



**HAL**  
open science

## Hasard, finance et histoire

Christian Walter

► **To cite this version:**

Christian Walter. Hasard, finance et histoire. Economies et finances. Université d'Orléans, 2004. tel-04591458

**HAL Id: tel-04591458**

**<https://hal.science/tel-04591458v1>**

Submitted on 28 May 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

# HASARD, FINANCE, ET HISTOIRE

Présentation synthétique des travaux de recherche  
pour l'obtention de l'habilitation à diriger des recherches  
de l'Université d'Orléans

présentée et soutenue par  
Christian Walter

Directeur : **Georges Gallais-Hamonno**  
Professeur à l'Université d'Orléans

Jury :

**Eric Brian**

Directeur d'études à l'EHESS : rapporteur

**Bertrand Jacquillat**

Professeur à l'IEP de Paris : rapporteur

**François Quittard Pinon**

Professeur à l'ISFA de l'Université de Lyon I : rapporteur

**Patrice Fontaine**

Professeur à l'Université de Grenoble

**Monique Jeanblanc**

Professeur à l'Université d'Evry-Val d'Essonne

**Jean-Paul Pollin**

Professeur à l'Université d'Orléans

17 Décembre 2004



# Table des matières

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>7</b>
1.1	La non normalité des fluctuations boursières . . . . .	7
1.1.1	Mon sujet principal . . . . .	7
1.1.2	Sources intellectuelles . . . . .	8
1.2	Sur quelques aspects de la spécificité de mon parcours . . . . .	11
1.2.1	L'influence des origines intellectuelles . . . . .	11
1.2.2	Ma position extérieure et ses conséquences . . . . .	12
1.3	Ma double culture et le projet global . . . . .	13
<b>2</b>	<b>LE HASARD</b>	<b>15</b>
2.1	Le début de ma carrière professionnelle . . . . .	15
2.1.1	Gestion obligataire et produits structurés : 1984 – 1987 . . . . .	15
2.1.2	Le krach boursier et les études d'actuariat : 1987 – 1989 . . . . .	17
2.2	L'aventure des fractales . . . . .	18
2.2.1	La découverte des lois $\alpha$ -stables . . . . .	18
2.2.2	L'approfondissement des tests d' $\alpha$ -stabilité . . . . .	22
2.2.3	Le mouvement brownien fractionnaire . . . . .	26
2.2.4	L'achèvement des tests d' $\alpha$ -stabilité . . . . .	29
2.3	Le temps des synthèses . . . . .	32
<b>3</b>	<b>LA FINANCE</b>	<b>35</b>
3.1	Gestion d'actifs et portefeuille optimal . . . . .	35
3.1.1	Markowitz-Tobin et l'offre aux institutionnels . . . . .	35
3.1.2	Choix de portefeuilles en univers $\alpha$ -stable . . . . .	42
3.1.3	Choix de portefeuilles en univers parétien . . . . .	48
3.1.4	Le débat sur l'indexation et ma proposition . . . . .	53
3.1.5	La concentration de la performance . . . . .	58
3.2	Le risque de modèle et l'audit de modèles . . . . .	60
3.2.1	L'introduction du risque de modèle en 1990 . . . . .	60
3.2.2	L'élaboration progressive de l'audit de modèle . . . . .	65
3.2.3	La formalisation du risque de modèle en 2000 . . . . .	69
3.3	L'efficacité informationnelle des marchés . . . . .	73
3.3.1	Efficacité informationnelle et aléas de Pareto . . . . .	73
3.3.2	Les quatre causes de l'efficacité informationnelle . . . . .	79

<b>4</b>	<b>L'HISTOIRE</b>	<b>87</b>
4.1	Les modèles financiers et la fabrique des marchés . . . . .	87
4.1.1	De l'histoire intellectuelle à l'histoire sociale des modèles . . . . .	87
4.1.2	L'introduction de la notion de paradigme en finance . . . . .	91
4.1.3	La création du programme de recherche de la MSH . . . . .	97
4.2	L'histoire du modèle de marche au hasard . . . . .	103
4.2.1	Le mémoire de 1988 : première esquisse du tableau . . . . .	103
4.2.2	L'article de 1996 : vue d'ensemble du paysage . . . . .	104
4.2.3	Les articles de 1999 – 2001 – 2003 : les finitions . . . . .	107
4.3	L'histoire sociale de la gestion d'actifs . . . . .	114
<b>A</b>	<b>ANNEXES</b>	<b>117</b>
A.1	Liste des travaux personnels . . . . .	117
A.1.1	Travaux de recherche . . . . .	117
A.1.2	Publications dans des revues ou livres non spécialisés . . . . .	119
A.2	Liste des références bibliographiques citées . . . . .	122
A.3	Remerciements et conclusion provisoire . . . . .	131

# Liste des tableaux

3.1	Portefeuille et CAPM en univers gaussien et $\alpha$ -stable. . . . .	48
3.2	Portefeuille et modèle linéaire en univers gaussien, $\alpha$ -stable et parétien. . .	52
3.3	Relations entre type d'aléas et processus d'investissement. . . . .	57
3.4	Construction d'une courbe de Gini de concentration de la performance . .	59
3.5	Les quatre causes de l'efficacité informationnelle. . . . .	81
3.6	L'efficacité informationnelle en puissance (ex ante) et en acte (ex post). . .	81
3.7	La $m$ -efficacité informationnelle selon le modèle $m$ . . . . .	84
3.8	L'efficacité informationnelle et les états du monde. . . . .	85
3.9	L'efficacité informationnelle et la rentabilité anormale. . . . .	86

# Liste des propositions de finance

La concentration de la performance . . . . .	58
La revalorisation des choix de titres . . . . .	59
Le risque de modèle en présence de queues parétiennes . . . . .	70
La $\mathcal{L}$ -efficacité informationnelle . . . . .	74
Economie réelle parétienne et valeur fondamentale . . . . .	78
Economie réelle parétienne et spéculation boursière . . . . .	79
Les quatre causes de l'efficacité informationnelle . . . . .	81



# Chapitre 1

## INTRODUCTION

### Pratiques et théories

#### 1.1 La non normalité des fluctuations boursières

##### 1.1.1 Mon sujet principal

L'un des faits les plus marquants pour la recherche comme pour les développements de la finance de marché du vingtième siècle écoulé est peut-être la prise de conscience progressive, quoique de plus en plus nettement affirmée, de la non normalité des fluctuations boursières, ceci grâce aux capacités toujours plus grandes des moyens de calculs informatiques associées aux besoins de plus en plus nombreux de contrôle des risques dans les activités des banques et des gestionnaires de portefeuille sur les marchés.

Et l'on peut conjecturer que, tout au moins pour le début de ce siècle, cette non normalité va devenir l'un des enjeux centraux de la recherche en finance, en raison de la part de plus en plus grande que prend la financiarisation de l'économie, pour ne pas dire la financiarisation du monde réel.

Mes réflexions sur ce sujet remontent aux toutes premières années de mon activité professionnelle, et ont été marquées par les contraintes et les aléas de mon parcours atypique, dont l'une des caractéristiques est l'imbrication presque permanente entre ma carrière professionnelle et mes travaux universitaires. Le fil conducteur de mes investigations universitaires a ainsi été tissé au moins autant par les préoccupations des professionnels que par mes propres lectures personnelles. Mais je voudrais souligner dans cette introduction que les questions professionnelles financières, comme la question de la non normalité, ont été assez radicalement *repensées* à partir d'une grille d'analyse conceptuelle que j'importais en finance, mais qui venait en réalité de plus loin. Ce que j'aborde à présent.

## 1.1.2 Sources intellectuelles

L'inspiration de mes travaux universitaires de finance doit beaucoup à la réflexion approfondie que j'ai eue sur les idées de Benoit Mandelbrot, réflexion qui m'a ensuite conduit à redécouvrir la pensée de Vilfredo Pareto jusque dans ses développements sociologiques. Mais ces réflexions récentes se sont développées sur un terreau plus ancien.

### 1.1.2.1 L'analyse de la science et de la production scientifique

Mon attirance pour la recherche est très antérieure à ma carrière professionnelle. C'est lorsque j'étais en classe de terminale que j'ai découvert la philosophie : j'ai été immédiatement passionné par cette matière et ce goût pour la philosophie ne m'a plus jamais quitté. C'est aussi de la classe de terminale que date mon intérêt pour l'analyse de la science : c'est là que je fis la découverte de Bachelard et de Koyré, et des principaux courants de la philosophie des sciences.

Pour la sociologie des sciences, le premier contact que j'eus avec cette discipline fut la série d'articles que Pierre Thuillier publia dans le magazine *La Recherche*, articles que je lus à partir de 1975. J'y découvrais la critique du scientisme faite à partir de l'histoire dite "externaliste" de la science, c'est-à-dire qui utilisait (ce que je ne savais pas à l'époque) les catégories conceptuelles de la sociologie des sciences marxiste. Très différente des analyses de Bachelard et Koyré, la démarche de Thuillier représenta pour moi une ouverture à une approche non exclusivement cognitive de la science.

A partir de 1983, les choses se précisèrent. Au cours de la deuxième année de l'ESSEC, je suivis le séminaire de sociologie de Jean-Gustave Padioleau (actuellement au GEMAS), où je découvris de manière plus systématique les travaux relatifs à l'analyse sociologique de la science : Kuhn, Popper, Lakatos, Feyerabend, Prigogine et Stengers, et les développements de l'école sociologique française (Pierre Bourdieu, Michel Crozier, Alain Touraine). Parallèlement, les lectures d'ouvrages de réflexion de scientifiques sur leur domaine propre (Poincaré, Bohr, Einstein, Heisenberg, Feynman, Monod), ou celles de philosophes comme Russell ou Apostel, parmi d'autres, complétaient les analyses précédentes.

Une question m'a particulièrement intéressé à cette époque, celle du réalisme en physique, et plus généralement celle du réalisme en science et des rapports entre modèles et réalité : peut-on accéder au réel ? les modèles scientifiques décrivent-ils la réalité ? On sait que cette question renvoie à la recherche du sens dans les sciences. Je l'avais abordée à travers les controverses qui agitaient les physiciens autour des interprétations contradictoires de la mécanique quantique et de la notion de "réel voilé" introduite par Bernard d'Espagnat [1979]. Cette réflexion m'a permis d'appréhender de manière adéquate deux notions différentes et complémentaires.

1. D'une part, la notion de *modèle*. Bernard d'Espagnat insistait sur la médiation produite par les modèles, qui rendait inaccessible à l'observateur une hypothétique

“réalité” située hors du champ de l’expérience. Un chapitre de *A la recherche du réel* était consacré à une discussion sur la notion de modèles et ses différentes significations. La position défendue par B. d’Espagnat revenait à introduire une disjonction entre l’objet réel et l’objet théorique, et cette séparation entre l’homme et la réalité (qu’il appelait le voile du réel) m’avait fait entrer dans la démarche intellectuelle de l’école positiviste. Dans les actes d’un colloque tenu en 1982 sur la question des *critères de vérité* en physique, j’avais trouvé dans l’une des contributions, les noms des principaux protagonistes du programme du Cercle de Vienne : Carnap, Tarski. Ce fut mon premier contact avec la théorie sémantique formelle de la vérité de Tarski et du second Carnap, et avec l’idée de considérer la science comme un langage.

2. D’autre part, celle de *paradigme*. Les débats sur la nature de la réalité physique qui surgissaient à la suite de l’expérience d’Alain Aspect de 1982 sur la non-séparabilité des particules, les oppositions entre les interprétations causale et non causale de la violation de l’inégalité de Bell, entre l’école réaliste et l’école de Copenhague, représentaient une bonne illustration de la mise en place des paradigmes au sens de Kuhn, de leur solidification et de leur crise lorsque survient une expérience dite cruciale, qui produit une anomalie (comme précisément l’expérience d’Aspect). J’appris alors à distinguer sur cet exemple les différences d’interprétations entre Kuhn et Popper, et à situer la position intermédiaire de Lakatos.

Toutes ces réflexions trouveront un écho dix ans plus tard lorsque je chercherai à examiner en finance le consensus de normalité sous l’angle d’un paradigme scientifique et les conflits interprétatifs du phénomène leptokurtique qui opposeront les partisans de la stationnarité à ceux de la normalité. Le programme de recherche en épistémologie de la théorie financière, que nous avons créé avec Eric Brian et Jean-Yves Grenier (voir plus bas partie 4.1.3 page 97) trouve son origine intellectuelle dans ces années de formation à l’analyse du fonctionnement de la science.

En résumé, toutes ces lectures sur l’analyse de la science m’ont fait découvrir un champ nouveau de réflexion, que j’ai cherché par la suite, bien plus tard, à prolonger en direction de la finance en tant qu’elle se donnait pour science : j’ai abordé la théorie financière en ayant à l’esprit les schémas conceptuels des philosophes et sociologues des sciences.

### 1.1.2.2 L’école des Annales et l’histoire médiévale

Une autre source eut une grande importance intellectuelle pour la formation de ma manière de penser, complétant harmonieusement l’histoire des sciences : les travaux de l’école française d’histoire, encore appelée école des *Annales*. Entre 1980 et 1986, j’avais découvert puis dévoré les livres de Fernand Braudel, Lucien Febvre, Georges Duby. Plus précisément, je retrouvais dans la problématique de l’histoire telle que l’école française la définissait, *exactement* les mêmes démarches intellectuelles que dans l’épistémologie bachelardienne : à la suite de Lucien Febvre, les historiens considéraient, comme Bachelard, que “les faits sont faits, le donné est construit”. Un numéro spécial des *Annales* de septembre 1982, consacré au document en histoire, faisait bien apparaître ce qui m’évoquait

immédiatement la notion de paradigme que j'avais vue chez Kuhn. Aussi, ce que je découvrais en 1982, c'était qu'une identité de problématique unissait les deux questions de l'historicité de la science et de la scientificité de l'histoire.

De plus, cette manière de concevoir l'histoire comprenait l'économie dans son champ d'investigations. Or, par la vision externaliste de la science que j'avais acquise chez Thuillier, l'économie et son histoire avaient commencé à m'intéresser tout particulièrement. J'y cherchais une même matrice conceptuelle que celle des conceptions scientifiques corrélatives du monde, une unité de vision du monde pouvant relier économie et science, à partir de la notion de *mentalité* introduite par Lucien Lévy-Bruhl puis Lucien Febvre. Mon intérêt se déplaça alors vers des lectures plus précises comme par exemple les travaux de Jacques Le Goff, Yves Renouard, ou Bertrand Gille. Aujourd'hui, à vingt ans de distance, je dirais que, à cette époque, je cherchais la possibilité d'une épistémologie générale, unifiant sciences de l'homme et sciences de la nature.

Suivant l'idée que l'analyse des mentalités représentait un élément très important pour la compréhension de l'avènement de la science occidentale moderne, mais également poursuivant ma recherche sur la question des critères de vérité, je m'étais intéressé à l'histoire des idées théologiques médiévales, sur la période allant de Saint Anselme à Luther, de la pénétration des idées aristotéliennes dans la chrétienté à l'abus de la dialectique flamboyante et son rejet par les humanistes de la Renaissance ; c'est-à-dire l'histoire de la naissance, du développement, de l'apogée, de la décadence et de la disparition de la scolastique. La scolastique est une méthode de spéculation théologique visant, à l'aide des concepts philosophiques, à la pénétration rationnelle et à la systématisation des vérités révélées. La scolastique se posa en particulier la question de la valeur des universaux : les noms correspondent-ils à des réalités distinctes des choses particulières, ou ne désignent-ils que des abstractions ? De la même manière que j'avais découvert dans la physique du vingtième siècle la controverse sur le réel qui opposait partisans et adversaires du réalisme, je retrouvais dans la scolastique du quatorzième siècle une controverse similaire qui opposait réalistes et nominalistes.

Cet intérêt aura lui aussi des conséquences imprévues sur ma perception à venir de l'évolution mathématisée de la finance dite quantitative. En effet, j'avais observé, en descendant le fil des siècles, comment la superposition sans fin des commentaires des sentences de Pierre Lombard conduisait à une accumulation de strates sédimentaires de savoirs accumulés, connaissances de plus en plus techniques et desséchantes, de plus en plus paralysantes à force de références (de révérences) techniques, jusqu'à la rupture de la Réformation de 1517. Or, en considérant les accumulations d'articles techniques de finance publiés dans des revues scientifiques, et qui empilaient, tels les commentaires médiévaux des sentences de Pierre Lombard, des références serviles des travaux de quelques grands innovateurs en finance, articles toujours cités, rarement lus, et encore moins souvent critiqués, cette sédimentation de la recherche m'évoquait la période de l'histoire de la scolastique. Je me demandais alors si la finance axiomatisée actuelle n'était pas en train de suivre l'évolution de la scolastique médiévale. Serait-elle alors dans la phase initiale, celle de Bonaventure, ou dans la phase d'avant la crise, celle de Guillaume d'Occam ?

### 1.1.2.3 L'auto-organisation et les logiques mimétiques

Un domaine très particulier a représenté pour moi une féconde et puissante source de réflexion ultérieure : le courant intellectuel s'intéressant à l'auto-organisation (Francesco Varela, Henri Atlan), qui est réapparu depuis dans la finance avec les recherches sur les phénomènes mimétiques, et qui permettait d'aborder la spécularité financière à partir d'une démarche nouvelle.

Dès les années quatre-vingt, j'avais découvert la pensée de René Girard et les travaux de Jean-Pierre Dupuy, qui avait fondé le Centre de recherche en épistémologie appliquée, ou CREA. Les deux colloques de Cerisy [1983, 1985], sous la direction de Paul Dumouchel et Jean-Pierre Dupuy, développaient les intuitions morphogénétiques de René Girard [1972, 1978, 1982] en direction de l'économie. Roger Guesnerie [1983], Bernard Walliser [1983] et Philippe Mongin [1983] y commentaient la notion de prophétie auto-réalisatrice, hypothèse dont on connaît aujourd'hui la fécondité intellectuelle. Jean-Pierre Dupuy [1982] avait tenté de tracer les contours de ce nouveau paradigme, et Dupuy et Dumouchel [1979] avaient développé jusqu'à l'extrême limite les logiques mimétiques girardiennes en économie, conduisant à l'"enfer des choses". Un peu plus tard, André Orléan (par l'intermédiaire d'une magnifique relecture du chapitre 12 de la théorie générale de Keynes) établirait alors la jonction entre le désir mimétique girardien et les conceptions de Keynes sur les emballements boursiers spéculatifs.

Le prolongement naturel de l'hypothèse mimétique de René Girard en psychologie "interdividuelle" (Girard [1978]) puis en psychanalyse, permettait d'établir une relation entre les intuitions de Keynes [1936] sur l'interprétation psychanalytique des emballements boursiers et les développements en économie financière des modèles auto-référentiels d'André Orléan [1989]. La boucle pouvait se boucler entre logique mimétique girardienne, logique mimétique keynésienne, et psychanalyse freudienne. Ce champ de recherche fait partie de mes projets à venir, et n'a pas pour le moment été exploré.

## 1.2 Sur quelques aspects de la spécificité de mon parcours

### 1.2.1 L'influence des origines intellectuelles

Tous ces courants de réflexion antérieurs à ma carrière professionnelle ont donc largement irrigué mes recherches sur les questions financières. En quelque sorte, on peut dire que j'ai abordé la finance d'un point de vue radicalement non financier, aussi bien en arrivant dans le secteur bancaire en 1984 qu'en abordant la recherche vers 1990. Cela s'est traduit par une attitude très particulière : j'ai immédiatement porté un regard distancié sur les hypothèses fondamentales à l'oeuvre dans les modèles financiers, en particulier et

surtout lorsque ces modèles s'appliquaient dans le monde réel et avaient donc une action transformatrice de la réalité, au sens de l'effet théorie de Bourdieu. Au lieu d'accepter sans sourciller les notions financières centrales, telles qu'elles se donnaient et se présentaient aux ingénieurs financiers des départements d'ingénierie financière et de montage produits des banques, mes réflexes me conduisirent sur l'autre voie, la pente non naturelle aux ingénieurs, qui était celle du questionnement épistémologique des paradigmes à l'oeuvre dans les techniques financières : "mais pour quelle raison faites-vous ce que vous faites, et pouvez-vous en donner l'origine et la pertinence ?"

Autrement dit, au lieu de m'intéresser au *montage* de produits financiers (ce que font en général les actuaires), ma formation intellectuelle me conduisit naturellement à m'intéresser tout au contraire au *démontage* conceptuel des modèles, pour en exhumer les hypothèses qui y étaient contenues et ultimement pour débusquer les paradigmes à l'oeuvre dans le monde réel.

Il me semble donc clair aujourd'hui que ces origines intellectuelles, ces soubassements conceptuels historico-épistémologiques qui se sont formés entre 1978 et 1983, ont exercé une influence très profonde sur la manière dont j'allais percevoir le problème de la non normalité, puis tenter de l'aborder au moyen des outils statistiques et financiers dont je disposais. Je pense également que cette origine non financière a fortement contribué à améliorer la présentation littéraire de tous mes travaux financiers, comme le contenu de mes enseignements universitaires.

## 1.2.2 Ma position extérieure et ses conséquences

Telle une géodésique, mon évolution professionnelle a vraisemblablement été orientée puis attirée par mes tendances les plus profondes. Mais il me semble que les occurrences par lesquelles serpentait cette évolution sont plus dues au hasard qu'à un plan d'ensemble d'emblée posé dès le départ : hasard des situations, hasard des rencontres, hasard des lectures. Avant d'aborder la description de mes travaux en tant que tels, il me paraît intéressant de faire observer que cette spécificité de mon parcours, cette imbrication de problématiques qui a pris la forme d'allers et retours entre pratique et théorie, a eu plusieurs conséquences imprévues.

D'une part, certaines des idées que j'ai pu proposer aux communautés professionnelle et universitaire ont d'abord, par le jeu des circonstances, été présentées dans des revues ou des conférences professionnelles, avant de l'être dans des lieux universitaires. Il en est par exemple ainsi de la notion de risque de modèle (voir pages 60 *sq.*), présentée en tant que professionnel aux journées de l'AFFI de 1990, puis décrite dans la presse professionnelle en 1995, pour être enfin formalisée en 2002 dans la revue *Finance*. Mais d'autres idées ont suivi le chemin inverse, comme celles développées dans le cadre du programme d'histoire et d'épistémologie de la Maison des Sciences de l'homme, sur les préconditions intellectuelles de la naissance du concept d'efficience. Publiée d'abord dans la revue *Annales* en 1996, elle

a ensuite été appliquée dans le contexte professionnel de la gestion d'actifs et présentée à l'association professionnelle AFG-ASFFI en 2001.

D'autre part, ayant débuté mon itinéraire de recherche à partir de problématiques professionnelles dans un environnement bancaire, et dans le contexte d'un mémoire d'agrégation d'actuariat, c'est-à-dire en dehors des lieux où s'effectuait la recherche universitaire en finance, j'ai choisi un sujet de mémoire sans la connaissance des thèmes d'actualité dans la communauté des chercheurs en finance. Mais cette position extérieure a eu un effet positif, en me permettant de ne pas être dépendant des idées dominantes de la période dans laquelle je me trouvais : en quelque sorte, pour citer Maurice Allais qui évoque la position intellectuelle des *amateurs*, “[ils] bénéficient d'un avantage tout à fait exceptionnel, c'est de ne pas avoir été conditionnés par l'enseignement et la répétition incessante des “vérités établies” et d'être effectivement capables d'examiner toute question avec des yeux neufs, sans parti pris ni préjugé.” En un sens, j'ai été protégé de ce que Bourdieu appelle la “contamination des jugements”, voulant désigner ainsi l'effet par lequel toute théorie ou hypothèse est jaugée (et biaisée) en fonction de la position sociale dans les hiérarchies instituées de celui qui la propose, selon qu'il se situe ou non du côté du monopole de l'autorité scientifique définie comme pouvoir social.

Il en est ainsi de la “vérité établie” des années soixante-dix et quatre-vingt, la normalité des fluctuations boursières, ou sa variante, l'évacuation des grandes fluctuations dans la modélisation financière (considérées comme non significatives pour la bonne compréhension du phénomène étudié). Mon ignorance de la vérité établie du moment a eu pour effet de me lancer sur une voie alors laissée en jachère, les queues de distribution et les valeurs extrêmes, mais a aussi eu pour inconvénient de m'isoler quelque peu, au début, de la communauté universitaire. Depuis, le sujet étant devenu d'actualité, la vérité établie des années soixante-dix ne l'est plus aujourd'hui, grâce en particulier aux travaux réalisés par Longin [1993, 1995, 1996, 1997] et Embrechts *et al.* [1997], travaux qui ont largement contribué à faire connaître dans les communautés professionnelle et universitaire l'intérêt et l'importance de la modélisation des grandes variations pour la gestion des risques de marché. Grâce à ma position atypique, j'ai donc eu la chance de pouvoir gagner du temps, le temps de ne pas m'égarer dans certaines des constructions scolastiques stériles du paradigme gaussien.

### 1.3 Ma double culture et le projet global

Si, aujourd'hui, vingt ans après le début de mon activité professionnelle, il apparaît une certaine cohérence ou unité dans mes travaux, la recherche de cette unité, présente en germe dès le début de ma carrière, n'a pas suivi un cheminement linéaire. Le déroulement de mes parcours professionnel et universitaire peut être résumé ainsi. J'ai dès le début travaillé dans la gestion d'actifs, puis je suis passé à la statistique des cours boursiers, pour remonter de la statistique des cours à la modélisation de ces cours par des processus

aléatoires, pour aboutir à la mise en place d'un cadre économique adapté à cette modélisation, et enfin aux aspects sociologiques puis éthiques des hypothèses économiques. Je suis en fait passé de la pratique à la théorie, de la finance à l'épistémologie de la théorie financière et à l'histoire de la modélisation financière. Chaque adjonction d'un champ nouveau ne s'est pas faite au détriment de l'objet antérieur qui, à chaque fois, fut conservé mais repensé dans la nouvelle perspective qui s'ouvrait alors grâce à cette reconstruction.

Aujourd'hui, je possède donc une double culture, professionnelle et universitaire, avec cette particularité d'avoir commencé par une pratique sans théorie, pour aboutir à une théorie ancrée sur les pratiques réelles. Ce mouvement inverse m'a permis de ne jamais oublier les objets financiers réels cachés sous les notions conceptuelles, tout en observant également la très grande influence sur la finance réelle, des idées nouvelles issues de la recherche théorique. Enfin, cette double appartenance m'a permis de joindre conceptuellement les outils théoriques développés par la recherche avec les pratiques financières qui en résultaient.

Dans la mesure où mon évolution universitaire s'est aussi dédoublée en deux champs distincts d'investigation, statistico-financière et historico-épistémologique, on pourrait donc visualiser ma position actuelle comme se trouvant au centre d'un triangle de savoirs : la finance professionnelle, la théorie de la finance, et l'épistémologie de la finance. Position se référant à trois populations : a) les professionnels de la finance, b) les universitaires chercheurs en finance, c) les historiens des sciences et de l'économie. C'est sur ce centre de gravité que s'ordonne la logique de l'ensemble de mes investigations et de mes travaux.

De cette prise de conscience que la finance représentait par excellence un lieu où les théories abstraites formalisées se sédimentaient en pratiques professionnelles contrètes, un lieu où la création de modèles scientifiques pouvait être considérée et donc étudiée comme une construction sociale qui mobilisait parmi d'autres des objets mathématiques, modèles dont la pertinence et l'efficacité ne pouvaient être examinées que dans le mouvement même de leur construction (et non lorsqu'ils devenaient des reliques bourbakistes embaumées dans des manuels mortuaires axiomatisés), un lieu où l'on pouvait observer la science telle qu'elle se fait en tant qu'activité sociale incluant l'analyse formelle des modèles, est née l'idée de l'analyse de la finance comme science, puis du programme de recherche en histoire et épistémologie de la finance, et plus généralement d'un projet global de recherche à venir, que l'on peut résumer par son objet : l'étude de *la fabrique des marchés*.

# Chapitre 2

## LE HASARD

### La statistique des cours boursiers

#### 2.1 Le début de ma carrière professionnelle

##### 2.1.1 Gestion obligataire et produits structurés : 1984 – 1987

J'ai commencé à travailler en 1984 au Crédit Commercial de France au département financier, comme gérant de portefeuilles OPCVM (FCP d'abord puis SICAV ensuite) : c'est là que j'ai découvert la pratique des instruments financiers de taux et de la gestion d'actifs, comme les problèmes théoriques qui commençaient à s'y poser (courbe des taux et hypothèses sur les aléas). Je commençai à m'occuper de la gestion de FCP obligataires, et à me familiariser avec les calculs financiers simples et l'environnement réglementaire et juridique des OPCVM. La pratique du crédit d'impôt était répandue et mes premières simulations financières (avant l'apparition de l'ordinateur individuel) concernèrent le calcul de la rentabilité interne des opérations de crédit d'impôt en fonction de deux paramètres, la durée de vie du titre et le partage du crédit d'impôt : il en résulta une nappe de taux assez esthétique. De même, l'analyse des warrants était un domaine actif, et je fus conduit à étudier le bon d'échange OAT taux fixe-taux variable, étude qui me conduisit directement sur le modèle de Black et Scholes (j'ignorais alors jusqu'aux noms de Fisher Black et Myron Scholes).

Les techniques de gestion obligataire que j'apprenais semblaient sortir d'un lointain passé actuariel, où ce qui était appelé "mathématiques financières" consistait essentiellement en des calculs d'intérêts capitalisés et actualisés<sup>1</sup>. On utilisait encore les tables

---

1. Depuis, je fais partie de ceux qui pensent que la dénomination "mathématiques financières" est impropre et devrait être abandonnée au profit de "finance mathématique". De la même manière qu'il n'y a pas de mathématiques physiennes, ni de mathématiques biologiques, ni de mathématiques démographiques,

obligataires DAFSA pour les estimations des taux actuariels (par règle de trois), mais les informaticiens du service de “gestion et opérations obligataires” mettaient au point un système informatique qui allait représenter l’ancêtre de Fininfo.

Le contexte macroéconomique était celui de la baisse massive des taux d’intérêt qui eut lieu pendant les premières années du gouvernement socialiste, et cette baisse favorisa les gestions obligataires et la création de nouveaux produits de taux (comme les obligations renouvelables du Trésor, ou ORT). Le MATIF ouvrit en 1986, et les premières interventions que je fis sur les marchés à terme (contrat notionnel) pour des OPCVM furent l’occasion de réflexions sur la notion d’arbitrage, de risque de base et de risque de marché. Nous testions aussi au CCF des fonds à comportement symétrique (“bull and bear”) devant assurer à leur porteur des gains quelles que fussent les configurations des marchés, au moyen de positions optionnelles, et je fus ainsi amené à considérer les différentes stratégies optionnelles en cherchant à comprendre les raisons pour lesquelles la valeur liquidative comptable des OPCVM ne présentait pas le profil de résultat qui aurait dû être le sien en fonction des positions optionnelles. Les bons manuels de finance de l’époque étaient rares et moins nombreux que ceux d’aujourd’hui, et je m’aidais alors des lectures intensives des ouvrages de Poncet et Portait [1980], Simon et Levasseur [1980], et Quintart et Zisswiller [1985], que j’ai fini par connaître (presque) par coeur à force de passer et repasser sur les mêmes parties qui me paraissaient importantes. C’est donc la pratique des opérations d’arbitrage et de gestion sur les OPCVM du CCF qui représenta mon premier contact avec la finance de marché.

Mes réflexes intellectuels formés à l’épistémologie m’avaient permis de détecter immédiatement sous des problèmes apparemment pratiques et “concrets” un grand nombre de questions nettement plus conceptuelles ou “abstraites”, qui concernaient la validité des hypothèses mises en oeuvre dans l’utilisation opérationnelle des modèles par les banques. Comme pour illustrer les dangers de ces pièges conceptuels ignorés des utilisateurs de modèles qui n’en maîtrisaient ni la syntaxe mathématique, ni la sémantique épistémologique, une perte financière importante eut lieu sur la gestion des positions optionnelles de la salle des marchés du CCF fin 1986 à la suite d’une défaillance de la gestion dite en delta neutre (avertissement préminatoire de la faillite des charges d’agent de change sur cette même technique au moment du krach de 1987). J’ai alors repris mes études en 1987, pour me donner les moyens techniques de pouvoir aborder les questions mathématiques et statistiques qui se posaient aux gérants de portefeuilles et au contrôle des risques de la salle des marchés du CCF. Je ne savais pas alors que ce retour sur les bancs de l’école durerait huit ans.

Vers le milieu de 1987, au tout début de cette reprise de mes études, j’ai quitté le CCF pour rejoindre le département de la gestion d’actifs de la banque Louis-Dreyfus, où j’arrivais en septembre, un mois avant le krach boursier d’octobre 1987.

---

il ne peut y avoir de mathématiques financières. En revanche, il existe une physique mathématique, une biologie mathématique, une démographie mathématique, et il peut donc exister (et d’ailleurs elle existe) une finance mathématique.

## 2.1.2 Le krach boursier et les études d'actuariat : 1987 – 1989

J'ai vécu en direct et en position professionnelle mais aussi personnelle le krach boursier de 1987, et cette expérience a été déterminante dans la suite de mes travaux. Je vois encore sur les écrans de la salle des marchés de la Banque Louis Dreyfus les graphiques du cours du contrat notionnel sur emprunt d'Etat à 10 ans qui s'acheminait vers sa "limit down" avant l'interruption du marché. Je me rappelle encore de la nuit qui a suivi le krach, au cours de laquelle je me demandais s'il fallait que je solde mes positions en encaissant la perte ou que j'attende une éventuelle remontée des cours. Cette expérience forte renforça ma conviction de l'existence d'un problème fondamental de modélisation, que j'attribuais à l'hypothèse gaussienne faite sur les termes d'aléas entrant dans la composition des modèles financiers, comme celui de Black et Scholes.

Encore au CCF, relisant un ouvrage acheté plusieurs années auparavant<sup>2</sup>, j'avais redécouvert par hasard les travaux de Benoit Mandelbrot sur les distributions  $\alpha$ -stables de Lévy : dans le contexte intellectuel qui était le mien, il m'a semblé que les intuitions de Mandelbrot étaient de nature à introduire un paradoxe dans le paradigme de la théorie financière telle que les banques l'utilisaient. J'avais approfondi cette idée en lisant la communication de Mandelbrot [1973a, 1973b, 1973c] au collège de France, mais sans chercher au CCF à aller plus loin dans son application. Cela allait se faire à la Banque Louis-Dreyfus dans le cadre du mémoire d'actuariat.

Au cours de mes études d'actuariat (je suis devenu actuaire diplômé IAF en 1988, puis actuaire agrégé en 1989), je suis alors passé à l'étude statistique des fluctuations boursières : mon mémoire d'actuariat portait sur l'évaluation des caps et des floors, et présentait une illustration de l'utilisation du modèle de Cox-Ingersoll-Ross [1985] à la modélisation du processus de taux. Mais, devant le problème posé par la non normalité des distributions empiriques, j'ai ajouté un chapitre sur l'hypothèse de Mandelbrot.

En effet, l'impression que je retirai de la lecture de Mandelbrot fut telle que, sans savoir que de nombreux chercheurs avaient testé puis abandonné l'hypothèse de la variance marginale infinie, sans connaître les développements en cours sur la modélisation des variances conditionnelles (les modèles de la famille des représentations ARCH), je cherchai alors à vérifier par moi-même sur les variations du taux du marché monétaire au jour le jour, si l'hypothèse  $\alpha$ -stable pouvait être validée ou non sur les données quotidiennes de ces variations, au moyen d'un ajustement de Pareto des queues de distributions. Devant l'incroyable et si précise validation empirique de l'ajustement des queues de distribution de ces variations par une loi de puissance de type Pareto dont la valeur de l'exposant caractéristique (1,83) indiquait clairement une possibilité de distribution  $\alpha$ -stable, j'ajoutai à la fin du mémoire de 1988 un dernier chapitre sur l'hypothèse de Mandelbrot, en me promettant de chercher à explorer davantage ce courant de pensée, ce qui fut fait dans le mémoire d'agrégation de 1989.

---

2. *Les objet fractals*, Flammarion, 1975.

Cette extraordinaire adéquation entre les données réelles de marché et l’hypothèse de Mandelbrot, telle que je la constatai visuellement et numériquement à la Banque Louis-Dreyfus, est à l’origine de mon intérêt qui suivra pour la modélisation des valeurs extrêmes, et le choix des aléas de Pareto. En fait, de cette expérience est née ma conviction que quelque chose du monde réel répondait aux intuitions de Pareto.

## 2.2 L’aventure des fractales

### 2.2.1 La découverte des lois $\alpha$ -stables

“Le savant à succès est toujours celui qui apporte quelque perfectionnement marginal aux théories dominantes auxquelles tout le monde est habitué. Si par contre une théorie est élaborée qui s’écarte des chemins battus, elle est assurée d’une opposition générale quelles que puissent être ses justifications.” C’est Maurice Allais qui s’exprime en ces termes, dans sa conférence Nobel prononcée le 9 décembre 1988 devant l’Académie Royale des Sciences de Suède, en évoquant la résistance aux idées nouvelles. Mais ces considérations pourraient presque parfaitement illustrer la réception des idées de Mandelbrot sur le traitement de la non normalité des variations boursières dans la communauté universitaire américaine des années soixante-dix. Ignorant à peu près tout de ces débats agités qui s’étaient conclus par l’abandon de l’hypothèse de Mandelbrot au profit de celle de Merton (processus mixte diffusion-sauts), ne connaissant pas encore les travaux français de Daniel Zajdenweber, je me suis lancé ingénument dans l’exploration de cette hypothèse en 1988.

Comme ces lois  $\alpha$ -stables vont apparaître souvent dans ce mémoire, j’en rappelle brièvement leur définition, de manière non formelle. Une distribution  $\alpha$ -stable univariée est caractérisée par quatre paramètres : un exposant de stabilité  $0 < \alpha \leq 2$ , un paramètre d’asymétrie  $-1 \leq \beta \leq 1$ , un paramètre d’échelle  $\gamma \geq 0$ , et un paramètre de localisation  $\delta \in \mathbb{R}$ . Dans le cas où  $\alpha = 2$ , la distribution 2-stable est gaussienne,  $\beta = 0$ ,  $\gamma$  est proportionnel à l’écart-type ( $\gamma = \sigma/\sqrt{2}$ ), et  $\delta$  est la moyenne. Pour définir ces lois, on utilise la forme de leur fonction caractéristique. Une variable aléatoire  $X$  est appelée  $\alpha$ -stable si, pour tout  $\alpha \neq 1$ , sa fonction caractéristique est

$$E(\exp(iuX)) = \exp\left(iu\delta - \gamma^\alpha |u|^\alpha \left(1 - i\beta \operatorname{sgn} u \tan \frac{\pi\alpha}{2}\right)\right) \quad (2.1)$$

et l’on dit que  $X$  suit une loi  $\alpha$ -stable  $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$  (on peut aussi le noter  $S_{\alpha,\beta}(\gamma, \delta)$ ). C’est l’exposant caractéristique  $\alpha$  qui est le plus important et qui m’intéressait tout particulièrement : il décrit la *forme* de la distribution, au sens de la *structure du hasard* qui régit le phénomène décrit. Les queues de distributions s’étirent de plus en plus en fonction de la décroissance de  $\alpha$ . La figure 2.1 illustre cet effet, en montrant les diverses formes prises par les densités en faisant varier le paramètre  $\alpha$  de 2 à 1,1. On observe le creusement des flancs et l’étirement des queues.

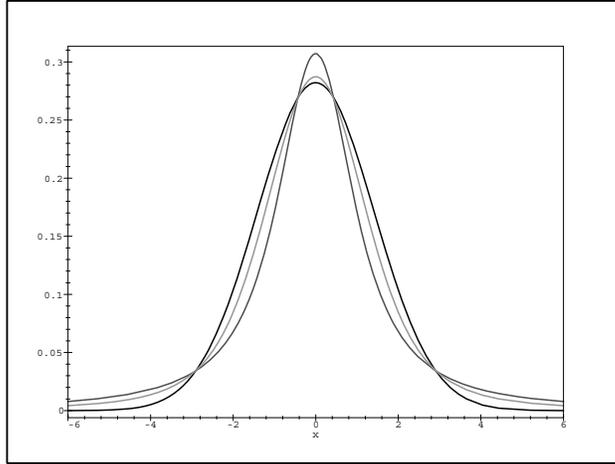


FIGURE 2.1 – Densités des lois  $\alpha$ -stables pour  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = 1,5$  et  $\alpha = 1,1$ .

En général, on doit se contenter d’une représentation intégrale des densités  $\alpha$ -stables :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iux} \Psi_X(u) du \quad (2.2)$$

où  $\Psi_X(u) = E(\exp(iuX))$  est la fonction caractéristique d’une variable aléatoire  $\alpha$ -stable donnée par (2.1). L’expression (2.2) peut être estimée numériquement. Tous les graphiques de densités  $\alpha$ -stables qui se trouvent dans mes travaux, comme la figure 2.1, sont issus des calculs numériques faits à partir de (2.2).

### 2.2.1.1 L’apport statistique du mémoire de 1988

Le principe de vérification que je suivais en 1988 était simple et reposait sur une propriété importante des lois  $\alpha$ -stables : leur comportement asymptotique parétien.

En raison de l’importance de la bonne compréhension de la correspondance entre loi de Pareto et lois  $\alpha$ -stables, tant pour la lecture de ce mémoire que pour l’appréciation des enjeux conceptuels liés à cette propriété, je présente très brièvement ci-après le principe de correspondance et la manière de le mettre en évidence.

La forme classique de la distribution de Pareto est

$$\Pr(X < x) = 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^\alpha \quad x \geq a \quad (2.3)$$

où  $\alpha$  est l’exposant crucial qui quantifie le poids des queues de distribution et donc la survénance des événements rares dont l’amplitude est une fonction de la valeur de  $a$ .

Lorsqu'on énonce que les lois  $\alpha$ -stables possèdent la propriété d'être asymptotiquement parétiennes, on veut dire précisément que, si  $X$  suit une loi  $\alpha$ -stable  $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ , alors

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha \Pr(X > x) = C_\alpha \frac{1 + \beta}{2} \gamma^\alpha \quad (2.4)$$

où  $C_\alpha$  est une constante qui dépend de  $\alpha$ . C'est cette limite qui permet d'affirmer que la queue de distribution d'une loi  $\alpha$ -stable décroît selon une loi de Pareto d'exposant caractéristique  $\alpha$  et la relation (2.4) correspond au passage à la limite de (2.3). La mise en évidence visuelle de lois de Pareto s'effectue simplement en utilisant directement cette propriété : pour  $x \geq a$ , l'équation (2.3) conduit à la relation linéaire

$$\ln(\Pr(X \geq x)) = -\alpha \ln x + a \quad (2.5)$$

Un graphique en coordonnées bilogarithmiques produit dans ce cas une droite de pente  $(-\alpha)$ , et réciproquement, la mise en évidence d'un tel alignement peut être interprété comme un signe de la présence d'une loi de Pareto sur la queue de distribution. Si les variations de la variable à tester sont i.i.d. et ajustables par une loi de Pareto au-delà d'un seuil fixé, on doit trouver une relation du type (2.5) en utilisant la fonction de répartition empirique

$$\ln(\text{Fr}(X \geq u)) \simeq -\alpha \ln u + C_\alpha \quad (2.6)$$

où  $\text{Fr}$  représente la fréquence cumulée (fonction de répartition empirique), et  $C_\alpha$  la constante qui dépend de la valeur de l'exposant caractéristique  $\alpha$ . Cette expression (2.6) est historiquement la relation qu'a obtenue Mandelbrot lors de la première mise en évidence de lois de Pareto sur les marchés en 1962. Pourquoi donc est-il apparu un tel phénomène de rejet accompagné de violentes controverses sur cette hypothèse ? Car Mandelbrot a trouvé que  $\alpha$  était inférieur à 2, ce qui avait des conséquences financières extrêmement importantes, que je rappelle très brièvement ci-dessous.

On voit sur (2.3) que la queue de distribution est formellement définie par une *loi de puissance*. Or une loi de puissance ne possède des moments que pour les ordres inférieurs à l'exposant  $\alpha$  : en effet le moment d'ordre  $k$  est calculé par l'intégrale de puissance

$$E(X^k | X > a) = \int_a^{+\infty} x^k \alpha \frac{a^\alpha}{x^{1+\alpha}} dx \quad (2.7)$$

qui n'existe que si  $k < \alpha$ . Dans tous les autres cas, l'intégrale (2.7) diverge. Par exemple si  $1 < \alpha < 2$ , seul le moment d'ordre 1 (l'espérance mathématique) existe, et tous les autres moments, en particulier la variance, sont infinis. L'obtention par Mandelbrot d'une valeur  $\alpha < 2$  impliquait donc mécaniquement que la variance était infinie et le choix d'une loi  $\alpha$ -stable pour la modélisation financière revenait donc à devoir remplacer les méthodes financières fondées sur la variance des rentabilités par une autre mesure de risque. Ce remplacement était techniquement impossible dans les années soixante et l'on peut alors comprendre la réaction violente de la communauté universitaire américaine, dans la mesure où le moment d'ordre 2 est massivement utilisé en économie, en économétrie, et en finance. D'où, pour partie, l'origine de la réaction de la communauté des chercheurs.

