



HAL
open science

Sédimentation de grains poreux dans les disques protoplanétaires : influence sur l'épaisseur de la couche de poussière et la formation de planétésimaux

Stéphane Michoulier

► **To cite this version:**

Stéphane Michoulier. Sédimentation de grains poreux dans les disques protoplanétaires : influence sur l'épaisseur de la couche de poussière et la formation de planétésimaux. Astrophysique [astro-ph]. Université Claude Bernard Lyon 1, 2023. Français. NNT: . tel-04580221

HAL Id: tel-04580221

<https://hal.science/tel-04580221>

Submitted on 19 May 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright



Université Claude Bernard  Lyon 1

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

Opérée au sein de :

l'Université Claude Bernard Lyon 1

Ecole Doctorale ED52

Physique et Astrophysique (PHAST)

Spécialité de doctorat : spécialité

Astrophysique

Soutenue publiquement le 19/10/2023, par :

Stéphane Michoulier

**Sédimentation de grains poreux dans les
disques protoplanétaires : influence sur
l'épaisseur de la couche de poussière et la
formation de planétésimaux.**

Devant le jury composé de :

Dr. RICHARD Johan

Astronome, Université Lyon 1, CRAL

Président

Dr. MÉHEUT Héloïse

Directrice de recherche, CNRS, Laboratoire Lagrange

Rapporteure

Dr. PANTIN Éric

Directeur de recherche, CEA, Laboratoire LFEMI

Rapporteur

Dr. GUILBERT-LEPOUTRE Aurélie

Directrice de recherche, CNRS, LGL-TPE

Examinatrice

Dr. MAURY Anaëlle

Directrice de recherche, CEA, Laboratoire LFEMI

Examinatrice

Dr. GONZALEZ Jean-François

Professeur, Université Lyon 1, CRAL

Directeur de thèse

Abstract

In the planetary formation paradigm, the process by which sub-micron to millimetre dust aggregates grow in protoplanetary discs to form planetesimals is still largely unknown. The coagulation of dust grains faces two main obstacles : the radial drift barrier and the fragmentation barrier, which prevent the aggregates from surviving and thus from forming planets. A potential solution to overcome these barriers is to take grain porosity into account, which allows dust to grow faster and longer, while being less sensitive to fragmentation than compact grains (Garcia 2018).

A porosity evolution model that can be used in 3D simulations was originally developed by Anthony Garcia (Garcia 2018, Garcia & Gonzalez 2020). I implemented this model in the hydrodynamics code SPH Phantom and I added new effects, mainly destructive, such as rotational disruption, bouncing, erosion and compaction during fragmentation. I wrote a second 1D code, PAMDEAS, which also includes all these physical processes, to understand more easily the dust grain evolution as a function of the chosen phenomena. I also implemented a new implicit SPH scheme to compute the friction between gas and dust.

In this manuscript, I will present new models taking into account a wider range of physical phenomena related to dust and its evolution. I will show the results of protoplanetary discs simulations with porous grains of silicates or water ice and discuss the efficiency of their growth compared to compact grains, confirming previous results. I will also highlight the implications of the various physical phenomena included in my thesis. I find that compaction during fragmentation is the most significant effect, allowing grain compaction with filling factors consistent with recent observational results, without excessively limiting the size of porous aggregates. On the other hand, effects such as bouncing or rotational disruption have much less impact on dust grain evolution.

These results will contribute to a better understanding of dust coagulation mechanisms and open new perspectives in the interpretation of dust observations in protoplanetary discs.

Keywords : Protoplanetary discs – Planets and satellites : formation – Hydrodynamics – Methods : numerical – Porosity – Dust

Résumé

Dans le paradigme de la formation planétaire, le processus par lequel les agrégats de poussière sous-micrométrique à millimétriques croissent dans les disques protoplanétaires pour former des planétésimaux demeure encore largement méconnu. La coagulation des grains de poussière se heurte essentiellement à deux obstacles majeurs : la barrière de la dérive radiale et la barrière de la fragmentation, qui empêchent la survie des agrégats et, par conséquent, la formation de planètes. Une solution potentielle pour surmonter ces obstacles est de prendre en compte la porosité des grains, ce qui permet à la poussière de croître plus rapidement et plus longtemps tout en étant moins sensible à la fragmentation que les grains compacts (Garcia 2018).

Un modèle d'évolution de la porosité pouvant être utilisé dans des simulations 3D a été initialement développé par Anthony Garcia (Garcia 2018, Garcia & Gonzalez 2020). J'ai implémenté ce modèle dans le code d'hydrodynamique SPH Phantom et y ai ajouté de nouveaux effets, principalement destructifs, tels que la rupture rotationnelle, le rebond, l'érosion, et la compaction lors de la fragmentation. J'ai écrit un second code, 1D, PAM-DEAS qui inclut aussi l'ensemble des processus physiques, offrant ainsi une compréhension plus facile de l'évolution des grains de poussière en fonction des phénomènes choisis. J'ai également implémenté un nouveau schéma implicite SPH pour calculer la friction entre le gaz et la poussière.

Au fil de ce manuscrit, je présenterai les nouveaux modèles permettant de prendre en compte un plus large éventail de phénomènes physiques liés à la poussière et à son évolution. Je montrerai les résultats des simulations de disques protoplanétaires avec des grains poreux constitués de silicates ou de glace d'eau, tout en discutant de l'efficacité de leur croissance par rapport à celle des grains compacts, en confirmant les résultats antérieurs. J'insisterai également sur l'impact des différents phénomènes physiques inclus dans ma thèse. Je trouve que la compaction lors de la fragmentation est l'effet le plus significatif, permettant une compaction des grains avec des facteurs de remplissage cohérents par rapport aux récents résultats observationnels, sans limiter de manière excessive la taille des agrégats poreux. En revanche, des phénomènes tels que le rebond ou la rupture par rotation ont beaucoup moins d'effet sur l'évolution des grains de poussière.

Ces résultats contribueront à une meilleure compréhension des mécanismes de coagulation de la poussière et ouvriront de nouvelles perspectives dans l'interprétation des observations de la poussière au sein des disques protoplanétaires.

Mots-clés : Disque protoplanétaire – Planète et satellites : formation – Hydrodynamique – Méthode : numérique – Porosité – Poussière

Table des matières

Abstract	i
Résumé	ii
Constantes physiques et liste des symboles	2
Remerciement	4
1 Introduction	6
1.1 Première théorie et observations	6
1.2 Nuage moléculaire et formation stellaire	7
1.2.1 Formation d'un cœur pré-stellaire	7
1.2.2 Classifications des disques observés	11
1.3 Formation planétaire	12
1.3.1 Coagulation de la poussière	13
1.3.2 Les barrières à la formation planétaire	14
1.3.3 ... Et les solutions envisagées	17
1.4 Le système solaire, structure et scénario de formation	22
1.4.1 Structure et composition	22
1.4.2 Scénario de formation	25
1.5 Objectifs de la thèse	25
2 Modélisation d'un disque	27
2.1 Structure d'un disque protoplanétaire	27
2.1.1 Structure hydrodynamique	27
2.1.2 Disque en loi de puissance	31
2.1.3 Structure thermique	32
2.2 Evolution visqueuse d'un disque	36
2.2.1 Evolution temporelle d'un disque	36
2.2.2 État stationnaire	38
2.2.3 Solution dépendant du temps auto-similaire	39
2.3 Transfert du moment cinétique dans un disque	40
2.3.1 Prescription de Shakura & Sunyaev	41
2.3.2 Origine physique du transfert	42
2.4 La dynamique de la poussière	45
2.4.1 Traînée aérodynamique	45
2.4.2 Dérive radiale et sédimentation	48
3 Modélisation de la poussière	57
3.1 Croissance et fragmentation	57
3.1.1 Croissance mono-disperse	57

3.1.2	Fragmentation	59
3.1.3	Érosion éolienne	62
3.2	Modèle de porosité	65
3.2.1	Evolution de la porosité, croissance	66
3.2.2	Rebond	71
3.2.3	Fragmentation avec compaction	75
3.2.4	Rupture par rotation	77
3.3	Calcul du facteur de remplissage final d'un grain	80
4	Méthodes numériques	82
4.1	Le monde des codes astrophysiques	82
4.2	Le formalisme smooth particle hydrodynamics	84
4.2.1	Équations hydrodynamiques	84
4.2.2	Interpolation de la densité	84
4.2.3	Fonction de lissage W	85
4.2.4	Longueur de lissage h	87
4.3	Equation de l'hydrodynamique en SPH	87
4.3.1	Lagrangien	87
4.3.2	Interpolation d'un champs arbitraire et dérivée	89
4.3.3	Conservation des quantités hydrodynamiques	89
4.3.4	Capture des chocs	91
4.3.5	Équation d'état	92
4.4	Traitement de l'interaction gaz-poussière, la friction	93
4.4.1	L'approximation mono-fluide	93
4.4.2	Schéma explicite bi-fluide	95
4.4.3	Schéma implicite bi-fluide	96
4.5	Tests	98
4.5.1	DUSTYBOX	98
4.5.2	DUSTYWAVE	99
4.5.3	DUST SETTLE	99
4.6	Croissance en SPH	101
4.7	Initialisation d'un disque	103
4.8	Un peu de simplicité, le code PAMDEAS	105
4.8.1	Structure du disque de gaz	105
4.8.2	Pas de temps et intégration	107
4.8.3	Les différentes options d'entrées	108
4.8.4	Tests unitaires	108
5	Influence de la porosité et des effets de compaction	112
5.1	Setup numérique	113
5.2	Effet de la porosité sur la croissance des grains	114
5.2.1	Simulations avec PAMDEAS	114
5.2.2	Simulations globales avec PHANTOM	116
5.3	Comparaison des résultats PAMDEAS et PHANTOM	119
5.4	Effet du rebond et de la compaction lors de la fragmentation, selon le seuil de fragmentation	122
5.4.1	Simulations 1D avec PAMDEAS	122
5.4.2	Simulations globales avec PHANTOM	125

5.5	Épaisseur des plans médians	131
5.6	Effets d'une lignes de gel	132
5.7	Discussion	135
5.8	Limitations	140
6	Influence de la rupture par rotation	141
6.1	Setup numérique	141
6.2	Le cas du modèle MMSN	142
6.3	Effet de la composition des grains dans le disque STD	145
6.4	Dépendance volumique de la résistance à la traction sur la rupture par rotation	148
6.5	Simulations 3D	150
6.6	Discussion	154
6.6.1	Limitations	154
6.6.2	Influence de la formulation de la résistance maximum à la traction et de l'efficacité force-couple	155
6.6.3	La rupture par rotation est elle négligeable?	155
	Conclusion	157
A	Figure annexes des simulations 3D du chapitre 5	169
B	Figures additionnelles des simulations 1D et 3D du chapitre 6	174

Constantes et liste des symboles

Constantes physique

Constante gravitationnelle $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

Constante de Boltzmann $k_b = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.m}^{-1}$

Masse solaire $M_\odot = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$

Masse d'un atome d'hydrogène $m_H = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Unité astronomique $1 \text{ ua} = 1,49597871 \times 10^{11} \text{ m}$

Parsec $1 \text{ pc} = 3,086 \times 10^{16} \text{ m}$

Liste des grandeurs utilisées et symboles associés

Symboles	Grandeurs générales		
M_*	masse de l'étoile	M_{disque}	masse du disque
R_*	rayon de l'étoile	L_*	luminosité de l'étoile
Φ	potentiel gravitationnel	r	distance à l'étoile
\dot{M}	taux d'accrétion	Γ_{visqu}	couple visqueux
τ_ν	temps visqueux	\mathcal{Q}	critère de Toomre
v_{drift}	vitesse de dérive liée à la friction	v_{visc}	vitesse radiale liée à la viscosité
R_{in}	rayon interne du disque	R_{out}	rayon externe du disque
r_0	rayon de référence	R_c	rayon de troncature
E_{cin}	énergie cinétique	\mathcal{L}	lagrangien
W, D	fonctions de lissage	h	longueur de lissage

Symboles	Grandeurs associées au gaz	
ρ_g	densité spatiale du gaz	Σ_g densité de surface du gaz
λ_g	libre parcours moyen	T_g température du gaz
p	exposant du profil de densité de surface	q exposant du profil de température
P_g	pression du gaz	H_g hauteur du disque
c_g	vitesse du son	v_K vitesse orbitale képlérienne
Ω	fréquence angulaire	Ω_K fréquence képlérienne
t_K	temps képlérien	v_g vitesse du gaz
η	paramètre sous-képlérien	\mathcal{M} nombre de Mach
ν	viscosité cinématique	μ_g viscosité dynamique
μ	poinds moléculaire moyen	Re nombre de Reynolds
ν_{mol}	viscosité moléculaire	α_{ss} paramètre de viscosité turbulente
v_t	vitesse turbulente	

Symboles	Grandeurs associées à la poussière	
v_d	vitesse de la poussière	ρ_s densité intrinsèque d'un grain
ρ_d	densité spatiale de poussière	v_{rel} vitesse relative entre grains
ε	rapport poussière-gaz	ϵ fraction de poussière
v_{frag}	seuil de fragmentation	v_{stick} vitesse de collage
v_{yield}	vitesse de rebond inélastique	v_{end} vitesse de rebond total
t_{drift}	temps caractéristique de dérive	t_{settle} temps caractéristique de sédimentation
t_{growth}	temps caractéristique de croissance	t_{ej} temps caractéristique d'éjection d'un grain (érosion)
τ_{coll}	temps caractéristique entre deux collisions	σ_d section efficace de collision
t_s	temps d'arrêt	St nombre de Stokes
Sc	nombre de Schmidt	Δv différence de vitesse entre la poussière et le gaz
m	masse d'un agrégat	s taille d'un agrégat
V	volume d'un agrégat	\mathbf{p} porosité
ϕ	facteur de remplissage	γ_s énergie de surface
\mathcal{E}	module de Young	δ_c distance critique de traction
a_0	taille d'un monomère	E_{frag} énergie nécessaire pour fragmenter un grain
E_{break}	énergie pour casser une liaison entre deux monomères	F_c force critique de traction
E_{roll}	énergie de roulement	ξ_{crit} distance critique de roulement
e	coefficient de restitution	Υ_d résistance à la compression dynamique
ω_c	vitesse angulaire d'un agrégat	γ_{ft} efficacité force-couple
S	contrainte de traction	S_{max} résistance maximum à la traction
m_{ej}	masse d'un grain éjecté	a_{coh} accélération cohésive
s_{ej}	taille d'un grain éjecté	

Remerciements

J'aimerais tout d'abord exprimer ma profonde gratitude envers mon directeur de thèse, Jean-François Gonzalez, Jeff pour les intimes, sans qui cette thèse n'aurait pas vu le jour. Sa bienveillance et son influence ont joué un rôle déterminant dans son succès. Même pendant les périodes de travail à distance lors du stage et au début de la thèse, Jeff a été un soutien inestimable. Il m'a permis de prendre des décisions autonomes tout en offrant ses précieux conseils. Je le remercie également d'avoir poli mon français, particulièrement celui du rapport de stage, qui en avait bien besoin. Nos nombreuses conversations animées sur le cinéma et les séries, en particulier celles sur Star Wars, ont été des moments très divertissants. Merci de m'avoir fait découvrir la série "The Expanse" !

Je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères à ma compagne, Amandine Rosier, qui partage ma vie depuis 2017. Son soutien indéfectible et ses conseils éclairés tout au long de ma thèse ont été d'une inestimable valeur. Elle a enduré patiemment les aléas de ces années, surtout pendant la rédaction de la thèse !

Mes remerciements s'étendent également à ma famille, en particulier à ma mère, qui a toujours encouragé mes projets, quelle que soit leur nature. Mes frères, mon oncle, ma tante, mes cousins et cousines, ainsi que mes grands-parents ont tous contribué à enrichir cette aventure par leurs précieux moments partagés, souvent accompagnés de fous rires. Je suis également reconnaissant envers mes beaux-parents, qui m'ont rapidement adopté et accueilli pendant le premier confinement lors de mon stage, me faisant sentir chez moi. De plus, je tiens à exprimer ma gratitude envers ma belle-sœur, mon beau-frère et leur conjoint, ainsi que les cousines de ma compagne, pour tous les moments joyeux que nous avons partagés ensemble.

Arnaud Véricel mérite une mention spéciale, car sans son expertise, la programmation dans PHANTOM aurait été bien plus ardue. Son assistance pendant mon stage, alors même qu'il était engagé dans sa propre rédaction de thèse, a été précieuse pour m'initier aux subtilités du code.

Enfin, je souhaite remercier sans ordre particulier :

- Guillaume Laibe, pour ses discussions sur le schéma implicite et ses précieux conseils, ainsi que pour sa préoccupation pour le bien-être de l'équipe.
- Stéphane Vignier, pour sa remarquable gestion administrative qui a grandement facilité ma vie, et éviter beaucoup de stress, y compris pour l'organisation de grand voyages.
- Tous les membres du CRAL, qu'ils soient doctorants, post-doctorants ou internes, à l'ENS ou à l'observatoire. Un remerciement particulier à Adelaïde Clayssens, Kieran Hirsh et Hossam Ally pour les moments partagés à l'observatoire, ainsi qu'à Benedetta Veronesi pour ses discussions animées et sa joie de vivre.
- Les Australiens, en particulier Daniel Price avec son accent unique, avec qui j'ai

eu le plaisir de travailler sur PHANTOM et de discuter de sujets diversifiés pendant les pauses. Les échanges instructifs avec Christophe Pinte sur le traitement de la poussière et Evgini Grishin sur l'érosion ont également enrichi mon expérience. Enfin, un grand merci aux doctorants australiens Caitlyn Hardiman, Iane Hammond et Elli Borchert, avec qui j'ai partagé de nombreux moments au laboratoire et en dehors.

- Les Italiens Cristiano Longarini et Simone Ceppie, mes camarades de doctorat de Milan, avec qui j'ai vécu mon détachement en Australie. Nous avons exploré ensemble l'Australie, sa culture et sa cuisine, créant ainsi des souvenirs inoubliables, notamment nos efforts pour résoudre le mystère entourant Iane et Caitlyn¹.
- Francois Menard pour nos échanges sur la poussière, Nicolás Cuello et Martina Toscani pour nos moments partagés en Australie, ainsi que les étudiants de M2 de ma promotion, en particulier Mathilde Van-Cuyck et Alexandre Révol.
- Toutes les personnes que j'oublie mais qui ont contribué, de près ou de loin, à ma réussite.

Pour finir, je tiens à remercier chaleureusement Héloïse Méheut et Éric Pantin d'avoir accepté d'être mes rapporteurs, sachant que cela impliquait la lecture de cette thèse et probablement quelques migraines. Mes remerciements vont également à Aurélie Guilbert-Lepoutre, Anaëlle Maury et Johan Richard pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

1. le mystère a finalement été élucidé.

Chapitre 1

Introduction

The cosmos is within us. We are made of star-stuff. We are a way for the universe to know itself.

Carl Sagan.

Ce premier chapitre a pour ambition d'introduire une vision large de l'étendue des découvertes, des théories et des problèmes de la formation planétaire, dans le but de comprendre les défis auxquels nous sommes confrontés actuellement. Nous commencerons par discuter des premières théories ainsi que des premières observations de disques. Ensuite, nous nous intéresserons à la naissance d'une étoile dans un nuage moléculaire et à la formation d'un système planétaire, afin de comprendre comment la formation stellaire et planétaire sont intimement liées. Nous mettrons en lumière les nombreux problèmes, appelés barrières, liés principalement à la croissance de la poussière, ainsi que les solutions envisagées pour y répondre ou les contourner. Nous terminerons par un aperçu des dernières étapes de la formation planétaire en prenant comme exemple le système solaire, afin de comprendre comment des millions de planétésimaux orbitant chaotiquement aboutissent à un système planétaire tel que le nôtre, tel que nous le connaissons. Enfin, nous conclurons ce chapitre en exposant les objectifs de cette thèse ainsi que les problématiques qu'elle tente de résoudre.

1.1 Première théorie et observations

La théorie de la formation planétaire n'est pas récente, puisque qu'elle trouve ses racines au cours du 18^{ème} siècle grâce à des scientifiques tel qu'Emanuel Swedenborg ([Swedenborg, 1734](#)), Emmanuel Kant ([Kant, 1798](#)) puis Pierre-Simon de Laplace ([Laplace, 1813](#)), qui proposent tout les trois un modèle de "nébuleuse solaire". Dans leur modèle, le système solaire est né de l'effondrement d'un nuage moléculaire (la nébuleuse solaire). Par conservation du moment cinétique, un disque se forme autour du jeune soleil, disque menant à la formation des planètes. Bien que cette théorie, connue sous le nom de théorie de Kant-Laplace, ait été abandonnée pendant des décennies au profit d'une autre théorie (théorie de la quasi-collision) en raison de défauts inhérents, elle a le mérite de poser les premiers fondements. Durant la première moitié du 20^{ème} siècle, plusieurs scientifiques remettent en question le paradigme en vogue et se penchent de nouveau sur la théorie de Kant-Laplace. La théorie moderne de la formation planétaire est formulée quantitativement pour la première fois en 1960 par Victor Safronov, lorsqu'il publie *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets* ([Safronov, 1972](#)). Son ouvrage aborde tous les principaux défis de la formation planétaire, dont certains ont été résolus par Safronov lui-même. Les théories, allant de l'effondrement d'un nuage de gaz

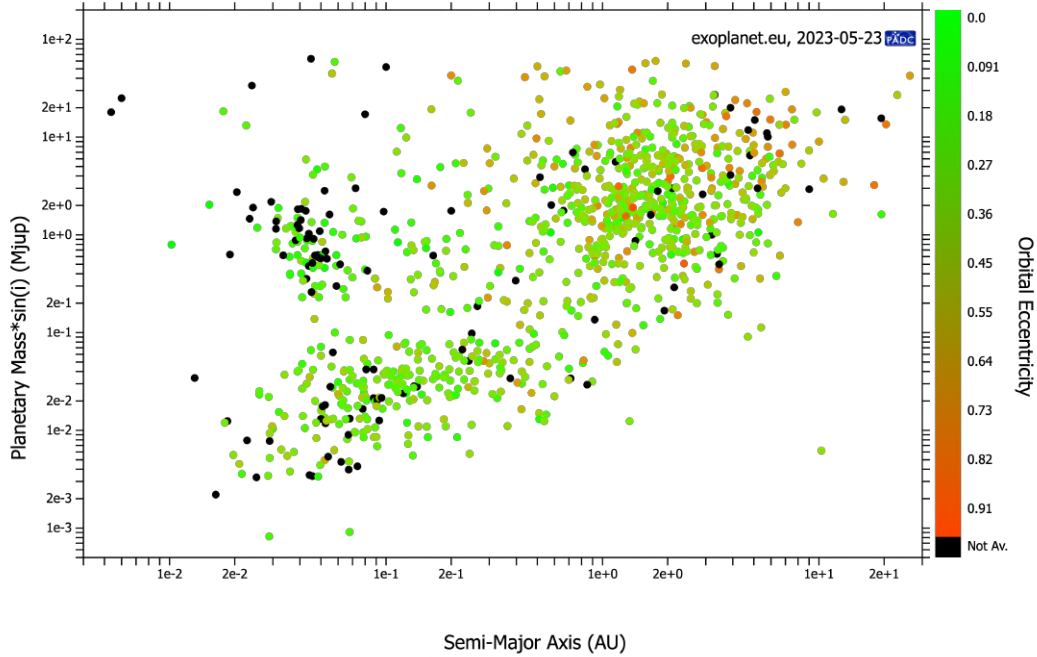


FIGURE 1.1 – La distribution des exoplanètes, dont la découverte est confirmée, est représentée en fonction de leur demi-grand axe et du produit masse. $\sin(i)$, où i est l’inclinaison. La couleur est utilisée pour indiquer l’excentricité de l’orbite. Cette figure a été générée à l’aide du site www.exoplanet.eu.

à la naissance d’un système planétaire, ont été considérablement affinées.

Il a fallu attendre 1995 pour avoir la confirmation de la découverte de la première exoplanète (51 Peg) (Mayor & Queloz, 1995) orbitant autour d’une étoile semblable au Soleil, et découverte par les astronomes suisses Michel Mayor et Didier Queloz. Cette découverte a montré que le système solaire n’est pas le seul système planétaire dans la galaxie. À ce jour, les astronomes ont découvert plus de 5000 exoplanètes de toutes tailles, orbitant autour de divers objets célestes, y compris des pulsars, grâce à différentes méthodes directes ou indirectes (figure 1.1). Des milliards d’autres restent à découvrir. La collaboration Gaia (Gaia Collaboration et al., 2022) avec le Data Release 3 (DR3) a répertorié un peu moins de 2 milliards d’étoiles dans notre galaxie, chiffre gigantesque qui reste très modeste vis-à-vis des estimations du nombre d’étoiles allant de 100 à 200 milliards. Au vu de la diversité des systèmes planétaires et du nombre d’étoiles dans notre galaxie, il reste encore énormément d’étoiles et de systèmes planétaires à découvrir. La compréhension des processus conduisant à la formation de toutes ces planètes est donc un domaine de recherche particulièrement actif à ce jour.

1.2 Nuage moléculaire et formation stellaire

1.2.1 Formation d’un cœur pré-stellaire

La formation planétaire résulte directement des processus de formation stellaire. Dans une galaxie, les étoiles se forment dans certaines régions spécifiques du milieu interstellaire où le gaz moléculaire se trouve condensé en nuages froids et denses, généralement proches du plan galactique. Ces nuages sont appelés nuages moléculaires, comme ceux illustrés

dans la figure 1.2. Composés principalement de gaz moléculaire (environ 99% en masse) et d'une petite quantité de poussière sous-micrométrique, ces nuages ont une taille allant de quelques parsecs à plusieurs centaines de parsecs, avec des masses allant de quelques dizaines de masses solaires à plus de $10^6 M_{\odot}$. Bien que la température moyenne soit d'environ 10 K et que la densité numérique moyenne n du gaz, principalement du dihydrogène, soit d'environ 10^{11} m^{-3} , les nuages ne sont pas homogènes et certaines régions présentent des sur-densités en raison de turbulences, de champs magnétiques (Larson, 1981), ou de l'influence de l'environnement extérieur. Des perturbations telles que l'explosion d'une supernova ou simplement les mouvements du nuage au sein de sa galaxie hôte peuvent déclencher l'effondrement de régions gravitationnellement instables, entraînant ainsi la formation d'étoiles.

Pour évaluer la masse critique à partir de laquelle un nuage, ou une partie du nuage, devient instable, Jeans (1902) a montré qu'à partir d'une certaine masse, une instabilité se produit lorsque la force de pression ne peut plus compenser l'effondrement du gaz dû à son auto-gravité. Cette masse critique, appelée masse de Jeans (Jeans, 1902), est déterminée en perturbant les équations du mouvement qui décrivent un gaz parfait homogène, isotherme et au repos à l'infini.

$$M_J = 5.4 \left(\frac{T_0}{10\text{K}} \right)^{-3/2} \left(\frac{n_0}{10^{10}\text{m}^{-3}} \right)^{-1/2} M_{\odot}. \quad (1.1)$$

Une description plus précise du problème avec un nuage de gaz fini permet d'obtenir la masse critique de Bonnor-Ebert, ainsi que la structure radiale du nuage. Le pré-facteur 5.4 de l'équation (1.1) devient alors 1.1. Lorsque le nuage s'effondre, Larson (1981) a montré que quatre étapes distinctes peuvent être identifiées et présentées sur la figure 1.3 :

1. Le premier effondrement est isotherme, le gaz est presque en chute libre. Cette étape dure environ 10^4 ans pour les couches externes. Le nuage a une taille de quelques milliers d'unités astronomiques.
2. Le premier cœur de Larson se forme au centre, qui devient optiquement épais. La température augmente alors et la compression est stoppée. L'évolution du cœur est donc adiabatique et dure quelques milliers d'années.
3. La température avoisinant les 2000 K, les molécules de H_2 sont dissociées. Or ce processus est endothermique, ce qui provoque un second effondrement, qui dure quelques centaines d'années, de manière quasi-isothermique.
4. Lorsque toutes les molécules de H_2 ont été dissociées, le cœur évolue de nouveau de façon adiabatique, et l'effondrement s'arrête. La taille du cœur est de l'ordre de 0.01 à 1 unités astronomiques selon la masse initiale du nuage.

La température centrale continue d'augmenter, jusqu'à atteindre 10^4 K, ce qui permet d'ioniser l'hydrogène, et l'effondrement reprend avant de s'arrêter pour effectuer le même processus avec l'hélium. Ces étapes sont très rapides, la masse du cœur étant de plus en plus grande. Au cours de l'effondrement, une part significative de l'énergie cinétique est soit rayonnée, soit transformée en énergie thermique. L'équilibre hydrostatique est ensuite atteint, avec le gaz totalement ionisé. La contraction se poursuit très lentement, ce qui fournit l'énergie que rayonne la proto-étoile. Lorsque la température centrale atteint $\sim 10^7$ K et une densité numérique d'environ 10^{30} m^{-3} , la fusion de l'hydrogène commence et la proto-étoile cesse de se contracter. Une nouvelle étoile est née !

Pendant l'effondrement du nuage et la formation de la proto-étoile, le moment cinétique augmente avec la distance par rapport à la proto-étoile en formation. Le moment



FIGURE 1.2 – **Haut** : Les célèbres piliers de la création vu par le télescope James Webb, au cœur de la nébuleuse de l’aigle, sont le lieu de formation d’étoiles. Les extrémités sont érodées par la photo-évaporation des étoiles récemment formées à proximité. Crédit : NASA, ESA, CSA, STScI; Joseph DePasquale (STScI), Anton M. Koekemoer (STScI), Alyssa Pagan (STScI). **Bas** : Région interne de la nébuleuse d’Orion (M42) observée par le télescope James Webb. On observe des étoiles à différents stades de leur évolution, dont certaines sont encore dans leur "cocoon". Crédit : NASA, ESA, CSA, réduction des données et analyse : PDRs4All ERS Team; traitement des images; S. Fuenmayer & O. Berné

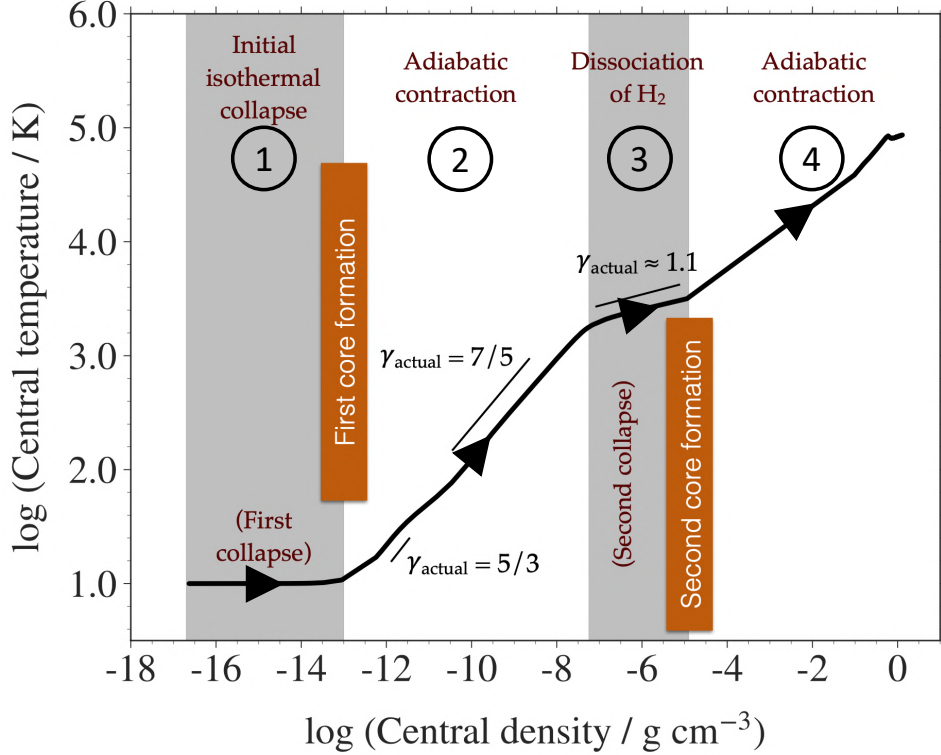


FIGURE 1.3 – Les quatre étapes de l’effondrement d’un nuage moléculaire, selon la densité et la température (Bhandare et al., 2020).

cinétique étant conservé, il en résulte que le système s’étend radialement avec une partie de la matière transportée à grande distance. Cela compense l’accrétion et la concentration de matière au centre. Le nuage prend graduellement la forme d’un disque de plus en plus fin qui s’étend sur plusieurs centaines d’unités astronomiques. Au sein de ce disque, dit protoplanétaire, les interactions entre les poussières micrométriques et le gaz donneront naissance aux planétésimaux, objets kilométriques qui vont ultimement former les planètes. Enfin, le disque de gaz se dissipe, et des agrégats de poussières de diverses tailles vont interagir gravitationnellement et former un système planétaire.

Selon l’étoile autour de laquelle se forme le disque protoplanétaire, on peut distinguer trois classes différentes en fonction de leur masse M_* :

- **Ae/Be Herbig**, d’une masse $M_* \in 1.5 - 8 M_\odot$. Ce sont des étoiles de type spectral A ou B dont la température de surface dépasse les 7500 K. Elles sont massives, émettent une grande partie de leur énergie dans l’UV, mais vivent peu de temps.
- **T-Tauri**, d’une masse $M_* \in 0.08 - 1.5 M_\odot$. Étoiles les plus communes, cette classe regroupe les types spectraux F (plus chaudes et massives), G (le soleil), K, M (plus froides et légères), ce qui correspond à des températures de surface comprises entre 2500 et 7500 K.
- **Naine brune** : d’une masse $M_* \in 0.01 - 0.08 M_\odot$, ce sont des “étoiles ratées” qui n’ont pas en leur cœur les conditions de température et de densité nécessaires pour démarrer et entretenir des réactions de fusion thermonucléaire de l’hydrogène, bien que certaines d’entre elles soient capables de réaliser la fusion du deutérium qui requiert des conditions moins extrêmes. Leur luminosité provient de l’énergie gravitationnelle (contraction). Par conséquent, elles sont froides, avec des températures inférieures à 2500 K. Leurs types spectraux sont donc M, L, T ou Y.

