



**HAL**  
open science

# Analyse et modélisation de l'écoulement et du colmatage d'un filtre à air plissé

Mehdi Rebaï

► **To cite this version:**

Mehdi Rebaï. Analyse et modélisation de l'écoulement et du colmatage d'un filtre à air plissé. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique (Toulouse), 2007. Français. NNT : 2007INPT070H . tel-04601071

**HAL Id: tel-04601071**

**<https://hal.science/tel-04601071>**

Submitted on 4 Jun 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2541

Thèse

présentée

pour obtenir

**LE TITRE DE DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE**

École doctorale : Mécanique, énergétique, génie civil et procédé

Spécialité : Dynamique des fluides

Par M. REBAÏ Mehdi

Titre de la thèse

**ANALYSE ET MODÉLISATION DE  
L'ÉCOULEMENT ET DU COLMATAGE  
D'UN FILTRE À AIR PLISSÉ**

Soutenue le 13 Novembre 2007 devant le jury composé de :

M.	SCHMITZ Philippe	Président
MM.	PRAT Marc	Directeur de thèse
	FLETCHER David	Rapporteur
	GOYEAU Benoit	Rapporteur
	MEIRELES Martine	Membre
	BACLET René	Membre

## Remerciements

Les remerciements, par expérience personnelle et à en juger par le sondage effectué au laboratoire, constituent la partie la plus lue d'une thèse, juste après le titre et à égalité avec le résumé de la thèse.

Les remerciements sont l'occasion de faire le point sur une expérience enrichissante que représente la thèse, aussi bien, du point de vue scientifique, que du point de vue humain. Cette aventure a été facilitée par les différentes personnes qui ont bien voulu m'accompagner tout au long de cette thèse. Je tiens ainsi à remercier Marc Prat, mon directeur de thèse, pour les diverses idées qu'il a pu apporter lors de discussions intéressantes et, cela, tout au long de la thèse. Je lui suis également reconnaissant de la patience qu'il a su montrer tout particulièrement lors de la rédaction.

Mes remerciements vont également à Philippe Schmitz, qui a accepté de présider le jury de ma thèse, et à Martine Meireles, également membre du jury. Les différentes discussions que j'ai pu avoir avec eux ont été la source de nombreuses idées. M. Meireles m'a par ailleurs permis de réaliser à l'ESRF les images de média fibreux colmatés obtenues par microtomographie, images présentées dans ce document, et malheureusement pas suffisamment exploitées, faute de temps.

Je tiens à remercier D. Fletcher et B. Goyeau, rapporteurs de mon travail de thèse. La pertinence de leurs remarques a permis d'améliorer grandement le document final.

Je n'oublie pas le partenaire industriel de la thèse : Mecaplast Lens. Les rencontres que j'ai pu y faire ont été particulièrement intéressantes du point de vue humain et sur le plan de la découverte du fonctionnement d'une entreprise. Mes pensées vont tout d'abord aux membres de l'équipe Etudes Avancées (Bertrand Colomb, Stéphanie Capo Canizares, Julien Maillet, Rony Akiki, Sylvain Demeulemeester, Jean-Pierre Mimard), avec une mention spéciale à Stéphanie pour la réalisation de toutes les images MEB de cette thèse et à Sylvain pour sa participation active et son expertise en média non-tissé. Je pense également au service Laboratoire et plus particulièrement à Dany, Bob, Seb, Michel J, Christian et tout l'atelier pour leur aide lors de la réalisation des différents essais effectués lors de ma thèse. Enfin je suis redevable à R. Baclet d'avoir choisi ma candidature pour ce sujet de thèse et d'avoir accepté de faire partie de mon jury et cela malgré les divergences de points de vue et discussions plus qu'animées que j'ai pu avoir avec lui, certaines allant jusqu'à la remise en cause du devenir de la thèse.

Ces années passées à travailler sur ce sujet n'auraient pu être aussi productives sans l'ambiance épanouissante que j'ai pu trouver à l'IMFT. Les nombreuses discussions avec Kader (Benmachou), Oxa (rango Laurent) et Franck (Noël) m'ont permis de mieux comprendre et appréhender le monde fantastique des milieux poreux et plus précisément de la filtration. Cette ambiance a favorisé le travail et l'échange scientifique. Les pauses café et les repas du midi, avec leurs animations et leurs discussions au langage fleuri, constituaient les moments forts de la vie en collectivité du groupe GEMP permettant de se détendre avant d'être à nouveau confronté aux problèmes du sujet de ma thèse. Je tiens donc à saluer les animateurs, de diverses manières, de ces moments très agréables à l'IMFT : Yvan Aspa, Pauline Assemat, David Bailly, Ian Billanou, Fabien Chauvet, Damien Chenu, Chraïbi Hamza, Magali Cochet, Typhaine Coquard, Dom Courret, Hossein Davarzani, Hossein Fadei, Fred Frezouls (Flukiger), Farfa (Olivier), Romain Guibert, Florent Henon, Alexandre Lapène, Antoine Mallet, Laurent Risser, Benjamin Palvadeau, Stéphanie Veran, Kader Benmachou, Franck Noël, Xavier Toussaint, ainsi que les stagiaires qui y ont participé.

Parmi les différentes personnes que j'ai côtoyées à l'IMFT, je tiens à saluer mes collègues de bureau : Fred, Ian et Fabien. En effet, survivre en ma présence dans le bureau n'est pas une mince affaire. Ils ont dû subir au quotidien les comptines pour enfants, radio F(1)IP et les

discussions interminables au goût de certains. Il semble que les séquelles laissées à la suite de ce séjour, bureau 203, ne puissent se résorber un jour.

Enfin, j'ai pu passer, en compagnie de ma femme et de ma petite famille (Laura et un peu plus tard Naël) de très bonnes soirées et week-ends avec Fred, Benoit ou Typhaine : merci !

Mes parents ainsi que mes frères occupent une place toute particulière dans mes pensées. Leur présence, affection et soutien m'ont permis de m'épanouir et de poursuivre de si longues études. Je les remercie également d'avoir participé activement à chasser les fautes d'orthographe et de français qui se sont cachées à mon insu dans le manuscrit permettant à celui-ci d'être un peu plus lisible, ou moins illisible selon les points de vue.

Je dédie ma thèse à Kathrin, Laura et Naël qui ont dû supporter les effets négatifs de fin de thèse : les mauvaises humeurs, l'indisponibilité et les absences. Leur présence m'a permis, lors des moments difficiles de la thèse, de ne pas perdre pied et de rester lucide face aux problèmes rencontrés. Par leurs paroles (Kathrin), rires et sourires (Laura et Naël), ils m'ont permis de me ressourcer lors des moments les plus difficiles.

A toutes ces personnes, et à toutes celles que j'ai pu oublier de citer, bien malgré moi, et dont le souvenir surgira dès l'impression de ce document, j'exprime ma gratitude et ma reconnaissance. On a toujours besoin d'autres personnes pour se réaliser. Vous y avez tous, à votre façon, contribué. Je n'ai que rarement l'occasion de témoigner de ma gratitude, de ma reconnaissance ou tout simplement de mon affection, c'est pourquoi, je saisis ce moment privilégié pour vous en faire part.

'Ce qui pose problème n'est pas ce que nous ne savons pas,  
c'est ce que nous tenons pour certain et qui ne l'est pas."  
'What gets us into trouble is not what we don't know,  
it's what we know for sure that just ain't so"  
*Mark Twain*



## Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est de développer un outil de calcul numérique permettant de prédire le colmatage d'un médium fibreux plissé. Nous nous sommes pour cela appuyé sur une approche multi-échelle en suivant une démarche par changements d'échelle successifs. Nous étudions tout d'abord l'écoulement sans particules à l'échelle des fibres et du médium puis à l'échelle du pli. Nous développons un modèle d'écoulement dans le pli en nous appuyant sur une hypothèse d'affinité des profils de vitesses et de pression.

La combinaison d'un modèle de colmatage du médium plan et du modèle d'écoulement dans le pli a permis de mettre en place un modèle de colmatage à l'échelle du médium plissé. L'exploitation du modèle ainsi obtenu permet de mieux comprendre le colmatage d'un filtre plissé. Il constitue un outil d'aide à la conception devant permettre de réduire le nombre d'essais et donc le temps de conception du filtre.

**Mots-clés:** Filtre plissé, filtration de l'air, modélisation, colmatage

## Abstract

The main objective of this work is the development of a numerical tool allowing the prediction of the clogging of a pleated fibrous filter for air filtration. The study is based on a multi-scale approach from the fiber scale to the pleated filter scale. The work is divided into two parts. The first one deals with the flow field (without particles) inside the fibrous medium and the pleat. The flow model inside a pleat is based on the assumption of a similarity solution. The second part is devoted to the clogging model of a pleated filter, which is obtained by combining the clogging model for a flat fibrous media with the flow model inside the pleat.

Clogging of pleated filter is studied with this model, which can also be considered as a computational sizing and design tool. Using the model will reduce the number of trials and therefore the overall time of pleated filter design.

**Keywords:** pleated filter, air filtration, modelisation, clogging



# Table des matières

Introduction

Nomenclature

## Partie I Hydrodynamique du filtre propre (sans particules) 1

Chapitre 1

Médium Plan

1.1	Introduction . . . . .	3
1.1.1	Généralités sur les média non-tissés . . . . .	4
1.1.2	Média utilisés . . . . .	8
1.2	Caractérisation des média fibreux . . . . .	8
1.2.1	Structure interne . . . . .	9
1.2.2	Perméabilité . . . . .	15
1.3	Choix du modèle de perméabilité . . . . .	31
1.3.1	Aperçu bibliographique sur l'estimation de la perméabilité . . . . .	31
1.3.2	Comparaisons des modèles aux résultats expérimentaux . . . . .	39
1.3.3	Modèle multi-fibres . . . . .	43
1.4	Conclusion . . . . .	45

---

<p><b>Chapitre 2</b>  <b>Échelle du pli</b></p>
---

2.1	Introduction . . . . .	47
2.1.1	Présentation du problème . . . . .	48
2.1.2	Les différents ordres de grandeur . . . . .	50
2.2	Modèle d'écoulement dans les plis . . . . .	53
2.2.1	Bibliographie . . . . .	53
2.2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	62
2.2.3	Étude de la structure de l'écoulement dans les plis à l'aide de <i>Fluent</i> . . . . .	64
2.2.4	Modèle d'écoulement à deux équations pour les grands <i>Reynolds</i> de filtration . . . . .	77
2.3	Validation . . . . .	86
2.3.1	Sensibilité de la solution au maillage . . . . .	86
2.3.2	Vérification du modèle à ouverture uniforme . . . . .	86
2.3.3	Vérification théorique du modèle à ouverture variable . . . . .	88
2.3.4	Validation du modèle à ouverture uniforme par <i>Fluent</i> . . . . .	89
2.3.5	Validation par <i>Fluent</i> du modèle à ouverture variable . . . . .	92
2.3.6	Validation expérimentale . . . . .	96
2.3.7	Conclusion sur la validation de l'aérodynamique du pli . . . . .	99
2.4	Exploitation du modèle . . . . .	100
2.4.1	Comparaison entre le modèle à grand <i>Reynolds</i> et le modèle à faible <i>Reynolds</i> . . . . .	100
2.4.2	Influence des paramètres du média plissé sur la chute de pression . . . . .	100
2.4.3	Influence du plissage sur l'écoulement . . . . .	103
2.4.4	Recherche de la densité de pli optimale . . . . .	111
2.4.5	Impact d'une compression variable du médium le long du pli . . . . .	117
2.5	Conclusion sur l'étude de l'aérodynamique dans un pli . . . . .	117

---

**Chapitre 3**

**Médium Plan**

3.1	Introduction . . . . .	123
3.2	Bibliographie sur le colmatage des média plans . . . . .	125
3.2.1	Résultats globaux . . . . .	125
3.2.2	Colmatage en profondeur . . . . .	130
3.2.3	Colmatage en surface . . . . .	138
3.2.4	Modélisation qualitative de l'évolution de la chute de pression lors du colmatage . . . . .	142
3.3	Colmatage médium plan . . . . .	149
3.3.1	Protocole expérimental . . . . .	149
3.3.2	Analyse des images de colmatage de médium plan . . . . .	154
3.3.3	Évolution de la chute de pression lors du colmatage . . . . .	168
3.3.4	Modèle empirique . . . . .	170
3.4	Conclusion . . . . .	174

---

**Chapitre 4**

**Colmatage médium plissé**

4.1	Introduction . . . . .	177
4.1.1	Transport des particules . . . . .	178
4.1.2	Aperçu bibliographique sur les modèles de colmatage de médium plissé	179
4.2	Modélisation du colmatage du médium plissé . . . . .	180
4.2.1	Hypothèses de travail du modèle . . . . .	181
4.2.2	Équations de couplage . . . . .	181
4.3	Comparaison modèle-résultats expérimentaux . . . . .	187
4.3.1	Résultats expérimentaux . . . . .	187
4.3.2	Comparaison avec le modèle . . . . .	187
4.4	Analyse de l'évolution de l'écoulement pendant la phase de colmatage . . . . .	192
4.4.1	Différents scénarii de colmatage d'un médium plissé à ouverture uniforme	192
4.4.2	Pli à ouverture variable . . . . .	194
4.4.3	Influence de la perméabilité du fond de pli . . . . .	199
4.5	Conclusion sur l'étude du colmatage d'un pli . . . . .	199
4.6	Optimisation du nombre de plis . . . . .	200
4.6.1	Comparaison des simulations et des résultats expérimentaux . . . . .	201
4.6.2	Conclusion - optimisation du nombre de plis . . . . .	207
4.7	Conclusion . . . . .	208

---

---

Conclusion et Perspectives

Bibliographie

215

Annexe

Annexe A

Comparaison des modèles de perméabilité de média fibreux

Annexe B

Affinité de l'écoulement dans un pli à ouverture variable

Annexe C

Vitesse de glissement à l'interface poreux/écoulement libre

Annexe D

Influence de la porosité sur la chute de pression du dépôt



# Introduction

## Contexte de l'étude

La pollution s'est imposée comme un sujet de préoccupation particulièrement important. La prise de conscience de la pollution atmosphérique a été peut-être plus précoce que pour les autres formes de pollution en raison de différents accidents. Les accidents de pollution atmosphériques les plus marquants datent de la moitié du *XX<sup>ème</sup>* siècle :

- en 1930, l'épisode de la vallée de la Meuse (pollution industrielle au  $SO_2$ ) a provoqué au moins 60 décès.
- En 1948, à Donora en Pennsylvanie, la pollution atmosphérique a entraîné 20 décès.
- En décembre 1952, l'épisode de « smog » londonien s'est accompagné de 4000 morts en quinze jours, soit cinq fois la moyenne saisonnière.

La pollution atmosphérique ne se traduit pas nécessairement par des morts mais entraîne également un accroissement de certaines maladies, dont l'asthme, et les allergies.

La pollution de l'air a d'autres conséquences que celles sur la santé humaine. Elle contribue notamment à détériorer les bâtiments. Il en résulte des frais importants pour réhabiliter et rénover les bâtiments et cela indépendamment du type de matériaux dont ils sont constitués.

Les polluants atmosphériques générés sont divers mais ils peuvent être classés en deux catégories : les polluants primaires et les polluants secondaires. Le premier type est émis directement alors que le second type est obtenu après différentes réactions chimiques.

Parmi les polluants primaires émis, certains sont des gaz (les oxydes de soufres, d'azotes et de carbones, ...) et d'autres des aérosols (résidus de combustion par exemple).

À l'origine, la pollution urbaine était essentiellement industrielle. Mais avec le déplacement des usines à l'extérieur des agglomérations, le transport est devenu le principal responsable de la pollution atmosphérique urbaine. Par ailleurs, la croissance du parc automobile, l'augmentation des distances annuellement parcourues et la saturation des réseaux urbains sont autant de facteurs contribuant à augmenter la part de pollution du transport, en particulier routier. Les chiffres concernant la part du transport sur la pollution urbaine pour 1994, donnés par le rapport parlementaire [101], sont :

- 15% des émissions de dioxyde de soufre
- 58 % des émissions d'oxydes d'azote
- 71% du monoxyde de carbone
- 36% des composés organiques volatils

Ceci a conduit le législateur européen à fixer des normes de pollution concernant le transport routier. Différentes normes Euro ont été mises en place. Le tableau 1 illustre la sévèrisation de la norme.

Ces exigences de plus en plus importantes nécessitent des efforts continus de la part des industriels du secteur automobile afin de diminuer la pollution générée par les véhicules. Le pot catalytique et plus récemment le filtre à particules en sont les résultats.

Normes	Date d'entrée en vigueur	CO		NO <sub>x</sub>	
		Essence	Gazole	Essence	Gazole
Euro I	01/01/1994	2,72	2,72	-	-
Euro II	01/01/1996	2,2	1,0	-	-
Euro III	01/01/2001	2,2	0,64	0,15	0,5
Euro IV	01/01/2005	1,0	0,5	0,15	0,25
Euro V	01/01/2011	1,0	0,5	0,06	0,18

Normes	HC		HC+NO <sub>x</sub>		particules
	Essence	Gazole	Essence	Gazole	Gazole
Euro I	-	-	0,97	0,97	0,14
Euro II	-	-	0,5	0,7 <sup>1</sup> ou 0,9 <sup>2</sup>	0,08
Euro III	0,2	-	-	0,56	0,05
Euro IV	0,1	-	-	0,3	0,025
Euro V	0,1	-	-	0,23	0,005 <sup>3</sup>

TAB. 1 – Normes Euro - Les différentes valeurs sont indiquées en *g/km*.

En plus de ces différentes avancées, des efforts ont été réalisés dans l'optimisation de la combustion en améliorant les combustibles (essences, diesels, GPL, ...) ou le mélange de ceux-ci avant la combustion. Mais pour cela, il est nécessaire que l'apport en air dans le moteur soit suffisant et de bonne qualité. Le filtre à air y joue un rôle primordial.

## Le filtre à air

Le schéma 1 représente la ligne d'admission d'air d'une voiture. Son rôle principal est de fournir de l'air au moteur et pour cela la chute de pression de cette dernière doit être la plus faible possible. Le filtre est un des éléments de la ligne d'admission, et il a pour objectif d'enlever les particules de l'air afin de protéger le moteur. En effet, les particules contribuent à la fois à l'usure du moteur et à une augmentation de la consommation. C'est pourquoi, il est essentiel de pouvoir filtrer correctement l'air. Cependant, si un filtre absolu est utilisé pour enlever toutes les particules, il en résulte une très forte augmentation de la chute de pression de la ligne d'admission ayant pour conséquence une baisse de la performance du moteur et une augmentation significative de sa consommation. La conception d'un filtre à air répond donc à un compromis entre efficacité de filtration et minimisation de la chute de pression.

Les particules que le filtre doit enlever de l'atmosphère sont de tailles et de nature variables. La nature des particules varie selon le lieu et la période. Ainsi, pour un milieu urbain, les particules sont en partie les rejets d'autres véhicules ou des habitats lors des périodes hivernales, c'est à dire des suies. Par contre, à la campagne, cela peut être de la terre transportée par le vent ou même des insectes. Il peut également s'agir de gouttes d'eau par temps pluvieux.

La taille des particules à filtrer sont également très différentes puisque les insectes ont une taille de l'ordre du millimètre. Les plus grosses particules ont une taille comprise entre le micromètre et la centaine de microns (sable, sel de mer ou particules issues de l'érosion) et les plus petites ont une taille de l'ordre du nanomètre (les particules rejetées par les moteurs diesels).

<sup>1</sup>Injection directe

<sup>2</sup>Injection indirecte

<sup>3</sup>Également pour les moteurs essences à injection directe fonctionnant en mélange pauvre

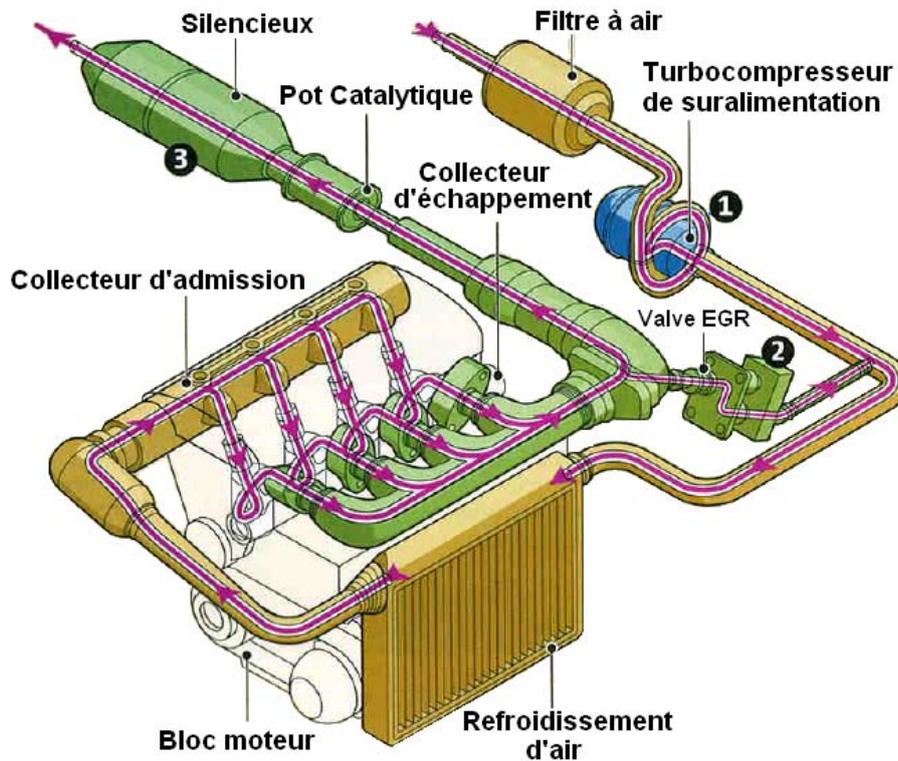


FIG. 1 – Schéma d'une ligne d'admission d'air pour l'automobile.

Le moyen de filtration le plus communément utilisé est un filtre en matériau fibreux en raison de son faible coût, de la simplicité de sa mise en œuvre et de sa grande capacité à capturer les particules. Un médium fibreux peut être caractérisé par :

- Sa chute de pression à débit donné
- Sa capacité qui est la masse de particules capturées lors du processus de filtration pour une chute de pression supplémentaire donnée.
- Sa pénétration qui se définit comme le ratio de la concentration aval par la concentration amont. Celle-ci évolue avec le colmatage.

En raison de l'encombrement réduit dans le moteur, le médium fibreux utilisé pour la filtration est généralement plissé. Le plissage permet d'augmenter la surface de filtration. L'objectif est d'augmenter la capacité du filtre et de réduire aussi la chute de pression qu'il occasionne.

## Objectif de la thèse

Notre objectif est de développer un outil de calcul numérique permettant de prédire le processus de filtration d'air à travers un média fibreux plissé. Cet outil d'aide à la conception est développé afin de réduire le temps de conception du filtre et notamment le nombre d'essais. Un trop grand nombre d'essais a pour conséquence une perte de temps, d'argent et également une mobilisation humaine importante.

Nous avons souhaité une approche multi-échelle de ce problème, comme cela est illustré par la figure 2. Nous pouvons distinguer quatre échelles. La première est celle de la fibre et des particules. A cette échelle, l'objectif est principalement de déterminer les mécanismes de

captures des particules dans le réseau de fibres et au sein du dépôt en surface. La seconde échelle est celle du milieu poreux. L'objectif principal est ici de calculer la perméabilité, sans colmatage, en fonction du diamètre des fibres, de leur orientation ainsi que de la porosité. Pour la troisième échelle, celle du pli, l'objectif est de déterminer l'écoulement au sein des plis. Enfin, la quatrième échelle est celle du filtre complet qui n'est pas abordée dans ce document.

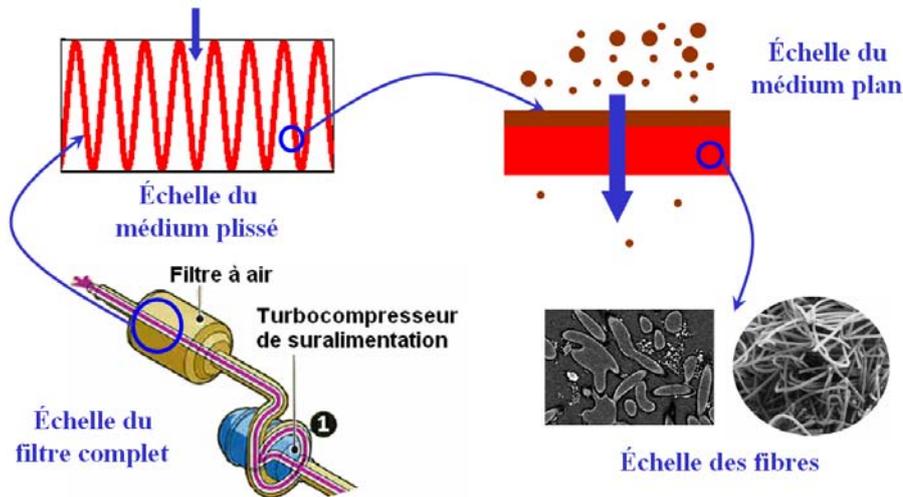


FIG. 2 – Représentation multi-échelle du problème de la filtration

Idéalement, à une échelle donnée, les équations de transport sont moyennées, à l'aide de l'opérateur adéquat afin d'obtenir le modèle décrivant le phénomène à une échelle supérieure. Cette méthode a déjà été utilisée avec succès pour des problèmes de filtration [98, 8] mais pour une situation plus simple que celle étudiée dans ce travail. Dans notre cas, le passage d'une échelle à une autre ne peut s'effectuer mathématiquement en raison de la complexité des mécanismes de capture à l'intérieur et à la surface du milieu poreux. En particulier, nous nous appuyons sur un modèle phénoménologique empirique à l'échelle du médium plan.

Le document est organisé en deux parties principales. La première partie est dédiée à l'hydrodynamique du filtre propre. Cette étape est essentielle pour pouvoir modéliser le colmatage du médium plissé de façon performante. La seconde partie concerne la phase de colmatage des média plans et plissés.

Dans la première partie, nous étudierons tout d'abord le médium fibreux, chapitre 1. L'objectif est d'obtenir un modèle qui permette de déterminer la chute de pression due au médium plan pour les matériaux fibreux utilisés. Pour cela nous réaliserons une comparaison entre nos résultats expérimentaux à différents modèles proposés dans la littérature.

Le second chapitre est consacré à l'étude de l'écoulement à l'échelle du pli. L'objectif, à cette échelle, est la mise en place d'un modèle semi-analytique qui permette de déterminer l'écoulement dans un pli. En particulier, celui-ci doit pouvoir permettre de déterminer localement la vitesse de filtration le long du pli. Pour cela, nous nous appuyons sur des travaux concernant les écoulements dans des canaux avec des parois poreuses [119, 120, 132] ainsi que des études précédentes [7, 98] dont nous reprenons la démarche générale mais que nous étendons au cas des conditions particulières propres à la filtration d'air (caractérisées par des effets d'inertie nettement plus marqués dans les plis).

La seconde partie de ce manuscrit est consacrée au colmatage. Nous étudions, dans le premier chapitre, le colmatage d'un médium plan afin d'obtenir un modèle de colmatage que nous

---

appliquerons localement pour le colmatage du médium plissé pour un seul type d'aérosol classiquement utilisé dans les essais de qualification des filtres.

Dans le second chapitre de la deuxième partie, nous proposons un modèle du colmatage d'un médium plissé. Pour cela, nous combinons le modèle semi-analytique de l'écoulement obtenu dans la première partie et le modèle de colmatage de médium plan. Ces deux modèles sont couplés sous l'hypothèse d'une évolution quasi-stationnaire de l'écoulement pendant le colmatage.



# Nomenclature

## Lettre latine

- $a$  ratio entre le rayon de la fibre et de la cellule
- $C_{amont}$  concentration des particules de l'aérosol en amont du filtre ( $kg/m^3$ )
- $C_{aval}$  concentration des particules de l'aérosol à l'aval du filtre ( $kg/m^3$ )
- $C_n$  facteur de correction de Cunningham (–)
- $d_p$  diamètre des particules ( $m$ )
- $d_f$  diamètre des fibres ( $m$ )
- $D_b$  coefficient de diffusion brownienne  $D_b = \frac{k_B T C_n}{6\pi r_p \mu}$  ( $m^2/s$ )
- $D_p$  diamètre hydraulique d'un canal dans le milieu poreux ( $m$ )
- $e$  épaisseur du milieu poreux ( $m$ )
- $e_d$  épaisseur du dépôt ( $m$ )
- $F_d$  Force de traînée de la fibre par unité de longueur ( $Nm^{-1}$ )
- $F_{d_i}$  Force de traînée de la fibre de rayon  $R_i$  par unité de longueur ( $Nm^{-1}$ )
- $G$  grammage du médium fibreux ( $g/m^2$ )
- $h(x)$  demi-ouverture du pli, pour alléger les notations, il sera noté le plus souvent  $h$  ( $m$ )
- $h_0$  demi-ouverture du pli à l'entrée ( $m$ )
- $h_s$  demi-ouverture du pli au fond du pli ( $m$ )
- $k$  perméabilité ( $m^2$ )
- $\mathbf{K}$  est le tenseur de perméabilité
- $k_d$  perméabilité du dépôt de surface ( $m^2$ )
- $k_m$  perméabilité moyenne du médium ( $m^2$ )
- $k_{m_i}$  moyenne de la perméabilité pour l'échantillon  $i$  ( $m^2$ )
- $l_1$  longueur du médium plissé ( $m$ )
- $l_2$  laize utile ( $m$ )
- $l_f$  longueur de fibre par unité de volume ( $m^{-2}$ )
- $l_{f_i}$  longueur de la fibre de rayon  $R_i$  par unité de volume ( $m^{-2}$ )
- $L$  la longueur totale ( $m$ ) de filtration d'un pli. La hauteur du pli est alors :  $L + 2e$  ( $m$ )
- $L_f$  longueur de la fibre ( $m$ )
- $m$  masse déposée ( $g$ )
- $m_d$  masse déposée par unité de surface ( $kg/m^2$ )
- $n$  nombre totale de mailles de pression (–)
- $N$  nombre de pli du filtre plissé (–)
- $p$  pas de plissage ( $m$ )
- $P$  pression ( $Pa$ )
- $\bar{P}$  pression adimensionnée
- $P_m$  est la moyenne de la pression sur la demi-section  $h$  ( $Pa$ )

- $P_m(x) = \frac{1}{h(x)} \int_0^{h(x)} P(x, y) dy.$
- $r_p$  rayon des particules ( $m$ )
- $R$  rayon des fibre ( $m$ )
- $\tilde{R}$  est défini par :  $\tilde{R} = \frac{\mu\varepsilon}{k}$
- $R_m$  rayon moyen des fibres ( $m$ )
- $R_i$  rayon des fibres du type  $i$  constituant le médium fibreux ( $m$ )
- $R_e$  rayon de fibre équivalent pour un médium polydisperse en rayon de fibres ( $m$ )
- $S$  Surface de filtration ( $m^2$ )
- $T$  température ( $K$ )
- $\mathbf{u}$  est le vecteur vitesse ( $m/s$ )
- $u$  composante longitudinale de la vitesse ( $m/s$ )
- $u_f$  vitesse de filtration ( $m/s$ )
- $u_{f_m}$  vitesse de filtration moyenne ( $m/s$ )
- $u_{f_m} = \frac{1}{L} \int_0^L u_f(x) dx$
- $u_g$  vitesse de glissement ( $m/s$ )
- $\bar{u}$  vitesse adimensionnée
- $u_m$  moyenne de la composante longitudinale de la vitesse à la section considérée ( $m/s$ )
- $u_m(x) = \frac{1}{h} \int_0^h u(x, y) dy$
- $u_0 = u_m(x = 0)$  vitesse moyenne à l'entrée du pli ( $m/s$ )
- $v$  composante transversale de la vitesse ( $m/s$ )
- $v_m$  moyenne de la composante transversale de la vitesse ( $m/s$ )  $v_m(x) = \frac{1}{h} \int_0^h v(x, y) dy$
- $V$  volume du médium fibreux ( $m^3$ )
- $x$  est la coordonnée parallèle à l'axe de symétrie du pli ( $m$ ).
- $y$  est la coordonnée perpendiculaire à l'axe de symétrie du pli ( $m$ )
- $z_0$  représente la distance d'équilibre de séparation ( $m/s$ )
- $Z_i$  longueur totale de la fibre de diamètre  $R_i$  ( $m/s$ )

## Lettres grecques

- $\alpha$  angle de la parois du pli par rapport à l'écoulement
- $\acute{\alpha}$  est la porosité du dépôt de particules autours des fibres (–)
- $\varepsilon$  porosité du médium fibreux (–)
- $\varepsilon_d$  porosité du dépôt (–)
- $\varepsilon_c$  porosité du dépôt critique à partir de laquelle  $\frac{d\Delta P}{d\varepsilon_d}$  change de signe (–)
- $\delta = \frac{h_s}{h_0}$
- $\Delta P$  chute de pression du médium plan ou du médium plissé ( $Pa$ )
- $\Delta P_m$  chute de pression due au médium fibreux ( $Pa$ )
- $\Delta P_c$  chute de pression due à l'écoulement dans le pli ( $Pa$ )
- $\Delta P_{écoulement}$  chute de pression due à la contraction et divergence de l'écoulement à l'amont et l'aval du pli ( $Pa$ )
- $\Delta P_0$  chute de pression initiale (sans colmatage) ( $Pa$ )
- $\lambda$  libre parcours moyen des molécules ( $m$ )
- $\mu$  viscosité dynamique du fluide ( $Pa.s$ )
- $\Pi$  la pénétration d'une fibre, d'un médium ou d'un filtre (–)
- $\phi$  la fraction volumique d'un médium (–)
- $\varphi$  efficacité d'une fibre, d'un médium ou d'un filtre (–)

- 
- $\phi$  la fraction volumique partiel des fibres de rayon  $R_i$  (-)
  - $\Psi$  la fonction de courant ( $m^2/s$ )
  - $\rho$  masse volumique du fluide ( $kg/m^3$ )
  - $\rho_p$  masse volumique des particules ( $kg/m^3$ )
  - $\gamma = \rho \frac{dh}{dt} \frac{h(t)}{\mu}$  (-)

## Nombres adimensionnel et constantes physiques

- $A$  constante d'Hamaker,  $A = 10^{-19} J$
- $Fr$  nombre de Froude
- $k_B \approx 1,3807 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$  la constante de Boltzmann
- $Kn$  nombre de Knudsen
- $N_p$  nombre sans dimension pour l'efficacité par interception  $N_p = \frac{d_p}{2R}$
- $Pe$  nombre de Peclet des particules dans le pli  $Pe = \frac{u_0 h_0}{D_b}$
- $Pe_p$  nombre de Peclet des particules dans le milieu fibreux  $Pe_p = \frac{u_f h_0}{D_b}$
- $Re$  Reynolds défini par  $Re = \frac{\rho p u_f}{\mu}$
- $Re_0$  Reynolds du pli défini par  $Re = \frac{\rho h_0 u_0}{\mu}$
- $Re_f$  Reynolds de la fibre défini par  $Re_f = \frac{\rho h_0 u_{fm}}{\mu}$
- $Re_w$  Reynolds de filtration défini par  $Re = \frac{\rho d_f u_f}{\varepsilon \mu}$
- $Re_{ws}$  Reynolds de filtration effectif
- $St$  nombre de Stokes des particules dans le pli
- $St_p$  nombre de Stokes des particules au sein du médium fibreux  $St_p = \frac{d_p^2 \rho_p u_f}{36 \mu R}$

## Autres

- L'indice 1 correspond aux variables relatives au pli d'entrée et l'indice 2 correspond au pli de sortie.
- L'indice  $i$  indique que la variable se réfère à la maille  $i$  du maillage de pression.
- L'indice  $i + \frac{1}{2}$  indique que la variable se réfère à la maille  $i + \frac{1}{2}$  du maillage de vitesse.
- Les variables ayant une barre supérieure correspondent aux variables adimensionnées.



Première partie

Hydrodynamique du filtre propre  
(sans particules)



# Chapitre 1

## Médium Plan

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
1.1.1	Généralités sur les média non-tissés	4
1.1.2	Média utilisés	8
<b>1.2</b>	<b>Caractérisation des média fibreux</b>	<b>8</b>
1.2.1	Structure interne	9
1.2.2	Perméabilité	15
<b>1.3</b>	<b>Choix du modèle de perméabilité</b>	<b>31</b>
1.3.1	Aperçu bibliographique sur l'estimation de la perméabilité	31
1.3.2	Comparaisons des modèles aux résultats expérimentaux	39
1.3.3	Modèle multi-fibres	43
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>45</b>

---

### 1.1 Introduction

Nous procédons pour l'étude du colmatage d'un médium plissé, par une étude à plusieurs échelles. Ce chapitre est consacré à l'étude à l'échelle des fibres et à l'échelle du médium plat. L'objectif de ce chapitre est de pouvoir prédire l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration.

Nous pouvons dans le cas de notre étude nous contenter de résultats expérimentaux pour caractériser le médium. Cependant, afin de pouvoir disposer d'un outil de développement permettant de mettre au point un médium fibreux de spécifications données, nous avons évalué plusieurs modèles de perméabilité de milieux fibreux. Le modèle choisi permet, à partir des différentes caractéristiques du médium de déterminer l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration.

Nous allons présenter dans ce chapitre différents résultats afférents à la caractérisation du médium fibreux sans colmatage. Nous commençons par expliquer le procédé de fabrication du médium fibreux, section 1.1.1, puis nous inventorions les média utilisés, section 1.1.2. Nous caractérisons ensuite qualitativement la structure de ces média par des observations au microscope électronique à balayage, section 1.2.1. Nous déterminons expérimentalement dans la section suivante, 1.2.2, l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration.

À partir des différentes informations sur le médium fibreux et des résultats expérimentaux, nous choisirons, dans la partie 1.3, un modèle de perméabilité. Pour cela, après un aperçu biblio-

graphique sur le sujet, nous comparerons différents modèles avec les résultats expérimentaux, parties 1.3.2 et 1.3.3.

### 1.1.1 Généralités sur les média non-tissés

Les média utilisés pour les filtres à air automobile font partie de la famille des non-tissés. Afin de bien appréhender les différentes problématiques liées à l'utilisation de ce matériau, il convient de présenter le matériau utilisé ainsi que certains aspects des procédés industriels de production.

Un matériau non-tissé est, selon les normes ISO 9092 et EN 29092, une feuille manufacturée constituée de voiles ou de nappes de fibres orientées directionnellement ou au hasard, liées par friction et/ou cohésion, et/ou adhésion, à l'exclusion du papier et des produits obtenus par tissages, tricotages, tuftages, couturages incorporant des fils ou filaments de liage ou feutrés par foulage humide, qu'ils soient ou non aiguilletés. L'INDA<sup>1</sup>, quant à elle, définit le non-tissé comme une feuille ou un voile de fibres naturelles et/ou de fibres ou filaments manufacturés, exclusion faite du papier, qui n'ont pas été tissés et qui peuvent être liés entre eux de différentes façons.

L'utilisation des matériaux non-tissés est très variable et se rencontre dans différents domaines. Ainsi nous les retrouvons pour les :

- Produits d'hygiène et de propreté : linge de table, serviettes, torchons, chiffons, filtres...
- Produits à usage sanitaire : usage unique pour soins corporels, couches bébé, serviettes périodiques, incontinence, etc.
- Produits à usage médical : champs opératoires, habits, masques, pansements, compresses, etc.
- Produit support seul ou incorporé en composite : garnitures de pavillons, portières, tapis, insonorisation pour l'industrie automobile, revêtements de sols ou de murs pour le bâtiment, supports pour la reliure, le cuir synthétique, etc.
- Produits de filtration : séparation par échange d'ions et séparation catalytique, industrie agroalimentaire, conditionnement de l'air, sachets de thé, infusettes de tisanes, sacs aspirateur, etc.
- Produits d'étanchéité et de renforcement : feutres de toiture, géotextiles pour le terrassement, drainage
- Produits pour l'agriculture et le jardinage : nappe de protection des cultures, de capillarité, serres, protège semis et racines
- Produits à usage industriel : gaines de câbles, membranes de haut-parleurs, antennes paraboliques, matériaux d'enduction, matériaux d'âme, abrasifs...
- Produits d'emballage et de protection : pochettes, enveloppes, emballages, sacs à nourriture, tentes...
- Produits support d'impression : reproduction de tableau, produits pour décoration des murs ou plafonds, ouvrages d'arts, livres pour enfants, résistance au mouillé...

Ainsi, un non-tissé est constitué essentiellement par des fibres, et selon le procédé de fabrication, de polymères et d'adjuvant. Les fibres peuvent être d'origines naturelle cellulosique, les fibres de résineux et d'eucalyptus sont des exemples de fibres naturelles. Les fibres peuvent être d'origines animale, sous forme de poil ou de bave. Les fibres synthétiques constituent, à présent, une grande part des fibres utilisées pour la production de non-tissés. Ces fibres sont alors des polymères, dont le polyester et le polyéthylène. Enfin, il existe des non-tissés dont les fibres sont d'origines minérales, comme les fibres de verre ou l'amiante. Ces différentes fibres sont très

---

<sup>1</sup>Association Américaine des non-tissés

variables de par leurs propriétés physiques, chimiques, diamètre et formes.

Il existe plusieurs procédés industriels pour fabriquer un matériau non-tissé. Cependant, il est possible de diviser le processus en trois étapes. La première étape consiste à fabriquer un voile. La fabrication de ce voile peut-être réalisée selon plusieurs procédés :

- La voie sèche (*drylaid*). Elle regroupe le cardage (*drylaid carded*), illustré sur la figure 1.1, et un procédé aérodynamique (*Airlaid*), illustré sur la figure 1.2. Pour le processus par cardage, les fibres sont acheminées à la carde qui est constituée par un rouleau principal et plusieurs rouleaux satellites hérissés de pointes. La méthode aérodynamique disperse les fibres puis les transporte dans un flux d'air. Ce procédé permet d'utiliser une grande variété de fibres, homogènes ou en mélanges.
- La voie humide ou voie papetière (*Wetlaid*). Le procédé est similaire à celui utilisé pour le papier. Les fibres sont mélangées et dispersées dans de l'eau pour former une pâte. La pâte est ensuite transportée et séchée sur une toile d'égoutage, comme le montre la figure 1.3.
- La voie fondue (*Spunlaid*) regroupe deux méthodes différentes. La première est l'extrusion, figure 1.4. Durant ce processus, la matière première, sous forme de granules, est fondue puis passe par des filières pour former des fils. Ceux-ci vont être refroidis par de l'air froid et étirés pour être déposés sur un tapis. La seconde méthode est l'extrusion par soufflage (*Metblown*), figure 1.5. À la sortie des filières, le fil est étiré par soufflage d'air chaud, avant d'être refroidi par de l'air. Cette technique permet d'obtenir des fibres de plus faible diamètre.

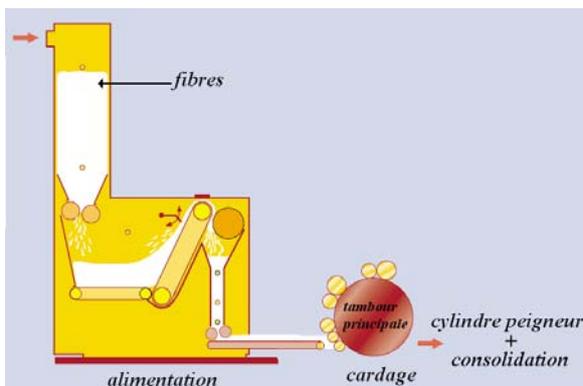


FIG. 1.1 – Procédé par cardage.

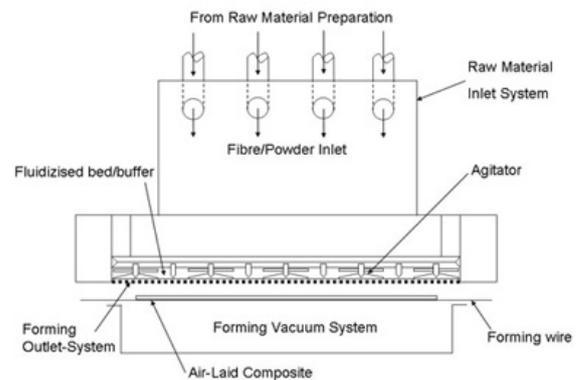


FIG. 1.2 – Procédé aérodynamique.

Processus de fabrication du voile par voie sèche.

Le voile ainsi obtenu possède une faible résistance mécanique. C'est pourquoi, diverses méthodes sont utilisées pour consolider le voile et le traiter selon les nécessités de son utilisation. Plusieurs processus de consolidation existent :

- La consolidation chimique, figure 1.6. Cette technique utilise un agent liant sous forme liquide et son application peut se faire par imprégnation en faisant passer le voile par un bain ou par pulvérisation par l'intermédiaire de buses. Enfin, l'agent liant peut être déposé par enduction. L'ensemble, voile et liant, est ensuite séché pour que la consolidation soit effective.
- La consolidation thermique. Elle se sert de la propriété de certaines fibres à fondre. Certaines fibres sont ainsi spécifiquement créées à cet effet. C'est le cas des fibres bicomposantes à structure âme-peau. Sous l'effet de la chaleur, la peau fond alors que l'âme de la

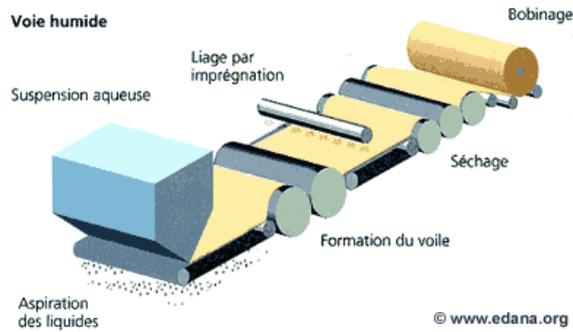


FIG. 1.3 – Procédé par voie humide.

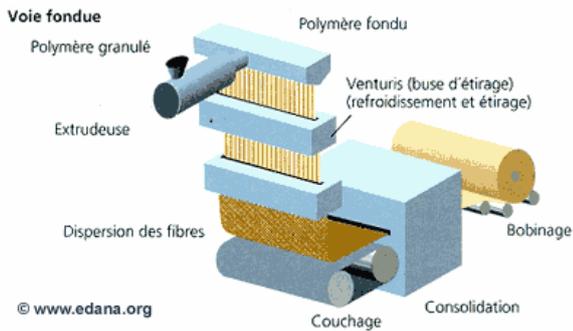


FIG. 1.4 – Procédé par extrusion.

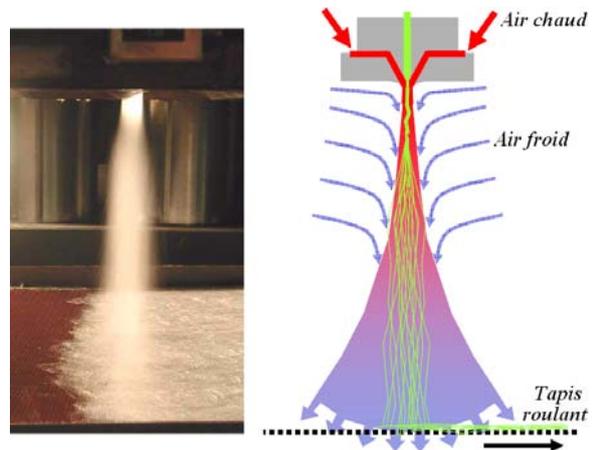
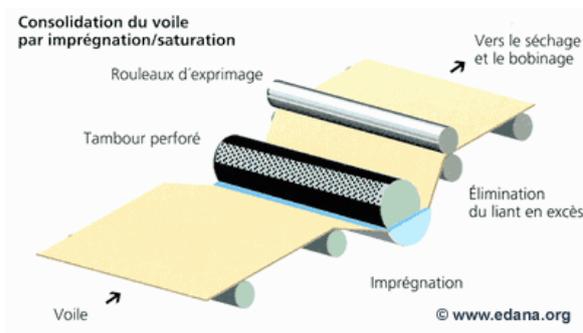


FIG. 1.5 – Procédé par extrusion et soufflage.

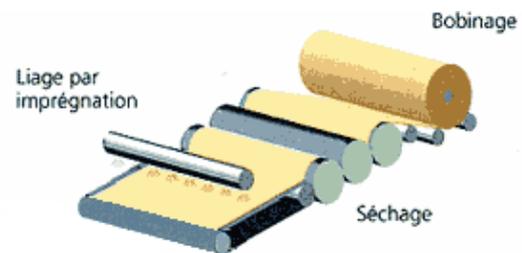
Processus de fabrication du voile par voie fondue.

fibre n'est pas modifiée. La fusion de la peau et sa consolidation lors du refroidissement va permettre de lier les fibres entre elles. Les différents procédés de chauffage utilisés sont le four à air chaud, par contact à air chaud, par des calandres chauffées, illustré par la figure 1.8, ou encore par un système de chauffage haute fréquence.

- La consolidation mécanique, également désignée par aiguilletage. Dans ce cas, l'enchevêtrement des fibres est réalisé en utilisant des aiguilles ou des barbes, comme le montre la figure 1.7.
- La consolidation hydraulique (*Spunlace*), figure 1.7. Cette technique repose sur l'utilisation des jets d'eau haute pression qui traverse le voile. Les fibres sont alors enchevêtrées. Au préalable, le voile est humidifié afin d'éviter toute formation de poche d'air dans le voile. Le voile repose, lors de ce processus, sur des tambours perforés et en dépression, ce qui permet d'évacuer l'eau en excès. Par la suite, le voile consolidé est séché par aspiration et séchage.

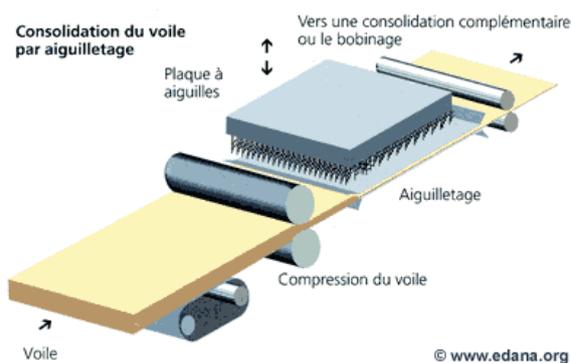


Imprégnation par un bain.

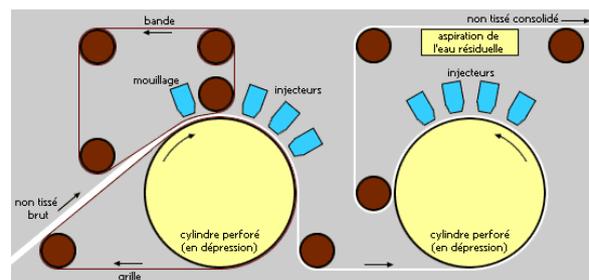


Pulvérisation par des buses.

FIG. 1.6 – Consolidation chimique.



Consolidation par aiguilletage.



Consolidation par jet d'eau.



Aiguille agrandie permettant de mettre en évidence les encoches.

FIG. 1.7 – Consolidation par liage mécanique.

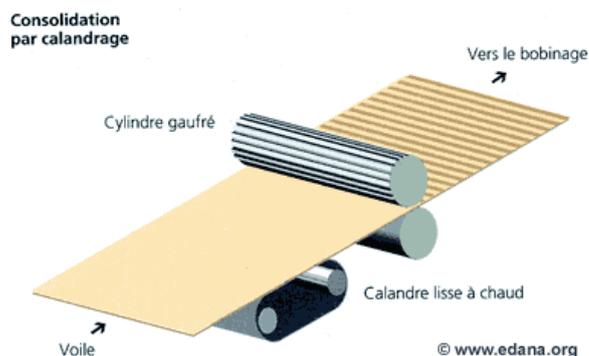


FIG. 1.8 – Consolidation thermique par calendrage.

### 1.1.2 Média utilisés

Les média que nous considérons dans cette étude sont constitués de fibres synthétiques et obtenus tout d’abord par un cardage. Le procédé de fabrication contribue à aligner les fibres dans la même direction. Plusieurs couches sont superposées. Les fibres sont quasiment toutes parallèles entre elles dans la nappe. Celles-ci sont ensuite enchevêtrées, par aiguilletage, et orientées, pour une partie d’entre elles, perpendiculairement à l’écoulement de filtration. Ce processus est commun à quasiment tous les média que nous avons étudiés expérimentalement.

Les média sans liage thermiques sont monocouches. Ils sont désignés par *N953*, *N946*, *ANT150* et *A320HZD*. Chacun de ces média est constitué par un seul diamètre de fibre. Leurs caractéristiques sont regroupées dans le tableau 1.1. Nous y précisons le diamètre des fibres ainsi que le grammage, c’est à dire la masse du médium fibreux par unité de surface.

	N953	N946	ANT150	A320HZD
Diamètre des fibres en $\mu m$	27	27	19	29
Grammage en $kg/m^2$	0,247	0,259	0,163	0,355

TAB. 1.1 – Caractéristiques des média fibreux sans liage thermique

D’autres média subissent un traitement supplémentaire : le liage thermique. C’est le cas des média *N687* et *N937* constitués de deux types de fibre de diamètre distinct. Le premier type de fibre est mono-composant et constitue 50% du nombre de fibres. Le second type de fibre est bi-composant, permettant ainsi le liage thermique.

Nous avons aussi étudié un médium obtenu par un procédé de consolidation hydraulique (*Spunlace*) : *DEATEX*. Il est constitué de fibres mono-composantes et bicomposantes de diamètre différent. En plus du liage par jet d’eau, il subit également un liage thermique.

Les caractéristiques de ces trois derniers média sont répertoriées dans le tableau 1.2.

## 1.2 Caractérisation des média fibreux

Dans cette partie, nous nous intéresserons à la structure des média fibreux et nous caractériserons expérimentalement l’évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de

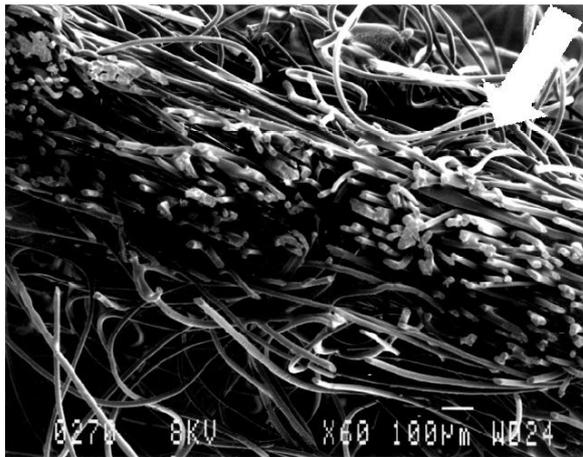
	N687	N937	DEATEX
Diamètre des fibres en $\mu\text{m}$	17,4 et 21,0	17,4 et 21,0	12,2 et 14,2
Grammage en $\text{kg}/\text{m}^2$	0,162	0,195	0,190
Epaisseur en $\text{mm}$	1,45	1,91	1,27
Porosité	0,919	0,926	0,891

TAB. 1.2 – Caractéristique des média fibreux avec liage thermique

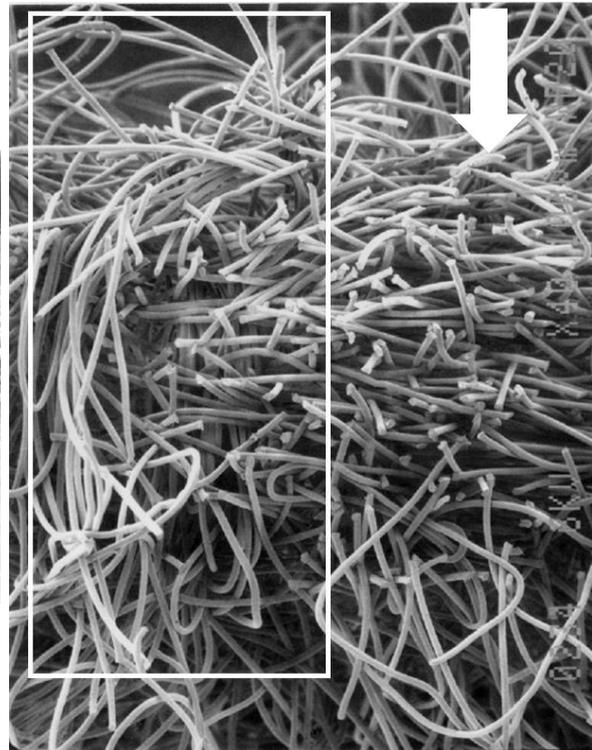
filtration. Ce travail est effectué afin de disposer des données permettant la comparaison avec divers modèles de perméabilité.

### 1.2.1 Structure interne

#### Orientation des fibres



Coupe transversale d'un média aiguilleté avec liage thermique



Coupe transversale d'un média aiguilleté sans liage thermique

FIG. 1.9 – Arrangement des fibres au sein d'un média fibreux aiguilleté

Les images obtenues à l'aide du microscope électronique à balayage permettent d'étudier la structure des média fibreux. Nous avons représenté, pour les différentes images, le sens de l'écoulement. Nous avons ainsi étudié la structure des média fibreux aiguilletés (liage mécanique) avec et sans liage thermique. Les conséquences de l'aiguilletage sont observables sur les différentes images obtenues par le microscope électronique à balayage, figures 1.9 et 1.10. Les fibres sont orientées parallèlement à la surface du média, comme nous pouvons le constater sur les coupes

réalisées sur les deux types de médium fibreux, figure 1.9. Ceci est dû à une étape particulière du processus de fabrication : le cardage. Néanmoins, nous pouvons voir, dans les zones d'aiguilletage, correspondant à la zone d'impact de l'aiguille lors du processus de consolidation du voile, que les fibres ont un alignement différent, elles sont perpendiculaires à l'écoulement. Des traces de l'aiguilletage sont visibles sur la vue de la surface du médium montrée sur la figure 1.10.

Le nombre de coup d'aiguille par unité de surface, c'est à dire la densité d'aiguilletage, est important puisque nous avons pour les media *N687* et *N937* 3 coups par  $mm^2$ , cf. tableau 1.3. Le diamètre des aiguilles utilisées est variable mais est en général compris entre 1,55 et 0,70mm. Ainsi, dans le cadre de notre étude, nous ne pouvons pas négliger les fibres perpendiculaires à l'écoulement.

Type de média	N687-N937	N946	N953	ANT150	A320HZD
Densité d'aiguilletage par $cm^2$	300	150	160/110	105/135	150

TAB. 1.3 – Nombre de coups d'aiguilles par unité de surface lors du processus de consolidation mécanique pour les media fibreux utilisés lors de notre étude.

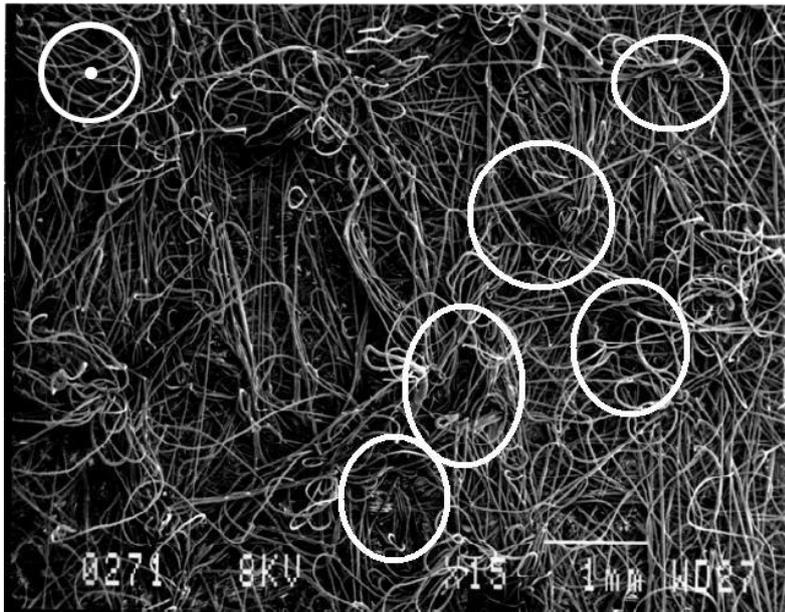
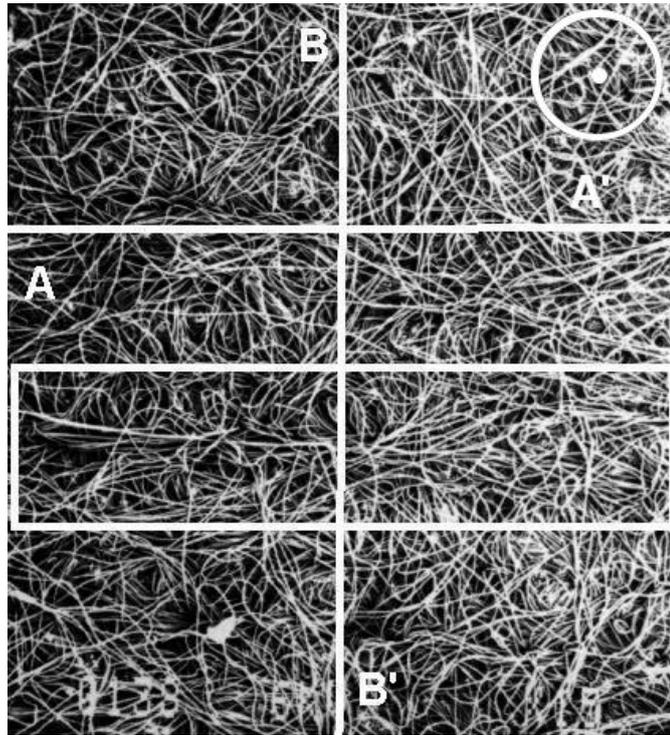


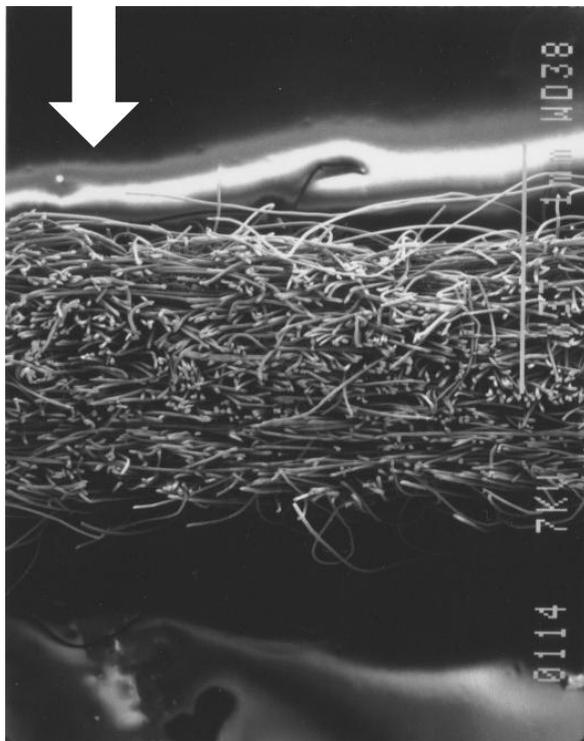
FIG. 1.10 – Vue de la surface d'un médium fibreux aiguilleté

Nous avons aussi observé la structure d'un médium obtenu par jet d'eau et liage thermique, figure 1.11. Nous pouvons remarquer à la surface du médium des traces parallèles. Ceci constitue la différence essentielle que nous avons observé avec le médium aiguilleté. Afin de mieux les voir, nous les avons encadrées sur l'image 1.11(a). C'est le liage par jet d'eau qui est responsable de ces traces. Nous avons ensuite réalisé des observations selon une coupe parallèle et perpendiculaire à ces traces, respectivement AA' et BB' sur l'image 1.11(a).

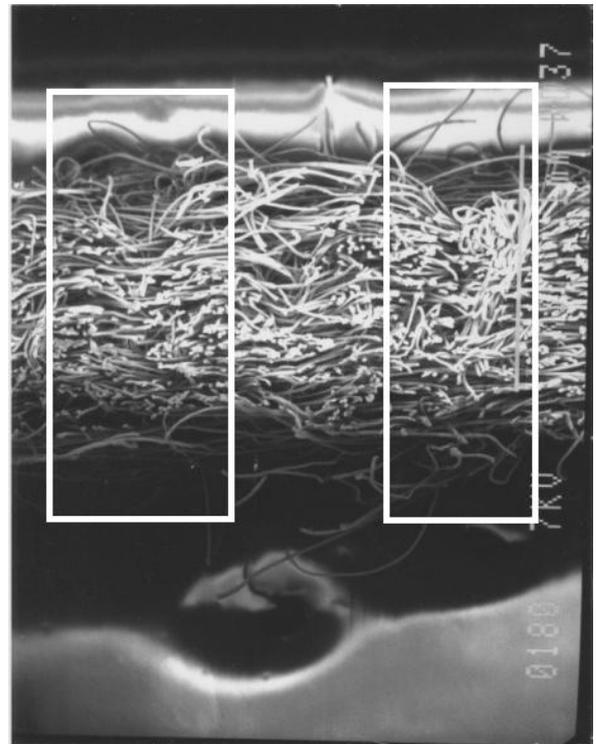
Nous pouvons voir sur la coupe AA', image 1.11(b), que les fibres sont globalement parallèles entre elles. Cependant, sur la coupe BB', image 1.11(c), nous pouvons voir l'impact des jets d'eau sur la structure du médium fibreux. Une partie des fibres est alors orientée parallèlement



(a) Vue de la surface du médium



(b) Vue selon la coupe AA'



(c) Vue selon la coupe BB'

FIG. 1.11 – Images par microscopie électronique du médium *DEATEX* consolidé par liage thermique et jet d'eau.

à l'écoulement. De ce point de vue, les différents média aiguilletés ont la même structure. Nous n'avons pas vu de différence sur l'impact du liage thermique entre les différents média ayant subit cette opération.

### Diamètre des fibres

L'analyse des images nous a permis de déterminer le diamètre des fibres utilisées, voir par exemple la figure 1.12, et les différents types de fibres utilisés. Nous avons ensuite comparé ces résultats à ceux obtenus en utilisant le titrage des fibres, tableau 1.4. Le Tex est l'unité normalisée internationale de titrage des fils et filés. Il représente le poids en grammes de 1000 m de fil. Le dTex représente le poids en grammes de 10000 m de fil. Le diamètre des fibres est déterminé à partir de la masse volumique du matériau constituant la fibre et du titrage.

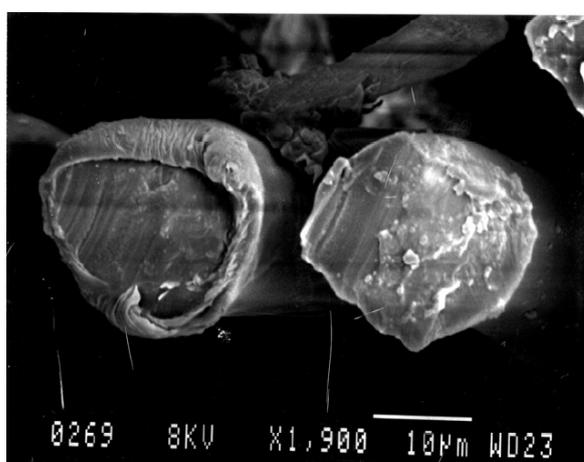


FIG. 1.12 – Visualisation des deux types de fibres au sein du médium thermolié N687.

Type de média	N687-N937		DEATEX		N946	N953	ANT150	A320HZD
	monocomposante	bicomposante						
Titrage( <i>dTex</i> )	3,3	4,8	1,7	2,2	6,7	6,7	3,3	17
Diamètre( $\mu\text{m}$ )	17,4	21,0	12,2	14,2	24,9	24,9	17,4	39,6
Diamètre par MEB( $\mu\text{m}$ )	19,0	22,0	11,6	15,1	27,4	26,9	19,0	29,3
Écart-type( $\mu\text{m}$ )	X	X	0,7	1,5	3,3	1,4	1,3	5,4

TAB. 1.4 – Titrage et diamètres de fibres utilisées pour les média

Nous observons que le diamètre évalué grâce au microscope électronique à balayage et par le titrage des fibres donne un résultat très proche pour quasiment tous les média. En effet, l'écart entre les deux est inférieur à 10%, excepté pour le média A320HZD dont l'écart est supérieur à 25%.

Le liage thermique, images de la figure 1.13, contribue à assurer une cohésion du matériau mais aussi à modifier le diamètre des fibres. Nous observons de nombreux agglomérats de fibres après le liage.

Pour résumer, les différents média fibreux avec aiguilletage sont constitués par des fibres orientées perpendiculairement à l'écoulement. C'est le processus de fabrication – le cardage – qui contribue à orienter les fibres dans cette direction. Cependant, un nombre non négligeable de

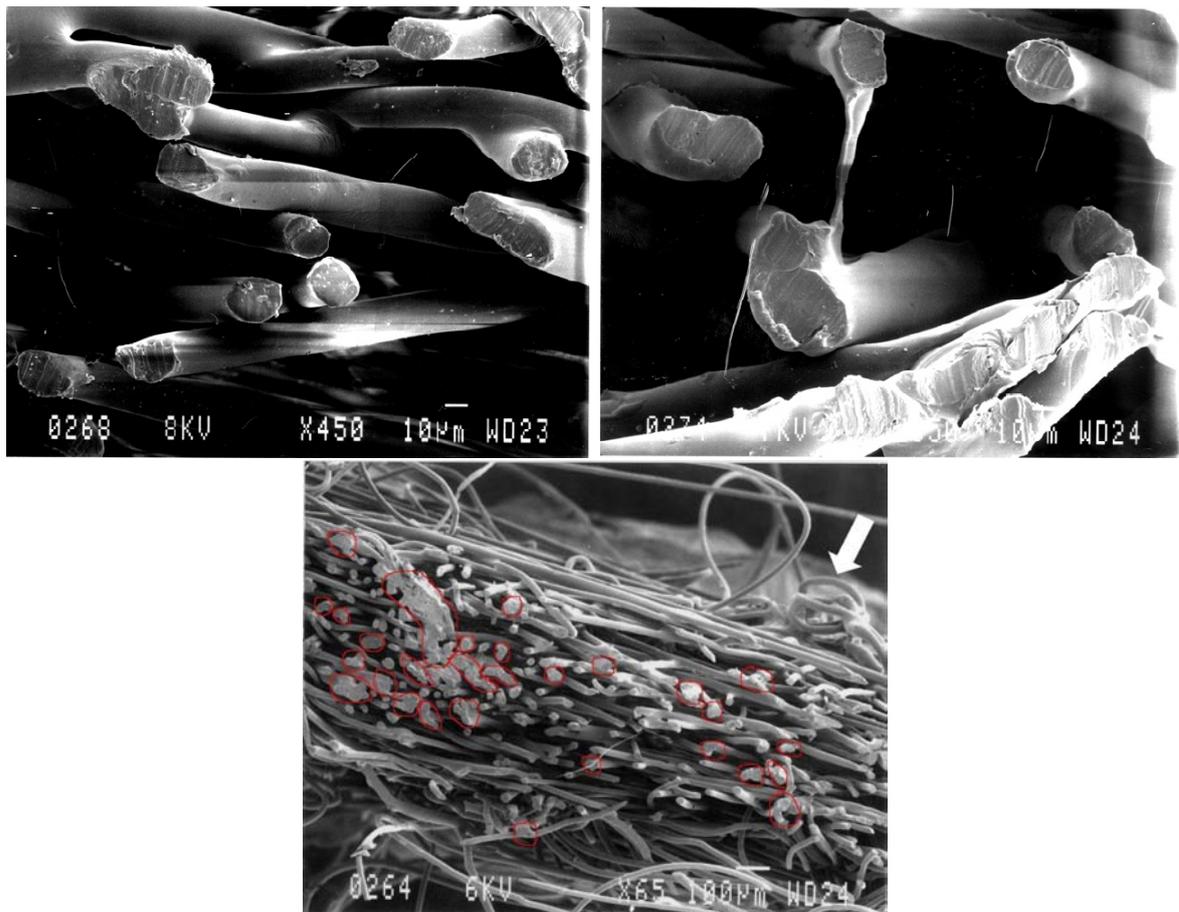


FIG. 1.13 – Illustration du liage thermique dans un médium fibreux aiguilleté composé de fibres mono et bi-composantes.

fibres orientées parallèlement à l'écoulement existe en raison de l'aiguilletage ou du liage par jet d'eau. Il est probable que ceci soit responsable de zones d'écoulement préférentiel.

Le second processus de liage employé est le liage thermique. Nous avons pu voir sur les images l'apparition d'agglomérats de fibres, contribuant à modifier le diamètre des fibres.

### Porosité des média

Dans cette partie, nous allons déterminer la porosité  $\varepsilon$  des média fibreux utilisés. La porosité d'un matériau est définie comme le ratio du volume de vide au sein de ce matériau par rapport au volume total du matériau. Le complémentaire de la porosité est la fraction volumique de la phase solide :  $\phi$ . Il représente le rapport du volume de matériau par le volume total.

Nous avons mesuré l'épaisseur des différents média fibreux à l'aide de l'appareil représenté sur le schéma 1.14. Une pression de  $1kPa$  est exercée sur une surface de  $20cm^2$ . L'épaisseur est déterminée après stabilisation de la mesure. En comparaison, la pression que subit le médium fibreux, lors des mesures de chute de pression, est au maximum de  $200Pa$ , voire  $300Pa$ . Un effet de compression du médium, en raison de la pression supérieure à celle exercée lors des essais de perméabilité, est donc possible.

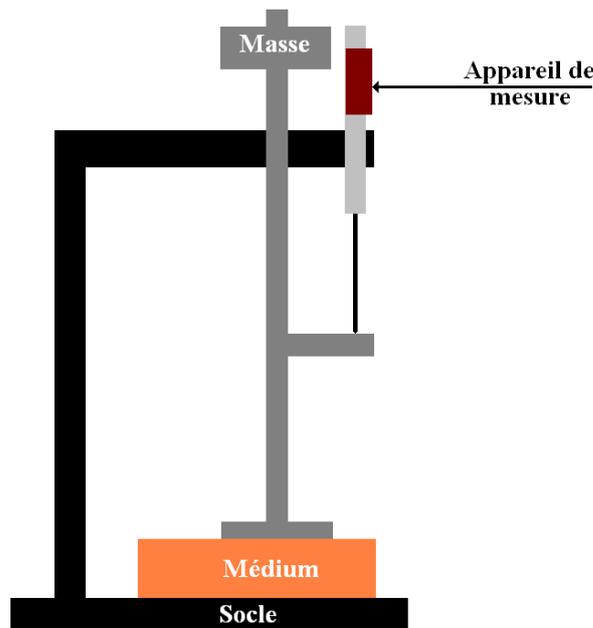


FIG. 1.14 – Schéma de l'appareil utilisé pour mesurer l'épaisseur des média fibreux

Les média utilisés sont tous constitués de polyester, de masse volumique  $\rho_f = 1,38g/cm^3 = 1380kg/m^3$ . Il est alors possible de déterminer le volume de fibres  $V_f$  dans le médium à partir de la masse de l'échantillon  $m_f$  :

$$V_f = \frac{m_f}{\rho_f}$$

Le volume total est déterminé par :  $V_{total} = Se$ , avec  $S$  la surface de l'échantillon et  $e$  son épaisseur. Nous en déduisons la porosité  $\varepsilon$  du médium fibreux :

$$\varepsilon = 1 - \frac{m_f}{Se\rho_f}$$

En notant  $dm_f$ ,  $de$ ,  $dS$  et  $d\phi$  les erreurs de mesure respectives sur la masse, l'épaisseur, la surface de l'échantillon et la fraction volumique de fibres, nous pouvons alors déterminer l'incertitude de mesure sur la fraction volumique de fibres :

$$\frac{d\phi}{\phi} = \frac{dm_f}{m_f} + \frac{dh}{h} + \frac{dS_f}{S_f}$$

Ainsi l'erreur sur la porosité  $d\varepsilon$ , est :  $d\varepsilon = d\phi$

Les échantillons des différents média fibreux ont tous été découpés selon un patron de forme carrée afin qu'ils aient la même dimension. L'incertitude sur la mesure sur chacun des côtés de l'échantillon est  $\pm 1mm$ . L'épaisseur des média a été mesurée en plusieurs zones. L'épaisseur moyenne est  $1,45mm$ ,  $1,92mm$  et  $1,24mm$  avec un écart-type de  $0,02mm$ ,  $0,04mm$  et  $0,03mm$  pour les média *N687*, *N937* et *DEATEX* respectivement. Nous avons choisi de retenir l'écart-type comme incertitude, l'incertitude de l'appareil de mesure,  $\pm 0,01mm$ , étant inférieure à l'écart-type.

L'incertitude de mesure sur la masse, due à l'appareil, est de  $\pm 0,0001g$ .

Les différents résultats sont représentés dans les tableaux 1.5, 1.6 et 1.7.

### 1.2.2 Perméabilité

L'objectif de cette partie est de déterminer l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration. Pour cela, nous commencerons par donner des ordres de grandeurs de différents paramètres physiques caractérisant l'écoulement dans le milieu poreux. Nous présentons ensuite le dispositif expérimental utilisé pour notre étude, puis les résultats expérimentaux.

Les résultats expérimentaux vont permettre de déterminer l'influence de la surface de filtration et de la porosité sur la chute de pression du médium. L'influence de la surface de filtration va nous permettre de déterminer si le médium est homogène à l'échelle du pli. L'influence de la porosité va nous permettre, lors de la comparaison avec des modèles existants, partie 1.3, de pouvoir déterminer celui qui convient le mieux.

Enfin, nous présenterons les résultats pour des média fibreux en série. Ceux-ci sont utilisés par les industriels dans le but d'améliorer les performances des média fibreux.

### Ordres de grandeur des paramètres physiques

Pour caractériser le régime d'écoulement autour des fibres, il est usuel de considérer le nombre de *Reynolds* des fibres,  $Re_f$ . Le Reynolds de fibre est défini par :

$$Re_f = \frac{\rho d_f u_f}{\varepsilon \mu}$$

Avec :

- $\rho$  la masse volumique du fluide. Pour l'air,  $\rho \approx 1,16kg/m^3$
- $\mu$  la viscosité dynamique du fluide. Pour l'air,  $\mu \approx 1,983.10^{-5}Pa.s$ .
- $\varepsilon$  la porosité du milieu poreux. L'ordre de grandeur de la porosité est  $\varepsilon \approx 0,9$
- $d_f$  le diamètre des fibres. Pour les média étudiés, celui-ci est compris entre  $d_f = 15\mu m$  et  $d_f = 30\mu m$ .
- $u_f$  la vitesse de filtration. La plus haute vitesse de filtration moyenne est  $u_f = 0,65m/s$  et la vitesse de filtration moyenne nominale  $u_f \approx 0,45m/s$ . Ces valeurs sont préconisées par les industriels.

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Épaisseur( <i>mm</i> )	1,46	1,42	1,44	1,43	1,45	1,41	1,44	1,40	1,44	1,43
Écart-type épaisseur( <i>mm</i> )	0,01	0,02	0,02	0,03	0,02	0,02	0,03	0,01	0,02	0,03
Masse( <i>g</i> )	4,121	4,133	4,090	4,418	4,133	4,386	3,987	4,118	4,085	4,399
Erreur sur la masse( <i>g</i> )	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Surface( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8
Erreur Surface( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
$\phi$	0,078	0,081	0,079	0,086	0,079	0,087	0,077	0,082	0,079	0,085
$\varepsilon$	0,922	0,919	0,921	0,914	0,921	0,913	0,923	0,918	0,921	0,915
$d\phi$	0,003	0,003	0,003	0,003	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
Échantillon	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Épaisseur( <i>mm</i> )	1,46	1,41	1,47	1,47	1,47	1,49	1,50	1,50	1,46	1,46
Écart-type épaisseur( <i>mm</i> )	0,03	0,03	0,02	0,02	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
Masse( <i>g</i> )	4,055	4,256	4,271	4,351	4,231	4,661	4,314	4,567	4,275	4,344
Erreur masse( <i>g</i> )	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Surface( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8
Erreur Surface( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
$\phi$	0,077	0,084	0,081	0,082	0,080	0,087	0,080	0,084	0,081	0,083
$\varepsilon$	0,923	0,916	0,919	0,918	0,920	0,913	0,920	0,916	0,919	0,917
$d\phi$	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
Échantillon	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Épaisseur( <i>mm</i> )	1,46	1,45	1,46	1,45	1,45	1,45	1,45	1,42	1,44	1,43
Écart-type épaisseur( <i>mm</i> )	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,02	0,02
Masse( <i>g</i> )	4,234	4,379	4,067	4,373	4,071	4,154	4,031	4,228	3,953	4,352
Erreur masse( <i>g</i> )	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Surface( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8
Erreur Surface( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
$\phi$	0,080	0,084	0,077	0,084	0,078	0,080	0,077	0,083	0,076	0,084
$\varepsilon$	0,920	0,916	0,923	0,916	0,922	0,920	0,923	0,917	0,924	0,916
$d\phi$	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,004	0,003

TAB. 1.5 – Porosité des différents échantillons du médium N687.

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Épaisseur moyenne en $mm$	1,94	1,95	1,97	1,92	1,92	1,95	1,867	1,88	1,89
Écart-type de l'épaisseur en $mm$	0,04	0,07	0,07	0,07	0,05	0,07	0,05	0,09	0,08
Masse moyenne en $g$	5,293	5,174	5,345	5,010	5,074	5,211	4,821	5,007	4,952
Erreur sur la masse en $g$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Surface en $cm^2$	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8	260,8
Écart-type en $cm^2$	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
$\phi$	0,075	0,074	0,075	0,072	0,073	0,074	0,072	0,074	0,073
$\varepsilon$	0,925	0,926	0,925	0,928	0,927	0,926	0,928	0,926	0,927
$d\phi$	0,003	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,005	0,005

TAB. 1.6 – Porosité des différents échantillons du médium N937.

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8
Épaisseur moyenne en $mm$	1,21	1,27	1,20	1,25	1,25	1,21	1,23	1,28
Écart-type de l'épaisseur en $mm$	0,03	0,02	0,02	0,04	0,04	0,04	0,02	0,02
Masse moyenne en $g$	2,696	2,783	2,644	2,739	2,703	2,672	2,790	2,812
Erreur sur la masse en $g$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Surface en $cm^2$	145,5	144,9	145,5	144,9	144,9	146,4	146,1	146,4
Erreur sur la surface en $cm^2$	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
$\phi$	0,111	0,110	0,109	0,109	0,108	0,110	0,112	0,109
$\varepsilon$	0,889	0,890	0,891	0,891	0,892	0,890	0,888	0,891
$d\phi$	0,005	0,003	0,004	0,006	0,006	0,005	0,004	0,004

TAB. 1.7 – Porosité des différents échantillons du médium DEATEX.

Le *Reynolds* de la fibre est :  $Re_f \approx 1,27$ , pour  $u_f = 0,65m/s$  et  $d_f = 30\mu m$ ,  $Re_f \approx 0,87$ , pour  $u_f = 0,45m/s$  et  $d_f = 30\mu m$  et  $Re_f \approx 0,44$ , pour  $u_f = 0,45m/s$  et  $d_f = 15\mu m$ .

Pour un *Reynolds* de fibre faible, les effets d'inertie sont négligeables et la loi de *Darcy* permet de décrire l'évolution de la pression en fonction de la vitesse dans le milieu poreux. Dans le cas d'un écoulement unidirectionnel, la loi de *Darcy* permet d'écrire :

$$\frac{\Delta P}{e} = \frac{\mu}{k} u_f$$

où  $k$  est la perméabilité du médium. Nous pouvons voir que la chute de pression,  $\Delta P$ , varie linéairement avec la vitesse de filtration. Pour évaluer la chute de pression, il suffit de déterminer la perméabilité du médium ainsi que son épaisseur.

Cependant, lorsque le nombre de *Reynolds* augmente, il y a une transition de l'écoulement linéaire, qui suit la loi de *Darcy*, vers un écoulement non-linéaire, qui suit la loi de *Forchheimer*. Cette transition est progressive. Dullien [36], pages 244, s'appuie sur les travaux de Scheidegger pour donner un intervalle de *Reynolds* compris entre 0,1 et 75 à partir duquel la loi de *Darcy* n'est plus valable. Selon Nield et Bejan [90], pages 9-11, la transition a lieu pour un *Reynolds* compris entre 1 et 10. Nous pouvons donc dire que la relation débit/chute de pression est, pour la plupart des valeurs de vitesses de filtration et de tailles de fibres, considérées dans notre étude comme linéaire. Pour les plus grandes valeurs de *Reynolds*, l'étude expérimentale permettra de conclure sur le régime de l'écoulement.

Il est intéressant de noter qu'il existe actuellement un engouement pour les fibres nanométriques [12, 62, 102, 104]. En effet, la capacité d'une fibre à capturer une particule de taille donnée, augmente lorsque le diamètre des fibres diminue. Or, en raison des avancées techniques ainsi que des exigences de plus en plus fortes des normes à satisfaire, la réalisation de ce type de médium fibreux est tout à fait possible et potentiellement intéressante. Dans ce cas, pour un diamètre de fibre de  $d_f \approx 500nm$ , le *Reynolds* de fibre est :  $Re_f \approx 0,02$ , pour  $u_f = 0,65m/s$ .

Il convient aussi de s'intéresser aussi au nombre de *Knudsen* des fibres :

$$Kn = \frac{\lambda}{d_f}$$

où  $\lambda$  est le libre parcours moyen des molécules. En effet, en raison des tailles très petites mises en jeu, il est possible que celui-ci ne soit plus négligeable devant la taille des fibres. Des effets liés au glissement de l'écoulement autour des fibres doivent être pris en compte [17], pages 60-62. Le libre parcours moyen dans l'air est  $\lambda \approx 0,065\mu m$ . À titre d'exemple, nous obtenons :  $Kn \approx 2,2 \cdot 10^{-3}$ , pour  $d_f = 30\mu m$  et  $Kn \approx 4,3 \cdot 10^{-3}$ , pour  $d_f = 15\mu m$ .

Dans le cas des fibres de taille micrométrique, le nombre de *Knudsen* est donc faible et les effets de glissement à la surface de ces fibres peuvent être négligés. Par contre, pour les nanofibres, le nombre de *Knudsen* est,  $Kn \approx 0,13$  pour  $d_f = 500nm$ . Les effets de glissement doivent alors être pris en compte pour ce type de fibre, [17] pages 60-62.

## Le banc de mesure

La figure 1.15 montre le schéma du dispositif expérimental utilisé pour déterminer la perméabilité des média fibreux.

Le débit d'air est assuré par un système aspirant. La mesure de la différence de pression, aux bornes du média fibreux, est réalisée à l'aide d'un manomètre différentiel dont l'incertitude sur la mesure est inférieure à 4%. Les pressions mesurées sont les pressions de paroi en amont et en aval du porte-échantillon.

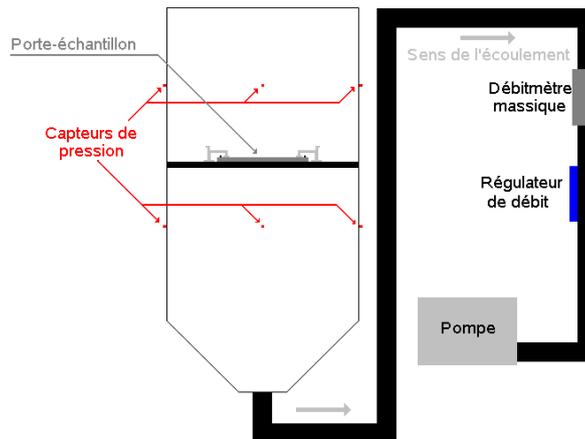


FIG. 1.15 – Le banc de perméabilité

Le débit est mesuré par un débitmètre massique thermique. Celui-ci possède deux capteurs de température en amont et en aval d'une résistance chauffante. La différence de température de l'écoulement permet de déterminer le débit massique. Cependant, le calculateur donne le débit volumique pour les Conditions Normales de Température et de Pression, soit pour une pression  $1\text{atm}$  et une température  $T = 0^\circ\text{C}$ . Il est donc nécessaire de connaître les conditions atmosphériques lors des mesures afin de déterminer le débit volumique. L'incertitude sur la mesure du débit par le débitmètre est inférieure à 2%.

### Porte-échantillons

Nous avons utilisé deux types de porte-échantillon lors des essais de perméabilité. Le premier, représenté sur la figure 1.16 permet de mesurer la perméabilité des média sans compression. Le second, représenté sur la figure 1.17 permet de compresser l'échantillon uniformément à l'épaisseur désirée. Pour cela, nous utilisons des cales préalablement calibrées.

L'intérêt du second type de porte-échantillon est d'obtenir l'évolution de la perméabilité en fonction de la porosité du média fibreux. Ces résultats seront comparés à ceux déjà disponibles dans la littérature (modèle théorique et empirique). Cependant, en raison de l'utilisation de grilles permettant une compression uniforme du média fibreux, cf. figure 1.17, la surface de filtration n'est pas connue. Nous avons déterminé celle-ci par ajustement avec les résultats obtenus à l'aide du premier porte échantillon.

Afin d'assurer l'étanchéité du banc, les parties du porte-échantillon en contact avec le porte-échantillon ou le banc sont recouvertes de néoprène.

Nous avons calibré en l'absence de média fibreux les différents portes-échantillons à différents débits. Le tableau 1.8 récapitule ces résultats pour le premier type de porte-échantillon, et le tableau 1.9, pour le second type de porte-échantillon.

Nous utilisons le porte-échantillon de type 1, pour étudier l'influence de la surface de filtration sur la perméabilité. Les surfaces de filtration sont  $5\text{cm}^2$ ,  $20\text{cm}^2$ ,  $50\text{cm}^2$  et  $100\text{cm}^2$ .

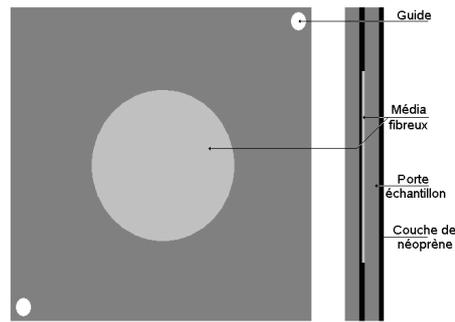


FIG. 1.16 – Le premier porte-échantillon du banc de perméabilité

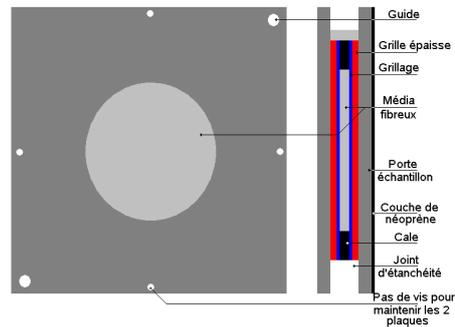


FIG. 1.17 – Le second porte-échantillon du banc de perméabilité

Le porte échantillon de type 2 permet de réaliser des mesures de perméabilité pour différentes compressions du médium fibreux. Afin d'assurer une compression uniforme, nous utilisons une grille. Une partie de la surface du médium est donc recouverte par la grille. La comparaison avec les résultats du porte-échantillon de type 1 ont permis de déterminer sa surface.

### Procédure d'essai

Les différentes étapes de la mesure de la perméabilité et de la porosité avec le premier porte-échantillon sont les suivantes :

1. L'échantillon est découpé selon un patron.
2. L'échantillon est pesé pour déterminer son grammage,  $G$ . C'est à dire la masse par unité de surface.
3. Mesure de l'épaisseur du média.
4. Le porte-échantillon est placé dans le banc d'essai à l'aide des sauterelles, voir le schéma 1.15, page 19.
5. Mesure de la température et de la pression atmosphérique.
6. Mesure de la chute de pression aux bornes du porte-échantillon pour différentes valeurs de débit volumique.

Les différentes étapes de la mesure de la perméabilité et de la porosité avec le deuxième porte-échantillon sont les suivantes :

1. L'échantillon est découpé selon un patron.
2. L'échantillon est pesé pour déterminer son grammage.

Débit volumique en $m^3/h$	chute de pression en $Pa$			
	Surface $5cm^2$	Surface $20cm^2$	Surface $50cm^2$	Surface $100cm^2$
1	0	0	0	0
2	2	0	0	0
3	4	0	0	0
4	12	0	0	0
5	15	0	0	0
6	19,5	0	0	0
7	25	1	0	0
8	34	1,5	0	0
9	44	2	0	0
10	53	2,5	0	0
11	63	3	0	0
12	76	4	0	0
13	86	5	0	0
14	106	5,5	0	0
15	122	6,5	0	0
16	139	8,5	0	0
17	156	12	0	0
18	176	14	0	0
19	193	15	0	0
20	215	16	1	0

TAB. 1.8 – chute de pression engendrée par le porte-échantillons de type 1 en fonction du débit volumique

3. Les différentes hauteurs de cales vont être choisies en fonction du grammage du média.
4. L'échantillon est mis en place dans le porte-échantillon avec les cales choisies.
5. Serrage le plus uniforme possible des vis du porte-échantillon.
6. Le porte-échantillon est placé dans le banc d'essai à l'aide des sauterelles, voir le schéma 1.15, page 19.
7. Mesure de la température et de la pression atmosphérique.
8. Mesure de la chute de pression aux bornes du porte-échantillon pour différentes valeurs de débit volumique.

### Résultats expérimentaux

La chute de pression,  $\Delta P$  en pascal, en fonction de la vitesse de filtration  $u_f$ , pour les différents média fibreux avec liage thermique est représentée sur la figure 1.18. Les graphiques de gauche représentent les résultats pour tous les échantillons de chaque média. Les graphiques de droite représentent les résultats expérimentaux pour un échantillon en particulier ainsi que la régression linéaire obtenue pour ces résultats. Nous pouvons voir que l'évolution de la chute de pression est globalement linéaire par rapport à la vitesse de filtration sur toute la plage de mesure.

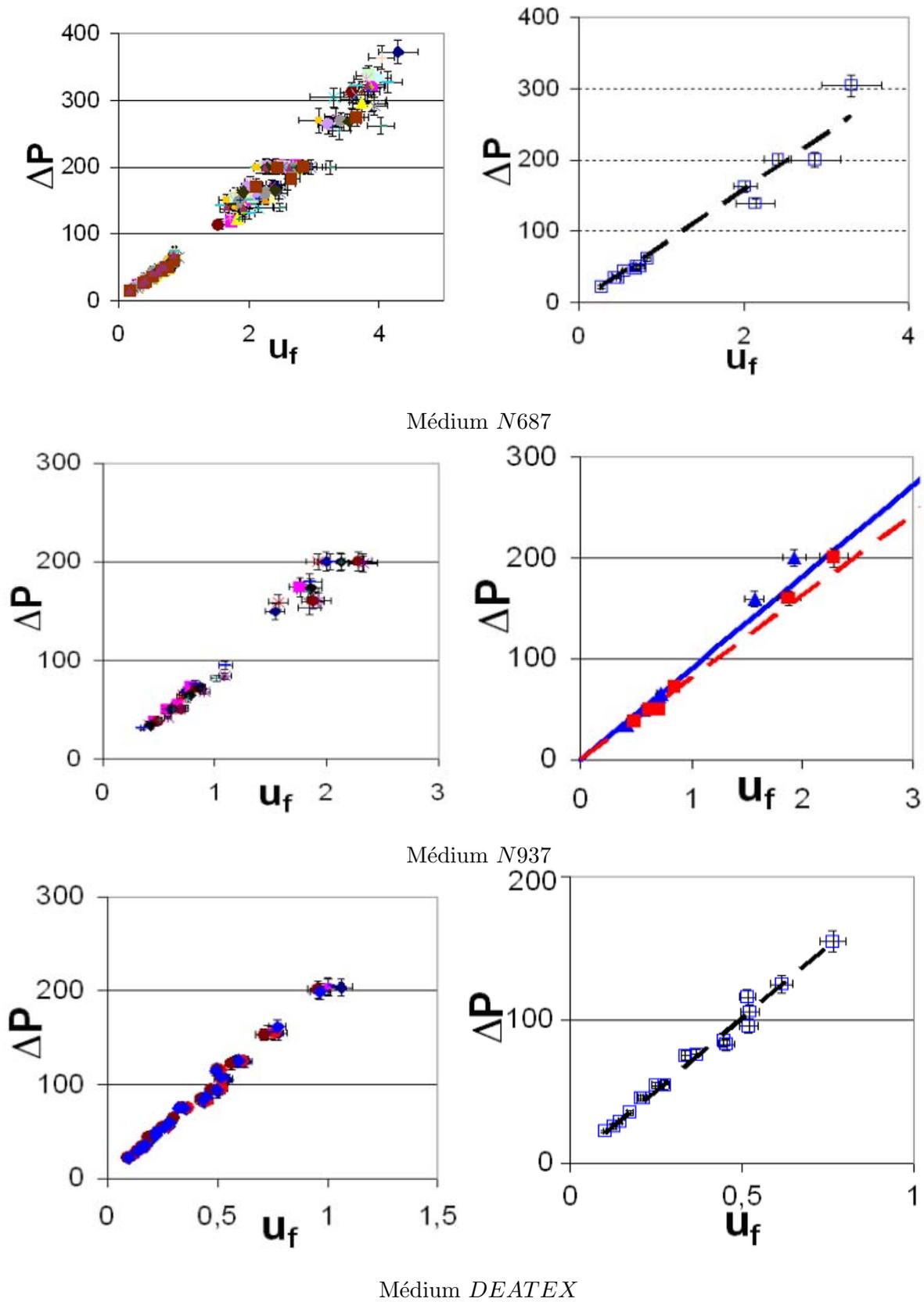


FIG. 1.18 – Évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en Pa, de média fibreux plans en fonction de la vitesse de filtration  $u_f$  en  $m/s$ .

chute de pression $Pa$	1	2	3	4
Débit massique $m^3/h$	4,35	6,20	8,41	11,10

TAB. 1.9 – chute de pression engendrée par le porte-échantillons de type 2 en fonction du débit volumique

Ainsi, pour les vitesses étudiées, les effets inertiels sont négligeables. Nous pouvons alors utiliser la loi de *Darcy* :

$$\frac{\Delta P}{e} = \frac{\mu Q}{k S} \quad (1.1)$$

$\Delta P$  est la chute de pression de part et d'autre du milieu poreux,  $e$  son épaisseur,  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide,  $Q$  le débit massique,  $S$  la surface de filtration et  $k$  est la perméabilité du milieu poreux.

Soit :

$$k = \frac{\mu e Q}{S \Delta P} \quad (1.2)$$

Comme, nous l'avons précisé précédemment, dans la partie 1.2.2, le débit mesuré est massique mais l'appareil de mesure indique le débit volumique correspondant aux *CNTP*. Nous déduisons alors le débit volumique réel :

$$Q = \frac{\rho_0}{\rho} Q_0$$

Avec :

- $Q$  le débit volumique dans les conditions de pression et de température de l'essai.
- $\rho_0$  la masse volumique pour les *CNTP*.
- $Q_0$  le débit volumique indiqué par l'appareil de mesure.

En supposant que l'air se comporte comme un gaz parfait, nous avons alors :  $\rho = \frac{P}{RT}$ , avec  $R = 287.06 J.kg^{-1}.K^{-1}$ ,  $P$  la pression, en  $Pa$ , et  $T$  la température, en  $K$ , de l'air pendant les conditions d'essais. Soit, avec  $\rho_0 = 1,29 kg.m^{-3}$ , nous obtenons la perméabilité du milieu poreux, à partir des paramètres mesurés :

$$k = 371,17 \frac{\mu e Q_0 T}{P S \Delta P} \quad (1.3)$$

La vitesse de filtration est déterminée par :

$$u_f = \frac{Q}{S} = 371,17 \frac{Q_0 T}{P S}$$

L'incertitude sur la mesure de la vitesse de filtration est comprise entre 4 et 7%, selon la surface de filtration choisie tandis que l'incertitude sur la mesure de perméabilité  $dk$  est donnée par :

$$\frac{dk}{k} = \frac{de}{e} + \frac{dQ_0}{Q_0} + \frac{dT}{T} + \frac{dP}{P} + \frac{d\Delta P}{\Delta P} + \frac{dS}{S} \quad (1.4)$$

### Perméabilité des média avec liage thermique

Nous avons commencé notre étude par la caractérisation des média fibreux avec liage thermique. Ceux-ci possèdent deux diamètres de fibres différents, comme nous pouvons le voir dans le tableau 1.4. Les diamètres des deux types de fibres utilisées sont cependant relativement proches, aussi bien pour les média *N687*, *N937* que pour le médium *DEATEX*. Les résultats des mesures de perméabilité, par échantillon, de ces différents média fibreux sont regroupées dans les tableaux 1.10, 1.12 et 1.12.

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Perméabilité( $\mu m^2$ )	361	365	364	350	354	329	370	351	375	343
Erreur perméabilité( $\mu m^2$ )	37	38	34	45	32	30	37	33	35	31
Échantillon	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Perméabilité( $\mu m^2$ )	353	363	349	347	352	329	351	338	351	324
Erreur perméabilité( $\mu m^2$ )	33	33	31	31	37	32	36	31	32	37
Échantillon	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Perméabilité( $\mu m^2$ )	371	351	385	354	364	397	367	350	378	338
Erreur perméabilité( $\mu m^2$ )	33	37	33	36	39	33	33	37	32	32

TAB. 1.10 – Perméabilité des différents échantillons du médium N687.

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Perméabilité( $\mu m^2$ )	399	396	393	429	438	414	438	410	390
Erreur perméabilité( $\mu m^2$ )	48	53	52	60	54	56	53	60	55

TAB. 1.11 – Perméabilité des différents échantillons du médium N937.

Échantillon	1	2	3	4	5	6
Perméabilité( $\mu m^2$ )	108	107	107	106	108	105
Erreur perméabilité( $\mu m^2$ )	13	18	13	13	13	12

TAB. 1.12 – Perméabilité des différents échantillons du médium DEATEX.

**Influence de la surface de filtration** Nous avons mesuré la perméabilité pour différentes surface de filtration :  $5cm^2$ ,  $20cm^2$ ,  $50cm^2$  et  $100cm^2$ . Nous avons réalisé ces mesures pour 30 échantillons différents pour le médium *N687*.

Les résultats figurent sur les graphiques 1.19. Sur le graphique 1.19(a), nous avons représenté la perméabilité pour une surface donnée en fonction de l'échantillon considéré,  $N$ . Cette perméabilité est divisée par la perméabilité  $k_{m_i}$  qui est la moyenne pour l'ensemble des surfaces pour ce même échantillon.

Le graphique 1.19(b) représente la perméabilité pour une surface donnée en fonction de

l'échantillon considéré,  $N$ . Cette perméabilité est divisée par la perméabilité moyenne du médium,  $k_m$ .

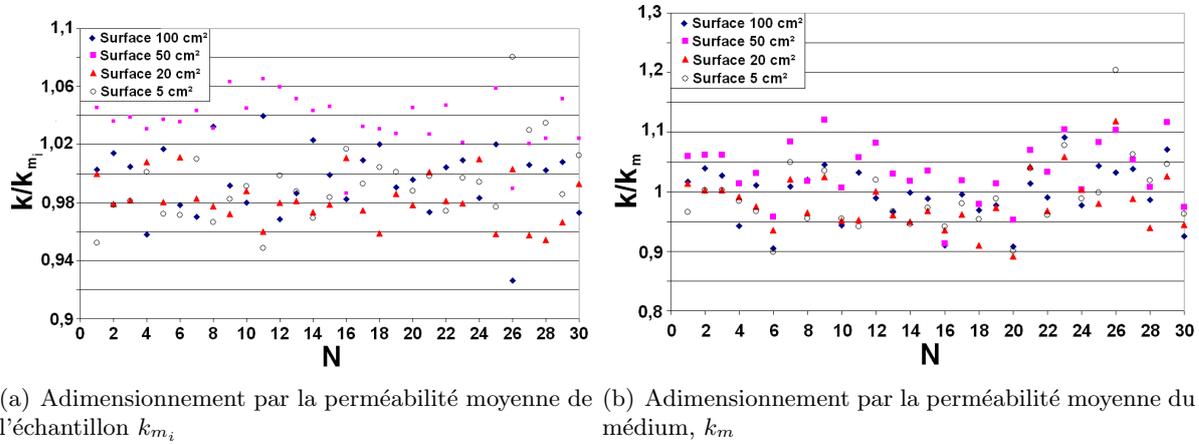


FIG. 1.19 – Influence de la surface sur perméabilité

Nous constatons que les résultats sont indépendants de la surface de filtration puisque le rapport entre la perméabilité par surface de filtration,  $k$ , avec la perméabilité moyenne du même échantillon  $k_{m_i}$  est compris entre 0,9 et 1,1. Par ailleurs, pour quasiment tous les échantillons, ce rapport est compris entre 0,95 et 1,05. À présent, si nous nous intéressons au ratio avec la perméabilité moyenne du médium,  $k_m$ , nous avons une dispersion plus importante des résultats. Cependant, cela ne dépend pas de la surface de filtration et, pour quasiment tous les échantillons, ce ratio est compris entre 0,9 et 1,1. Nous avons reporté dans le tableau 1.13 la perméabilité moyenne pour le médium  $N687$  ainsi que l'écart type des mesures adimensionnées par  $k_m$ .

Surface de filtration	100, 50, 20 et 5cm <sup>2</sup>	100cm <sup>2</sup>	50cm <sup>2</sup>	20cm <sup>2</sup>	5cm <sup>2</sup>
Perméabilité moyenne sur tous les échantillons( $\mu\text{m}^2$ )	356	361	358	351	353
Écart-type divisé par $k$	0,087	0,063	0,096	0,102	0,088
$\frac{k}{k_m}$	1,000	1,016	1,005	0,987	0,993

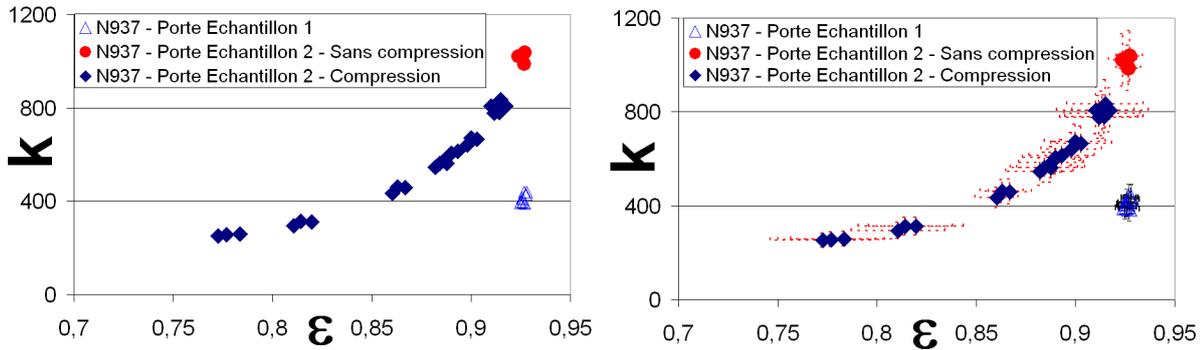
TAB. 1.13 – Influence de la surface de passage sur la mesure de la perméabilité

Ainsi, nous n'avons pas d'écart significatif entre les différents résultats obtenus. C'est pourquoi, nous allons considérer le milieu poreux étudié comme homogène à l'échelle des surfaces considérées.

