Delta Cd_{mod}$ en maintenant tous les autres paramètres identiques au cas de référence.

Nous avons choisi $\Delta Cd_{mod} = (3/100)Cd_{mod}$ et $\Delta Cd_{mod} = (5/100)Cd_{mod}$ que l'on peut traduire en terme de diamètre équivalent par une variation de diamètre de 1.5 % et 2.4% respectivement. La figure (3.31) compare les résultats obtenus pour les deux essaims avec ceux de l'essaim monodisperse à la même fraction volumique $\alpha=2,0 \%$. Cette figure révèle que la polydispersité introduite dans notre essaim modèle ne modifie pas les fluctuations de vitesse du liquide. La figure (3.32) présente les distributions obtenues pour différentes fractions volumiques. On constate également que quelle que soit la fraction volumique considérée, l'état auto-similaire des d.d.p. n'est pas modifié par rapport à celui de l'essaim monodisperse. Ce résultat indique également que la faible polydispersité de tailles de bulles, inhérente à l'expérience, n'est pas susceptible de produire des différences significatives entre les expériences et les simulations.

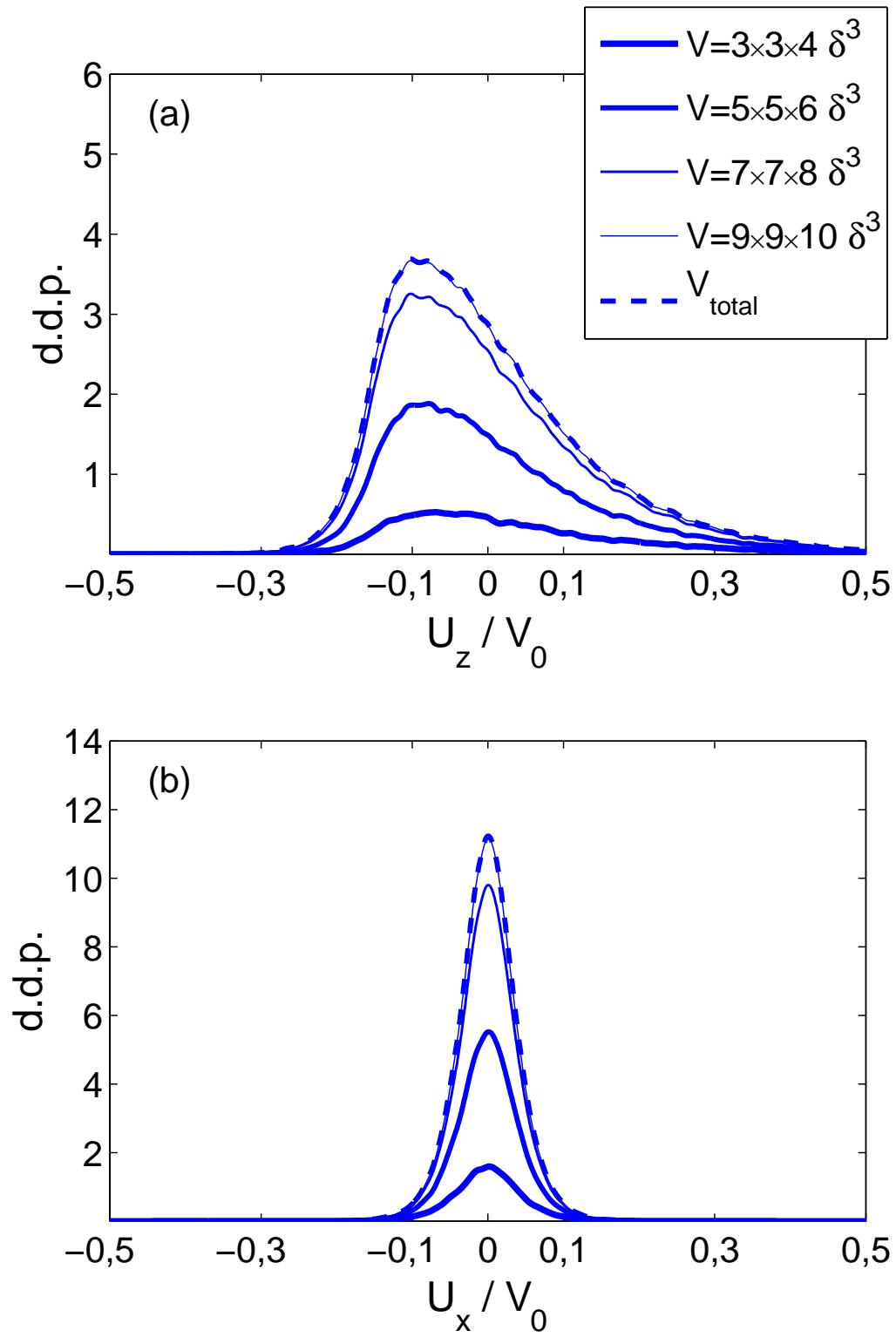


FIG. 3.28 – D.d.p. normalisées des vitesses du fluide (a) suivant la verticale et (b) l'horizontale pour différentes boîtes de calcul autour des bulles. La fraction volumique est $\alpha=2,0$ %.

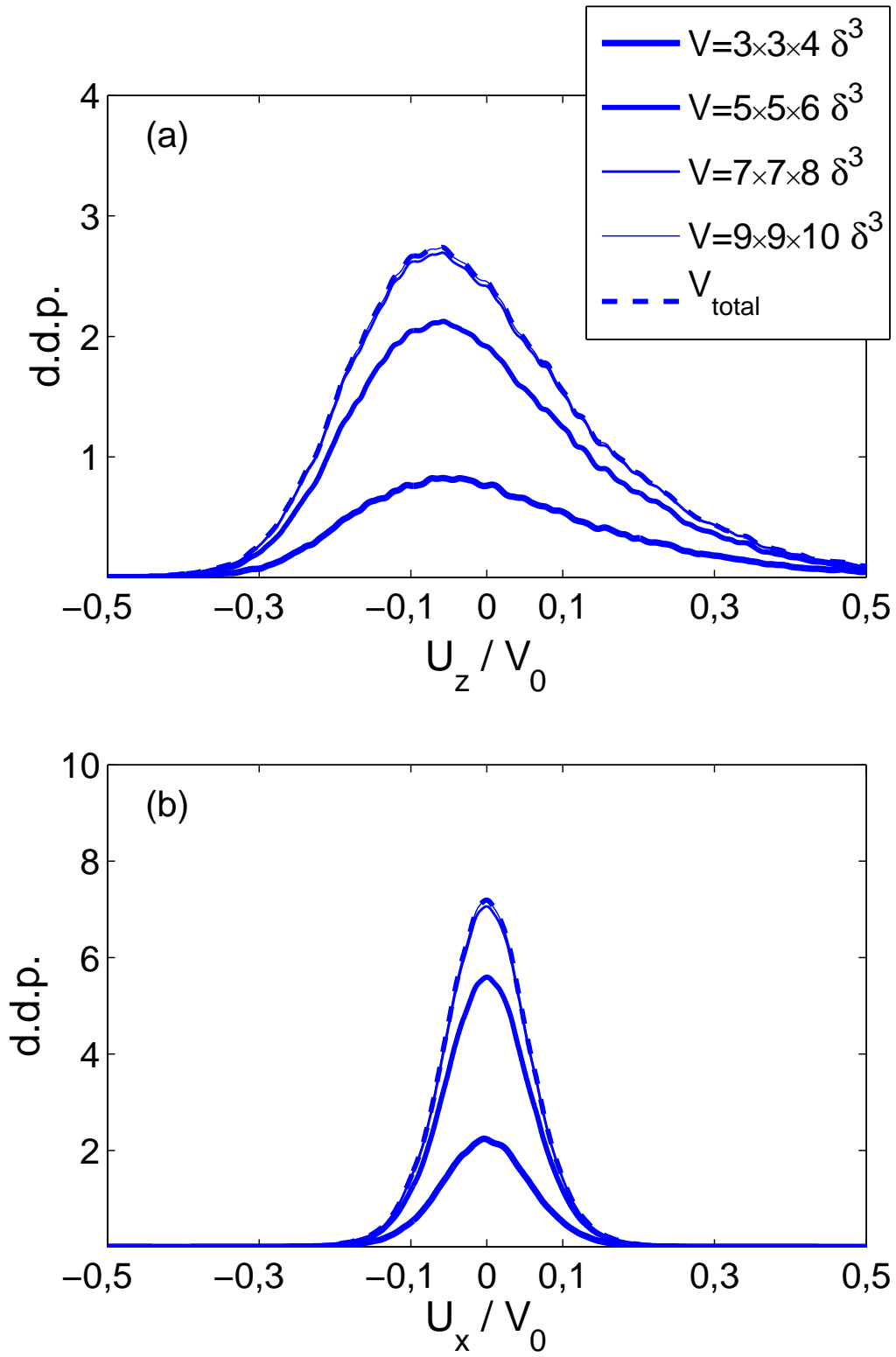


FIG. 3.29 – D.d.p. normalisées des vitesses du fluide (a) suivant la verticale et (b) l'horizontale pour différentes boîtes de calcul autour des bulles. La fraction volumique est $\alpha=4,0$ %.

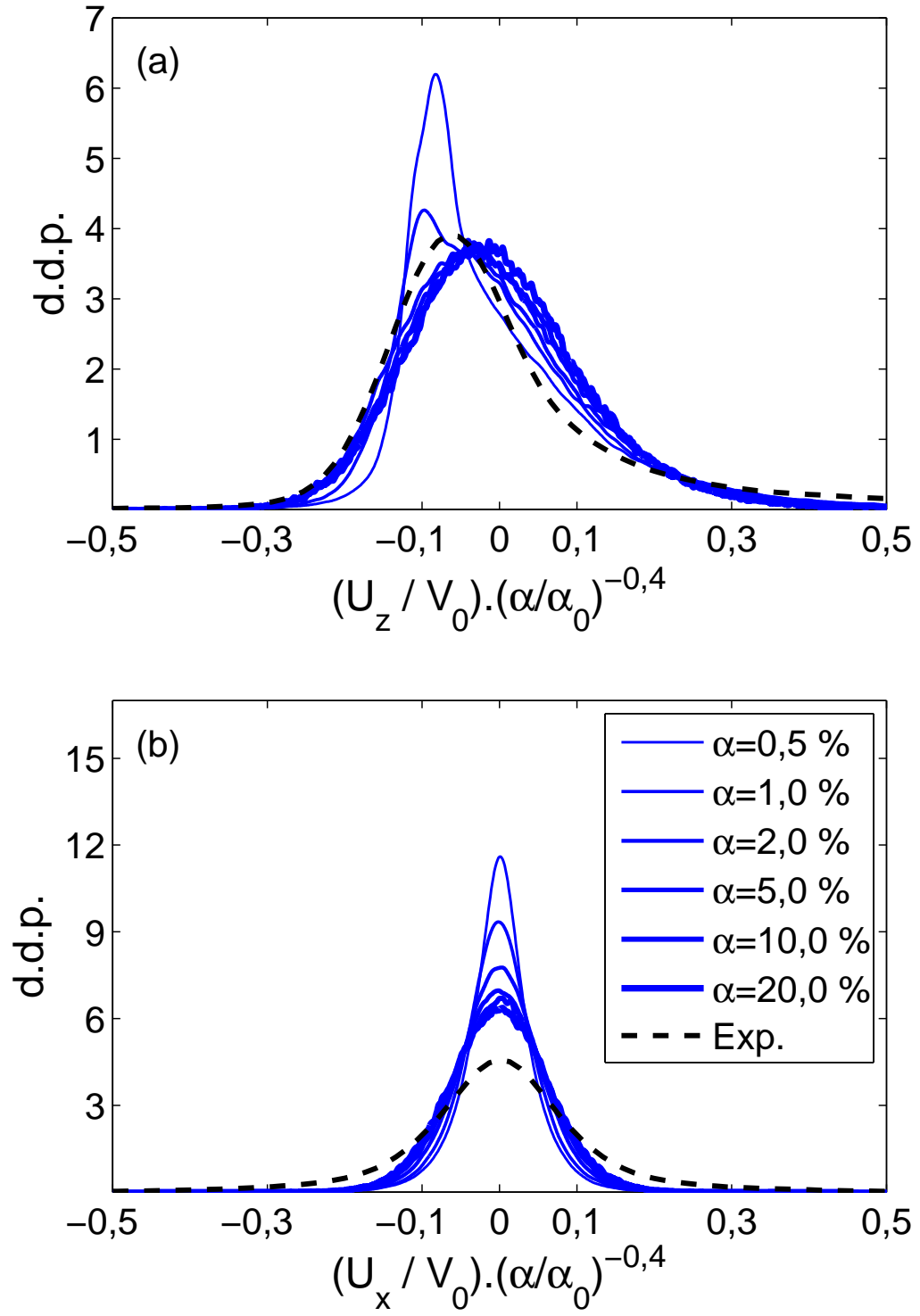


FIG. 3.30 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour de fortes fractions volumiques α . La distance minimale entre bulles est $d_{min}=0,001 \delta$.

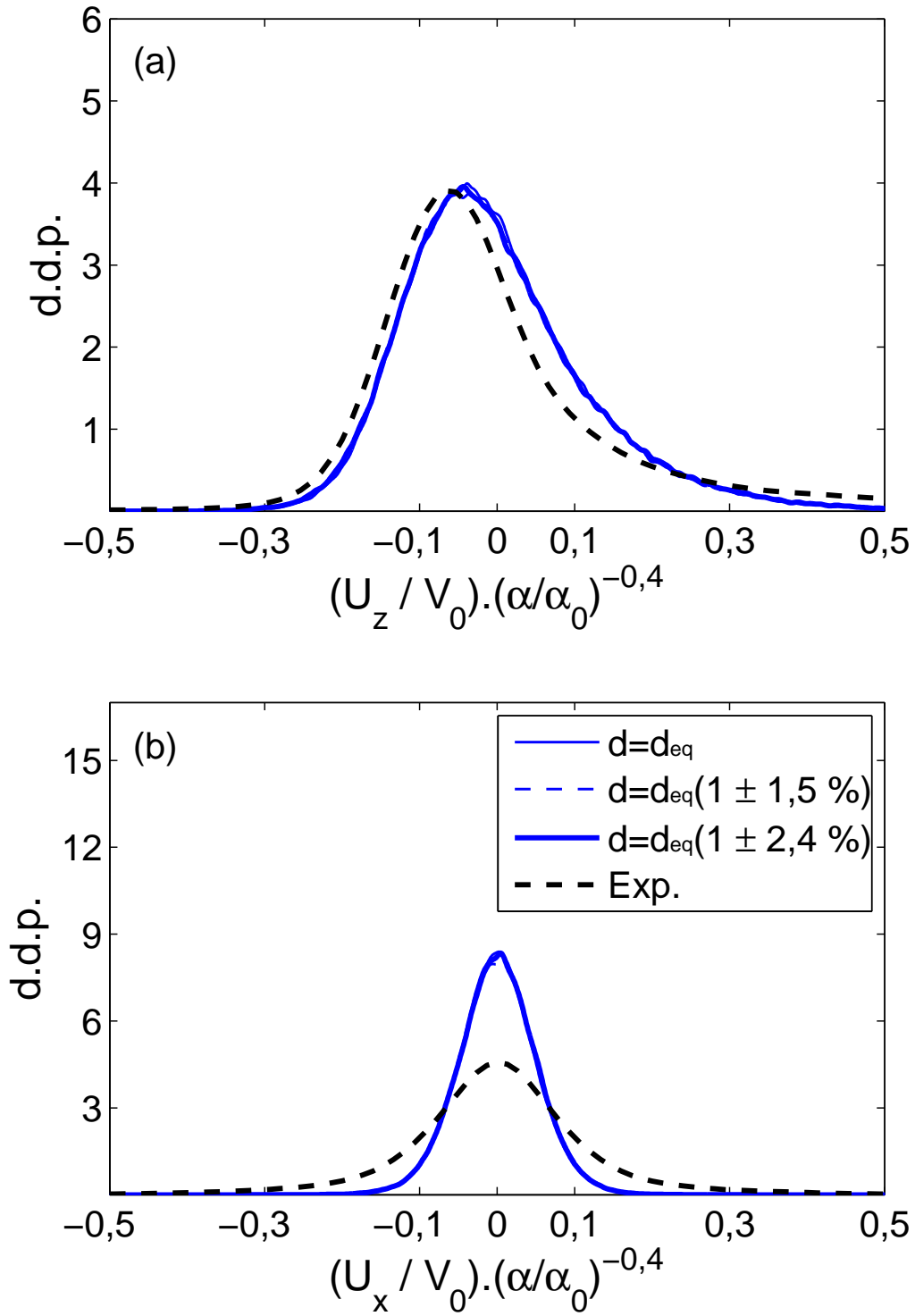


FIG. 3.31 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour différentes distributions de tailles de bulles.

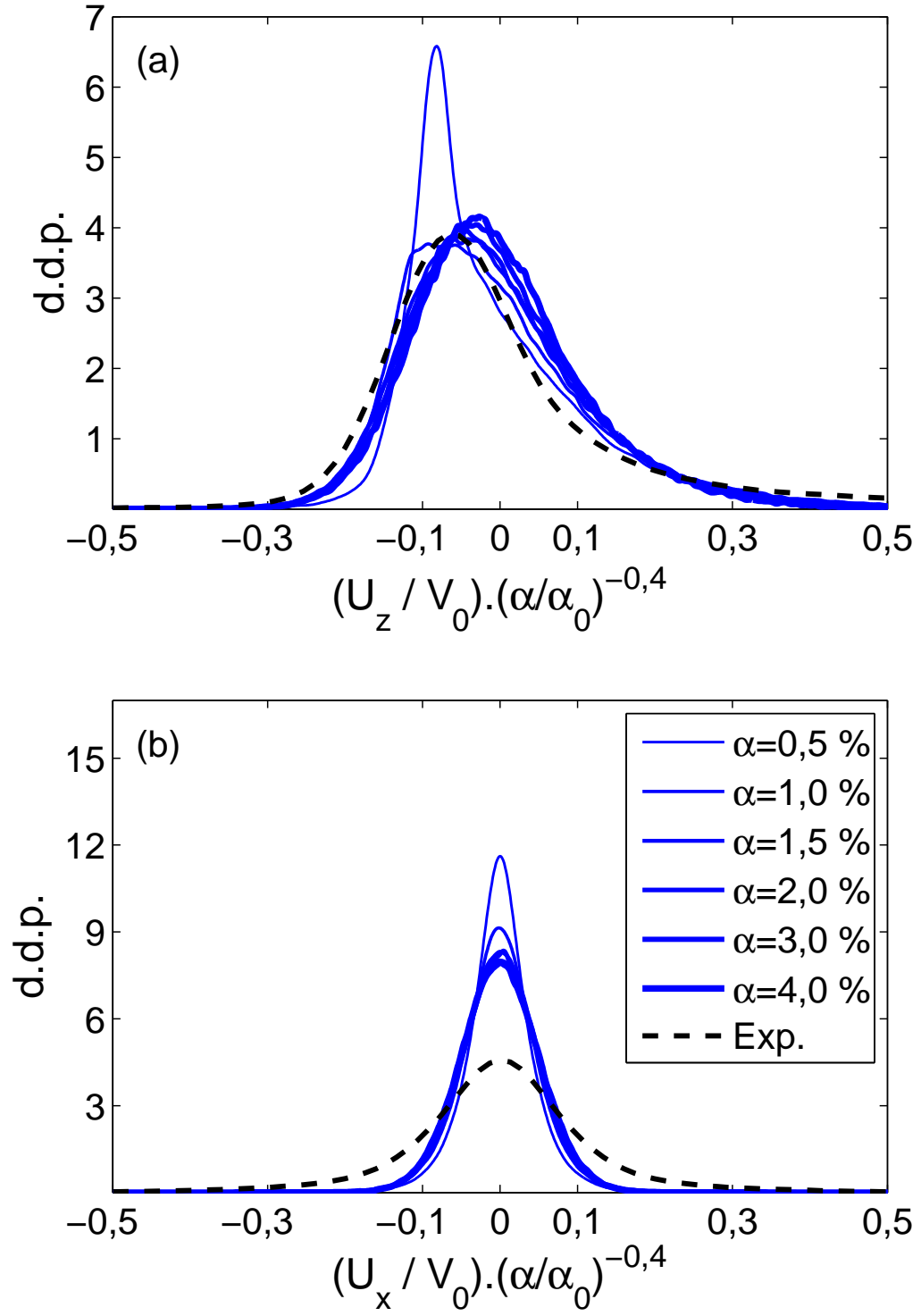


FIG. 3.32 – D.d.p. des vitesses normalisées du fluide (a) suivant la verticale et (b) suivant l'horizontale pour différentes fractions volumiques. La distance minimale entre bulles est $d_{min}=3 \delta$ et les bulles ont un diamètre $d=d_{eq}(\pm 2.4\%)$.

3.6.14 Conclusion

Cette partie a été consacrée à l'utilisation du modèle de sillage d'une bulle isolée présentée dans la première partie de ce chapitre pour tenter de modéliser les fluctuations de vitesse dans un essaim de bulles. Les différents essais réalisés ont permis de vérifier la pertinence du modèle dans le cas d'un essaim de bulles en ascension. Nous avons ainsi pu montrer qu'il est possible de retrouver les bonnes formes de distributions des fluctuations de vitesse horizontale et verticale. Le second résultat remarquable de cette partie concerne la prévision de l'état auto-similaire en $V_0 \alpha^{0,4}$ jusqu'à de fortes fractions volumiques. On retrouve ainsi les caractéristiques des résultats expérimentaux présentés précédemment. On a ainsi montré que ce sont les interactions des sillages qui contribuent principalement aux d.d.p. observées et à leur normalisation en $\alpha^{0,4}$.

Parmi les nombreux tests de sensibilité réalisés, retenons ceux plus originaux sur l'effet de la polydispersité des tailles de bulles ou l'effet de l'introduction d'une vitesse relative entre bulles. Ces deux effets ne changent pas les résultats des d.d.p. des fluctuations du liquide dont les caractéristiques sont donc indépendantes de ces deux paramètres.

3.7 Conclusion générale

Un modèle a été développé pour reproduire les fluctuations du liquide engendrées par l'ascension à une vitesse $V_0=0,305$ m/s d'une bulle isolée de taille $d_{eq}=2,5$ mm dans de l'eau au repos. Le sillage généré par la bulle a pu être modélisé par une source de quantité de mouvement de volume constant répartie sur quelques mailles de calcul. Les simulations sont effectuées en résolvant les équations de Navier-Stokes sur un maillage cartésien et régulier. Les résultats donnés par le modèle sont comparés pour validation à ceux obtenus expérimentalement par Ellingsen & Risso (2001). Les paramètres adimensionnels du modèle peuvent être pris égaux à ceux mesurés dans l'expérience à condition de choisir correctement le volume de forçage. Pour le cas considéré et la discrétisation utilisée, dans ce chapitre, on a trouvé $d_{eq}=1,52 \delta$. Afin de modéliser l'essaim de bulles, nous avons ensuite disposé N sources de quantité de mouvement placées aléatoirement dans le domaine de calcul. Nous nous sommes concentrés dans ce chapitre à l'étude de la distribution des fluctuations de vitesses du liquide au sein de l'essaim de bulles ainsi modélisé. La comparaison des résultats avec les expériences montrent que la forme des distributions des fluctuations produites par les sources de quantité de mouvement est très proche de celle obtenue expérimentalement. Malgré la simplicité du modèle proposé, il est remarquable de retrouver le comportement auto-similaire des d.d.p. des fluctuations de vitesse ainsi que la loi d'échelle en $\alpha^{0,4}$ observés expérimentalement. La prochaine étape va consister à utiliser ce modèle pour simuler les essaims de bulles de différentes tailles étudiés dans la partie expérimentale de ce travail.