Je pensais à l'époque qu'il ne s'agissait que de vérifier cette propriété en faisant l'hypothèse i.i.d. sur les variables à tester. Et c'est exactement cette relation (2.6) que j'obtenais sur les variations du taux du marché monétaire au jour le jour entre banques, entre 1973 et 1987, soit 4 000 données quotidiennes du "JJ" (comme l'on disait à l'époque). Le coefficient d'aplatissement (ou "kurtosis") fluctuait entre 10 et 200, et tous les tests d'ajustement rejetaient l'hypothèse gaussienne sur les variations du JJ. Aussi, l'obtention d'une valeur de  $\alpha$  égale à 1,83 représentait une possibilité intéressante de modélisation pour capter l'erraticité des fluctuations du marché monétaire. Comme  $\alpha$  était inférieur à 2, cela impliquait que le moment d'ordre 2 n'existait pas : la variance marginale des variations du JJ était infinie. On retrouvait l'hypothèse de Mandelbrot.

En résumé, la contribution de 1988 représentait, à l'exception des travaux anciens de Zajdenweber [1974, 1976], la première mise en évidence statistique sur le marché français de distributions de Pareto sur les variations quotidiennes d'une variable financière. Cela représentait aussi la réintroduction en France dans l'univers de la modélisation financière, de l'hypothèse de Mandelbrot, à un moment précis où cette hypothèse était de fait abandonnée aux Etats-Unis. Ainsi, on pouvait lire chez Taylor [1986] le commentaire suivant :

"Beaucoup de chercheurs ont estimé que l'hypothèse de la variance infinie n'était pas acceptable. Des études détaillées sur les variations boursières ont rejeté de manière concluante les distributions de Lévy. (...) Dix ans après son article de 1965, Fama lui-même préféra utiliser une distribution normale pour les variations mensuelles et donc abandonner les distributions stables pour les variations quotidiennes".

Ignorant de cette conclusion sans appel, pour les raisons indiquées dans l'introduction, et encouragé par le résultat obtenu sur le marché monétaire, je décidai de poursuivre l'exploration des lois  $\alpha$ -stables.

### 2.2.1.2 L'apport synthétique et épistémologique du mémoire de 1988

Un autre sujet s'éloignait également des contenus usuels des mémoires d'actuariat de l'IAF : le sixième partie du mémoire [T1988, pp 155-174] abordait la question de l'hypothèse de la variance infinie, en présentant le *programme de Mandelbrot* dans tous ses aspects historiques et épistémologiques. Pour cela, j'avais effectué la lecture de la plupart des textes de Mandelbrot (vingt-six références bibliographiques dans le mémoire), pour faire apparaître la cohérence et la pertinence de la démarche qu'il avait suivie. Je ne m'étais pas contenté de présenter ses travaux en finance, mais j'avais cherché à faire apparaître cette cohérence au moyen d'une exhumation de ses travaux antérieurs à la finance (en économie, mais aussi en linguistique et en hydrologie), pour broser le tableau le plus exact possible de l'origine et de la portée de l'hypothèse centrale de la variance infinie.

J'ai alors appliqué directement mes souvenirs épistémologiques pour proposer une ana-

lyse de la crise provoquée par cette hypothèse en termes d'un choix radical à opérer entre stationnarité et normalité, à partir de la notion de théorie-cadre en finance. Cette argumentation sera reprise dans l'article publié dans *Analyse financière* (référence [R1989]). Elle tient en une forme condensée :

1. On ne peut pas conserver simultanément les hypothèses de stationnarité, d'indépendance et de normalité des variations boursières.
2. Si l'on veut rendre compte de la non normalité en conservant l'indépendance des variations et l'existence de la variance, il faut abandonner la stationnarité (ce sera de fait la voie empruntée par la famille des représentations ARCH).
3. Si l'on veut rendre compte de la non normalité en conservant l'indépendance des variations et la stationnarité, il faut abandonner l'existence de la variance : c'était la voie empruntée Mandelbrot.

L'apport de la synthèse de 1988 est de faire apparaître clairement ces options et donc de positionner en histoire des sciences les deux formes concurrentes de modélisations au moyen d'une articulation simple sur une hypothèse centrale. Cette argumentation sera ensuite reprise dans mon mémoire d'agrégation d'actuariat.

## 2.2.2 L'approfondissement des tests d' $\alpha$ -stabilité

### 2.2.2.1 Le contexte de la recherche : une entreprise "déraisonnable"

En fait, comme Eugène Fama l'indique dès 1965 dans son article consacré à l'étude des variations boursières (Fama [1965a]), cette première mise en évidence d'une distribution  $\alpha$ -stables au moyen d'une loi de Pareto est fragile, car la méthode ajustement des queues de distribution dans un graphique bilogarithmique est très sensible au choix subjectif du point à partir duquel faire commencer la queue de distribution (la troncature). Fama [1965a] avait proposé deux autres estimateurs fondés sur la propriété d'invariance par addition appliquée, soit sur une mesure d'intervalle interquantiles, soit sur la loi de dilatation de la variance empirique. Mais ces deux estimateurs étaient également fragiles : le premier présupposait l'indépendance des accroissements, et le second était très sensible au choix de la taille de l'échantillon.

Une étape avait été franchie en 1971 : Fama et Roll [1971], utilisant des propriétés relatives aux quantiles, détectées grâce aux tabulations des distributions stables symétriques qu'ils avaient faites précédemment (Fama et Roll [1968]), avaient proposé de nouvelles méthodes d'estimation des paramètres  $\alpha$  et  $\gamma$  des lois stables symétriques. Ces premiers outils statistiques avaient permis la mise en oeuvre des premiers tests du modèle de Mandelbrot à partir de 1970. Ainsi, successivement, Teichmoller [1971], Officer [1972], Fielitz et Smith [1972], Praetz [1972], Barnea et Downes [1973], avaient testé le marché américain et obtenu des "bonnes" valeurs de  $\alpha$ , c'est-à-dire inférieures à 2 (donc variance infinie). Mais ils avaient également fait apparaître un autre phénomène, celui-là extrêmement problématique pour l'hypothèse de Mandelbrot : une augmentation du paramètre crucial  $\alpha$

en fonction de la baisse de la fréquence d'observation des marchés,  $\alpha$  passant en moyenne de 1,6 en haute fréquence à 1,8 en basse fréquence. Cette augmentation de  $\alpha$  représentait une *anomalie scalante*, et donc une violation de l'hypothèse centrale d'invariance d'échelle caractéristique des lois  $\alpha$ -stables.

Dans la mesure où cette question de l'invariance par changement d'échelle des lois  $\alpha$ -stables, encore appelée leur propriété fractale, est cruciale pour la validation de l'hypothèse de Mandelbrot, et comme c'est cette hypothèse qui m'avait, dès le départ, semblé à la fois intéressante et importante (l'obtention d'invariants en finance), je présente très brièvement ci-après son principe formel, pour bien situer ma position dans les débats ultérieurs qui suivront.

La quantité observée et faisant l'objet de l'hypothèse d'invariance par changement d'échelle est la rentabilité périodique (c'est-à-dire selon une échelle donnée) des actifs. Notons  $S(t)$  le cours d'un actif financier quelconque en date  $t$ . Le taux de rentabilité continu de cet actif entre les dates 0 et  $t$  est la variable  $R(t)$  telle que

$$R(t) = \ln S(t) - \ln S(0)$$

Le processus des rentabilités ( $R(t), t \geq 0$ ) est dit  $\alpha$ -stable ou encore *autosimilaire* d'exposant  $1/\alpha$  (ou encore invariant par changement d'échelle, ou fractal) si l'on a la relation scalante entre les distributions de probabilités aux deux dates  $t$  et  $nt$  :

$$R(nt) \equiv n^{1/\alpha} R(t) \tag{2.8}$$

où  $\equiv$  représente l'égalité en distribution. Par exemple, dans le modèle standard des variations boursières (mouvement brownien),  $\alpha = 2$  et l'on a la relation centrale de tous les test de ratio de variance (voir plus bas la relation (2.10) page 27)

$$R(nt) \equiv n^{1/2} R(t)$$

c'est-à-dire que le risque se dilate en racine carrée du temps.

On définit ensuite l'*échelle de résolution* de l'analyse du marché, ou période de référence de la rentabilité (quotidienne, hebdomadaire, etc.), notée  $\tau$ . La rentabilité périodique est alors définie simplement comme

$$\Delta R(t, \tau) = R(t) - R(t - \tau)$$

notation qui paraît naturelle (un  $\Delta$  exprimant une différence), quoique moins intuitive au début<sup>3</sup>. Si les rentabilités sont autosimilaires d'exposant  $1/\alpha$ , la relation (2.8) implique que

$$\Delta R(t, n\tau) \equiv n^{1/\alpha} \Delta R(t, \tau) \tag{2.9}$$

Cela signifie que la distribution de la rentabilité périodique sur  $n\tau$  périodes s'obtient directement à partir de la distribution de la rentabilité sur une période  $\tau$ . Concrètement,

---

3. J'ai observé que les étudiants rencontraient certaines difficultés pour passer de l'une à l'autre notation, la plupart des manuels de finance ne notant pas en delta la rentabilité périodique.

cette propriété d’additivité veut dire qu’une même loi de probabilité s’applique aussi bien aux rentabilités quotidiennes, qu’hebdomadaires ou mensuelles (et plus généralement un pas de temps quelconque). En d’autres termes, on peut estimer la loi de probabilité (donc le risque) d’un marché à n’importe quelle échelle pour accéder à sa structure comportementale fondamentale : la loi de probabilité qui caractérise les fluctuations boursières est indépendante de l’échelle de ces fluctuations. Il y a donc invariance (de la loi de probabilité, donc du risque) par changement d’échelle, c’est-à-dire *structure fractale* du marché.

Du point de vue des paramètres des distributions, et c’est ici que commencent les difficultés et les débats théoriques et empiriques en finance, on doit alors retrouver des *relations scalantes* entre les valeurs observées à différentes échelles de résolution. Les deux principales relations scalantes sont une application directe de la relation (2.9) et concernent :

1. Le paramètre d’échelle  $\gamma$  des lois  $\alpha$ -stables, pour lequel on doit avoir

$$\gamma(n\tau) = n^{1/\alpha}\gamma(\tau)$$

qui représente l’exacte transposition en univers  $\alpha$ -stable (pour  $0 < \alpha < 2$ ) de la relation classique de la volatilité gaussienne

$$\sigma(n\tau) = n^{1/2}\sigma(\tau)$$

utilisée massivement par tous les professionnels des marchés, dans les annualisations de la volatilité-période, dans les calculs de la VaR, et à l’origine des tests de ratio de variance (voir plus bas la relation (2.10) page 27).

2. L’exposant caractéristique  $\alpha$  qui doit rester constant quelle que soit l’échelle d’analyse du marché, c’est-à-dire que l’on doit avoir la relation la plus contestée de tous les tests de stabilité

$$\alpha(n\tau) = \alpha(\tau)$$

pour tout  $n$ , et c’est en cela, précisément, que ces lois sont dites  $\alpha$ -stables.

Tout l’enjeu des tests de stabilité était donc de trouver des relations scalantes validées, ce que ne vérifiaient pas les travaux américains précédemment cités.

C’est précisément cette anomalie scalante qui avait conduit les chercheurs américains, en particulier Hsu *et al.* [1974], à estimer que “dans une économie où les facteurs affectant les niveaux de cours (développement techniques, politiques gouvernementales etc) peuvent subir des mouvements de grande ampleur, il paraît *déraisonnable* (souligné par moi) de vouloir chercher à représenter par une distribution de probabilité unique les variations des cours”. Autrement dit, il était irréaliste de penser qu’une quelconque fractalité (au sens de l’invariance d’échelle) pût exister en économie.

Puis une seconde génération d’estimateurs était apparue au cours des années soixante-dix. Successivement Press [1972], DuMouchel [1973, 1975], Paulson *et al.* [1975], Arad [1980], Koutrouvelis [1980], et McCulloch [1981], avaient développé de nouvelles méthodes d’estimation des paramètres, utilisant la fonction caractéristique des lois stables. Parallèlement, Brenner [1974], Blattberg et Gonedes [1974], Hagerman [1978] poursuivaient les

investigations sur les marchés en observant à leur tour l’anomalie scalante. A l’instar de Hsu *et al.* [1974], Hagerman en concluait que “le modèle stable symétrique ne peut pas *raisonnablement* (souligné par moi) être considéré comme une description appropriée des rentabilités boursières”.

Je souligne à dessein l’emploi identique du mot “raisonnable” par les deux équipes de chercheurs, car ma mémoire d’histoire des sciences me rappelait que c’était aussi l’argument utilisé en 1853 par Bienaymé dans la célèbre controverse qui l’opposa à Cauchy sur l’hypothèse de la variance (mais aussi de l’espérance) infinie. Bienaymé utilisait *exactement* les mêmes appels à la raison pour expliquer que de telles lois de probabilité (comme celle de Cauchy) ne pouvaient pas représenter des phénomènes réels. Aussi, je n’étais pas trop effrayé par cette unanimité d’opinions qui expliquait doctement l’impossibilité raisonnable de trouver dans la réalité économique des lois invariantes.

### 2.2.2.2 Mes résultats sur le marché de Paris

Je repris donc le sujet en 1989 dans le cadre de mon mémoire d’agrégation d’actuariat, tout entier consacré à ce problème de l’estimation des paramètres des lois  $\alpha$ -stables. Ce mémoire a été publié en 1991 (référence [R1991]) et partiellement repris dans ma thèse de doctorat, dont il représente une partie du chapitre 6 (référence [T1994], pp 199-232). Les résultats obtenus dans les tests entrepris ont été publiés dans les actes du 1er colloque AFIR (référence [A1990]), puis présentés aux professionnels dans le cadre d’articles de vulgarisation publiés dans une revue assez lue par les acteurs financiers à cette époque : *Marchés et techniques financières* (références [P1989d, P1991a, P1991b]). Les enjeux de ces choix de modélisation ont enfin été présentés au grand public non spécialiste dans un chapitre d’un ouvrage collectif sur *L’état des sciences* (référence [V1991]). J’ai donc essayé de donner la diffusion la plus grande possible à ce qui m’apparaissait comme un débat central dans la modélisation financière.

L’apport statistique de ce second mémoire est :

1. de comparer les méthodes d’estimations des paramètres des lois  $\alpha$ -stables pour en choisir une qui soit à peu près fiable,
2. puis de tester le marché de Paris avec cette méthode, afin d’examiner l’éventuelle propriété scalante du marché.

Je ne savais pas que, exactement la même année, Akgiray et Lamoureux [1989] qui avaient entrepris la même démarche comparative sur les méthodes d’estimations, en publiaient les résultats. Ce qui est finalement rassurant, c’est que nous sommes parvenus à la même conclusion : la meilleure méthode était celle de Koutrouvélis [1980]. Ce choix a été par la suite confirmé et renforcé par l’étude faite dans ma thèse, à partir d’un million de tirages aléatoires indépendants de variables aléatoires  $\alpha$ -stables simulées, réalisés avec le projet *Fractales* de l’INRIA.

Les résultats obtenus sur le marché de Paris, en testant le contrat notionnel du MATIF

sur emprunt d'Etat à 10 ans entre le 1/04/1986 et le 30/06/1989, et l'indice CAC 40 entre le 9/07/1987 et le 30/06/1989 furent à l'image des résultats des travaux américains : dans les deux cas, j'obtenais des valeurs de  $\alpha$  inférieures à 2, ce qui validait l'hypothèse de la variance infinie, mais j'observais moi aussi une légère anomalie scalante,  $\alpha$  passant de 1,6 (fréquence quotidienne) à 1,8 (fréquence hebdomadaire). Si la variance marginale semblait bien répondre à l'hypothèse de Mandelbrot, quelque chose semblait aussi résister à cette hypothèse, et ce mystérieux “quelque chose” produisait l'anomalie scalante. Ceci me conduisit alors à réexaminer l'hypothèse d'indépendance des variations successives, et à chercher à mettre en évidence une dépendance non simple sur ces variations. D'ailleurs le mémoire contenait aussi une troisième observation : la corrélation entre les valeurs absolues des rentabilités périodiques, qui ouvrait le débat sur la mémoire longue de la volatilité.

### 2.2.3 Le mouvement brownien fractionnaire

C'est ainsi que, dans ce mémoire d'agrégation, j'ai testé la seconde hypothèse de Mandelbrot : la persistance des rentabilités périodiques au moyen de l'introduction du mouvement brownien fractionnaire.

#### 2.2.3.1 Le contexte de la recherche : le “camp du diable”

Dans les années soixante, certains résultats statistiques contraires à l'hypothèse d'indépendance étaient apparus dans l'étude des comportements de certaines variables sur un horizon de long terme. Ces résultats avaient conduit les chercheurs à s'intéresser au phénomène dit “de mémoire longue”. En notant  $\gamma(h) = E(X_t X_{t+h}) - E(X_t)E(X_{t+h})$  la fonction d'autocovariance usuelle et  $\rho(h) = \gamma(h)/\gamma(0)$  la fonction d'autocorrélation associée, l'indépendance linéaire classique (par exemple des variations boursières) impliquait que  $\rho(h)$  devait être géométriquement bornée, soit  $\rho(h) \leq cr^{-h}$ ,  $c > 0$ . Or il était apparu que, dans certains cas, on obtenait parfois une décroissance de type hyperbolique  $\rho(h) \sim ch^{2H-2}$  avec  $c > 0$  et  $0 < H < 1$ , cette décroissance caractérisant un phénomène de “mémoire longue” ou “dépendance longue”.

Ce phénomène de longue mémoire avait été observé par Adelman [1965] et Granger [1966], ce dernier le décrivant d'ailleurs comme “caractéristique des fluctuations des variables économiques” et avait conduit Mandelbrot [1965] à redécouvrir la loi de Hurst [1951] en introduisant la notion de “processus homothétique à soi”, devenu par la suite (Mandelbrot et Van Ness [1968]) le mouvement brownien fractionnaire (MBF, ou “FBM” en langue anglaise) dont les accroissements sont autosimilaires d'exposant  $H$  et admettent comme fonction d'autocovariance

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} (|h+1|^{2H} - 2|h|^{2H} + |h-1|^{2H})$$

Mandelbrot appela cet effet de dépendance longue “effet Joseph” en référence aux cycles lents et apériodiques évoqués dans l’histoire biblique de Joseph à propos des fluctuations des récoltes égyptiennes (Mandelbrot [1973c]).

Entre 1980 et 1990, c’est-à-dire avant que je ne commence à entreprendre mes tests sur le marché français, plusieurs travaux de recherche avaient fait apparaître des valeurs de  $H$  supérieures à 0,5 indiquant la présence d’une mémoire longue sur les marchés, ce qui semblait corroborer les observations sur le comportement “anormal” des rentabilités sur longues périodes observées par Summers [1986], Fama et French [1988], Poterba et Summers [1988] et DeBondt et Thaler [1989]. La jonction entre l’effet Joseph et les marchés boursiers se fit au moyen de la mise en évidence du comportement anormal de la variance sur les rentabilités à long terme. En effet, si l’hypothèse de la marche au hasard gaussienne des rentabilités périodiques est vérifiée (c’est-à-dire que les rentabilités doivent être indépendamment et identiquement distribuées, ou i.i.d., et de variance finie), alors on doit avoir entre la variance  $\sigma^2(n\tau)$  des rentabilités à l’échelle  $n\tau$  et la variance  $\sigma^2(\tau)$  des rentabilités à l’échelle  $\tau$ , une relation qui est

$$\frac{\sigma^2(n\tau)}{n\sigma^2(\tau)} = 1 \quad (2.10)$$

et qui a été à l’origine de tests connus sous le nom de tests de *ratio de variance*. Les tests de ratio de variance ont alors cherché à vérifier la validation ou la non validation de l’égalité (2.10). Or, précisément, les résultats des travaux de Summers [1986], Fama et French [1988], Poterba et Summers [1988] et DeBondt et Thaler [1989] parmi d’autres, semblaient mettre en évidence des phénomènes de retour à la moyenne sur horizon long, invalidant la valeur théorique 1 du ratio de variance, et donc contrevenant à l’hypothèse i.i.d.-2-stable. Que fallait-il abandonner : l’hypothèse i.i.d. ou la normalité ? On abandonna l’hypothèse i.i.d., voulant à tout prix sauver la normalité. Mais l’abandon de l’hypothèse i.i.d. revenait aussi à abandonner la propriété d’efficacité informationnelle des marchés, introduite par Fama entre 1965 et 1976. Dans un célèbre article publié en 1991, Fama [1991] a appelé “camp du diable” cette hypothèse d’invalidation de l’efficacité informationnelle par la mémoire longue.

Les tests utilisés dans les travaux de recherche utilisaient la statistique  $R/S$  de Hurst améliorée par Mandelbrot [1972]. Cette statistique permet de trouver la valeur de l’exposant d’autosimilarité  $H$  dans la mesure où le ratio  $R/S$  est asymptotiquement proportionnel à  $n^H$  :  $H \approx \ln(R/S)/\ln n$ . C’est cette statistique  $H$  que j’ai étudiée et utilisée dans la partie du mémoire consacrée à l’analyse de la dépendance longue des variations du MATIF et du CAC 40.

### 2.2.3.2 Les résultats obtenus dans le mémoire

Les résultats obtenus sur les variations quotidiennes du contrat notionnel 10 ans du MATIF et du CAC 40 semblèrent confirmer les travaux américains et prouver l’existence

d'une forme de dépendance longue sur les marchés examinés : je trouvais, pour le MATIF,  $H = 0,59$  et pour le CAC 40,  $H = 0,58$  et cela me faisait conclure à la présence possible d'un phénomène de persistance sur ces marchés, quoique faible en regard de la valeur obtenue par Hurst pour les variations du niveau du Nil, qui était de 0,90. Je n'ai pas poursuivi par la suite ces tests de mémoire longue.

En effet, en 1991, Lo [1991] a montré que cette statistique  $R/S$  est en réalité également sensible aux effets de mémoire courte. Lo prend comme exemple un processus AR(1), et fait apparaître que, dans ce cas, le résultat de la statistique  $R/S$  peut être biaisé à la hausse de 73%. Lo a alors proposé une statistique  $R/S$  modifiée, en ajoutant au dénominateur des termes d'autocovariances pondérées, et refait des tests avec cette nouvelle statistique. Les résultats furent stupéfiants. Il apparaissait alors que les nouvelles valeurs de  $H$  obtenues étaient voisines de 0,5 et que l'hypothèse de mémoire longue au sens de la persistance du MBF était intenable. Ainsi par exemple, Corazza *et al.* [1997], Batten *et al.* [1999], Howe *et al.* [1999] ont effectivement vérifié que l'analyse classique  $R/S$  donne des valeurs de  $H$  supérieures à 0,5 mais que la statistique  $R/S$  modifiée de Lo [1991] fait chuter les valeurs de  $H$  vers 0,5. Howe *et al.* [1999] ont ce jugement en forme de conclusion radicale sur les tests de mémoire longue : "ce qui est le plus surprenant dans ce résultat, est moins l'absence de mémoire longue en tant que telle, que *le changement radical de jugement que l'on est conduit à opérer lorsqu'on utilise la statistique modifiée de Lo* (souligné par moi)".

Par la suite, d'autres travaux français, comme ceux de Mignon [1998] ont confirmé que les tests de mémoire longue étaient délicats à interpréter, et ne pouvaient pas servir à rejeter l'hypothèse usuelle d'indépendance des variations boursières successives. Ainsi, les résultats de non indépendance semblaient appeler une autre interprétation que celle de la persistance des MBF. En fait, la voie de la solution se trouvait également pressentie dans mon mémoire de 1989 : j'avais observé que le spectre des valeurs absolues des rentabilités périodiques était atypique, ce qui ouvrait la voie à une interprétation en termes de corrélations à longue portée sur la volatilité (la valeur absolue étant une forme de volatilité). Mais je n'ai pas davantage creusé cette voie.

Je n'ai donc pas poursuivi dans la voie de la mémoire longue. Pourquoi, dans le cas du MBF, ne suis-je pas également resté insensible à l'unanimité des opinions qui semblaient rejeter l'hypothèse de Mandelbrot, comme je l'avais été pour l'hypothèse de la variance infinie ? Je pense que c'est parce, à l'époque, que je tenais absolument à la conservation de l'hypothèse de stationnarité, qui m'apparaissait plus centrale que celle d'indépendance. En effet, en perdant la stationnarité, il me semblait que l'on perdait aussi toute possibilité de mettre en évidence des *invariants* en finance, et la recherche d'invariants m'apparaissait (et m'apparaît toujours) comme l'activité première de la science.

Aujourd'hui, alors que les modélisations à temps déformé commencent à apparaître en finance, l'on perçoit mieux comment les tentatives MBF mais aussi  $\alpha$ -stables représentaient des premiers essais d'obtention de lois invariantes en finance, mais qui n'ont pas répondu pleinement aux espoirs des modélisateurs, en se heurtant sur un problème plus fondamental : la mesure du temps des marchés. L'on cherche à l'heure actuelle des

invariants en changeant le temps d'observation des variations boursières.

## 2.2.4 L'achèvement des tests d' $\alpha$ -stabilité

### 2.2.4.1 Les résultats statistiques de ma thèse de 1994

Il m'a paru important de pousser jusqu'au bout l'hypothèse  $\alpha$ -stable, et de chercher à déterminer le plus précisément possible ses *limites d'utilisation*. C'est la raison pour laquelle, dans ma thèse de doctorat, j'ai repris la démarche du mémoire de 1989 en la complétant et en allant le plus loin possible dans l'exploration de l'applicabilité de ces lois. Cette thèse a aussi représenté le passage intellectuel des *lois* aux *processus* aléatoires correspondants. Jusqu'alors, je n'avais pas eu de considérations trajectorielles : dans ma thèse, deux chapitres sont consacrés à des présentations des processus fractals et à des simulations de trajectoires de mouvements  $\alpha$ -stables en fonction de la valeur attribuée aux différents paramètres. Je suis ainsi passé des statistiques (actuariat) aux probabilités (modélisation financière en temps continu).

La question de la modélisation  $\alpha$ -stable et de son utilité en finance a été examinée dans six directions :

1. La justification du choix d'un tel type de lois en fonction de critères financiers et économiques. Cela correspond aux chapitres 1 et 3 de ma thèse (pp 11-42 et 63-71).
2. Le positionnement du choix proposé dans le spectre des possibilités de modélisation existantes en finance (ARCH, non linéaire, processus mixtes, modèles de chaos). C'est le thème des chapitres 2 et 4 de ma thèse (pp 43-62 et 120-152).
3. La capacité de formalisation des marchés réels et leur simulation avec de tels outils probabilistes, en considérant le rapport coût de traitement – réalisme de modélisation. Cela correspond à une partie du chapitre 3 de ma thèse (pp 86-118).
4. La mesure de la non normalité d'une loi  $\alpha$ -stable au moyen de tests de normalité, et la comparaison entre la non normalité réelle observée et la non normalité fictive simulée. Cela correspond au chapitre 5 de ma thèse (pp 174-198).
5. L'examen approfondi de l'hypothèse d' $\alpha$ -stabilité sur les marchés réels, au moyen de deux types de tests (échantillons de taille décroissante puis fixe) qui représente la totalité du chapitre 7 de ma thèse (pp 233-277).
6. L'enjeu épistémologique d'un changement d'aléa pour la théorie financière et ses applications, interprété en termes de paradigme en science. C'est le chapitre 8 de ma thèse (pp 278-287).

Par rapport à ces six axes de recherche, Jean-Jacques Rosa m'avait dit qu'il aurait aussi souhaité avoir une application des lois  $\alpha$ -stables à la généralisation du problème de Markowitz, à celle du CAPM de Sharpe, et à celle du modèle d'évaluation des options de Black et Scholes, afin de disposer d'une analyse comparative des résultats obtenus dans l'un et l'autre cas, ceci pour apprécier la différence entre (par exemple) un prix d'option

Black-Scholes et un prix d'option équivalent en monde  $\alpha$ -stable. Mais, en réalité, ce programme était inaccessible en 1990 en raison de sa très grande difficulté<sup>4</sup> et son ampleur devait faire l'objet de développements ultérieurs qui dépassaient le cadre d'une thèse : la généralisation de Markowitz et de Sharpe fut entreprise en 1995-1996 dans le cadre du partenariat Crédit Lyonnais – INRIA (voir plus bas pages 42 *sq.*), et la généralisation de Black et Scholes n'est pas encore entièrement achevée. J'espère qu'il n'a pas été trop déçu par les réponses que je lui fis pendant ma thèse, et je profite de ce mémoire d'habilitation pour rendre hommage à sa curiosité intellectuelle qui a permis à ces développements d'apparaître.

Je laisse les aspects économiques et épistémologiques pour le moment (ils sont abordés plus loin pages 73 *sq.*) pour présenter l'apport statistique de ma thèse. Sur cet aspect, l'un des rapporteurs a écrit que “ce travail important constitue une base statistique convaincante qui restera probablement une référence pour les chercheurs et les praticiens soucieux de connaître la meilleure loi stable adaptée à leur actif préféré”. Cet apport est le suivant :

1. Aide à l'utilisation pratique des processus  $\alpha$ -stables, par une visualisation des trajectoires produites par un générateur de nombres pseudo-aléatoires suivant une loi  $\alpha$ -stable. J'ai construit et utilisé le simulateur de variables aléatoires  $\alpha$ -stables de Chambers *et al.* [1976] qui m'a permis de produire des trajectoires de processus  $\alpha$ -stables : il est décrit dans le chapitre 3 de ma thèse (pp 86-119) puis dans le chapitre 4 du livre *Les marchés fractals* (référence [R2002b]), aux pages 59-83. Cet apport a été souligné par les deux rapporteurs de ma thèse : le premier a estimé que “cela permettait de développer notre intuition sur le comportement de ces processus” et le second a indiqué qu'il avait “trouvé particulièrement intéressantes et utiles les illustrations graphiques et numériques qui (...) permettent de voir et sentir concrètement ce que sont les lois stables”.
2. Tests exhaustifs des méthodes d'estimation des paramètres des lois  $\alpha$ -stables, qui confirmait le choix effectué dans le mémoire d'actuariat de 1989, au moyen d'une amplitude bien supérieure de simulations.
3. Tests d'ajustement à une loi  $\alpha$ -stable de 95 séries financières en fréquence mensuelle.
4. Tests approfondis du marché de Paris, afin de chercher à obtenir des bandes d'invariance sur ce marché. Ces tests ont consisté à examiner les variations du contrat sur emprunt d'Etat à 10 ans du MATIF, entre le 20/02/1986 et le 5/05/1994 pour 20 valeurs de  $\tau$  de 1 jour à 20 jours. J'ai effectué deux types de tests :
  - (a) Des tests fixant  $\tau$  et faisant décroître  $n$  jusqu'à un seuil minimal en deçà duquel le nombre de valeurs n'était plus suffisant pour la pertinence des résultats. Mais cette méthode induit une erreur d'échantillonnage due à la taille variable de l'échantillon.
  - (b) Des tests fixant  $n$  et faisant glisser une fenêtre d'observation de cette taille sur l'ensemble des valeurs de la série complète pour différentes échelles  $\tau$ .

---

4. Les manuels de Samorodnitski et Taqqu [1994] et de Janicki et Weron [1994] datent de 1994, celui de Rachev et Mittnik [2000] de 2000.

Les résultats obtenus pour  $\alpha$  ont partiellement confirmé ceux du mémoire de 1990 : valeurs de  $\alpha$  inférieures à 2, mais légère tendance à l'augmentation,  $\alpha$  passant de 1,614 ( $\tau = 1$  jour) à 1,802 ( $\tau = 20$  jours). En revanche, pour  $\gamma$ , les résultats furent très bons, et la relation scalante théorique fut vérifiée. L'un des rapporteurs estima que "ce chapitre et tout particulièrement la section qui met en évidence une structure fractale pour certains contrats du Matif constitue un élément *original et très intéressant* (souligné par le rapporteur) de la thèse".

Les résultats obtenus ont ensuite été présentés au séminaire de finance de Paris IX-Dauphine le 27 octobre 1994, au LATEC de l'Université de Bourgogne à Dijon le 13 mars 1995, puis publiés une première fois dans les actes du 5ème colloque AFIR (référence [A1995]), traduits en japonais et publiés une seconde fois dans le numéro spécial de *Institute of actuaries of Japan* en 1998, et une troisième fois en 1999 dans la revue *Mathematical and Computer Modelling* sous le titre "Lévy-stability-under-addition and fractal structure of markets : implications for the investment management industry and emphasized examination of MATIF notional contract" (référence [R1999a]). Ils ont finalement été une dernière fois publiés dans le chapitre 5 du livre *Les marchés fractals* (pp 127-132).

#### 2.2.4.2 Les résultats statistiques de 1995–1996 et la fin des tests

Le programme INRIA est abordé plus loin (pages 42 *sq.*). Outre son objet direct (généraliser la théorie de Markowitz aux lois  $\alpha$ -stables), cette collaboration Crédit Lyonnais - INRIA fut aussi l'occasion de développer de manière plus systématique, en bénéficiant des capacités informatiques de l'INRIA, deux outils très utiles pour l'application des lois  $\alpha$ -stables : un simulateur de nombres pseudo-aléatoires suivant une loi  $\alpha$ -stable, et un estimateur de paramètres de ces lois. Les tests de ma thèse furent prolongés sur plusieurs séries de taux de change dans le cadre du programme de risque de modèle pour la direction des marchés (voir plus loin page 66) et sur quelques actions du CAC 40. Les résultats sur les taux de changes furent présentés le 5 décembre 1995 à la journée "lois stables et applications en finance" de l'INRIA, mais non publiés. Les résultats sur les actions du CAC 40 sont publiés dans le chapitre 5 du livre *Les marchés fractals* (pp 121-127).

Le principe de ces tests est celui que j'avais suivi pour le contrat sur emprunt d'Etat du MATIF en 1994, et les résultats confirmèrent ceux obtenus précédemment (et depuis le début de mes investigations sur ces lois), quoique meilleurs pour  $\alpha$  :

1. Valeurs de l'exposant caractéristique  $\alpha$  nettement inférieures à 2.
2. Légère croissance de  $\alpha$  en fonction de l'augmentation de la période  $\tau$  de référence,  $\alpha$  passant de 1,7 en moyenne ( $\tau = 1$  jour) à 1,8 ( $\tau = 10$  jours). La stabilité de  $\alpha$  semblait meilleure sur les actions que pour le contrat du MATIF.
3. Très bonne validation de la relation scalante sur le paramètre  $\gamma$ .

Finalement, ces résultats semblaient à peu près valider les relations scalantes recherchées sur les deux paramètres les plus importants des distributions  $\alpha$ -stables, au moins sur une bande de fréquence donnée.

Ces bons résultats nous ont fait ajouter, avec Jacques Lévy Véhel dans *Les marchés fractals*, un passage sur cette fameuse controverse sur la validation ou l’invalidation de l’hypothèse fractale. Il nous a semblé important de répondre à l’argument de l’anomalie scalante de Hsu *et al.* [1974] ou de Hagerman [1978] évoqué précédemment, et qui est souvent mis en avant pour justifier le rejet des fractales sur les marchés. La réponse est donnée dans les pages 109 à 111 du livre et tient en trois points, résumés ci-dessous.

1. L’hypothèse fractale du modèle standard (autosimilarité en  $1/2$  ou ratio de variance valant 1) n’est pas validée en pratique sur les marchés réels, et cette invalidation n’empêche pas l’usage du modèle par les professionnels.
2. L’hypothèse fractale du modèle  $\alpha$ -stable (autosimilarité en  $1/\alpha$ ) semble validée pour des bandes de fréquence données, et on pourrait donc l’utiliser dans ces limites car elle est moins coûteuse en paramètres que les autres modélisations introduites pour prendre en compte la non normalité, plus complexes et donc plus délicates à estimer.
3. L’incertitude statistique sur les estimations de  $\alpha$  est trop grande pour inférer une conclusion définitive sur la constance ou la non constance de cet exposant caractéristique à partir d’estimations faites sur plusieurs échelles de temps.

Nous disions alors (p. 111) que

“Cela signifie que, même s’il est vraisemblable que le “vrai” modèle des variations boursières n’est pas le modèle  $\alpha$ -stable, la modélisation  $\alpha$ -stable représente un bon compromis entre puissance de modélisation et coût de l’estimation”.

Et cette réponse clôturait pour moi le sujet, et la recherche d’invariants au moyen des lois et processus  $\alpha$ -stables.

## 2.3 Le temps des synthèses

Vers 2000, après une quinzaine d’années passées sur l’étude statistique des fluctuations boursières, et alors que la question des lois  $\alpha$ -stables appartenait pour moi au passé, il m’est apparu nécessaire d’entreprendre une mise en perspective globale des travaux que j’avais effectués, à la fois dans leur développement propre, mais aussi en regard de la recherche en analyse statistique des marchés elle-même. La connaissance que j’avais alors des différentes modélisations utilisées, qui s’était approfondie tout au long de ces années, me conduisit à chercher à établir une synthèse de certaines questions qui m’avaient paru, dès l’abord, importantes. De cette démarche intellectuelles naquirent les trois synthèses que j’ai réalisées sur la statistique des cours boursiers et qui abordent successivement :

1. La question de la recherche des lois d’échelle sur les variations boursières, passant en revue quarante années (1960 – 2000) de travaux issus des propositions de Mandelbrot, à la fois sous hypothèse i.i.d. et non i.i.d. des variations. Cela correspond aux articles “La recherche de lois d’échelle sur les variations boursières” (référence [L2001]), et “Les échelles de temps sur les marchés financiers” (référence [R2001]).

2. La question de la leptokurticité des distributions empiriques, passant en revue les principaux courants de modélisation en univers i.i.d. à partir de la théorie des valeurs extrêmes. C’est l’article “Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers” (référence [R2002]).
3. La question du modèle de la marche au hasard et de ses développements, passant en revue un siècle (1900 – 2000) de modélisations des variations boursières. C’est l’article non encore publié “1900 – 2000. Un siècle de descriptions statistiques des fluctuations boursières, ou les aléas du modèle de marche au hasard en finance” (référence [R2003b]).

Ces trois synthèses convergent vers l’écriture de l’histoire globale de la modélisation financière au vingtième siècle, et, en tant que telles, sont abordées dans la troisième partie de mon mémoire.

Par rapport aux aspects historiques de ces travaux, l’article “Le phénomène leptokurtique...” présente d’autres développements qui sont abordés dans leurs parties respectives : sur la gestion d’actifs professionnelle (voir partie 3.1.4), sur la concentration de la performance (voir partie 3.1.5), sur la notion de risque de modèle (voir partie 3.2.3), sur l’efficacité informationnelle (voir partie 3.3.1). Du point de vue statistique-probabiliste, par rapport à l’exploration antérieure des seules lois  $\alpha$ -stables, cet article élargit le champ de vision en situant les queues de distributions  $\alpha$ -stable dans le cadre de la théorie des valeurs extrêmes, me permettant de relier la forme classique de la loi de Pareto, celle que j’avais rencontrée dans mon mémoire de 1988, avec la forme généralisée utilisée dans la théorie des valeurs extrêmes.

Je propose une définition du phénomène leptokurtique, qui est la suivante. En considérant une période totale  $[0, T]$  de l’analyse d’un marché, et en définissant une échelle de résolution  $\tau = T/n$  pour le calcul des rentabilités périodiques, on obtient, pour tout  $t = k\tau$ ,

$$\Delta R(t, \tau) = \ln S(t) - \ln S(t - \tau) = \ln S(k\tau) - \ln S((k - 1)\tau) = \Delta R_k$$

soit un échantillon de taille  $n$ ,  $\{\Delta R_1, \dots, \Delta R_n\}$ , dont la taille  $n$  dépend de l’échelle  $\tau$ . On peut calculer le coefficient d’aplatissement (“kurtosis”)  $K$  de Pearson, et situer le résultat par rapport à la valeur normale 3 (ou 0 pour le coefficient normalisé  $K - 3$  de Fisher). J’énonce alors ce que je propose d’appeler le “phénomène leptokurtique” : l’obtention systématique, sur tous les échantillons  $\{\Delta r_1, \dots, \Delta r_n\}$ , d’une valeur de  $K$  supérieure à 3.

Je pensais avoir clos le chapitre sur les processus de Lévy avec la fin des analyses statistiques de l’ $\alpha$ -stabilité et ses applications aux problèmes du portefeuille, du CAPM et de la VaR. Mais voilà que ces processus de Lévy surgissaient à nouveau dans un contexte entièrement différent. En Allemagne et au Danemark, au début des années quatre-vingt dix, à la suite des travaux de Barndorff-Nielsen sur les vents de sable (datant ceux-là des années soixante-dix), pendant que je terminais ma thèse sur les processus de Lévy  $\alpha$ -stables, des jeunes chercheurs (Prause, Raible) étaient en train d’étudier les propriétés des processus de Lévy non stables très généraux, qui permettaient de bien modéliser le

phénomène leptokurtique dans un contexte d'accroissements i.i.d. sans faire l'hypothèse d' $\alpha$ -stabilité : les distributions générales hyperboliques et la loi normale inverse gaussienne semblaient bien adaptées pour représenter les variations boursières, tout en ne présentant pas la propriété d'invariance par changement d'échelle.

Mes études d'actuariat avaient été l'occasion d'étudier les processus de Lévy  $\alpha$ -stables. C'était à nouveau par l'actuariat que se présentaient les processus de Lévy non stables : un jeune doctorant de l'ISFA, Olivier Le Courtois, avait commencé à travailler avec François Quittard-Pinon sur ce sujet, et il me proposa d'écrire avec lui un papier de synthèse sur les processus de Lévy, regroupant les stables et les non stables. J'acceptais avec plaisir sa proposition, et nous commençames à rédiger cette synthèse.

Dans ce cas également, comme précédemment avec la théorie des valeurs extrêmes pour les lois de Pareto, cela me permit d'établir la jonction entre les processus de Lévy  $\alpha$ -stables et les processus de Lévy non stables. Il s'agit d'un travail en cours, dans lequel nous essayons de faire apparaître clairement, d'un point de vue pédagogique, les traits principaux de ces processus et leur intérêt comme leurs limites pour les applications financières, ainsi que la situation des idées de Mandelbrot par rapport à ce nouveau courant. Nous nous appuyons sur les travaux de Barndoff-Nielsen [1995, 1997, 1998], Eberlein et Keller [1995], Eberlein et Prause [1998], Prause [1999] et Raible [2000].

# Chapitre 3

## LA FINANCE

### L'efficacité informationnelle des marchés

#### 3.1 Gestion d'actifs et portefeuille optimal

##### 3.1.1 Markowitz-Tobin et l'offre aux institutionnels

###### 3.1.1.1 Le théorème de Tobin et l'allocation stratégique d'actifs : 1989 – 1992

Je quittai la banque Louis-Dreyfus en 1989 et rejoignis la direction des marchés de la banque Stern (à l'époque filiale française de la Société de Banque Suisse), pour m'occuper des gestions structurées et des produits à garanties de taux de performance minimum sur les OPCVM, ainsi que de l'application des modèles d'allocations d'actifs de la Société de Banque Suisse pour le marché français.

C'est cette adaptation des modèles d'allocations d'actifs de la Société de Banque Suisse pour les produits gérés par la banque Stern sur le marché français qui marqua le début de ma réflexion sur les différents aspects de la théorie du portefeuille, et en particulier sur le théorème de séparation des fonds de Tobin. La Société de Banque Suisse, dans ses centres de recherches de Zürich, avait massivement développé des logiciels d'optimisation et de calcul de frontière efficiente, en suivant les procédures de simplification proposées par Elton *et al.* [1976, 1977a, 1977b, 1978a, 1978b] à la suite de Elton et Gruber [1973]. Aussi, les premières frontières efficientes firent leur apparition à la Banque Stern en 1990.