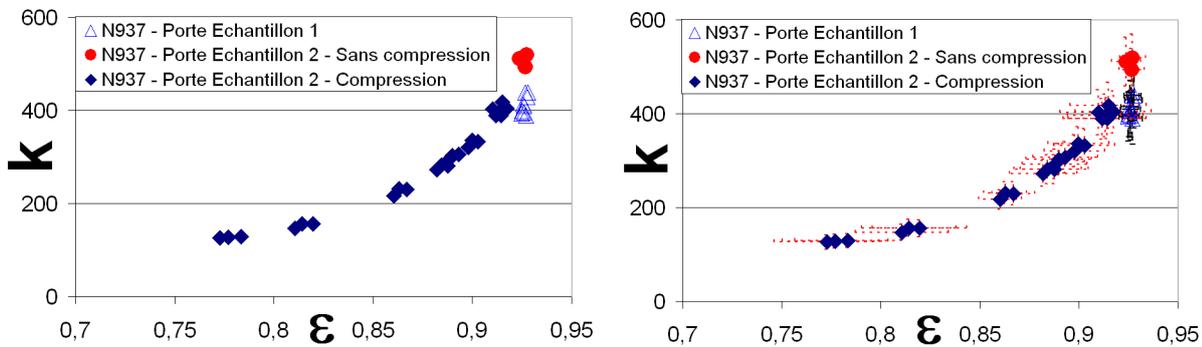
**Influence de la porosité** Afin d'étudier la perméabilité en fonction de la porosité, nous avons utilisé le second type de porte échantillon. Comme nous l'avons précisé précédemment, nous avons comparé les résultats obtenus pour les deux types de porte échantillon, figure 1.20.

Le meilleur accord entre les résultats du premier type et second type de porte échantillon est obtenu pour une surface de filtration de 50cm<sup>2</sup>. Cependant, un léger écart subsiste entre les deux résultats, il est de l'ordre de 10%. En tenant compte de l'incertitude liée aux mesures, il n'y a pas de différence de résultats entre les deux portes échantillons.

Les média  $N687$  et  $N937$  possèdent le même type de fibre et processus de fabrication. Ils ne diffèrent que par leur épaisseur et grammage, comme l'indique le tableau 1.2, page 9. C'est pour

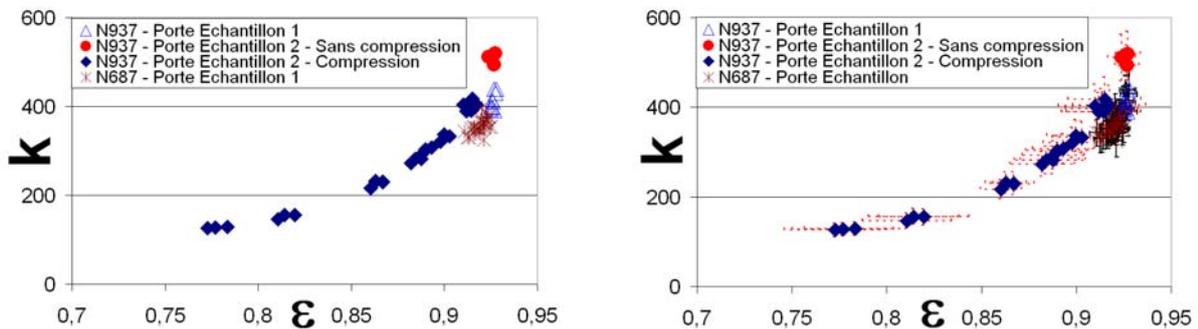


Surface de filtration fixée à  $25\text{cm}^2$  pour le deuxième type de porte-échantillon.



Surface de filtration fixée à  $50\text{cm}^2$  pour le deuxième type de porte-échantillon.

FIG. 1.20 – Perméabilité  $k$  en  $\mu\text{m}^2$  du médium  $N937$ , pour différentes compressions et pour les deux types de porte-échantillon, en fonction de la porosité  $\varepsilon$  du médium.

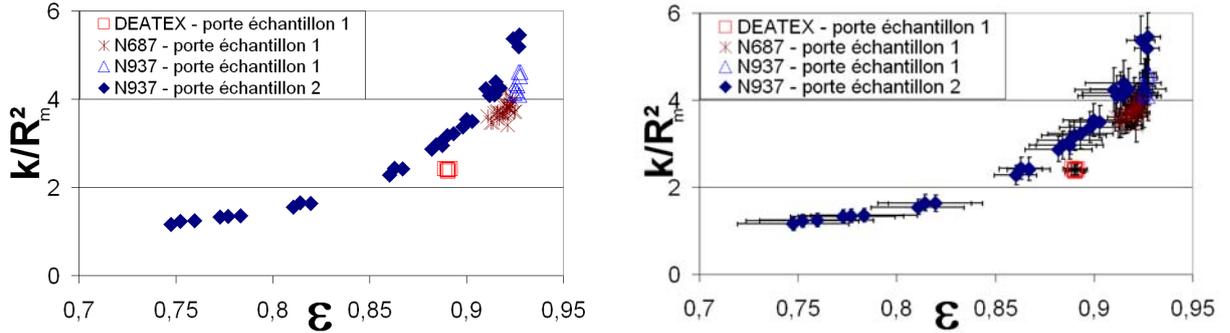


Surface de filtration fixée à  $50\text{cm}^2$  pour le deuxième type de porte-échantillon.

FIG. 1.21 – Perméabilité  $k$  en  $\mu\text{m}^2$  du médium  $N937$  et  $N687$  en fonction de la porosité  $\varepsilon$  du médium.

cette raison que les résultats expérimentaux sont confondus, comme le montre le graphique 1.21. Il représente l'évolution de la perméabilité,  $k$  en  $\mu m^2$ , en fonction de la porosité du médium  $\varepsilon$ .

En adimensionnant la perméabilité des média par le carré du rayon des fibres, nous obtenons une courbe unique d'évolution de la perméabilité en fonction de la porosité. Étant donné que les média proposés, *N687*, *N937* et *DEATEX* possèdent deux types différents de diamètre de fibre qui sont cependant relativement proches, nous pouvons tenter d'adimensionner la perméabilité en utilisant un rayon de fibre moyen [78]. Les résultats sont regroupés sur le graphique 1.22.



Surface de filtration fixé à  $50cm^2$  pour le deuxième type de porte-échantillon.

FIG. 1.22 – Perméabilité  $k$  des différents média thermoliés adimensionné par le carré du rayon moyen des fibres  $R_m$  en fonction de la porosité  $\varepsilon$  du médium.

À même porosité, la perméabilité du médium *DEATEX* est légèrement inférieure à celle des deux autres média. Nous ne sommes pas en mesure de donner des explications de cet écart. Celui-ci peut être dû au choix du rayon des fibres pour l'adimensionnement. Il peut aussi être dû au processus de fabrication différent. Les images obtenues par le microscope électronique à balayage, 1.9 page 9, 1.10 page 10 pour les média aiguilletés et les images 1.11 page 11 pour le médium avec liage par jet d'eau montrent des différences de structures.

Le liage thermique peut aussi contribuer à l'écart observé. En effet, nous avons observé des agglomérats de fibres pour le médium *N687*, comme le montre les images 1.13 page 13, que nous n'avons pas observé pour le médium *DEATEX*.

### Perméabilité des média sans liage thermique

L'étude des média sans liage thermique présente l'avantage d'étudier des média ayant un diamètre de fibre quasiment monodisperse et n'ayant pas subi de liage thermique. En effet, le liage thermique a pour effet d'agglomérer les fibres entre elles, comme le montrent les images 1.13 page 13. La distribution en taille des fibres au sein du médium en est modifiée. Les caractéristiques des différents média utilisés sont résumées dans les tableaux 1.1 page 8 et 1.4 page 12.

Le graphique 1.23 représente la perméabilité des différents média fibreux en  $\mu m^2$  en fonction de la porosité. Les média *N953* et *N946* sont représentés, sur le graphique 1.23, en rose et vert respectivement. Les résultats obtenus, pour ces deux média, forment bien une courbe continue en raison du même diamètre de fibre. Le médium *A320HZD* a un diamètre de fibre supérieur de 6%. Nous pouvons constater que les résultats du médium, *A320HZD*, en bleu sur le graphique, sont quasiment sur la même courbe que pour les média précédents, *N953* et *N946*. Nous pouvons néanmoins distinguer une perméabilité du médium *A320HZD* très légèrement supérieure à celle

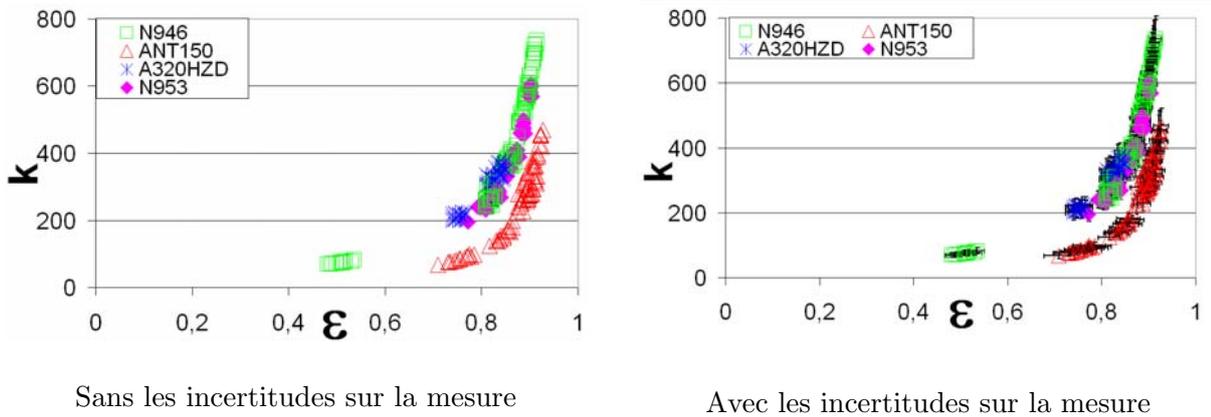


FIG. 1.23 – Perméabilité des média sans liage thermique en  $\mu m^2$  en fonction de la porosité

des média *N953* et *N946*. Par contre, si nous prenons en compte l’incertitude liée aux mesures, il est difficile d’affirmer qu’ils ne font pas partie de la même courbe.

En revanche, le médium *ANT150* possède des fibres dont le diamètre est significativement inférieur à ceux des média précédents, puisque le diamètre est de  $19,1\mu m$ . Les résultats pour ce médium sont représentés en rouge sur le graphique. Nous remarquons qu’il ne forme pas une courbe continue avec les autres média, même en prenant en compte l’incertitude liée aux mesures.

En adimensionnant la perméabilité des différents média par le carré du rayon des fibres, nous obtenons les graphiques 1.24.

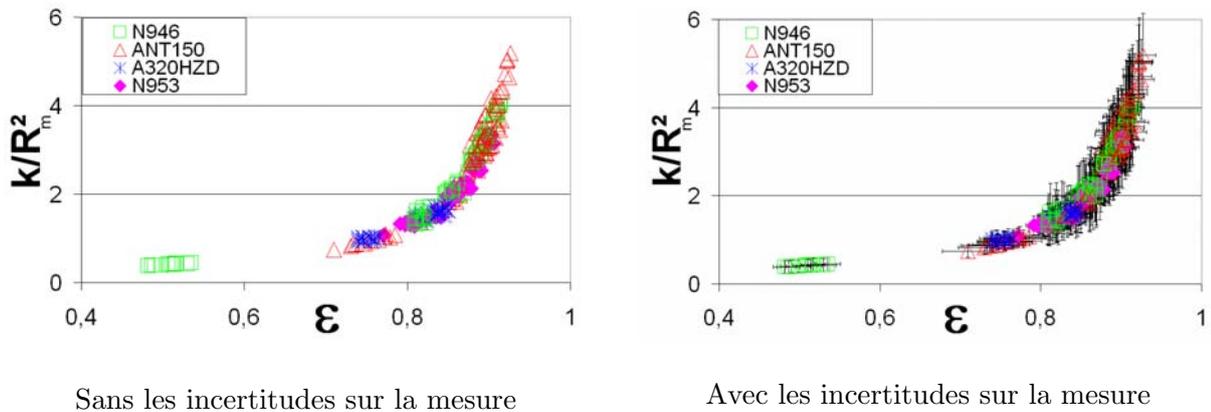
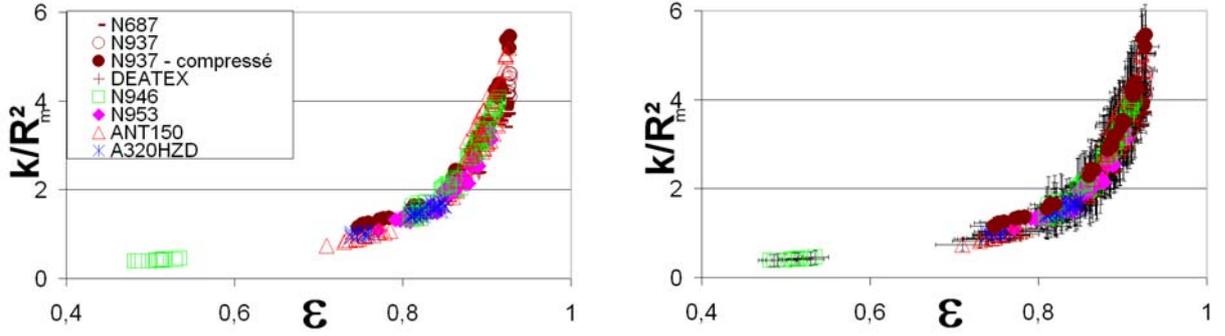


FIG. 1.24 – Perméabilité des média sans liage thermique adimensionnée par le rayon des fibres en fonction de la porosité

Les résultats sont indépendants du diamètre des fibres. Tous les média, y compris *A320HZD* et *ANT150*, forment une unique courbe. Le graphique 1.25 représente ainsi la perméabilité adimensionnée en fonction de la porosité pour l’ensemble des média étudiés.

La courbe de perméabilité des média avec liage thermique, adimensionnée par le rayon au carré des fibres en fonction de la porosité, se superpose également à la courbe obtenue pour les média fibreux sans liage thermique. Cela indique que le liage thermique a une faible influence sur la perméabilité comparativement aux incertitudes sur les mesures que nous avons.



Sans les incertitudes sur la mesure

Avec les incertitudes sur la mesure

FIG. 1.25 – Perméabilité des média avec et sans liage thermique adimensionnée par le rayon des fibres en fonction de la porosité.

### Perméabilité de média bicouches

Nous présentons dans cette section les résultats concernant les média bicouches. Il est usuel d'utiliser des média ayant deux, voire plus, couches différentes. Cela permet d'augmenter la durée de vie du médium fibreux en retardant l'apparition du dépôt de surface. La couche qui est en contact direct avec la poussière est définie comme la couche "air sale". Celle-ci possède, en général, des fibres de diamètre globalement plus important et une porosité également plus grande que la moyenne. Il en résulte une perméabilité plus grande. Cependant, l'efficacité est moindre puisque, plus le diamètre de la fibre est grand et plus l'efficacité de capture de la fibre diminue [17], pages 73-119. Par ailleurs, augmenter la porosité diminue la concentration de fibres et par conséquent la probabilité pour une particule de rencontrer une fibre.

La seconde couche, appelée "air propre", est caractérisée par un diamètre de fibre ainsi qu'une porosité inférieurs aux valeurs moyennes du médium fibreux. Cela permet d'augmenter l'efficacité du médium. De plus, comme elle reçoit moins de particules grâce à la couche air sale, le colmatage en profondeur est prolongé. Les performances globales du médium fibreux sont ainsi améliorées.

L'objectif est de déterminer la perméabilité de ces média à partir des caractéristiques de chacune des couches dont il est composé.

Nous considérons deux couches successives de médium fibreux homogènes d'épaisseur  $e_1$  et  $e_2$  respectivement. La perméabilité de chacune de ces couches est  $k_1$  et  $k_2$ . Nous faisons l'hypothèse que l'interface entre les deux couches n'entraîne pas de chute de pression supplémentaire. La chute de pression totale,  $\Delta P_t$ , est alors :

$$\Delta P_t = \Delta P_1 + \Delta P_2 \quad (1.5)$$

En utilisant la loi de *Darcy*, pour chacune des couches ainsi que pour le médium, nous obtenons alors, à partir de l'équation (1.5) :

$$\frac{e_t}{k_t} = \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} \Leftrightarrow k_t = e_t \frac{k_1 k_2}{e_1 k_2 + e_2 k_1} \quad (1.6)$$

Exprimant les caractéristiques du médium bicouches à partir des caractéristiques de chacune des couches.

Pour valider la relation (1.6), nous avons superposé deux couches de médium fibreux dont les caractéristiques sont connues, *DEATEX* et *N937*, et réalisé des mesures du médium bicouches ainsi obtenu.

Les différentes valeurs de perméabilité sont regroupées dans le tableau 1.14.

Type de médium	<i>N687</i>	<i>N937</i>	<i>DEATEX</i>	<i>DEATEX-N937</i>
Perméabilité en $m^2$	$3,56 \cdot 10^{-10}$	$4,12 \cdot 10^{-10}$	$1,07 \cdot 10^{-10}$	$1,93 \cdot 10^{-10}$

TAB. 1.14 – Perméabilité des différents média étudiés

La comparaison entre les résultats expérimentaux et la prédiction donnée par l'équation (1.6) est montrée sur la figure 1.26. Le graphique 1.26 représente l'évolution de la pression,  $\Delta P$  en  $Pa$ , en fonction de la vitesse de filtration,  $u_f$  en  $m/s$ , pour différents échantillons. Nous avons aussi représenté, en trait discontinu, l'évolution de la chute de pression déterminée à partir de l'équation (1.6) et la loi de *Darcy*. L'épaisseur choisie est l'épaisseur totale du médium, c'est à dire la somme des épaisseurs des deux couches.

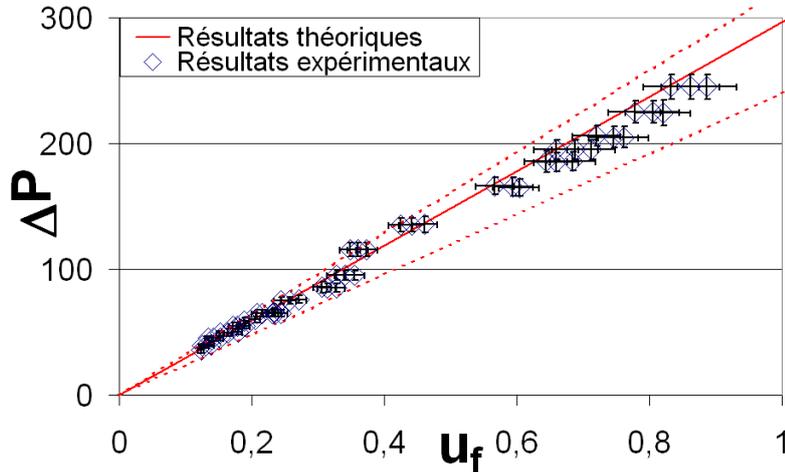


FIG. 1.26 – Évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en  $Pa$ , pour un médium bicouche en fonction de la vitesse de filtration,  $u_f$  en  $m/s$ .

À partir des valeurs moyennes de la perméabilité et des écart-types, obtenus précédemment, nous avons déterminé un encadrement de la perméabilité du médium bicouche. Nous avons représenté des résultats à l'aide de trait en pointillé marron sur le graphique 1.26.

La comparaison entre l'évolution de la chute de pression obtenue expérimentalement et les résultats obtenus en déterminant la perméabilité selon l'équation (1.6), montre un bon accord. La perméabilité obtenue expérimentalement, est  $k_t = 192,6 \mu m^2$ . La valeur obtenue par la formule (1.6) est  $k_{t\text{théorique}} = 191,6 \mu m^2$ .

Par ailleurs, lorsque nous tenons compte de l'écart-type sur les valeurs de la perméabilité de chacune des couches, nous obtenons un encadrement de tous les résultats expérimentaux.

Ainsi, si nous pouvons déterminer la perméabilité d'un médium fibreux monocouche, nous pouvons déterminer la perméabilité d'un médium bicouche et plus généralement d'un médium multicouche à condition toutefois de connaître l'épaisseur et la porosité (ou grammage) de chacune des couches.

En pratique l'utilisateur de la relation (1.6) se heurte à une difficulté. En effet lors de leur fabrication, les nappes des milieux bicouches subissent généralement un étirement. Il en résulte

un grammage et une épaisseur totale du bicouche différents de la simple somme des grammages et des épaisseurs de chacune des couches. En d'autres termes, on ne connaît en fait pas l'épaisseur et le grammage respectif de chacune des couches une fois celles-ci mises en place dans le bicouche.

## 1.3 Choix du modèle de perméabilité

Il existe un nombre significatif de modèles permettant de prédire la perméabilité d'un milieu fibreux. Nous allons tout d'abord présenter différents modèles de perméabilité, puis les confronter aux résultats expérimentaux.

### 1.3.1 Aperçu bibliographique sur l'estimation de la perméabilité

La perméabilité d'un milieu fibreux dépend de différentes caractéristiques. Dans le cas d'un médium fibreux mono-disperse, il est en général possible d'adimensionner la perméabilité par le carré du rayon des fibres. Cette perméabilité adimensionnée,  $\bar{k}$ , ne dépend alors que de la porosité [17], pages 29 à 72.

Nous allons présenter, dans cette partie, différents modèles permettant de déterminer la perméabilité adimensionnée  $\bar{k}$  en fonction de la porosité,  $\varepsilon$  et éventuellement de l'orientation des fibres par rapport à l'écoulement.

Dans l'aperçu bibliographique destiné à déterminer la perméabilité de milieu monodisperse en diamètre de fibre, nous désignerons la perméabilité adimensionnée par  $k$  afin d'alléger les notations.

#### fibre mono-disperse

**Approche expérimentale** Le modèle que Davies [29], cité par Thomas et al. [122], Bergman et al. [9] ou encore par Jackson et James [60], a proposé est un modèle empirique qui s'appuie sur un grand nombre de résultats expérimentaux pour des média fibreux placés dans un écoulement d'air. Les fibres utilisées sont, entre autres, des fibres de coton, de laine de verre, capoc, duvet. Pour ces matériaux, le diamètre des fibres était compris entre  $0,8\mu m$  et  $40\mu m$ . L'auteur précise que la formule ne convient pas pour des écoulements dont le Reynolds est supérieur à 1.

$$k = \frac{4}{64\phi^{\frac{3}{2}}(1 + 56\phi^3)}, \text{ pour } 0,006 < \phi < 0,3 \Leftrightarrow 0,7 < \varepsilon < 0,994$$

où  $\phi$  est la fraction volumique de fibre du milieu poreux. Nous avons alors :  $\phi = 1 - \varepsilon$ .

Par la suite, Rahli et al. [107] se sont aussi intéressés à la perméabilité de milieux fibreux. Ils ont étudiés des milieux poreux constitués par un empilement aléatoire de fibres rigides. Leur étude a permis de déterminer l'impact du rapport d'aspect des fibres. Pour un rapport d'aspect  $\frac{L_f}{d_f}$  supérieure à 25, la contribution des surfaces de bases devient inférieure à 2%.  $L_f$  représente la longueur de la fibre. Au-delà, la perméabilité est indépendante du rapport d'aspect des fibres. Dans cette configuration, c'est la surface latérale de la fibre qui contribue à la perméabilité du milieu. Par ailleurs, une loi empirique déterminant l'évolution de la perméabilité en fonction de la porosité est déterminée pour des porosités comprises entre 0,35 et 0,9 :

$$k = \frac{250\varepsilon^6}{\phi^2(3,6 + 56,4\varepsilon)^2}$$

**Approche Cellulaire** Afin de déterminer la perméabilité de milieu fibreux, un certain nombre de modèles analytiques considèrent que le milieu fibreux est composé par un ensemble de cellules unitaires contenant une fibre. Ainsi, au lieu d'étudier l'écoulement dans l'ensemble du milieu fibreux, il suffit de s'intéresser à l'écoulement dans une cellule unitaire. L'étude de l'écoulement dans une cellule unitaire permet de déduire la perméabilité du médium poreux. Cette approche a été choisie par de nombreux auteurs, dont, Happel [52], Kuwabara [72], Drummond et Tahir [34], Sangani et Acrivos [114]. La différence entre ces modèles est essentiellement due aux conditions aux limites imposées à la cellule unitaire, ainsi qu'à la géométrie de celle-ci. Nous présenterons plus en détail, dans la suite de ce document, les modèles de Happel et de Kuwabara. Cela permettra de mieux comprendre par la suite le modèle de milieu effectif.

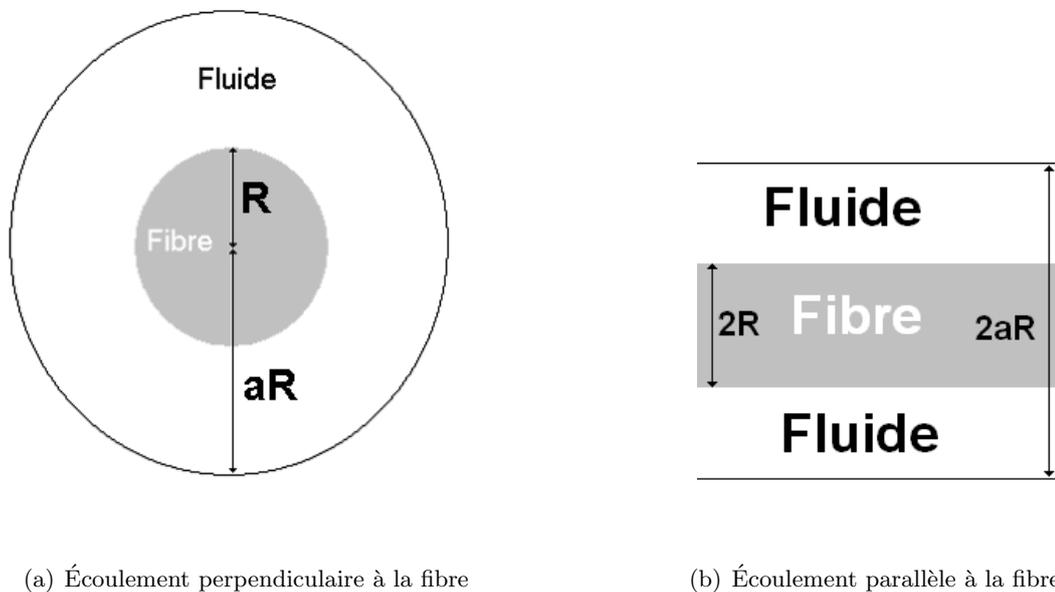


FIG. 1.27 – Représentation d'une cellule unitaire.

La cellule unitaire étudiée dans le cas de Kuwabara et Happel est représentée par la figure 1.27(a) dans le cas d'écoulement perpendiculaire aux fibres, et par la figure 1.27(b) pour le cas de l'écoulement parallèle aux fibres. Le nombre de *Reynolds* de la fibre est faible, c'est pourquoi, un écoulement de Stokes est considéré dans la cellule unitaire. Le rayon de la cellule unitaire,  $aR$ , dépend de la porosité du milieu fibreux. Pour un arrangement régulier de fibre, le coefficient  $a$  dépend de la porosité, soit :  $a = \frac{1}{\sqrt{\phi}}$ . Par la suite, nous verrons, pour les modèles de milieu effectif, que le coefficient  $a$  peut être évalué selon plusieurs méthodes.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- Condition de non-glissement à la surface de la fibre. Pour, le cas des nano-fibres, où le nombre de *Knudsen* n'est plus négligeable, des conditions de glissement peuvent être utilisées [17] pages 29–72.
- À la surface de la fibre, la composante normale de la vitesse est nulle.
- À la frontière de la cellule unitaire, la condition est différente selon le modèle choisi. En effet, il n'y a, a priori, pas de conditions physiques qui puissent être appliquées aisément :
  1. Happel : les contraintes tangentielles sont nulles
  2. Kuwabara : la vorticité est nulle

Pour résoudre l'équation de *Stokes* pour des fibres perpendiculaires à l'écoulement, figure 1.27(a), les auteurs ont recouru à la fonction de courant  $\Psi$ . Ainsi, l'équation de *Stokes* devient :

$$\nabla^4 \Psi = 0 \quad (1.7)$$

La fonction de courant  $\Psi = \left( Ar + \frac{B}{r} + Cr \ln r + Dr^3 \right) \sin \theta$ , est solution de l'équation 1.7 et les constantes A, B, C et D sont déterminées grâce aux conditions aux limites et la condition de conservation du débit à travers la cellule. On obtient ainsi :

	<i>Happel</i>	<i>Kuwabara</i>
A	$-\frac{1}{2} \frac{a^4-1}{1+a^4} J$	$\frac{1-a^2}{2a^2} J$
B	$\frac{1}{2} \frac{a^4}{1+a^4} J$	$\frac{2a^2-1}{4a^2} J$
C	$J$	$J$
D	$-\frac{1}{2} \frac{1}{1+a^4} J$	$-\frac{1}{42a^2} J$
J	$\left( \ln a + \frac{1}{2} - \frac{a^4}{1+a^4} \right)^{-1}$	$\left( \ln a - \frac{3}{4} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a^4} \right)^{-1}$
k	$\frac{a^2}{4} \left( \ln a + \frac{1}{2} - \frac{a^4}{1+a^4} \right)$	$\frac{a^2}{4} \left( \ln a - \frac{3}{4} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a^4} \right)$
k pour $a^2 = \frac{1}{\phi}$	$\frac{1}{4\phi} \left( -\frac{1}{2} \ln \phi + \frac{1}{2} \frac{\phi^2-1}{1+\phi^2} \right)$	$\frac{1}{4\phi} \left( -\frac{1}{2} \ln \phi - \frac{3}{4} + \phi - \frac{\phi^2}{4} \right)$

À partir de l'expression de la pression, nous pouvons déduire  $F_d$  la force de trainée par unité de longueur de fibre. Celle-ci est alors reliée à la chute de pression pour un médium d'épaisseur  $e$ , et une longueur  $l_f$  de fibre par unité de volume par [17, 52, 72] :

$$\Delta P = F_d l_f e = \frac{\phi e}{\pi R^2} F_d \quad (1.8)$$

Pour une fibre parallèle à l'écoulement, l'équation adimensionnelle de *Stokes* s'écrit, grâce aux différentes symétries du problème, sous la forme suivante :

$$\frac{dp}{dz} = \frac{d^2 u_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_z}{dr}$$

La résolution de l'équation ci-dessus permet d'écrire, en tenant compte des conditions aux limites :

$$u_z = \frac{r^2 - 1 - 2a \ln r}{2a^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^4} - \ln a \right)}$$

Le gradient de pression s'écrit alors :

$$\frac{dp}{dz} = \frac{2}{a^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^4} - \ln a \right)}$$

avec  $z$ , la coordonnée dans le sens de l'écoulement, parallèle à la fibre.

Nous en déduisons alors la perméabilité adimensionnelle pour un média fibreux dont les fibres sont parallèles à l'écoulement :

$$k = \frac{a^2}{2} \left( \ln a - \frac{3}{4} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a^4} \right) \quad (1.9)$$

Avec  $a = \frac{1}{\sqrt{\phi}}$ , nous en déduisons alors la perméabilité.

$$k = \frac{1}{2\phi} \left( -\frac{1}{2} \ln \phi - \frac{3}{4} + \phi - \frac{\phi^2}{4} \right) \quad (1.10)$$

Il est intéressant de noter que dans le cas d'un écoulement parallèle aux fibres, les modèles de Kuwabara et de Happel donnent le même résultat, contrairement au cas précédent.

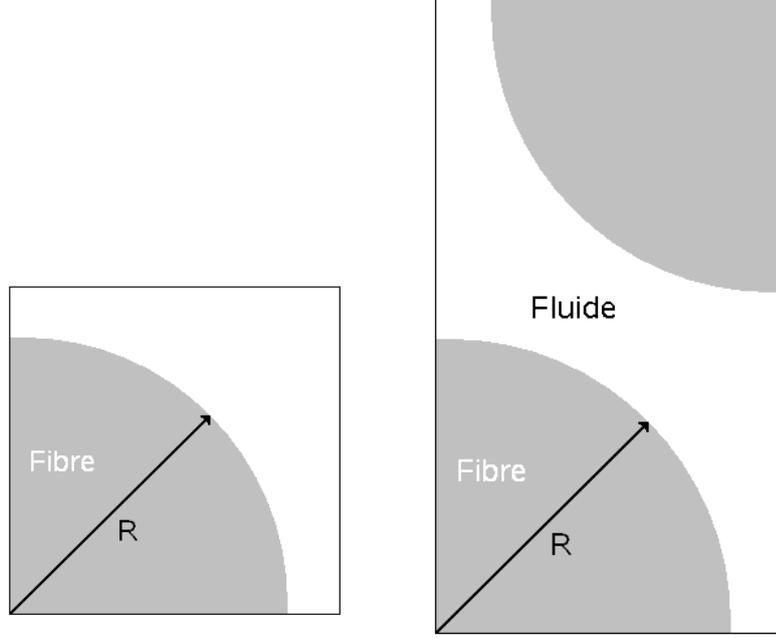


FIG. 1.28 – Exemple de cellule utilisée par Sanganis et Acrivos [114] et Drummond et Tahir [34]

Les cellules utilisées dans les modèles précédents sont des cellules de types cylindriques. Or, la juxtaposition de cellules cylindriques laisse des espaces vides où l'écoulement du fluide n'est pas déterminé. C'est pourquoi, des cellules permettant une représentation plus fidèle du milieu, comme le montre la figure 1.28, ont été considérées.

Drummond et Tahir [34] ont déterminé la perméabilité de plusieurs structures de média fibreux. Dans le cas d'écoulement parallèle à la fibre, trois types de structure ont été déterminés. Les résultats obtenus sont :

- Cellule carrée  $k = \frac{1}{4\phi} \left( -\ln \phi - 1,476 + 2\phi - \frac{\phi^2}{2} + O(\phi^4) \right)$
- Cellule hexagonale  $k = \frac{1}{4\phi} \left( -\ln \phi - 1,130 + 2\phi - \frac{\phi^2}{2} + O(\phi^3) \right)$
- Cellule triangle équilatérale  $k = \frac{1}{4\phi} \left( -\ln \phi - 1,498 + 2\phi - \frac{\phi^2}{2} + O(\phi^6) \right)$

Une formule plus générale, pour un écoulement parallèle aux fibres a été proposée :

$$k = \frac{1}{4\phi} \left( -\ln \phi + K + 2\phi - \frac{\phi^2}{2} + O(\phi^4) \right) \quad k \text{ dépend de la géométrie choisie.}$$

Dans le cas d'un écoulement perpendiculaire aux fibres, et pour une cellule carrée, ils obtiennent le résultat suivant :

$$k = \frac{1}{8\phi} \left( -\ln \phi - 1,476 + 2\phi - 1,774\phi^2 + O(\phi^3) \right)$$

Sanganis et Acrivos [114] résolvent les équations de Stokes pour une cellule carrée et hexagonale pour un écoulement perpendiculaire aux fibres.

- Cellule carrée :  $k = \frac{1}{8\phi} \left( -\ln \phi - 1,476 + 2\phi - 1,774\frac{\phi^2}{2} + 4,076\phi^3 + O(\phi^4) \right)$
- Cellule hexagonale  $k = \frac{1}{8\phi} \left( -\ln \phi - 1,490 + 2\phi - \frac{\phi^2}{2} + O(\phi^4) \right)$

### Modèle de *Spielman et Goren*, Approximation des Milieux Effectifs

Dans les modèles de cellule unitaire, l'écoulement autour d'une fibre est déterminé afin d'en déduire la perméabilité du milieu fibreux. Or, ces modèles ne prennent pas en compte l'influence de l'environnement (autres fibres) sur l'écoulement autour d'une fibre.

Les modèles que nous allons présenter dans cette partie vont prendre en compte l'influence des autres fibres par l'intermédiaire de l'équation de *Brinkman* [78] adimensionnée. L'influence des fibres voisines sur l'écoulement est prise en compte en ajoutant un terme supplémentaire à l'équation de Stokes :  $\nabla \bar{P} = \nabla^2 \bar{u} - \alpha^2 \bar{u}$ , où  $\alpha = \frac{R}{\sqrt{k}}$ .  $k$  représente la perméabilité associée aux fibres voisines.

Nous allons présenter deux modèles de perméabilité qui reposent sur cette équation : le modèle de *Spielman et Goren* pour les milieux fibreux [118] et le modèle basé sur l'*approximation des milieux effectifs (EMA)*, proposé par Li et Park [78].

Le modèle de *Spielman et Goren* est un cas particulier du modèle *EMA*. Nous présenterons donc le modèle *EMA* pour le cas d'un écoulement parallèle ainsi que pour la cas d'un écoulement perpendiculaire aux fibres.

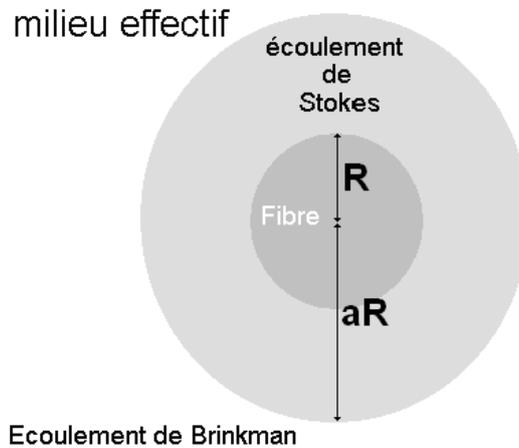


FIG. 1.29 – Représentation de la cellule pour le modèle EMA.

La figure 1.29, représente la géométrie représentative du modèle *EMA*. Dans la proximité de la fibre, nous avons un écoulement de Stokes. Dans cette zone, les autres fibres du milieu poreux n'ont pas d'influence sur l'écoulement. Dans la zone plus éloignée, pour  $r > aR$ , les autres fibres influent sur l'écoulement. Elles sont considérées intervenir comme un milieu poreux qui possède une perméabilité. L'équation de *Brinkman* est alors utilisée.

Le coefficient  $a$  peut être déterminé par plusieurs méthodes :

- $a$  dépend directement de la porosité du milieu, par exemple  $a = \frac{1}{\sqrt{\phi}}$

- Pour les faibles porosités, l'influence des fibres voisines n'est pas représentée uniquement par la porosité. Dodd et al. [33] ont pris en compte cet aspect (cité par Li et Park [78]).
- $a=1$  correspond au modèle de *Spielman* et *Goren*.

La transition entre les deux types d'écoulement est réalisée grâce à la continuité des vitesses et des contraintes tangentielles et normales.

**Fibres parallèles à l'écoulement** Il est nécessaire de résoudre l'équation de *Brinkman* pour  $\bar{r} > a$ , avec  $\bar{r} = \frac{r}{R}$ , pour un écoulement parallèle à la fibre. Soit, après adimensionnement des variables :

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{d}{d\bar{r}} \left( \bar{r} \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}} \right) = \frac{d\bar{P}}{d\bar{z}} + \alpha^2 \bar{u} \quad (1.11)$$

où les variables avec une barre sont adimensionnées :  $\bar{u} = \frac{u}{u_f}$  et  $\bar{P} = \frac{R}{\mu u_f} P$

La résolution de l'équation différentielle (1.11) permet de déterminer la vitesse :

$$\bar{u} = CI_0(\alpha_{\parallel}^2 \bar{r}) + DK_0(\alpha_{\parallel}^2 \bar{r}) - \frac{1}{\alpha_{\parallel}^2} \frac{d\bar{P}}{d\bar{z}}$$

$I_0$  et  $K_0$  sont les fonctions de Bessels modifiées à l'ordre 0 de première et seconde espèce respectivement et  $\alpha_{\parallel} = \frac{1}{k_{\parallel}}$ .

Pour  $1 < \bar{r} < a$ , nous avons :

$$\bar{u} = \frac{\bar{r}^2}{4} \frac{d\bar{P}}{d\bar{z}} + A \ln \bar{r} + B$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des constantes d'intégration. Celles-ci sont déterminées grâce aux conditions aux limites en  $\bar{r} = 1$ ,  $\bar{r} = a$  et pour la limite en  $\bar{r}$  en l'infini. Voir de Li et Park [78] pour plus de détails.

Il est possible alors de déduire la force de traînée  $F_d$ , par unité de longueur, de l'écoulement sur le cylindre :

$$\bar{F}_d = 2\pi \left. \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}} \right|_{r=1}$$

La chute de pression est alors reliée à  $F_d$  comme pour les milieux cellulaires, voir équation (1.8). Ainsi, l'expression de la perméabilité d'un médium avec les fibres parallèles à l'écoulement s'écrit :

$$\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{1-\varepsilon} \right) = \left( \frac{1}{\alpha_{\parallel}^2} - \frac{1}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} \ln a \right) \frac{\alpha_{\parallel} a K_1(\alpha_{\parallel} a)}{K_0(\alpha_{\parallel} a) + \alpha_{\parallel} a K_1(\alpha_{\parallel} a) \ln a} + \frac{a^2}{2} \quad (1.12)$$

Nous obtenons ainsi une fonction implicite de la perméabilité, avec  $K_1$  est la fonction de Bessel modifiée à l'ordre 1 de seconde espèce. Le cas de *Spielman* et *Goren* correspond au cas particulier  $a = 1$ . Dans ce cas, l'équation (1.12) se simplifie pour donner :

$$\frac{1}{1-\varepsilon} = \frac{2K_1(\alpha_{\parallel})}{\alpha_{\parallel} K_0(\alpha_{\parallel})} \quad (1.13)$$

**Fibres perpendiculaires à l'écoulement** Comme pour le modèle cellulaire, la fonction de courant est déterminée pour l'écoulement de *Stokes* et l'écoulement de *Brinkman*. Pour  $1 < \bar{r} < a$  :

$$\Psi_1 = \left[ \left( \bar{r}^3 - 2\bar{r} + \frac{1}{\bar{r}} \right) C + \left( 2\bar{r} + \bar{r} \ln \bar{r} - \frac{\bar{r}}{2} - \frac{\bar{r}^3}{2} \right) \right] \sin \theta$$

et pour  $\bar{r} > a$  :

$$\Psi_2 = \left[ \bar{r} - \frac{A}{\bar{r}} + B\alpha_{\perp} K_1(\alpha_{\perp} \bar{r}) \right] \sin \theta$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des constantes d'intégration. Celles-ci sont déterminées grâce aux conditions limites en  $\bar{r} = 1$ ,  $\bar{r} = a$  et pour la limite en  $\bar{r} \rightarrow \infty$ . Voir Li et Park [78] pour les détails.

La force de traînée par unité de longueur, adimensionnée par  $\mu u_f$ , est alors donnée par :

$$F_{d_{\perp}} = \int_0^{2\pi} (\sigma_{\bar{r}\bar{r}}|_{\bar{r}=1} \cos \theta - \sigma_{\bar{r}\theta}|_{\bar{r}=1} \sin \theta) d\theta = 4\pi D$$

où  $D$  est la constante définie précédemment.

On aboutit ainsi à une fonction implicite de la perméabilité pour des fibres perpendiculaires à l'écoulement :

$$\alpha_{\perp}^2 = 4(1 - \varepsilon) \frac{\alpha_{\perp}}{Q} [(-2\alpha_{\perp}^2 a^2 + 3a^4 \alpha_{\perp}^2 + 16a^2 - \alpha_{\perp}^2) K_1(\alpha_{\perp} a) + 8a^3 \alpha_{\perp} K_0(\alpha_{\perp} a)] \quad (1.14)$$

Avec :

$$Q = (16\alpha_{\perp} a^2 \ln a - \alpha_{\perp}^3 \ln a + \alpha_{\perp}^3 a^4 \ln a - \alpha_{\perp}^3 a^4 - \alpha_{\perp}^3 + 2a^2 \alpha_{\perp}^3) K_1(\alpha_{\perp} a) + (-\alpha_{\perp}^2 + 16a^2 + 4\alpha_{\perp}^2 a^4 \ln a - \alpha_{\perp}^2 a^4 + 4\alpha_{\perp}^2 a^2) K_0(\alpha_{\perp} a) \quad (1.15)$$

Pour  $a = 1$  (modèle de Spielman et Goren) l'équation (1.14) se simplifie pour donner :

$$\alpha_{\perp}^2 = 4(1 - \varepsilon) \left( \frac{1}{2} \alpha_{\perp}^2 + \alpha_{\perp} \frac{K_1(\alpha_{\perp})}{K_0(\alpha_{\perp})} \right) \quad (1.16)$$

### Écoulement dans un milieu fibreux tridimensionnel

À partir des résultats obtenus pour un écoulement bidimensionnel, il est possible de déterminer l'écoulement pour une structure tridimensionnelle par superposition du fait de la linéarité des équations de *Stokes* et de *Brinkman*. Ainsi, Jackson et James [60] ont déterminé la perméabilité de milieux fibreux tridimensionnels à partir des modèles bidimensionnels de Drummond et Tahir [34]. Li et Park [78] proposent une approche semblable.

Higdon et al. [53] se sont intéressés aux écoulements dans des milieux fibreux particuliers et calculent la perméabilité à partir de simulations numériques sur des géométries tridimensionnelles. L'arrangement tridimensionnel des fibres est représenté dans un cube. Les différentes géométries étudiées sont :

- Cubique simple
- Cubique centrée
- Cubique face centrée

Une approche différente de toutes ces méthodes est l'approche de Lattice-Boltzman. De nombreuses études pour déterminer la perméabilité de médium fibreux et le colmatage de médium fibreux ont utilisé cette méthode [47, 48, 74, 130].

## Fibres polydisperse

Les modèles basés sur une approche cellulaire ou sur l'approximation des milieux effectifs déterminent la perméabilité d'un milieu monodisperse en taille de fibres. Or la plupart des média sont polydispersés en diamètre de fibre.

L'approche choisie par Bergman et al. [10] ou Li et Park [78], pour déterminer la perméabilité de tel milieu, est semblable à celle utilisée pour un milieu monodisperse. Ils déterminent la force de traînée, par unité de longueur, pour chacun des diamètres de fibres pour en déduire la force totale.

Il est possible d'utiliser les différents modèles de perméabilité, cellulaires ou *EMA*, pour déterminer la force de traînée. Cela revient dans ce cas à considérer que les différentes catégories de fibres ont une contribution indépendante les unes des autres. L'exemple choisi par Bergman et al. [9] va permettre de l'illustrer. L'indice 1 désignera le premier type de fibre et l'indice 2 le second. À partir de l'équation (1.8), nous obtenons :

$$\Delta P = l_{f_1} F_{d_1} e + l_{f_2} F_{d_2} e = \Delta P_1 + \Delta P_2$$

Il est possible de décomposer la chute de pression en une contribution des fibres 1 et d'une contribution des fibres 2, soit respectivement  $\Delta P_1$  et  $\Delta P_2$ . Le médium est équivalent à deux média fibreux en série. Chacun de ces média possède la même épaisseur et la fraction volumique partielle  $\phi_i$ . Si nous avons,  $\phi_1 = \phi_2 = 0,5$ , si l'hypothèse d'additivité de la contribution de chacune des couches est exacte, alors, la fraction volumique totale du médium serait  $\phi = 1$ . Ce médium est imperméable, et la chute de pression est celui de la pression atmosphérique. Par contre, aucun des deux média en série n'est imperméable. La chute de pression totale est alors la somme de chacun de ces média.

Bergman et al. [9, 10] et Li et Park [78] tiennent compte de l'interaction des fibres entre elles. Bergman et al. proposent d'augmenter la fraction volumique par le rapport  $\frac{l_f}{l_{f_i}}$ , avec  $l_f$  qui désigne la longueur de fibre par unité de volume, soit :

$$\Delta P = \sum_i e l_{f_i} F_{d_i} \left( \phi_i \frac{l_f}{l_{f_i}} \right)$$

Il est possible de déterminer le rayon  $R_e$  équivalent dans le cas du modèle de Davies :

$$\frac{\phi^{\frac{3}{2}}}{R_e^2} = \left( \sum_i \frac{\phi_i}{R_i^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_i \frac{\phi_i}{R_i} \right)$$

Avec :

$$\phi = \sum_i \phi_i \text{ et } l_f = \sum_i l_{f_i}$$

Li et Park [78] déterminent la force totale de traînée. La force de traînée est calculée selon le modèle *EMA*. La prise en compte de l'interaction des autres fibres est intrinsèque à cette approche. Elle intervient par la résolution d'une équation implicite de la perméabilité. Ainsi, les auteurs déterminent la force totale de traînée :

$$F_t = \int S e l_f(R) F_d(a, R, k) dR$$

avec  $k$  la perméabilité du milieu fibreux. La force de traînée par unité de longueur dépend du rayon de la fibre,  $R$ , du ratio  $a$  entre le rayon de l'enveloppe avec le rayon de la fibre, et de la

perméabilité du milieu poreux. Les auteurs font l'hypothèse que le ratio  $a$  est le même pour tous les diamètres de fibres.

Dans le cas de fibres perpendiculaires à l'écoulement, les auteurs trouvent :

$$\frac{1}{k} = 4(1 - \varepsilon) \frac{\int_0^{+\infty} l_f(R) D(R, k, a) dR}{\int_0^{+\infty} l_f(R) R^2 dR} \quad (1.17)$$

avec :  $D = \frac{\alpha}{Q} [(-2\alpha^2 a^2 + 3a^4 \alpha^2 + 16a^2 - \alpha^2) K_1(\alpha a) + 8a^3 \alpha K_0(\alpha)]$  et  $\alpha = \frac{R}{\sqrt{k}}$ .

Pour une configuration où les fibres ont un rayon proche, il est possible d'utiliser le rayon moyen des fibres,  $R_m$ . L'équation (1.17) devient :

$$\frac{R_m^2}{k} \approx 4(1 - \varepsilon) D \left( a, \frac{R_m}{\sqrt{k}} \right)$$

### 1.3.2 Comparaisons des modèles aux résultats expérimentaux

#### Comparaison avec les modèles pour des structures tridimensionnelles

Les média dont nous disposons ont une structure tridimensionnelle, comme l'ont montré les images 1.9, 1.10 et 1.11 respectivement aux pages 9,11 et 10. Nous comparons les résultats expérimentaux aux modèles de *Davies*, *James et Jackson*, *Rahli et al.* et *Ford et Higdon*, sur les courbes de la figure 1.30. Les résultats de Higdon et Ford figurent sur le graphique par les désignations : FCC (cubique à faces centrées), BCC (cubique centré) et SC (cubique primitif).

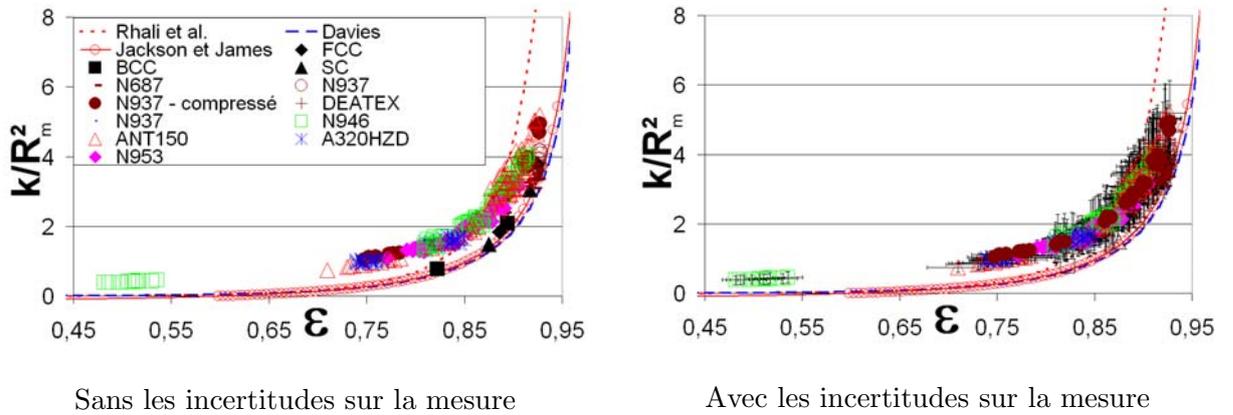


FIG. 1.30 – Comparaison entre résultats expérimentaux et prédictions des modèles pour milieux fibreux isotropes.

La comparaison des résultats expérimentaux aux différents modèles de perméabilités montre que le modèle de *Rahli et al.* donne les résultats les plus proches. Le modèle demeure dans la marge d'incertitude pour une porosité comprise entre 0,81 et 0,90. Cependant, en dehors de cette porosité, le modèle n'est pas satisfaisant. Les autres modèles de perméabilité ne conviennent pas.

Le modèle de perméabilité proposé par *Jackson et James* pour un médium isotrope est la composition d'un modèle avec fibres parallèles et d'un autre modèle avec fibres perpendiculaires à l'écoulement. Ce modèle ne convient pas.

L'estimation de la perméabilité pour un milieu isotrope est obtenue en appliquant un principe de superposition rendu possible par la linéarité des équations de *Stokes* et de *Brinkman*. Ainsi, pour une fibre ayant un angle  $\gamma$  avec l'écoulement, schéma 1.31, la force de traînée, par unité de longueur s'écrit sous la forme suivante :

$$F_d(\gamma) = F_{d\perp}(\gamma) \sin \gamma + F_{d\parallel}(\gamma) \cos \gamma \quad (1.18)$$

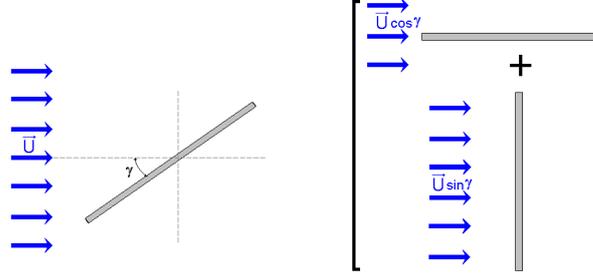


FIG. 1.31 – Décomposition de l'écoulement pour une fibre n'étant ni perpendiculaire ni parallèle à l'écoulement

Si nous connaissons la distribution de probabilité,  $p(\gamma)$ , de l'angle entre une fibre et l'écoulement pour un milieu fibreux, nous obtenons la force de traînée moyenne,  $F_{dm}$ , par unité de longueur. Pour cela, on utilise l'équation (1.18) :

$$F_{dm} = \int_0^{\pi/2} F_d(\gamma) p(\gamma) d\gamma \quad (1.19)$$

Dans le cas d'un milieu fibreux isotrope, on déduit de l'équation (1.19) et de  $p(\gamma)$  la perméabilité à partir de celles correspondant à des écoulements perpendiculaires et parallèles aux fibres. Soit :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3k_{\parallel}} + \frac{2}{3k_{\perp}} \quad (1.20)$$

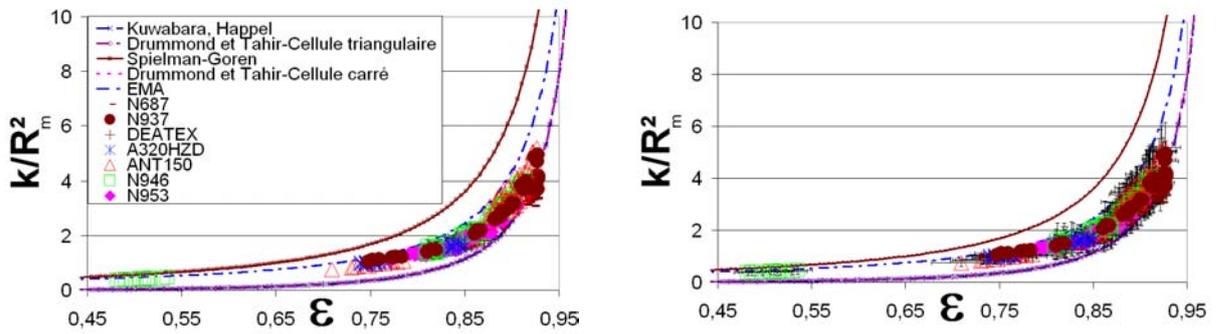
C'est pour cette raison que nous comparons les résultats expérimentaux aux modèles de perméabilité avec fibres parallèles et perpendiculaires à l'écoulement dans les deux sections ci-dessous. Nous déterminerons ensuite la perméabilité d'un médium isotrope, à partir des modèles de perméabilités précédents, et nous les comparerons aux résultats expérimentaux.

### Comparaison avec les modèles pour fibres parallèles à l'écoulement

La figure 1.32 représente l'évolution de la perméabilité adimensionnée par le carré du rayon des fibres,  $\frac{k}{R^2}$ , en fonction de la porosité,  $\varepsilon$ . Tous les résultats expérimentaux ainsi que les différents modèles avec écoulement parallèle aux fibres sont représentés.

Les modèles de *Spielman* et *Goren* et *EMA* sont les seuls qui ont une perméabilité supérieure à celle des résultats expérimentaux. Les autres modèles prédisent des perméabilités inférieures à celles obtenues expérimentalement.

Le modèle *EMA* donne des résultats compris dans la marge d'incertitude des résultats expérimentaux pour quasiment toute la gamme de porosité. Les modèles de *Kuwabara-Happel* et *Drummond* et *Tahir* sont dans la marge d'incertitude des mesures pour une porosité comprise entre 0,85 et 0,94. Cependant, cela n'a aucune justification physique, puisque les images du microscope électronique à balayage ont montré qu'une part importante des fibres sont perpendiculaires à l'écoulement. Or, la perméabilité d'un médium avec des fibres perpendiculaire est plus faible qu'un médium dont les fibres sont parallèles à l'écoulement. Ainsi, un médium composé d'un mélange de fibres parallèles et perpendiculaires devrait avoir une perméabilité plus faible qu'un médium dont les fibres sont toutes parallèles à l'écoulement.



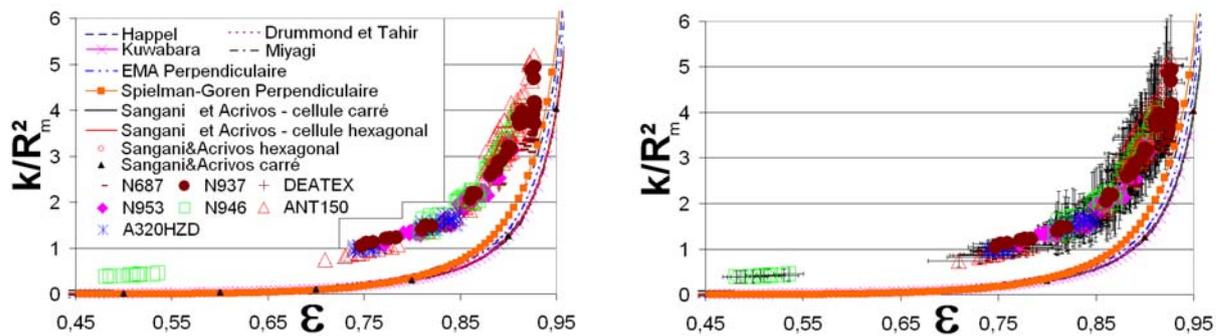
Sans les incertitudes sur la mesure

Avec les incertitudes sur la mesure

FIG. 1.32 – Comparaison entre résultats expérimentaux et modèles de perméabilité de médium dont les fibres sont parallèles à l'écoulement.

### Comparaison avec les modèles pour fibres perpendiculaires à l'écoulement

La figure 1.33 représente l'évolution de la perméabilité adimensionnée par le carré du rayon des fibres,  $\frac{k}{R_m^2}$ , en fonction de la porosité,  $\varepsilon$ . Tous les résultats expérimentaux ainsi que les différents modèles avec écoulement perpendiculaire aux fibres sont représentés.



Sans les incertitudes sur la mesure

Avec les incertitudes sur la mesure

FIG. 1.33 – Comparaison entre résultats expérimentaux et modèles de perméabilité de médium dont les fibres sont perpendiculaires à l'écoulement.

Tous les modèles prédisent une perméabilité inférieure à celle des résultats expérimentaux, conformément aux attentes. Cependant, les valeurs de perméabilité des modèles sont beaucoup plus faibles que les résultats expérimentaux. Et cela bien que la plupart des fibres composant les média fibreux soient perpendiculaires à l'écoulement.

### Comparaison avec les modèles pour média fibreux isotropes

Les modèles *EMA* et *Spielman* et *Goren* avec les fibres parallèles et perpendiculaires à l'écoulement permettent de donner un encadrement des résultats expérimentaux. C'est pourquoi, nous construisons les modèles de perméabilité isotrope, basé sur les modèles *EMA* et *Spielman* et *Goren*, selon la méthode de *Jackson* et *James* [60] et *Li* et *Park* [78]. Le graphique 1.34 représente les deux modèles cités précédemment, ainsi que le modèle de *Rahli* et al. pour les comparer aux résultats expérimentaux. Nous avons également représenté le modèle de *Spielman*

et *Goren* en le modifiant légèrement. Nous avons modifié le rayon des fibres en le surévaluant de 12%.

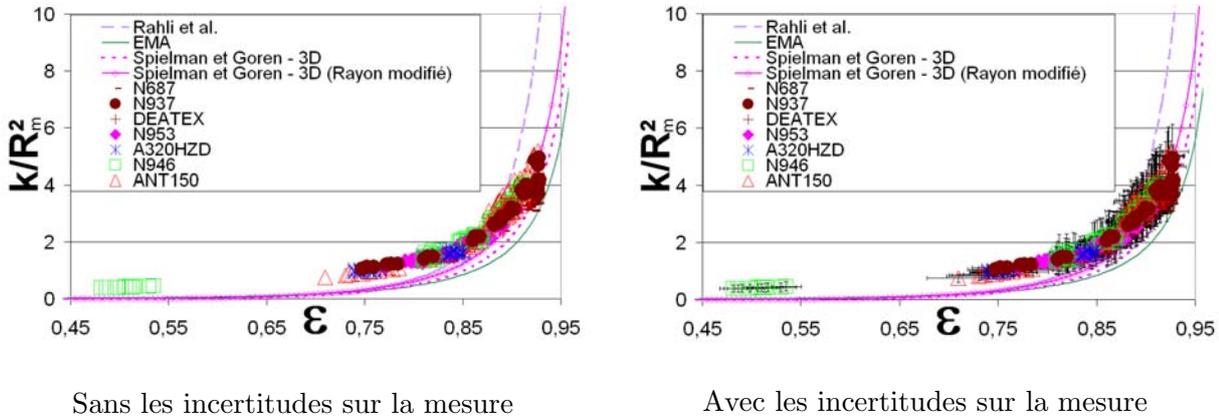


FIG. 1.34 – Comparaison entre résultats expérimentaux et modèles de perméabilité de médium dont les fibres ont une orientation isotrope.

La comparaison entre les modèles de perméabilité et les résultats expérimentaux montre que le modèle de Rahli et al. est mieux adapté aux résultats expérimentaux que le modèle *EMA* ou encore de *Spielman* et *Goren*. Cependant, en augmentant le rayon des fibres de 12% pour le modèle de *Spielman* et *Goren*, nous obtenons un meilleur accord avec les résultats expérimentaux. Le modèle demeure dans la marge d'incertitude pour une porosité comprise entre 0,84 et 0,94, c'est à dire dans toute la gamme de porosité des média fibreux utilisés sans compression. Le modèle ainsi proposé est en accord avec les résultats expérimentaux sur une plus grande gamme de porosité que le modèle de Rahli et al. Nous devons cependant noter que pour une porosité de 0,45, aucun des modèles pour un médium fibreux avec une orientation tridimensionnelle des fibres ne convient.

Nous avons sélectionné un modèle de perméabilité pour les média fibreux monodisperse en diamètre. Le domaine de porosité est compatible avec le domaine de porosité utilisée pour la filtration automobile, c'est à dire entre 0,85 et 0,95. Nous pouvons donner quelques éléments pour expliquer les écarts existant entre les modèles et les résultats expérimentaux :

- *Hétérogénéité du médium* : Les mesures de perméabilités avec plusieurs tailles d'échantillon ont montré que la taille des hétérogénéités était inférieure à  $5\text{cm}^2$ . Cependant, la taille des hétérogénéités peut être inférieure à  $5\text{cm}^2$  et avoir néanmoins un impact sur la perméabilité.
- *Anisotropie* : les milieux étudiés ont a priori une structure anisotrope, cf. image du microscope électronique à balayage 1.9 page 9 et 1.11 page 11. Même si l'aiguilletage limite l'effet de l'anisotropie, des résultats obtenus suggèrent que les milieux étudiés ne sont pas complètement assimilables à des milieux isotropes.
- *Aiguilletage* : Les média que nous avons utilisé sont liés mécaniquement par aiguilletage ou jet d'eau. Ainsi, en plus des fibres qui ont un alignement parallèle à l'écoulement, il est possible que des zones d'écoulement préférentiel soient créées, contribuant ainsi à augmenter la perméabilité du médium.

Il convient à présent de généraliser les résultats au cas de médium polydisperse en diamètre de fibres. En effet, la plupart des média fibreux sont composés de plusieurs diamètres de fibres.

### 1.3.3 Modèle multi-fibres

Comme nous venons de le voir, nous avons un modèle de perméabilité satisfaisant pour une porosité comprise entre 0,85 et 0,95 dans le cas de médium fibreux monodisperse en diamètre. Cependant, la plupart des média possèdent au moins deux types de fibre dont le diamètre des fibres est très différent. C'est pourquoi, il est nécessaire de prendre en compte la distribution en taille des fibres, comme cela est proposé par *Li* et *Park* [78]. Nous utilisons leurs résultats pour une distribution discrète en taille de fibres.

Soit  $F_{d_i}$  la force de traînée par unité de longueur exercée sur la fibre de rayon  $R_i$ . Alors, la force de traînée totale exercée par l'écoulement sur les fibres,  $F_t$ , est alors déterminée par :

$$F_t = \sum_i Z_i F_{d_i} \quad (1.21)$$

avec  $Z_i$ , la longueur totale des fibres de diamètres  $R_i$ . Or, nous pouvons déterminer  $Z_i$  à partir de la fraction volumique,  $\phi_i$  :

$$Z_i = V_t \frac{\phi_i}{\pi R_i^2}, \text{ où } V_t \text{ est le volume total du médium fibreux}$$

La force totale exercée par le fluide sur l'ensembles des fibres s'écrit alors :

$$F_t = V_t \sum_i \frac{\phi_i}{\pi R_i^2} F_{d_i}$$

La chute de pression qui compense la force exercée par le fluide sur les fibres est donnée par :

$$-\frac{\Delta P}{e} = \frac{F_t}{V_t} = \sum_i \frac{\phi_i}{\pi R_i^2} F_{d_i} \quad (1.22)$$

Nous déduisons de l'équation 1.22 la perméabilité d'un médium fibreux polydisperse en diamètre de fibres avec une répartition discrète en diamètre :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\mu u_f} \sum_i \frac{\phi_i}{\pi R_i^2} F_{d_i}$$

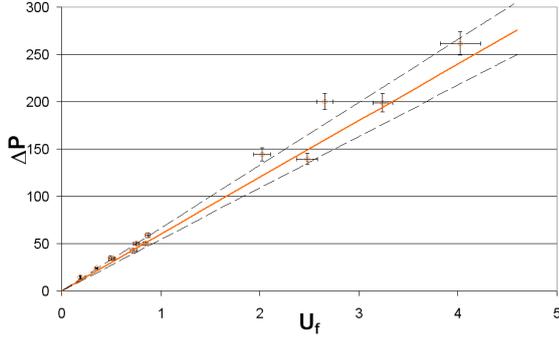
L'expression de  $F_{d_i}$  dépend du modèle de perméabilité choisi. Comme le modèle de *Spielman* et *Goren* a donné les meilleurs résultats, nous allons utiliser ce modèle pour déterminer la perméabilité de fibres perpendiculaires et parallèles à l'écoulement. Nous déterminons ensuite, à partir de  $k_{\perp}$  et de  $k_{\parallel}$ , la perméabilité pour un milieu isotrope.

Pour les fibres perpendiculaires à l'écoulement, nous avons [78] :

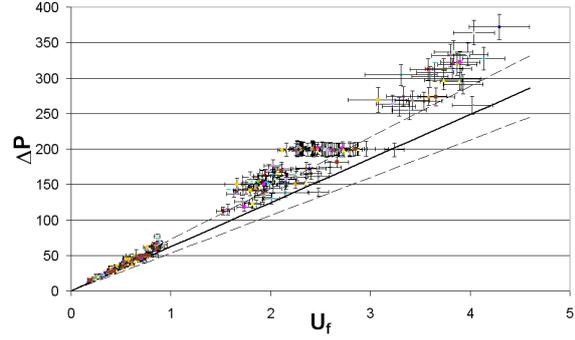
$$F_{d_{i\perp}} = \mu \pi u_f \left( \alpha_{i\perp} \frac{K_1(\alpha_{i\perp})}{K_0(\alpha_{i\perp})} + 2\alpha_{i\perp}^2 \right) \quad (1.23)$$

Avec  $\alpha_{i\perp}^2 = \frac{R_i^2}{k_{\perp}}$ .

En combinant les équations (1.22) et (1.23), nous obtenons l'équation 1.24. La résolution de cette équation permet de déterminer la perméabilité d'un médium fibreux dont les fibres sont polydisperses en diamètre de fibre et perpendiculaires à l'écoulement :



Echantillon 26



Tous les échantillons

FIG. 1.35 – Évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en Pa, en fonction de la vitesse de filtration pour le médium *N687*.

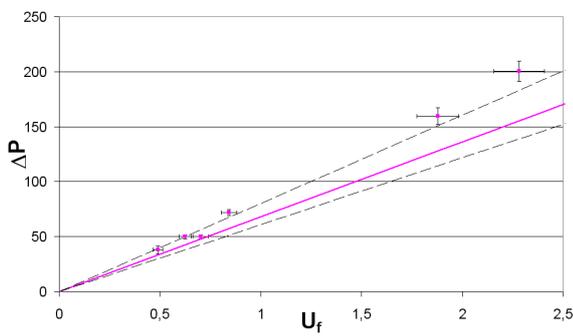
$$\frac{1}{k_{\perp}} = \sum_i \left( 4 \frac{\phi_i}{R_i \sqrt{k_{\perp}}} \frac{K_1 \left( \frac{R_i}{\sqrt{k_{\perp}}} \right)}{K_0 \left( \frac{R_i}{\sqrt{k_{\perp}}} \right)} + 2 \frac{\phi_i}{\sqrt{k_{\perp}}} \right) \quad (1.24)$$

Dans le cas de fibres parallèles à l'écoulement, nous obtenons :

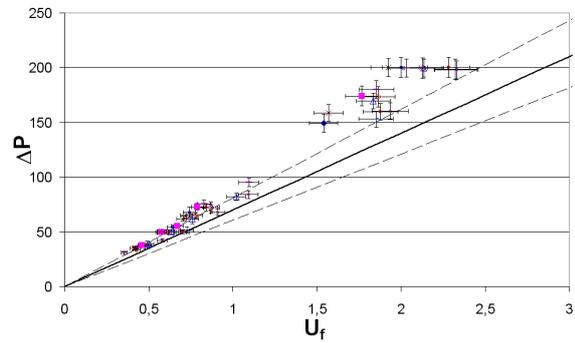
$$2 \sum_i \frac{\phi_i}{R_i} \sqrt{k_{\parallel}} \frac{K_1 \left( \frac{R_i}{\sqrt{k_{\parallel}}} \right)}{K_0 \left( \frac{r_i}{\sqrt{k_{\parallel}}} \right)} = 1 \quad (1.25)$$

Nous déterminons ensuite la perméabilité pour un milieu isotrope à l'aide de l'équation (1.20), soit :

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{3k_{\perp}} + \frac{1}{3k_{\parallel}}$$



Echantillon 4



Tous les échantillons

FIG. 1.36 – Évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en Pa, en fonction de la vitesse de filtration pour le médium *N937*.

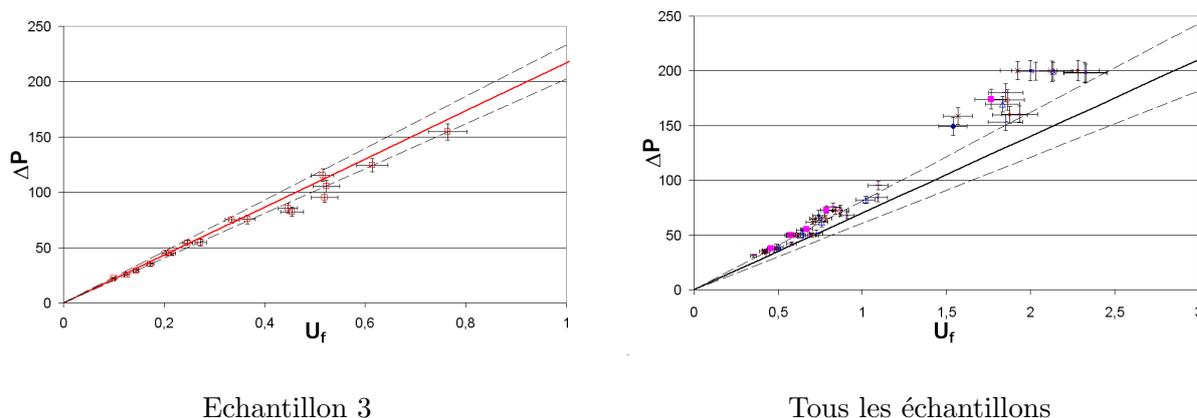


FIG. 1.37 – Évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en Pa, en fonction de la vitesse de filtration pour le médium *DEATEX*.

Avec les équations (1.24) et (1.25), nous avons déterminé la perméabilité d'un médium fibreux polydisperse en diamètres de fibres avec une répartition discrète, dans le cas d'un écoulement perpendiculaire et parallèle aux fibres, respectivement. Nous déduisons la perméabilité d'un médium fibreux isotrope par la même méthode que précédemment pour le modèle monodisperse en diamètres de fibres.

Nous pouvons à présent confronter le modèle aux résultats expérimentaux. Nous les comparons aux média suivant : *N687*, *N937* et *DEATEX* qui sont tous les trois polydisperses en diamètre des fibres. Nous avons représenté sur les graphiques 1.35, 1.36 et 1.37, l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration.

Nous pouvons voir que la comparaison entre le modèle et les résultats expérimentaux donne de bons résultats.

## 1.4 Conclusion

Le microscope électronique à balayage a permis d'analyser la structure interne des différents média fibreux étudiés. Ainsi, une fraction importantes des fibres, à l'origine perpendiculaires à l'écoulement, se retrouvent alignée parallèlement à l'écoulement sous l'effet de l'aiguilletage ou de jets d'eau haute pression. La localisation de ces fibres est la différence majeure entre un médium avec aiguilletage et liage par jet d'eau. Dans un premier cas, celles-ci sont "aléatoirement" réparties dans le médium alors que dans le second cas, les jets d'eau forment des sillons à sa surface.

Les images obtenues par microscopie électronique ont permis aussi de mettre en évidence l'impact du liage thermique sur la structure d'un médium fibreux. La température élevée à laquelle est soumis le médium fibreux fait fondre la gaine des fibres bi-composantes. Les fibres en contact avec la gaine se retrouvent alors liées entre elles. Nous avons pu aussi observer la formation d'agglomérat de plusieurs fibres, contribuant ainsi à augmenter le diamètre des fibres.

Les mesures de perméabilité des différents média fibreux, aussi bien sans qu'avec liage thermique, ont tout d'abord permis de mettre en évidence que les effets inertiels demeurent faibles pour la gamme de vitesse qui nous intéresse et pour les différents média fibreux que nous avons étudiés. C'est pourquoi, nous avons utilisé la loi de *Darcy*.

Ces mesures indiquent que la perméabilité adimensionnée par le carré du rayon des fibres ne

dépend que de la porosité.

La comparaison de nos résultats expérimentaux avec les principaux modèles de perméabilité de milieux fibreux proposés dans la littérature conduit à la conclusion que c'est celui de *Spielman* et *Goren*, avec ajustement, qui représente le mieux nos résultats. Il est à noter que le modèle de *Spielman* et *Goren* utilisé correspond à un milieu fibreux isotrope, une structure différente des média fibreux étudiés caractérisée, comme nous l'avons vu, par une prédominance de fibres perpendiculaire à l'écoulement et perturbées par l'effet de l'aiguilletage. Celui-ci est à l'origine de l'orientation de fibres parallèlement à l'écoulement et à l'apparition de chemins préférentiels. La densité d'aiguilletage importante expliquerait alors pourquoi nos média se comportent en moyenne plutôt comme un médium fibreux isotrope.

# Chapitre 2

## Échelle du pli

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>47</b>
2.1.1	Présentation du problème	48
2.1.2	Les différents ordres de grandeur	50
<b>2.2</b>	<b>Modèle d'écoulement dans les plis</b>	<b>53</b>
2.2.1	Bibliographie	53
2.2.2	Résultats expérimentaux	62
2.2.3	Étude de la structure de l'écoulement dans les plis à l'aide de <i>Fluent</i>	64
2.2.4	Modèle d'écoulement à deux équations pour les grands <i>Reynolds</i> de filtration	77
<b>2.3</b>	<b>Validation</b>	<b>86</b>
2.3.1	Sensibilité de la solution au maillage	86
2.3.2	Vérification du modèle à ouverture uniforme	86
2.3.3	Vérification théorique du modèle à ouverture variable	88
2.3.4	Validation du modèle à ouverture uniforme par <i>Fluent</i>	89
2.3.5	Validation par <i>Fluent</i> du modèle à ouverture variable	92
2.3.6	Validation expérimentale	96
2.3.7	Conclusion sur la validation de l'aérodynamique du pli	99
<b>2.4</b>	<b>Exploitation du modèle</b>	<b>100</b>
2.4.1	Comparaison entre le modèle à grand <i>Reynolds</i> et le modèle à faible <i>Reynolds</i>	100
2.4.2	Influence des paramètres du média plissé sur la chute de pression	100
2.4.3	Influence du plissage sur l'écoulement	103
2.4.4	Recherche de la densité de pli optimale	111
2.4.5	Impact d'une compression variable du médium le long du pli	117
<b>2.5</b>	<b>Conclusion sur l'étude de l'aérodynamique dans un pli</b>	<b>117</b>

---

## 2.1 Introduction

L'étude du colmatage d'un filtre plissé en matériau fibreux nécessite, au préalable, de déterminer le comportement de celui-ci sans particules. En effet, la connaissance de l'écoulement dans le médium plissé va permettre de déterminer la trajectoire des particules. Puis, le couplage avec le modèle de colmatage permettra par la suite de déterminer l'évolution de la chute de pression

lors de la phase de colmatage. Ainsi, l'objectif principal de ce chapitre est de mettre en place un modèle qui puisse restituer fidèlement l'écoulement à cette échelle. Il est impératif que ce modèle puisse permettre de déterminer localement la vitesse de filtration et de prendre en compte la géométrie d'un pli à section variable. Ces deux caractéristiques sont importantes dans l'optique de la modélisation de la phase de colmatage du pli.

Un autre aspect intéressant sur le plan industriel est de pouvoir prédire la chute de pression des filtres : cela permet d'en optimiser la conception. En effet, l'encombrement du filtre est une contrainte importante pour la filtration automobile. L'espace moteur disponible est de plus en plus réduit et le volume attribué à un filtre n'est pas considéré comme primordial. C'est pourquoi, pour un encombrement de filtre et un débit donné, il est important de déterminer la géométrie permettant d'optimiser la chute de pression du médium sans colmatage et avec colmatage.

Dans ce chapitre consacré à l'échelle du pli, nous nous intéresserons à ces différents aspects. Nous commençons par déterminer les conditions d'écoulement dans le pli, section 2.1.2, en déterminant entre autres le nombre de *Reynolds* de l'écoulement.

Nous faisons ensuite un inventaire des différentes méthodes utilisées pour déterminer le comportement d'un médium plissé ainsi que les caractéristiques de l'écoulement dans un canal poreux avec vitesse pariétale uniforme, section 2.2.1. Cette dernière étude montre que pour un écoulement dans un canal avec aspiration/injection pariétale uniforme, il existe des solutions analytiques affines.

C'est pourquoi nous chercherons à déterminer dans la section 2.2.3 si l'écoulement est affine dans le cas de deux canaux couplés avec ouverture uniforme ou variable du pli. Un résultat positif va nous permettre la mise en place d'un modèle semi-analytique d'écoulement dans le pli (cf. section 2.2.4).

Après la validation du modèle semi-analytique que nous présentons, section 2.3, à la fois par nos résultats expérimentaux et par nos calculs réalisés à l'aide du code commercial *Fluent*, nous utiliserons le modèle pour caractériser l'écoulement dans un pli. Cela consiste, tout d'abord en la comparaison de notre modèle à des modèles précédemment établis. Nous étudions ensuite l'influence du plissage, en particulier en comparant un pli à ouverture uniforme et à ouverture variable. Enfin, nous déterminons l'optimum en nombre de plis pour un filtre propre par des méthodes analytiques et par l'utilisation de notre modèle. Le nombre optimum de plis correspond au nombre de plis qui minimise la chute de pression du médium plissé.

### 2.1.1 Présentation du problème

Afin de se familiariser avec l'objet de cette étude, nous avons représenté sur la figure 2.1, quelques média plissés utilisés pour la filtration de l'air, dans les automobiles. Les filtres à air sont souvent constitués de panneaux filtrants, mais certains peuvent aussi avoir la forme de cartouche. Les filtres sont très variés aussi bien par leur taille et que par leur forme. Cela dépend essentiellement de la place disponible dans le moteur et du débit d'air nécessaire. Pour un panneau rectangulaire, nous définissons la laize,  $l_2$  sur le schéma, qui correspond à la largeur du panneau filtrant, et sa longueur,  $l_1$ .

Afin de maintenir la forme du pli tout au long du processus de filtration, il est usuel de réaliser un embossage sur le médium à plisser. Une partie du médium est déformée de telle sorte à avoir des bosses à sa surface. Après le plissage, les bosses vont garantir aux plis une ouverture constante tout au long du processus de filtration. Sur l'image du panneau filtrant, en bas à gauche de la figure 2.1, on peut observer des lignes horizontales correspondant à l'embossage.

Nous avons représenté schématiquement, figure 2.2, un pli vu de profil. La hauteur du pli est  $L + 2e$  sur le schéma,  $L$  correspondant à la longueur de filtration. Cette dernière a une

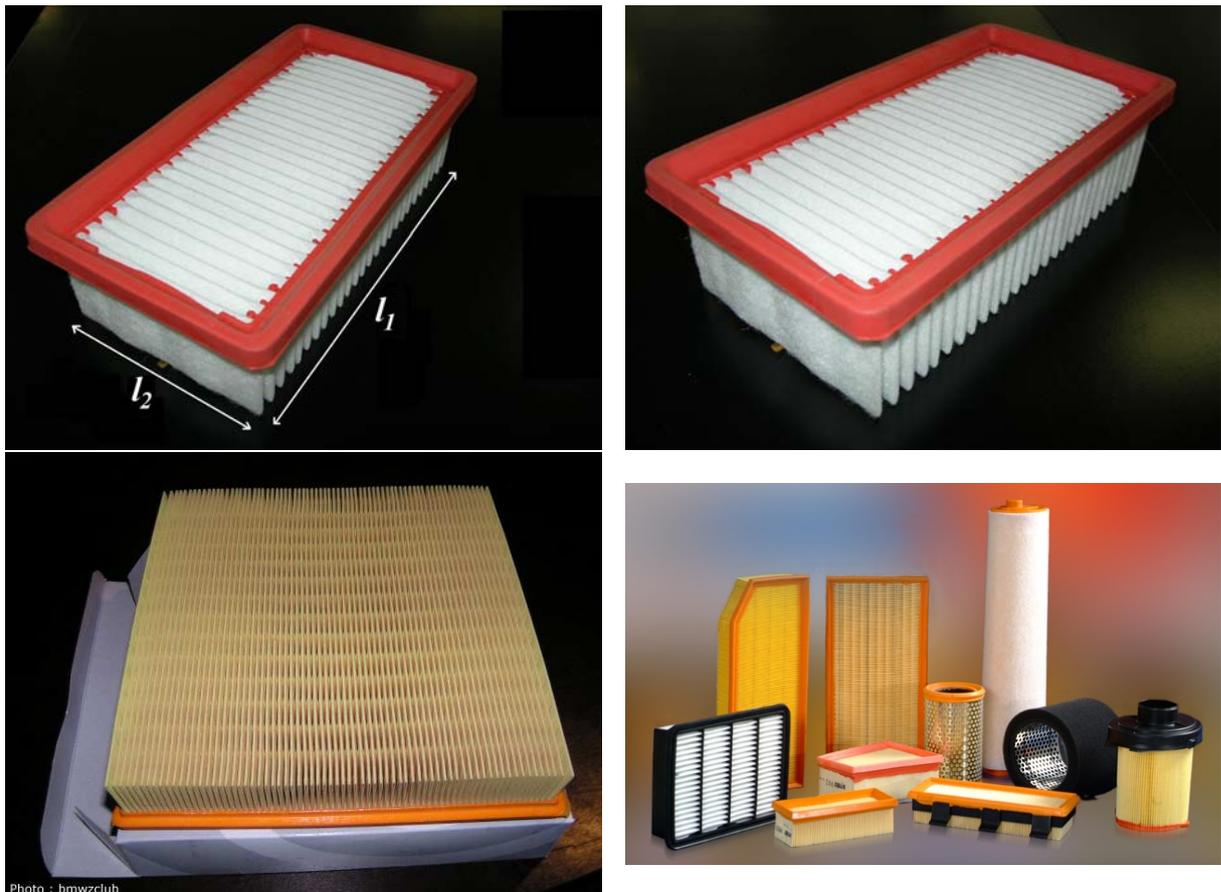


FIG. 2.1 – Photographies de filtres à air pour l'automobile.

valeur comprise entre  $20\text{mm}$  et  $60\text{mm}$ . Le pas de plissage est désigné par  $p$  sur ce même schéma. Le plissage est cependant le plus souvent caractérisé par la densité de plissage en nombre de plis pour  $100\text{mm}$ . Les densités de plissage sont généralement comprises entre 8 et 16 plis pour  $100\text{mm}$ . Il en résulte une demi-ouverture au début du pli,  $h_0$  sur le schéma, comprise entre  $0,5$  et  $2\text{mm}$ . Nous désignerons, dans la suite du document, la demi-ouverture du fond du pli par  $h_s$  et par  $h$  l'ouverture du pli.

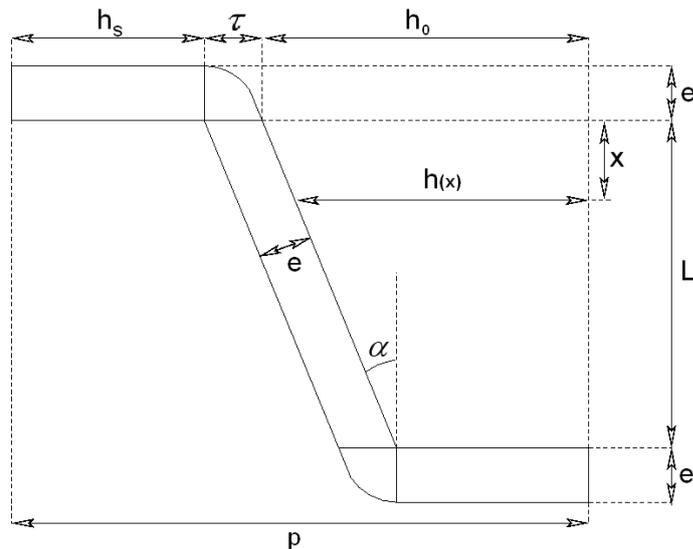


FIG. 2.2 – Schéma d'un pli

Les débits volumiques observés dans un filtre sont compris entre  $120$  et  $520\text{m}^3/h$ . Actuellement, la surface de filtration des média plissés est déterminée de telle sorte que la vitesse de filtration moyenne soit comprise entre  $0,25\text{m/s}$  et  $0,5\text{m/s}$ . Un nombre optimum de plis peut être alors défini pour un volume donné de pli, c'est à dire lorsque les longueurs  $l_1$ ,  $l_2$  et  $L$  sont imposées. Cet optimum est différent selon la méthode choisie pour le définir. Il correspond au nombre de plis pour lequel nous avons le minimum de perte de pression du média plissé dans le cas d'un filtre propre. Cela correspond à un compromis entre l'augmentation de la surface de filtration, résultant en une vitesse de filtration moyenne plus faible, et le plissage qui a pour conséquence une augmentation de la perte de pression dans le pli. Du point de vue industriel, c'est le nombre optimum de pli pour le colmatage qui est le plus intéressant. Nous aborderons ce sujet dans la partie consacrée au colmatage. Le nombre optimum de plis est alors défini comme le nombre de plis pour lequel la capacité du filtre est maximale, pour une perte de pression supplémentaire donnée par rapport à la perte de pression initiale, c'est à dire la chute de pression correspondant au filtre propre.

## 2.1.2 Les différents ordres de grandeur

### Nombres de *Reynolds* de l'écoulement

Une caractérisation qualitative du problème physique qui nous concerne passe par une analyse de certains nombres adimensionnels.

Le nombre de *Reynolds* moyen de filtration,  $Re_w$ , est particulièrement important. Celui-ci a été défini par Berman [11] dans le cas d'écoulement dans des canaux poreux.  $Re_w$  va nous permettre de caractériser l'écoulement dans les plis. Le vecteur vitesse de filtration est orienté comme indiqué sur le schéma 2.2. Ainsi, pour le pli d'entrée (aspiration pariétale), le *Reynolds* de filtration est positif. Par contre, le *Reynolds* de filtration est négatif pour le pli de sortie (injection pariétale).

Nous définissons également le nombre de Reynolds du pli  $Re_0$  à partir de la vitesse moyenne à l'entrée du pli.

$$Re_w = \frac{\rho u_{f_m} h_0}{\mu}$$

$$Re_0 = \frac{\rho u_0 h_0}{\mu}$$

avec  $\rho$  la masse volumique du fluide et  $\mu$  sa viscosité dynamique.  $h_0$  est la demi-ouverture de l'entrée du pli, figures 2.2 et 2.3 ;  $u_{f_m}$  représente la vitesse de filtration moyenne et  $u_0$  la vitesse à l'entrée du pli.

Dans le cas d'une aspiration pariétale, le *Reynolds* de filtration est

Dans le cas de la filtration de l'air, nous avons typiquement :

$$- 100 < Re_0 < 2500$$

$$- 20 < |Re_w| < 175$$

Ces valeurs sont particulièrement élevées comparativement à la filtration de l'huile [8, 7], pour lesquelles, le nombre de *Reynolds* de filtration est proche de l'unité.

### Écoulement dans le médium fibreux

Nous allons comparer le gradient de pression au sein du médium fibreux selon la direction  $x$  au gradient de pression selon la direction  $y$ , cf figure 2.3, c'est à dire  $\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y}$ . Un ratio très petit devant 1 de  $\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y}$  signifie que l'écoulement a lieu principalement dans la direction  $y$ .

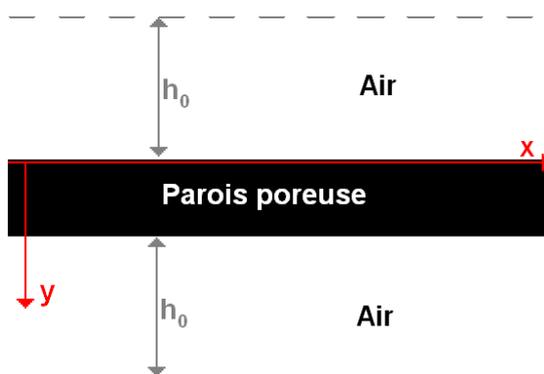


FIG. 2.3 – Schéma d'un demi-canal avec des parois poreuses et à ouverture uniforme.

Pour avoir un ordre de grandeur, nous faisons l'hypothèse que la vitesse de filtration est uniforme le long du pli. Le demi-canal en question est représenté sur le schéma 2.3. Dans ce cas, le gradient de pression est déterminé analytiquement dans le pli d'entrée [119] :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\mu}{h_0^3} (h_0 u_0 - u_{f_m} x) C, \text{ avec : } C \approx Re_w$$

Nous en déduisons le gradient de pression dans le milieu poreux, dans la longueur du pli. Par ailleurs, le gradient de pression  $\frac{\partial P}{\partial y}$  est déterminé par la loi de *Darcy*, soit :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\mu}{k} u_{f_m}$$

Des équations précédentes, nous déduisons :

$$\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y} = (h_0 u_0 - u_{f_m} x) \frac{Re_w k}{h_0^3 u_{f_m}}$$

La valeur la plus élevée de ce rapport est en  $x = 0$ , soit :

$$\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{Re_w k u_0}{h_0^2 u_{f_m}}$$

Comme la totalité de l'écoulement passe dans le pli de sortie, un bilan de masse permet d'écrire dans le cas d'un pli à ouverture uniforme :  $\frac{u_0}{u_{f_m}} = \frac{L}{h_0}$ . Nous obtenons ainsi l'expression du rapport des gradients de pression dans le milieu poreux :

$$\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{Re_w k L}{h_0^3}$$

Pour que l'écoulement dans le milieu poreux ait lieu essentiellement dans la direction perpendiculaire à l'interface milieu libre/poreux, le rapport précédent doit être petit devant 1. Nous avons :

- $k \approx 10^{-10} m^2$
- $Re_w \approx 50$
- $L \approx 10^{-2} m$
- $h_0 \approx 10^{-3} m$

Soit :

$$\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y} \approx 5.10^{-2}$$

La valeur obtenue est faible devant 1 pour les paramètres choisis. Cependant,  $\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y}$  peut ne pas être négligeable devant 1. C'est ainsi le cas pour  $k = 3,5.10^{-10} m^2$  et  $Re_w = 100$ , puisque dans ce cas,  $\frac{\partial P}{\partial x} / \frac{\partial P}{\partial y} \approx 0,35$ . C'est pourquoi, dans la partie consacrée à l'étude de l'écoulement dans un pli à l'aide d'un outil de *CFD* (page 74), nous nous sommes intéressé entre autres à l'écoulement au sein du milieu poreux. Nous avons cherché à déterminer si l'écoulement reste bien unidirectionnel dans le médium fibreux.

### Autres hypothèses simplificatrices

Un écoulement est considéré incompressible si le nombre de *Mach* défini comme le rapport entre d'une vitesse caractéristique de l'écoulement et la célérité du son est très petit devant 1. Dans notre cas, le nombre de *Mach* est  $M = \frac{u_0}{c} \approx 0,02$ . Nous pouvons donc considérer l'écoulement comme incompressible.

L'impact de l'embossage sur la répartition de l'écoulement est étudié par Del Fabbro [45]. Les résultats montre que celui-ci n'a pas d'impact sur la chute de pression du média plissé. En effet, la répartition de l'écoulement dans le médium plissé, déterminée expérimentalement, montre que la répartition de l'écoulement est identique au niveau de l'embossage et en dehors de l'embossage. Une étude supplémentaire a été réalisée par *CFD* grâce au logiciel *CFX* [43]. Les calculs ont été

réalisés pour des géométries bi et tridimensionnelles. Les résultats ont montré qu'une géométrie en deux dimensions représente correctement le comportement du médium plissé du point de vue de la chute de pression totale ainsi que de la répartition de l'écoulement, comparativement aux résultats expérimentaux. Les simulations réalisées en trois dimensions n'ont pas montré une différence significative avec le cas bidimensionnel. En s'appuyant sur ces deux résultats, il paraît donc raisonnable de considérer un modèle bidimensionnel.

Nous supposons, dans le cadre de cette étude, que l'écoulement à l'interface milieu poreux/écoulement libre adhère à la paroi (en effet, dans la plus part des applications, l'impact du glissement associé à la nature poreuse de l'interface est faible).

Nous supposons que l'écoulement dans le pli est symétrique (voir [18, 22] pour des d'écoulements non symétriques).

## 2.2 Modèle d'écoulement dans les plis

### 2.2.1 Bibliographie

#### Différentes approches de l'écoulement dans un média plissé

Plusieurs approches ont été développées pour déterminer l'écoulement au sein d'un médium plissé. La plupart du temps, l'objectif est juste de déterminer l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration.

Del Fabbro et al. [45, 43] se sont appuyés sur une étude expérimentale. Ils ont proposé la corrélation empirique donné par l'équation (2.1) :

$$\frac{\Delta P}{e \tilde{R} u_{f_m}} = \left( 1 + \frac{(L + 2e)e}{p^2} \right)^{460 \left( \frac{\mu}{e^2 \tilde{R}} \right)^{0,7}} \cdot 10^{\frac{0,7 \left( \frac{\mu}{e^2 \tilde{R}} \right)^{0,7} \left( \frac{L+2e}{p} \right)^2}{\log \left( 1 + \frac{L+2e}{e} \frac{1}{R\tilde{e}} \right)}} \quad (2.1)$$

Où :

- $\Delta P$  est la chute de pression
- $u_{f_m}$  est la vitesse de filtration moyenne
- $e$  est l'épaisseur du médium fibreux
- $L + 2e$  est la hauteur du pli
- $\tilde{R} = \frac{\mu \varepsilon}{k}$ , où  $k$  est la perméabilité,  $\mu$  la viscosité dynamique et  $\varepsilon$  la porosité
- $p$  est le pas de plissage
- $Re$  est le nombre de Reynolds défini par :  $Re = \frac{\rho p u_{f_m}}{\mu}$

Ce modèle empirique permet de déterminer la chute de pression du médium plissé en fonction des caractéristiques du médium et de la géométrie du pli. La comparaison entre le modèle et les résultats expérimentaux, figure 2.4, montre un bon accord aussi bien pour les filtres à haute efficacité, utilisé dans le nucléaire, et les filtres automobiles. L'inconvénient de ce type de démarche est qu'il est dangereux d'utiliser la corrélation proposée en dehors des plages de valeurs ayant servi à l'ajustement des paramètres intervenant dans la corrélation.

Ils ont, par ailleurs, étudié expérimentalement la répartition de l'écoulement au sein du pli. Pour cela, ils ont eu recours à un traceur non colmatant. La répartition de l'écoulement dans le pli est déduite de la concentration de particules fluorescentes déposées au sein du médium. Dans ce but, le pli a été subdivisé en trois zones différentes comme cela est illustré dans le schéma 2.5.

Les résultats montrent que l'écoulement est très différent selon le type de filtre étudié. Pour un filtre à haute efficacité, la vitesse de filtration est quasiment uniforme le long du pli. Toutefois, pour les plus grandes vitesses de filtrations, une légère variation apparaît le long du pli. Pour

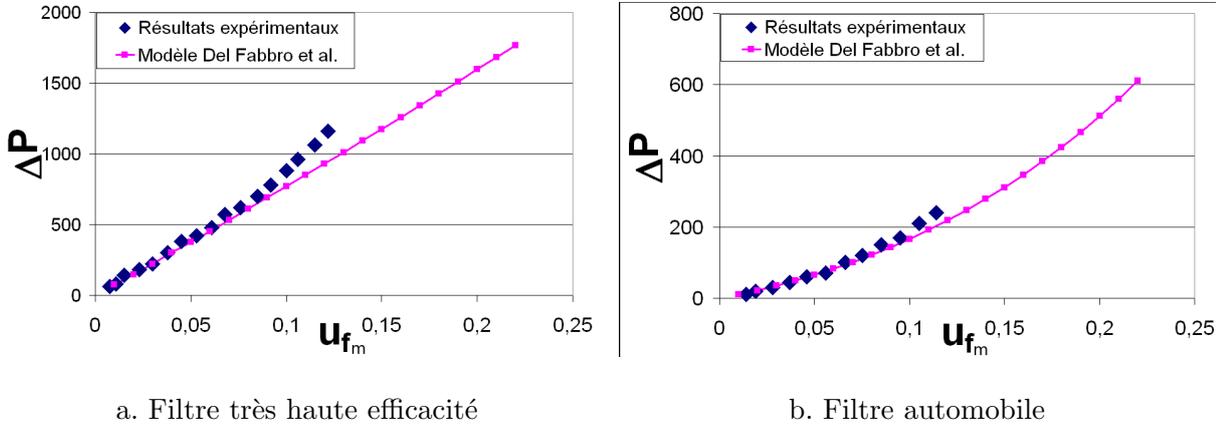


FIG. 2.4 – Évolution de la chute de pression  $\Delta P$  en  $Pa$  en fonction de la vitesse de filtration  $u_{f_m}$  en  $m/s$  pour le modèle et les résultats expérimentaux de Del Fabbro [43].

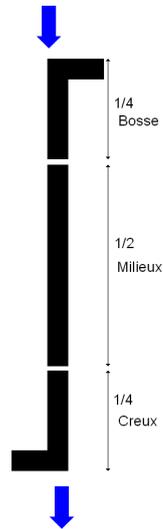


FIG. 2.5 – Subdivision d’un demi-pli en trois zones par Del Fabbro et al.

les filtres automobiles la vitesse de filtration varie le long du pli quelque soit la vitesse de filtration moyenne considérée. L'écoulement passe essentiellement par le *Creux* et dans une moindre mesure par la *Bosse* (cf. figure 2.5).

Chen et al. [24] ont étudié l'écoulement dans des média plissés en résolvant les équations de Navier-Stokes dans le gaz et les équations de Darcy-Lapwood-Brinkman (2.2) pour le milieu poreux. Les auteurs considèrent que la vitesse de glissement à l'interface entre le milieu poreux et le fluide n'est pas nulle. Il en résulte une diminution de la chute de pression associée à l'écoulement dans le pli.

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\mu}{k} u + \frac{\mu}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

Nassehi et al. [89], Wakeman et al. [123] ont aussi étudié l'écoulement dans un médium plissé en résolvant les équations par une méthode d'éléments finis. Nassehi et al. présentent une approche par éléments finis pour modéliser la transition d'un écoulement entre un domaine poreux, gouverné par l'équation de Darcy et un domaine fluide, où l'écoulement est gouverné par les équations de Stokes. La démarche est similaire à celle adoptée pour la filtration membranaire [88].

Wakeman et al. ont par ailleurs étudié l'influence de la compression d'un médium en fibre de verre dans le cas de l'écoulement d'un liquide dans une cartouche. Des mesures de perméabilité du milieu fibreux sont réalisées pour différentes vitesses de filtration, permettant ainsi de déterminer la courbe de perméabilité en fonction de la chute de pression. Ils déterminent empiriquement l'évolution de la perméabilité en fonction de la pression. Trois phases sont alors distinguées :

1. Le médium n'est pas encore comprimé, la perméabilité reste constante.
2. Le médium est comprimé, la perméabilité évolue alors en fonction de la pression. Les différentes mesures expérimentales sont approchées par une loi en puissance.
3. Le médium est à son taux de compression maximum et la perméabilité n'évolue plus.

Ces lois sur l'évolution de la perméabilité sont couplées avec le modèle d'écoulement afin de déterminer le comportement de la cartouche. La comparaison avec les résultats expérimentaux montre un meilleur accord en prenant en compte la loi d'évolution de la perméabilité avec la compression.

Une méthode par domaine fictif est utilisée pour modéliser l'existence de plusieurs domaines ayant des propriétés physiques différentes. Cette méthode permet de modéliser l'écoulement dans tout le domaine par un unique système d'équations, Navier-Stokes-Brinkman (2.4) :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.3)$$

$$\underbrace{-\nabla \cdot (\tilde{\mu} \nabla \mathbf{u}) + (\rho \mathbf{u} \nabla) u}_{\text{Navier-Stokes}} + \underbrace{\tilde{\mu} \tilde{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla P = \tilde{f}}_{\text{Loi de Darcy-Brinkman}} \quad (2.4)$$

Les termes comportant des tildes ont des valeurs différentes selon l'endroit du domaine considéré. Dans le milieu poreux, les coefficients sont choisis pour obtenir l'équation de *Brinkman*, et dans la zone de fluide, le système se réduit alors aux équations de Navier-Stokes. Khadra et al. [67] ont ainsi mis en évidence que cette méthode permet de simuler correctement les écoulements dans les domaines contenant des zones poreuses et des zones de fluides libres dans le cas de nombres de *Reynolds* modérés. Iliev et al. [58] ont utilisé cette méthode, couplée à une résolution par volumes-finis, pour étudier l'écoulement dans un "filtre" à huile.

Le Fraunhofer Institute utilise également une méthode de milieu fictif pour déterminer l'écoulement dans un pli [129]. L'écoulement est modélisé par l'équation de Brinkman (2.5) :

$$\nabla P = -\tilde{\mathbf{K}}^{-1} \tilde{\mu} \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.5)$$

Il est à noter que cette étude est réalisée dans le cadre d'une approche multi-échelle de la problématique du colmatage d'un médium fibreux plissé. Ainsi, l'échelle considérée est l'échelle macroscopique. L'échelle microscopique est celle d'un réseau de quelques fibres. À cette échelle, l'objectif est de déterminer, toujours par simulation numérique, la perméabilité du réseau de fibres, puis son évolution pendant la phase de colmatage par des particules [74]. Les résultats obtenus à cette échelle sont alors intégrés à l'échelle de toute l'épaisseur du médium. Le colmatage de celui-ci s'appuie sur les résultats de l'échelle inférieure. Nous aborderons cela plus en détail dans la partie consacrée au colmatage. L'objectif, par la suite sera de réaliser le couplage avec le modèle d'écoulement dans le médium plissé. Cependant, l'étude de l'écoulement avec l'équation de Stokes dans la partie fluide ne convient pas lorsque les effets inertiels ne sont plus négligeables, comme cela est le cas dans la filtration de gaz.

La détermination de l'écoulements au sein des plis, par simulations numériques, aussi bien à partir de discrétisation de type volume finis qu'élément finis, permet de caractériser entièrement l'écoulement dans les plis. Par contre, l'utilisation de cet outil, pour réaliser une étude de sensibilité est consommatrice en temps de calcul et en temps de préparation des calculs. En effet, il est nécessaire de réaliser un nouveau maillage pour chaque modification géométrique. Par ailleurs, déterminer l'évolution pendant la phase de colmatage est délicate à mettre en place. En effet, lors du colmatage d'un médium plissé, il apparaît assez rapidement un dépôt de surface qui modifie la géométrie du pli d'entrée et donc l'écoulement dans le pli. Il devient alors nécessaire de modifier le maillage dans le pli d'entrée afin de prendre en compte l'évolution de la géométrie.

Un modèle empirique, comme celui proposé par Del Fabbro [45, 43], permettant de déterminer l'évolution de la chute de pression, puis du colmatage du médium plissé a une limitation intrinsèque. En dehors des domaines de calages, ou bien pour de nouveaux matériaux, rien ne garantit que le modèle puisse prédire fidèlement la chute de pression. De plus, il ne donne pas accès aux champ de vitesse à l'intérieure des plis. À cela, il faut ajouter que l'écoulement n'est pas uniforme dans le pli, par conséquent, le dépôt formé, n'est pas non plus uniforme [7, 98, 96]. Les caractéristiques de perméabilité et de hauteur du milieux poreux formant le pli ne sont plus les mêmes le long du pli. Or, le modèle de chute de pression empirique a été calé pour des propriétés uniformes du milieu poreux. C'est pourquoi, il paraît intéressant d'établir un modèle simplifié qui puisse décrire l'écoulement dans le médium plissé dans le but d'éviter la lourdeur redhibitoire des calculs directs *CFD* tout en proposant une approche bien plus physique qu'une recherche de corrélation.

## Modèles d'écoulement dans le pli

Plusieurs travaux ont établi des modèles simplifiés d'écoulement dans un médium plissé. Le point commun de tous ces modèles est la simplification des équations de conservations de la masse et de la quantité de mouvement pour obtenir un système d'équations en une dimension. Pour cela, une hypothèse sur la structure de l'écoulement au sein du pli d'entrée et de sortie, voir figure 2.6, est nécessaire. Les modèles se différencient selon les simplifications et hypothèses choisies.