Chapitre 4

Simulations numériques des cas expérimentaux pour les trois tailles de bulles

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que notre modèle générateur de sillage permet de reproduire le sillage d'une bulle de diamètre équivalent de 2,5 mm en ascension dans un liquide au repos. Il est aussi capable de reproduire de manière satisfaisante l'état auto-similaire des fluctuations de vitesse du liquide dans un essaim de bulles de ce diamètre. Nous allons maintenant utiliser le modèle pour les trois tailles de bulles étudiées expérimentalement : $d_{eq}=1,6, 2,1$ et 2,5 mm. N'ayant pas à notre disposition de résultats expérimentaux pour le sillage des bulles de diamètre 1,6 et 2,1 mm, nous ferons l'hypothèse qu'ils sont bien reproduits par le modèle en conservant le même rapport entre la taille réelle de la bulle et celle du volume de forçage. Les résultats numériques ainsi obtenus pour l'essaim de bulles pouvant quant à eux être comparés aux expériences. La question est de savoir si le modèle permet de reproduire les densités de probabilité des fluctuations de vitesse du liquide et les spectres d'énergie pour les trois tailles de bulles.

4.1 Le cas de référence : la bulle isolée

Au chapitre précédent, nous avons effectué des simulations pour des bulles de 2,5 mm en utilisant un maillage $64 \times 64 \times 125 \delta^3$, un rapport taille du volume de forçage sur diamètre de bulle $d_{eq}/\delta=1,52$ et en fixant les nombres adimensionnels (Re_{mod} , $C_{d,mod}$, St_{mod}) à leurs valeurs expérimentales. L'emploi de ce maillage permettait de reproduire correctement le sillage de la bulle isolée, condition nécessaire pour bien décrire le comportement du liquide dans l'essaim de bulles. N'ayant pas à notre disposition des résultats expérimentaux pour les bulles isolées des deux autres tailles considérées, nous allons utiliser le même maillage et le même rapport d_{eq}/δ pour les simulations de bulles de 1,6 et 2,1 mm. Quant aux nombres adimensionnels, ils seront fixés conformément aux valeurs expérimentales (voir Tab. 3.1).

Nous présentons maintenant les résultats des simulations de l'écoulement induit par une bulle isolée. La figure 4.1 présente la vitesse du liquide dans un plan vertical contenant l'axe de symétrie du volume-force pour $d_{eq}=2,5$ mm et un forçage horizontal $\theta_{mod}=25^\circ$. On voit bien le développement d'un très long sillage derrière la bulle et la trace des oscillations dues au forçage horizontal périodique ($\theta_{mod}=25^\circ$).

La figure 4.2 présente les champs de la vitesse verticale simulés pour les bulles de diamètres 2,1 (a) et 1,6 mm (b). Notons que les simulations numériques diffèrent entre elles par les valeurs des nombres de Reynolds, de Strouhal, du coefficient de traînée et de l'angle θ_{mod} qui définit l'amplitude du forçage horizontal. Ainsi, la bulle de diamètre 2,1 mm (Fig. 4.2 (a)), avec un coefficient de traînée moins grand que la bulle de 2,5 mm (Fig. 4.1 (a)), a un sillage moins intense. Son nombre de Strouhal plus petit se traduit aussi par une longueur d'onde plus grande de la perturbation dans le sillage. Avec un coefficient de traînée encore plus faible et en l'absence de forçage horizontal ($\theta_{mod}=0^\circ$), la bulle de 1,6 mm présente un sillage axisymétrique encore moins intense que celui de la bulle de 2,1 mm.

L'amplitude du forçage horizontal n'étant pas directement mesurée dans les expériences, il est intéressant de comparer les résultats des simulations des trois tailles de bulles en l'absence de forçage horizontal. La figure 4.3 montre l'évolution du maximum de la vitesse du liquide en fonction de la distance verticale à la bulle pour $\theta_{mod}=0^\circ$. Concernant la vitesse verticale, on voit bien l'effet majeur du coefficient de traînée : les bulles plus petites ont un sillage moins intense. Concernant la vitesse horizontale, c'est le forçage horizontal qui maîtrise le niveau de fluctuation : pour $\theta_{mod}=0^\circ$ aucune fluctuation significative n'est produite. Afin de comparer la décroissance des sillages derrière les trois bulles de taille différente, nous avons représenté sur la figure 4.4 l'évolution du maximum de vitesse verticale normalisée par le maximum absolu observé près de la bulle. En l'absence de forçage horizontal, les résultats obtenus pour les trois diamètres se superposent. Changer la taille de la bulle modifie donc l'intensité du sillage sans changer l'échelle de longueur, $[(1/U).(\partial U/\partial z)]^{-1}$, de sa décroissance.

La figure 4.5 présente les mêmes résultats mais pour un forçage horizontal $\theta_{mod}=25^\circ$ pour les trois tailles de bulles. Le commentaire sur la vitesse verticale est le même que pour la figure 4.3 tandis qu'on observe maintenant des vitesses horizontales significatives. L'amplitude des vitesses horizontales est proportionnelle à celle des fluctuations verticales et suit donc l'évolution du coefficient de traînée : elle diminue avec la taille de la bulle.

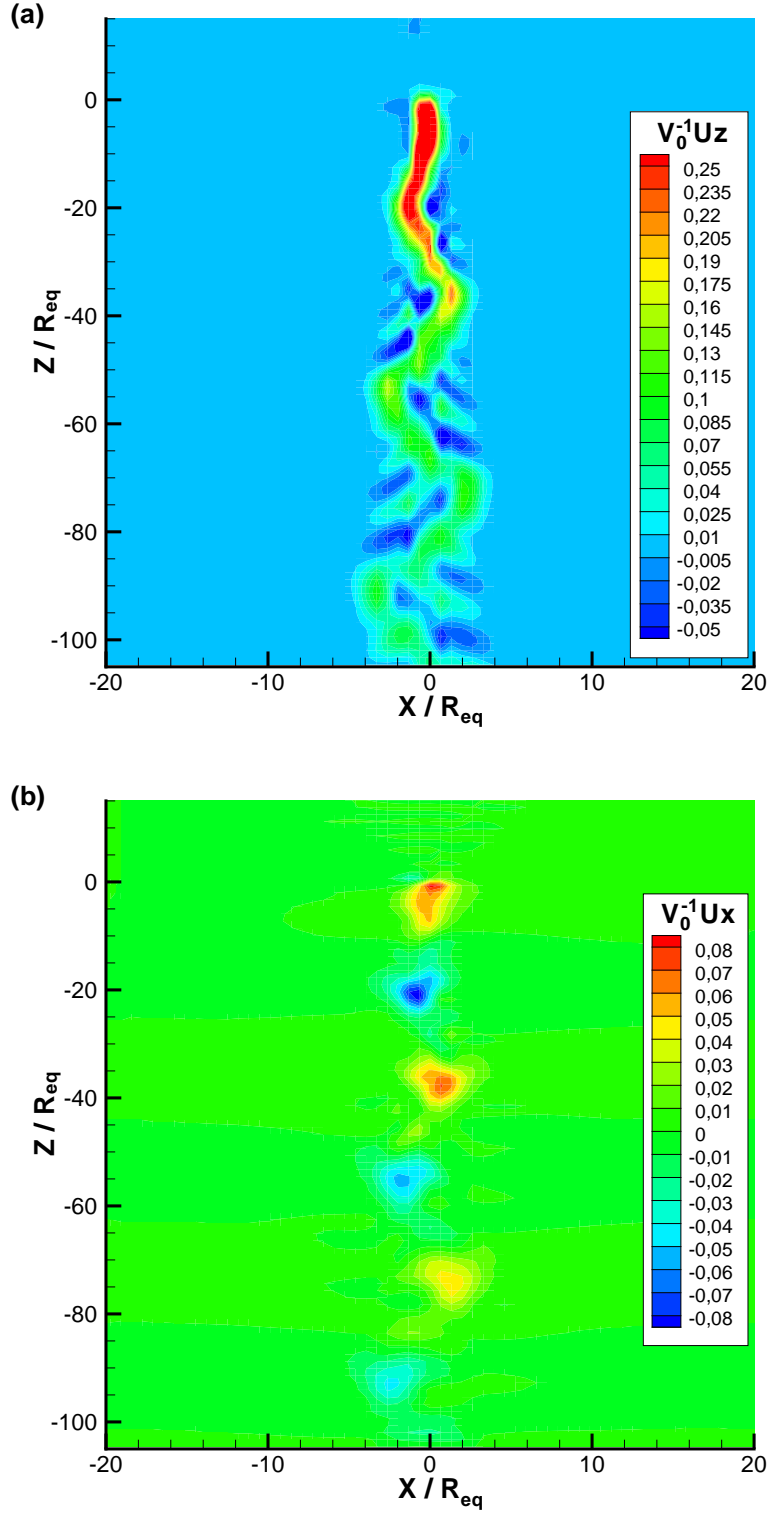


FIG. 4.1 – Simulation d’une bulle isolée de 2,5 mm en ascension dans de l’eau avec un forçage horizontal $\theta_{mod}=25^\circ$: (a) Vitesse verticale du liquide et (b) vitesse horizontale.

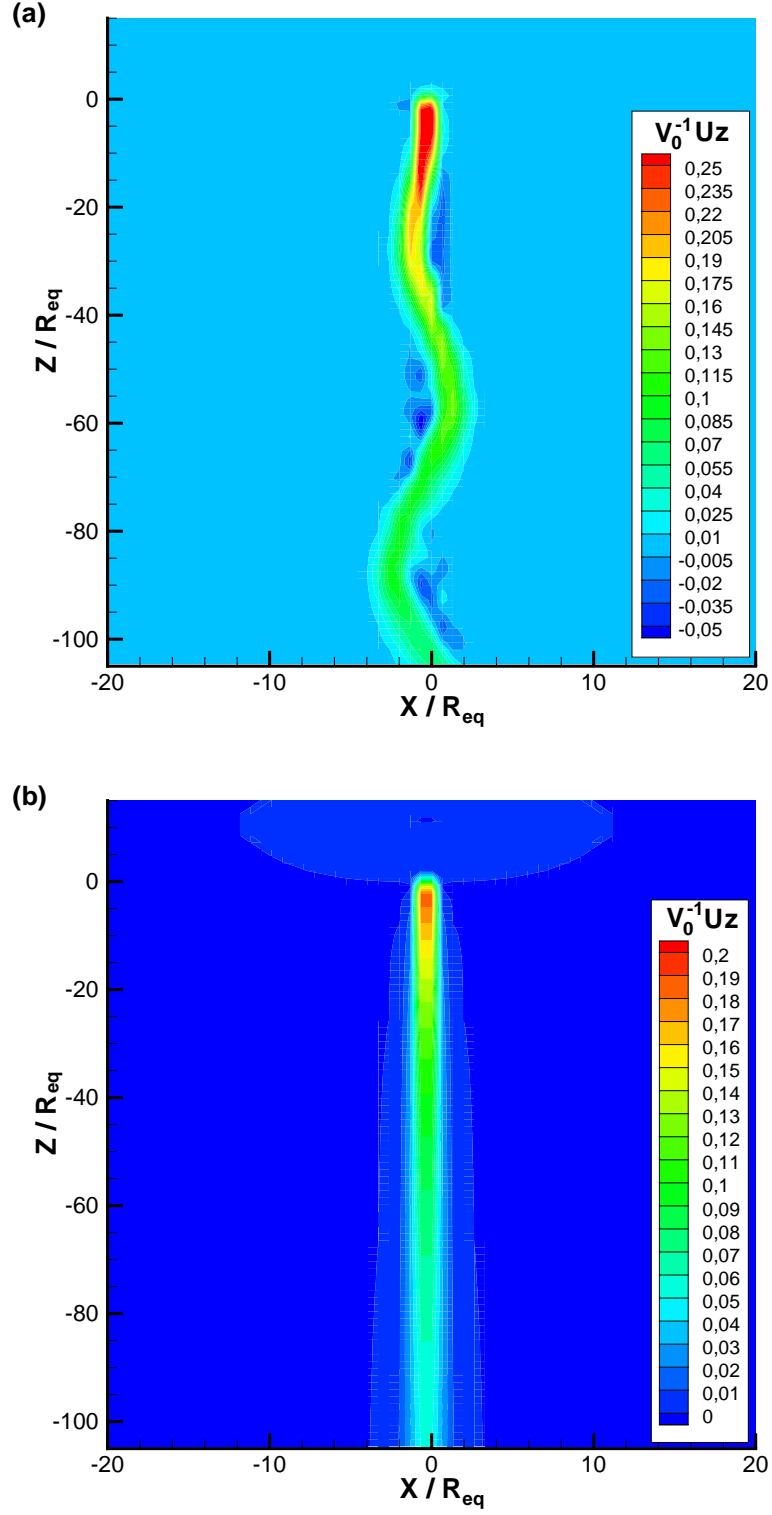


FIG. 4.2 – Simulation d’une bulle isolée en ascension dans de l’eau : Vitesse verticale du liquide pour une bulle (a) $d_{eq}=2,1$ mm et $\theta_{mod}=25^\circ$, (b) $d_{eq}=1,6$ mm et $\theta_{mod}=0^\circ$.

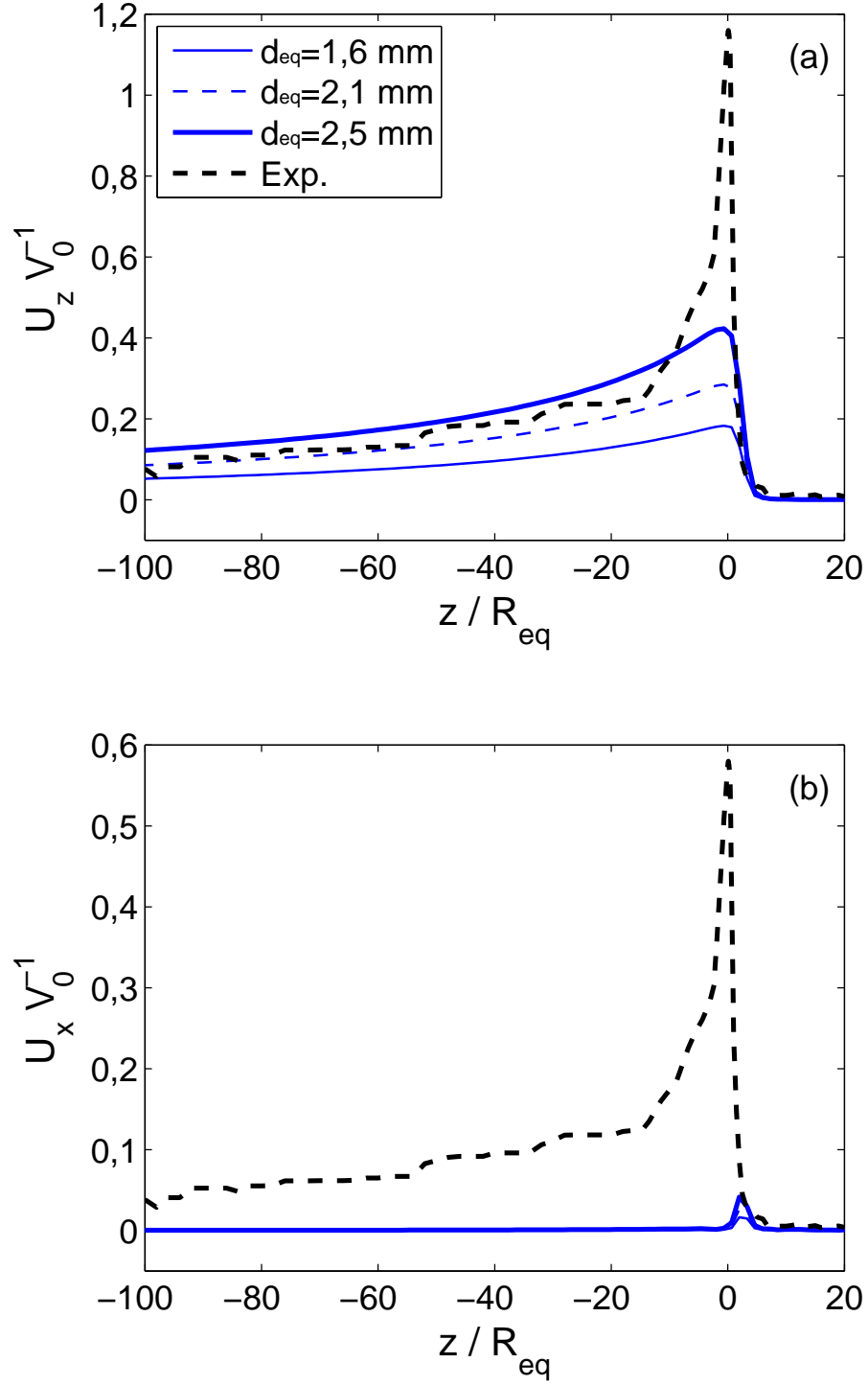


FIG. 4.3 – Simulations pour $\theta_{mod}=0^\circ$. Vitesse maximale du liquide en fonction de la distance verticale à la bulle : (a) composante verticale; (b) composante horizontale (le trait pointillé épais correspond au résultat obtenu par Ellingsen & Risso (2001) pour $d_{eq}=2,5$ mm).

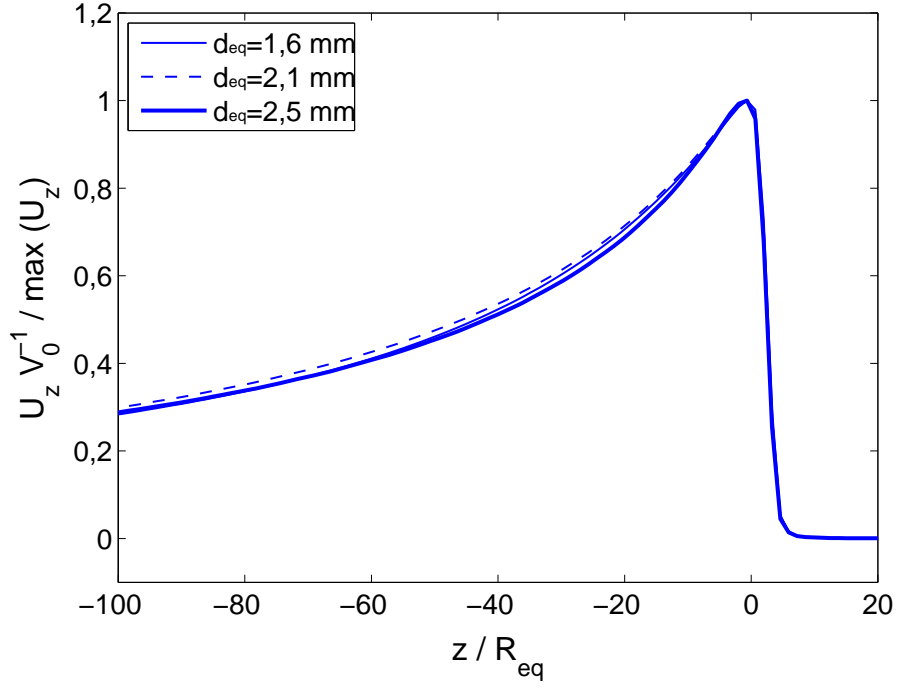


FIG. 4.4 – Maximum relatif de la vitesse verticale en fonction de la distance verticale à la bulle isolée ($\theta_{mod}=0^\circ$).

4.2 Les d.d.p. des fluctuations du liquide dans l'essaim de bulles

Nous abordons maintenant les simulations de l'essaim de bulles que nous allons pouvoir comparer aux résultats expérimentaux. Nous avons considéré les trois tailles de bulles ($d_{eq}=1,6, 2,1$ et $2,5$ mm), trois différents forçages horizontaux ($\theta_{mod}=0, 25$, et 50°) et des fractions volumiques entre 0,6 et 4 %. Dans cette section nous allons nous intéresser aux densités de probabilités des fluctuations de vitesse avant de considérer les spectres dans la section suivante.

Nous commençons par présenter sur la figure 4.6 les résultats des simulations effectuées sans forçage horizontal ($\theta_{mod}=0^\circ$). Les d.d.p. ont le même comportement pour les trois tailles de bulles : elles s'élargissent avec l'augmentation de la fraction volumique de gaz et l'on retrouve bien la dissymétrie des d.d.p. verticales comme la symétrie des horizontales. La comparaison entre les figures 4.6 (1), (2) et (3) montre que l'augmentation du coefficient de traînée (de 0,19 à 0,35) et du nombre de Reynolds (de 540 à 760) induit de plus fortes fluctuations horizontales bien que le forçage horizontal soit nul dans les trois cas. L'intensité des fluctuations horizontales restent cependant très faible.

Les figures 4.7 présentent les mêmes résultats après normalisation de l'échelle de vitesse par $V_0 \alpha^{0,4}$. Pour $\alpha > 1$ %, on observe bien que les d.d.p. simulées des fluctuations horizontales tendent vers l'état auto-similaire observé expérimentalement. En l'absence de forçage horizontal, l'état asymptotique atteint par les simulations sous-estime bien sûr beaucoup l'intensité des fluctuations horizontales.