1.2.2 Classifications des disques observés

L'étoile centrale rayonne dans toutes les directions et une partie de la lumière émise est absorbée ou diffusée par le disque, pour être réémise à des longueurs d'ondes différentes. Il est donc possible d'observer le disque à plusieurs longueurs d'ondes, révélant et sondant différentes parties et structures du disque, comme sa surface, son plan médian, des lignes de gel ou encore des spirales. Un rayonnement thermique millimétrique permet de mettre en évidence des gros grains de poussière proches du plan médian, tandis que des petits grains à la surface du disque diffusent la lumière du proche infrarouge ou du visible. Les observations réalisées par exemple avec SPHERE (proche infrarouge) ou ALMA (qui observe dans le millimétrique) tirent parti de ce phénomène. Une méthode plus indirecte permet de connaître en partie l'âge du système, ou du moins son stade d'évolution, en étudiant la distribution spectrale d'énergie (SED ¹), c'est-à-dire l'intensité du flux lumineux par longueur d'onde. Selon la forme et la pente de la SED infrarouge donnée par

$$\alpha_{\text{IR}} = \frac{\Delta \log(\lambda F_\lambda)}{\Delta \lambda}, \quad (1.2)$$

avec F_λ le flux spectral associé à la longueur d'onde λ , on peut distinguer 4 grandes classes selon α_{IR} . Une représentation de cette classification est donnée dans la figure 1.4.

1. **Classe 0** : La jeune proto-étoile est cachée dans un cocon de gaz et de poussière opaque en cours d'accrétion. Il n'y a pas d'émission dans l'infrarouge proche (α_{IR} non défini) car le gaz réémet la lumière issu de la proto-étoile dans le millimétrique ou l'infrarouge lointain. L'émission captée est donc celle d'un corps noir, et l'âge du système est d'environ 10^4 ans.
2. **Classe I** : Le disque est en cours de formation, mais entoure encore la majeure partie de l'étoile. La SED est plate ($-0.3 < \alpha_{\text{IR}} < 0.3$) ou légèrement croissante ($\alpha_{\text{IR}} > 0.3$). Le système est alors âgé de 10^5 ans, et l'étoile accrete toujours beaucoup de matière.
3. **Classe II** : Le disque est maintenant formé et mince. La SED est décroissante dans le moyen et proche infrarouge : $-1.6 < \alpha_{\text{IR}} < -0.3$. Le spectre correspond au spectre du corps noir de l'étoile centrale auquel est superposé celui d'un autre corps noir correspondant au disque. Généralement, ces étoiles sont appelées T-Tauri classique (CTTS ²). Le système est âgé d'environ 10^6 ans. C'est au cours de cette étape qu'ont lieu les premières étapes de la formation planétaire, bien qu'elles puissent commencer dès la classe I.
4. **Classe III** : Le disque de gaz est en grande partie dispersé et seul un disque de débris subsiste, avec potentiellement des planètes déjà formées. La formation planétaire se poursuit. La SED correspond en majeure partie à celle de l'étoile centrale, en train d'entrer sur la séquence principale, avec $\alpha_{\text{IR}} < -1.6$. L'âge typique est de 10^7 ans, soit la durée de vie moyenne d'un disque avant la dispersion totale du gaz.

Les mesures spectroscopiques haute résolution permettent d'observer des raies d'émission ou d'absorption de certaines molécules, ce qui permet d'obtenir des informations sur la composition chimique du disque. Malheureusement, le H_2 , constituant principal du disque de gaz, n'est pas observable en raison de son moment dipolaire nul. Cependant, d'autres

1. Spectral Energy Distribution en anglais.
2. Classical T-Tauri Star en anglais.

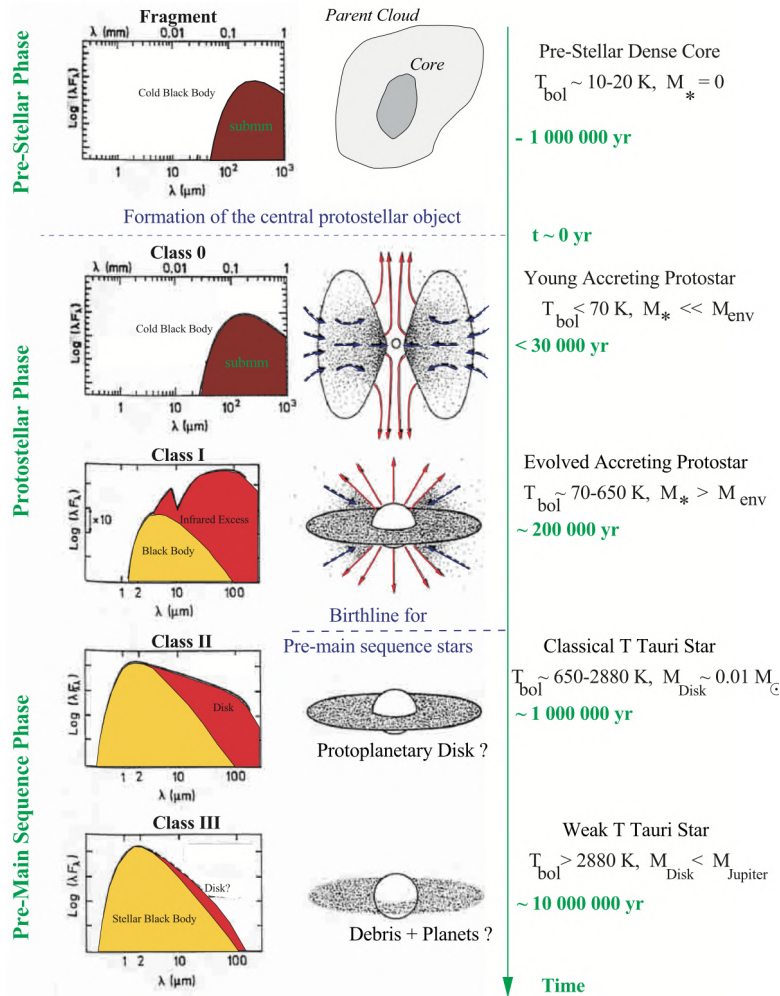


FIGURE 1.4 – La classification des disques en fonction de leur distribution spectrale d'énergie observée (André, 2002).

molécules telles que le CO, H₂O, NH₃ ou encore CH₄ sont plus facilement observables. Les lignes de gel au sein du disque provoquent des changements de phase tels que la sublimation et la condensation, ce qui implique que certaines espèces sont présentes sous forme gazeuse dans les régions internes et sous forme solide dans les régions externes. Du côté de la poussière, on peut distinguer deux groupes. On a d'une part les espèces carbonées (graphite ou carbone amorphe) liées aux molécules aromatiques (PAH), et d'autre part les espèces oxygénées comme les silicates (SiO₂, enstatite MgSiO₃ ou Forsterite Mg₂SiO₄), d'autres oxydes (corindon Al₂O₃) et des espèces volatiles comme le CO ou H₂O. Mon travail de thèse se concentrera principalement sur les silicates et l'eau, composants abondants dans un disque.

1.3 Formation planétaire

Les premières étapes de la formation planétaire sont encore mal comprises. Les observations des disques protoplanétaires et de débris, ainsi que la découverte de nombreuses exoplanètes, montrent que les mécanismes de formation qui permettent d'agglomérer des poussières micrométriques en des objets de plusieurs milliers de kilomètres sont très ef-

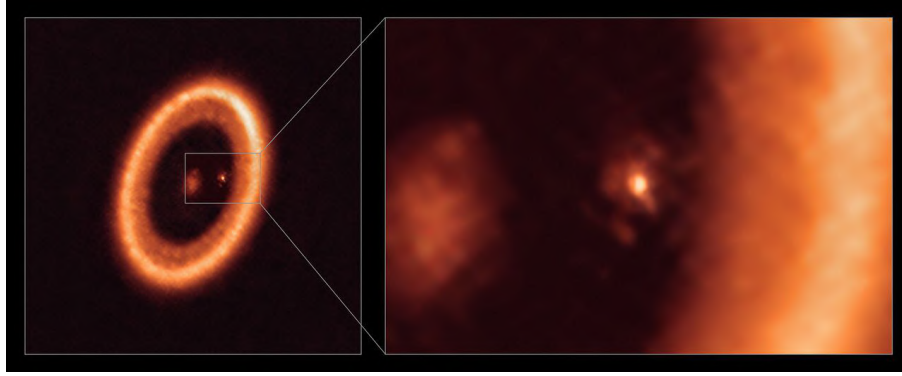


FIGURE 1.5 – Observation du disque autour de PDS 70. Une planète visible, PDS 70c, est en cours de formation dans un sillon planétaire, entourée d’un disque circumplanétaire ^a, tandis qu’une autre, PDS 70b, est en formation et non visible dans cette image. Crédit : Alma/ESO/NAOJ/NRAO/Benisty et al.

^a. Disque de gaz et de poussière autour d’une planète en formation.

ficaces. En effet, la poussière doit grossir sur 13 ordres de grandeur en taille, soit 39 en masse, et ce, en moins d’un million d’années, comme le suggèrent certaines observations telles que PDS 70 (figure 1.5). Deux possibilités pour former des planètes géantes sont actuellement étudiées. Le modèle de coagulation de la poussière [Dominik & Tielens \(1997\)](#); [Dullemond & Dominik \(2005\)](#) dans lequel la poussière croît des petites vers les grandes tailles. C’est ce modèle que j’utilise dans cette thèse, communément appelée croissance par accrétion de cœur ³, formulée par [Boss \(1998\)](#) et [Ikoma et al. \(2000\)](#). Le second modèle est celui de l’effondrement de certaines régions externes d’un disque jeune et massif pour former directement des planètes géantes par instabilité gravitationnelle ⁴ ([Toomre, 1964](#)). Cependant, ce modèle possède de nombreux défauts. Il ne peut, par exemple, expliquer à lui seul des systèmes tels que Trappist 1, constitué uniquement de planètes rocheuses.

1.3.1 Coagulation de la poussière

La figure 1.6 montre les différentes étapes de croissance d’un agrégat de poussière. Les premières étapes de la croissance des monomères, grains sous-micrométriques et constituants de base des agrégats plus massifs, se font essentiellement grâce à l’agitation thermique du gaz et aux mouvements browniens qui en résultent. Les monomères se collent alors entre eux grâce aux forces de Van der Waals ([Cuzzi et al., 1993](#); [Stepinski & Vala-geas, 1996](#)). Mais après avoir seulement crû en taille d’un ordre de grandeur, ce mécanisme devient inefficace, laissant la place à un autre mécanisme, la turbulence au sein du gaz qui favorisent les rencontres entre agrégats ([Weidenschilling & Cuzzi, 1993](#)). Grâce à cette turbulence, les grains sont capables de grossir jusqu’à des tailles de quelques millimètres au mètre, selon leur porosité. À cette taille, les vitesses lors des collisions sont telles que les grains commencent à ne plus pouvoir grossir à cause de plusieurs mécanismes qui les détruisent, et que l’on détaillera un peu plus loin. De plus, ils dérivent radialement (voir section 1.3.2) vers l’étoile et sédimentent dans le plan médian très rapidement ([Weidenschilling, 1977](#); [Dullemond & Dominik, 2005](#); [Laibe et al., 2008](#)). Ces grains, appelés aussi

3. Core-accretion en anglais.

4. Gravitational instability en anglais.

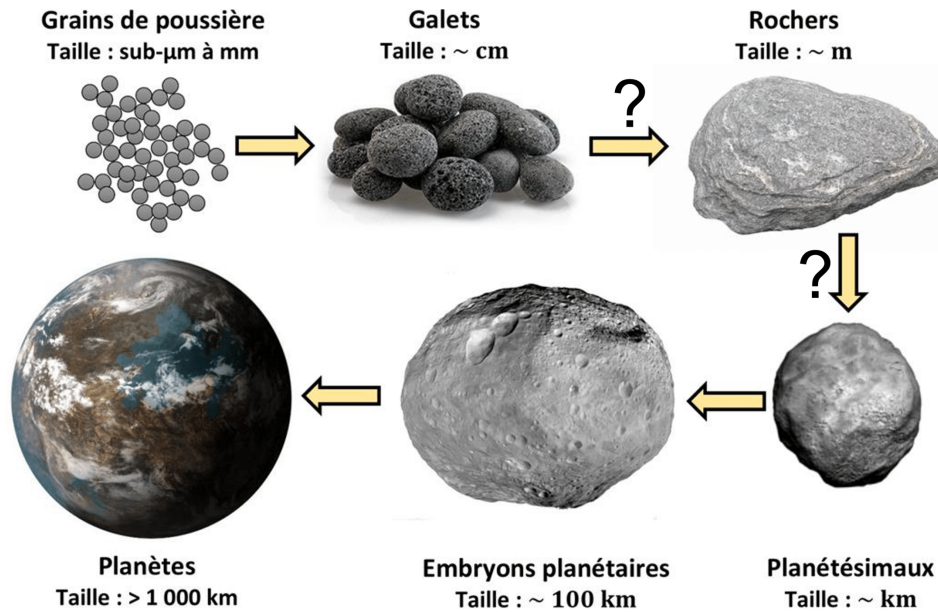


FIGURE 1.6 – Les grandes étapes de la formation planétaire de manière très générale. La croissance de grains centimétriques à kilométriques est le point bloquant de la formation planétaire.

"galets" vis-à-vis de leurs homologues terrestres, sont soumis à de nombreuses barrières qui les empêchent de grossir. Ces points seront abordés dans les sections 2.4.2 et 3.1.1.

1.3.2 Les barrières à la formation planétaire ...

La croissance des poussières micrométriques est entravée par plusieurs problèmes aujourd'hui bien identifiés, appelés à juste titre "barrières", qui empêchent les grains de grossir au-delà de quelques dizaines de millimètres ou centimètres.

La barrière de la dérive radiale

La première des barrières est celle de la dérive radiale. La dérive radiale est causée par la force de friction entre le gaz et la poussière (Whipple, 1972; Weidenschilling, 1977). Cette friction aérodynamique provient du fait que le gaz, soutenu par sa propre pression, orbite à une vitesse sous-képlérienne, tandis que la poussière, elle, orbite à une vitesse képlérienne car elle est considérée comme un fluide sans pression. La différence de vitesse entre la poussière et le gaz implique que la poussière ressent un vent de face, ce qui fait perdre du moment cinétique à la poussière. Cette perte de moment cinétique implique que la poussière dérive radialement, en spirale vers l'étoile (Nakagawa et al., 1986). La poussière dérive alors vers le maximum de pression, généralement dans la région la plus interne et dense du disque. La dérive radiale est très lente lorsque le couplage est soit fort, soit faible, ce qui correspond à des petites ou grandes tailles. Lorsque le couplage est marginal, soit pour des tailles intermédiaires, la dérive est cette fois très rapide, plus courte que la durée de vie typique d'un disque (Weidenschilling, 1977). Cette dérive implique que durant leur croissance, les grains vont nécessairement dériver, et si rien ne les arrête durant la vie du disque, l'intégralité du contenu en poussière du disque sera accrétée par l'étoile. En général, pour des modèles de disque réalistes, la dérive radiale

est très rapide pour des grains de quelques centimètres à quelques mètres. Ce phénomène est décrit dans la section 2.4.2.

Fragmentation et rebond

Les autres barrières sont intrinsèquement liées à la physique des grains lors de leur croissance, un processus très complexe comme on peut le constater sur la figure 1.7. Les vitesses relatives sont maximales lorsque les grains ont des tailles intermédiaires (Weidenschilling & Cuzzi, 1993; Stepinski & Valageas, 1996), de l'ordre de quelques dizaines de mètres par seconde. Trois comportements ont été mis en évidence par les expérimentations en laboratoire (Blum & Wurm, 2000), en fonction de la vitesse relative lors d'une collision :

1. La coagulation, quand les vitesses relatives, lors des collisions, sont faibles.
2. Le rebond, qui, selon la vitesse relative, induit une déformation élastique ou plastique, via une restructuration de l'organisation des monomères.
3. La fragmentation quand les vitesses relatives sont grandes. Les grains perdent alors, contrairement aux deux autres points, de la masse. L'énergie cinétique ne peut pas entièrement être dissipée par des déformations plastiques, et donc une partie de l'énergie cinétique sert à rompre les liaisons entre monomères.

On peut donc définir un seuil de vitesse à partir duquel les grains commencent à rebondir ou à fragmenter, que l'on appelle seuil de rebond ou de fragmentation. Les expériences de laboratoire en microgravité sont extrêmement compliquées et sujettes à quelques problèmes, que l'on abordera dans les sections 3.1.2 et 3.2.2, notamment les incertitudes liées aux propriétés de collage des grains. Par exemple, les études récentes (Yamamoto et al., 2014; Kimura et al., 2020; San Sebastián et al., 2020) montrent que les silicates sont beaucoup plus résistants que ce qui était inféré par Blum & Wurm (2000), Blum & Wurm (2008) et Güttler et al. (2009a). Blum & Wurm (2000), Blum & Wurm (2008) et Güttler et al. (2009a) ont réalisé différentes expérimentations et ont montré que les propriétés de collage et de fragmentation sont liées à la nature des grains et des matériaux qui les constituent, mais surtout aux matériaux volatils glacés qui recouvrent les grains (Vericel & Gonzalez, 2020). Les collisions entre grains de poussière ont également été réalisées de manière numérique en utilisant des simulations N-corps (Dominik & Tielens, 1997; Sirono, 2004; Wada et al., 2007). Ces études étaient compatibles avec les premiers résultats expérimentaux, mais certaines propriétés des grains en tant que paramètres d'entrée ne sont plus d'actualité, comme les énergies de surfaces des grains.

Dans tous les cas, le seuil de rebond ou de fragmentation, de quelques mètres à quelques dizaines de mètres par seconde, est rapidement atteint lorsque les tailles sont de l'ordre du millimètre au mètre. Ces barrières sont appelées barrières du rebond (Zsom et al., 2010; Windmark et al., 2012) et barrières de la fragmentation (Weidenschilling & Cuzzi, 1993; Stepinski & Valageas, 1996; Dominik & Tielens, 1997; Blum & Wurm, 2008).

Érosion et rupture par rotation

D'autres barrières ont été mises en lumière plus récemment. Il existe différents types d'érosion, tels que l'érosion collisionnelle (Schräpler & Blum, 2011) ou l'érosion éolienne (Paraskov et al., 2006; Rozner et al., 2020; Grishin et al., 2020). Dans le premier cas, un large agrégat est érodé, c'est-à-dire que des grains à sa surface sont éjectés, ce qui se traduit par une perte de masse due aux collisions successives avec d'autres grains

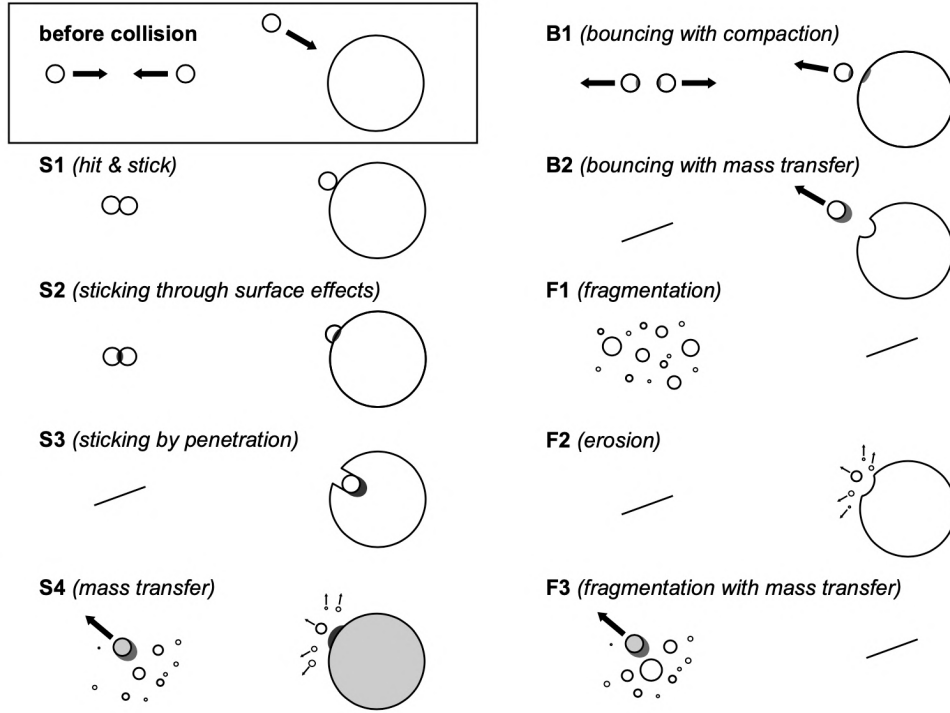


FIGURE 1.7 – Les différentes issues lors d’une collision pour deux grains identiques ou deux grains de masses très différentes. Les situations S1 à S4 correspondent à de la coagulation, les situations B1 et B2 à du rebond et les situations F1 à F3 à de la fragmentation (Güttler et al., 2009a).

beaucoup plus petits. Comme ces grains sont plus petits, ils sont mieux couplés au gaz, et donc ils orbitent à une vitesse plus proche du gaz, ce qui favorise les collisions avec un agrégat plus massif orbitant à une vitesse képlérienne. Les collisions arrachent ou projettent des grains liés à la surface. La modélisation de ce type d’érosion est complexe, car très souvent les collisions impliquent un transfert partiel de masse qui dépend du paramètre d’impact. Dans le second cas, c’est directement la friction du gaz sur l’agrégat qui est responsable de l’érosion. En effet, lorsque le flux de gaz est suffisamment important, certains grains peu liés à l’agrégat principal peuvent être arrachés. Les processus d’érosion interviennent dans la région la plus interne du disque ($< 2 - 3$ ua). Des grains de taille conséquente, typiquement de l’ordre du mètre ou plus, qui ont grossi à des distances plus grandes de l’étoile, dérivent vers celle-ci. Ces agrégats sont alors érodés, soit par le gaz, soit par des grains plus petits, ce qui donne naissance à une population de grains micrométriques à millimétriques. Dans ma thèse, je me suis intéressé à l’érosion éolienne (section 3.1.3) en implémentant le modèle de Rozner et al. (2020) et Grishin et al. (2020) dans deux codes différents (un code 1D et un code 3D). Il faut néanmoins noter que l’érosion n’intervient que si les grains ont réussi à survivre aux barrières précédentes en grossissant suffisamment rapidement.

Un autre processus qui permet également de détruire les grains est la rupture par rotation. Ce mécanisme de destruction a été introduit pour la première fois dans le contexte des agrégats poreux dans les disques protoplanétaires par Tatsuuma & Kataoka (2021). Le flux de gaz transmet aux grains un couple qui entraîne leur rotation. Lorsque la force centrifuge devient supérieure à la résistance maximale à la traction entre les monomères, les grains se brisent en éclats. Ils ont montré que la rupture par rotation pouvait détruire

des grains très poreux avant leur désolidarisation du gaz, ce qui n'est pas le cas pour les grains très compacts. Dans leur étude, [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) se concentrent sur la physique d'un unique agrégat, en prenant en compte le couple exercé par les photons et le gaz, en fixant la position d'un grain et sans tenir compte de certains régimes de compression. Dans ma thèse, j'ai utilisé leur modèle de rupture par rotation, en le combinant avec notre modèle de croissance, afin de comprendre l'impact de la rupture par rotation sur l'évolution des grains. J'ai montré que selon le niveau de turbulence dans le disque, les grains sont détruits soit par la fragmentation par collision, soit par la rupture par rotation. Ce phénomène est expliqué plus en détail dans les sections [3.2.4](#) et [6](#).

1.3.3 ... Et les solutions envisagées

Face aux nombreuses barrières qui empêchent la croissance, et paradoxalement, au nombre d'exoplanètes qui se sont formées dans des conditions très variées, de nombreuses solutions ont été envisagées. Cependant, aucune ne permet d'expliquer de manière indiscutable la formation de planétésimaux à partir d'une population de grains sous-millimétriques. Tout l'enjeu est de trouver une solution qui permet d'empêcher les grains de finir accrétés par l'étoile, généralement avec un maximum de pression, de leur permettre de surmonter les barrières de la fragmentation, de la rupture par rotation et de l'érosion pour former des planétésimaux, et ce, dans une région étendue du disque et sur des temps courts.

Vortex

Plusieurs solutions permettent de créer des pièges à poussières avec des maximums de pression locaux pour concentrer la poussière et ainsi former des planètes. C'est le cas des vortex. On peut citer, par exemple, les vortex issus d'une instabilité créée par la présence d'un gradient d'entropie, causé par la sédimentation des grains. Cette instabilité baroclinique permet de former des vortex verticaux dans le disque ([Klahr & Bodenheimer, 2003](#); [Loren-Aguilar & Bate, 2015a](#)). Les vortex anticycloniques ([Barge & Sommeria, 1995](#)), tels que ceux sur Jupiter, ont également été proposés. Mais aucun mécanisme permettant leur formation n'a donné satisfaction. [Meheut et al. \(2012\)](#) ont montré grâce à des simulations 3D qu'il est possible de former des vortex stables dans le temps, via l'instabilité de Rossby, ce qui permet de concentrer suffisamment de poussière avec une masse proche de celle de Mars. La concentration des poussières est par ailleurs très efficace, se faisant sur seulement quelques orbites.

Ligne de gel

Les grains de poussière présents dans un disque protoplanétaire sont composés de nombreuses espèces chimiques, chacune possédant une température de sublimation propre. La ligne de gel, ou front de condensation, correspond à la région spatiale où la température du gaz correspond à la température de sublimation d'une espèce chimique. Plus à l'intérieur, l'espèce est sous forme gazeuse, tandis qu'elle est sous forme solide plus loin. Les lignes de gel permettent de créer des maximums locaux de pression grâce à la sublimation des revêtements de glace, ce qui permet de concentrer les poussières ([Kretke & Lin, 2007](#); [Brauer et al., 2008b](#); [Drażkowska et al., 2014](#)). [Armitage et al. \(2016\)](#), [Drażkowska & Alibert \(2017\)](#) et [Hyodo et al. \(2019\)](#) ont aussi montré que la ligne de gel avait pour effet de ralentir la dérive de la poussière venant de l'extérieur et permettait une

accumulation de poussière, permettant ainsi de contourner la barrière de dérive et de fragmentation. Comme montré par [Drażkowska & Alibert \(2017\)](#) et [Vericel & Gonzalez \(2020\)](#), les éléments qui recouvrent un grain sont ceux qui changent les propriétés de collage/fragmentation. On suppose donc que les lignes de gel sont des lieux propices à la formation des planétésimaux en accumulant efficacement la poussière. Certaines lignes de gel, comme celle de l'eau, sont très difficiles à observer car elles sont proches de l'étoile. La résolution angulaire nécessaire n'est pour l'instant pas accessible avec les instruments actuels (une fraction d'arcseconde). En revanche, d'autres lignes comme celle du CO, sont beaucoup plus éloignées et donc plus faciles à observer, le seuil de résolution angulaire nécessaire étant beaucoup plus favorable, typiquement de l'ordre de l'arcseconde. Les émissions observées de DCO^+ et N_2H^+ ont été associées à la condensation de CO au niveau de la ligne de gel ([van 't Hoff et al., 2017](#); [Qi et al., 2019](#)). Ce traceur a donc permis l'observation de la ligne de gel du CO dans de nombreux systèmes ([Qi et al., 2013](#); [Macías et al., 2017](#)). Cependant, des observations récentes ont mis en évidence qu'il n'y a pas forcément de corrélation entre les lignes de gel et les lieux d'accumulation de la poussière ([Andrews et al., 2018](#); [Huang et al., 2018](#)). Le mécanisme n'en reste pas moins très intéressant car il ne requiert pas de conditions préalables particulières.

Piège à poussière auto-induit

Les pièges à poussière auto-induits sont un mécanisme qui permet de piéger et collecter la poussière sans structure pré-existante. Ce mécanisme découvert par [Gonzalez et al. \(2017\)](#) considère la rétroaction de la poussière, souvent négligée car le rapport poussière/gaz est faible (typiquement de 1%). Cependant, cette rétroaction permet de freiner la poussière dans sa dérive vers l'étoile et d'accumuler la poussière dans certaines régions du disque. L'accumulation de la poussière permet d'augmenter les effets de la rétroaction de la poussière sur le gaz, ce qui crée un maximum de pression local et piège les poussières dérivant des régions externes. Ce mécanisme a été étudié dans le cas des lignes de gel par [Vericel & Gonzalez \(2020\)](#) et dans un autre code hydrodynamique ([Vericel et al., 2021](#)). Le phénomène est décrit en détail section [2.4.2](#).

Instabilité d'écoulement

L'instabilité d'écoulement⁵ est une instabilité hydrodynamique qui apparaît entre deux fluides et a été découverte par [Youdin & Goodman \(2005\)](#). Cette instabilité est causée par la friction entre le gaz et la poussière, lorsque le rapport poussière/gaz local est élevé (typiquement de l'ordre de 0.1-1 ou plus), et que le couplage de la poussière est marginal, ce qui permet de former directement des planétésimaux par concentration de la poussière dans des filaments via leur effondrement gravitationnel ([Johansen & Youdin, 2007](#)), comme montré à la figure [1.8](#). Cela résout donc théoriquement le problème des barrières puisque ce mécanisme permet de toutes les contourner. La croissance linéaire de l'instabilité a été largement étudiée analytiquement ([Youdin & Goodman, 2005](#); [Youdin & Johansen, 2007](#); [Jacquet et al., 2011](#); [Auffinger & Laibe, 2018](#)), tandis que la partie non linéaire a été étudiée à l'aide de simulations utilisant des boîtes de cisaillement ([Johansen & Youdin, 2007](#); [Yang et al., 2017](#); [Schäfer et al., 2017](#); [Li et al., 2019b](#)). Cependant, [Youdin & Goodman \(2005\)](#) montre qu'il faut une viscosité turbulente faible pour que l'instabilité se développe, sans quoi la turbulence mélange le gaz localement

5. Streaming instability en anglais

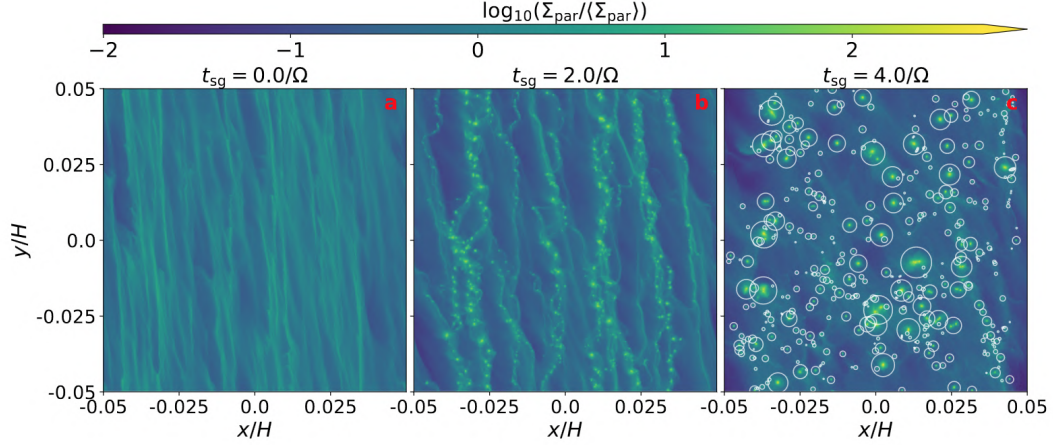


FIGURE 1.8 – Simulation numérique de l’instabilité d’écoulement (dans une boîte de cisaillement) pour trois temps différents. Les axes x et y correspondent aux axes r et θ normalisés par la hauteur H du disque, la couleur donne la densité de colonne normalisée par la densité de colonne initiale. Les 3 panneaux correspondent à $t = 0$, lorsque l’auto-gravité des particules est activée, $t \approx 600$ ans et $t \approx 1200$ ans. On remarque que la structure filamentaire s’effondre rapidement pour donner naissance à de nombreux "grumeaux". (Güttler et al., 2019).

plus vite que l’instabilité ne concentre la poussière. Auffinger & Laibe (2018) trouvent que l’instabilité peut se développer à des viscosités plus élevées si les grains sont piégés dans un maximum de pression. Carrera et al. (2015) et Yang et al. (2017) ont aussi montré que le nombre de Stokes, qui décrit le couplage poussière/gaz, doit nécessairement être plus grand que 10^{-3} pour que l’instabilité puisse commencer à se développer. Ce nombre doit être revu à la hausse car des simulations à haute résolution montrent que même dans un maximum de pression, les grains millimétriques sont incapables de former des agglomérats alors même que toutes les conditions pour leur formation sont théoriquement réunies (Carrera & Simon, 2022). De plus, bien que les simulations prenant en compte plusieurs tailles de grains montrent que la convergence est assurée pour la partie linéaire de l’instabilité (Zhu & Yang, 2021; Schaffer et al., 2021), ce n’est pas le cas lorsque la partie non-linéaire est prise en compte (Yang & Zhu, 2021), ce qui remet en question la pertinence de l’instabilité d’écoulement lorsqu’on modélise plus fidèlement une portion de disque. L’instabilité d’écoulement permet néanmoins d’expliquer la formation de certains corps rocheux du système solaire et la démographie observée (Li et al., 2019b). Mais il est probable que dans un disque, les poussières grossissent par coagulation et surpassent les barrières de dérive radiale et de fragmentation dans des pièges à poussière, et que l’instabilité d’écoulement opère dans d’autres zones (Rucska & Wadsley, 2023).