Raber [106] a proposé un des premiers modèles d'écoulement et de colmatage de médium plissé. Pour cela, il fait l'hypothèse que la composante longitudinale (c'est à dire le long du pli) de la vitesse est uniforme pour le pli d'entrée et sinusoïdale pour le pli de sortie. Les équations

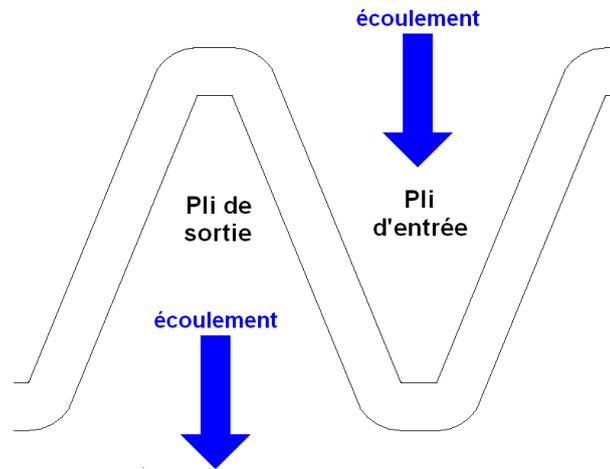


FIG. 2.6 – Schéma d'un pli

de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont alors corrigées pour tenir compte du profil de vitesse. L'auteur a considéré comme négligeables les effets de la viscosité. Dans son cas, le nombre de *Reynolds* du pli,  $Re_0$ , est supérieur à 2000 pour un débit volumique de  $3400\text{m}^3/\text{h}$  et le nombre de *Reynolds* de filtration,  $Re_w$ , est aux alentours de 100 pour 17 plis et 50 pour 22 plis.

L'écoulement dans le milieu poreux est supposé perpendiculaire à la surface du médium et le couplage est réalisé par la loi de Darcy-Forchheimer. Cependant, en raison des faibles vitesses de filtration, les termes inertiels sont très faibles.

L'auteur présente également un modèle de colmatage du médium plissé. Celui-ci sera présenté dans la partie du manuscrit, consacrée au colmatage.

À l'aide de son modèle, Raber obtient numériquement un nombre de plis optimal avec et sans colmatage. Cet optimum est alors différent sans et avec colmatage : 17 et 22 plis respectivement. Il a aussi déterminé l'évolution de la vitesse de filtration le long du pli en fonction du nombre de plis. Celle-ci perd en homogénéité quand l'espacement des plis diminue.

Cependant, la plupart des modèles pour l'écoulement dans un médium plissé font l'hypothèse que la composante longitudinale de la vitesse est un polynôme d'ordre 2 pour le pli d'entrée et de sortie [19, 131, 75]. L'intérêt du modèle de Lücke et Fissan [75] est de prendre en compte une ouverture variable de pli, alors que le modèle de Yu et Goulding [131] n'est valide que pour les plis d'ouverture uniforme.

À partir de cette hypothèse, et par un procédé de prise de moyenne sur la section du pli, Yu et Goulding [131] ainsi que Lücke et Fissan [75] déterminent les équations différentielles régissant l'écoulement dans chacun des plis. Le couplage, entre le pli d'entrée et de sortie, est réalisé grâce à la loi de Darcy.

Yu et Goulding ont déterminé un nombre optimum de plis, sans colmatage, différent selon les caractéristiques de plissage et du médium fibreux. Par contre, le nombre optimum de plis est indépendant de la vitesse de filtration, tout du moins pour les débits considérés. De plus, la chute de pression d'un médium plissé demeure linéaire dans le domaine de vitesses de filtration étudié. Ce résultat est en contradiction avec d'autres résultats [45], pour lesquels le nombre optimum de plis varie avec la vitesse de filtration.

Lücke et Fissan [75] valident leur modèle en le comparant aux résultats de Berman [11], pour

une vitesse de filtration uniforme et à ceux de Pui et al. dans le cas de pli à ouverture uniforme. Le modèle est en bon accord avec Berman et Pui et al. et prédit le même optimum que Pui et al.. De plus, une validation expérimentale a été réalisée avec des filtres commerciaux. La géométrie des plis est déterminée par analyse optique. La comparaison avec les résultats expérimentaux montre un bon accord. Cependant, un écart apparaît pour les plus grandes vitesses de filtration. Pour ces vitesses de filtration, le *Reynolds* de filtration est environs 100.

Caesar et Schroth [19] comparent l'impact de plis à ouverture uniforme et variable sur la chute de pression d'un médium plissé. Ils prennent en compte l'élargissement et la contraction de l'air avant et après les plis. Les équations régissant l'écoulement dans le pli sont données par les équations de Navier-Stokes prises au centre du pli. Par symétrie du problème, les composantes normales de la vitesse sont nulles. De ce fait, ces termes sont négligés, alors qu'une prise de moyenne sur l'ouverture du pli aurait pris en compte cette contribution. La composante longitudinale est supposée parabolique dans la section du pli. Il en résulte :

$$\frac{dP}{dx} = -2,25\rho u \frac{du}{dx} - 12\mu \frac{u}{h^2(z)} + 1,5\mu \frac{d^2u}{dx^2}$$

Une comparaison entre les deux géométries montre que le pli à ouverture variable a une chute de pression moins importante que celle du pli à ouverture uniforme, à même densité de plissage et hauteur de pli.

Oxarango et al. [97, 98, 96] ont une approche identique à Yu et Goulding et Lücke et Fissan : les équations de Navier-Stokes sont moyennées sur la demi-ouverture du canal/pli. Oxarango et al. et Benmachou et al. [8, 7] obtiennent ainsi un système d'équations à une dimension. L'originalité des travaux, par rapport aux précédentes études, est liée à l'hypothèse sur le profil de l'écoulement. En effet, au lieu de faire l'hypothèse d'un écoulement dont la composante longitudinale est un polynôme d'ordre 2, ceux-ci font l'hypothèse d'un écoulement de Berman [11]. Le couplage, entre le pli d'entrée et de sortie est déterminé par la loi de *Darcy*. La vitesse de filtration locale est donc déterminée par la différence locale de pression entre le pli d'entrée et de sortie. Une validation à l'aide du logiciel *Fluent* est réalisée pour vérifier le profil de vitesse et de pression. En se basant sur les travaux de Brady [16], ils ont évalué la limite supérieure de validité du modèle en terme du nombre de *Reynolds* de filtration à  $Re_w \approx 6$ . Oxarango et al. se sont intéressés à l'écoulement dans un filtre à particules constitué par un réseau de canaux à section carré en parallèle avec des parois poreuses et Benmachou et al. [8, 7] se sont intéressés aux écoulements dans les plis d'une cartouche cylindrique pour la filtration liquide. En raison de la géométrie cylindrique de cette dernière, les équations ont été développées pour un pli à ouverture variable.

### Écoulement dans des canaux parallèles avec aspiration/injection pariétale

Nous venons de voir qu'un certain nombre de travaux se sont intéressés à la modélisation de l'écoulement dans des filtres plissés. Raber fait l'hypothèse d'un écoulement uniforme pour le pli d'entrée et sinusoïdale pour le pli de sortie. D'autres font l'hypothèse d'un écoulement de Poiseuille aussi bien pour le pli d'entrée et de sortie [75, 19, 131]. D'autres auteurs [98, 96, 8, 7] ont utilisé les résultats de Berman [11]. Ce dernier ayant déterminé l'écoulement dans un canal ayant des parois poreuses avec une vitesse pariétale uniforme. Berman montre également que ses résultats analytiques tendent vers un écoulement de type Poiseuille lorsque la vitesse pariétale est nulle. Il est donc indispensable de s'intéresser à la structure des écoulements dans les média plissés, afin de définir et de caractériser l'écoulement dans les plis.

L'étude de l'écoulement au sein de canaux ou tubes ayant une frontière poreuse regroupe bien entendu la filtration automobile avec les filtres à particules, à huile mais aussi le domaine des moteurs de fusée et de missiles ou encore des systèmes biologiques, la filtration membranaire. Une première approche de la compréhension de ces phénomènes est réalisée en étudiant des systèmes avec aspiration ou injection pariétale uniforme. Il n'est pas étonnant, dès lors que l'étude de l'écoulement dans des canaux ou tubes avec aspiration ou injection pariétale ait suscité un intérêt. Ainsi, des travaux aussi bien théoriques, notamment avec la recherche de solutions analytiques affines et l'étude de leur stabilité, qu'expérimentaux ont été réalisés. La partie expérimentale cherche à étudier la structure de ces écoulements, entre autres, la transition d'un écoulement laminaire vers un écoulement turbulent.

Étant donnée que nous avons un nombre de *Reynolds* de filtration élevé, nous allons nous intéresser aux différentes problématiques de ces écoulements. Nous commencerons par la recherche de solutions affines dans un canal avec aspiration ou injection pariétale uniforme. Puis nous nous intéresserons à la stabilité de telles solutions. Nous évoquerons, pour le troisième point, les comparaisons des solutions affines avec des résultats expérimentaux et simulations numériques. Enfin, en raison du nombre de *Reynolds* de canal élevé, nous terminerons par la transition de l'écoulement vers un écoulement turbulent.

**Solutions affines pour un écoulement avec aspiration/injection pariétale** Berman [11] a été l'un des premiers à déterminer analytiquement, par un développement asymptotique pour les faibles *Reynolds* de parois,  $Re_w$ , une solution affine de l'écoulement dans un canal avec aspiration et injection pariétale uniforme. Lorsque le *Reynolds* de parois,  $Re_w$ , tend vers 0, la solution ainsi obtenue tend vers un écoulement de Poiseuille, comme le montre l'équation 2.6. Berman a choisi une configuration symétrique pour le pli avec une condition de non glissement à la paroi. Les *Reynolds* de parois positifs correspondent à une aspiration pariétale, et pour les *Reynolds* de parois négatifs à une injection.

Les composantes longitudinales et transversales de la vitesse ainsi que le champ de pression pour le modèle de Berman sont donnés par :

$$\begin{aligned} u(\bar{x}, \bar{y}) &= \frac{3}{2}(1 - \bar{y}^2) \left(1 - \frac{Re_w}{420}(2 - 7\bar{y}^2 - 7\bar{y}^4)\right) u_m(x) \\ v(\bar{x}, \bar{y}) &= \left(\frac{\bar{y}}{2}(3 - \bar{y}^2) - \frac{Re_w}{280}\bar{y}(2 - 3\bar{y}^2 + \bar{y}^6)\right) u_f \\ P(\bar{x}, \bar{y}) - P(0, \bar{y}) &= \frac{\mu}{h_0} \left(u_0\bar{x} - \frac{u_f}{2}\bar{x}^2\right) \left(-3 + \frac{81}{35}Re_w\right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$u_m(x)$  est la composante longitudinale moyenne de la vitesse,  $u_f$  est la vitesse de filtration.  $x$  et  $y$  sont les coordonnées longitudinales et transversales.  $h_0$  est la demi-ouverture du canal. Nous avons  $\bar{x} = \frac{x}{h_0}$  et  $\bar{y} = \frac{y}{h_0}$ . Et nous définissons  $u_0 = u_m(0)$ .

De même, Yuan [132] s'est intéressé à l'étude d'écoulement dans des canaux avec injection pariétale mais pour les grand *Reynolds* de filtration  $Re_w$ . Une solution analytique a été déterminée sous l'hypothèse d'un écoulement laminaire. La composante longitudinale de la vitesse est une fonction sinusoïdale. Les équations décrivant l'écoulement sont :

$$\begin{aligned} f(y) &= \left\{ \sin \frac{\pi y}{2h_0} + \frac{1}{Re_w} \left[ \frac{\pi}{4} \left( \sin \frac{\pi y}{2h_0} - \frac{\pi y}{2h_0} \cos \frac{\pi y}{2h_0} \right) \ln \left| \tan \frac{\pi y}{4h_0} \right| + \left( \int_0^{\frac{\pi y}{2h_0}} \frac{\theta}{\sin \theta} d\theta - A \frac{y}{h_0} \right) \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi y}{2h_0} \right] \right\} \\ A &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\theta}{\sin \theta} d\theta - 1 \approx 0,83193 \\ u(x, y) &= f'(y)u_m(x) \\ v(x, y) &= f(y)u_f \\ P(x, y) - P(0, y) &= \frac{\mu}{h_0} \left( u_0 \frac{x}{h_0} - \frac{u_f}{2} \left( \frac{x}{h} \right)^2 \right) \left( \frac{\pi^2}{4} - \frac{2,049}{Re_w} \right) Re_w \end{aligned} \quad (2.7)$$

Par la suite, Terrill [120] a complété le travail de Yuan [132]. Les résultats de ce dernier correspondent en fait à la solution interne du développement asymptotique. Terrill propose la solution externe du développement asymptotique. Par ailleurs, Terrill travailla aussi sur la recherche de solution analytique pour un écoulement dans des canaux bidimensionnels avec aspiration pariétale uniforme pour les grands nombres de *Reynolds* de filtration [119]. La composante longitudinale de la vitesse est dans ce cas quasiment uniforme sur toute la section du canal, avec une décroissance exponentielle en proximité de la paroi.

**Stabilité des solutions affines** Durlofsky et Brady [38] se sont intéressés à la stabilité des solutions analytiques dans des canaux, aussi bien pour l'injection que pour l'aspiration. L'étude qu'ils ont menée montre que les solutions analytiques obtenues, pour un canal avec aspiration ou injection pariétale uniforme, sont des branches stables de solution sur toute la gamme de *Reynolds* de filtration  $Re_w$ . D'autres branches de solutions ont aussi été déterminées. L'analyse de leur stabilité a aussi été étudiée par la suite [46, 68, 27].

Chellam et Liu [22] ont poursuivi l'étude de la stabilité de l'écoulement en incluant les effets d'une vitesse de glissement pour des tubes et des canaux bidimensionnels. Les courbes de stabilité sont alors translatées mais leur stabilité n'en est pas modifiée. Pour mettre en évidence l'impact de la vitesse de glissement sur l'écoulement dans un canal avec aspiration pariétale uniforme, ils définissent  $Re_T$  le nombre de *Reynolds* de filtration pour lequel le gradient de pression change de signe. Ce *Reynolds* de transition est intéressant du point de vue de la filtration membranaire, puisqu'il met en évidence la transition d'une situation favorable, avec un gradient de pression négatif, à une situation défavorable. Ainsi, lorsque le coefficient de glissement  $\phi$  augmente, le *Reynolds* de transition  $Re_T$  diminue.

**Comparaison des solutions affines à des résultats expérimentaux et simulations numériques** Raithby et Knudsen [108] ont réalisé des simulations numériques par résolution des équations de Navier-Stokes dans un canal avec aspiration et injection pariétale uniforme. Ils ont déterminé, numériquement, la distance d'établissement de l'écoulement dans un canal avec injection pariétale. Les résultats montrent que la distance d'établissement diminue avec l'augmentation du *Reynolds* de filtration, cependant, une longueur d'établissement minimal  $l_e$  a été établie à  $\frac{l_e}{Re_0} \approx 0,02$ . Au delà de cette distance, l'écoulement est très proche de l'écoulement pleinement développé.

Ils se sont aussi intéressés à un écoulement avec aspiration pariétale uniforme. Les résultats numériques montrent alors que l'écoulement garde la mémoire du profil imposé en entrée. Ce résultat est valable pour les différents profils de vitesse imposés en entrée, dont le profil de vitesse uniforme. Une partie de ces résultats a été comparée à des résultats expérimentaux pour un *Reynolds* de filtration compris entre 10 et 20. Les résultats expérimentaux montrent que l'écoulement garde un profil de vitesse quasiment uniforme. La comparaison avec les résultats numériques montre également un bon accord.

Ce résultat est comparable à ceux de Brady [16] pour des canaux de longueur finie. Il a ainsi comparé les solutions analytiques affines aux résultats numériques avec un profil de vitesse uniforme en entrée du canal. En augmentant le nombre de *Reynolds* de filtration  $Re_w$ , alors, l'effet des conditions imposées en entrée se propage de plus en plus profondément dans le canal. Ainsi, à partir d'un nombre de *Reynolds* de filtration  $Re_w$  égale à 25, l'accord devient bon entre la solution analytique et le calcul numérique. Le profil uniforme est en fait solution affine dans le cas des grands *Reynolds* de paroi pour l'aspiration. Il réalise la même étude pour un profil d'entrée parabolique. Dans ce cas, il y a peu de différence entre le calcul numérique et

les solutions analytiques pour  $Re_w < 6$ . Au delà, le gradient de pression est très différent de la solution analytique affine. Ce dernier résultat a permis à Oxarango et Benmachou et al. de définir un *Reynolds* de filtration limite pour leur modèle.

**Transition vers un écoulement turbulent** La transition laminaire-turbulent est un autre aspect important de l'étude de l'écoulement dans les canaux avec vitesse pariétale. En effet, en raison du nombre de *Reynolds* du canal élevé  $Re_0$ , dans le cas de la filtration de l'air l'écoulement pour un canal avec parois imperméables est turbulent. Il est donc intéressant de déterminer si l'écoulement pariétal est un facteur retardant ou générateur de la transition vers un écoulement turbulent.

Les résultats expérimentaux présentés par Raithby et Knudsen [108], montrent que l'écoulement, dans un canal avec aspiration uniforme reste laminaire pour des nombres *Reynolds* de pli allant jusqu'à 14000 et un nombre de *Reynolds* de filtration compris entre 10 et 20. Pour eux, la transition vers un écoulement turbulent est ainsi retardée. Les perturbations donnant naissance à la turbulence sont emmenées à travers les parois poreuses ce qui retarde la transition vers un écoulement turbulent. De plus, ceux-ci précisent que Huesman et Eckert ont montré expérimentalement, pour le cas de l'injection, que la transition vers un écoulement turbulent était retardée par la présence d'un écoulement pariétal.

**Écoulement dans des canaux non-symétriques** L'écoulement dans des canaux non-symétriques a fait aussi l'objet d'études. Ainsi, Chellam et Liu [22] ont déterminé numériquement l'écoulement dans un canal avec vitesse pariétale le long d'une paroi du canal, l'autre étant imperméable. Bujurke et al. [18] ont considéré que chacune des parois peut avoir une vitesse pariétale différente. Trois configurations différentes sont alors mises en évidence et pour chacune de ces configurations, ils déterminent la solution par un développement en série.

- Injection pour les deux parois mais à des vitesses différentes
- Aspiration pour les deux parois mais à des vitesses différentes
- Injection pour une paroi et aspiration pour l'autre

**Conclusion** En résumé de ce que nous savons de l'écoulement dans un pli pour la configuration qui nous intéresse (grands nombres de *Reynolds* de filtration), on peut noter :

- Dans le cas d'un écoulement dans un canal avec une vitesse pariétale uniforme, il existe des solutions affines de l'écoulement aussi bien pour l'aspiration que pour l'injection. Dans le cas des faibles nombres de *Reynolds*, cet écoulement est quasiment parabolique. Par contre, pour les grands nombres *Reynolds* de filtration, l'écoulement est quasiment uniforme dans le pli d'entrée et sinusoïdal dans le plis de sortie.
- Les solutions obtenues pour les grands nombres de *Reynolds* de filtration aussi bien pour l'aspiration (profil de vitesse "uniforme") que pour l'injection pariétale (profil de vitesse "sinusoïdal") sont des solutions stables.
- Par ailleurs, dans le cas d'une aspiration pariétale uniforme, des calculs numériques pour un canal de longueur fini avec un grand nombre de *Reynolds* de filtration, ont montré un bon accord avec la solution affine. Il en est de même pour les résultats expérimentaux obtenus également dans la même configuration.
- L'injection et l'aspiration pariétale retarde la transition vers un écoulement turbulent.

### 2.2.2 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous présentons nos résultats de mesure de chute de pression à travers les média plissés. Ces résultats permettront de valider ultérieurement les résultats obtenus par le modèle que nous proposons dans la section 2.2.4 page 77.

#### Le banc de mesure

Type de médium	Nombre de plis	Densité de plissage plis/100mm	Hauteur des plis en mm	Longueur en mm	Laize en mm	Épaisseur en mm	Perméabilité en $\mu m^2$
N687	33	8	25	412	180	1,45	356
	16	8	51	200	180		
	33	12	25	275	180		
	16	12	51	133	180		
	33	16	25	206	180		
	16	16	51	100	180		
N1209	17	8	55	220	89	2,84	228
	22	11	55	220	89		
	26	12	55	220	89		
	31	14	55	220	89		
	35	16	55	220	89		

TAB. 2.1 – Caractéristiques des média plissés étudiés

La chute de pression des média plissés est déterminée à l'aide du dispositif expérimental représenté sur la figure 2.7. Le banc, de section rectangulaire, est relié à un système d'acquisition. La pression statique de paroi est mesurée en amont et aval de l'échantillon. Pour cela, un orifice est aménagé au centre de chacune des quatre parois en amont et aval du porte-échantillon.

La différence de pression aux bornes du diaphragme permet de déterminer le débit massique. Les conditions atmosphériques sont mesurées afin de déterminer précisément la masse volumique et la viscosité de l'air, ce qui permet d'obtenir le débit volumique de l'air.

Nous mesurons tout d'abord la chute de pression du support du médium plissé seul sur la plage de débit étudié. Ensuite, le médium plissé est fixé sur le porte-échantillon afin de réaliser les mesures de chute de pression en prenant soin de prévenir toute possibilité de fuite préjudiciable à la mesure. Par la suite, les mesures de pression et de débit sont réalisées après stabilisation de l'écoulement.

Lors des mesures expérimentales, la pression, de part et d'autre du médium plissé, se stabilise d'autant plus difficilement que le débit est important. Cela contribue à augmenter l'incertitude sur la mesure. Les valeurs indiquées sur les graphiques sont les valeurs moyennes de la pression. Nous n'avons pas rencontré cette difficulté lors de la mesure de la chute de pression du support. L'incertitude de mesure due au manomètre est au plus de  $\pm 2\%$ .

Les essais ont été réalisés sur des média plissés sans embossage. Cela nous a permis de ne pas avoir d'influence de celui-ci sur l'écoulement. Pour les débits importants, il a été observé, en l'absence d'embossage, la déformation du médium plissé. Celui-ci se déforme en raison du différentiel de pression important et il en résulte un écrasement de celui-ci et la "fermeture" des plis avec pour conséquence une augmentation plus rapide de la chute de pression. Ce phénomène

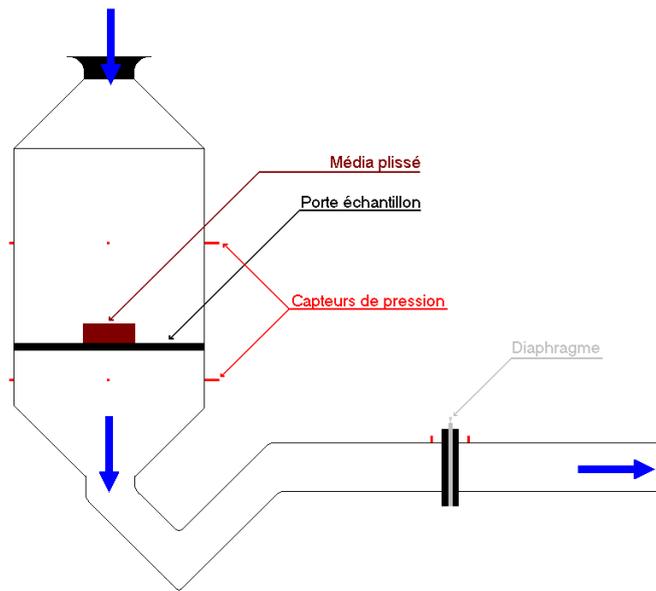


FIG. 2.7 – Banc de mesure de la chute de pression du média plissé

a été constaté visuellement et dès sa constatation, les essais de mesures de chute de pression ont été arrêtés. Ce phénomène apparait plus facilement pour les média ayant une grande densité de plissage et hauteur de pli.

### Résultats expérimentaux

Nous avons regroupé les caractéristiques des média plissés dans le tableau 2.1. Ces résultats expérimentaux ont permis de mettre en évidence l'influence des caractéristiques du médium plissé sur la chute de pression.

Nous avons représenté, sur les graphiques 2.8 et 2.9 l'évolution de la chute de pression totale du médium plissé,  $\Delta P$ , en pascal en fonction de la vitesse de filtration moyenne,  $u_{f_m}$ , en  $m/s$ .

Le graphique 2.8 compare différents média plissés avec la même hauteur de pli, ici  $51mm$ , mais des densités de plissage différents, soit 8, 12 et 16 plis pour 100mm. Les résultats expérimentaux montrent que plus la densité de plissage est élevée, et plus la chute de pression associée, à même vitesse de filtration moyenne, est importante.

Sur le graphique 2.9 nous nous intéressons à l'influence de la hauteur de pli. La densité de plissage est de 12 plis pour 100mm pour deux hauteurs de pli : 25 et 51mm. Plus la hauteur des plis est importante, et plus la chute de pression associée est importante.

Ainsi, plus le plissage du médium est important (en augmentant la valeur de  $L$  ou en diminuant celle de  $p$ ) et plus la chute de pression associée, à même vitesse de filtration moyenne, est importante. Ce résultat est similaire à celui de Del Fabbro [43].

Par ailleurs, les figures 2.8 et 2.9, montrent dans ce domaine de vitesse de filtration moyenne, une évolution quadratique de la chute de pression du médium plissé en fonction de la vitesse de filtration moyenne.

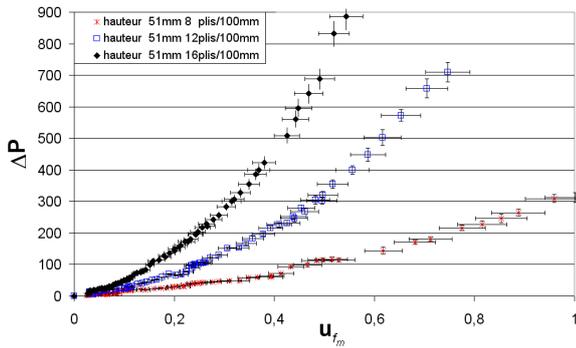


FIG. 2.8 – Chute de pression  $\Delta P$  en Pa en fonction de la vitesse de filtration moyenne  $u_{fm}$  en m/s. Pour une même hauteur de pli : 51mm.

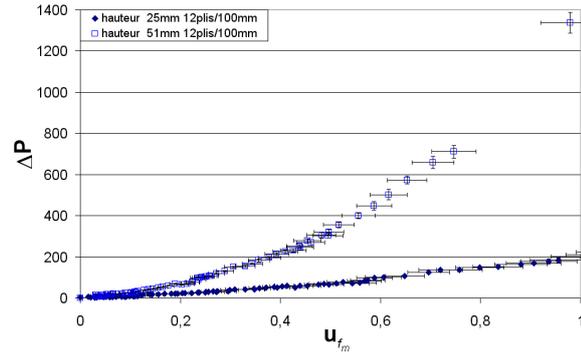


FIG. 2.9 – Chute de pression en  $\Delta P$  en Pa en fonction de la vitesse de filtration moyenne  $u_{fm}$  en m/s. Pour une même densité de plissage : 12 plis pour 100mm.

### 2.2.3 Étude de la structure de l'écoulement dans les plis à l'aide de *Fluent*

L'analyse bibliographique a permis de mettre en évidence que la plupart des modèles d'écoulement dans les média plissés font l'hypothèse d'un écoulement de type Poiseuille ou Berman [11]. Or, les calculs préliminaires, réalisées dans la partie 2.1.2, page 50, montre que le nombre de *Reynolds* de filtration  $Re_w$  est compris entre 20 et 200. Pour cette gamme de *Reynolds* de filtration, et pour un écoulement avec vitesse pariétale uniforme, l'écoulement possède un profil de vitesse uniforme pour le pli d'entrée en filtration d'air (aspiration), et sinusoïdale pour celui de sortie (injection).

Cependant, dans un filtre plissé, en raison du couplage entre les plis d'entrée et de sortie et de la valeur élevée du nombre de *Reynolds* du pli,  $Re_0$ , la vitesse de filtration n'est pas uniforme le long du pli. Plusieurs auteurs ont mis cela en évidence aussi bien expérimentalement [44] que par calcul numérique [8, 7, 98, 96, 106]. Il est donc important de déterminer si l'écoulement garde bien son affinité pour les grands nombres de *Reynolds* de filtration et malgré des vitesses de filtration non-uniformes.

Nous avons utilisé pour cela le logiciel de *CFD Fluent*. l'objectif n'est pas de prédire précisément la chute de pression d'un médium plissé mais de vérifier uniquement la cohérence entre les résultats expérimentaux et ceux de *Fluent*. C'est pourquoi, nous avons volontairement utilisé une géométrie simplifiée du médium plissé sous *Fluent*.

Par la suite, les résultats de la *CFD* serviront d'outil de validation du modèle, partie 2.3.4 page 89 et 2.3.5 page 92. À partir des résultats expérimentaux nous avons facilement accès à la chute de pression totale d'un médium plissé. Par contre, des informations fondamentales pour la validation du modèle, telle que l'évolution de la vitesse de filtration le long du pli, sont difficiles à déterminer expérimentalement. C'est pourquoi, le logiciel *Fluent* est un outil intéressant pour cette partie du travail.

La première étape du travail avec le logiciel *Fluent* consiste à vérifier que les résultats obtenus par le logiciel sont cohérents avec les résultats expérimentaux, partie 2.2.3 page 66. La seconde étape, consiste à vérifier l'affinité de l'écoulement dans le pli d'entrée et de sortie, partie 2.2.3 page 68, pour un pli à ouverture uniforme, et pour la partie 2.2.3 page 76 pour un pli à ouverture variable. L'affinité de l'écoulement nous permet de mettre en place le modèle d'écoulement dans le pli, partie 2.2.4 page 77, en se basant sur cette hypothèse.

Vérifier l'affinité de l'écoulement est une étape cruciale pour permettre de mettre en place le modèle simplifié d'écoulement dans les plis pour la filtration de gaz.

### Géométries utilisées et maillage

Pour l'étude sur *Fluent*, nous avons utilisé différentes géométries. Nous avons commencé par des plis à ouverture uniforme avec différentes longueurs et densités de plis. Nous avons choisi également d'imposer un fond de pli imperméable dans un premier cas, et poreux dans un second cas. Cela permet de tenir compte de la compression du médium lors du plissage. La géométrie du pli est représenté sur la figure 2.10.

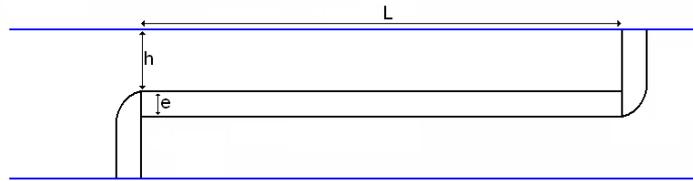


FIG. 2.10 – Géométrie d'un pli à section uniforme et bord arrondi.

Les calculs ont été réalisés aussi pour une géométrie à ouverture variable, figure 2.11 et 2.12.

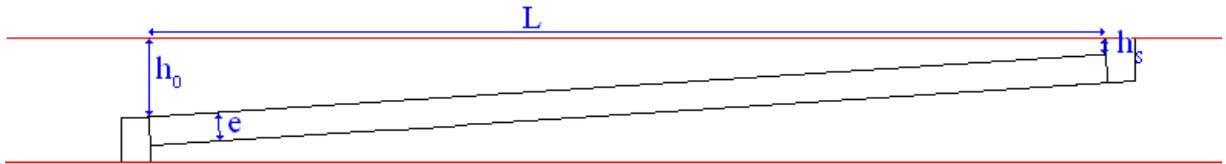


FIG. 2.11 – Géométrie d'un pli à ouverture variable avec bord droit.

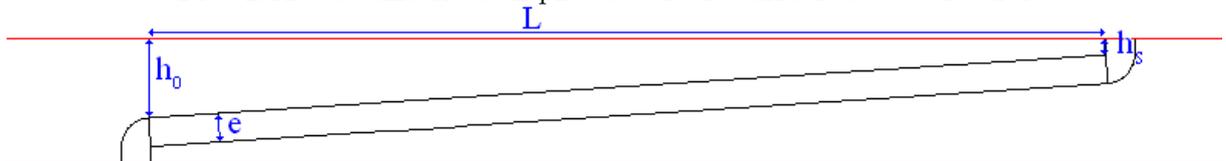


FIG. 2.12 – Géométrie d'un pli à ouverture variable avec bord arrondi.

Les conditions limites imposées sont illustrées sur le schéma 2.13. Nous avons appliqué les mêmes conditions aux limites pour toutes les géométries :

- *Droite et Gauche* : conditions de symétrie. La composante transversale de la vitesse,  $v = 0$ , ainsi que le gradient de la composante longitudinale,  $\frac{\partial u}{\partial x}$ , sont nuls dans le plan de symétrie.
- *Sortie* : l'ensemble des variables a un gradient nul excepté celui de la pression. Cette hypothèse est utilisée pour des écoulements pleinement établis.
- *Entrée* : une vitesse uniforme avec une direction perpendiculaire à l'entrée.
- *Parois* : imperméables avec une condition de non glissement pour la vitesse.
- *Interface* : aucune condition n'est imposée.
- *Poreux* : le milieu fibreux régit par les équations de *Darcy*.

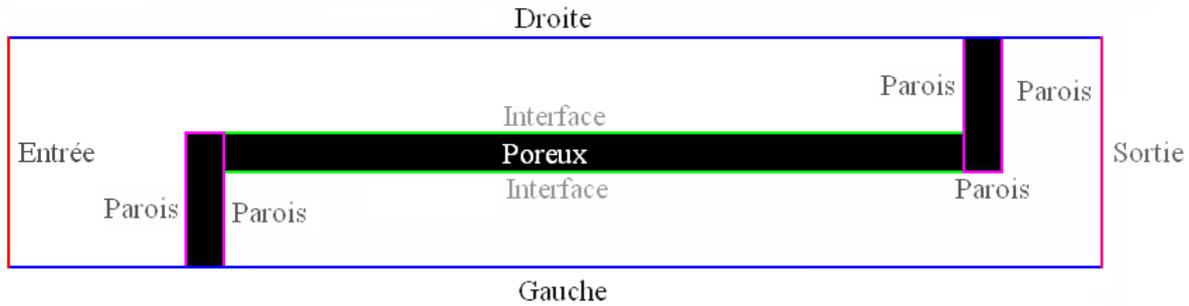


FIG. 2.13 – Schéma représentant un pli avec ses différentes limites.

Afin d'assurer une bonne convergence de *Fluent*, nous avons pris plusieurs précautions. Tout d'abord, pour le maillage du milieu poreux, nous avons pris le soin d'utiliser 15 à 20 mailles sur l'épaisseur du milieu poreux. De plus, le maillage a été raffiné à proximité de l'interface dans la partie non-poreuse. En effet, et particulièrement pour le pli d'entrée, le profil transversal de la vitesse est uniforme avec une décroissance très rapide en proximité de la paroi [119]. Il est donc nécessaire de raffiner le maillage dans cette zone.

Pour être cohérent avec la condition de sortie, nous avons pris soin de vérifier systématiquement que l'écoulement est bien établi en sortie. Nous avons aussi vérifié que l'entrée est située suffisamment loin du début du pli.

Pour les calculs réalisés avec un fond de pli poreux, la même perméabilité que dans le reste du médium plissé est imposée dans la région du fond du pli. Il est à noter que lorsque nous utilisons un milieu poreux avec *Fluent*, la matrice à résoudre est alors mal-conditionnée. Il en résulte une convergence difficile, voire impossible. Pour remédier à cette difficulté, un premier calcul est effectué en considérant le fond des plis comme imperméable. La convergence vers la solution, dans le cas du fond poreux est alors beaucoup plus facile à partir de la solution intermédiaire calculée.

### Comparaison des résultats de *Fluent* avec les résultats expérimentaux

Nous avons comparé l'évolution de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration moyenne pour les résultats expérimentaux et de *Fluent*. Ces comparaisons ont été réalisées pour différentes densités et hauteurs de pli, comme le montrent les figures 2.14 et 2.15.

La chute de pression liée à un écoulement dans le médium plissé,  $\Delta P_{total}$ , peut se décomposer en contribution liée à l'écoulement dans le pli,  $\Delta P_c$ , une contribution due à la contraction et l'élargissement de l'écoulement en amont et aval du pli,  $\Delta P_{écoulement}$  et une contribution due au passage du fluide à travers le milieu fibreux lui-même,  $\Delta P_m$ . Soit :  $\Delta P_{total} = \Delta P_c + \Delta P_{écoulement} + \Delta P_m$ .

Les simulations numériques permettent de comparer la contribution de la chute de pression due à la contraction et élargissement de l'écoulement par rapport à la chute de pression totale du médium plissé. Ainsi, dans le cas d'un pli à ouverture uniforme, celle-ci n'est pas négligeable puisque le rapport  $\frac{\Delta P_{écoulement}}{\Delta P_{total}}$  est compris entre 0,15 et 0,20.

En revanche, dans le cas d'un pli à ouverture variable,  $\Delta P_{écoulement}$  devient négligeable devant  $\Delta P_{total}$ . Dans ce cas le ratio est inférieure à 0,01 pour les géométries étudiées.

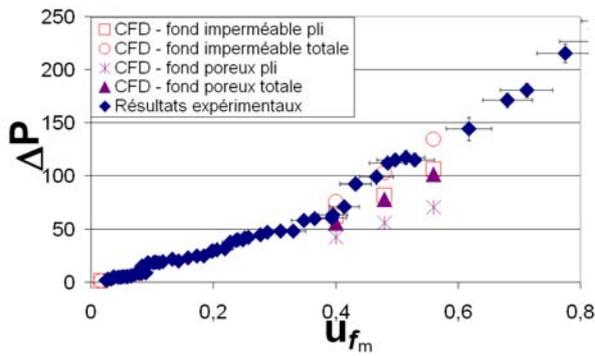


FIG. 2.14 – 8 plis pour  $100\text{mm}$ , hauteur des plis de  $51\text{mm}$ . CFD avec section de pli uniforme.

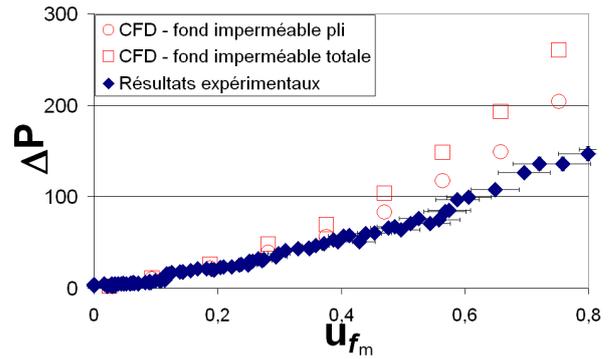


FIG. 2.15 – 12 plis pour  $100\text{mm}$ , hauteur des plis de  $25\text{mm}$ . CFD avec section de pli uniforme.

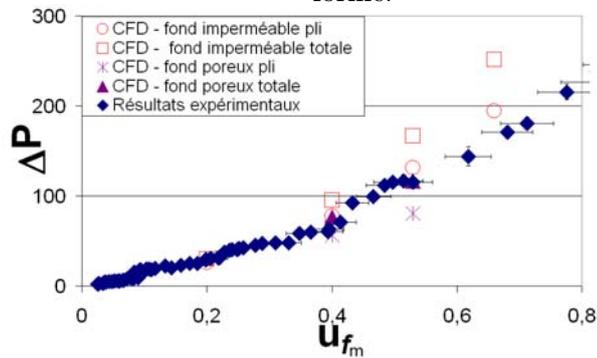


FIG. 2.16 – 8 plis pour  $100\text{mm}$ , hauteur des plis de  $51\text{mm}$ . CFD avec section de pli variable.

Comparaison entre les résultats obtenus avec *Fluent* et les résultats expérimentaux pour l'évolution de la chute de pression  $\Delta P$ , en pascal, en fonction de la vitesse de filtration moyenne  $u_{f_m}$  en  $m/s$ .

### Affinité de l'écoulement pour un pli à ouverture uniforme

Nous présentons, tout d'abord, les résultats pour les plis à ouverture uniforme, figure 2.10, aussi bien avec un fond imperméable que poreux. Afin de mieux comprendre la démarche, nous avons représenté, sur la figure 2.17, un résultat de calcul obtenu à l'aide de *Fluent*. Celui-ci représente les vecteurs vitesses, pour les plis d'entrée et de sortie, pour différentes sections. Nous avons représenté, pour les deux graphiques, la composante longitudinale de la vitesse. Le graphique de gauche représente l'écoulement dans le pli d'entrée et celui de droite, pour le pli de sortie.

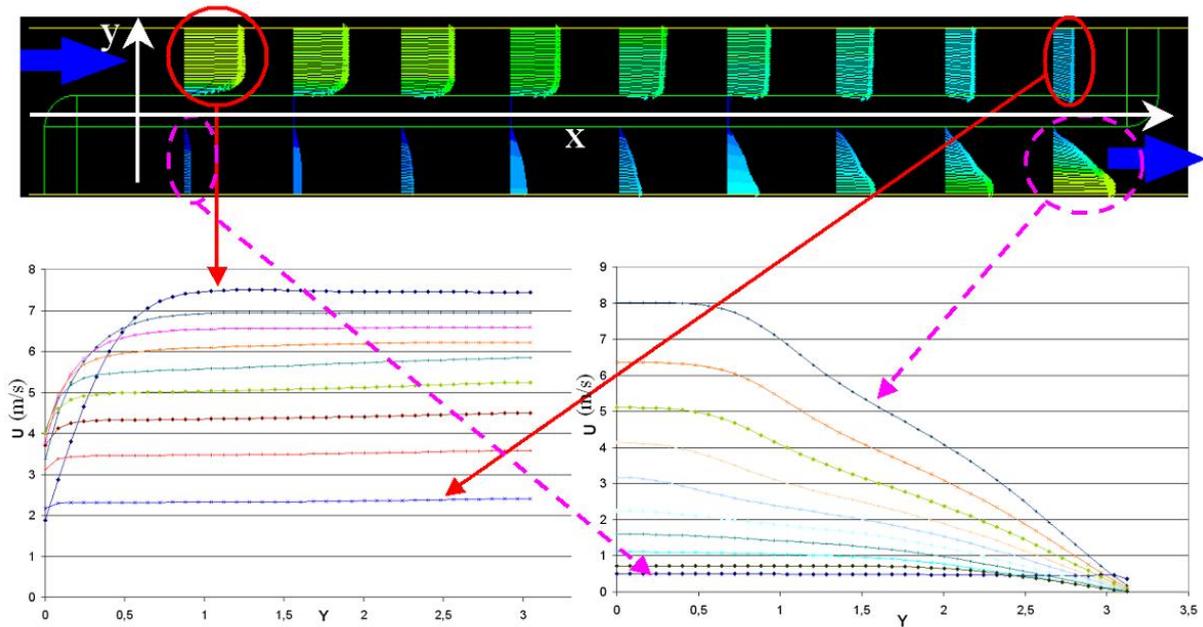


FIG. 2.17 – Composante longitudinale de la vitesse pour différentes sections du médium plissé.

Dans la suite du document, la coordonnée transversale  $Y$  est adimensionnée par la demi-ouverture  $h_0$ . Les composantes longitudinales,  $u$  et transversales  $v$  en  $m/s$  de la vitesse sont adimensionnées par leurs valeurs moyennes,  $u_m$  et  $v_m$  sur la section considérée. Nous présenterons également les résultats concernant la pression en l'adimensionnant par sa valeur moyenne sur la section considérée. La superposition des courbes, après adimensionnement, indique que la variable considérée est affine. Nous vérifierons cette propriété pour les composantes de la vitesses et pour la pression.

Nous présentons tout d'abord les résultats des calculs réalisés pour un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de plis et de densité de plissage 8 plis pour  $100mm$ . Les caractéristiques du médium poreux sont celles du N687, voir tableau 2.1 page 62. La vitesse moyenne à l'entrée du pli est  $u_0 = 2,46m/s$ , ce qui donne un nombre de *Reynolds* du pli  $Re_0 \approx 450$  pour une vitesse moyenne de filtration  $u_{f_m} = 0,16m/s$ , soit  $Re_w \approx 30$ . Les composantes longitudinales à différentes sections du pli, pour les plis d'entrée et de sortie, sont représentées sur la figure 2.18. Les courbes sont proches et quasiment superposées indiquant par ce fait que l'écoulement est quasiment affine pour le pli d'entrée comme pour le pli de sortie.

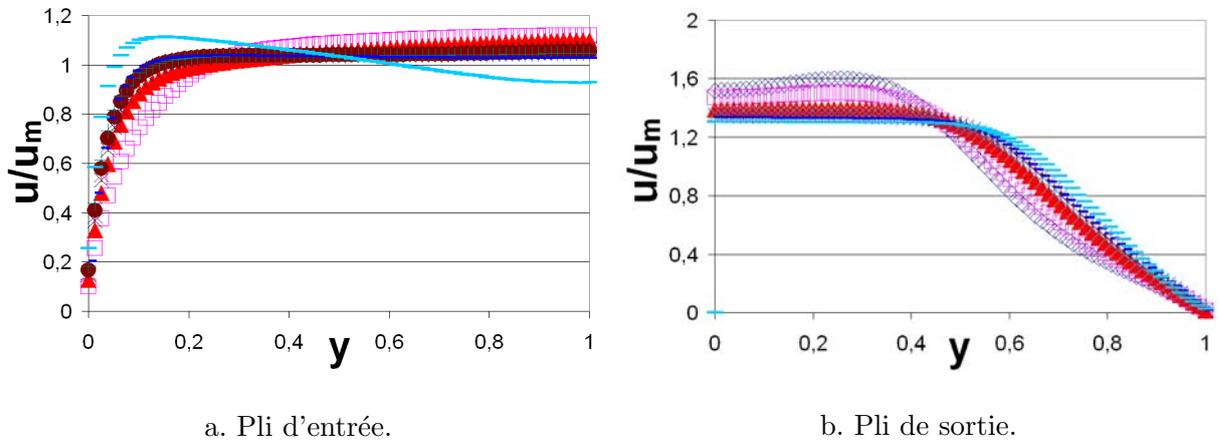


FIG. 2.18 – Composante longitudinale de la vitesse,  $u$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $u_m$ , pour différentes valeurs de  $x = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40$  et  $45\text{mm}$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . Le nombre de Reynolds de filtration est  $Re_w = 24$ , la vitesse moyenne de filtration est  $u_{f_m} = 0,13\text{m/s}$  pour un médium plissé de  $51\text{mm}$  de hauteur de pli et une densité de 8 plis pour  $100\text{mm}$ .

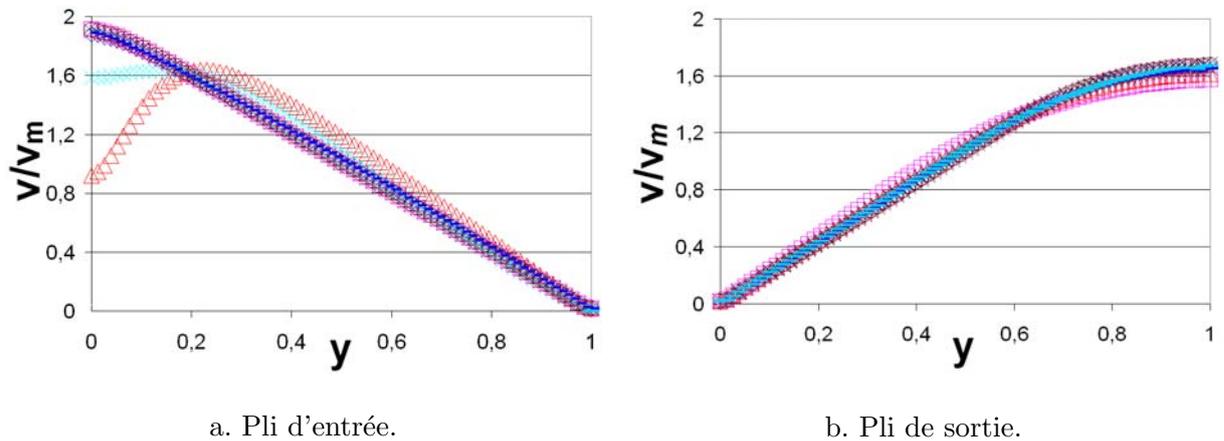


FIG. 2.19 – Composante transversale de la vitesse,  $v$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $v_m$ , pour différentes valeurs de  $x = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40$  et  $45\text{mm}$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . Le nombre de Reynolds de filtration est  $Re_w = 24$ , la vitesse moyenne de filtration est  $0,13\text{m/s}$  pour un médium plissé de  $51\text{mm}$  de hauteur de pli et un pas de plissage de 8 plis pour  $100\text{mm}$ .

Pour le pli d'entrée, la composante longitudinale de la vitesse est quasiment uniforme sur la section. Par contre, l'écoulement dans le pli de sortie est très différent du pli d'entrée.

La composante transversale de la vitesse, adimensionnée par  $v_m$ , la vitesse transversale moyenne pour la section considérée, est représentée sur la 2.19. Les différentes courbes sont à nouveau superposées aussi bien pour le pli d'entrée que de sortie : l'écoulement est affine.

En augmentant la vitesse de filtration moyenne,  $u_{f_m} = 0,56m/s$ , nous observons une perte d'affinité de l'écoulement dans le pli de sortie, figures 2.20 et 2.21. Le *Reynolds* du pli correspondant est  $Re_0 \approx 1576$  pour un *Reynolds* de filtration  $Re_w \approx 102$ . Dans la deuxième moitié du canal, l'écoulement est quasiment affine comme le montre le graphique de la figure 2.22. Il en est de même pour le graphique de droite qui représente la composante transversale de la vitesse pour  $X$  supérieur à  $25mm$ , toujours pour le pli de sortie.

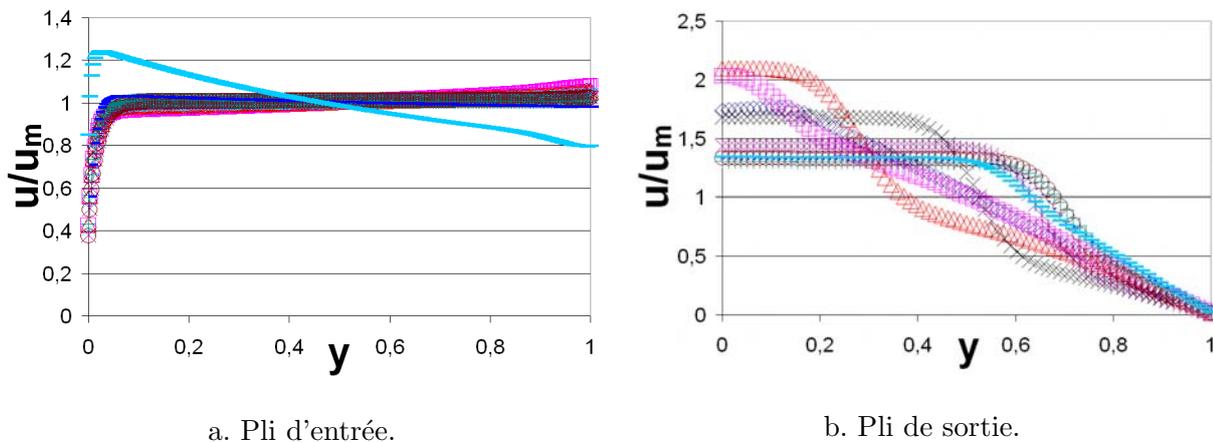


FIG. 2.20 – Composante longitudinale de la vitesse,  $u$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $u_m$ , pour différentes valeurs de  $x = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40$  et  $45mm$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . Le nombre de Reynolds de filtration est  $Re_w = 102$ , la vitesse moyenne de filtration est  $0,56m/s$  pour un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de pli et un pas de plissage de 8 plis pour  $100mm$ .

L'image 2.23, représentant les vecteurs vitesse au début du pli de sortie, permet de comprendre la perte d'affinité de l'écoulement. Il existe une zone de recirculation qui affecte le début du pli d'entrée, le milieu poreux ainsi que l'écoulement dans le pli de sortie. La géométrie, comportant un angle droit, est semble-t-il à l'origine de la zone de recirculation et de la perte d'affinité de l'écoulement. Pour éviter l'effet de cette singularité géométrique peu représentative des plis réels, nous avons étudié l'écoulement pour une géométrie avec des bords arrondis, schéma 2.24.

Nous avons réalisé les simulations pour les mêmes caractéristiques de médium, de plissage et d'écoulement que précédemment, mais en considérant des bordures arrondies. Le fond des plis est poreux avec la même perméabilité et épaisseur que le reste du médium. Nous obtenons alors les graphiques 2.25 pour les composantes longitudinales de la vitesse, et les graphiques 2.26 pour les composantes transversales.

Toutes les courbes sont quasiment superposées pour le pli d'entrée, l'écoulement est donc affine. Pour le pli de sortie, hormis les trois premières courbes, elles sont toutes superposées.

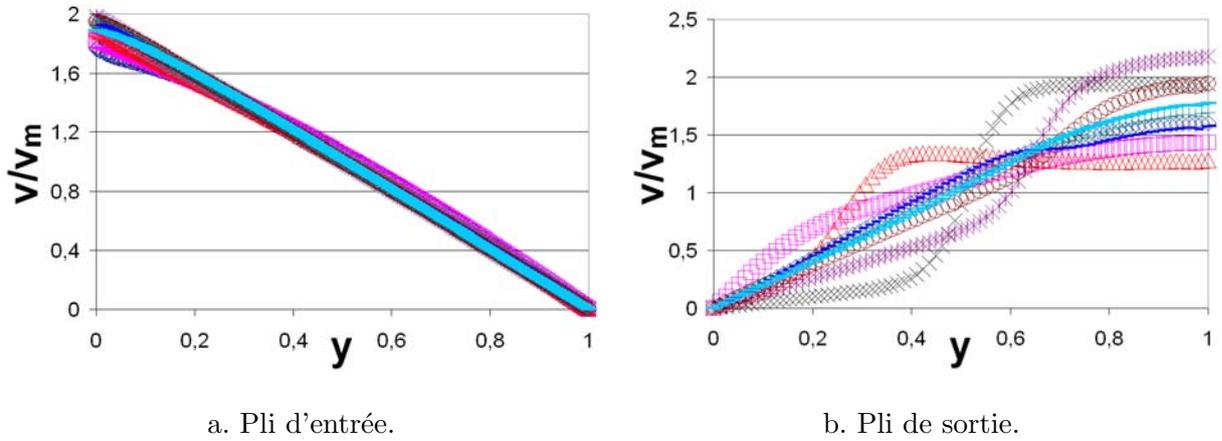


FIG. 2.21 – Composante transversale de la vitesse,  $v$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $v_m$ , pour différentes valeurs de  $x = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40$  et  $45\text{mm}$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . Le nombre de Reynolds de filtration est  $Re_w = 102$ , la vitesse moyenne de filtration est  $0,56\text{m/s}$  pour un médium plissé de  $51\text{mm}$  de hauteur de pli et un pas de plissage de 8 plis pour  $100\text{mm}$ .

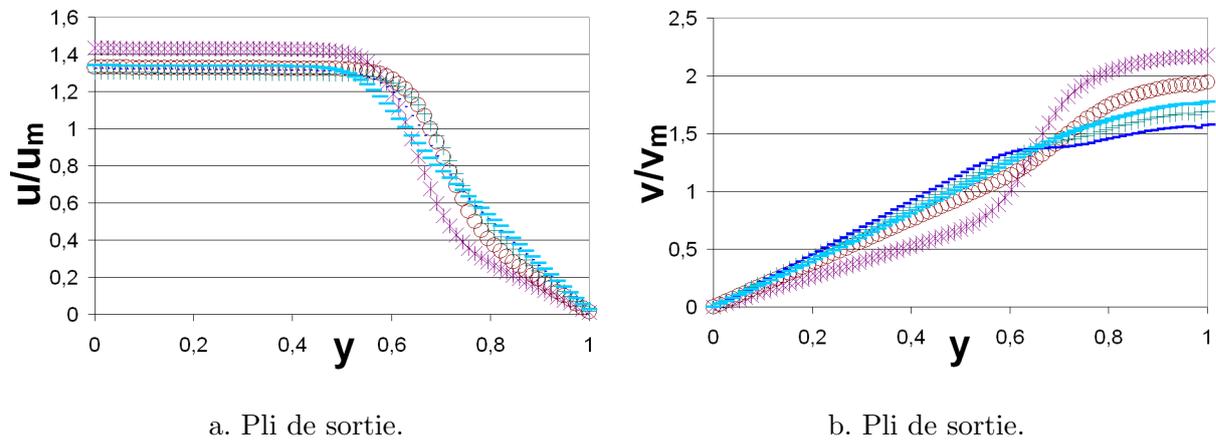


FIG. 2.22 – Composante longitudinale,  $u$ , et transversale,  $v$ , de la vitesse adimensionnée par la vitesse moyenne,  $u_m$  et  $v_m$ , en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ , pour  $x = 25, 30, 40$  et  $45\text{mm}$ . Le nombre de Reynolds de filtration est  $Re_w = 102$ , la vitesse moyenne de filtration est  $0,56\text{m/s}$  pour un médium plissé de  $51\text{mm}$  de hauteur de pli et un pas de plissage de 8 plis pour  $100\text{mm}$ .

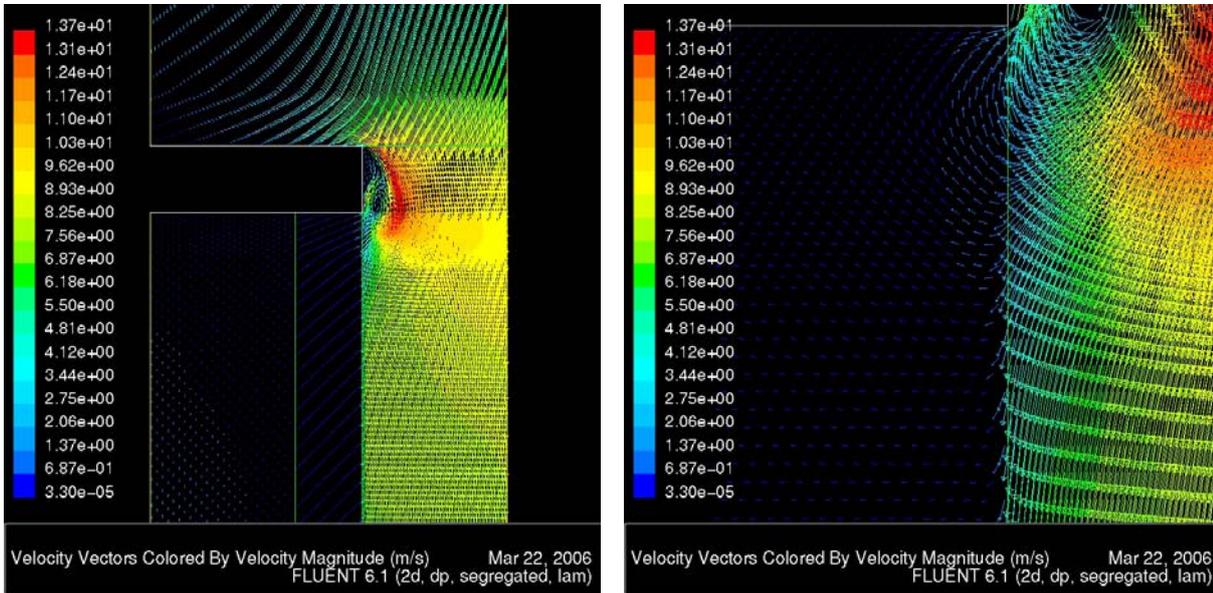
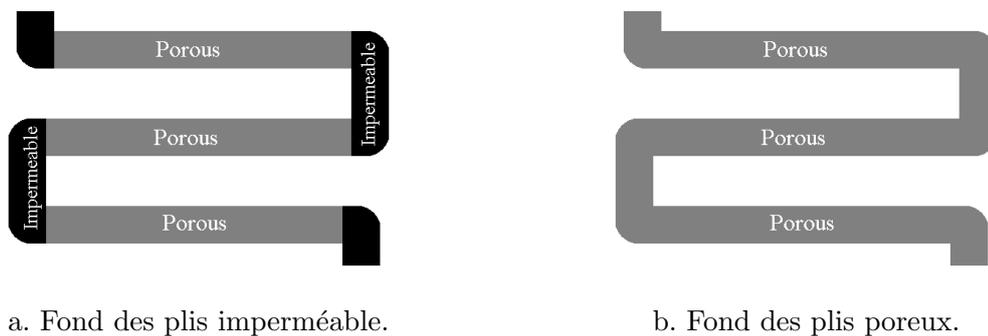


FIG. 2.23 – Vecteur vitesse dans le médium plissé pour une géométrie avec bord droit et fond de pli imperméable. Nous observons une zone de recirculation au début de l'entrée du pli qui affecte l'écoulement dans le milieu poreux et le pli de sortie. Médium plissé N687, hauteur de pli 51mm et densité de plissage 8plis/100mm. Vitesse de filtration moyenne  $u_{fm} = 0,56m/s$ ,  $Re_0 = 1576$  et  $Re_w = 102$ ,  $u_0 = 8,62m/s$ .



a. Fond des plis imperméable.

b. Fond des plis poreux.

FIG. 2.24 – Représentation de la zone de fond des plis. Les calculs sont réalisés pour deux configurations différentes. La figure de gauche représente le schéma dans le cas de fond de pli imperméable.

Comme le fond de pli est poreux, le profil de vitesse dans le pli de sortie est uniforme en  $X = 0mm$ . Puis, après une distance d'établissement l'écoulement devient affine (profil sinusoïdal).

Nous avons également représenté les résultats théoriques en trait plein qui correspond, rappelons le, à une vitesse de filtration uniforme le long du pli. Pour le pli d'entrée, nous nous appuyons sur les résultats de Terrill [119] pour déterminer le profil théorique. Et, pour le pli de sortie, sur les résultats de Yuan [133] et Terrill [120]. Le profil est déterminé en utilisant le *Reynolds* de filtration moyen  $Re_w$ .

La comparaison entre le profil théorique et les résultats numériques donne des résultats très satisfaisants.

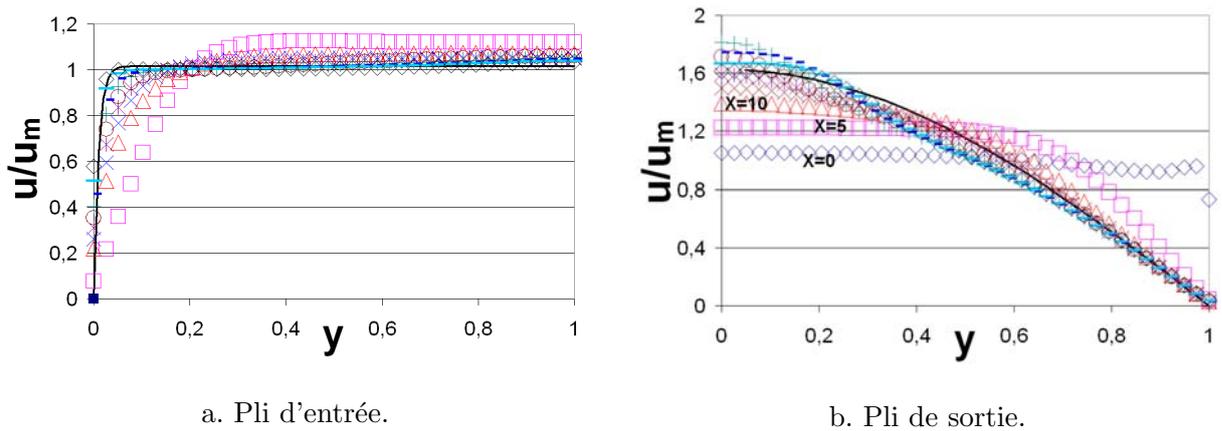


FIG. 2.25 – Composante transversale de la vitesse,  $v$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $v_m$ , pour différentes valeurs de  $x$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . La vitesse moyenne de filtration est  $0,56m/s$ , pour un Reynolds de filtration,  $Re_w = 84$  pour un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de pli et 8 plis pour  $100mm$ .

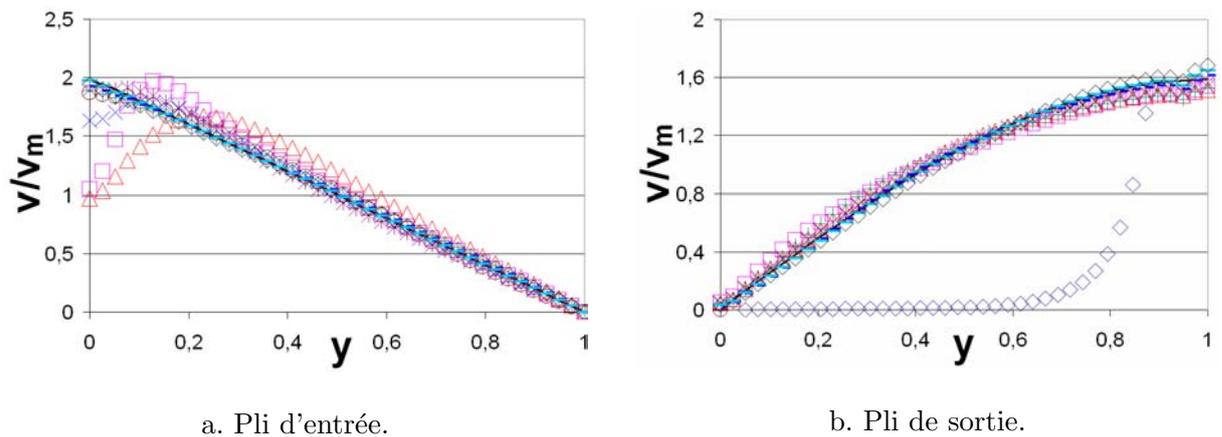


FIG. 2.26 – Composante transversale de la vitesse,  $v$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $v_m$ , pour différentes valeurs de  $x$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . La vitesse moyenne de filtration est  $0,56m/s$  pour un Reynolds de filtration  $Re_w = 84$  et un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de pli et 8 plis pour  $100mm$ .

La pression pour le pli d'entrée et de sortie est représentée sur la figure 2.27. La pression est affine et uniforme sur toute la section, aussi bien pour le pli d'entrée et de sortie.

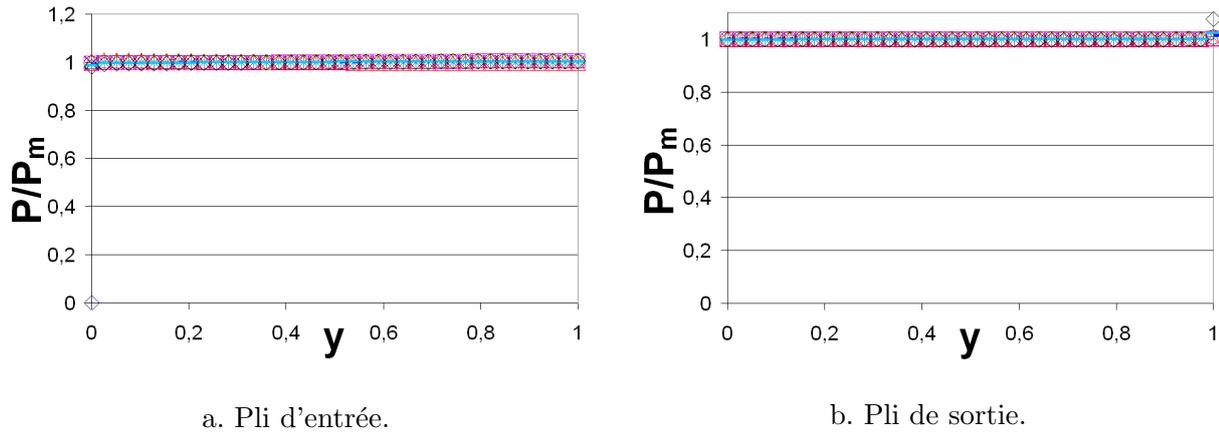


FIG. 2.27 – Pression  $P$  adimensionnée par  $P_m$ , la pression moyenne de la section, pour différentes valeurs de  $x$  en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ . La vitesse moyenne de filtration est  $0,56m/s$  pour un Reynolds de filtration est  $Re_w = 102$  et un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de pli et un pas de plissage de 8 plis pour  $100mm$ .

Le calcul d'ordre de grandeur dans la partie 2.1.2, page 50 a mis en évidence que l'écoulement peut-être unidirectionnel dans le milieu poreux. Cependant, dans certains cas le calcul des ordres de grandeur ne nous permet pas de conclure. C'est pourquoi, nous allons étudier cela à l'aide de *Fluent*. Nous avons considéré que celui-ci est isotrope, et nous pouvons vérifier si l'écoulement est unidirectionnel pour les configurations prises en compte. Pour cela, nous comparons la vitesse normale à l'interface milieu poreux/gaz pour chacune des interfaces. Nous avons représenté ces résultats sur la figure 2.28, pour une densité de plis de 8 pour  $100mm$ ,  $51mm$  de hauteur de pli et une vitesse moyenne de filtration  $u_{f_m} = 0,56m/s$ , soit  $Re_w = 102$ . Les deux courbes sont superposées sur quasiment toute la longueur du milieu poreux. Nous en déduisons, par conservation de la masse, que l'écoulement au sein du médium fibreux, est quasiment unidirectionnel. Par ailleurs, la visualisation des lignes de courants dans le médium poreux, toujours dans la même configuration, figure 2.29, confirme ce résultat.

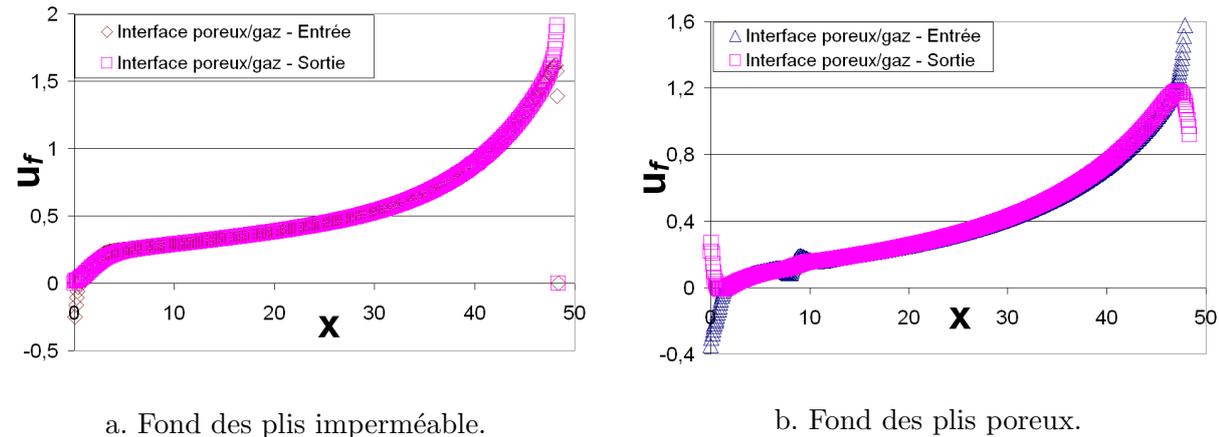


FIG. 2.28 – Vitesse normale en  $m/s$  à l'interface milieu poreux/gaz pour le pli d'entrée et de sortie le long du pli en  $mm$ .

L'étude de l'écoulement à l'aide du logiciel *Fluent* pour des plis à ouverture uniforme a mis en évidence une affinité raisonnable de l'écoulement aussi bien pour le pli d'entrée que pour

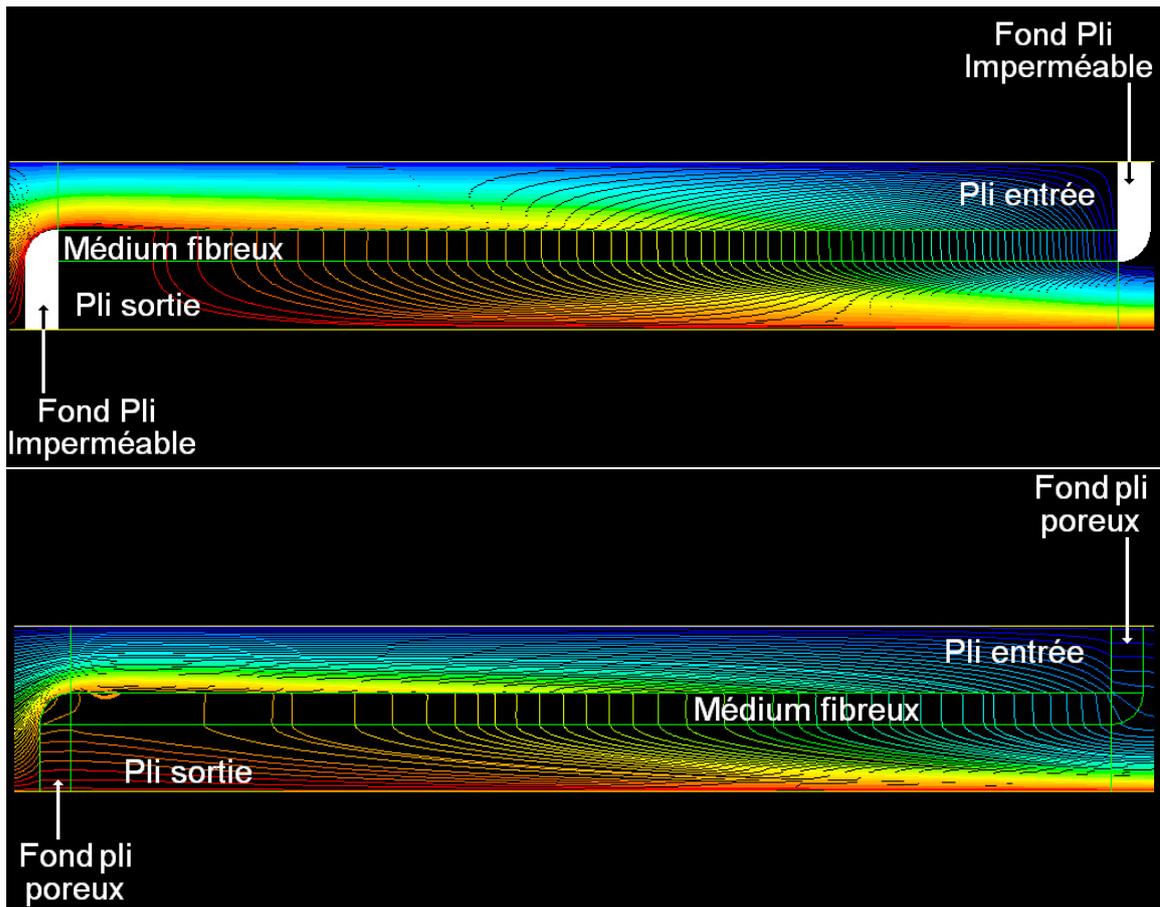


FIG. 2.29 – Lignes de courant pour le médium plissé à ouverture uniforme avec fond de pli imperméable et avec fond de pli poreux (même perméabilité et épaisseur que le reste du médium). Médium plissé avec 8 plis pour 100mm et 51 mm de hauteur de pli. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,56m/s$  soit,  $Re_w = 102$ .

le pli de sortie. L'écoulement dans le pli d'entrée est quasiment uniforme et pour le pli de sortie, sinusoïdale. Ces résultats sont similaires aux résultats théoriques obtenues dans le cas d'écoulement dans des canaux avec une vitesse pariétale, d'injection et d'aspiration, uniforme. Une perte d'affinité est observée, dans le cas de bord à angle droit, lorsque la vitesse de filtration augmente, en raison de l'apparition de zones de recirculation.

L'utilisation de bords arrondis, plus réaliste que la géométrie précédente, permet de retarder l'apparition de la zone de recirculation à l'entrée du pli. Ces recirculations sont responsables de la perte d'affinité de l'écoulement.

L'étude dans un pli à ouverture uniforme, à l'aide du logiciel *Fluent*, montre que l'écoulement est raisonnablement affine aussi bien dans le pli d'entrée que dans le pli de sortie. Celui-ci a localement la même structure qu'un écoulement dans un canal avec vitesse pariétale uniforme. La composante longitudinale de la vitesse a un profil uniforme pour l'aspiration (pli d'entrée) et sinusoïdale pour l'injection (pli de sortie). Par ailleurs, nous avons pu vérifier que l'écoulement est unidirectionnel, et perpendiculaire à l'interface dans le milieu fibreux.

### Affinité dans un canal à section variable

Pour des plis à ouverture uniforme, nous avons mis en évidence l'affinité de l'écoulement aussi bien pour les plis d'entrée que de sortie. Cependant, la géométrie d'un médium plissé est plus complexe. Le plus souvent, le pli a une ouverture variable, comme cela est illustré par les figures 2.11 et 2.12, page 65. Il est donc important de réaliser une étude sur l'affinité de l'écoulement pour cette configuration de pli.

Dans ce but nous avons aussi réalisé une étude similaire à celle des plis à ouverture uniforme pour des bords arrondis avec et sans fond poreux. Deux géométries ont été étudiées. Toutes les deux ont la même densité de plissage et hauteur de pli, par contre, pour la première,  $\delta = 0,8$  et la seconde  $\delta = 0,2$ , où  $\delta$  est défini comme le rapport de l'ouverture du pli au fond du pli par l'ouverture du pli à l'entrée,  $\delta = \frac{h_s}{h_0}$ , cf figure 2.2 page 50.

Les résultats obtenus étant très voisins de ceux obtenus dans le cas des plis droits et permettant également de conclure à une affinité tout à fait raisonnable de l'écoulement, ils sont présentés dans l'annexe B.

### Conclusion sur l'étude de la structure de l'écoulement

À l'aide d'un logiciel de CFD, *Fluent*, nous avons étudié l'écoulement dans des média plissés. L'étude a été effectuées pour des média plissés ayant une ouverture uniforme ou une ouverture variable pour différentes vitesses de filtration.

Afin de s'assurer de la cohérence des résultats du logiciel de *CFD*, nous avons tout d'abord comparé les résultats des simulations, pour des plis de géométrie simplifiée, aux résultats expérimentaux. La comparaison a montré un accord raisonnable de la chute de pression totale à travers le médium plissé aussi bien pour un géométrie à ouverture uniforme qu'une géométrie à section variable.

Nous avons pu constater que la chute de pression est une fonction quadratique de la vitesse de filtration. Cela est dû aux effets inertiels qui ne sont pas négligeables à l'intérieur des plis. De plus, les résultats ont fait aussi apparaître une chute de pression significative due à la contraction et la divergence des lignes de courant en entrée et sortie du médium plissé pour un pli à ouverture uniforme. Pour certains des calculs, elle représente entre 10 et 20% de la chute de pression totale. Par contre, pour les média plissés à ouverture variable, cette chute de pression est négligeable.

Enfin, le résultat le plus important de cette étude concerne l'affinité de l'écoulement pour les plis d'entrée et de sortie. L'écoulement est trouvé très raisonnablement affine aussi bien pour un pli à ouverture uniforme que variable. Par ailleurs, l'écoulement possède la même structure que pour des canaux à hauteur uniforme avec aspiration uniforme [119], pour le pli d'entrée, et à injection uniforme [120, 133], pour le pli de sortie.

Ces résultats sont particulièrement importants puisqu'ils nous permettent la mise en place du modèle simplifié d'écoulement pour médium plissé présenté ci-dessous.

#### 2.2.4 Modèle d'écoulement à deux équations pour les grands *Reynolds* de filtration

En raison du *Reynolds* de filtration élevé, les modèles proposés dans la littérature [8, 75, 97, 98, 131] ne conviennent pas.

Il paraît donc nécessaire de mettre au point un modèle adapté aux nombres de *Reynolds* de filtration élevés caractéristiques de notre application. Pour cela, nous procédons selon la même méthode qu'Oxarango et al. [98] et Benmachou et al. [8]. Les équations sont moyennées sur la demi-ouverture du pli puis, nous utilisons les solutions analytiques de Terrill [119, 120] pour développer les équations à une dimension.

Nous avons vu, à l'aide du logiciel *Fluent* et par une analyse dimensionnelle, que l'écoulement dans le milieu poreux est perpendiculaire à l'interface. Nous utiliserons cette hypothèse pour déterminer par la loi de *Darcy* la vitesse de filtration locale en fonction de la différence locale de pression entre les plis d'entrée et de sortie. Cette approche nous permet de prendre en compte la non-uniformité de la vitesse de filtration le long du pli.

#### Équations générales

Nous adoptons les notations suivantes :

- $x$  est la coordonnée ( $m$ ) parallèle à l'axe de symétrie du pli.
- $y$  est la coordonnée ( $m$ ) perpendiculaire à l'axe de symétrie du pli.
- $e$  est l'épaisseur du médium fibreux ( $m$ ).
- $L$  est la longueur totale ( $m$ ) de filtration. La hauteur du pli est alors :  $L + 2e$
- $h$  est la demi-section du canal ( $m$ ). Dans le cas d'un pli à section variable,  $h$  dépend de  $x$ .
- $\mathbf{u}$  est le vecteur vitesse.
- $u$  est la composante longitudinale de la vitesse ( $m/s$ ).
- $v$  est la composante transversale de la vitesse ( $m/s$ ).
- $P$  est la pression ( $Pa$ ).
- $u_m$  est la moyenne de la composante longitudinale de la vitesse ( $m/s$ ) sur la demi-section  $h$ . Soit :  $u_m(x) = \frac{1}{h(x)} \int_0^{h(x)} u(x, y) dy$ .
- $P_m$  est la moyenne de la pression ( $Pa$ ) sur la demi-section  $h$ . Soit :  $P_m(x) = \frac{1}{h(x)} \int_0^{h(x)} P(x, y) dy$ .
- L'indice 1 correspond aux variables relatives au pli d'entrée et l'indice 2 correspond au pli de sortie.
- Les variables ayant une barre supérieure correspondent aux variables adimensionnées.

Les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.8)$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.9)$$

Les hypothèses suivantes sur l'écoulement :

- L'écoulement est laminaire dans le canal. Cette hypothèse est raisonnable pour le *Reynolds* de canal considéré si nous nous appuyons sur les résultats mentionnés précédemment dans la partie 2.2.1, page 53.
- L'écoulement est symétrique.
- La perméabilité du médium est homogène le long du pli, sauf éventuellement au fond des plis.
- La variation de la vitesse de filtration est suffisamment lente le long du pli pour considérer un pli comme une succession de canaux de "petite" taille ayant une vitesse de filtration uniforme.
- La composante longitudinale de la vitesse est nulle sur les parois poreuses.

Les conditions aux limites obtenues à partir des hypothèses sont :

$$\begin{cases} u(x, \pm h) = 0, & v(x, 0) = 0 \\ v(x, \pm h) = \pm u_f, & \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

En introduisant les variables suivantes :

$$\bar{u} = \frac{u}{u_0}, \bar{v} = \frac{v}{u_0}, \bar{P} = \frac{P}{\rho u_0^2}, \bar{x} = \frac{x}{h}, \bar{y} = \frac{y}{h}, Re_w = \frac{\rho u_f h}{\mu}, Re_0 = \frac{\rho u_0 h}{\mu}$$

Les équations (2.8) et (2.9) se mettent sous la forme :

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.11)$$

$$(\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{u}} = -\nabla \bar{P} + \frac{1}{Re_0} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} \quad (2.12)$$

Compte tenu des résultats de la section précédente, nous faisons aussi l'hypothèse d'un écoulement affine. En suivant la même démarche que Terrill ceci conduit à écrire les composantes de la vitesse de l'écoulement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \bar{u}(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{u}_m(\bar{x}) f'(\bar{y}) \\ \bar{v}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{Re_w}{Re_0} f(\bar{y}) \end{cases} \quad (2.13)$$

Les conditions limites deviennent alors :

$$\begin{cases} f(0) = 0, & f''(0) = 0 \\ f'(1) = 0, & f(1) = 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

L'aspiration pariétale correspond à  $Re_w < 0$  et une injection pariétale à  $Re_w > 0$ .

Pour des raisons de clarté, nous commencerons par traiter les équations régissant un canal droit puis nous généraliserons l'étude au cas d'un pli à ouverture variable.

### Pli à ouverture uniforme

Nous utilisons les équations (2.13) dans les équations (2.11) et (2.12). Nous obtenons :

$$\frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} + \frac{Re_w}{Re_0} = 0 \quad (2.15)$$

$$\left[ (f')^2 - f'' f \right] \bar{u}_m \frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - \frac{1}{Re_0} f' \frac{d^2 \bar{u}_m}{d\bar{x}^2} - \frac{1}{Re_0} f''' \bar{u}_m = 0 \quad (2.16)$$

$$a_m(x) = \frac{1}{h} \int_0^h a(x, y) dy \text{ et } \bar{a}_m(\bar{x}) = \frac{1}{\bar{h}} \int_0^{\bar{h}} \bar{a}(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{y} \quad (2.17)$$

Afin de s'affranchir de la variable  $\bar{y}$ , tout en conservant ses différentes contributions, nous utilisons un opérateur de prise de moyenne, équation (2.17). L'équation (2.16) devient alors :

$$\int_0^1 \left( (f')^2 - f'' f \right) d\bar{y} \frac{1}{2} \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} (f(1) - f(0)) \frac{d^2 \bar{u}_m}{d\bar{x}^2} - \frac{1}{Re_0} (f''(1) - f''(0)) \bar{u}_m = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\int_0^1 \left( f'^2 - f'' f \right) d\bar{y} \frac{1}{2} \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 \bar{u}_m}{d\bar{x}^2} - \frac{1}{Re_0} f''(1) \bar{u}_m = 0 \quad (2.18)$$

Afin de déterminer les équations régissant l'écoulement dans les plis d'entrée et de sortie, il est nécessaire d'évaluer la fonction  $f$  ainsi que l'intégrale  $\int_0^1 (f'^2 - f'' f) d\bar{y}$  dans le cas de l'aspiration et de l'injection.

### Pli à ouverture variable

Nous utilisons les résultats de (2.13) dans les équations (2.11) et (2.12). Contrairement au cas précédent, l'adimensionnement est réalisé avec  $h_0$ . Nous avons donc :

$$\bar{u} = \frac{u}{u_0}, \bar{v} = \frac{v}{u_0}, \bar{p} = \frac{p}{\rho u_0^2}, \bar{x} = \frac{x}{h_0}, \bar{y} = \frac{y}{h_0}, Re_w = \frac{\rho u_f h_0}{\mu}, Re_0 = \frac{\rho u_0 h_0}{\mu}, \bar{h} = \frac{h}{h_0}$$

Les composantes du vecteur vitesse de l'équation (2.13) s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \bar{u}(\bar{x}, \bar{y}) &= \bar{u}_m(\bar{x}) f' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \\ \bar{v}(\bar{x}, \bar{y}) &= \frac{Re_w}{Re_0} f \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \end{cases} \quad (2.19)$$

À partir des équations (2.19), on a :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} = f' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} f'' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \bar{u}_m \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\bar{h}} \frac{Re_w}{Re_0} f' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \quad (2.21)$$

En remplaçant ces équations dans l'équation de conservation de la masse (2.15), nous obtenons :

$$f' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} - \frac{\bar{y}}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} f'' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) \bar{u}_m + \frac{1}{\bar{h}} \frac{Re_w}{Re_0} f' \left( \frac{\bar{y}}{\bar{h}(\bar{x})} \right) = 0 \quad (2.22)$$

Nous appliquons l'opérateur de prise de moyenne à l'équation (2.22), pour obtenir l'équation de conservation de la masse pour un pli à hauteur variable :

$$\frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} + \frac{1}{\bar{h}(\bar{x})} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \bar{u}_m + \frac{1}{\bar{h}} \frac{Re_w}{Re_0} = 0 \quad (2.23)$$

La méthode est identique pour déterminer l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Nous obtenons à partir de l'équation (2.12), l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[ \int_0^1 (f'^2 - f''f) dz \right] \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} f''(1) \frac{\bar{u}_m}{\bar{h}^2(\bar{x})} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_m}{d^2\bar{x}} \\ + \frac{1}{2} \left[ \int_0^1 (f'^2 - 2f''f) dz \right] \frac{1}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \bar{u}_m^2 - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} \\ - \frac{1}{Re_0} \frac{1}{\bar{h}} \frac{d^2\bar{h}}{d\bar{x}^2} \bar{u}_m - \frac{1}{Re_0} \frac{1}{\bar{h}^2(\bar{x})} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \left( 2 + f''(1) - 2 \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right) \bar{u}_m = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Dans le cas  $\bar{h}(\bar{x}) = 1$  l'équation (2.24) se simplifie pour donner l'équation (2.18) relative à l'écoulement dans un canal à hauteur uniforme.

### Équations dans le pli d'entrée

À partir des équations (2.8) et (2.9), Terrill obtient le système d'équations différentielles suivant pour une vitesse de filtration uniforme le long du canal :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} = 0 \\ f''' + Re_w [(f')^2 - f f''] = cste \end{cases} \quad (2.25)$$

Dans le cas des grands *Reynolds* de filtration, pour l'aspiration pariétale, Terrill obtient alors :

$$\begin{aligned} f &= 1 + \frac{1}{Re_w - 1} f_1 + \frac{1}{(Re_w - 1)^2} f_2 + \frac{1}{(Re_w - 1)^3} f_3 \\ z &= 1 - \bar{y} \\ f_1(z) &= 1 - e^{-Re_w z} - Re_w z \\ f_2(z) &= \left( -\frac{1}{2} Re_w^2 z^2 - 3 Re_w z \right) e^{-Re_w z} + \frac{3 Re_w (1 - z - e^{-Re_w z})}{Re_w - 1} \\ f_3(z) &= e^{-Re_w z} \left( -\frac{1}{8} Re_w^4 z^4 - \frac{3}{2} Re_w^3 z^3 - 8 Re_w^2 z^2 - 22 Re_w z \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} e^{-2 Re_w z} + \frac{Re_w}{Re_w z - 1} \left( \frac{11 - 11z}{2} - 11 e^{-Re_w z} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Pour déterminer les différents termes de l'équation (2.18), nous utilisons les résultats (2.26). Au premier ordre 1, nous obtenons :

$$\int_0^1 (f'^2 - f''f) d\bar{y} = -\frac{1}{Re_w - 1} \int_0^1 f_1'' d\bar{y} \quad (2.27)$$

Nous obtenons alors, après un développement de Taylor et utilisation de l'équation de conservation de la masse (2.15), l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour le pli d'entrée :

$$-\frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_m}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} = 0 \quad (2.28)$$

Nous réalisons cette fois-ci un développement à l'ordre 2 en  $\frac{1}{Re_w - 1}$ , pour obtenir :

$$\int_0^1 (f'^2 - f''f) d\bar{y} = -\frac{1}{Re_w - 1} \int_0^1 f_1'' d\bar{y} + \frac{1}{(Re_w - 1)^2} \int_0^1 [f_1'^2 - f_2'' - f_1'' f_1] d\bar{y} \quad (2.29)$$

Ce qui nous permet de déterminer par un développement de Taylor l'équation de conservation de quantité de mouvement à l'ordre 2 :

$$\frac{1}{2} \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} - \frac{2}{Re_0} \bar{u}_m - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 \bar{u}_m}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} = 0 \quad (2.30)$$

Les équations à une dimension régissant l'écoulement d'un canal droit avec aspiration pariétale sont donc :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} + \frac{Re_{w1}}{Re_0} = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{d\bar{u}_{m1}^2}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 \bar{u}_{m1}}{d\bar{x}^2} - \frac{2}{Re_0} \bar{u}_{m1} + \frac{d\bar{P}_{m1}}{d\bar{x}} = 0 \end{cases}$$

Pour un pli à ouverture variable, nous avons des termes supplémentaires à déterminer dus à l'évolution de la géométrie du pli. Nous procédons selon la même méthode que précédemment. Nous obtenons ainsi, à l'ordre 2, les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \left[ 1 - \frac{1}{2\bar{h}} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} + \frac{1}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{\bar{h}} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \bar{u}_m^2 \\ - \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{1}{Re_0} \left[ \bar{h} + 1 + \left( \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 + \bar{h} \frac{d^2 \bar{h}}{d\bar{x}^2} \right] \bar{u}_m \\ - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 d\bar{u}_m}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Les équations à une dimension régissant l'écoulement du canal d'entrée dans le cas d'une ouverture variable sont :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} + \frac{1}{h_1(\bar{x})} \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \bar{u}_{m1} + \frac{1}{h_1} \frac{Re_{w1}}{Re_0} = 0 \\ \left[ 1 - \frac{1}{2h_1} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \frac{d\bar{u}_{m1}^2}{d\bar{x}} + \frac{1}{h_1} \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{h_1} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \bar{u}_{m1}^2 \\ - \frac{1}{h_1^2} \frac{1}{Re_0} \left[ \bar{h}_1 + 1 + \left( \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \right)^2 + \bar{h}_1 \frac{d^2 \bar{h}_1}{d\bar{x}^2} \right] \bar{u}_{m1} \\ - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{h_1} \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2 \bar{u}_{m1}}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_{m1}}{d\bar{x}} = 0 \end{cases}$$

### Équations dans le pli de sortie

Le système d'équations du canal avec injection pariétale est identique au système d'équation avec aspiration pariétale (2.25), seule la valeur de  $Re_w$  est différente avec  $Re_w < 0$ .

Nous rappelons que Yuan [133] a résolu l'équation pour les grand *Reynolds* dans le cas de l'injection. Cependant, il n'a trouvé que la solution externe du développement asymptotique en  $Re_w$ . Terrill [120] a trouvé la solution interne de ce développement asymptotique. La solution externe du développement asymptotique réalisé pour  $Re_w \rightarrow -\infty$  est :

$$\begin{aligned} f(\bar{y}) &= f_0(\bar{y}) + \varepsilon f_1(\bar{y}) \\ f_0(\bar{y}) &= \sin\left(\frac{\pi\bar{y}}{2}\right) \\ f_1(\bar{y}) &= \frac{\pi}{4} \left( \sin\frac{\pi\bar{y}}{2} - \frac{\pi\bar{y}}{2} \cos\frac{\pi\bar{y}}{2} \right) \ln \left| \tan\frac{\pi\bar{y}}{4} \right| + \left( \int_0^{\frac{\pi\bar{y}}{2}} \frac{\theta}{\sin\theta} d\theta - A\bar{y} \right) \frac{\pi}{4} \cos\frac{\pi}{2}\bar{y} \\ \varepsilon &= -\frac{\pi}{2Re_w} \\ A &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\theta}{\sin\theta} d\theta - 1 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Pour un développement à l'ordre 1, nous obtenons :

$$\int_0^1 (f'^2 - f''f) d\bar{y} = \int_0^1 (f_0'' - f_0''f_0) d\bar{y} + \varepsilon \int_0^1 (f_0'f_1' - f_0''f_1 - f_1''f_0) d\bar{y} \quad (2.33)$$

En utilisant ces résultats dans le système d'équation (2.25), nous obtenons alors, pour un développement à l'ordre 1 l'équation de conservation de la quantité de mouvement suivante :

$$-\frac{\pi}{8} \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} + \frac{\pi}{2Re_0} \gamma \bar{u}_m - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_m}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} = 0 \quad (2.34)$$

$\gamma$  est une constante déterminée numériquement :  $\gamma \approx 0,8251$ . Les équations à une dimension régissant l'écoulement du canal de sortie peuvent alors s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} + \frac{Re_{w2}}{Re_0} = 0 \\ \frac{\pi^2}{8} \frac{d\bar{u}_{m2}^2}{d\bar{x}} + \frac{\pi}{2Re_0} \gamma \bar{u}_{m2} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_2}{d\bar{x}} = 0 \end{cases}$$

Dans le cas d'une ouverture variable, nous avons des termes supplémentaires. En procédant par une méthode semblable à celle du pli d'entrée, nous obtenons les équations régissant l'écoulement dans le pli de sortie. Soit :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} + \frac{1}{h_2(\bar{x})} \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \bar{u}_{m2} + \frac{1}{h_2} \frac{Re_{w2}}{Re_0} = 0 \\ \frac{\pi^2}{8} \frac{d\bar{u}_{m2}^2}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_{m2}}{d\bar{x}} \\ + \frac{3\pi^2}{16} \frac{1}{h_2} \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \bar{u}_{m2}^2 - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{h_2} \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} \\ + \frac{1}{Re_0} \frac{1}{h_2^2} \left[ \frac{\pi^2}{4} \left( \left( \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \right)^2 + 1 \right) - \bar{h}_2 \frac{d^2\bar{h}_2}{d\bar{x}^2} + \frac{\pi}{2} \bar{h}_2 \gamma \right] \bar{u}_{m2} = 0 \end{cases}$$

### Couplage entre le pli d'entrée et le pli de sortie

Le couplage entre le pli d'entrée et le pli de sortie est réalisé avec les hypothèses suivantes :

- L'écoulement au sein du médium poreux est perpendiculaire à sa surface. L'écoulement dans la direction  $x$  est négligé.
- L'écoulement est stationnaire dans le milieu poreux.
- L'écoulement dans le milieu poreux est régi par la loi de Darcy :

$$\nabla P = \frac{\mu}{k} \mathbf{u} \quad (2.35)$$

La pression est quasiment uniforme dans la section du pli, nous pouvons alors écrire  $\Delta P(x) = P_1(x, h) - P_2(x, h) = P_{m1}(x) - P_{m2}(x)$ . En adimensionnant l'équation (2.35), et en l'intégrant sur l'épaisseur  $e$  du médium poreux, nous obtenons :

$$\frac{Re_w}{Re_0} = Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{\bar{e}}$$

avec  $\bar{e} = \frac{e}{h_0}$  et  $\bar{k} = \frac{k}{h_0^2}$ . Les équations de couplage adimensionnées sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} Re_w = Re_{w1} = -Re_{w2} \\ \frac{Re_w}{Re_0} = Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{\bar{e}} \end{cases}$$

Nous obtenons ainsi le système d'équations pour le système pli d'entrée, pli de sortie et le milieu poreux dans le cas d'un pli à ouverture uniforme avec  $h_1 = h_2$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} + \frac{Re_{w1}}{Re_0} = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{d\bar{u}_{m1}^2}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}^2} - \frac{2}{Re_0} \bar{u}_{m1} + \frac{d\bar{P}_{m1}}{d\bar{x}} = 0 \\ \frac{Re_{w1}}{Re_0} - Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{e} = 0 \\ \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} - \frac{Re_{w1}}{Re_0} = 0 \\ -\frac{\pi}{8} \frac{d\bar{u}_{m2}^2}{d\bar{x}} + \frac{\pi}{2Re_0} \gamma \bar{u}_{m2} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_{m2}}{d\bar{x}} = 0 \end{array} \right. \quad (2.36)$$

Ou encore :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} + Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{e} = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{d\bar{u}_{m1}^2}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}^2} - \frac{2}{Re_0} d\bar{u}_{m1} + \frac{d\bar{P}_{m1}}{d\bar{x}} = 0 \\ \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} - Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{e} = 0 \\ -\frac{\pi}{8} \frac{d\bar{u}_{m2}^2}{d\bar{x}} + \frac{\pi}{2Re_0} \gamma \bar{u}_{m2} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_{m2}}{d\bar{x}} = 0 \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Pour le pli à section variable, nous obtenons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} + \frac{1}{h_1(\bar{x})} \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \bar{u}_{m1} + \frac{1}{h_1} Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{e} = 0 \\ \left[ 1 - \frac{1}{2h_1} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \frac{d\bar{u}_{m1}^2}{d\bar{x}} + \frac{1}{h_1} \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{h_1} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \bar{u}_{m1}^2 \\ - \frac{1}{h_1^2} \frac{1}{Re_0} \left[ \bar{h}_1 + 1 + \left( \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \right)^2 + \bar{h}_1 \frac{d^2\bar{h}_1}{d\bar{x}^2} \right] \bar{u}_{m1} \\ - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{h_1} \frac{d\bar{h}_1}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m1}}{d\bar{x}^2} + \frac{d\bar{P}_{m1}}{d\bar{x}} = 0 \\ \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} + \frac{1}{h_2(\bar{x})} \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \bar{u}_{m2} - \frac{1}{h_2} Re_0 \bar{k} \frac{\bar{P}_{m1} - \bar{P}_{m2}}{e} = 0 \\ \frac{\pi^2}{8} \frac{d\bar{u}_{m2}^2}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}^2} + \frac{3\pi^2}{16} \frac{1}{h_2} \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \bar{u}_{m2}^2 - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{h_2} \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_{m2}}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{P}_{m2}}{d\bar{x}} \\ + \frac{1}{Re_0} \frac{1}{h_2^2} \left[ \frac{\pi^2}{4} \left( \left( \frac{d\bar{h}_2}{d\bar{x}} \right)^2 + 1 \right) - \bar{h}_2 \frac{d^2\bar{h}_2}{d\bar{x}^2} + \frac{\pi}{2} \bar{h}_2 \gamma \right] \bar{u}_{m2} = 0 \end{array} \right. \quad (2.38)$$

### Conditions limites

La filtration est réalisée à débit constant, c'est pourquoi, nous imposons comme condition d'entrée le débit. En sortie, nous imposons une pression de référence.

Lors du plissage du médium fibreux celui-ci est comprimé. N'ayant pas d'information sur l'impact exact de la compression, nous avons étudié deux configurations :

- Le fond des plis est imperméable. Les conditions aux limites sont alors  $\bar{u}_{m1}(0) = 1$ ,  $\bar{u}_{m1}(\bar{L}) = 0$ ,  $\bar{u}_{m2}(0) = 0$  et  $\bar{P}_{m2}(\bar{L}) = 0$
- Le fond des plis est poreux. Les conditions limites sont alors :  $\bar{u}_{m1}(0) + \bar{u}_{m2}(0) = 1$ ,  $\bar{u}_{m1}(\bar{L}) + \bar{u}_{m2}(\bar{L}) = 1$ ,  $\bar{P}_{m2}(\bar{L}) = 0$ . Nous utilisons la loi de Darcy pour déterminer les autres termes :  $\bar{u}_{m2}(0)$  ainsi que  $\bar{u}_{m1}(\bar{L})$ . On peut noter qu'il est possible d'appliquer une épaisseur et une perméabilité pour le fond des plis différentes de celles du reste du médium fibreux.

### Discrétisation des équations et méthode de résolution

Concernant la discrétisation, nous utiliserons une méthode aux différences finies et un schéma amont pour les dérivées d'ordre 1 [1]. Le maillage de la vitesse est décalé par rapport à celui de la pression [1], comme cela est illustré sur la figure 2.30.

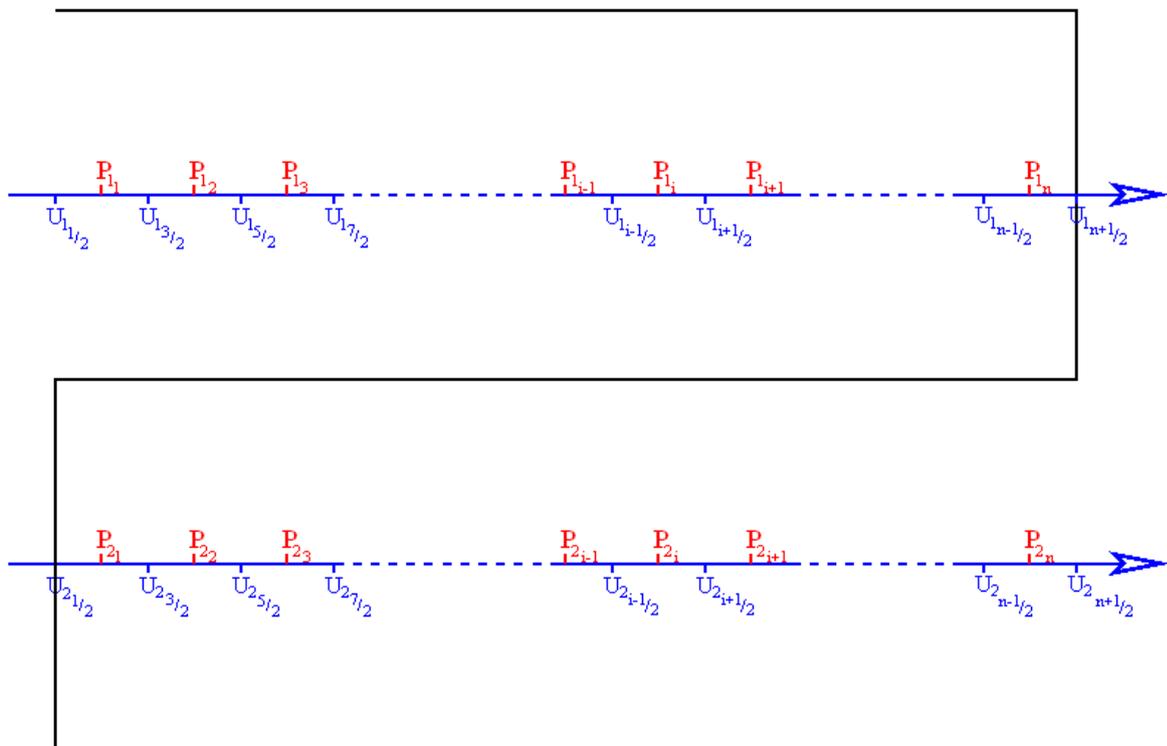


FIG. 2.30 – Schéma de discrétisation

Que ce soit pour le pli d'entrée ou le pli de sortie, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit sous la forme suivante dans le cas d'un pli à ouverture uniforme :

$$A \frac{d\bar{u}_m^2}{dx} + B\bar{u}_m - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_m}{dx^2} + \frac{d\bar{P}_m}{dx} = 0$$

L'équation de conservation de la masse est de la forme :

$$D \frac{d\bar{u}_m}{dx} \pm C(\bar{P}_{m_1} - \bar{P}_{m_2}) = 0$$

Soit alors les fonctions  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  et  $g_4$  définies par :

$$g_1(\bar{u}_{m_1}, \bar{P}_1, \bar{u}_{m_2}, \bar{P}_{m_2}) = \frac{d\bar{u}_{m_1}}{dx} \pm E(\bar{P}_{m_1} - \bar{P}_{m_2}) \quad (2.39)$$

$$g_2(\bar{u}_{m_1}, \bar{P}_1, \bar{u}_{m_2}, \bar{P}_{m_2}) = A \frac{d\bar{u}_{m_1}^2}{dx} + \frac{B_1}{Re_0} \bar{u}_{m_1} - \frac{C_1}{Re_0} \bar{u}_{m_1} + \frac{d\bar{P}_{m_1}}{dx} \quad (2.40)$$

$$g_3(\bar{u}_{m_1}, \bar{P}_1, \bar{u}_{m_2}, \bar{P}_{m_2}) = \frac{d\bar{u}_{m_2}}{dx} \pm E(\bar{P}_{m_1} - \bar{P}_{m_2}) \quad (2.41)$$

$$g_4(\bar{u}_{m_1}, \bar{P}_1, \bar{u}_{m_2}, \bar{P}_{m_2}) = A \frac{d\bar{u}_{m_2}^2}{dx} + \frac{B_2}{Re_0} \bar{u}_{m_2} - \frac{C_2}{Re_0} \bar{u}_{m_2} + \frac{d\bar{P}_{m_2}}{dx} \quad (2.42)$$

La mise en œuvre de la méthode de Newton-Raphson consiste à déterminer  $\bar{u}_{m_1}$ ,  $\bar{P}_{m_1}$ ,  $\bar{u}_{m_2}$  et  $\bar{P}_{m_2}$  qui annulent les fonctions  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  et  $g_4$ . Pour cela, il est nécessaire de calculer les dérivées. La discrétisation de ces équations nous permet d'écrire le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2A_1 \bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}} \frac{\delta \bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}} - \delta \bar{u}_{m_1, i-\frac{1}{2}}}{\delta x} + B_1 \delta \bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}} \\ - \frac{1}{Re_0} \frac{\delta \bar{u}_{m_1, i+\frac{3}{2}} + \delta \bar{u}_{m_1, i-\frac{1}{2}} - 2\delta \bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}}}{\delta x^2} + \frac{\delta \bar{P}_{m_1, i+1} - \delta \bar{P}_{m_1, i}}{\delta x} = A_1 \frac{\bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}}^2 - \bar{u}_{m_1, i-\frac{1}{2}}^2}{\delta x} + B_1 \bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}} \\ - C_1 \frac{\bar{u}_{m_1, i+\frac{3}{2}} + \bar{u}_{m_1, i-\frac{1}{2}} - 2\bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}}}{\delta x^2} + \frac{\bar{P}_{m_1, i+1} - \bar{P}_{m_1, i}}{\delta x} \\ D_1 \frac{\delta \bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}} - \delta \bar{u}_{m_1, i-\frac{1}{2}}}{\delta x} \pm C_1 (\delta \bar{P}_{m_1, i} - \delta \bar{P}_{m_2, i}) = D_1 \frac{\bar{u}_{m_1, i+\frac{1}{2}} - \bar{u}_{m_1, i-\frac{1}{2}}}{\delta x} \pm C (\bar{P}_{m_1, i} - \bar{P}_{m_2, i}) \\ 2A_2 \bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}} \frac{\delta \bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}} - \delta \bar{u}_{m_2, i-\frac{1}{2}}}{\delta x} + B_2 \delta \bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}} \\ - \frac{1}{Re_0} \frac{\delta \bar{u}_{m_2, i+\frac{3}{2}} + \delta \bar{u}_{m_2, i-\frac{1}{2}} - 2\delta \bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}}}{\delta x^2} + \frac{\delta \bar{P}_{m_2, i+1} - \delta \bar{P}_{m_2, i}}{\delta x} = A_2 \frac{\bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}}^2 - \bar{u}_{m_2, i-\frac{1}{2}}^2}{\delta x} + B_2 \bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}} \\ - C_2 \frac{\bar{u}_{m_2, i+\frac{3}{2}} + \bar{u}_{m_2, i-\frac{1}{2}} - 2\bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}}}{\delta x^2} + \frac{\bar{P}_{m_2, i+1} - \bar{P}_{m_2, i}}{\delta x} \\ D_2 \frac{\delta \bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}} - \delta \bar{u}_{m_2, i-\frac{1}{2}}}{\delta x} \pm C_2 (\delta \bar{P}_{m_1, i} - \delta \bar{P}_{m_2, i}) = D_2 \frac{\bar{u}_{m_2, i+\frac{1}{2}} - \bar{u}_{m_2, i-\frac{1}{2}}}{\delta x} \pm C (\bar{P}_{m_1, i} - \bar{P}_{m_2, i}) \end{array} \right. \quad (2.43)$$

Les inconnues sont  $\delta U_{1, i+\frac{1}{2}}$ ,  $\delta U_{2, i+\frac{1}{2}}$ ,  $\delta P_{1, i}$ ,  $\delta P_{2, i}$ . Ces inconnues sont déterminées par la résolution du système d'équations linéaires (2.43) à l'aide d'une méthode directe. Les variables sont alors déterminées itérativement :

$$\begin{cases} \bar{u}_{m_1}^{n+1} &= \bar{u}_{m_1}^n - \delta \bar{u}_{m_1} \\ \bar{P}_1^{n+1} &= \bar{P}_1^n - \delta \bar{P}_1 \\ \bar{u}_{m_2}^{n+1} &= \bar{u}_{m_2}^n - \delta \bar{u}_{m_2} \\ \bar{P}_{m_2}^{n+1} &= \bar{P}_{m_2}^n - \delta \bar{P}_{m_2} \end{cases}$$

Nous procédons itérativement pour déterminer la vitesse et la pression dans le pli d'entrée et de sortie. Le critère d'arrêt de ce système itératif est une très faible variation d'une itération à une autre. L'exposant  $n$  correspond aux valeurs de l'itération actuelle et  $n + 1$  à l'itération suivante. Pour le modèle à ouverture variable, la procédure est rigoureusement la même.