Les figures 4.8 et 4.9 montrent les résultats des simulations effectuées avec des forçages horizontaux correspondants respectivement à $\theta_{mod}=25^\circ$ et $\theta_{mod}=50^\circ$. L'emploi d'un forçage

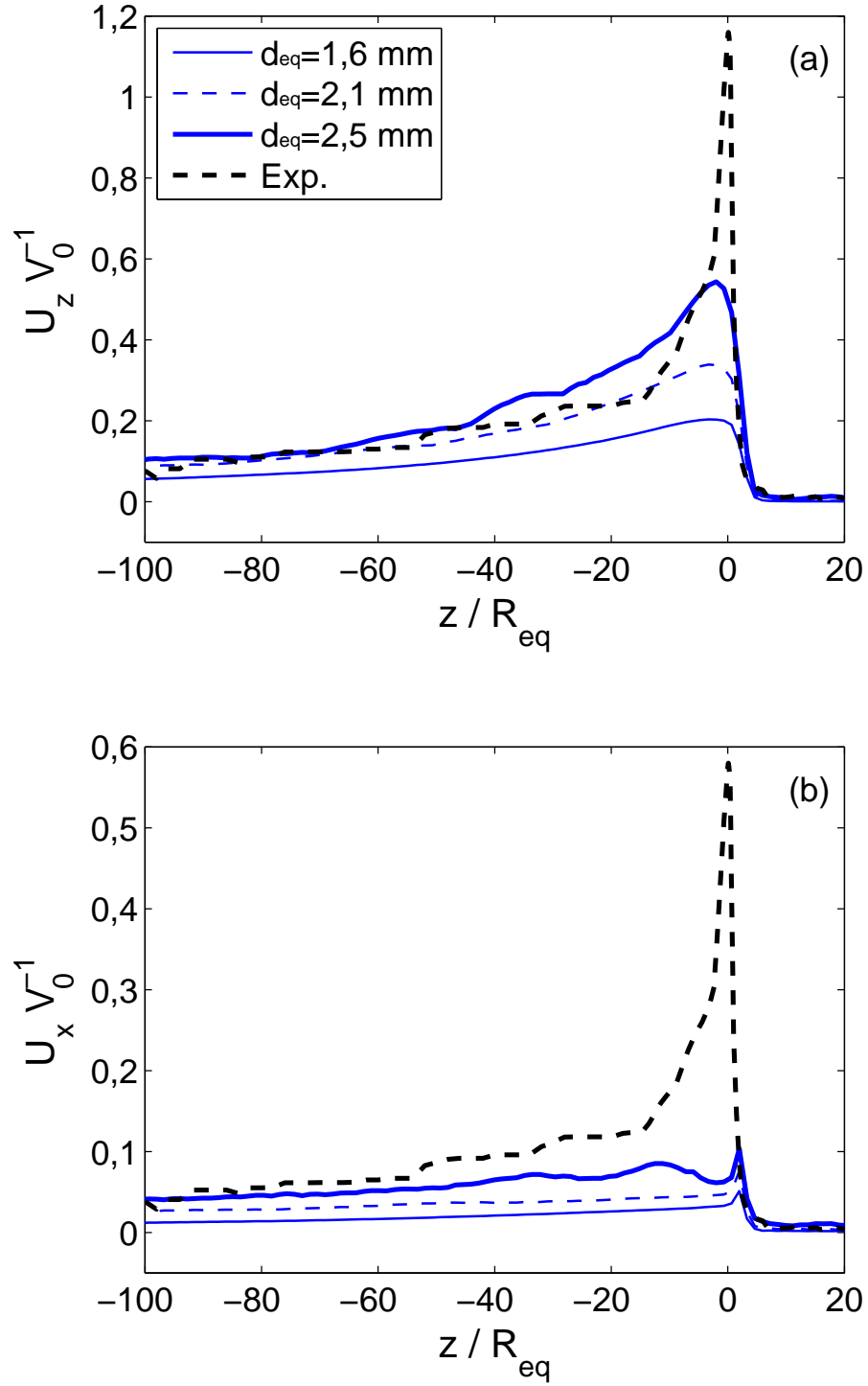


FIG. 4.5 – Simulations pour $\theta_{mod}=25^\circ$. Vitesse maximale du liquide en fonction de la distance verticale à la bulle : (a) composante verticale; (b) composante horizontale (le trait pointillé épais correspond au résultat obtenu par Ellingsen & Risso (2001) pour $d_{eq}=2,5$ mm).

horizontal important a deux conséquences. Premièrement, bien que le forçage horizontal ne modifie pas sensiblement l'état asymptotique des fluctuations verticales, cet état est atteint pour une fraction volumique d'autant plus faible que θ_{mod} est grand. Il est probable que ce forçage favorise les interactions des sillages, permettant ainsi une convergence vers l'état auto-similaire pour une fraction volumique plus faible. Deuxièmement, le forçage horizontal permet la production d'un niveau de fluctuations horizontales significatives. Pour $\theta_{mod}=50^\circ$, on reproduit le niveau expérimental.

La figure 4.10 reproduit le tracé de la figure 4.9 en échelle semi-logarithmique. Quelle que soit la fraction volumique, les d.d.p. ont les mêmes décroissances exponentielles, en $\exp(-x/a)$, autour du maximum de probabilité. La longueur a varie avec la taille de la bulle et diffère selon que l'on considère les fluctuations horizontales ou verticales. Cependant les décroissances des d.d.p. sont dans tous les cas proches de celles expérimentales pour les vitesses normalisées comprises entre -0,25 et 0,25. En dehors de cet intervalle, les simulations ne reproduisent pas le changement de pente observé expérimentalement.

Enfin, la figure 4.11 compare les d.d.p. auto-similaires simulées (obtenues pour $\alpha=4\%$) des trois tailles de bulles et pour les trois forçages considérés. Comme nous l'avons déjà remarqué, les d.d.p. auto-similaires des fluctuations verticales ne dépendent pas de la présence ou de l'intensité du forçage horizontal. Quant aux d.d.p. des fluctuations horizontales, elles ne sont proches des résultats expérimentaux que pour un grand forçage horizontal ($\theta_{mod}=50^\circ$).

Avec le maillage utilisé, le rapport $d_{eq}/\delta=1,52$ et en utilisant le nombre de Reynolds et le coefficient de traînée obtenus expérimentalement pour une bulle isolée, le modèle reproduit de manière très satisfaisante l'état auto-similaire des fluctuations verticales du liquide dans l'essaim de bulles. Il est aussi possible de reproduire les d.d.p. des fluctuations horizontales en ajoutant un forçage horizontal périodique de grande amplitude $F_{h0}=\tan(50^\circ) F_z=1,2 F_z$.

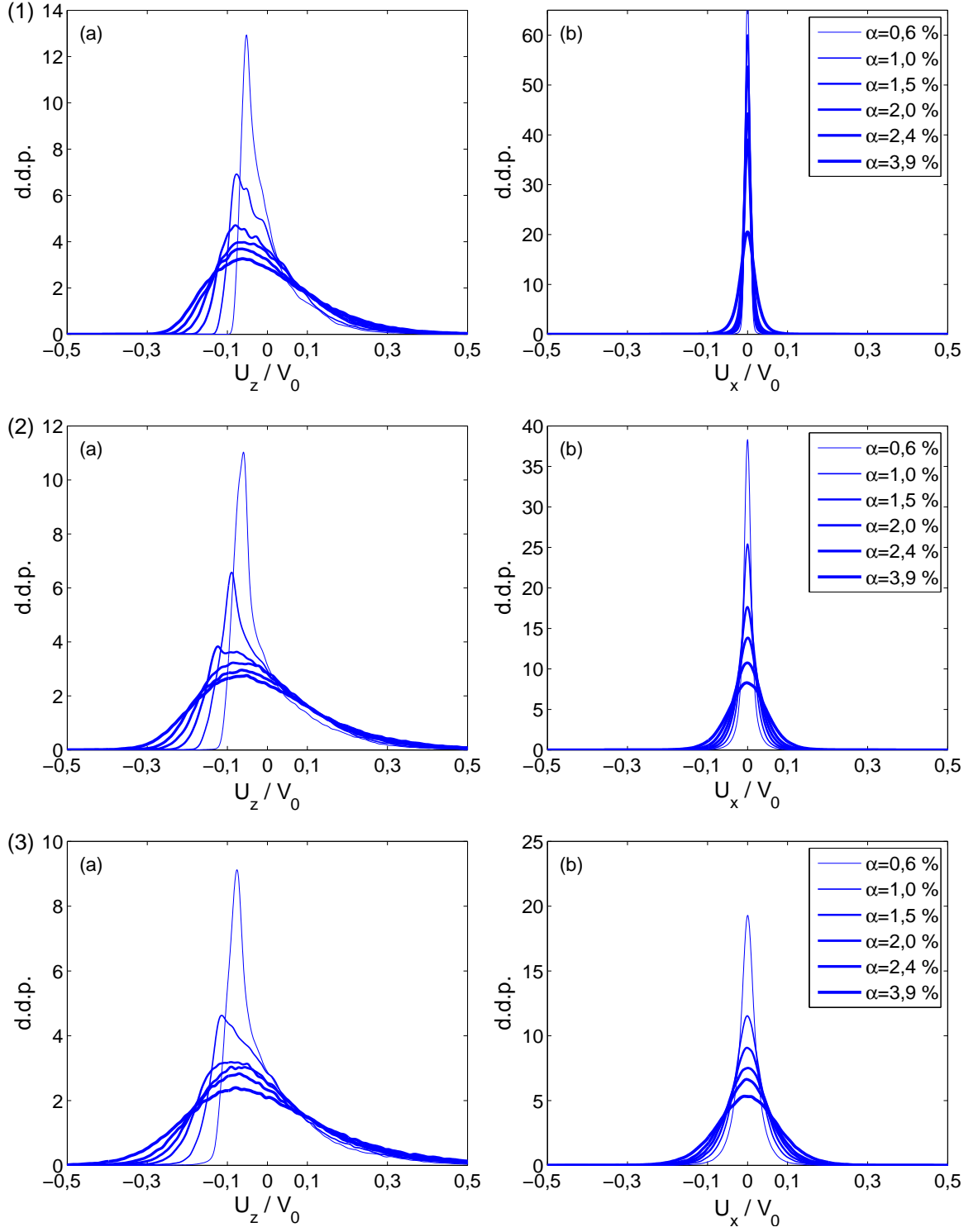


FIG. 4.6 – Simulation de l’essai sans forçage horizontal ($\theta_{mod}=0^\circ$). Fluctuations de la vitesse (a) verticale et (b) horizontale normalisées par la vitesse de la bulle isolée. Bulles de diamètre (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

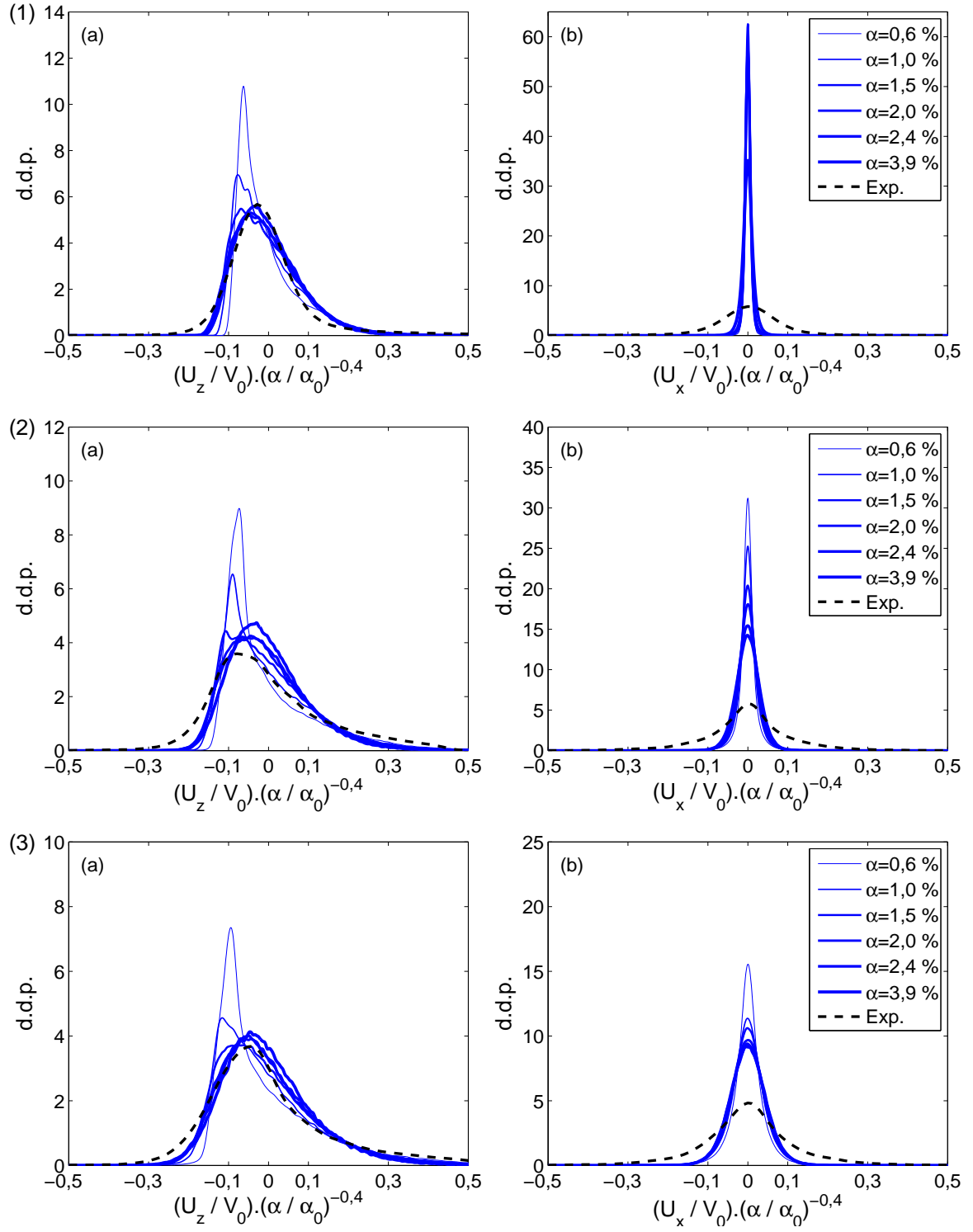


FIG. 4.7 – Simulation de l'essai sans forçage horizontal ($\theta_{mod}=0^\circ$). Fluctuations de la vitesse (a) verticale et (b) horizontale normalisées par $V_0 \alpha^{0.4}$. Bulles de diamètre (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

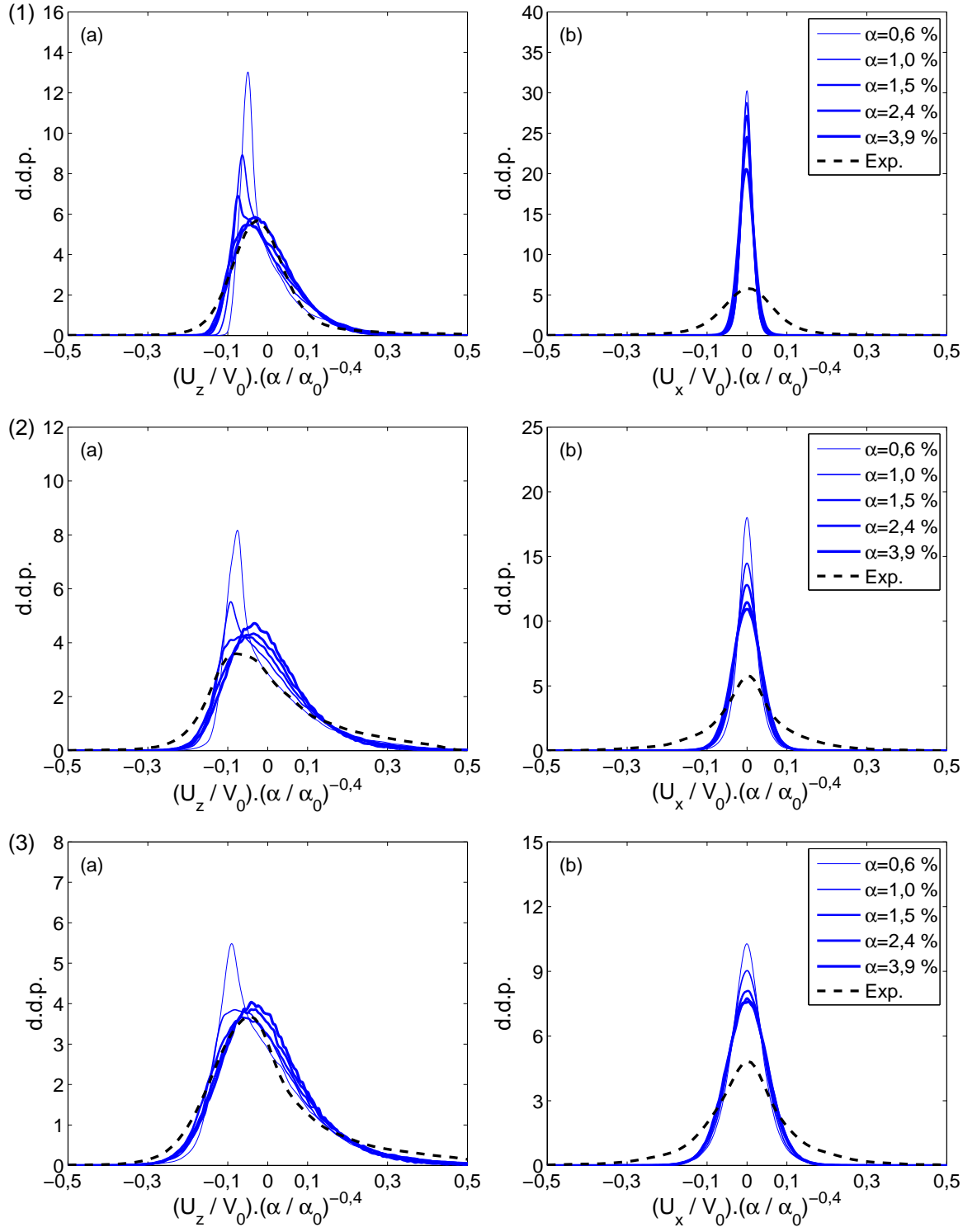


FIG. 4.8 – Simulation de l'essai pour $\theta_{mod}=25^\circ$. Fluctuations de la vitesse (a) verticale et (b) horizontale normalisées par $V_0 \alpha^{0.4}$. Bulles de diamètre (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

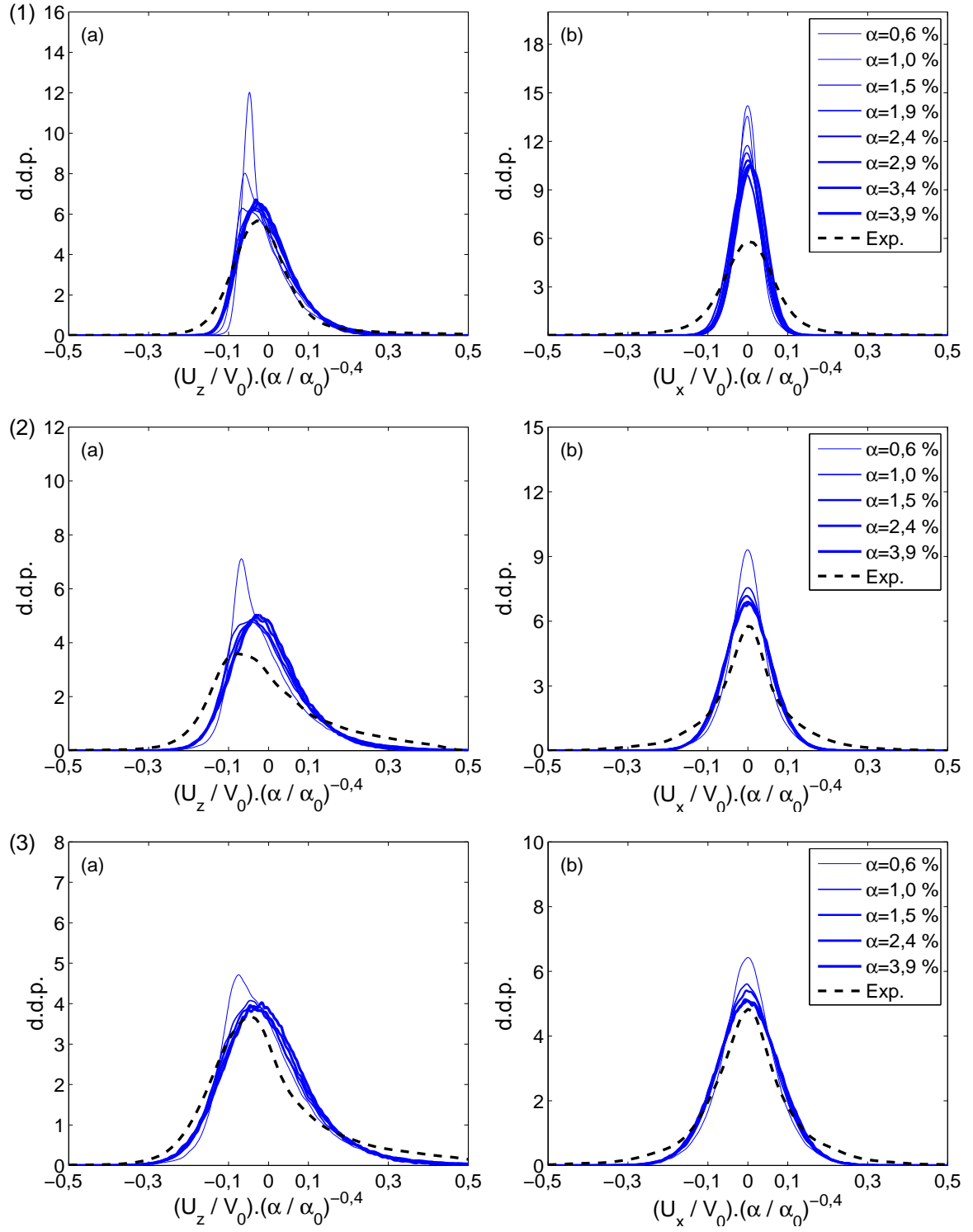


FIG. 4.9 – Simulation de l'essai pour $\theta_{mod}=50^\circ$. Fluctuations de la vitesse (a) verticale et (b) horizontale normalisées par $V_0 \alpha^{0,4}$. Bulles de diamètre (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

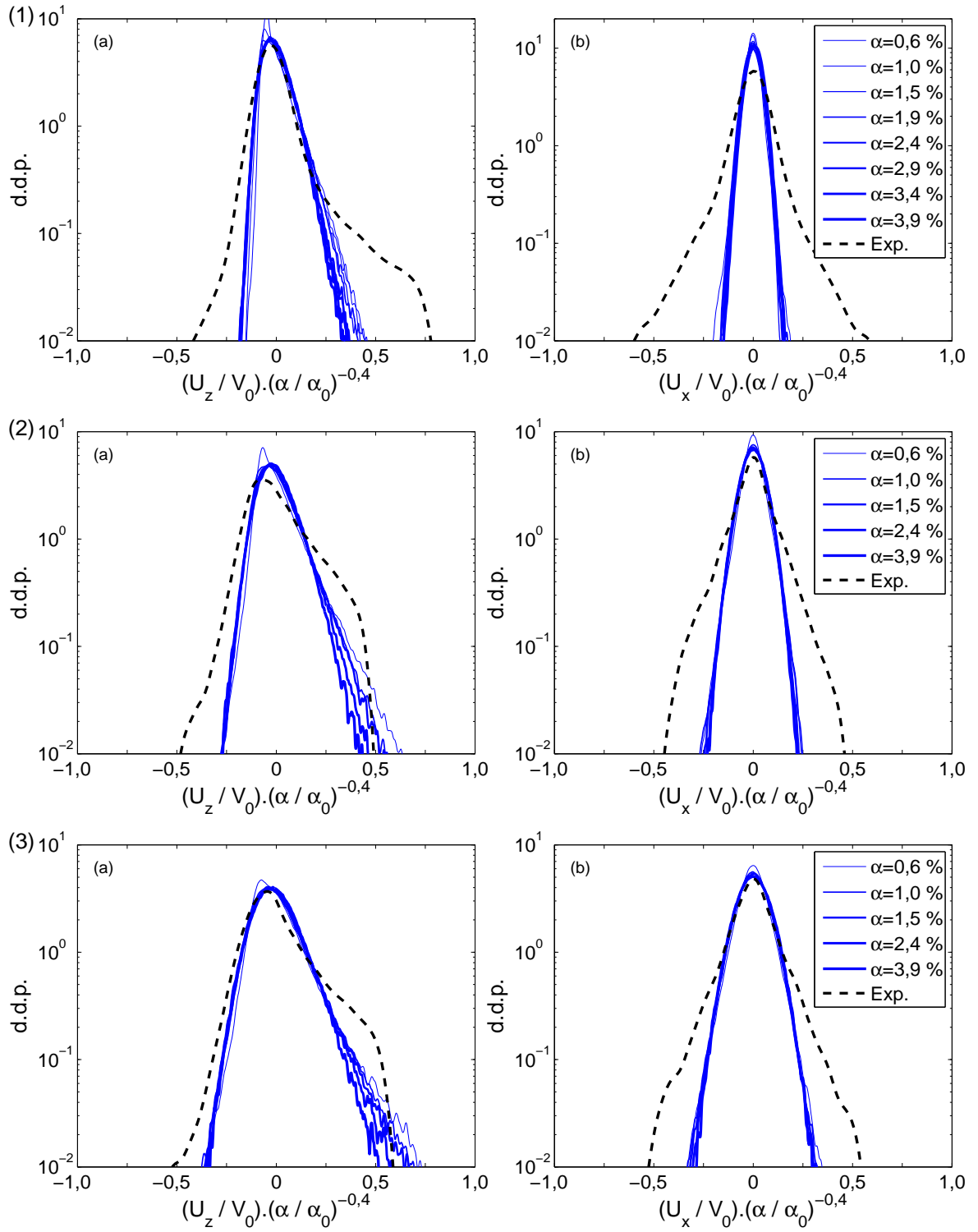


FIG. 4.10 – Simulation de l'essai pour $\theta_{mod}=50^\circ$. Identique à la figure 4.9 en représentation semi-logarithmique.