Porosité

La solution que j’ai étudiée dans ma thèse pour tenter de résoudre les problèmes théoriques de la formation planétaire est celle de la porosité des grains, dont certains exemplaires sont montrés à la figure 1.9. En effet, la porosité est rarement prise en compte (Weidenschilling, 1977; Nakagawa et al., 1986; Barrière-Fouchet et al., 2005; Brauer et al., 2008a; Laibe et al., 2008; Drażkowska et al., 2014; Gonzalez et al., 2015; Vericel et al., 2021), très souvent par simplicité, pour modéliser la poussière. Cependant, la porosité

change les propriétés du couplage entre le gaz et la poussière, et joue donc un rôle très important dans l'évolution des grains de poussière (Ormel et al., 2007; Suyama et al., 2008; Okuzumi et al., 2009; Suyama et al., 2012; Okuzumi et al., 2012; Kataoka et al., 2013; Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020). En effet, pour une masse donnée, les grains poreux ont une section efficace de collision plus grande que leurs homologues compacts, ce qui leur permet de grossir plus vite et de se découpler rapidement du gaz à de grandes tailles, assurant leur survie dans le disque. Garcia (2018) a aussi montré que les grains poreux étaient moins sensibles à la fragmentation (alors qu'intuitivement, on pourrait penser qu'ils sont plus fragiles), menant à la formation de planétésimaux via la coagulation. Les premières expérimentations en laboratoire par Chokshi et al. (1993) ont montré que les agrégats grossissent par coagulation et forment des structures poreuses, avec des vitesses de collisions faibles. Cependant, les expériences en microgravité étant complexes à mettre en place, la croissance des agrégats n'est possible que jusqu'à quelques centaines de micromètres. Pour explorer à des tailles plus grandes, les expériences numériques sont nécessaires (Blum & Wurm, 2000; Dominik & Tielens, 1997; Wada et al., 2007; Suyama et al., 2008; Wada et al., 2009; Suyama et al., 2012; Seizinger et al., 2012; Tatsuuma et al., 2019).

Les mesures réalisées sur les comètes montrent que la densité de ces objets, composés principalement de glace et de silicates poreux, est très faible. Güttler et al. (2019) ont réalisé une synthèse des observations de la comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko. Différentes populations d'agrégats existent, que l'on peut découper grossièrement en trois catégories.

- Des grains très compacts à la surface très irrégulière, dont les tailles varient de 10 nm à 100 μm . C'est dans cette catégorie que se trouvent les monomères, particules solides constituant les agrégats plus gros.
- Des agrégats fractals, tels que les chaînes de monomères, d'une taille comprise entre quelques micromètres et quelques dizaines de micromètres, et une dimension fractale inférieure à 2 pour une porosité supérieure à 95%. On pense que ce type d'agrégat est présent à la surface des disques (Tazaki et al., 2023).
- Des agrégats poreux, avec une porosité comprise entre 10% et 95%, d'une taille comprise entre quelques micromètres et quelques centimètres. C'est le groupe le plus courant, dont il faut expliquer la formation.

Bien entendu, la réalité n'est pas aussi simple, puisque les agrégats sont généralement une combinaison des trois groupes. La densité moyenne de la comète est estimée à 785 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, mais ses constituants ont des densités différentes, comme les particules plutôt compactes avec des densités avoisinant les 4000 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, tandis que d'autres agrégats très poreux ont des densités comprises entre 100 et 1000 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (Güttler et al., 2019).

Il existe aussi d'autres mesures sur les astéroïdes et météorites (Consolmagno et al., 2008; Li et al., 2019a), mais elles ne sont pas exhaustives sur les différentes tailles et porosités, et sont donc d'intérêt moindre pour cette thèse. De plus, l'altération produite par la rentrée atmosphérique ne permet pas d'être catégorique sur la distribution spatiale de la matière avant la rentrée. Cependant, il existe des missions de retour d'échantillons. La sonde *Hayabusa 2* de la JAXA a visité l'astéroïde Ryugu, les échantillons sont revenus sur Terre et sont en cours d'analyse. La sonde *OSIRIS-REx* de la NASA a visité l'astéroïde Bénou, et les échantillons sont aussi revenus sur Terre. Il faut donc attendre l'analyse de ces échantillons pour en apprendre plus sur la distribution en taille, la porosité et la composition des poussières constituant ces astéroïdes et compléter nos connaissances des petits corps du système solaire, principalement limitées pour l'instant à la comète 67P.

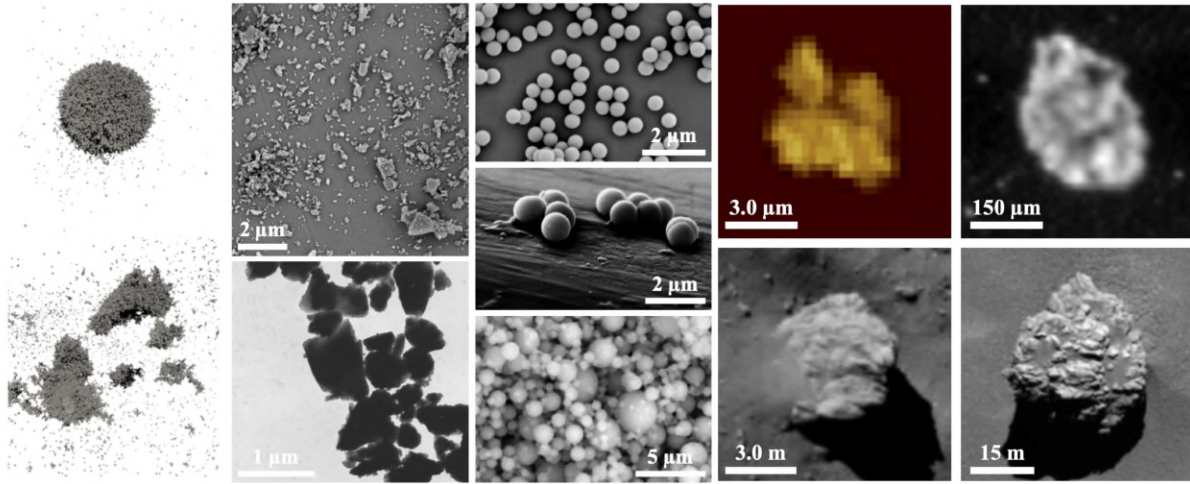


FIGURE 1.9 – **Gauche** : Agrégats poreux simulés numériquement après collision. Selon la vitesse relative lors de la collision, l’agrégat perd soit quelques monomères, soit se fragmente complètement (Seizinger et al., 2012). **Milieu et droite** : Différents agrégats plus ou moins poreux produits en laboratoire sur les cinq panneaux du milieu et observés sur la comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko pour les quatre panneaux de droite (Güttler et al., 2019).

Les observations récentes de disques montrent aussi que pour expliquer les SED et les mesures polarimétriques, il faut prendre en compte la porosité. Un des premiers essais pour expliquer l’apparence des disques avec des grains poreux a été réalisé par Kirchschlager & Wolf (2014). Les observations polarimétriques (Kataoka et al., 2015, 2016, 2019; Tazaki et al., 2019) montrent que les grains n’excèdent pas des tailles millimétriques et que les grains doivent être poreux pour expliquer les observations. La taille des monomères est d’environ 200 nm, pour expliquer le flux de lumière polarisée (Tazaki & Dominik, 2022). Une taille plus grande ne permet pas de rendre compte de la polarisation à certaines longueurs d’onde, tandis que des monomères trop petits ne rendent pas compte du degré de polarisation assez faible mesuré. Tazaki et al. (2023) ont montré que les petits grains, qui se situent à la surface des disques, sont des agrégats fractals ou poreux sans quoi les SED ne peuvent pas être reproduites. Guidi et al. (2022) ont montré que la SED du disque de HD 163296 était mieux reproduite avec des grains plutôt compacts (porosité inférieure à 20%). Cependant, Kataoka et al. (2016) et Zhang et al. (2023) montrent que justement, pour expliquer la SED du disque HL Tau sur l’ensemble du disque (20 à plus de 100 ua), il faut des agrégats poreux. Les meilleurs modèles compatibles avec les observations donnent des grains avec une porosité de 90% et un produit taille par facteur de remplissage maximum plus grand que 100-300 μm, soit des grains d’une taille de plus de 1-3 mm pour la partie interne du disque. Cependant, des grains plus compacts ou plus poreux, ou un mélange de grains compacts et poreux, permettent aussi d’expliquer partiellement la SED et les mesures polarimétriques. Comme le soulignent Zhang et al. (2023), la sédimentation des grains peut aussi jouer sur la taille et la porosité qui permettent de s’ajuster aux mesures. Comprendre la répartition verticale de la poussière avec porosité est donc crucial pour mieux comprendre les observations. Cette partie sera très largement détaillée dans le chapitre 3, notamment la façon dont on modélise la porosité.

Autres solutions

De nombreuses autres solutions ont été proposées car il existe tout un champ d'instabilités hydrodynamiques dans les disques protoplanétaires. Une instabilité différente a récemment été mise en évidence par [Tominaga et al. \(2021\)](#) : l'instabilité de coagulation. Dans ce mécanisme, l'instabilité apparaît naturellement car le taux n'est pas parfaitement homogène. Dans certaines régions, les grains vont grossir plus vite que d'autres situées légèrement plus loin ou plus proches de l'étoile. Cela se traduit par une vitesse radiale de dérive perturbée. Cette perturbation mène alors à une augmentation locale de la densité de poussière et du taux de croissance, et qui se développe sur des temps assez courts de l'ordre de quelques dizaines d'orbites.

D'autres solutions comme les abords des sillons planétaires permettent de piéger la poussière efficacement ([Paardekooper & Mellema, 2004](#); [Fouchet et al., 2007](#); [Zhu et al., 2012](#); [Pinilla et al., 2012](#); [Dipierro & Laibe, 2017](#)). Cependant, même si ce mécanisme permet la formation de planètes, il ne répond pas à la question de la formation planétaire puisqu'il faut déjà la présence de la planète pour qu'il apparaisse. Enfin, la magnétohydrodynamique permet aussi la création de zones mortes dans le disque où la turbulence est plus faible, par amortissement ohmique, (par exemple [Gammie, 1996](#); [Matsumura & Pudritz, 2003](#)).

1.4 Le système solaire, structure et scénario de formation

Le système solaire constitue le premier laboratoire pour étudier et contraindre les modèles de formation planétaire grâce à sa grande diversité, mais aussi par son caractère unique et ses multiples possibilités d'étude y compris in situ.

1.4.1 Structure et composition

Le système solaire est composé d'une étoile unique, le Soleil, de type spectral G2V, appartenant à la séquence principale. Le Soleil, âgé d'environ 4,5 milliards d'années, regroupe ainsi 99% de la masse du système solaire. Huit planètes orbitent autour du Soleil, ainsi que plusieurs planètes naines (officiellement reconnues au nombre de cinq, dont la déchuée Pluton). Leurs caractéristiques sont données dans le tableau 1.1. On peut classer les planètes en deux catégories distinctes :

1. **Planètes telluriques** : ce sont Mercure, Vénus, la Terre et Mars. Elles sont dotées d'un noyau principalement constitué de fer liquide-solide, et entourées d'un manteau plus ou moins épais de roches silicatées. Les éléments les plus légers comme H_2 ou He n'ont pas pu être retenus par le champ gravitationnel de la planète, tandis que des éléments comme N_2 , CO_2 , O_2 , etc. ont été retenus. En revanche, Mercure ne possède pas d'atmosphère à cause de sa faible masse et de sa proximité avec le Soleil, et Mars a une atmosphère ténue, possiblement balayée par les vents solaires à cause du manque de champ magnétique et de sa faible masse.
2. **Planètes géantes** : ce sont Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Elles sont beaucoup plus massives que les planètes telluriques. On peut diviser les planètes géantes en deux sous-catégories. Jupiter et Saturne sont qualifiées de planètes géantes gazeuses, car elles sont riches en hydrogène et en hélium et contiennent peu d'élé-

ments lourds. Uranus et Neptune sont qualifiées de planètes géantes glacées, car en plus d’être riches en hydrogène et en hélium, elles contiennent une grande quantité d’éléments plus lourds comme l’eau, l’ammoniac ou le méthane.

TABLE 1.1 – Caractéristiques principales : nom, masse, rayon et demi-grand axe des 8 planètes du système solaire ainsi que des 5 planètes naines, en unité terrestre pour la masse et la taille.

Nom	$M_p (M_{\oplus})$	$R_p (R_{\oplus})$	a (ua)
Mercure	0.06	0.38	0.39
Venus	0.82	0.95	0.72
Terre	1.0	1.0	1.0
Mars	0.11	0.53	1.52
Jupiter	317.8	11.2	5.2
Saturne	95.1	9.5	9.5
Uranus	14.6	4.0	19.2
Neptune	17.2	3.88	30.1
Cérès	0.16×10^{-3}	0.075	2,77
Pluton	2.2×10^{-3}	0.186	39,48
Hauméa	0.67×10^{-3}	0.195	43,12
Makémaké	0.52×10^{-3}	0.225	45,43
Éris	2.8×10^{-3}	0.365	67,86

De plus, il y a une distinction spatiale, puisque les planètes telluriques sont proches du Soleil, tandis que les géantes sont beaucoup plus éloignées. Les planètes telluriques sont aussi très peu dotées en satellites, trois au total : la Lune pour la Terre, Phobos et Deimos pour Mars. À l’inverse, Jupiter possède 92 satellites, dont 4 très massifs qui sont Io, Europe, Ganymède et Callisto, dont les deux derniers sont plus grands que Mercure et Mars. Saturne possède le plus grand nombre de satellites, avec 145 corps reconnus, dont les plus connus sont Encelade, Mimas et Titan, seule lune possédant une atmosphère complexe et développée, dotée de saisons. Viennent ensuite Uranus et Neptune, avec respectivement 27 et 14 lunes, dont beaucoup restent à découvrir car elles sont difficiles à observer. On compte aussi de nombreux grands corps, comme les planètes naines : Cérès, Pluton, Hauméa, Makémaké et Éris, principalement composés de roches silicatées et de beaucoup de glaces, excepté peut-être Cérès, bien que certains suggèrent la présence d’un océan ([Castillo-Rogez et al., 2020](#)). D’autres corps sont candidats, comme Sedna, Quaoar ou Orcus, et ont un rayon de plus de 900 km. La plupart de ces corps possèdent aussi des satellites plus ou moins gros, très probablement des corps capturés et piégés par le champ gravitationnel de ces planètes naines. En plus de ces objets, on compte deux ceintures d’astéroïdes, la ceinture d’astéroïdes principale entre Mars et Jupiter, et l’autre au-delà de Pluton, appelée la ceinture de Kuiper d’où sont originaires une partie des comètes. Les corps de la ceinture entre Mars et Jupiter sont principalement constitués de métaux, alors que les corps de la ceinture de Kuiper sont très riches en glaces (eau, ammoniac, méthane, etc.).

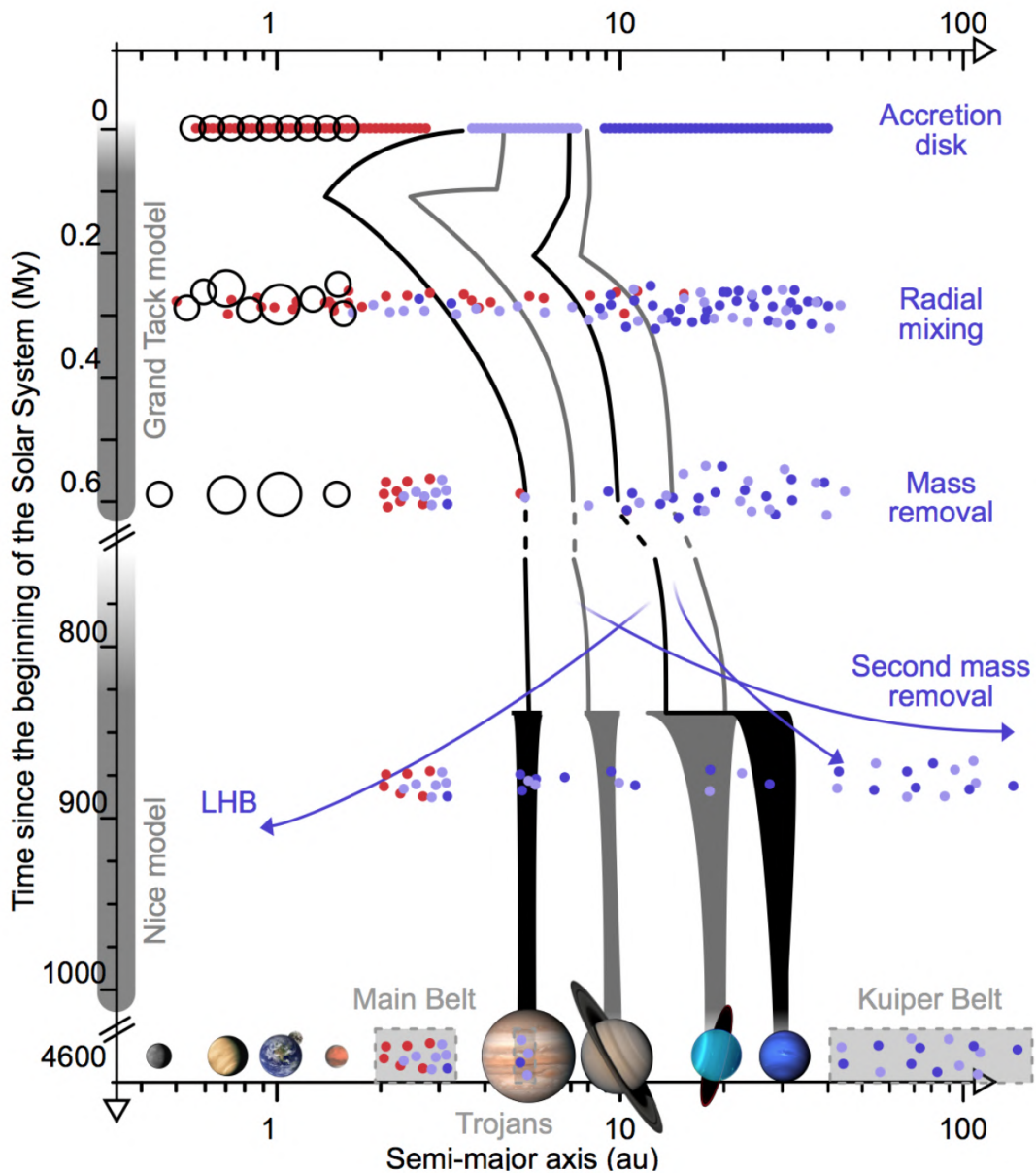


FIGURE 1.10 – Schéma des effets de la migration protoplanétaire sur les ceintures d'astéroïdes, à travers les modèles de la "Grande virée de bord" et de Nice. Les planètes Jupiter et Saturne migrent d'abord vers l'étoile avant de migrer vers l'extérieur. Neptune et Uranus font de même plus tardivement. Cette migration permet d'apporter des éléments comme l'eau des régions externes. Puis Jupiter et Saturne entrent en résonance, provoquant la migration et l'ordre des planètes connus à l'heure actuelle, en projetant de nouveau des objets dans les régions internes (DeMeo & Carry, 2014).

1.4.2 Scénario de formation

Le principal modèle qui explique de manière satisfaisante la formation du système solaire est le modèle de la "Grande virée de bord"⁶, proposé par [Walsh et al. \(2011\)](#) et [Walsh et al. \(2012\)](#). Dans ce scénario, la migration radiale vers l'intérieur de Jupiter et de Saturne tronque le disque de planétésimaux à l'origine des planètes internes telluriques à 1 ua. Jupiter et Saturne se formeraient respectivement à 3,5 et 4,5 ua, migrent à cause des interactions planètes-disque jusqu'à ce que Jupiter atteigne 1,5 ua ([Pierens & Raymond, 2011](#)). À ce moment, Jupiter et Saturne rentrent en résonance orbitale 3 : 2, ce qui stoppe leur migration vers l'intérieur, et elles commencent à migrer vers l'extérieur. Le disque étant moins dense en gaz dans la région extérieure qu'à l'intérieur, on a un différentiel de couple de freinage exercé sur Jupiter et Saturne qui les "tire" vers l'extérieur. Comme montré sur la figure 1.10, cette migration permet aussi d'apporter l'eau dans les régions internes et d'expliquer son abondance comme sur Terre, qui s'est formée à l'intérieur de la ligne de gel. L'anneau de planétésimaux internes restant s'étend entre 0,7 et 1 ua, lieu de naissance de la Terre et de Vénus, tandis que Mercure et Mars se forment à partir des restes qui se sont diffusés de cet anneau ([Hansen, 2009](#)). Ce modèle permet donc d'expliquer la faible masse de Mars, la structure de la ceinture d'astéroïdes ([Raymond & Izidoro, 2017](#)) et la position initiale des planètes Jupiter et Saturne pour le modèle de Nice.

Avec ce modèle de Nice, [Morbidelli et al. \(2005\)](#), [Tsiganis et al. \(2005\)](#) et [Gomes et al. \(2005\)](#) expliquent la morphologie du système solaire externe, en établissant un lien entre le modèle de la "Grande virée de bord" et la distribution actuelle des planètes géantes. La position de la ceinture de Kuiper, située entre 30 et 55 ua, impose des contraintes sur la formation des géantes glacées. En effet, Neptune se serait initialement formée à environ 7 ua et Uranus à 8 ua, avant de migrer respectivement à 12 et 16 ua. Les orbites des quatre planètes, après avoir fini leur migration vers l'extérieur, se trouvent sur des orbites très serrées (5.5, 8, 12 et 16 ua). Le gaz s'est dissipé et leur formation est terminée, et un disque de planétésimaux d'une masse de $35 M_{\oplus}$ subsiste à 35-40 ua. Les interactions gravitationnelles entre ces disques et les planètes géantes font lentement migrer Jupiter vers le Soleil, et les trois autres vers l'extérieur. Lorsque Jupiter et Saturne se retrouvent en résonance gravitationnelle 2 : 1, l'excentricité de leurs orbites augmente, ce qui déstabilise les géantes glacées, les faisant migrer vers des régions plus éloignées et inversées leur position. Leur migration provoque la déstabilisation du disque de planétésimaux, qui sont éjectés vers les régions internes et externes du système solaire. Ce mécanisme permet d'expliquer l'ordre et les distances des planètes telles qu'on les connaît aujourd'hui. Cela explique également le "Bombardement tardif" il y a 3,8 milliards d'années, dont certains corps comme la Lune ou Mercure portent encore les stigmates.

1.5 Objectifs de la thèse

Comme montré dans cette introduction, le paradigme de la formation planétaire postule que les agrégats de poussières grossissent de tailles micrométriques pour former des galets centimétriques et atteindre les tailles d'objets kilométriques que sont les planétésimaux. Cependant, si la formation de planètes à partir d'une population de planétésimaux est bien comprise, la croissance d'agrégats vers les tailles kilométriques reste probléma-

6. Grand track en anglais.

tique. Les observations réalisées avec les instruments récents montrent des disques structurés, contenant parfois des protoplanètes. C'est donc que malgré toutes les barrières qui entravent la coagulation des grains, la poussière grossit et survit assez longtemps dans un disque. En prenant en compte la porosité et son modèle d'évolution, et en complétant ce modèle par de nouveaux processus physiques liés à la poussière, on se propose ici de montrer si les conditions requises pour, soit la croissance de grains jusqu'à des tailles kilométriques, soit le développement d'instabilités, sont atteintes. Dans les deux cas, un disque fin et enrichi en poussières millimétriques à centimétriques est nécessaire pour permettre à ces mécanismes de prendre place. Afin d'essayer d'expliquer la formation de planétésimaux, cette thèse a donc pour objectifs :

1. Implémenter et tester le modèle de porosité tout en améliorant la physique des grains par l'ajout de nouveaux phénomènes afin d'avoir une description plus complète et réaliste. Le code utilisé sera PHANTOM (Price et al., 2018), un code hydrodynamique SPH public, collaboratif, plus moderne et efficace que le code SPH LyonSPH utilisé dans l'équipe (Barrière-Fouchet et al., 2005; Laibe et al., 2008; Gonzalez et al., 2015; Garcia & Gonzalez, 2020). Le but est de réaliser de nouvelles simulations de grains poreux plus détaillées et de comprendre la distribution spatiale de la porosité, ainsi que l'évolution couplée de la porosité, de la taille et de l'altitude des grains.
2. Compléter le modèle d'évolution de la porosité des grains, en essayant de modéliser et d'inclure le maximum d'effets physiques possibles pour réaliser des simulations aussi réalistes que possible et de montrer quels phénomènes sont déterminants.
3. Développer un code 1D permettant de facilement comprendre et interpréter l'évolution de grains poreux selon les mécanismes en jeu.
4. Déterminer l'épaisseur des plans médians en fonction de la porosité, afin de permettre des comparaisons avec les observations.
5. Vérifier si et où la porosité permet la formation, par coagulation, de planétésimaux, par exemple dans des pièges à poussière, ou si les conditions nécessaires pour déclencher certaines instabilités telles que l'instabilité d'écoulement sont atteintes.

Chapitre 2

Modélisation d'un disque

A theory has only the alternative of being right or wrong. A model has a third possibility : it may be right, but irrelevant.

Manfred Eigen.

La formation planétaire prend place au sein d'un disque de gaz et de poussière résultant de la formation stellaire, il est donc nécessaire de comprendre en premier lieu la physique des disques d'accrétion, théorisé dans les années 1970 par [Safronov \(1972\)](#). Dans ce chapitre, nous allons nous atteler à déterminer la structure d'un disque protoplanétaire et son évolution au cours du temps. Nous détaillerons ensuite la physique de la poussière, son interaction avec le gaz, sa croissance ainsi que les modèles mis en place pour décrire ces processus très complexes.

2.1 Structure d'un disque protoplanétaire

Dans cette partie, nous allons déterminer la structure d'un disque en équilibre, que nous supposons pour l'instant composé uniquement de gaz.

2.1.1 Structure hydrodynamique

Pour décrire un disque d'accrétion, nous allons utiliser les équations de Navier-Stokes qui décrivent le comportement d'un fluide, et l'équation de Poisson pour la gravité. Cependant, la physique d'un disque étant très complexe par nature, nous allons faire quelques hypothèses pour pouvoir résoudre ces équations.

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_g \vec{v}_g) = 0, \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + (\vec{v}_g \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_g = \frac{\vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\sigma}}}{\rho_g} - \vec{\nabla} \Phi, \quad (2.1b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{v}_g \cdot \vec{\nabla}) u = \frac{P}{\rho_g} \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_g - \Lambda, \quad (2.1c)$$

avec ρ_g et \vec{v}_g la densité et vitesse du gaz, et Φ le potentiel gravitationnel par unité de masse. $\bar{\bar{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes, u l'énergie interne par unité de masse, P la pression, et Λ le terme de chauffage ou de refroidissement par unité de masse. Nous devons donc, pour résoudre ces équations, déterminer le potentiel $\Phi = \Phi_* + \Phi_{\text{disque}}$ et calculer le

tenseur des contraintes, qui peut être scindé en une partie statique (la pression) et une partie dynamique (déviateur),

$$\sigma^{ij} = -P\delta^{ij} + \tau^{ij}, \quad (2.2a)$$

$$\tau^{ij} = \mu \left[\frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v^k}{\partial x^k} \delta^{ij} \right] + \zeta \frac{\partial v^k}{\partial x^k} \delta^{ij}, \quad (2.2b)$$

avec $\bar{\tau}$ le tenseur déviateur, μ la viscosité dynamique et ζ la viscosité de volume. À première vue, ces équations ne peuvent être résolues dans leur état que numériquement. Pour saisir la physique qui se cache derrière, nous allons faire quelques simplifications. On se place dans les coordonnées cylindriques (r, φ, z) centrées sur l'étoile, système le plus naturel pour étudier un disque, avec r la composante radiale, φ la composante azimutale et z la hauteur :

- Le disque est considéré comme stationnaire ($\partial_t = 0$) pour le moment, nous décrivons l'évolution dans la section 2.2.
- On utilise l'approximation des disques fins, avec le rapport d'aspect H_g/r du disque, c'est-à-dire son épaisseur H_g à une distance r de l'étoile donnée, petit devant 1 ($H_g/r \ll 1$).
- Le disque est axisymétrique, donc $\partial_\varphi = 0$, $\vec{v}_g = \vec{v}_g(r, z)$, $P = P(r, z)$, $\Phi_* = \Phi_*(r, z)$.
- La structure verticale du disque est découplée de la structure radiale et azimutale. Le profil de température peut être modélisé en loi de puissance, $T_g \propto r^{-q}$, ce qui nous permet d'ignorer l'équation (2.1c).
- Le disque a une masse bien inférieure à celle de l'étoile $M_{\text{disque}} \ll M_*$, ce qui signifie que $\Phi \simeq \Phi_*$. Cette hypothèse est justifiée pour la majorité des disques ($M_{\text{disque}} \approx 1\% M_*$). Seul des disques très jeunes et encore très massifs brisent cette hypothèse.
- Nous supposons le disque non visqueux pour l'instant (nous reviendrons sur cette hypothèse dans la section 2.2), c'est-à-dire $\mu = \zeta = 0$.
- On modélise le gaz du disque comme étant un gaz parfait.

Structure verticale

Intéressons-nous à la structure verticale du disque obtenue par la composante z de l'équation 2.1b, qui devient l'équation d'Euler verticale

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi_*}{\partial z}. \quad (2.3)$$

Le potentiel gravitationnel dans le cas où la distance d est plus grande que le rayon de l'étoile R_* s'écrit simplement :

$$\Phi_* = -\frac{GM_*}{d} = -\frac{GM_*}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (2.4)$$

En prenant sa dérivée selon z , puis en utilisant le fait que le rapport d'aspect du disque est petit devant 1 (on a donc $z \ll r$), on obtient en faisant apparaître la fréquence képlérienne Ω_K :

$$\frac{\partial \Phi_*}{\partial z} = \frac{zGM_*}{(r^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (2.5)$$

$$\simeq \frac{zGM_*}{r^3}, \quad (2.6)$$

$$= z\Omega_K^2. \quad (2.7)$$

En supposant le disque verticalement isotherme et optiquement mince ($T_g(z) = \text{cst}$), on en déduit que la vitesse du son isotherme est aussi indépendante de la coordonnée z .

$$c_g = \sqrt{\frac{k_B T_g}{\mu m_H}}, \quad (2.8)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, μm_H est la masse moléculaire moyenne du mélange de gaz. Les données observationnelles du milieu interstellaire montrent que $\mu = 2.32$ (Bell et al., 1997) pour un mélange de gaz en grande partie constitué d'hydrogène moléculaire, d'hélium et de métaux, dans les proportions suivante : 71.1 % de dihydrogène, 27.41 % d'hélium et 1.49 % de métaux (tous les autres éléments) (Lodders, 2003). Avec l'équation d'état $P = c_g^2 \rho_g$ des gaz parfaits, et en réarrangeant l'équation (2.3),

$$\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \rho_g}{\partial z} = -\frac{\Omega_K^2}{c_g^2} z = -\frac{z}{H_g^2}, \quad (2.9)$$

avec la hauteur caractéristique H_g du disque relié à la vitesse du son et la vitesse orbitale v_K par

$$\frac{H_g}{r} = \frac{c_g}{\Omega_K r}, \quad (2.10)$$

$$= \frac{c_g}{v_K}, \quad (2.11)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{M}}. \quad (2.12)$$

On remarque que le rapport d'aspect H_g/r est directement lié au nombre de Mach \mathcal{M} . Le rapport d'aspect des disques d'accrétion étant très petit ($H_g/r \ll 1$, selon notre hypothèse), cela implique que le gaz orbite à une vitesse supersonique ($\mathcal{M} \gg 1$). En intégrant l'équation (2.9), on obtient alors

$$\rho_g = \rho_{g,0} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right) \quad (2.13)$$

avec $\rho_{g,0} = \rho_g(r, z = 0)$ la densité à $z = 0$. En utilisant la définition de la densité de colonne (aussi appelée densité de surface),

$$\Sigma_g(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{g,0} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right) dz, \quad (2.14)$$

$$= \rho_{g,0} H_g \sqrt{2\pi}, \quad (2.15)$$

On obtient donc l'équation du profil de densité du disque isotherme, qui est une gaussienne :

$$\rho_g(r, z) = \frac{\Sigma_g(r)}{\sqrt{2\pi} H_g} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right). \quad (2.16)$$

Bien que ce modèle soit quelque peu simpliste, il permet de saisir la physique de la structure verticale en reliant l'épaisseur, la vitesse orbitale ainsi que la température.

Mouvements azimutaux

Maintenant que l'on connaît la structure verticale de notre disque, intéressons-nous plus en détail à sa structure radiale. En repartant de l'équation (2.1b) et ne prenant que la composante radiale, on obtient après simplifications,

$$\frac{v_{g,\varphi}^2}{r} = \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \Phi_*}{\partial r}. \quad (2.17)$$

On remarque tout d'abord que la gravité n'est pas le seul soutien à la rotation du gaz dans le disque. En effet, le gaz ressentant sa propre pression, la vitesse orbitale s'en trouve réduite. En utilisant la définition de Ω_K , v_K et l'équation d'état, on trouve en utilisant aussi le fait que $z \ll r$:

$$v_{g,\varphi}^2 = \frac{r}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial r} + r^2 \frac{GM_*}{(r^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (2.18)$$

$$\cong \frac{r}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{GM_*}{r}, \quad (2.19)$$

$$= \frac{c_g^2 r}{P} \frac{\partial P}{\partial r} + v_K^2, \quad (2.20)$$

$$= v_K^2 \left(1 + \frac{c_g^2}{v_K^2} \frac{r}{P} \frac{\partial P}{\partial r} \right), \quad (2.21)$$

$$= v_K^2 \left(1 + \frac{H_g^2}{r^2} \frac{\partial \ln(P)}{\partial \ln(r)} \right), \quad (2.22)$$

$$= v_K^2 (1 - 2\eta). \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

La vitesse du gaz est donc

$$v_{g,\varphi} = v_K \sqrt{(1 - 2\eta)} < v_K. \quad (2.25)$$

On appelle η le paramètre sous-képlérien, qui mesure l'équilibre entre les forces de gravité et de pression (ou gradient de pression adimensionné).

$$\eta = -\frac{1}{2} \frac{H_g^2}{r^2} \frac{\partial \ln(P)}{\partial \ln(r)}. \quad (2.26)$$

Dans un disque protoplanétaire, la pression, maximale proche du bord interne, décroît lorsqu'on s'éloigne de l'étoile. Le gradient de pression ($\partial \ln(P)/\partial \ln(r)$) est alors négatif, et donc η est positif. Le rapport d'aspect étant petit ($H_g/r \ll 1$), η est donc lui aussi petit ($\partial \log P/\partial \log r \sim \mathcal{O}(1)$), et la correction apportée à la vitesse orbitale est petite ce qui permet de faire l'approximation :

$$v_{g,\varphi} \simeq v_K (1 - \eta). \quad (2.27)$$

Avec $H_g/r \approx 0.06$, on trouve $\eta = 0.005$, soit

$$v_{g,\varphi} \approx 0.995 v_K \gg c_g, \quad (2.28)$$

avec $v_K \approx 10^4 \text{ m.s}^{-1}$ et $c_g \approx 10^2 \text{ m.s}^{-1}$. Dans le cas du gaz, cette faible différence de vitesse vis-à-vis de la vitesse képlérienne est négligeable. Cependant, comme on le verra dans le chapitre 3, cette différence est primordiale dans l'évolution de la poussière dans les disques protoplanétaires.