## 2.3 Validation

### 2.3.1 Sensibilité de la solution au maillage

Nous avons réalisé une étude de sensibilité au maillage. Pour cela, nous avons déterminé la différence en pourcentage de la chute de pression totale adimensionnée par rapport à une chute de pression de référence en fonction du nombre de mailles utilisées. Dans le premier cas, nous avons pris 2000 mailles comme référence et 2500 dans le second cas. Nous présentons deux configurations distinctes : 51 mm de hauteur de pli et une densité de 12 plis/100mm ainsi que 25 mm de hauteur de pli et une densité de 8 plis/100mm.

Les résultats sont représentés sur les graphiques 2.31. Le graphique représente la différence en pourcentage par rapport au maillage le plus fin en fonction du nombre de mailles par demi-pli.

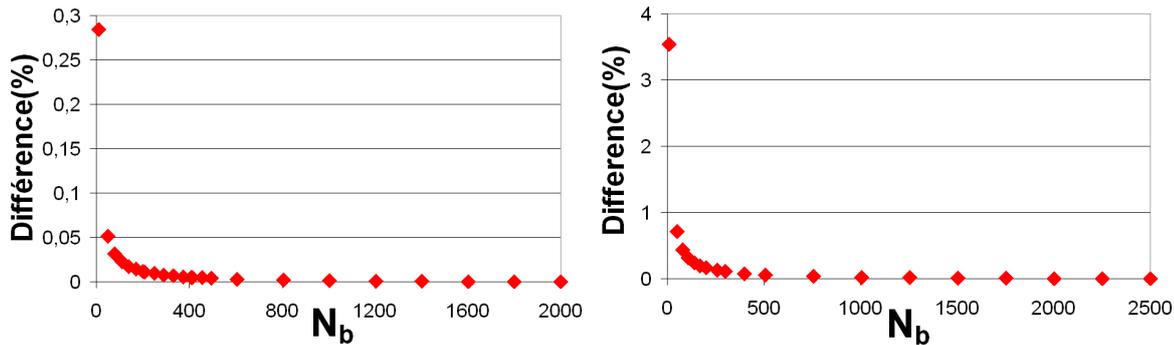


FIG. 2.31 – Différence en % de la chute de pression totale en fonction du nombre de maille  $N_b$ . Le premier graphique est pour une hauteur de pli de 51 mm et une densité de plissage de 12 plis/100mm et le second pour une hauteur de pli de 25mm et une densité de plissage de 8 plis/100mm. La vitesse de filtration moyenne est de 0,6m/s.

$Re_0 = 775,6$  et  $Re_w = 84.2$

Par la suite, nous avons utilisé un maillage avec 200 ou 300 mailles, selon les circonstances. Il permet un bon compromis entre le nombre de maille et le temps de calcul. En effet, pour ce nombre de mailles, l'écart par rapport au maillage référence est inférieur à 0,16%.

### 2.3.2 Vérification du modèle à ouverture uniforme

Afin d'obtenir une première validation du modèle ainsi obtenu, nous l'avons tout d'abord comparé aux résultats théoriques de Terrill[119].

$$\bar{P}(\bar{x}) = \bar{P}(0) + \frac{1}{2} \frac{t}{Re_0} \left( 2\bar{L} - \frac{Re_w}{Re_0} \bar{L}^2 \right) \bar{u}_m^2(\bar{x})$$

La constante  $t$  dépend de l'écoulement et prend les valeurs suivantes :

- Dans le cas des grands  $Re_w$  d'injection :  $t = \left( \frac{\pi^2}{4} - \frac{2.049}{Re_w} \right) Re_w$
- Dans le cas des grands  $Re_w$  d'aspiration :  

$$t = Re_w \left( \frac{Re_w}{Re_w - 1} \right)^2 \left( 1 + \frac{6}{(Re_w - 1)^2} - \frac{53}{2(Re_w - 1)^3} + \dots \right) Re_w$$

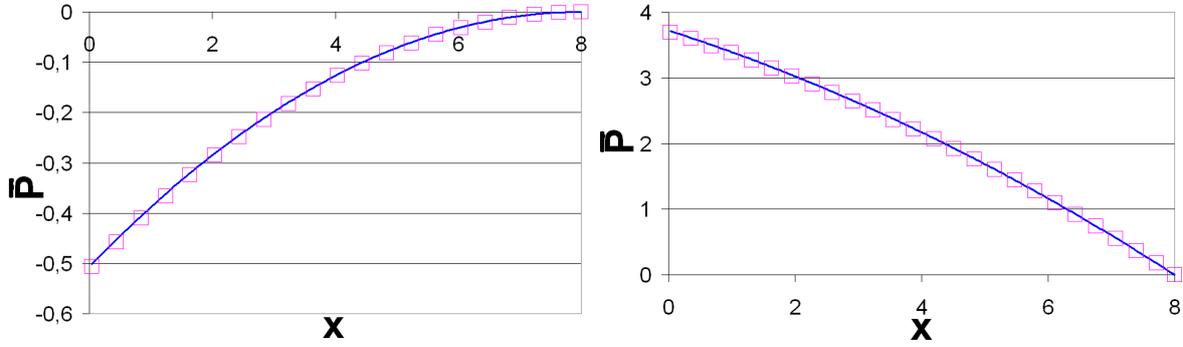


FIG. 2.32 – Pression adimensionnée,  $\mathbf{P}$ , en fonction de la distance de l'entrée adimensionnée  $\mathbf{X}$ . Comparaison entre le modèle et les résultats théoriques de *Terrill* dans le cas des grands *Reynolds* d'aspiration et d'injection pour  $Re_0 = 1200$  et  $Re_w = 150$ . Les résultats théoriques sont représentés par les lignes bleues, et les résultats du modèle par des carrés violets.

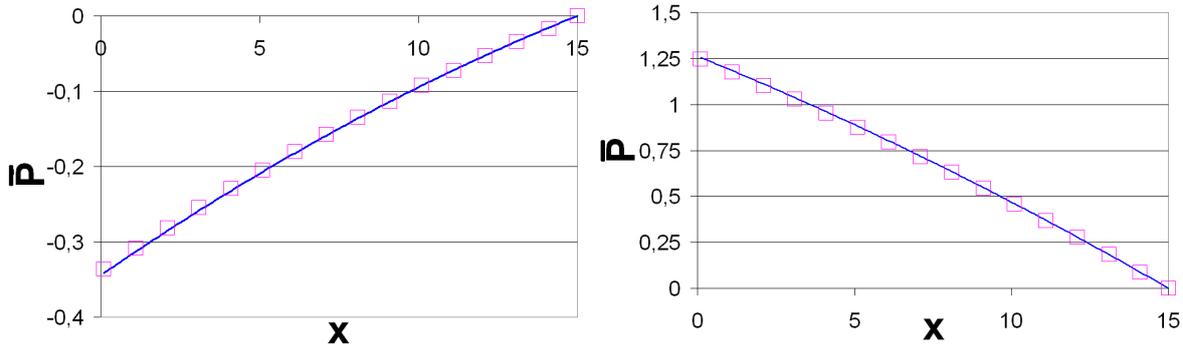


FIG. 2.33 – Pression adimensionnée,  $\mathbf{P}$ , en fonction de la distance de l'entrée adimensionnée  $\mathbf{X}$ . Comparaison entre le modèle et les résultats théoriques de *Terrill* dans le cas des grands *Reynolds* d'aspiration et d'injection pour  $Re_0 = 1800$  et  $Re_w = 50$ . Les résultats théoriques sont représentés par les lignes bleues, et les résultats du modèle par des carrés violets.

Nous avons donc imposé une vitesse de filtration uniforme pour le canal avec injection et aspiration pariétale. Dans le cas de l'aspiration pariétale, la vitesse moyenne du canal doit toujours être supérieure à zéro. Ceci impose une longueur maximale de canal  $L_{max}$  qui dépend de l'aspiration considérée.

La comparaison pour la pression adimensionnée le long du canal entre le modèle et les résultats théoriques est montrée sur les figures 2.32 et 2.33. Étant donné que nous avons utilisé un développement asymptotique à l'ordre 1 pour le pli de sortie, et à l'ordre 2 pour le pli d'entrée, les résultats montrent que les développements ont été réalisés à des ordres suffisants. Il est intéressant de noter qu'avec un développement asymptotique à l'ordre 1 pour le pli d'entrée en situation d'aspiration pariétale, un écart significatif avec les résultats théoriques est obtenu comme le montre la figure 2.34.

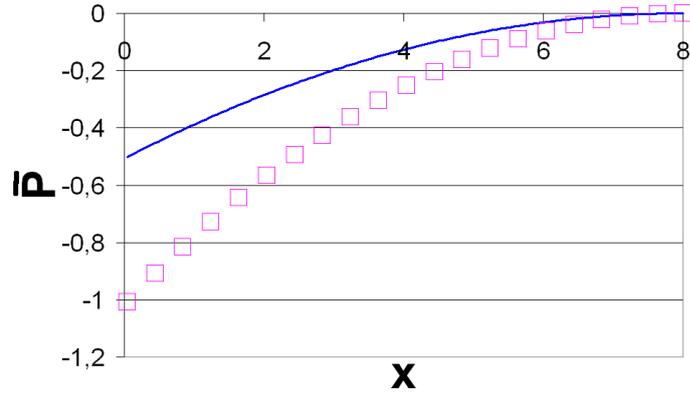


FIG. 2.34 – Pression adimensionnée,  $P$ , en fonction de la distance de l'entrée adimensionnée  $x$ . Comparaison entre le modèle et les résultats théoriques de *Terrill* dans le cas des grands pour  $Re_0 = 1200$  et  $Re_w = 150$

### 2.3.3 Vérification théorique du modèle à ouverture variable

Nous avons vérifié que la conservation de la masse est bien respectée pour des canaux à ouverture variable avec aspiration ou injection pariétale constante. Dans ce cas, nous pouvons déterminer analytiquement la moyenne de la composante longitudinale de la vitesse :

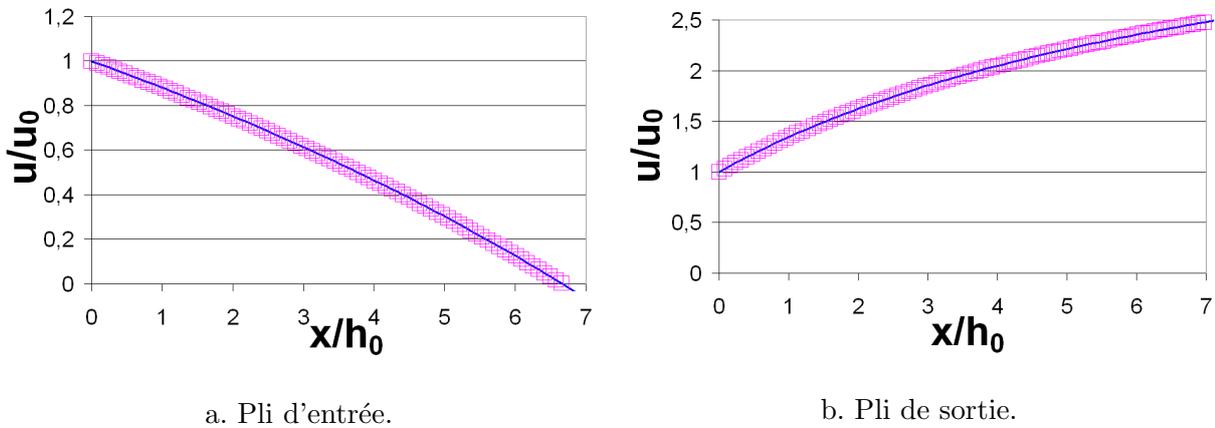


FIG. 2.35 – Evolution de la vitesse moyenne dans le pli  $u_m$ , adimensionnée par  $u_0$ , en fonction de la distance de l'entrée du pli,  $X$  adimensionnée par  $h_0$ .

$$\frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} + \frac{1}{\bar{h}(\bar{x})} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \bar{u}_m + \frac{1}{\bar{h}} \frac{Re_w}{Re_0} = 0$$

La résolution de cette équation différentielle, sous l'hypothèse que  $\bar{h}$  est une fonction linéaire de  $\bar{x}$  et que  $Re_w$  est constant le long de la paroi, nous donne :

$$\bar{u}_m(\bar{x}) = \frac{\bar{h}(0)}{\bar{h}(\bar{x})} - \frac{Re_w}{Re_0} \frac{\bar{x}}{\bar{h}(\bar{x})}$$

Nous avons comparé cette solution analytique de  $\bar{u}_m$  aux résultats obtenus par le modèle semi-analytique présentés dans ce document. Les graphiques de la figure 2.35 représentent la

composante longitudinale de la vitesse moyenne, adimensionnée par  $u_0$ , en fonction de la distance à l'entrée du pli, adimensionnée par  $h_0$ . Nous rappelons que  $u_0$  est la vitesse moyenne à l'entrée du pli d'entrée et  $h_0$  l'ouverture à l'entrée du pli d'entrée. Le graphique de gauche représente le pli d'entrée, avec aspiration. Le *Reynolds* de filtration est  $Re_w = 120$  pour un *Reynolds* de pli,  $Re_0 = 800$ . La longueur adimensionnée maximale pour le pli d'entrée est alors  $L_{max} = 6,67$  et la variation de la section,  $\frac{dh}{dx} = 1,5 \cdot 10^{-2}$ , soit  $\delta = 0,75$  dans cette configuration.

Les résultats analytiques et semi-analytiques sont confondus.

### 2.3.4 Validation du modèle à ouverture uniforme par *Fluent*

Nous utilisons à présent le logiciel *Fluent* en tant qu'outil de validation du modèle. En effet, comme nous l'avons précisé précédemment, il possède l'avantage, par rapport aux résultats expérimentaux, de permettre la détermination de l'évolution de la vitesse de filtration le long du pli. C'est le paramètre clef de l'aérodynamique pour la modélisation du colmatage. En effet, en anticipant sur le colmatage, les particules suivent les lignes de courants. Il est donc primordial de s'assurer que le modèle restitue bien l'évolution de la vitesse de filtration le long du pli. Dans un premier temps, nous allons valider le modèle à ouverture uniforme, puis dans un second temps le modèle à ouverture variable.

Nous avons comparé les résultats du modèle avec ceux de *Fluent* pour différentes valeurs de vitesse de filtration. Nous présenterons les résultats pour deux configurations différentes : avec un fond de pli imperméable, et avec un fond poreux ayant la même perméabilité que le reste du médium fibreux.

Les calculs que nous allons commenter ont été réalisés pour un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de pli et une densité de 8 plis pour  $100mm$  et une vitesse moyenne de filtration de  $u_{f_m} = 0,56m/s$ .

La figure 2.36 représente l'évolution de la vitesse de filtration,  $u_f$  en  $m/s$ , en fonction de la distance de l'entrée du pli,  $x$  en  $mm$ . Nous constatons un bon accord entre les résultats de notre modèle avec fond de pli imperméable et ceux de *Fluent* pour  $x > 5mm$ .

Dans le cas du fond poreux, le graphique de droite de la figure 2.36, nous montre que l'accord entre *Fluent* et le modèle persiste.

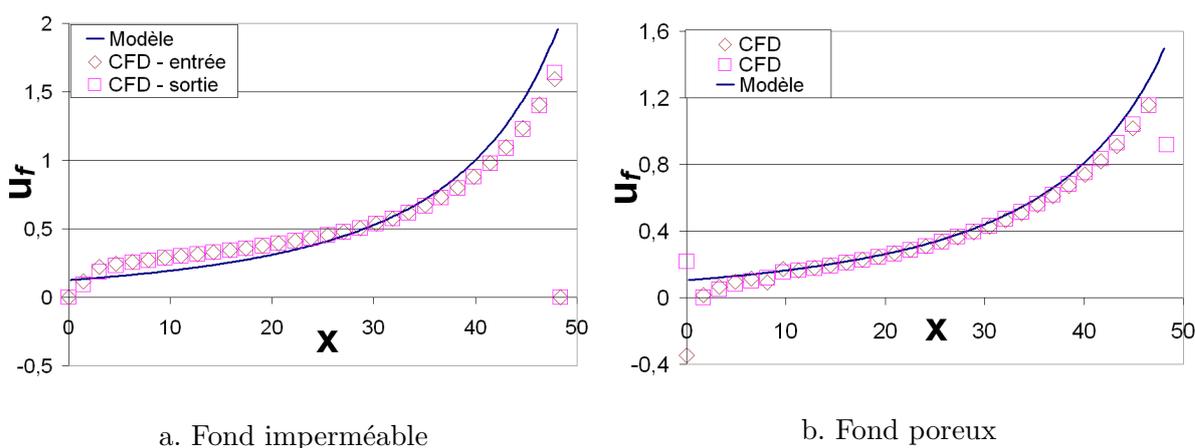


FIG. 2.36 – Evolution de la vitesse de filtration,  $u_f$  en  $m/s$ , le long du pli  $x$  en  $mm$ . Pour une densité de plissage de 8 plis pour  $100mm$ , une hauteur de pli de  $51mm$  et une vitesse de filtration moyenne  $u_{f_m} = 0,56m/s$ , soit  $Re_w = 102$  pour une vitesse de pli  $u_0 = 8,63m/s$ , soit  $Re_0 = 1576$ .

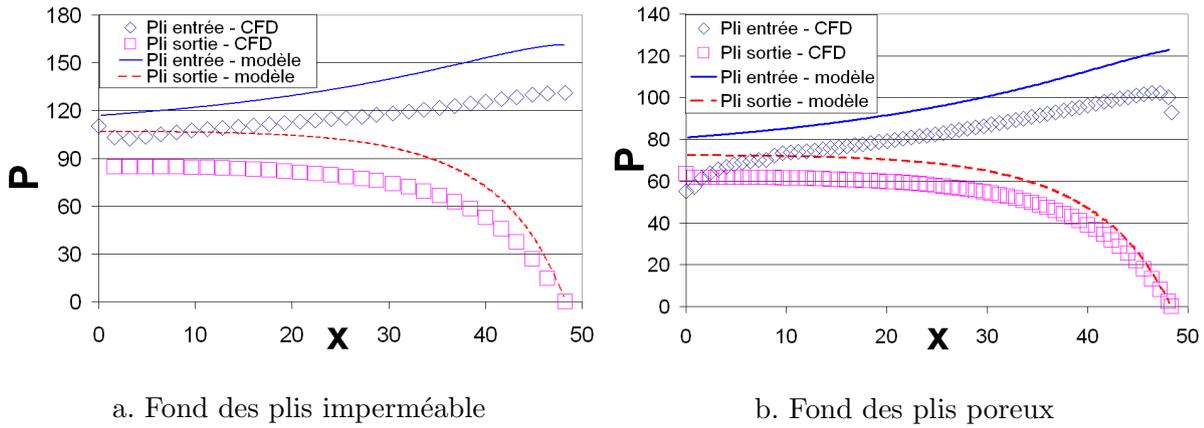


FIG. 2.37 – Evolution de la pression dans le pli d’entrée et de sortie,  $\Delta P$  en  $Pa$ , le long du pli  $x$  en  $mm$ . Pour une densité de plissage de 8 plis pour  $100mm$ , une hauteur de pli de  $51mm$  et une vitesse de filtration moyenne  $u_{fm} = 0,56m/s$ , soit  $Re_w = 102$  pour une vitesse de pli  $u_0 = 8,63m/s$ , soit  $Re_0 = 1576$ .

Si nous nous intéressons, à présent, à l’évolution de la pression dans le pli d’entrée et de sortie, cf. graphiques de la figure 2.37, nous remarquons un écart entre *Fluent* et notre modèle au début du pli d’entrée. Au delà de  $x = 5mm$ , la courbe représentant la pression du pli d’entrée déterminée par notre modèle semble évoluer parallèlement à la courbe de pression du pli d’entrée déterminée par *Fluent*. Nous observons également un décalage entre la pression du pli de sortie évaluée par notre modèle semi-analytique et celle évaluée par *Fluent*. Néanmoins, les courbes représentant la pression dans le pli de sortie semblent également parallèles entre elles pour une grande partie du pli.

Afin de s’assurer que les courbes représentant la pression le long du plis d’entrée et déterminées par notre modèle semi-analytique et par *Fluent* sont bien parallèles, nous nous intéressons à l’évolution du gradient de pression le long du pli d’entrée. Nous comparons également le gradient de pression le long du pli de sortie évalué par notre modèle et par *Fluent*.

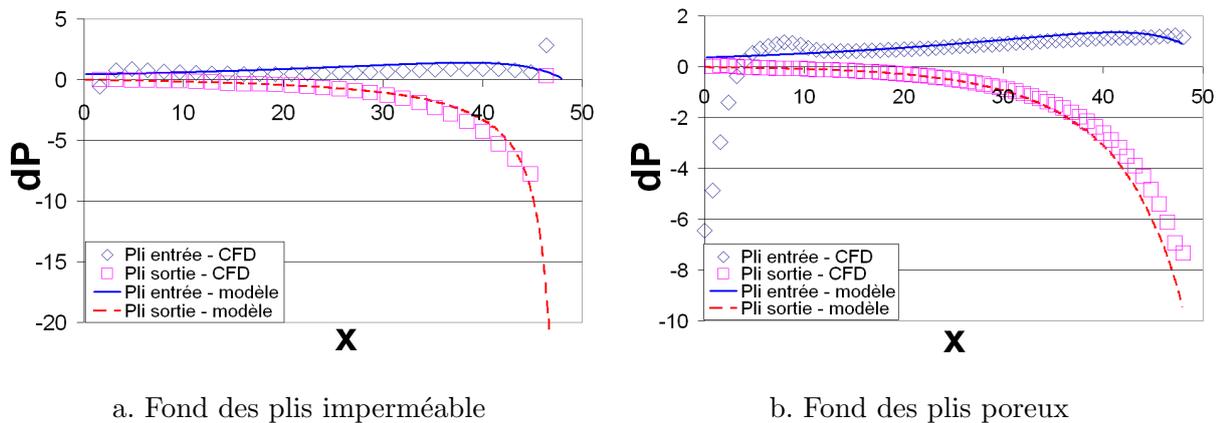


FIG. 2.38 – Gradient de pression  $dP$ , en  $Pa/mm$ , le long du pli ( $x$  en  $mm$ ) pour une densité de 8 plis pour  $100mm$  et une hauteur de  $51mm$ . La vitesse de filtration moyenne, est  $u_{fm} = 0,56m/s$ , soit  $Re_w = 102$  pour une vitesse de pli  $u_0 = 8,63m/s$ , soit  $Re_0 = 1576$ .

La comparaison de l'évolution du gradient de pression dans le pli d'entrée et de sortie, figure 2.38, entre le modèle et *Fluent*, confirme notre analyse sur l'évolution de la pression dans le pli d'entrée et de sortie. Pour le pli de sortie, les deux courbes sont confondues sur quasiment toute la longueur à l'exception du fond du pli.

Pour le pli d'entrée, la courbe déterminée par le modèle est confondue avec celle de la *CFD*, hormis la zone proche de l'entrée du pli,  $x < 5mm$  ici. Ce qui confirme le fait que les courbes de pression du modèle et de *Fluent*, pour le pli d'entrée sont bien parallèles entre elles.

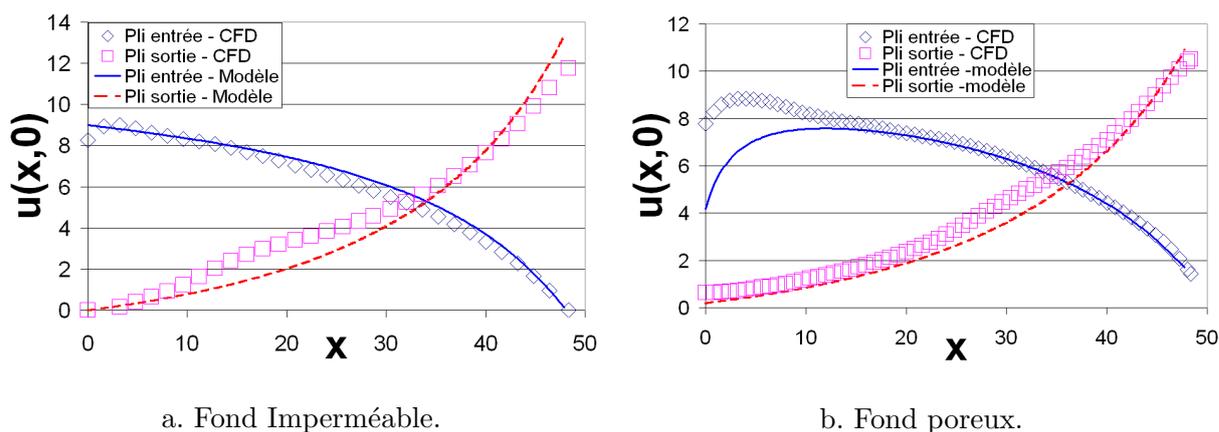


FIG. 2.39 – Evolution de la composante longitudinale sur l'axe de symétrie,  $u(x, 0)$  en  $m/s$ , en fonction de la distance de l'entrée du pli,  $x$  en  $mm$  pour une densité de plissage de 8 plis pour  $100mm$  et une hauteur de pli de  $51mm$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{fm} = 0,56m/s$ , soit  $Re_w = 102$  pour une vitesse frontale  $u_0 = 8,63m/s$ , soit  $Re_0 = 1576$ .

Comme nous avons un bon accord entre le modèle et *Fluent* pour la vitesse de filtration, alors, par conservation de la masse, nous devrions avoir toujours avoir un bon accord concernant l'évolution du débit le long du pli, dans chacun des plis. Par contre, rien n'indique que la vitesse, au centre du pli par exemple, soit la même. C'est pourquoi, nous avons comparé la composante longitudinale de la vitesse sur l'axe de symétrie, pour le pli d'entrée et de sortie, entre le modèle et la *CFD*.

Les résultats de la comparaison sont montrés sur la figure 2.39. Nous pouvons remarquer un bon accord, aussi bien dans le cas du fond des plis imperméables que poreux.

Par ailleurs, pour les fonds de plis poreux, l'écoulement qui passe par le fond du pli de sortie est faible comparativement au débit total. Il représente 2% et 7% de l'écoulement total pour respectivement notre modèle et pour *Fluent*. Par contre, l'écoulement dans le fond du pli d'entrée est nettement plus important puisqu'il représente, respectivement pour notre modèle et pour *Fluent* 18,9% et 16,6%.

Nous pouvons aussi comparer ces résultats à ceux obtenus par Del Fabbro[43]. Elle détermine expérimentalement la répartition de l'écoulement dans le média plissé en utilisant un aérosol fluorescent. Pour la filtration automobile, les résultats expérimentaux et les résultats de *CFX* ont montré que la vitesse de filtration n'est pas uniforme et que l'écoulement passe majoritairement dans le "Creux" du pli, cf. figure 2.5, page 54. Ceci est conforme aux résultats obtenus avec notre modèle.

### 2.3.5 Validation par *Fluent* du modèle à ouverture variable

Afin de valider le modèle d'écoulement pour un pli à ouverture variable, nous avons comparé le modèle à *Fluent*. Cette comparaison est réalisée dans le cas de fond imperméable et un fond poreux ayant la même perméabilité que le reste du médium plissé. Les résultats présentés ici, ont été obtenus pour le médium plissé N687, son épaisseur est  $e = 1,45\text{mm}$  et sa perméabilité  $k = 356\mu\text{m}^2$ . La densité de plissage est de 8 plis pour  $100\text{mm}$ , une hauteur de pli de  $51\text{mm}$  et pour  $\delta = \frac{h_s}{h_0} = 0,8$ , cf. figure 2.53 page 103. Les résultats pour  $\delta = 0,2$  ne sont pas présentés en raison de vitesses de glissement à la surface du médium fibreux obtenues pour les simulations sur *Fluent*. En effet, celles-ci sont trop importantes pour qu'elles soient physiquement acceptables, comme cela a été souligné dans la partie 2.2.3, page 76.

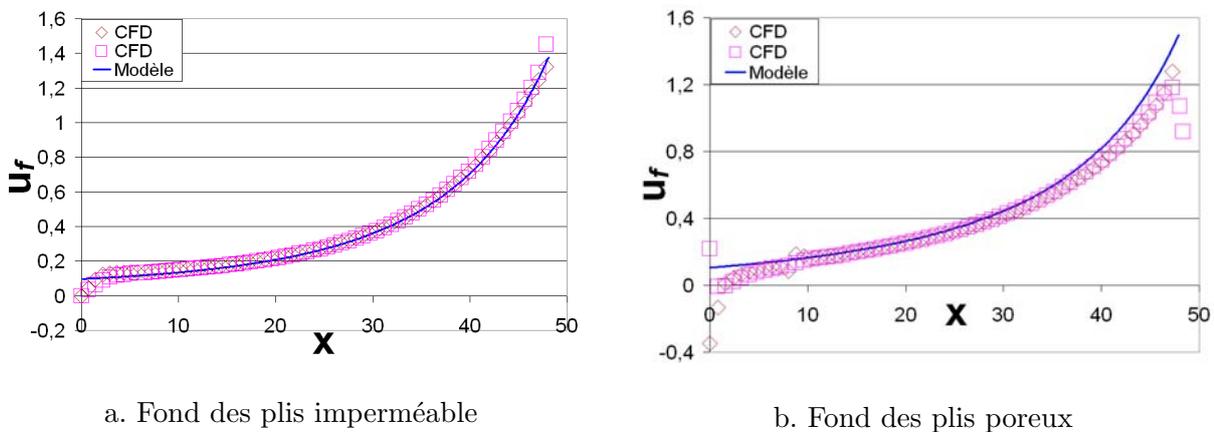


FIG. 2.40 – Evolution de la vitesse de filtration  $u_f$  en  $m/s$  le long du pli,  $x$  en  $mm$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39\text{m/s}$ , soit  $Re_w \approx 60$  pour une vitesse de pli  $u_0 \approx 7,1\text{m/s}$ , soit  $Re_0 \approx 1097$ .

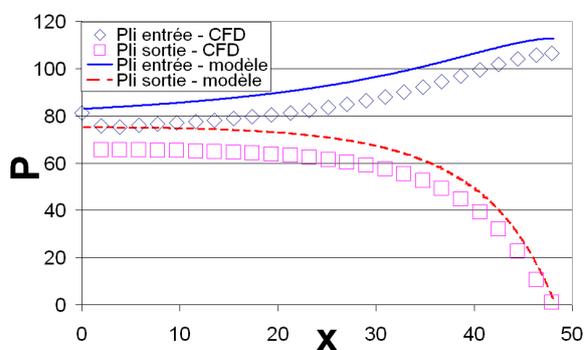
**Vitesse de filtration** L'évolution de la vitesse de filtration le long du pli, pour le cas de fond de pli poreux et imperméable, est représentée sur la figure 2.40. Nous pouvons constater un bon accord, pour les deux configurations, entre le modèle et *Fluent*. L'écart le plus significatif apparaît aux deux extrémités du pli.

**Pression** Si nous nous intéressons à l'évolution de la pression, figure 2.41, nous pouvons remarquer que la pression du pli d'entrée, calculée par *Fluent* évolue différemment de celle évaluée par notre modèle pour  $x < 3\text{mm}$ . Cependant, pour  $x > 4\text{mm}$ , l'évolution de la pression du pli d'entrée est la même pour notre modèle et pour *Fluent* : les deux courbes représentant la pression le long du pli selon  $x$  semblent parallèles.

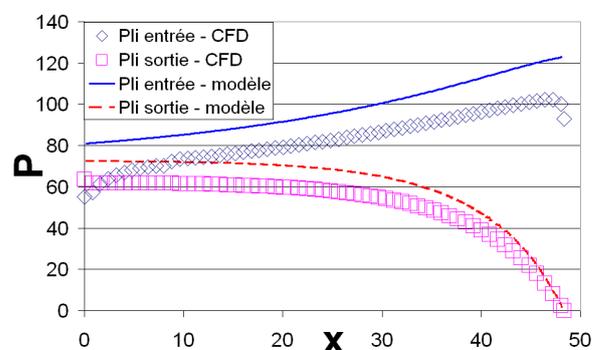
Pour le pli de sortie, les courbes représentant la pression le long du pli de sortie pour notre modèle et pour *Fluent* semblent également parallèle.

Afin de vérifier que l'évolution de la pression est la même, malgré l'écart de pression dans le pli d'entrée entre le modèle et les résultats de *Fluent*, nous nous sommes intéressés à l'évolution du gradient de pression dans le pli d'entrée et de sortie. La figure 2.42 représente ainsi l'évolution du gradient de pression, en  $\text{Pa}/\text{mm}$ , pour le pli d'entrée et de sortie. Le graphique a représente un pli avec un fond imperméable et le b celui avec fond poreux.

La différence entre le modèle et la *CFD*, à proximité de l'entrée du pli, subsiste. Par contre au delà de cette zone, ici  $x = 5\text{mm}$ , les courbes du modèle et de la *CFD* sont confondues.

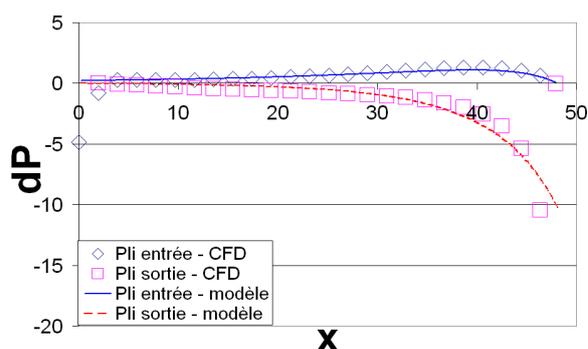


a. Fond des plis imperméable

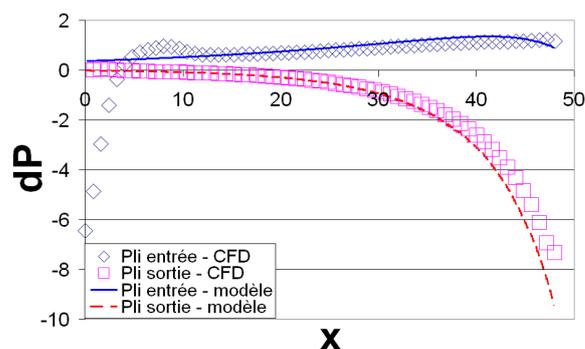


b. Fond des plis poreux

FIG. 2.41 – Evolution de la pression  $P$  en  $Pa$  le long du pli ( $x$  en  $mm$ ). La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39m/s$ , soit  $Re_w \approx 60$ . La vitesse à l'entrée du pli est  $u_0 \approx 7,1m/s$ , soit  $Re_0 \approx 1097$ .



a. Fond des plis imperméable



b. Fond des plis poreux

FIG. 2.42 – Evolution du gradient de pression  $dP$  en  $Pa/mm$  le long du pli,  $x$  en  $mm$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39m/s$ , soit  $Re_w \approx 60$ . La vitesse à l'entrée du pli est  $u_0 \approx 7,1m/s$ , soit  $Re_0 \approx 1097$ .

Dans le cas de fond de pli poreux, une légère différence apparaît à la proximité du fond du pli. L'écoulement dans le fond poreux du pli est représenté sur le graphique 2.43. Une partie de l'écoulement passe par le coin arrondi, ce qui n'est pas le cas du modèle.

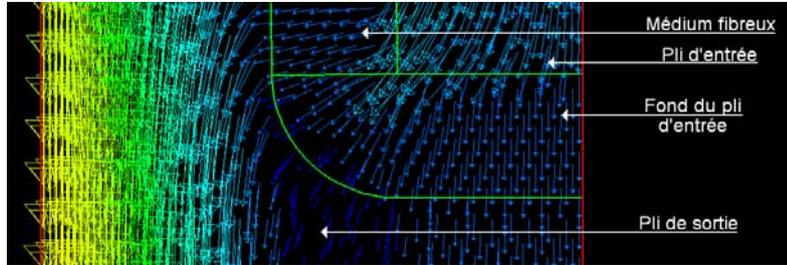


FIG. 2.43 – Vecteur vitesse dans la zone du fond du pli d'entrée, avec un fond poreux. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39m/s$ , soit  $Re_w \approx 60$ . La vitesse à l'entrée du pli est  $u_0 = 7,1m/s$ , soit  $Re_0 \approx 1097$ .

L'évolution du gradient de pression pour le pli de sortie, aussi bien dans le cas de fond imperméable que poreux, est la même pour le modèle et *Fluent* sur quasiment toute la longueur du pli. Cependant, un écart apparaît en proximité du fond du pli.

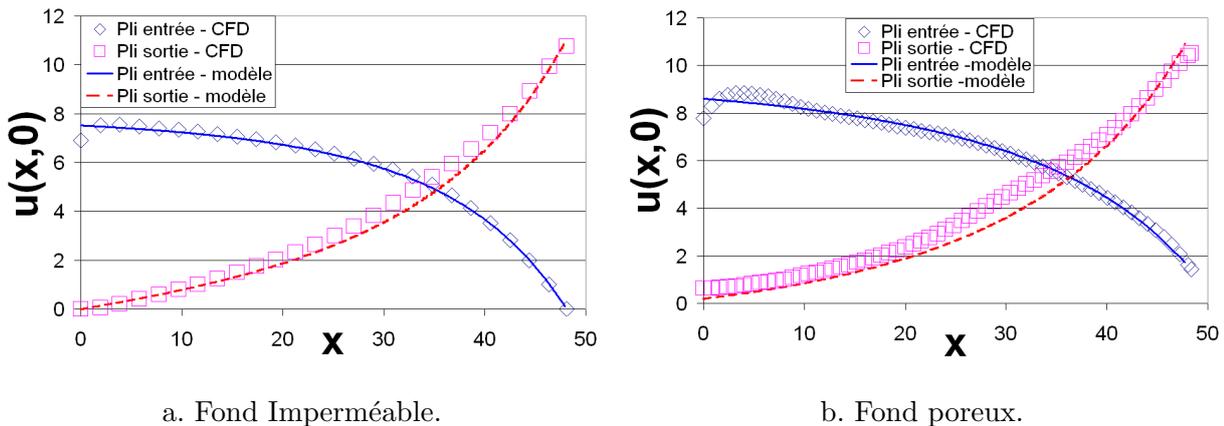


FIG. 2.44 – Evolution de la vitesse au centre du pli,  $u(x,0)$  en  $m/s$ , le long du pli,  $x$  en  $mm$ , pour une densité de plissage de 8 plis pour 100mm, une hauteur de pli de 51mm avec  $\delta = 0,2$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39m/s$ , soit  $Re_w \approx 60$ . La vitesse à l'entrée du pli est  $u_0 \approx 7,1m/s$ , soit  $Re_0 \approx 1097$ .

**Vitesse au centre du pli** Nous comparons à présent la composante longitudinale de la vitesse au centre du pli pour le pli d'entrée et de sortie. Les calculs sont réalisés pour un fond de pli poreux et imperméable

Les résultats sont présentés sur les graphiques de la figure 2.44. Les graphiques représentent l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse au centre du pli,  $u(x,0)$  en  $m/s$ , en fonction de  $x$  en  $mm$ , pour le pli d'entrée et de sortie. Le modèle est en accord avec *Fluent* aussi bien pour le pli d'entrée que le pli de sortie, et cela pour la configuration avec un fond imperméable et avec un fond poreux.

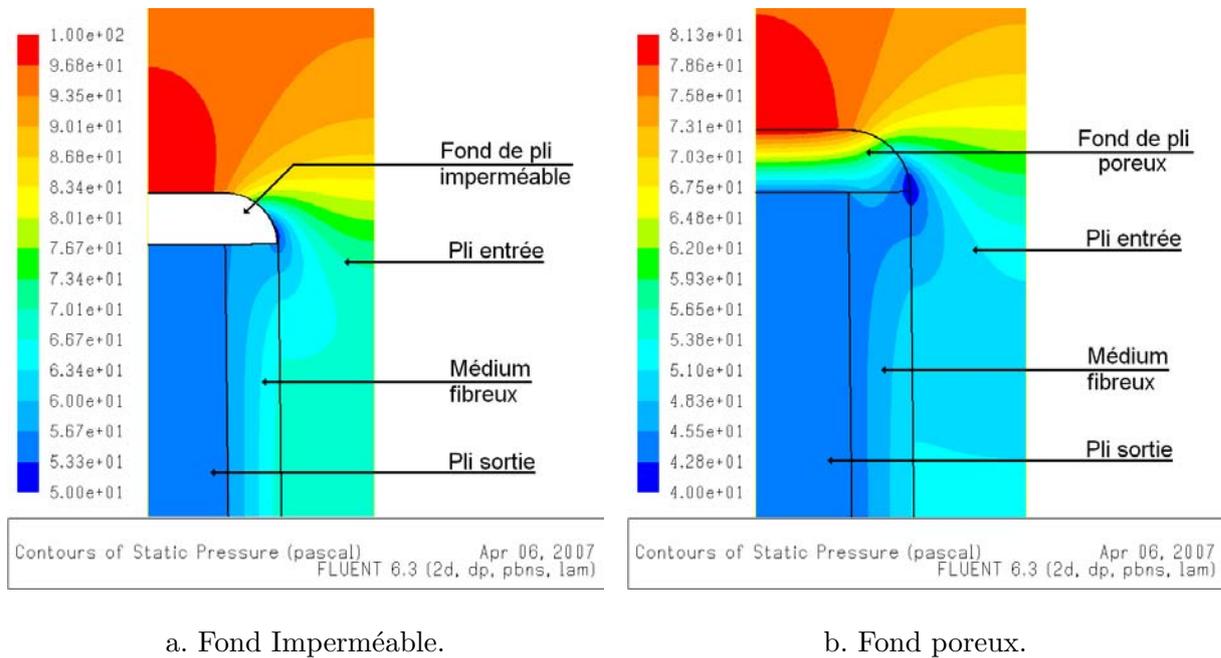


FIG. 2.45 – Isovaleurs de la pression au début du pli d'entrée. Calculs réalisés à l'aide du logiciel *Fluent*. Pour une densité de plissage de 8 plis pour 100mm et une hauteur de pli de 51mm avec  $\delta = 0,8$ .

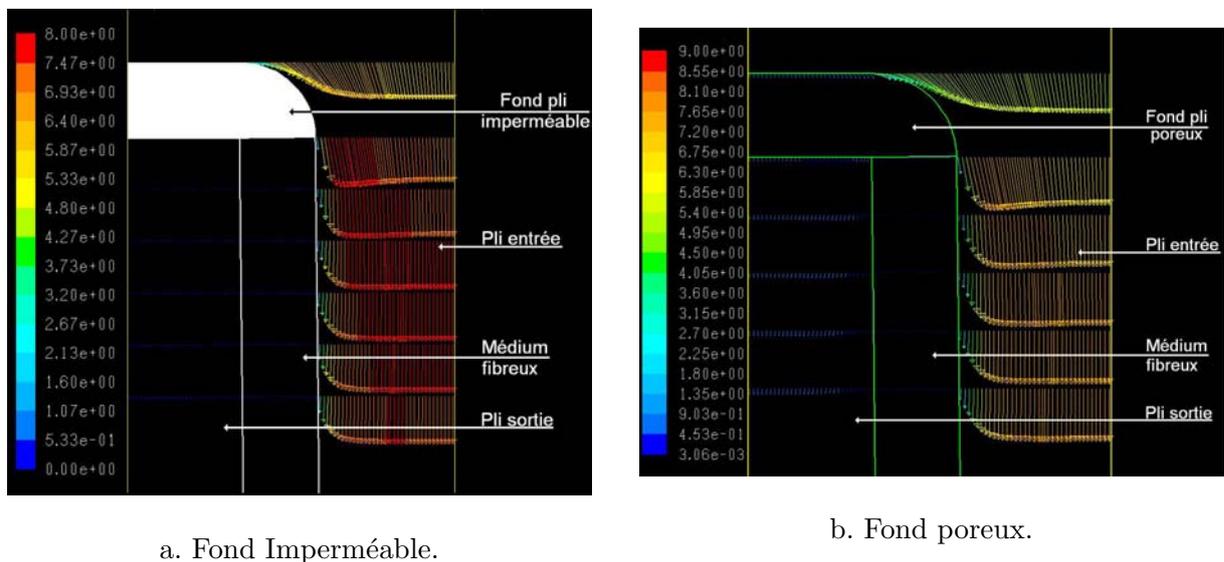


FIG. 2.46 – Vecteurs vitesse dans la zone proche de l'entrée du pli. Calculs réalisés à l'aide du logiciel *Fluent*. Pour une densité de plissage de 8 plis pour 100mm et une hauteur de pli de 51mm avec  $\delta = 0,8$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39m/s$ , soit  $Re_w \approx 60$ . La vitesse à l'entrée du pli est  $u_0 = 7,1m/s$ , soit  $Re_0 \approx 1097$ .

Pour la configuration avec fond de pli poreux, nous observons également un accord entre notre modèle et la *CFD* sur le débit traversant les fonds des plis d'entrée et de sortie. Ainsi, pour  $\delta = 0,8$ , nous avons respectivement pour le modèle et la *CFD*, 1,3% et 6,5% du débit qui passe par le fond du pli de sortie. Nous obtenons 16,3% et 15,9% du débit totale qui passe par le fond du pli d'entrée pour respectivement notre modèle et *Fluent*.

La visualisation de l'écoulement, obtenu par *Fluent*, nous permet de mieux comprendre les raisons de l'écart entre notre modèle et *Fluent* pour  $x < 5mm$ . Les iso-valeurs de pressions, figure 2.45, nous montrent que la pression n'est pas uniforme dans la première partie du pli d'entrée. Ainsi, contrairement à l'hypothèse de notre modèle, l'écoulement n'est pas encore pleinement établi au début du pli d'entrée. La figure 2.46, représentant les vecteurs vitesses dans cette zone, confirme ce résultat. Cependant, assez rapidement, l'écoulement devient parfaitement établi, comme le montre les vecteurs de vitesses de la figure 2.46.

Une autre limitation du modèle est due au rapport important entre la vitesse de filtration et la vitesse moyenne dans le pli. En effet, le modèle fait l'hypothèse que l'écoulement est significatif (comparé à la vitesse de filtration) dans le pli. Or, au début du pli de sortie et à la fin du pli d'entrée dans le cas de fond d'un pli imperméable, la vitesse moyenne dans le pli est faible comparativement à la vitesse de filtration. Lorsque le fond des plis possède la même perméabilité que le reste du médium, ceci n'est vrai que pour le début du pli de sortie.

En conclusion, les résultats obtenus lors de ces deux dernières parties montrent que, pour un pli à ouverture uniforme ou variable, notre modèle est en accord avec les simulations réalisées sous *Fluent*. L'étape de validation qui suit est la confrontation aux résultats expérimentaux.

### 2.3.6 Validation expérimentale

Nous avons réalisé les calculs de chute de pression à l'aide du modèle semi-analytique pour les média plissés utilisés lors des essais. Les média plissés utilisés sont référencés dans le tableau 2.1 page 62 et sur le tableau 2.2.

Densité de plissage nombre de plis/100mm	hauteur des plis en mm	Longueur en mm	Largeur en mm	épaisseur en mm	perméabilité en $\mu m^2$
8	55	220	89	2,84	228
10	55	220	89		
12	55	220	89		

TAB. 2.2 – Caractéristiques des média plissés N1209

Les résultats sont illustrés par les courbes 2.47 et 2.48. Ces graphiques représentent l'évolution de la chute de pression totale en fonction de la vitesse moyenne de filtration. La courbe en trait plein représente le modèle semi-analytique avec le fond des plis poreux ayant la même perméabilité et épaisseur que le reste du médium. La seconde courbe, en pointillé, représente le modèle semi-analytique avec le fond des plis imperméable. Les résultats expérimentaux sont représentés par des carrés rouges.

Pour toutes les figures, les résultats expérimentaux sont encadrés par les deux extrema : fond de pli poreux et fond de pli imperméable. Ils mettent aussi en évidence une grande sensibilité du médium plissé à la perméabilité du fond des plis. Par exemple, pour le médium plissé de 12 plis pour 100mm et une hauteur de pli de 51mm, l'écart entre les deux modèles (fond de pli poreux et fond de pli imperméable) est supérieur à 750Pa pour une vitesse de filtration,  $u_f = 0,8m/s$

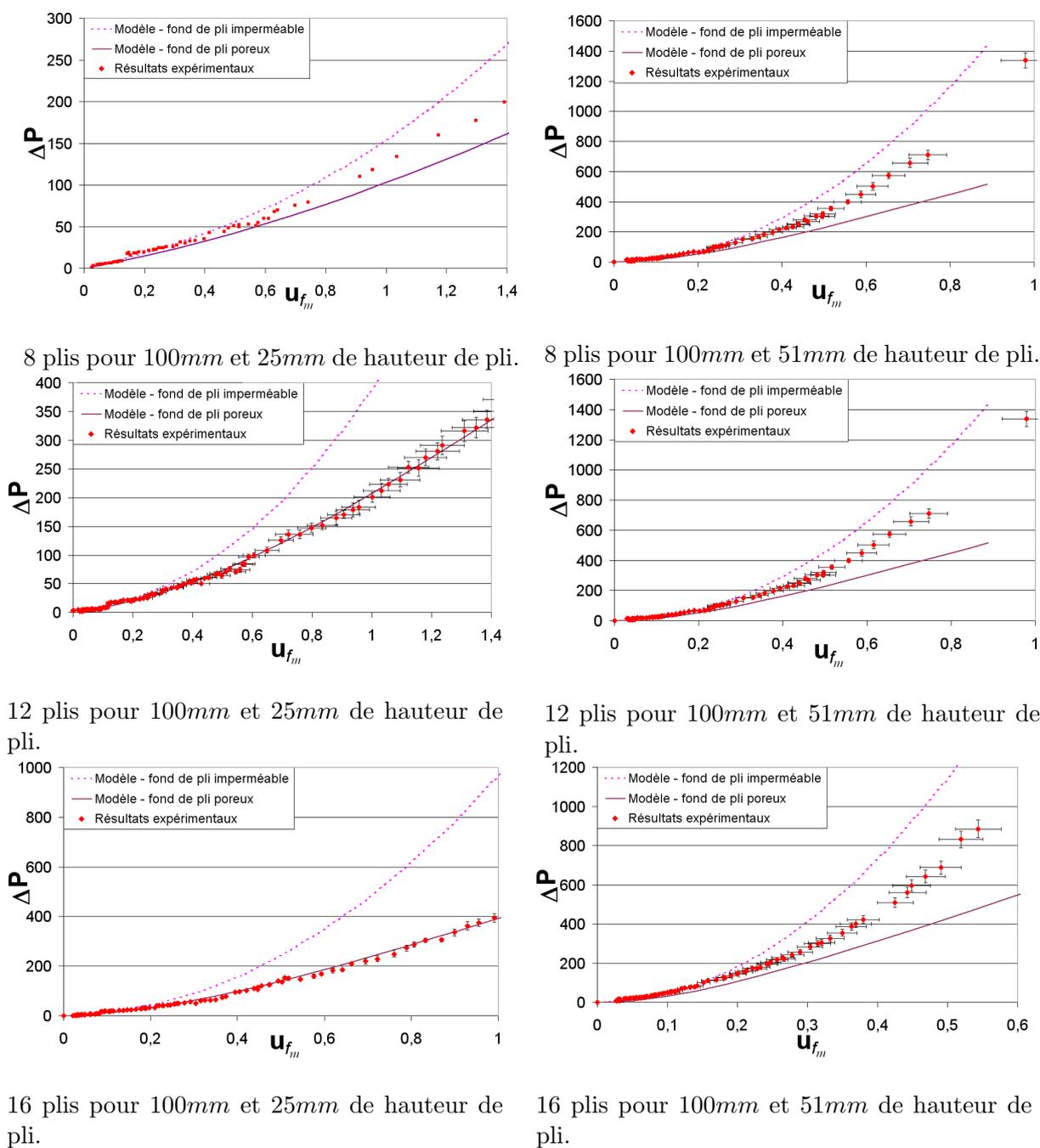
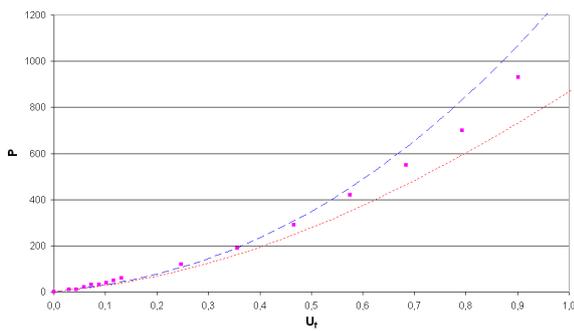
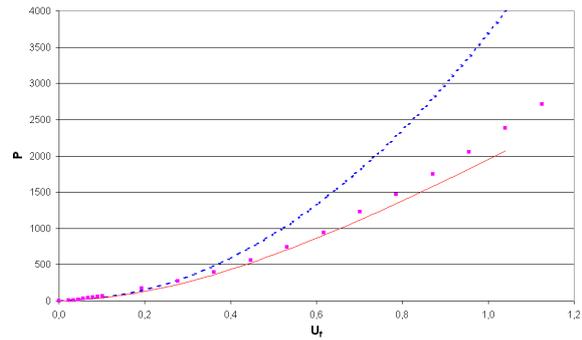


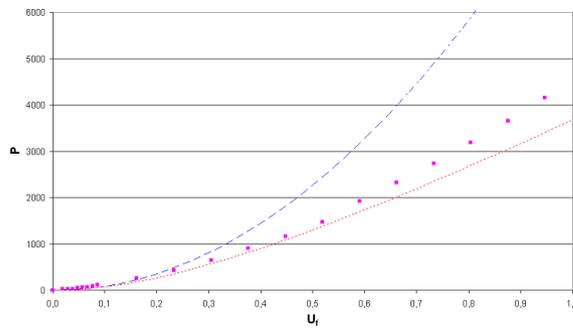
FIG. 2.47 – Évolution de la chute de pression  $\Delta P$  en  $Pa$  des média plissés N687 en fonction de la vitesse moyenne de filtration  $u_{f_m}$  en  $m/s$  pour les résultats expérimentaux et le modèle avec fond imperméable ou fond poreux.



Densité de plissage 8 plis/100mm et 55mm de hauteur de pli.



Densité de plissage 10 plis/100mm et 55mm de hauteur de pli.



Densité de plissage 12 plis/100mm et 55mm de hauteur de pli.

FIG. 2.48 – Évolution de la chute de pression  $\Delta P$  en  $Pa$  des média plissés N1209 en fonction de la vitesse moyenne de filtration  $u_{f_m}$  en  $m/s$  pour les résultats expérimentaux et le modèle avec fond imperméable ou fond poreux.

alors que la chute de pression est comprise entre 400 et 500 Pa pour le modèle à fond de pli poreux.

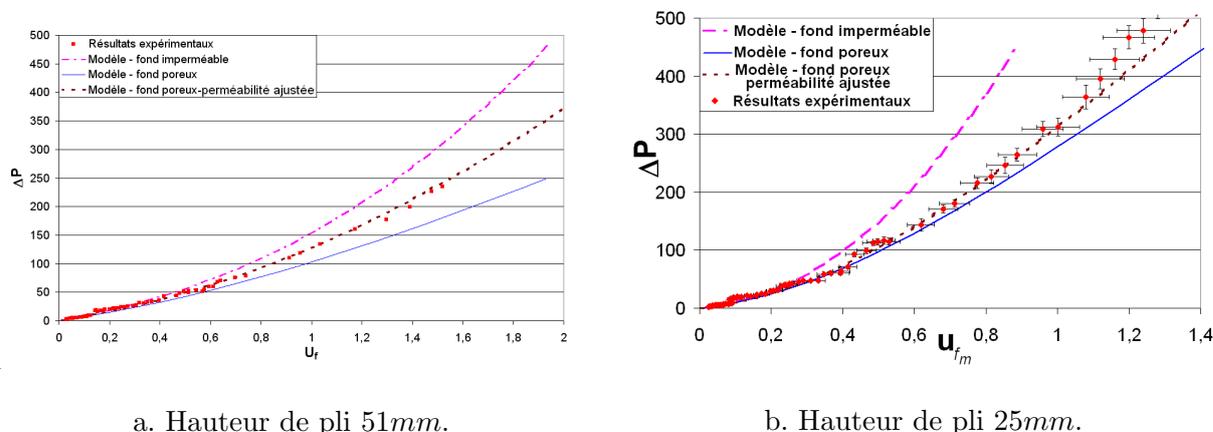


FIG. 2.49 – Évolution de la pression,  $\Delta P$ , en Pa, en fonction de la vitesse moyenne de filtration  $u_{f_m}$ , en m/s pour le médium plissé N687 avec une densité de 8 plis pour 100mm.

Si nous ajustons la perméabilité du fond des plis, courbe en pointillé marron sur la figure 2.49, nous obtenons un très bon accord entre le modèle et les résultats expérimentaux. Cet ajustement est réalisé pour des média plissés ayant une densité de 8 plis pour 100mm. La hauteur de pli est de 25mm pour le graphique a, avec un ajustement de la perméabilité du fond des pli à  $142\mu\text{m}^2$ . Le graphique b représente les résultats pour une hauteur de pli à 25mm avec un ajustement de la perméabilité du fond des plis à  $285\mu\text{m}^2$ . Nous n'avons pas modifié l'épaisseur du médium du fond des plis, soit 1,45mm. Ainsi, en modifiant la perméabilité du fond du pli, cf figure 2.24 page 72, le modèle et les résultats expérimentaux sont en très bon accord.

### 2.3.7 Conclusion sur la validation de l'aéraulique du pli

La validation de l'aéraulique du pli est une étape déterminante pour la suite de l'étude. En effet, pour prendre en compte le colmatage du médium plissé, il est nécessaire de connaître la répartition de l'écoulement au sein du pli d'entrée. Celle-ci va conditionner le transport des particules lors de la phase de colmatage. C'est la raison pour laquelle, nous avons apporté une attention particulière à la validation du modèle d'écoulement.

Tout d'abord, nous avons comparé le modèle aux résultats analytiques, dans le cas de vitesse de filtration uniforme, pour le modèle à ouverture uniforme. Dans ce cas, les solutions analytiques ont précédemment été mises en place par Yuan [133] et Terrill [119, 120]. Cela nous a permis de vérifier que l'ordre du développement en  $Re_w$  était suffisant pour l'étude choisie.

Nous avons ensuite comparé le modèle aux résultats obtenus par l'intermédiaire de *Fluent*. Plusieurs configurations ont été choisies pour cette étape. Ce travail de confrontation du modèle aux résultats de *Fluent* a été mené pour des plis à ouverture uniforme et variable et dans chacun de ces cas avec un fond de pli imperméable ou poreux. Pour ces configurations, la vitesse de filtration prédite par le modèle et celle prédite par *Fluent* sont en bon accord. Il en est de même pour l'évolution des différentes caractéristiques de l'écoulement, comme le gradient de pression ou la composante longitudinale de la vitesse sur l'axe de symétrie, dans le pli d'entrée et de sortie.

Enfin, nous avons confronté les résultats expérimentaux au modèle. Cette confrontation met en évidence que le modèle semi-analytique permet d'encadrer les résultats expérimentaux. En

effet, ceux-ci sont encadrés par les résultats avec fond de pli imperméable et fond de pli poreux ayant la même perméabilité que le reste du médium. Le processus de plissage des média fibreux permet d'éclairer ce résultat. Lors de ce processus, un marquage du fond des plis est réalisé afin de faciliter le plissage. Celui-ci est réalisé en chauffant et compressant le médium fibreux. Il en résulte une perméabilité et une épaisseur différente pour le fond des plis qui sont toutes deux plus faibles que pour le médium plan. La résistance du médium fibreux est alors plus grande. Cependant, il est difficile de caractériser ces zones. C'est pourquoi, nous avons étudié deux configurations extrémales, permettant d'avoir un encadrement du système réel : la première considère le fond des plis imperméables, et la seconde que le fond des plis est poreux ayant la même épaisseur et perméabilité que le médium non compressé. Lorsque nous étudions l'évolution de la chute de pression de ces deux configurations extrémales du pli en fonction de la vitesse de filtration moyenne, nous obtenons un encadrement des résultats expérimentaux. Il est intéressant de remarquer une grande sensibilité à la perméabilité du fond des plis, puisque l'écart entre ces deux configurations extrémales peut atteindre 90%.

En ajustant la perméabilité du fond des plis, nous avons pu reproduire fidèlement l'évolution expérimentale de la chute de pression en fonction de la vitesse de filtration.

Ces différentes étapes nous ont permis de valider le modèle. Il est donc possible, à présent, de réaliser une étude plus approfondie de l'écoulement à l'aide de ce modèle.

## 2.4 Exploitation du modèle

### 2.4.1 Comparaison entre le modèle à grand *Reynolds* et le modèle à faible *Reynolds*

Précédemment, un modèle a été mis en place pour les faibles nombres de *Reynolds* de filtration [7, 96]. Il est intéressant, à présent, de comparer les résultats fournis par notre modèle à grand *Reynolds* de filtration à ceux que l'on obtient avec le modèle pour les faibles *Reynolds* de filtration dans le domaine des grands *Reynolds* de filtration  $Re_w$ .

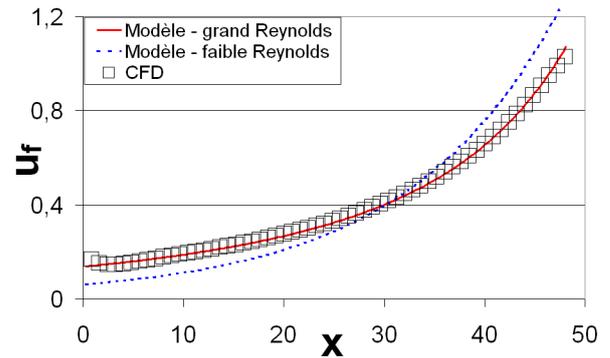
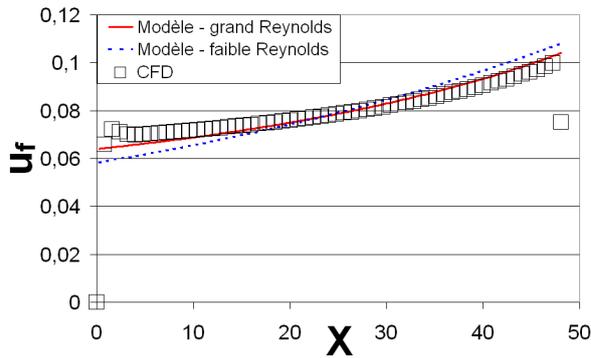
Pour cela, nous allons utiliser les résultats obtenus par Fluent comme référence. L'évolution de la vitesse de filtration ainsi que celle de la pression des plis d'entrée et de sortie le long du pli constituent les principaux éléments de comparaison.

Nous avons considéré des écoulements pour un médium plissé de densité de plissage 8 plis pour 100mm et une hauteur de pli de 51mm, pour deux nombres de *Reynolds* de filtration :  $Re_w = 15$  et  $Re_w = 73$ . Dans chacun de ces cas, il est évidemment heureux de constater que le modèle à grand *Reynolds*, développé ici, est plus adapté dans cette configuration, que le modèle à faible *Reynolds*, modèle pour lequel, les auteurs ont estimé qu'il n'était valable qu'en dessous du nombre de *Reynolds* de filtration maximal  $Re_w \approx 6$ .

Lorsque nous nous intéressons à l'évolution du gradient de pression dans les plis d'entrée et de sortie, figures 2.51, nous observons qu'il n'y a pas de différence pour le pli de sortie. L'évolution du gradient de pression est identique pour les modèles à faible *Reynolds*, grand *Reynolds* et *Fluent*. Par contre, l'évolution du gradient de pression dans le pli d'entrée dépend du modèle. Le modèle à grand *Reynolds* est le plus proche des résultats obtenus par *CFD*. Le gradient de la pression est plus faible que dans le cas du modèle à faible *Reynolds*.

### 2.4.2 Influence des paramètres du média plissé sur la chute de pression

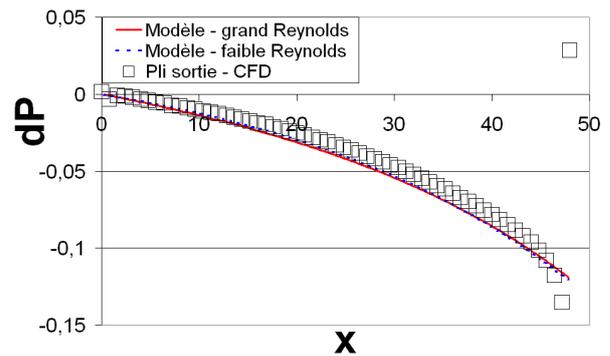
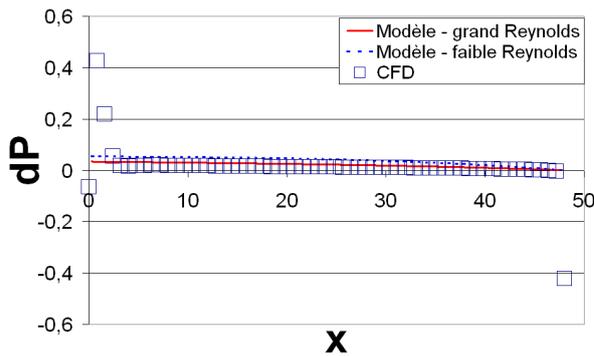
Nous désirons à présent comprendre l'influence de la perméabilité  $k$ , de l'épaisseur  $e$  et de la longueur du pli  $L$  sur la chute de pression du médium plissé. Cette dernière est une fonction



Densité de plissage 8 plis/100mm, hauteur de plis 51mm. Vitesse de filtration moyenne  $u_{f_m} = 0,08m/s$ , soit  $Re_w = 15$ .

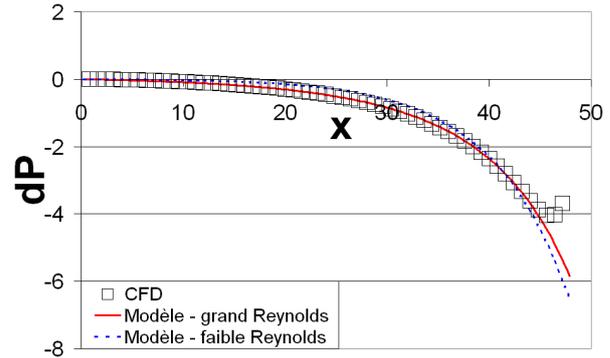
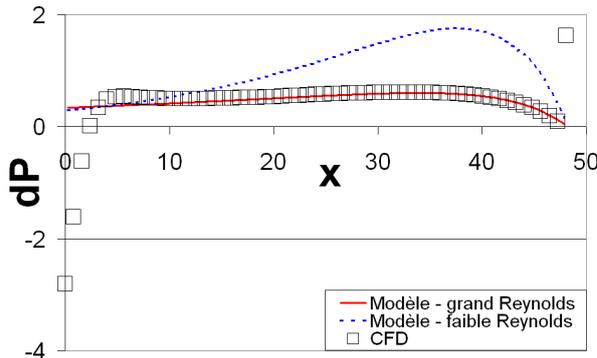
Densité de plissage 8 plis/100mm, hauteur de plis 51mm. Vitesse de filtration moyenne  $u_{f_m} = 0,40m/s$ , soit  $Re_w = 73$ .

FIG. 2.50 – Comparaison entre les modèles à faible Reynolds et à grand Reynolds avec les résultats obtenus sous *Fluent*.



Pli d'entrée, 8 plis pour 100mm et hauteur de plis 51mm.  $u_{f_m} = 0,08m/s$ , soit  $Re_w = 15$ .

Pli de sortie, 8 plis pour 100mm et hauteur de plis 51mm.  $u_{f_m} = 0,08m/s$ , soit  $Re_w = 15$ .



Pli d'entrée, 8 plis pour 100mm et hauteur de plis 51mm.  $u_{f_m} = 0,40m/s$ , soit  $Re_w = 73$ .

Pli de sortie, 8 plis pour 100mm et hauteur de plis 51mm.  $u_{f_m} = 0,40m/s$ , soit  $Re_w = 73$ .

FIG. 2.51 – Évolution du gradient de pression  $dP$  en  $Pa.mm^{-1}$  le long du pli  $x$  en  $mm$  pour le pli d'entrée et de sortie.

quadratique de la vitesse à l'entrée du pli  $u_0$  comme le montre les résultats expérimentaux, cf. 2.2.2 page 63, ce qui permet d'écrire :

$$\Delta P = \zeta u_0 + \xi u_0^2 \quad (2.44)$$

où  $\zeta$  et  $\xi$  dépendent alors des caractéristiques du médium plissé.

Nous avons représenté sur la figure 2.52 la chute de pression adimensionnée  $\Delta \bar{P} = \frac{\Delta P}{\rho u_0^2}$  en fonction du nombre de Reynolds de pli  $Re_0$ .  $\Delta \bar{P}$  et  $Re_0$  sont représentés en échelle logarithmique. Les courbes ont été obtenues pour différentes valeurs de  $k$ ,  $e$  et  $L$ .

L'adimensionnement de l'équation (2.44) par  $\rho u_0^2$  donne :  $\Delta \bar{P} = \frac{\bar{\zeta}}{Re_0} + \bar{\xi}$ , avec  $\bar{\zeta} = \frac{h_0}{\mu} \zeta$  et  $\bar{\xi} = \frac{\xi}{\rho}$ . Nous observons le même type d'évolution de la chute de pression adimensionnée sur la figure 2.2.2.

Par ailleurs, les résultats montrent que tous les systèmes caractérisés par la même valeur de  $Re_0 \frac{k}{Le}$  conduisent à la même chute de pression sans dimension.

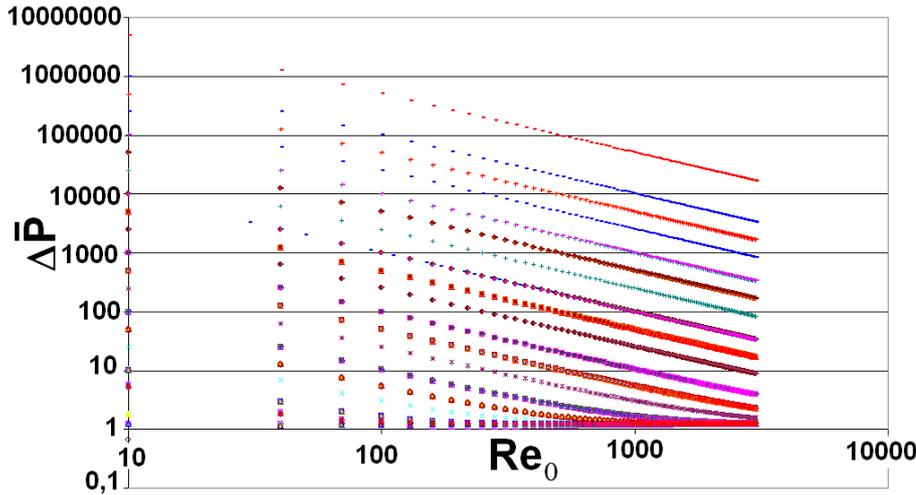


FIG. 2.52 – Chute de pression adimensionnée,  $\Delta \bar{P}$ , en fonction du Reynolds de canal,  $Re_0$ . Les résultats sont présentés en échelle logarithmique.

Il faut cependant noter que lorsque nous augmentons  $Re_0 \frac{k}{eL} = \frac{Re_w k}{e}$ , le modèle prédit une zone de recirculation dans le pli de sortie à proximité de l'entrée. Celle-ci apparaît pour les plus faibles valeurs de résistance du médium fibreux.

Le travail de Bajura et Jones [2] sur l'écoulement dans des canaux couplés parallèles permet de conforter ce résultat. Ce travail comporte une partie expérimentale et une partie de modélisation. Pour une faible résistance hydraulique du système de canaux communiquant, ils observent expérimentalement un très faible écart entre les pressions du pli "d'entrée" et de "sortie", avec pour conséquence une vitesse de filtration au début du canal d'entrée très faible, peut-être même négative. Le phénomène prédit par le modèle, avec une recirculation dans le pli de sortie est donc physiquement acceptable.

Dans ce cas, l'hypothèse d'un profil sinusoïdal de la composante longitudinale de l'écoulement dans le pli de sortie n'est plus vérifiée. En effet, au lieu d'avoir une injection pariétale dans le pli de sortie, nous avons une aspiration. Or dans ce cas, la composante longitudinale est soit uniforme soit un polynôme d'ordre 4 [11, 119, 133].

### 2.4.3 Influence du plissage sur l'écoulement

Dans cette partie, nous étudions l'influence des caractéristiques géométriques du médium plissé à ouverture variable. Pour cela, nous considérons des média plissés de même densité de plissage et hauteur de pli, seul le paramètre  $\delta$  est différent. Pour rappel,  $\delta = \frac{h_s}{h_0}$  avec  $h_0$  et  $h_s$  sont représentées sur la figure 2.53. Les différents média plissés considérés dans cette section sont représentés à l'échelle sur la figure 2.54. Pour les calculs que nous avons réalisé, nous avons considéré que le débit total traversant le médium était le même.

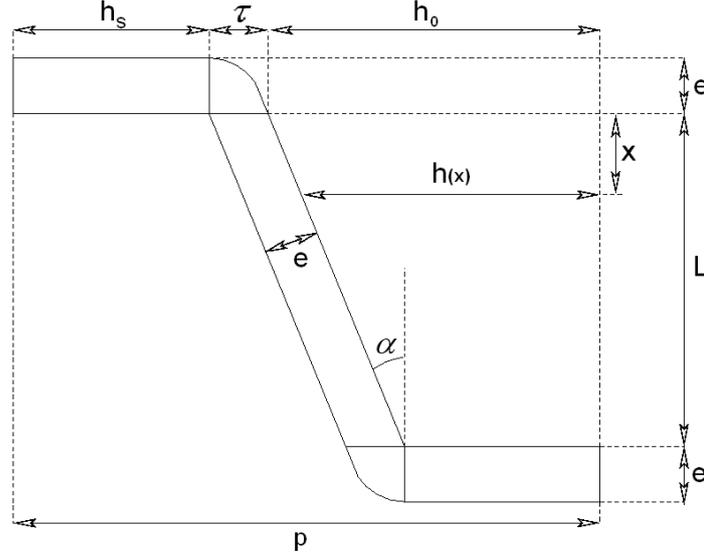


FIG. 2.53 – Schéma d'un pli à ouverture variable avec ces grandeurs caractéristiques.

La géométrie du pli est caractérisée par les équations suivantes avec les différents paramètres géométriques définis sur la figure 2.53 :

$$\begin{cases} p = h_s + h_e + \tau \\ p = 2h_s + L \tan \alpha + \tau \\ \delta = \frac{h_s}{h_e} \\ e = \tau \cos \alpha \end{cases} \quad (2.45)$$

À partir de ce système d'équations, nous déduisons  $h_e$ ,  $h_s$  et  $\alpha$  à partir de  $l$ ,  $\delta$ ,  $e$  et  $L$ , soit :

$$\begin{cases} (1 - \delta)h_e = L \tan \alpha \\ (1 + \delta)L \sin \alpha + (1 - \delta)e - l(1 - \delta) \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

La densité de plissage choisie est 8 plis pour 100mm, soit  $l = 6,25mm$  et une hauteur de pli  $L = 51mm$  pour le média plissé N687. Les géométries étudiées sont regroupées dans le tableau 2.3.

Les valeurs adimensionnées sont regroupées dans le tableau 2.4.

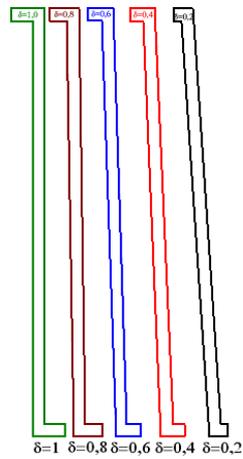


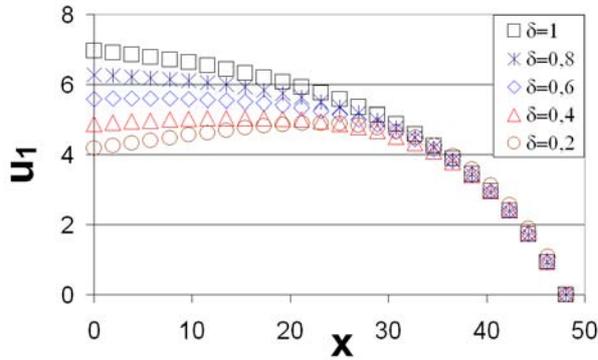
FIG. 2.54 – Représentation à l'échelle de plis à ouverture variable pour différentes valeurs de  $\delta$ . De gauche à droite :  $\delta = 1$ ,  $\delta = 0,8$ ,  $\delta = 0,6$ ,  $\delta = 0,4$  et  $\delta = 0,2$ .

$\delta$	$\frac{dh}{dx}$	$\alpha$ en degré	$h_e$ en mm	$h_s$ en mm
0,2	$-6,65 \cdot 10^{-2}$	3,80	4,00	0,80
0,4	$-4,28 \cdot 10^{-2}$	2,45	3,43	1,37
0,6	$-2,49 \cdot 10^{-2}$	1,43	3,00	1,80
0,8	$-1,12 \cdot 10^{-2}$	0,64	2,67	2,13
1,0	0	0,00	2,40	2,40

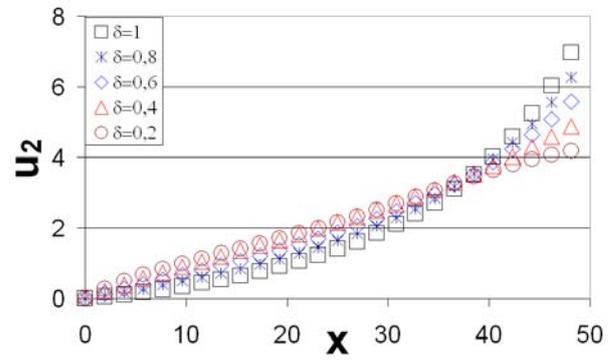
TAB. 2.3 – Caractéristiques des média plissés à ouverture variable.

$\delta$	L	k	e
0,2	12,025	$2,228 \cdot 10^{-5}$	0,363
0,4	14,023	$3,026 \cdot 10^{-5}$	0,423
0,6	16,033	$3,956 \cdot 10^{-5}$	0,483
0,8	18,015	$4,994 \cdot 10^{-5}$	0,543
1,0	20,042	$6,181 \cdot 10^{-5}$	0,604

TAB. 2.4 – Valeurs adimensionnées pour un pli à ouverture variable dans le cas du médium N687 avec une densité de plissage de  $8\text{plis}/100\text{mm}$  et une hauteur de pli de  $51\text{mm}$ .

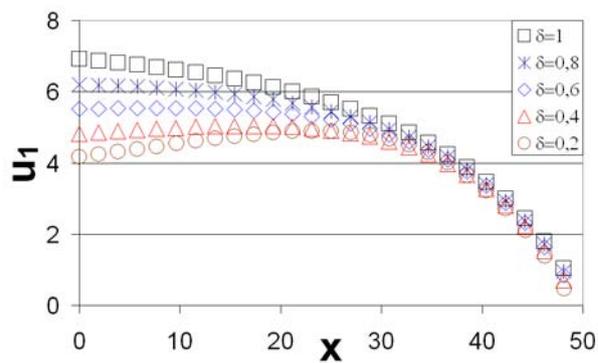


a. Pli d'entrée.

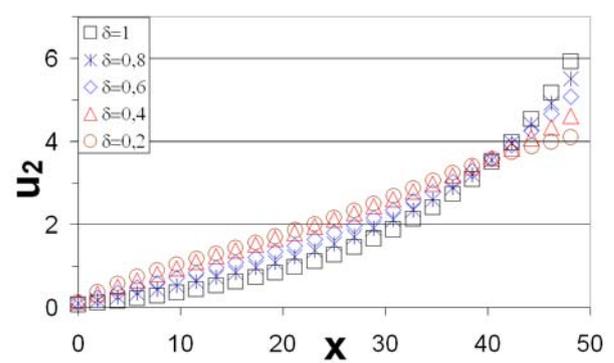


a. Pli de sortie.

FIG. 2.55 – Évolution de la vitesse dans le pli, en  $m.s^{-1}$ , pour différentes valeurs de  $\delta$  pour un médium plissé de même hauteur de pli et de même densité de plissage en fonction de la distance de l'entrée du pli,  $X$  en mm, pour le modèle à fond imperméable. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,6m/s$ .



a. Pli d'entrée.



b. Pli de sortie.

FIG. 2.56 – Évolution de la vitesse dans le pli, en  $m.s^{-1}$ , pour différentes valeurs de  $\delta$  pour un médium plissé de même hauteur de pli et de même densité de plissage en fonction de la distance de l'entrée du pli,  $X$  en mm, pour le modèle à fond poreux. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,6m/s$ .

Les courbes dans les figures 2.55 et 2.56 nous montrent l'évolution de la vitesse dans le pli d'entrée ainsi que dans le pli de sortie pour une même densité de plissage et pour différentes valeurs de  $\delta$ . À partir d'une certaine valeur de  $\delta$ , pour cet exemple  $\delta \leq 0,4$ , la moyenne de la composante longitudinale de la vitesse du pli d'entrée augmente avant de diminuer à nouveau le long du pli. Ceci est dû à la géométrie du pli d'entrée. En effet, dans ce cas, la diminution de l'ouverture du pli est plus rapide que la vitesse de filtration, il en résulte une augmentation de la vitesse moyenne dans le pli d'entrée.

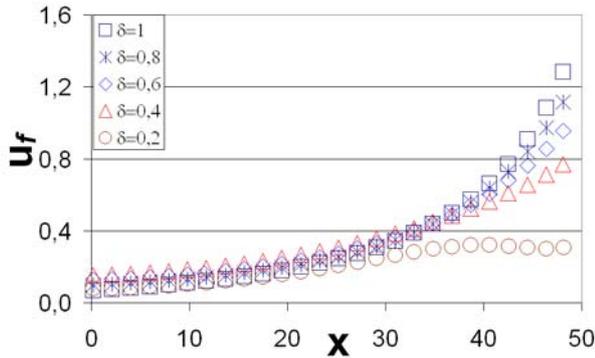


FIG. 2.57 – Fond imperméable

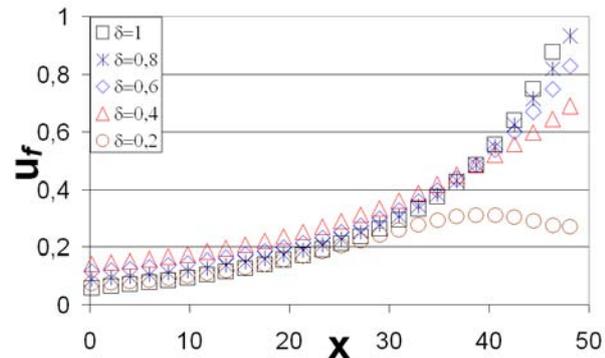


FIG. 2.58 – Fond poreux

Évolution de la vitesse de filtration  $u_f$ , en  $m/s$ , en fonction de la distance de l'entrée  $X$  du pli en  $mm$ , pour différentes valeurs de  $\delta$  pour une densité de 8 plis pour  $100mm$  et une hauteur de pli de  $51mm$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,6m/s$ .

Le choix de la géométrie du pli permet ainsi d'augmenter ou de diminuer l'homogénéité de la vitesse de filtration dans le pli. C'est un paramètre d'optimisation possible pour la phase de colmatage. En effet, comme on le verra un écoulement hétérogène permet d'augmenter le temps de colmatage. Cependant, cela contribue à augmenter la vitesse de filtration locale en particulier au fond du pli d'entrée. L'efficacité de capture des particules étant liée à la vitesse de filtration, il en résulte une diminution de l'efficacité, à partir d'une valeur seuil de vitesse de la filtration. Cependant, la figure 2.54 montre le faible écart entre les différentes géométries de pli. C'est pourquoi, il est difficile de jouer sur cet aspect géométrique en pratique. Par ailleurs, nous pouvons noter que la vitesse de filtration atteint pour  $\delta = 0,2$  un maximum qui ne coïncide pas au fond du pli.

La figure 2.59 représente la pression  $P$  en  $Pa$  le long du pli d'entrée et de sortie. La valeur de la pression à l'ordonnée à l'origine correspond à la chute de pression totale du média plissé. Ainsi, la chute de pression totale du média plissé est d'autant plus faible que  $\delta$  est petit. En effet, pour  $\delta = 1,0$ , la chute de pression totale est de  $76Pa$ , alors que pour  $\delta = 0,2$ , elle est de  $55Pa$ . Il est intéressant de noter que ces résultats sur la chute de pression, sont conformes à ceux obtenus par Caesar et Schroth [19].

À partir d'une certaine valeur de  $\delta$ , la pression dans le pli d'entrée n'a plus une évolution monotone par rapport à  $x$  mais augmente légèrement avant de diminuer. Le maximum de vitesse de filtration qui ne coïncide pas avec la fond du pli mais il est atteint avant le fond du pli.

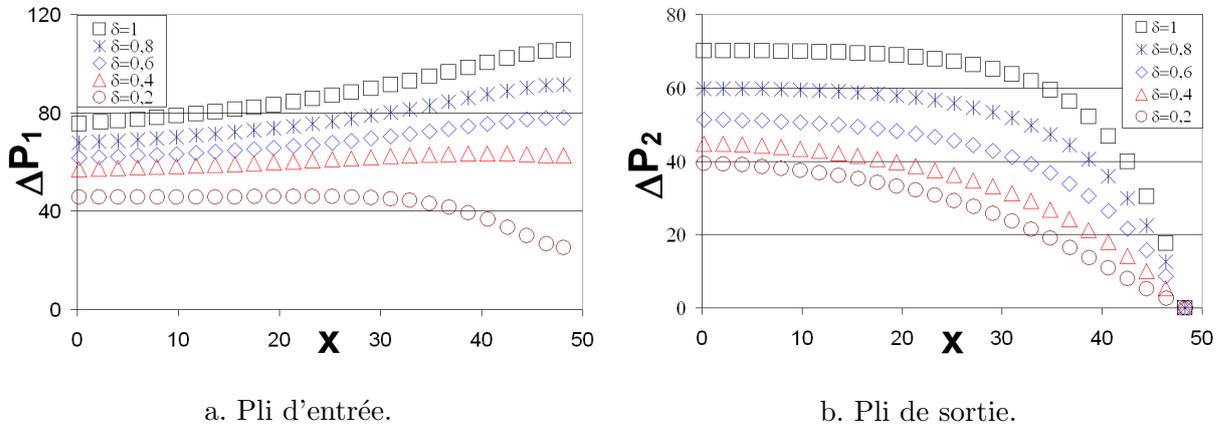


FIG. 2.59 – Évolution de la pression dans le pli en  $Pa$ , en fonction de la distance de l'entrée  $X$  du pli en  $mm$ , pour différentes valeurs de  $\delta$  pour une densité de 8 plis pour  $100mm$  et une hauteur de pli de  $51mm$  et pour un fond des plis imperméable. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,6m/s$ .

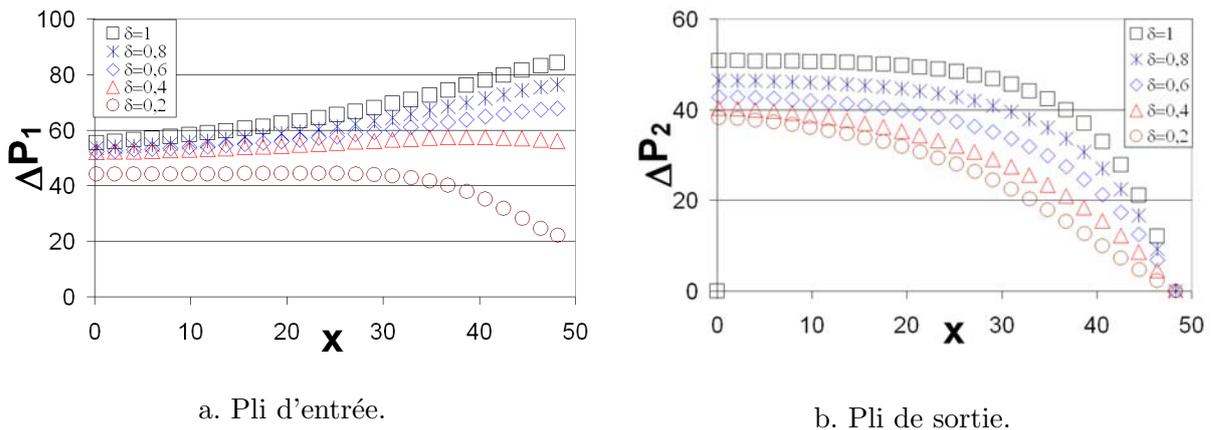


FIG. 2.60 – Évolution de la pression dans le pli, en fonction de la distance de l'entrée  $X$  du pli en  $mm$ , pour différentes valeurs de  $\delta$  pour une densité de 8 plis pour  $100mm$  et une hauteur de pli de  $51mm$  et pour un fond des plis poreux. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,6m/s$ .

## Évolution de la pression dans le pli d'entrée pour une vitesse de filtration uniforme

Nous venons de voir l'influence du paramètre géométrique  $\delta$  sur la pression le long du pli d'entrée. Afin de mieux comprendre cette contribution, nous faisons l'hypothèse d'un écoulement avec vitesse de filtration uniforme le long du pli. Cela nous permet de déterminer analytiquement le gradient de pression le long du pli d'entrée et de comprendre, dans un cas simple, l'influence de  $\delta$  sur la pression dans le pli d'entrée.

Nous rappelons l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.31), obtenue dans la partie 2.2.4 :

$$\begin{aligned} \left[ 1 - \frac{1}{2\bar{h}} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \frac{d\bar{u}_m^2}{d\bar{x}} + \frac{1}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{\bar{h}} \left( 1 + \left( \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 \right) \right] \bar{u}_m^2 \\ - \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{1}{Re_0} \left[ \bar{h} + 1 + \left( \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \right)^2 + \bar{h} \frac{d^2\bar{h}}{d\bar{x}^2} \right] \bar{u}_m \\ - \frac{2}{Re_0} \frac{1}{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \frac{d\bar{u}_m}{d\bar{x}} - \frac{1}{Re_0} \frac{d^2\bar{u}_m}{d\bar{x}^2} = - \frac{d\bar{P}_m}{d\bar{x}} \end{aligned}$$

Dans le cas d'une vitesse de filtration uniforme, l'équation de conservation de la masse (2.23) se résout analytiquement. Nous obtenons alors :

$$\bar{u}_m(\bar{x}) = \frac{1}{\bar{h}(\bar{x})} \left( 1 - \frac{Re_w}{Re_0} \bar{x} \right), \text{ avec } \bar{h}(\bar{x}) = 1 - \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \bar{x}$$

Nous pouvons alors déduire les différentes contributions de la vitesse dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Afin d'alléger les notations, nous omettrons volontairement les barres horizontales, cependant, les variables considérées ici, sont toutes adimensionnées. Soit :

$$\begin{cases} \frac{du_m}{dx} = -\frac{1}{h^2} \left( \frac{Re_w}{Re_0} + \frac{dh}{dx} \right) \\ \frac{d^2u_m}{dx^2} = \frac{2}{h^3} \left( \frac{Re_w}{Re_0} + \frac{dh}{dx} \right) \\ u_m^2 = \frac{1}{h^2} \left( 1 - 2\frac{Re_w}{Re_0}x + \frac{Re_w^2}{Re_0^2}x^2 \right) \\ \frac{du_m^2}{dx} = -\frac{2}{h^3} \left( \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \left( 1 - x \left( \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \right) \right) \right) \end{cases} \quad (2.47)$$

Connaissant l'évolution de la vitesse moyenne dans le pli d'entrée ainsi que ses dérivées respectives, il est possible de déterminer le gradient de pression :

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_m}{dx} = & \frac{2}{h^3} \underbrace{\left[ 1 - \frac{1}{2h} \left( 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right) \right]}_{C(x)} \underbrace{\left[ \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \left( 1 - x \left( \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \right) \right) \right]}_{\geq 0}^{A(x)} \\
 & - \frac{1}{h^3} \underbrace{\left[ \frac{3}{2} - \frac{1}{h} \left( 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right) \right]}_{D(x)} \underbrace{\left[ 1 + \frac{Re_w}{Re_0} x \left( \frac{Re_w}{Re_0} x - 2 \right) \right]}_{\geq 0}^{B(x)} \underbrace{\frac{dh}{dx}}_{< 0} \\
 & + \frac{1}{h^3} \underbrace{\left[ h + 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right]}_{> 0} \underbrace{\left( 1 - \frac{Re_w}{Re_0} x \right)}_{\geq 0} \underbrace{- \frac{2}{Re_0} \frac{1}{h^3} \frac{dh}{dx}}_{< 0} \underbrace{\left( \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \right)}_{> 0}
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Dans l'équation 2.48, les deux derniers termes sont les contributions visqueuses. Nous pouvons remarquer qu'elles contribuent à augmenter le gradient de pression puisqu'elles sont positives. En effet, la conservation de la masse implique la relation :  $\frac{Re_w}{Re_0} = \frac{1}{L}$ . De plus, comme nous faisons l'hypothèse que  $\frac{dh}{dx}$  est constant, alors nous avons :  $\frac{dh}{dx} = \frac{h_S - 1}{L}$ . C'est pourquoi :

$$\frac{Re_w}{Re_0} + \frac{dh}{dx} = \frac{h_S}{L} > 0$$

De plus comme  $x \leq L$ , alors  $1 - \frac{Re_w}{Re_0} x = 1 - \frac{x}{L} \geq 0$ .

Les deux premiers termes du membre de droite de l'équation (2.48) sont associés aux effets inertiels. Tous deux, peuvent avoir un signe négatif à partir d'une certaine valeur de  $x$ . À présent, analysons ces différentes contributions.  $A = \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \left( 1 - x \left( \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} \right) \right)$  est une fonction linéaire de  $x$ . Pour  $x = 0$ ,  $A(0) = \frac{dh}{dx} + \frac{Re_w}{Re_0} > 0$ . Et pour  $x = L$ , alors  $A = 0$ . Nous en déduisons que  $A \geq 0$ .

Le terme  $B(x) = 1 + \frac{Re_w}{Re_0} x \left( \frac{Re_w}{Re_0} x - 2 \right)$  est un polynôme du second degré en  $x$ , dont la racine double est  $L$ , donc  $B(x) = 1 + \frac{Re_w}{Re_0} x \left( \frac{Re_w}{Re_0} x - 2 \right) \geq 0$ .

Étudions à présent les signes respectifs de  $C(x)$  et  $D(x)$  :

$$C(x) = 1 - \frac{1}{2h} \left( 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right) \geq 0 \Leftrightarrow 1 + 2 \frac{dh}{dx} x - \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \geq 0$$

D'où :

$$C(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \left( \frac{dh}{dx} - \frac{1}{\frac{dh}{dx}} \right)$$

Si on définit  $\beta$  tel que  $\beta = \left| \frac{dh}{dx} \right|$ , alors :

$$C(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\beta} - \beta \right)$$

Nous trouvons pour  $D(x)$  :

$$D(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\beta} - 2\beta \right)$$

Ainsi, pour un médium plissé ayant une densité de plissage de 8 plis pour 100mm et une hauteur de pli de 51mm, nous obtenons la courbe 2.61.  $x_1$  et  $x_2$  représentent les valeurs de  $x$ , pour lesquelles  $C(x)$  et  $D(x)$  respectivement changent de signe.

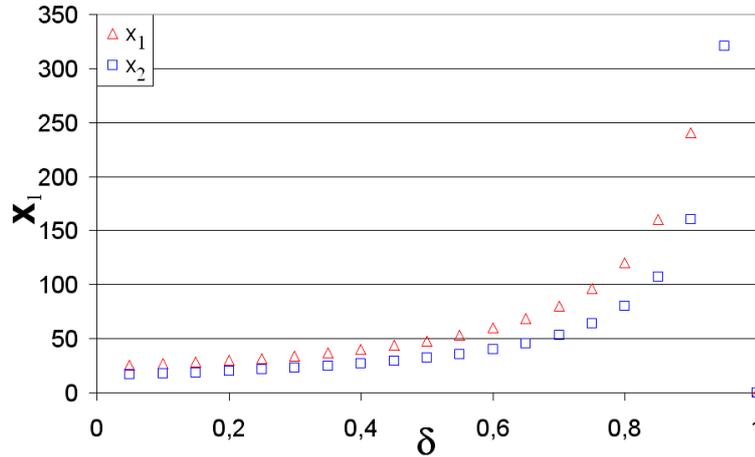
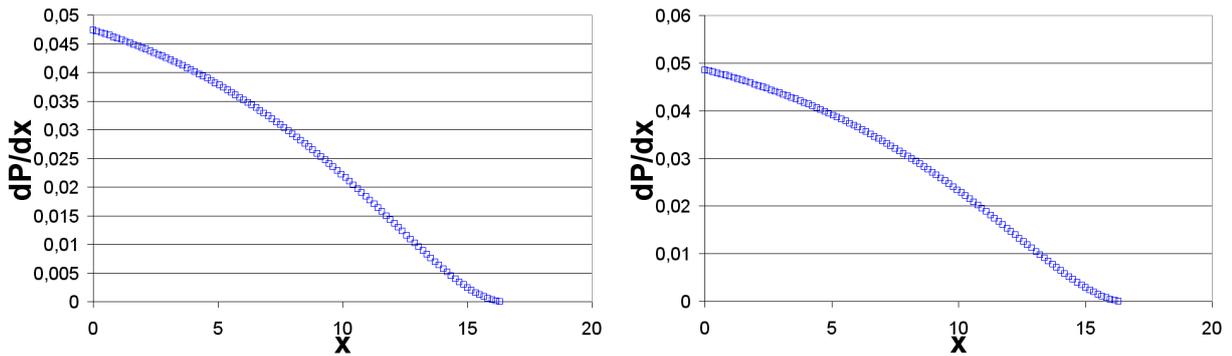


FIG. 2.61 – Evolution de la valeur de  $x_l$  en fonction de  $\delta$  pour un médium de 8 plis pour 100mm et 51mm de hauteur.

Nous remarquons, sur le graphique 2.61, que les valeurs  $x_1$  et  $x_2$  sont très rapidement inférieures à la hauteur du pli. Ainsi, pour  $\delta$  en dessous de 0,65 pour  $C$  et 0,5 pour  $D$ , les valeurs pour lesquelles  $C$  et  $D$  changent de signe sont inférieures à la longueur du pli.



a. Vitesse de filtration  $u_{f_m} = 0,45m/s$ .

b. Vitesse de filtration  $u_{f_m} = 0,25m/s$ .

FIG. 2.62 – Évolution du gradient de pression du pli d'entrée, adimensionné par  $\rho u_0^2$ , en fonction de l'abscisse adimensionnée par  $h_0$ ,  $X$ , d'un médium plissé dans le cas d'une vitesse de filtration uniforme. Densité de 8 plis pour 100mm, hauteur de pli 51mm et  $\delta = 0,5$ .

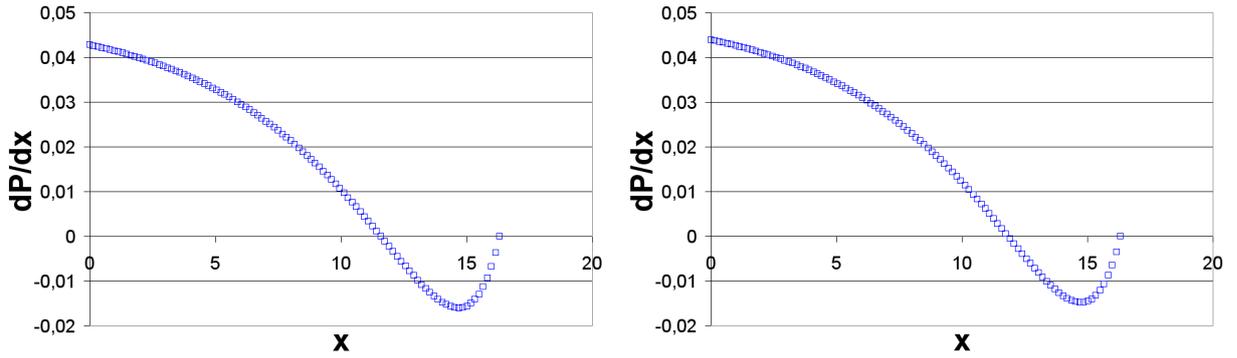
a. Vitesse de filtration  $u_{f_m} = 0,45\text{m/s}$ .b. Vitesse de filtration  $u_{f_m} = 0,25\text{m/s}$ .

FIG. 2.63 – Évolution du gradient de pression du pli d'entrée, adimensionné par  $\rho u_0^2$ , en fonction de l'abscisse adimensionnée par  $h_0$ ,  $X$ , d'un médium plissé dans le cas d'une vitesse de filtration uniforme le long du pli. Densité de 8 plis pour  $100\text{mm}$ , hauteur de pli  $51\text{mm}$  et  $\delta = 0,35$ .

Nous avons représenté l'évolution du gradient de pression,  $\frac{dP_m}{dx}$  déterminé analytiquement, équation (2.48), le long du pli sur les figures 2.62 et 2.63. Ces figures représentent l'évolution du gradient de pression pour un pli de  $51\text{mm}$  de hauteur de pli et 8 plis pour  $100\text{mm}$  à partir des caractéristiques du médium *N687*. La figure 2.62 est obtenue pour  $\delta = 0,5$  et des vitesses de filtration moyenne  $u_{f_m} = 0,45\text{m/s}$  et  $u_{f_m} = 0,25\text{m/s}$ , soit respectivement  $Re_w = 82$  et  $Re_w = 46$ . La figure 2.63 est réalisée pour  $\delta = 0,35$  pour les mêmes vitesses de filtration.

Nous pouvons remarquer que le changement de signe de  $\frac{dP_m}{dx}$  dépend de la géométrie du pli. Ce résultat est particulièrement intéressant, puisque c'est la différence locale de pression entre le pli d'entrée et de sortie qui fixe la vitesse de filtration. Or une décroissance de la pression dans le pli d'entrée conduit à une homogénéisation de l'écoulement, comme cela est illustré par les figures 2.57 et 2.58 pour  $\delta = 0,4$ , puis à un déplacement du maximum de vitesse de filtration, pour  $\delta = 0,2$ . Celui-ci est alors situé avant le fond du pli. Cela permet de comprendre pourquoi, dans certains cas, constatés par les industriels dans le domaine de la filtration, la poussière ne se dépose pas dans le fond du pli en laissant une partie du pli quasiment propre.

Il est possible de déterminer, analytiquement pour le cas d'une vitesse de filtration uniforme, la géométrie à partir de laquelle, le gradient de pression change de signe. Cela permettra de dimensionner le médium plissé de telle sorte que la totalité du médium plissé serve à la filtration.

#### 2.4.4 Recherche de la densité de pli optimale

La recherche de la densité de pli optimale d'un médium plissé fait partie des préoccupations industrielles. Nous présenterons le modèle analytique de Chen et al. [24], et le modèle de Del Fabbro. Le "modèle" de Del Fabbro n'est en fait qu'une formule empirique calibrée sur des résultats expérimentaux [43, 44].

$$\frac{\Delta P}{e\tilde{R}u_f} = \left(1 + \frac{(L+2e)e}{p^2}\right)^{460} \left(\frac{\mu}{e^2\tilde{R}}\right)^{0,7} \cdot 10^{\frac{0,7\left(\frac{\mu}{e^2\tilde{R}}\right)^{0,7}\left(\frac{L+2e}{p}\right)^2}{\log\left(1 + \frac{L+2e}{e}\frac{1}{Re}\right)}}$$

Le modèle de Chen et al. est basé sur les hypothèses suivantes :

- écoulement de Poiseuille dans le pli d'entrée et de sortie.
- la loi de *Darcy* contrôle la chute de pression du milieu poreux.

– la chute de pression totale est la somme de la chute de pression du milieu poreux et de l'écoulement dans le pli (canal droit).

Ils déterminent alors le ratio entre la chute de pression dans le canal  $\Delta P_c$  due aux forces de viscosités et la chute de pression due au médium fibreux  $\Delta P_m$  :

$$\frac{\Delta P_c}{\Delta P_m} \approx \frac{8k}{eL} \left( \frac{L}{2h} \right)^3$$

Ainsi, si  $\Delta P_m = \frac{\mu e}{k} u_{f_m}$ , comme les auteurs le proposent, alors la chute de pression totale est :

$$\Delta P \approx \underbrace{\frac{\mu e}{k} u_{f_m}}_{=\Delta P_m} + \underbrace{\frac{8\mu}{L} \left( \frac{L}{2h} \right)^3 u_{f_m}}_{=\Delta P_c} \quad (2.49)$$

Ces auteurs se sont intéressés à des écoulements dans des filtres plissés pour de faibles vitesses de filtration. Dans ce cas, la chute de pression du médium plissé dépend linéairement de la vitesse de filtration, comme le montre l'équation (2.49).