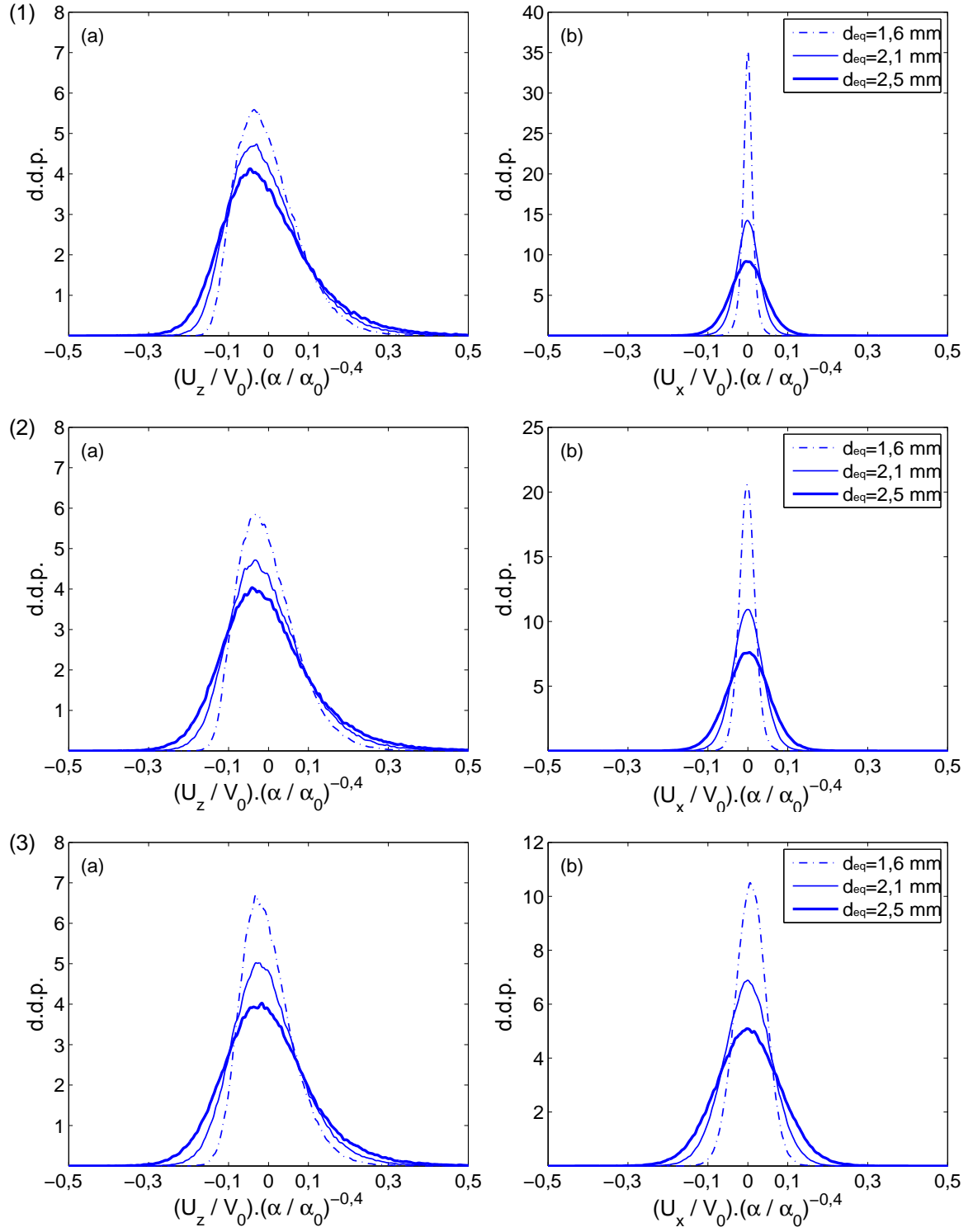


FIG. 4.11 – Comparaison des d.d.p. des fluctuations de vitesse (a) verticale et (b) horizontale du liquide normalisées par $V_0 \alpha^{0,4}$ pour les trois tailles de bulles et une fraction volumique de 4 %. Le forçage horizontal est (1) $\theta_{mod}=0^\circ$, (2) $\theta_{mod}=25^\circ$ et (3) $\theta_{mod}=50^\circ$.

4.3 Les spectres de puissance dans l'essaim de bulles

L'état auto-similaire des fluctuations normalisées par $V_0 \alpha^{0,4}$ est retrouvé par le modèle pour les trois tailles de bulles. Qu'en est-il des spectres de puissance ? Le modèle permet-il de reproduire le comportement spectral en k^{-3} ? Avons-nous une invariance de l'échelle intégrale de la pseudo-turbulence pour les différentes fractions volumiques et tailles de bulles ? Nous allons tenter de répondre à ces questions en analysant les spectres de puissance simulés pour les différents essais. Nous commencerons par regarder le comportement des spectres pour trois forçages horizontaux différents puis nous étudierons le rôle de α et de la taille des bulles.

4.3.1 Comportements pour différents forçages horizontaux

Les figures 4.12 (1), (2) et (3) comparent les spectres de puissance dans le régime auto-similaire des d.d.p. pour trois forçage horizontaux $\theta_{mod}=0^\circ$, 25° et 50° et pour les trois tailles de bulles. Comme pour les d.d.p., il n'y a pas d'effet notable du forçage sur les spectres verticaux pour les bulles de 2,1 et 2,5 mm (Fig. (2) et (3)). On remarque toutefois une faible évolution entre les spectres verticaux des plus petites bulles lorsque θ_{mod} augmente de 0 à 50° .

L'effet du forçage horizontal sur les spectres horizontaux est en revanche majeur puisqu'il cause une importante augmentation de leur énergie. Quel que soit l'intensité du forçage l'allure des spectres horizontaux reste similaire. Dans la suite, nous nous limiterons au cas sans forçage horizontal.

4.3.2 Evolution avec la fraction volumique

Les spectres d'énergie horizontaux ($\langle E_{xx} \rangle$) et verticaux ($\langle E_{zz} \rangle$) simulés en l'absence de forçage horizontal sont représentés sur la figure 4.13 pour les trois diamètres de bulles et une fraction volumique comprise entre 0,6 et 4 %. Notons que la densité de puissance est normalisée par la variance des fluctuations. De plus, les résultats des simulations sont exprimés en unités physiques pour être facilement comparés entre eux et aux résultats expérimentaux. Ainsi, l'axe des ordonnées ($\langle E_{zz} \rangle / \overline{u_z^2}$ et $\langle E_{xx} \rangle / \overline{u_x^2}$) est mesuré en mètre et l'axe des abscisses (λ^{-1}) en inverse de mètre. Ce dimensionnement des résultats des simulations a été fait en utilisant le rapport entre la taille réelle de la bulle et celle du volume de forçage : $d_{eq}/\delta=1,52$ dans tous les cas. Nous avons aussi reporté le spectre expérimental, qui était indépendant de d_{eq} et α , qui est le même pour chaque cas.

Concernant les fluctuations horizontales, il est clair que les spectres simulés ne reproduisent pas le comportement expérimental. Ce n'est pas étonnant ici en l'absence de forçage horizontal. Nous avons cependant montré à la section précédente que le fait de considérer un intense forçage horizontal ne permettait pas d'améliorer sensiblement leur allure. La seule propriété en accord avec l'expérience est leur invariance avec la fraction volumique et le diamètre.

Les spectres des fluctuations verticales sont en bien meilleur accord avec les mesures. Premièrement, leur invariance avec la fraction volumique est très bien reproduite pour les bulles de diamètres 2,1 et 2,5 mm. Pour les plus petites bulles (1,6 mm) on observe la formation d'une légère bosse (entre $0,5 \leq \lambda^{-1} \leq 1$ cm) qui grossit lorsque α augmente. Cette imperfection mise à part, l'invariance avec α est bien retrouvée. Deuxièmement, les spectres verticaux sont en bon accord avec les expériences depuis les grandes échelles

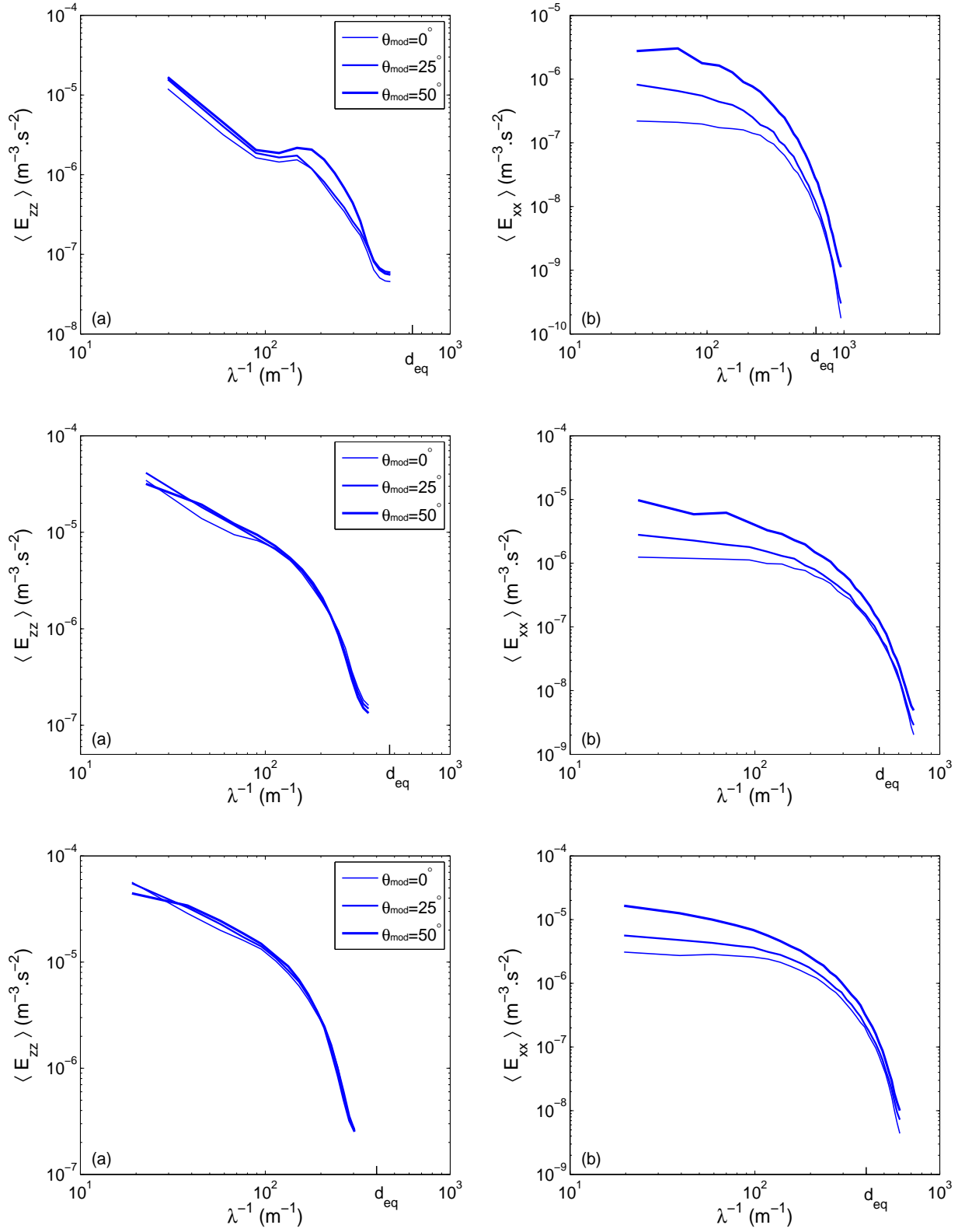


FIG. 4.12 – Densité spectrale d'énergie des fluctuations (a) verticales et (b) horizontales pour différents forçages θ_{mod} . Pour les bulles de diamètre (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

jusqu'à une longueur d'onde de coupure λ_c qui diminue lorsque le diamètre de la bulle augmente. On constate ainsi que dans tous les cas l'apparition de la pente en k^{-3} est à la même échelle L_c que nous avons montré correspondre à l'échelle intégrale Λ lors de l'analyse des spectres expérimentaux. On observe ensuite que pour les échelles plus petites que L_c , la gamme de longueurs d'onde où simulations et expériences se superposent comprend une partie significative de la région en k^{-3} . Ces simulations ont été faites sur un maillage assez grossier avec un pas $\Delta_z = \delta = 1,52 d_{eq}$ dans la direction verticale et $\Delta_x = \delta/2 = 0.76 d_{eq}$ dans la direction horizontale. Il est évident que les échelles plus petites que δ ne sont pas décrites. Il est aussi très vraisemblable que les échelles proches de δ ne sont pas décrites correctement. Nous pensons que cela est la cause du fait que les simulations s'éloignent des mesures pour $\lambda < \lambda_c$. Les spectres expérimentaux en général, et leur échelle intégrale Λ en particulier, ne dépendent pas de d_{eq} . Le pas de maillage étant fixé relativement à d_{eq} , le rapport Λ/δ diminue lorsque d_{eq} augmente. Ceci pourrait expliquer pourquoi la coupure λ_c apparaît plus tôt pour les grosses bulles. Pour vérifier cette interprétation, nous avons réalisé une série de simulations avec des bulles de 2,5 mm sur un maillage deux fois plus raffiné dans la direction verticale : $64 \times 64 \times 399$ mailles avec $n_x = n_y = 2$ et $n_z = 4$ et $\delta_x = \delta_y = \delta_z = \delta/2 = 0.76 d_{eq}$. La figure 4.14 présente les résultats de ces simulations. On observe bien que la coupure est reculée et que la zone en k^{-3} est prolongée.

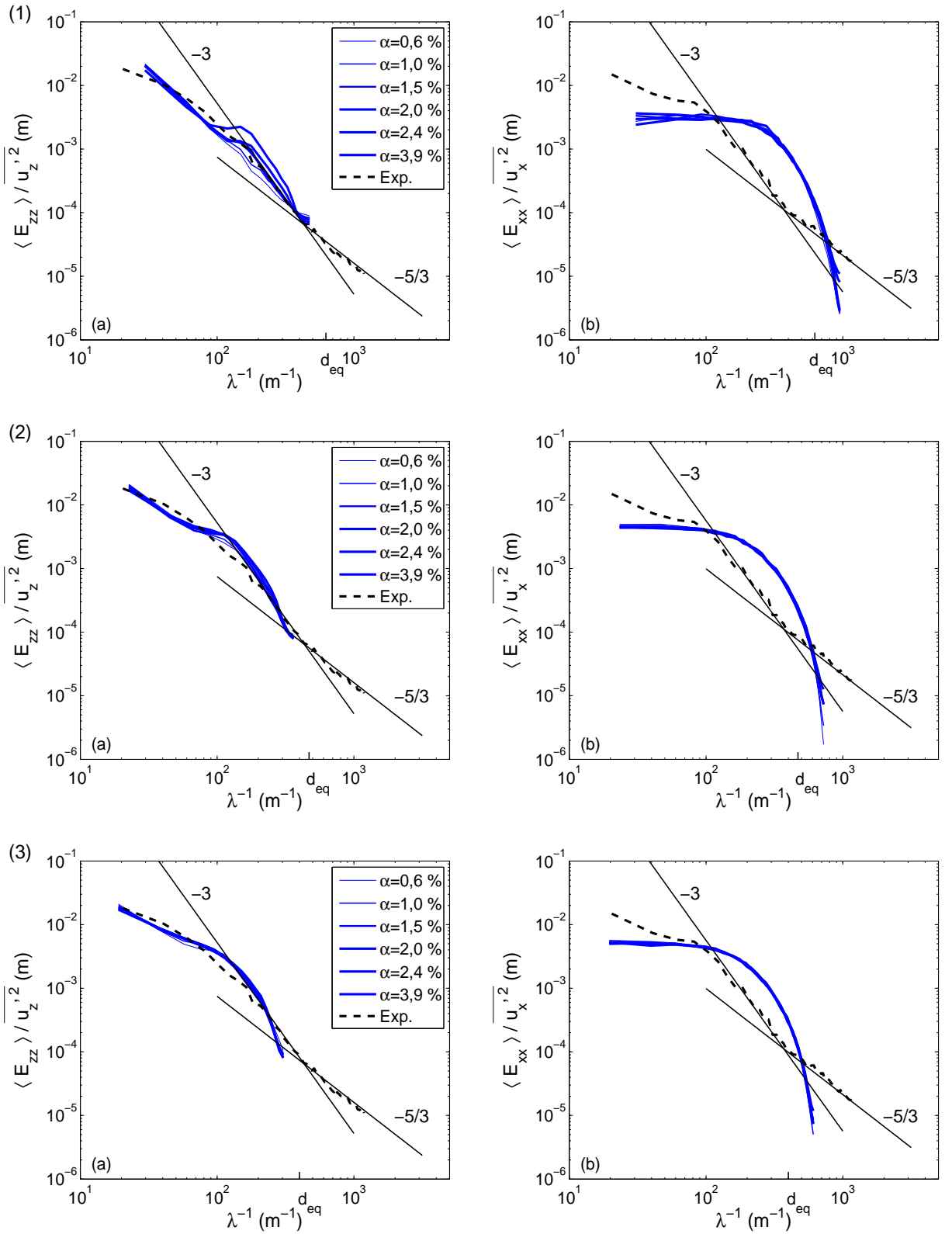


FIG. 4.13 – Densité spectrale d'énergie des fluctuations (a) verticales et (b) horizontales normalisées par leur variance pour différentes fractions volumiques et sans forçage horizontal. Pour les bulles de diamètre (1) $d_{eq}=1,6$ mm, (2) $d_{eq}=2,1$ mm et (3) $d_{eq}=2,5$ mm.

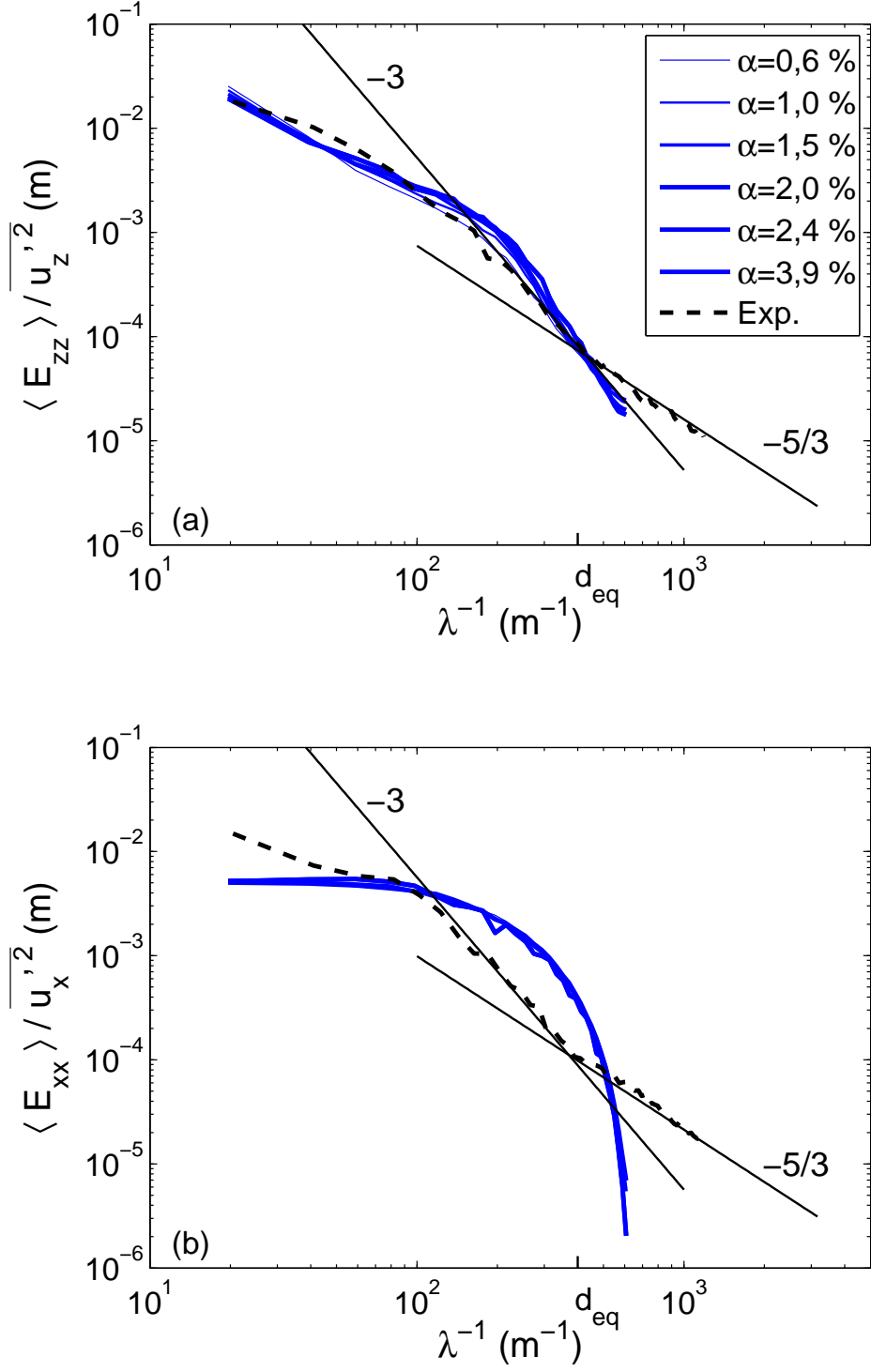


FIG. 4.14 – Densité spectrale d'énergie des fluctuations (a) verticales et (b) horizontales normalisées par leur variance pour différentes fractions volumiques et un forçage horizontal nul. Simulation des bulles de 2,5 mm avec un maillage deux fois plus raffiné dans la direction verticale ($64 \times 64 \times 399 \delta$ et $n_x = n_y = 2$, $n_z = 4$).

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exploité notre modèle simple de générateur de sillage pour simuler les grandes échelles de toutes les simulations expérimentales étudiées dans la première partie de ce travail.