Certains produits structurés pour investisseurs institutionnels représentaient une ap-

plication directe du principe de séparation des fonds de Tobin. D'après le théorème de Tobin, la répartition des fonds entre le marché monétaire et le portefeuille de marché était optimale au sens de Markowitz. Le portefeuille optimal tangent devait théoriquement être le même pour tous les clients de la banque, le réglage de la proportion investie en monétaire n'étant fonction que de l'attitude de chaque investisseur vis-à-vis du risque. Deux véhicules collectifs (OPCVM) furent créés à cette occasion : une SICAV monétaire dynamique, et une SICAV indicielle tiltée, et nous commençons à proposer des allocations optimales investies sur ces seuls OPCVM. En fait, par rapport à mon expérience précédente de gestion obligataire, il s'agissait d'une sorte de non-gestion, puisque la seule décision à prendre au moment de la vente aux institutionnels, était le réglage de la part à investir sur la SICAV indicielle. C'étaient exactement les conclusions de Markowitz et Tobin, selon lesquels la gestion active d'un portefeuille n'est pas nécessaire, puisque le portefeuille passif est optimal : l'allocation dite "stratégique" d'actif, c'est-à-dire concrètement cette répartition entre SICAV monétaire et SICAV indicielle était supposée concentrer l'essentiel de la performance à attendre d'un investissement sur le marché par rapport à un niveau de risque donné. L'offre de gestion comprenait donc à la fois une aide au réglage (en fait à la position en bêta), et la gestion mécanisée proprement dite des deux SICAV : Penthièvre Assur et Penthièvre Indice Plus.

### **3.1.1.2 La fabrication des benchmarks pour la gestion : 1992 – 1995**

J'allai poursuivre ces travaux sur la détermination des allocations stratégiques à la direction de la gestion du Crédit Lyonnais en 1992, dans le but d'y développer des services actuariels adaptés aux investisseurs institutionnels. Cela revenait, à peu de choses près, à créer en interne au Crédit Lyonnais une structure de cabinet d'actuaire-conseil à l'anglo-saxonne. J'ai ainsi effectué plusieurs déplacements à Londres pour rencontrer des cabinets d'actuaire anglo-saxons (Watson, Wyatt, Towers Perrin, Bacon & Woodrow, Mercer), afin d'examiner les pratiques professionnelles de conseil en actuariat et allocation d'actifs. Ma récente admission comme membre agrégé à l'Institut des actuaires français, comme ma participation aux colloques de la section finance de l'association actuarielle internationale (AFIR) récemment créée en 1990 par François Delavenne, me permettait d'accéder aisément à mes homologues anglais, et c'est là que j'ai véritablement commencé à comprendre comment la théorie financière des années soixante s'était très profondément incarnée dans les pratiques professionnelles anglo-saxonnes. Je mesurai aussi le retard de la France en la matière, et j'allais alors essayer, au Crédit Lyonnais, de faire passer ces méthodes dans les préconisations d'allocations d'actifs pour les caisses de retraites et la gestion de l'épargne à long terme pour les entreprises.

Le moteur de la recherche (au sens des financements) venait des besoins de plus en plus pressants de mise en place de systèmes de retraite complémentaires : les grands cabinets d'actuaire anglo-saxons et les principaux gestionnaires de fonds avaient développé des méthodes de gestion d'actifs pour prendre en compte l'existence d'engagements sociaux, méthodes qui représentaient des extensions à la prise en compte du passif des modèles

d'allocations d'actifs classiques de type Markowitz. Schématiquement, il existait deux grandes classes de modèles d'optimisation intégrant les contraintes de passif :

1. Les modèles à *surface de surplus* actif-passif, de type Wise [1984] ou Wilkie [1985], développés par le cabinet d'actuaire Watson.
2. Les modèles à *frontière efficiente* actif-passif prenant la forme d'un ovale, de type Leibowitz *et al.* [1992], développé par la banque Salomon Brothers.

Le modèle de Leibowitz, également étudié à la Direction de la recherche et de l'innovation du CCF, fut décrit au cours d'un petit-déjeuner de l'AFGAP (Association Française de Gestion Actif-Passif) qui eut lieu le 5 janvier 1995, par Jean-François Boulier qui en fit une présentation très claire, en faisant apparaître les fameux "oeufs" (la frontière efficiente ovale), qui résultent de cette optimisation duale.

Le besoin d'allocations d'actifs à long terme faisait apparaître les sensibilités des modèles aux choix des couples rentabilité-risque, dont l'impact sur les résultats financiers et la valeur des rentes viagères était énorme : le résultat de la politique de gestion représentait la valeur acquise ou capital constitutif de la rente. A titre d'exemple, pour un individu de 35 ans cotisant jusqu'à 60 ans à raison d'un versement de 1 000 F par an, avec les tables TPRV 93, une amélioration de 1% sur la rentabilité de la gestion se traduisait par une hausse de 16% de la rente viagère servie dans le cas de systèmes à cotisations définies. Les mêmes données (35 ans, 60 ans, amélioration de 1 %), pour la constitution d'un capital constitutif de rente de 1 MF, conduisaient à une baisse de 21% de l'engagement initial nécessaire, dans le cas de systèmes à prestations définies.

L'activité d'actuariat au sein de la direction de la gestion du Crédit Lyonnais s'apparentait à une activité d'ingénierie financière appliquée aux problèmes des choix d'investissement à long terme pour la *gestion financière des engagements sociaux*. La gestion financière des engagements sociaux peut être résumée par l'égalité suivante

$$\text{montant de la provision comptable} = \text{montant des fonds à gérer}$$

La tendance sous-jacente aux textes réglementaires était le renforcement des obligations comptables<sup>1</sup>. Une étude SFAF présentée au 17ème congrès de l'EFAF de 1992 faisait apparaître que 35% des sociétés ne suivaient pas les obligations légales, ce qui laissait envisager une hausse importante des encours de fonds à gérer. Le seul marché des IFC était estimé à 600 milliards de francs.

Le montant des engagements sociaux était théoriquement aisément calculable. Par exemple, dans le cas de retraites "chapeau" des entreprises, en notant  $V$  la valeur (mon-

---

1. 1978 : 4ème directive européenne sur le traitement comptable des engagements de retraite des entreprises. 1982 : norme n°19 de l'IASC sur l'évaluation actuarielle des prestations de retraites. 1985 : article 9 al. 2bis du code de commerce et bulletin COB n° 180, qui imposent une information complète sur les engagements sociaux qui doit figurer en annexe du bilan, et surtout les normes FAS 87 et FAS 88. 1989 : bulletin COB n°189, sur le provisionnement au bilan des engagements relatifs aux actifs et retraités. 1990 : recommandation 1-23 de l'ordre des experts comptables.

tant total) de l'engagement retraite de l'entreprise,  $D$  le montant des droits acquis par le personnel,  $p$  la probabilité qu'avait l'entreprise de gérer ces fonds, et  $a$  un facteur d'actualisation, on avait

$$V = a \times D \times p$$

et un engagement social était donc une *valeur actuelle probable*. Le caractère imprécis de la notation (pas d'indiciage par le temps) vient de la latitude laissée à l'actuaire pour le choix des variables. En fait, chaque facteur de l'égalité précédente représentait une source de problème. Par exemple, le montant des droits  $D$  était fonction du nombre de salariés, de la quotité de droit acquis par salarié, et d'un salaire de référence. Les droits acquis devaient-ils être évalués à la date de clôture de l'exercice (droits passés ou méthode rétrospective) ou au moment du départ à la retraite (droits totaux ou méthode prospective)? La probabilité  $p$  était égale à un produit des probabilités respectives que le salarié soit en vie à la date de la retraite (taux de mortalité), que le salarié soit présent dans l'entreprise à la date de la retraite (taux de rotation) et de l'espérance de vie après le départ en retraite. Etc.

Enfin, la gestion financière des engagements sociaux dépendait aussi des choix fiscaux : externaliser la gestion dans un contrat d'assurance (déductible), ou conserver la provision en interne (non déductible). Les produits financiers en résultant étaient soumis à l'IS (solution interne) ou non soumis à l'IS (externalisation) et le décaissement des capitaux était ou non réintégré dans l'assiette IS (id.). L'effet fiscal se traduisait par la présence d'un *aléa fiscal* dans le temps : avantage fiscal à l'origine dans le cas externe, à l'échéance dans le cas interne, soit une différence de rentabilité financière nette. Par exemple, dans le cas interne, l'entreprise devait constituer une provision  $P_0$  pour payer un engagement social  $V_n$  à l'issue de  $n$  années telle que

$$P_0 = \frac{V_n(1 - i)}{(1 + R_e(1 - i))^n}$$

où  $i$  est le taux d'imposition et  $R_e$  le taux de rentabilité annuel obtenu par l'entreprise sur la gestion de son portefeuille. Dans le cas externe, pour payer le même montant  $V_n$  à l'issue de la même durée, on trouve qu'il est nécessaire de loger dans un contrat d'assurance le montant  $A_0$  tel que

$$A_0 = \frac{V_n}{(1 - c)(1 + R_a)^n}$$

où  $c$  est le taux de chargement sur la prime d'assurance, et  $R_a$  le taux de rentabilité annuel obtenu par l'assureur sur la gestion du portefeuille de l'entreprise. Les deux variables  $R_e$  et  $R_a$  étaient bien évidemment cruciales : selon les performances de la gestion, les montants des provisions pouvaient sensiblement varier. Aussi, avant tout choix de benchmark, il fallait examiner les valeurs possibles de  $R_e$  et  $R_a$  : il était donc important de pouvoir tester les benchmarks envisagés sur très longue période.

J'ai beaucoup utilisé, et avec beaucoup de profit, l'étude de référence de Georges Gallais-Hamonno sur les rentabilités à long terme de la bourse de Paris, et un grand nombre de travaux empiriques servant à tester les politiques d'allocations stratégiques

d’actifs à long terme ont été réalisés grâce à cet article (en particulier les simulations ayant servi à la fabrication de l’offre du Crédit Lyonnais de gestion financière pour l’épargne salariale des entreprises). Je profite de ce mémoire d’habilitation pour rendre ainsi à Georges Gallais-Hamonno tout un crédit intellectuel qui n’a pas pu apparaître dans des références d’articles publiés ceci dans la mesure où ces travaux internes au Crédit Lyonnais ne pouvaient pas faire l’objet de publications dans des revues, devant rester à usage interne au département de gestion d’actifs<sup>2</sup>.

De nombreux stagiaires de l’ISFA et de l’ISUP firent leur mémoire d’actuariat sur ces sujets, et l’encadrement de ces mémoires représenta une partie non négligeable de mon emploi du temps. Entre mars 1993 et octobre 1995, un grand nombre d’études furent réalisées sur les surfaces de surplus de Wilkie, les méthodes d’optimisation duale de type Leibowitz et la gestion des fonds de pension, non publiés pour les raisons déjà indiquées. En résumé, les résultats que j’obtins et leur apport pour l’activité de la gestion financière des engagements sociaux furent principalement les suivants.

1. La structuration complète d’un processus d’investissement pour la gestion long terme de l’épargne des entreprises et des fonds des caisses de retraites par répartition ou capitalisation, incluant les contraintes de passif et de surplus actif-passif.
2. La détermination des allocations stratégiques d’actifs, avec conciliation entre un objectif de long terme (“funding”) et une contrainte de court terme. Ceci revenait à couper la frontière efficiente (les oeufs de Leibowitz) par une droite de rentabilité-plancher, la rentabilité-plancher étant déterminée pour un seuil de probabilité fixé (en fait une approche VaR) pour des seuils de 90%, 95% et 99%. Puis la conception et la mise en place d’outils de simulation pour leur réalisation.
3. La détermination des allocations stratégiques d’actifs, avec prise en compte de l’évolution des cohortes d’individus, sur deux classes d’actif risqués (actions / obligations) et la classe monétaire, avec transformation du résultat de la politique de gestion (capital constitutif) en rente viagère (tables TPRV 93) exprimée en valeur de rente par seuil de probabilité (approche VaR) pour des primes unique et périodiques.
4. La détermination des allocations stratégiques d’actifs pour un fonds collectif de retraite avec hypothèses sur le taux moyen de cotisation (alimentation) du fonds, le montant initial (prime unique), et les variables de marché. La méthode fournissait le taux constant assurant l’équilibre du régime de retraite (appelé aussi “taux sans risque” du régime) et celui assurant la conservation du montant initial investi. Puis la conception et la mise en place d’un outil de simulation correspondant.
5. L’utilisation de la mécanique ARCH pour les modélisations nécessitant des calculs nets d’inflation. Ce fut le programme de tests des modèles ARCH qui conduisit au choix d’une modélisation AR(1)–ARCH(5) percé pour le taux d’inflation. En notant  $i_k$  le taux d’inflation en date  $k$ , l’équation AR utilisée fut la suivante

$$i_k = 0,777 i_{k-1} + 0,0137 + \varepsilon_k$$

---

2. Ce facteur est aussi l’un des éléments qui explique le faible nombre de publications faites en finance, dans la mesure où un grand nombre de papiers de recherche empirique ont été faits sans possibilité de diffusion externe.

avec la relation ARCH(5) percé sur les résidus

$$\varepsilon_k^2 = 0,00045 - 0,1297 \varepsilon_{k-4}^2 + 0,1784 \varepsilon_{k-5}^2$$

6. L'utilisation des techniques de cointégration pour les modélisations associant inflation et taux obligataire primaire (le TME). Ce fut le programme de tests d'une relation cointégrée entre le taux d'inflation et le taux obligataire. En notant  $Y_k$  le taux de rendement des emprunts d'Etat TME et  $i_k$  le taux d'inflation, la relation obtenue fut

$$Y_k = 0,87 Y_{k-1} + 0,20 i_k$$

Les simulations donnèrent des résultats tout-à-fait réalistes pour les besoins des appels d'offre en épargne salariale et épargne retraite.

En résumé, cette période professionnelle au Crédit Lyonnais vit la réalisation d'un certain nombre de travaux de finance empirique, dont le point commun était la détermination de l'allocation stratégique d'actifs (le "benchmark"). Cet intérêt sur cette seule allocation stratégique, et moins sur les allocations tactiques et les choix de titres, trouvait son origine dans deux causes différentes :

- D'une part, la théorie financière postulait que l'allocation stratégique était l'étape du processus d'investissement qui contribuait le plus à la performance totale de la gestion (voir plus loin page 40), et donc que les autres étapes du processus étaient moins cruciales. De plus, en présence de passif, l'allocation stratégique devait se construire pour tenir compte de ces contraintes de passif et il était inenvisageable de commencer à gérer sans règles de gestion ("guidelines") issues du niveau de risque donné par le benchmark.
- D'autre part, l'organisation de la direction de la gestion au Crédit Lyonnais avait séparé les décisions d'allocation stratégique pour institutionnels (département "relations investisseurs") et la gestion active proprement dite, i.e. les allocations tactiques et les choix de titres (département "gestion"). La connaissance des contraintes de passif des investisseurs institutionnels par ceux qui les approchaient rendait logique la mise en place de l'allocation stratégique au sein du département "relation investisseurs".

La question pouvait cependant se poser de la place de l'actuariat-conseil dans cette séparation. Fallait-il loger les développements actuariels d'ingénierie financière dans le département "relation investisseurs" ou dans le département "gestion" qui comprenait déjà une petite cellule d'ingénierie financière, dans laquelle on construisait les fonds structurés et les produits à taux garanti ? En fait, cette question ne fut jamais tranchée, et de cette ambiguïté pâtit partiellement le programme sur les portefeuilles  $\alpha$ -stables que je proposai en 1994 pour l'amélioration des allocations d'actifs à la direction de la gestion.

### 3.1.1.3 La mesure de performance corrigée du risque : 1992 – 1994

Avec le début de mon activité d'actuariat financier pour institutionnels et fonds de retraite au Crédit Lyonnais en 1992, j'avais pris conscience de la pénétration des mé-

thodes anglo-saxonnes dans le monde de la gestion d'actifs. Il était remarquablement intéressant d'observer comment la structuration des processus d'investissement reproduisait le schéma intellectuel proposé par Markowitz–Sharpe, qui conduisait à accorder un poids très important à l'allocation stratégique d'actifs, au détriment des allocations tactiques et des choix de titres. Le fameux triangle des consultants (70% de la performance provient de l'allocation stratégique, 20% des allocations tactiques, et seulement 10% est issu des choix de titres) était alors un dogme quasiment inattaquable. Comme tout dogme non remis en question par un groupe sociologique donné (en l'occurrence les gestionnaires de portefeuilles et les cabinets de conseils qui vendaient des grilles d'allocation stratégique), cela valait la peine d'aller y voir de plus près.

Dans cette investigation sur le triangle des consultants, la mesure de performance tenait un rôle social clé : celui de valider les décisions d'allocation stratégique, de contrôler les effets des allocations tactiques et des choix de titres. En un mot, la mesure de performance permettait d'apprécier la *valeur ajoutée* du traitement de l'information par les gérants. De cette époque, date mon intérêt pour la mesure de performance des portefeuilles et la notion de mesure de valeur ajoutée de l'information.

En octobre 1992, je préparai pour le troisième colloque AFIR une synthèse des mesures de performance corrigées du risque, qui représenta ma prise de contact avec le sujet. Je passai en revue les méthodes existantes en séparant les mesures dites "externe" (ou mesures et analyses utilisant la droite de marché du CAPM) et les mesures dites "interne" (ou mesures et analyses utilisant la décomposition de Brinson [1985], puis j'en fis deux articles :

- Un article de format universitaire, présenté sous la forme d'une communication au troisième colloque AFIR de Rome de 1993, et publié dans les actes du colloque sous le titre "Mesure de performance corrigée du risque : une synthèse des méthodes existantes" (référence [A1993]). Ce texte ne présente que les méthodes de mesure externe.
- Une version professionnalisée, publiée dans une revue professionnelle, *Gestion collective* (juillet-août 1993) sous le titre "Faut-il des benchmarks ? Pourquoi des benchmarks ?" (référence [P1993]).

L'apport de cette synthèse est essentiellement :

1. de rendre saillante la place intellectuelle du CAPM dans la mesure de performance,
2. de faire apparaître la variabilité des indicateurs usuels de performance corrigée du risque (ceux de Sharpe, Treynor, Fama, et Jensen) en testant sur longue période deux SICAV du Crédit Lyonnais,
3. de comparer ces indicateurs en les appliquant sur deux SICAV identiquement référencées sur le marché français, mais gérées de manière légèrement différente.

Je concluais en rappelant la critique de Roll [1977] sur l'utilisation de la droite de marché dans la mesure de performance corrigée du risque et, à nouveau, en rappelant les objectifs de ma démarche, similaire à celle de la thèse : bien connaître les limites d'un modèle pour bien savoir l'utiliser. Je cite la conclusion de l'article :

"On connaît les critiques de Roll (1977, 1978) sur la non MV-optimalité des in-

dices de marché, et de Dybvig et Ross (1985) sur les ambiguïtés de la référence à cette droite. L'on sait bien aujourd'hui quelles sont les limites d'utilisation de ce modèle. Il est clair que les limites des indicateurs agrégés de performance corrigée du risque sont celles des formalisations mêmes du CAPM. Mais l'objet de cette étude n'était pas de rejeter les possibilités d'utilisation de ce cadre général. Nous avons seulement voulu montrer, à partir d'un tel cadre, *dans quelles conditions il était possible d'utiliser les outils existants, sans les rejeter, mais en en connaissant bien les limites* (je souligne)" (p. 300).

C'était une nouvelle fois une démarche de compréhension fine des hypothèses des modèles, afin d'en percevoir toutes les implications professionnelles.

Puis, en juin 1993, avec les débats sur la présentation des résultats des gestions pour les appels d'offre des fonds de pension, et la montée en puissance des normes AIMR de présentation de la performance, je fus chargé de piloter un groupe de travail au sein de la direction de la gestion du Crédit Lyonnais, dont l'objectif était de proposer à l'ensemble des gérants et des commerciaux des méthodes de mesure et d'analyse communément acceptées et comprises par tous. En décembre 1993, je produisais une synthèse interne de forme professionnelle, sorte de "grammaire de la mesure de performance", qui prenait la forme d'un livret de 39 pages à destination des équipes de la direction de la gestion. Ce document représentait la première synthèse en français sur le sujet, accessible à des professionnels, et fut abondamment utilisé par la suite à la direction de la gestion. Pour les raisons déjà indiquées plus haut, il ne fut pas possible d'en prévoir une version destinée à une publication.

La fin de la première étape du projet "Mesure et analyse de performance" en juin 1994 interrompit provisoirement mes réflexions sur le sujet, qui reprendront avec le redémarrage du projet en 1996, lorsque je fus chargé de développer un système d'analyse de performance utilisant les méthodes de décomposition de la performance en sources de contribution ("attribution analysis"). Lorsque je quittai le Crédit Lyonnais pour rejoindre PricewaterhouseCoopers en 1998, j'ai prolongé cette réflexion en direction de l'intégration entre analyse de performance et forme de processus d'investissement, d'une part, et entre capacités informatiques de calculs et décompositions multipériodiques à pas de temps quotidiens, d'autre part. Deux articles parus dans la presse professionnelle (références [P1998a] et [P1998b]) présentent cette problématique.

## 3.1.2 Choix de portefeuilles en univers $\alpha$ -stable

### 3.1.2.1 Le programme de collaboration avec l'INRIA : 1994 – 1996

Le programme de recherche-développement sur les portefeuilles  $\alpha$ -stables représenta une magnifique collaboration avec l'Institut national de recherche en informatique et automatique (INRIA) qui me donna l'expérience complète du pilotage d'un projet de re-

cherche difficile. L'INRIA est organisé en laboratoires, dénommés "projets" : Jean-Philippe Bouchaud (voir plus bas page 48) m'avait mis en contact avec le directeur du projet "Frac-tales", Jacques Lévy Véhel, et je mis en place avec lui le contrat-cadre de collaboration INRIA-Crédit Lyonnais.

D'après la théorie de Markowitz–Sharpe, la diversification conduit à l'élimination du risque spécifique, et seul subsiste le risque systématique, ou risque du marché. Pourtant, dès 1965, Eugène Fama, en application des hypothèses de Mandelbrot, suivi ensuite par Samuelson, avait montré que l'efficacité de la diversification reposait sur la validation de l'hypothèse gaussienne : dans le cas  $\alpha$ -stable, non seulement la diversification ne réduisait pas le risque d'un portefeuille, mais, au contraire, pouvait l'augmenter en proportion exacte du nombre de titres détenus. Ma thèse terminée et soutenue en 1994, j'ai alors proposé à la direction de la gestion du Crédit Lyonnais un programme de recherche sur les allocations stratégiques d'actifs en univers non gaussien, dans le cadre d'un partenariat avec l'INRIA. Cette proposition a été acceptée et le programme a débuté en 1995, avec pour objectif la mise en place d'un logiciel-test des allocations d'actifs et de gestion des risques, utilisant les concepts développés dans ma thèse de doctorat. Un jeune doctorant tunisien, Lotfi Belkacem, commença une thèse de mathématiques appliquées, avec comme co-encadrement, celui de Jacques Lévy Véhel pour l'INRIA et de moi-même pour le Crédit Lyonnais. Ce programme de recherche figure dans les rapports annuels de l'INRIA de 1995 et 1996.

Trois voies se présentaient pour le développement d'un modèle de portefeuille dans un univers  $\alpha$ -stable :

1. Le prolongement naturel des procédures de classement de Elton, Gruber et Padberg, vues précédemment mais étendues au cas  $\alpha$ -stable. Bawa [1975] avait montré que cette généralisation était possible. A partir de là, Bawa *et al.* [1979] avaient directement appliqué la procédure de Elton *et al.* [1976] dans le cas  $\alpha$ -stable pour obtenir des portefeuilles  $\alpha$ -stable optimaux, i.e. qui résolvaient un programme d'optimisation sur les paramètres des lois  $\alpha$ -stables.
2. La généralisation indirecte du problème de Markowitz en utilisant une généralisation du modèle linéaire de Sharpe [1963], puis du CAPM, dans le cas  $\alpha$ -stable. La généralisation du modèle linéaire de Sharpe existait, mais pas celle du CAPM. Cette voie était suivie par Gamrovski et Rachev [1993, 1995], et la direction des risques de marchés du CCF travaillait à son développement avec l'aide de la DRI (voir le n° 17 de la revue "Quants" de la DRI du CCF qui présente un CAPM  $\alpha$ -stable).
3. La généralisation directe du problème de Markowitz, sans le recours à la simplification de Bawa *et al.* [1979] ni à celle de Sharpe.

Après avoir commencé à examiner la première des voies, nous adoptâmes finalement la troisième, et ce fut l'un des beaux résultats de la thèse soutenue par Lotfi Belkacem le 29 novembre 1996 à l'Université de Paris IX-Dauphine, devant un jury dont Benoît Mandelbrot était le président. Entretemps, la seconde voie fut explorée, et le CAPM fut à son tour aussi généralisé. Ce travail de Belkacem fut, à ma connaissance, le premier à généraliser en lois  $\alpha$ -stables le problème complet de Markowitz. Puis en 1999, une

étudiante de Svetlozar Rachev soutint également une thèse de doctorat sur le même sujet (Ortobelli [1999]), dont les résultats sont donnés dans Rachev et Mittnik [2000].

La principale difficulté mathématique de l'entreprise était le passage des variables aléatoires  $\alpha$ -stables univariées aux vecteurs aléatoires  $\alpha$ -stables (lois conjointes). Considérant un vecteur aléatoire  $\alpha$ -stable  $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ , cela revenait à remplacer dans l'expression (2.1) la quantité  $uX$  par le produit scalaire  $\langle u, X \rangle$ . Autrement dit, dans l'expression (2.1), la fonction caractéristique  $\Psi_X(u) = E(\exp(iuX))$  devenait  $\Psi_X(u) = E(\exp(i \langle u, X \rangle))$ , fonction caractéristique d'un vecteur aléatoire  $\alpha$ -stable qui, pour  $\alpha \neq 1$ , s'écrivait

$$\Psi_X(u) = \exp \left( i \langle u, \delta \rangle - \int_{S_N} |\langle u, s \rangle|^\alpha \left( 1 - i \operatorname{sgn} \langle u, s \rangle \tan \frac{\pi\alpha}{2} \right) \Gamma(ds) \right) \quad (3.1)$$

et était donc plus délicate à manipuler que son homologue en dimension 1. D'autre part, en l'absence de covariance pour résumer de manière simple la liaison entre les variables, il fallait utiliser une quantité équivalente. Pour simplifier le problème, nous fîmes le choix de nous limiter au début aux lois  $\alpha$ -stables symétriques avec  $1 < \alpha < 2$ . Dans ce cas particulier, l'équivalent de la covariance est appelée " $\alpha$ -covariation", et l' $\alpha$ -covariation entre deux variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$ , notée  $\operatorname{cov}_\alpha(X_1, X_2)$ , est définie par

$$\operatorname{cov}_\alpha(X_1, X_2) = \int_{S_2} s_1 s_2^{\langle \alpha-1 \rangle} \Gamma(ds) \quad (3.2)$$

où  $\Gamma$  est la mesure spectrale du vecteur aléatoire  $(X_1, X_2)$ , et où  $\langle \rangle$  est la puissance signée définie par  $x^{\langle \alpha-1 \rangle} = |x|^{\alpha-1} \operatorname{sgn}(x)$ . Comme pour la covariance classique, on retrouvait bien la relation avec le paramètre d'échelle  $\gamma$  (la mesure de volatilité en univers  $\alpha$ -stable) qui était

$$\gamma^\alpha(X) = \operatorname{cov}_\alpha(X, X)$$

et l'on pouvait alors généraliser toutes les relations de la finance usuelle.

### 3.1.2.2 Passage du CAPM en univers $\alpha$ -stable

Les principaux résultats obtenus sur le CAPM sont les suivants.

1. Le développement d'un CAPM en univers  $\alpha$ -stable, avec obtention de la propriété de linéarité entre la rentabilité des actifs et celle du portefeuille de marché lorsque la rentabilité tous les actifs suit une loi  $\alpha$ -stable. Tout actif  $j$  de rentabilité  $R_j$  est relié à la rentabilité  $R_M$  du marché par son *coefficient bêta* généralisé, qui est, en univers  $\alpha$ -stable symétrique

$$\beta_j = \frac{\operatorname{cov}_\alpha(R_j, R_M)}{\gamma^\alpha(R_M)} \quad (3.3)$$

qui est le coefficient bêta du CAPM généralisé.

2. Développement de méthodes économétrique d'estimation du coefficient bêta, à partir de l'estimateur BLUE de Blattberg et Sargent [1971], puis de l'estimateur des moments, puis de l'estimateur spectral de Cheng et Rachev [1995].
3. Etude empirique sur neuf actions du CAC 40, pour obtenir les valeurs de  $\alpha$ , vérifier la propriété d'invariance d'échelle entre 1 et 10 jours, puis calculer les bêtas en fonction de  $\alpha$ . Les résultats sur  $\alpha$  sont présentés plus haut page 31. Pour les bêtas, on trouve quelques différences : par exemple, les sensibilités des variations des actions Thomson et Accor aux variations du CAC 40 apparaissent plus fortes dans un cadre  $\alpha$ -stable que dans le cadre classique du CAPM gaussien, le bêta passant de 1,17 à 1,23 pour Accor, et de 0,91 à 0,98 pour Thomson, soient des augmentations relatives de 5% et 8% par rapport aux valeurs du CAPM gaussien.

Les résultats obtenus sur le CAPM furent présentés dans trois exposés universitaires : à la journée FFSA-Paris I-Paris VI le 12 juin 1995, au congrès annuel de l'AFFI de Bordeaux le 1er juillet 1995, puis le 4 novembre 1997 au centre de recherche de IBM aux Etats-Unis, lorsque je me trouvais à l'Université de Yale comme chercheur invité. Ils firent l'objet d'une publication : l'article "CAPM, Risk and Portfolio Selection in  $\alpha$ -Stable Markets" parut dans la revue *Fractals* (référence [R2000]), après avoir été refusé par *Management Science* en 1996. Puis ces résultats furent présentés dans le livre *Les marchés fractals* publié en 2002 (référence [L2002b], chapitre 6).

La raison avancée par la revue *Management Science* pour justifier son refus était la suivante : nous cherchions à proposer un modèle monofactoriel monopériodique, alors que la plupart des approches examinées par les chercheurs étaient plutôt multifactorielles et/ou multipériodiques. Il nous a paru important de répondre à cette critique, ce que nous avons fait dans *Les marchés fractals* (p. 156). Je rappelle le principe de la réponse en citant le passage du livre :

"Aujourd'hui, les limites du CAPM pour l'évaluation des actifs financiers sont bien connues (modèle statique ne prenant pas en compte les décisions de consommation au fil du temps, information symétrique, problèmes de mesure), et les généralisations intertemporelles du CAPM (comme le CCAPM) ont eu pour objectif de pallier ces insuffisances, quoique avec des résultats inégaux. Des anomalies restent non résolues, comme par exemple le problème du niveau des primes de risques ("equity premium puzzle") mis en évidence par Mehra et Prescott [1985], ou celui du taux de rentabilité de l'actif sans risque ("risk-free rate puzzle") de Weil [1989], problèmes pour lesquels les généralisations multipériodiques du CAPM n'apportent pas de réponse claire. De manière résumée, les approches multipériodiques semblent une voie prometteuse, mais pour l'instant encore sans résultat définitif.

Par rapport à ces courants de recherche, nous situons le modèle proposé dans un contexte simple d'une économie d'échange statique (i.e. à une période) : notre intention est de montrer comment, par la seule modification de l'aléa régissant les variations boursières, et sans faire intervenir de modélisation dynamique multipériodique, il est cependant possible d'améliorer significativement les résultats du CAPM gaussien statique."

Et ceci s'appuyait sur un autre argument, plus sociologique : les professionnels continuaient à utiliser des modèles statiques, plutôt que de chercher à appliquer des modèles dynamiques. Nous proposons donc une amélioration en phase avec les pratiques des professionnels de la gestion.

### 3.1.2.3 Passage du portefeuille optimal en univers $\alpha$ -stable

Les principaux résultats obtenus sur le portefeuille optimal sont les suivants.

1. Expression du couple rentabilité-risque d'un portefeuille quelconque lorsque le couple rentabilité-risque est défini en univers  $\alpha$ -stable, c'est-à-dire quand chaque titre est caractérisé par un couple paramètre de localisation - paramètre d'échelle. Pour un portefeuille composé de  $N$  actifs de poids  $w_j$  et de rentabilité  $R_j$ , dont la rentabilité est par définition  $R = \sum_{j=1}^N w_j R_j$ , son *risque total* est défini comme

$$\gamma^\alpha(R) = \sum_{i,j} w_i \text{cov}_\alpha(R_i, R_j) w_j \quad (3.4)$$

où  $\text{cov}_\alpha(R_i, R_j)$  représente la  $\alpha$ -covariation entre les rentabilités des actifs  $i$  et  $j$ . Cette démarche a été mise en oeuvre pour le calcul du couple rentabilité-risque d'un portefeuille dans le cas de trois actions. Nous avons utilisé les estimateurs de Rachev et Xin [1993] et Cheng et Rachev [1995] pour le calcul du paramètre d'échelle du portefeuille.

2. La résolution du problème du portefeuille optimal lorsque le couple rentabilité-risque est défini en univers  $\alpha$ -stable et l'obtention de la frontière efficiente correspondante dans le plan rentabilité - paramètre d'échelle. Puis application à la recherche d'un portefeuille  $\alpha$ -stable-optimal avec trois actions, pour  $\alpha = 1, 7$ .
3. Une comparaison des portefeuilles 1,7-stables optimaux avec les portefeuilles MV-optimaux correspondants dans le cas gaussien classique. Nous avons montré que les portefeuilles 1,7-stables optimaux dominent leurs homologues gaussiens.

Un point curieux des résultats consistait en un apparent paradoxe : la réduction de la volatilité du portefeuille pour un niveau donné de rentabilité espérée, alors que les distributions  $\alpha$ -stables sont plus étirées que les gaussiennes. Il nous a paru important dans *Les marchés fractals*, d'expliquer ce paradoxe. Je rappelle le passage ci-dessous, extrait de la page 180 :

“Ce paradoxe (...) s'explique en réalité si l'on considère que le changement de loi de probabilité conduit à un changement de *forme*, ou de *structure* de hasard, mais non pas nécessairement de *taille* ou d'*échelle* de hasard (...). En effet, un portefeuille  $\alpha$ -stable optimal présentera un risque à la fois moins élevé selon la dimension d'échelle du risque, mais plus élevé selon la dimension de forme du risque. On retrouve ici l'effet de compensation taille-forme mis en évidence dans les simulations. Autrement dit, la diffraction du risque d'un portefeuille selon deux dimensions permet un réglage plus fin de la gestion d'actifs, dans la mesure où un gérant pourra ajuster, soit la dispersion des rentabilités, soit

leur erraticité, en cherchant des combinaisons qui lui permettent d’atteindre un objectif de résultat selon l’une ou l’autre de ces dimensions.

C’est la raison pour laquelle le portefeuille gaussien apparaît paradoxalement *trop risqué* au gérant, car la réduction du risque bidimensionnel du portefeuille sur la seule dimension de dispersion *masque* l’effet de forme, ou erraticité, des variations des rentabilités.”

Autrement dit, j’expliquais le paradoxe par l’introduction d’une diffraction bidimensionnelle du risque du portefeuille, explication qui est à l’origine des développements sur la notion de risque de modèle (voir plus loin page 70).

Les résultats obtenus par Belkacem sur le portefeuille ne furent pas l’objet d’une publication dans une revue universitaire et furent présentés directement sous la référence de la thèse de Lotfi Belkacem dans *Les marchés fractals* (chapitre 7). Dans ce cas également, nous avons estimé nécessaire de préciser une fois encore la raison d’un choix statique, et je cite un extrait du chapitre 7, page 185 :

“Le modèle statique de portefeuille  $\alpha$ -stable optimal décrit dans ce chapitre généralise le modèle statique classique de portefeuille MV-optimal (2-stable optimal). Revenons sur cet aspect du problème du portefeuille. Comme annoncé au début du chapitre, nous n’avons pas cherché à développer un cadre dynamique de portefeuille en contexte multipériodique, mais à généraliser le cadre statique aux cas non gaussiens. Nous estimons que cette démarche, quoique volontairement limitée, trouve cependant une pertinence du fait que, dans la pratique, de nombreux gestionnaires n’ont pas encore installé des méthodes et des systèmes de gestion mettant en oeuvre une modélisation dynamique issue des travaux de la recherche théorique.

Même si certains établissements assez avancés dans les techniques quantitatives commencent à explorer la modélisation dynamique des choix de portefeuilles, la plupart des gestionnaires instrumentent encore pour le moment une pseudo-multipériodicité en juxtaposant sur des périodes successives le cadre statique de Markowitz. Dans ces situations, les allocations d’actifs (grilles de placement) sont simplement recalculées sur une fréquence régulière (hedomadaire, mensuelle etc.), au moyen des optimisations gaussiennes. Ainsi, il nous a paru utile de faire apparaître comment, dans ce contexte très pragmatique, on pouvait néanmoins significativement améliorer la pertinence des allocations d’actifs, par une modification de l’aléa.”

On retrouve dans cette conclusion le souci de rester pragmatique dans un contexte professionnel.

En résumé, les deux expressions (3.4) et (3.3) permettaient de transposer les résultats de Markowitz, Tobin et Sharpe dans un univers  $\alpha$ -stable symétrique. A l’issue du programme, se posa la question de son application à la direction de la gestion du Crédit Lyonnais. Le tableau 3.1 résume la position de notre modèle par rapport au modèle gaussien statique usuel.

	volatilité d'un titre	risque total d'un portefeuille	bêta d'un titre
monde gaussien	$\sigma^2(R_j) = \text{cov}(R_j, R_j)$	$\sigma^2(R) = \sum_{i,j} w_i \text{cov}(R_i, R_j) w_j$	$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$
monde $\alpha$ -stable	$\gamma^\alpha(R_j) = \text{cov}_\alpha(R_j, R_j)$	$\gamma^\alpha(R) = \sum_{i,j} w_i \text{cov}_\alpha(R_i, R_j) w_j$	$\beta_j = \frac{\text{cov}_\alpha(R_j, R_M)}{\gamma^\alpha(R_M)}$

TABLE 3.1 – Portefeuille et CAPM en univers gaussien et  $\alpha$ -stable.

### 3.1.3 Choix de portefeuilles en univers parétien

#### 3.1.3.1 Le contexte : le modèle parétien de Science & Finance

A la fin de la thèse de Belkacem, alors que le logiciel expérimental produisait des frontières efficientes avec trois actifs (le nombre d'actifs que Markowitz avait utilisé dans son article de 1952), il s'est agi de passer en vraie grandeur les résultats expérimentaux obtenus. Cela posait des problèmes de programmation difficiles, et ce fut alors qu'une autre possibilité apparut, celle consistant à acheter un progiciel mettant en oeuvre des techniques non gaussiennes (le progiciel "Profiler"), développé par la société Science & Finance, fondée par Jean-Philippe Bouchaud et Didier Sornette en mai 1994, et commercialisé par une société créée en 1988 par Jean-Pierre Aguilar, ATSM Finance, qui proposait son produit au Crédit Lyonnais pour 100 000 dollars par an et par poste. Un mémo interne du 31 décembre 1996 décrit les deux possibilités existantes pour la direction de la gestion du Crédit Lyonnais.

Ce modèle vendu par ATSM est le second modèle d'allocation d'actifs qui est issu des travaux sur les lois  $\alpha$ -stables. Il a fait l'objet d'un article intitulé "Taming Large Events : Optimal Portfolio Theory for Strongly Fluctuating Assets", et publié en 1998 dans *International Journal of Theoretical and Applied Finance* (référence [R1998], en collaboration avec Jean-Philippe Bouchaud, Didier Sornette, Jean-Pierre Aguilar). Je connaissais bien les fondateurs de Science & Finance : Didier Sornette avait été l'un des rapporteurs de ma thèse de doctorat, et j'avais rencontré Jean-Philippe Bouchaud en 1990 à la suite de mon mémoire d'agrégation d'actuariat. Nous avons commencé à réfléchir au problème du portefeuille, mais son départ pour Cambridge pour deux ans avait interrompu nos travaux. C'est Jean-Philippe Bouchaud qui m'avait fait rencontrer Jacques Lévy Véhel en 1992, et c'est de là qu'était né le programme INRIA.

En 1994, Jean-Philippe Bouchaud et Didier Sornette cherchaient un établissement financier pour passer de la théorie à la pratique et développer avec cet établissement des logiciels d'allocations d'actifs en lois non gaussiennes. Ils trouvèrent un apporteur de capitaux avec Jean-Pierre Aguilar qui eut la grande qualité de savoir anticiper sur les évolutions à venir des métiers et des techniques, et qui, en tant que gérant de fonds de futures (avec Capital Futures Management) était intéressé par toute approche nouvelle d'optimisation du couple rentabilité-risque. Ainsi, avec un important budget de fabrication logicielle, Science & Finance développa un modèle d'allocations d'actifs simultanément au

programme INRIA du Crédit Lyonnais. En raison de ces aspects commerciaux, mais aussi de l'apport à la fois progiciel (les ingénieurs informaticiens de ATSM) et opérationnel (les remarques issues des tests de la méthode sur les fonds de futures), l'article de 1998, écrit initialement à trois (avec Jean-Philippe Bouchaud et Didier Sornette) parut avec un quatrième nom, celui de Jean-Pierre Aguilar.

Trois différences importantes existaient par rapport au projet Crédit Lyonnais - INRIA et au choix  $\alpha$ -stable.

1. Au lieu de considérer *toute* la distribution des rentabilités des actifs, seule avait été prise en compte la *queue de distribution* des rentabilités, modélisée au moyen d'une loi de puissance de type Pareto. On retrouvait donc, comme montré précédemment au paragraphe 2.2.1.1 (p. 19), le comportement asymptotique parétien des lois  $\alpha$ -stables, si ce n'est que l'on considérait *seulement* cette queue de Pareto.
2. De plus, les valeurs que pouvaient prendre l'exposant caractéristique  $\alpha$  n'étaient pas limitées par la borne 2 des lois  $\alpha$ -stables, et pouvaient lui être supérieures. On pouvait donc sortir du cadre des lois  $\alpha$ -stables pour entrer dans celui de la théorie des valeurs extrêmes et des lois de puissance. La seule hypothèse faite sur la variable aléatoire  $X$  représentant la rentabilité résidait dans la forme de la fonction de densité  $f(x)$ , définie pour  $x$  "suffisamment grand" (c'est-à-dire dans les queues de distribution) comme

$$f(x) \simeq \frac{C}{|x|^{1+\alpha}} \quad (3.5)$$

où  $\alpha$  est l'exposant de Pareto et  $C$  une constante dont on montre qu'elle est proportionnelle à la valeur maximale de la distribution empirique, c'est-à-dire qui quantifie l'amplitude de la plus forte fluctuation. Dans le cas des lois  $\alpha$ -stables, on retrouvait naturellement  $0 < \alpha < 2$ . Dans le cas où  $\alpha \rightarrow \infty$ , on trouvait une loi exponentielle.

3. Enfin, nous introduisions une différence entre les comportements des extrêmes positifs et des extrêmes négatifs, au moyen de deux valeurs distinctes pour  $\alpha$  et  $C$ , notées  $\alpha_+$  et  $\alpha_-$ ,  $C_+$  et  $C_-$ , ceci pour différencier les hausses et les baisses du marché, afin de pouvoir les traiter séparément.

Finalement, la fonction de densité de notre modèle était donc

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C_-}{|x|^{1+\alpha_-}} & x < 0 \\ \frac{C_+}{|x|^{1+\alpha_+}} & x > 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Il est intéressant de la comparer à celle du modèle CGMY de Carr *et al.* [2002], qui utilisent une forme voisine pour décrire les comportements boursiers des queues de distributions positive et négative :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{|x|^{1+\alpha}} \exp(-a_-|x|) & x < 0 \\ \frac{C}{|x|^{1+\alpha}} \exp(-a_+|x|) & x > 0 \end{cases}$$

et l'on voit que, par rapport au modèle CGMY, notre modèle distingue les hausses des baisses en affectant à la fois le poids des queues de distribution (les paramètres  $C_+$  et  $C_-$ ,

contre un paramètre  $C$  unique dans le modèle CGMY), et l'erraticité des mouvements extrêmes (les paramètres  $\alpha_+$  et  $\alpha_-$ , contre un paramètre unique  $\alpha$  dans le modèle CGMY). Les résultats des tests ainsi qu'un souci de simplification nous conduisirent cependant par la suite à poser  $\alpha_+ = \alpha_- = \alpha$ .