Pour les plus grandes valeurs de vitesses de filtration, la chute de pression est en fait une fonction quadratique de la vitesse de filtration. En effet, pour les grandes vitesses de filtration, ou plus précisément lorsque le nombre de *Reynolds* est important la transition vers un comportement non-linéaire apparaît. Ce comportement non-linéaire n'est pas dû à la transition vers un écoulement turbulent. Si nous analysons le nombre de *Reynolds* des fibres, qui peut atteindre une valeur de 1,6, l'écoulement dans le milieu poreux reste laminaire. Si nous nous intéressons à présent au nombre de *Reynolds* des plis, qui a une valeur comprise entre 100 et 2000, l'écoulement pariétal prévient l'apparition de la turbulence, comme nous l'avons vu dans l'étude bibliographique. La fin du comportement linéaire est due aux effets inertiels. L'équation de Darcy-Forchheimer, équation (2.50) est alors proposée pour prendre compte de ces effets [90].

$$\Delta P = \gamma \mu u_{f_m} + \beta \rho u_{f_m}^2 \quad (2.50)$$

De nombreux travaux ont par la suite tenté de déterminer si cette loi est valide pour tout le domaine de débit. Ainsi, des suggestions ont été faites pour ajouter un terme cubique en vitesse à l'équation, Dullien [36] cite ainsi Polubarinova-Kochina et Irmay. Cependant, un grand nombre de résultats expérimentaux sont en accord avec l'équation de Forchheimer. Ainsi, d'après Dullien [36], l'équation de Forchheimer est adéquate pour décrire la physique des écoulements dans les milieux poreux en présence d'effets d'inerties.

C'est la raison pour laquelle, la formule proposée par Chen et al. ne convient pas pour les plus grandes vitesses de filtrations.

Nous allons tenter, à présent, de comprendre plus finement l'écoulement dans le pli d'entrée et de sortie afin d'améliorer le modèle analytique de Chen et al.. Si nous faisons l'hypothèse simplificatrice d'une vitesse de filtration uniforme, alors, l'évolution du débit dans le pli d'entrée et de sortie est connue. Des auteurs comme Berman [11], Yuan [133] et Terrill [119, 120] ont déterminé l'écoulement dans cette configuration. Nous allons utiliser ces résultats pour déterminer la chute de pression dans le pli ainsi que celle du médium plissé.

Plus précisément, nous déterminons la chute de pression totale dans le médium plissé dans le cas des faibles puis des grand *Reynolds* de filtration  $Re_w$ . Nous désignerons le premier modèle par modèle de Chen et al. modifié et le second par modèle grand *Reynolds*. Pour les faibles valeurs de  $Re_w$ , nous utilisons les résultats de Berman pour déterminer la chute de pression,  $\Delta P_B$ , dans le pli de sortie, soit

$$\Delta P_{c_B} = \frac{9}{2}\mu\frac{L^2}{h^3}u_{f_m} + \frac{243}{70}\rho\frac{L^2}{h^2}u_{f_m}^2$$

$$\Delta P_{B_t} = \underbrace{\frac{\mu e}{k}u_{f_m}}_{\Delta P_m} + \underbrace{\left(\frac{9}{2}\mu\frac{L^2}{h^3}u_{f_m} + \frac{243}{70}\rho\frac{L^2}{h^2}u_{f_m}^2\right)}_{\Delta P_c} \quad (2.51)$$

Si nous nous plaçons dans le cas des grandes valeurs de  $Re_w$ , alors, à partir des résultats de Yuan [133] et de Terrill [120], nous obtenons :

$$\Delta P_{c_T} \approx 3,0735\mu\frac{L^2}{h^3}u_{f_m} + \frac{3\pi^2}{8}\rho\frac{L^2}{h^2}u_{f_m}^2 \quad (2.52)$$

Nous déduisons ainsi la chute de pression totale dans le médium plissé,  $\Delta P_{B_t}$  et  $\Delta P_{T_t}$ , en prenant en compte la contribution du médium poreux :

$$\begin{aligned} Re_w \ll 0 \quad \Delta P_{B_t} &\approx \underbrace{\frac{\mu e}{k}u_{f_m}}_{\Delta P_m} + \underbrace{\left(\frac{9}{2}\mu\frac{L^2}{h^3}u_{f_m} + \frac{243}{70}\rho\frac{L^2}{h^2}u_{f_m}^2\right)}_{\Delta P_{c_B}} \\ Re_w \gg 0 \quad \Delta P_{T_t} &\approx \underbrace{\frac{\mu e}{k}u_{f_m}}_{\Delta P_m} + \underbrace{\left(3,0735\mu\frac{L^2}{h^3}u_{f_m} + \frac{\pi^2}{8}\rho\frac{L^2}{h^2}u_{f_m}^2\right)}_{\Delta P_{c_T}} \end{aligned} \quad (2.53)$$

L'intérêt des résultats 2.53 est de prendre en compte les effets inertiels de l'écoulement contrairement au modèle de Chen et al..

Nous allons comparer les modèles de Del Fabbro, Chen et al., ainsi que les deux modèles que nous proposons aux résultats expérimentaux de Del Fabbro puis aux nôtres.

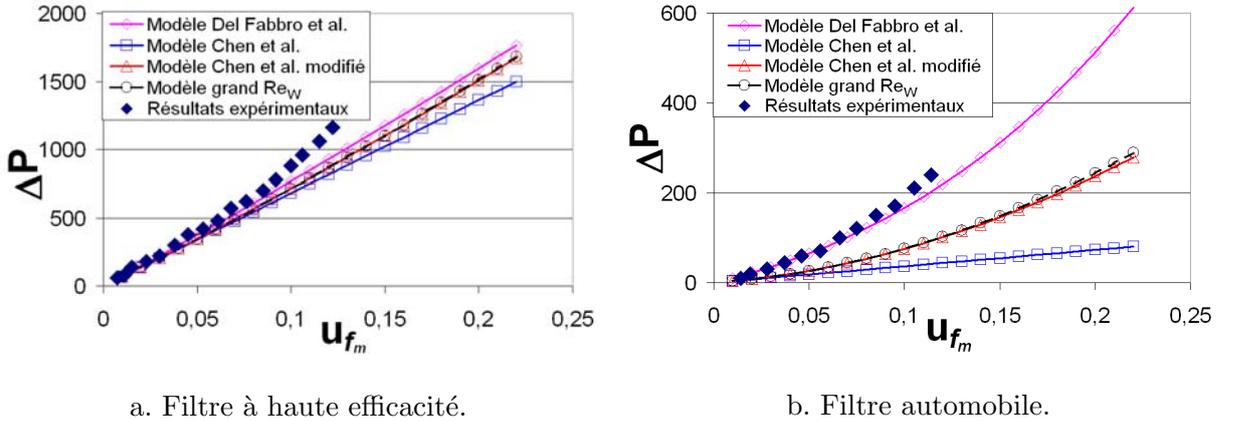
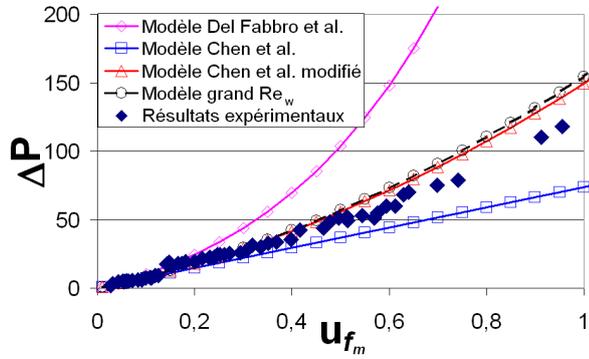


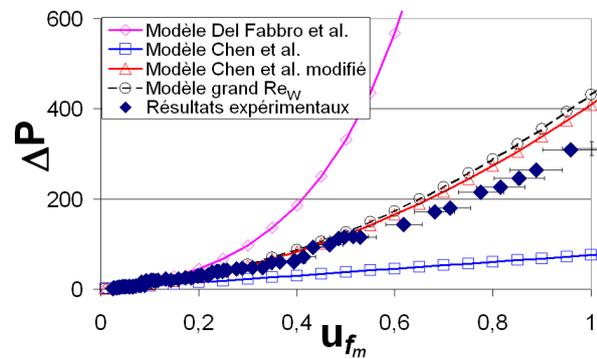
FIG. 2.64 – Évolution de la chute de pression totale de média plissé en Pa en fonction de la vitesse de filtration moyenne,  $u_{f_m}$  en  $m/s$ , pour les résultats expérimentaux de Del Fabbro [43].

Les figures numérotées de 2.64 à 2.66 représentent l'évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en  $Pa$ , en fonction de la vitesse de filtration moyenne  $u_{f_m}$ . La figure 2.64 correspond aux résultats expérimentaux de Del Fabbro [43] pour les filtres HEPA et automobile. Les figures 2.65 et 2.66 correspondent à nos résultats expérimentaux.

Nous pouvons observer sur la figure 2.64 que le modèle empirique de Del Fabbro est le mieux adapté à ses résultats expérimentaux. Il apparaît aussi une différence entre le modèle de Chen

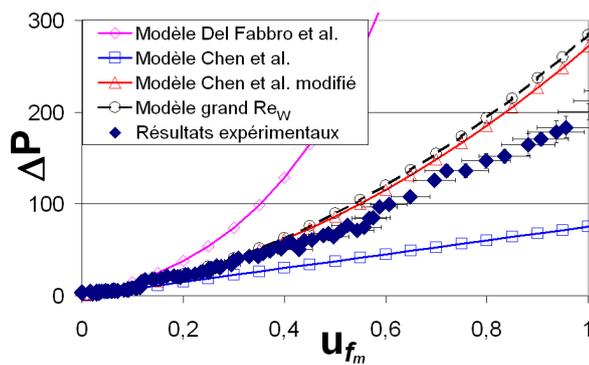


a. Hauteur de pli 25mm.

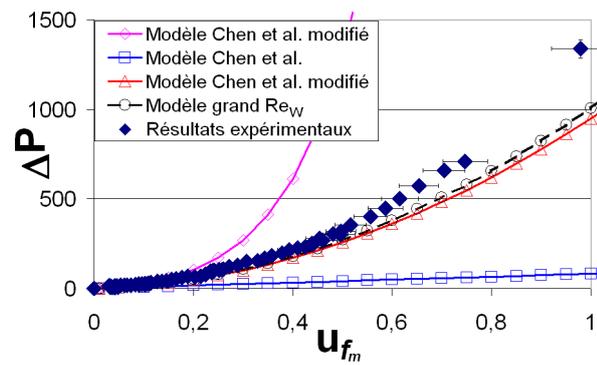


b. Hauteur de pli 51mm.

FIG. 2.65 – Évolution de la chute de pression totale de média plissé,  $\Delta P$  en Pa, en fonction de la vitesse de filtration moyenne,  $u_{f_m}$  en  $m/s$ . Le médium N687 est plissé à une densité de 8 plis pour 100mm.



a. Hauteur de pli 25mm.



b. Hauteur de pli 51mm.

FIG. 2.66 – Évolution de la chute de pression totale de média plissé en Pa en fonction de la vitesse de filtration moyenne,  $u_{f_m}$  en  $m/s$ . Le médium N687 est plissé à une densité de 12 plis pour 100mm.

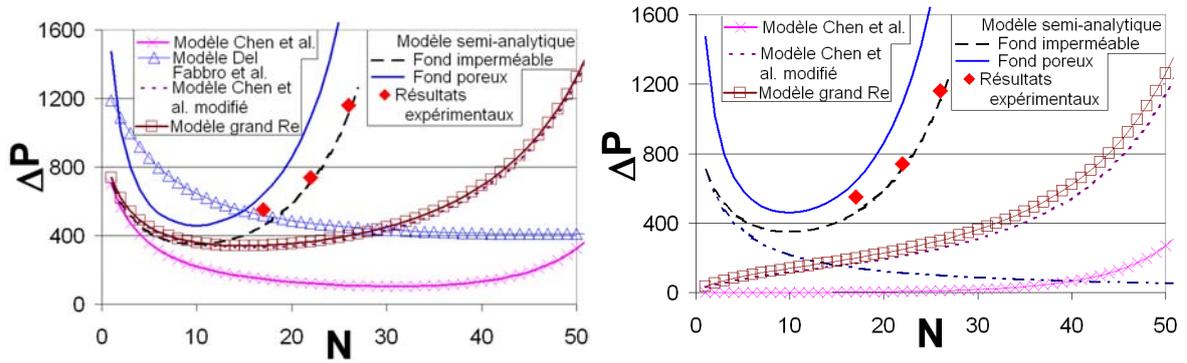


FIG. 2.67 – Chute de pression  $\Delta P$  en  $Pa$  du médium plissé en fonction du nombre de pli  $N$  du médium plissé.

et al. et les deux autres modèles proposés. Cependant, ces modèles restent très éloignés des résultats expérimentaux de Del Fabbro.

Lorsque nous nous intéressons aux résultats expérimentaux obtenus lors de notre étude, figures 2.65 et 2.66, nous remarquons que le modèle de Del Fabbro donne dans tous les cas des résultats satisfaisants pour les vitesses de filtrations moyennes inférieures à  $0,1m/s$ . Cependant, pour les vitesses de filtrations supérieures, l'écart entre le modèle et les essais sont très importants.

L'écart entre les résultats expérimentaux et le modèle de Del Fabbro est du à la limite de ce modèle empirique pour les vitesses de filtration importantes. En effet, pour les grandes vitesses de filtrations, c'est à dire pour un régime inertiel, la chute de pression est une fonction quadratique de la vitesse de filtration moyenne. Or, si nous étudions  $\lim_{u_f \rightarrow \infty} \frac{\Delta P}{u_f^2}$  pour le modèle de Del Fabbro et al., nous obtenons une valeur infinie. Ceci est en contradiction avec la loi de *Darcy-Forchheimer*.

Le modèle de Chen et al. n'est pas non plus adapté à nos résultats expérimentaux puisque, pour ce modèle, la chute de pression varie linéairement avec la vitesse de filtration moyenne contrairement aux résultats expérimentaux.

Les deux modèles analytiques proposés (modèle de Chen et al. modifié et modèle grand *Reynolds*) prennent en compte les effets inertiels. Cela permet à ces deux modèles de donner des résultats plus satisfaisants que les modèles de Del Fabbro et Chen et al. pour  $u_{f_m} > 0,1m/s$ . Nous observons néanmoins des différences pour les plus grandes vitesses de filtration.

La comparaison des modèles analytiques et du modèle empirique avec les résultats expérimentaux a montré que la chute de pression n'est pas déterminée précisément par les modèles. La faiblesse de ces modèles comparées à notre modèle semi-analytique complet peut être également illustré dans l'évaluation de la densité de pli optimale.

À cette fin, nous avons représenté sur les figures 2.67 et 2.68, la chute de pression en fonction du nombre de pli total pour les différents modèles ainsi que nos expériences. Le filtre est constitué par un médium fibreux N1209, dont les caractéristiques sont données par le tableau 2.2, page 96. La perméabilité du médium fibreux est  $k = 228\mu m^2$  pour une épaisseur totale de  $e = 2,85mm$ . Le panneau filtrant possède une laize utile de  $l_2 = 89mm$ , une longueur  $l_1 = 220mm$  et une hauteur de pli  $L + 2e = 55mm$ . La figure 2.67 montre les résultats obtenus pour un débit  $Q = 389m^3/h$  et la figure 2.68 pour un débit  $Q = 576m^3/h$ .

Nous pouvons constater sur les graphiques 2.67 et 2.68 que le modèle semi-analytique avec

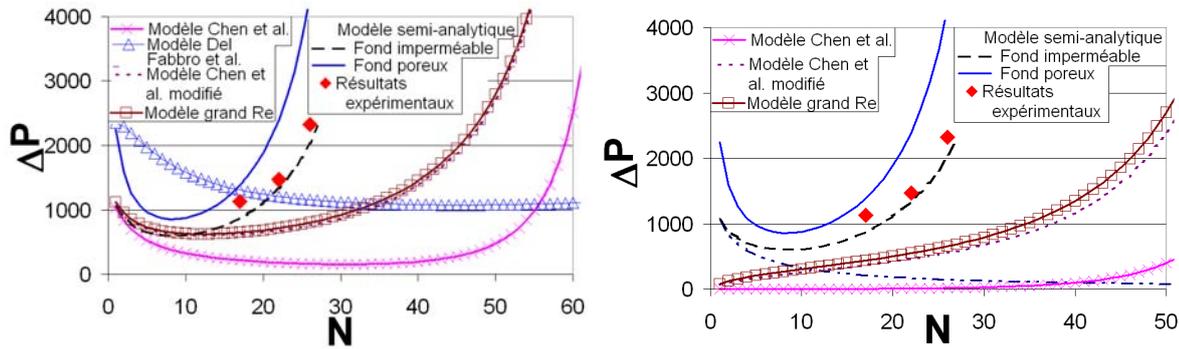


FIG. 2.68 – Chute de pression  $\Delta P$  en  $Pa$  du médium plissé en fonction du nombre de pli  $N$  du médium plissé.

fond imperméable et fond poreux ayant la même perméabilité que le reste du médium, donne un encadrement des résultats expérimentaux. De plus, il est important de remarquer que nous obtenons la même zone d'optimum en nombre de pli pour les deux configurations de médium plissé (fond de pli poreux et fond de pli imperméables). Ceci est particulièrement intéressant, car, dans la pratique, la perméabilité du fond des plis n'est pas connue.

Lorsque nous faisons varier le débit volumique, de  $Q = 389m^3/h$  à  $Q = 576m^3/h$ , le nombre de plis correspondant au minimum de chute de pression diminue, passant de 15 pli à 8-9 plis. Le fait que le nombre de plis dépende du débit est ici lié à l'influence des effets inerties qui rendent non-linéaire la relation entre le débit et la chute de pression.

La linéarité de la dépendance de la pression par rapport à la vitesse de filtration permet d'expliquer dans ce cas l'indépendance du nombre optimal de pli par rapport à la vitesse de filtration.

Sur les figures 2.67 et 2.68, nous avons représenté le modèle de Del Fabbro et al. et les modèles analytiques. Les courbes de gauche représentent l'évolution de la chute de pression totale du médium plissé évaluée par ces modèles, le nombre optimal de plis correspond au minimum de la courbe de chute de pression.

Les graphiques de droite discriminent la contribution due à la géométrie employée  $\Delta P_c$  de celle due au médium poreux  $\Delta P_m$ , cf équation (2.53) et (2.49). Le nombre optimal de plis correspond à l'intersection de la courbe  $\Delta P_m$  avec la courbe  $\Delta P_c$ .

Nous pouvons voir que le modèle de Del Fabbro et al. et Chen et al. ne conviennent pas pour le domaine de vitesse de filtration, et/ou pour les média fibreux utilisés. En effet, le minimum de la courbe obtenue par le modèle de Del Fabbro et al. est obtenu pour 47 – 48 plis pour un débit  $Q = 389m^3/h$  contre 8 à 9 plis pour le modèle semi-analytique. Pour un débit  $Q = 576m^3/h$ , le modèle de Del Fabbro et al. obtient un optimum à 46, alors que celui-ci est entre 8 et 9 plis pour le modèle semi-analytique. L'optimum pour le modèle de Chen et al. est de 31, indépendamment du débit considéré.

Les deux modèles qui prennent en compte les effets inertiels donnent des résultats très proches l'un de l'autre. La courbe de gauche donne un nombre de pli optimum de 15 et entre 15 et 16 plis respectivement pour le modèle à grands *Reynolds* et le modèle Chen et al. modifié pour  $Q = 389m^3/h$ . L'optimum en nombre de pli devient 12 et 13 plis dans le même ordre pour un débit  $Q = 576m^3/h$ . Les résultats obtenus sont plus proches que ceux des modèles de Del Fabbro et al. et Chen et al.. Cependant, les résultats demeurent différents des résultats du modèle semi-analytique, cf. figures 2.67 et 2.68.

Pour le modèle de Chen et al., le nombre optimum de plis est 40. Pour le modèle à grand *Reynolds*, il est de 14 et 10 – 11 plis respectivement pour les débits  $Q = 389m^3/h$  et  $Q = 576m^3/h$ . Le nombre optimum de plis pour le modèle de Chen et al. modifié est 15 et 12 plis pour respectivement les débits  $Q = 389m^3/h$  et  $Q = 576m^3/h$ .

Même si la prise en compte de l'inertie de l'écoulement permet d'améliorer les résultats, le couplage est trop important pour que nous puissions réaliser un calcul analytique. Ceci est cohérent avec le fait que la vitesse de filtration n'est en fait pas du tout uniforme dans nos situations. Ainsi, nous avons pu voir que dans le cas de modèle linéaire le nombre optimum de plis dépend uniquement de la géométrie et des caractéristiques du médium poreux, comme l'avait remarqué Yu et Goulding[131]. Par contre, dès que les effets inertiels doivent être pris en compte, l'optimum dépend de la vitesse de filtration et seul notre modèle semi-analytique permet de prédire correctement l'optimum.

### 2.4.5 Impact d'une compression variable du médium le long du pli

Nous nous intéressons, dans cette partie, à l'impact de la compression du médium sur l'écoulement dans le pli. Les calculs ont été réalisés pour quatre configurations différentes. La première configuration correspond à un médium non compressé, ayant une porosité  $\varepsilon_0$ . La seconde correspond à un médium compressé uniformément avec une porosité  $0,95\varepsilon_0$ . Les deux autres configurations correspondent à un médium compressé dont la porosité varie linéairement le long du pli. Nous désignerons par *compression1* celui dont la porosité est maximale au fond du pli et par *compression2*, celui dont la porosité est minimal au fond du pli.

La perméabilité du médium compressé est déterminée en utilisant le modèle de perméabilité proposé précédemment dans la partie consacrée à l'échelle du médium fibreux. Le médium sans compression possède les caractéristiques du N687. L'épaisseur est déduite du grammage du médium et de la porosité de celui-ci. Nous avons donc :

- $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_0}{L}x$
- l'épaisseur du médium :  $e(x) = \frac{m}{\rho(1-\varepsilon(x))}$
- la perméabilité est déterminée en utilisant les résultats sur le médium plan (voir dans la section 1.3.2 à la page 41).

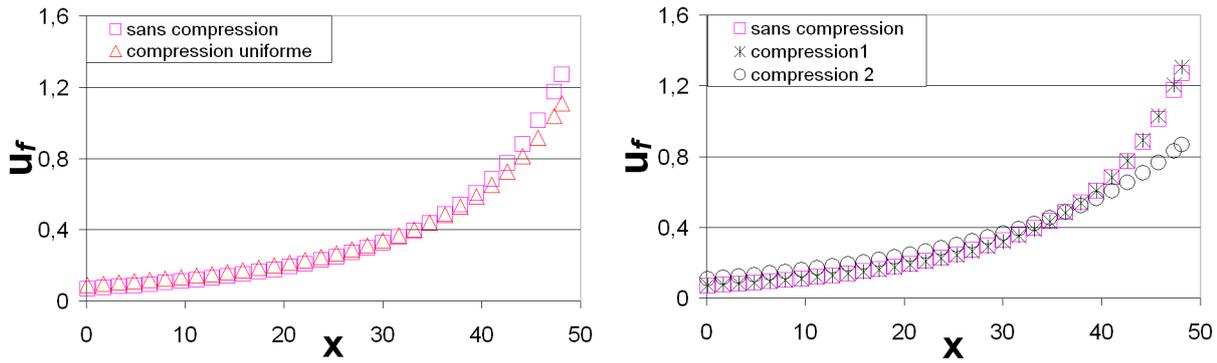
Nous comparons, sur le graphique de gauche de la figure 2.69, la vitesse de filtration pour une compression uniforme au cas sans compression. Nous pouvons voir que la compression uniforme ne modifie pas significativement l'évolution de la vitesse de filtration. Cependant, elle contribue à uniformiser la vitesse de filtration.

Le figure 2.69 b montre l'évolution de la vitesse de filtration pour les configurations ayant une porosité variable. Lorsque le médium est compressé au fond du pli, *compression2*, alors la vitesse de filtration est plus homogène que pour un pli sans compression. Par contre, dans la configuration opposée, *compression1*, il n'y a pas de différence avec le médium non compressé.

Ainsi, la compression du médium influe sur la répartition de l'écoulement dans le pli selon le mode de compression. Si la compression est uniforme ou bien, si la perméabilité est plus faible dans le fond des plis qu'au début des plis, alors l'écoulement est plus uniforme. Cependant, dans le cas inverse, où la perméabilité est plus importante dans le fond du pli, il n'y a pas d'influence significative sur l'écoulement.

## 2.5 Conclusion sur l'étude de l'aérodynamique dans un pli

L'étude de l'aérodynamique d'un pli a mis en exergue plusieurs spécificités de ce type d'écoulement. La comparaison entre les résultats obtenus avec le logiciel *Fluent* et les résultats expérimentaux



a. Sans compression et compression uniforme le long du pli.

b. Sans compression et compression variable le long du pli.

 FIG. 2.69 – Évolution de la vitesse de filtration  $u_f$  en  $m/s$  le long du pli  $X$  en  $mm$ . Pour 8 plis pour  $100mm$  et  $51mm$  de hauteur de pli. Le médium fibreux est le N687.

a mis en évidence qu'une représentation simplifiée de la géométrie du pli rendait compte du comportement de celui-ci. Nous avons mis en évidence que les effets inertiels ne sont pas négligeables dans le domaine de la filtration de l'air. Il en résulte que la chute de pression du médium plissé est une fonction quadratique de la vitesse de filtration moyenne. Cette étude préliminaire avec le logiciel Fluent a permis de déterminer la chute de pression due à la contraction de l'écoulement à l'entrée et celle due à sa divergence à la sortie du pli. Pour un pli à ouverture uniforme ces effets de bord peuvent représenter jusqu'à 20% de la chute de pression totale. En revanche, pour un pli à ouverture variable, ces effets deviennent négligeables.

Nous savions déjà que pour un écoulement dans un canal avec vitesse pariétale uniforme l'écoulement est affine. Cet écoulement est caractérisé par des profils uniformes en aspiration [119] et des profils sinusoïdaux dans un canal en injection [133, 120].

Dans un filtre à air, la vitesse de filtration n'est pas uniforme [106, 45]. Notre étude a cependant mis en évidence que l'hypothèse d'affinité de l'écoulement restait une hypothèse raisonnable. Par ailleurs, nous avons pu vérifier que l'écoulement possède localement la même structure que dans le cas d'une vitesse pariétale uniforme.

Nous avons pu déterminer, à l'aide du logiciel de CFD, d'autres caractéristiques de l'écoulement dans un médium plissé. Ainsi, pour les géométries et les vitesses de filtrations considérées, l'écoulement dans le milieu poreux est globalement unidirectionnel et perpendiculaire à l'interface du milieu poreux-gaz.

Ces différents résultats, nous ont permis la mise en place d'un modèle semi-analytique aussi bien pour un pli à section uniforme qu'un pli à section variable. En moyennant sur la demi-ouverture du pli les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement et en nous appuyant sur l'affinité de l'écoulement nous avons ainsi obtenu un système d'équations couplées à une dimension. Les équations du pli d'entrée et celles du pli de sortie sont différentes en raison de la différence de structure de l'écoulement entre le pli d'entrée et de sortie. Le couplage entre le pli d'entrée et celui de sortie se fait par la vitesse de filtration qui s'exprime en fonction de la différence de pression entre le pli d'entrée et de sortie par la loi de *Darcy*.

La comparaison entre le modèle semi-analytique proposé et les résultats obtenus par *CFD* montre un bon accord. On peut cependant noter, une légère différence entre le modèle et la *CFD* au début du pli d'entrée, aussi bien pour un pli à ouverture uniforme que variable. Celle-ci

est due principalement à la distance nécessaire pour l'établissement de l'écoulement dans le pli d'entrée.

Les résultats expérimentaux sont encadrés par le modèle lorsque nous considérons les deux configurations suivantes : fond de pli imperméable et fond de pli poreux ayant la même perméabilité que le reste du médium. Lors du processus de plissage, le médium fibreux est chauffé et compressé afin de faciliter le plissage. Il en résulte des perméabilités et épaisseurs plus faibles que dans le reste du médium fibreux. Il est donc cohérent que les deux configurations choisies conduisent à un encadrement des résultats expérimentaux. En ajustant la perméabilité du fond des plis, nous obtenons un très bon accord avec les résultats expérimentaux. Ainsi une connaissance de la perméabilité et de l'épaisseur de cette zone devrait permettre de déterminer avec précision l'évolution de la chute de pression du médium plissé.

La validation du modèle a ainsi mis en évidence une grande sensibilité de la chute de pression du médium plissé à la perméabilité du fond des plis. Cela met en évidence l'impact du processus de plissage du médium sur la chute de pression du médium plissé et cela sans changer pour autant la géométrie du pli ni les caractéristiques du médium fibreux.

Nous avons comparé le modèle ainsi obtenu au modèle à faible nombre de Reynolds, en ayant comme référence les résultats obtenus par *CFD*. Cette comparaison a montré l'intérêt du modèle à grand *Reynolds* de filtration, par rapport à celui à faible *Reynolds*, dans le cas de la filtration de l'air. La comparaison est à l'avantage du modèle à grand *Reynolds* pour un Reynolds supérieur à 15.

L'étude sur la forme du pli a mis en évidence qu'une forme convergente du pli d'entrée (pli à ouverture variable) contribue à uniformiser la vitesse de filtration le long du pli. La chute de pression est dans ce cas plus faible que celle d'un pli à section uniforme. Ces résultats sont en accord avec les constatations obtenues à l'aide de Fluent, et aux résultats, toutes choses égales par ailleurs, de Caesar et Schroth [19]. Cependant l'écart en terme de chute de pression entre les deux géométries, significatif dans le cas d'un fond de pli imperméable, est très faible dans le cas d'un fond de pli poreux.

Le résultat le plus intéressant de cette étude sur l'impact du plissage sur l'écoulement concerne l'évolution de la vitesse de filtration le long du pli. Si nous prenons un pli dont l'ouverture varie linéairement, alors, à partir d'une valeur de  $\frac{dh}{dx}$ , le pic de vitesse de filtration ne coïncide plus avec le fond du pli. Ce maximum est situé avant la fin du pli. Or, si nous anticipons sur le colmatage du médium plissé, pour lequel, les particules suivent les lignes de courants, le dépôt de particules le long du pli est directement corrélé à la répartition de la vitesse de filtration. Ainsi, il en résulte une hauteur maximale de dépôt située au "milieu" du pli. Le pli devrait alors se refermer et une partie du pli ne servirait pas au processus de filtration.

Nous avons étudié la densité optimale de pli minimisant la chute de pression pour un encombrement et débit donné à l'aide du modèle semi-analytique obtenu. Les résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. La zone d'optimum en nombre de pli est la même pour le modèle avec fond imperméable et poreux. Ce résultat permet donc d'obtenir la densité optimale de plis pour une géométrie, un médium plan et un débit donné, et cela même si le processus de plissage change la perméabilité du fond des plis.

Nous avons aussi comparé le modèle analytique de Chen et al. [24] et de Del Fabbro et al. [43] aux résultats du modèle semi-analytique. Le premier modèle ne prend pas en compte les effets inertiels. Le second modèle, empirique, prédit l'évolution de la chute de pression pour les faibles vitesses de filtrations. Par contre, nous avons  $\lim_{u_f \rightarrow \infty} \frac{\Delta P}{u_f^2} = \infty$ , ce qui montre la limite de ce modèle pour les grandes vitesses de filtration. Pour les conditions de la filtration automobile, la comparaison des différents modèles a montré que les modèles de Chen et al. et Del Fabbro ne

prédisent pas correctement le nombre de plis optimal contrairement à notre modèle.

Pour résumer, nous avons mis en place un modèle semi-analytique, qui permet de prédire l'écoulement dans un médium poreux plissé. Nous avons ainsi pu utiliser ce modèle pour déterminer l'impact de la géométrie utilisée ainsi que pour rechercher le nombre de plis optimum. Cet outil va surtout nous permettre de modéliser le colmatage d'un médium plissé à partir d'un modèle de colmatage de médium plan utilisé localement. En effet, la connaissance de l'écoulement permet de déterminer la trajectoire et la répartition des particules au sein du pli d'entrée. La connaissance du colmatage du médium plan va permettre alors de déterminer l'évolution des propriétés locales du médium poreux (perméabilité, épaisseur et efficacité). Ces propriétés locales vont alors modifier la répartition de l'écoulement au sein du pli.

Deuxième partie

Colmatage



# Chapitre 3

## Médium Plan

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>123</b>
<b>3.2</b>	<b>Bibliographie sur le colmatage des média plans</b>	<b>125</b>
3.2.1	Résultats globaux	125
3.2.2	Colmatage en profondeur	130
3.2.3	Colmatage en surface	138
3.2.4	Modélisation qualitative de l'évolution de la chute de pression lors du colmatage	142
<b>3.3</b>	<b>Colmatage médium plan</b>	<b>149</b>
3.3.1	Protocole expérimental	149
3.3.2	Analyse des images de colmatage de médium plan	154
3.3.3	Évolution de la chute de pression lors du colmatage	168
3.3.4	Modèle empirique	170
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>174</b>

---

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au colmatage des média disposés en configuration plane. L'objectif principal est de proposer un modèle de colmatage dans la configuration "médium plan" pour les média intervenant dans la fabrication des filtres plissés de notre étude. Comme on le verra au chapitre suivant, ce modèle constitue un des éléments clés du modèle de colmatage à l'échelle du filtre plissé.

Idéalement, on aimerait pouvoir obtenir le modèle à l'échelle du filtre plissé par changements d'échelle successifs depuis la formulation du problème à l'échelle de la fibre. Cette démarche, très classique pour la modélisation des phénomènes de transport en milieu poreux, cf Whitaker [128], est possible aussi en filtration quand les mécanismes de capture mis en jeu sont suffisamment simples ou suffisamment bien compris. Elle est illustrée schématiquement sur la figure 3.1.

Dans notre cas, en raison de différents facteurs comme la polydispersité en taille des particules, la nature des média utilisés et la complexité des mécanismes de capture mis en jeu, il est difficile de construire un modèle de colmatage des média plans nous intéressant à partir d'un nombre limité d'observations et/ou de considérations purement théoriques (comme cela a pu être fait par exemple dans [105] où seul le colmatage en profondeur est pris en compte, voir ci-dessous pour plus de détails sur cette notion).

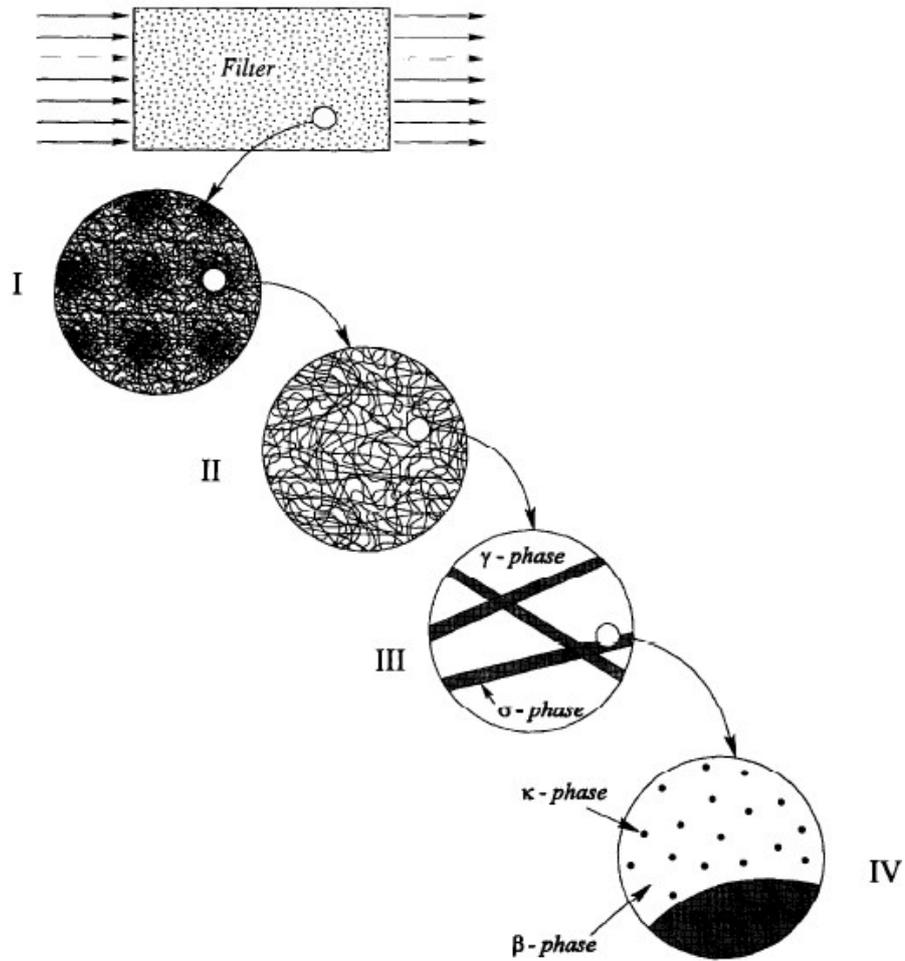


FIG. 3.1 – Représentation schématique de la modélisation des phénomènes de filtration par changements d'échelle successifs d'après Quintard et Whitaker [105])

Cette difficulté est mise en évidence à travers l'analyse bibliographique, l'aperçu des mécanismes de colmatage correspondant à notre étude et les observations préliminaires obtenues par tomographie X ainsi que par microscopie électronique.

Il est sans doute possible de développer une approche théorique pertinente du colmatage de nos média pour le cas plan en systématisant et en exploitant ce type d'observations. Cependant, faute de temps et compte tenu de la priorité mise sur la modélisation à l'échelle du filtre plissé (cf Chapitre suivant), nous avons préféré développer un modèle essentiellement empirique du colmatage en configuration plane. Ce modèle est directement basé sur nos mesures de l'évolution de la chute de pression à travers le médium en fonction de la masse de particules déposées et il s'appuie sur les concepts classiques de colmatage en profondeur et de colmatage en surface.

Finalement, ce chapitre est organisé comme suit. Nous commençons par une revue bibliographique concernant le colmatage des milieux fibreux. Nous passons ensuite à la présentation de nos résultats expérimentaux en commençant par les observations des structures formées par les particules capturées au sein des matériaux. L'exploitation des résultats concernant l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse de particules capturées nous permet enfin d'établir notre modèle empirique de colmatage. Ce chapitre, pour des raisons pratiques, s'articule autour de trois points :

- analyse et synthèse bibliographique concernant le colmatage des milieux fibreux.
- présentation de nos résultats expérimentaux en commençant par les observations des structures formées par les particules capturées au sein des matériaux.
- exploitation des résultats concernant l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse de particules capturées afin d'établir notre modèle empirique de colmatage.

## 3.2 Bibliographie sur le colmatage des média plans

### 3.2.1 Résultats globaux

#### Colmatage en profondeur, colmatage en surface

Lorsqu'on analyse l'évolution de la chute de pression d'un médium plan, lors du colmatage on distingue classiquement deux phases comme cela est illustré par le graphique 3.2 (d'après Walsh [125]). Ce graphique représente l'évolution de la chute de pression ainsi que la pénétration en fonction de la masse déposée. La pénétration  $\Pi$  est définie comme le ratio de la concentration de particules en aval,  $C_{aval}$ , du filtre par celle en amont,  $C_{amont}$  :

$$\Pi = \frac{C_{aval}}{C_{amont}}$$

Sa première phase est caractérisée par un colmatage en profondeur du médium. Comme le suggère son nom, lors de cette phase la capture des particules se fait essentiellement au sein du médium. Lors de cette phase nous observons un changement d'évolution de la pénétration qui correspond à une forte augmentation de l'efficacité.

L'efficacité d'un filtre est définie :

$$\varphi = \frac{C_{amont} - C_{aval}}{C_{amont}} = 1 - \Pi$$

La seconde phase quant à elle correspond au colmatage en surface. Elle est caractérisée par une évolution linéaire de la chute de pression en fonction de la masse déposée. L'évolution de la chute de pression est généralement plus rapide que lors du colmatage en profondeur.

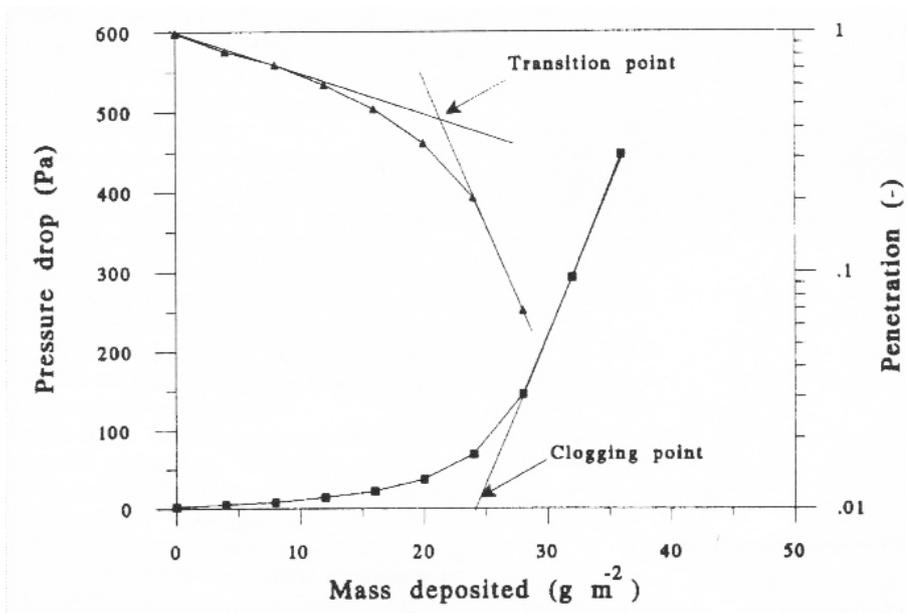


FIG. 3.2 – Évolution de la chute de pression à travers le médium  $\Delta P$ , en Pa, et de la pénétration en fonction de la masse déposée  $m$ , en  $g/m^2$  (Walsh [125]).

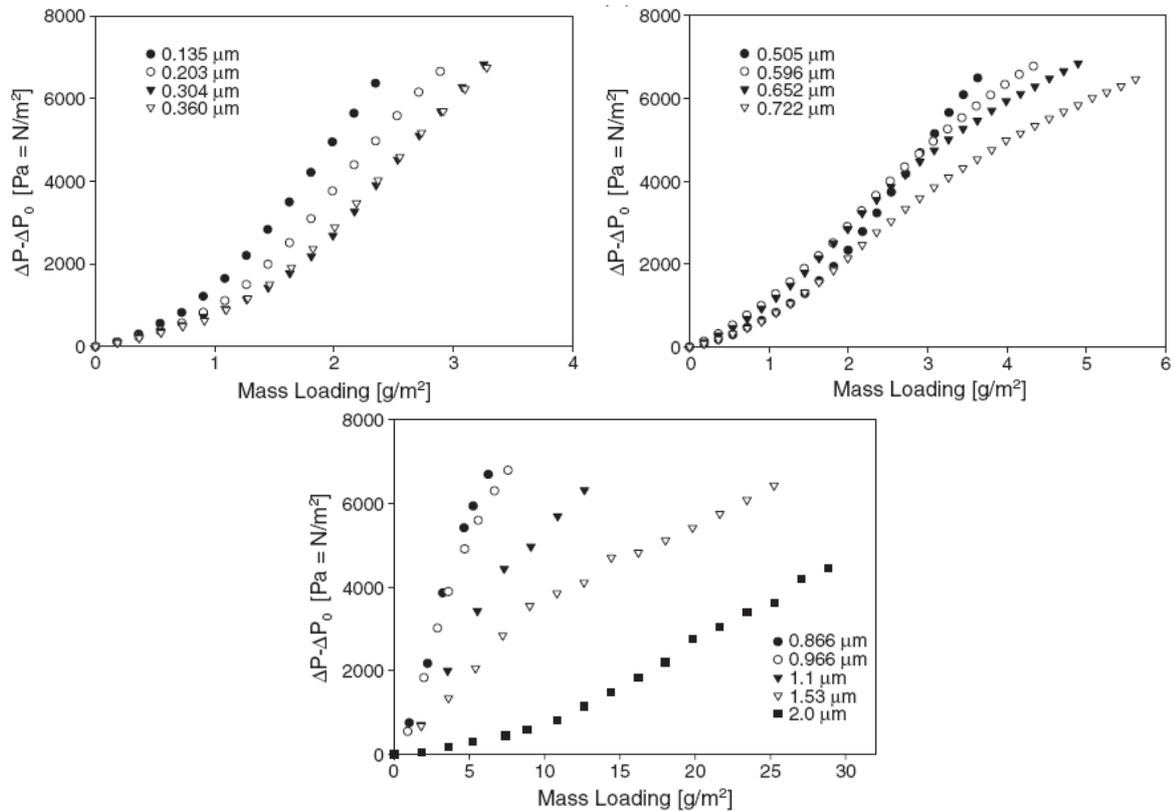


FIG. 3.3 – Évolution de la chute de pression du médium, en Pa, en fonction de la masse déposée, en  $g/m^2$  pour différents diamètres de particules (Song et al. [117]).

Cependant, il semble que l'évolution de la chute de pression soit différente dans certains cas. Song et al. [117], et Chen et al. [23] ont ainsi pu observer que la chute de pression augmente plus rapidement pendant la phase de colmatage en profondeur qu'après l'apparition du dépôt. Ceci est illustré par les graphiques de la figure 3.3 qui montrent l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse déposée pour différents diamètres de particules. La structure du dépôt semble être à l'origine de cette évolution. Ces résultats suggèrent que les différents phénomènes qui contrôlent le colmatage ne sont pas parfaitement compris. Nous essayerons tout de même de formuler quelques hypothèses permettant de mieux comprendre ces résultats.

Enfin, entre ces deux phases, il existe une zone de transition où les deux phénomènes de colmatage, en profondeur et en surface, ont la même importance.

Certaines observations ont mis en évidence l'influence de différents paramètres, tels que la taille des particules ou la vitesse de filtration, sur le colmatage de médium fibreux. Nous exposerons les résultats mais nous ne chercherons pas à approfondir les explications systématiquement. Nous tenterons de les expliquer après avoir présenté le colmatage de manière plus détaillée dans les parties 3.2.2, 3.2.3 et 3.2.4.

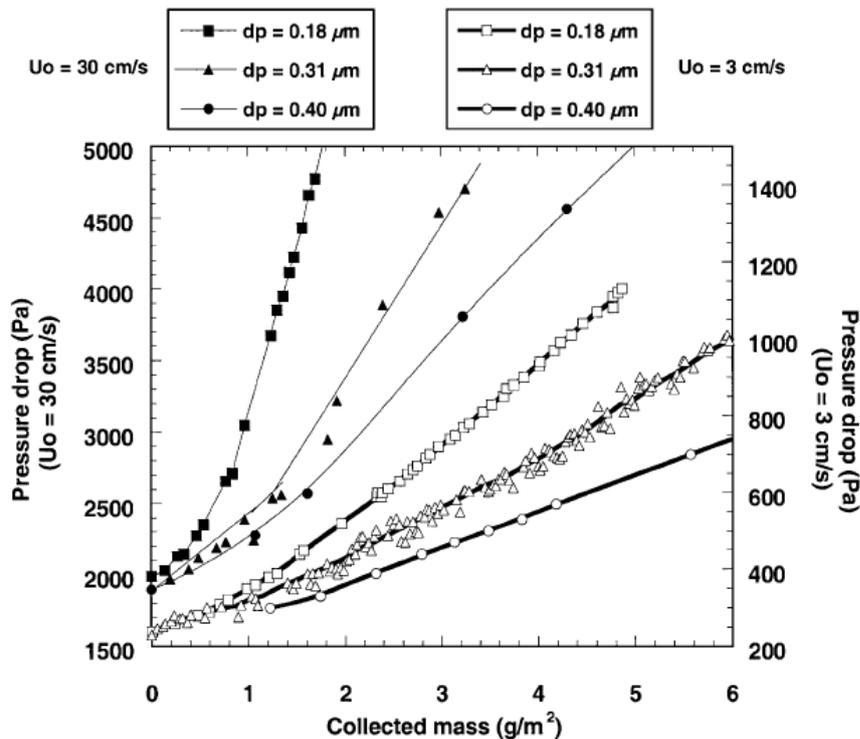


FIG. 3.4 – Évolution de la chute de pression du médium  $\Delta P$  en fonction de la masse déposée  $m$ , en  $\text{g/m}^2$  pour différents diamètres de particules (Thomas et al. [122]).

**Influence de la taille des particules** Le graphique 3.4, représente l'évolution de la chute de pression, en  $\text{Pa}$ , en fonction de la masse déposée, en  $\text{g/m}^2$ , pour la même vitesse de filtration et pour différents diamètres de particules. Ces résultats sont extraits des travaux de Thomas et al. [122]. Les particules utilisées sont monodisperses en diamètre. Nous remarquons que la chute de pression augmente plus rapidement pour les plus petites particules aussi bien pour le colmatage

en profondeur que le colmatage en surface. Ce résultat est valable pour les deux vitesses de filtration testées.

**Influence de la vitesse de filtration** La vitesse de filtration a aussi une influence sur l'évolution de la chute de pression. Ainsi, le graphique 3.5, qui représente l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse de particules déposées, pour différentes vitesses de filtration, montre que plus la vitesse de filtration est élevée et plus la chute de pression augmente rapidement. Ces résultats ont été obtenus pour des particules de  $0,31\mu m$ .

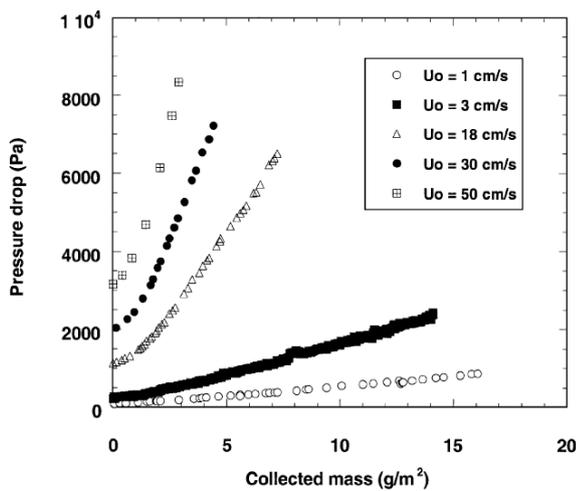


FIG. 3.5 – chute de pression en  $Pa$

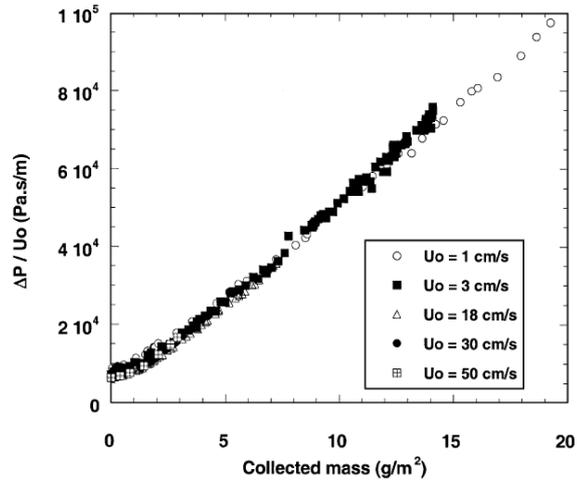


FIG. 3.6 – chute de pression en  $Pa$  divisée par la vitesse de filtration en  $m/s$

Évolution de la chute de pression du médium en fonction de la masse déposée en  $g/m^2$  pour différentes vitesses de filtration (Thomas et al. [122]).

En divisant la chute de pression par la vitesse de filtration, on obtient la figure 3.6. Nous pouvons constater que toutes les courbes sont superposées. Cela signifie que la structure du dépôt formé par les particules au sein du médium et à sa surface est indépendante de la vitesse de filtration sur la gamme de vitesse de filtration utilisée. En effet, en raison des faibles vitesses de filtration, le Reynolds est suffisamment faible pour que la loi de Darcy soit valide. Ainsi, la chute de pression du médium fibreux peut s'écrire sous la forme  $\Delta P = \mu \frac{e}{k} u_f$ , avec  $\mu$  la viscosité dynamique,  $e$  et  $k$  respectivement l'épaisseur et la perméabilité du milieu poreux<sup>2</sup>. En divisant la chute de pression par la vitesse de filtration, nous avons :  $\frac{\Delta P}{u_f} = \mu \frac{e}{k}$ . Si la structure formée par les particules, aussi bien au sein du médium fibreux que du dépôt, est la même, alors l'évolution pendant la phase de colmatage de l'épaisseur et de la perméabilité est identique. C'est pourquoi nous avons des courbes confondues. Dans ce cas, l'évolution de la perméabilité du médium et du dépôt ainsi que de son épaisseur ne dépendent que de la masse déposée et non de la vitesse de filtration.

**Influence de la concentration des particules dans l'aérosol.** Le dernier paramètre, dont nous allons étudier l'influence, est la concentration des particules en amont du médium fibreux. Le graphique 3.7 représente la chute de pression en fonction de la masse déposée. Nous constatons

<sup>2</sup>Comprenant le médium et le dépôt de surface.

que, pour les différentes concentrations qui ont été utilisées, l'influence de celle-ci sur la chute de pression est faible.

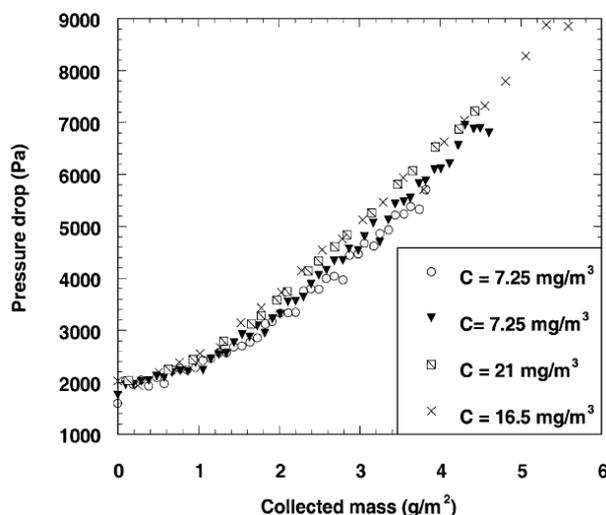


FIG. 3.7 – Évolution de la chute de pression du médium  $\Delta P$  en fonction de la masse déposée  $m$ , en  $g/m^2$  pour différents diamètres de particules (Thomas et al. [122]).

**Influence d'autres paramètres.** Bien entendu, nous n'avons pas été exhaustif en listant les paramètres pouvant influencer l'évolution du colmatage. Nous nous sommes contenté de citer ceux qui nous intéresseront plus particulièrement dans cette étude. Nous pouvons évoquer comme autres paramètres influençant l'évolution du colmatage, la nature des particules [17], pages 179-200, leurs formes et leurs distributions en taille [42, 40, 39, 41, 15, 85, 84]. L'humidité a aussi un impact sur le colmatage [82, 51, 86], et le colmatage dû aux aérosols liquides est loin d'être parfaitement maîtrisé et pose encore de nombreux problèmes [125, 26, 49, 87]. La charge électrostatique des particules ou des fibres modifient de manière importante l'évolution du colmatage voir [64, 55, 126, 124, 127] et aussi [17] pages 120 à 177.

**Aspect multi-échelle.** Nous venons de faire des constatations macroscopiques sur le comportement d'un médium fibreux sous l'effet du colmatage. Une modélisation basée sur les résultats expérimentaux à cette échelle permet la mise au point de modèles empiriques. C'est par exemple le cas de Laborde et al. [73], Novick et al. [93] cité par Del Fabbro et al. [43] et Thomas et al. [122] pour le colmatage en surface. Or le colmatage d'un médium plan peut être étudié comme un processus multi-échelles. Ainsi Quintard et Whitaker [105] distinguent, sur le schéma 3.1, plusieurs échelles d'études possibles, depuis l'échelle particules/surface de la fibre (échelle IV) jusqu'à l'échelle de Darcy (échelle I).

En raison de cet aspect multi-échelle, il est naturel de distinguer les études réalisées en fonction de ces différentes échelles. Nous dissociérons également les phénomènes qui se produisent dans la profondeur du médium de la croissance du dépôt en surface. Nous évoquerons les différents phénomènes qui contribuent à la transition entre ces deux phases distinctes de la filtration que nous venons d'évoquer. Enfin, nous essayerons de fournir une explication aux résultats expérimentaux de Chen et al. [23] et de Song et al. [117].

### 3.2.2 Colmatage en profondeur

Une première modélisation possible, tout à fait naturelle et intuitive du colmatage en profondeur, est de considérer que le dépôt de particules au sein du médium contribue à augmenter la fraction volumique du médium. C'est l'approche choisie par Benmachou et al. [8, 7]. Après avoir observé les échantillons de médium colmaté au microscope électronique environnemental, ils ont constaté que le phénomène principal contribuant au colmatage du médium fibreux est dû au tamisage. Pour chacune des couches constituant le médium fibreux, il existe une répartition en nombre et tailles d'ouvertures. Celle-ci a été déterminée expérimentalement par imagerie. À chaque itération, les particules qui arrivent vont être arrêtées par des pores de plus petites tailles et vont passer si ceux-ci sont plus grandes. Par contre, l'évolution de la perméabilité est modélisée en modifiant la porosité du milieu poreux. Le fait d'augmenter la fraction volumique, pour le modèle de perméabilité pour milieux fibreux utilisé, revient à considérer que la longueur des fibres augmente. C'est à dire que les particules se déposent en créant un réseau de dendrites dont le diamètre est identique à celui des fibres déjà présentes. Or, les observations de médium colmaté montrent que le processus de colmatage ne conduit pas systématiquement à ce mode de dépôt [55, 10, 122, 121, 116, 17], et en particulier pour notre cas.

#### Les mécanismes de capture

Afin de pouvoir comprendre finement la structure du dépôt des particules au sein d'un médium fibreux, il est nécessaire de saisir les différents phénomènes responsables de la capture des particules. Le livre de Brown [17], chapitre 4, pages 73-119, ainsi que le document sur la filtration de Bémer et al. [14], abordent les différents mécanismes responsables de la capture de particules par une fibre. Ainsi, trois mécanismes, hormis les forces électrostatiques, sont à l'origine de la capture des particules par une fibre :

- *L'inertie* : lorsque la particule s'approche de la fibre, en raison de l'inertie de la particule, celle-ci n'a pas le temps de "s'adapter" à l'écoulement. Il en résulte la capture de la particule par la fibre comme l'illustre la figure 3.8. Ceci a lieu lorsque le temps de relaxation de la particule est trop grand par rapport au temps caractéristique mis par la particule pour atteindre la fibre. Le nombre de *Stokes*,  $St_p = \frac{d_p^2 \rho_p u_f}{36 \mu R}$ , est le nombre adimensionnel qui compare ces deux temps. Pour un faible nombre de *Stokes*, les particules suivent les lignes de courants et pour un grand nombre de *Stokes*, elles ont une trajectoire balistique indépendante des lignes de courant sur des distances de quelques fibres. C'est pourquoi, pour  $St_p$  de l'ordre de 1 ou plus, nous avons un mécanisme de capture par inertie qui augmente l'efficacité. Ainsi, l'efficacité de plusieurs modèles de cette configuration (voir le livre de Brown [17], pages 73-119) tend asymptotiquement vers 1 pour les grands nombres de *Stokes*. Pour les valeurs de *Stokes* faibles devant 1, cette efficacité est nulle. D'autres phénomènes contribuent alors à la capture des particules.
- *La diffusion* : en dessous d'une certaine masse de particules et vitesse de filtration, les particules sont soumises à un mouvement Brownien. C'est le résultat de l'agitation thermique des molécules qui compose l'air. Les particules s'écartent de leurs trajectoires moyennes sous l'effet de cette force. C'est par ce procédé que les particules arrivent en contact avec la fibre et sont capturées, schéma 3.8. Le nombre de *Peclet*,  $Pe_p$ , permet de caractériser ce phénomène puisqu'il compare une distance de transport des particules par convection à celle par diffusion Brownienne. La diffusion brownienne des particules est négligeable pour un *Peclet* grand devant 1.
- *L'interception* : lorsque les particules suivent les lignes de courants, selon la taille de la

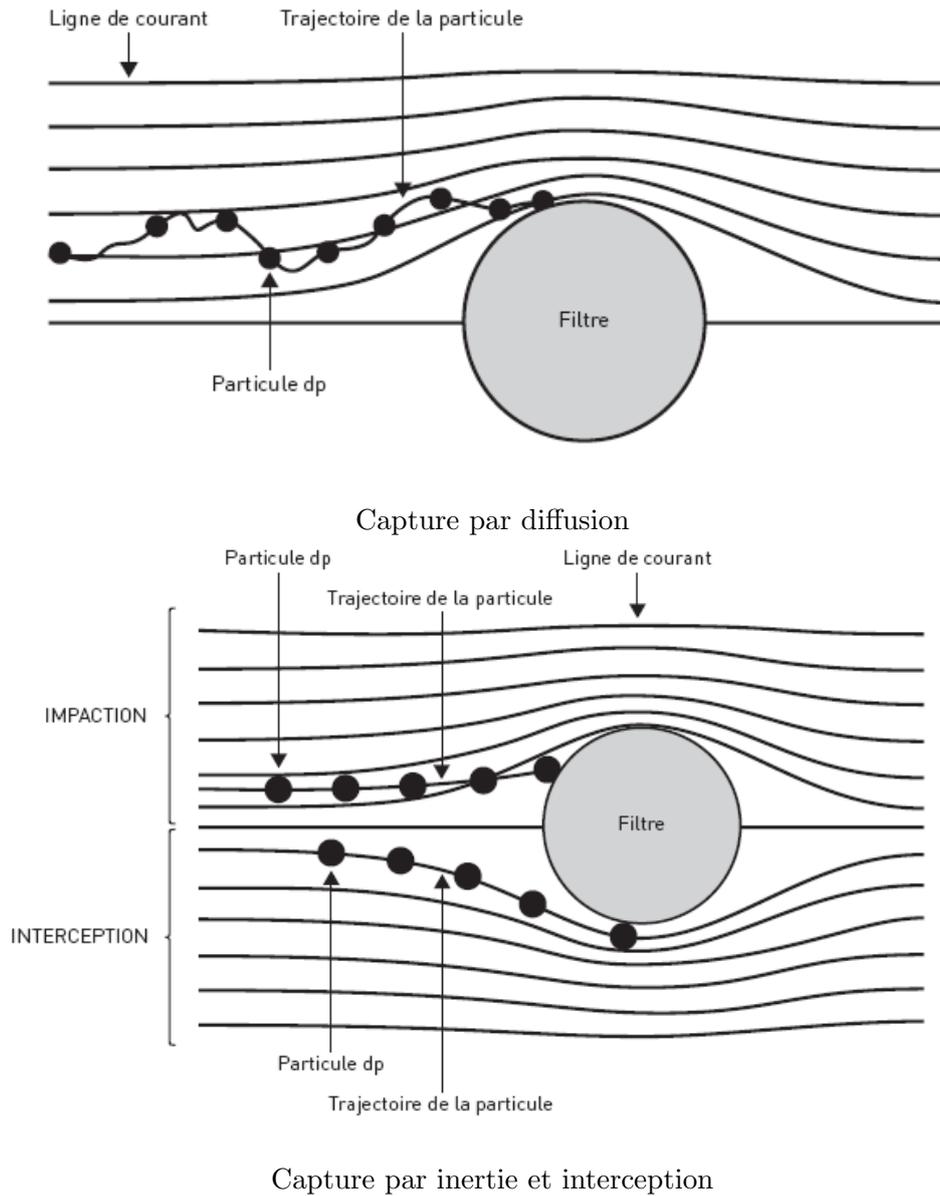


FIG. 3.8 – Représentation des différents modes de capture des particules par une fibre (Schéma de Bémer et al. [14]).

particule et la déformation des lignes de courant, celles-ci peuvent entrer en contact avec la fibre, schéma 3.8. Nous pouvons aisément comprendre qu'en augmentant la taille des particules, pour une même ligne de courant, la capture est facilitée. C'est pourquoi, le nombre adimensionnel qui permet de connaître l'importance de ce mode de capture est le rapport  $N_p = \frac{d_p}{2R}$ . Plus  $N_p$  est grand et plus la capture par interception est importante. Pour les nano-fibres, lorsqu'une vitesse de glissement apparaît à la surface, les lignes de courants sont moins déformées. Il en résulte une augmentation de l'efficacité de capture.

En plus de ces phénomènes de capture à l'échelle de la fibre, il existe aussi des captures par gravité et par blocage, ou tamisage. La capture par gravité intervient lorsque la force de gravité l'emporte sur la force exercée par l'écoulement sur la particule. Quant à la capture des particules par tamisage, celle-ci a lieu lorsque la taille des pores est plus petite que celles des particules.

Différentes études à l'échelle de la fibre, aussi bien expérimentales que numériques, ont tenté de déterminer l'évolution de l'efficacité de capture des particules par une fibre ou un réseau de fibres. Les auteurs se sont aussi attachés à déterminer la structure formée par les particules capturées et, dans une moindre mesure, l'évolution de la chute de pression.

Pour notre étude, la vitesse de filtration  $u_f$  est comprise entre 0,2 et 0,6 m/s. Le diamètre des fibres est compris entre 10 et 30  $\mu\text{m}$ , le diamètre moyen des particules,  $d_p$ , est de 2  $\mu\text{m}$  ou 8  $\mu\text{m}$ , selon la définition du diamètre moyen choisie (pondération volumique ou par nombre de particules dans chaque classe) pour une masse volumique  $\rho_p = 2650 \text{ kg/m}^3$ . Nous obtenons ainsi :

- $10^5 < Pe_p < 10^6$
- $0,2 < St_p < 30$
- $0,07 < N_p < 0,8$

Ainsi, selon la situation, les phénomènes prédominants de la capture sont l'inertie et l'interception avec une capture principalement par inertie dans le cas des grandes valeurs de  $St_p$ . Nous nous intéresserons ensuite au comportement de la capture des particules pour ces deux régimes différents de filtration. Cela permettra d'expliquer une partie des résultats expérimentaux que nous avons obtenus. En particulier la différence d'évolution de la chute de pression selon la vitesse de filtration.

## Évolution de l'efficacité de capture

**Capture par interception et inertie.** Différents travaux expérimentaux ont déterminé l'efficacité de capture des particules et mis en évidence la structure formée par celles-ci sur une fibre. L'intérêt de tels essais est de pouvoir maîtriser complètement les paramètres expérimentaux et de pouvoir réaliser des mesures quantitatives, par opposition aux mesures réalisées au sein d'un médium fibreux. Barot et al. [6] citent plusieurs travaux précédents concernant ce type d'expériences. Ainsi, les premiers travaux sur ce sujet ont été réalisés par Watson en 1946 qui observa la formation de dendrites.

Barot et al. s'intéressent à caractériser la structure formée par les particules. Ils déterminent le nombre et la taille des dendrites formées. Pour cela ils procèdent par un comptage des particules déposées sur la fibre, à l'aide d'un microscope optique, à différents stades de colmatage. Les particules sont seules ou forment une "dendrite" composée de deux particules. Quelques dendrites composées par un nombre de particules compris entre 4 et 8 sont observées. Néanmoins, elles sont faibles en nombre comparativement aux autres.

Ces expériences ont été réalisées avec des fibres de diamètre compris entre 8  $\mu\text{m}$  et 9  $\mu\text{m}$  et des particules de diamètre 1,091  $\mu\text{m}$  et 2,020  $\mu\text{m}$ . Le nombre de *Stokes* des particules est alors compris entre 0,116 et 0,728, le nombre  $N$  pour l'interception compris entre 0,136 et 0,238 et le nombre de *Peclet* est compris entre  $8,5 \cdot 10^4$  et  $3,4 \cdot 10^5$ . Ainsi, les phénomènes contribuant à

la capture des particules sont à la fois l'interception et l'inertie.

Pour des conditions expérimentales très proches, Huang et al. [55] et Schollmeier et al. [116] observent également une structure de dépôt dendritiques. Huang et al. ont déterminé la longueur moyenne des dendrites à 12 fois le diamètre moyen des particules. La taille des plus grandes dendrites sont de 16 fois le diamètre des particules.

Huang et al. n'ont pas observé de ré-entraînement des particules ni d'effondrement des dendrites en raison de l'écoulement sauf pour des particules chargées électro-statiquement.

**Capture par inertie (grand nombre de Stokes).** Schollmeier et al. [116] ainsi que Rembor et al. [110] ont étudié le cas des grands nombres de Stokes,  $St_p$  : aux alentours de 1 et supérieur à 1. Dans ce cas, la capture par inertie joue un rôle important. Ces auteurs mettent en avant la faiblesse des différents modèles théoriques permettant de prédire l'efficacité de capture des particules. Dans la plupart des modèles l'efficacité tend asymptotiquement vers 1 pour les grandes valeurs du nombre de Stokes. Alors que les résultats expérimentaux obtenus par ces différents auteurs montrent que l'efficacité, après avoir atteint un maximum, avec l'augmentation de la vitesse de filtration, diminue. C'est le rebond des particules qui contribue à diminuer l'efficacité de capture des particules [109, 15] et [17] pages 178-200. Certains modèles prédisent la diminution de l'efficacité, notamment le modèle de Ptak et Jaroszczyk, cité par Rembor et al., mais ne la prédisent pas correctement. Par ailleurs, les auteurs ont remarqué que le maximum d'efficacité ne dépend pas uniquement du nombre de Stokes mais aussi du diamètre des particules, comme le montre les figures 3.9 et 3.10.

Les résultats expérimentaux de Maus et al. [80] montrent également, en comparant différents types d'aérosols, biologiques ou non-biologiques, que la nature des particules a peu d'impact sur l'efficacité de capture, dans le cas du rebond des particules. C'est plutôt le diamètre aérodynamique des particules qui intervient.

Ce résultat n'est pas surprenant si nous nous appuyons sur les résultats des travaux de Ramarao et Tien [109]. Ces auteurs ont modélisé le rebond des particules au sein d'un réseau de fibres. L'inertie des particules est supposée suffisamment importante pour négliger l'impact de l'écoulement sur les particules. À chaque collision, inélastique, d'une particule avec une fibre ou une autre particule, l'énergie cinétique est comparée à l'énergie d'adhésion de la particule. Ils obtiennent ainsi une vitesse critique de rebond des particules. Les auteurs montrent que la vitesse critique de rebond dépend du diamètre des particules, comme cela est illustré par la figure 3.11. Plus le diamètre des particules est élevé et plus la vitesse critique de rebond est faible. Nous avons, de ce point de vue, un accord avec les résultats expérimentaux puisque la vitesse, qui correspond au maximum d'efficacité, décroît lorsque la taille des particules augmente, figures 3.9 et 3.10.

Pour mieux comprendre ces résultats, nous avons comparé l'évolution de l'efficacité de capture des particules au ratio entre l'énergie cinétique des particules et l'énergie d'adhésion [109]. Il est alors cohérent de penser que pour un équilibre entre les phénomènes contribuant au rebond et ceux contribuant à l'adhésion, nous devrions obtenir le maximum d'efficacité de capture. Ainsi, si nous faisons l'hypothèse que l'énergie d'adhésion des particules aux fibres est indépendante de la taille des particules, alors, nous avons :  $\frac{E_c}{E_a} \propto E_c \propto d_p^3 U^2$ . Nous utilisons les résultats expérimentaux de Schollmeier et al. [116] pour représenter sur le graphique 3.12 l'évolution de l'efficacité de capture des particules, à plusieurs stades de colmatage des fibres, en fonction de l'énergie cinétique des particules pour deux diamètres de particules différents ( $1,3\mu m$  et  $2,6\mu m$ ). Nous constatons, dans la limite des résultats expérimentaux, que le maximum coïncide et est indépendant du diamètre des particules.

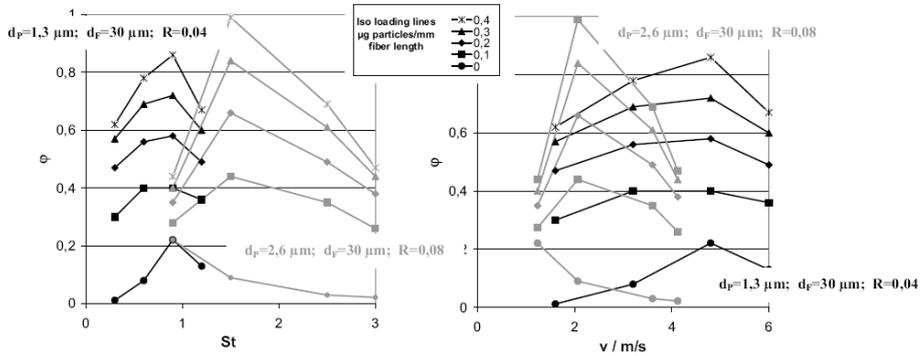


FIG. 3.9 – Influence du diamètre des particules.

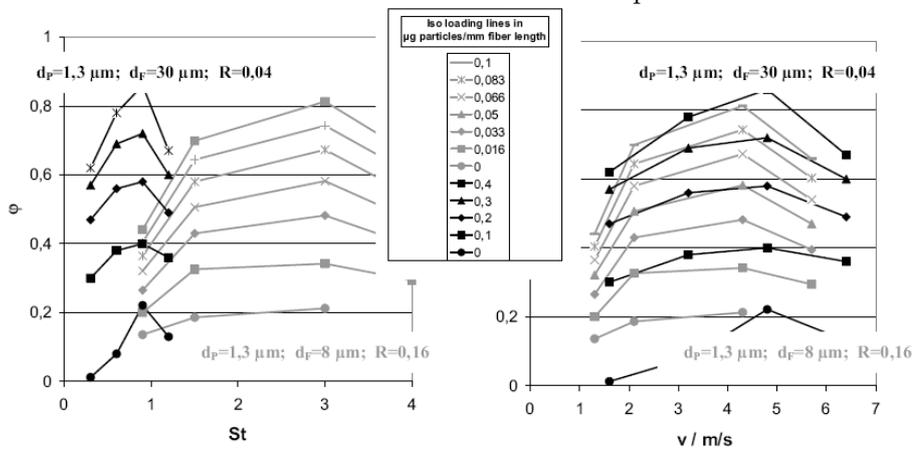


FIG. 3.10 – Influence du diamètre des fibres.

Évolution de l'efficacité de capture d'une fibre, en fonction du nombre de Stokes,  $St$ , pour le graphique 3.9 et de la vitesse de filtration sur le graphique 3.10 (Schollmeier et al. [116]).

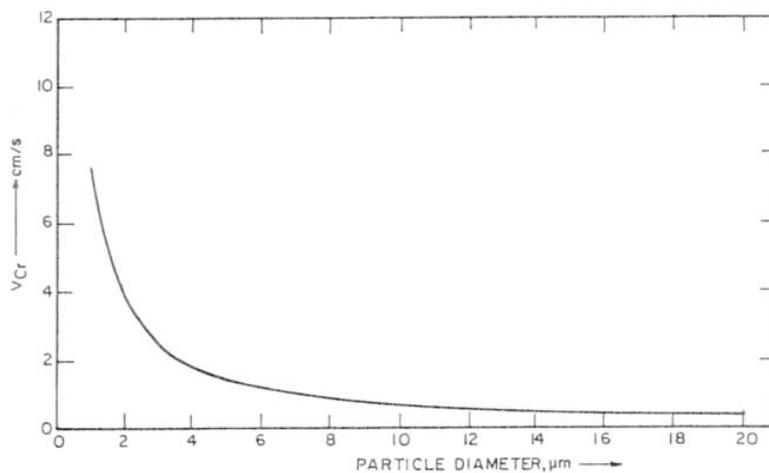


FIG. 3.11 – Évolution de la vitesse limite du rebond des particules sur les fibres en fonction du diamètre des particules (Ramarao et Tien [109]).

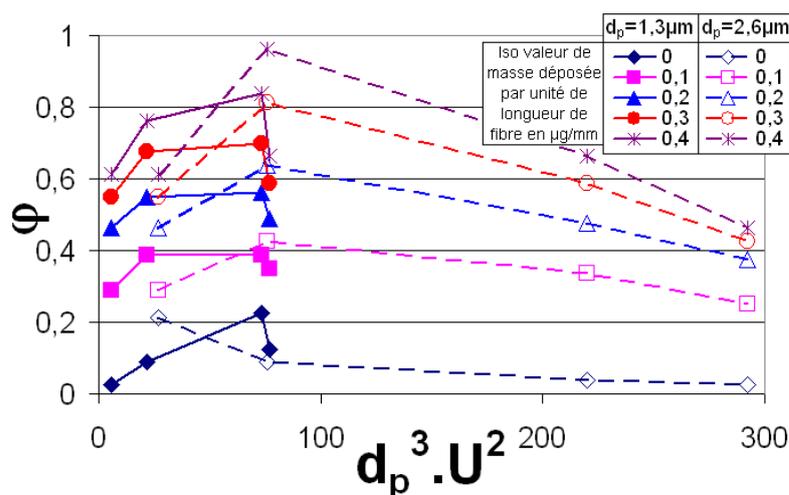


FIG. 3.12 – Évolution de l'efficacité de capture d'une fibre, en fonction de l'énergie cinétique des particules, obtenue à partir des résultats expérimentaux de Schollmeier et al. [116].

Cependant, dans les travaux de Ramarao et Tien [109], l'énergie d'adhésion des particules aux fibres dépend, entre autres, du diamètre des particules :  $E_a = \frac{A}{12z_0} \frac{d_p}{\sqrt{1 + \frac{d_p}{2R}}}$ .  $z_0$  représente la distance d'équilibre de séparation de deux sphères et  $A$  la constante d'Hamaker. Il en est de même pour l'énergie d'adhésion des particules entre elles :  $E_p = \frac{Ad_p}{24z_0}$ . Dans ce cas, la comparaison de l'énergie cinétique à l'énergie d'adhésion aux fibres, en supposant que  $d_p \ll 2R$  donne :  $\frac{E_c}{E_a} \propto \frac{E_c}{E_p} \propto d_p^2 u_f^2$ . Les résultats sont représentés sur le graphique 3.13.

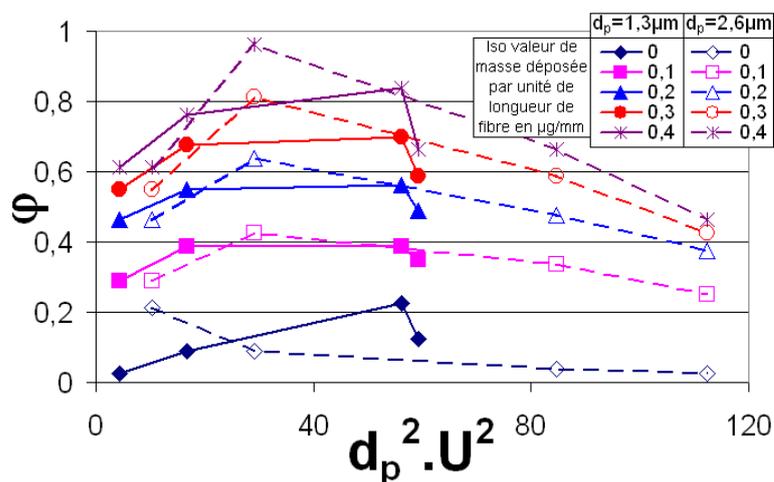


FIG. 3.13 – Évolution de l'efficacité de capture d'une fibre, en fonction de  $\frac{E_c}{E_a}$ . Obtenue à partir des résultats expérimentaux de Schollmeier et al. [116].

En guise de conclusion sur l'impact de l'augmentation du nombre de Stokes des particules, nous pouvons dire que la structure du dépôt change. Les dendrites cèdent la place à des amas de particules qui s'accumulent autour des fibres. Par ailleurs, en augmentant la vitesse de filtration,

le diamètre correspondant au maximum d'efficacité de filtration diminue.

Ainsi, nous pouvons mieux comprendre l'influence de la vitesse de filtration pour un aérosol polydisperse en taille, comme celui que nous utilisons. Les dendrites existant dans la profondeur du médium fibreux et constituées par les particules de plus petites tailles sont alors perturbées par les plus grandes particules. En effet, l'augmentation de la vitesse de filtration a pour conséquence une plus grande pénétration des plus grandes particules. Elle a aussi pour conséquence la formation d'amas au lieu de dendrites.

Schollmeier et al. [115] montrent également que le comportement d'une fibre seule est différent de celui d'un réseau de fibre comme l'illustre la figure 3.14. D'où l'intérêt de réaliser des simulations numériques, ou des expériences, pour des configurations permettant de prendre en compte l'influence des fibres voisines.

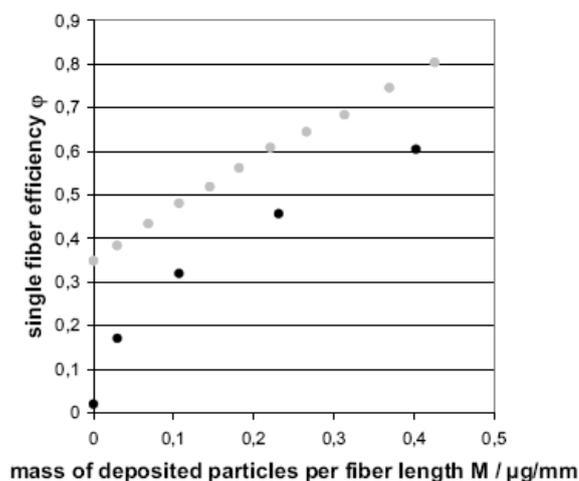


FIG. 3.14 – Evolution de l'efficacité en fonction de la masse de particules déposées par unité de longueur. Les points sombres représentent la fibre seule, et les points clairs la fibre au sein d'un réseau de fibres parallèles. (Schollmeier et al. [115])

### Différents modèles de capture des particules

Nous pouvons différencier les approches faites dans le domaine de la simulation en plusieurs catégories différentes. La première s'intéresse à déterminer la capture des particules par les fibres sans pour autant recalculer l'écoulement. Ainsi, l'influence de la structure du dépôt sur l'écoulement n'est pas prise en compte.

**Modèle de capture sans évolution de l'écoulement.** De nombreux modèles négligent l'impact du dépôt sur la structure de l'écoulement. C'est, par exemple, le cas des modèles de Payatakes [99] dans le cas de l'interception puis Payatakes et al. [100], Kanaoka et al. [63, 64] en prenant en compte la diffusion Brownienne des particules. Il en est de même pour Banzhaf et al. [3, 5, 4] dans le cas de l'interception.

La plupart du temps, cette hypothèse simplificatrice n'a pas de justification physique mais est motivée par des contraintes de modélisation et/ou informatique.

Cependant, dans certaines conditions, l'écoulement a une influence réduite sur la capture des particules. C'est le cas par exemple lorsque le nombre de Stokes est très grand devant 1. Les particules ont alors une trajectoire balistique indépendante de l'écoulement. Cette hypothèse permet à Ramarao et Tien [109] de déterminer l'efficacité ainsi que la zone de dépôt des particules sur un réseau de fibres.

Cela est également possible pour un réseau de nanofibres pour lesquelles les particules sont capturées par diffusion Brownienne. Ainsi, en raison du glissement sur les fibres, les lignes de courants sont peu déformées. L'écoulement ne "voit" ni les fibres, ni le dépôt de particules permettant ainsi à Maze et al. [81] de justifier l'hypothèse de non modification de l'écoulement par le dépôt de particules.

**Modèle de capture avec évolution de l'écoulement.** La prise en compte de l'évolution de l'écoulement permet cependant de mieux évaluer l'évolution de l'efficacité de capture des particules. Ainsi, Karadimos et al. [65] ont réalisé des simulations pour une géométrie bidimensionnelle. Ils ont comparé des simulations où l'écoulement évolue en raison de la formation des dendrites à des simulations où l'écoulement n'évolue pas malgré le dépôt. Ces résultats montrent que le fait de ne pas faire évoluer l'écoulement a pour conséquence de surévaluer l'efficacité de capture des particules. En effet, lorsque les dendrites se forment, l'écoulement contourne celles-ci et les particules sont plus difficilement capturées.

Cependant, la géométrie utilisée est bidimensionnelle. Les particules ont alors la même extension que les fibres. L'impact du dépôt sur l'écoulement est beaucoup plus important que pour une configuration tridimensionnelle où les particules peuvent contourner la dendrite pour se déposer sur la fibre dans une zone où l'écoulement n'est pas perturbé par les particules déjà déposées. Ainsi, Lehmann et Kasper [76] déterminent l'écoulement, avec un logiciel de *CFD*<sup>3</sup>, en prenant en compte l'évolution de l'écoulement due au dépôt des particules. Ils obtiennent le même type d'évolution de l'efficacité de capture des particules avec le colmatage de la fibre que Karadimos et al. [65]. Ainsi, au lieu d'avoir une croissance linéaire de l'efficacité de capture des particules en fonction du nombre de particules déposées dans le cas où l'écoulement n'évolue pas, celle-ci augmente beaucoup moins vite lorsque le modèle tient compte de l'évolution de l'écoulement.

Des résultats similaires ont été obtenus en tenant compte de l'évolution de l'écoulement lors du colmatage. Ainsi, une de ces méthodes utilise celle de Lattice-Boltzmann. Il est possible par cette modélisation de déterminer l'écoulement au sein de quelques fibres [47, 104] ou encore un réseau de fibre plus important [74, 130].

Une autre méthode pour prendre en compte l'évolution de l'écoulement lors de la capture des particules par une fibre est la méthode des éléments frontières. Cette approche a notamment été adoptée par Dunnett et Clement [37].

**Changement d'échelle : échelle fibre à celle du médium.** Pour déterminer l'efficacité d'un médium fibreux, différents auteurs, voire par exemple Bémer et Callé [13] ou Frising et al. [50], utilisent les résultats obtenus pour une fibre seule. À partir de l'efficacité de capture obtenue pour chacun des phénomènes (diffusion, interception et inertie) les auteurs déterminent l'efficacité de capture d'une fibre, sous certaines hypothèses. Le résultat est ensuite intégré sur l'ensemble des fibres puis sur toute l'épaisseur pour déterminer la pénétration des particules. La comparaison avec les résultats expérimentaux donne des résultats du bon ordre de grandeur.

Le recours à une technique formelle de changement d'échelle est possible si la compréhension des phénomènes physiques est suffisante. Ainsi, Quintard et Whitaker [105], ont appliqué la

---

<sup>3</sup>Fluent

méthode de prise de moyenne volumique appliquée à l'équation de transport de concentration de particules pour déterminer l'efficacité de capture des particules. En prenant en compte les effets inertiels avec la diffusion brownienne, ils parviennent à reproduire l'évolution de l'efficacité observée expérimentalement.

### Transition vers le colmatage en surface

Thomas et al. en [122] proposent un modèle de colmatage en surface avec une transition vers le colmatage en surface. Ainsi, le colmatage en surface apparaît dès qu'une fraction volumique de particule est atteinte dans la couche proche de la surface. Une modélisation de la transition vers le colmatage en surface, proche de ce modèle, a été proposée par Japuntisch et al. [61]. Ce modèle détermine la masse par unité de surface pour laquelle la transition apparaît. Ainsi, les auteurs ont considéré le médium fibreux comme constitué par des pores dont la taille est déterminée grâce à la porosité et le diamètre des fibres. Ces pores sont alors obstrués par les particules incidentes. Dès que les particules ont formé un pont, alors le colmatage en surface commence.

La différence essentielle entre ces deux modélisations de la transition vers le colmatage en surface est la non prise en compte de l'efficacité de capture des particules dans la modélisation de Japuntisch et al..

### 3.2.3 Colmatage en surface

Nous nous attachons à présent à caractériser le dépôt en surface. Nous nous intéressons à l'impact, sur la chute de pression, de la formation du dépôt. Il s'agit ensuite de déterminer la perméabilité et la porosité de ce dernier. Ces deux caractéristiques permettront de déterminer l'évolution de la chute de pression du dépôt de surface lors du colmatage.

#### Structure du dépôt

Dans la plupart des approches, les auteurs supposent que la chute de pression totale se décompose en une contribution pour le gâteau et une autre pour le médium et se calcule en supposant comme des résistances hydrauliques en série [25, 70, 66]. Saleem et Krammer [113] citent d'autres auteurs qui font cette hypothèse (Löffler et al., Sievert et al., De Ravin et al.). La plupart du temps, la chute de pression et l'épaisseur du gâteau augmentent linéairement [25, 42, 40].

Cependant, dans certaines configurations, l'augmentation de la chute de pression et de l'épaisseur n'est pas linéaire [32, 66, 113]. Ainsi, deux comportements non-linéaires ont été observés. Le premier est dû à la présence d'hétérogénéités à la surface du médium. Ces hétérogénéités sont dues soit à un médium dont la surface n'a pas été correctement dépoussiérée (il reste dans ce cas des zones avec un dépôt de surface [32, 66, 113, 70]), soit à une hétérogénéité de la perméabilité ou de l'épaisseur du médium [71]. Cela peut aussi être dû à un ré-entraînement des particules. Dans tous les cas que nous venons d'évoquer la chute de pression est une courbe concave. La chute de pression augmente plus rapidement dans un premier temps avant de ralentir pour évoluer ensuite, si la chute de pression maximale n'est pas atteinte, de façon linéaire.

Dans le second cas, la courbe est convexe : la chute de pression augmente plus rapidement qu'au début de la phase de colmatage en surface. Ceci est dû à la compression du gâteau [42] qui entraîne une augmentation plus rapide de la chute de pression. Cependant, cette compression

du dépôt de surface lors du colmatage reste néanmoins faible pour la poussière *Fine*<sup>4</sup>, comme le montre Endo et al. [40]. Effectivement, l'évolution de la chute de pression est uniquement de 3%<sup>5</sup> en raison de la compression et aucune fissure pouvant favoriser l'écoulement n'a été observée.

### Perméabilité du dépôt de surface

Le modèle le plus communément utilisé pour la perméabilité du dépôt de surface est celui de Kozeny-Carman. Ce modèle repose sur une représentation du milieu poreux granulaire par un ensemble de capillaires. Ce modèle est par exemple expliqué dans le document de thèse de Oxarango [96]. On part de l'expression de la chute de pression en régime laminaire pour un tube (loi de Poiseuille) :

$$u_t = \frac{d_e^2}{32\mu} \frac{\Delta P}{L_e}$$

Avec  $u_t$  la vitesse dans un canal, assimilé à la vitesse interstitielle dans les pores.  $D_p$  et  $L_e$  sont respectivement le diamètre hydraulique et la longueur du canal. La longueur  $L_e$  est, en générale, plus importante que l'épaisseur du milieu poreux  $e$ .

Le diamètre hydraulique est défini, pour un milieu granulaire, à partir de la porosité,  $\varepsilon_d$ , et de la surface spécifique des grains,  $S_s$  (rapport de la surface et du volume d'un grain), par :

$$D_p = \frac{4\varepsilon_d}{S_s(1 - \varepsilon_d)}$$

En reliant la vitesse de filtration à la vitesse interstitielle, nous obtenons la perméabilité du milieu poreux :

$$k_{KC} = \frac{D_p^2 \varepsilon_d^3}{36\kappa(1 - \varepsilon_d)^2}$$

avec  $\varepsilon_d$  la porosité du gâteau et  $\kappa$  la tortuosité du milieu granulaire. La tortuosité, représentant le ratio de la longueur des capillaires par rapport à l'épaisseur totale du milieu, est difficile d'accès. Elle est déterminée à partir de différents résultats expérimentaux. La valeur communément utilisée pour  $\kappa$  est 5. Dans ce cas, la perméabilité s'écrit :

$$k_{KC} = \frac{d_p^2 \varepsilon_d^3}{180(1 - \varepsilon_d)^2}$$

Cependant, ce modèle ne tient pas compte de la dispersion en taille des particules. La perméabilité d'un milieu polydisperse n'est pas nécessairement celle correspondant au diamètre moyen. L'analyse expérimentale de l'influence de la taille des particules sur la porosité et la tortuosité en présence de deux, voire trois diamètres de particules différents a été réalisée [85]. Il a été ainsi montré qu'à diamètre de particules équivalent il existait des variations de la porosité et de la tortuosité en raison de la présence ou non de petites particules. Ces résultats ont été obtenus pour des particules sphériques. Il est donc important que le modèle tienne compte de la répartition en taille des particules qui composent le dépôt.

<sup>4</sup>C'est un aérosol de l'ordre du micron qui est constitué essentiellement par du silicium. Il est caractérisé dans la partie 3.3.1, page 152.

<sup>5</sup>La vitesse de filtration maximale est  $u_f = 0,26m/s$ . Cette vitesse de filtration est faible comparativement à la vitesse de filtration qui nous concerne. La compression du dépôt pourrait donc ne plus être négligeable dans notre cas.

Li et Park [78], entre autres, proposent un modèle de perméabilité prenant en compte la répartition en taille des particules. Ce modèle est basé sur le même principe que celui qu'ils proposent pour le milieu fibreux. C'est à dire sur l'approximation des milieux effectifs.

Cependant, il ne prend pas en compte la forme des particules. Or celle-ci a un impact important sur la résistance hydraulique du dépôt de surface. Les résultats expérimentaux d'Ito et Aguiar [59] ont ainsi montré que deux types de poussières ayant la même distribution en taille et des densités volumiques très proches, mais de formes différentes (sphérique pour l'une et très irrégulière pour l'autre) conduisent à une évolution différente de la chute de pression lors de la phase de colmatage.

Endo et al. [42, 40, 39, 41] proposent un modèle de perméabilité pour milieu granulaire polydisperse en taille qui prend aussi en compte la forme des particules. Deux approches différentes ont été adoptées pour déterminer la perméabilité d'un tel milieu. La première détermine la perméabilité en déterminant la force exercée par le fluide sur les particules composant le milieu granulaire. De cette force exercée sur les particules est déduite la perméabilité du milieu granulaire. Soit :

$$k_{E_1} = \frac{d_{vg}^2 \exp(4 \ln^2(\sigma_g)) \varepsilon_d^2}{18\gamma v(\varepsilon_d)(1 - \varepsilon_d)}$$

avec :

- $d_{vg}$  définie comme la moyenne de  $d_v$
- $d_v$  représente le diamètre de la sphère de volume équivalent
- $\sigma_g$  est l'écart-type du diamètre des particules
- $v(\varepsilon_d)$  est la fonction de vide
- $\gamma$  est le facteur dynamique de forme de la particule. C'est à dire le rapport entre la force exercée par le fluide sur cette particule et celle exercée sur une particule sphérique de même diamètre  $d_v$ .

La seconde approche proposée par Endo et al. [41] est celle adoptée pour le modèle de Kozeny-Carman. Le milieu poreux est représenté par un ensemble de canaux. La différence, par rapport au modèle de Kozeny-Carman, réside en l'expression différente des différents termes composant la formule. Ainsi, les auteurs obtiennent :

$$k_{E_2} = \frac{d_{pg}^2 \exp(4 \ln^2(\sigma_g)) \varepsilon_d^3}{2(L_{e0}/H)^2 (\phi_s/\phi_v)^2 (1 - \varepsilon_d)}$$

avec  $d_{pg}$  le diamètre géométrique moyen des particules,  $(L_{e0}/H)^2$  la tortuosité,  $\phi_s$  est le facteur de forme de la surface et  $\phi_v$  celui de volume.

Ces deux modèles de perméabilités sont comparés dans [41]. Pour les deux modèles, la forme des particules,  $\gamma$  ou  $\phi_s/\phi_v$  selon le cas, ainsi que la répartition en taille des particules,  $\sigma_g$ , interviennent de la même façon. Par contre, d'après [41], c'est le premier modèle de perméabilité qui est le plus intéressant car tous les paramètres sont plus facilement quantifiables. En particulier, le paramètre qui contrôle la forme de la particule. Dans le cas du premier modèle, le facteur de forme  $\gamma$  est invariant pour le même type de particule, alors que  $\phi_s/\phi_v$  dépend de la façon dont le diamètre des particules est déterminé. Cependant les deux modèles présentent des termes difficiles à déterminer : la tortuosité  $(L_{e0}/H)^2$  pour la seconde approche et la fonction de vide pour le premier.

Deux formulations empiriques de cette fonction sont proposées. La première :  $v(\varepsilon_d) = \frac{10(1-\varepsilon_d)}{\varepsilon_d}$  permet d'obtenir la formule de Kozeny-Carman dans le cas de particules sphériques monodisperses. La seconde est une corrélation obtenue à partir des résultats expérimentaux obtenus dans

$$[41] : v(\varepsilon_d) = \frac{1190\varepsilon_d^2 \exp(-7.68\varepsilon_d)}{1-\varepsilon_d}.$$

### Épaisseur, porosité des dépôt

Néanmoins plusieurs difficultés demeurent pour caractériser le dépôt en surface. Selon la loi de Darcy, la chute de pression du gâteau est proportionnelle à l'épaisseur du dépôt mais inversement proportionnelle à sa perméabilité. Or, lors de la mesure de l'évolution de la chute de pression, nous avons accès uniquement à une information : la pente de la chute de pression en fonction de la masse déposée. C'est pourquoi, la connaissance de la hauteur de dépôt des particules est primordiale.

Nous présenterons dans cette section différentes méthodes utilisées pour déterminer la porosité d'un dépôt de surface, ainsi que les résultats relatifs à notre étude. En particulier, l'influence de la vitesse de filtration sur la porosité.

**Mesure de la porosité.** Plusieurs mesures expérimentales pour déterminer l'épaisseur, et donc la porosité d'un milieu poreux ont été réalisées. Les techniques employées à cet effet sont nombreuses et variées. Cheng et Tsai [25] ont réalisé des mesures de hauteur de dépôt pour différentes vitesses de filtration et différents types de poussière. La mesure de l'évolution de la distance entre le laser et la surface du médium propre du dépôt est réalisée sur un support où le médium est fixé. La pesée du médium permet de déterminer la porosité. Cette méthode est très proche de celle employée par Häusle et Sauter [56].

D'autres techniques utilisant l'imagerie sont utilisées. Endo et al. [42] ont disposé un médium en fibre de verre sur une grille, le tout entouré par une paroi transparente. L'évolution de l'épaisseur du dépôt est mesurée à l'aide d'un appareil photo numérique. La masse de particules déposées est ensuite déterminée. Cette procédure permet de mesurer l'évolution de la hauteur du dépôt avec l'évolution de la chute de pression.

Une technique différente, utilisant des nappes de laser a été utilisée par Dittler et Kasper [31]. Cette technique a été développée pour pouvoir mesurer l'épaisseur et caractériser les hétérogénéités de surface liées à des cycles de colmatage et de nettoyage du médium fibreux. En effet, suite au nettoyage de celui-ci, des parties du gâteau restent à la surface. Saleem et Krammer [113] proposent un système d'imagerie stéréo afin de déterminer les hétérogénéités de surface. D'autres techniques pour déterminer l'épaisseur du dépôt ont été utilisées. Le lecteur intéressé peut se référer à l'article de Saleem et Krammer [113].

Certains auteurs utilisent un modèle de perméabilité pour en déduire la porosité du dépôt. Connaissant entre autres la vitesse de filtration et le rayon des particules, ils déduisent par ajustement de la pente de la chute de pression en fonction de la porosité du dépôt [73, 117, 122].

**Croissance du dépôt.** Les différents résultats expérimentaux ont mis en évidence que le gâteau formé est uniforme sur toute la surface du médium et que sa croissance est linéaire [42, 25]. Häusle et Sauter [56] ont mis en évidence que le dépôt s'homogénéise en fait progressivement et ne croît uniformément qu'à partir d'une certaine masse déposée (voir aussi sur cet aspect [92] et [35]).

Par ailleurs, plusieurs auteurs ont mis en évidence que la porosité dépend de la vitesse de filtration [25, 42, 73]. Cheng et al. (les vitesses de filtration sont comprises entre 0,01 et 0,09m/s) ainsi que Endo et al. ont mis en évidence une compression du dépôt de poussière *Fine* avec la vitesse de filtration. Endo et al. [42] ont également observé le même type de variation d'épaisseur du dépôt en fonction de la vitesse de filtration pour d'autres aérosols. Cependant, cette variation

est faible pour la gamme de vitesse de filtration étudiée (entre 0,016 et 0,26m/s). C'est pourquoi ces auteurs ont décidé de négliger l'effet de compression. Pour Laborde et al. [73], la vitesse de filtration contribue à augmenter la porosité du dépôt pour des particules ayant un diamètre compris entre 0,18 et 5,2 $\mu\text{m}$  et des vitesses de filtration comprises entre 0,02 et 0,2m/s.

Laborde et al. [73] n'ont pas réalisé de mesures directes mais ils interprètent les résultats de la figure 3.15(b) comme une évolution de la porosité du dépôt. Celle-ci est déterminée en utilisant la relation de Kozeny-Carman et en proposant un modèle d'évolution de la porosité du dépôt.

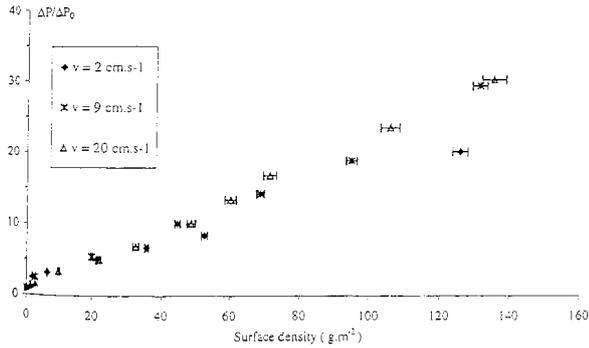


Figure 3: Influence of filtration velocity on the MFV medium clogging by 2  $\mu\text{m}$  aerosols

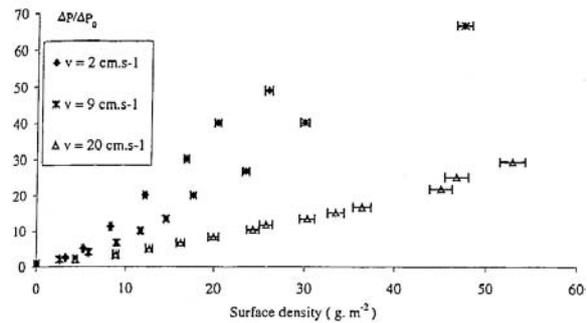


Figure 2: Influence of filtration velocity on the MFC medium clogging by 2  $\mu\text{m}$  aerosols

(a) Médium composé de fibres de verres et cellulosiques

(b) Médium composé de fibres cellulosiques

FIG. 3.15 – Évolution de la chute de pression  $\Delta P$ , adimensionnée par  $\Delta P_0$  en fonction de la masse déposée pour différentes vitesses de filtration (d'après Laborde et al. [73]).

L'influence de la porosité sur l'évolution de la chute de pression est analysée dans l'annexe D.

### 3.2.4 Modélisation qualitative de l'évolution de la chute de pression lors du colmatage

Certains de nos résultats expérimentaux, cf figure 3.47 page 169, ont exhibé un comportement similaire à ceux de Chen et al. [23] et de Song et al. [117]. La chute de pression augmente plus rapidement pendant la phase de colmatage en profondeur que pendant la phase de colmatage en surface.

Afin de comprendre les raisons pour lesquelles la chute de pression augmente quelques fois plus rapidement au cours de la phase de colmatage en profondeur que pendant la phase de colmatage en surface, nous allons nous placer dans des conditions qui permettent une étude analytique du problème. A cet effet, il est intéressant de réaliser plusieurs hypothèses simplificatrices. Ces hypothèses ont pour objectif l'obtention d'une formule analytique permettant de mieux comprendre les phénomènes physiques sous-jacents. Nous considérerons dans la suite de ce développement un aérosol monodisperse en taille.

#### Modèle de colmatage en profondeur

Pour le modèle de colmatage en profondeur, nous utilisons les travaux de Bergman et al. [9]. Ils ont proposé deux modes de dépôt des particules au sein des fibres.

	$St$	$Pe$	$N$
Barot et al. [6]	0, 116 à 0, 728	$\approx 10^4$	0, 136 à 0, 238
Huang et al. [55]	0, 193 à 0, 279	$\approx 10^{11}$	0, 072 à 0, 086
Song et al. [117]	0, 002 à 0, 424	$10^4$ à $10^5$	0, 014 à 0, 200

TAB. 3.1 – Paramètres adimensionnels des expériences de colmatage de médium fibreux. Pour déterminer les nombres adimensionnels, nous avons pris  $d_f = 10\mu m$ .

Dans le premier, les particules se déposent au sein du médium fibreux pour former un réseau de fibres dont le diamètre est celui des particules. Cette hypothèse est relativement réaliste puisque des travaux expérimentaux [116, 6, 10, 121, 122, 110] ainsi que des calculs [64, 99, 100, 63, 65, 47, 130, 17, 76] ont mis en évidence la formation de dendrites. Les particules étant monodisperses, l’hypothèse de dendrites, dont le diamètre est celui des particules, est elle aussi raisonnable. Ce type de structure est favorisé pour les vitesses d’écoulements faibles.

Pour le second, les particules se déposent de manière compacte autour de la fibre. Elles contribuent ainsi à augmenter le diamètre des particules. Ce mode de dépôt des particules dans le médium fibreux a lieu lorsque l’effet inertiel est prédominant pour la capture des particules avec leurs rebonds [116]. Ainsi, ce second mode de dépôt en profondeur est favorisé lorsque la vitesse de l’écoulement et la taille des particules sont grandes.

Le modèle proposé par Bergman et al. possède différentes faiblesses. La principale, est l’hypothèse d’un dépôt uniforme des particules sur toute l’épaisseur du médium. Différents travaux expérimentaux ont montré que les particules ne se déposent pas uniformément dans l’épaisseur, se référer par exemple à Letourneau et al. [77] cité par Thomas et al. [122]. En nous basant sur le calcul de la pénétration des particules à partir de l’efficacité de capture d’une particule [17], pages 1-11, nous obtenons une diminution exponentielle de la concentration des particules dans la profondeur du médium.

Malgré ses faiblesses, ce modèle permet de comprendre qualitativement les résultats expérimentaux de Song et al. [117], Cheng et al. [25] ainsi que nos résultats expérimentaux. C’est à dire, pourquoi la chute de pression peut, dans certain cas, augmenter plus rapidement lors du colmatage en profondeur qu’en surface.

Dans ces conditions, nous obtenons les équations (3.1) et (3.2).

$$\Delta P = \Delta P_0 \left( 1 + \frac{R}{r_p} \frac{m_d}{\rho_p e_0 \phi} \right) \left( 1 + \frac{R^2}{r_p^2} \frac{m_d}{\rho_p e_0 \phi} \right)^{1/2} \quad (3.1)$$

$$\Delta P = \Delta P_0 \left( 1 + 2 \frac{\acute{\alpha} m_d}{\rho_p e_0 \phi} \right)^{1/2} \quad (3.2)$$

où  $\Delta P$  est la chute de pression totale du médium colmaté, et  $\Delta P_0$  est sa chute de pression initiale.  $R$  est le rayon de la fibre et  $r_p$  celui des particules.  $\rho_p$  est la masse volumique des particules,  $\phi$  est la fraction volumique des fibres et  $e_0$  l’épaisseur initiale du médium fibreux. Enfin,  $\acute{\alpha}$  représente la porosité du dépôt de particules autours des fibres.

La première équation, (3.1), est pour le modèle dendritique et la seconde équation, (3.2), correspond au modèle de grossissement des fibres. Elles sont toutes les deux présentées en fonction de la masse de particules déposées par unité de surface,  $m_d$ .

### Modèle de dépôt

Pour déterminer l'évolution de la chute de pression lors du colmatage en surface, nous utilisons le modèle de Kozeny-Carman.

$$k_d = \frac{d_p^2 \varepsilon_d^3}{180 (1 - \varepsilon_d)^2}$$

Dans ce cas la chute de pression due au dépôt est :

$$\Delta P = \mu \frac{e_d}{k_d} u_f = \mu \frac{180 (1 - \varepsilon_d)^2}{\varepsilon_d^3 d_p^2} e_d u_f$$

La hauteur de dépôt est directement liée à la porosité du gâteau par :

$$(1 - \varepsilon_d) = \frac{m_d}{\rho_p e_d}$$

D'où :

$$\Delta P = \mu \frac{180 (1 - \varepsilon_d) m_d}{\rho \varepsilon_d^3 d_p^2} u_f$$

Ce dernier résultat est proposé par Novick et al. [93]

La chute de pression initiale est :  $\Delta P_0 = \mu \frac{e_0}{k_0} u_f$ . Ainsi, pour la phase de colmatage en surface, nous avons :

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{180 k_0 (1 - \varepsilon_d) m_d}{\rho_p \varepsilon_d^3 d_p^2 e_0} \quad (3.3)$$

### Exploitation du modèle

Afin de comparer la pente de la chute de pression pendant la phase de colmatage en profondeur à celle en surface, nous déterminons la dérivée des équations (3.1), (3.2) et (3.3) par rapport à la masse déposée. La dérivée de la chute de pression pendant la phase de colmatage en surface est désignée par  $\beta_s$ , et pour le colmatage en profondeur par  $\beta_p$ . Nous désignerons le processus de colmatage en profondeur avec formation de dendrite par l'indice 1, et le grossissement des fibres par l'indice 2, soit respectivement,  $\beta_{p1}$  et  $\beta_{p2}$ .