L'esprit de notre démarche consiste à ajuster le pas de maillage Δ et la taille du volume-force δ de manière à bien reproduire le sillage d'une bulle isolée avant de simuler l'essaim de bulles. Ceci avait été fait au chapitre précédent pour la bulle de 2,5 mm. En l'absence de résultats expérimentaux concernant les bulles isolées de 1,6 et 2,1 mm, nous avons conservé le même maillage. Même si nous n'avons pas pu directement vérifier les sillages réels de bulles isolées de taille inférieure à 2,5 mm, nous avons entrepris différents tests qui ont montré le caractère raisonnable des prédictions. Les simulations de l'essaim ont en revanche pu être comparées aux expériences. Pour les trois tailles de bulles, les simulations reproduisent bien l'état auto-similaire en $V_0 \alpha^{0,4}$. Concernant les fluctuations verticales on obtient un bon accord quantitatif avec les expériences aussi bien pour les densités de probabilité de la vitesse que pour les spectres spatiaux. En particulier le comportement spectral en k^{-3} est bien retrouvé. Les fluctuations horizontales sont elles sous-estimées. En utilisant un intense forçage horizontal (d'amplitude égale à $1,2 F_z$), il est possible de reproduire les densités de probabilité expérimentales mais non pas les spectres.

La capacité de notre modèle numérique simple à reproduire à la fois les statistiques des fluctuations de vitesse et les spectres spatiaux confirme notre interprétation des résultats expérimentaux. Pour une fraction volumique supérieure à 1 %, les échelles plus petites que les bulles et les mouvements relatifs de celles-ci ne jouent pas de rôle significatif dans la dynamique des grandes échelles de la pseudo-turbulence. La simulation numérique nous apprend aussi qu'il est possible de reproduire les propriétés statistiques et spectrales des fluctuations verticales en l'absence de fluctuations horizontales significatives. Ce découplage entre vitesses horizontales et verticales est une propriété surprenante qui jette un éclairage nouveau sur la dynamique de la pseudo-turbulence. D'autre part, la convergence vers l'état auto-similaire se produit pour une fraction volumique plus grande dans les simulations que dans les expériences. Dans les simulations, on note que cette convergence dépend de l'intensité du forçage horizontal, plus celui-ci est intense, plus tôt on tend vers l'état asymptotique. Ceci nous conduit à penser qu'aux faibles fractions volumiques ($\alpha < 1$ %), les fluctuations verticales ne sont pas indépendantes des fluctuations horizontales et aussi que les mouvements relatifs des bulles ne sont pas sans importance.

Enfin, nous souhaitons souligner que compte tenu de la simplicité voulue du modèle numérique mis en œuvre, le fait de retrouver l'ensemble des principales caractéristiques expérimentales de l'essaim de bulles (auto-similarité en $\alpha^{0,4}$, pente spectrale d'énergie en k^{-3} , début de la pente à l'échelle L_c) renforce le caractère général de ceux-ci. Il nous apparaît en conséquence désormais indubitable que ces caractéristiques sont maîtrisées par les interactions de sillages dans l'essaim.

Conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous avons étudié l'hydrodynamique d'un essaim homogène de bulles d'air en ascension dans de l'eau au repos. Cette configuration d'écoulement diphasique présente l'intérêt de découpler l'agitation induite par le mouvement des bulles de la turbulence de l'écoulement porteur. Ce travail a associé deux approches, l'une expérimentale et l'autre numérique. Pour chacune, nous avons effectué les validations nécessaires en termes de précision et de convergence statistique afin de produire une analyse fiable et objective des résultats.

Nous avons conçu un dispositif expérimental *la girafe* qui permet de maîtriser les paramètres caractéristiques de l'essaim de bulles. En particulier, l'injection des bulles par des batteries de capillaires produit des essaims de bulles de diamètres homogènes, $d_{eq}=1,6$ mm, $d_{eq}=2,1$ mm ou $d_{eq}=2,5$ mm, pour des fractions volumiques de gaz α de 0,5 à 10 %. Différents moyens de mesure complémentaires ont été utilisés : sonde optique double pour la phase dispersée, Anémométrie Laser Doppler et Vélocimétrie par Image de Particules pour la phase continue. Le dispositif permet aussi d'arrêter soudainement l'injection d'air pour mesurer le mouvement du fluide derrière l'essaim. Pour chaque diamètre, nous avons préalablement caractérisé le mouvement de la bulle isolée, vitesse moyenne d'ascension V_0 et amplitude du mouvement d'oscillation horizontal, et ainsi obtenu des informations qui se sont révélées essentielles pour l'analyse de l'agitation dans l'essaim.

Nous avons d'abord mesuré la vitesse moyenne $\langle V_b \rangle$ des bulles et trouvé qu'elle décroissait avec la fraction volumique comme $\alpha^{-0,1}$ (ou $1 - \alpha^{0,49}$) dans la gamme de fractions volumiques étudiées. Ce résultat est en accord avec ceux de Zenit *et al.* (2001) et de Garnier *et al.* (2002) mais est très différent de celui de Roig & Larue de Tournemine (2007) qui concernaient des bulles fortement déformées par la turbulence de l'écoulement porteur.

Concernant la phase liquide, nous avons montré que les fonctions de densité de probabilité des fluctuations de vitesse dans l'essaim sont auto-similaires après normalisation par $V_0 \alpha^{0,4}$. Nous avons donc étendu ce résultat, déjà obtenu par Risso & Ellingsen (2002), à d'autres tailles de bulles et pour des fractions volumiques plus grandes. En particulier, il est intéressant de constater que les bulles de 1,6 mm adoptent le même comportement que les plus grandes bien que leur régime d'écoulement, en l'absence d'interaction entre bulles ($\alpha = 0$), soit fort différent. Le fait que la vitesse des bulles $\langle V_b \rangle$ variait ici comme $\alpha^{-0,1}$ impliquait qu'il était équivalent de normaliser la vitesse du liquide par $\langle V_b \rangle \alpha^{0,5}$ ou $V_0 \alpha^{0,4}$. Cependant, nous avons montré que seule la normalisation par $V_0 \alpha^{0,4}$ était pertinente pour les résultats de Larue de Tournemine (2001) pour lesquels la vitesse des bulles était fortement différente, démontrant ainsi le caractère plus général de cette normalisation. Nous avons aussi déterminé les spectres des fluctuations horizontales et verticales dans l'écoulement juste derrière l'essaim et montré qu'ils sont caractéristiques des fluctuations à l'intérieur de l'essaim. De manière surprenante, après normalisation de la densité

de puissance par la variance des fluctuations, ces spectres sont identiques pour les trois diamètres de bulles et pour toutes les fractions volumiques considérées. La densité de puissance suit une loi en k^{-3} aux grandes échelles suivie d'une loi en $k^{-5/3}$ aux échelles plus petites. Il est essentiel de rappeler que la loi en k^{-3} est ici obtenue à partir d'un champ de vitesse continu mesuré par PIV, donc sans recourt à aucune interpolation. La superposition de tous les spectres implique notamment que l'échelle intégrale de longueur Λ de la pseudo-turbulence, qui correspond aussi à la plus grande échelle pour laquelle la loi en k^{-3} est observée, est identique pour tous nos essais. Si nous n'avons pas été en mesure de justifier l'invariance des grandes échelles du spectre avec la fraction volumique, nous avons en revanche proposé une interprétation du rôle du diamètre des bulles. En égalant la puissance fournie par le travail de la flottabilité à l'expression classique de la dissipation u^3/Λ , on obtient que l'échelle intégrale est proportionnelle à V_0^2/g , ou de manière équivalente au rapport entre le diamètre des bulles et le coefficient de traînée de la bulle isolée, soit $\Lambda \propto d_{eq}/C_{d0}$. L'utilisation de cette échelle caractéristique permet non seulement d'expliquer nos résultats mais aussi de superposer nos spectres avec ceux obtenus par Lance & Bataille (1991) pour des bulles de 5 mm de diamètre et ceux de Larue de Tournemine (2001) pour des bulles de 1,7 mm en présence d'un écoulement porteur turbulent.

Le but de l'approche numérique était de reproduire les grandes échelles de la pseudo-turbulence à l'aide d'un modèle élémentaire de l'action des bulles sur le liquide. Le modèle consiste à remplacer chaque bulle par une source de quantité de mouvement comprenant une composante verticale constante et une composante horizontale oscillante. Chaque source étant répartie sur quelques volumes élémentaires du maillage, on peut parler de volume-force. Ces volumes-forces sont disposés à des positions fixes du domaine de calcul à l'entrée duquel un écoulement uniforme à vitesse $-V_0$ est imposé. Le champ de vitesse résultant est obtenu par résolution numérique des équations de Navier-Stokes sur un maillage de pas proche du diamètre des bulles. Ce modèle a été d'abord préalablement testé pour le cas d'une bulle d'air isolée de diamètre $d_{eq}=2,5$ mm dans de l'eau. Le pas de maillage δ a été ajusté dans le but de reproduire le sillage mesuré dans l'expérience tout en conservant les nombres adimensionnels caractéristiques (Reynolds, Strouhal, coefficient de traînée) réels. Pour $d/\delta=1,52$, les simulations reproduisent correctement la vitesse verticale dans le sillage de la bulle à partir de 10 rayons derrière celle-ci. La vitesse verticale est en revanche sous-estimée à moins d'employer un forçage horizontal oscillant de grande amplitude, supérieure même au forçage vertical.

L'essaim de bulles a ensuite été modélisé en disposant un grand nombre de volumes-forces identiques à des positions aléatoires dans le domaine de calcul. Dès que la fraction volumique dépasse 1 %, les simulations reproduisent remarquablement les fluctuations de vitesse verticales expérimentales pour les trois tailles de bulles. D'une part, les densités de probabilité adoptent le comportement auto-similaire attendu lorsque la vitesse est normée par $V_0 \alpha^{0,4}$. D'autre part, après normalisation par la variance des fluctuations, elles produisent des spectres indépendants de α qui exhibent une loi de puissance -3 du nombre d'onde aux grandes échelles. Un autre résultat remarquable est à souligner : les fluctuations verticales simulées ne dépendant pas de l'intensité du forçage horizontal ; leurs densités de probabilité et leurs spectres sont conformes aux résultats expérimentaux même en l'absence de fluctuations d'intensité significative dans la direction horizontale. Quant aux fluctuations horizontales, nous avons pu reproduire leurs densités de probabilité en utilisant des forçages horizontaux très importants, mais nous n'avons pas réussi à obtenir

des spectres satisfaisants.

La bonne concordance entre ces simulations modèles et les expériences confirment que les propriétés statistiques et spectrales de la pseudo-turbulence mises en évidence dans ce travail ne dépendent ni de l'écoulement dans le voisinage proche des bulles, ni des petites échelles ailleurs dans l'écoulement, ni du mouvement des bulles. Elle suggère aussi que ces propriétés sont d'une portée plus générale que le cas particulier de l'essaim de bulles considéré ici. Il sera en conséquence intéressant de vérifier si les grandes échelles de la pseudo-turbulence produites par le mouvement de corps différents (objets solides de formes variées, gouttes ou bulles plus ou moins déformées) seront aussi caractérisées par une loi en k^{-3} dans le plan spectral ainsi qu'une échelle de longueur $\Lambda = d_{eq}/C_{d0}$ et une échelle de vitesse $V_0 \alpha^{0.4}$ que l'on peut déterminer à partir de la seule connaissance du coefficient de traînée et de la vitesse du corps isolé. Il sera aussi nécessaire de déterminer pour quelle gamme de nombres de Reynolds, ces propriétés, obtenues pour de grands Re , seront retrouvées.

Effectuer des expériences similaires avec d'autres corps et d'autres fluides est donc une perspective naturelle de ce travail. Une autre est de rapprocher simulations numériques et expériences. Cela peut se faire de deux façons. La plus évidente est d'améliorer le modèle numérique pour lui permettre de prendre en compte des mécanismes physiques jusque-là mal reproduits, comme les fluctuations horizontales, ou ignorés, comme le mouvement des bulles. Dans l'esprit du travail présent, cela passe par décrire le mouvement des volumes-forces de manière lagrangienne et, peut-être, par introduire un modèle de sous-maille. La seconde façon de faire est de simplifier plus avant le modèle expérimental en considérant l'écoulement au travers un réseau d'obstacles fixes répartis aléatoirement dans l'espace; elle a déjà été entamée au sein du groupe Interface et fait l'objet de la thèse de Zouhir Amoura actuellement en deuxième année de thèse.

Bien sûr il est aussi essentiel de comprendre les mécanismes physiques qui régissent la pseudo-turbulence. La simplicité des propriétés mises en évidence plaident en faveur de l'existence de mécanismes élémentaires simples. Encore faut-il savoir bien mélanger les ingrédients (sillages individuels, interactions hydrodynamiques et répartition aléatoire des bulles) pour construire le bon modèle théorique statistique; ce qui risque d'être moins simple! Enfin, on ne peut terminer sans replacer ce travail dans le contexte général des écoulements à bulles et nous rappeler que la compréhension de la pseudo-turbulence n'est qu'une étape. Il faudra aussi comprendre comment pseudo-turbulence et turbulence de cisaillement interagissent pour être en mesure d'appréhender l'ensemble des situations pratiques.

Bibliographie

- AYBERS, N. M. & TAPUCU, A. 1969^a The motion of gas bubbles rising through stagnant liquid. *Wärme- und Stoffübertragung* **Vol. 2**, pp. 118–128.
- AYBERS, N. M. & TAPUCU, A. 1969^b Studies on the drag and shape of gas bubbles rising through a stagnant liquid. *Wärme- und Stoffübertragung* **Vol. 2**, pp. 171–177.
- BATCHELOR, G. . K. 1967 *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- BIESHEUVEL, A. & WIJNGAARDEN, L. V. 1984 Two-phase flow equations for a dilute dispersion of gas bubbles in liquid. *J. Fluid Mech.* **Vol. 148**, pp. 301–318.
- BUNNER, B. & TRYGGVASON, G. 2003 Effect of bubble deformation on the properties of bubbly flows. *J. Fluid Mech.* **Vol. 495**, pp. 77–118.
- CALMET, I. 1995 Analyse des mouvements turbulents et de transfert de masse sous une interface plane. PhD thesis, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse.
- CARTELLIER, A. March 2003 Screening mechanisms and induced agitation in bubbly flows at finite particle reynolds numbers : Experiments and preliminary modeling attempts using an hybrid approach. In *ERCRAFTAC bulletin*.
- CASSAN, X. 2002 Simulation numérique du sillage d’une bulle et des interactions entre bulles. Master’s thesis, INPT-UPS.
- CID, E. & GARDELLE, F. 2005 *Manuel d’utilisation du logiciel PIVis*. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- CLIFT, R., GRACE, J. R. & WEBER, M. E. 1978 *Bubbles, Drops, and Particles*. Academic Press, New York.
- CUI, Z. & FAN, L. S. 2004 Turbulence energy distribution in bubbling gas-liquid and gas-liquid-solid flow systems. *Chem. Engng Sci.* **Vol. 59**, pp. 1755–1766.
- DE VRIES, A. 2001 Path and wake of a rising bubble. PhD thesis, Twente Univ., The Netherlands.
- DUINEVELD, P. C. 1994 Bouncing and coalescence of two bubbles in water. PhD thesis, Twente Univ., The Netherlands.
- DUINEVELD, P. C. 1995 The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **Vol. 292**, pp. 325–332.

- ELLINGSEN, K. 1998 Hydrodynamique des écoulement pilotes par l'ascension de bulles d'air virevolantes. PhD thesis, INP Toulouse.
- ELLINGSEN, K. & RISSO, F. 2001 On the rise of an ellipsoidal bubble in water : oscillatory paths and liquid-induced velocity. *J. Fluid Mech.* **Vol. 440**, pp. 235–268.
- ESMAEELI, A. & TRYGGVASON, G. 1996 An inverse energy cascade in two-dimensional low Reynolds number bubbly flows. *J. Fluid Mech.* **Vol. 314**, pp. 315–330.
- GARNIER, C., LANCE, M. & MARIÉ, J. L. 2002 Measurement of local flow characteristics in buoyancy-driven bubbly flow at high void fraction. *Experimental Thermal and Fluid Science* **Vol. 26**, pp. 811–815.
- KIAMBI, S. L., DUQUENNE, A.-M., DUPONT, J.-B., COLIN, C., RISSO, F. & DELMAS, H. 2003 Measurements of bubble characteristics : Comparison between double optical probe and imaging. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **Vol. 81**.
- LANCE, M. 1986 Etude de la turbulence dans les écoulements diphasique dispersés. PhD thesis, Université Claude Bernard - Lyon 1.
- LANCE, M. & BATAILLE, J. 1991 Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow. *J. Fluid Mech.* **Vol. 222**, pp. 95–118.
- LARUE DE TOURNEMINE, A. 2001 Etude expérimentale de l'effet du taux de vide en écoulement diphasique à bulles. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- LEGENDRE, D. 1996 Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique. PhD thesis, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse.
- LEIGHTON, T. G. & WALTON, A. J. 1987 An experimental study of the sound emitted from gas bubbles in a liquid. *Eur. J. Phys.* **Vol. 8**, 98–104.
- LESIEUR, M. 1997 *Turbulence in fluids*. Martinus Nijhoff publishers, Dordrecht.
- MANASSEH, R., YOSHIDA, S. & KAJIO, N. 1998 Bubble trajectory bifurcations in cross flow .
- MARIÉ, J. L. 1983 Investigation of two-phase bubbly flows using laser doppler anemometry. *PhysicoChemical Hydrodynamics* **Vol. 4**, pp. 103–118.
- MAXWORTHY, T., GNANN, C., KURTEN, M. & DURST, F. 1996 Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids. *J. Fluid Mech.* **Vol. 321**, pp. 421–441.
- MAZZITELLI, I. M., LOHSE, D. & TOSCHI, F. 2003 The effect of microbubbles on developed turbulence. *Phys. Fluids* **Vol. 15** (No. 1), L5–L8.
- MINNAERT, M. 1933 On musical air bubbles and the sound of running water. *Phil. Mag.* **Vol. 16**, pp. 235–248.
- MOORE, D. W. 1965 The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity. *J. Fluid Mech.* **Vol. 23** (part 4), pp. 749–766.

- MUDDE, R. F. & SAITO, T. 2001 Hydrodynamical similarities between bubble column and bubbly pipe flow. *J. Fluid Mech.* **Vol.437**, pp. 754–760.
- RENSSEN, J., LUTHER, S. & LOHSE, A. 2005 The effect of bubbles on developed turbulence. *J. Fluid Mech.* **Vol. 538**, pp. 153–187.
- RIBOUX, G., RISSO, F. & LEGENDRE, D. 2005 Fluctuations de vitesse du liquide dans un nuage de bulles homogène. In *17ième Congrès Français de Mécanique, Troyes*.
- RISSO, F. & ELLINGSEN, K. 2002 Velocity fluctuations in homogeneous dilute dispersion of high-Reynolds-number rising bubbles. *J. Fluid Mech.* **vol. 453**, pp. 395–410.
- RISSO, F. & LEGENDRE, D. March 2003 Velocity fluctuations induced by high-Reynolds-number rising bubbles : Experiments and numerical simulations. In *ERCOTAC bulletin*.
- ROIG, V. & LARUE DE TOURNEMINE, A. 2007 Measurement of interstitial velocity of homogeneous bubbly flows at low to moderate void fraction. *J. Fluid Mech.* **vol. 572**, pp. 87–110.
- WANG, S. K., LEE, S. J., O. C. JONES, J. & R. T. LAHEY, J. 1990 Statistical analysis of turbulent two-phase flow. *J. Fluid Engng.* **Vol. 112**, pp. 89–95.
- WESTERWEEL, J. & SCARANO, F. 2005 Universal outlier detection for PIV data. *Experiments in Fluids* **Vol. 39**, pp. 1096–1100.
- ZENIT, R., KOCH, D. L. & SANGANI, A. S. 2001 Measurements of the average properties of a suspension of bubbles rising in a vertical channel. *J. Fluid Mech.* **Vol. 429**, pp. 307–342.

Annexe A

Sound generation on bubble coalescence following detachment.

Submitted to Int. J. Multiphase Flow (2007)

L'annexe présentée dans ce manuscrit est une étude effectuée en collaboration avec Richard Manasseh travaillant au CSIRO de Melbourne en Australie. Le sujet de cette collaboration a été de déterminer le mécanisme de génération du son lors du détachement des bulles d'un injecteur. Pour cela, nous avons mis en place un dispositif couplé de mesure permettant de visualiser les bulles au détachement ainsi que le son émis durant cette phase. Il s'est avéré que le processus de détachement de la bulle faisait intervenir de multiple coalescence. La synchronisation des deux moyens de mesure a alors permis de montrer que l'amplitude maximale du son émis se produisait durant la coalescence d'une bulle de petite taille avec une première bulle déjà détachée de l'injecteur. Une analyse dimensionnelle a montré que l'amplitude du son émis est proportionnel au rapport du volume de la plus petite bulle sur le volume de la plus grosse.

Sound generation on bubble coalescence following detachment

Richard Manasseh, ^{a,*} Guillaume Riboux, ^b Frédéric Risso ^b

^a*Fluid Dynamics Group, CSIRO Manufacturing & Materials Technology
PO Box 56, Highett, VIC 3190, Melbourne, Australia*

^b*Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse
UMR CNRS/INP-UPS 5502, 2 Allée Camille Soula, Toulouse 31400, France*

Abstract

A system in which bubbles coalesced on formation was used to probe one mechanism by which bubbles create sound. The aim was to determine in which situations sound is produced and to predict its amplitude. A set of carefully co-ordinated high-speed video and acoustic time series showed that needle-formed bubbles generated loud bubble-acoustic emissions at the instant of coalescence of secondary bubbles with the primary bubble. As the air flow rate increased, the size and number of secondary bubbles increased, and the sound amplitude also increased. On coalescence, the sound pressure always rose initially. A dimensionless scaling found that the sound amplitude emitted scaled with the volume of the secondary bubble. This scaling was shown to be consistent with the sound-emission mechanism being the equalization of pressures in the coalescing bubbles. The trend in amplitude with bubble production rate was well predicted by the scaling.

Key words: Bubble; acoustic; sound emission; coalescence.

1 Introduction

Gas bubbles can emit sound because the compressibility of the trapped gas provides a spring attached to the mass of the surrounding liquid, giving rise to a natural oscillator. The natural frequency emitted by bubbles oscillating with small amplitude has been theoretically predicted and experimentally confirmed for nearly a century (Rayleigh, 1917; Minnaert, 1933; Strasberg, 1953; Longuet-Higgins et al., 1991; Manasseh et al., 2004); it is usually called the Minnaert frequency. There are many contexts, ranging from sonoluminescence to underwater explosions, in which a bubble is driven artificially to large amplitude by a known oscillating pressure or impulse, forcing nonlinear behaviour. However, there seems to be no accepted explanation of the

* Corresponding Author. Tel +61 3 9252 6340 ; Fax +61 3 9252 6586

E-mail addresses: Richard.Manasseh@csiro.au (R. Manasseh), riboux@imft.fr (G. Riboux), Frederic.Risso@imft.fr (F. Risso).

¹ CSIRO: Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation

fluid-dynamical mechanism by which small-amplitude bubble sound emissions are naturally initiated. Thus, although there have been many studies that will be summarised below, there is still no accepted prediction of the sound amplitude naturally emitted by bubbles. Passive emission of small-amplitude sound by bubbles is common in many practical industrial flows (Hsi et al., 1985; Boyd and Varley, 2001; Manasseh et al., 2001) or environmental flows (Melville et al., 1988; Ding and Farmer, 1994; Manasseh et al., 2006). The emitted spectra depend on both the frequency and amplitude of the sources, and there is a need to invert the spectra to recover bubble-size distributions. An inability to predict of the amplitude is one problem in the interpretation of the signals from such sources (Boyd and Varley, 2001; Manasseh et al., 2001) which have been subjected to increasingly complex signal-processing approaches (Al-Masry et al., 2005; Manasseh et al., 2006).