### 3.1.3.2 L'intuition principale et les résultats obtenus

En fait, notre modélisation repose essentiellement sur l'idée centrale suivante : en raison de l'importance des grandes variations pour la performance finale d'un portefeuille<sup>3</sup>, le paramètre le plus important à surveiller et à optimiser n'est pas la volatilité symétrique (qu'elle soit gaussienne ou  $\alpha$ -stable), mais le poids des queues de distribution, quantifié par le paramètre noté  $C_{\pm}$ . L'apport de cet article par rapport aux très nombreux travaux réalisés sur la question des choix de portefeuille est donc de :

1. Déplacer l'attention des chercheurs et des professionnels vers une mesure de risque centrée sur le seul poids des queues de distribution et donc sur l'impact des grandes hausses et des grandes baisses sur la performance finale d'une gestion. C'est une reprise d'un courant de pensée qui avait été proposé parallèlement à Markowitz, mais qui n'avait jamais été développé depuis, celui de la démarche "safety fist" de Roy [1952].
2. Proposer comme mesure de risque pertinente dans cette perspective, le paramètre  $C_-$ , crucial puisque calibrant l'amplitude des grandes baisses.
3. Développer un modèle d'allocation d'actifs reposant sur la minimisation de ce paramètre  $C_-$ .
4. Généraliser le modèle linéaire de Sharpe [1963] dans le cas parétien, en utilisant  $C_{\pm}$  comme mesure de risque.

Pour bien situer notre apport, en regard du très grand nombre de travaux réalisés sur le problème du choix de portefeuille, dans la mesure où nous centrons le processus d'investissement et les choix de portefeuille sur le suivi du paramètre  $C_{\pm}$ , je rappelle très brièvement (pour éviter au lecteur une plongée dans les formalismes de [R1998] qui n'utilisent pas les notations habituelles de la finance mathématique) la raison pour laquelle ce paramètre acquiert un rôle crucial dans le cas de distributions de Pareto. Je le fais en le présentant de manière très simple (plus simple que dans l'article) et intuitive.

Sur une période donnée de gestion d'un portefeuille, on considère les  $n$  rentabilités positives (resp. négative)  $\{R_k\}_{k=1,\dots,n}$  du marché (ou d'un actif), et on note

$$R_{(1)} = \max_{\{k\}} R_k \qquad R_{(n)} = \min_{\{k\}} R_k$$

et plus généralement  $R_{(k)}$  est la  $k$ -ième valeur la plus forte de  $\{R_k\}_{k=1,\dots,n}$ . Par définition de  $R_{(k)}$ , il est clair qu'il y a exactement  $k$  valeurs de la rentabilité qui lui sont supérieures

---

3. Le phénomène de *concentration de la performance* à l'origine de ce choix conceptuel est abordé plus loin, dans la partie du mémoire qui développe mes travaux sur ce sujet (voir paragraphe 3.1.5 page 58).

ou égales (puisque c'est la plus grande  $k$ -ième). Puisqu'il y a  $n$  rentabilités positives, la fréquence empirique  $\text{Fr}(R \geq R_{(k)})$  est donc  $k/n$ . La probabilité correspondante s'écrit en remplaçant<sup>4</sup> la fréquence empirique  $\text{Fr}$  par la probabilité  $\text{Pr}$

$$\text{Pr}(R \geq R_{(k)}) = \frac{k}{n}$$

Or on connaît la forme de  $\text{Pr}(R \geq x)$  puisque l'on a supposé que la densité  $f(x)$  suivait une loi de Pareto, c'est-à-dire que, en vertu de (3.5), on a

$$\text{Pr}(R \geq x) = 1 - F(x) = \int_x^\infty f(t)dt = \frac{C}{x^\alpha}$$

où le paramètre  $C$  est précisément celui dont on cherche à comprendre l'importance. On peut donc écrire pour les rentabilités positives que

$$\text{Pr}(R \geq R_{(k)}) = \frac{k}{n} = \frac{C}{(R_{(k)})^\alpha}$$

et l'on voit immédiatement qu'il existe une relation directe entre le paramètre  $C$  et la  $k$ -ième plus grande variation positive. Si à présent l'on considère la plus forte variation, pour laquelle  $k = 1$ , on obtient

$$\text{Pr}(R \geq R_{(1)}) = \frac{1}{n} = \frac{C}{(R_{(1)})^\alpha}$$

ce qui donne la valeur de  $R_{(1)}$  en fonction de  $C$

$$R_{(1)} = C^{1/\alpha} n^{1/\alpha}$$

et l'on peut alors interpréter le coefficient  $C$  en comprenant l'origine de son importance pour la gestion d'actifs : puisque

$$C = \frac{1}{n} (R_{(1)})^\alpha \tag{3.7}$$

cela veut dire que  $C$  est *directement proportionnel* à la *rentabilité maximale*  $R_{(1)}$ , ou encore que  $C$  définit l'*échelle de l'amplitude* des fluctuations. Autrement dit, une gestion d'actifs qui chercherait à éviter des grandes baisses ou à profiter des grandes hausses devrait gérer directement le couple rentabilité – paramètre  $C$ . Dans notre modèle, nous séparons le traitement des queues de distributions positive et négative, ce qui conduit aux deux relations sur les hausses et sur les baisses

$$C_+ = \frac{1}{n} (R_{\max})^{\alpha_+} \quad C_- = \frac{1}{n} (R_{\min})^{\alpha_-} \tag{3.8}$$

où  $R_{\max}$  et  $R_{\min}$  sont les rentabilités maximale et minimale du marché (ou de l'actif). Mais le problème de l'estimation reste cependant posé. Il est bien connu que les estimations des

---

4. Je rappelle à nouveau le caractère intuitif ou "heuristique" de l'exposé, sans chercher une précision formelle dans le développement mathématique.

	risque d'un titre	modèle linéaire	risque d'un portefeuille
monde gaussien	$\sigma_j^2$	$\sigma_j^2 = b_j^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(\varepsilon_j)$	$\sigma_P^2 = \bar{b}^2 \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N w_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2$
monde $\alpha$ -stable	$\gamma_j^\alpha$	$\gamma_j^\alpha = b_j^\alpha \gamma_M^\alpha + \gamma^\alpha(\varepsilon_j)$	$\gamma_P^\alpha = \bar{b}^\alpha \gamma_M^\alpha + \sum_{j=1}^N w_j^\alpha \gamma_{\varepsilon_j}^\alpha$
monde parétien	$C_j^\pm$	$C_j^\pm = (b_j^\pm)^\alpha C_M^\pm + C^\pm(\varepsilon_j)$	$C_P^\pm = \bar{b}^\alpha C_M^\pm + \sum_{j=1}^N w_j^\alpha C_{\varepsilon_j}^\pm$

TABLE 3.2 – Portefeuille et modèle linéaire en univers gaussien,  $\alpha$ -stable et parétien.

couples rentabilité – volatilité ne sont pas stables dans le temps. Pour l'estimation de  $C$ , nous proposons une méthode qui utilise une statistique d'ordre ("rank ordering") et qui permet d'obtenir des résultats plus fiables que les calculs usuels de moyenne.

Finalement, les principaux résultats de l'article sont les suivants.

1. Généralisation du modèle linéaire au cas parétien : pour tout titre de rentabilité  $R_j = a_j + b_j R_M + \varepsilon_j$ , on définit le risque de fluctuations (grande variation positive ou négative) par la quantité

$$C_j^\pm = (b_j^\pm)^\alpha C_M^\pm + C^\pm(\varepsilon_j) \quad (3.9)$$

où  $C_M^\pm$  est le risque du marché, mesuré par l'échelle de l'amplitude maximale de ses fluctuations haussières et baissières.

2. Expression du risque d'un portefeuille  $P$  mesuré par ses grandes variations positives et négatives : le paramètre  $C_\pm$ . C'est une extension de la formule précédente dans le cas d'un portefeuille composé de  $N$  actifs en proportion  $w_j$  et de rentabilité  $R_P = \sum_{j=1}^N w_j R_j$ . On obtient

$$C_P^\pm = \bar{b}^\alpha C_M^\pm + \sum_{j=1}^N w_j^\alpha C_{\varepsilon_j}^\pm \quad (3.10)$$

où, comme dans le cas classique,  $\bar{b} = \sum_{j=1}^N w_j b_j$ . Cette expression est une généralisation de la généralisation par Fama du modèle linéaire de Sharpe [1963].

3. Optimisation d'un portefeuille selon le critère de minimisation du risque  $C^-$  de grandes variations négative seules, en remplacement de la minimisation de la volatilité.

Le tableau 3.2 résume la position de notre modèle par rapport au modèle gaussien statique usuel et au modèle issu du programme Crédit Lyonnais – INRIA.

En 1995, le progiciel "Profiler" fut pris en test pendant quelques mois à la direction de la gestion du Crédit Lyonnais, mais fut estimé décevant par le département "gestion" par ailleurs en cours de réorganisation pour l'ingénierie financière (voir plus haut), et cette piste fut abandonnée. L'un des problèmes venait de la gestion obligataire : dans un

souci de rapidité de fabrication et de simplification des calculs, seuls les indices obligataires avaient été entrés dans les bases de données du progiciel, qui ne traitait pas les obligations en direct, traitement qui aurait nécessité la prise en considération de la décroissance de la duration.

Puis j'ai quitté le département "relations investisseurs" et le développement de l'offre de benchmarks pour les investisseurs institutionnels et les entreprises, pour aller m'occuper d'un autre projet intéressant la gestion : la mesure de performance des portefeuilles gérés. C'était en quelque sorte la reprise, pour la mesure de performance, du projet de 1993 interrompu en 1994, qui renaissait en 1996.

### 3.1.4 Le débat sur l'indexation et ma proposition

#### 3.1.4.1 L'effet de la non normalité sur le principe de diversification

Comme indiqué plus haut (page 43), dès 1965, Fama avait tiré certaines conséquences de l'hypothèse de Mandelbrot, en direction de la gestion d'actifs. Il avait montré que, dans le cas de valeurs de  $\alpha$  inférieures à 2, le principe même de diversification pouvait être pris en défaut. Ceci venait de ce que le théorème central limite, point cardinal de la validation de la diversification usuelle, ne fonctionnait pas de la même manière dans le monde  $\alpha$ -stable. En effet, le fondement de la diversification gaussienne reposait sur le principe de la disparition de la composante de risque spécifique, puisque<sup>5</sup>

$$\text{var}(R_P) = \bar{\beta}_P^2 \text{var}(R_M) + \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sum_{j=1}^N \text{var}(\varepsilon_j) \quad (3.11)$$

où  $\bar{\beta}_P = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N b_j$ , conduit nécessairement à  $\text{var}(R_P) \rightarrow \bar{\beta}^2 \text{var}(R_M)$  quand  $N \rightarrow \infty$  si  $1/N^2 \sum_{j=1}^N \text{var}(\varepsilon_j) \rightarrow 0$ . Ainsi, de manière classique, la diversification maximale conduit à ne considérer que les mouvements de la rentabilité  $R_M$ , et à gérer un portefeuille en fonction de la valeur donnée au coefficient  $\beta$ .

L'équivalent en lois  $\alpha$ -stables de la relation précédente était simplement

$$\gamma^\alpha = \bar{b}^\alpha \gamma_M^\alpha + \left(\frac{1}{N}\right)^\alpha \sum_{j=1}^N \gamma_{\varepsilon_j}^\alpha \quad (3.12)$$

mais cette apparente proximité de formalisme (remplacement de  $\alpha$  par 2 et des quantités gaussiennes par leurs homologues  $\alpha$ -stables) cachait en réalité l'existence de différences de comportements statistiques qui pouvaient devenir très importantes, conduisant à l'émergence d'un autre monde, d'une autre manière de penser, pour la gestion d'actifs. En effet,

---

5. On suppose que l'on fait l'approximation  $w_j = 1/N$  pour chaque titre, puisque, dans le cas d'un grand nombre de titres, on peut considérer que le poids de chaque ligne est à peu près identique.

pour un très grand nombre de titres, le risque total du portefeuille est obtenu par le passage à la limite suivant

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma^\alpha = \bar{b}^\alpha \gamma_M^\alpha + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^\alpha} \sum_{j=1}^N \gamma_{\varepsilon_j}^\alpha$$

qui généralise aux cas parétiens (ou  $\alpha$ -stables pour Fama), la relation classique de diversification gaussienne. Et l'on voit alors que *trois cas* existent, selon les valeurs de l'exposant caractéristique  $\alpha$  :

1. Cas  $\alpha > 1$ . Dans ce cas,  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^\alpha} \sum_{j=1}^N \gamma_{\varepsilon_j}^\alpha = 0$ , d'où  $\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma^\alpha = \bar{b}^\alpha \gamma_M^\alpha$  et le principe de diversification fonctionne encore, quoique la convergence vers zéro devient ralentie : le risque spécifique a tendance à demeurer plus longtemps. Autrement dit, il devient nécessaire d'utiliser un plus grand nombre de titres pour parvenir à l'annulation du risque spécifique de chaque titre.
2. Cas  $\alpha = 1$ . Dans ce cas,  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \gamma_{\varepsilon_j}^\alpha = \bar{\gamma}_\varepsilon$ , d'où  $\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma = \bar{b} \gamma_M + \bar{\gamma}_\varepsilon$ . Le risque du portefeuille *ne décroît plus en fonction du nombre de titres*. Le principe de diversification ne fonctionne plus, dans la mesure où l'adjonction d'un titre supplémentaire ne réduit pas pour autant la volatilité du portefeuille.
3. Cas  $\alpha < 1$ . Dans ce cas,  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^\alpha} \sum_{j=1}^N \gamma_{\varepsilon_j}^\alpha = \infty$ , d'où  $\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma^\alpha = \infty$ , et le principe de diversification *devient inversé*. Le risque du portefeuille augmente avec chaque adjonction d'un nouveau titre !

Ce qui revenait à dire que, dans un monde sans espérance ( $\alpha < 1$ ), mais non sans espoir (...) de gain, il ne fallait plus chercher à diversifier au maximum son portefeuille, mais, au contraire, à le *concentrer* sur quelques titres sur lesquels on possédait une information fiable. C'était le contraire de la gestion indicelle passive : Warren Buffet redevenait le modèle de l'investisseur avisé, contre la répartition non informée à la Markowitz.

Dans le modèle en lois de puissances (donc sans l'hypothèse forte de l'invariance d'échelle), on retrouvait exactement le même type de configurations : la relation (3.10) définie plus haut et que l'on rappelle

$$C_P^\pm = \bar{b}^\alpha C_M^\pm + \sum_{j=1}^N w_j^\alpha C_{\varepsilon_j}^\pm$$

était l'exacte transposition aux queues de distribution, de la relation de Fama pour les lois  $\alpha$ -stables. Mais la plus grande généralité de notre modèle de 1998 en accroissait également la portée intellectuelle comme professionnelle. En effet, même si l'on pouvait contester l'existence d'une fractalité sur les variations boursières (et l'on a vu plus haut quelle était la situation réelle de ce débat), il était bien plus difficile de rejeter la présence de lois de puissance sur les seules queues de distribution. Aussi, on ne pouvait continuer à maintenir à tout prix (et à tout coût) l'indexation massive qui reposait sur la validité du principe de diversification maximale.

### 3.1.4.2 Mes contributions successives au débat

A partir de cette constatation, dans le débat entre partisans et adversaires de la gestion indicielle passive, j'ai systématiquement essayé d'introduire ces considérations sur la nature des aléas, pour faire apparaître les *préconditions intellectuelles* des positions professionnelles. Ma position était la suivante : si les aléas étaient bien gaussiens (ou à peu près gaussiens), alors la gestion indicielle passive ou semi-passive pouvait se justifier, mais si les aléas étaient de type parétiens (plus ou moins violents), alors il devenait indispensable de gérer activement de manière non indicielle. Plus généralement, tout écart à la normalité devait conduire à une distanciation vis-à-vis du dogme de la gestion indicielle et à redécouvrir l'importance des choix de titres par rapport à l'allocation stratégique.

Dans un mémo interne au Crédit Lyonnais du 18 décembre 1996, intitulé "La gestion indicielle n'est pas une fatalité inéluctable de la modernité financière", je développe cette argumentation, en proposant comme conjecture une revalorisation des processus "bottom up" et de la gestion non indicielle. Pour les raisons déjà indiquées auparavant, il ne fut pas possible de publier une version de ce mémo sous la forme d'article professionnel, et je dus attendre mon départ du Crédit Lyonnais, en 1998, pour publier des articles sur ce sujet (à l'exception des communications en histoire ou épistémologie).

A partir de 1998, mes contributions sur cette question de l'indexation commencent à apparaître publiquement, et se répartissent en plusieurs types d'interventions, couvrant différents publics et différents moments des débats. J'ai ainsi présenté ma position globale dans :

- trois articles de recherche : les références [R1998, R1999a, R2002],
  - le livre *Les marchés fractals* (référence [L2002])
  - trois articles parus dans la presse professionnelle : références [P1998c, P1999, P2001]
  - trois conférences professionnelles, en 1998 (1) et 1999 (2),
  - des interventions à la commission économique de l'AFG-ASFFI, depuis 2001,
  - trois communications universitaires en épistémologie de la finance : 1997, 1998, 2003.
- Je passe en revue brièvement les points principaux de chacune de ces contributions.

**Articles de recherche** Il s'agit des trois références [R1998, R1999a, R2002a].

1. Dans "Taming large events..." ([R1998]), nous insistons sur les conséquences de la relation (3.10) qui généralise celle de Fama, en indiquant que, dans un tel univers parétien, le meilleur choix à faire serait de choisir de s'investir sur la société de  $C_-$  minimum, pour 100% de son investissement. Autrement dit, dans le débat sur l'indexation de la gestion, l'apport de l'article de 1998 est de généraliser l'argument de Fama en montrant que la notion de diversification est associée à l'existence de la validation du théorème central limite gaussien.
2. Dans "Lévy-stability-under-addition and fractal structure of markets : implications for the investment management industry and emphasized examination of MATIF notional contract", publié dans *Mathematical and Computer Modelling* ([R1999a]), je

développe cette argumentation en ces mêmes termes. Après avoir décrit les interactions entre choix de processus aléatoire et méthodes professionnelles de construction de portefeuille, je conclus en ouvrant le débat conformément à la ligne de conduite que je m'étais fixée : attirer l'attention, poser des questions, et suggérer des changements. Je cite la conclusion de l'article :

“Dans un marché gaussien, l'essentiel de la performance provient de l'allocation stratégique d'actifs. Mais, à partir du moment où ce n'est plus la loi normale qui régit la convergence du théorème central limite, l'allocation stratégique d'actifs conserve-t-elle son rôle prédominant ? Il est possible que, dans ces situations, le choix des titres et les allocations tactiques contribuent largement à la performance finale, plus largement même que l'allocation stratégique. La question est désormais ouverte.” (p.55)

3. Dans “Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers”, publié en 2002 dans *Finance* ([R2002], et dont une version courte est présentée dans *Les marchés fractals*, (chapitre 1, pp 34-35), une partie entière de l'article est consacrée au sujet, sous le paragraphe “Queues parétiennes, efficacité non gaussienne, et choix de titres”. L'apport principal de cet article au débat sur l'indexation est résumé dans le tableau 7, “la profession de la gestion d'actifs et le phénomène leptokurtique”, que je reproduis ici (tableau 3.3). ce tableau présente une typologie de la profession de la gestion d'actifs qui fait apparaître les interactions entre processus d'investissement et phénomène leptokurtique. L'apport de cet article est le suivant.

- (a) Je définis une catégorisation de la profession de la gestion d'actifs selon les deux critères de la modélisation quantitative (utilisation de modèles probabilistes) et de la forme des processus d'investissement.
- (b) Avec cette catégorisation, j'établis une chronologie des types de processus d'investissement. Je montre que :
  - i. Chronologiquement, l'histoire de la gestion d'actifs a commencé dans le quadrant IV : des choix de titres effectués selon les méthodes classiques, sans modélisation probabiliste du risque. C'est la conception dite “classique” de la gestion, qui s'oppose (encore aujourd'hui chez certains gérants de patrimoine) à l'utilisation de modèles probabilistes. L'ouvrage de base de cette méthode est la “Theory of investment value” de J. Williams [1938].
  - ii. Puis, à partir des années soixante, sous l'influence des travaux de Markowitz et Sharpe, s'est développée une conception quantitative des choix de portefeuilles, conduisant aux processus d'investissement de type “top down”, c'est-à-dire instrumentant massivement l'efficacité gaussienne dans l'optimisation des portefeuilles, en privilégiant les décisions d'investissement de type sectorielles ou géographiques : c'est le quadrant I, considéré par la plupart des gestionnaires professionnels comme “moderne” car il met en oeuvre des techniques probabilistes et d'optimisation.

Autrement dit, la modernisation des processus de gestion a suivi la diagonale IV – I, des années trente aux années soixante-dix.

	Processus d'investissement de type "top down"	Processus d'investissement de type "bottom up"
Approche quantitative du risque, avec modélisation probabiliste explicite des aléas, et usage de moyens de calculs appropriés	<p>I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– gestion indicielle ou indicée, passive ou semi-active, privilégiant les grandes décisions de type "macro" (secteurs, pays) sur les décisions de type "micro" (choix de titres), avec des modèles de calibrage de risque</li> <li>– aléas gaussiens</li> <li>– situation majoritaire en Europe aujourd'hui, en déclin aux Etats-Unis</li> <li>– Markowitz, Tobin, Sharpe</li> </ul>	<p>II</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– gestion active par choix de titres et quantifiée, permettant de donner un prix au risque spécifique (non rémunéré en approche gaussienne)</li> <li>– aléas non gaussien : modélisations utilisant la théorie des valeurs extrêmes.</li> </ul>
Approche qualitative sans modélisation de risque	<p>III</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– incompatibilité entre l'approche qualitative et les processus d'investissement de type "top down"</li> </ul>	<p>IV</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– gestion classique par recherche des bonnes valeurs selon des critères de type "analyse fondamentale" sans considération a priori sur les allocations stratégiques ni sur le contrôle des risques</li> <li>– situation dominante dans la profession jusque dans les années soixante, existe encore aujourd'hui à l'état de survivance dans la gestion collective</li> <li>– utilisée dans le capital investissement</li> <li>– Warren Buffet</li> </ul>

TABLE 3.3 – Relations entre type d'aléas et processus d'investissement.

- (c) Je considère pour finir l'impact du phénomène leptokurtique : je propose l'hypothèse selon laquelle ce phénomène, à partir du moment où sa perception deviendra intégrée dans la vision du monde des professionnels, devrait les conduire à opérer une réorientation de leurs processus d'investissement vers des processus de type "bottom up", c'est-à-dire à *revaloriser les gestions actives avec choix de titres* (je souligne), comme pouvant être sources de contributions importantes à la performance totale. Il s'agira cependant de processus "bottom up" d'un genre nouveau, en tant que les prises de risque spécifique seront quantifiées, non plus par des mesures comme la volatilité gaussienne, mais au moyen de paramètres issus de la théorie des valeurs extrêmes et de la distribution de Pareto généralisée : c'est le quadrant II.

Le quadrant III ne peut exister.

**Articles parus dans la presse professionnelle** Ces trois articles ([P1998c, P1999, P2001]) présentent pour les professionnels les idées décrites dans les articles de recherche, avec une inversion de dates due aux aléas des publications.

Dans “Mesure de performance : le retour du gérant”, (référence [P1998c]), j’introduis l’idée de la revalorisation du rôle des gérants à la suite d’un changement d’hypothèse sur les aléas. L’apport de cet article est :

1. De faire apparaître la schizophrénie de la profession de la gestion d’actifs, qui se décrit dans ses arguments marketing avec des processus top down, mais qui, dans la pratique, cherche des surperformances dans des manières bottom up de gérer.
2. De faire apparaître l’identification professionnelle de la modernité d’une gestion à la forme top down des processus d’investissement.
3. De relier ces contradictions aux limitations théoriques issues du CAPM et de la gaussienne.
4. De suggérer que le développement de la certification de la performance devrait attirer l’attention sur les contributions des choix de titres à la performance finale.

Dans “Vers la fin de la gestion indicielle ?” (référence [P1999]), je reviens sur cette argumentation, en présentant le tableau 3.3 de manière simplifiée. Je conclus en rappelant que, selon les professionnels, “le marché est très calme sauf quand il bouge beaucoup : deux situations dans lesquelles les choix de titres sont déterminants” pour la performance finale. Dans “Market efficiency, index and active management”, (référence [P2001]), je présente le contexte historique de la question, et termine en indiquant à nouveau que “dans des marchés efficients mais non gaussiens, la meilleure attitude consiste, non à reproduire un indice de référence, mais à choisir des bons titres”.

### 3.1.5 La concentration de la performance

En fait, dans ce débat, il existait un élément susceptible de pouvoir faire basculer d’un côté ou de l’autre les parties en présence : la mesure de la performance des portefeuilles gérés. Traditionnellement, la mesure et l’analyse de la performance des portefeuilles comprenait deux domaines : la mesure de performance corrigée du risque, et la décomposition de la performance (“attribution analysis”). J’avais déjà eu l’occasion d’aborder les deux premiers domaines. J’allais contribuer au débat sur l’indexation en introduisant une troisième notion : la concentration de la performance. L’article [R2002] développe cette argumentation. L’apport de cet article sur la question de la mesure de performance, par rapport aux autres travaux existants, est :

1. D’introduire la notion de concentration de la performance, en faisant la proposition reproduite ci-dessous

**Proposition 1 (Concentration de la performance)**

*La concentration de la performance des portefeuilles est le symptôme de la leptokurticité dans la gestion d’actifs.*

valeurs rangées	effectif cumulé (rang)	fréquence cumulée $F_{\Delta R}(\cdot)$	performance cumulée des $k$ plus fortes variations (contribution à la performance)	fréquence cumulée $\text{Fr}(\cdot)$
$\Delta R_{(1)}$	1	$1/n$	$\Delta R_{(1)} = R_{(1)}$	$R_{(1)}/R_{(n)}$
$\Delta R_{(2)}$	2	$2/n$	$\Delta R_{(1)} + \Delta R_{(2)} = R_{(2)}$	$R_{(2)}/R_{(n)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$\Delta R_{(k)}$	$k$	$k/n$	$\Delta R_{(1)} + \dots + \Delta R_{(k)} = R_{(k)}$	$R_{(k)}/R_{(n)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
$\Delta R_{(n)}$	$n$	1	$\Delta R_{(1)} + \dots + \Delta R_{(n)} = R_{(n)}$	1

TABLE 3.4 – Construction d’une courbe de Gini de concentration de la performance

Autrement dit, le phénomène leptokurtique est perçu dans la gestion d’actifs à travers le fait que “très peu (de journées de bourse, de titres) contribuent à beaucoup de performance, et beaucoup (de journées de bourse, de titres) contribuent à très peu de performance”, et ce “beaucoup ont très peu et très peu ont beaucoup” était typiquement représentatif d’un monde parétien.

- De proposer un indicateur de mesure de cette concentration pour analyser de manière adéquate la performance des portefeuilles, défini par la variable aléatoire

$$T_n(p) = \frac{\Delta R_{(1)} + \dots + \Delta R_{([np])}}{R_{(n)}} \quad \frac{1}{n} < p \leq 1 \quad (3.13)$$

où  $[np]$  est la partie entière de  $np$ , et où la notation  $\Delta R_{(k)}$  représente la  $k$ -ième plus grande variation périodique (voir plus haut partie 2.2.2.1 sur le choix de notation en  $\Delta$  pour les rentabilités périodiques). Cet indicateur  $T_n(p)$  représente la contribution des  $[np]$  plus grandes variations (par exemple) positives de la période. Par exemple, si  $p = 0,2$ , et si  $T_n(0,2) = 0,8$ , cela veut dire que 20% des variations positives contribuent pour 80% de la performance positive totale du marché (c’est la relation dite “loi des 20-80”).

- De proposer un nouveau type de graphique de performance : les courbes de Gini-Lorenz, réintroduites dans la mesure de performance après de nombreux usages dans d’autres domaines des sciences sociales. Ces courbes se construisant empiriquement de la manière décrite par le tableau 3.4.
- De proposer une réflexion sur la conséquence de cette concentration pour la gestion d’actifs. C’est la proposition reproduite ci-dessous.

**Proposition 2 (Revalorisation des choix de titres)**

*La concentration de la performance des portefeuilles conduit à la revalorisation des choix de titres dans les processus d’investissement au sein de la profession de la gestion d’actifs.*  
C’est cette proposition qui se trouvait à l’origine du tableau 3.3 et qui permettait de classer les types de gestion en fonction des hypothèses sur les aléas.

Par rapport aux autres travaux de recherche sur la mesure de performance, cet article s’en différenciait par le point de vue adopté : la conséquence d’un changement des termes

d'aléas sur la manière de concevoir la mesure de performance et les processus d'investissement. C'était, à nouveau, la même démarche que j'essayais, à travers chaque article, de promouvoir : quelles sont les conséquences des hypothèses des modèles sur la réalité financière, et que se passerait-il dans le monde réel si l'on changeait de modèle représentatif de la réalité ?

## La concentration de la performance et le débat sur l'indexation

Le raisonnement complet conduisant de la concentration de la performance à ma position dans le débat pour ou contre l'indexation massive des portefeuilles tenait donc en six points :

1. On observe une concentration de la performance sur quelques valeurs extrêmes.
2. Il est donc nécessaire de prendre en considération le poids de ces valeurs dans la gestion des portefeuilles.
3. Il est donc nécessaire de définir une mesure de risque adaptée à cette prise en compte, comme par exemple le paramètre  $\gamma^\alpha$  dans le cas  $\alpha$ -stable ou  $C^\pm$  dans le cas parétien.
4. La construction d'un portefeuille optimal doit donc utiliser un couple rentabilité-risque où le risque est défini comme indiqué précédemment.
5. Dans ce cas, on s'aperçoit que la composante de risque spécifique du portefeuille ne disparaît pas aussi rapidement que dans le cas gaussien : la prise de risque spécifique peut devenir rémunératrice.
6. Dans ce cas, la gestion en prise de position sur le seul indice de marché est insuffisante, et le choix de titres devient à nouveau une composante importante de la performance finale de la gestion.

J'ai également cherché à présenter au public le plus large possible cette proposition, en écrivant pour le magazine *La Recherche* une version grand public des résultats de *Finance*, publiée mi-octobre 2003 (référence [V2003]). On retrouve (ici encore) mon intérêt jamais interrompu pour la vulgarisation de la recherche, et l'accès à la connaissance par les non spécialistes des résultats de cette recherche.

## 3.2 Le risque de modèle et l'audit de modèles

### 3.2.1 L'introduction du risque de modèle en 1990

#### 3.2.1.1 L'intuition de départ : une épistémologie appliquée à la finance

Un autre sujet m'intéressait tout particulièrement : la manière dont les modèles *conditionnaient*, non seulement les techniques financières directement, mais plus généralement

la *vision du monde* des opérateurs, et en particulier des opérateurs de marché.

A la suite du krach boursier de 1987, je m'étais intéressé de très près au fonctionnement des mécanismes de couverture qui s'étaient révélés défaillants et dont cette défaillance avait conduit plusieurs charges d'agents de change à la faillite. Dans un bulletin de l'AFTE publié juste après le krach, j'avais noté et relevé des commentaires de professionnels qui me paraissaient extrêmement pertinents, et que je cite ici. Les termes en italiques sont ceux que je soulignais à la première lecture du texte.

“La recherche de justifications après un effondrement financier – surtout quand il s'agit d'en expliquer le caractère incontrôlable – passe souvent par celle de boucs émissaires. En l'occurrence, ceux élus à l'unanimité par la presse américaine de l'après 19 octobre 1987 sont les marchés d'options, accusés d'augmenter la volatilité des cours surtout sur les marchés d'actions et de taux d'intérêt. Le but de cet article est de fournir des éléments permettant de comprendre cette affirmation et d'en mesurer la portée, même sur les marchés français (MATIF et MONEP). (...) [C'est surtout la fonction de market-making] qui, mal gérée, peut entraîner l'instabilité d'un marché. Pour mieux comprendre cela, il faut exposer deux des multiples mesures de sensibilité d'un portefeuille d'actions. (...)

Le delta est une mesure de la variation de la valeur du portefeuille d'options en fonction d'une *petite variation* du cours du sous-jacent (...). Une façon de protéger ce portefeuille contre une variation du Matif est donc de vendre [des] contrats : *localement* la perte occasionnée sur les options par une baisse du Matif est compensée par les gains sur les contrats. (...) Un portefeuille couvert en delta neutre ne l'est que *localement*.”

Dès le début, il m'est apparu immédiatement clair que la validité de cette démarche de couverture reposait sur une hypothèse bien trop contraignante, celle de la localité, qui supposait une continuité des trajectoires boursières (ceci sans considérer la question des frais de courtage pour l'ajustement des positions en temps discret). Autrement dit, j'ai très tôt perçu que, en complément des risques usuellement recensés par les établissements financiers, il fallait ajouter un nouveau type de risque : le *risque de modèle*. Cela représentait une application directe de l'épistémologie à la finance.

En effet, la compréhension contemporaine de la notion de modèle en épistémologie, issue de l'empirisme logique de l'école néo-positiviste du cercle de Vienne, considère que, dans un modèle, ce n'est pas la “réalité” du monde qui est reproduite de manière imagée (conception icônique des modèles), mais une *double reconstruction* de celle-ci, au moyen de deux choix subjectifs qui interposent deux médiations, deux filtres, entre le réel et l'utilisateur de modèles :

1. Une reconstruction théorique : rationnelle, ou hypothético-déductive, elle permet l'écriture mathématique du modèle, et dépend d'un choix de problématique (hypothèses, concepts, objectifs attendus du modèle).
2. Une reconstruction empirique : inductive, elle est fondée sur des définitions opératoires (comme par exemple le choix des variables pertinentes à étudier) et des

mesures statistiques répétées, qui permettent un traitement de type expérimental des données.

Autrement dit, la manière contemporaine de comprendre l'usage scientifique des modèles abandonne la conception réaliste classique, au profit d'une pensée de l'articulation entre un système physique ou social et ses représentations formelles ou théoriques et empiriques. C'est cette double séparation entre objet réel et objet théorique, puis entre objet théorique et objet empirique, qui est la marque du positivisme.

A la suite des travaux de Rudolf Carnap, qui envisagent la science comme un langage particulier, on considère alors que tout modèle scientifique, utilisé dans quelque discipline que ce soit, possède trois propriétés qui en permettent de bien analyser ses caractéristiques internes comme ses usages externes :

- des propriétés appelées syntaxiques, qui renvoient à la rigueur et à la cohérence interne de l'écriture formelle du modèle,
- des propriétés appelées sémantiques, qui renvoient au rapport qu'entretient le modèle à la réalité du phénomène examiné, c'est-à-dire à la pertinence du modèle par rapport au phénomène examiné,
- des propriétés appelées pragmatiques, qui renvoient à l'usage du modèle et à son efficacité dans l'ordre de l'objectif que l'on lui a fixé.

De manière plus précise, cette trichotomie est décrite à la neuvième page de son *Introduction to semantics* par Carnap [1942] de la manière suivante :

“Si dans une investigation, on se réfère uniquement à celui qui parle, ou, en termes plus généraux, aux usagers du langage, nous attribuons cette investigation à la pragmatique (il importe peu pour la classification qu'on se réfère, dans cette investigation, aux objets désignés par les termes du langage ou non). Si nous faisons abstraction des usagers du langage, et si nous analysons seulement les expressions et leurs significations, nous nous trouvons dans le domaine de la sémantique. Et si, finalement, nous faisons abstraction des significations, pour analyser uniquement les relations entre expressions, nous entrons dans la syntaxe. La totalité de la science du langage, se composant des trois parties mentionnées, forme la sémiotique”.

En remplaçant dans la définition précédente le terme “langage” par “modèle de la finance”, on obtient une méthode d'analyse épistémologique de l'usage des modèles en finance.

Par exemple, dans le modèle de Black-Scholes-Merton, on peut considérer la seule rigueur interne formelle du modèle, les développements mathématiques qui conduisent à l'obtention simultanée du prix de l'option et du calcul de sa couverture, sans rien préjuger de la pertinence du modèle par rapport au monde réel : il s'agit là de la syntaxe mathématique de l'évaluation d'une option, et l'on peut d'ailleurs être légitimement émerveillé par les intuitions de Black, Scholes, et Merton, ainsi que par l'élégance comme la puissance de leur raisonnement formel (ce qui leur vaudra le prix Nobel). Mais cet émerveillement et cette séduction devant la beauté formelle du modèle ne sont pas en tant que tels suffisants pour entraîner l'adhésion à ses postulats, et donc une conviction sur la validité de l'application de ce modèle pour les marchés réels : il s'agit dans ce cas de la sémantique

du modèle, de sa correspondance avec le concret des opérations de couvertures de ventes d'option lorsque l'on opère dans la réalité des marchés. Un regard critique est nécessaire pour apprécier cette dimension du modèle proposé, sans lequel l'utilisateur du modèle s'expose à un risque de non adéquation.

Il était donc probable que l'usage inconsidéré mais massif des modélisations gaussiennes par des opérateurs non avertis des limites de pertinence de ces modélisations ne pouvait que conduire à des accidents financiers, ce qui s'est effectivement produit en 1987. En termes épistémologiques, on exprimerait cette idée en disant que l'ignorance de la sémantique des modèles (représentativité des hypothèses amont de Black-Scholes-Merton) au profit de leur seule syntaxe (la rigueur mathématique des démonstrations de Black-Scholes-Merton) a conduit les utilisateurs professionnels à découvrir malgré eux la pragmatique (l'efficacité d'un modèle par rapport à ses objectifs).

Dans cette ligne de pensée, j'avais essayé d'attirer l'attention sur le risque nouveau qui apparaissait. Mon article de 1989 (référence [R1989]) se concluait par ces lignes qui mettaient en garde les professionnels contre un usage trop confiant de modèles non validés, et en particulier de l'hypothèse de continuité (de normalité). J'avançais au contraire que l'hypothèse de *discontinuité* (au sens où l'entendait Mandelbrot) pouvait invalider un grand nombre de modèles :

“Il est clair cependant que, si cette hypothèse [de discontinuité] est fondée, elle peut avoir des conséquences importante, tant en théorie du portefeuille [...] que pour la gestion de positions prises par les salles de marchés des établissements financiers et bancaires, qui repose, pour l'essentiel, sur un mode de raisonnement gaussien” (p. 49).

Je voulais montrer que le mode de raisonnement gaussien, *au-delà de son impact direct dans les modèles*, avait également une importance dans les *conceptions* des marchés qui se trouvaient dans l'esprit de leurs acteurs et promoteurs. Le risque de modèle apparaissait alors d'une double manière : dans les gestions opérationnelles des positions de marché, mais aussi (et surtout) dans les manières de *penser* le comportement des marchés. Cette notion n'était qu'implicite dans l'article de 1989. Je la proposai explicitement l'année suivante.

### 3.2.1.2 Premier test et première introduction du concept à l'AFFI

J'ai introduit la notion de risque de modèle aux entretiens de la finance de l'AFFI (Association Française de Finance) le jeudi 6 décembre 1990 : j'avais été invité à la table ronde sur les questions prudentielles par Christian de Boissieu, qui m'avait dit trouver intéressant le point de vue hétérodoxe que je proposais sur ce sujet<sup>6</sup>. Le thème de la

---

6. Une première version de cette présentation (intitulée “L'illusion d'une fausse sécurité”) avait été testée le 29 mars précédent dans un séminaire professionnel sur le risque des positions de marché, organisé par le journal “La synthèse financière” (je participais à la session sur l'analyse statistique des positions, avec Patrick Artus, directeur des études de la Caisse des dépôts et consignations), et la version de l'AFFI

table ronde était “Comment gérer le risque de taux d’intérêt ? Quels sont les problèmes prudentiels associés ?”. Les autres participants à cette table ronde étaient Christian Noyer (à l’époque sous-directeur des affaires monétaires à la direction du Trésor), Jean-Louis Butch (à l’époque secrétaire général de la commission bancaire), Giovanni Carosio (à l’époque directeur principal à la Banca d’Italia, président d’un sous-groupe du comité de Bâle), qui tous avaient évoqué les difficultés liées au contrôle efficace des risques, en particulier les problèmes de l’instabilité des corrélations entre actifs financiers.

Je pris le parti de faire une intervention nettement différenciée des considérations usuelles sur les problèmes de gestion de risque de taux. Intitulé “Le problème des grandes fluctuations : y a-t-il un risque de modèle ?”, l’exposé que je donnai consista en une initiation à l’analyse épistémologique des modèles de la finance, en utilisant comme exemple les applications des options. Je présentai la double disjonction objet réel / objet théorique / objet empirique, et la double reconstruction de la réalité financière qui s’en suivait, avec les risques inhérents à l’oubli des propriétés autres que syntaxiques des modèles d’options. Les transparents présentaient les enjeux de cette double reconstruction pour le suivi des risques de marché.

Je crois que cet exposé d’un genre nouveau fit forte impression : dans un compte-rendu de cette intervention paru dans l’AGEFI, le journaliste mit en en-tête de l’article le chapeau “repenser le risque”. Il n’y eut cependant pas de suite immédiate de cette tentative épistémologique, peut-être prématurée pour les préoccupations de l’époque. Par la suite, j’ai retrouvé dans différentes interventions de professionnels au cours de séminaires divers, des traces de ce schéma conceptuel que j’avais décrit à l’AFFI, mais l’absence de texte support de la conférence empêcha son référencement.

A la Banque Stern, j’ai commencé à mettre en application cette idée de risque de modèle, de manière encore embryonnaire. En effet, un nombre croissant d’investisseurs institutionnels et d’entreprises demandaient à cette époque des garanties de performance minimum indexées au marché monétaire, et la banque Stern avait donc développé une offre de gestion à taux de rentabilité minimum garanti. Autrement dit, la banque se trouvait potentiellement en risque sur ses fonds propres : il était donc indispensable de contrôler le risque de ces gestions. En tant que responsable de la gestion des fonds à court terme, je conçus alors en 1990 un tableau de bord de suivi de l’exposition au risque qui proposait différentes hypothèses de comportements de marché. Lorsque les comptes gérés à double garantie fixe-variable apparurent en 1991, les encours sous gestion augmentèrent fortement et le système dû être amélioré pour prendre en compte différents comportements sur différents marchés.

Puis j’ai quitté la Banque Stern pour rejoindre le Crédit Lyonnais en 1992, à la direction de la gestion et le sujet a provisoirement été laissé de côté pour quelque temps.

---

avait bénéficié des questions et commentaires des participants à ce séminaire.

## 3.2.2 L'élaboration progressive de l'audit de modèle

### 3.2.2.1 La gestation de l'audit de modèles au Crédit Lyonnais : 1992 – 1998

Alors que j'étais au Crédit Lyonnais, mes idées sur le risque de modèle poursuivaient leur chemin à travers différentes problématiques concrètes : l'adéquation actif-passif liée à la gestion des fonds de retraite (quel modèle pour les horizons de long terme ?) et la mise en place des modèles internes de contrôle de risque de la salle des marchés, en relation avec la commission bancaire (quels modèles pour les stress scenarii ?).

Dans le cadre de mon activité d'actuariat pour institutionnels à la direction de la gestion, j'avais été amené à réfléchir aux projections des couples rentabilité–risque des portefeuilles admis en représentation des engagements sociaux des entreprises ou des fonds de retraite. Mais, dans le cas de la rentabilité à long terme d'un fonds de retraite, le risque ne se dilate pas de la même manière selon que l'on se trouve en univers i.i.d.– $\alpha$ –stable ou i.i.d.– $\alpha$ –stable. Les projections d'équilibre actif-passif ne présentaient pas la même structure selon le modèle retenu. Il pouvait apparaître un risque de modèle au sens de l'équilibre du fonds, si les hypothèses statistiques ou probabilistes n'étaient pas les bonnes.

Par exemple, dans le cas de financement externe d'indemnités de fin de carrière (IFC), j'avais mis au point des tableaux de simulation de l'équilibre d'un fonds collectif recevant une prime unique en début de période, et versant chaque année des IFC selon le nombre de départ à la retraite. L'équilibre prévisionnel du fonds (son taux de couverture prévisionnel) était fortement dépendant des hypothèses faites sur la rentabilité des capitaux investis et de leur volatilité. Introduire un niveau de volatilité puis procéder par tirages de Monte Carlo n'était pas suffisant, et il apparaissait une sensibilité du taux de couverture à la structure du risque de marché, non modélisée par la seule volatilité classique.

Le problème était identique dans le cas du financement des contrats appelés “article 83” (du code général des impôts) ou “à cotisations définies” (defined contributions) : l'équilibre du fonds collectif dépendait dans ce cas, non seulement d'un versement initial, mais aussi d'hypothèses sur les versements périodiques, donc sur les taux de cotisations. Mais, si ces cotisations permettaient d'amortir l'effet du risque de marché, il n'en demeurait pas moins que, dans ce cas également, les résultats financiers (ce qui est appelé le surplus du fonds) étaient sensibles aux hypothèses probabilistes faites sur le comportement des rentabilités boursières. On pouvait obtenir des résultats dans lesquels il fallait quasiment doubler le taux de cotisation pour parvenir à l'équilibre du fonds, si l'on modifiait la valeur de la volatilité ! Autant dire que le risque de modèle était inhérent à l'exercice actuariel.