La comparaison de la pente de la chute de pression lors du processus de colmatage en profondeur,  $\beta_p$ , à celle lors du processus de colmatage en surface,  $\beta_s$  va permettre de déterminer si la chute de pression augmente plus rapidement lors du colmatage en surface ou lors du colmatage en profondeur. Pour le ratio  $\frac{\beta_p}{\beta_s}$  inférieur à 1, la chute de pression augmente plus rapidement lors de la phase de colmatage en surface. Dans le cas contraire,  $\frac{\beta_p}{\beta_s} > 1$ , c'est lors du colmatage en profondeur que la chute de pression augmente le plus rapidement.

Nous obtenons les expressions suivantes :

$$\beta_{p1} = \Delta P_0 \frac{R}{r_p} \left( 1 + \frac{R^2}{r_p^2} \frac{m_d}{\rho_p e_0 \phi_p} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{R}{r_p} + \frac{3}{2} \frac{R^2}{r_p^2} \frac{m_d}{\rho_p e_0 \phi} \right) \quad (3.4)$$

$$\beta_{p2} = \mu \frac{16}{R^2} \phi \frac{\dot{\alpha}}{\rho_p} \left( \phi_f + \frac{2\dot{\alpha} m_d}{\rho_p e_0} \right)^{-1/2} u_f \quad (3.5)$$

$$\beta_s = 45\mu \frac{(1 - \varepsilon_d)^2}{\rho_p \varepsilon_d^3 r_p^2} u_f \quad (3.6)$$

Les équations (3.4), (3.5) et (3.6) permettent de déterminer  $\frac{\beta_{p1}}{\beta_s}$ , équation (3.7), et  $\frac{\beta_{p2}}{\beta_s}$ , équation (3.8), en fonction des caractéristiques du médium fibreux utilisé, de la taille des particules et de la porosité du gâteau. Soit :

$$\frac{\beta_{p1}}{\beta_s} = \frac{16}{45} \frac{\varepsilon_d^3}{(1 - \varepsilon_d)^2} \frac{\phi^{1/2}}{\left(1 + \frac{R^2}{r_p^2} \frac{m_d}{\rho_p e_0 \phi}\right)^{1/2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{r_p}{R} + \frac{3}{2} \frac{R}{r_p} \frac{m_d}{\rho_p e_0 \phi}\right) \quad (3.7)$$

$$\frac{\beta_{p2}}{\beta_s} = \frac{\phi \alpha}{45 \left(\phi + \frac{2\alpha m_d}{\rho_p e_0}\right)^{1/2}} \frac{\varepsilon_d^3}{(1 - \varepsilon_d)^2} \frac{r_p^2}{R^2} \quad (3.8)$$

Les caractéristiques du médium fibreux utilisé par Song et al. [117] ne sont pas parfaitement connues. C'est pourquoi, nous avons supposé qu'il possède une porosité aux alentours de 90%, ce qui est une valeur moyenne raisonnable pour un médium fibreux. Nous avons supposé que le médium possède un seul type de fibre dont le diamètre est  $10\mu m$ . Nous nous appuyons pour cela sur leurs images obtenues par un microscope électronique à balayage. Pour l'épaisseur du médium fibreux, nous avons choisi  $0,5mm$ .

Les particules sont en latex, de masse volumique  $1,05g/cm^3$ , dont le diamètre est compris entre  $0,135\mu m$  et  $2,0\mu m$ . Les aérosols utilisés sont monodisperses. C'est pourquoi, nous avons considéré 5 diamètres de particules différents :  $0,1$ ,  $0,3$ ,  $0,5$ ,  $1,2$  et  $2,0\mu m$ . Par ailleurs, pour le modèle de grossissement des fibres, nous avons supposé que les particules qui s'accumulent autour des fibres ont une porosité de  $0,40$ . Soit :  $\frac{1}{\alpha} = 0,40$ .

Song et al. ont déduit, à partir du modèle de Rudnick et First, la porosité du gâteau. Ce résultat est obtenu en ajustant la porosité du gâteau afin d'avoir la bonne évolution de la chute de pression. La porosité est ainsi comprise entre  $0,7$  et  $0,95$  selon le diamètre des particules. Lors d'études précédentes, Kirch et Pénicot et al., dont les résultats sont repris par Song et al. [117], ont obtenu des porosités comprises entre  $0,8$  et  $0,9$ .

Pour ces conditions, nous obtenons les graphiques 3.16 et 3.17 pour le modèle à dendrite et 3.18 pour le modèle de grossissement de fibres.

Le graphique 3.16 représente l'évolution du rapport entre  $\frac{d\Delta P_{p1}}{dm}$  par  $\frac{d\Delta P_s}{dm}$  en fonction de la masse déposée  $m_d$ , par unité de surface en  $kg/m^2$ . Le rapport  $\frac{\beta_{p1}}{\beta_s}$  dépend de la masse déposée dans la profondeur. Pour une masse déposée par unité de surface,  $m_d$ , suffisamment importante, il varie en fonction de la racine carré de la masse déposée, comme le montre l'équation (3.7).

Nous remarquons que  $\frac{\beta_{p1}}{\beta_s}$  est proche de  $1,0$  et dépasse cette valeur critique à partir d'une certaine valeur de  $m_{dC}$ . Plus le diamètre des particules est élevé et plus  $m_{dC}$  est faible. Ainsi, à partir d'une masse critique de particules déposées, la chute de pression, lors du colmatage en profondeur va augmenter plus rapidement que pendant la phase de colmatage en surface. Cette masse critique dépend des caractéristiques du médium, de la taille des particules et de la porosité du dépôt en surface. Selon la valeur de ces différents paramètres,  $\frac{\beta_{p1}}{\beta_s}$  peut être plus grand que  $1$  dès le départ, comme le montre le graphique 3.17. Les courbes sont obtenues en modifiant la porosité du dépôt : nous avons choisi  $\varepsilon = 0,95$  au lieu de  $0,80$  pour les calculs précédents.

Le graphique 3.18 montre le rapport  $\frac{d\Delta P_{p1}}{dm}$  par  $\frac{d\Delta P_s}{dm}$  en fonction de la masse de particules déposées en profondeur par unité de surface dans le cas du modèle de grossissement des fibres.

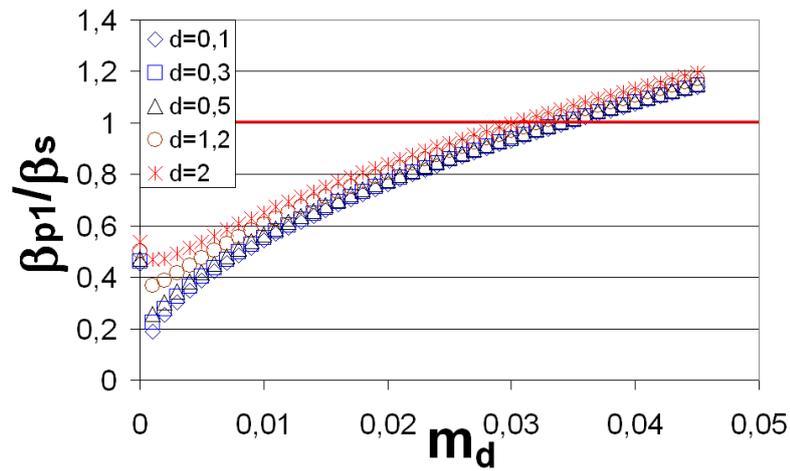


FIG. 3.16 – Dépôt ayant une porosité  $\varepsilon = 0,90$

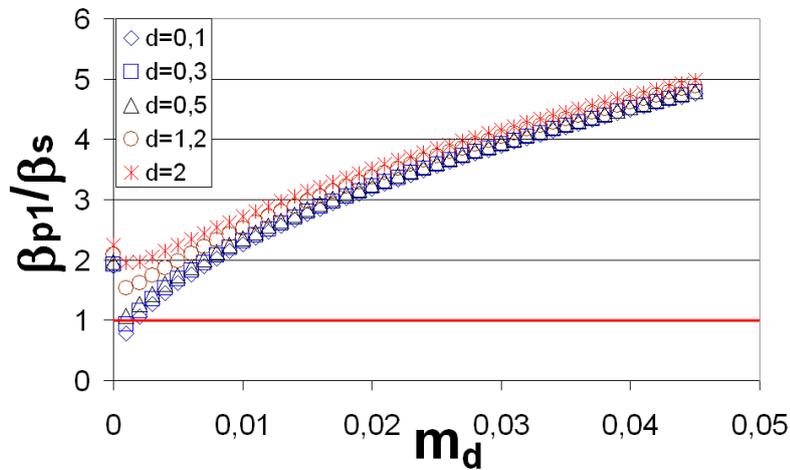


FIG. 3.17 – Dépôt ayant une porosité  $\varepsilon = 0,97$

Évolution du rapport  $\frac{\beta_p}{\beta_s}$ , dans le cas de dendrites, en fonction de la masse de particules déposées  $m_d$  en  $kg/m^2$  pour différents diamètres de particules.

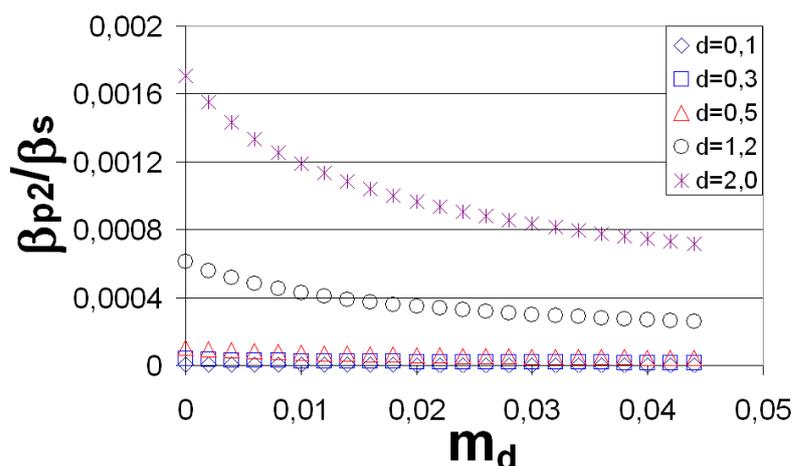


FIG. 3.18 – Évolution du rapport  $\frac{\beta_p}{\beta_s}$  en fonction de la masse de particules déposées  $m_d$  en  $kg/m^2$  pour différents diamètres de particules, dans le cas du grossissement de fibre pour le colmatage en profondeur.

Comme nous pouvons le voir, la valeur de  $\frac{\beta_{p2}}{\beta_s}$  diminue avec la masse déposée. En effet, l'équation 3.8 est inversement proportionnelle à la racine carré de la masse déposée. Nous pouvons remarquer que les valeurs maximales de ce ratio sont très faibles devant 1, 0. C'est pourquoi, il est peu vraisemblable que la chute de pression augmente plus rapidement lors de la phase de colmatage en profondeur que pendant la phase de colmatage en surface.

Ce type de dépôt a lieu lorsque les particules sont capturées par effet inertiel. Dans ce cas en raison du rebond des particules [116], celles-ci s'amassent sur les fibres au lieu de créer des structures dendritiques.

Intéressons nous à présent à nos résultats expérimentaux. La figure 3.19 représente l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse déposée pour différentes vitesses de filtration. Pour une vitesse de filtration de  $0,47m/s$  la chute de pression augmente plus rapidement lors du colmatage en profondeur que lors du colmatage en surface. Par contre, pour les plus grandes vitesses de filtration, nous observons l'inverse.

La structure formée par les particules au sein du médium fibreux permet d'expliquer, pour  $u_f = 0,47m/s$ , l'augmentation de la chute de pression plus rapide pendant la phase de colmatage en profondeur que lors de la phase de colmatage en surface : la formation de dendrites en est ainsi la raison.

Cependant, l'augmentation de la vitesse de filtration entraîne une modification de la structure du dépôt des particules au sein du médium. Au moins deux scénarii différents permettent d'expliquer ce changement :

- Pour le premier scénario, l'augmentation de la vitesse de l'écoulement a pour conséquence l'augmentation de l'énergie cinétique des particules. Il en résulte une augmentation de la probabilité de rebond de celle-ci et par conséquent la disparition des dendrites [116].
- Pour le second scénario, l'augmentation de la vitesse de filtration contribue à diminuer l'efficacité de capture d'une partie des plus grosses particules en raison, entre autres du rebond des particules. Celles-ci vont donc aller plus profondément dans le médium. Les dendrites, ne peuvent plus se former en raison des particules de diamètre plus important et d'une plus grande énergie cinétique.

Les particules ne forment plus des dendrites mais contribuent alors au grossissement des

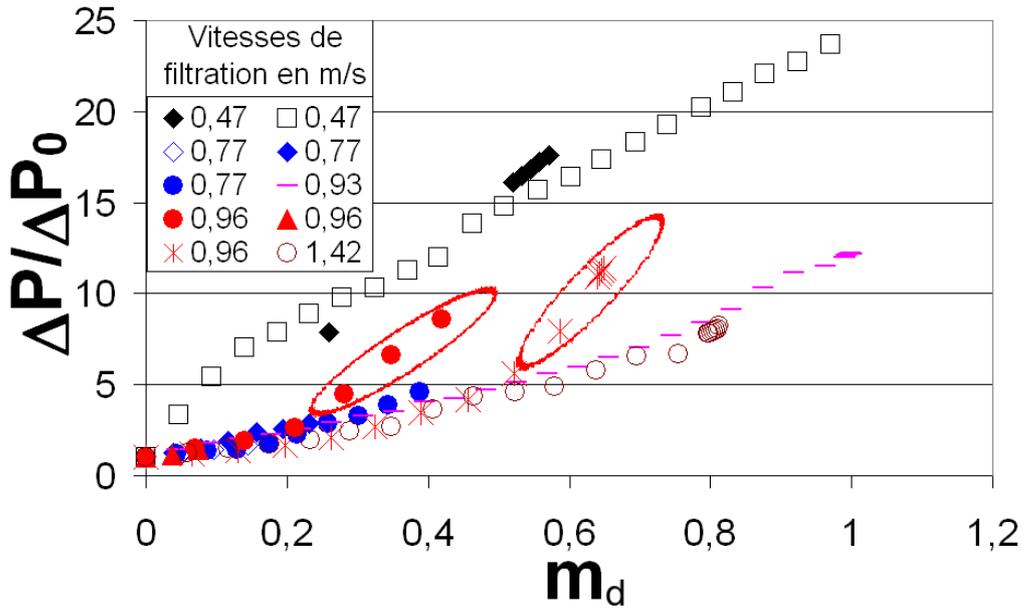


FIG. 3.19 – Evolution de la chute de pression du médium  $\Delta P$  adimensionnée par  $\Delta P_0$ , la chute de pression initiale, en fonction de la masse déposée  $m$ , en  $g/m^2$  pour différentes vitesses de filtration.

fibres. C'est pourquoi la chute de pression augmente plus rapidement dans ce cas lors de la phase de colmatage en surface.

## Conclusion

Ce modèle rudimentaire de colmatage permet de donner une explication aux résultats expérimentaux obtenus par Song et al. [117] et Chen et al. [23]. Ainsi, pour les plus petites tailles de particules, la pente lors du colmatage en profondeur est plus faible que pour le colmatage en surface ( $d_p = 0,135\mu m$  à  $0,505\mu m$ ). En effet, la masse par unité de surface critique pour laquelle  $\frac{\beta_p}{\beta_s}$  est supérieure à 1,0 est plus grande que celle de la transition du colmatage en profondeur au colmatage en surface. Comme cette masse critique, par unité de surface, diminue lorsque le diamètre des particules augmente, il en résulte, à partir d'un certain diamètre,  $d_p = 0,596\mu m$ , un changement de comportement. Le ratio  $\frac{\beta_p}{\beta_s}$  est tout d'abord plus faible que 1,0, puis augmente pour devenir plus grand que l'unité. C'est à ce moment là que commence le colmatage en surface, avec une pente plus faible que le colmatage en profondeur : les courbes ont alors une forme de  $S$ .

Pour les particules de diamètre  $d_p = 2r_p = 1,53\mu m$ , nous n'observons plus de  $S$ . Nous avons dans ce cas, deux possibilités. Soit, le rapport  $\frac{\beta_p}{\beta_s}$  est plus grand que 1,0, dès le départ, ce qui explique l'absence du  $S$ . Soit l'échantillonnage est trop grossier par rapport à la valeur de la masse critique.

Pour les particules de diamètre  $d_p = 2,0\mu m$ , la structure du dépôt des particules au sein du médium est très probablement différente. En effet, le nombre de Stokes des particules est  $St = 0,42$ , avec  $St = \frac{d_p^2 \rho_p u_f}{36\mu R}$ . L'inertie des particules contribue alors à modifier la structure du dépôt [116]. Dans ce cas, les particules contribuent à augmenter le diamètre des fibres.

### 3.3 Colmatage médium plan

#### 3.3.1 Protocole expérimental

L'étude du colmatage des média plan est réalisée pour différents média fibreux : un médium fibreux monocouche *N687* et un contre-type du médium bicouches *N1015*. Le médium *N1209* est également colmaté mais sous sa forme plissé : *D4F*. Les caractéristiques de ces différents média sont présentées dans le tableau 3.2.

La dénomination *N1015* correspond à un lot de production. À partir des mêmes réglages de production et avec le même type de fibres, ont été produit différents lots. La tolérance pour les productions sont de 10% sur l'épaisseur et grammage totale du médium, des variations sur l'épaisseur et le grammage entre les différents lots de production. Les données présentées ici sont les caractéristiques du médium utilisé pour le colmatage du médium plan. Nous désignons par contre-type du médium *N1015*.

Dénomination des média	<i>N687</i>	<i>N1209 (D4F)</i>	Contre-type <i>N1015</i>
Épaisseur ( <i>mm</i> )	1,45	2,84	2,22
perméabilité ( $\mu m^2$ )	356	227,7	166

TAB. 3.2 – Caractéristiques des média utilisés.

Les résultats concernant le médium *N687* ne sont présentés que pour l'analyse des images obtenues par micro-tomographie. Les mesures de masses n'ont pas été réalisées suffisamment finement pour pouvoir être exploitées précisément : l'incertitude sur la mesure de la masse finale est trop importante. Nous avons alors une incertitude de 0,1g au lieu de 0,01g sur la masse déposée. Seuls les résultats concernant le médium *N1015* sont exploités. Nous pouvons néanmoins comparer le temps de transitions entre le colmatage en profondeur et le colmatage en surface. Ce sont uniquement les ordres de grandeurs qui nous intéressent dans ce cas bien précis.

Les résultats du médium *N1209* obtenus sous une forme plissée, *D4F*, sont présentés en raison des images du médium colmaté réalisées à l'aide d'un microscope électronique à balayage.

C'est le contre-type du médium *N1015* qui est utilisé pour établir un modèle de colmatage de médium plan, section 3.3.3.

Pour caractériser le comportement des média fibreux que nous utilisons dans le cadre de cette étude, nous avons étudié leurs colmatages pour différentes vitesses de filtration et pour deux types de poussières : *Fine* et *Coarse*. Pour tous ces essais, les mesures sont réalisées à vitesse de filtration en principe stabilisée.

Nous pouvons ainsi mesurer l'évolution de la chute de pression en fonction du temps. La concentration de l'aérosol est déterminée à posteriori par une mesure de la masse de particules déposée sur le filtre absolu ainsi que sur l'échantillon. Cette mesure nous donne aussi accès à l'efficacité moyenne du médium. Par contre, nous n'avons pas accès à l'évolution de l'efficacité ni à la concentration instantanée de l'aérosol. En effet, le dispositif utilisé pour injecter les particules n'est pas très régulier et nous n'avons pas réussi à déterminer l'incertitude liée aux possibles fluctuations de la concentration au cours de l'injection.

Nous présentons tout d'abord le dispositif expérimental utilisé, puis la procédure de réalisation des essais. Ensuite, nous donnons les caractéristiques physiques des différents média utilisés, et les paramètres d'essais que nous pouvons imposer ou mesurer. Enfin, nous terminons cette partie expérimentale par un calcul de l'incertitude sur les différentes mesures.

### Le banc de mesure

Les mesures de colmatage des différents média plans sont réalisées sur le banc représenté sur la figure 3.20. Un schéma du dispositif complet est également montré sur la figure 3.21.

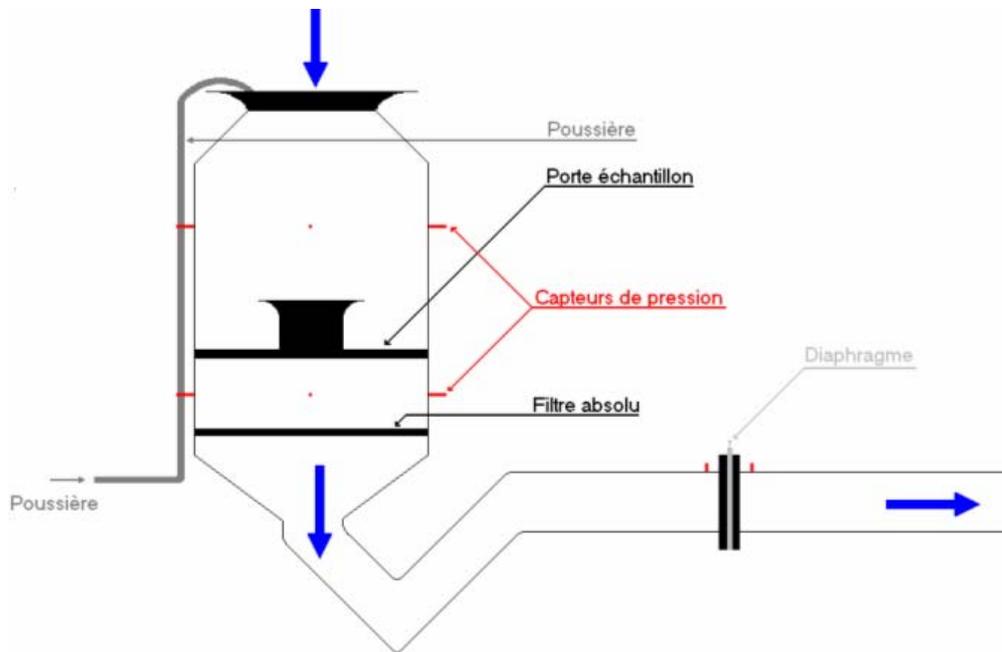


FIG. 3.20 – Dispositif expérimental utilisé pour le colmatage des média plans.

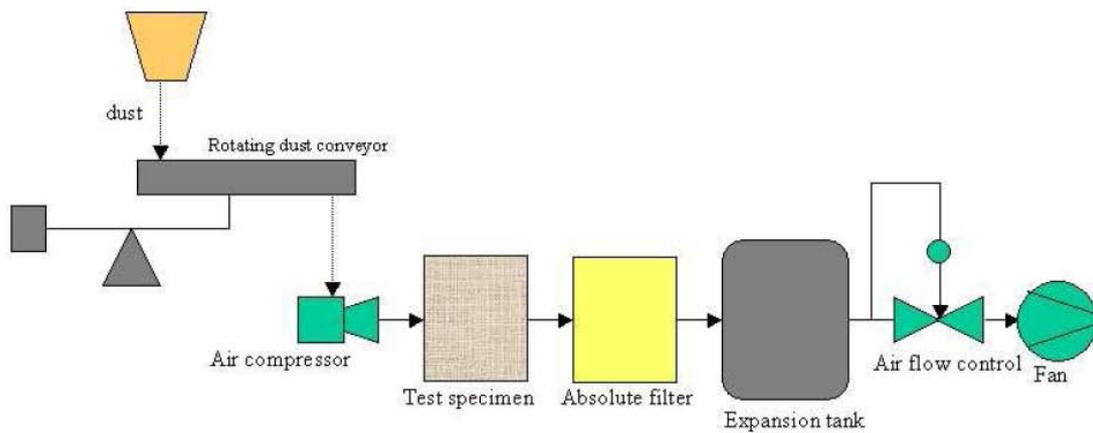


FIG. 3.21 – Dispositif expérimental utilisé pour l'étude du colmatage des média plans et plissés.

La section du banc utilisée est rectangulaire. Comme nous pouvons le voir sur le schéma, la mesure du débit d'air est réalisée par la mesure de la pression aux bornes d'un diaphragme. Le diamètre du diaphragme étant fixé, il existe un lien direct entre le débit volumique d'air et la chute de pression aux bornes du diaphragme.

Le contrôle du débit est assuré par le contrôle de l'ouverture de la vanne située entre le diaphragme et le ventilateur. Le contrôle de l'ouverture de la vanne est assuré par un ordinateur

qui réalise aussi l'acquisition des mesures de pression et de débit.

Comme le montre le schéma 3.21 ainsi que le schéma 3.20, l'injection de la poussière est réalisée par un tuyau arrivant en haut du banc vertical. Celui-ci est représenté en gris clair sur le dessin 3.20. C'est par effet Venturi que la poussière est aspirée dans le tuyau. La régulation de la concentration de poussière dans l'air est assurée par le système représenté sur la figure 3.22. Il est constitué par un plateau tournant comportant plusieurs rainures. Chacune de ces rainures peut contenir une masse de poussière. La vitesse de rotation du plateau est comprise entre 1 et 4 tours par heure. Il est ainsi possible d'obtenir un réglage grossier de la concentration de la poussière.

Le plateau est alimenté par un système assurant un remplissage homogène des rainures. La poussière est au préalable disposée dans des étuves afin de s'assurer que l'aérosol soit dépourvu de trace d'eau de façon à diminuer le plus possible l'impact de l'humidité sur le colmatage [83, 82].

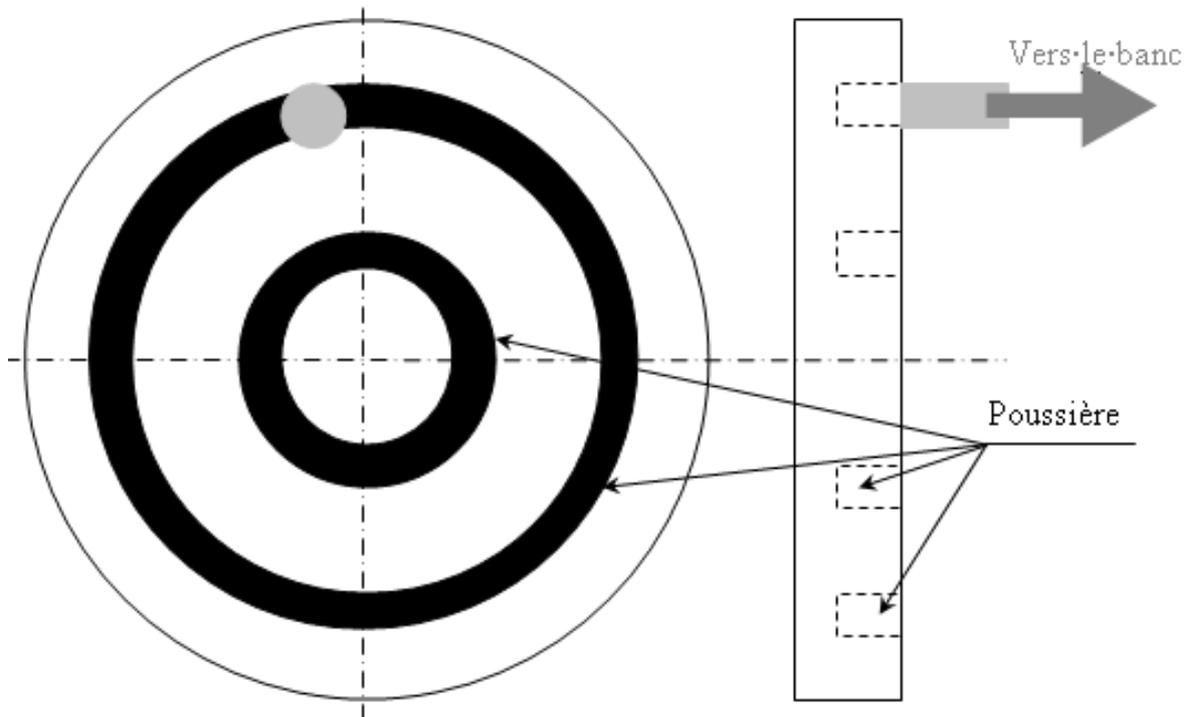


FIG. 3.22 – Dispositif expérimental utilisé pour contrôler la concentration en poussière.

### La procédure expérimentale

Préalablement aux mesures de colmatage du médium, nous avons déterminé la chute de pression engendrée par le porte échantillon pour une large gamme de vitesse. Nous mettons ensuite en place la poussière dans le distributeur de poussière, figure 3.22. Nous réalisons alors un premier colmatage d'un médium, après avoir réglé la vitesse de rotation du plateau, cf. figure 3.22. Ce premier colmatage permet à la rainure, figure 3.22, de se remplir de façon homogène.

Pour tous les essais, nous avons procédé selon la même méthode. La première étape consiste à peser l'échantillon et le filtre absolu. Les mesures sont réalisées avec une précision de  $\pm 0,01g$ . Après avoir mis en place l'échantillon et le filtre absolu, nous avons réalisé une mesure de chute de pression sans colmatage. Cette mesure, réalisée après stabilisation du débit, nous permet

de déterminer  $\Delta P_0$ . L'incertitude liée à la mesure de pression, aussi bien pour la mesure de la chute de pression initiale que lors de la phase de colmatage, est de  $\pm 2\%$ . La troisième étape de l'essai consiste à colmater l'échantillon. Dans ce cas, une procédure automatique est proposée par l'ordinateur d'acquisition. Le débit est tout d'abord stabilisé à la valeur choisie avant d'envoyer la poussière sur l'échantillon. Une régulation automatique du débit, en réalité assez peu fiable, est assurée par l'ordinateur.

Lorsque la chute de pression maximale est atteinte, l'injecteur d'aérosol est arrêté puis l'écoulement. Une pesée de l'échantillon et du filtre absolu sont alors réalisées. Cette pesée nous donne ainsi accès à l'efficacité moyenne sur tout l'essai du médium fibreux testé ainsi que la concentration moyenne de l'aérosol lors de l'essai. Enfin, le banc est nettoyé de la poussière résiduelle afin de ne pas perturber les résultats de la prochaine mesure.

### Les paramètres expérimentaux

Pendant les essais, nous prenons soin de déterminer les différents paramètres pouvant influencer l'évolution du colmatage du médium. Nous avons ainsi déterminé la pression et la température atmosphérique. En effet, ces données sont nécessaires pour déterminer le débit volumique. Nous avons également mesuré l'humidité de l'air.

Nous avons utilisé deux types de poussières. Ces deux types de poussières, *Fine* et *Coarse*, sont polydisperses en diamètre et sont constitués par du sable du désert de l'Arizona<sup>6</sup>. Nous avons regroupé dans le tableau 3.3 la composition chimique de cette poussière. Par ailleurs, ce sable est 2,65 fois plus dense que l'eau, ce qui lui confère une masse volumique  $\rho_p = 2650 \text{ kg/m}^3$ .

Produit chimique	$SiO_2$	$Al_2O_3$	$Fe_2O_3$	$Na_2O$	$CaO$	$MgO$	$TiO_2$	$K_2O$
Pourcentage en masse	68 – 76%	10 – 15%	2 – 5%	2 – 4%	2 – 5%	1 – 2%	0,5 – 1,0%	2 – 5%

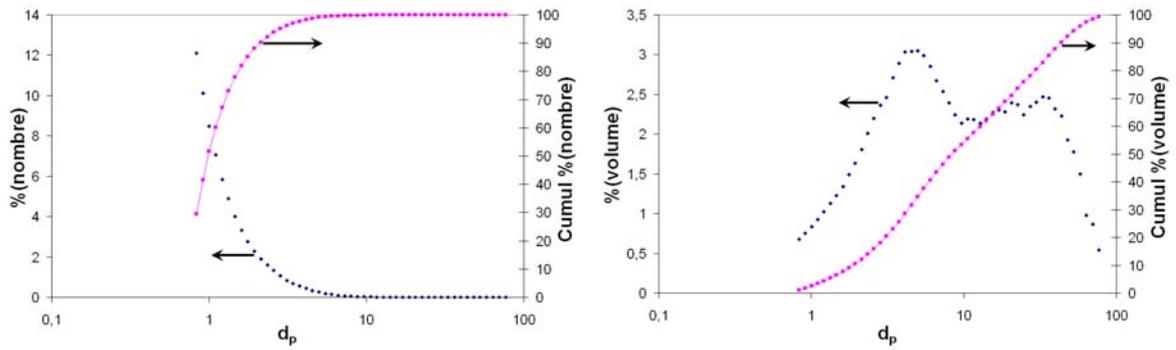
TAB. 3.3 – Composition chimique de la poussière *Fine* et *Coarse*.

Nous avons représenté, à partir des fiches fournies avec le produit, la répartition en diamètre de poussières. Cette répartition est représentée en pourcentage de nombre de particules et aussi en pourcentage du volume. La figure 3.23 représente la répartition en taille de la poussière *Fine* et la figure 3.24, la répartition en taille de la poussière *Coarse*. Les caractéristiques moyennes des poussières sont résumées dans le tableau 3.4. Les résultats de colmatage du médium plan par la poussière *Coarse* ne seront pas présentés dans ce manuscrit car le colmatage des médias plissés a été réalisé uniquement par la poussière *Fine*.

	<i>Fine</i>	<i>Coarse</i>
moyenne ( $\mu m$ )	9,148	26,79
Mode ( $\mu m$ )	5,126	50,69
Médiane ( $\mu m$ )	8,570	33,72
Écart-type ( $\mu m$ )	19,6	50,2

TAB. 3.4 – Caractéristique volumétrique des diamètres de la poussière *Fine* et *Coarse*.

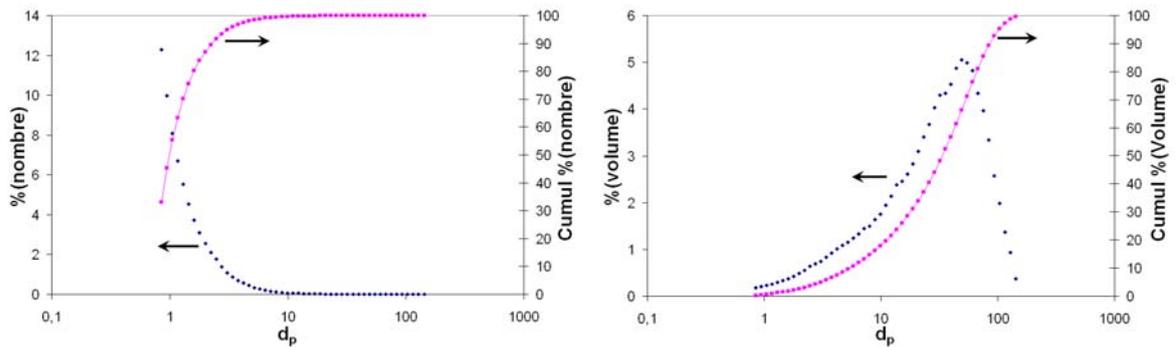
<sup>6</sup>Norme industriel



Répartition en nombre de particules

Répartition en volume de particules

FIG. 3.23 – Répartition de la taille des particules pour la poussière *Fine*



Répartition en nombre de particules

Répartition en volume de particules

FIG. 3.24 – Répartition de la taille des particules pour la poussière *Coarse*

### 3.3.2 Analyse des images de colmatage de médium plan

L'analyse des images d'un médium colmaté permet de mieux comprendre la structure du dépôt des particules dans le médium fibreux. Cette information, à l'échelle de plusieurs fibres, permet de mieux comprendre les phénomènes physiques qui contribuent au dépôt [17, 54, 116, 117, 55] et ainsi de mettre en place des modèles de colmatage [9, 10, 121, 122].

Dans ce contexte, les possibilités offertes par la microtomographie sont importantes du point de vue de la compréhension du colmatage d'un médium fibreux. En effet, le comportement lors du colmatage d'une fibre isolée ou d'un réseau de fibres parallèles n'est pas le même [115]. Avec cette technique, la visualisation d'un volume complet est possible, sans que celui-ci ne soit altéré par la préparation de l'échantillon, ce qui n'est pas le cas des observations par microscope [10, 9, 121, 122]. Par ailleurs, ces observations vont permettre de caractériser l'incidence de l'arrangement des fibres sur le colmatage en particulier sur la formation de pont de particules entre les fibres.

Afin de mieux comprendre le colmatage des média plans, des images de différents média colmatés ont été réalisées. Nous avons observé un médium monocouche, *N687*, par microtomographie. Nous utilisons également un rapport réalisé par S. Capo Canisares qui a réalisé des images à l'aide d'un microscopie électronique à balayage environnemental sur le médium plissé *D4F* constitué par le *N1209*. Les caractéristiques de ces média sont dans le tableau 3.2 page 149. Deux types de poussière sont utilisés : *Fine* et *Coarse* qui sont présentés dans le tableau 3.4 page 152, ainsi que dans les figures 3.23 et 3.24 pages 153 et 153.

#### Microtomographie

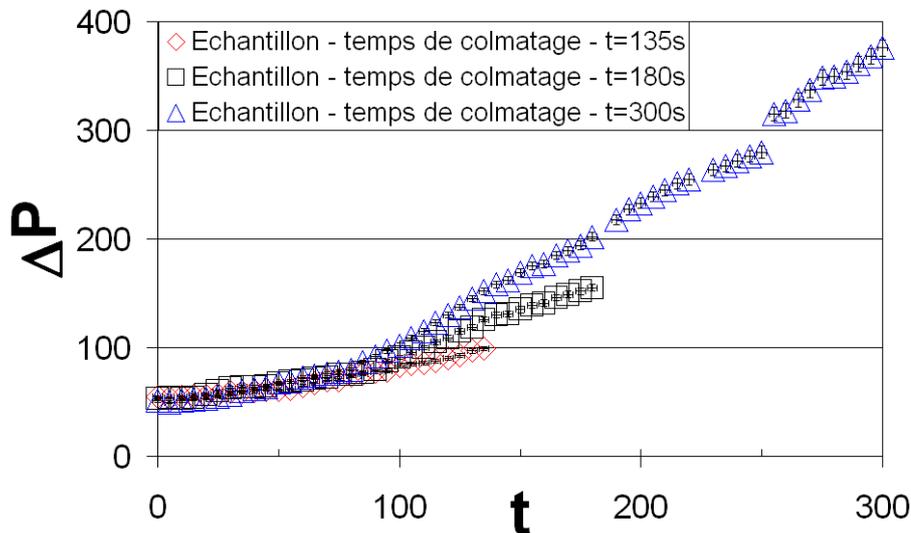


FIG. 3.25 – Evolution de la chute de pression  $\Delta P$ , en  $Pa$ , du médium *N687* en fonction du temps  $t$  en seconde.

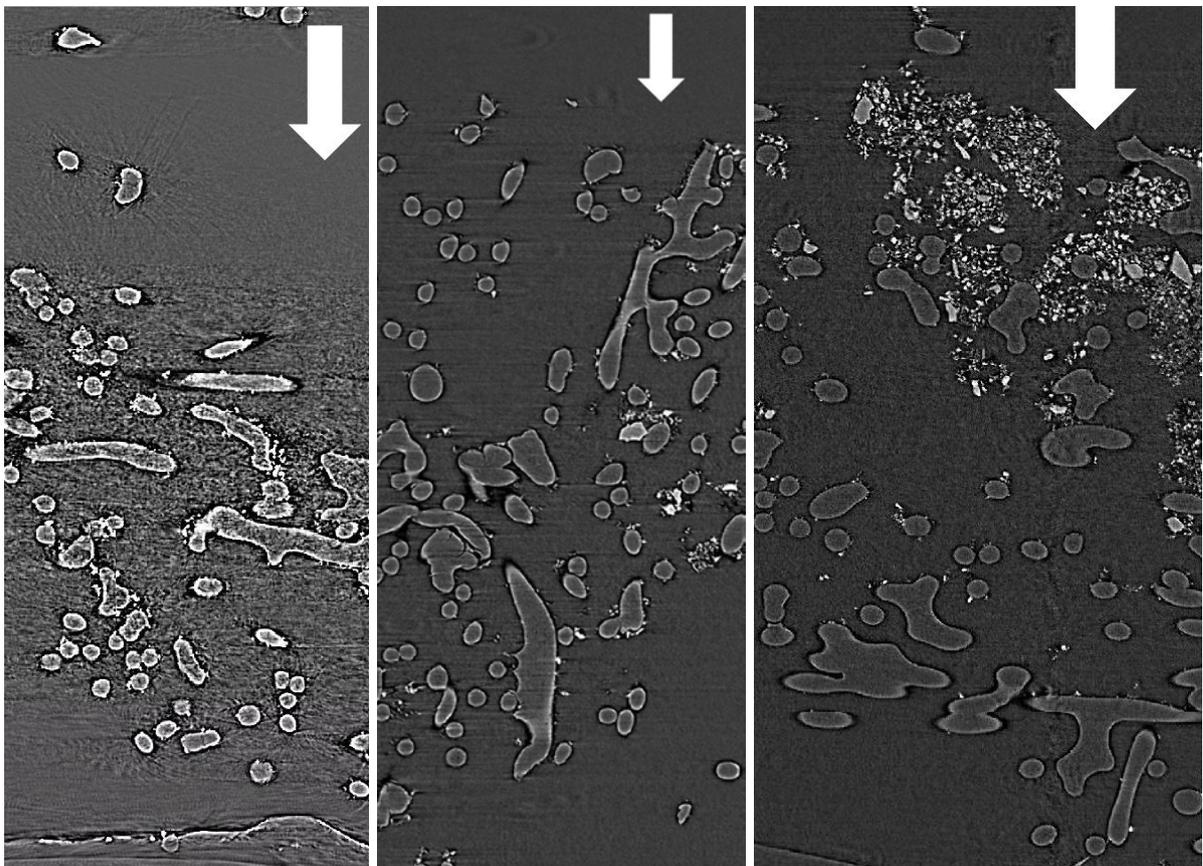
La micro-tomographie a déjà été utilisée pour déterminer l'évolution d'un milieu poreux due à des réactions internes [91]. L'IRM a aussi été utilisée pour montrer l'évolution du colmatage d'un médium fibreux [54]. Par ailleurs, il est possible d'étudier l'évolution du colmatage d'un filtre complet par tomographie à rayon X [79].

Les images que nous avons obtenues par micro-tomographie ont été réalisées à l'European

Synchrotron Radiation Facility (ESRF) à Grenoble. Le synchrotron est un instrument permettant l'accélération à haute énergie de particules stables chargées. Ce dernier permet, entre autre, l'émission de rayon X très brillant et très stable, permettant la réalisation d'images par microtomographie à rayon X avec des résolutions comprises entre  $0,3$  et  $30\mu m$ .

Il est possible de réaliser grâce au synchrotron des images tridimensionnelles de très bonne qualité. La résolution est de  $1,4\mu m^3$  par voxel. Le lecteur désireux de s'informer plus précisément sur le sujet peut se référer au document de thèse de Risser [111] ainsi qu'au site internet de l'ESRF : <http://www.esrf.eu/UsersAndScience/Experiments/Imaging/ID19>

Le médium N687 est colmaté par de la poussière *Fine*, dont les caractéristiques sont données par les tableaux 3.3 et 3.4 ainsi que la figure 3.23, pour une vitesse de filtration moyenne  $u_f = 0,60m/s$  et une concentration d'environ  $1g/m^3$ . L'évolution de la chute de pression en fonction du temps est représentée sur graphique 3.25.



(a) Temps de colmatage  $t = 135s$  (b) Temps de colmatage  $t = 180s$  (c) Temps de colmatage  $t = 300s$

FIG. 3.26 – Coupe transversale du médium fibreux à différents stades de colmatage

Les images de la figure 3.26 représentent des coupes transversales du médium à différents stades de colmatage. L'écoulement de l'air a lieu du haut vers le bas. Les particules apparaissent comme des taches brillantes. Les fibres sont reconnaissables par une bordure noire puis blanche, en partant de l'extérieur vers l'intérieur de la fibre. Le coeur des fibres est gris.

Afin de mieux comprendre l'évolution du colmatage d'un médium fibreux, nous avons réalisé des images à différents temps de colmatage. Ces derniers sont représentés sur le graphique 3.25. Ainsi, l'image 3.26(a), à 135 secondes de colmatage, correspond à la fin de la transition entre le

colmatage en profondeur et le colmatage en surface. Les coupes 3.26(b) et 3.26(c), à 180 secondes et 300 secondes de colmatage, correspondent quant à elles à une phase où le colmatage en surface est de plus en plus prédominant. Pour donner une échelle des images, le diamètre des fibres est d'environ  $20\mu m$ .

Nous devons noter, à ce stade, qu'aucun traitement spécifique du dépôt de surface n'a été réalisé. C'est pourquoi, nous ne pourrions pas observer celui-ci. En effet, en raison de la taille de l'échantillon observé, de  $3mm \times 3mm$  pour la surface de base, il est difficile, voire impossible, de conserver le dépôt de surface intact lors de la préparation des échantillons sans traitement préalable de celui-ci. Pour cette raison nous nous intéresserons uniquement à la structure interne des particules au sein du réseau fibreux.

Intéressons nous aux images obtenues après 135s de colmatage. Nous n'avons pas réalisé un traitement d'images pour les différents échantillons, cependant, il nous est possible d'en extraire un certain nombre d'informations qualitatives. Nous pouvons voir, sur la figure 3.26(a), que la concentration de particules décroît dans la profondeur du médium. Il n'y a presque aucune particule dans la partie basse de celui-ci.

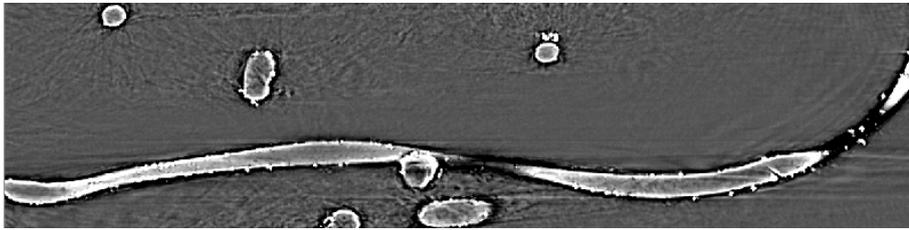


FIG. 3.27 – dépôt de particules le long d'une fibre

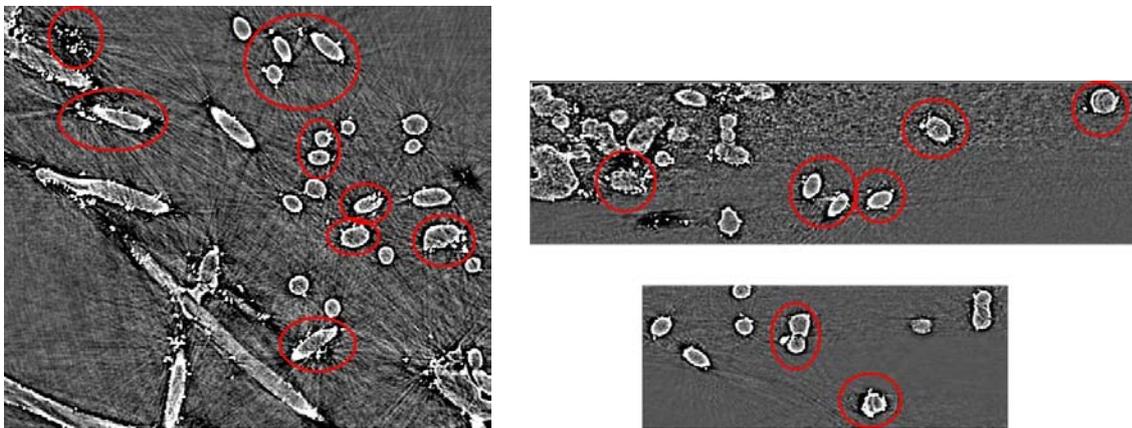


FIG. 3.28 – Grossissement des fibres par le dépôt de particules

Par ailleurs, nous pouvons accéder à la structure formée par les particules. Ainsi, nous n'avons pas réussi à observer de dendrites sur les images que nous avons étudiées. En effet, Les particules se déposent sur toute la longueur de la fibre de façon éparse, figure 3.27, ou contribuent au grossissement des fibres, figure 3.27 et 3.28.

À certains endroits, où la configuration géométrique est plus favorable, nous observons également la formation de quelques *ponts* entre deux fibres comme le montre la figure 3.29. Ceux-ci sont de faible taille comparativement au diamètre des fibres et de l'ordre de 3 à 4 diamètres de particules pour les plus grands que nous avons observés.

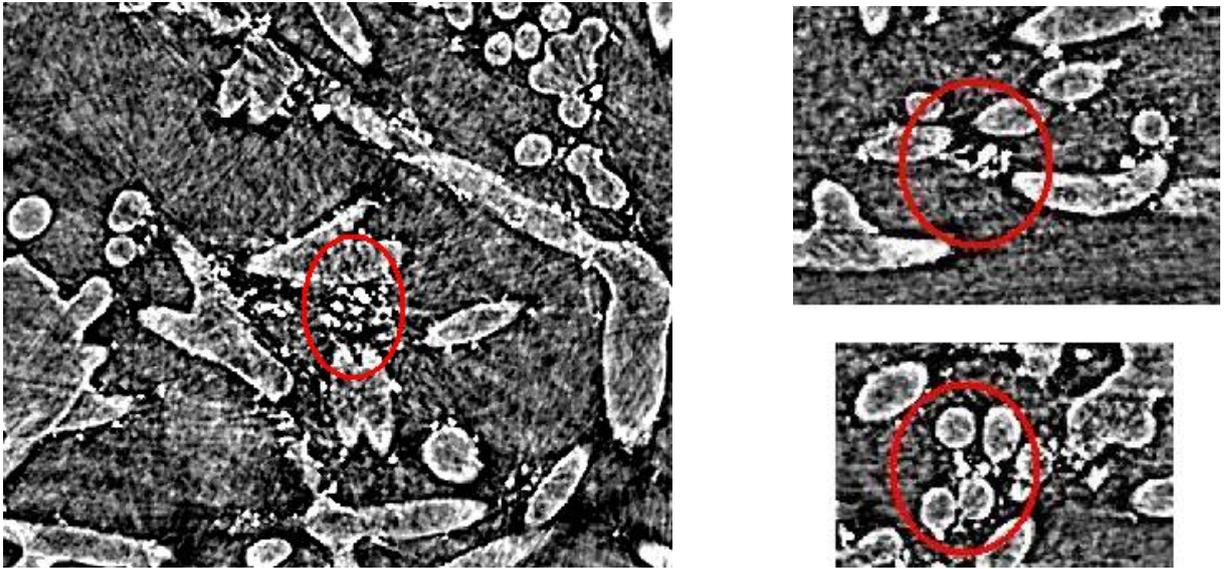


FIG. 3.29 – Apparition de pont entre fibres -  $t = 135s$

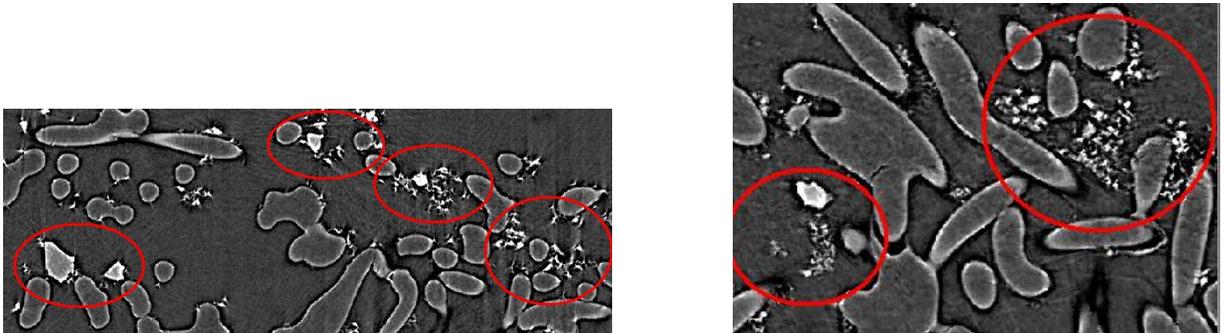


FIG. 3.30 – Apparition de pont entre fibres -  $t = 180s$

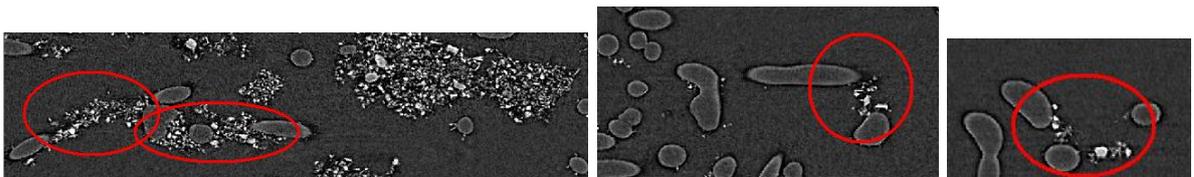


FIG. 3.31 – Apparition de pont entre fibres -  $t = 300s$

Par la suite, et au fur et à mesure que le colmatage avance, des ponts supplémentaires apparaissent entre les fibres. Ceux-ci sont principalement visibles dans la partie supérieure du médium, comme l'illustre les images 3.26, 3.30 après 180 secondes de colmatage, puis 3.31 et 3.33 après 300 secondes. Les ponts ont alors une taille plus importante puisque celle-ci passe de 3-4 particules à une vingtaine de particules pour les plus grands ponts.

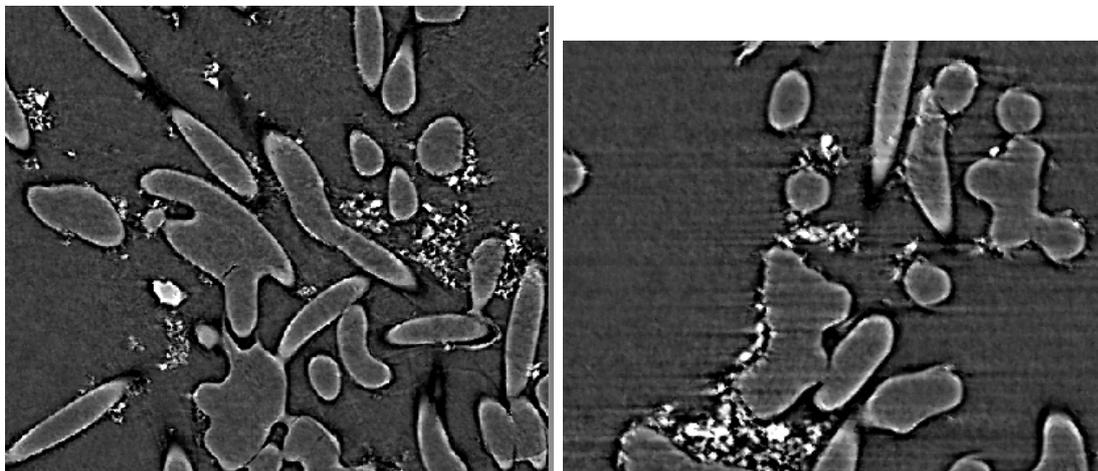


FIG. 3.32 – Apparition des amas de particules -  $t = 180s$ .

Ces ponts vont permettre l'apparition d'amas de particules. Nous observons la formation de ces amas à partir de 180 secondes. Pour 135 secondes, nous n'en observons pas. Les amas sont tout d'abord, peu présents et de faibles tailles lors du début du colmatage en surface, 3.32. Par ailleurs, pour les amas observés, ils sont localisés vers l'intersection de plusieurs fibres, où la distance entre les fibres est relativement petite.

Enfin, les amas deviennent beaucoup plus grands et étendus, comme le montre les images 3.33(b), 3.33(c), 3.33(d), 3.33(e) et 3.33(f), après 300 secondes de colmatage. Ces images représentent des sections perpendiculaires à l'écoulement à différentes distances de la section de référence, image 3.33(a). La section de référence n'est pas la section en contact avec la surface libre mais elle est proche de celle-ci. Nous rappelons que l'épaisseur totale du médium est  $1,45mm$ . Nous avons donc représenté, sur la figure 3.33, une grande partie de l'épaisseur du médium fibreux.

Nous remarquons, comme cela est le cas pour l'échantillon à 135 secondes, la capture des particules directement par les fibres. Néanmoins, la localisation est différente. Nous l'observons dans la profondeur du médium avec l'avancée du colmatage comme le montre l'image, (figure) 3.34, après 180 secondes. Cela est observé également après 300 secondes, pour les images 3.33(g), 3.33(h), 3.33(i) et 3.33(j) et encore plus profondément dans le médium. Ces particules peuvent contribuer au grossissement du diamètre des fibres, comme le montre les images 3.35 et 3.36. Nous noterons que les images sélectionnées sont situées à plus de  $924\mu m$  de l'entrée du médium plan, ce qui représente plus de 60% de l'épaisseur totale du médium.

Certaines images montrent la présence de dendrites, image 3.37, observées également par différents auteurs [6, 10, 17, 55, 116]. Cependant, les dendrites sont relativement peu présentes en comparaison avec les autres modes de dépôt des particules. Par ailleurs, nous avons observé cette structure pour une image bidimensionnelle. Il serait intéressant de faire une analyse tridimensionnelle et systématique pour déterminer si nous avons réellement des dendrites, ou si cela ne constitue pas une partie d'un pont ou d'un amas. En effet, nous n'avons pas réussi à observer

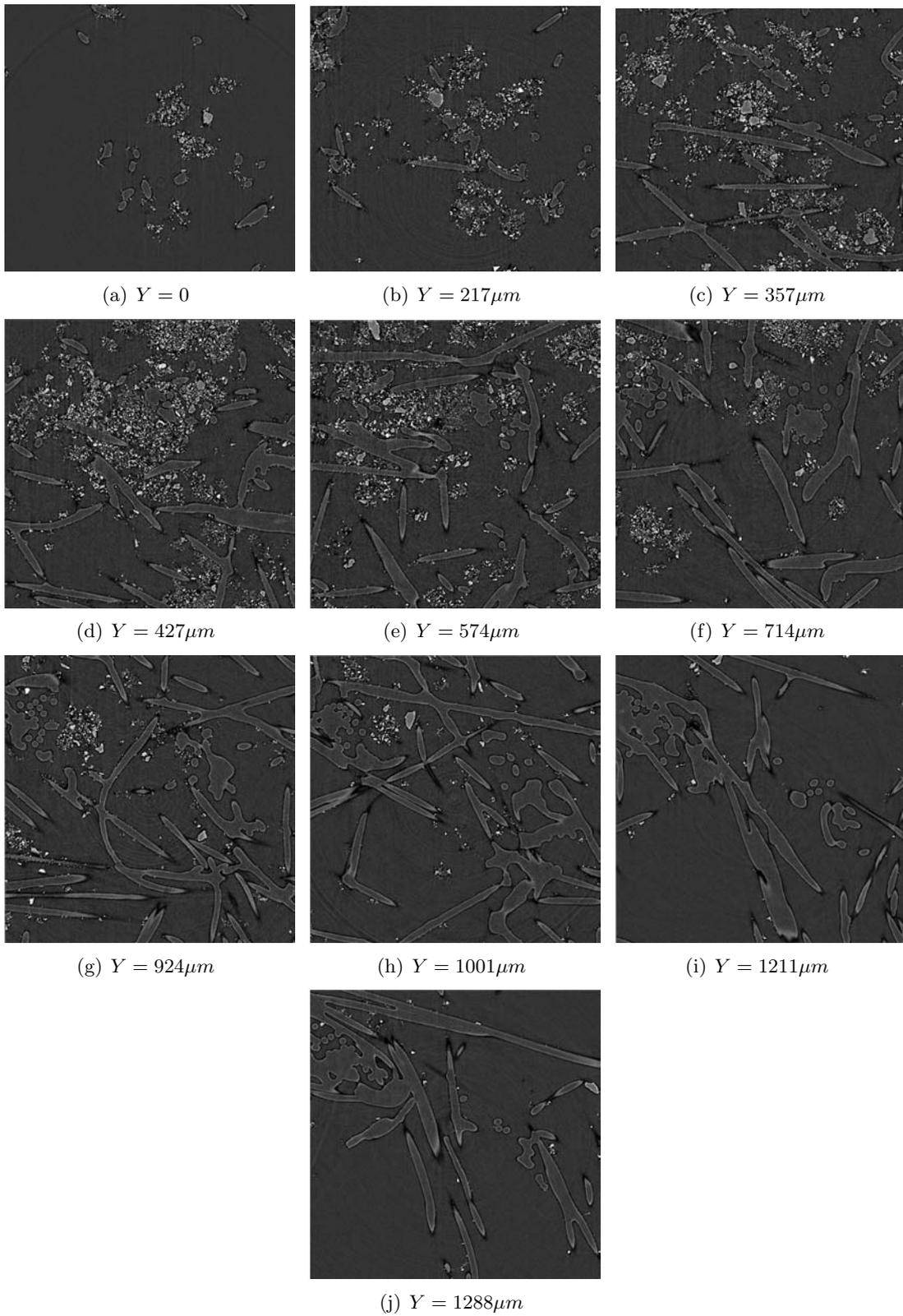


FIG. 3.33 – Sections parallèles à la surface à différentes distances de l'entrée -  $t = 300s$ .

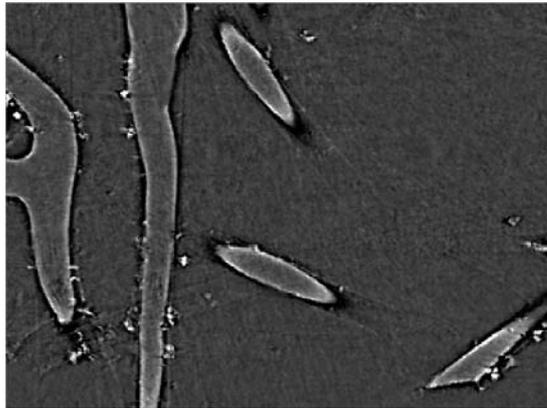


FIG. 3.34 – Dépôt sur les fibres

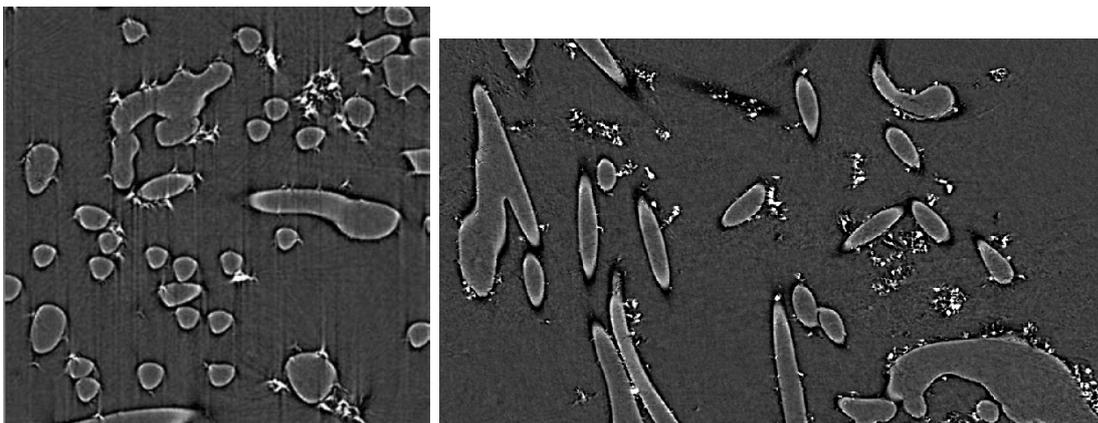


FIG. 3.35 – Grossissement des fibres -  $t = 180s$

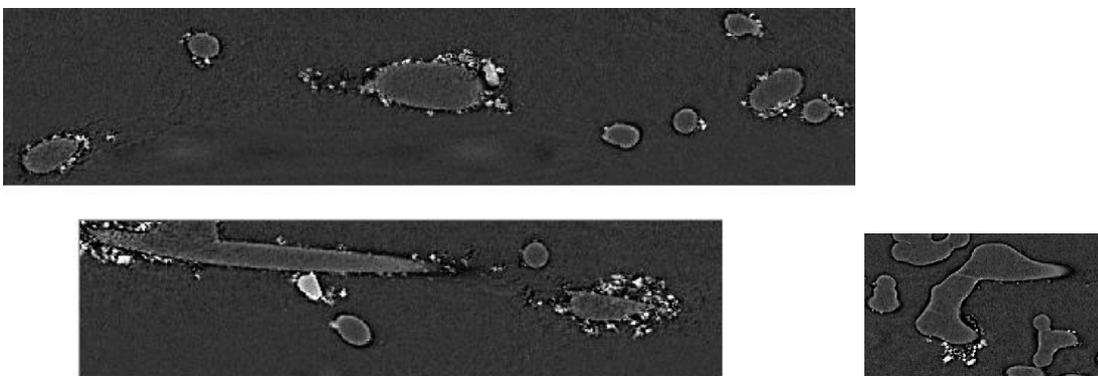
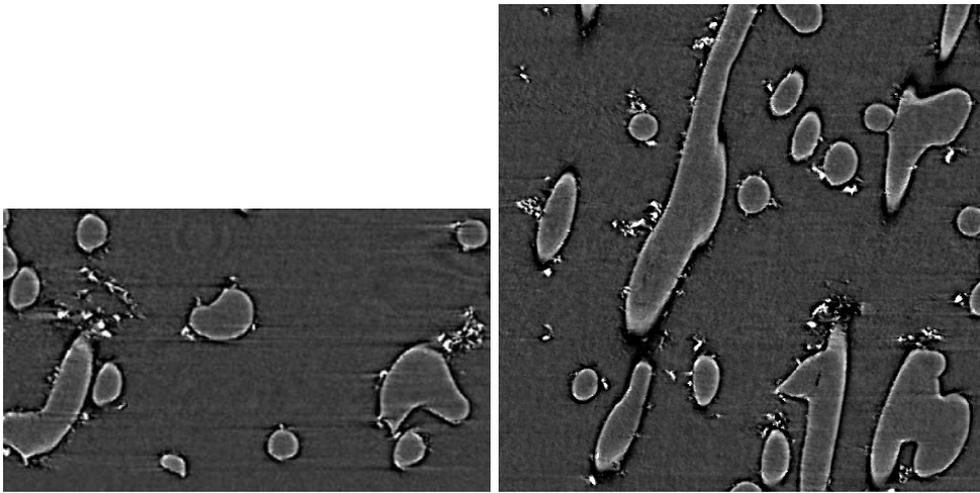
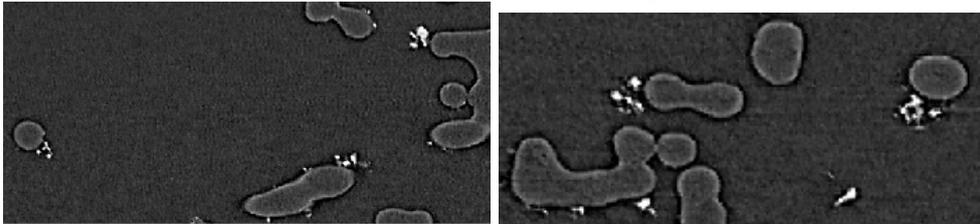


FIG. 3.36 – Grossissement des fibres -  $t = 300s$

de dendrites pour  $t = 135$  secondes.



Temps de colmatage -  $t = 180s$



Temps de colmatage -  $t = 300s$

FIG. 3.37 – Formations de dendrites sur les fibres ?

Ces informations sont des informations qualitatives. Cependant, il est possible d'obtenir des données quantitatives à partir des images tridimensionnelles que nous avons obtenues. Nous pourrions ainsi déterminer l'évolution de la concentration des particules déposées en fonction de la distance de la surface, la taille des ponts ou amas ou dendrites ainsi que leurs localisations au sein du médium. Pour réaliser de telles analyses, il est nécessaire, au préalable, de pouvoir différencier les particules des fibres.

Nous avons fait quelques essais pour voir s'il était possible de réaliser cette première étape de différenciation pour  $t = 300s$ . Nous pouvons voir sur les images 3.39, que nous réussissons à discriminer les particules des fibres. Pour cela, nous avons procédé à une analyse de l'histogramme du niveau de gris, figure 3.38. Nous nous appuyons sur le résultat de l'histogramme pour réaliser entre autre un double seuillage ainsi que des opérations d'érosion pour obtenir la différenciation recherchée.

Après avoir discriminé les particules des fibres, il est aisé de déterminer l'évolution de la fraction volumique des particules dans la profondeur. Il faut compter le nombre de pixels qui constitue les particules pour différentes profondeurs. Déterminer les dimensions d'un amas, dendrite ou pont est tout à fait réaliste, mais un peu plus complexe. En raison de la porosité du dépôt, il existe un espace entre les différentes particules. Il est nécessaire de combler ces espaces pour déterminer par la suite, la taille de ce volume. Enfin, il est possible de déterminer la répartition spatiale des particules dans la profondeur en fonction de la taille des particules.

Ainsi, les possibilités offertes par cette technique de visualisation d'un médium colmaté sont

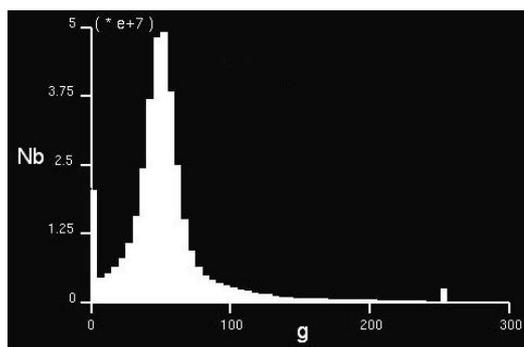


FIG. 3.38 – Histogramme du niveau de gris de l'image obtenue par microtomographie.

très intéressantes malgré les limitations dues à la taille de l'échantillon à analyser. Il serait par ailleurs intéressant d'étendre cela à l'analyse du gâteau qui se forme à la surface. Un traitement préalable de l'échantillon doit être envisagé dans ce cas. En effet, l'utilisation d'une résine ne constitue aucunement un inconvénient pour l'analyse des images [111].

### Images par microscopie électronique à balayage

La réalisation d'images par micro-tomographie à rayon X, en particulier à l'ESRF, n'est pas toujours très accessible, c'est pourquoi, une autre technique de visualisation d'un échantillon colmaté est utilisée. Pour cela, nous avons eu recours à un microscope électronique à balayage environnemental. Malheureusement, contrairement aux images obtenues par micro-tomographie à rayon X, la réalisation d'une coupe est nécessaire pour pouvoir visualiser l'intérieur du médium. La zone observée est ainsi altérée lors de la préparation de l'échantillon. De plus, il n'est pas possible de réaliser des images tridimensionnelles.

Pour les observations au microscope électronique à balayage conventionnel (CSEM), les échantillons doivent être déshydratés et rendus conducteurs. Or, la difficulté est la préparation des échantillons contenant des particules. L'ESEM (environmental scanning electron microscope) constitue une avancée importante résolvant les problèmes de préparation d'échantillons. L'avantage principal d'un ESEM par rapport aux CSEM réside dans le fait qu'il peut fonctionner à des pressions allant jusqu'à 50 Torr ( $10^{-5}$  Torr pour un CSEM) et à des températures d'échantillons contrôlées. Par ailleurs, les nouveaux dispositifs de contrôle du faisceau d'électrons et de détection permettent de former des images à basse tension, et par conséquent d'observer des échantillons non conducteurs sans une métallisation préalable de leur surface.

Les images ont été réalisées par S. Capo Canizares pour Amkey Management. Nous nous appuyons sur le rapport résultant de cette étude : *EA061102-1*<sup>7</sup>. Les observations ont été réalisées pour des média synthétiques ou cellulosiques et différents types d'aérosols. Cependant, nous nous intéresserons au colmatage du *D4F*, un médium plissé constitué par le médium *N1209* (voir tableau 3.2 pages 149), par des poussières *Fine* ou *Coarse*. Les caractéristiques du colmatage ne sont pas connues<sup>8</sup> en raison de la complexité de l'écoulement dans un médium plissé lors du colmatage ainsi que de son évolution avec le colmatage.

Rappelons que les média bicouches sont constitués de deux couches afin d'en accroître les performances lors de la filtration. La couche air-sale, en amont de l'écoulement, est caractérisée

<sup>7</sup>S. Capo Canizares, Rapport Mecaplast Lens, EA0601102-1 — observations par MEB environnemental de filtres synthétiques colmatés. 15 novembre 2006

<sup>8</sup>C'est à dire l'évolution de la vitesse de filtration et de la concentration de la poussière.

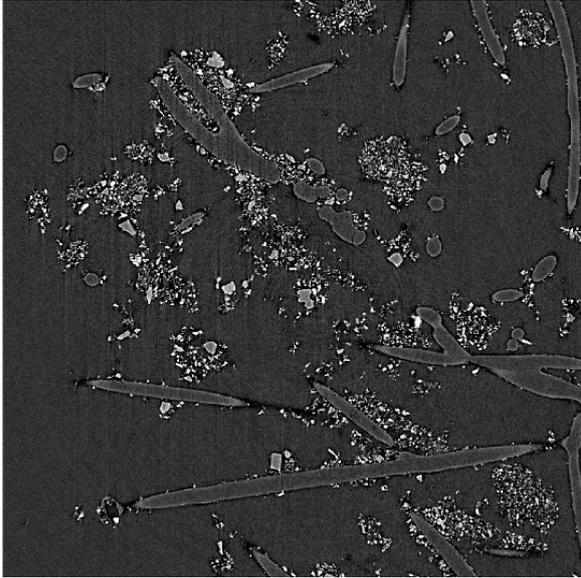


Image initiale

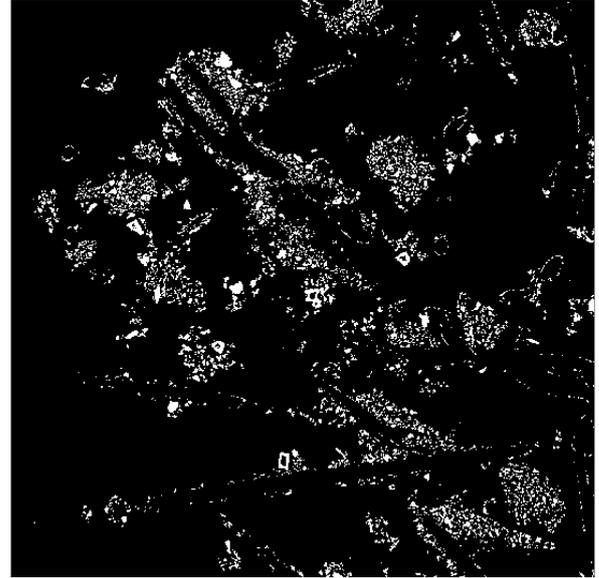


Image binarisée avec uniquement les particules

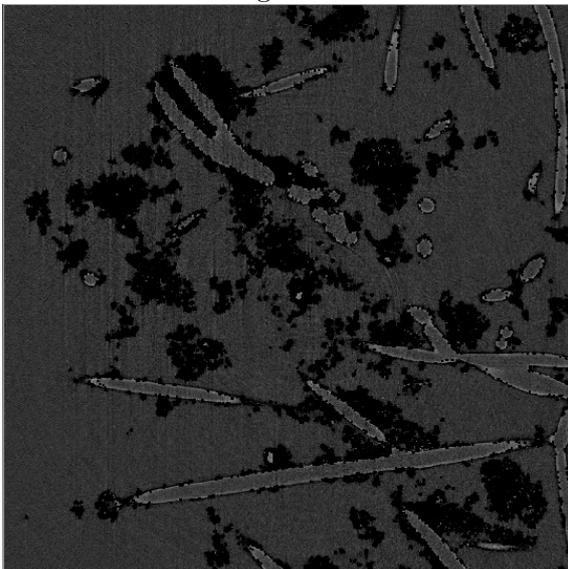


Image avec uniquement les fibres

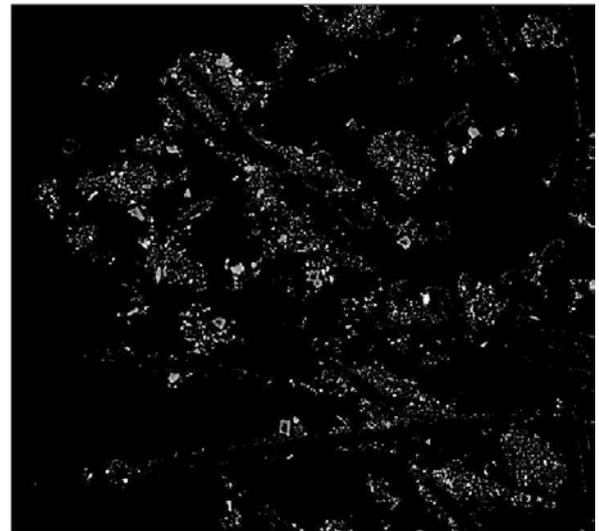


Image avec uniquement les particules

FIG. 3.39 – Traitement de l'image pour discriminer les particules des fibres

par un diamètre de fibre et une porosité plus important que la moyenne du médium. La couche air-propre, en aval du médium fibreux, est caractérisée par un diamètre de fibres et une porosité plus faible que celle du médium fibreux.

Nous avons représenté, sur la figure 3.40, les sections du médium fibreux bicouche à différents stades de colmatage du médium plissé. Nous pouvons observer sur ces images l'existence d'un gâteau, observation que nous n'avons pas pu réaliser à l'ESRF en raison de la taille des échantillons. Cependant, nous pouvons voir, sur l'image 3.40(c), la difficulté de préparer un échantillon sans perturber le dépôt de surface. En effet, nous avons un dépôt moins important dans le second cas, alors que le colmatage devrait être à un stade plus avancé et le dépôt de surface devrait donc avoir une hauteur plus importante.

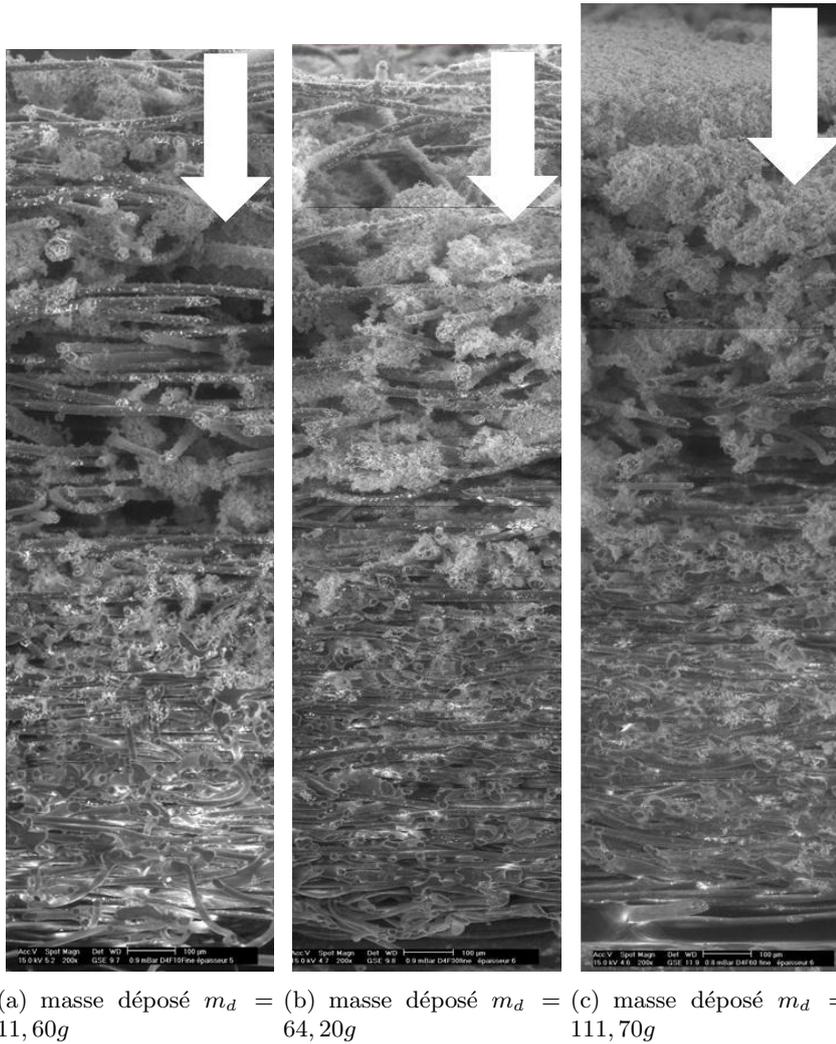


FIG. 3.40 – Observation au microscope électronique à balayage environnemental de médium fibreux N1015 à différents stades de colmatage du D4F par de la poussière *Fine*.

Les observations côté air propre ne sont pas faciles en raison d'une porosité plus faible. Néanmoins, il est possible d'observer quelques fibres. Nous pouvons voir sur les images de la figure 3.41, que des particules se sont déposées de manière éparse à la surface des fibres. La taille des particules est comprise entre  $400nm$  et  $2\mu m$ , image 3.41(c), figure 3.41. Il semblerait que

quelques amas se soient aussi constitués dans cette couche comme le montre l'image 3.42. Il faut souligner que les observations de la couche air propre sont difficiles en raison de la compacité plus grande de celle-ci comparativement à la couche air sale.

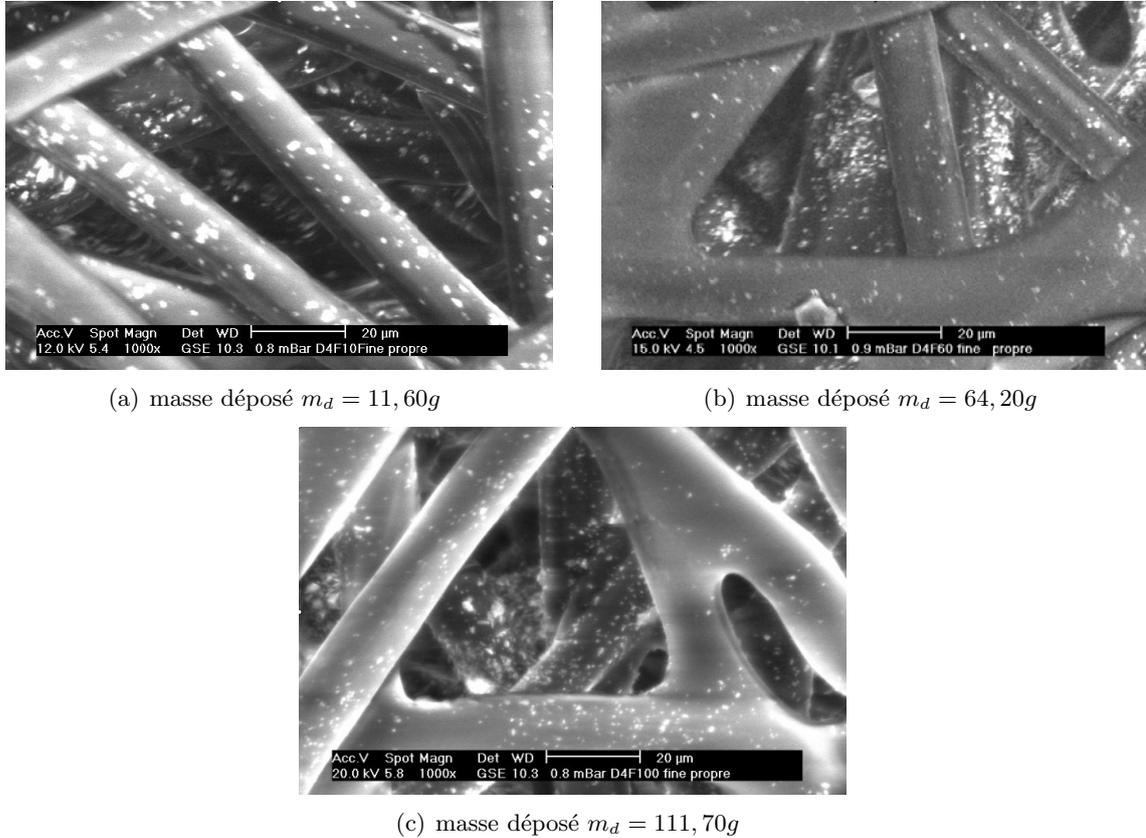


FIG. 3.41 – Observation au microscope électronique à balayage environnemental de la couche air propre du médium fibreux à différents stades de colmatage du filtre D4F par de la poussière *Fine*.

Ainsi, du point de vue phénoménologique, les résultats de ces observations sont en accord avec les observations réalisées par micro-tomographie, côté air propre, avec le médium *N687* qui est monocouche.

Les observations réalisées sur la couche air sale mettent en évidence deux types de dépôts des particules. Le premier est le même que pour le côté air propre. L'image 3.43(d) de la figure 3.43 montre clairement un dépôt de particules éparses sur la fibre. Pour le second type de dépôt, les particules sont alors disposées en amas. Nous pouvons voir, sur les images 3.43(a), 3.43(b) et 3.43(c) de la figure 3.43 ainsi que l'image 3.40, que ces amas sont particulièrement importants en taille. Nous pouvons même distinguer une fibre au milieu d'un amas, 3.43(b), au centre de l'image. Ainsi certains amas, comme nous l'avons observé avec la micro-tomographie, contribuent à augmenter le diamètre des fibres.

D'éventuelles dendrites ont aussi été observées, cf. figure 3.44. Cependant, étant donnée que le diamètre de la dendrite est supérieur à celle d'une fibre et très supérieur à la taille des particules, il est probable que ce soit une fibre qui ait été recouverte par d'autres particules. En effet, nous avons précédemment observé cela à l'aide du microscope, 3.43(b), ou de la micro-tomographie, cf. par exemple l'image 3.26(c) de la figure 3.26 page 155.

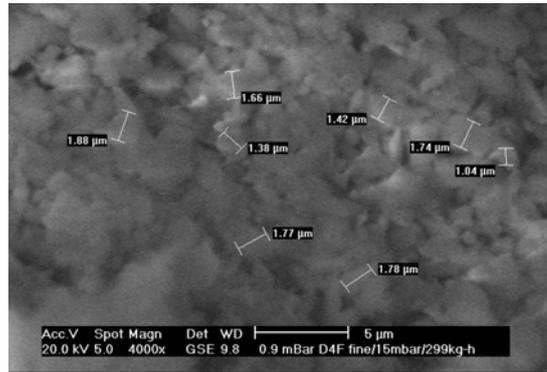
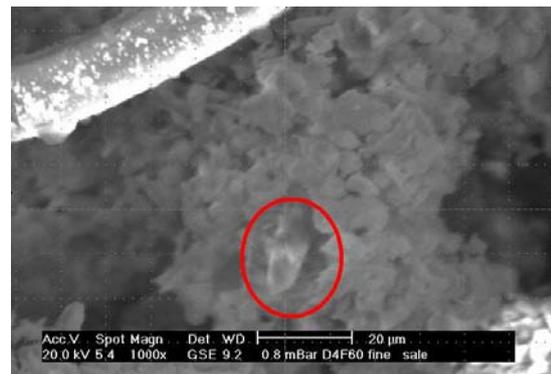


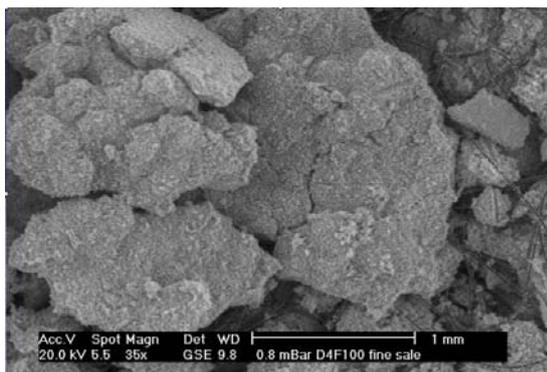
FIG. 3.42 – Observation d’un amas dans la couche air propre à l’aide du microscope environnemental



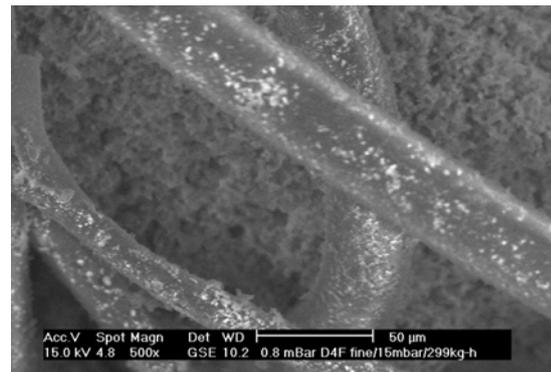
(a) masse déposée  $m_d = 11,60g$



(b) masse déposée  $m_d = 64,20g$



(c) dépôt de surface - masse déposée  $m_d = 111,70g$



(d) dépôt sur des fibres - masse déposée  $m_d = 111,70g$

FIG. 3.43 – Observations au microscope électronique à balayage environnemental de la couche air sale du médium fibreux à différents stades de colmatage du filtre D4F par de la poussière *Fine*.

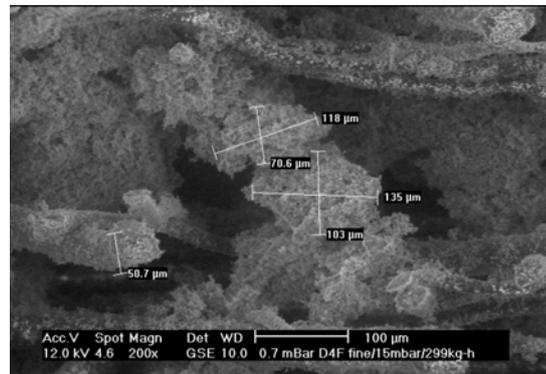


FIG. 3.44 – Observation d’une éventuel dendrite dans la couche air sale à l’aide du microscope environnemental lors du colmatage du D4F par de la poussière *Fine*

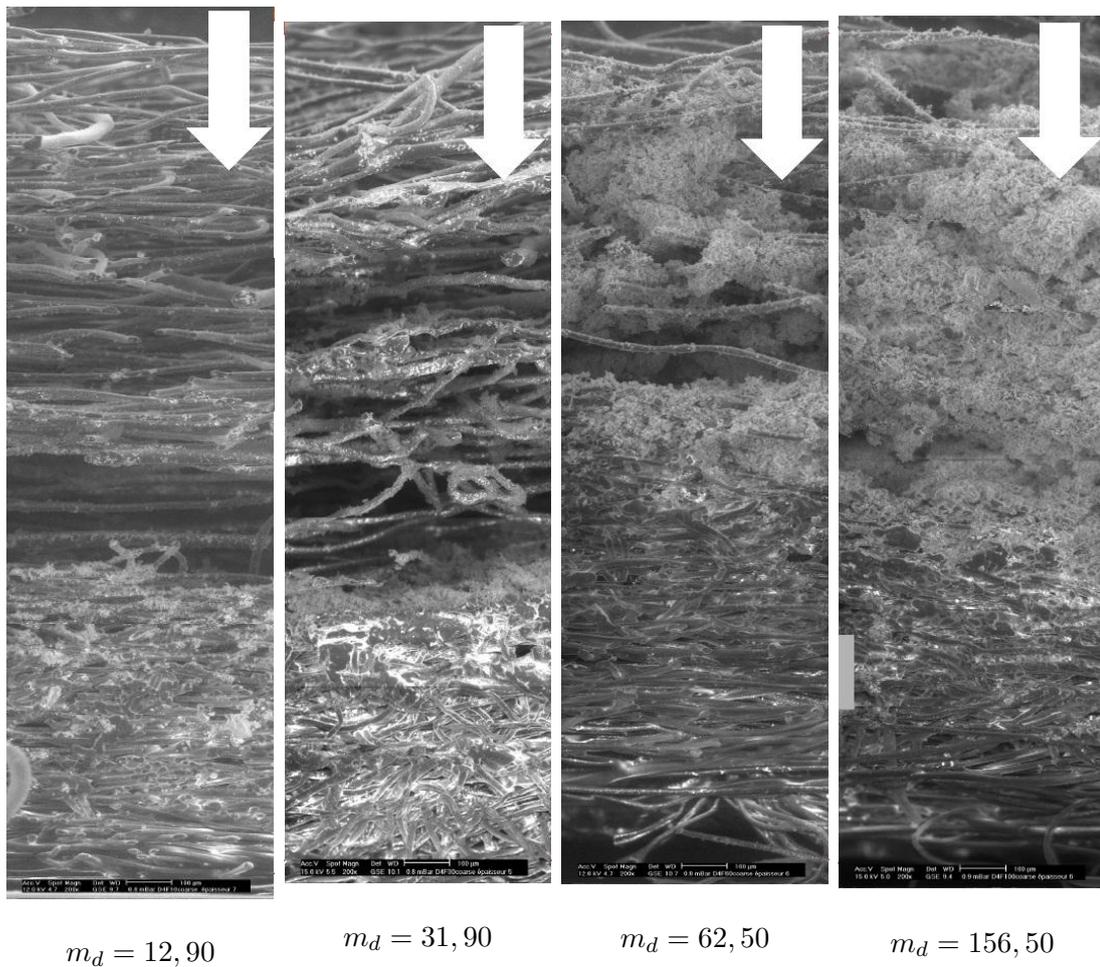


FIG. 3.45 – Observations au microscope électronique à balayage environnemental de médium fibreux N1015 à différents stades de colmatage du D4F par de la poussière *Coarse*.

### Conclusion sur l'analyse des images

La micro-tomographie a permis de caractériser le dépôt des particules au sein des fibres dans le cas d'une poussière polydisperse *Fine* et une vitesse de filtration de  $0,60m/s$  pour le médium *N687*. Les particules se déposent tout d'abord de manière éparse sur la surface des fibres,  $t = 135s$ , puis à partir d'un certain stade contribuent à augmenter le diamètre des fibres,  $t = 180s$  et  $300s$ . Aux endroits où la distance entre les fibres est faible, nous observons la formation de ponts à partir de  $t = 180s$ . Ces ponts sont la structure de départ pour la formation, dans un stade plus avancé du colmatage,  $t = 300s$ , d'amas de particules de taille et d'extension importantes. En effet, ces amas occupent une grande partie de la section et environ un tiers de l'épaisseur du médium. Par conséquent, à ce stade du colmatage, il existe sûrement un écoulement au sein d'un milieu poreux granulaire à l'intérieur même du médium fibreux.

L'analyse d'image par le microscope électronique à balayage environnemental a permis de constater que nous avons qualitativement le même type de dépôt pour des média monocouche et bicouche et les différentes observations réalisées par microscopie sont en accord avec celles réalisées à l'ESRF.

La comparaison des images obtenues par microscopie du colmatage avec les poussières *Fine* et *Coarse* a mis en évidence que la taille des particules côté air propre est globalement la même (pour la poussière *Fine*,  $0,4\mu m$  à  $2\mu m$ , et la poussière *Coarse*,  $0,1\mu m$  à  $3\mu m$ ). Cependant, la répartition de la poussière dans la couche air sale diffère : pour la poussière *Coarse*, les particules se répartissent, semble-t-il, de façon homogène dans l'épaisseur alors que pour la poussière *Fine* en raison des amas (sont) observés, la poussière ne se répartie pas de façon homogène.

### 3.3.3 Évolution de la chute de pression lors du colmatage

Les mesures expérimentales que nous avons réalisées, concernant le colmatage de médium plan, voir tableau 3.2 page 149, par les poussières *Fine*, sont représentées sur le graphique 3.46. Celui-ci représente la chute de pression  $\Delta P$  adimensionnée par la chute de pression initiale  $\Delta P_0$  en fonction de la masse déposée en  $kg/m^2$ . Hormis les résultats pour la vitesse de filtration  $u_f = 0,47m/s$ , les courbes sont quasiment toutes superposées. Nous avons avancé une hypothèse permettant d'expliquer cette évolution dans la partie 3.2.4 page 142. Nous pouvons constater, dans certains cas, que les résultats s'écartent de la courbe commune. C'est par exemple le cas pour la vitesse de filtration  $u_f = 0,96m/s$ . Nous avons mis en évidence ces résultats en les entourant en rouge sur le graphique.

Nous attribuons ces points "anormaux" à des problèmes dans la régulation du débit. Lors de ces défauts de régulation, nous avons pu observer que la chute de pression augmentait rapidement. Ainsi, lorsque la vitesse de filtration est supérieure ou inférieure à 10% à celle correspondant au débit de consigne, nous avons supprimé tous les points de mesure qui ont suivi. Nous obtenons alors le graphique 3.47.

La concentration de l'aérosol est variable selon les essais. Celle-ci est répertoriée dans le tableau 3.5. La concentration a des valeurs comprises entre  $0,71$  et  $1,66g/m^3$  avec une valeur maximale en concentration à  $9,36g/m^3$  pour une vitesse de filtration  $u_f = 0,47m/s$ . Nous observons sur le graphique 3.47 une indépendance de l'évolution de la chute de pression vis-à-vis de la concentration. Ces résultats sont conformes aux résultats obtenus dans la littérature [122, 117].

Par ailleurs, nous constatons que les résultats expérimentaux, représentés sur le graphique 3.47, sont quasiment indépendants de la vitesse de filtration. Ceci est en accord avec de précédents travaux expérimentaux [122, 117]. Ces résultats ont été obtenus pour différents média fibreux et

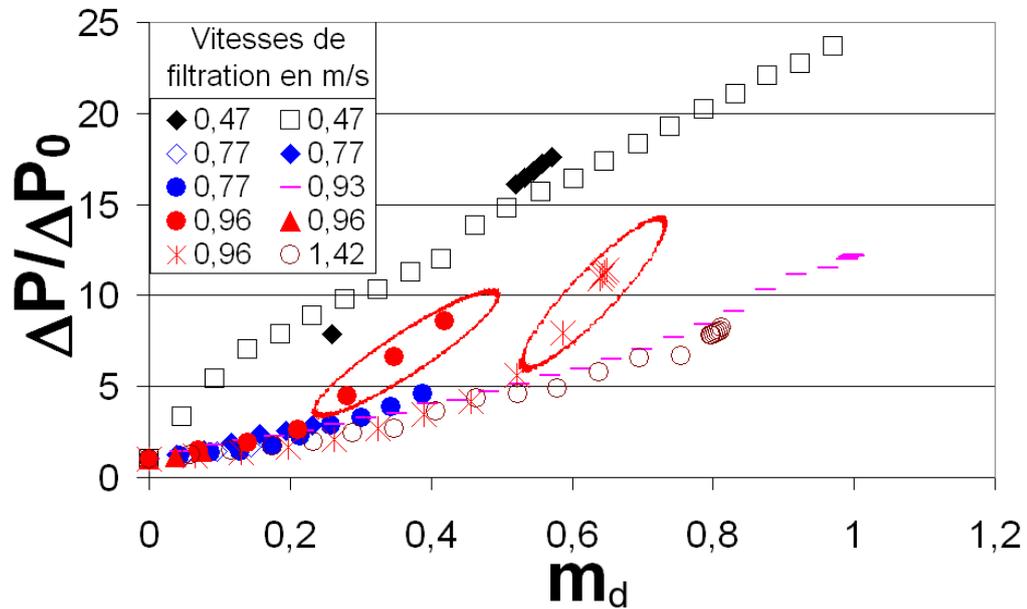


FIG. 3.46 – Evolution de la chute de pression du médium  $\Delta P$  adimensionnée par  $\Delta P_0$ , la chute de pression initiale, en fonction de la masse déposée  $m_d$ , en  $kg/m^2$  pour différentes vitesses de filtration.

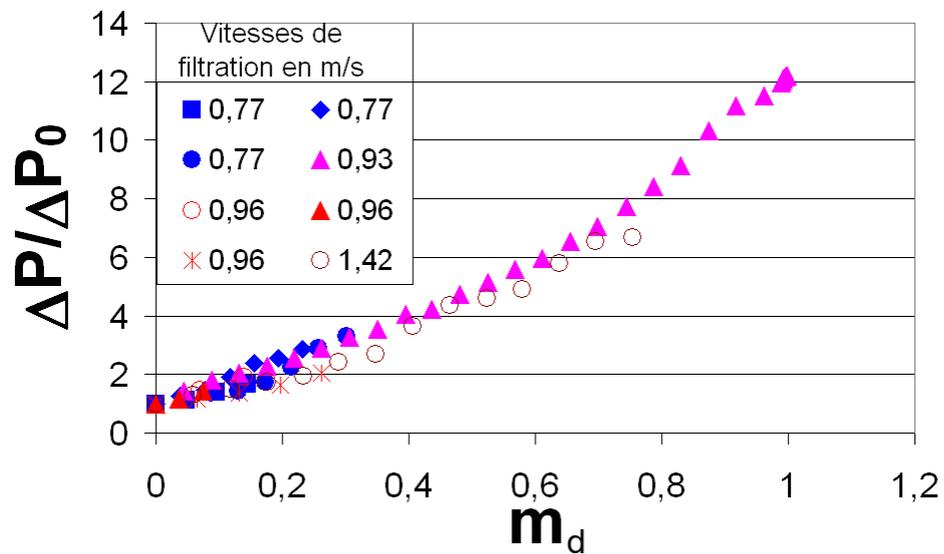


FIG. 3.47 – Evolution de la chute de pression du médium  $\Delta P$  adimensionnée par  $\Delta P_0$ , la chute de pression initiale, en fonction de la masse déposée  $m_d$ , en  $kg/m^2$  pour différentes vitesses de filtration.

Vitesse filtration ( $m/s$ )	0,47	0,47	0,77	0,77	0,77	0,77	0,93	0,96	0,96	0,96	1,42
Concentration ( $g/m^3$ )	9,36	1,66	1,06	0,85	0,94	1,49	0,79	0,99	1,28	1,15	0,71

TAB. 3.5 – Concentration des aérosols pour les différents essais de colmatage de médium plan par la poussière *fine*

pour des vitesses de filtrations comprises entre 1 et  $50cm/s$ , 0,18 et  $0,36m/s$  respectivement. Néanmoins, d'autres travaux montrent que la porosité du dépôt dépend de la vitesse de filtration [25].

L'évolution de la chute de pression du médium pour le colmatage avec une vitesse de filtration de  $0,47m/s$  n'est pas nécessairement due à des erreurs de nature expérimentale (cf. section 3.2.4 page 142). Néanmoins, en raison du manque de résultats expérimentaux et par simplicité, nous ne tiendrons pas compte de cette évolution. Notre modèle empirique de colmatage de médium plan sera valable pour des vitesses de filtration comprises entre  $0,77$  et  $1,42m/s$ . Il faudra tenir compte dans le colmatage du médium plissé de cet aspect restrictif du modèle.

Pour les vitesses de filtration supérieures, nous observons une superposition raisonnable des différentes évolutions de la chute de pression, adimensionnée par la chute de pression initiale,  $\Delta P_0$ . Cela signifie que la structure du dépôt des particules (dendrites ou grossissements des fibres) ainsi que la répartition des particules dans la profondeur du médium varient peu pour les vitesses considérées. Ainsi, pour le dépôt de surface, il est raisonnable de penser que la porosité du dépôt formé varie faiblement avec la vitesse de filtration.

Afin de déterminer le modèle empirique de colmatage du médium plan, nous avons moyenné les données expérimentales pour obtenir une courbe unique. Nous avons fixé un pas  $\delta$ . Pour les données comprises entre  $x_i$  et  $x_i + \delta$ , nous réalisons la moyenne de la masse déposée par unité de surface ainsi que la moyenne de la chute de pression. Les marges d'incertitudes sont le double de l'écart-type. Les résultats sont représentés sur le graphique 3.48 pour un pas de masse déposée par unité de surface  $0,08kg/m^2$ .

### 3.3.4 Modèle empirique

Étant donnée les résultats expérimentaux que nous avons obtenus, nous faisons l'hypothèse que la chute de pression est linéaire aussi bien pour le colmatage en surface [40, 42], que pour le colmatage en profondeur. Nous pouvons alors écrire, pour chacune des phases :  $\frac{\Delta P}{\Delta P_0} = Am_d + B$ . Les coefficients  $A$  et  $B$  sont obtenus par ajustement avec les résultats expérimentaux. Les coefficients avec l'indice  $p$  désignent les coefficients pour le colmatage en profondeur, et l'indice  $s$  le colmatage en surface.

La masse par unité de surface de transition entre les deux régimes de colmatage,  $m_{dc}$ , est déterminée par l'intersection des deux droites obtenues [61], voir le graphique 3.48. Celui-ci représente le modèle que nous avons choisi pour décrire l'évolution de la chute de pression du médium en fonction de la masse déposée.

Les caractéristiques de chacune des phases de colmatage sont déterminées par une méthode des moindres carrés en prenant en compte les incertitudes sur la masse déposée et sur la chute de pression [103]. Par ailleurs, nous avons aussi déterminé les incertitudes sur chacun des coefficients obtenus. Ces résultats ont été obtenus à l'aide du logiciel *Labfit*. Afin de discriminer la phase

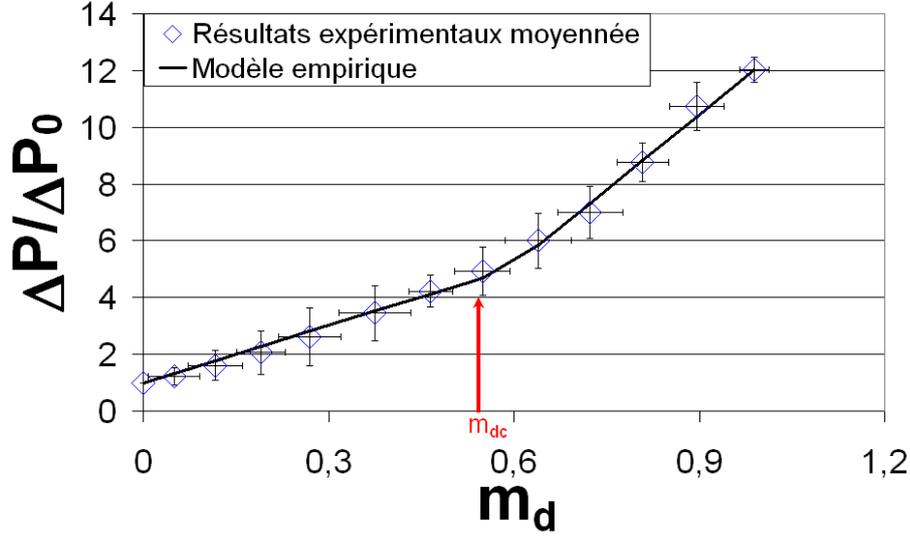


FIG. 3.48 – Évolution de la chute de pression  $\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$  en fonction de la masse de particules déposées  $m_d$  en  $kg/m^2$ .

de colmatage en profondeur de la phase de colmatage en surface, nous avons déterminé les caractéristiques de chacune des phases en faisant varier  $m_{dc}$ . Nous obtenons ainsi le tableau 3.6, qui a été réalisé pour  $\delta m_d = 0,08 kg/m^2$ .

$m_{dc}$ en $kg/m^2$	0,62	0,59	0,55	0,47	0,43
Coefficient Correlation Colmatage en profondeur	0,994	0,997	0,966	0,966	0,997
Coefficient Correlation Colmatage en surface	0,995	0,995	0,993	0,989	0,985

TAB. 3.6 – Coefficient de corrélation pour le colmatage en profondeur et en surface pour différentes valeurs de  $m_{dc}$ .