2.1.2 Disque en loi de puissance

Pour modéliser simplement un disque protoplanétaire, la communauté scientifique utilise généralement une formulation en loi de puissance pour décrire les profils radiaux en densité de colonne et en température avec respectivement les indices p et q .

$$\Sigma_{\text{g}} = \Sigma_{\text{g},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-p}, \quad (2.29)$$

$$T_{\text{g}} = T_{\text{g},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-q}, \quad (2.30)$$

avec $\Sigma_{\text{g},0}$ et $T_{\text{g},0}$ la densité de surface et la température de référence à une distance r_0 donnée. On peut donc calculer la masse d'un disque de manière triviale en intégrant le profil de densité entre le rayon intérieur R_{in} et extérieur R_{out}

$$M_{\text{disque}} = \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}} \int_0^{2\pi} \Sigma_{\text{g}}(r) r \, dr \, d\varphi, \quad (2.31)$$

$$= 2\pi \Sigma_{\text{g},0} r_0^p \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}} r^{1-p} \, dr, \quad (2.32)$$

$$= 2\pi r_0^2 \frac{\Sigma_{\text{g},0}}{2-p} \left(\left(\frac{R_{\text{out}}}{r_0} \right)^{2-p} - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r_0} \right)^{2-p} \right) \quad \text{si } p \neq 2, \quad (2.33)$$

$$= 2\pi r_0^2 \Sigma_{\text{g},0} \ln \left(\frac{R_{\text{out}}}{R_{\text{in}}} \right) \quad \text{sinon.} \quad (2.34)$$

Avec les deux équations (2.29) et (2.30), on peut déduire une formulation en loi de puissance pour toutes les autres quantités.

$$\begin{aligned} v_{\text{K}} &= v_{\text{K},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{1}{2}} && \text{avec} && v_{\text{K},0} &= \sqrt{\frac{GM_*}{r_0}}, \\ \Omega_{\text{K}} &= \Omega_{\text{K},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{3}{2}} && \text{avec} && \Omega_{\text{K},0} &= \sqrt{\frac{GM_*}{r_0^3}}, \\ c_{\text{g}} &= c_{\text{g},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{q}{2}} && \text{avec} && c_{\text{g},0} &= \sqrt{\frac{k_{\text{B}} T_{\text{g},0}}{\mu m_{\text{H}}}}, \\ H_{\text{g}} &= H_{\text{g},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{3-q}{2}} && \text{avec} && H_{\text{g},0} &= \frac{c_{\text{g},0}}{\Omega_{\text{K},0}}, \\ \frac{H_{\text{g}}}{r} &= \frac{H_{\text{g},0}}{r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1-q}{2}} && \text{avec} && \frac{H_{\text{g},0}}{r_0} &= \frac{c_{\text{g},0}}{v_{\text{K},0}}, \\ \rho_{\text{g}} &= \rho_{\text{g},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-(p-\frac{q}{2}+\frac{3}{2})} && \text{avec} && \rho_{\text{g},0} &= \frac{\Sigma_{\text{g},0}}{\sqrt{2\pi} H_{\text{g},0}}, \\ P_{\text{g}} &= P_{\text{g},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-(p+\frac{q}{2}+\frac{3}{2})} && \text{avec} && P_{\text{g}} &= \rho_{\text{g},0} c_{\text{g},0}^2, \\ \eta &= \eta_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1-q} && \text{avec} && \eta_0 &= \frac{1}{2} \left(p + \frac{q}{2} + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{H_{\text{g},0}}{r_0} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.35)$$

L'un des premiers disques formulés en loi de puissance est le très connu "MMSN" (Minimum Mass Solar Nebula), modèle proposé par [Weidenschilling \(1977\)](#) et [Hayashi \(1981\)](#), construit en prenant la distribution en masse du système solaire actuel et en "étalant" la masse des planètes sur leurs orbites pour en déduire un profil de densité de surface. Bien que ce modèle soit toujours utilisé aujourd'hui, notre connaissance des disques protoplanétaires a beaucoup évolué, ce qui rend le modèle MMSN peu pertinent. Comme on l'a

vu dans la section 1.3, les planètes n’occupaient pas les mêmes positions qu’actuellement lors de la formation du système solaire. Depuis, plusieurs autres modèles de disques ont vu le jour. Dans ma thèse, j’ai utilisé plusieurs modèles de disques :

- Le modèle "CTTS"¹, utilisé principalement durant mon stage de Master 2, afin de réaliser des comparaisons avec d’autres travaux (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020; Vericel et al., 2021).
- Le modèle "MMSN", utilisé pour réaliser des comparaisons avec les travaux d’équipes japonaises sur la rupture par rotation (Tatsuuma & Kataoka, 2021).
- Le modèle "STD"² est le modèle de disque que j’ai le plus utilisé durant ma thèse. Le principal avantage de ce modèle est qu’il correspond à un disque moyen observé (Williams & Best, 2014; Trapman et al., 2023).

Les différentes caractéristiques de ces disques peuvent être résumées sous la forme d’un tableau :

TABLE 2.1 – Les différents modèles de disques utilisés dans cette thèse. La distance de référence r_0 est ici 1 ua

Modèle	p	q	R_{in} (ua)	R_{out} (ua)	$\Sigma_{\text{g},0}$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}$)	$T_{\text{g},0}$ (K)	$H_{\text{g},0}/r_0$
CTTS	1.5	0.75	3	300	4537	200	0.0281
MMSN	1.5	0.5	1	100	17000	280	0.0335
STD	1	0.5	3	300	488	200	0.0283

En réalité, les disques ne sont pas aussi simples et on utilise des formulations plus complexes que les équations (2.29) et (2.30), comme par exemple le lissage du bord interne du disque, les troncutures exponentielles etc, dans le cas où le disque ne présente pas de sous-structure. Sinon, si il y a des spirales où des sillons planétaires, la seule façon de les reproduire correctement est de le faire numériquement.

2.1.3 Structure thermique

Maintenant que l’on a compris la structure hydrodynamique simplifiée d’un disque protoplanétaire, nous allons regarder plus en détail la structure thermique. La structure thermique d’un disque dépend en grande partie de l’équilibre entre les termes de chauffage et de refroidissement du disque. Il existe deux sources principales de chauffage du disque :

- L’énergie fournie sous forme de lumière par l’étoile généralement absorbée par les grains de poussière dans le disque, et réémise à de plus grandes longueurs d’ondes. On appelle "disque passif" un disque dont la luminosité provient en majorité de son étoile hôte.
- L’énergie fournie par les processus d’accrétion de gaz et de poussières spiralant dans la région interne. L’accrétion de matière permet de convertir l’énergie potentielle gravitationnelle en rayonnement. Plus le taux d’accrétion est élevé, plus la luminosité est importante. Il existe tout de même une limite fixée par la quantité de matière que peut accréter l’étoile en un temps donné. Les disques dont la luminosité provient des processus d’accrétion sont appelés "disques actifs".

1. Pour Classical T-Tauri Star
2. Pour Standard

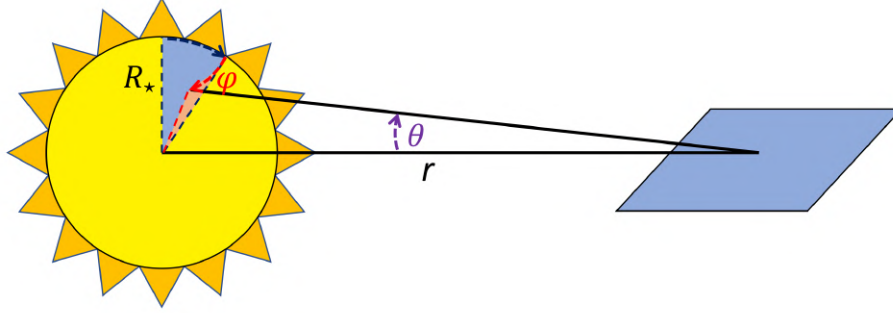


FIGURE 2.1 – Schéma des angles θ et φ vu depuis un point du disque.

Dans le cas des disques passifs, on peut exprimer la luminosité L_{passif} en fonction de la luminosité de l'étoile L_* .

$$L_{\text{passif}} = fL_*, \quad (2.36)$$

avec f la fraction de la luminosité de l'étoile absorbée par le disque. Dans le cas des disques actifs, on exprime la luminosité due à l'accrétion L_{actif} comme

$$L_{\text{actif}} = \frac{GM_*\dot{M}}{R_*}, \quad (2.37)$$

avec le taux d'accrétion \dot{M} du disque sur l'étoile. On peut estimer simplement le taux d'accrétion en prenant la limite au-delà de laquelle la luminosité due à l'accrétion domine, d'où

$$\dot{M} = \frac{fL_*R_*}{GM_*}. \quad (2.38)$$

En effet, une luminosité supérieure ne peut être obtenue qu'avec des processus d'accrétion, ce qui permet de distinguer le phénomène responsable en grande partie de la luminosité du système. En prenant $L_* = L_\odot$, $M = M_\odot$, $R = 2R_\odot$ et $f = 1/4$ (valide pour un disque très fin, voir ci-dessous l'équation (2.45)), on trouve

$$\dot{M} \approx 1.6 \times 10^{-8} M_\odot \text{yr}^{-1}. \quad (2.39)$$

Les observations de disques (Gullbring et al., 1998; Calvet et al., 2004) montrent que les taux d'accrétions peuvent être entre 100 fois plus faibles et 15 fois plus élevés. Ces taux d'accrétions, qui peuvent varier sur plusieurs ordres de grandeur montrent que les processus d'accrétion sont très complexes, et que les disques ne sont ni passifs, ni actifs, mais les deux à la fois dans des proportions différentes selon leurs âges, les plus jeunes étant plus actifs (Gullbring et al., 1998).

Profil de température radial d'un disque ultra-mince

À partir de maintenant, nous allons nous intéresser aux disques passifs. Commençons par étudier le cas d'un disque ultra-mince. La façon la plus simple de calculer la structure thermique de notre disque passif est de le considérer comme infiniment fin. On considère donc une étoile de rayon R_* illuminant le disque (voir figure 2.1). Le flux reçu par une

surface du disque peut être calculé en coordonnées sphériques (r, φ, θ) comme :

$$F_{\text{reçu}}(r) = I_* \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\arcsin\left(\frac{R_*}{r}\right)} \cos \phi \sin^2 \theta d\phi d\theta, \quad (2.40)$$

$$= I_* [\sin \phi]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^{\arcsin\left(\frac{R_*}{r}\right)}, \quad (2.41)$$

$$= I_* \left(\arcsin\left(\frac{R_*}{r}\right) - \frac{R_*}{r} \sqrt{1 - \left(\frac{R_*}{r}\right)^2} \right). \quad (2.42)$$

avec I_* l'intensité lumineuse de l'étoile que l'on a supposée constante et isotrope en négligeant les effets de centre-bord. Le flux lumineux émis par l'étoile F_* à une température effective T_* étant définie comme :

$$F_* = \pi I_* = \sigma T_*^4, \quad (2.43)$$

avec σ la constante de Stefan-Boltzmann. On en déduit qu'à l'équilibre, c'est-à-dire lorsque la surface du disque réémet ce qu'elle a reçu ($F_{\text{reçu}} = F_{\text{émis}} = \sigma T_{\text{disque}}^4$),

$$\left(\frac{T_{\text{disque}}}{T_*} \right)^4 = \frac{1}{\pi} \left(\arcsin\left(\frac{R_*}{r}\right) - \left(\frac{R_*}{r}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{R_*}{r}\right)^2} \right) \quad (2.44)$$

Pour un disque s'étendant à l'infini ($r \rightarrow +\infty$), la luminosité du disque, constitué de deux surfaces, se calcule comme :

$$L_{\text{disque}} = 2 \int_{R_*}^{+\infty} F_{\text{émis}}(r) 2\pi r dr, \quad (2.45)$$

$$= \pi \sigma R_*^2 T_*^4, \quad (2.46)$$

$$= \frac{1}{4} L_*. \quad (2.47)$$

Dans le cas d'un disque infiniment fin, le disque reçoit exactement 1/4 de la luminosité de l'étoile. Enfin, on peut calculer le profil de température de notre disque, ce qui nous intéresse en premier lieu. En faisant un développement limité de T_{disque} pour les grands rayons ($r \gg R_*$), on obtient :

$$T_{\text{disque}} = T_* \left(\frac{2}{3\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{r}{R_*} \right)^{-\frac{3}{4}}, \quad (2.48)$$

$$\propto r^{-\frac{3}{4}}. \quad (2.49)$$

Le rapport d'aspect du disque est quant à lui :

$$\frac{H_g}{r} \propto r^{\frac{1}{8}}. \quad (2.50)$$

Le disque est donc évasé, avec un profil de température très pentu (le maximum possible pour un disque passif). impliquant que les régions externes interceptent proportionnellement plus de flux lumineux que les régions internes.

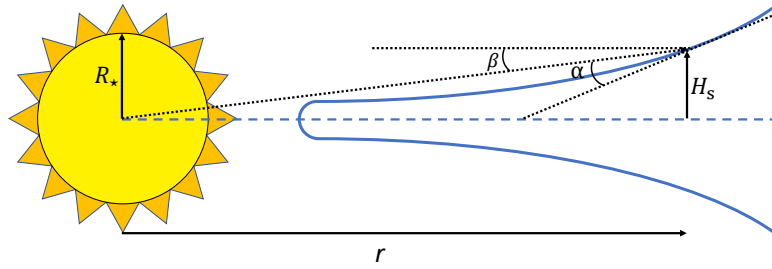


FIGURE 2.2 – Schéma non représentatif d'un disque évasé éclairé par une étoile.

Profil de température radial d'un disque évasé

Il est possible de faire les mêmes calculs en considérant dès le départ un disque évasé (Kenyon & Hartmann, 1987). Cependant, les calculs étant beaucoup plus complexes du fait que l'on tient maintenant compte de la dimension verticale, nous nous attarderons plus sur les résultats. Dans ce modèle, on considère l'étoile comme une source ponctuelle ($r \gg R_*$). La quantité de lumière reçue par un point du disque dépend de sa distance à l'étoile, car l'angle d'incidence varie avec r . De plus, la hauteur de la surface du disque H_s ici ne correspond pas à la hauteur H_g du gaz, car il faut tenir compte de l'opacité et de la densité de gaz. En utilisant la figure (2.2), on peut relier l'angle α avec la hauteur H_s et r .

$$\alpha = \frac{dH_s}{dr} - \frac{H_s}{r}, \quad (2.51)$$

α correspond à l'angle entre un rayon incident et la surface locale d'un point du disque, soit l'angle $\alpha + \beta$ entre la tangente de ce point à la surface et une droite parallèle au plan médian du disque passant par ce point, auquel on soustrait l'angle β entre le rayon lumineux issu de l'étoile et cette même droite parallèle au plan médian. On peut alors calculer le taux de chauffage par unité de surface \mathcal{Q}_+ en supposant que l'intégralité du disque est éclairée par le flux F_* de l'étoile, et en n'oubliant pas le fait qu'un disque possède deux surfaces :

$$\mathcal{Q}_+ = 2 \sin(\alpha) F_*, \quad (2.52)$$

$$\approx 2\alpha \left(\frac{L_*}{4\pi r^2} \right), \quad (2.53)$$

$$\approx 2\alpha \sigma \left(\frac{R_*^2 T_*^4}{r^2} \right). \quad (2.54)$$

Cependant, le disque se comportant comme un corps noir, il se refroidit avec un taux de refroidissement \mathcal{Q}_-

$$\mathcal{Q}_- = 2\sigma T_{\text{disque}}^4. \quad (2.55)$$

On obtient alors à l'équilibre la relation :

$$T_{\text{disque}} = T_* \alpha^{\frac{1}{4}} \left(\frac{r}{R_*} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.56)$$

$$\propto r^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.57)$$

On remarque que le profil est beaucoup plus plat que dans le cas d'un disque ultra-mince, avec $H_g/r \propto r^{\frac{1}{4}}$. [Kenyon & Hartmann \(1987\)](#) ont aussi montrés que $T_{\text{disque}} \propto r^{-\frac{1}{2}}$ à grande distance de l'étoile en utilisant les relations entre H_g , c_g , $H_s \propto H_g$ et T_{disque} pour déterminer α . Bien entendu, ces modèles sont simplistes et la réalité est beaucoup plus complexe. Il faut tenir compte de l'opacité de la poussière, et des différents matériaux à leurs surfaces (CO_2 , H_2O , CO , etc), des différentes lignes de gel sublimant certains composants, des effets dus aux champs magnétiques et du degré d'ionisation des gaz, et la turbulence qui peut mélanger différentes couches. Sans compter le fait que la formation planétaire qui se déroule au cœur de ces disques va fortement perturber leur structure. Certains modèles plus complexes comme celui de [Chiang & Goldreich \(1997\)](#) prennent en compte la poussière et permettent d'obtenir la distribution spectrale d'énergie du disque. Néanmoins, l'approximation d'une loi de puissance pour la structure thermique avec un profil verticalement isotherme reste une bonne approximation, et un bon point de départ comme conditions initiales pour des simulations numériques.

2.2 Evolution visqueuse d'un disque

Nous avons vu dans la section précédente la structure hydrodynamique et thermique d'un disque protoplanétaire stationnaire. Néanmoins, les disques ne restent pas figés durant leur existence, mais évoluent lentement sur plusieurs millions d'années. Les disques protoplanétaires évoluent par transport du moment cinétique des régions internes vers les régions externes, ce qui permet l'accrétion de matière sur l'étoile. L'origine physique de ce transfert est encore en débat actuellement. Bien que l'évolution due à la viscosité turbulente soit la théorie la plus utilisée, on assiste à un changement de paradigme qui tend à favoriser les vents magnétiques. Nous reviendrons sur ce point dans les sections [2.2.3](#) et [2.3](#).

2.2.1 Evolution temporelle d'un disque

En réutilisant les équations de Navier-Stokes, en supposant qu'il n'y a pas de mouvement verticaux, comme par exemple des vents, et en supprimant les hypothèses de stationnarité et de non-viscosité du disque, on tire de la composante azimutale :

$$\rho_g \frac{\partial v_{g,\varphi}}{\partial t} + \rho_g v_{g,r} \left(\frac{\partial v_{g,\varphi}}{\partial r} + \frac{v_{g,\varphi}}{r} \right) = \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \vec{e}_\phi, \quad (2.58)$$

avec la partie dynamique du tenseur des contraintes pour la composante $r\varphi$, et sa divergence qui valent :

$$\tau^{r\phi} = \mu_g \left(\frac{\partial v_{g,\varphi}}{\partial r} - \frac{v_{g,\varphi}}{r} \right), \quad (2.59)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \vec{e}_\phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau^{r\phi}). \quad (2.60)$$

En introduisant la fréquence orbitale $\Omega = v_{g,\varphi}/r$, et en intégrant selon z pour faire apparaître la densité de surface, on obtient la forme finale :

$$\Sigma_g \frac{\partial v_{g,\varphi}}{\partial t} + \Sigma_g v_{g,r} \left(\frac{\partial v_{g,\varphi}}{\partial r} + \Omega \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \nu \Sigma_g \frac{d\Omega}{dr} \right), \quad (2.61)$$

où $\nu = \mu_g/\rho_g$ est la viscosité cinématique du gaz. Il faut maintenant que l'on intègre l'équation de continuité (2.1a) selon z , ce qui donne :

$$\frac{\partial \Sigma_g}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Sigma_g v_{g,r})}{\partial r} = 0. \quad (2.62)$$

En multipliant l'équation (2.61) par r et l'équation (2.62), on obtient en les sommant l'équation de conservation du moment cinétique.

$$\frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Sigma_g \Omega) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \Sigma_g \Omega v_{g,r}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \nu \Sigma_g \frac{d\Omega}{dr} \right). \quad (2.63)$$

Dans le terme de gauche, le premier terme $r^2 \Sigma_g \Omega$ est le moment cinétique et $r^3 \Sigma_g \Omega v_{g,r}$ représente l'advection radiale du moment cinétique. Le terme de droite correspond au flux du moment cinétique produit par la viscosité du disque, soit la différence de couple visqueux Γ_{visqu} dû aux contraintes internes.

$$\Gamma_{\text{visqu}} = 2\pi r^3 \nu \Sigma_g \frac{d\Omega}{dr}. \quad (2.64)$$

Pour obtenir l'équation d'évolution de la densité, il faut d'abord trouver une expression pour la vitesse $v_{g,r}$. Pour cela, on réutilise l'équation de continuité dans l'équation (2.63), ce qui permet de supprimer la dépendance temporelle après une réécriture du terme d'advection, en supposant $\partial\Omega/\partial t = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Sigma_g \Omega) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \Sigma_g \Omega v_{g,r}) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \Gamma_{\text{visqu}}}{\partial r}, \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Sigma_g \Omega) + \Sigma_g v_{g,r} \frac{d}{dr} (r^2 \Omega) + r \Omega \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma_g v_{g,r}) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \Gamma_{\text{visqu}}}{\partial r}, \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Sigma_g \Omega) + \Sigma_g v_{g,r} \frac{d}{dr} (r^2 \Omega) - r^2 \Omega \frac{\partial \Sigma_g}{\partial t} = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \Gamma_{\text{visqu}}}{\partial r}. \quad (2.67)$$

On obtient donc après avoir réarrangé les différents termes la vitesse $v_{g,r}$.

$$v_{g,r} = \frac{1}{2\pi r^2 \Sigma_g \frac{d}{dr} (r^2 \Omega)} \frac{\partial \Gamma_{\text{visqu}}}{\partial r}. \quad (2.68)$$

L'équation d'évolution de la densité de surface s'obtient pour finir en insérant l'équation (2.68) dans l'équation (2.1a).

$$\frac{\partial \Sigma_g}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2\pi r \frac{d}{dr} (r^2 \Omega)} \frac{\partial \Gamma_{\text{visqu}}}{\partial r} \right). \quad (2.69)$$

En supposant que la fréquence angulaire Ω a un profil képlérien $\Omega \propto r^{-\frac{3}{2}}$, ce qui est correct au vu de l'équation (2.28), on peut simplifier l'expression (2.69) :

$$\frac{\partial \Sigma_g}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sqrt{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sqrt{r} \nu \Sigma_g) \right). \quad (2.70)$$

Cette équation est une équation de diffusion. Pour mettre en évidence le coefficient de diffusion et le temps de diffusion caractéristique, il faut effectuer un changement de variable $x = 2\sqrt{r}$ et $f = \frac{3x}{2}\Sigma_g$, ce qui permet d'obtenir :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{12\nu}{x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}. \quad (2.71)$$

Le coefficient de diffusion est ici :

$$D = \frac{12\nu}{x^2} = \frac{3\nu}{r}, \quad (2.72)$$

avec un temps de diffusion caractéristique visqueux, ou temps visqueux :

$$\tau_\nu = \frac{r^2}{\nu}. \quad (2.73)$$

2.2.2 État stationnaire

On se place dans l'état stationnaire et $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. On repart donc de l'équation de conservation du moment cinétique (2.63).

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^3 \Sigma_g \Omega v_{g,r}) = \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \nu \Sigma_g \frac{d\Omega}{dr} \right). \quad (2.74)$$

Si on intègre selon r cette équation, cela nous permet d'obtenir :

$$r^3 \Sigma_g \Omega v_{g,r} = r^3 \nu \Sigma_g \frac{d\Omega}{dr} + cst. \quad (2.75)$$

On identifie ici le taux d'accrétion $\dot{M} = -2\pi r \Sigma_g v_{g,r}$, et une constante cst d'intégration. Dans le cas d'un disque s'étendant radialement jusqu'à la surface de l'étoile, le couple visqueux s'annule au rayon $R_* + \Delta r$, donc $d\Omega/dr = 0$. En effet, la vitesse angulaire a besoin d'une distance δr pour passer de sa valeur $\Omega = \Omega_*$ à sa valeur maximum, comme indiqué sur la figure 2.3.

$$cst = -R_*^2 \dot{M} \Omega_*, \quad (2.76)$$

$$\dot{M} (R_*^2 \Omega_* - r^2 \Omega) = 2\pi r^3 \nu \Sigma_g \frac{d\Omega}{dr}. \quad (2.77)$$

De nouveau, en supposant un profil képlérien pour la fréquence angulaire $\Omega = \Omega_K$, on obtient

$$\Sigma_g = \frac{\dot{M}}{3\pi\nu} \left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{r}} \right), \quad (2.78)$$

et en se plaçant loin de l'étoile ($r \gg R_*$) :

$$\Sigma_g \approx \frac{\dot{M}}{3\pi\nu}. \quad (2.79)$$

Ce qui nous permet de tirer une relation simple entre la vitesse radiale du gaz et la viscosité du disque :

$$v_{g,r} = \frac{\dot{M}}{2\pi r \Sigma_g} = -\frac{3\nu}{2r}. \quad (2.80)$$

La vitesse de dérive radiale du gaz est donc proportionnelle à la viscosité du disque. La densité de surface est proportionnelle au taux d'accrétion et inversement proportionnelle à la viscosité.

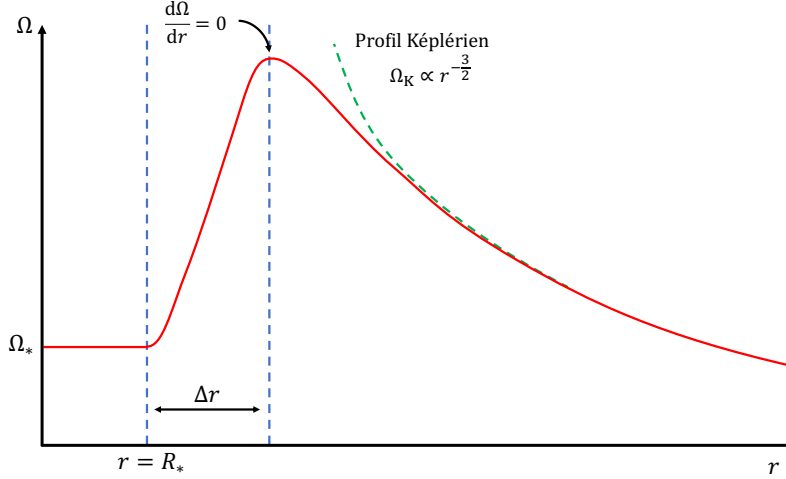


FIGURE 2.3 – Schéma représentatif du profil de la vitesse angulaire pour un disque s'étendant radialement jusqu'à la surface de l'étoile. Le couple visqueux s'annule à la distance $r = R_* + \Delta r$.

2.2.3 Solution dépendant du temps auto-similaire

Pour comprendre l'étalement visqueux d'un disque, on peut se référer aux études faites par Lynden-Bell & Pringle (1974a) et Pringle (1981). On considère donc un anneau de masse m avec une viscosité ν constante à une distance de référence r_0 au temps $t = 0$. Sous ces conditions, il existe une fonction de Green solution de l'équation d'évolution de Σ_g . La densité de surface initiale a donc pour expression :

$$\Sigma_g(r, t = 0) = \frac{m}{2\pi r_0} \delta(r - r_0), \quad (2.81)$$

avec $\delta(r - r_0)$ la fonction de Dirac. En appliquant les conditions aux limites (Couple visqueux nul à $r = 0$ et expansion sans contrainte à l'infini), la solution est fonction d'une de Bessel modifiée du premier ordre $I_{1/4}$ Lynden-Bell & Pringle (1974a) :

$$\Sigma_g(x, y) = \frac{m}{\pi r_0^2} \frac{x^{-1/4}}{y} \exp\left(-\frac{1+x^2}{y}\right) I_{1/4}\left(\frac{2x}{y}\right), \quad (2.82)$$

Avec $x = \frac{r}{r_0}$, $y = \frac{12\nu t}{r_0^2}$. On a donc d'une part une partie du gaz qui dérive vers le centre ($r = 0$), et une petite fraction du gaz qui s'éloigne à l'infini en transportant du moment cinétique, comme le montre la figure 2.4.

Si on considère maintenant un disque ayant une viscosité fonction de la distance ($\nu \propto r^\gamma$), avec une solution stationnaire de Σ_g à $t = 0$ et une coupure exponentielle du profil à la distance $r = r_1$, la solution est alors (Lynden-Bell & Pringle, 1974a) :

$$\Sigma_g(\tilde{r}, \tilde{t}) = \frac{K}{3\pi\nu(r_1)\tilde{r}^\gamma} \tilde{t}^{-\frac{5/2-\gamma}{2-\gamma}} \exp\left(-\frac{\tilde{r}^{2-\gamma}}{\tilde{t}}\right), \quad (2.83)$$

$$\tilde{r} = \frac{r}{r_1}, \quad (2.84)$$

$$\tilde{t} = \frac{t}{3(2-\gamma)^2} \frac{r_1^2}{\nu(r_1)} + 1, \quad (2.85)$$

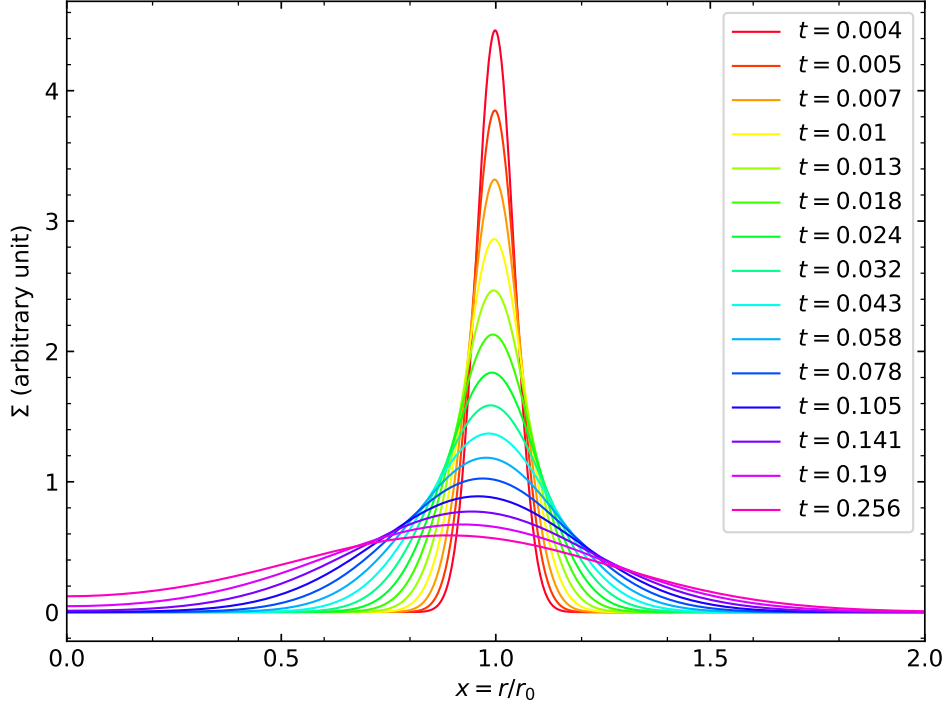


FIGURE 2.4 – Étalement visqueux d’un anneau de masse m au cours du temps, avec le temps sans dimension allant de $y = 0.004$ à $y = 0.256$ et $\frac{m}{\pi r_0^2} = 1$.

représenté sur la figure 2.5 et K une constante de normalisation. Au cours du temps, la densité de surface du disque décroît au cours du temps, et la taille caractéristique du disque donnée initialement par r_1 augmente par conservation du moment cinétique. Cette solution permet de calculer la masse d’un disque et son taux d’accrétion, ainsi que de réaliser des comparaisons avec les observations.

Cependant, des modèles récents où le mécanisme d’évolution n’est pas la viscosité mais les vents magnétiques montrent que les rayons externes des disques tendent plutôt à diminuer au cours de leur évolution, ce que semblent indiquer certaines observations (Trapman et al., 2022). Il est possible que les deux mécanismes jouent un rôle dans certaines proportions plus ou moins importantes.