La question devint cruciale lors de l'appel d'offres de Gaz de France. L'incertitude sur la volatilité et son instabilité au cours du temps représentaient une perturbation importante dans les simulations de l'offre proposée par le Crédit Lyonnais. J'ai alors proposé d'introduire une *échelle de risque de modèle* mesurant l'incertitude sur la volatilité. Un risque de niveau 1 correspondait à une volatilité à peu près stable, et la réduction du

risque sur longue période pouvait fonctionner selon la théorème central limite gaussien. Avec le couple rentabilité-risque proposé en illustration, le portefeuille proposé à Gaz de France avait une probabilité de 95% de dépasser le niveau de rentabilité annuel de 9% sur 15 ans. Avec un risque de niveau 5, on tombait à 2%. L'écart mesurait concrètement le risque de modèle sur le portefeuille proposé. A titre d'exemple, avec une prime unique initiale de 600 MF, une variation du taux de rentabilité de la gestion de 0,49% entraînait une variation du surplus actif-passif de 332 MF, soit plus de la moitié de la prime unique! Autant dire que *chaque centime de taux comptait* et l'on mesure sur cet exemple l'importance de la fiabilité des modèles actuariels.

C'était aussi l'époque où l'on commençait à chercher à appliquer les premières recommandations du groupe de Bâle sur le calcul des fonds propres des établissements bancaires exposés aux variations des marchés. Dans le cadre du programme de contrôle des grands risques de la salle des marchés, j'ai participé au groupe de travail "Risque de marché – méthodologie nouvelle" qui, entre 1994 et 1995, a eu pour objectif de concevoir un modèle d'évaluation et de suivi du risque de marché du Crédit Lyonnais. En effet, le modèle de base de la salle des marchés utilisait alors un mouvement brownien  $p$ -dimensionnel et le document présenté par le groupe de recherche opérationnelle (GRO) à la division "risque" de la direction des marchés se concluait sur ces termes : "le principal inconvénient de ce modèle réside dans les hypothèses qui lui sont sous-jacentes", c'est-à-dire l'hypothèse de continuité du mouvement brownien. C'est la raison pour laquelle le groupe de travail proposa d'étendre ce modèle de base à des situations de type stress scenario au moyen de processus à accroissements indépendants et stationnaires mais non gaussiens.

Nous présentâmes à la division risque de la direction des marchés des simulations utilisant les processus  $\alpha$ -stables comme variante possible au mouvement brownien. Puis une étude exhaustive fut faite sur les taux de change, dont les résultats furent présentés le 5 décembre 1995 à la journée "lois stables et applications à la finance" de l'INRIA, mais ne furent pas publiés par la suite dans une revue universitaire, car cela concernait le programme de développement de modèle interne du Crédit Lyonnais. Jean Peyrelevade n'a pas souhaité à l'époque, en raison de la situation dans laquelle se trouvait le Crédit Lyonnais, développer un système radicalement nouveau. A la suite d'un déjeuner où je lui avais présenté les processus  $\alpha$ -stables de Lévy, et au cours duquel j'avais pu remarquer sa connaissance précise du sujet comme ses grandes aptitudes à passer des pratiques aux concepts, il m'avait fait savoir qu'il préférerait donner de la banque une image plus laborieuse et moins "high tech". C'est la raison pour laquelle le modèle de stress scenario du Crédit Lyonnais n'utilisa pas les aléas  $\alpha$ -stables.

J'ai ensuite publié dans des revues professionnelles deux articles sur le sujet du risque de modèle. Dans "Marchés dérivés : émergence du risque de modèle" (référence [P1995]), j'introduis directement la notion de risque de modèle à partir de considérations sur l'inadéquation des hypothèses gaussiennes au comportement réel des marchés boursiers. L'apport de cet article est :

1. De faire émerger explicitement la notion de risque de modèle défini par une inadéquation entre les hypothèses d'un modèle statistique-probabiliste et le comportement

du marché réel. Ceci est fait à partir de l'analyse de l'opération de remplacement de la réalité observée par un modèle particulier.

2. De proposer une explication sociologique au choix de l'hypothèse gaussienne pour la représentation des fluctuations boursières, ceci malgré les violations statistiques permanentes de cette hypothèse depuis son introduction.
3. De *relier l'hypothèse de la couverture parfaite à l'hypothèse gaussienne*, et de rappeler que, en présence d'aléas de Pareto, la couverture ne pouvant plus être parfaite, un risque résiduel reste à minimiser.
4. De proposer une nouvelle pratique professionnelle : *l'audit de modèles*, qui représenterait une épistémologie pratique dans l'analyse des risques financiers.
5. De rappeler le rôle de la recherche française dans le développement de la finance, et de suggérer que l'élargissement de l'hypothèse gaussienne puisse venir aussi de la France.

En 1996, dans un second article destiné à des professionnels (référence [P1996]), j'ai poursuivi cette présentation en introduisant l'application à la finance du concept de "problème bien posé" de Jacques Hadamard. J'y disais que la plupart des problèmes auxquels se trouvent confrontés les contrôleurs de risques sur les salles des marchés sont, au sens de Hadamard, mal posés, en raison du risque de modèle non traité.

J'ai alors présenté dans une conférence professionnelle organisée par la société DII sur les risques de marché et les besoins en fonds propres, l'état de ma réflexion sur le sujet et les résultats publiés dans les deux articles précédents : le 25 septembre 1996, ma conférence intitulée "Le problème des grandes fluctuations : naissance du risque de modèle" proposait une investigation des hypothèses des modèles avant toute quantification du niveau de fonds propres nécessaire à la couverture des opérations de marché. Les appréciations et commentaires (toujours recueillis par DII après chaque séminaire, selon les principes d'évaluation anglo-saxons) des participants pour le bilan du séminaire furent très positives : on trouva que cette nouvelle manière d'aborder le sujet était très pertinente et l'intervention fut qualifiée d'"excellente", de "passionnante", et d'"attractive et particulièrement claire pour des questions complexes". Dans l'évaluation globale des interventions, j'obtenais presque le maximum avec (sur 13 réponses pour 4 niveau d'évaluation, de 1 à 4) : 12 niveau 1, un seul niveau 2.

En 1997, la création du programme de recherche en histoire et épistémologie de la finance (voir plus bas partie 4.1.3) renforça et systématisa cette démarche professionnelle. Le préambule du programme définissait la méthode à suivre :

- Recenser les différentes hypothèses à l'oeuvre sur dans la modélisation des variations boursières.
- Identifier les origines intellectuelles des hypothèses de ces modèles.
- Auditer ces hypothèses au moyen d'une analyse critique de leurs fondements.
- Valider ou non certaines de ces hypothèses.
- Proposer de nouvelles hypothèses pour la résolution de problèmes actuels.

Ce qui représentait de fait une application de l'épistémologie à la pratique financière.

Cette démarche a été présentée dans un autre séminaire professionnel DII : le 17 juin 1997, ma conférence intitulée “L’audit des modèles d’évaluation des risques de marché et le risque de modèle” développait la démarche du programme MSH en faisant apparaître son intérêt dans une logique professionnelle. En particulier, la notion d’*audit de modèle* était introduite devant des professionnels de la finance. Une nouvelle fois, les réactions recensées par DII dans le questionnaire d’évaluation après le séminaire furent positives : “analyse très intéressante”, “intellectuellement intéressant”, “particulièrement pédagogique pour un sujet mathématique complexe”. Cependant la question du lieu restait posée : où pratiquer l’audit de modèles ? Ne travaillant pas à l’époque dans un cabinet d’audit, cette notion fut, à nouveau, laissée en jachère pour deux ans.

### 3.2.2.2 La sortie du concept chez PricewaterhouseCoopers : 1998 – 2000

Après l’activité gestatoire du Crédit Lyonnais, lorsque je rejoignis en 1998 le cabinet d’audit Coopers & Lybrand, dans le groupe “Banque et OPCVM”, il m’a semblé que le moment était venu de faire passer le concept dans la réalité, en développant au sein du département audit et conseil d’un grand cabinet international une nouvelle pratique professionnelle : l’audit de modèle. Dans deux articles publiés en 2000 dans des journaux professionnels, je reviens une fois encore sur le sujet. Dans “Du modèle de risque au risque de modèle” (référence [P2000a]), j’applique cette notion à la VaR. Le but de l’article est de montrer que :

1. Toute problématique de l’exposition au risque est en fait une problématique de *valorisation*, qui renvoie donc directement à un *choix de modèle*.
2. Les critiques classiques adressées à la VaR présentent comme point commun la non validation de l’hypothèse i.i.d.– loi normale qui se caractérise par le phénomène leptokurtique (je ne parle pas ici des critiques relatives au type de VaR, considérant que la VaR “sèche” est insuffisante et qu’il faudrait utiliser une VaR conditionnelle).
3. Si l’on veut conserver l’hypothèse i.i.d. (ce qui est nécessaire pour la convolution qui permet un calcul simple de VaR à 10 jours à partir de la VaR à 1 jour), alors on devrait plutôt s’orienter vers la théorie des valeurs extrêmes ou les processus  $\alpha$ -stables de Lévy (voire les processus non stables).

Cet article fut écrit en relation étroite avec l’équipe d’ingénierie financière du groupe Banque de PricewaterhouseCoopers.

Dans “Du hasard sage au hasard sauvage” (référence [P2000b]), j’approfondissais l’apport de la théorie des valeurs extrêmes et des lois de puissance de type Pareto pour l’analyse et le contrôle des risques. L’apport de l’article est :

1. De montrer aux professionnels quel changement de vision du monde produit le passage de l’homme moyen de Quételet à l’homme extrême de Pareto, et en quoi ce débat Quételet – Pareto concerne l’activité professionnelle des risk managers.
2. De présenter le jeu de Saint Petersburg comme cadre théorique adapté à la gestion des risques réels que rencontrent les entreprises.

La terminologie des états du hasard “sage” (ou gaussien) et “sauvage” (ou parétien) avait été proposée par Benoît Mandelbrot : elle m’a paru suffisamment imagée pour pouvoir être diffusée parmi les professionnels, souvent à la recherche d’images simples pour fixer des concepts intellectuellement délicats.

### 3.2.3 La formalisation du risque de modèle en 2000

#### 3.2.3.1 Le concept de risque de modèle en présence d’une queue parétienne

Ces articles précédents avaient attiré l’attention sur le risque de modèle, mais je n’avais pas publié de travaux dans une revue universitaire sur le sujet, et je voyais que, entretemps, cette question était devenue importante pour les professionnels et dans la recherche. De nombreux journaux professionnels avaient attiré l’attention (enfin...) sur ce nouveau type de risque (en particulier *International Financing Review*) et des études réalisés par des cabinets d’audit faisaient apparaître que les établissements bancaires n’étaient pas satisfaits (pour 49% des banques interrogées) par leur modèles internes.

Simultanément, la recherche s’accélérait sur le sujet : Ghysels [1998], Gibson *et al.* [1999], Green et Figlevski [1999] (entre autres) avaient publié des articles sur la notion de risque de modèle, un centre de recherche spécifique (Risklab Project in Model Risk [2000]) avait été créé, une journée d’étude “Risque de modèle” avait été organisée par le groupe Finance-Assurance de la Société Française de Statistique (SFdS) en collaboration avec la Fédération Française des Actuaires (FFA) le 2 mars 2000, bref, le sujet devenait d’actualité. J’ai alors préparé puis publié un article sur “Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers” (référence [R2002]), pour présenter de manière formalisée la notion dont j’avais progressivement élaboré la définition au fil des années passées. Une partie de cet article a été ensuite publiée, quoique rédigée antérieurement, avec quelques modifications, dans le livre *Les marchés fractals* co-écrit avec Jacques Lévy Véhel (référence [L2002b], pp 31-34).

Toutes les considérations faites précédemment dans des articles professionnels ont été reprises et rigoureusement structurées dans cet article, à l’exception des aspects plus spécifiquement épistémologiques. L’apport de cette publication sur la question du risque de modèle, par rapport aux autres travaux de la recherche est :

1. De préciser comment la notion de “moyenne” (risque moyen, perte moyenne, couverture moyenne) perd de sa pertinence en présence de lois de puissance de type Pareto, avec une illustration sur les queues de distribution des fluctuations de l’indice CAC 40 entre le 1/01/1988 et le 30/06/2001. Ceci est fait :
  - en introduisant la notion de “rapport de hiérarchisation” des variations boursières, qui permet de montrer que, dans le cas d’une loi de puissance d’exposant  $\alpha = 1,5$ , le rapport entre les deux premières plus grandes variations est de l’ordre de 1,6 : la plus grande variation est 1,6 fois plus grande que la seconde plus grande ;

- en montrant que le calcul d’une espérance conditionnelle dans le cas d’une loi de puissance peut conduire à obtenir une perte moyenne infinie lorsqu’on dépasse un certain seuil. C’est à nouveau le jeu de Saint Petersburg qui apparaît dans le contrôle des risques, au lieu de l’homme moyen de Quételet.

Autrement dit : les risques réels se jouent des moyennes calculées par les risk managers.

2. D’introduire un nouveau type de risque de modèle, lié à la tentative de compenser la défaillance de la volatilité par son forçage artificiel, ce qui revenait à déformer la structure de risque réel. C’était la proposition 1 de l’article reproduite ci-dessous.

**Proposition 3 (Risque de modèle en univers parétien)**

*Il y a risque de modèle en présence d’une queue de distribution parétienne lorsqu’on cherche à compenser l’absence d’un paramètre de queue par l’augmentation d’un paramètre de dispersion.*

Autrement dit, l’hypothèse que je proposais consistait à attribuer le risque de modèle à l’absence d’un paramètre de forme de queue de distribution dans la gestion usuelle des risques : le paramètre  $\xi$  de la théorie des valeurs extrêmes. Avec ce paramètre de forme, le risque réel devenait alors bidimensionnel, selon le couple  $(\sigma, \xi)$ , et le risque de modèle venait précisément de la réduction unidimensionnelle du couple  $(\sigma, \xi)$  sur  $\sigma$ .

Cette proposition a été positionnée parmi les différents travaux de recherche existants. Je montrais qu’elle rejoignait la recommandation de Gouriéroux et Le Fol [1997, p. 9] mettant en garde les acteurs des marchés contre l’insuffisance de la seule volatilité, et permettait de retrouver la notion de risque de volatilité défini par Alami et Renault [2000, p. 104] comme résultant de la variabilité de la volatilité et de son insuffisance pour la caractérisation de la dynamique des rentabilités. Je précise brièvement ci-dessous ces deux articulations.

- Alami et Renault [2000, p. 132] considèrent qu’il n’est pas certain que “toute la dynamique pertinente (des rentabilités) passe par la volatilité”. Par rapport à cette hypothèse, l’article montre que, en présence de queues épaisses, la volatilité est affectée par le poids des queues, et qu’une *autre dynamique propre aux innovations reste à modéliser*.
- Gouriéroux et Le Fol [1997] proposent de compléter la volatilité par des mesures décomposant des effets de transactions et de volume. Par rapport à cette proposition, je suggère de compléter la volatilité par un paramètre de queue de distribution de type  $\xi$ , le paramètre morphogénétique de la théorie des valeurs extrêmes. Je terminais cette présentation en proposant une convergence entre ces deux manières de compléter la volatilité, dans la mesure où l’existence de queues de distribution épaisses ( $\xi > 0$ ) renvoie à l’analyse de la microstructure des marchés, c’est-à-dire à la prise en compte des effets complémentaires de volume ou d’autres caractéristiques des transactions.

### 3.2.3.2 L'application à un calcul d'écart entre modèles

J'ai présenté deux applications de cette conception du risque de modèle :

1. au calcul de la durée de retour d'un événement rare,
2. au calcul classique de la Value-at-Risk (VaR).

Dans ces deux exemples, j'ai cherché à faire apparaître la différence de résultats entre un modèle gaussien usuel et une modélisation non gaussienne, en utilisant les lois  $\alpha$ -stables que je connaissais bien, et en me restreignant aux  $\alpha$ -stables symétriques, qui constituent une classe particulièrement simple des lois stables, pour ne pas compliquer inutilement la démonstration, dont les résultats restent valides même dans ce cas simple. Dans le cas  $\alpha$ -stable, la diffraction bidimensionnelle du risque caractérisée par le couple  $(\sigma, \xi)$  devenait caractérisée par le couple  $(\gamma, \alpha)$  puisque, pour ces lois,  $\xi = 1/\alpha$  et  $\gamma$  représente la volatilité en l'absence de variance.

Le calcul de la durée de retour est présenté dans ma thèse au chapitre 7 (pp 239-241) et utilise le calcul numérique de la fonction de répartition d'une loi  $\alpha$ -stable. L'apport de ce calcul est de montrer que, pour un niveau de baisse de l'indice SP 500 donné, celui de la plus forte baisse mensuelle de l'indice égale à  $-35,46\%$ , la durée de retour d'un tel événement est de 83 millions d'années avec une modélisation gaussienne, et de 42 ans avec une modélisation  $\alpha$ -stable. Le risque de modèle est donc clair : un choix de modèle gaussien sous-évalue la probabilité de baisse au point de rendre improbable une baisse de cette amplitude. Je concluais cet exemple par ces considérations (p. 134) :

“On voit donc l'utilité de diffracter le risque unidimensionnel  $\sigma$  en un couple  $(\alpha, \gamma)$  qui caractérise plus complètement, sous deux dimensions, le risque d'un marché”.

Il a ensuite été publié dans l'article “Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers” (référence [R2002]) et dans *Les marchés fractals* aux pages 133-134. Le tableau 11 de l'annexe de [R2002] repris dans *Les marchés fractals* page 142, présentait différentes durées de retour calculées en fonction des valeurs de l'exposant caractéristique  $\alpha$ , pour  $\alpha$  variant de 1 (loi de Cauchy) à 2 (loi de Gauss). Pour une baisse normée de 20, la durée de retour passait de une fois toutes les 2 500 (pour  $\alpha = 1,8$ ) à une fois toutes les 63 (pour  $\alpha = 1$ ). Le résultat était assez concluant.

Le calcul de VaR avec des lois  $\alpha$ -stables trouve son origine dans mes travaux de 1995 au Crédit Lyonnais, mais n'a été publié qu'en 2002 dans l'article “Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers” (référence [R2002]) et dans *Les marchés fractals* aux pages 135-142. Le but de ce calcul est de faire apparaître l'écart entre une VaR gaussienne et une VaR  $\alpha$ -stable. Des calculs de VaR non gaussiennes utilisant la TVE avaient déjà été effectués par Bouchaud et Potters [1997], Longin [1997] et McNeil [1999]. D'où mon choix de VaR dans le contexte  $\alpha$ -stable, moins connu, quoique entrepris parallèlement par Khindanova *et al.* [1999] et Rachev et Mittnik [2000].

Le calcul de la VaR à 1 jour à un seuil de probabilité  $c$  donné dans le cas de lois  $\alpha$ -stables se fait de manière similaire au cas gaussien :

$$\text{VaR}_c^\alpha(1) = S(0)q_c^\alpha \gamma_1 \quad (3.14)$$

où  $q_c^\alpha$  désigne le quantile d'ordre  $c$  d'une variable  $\alpha$ -stable symétrique réduite, et  $\gamma_1$  est la volatilité quotidienne de l'actif  $S$  mesurée avec le paramètre d'échelle de la loi  $\alpha$ -stable et  $S(0)$  le cours en date  $t = 0$ . En utilisant les propriétés d'invariance d'échelle des lois  $\alpha$ -stables ( $\gamma_{10} = \gamma_1 10^{1/\alpha}$ ), le calcul de la VaR à 10 jours donne  $\text{VaR}_c^\alpha(10) = S(0)q_c^\alpha \gamma_1 10^{1/\alpha}$ .

Je définis ensuite pour une probabilité  $c$  le ratio  $q_c^\alpha/q_c^2$  qui représente une mesure de l'impact de la non normalité sur la VaR à 1 jour. En effet

$$\frac{\text{VaR}_c^\alpha(1)}{\text{VaR}_c^2(1)} = \frac{S(0)q_c^\alpha \gamma_1}{S(0)q_c^2 \gamma_1} = \frac{q_c^\alpha}{q_c^2} \quad (3.15)$$

Pour la VaR à 10 jours (l'objectif du comité de Bâle), l'effet de risque de modèle est

$$\frac{\text{VaR}_c^\alpha(10)}{\text{VaR}_c^2(10)} = \frac{S(0)q_c^\alpha \gamma_1 10^{1/\alpha}}{S(0)q_c^2 \gamma_1 10^{1/2}} = \frac{q_c^\alpha}{q_c^2} 10^{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2}} \quad (3.16)$$

Par exemple, si  $\alpha = 1$ , on trouve  $10^{\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2}} = 3,16$ . L'on peut quantifier un *risque de modèle* dans le sens vu précédemment au moyen de cette mesure.

Cette valeur de 3,16 obtenue comme coefficient multiplicatif de la VaR gaussienne me donna une idée : inverser la démarche précédente et interpréter le coefficient multiplicatif de 3 à appliquer à la VaR demandé par les standards de Bâle en terme de ratio  $q_c^\alpha/q_c^2$ , puis chercher alors la valeur implicite de  $\alpha$  correspondant à cette exigence. En effet, soit  $\text{VaR}^B$  la VaR demandée par les standards de Bâle :  $\text{VaR}^B = \text{VaR}_c^2 \times 3$ . En posant  $\text{VaR}^B = \text{VaR}_c^\alpha$ , et d'après (3.15), on doit avoir  $q_c^\alpha/q_c^2 = 3$ .

Je choisis  $c = 99\%$  et un horizon de 1 jour : on veut que  $q_{0,99}^\alpha/q_{0,99}^2 = 3$ , soit  $q_{0,99}^\alpha \simeq 9,87$ , ce qui conduit à  $\alpha \simeq 1,4$ . Cela veut dire que, pour une probabilité de 99%, en appliquant le coefficient 3, tout se passe comme si l'on faisait l'hypothèse que le processus réel des cours était engendré par un mouvement 1,4-stable. Était-ce la même valeur de  $\alpha$  si l'on changeait le niveau de probabilité ? Pour  $c = 97\%$ ,  $q_{0,97}^\alpha \simeq 7,98$ , on trouvait  $\alpha \simeq 1,1$ . Autrement dit, le risque de modèle n'était pas entièrement résolu par l'introduction du facteur 3 par le comité de Bâle. Dans *Les marchés fractals*, j'ai proposé une fonctionnelle de VaR selon les différentes valeurs prises par  $\alpha$ .

L'apport de cet exemple de [R2002] au sujet du risque de modèle est ainsi :

1. Quantifier le risque de modèle au sens où je l'avais défini dans la proposition 3, sur la VaR à 1 et 10 jours.
2. Interpréter le facteur 3 des standards de Bâle en terme de risque de modèle, au moyen de la quantification précédente.
3. Compléter la démarche du comité de Bâle par une fonctionnelle de VaR.

Les aspects plus spécifiquement épistémologiques de la notion de risque de modèle avaient été évacués de cet article financier, afin de ne pas brouiller l'image de l'article (*Finance* est une revue de finance, et non de philosophie des sciences). Cependant, le projet épistémologique se développait dans d'autres directions (voir partie 4.1.3).

## 3.3 L'efficacité informationnelle des marchés

Qu'il s'agisse de la description statistique ou probabiliste des variations boursières, de la manière de composer un portefeuille, ou d'analyser les caractéristiques de la structure d'un modèle, ce qui transparaît aussi dans chacun de mes travaux est une réflexion sur la notion d'efficacité informationnelle des marchés.

### 3.3.1 Efficacité informationnelle et aléas de Pareto

#### 3.3.1.1 La spécification de la loi des erreurs dans l'efficacité informationnelle

Le point de départ de ma réflexion sur l'efficacité informationnelle des marchés se situe dans mes travaux statistiques portant sur les aléas  $\alpha$ -stables de Lévy. Dès 1988, il me semblait que l'hypothèse statistique n'était pas que statistique : dit autrement, le choix d'un type d'aléa avait *aussi* des conséquences intellectuelles sur les origines financières ou économiques que l'on pouvait lui trouver. J'ai alors estimé que la description analytique seule des fluctuations boursières, fut-elle pertinente grâce à des aléas de type Pareto, n'était pas en tant que telle suffisante, et qu'il était nécessaire de la compléter par une justification économique des modèles choisis.

C'est la raison pour laquelle j'ai commencé à réfléchir à une suite éventuelle de mes deux mémoires d'actuariat, en direction de la finance. J'avais été très intéressé par la pertinence d'un article de Jean-Jacques Rosa intitulé "Crises, krach, et théorie", paru dans un grand quotidien en 1990. Je l'avais rencontré à la suite de cette lecture, et, abordant ces questions de modélisation et de leurs conséquences financières, il m'avait suggéré de les creuser dans le cadre d'une thèse de doctorat. Cette rencontre est à l'origine de ma thèse, qui, dans ses chapitres 1 à 3, élargit les préoccupations statistiques par des considérations économiques sur la modélisation dynamique des variations boursières, en reconsidérant le concept d'efficience des marchés lorsque l'aléa est modifié.

Pour résumer ces chapitres de ma thèse et l'argument principal qui s'y trouve, je récris la définition usuelle de l'efficacité informationnelle, telle qu'on peut la trouver par exemple chez Fama [1970]. On considère une action  $j$  dont  $\mu_j = E(R_j | (\Phi, m))$  est la rentabilité espérée en utilisant l'information  $\Phi$  et le modèle d'évaluation  $m$ . Pour tout état du marché

$\omega \in \Omega$ , la rentabilité  $R_j$  peut se décomposer de la manière suivante :

$$R_j(\omega) = \mu_j + \varepsilon_j(\omega) \quad (3.17)$$

Le terme  $\varepsilon_j(\omega)$  est parfois appelé la rentabilité “anormale” de l’action  $j$ , au sens où elle diffère de la rentabilité attendue à l’équilibre, et s’analyse comme une erreur d’anticipation sur l’état  $\omega$ . Si toute l’information  $\Phi$  disponible à la date  $t = 0$  sur la société  $j$  et son environnement est bien utilisée par l’ensemble des opérateurs et donc intégrée pleinement dans le cours coté au moment où l’équilibre est atteint (“market clearing price”), alors le terme  $\varepsilon_j(\omega)$  qui correspond à ce qui peut advenir *par hasard* à l’entreprise  $j$  dans l’état  $\omega$  du marché (un événement singulier de l’économie réelle “sorti” d’un tirage aléatoire sur  $\Omega$ ), n’est pas, en tant que tel, prévisible par les opérateurs. C’est bien d’une erreur par rapport à ce qui était attendu qu’il s’agit :

$\text{rentabilité réelle dans l'état du marché } \omega = \text{rentabilité espérée à l'équilibre} \\ + \text{écart de rentabilité lié à l'état } \omega$
--

Il apparaissait donc qu’il existait deux types de caractérisation de l’efficacité informationnelle :

1. Une première caractérisation par la spécification de  $\mu_j$ . Spécifier  $\mu_j$  revient à définir un modèle d’évaluation des actifs, et cette recherche est un territoire largement exploré depuis les années soixante, et toujours en pleine évolution.
2. Une seconde caractérisation par le terme d’erreur  $\varepsilon_j$ , que j’ai examinée.

J’ai proposé dans ma thèse de 1994 que la forme de la loi de l’erreur d’anticipation  $\varepsilon_j$  soit aussi un élément du contenu de l’efficacité informationnelle, car elle définit ce que j’ai appelé (dans [T1994]) une “structure de hasard”, et que Mandelbrot [1997] a qualifié d’“état du hasard”, par analogie avec les états de l’eau (solide, liquide, gazeux).

On peut ainsi définir plusieurs sortes d’efficacité informationnelle selon le type de loi des erreurs (plusieurs structures de hasard), et donc introduire une définition de l’efficacité informationnelle qui inclue une hypothèse sur la loi  $\mathcal{L}$  des erreurs. C’est la proposition que j’ai faite en 1994, et qui a été publiée dans *Les marchés fractals* :

**Proposition 4 (La  $\mathcal{L}$ -efficacité informationnelle)**

*Un marché boursier est dit informationnellement  $\mathcal{L}$ -efficace si les cours reflètent pleinement l’information disponible et pertinente, et si la loi des erreurs d’anticipation est  $\mathcal{L}$ .*

Par exemple, dans le cas où  $\varepsilon_j$  suit une loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma_j)$ , on peut écrire la relation (3.17) comme

$$R_j(\omega) = \mu_j + \sigma_j u(\omega) \quad (3.18)$$

où  $u$  suit une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Les formes non gaussiennes de l’efficacité informationnelle correspondent à des lois des erreurs non normales. On peut trouver ces situations dans plusieurs configurations :

1. Dans le cas où la volatilité  $\sigma_j$  est constante, mais où  $\varepsilon_j$  suit une loi non symétrique
2. Dans le cas où la volatilité  $\sigma_j$  est elle-même aléatoire (par exemple  $\sigma_j$  suit une loi normale). Dans ce cas, la relation (3.17) devient

$$R_j(\omega) = \mu_j + \sigma_j(\omega)u(\omega) \quad (3.19)$$

où  $u$  suit une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$ , et le terme d'erreur  $\varepsilon_j = \sigma_j u$  résulte d'un mélange de lois de probabilités. Cette perspective statique correspond, dans un cadre dynamique, aux modélisations boursières à volatilité variable (la famille des ARCH), à volatilité stochastique (par exemple Hull et White [1987]), ou à mélange de lois de probabilité (comme les processus de diffusion mixte de Merton [1976]).

3. Dans le cas où  $\varepsilon_j$  suit une loi de type Pareto. C'est l'hypothèse que je choisissais de développer : je me suis intéressé tout particulièrement à la forme parétienne de l'efficacité informationnelle.

### 3.3.1.2 Les deux origines possibles de la présence d'aléas boursiers parétiens

Dans ma thèse de 1994, je mentionnais les deux voies possibles pouvant rendre compte du choix d'un aléa de Pareto, bipartition que j'ai reprise en la systématisant dans "Le phénomène leptokurtique..." (référence [R2002]), afin de rendre saillante l'alternative qui oppose ces deux visions du monde.

L'apport de [T1994] puis de [R2002] réside dans cette systématisation qui s'accompagne d'une clarification du débat sur les sources de la volatilité boursière :

1. Première possibilité : l'économie réelle parétienne. En 1965, Fama avait suggéré que "si de grandes variations de cours surviennent fréquemment, cela peut vouloir indiquer que la structure de l'économie à l'origine de ces variations, est elle-même sujette à de grands et fréquents changements" (Fama [1965], p. 41). Cela revient à chercher dans les variables de l'économie "réelle" des distributions parétiennes. Précisément, faisais-je remarquer ([T1994], ch. 3, [L2002], p. 43) Samuelson [1972, pp 30,31] observait que "de telles distributions ultra-étirées se manifestent fréquemment en économie". Dans [R2002], je m'appuyais aussi sur l'ouvrage Zajdenweber [2000] qui avait présenté un échantillon important de résultats de ce type (la taille des entreprises, les chiffres d'affaires annuels, la répartition des richesses, la population des pays etc.) et avait qualifié d'"économie des extrêmes" cette économie réelle où les quantités observées sont modélisables par des lois de puissance de type Pareto. Je posais alors cette question dans ma thèse : "l'existence d'une statique parétienne ne devrait-elle pas avoir pour corollaire l'existence d'une dynamique parétienne?". Dans [R2002], je résume cette ligne d'argumentation dans la formulation :  
**Hypothèse 1** *La structure parétienne des variations boursières reflète la structure parétienne de l'économie.*

2. Deuxième possibilité : le mimétisme déstabilisant. Dans ma thèse, je rappelais qu'Orléan [1989] avait montré comment l'introduction de la subjectivité des agents dans

l'explication de la variation des cours instaure un régime d'opinion sur les marchés et comment le mimétisme pouvait affecter la réalisation d'un équilibre. Selon cette conception, le système d'information représenté par les prix est un miroir déformant de l'économie : ce n'est pas une économie "objective" qui se transmet au système de prix par la propriété d'efficience, mais une économie filtrée par les croyances de ceux qui l'interprètent, c'est-à-dire une économie "intersubjective". Plus le mimétisme est généralisé, plus les opinions des opérateurs s'agglutinent pour interpréter les informations exogènes, plus les volumes de transactions augmentent, plus le marché s'emballe. Dans cette perspective, je résumais ainsi cette ligne d'argumentation :  
**Hypothèse 2** *La structure parétienne des variations boursières reflète la structure mimétique du comportement des agents.*

Finalement, on pouvait donc durcir l'alternative de la manière suivante :

1. Soit on attribue la non normalité à des causes externes aux marchés. Dans ce cas, la non normalité des distributions des variations boursières n'est que la transposition sur les marchés financiers de la non normalité des variables de l'économie "réelle". C'est donc l'économie réelle qui est à l'origine des grandes variations.
2. Soit l'on fait des marchés eux-mêmes la cause directe de l'effet. Cette seconde manière de voir les grandes variations prend l'option opposée : la non normalité n'est que le produit d'une amplification par les agents économiques de chocs normaux, mais surinterprétés par des effets d'opinion et de mimétisme qui peuvent conduire à des ruptures de marché. Selon cette conception du monde, la spécularité financière est la conséquence de la polarisation des opinions dans une logique autoréférentielle (les "instincts animaux" de Keynes). C'est donc le comportement des agents qui est à l'origine des grandes variations.

Telle que posée ci-dessus, cette alternative rendait apparemment orthogonales ces deux positions respectives. J'ai cherché une manière de les concilier, à partir de l'analyse des conséquences de l'existence d'aléas de Pareto dans l'économie réelle sur l'évaluation des actifs, et la recherche de la valeur dite "fondamentale".

### 3.3.1.3 Aléas de Pareto et valeur fondamentale des actifs

J'avance alors une autre hypothèse : la présence d'aléas parétiens dans l'économie réelle a pour conséquence l'affaiblissement, voire la disparition, de la pertinence de la notion de valeur fondamentale. Ceci résulte, dans le cas d'aléas parétien, de l'incertitude sur la valeur probable, corrélative de la perte de pertinence de la notion de valeur moyenne, phénomène totalement contre-intuitif et appelé le paradoxe de la valeur probable en univers parétien. Cette hypothèse a été présentée le 23 juin 2000 au séminaire du programme de recherche "Histoire et épistémologie de la finance", puis le 29 septembre 2001 au congrès de l'association Charles Gide pour l'histoire de la pensée économique, puis le 23 novembre

2001 au colloque du collège international de philosophie. Elle a fait l'objet d'une prépublication dans une version professionnalisée destinée au débat sur la volatilité boursière (référence [P2003]), et une version de cette prépublication a été proposée à la *Revue d'économie financière*. Il s'agit d'un travail en cours, et j'en donne ci-après l'intuition et les grandes lignes.

Soit un investissement dans une société  $j$  (cotée ou non, par exemple examinée par un capital investisseur) en date  $t = 0$  en vue de la date  $t = 1$  (dans un mois, dans un an...). La date  $t = 1$  est la date de "sortie" de l'investissement, à un prix de sortie qui dépend de l'état  $\omega_k$  de l'économie réelle. La rentabilité résultante pour l'investisseur est la rentabilité  $R_j$  dans cet état, ce que l'on note par  $R_j(\omega_k)$  ou  $R_j(k)$ . On considère alors les  $n$  rentabilités positives possibles de l'investissement (ou les  $n$  prix de sortie supérieurs au prix d'acquisition)  $\{R_j(k)\}_{k=1,\dots,n}$  et l'on note comme précédemment  $R_j^{(k)}$  la  $k$ -ième valeur la plus forte de l'échantillon  $\{R_j(k)\}_{k=1,\dots,n}$ .

Si l'aléa qui régit les fluctuations du prix de sortie de la société  $j$  est un aléa parétien, alors, au-delà d'un certain seuil correspondant au rang  $n_{\max}$  où  $n_{\max} \ll n$ , que l'on peut comprendre comme un événement singulier  $\omega_{n_{\max}}$  qui, s'il advient, ouvre tous les possibles pour la rentabilité de l'entreprise (par exemple un changement de réglementation qui obligerait à acheter les produits de cette société), les rentabilités positives possibles présenteront une distribution fortement hiérarchisée, c'est-à-dire telle que l'on aura

$$R_j^{(1)} \gg R_j^{(2)} \gg \dots \gg R_j^{(n_{\max})} \quad (3.20)$$

qui signifie que la rentabilité potentielle la plus forte de l'actif  $j$  sera très supérieure à la rentabilité potentielle la seconde plus forte, elle-même très supérieure à la troisième plus forte, et ainsi de suite jusqu'au seuil  $R_j^{(n_{\max})}$ . En-deçà de ce seuil, les écarts de rentabilité s'atténuent, ce que l'on peut comprendre comme la situation réelle suivante : si l'événement singulier  $\omega_{n_{\max}}$  n'advient pas, alors les rentabilités potentielles resteront classiques et bornées. On peut imaginer que, dans deux ou trois cas, la société ait un prix de sortie très élevé, puis sinon, des prix plus classiques.

Considérons à présent la distribution de probabilité conditionnelle de la rentabilité  $R_j$  au-delà d'un certain seuil  $R_j^A$ , c'est-à-dire la rentabilité *possible* de l'investissement dans la société  $j$  si l'événement  $\omega_A$  a eu lieu :  $\Pr(R_j | R_j > R_j^A)$ . Sa fonction de répartition est  $F(x)$  telle que  $1 - F(x) = \Pr(R_j > x | R_j > R_j^A)$ . Si  $R_j$  suit une loi de Pareto d'exposant  $\alpha$ , alors la rentabilité probable de l'investissement dans la société  $j$  si l'événement  $\omega_A$  a eu lieu, ou moyenne conditionnelle au-delà du seuil, est :

$$\mu_j(A) = E(R_j | R_j > R_j^A) = \frac{\alpha}{\alpha - 1} R_j^A \quad (3.21)$$

On voit que la valeur probable conditionnée est *proportionnelle au seuil* de conditionnement ! Ce résultat tout à fait inattendu et surprenant peut s'illustrer avec l'exemple suivant. Supposons que  $\alpha = 1,5$  soit  $\alpha/(\alpha - 1) = 3$ . Dans ce cas, si le seuil est de 10%, alors la nouvelle rentabilité espérée serait de 30%. En langage boursier, on dirait que "si l'on atteint 10%, alors on ira forcément à 30%" etc.

Plus étrange encore dans ce monde parétien, le seuil peut dépendre de chacun, car chacun peut se former son jugement sur l'événement déclencheur de grandes espérances de gain. Ce qui veut dire que la distribution des rentabilités conditionnées *n'a pas d'échelle propre, mais seulement celle de l'opérateur* : dans les phénomènes qui présentent des comportements en loi de Pareto, chaque observateur projette sa propre échelle subjective sur le phénomène observé. Aussi, *la valeur probable n'existe que dans l'esprit de ceux qui la pensent*. Cela évoque un aphorisme de Keynes pour qui un découpage de séries économiques en cycles n'a pas d'autre réalité que la structure mentale de ceux qui les inventent.

Dans les méthodes usuelles d'évaluation des actifs qui utilisent des actualisations de flux futurs, on considère souvent des formules du type

$$S_t = \sum_{k=1}^n \frac{E_t(D_{t+k})}{(1+r)^k} + \frac{E_t(S_{t+n})}{(1+r)^n} \quad (3.22)$$

où  $S_t$  est le prix en date  $t$  de l'actif à évaluer,  $D_t$  le dividende payé à cette date, et  $r$  le taux d'actualisation. La notation  $E_t(\cdot)$  désigne l'espérance conditionnelle en date  $t$ . La condition dite "de transversalité" exprime que, lorsque  $n$  tend vers l'infini, si la limite de  $E_t(S_{t+n})/(1+r)^n$  est zéro, on retrouve la valeur dite fondamentale de l'action

$$P_t = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{E_t(D_{t+k})}{(1+r)^k} \quad (3.23)$$

Or, dans un univers parétien, les espérances conditionnelles  $E_t(X)$  prennent la forme  $\alpha X/(\alpha - 1)$ . Il vient que, dans ce cas, la condition de transversalité n'est plus nécessairement vérifiée, et que par conséquent valeur dite "fondamentale", comprise comme une actualisation des espérances de flux futurs, n'est plus un référent solide pour les opérateurs de marché. Dans [P2003], j'ai donc fait la proposition suivante.

**Proposition 5 (Economie réelle parétienne et valeur fondamentale)**

*Une économie réelle parétienne conduit à une incertitude sur la valeur fondamentale, qui provient de la présence d'aléas parétiens sur les quantités économiques pertinentes nécessaires à l'évaluation des actifs financiers négociés.*

La jonction de cette hypothèse avec les modèles de bulles rationnelles est la suivante : la condition de transversalité est la condition d'absence de bulles. D'où l'apparition des bulles dans un univers parétien.

Comme indiqué plus haut, il s'agit d'un travail en cours. Le développement de cette voie va être suivi dans le cadre d'une convention CIFRE et d'un contrat de partenariat passée entre PricewaterhouseCoopers et le Centre de mathématiques appliquées (CMAP) de l'Ecole Polytechnique en 2003. Un jeune doctorant, Julien Hok, est arrivé chez PricewaterhouseCoopers au début d'année 2003, et commence une thèse de mathématiques appliquées sur l'étude de la relation entre l'information financière et la volatilité boursière, avec comme co-encadrement, celui de Rama Cont pour le CMAP, et de moi-même pour PricewaterhouseCoopers.

### 3.3.1.4 Aléas de Pareto et spéculation boursière

J'ai ensuite développé la conséquence de cette proposition sur l'analyse de la spéculation boursière et de l'instabilité des marchés financiers, en proposant de réconcilier les deux perspectives antagonistes vues plus haut. L'apport que je cherche à faire dans ce débat est précisément le suivant. Je propose de *conserver le point de vue mimétique en justifiant le mimétisme par l'incertitude sur la valeur fondamentale issue de l'existence de lois de Pareto dans l'économie réelle*. Autrement dit, je fais la proposition suivante.

#### **Proposition 6 (Economie réelle parétienne et spéculation boursière)**

*Une économie réelle parétienne conduit à des comportements mimétiques déstabilisants dont l'origine est la présence d'aléas parétiens sur la valeur fondamentale.*

Je suggère donc dans [P2003] que les bulles spéculatives peuvent être expliquées en termes d'aléas parétiens dans l'économie réelle, non seulement dans le sens où des marchés informationnellement efficaces transfèreraient les fluctuations parétiennes de l'économie réelle sur la bourse (hypothèse 1), mais aussi en ce que ces aléas sont à l'origine d'un doute sur la notion de valeur fondamentale, doute qui provoque des comportements déstabilisants (hypothèse 2). Je situe donc l'origine du doute dans ces aléas non normaux. Ainsi, les aléas de Pareto permettent de réconcilier les deux points de vue extenaliste et internaliste sur les causes de la volatilité boursière.

Comment se termine la phase spéculative intersubjective ? Dans son ouvrage portant sur l'application des fractales à la finance, Mandelbrot [1997, p.81] notait :

“Dans le cas parétien, le prix suivra ces changements en les amplifiant. Cependant, tôt ou tard, on finit toujours par connaître [une valeur de la variable exogène] parfaitement. A ce moment, le prix subit une correction brutale égale aux anticipations non réalisées”.

Les bulles finissent toujours par éclater, mais plus dures sont les chutes !

En résumé, la *structure du hasard* ou *structure probabiliste* de l'économie définie par un type de relation comme (3.20) ou (3.21) est *très différente* de la structure probabiliste d'une économie définie par une loi normale. On peut donc parler d'une forme parétienne de l'efficacité informationnelle des marchés.

### 3.3.2 Les quatre causes de l'efficacité informationnelle

#### 3.3.2.1 L'introduction de la théorie des quatre causes en finance

La relation entre la compréhension des contenus conceptuels de la définition de l'efficacité informationnelle par des professionnels et les applications qu'ils en faisaient m'inté-

ressait tout particulièrement. Cette recherche se déroula entre 2000 et 2003, et fit l'objet d'une partie d'un document de travail sur la marche au hasard (référence [R2003b]) présenté le 27 mai 2003 au colloque "Marché boursier" de la chaire de théorie économique et organisation sociale du Collège de France, ainsi qu'à la 20ème conférence internationale de l'Association Française de Finance à Lyon le 23 juin 2003. L'apport intellectuel de [R2003b] tient à la jonction opérée entre plusieurs champs différents de la recherche, et à l'utilisation, pour la première fois dans la finance, de la théorie aristotélicienne des quatre causes, pour la résolution de la désintrinsication des hypothèses jointes du concept d'efficacité informationnelle des marchés. J'en rappelle brièvement ci-dessous le principe.