Longuet-Higgins (1990) proposed three general mechanisms by which the energy giving an initial acoustic perturbation could be imparted to the bubble: (i) a difference in instantaneous Laplace pressure at the instant the bubble is pinched off; (ii) the radial inrush of liquid as the pinch-off occurs; and (iii) an excitation of the volumetric or ‘breathing’ mode of the bubble by nonlinear interactions of shape modes (Longuet-Higgins, 1989a,b). It is likely that some of these mechanisms might work in some situations, but not in others (Leighton, 1994).

There are two broad classes of phenomena by which bubbles passively emitting sound are formed. The first class is when bubbles are pinched off from an underwater orifice connected to a large, parent body of gas. The formation process can be highly repeatable, particularly for moderate bubble-formation rates (Clift et al., 1978; Manasseh et al., 2001). Such bubbles can be formed very slowly (e.g. Longuet-Higgins et al., 1991), so that pressures inside the forming bubble and the parent body of gas are virtually identical, making mechanism (i) improbable. Yet they can make loud noises upon detachment. There have been a number of suggestions that the excitation mechanism for orifice-formed bubbles is a variant of (ii): it has been observed (Leighton, 1994) that a high-speed liquid jet penetrates the bubble on the breaking of the neck that joins it to its parent body of gas, and may be responsible for compressing the trapped gas (Manasseh et al., 1998). Unfortunately, experimental quantification of this extremely rapid phenomenon and prediction of the sound amplitude remains difficult.

Longuet-Higgins et al. (1991) proposed that orifice-formed bubbles could make sound by mechanism (iii). At detachment, the distortion away from a bubble’s equilibrium spherical shape is severe, and could be decomposed into a large number of shape eigenmodes, some of which would match the criteria for nonlinear interaction (Longuet-Higgins, 1989b). Only a fraction of the total potential energy due to the surface distortion would be projected onto the

modes capable of nonlinearly driving the volumetric mode. Furthermore, these theories do not readily yield quantitative predictions of sound amplitude for comparison with experiments. Numerical simulations of compressible multi-phase flows, while advancing in quality (e.g. Oğuz and Prosperetti, 1993; Hu and Khoo, 2004; Bui and Manasseh, 2006) and offering many insights (Prosperetti and Oğuz, 1993) remain as ambivalent as laboratory experiments on the actual excitation mechanism.

The second class of bubble-formation phenomena is when bubbles are created by the entrapment of air from a free surface, which might occur in contexts such as raindrop impact (e.g. Pumphrey and Elmore, 1990; Pumphrey and Crum, 1990), a plunging jet (e.g. Hahn et al., 2003; Chanson and Manasseh, 2003) or wave-breaking (e.g. Melville et al., 1988; Loewen and Melville, 1991; Ding and Farmer, 1994; Manasseh et al., 2006). At the instant the surface closes, pinching off the bubble, there must be a sudden transition from a cavity at atmospheric pressure to a closed bubble in which the pressure exceeds atmospheric by the Laplace pressure due to surface tension, plus the hydrostatic pressure that must now be supported. Thus, in this second class of phenomena, mechanism (i) is a possible explanation as well as (ii) and (iii).

Pumphrey and Elmore (1990) created bubbles from drop impacts in the laboratory, estimated the bubble size photographically and measured the amplitude of sound emitted. They calculated the Laplace pressure in the newly-formed bubble (and also the hydrostatic pressure, which was small in comparison). Because the newly-formed bubble in their experiment was just below a surface, it was necessary to consider the acoustic field as dipolar. Comparisons with experiment were disappointing, with the predicted dipole strength at best 25% of the experimental values. Theory predicted a dipole strength increasing linearly with bubble resonant frequency. An increase was observed experimentally, though it was not linear. In contrast to pinch-off experiments, drop impact studies are complex, and statistical confidence harder to obtain, because there is considerable variation from drop to drop owing to the natural variation in impact conditions.

The present paper reports experiments in which bubbles emit sound on coalescence. These bubbles are formed by the first class of phenomena, pinch-off from an orifice. Depending on the air flow rate through the orifice, zero, one, or several coalescences might occur between a newly-formed bubble and the previously-formed bubble immediately above it. All mechanisms (i), (ii) and (iii) are conceivable in this case. The present experiments are easier to control and hence more repeatable than the complex drop-impact phenomena that have been the subject of extensive investigation before. Careful co-ordination of acoustic and high-speed video data logging enabled a direct comparison of the interfacial kinematics with the acoustic pressure trace. Thus, it may be that experiments on this system could lead to a better elucidation of the

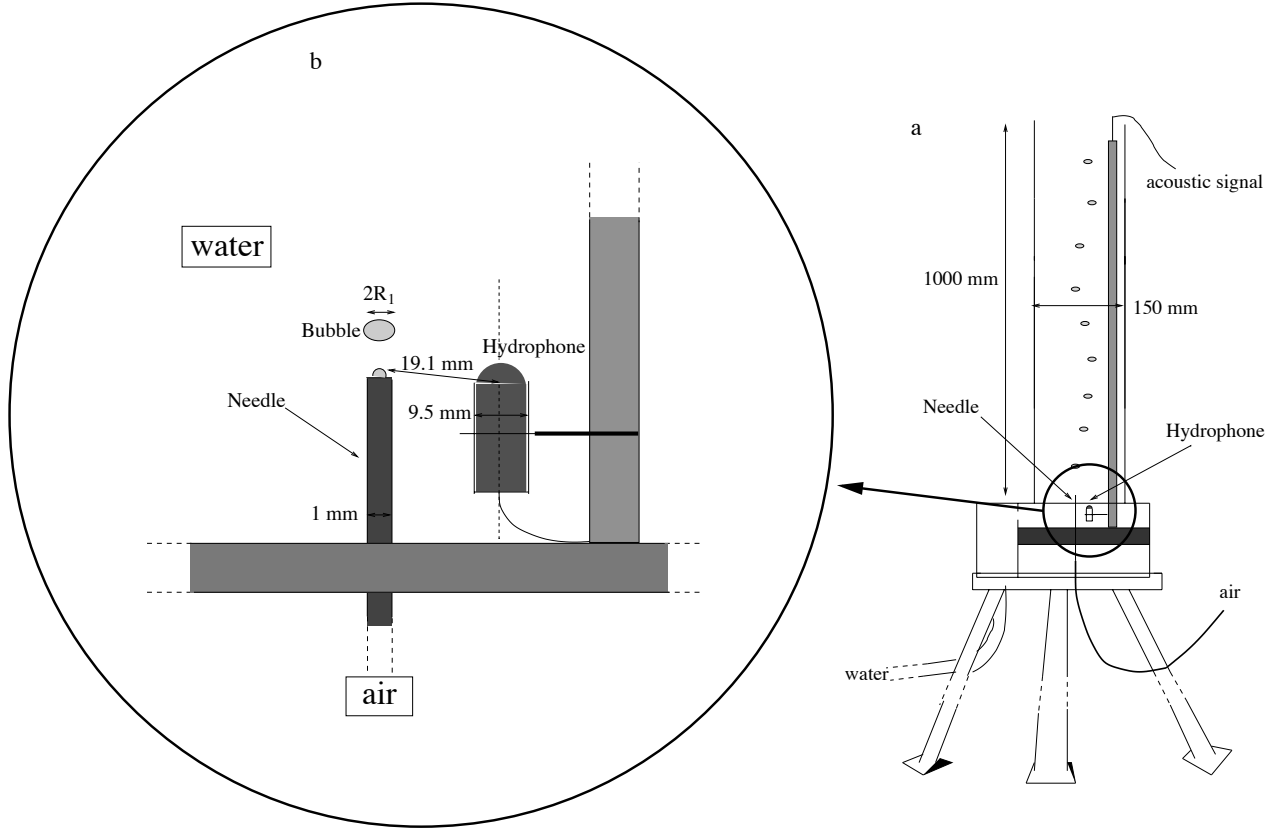


Fig. 1. Schematic of the experimental set-up. (a) Tank and air supply. (b) Bubble formation and hydrophone.

excitation mechanism.

2 Experimental Method

The general layout of the experiment is shown in Figure 1. The test section is a glass tank 1,000 mm high with a square cross-section of 150 mm. The tank is filled with filtered tap water at a temperature between 16 and 17°C. Air bubbles of 1.6 mm diameter are injected at 85 mm from the bottom of the tank by a needle with an internal diameter of 0.1 mm and a length $L_c=100$ mm. The rate of bubble production is controlled by adjusting the pressure in the tank to which the needle is connected.

A high-speed digital video camera (Photron Ultima APX) is used to film the bubble detachment from the tip of the needle at a frame rate of 20,000 Hz and with an exposure time of $1/87,600$ s. The filmed region, 1.113 mm high and 2.226 mm width, is described by 128×256 pixels. Images of the bubbles were processed to extract their equivalent spherical radius and location as a function of time (details on the procedure are available in Ellingsen and Risso,

2001) .

A Brüel & Kjaer type 8103 hydrophone was used to transduce the acoustic signal. In the relevant 1-10 kHz band, this hydrophone type has an essentially spherical directivity field, ensuring sounds from any direction are equally transduced. The hydrophone response is quite flat over the relevant band, enabling a linear conversion from transduced voltage to pressure based on the hydrophone's individual calibration. The location of the hydrophone relative to the needle was measured with an accuracy of ± 0.1 mm by taking images in two orthogonal directions. Distances were calculated from the true acoustic centre of the 9.5 mm diameter hydrophone. In the present experiments the distance from the acoustic centre to the bubble centre was 19.1 ± 0.1 mm. The hydrophone's presence caused no disturbance to the bubble formation and rise dynamics.

Prior to the experiment being set up in the actual tank used, tests were carried out in larger tanks to confirm that the 150 mm cross-section of the actual tank did not cause any distortion or modification to the acoustic signal created by bubbles formed from the needle. It is known that as the tank in which bubbles are formed is made smaller, there will eventually be an effect on the acoustic signal (Nikolovska, 2005), although this problem is most marked with tanks of circular rather than square cross-section. For the bubbles created in the present experiments, the tank used was clearly large enough to preclude wall or tank-size effects.

The hydrophone signal was pre-amplified by Brüel & Kjaer type 2635 charge amplifier set to the individual calibration of the hydrophone. The signal was then fed through a purpose-built high-pass 5-pole Bessel filter with a 500 Hz cut-off and an amplitude gain of 10. The high-pass filtering eliminated any low-frequency pressure fluctuations due to bubble motion while preserving completely the bubble-acoustic signals which were all above 3 kHz. The filtered signal was digitized by a National Instruments Data Acquisition Card type 6024E using high-speed data logging software built on the National Instruments LabView platform. Considering the typical level of background noise, the random error in transduction of the acoustic pressure was less than 10%. This could be improved if necessary with low-pass filtering, but for the comparisons of the present paper this accuracy was sufficient.

The gate signal from the camera was logged on one channel of the datalogging card and the high-pass filtered acoustic signal was logged on a second channel. A nominal logging rate of 120 kHz was used for both channels. However, since a precise comparison of the video and acoustic signals was required, it was noted that no card will in fact digitize data at exactly the requested rate but at a marginally different rate dependent on the card's internal arithmetic; in the present experiments this marginal difference is sufficient to cause a

noticeable misalignment of acoustic and video records for the lowest bubble-production rates. The actual logging rate was extracted from low-level routines and was found to be 119,760.48 Hz; its use ensured a comprehensively precise comparison of acoustic and video records.

3 Experimental Results

3.1 Inception of sound emission on coalescence

At very low bubble production rates, less than 3.5 s^{-1} , a series of single bubbles is formed: high-speed imaging confirms there is no coalescence. A very faint signal is detectable on amplification of the hydrophone signal, barely above the background noise, corresponding to the pinch-off of each bubble. It is interesting to note that these bubbles are approximately 1.6 mm in diameter. The bubbles of Manasseh et al. (2001), which made noises audible by the unaided ear on pinch-off, ranged from about 4 to 8 mm in diameter and hence were one to two orders of magnitude larger in volume. Since the energy stored in the compressed gas once the acoustic excitation has been applied (whatever the actual excitation mechanism) is proportional to the volume, this difference in audibility might be expected.

Once the air flow rate is increased such that the bubbling rate f_b is above $3.6 \pm 0.1 \text{ s}^{-1}$, occasional loud clicks are audible and corresponding sharp spikes appear on an oscilloscope trace. These spikes have an order of magnitude greater amplitude than the sound created on pinch-off. The frequency was $4.15 \pm 0.5 \text{ kHz}$ which is the Minnaert frequency for a bubble of 1.6 mm diameter. Above an air flow rate of $3.8 \pm 0.1 \text{ s}^{-1}$, loud clicks are produced regularly and the spikes are spaced regularly at the bubble production rate. The $3.8 \pm 0.1 \text{ s}^{-1}$ threshold for this phenomenon was quite repeatable in separate experiments performed over several different days.

The acoustic record over a time window of 300 ms is shown in Fig. 2. Acoustic pressures shown are those calculated to be present at the bubble surface and the calculation procedure will be detailed shortly. Bubbles are formed from the needle at 3.8 s^{-1} ; about 260 ms apart. There is a series of sound pulses, with an order of magnitude amplitude difference from the background. Each pulse is audible as a single ‘tap’ or ‘knock’ like an individual musical note being struck, and thus is like any individual bubble-acoustic pulse reported in the literature (e.g. Minnaert, 1933; Strasberg, 1956; Leighton and Walton, 1987; Manasseh et al., 2001). In reality, close observation of the high-speed video (Fig. 3) shows that a smaller secondary bubble forms immediately after the primary has detached, and soon thereafter coalesces with it. The secondary bubble is

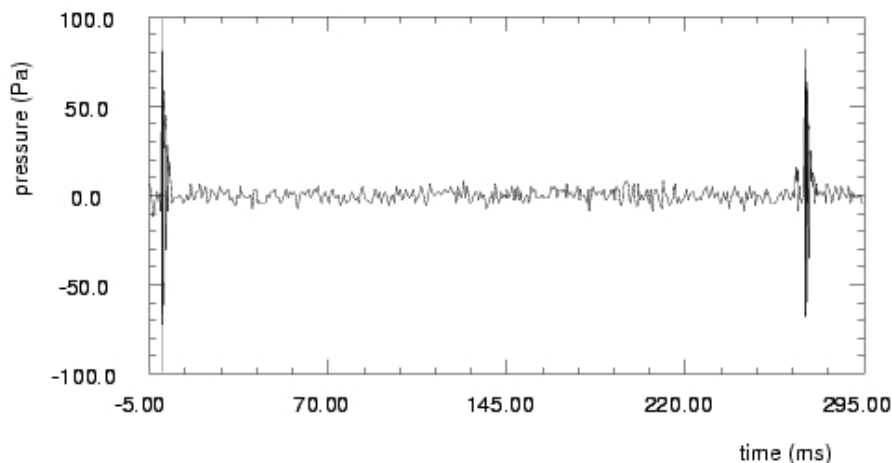


Fig. 2. Timeseries of acoustic data over a time of 300 ms. Bubble production rate $3.82 \pm 0.03 \text{ s}^{-1}$. Series triggered on a pulse at time $t = 0$.

much smaller, being at this air flow a sixth the diameter of the primary. It coalesces with the primary before it has detached itself, thus temporarily re-attaching the primary to the air supply. About 0.1 ms later, it detaches itself and is absorbed into the primary. The size of the bubbles are quite repeatable.

The circumstances leading to in-line pairing and subsequent coalescence of orifice-formed bubbles have been studied before (Nevers and Wu, 1971; Bhaga and Weber, 1980; Stewart, 1995; Manasseh, 1996); although most detailed studies are for the pairing and coalescence of equal-sized bubbles. While this phenomenon of coalescence at the orifice is certainly well known to occur, acoustic studies do not seem to have been made.

Thus, each of the “3.8 bubbles per second” is really a primary that has coalesced with a secondary immediately following, so that over a long time scale they appear to be one bubble. Each formation-and-coalescence event is heard as a single sound pulse. Over the 300 ms timescale, the second formation-and-coalescence event appears as a second pulse about 260 ms later. Most significantly, the sound created on coalescence has an order of magnitude greater amplitude than the sound created on pinch-off.

A digital oscilloscope (Tektronics TDS210) enabled a measurement of the rate of production of primary bubbles, by measuring the interval between pulses. Typically, this could be done with an accuracy of $\pm 0.1 \text{ s}^{-1}$ or less; however, as noted below, for the highest bubble production rates the bubble formation became less regular, giving a bubble-production rate estimation accuracy of $\pm 0.5 \text{ s}^{-1}$. In the calculations of section 4 the primary bubble will be denoted with the subscript ‘1’ and the secondary with the subscript ‘2’, so that, for example, the equivalent spherical radii of the primary and secondary bubbles

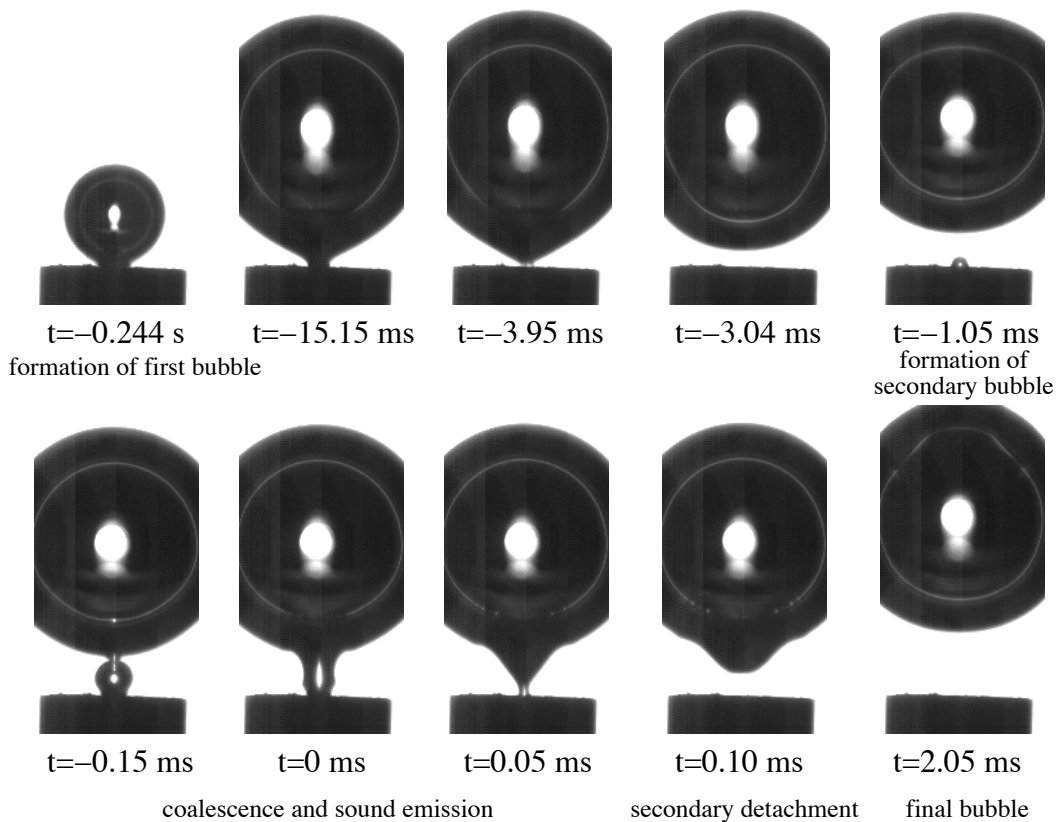


Fig. 3. Bubble formation sequence. Bubble production rate $3.82 \pm 0.03 \text{ s}^{-1}$, bubble diameter 1.6 mm.

will be denoted as R_1 and R_2 respectively.

3.2 Estimation of actual sound pressure at the bubble surface

Conversion of acoustic pressures measured at the hydrophone to the acoustic pressures that would be present on the liquid side of the bubble surface required an assumption on the shape of the acoustic field around the bubble. This will also be relevant for any quantitative predictions of the amplitude. The field was assumed to be monopolar; in other words, the wave-fronts were assumed spherical, giving a $1/r$ dependence of the acoustic pressure amplitude on distance r from the bubble centre (Kinsler and Frey, 1962). Tests were done on the sphericity of the acoustic field in a similar system when a single bubble was present, by positioning the hydrophone at various distances on vertical and horizontal lines away from the bubble. Within the measurement error, a $1/r$ dependence of the acoustic pressure amplitude on distance r from the bubble centre was confirmed.

A monopolar acoustic field seems reasonable because (unlike in the experi-

ments of Pumphrey and Elmore (1990) and Pumphrey and Crum (1990)) the newly-formed bubble - and the newly coalesced bubble - was far from any surface capable of significantly distorting a spherical wave-front. The only nearby surface was the top of the needle. The needle was 1 mm in diameter and had a 0.1 mm hole in it. Thus, in terms of the metal surface area ‘impeding’ a spherical acoustic wave emanating from the bubble surface, the needle top could be considered to occupy approximately $0.25\pi \text{ mm}^2$ of the surface area of the wave. The needle top was typically $2/3$ the bubble diameter away from the bubble centre at the instant of sound production (e.g. Fig.3, $t = 0$), so the surface area of the acoustic wave impacting the needle top was approximately $5.2\pi \text{ mm}^2$. Thus it could be inferred that the needle top would on average make a small, perhaps 1 in 20, distortion to the overall acoustic field away from a perfect monopolar form. The hydrophone was located horizontally away from the needle, and hence experienced a minimally distorted field. The hydrophone itself was considerably farther away (19 mm) and of course the bulk of its material is designed to be acoustically transparent, so it could not have appreciably distorted the field away from monopolar.

3.3 Behaviour as air flow rate is increased

As the air flow rate is increased, further coalescences occur with each primary bubble, with the number of coalescences increasing with air flow rate and each coalescence regime being quite repeatable. Like the binary in-line coalescences noted above, multiple coalescences at a needle tip have been observed before with photographic techniques (e.g. Yoshida et al., 1998). The production of the primary bubble and all following bubbles that coalesce with it are still clearly separated in time from the production of the next primary bubble. Thus the ‘bubbling rate’ f_b quoted throughout the present paper is the rate of production of primary bubbles. For the present experiment, the number of coalescences as a function of the bubbling rate f_b is shown in Fig. 4. As air flow rate is incremented, a new regime appears in which a new secondary bubble just ‘kisses’ the primary, i.e. it appears to be separated from it by a thin film, but does not coalesce and thereafter separates; on a further slight increment in air flow rate it will coalesce.

At a bubbling rate of $25 \pm 0.5 \text{ s}^{-1}$, up to nine coalescences were observed in the high-speed video data; in this case each of the “25 bubbles per second” is really a bubble formed from the merging of 10 bubbles. Above $25 \pm 0.5 \text{ s}^{-1}$ bubble production becomes chaotic.