Le tableau 3.6 montre que c'est pour  $m_{dc} = 0,59 kg/m^2$  que nous maximisons les coefficients de corrélation pour chacune des deux phases du colmatage. Ceci conduit aux valeurs suivantes :  $A_p = 6,713$  et  $B_p = 1$ , pour la phase de colmatage de profondeur et  $A_s = 17,762$  et  $B_s = -5,534$ , pour la phase de colmatage en surface. Pour le colmatage en profondeur l'incertitude  $\sigma_{A_p}$  sur le coefficient  $A_p$  est  $\sigma_{A_p} = 0,895$  et  $\sigma_{B_p} = 0$  pour le coefficient  $B_p$ . Pour le colmatage en surface, l'incertitude est supérieure en raison du manque de données expérimentales et de leurs disparités. Ainsi, nous avons  $\sigma_{A_s} = 3,301$  et  $\sigma_{B_s} = 2,960$  ce qui représente 18% et 53% de la valeur de  $A_s$  et de  $B_s$ .

La masse de transition,  $m_{dc}$  dépend du médium fibreux utilisé. Ainsi Japuntich et al. [61] ont lié la transition au colmatage en surface à la fermeture des pores en surface. Cette approche est relativement proche de celle adoptée par Thomas et al. [122] pour déterminer la transition vers le colmatage en surface. Le médium fibreux est subdivisé en plusieurs couches. Chacune de ces couches est progressivement colmatée. Le colmatage en surface commence dès que la fraction volumique de la première couche de médium atteint une valeur critique. Dans ces deux cas, la fraction volumique de départ dépend de la nature du médium. En se basant sur ces

considérations, nous pouvons voir que  $m_{dc}$  dépend du médium choisi. Ainsi, lorsque nous déterminons l'ordre de grandeur de  $m_{dc}$  pour le médium N687, figure 3.25 page 154, nous obtenons :  $m_{dc} = 84g/m^2 = 0,084kg/m^2$  en faisant l'hypothèse d'une concentration de l'aérosol de  $1g/m^3$  et une vitesse de filtration  $u_f = 0,60m/s$ . Nous avons un rapport de 10 entre les deux valeurs de  $m_{dc}$  pour ces deux média.

En se basant sur les incertitudes sur les coefficients  $A_s$ ,  $A_p$ ,  $B_s$  et  $B_p$ , nous obtenons la plus forte et plus faible pente dans chacune des phases de colmatages, comme le montre le graphique 3.49.

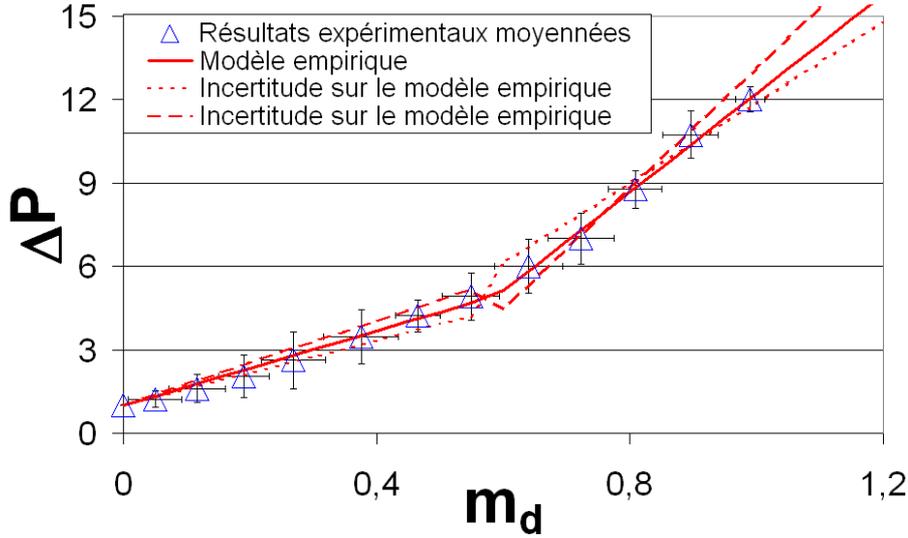


FIG. 3.49 – Évolution de la chute de pression  $\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$  en fonction de la masse de particules déposées  $m_d$  en  $kg/m^2$ .

Notre modèle empirique pour le colmatage du médium plan est donc finalement donné par les équations (3.9) :

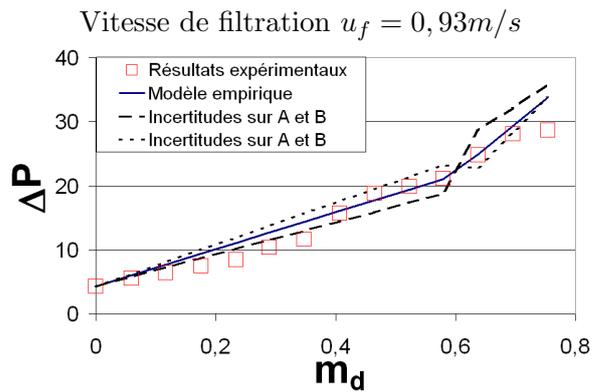
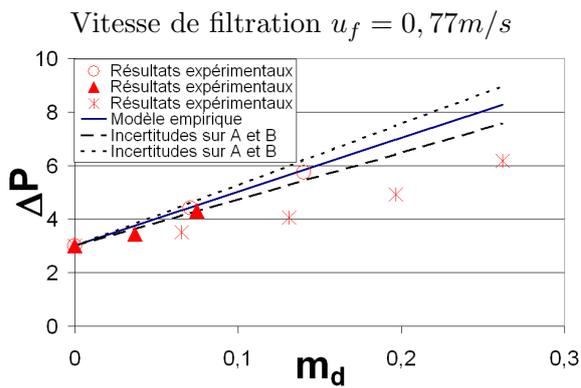
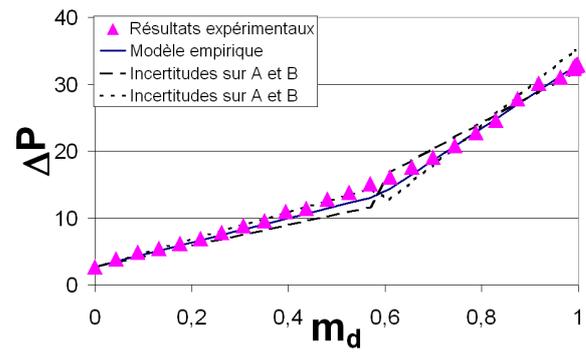
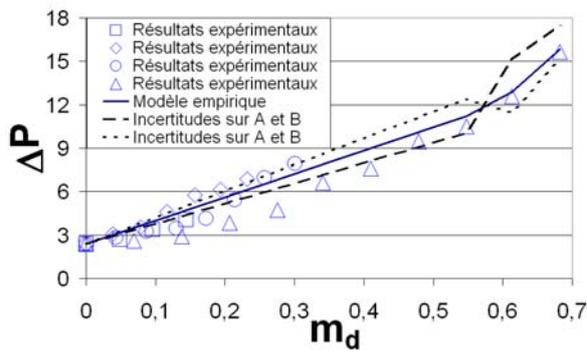
$$\begin{cases} \text{Si } m_d \leq 0,591kg/m^2 & \Delta P = \Delta P_0(6,713m_d + 1) & \text{et} & e = e_0 \\ \text{Si } m_d > 0,591kg/m^2 & \Delta P = \Delta P_0(17,762m_d - 5,534) & \text{et} & e = e_0 + \frac{m_d - 0,591}{\rho_p(1 - \varepsilon_d)} \end{cases} \quad (3.9)$$

Les coefficients 6,713 et 17,762 sont exprimés et sont en  $kg/m^2$ . Par contre, les deux autres coefficients, 1 et  $-5,534$ , de la formule (3.9) sont sans dimensions.

Le modèle représenté par le système 3.9 est valide pour des vitesses de filtration comprises entre  $u_f = 0,77m/s$  et  $u_f = 1,42m/s$  pour le médium que nous avons étudié. Ce modèle empirique a ainsi un domaine en vitesse de filtration très restreint. Ceci constitue une limite pour la comparaison que nous ferons entre les calculs de colmatage de médium plissé et les résultats expérimentaux. Cependant, cela n'affecte pas la méthode choisie pour la modélisation du colmatage du médium plissé. Il est toujours possible d'incorporer ultérieurement un modèle plus réaliste de colmatage de médium plan lorsque nous aurons une compréhension plus fine du processus de colmatage des média fibreux utilisés.

Nous avons comparé les résultats expérimentaux pour chacune des vitesses de filtrations au modèle empirique. Ces résultats sont représentés sur les graphique 3.50.

Nous faisons l'hypothèse que pendant la phase de colmatage en profondeur, c'est à dire



Vitesse de filtration  $u_f = 0,96m/s$

Vitesse de filtration  $u_f = 1,42m/s$

FIG. 3.50 – Comparaison de l'évolution de la chute de pression  $\Delta P$ , en  $Pa$ , en fonction de la masse déposée par unité de surface  $m_d$ , en  $kg/m^2$ , entre les résultats expérimentaux et le modèle empirique pour différentes vitesses de filtration.

$m_d < m_{dc}$ , le dépôt des particules se fait uniquement dans la profondeur du médium, alors, la chute de pression peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Delta P_p = \mu \frac{e_0}{k(m_d)} u_f \quad (3.10)$$

En utilisant l'équation (3.9) et l'équation (3.10), nous obtenons l'évolution de la perméabilité du médium pendant le colmatage en profondeur :

$$k(m_d) = \frac{k_0}{6,713m_d + 1} \quad (3.11)$$

Lors de la phase de colmatage en surface, nous faisons l'hypothèse que le dépôt est uniquement en surface sans compression du gâteau. Nous pouvons ainsi écrire l'évolution de la chute de pression :

$$\Delta P = \Delta P_p + \mu \frac{e_d}{k_d} u_f$$

Or, l'épaisseur évolue avec la masse de particule déposé :  $e_d = \frac{m_d - m_{dc}}{\rho_d(1 - \varepsilon_d)}$ . Ce qui nous permet d'écrire alors l'équation (3.12)

$$\Delta P = \Delta P_p + \mu \frac{m_d - m_{dc}}{\rho_p(1 - \varepsilon_d)k_d} u_f \quad (3.12)$$

Nous pouvons alors déterminer la perméabilité ainsi que la porosité du dépôt en calculant la dérivée des équations (3.9) et (3.12) pour le colmatage en surface. Soit :

$$(1 - \varepsilon_d)k_d = \frac{k_0}{17,762\rho_p} \quad (3.13)$$

L'équation (3.13) permet de déterminer la perméabilité ainsi que la porosité du dépôt. Cependant, plusieurs couples de valeur de porosité-perméabilité conviennent. C'est pour cela que des expériences ont été réalisées pour déterminer l'évolution de la hauteur de dépôt lors du processus de colmatage. Lors de ces essais une vis est collée à la surface des média fibreux plan. Lors du traitement des images, la dimension de la vis sert de repère pour déterminer la hauteur de dépôt à la surface du médium. Cependant, en raison de contingences temporelles, les données n'ont pu être traitées.

Les équations (3.11) et (3.13) ainsi que la valeur de  $m_{dc}$  vont être utilisées pour déterminer l'évolution des caractéristiques locales du médium fibreux pour la modélisation du colmatage du filtre plissé.

### 3.4 Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre était de déterminer un modèle de colmatage qui puisse décrire correctement l'évolution de la chute de pression pour la configuration plane. Ce modèle sera ensuite couplé avec le modèle d'écoulement dans le pli, 2.2.4 page 77, afin d'étudier l'évolution du colmatage d'un pli dans le chapitre qui va suivre.

L'étude expérimentale sur le colmatage de média plan fibreux a été faite selon plusieurs axes. Nous avons tout d'abord réalisé des mesures d'évolution de la chute de pression en fonction de la masse de particules déposées pour plusieurs vitesses de filtration et deux types de poussière : *Fine* et *Coarse*. Nous avons pu constater, en accord avec des études réalisées par de précédents

auteurs, que la concentration avait peu d'impact sur l'évolution de la perte de charge. Nous avons aussi observé que les résultats sont globalement indépendants de la vitesse de filtration, pour une vitesse de filtration supérieure à  $0,77m/s$ . Cependant, pour la vitesse de filtration  $u_f = 0,47m/s$ , nous avons observé une augmentation de la chute de pression plus rapide lors du colmatage en profondeur que lors du colmatage en surface. Ce type de comportement, bien que peu cité dans la littérature, a précédemment été mentionné [23, 117] sans pour autant que les auteurs proposent d'interprétation à ce comportement. Nous avons essayé de fournir une explication à ce phénomène. Ainsi, ce serait la structure du dépôt qui, sous l'effet de la vitesse de filtration, n'est pas la même à  $u_f = 0,47m/s$  et  $u_f > 0,77m/s$ .

Nous avons aussi étudié qualitativement des images obtenues par micro-tomographie à rayon X, et d'autres obtenues à l'aide d'un microscope électronique à balayage environnemental, à différents stades de colmatage pour la poussière *Fine*. Ces observations ont été réalisées pour deux types de média différents, un monocouche et un bicouche. Nous avons constaté que le dépôt des particules au sein du médium était le même aussi bien pour le médium mono que bicouche. Ainsi, les particules se déposent tout d'abord le long des fibres de manière éparse. Ensuite, une partie des particules s'accumulent autour des fibres pour en augmenter le diamètre. Cependant, ceci n'est pas systématiquement le cas. Les particules forment aussi, dans des zones géométriquement favorables comme l'intersection des fibres, des ponts. Ces ponts sont le lieu privilégié de développement d'amas de particules très importants. Nous avons observé aussi une décroissance du nombre de particules capturés dans la profondeur. Des dendrites ont pu être observées, mais celles-ci, s'il s'agit bien de dendrites, sont de petites tailles et rares. Une analyse tridimensionnelle des images obtenues par micro-tomographie, ainsi que de nouvelles campagnes d'essais permettraient d'éclaircir ce point.

Dans le cadre de cette thèse, il ne s'agissait que d'explorer les potentialités et l'intérêt de ces techniques d'imagerie et de tirer quelques informations qualitatives partielles des images. Ces premiers résultats nous semblent bien illustrer tout l'intérêt qu'il y aurait à s'appuyer sur une utilisation et une exploitation approfondie de ce type d'images (tomographie à rayon X en particulier). Par exemple, l'analyse de ce type d'images pourrait sans doute nous permettre d'expliquer les différences observées sur l'évolution de la chute de pression entre la valeur de filtration  $u_f = 0,47m/s$  et les vitesses de filtration supérieures à  $u_f = 0,77m/s$ .

Ainsi, l'analyse réalisée par micro-tomographie devrait permettre de caractériser quantitativement le dépôt au sein du médium. En particulier, il serait possible de déterminer l'évolution de la concentration des particules dans la profondeur, ainsi que d'analyser les structures formées par le dépôt (taille, géométrie de ces structures, localisation dans la profondeur et par rapport aux fibres). La réalisation de nouvelles images de médium colmaté en gardant le dépôt de surface permettrait l'analyse de la formation du dépôt de surface en relation avec les amas de particules se formant dans la zone d'entrée du médium.

Nous avons ensuite établi un modèle empirique permettant de prédire l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse déposée. Pour ce modèle, nous avons choisi de ne pas tenir compte de l'évolution de la perte de charge pour  $u_f = 0,47m/s$ . En particulier, nous n'avons pas suffisamment de résultats expérimentaux entre les deux vitesses de filtration  $u_f = 0,47$  et  $u_f = 0,77m/s$ . Pour  $u_f \geq 0,77m/s$ , les courbes d'évolution de la chute de pression (normalisée par la chute de pression du médium propre) en fonction de la masse déposée sont quasiment toutes superposées. Nous avons utilisé cette propriété ainsi que de l'évolution quasi-linéaire de la perte de charge pour chacune des phases du colmatage du médium pour proposer un modèle empirique. Dans ce modèle, chacune des phases est représentée par une évolution linéaire.

Nous supposons que l'épaisseur du médium n'est pas modifiée lors de la phase de colmatage en profondeur. Seule la perméabilité évolue pendant cette phase en fonction de la masse de

particules déposées. Lors du colmatage en surface, nous faisons l'hypothèse que les particules contribuent uniquement à augmenter l'épaisseur du gâteau. La perméabilité du médium n'évolue donc pas lors de cette phase du colmatage. Les résultats expérimentaux correspondant à la phase du colmatage en surface nous donne accès à la résistance hydraulique globale du dépôt. Cette résistance hydraulique dépend à la fois de la porosité et de la perméabilité du dépôt. Cependant, nous ne pouvons pas discriminer ces deux paramètres. C'est pourquoi nous ferons des hypothèses sur la porosité du gâteau pour les calculs que nous réaliserons dans le prochain chapitre sur le colmatage des filtres plissés.

Le modèle empirique de colmatage de médium plan que nous avons établi est donc valable pour des vitesses de filtration comprises entre  $0,77$  et  $1,42m/s$ . Il serait intéressant d'en élargir le domaine de validité. Une autre étude possible, à court terme, est la caractérisation de la transition, entre les faibles vitesses de filtration et les vitesses de filtration plus importantes, notamment entre la vitesse de filtration  $u_f = 0,47m/s$  et  $0,77m/s$ . Il serait également intéressant de caractériser l'évolution de l'épaisseur lors du colmatage afin de connaître la porosité du dépôt et éventuellement d'en déterminer la compression (nous avons réalisé des essais dans cet objectif, ces essais n'ont pu être encore dépouillés).

La prise en compte de l'efficacité de capture des particules est aussi un autre aspect intéressant. Il serait pour cela nécessaire de mettre en place un banc d'essai permettant à réaliser des mesures précises des concentrations en particules en amont et en aval du filtre.

# Chapitre 4

## Colmatage médium plissé

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>177</b>
4.1.1	Transport des particules	178
4.1.2	Aperçu bibliographique sur les modèles de colmatage de médium plissé	179
<b>4.2</b>	<b>Modélisation du colmatage du médium plissé</b>	<b>180</b>
4.2.1	Hypothèses de travail du modèle	181
4.2.2	Équations de couplage	181
<b>4.3</b>	<b>Comparaison modèle-résultats expérimentaux</b>	<b>187</b>
4.3.1	Résultats expérimentaux	187
4.3.2	Comparaison avec le modèle	187
<b>4.4</b>	<b>Analyse de l'évolution de l'écoulement pendant la phase de colmatage</b>	<b>192</b>
4.4.1	Différents scénarii de colmatage d'un médium plissé à ouverture uniforme	192
4.4.2	Pli à ouverture variable	194
4.4.3	Influence de la perméabilité du fond de pli	199
<b>4.5</b>	<b>Conclusion sur l'étude du colmatage d'un pli</b>	<b>199</b>
<b>4.6</b>	<b>Optimisation du nombre de plis</b>	<b>200</b>
4.6.1	Comparaison des simulations et des résultats expérimentaux	201
4.6.2	Conclusion - optimisation du nombre de plis	207
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>208</b>

---

### 4.1 Introduction

L'objectif de cette étude est de prédire le comportement d'un filtre à air plissé en matériau fibreux lors de son colmatage. Nous avons, dans le second chapitre, de la première partie, mis en place un modèle d'écoulement du médium plissé. Dans le premier chapitre de la seconde partie, nous avons proposé un modèle de colmatage empirique. Nous allons, à présent, coupler ces deux modèles pour mettre en place le modèle de colmatage du médium plissé.

Il a pour objectif de fournir une aide à la conception d'un filtre. Déterminer le nombre optimum de plis est un exemple de ce qu'il est possible d'obtenir à l'aide du modèle développé. Dans le cas de l'industrie automobile, le nombre optimum de plis correspond au nombre de

plis pour lequel la capacité est maximale, celle-ci étant définie comme la masse de particules capturées par le filtre.

Le modèle de colmatage du médium plissé pour la filtration de l'air ainsi que les hypothèses sous-jacentes au modèle, sont présentés dans la section 4.2. Au préalable, nous analyserons le mode de transport des particules dans l'écoulement via une analyse dimensionnelle, cf section 4.1.1. Nous présenterons ensuite, dans la section 4.1.2, différentes approches pour modéliser le colmatage de médium plissé en analysant les différences et les points communs de ces méthodes.

La section 4.3 sera consacrée à la comparaison entre le modèle et les résultats expérimentaux. Une analyse des différents scénarii de colmatage d'un pli y est aussi exposée. Enfin, dans la partie 4.6, nous nous intéresserons à déterminer le nombre optimum de plis pour un filtre donné.

Nous déterminerons également de l'influence de certains paramètres sur le nombre optimum de plis.

### 4.1.1 Transport des particules

Nous effectuons dans cette partie une analyse dimensionnelle pour déterminer les forces agissant sur les particules pendant leurs transports dans le pli, c'est à dire le canal formé par le pli d'entrée.

Il est possible de décomposer les forces agissant sur une particule comme suit :

- La force de traînée : c'est la résultante des contraintes exercées par le fluide sur la surface d'une particule. Le nombre de *Stokes* permet d'évaluer l'influence relative des effets de l'inertie en comparant le temps de réponse caractéristique des particules à un temps caractéristique de l'écoulement. Lorsque le nombre de Stokes,  $St$  est petit devant 1, la particule se comporte comme un traceur.

$$St = \frac{d_p^2 \rho_p u_0}{18 \mu h_0}$$

avec  $\rho_p$  et  $d_p$  respectivement la masse volumique et le diamètre moyen des particules.  $u_0$  la vitesse moyenne à l'entrée du pli. La viscosité dynamique de l'air est désignée par  $\mu$ . Pour une configuration standard de la géométrie d'un médium plissé et d'écoulement<sup>9</sup>, nous avons :  $u_0 = 24,3m/s$ ,  $h_0 = 0,927mm$  respectivement la vitesse à l'entrée du pli et son ouverture. Pour la poussière *Fine* ( $\rho_p = 2650kg/m^3$  et  $d_p = 2\mu m$ , de diamètre moyen nominal), nous obtenons :  $St = 0,77$ .

- La force de la gravité : elle correspond aux contraintes exercées par le fluide sur un volume de fluide équivalent à celui de la particule. Le nombre de *Froude* permet d'estimer l'importance relative des forces de pesanteur par rapport à celles d'inertie :

$$Fr = \frac{u_0}{\sqrt{gL}}$$

avec  $g$  l'accélération de la gravité, et  $L$  la profondeur du pli. Pour un pli de  $55mm$  de profondeur, et pour les mêmes conditions que précédemment, nous avons :  $Fr \approx 49$ . Nous pourrions, dans la suite de cette étude, négliger la force de gravité par rapport à celle d'inertie.

- La force de masse ajoutée et force d'histoire (force de Basset) : la force de masse ajoutée est due aux accélérations subies par le fluide entourant la particule. La force de Basset

---

<sup>9</sup>Le nombre de plis est typiquement de 26 pour une surface frontale de  $220mm \times 89mm$ , un médium de  $2,22mm$  d'épaisseur et un débit volumique de  $389m^3/h$ .

est liée à l'historique de ces mouvements. Ces forces sont généralement de faible intensité pour notre application. C'est pourquoi, nous les négligerons.

Les particules peuvent aussi subir un mouvement dû à l'agitation des molécules du fluide. Ce mouvement résultant de l'ensemble de ces chocs est le mouvement Brownien. Ce sont les petites particules qui sont affectées par ce mouvement. Le coefficient de diffusion brownienne s'écrit [17]

$$D_b = \frac{k_B T C n}{6\pi r_p \mu}$$

$Cn$  est le facteur de correction de Cunningham, qui prend en compte les effets de glissement à la surface des particules. Lorsque les effets de glissement sont négligeables, alors  $Cn = 1$ .  $k_B \approx 1,3807 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$  est la constante de Boltzmann.  $\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique. Enfin,  $r_p$  est le rayon des particules.

Pour déterminer si le mouvement Brownien influence le mouvement des particules, nous comparons la distance de diffusion Brownienne à celle par convection. Nous obtenons le nombre de Peclet :

$$Pe_p = \frac{u_0 h_0}{D_b}$$

Pour les particules *Fine*,  $u_0 = 24,3m/s$ ,  $h_0 = 0,927mm$ , à  $T = 293K$ , c'est à dire  $20^\circ C$ , nous avons  $Pe_p \approx 10^9 \gg 1$ . Le mouvement brownien est donc négligeable dans notre cas.

L'évaluation de ces différents nombres adimensionnels indique que les particules sont essentiellement soumises aux forces de nature hydrodynamique. Le nombre de Stokes n'étant pas très petit devant 1, la trajectoire des particules est en principe affectée par les effets inertiels. Cependant, par simplicité, le nombre de Stokes restant inférieur à 1, nous négligerons dans ce qui suit les effets inertiels. Nous supposons donc que les particules suivent les lignes de courant de l'écoulement (voir la section 4.2.1 pour plus de détails sur ce point).

#### 4.1.2 Aperçu bibliographique sur les modèles de colmatage de médium plissé

Les approches proposées dans la littérature pour déterminer l'évolution du colmatage d'un médium plissé présentent un certain nombre de points communs. En général, on commence par construire ou proposer un modèle permettant de déterminer la chute de pression, ou l'écoulement au sein d'un médium plissé [7, 43, 45, 98, 106]. Pour une description plus détaillée de ces modèles, le lecteur peut se reporter à l'étude bibliographique sur l'écoulement dans un médium plissé, cf. page 56. À partir du modèle d'écoulement, les auteurs font évoluer les caractéristiques du médium plan [98, 106], voire également la géométrie du pli [7, 43, 45] en fonction de la masse de particules déposées. Ils obtiennent ainsi le modèle de colmatage du médium plissé.

Pour tous ces modèles, les auteurs font l'hypothèse d'une évolution quasi-stationnaire du colmatage.

Nous allons à présent détailler les différentes approches de ce problème. Raber [106] ne prend pas en compte l'évolution de la géométrie. Lors du colmatage, seules les caractéristiques du médium (perméabilité) évoluent. L'auteur fait l'hypothèse très simplificatrice que la perméabilité évolue uniformément le long du pli. La caractérisation de l'évolution de la perméabilité est déterminée expérimentalement pour un médium plan.

Del Fabbro et al. et Del Fabbro [45, 43] ont aussi pris en compte une évolution uniforme de la perméabilité du médium pour modéliser le colmatage. Les nombreux résultats expérimentaux

qu'ils ont obtenus ont mis en évidence la nécessité de prendre en compte l'évolution de la géométrie du pli pour déterminer l'évolution du colmatage d'un médium plissé. Pour cela ces auteurs ont supposé une évolution uniforme de l'épaisseur du dépôt.

La faiblesse de ces deux modèles numériques pour le premier et empirique pour le second, plus particulièrement pour la filtration de l'air, est l'hypothèse d'une évolution uniforme au sein du pli. Dans ce cas, l'effet de l'inertie de l'écoulement, qui joue un rôle prépondérant, n'est pas pris en compte. Cet effet est en fait à l'origine de l'inhomogénéité de l'écoulement.

Oxarango et al. [98, 96], puis Benmachou [7] ont pris en compte l'évolution locale des différentes caractéristiques du médium. Dans le premier cas, c'est la résistance hydraulique qui évolue localement et dans le second cas, l'évolution de la géométrie du pli d'entrée dû à la formation du dépôt est aussi prise en considération. La prise en compte d'une évolution locale des caractéristiques du médium nécessite de déterminer la trajectoire des particules dans le pli. C'est le dépôt des particules qui est à l'origine de l'évolution de la perméabilité et de la hauteur du gâteau. Ces auteurs ont supposé que les particules se comportaient comme des traceurs. C'est donc la vitesse de filtration locale qui contrôle la répartition des particules le long du pli.

Nous devons aussi noter la modélisation de King et Please [69] qui proposent un modèle analytique de colmatage d'un médium plissé. Cependant, ils font des hypothèses incompatibles avec la filtration de l'air. Ils supposent que l'écoulement est un écoulement de *Stokes* et que la vitesse de filtration est uniforme le long du pli. Ce modèle convient pour la filtration de liquide, où le nombre de *Reynolds* de l'écoulement peut-être suffisamment faible pour supposer un écoulement de Stokes avec une vitesse de filtration uniforme.

Dans la perspective de valider, ou tout du moins de comparer ces modèles avec des résultats expérimentaux, il serait souhaitable d'obtenir des informations dans le pli en plus des données globales comme l'évolution de la chute de pression.

Ceci n'a pas été fait dans le cadre de la thèse mais on peut noter qu'il existe différentes études expérimentales qui bien que réalisées dans des conditions légèrement différentes, pourraient être adaptées dans ce but.

Ainsi, Maschio et al. [79] ont étudié le colmatage d'une cartouche par tomographie à rayon X. Ils ont pu étudier la répartition des particules au sein de la cartouche et du pli. Cette étude permet de faire les mesures sans détruire la cartouche, contrairement à ce que Del Fabbro [43] propose.

Une autre technique est proposée par Häusle et al. [57]. Ils ont visualisé la répartition de l'écoulement pour un panneau filtrant à différents stades de colmatage. Pour cela, les auteurs envoient de l'air chaud pendant un très court instant. Ils visualisent alors l'écoulement à l'aide d'une caméra infrarouge. Ils caractérisent ainsi la répartition de l'écoulement au sein du filtre. L'utilisation de cette technique pour déterminer la répartition de l'écoulement au sein d'un pli, ainsi que son évolution pendant le colmatage, semble envisageable. Des comparaisons qualitatives, voire quantitatives, seraient alors possibles.

## 4.2 Modélisation du colmatage du médium plissé

Le modèle de colmatage du médium plissé repose sur le couplage entre le modèle de l'écoulement et celui de colmatage du médium plan. Nous allons présenter tout d'abord les hypothèses du modèle de colmatage et de transport des particules. Nous présentons ensuite les équations régissant le modèle.

### 4.2.1 Hypothèses de travail du modèle

Afin de simplifier l'étude du colmatage du média plissé, différentes hypothèses sont formulées. La première concerne le transport des particules. En effet, nous supposons que celles-ci suivent les lignes de courants. Cette hypothèse reste valable tant que le nombre de Stokes des particules dans le média plissé est faible. C'est bien le cas au début de la phase de colmatage comme le montre le calcul du nombre de Stokes que nous avons fait en introduction. Celui-ci est de l'ordre de 0,7. Cependant, il augmente lors de la phase de colmatage en raison de l'augmentation de la vitesse dans le pli. Cette augmentation résulte de la conservation de la masse et de la réduction de l'ouverture du pli d'entrée due au dépôt de particules. Ainsi, une amélioration ultérieure du modèle consisterait à prendre en compte l'impact de l'inertie sur la trajectoire des particules.

Nous supposons également une évolution quasi-stationnaire de la géométrie et de l'écoulement lors du colmatage. Cette hypothèse a déjà été adoptée lors de problèmes similaires dans le domaine de la filtration [98, 96, 97, 7, 43, 106]. Pour que cette hypothèse soit valable, il est nécessaire que le temps caractéristique d'évolution de l'écoulement soit beaucoup plus grand que le temps de séjour d'une particule dans le pli. Le temps caractéristique de séjour d'une particule dans le pli est  $t_s = \frac{L}{u_0} \approx 2.10^{-3} s$ ,  $u_0$  est la vitesse moyenne à l'entrée du pli et  $L$  est la profondeur du pli. Or, pendant ce laps de temps, la variation de la chute de pression du médium plan due au colmatage n'est pas mesurable. L'évolution des dépôts internes ou de surfaces est trop faible pour que l'écoulement dans le pli change significativement.

Si nous voulons utiliser notre modèle d'écoulement dans les plis, il est aussi nécessaire que l'écoulement garde son caractère affine malgré l'évolution de la géométrie du pli d'entrée. Nous nous appuyons sur les travaux de Dauenhauer et Magdalani [28]. Ils ont étudié l'impact de la contraction ou de l'élargissement uniforme de parois poreuses pour un écoulement dans un canal avec injection ou aspiration pariétale uniforme. Dans le cas de l'aspiration pariétale avec contraction de la géométrie, c'est à dire le pli d'entrée, l'écoulement reste affine avec le même profil pour  $Re_{w_s} > 20$ .  $Re_{w_s}$  étant le Reynolds effectif de filtration qui prend en compte la contraction de celui-ci :  $Re_{w_s} = Re_w - \gamma$  et  $\gamma = \rho \frac{dh}{dt} \frac{h(t)}{\mu}$ ;  $h(t)$  est l'ouverture du canal au temps  $t$ ,  $\rho$ , la masse volumique et  $\mu$  la viscosité du fluide. Comme nous avons un Reynolds de paroi plus grand que 20 et qu'en raison de la contraction de l'écoulement  $\alpha < 0$ , nous pouvons raisonnablement supposer que l'écoulement demeure affine avec la même structure que s'il n'y avait pas de modification des parois (c'est à dire formation du dépôt) pour une évolution uniforme de la géométrie du pli. Néanmoins, l'affinité de l'écoulement n'a pas été vérifiée pour une évolution non-uniforme de la géométrie avec des vitesses de filtration non-uniformes.

Nous supposons que le modèle de colmatage pour la configuration médium plan présenté dans la section 3.3.4 page 170 du chapitre précédent s'applique localement à l'intérieur du pli.

Nous faisons également l'hypothèse que les particules qui se déposent à la surface ne sont pas ré-entraînées par l'écoulement.

### 4.2.2 Équations de couplage

#### Calcul de la masse déposée localement et de l'évolution de la géométrie

Dans le cadre des hypothèses évoquées précédemment, le modèle de colmatage à l'échelle du pli peut être décrit de la façon suivante. Comme nous faisons l'hypothèse que les particules suivent les lignes de courant, la masse des particules déposées est proportionnelle à la vitesse de filtration locale,  $u_{f_i}$ .

Pour cela, nous rappelons que le médium plissé est découpé en une série de mailles comme le montre la figure 4.1. Les mailles avec un numéro entier représentent les mailles de pression,

les mailles avec un demi entier celle de la vitesse ;  $n$  est le nombre total de mailles de pression.

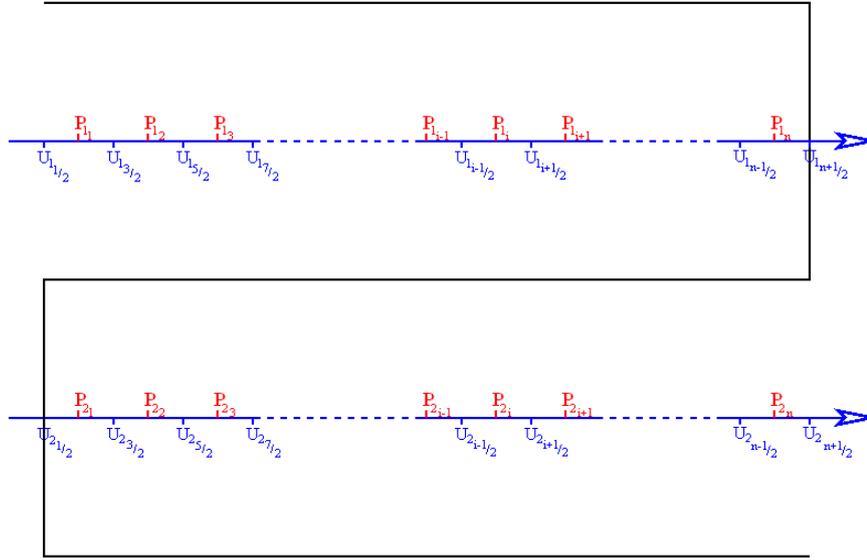


FIG. 4.1 – Représentation du maillage d'un pli

Le calcul de la perméabilité locale dépend du modèle de perméabilité choisi ainsi que de la prise en compte du dépôt en profondeur. Pour une masse de particules déposées par unité de surface,  $m_d$ , inférieure à  $m_{dc}$ , le colmatage du médium a lieu en profondeur. L'épaisseur du médium n'est pas modifiée, seule la perméabilité du médium fibreux évolue selon la loi empirique déterminé 3.3.4, page 170, c'est à dire :

$$k(m_d) = \frac{k_0}{6,713m_d + 1}$$

Pour une masse de particules déposées par unité de surface,  $m_d$ , supérieure à  $m_{dc}$ , alors, le dépôt a lieu en surface. La masse déposée pendant  $dt$  sur une maille  $i$  de longueur  $dx$  et de laize  $l_2$  est  $dm_i$  :

$$dm_i = dxl_2u_{f_i}C_{amont}dt \quad (4.1)$$

où  $C_{amont}$  est la concentration des particules en  $kg/m^3$ . Or, comme nous l'avons déjà vu précédemment, nous avons :  $1 - \varepsilon_d = \frac{dm_i}{de_i dx l_2 \rho_d}$ . Il en résulte alors une évolution de la hauteur totale du dépôt de surface de  $de$ , selon la formule :

$$de_i = \frac{C_{amont}u_{f_i}}{\rho_d(1 - \varepsilon)} dt \quad (4.2)$$

Nous déterminons la vitesse de filtration locale en utilisant la loi de *Darcy*, partie 2.2.4 page 82 :

$$u_{f_i} = k_i \frac{P_{1i} - P_{2i}}{\mu e_i} \quad (4.3)$$

À partir des équations (4.2) et (4.3), nous déduisons la variation de la hauteur du dépôt de particules de la maille  $i$  du pli pendant  $dt$  :

$$de_i = k_i C_{amont} \frac{P_{1_i} - P_{2_i}}{\mu \rho_d (1 - \varepsilon) e_i} dt \quad (4.4)$$

L'évolution de l'épaisseur du dépôt est donc donnée par l'équation suivante :

$$e_{t+dt_i} = e_{t_i} + k_i C_{amont} \frac{P_{1_i} - P_{2_i}}{\mu \rho_d (1 - \varepsilon) e_{t_i}} dt \quad (4.5)$$

Nous déduisons de ce résultat l'évolution de l'ouverture du pli,  $h_{i_{t+dt}}$  et de la masse de particules déposées par unité de surface,  $dm_{d_i}$ , pendant ce même laps de temps, en tenant compte aussi des équations (4.1) et (4.3) :

$$h_{i_{t+dt}} = h_{i_t} - \frac{C u_{f_i}}{\rho_d (1 - \varepsilon)} dt \quad (4.6)$$

$$dm_{d_i} = k_i C_{amont} \frac{P_{1_i} - P_{2_i}}{\mu e_i} dt \quad (4.7)$$

Nous pouvons voir que l'évolution de l'épaisseur du dépôt, équation (4.4), et la variation de l'ouverture du pli, équation (4.6), dépendent toutes les deux de la porosité du dépôt.

Nous venons de déterminer l'évolution de la hauteur de dépôt, de la masse déposée par unité de surface, ainsi que l'ouverture du pli à la position  $x_i$ . Pour déterminer l'écoulement, il est nécessaire de connaître l'évolution de l'ouverture du pli pour le maillage de la vitesse, c'est à dire en  $x_{i+\frac{1}{2}}$ . Nous déterminons celles-ci par une interpolation linéaire. Soit, pour un maillage uniforme :

$$u_{f_{i+\frac{1}{2}}} = \frac{u_{f_i} + u_{f_{i+1}}}{2}, \forall i \in [1, n-1] \quad (4.8)$$

À partir des équations (4.6) et (4.8), nous déduisons la variation de la demi-ouverture de la maille  $i + \frac{1}{2}$  du pli pendant  $dt$  :

$$h_{i+\frac{1}{2}t+dt} = \frac{h_{i_{t+dt}} + h_{i+1_{t+dt}}}{2}, \forall i \in [1, n-1] \quad (4.9)$$

Les pentes locales de l'ouverture  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_i$  et  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_{i+\frac{1}{2}}$ , sont déterminées par une formule de Taylor-Young. Étant donné que nous utilisons un maillage régulier, nous pouvons évaluer cette dérivée à l'ordre 2 par :

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_i = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\delta x} \quad (4.10)$$

L'équation (4.10) est aussi bien valable pour  $i$  entier que pour un demi entier. Il reste cependant à évaluer  $h_{\frac{1}{2}}$ ,  $h_{n+\frac{1}{2}}$ ,  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_1$ ,  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_n$ ,  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_{\frac{1}{2}}$  et  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_{n+\frac{1}{2}}$ . Nous évaluons les termes  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_1$  et  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_n$  en utilisant la formule de Taylor-Young :

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_1 \approx \frac{h_2 - h_1}{\delta x} \quad \text{et} \quad \left. \frac{dh}{dx} \right|_n \approx \frac{h_n - h_{n-1}}{\delta x} \quad (4.11)$$

Dans ce cas, les dérivées  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_1$  et  $\left. \frac{dh}{dx} \right|_n$  sont évaluées à l'ordre 1.

$$h_{\frac{1}{2}} \approx h_1 + 0,5\delta x \left. \frac{dh}{dx} \right|_1 \quad \text{et} \quad h_{n+\frac{1}{2}} \approx h_n + 0,5\delta x \left. \frac{dh}{dx} \right|_n \quad (4.12)$$

L'évolution de la géométrie, pendant une itération en temps  $dt$ , est donc complètement caractérisée. Il reste à présent à évaluer les caractéristiques du médium.

### Calcul de l'évolution locale de la perméabilité

Pour  $m_d < m_{dc}$ , la perméabilité du milieu fibreux évolue du fait de la capture des particules en profondeur. Ainsi, selon notre modèle empirique, nous avons  $\Delta P = \Delta P_0(\alpha m_d + 1)$ . Or, comme l'épaisseur n'évolue pas, l'évolution de la chute de pression est ici due uniquement à l'évolution de la perméabilité. Soit :  $\Delta P = \frac{\mu e_0}{k(m_d)} u_f = \Delta P_0 \frac{k_0}{k(m_d)}$ . Nous en déduisons donc, à partir du modèle empirique choisi, voir partie 3.3.4 page 170 :

$$k_d = \frac{k_0}{\alpha m_d + 1} \quad (4.13)$$

Lors du colmatage en surface, nous avons un dépôt qui apparaît. Dans ce cas, le dépôt et le milieu fibreux sont supposés agir comme des résistances hydrauliques en série, se reporter à 3.2.3 page 138. La chute de pression de l'ensemble médium/dépôt  $\Delta P_{t+dt_i}$  pour la nouvelle itération en temps est alors la somme de la chute de pression du nouveau dépôt pour la maille  $i$   $\Delta P_{de_i}$  et de  $\Delta P_{t_i}$ , la chute de pression de la maille  $i$  à l'itération précédente :

$$\Delta P_{t+dt_i} = \Delta P_{t_i} + \Delta P_{de_i} \quad (4.14)$$

L'équation (4.14), nous permet alors d'écrire, en utilisant la loi de Darcy :

$$\frac{e_{t+dt_i}}{k_{t+dt_i}} = \frac{e_{t_i}}{k_{t_i}} + \frac{de_i}{k_d}$$

où la perméabilité du dépôt,  $k_d$ , est déterminée par l'équation (4.14);  $k_{t_i}$  et  $e_{t_i}$  désignent respectivement la perméabilité et l'épaisseur de l'ensemble médium fibreux/dépôt de surface pour la maille de pression  $i$ .

Nous en déduisons l'évolution de la perméabilité de l'ensemble médium/dépôt pour la nouvelle itération en fonction des caractéristiques de l'itération précédente :

$$k_{t+dt_i} = \frac{k_d k_{t_i}}{k_{t_i} de_i + k_d e_{t_i}} e_{t+dt_i} \quad (4.15)$$

Les équations (4.5), (4.6), (4.7), (4.9), (4.10), (4.11), (4.12), (4.13) et (4.15) permettent de faire évoluer les caractéristiques du médium plissé à chaque itération du colmatage.

Pour sa résolution, le modèle est écrit sous forme adimensionnelle dans le même esprit que pour l'étude de l'aérodynamique dans le pli (cf. chapitre 2 de la première partie).

Pour cela, nous définissons une concentration adimensionnée,  $\bar{C} = \frac{C_{amont}}{\rho_d}$ , les autres variables étant adimensionnées de la même façon que précédemment (cf. la partie 2.2.4, page 77). Ainsi, l'équation (4.5) devient :

$$\bar{e}_{t+dt_i} = \bar{e}_{t_i} + \bar{k}_i \bar{C} \frac{P_{1_i} - P_{2_i}}{(1 - \varepsilon) \bar{e}_{t_i}} \frac{\rho u_0^2}{\mu} dt$$

Soit :

$$\bar{e}_{t+dt_i} = \bar{e}_{t_i} + \bar{k}_i \bar{C} \frac{P_{1_i} - P_{2_i}}{(1 - \varepsilon) \bar{e}_{t_i}} Re_0 \frac{u_0 dt}{h_0}$$

Nous définissons à présent :  $\bar{dt} = \frac{u_0 dt}{h_0}$  et  $\bar{m}_d = \frac{m_d}{\rho_d h_0}$ . Nous obtenons, après avoir adimensionnées les différentes équations :

$$\begin{cases} \bar{e}_{t+dt_i} &= \bar{e}_{t_i} + \bar{k}_i \bar{C} \frac{\bar{P}_{1_i} - \bar{P}_{2_i}}{(1-\varepsilon)\bar{e}_{t_i}} Re_0 d\bar{t} \\ \bar{h}_{i_t+dt} &= \bar{h}_{i_t} - \bar{k}_i \bar{C} \frac{\bar{P}_{1_i} - \bar{P}_{2_i}}{(1-\varepsilon)\bar{e}_{t_i}} Re_0 d\bar{t} \\ dm_{d_i} &= \bar{k}_i \bar{C} \frac{\bar{P}_{1_i} - \bar{P}_{2_i}}{\bar{e}_{t_i}} Re_0 d\bar{t} \end{cases} \quad (4.16)$$

### Critère de fermeture du pli et conditions appliquées

Lors de la réduction de l'ouverture du pli celui-ci peut se refermer. Nous avons ainsi fixé un critère de fermeture du pli. Deux phénomènes contribuent à la fermeture du pli.

Dans un premier cas, les particules se déposent sur la paroi. Ce dépôt augmente jusqu'à provoquer la fermeture du pli. Ceci peut se produire à tout endroit du pli. Ainsi pour une maille  $i$ , où  $h_i < 2R$ , alors, la maille  $i - 1$  devient le fond du pli et les conditions limites s'appliquent alors à la maille  $i$ . Nous avons illustré cela sur la figure 4.2 pour les mailles du fond du pli :  $n$  à  $n - 3$ . La figure 4.3 illustre la gestion de la fermeture prématurée d'un pli. Le fond imperméable est de couleur noire, le médium fibreux est gris, et le dépôt de surface est représenté par la couleur orange.

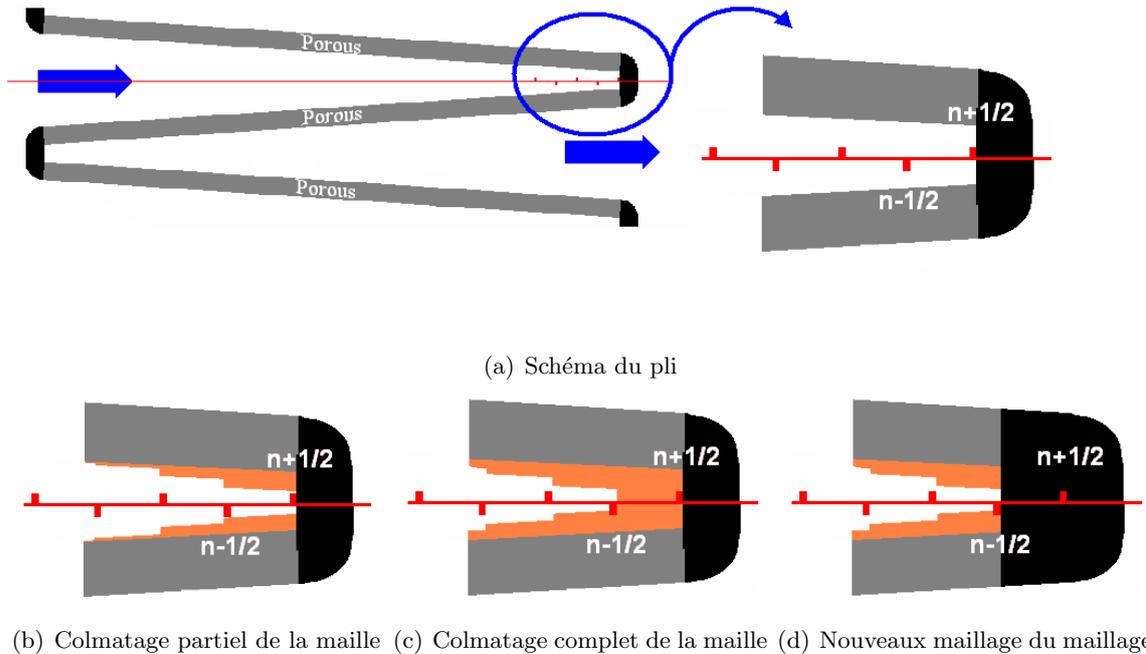


FIG. 4.2 – Évolution du maillage lors du colmatage du pli pour un fond de pli imperméable.

Le second cas correspond au dépôt des particules dans le fond du pli. Ainsi, le dépôt des particules contribue à obstruer progressivement le pli par le fond et réduire sa longueur. Si la taille du dépôt devient supérieure à  $\delta x$ , la taille du maillage, alors la longueur diminue. Soit la taille du dépôt  $e_{t_{n+1}}$  au temps  $t$  du fond du pli. Soit  $de_{n+1}$  le dépôt pendant  $dt$ . Nous comparons alors  $e_{t+dt_{n+1}} = e_{t_{n+1}} + de_{n+1}$  à la taille des mailles. La nouvelle longueur du pli est  $j$ . Ceci est illustré sur les figures 4.4 et 4.5. Nous avons représenté le dépôt de surface du fond des plis en marron. La figure 4.4 représente un pli qui se ferme en raison du dépôt sur le fond du pli et la figure 4.5 représente un pli qui se ferme en raison du dépôt de surface sur les parois du pli. Nous avons illustré, sur la figure 4.6, la fermeture prématurée du pli.

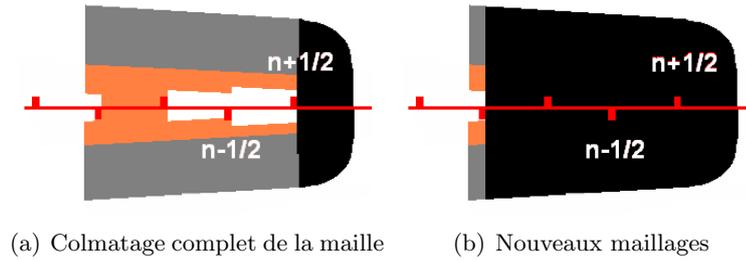


FIG. 4.3 – Évolution du maillage lors du colmatage du pli pour un fond de pli imperméable avec fermeture prématurée de celui-ci.

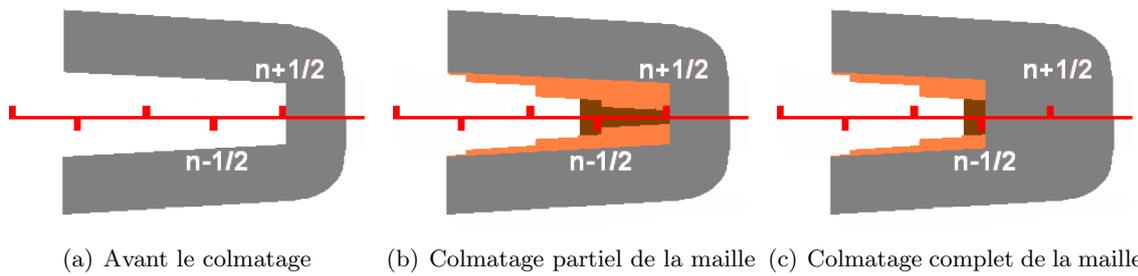


FIG. 4.4 – Évolution du maillage lors du colmatage du pli pour un fond de pli poreux : le fond se colmate plus rapidement que les parois latérales.

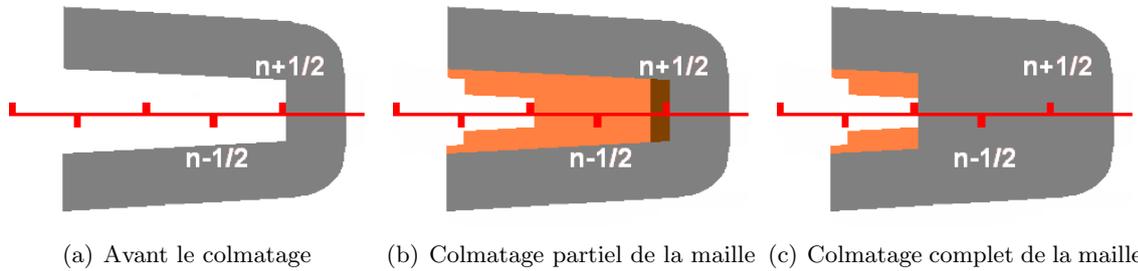


FIG. 4.5 – Évolution du maillage lors du colmatage du pli pour un fond de pli poreux : les parois latérales se colmatent plus rapidement que le fond.

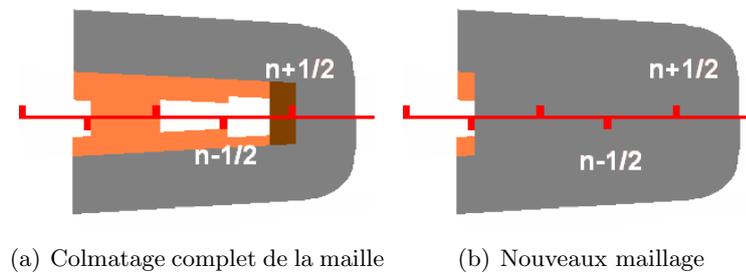


FIG. 4.6 – Évolution du maillage lors du colmatage du pli pour un fond de pli poreux avec fermeture prématurée de celui-ci.

Lors du colmatage, un dépôt apparaît dans le fond du pli. Pour le cas du fond de pli imperméable, nous faisons l'hypothèse que l'écoulement ne passe pas par ce dépôt, comme cela est illustré sur le schéma. Par contre, dans le cas de fond de pli poreux, nous supposons que l'écoulement est unidirectionnel. Il passe par le fond du pli, selon la direction  $x$ .

### 4.3 Comparaison modèle-résultats expérimentaux

Les simulations et les résultats expérimentaux que nous présentons correspondent à des caractéristiques standard dans la filtration automobile.

- Le débit :  $Q = 389m^3/h$
- Laize utile du médium plissé :  $89mm$
- Longueur du médium plissé :  $220mm$
- Surface frontale  $0,01958m^2$
- Hauteur des plis :  $55mm$
- Type de poussière : *Fine*, la même poussière que pour le colmatage du médium plan.

Les média plissés utilisés pour la partie expérimentale ne sont pas embossés. Le modèle ne prend pas non plus en compte cet aspect. Nous avons vu précédemment que l'embossage a un faible impact sur l'écoulement dans le médium plissé, section 2.2.1, page 53. Cependant, nous ne savons pas son impact lors du colmatage des média plissés.

Les calculs ont été réalisés, sauf mention contraire, pour un pli à ouverture uniforme et fond de pli imperméable. L'impact du fond imperméable sur les résultats est étudié par la suite.

#### 4.3.1 Résultats expérimentaux

Le montage expérimental, ainsi que la procédure d'essai, sont les mêmes que pour le colmatage d'un médium plan, parties 3.3.1 page 149.

Les caractéristiques du médium utilisé ainsi que des média plissés présentés sont dans le tableau suivant 2.1 page 62.

L'incertitude sur la masse du filtre plissé est celle de la balance, soit :  $\pm 0,01g$ . Ainsi, l'incertitude sur la mesure de la capacité est de  $\pm 0,02g$ .

Nous pouvons visualiser sur le graphique 4.7 l'évolution de la chute de pression adimensionnée par la chute de pression initiale  $\Delta P_0$ , c'est à dire du filtre propre, en fonction de la masse déposée  $m$ , en gramme. Nous distinguons deux phases dans l'évolution des courbes.

Lors de la première phase, plus ou moins longue selon la densité de plissage, la chute de pression évolue relativement lentement. Puis, lors de la seconde phase, à partir de  $m \approx 30g$ , la chute de pression augmente plus rapidement. La première phase correspond au colmatage en profondeur du médium fibreux puis au dépôt de surface des particules, tant que celui-ci n'a que peu d'impact sur la géométrie du pli. La seconde phase correspond à une diminution significative de l'ouverture du pli. Ces différentes phases de colmatage sont conformes à ce qui a été observé expérimentalement par d'autres auteurs, cf Del Fabbro [43].

#### 4.3.2 Comparaison avec le modèle

Les graphiques de la figure 4.8 représentent l'évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en  $mbar$ , en fonction de la masse déposée,  $m$  en gramme, pour les média plissés respectivement à 17 et 26 plis.

Nous pouvons voir une différence importante, de la chute de pression, entre les résultats expérimentaux et le modèle. Deux éléments permettent d'expliquer cette différence :

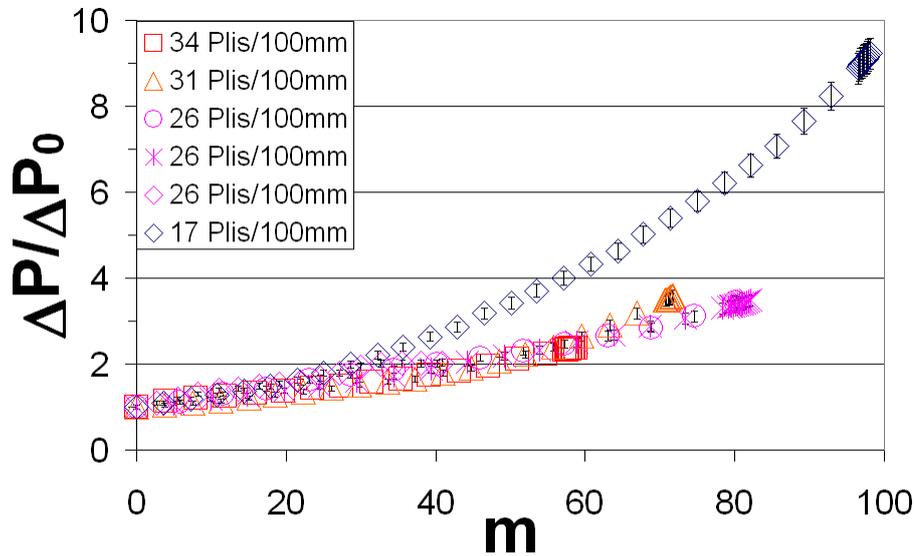


FIG. 4.7 – Évolution de la chute de pression,  $\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$ , en fonction de la masse déposée,  $m$  en g, pour différentes densités de plissage.

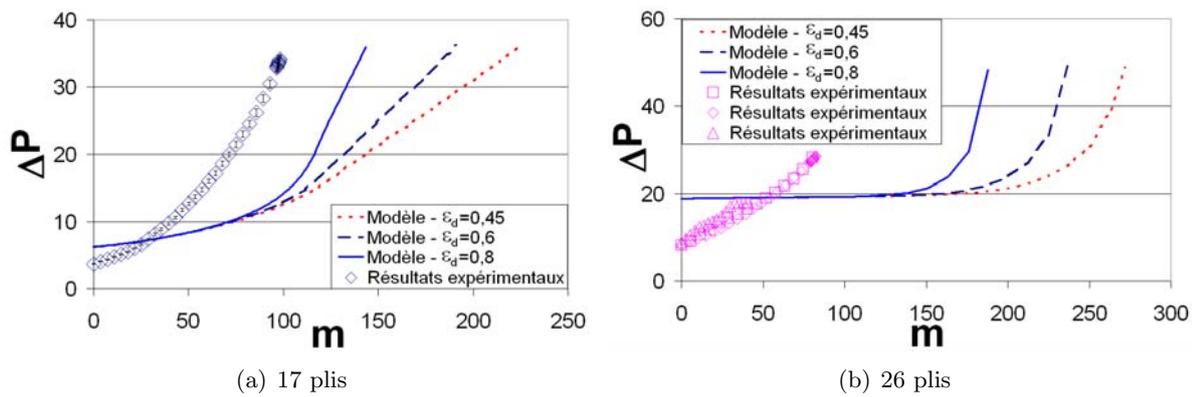


FIG. 4.8 – Évolution de la chute de pression à travers le médium plissé,  $\Delta P$  en  $mbar$ , en fonction de la masse de particules capturées en  $g$ , pour le modèle de colmatage empirique.

- La géométrie du pli. Les simulations présentées ici ont été effectuées pour des plis à ouvertures uniformes. En réalité, le médium plissé possède une forme triangulaire.
- Le modèle de perméabilité pour le médium plan. Celui-ci est déterminé expérimentalement. Cependant, le médium dont est constitué le médium plissé est issu d'un lot de production différent. Les propriétés de ces deux média sont reportées dans le tableau 4.1. En raison de ces différences entre les deux média, l'évolution de la chute de pression, lors du colmatage, est a priori différente pour ces deux média.

	Médium plan	Médium plissé	Différence en %
épaisseur ( $mm$ )	2,22	2,84	27,9
perméabilité ( $\mu m^2$ )	166,1	227,7	37,1

TAB. 4.1 – Différence, entre les média utilisé pour le colmatage plan et plissé, pour le contre-type N1015. Le médium "plan" est celui utilisé lors des essais de colmatage pour la plane. "Médium plissé" désigne le médium avec lequel le filtre plissé est réalisé.

Pour améliorer la comparaison avec les résultats expérimentaux, nous avons décidé d'ajuster deux paramètres en utilisant les résultats expérimentaux obtenus pour le médium comportant 17 plis, soit une densité de plissage de 7 plis/100mm. Les valeurs de ces paramètres sont ensuite utilisées pour les autres densités de plissage lors de la comparaison avec les résultats expérimentaux. Le premier paramètre est lié à la géométrie du pli :  $\delta = \frac{h_s}{h_0}$  (cf figure 4.9). Celui-ci est déterminé de façon à retrouver la chute de pression initiale du médium plissé.

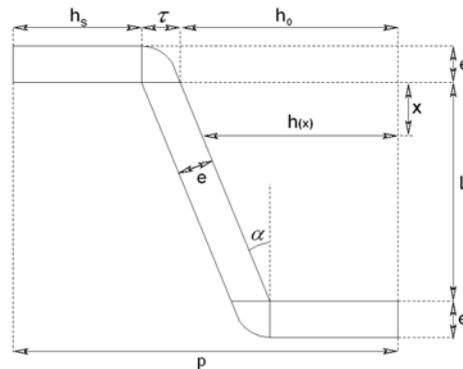


FIG. 4.9 – Schéma d'un pli triangulaire

Le second paramètre ajusté est lié au modèle de colmatage du médium plan. Nous avons pris le parti, arbitraire, d'ajuster uniquement la valeur de  $m_{dc}$ <sup>10</sup>.

Les ajustements conduisent aux valeurs suivantes :  $\delta = 0,2$  et  $m_{dc} = 0,118 kg/m^2$ . Les courbes 4.10(a) et 4.10(b) représentent la comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle réajusté pour des porosités du dépôt de surface de 0,7 et 0,65 respectivement.

La comparaison avec les résultats expérimentaux pour 26 plis montre un accord raisonnable avec le modèle, comme le montre le graphique 4.10(c).

Pour les densités de plissage très importantes, nous pouvons remarquer un écart entre le modèle réajusté et les résultats expérimentaux, figure 4.10(d). Il existe un écart sur la chute de pression initiale ainsi que sur l'évolution de la chute de pression. Diverses explications peuvent être proposées pour comprendre ces écarts.

<sup>10</sup>La masse critique de particules déposées par unité de surface pour laquelle le colmatage en surface commence

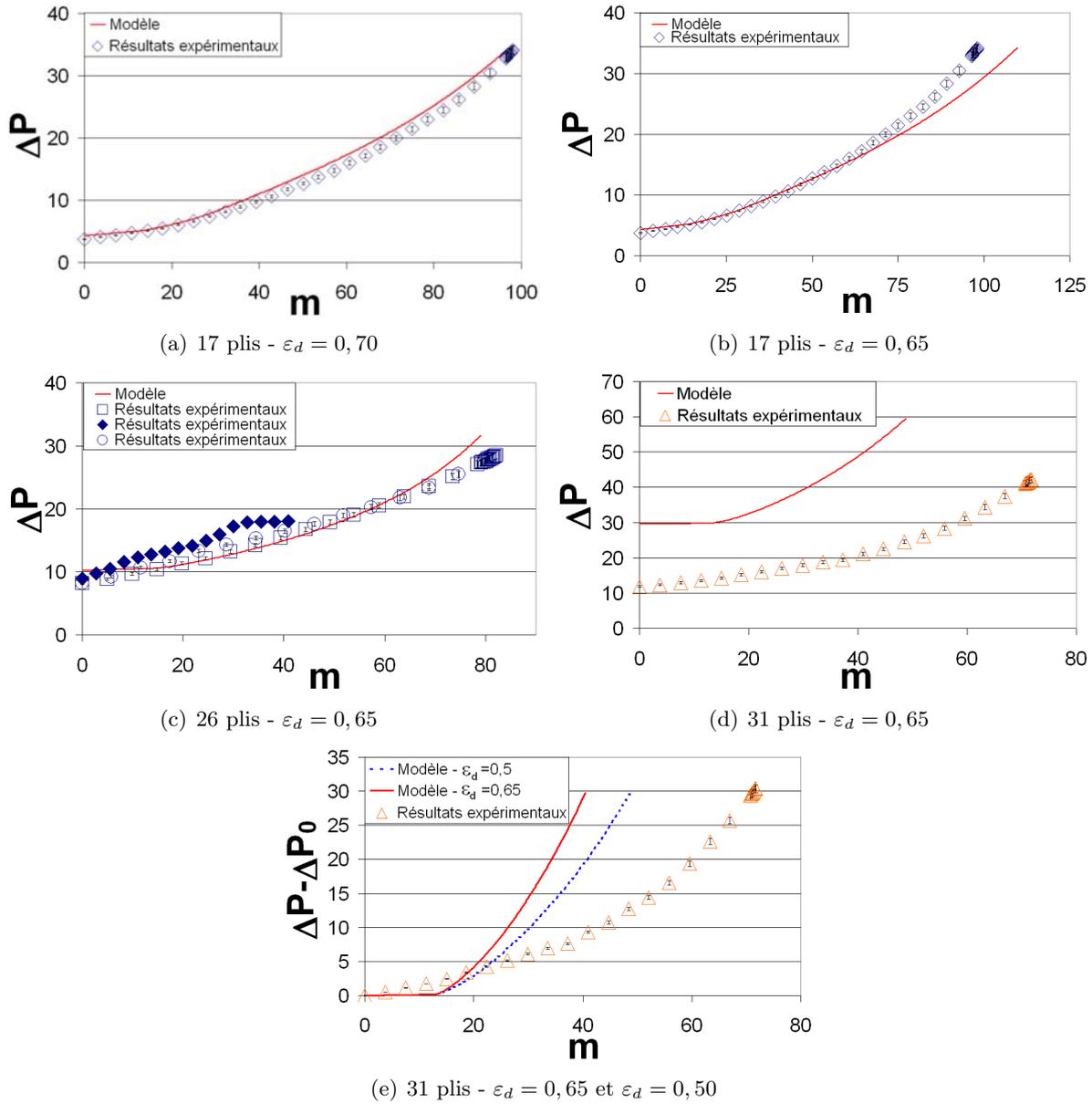


FIG. 4.10 – Comparaison des résultats après ajustement des paramètres pour 17 plis, figure 4.10(b).  $\Delta P$  est la chute de pression en  $mbar$ ,  $\Delta P_0$ , la chute de pression initiale et  $m$  la masse de particules déposées en gramme.

Concernant la différence de chute de pression initiale :

- Nous avons fait l’hypothèse d’une vitesse de glissement nulle à l’interface. Or, la prise en compte d’une vitesse de glissement a pour conséquence une chute de pression plus faible du médium plissé [24]. Différents travaux sur les conditions à appliquer à l’interface d’un milieu poreux et d’un écoulement libre, voir annexe C, montrent que le sujet est encore ouvert. L’hypothèse que nous faisons à cette interface, en imposant une vitesse de glissement nulle, est probablement fautive pour les plus grandes vitesses  $u_0$ , à l’entrée du pli. La prise en compte d’une vitesse de glissement contribue à diminuer la chute de pression [].
- Nous avons pu vérifier l’affinité de l’écoulement sur une gamme importante de densité de plissage. Cependant, pour les densités de plissage très importantes, nous n’avons pas pu valider le modèle d’écoulement en raison du logiciel *Fluent* (génération de vitesses de glissement non physique à l’interface milieu fibreux/pli). En fait, pour les très fortes densités de plissage, l’ouverture du pli devient donc très faible. Cette situation conduit à une très forte hétérogénéité de la vitesse de filtration le long du pli (voir section 4.4.1), voire à des inversions de la vitesse de filtration dans le pli (cf. chapitre 2, partie 1). On atteint ici clairement les limites du modèle semi-analytique proposé. On peut noter toutefois que de telles densités de plissage ne sont pas utilisées en pratique par les industriels. Il n’y a donc pas lieu d’attacher une trop grande importance aux mauvaises performances de notre modèle pour les très fortes densités de plissages dans le contexte de notre étude.

Concernant l’évolution différente de la chute de pression lors du colmatage :

- Nous avons fait l’hypothèse que la porosité du dépôt de surface ne dépend pas de la vitesse de filtration. Or, certains résultats expérimentaux ont montré que la porosité du dépôt dépend de la vitesse de filtration [25]. Ainsi, pour une porosité plus faible du dépôt, la chute de pression augmente moins rapidement, comme le montre le graphique 4.10(e).
- Nous avons fait l’hypothèse que les particules suivent les lignes de courants. Or, l’entrée du pli, pour les grandes densités de pli, a une faible ouverture. Il en résulte une vitesse de filtration importante. Par conséquence, le nombre de Stokes des particules n’est plus négligeable devant 1. C’est pourquoi, il serait donc nécessaire de prendre en compte l’inertie des particules pour déterminer leurs trajectoires et localiser leurs dépôts.
- La limitation la plus importante est sans doute le domaine de validité de notre modèle empirique de colmatage de médium plan. Ce dernier est valide pour des vitesses de filtrations comprises entre  $0,77m/s$  et  $1,42m/s$ . Or, la gamme de variation des vitesses de filtrations au sein d’un pli, voir les figures 4.13, 4.14 et 4.15 respectivement pages 195, 196 et 197, est plus large que celle sur laquelle a été calé notre modèle de colmatage empirique pour médium plan. Pour 17 ou 26 plis, la vitesse de filtration maximale est inférieure à  $1,42m/s$  pendant une grande partie de la phase de colmatage. Cependant, pour 31 plis, les vitesses de filtrations rencontrées sont très supérieures aux vitesses de la filtration moyenne correspondant au domaine de validité de notre modèle empirique puisqu’elles dépassent  $5m/s$  à certains endroits du pli.

En conclusion sur cette partie, nous pouvons considérer que le modèle conduit à des résultats raisonnablement satisfaisants pour la gamme de densité de plissage d’intérêt pour notre étude. Ceci étant, il est évident qu’il aurait été préférable d’utiliser le même média pour les essais en configuration plane et pour les essais avec le médium plissé de façon à limiter le plus possible les ajustements. Ceci est prévu par l’industriel en prolongement de ce travail de thèse.

## 4.4 Analyse de l'évolution de l'écoulement pendant la phase de colmatage

Dans cette section, nous utilisons notre modèle pour étudier l'évolution de l'écoulement pendant le colmatage.

Pour simplifier l'analyse des résultats de colmatage, nous avons choisi de définir des grandeurs moyennes. La première grandeur est la longueur active en colmatage en profondeur,  $\bar{l}_p$ , définie comme le ratio entre la longueur  $l_p$  sur laquelle le colmatage en profondeur a lieu et la longueur de filtration  $l_f$ .  $\bar{l}_s$  désigne la surface, adimensionnée où le colmatage en surface a lieu. Ces deux paramètres sont complémentaires comme nous pouvons le voir sur le schéma 4.11 :

$$\bar{l}_p = \frac{l_p}{l_f} = 1 - \bar{l}_s$$

La seconde grandeur moyenne a pour objectif d'analyser l'homogénéité de l'écoulement au sein du pli. Nous calculons à cet effet l'écart-type de la vitesse de filtration. Pour un écoulement homogène la valeur de l'écart-type de la vitesse,  $\sigma$ , est 0.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i^n (u_{f_i} - u_{f_m})^2}$$

La troisième grandeur permet de déterminer la part du filtre qui sert encore à la filtration,  $\bar{l}_f$ . Nous comparons la longueur du pli ouvert à sa longueur initiale :  $L$ . Nous désignerons  $l_f$  comme la longueur de filtration, avec  $l_f = l_p + l_s$ .

$$\bar{l}_f = \frac{l_f}{L}$$

Enfin, la quatrième grandeur analysée est la distance, par rapport à l'entrée du pli, de la vitesse de filtration maximale. Cette longueur est adimensionnée par la longueur de filtration,  $l_f$ . Nous la désignerons par  $l_{u_{max}}$ .

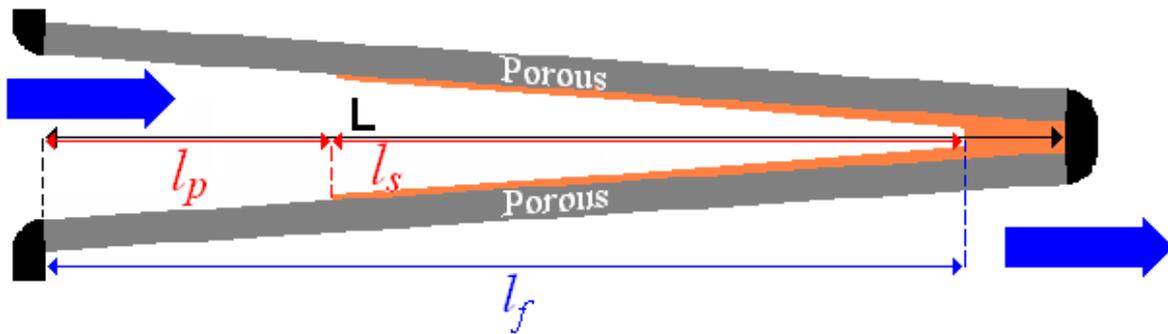


FIG. 4.11 – Représentation des différentes longueurs prises en compte

### 4.4.1 Différents scénarii de colmatage d'un médium plissé à ouverture uniforme

Nous pouvons distinguer deux modes de colmatage du médium plissé, selon la densité de plissage.

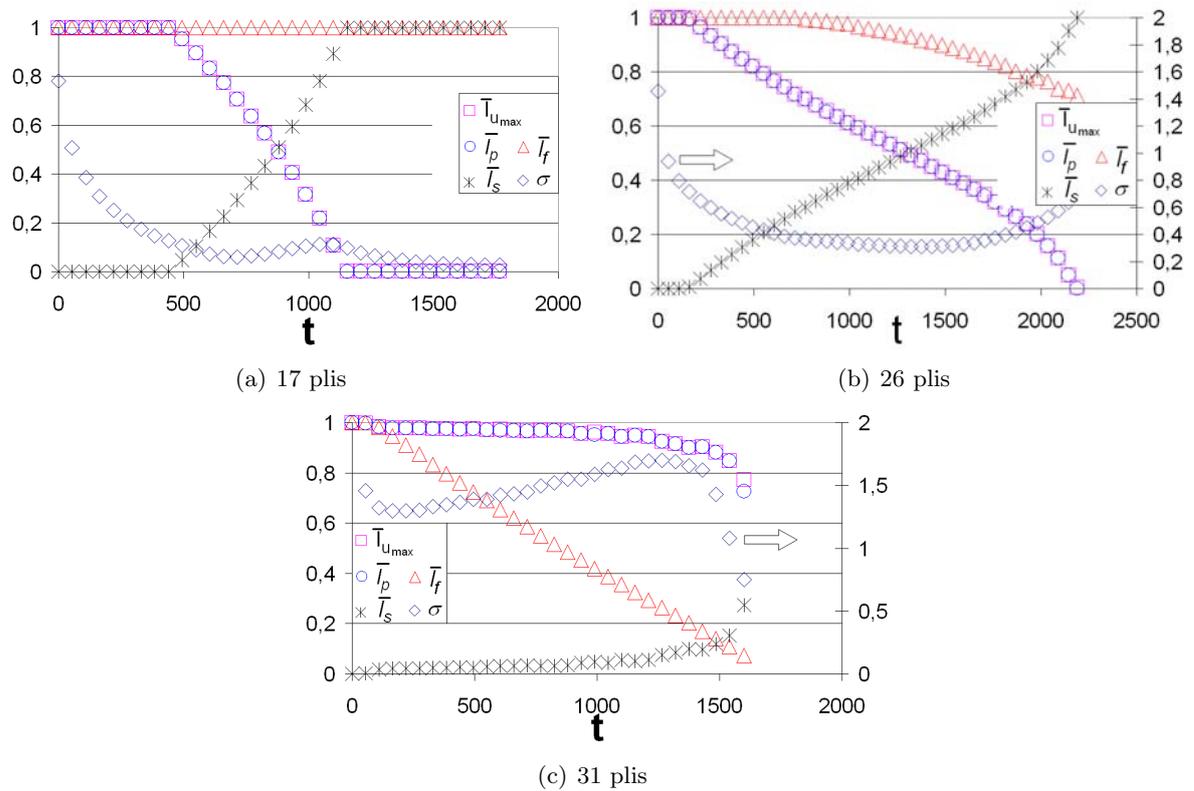


FIG. 4.12 – Évolution des différentes grandeurs macroscopiques du médium plissé, en fonction du temps de colmatage, en seconde, prédite par le modèle de colmatage du médium plissé. Cas d'un pli à ouverture uniforme et fond imperméable.

Sur la figure 4.12, nous avons représenté l'évolution du colmatage pour 17, 26 et 31 plis. Un point commun à ces différents résultats, est l'homogénéisation de l'écoulement au début du colmatage. L'écart-type de la vitesse de filtration  $\sigma$  diminue, comme le montre les graphiques de la figure 4.12.

Par ailleurs, au début du colmatage, la vitesse de filtration maximale est située dans le fond du pli,  $l_{u_{max}} = 1$ , en raison de l'inertie de l'écoulement. Ceci est aussi représenté sur les figures 4.13(a), 4.14(a) et 4.15(a). Elles représentent la géométrie du pli et la vitesse de filtration le long du pli. La résistance hydraulique augmente alors dans cette zone. L'écoulement va alors passer par des zones de moindre résistance.

Enfin, un autre point commun que nous pouvons mettre en évidence, est la superposition de  $l_{u_{max}}$  et  $\bar{l}_p$ . L'apparition, localement, du dépôt de surface correspond à une augmentation de la résistance hydraulique obligeant l'écoulement à s'adapter. Il en résulte le déplacement du maximum de vitesse de filtration vers des zones où le colmatage en surface n'a pas encore commencé. Les graphiques 4.13, 4.14 et 4.15 mettent en évidence cette évolution puisque le maximum en vitesse de filtration correspond à la frontière entre une zone avec dépôt en surface et dépôt en profondeur.

Il existe cependant des différences dans l'évolution du colmatage selon la densité de plissage. Ces différences sont liées à l'inertie de l'écoulement.

Dans le cas d'une densité de pli importante, l'inertie contraint l'écoulement à passer par le fond du pli,  $l_{u_{max}} = 1$ , cf figure 4.12(c), au lieu de s'adapter, figure 4.12(a) et 4.12(b). Il en résulte la fermeture du pli, comme le montre l'évolution de  $\bar{l}_f$ , sur la courbe 4.12(c), ainsi que les figures 4.15(c) à 4.15(f). Ces dernières représentent l'évolution de la géométrie et de la vitesse de filtration dans le pli.

Ce n'est pas le cas d'un médium plissé ayant une plus faible densité de plis. Pour 17 et 26 plis, l'écoulement s'adapte. La position du maximum en vitesse de filtration,  $l_{u_{max}}$ , se déplace depuis le fond du pli vers l'entrée du pli, figures 4.12(a), 4.12(b) ainsi que 4.13 et 4.14. L'adaptation de l'écoulement a lieu avant que le pli ne soit complètement obstrué, comme le montre l'évolution de  $\bar{l}_f$  sur les figures 4.12(a) et 4.12(b). C'est l'opposé de ce que nous obtenons pour les grandes densités de plis.

Nous avons observé que  $l_{u_{max}}$  et  $\bar{l}_p$  sont superposées. Cependant, nous pouvons voir sur la figure 4.16, que ce n'est pas systématique. Pour ce calcul, nous avons modifié la valeur de  $m_{dc}$ , qui est de  $0,059kg/m^2$  au lieu de  $0,59kg/m^2$ . Les résultats sont obtenus pour un médium plissé comportant 26 plis. Nous observons dans ce cas que  $l_{u_{max}}$  et  $\bar{l}_p$  ne sont pas superposées mais évoluent parallèlement.

Nous avons utilisé d'autres modèles pour déterminer l'évolution de la chute de pression due au dépôt de surface : Kozeny-Carman et Endo et al.. Le couplage de ces modèles avec le modèle d'écoulement nous donne des résultats semblables à ceux obtenus ci-dessus. Nous retrouvons les deux scénarii que nous venons de décrire.

#### 4.4.2 Pli à ouverture variable

En général, un pli n'est pas à ouverture uniforme mais présente une ouverture variable. L'étude de l'écoulement dans un pli, partie 2.4.3 page 103, a montré que le maximum de vitesse de filtration n'est pas toujours situé au fond du pli dans ce cas. Pour la configuration où le maximum de la vitesse de filtration coïncide avec le fond du pli, l'évolution du colmatage est identique à celle d'un pli à section uniforme. Cependant, nous observons deux évolutions différentes possibles lorsque le maximum de la vitesse de filtration ne coïncide pas avec le fond du pli.

La première configuration correspond à une situation où le fond du pli sert à la filtration.

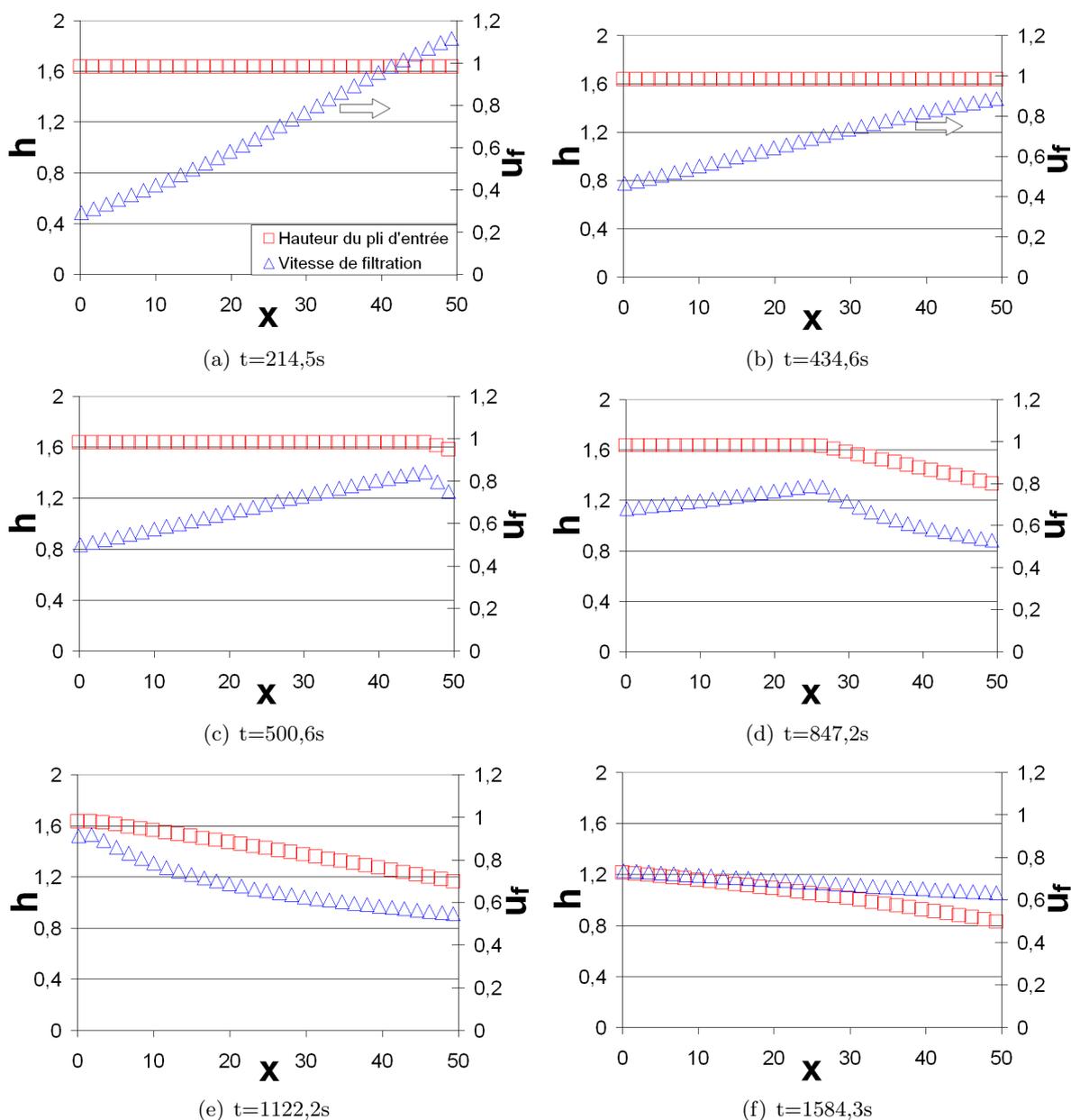


FIG. 4.13 – Évolution de l'ouverture et de la vitesse de filtration du médium plissé, en fonction du temps de colmatage, en seconde, pour un médium de 17 plis prédites par le modèle de colmatage du médium plissé. Cas des plis à ouverture uniforme.

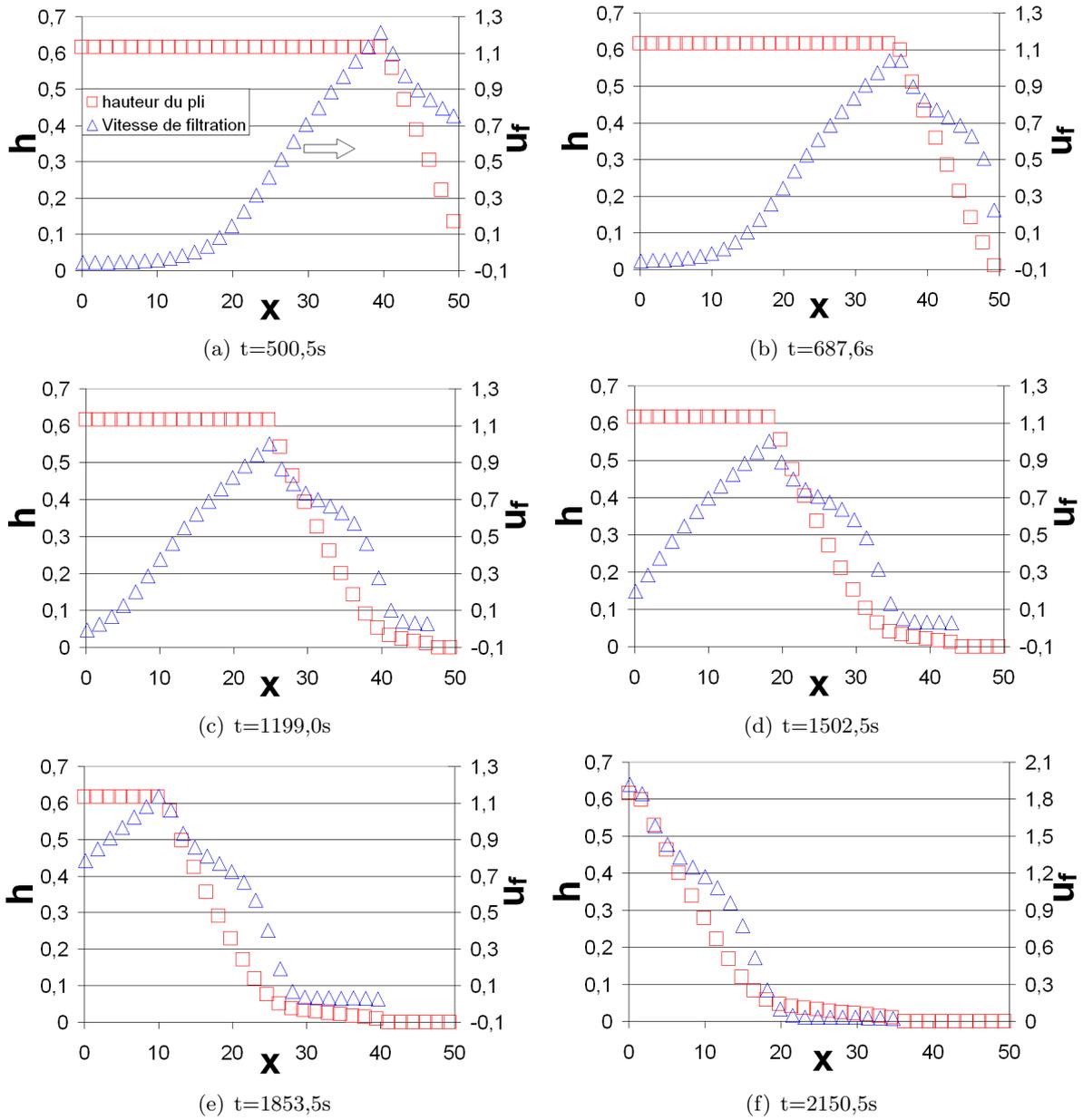


FIG. 4.14 – Évolution de l'ouverture et de la vitesse de filtration du médium plissé, en fonction du temps de colmatage, en seconde, pour un médium de 26 plis prédites par le modèle de colmatage de médium plissé. Cas des plis à ouverture uniforme.

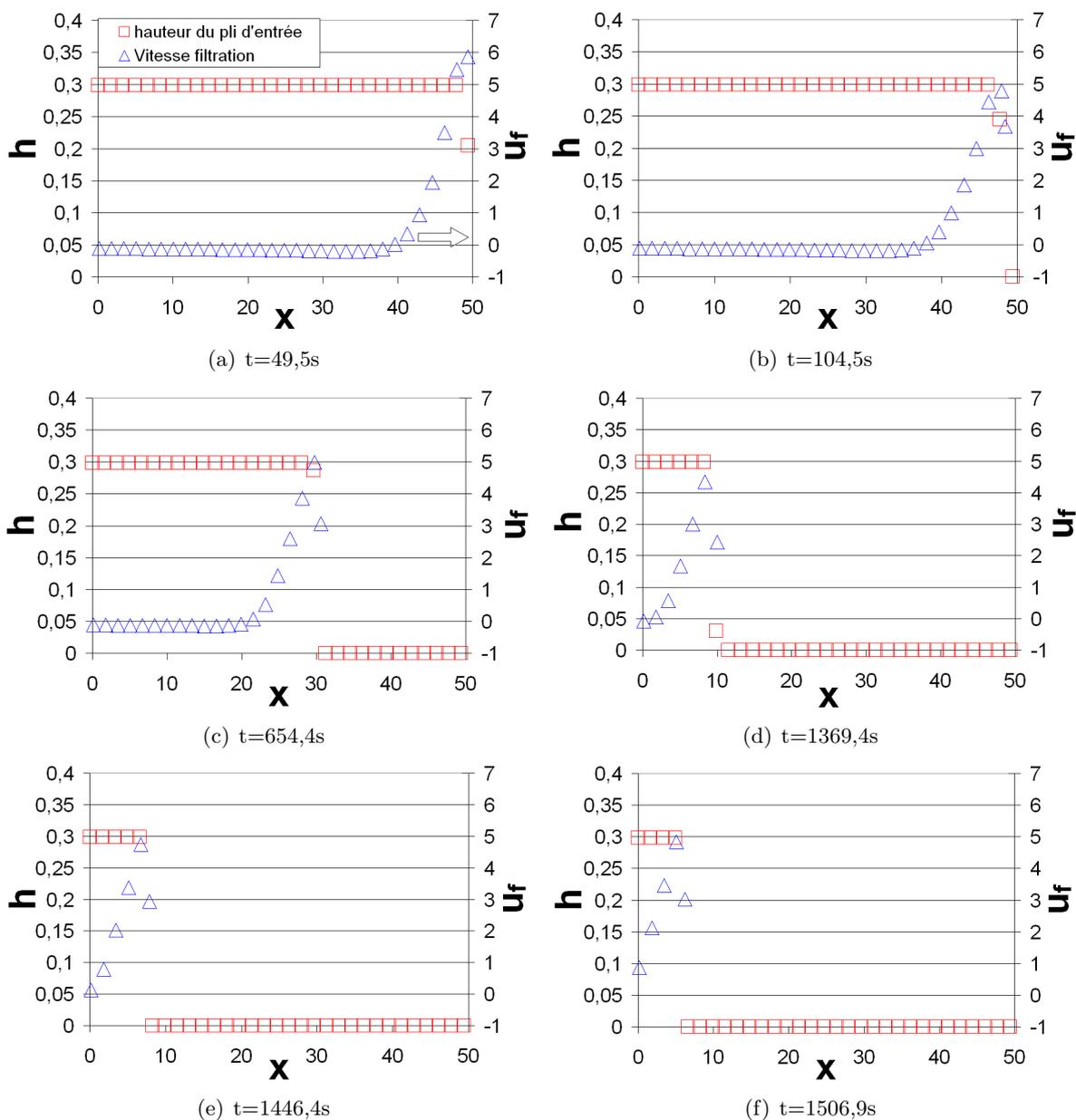


FIG. 4.15 – Évolution de l'ouverture et de la vitesse de filtration du médium plissé, en fonction du temps de colmatage, en seconde, pour un médium de 31 plis prédites par le modèle de colmatage de médium plissé. Cas des plis à ouverture uniforme.

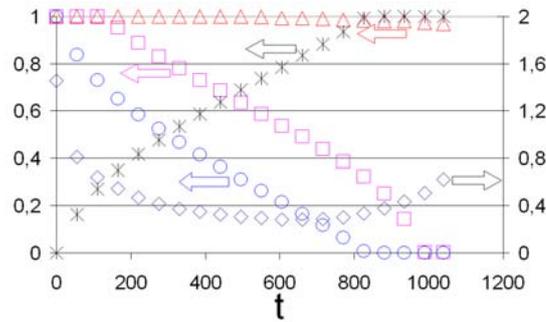


FIG. 4.16 – Évolution des grandeurs macroscopiques pour 26 plis et pour une masse critique, par unité de surface, de transition entre le colmatage en profondeur et en surface de  $0,059kg/m^2$ .

C'est le cas, par exemple, pour 17 plis, avec  $\delta = \frac{h_s}{h_0} = 0,2$ . La figure 4.17(a) représente l'évolution de  $l_{u_{max}}$ ,  $\bar{l}_f$  et  $\bar{l}_p$  en fonction du temps de colmatage,  $t$ , en seconde.

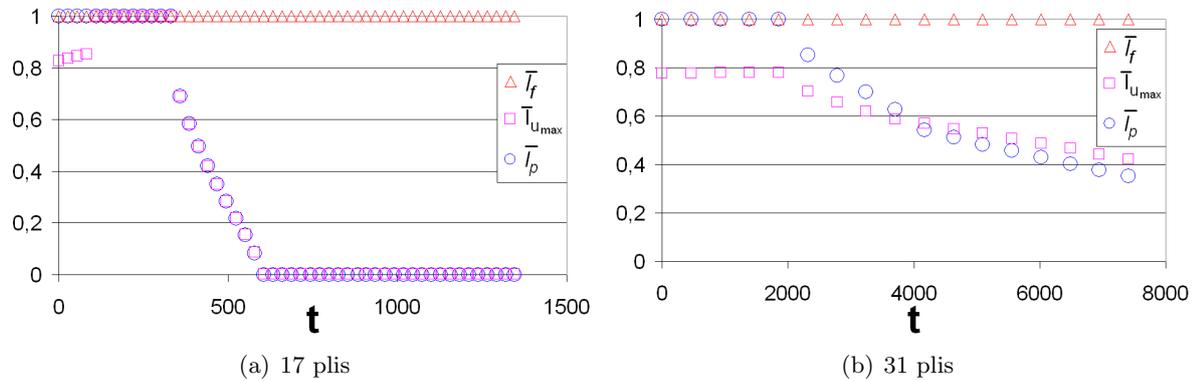


FIG. 4.17 – Évolution des différentes grandeurs macroscopiques du médium plissé, en fonction du temps de colmatage, en seconde, pour un médium plissé à section variable,  $\delta = 0,2$ , et fond de pli imperméable.

Au début de la phase de colmatage, le maximum de vitesse de filtration n'est pas au fond du pli, figure 4.17(a). Cependant,  $l_{u_{max}}$  augmente et atteint la valeur 1, c'est à dire le fond du pli. L'évolution devient alors similaire à celle d'un médium plissé à section uniforme. Nous observons également la superposition de  $\bar{l}_p$  et  $l_{u_{max}}$ .

Pour la seconde configuration, représentée sur la figure 4.17(b), le fond du pli ne sert pas à la filtration. Nous avons représenté les mêmes variables que pour la figure 4.17(a) en fonction du temps de colmatage. Le médium plissé considéré est constitué de 31 plis à section variable, avec  $\delta = 0,2$ .

Au début du colmatage, le maximum de vitesse de filtration n'est pas au fond du pli. Cependant,  $l_{u_{max}}$  n'augmente pas, contrairement à la configuration précédente. Après avoir stagné,  $l_{u_{max}}$  diminue. Le fond du pli ne sert que très peu à la filtration.

Cette dernière observation doit être nuancée. En effet, cela apparaît pour les média plissés ayant le plus grand nombre de plis. Nous nous situons donc à la limite de validité du modèle de transport de particules. Néanmoins, il est intéressant de noter que les industriels de la filtration ont observés que la fermeture prématurée d'un pli lors du colmatage, sous certaines conditions correspond en général à des média plissés ayant des densités et hauteurs de plis importantes.

En conclusion, pour un pli à section variable, le maximum de la vitesse de filtration ne coïncide pas nécessairement avec le fond du pli. Dans ce cas, deux évolutions distinctes sont possibles lors du colmatage. Dans un premier cas, le maximum de la vitesse de filtration va évoluer pour atteindre le fond du pli. Le comportement est alors similaire à celui d'un pli à section uniforme. Dans le second cas, le fond du pli ne sert pas à la filtration.

#### 4.4.3 Influence de la perméabilité du fond de pli

L'étude de l'écoulement dans les média plissés a mis en évidence la forte sensibilité de la chute de pression à la perméabilité du fond du pli. Il est donc logique de s'interroger sur l'influence d'un tel paramètre sur l'évolution du colmatage.

Nous avons représenté sur la figure 4.18 l'évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en *mbar*, en fonction de la masse déposée  $m$  en gramme pour deux média plissés. Le premier est constitué de 17 plis et le second de 31 plis. Pour chacune de ces configurations, nous avons étudié les cas d'un fond de pli imperméable ou poreux avec la même perméabilité que le reste du médium.

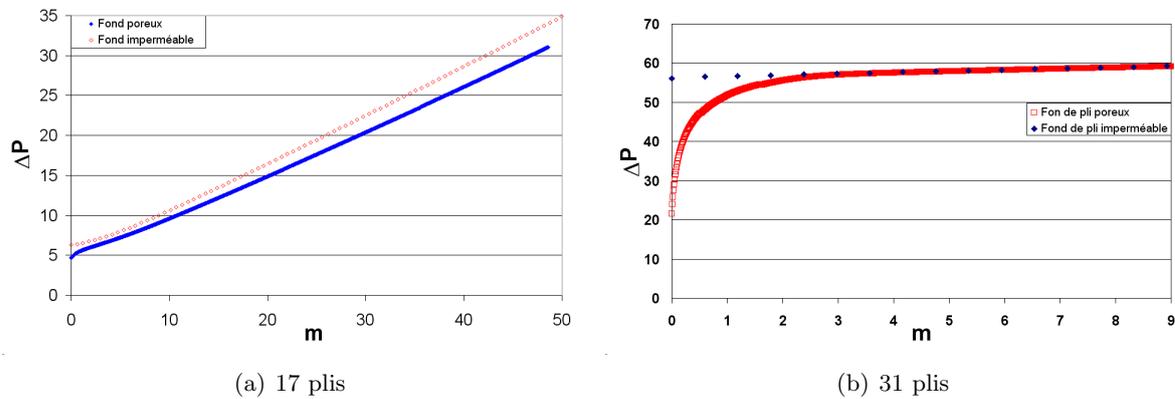


FIG. 4.18 – Évolution de la chute de pression,  $\Delta P$  en *mbar*, en fonction de la masse déposée,  $m$  en gramme, pour des plis à fond poreux ou à fond imperméable et pour des plis à ouverture uniforme.

La chute de pression initiale des média plissés à fond poreux est nettement inférieure à celle à fond imperméable, aussi bien pour 17 et 31 plis. Néanmoins, la chute de pression du médium avec fond poreux augmente très rapidement au début du colmatage. La différence entre un pli à fond poreux et imperméable devient faible. L'évolution de la chute de pression est alors voisine.

Ainsi, pour un médium à fond poreux, la poussière va colmater le fond de pli, dès le début du colmatage. Ensuite, du fait de l'augmentation de la résistance hydraulique du fond du pli, le médium plissé va se comporter comme un médium à fond de pli imperméable.

## 4.5 Conclusion sur l'étude du colmatage d'un pli

L'étude du colmatage d'un médium plissé, aussi bien expérimentale que numérique, a mis en évidence deux phases de colmatage : une première phase caractérisée par une évolution lente de la chute de pression et une seconde phase de colmatage caractérisée par une augmentation plus rapide de la chute de pression correspondant à une réduction de la géométrie du pli.

La comparaison de l'évolution expérimentale de la chute de pression avec les résultats numériques montre des différences. Ces différences sont, entre autres, dues au modèle de colmatage du

médium plan. Le médium fibreux utilisé lors des essais avec le médium plissé n'est pas le même que celui utilisé pour l'étude du colmatage du médium plan. C'est pourquoi, nous avons décidé de réajuster la valeur de  $m_{dc}$  pour le médium constitué de 17 plis. Nous avons également estimé la géométrie du pli en adaptant  $\delta$  de telle façon que la chute de pression initiale du modèle soit la plus proche possible des résultats expérimentaux. Nous avons utilisé la même valeur de  $m_{dc}$  pour la comparaison entre le modèle et les résultats expérimentaux pour un filtre de 26 plis. Un bon accord a été obtenu. Par contre, pour 31 plis le modèle surestime la chute de pression initiale ainsi que son évolution. On atteint ici les limites du modèle pour ce cas extrême de plissage.

À l'aide de notre modèle, nous avons également analysé les scénarii de colmatage d'un pli. Pour un pli à section uniforme, le maximum de vitesse de filtration est au fond du pli. Au début du colmatage, la vitesse de filtration tend à s'homogénéiser. L'évolution dépend ensuite de la densité de plissage. Pour les faibles densités de plis, l'écoulement s'adapte et la position du maximum de la vitesse de filtration se déplace pour atteindre l'entrée du pli. Dans le cas des densités de plis plus importantes, l'inertie de l'écoulement est telle que la position de la vitesse de filtration maximale reste au fond du pli. Ceci conduit au colmatage du fond du pli.

Pour un pli à section variable, la vitesse de filtration peut ne pas être au fond du pli. Dans ce cas, deux évolutions sont possibles :

- dans un premier cas, le maximum de vitesse de filtration se déplace pour atteindre le fond du pli. L'évolution est alors semblable à celle d'un pli à section uniforme. Nous avons rencontré cette situation pour les faibles densités de plis.
- dans un second cas, le maximum de la vitesse de filtration va progressivement se déplacer vers l'entrée du pli. Dans ce cas, une partie du filtre ne sert plus à la filtration. Nous avons rencontré cette situation pour les densités de plis plus importantes.

Nous avons noté, en l'absence de particules, que la chute de pression pour un filtre propre était très sensible à la perméabilité du fond des plis. Lors du colmatage, l'écoulement passe par le fond du pli. Il en résulte une réduction rapide de la perméabilité dans la zone du fond du pli. Ainsi, la chute de pression du médium à fond de pli poreux devient très proche de celle à fond imperméable. L'évolution de la chute de pression rejoint alors celle du pli à fond imperméable.

## 4.6 Optimisation du nombre de plis

Même si l'objectif principal du modèle de colmatage est de prédire quantitativement l'évolution de la chute de pression et la capacité de capture du filtre, il n'en reste pas moins que ce type de modèle peut également s'utiliser comme outil d'aide à la conception et cela même en l'absence d'une parfaite validation du modèle. Ceci est illustré dans cette section consacrée à la recherche du nombre optimal de plis.

Dans le contexte de l'industrie automobile, la pratique pour caractériser les performances d'un filtre consiste typiquement à évaluer sa capacité, c'est à dire la masse de particules capturées, et son efficacité pour un supplément de chute de pression donnée (typiquement selon les cas de 15, 20 et 30mbar) par rapport à la chute de pression du filtre propre.

L'un des paramètres permettant d'optimiser la capacité d'un filtre, pour un médium et débit donné, est le nombre de plis. Le nombre optimum de plis correspond au nombre de plis pour lequel la capacité est maximale. En nous appuyant sur les résultats expérimentaux pour le médium plissé, la chute de pression initiale est de 3,7mbar, 8,2mbar, 11,8mbar et 22mbar avec respectivement, 17, 26, 31 et 34 plis pour un débit représentatif de  $389m^3/h$ . La différence en chute de pression initiale entre 17 plis et 34 plis est de 18mbar. Si nous comparons cette valeur à la chute de pression supplémentaire, nous voyons que ces valeurs sont du même ordre

de grandeur. Dans une perspective d'optimisation il paraît donc plus approprié de se fixer une chute de pression limite plutôt que supplémentaire.

Raber[106] définit également un autre critère d'optimisation : la masse de particules capturées par unité de surface de filtre utilisé. Cela est particulièrement intéressant si le prix du médium est un facteur limitant pour la conception du filtre plissé.

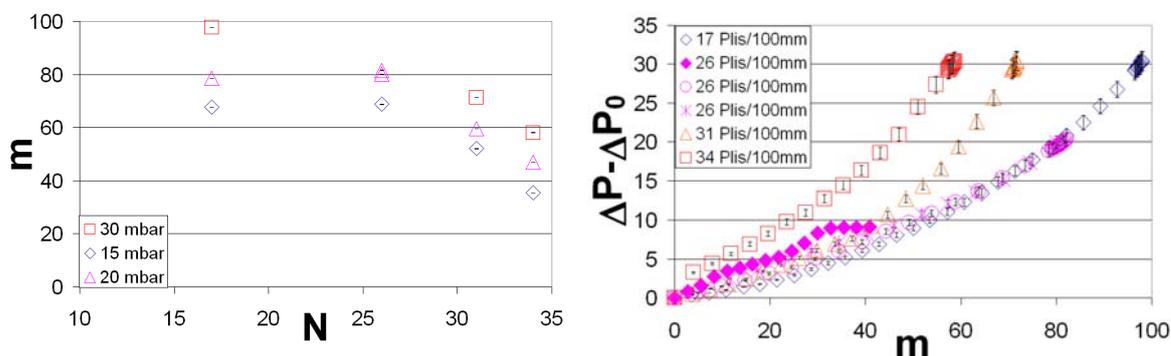
Pour satisfaire à la fois aux habitudes industrielles et à une approche plus pertinente a priori du problème, nous étudions la capacité en fonction du nombre de plis, pour une chute de pression supplémentaire donnée mais aussi pour une chute de pression limite.

#### 4.6.1 Comparaison des simulations et des résultats expérimentaux

##### Résultats expérimentaux

L'incertitude sur la masse déposée à la fin de l'essai est liée à l'incertitude de l'appareil de mesure, soit :  $dm = \pm 0,01g$ . La capacité la plus faible mesurée à la fin du colmatage est environ  $60g$ . Nous en déduisons que l'incertitude en pourcentage est :  $0,02$ . Cependant, nous ne connaissons pas l'incertitude sur la masse déposée à un instant donné pendant le colmatage.