Les trois définitions classiques de l'efficacité informationnelle sont celles proposées dans les trois articles de Fama [1965, 1970, 1976], auxquelles tous les acteurs des marchés se réfèrent plus ou moins, et auxquelles certaines définitions plus récentes, mais pas plus modernes pour autant, font également référence (comme celle de Malkiel [1989]). Il est bien connu depuis Fama que ces trois définitions de l'efficacité informationnelle sont trop générales pour pouvoir être réellement utilisables dans la pratique, et qu'il est nécessaire de préciser le contenu opérationnel du concept par un certain nombre de compléments. Tout le monde s'accorde aujourd'hui là-dessus, et on peut citer par exemple la savoureuse et très exacte remarque de Roger [1988, p. 59], pour qui "cette définition est providentielle pour les chercheurs et les professionnels car chacun peut l'interpréter comme bon lui semble".

J'ai voulu montrer que la boutade de Patrick Roger n'était pas qu'une boutade : validant intégralement cette idée (bien qu'ignorant totalement qu'elle avait été émise), deux rapports de PricewaterhouseCoopers de 1998 et 1999, réalisés à partir d'entretiens avec les principaux responsables des sociétés de gestion de taille internationale, ont fait apparaître *exactement* cette ambiguïté et ses conséquences dans la gestion d'actifs professionnelle. Dans le premier rapport, fait à l'occasion des vingt-cinq ans de la création de la gestion indicielle par Wells Fargo (entretemps devenu Barclays Global Investor), il est dit que "le débat pour ou contre l'indexation tourne en général autour de la notion d'efficacité informationnelle des marchés", tandis que le second insiste encore davantage sur cette liberté interprétative : "les différentes offres et gammes-produits des gestionnaires dépendent souvent de leur compréhension du concept d'efficacité informationnelle des marchés". On ne saurait être plus clair : les professionnels construisent leurs processus d'investissement à partir de leur compréhension de ce qu'est l'efficacité informationnelle des marchés. Cela valait donc la peine d'aller examiner de manière plus précise les contenus sémantiques du concept. Je me suis attaqué à cette question au cours de l'année 2000.

J'ai alors proposé dans [R2003b], d'exhumer l'ancienne théorie des quatre causes (matérielle, formelle, efficiente, finale) développée par Aristote et formalisée par les scolastiques (on retrouve ici mon ancien intérêt pour la scolastique médiévale, évoqué dans l'introduction de ce mémoire). Selon cette théorie, tout phénomène, quel qu'il soit, peut être analysé au moyen de quatre causes distinctes, répondant à la question "pourquoi tel phénomène ?", chacune des causes s'identifiant à un type de relation entre l'environnement et le phénomène examiné, et qui sont respectivement :

- La cause matérielle : *ce à partir de quoi* quelque chose advient et qui demeure dans la chose même.
- La cause formelle : *ce à l'image de quoi* quelque chose advient.
- La cause efficiente : *ce par quoi* quelque chose advient, le principe du mouvement qui fait passer l'objet d'un état potentiel (en puissance) à un état réel, ou "actuel" (en acte).
- La cause finale : *ce en vue de quoi* quelque chose advient.

J'ai cherché à appliquer cette catégorisation à la problématique de l'efficacité informationnelle d'un marché, en me posant la question : "pourquoi un marché est-il informationnellement efficace?", ou, en d'autres termes, "quelles sont les quatre causes de l'efficacité informationnelle?". J'ai alors fait la proposition suivante :

**Proposition 7 (Les quatre causes de l'efficacité informationnelle)**

*Les quatre causes de l'efficacité informationnelle sont les suivantes.*

- *L'information est la cause matérielle de l'efficacité informationnelle.*
- *L'arbitrage est la cause efficiente de l'efficacité informationnelle.*
- *Le modèle mathématique est la cause formelle de l'efficacité informationnelle.*
- *Le juste prix des actifs est la cause finale de l'efficacité informationnelle.*

Les relations entre les quatre causes et le prix d'équilibre sont résumées dans les tableaux 3.5 et 3.6 ci-dessous.

cause matérielle	information	ce à partir de quoi l'équilibre advient
cause formelle	modèle	ce à l'image de quoi l'équilibre advient
cause efficiente	arbitrage	ce par quoi l'équilibre advient
cause finale	juste prix	ce en vue de quoi l'équilibre advient

TABLE 3.5 – Les quatre causes de l'efficacité informationnelle.

cause matérielle	l'équilibre du marché : en puissance	cause antérieure
cause formelle	l'équilibre du marché : en acte (effectif)	cause postérieure
cause efficiente	ce par quoi l'équilibre en puissance devient effectif	cause antérieure
cause finale	ce pour quoi l'équilibre en puissance devient effectif	cause postérieure

TABLE 3.6 – L'efficacité informationnelle en puissance (ex ante) et en acte (ex post).

Il apparaissait alors clairement que, pour caractériser le concept d'efficacité informationnelle, il était nécessaire d'en analyser les quatre causes. En séparant la cause finale des trois autres causes, j'indiquais que le concept d'efficacité informationnelle était revêtu d'un double enjeu, d'un double contenu sémantique :

1. Un contenu sémantique fort, se référant à la notion de juste prix : la cause finale.
2. Un contenu sémantique faible, limité à la notion d'information intégrée dans le prix : les causes matérielle, formelle et efficiente.

Chacune des trois causes autres que la cause finale donnait accès à un domaine de la finance d'aujourd'hui : l'étude des contenus de l'information (cause matérielle), à laquelle se rattachent les travaux sur la comptabilité et l'impact des signes émis par l'entreprise en direction du marché ; l'étude des modèles d'évaluation (cause formelle), qui constituent un domaine important de la finance théorique depuis les années soixante ; l'étude des comportements des acteurs (cause efficiente), à laquelle se rattachent les travaux sur la microstructure des marchés, mais aussi les modèles d'interaction sociale ou de théorie des jeux.

Quant à la cause finale, on en trouvait la trace dans les questions sans cesse posées de la “juste valeur” des actifs financiers, et des emballements “injustifiés” des marchés financiers : les débats sur la juste valeur s'articulaient ainsi souplement sur les modèles d'évaluation et de fonctionnement de marché. L'annexe A.4 de [R2003b] développait cette intuition, et reliait la cause finale de l'efficacité informationnelle à la norme comptable IAS 39, en proposant une nouvelle direction de recherche : celle de la relation entre information comptable (ou financière) et juste prix. Cette recherche fait aussi partie des travaux en cours, développés dans le cadre d'un partenariat entre PricewaterhouseCoopers et le centre de recherche en finance de l'INSEAD.

### 3.3.2.2 La cause formelle : de Fama (1976) à Karatzas et Schreve (1998)

Une autre question m'intéressait dans la réflexion sur la notion d'efficacité informationnelle des marchés : le passage historique et intellectuel entre les définitions initiales de l'efficacité informationnelle “à la Fama”, à la manière moderne de présenter la finance issue des travaux de Harrison – Kreps – Pliska ; l'un des apports de [R2003b] est d'établir précisément cette jonction. D'un point de vue historique, il est remarquable d'observer que, l'année même où la controverse entre Fama [1976] et LeRoy [1976] pouvait laisser supposer une extinction du concept à cause de son ambiguïté intellectuelle, la notion d'arbitrage apparaissait dans toute son importance dans un article de Cox et Ross [1976]. Elle conduira à la manière moderne de caractériser l'efficacité informationnelle au moyen de la condition de non existence d'arbitrage (“absence of opportunity of arbitrage”), telle qu'on peut la trouver par exemple dans les manuels récents de Karatzas et Shreve [1998] ou de Föllmer et Schied [2002].

Pour établir la jonction que je recherchais, j'ai *récrit toutes les relations correspondantes en unifiant les notations et en passant l'ensemble des concepts en cadre statique monopériodique* afin de parvenir à un cadre homogène de présentation et de pouvoir comparer les définitions des années soixante avec celles des années quatre-vingt dix. Ce cadre de présentation me sert à présent dans mes cours dispensés dans le DESS et le DEA de l'IEP depuis 2002. Le choix de la monopériode permet de présenter ces notions à des étudiants qui n'ont pas nécessairement une culture mathématique développée, tout en conservant la rigueur des définitions financières<sup>7</sup>.

---

7. J'ai constaté dans mes cours de DEA et de DESS que cela permettait de concentrer les efforts

Je résume le raisonnement de [R2003b]. On note  $S_t^j$ , pour  $t = 0, 1$  le cours de l'action en date  $t$ , et  $r$  le taux d'intérêt sans risque. L'écriture  $E_P(\cdot)$  (resp.  $E_Q(\cdot)$ ) désigne l'espérance mathématique calculée avec la probabilité  $P$  (resp.  $Q$ ).  $\Phi$  est l'information en date  $t = 0$ .

1. Je pars de la définition de Fama [1976, p. 144] en insistant sur le rôle du modèle  $m$  d'évaluation des actifs financiers, pour écrire la  $m$ -efficacité informationnelle de la manière suivante :

$$S_0^j = E_m \left( \frac{S_1^j}{1 + \mu_j} \middle| \Phi \right) \quad (3.24)$$

où la notation  $E_m$  indique que l'espérance mathématique  $E$  se définit et se calcule sur les quantités aléatoires au moyen d'un modèle  $m$ .

2. Je rappelle que la finance moderne considère qu'il existe deux manières de caractériser la condition de non existence d'arbitrage :
  - le passage dans un monde dual d'individus indifférents au risque,
  - l'utilisation d'un portefeuille numéraire dans le monde réel.
3. En introduisant successivement les notions de probabilité relative à des individus indifférents au risque (notée  $Q$ ), et de portefeuille numéraire, je montre alors que :
  - (a) La relation fondamentale qui définit la condition de non existence d'arbitrage au moyen de la probabilité  $Q$  en cadre statique monopériodique

$$S_0^j = \frac{1}{1+r} E_Q(S_1^j | \Phi) \quad j = 1, \dots, N \quad (3.25)$$

correspond à une *caractérisation par la probabilité  $Q$*  de l'équation d'arbitrage (3.24) de Fama.

- (b) La relation qui définit la condition de non existence d'arbitrage au moyen du portefeuille numéraire de rentabilité  $R_B$  en cadre statique monopériodique

$$S_0^j = E_P \left( \frac{S_1^j}{1 + R_B} \middle| \Phi \right) \quad j = 1, \dots, N \quad (3.26)$$

correspond à une *caractérisation par le portefeuille numéraire* de l'équation d'arbitrage (3.24) de Fama.

Ce qui permet de réinterpréter de manière moderne les textes relatifs à l'efficacité informationnelle des marchés qui datent des années soixante et soixante-dix.

Dans mon cours (référence [C2003]), j'ajoute également la jonction avec les plus récentes manières d'évaluer des actifs financiers, c'est-à-dire celles qui commencent par définir le noyau d'évaluation du marché ("market pricing kernel") et qui sont des caractérisations différentes de l'évaluation par les prix d'Arrow-Debreu en modélisation statique

---

pédagogiques sur les seules notions financières, déjà délicates (signification concrète de la probabilité dite "risque neutre"), sans ajouter à cela une complexité mathématique (comme les notions de changement de probabilité et de filtration en temps continu). Dans la pratique, cela ne rend pas plus simple la compréhension du cours, mais évite d'attribuer aux mathématiques la source de la difficulté. En d'autres termes, les étudiants ne peuvent pas s'abriter derrière la non compréhension de la syntaxe mathématique pour justifier une non compréhension des concepts financiers, ce qui rend le cours, selon les avis, difficile.

à nombre fini d'états du monde. Cela me permet d'introduire pour les étudiants tout un ensemble de correspondances entre les modèles des années soixante ou soixante-dix (de type CAPM ou APT) et ceux des années quatre-vingt dix (de type noyau  $\alpha$ , ou avec la densité  $L$  des prix d'états).

L'apport pédagogique de cette réécriture homogénéisée est une synthèse de ces correspondances, qui est donnée dans le tableau 3.7 et qui résume les formes possibles de l'efficacité informationnelle selon le modèle  $m$  avec condition de non existence d'arbitrage (pour la lisibilité, on a supprimé à chaque ligne le terme  $|\Phi$ ).

définition classique	$S_0^j = E_m \left( \frac{1}{1+\mu_j} S_1^j \right)$	Fama (1976)
portefeuille numéraire	$S_0^j = E_P \left( \frac{1}{1+R_B} S_1^j \right)$	Long (1990) – Geman (1995)
probabilité $Q$	$S_0^j = E_Q \left( \frac{1}{1+r} S_1^j \right)$	Harrison–Kreps–Pliska (1979, 1981)
densité des prix d'état	$S_0^j = E_P \left( \frac{L}{1+r} S_1^j \right)$	Delbaen – Schachermayer (1994)
noyau d'évaluation	$S_0^j = E_P \left( \alpha S_1^j \right)$	Hansen – Richard (1987)

TABLE 3.7 – La  $m$ -efficacité informationnelle selon le modèle  $m$

En faisant apparaître les  $K < \infty$  états du monde  $\omega_k \in \Omega$  avec leur prix d'Arrow-Debreu  $e_0^k$ , on peut alors résumer l'ensemble des équations d'équilibre du marché de la manière suivante, présentée dans le tableau 3.8, où l'indexation par  $j$  (comme pour le taux  $\mu_j$  de Fama [1976]) *disparaît* des facteurs d'actualisation, ce qui correspond à la plus grande généralité de ces méthodes, et à l'hypothèse de non existence d'arbitrage.

### 3.3.2.3 Retour sur la mesure de performance corrigée du risque

Puis, poursuivant la réécriture de Fama, j'aborde la notion de rentabilité anormale au sens de Fama, en la réinterprétant en terme de martingales sur les prix actualisés, soit dans le monde réel avec le portefeuille numéraire, soit dans le monde dual des individus indifférents au risque, avec la probabilité  $Q$ . Fama [1970, p. 385] avait défini l'efficacité informationnelle par une condition d'espérance nulle de surperformance, décrite par la relation

$$E(R_j - E(R_j|\Phi)|\Phi) = 0$$

qui, de fait, est toujours vérifiée par simple propriété de l'espérance mathématique, sans faire intervenir d'autre notion économique ou financière. En considérant que la différence

prix d'état	$S_0^j = \sum_{k=1}^K S_1^j(\omega_k) e_0^k$
noyau d'évaluation	$S_0^j = \sum_{k=1}^K S_1^j(\omega_k) P(\omega_k) \alpha(\omega_k)$
portefeuille numéraire	$S_0^j = \sum_{k=1}^K S_1^j(\omega_k) P(\omega_k) \frac{1}{1+R_B(\omega_k)}$
densité des prix d'état	$S_0^j = \sum_{k=1}^K S_1^j(\omega_k) P(\omega_k) L(\omega_k) \frac{1}{1+r}$
probabilité $Q$	$S_0^j = \sum_{k=1}^K S_1^j(\omega_k) Q(\omega_k) \frac{1}{1+r}$

TABLE 3.8 – L'efficacité informationnelle et les états du monde.

$R_j - E(R_j|\Phi)$  représente la rentabilité appelée “anormale”, et en notant  $\varepsilon_j$  cette rentabilité anormale, on voit que la condition d'efficacité de Fama revient simplement à postuler que

$$E(\varepsilon_j|\Phi) = 0 \quad (3.27)$$

c'est-à-dire que l'espérance (sous  $P$ ) de la rentabilité anormale est nulle. Je montre que la manière moderne d'écrire cette relation apparemment tautologique est simplement l'écriture martingale sur les rentabilités  $R'_j$  et  $R^*_j$  qui représentent des rentabilités déflatées par le taux du portefeuille numéraire sous la probabilité  $P$  et par le taux sans risque sous la probabilité  $Q$ , et je résume ces correspondances dans le tableau 3.9.

La voie est alors ouverte pour comprendre toutes les mesures et analyses de la performance des portefeuilles gérés comme des applications de mesures martingales sous une probabilité particulière, ce qui représente les manières modernes de formaliser la mesure de performance corrigée du risque. Dix ans après, j'ai donc repris mon sujet de 1993 (celui de la référence [A1993]), pour établir dans [R2003b] la jonction entre la définition de Jensen [1978] et celle de Long [1990] qui utilise le portefeuille numéraire (développé ensuite par Geman *et al.* [1995]).

Finalement, l'apport de [R2003b] est de montrer que :

1. La première interprétation de l'efficacité informationnelle, celle de Fama [1976], trouve son aboutissement formel dans la spécification de Harrison – Kreps – Pliska de 1981.
2. La seconde interprétation, celle de Jensen [1978] s'accomplit dans la spécification de Long – Geman de 1990 – 1995.
3. Les deux approches se correspondent par un changement de probabilité, ce qu'exprime la définition de Karatzas et Shreve de 1998.

Fama (1970)	$E(\varepsilon_j \Phi) = 0$
portefeuille numéraire	$E_P(R'_j \Phi) = 0$
probabilité $Q$	$E_Q(R_j^* \Phi) = 0$

TABLE 3.9 – L’efficacité informationnelle et la rentabilité anormale.

4. On peut alors comprendre de manière moderne l’assertion de Bachelier [1900] selon laquelle “l’espérance mathématique du spéculateur est nulle”.

Et la boucle est bouclée entre la finance mathématique moderne, la finance classique des années soixante, et l’origine de la finance dans la thèse de Bachelier.

On en arrive par ces considérations à la dernière partie de mes travaux, celle qui concerne l’histoire de la modélisation financière.

# Chapitre 4

## L'HISTOIRE

## Socio-logique de la modélisation financière

### 4.1 Les modèles financiers et la fabrique des marchés

#### 4.1.1 De l'histoire intellectuelle à l'histoire sociale des modèles

##### 4.1.1.1 Insuffisance de l'histoire des idées pour la finance moderne

J'ai montré plus haut (partie 3.2.1.1 page 60) comment j'avais introduit en finance la notion de risque de modèle à partir de la séparation entre syntaxe et sémantique. Mais j'observais aussi dans la réalité professionnelle que ces modèles, sur le risque desquels j'essayais d'attirer l'attention, possédaient une caractéristique bien étrange : ils *perduraient*, ceci malgré leur non adéquation à la réalité des comportements boursiers. Par exemple, pour l'évaluation des options, la modélisation Black-Scholes-Merton avait tenu pendant un grand nombre d'années, ceci malgré les violations par les marchés réels des hypothèses fondamentales sur lesquelles reposait ce modèle. Un autre exemple était donné par le postulat brownien de Bachelier qui avait été dès le départ contredit par les résultats des tests statistiques, mais qui avait été conservé pendant près d'un siècle malgré ces infirmations.

De la même manière, la gestion indicielle passive s'était développée et poursuivait sa croissance malgré les bons résultats répétés de certains gérants professionnels qui faisaient apparaître la valeur ajoutée des choix de titres dans la performance finale des portefeuilles gérés (par exemple ceux de Fidelity). Il est vrai que, parallèlement à la gestion passive se développait toujours une gestion active plus classique. Lors du 56ème colloque de l'as-

sociation américaine de finance, Martin Gruber, alors président de l'association, qualifia dans son adresse présidentielle d'énigme ("puzzle") la croissance des encours de la gestion active malgré l'affirmation dogmatique de la théorie du portefeuille selon laquelle seule la gestion passive était optimale. Cette croissance d'encours de gestion non passive était inexplicable avec l'utilisation des modèles de portefeuilles consuelement validés comme normes de fonctionnement de la gestion d'actifs.

Autrement dit, la seule approche scolastique (l'approche cognitive, ou idéaliste) de la modélisation financière, une approche purement conceptuelle, ne pouvait suffire à expliquer le choix ou le maintien d'un type de modélisation. Une histoire de la modélisation devenait nécessaire pour comprendre les choix effectués et les erreurs ou les rejets de modélisations passées.

Entreprendre une histoire de la modélisation financière nécessitait la définition de critères historiographiques. Par exemple, dans certains articles scientifiques de finance, l'exposé théorique commençait parfois par une esquisse de revue historique des modèles antérieurs développés par la recherche sur la question posée, avec une revue de la littérature universitaire passée. Mais cette compilation n'était pas suffisante, car un simple recensement des travaux antérieurs d'une discipline donnée ne peut représenter un critère historiographique pertinent et ne conduit qu'à une énumération psittacique et sans vie. D'ailleurs ce recensement lui-même est rarement (pour ne pas dire jamais) neutre, et fait déjà intervenir une préconstruction du résultat auquel on veut aboutir.

Plus généralement, un préjugé historiographique finaliste imprégnait souvent les productions historiographiques de la finance<sup>1</sup>, en sorte que les raisons profondes des choix de formalismes échappaient aux lecteurs de ces récits. Des considérations comme "l'on sait bien aujourd'hui que l'hypothèse d'efficience était mal définie", ou encore "universitaires et analystes techniques ne pouvaient que se rapprocher à terme", évacuaient totalement toute possibilité de réelle compréhension des échecs de modélisation, puisque les modèles abandonnés étaient posés d'emblée du mauvais côté, celui des perdants au regard de l'histoire, sans que l'on puisse ressentir ce "suspens devant l'incertain" (selon l'expression de Paul Valéry) qui fait l'incertitude et la vie du travail de modélisation.

Ce préjugé finaliste était très présent dans les manuels de finance, qui posaient un autre problème. Dans la plupart des cas, il était vraisemblable que l'on avait face à soi une "reconstruction rationnelle" (selon l'expression de Carnap) de la théorie financière, une vision scolastique qui décrivait la théorie toute faite, à partir de laquelle on dégagait des lois selon lesquelles elle se serait faite, sorte de téléologie implicite qui évacuait les débats ayant existé au moment du choix des modèles retenus, idéalisation de la pratique scientifique contre laquelle Bachelard s'était déjà élevé en proposant de s'intéresser davantage aux *erreurs* de la science se faisant, et pas seulement aux vérités de la science une fois faite.

---

1. Par exemple : les discours préliminaires, les adresses présidentielles, les éloges académiques, les introductions des manuels etc.

Il y avait donc autre chose qui pouvait justifier de l'existence pratique d'un modèle, du choix de son utilisation par les professionnels des marchés, de son enrôlement et de son maintien dans la communauté universitaire. Le point de vue cognitif évacuait donc une dimension importante de la modélisation financière, ses aspects sociaux, correspondant à la troisième classe de propriétés définies plus haut : la fonction pragmatique des modèles.

Cette dimension se révélait cruciale si l'on voulait comprendre l'origine de la longue durée de vie de modèles financiers dont les hypothèses de base apparaissaient non validées par les marchés réels. C'est exactement cette sorte de question que je me posai en 1987, après le krach boursier : pour quelle raison avait-on choisi le mouvement brownien comme description de base des fluctuations boursières, pour quelle raison l'avait-on conservé, et pour quelle raison cherchait-on à le maintenir malgré le krach qui en invalidait l'hypothèse de continuité trajectorielle ?

#### 4.1.1.2 Mon projet : l'histoire sociale de la modélisation financière

Il fallait donc autre chose que l'analyse logique (ou philosophique) des modèles : en fait, il était nécessaire de décrire les interactions entre mathématiques de la modélisation financière, statistique des cours boursiers, et usages sociaux des modèles par les professionnels qui les utilisaient dans leur pratique quotidienne. Il était nécessaire de compléter l'étude chronologique des énoncés conceptuels de la théorie financière par un examen des formes d'organisation sociale dont ces énoncés procédaient. En bref, il fallait passer d'une analyse logique des modèles financiers à une analyse "socio-logique"<sup>2</sup> de la modélisation financière, démarche radicalement différente pour laquelle *le contenu scientifique lui-même était considéré comme un fait social*, c'est-à-dire comme le résultat d'une construction évolutive mettant en jeu une validation de modèle conférée par une communauté donnée (en l'occurrence, la communauté financière des chercheurs et des professionnels), comme un *travail d'objectivation* au cours duquel se transformait le rapport entre l'objet (le modèle financier) et les sujets (les utilisateurs professionnels), et étudier les modalités par lesquelles les chercheurs en finance construisaient leurs objets et façonnaient leurs concepts.

Il devenait alors nécessaire de sonder la genèse des modèles financiers pour mieux en comprendre leur nature et leur champ d'application, de passer de la froideur des constructions axiomatisées anhistoriques des modèles tels qu'ils se présentaient dans les manuels de finance, à la chaleur de la formation sociale et historique de ces modèles et de leur contenu, incluant les conflits et les controverses qui avaient présidé à leur naissance puis suivi leurs développements, comme par exemple les conflits entre professionnels de la gestion et universitaires autour de la gestion indicielle passive, ou bien entre professionnels de l'analyse technique et universitaires autour de la notion d'efficacité informationnelle des marchés. C'est-à-dire qu'il fallait réintroduire l'homme dans les modèles formels, ou bien encore historiciser la modélisation financière. Pour reprendre une expression de Bachelard, il s'agissait de découvrir les conditions historiques de la production des connaissances scien-

---

2. Pour reprendre les termes de Michel Armatte [1995].

tifiques, conditions historiques que, précisément, la reconstruction rationnelle a posteriori de la théorie financière s’efforçait de recouvrir.

Je peux donc dire que le projet de l’histoire du travail de modélisation en finance, de l’analyse socio-historique des développements de la finance moderne, est né presque concomitamment à mes études d’actuariat, et qu’il parcourt et traverse l’ensemble de mes travaux simultanément à mes recherches sur les distributions leptokurtiques.

#### 4.1.1.3 Le contexte de la recherche : les théories sociales de la science

En 1987, de par ma formation intellectuelle (voir introduction du mémoire), je disposais de plusieurs possibilités pour mener à bien mon projet d’analyse de la finance en tant qu’elle se donnait comme science. Une fois acquises les limites de l’approche cognitive seule, il fallait que je cherche une autre manière de procéder, une théorie sociale de la science qui me permette d’aborder les marchés financiers du point de vue des modélisations mathématiques mais sans se limiter à ces modélisations. Historiquement, entre 1975 et 1985, j’avais successivement découvert puis étudié les courants de pensée suivants.

1. La tradition épistémologique française (Bachelard, Koyré).
2. L’histoire externaliste issue de la sociologie marxiste (en France : Thuillier).
3. Les travaux de l’école sociologique française : Bourdieu, Crozier, Touraine.
4. La conception de Karl Popper de la logique de la découverte scientifique.
5. La notion de paradigme de Thomas Kuhn.

Je décris ci-après les raisons qui m’ont conduit à retenir la notion de paradigme de Kuhn par rapport aux autres possibilités de la sociologie des sciences, puis à l’introduire pour caractériser les états de la modélisation financière.

J’ajoute seulement qu’une sixième possibilité aurait pu m’intéresser, mais je ne la connaissais pas encore en 1987 : les travaux d’ethnométhodologie des pratiques scientifiques, issus de l’école anthropologique et du courant anglo-saxon de l’histoire sociale des sciences, représentés par David Bloor, Michael Lynch ou Steve Woolgar, et (en France) par Bruno Latour et Michel Callon, du centre de sociologie de l’innovation de l’Ecole des Mines de Paris, appelés aussi le “programme radical” (strong program). Certains des thèmes de ce programme auraient pu me rappeler Bachelard. Par exemple, dans *La vie de laboratoire*, Latour et Woolgar montrent que “la réalité artificielle que les participants décrivent comme une entité *objective* a en fait été *construite*” (c’est moi qui souligne). Plus tard, en 2002, j’ai rencontré Bruno Latour, qui développait des analyses sur la finance avec de jeunes chercheurs (Vincent-Antonin Lépinay, Fabian Muniesa), avec qui j’eus des échanges sur leurs travaux. En fait, aujourd’hui, je serais en accord avec cette idée du programme constructiviste selon laquelle tout fait est construit (“les faits sont faits, le donné est construit”, comme le disait Bachelard), sans toutefois aller jusqu’à considérer que construit (artificiel) au sens de fabriqué voudrait dire fictif.

En réalité, je dois dire que ma lecture assidue des articles de Pierre Thuillier (voir ci-après) m'avait fait entr'apercevoir l'inspiration de ces travaux. Mais ils étaient violemment critiqués, à l'époque, par Thuillier [1988a] qui accusait les sociologues des sciences d'un parti pris de radicalisation les conduisant à un réductionnisme nihiliste, réductionnisme qui détruisait la nature de la science "après le grand nettoyage". Il y voyait, "après les excès de la dévotion scientifique, le retour de bâton". J'avais donc probablement été malgré moi mis inconsciemment en garde contre ces travaux. Peut-être est-ce la raison pour laquelle je les ai redécouverts que bien plus tard, lorsque je participai au séminaire de Michel Armatte et Amy Dahan sur les modèles.

## 4.1.2 L'introduction de la notion de paradigme en finance

### 4.1.2.1 Mon point de départ : l'histoire externaliste des sciences

Historiquement, donc, en laissant de côté pour le moment Bachelard et Koyré, entre 1975 et 1980, les premières lectures qui m'avaient initié à la sociologie des sciences étaient les articles de Pierre Thuillier. Ces articles reflétaient (dans les années soixante-dix) l'opposition entre histoire internaliste / histoire externaliste des sciences, qui prévalait à l'époque dans les débats agités entre scientifiques et marxistes, entre partisans d'une conception d'un développement endogène de la science selon des critères intellectuels internes seuls (rationalité et autonomie des démarches scientifiques, histoire exclusivement conceptuelle), et partisans d'une influence sociale externe (d'où la terminologie) sur les modèles scientifiques développés par la recherche. Le principe de base de ces analyses était décrit dans un passage de *L'idéologie allemande* de Marx cité par Thuillier [1982] :

"La production des idées, des représentations et de la conscience est d'abord directement et intimement liée à l'activité matérielle et au commerce matériel des hommes, elle est le langage de la vie réelle. Les représentations, la pensée, le commerce intellectuel des hommes apparaissent ici encore comme l'émanation directe de leur comportement matériel". (p. 142)

Par ces lectures, j'étais passé d'une vision dite "interne" du développement de la science à une vision "externe", qui attribuait par exemple au milieu économique et social des marchands-banquiers ou des hommes d'affaires italiens du Moyen Age les préconditions du développement scientifique occidental : c'était la version que l'on pourrait appeler "dure" des articles et des livres de Pierre Thuillier, celle des historiens externalistes qui attribuaient à une conjoncture historique ou économique donnée l'origine (ou la cause) des idées scientifiques nouvelles. Alexandre Koyré leur reprochait d'ailleurs de "tomber dans des préjugés marxistes"... auquel il était répondu<sup>3</sup> que lui-même avait des préjugés idéalistes !

Quoique trop marqués par la recherche stylistique de la seule dénonciation du scientisme, au détriment d'une analyse plus rigoureuse du fonctionnement de la science, les

---

3. Voir par exemple Thuillier [1983], p. 38.

articles de Pierre Thuillier avaient cependant le grand mérite d'être très suggestifs, et représentaient pour moi une bonne introduction à une sortie de l'approche cognitive. Vers 1982, juste avant mon arrivée dans le séminaire de Jean-Gustave Padioleau à l'ESSEC, j'avais à peu près intégré la manière externaliste de voir l'activité scientifique.

Ce qui m'avait tout particulièrement intéressé était cette idée selon laquelle la prise en compte du contexte économique, social et culturel de la production scientifique fait apparaître que, loin d'être une activité "pure et désintéressée, voire spirituelle" (Thuillier [1980], p.97), la science traduisait une culture en action, en sorte que "les savoirs [devenaient] *ventriloques*" (Thuillier [1983]) : la culture parle à travers la science. La conclusion importante était donnée dans la postface du *Petit savant illustré* (Thuillier [1980], p.97) :

"Cette complicité fondamentale entre l'entreprise scientifique et une entreprise proprement sociale [est] lourde de conséquences à plus ou moins long terme. Elle signifie que, *à l'intérieur même de la science, une certaine philosophie est à l'oeuvre* (souligné dans le texte). Philosophie qui n'est pas toujours visible ; mais qui détermine largement les effets sociaux [des] connaissances".

En résumé, selon ce courant de pensée (la sociologie de la connaissance marxiste), la science est une activité sociale, qui renvoie à une réalité socioculturelle plus vaste, elle-même reflet d'une philosophie donnée : elle incarne donc un certain projet social.

Il est bien connu aujourd'hui que la faiblesse de la sociologie des sciences issue des théories marxistes vient du *dualisme* contenus scientifiques / contenant sociaux qu'elle induit : ce dualisme qui sépare les objets scientifiques eux-mêmes (les modèles mathématiques) des environnements sociaux dont ils seraient issus, a pour effet de ne pas permettre de rendre compte du choix des formalismes par les acteurs qui les proposent. Comme l'a bien qualifié Michel Armatte [1995, p. 93], ce modèle de fonctionnement scientifique est celui de l'*asepsie*, c'est-à-dire une "approche duale [qui] est incapable de trouver les liens entre les domaines cognitifs et sociaux qu'elle *sépare* (souligné par moi) a priori" : les concepts mathématiques aseptisés peuvent être contaminés par des germes sociaux, mais l'idée que les modèles mathématiques soient en tant que tels des faits sociaux n'existe pas.

C'est la raison pour laquelle, à partir de 1980, Pierre Thuillier élargira son propos, passant de la seule dénonciation du scientisme (l'essentiel de ses publications des années soixante-dix) à la proposition d'unifier productions scientifique, culturelle et artistique par l'analyse des *mentalités*, qui, selon la formule de Lucien Febvre, véhiculent un certain *outillage mental*. Par exemple, dans *L'aventure industrielle et ses mythes*, Thuillier ([1982], p. 167) considère que "la science n'est pas seulement un corps de théories et de résultats applicables, mais [également] une tournure d'esprit, une attitude orientée vers une certaine rationalisation de l'action", en un mot : "la science est une mentalité". Dans ses derniers textes, Thuillier ([1988a]) unifiera par ces *schémas de pensée*, histoire des sciences et histoire de l'art, en suivant les travaux de Panovsky, et en donnant comme exemple l'ordre visuel du Quattrocento<sup>4</sup> : la naissance de la perspective dans l'art occidental correspondait à un changement de mentalité par rapport à l'iconographie médiévale,

---

4. Selon le titre de l'ouvrage de Pierre Francastel [1967].

analogue au changement de mentalité des hommes d'affaires qui permit l'avènement de la science moderne.

Malgré ses limites mentionnées plus haut, quelque chose me paraissait devoir être conservé dans l'idée de l'analyse par les mentalités. S'il est vrai que l'on ne peut expliquer directement le choix du mouvement brownien dans le modèle de Black-Scholes-Merton par l'activité des banques commerciales ou les encours de gestion sous mandat, on peut à tout le moins considérer que les mentalités des chercheurs en finance et celles des professionnels de l'activité financière participent d'une même matrice conceptuelle, d'une même vision du monde. Plus précisément, on peut avancer qu'il existe des *régularités* du travail intellectuel, des *constructions mentales* complexes raisonnées, qui sont *intériorisées* par les chercheurs et les professionnels et dont l'histoire culturelle de la modélisation financière pourrait rendre compte.

Ce n'est pas encore suffisant pour expliquer les choix des contenus formels des modèles scientifiques, mais la notion de paradigme au sens de Kuhn n'est pas si loin. Finalement, cette approche externaliste puis par les outillages mentaux, représenta pour moi l'accès à l'analyse moderne des modèles, celle qui allait me servir pour la finance.

#### 4.1.2.2 L'apport de la sociologie

Une autre perspective me paraissait intéressante, celle expliquant par des enjeux de pouvoir (symbolique pour commencer, puis réel ensuite) le maintien de modèles non adéquats. Par exemple, dans le domaine de la mesure de la performance des portefeuilles, l'on peut s'interroger sur les motivations réelles des choix de modèles d'analyse de valeur ajoutée de la gestion. Comme je l'avais vu entre 1992 et 1993, il apparaissait que la "socio-logique" de la mesure de performance était celle des groupes sociaux (des acteurs) qui vendaient des allocations stratégiques pour les grands fonds de pension anglo-saxons : les cabinets de conseils en allocations d'actifs, interlocuteurs obligatoires ("third party") des administrateurs ("trustees") des fonds de pension. Dans la mesure où l'activité commerciale de ces cabinets trouvait un soutien naturel dans des types de modélisations qui renforçaient le rôle des allocations stratégiques d'actifs au détriment des allocations tactiques ou des choix de titres, il devenait alors important de promouvoir des modèles validant la place déterminante de l'allocation stratégique, et de renforcer le monopole de l'autorité scientifique des auteurs de ces modèles, afin d'accroître la légitimité scientifique des modèles choisis donc la légitimité commerciale des démarches des cabinets de vente d'allocation stratégique.

La sociologie rend compte de ce type de phénomènes, importants pour la bonne compréhension du travail de modélisation. Précisément, au séminaire de sociologie de l'ESSEC, vers 1980, j'avais été très intéressé par les analyses de Pierre Bourdieu sur les "classeurs classés par leurs classements", par la notion de "capital symbolique", et par la pénétration de ses réflexions en la matière. Ce qui me paraît pertinent chez Bourdieu est sa théorie

dite “des champs”. Pour Bourdieu, un champ représente un “univers social relativement autonome” : on parlera de champ journalistique, champ artistique etc, et donc de champ scientifique, ou univers social de la science. Cette notion de champ permettait, dans ce cas également, de quitter le mythe d’une science “pure”, autonome et se développant selon sa logique interne, pour considérer les *structures* qui orientaient les pratiques scientifiques et dont l’efficacité s’exerçait à l’échelle même des équipes de recherche. Ainsi (Bourdieu [1976], p. 89. C’est moi qui souligne) :

“Il découle d’une définition rigoureuse du champ scientifique comme espace objectif d’un jeu où se trouvent engagés des enjeux scientifiques, qu’il est vain de distinguer entre des déterminations proprement scientifiques et des déterminations proprement sociales de *pratiques essentiellement surdéterminées*”.

Et il était donc tentant de chercher à appliquer la théorie des champs au champ financier.

De plus (je ne le savais pas à l’époque et je fais un anachronisme en indiquant ici des réflexions récentes), l’application de la théorie des champs à la science permet aussi de préserver la recherche scientifique de la désillusion rationalisée, du désenchantement désenchanté qui peut être, si on les pousse à l’extrême, la conséquence des analyses contestataires de la science. En 1983, j’avais lu le *Contre la méthode* de Feyerabend [1979] au séminaire de l’ESSEC, mais je n’ai jamais pu entrer tout à fait dans ces entreprises de démolition que je trouvais trop désabusées et trop démotivantes. J’ai par la suite découvert l’hypothèse de Bourdieu, selon laquelle la clôture du champ scientifique sur lui-même permet de rendre compte socialement (sans faire référence à une quelconque philosophie des “essences”), de la genèse historique d’une vérité transhistorique, de l’émergence de *quelque chose* qui n’est pas dépendant de l’histoire, qui est détaché de toute relation historique avec le lieu et le moment, mais qui devient vrai “ici, partout et toujours” (quod ita est, et semper, et in omnibus), selon la formule de Guillaume d’Occam. Mais tout ceci, je ne le connaissais pas en 1987.

Je me suis alors tourné vers la quatrième possibilité d’analyse dont je disposais en 1987, la quatrième boîte à outil : la notion de paradigme issue des travaux de Thomas Kuhn que je connaissais bien depuis les années quatre-vingt pour l’avoir appliquée, dans le cadre de mes travaux au séminaire de sociologie, à la crise du réalisme dans la physique quantique.

#### 4.1.2.3 L’application de la notion de paradigme de Kuhn à la finance

Lorsqu’on fait référence à Kuhn, on pense presque immédiatement à la controverse Kuhn-Popper, et ceci me conduit à indiquer très brièvement la raison pour laquelle je n’ai pas choisi l’analyse de Popper pour la finance.

J’avais déjà rencontré le débat entre Kuhn et Popper au cours de mes études, et je savais que la conception darwinienne de la progression de la science développée par Popper ne pouvait rendre compte des choix de modélisation financière. En effet, dans *La logique*

*de la découverte scientifique* (Popper [1973]), Popper fait l'hypothèse que les scientifiques modifient leurs modèles en fonction des réponses de la réalité : lorsqu'ils trouvent qu'un élément d'un modèle est faux, ou, plus précisément, lorsqu'ils le rendent faux ("falsify"), cet élément est alors remplacé par un autre plus adéquat. Or ce processus de changement par adaptation aux réponses du réel n'était pas vérifié en finance, puisque les invalidations ("falsifiability") des modèles financiers ne conduisaient pas à leur remplacement par leurs utilisateurs. C'est ainsi que Popper fut rapidement écarté, et que j'ai alors cherché à appliquer la notion de paradigme au sens de Kuhn à la modélisation financière. Le chapitre 8 de ma thèse de 1994 (référence [T1994], pp 278-287) est tout entier consacré à cette question. Une présentation de cette idée fut faite au séminaire de l'ADSE le 26 mai 1994, en collaboration avec François Longin.

Je rappelle dans ma thèse la définition d'un paradigme :

"Un paradigme est un modèle universellement reconnu, qui, pour un temps, fournit à une communauté de chercheurs et de professionnels, des problèmes types et des solutions. Un paradigme est ce que les membres d'une communauté (ici : financière) possèdent en commun, et, réciproquement, une communauté professionnelle ou scientifique se compose de personnes qui se réfèrent au même paradigme. Un paradigme régit tout autant un domaine scientifique (aspect intellectuel, ou idéologique), qu'un groupe de professionnels ou de chercheurs (aspect humain, ou normatif). Du point de vue le plus général, un paradigme représente une conception de l'univers, qui imprime aux chercheurs et aux professionnels ce que doit être l'objet et la direction d'un grand nombre de leurs recherches et travaux."

Au sens le plus large du terme, un paradigme est donc à peu près équivalent à un langage, voire à une culture. Dans un sens plus précis, c'est une *matrice disciplinaire* (postface de 1969 de Kuhn).

Autrement dit, la notion de paradigme me permettait d'intégrer à la fois la notion de "vision du monde" (ou d'"outillage mental") que j'avais trouvée chez Thuillier ou Lucien Febvre, qui unifiait chercheurs et professionnels, et celle de motivation scientifique non nécessairement pure de tout enjeu de pouvoir social, que j'avais vue chez Bourdieu. Mais elle me permettait aussi de rendre compte des choix précis de modélisation puisque Kuhn analysait en détail cette question. Enfin, je retrouvais dans cette idée de paradigme un principe central de l'épistémologie de Bachelard : il n'existe pas de "fait" avant une hypothèse puisque c'est seulement à partir d'une hypothèse que l'on peut déchiffrer – lire – le réel, et donc y découvrir des soi-disants "faits" (c'est en cela que "les faits sont faits [et que] le donné est construit"). De plus, Kuhn formalisait également la notion de rupture. Dans *Le nouvel esprit scientifique*, Bachelard énonçait que

"Il n'y a pas de transition entre le système de Newton et le système d'Einstein. On ne va pas du premier au second en amassant des connaissances, en redoublant de soin dans les mesures, en rectifiant légèrement les principes. Il faut au contraire un effort de nouveauté totale."

C'est-à-dire que, pour Bachelard, la science avait une histoire, et cette histoire ne se

réduisait pas à une progression continue (d'où les limites des exercices historiographiques des introductions des manuels de finance). Ce principe de rupture, que Koyré évoquait également dans la notion de révolution copernicienne, il me semblait le retrouver dans la notion de paradigme. Enfin, mon intérêt pour la sociologie trouvait aussi dans la notion de paradigme un aboutissement, puisqu'un paradigme fait référence à un groupe social donné, la communauté des chercheurs. Au séminaire de l'ESSEC, il nous avait été présenté plusieurs fois la science comme réalité sociologique, celle des hommes qui la font. Je pense que c'est la raison pour laquelle j'ai immédiatement été intéressé par la démarche de Kuhn.

Le chapitre 8 de ma thèse développe cette notion de paradigme en l'appliquant à la finance. Je présente d'abord la notion de paradigme, avec ses cinq aspects.

1. Les deux fonctions essentielles du paradigme :
  - (a) normative : définir des critères de jugement.
  - (b) cognitive : définir des méthodes, des types de tests, d'outils, et d'applications.
2. Le caractère relatif, ou *construit*, de ce qui est appelé un "fait objectif", en prenant comme exemple l'article de Granger et Orr [1972] qui tronquent volontairement les queues de distribution pour caler les validations statistiques des marchés réels sur le modèle brownien (très bel exemple de manipulation de données).
3. La limitation volontaire des questions de recherche, autocensure à la fois intellectuelle et sociale, qui est produite par la construction sociale des faits à analyser : les "faits" d'un paradigme n'existent pas dans le cadre du paradigme précédent.
4. L'efficacité pratique des paradigmes, en tant que définissant l'activité de recherche courante ("normal science") des scientifiques, sans chercher à remettre en question la validité du paradigme (pas de vérification de paradigme dans la recherche courante).
5. L'apparition de ce qui est appelé "anomalies" par rapport à ce à quoi l'on peut s'attendre dans l'activité de recherche courante, et la période de crise de paradigme qui s'en suit. Je rappelle que, en période de crise, trois possibilités existent :
  - (a) Une résolution "in extremis" du problème par la science normale (le savoir usuel partagé), qui sauve alors de justesse le paradigme menacé.
  - (b) Une résistance du problème, qui est alors reporté à la génération suivante. Par exemple la question des queues de distribution, dont l'importance est perçue dès les années soixante, mais qui est éludée jusqu'au krach de 1987.
  - (c) Une adaptation bancale de l'ancien paradigme. On assiste alors à une profusion de modélisations concurrentes en compétition pour le monopole de l'autorité scientifique, et à une dérive scolastique de la littérature spécialisée.
6. L'apparition d'un nouveau paradigme.