2.3 Transfert du moment cinétique dans un disque

Jusqu’ici, nous avons supposé que le transport du moment cinétique du gaz se faisant via la viscosité moléculaire du gaz ν_{mol} . En utilisant l’équation (2.73), on trouve en supposant que $\nu = \nu_{\text{mol}}$:

$$\nu_{\text{mol}} \propto \frac{c_g}{n\sigma_{\text{mol}}}, \quad (2.86)$$

$$\tau_\nu = \frac{r^2}{\nu_{\text{mol}}}, \quad (2.87)$$

$$\simeq 10^{14} \text{yr}, \quad (2.88)$$

avec $\sigma_{\text{mol}} = 2 \times 10^{-19} \text{ m}^2$ la section efficace de la molécule de H_2 , une densité numérique classique $n = 10^{18} \text{ m}^{-3}$, et $c_g \simeq 400 \text{ m.s}^{-1}$ à 20 ua, ce qui donne $\nu_{\text{mol}} = 2000 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. On

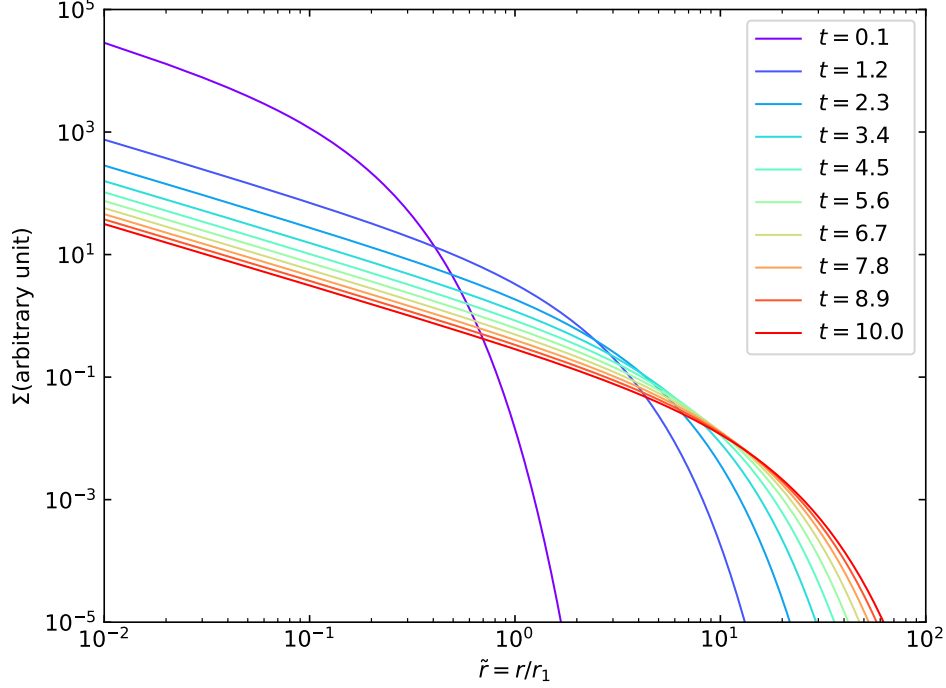


FIGURE 2.5 – Solution auto-similaire de l'étalement d'un disque avec $\gamma = 1$ et $\tilde{t} = 0.1$ à $\tilde{t} = 10$.

remarque tout de suite que le temps visqueux est beaucoup trop grand, environ 1 à 10 millions de fois plus grand que le temps visqueux observé. La viscosité moléculaire du gaz n'est donc pas la source du transport du moment cinétique. Cependant, avec une très faible viscosité, le nombre de Reynolds Re (Whipple, 1972) est lui très grand.

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu_{\text{mol}}}, \quad (2.89)$$

$$\simeq 10^{10}, \quad (2.90)$$

avec U et L les vitesses et longueurs caractéristiques du système considéré (On a choisi ici $U = c_g$ et $L = H_g = 0.06r$). Ce résultat indique que les disques sont des objets probablement hautement turbulents, avec une dissipation des mouvements du fluide sur des échelles beaucoup plus petites que le rapport d'aspect du disque. Cette turbulence macroscopique fait que le fluide est localement mélangé, qui se traduit comme une viscosité effective ou turbulente.

2.3.1 Prescription de Shakura & Sunyaev

Sans même comprendre les mécanismes responsables de cette viscosité, on peut écrire une prescription pour ν par simple analyse dimensionnelle. C'est ce qu'ont réalisé Shakura & Sunyaev (1973) dans leurs travaux portant sur les disques d'accrétion autour de trous noirs, qui s'applique parfaitement à nos disques protoplanétaires. En supposant que le flux du gaz est isotrope, la plus petite des échelles de distances caractérisant un disque est l'échelle de hauteur. La turbulence ne peut avoir lieu que sur des échelles plus petites que H_g . Il en va de même pour la vitesse de la turbulence, limité par la vitesse du son dans le gaz c_g , les flux supersoniques entraînant des chocs et une dissipation rapide de

l'énergie, ramenant le flux turbulent à une vitesse subsonique. On peut donc écrire la viscosité turbulente :

$$\nu = \alpha_{\text{ss}} c_g H_g, \quad (2.91)$$

où α_{ss} est le paramètre de viscosité turbulente de Shakura & Sunyaev (Shakura & Sunyaev, 1973). On peut réécrire cette équation en utilisant les formulations en loi du puissance (équation 2.35) :

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{3}{2}-q} \quad \text{avec} \quad \nu_0 = \alpha_{\text{ss}} c_{g,0} H_{g,0} \quad (2.92)$$

En utilisant les formulations en loi de puissance pour la vitesse radiale du gaz (équation 2.80) et en supposant un taux d'accrétion \dot{M} constant (état stationnaire) :

$$v_{g,r} = -\frac{3\nu}{2r} = -\frac{3\nu_0}{2r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{2}-q}, \quad (2.93)$$

$$\dot{M} = -2\pi r \Sigma_g v_{g,r} = 3\nu_0 \pi \Sigma_{g,0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{3}{2}-p-q}, \quad (2.94)$$

$$p + q = \frac{3}{2} \quad (2.95)$$

Un disque stationnaire avec une viscosité turbulente ν dépendant de r doit donc nécessairement satisfaire la condition sur $p + q = \frac{3}{2}$. Dans le cas du disque MMSN, $p = \frac{3}{2}$ et $q = \frac{1}{2}$, ce qui signifie que le disque n'est pas stationnaire. En revanche, le modèle de disque STD respecte cette condition avec $p = 1$ et $q = 0.5$. Le modéliser avec une loi de puissance est donc tout à fait valable.

2.3.2 Origine physique du transfert

Nous allons maintenant nous intéresser aux origines physiques de ce transfert de moment cinétique et dresser un bilan des connaissances actuelles sur le sujet. Comme nous l'avons vu, la prescription de Shakura & Sunyaev permet de modéliser une turbulence sans en connaître les mécanismes sous-jacents. D'après les observations, le paramètre de viscosité turbulente α_{ss} doit être compris entre 10^{-2} (valeur pour des disques très turbulents) et 10^{-3} (valeur pour des disques peu turbulents), pour que le temps visqueux soit en accord avec les durées de vie de disque observés, en utilisant par exemple l'équation (2.83). La communauté scientifique n'est cependant pas d'accord sur les valeurs de α_{ss} . D'après certaines études (Kataoka et al., 2015, 2016) faites en étudiant la polarisation de la poussière, le degré de sédimentation de la poussière dans le plan médian du disque, des valeurs de α_{ss} de l'ordre de $10^{-5} - 10^{-3}$ sont trouvées, ce qui correspond à des disques très peu turbulents. Dans ma thèse, je suppose que le paramètre α_{ss} a une valeur comprise entre $10^{-2} - 10^{-3}$ pour des raisons numériques (voir section 5.1) et en accord avec les travaux précédents sur la porosité (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020). Intéressons nous donc aux différentes théories pour expliquer cette viscosité "apparente" observée.

Instabilité Magnéto-rotationnelle et vents magnétiques

La première théorie apportant une solution satisfaisante à l'origine du transfert de moment cinétique est l'instabilité magnéto-rotationnelle (ou MRI en anglais). Bien que la description mathématique de cette instabilité remonte à Velikhov (1959) et Chandrasekhar (1961), la compréhension de son possible rôle dans l'évolution des disques

d'accrétion ne vient que beaucoup plus tard (Balbus & Hawley, 1991; Hawley & Balbus, 1991). Pour un fluide faiblement magnétisé (c'est-à-dire un fluide faiblement couplé aux lignes de champ magnétique) en rotation képlérienne, une instabilité apparaît. En effet, le critère de stabilité est donné par $d\Omega^2/dr > 0$ (Velikhov, 1959; Balbus & Hawley, 1991). Or, dans le cas d'un disque képlérien, $d\Omega^2/dr = -3r\Omega_K^2$, le critère de stabilité n'est pas satisfait et la MRI apparaît. Du fait du développement rapide de l'instabilité linéaire, ce sont les effets non-linéaires de la MRI qui participent au transport du moment cinétique, ce qui requiert inévitablement des simulations numériques. Le principal avantage de cette théorie est qu'elle fait le lien entre la dynamique aux petites échelles et le transport du moment cinétique de façon globale au sein du disque. Les résultats de simulations tendent à montrer que la MRI produit un $\alpha_{ss} \approx 10^{-2}$, cohérent avec certaines observations (King et al., 2007). Cependant, la fraction d'ionisation doit tout de même être importante pour que la MRI puisse opérer efficacement (Ilgner & Nelson, 2006). De plus, la MHD (Magnéto-hydrodynamique) idéale est utilisée le plus souvent pour les simulations de disques protoplanétaires car plus simple à mettre en œuvre, mais elle n'est pas nécessairement une bonne approximation pour ces derniers. Il faut aussi considérer l'épaisseur du disque et les propriétés du gaz comme l'opacité qui tend à réduire l'ionisation du gaz, et plus particulièrement celle des zones médianes. On obtient alors ce qu'on appelle des "zones mortes" dans lesquelles la MRI n'opère pas. Cela conduit alors à la prise en compte des effets non-idéaux de la MHD (dissipation ohmique, effet Hall, diffusion ambipolaire), montrés en figure (2.6).

Des simulations (Gressel et al., 2015) ont montré que des vents pouvaient être responsables du transport de moment cinétique. La composante verticale du champ magnétique est alors responsable des vents depuis la surface du disque. Ces vents sont en effet facilement créés car la surface du disque est optiquement mince ce qui permet d'avoir un bon taux d'ionisation. Béthune et al. (2016) et Riols & Lesur (2019) ont aussi montré avec des simulations 3D que les vents pouvaient transporter le moment cinétique, et même être potentiellement responsables de structures dans le disque sous la forme d'anneau. Plus récemment, Tabone et al. (2022) modélisent les vents magnétiques en utilisant une prescription analogue à celle de Shakura & Sunyaev et montrent un bon accord sur les temps de vie des disques (taux d'accrétions, masse des disques, temps de dispersion du gaz).

Autres origines hydrodynamiques

Il existe aussi de nombreuses autres instabilités permettant de redistribuer le moment cinétique au sein du disque. On peut tout d'abord mentionner les instabilités liées à l'auto-gravité même du disque. Lorsque le disque est très massif ($M_{\text{disque}} \approx M_*$), les forces de pressions et les forces centrifuges, qui tendent à dissiper les surdensités locales, ne sont plus à même de contrebalancer les instabilités qui mènent à l'effondrement de pans entiers dans les régions externes du disque. Toomre (1964) a déterminé un critère, appelé critère de Toomre pour savoir si un disque est stable vis-à-vis de l'auto-gravité

$$Q = \frac{c_g \Omega}{\pi \Sigma G}. \quad (2.96)$$

Si $Q > 1$, alors le disque est stable. Dans le cas des disques CTTS ou STD, l'instabilité due à l'auto-gravité est négligeable.

D'autres instabilités, comme l'instabilité baroclynique (Klahr & Bodenheimer, 2003), l'instabilité de Rossby (Barge & Sommeria, 1995; Meheut et al., 2010), ou encore l'in-

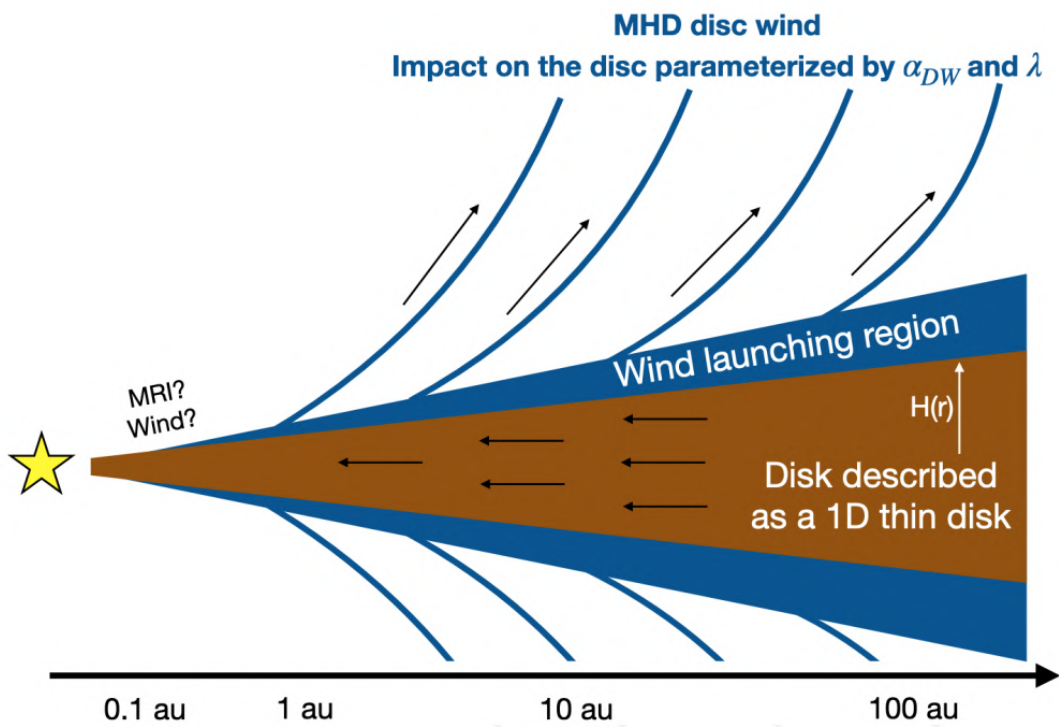
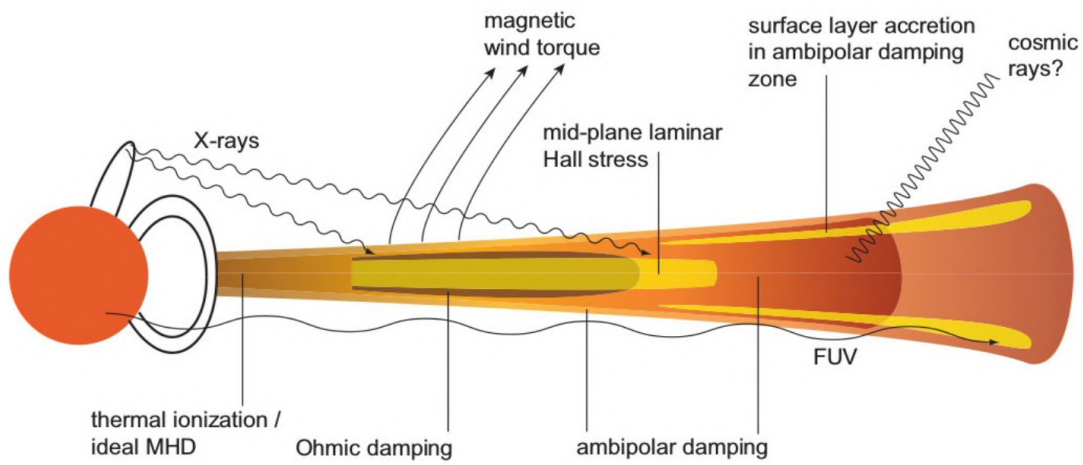


FIGURE 2.6 – **Haut** : Schéma explicatif d'un disque magnétisé avec les zones où les effets non-idéaux sont importants (Armitage, 2020). **Bas** : Schéma d'un disque d'accrétion avec des vents MHD qui extraient de la masse et du moment cinétique. L'évolution induite par les vents est modélisée par l'équivalent d'un α de Shakura & Sunyaev (Tabone et al., 2022).

stabilité de cisaillement verticale (VSI en anglais) (Urpin & Brandenburg, 1998; Nelson et al., 2013; Cui & Bai, 2022) pourraient expliquer le transfert de moment cinétique au travers de grandes structures. Il existe encore plusieurs autres instabilités qui pourraient être responsables seules, ou couplées à d'autres instabilités, du transport du moment cinétique. La question demeure à l'heure toujours ouverte, tant par la complexité des phénomènes mis en jeu dans un disque protoplanétaire, que par le nombre de solutions ou combinaisons de solutions possible.

2.4 La dynamique de la poussière

Les disques protoplanétaires sont faits de gaz et de poussière. Nous avons choisi en premier lieu d'ignorer la poussière pour nous concentrer sur le gaz, qui représente la majorité du contenu en matière, afin de faciliter la compréhension de la structure et de l'évolution d'un disque. Cependant, la poussière joue un rôle très important dans cette évolution. Dans cette première partie, nous considérerons les grains comme des sphères compactes pour comprendre l'interaction entre la poussière et le gaz, et son évolution dans le disque et les processus de croissance et fragmentation. Le fait d'ignorer dans un premier temps la porosité ne change en rien le déroulement des calculs.

2.4.1 Traînée aérodynamique

Repartons pour commencer de l'équation de la vitesse azimutale du gaz (équation (2.27)) que l'on rappelle ci-dessous.

$$v_{g,\varphi} \simeq v_K (1 - 2\eta) \quad (2.97)$$

Nous avons vu que la vitesse azimutale était soutenue d'une part grâce à la gravité et d'autre part grâce à la force de pression que ressent le gaz, traduit dans notre équation par le paramètre sub-képlérien η . En revanche la poussière, elle, ne ressent pas de force de pression entre grains de poussière. Il n'y a donc pas de paramètre sous-képlérien pour la poussière. En première approximation, on va supposer que la poussière orbite avec une vitesse $v_{d,\varphi} = v_K$. On a donc une différence de vitesse azimutale Δv_φ entre la poussière et le gaz donnée par :

$$\Delta v_\varphi = v_{d,\varphi} - v_{g,\varphi} = 2\eta v_K \quad (2.98)$$

Cette différence de vitesse azimutale est responsable de ce qu'on appelle la force de traînée, ou force de friction aérodynamique. La poussière, qui orbite plus rapidement que le gaz, ressent alors un "vent de face". La force de traînée (drag force en anglais) F_D est le produit de la pression dynamique exercée par un mélange de gaz et de poussière sur un grain de poussière et de la section efficace du grain considéré (Whipple, 1972; Weidenschilling, 1977) :

$$\vec{F}_D = -\frac{1}{2} C_D \pi s^2 \rho \Delta v \Delta \vec{v}, \quad (2.99)$$

où C_D est le coefficient de traînée, s la taille d'un grain, $\Delta \vec{v}$ la différence de vitesse vectorielle, $\Delta v = \sqrt{\Delta v_r^2 + \Delta v_\varphi^2}$ la différence de vitesse scalaire où Δv_r et Δv_φ sont les différences de vitesses entre la poussière et le gaz selon les composantes r et φ en se plaçant dans le plan median ($z = 0$), et $\rho = \rho_g + \rho_d$ la densité totale de gaz et de poussière. Il existe deux régimes de traînée différents, dont la limite pour passer de l'un à l'autre est

définie par le nombre de Knudsen Kn (Stepinski & Valageas, 1996) qui est défini comme le rapport entre la taille d'un grain s et le libre parcours moyen du gaz λ_g .

$$\text{Kn} = \frac{4}{9} \frac{s}{\lambda_g}. \quad (2.100)$$

Dans le cas où $\text{Kn} < 1$, alors le gaz se comporte du point de vue du grain comme un ensemble de particules collisionnelles. Ce régime est appelé régime d'Epstein.³ (Epstein, 1924). C'est le régime dans lequel se trouvent le plus souvent les petits grains de poussière. Le coefficient de traînée vaut alors :

$$C_D = \frac{8c_g f}{3\Delta v}, \quad (2.101)$$

où f est une correction pour les vitesses supersoniques (Kwok, 1975)

$$f = \sqrt{1 + \frac{9\pi}{128} \left(\frac{\Delta v}{c_g} \right)^2} \quad (2.102)$$

En revanche, si $\text{Kn} > 1$, alors le gaz s'écoule comme un fluide autour du grain avec un nombre de Reynolds :

$$\text{Re} = \frac{2s\Delta v}{\nu_{\text{mol}}} = \frac{4s\Delta v}{c_g \lambda_g}. \quad (2.103)$$

C'est le régime de Stokes (Whipple, 1972).

L'expression de la viscosité moléculaire est ici déterminée en utilisant la théorie de Chapman-Enskog et le modèle de Sutherland appliqué à des sphères rigides et élastiques (Chapman & Cowling, 1970; Stepinski & Valageas, 1996; Wiranata et al., 2012; Laibe et al., 2012).

$$\nu_{\text{mol}} = \frac{5\sqrt{\pi}}{64} \frac{m_{\text{mol}} c_g}{\rho_g \sigma_{\text{mol}}}, \quad (2.104)$$

où $m_{\text{mol}} \approx 3.85 \times 10^{-27}$ kg est la masse moléculaire moyenne.

Il existe trois régimes différents (linéaire, non-linéaire et quadratique) selon le nombre de Reynolds.

Linéaire,	$\text{Re} < 1$,	$C_D = 24\text{Re}^{-1}$,	(2.105)
Non-linéaire,	$1 < \text{Re} < 800$,	$C_D = 24\text{Re}^{-0.6}$,	
Quadratique,	$\text{Re} > 800$,	$C_D = 0.44$.	

Les appellations pour ces trois régimes viennent de la dépendance de F_D en Δv .

Temps d'arrêt et nombre de Stokes

Du fait de cette force de friction, la poussière perçoit une accélération. En appliquant la seconde loi de Newton, l'accélération de la poussière s'exprime comme :

$$a_d = \frac{\vec{F}_D}{m} = \frac{\Delta \vec{v}}{t_s}. \quad (2.106)$$

3. Certains auteurs (Barrière-Fouchet et al., 2005; Ormel & Cuzzi, 2007, p.ex.) prennent, comme nous, la vitesse de collision des molécules de gaz sur un grain de poussière dans le calcul de la force de traînée comme étant la vitesse du son du gaz c_g . D'autres auteurs (Birnstiel et al., 2010, p.ex.) considèrent que la vitesse de collision est égale à la vitesse thermique moyenne du gaz, ce qui rajoute le facteur numérique $\sqrt{\pi/8}$, de l'ordre de l'unité. On notera que c'est par exemple le cas du code PHANTOM.

Ce temps t_s est le temps d'arrêt (stopping time en anglais). t_s correspond au temps nécessaire pour qu'un grain de masse m et de densité ρ_s orbitant à une vitesse $v_{d,\varphi}$ soit freiné à la vitesse $v_{g,\varphi}$, soit $\Delta v = 0$. En utilisant les équations(2.99),(2.106) et en exprimant la masse d'un grain en fonction de sa taille, on trouve l'expression générale du temps d'arrêt :

$$t_s = \frac{m\Delta\vec{v}}{\vec{F}_D}, \quad (2.107)$$

$$= \frac{8\rho_s s}{3C_D\rho\Delta v}. \quad (2.108)$$

Il existe une autre quantité plus parlante que le temps d'arrêt qui permet de décrire le couplage entre le gaz et la poussière. C'est le nombre de Stokes (à ne pas confondre avec le régime de Stokes) que l'on définit comme le rapport du temps d'arrêt sur le temps képlérien.

$$\text{St} = \frac{t_s}{t_K} = t_s\Omega_K. \quad (2.109)$$

On peut alors définir le nombre de Stokes dans les différents régimes de traînée :

$$\text{St}_{\text{Ep}} = \frac{\rho_s s}{\rho c_g}\Omega_K, \quad (2.110a)$$

$$\text{St}_{\text{St}} = \begin{cases} \frac{4\rho_s s^2}{9\rho c_g \lambda_g}\Omega_K, & (\text{Re} < 1), \\ \frac{\rho_s s}{9\rho |\Delta v|} \left(\frac{4s\Delta v}{c_g \lambda_g}\right)^{0.6} \Omega_K, & (1 < \text{Re} < 800), \\ \frac{8}{1.32} \frac{\rho_s s}{\rho |\Delta v|}\Omega_K. & (\text{Re} > 800). \end{cases} \quad (2.110b)$$

Dans le reste du manuscrit, on utilisera cette définition du nombre de Stokes et pas celle pour un fluide turbulent. Il faut alors distinguer trois cas dans le cas de l'évolution d'un grain.

- $\text{St} \ll 1$: dans ce cas, le couplage avec le gaz est fort. Les grains orbitent donc à la même vitesse que le gaz ($v_{d,\varphi} = v_{g,\varphi}$). Ce cas correspond à des petits grains, de l'ordre du micromètre au millimètre selon la porosité et la position dans le disque.
- $\text{St} \sim 1$: le couplage entre la poussière et le gaz est marginal. Les grains sont assez gros pour arriver à orbiter plus vite que le gaz, mais la force de traînée est encore trop importante. La poussière est donc efficacement freinée sur un temps képlérien, ce qui entraîne une dérive vers l'étoile ([Weidenschilling, 1977](#)). C'est dans ce cas-là que les grains vont beaucoup se déplacer au sein du disque. C'est le cas de grains centimétriques à métriques.
- $\text{St} \gg 1$: les grains ayant un grand nombre de Stokes sont totalement découplés du gaz et orbitent quasiment à la vitesse képlérienne. C'est le cas d'agrégats de poussière de plusieurs centaines de mètres ou plus.

2.4.2 Dérive radiale et sédimentation

Dérive radiale

Intéressons-nous donc à la dérive radiale de la poussière. En reprenant les équations de Navier-Stokes appliquées à la poussière, on obtient les équations du mouvement pour les composantes radiale et azimutale :

$$\frac{\partial v_{d,r}}{\partial t} - \frac{v_{d,\varphi}^2}{r} = -\Omega_K^2 r - \frac{\Delta v_r}{t_s}, \quad (2.111a)$$

$$\frac{\partial v_{d,\varphi}}{\partial t} + \frac{v_{d,r} v_{d,\varphi}}{r} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r v_{d,\varphi}) = -\frac{\Delta v_\varphi}{t_s}. \quad (2.111b)$$

Nous avons vu avec l'équation (2.27) que la correction apportée était petite dans le cas de petits gradients de pression ($\eta \ll 1$), ce qui signifie aussi que $v_{d,\varphi} \simeq v_K$.

$$\frac{d}{dt} (r v_{d,\varphi}) \simeq \frac{d}{dr} (r v_K) \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} v_{d,r} v_K, \quad (2.112)$$

Dans cette hypothèse, on peut réécrire notre équation azimutale (2.111b) comme :

$$\frac{1}{2r} v_{d,r} v_K = \frac{1}{2} v_{d,r} \Omega_K = -\frac{\Delta v_\varphi}{t_s}, \quad (2.113)$$

$$\frac{\text{St}}{2} v_{d,r} = -\Delta v_\varphi. \quad (2.114)$$

Pour l'équation radiale (2.111a), on obtient en développement au premier ordre $v_{d,\varphi}$ sur Δv et en utilisant les équations (2.25), (2.113) :

$$\frac{\partial v_{d,r}}{\partial t} = \frac{v_{d,\varphi}^2}{r} - \Omega_K^2 r - \frac{\Delta v_r}{t_s}, \quad (2.115)$$

$$\frac{\partial v_{d,r}}{\partial t} = -2\eta v_K \Omega_K - v_{d,r} \text{St} \Omega_K - \frac{v_{d,r} - v_{g,r}}{t_s}. \quad (2.116)$$

où l'on a de nouveau utilisé l'approximation des faibles gradients de pression pour obtenir au premier ordre une expression de $v_{g,\varphi}$ en fonction de v_K . Dans le régime stationnaire, le terme $\frac{\partial v_{d,r}}{\partial t}$ est nul. On peut donc exprimer la vitesse radiale (voir figure 2.7) de la poussière (Weidenschilling, 1977; Dipierro & Laibe, 2017; Kanagawa et al., 2017) :

$$v_{d,r} = -\frac{\text{St}}{1 + \text{St}^2} 2\eta v_K + \frac{1}{1 + \text{St}^2} v_{g,r}, \quad (2.117)$$

$$v_{d,r} = \frac{\text{St}}{1 + \text{St}^2} v_{\text{drift}} + \frac{1}{1 + \text{St}^2} v_{\text{visc}}. \quad (2.118)$$

Ici v_{drift} est la vitesse de dérive des grains imposée par le gradient de pression (Nakagawa et al., 1986) :

$$v_{\text{drift}} = -2\eta v_K = \frac{H_g^2}{r^2} \frac{\partial \ln(P)}{\partial \ln(r)} v_K < 0. \quad (2.119)$$

$v_{\text{visc}} = v_{g,r}$ est la vitesse de dérive causée par le gaz et sa viscosité (Lynden-Bell & Pringle, 1974b). Cette vitesse s'exprime comme dans l'équation (2.80), mais on utilise ici la version en trois dimensions (pas d'intégration selon z) :

$$v_{\text{visc}} = \frac{1}{r \rho_g \frac{d}{dr} (r^2 \Omega_K)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \nu \rho_g \frac{d\Omega_K}{dr} \right). \quad (2.120)$$

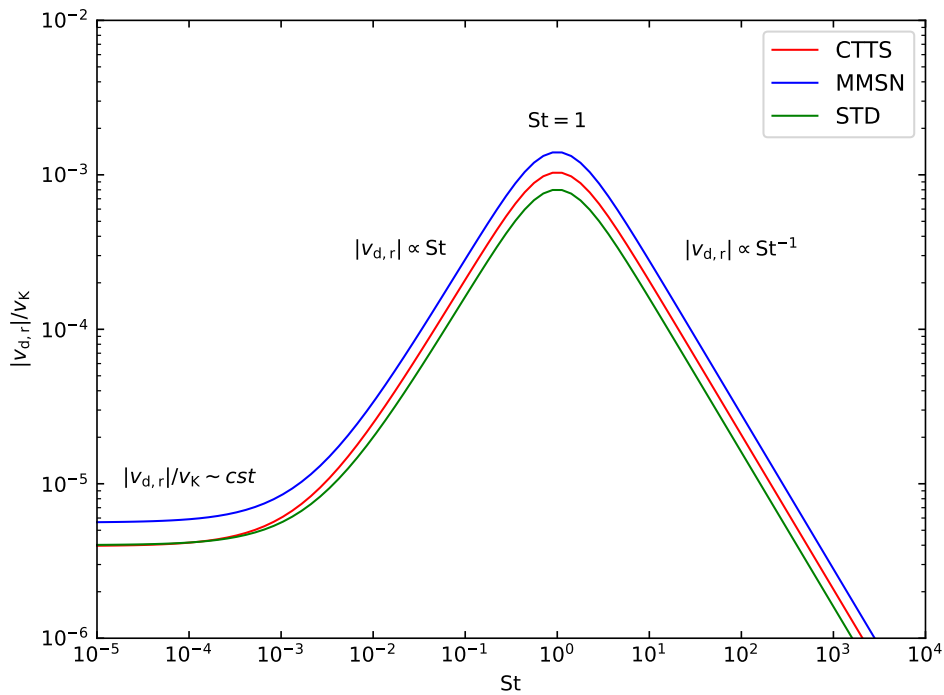


FIGURE 2.7 – Vitesse radiale de la poussière $v_{d,r}$ normalisée par la vitesse képlérienne v_K en fonction du nombre de Stokes St . Un grain dérive d’abord avec une vitesse $v_{d,r} \approx v_K$ ($St \ll 1$). Quand la contribution visqueuse devient négligeable, la vitesse est proportionnelle à St , en atteignant un maximum à $St = 1$, puis cette vitesse, inversement proportionnelle à St , diminue de nouveau ($St \gg 1$).

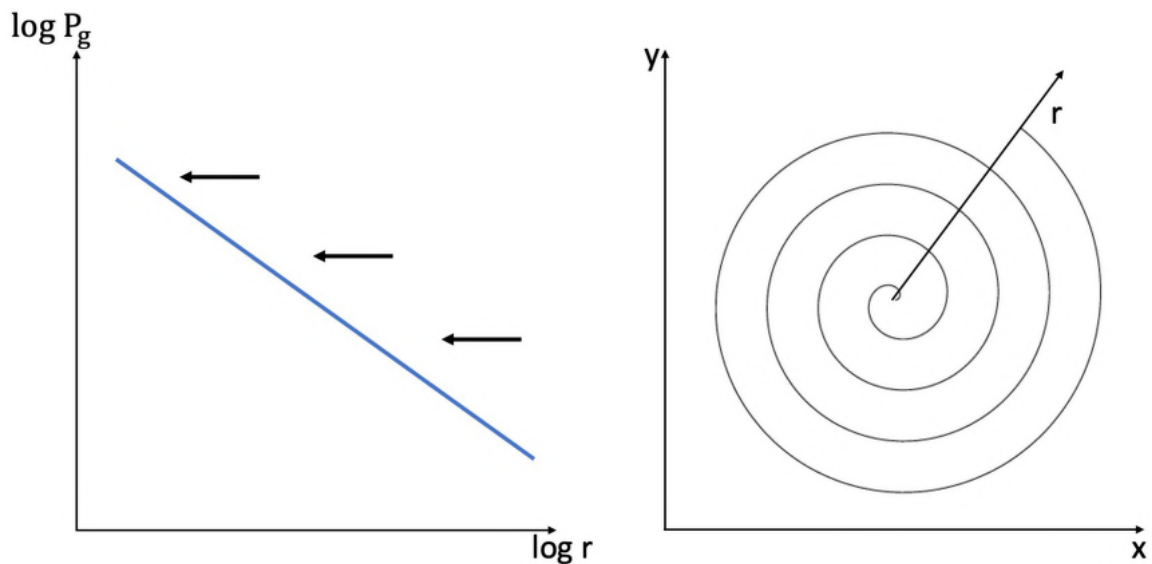


FIGURE 2.8 – **Gauche** : La poussière dérive toujours vers le maximum de pression du gaz, généralement situé sur le bord interne du disque. **Droite** : Cette friction entre la poussière et le gaz fait qu’en dérivant, la poussière spirale vers le bord interne du disque.