Nous avons représenté sur la figure 4.19(b), l'évolution de la perte de pression supplémentaire,  $\Delta P - \Delta P_0$ , en  $mbar$ , en fonction de la masse déposée  $m$  en gramme. Nous pouvons voir que les courbes pour 17 et 26 plis sont très proches à partir d'une masse déposée de  $60g$  et une chute de pression supplémentaire de  $10mbar$ . Le nombre optimum de plis devrait donc être compris entre 17 et 26 pour les chutes de pressions supplémentaires de 15, 20 et  $30mbar$ .

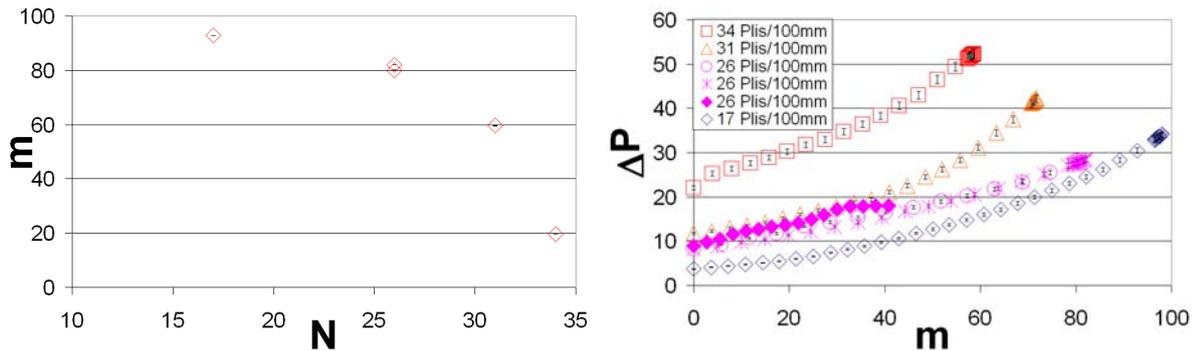


(a) Capacité du médium plissé,  $m$  en gramme, en fonction du nombre de pli  $N$  (b) Évolution de la chute de pression supplémentaire,  $\Delta P - \Delta P_0$ , en  $mbar$ , en fonction de la masse déposée

FIG. 4.19 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de  $30mbar$ .

La courbe représentant l'évolution de la capacité, en gramme, en fonction du nombre de plis pour différentes chutes de pressions supplémentaires est représentée sur la figure 4.19(a). Le maximum est compris entre 17 et 26 plis pour une chute de pression supplémentaire de 15 et  $20mbar$ . Cependant, pour une chute de pression supplémentaire de  $30mbar$ , nous pouvons uniquement affirmer que l'optimum en nombre de plis est 17, pour les média plissés à notre disposition. L'évolution de la chute de pression, graphique 4.19(b), laisse envisager que cet optimum devrait lui aussi être compris entre 17 et 26 plis. Il aurait été évidemment souhaitable de disposer de plus de points de mesure de façon à être certain de la position de l'optimum.

Si nous choisissons de travailler plutôt en terme de perte de pression limite et si nous fixons cette perte de pression limite  $\Delta P_l = 30mbar$ , nous obtenons la courbe d'évolution de la capacité



(a) Capacité du médium plissé,  $m$  en gramme, en fonction du nombre de plis  $N$  (b) Évolution de la chute de pression limite,  $\Delta P$ , en fonction de la masse déposée  $m$

FIG. 4.20 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression limite de  $30\text{mbar}$ .

en fonction du nombre de plis, montrée sur la figure 4.20(a). L'optimum en nombre de plis est alors très différent du cas précédent puisque celui-ci est inférieur à 17 plis. Cependant, pour une perte de pression  $\Delta P_l$  supérieure, les courbes représentant l'évolution de la chute de pression en fonction de la masse déposée pour 17 et 26 plis indiquent que celles-ci devraient se croiser, figure 4.20(b).

### Simulations numériques

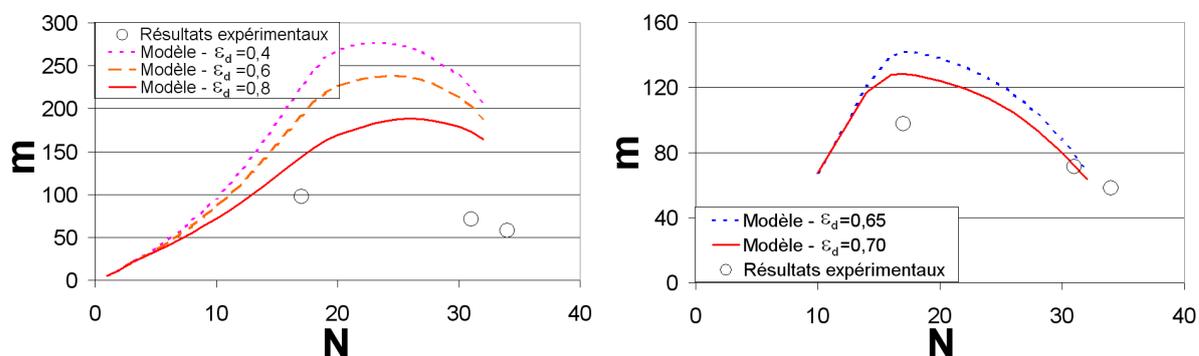
Nous allons à présent comparer les optimums obtenus expérimentalement à ceux prédits à l'aide du modèle. Les simulations ont été effectuées pour différents calages du modèle de colmatage du médium plan et de géométries de pli :

- calage empirique du chapitre précédent
- calage après réajustement de  $m_{dc}$  (cf section 4.3.2)
- pli à ouverture uniforme
- pli à ouverture variable ( $\delta = 0, 2$ )

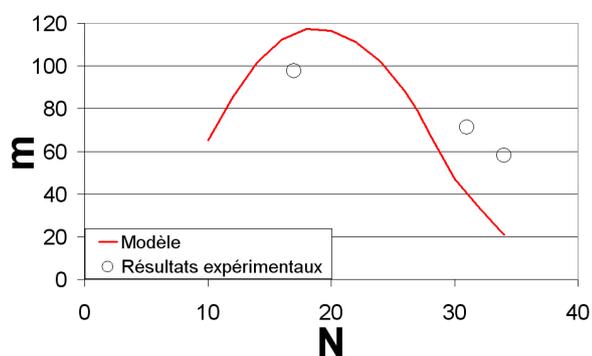
**Résultats pour le cas d'une chute de pression supplémentaire** La figure 4.21 montre la capacité  $m$  en gramme en fonction du nombre de plis  $N$ . L'optimum est étudié pour une chute de pression supplémentaire de  $30\text{mbar}$ . Le graphique 4.21(a) représente les résultats avec pour le colmatage du médium fibreux le calage initial du modèle. Le graphique 4.21(b) avec le réajustement de la valeur de  $m_{dc}$ . Et enfin, le graphique 4.21(c) représente les résultats pour la géométrie initiale du pli déterminée par ajustement pour le médium plissé ayant 17 plis.

Ces graphiques montrent que les résultats des modèles ajustés, pour le pli à ouverture uniforme ou variable, indique le même optimum en nombre de plis : 17 – 18 plis pour un panneau de  $220\text{mm}$  soit une densité de plissage de 8 plis pour  $100\text{mm}$ . Cependant, le modèle sans réajustement donne un résultat différent, puisque l'optimum est entre 23 et 26 plis, selon la porosité du dépôt de surface, soit 10 à 12 plis pour  $100\text{mm}$ . Dans tous les cas, l'optimum est compris entre 17 et 26 plis en accord avec les résultats expérimentaux.

Sans réajustement du modèle, la différence quantitative avec les résultats expérimentaux est importante. Pour 17 plis, par exemple, cette différence est supérieure à 50%. C'est le modèle à ouverture variable, figure 4.21(c), qui réussit le mieux à prédire quantitativement la capacité en fonction du nombre de plis.



(a) Pli à ouverture uniforme sans réajustement de  $m_{dc}$  (b) Pli à ouverture uniforme avec réajustement de  $m_{dc}$



(c) Pli à ouverture variable avec réajustement de  $m_{dc}$

FIG. 4.21 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de 30mbar.

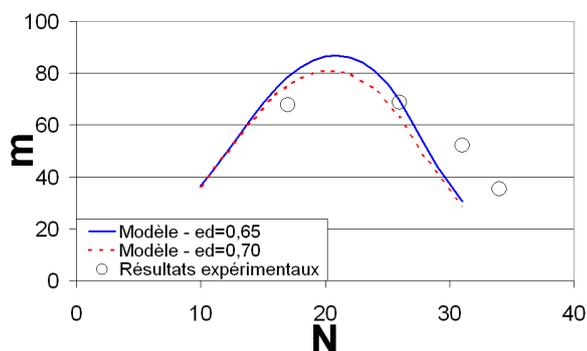
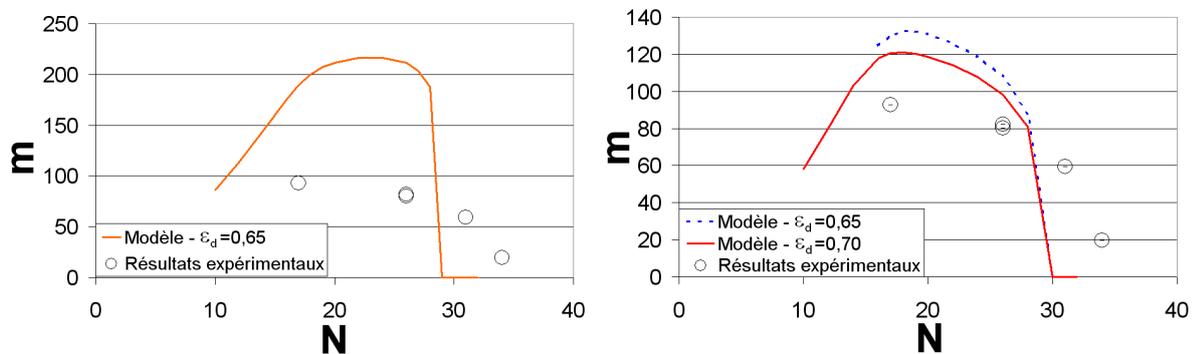


FIG. 4.22 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de 15mbar pour un pli à ouverture variable et réajustement de  $m_{dc}$

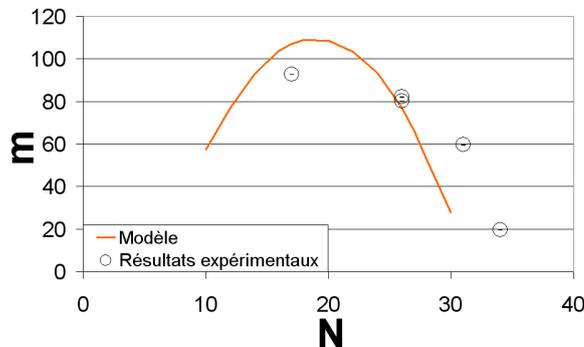
Ainsi, pour obtenir le nombre optimum de plis défini par une perte de pression supplémentaire, il n'est pas nécessaire, dans notre cas, de prendre en compte la géométrie du pli de façon très précise. Celle prise en compte est cependant indispensable pour prédire la capacité.

Nous avons également représenté sur la figure 4.22 la capacité pour une chute de pression supplémentaire de  $15\text{mbar}$  en fonction du nombre de plis. Les simulations ont été réalisées pour un pli à ouverture variable et réajustement de la valeur de  $m_{dc}$ . Le fond des plis est imperméable. Nous constatons un bon accord entre les calculs numériques et les résultats expérimentaux dont nous disposons.

**Résultats pour le cas d'une chute de pression maximum admissible de  $30\text{mbar}$**  À présent, nous allons comparer l'évolution de la capacité en fonction du nombre de plis pour une perte de pression limite de  $30\text{mbar}$ .



(a) Pli à ouverture uniforme sans réajustement de  $m_{dc}$  (b) Pli à ouverture uniforme avec réajustement de  $m_{dc}$



(c) Pli à ouverture variable avec réajustement de  $m_{dc}$

FIG. 4.23 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression limite de  $30\text{mbar}$ .

La figure 4.23 montre l'évolution de la capacité, pour une chute de pression de médium plissé de  $30\text{mbar}$ , en fonction du nombre de plis. Les résultats expérimentaux et du modèle y sont comparés.

Nous pouvons constater que le modèle, pour le pli à ouverture uniforme, sans réajuster la valeur de  $m_{dc}$ , figure 4.23(a), ou en la réajustant, figure 4.23(b), ne donne pas le même optimum et ni les mêmes résultats quantitatifs que les résultats expérimentaux.

Par contre, pour un pli à ouverture variable, et en utilisant la valeur de  $m_{dc}$  réajustée, nous obtenons le même nombre optimum de plis que les résultats expérimentaux. Par ailleurs, la différence quantitative est acceptable.

Nous constatons donc que l'évolution du colmatage du médium plan doit être connue parfaitement pour pouvoir déterminer le nombre optimum de plis pour une chute de pression maximum admissible.

En plus de la connaissance de l'évolution du colmatage du médium plan, il est nécessaire de connaître la géométrie du pli pour déterminer correctement le nombre optimum de plis à une chute de pression limite. Dans le cas contraire, la perte de pression initiale n'est pas la bonne.

Par ailleurs, la comparaison entre les résultats obtenus par le modèle sans réajustement et réajustement de  $m_{dc}$  montre l'impact de ce paramètre  $m_{dc}$  sur le nombre optimum de plis. En augmentant la masse critique de transition entre le colmatage en profondeur et en surface,  $m_{dc}$ , le nombre optimum de plis augmente.

### Paramètres influençant le nombre optimum de pli

Nous étudions ici l'influence de différents paramètres sur la densité de plissage optimum. Le premier est le débit. Lors du fonctionnement du moteur le débit varie. C'est pourquoi, l'étude de l'influence du débit sur le nombre optimum de plis est intéressante.

Les calculs ont été réalisés pour des plis à ouverture uniforme avec notre modèle de colmatage sans réajustement pour ce qui concerne l'étude de l'influence du débit et de la perméabilité du fond des plis.

Pour l'étude de l'influence de la hauteur d'un pli sur le nombre optimum de plis, les calculs sont réalisés pour un débit de  $389m^3/h$  mais avec notre modèle de colmatage réajusté.

**Influence du débit** La figure 4.24 représente le nombre optimum de plis, déterminé après une chute de pression supplémentaire de  $30mbar$  pour trois débits : 173, 389 et  $512m^3/h$ . Le débit a une influence sur la largeur de la zone d'optimums. Plus le débit est faible et plus la zone d'optimum en nombre de plis est large. Notant qu'elle englobe celle des débits plus importants. Par ailleurs, le nombre optimum augmente avec le débit.

C'est le phénomène inverse de celui que nous avons obtenu pour un médium plissé propre. Nous avons alors mis en évidence que le nombre optimum de plis augmentait avec la diminution du débit.

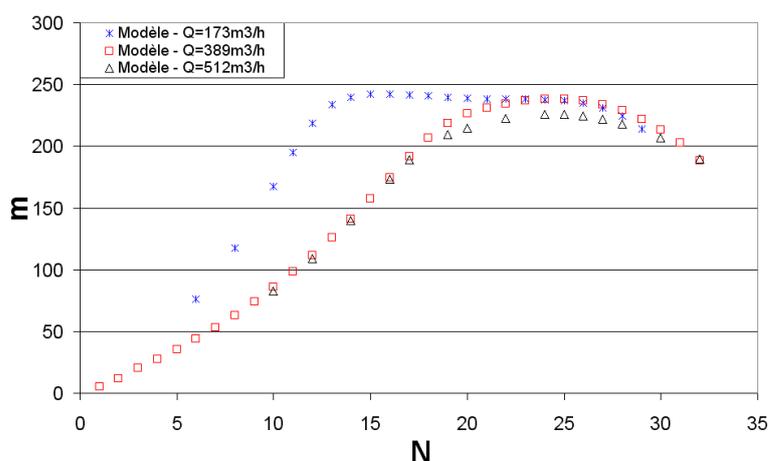


FIG. 4.24 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de  $30mbar$  pour trois débit distincts : 173, 389 et  $512m^3/h$

Par ailleurs, la capacité, dans la zone commune d'optimums pour les différents débits, est pratiquement la même pour tous les débits.

**Influence de la perméabilité du fond des plis** Le plissage des média fibreux est à l'origine de la compression du fond des plis. Nous allons donc étudier l'impact de cette compression sur le colmatage. Nous avons pu voir, dans la partie 4.4.3 page 199, que la perte de pression, après un rattrapage au début du colmatage, évoluait de la même façon que le fond soit poreux ou non. C'est pourquoi, le nombre optimum de plis, pour une chute de pression supplémentaire devrait être le même que le pli soit à fond imperméable ou non.

Le graphique 4.25 représente la capacité en fonction du nombre de plis pour une chute de pression supplémentaire de  $30\text{mbar}$  et un débit de  $389\text{m}^3/\text{h}$ . Les calculs ont été réalisés pour un pli à fond imperméable et pour un fond poreux dont la perméabilité est identique au reste du médium. La comparaison montre que la perméabilité du fond de pli n'a que peu d'influence sur le nombre optimum de plis dans le cas d'une perte de pression supplémentaire. Dans certains cas, nous pouvons noter une capacité nettement plus importante dans le cas de plis avec fond poreux. La capacité est néanmoins la même dans les deux cas lorsque le nombre de plis est optimal.

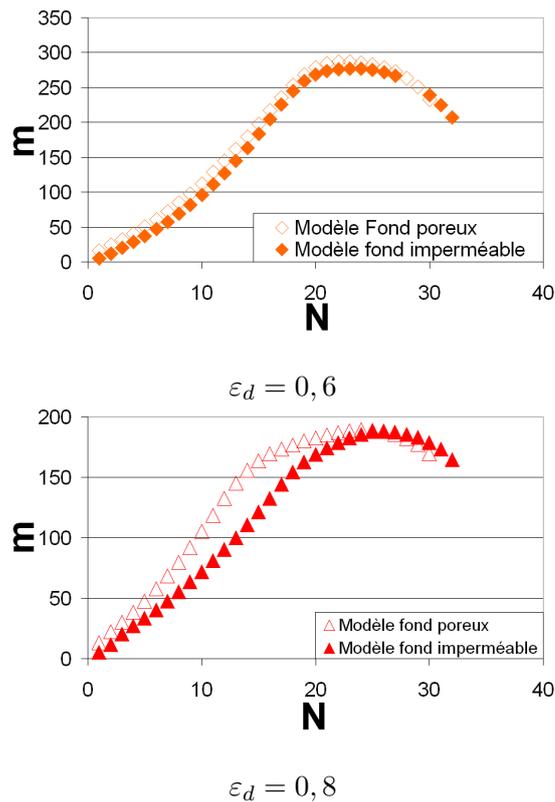
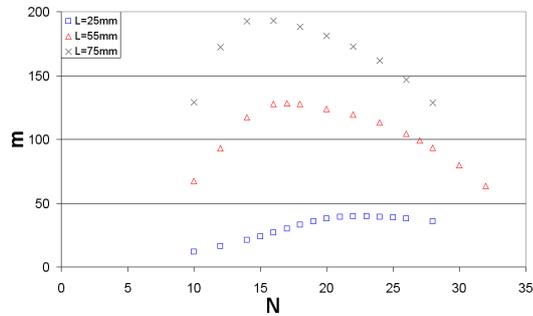


FIG. 4.25 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de  $30\text{mbar}$  pour un fond de pli imperméable et poreux avec la même perméabilité que le reste du médium.

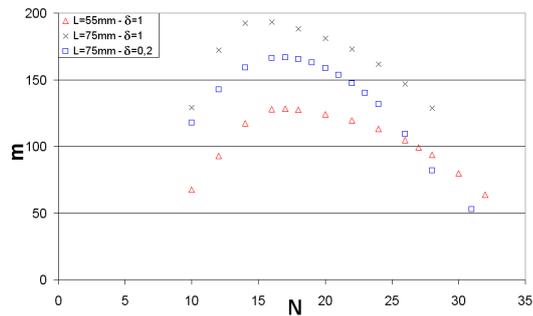
**Influence de la hauteur des plis** Nous avons représenté sur la figure 4.26 la capacité pour une chute de pression supplémentaire de  $30\text{mbar}$  en fonction du nombre de plis. Nous avons

considéré trois hauteurs de plis différentes : 25, 55 et 75mm. Les calculs ont été réalisés pour des plis à ouverture uniforme et à fond imperméable. L'augmentation de la hauteur de pli contribue à augmenter la capacité du médium. Par ailleurs, le nombre optimum de plis diminue avec la hauteur de pli.



$$\varepsilon_d = 0,7$$

FIG. 4.26 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de 30mbar pour un pli à ouverture uniforme et fond de pli imperméable. Influence de la hauteur de plissage.



$$\varepsilon_d = 0,7$$

FIG. 4.27 – Détermination du nombre optimum de plis pour une chute de pression supplémentaire de 30mbar pour un pli à fond imperméable. Influence de la hauteur de plissage.

Si nous prenons en compte l'ouverture variable du pli, figure 4.27, nous pouvons constater que la capacité est moindre que celle d'un pli à ouverture uniforme de même hauteur (75mm dans ce cas). Mais, les performances de celui-ci, à partir de 26 plis, sont moins bonnes que le médium plissé de hauteur de pli  $L = 55mm$ . En effet, pour les plus grandes densités de plissage, le pli à ouverture variable n'utilise pas pleinement sa surface de filtration. Augmenter indéfiniment la hauteur de pli ne permet donc pas systématiquement un gain de capacité du filtre.

#### 4.6.2 Conclusion - optimisation du nombre de plis

Il existe plusieurs définitions du nombre optimum de plis pour un filtre. Ainsi, le critère d'arrêt du colmatage peut être une chute de pression limite ou supplémentaire. C'est le second critère qui d'usage est dans l'industrie automobile. Ceci peut surprendre étant donné que la

différence de chute de pression entre des filtres propres à 17 et 34 plis par exemple a quasiment la même valeur que la chute de pression supplémentaire à appliquer. C'est pourquoi, nous nous sommes aussi intéressé au premier critère : une chute de pression limite. Pour les deux cas, la chute de pression considérée est de  $30\text{mbar}$ .

Nous avons déterminé le nombre optimum de plis à l'aide du modèle de colmatage du médium plan empirique (ajustement du chapitre 1 de la deuxième partie). Nous l'avons également déterminé pour le même modèle de colmatage de médium plan avec la valeur de  $m_{dc}$  modifié. En effet, en modifiant cette valeur nous obtenons une concordance quantitative entre le modèle et les essais en ce qui concerne l'évolution de la chute de pression dans le cas de 17 et 26 plis. Dans les deux cas et pour les deux critères, l'optimum en nombre de plis obtenu avec le modèle est en accord avec les résultats expérimentaux. Même s'il serait plus convainquant de disposer de plus de points expérimentaux, le nombre optimum de plis semble bien situé entre 17 et 26 plis. Néanmoins, le modèle est sensible à la valeur de  $m_{dc}$  utilisée. Plus celle-ci est grande et plus le nombre optimum de plis est grand.

Du point de vue quantitatif, nous avons le meilleur accord avec l'expérience lorsque nous considérons un pli à ouverture variable. Le modèle conduit à une bonne concordance pour 26 plis mais tend à sous-estimer la capacité pour 31 et 34 plis.

Comme le débit a une influence sur le nombre optimum de plis, dans le cas d'un filtre propre, nous nous sommes intéressé à son impact lors du colmatage. D'après nos simulations, le débit modifie la largeur de la zone pour laquelle la capacité du médium plissé est maximisée. Plus le débit est faible et plus cette zone est large et englobe la zone d'optimum des débits plus importants. Par contre, son impact est relativement faible sur la capacité finale pour cette même zone commune.

Nous nous sommes aussi intéressé à l'influence de la perméabilité du fond du pli sur le colmatage du médium plissé. Dans le cas d'une perte de pression supplémentaire, la différence est minime entre le cas d'un pli à fond imperméable et le cas d'un pli à fond poreux, aussi bien pour le nombre optimum de plis que pour la capacité.

Ce n'est pas le cas de la hauteur du pli qui a une grande influence sur la capacité ainsi que sur le nombre optimum de plis. Ainsi, augmenter la hauteur de pli pour un pli à ouverture uniforme contribue à augmenter la capacité. Le nombre optimum de plis est également modifié puisqu'il diminue. Cependant, en tenant compte de l'ouverture variable des plis, la capacité est alors moindre que pour un médium plissé de même hauteur de pli à ouverture uniforme. Par ailleurs, la capacité de celui-ci est également plus faible, pour les grandes densités de plis, que pour un médium à hauteur de pli plus faible et ouverture uniforme. En effet, pour les plus grandes densités de plissage, le pli à ouverture variable n'utilise pas pleinement sa surface de filtration. Il n'est pas possible alors d'espérer un gain de capacité du filtre en augmentant la hauteur du pli.

## 4.7 Conclusion

En filtration d'air, la vitesse de filtration n'est pas uniforme le long du pli. Cet effet est pris en compte dans notre modèle de colmatage. La vitesse de filtration et la masse de particules déposées sont déterminées le long du pli en faisant l'hypothèse que les particules se comportent comme des traceurs sous l'hypothèse d'une évolution quasi-stationnaire. L'évolution des caractéristiques locales du médium fibreux est déterminée à l'aide d'un modèle de colmatage de médium plan. Il en est de même pour l'épaisseur du dépôt et par voie de conséquence de la géométrie du pli. Le modèle de perméabilité du médium plan a été déterminé dans un chapitre précédent.

Le modèle ainsi obtenu a permis de mettre en évidence différents scénarii de colmatage, selon la densité de plissage. Au début du colmatage, pour un pli à section uniforme, la position du maximum de la vitesse de filtration est située au fond du pli. L'écoulement commence par s'homogénéiser en raison du colmatage. Ensuite, pour les plus faibles densités de plis, la position du maximum de vitesse de filtration se déplace progressivement vers l'entrée du pli. Par contre, pour les grandes densités de plis, l'écoulement, en raison de son inertie, passe essentiellement dans le fond du pli. Le pli se colmate alors dans le fond.

Dans le cas d'un pli à section variable, le maximum de la vitesse de filtration ne coïncide pas avec le fond du pli pour les plus grandes valeurs de  $\delta$ . Deux évolutions sont possibles :

- Dans le premier cas, la position du maximum de la vitesse de filtration se déplace progressivement vers le fond du pli. L'évolution devient la même que celle d'un pli à section uniforme.
- Dans le second cas, la vitesse de filtration se déplace progressivement vers l'entrée du pli. Dans ce cas, une partie du filtre ne sert que très peu à la filtration.

Ce modèle nous a permis, après avoir adapté la valeur de  $m_{dc}$  et de  $\delta$  pour le cas d'un filtre comportant 17 plis de prédire l'évolution de la chute de pression du médium plissé avec 26 plis lors du colmatage.

Le modèle prédit un optimum en accord avec les résultats expérimentaux dont nous disposons, aussi bien pour une perte de pression limite que supplémentaire. Cependant, l'optimum n'est pas le même selon la valeur de  $m_{dc}$  choisie. Pour prédire la capacité, il est nécessaire de tenir compte à la fois de la valeur modifiée de  $m_{dc}$  ainsi que de la géométrie du pli.

Nous avons mis en évidence une dépendance du nombre optimum de plis avec le débit considéré pour un écoulement sans particules : le nombre optimum de pli diminue avec l'augmentation du débit. Pour le colmatage, la capacité maximale ne dépend pas du débit. Cependant, plus le débit est faible et plus la zone correspondant à ce maximum en capacité, c'est à dire l'optimum en nombre de plis, est large.

Contrairement aux cas du filtre propre, la nature poreuse ou imperméable du fond des plis n'a que peu d'influence, du moins au voisinage de l'optimum obtenu dans ce travail.

En revanche, la hauteur du pli a une grande influence sur la capacité ainsi que sur le nombre optimum de plis. Ainsi, augmenter la hauteur de pli pour un pli à ouverture uniforme contribue à augmenter sa capacité. Le nombre optimum de plis diminue avec la hauteur de pli. Notre modèle indique également que des plis à ouvertures variables ont une capacité moindre qu'un médium plissé de même hauteur de pli à ouverture uniforme. Par ailleurs, la capacité d'un médium à plis à ouvertures variables est également plus faible, pour les grandes densités de plis, qu'un médium à hauteur de pli plus faible et ouverture uniforme. En effet, pour les plus grandes densités de plissage, le pli à ouverture variable n'utilise pas pleinement sa surface de filtration. On ne peut donc espérer un gain de capacité du filtre en augmentant la hauteur.



# Conclusion et Perspectives

## Conclusion et perspectives

Dans ce travail nous avons développé un modèle de colmatage pour média fibreux plissé pour des conditions représentatives de la filtration d'air dans un moteur d'automobile. Nous nous sommes pour cela appuyé sur une approche multi-échelle en suivant une démarche par changements d'échelle successifs similaire à celle utilisé dans des travaux précédents [7, 98]. Toutefois, à la différence de ces travaux, notre cas est caractérisé par des grands nombres de *Reynolds* de filtration. Ceci nous a conduit à complètement reconsidérer le problème en raison d'une hydrodynamique différente au sein des plis de celle à faibles nombre de *Reynolds* de filtration.

Nous avons ainsi étudié trois échelles : l'échelle des fibres et des particules, l'échelle du médium et enfin l'échelle du pli.

Nous avons tout d'abord étudié l'écoulement sans particules à l'échelle des fibres et du médium ainsi qu'à l'échelle du pli. Il est en effet nécessaire pour la modélisation ultérieure du colmatage du médium plissé de calculer correctement l'écoulement afin de réaliser le couplage avec le transport des particules.

À l'échelle des fibres et du médium nous avons déterminé expérimentalement la perméabilité des média fibreux utilisés. Ces données nous ont permis de sélectionner un modèle de perméabilité adapté au type de médium fibreux utilisé.

À l'échelle du médium plan, un modèle empirique de colmatage basé sur nos résultats expérimentaux a été mis en place. Les résultats ont montré en particulier que les courbes d'évolution de la chute de pression en fonction de la masse de particules déposées pouvaient se ramener à une seule courbe si la chute de pression était normalisé par la chute de pression du médium propre pour des vitesses de filtration comprises entre  $0,77$  et  $1,42m/s$ .

À l'échelle du pli, nous avons proposé une modélisation de l'écoulement pour les grands *Reynolds* de filtration. Cette modélisation est valable aussi bien pour des plis à ouverture uniforme que variable. Elle repose sur l'hypothèse d'affinité de l'écoulement dans les plis d'entrée et de sortie.

La combinaison du modèle de colmatage du médium plan et du modèle d'écoulement dans le pli a permis de mettre en place un modèle de colmatage de médium plissé. Ce modèle repose sur l'hypothèse d'une évolution quasi-stationnaire de l'écoulement dans le pli lors du colmatage, ainsi que sur l'hypothèse que les particules suivent les lignes de courant.

Nous avons développé ainsi un modèle semi-analytique d'écoulement pour un médium plissé qui a servi de base au modèle de colmatage du pli. Ces deux modèles nous ont permis de mieux comprendre le colmatage d'un médium plissé. Nous avons pu notamment mettre en évidence la non-uniformité de la vitesse de filtration le long du pli et distinguer, à débit et une hauteur de pli fixés, deux évolutions différentes lors du colmatage d'un panneau filtrant en filtration frontale, selon la densité de plis. Pour les faibles densités de plis, le maximum de la vitesse de filtration

se déplace progressivement vers l'entrée du pli. Cela s'accompagne d'une homogénéisation des vitesses de filtration le long du pli. Par contre, dans le cas des densités de plis importantes, le maximum de la vitesse de filtration reste au fond du pli, contribuant à le boucher progressivement par le fond. L'inertie de l'écoulement dans le pli est trop importante pour que la vitesse de filtration s'homogénéise le long du pli.

Cette évolution peut être différente dans le cas de plis à ouverture variable. En effet, pour cette configuration, le modèle d'écoulement montre que le maximum de la vitesse de filtration ne coïncide pas systématiquement avec le fond du pli. Cependant, pour les faibles densités de plis, le maximum en vitesse de filtration évolue pour atteindre le fond du pli. Le comportement devient identique à celui d'un pli à ouverture uniforme. Ce n'est que dans le cas des grandes densités de plis que ce maximum ne se déplace pas vers le fond du pli. Il en résulte alors une perte en surface de filtration effective.

Nous avons également mis en évidence avec le modèle d'écoulement une forte sensibilité de la chute de pression du médium plissé avec la perméabilité du fond des plis. L'impact des caractéristiques du fond des plis est néanmoins rapidement atténué lors de la phase de colmatage et la chute de pression est alors quasiment identique que le fond du pli soit imperméable ou poreux.

Nous nous sommes également intéressés à la recherche du nombre optimum de plis. Sans particules, il correspond au nombre de plis qui minimise la chute de pression à débit donné. Lors de la phase de colmatage, le nombre optimum correspond à la capacité maximale du filtre. Celle-ci est déterminée soit après une chute de pression supplémentaire par rapport à la chute de pression initiale (c'est le cas de la norme industrielle), soit pour une chute de pression maximale.

Nous avons pu mettre en évidence l'influence de différents paramètres, dont le débit et la hauteur des plis sur le nombre optimum de plis. Le modèle de colmatage montre que pour un pli à ouverture uniforme, plus la hauteur de pli est grande et plus la capacité est grande. En revanche dans le cas d'une ouverture variable, l'augmentation de la hauteur de pli ne conduit pas nécessairement à augmenter la capacité. Dans ce cas, une partie du pli ne sert pas à la filtration.

Le modèle proposé est donc un outil intéressant pour l'aide au développement des filtres plissés. Il à noter qu'il a été utilisé avec succès par l'industriel pour aider à répondre à un cahier des charges imposé par un constructeur.

Différents travaux complémentaires sont envisageables à la suite de ce travail. Ainsi, le modèle de colmatage que nous utilisons est simpliste et a un domaine de validité restreint. Il serait donc particulièrement intéressant de pouvoir travailler sur le colmatage du médium plan afin d'améliorer cette partie du modèle. Un outil comme la micro-tomographie semble à ce titre particulièrement intéressant comme le suggèrent les résultats présentés dans cette thèse.

Toujours dans le domaine expérimental, il serait intéressant de caractériser l'écoulement dans un pli propre ainsi qu'à différents stades de colmatage. L'injection d'un gaz chaud pendant un court instant et la visualisation de son écoulement dans le pli à l'aide d'une caméra infrarouge est une approche possible. Cela permettrait de confronter les résultats expérimentaux aux résultats du modèle. Il serait possible de vérifier, en particulier, que le maximum de la vitesse de filtration se déplace bien vers l'entrée du pli lors du colmatage. Il serait également possible de vérifier pour certaines densités de plissage, s'il existe des vitesses de filtration négatives, c'est à dire si l'écoulement passe localement du pli de sortie vers le pli d'entrée.

Nous pourrions également améliorer le modèle de transport des particules dans le pli d'entrée en prenant en compte les effets inertiels.

L'embossage des média plissé semble avoir peu d'impact sur la chute de pression initiale (sans particules), cependant, nous n'avons aucune informations concernant son influence lors de l'étape de colmatage. Il pourrait être intéressant d'étudier son impact éventuel sur le colmatage.

---

Enfin, le passage de l'échelle du pli à celle du filtre complet dans son habitacle est une suite logique à ce travail.



# Bibliographie

- [1] P. Angot. Cours de volumes finis en mécanique des fluides. Technical report, École Supérieure de Mécanique de Marseille, 2001/2002.
- [2] R.A. Bajura and E.H. Jones JR. Flow distribution manifolds. *Journal of Fluids Engineering*, pages 654–666, December 1976.
- [3] H. Banzhaf and G.M. Klein M. Durst. Using an analytical efficiency model for a sophisticated filter media design. In *Filtech*, volume I, pages 366–374, October 2005.
- [4] H. Banzhaf, M. Lehmann, and G.M. Klein. The loading of liquid filter media. In *Filtech*, volume I, pages 341–348, February-March 2007.
- [5] H. Banzhaf and M. Piesche. Numerical and analytical calculation of initial retention efficiencies in fibrous oil filter media. In *Filtech Europa*, volume I, pages 335–342, 2003.
- [6] D.T. Barot, C. Tien, and C.S. Wang. Accumulation of solid particles on single fibers exposed to aerosol flows. *AIChE Journal*, 26(2) :289–292, March 1980.
- [7] K. Benmachou. *Etude et modélisation du colmatage d un filtre plissé*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.
- [8] K. Benmachou, P. Schmitz, and M. Meireles. Dynamical clogging of a pleated filter : Experimental and theoretical approaches for simulation. In *Filtech Europa*, volume II, pages 50–57, October 2003.
- [9] W. Bergman, H.D. Hebard, R. Taylor, and B. Lum. Electrostatic filters generated by electric fields. In *The Second World Filtration Congress - London*, 1979.
- [10] W. Bergman, R.D. Taylor, H.H. Miller, A.H. Biermann, H.D. Hebard, R.A. daRoza, and B. Lum. Enhanced filtration programm at lll - a progress report. In *15th DOE NUCLEAR AIR CLEANING CONFERENCE - BOSTON*, August 1978.
- [11] A.S. Berman. Laminar flow in channels with porous walls. *Journal of Applied Physics*, 24(9) :1232–1235, September 1953.
- [12] A. Blazy and A. Podgorski. Theoretical and experimental study on the most penetrating size of aerosol particles in fibrous filters. In *Filtech*, volume II, pages 192–199, 2007.
- [13] D. Bémer and S. Callé. Evolution of the Efficiency and Pressure Drop of a Filter Media with Loading. *Aerosol Science and Technology*, 33(5) :427–439, 2000.
- [14] D. Bémer, R. Régnier, S. Callé, D. Thomas, X. Simon, and J.C. Appert-Collin. Filtration des aérosols - performance des médias filtrants. *INRS - Hygiène et sécurité du travail - Cahier de notes documentaires*, 202 :7–21, 1<sup>er</sup> trimestre 2006.
- [15] Lucija Boskovic, Igor S. Altman, Igor E. Agranovski, Roger D. Braddock, Toshihiko Myojo, and Mansoo Choi. Influence of Particle Shape on Filtration Processes. *Aerosol Science and Technology*, 39(12) :1184–1190, 2005.

- [16] J.F. Brady. Flow development in a porous channel and tube. *Phys. Fluids*, 27(5) :1061–1067, May 1984.
- [17] R.C. Brown. *Air Filtration - An integrated Approach of the Theory and Applications of Fibrous Filters*. Pergamon Press, 1993.
- [18] N.M. Bujurke, V.S. Madalli, and B.G. Mulimani. Long series analysis of laminar flow through parallel and uniformly porous walls of different permeability. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 160 :39–56, 1998.
- [19] Thomas Caesar and Thomas Schroth. The influence of pleat geometry on the pressure drop in deep-pleated cassette filters. *Filtration & Separation*, 39(9) :48–52, November 2002.
- [20] M. Chandesris. *Modélisation des écoulement turbulent dans les milieux poreux et à l'interface avec un milieu libre*. PhD thesis, Université Paris 6, 2006.
- [21] M. Chandesris and D. Jamet. Boundary conditions at a planar fluid-porous interface for a poiseuille flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(13-14) :2137–2150, July 2006.
- [22] S. Chellam and M. Liu. Effect of slip on existence, uniqueness, and behavior of similarity solutions for steady incompressible laminar flow in porous tubes and channels. *Physics of Fluids*, 18 :083601–1 – 083601–10, 2006.
- [23] Chih-Chieh Chen, Wei-Yu Chen, Sheng-Hsiu Huang, Wen-Yinn Lin, Yu-Mei Kuo, and Fu-Tien Jeng. Experimental study on the loading characteristics of needlefelt filters with micrometer-sized monodisperse aerosols. *Aerosol Science and Technology*, 34(3) :262 – 273, 2001.
- [24] Da-Ren Chen, David Y.H. Pui, and Benjamin Y.H. Liu. Optimisation of pleated filter designs using a finite-element numerical model. *Aerosol Science and Technology*, 23 :579–590, 1995.
- [25] Yu-Hsiang Cheng and Chuen-Jinn Tsai. Factors influencing pressure drop through a dust cake during filtration. *Aerosol Science and Technology*, 29(4) :315–328, 1998.
- [26] P. Contal, J. Simao, D. Thomas, T. Frising, S. Calle, J. C. Appert-Collin, and D. Bemer. Clogging of fibre filters by submicron droplets. phenomena and influence of operating conditions. *Journal of Aerosol Science*, 35(2) :263–278, March 2004.
- [27] S. M. Cox and J. R. King. Large-reynolds-number asymptotics of the berman problem. *Studies in Applied Mathematics*, 113(3) :217–243, October 2004.
- [28] E.C. Dauenhauer and J. Majdalani. Exact self-similarity solution of the navier-stokes equations for a porous channel with orthogonally moving wall. *Phys. Fluids*, 15(6) :1485–1495, June 2003.
- [29] C.N. Davies. The clogging of fibrous aerosol filters. *Journal of Aerosol Science*, 1 :35–39, 1970.
- [30] C. Deng and D.M Martinez. Viscous flow in a channel partially filled with porous medium and with wall suction. *Chemical Engineering Science*, 60 :329–336, 2005.
- [31] A. Dittler, B. Gutmann, R. Lichtenberger, H. Werber, and G. Kasper. Optical in situ measurement of dust cake thickness distributions on rigid filter media for gas cleaning. *Powder Technology*, 99 :177–184, 1998.
- [32] A. Dittler and G. Kasper. Simulation of operational behaviour of patchily regenerated, rigid gas cleaning filter media. *Chemical Engineering and Processing*, 38(4-6) :321–327, September 1999.

- 
- [33] T.L. Dodd, D.A. Hammer, A.S. Sangani, and D.L. Koch. Numerical simulations of the effect of hydrodynamic interactions on diffusivities of integral membrane proteins. *J. Fluid Mech.*, 293 :147, 1995.
- [34] J.E. Drummond and M.I. Tahir. Laminar viscous flow through regular arrays of parallel solid cylinders. *Int. J. Multiphase Flow*, 10 :515–540, 1984.
- [35] J. Dufrière. *Écoulement à travers une couche poreuse limitée par une paroi perforée : Comparaison entre approche de Darcy et simulation numérique à l'échelle microscopique*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2000.
- [36] F.A.L. Dullien. *Porous Media - Fluid Transport and Pore Structure*. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, 2 edition, 1992.
- [37] S.J. Dunnett and C.F. Clement. A numerical study of the effects of loading from diffusive deposition on the efficiency of fibrous filters. *Journal of Aerosol Science*, 37(9) :1116–1139, September 2006.
- [38] L. Durlofsky and J.F. Brady. The spatial stability of a class of similarity solutions. *Phys. Fluids*, 27(5) :1068–1076, May 1984.
- [39] Y. Endo and M. Alonso. Physical meaning of specific cake resistance and effects of cake properties in compressible cake filtration. *Filtration & Separation*, 38(7) :42–46, September 2001.
- [40] Y. Endo, D.-R. Chen, and D. Y. H. Pui. Air and water permeation resistance across dust cakes on filters—effects of particle polydispersity and shape factor. *Powder Technology*, 118(1-2) :24–31, August 2001.
- [41] Y. Endo, D.-R. Chen, and D. Y. H. Pui. Theoretical consideration of permeation resistance of fluid through a particle packed layer. *Powder Technology*, 124(1-2) :119–126, April 2002.
- [42] Y. Endo, Da-Ren Chen, and D. Y. H. Pui. Effects of particle polydispersity and shape factor during dust cake loading on air filters. *Powder Technology*, 98(3) :241–249, August 1998.
- [43] L. Del Fabbro. *Modélisation des écoulements d'air et du colmatage des filtres plissés par des aérosols solides*. PhD thesis, Université Paris XII, 2001.
- [44] L. Del Fabbro, J.C. Laborde, J. Lacan, P. Merlin, and L. Ricciadi. Influence of geometric and aerodynamic parameters on the clogging of industrial pleated filters by solid particles. In *Filtech Europa*, pages 589–596, 2001.
- [45] L. Del Fabbro, J.C. Laborde, P. Merlin, and L. Ricciadi. Air flows and pressure drop modelling for different pleated industrial filters. *Filtration+Separation*, pages 34–40, January/February 2002.
- [46] S. Ferro and G. Gnani. Spatial stability of similarity solutions for viscous flows in channels with porous wall. *Physics of Fluids*, 12(4) :797–802, April 2000.
- [47] O. Filippova and D. Hanel. Numerical simulation of particle deposition in filters. *Journal of Aerosol Science*, 27(Supplement 1) :S627–S628, September 1996.
- [48] D. M. Freed. Lattice-boltzmann method for macroscopic porous media modeling. *International Journal of Modern Physics C*, 9(8) :1491–1503, 1998.
- [49] T. Frising, D. Thomas, D. Bemer, and P. Contal. Clogging of fibrous filters by liquid aerosol particles : Experimental and phenomenological modelling study. *Chemical Engineering Science*, 60(10) :2751–2762, May 2005.

- [50] T. Frising, D. Thomas, P. Contal, D. Bémer, and D. Leclerc. Influence of filter fibre size distribution on filter efficiency calculations. *Trans IChemE*, 81 :1179–1184, 2003.
- [51] A. Gupta, V. J. Novick, P. Biswas, and P. R. Monson. Effect of humidity and particle hygroscopicity on the mass loading capacity of high efficiency particulate air (hepa) filters. *Aerosol Science and Technology*, 19(1) :94–107, 1993.
- [52] J. Happel. Viscous flow relative to arrays of cylinders. *A.I.Ch.E. Journal*, 5 :174–177, June 1959.
- [53] J.J.L. Higdon and G.D. Ford. Permeability of three-dimensional models of fibrous porous media. *J. Fluid Mech.*, 308 :341–361, 1996.
- [54] J. Hoferer, E.H. Hard, J. Meyer, and G. Kasper. Measuring particle deposition within fibrous filter media by magnetic resonance imaging. In *Filtech*, volume II, pages 375–382, October 2005.
- [55] B. Huang, Q. Yao, S.-Q. Li, H.-L. Zhao, Q. Song, and C.-F. You. Experimental investigation on the particle capture by a single fiber using microscopic image technique. *Powder Technology*, 163(3) :125–133, April 2006.
- [56] T. Häusle and H. Sauter. Non-contact measurements of dust distribution and cake thickness on air filter media. In *Filtech*, volume II, pages 121–127, February-March 2007.
- [57] T. Häusle, H. Sauter, and H. Rieger. Optimisation of airflow filters based on thermography. In *Filtech*, volume II, pages 274–281, 2005.
- [58] O. Iliev, V. Laptev, and D. Vasileva. Algorithms and software for computer simulation of flow through oil filters. In *Filtech Europa*, volume I, pages 327–334, 2003.
- [59] L.X. Ito and L. Aguiar. A study of the porosity of gas filtration cake. In *Filtech Europa*, number II, pages 116–123, 2003.
- [60] G. W. Jackson and D. F. James. The permeability of fibrous porous media. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 64 :364–374, 1986.
- [61] D.A. Japuntich, J.I.T Stenhouse, and B.Y.H. Liu. Effective pore diameter and monodisperse particle clogging of fibrous filters. *J. Aerosol Sci.*, 28(1) :147–158, 1997.
- [62] T. Jaroszczyk, S. L. Fallon, and T. P. Sonsalla. The function of submicron and nanofibers in engine air filtration. In *Filtech*, volume II, pages 208–218, 2007.
- [63] C. Kanaoka, H. Emi, and W. Tanthapanichakoon. Convective diffusional deposition and collection efficiency of aerosol on a dust-loaded fiber. *AIChE Journal*, 29(6) :895–902, November 1983.
- [64] C. Kanaoka, S. Hiragi, and W. Tanthapanichakoon. Stochastic simulation of the agglomerative deposition process of aerosol particles on an electret fiber. *Powder Technology*, 118(1-2) :97–106, August 2001.
- [65] A. Karadimos and R. Ocone. The effect of the flow field recalculation on fibrous filter loading : a numerical simulation. *Powder Technology*, 137(3) :109–119, November 2003.
- [66] A. Kavouras and G. Krammer. Distributions of age, thickness and gas velocity in the cake of jet pulsed filters—application and validation of a generations filter model. *Chemical Engineering Science*, 58(1) :223–238, January 2003.
- [67] K. Khadra, P. Angot, S. Parneix, and J.-P. Caltagirone. Fictitious domain approach for numerical modelling of navier-stokes equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 34 :651–684, 2000.

- 
- [68] J. R. King and S. M. Cox. Self-similar "stagnation point" boundary layer flows with suction or injection. *Studies in Applied Mathematics*, 115(1) :73–107, July 2005.
- [69] J.R. King and C.P. Please. Asymptotic analysis of the growth of cake layers in filters. *IMA journal of Applied Mathematics*, 57 :1–28, 1996.
- [70] D. Koch, J. Seville, and R. Clift. Dusk cake detachment from gas filters. *Powder Technology*, 86(1) :21–29, January 1996.
- [71] M. Koch and G. Krammer. Transformation of filter pressure drop into permeability distributions. In *2<sup>nd</sup> European Conference on Filtration and Separation*, pages 92–97, 12-13 October 2006.
- [72] S. Kuwabara. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small reynolds number. *Journal of The Physical Society of Japan*, 14 :527–532, 1959.
- [73] J.C. Laborde, S. Artous, V.M. Mocho, and P. Merlin. Influence of the filtration velocity on the clogging of flat filtering medium by solid particles. In *Filtech Europa*, pages 581–588, 2001.
- [74] A. Latz and A. Wiegmann. Simulation of fluid particle separation in realistic three dimensional fiber structures. In *Filtech Europa*, October 2003.
- [75] T. Lücke and H. Fissan. The prediction of filtration performance of high efficiency gas filters elements. *Chemical Engineering Science*, 51(8) :1199–1208, 1996.
- [76] M.J. Lehmann and G. Kasper. Simulations of the loading kinetic of single fibers. In *Filtech*, volume II, pages 344–351, October 2005.
- [77] P. Letourneau, Ph. Mulcey, and J. Vendel. Aerosol penetration inside hepa filtration media. In *21st DOE=NRC nuclear air cleaning conference, J. CONF-900813, San Diego*, 1990.
- [78] Y. Li and C.W. Park. Effective medium approximation and deposition of colloidal particles in fibrous and granular media. *Advances in Colloid and Interface Science*, 87 :1–74, 2000.
- [79] C. Maschio and A. C. F. de Arruda. Influence of filtration conditions evaluated by x-ray computerized tomography. *Filtration & Separation*, 40(4) :45–47, May 2003.
- [80] R. Maus and H. Umhauer. Collection efficiencies of coarse and fine dust filter media for airborne biological particles. *Journal of Aerosol Science*, 28 :401–415, 1997.
- [81] B. Maze, H. Vahedi Tafreshi, Q.Wang, and B. Pourdeyhimi. A simulation of unsteady-state filtration via nanofiber media at reduced operating pressures. *Aerosol Science*, 38 :550–571, 2007.
- [82] A.F. Miguel. Effect of air humidity on the evolution of permeability and performance of a fibrous filter during loading with hygroscopic and non-hygroscopic particles. *Aerosol Science*, 34 :783–799, 2003.
- [83] A.F. Miguel and A.M. Silva. Experimental study of mass loading behaviour of fibre filters. *Journal of Aerosol Science*, 32(Supplement 1) :S851–S852, September 2001.
- [84] M. Mota, J. A. Teixeira, W. R. Bowen, and A. Yelshin. Interference of coarse and fine particles of different shape in mixed porous beds and filter cakes. *Minerals Engineering*, 16(2) :135–144, February 2003.
- [85] M. Mota, J. A. Teixeira, and A. Yelshin. Image analysis of packed beds of spherical particles of different sizes. *Separation and Purification Technology*, 15(1) :59–68, January 1999.

- [86] B. J. Mullins, I. E. Agranovski, and R. D. Braddock. Particle bounce during filtration of particles on wet and dry filters. *Aerosol Science and Technology*, 37(7) :587–600, 2003.
- [87] B. J. Mullins and G. Kasper. Comment on : "clogging of fibrous filters by liquid aerosol particles : Experimental and phenomenological modelling study" by frising et al. *Chemical Engineering Science*, 61(18) :6223–6227, September 2006.
- [88] V. Nassehi. Modelling of combined navier-stokes and darcy flows in crossflow membrane filtration. *Chemical Engineering Science*, 53(6) :1253–1265, 1998.
- [89] V. Nassehi, N.S.Hanspal, A.N. Waghode, W.R. Ruziwa, and R.J. Wakeman. Finite-element modelling of combined free/porous flow regimes : simulation of flow through pleated cartridge filters. *Chemical Engineering Science*, 60 :995–1006, 2005.
- [90] D.A. Nield and A. Bejan. *Convection in Porous Media*. 1992.
- [91] C. Noiriel. *Contribution à la détermination expérimentale et à la modélisation des différents processus contrôlant l'évolution géochimique, structurale et hydrodynamique des roches fissurées carbonatées*. PhD thesis, École des Mines de Paris, 2005.
- [92] F. Noël. *Simulation numérique de la formation d'un dépôt de particules sur une surface poreuse, application à la filtration d'arrêt*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [93] V.J. Novick, P.J. Higgings, B. Dierkschiede, C. Abrahamson, W.B. Richardson, P.R. Monson, and P.G. Ellison. Efficiency and mass loading characteristics of a typical hepa filter media material. In *21st Nuclear Air Cleaning Conference*, San Diego, California, 1990.
- [94] J. Alberto Ochoa-Tapia and Stephen Whitaker. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid–i. theoretical development. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(14) :2635–2646, September 1995.
- [95] J. Alberto Ochoa-Tapia and Stephen Whitaker. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid–ii. comparison with experiment. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(14) :2647–2655, September 1995.
- [96] L. Oxarango. *Transfert de Chaleur et de Masse dans des structures poreuses multi-échelles - Application à l'étude des Filtres à Particules Diesel*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.
- [97] L. Oxarango, K. Benmachou, and Schmitz P. Modeling of particulate loading of multi-channel filtration systems. In *5th International Filtration Conference*, 2002.
- [98] L. Oxarango, P. Schmitz, and M. Quintard. Laminar flow in channels with wall suction or injection : a new model to study multi-channel filtration systems. *Chemical Engineering Science*, 59(5) :1039–1051, March 2004.
- [99] A.C. Payatakes. Model of transient aerosol particle deposition in fibrous media with dendritic pattern. *AIChE Journal*, 23(2) :192–202, March 1977.
- [100] A.C. Payatakes and L. Gradon. Dendritic deposition of aerosols by convective brownian diffusion for small, intermediate and high knudsen numbers. *AIChE Journal*, 26(3) :443–454, May 1980.
- [101] A. Peulvast-Bergeal. Qualité de l'air : fantasmes et dangers. Technical report, Rapport d'information de l'Assemblée Nationale, 2001.
- [102] A. Podgoski, A. Blazy, and L. Gradon. Theoretical and experimental study on the most penetrating size of aerosol particles in fibrous filters. In *Filtech*, volume II, pages 200–207, 2007.

- 
- [103] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in Fortran - The Arts of Scientific Computing*. Cambridge Press, second edition edition, 1992.
- [104] R. Przekop and L. Gradon. Deposition of nanoparticles in the composites of nano and microsized fibers. In *Filtech*, volume II, pages 160–167, 2007.
- [105] M. Quintard and S. Whitaker. Aerosol filtration : An analysis using the method of volume averaging. *Journal of Aerosol Science*, 26(8) :1227–1255, December 1995.
- [106] R.R. Raber. Pressure drop optimization and dust capacity estimation for a deep-pleated industrial air filter using small sample data. In *World Filtration Congress III*, page 52, 1982.
- [107] O. Rahli, L. Tadrist, and M. Miscovic and R. Santin. Etude expérimentales des écoulements darcéens à travers un lit de fibres rigides empilées aléatoirement : influence de la porosité. *J. Phys. II France*, 5 :1739–1756, 1995.
- [108] G.D. Raithby and D.C. Knudsen. Hydrodynamic development in a duct with suction and blowing. *Transaction of ASME*, pages 896–902, 1974.
- [109] B.V. Ramarao and C. Tien. Stochastic simulation of aerosol deposition in model filters. *AIChE Journal*, 34(2) :253–262, February 1988.
- [110] H.J. Rembor, R. Maus, and H. Umhauer. Measurements of single fibre efficiencies at critical values of stokes number. *Particle & Particle Systems Characterisation*, 16(2) :54–59, Juil. 1999.
- [111] L. Risser. *Analyse quantitative du réseau micro-vasculaire intracortical*. PhD thesis, École Doctorale Énergétique et Dynamisme des Fluides, 2007.
- [112] S.N. Rudnick and M.W. First. Specific resistance (k<sub>2</sub>) of filter dust cakes : Comparison of theory and experiments. In *3rd Symposium on Fabric Filters for Particulate Collection, EPA-600/7-789-087.*, page 251, 1978.
- [113] Mahmood Saleem and Gernot Krammer. Optical in-situ measurement of filter cake height during bag filter plant operation. *Powder Technology*, 173(2) :93–106, April 2007.
- [114] A.S. Sangani and A. Acrivos. Slow flow past periodic arrays of cylinders with application to heat transfer. *Int. J. Multiphase Flow*, 8(3) :193–206, 1982.
- [115] S. Schollmeier, J. Hoferer, J. Meyer, and G. Kasper. Calculation of pressure drop and filtration efficiency of fibrous filters using a filtration model based on single fiber efficiency data. In *Filtech*, volume II, pages 235–238, 2007.
- [116] S. Schollmeier, H. Umhauer, J. Meyer, and G. Kasper. Single fiber efficiency and built-up of particulate structures on single dust-loaded fibers. In *Filtech*, volume II, pages 175–184, 2007.
- [117] C.B. Song, H.S. Park, and K.W. Lee. Experimental study of filter clogging with monodisperse psl particles. *Powder Technology*, 163(3) :152–159, April 2006.
- [118] L.A. Spielman and L. Goren. Model for predicting pressure drop and filtration efficiency in fibrous media. *Environ. Sci. Technol.*, 2 :279, 1968.
- [119] R.M. Terrill. Laminar flow in a uniformly porous channel. *Aeronautical Quarterly*, 15 :299–310, August 1964.
- [120] R.M. Terrill. Laminar flow in a uniformly porous channel with large injection. *The Aeronautical Quarterly*, 16 :323–332, November 1965.

- [121] D. Thomas, P. Contal, V. Renaudin, P. Penicot, D. Leclerc, and J. Vendel. Modelling pressure drop in hepa filters during dynamic filtration. *J. Aerosol Sci.*, 30(2) :235–246, 1999.
- [122] D. Thomas, P. Penicot, P. Contal, D. Leclerc, and J. Vendel. Clogging of fibrous filters by solid aerosol particles experimental and modelling study. *Chemical Engineering Science*, 56(11) :3549–3561, June 2001.
- [123] R.J. Wakeman, N.S. Hanspal, A. N. Waghode, and V. Nassehi. Analysis of pleat crowding and medium compression in pleated cartridge filters. *Chemical Engineering Research and Design*, 83 :1246–1255, October 2005.
- [124] D. C. Walsh and J. I. T. Stenhouse. The effect of particle size, charge, and composition on the loading characteristics of an electrically active fibrous filter material. *J. Aerosol Sci.*, 28(2) :307–321, 1997.
- [125] D.C. Walsh. Recent advances in the understanding of fibrous filter behaviour under solid particle load. *Filtration&Separation*, pages 501–506, June 1996.
- [126] D.C. Walsh and J.I.T. Stenhouse. Clogging of an electrically active fibrous filter material : experimental results and two-dimensionnal simulations. *Powder Technology*, 93 :63–75, 1997.
- [127] C.-S. Wang. Electrostatic forces in fibrous filters-a review. *Powder Technology*, 118 :166–170, 2001.
- [128] S. Whitaker. *The Method of Volume Averaging*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [129] A. Wiegmann, S. Rief, and D. Kehrwald. Computational study of pressure drop dependence on pleat shape and filter media. In *Filtech*, volume I, pages 79–86, 2007.
- [130] A. Wiegmann, S. Rief, and A. Latz. Soot filtration simulation - generation of porous media on the micro scale from soot deposition on the nano scale. In *2<sup>nd</sup> European Conference on Filtration abs Separation*, pages 141–147, October 2006.
- [131] H.H.S. Yu and C.H. Goulding. Optimized ultra high efficiency filter for high-efficiency industrial combustion turbines. In *ASME International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition*, Köln, 1992.
- [132] S.W. Yuan. Further investigations of laminar flow in channels with porous walls. *journal of Applied Physics*, 27 :267, 1956.
- [133] S.W. Yuan and A.B. Finkelstein. Laminar pipe flow with injection and suction through a porous wall. *Transaction of ASME*, 78 :719–724, 1956.

## Annexe A

# Comparaison des modèles de perméabilité de média fibreux

L'objectif de cette partie est de comparer les différents modèles de perméabilité pour médium fibreux.

### Fibres parallèles à l'écoulement

Nous comparons les différents modèles de perméabilité de médium fibreux dont les fibres sont parallèles à l'écoulement. Le graphique A.1 montre l'évolution de la perméabilité  $k$  adimensionnée par le rayon des fibres  $R$  au carré, pour ces modèles de perméabilité. Le graphique montre qu'il existe peu d'écart entre les modèles de Happel [52], Kuwabara [72] et Drummond et Tahir [34]. Ceci est confirmé par les résultats du graphique A.2. Ce graphique représente l'écart, en pourcentage, entre le maximum de ces modèles (Happel-Kuwabara et Tahir et Drummond) ainsi que le minimum par rapport à la perméabilité moyenne de ces modèles.

L'écart entre ces différents modèles est faible pour une porosité comprise entre 0,45 et 0,95. Ainsi, l'écart entre la perméabilité maximale ainsi que la perméabilité minimale de la perméabilité moyenne est, pour ces modèles est inférieure à 30% pour une porosité comprise entre 0,45 et 0,95 et décroît avec la porosité. Celle-ci est même inférieure à 5% pour une porosité supérieure à 0,75.

Par contre, le modèle de Spielman et Goren [118], basé sur la résolution de l'équation de Brinkman, ainsi que l'approche par l'approximation des milieux Effectifs, désigné par *EMA* [78], donnent tous deux des perméabilités très supérieures à celle des modèles cités précédemment, comme le montre le graphique A.4.

L'écart des modèles de Spielman et Goren et *EMA*, par rapport à la moyenne des modèles précédent, est représenté sur le graphique A.3. L'écart est très important, supérieure à 1500%, puis décroît avec l'augmentation de la porosité. Néanmoins, cet écart reste très important pour le modèle de Spielman et Goren puisqu'il est toujours supérieur à 50% pour une porosité de 0,95. L'écart avec le modèle *EMA* est inférieure.

L'écart qui existe entre les modèles de perméabilité présenté ici, pour un milieu fibreux constitué de fibres parallèle à l'écoulement est grand. Le choix du modèle est donc primordial.

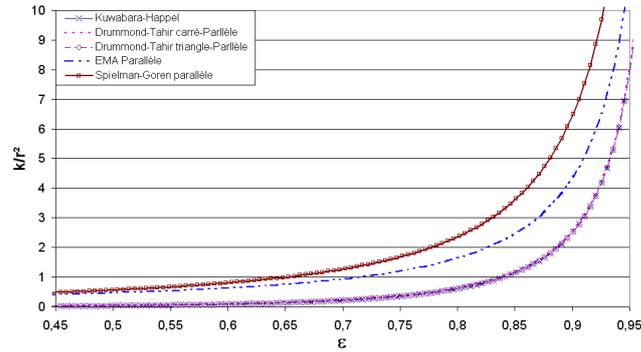


FIG. A.1 – Perméabilité  $k$ , des média fibreux avec fibres parallèle à l'écoulement, adimensionnée par le rayon des fibres,  $r$ , au carré en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

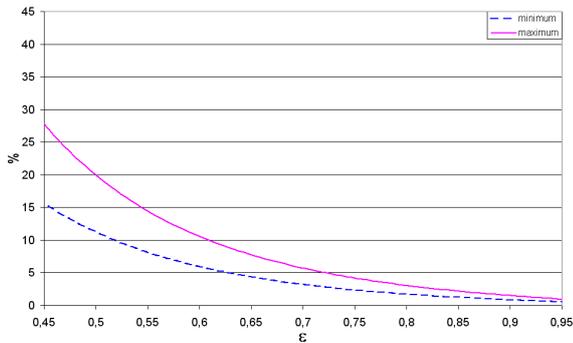


FIG. A.2 – Différence en % entre les modèles de *Happel*, *Kuwabara*, *Drummond* et *Tahir*, pour un écoulement parallèles aux fibres, en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

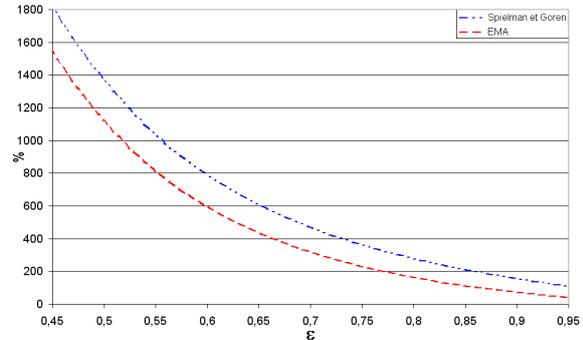


FIG. A.3 – Différence en % entre des modèles de Spielman et Goren et EMA, pour un écoulement parallèles aux fibres, par rapport aux modèles précédent en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

## Fibres perpendiculaires à l'écoulement

Nous comparons les différents modèles de perméabilité où les fibres sont perpendiculaires à l'écoulement. Les écarts des extrema de valeurs, par rapport à la valeur moyenne, sont inférieurs à 40% pour des porosités comprises entre 0,75 et 0,95. Nous avons illustré ce résultat sur la figure A.4.

Le premier graphique représente l'évolution de la perméabilité des différents modèles d'écoulement pour des fibres perpendiculaires à l'écoulement, en fonction de la porosité. Le second illustre l'écart des perméabilités extrémal par rapport à la perméabilité moyenne ainsi que l'écart-type. Ce sont les modèles de Spielman et Goren, *EMA* et *Happel* qui ont une perméabilité plus élevée que celle des autres modèles.

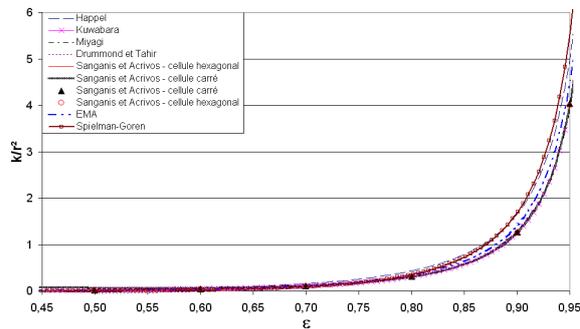


FIG. A.4 – Perméabilité  $k$ , des média fibreux tridimensionnels et isotropes et modèles empiriques, adimensionnée par le rayon des fibres,  $r$ , au carré en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

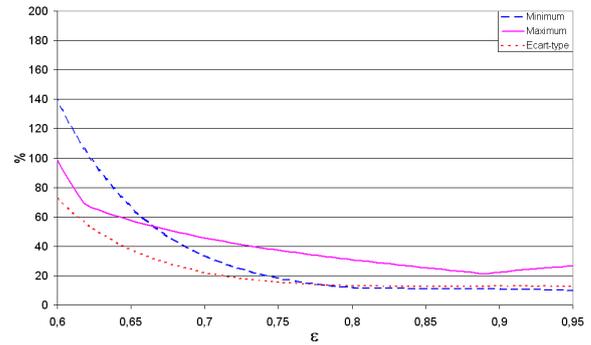


FIG. A.5 – Evolution de l'écart en %, des modèles Jackson et James, Davies et Rahli et al. par rapport à la perméabilité moyenne des modèles de Davies, Jackson et James, en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

## Arrangement tridimensionnel des fibres

Nous comparons à présent les modèles empiriques et tridimensionnels entre eux. Le graphique A.6 représente la perméabilité de ces différents modèles, adimensionnée par le rayon des fibres au carré, en fonction de la porosité. La disparité des modèles, l'écart des valeurs extrémales, en pourcent par rapport à une perméabilité moyenne, ainsi que l'écart-type sont représentés en fonction de la porosité. Le graphique A.7 représente la différence, en pourcentage, des modèles par rapport à la moyenne de la perméabilité des modèles de Davies [29] et Jackson et James [60].

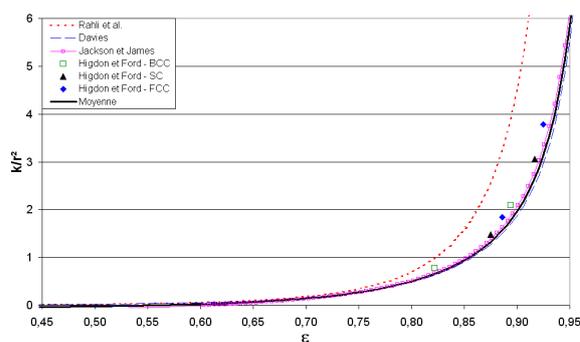


FIG. A.6 – Perméabilité  $k$ , des média fibreux tridimensionnels et isotropes et modèles empiriques, adimensionnée par le rayon des fibres,  $r$ , au carré en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

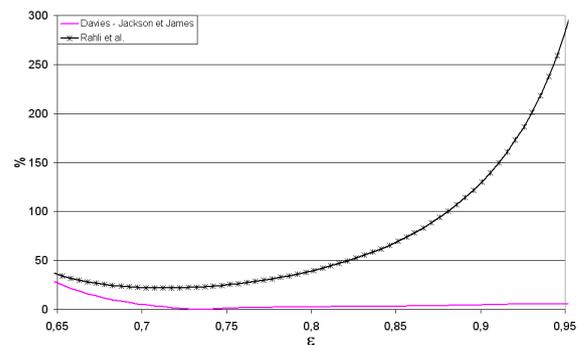


FIG. A.7 – Evolution de l'écart en %, des modèles Jackson et James, Davies et Rahli et al. par rapport à la perméabilité moyenne des modèles de Davies, Jackson et James, en fonction de la porosité  $\varepsilon$ .

Les modèles, avec un arrangement tridimensionnel des fibres (Ford et Higdon [53], Jackson et James, Davies), hormis celui de Rahli et al. [107], donnent des perméabilités très proches pour une porosité comprise entre 0,70 et 0,95. En effet, l'écart des extrema par rapport à la perméabilité moyenne est alors inférieure à 6%. Pour une porosité comprise entre 0,65 et 0,70

cet écart est alors inférieure à 30%.

Comme nous l'avons déjà remarqué, le modèle semi-empirique de Rahli et al. prédit une perméabilité plus importante que les autres modèles, pour une porosité comprise entre 0,75 et 0,95. En effet, l'écart du modèle de Rahli et al. par rapport à la moyenne des autres modèles de perméabilité est supérieure à 35% pour une porosité comprise entre 0,65 et 0,78. Cependant, l'écart augmente ensuite fortement pour atteindre un écart de 285% par rapport aux autres modèles, pour une porosité de 0,95.

## **Conclusion**

Cette comparaison entre les différents modèles de perméabilité des média fibreux a mis en évidence une grande disparité des perméabilités pour une porosité donnée. La différence la plus importante concerne les modèles de perméabilité pour des fibres dont l'orientation est parallèle à l'écoulement. Pour un milieu fibreux isotrope, les différents modèles donnent des résultats très voisins pour la gamme de porosité étudiée à l'exception du modèle de Rahli et al. [107].

## Annexe B

# Affinité de l'écoulement dans un pli à ouverture variable

Nous présentons dans cette annexe les résultats relatifs à l'écoulement dans un pli à ouverture variable. Nous nous intéresserons tout d'abord à l'affinité de l'écoulement dans le pli d'entrée et de sortie puis à l'écoulement au sein du médium fibreux.

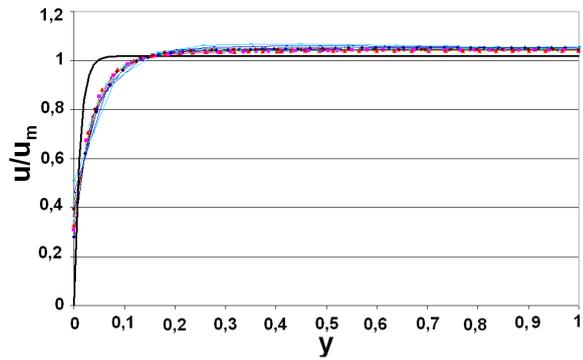
Les résultats pour des média plissés de hauteur de pli  $51\text{mm}$  et une densité de plissage 8 plis pour  $100\text{mm}$  avec les caractéristiques du médium N687 sont présentés sur présentés dans les figures B.1, B.2, B.3 et B.4. La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} = 0,39\text{m/s}$ . La colonne de gauche représente les résultats pour un fond de pli imperméable et celle de droite pour le fond des plis poreux, ayant la même perméabilité que le reste du médium. Les calculs ont été réalisés pour deux géométries :  $\delta = 0,8$  et  $\delta = 0,2$ . La première ligne correspond à  $\delta = 0,8$  et la seconde ligne à  $\delta = 0,2$ . Les deux géométries sont représentées, sur la figure 2.54, page 104. Les différents résultats sont adimensionnés comme précédemment pour les plis à ouverture uniforme. Les vitesses le sont par la vitesse moyenne de la section, et  $y$  par l'ouverture local du pli.

Pour tous les graphiques, nous représentons le modèle théorique par un trait noir épais. Pour le pli d'entrée, c'est la solution analytique pour les grand *Reynolds* de filtration pour un canal droit et vitesse d'aspiration uniforme [119]. La solution analytique du pli de sortie est elle aussi déterminée dans le cas d'une vitesse d'injection uniforme pour un canal à section droite [133, 120].

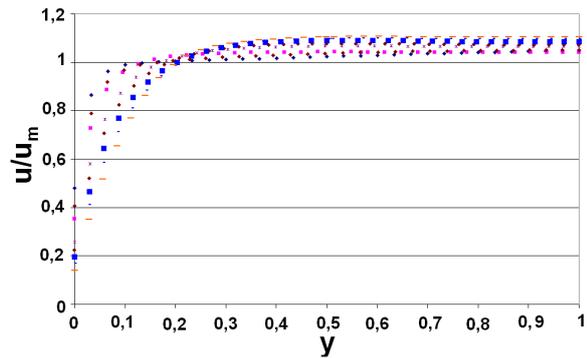
Les graphiques de la figure B.1 représentent les composantes longitudinales de la vitesse pour le pli d'entrée à différentes section et les graphiques de la figure B.2 représentent également les composantes longitudinales de la vitesse à différentes section pour le pli de sortie.

Nous constatons, aussi bien pour le pli d'entrée et de sortie, malgré l'ouverture variable, que les courbes obtenues sont toutes superposées. De plus, celles-ci sont très proches des résultats analytiques. Cela nous permet de conclure en l'affinité de la composante longitudinale de la vitesse pour le pli d'entrée et de sortie.

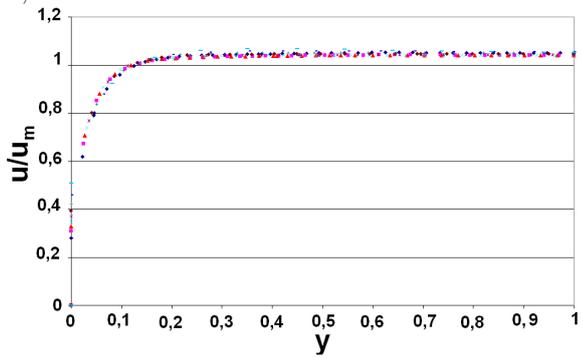
Les graphiques de la figure B.2 représentent la composante longitudinale de la vitesse dans le pli de sortie. La première ligne représente  $\delta = 0,8$  et la seconde  $\delta = 0,2$ . La colonne de gauche représente les résultats pour le fond de pli imperméable et celle de droite pour le fond de pli



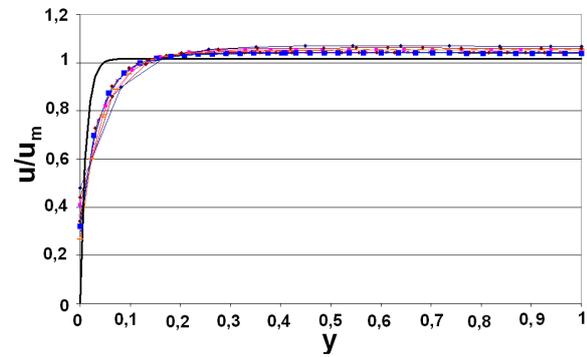
a. Pli d'entrée. Fond imperméable pour  $\delta = 0,8$ .



b. Pli d'entrée. Fond poreux pour  $\delta = 0,8$ .

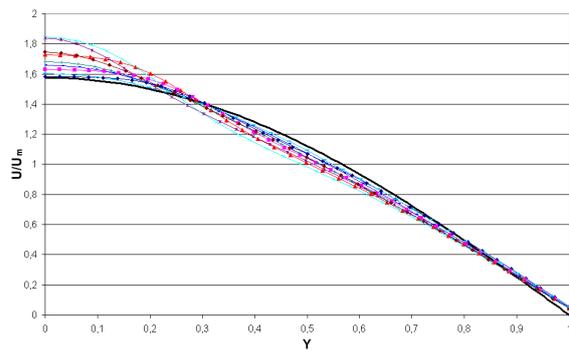


c. Pli d'entrée. Fond imperméable pour  $\delta = 0,2$ .

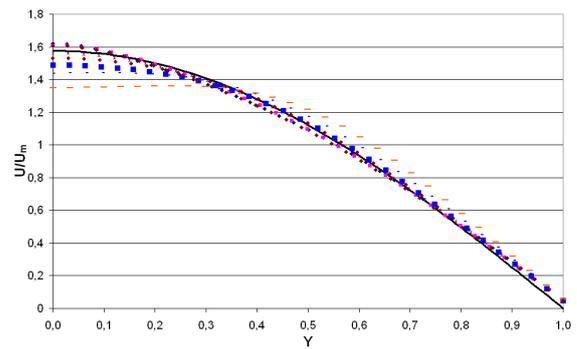


d. Pli d'entrée. Fond poreux pour  $\delta = 0,2$ .

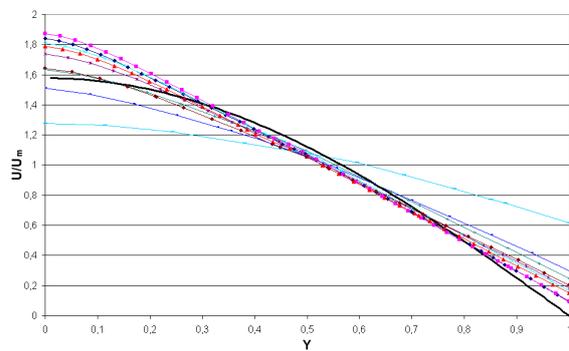
FIG. B.1 – Composante longitudinale de la vitesse,  $u$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $u_m$ , pour différentes sections du pli, en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ .



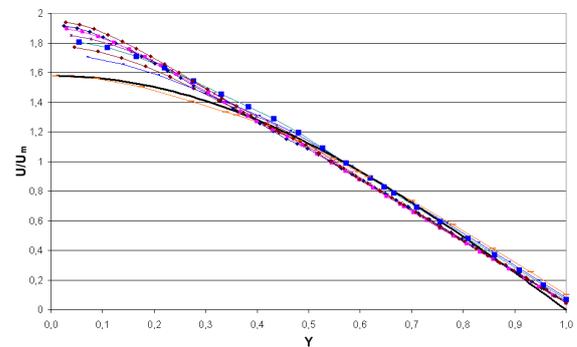
a. Pli de sortie. Fond imperméable pour  $\delta = 0,8$ .



b. Pli de sortie. Fond poreux pour  $\delta = 0,8$ .



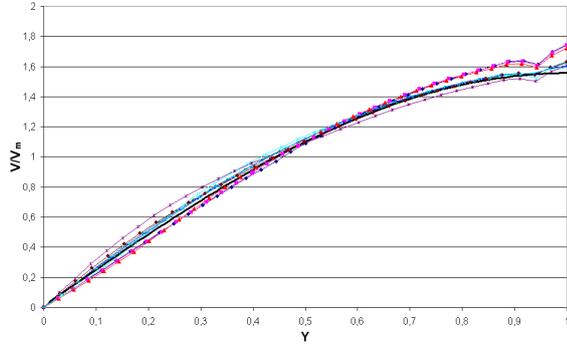
c. Pli de sortie. Fond imperméable pour  $\delta = 0,2$ .



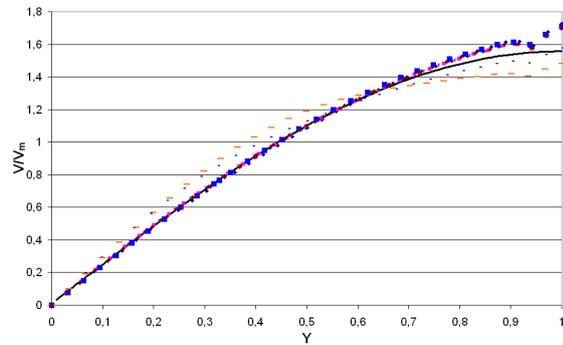
d. Pli de sortie. Fond poreux pour  $\delta = 0,2$ .

FIG. B.2 – Composante longitudinale de la vitesse,  $u$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $u_m$ , pour différentes section du pli, en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ .

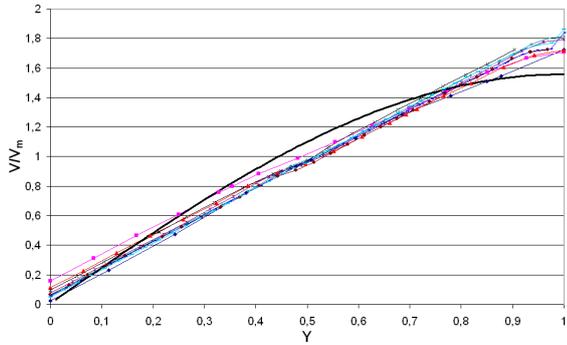
poreux. Nous constatons que les courbes sont toutes superposées. Les résultats analytiques sont par ailleurs en très bon accord avec les résultats obtenus par *CFD*.



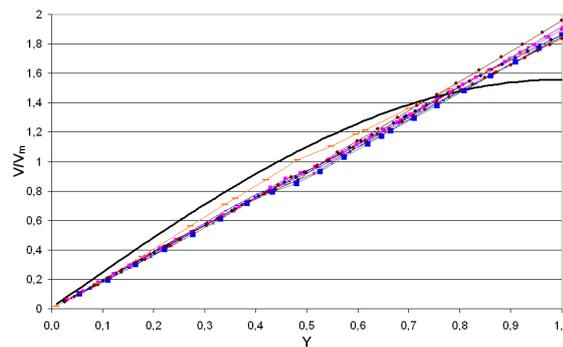
a. Pli de sortie. Fond imperméable pour  $\delta = 0, 8$ .



b. Pli de sortie. Fond poreux pour  $\delta = 0, 8$ .



c. Pli de sortie. Fond imperméable pour  $\delta = 0, 2$ .



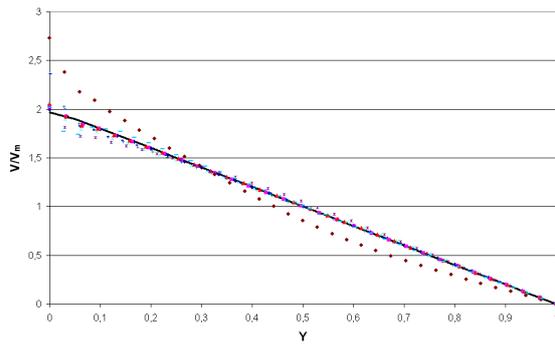
d. Pli de sortie. Fond poreux pour  $\delta = 0, 2$ .

FIG. B.3 – Composante transversale de la vitesse du pli de sortie,  $v$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $v_m$ , pour différentes distances de l'entrée du pli en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ .

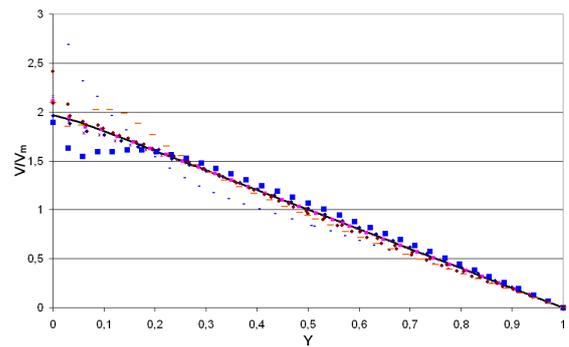
Les figures B.3 et B.4 représentent les composantes transversales de la vitesse à différentes sections du pli. Nous avons repris la même organisation des graphiques que pour les figures B.1 et B.2.

Pour le pli de sortie, figure B.3, nous pouvons constater que toutes les courbes sont superposées, aussi bien pour la configuration avec fond imperméable et poreux, ou pour  $\delta = 0, 8$  et  $\delta = 0, 2$ . Nous pouvons conclure en l'affinité de la composante transversale de la vitesse pour le pli de sortie.

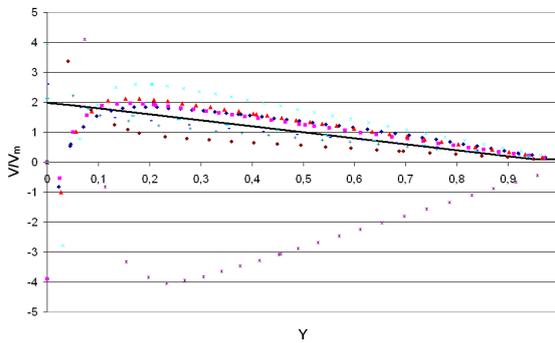
Pour le pli d'entrée, figure B.4, dans le cas  $\delta = 0, 8$ , pour le fond des plis imperméables et poreux, toutes les courbes sont superposées. La composante transversale est bien affine dans ce cas.



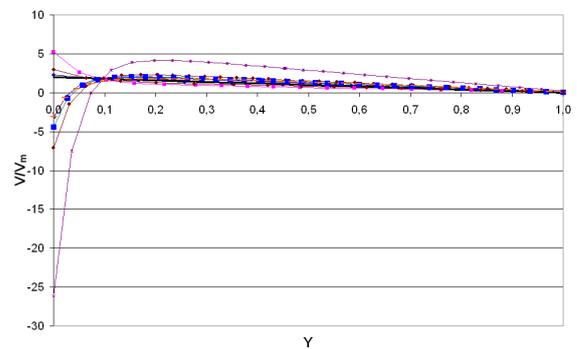
a. Pli d'entrée. Fond imperméable pour  $\delta = 0,8$ .



b. Pli d'entrée. Fond poreux pour  $\delta = 0,8$ .



c. Pli d'entrée. Fond imperméable pour  $\delta = 0,2$ .



d. Pli d'entrée. Fond poreux pour  $\delta = 0,2$ .

FIG. B.4 – Composante transversale de la vitesse,  $v$  du pli d'entrée, adimensionnée par la vitesse moyenne,  $v_m$ , pour différentes distances de l'entrée du pli en fonction de la largeur du pli  $y$ , adimensionnée par  $h_0$ .

Par contre, pour  $\delta = 0,2$ , les courbes sont très proches pour des valeurs de  $Y$  supérieures à 0,2. Pour les valeurs plus faibles de  $Y$ , les courbes ne sont plus superposées. La figure B.5 permet d'illustrer les composantes de la vitesse :  $u$  et  $v$ . Nous avons également représenté la vitesse de tangentielle à l'interface canal/milieu poreux  $u_g$  et  $u_f$  la vitesse de filtration. Nous avons alors  $v(y = 0) = u_g \sin \alpha + u_f \cos \alpha$ . Pour quasiment toutes les géométries à section variable,  $\alpha$  est faible. Il en résulte pour une vitesse de glissement nulle :  $v(y = 0) \approx u_f$ .

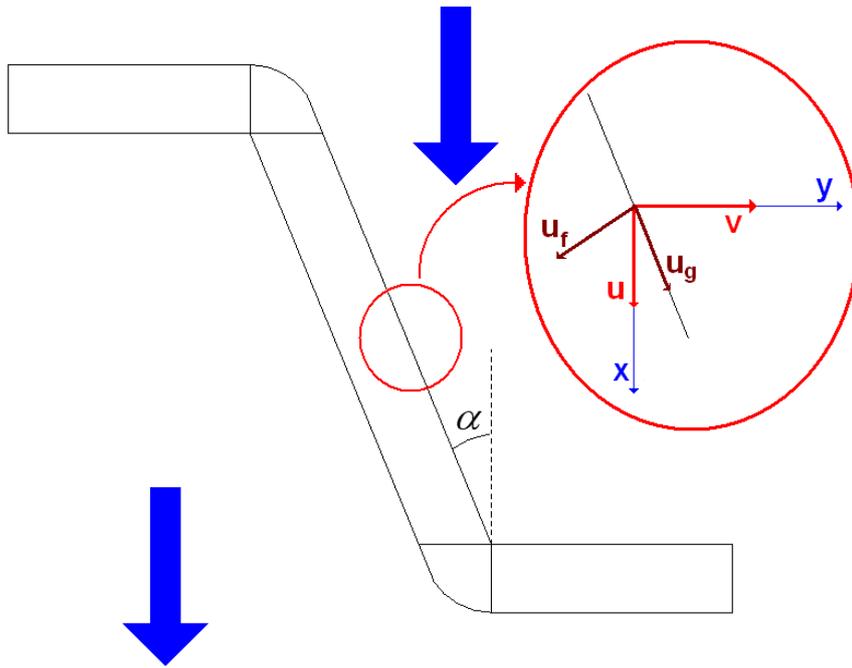


FIG. B.5 – Schéma illustrant les composantes de la vitesse pour un pli à ouverture variable.

Cependant, la vitesse de glissement n'est pas nulle, comme le montre la figure B.6. Celle-ci représente l'évolution de la vitesse tangentielle à l'interface canal/milieu poreux adimensionnée par la vitesse moyenne de l'écoulement en fonction de  $x$ , la distance de l'entrée du pli en  $mm$ . La valeur de  $\frac{u_g}{u_m}$  est même particulièrement élevée pour que celle-ci soit physiquement acceptable. Ceci est un défaut de la modélisation sur Fluent. Ces grandes valeurs de  $u_g$  explique la différence entre les résultats du modèle analytique et des simulations numériques en  $y = 0$ .

Nous avons représenté, sur la figure B.8, les lignes de courant pour un médium plissé de  $51mm$  de hauteur de pli pour une densité de plissage de 8 plis pour  $100mm$  avec  $\delta = 0,8$ . La vitesse de filtration moyenne est  $u_{f_m} \approx 0,39m/s$ . Nous pouvons remarquer que les lignes de courant sont perpendiculaires à l'interface poreux/gaz au sein du milieu poreux, pour les configurations avec fond de pli imperméable et poreux. De plus, sur la figure B.9, est représentée la vitesse de normale à l'interface poreux/gaz pour le pli d'entrée et de sortie. Les résultats montrent que les

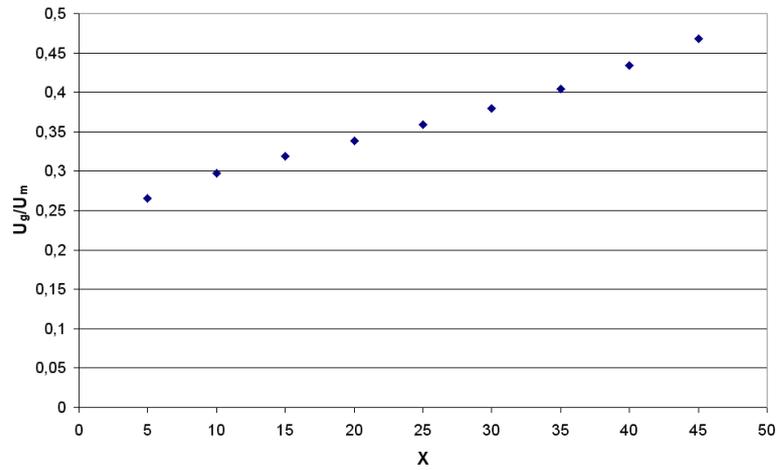
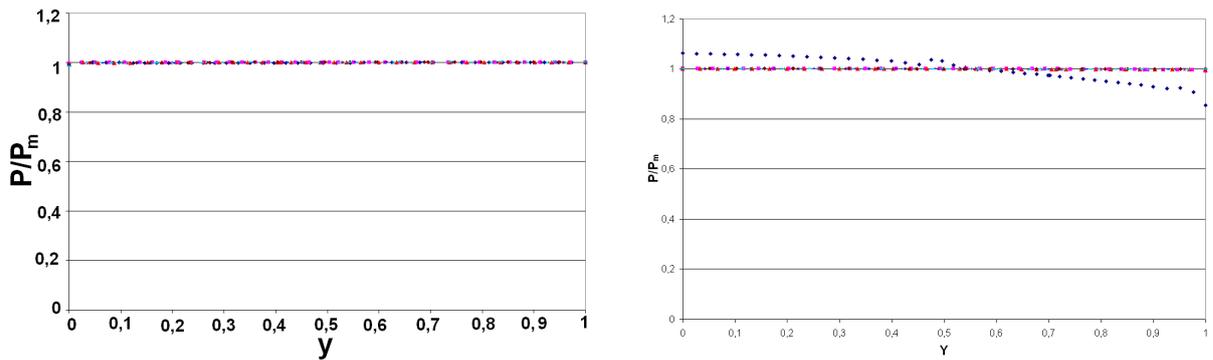


FIG. B.6 – Vitesse de glissement adimensionnée par la moyenne de la composante longitudinale de la vitesse.



a. Pli d'entrée. Fond imperméable pour  $\delta = 0,2$ .

b. Pli de sortie. Fond imperméable pour  $\delta = 0,2$ .

FIG. B.7 – Profils de la composante longitudinale de la vitesse,  $u$ , adimensionnée par la vitesse moyenne,  $u_m$ , pour différentes distances de l'entrée du pli en fonction de la largeur du pli

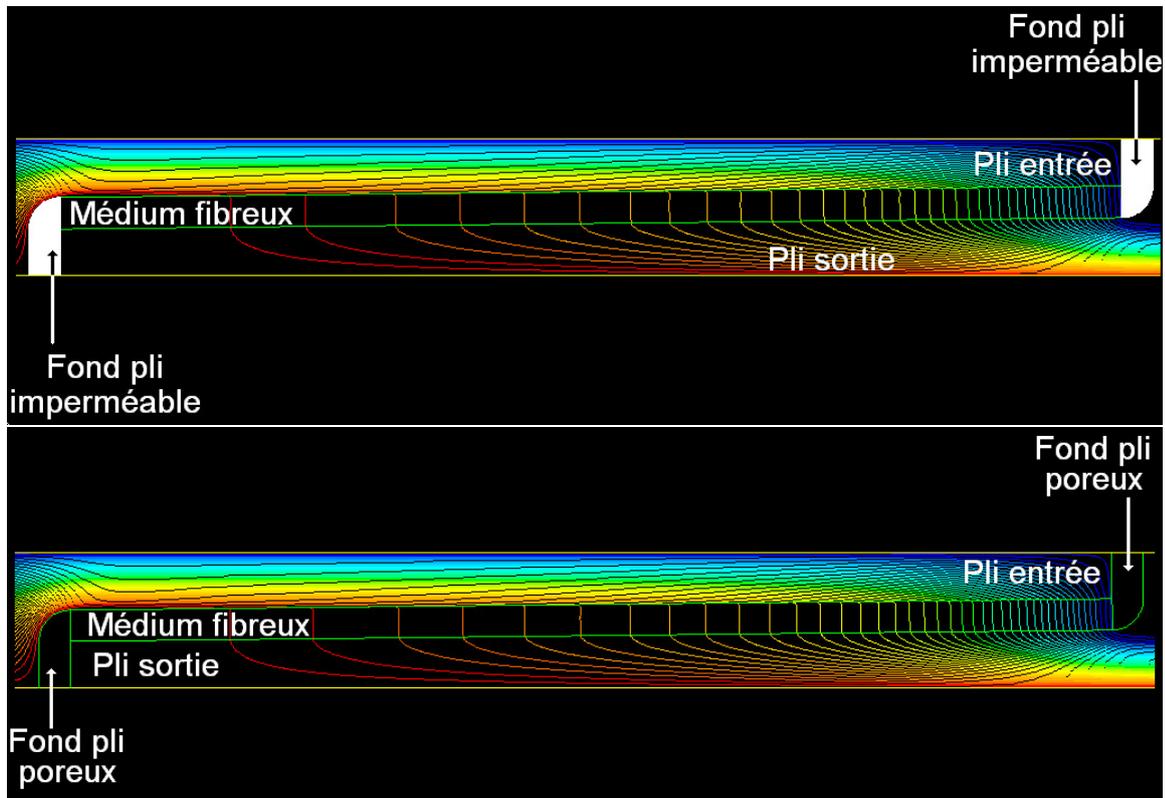


FIG. B.8 – Ligne de courant pour un médium plissé avec  $51\text{mm}$  de hauteur de pli et une densité de plissage de 8 plis pour  $100\text{mm}$ .

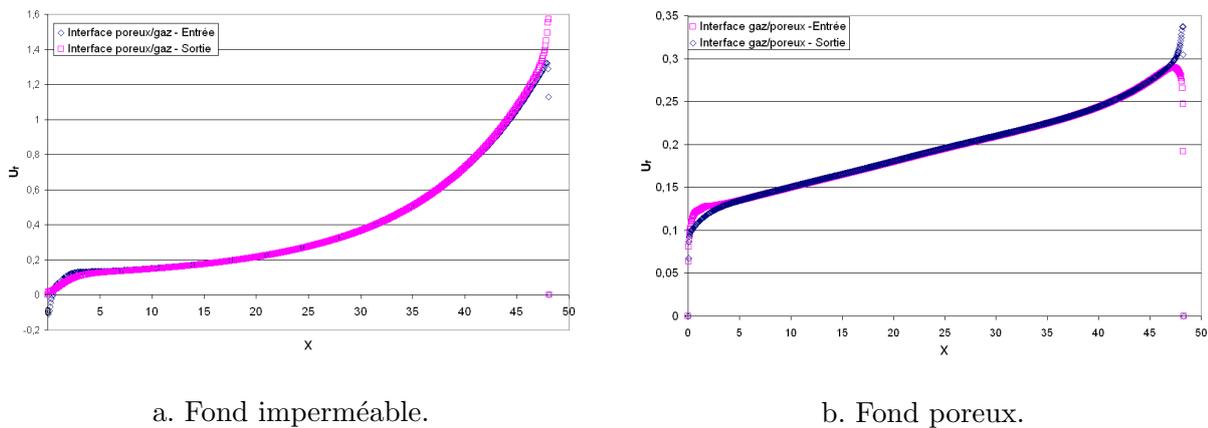


FIG. B.9 – Composante de la vitesse, en  $m/s$ , perpendiculaire à l'interface air/milieux poreux pour le pli d'entrée et le pli de sortie en fonction de la distance  $x$  en  $mm$  de l'entrée du pli.

---

deux courbes sont superposées sur quasiment toute la longueur. Cependant, aux extrémités du pli, les résultats divergent.

Nous pouvons, à partir de ces résultats, conclure que l'écoulement est unidirectionnel et perpendiculaire à l'interface poreux/gaz au sein du médium poreux.



## Annexe C

# Vitesse de glissement à l'interface poreux/écoulement libre

Pour un écoulement possédant une interface écoulement libre/poreux, la vitesse à cette interface, que nous désignerons par la vitesse de glissement, n'est pas nécessairement nulle. Afin de se rendre compte de la complexité de cette problématique, nous allons donner quelques éléments relatifs à ce sujet. En effet, l'étude de l'écoulement à l'interface d'un milieu poreux et d'un écoulement libre a fait l'objet de nombreuses études et il continue de l'être.

Ainsi, Beaver et Joseph ont montré, pour un écoulement unidirectionnel dans un canal partiellement obstrué par un milieu poreux, qu'à l'interface entre le poreux et l'écoulement libre, une vitesse de glissement apparaît. Celle-ci est déterminée par le modèle empirique suivant :

$$\frac{du}{dy} = \frac{\alpha}{\sqrt{k}}(u_g - u_p)$$

Avec  $u_g$ , la vitesse de glissement à l'interface,  $u_p$  la vitesse dans le milieu poreux, et  $\alpha$ , le paramètre de glissement, obtenu empiriquement. Par ailleurs, le calcul de celui-ci est sensible à la position de l'interface, comme le précise Chandesris et Jamet [21] en citant Saffman, Larson et Higdon.

Si, nous nous intéressons aux équations utilisées pour le milieu poreux, l'équation de *Darcy*, et pour l'écoulement dans le milieu libre, les équation de *Stokes* ou *Navier-Stokes*, il existe un problème de raccordement à l'interface. En effet, l'équation de *Darcy* est une équation différentielle du premier ordre, alors que l'équation de *Stokes* ou de *Navier-Stokes* est du second ordre. Afin de remédier à ce problème, certains auteurs ont eu recours à la loi de *Brinkman* pour le milieu poreux. La loi de *Brinkman* offre l'avantage d'être aussi du second ordre. Ainsi, Neale et Nader, cité par Chandesris [21, 20], Nield et Bejan [90] et Deng et Martinez [30], ont utilisé cette loi, leur permettant d'assurer, à l'interface, la continuité de la vitesse et des contraintes. Ils obtiennent alors des résultats similaires à ceux obtenues en utilisant la loi de Darcy et le modèle empirique proposé par Beaver et Joseph. Une des difficultés est liée à la position de l'interface entre le milieu poreux et l'écoulement libre.

Par la suite, une approche par changement d'échelle est proposée par Ochoa-Tapia et Whitaker [94, 95]. La première est l'échelle microscopique, l'équation de Stokes est utilisée pour le fluide. Par une prise de moyenne volumique et ainsi que la résolution de problèmes de fermeture, ils passent à l'échelle mésoscopique, pour lequel la transition entre le milieu poreux et le milieu libre est continue, puis à l'échelle macroscopique. À cette échelle, les deux zones sont distinctes et homogènes, séparées par une interface. La condition de saut à l'interface n'est plus une discontinuité de la vitesse mais des contraintes :

$$\frac{d \langle u \rangle}{dy} \Big|_{y=0^+} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{d \langle u \rangle}{dy} \Big|_{y=0^-} = -\frac{\beta}{\sqrt{k}} \langle u \rangle \Big|_{y=0}$$

Par la suite des auteurs comme Deng et Martinez [30] ont cherché à déterminer l'évolution du paramètre  $\beta$  selon les paramètres de l'écoulement. Ainsi, ils ont déterminé numériquement  $\beta$  en fonction du *Reynolds* de l'écoulement et du nombre de *Darcy*. Cependant, pour certaines configurations de l'écoulement, la convergence et la détermination de  $\beta$  n'est pas possible.

Chandesris et Jamet [20, 21] proposent de déterminer explicitement  $\beta$  en fonction des caractéristiques macroscopique du médium, c'est à dire la perméabilité et la porosité. Pour cela, ils adoptent la même démarche que Ochoa-Tapia et Whitaker [94, 95], mais en changeant les lois de fermetures. Ils obtiennent ainsi :

$$\beta = -\frac{\delta}{\sqrt{k}} \left( \gamma - \lambda \frac{2(1 - \sigma\sqrt{\varepsilon})}{\sigma} \sigma + 2\sqrt{\varepsilon} \right)$$

Avec  $\sigma = \frac{h}{\sqrt{k}}$ ,  $\gamma$  dépend de l'évolution de la perméabilité dans la zone de transition et  $\lambda$  de l'évolution de la porosité pour cette même zone. Ainsi, si la zone de transition est parfaitement connue, il est possible, selon eux, de déterminer l'écoulement au niveau de l'interface.

L'impact de ce glissement est toutefois très faible dans la plupart des applications. C'est pourquoi, nous l'avons négligé.

## Annexe D

# Influence de la porosité sur la chute de pression du dépôt

Certains auteurs déterminent la porosité du dépôt de surface à partir la pente de la courbe représentant l'évolution de la chute de pression lors du colmatage en surface ainsi qu'un modèle de perméabilité du dépôt. Cette approche permet de déterminer la porosité du dépôt si le modèle de perméabilité utilisé est valable et si par ailleurs, la chute de pression est une fonction monotone de la porosité.

C'est pourquoi, il nous paraît intéressant de savoir si la chute de pression est une fonction monotone de la porosité ou dépend de façon plus complexe de cette dernière. En effet, si l'évolution avec la porosité est monotone, une variation de la pente de la courbe de la chute de pression en fonction de la masse déposée, pour le colmatage en surface, correspond à une variation de la porosité du dépôt. Dans le cas contraire, nous pourrions avoir une même pente pour des porosités de dépôt de surface différents. Dans ce cas, la détermination de la porosité du gâteau à partir du modèle de Kozeny-Carman, Rudnick ou tout autre modèle de perméabilité et de la pente obtenue expérimentalement n'a plus aucun sens. Pour cette raison, nous allons étudier le comportement de la chute de pression en fonction de la porosité pour certains de ces modèles. Nous commençons par celui de Kozeny-Carman.

Afin de déterminer l'influence de la variation de la porosité sur la chute de pression du dépôt, nous évaluons  $\frac{d\frac{\Delta P}{\Delta P_0}}{d\varepsilon}$ , à partir de l'équation 3.3, page 144 :

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \alpha \frac{1 - \varepsilon_d}{\varepsilon_d^3}$$

où  $\alpha$  représente l'ensemble des paramètres indépendants de  $\varepsilon$ .

La dérivation par rapport à  $\varepsilon_d$  donne alors :

$$\frac{d\frac{\Delta P}{\Delta P_0}}{d\varepsilon_d} = \alpha \frac{2\varepsilon_d - 3}{\varepsilon_d^4}$$

Ainsi,  $\frac{d\frac{\Delta P}{\Delta P_0}}{d\varepsilon}$  est négatif pour  $\varepsilon < 1,0$ , c'est à dire pour toute la gamme de porosité. Nous obtenons des résultats similaires pour le modèle de perméabilité proposé par Rudnick et First[112]. La chute de pression qui diminue, à même masse déposée, lorsque la porosité augmente et cela sur toute la gamme de porosité.

Cependant, dans le cas du modèle de perméabilité proposé par Endo et al.[41], la chute de pression du gâteau s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta P = \frac{18\mu u}{d_p^2} e \frac{v(\varepsilon_d)(1 - \varepsilon_d)}{\varepsilon_d^2}$$

où  $v(\varepsilon_d)$  est la fonction de vide. Pour Kozeny-Carman, nous avons :  $v(\varepsilon_d) = \frac{10(1-\varepsilon_d)}{\varepsilon_d}$  tant dis que Endo et al. proposent une fonction obtenue par ajustement avec les différents résultats qu'ils ont obtenus[40] :  $v(\varepsilon_d) = \frac{1190\varepsilon_d^2 \exp(-7.68\varepsilon_d)}{(1-\varepsilon_d)}$ . Dans ce cas, la chute de pression due au dépôt de surface est donnée par :

$$\Delta P = \frac{18\mu u}{d_p^2} \frac{m_d}{\rho(1 - \varepsilon_d)} 1190 \exp(-7.68\varepsilon_d)$$

Il en résulte l'évolution de la chute de pression représentée dans le tableau D.1, avec  $\varepsilon_c \approx 0,870$ . Ainsi, à même masse déposée, pour une porosité inférieure à  $\varepsilon_c$ , la chute de pression va augmenter avec l'augmentation de la porosité jusqu'à atteindre une valeur critique puis va augmenter au-delà de cette valeur critique.

$\varepsilon$	0	$\varepsilon_c$	1
$\frac{d \frac{\Delta P}{\Delta P_0}}{d\varepsilon}$	-	0	+
$\frac{\Delta P}{\Delta P_0}$			

FIG. D.1 – Tableau de variation de la chute de pression en fonction de la porosité de dépôt, à même masse déposée  $m_d$ .