Puis je présente la situation de la modélisation financière de la manière suivante.

- Dans la modélisation financière des fluctuations boursières, il existe un modèle de base, l'exponentielle de mouvement brownien,
- par rapport à ce modèle de base, apparaissent puis se multiplient des anomalies de vérifications,

- anomalies qui conduisent à l'émergence d'autres modélisations, toutes concurrentes (en compétition pour la représentations des variations boursières), comme la famille ARCH, les modèles de chaos, les processus mixtes, les processus  $\alpha$ -stables etc.
- modélisations dont aucune ne parvient réellement à s'imposer par rapport aux autres, chacune pouvant rendre compte d'un aspect du comportement réel des marchés, et aucun test statistique n'existant pour pouvoir choisir entre (par exemple) ARCH et processus mixtes, en sorte que chacune peut revendiquer l'autorité scientifique mais aucune n'étant déterminante,
- profusion de modélisations concurrentes qui conduisent finalement les chercheurs à se poser des questions de fondement sur leurs choix probabilistes.

J'introduis alors ma proposition :

1. Considérer comme un paradigme au sens de Kuhn le modèle de représentation des variations boursières qu'est l'exponentielle de mouvement brownien, dont la version discrète sur les rentabilités continues est la marche au hasard gaussienne.
2. Considérer comme une période de crise de paradigme les années qui suivent le krach boursier de 1987, puisqu'on assiste à des phénomènes qui correspondent aux conjectures de Kuhn.

Et, puisque je choisis comme paradigme celui de la marche au hasard gaussienne, il devient alors naturel d'entreprendre l'histoire sociale du modèle de marche au hasard en finance, en tant qu'elle illustre la prégnance des paradigmes dans la recherche scientifique pour la recherche en finance, tout autant qu'elle structure l'évolution de la finance de marché sur le vingtième siècle. Cette histoire du modèle de marche au hasard en finance représente la première partie de mon projet historique, partie qui se développe entre 1995 et 2003.

### 4.1.3 La création du programme de recherche de la MSH

#### 4.1.3.1 La genèse du programme de recherche et son contexte

Dès 1993, avant la fin de ma thèse, j'ai commencé à concevoir la structure d'un programme de recherche qui appliquerait de manière systématique les problématiques de l'épistémologie et de l'histoire sociale des sciences à la finance. En 1994, j'ai été contacté par un chercheur qui avait travaillé sur l'élaboration d'une théorie sociologique de la formation des prix à partir du modèle aristotélicien, Paul Jorion. En septembre 1994, Jorion proposa à Maurice Aymard, directeur d'étude à l'EHESS et administrateur depuis 1993 de la Maison des sciences de l'homme (MSH)<sup>5</sup>, de créer un centre de recherche sur la formation des prix en finance, auquel il me proposa de m'associer. Le centre ne vit pas le jour faute de financements et l'idée dans sa forme initiale fut abandonnée.

En 1995, Maurice Aymard, très favorable à la recherche sur ce domaine, me mit en

---

5. La MSH a été fondée dans les années soixante par Fernand Braudel, qui en fut le premier administrateur de 1963 à 1985.

contact avec Eric Brian, historien des sciences, et Jean-Yves Grenier, historien de l'économie, à l'époque respectivement maître de conférence à l'EHESS et chargé de recherche au CNRS, devenus depuis tous les deux directeurs d'études à l'EHESS, et nous encouragea à créer un groupe de travail expérimental, objectif qui répondait exactement à l'une des missions de la MSH : mise en place d'équipes expérimentales susceptibles de déterminer des orientations et des méthodes nouvelles de recherche dans les sciences sociales. C'était exactement ce qu'il fallait pour démarrer un tel projet : la complémentarité entre Eric Brian, Jean-Yves Grenier et moi-même apparaissait claire en considérant les jonctions à opérer entre les domaines de l'histoire des sciences, de l'histoire de l'économie, et de la finance. De plus, en regard de ma propre formation intellectuelle (de mes deux pôles "histoire des sciences" et "école française d'histoire"), cette complémentarité intellectuelle se doublait d'une complémentarité personnelle. Encore aujourd'hui, je reste très reconnaissant à Maurice Aymard pour avoir su nous mettre en relation pour cette recherche. A la suite de cela, un projet de programme de recherche en "Histoire et épistémologie de la finance" (intitulé du projet) vit le jour en 1996.

Parallèlement, fin 1995, un projet de séminaire de recherche se constitue sur la notion de modèle (profil épistémologique, mise en perspective historique), conçu par Amy Dahan, Michel Armatte et Giorgio Israël. Je rencontre Amy Dahan et Michel Armatte en mai et juin 1996, et ils me proposent d'intervenir sur les modèles de la finance, pour le début de 1997. Le séminaire s'organise et devient *Modèles et modélisations en sciences physiques et en sciences sociales. Histoire, épistémologie, enjeux actuels*, coordonné par Amy Dahan, Michel Armatte puis Bernard Walliser (à partir de 1997). J'avais un moment envisagé de me joindre à l'équipe d'organisation, mais le champ couvert par le séminaire dépassait largement la seule modélisation financière. D'autre part, cela correspondait à peu près au moment où je fis la connaissance d'Eric Brian et Jean-Yves Grenier. Cependant, ma participation à plusieurs des séances de ce séminaire et des échanges nombreux et féconds avec Michel Armatte et Amy Dahan me permettront de (re)découvrir le courant constructiviste anglo-saxon évoqué précédemment.

Enfin, depuis 1996, je commençai à participer au séminaire *Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du centre d'analyse et de mathématiques sociales (CAMS) de l'École des hautes études en sciences sociales (EHESS) et du Centre Alexandre Koyré, organisé à l'époque par Marc Barbut, Bernard Bru et Ernest Coumet, auxquels se joindront par la suite Eric Brian, puis Michel Armatte. Ici également, cette participation me permit de m'initier aux manières contemporaines de penser la question de l'histoire des probabilités et de la statistique.

En résumé, entre 1995 et 1996, alors que j'étais toujours à la direction de la gestion du Crédit Lyonnais, chargé de la fabrication des benchmarks pour institutionnels et du développement de la mesure et de l'analyse de la performance des portefeuilles, j'ai commencé à chercher à établir un réseau de collaborations durables en histoire des sciences, collaborations qui ont eu pour cadres institutionnels initiaux l'EHESS (Centre Alexandre Koyré, CAMS) et le groupe de recherche CNRS "Modèles".

#### 4.1.3.2 La version initiale du programme et le projet d'Eric Brian

Dans la version initiale de ce programme, celle que je rédige en octobre 1996, je rappelle le rôle des modèles dans les opérations financières puis j'introduis successivement les notions suivantes :

1. La double reconstruction de la réalité financière opérée par les modèles, issue de la conception positiviste logique.
2. La notion d'"outillage mental" empruntée à l'histoire des mentalités, pour expliquer l'émergence des mathématiques en finance. Ceci en donnant comme exemple la naissance de l'actuariat financier à la fin du dix-huitième siècle (l'article que j'avais fait paraître dans *MTF* en 1989 (référence [P1989c]), puis la création le 30 mai 1890 de l'Institut des actuaires français, dont le but est de "favoriser et encourager l'application des mathématiques, et en particulier du calcul des probabilités et de la statistique, aux questions de prévoyance sociale, d'assurances et de finance". J'indique qu'"un outillage mental, une manière particulière de concevoir les opérations financières à travers un prisme actuariel-probabiliste, finit par exercer une influence sur la réalité elle-même", en insistant sur ce fait : "la choix d'un modèle quantitatif particulier se traduit dans les effets sociaux qu'il contient implicitement".
3. La notion de paradigme de Kuhn pour poser la question : "la situation aujourd'hui : un tournant dans l'histoire des idées ?". En abordant la question du paradigme représenté par l'exponentielle de mouvement brownien au moyen de l'hypothèse suivante :

"Notre hypothèse est la suivante. Si la théorie financière moderne est, pour une grande part, issue du "coup de force" de Louis Bachelier, introduisant ex nihilo les modélisations probabilistes dans les approches boursières, cette opération intellectuelle n'a été elle-même rendue possible, et n'a connu une telle fortune, que grâce à un autre "coup de force" plus antérieur : celui de Laplace relayé par Condorcet et Turgot, solidifié par Quételet, et fondant la loi normale comme outil universel adapté aussi bien aux sciences sociales qu'aux sciences de la nature".

Autrement dit, dans le projet initial du programme est contenue une investigation sur les fondements non financiers de la finance moderne, et sur une possible explication à la crise du paradigme brownien au moyen d'un réexamen de ces fondements. La question que nous nous posons est celle de l'origine de la configuration intellectuelle nouvelle qui a conçu comme possible la calculabilité et la prévisibilité des phénomènes sociaux. Dans la conclusion de *La mesure de l'Etat*, Eric Brian [1994] avait situé la construction historique de la possibilité du calcul des phénomènes économiques et sociaux à la fin du XVIIIème siècle. Il avait montré que, pour Condorcet, puis Laplace, établir les bases d'un calcul analytique des probabilités, c'était aussi construire une théorie générale de la mesure des hommes et des choses, et donc une *théorie de la valeur*.

Notre réflexion commune sur cette question conduit à situer l'enjeu pour la finance du vingtième siècle à partir d'une analyse périodisée qu'Eric Brian [1999], dans le projet de recherche et d'enseignement qu'il proposera à l'EHESS en 1999, a décrite en ces termes :

1. Avant la période commençant au XVIIIème siècle, on se trouve dans le monde de l'*incertitude*, celui de l'économie d'ancien régime, analysé par Jean-Yves Grenier [1996], et dont une figure centrale est celle de l'économiste français Cantillon.
2. A partir du XIXème siècle se mettent en place les institutions qui permettent un passage progressif mais certain de l'incertitude à la *probabilité*, de l'incertain au probable, en assurant une régularité (et donc une calculabilité) des phénomènes financiers, et dont la gaussienne est l'outil intellectuel dominant.
3. Au XXème siècle, en héritage de ce passé scientifique et administratif, la finance moderne apparaît, avec le développement d'instruments financiers de plus en plus complexes, et d'outillages intellectuels de plus en plus élaborés.

Une histoire de la prévisibilité en matière de finance devient accessible. La proposition d'une périodisation pour l'analyse de la longue durée de la prévisibilité financière sera décrite par Eric Brian [1999, p. 5] comme suit :

1. Avant le modèle gaussien, aux XVIIème et XVIIIème siècle.
2. Depuis son émergence et jusqu'à sa systématisation dans la finance mathématique et dans les procédures spécialisées du début du siècle aux années 1960.
3. Depuis la mise en question effective de son hégémonie parmi les chercheurs et les professionnels.

Chaque période se caractérise par une configuration intellectuelle particulière, qu'il s'agit d'étudier "en examinant les articulations entre les calculs, les institutions et les formes mentales ou intellectuelles de compréhension des phénomènes économiques".

C'est ce que nous introduisons en posant le principe du projet de recherche de 1996 :

"La recherche et la mise en évidence de filiations plus profondes paraît donc intéressante, au moment où les communautés professionnelle et universitaire s'interrogent sur les voies de renouvellement de la modélisation financière".

#### 4.1.3.3 Le lancement du programme et l'ouvrage de Jean-Yves Grenier

Dans la version de janvier 1997 du programme (celle qui sera conservée pour la plaquette de présentation), nous introduisons le sujet ainsi :

"Ce programme s'inscrit dans le contexte de la finance contemporaine marqué par la *pratique intensive des modèles*. On observe ainsi le besoin d'une réflexion fondamentale sur la nature du risque des marchés, illustré, non seulement par la problématique prudentielle du contrôle des risques et du calcul du coût en fonds propres des positions de marché des banques, mais aussi par la demande accrue de produits de gestion à rendement garanti."

Ce que nous disons, c'est que la finance professionnelle semble traversée par une crise de fondements, et que l'épistémologie historique pourrait apporter une aide à la résolution de cette crise. On trouve aussi cette idée chez Jean Piaget dans *L'épistémologie et ses variétés* :

“Certaines crises ou conflits se produisent en conséquence de la marche interne des constructions déductives ou de l’interprétation des données expérimentales (...). Pour surmonter ces traditions latentes ou explicites, il devient nécessaire de soumettre à une *critique rétroactive* les concepts, méthodes ou principes utilisés jusque-là de manière à déterminer leur valeur épistémologique elle-même. En de tels cas, la critique épistémologique cesse de constituer une simple réflexion sur la science : elle devient alors *instrument du progrès scientifique* en tant qu’organisation intérieure des fondements, et surtout en tant qu’élaborée par ceux-là mêmes qui utiliseront ces fondements et qui savent donc de quoi ils ont besoin, au lieu de les recevoir du dehors à titre de présent généreux, mais peu utilisables et parfois encombrants” (Piaget [1967], p. 51).

Puis nous indiquons notre objectif :

“Nous proposons d’apporter à l’examen [de cette question] une aide provenant de l’analyse critique des hypothèses des modèles financiers. Plus généralement, nous nous proposons d’effectuer, *en utilisant les outils de l’épistémologie* et de la critique historique, un *audit* des hypothèses des modèles financiers actuels.”

Nous concluons en disant que

“l’épistémologie de la finance aurait donc pour objet d’explicitier la manière dont s’est produite la double reconstruction de la réalité sociale et financière : par le choix des quantités à observer retenues comme pertinentes (premier filtre), et celui des lois de probabilité considérées comme applicables (second filtre).

et plus précisément :

“Notre première proposition est qu’il y a donc la place, aujourd’hui, pour une réflexion plus fondamentale sur la nature des modèles des marchés boursiers, qui, prenant acte de la double préoccupation éthique et de contrôle des risques, entreprendrait une *généalogie du savoir* en théorie financière, [...] ceci dans le but d’en dégager clairement les soubassements conceptuels. [...] Notre deuxième proposition est qu’il ne faut pas limiter cette investigation historique au seul vingtième siècle.”

Le 5 février 1997, par lettre, Maurice Aymard me confirme l’accord de la MSH pour que le programme de recherche puisse s’y développer en bénéficiant du soutien matériel et organisationnel de la MSH. Vis-à-vis des milieux financiers, le programme est porté sur les fonts baptismaux en étant présenté au conseil d’administration de l’AFFI du 23 avril 1997, et la lettre d’information de l’AFFI de septembre 1997 en fait l’annonce. A partir de 1997, je commence à chercher des financements externes pour le lancement du premier thème de recherche. En 1998, les financements sont obtenus : la Financière Meeschaert et l’AFIMAT dotent le programme d’un fonds de fonctionnement déposé à la MSH. Le programme est alors officiellement lancé.

Le premier thème est celui de la notion de valeur fondamentale en finance. En 1996, Jean-Yves Grenier avait publié *L’économie d’ancien régime. Un monde de l’échange et de l’incertitude*, dans l’avant-propos duquel il indiquait que

“La question de la valeur est intéressante car elle ouvre à la fois sur cette interrogation majeure qu’est la coordination des échanges et sur la représentation économique du social à travers la répartition des revenus”

Il choisissait ainsi comme angle d’attaque de l’analyse des caractéristiques de l’économie d’ancien régime, une économie d’avant la calculabilité et la probabilisation, la notion de valeur. Dans le projet de Jean-Yves Grenier, la définition d’une méthodologie appropriée pour l’écriture de l’histoire de l’économie, la question de la valeur et du couple prix-valeur en l’absence de tout mécanisme gravitationnel du prix de marché, voire de sa défaillance, revêtait “une grande force heuristique”.

Il nous apparaissait que des points communs existaient entre la situation actuelle en finance, où des modélisations récentes s’écartaient du paradigme gaussien (processus de Lévy non stables, mémoire longue sur la volatilité), et le système de l’ancien régime, sans aucun mécanisme centralisé de fixation d’un prix de marché. De plus, dans l’économie de l’incertitude décrite par Jean-Yves Grenier, on ne trouvait nulle part une quelconque référence à toute théorie de la valeur intrinsèque, notion perçue comme non pertinente. Or mes propres travaux sur les aléas de Pareto m’avaient conduit à remettre en question la notion de valeur fondamentale d’un actif financier (voir plus haut partie 3.3.1.3), hypothèse semblant rejoindre les idées des hommes de l’ancien régime, quoique quantifiant ce qui n’était alors perçu que comme incertain (donc non quantifiable).

La jonction entre mes propres travaux et ceux de Jean-Yves Grenier apparaissait clairement dans cette requantification, dans cette probabilisation au moyen des aléas de Pareto, de l’incertitude non probabilisée qu’il décrivait au XVIIIème siècle. Il montrait par exemple que, pour Necker, la notion de prix “normal” n’existait pas, qu’il n’y avait pas de fonctionnement “normal” de marché, mais seulement une idée de configuration particulière. Dans cette compréhension du marché, toute déstabilisation était perçue comme “normale” ou, plus précisément, comme *endogène* au marché. Pour Necker, *le normal pouvait devenir spéculatif*. C’était *exactement* la conception de Mandelbrot, et nous découvrions avec Jean-Yves une filiation intellectuelle presque directe entre les conceptions des hommes du XVIIIème siècle et les manières actuelles de penser le comportement des marchés après les défaillances des modélisations gaussiennes. Cette perspective conduisait naturellement à une analyse *sociale* des marchés financiers.

La question posée était bien celle de la compréhension de l’économie que les discours formalisés démontraient, et nous voulions faire apparaître le poids de la gaussienne dans cette compréhension. Si l’imprévisibilité était à bannir pour Turgot, qui pensait en termes d’aléas gaussiens, elle était importante pour Necker, qui ne pensait pas en termes d’aléas, mais précisément, nous estimions qu’il était possible de probabiliser la pensée de Necker au moyen des aléas de Pareto et d’établir une correspondance entre Necker et Mandelbrot.

Du même coup, la jonction avec les travaux d’Eric Brian émergeait aussi : la prévisibilité et la calculabilité des phénomènes sociaux (donc financiers), jusqu’alors fondées sur l’usage exclusif de la gaussienne, pouvait également se généraliser avec des lois de puissance, si ce n’est que l’usage de ces lois modifiait significativement la compréhension de

ce que pouvait être une prévisibilité, en raison de l'absence de variance finie caractérisant les lois de Pareto d'exposant  $\alpha$  inférieur à 2. Si, comme on l'a vu plus haut, établir les bases d'un calcul analytique des probabilités, c'était aussi pour Condorcet puis Laplace construire une théorie générale de la mesure des hommes et des choses, et donc une théorie de la valeur, cette *valeur* ne pouvait plus être obtenue simplement en l'absence de variance.

Tout ceci convergea vers le thème d'ouverture pour notre programme : la notion de valeur fondamentale en finance. Le choix de ce thème aboutira à la journée d'étude de juin 2000 sur l'analyse de la notion de valeur, entreprise à partir de considérations historiques et épistémologiques. Un ouvrage collectif sur ce sujet est en préparation, coordonné par Eric Brian, Jean-Yves Grenier, et moi-même.

## 4.2 L'histoire du modèle de marche au hasard

### 4.2.1 Le mémoire de 1988 : première esquisse du tableau

Dès 1987, dans le cadre de la rédaction du mémoire de 1988, j'avais entrepris, pour y voir plus clair dans la forêt des modèles d'options telle qu'elle se présentait dans son opacité à cette époque aux chercheurs français, la rédaction d'une synthèse des modèles existants, en adoptant une perspective clarificatrice pour débroussailler un cheminement (non aléatoire) à travers les différentes hypothèses utilisées. J'avais été aidé en cela par une conversation approfondie que j'avais eue avec Roland Portait à l'ESSEC. Cette synthèse constitue la première partie du mémoire d'actuariat [T1988, pp 13-59], et sera reprise partiellement dans l'article publié dans "Analyse financière" [R1989].

C'est à cette occasion que j'ai découvert la thèse de doctorat de Louis Bachelier [1900]. Bien avant sa réédition chez Jacques Gabay (en 1995), bien avant que Bachelier soit introduit par la communauté universitaire des chercheurs en finance comme le père fondateur de la finance moderne avec la Bachelier Finance Society (créée en 1996), mais bien après (tout de même) sa traduction en anglais dans la compilation de Cootner [1964] que je connaissais pas à l'époque, j'étais allé à la bibliothèque de l'Ecole normale supérieure rue d'Ulm, pour chercher et photocopier cette extraordinairement moderne thèse de probabilités appliquées à la finance. Depuis, j'ai conservé cette photocopie, et sa lecture est toujours pour moi une source d'étonnement et d'admiration.

Cette synthèse représente un premier essai de réflexion sur la modélisation financière, et sur l'importance des hypothèses probabilistes à l'oeuvre dans les marchés réels. Plus précisément, l'apport propre de cette synthèse de 1988 est de faire apparaître pour un public français :

1. Le rôle de Bachelier dans l'hypothèse du mouvement brownien en finance.

2. La diffusion de l’hypothèse de la marche au hasard en finance entre 1933 et 1970, avec les tests statistiques entrepris sur les marchés réels par Cowles, Working, Kendall, Larson, Houthakker, Alexander, Cootner et Fama.
3. Le passage de 1959 du mouvement brownien de Bachelier à l’exponentielle de mouvement brownien de Osborne, base du modèle standard des fluctuations boursières.
4. L’apparition extrêmement tôt dans la recherche statistique en finance du problème de la non normalité des distributions empiriques des rentabilités boursières.

Cette synthèse constitue donc les prémisses d’une *histoire du modèle de marche au hasard* en finance. Cependant, le contexte du mémoire d’actuariat ne permettait pas un développement plus approfondi de cette investigation. Je laissai donc pour le moment ce chantier : il sera repris ultérieurement après ma thèse de doctorat.

Trois publications présentèrent l’apport du mémoire de 1988. Dans *Analyse financière* (référence [R1989]), j’évoque l’évolution du modèle de marche au hasard depuis Bachelier, mais dans un cadre différent, pour amener le lecteur à positionner l’hypothèse de Mandelbrot par rapport à celle de Bachelier. Puis deux versions très courtes et très simplifiées de la chronologie de la pénétration de la marche au hasard dans la finance furent successivement publiées en 1989 sous forme professionnalisée dans *Option finance* sous le titre “L’introduction en bourse des mathématiques” (référence [P1989a]) et “Les tendances du hasard” (référence [P1989b]).

Une plongée historique plus profonde tenta également de relier le choix de Bachelier (la gaussienne) avec des préoccupations plus ancienne, et fut présentée dans *Marchés et techniques financières* sous le titre “Condorcet et la naissance de l’actuariat financier” (référence [P1989c]). Mais le projet n’alla pas plus loin : il sera repris en 1997 avec la création du programme de recherche de la Maison des sciences de l’homme.

## 4.2.2 L’article de 1996 : vue d’ensemble du paysage

### 4.2.2.1 L’apport spécifique de l’article de 1996

Ce n’est donc que sept ans plus tard, en 1995, que j’ai pu reprendre le sujet de mon mémoire d’actuariat. La périodisation initiale proposée dans le mémoire et la présentation de la thèse de Bachelier ont été systématiquement développées puis publiées dans la revue *Annales* en 1996 (référence [R1996]). Cet article développe de manière approfondie le projet d’histoire sociale du modèle de marche au hasard, à travers une mise en perspective sur près d’un siècle, de la pénétration, de la diffusion, et de la solidification de l’hypothèse brownienne dans les champs des pratiques professionnelles financières. De plus, j’y fais systématiquement usage de la notion de paradigme au sens de Kuhn, pour expliquer l’exceptionnelle durée de vie du modèle de marche au hasard gaussienne malgré ses invalidations permanentes par les marchés réels, les travaux de recherche théorique, et les pertes financières des professionnels qui l’utilisaient.

Plus précisément, l'apport de cet article est le suivant, et peut être présenté en dix points.

1. Introduire la notion de paradigme statistique-probabiliste en théorie financière, pour qualifier le modèle développé entre 1900 et 1965 par Bachelier – Osborne – Samuelson, appelé modèle standard des fluctuations boursières, et qui est l'exponentielle de mouvement brownien.
2. Présenter de manière approfondie l'apport de Bachelier dans “la naissance du modèle de marche au hasard en finance” (partie 1 de l'article), par une relecture serrée de sa thèse de 1900, mise en perspective avec des problématiques financières contemporaines.
3. Décrire “la formation du paradigme statistique-probabiliste en théorie financière” (partie 2), par l'analyse des tests statistiques entrepris dans la période 1933-1970.
4. Faire apparaître les interactions sociales et intellectuelles entre les développements statistiques des tests de marche au hasard et les développements théoriques correspondants à la théorie du portefeuille (1952 – 1958 – 1959) puis à celle des options (1973). Ceci de la manière suivante.
  - (a) En faisant apparaître l'imbrication entre l'hypothèse brownienne et la construction intellectuelle des modèles de Markowitz-Tobin-Sharpe et de Black-Scholes-Merton.
  - (b) En montrant que l'hypothèse brownienne était *nécessaire* au développement, puis au passage dans la pratique professionnelle, de ces deux théories financières. Et donc que ces deux théories ont représenté un *soutien* intellectuel mais aussi *social* au paradigme brownien.
  - (c) En suggérant que l'idée même de la couverture parfaite d'une option, issue de la forme Black-Scholes-Merton, était en réalité la conséquence intellectuelle inéluctable de l'hypothèse brownienne.
5. Présenter les *violentes controverses* qui ont surgi dans la communauté financière professionnelle à la suite de l'introduction en force des idées des universitaires américains dans les années soixante, en décrivant ces controverses dans deux domaines : l'analyse technique des trajectoires boursières, la gestion indicielle passive des portefeuilles.
6. Faire apparaître le rôle cardinal du concept d'efficacité informationnelle des marchés dans la solidification du paradigme brownien, en insistant sur l'aspect construit a posteriori du concept, issu des résultats statistiques eux-mêmes construits (partie 3 de l'article). Autrement dit, faire apparaître que *les marchés financiers fabriqués dans la seconde partie du vingtième siècle reposent sur une double reconstruction*, alliant paradigme statistique-probabiliste et justification économique-financière.
7. Montrer que l'imbrication entre le concept d'efficacité informationnelle et le paradigme statistique-probabiliste brownien conduit à un durcissement de l'hypothèse d'efficacité informationnelle, et à une confusion intellectuelle dont la conséquence *sociale* est l'avènement de la gestion indicielle passive (partie 4 de l'article).

8. Situer dans cette perspective la controverse sur la normalité des distributions marginales, en donnant une mise en perspective historique avec les choix de Bachelier et les modèles de Mandelbrot.
9. Montrer que la crise du concept d'efficacité informationnelle des marchés ouverte avec le krach boursier de 1987 est en réalité bien plus une crise du paradigme brownien qu'une crise d'un concept financier mal défini.
10. Ouvrir une mise en perspective historique plus large, en proposant une nouvelle hypothèse : chercher sous les choix de Bachelier, des préconditions intellectuelles qui feraient remonter en réalité au statisticien belge Adolphe Quételet (théorie des moyennes, 1835) les raisons de l'usage de la gaussienne, et relier ainsi certains des problèmes de la finance professionnelle de la fin du vingtième siècle à l'invention de la notion d'"homme moyen" de Quételet.

Cet article dessine une vue d'ensemble du paysage financier sur près d'un siècle.

#### 4.2.2.2 Les suites de l'article de 1996

Les résultats furent présentés dans dix séminaires de recherche :

- Au séminaire *Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du centre d'analyse et de mathématiques sociales (CAMS) de l'EHESS et du centre Alexandre Koyré : le 5 avril 1996.
- A la deuxième rencontre économistes-physiciens d'Aussois, le 5 octobre 1996.
- Au séminaire *Critique de l'économie historique* de l'EHESS le 9 décembre 1996.
- Au séminaire *Modèles, modélisations, en sciences physiques et en sciences sociales* : le 9 janvier 1997.
- Au séminaire *Economie et philosophie* : le 18 décembre 1997.
- A une session d'hiver de l'école de physique des Houches "Ordre, hasard et risque, de la physique à la finance", en mars 1998, comme conférencier invité.
- Au séminaire *Modélisation en sciences sociales* du CAMS : le 17 novembre 1998.
- Aux journées de l'EHESS sur l'économie, le 10 février 1999, comme conférencier invité.
- Au colloque Bachelier en finance mathématique de Besançon, pour le centenaire de la thèse de Bachelier, le 29 mars 2000, comme conférencier invité.
- Au congrès international de la Bachelier Finance Society, le 29 juin 2000.
- Au séminaire *Histoire des mathématiques* de l'Institut Henri Poincaré, le 11 décembre 2002, comme conférencier invité.

Pour la première fois, j'avais eu l'occasion d'être conférencier invité dans quatre colloques universitaires.

Certains éléments de l'article ont ensuite été présentés au grand public non spécialiste. En 1996, j'ai participé à deux émissions de radio sur France culture (références [V1996a] et [V1996d]) où j'ai développé cette histoire sociale de la modélisation financière. Une version télévisée sur Arte (référence [V1996c]) a été réalisée pour le magazine scientifique

*Archimède*, qui insistait sur les controverses entre les courants de recherche. Une contribution à un ouvrage collectif sur le hasard reprit aussi la périodisation proposée et les controverses sur la normalité (référence [V1996b]).

En 1997, dans le cadre de ma contribution mensuelle au magazine *Pour la science*, j'ai repris le début de l'article pour le présenter dans les trois premières chroniques "science et finance" : "Les mathématiques introduites en bourse", "L'espérance nulle du spéculateur", et "Les tendances du hasard" (références [V1997a, V1997b, V1997c]). Visiblement, le sujet intéressait au delà des seuls cercles de spécialistes. Et j'ai pu depuis vérifier combien et comment la recherche financière était un domaine peu connu du grand public, mais qui fascinait et inquiétait tout à la fois, en raison de son opacité technique et de ses impacts sociaux.

### 4.2.3 Les articles de 1999 – 2001 – 2003 : les finitions

En 1996, j'avais donc peint d'un seul jet le paysage financier à grands traits, dessiné les principaux motifs de la vue d'ensemble de la finance de marché, mais certains aspects étaient restés esquissés, d'autres devaient être encore précisés ou développés, d'autres encore nécessitaient des compléments pour leur bonne compréhension. J'ai alors entrepris de compléter l'article des *Annales* par d'autres articles plus limités dans leur objectif, dont le but était de combler les lacunes de l'article de 1996. Ces articles constituent ce que l'on pourrait appeler des "finitions" du dessin (dessein) initial, et peuvent s'insérer dans la problématique générale décrite dans l'article de 1996.

#### 4.2.3.1 En 1999 : la mesure de performance des portefeuilles

La première de ces finitions concerne le début de la période des tests statistiques de validation du modèle de marche au hasard, et en particulier les travaux d'Alfred Cowles. Je publiai en 1999 dans *Histoire et Mesure* une relecture serrée des articles de Cowles, intitulée "Aux origines de la mesure de performance des fonds d'investissement : les travaux d'Alfred Cowles" (référence [R1999b]). Par rapport à l'article de 1996, celui de 1999 approfondissait la question de l'hypothèse de marche au hasard en considérant celle de la valeur ajoutée des professionnels de la gestion d'actifs. Je cherchais, puis trouvai, dans les interrogations que se posait Cowles les prémisses de la notion d'efficacité informationnelle des marchés.

L'apport de cet article de 1999 est le suivant.

1. Mise en évidence de la permanence de la question de la valeur ajoutée des gestionnaires professionnels, avec un rythme de 32 ans. Le rapprochement comparatif des questions posées, *avec exactement les mêmes termes*, par Cowles (1933), Treynor (1965) et Daniel *et al.* (1997), fait apparaître une identité de préoccupations et de

formes de raisonnement. Alors que l'on situe en général l'origine de la mesure de performance corrigée du risque dans les travaux de Sharpe, Jensen ou Treynor, je montrais dans cet article que l'on pouvait reculer l'aiguille du compteur de 32 ans, en trouvant chez Cowles les mêmes démarches que chez ses successeurs. Comme celle de ses successeurs, la réponse de Cowles est négative : le hasard ferait aussi bien que les professionnels. Autrement dit, bien avant les années soixante et les études dites "classiques" de mesure de performance, les conceptions de Cowles avaient préparé les esprits (les mentalités aurait dit Thuillier) à l'idée de la mise en place de gestion indicielles passives.

2. Mise en évidence de l'apparition de la notion d'efficacité informationnelle sous la forme de Fama-Jensen dès 1933 : Cowles pose la question de la possibilité de "battre le marché" par l'utilisation d'un ensemble d'information donné, et partitionne l'information selon la catégorie des professionnels qui l'utilisent, qui correspond, dès 1933 donc, aux trois formes d'information de Fama. En 1960, Cowles détectera le paradoxe contenu dans la notion d'efficacité informationnelle, avec introduction implicite de la notion d'arbitrage pour lever la difficulté : c'est par leur action informée qui leur permet de l'arbitrer que les gestionnaires professionnels rendent le marché informationnellement efficace.
3. Mise en évidence de la volonté de Cowles d'introduire "la science" dans la finance, au moyen d'une relecture des débats sur l'analyse technique boursière, de la volonté de "faire science" contre les errements alchimiques des analystes graphiques. L'économétrie est appelée en renfort de cette volonté, et ce souci de faire science illustre une fois encore l'emprise de la calculabilité sur les phénomènes sociaux.

Les résultats furent présentés au séminaire *Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du CAMS (voir plus haut) le 29 janvier 1999, et au séminaire d'économétrie de l'ENSAE le 23 septembre de la même année.

C'est également en 1999 que je fis la connaissance des jeunes doctorants du groupe de l'école des Mines de Bruno Latour. Vincent-Antonin Lépinay, Fabian Muniesa et Olivier Godechot travaillaient sur l'analyse des marchés financiers à partir de la grille éthnométhodologique des sciences studies, et avaient créé un réseau approprié : Social Studies of Finance association. Une journée d'étude fut organisée par le séminaire de Michel Armatte et Amy Dahan sur ces travaux d'études sociales de la finance le 27 mars 2001 au Centre Koyré. Preuve que les idées avançaient et que la finance commençait à intéresser les chercheurs en sciences sociales.

Quelques temps plus tard, une autre doctorante, mais cette fois en épistémologie, Pauline Hyme, me contacta de la part d'Isabelle This, du laboratoire GRESE d'Annie Cot. Pauline Hyme avait effectué un mémoire de DEA sur l'efficacité informationnelle des marchés, et commençait une thèse de doctorat sur ce sujet. Isabelle This lui avait transmis mes deux articles de 1996 et 1999, et elle me demandait si nous pouvions en parler. Ce fut le début de conversations qui devinrent de plus en plus fréquentes par la suite et, actuellement, nous avons un projet de travail en commun sur la relation entre l'efficacité informationnelle et l'efficacité allocative des marchés à partir d'une relecture

des articles de Samuelson de 1965 et 1973.

Toujours ces années-là, un autre étudiant d'Annie Cot, Frank Jovanovic, commença une thèse de doctorat sur l'histoire de la marche au hasard. De la même manière, je lui adressai les deux articles de 1996 et 1999, puis nous eûmes une conversation sur Bachelier et sur la périodisation Cowles – Fama que j'avais décrite dans les *Annales*. Puis il disparut et je ne le revis pas jusqu'à la date de soutenance de sa thèse en décembre 2002.

Tout ceci me montrait que je n'étais plus seul sur le sujet dont j'avais ouvert la voie : d'autres arrivaient, et la recherche commençait à devenir active. Il m'apparut alors utile de clarifier la question peu connue des controverses autour des lois  $\alpha$ -stables : d'une part, j'en avais été l'un des acteurs et je connaissais donc bien le sujet, mais, de l'autre, dans le débat sur le modèle brownien et l'histoire de la marche au hasard, il n'était pas possible d'ignorer la question qui avait été posée par Mandelbrot en 1962, puisque la marche au hasard gaussienne possède des propriétés fractales. Or l'article de 1996 restait trop rapide sur ce sujet. Une synthèse historique apparaissait nécessaire.

#### 4.2.3.2 En 2001 : les lois d'échelles sur les variations boursières

Ce fut la seconde finition apportée au cadre général de l'article de 1996 : celle concernant la question du débat autour des lois d'échelles sur les variations boursières, et en particulier de l'évolution controversée de l'hypothèse de Mandelbrot sur la période allant de 1960 à nos jours. Comme l'article des *Annales* était construit sous la forme d'une histoire sociale de la finance, la précision apportée le fut seulement sous l'angle de l'histoire des idées.

La synthèse historique fut présentée successivement :

- au séminaire *Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du CAMS, le 15 décembre 2000, pour la seule partie “genèse des fractales”,
- au congrès international de l'AFFI de Namur le 25 juin 2001,
- au 11ème colloque international de l'AFIR, à Toronto, le 7 septembre 2001,
- au séminaire *Modélisations en sciences sociales* du CAMS, le 18 décembre 2001.

Elle fit l'objet de deux publications complémentaires en 2001 : dans la première, intitulée “La recherche de lois d'échelles sur les variations boursières” (références [A2001] et [L2001]), je présente une chronologie des termes du débat ; dans la seconde, intitulée “Les échelles de temps sur les marchés financiers”, (référence [R2001]), je structure le débat en insistant sur ses implications en termes de mesure du temps. Je cherchais à montrer que le débat ouvert par Mandelbrot sur la question des aléas sous hypothèse i.i.d. conduisait finalement à reposer la mesure du temps des marchés.

La périodisation établie dans l'article est la suivante.

1. Au cours d'une première période, de 1960 à 1970, les propositions de Mandelbrot et les premières découvertes prometteuses des invariances d'échelle sur les marchés

lancent un débat dans la communauté universitaire, en introduisant les deux modèles fractals de 1962 et 1965 : rentabilités i.i.d.- $\alpha$ -stables et  $H$ -corrélés.

2. Au cours de la période 1970 – 1990, le débat se développe sur ces hypothèses pour sembler s’achever avec le rejet expérimental des fractales en finance sur les rentabilités boursières. Les avis des différents chercheurs, dont je rappelle quelques extraits dans mes articles, sont très clairs : tout modèle doit être préféré aux fractales.
3. Pourtant, parallèlement aux fractales, les développements de l’économétrie des séries temporelles sur les processus à degré d’intégration fractionnaire de type ARFIMA à partir des années 1980, puis FIGARCH dans les années 90, conduisent, dans la décennie 1990 – 2000, à redécouvrir les lois d’échelle sur le processus des volatilités boursières, à travers le phénomène de mémoire longue.
4. Finalement, c’est la mesure du temps elle-même qui devient l’objet des recherches, avec les développements récents des modélisations à temps déformé, qui retrouvent les intuitions du troisième modèle de Mandelbrot et de celui de Clark. Dans une conversation que j’eue avec Benoît Mandelbrot sur ce sujet, je lui ai suggéré de compléter les terminologies bibliques qu’il avait choisies pour qualifier ses deux premiers modèles (i.i.d.- $\alpha$ -stable, ou “effet Noé”, et  $H$ -corrélé, ou “effet Joseph”) par une troisième, également empruntée à l’ancien testament : sur les marchés boursiers, tout se passe comme si “mille ans sont comme un jour et un jour est comme mille ans”. Il me répondit que c’était une bonne idée...

Cette terminologie a été introduite dans *Les marchés fractals*.

Autrement dit, je retraçais l’évolution intellectuelle de la recherche en modélisation des variations boursières qui était passée de la modélisation des rentabilités proprement dites, à celles des volatilités (moment d’ordre 2), et donc des non linéarités des séries financières. Sans que l’on puisse, pour le moment, concilier absence de mémoire sur les rentabilités et présence de mémoire sur les volatilités dans un même processus aléatoire.

En fait, le changement de temps permettait de résoudre une partie du problème, et c’est la raison pour laquelle je terminais ces deux articles en soulignant l’importance des recherches consacrées à ce type de modélisation. Ces deux articles de 2001 décrivaient donc de manière assez complète les enjeux de modélisation associées aux lois d’échelle sur les moments.

#### 4.2.3.3 En 2003 : les aléas du modèle de marche au hasard

Il restait encore quelques précisions à apporter pour terminer le tableau complet de l’histoire du modèle de marche au hasard en finance au vingtième siècle. L’occasion d’achever cette perspective globale me fut donnée en 2003. Dans le cadre de son cours du collège de France portant sur “le marché et les marchés”, Roger Guesnerie organisa son séminaire sur le marché boursier, séminaire qui eut lieu en mai, et demanda à un certain nombre d’intervenants de venir traiter un sujet prédéfini. Il me proposa comme thème “fluctuations boursières : l’évolution des descriptions statistiques”, et je préparai alors un texte

(référence [R2003b]) qui recensait les différents choix de modélisations effectués, en adoptant comme point de vue structurant, comme ossature de la narration, celui des *aléas* du modèle de marche au hasard. C'était évidemment un jeu de mots, puisque je voulais ainsi signifier à la fois les caractéristiques des termes probabilistes qui en constituaient la structure propre, mais aussi les évolutions internes de ce modèle, brinquebalé sous les poussées contradictoires des différents phénomènes financiers et sociaux qui en percutaient la posture de domination.

C'est ainsi que le texte support de la conférence du collège de France parachève le projet commencé en 1995 et présenté dans les *Annales* en 1996. Dans ce texte, j'ai regroupé la totalité des investigations que j'avais précédemment faites sur le sujet, en les ordonnant à partir de la périodisation suivante.

1. Dans un premier temps, de 1933 à 1973, une accumulation de résultats statistiques conduit la communauté universitaire à valider en première approximation la marche au hasard gaussienne sur les rentabilités continues.
  - Du point de vue de la modélisation financière en temps continu, c'est le premier modèle de Samuelson de 1965, ou exponentielle de mouvement brownien, qui devient le paradigme de la dynamique boursière, en parachevant les épures de Bachelier (1900) puis Osborne (1959).
  - Parallèlement, cette validation statistique trouve un fondement économique avec l'introduction de la notion d'efficacité informationnelle des marchés, pressentie tout au long des premières décennies du vingtième siècle, mais formalisée entre 1959 et 1976.

Cette phase, complètement décrite entre les travaux de Cowles et ceux de Fama (pour la description statistique des variations boursières), constitue ce que l'on peut appeler l'émergence du paradigme brownien en finance.

2. La conjonction entre le modèle de marche au hasard gaussienne et l'hypothèse de l'efficacité informationnelle des marchés constitue alors une seconde phase, que l'on pourrait appeler l'apogée du paradigme brownien en finance. Cette période dure approximativement de 1973 à 1987.
3. Puis, des crises et des interrogations répétées sur les marchés financiers conduisent à rouvrir le dossier des anomalies, autoritairement fermé en 1973 avec la mise en place opérationnelle du modèle de Black-Scholes-Merton, mais qui n'avaient jamais cessé d'apparaître depuis l'origine des tests dans les résultats obtenus sur les marchés réels. En réalité, dès 1963 et 1965, Mandelbrot et Samuelson avaient conjecturé l'aventure statistique à venir, en proposant des processus de Lévy  $\alpha$ -stables (premier modèle de Mandelbrot) et non stables (deuxième modèle de Samuelson) pour rendre compte des phénomènes de volatilité erratique qui prennent de plus en plus d'ampleur à la suite de la crise pétrolière de 1973. Je reprend alors la périodisation des articles de 2001 pour insérer les lois d'échelle dans la chronologie globale de l'histoire du modèle de marche au hasard.
  - (a) L'aventure des processus de Lévy  $\alpha$ -stables, le premier modèle de Mandelbrot, commence en 1962 et semble s'achever dans une impasse au début des années quatre-vingt, au moment où s'ouvre une deuxième voie de recherche, celle des

représentations ARCH de Engle.

- (b) A son tour, cette deuxième voie semble s'achever dans l'épuisement de ses développements et ses ramifications de plus en plus complexes vers la fin des années quatre-vingt dix, au moment où l'on redécouvre les processus de Lévy non stables, le deuxième modèle de Samuelson.
  - (c) Et finalement, au tournant du siècle, on en revient à se poser la question fondamentale qui déjà animait les premiers travaux statistiques : celle de la mesure du temps des marchés.
4. Simultanément, le concept d'efficacité informationnelle est pratiquement abandonné en 1976, au moment où apparaît celui d'arbitrage qui va progressivement le remplacer dans la représentation économique des descriptions statistiques. La théorie financière est alors entièrement reconstruite sur une base complètement nouvelle, à partir de la condition de non existence d'arbitrage. De ce point de vue, le texte [2003b] présente un autre apport. Je montre que :
- (a) Le concept d'efficacité informationnelle tel qu'il prend forme entre 1959 et 1976 est un concept *causé*, dans le sens où il survient *après* des descriptions statistiques-probabilistes des fluctuations boursières.
  - (b) Ce concept, entièrement reconstruit à partir de la condition de non existence d'arbitrage, devient dans la période récente, non plus *causé*, mais *causant*, dans le sens où il conditionne à partir de 1981 les choix de représentations probabilistes des fluctuations boursières qui utiliseront toutes des modèles de martingales sur les prix actualisés.