Le terme v_{visc} est négligeable devant v_{drift} (Voir l'annexe C de [Gonzalez et al. \(2017\)](#)). On obtient donc pour la vitesse radiale de la poussière simplifiée en utilisant l'équation (2.119) :

$$v_{\text{d,r}} = -\frac{\text{St}}{1 + \text{St}^2} \frac{H_{\text{g}}^2}{r^2} \frac{\partial \ln(P)}{\partial \ln(r)} v_{\text{K}}. \quad (2.121)$$

En analysant cette équation, on remarque que les petits grains très couplés au gaz ($\text{St} \ll 1$) dérivent lentement avec une vitesse $v_{\text{d,r}} \propto \text{St}$, les gros grains quasi-découplés du gaz ($\text{St} \gg 1$) dérivent lentement suivant $v_{\text{d,r}} \propto \text{St}^{-1}$. Dans le cas des grains de tailles intermédiaires ($\text{St} \sim 1$), la vitesse de dérive est maximale, comme montrée dans la figure 2.7. Les observations peuvent montrer indirectement le phénomène de dérive radiale. En effet, les observations avec ALMA montrent que les disques de poussières millimétriques ont des rayons externes plus petits que ceux du gaz. En effet, la longueur d'onde observée est proportionnelle à la taille des grains, à un facteur 2π près. De plus, plus la longueur d'onde observée est grande, (et donc la taille des grains), plus le disque de poussière est compact ([Facchini et al., 2019](#); [Wu et al., 2023](#)). Cela peut être expliqué par le fait que les gros agrégats avec des St plus grand dérivent plus vite que les petit grains, et s'accumulent donc dans les régions internes. Pour finir, les grains dérivent toujours vers le maximum de pression (voir figure 2.8). Ce point est très important car la vitesse de dérive augmentant au fur et à mesure que les grains grossissent et approchent $\text{St} \sim 1$ implique que les grains sont systématiquement accrétés par l'étoile. C'est ce qu'on appelle la barrière de dérive radiale ([Laibe et al., 2012](#)). Cependant, si le maximum de pression n'est pas sur le bord interne du disque, cela signifie que la poussière se retrouvera piégée. C'est le principe des pièges à poussières. On peut quantifier le temps que prend la dérive radiale par le temps de dérive caractéristique :

$$t_{\text{drift}} = \frac{r}{|v_{\text{drift}}|}, \quad (2.122)$$

$$= \frac{1 + \text{St}^2}{2\text{St}} \frac{t_{\text{K}}}{\eta}, \quad (2.123)$$

$$\sim \frac{t_{\text{K}}}{\eta} \quad \text{pour } \text{St} \sim 1 \quad (2.124)$$

En reprenant la valeur de $\eta = 0.005$ donnée d'après l'équation (2.27) et $\text{St} \sim 1$, on trouve un temps de dérive d'environ entre 200 t_{K} . À 1 ua, cela correspond à environ $t_{\text{drift}} (\text{St} \sim 1) \sim 200$ ans, à 20 ua, $t_{\text{drift}} (\text{St} \sim 1) \sim 25000$ ans. La vitesse de dérive est extrêmement rapide si on la compare à la durée de vie d'un disque de quelques millions d'années. Par ailleurs, [Laibe et al. \(2012\)](#) ont montré en résolvant exactement $v_{\text{d,r}}$ dans le régime d'Epstein que les grains pouvaient survivre à la dérive lorsque le disque en loi de puissance respecte certaines conditions sur p et q montré en figure 2.9. Il existe 4 cas différents selon les indices p et q ([Laibe et al., 2012](#)) :

1. Les petits et gros grains formés par coagulation par exemple, survivent par accumulation. C'est le cas compatible avec les observations de disques.
2. Seuls les petits grains peuvent survivent par accumulation. Avec la croissance, le disque se vide de son contenu en poussière.
3. Seuls les gros grains survivent. Les petits sont accrétés s'ils ne grossissent pas à des tailles de planétésimaux. Ce cas est aussi compatible avec les observations.
4. Tous les grains sont accrétés, peu importe leurs tailles.

Piège à poussière et rétroaction de la poussière sur le gaz

Jusqu'ici, nous avons considéré que la densité de poussière locale était toujours faible devant celle du gaz. Cependant, la poussière affecte aussi le mouvement du gaz, particulièrement lorsque sa densité approche ou dépasse celle du gaz. Lorsque l'on prend en compte les effets de rétroaction de la poussière sur le gaz, on trouve une autre formulation plus complète donnée par (Dipierro & Laibe, 2017; Kanagawa et al., 2017) des équations de $v_{d,r}$, $v_{g,r}$, $v_{d,\varphi}$ et $v_{g,\varphi}$ qui dépend de la quantité de poussière présente à une position :

$$v_{d,r} = \frac{St}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} v_{\text{drift}} + \frac{1+\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} v_{\text{visc}}, \quad (2.125)$$

$$v_{d,\varphi} = v_K + \frac{1+\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} \frac{v_{\text{drift}}}{2} - \frac{1}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} \frac{v_{\text{visc}}}{2}, \quad (2.126)$$

$$v_{g,r} = -\frac{\varepsilon St}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} v_{\text{drift}} + \frac{1+\varepsilon + St^2}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} v_{\text{visc}}, \quad (2.127)$$

$$v_{g,\varphi} = v_K + \frac{1+\varepsilon + St^2}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} \frac{v_{\text{drift}}}{2} + \frac{\varepsilon St}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} \frac{v_{\text{visc}}}{2}, \quad (2.128)$$

$$\Delta v_r = \frac{(1+\varepsilon)St}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} v_{\text{drift}} - \frac{St^2}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} v_{\text{visc}}, \quad (2.129)$$

$$\Delta v_\varphi = -\frac{St^2}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} \frac{v_{\text{drift}}}{2} - \frac{(1+\varepsilon)St}{(1+\varepsilon)^2 + St^2} \frac{v_{\text{visc}}}{2}. \quad (2.130)$$

Le rapport de la densité de poussière à celle du gaz est noté $\varepsilon = \rho_d/\rho_g$ et est appelé rapport poussière/gaz. De manière simple, on considère que la répartition en masse de la poussière dans un disque est uniforme, c'est à dire ε indépendant de la position, et représente une fraction en masse d'1% celle du gaz. Mais comment évoluent les vitesses si ce rapport augmente dans le cas où la poussière paraît piégée dans un maximum de pression locale ?

Dans le cas où le nombre de Stokes et le rapport poussière/gaz sont proches de 1, la poussière domine la dynamique. On remarque que le gaz (équation (2.127)) dérive bien vers l'étoile avec une vitesse v_{visc} , mais en même temps, il est "tiré" vers les régions externes par la poussière avec une vitesse v_{drift} . Pour comprendre plus simplement le mécanisme de rétroaction, regardons la figure 2.10 (Gonzalez et al., 2017). Les grains des régions externes grossissent et dérivent vers l'étoile. Sans rétroaction, les grains n'atteignent pas des St plus grand que 1 car en dérivant, ils atteignent des régions où la fragmentation est efficace (figure gauche 2.10). Malgré un rapport poussière/gaz faible, la rétroaction permet de ralentir légèrement la dérive radiale des grains de poussière. Cela permet alors à la poussière dérivant des régions externes d'avoir assez de temps pour se découpler du gaz ($St > 1$). Comme les grains découplés du gaz dérivent moins vite, ils s'accumulent, ce qui augmente le rapport poussière/gaz et accentue les effets de la rétroaction. La rétroaction de la poussière sur le gaz modifie la structure du disque de gaz, le gradient de pression migre du bord interne vers cette région, qui accumule encore plus de poussière. On a donc formé un piège à poussière auto-induit qui capture les grains dérivant des régions externes du disque, mécanisme découvert par Gonzalez et al. (2017). Ce mécanisme pourrait être

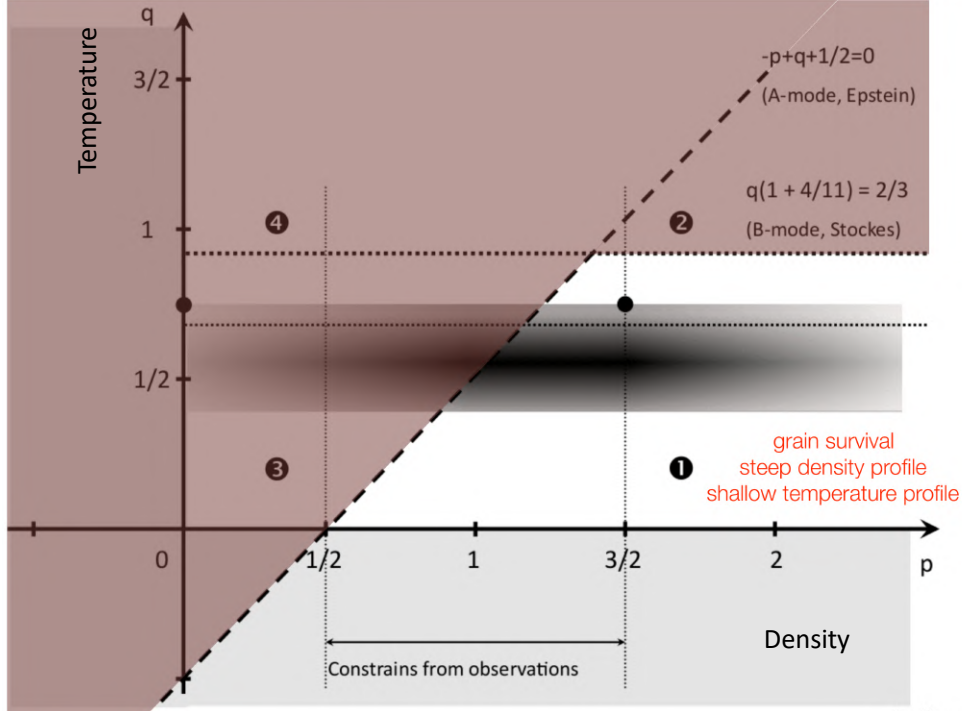


FIGURE 2.9 – Zone de survie selon les indices p et q d'un disque en loi de puissance. Les zones en rouge sont les zones où les grains ne survivent pas pour former des planètes. La zone en blanc permet la croissance de petit grains en planétésimaux. De plus, les indices p et q du modèle STD sont compatibles avec les observations et la zone de survie (Laibe et al., 2012).

la première étape nécessaire à la formation de nombreux autres processus nécessitant préalablement une accumulation de poussière. On peut citer par exemple l'instabilité d'écoulement (Youdin & Goodman, 2005; Youdin & Johansen, 2007; Li et al., 2019b), qui nécessite une accumulation de poussière avec $St \sim 1$ pour être déclenché.

Sédimentation verticale

Maintenant que nous avons vu la dérive radiale, nous allons nous intéresser à la sédimentation de la poussière. Ce point est très important car en sédimentant, la poussière s'accumule dans le plan médian où elle va grossir plus rapidement. Les observations récentes de disques vus par la tranche montrent (Villenave et al., 2020) des disques fins de poussière dans le plan médian, comme le montre la figure 2.11. Pour comprendre le mouvement vertical de la poussière, regardons l'équation du mouvement vertical dans lequel le gaz n'a pas de déplacement vertical ($v_{g,z} = 0$, $\Delta v_z = v_{d,z}$ dans le cas stationnaire)

$$\frac{\partial v_{d,z}}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{F_{D,z}}{m}, \quad (2.131)$$

$$\frac{\partial v_{d,z}}{\partial t} = -\Omega_K^2 z_d - \frac{v_{d,z}}{t_s}. \quad (2.132)$$

On obtient donc une équation différentielle du 2^{ème} ordre qui est l'équation d'un oscillateur harmonique amorti :

$$\frac{\partial^2 z_d}{\partial t^2} + \frac{1}{t_s} \frac{\partial z_d}{\partial t} + \Omega_K^2 z_d = 0. \quad (2.133)$$

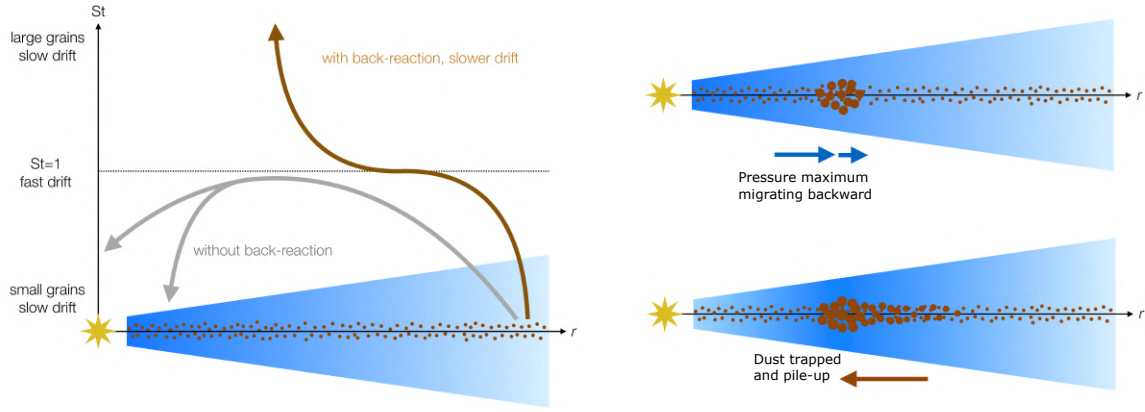


FIGURE 2.10 – **Gauche** : Schéma explicatif de la rétroaction. Sans la rétroaction, les grains n’atteignent pas des St plus grand que 1 et finissent soit accrétés, soit fragmentés vers les petites tailles dans les régions internes. Avec la rétroaction, la poussière peut survivre à la dérive radiale et à la fragmentation. **Droite** : La poussière se découple et s’accumule à la rétroaction. Le gaz est donc tiré vers les régions externes, créant un maximum de pression locale, qui piège les poussières dérivant des régions externes.

Pour faciliter notre étude et faire apparaître le nombre de Stokes, on adimensionalise l’équation en posant $\tilde{z} = \frac{z}{z_0}$ et $\tilde{t} = \frac{t}{t_K}$, où $z_0 = z(t = 0)$:

$$\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial \tilde{t}^2} + \frac{1}{St} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{z} = 0. \quad (2.134)$$

En résolvant l’équation, on obtient pour trois St différents la figure 2.12 (Laibe et al., 2014) : Pour connaître le régime, on calcule le discriminant $\Delta = St^{-2} - 4$, ce qui nous permet d’identifier trois régimes :

- $St < \frac{1}{2}$: régime apériodique, les grains n’oscillent pas et sédimentent lentement.
- $St = \frac{1}{2}$: régime critique, les grains n’oscillent pas et sédimentent très rapidement.
- $St > \frac{1}{2}$: régime pseudo-périodique, les grains oscillent de manière quasi-sinusoidale très rapidement autour du plan médian.

On revient alors au même comportement que dans le cas de la dérive radiale. Les petits et gros grains ($St \ll 1$ et $St \gg 1$) étant respectivement fortement couplés et découplés du gaz, la sédimentation est très lente, typiquement plusieurs centaines d’orbites. Dans le cas où $St = \frac{1}{2}$, le temps de sédimentation est de quelques orbites. Une bonne approximation pour décrire le temps de sédimentation t_{settle} est (Laibe et al., 2014) :

$$t_{\text{settle}} = \frac{1 + St^2}{St} t_K. \quad (2.135)$$

En utilisant l’équation (2.122), on peut relier le temps de dérive au temps de sédimentation :

$$\frac{t_{\text{settle}}}{t_{\text{drift}}} = 2\eta. \quad (2.136)$$

η étant petit devant 1, le temps de sédimentation est beaucoup plus court que le temps de dérive radiale. On s’attend donc à ce qu’un grain dans un disque sédimente d’abord vers le plan médian avant de dériver vers l’étoile.

Pour finir, on peut exprimer la vitesse de sédimentation des petits grains ($St \ll 1$). En effet, comme ils sont fortement couplés au gaz, ils atteignent rapidement la vitesse du

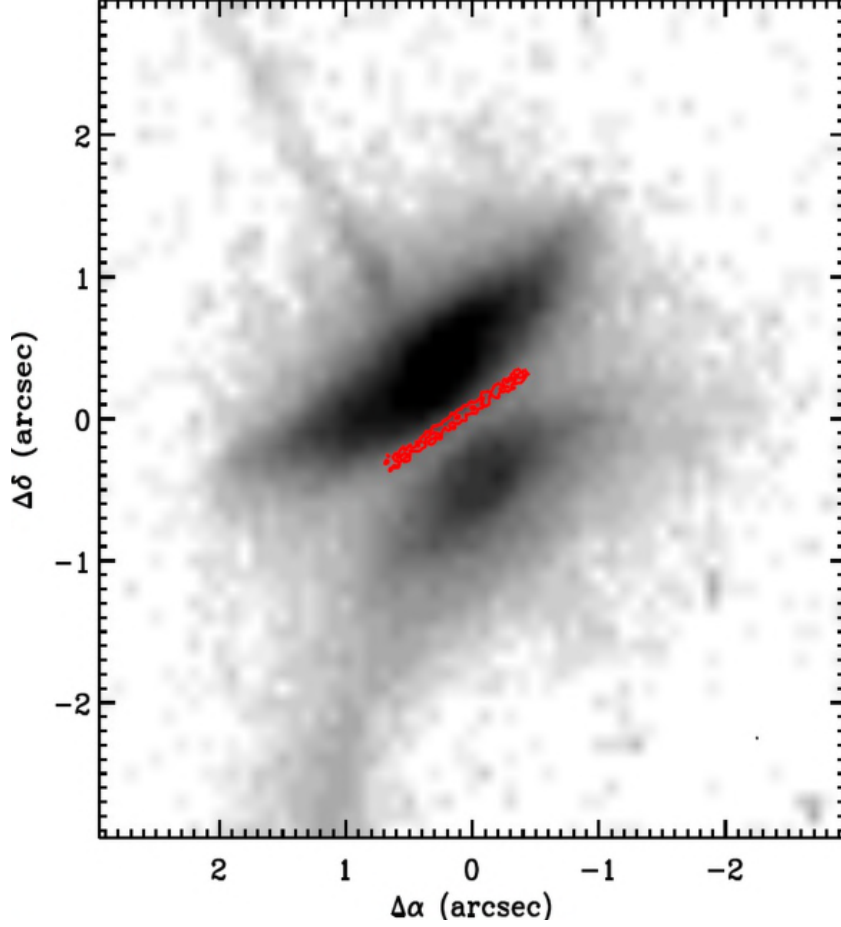


FIGURE 2.11 – Disque autour de l'étoile HH30 vu par la tranche. La lumière diffusée en niveau de gris correspond au gaz observé par HST. En rouge figure la poussière liée à l'émission à 1.3mm observé avec ALMA (Villenave et al., 2020).

gaz, et on obtient dans le régime d'Epstein avec $\rho \simeq \rho_g$:

$$v_{\text{settle}} = \frac{zt_s}{t_K^2} = \Omega_K St z = \frac{\rho_s s}{\rho_g c_g} \Omega_K^2 z, \quad (2.137)$$

ce qui nous permet d'obtenir une expression de t_{settle} dans le régime d'Epstein.

$$t_{\text{settle}} = \frac{z}{v_{\text{set}}} = \frac{\Sigma_g}{\sqrt{2\pi} \Omega_K \rho_s s} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right) \quad (2.138)$$

Dans le cas du modèle de disque STD, et en utilisant des grains de silicates compacts d' $1 \mu\text{m}$, on trouve $t_{\text{settle}} \sim 5 \times 10^4$ ans. Les couches supérieures sont donc très rapidement vidées de leur contenu en poussières qui ont migré dans le plan médian. Cependant, nous avons dit précédemment que les disques étaient des objets turbulents. Il y a donc toujours un mélange des couches médianes qui empêche la poussière de parfaitement sédimenter. On peut définir le temps de mélange nécessaire pour mélanger une couche de hauteur z

$$t_{\text{stir}} = \frac{z^2}{\nu} \quad (2.139)$$

et le comparer au temps de sédimentation en posant l'égalité $t_{\text{stir}} = t_{\text{settle}}$, on trouve dans

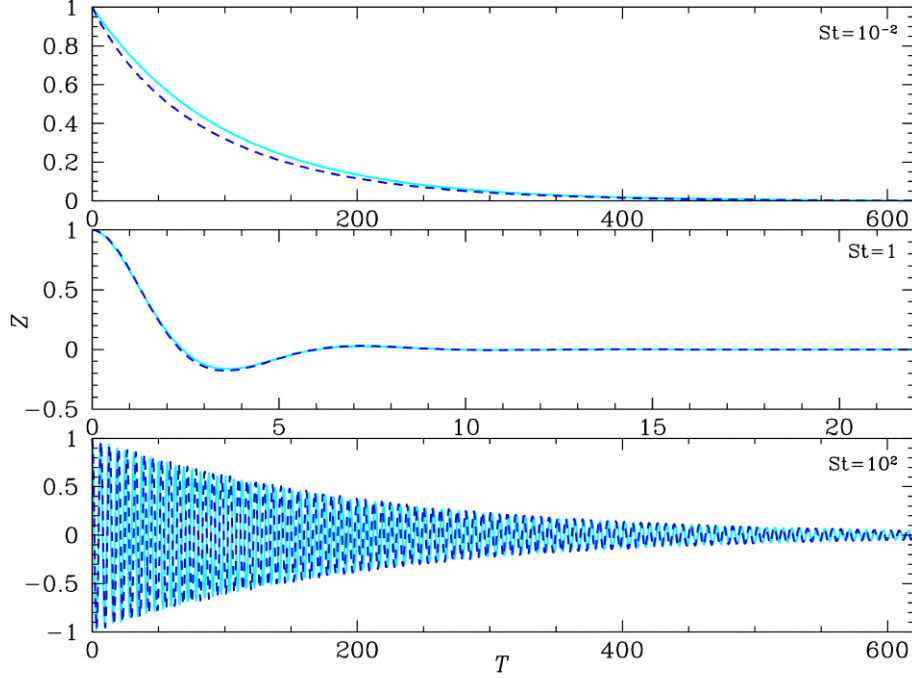


FIGURE 2.12 – Sédimentation verticale de la poussière dans les trois différents régimes. Ici, Z et T correspondent à \tilde{z} et \tilde{t} . Lorsque le nombre de Stokes $St \sim 1$, alors la sédimentation, tout comme la dérive radiale, est la plus rapide (Laibe et al., 2014).

le cas où $z \sim H_g$:

$$\frac{2\pi\rho_s s}{\alpha_{ss}\Sigma_g} = \frac{H_g^2}{z^2} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_g^2}\right), \quad (2.140)$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2}\right). \quad (2.141)$$

Ce qui nous permet de donner une condition sur la turbulence (ici avec le disque STD) :

$$\alpha_{ss} \geq \frac{2\pi\rho_s s}{\Sigma_g} \exp\left(\frac{1}{2}\right) \sim \frac{1}{2} \left(\frac{s}{\text{mm}}\right). \quad (2.142)$$

Dans le cas de grains centimétriques, la turbulence ne suffit pas à mélanger toute l'épaisseur et les grains sédimentent. En revanche, pour le cas de grains micrométriques, la turbulence est à même de maintenir toute l'épaisseur H_g mélangée. Cependant, nous n'avons ici considéré qu'un seul grain de poussière. De façon plus réaliste, on peut écrire l'équation d'advection-diffusion d'un fluide de poussière, que l'on considère comme une espèce trace $\varepsilon \ll 1$ (Dubrulle et al., 1995; Fromang & Papaloizou, 2006) :

$$\frac{\partial\rho_d}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} (\Omega_K St \rho_d z) = D \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_d}{\rho} \right) \right). \quad (2.143)$$

Le second terme de gauche est le terme d'advection qui permet de tenir compte de la structure stratifiée du disque du disque à cause de la sédimentation verticale des grains. Le terme de droite est le terme de diffusion de la poussière dans le gaz, avec D le coefficient de diffusion turbulente. En prenant la solution stationnaire et en supposant que la densité

de gaz est constante dans la couche de poussière pour un z donné, on obtient :

$$\rho_d = \rho_{d,z=0} \exp\left(-\frac{z^2}{2H_d^2}\right), \quad (2.144)$$

où H_d est l'échelle de hauteur de la poussière. On en tire donc :

$$\frac{H_d}{H_g} \simeq \sqrt{\frac{\alpha_{ss}}{\text{St} + \alpha_{ss}}}. \quad (2.145)$$

Si $\text{St} \gg \alpha_{ss}$, il y a sédimentation et l'échelle de hauteur peut être approximée par $H_d \sim \sqrt{\alpha_{ss}/\text{St}}H_g$. Dans le cas contraire, la turbulence contrebalance la sédimentation et on a $H_d \simeq H_g$.

Chapitre 3

Modélisation de la poussière

An expert is a person who has made all the mistakes that can be made in a very narrow field.

Niels Bohr.

Dans le chapitre précédent, nous avons vu comment construire des modèles de disques relativement simples pour en comprendre la structure et l'évolution, ainsi que la manière dont leurs contenus en gaz et poussière interagissent. Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à la manière dont on modélise la croissance et la fragmentation de grains de poussière, ainsi qu'à la modélisation de la porosité, thème central de ma thèse.

3.1 Croissance et fragmentation

Pour modéliser la croissance et la fragmentation de la poussière, [Smoluchowski \(1916\)](#) sera le premier à écrire une équation d'évolution complète. Cependant, c'est une équation intégro-différentielle, sa résolution est donc extrêmement complexe lorsqu'on tient compte des phénomènes de rebond et de fragmentation car il faut prendre en compte l'historique du grain. Si la résolution de cette équation se fait sans grandes difficultés lorsque l'on considère seulement quelques grains et que l'on simplifie énormément la physique du disque, il n'en est pas de même lorsque l'on veut réaliser une simulation globale de disque incluant le gaz et la poussière. Les méthodes de résolutions avec 3 dimensions sont alors soit trop imprécises, soit beaucoup trop gourmandes en temps de calcul, ce qui rendent impossibles leurs utilisations telles quelles. Récemment, Maxime Lombart a réussi à résoudre ces équations dans le cas de la croissance ([Lombart & Laibe, 2021](#)) et de la fragmentation ([Lombart et al., 2022](#)) en utilisant un schéma de Galerkin discontinu, ce qui permettrait son utilisation dans des simulations globales. Cependant, seul le modèle avec croissance a été implémenté récemment dans le code PHANTOM, et demanderait de gros développements pour intégrer la porosité, et tout les effets liés comme le rebond ou la rupture par rotation.

3.1.1 Croissance mono-disperse

Pour éviter la résolution de l'équation de Smoluchowski, très coûteuse, on peut simplifier l'équation d'évolution en supposant que localement, la distribution de la masse des grains est piquée autour d'une valeur unique. On considère donc une distribution de masse de grains localement uniforme où les collisions ont lieu entre des grains de masse identique ([Laibe et al., 2008](#)). À chaque collision, on considère que la masse m d'un grain de poussière de taille s double en un temps caractéristique τ_{coll} . On obtient donc l'équation de la variation de masse formulée par [Stepinski & Valageas \(1997\)](#), dont on adopte

le formalisme pour les équations suivantes :

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{grow}} \approx \frac{m}{\tau_{\text{coll}}}. \quad (3.1)$$

Le temps entre deux collisions peut s'exprimer en fonction de la densité numérique de poussière n_d , la section efficace de collision ($\sigma_d = 4\pi s^2$) et la vitesse relative v_{rel} lors de la collision.

$$\tau_{\text{coll}} = \frac{1}{n_d \sigma_d v_{\text{rel}}} = \frac{m}{\rho_d \sigma_d v_{\text{rel}}}. \quad (3.2)$$

La variation de masse peut donc être calculée :

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{grow}} = 4\pi \rho_d s^2 v_{\text{rel}}. \quad (3.3)$$

On utilisera cette équation et non la forme donnant la variation de taille ds/dt , car cette formule ne présente pas de dégénérescence lorsque l'on ajoute la porosité. Le taux de croissance augmente logiquement lorsque la vitesse relative augmente ou que la taille augmente, car on favorise la probabilité d'avoir une collision. On remarque aussi que le taux de croissance augmente linéairement quand ρ_d augmente, soit lorsque les grains de poussière sédimentent ou se retrouvent dans un piège à poussière. La dépendance en r de ρ_d et v_{rel} indique aussi que la croissance est plus efficace dans les régions internes du disque. La vitesse relative v_{rel} peut s'exprimer comme :

$$v_{\text{rel}} = \sqrt{2} v_t \frac{\sqrt{\text{Sc} - 1}}{\text{Sc}}. \quad (3.4)$$

La vitesse turbulente v_t , seule source de vitesse dans un tourbillon, est donnée par :

$$v_t = \sqrt{2^{1/2} \text{Ro} \alpha_{\text{ss}} c_g}. \quad (3.5)$$

(La turbulence est associée à une distribution de vitesse, et la vitesse turbulente est reliée aux composantes diagonales du tenseur des fluctuations de vitesse). Ro , le nombre de Rossby est une constante prise égale à 3 (Stepinski & Valageas, 1997). Le nombre de Schmidt Sc d'un grain de poussière mesure le couplage du grain au tourbillon¹ :

$$\text{Sc} = (1 + \text{St}) \sqrt{1 + \frac{\Delta v^2}{v_t^2}}, \quad (3.6)$$

Lorsque $\text{St} \ll 1$, on peut donc avoir en première approximation $v_{\text{rel}} \propto \text{St}$, or $\text{St} \propto s$ dans le régime d'Epstein. Cela signifie qu'au cours de leur croissance, la vitesse relative lors des collisions ne fera qu'augmenter avec la taille des grains, jusqu'à ce qu'ils fragmentent. Dans le cas où ils dépasseraient $\text{St} = 1$, alors $v_{\text{rel}} \propto \text{St}^{-1}$. La vitesse diminue lorsque les grains continuent à grossir vers des tailles kilométriques.

Il existe cependant d'autres sources de vitesses. Les différences de vitesses entre grains dus à la friction entre la poussière et le gaz dans les directions radiale, azimutale et verticale sont par définition nulles, car des grains identiques subissent des forces de frottements identiques, et possèdent donc des vitesses identiques. Il existe aussi la contribution du mouvement brownien à cause de l'agitation thermique. Les mouvements

1. Il existe d'autres définitions du nombre de Schmidt, voir par exemple Youdin & Lithwick (2007).

browniens sont la principale contribution à v_{rel} lorsque les grains ont des tailles typiques sub-micrométriques. La croissance étant très rapide à ces tailles, on néglige aussi cette source de vitesse (voir [Vericel & Gonzalez, 2020](#), pour une discussion plus approfondie) Pour finir, on peut définir un temps caractéristique de croissance :

$$t_{\text{grow}} = \frac{m}{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{grow}}} = \frac{\rho_s}{\rho_d} \frac{s}{v_{\text{rel}}}. \quad (3.7)$$

Un grain de poussière échappe à la barrière de dérive radiale si $t_{\text{grow}} > t_{\text{drift}}$, donc s'il arrive à grossir suffisamment vite. On peut traduire cette limite avec le rapport entre ces deux temps caractéristiques :

$$\frac{t_{\text{grow}}}{t_{\text{drift}}} \geq \Upsilon, \quad (3.8)$$

Selon [Okuzumi et al. \(2009\)](#), [Kataoka et al. \(2013\)](#) et [Garcia \(2018\)](#), Υ doit avoir une valeur comprise entre 10 et 30 pour qu'un grain de poussière survive à la dérive radiale uniquement avec la croissance.

3.1.2 Fragmentation

L'autre processus naturel qui apparaît dans la vie des grains est la fragmentation. Lorsque la vitesse relative entre les grains est trop élevée et dépasse le seuil de fragmentation v_{frag} , alors le grain fragmente au lieu de grossir ([Tanaka et al., 1996](#)). En effet, l'énergie cinétique à l'impact est telle que la structure du grain ne peut l'absorber, rompant les liaisons entre les monomères constituant l'agrégat. On peut donc exprimer la variation de masse durant la fragmentation en adoptant une forme très similaire à celle de [Stepinski & Valageas \(1996\)](#) pour la croissance. [Gonzalez et al. \(2015\)](#) modélise le taux de fragmentation comme étant le symétrique du taux de croissance dans le cas où $v_{\text{rel}} > v_{\text{frag}}$.

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{frag}} = \chi \left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{grow}}. \quad (3.9)$$

Dans ce modèle, si $\chi = -1$, le grain se fragmente toujours totalement sur un temps de collision τ_{coll} , la quasi-totalité de la masse étant perdue quelle que soit la valeur de v_{rel} . Ce modèle est appelé fragmentation "dure". Un modèle plus réaliste développé par [Kobayashi & Tanaka \(2010\)](#) et [Garcia \(2018\)](#) et réutilisé par [Vericel et al. \(2021\)](#) permet d'avoir une fragmentation plus progressive (ou "douce") au regard de la valeur de v_{rel} vis-à-vis de v_{frag}

$$\chi = -\frac{v_{\text{rel}}^2}{v_{\text{rel}}^2 + v_{\text{frag}}^2} \quad (3.10)$$

Lorsque la vitesse relative dépasse légèrement le seuil, la perte de masse est plus faible. Le grain qui fragmente perd donc après un temps de collision τ_{coll} la moitié de sa masse² ($v_{\text{rel}} = v_{\text{frag}}$) ou plus ($v_{\text{rel}} > v_{\text{frag}}$). Dans le cas où $v_{\text{rel}} \gg v_{\text{frag}}$, on retrouve le cas de [Gonzalez et al. \(2015\)](#) où la totalité du grain fragmente après un temps de collision. Dans la réalité, les expérimentations ([Blum & Wurm, 2000](#); [Shimaki & Arakawa, 2012](#);

2. On notera que notre définition de la fragmentation correspond au moment où la moitié de la masse est perdue. Les deux modèles sont présentés dans la figures [3.1](#) à titre de référence. Ce n'est cependant pas la seule définition. [Ringl et al. \(2012b\)](#); [Gunkelmann et al. \(2016a\)](#) appellent fragmentation le moment où au moins un monomère est éjecté de l'agrégat principal. Nous appellerons érosion la perte de masse du grain lorsque celle-ci est plus petite que la moitié de la masse initiale.