Co-ordinated acoustic and video data were taken at 14 bubble production rates, from 3.8 to 25 s^{-1} . The timeseries of acoustic pulses for a few of these cases are shown in Figs. 5 and 6. Sound amplitude increases with air flow rate,

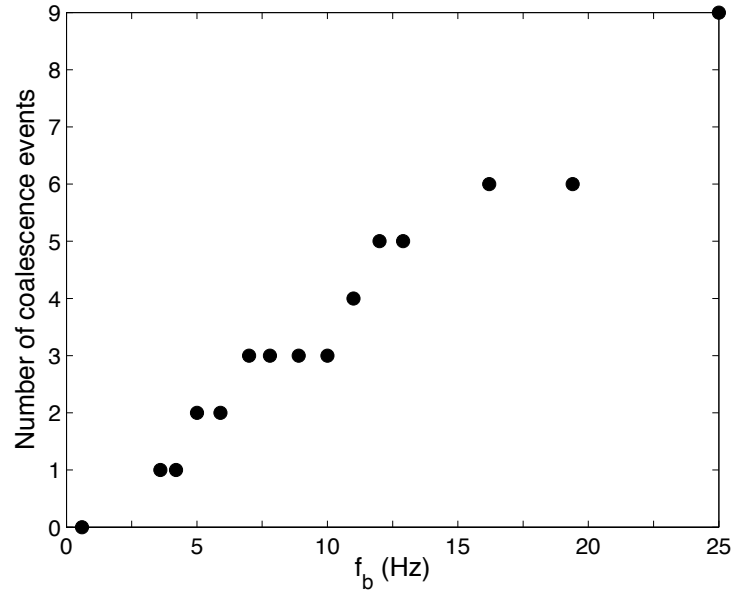
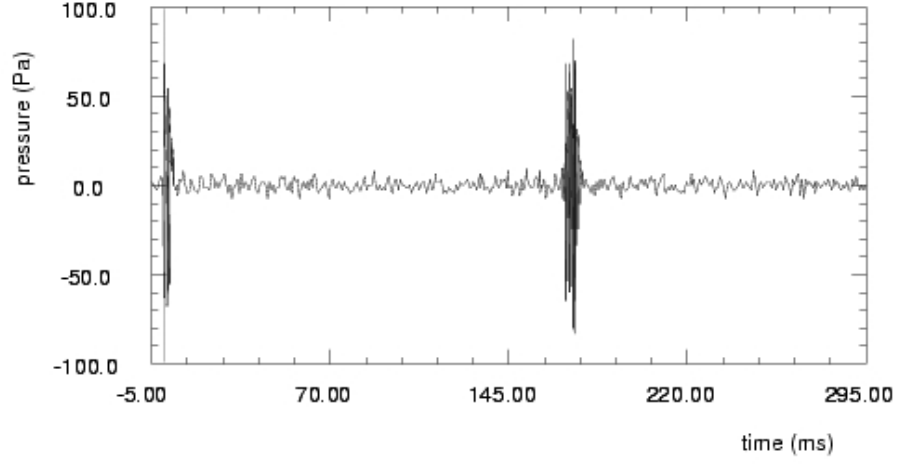
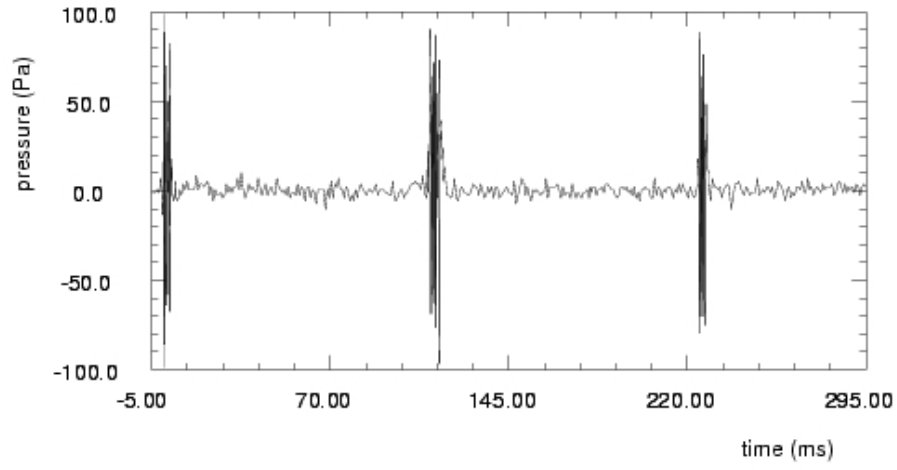


Fig. 4. Number of coalescences of smaller following bubbles with the primary bubble, as a function of the rate of production of primary bubbles (the ‘bubbling rate’), f_b . a phenomenon that forms the basis of the present study and will be discussed in detail in section 4.

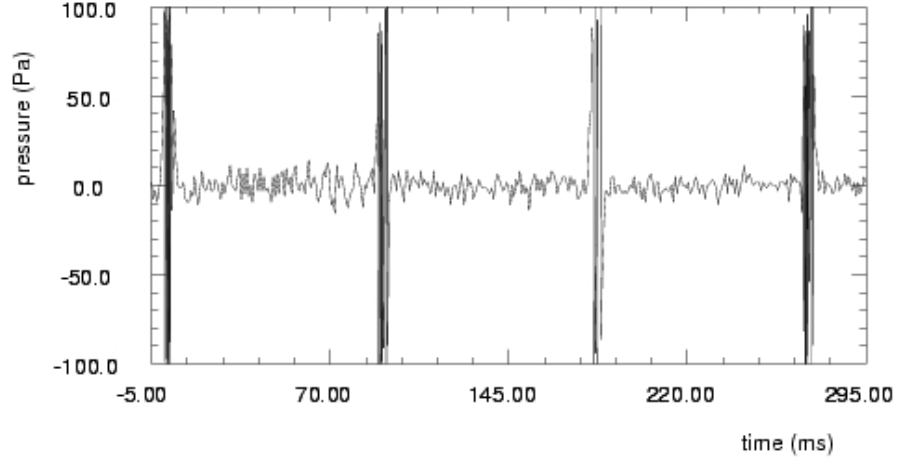


(a)

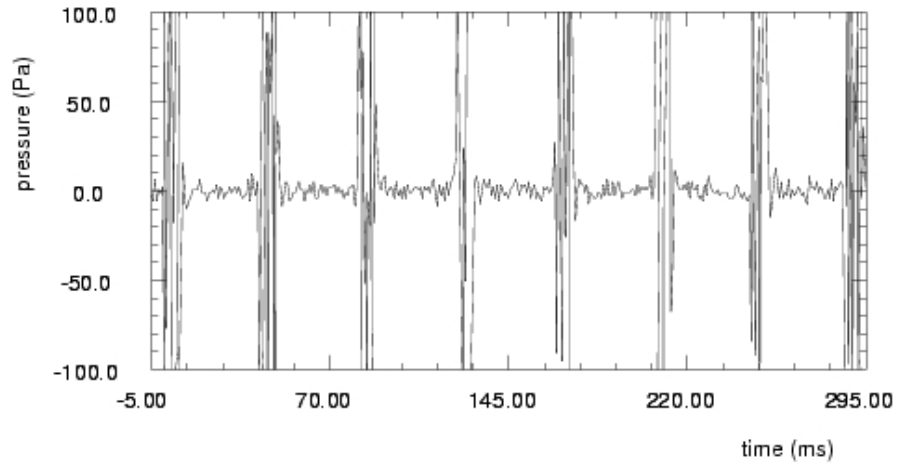


(b)

Fig. 5. Timeseries of acoustic data over a time of 300 ms. Bubble production rates a: $5.92 \pm 0.05 \text{ s}^{-1}$; b: $8.9 \pm 0.1 \text{ s}^{-1}$. Series triggered on a pulse at time $t = 0$.



(a)



(b)

Fig. 6. Timeseries of acoustic data over a time of 300 ms. Bubble production rates a: $11.1 \pm 0.1 \text{ s}^{-1}$; b: $25.0 \pm 0.5 \text{ s}^{-1}$. Series triggered on a pulse at time $t = 0$.

3.4 Detailed comparison of high-speed video and acoustic data

Acoustic time series and photo-montages of the high-speed video frames were generated over the same time window so that acoustic and visual events could be clearly correlated. A variety of time window lengths were used. The photo-montages were created as follows. The original size of the frames, which can be seen in Fig. 3, was 128 pixels wide by 256 pixels high. Given the desired time window and the number of frames available within that time, the width was calculated of a vertical ‘strip’ of the centre of each frame. For example, if a time window required 100 frames to fit into a montaged image 400 pixels wide, a vertical strip with the central 4 pixels of each 128 pixel image was cut out and inserted into the montaged image at its corresponding time. Since most of the interesting variations occur on the centreline of the bubble image, this technique preserved much of the relevant information content of the high-speed video. In the extreme, a montage of strips each only 1 pixel wide would be a ‘time-space diagram’ (e.g. Goharzadeh and Mutabazi, 2001) showing the rate at which events move along the centreline.

The time $t = 0$ has been set at the centre time of the frame where coalescence of the primary and first secondary bubble occurs. Progressively higher time-resolution plots of the same data, shown in Figs. 7-9, will now be described.

In Fig. 7, the time window has zoomed-in to the 10 ms around the first coalescence event. Using this window, the montaged video frames are reduced to only a few pixels’ width, giving an approximate ‘time-space diagram’. In the time-space diagram for the 3.8 s^{-1} bubbling rate (upper panel of Fig. 7a), the detachment of the primary bubble at approximately -4.0 ms can be seen as the appearance of the white gap between the bottom of the primary bubble and the needle tip; some corresponding low-amplitude sound emission occurs, which as already noted is only slightly higher than the background noise. The bottom of the primary bubble appears to rise approximately linearly over the next few milliseconds. The low-amplitude detachment-noise falls off. The growth of the secondary bubble can be seen from approximately -1.0 ms up to its coalescence at 0.0 ms and co-incident sound emission, which as already noted is much larger (by roughly a factor of 8) than the detachment sound.

A further secondary bubble starts to grow at about 2.5 ms. Similar behaviour can be seen for the higher bubbling rates. In Fig. 7(b) there is a second coalescence event and a second sound pulse, but the third secondary bubble just ‘kisses’ so there is no sound emission. In Fig. 7(c) there are clearly three coalescences and three sound pulses; the fourth secondary ‘kisses’.

In Fig. 8, the time window has zoomed-in further, to the 4 ms around the first coalescence event. In the montaged video frames in Figs. 8(a), the rate

of growth of the secondary bubble appears to approximately follow a $t^{1/n}$ function; a constant air flow rate from the needle would correspond to a $t^{1/3}$ function. The acoustic time series show the sound pulse commencing at the time of coalescence. The maximum and minimum peaks on these time series were used to calculate the amplitude of the acoustic pressure, P_{ac} according to $P_{ac} = \frac{1}{2}(P_{max} - P_{min})$. The sound pressure always rises at the start of the pulse.

In Fig. 8(b)-(d), the further coalescences at higher bubbling rates can be seen in more detail than in Fig. 7(b)-(d). It is clear that there is an abrupt change in the acoustic signal initiated at each coalescence event. In all cases the sound amplitude on coalescence is much larger than the sound created on detachment.

Finally, in Fig. 9, the time window has zoomed-in to the 1 ms bracketing the first coalescence event. Again, the clearest situation is the lowest bubble production rate shown in Fig. 8(a). It is now quite clear that the sound pulse is initiated at the very instant of coalescence. It can be noted that prior to sound production, the primary bubble begins to develop a small, downward-pointing ‘nose’ in response to the approach of the secondary bubble. It is clear that sound pressure rises during the coalescence event.

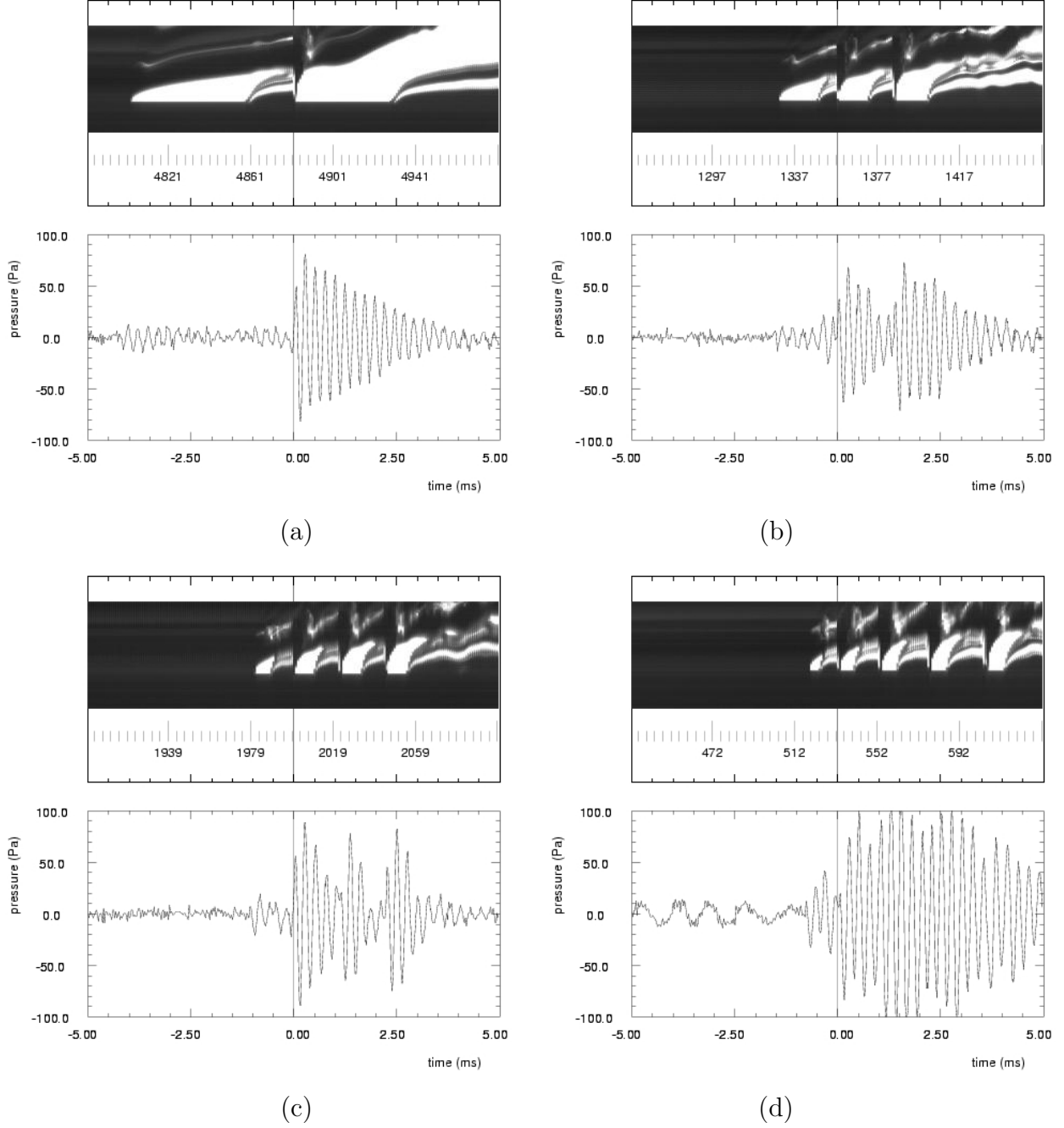


Fig. 7. Timeseries of video and acoustic data over a time of 10 ms. Bubble production rates f_b are (a) 3.8 s^{-1} ; (b) 5.9 s^{-1} ; (c) 8.9 s^{-1} ; (d) 11.1 s^{-1} . Secondary scale in upper panels shows video frame numbers.

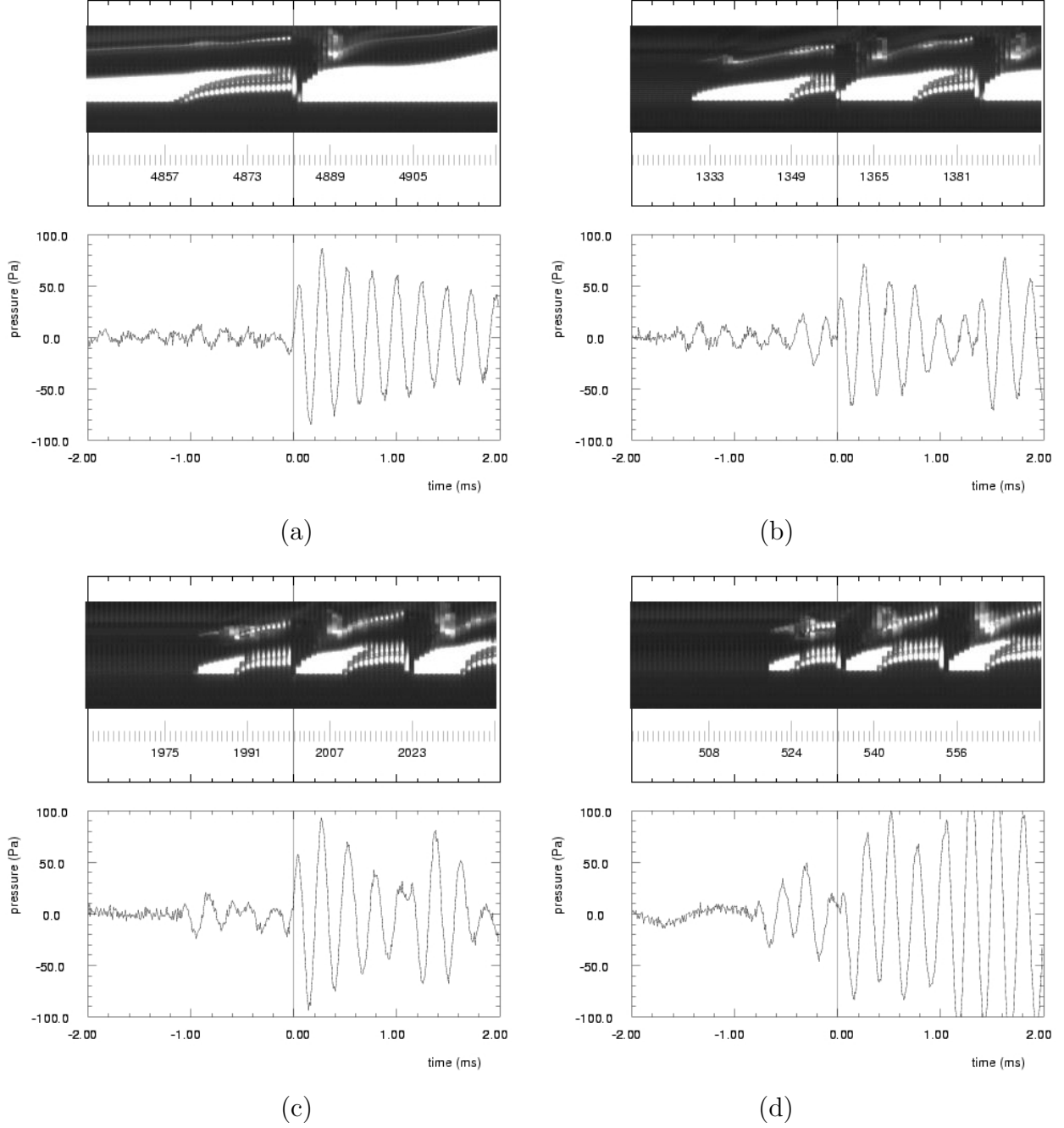


Fig. 8. Timeseries of video and acoustic data over a time of 4 ms. As for Fig.7, bubble production rates f_b are (a) 3.8 s^{-1} ; (b) 5.9 s^{-1} ; (c) 8.9 s^{-1} ; (d) 11.1 s^{-1} . Secondary scale in upper panels shows video frame numbers.

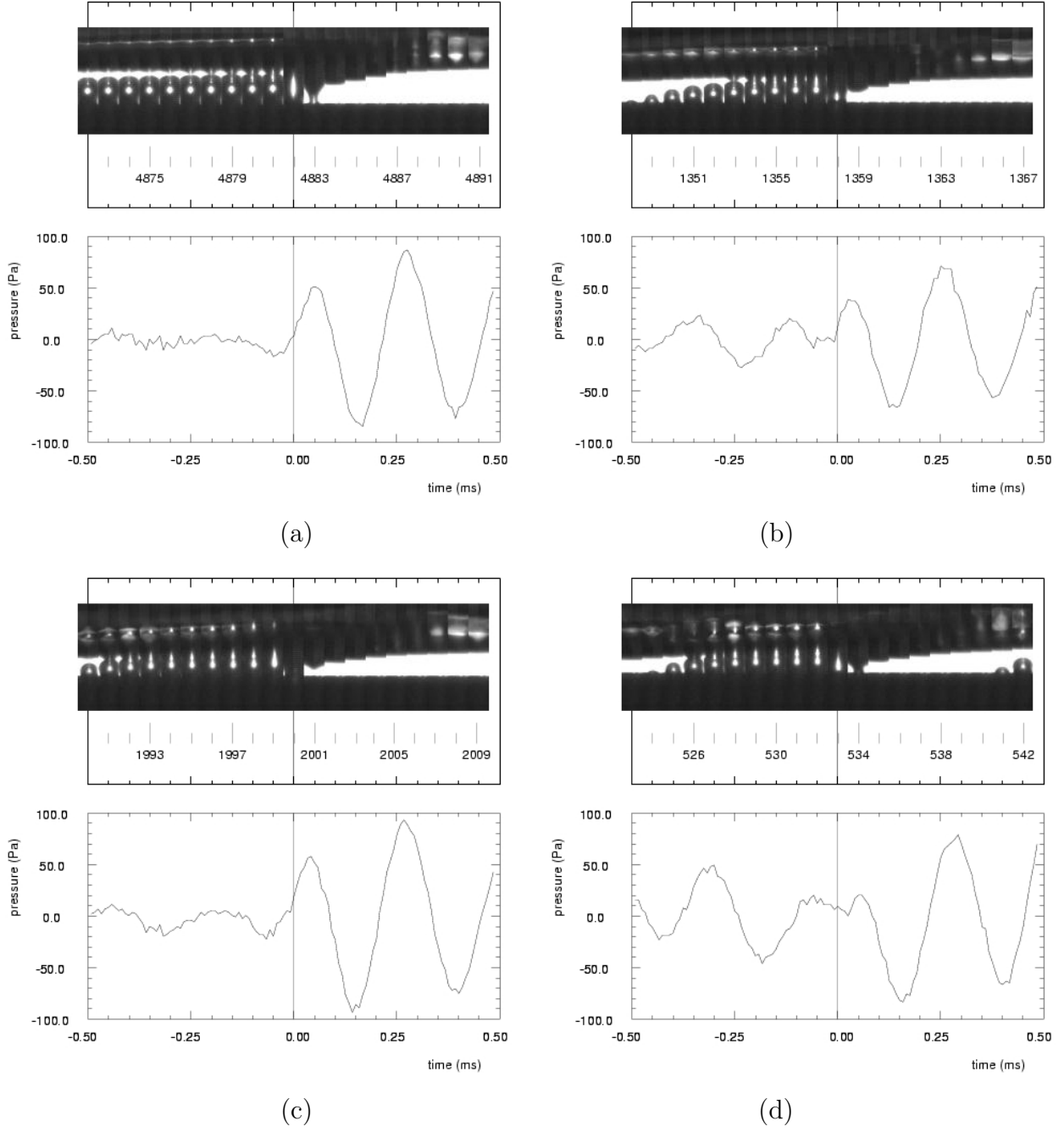


Fig. 9. Timeseries of video and acoustic data over a time of 1 ms. As for Fig.7, bubble production rates f_b are (a) 3.8 s^{-1} ; (b) 5.9 s^{-1} ; (c) 8.9 s^{-1} ; (d) 11.1 s^{-1} . Secondary scale in upper panels shows video frame numbers.

3.5 Summary of observations

Some sound is produced on the detachment of the primary bubble from its parent body of gas in the needle. However, the production of high-amplitude sound, and hence the majority of the sound power measured, co-incides as closely as we can measure with the instant of coalescence of secondary bubbles with the primary bubble. As the air flow rate increases, the size and number of secondary bubbles increases, and the sound amplitude also increases. On coalescence, the sound pressure always rises initially.