Autrement dit, il se produit un renversement complet de perspective. Tandis que la première efficacité informationnelle répondait au besoin intellectuel de justifier économiquement le modèle de marche au hasard, la seconde efficacité informationnelle est posée d'emblée et contraint la modélisation financière à utiliser des modèles de martingales de carré intégrable. Le modèle probabiliste n'est plus l'origine d'une réflexion economico-financière, il en devient le résultat.

Devant l'imbrication des problématiques financière, statistique et probabiliste, et pour désenchevêtrer les chronologies, je fais alors deux hypothèses de travail, ou deux propositions.

1. Je choisis comme fil conducteur l'hypothèse qui définit structurellement la marche au hasard : celle de variations boursières successives qui seraient indépendamment et identiquement distribuées (i.i.d.) au cours du temps. En sorte que l'histoire du modèle de marche au hasard est celle des aléas qui le constituent.
2. Je propose de considérer l'ensemble des différentes modélisations des variations boursières apparues au cours du XXème siècle comme des tentatives successives de résoudre, d'une manière ou d'une autre, le problème de la non normalité des fluctuations boursières, ce que j'ai appelé (dans [R2002]) le phénomène leptokurtique.

Je propose donc comme axe structurant des modélisations financières, comme ossature probabiliste, le choix des processus de Lévy, qui deviennent la colonne vertébrale de la modélisation financière sur tout le XXème siècle, tout en permettant également le passage au XXIème siècle par simple généralisation de leur forme.

Ce qui donne la chronologie suivante, rythmée par les différentes voies de résolution du problème leptokurtique, en présentant tout d'abord les propositions qui conservent l'hypothèse i.i.d., puis celles qui supposent l'abandon de cette hypothèse.

1. Dans un premier temps, l'hypothèse i.i.d. est validée avec les processus de Lévy 2-stables (mouvement brownien).
2. Sous l'effet de l'anomalie leptokurtique, la recherche explore en premier les processus de Lévy  $\alpha$ -stables, approche stable globale qui se heurte à d'autres sortes d'anomalies. On abandonne alors l'hypothèse i.i.d. avec la recherche de la modélisation des fluctuations de la volatilité (courant ARCH).
3. Pourtant, l'hypothèse i.i.d. se maintient au travers de modèles i.i.d.- $\alpha$ -stables partiels, puis de modèles i.i.d.-max-stables, qui conduisent à la théorie des valeurs extrêmes et aux lois de puissance.
4. Enfin, dans les années quatre-vingt dix, l'hypothèse i.i.d. est toujours maintenue, mais sans l'hypothèse de stabilité qui est abandonnée, avec les processus de Lévy non stables, tandis que l'on découvre simultanément des phénomènes de mémoire longue sur la volatilité.

Huit annexes techniques regroupent les éléments non directement indispensables à la lecture cursive du texte, mais qui sont cependant utiles pour compléter certains aspects spécifiques (comme par exemple la relation de passage entre le modèle de marche au hasard sur les rentabilités en temps discret et l'exponentielle de mouvement brownien, ou modèle standard en temps continu, ou bien la manière dont l'exponentielle de mouvement brownien conduit à la propriété de martingale sur les cours actualisés).

Quelques autres points sont également abordés au fil de l'analyse. Ce sont les suivants.

1. La controverse entre universitaires et analyses techniques. Je reprend les termes du débat, déjà abordés dans d'autres publications, en développant une idée introduite dans l'article "Les tendances du hasard" (référence [P1989b]), selon laquelle des pseudo-tendances apparentes sur des graphiques de trajectoires peuvent résulter de la loi de l'arcsinus sur des tirages aléatoires qui sont indépendants et stationnaires. Dans son livre sur l'analyse technique publié chez Economica, par un très beau contresens (puisque les tirages sont i.i.d. gaussiens), Eric Bertrand utilisera cet argument (en s'appuyant sur la loi de l'arcsinus) pour justifier l'existence de tendances sur les marchés, et donc l'activité des analystes techniques (il m'a dit par la suite avoir beaucoup apprécié mon article [P1989b] qui l'avait bien inspiré, quoique sans jamais le référencer dans son livre).
2. L'erreur de Cowles et Jones. Il m'a aussi semblé intéressant de rappeler comment les tests d'inertie effectués par Cowles et Jones en 1937, avaient pu les conduire à établir des conclusions erronées à cause d'une mauvaise spécification de leur hypothèse de base. On évoque souvent la question de la moyennisation des données (en faisant référence à l'article de Cowles de 1960), mais l'erreur sur la marche au hasard est rarement citée.
3. La question des travaux de Jules Regnault. En 1992, l'un des fondateurs du séminaire *Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du CAMS, Bernard Bru,

avait exhumé puis présenté au séminaire de probabilités de Paris VI un livre oublié d'un certain Jules Regnault, qui avait publié en 1863 un *Calcul des chances et philosophie de la bourse*. Dans cet ouvrage, Regnault semblait décrire avant Bachelier une propriété fractale du mouvement brownien, qu'il appelait "loi en racine carrée du temps". Longtemps après, Pierre Crépel avait fait parvenir à Frank Jovanovic les notes de l'intervention de Bernard Bru sur Jules Regnault. A la suite de cela, dans sa thèse de doctorat, Jovanovic proposa d'avancer de 37 ans les origines de la théorie financière, en considérant que Jules Regnault pouvait devenir le père fondateur de la finance moderne, avant (et donc à la place de) Bachelier.

Pour éclaircir le sujet (je n'ai pas encore lu le livre de Regnault), j'eus plusieurs conversations avec Benoît Mandelbrot et Bernard Bru, qui tous deux me confirmèrent l'importance de Bachelier pour la finance en raison des aspects trajectoriels de ses travaux, qui étaient absents chez Regnault. La question reste donc ouverte pour le moment.

Cet article de 2003 été présenté au congrès international de l'AFFI le 24 juin 2003, et au congrès de l'association Charles Gide le 25 septembre 2003. Il clôture pour moi le sujet de l'histoire du modèle de marche au hasard en finance. Un projet éditorial est actuellement envisagé, afin de réunir puis de grouper en un seul texte unifié, mes contributions à cette histoire de la modélisation financière.

### 4.3 L'histoire sociale de la gestion d'actifs

Un nouveau chantier s'est ouvert en 2003, déjà engagé partiellement à l'époque de l'article des *Annales* : celui de l'histoire de la gestion d'actifs. Il s'agit d'un projet en cours et j'en donne seulement l'état actuel.

Lorsqu'il s'était agi de présenter au congrès international de la Bachelier Finance Society de juin 2000 la chronologie du modèle de marche au hasard, j'avais entrepris une traduction anglaise de l'article des *Annales*. Mais, assez rapidement, j'ai commencé à m'écarter du texte initial pour développer de manière plus approfondie la partie relative à la pénétration du modèle de Markowitz dans la profession des gestionnaires d'actifs. Puis je développai aussi la partie de l'article qui évoquait la mesure de performance des portefeuilles. Finalement, il m'apparût qu'un deuxième projet avait commencé implicitement à émerger, celui de l'histoire sociale de la gestion d'actifs, c'est-à-dire des interactions entre modèles de gestion issus des travaux de Markowitz, puis Tobin et Sharpe, et pratiques professionnelles de gestion. Pour ne pas me disperser, je mis alors de côté de projet, en attendant de terminer celui sur l'histoire du modèle de marche au hasard.

Je repris ce projet en 2003, en commençant à l'aborder à partir de la notion de modèle linéaire. Ce fut l'objet d'un document de travail (référence [R2003a]) qui présente l'évolution des contenus sémantiques de la modélisation pour une même forme syntaxique. Ce texte fut présenté au séminaire *Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du

CAMS le 7 mars 2003, puis au congrès international de l'AFFI le 24 juin 2003.

J'ai prévu d'envoyer avant la fin de l'année une version corrigée du texte, qui tienne compte des commentaires de ces deux séminaires, à Marc Barbut et Michel Armatte, pour une prépublication dans les cahiers du CAMS. Une suite devrait être entreprise en direction de l'enquête sur la pénétration de la théorie des moyennes dans l'univers de la gestion d'actifs, à partir de l'analyse du développement de la gestion indicielle passive ou indicée semi-active.



# Annexe A

## ANNEXES

Les années et la lettre (entre crochets) correspondent aux références appelées dans le corps du texte du mémoire. Ces références bibliographiques comprennent :

- Mes travaux de recherche universitaires.
- Les articles publiés dans la presse professionnelle.
- Des travaux divers, regroupant des collaborations à des ouvrages non spécialisés, des participations à des émissions audio-visuelles, et la collaboration avec le magazine *Pour la science*.
- Les références des articles cités dans le mémoire.

### A.1 Liste des travaux personnels

#### A.1.1 Travaux de recherche

Dans cette rubrique sont recensés les travaux de recherche, indexés par la lettre “T” (mémoires et thèse), “R”, pour les revues à comité de lecture, “A” pour les actes de congrès, et “L” pour les ouvrages, suivie de l’année de la publication.

##### A.1.1.1 Mémoires et thèse

[T1988] : L’évaluation des caps et floors, Mémoire d’actuariat, IAF, décembre 1988.

[T1990] : L’utilisation des lois Lévy-stables en finance, Mémoire d’agrégation d’actuariat, IAF, décembre 1990.

[T1994] : Les structures du hasard en économie : efficience des marchés, lois stables et processus fractals, Thèse de doctorat, IEP, Paris, décembre 1994.

### A.1.1.2 Publications dans des revues à comité de lecture

[R1989] : “Les risques de marché et les distributions de Lévy”, *Analyse Financière*, n°78, 1989, pp 40-50.

[R1991] : “L’utilisation des lois Lévy-stables en finance : une solution possible au problème posé par les discontinuités des trajectoires boursières”, *Bulletin de l’IAF*, 349 (10/1990) 3-32 et 350 (01/1991) 4-23.

[R1996] : “Une histoire du concept d’efficience sur les marchés financiers”, *Annales Histoire Sciences Sociales*, juillet-août 1996, n°4, pp 873-905.

[R1998] : “Taming Large Events : Optimal Portfolio Theory for Strongly Fluctuating Assets”, *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 1, n°1, 1998, pp 25-41 (en collaboration avec Jean-Philippe Bouchaud, Didier Sornette, Jean-Pierre Aguilar).

[R1999a] : “Lévy-stability-under-addition and fractal structure of markets : implications for the investment management industry and emphasized examination of MATIF notional contract”, *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 29, n°10-12, 1999, pp 37-56.

[R1999b] : “Aux origines de la mesure de performance des fonds d’investissement : les travaux d’Alfred Cowles”, *Histoire et Mesure*, vol. 14, n°1-2, 1999, pp 163-197.

[R2000] : “CAPM, Risk and Portfolio Selection in  $\alpha$ -Stable Markets”, *Fractals*, vol. 8, n°1 (2000), pp 99-115 (en collaboration avec Lotfi Belkacem, Jacques Lévy Véhel).

[R2001] : “Les échelles de temps sur les marchés financiers”, *Revue de Synthèse*, janv-mars 2001, pp 55-69.

[R2002] : “Le phénomène leptokurtique sur les marchés financiers”, *Finance*, vol. 23, 2/2002, pp 15-68.

### A.1.1.3 Publications dans les actes des congrès AFIR

[A1990] : “Mise en évidence de distributions Lévy-stables et d’une structure fractale sur le marché de Paris”, *Actes du 1er colloque international AFIR*, tome 3, Paris, avril 1990, pp. 241-59.

[A1993] : “Mesure de performance corrigée du risque : une synthèse des méthodes existantes”, *Actes du 3ème colloque international AFIR*, tome 2, Rome, avril 1993, pp 267-333.

[A1995] : “Lévy-stability-under-addition and fractal structure of markets : implications for the actuaries and emphasized examination of MATIF notional contract”, *Actes du 5ème colloque international AFIR*, tome 3, Bruxelles, septembre 1995, pp 1285-1330.

[A2001] : “40 ans de recherche de lois d’échelle sur les variations boursières”, *Actes du 11ème*

*colloque international AFIR*, tome 2, Toronto, septembre 2001, pp 653-677. Publié également dans l'ouvrage collectif [L2001].

#### **A.1.1.4 Livre et contributions à des ouvrages collectifs**

[L2001] : “La recherche de lois d'échelles sur les variations boursières”, dans ABRY P., GONÇALVÈS P. LÉVY VÉHEL J. (dir.), *Lois d'échelle, fractales et ondelettes*, Hermès, 2001.

[L2002a] : “From Bachelier's dissertation to Portfolio Management Industry : One aspect of the Bachelier Heritage in Finance”, dans COURTAULT J.M., KABANOV Y. (dir.), *Louis Bachelier, aux origines de la finance mathématique*, Presses universitaires Franc-Comtoises, 2002.

[L2002b] : *Les marchés fractals*, PUF, collection Finance, 2002 (en collaboration avec Jacques Lévy Véhel).

#### **A.1.1.5 Travaux de recherche non encore publiés**

[R2003a] : “Le modèle linéaire en finance : une perspective historique”, miméo, Maison des Sciences de l'homme.

[R2003b] : “1900-2000 : un siècle de descriptions statistiques des fluctuations boursières”, miméo, Maison des Sciences de l'homme.

### **A.1.2 Publications dans des revues ou livres non spécialisés**

#### **A.1.2.1 Articles publiés dans la presse professionnelles**

Dans cette rubrique sont recensés les articles publiés dans la presse professionnelle, indexés par la lettre “P” suivie de l'année de la publication.

[P1989a] : “L'introduction en bourse des mathématiques”, *Option Finance*, n°58, 28 mars, pp 16-17.

[P1989b] : “Les tendances du hasard”, *Option Finance*, n°74, 17 juillet, pp 33-34.

[P1989c] : “Condorcet et la naissance de l'actuariat financier”, *Marchés et techniques financières*, n°12, juillet/aout, pp 36-38.

[P1989d] : “Les marchés financiers et les distributions de Lévy (I) : problèmes posés par le postulat gaussien des modèles existants”, *Marchés et techniques financières*, n°13, septembre-octobre, pp 55-57.

[P1991a] : “Les marchés financiers et les distributions de Lévy (II) : les distributions de Lévy, le paradigme statistique des événements rares”, *Marchés et techniques financières*, n°33, octobre, pp 52-53.

[P1991b] : “Les marchés financiers et les distributions de Lévy (III) : aspects fractals des marchés”, *Marchés et techniques financières*, n°36, décembre, pp 38-39.

[P1993] : “Faut-il des benchmarks, pourquoi des benchmarks ?”, *Gestion collective internationale*, n°2, juillet-août, pp 28-31.

[P1995] : “Marchés dérivés : émergence du risque de modèle”, *Marchés et techniques financières*, n°76, décembre, pp 8-10.

[P1996] : “Les fractales, les cycles et les crises”, *Marchés et techniques financières*, n°81, mai, pp 18-22.

[P1998a] : “La route vers l’AIMR”, *Option Finance*, n°503, 8 juin, pp 36.

[P1998b] : “La route vers l’AIMR (2)”, *Option Finance*, n°506, 29 juin, pp 33.

[P1998c] : “Mesure de performance : le retour du gérant”, *Revue Banque*, n°594, juillet-août, pp 56-58.

[P1999] : “Vers la fin de la gestion indicielle ?”, *Revue Banque*, n°606, septembre, pp 39-41.

[P2000a] : “Value-at-Risk : du modèle de risque au risque de modèle”, *Banque Magazine*, n°614, mai, pp 30-33.

[P2000b] : “Du hasard sage au hasard sauvage”, *Les Echos*, 4 octobre, supplément pp 3-4.

[P2001] : “Market efficiency, index and active management”, *European Asset Management Association*, pp 43-45.

[P2002] : “La gestion alternative : pour quoi faire ?”, *Morningstar*, 24 juin.

[P2003] : “Volatilité excessive ou économie réelle incertaine”, <http://www.afg.asso.fr>.

### **A.1.2.2 Collaborations diverses**

Dans cette rubrique sont recensés les publications faites dans des ouvrages collectifs à destination d’un public non spécialiste, ainsi que la collaboration régulière pendant deux ans avec le magazine “Pour la science” et les trois interventions audio-visuelles. Ces travaux sont indexés par la lettre “V” (pour vulgarisation) suivie de l’année de la publication.

[V1991] : L’économie et les mathématiques : comment formaliser le hasard, dans *L’état des*

*sciences et des techniques*, La Découverte, Paris, pp 94-95.

[V1996a] : La science et les hommes : le hasard sur les marchés financiers, France Culture, émission scientifique “Perspectives scientifiques”, octobre.

[V1996b] : Marchés financiers, hasard et prévisibilité, dans *Les sciences de la prévision*, Seuil, Paris, pp 125-146.

[V1996c] : L'ordre dans les fluctuations boursières, ARTE, émission scientifique “Archimède”, 26 mars, 20 heures.

[V1996d] : Le hasard, la science et la finance, France Culture, émission scientifique “Les impossibles en science”, 3 juillet.

[V1996e] : Les marchés aléatoires, n° spécial “Le hasard”, *Pour la science*, avril, pp 92-95 (en collaboration avec Jean-Philippe Bouchaud).

[V1996f] : Les impossibles de la finance, *Pour la science*, n° 225, juillet, pp 6-9.

[V1997a] : Les mathématiques introduites en bourse, *Pour la science*, n° 232, février, p. 22.

[V1997b] : L'espérance nulle du spéculateur, *Pour la science*, n° 233, mars, p. 22.

[V1997c] : Les tendances du hasard, *Pour la science*, n° 234, avril, p. 22.

[V1997d] : Les deux marchés : Walras et Keynes, *Pour la science*, n° 235, mai, p. 22.

[V1997e] : Les flambées boursières, n° 236, *Pour la science*, juin, p. 22.

[V1997f] : Gestions de fonds, *Pour la science*, n° 237, juillet, p. 22.

[V1997g] : Bridge ou échecs, *Pour la science*, n° 238, août, p. 22.

[V1997h] : Les nombres-indices, *Pour la science*, n° 239, septembre, p. 22.

[V1997i] : De Saint-Petersbourg à Miami, *Pour la science*, n° 240, octobre, p. 22.

[V1997j] : Providence ou prévoyance ?, *Pour la science*, n° 241, novembre, p. 22.

[V1998a] : La grande peur de l'inconnu, *Pour la science*, n° 242, janvier, p. 22.

[V1998b] : L'espérance morale et les bijoux de famille, *Pour la science*, n° 243, février, p. 22.

[V1998c] : Pour identifier le délit d'initié, *Pour la science*, n° 244, mars, p. 22.

[V1998d] : Les choix sociaux, *Pour la science*, n° 245, avril, p. 22.

[V2003] : La dictature des valeurs extrêmes, *La Recherche*, octobre, p. xx.

## Polycopiés de cours enseignés

Dans cette rubrique sont recensés les polycopiés des cours enseignés au mastère de techniques financières de l'ESSEC, dans le DESS d'ingénierie mathématique de l'Université d'Evry, dans le DESS de finance et le DEA d'économie appliquée de Sciences Po. Ils sont indexés par la lettre "C" (pour cours).

[C2002] : Cours d'actuariat financier.

[C2003] : Cours de gestion d'actifs.

## A.2 Liste des références bibliographiques citées

ADELMAN I. [1965], "Long Cycles : Facts or Artefacts ?", *American Economic Review*, vol. 50, pp 444-463.

AKGIRAY V., BOOTH G. [1988a], "The Stable-Law Model of Stock Returns", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 6, n°1, pp 51-57.

AKGIRAY V., BOOTH G. [1988b], "Mixed Diffusion-Jump Process Modeling of Exchange Rate Movements", *The Review of Economics and Statistics*, pp 631-637.

AKGIRAY V., LAMOUREUX C. [1989], "Estimation of Stable-Law Parameters : A Comparative Study", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, pp 85-93.

ALAMI A., RENAULT E. [2000], "Risque de modèle de volatilité", *Journal de la Société Française de Statistique*, tome 141, 1-2, pp 103-136.

APOSTEL L. [1967], "Syntaxe, sémantique et pragmatique", dans PIAGET J. (dir.) *Logique et connaissance scientifique*, Encyclopédie de La Pléiade.

ARAD R. [1980], "Parameter Estimation for Symmetric Stable Distributions", *International Economic Review*, vol. 21, n°1, pp 209-220.

ARMATTE M. [1995], "Histoire du modèle linéaire", Thèse de doctorat EHESS.

ARON R. [1967], *Les étapes de la pensée sociologique*, Gallimard.

BARNEA A., DOWNES D. [1973], "A Reexamination of the Empirical Distribution of Stock Price Changes", *J. of the American Statistical Association*, vol. 68, n° 342, pp 348-350.

BARNDORFF-NIELSEN O. [1995], "Normal-inverse Gaussian distributions and the modelling of stock returns", Technical report, research report n° 300, dept of theoretical statistics, Aarhus University.

BARNDORFF-NIELSEN O. [1997], "Normal-inverse Gaussian distributions and stochastic volatility modelling", *Scandinavian Journal of Statistics*, vol. 24, pp 1-13.

BARNDORFF-NIELSEN O. [1998], "Processes of normal inverse Gaussian type", *Finance and Stochastics*, vol. 2, pp 41-68.

BARREAU H. [1981], "La métaphysique de Bernard d'Espagnat", *Revue de métaphysique et de morale*, vol. 86, n°3, juillet-septembre, pp 364-378.

BATTEN J., ELLIS C., MELLOR R. [1999], "Scaling laws in variance as a measure of long-term dependence", *International Review of Financial Analysis*, vol. 8, n°2, pp 123-138.

BAWA V., ELTON E., GRUBER M. [1979], "Simple Rules for Optimal Portfolio Selection in Stable Paretian Markets", *Journal of Finance*, vol. 39, pp 1041-1047.

BELKACEM L. [1996], "Processus stables et applications en finance", Thèse de doctorat, Université Paris IX.

BLATTBERG R., GONEDES N. [1974], "A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices", *Journal of Business*, vol. 47, pp 244-280.

BOURDIEU P. [1976], "Le champ scientifique", *Actes de la recherche en sciences sociales*, 11, pp 88-104.

BRIAN E. [1994], *La mesure de l'Etat. Administrateurs et géomètres au XVIIIème siècle*, Albin Michel.

BRIAN E. [1995], "Le livre des sciences est-il écrit dans la langue des historiens" dans Bernard Lepetit (dir.), *Les formes de l'expérience. Une autre histoire sociale*, Albin Michel, pp 85-98.

BRIAN E. [1999], "Mathématiques et sciences sociales en histoire (XVIIème – XXème siècle)", <http://www.ehess.fr/acta/brian/txt/99-01.pdf>

BRAUDEL F. [1977] (dir.), *La méditerranée. Tome 1 : L'espace et l'histoire, Tome 2 : Les hommes et l'héritage*, Flammarion, Arts et métiers graphiques.

BRAUDEL F. [1979], *Civilisation matérielle, économie et capitalisme. Tome 1 : Les structures du quotidien, Tome 2 : Les jeux de l'échange, Tome 3 : Le temps du monde*, Armand Colin.

BRAUDEL F. [1985], *La dynamique du capitalisme*, Arthaud.

BRENNER M. [1974], "On the stability of the distribution of the market component in stock price changes", *J. of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 9, pp 945-961.

- CARNAP R. [1942], *Introduction to Semantics*, Harvard University Press.
- CARR P., GEMAN H., MADAN D., YOR M. [2002], "The Fine Structure of Asset Returns : an Empirical Investigation", *Journal of Business*.
- CHAMBERS J., MALLOWS C., STUCK B. [1976], "A method for simulating stable random variables", *J. of the American Statistical Association*, vol. 71, pp 340-344.
- CHAUNU P. [1974], *Histoire science sociale. La durée, l'espace et l'homme à l'époque moderne*, Sedes.
- CHENG B., RACHEV S. [1995], "Multivariate Stable Future Prices", *Mathematical Finance*, vol. 5, pp 133-153.
- COOTNER P. [1964] (dir.), *The Random Character of Stock Market Prices*, MIT Press.
- CORAZZA M., MALLIARIS A.G., NARDELLI C. [1997], "Searching for Fractal Structure in Agricultural Futures Markets", *The Journal of Future Markets*, vol. 17, n°4, pp 433-473.
- COX J., INGERSOLL J., ROSS S. [1985], "A theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, vol. 53, pp 385-408.
- COX J., ROSS S. [1976], "The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes", *Journal of Financial Economics*, vol. 3, pp 145-166.
- DUMOUCHEL P. [1985] (dir.), *Violence et vérité. Autour de René Girard*, Colloque de Cerisy, Grasset.
- DUMOUCHEL P., DUPUY J.P. [1983] (dir.), *L'auto-organisation. De la physique au politique*, Colloque de Cerisy, Seuil.
- DUMOUCHEL W. [1973], "Stable Distributions in Statistical Inference : 1. Symmetric Stable Distributions Compared to Other Long-Tailed Distributions", *J. of the American Statistical Association*, vol. 68, n° 342, pp 469-477.
- DUMOUCHEL W. [1975], "Stable Distributions in Statistical Inference : 2. Information from Stably Distributed Samples", *J. of the American Statistical Association*, vol. 70, n° 350, pp 386-393.
- DUPUY J.P. [1982], *Ordres et désordres. Enquête sur un nouveau paradigme*, Seuil.
- DUPUY J.P., DUMOUCHEL P. [1979], *L'enfer des choses. René Girard et la logique de l'économie*, Seuil.
- EBERLEIN E., KELLER U. [1995], "Hyperbolic distributions in finance", *Bernoulli*, vol. 1, pp 281-299.

- EBERLEIN E., PRAUSE K. [1998], "The generalized hyperbolic model : financial derivatives and risk structure", FDM preprint 56, Université de Fribourg.
- ELTON E., GRUBER M. [1973], "Estimating the dependence structure of share prices – implications for portfolio selection", *Journal of Finance*, vol. 27, n°5, pp 1202-1233.
- ELTON E., GRUBER M., PADBERG M. [1976], "Simple criteria for optimal portfolio selection", *Journal of Finance*, vol. 31, pp 1341-1357.
- ELTON E., GRUBER M., PADBERG M. [1977a], "Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection with Uppers Bournds", *Operations Research*, vol. 25, n°6, pp 952-967.
- ELTON E., GRUBER M., PADBERG M. [1977b], "Simple criteria for optimal portfolio selection : the multigroup case", *J. of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 12.
- ELTON E., GRUBER M., PADBERG M. [1978a], "Simple criteria for optimal portfolio selection : Tracing the efficient frontier", *Journal of Finance*, vol. 33, pp 296-302.
- ELTON E., GRUBER M., PADBERG M. [1978b], "Optimal portfolios from simple ranking devices", *Journal of Portfolio Management*, printemps, pp 15-19.
- EMBRECHTS P., KLÜPPELBERG C., MIKOSCH T. [1997], *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Berlin, Springer.
- ESPAGNAT B. D' [1979], *A la recherche du réel, le regard d'un physicien*, Gauthier-Villars.
- FAMA E. [1965a], "The Behavior of Stock Market Prices", *Journal of Business*, vol. 38, n°1, pp 34-195.
- FAMA E. [1965b], "Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market", *Management Science*, vol. 11, n°3, pp 404-419.
- FAMA E. F. [1970], "Efficient Capital Market : a Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, vol. 25, mai, pp 383-417, et discussion pp 418-423.
- FAMA E. F. [1976], "Reply", *J. of Finance*, vol. 31, pp 143-145.
- FAMA E. F. [1991], "Efficient Capital Market : II", *Journal of Finance*, vol. 46, mai, pp 1575-1618.
- FAMA E., FRENCH K. [1988], "Permanent and Temporary Components of Stock Prices", *Journal of Political Economy*, vol. 96, n°2, pp 246-273.
- FAMA E., ROLL R. [1968], "Some Properties of Symmetric Stable Distributions", *J. of the American Statistical Association*, vol. 63, pp 817-836.
- FAMA E., ROLL R. [1971], "Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions", *J. of the American Statistical Association*, vol. 66, n° 334, pp 331-336.

- FEYERABEND P. [1979], *Contre la méthode*, Seuil.
- FIELITZ B., SMITH E. [1972], "Asymmetric Stable Distributions of Stock Price Changes", *J. of the American Statistical Association*, vol. 67, n° 340, pp 813-814.
- FÖLLMER H., SCHIED A. [2002], *Stochastic Finance : An Introduction in Discrete Time*, de Gruyter, Berlin.
- FRANCASTEL P. [1967], *La figure et le lieu. L'ordre visuel du Quattrocento*, Gallimard.
- GAMROVSKI B., RACHEV S. [1993], "Stable laws in testable asset pricing", Technical report n°257, University of California, Santa Barbara.
- GAMROVSKI B., RACHEV S. [1995], "A testable Version of the Pareto-stable CAPM", Technical report n°292, University of California, Santa Barbara.
- GEMAN H., EL KAROUÏ N., ROCHET J. [1995], "Changes of Numeraire, Changes of Probability Measures and Option Pricing", *Journal of Applied Probability*, vol. 32, pp 443-458.
- GHYSELS E. [1998], "On Stable Factors Structures in the Pricing of Risk : Do Time-Varying Betas Help or Hurt ?", *J. of Finance*, vol. 53, pp 549-573.
- GIBSON R., LHABITANT F., PISTRE N., TALAY D. [1999], "Interest Rate model risk : an overview", *Journal of Risk*, vol. 1, n°3, pp 37-62.
- GILLE B. [1964], *Les ingénieurs de la Renaissance*, Points, Hermann.
- GIRARD R. [1972], *La violence et le sacré*, Grasset.
- GIRARD R. [1978], *Des choses cachées depuis la fondation du monde*, Grasset.
- GIRARD R. [1982], *Le bouc émissaire*, Grasset.
- GOURIÉROUX C., G. LE FOL [1997], "Volatilités et mesures du risque", *J. de la Société de Statistique de Paris*, tome 138, n°4, 1997, pp 7-32.
- GRANGER C.W.J [1966], "The typical spectral shape of an economic variable", *Econometrica*, vol. 34, pp 150-161.
- GREEN C., FIGLEVSKI S. [1999], "Market Risk and Model Risk for a Financial Institution Writing Options", *Journal of Finance*, vol. 54, pp 1465-1499.
- GRENIER J.Y. [1996], *L'économie d'Ancien Régime. Une économie de l'échange et de l'incertitude*, Albin Michel.
- GUESNERIE R. [1983], "L'influence des représentations des acteurs sur les faits économiques et sociaux objectivement constatables : une contribution introductive", dans DUMOUCHEL P.,

- DUPUY J.P. (dir.), *L'auto-organisation. De la physique au politique*, Seuil, 1983.
- HARRISON J., KREPS D. [1979], "Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets", *Journal of Economic Theory*, vol. 20, pp 381-408.
- HARRISON J., PLISKA S. [1979], "Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading", *Stochastic Processes and Applications*, vol. 11, pp 215-260.
- HOWE J.S, MARTIN D, WOOD B. [1999], "Much ado about nothing : Long-term memory in Pacific Rim equity markets", *International Review of Financial Analysis*, vol. 8, n°2, pp 139-151.
- HSU D.A, MILLER R., WICHERN D. [1974], "On the Stable Paretian Behavior of Stock-Market Prices", *J. of the American Statistical Association*, vol. 69, n° 345, pp 108-1.
- HURST H.E. [1951], "Long Term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 116, pp 770-799.
- JANICKI A., WERON A. [1994], *Simulation and Chaotic Behavior of  $\alpha$ -stable Stochastic Processes*, Marcel Dekker, New York.
- JENSEN M. [1978], "Some anomalous evidence regarding market efficiency", *J. of Financial Economics*, vol. 6, pp 95-101.
- KARATZAS I., SHREVE S. [1998], *Methods of Mathematical Finance*, Springer, Berlin.
- KHINDANOVA I, RACHEV S., SCHWARTZ E. [1999], "Stable Modelling of Value-at-Risk", working paper, University of California LA.
- KOUTROUVÉLIS I. [1980], "Regression-Type Estimation of the Parameters of Stable Laws", *J. of the American Statistical Association*, vol. 75, n° 372, pp 918-928.
- KUHN T. [1983], *La structure des révolutions scientifiques*, Flammarion.
- LAKATOS I. [1970], "Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes", dans LAKATOS I., MUSGRAVE A. (dir.), *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge University Press, 1970.
- LE GOFF J. [1956], *Marchands et banquiers du moyen age*, PUF, rééd. 1980, coll. "Que sais-je?".
- LEIBOWITZ M., KOGELMAN S., BADER L. [1992], "Asset Performance and Surplus Control : A Dual-Shortfall Approach", *Journal of Portfolio Management*, winter, 28-37.
- LEROY E. F. [1976], "Efficient Capital Markets : A Comment", *J. of Finance*, vol. 31, pp 139-141.
- LONG J.B. [1990], "The numeraire portfolio", *Journal of Financial Economics*, vol. 26, pp 29-69.
- LONGIN F. [1993], "Volatilité et mouvements extrêmes du marché boursier", Thèse de doctorat,

HEC, octobre.

LONGIN F. [1995], "La théorie des valeurs extrêmes : présentation et premiers résultats en finance", *Journal de la Société de Statistique de Paris*, vol. 136, pp 77-97.

LONGIN F. [1996], "The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns", *Journal of Business*, vol. 63, n°3, pp 383-408.

LONGIN F. [1997], "From Value-at-Risk to Stress testing : the Extreme Value Approach", document de recherche Ceressec 97-004, février.

MALKIEL B. [1989], "Is the Stock Market Efficient", *Science*, vol. 243, pp 1313-1318.

MANDELBROT B. [1965], "Une classe de processus stochastiques homothétiques à soi ; application à la loi climatologique de H.E. Hurst", *Comptes-rendus à l'Académie des Sciences*, vol. 260, pp 3274-3277.

MANDELBROT B. [1973a], "Formes nouvelles du hasard dans les sciences", *Economie Appliquée*, vol. 26, pp 307-319.

MANDELBROT B. [1973b], "Le syndrome de la variance infinie et ses rapports avec la discontinuité des prix", *Economie Appliquée*, vol. 26, pp 321-348.

MANDELBROT B. [1973c], "Le problème de la réalité des cycles lents et le syndrome de Joseph", *Economie Appliquée*, vol. 26, pp 349-365.

MANDELBROT B. [1975], *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*, Flammarion.

MANDELBROT B. [1997], *Fractals and Scaling in Finance*, Springer.

MANDELBROT B., VAN NESS J.W. [1968], "Fractional Brownian Motion, Fractional Noises and Applications", *SIAM Review*, vol. 10, n°4, pp 422-437.

MCCULLOCH J.H. [1981], "Simple Consistent Estimators of the Stable Distributions", présenté à l'Annual Meeting of the Econometric Society.

MCNEIL A.J. [1999], "Extreme Value Theory for Risk Managers", working paper ETH Zentrum, Zürich, 17 mai.

MERTON R. [1976], "Option Pricing when underlying Stock Returns are discontinuous", *J. of Financial Economics*, vol. 3, pp 125-144.

MIGNON V. [1998], *Marchés financiers et modélisation des rentabilités boursières*, Economica, Paris.

MONGIN P. [1983], "La théorie de la politique conjoncturelle et le problème de l'auto-organisation", dans DUMOUCHEL P., DUPUY J.P. [1983] (dir.), *L'auto-organisation. De la physique au poli-*

*tique*, Colloque de Cerisy, Seuil.

OFFICER R. [1972], "The Distribution of Stock Returns", *J. of the American Statistical Association*, vol. 67, n° 340, pp 807-812.

ORLÉAN A. [1986], "Mimétisme et anticipations rationnelles : une perspective keynésienne", *Recherches économiques de Louvain*, vol. 52, n°1, pp 45-66.

ORLÉAN A. [1989], "Pour une approche cognitive des conventions économiques", *Revue économique*, pp 241-272.

ORTOBELLI S. [1999], "Portfolio selection : moments analysis and safety first", Ph. D. dissertation, Université de Bergamo.

PAULSON A., HOLCOMB E., LEITCH R. [1975], "The estimation of the parameters of the stable laws", *Biometrika*, vol. 62, n°1, pp 163-170.

PONCET P., PORTAIT P. [1980], *Macroéconomie financière*, Dalloz, Gestion.

POPPER K. [1973], *La logique de la découverte scientifique*, Payot.

POTERBA J.M., SUMMERS L. [1988], "Mean Reversion in Stock Prices, Evidence and Implications", *Journal of Financial Economics*, vol. 22, pp 27-59.

PRAETZ P. [1972], "The Distribution of Share Price Changes", *Journal of Business*, vol. 45, pp 49-55.

PRAUSE K. [1999], "The generalized hyperbolic model : estimation, financial derivatives, and risk measures", Thèse de doctoral, Université de Fribourg.

PRESS S. J. [1972], "Estimation in Univariate and Multivariate Stable Distributions", *J. of the American Statistical Association*, vol. 67, n° 340, pp 842-846.

PRIGOGINE I., STENGERS I. [1979], *La nouvelle alliance. Métamorphose de la science*, Gallimard.

RACHEV S., MITTNIK S. [2000], *Stable Paretian Models in Finance*, Wiley.

RACHEV S., XIN H. [1993], "Test on association of random variables in the domain of attraction of multivariate stable laws", *Prob. and Math. Stat.*, vol. 14, pp 125-141.

RAIBLE S. [2000], "Lévy Processes in Finance : Theory, Numerics and Empirical Facts", Thèse de doctorat, Université de Fribourg.

RENOUARD Y. [1968], *Les hommes d'affaire italiens du Moyen Age*, Armand Colin.

RISKLAB PROJECT IN MODEL RISK [2000], "Volatility model risk measurement and against worst case volatilities", *Journal de la Société Française de Statistique*, tome 141, 1-2, pp 73-86.

- ROGER P. [1988], "Théorie des marchés efficients et asymétrie d'information : une revue de la littérature", *Finance*, vol. 9, n°1, pp 57-98.
- ROLL R. [1977], "A Critique of Asset Pricing Theory's Tests : on Past and Potential Testability of the Theory", *Journal of Financial Economics*, vol. 4, pp 129-176.
- ROY A. [1952], "Safety first and the holding of assets", *Econometrica*, pp 431-449.
- SAMORODNISTKI G., TAQQU M. [1994], *Stable Non-Gaussian Random Processes : Stochastic Models with Infinite Variance*, New York, Chapman & Hall.
- SHARPE W. [1963], "A simplified model for portfolio analysis", *Management Science*, vol. 10, pp 277-293.
- SHARPE W. [1964], "Capital Asset Prices : A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, vol. 19, pp 425-442.
- SIMON Y., LEVASSEUR M. [1980], *Marchés de capitaux : options et nouveaux contrats à terme*, Dalloz, Gestion.
- SUMMERS L. [1986], "Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental Values?", *Journal of Finance*, vol. 41, n°3, pp 591-601.
- TAYLOR S. [1986], *Modelling Financial Time Series*, J. Wiley & Sons.
- THUILLIER P. [1980], *Le petit savant illustré*, Seuil.
- THUILLIER P. [1982], *L'aventure industrielle et ses mythes*, Editions complexes.
- THUILLIER P. [1983], *Les savoirs ventriloques*, Seuil.
- THUILLIER P. [1988a], *D'Archimède à Einstein : Les faces cachées de l'invention scientifique*, Fayard.
- THUILLIER P. [1988b], *Les passions du savoir : Essais sur les dimensions culturelles de la science*, Fayard.
- WALLISER B. [1983], "Autoréalisation des anticipations et représentations des agents économiques", dans DUMOUCHEL P., DUPUY J.P. [1983] (dir.), *L'auto-organisation. De la physique au politique*, Colloque de Cerisy, Seuil.
- WILKIE A.D. [1985], "Portfolio Selection in the Presence of Fixed Liabilities", *Journal of the Institute of Actuaries*, 112, 229-277.
- WISE A.J. [1984], "The Matching of Assets to Liabilities", *Journal of the Institute of Actuaries*, 111, 445-501.

## A.3 Remerciements et conclusion provisoire

Après vingt ans d'activité professionnelle, l'occasion de poser un regard rétrospectif sur l'ensemble du trajet parcouru depuis 1983 m'a été donnée par la rédaction de ce mémoire pour l'habilitation à diriger des recherches. Cela a aussi été l'occasion de retrouver, qui apparaissent dans le cours de ce mémoire, tous ceux qui, à des titres divers, ont contribué à m'aider et à m'orienter dans cette évolution professionnelle, vers une part toujours plus grande donnée à la recherche et à l'enseignement.

A l'issue de toutes ces années, je me tourne donc vers ceux-là même qui m'ont permis de mener à bien les recherches que j'avais entreprises, les uns et les autres à des moments divers de ce parcours, certains au début, d'autres plus récemment, d'autres encore depuis le début et ce jusqu'à aujourd'hui.

Depuis le tout début de mon intérêt pour la recherche, je peux dire que mes anciens professeurs de l'ESSEC ont toujours répondu présents et m'ont toujours soutenu par leur aide à la fois intellectuelle mais aussi morale. Ainsi Florin Aftalion, Patrice Poncet, Roland Portait, dès le départ, puis Hélyette Geman, présidente de mon jury de thèse de doctorat, mais aussi Anne-Marie Dussaix et Jean-Pierre Indjéhagopian. Avec tous, je continue à avoir des conversations fécondes et des liens d'amitiés se sont créés au fil des années.

Sont venus ensuite les rejoindre d'autres figures de financiers ou de statisticiens de la finance, Blaise Allaz et Bertrand Jacquillat (rapporteur et membre du jury de ma thèse), François Quittard-Pinon, François Longin, Patrice Fontaine, Pascal Grandin, Daniel Zajdenweber, Elyés Jouini, Nicole El Karoui, Dominique Guégan, Christian Gouriéroux, Ivar Ekeland, Paul Embrechts. Jean-Jacques Rosa et Christian de Boissieu apparaissent aussi dès le début de mon itinéraire universitaire. Tout comme André Orléan, compagnon intellectuel depuis près de quinze ans. Très tôt aussi, mes rencontres avec des physiciens ou des mathématiciens m'ont permis des réflexions très fructueuses : ainsi Paul Deheuvels, Jean-Philippe Bouchaud, Didier Sornette (rapporteur de ma thèse), Serge Galam, Agnès Sulem et bien sur Jacques Lévy Véhel, mon co-auteur de notre livre *Les marchés fractals*.

Puis, à partir de 1995, ce furent les rencontres avec les épistémologues et historiens, et les économistes de l'EHESS, Marc Barbut, Bernard Bru, Michel Armatte, Amy Dahan, Bernard Walliser, Jean Petitot, Pierre Rosenstiehl, Henri Berestycki, Gilles Postel-Vinay, Pierre-Michel Menger, Gabrielle Demange : qu'ils trouvent ici l'expression de mes remerciements sincères pour nos très nombreuses conversations et l'attention qu'ils ont porté à mon projet d'histoire sociale de la finance. Je remercie en particulier Roger Guesnerie pour m'avoir invité à parler à son séminaire du collège de France, ce qui a représenté pour moi un encouragement à poursuivre dans cette voie de l'histoire de la finance.

Trois mentions spéciales doivent être faites. Tout d'abord, grâce à Maurice Aymard et à sa confiance jamais défailante, j'ai pu rencontrer Eric Brian et Jean-Yves Grenier, puis progressivement tous ceux qui m'ont initié aux arts de l'histoire des sciences et

de l'histoire de l'économie. Ensuite, Monique Jeanblanc : elle aussi m'a fait confiance, et a soutenu ma candidature devant la commission de spécialistes du département de mathématiques de l'université d'Evry, ce qui m'a permis de devenir professeur associé à Evry. Grâce à la patience de Monique et à ses réels talents pédagogiques mis au service d'une grande compétence mathématique, j'ai pu (enfin) comprendre ce qu'on appelait une martingale en probabilité, et, d'une certaine manière, j'aurais envie de dire que, au cours de ces trois ans passés à Evry, j'ai été littéralement "martingalisé". Enfin, ce mémoire d'habilitation à diriger les recherches doit énormément à Georges Gallais-Hamonno. Lui aussi m'a fait confiance, et m'a encouragé à persévérer dans la direction de l'habilitation. Aussi ce mémoire lui doit beaucoup et je lui en exprime ici ma vive et amicale gratitude.

Aussi, en guise de conclusion provisoire, au tournant de ces vingt années de vie professionnelle, j'espère que j'aurais su répondre sans trop les décevoir à cette confiance qui m'a été donnée par les uns et par les autres, et que tout ceci représentera un nouveau prélude pour des collaborations futures.