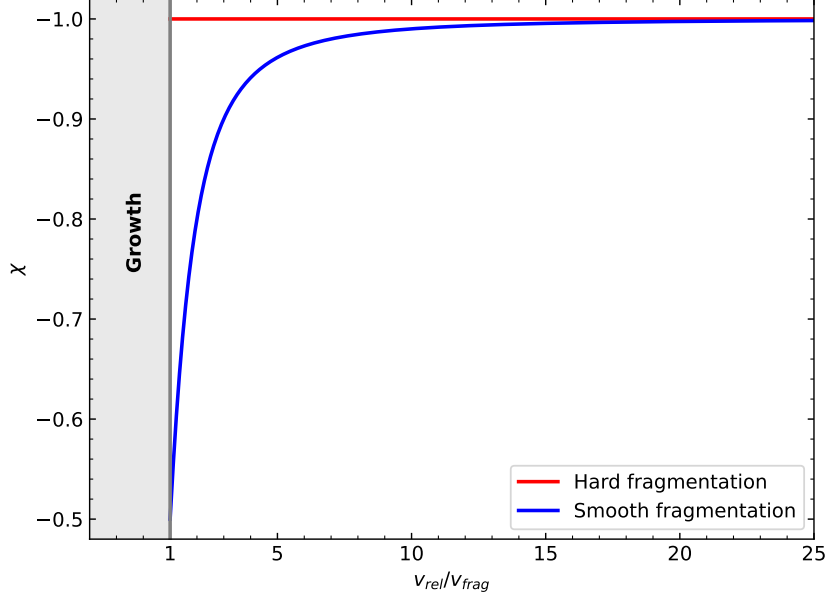


FIGURE 3.1 – Comparaison entre les deux modèles de fragmentation. En rouge, le modèle de fragmentation dure avec $\chi = -1$ et en bleu le modèle développé par Kobayashi & Tanaka (2010) et Garcia (2018)

Weidling et al., 2012) et les expériences numériques (Dominik & Tielens, 1997; Okuzumi et al., 2009, 2012; Kataoka et al., 2013; Krijt et al., 2015; Planes et al., 2021) montrent des choses beaucoup plus complexes très difficile à modéliser. La fragmentation s’accompagne d’une cascade de tailles, et dépend d’un très grand nombre de paramètres, comme la composition, la porosité, la forme, le paramètre d’impact, le rapport de masse, la vitesse à l’impact, etc. Le modèle présenté ici suit celui introduit par Kobayashi & Tanaka (2010) en utilisant la définition de la fragmentation qui repose sur plusieurs approximations afin de capturer l’essentiel de la physique selon la vitesse relative de collision. Cherchons maintenant une expression pour déterminer v_{frag} . Pour cela, nous allons d’abord essayer d’estimer l’énergie nécessaire pour casser la liaison entre deux monomères E_{break} .

$$E_{\text{break}} = C_{\text{break}} F_c \delta_c, \quad (3.11)$$

où C_{break} est une constante qui vaut entre 1.5 et 2 (Dominik & Tielens, 1997), et que nous prendrons égal à 1.8 (Garcia, 2018). F_c est la force critique de traction entre deux monomères et δ_c la distance critique de traction.

$$F_c = 3\pi\gamma_s a_0; \quad (3.12)$$

$$\delta_c = \left(\frac{27\pi^2 \gamma_s^2 a_0}{2 \mathcal{E}^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.13)$$

γ_s est l’énergie de surface d’un monomère, \mathcal{E} son module de Young et a_0 son rayon. On obtient alors l’expression de E_{break} :

$$E_{\text{break}} \simeq C_{\text{break}} 48 \left(\frac{\gamma_s^5 a_0^4}{\mathcal{E}^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.14)$$

Pour trouver l’énergie totale, il suffit de connaître le nombre de monomères et le nombre de liaison entre monomères :

$$E_{\text{frag}} = \kappa N_{\text{tot}} E_{\text{break}}, \quad (3.15)$$

avec N_{tot} le nombre total de monomères et κ un facteur numérique représentant le nombre de liaisons et qui dépend de l'espèce et de la porosité. Dans le cas de l'érosion, $\kappa = 1 - 2$ et pour la fragmentation, $\kappa = 3 - 10$ (Blum & Wurm, 2000; Wada et al., 2007).

On peut alors définir v_{frag} en fonction de E_{frag} comme :

$$v_{\text{frag}} = 2\sqrt{\frac{E_{\text{frag}}}{m}} = 2\sqrt{\frac{48\kappa N_{\text{tot}} C_{\text{break}}}{m}} \left(\frac{\gamma_s^5 a_0^4}{\mathcal{E}^2} \right)^{\frac{1}{6}}. \quad (3.16)$$

Comme on le voit, il y a une dépendance de ces équations vis-à-vis de γ_s et de a_0 . Une erreur sur l'estimation de ces paramètres peut donc changer les valeurs de E_{frag} et v_{frag} . Les recherches sur la valeur de v_{frag} selon le type de matériaux est un sujet très actif et la communauté ne s'accorde pas sur les valeurs. Blum & Wurm (2008) et Güttler et al. (2009a) ont déduit pour les silicates $v_{\text{frag, Si}} \sim 1 \text{ m.s}^{-1}$. Wada et al. (2009, 2013) ont aussi trouvé une valeur proche de $v_{\text{frag, Si}} \sim 5 \text{ m.s}^{-1}$, ainsi que celle de l'eau $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} \sim 60 - 70 \text{ m.s}^{-1}$. Yamamoto et al. (2014) trouvent en utilisant une autre méthode une valeur similaire pour l'eau $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} = 56 \text{ m.s}^{-1}$. La méthode utilisé par Yamamoto et al. (2014) ne repose pas sur des collisions entre grains dans des chambres sous vide, mais sur le lien qu'il existe entre l'énergie de surface (et donc le seuil de fragmentation), et la température de fusion du matériau. En revanche, la valeur pour les silicates est radicalement différente $v_{\text{frag, Si}} = 55 \text{ m.s}^{-1}$. Dans les faits, $v_{\text{frag}} \propto \gamma_s^{5/6}$ (Dominik & Tielens, 1997) ce qui fait qu'une mauvaise estimation de γ_s donne une valeur erronée de v_{frag} . La valeur de γ_s utilisé par Wada et al. (2009) et Wada et al. (2013) est $\gamma_s = 25 \text{ mJ.m}^{-2}$, soit un ordre de grandeur plus petit que la valeur trouvée par Yamamoto et al. (2014) et Kimura et al. (2020). Dans le cas de l'eau, c'est la valeur de $\gamma_s = 0.1 \text{ J.m}^{-2}$ qui sera retenue et que l'on retrouve dans de nombreuses études (Wada et al., 2007; Wada et al., 2009, 2013; Kataoka et al., 2013; Yamamoto et al., 2014; Tatsuuma & Kataoka, 2021; Kimura et al., 2020).

Pour les silicates, Yamamoto et al. (2014) trouvent $\gamma_s = 0.3 \text{ J.m}^{-2}$ tandis que Kimura et al. (2020) trouvent plutôt $\gamma_s = 0.15 \text{ J.m}^{-2}$. En effet, les silicates absorbent très facilement l'eau présent dans l'air. Or, l'absorption de molécule d'eau par les silicates avant leur mise sous vide, qui réduit l'énergie de surface γ_s moyenne des grains, provoque une baisse des capacités de collage des grains de silicates, et les rend plus fragiles vis-a-vis de la fragmentation. J'ai choisi d'utiliser une valeur intermédiaire de $\gamma_s = 0.2 \text{ J.m}^{-2}$.

Les mesures expérimentales sur la glace d'eau conduites par Shimaki & Arakawa (2012) indiquent un $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} \sim 15 \text{ m.s}^{-1}$, tandis que les simulations de collisions donnent des valeurs plus grandes (Wada et al., 2009). Cette valeur à été calculée par Gonzalez et al. (2015); Garcia (2018) en utilisant les mesures expérimentales de l'énergie nécessaire pour fragmenter un grain par unité de masse ($\sim 55 \text{ J.kg}^{-1}$). Pour des raisons de comparaisons avec certaines études précédentes (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020; Vericel et al., 2021), nous retenons pour l'eau la valeur de $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} \sim 15 \text{ m.s}^{-1}$. Seulement, des grains de glace d'eau pure n'existent pas. Ce sont des grains, le plus souvent des silicates, recouverts d'une couche d'un autre élément plus volatil comme l'eau ou des matières organiques. Vericel & Gonzalez (2020) ont montré que la vitesse de fragmentation était principalement déterminée par la couche entourant la surface d'un grain, et non le matériau interne. On a donc choisi dans notre cas quatre valeurs de seuil : $v_{\text{frag, Si}} = 5 - 10 - 20 \text{ m.s}^{-1}$ pour modéliser des éléments favorisant la fragmentation comme l'eau ou le CO, et $v_{\text{frag, Si}} = 40 \text{ m.s}^{-1}$ pour modéliser des grains de silicates purs ou entourés de matières organiques. Contrairement à Shimaki & Arakawa (2012) qui montraient qu'un mélange de silicates et d'eau est plus fragile que de la glace seule, on suppose ici l'inverse, au vu des nouvelles

mesures réalisées ces dernières années et des problèmes expérimentaux mis en évidence. Des grains de silicates purs sont plus résistants que ceux de glace d'eau, et un mélange des deux est plus résistant que la glace d'eau, mais moins que les silicates. Les proportions exactes restent néanmoins à déterminer expérimentalement.

3.1.3 Érosion éolienne

J'ai enfin étudié brièvement durant mon détachement en Australie un second mécanisme pour réduire la taille des grains, l'érosion des grains par le gaz lorsque le grain est découplé du gaz, mécanisme étudié par [Rozner et al. \(2020\)](#) et [Grishin et al. \(2020\)](#). Lors de l'érosion, des grains d'une taille s_{ej} sont éjectés de l'agrégat original, dont la taille s est comprise entre 1 mètre et 1 kilomètre. Si l'on considère une densité de gaz environnante ρ_g et une différence de vitesse entre l'agrégat et le gaz Δv , le temps caractéristique pour qu'un grain se détache est donné par :

$$t_{ej} = \frac{\Delta v}{a_{coh}}, \quad (3.17)$$

avec a_{coh} l'accélération cohésive nécessaire pour que le grain reste attaché. Le travail exercé par le gaz sur l'agrégat et la perte d'énergie liée à l'érosion sont donnés par [Rozner et al. \(2020\)](#) :

$$W = p\Delta v A t_{ej}, \quad (3.18)$$

$$\Delta E = -\Delta m \frac{\Delta v^2}{2}, \quad (3.19)$$

avec $p = 0.5\rho_g\Delta v^2$ la pression dynamique et A la section effective érodée. Le travail et la perte d'énergie étant égaux, la perte de masse est alors :

$$\Delta m = -A\rho_g \frac{\Delta v^2}{a_{coh}}. \quad (3.20)$$

Dans le cas d'un petit intervalle de temps $dt < t_{ej}$, $A \approx s\Delta v dt$, et la perte de masse devient alors

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{eros} = -\rho_g \frac{\Delta v^3}{a_{coh}} s. \quad (3.21)$$

En l'état, a_{coh} est une inconnue. Mais [Shao & Lu \(2000\)](#) ont montré que la force de cohésion pouvait être liée à a_{coh} .

$$F_{coh} = m_{ej}a_{coh} = \beta_{eros}s_{ej}, \quad (3.22)$$

avec m_{ej} la masse d'un grain éjecté et β_{eros} un paramètre. Les mesures expérimentales de β_{eros} faites par [Heim et al. \(1999\)](#) et [Paraskov et al. \(2006\)](#) montrent une forte force de cohésion, menant à une valeur de $\beta_{eros} = 0.1 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-2}$. Avec cette relation entre a_{coh} et β_{eros} , on peut donc finalement réécrire l'équation (3.21) :

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{eros} = -\rho_g \frac{m_{ej}}{s_{ej}} \frac{\Delta v^3}{\beta_{eros}} s. \quad (3.23)$$

C'est cette équation qui sera utilisée dans les simulations pour déterminer l'importance de l'érosion. Cependant, pour que l'érosion opère, il faut atteindre le seuil d'érosion. Ce seuil a été déterminé par [Shao & Lu \(2000\)](#) et s'exprime comme :

$$\Delta v_{eros} = \sqrt{A_N \frac{\gamma_s}{\rho_g s_{ej}}}, \quad (3.24)$$

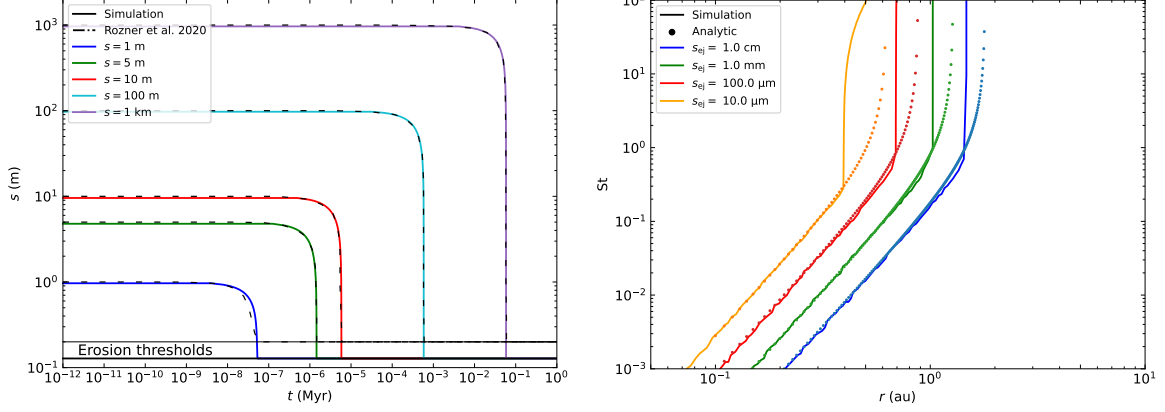


FIGURE 3.2 – **Gauche** : Temps caractéristique nécessaire pour éroder un agrégat d’une taille s donnée. Les agrégats sont maintenus à une distance fixe de 1 ua de l’étoile, et les poussières éjectées ont une taille de 100 μm . En tiret, les données issues de [Rozner et al. \(2020\)](#) sont en parfaites adéquations avec mes résultats. **Droite** : Seuil d’érosion en terme de nombre de Stokes pour des agrégats migrant vers l’étoile pour quatre tailles différentes de grains éjectés. En pointillé, la solution analytique présentée dans [Grishin et al. \(2020\)](#).

où $A_N = 0.0123$ une constante numérique et γ_s l’énergie de surface. Δv_{eros} dépend donc essentiellement de s_{ej} , seule variable dans le seuil d’érosion. Dans notre cas, Δv est calculée avec les équations (2.129, 2.130) et est comparé au seuil d’érosion.

Afin de s’assurer que les équations décrivant l’érosion fonctionnent bien comme prévu, j’ai réalisé des tests me permettant de comparer mes résultats avec ceux de [Rozner et al. \(2020\)](#) et [Grishin et al. \(2020\)](#), montrés figure 3.2 et qui utilisent une version différente du modèle de disque MMSN. La figure 3.2 gauche montre que mes simulations avec un code 1D (voir 4.8) reproduisent parfaitement les données issues de la figure 4 de [Rozner et al. \(2020\)](#). L’échelle de temps caractéristique pour chaque taille d’agrégat est bien retrouvée. On note cependant que la taille à laquelle on retrouve le seuil d’érosion est légèrement différente (127 cm au lieu de 200 cm pour [Rozner et al. \(2020\)](#)), différence qui vient très probablement de la manière dont Δv est calculée et qui diffère entre ma thèse et [Rozner et al. \(2020\)](#) et [Grishin et al. \(2020\)](#). La principale différence provient du fait que j’utilise les équations 2.129 et 2.130 en tenant compte de v_{visc} , tandis que [Rozner et al. \(2020\)](#) et [Grishin et al. \(2020\)](#) le néglige. La figure 3.2 droite montre, elle, le nombre de St critique au seuil d’érosion pour des agrégats dérivant vers l’étoile. Ici, la taille du grain à éroder est de 10 mètres, et placé à 15 ua. On compare ensuite le seuil d’érosion avec la solution analytique, qui est un polynôme de degré 5, lorsque l’on tient compte à la fois du flot du gaz laminaire et turbulent (voir [Grishin et al. \(2020\)](#)) autour de l’agrégat. Pour cela, il suffit d’écrire la somme des Δv du flot du gaz laminaire et turbulent en fonction de St, égal à Δv_{eros} lorsque l’on se trouve au seuil d’érosion, puis d’inverser l’équation et exprimer St en fonction des autres paramètres. Lorsque la taille des grains éjectés augmente, l’érosion se fait plus facilement. Les simulations montrent aussi un très bon accord avec la solution analytique. La différence se situe à grand St, et est due au fait qu’un grain met un temps non nul à être érodé et donc atteindre le seuil d’érosion.

On peut se demander maintenant qu’elle pourrait être l’influence de l’érosion à plus grande distance de l’étoile si le modèle de disque est différent. En effet, dans [Rozner et al.](#)

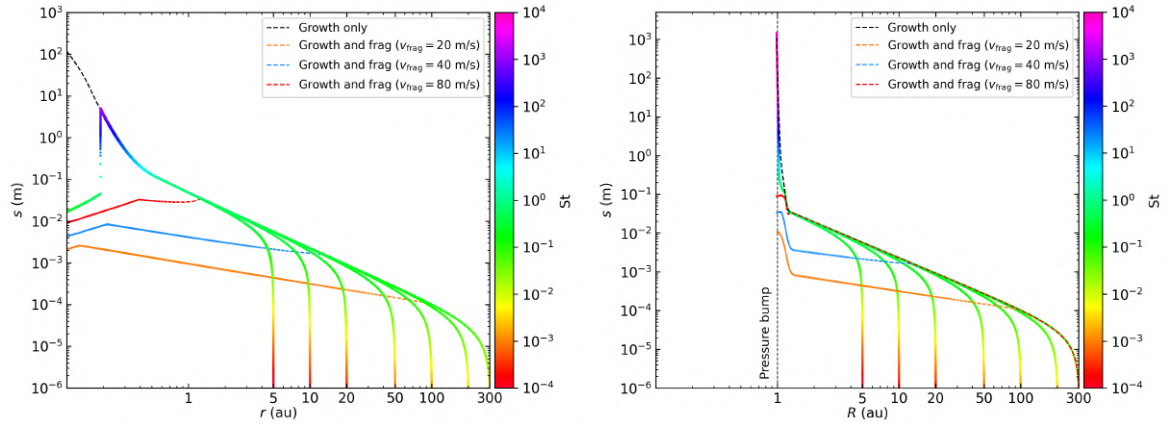


FIGURE 3.3 – **Gauche** : Taille s pour différentes distances initiales à l'étoile r pour des grains de silicates et un disque STD avec croissance et érosion. La couleur donne le nombre de Stokes. En tiret noir, l'évolution attendu sans érosion, et en tiret orange, bleu et rouge, l'évolution avec croissance et fragmentation avec un seuil de fragmentation de 20, 40 et 80 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. La taille des grains éjectés est $s_{\text{ej}} = 1$ mm, valeur typique prise par [Rozner et al. \(2020\)](#) et [Grishin et al. \(2020\)](#). **Droite** : Même chose, mais avec un maximum de pression permettant de piéger les poussières à 1 ua.

(2020) et [Grishin et al. \(2020\)](#), l'érosion proche de l'étoile est présentée pour certaines tailles d'agrégats. En revanche, il n'y a a priori pas de raison pour que le seuil d'érosion ne soit pas présent sur l'intégralité de l'extension radiale du disque. Des agrégats de l'ordre du mètre peuvent être facilement érodés en des agrégats proches du centimètre, particulièrement avec de gros grains éjectés. Il peut donc se produire la même chose pour des agrégats plus gros à de plus grandes distances r , et éroder les agrégats présents par exemple dans des pièges à poussière. Avec le disque STD, les résultats sont montrés figure 3.3.

Sur le panneau gauche, les grains ont une taille initiale de $0.2 \mu\text{m}$ et grossissent jusqu'à commencer à dériver vers l'étoile, lorsque leur nombre de Stokes approche 0.1. Les grains continuent de grossir tout en dérivant, jusqu'à ce que l'érosion apparaisse à une distance de 0.19 ua. L'érosion est extrêmement efficace pour des grains éjectés avec $s_{\text{ej}} = 1$ mm. Les agrégats, d'une taille maximum de 4-6 mètres, sont rapidement érodés à des tailles de quelques centimètres. Puis, les grains atteignent le seuil d'érosion et dérivent lentement entre 0.19 et 0.1 ua. À titre de comparaison, les lignes orange, bleu et rouge donne l'évolution d'un grain dans le cas où l'on considérerait aussi la fragmentation. Les seuils de fragmentation ont été placés à 20, 40 et 80 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Même avec un seuil de fragmentation aussi élevé que 80 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (valeur totalement irréaliste s'apparentant à de la croissance pure dans la majorité du disque), le seuil de fragmentation est atteint avant le seuil d'érosion. La fragmentation est donc toujours plus efficace pour détruire les grains de poussière dès qu'une valeur réaliste est utilisée, typiquement de 20 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. On peut alors se demander si ce qu'il adviendrait si la poussière est piégée et ne peut plus migrer pour être accrétée par l'étoile. La réponse est donnée sur le graphique de droite. La fragmentation est toujours efficace pour limiter la taille des grains. Dans le cas où il n'y pas de fragmentation, l'érosion n'est pas à même de contrebalancer la croissance. On observe une petite différence aux alentours de $s = 0.1$ m, dû à l'érosion qui réduit le taux de croissance sans le contrebalancer, ce qui affecte quelque peu la taille finale des grains. Cependant, dans ce cas, la taille finale a peu d'importance puisque les grains sont piégés

et découplés du gaz, et donc à même de former des objets plus gros. D’après la figure 3.2, on devrait avoir de l’érosion au sein du piège, car la distance à laquelle l’érosion apparaît est un peu plus grande que 1 ua. La raison pour laquelle l’érosion n’est quasiment pas présente au sein d’un piège à poussières est simple. L’érosion dépend de Δv , or, dans un piège à poussières, le rapport poussière/gaz ($\varepsilon = 1$ dans notre cas) est plus grand que la valeur commune d’1%. En tenant compte de la rétroaction, la poussière tend à faire orbiter le gaz plus rapidement et inversement, ce qui réduit Δv . De plus, comme la densité de poussière $\rho_d = \varepsilon \rho_g$ est augmentée, le taux de croissance est multiplié par 100 (équation 3.3). Ces deux facteurs jouent en défaveur de l’érosion et empêchent donc son apparition, ou du moins l’empêchent d’avoir un impact significatif. Il est à noter que j’ai aussi effectué des tests en prenant en compte la porosité. Nous ne remarquons aucun changement significatif sur l’apparition de l’érosion à plus grande distance de l’étoile, même pour des grains éjectés de l’ordre du centimètre.

Dans le reste de la thèse, nous ne tiendrons donc pas compte de l’érosion éolienne qui a un impact quasi-inexistant dans l’évolution de la poussière au sein d’un disque protoplanétaire.

3.2 Modèle de porosité

Dans cette section, nous allons rentrer dans le cœur du sujet, à savoir modéliser correctement l’évolution de la porosité durant la croissance d’un agrégat, de la fragmentation ou encore du rebond. Un agrégat est une collection de plusieurs monomères, que l’on assimile à des sphères compactes de masse m_0 , de taille a_0 et de densité intrinsèque ρ_s . La masse d’un agrégat de masse m et de taille s avec une densité moyenne interne ρ_{average} se calcule simplement comme :

$$m = \rho_{\text{average}} V = \rho_s \phi \frac{4\pi}{3} s^3. \quad (3.25)$$

Les expérimentations (Blum & Wurm, 2000; Shimaki & Arakawa, 2012), les expériences numériques (Seizinger et al., 2012; Ringl et al., 2012b; Wada et al., 2013; Planes et al., 2021) et les observations (Güttler et al., 2019) montrent que les grains ne sont pas sphériques mais ont plutôt une forme ovoïde pour certains, et irrégulière pour d’autres. Par simplicité, on considère que les grains sont sphériques, de volume V . Ne pas considérer les grains comme sphériques impliquerait qu’il faille connaître l’historique des collisions du grain, ce qui alourdirait de manière astronomique les calculs. On définit le facteur de remplissage ϕ , relié à la porosité \mathbf{p} , comme le rapport entre le volume occupé par les monomères V_{mat} et celui de l’agrégat V :

$$\phi = \frac{V_{\text{mat}}}{V} \quad \text{et} \quad \mathbf{p} + \phi = 1. \quad (3.26)$$

On peut aussi exprimer le rapport entre la masse d’un grain et celui d’un monomère, quantité que nous allons souvent utiliser dans la suite :

$$\frac{m}{m_0} = \phi \left(\frac{s}{a_0} \right)^3. \quad (3.27)$$

Toutes les équations précédentes vues dans le chapitre 2 et la section 3.1 de ce chapitre sont valables lorsque l’on ajoute la porosité. Il suffit de faire le changement de variable entre la densité pour les grains compacts et poreux.

$$\rho_{s,\text{compacte}} = \phi \rho_s. \quad (3.28)$$

3.2.1 Evolution de la porosité, croissance

Le modèle d'évolution de la porosité que j'ai utilisé durant ma thèse a été initialement développé par Anthony Garcia durant sa thèse de doctorat (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020). Suyama et al. (2008), Suyama et al. (2012) et Okuzumi et al. (2012) ont développé un modèle d'évolution de la porosité. Suyama et al. (2008) et Okuzumi et al. (2012) utilisent pour faire évoluer un agrégat l'équation de Smoluchowski, ce qui rend le modèle de porosité discret. En effet, le facteur de remplissage calculé à une itération n dépend directement des quantités de l'itération $n - 1$. Bien que cela permette de modéliser très finement l'évolution de la porosité dans une simulation à n -corps de collisions de grains, le modèle ne peut pas être directement utilisé comme tel dans des simulations 3D globales comportant la croissance de la poussière qui reposent sur d'autres méthodes. En effet, les pas de temps dans les simulations globales ne correspondent pas nécessairement au temps de collision τ_{coll} . Le modèle continu développé par Garcia (2018) a permis son implémentation dans le code LyonSPH (Barrière-Fouchet et al., 2005; Laibe et al., 2008; Garcia, 2018).

J'ai implémenté dans PHANTOM (Price et al., 2018) ce modèle, que j'ai amélioré par la suite en ajoutant de nouveaux phénomènes physiques comme la rupture par rotation, la compaction lors de la fragmentation, et le rebond. Nous définirons donc les équations servant à décrire la porosité des grains de poussière, les différents régimes d'expansion et de compression ainsi que les masses de transition entre les régimes afin d'avoir un modèle continu cohérent. Deux énergies peuvent être associées à un agrégat. La première est l'énergie cinétique à l'impact, lorsque deux grains identiques de masse m entre en collision avec une vitesse v_{rel} . Dans le centre de masse, l'énergie cinétique s'exprime comme :

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{4} v_{\text{rel}}^2, \quad (3.29)$$

le facteur $1/4$ provenant de la masse réduite pour deux grains de masse identique. La seconde énergie est l'énergie de roulement E_{roll} , qui correspond à l'énergie nécessaire pour faire "rouler" un monomère de 90° autour d'un point de connexion. Le fait que les monomères peuvent se réorganiser mène à une réorganisation interne de l'agrégat (Dominik & Tielens, 1997) :

$$E_{\text{roll}} = 6\pi^2 \gamma_s a_0 \xi_{\text{crit}}, \quad (3.30)$$

où ξ_{crit} est la distance critique pour qu'un monomère roulant sur l'autre ne commence à dissiper son énergie. La valeur de ξ_{crit} est encore très mal contrainte. D'après Dominik & Tielens (1997), $\xi_{\text{crit}} \cong \delta_c$, alors on peut réécrire l'équation (3.30) :

$$E_{\text{roll}} = \left(2916\pi^8 \frac{\gamma_s^5 a_0^4}{\mathcal{E}^2} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 302 \left(\frac{\gamma_s^5 a_0^4}{\mathcal{E}^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.31)$$

De même que les équations (3.14) et (3.16), une erreur d'estimation sur γ_s ou a_0 à des répercussions sur la valeur de E_{roll} . Selon le ratio entre les deux énergies, on peut distinguer deux régimes de croissance différents (voir figure 3.4) avec une évolution de la porosité distincte selon la masse du grain m (Suyama et al., 2012; Okuzumi et al., 2012).

- Dans le régime "hit & stick", les grains sont petits et donc couplés au gaz. Les collisions se font à des vitesses relatives très faibles ($\lesssim 1 \text{ m.s}^{-1}$), avec une condition sur l'énergie cinétique ($E_{\text{cin}} < 3b E_{\text{roll}}$, Suyama et al. 2008), avec b un facteur numérique qui vaut 0.15 (Okuzumi et al., 2012).

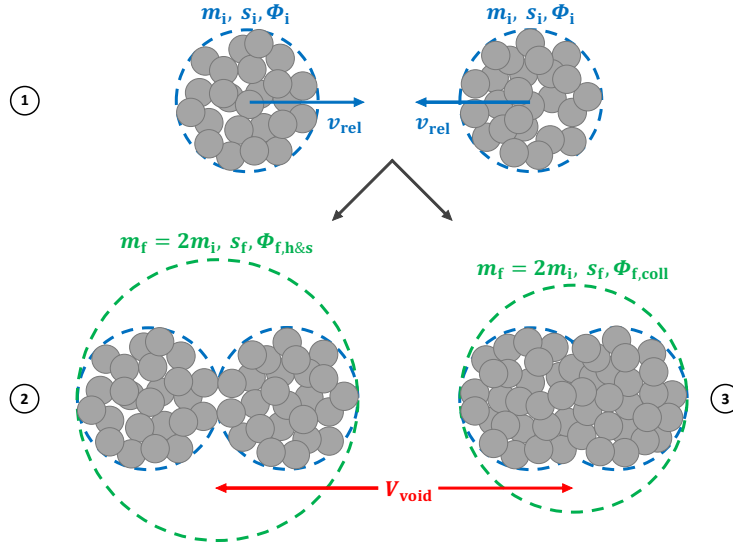


FIGURE 3.4 – 1 : Deux grains de poussière de taille m_i et de facteur de remplissage ϕ_i rentrent en collision avec une vitesse relative v_{rel} . 2 : Dans le régime “hit & stick”, les deux grains se collent simplement. En définissant une nouvelle taille, on introduit un nouveau volume de vide rendant le grain plus poreux. 3 : Dans les régimes de compression par collision, l’énergie lors de l’impact est suffisante pour entraîner une restructuration interne plus ou moins importante selon v_{rel} . La taille finale est donc moindre.

- En grossissant, l’énergie cinétique durant les impacts augmente, devenant bien plus grande que l’énergie de roulement. En conséquence, l’énergie est dissipée en procédant à une réorganisation interne de la structure du grain, qui mène à une compaction. On appelle ces régimes les régimes de compression par collision.