Different time scales can be introduced based on the observations,

- time for equilibrating pressure in the large bubble, $t_c = 2R_1/c \approx 10^{-6}$ s (where c is the speed of sound);
- period of bubble-acoustic oscillation, $t_a \approx 10^{-4}$ s;
- time required for the small bubble to disappear in the large one, $t_{cf} \approx 5 \times 10^{-4}$ s;
- duration of the acoustic emission, $t_e \approx 5 \times 10^{-3}$ s;
- time interval between successive primary bubbles, $t_b = 1/f_b \approx 10^{-1}$ s.

These timescales are of different orders of magnitude, namely $t_c \ll t_a < t_{cf} \ll t_e \ll t_b$. Consequently the different physical phenomena occur successively and are uncoupled. At the instant the film of water that initially separates the bubbles breaks, two volumes of gas at different pressures are suddenly put into contact. The two pressures equalize in a very short time ($t_c \approx 10^{-6}$ s) during which the bubble volume and shape are frozen. Then, the bubble volume starts oscillating and sound is emitted. A few oscillation periods ($t_a \approx 10^{-4}$ s) pass before the secondary bubble has time to disappear into the large primary bubble ($t_{cf} \approx 5 \times 10^{-4}$ s). Volume oscillations last quite a long time ($t_e \approx 5 \times 10^{-3}$ s,) after the shape of the resulting bubble has been stabilized. Depending on the gas flow rate, several other secondary bubbles may be formed and coalesce with the large bubble before acoustic emissions end. But in any case, the large bubble has time to travel far from the needle and sound has been damped before another primary large bubble is formed at $t_b \approx 10^{-1}$ s.

These observations suggest that a version of the Laplace-pressure equalization mechanism employed by Pumphrey and Elmore (1990) is likely to be the cause of the sound emission observed in the present experiments. In the following section we will try to check this interpretation from the analysis of the amplitude of the sound produced on coalescence.

4 Scaling of the sound amplitude

Several physical parameters control the whole problem of detachment and sound emission. Amongst them are the air flow rate Q , the needle inner diameter d_c and its length L_c , the pressure P_t in the air tank to which the needle is connected, the surface tension σ , the liquid density ρ_l , the gas density ρ_g and the ambient pressure P_0 .

The images yield the equivalent-spherical radii of the primary bubble R_1 , the smaller secondary bubble at the time it attached to the first bubble, R_{21} , and the secondary bubble at the time it detached from the needle, R_{22} .

The parameters Q , d_c , L_c and P_t will control the bubbling rate f_b , the various bubble sizes R_i , the number of coalescences, and so on. A range of empirical and theoretical studies is available on the topic of bubble formation (detailed in Clift et al., 1978) controlled by these parameters, but it is the amplitude of sound emission that is of present interest.

Firstly, consider the experimental acoustic measurement which is shown in Fig. 10. Here the acoustic pressure amplitude has been calculated as it would be at the surface of the large bubble, following the monopole assumption discussed in section 3.2. The amplitude of sound emitted clearly trends upwards with f_b . In these experiments, the trend was not monotonic, first falling to a minimum at $f_b \simeq 5$ Hz, then rising to an intermediate peak at $f_b \simeq 10$ Hz, then falling again before continuing to rise.

Prior to making any assumptions, consider the simplest dimensionless parameter, R_2/R_1 . Since R_2 is a function of time, calculations can be made using $\alpha_{Ri} \equiv R_{2i}/R_1$ where $i = 1, 2$ give the at-coalescence and after-detachment values of R_2 , and also the powers of α_{Ri} . Of course, α_{Ri}^2 is the surface area ratio of the small to the large bubble and α_{Ri}^3 is the volume ratio. Moreover, in these experiments the large bubble's radius R_1 is virtually constant, so any variation in these ratios is simply the variation in the small bubble's size.

Figure 10 shows the variation of the volume ratios. It is clear that the volume ratio, particularly that of the final size of the small bubble α_{R2}^3 , gives a very reasonable match to the experimental trend. Both the initial drop and the intermediate peak are reproduced at the correct f_b . (Defining the radius of the final coalesced bubble as R_3 , the ratio R_{22}^3/R_3^3 could be plotted as an alternative, but that barely makes any difference since $R_1^3/R_3^3 \simeq 1$ as shown below; in fact only the last data point is shifted very slightly, by less than the size of the symbol.) From now on α_V will denote the ratio R_{22}^3/R_1^3 which seems the most useful.

Consider if this trend is consistent with a pressure-equalization mechanism.

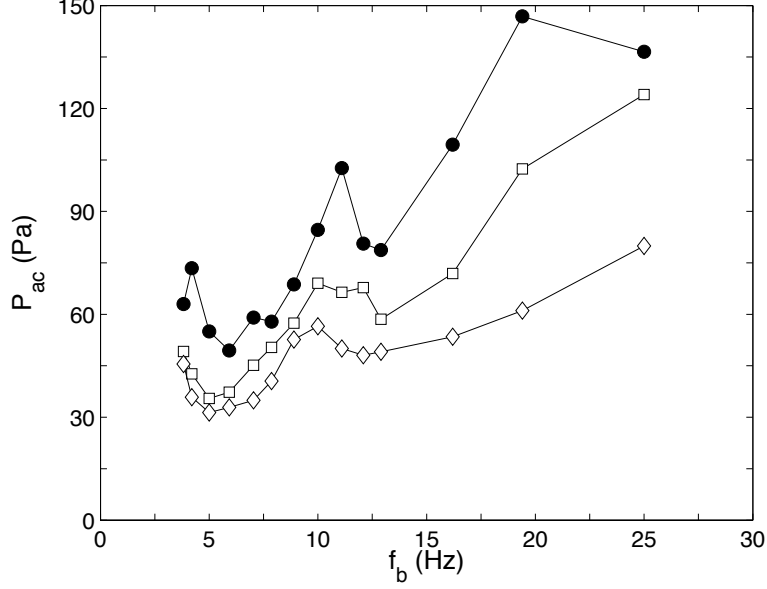


Fig. 10. Acoustic pressure P_{ac} at bubble surface and dimensionless variables vs. bubbling frequency: ●, P_{ac} ; □, $C\alpha_V \equiv \alpha R_2^3 = (R_{22}/R_1)^3$; ◇, $C\alpha_{R1}^3 = (R_{21}/R_1)^3$. (The arbitrary constant $C = 10^4$ Pa is used to get dimensionless variables on the same scale as P_{ac}).

The equilibrium pressure inside the large bubble after its detachment is,

$$P_1 = \frac{2\sigma}{R_1} + P_0, \quad (1)$$

where P_0 is the ambient water pressure including the hydrostatic pressure. The small bubble is still attached and growing at the instant of coalescence when sound emission occurs. Assuming it is growing spherically from a source of constant pressure, its internal pressure is,

$$P_2(t) = \frac{2\sigma}{R_2} + P_0 + \rho_l \left[R_2 \frac{d^2 R_2}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR_2}{dt} \right)^2 \right], \quad (2)$$

in which the term in square brackets is due to the inertia of the liquid shell pushed outwards by the growing secondary bubble. Viscous effects are small and are proportional to dR_2/dt which will shortly be shown to be small itself. If the pressure-equalization explanation for the sound emission were valid, one would expect from (1) and (2) that the sound pressure amplitude would depend on P_1 and P_2 and hence on the seven parameters $R_1, R_2, \dot{R}_2, \ddot{R}_2, \sigma, P_0$ and ρ_l , where \dot{R}_2 denotes dR_2/dt etc. There are three physical units, so dimensional analysis gives four dimensionless parameters, which are easily shown to be R_2/R_1 , $P_0/(2\sigma/R_2)$ (or $P_0/(2\sigma/R_1)$), $\sqrt{(R_1\rho_l)/\sigma}\dot{R}_2$ and $(\sigma/(R_1^4\rho_l))\ddot{R}_2$.

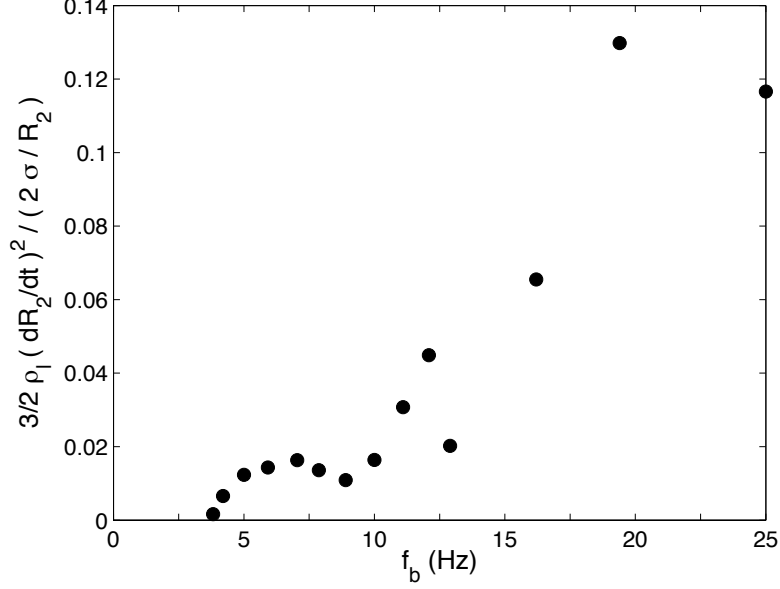


Fig. 11. Ratio of the components of secondary bubble internal pressure due to bubble-growth inertia at constant growth rate and due to Laplace pressure, as a function of the bubbling rate, f_b .

Since in the experiment P_0 , ρ_l and σ were constant and R_1 was virtually constant, the results should depend on R_2/R_1 and possibly \dot{R}_2 and \ddot{R}_2 .

The rate of growth of the secondary bubble, \dot{R}_2 , can be calculated from the sequence of high-speed video frames, and Fig. 11 shows that the third term is weak compared to the first one. Because it is very small, the acceleration of the secondary bubble, \ddot{R}_2 , is harder to estimate accurately; however, the measurements allow us to conclude that the last term of (2) is negligible.

Then (2) reduces to,

$$P_2(t) \simeq \frac{2\sigma}{R_2} + P_0, \quad (3)$$

and the dimensionless analysis assuming a pressure-equalization mechanism, predicts dependence on only two variables, (R_2/R_1) and $P_0/(2\sigma/R_2)$.

For an ideal gas, the internal energy contained in a bubble i of volume V_i at pressure P_i is $U_i = C_v P_i V_i$ (where C_v is the heat capacity at constant volume). Assuming that the coalescence process is adiabatic, the internal energy of the final bubble is the sum of the internal energies of the two initial bubbles, $U_3 = C_v P_3 V_3 = C_v (P_1 V_1 + P_2 V_2)$. For $\alpha_V = V_2/V_1 \ll 1$, it yields

$$\Delta P = P_3 - P_1 = \alpha_V \frac{2\sigma}{R_2}. \quad (4)$$

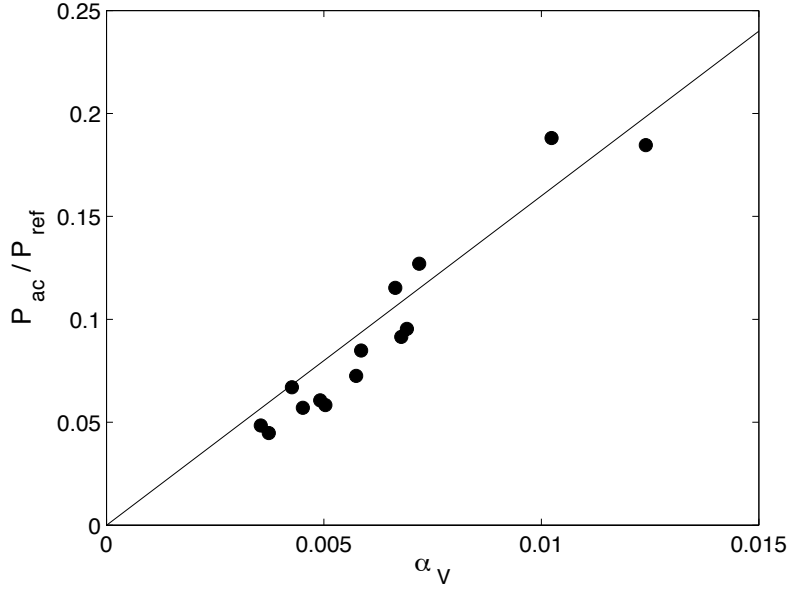


Fig. 12. Correlation between the scaled acoustic pressure amplitude P_{ac}/P_{ref} and dimensionless secondary bubble volume α_V . The line represents $P_{ac}/P_{ref} = 16\alpha_V$.

From Fig. 10 it appears that most of the variation in the acoustic pressure amplitude was correlated with the dimensionless volume α_V of the small bubble, which is the cube of the dimensionless variable (R_2/R_1) at the instant of the small bubble's detachment. The data of Fig. 10 can be re-arranged, with the acoustic pressure P_{ac} scaled by the reference pressure $P_{ref} = 2\sigma/R_2$, and the resulting correlation is shown in Fig. 12.

The measured acoustic pressure is observed in Fig. 12 to be proportional to the pressure increase calculated by assuming that the internal energy of the small secondary bubble is suddenly released into the large primary, requiring a rapid pressure equalization,

$$P_{ac} = k\Delta P, \quad (5)$$

where the empirical constant k is close to 16. A value of k greater than unity implies that the measured energetics are greater than those theoretically predicted assuming $P_{ref} = 2\sigma/R_2$, a situation similar to that found by Pumphrey and Elmore (1990). However, it is clear that there is a good correlation with α_V . Careful and repeated audits of the signal acquisition and processing detailed in sections 2 and 3.2 confirmed that the measured amplitude and the assumptions leading to an estimate of its magnitude at the bubble surface could not result in a order-of-magnitude over-estimate.

5 Conclusions

A system in which bubbles coalesced on formation generated loud bubble-acoustic emissions at the instant of coalescence of secondary bubbles with the primary bubble. Repeated coalescences issued repeated pulses of sound whereas events where bubbles merely ‘kissed’ did not. The amplitude of the emitted sound was up to an order of magnitude greater than the sound created on pinch-off of the primary bubble. The sound frequency was at the Minnaert frequency of the large bubble. As the air flow rate increased, the size and number of secondary bubbles increased, and the sound amplitude also increased. On coalescence, the sound pressure was found to always rise initially and its amplitude was shown to scale with the volume of the secondary bubble.

An analysis of the different timescales suggests that the best candidate for the sound-emission mechanism is the equalization of pressures in the coalescing bubbles. Previous authors (Longuet-Higgins, 1990; Pumphrey and Elmore, 1990) had also proposed a pressure-equalization mechanism, for bubble sounds due to drop impact, without satisfactory comparison with the experimentally measured amplitudes.

The measured sound amplitude was shown to be consistent with this mechanism since it is proportional to the pressure increase calculated by assuming that the internal energy of the small bubble is suddenly released in the large one. The challenge now is to derive a theory that quantitatively predicts the magnitude of the actual experimental values. It can now be expected that the exact theory would feature the variable α_V , the dimensionless volume of the smaller secondary bubble.

It appears that the present experimental system generated data that scaled well owing to its high reproducibility, but did not allow control of the ratio of the volume of small bubble to that of the large one. In future work, a system should be designed that systematically coalesces pairs of different-sized bubbles that have both already separated from the gas supply system. Under these circumstances, both the volume and internal pressure of the bubbles could be controlled.

6 Acknowledgments

We are grateful to Sébastien Cazin at IMFT for technical help with the instrumentation and John Davy at CSIRO for valuable discussions.

References

- Al-Masry, W. A., Ali, E. M., Aqeel, Y. M., 2005. Determination of bubble characteristics in bubble columns using statistical analysis of acoustic sound measurements. *Chem. Eng. Res. Design* 83(A10), 1196–1207.
- Bhaga, D., Weber, M. E., 1980. In-line interaction of a pair of bubbles in a viscous liquid. *Chem. Eng. Sci.* 35, 2467–2474.
- Boyd, J. W. R., Varley, J., 2001. The uses of passive measurement of acoustic emissions from chemical engineering processes. *Chem. Eng. Sci.* 56, 1749–1767.
- Bui, A., Manasseh, R., 2006. A CFD study of the bubble deformation during detachment. Fifth International Conference on CFD in the Process Industries, Melbourne, Australia, 13–15 December 2006, p. Paper 053.
- Chanson, H., Manasseh, R., 2003. Air entrainment processes of a circular plunging jet: void-fraction and coustic measurements. *J. of Fluids Eng.* 125(5), 910–921.
- Clift, R., Grace, J. R., Weber, M. E., 1978. Bubbles, drops and particles. Academic Press, London.
- Ding, L., Farmer, D. M., 1994. Observations of breaking surface wave statistics. *J. Phys. Oceanogr.* 24, 1368–1387.
- Ellingsen, K., Risso, F., 2001. On the rise of an ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid-induced velocity. *J. Fluid Mech.* 440, 235–268.
- Goharzadeh, A., Mutabazi, I., 2001. Experimental characterization of intermittency regimes in the couette-taylor system. *Eur. Phys. J. B* 19, 157–162.
- Hahn, T. R., Berger, T. K., Buckingham, M. J., 2003. Acoustic resonances in the bubble plume formed by a plunging water jet. *Proc. R. Soc. Lond. A* 459, 1751–1782.
- Hsi, R., Tay, M., Bukur, D., Tatterson, G. B., Morrison, G., 1985. Sound spectra of gas dispersion in an agitated tank. *Chem. Eng. J.* 31, 153–161.
- Hu, Y. Y., Khoo, B. C., 2004. An interface interaction method for compressible multifluids. *J. Comput. Phys.* 198, 35–64.
- Kinsler, L. E., Frey, A. R., 1962. *Fundamentals of Acoustics*. Wiley, New York.
- Leighton, T. G., 1994. *The Acoustic Bubble*. Academic Press, London.
- Leighton, T. G., Walton, A. J., 1987. An experimental study of the sound emitted by gas bubbles in a liquid. *Eur. J. Phys.* 8, 98–104.
- Loewen, M. R., Melville, W. K., 1991. Microwave backscatter and acoustic radiation from breaking waves. *J. Fluid Mech.* 224, 601–623.
- Longuet-Higgins, M. S., 1989a. Monopole emission of sound by asymmetric bubble oscillations. part 1. normal modes. *J. Fluid Mech.* 201, 525–541.
- Longuet-Higgins, M. S., 1989b. Monopole emission of sound by asymmetric bubble oscillations. part 2. an initial-value problem. *J. Fluid Mech.* 201, 543–565.
- Longuet-Higgins, M. S., 1990. An analytic model of sound production by rain-drops. *J. Fluid Mech.* 214, 395–410.
- Longuet-Higgins, M. S., Kerman, B. R., Lunde, K., 1991. The release of air

- bubbles from an underwater nozzle. *J. Fluid Mech.* 230, 365–390.
- Manasseh, R., 1996. Bubble-pairing phenomena in sparging from vertical-axis nozzles. Vol. 5. 24th Australian & NZ Chemical Engineering Conference, Sydney, 30 Sep - 2 Oct, pp. 27–32.
- Manasseh, R., Forbes, C., Rickards, K., Bobevski, I., Ooi, A., 2006. Passive acoustic determination of wave-breaking events and their severity across the spectrum. *J. Atmos. Ocean Tech.* 23(4), 599–618.
- Manasseh, R., LaFontaine, R. F., Davy, J., Shepherd, I. C., Zhu, Y., 2001. Passive acoustic bubble sizing in sparged systems. *Exp. Fluids* 30(6), 672–682.
- Manasseh, R., Nikolovska, A., Ooi, A., Yoshida, S., 2004. Anisotropy in the sound field generated by a bubble chain. *J. Sound Vibration* 278 (4-5), 807–823.
- Manasseh, R., Yoshida, S., Rudman, M., 1998. Bubble formation processes and bubble acoustic signals. Third International Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, 8-12 June.
- Melville, W. K., Loewen, M., Felizardo, F., Jessup, A., Buckingham, M., 1988. Acoustic and microwave signatures of breaking waves. *Nature* 336, 54–56.
- Minnaert, M., 1933. On musical air bubbles and the sound of running water. *Phil. Mag.* 16, 235–248.
- Nevers, N. D., Wu, J.-L., 1971. Bubble coalescence in viscous fluids. *Am. Inst. Chem. Eng. J.* 17, 182–186.
- Nikolovska, A., 2005. Passive acoustic transmission and sound channelling along bubbly chains. Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, University of Melbourne, Australia.
- Oğuz, H., Prosperetti, A., 1993. Numerical calculation of the underwater noise of rain. *J. Fluid Mech.* 228, 417–442.
- Prosperetti, A., Oğuz, H., 1993. The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 25, 577–602.
- Pumphrey, H. C., Crum, L. A., 1990. Free oscillations of near-surface bubbles as a source of the underwater noise of rain. *J. Acous. Soc. Am.* 87, 142–148.
- Pumphrey, H. C., Elmore, P. A., 1990. The entrainment of bubbles by drop impacts. *J. Fluid Mech.* 220, 539–567.
- Rayleigh, 1917. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Phil. Mag.* 34, 94–98.
- Stewart, C. W., 1995. Bubble interaction in low-viscosity liquids. *Int. J. Multiphase Flow* 21(6), 1037–1046.
- Strasberg, M., 1953. The pulsation frequency of nonspherical gas bubbles in liquid. *J. Acoustical Soc. of America* 25(3), 536–537.
- Strasberg, M., 1956. Gas bubbles as sources of sound in liquid. *J. Acoustical Soc. of America* 28(1), 20–26.
- Yoshida, S., Manasseh, R., Kajio, N., 1998. The structure of bubble trajectories under continuous sparging conditions. 3rd International Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, June 1998, pp. 426 1–8.

Hydrodynamique d'un essaim de bulles en ascension

Résumé

Dans de nombreuses applications, des bulles sont utilisées pour agiter un liquide afin de favoriser le mélange et les transferts. Ce travail est consacré à l'étude de l'hydrodynamique d'une colonne à bulles. Expérimentalement, nous avons déterminé les propriétés des fluctuations de vitesses à l'intérieur et derrière un essaim de bulles homogène en ascension pour différentes tailles de bulles et fractions volumiques α : auto-similarité en $\alpha^{0,4}$, spectre en k^{-3} et échelle intégrale de longueur imposée par la force de flottabilité. Numériquement, nous avons reproduit ces propriétés par simulation des grandes échelles en modélisant les bulles par des volumes-forces. Nous avons ainsi prouvé que la dynamique est maîtrisée par les interactions des sillages.

Mots-Clés

Bulles, écoulement diphasique, turbulence, simulation numérique, colonne à bulle, volume-force, PIV, spectre.

Hydrodynamics in a swarm of rising bubbles

Abstract

In many applications, bubbles are used to agitate a liquid in order to enhance mixing and transfer. This work is devoted to the study of the hydrodynamics in a stable bubble column. Experimentally, we have determined the properties of the velocity fluctuations inside and behind a homogeneous swarm of rising bubbles for different bubble sizes and gas volume fractions α : selfsimilarity in $\alpha^{0,4}$, spectrum in k^{-3} and integral length scale controlled by buoyancy. Numerically, we have reproduced these properties by means of large-scale simulations, the bubbles being modeled by volume-forces. This confirms that the dynamics is controlled by wake interactions.

Key-Words

Bubbles, two-phase flow, turbulence, numerical simulations, bubble column, volume-force, PIV, spectrum.