Régime “hit & stick”

Dans le régime “hit & stick”, la masse du grain double et un volume de vide V_{void} est formé (voir figure 3.4). D’après [Okuzumi et al. \(2009\)](#), ce volume V_{void} capturé correspond à 99% du volume initial V_i , s’ajoutant donc aux volumes initiaux des deux grains avant la collision. Le facteur de remplissage $\phi \propto m/V$ est donc multiplié par un facteur $2/2.99$. Pour un nombre arbitraire de collision n , on a une relation géométrique entre le facteur de remplissage initiale ϕ_0 et finale ϕ_f donné par $\phi_f = (2/2.99)^n \phi_0$. Or la masse d’un grain après le même nombre de collisions a grossi de $m_f = 2^n m_0$. En isolant n et en combinant les deux expressions, on obtient le facteur de remplissage dans le régime “hit & stick” ([Garcia, 2018](#); [Garcia & Gonzalez, 2020](#))

$$\phi_{h\&s} = \left(\frac{m}{m_0} \right)^\psi. \quad (3.32)$$

avec $\psi = \ln(2/2.99)/\ln(2)$

Régime de compression par collision

Lorsque l’énergie cinétique augmente, on a une augmentation de la masse du grain, mais aussi de la vitesse relative v_{rel} . Comme v_{rel} dépend du nombre de Stokes qui dépend

du régime de traînée, il y a donc une expression pour chaque cas (5 au total) (Garcia & Gonzalez, 2020). Suyama et al. (2012) donnent le volume d'un grain après collision V_f en le reliant avec le volume d'un grain avant collision V_i . On peut transformer cette relation pour faire apparaître les facteurs de remplissage en utilisant le fait que $\phi_f = m_f/V_f\rho_s = 2m_i/V_f\rho_s$ (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020)

$$\phi_f = \frac{2m_i}{\rho_s} \left(\frac{(3/5)^5 (E_{\text{cin}} - 3bE_{\text{roll}})}{N_{\text{tot}}^5 b E_{\text{roll}} V_0^{10/3}} + \frac{V_i^{-10/3}}{2^4} \right)^{3/10}. \quad (3.33)$$

Ici, N_{tot} est le nombre total de monomères, soit $2m_i/m_0$, et V_0 le volume d'un monomère. Le modèle dans cet état est récursif, c'est-à-dire que l'on suit l'évolution de la porosité à chaque collision. Or, dans le cas de simulation globale, le pas de temps d'intégration ne correspond que rarement avec l'intervalle de temps entre deux collisions τ_{coll} . Garcia (2018) et Garcia & Gonzalez (2020) ont donc transformé ce modèle discret en un modèle continu pour qu'il ne dépende que de la masse d'un grain et de quantités dépendantes de r , et permettre son implémentation dans des codes pour réaliser des simulations globales. Pour cela, on se place dans l'approximation $E_{\text{cin}} \gg 3bE_{\text{roll}}$ (voir plus haut). On utilisera dans cette section des équations similaires et inspirées de (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020). Pour E_{cin} , on utilise les expressions dans le cas où $\Delta v \ll v_t$:

$$E_{\text{cin}} = \begin{cases} \frac{m_i}{4} (2^{3/2} \text{Ro} \alpha_{\text{ss}} c_g^2 \text{St})^2, & (\text{St} < 1), \\ \frac{m_i}{4} \left(2^{3/2} \text{Ro} \frac{\alpha_{\text{ss}} c_g^2}{\text{St}} \right)^2, & (\text{St} > 1). \end{cases} \quad (3.34)$$

En identifiant que $V_i/V_0 = (m_i/m_0)/\phi_i$, on obtient :

$$\phi_f = 2^{-1/5} \phi_i \left(1 + \frac{(3/5)^5 E_{\text{cin}}}{2bE_{\text{roll}}} \phi_i^{-10/3} \left(\frac{m_i}{m_0} \right)^{-5/3} \right)^{3/10}. \quad (3.35)$$

Comme $E_{\text{cin}} \gg 3bE_{\text{roll}}$ et $m_i \gg m_0$ (les agrégats doivent être suffisamment gros pour que la première condition soit valide), on obtient en faisant un développement limité

$$\phi_f = 2^{-1/5} \phi_i \left(1 + \frac{3}{10} \frac{(3/5)^5 E_{\text{cin}}}{2bE_{\text{roll}}} \phi_i^{-10/3} \left(\frac{m_i}{m_0} \right)^{-5/3} \right). \quad (3.36)$$

Pour finir, il faut éliminer la dépendance en ϕ_i . Pour cela, on utilise la relation qui existe entre ϕ_f et ϕ_i au premier ordre pour écrire ϕ_f en fonction de m_f et r . Cette expression est en revanche uniquement valable lorsque que le grain devient plus poreux après la collision.

$$\frac{\phi_i}{\phi_f} = \left(\frac{m_i}{m_f} \right)^\beta = 2^{-\beta}. \quad (3.37)$$

D'après Garcia (2018), $\beta = -1/8$ dans le régime d'Epstein et $\beta = 0$ dans le régime de Stokes linéaire. On obtient alors dans le régime d'Epstein et de Stokes pour $\text{St} < 1$:

$$\phi_{\text{Ep,St} < 1} = \left(\frac{A}{2(2^{3/40} - 1)} \right)^{3/8} \left(\frac{m}{m_0} \right)^{-1/8}, \quad (3.38)$$

$$\phi_{\text{St,St} < 1} = \left(\frac{Ac_g a_0}{9\nu_{\text{mol}} (2^{1/5} - 1)} \right)^{1/3}, \quad (3.39)$$

avec A qui permet de simplifier l'écriture des expressions et qui vaut :

$$A = \frac{243\sqrt{2}\pi \text{Ro} \alpha_{\text{ss}} a_0^4 \rho_s^2 c_g \Omega_K}{15625 \rho b E_{\text{roll}}} \quad (3.40)$$

On remarque que dans le régime de Stokes avec $\text{St} < 1$, le facteur de remplissage ne dépend que de la distance r . Cela signifie que la compression due aux collisions compense parfaitement l'augmentation de la porosité due à la croissance. Pour les régimes avec $\text{St} > 1$, la compression collisionnelle est moins efficace car v_{rel} diminuent. En négligeant E_{cin} , on obtient d'après [Okuzumi et al. \(2012\)](#) et [Garcia \(2018\)](#) que $\phi_f \propto m_f^{-1/5}$. On exprime donc les facteurs de remplissage pour $\text{St} > 1$ comme :

$$\phi_{\text{Ep,St}>1} = \phi_{\text{Ep,St}<1}(M_4) \left(\frac{m}{M_4} \right)^{-1/5}, \quad (3.41)$$

$$\phi_{\text{St,St}>1} = \phi_{\text{St,St}<1}(M_5) \left(\frac{m}{M_5} \right)^{-1/5}, \quad (3.42)$$

$$(3.43)$$

avec M_4 et M_5 les masses de transition entre les régimes d'Epstein et de Stokes pour $\text{St} < 1$ et $\text{St} > 1$ que nous allons détailler maintenant.

Masses de transition

Les masses de transition sont les masses pour lesquelles le régime d'un grain change. Les différentes expressions de ϕ trouvées sont indépendantes, les masses de transition permettent donc de les relier. Pour les masses de transition M_1 et M_2 qui relient le régime "hit & stick" aux régimes d'Epstein et Stokes avec $\text{St} < 1$, on trouve :

$$\frac{M_1}{m_0} = \left(\frac{A}{2(2^{3/40} - 1)} \right)^{\frac{3/8}{\psi+1/8}}, \quad (3.44)$$

$$\frac{M_2}{m_0} = \left(\frac{Ac_g a_0}{9\nu_{\text{mol}}(2^{1/5} - 1)} \right)^{1/3\psi}. \quad (3.45)$$

La masse de transition M_3 correspond elle à la transition entre le régime d'Epstein et de Stokes :

$$\frac{M_3}{m_0} = \left(\frac{A}{2(2^{3/40} - 1)} \right)^3 \left(\frac{Ac_g a_0}{9\nu_{\text{mol}}(2^{1/5} - 1)} \right)^{-8/3}, \quad (3.46)$$

$$= \left(\frac{M_1}{m_0} \right)^{8\psi+1} \left(\frac{M_2}{m_0} \right)^{-8\psi} \quad (3.47)$$

Pour finir, les expressions de M_4 et M_5 s'obtiennent en égalant l'expression de ϕ pour les régimes d'Epstein ou de Stokes avec $\text{St} < 1$, et l'expression de ϕ obtenue avec les équations (2.110a) et (2.110b) linéaires en prenant $\text{St} = 1$.

$$\frac{M_4}{m_0} = \left(\frac{\rho c_g}{\rho_s a_0 \Omega_K} \right)^4 \left(\frac{A}{2(2^{3/40} - 1)} \right)^{-1}, \quad (3.48)$$

$$\frac{M_5}{m_0} = \left(\frac{9\nu_{\text{mol}}\rho}{2\rho_s a_0^2 \Omega_K} \right)^{3/2} \left(\frac{Ac_g a_0}{9\nu_{\text{mol}}(2^{1/5} - 1)} \right)^{-1/6}. \quad (3.49)$$

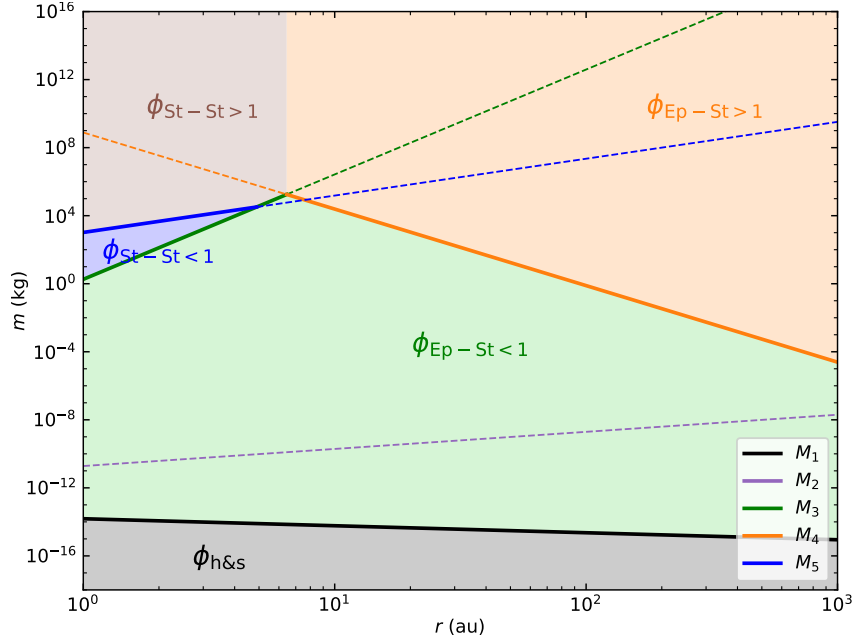


FIGURE 3.5 – Masses de transition pour un disque STD et grains de silicates.

Ici, nous n'avons pas considéré les autres régimes de Stokes qui sont atteints pour des tailles encore plus grandes que le régime linéaire. La compression statique des grains est toujours dominante par rapport à ces régimes, puisque qu'elle est déjà comparée pour le régime de Stokes avec $St > 1$. Les différentes masses de transition ainsi que les différents régimes d'expansion et de compression sont présentés figure 3.5. On remarque que la masse de transition M_2 est toujours plus grande que la masse M_1 . Les régimes de Stokes sont atteints dans les régions internes d'un disque, à une distance inférieure à 10 ua.

Compression statique

En plus de la compression par collision que subissent les agrégats, ces derniers peuvent aussi être compactés statiquement soit par le gaz entourant le grain, soit par sa propre gravité (figure 3.6). Kataoka et al. (2013) et Garcia & Gonzalez (2020) donnent la relation entre la pression de compression statique et le facteur de remplissage ϕ .

$$\phi = \left(\frac{a_0^3 P_{\text{comp}}}{E_{\text{roll}}} \right)^{1/3}. \quad (3.50)$$

Dans le cas de la compression par le gaz, la pression est donnée par :

$$P_{\text{comp}} = \frac{F_D}{\pi s^2} = \frac{m \Delta v \Omega_K}{\pi s^2 St}, \quad (3.51)$$

Ce qui permet d'obtenir l'expression du facteur de remplissage ϕ_{gaz} (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020)

$$\phi_{\text{gaz}} = \left(\frac{m_0 a_0 \Delta v \Omega_K}{\pi E_{\text{roll}} St} \right)^{3/7} \left(\frac{m}{m_0} \right)^{1/7}. \quad (3.52)$$

Pour la gravité, la pression exercée est donnée par :

$$P_{\text{comp}} = \frac{Gm^2}{\pi s^4}, \quad (3.53)$$

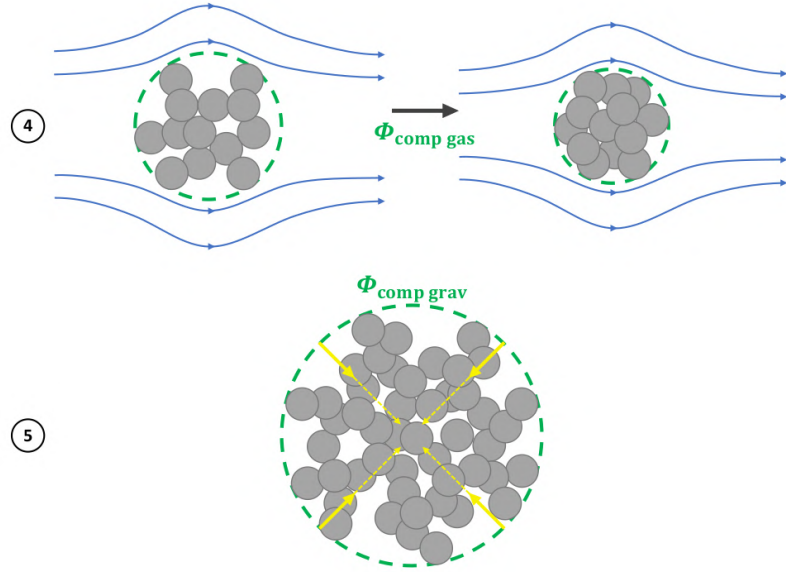


FIGURE 3.6 – 4 : La pression du gaz environnante comprime le grain, réduisant sa taille. 5 : Lorsque l’agrégat est suffisamment massif, sa gravité le compacte.

et on en tire l’expression du facteur de remplissage ϕ_{grav} dans le cas de l’auto-gravité (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020) :

$$\phi_{\text{grav}} = \left(\frac{Gm_0^2}{\pi a_0 E_{\text{roll}}} \right)^{3/5} \left(\frac{m}{m_0} \right)^{2/5}. \quad (3.54)$$

Pour avoir le facteur de remplissage final d’un grain de masse m à une distance r de l’étoile, on prend la valeur de ϕ donnée par le phénomène qui compacte le plus le grain, soit la plus grande entre la compression statique par le gaz, la compression statique par la gravité, et la compression par collision (ou le régime “hit & stick”). L’évolution du facteur de remplissage en fonction de la taille des grains est donnée par la figure 3.7.

3.2.2 Rebond

En plus de la croissance, les grains peuvent aussi rebondir. J’ai principalement amélioré ce modèle initialement développé par Garcia (2018). Wada et al. (2011), Shimaki & Arakawa (2012) et Arakawa et al. (2023) ont montré numériquement et expérimentalement que les grains n’étaient plus capable de rebondir lorsque le facteur de remplissage devient inférieur à $\phi = 0.3$, ce qui correspond soit à des petits grains constitués de quelques monomères, soit d’énormément agrégats de plusieurs kilomètres, si l’on considère seulement la croissance, comme montré figure 3.7 gauche. Passés sous ce facteur de remplissage, les grains ne peuvent que grossir ou fragmenter durant une collision. Lors du rebond, une partie de l’énergie est utilisée pour coller les grains, et une autre partie est dissipé sous forme d’onde de déformation (Thornton et al., 2001). On peut distinguer plusieurs vitesses. La première est la vitesse de collage v_{stick} , qui correspond à la vitesse à partir de laquelle les grains ne collent plus systématiquement. Johnson et al. (1971) et Thornton et al. (2001) donnent la vitesse de collage v_{stick} des grains pour la collision de deux grains identiques :

$$v_{\text{stick}} = 4.23 \left(\frac{\gamma_s^5 s^4}{m^3 \mathcal{E}^2} \right)^{1/6}. \quad (3.55)$$

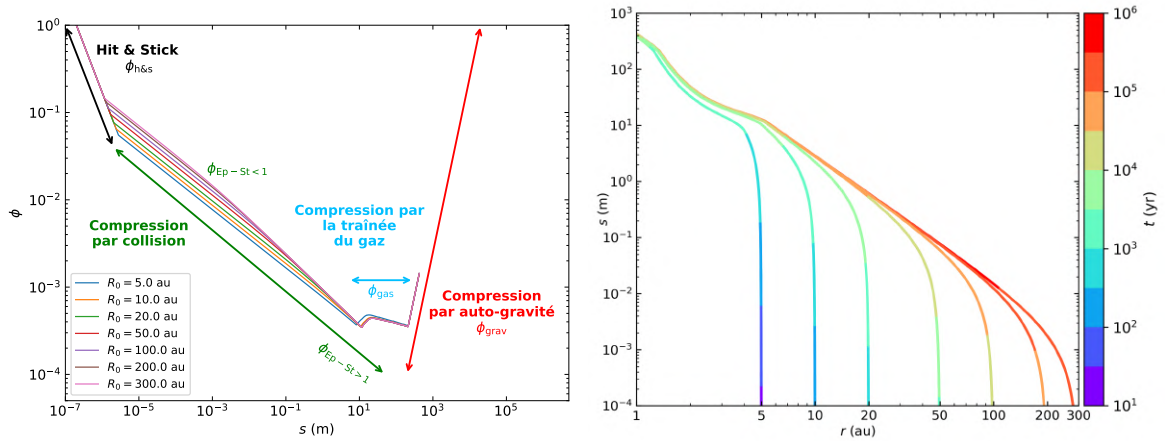


FIGURE 3.7 – **Gauche** : Facteur de remplissage ϕ en fonction de la taille s pour différentes distances fixes à l'étoile R_0 pour des grains de silicates constitué de monomères de $0.2 \mu\text{m}$ et un disque STD dans le cas de la croissance pure. **Droite** : Taille s pour différentes distances initiales à l'étoile r pour des grains de silicates mobiles et un disque STD toujours en croissance pure. Les grains grossissent depuis les petites tailles, puis dérivent vers le bord interne du disque.

La vitesse de collage v_{stick} est de l'ordre de quelques dizaines de $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. [Dominik & Tielens \(1997\)](#) donnent une autre formule de v_{stick} en fonction de la masse et taille des monomères. Leur formule est différente d'un facteur 2. Ce facteur vient du milieu dans lequel l'onde se propage, qui est le monomère dans le cas de [Dominik & Tielens \(1997\)](#), et dans une collection de monomères pour l'équation (3.55). Cependant, [Shimaki & Arakawa \(2012\)](#) ont montré que le module de Young \mathcal{E} variait en fonction de la porosité. Si la valeur du module de Young est connue pour la glace selon le facteur de remplissage, ce n'est pas le cas des silicates. En utilisant la valeur de \mathcal{E} des monomères et en conservant le facteur 2, on obtient un bon compromis. On garde donc :

$$v_{\text{stick}} = 8.46 \left(\frac{\gamma_s^5 s^4}{m^3 \mathcal{E}^2} \right)^{1/6}. \quad (3.56)$$

Dans le cas du rebond, on peut aussi distinguer deux régimes. La collision élastique et la collision plastique. La séparation entre les deux régimes est donnée par la vitesse de restitution v_{yield} . D'après [Weidling et al. \(2012\)](#), [Musiolik et al. \(2016\)](#) et [Yasui et al. \(2017\)](#), la vitesse de restitution est environ 5 fois plus grande que la vitesse de collage. Cependant, comme l'ont montré [Kimura et al. \(2020\)](#), les silicates sont plus à même de coller avec une énergie de surface plus grande. Nous prenons donc un facteur 10 entre les deux vitesses comme [Garcia \(2018\)](#) pour les silicates et pour l'eau.

$$v_{\text{yield}} = 10v_{\text{stick}} = 84.6 \left(\frac{\gamma_s^5 s^4}{m^3 \mathcal{E}^2} \right)^{1/6}. \quad (3.57)$$

On peut donc maintenant définir le coefficient de restitution e :

$$e = \frac{v_{\text{rel,f}}}{v_{\text{rel}}}, \quad (3.58)$$

avec $v_{\text{rel,f}}$ la vitesse relative après rebond. Après avoir rebondi, on a donc une partie de l'énergie cinétique qui sera utilisée pour la déformation plastique donnée par $(1 - e^2)E_{\text{cin}}$

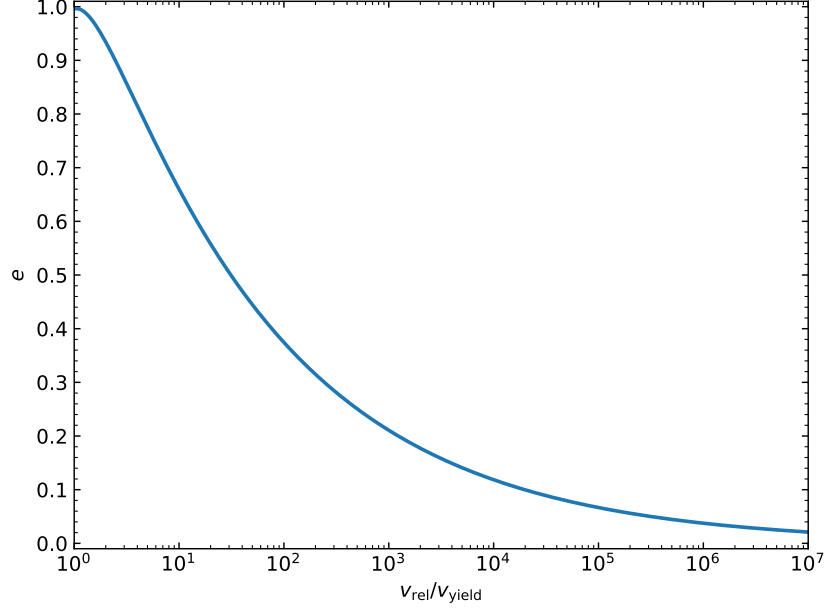


FIGURE 3.8 – Coefficient de restitution e lorsque $v_{\text{rel}} \geq v_{\text{yield}}$ donnée par l'équation (3.61).

et le reste servira à éloigner les grains avec le reste de l'énergie cinétique $e^2 E_{\text{cin}}$. Selon la vitesse relative, on peut alors exprimer le coefficient de restitution (Thornton et al., 2001; Garcia, 2018) :

$$v_{\text{rel}} \leq v_{\text{stick}} \quad e = 0 \quad (3.59)$$

$$v_{\text{stick}} < v_{\text{rel}} \leq v_{\text{yield}} \quad e = 1 \quad (3.60)$$

$$v_{\text{rel}} \geq v_{\text{yield}} \quad e = \left[1.2\sqrt{3} \left(1 - \frac{1}{6} \left(\frac{v_{\text{yield}}}{v_{\text{rel}}} \right)^2 \right) \times \left(1 + 2\sqrt{1.2 \left(\frac{v_{\text{rel}}}{v_{\text{yield}}} \right)^2 - 0.2} \right)^{-1/2} - \left(\frac{v_{\text{stick}}}{v_{\text{rel}}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.61)$$

Lorsque $v_{\text{rel}} \gg v_{\text{yield}}$, le coefficient de restitution tend vers zéro comme montré par la figure 3.8, ce qui signifie que la quasi-totalité de l'énergie est utilisée dans la déformation plastique et que le grain est fortement compacté. À partir d'un certain seuil, la vitesse résultant de l'énergie cinétique restante $e^2 E_{\text{cin}}$ est si faible qu'après un rebond, le grain est trop lent pour rencontrer un autre grain. On définit alors la vitesse seuil de collage v_{end} qui correspond à la vitesse à partir de laquelle le grain ne collera plus. Comme v_{yield} , on peut définir v_{end} en fonction de v_{stick} . Garcia (2018) définit donc v_{end} comme :

$$v_{\text{end}} = 24343220 v_{\text{stick}} \approx 2 \times 10^8 \left(\frac{\gamma_s^5 s^4}{m^3 \mathcal{E}^2} \right)^{1/6} \quad (3.62)$$

On obtient des vitesses de seuil de collage $v_{\text{end}} \sim 10^2 - 10^3 \text{ m.s}^{-1}$, bien plus grande que les valeurs de seuil de fragmentation.

Probabilité de collage et facteur de remplissage

Weidling et al. (2012) ont déterminé de façon empirique la probabilité qu'un grain colle

ou non. On l'a vu, lorsque $v_{\text{stick}} < v_{\text{rel}} < v_{\text{end}}$, un agrégat ne colle pas systématiquement et peut donc rebondir. Naturellement, plus v_{rel} est proche de v_{stick} plus le grain a des chances de coller et inversement vis-à-vis de v_{end} . [Garcia \(2018\)](#) s'est donc inspiré de [Weidling et al. \(2012\)](#) pour définir la probabilité \mathcal{P} de collage d'un grain selon sa vitesse.

$$\mathcal{P} = \begin{cases} 1, & v_{\text{rel}} < v_{\text{stick}}, \\ \frac{\ln(v_{\text{rel}}) - \ln(v_{\text{end}})}{\ln(v_{\text{stick}}) - \ln(v_{\text{end}})}, & v_{\text{stick}} \leq v_{\text{rel}} < v_{\text{end}}, \\ 0. & v_{\text{rel}} \geq v_{\text{end}}, \end{cases} \quad (3.63)$$

Selon la probabilité de collage, la valeur du taux de croissance sera différente. Lorsque le grain ne colle pas, il n'y a pas de contribution au taux de croissance. On peut donc l'exprimer comme :

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{bounce}} = \mathcal{P} \left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{grow}}. \quad (3.64)$$

Cependant, en considérant le rebond, un problème émerge. Il est impossible d'écrire le facteur de remplissage d'un grain en fonction de sa masse si la déformation est plastique. [Garcia \(2018\)](#) donne une formule du facteur de remplissage final lors du rebond en fonction du facteur de remplissage initial et d'un pas de temps arbitraire t :

$$\phi_f \approx \phi_i \left(\frac{1}{1 - \frac{\Delta V}{V_i}} \right)^n, \quad (3.65)$$

avec $n = t/\tau_{\text{coll}}$ et ΔV la variation de volume lors de la compression par la déformation plastique. [Shimaki & Arakawa \(2012\)](#) donnent une expression pour calculer ΔV qui est proportionnelle à l'énergie cinétique :

$$\Delta V = \frac{(1 - e^2)E_{\text{cin}}}{2\mathcal{Y}_d}, \quad (3.66)$$

où $\mathcal{Y}_d = \mathcal{Y}_0 \phi^{\mathcal{N}}$ est la résistance à la compression dynamique, \mathcal{Y}_0 la résistance à la compression dynamique de référence. [Mellor et al. \(1974\)](#) donnent pour la glace d'eau $\mathcal{Y}_0 = 9.8$ MPa et $\mathcal{N} = 4$. Cependant, \mathcal{Y} , qui dépend de la porosité, n'est que très peu étudié car difficile à déterminer, surtout dans le cas de matériaux très poreux. On ne peut donc pas utiliser cette formule en l'état car \mathcal{Y} reste une inconnue pour la plupart des matériaux que l'on pourrait vouloir simuler, comme les silicates. En revanche, dans le cas de nombreux rebonds, on peut assimiler le processus à une compression statique. [Kataoka et al. \(2013\)](#) donne une formule de la pression de compression statique pour des grains très poreux, donnée dans l'équation (3.50), et [Güttler et al. \(2009a\)](#), [Güttler et al. \(2009b\)](#) et [Seizinger et al. \(2012\)](#) donnent une expression pour des valeurs de ϕ proche de 1.

J'ai proposé une expression n'impliquant que E_{roll} et ϕ pour ne dépendre que des propriétés intrinsèques du grain et de son facteur de remplissage :

$$P_{\text{bounce}} = E_{\text{roll}} \left(\frac{\phi}{a_0(0.74 - \phi)} \right)^3. \quad (3.67)$$

Elle reproduit bien les courbes obtenues avec le modèle de [Garcia \(2018\)](#) et présentées figure 3.9. Très récemment, [Tanaka et al. \(2023\)](#) ont aussi développé une formule pour la

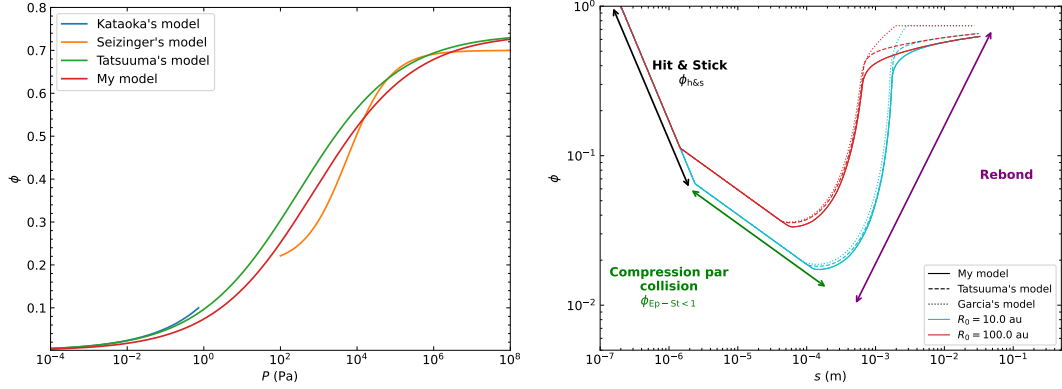


FIGURE 3.9 – **Gauche** : Comparaison de modèle pour la pression de compression. Mon modèle et celui de [Tanaka et al. \(2023\)](#) relie le régime avec de petits ϕ donné par [Kataoka et al. \(2013\)](#) et les grands ϕ avec le modèle de [Güttler et al. \(2009a\)](#) et [Seizinger et al. \(2012\)](#). **Droite** : Croissance et rebond de grains de glace d'eau avec $a_0 = 0.1 \mu\text{m}$ dans le disque STD pour deux distances différentes. Les nouveaux modèles utilisent les équations (3.67) et (3.68) tandis que l'ancien modèle utilise le \mathcal{T}_d donné par [Shimaki & Arakawa \(2012\)](#).

pression de compression qui donne des résultats similaires :

$$P_{\text{bounce}} = \left(\frac{E_{\text{roll}}}{a_0^3} \right) \left(\frac{1}{\phi} + \frac{1}{0.74} \right)^{-3}. \quad (3.68)$$

Cette dernière formulation étant plus précise que la mienne, c'est celle qui sera retenue dans la suite, car elle reproduit mieux le comportement attendu à petit ϕ . La figure 3.9 permet de comparer le modèle de rebond avec l'équation impliquant \mathcal{T} valide uniquement pour la glace d'eau (ou un de mélange glace et de silicates) et l'équation 3.67 sans conditions imposées sur le facteur de remplissage. La différence entre les trois courbes se situe lorsque le grain est très compact, avec un facteur de remplissage $\phi > 0.3$. Avec l'ancien modèle, les grains continuent à être compactés efficacement jusqu'à atteindre le facteur de remplissage maximum possible. Dans les nouveaux modèles, lorsque les grains commencent à être très compactés, il est de plus en plus difficile de les comprimer. Ceci s'explique par le fait que lorsque ϕ s'approche de 1, la valeur de la pression de compaction évolue peu.

Pour finir, on utilise pour calculer le facteur de remplissage dû au rebond :

$$\phi = \begin{cases} \phi_{\text{coll}}, & v_{\text{rel}} < v_{\text{yield}}, \\ \phi_{\text{coll}}\mathcal{P} + (1 - \mathcal{P})\phi_{\text{bounce}}, & v_{\text{yield}} \leq v_{\text{rel}} < v_{\text{end}}, \\ \phi_{\text{bounce}}, & v_{\text{rel}} \geq v_{\text{end}}, \end{cases} \quad (3.69)$$

où ϕ_{coll} est le facteur de remplissage dû aux collisions donné en section 3.2.1, et ϕ_{bounce} est calculé avec l'équation (3.65).

3.2.3 Fragmentation avec compaction

Une autre amélioration du modèle de porosité que j'ai effectuée est de prendre en compte la compaction des grains lors de la fragmentation. La principale motivation der-

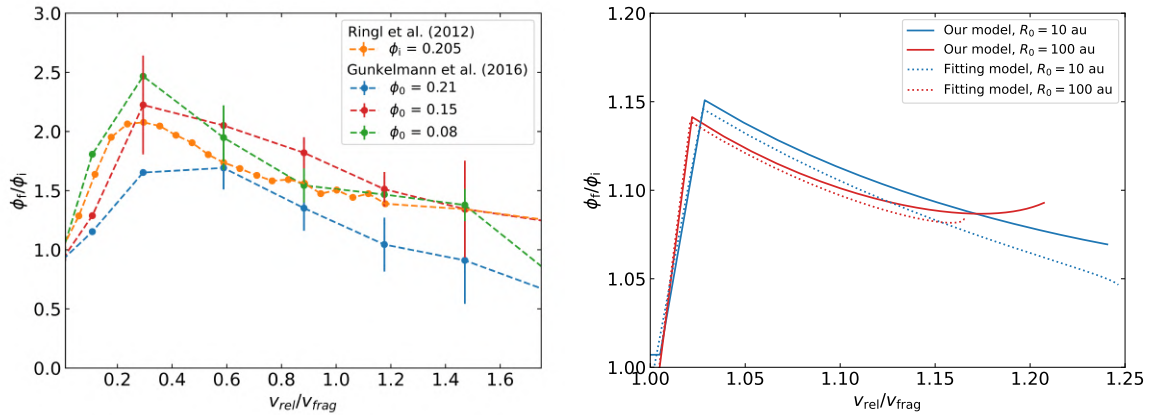


FIGURE 3.10 – **Gauche** : Facteur de remplissage ϕ_f/ϕ_i selon v_{rel} . Il faut noter ici que le v_{frag} choisi correspond au moment où le grain commence à perdre un monomère, soit 0.17 m.s^{-1} . En utilisant notre définition, v_{frag} est plutôt de l'ordre de la dizaine de m.s^{-1} (Gunkelmann et al., 2016b). **Droite** : Comparaison entre le modèle donné en équation (3.72), et un modèle correspondant à un ajustement de la courbe donnée par Gunkelmann et al. (2016b).

rière cette amélioration est d'essayer d'expliquer les valeurs de facteur de remplissage élevées pour des grains de taille intermédiaire (10 μm -cm) que l'on trouve sur les comètes (Güttler et al., 2019) et déduites d'observations par mesures polarimétriques (Kataoka et al., 2015, 2016; Tazaki et al., 2019; Kataoka et al., 2019; Tazaki & Dominik, 2022). Comme les grains grossissent en augmentant leur porosité et que, ni la croissance, ni la compaction statique par le gaz, ni le rebond ne permettent d'obtenir de tels facteurs ($\phi > 0.1$), je me suis alors tourné vers la fragmentation pour obtenir des grains plus compacts. Sirono (2004) montre que le facteur de remplissage reste constant lors de la fragmentation. Par simplicité, c'est l'hypothèse retenue par Garcia (2018), comme montrée figure 3.11, qui considère que l'énergie lors de l'impact sert à briser des liaisons entre monomères au lieu de considérer que cette énergie sert à la restructuration interne du grain. En revanche Ringl et al. (2012a) et Gunkelmann et al. (2016b) ont montré que le facteur de remplissage après fragmentation est environ 1,5 à 2 fois plus grand que le facteur de remplissage initial. L'énergie restante pour qu'un grain subisse une compaction peut être calculée en soustrayant l'énergie E_{frag} utilisée pour fragmenter le grain à l'énergie cinétique E_{cin} libérée à l'impact. On peut réécrire E_{frag} comme étant l'énergie E_{break} nécessaire pour casser les liaisons entre les monomères multiplié par le nombre de monomères éjectés :

$$E_{\text{comp}} = E_{\text{cin}} - E_{\text{frag}} = E_{\text{cin}} - \frac{(2m_i - m_f)}{m_0} \kappa E_{\text{break}}. \quad (3.70)$$

Ici, $(2m_i - m_f)/m_0$ correspond au nombre de monomères qui ont été éjectés lors de la fragmentation. Dans le cas de la fragmentation, les monomères à la surface des grains sont les premiers à être éjectés car ils disposent de moins de liaisons (Ringl et al., 2012a; Gunkelmann et al., 2016b). On considérera donc $\kappa = 3$ défini par l'équation (3.15), dont la valeur est la plus faible pour la fragmentation de celles proposées par Blum & Wurm (2000) et Wada et al. (2007). En ce sens, on modélise le fait que les grains éjectés sont plutôt proches de la surface, et que le reste de l'énergie sert au réarrangement de l'organisation interne des monomères. Un $\kappa = 10$ signifie que plus d'énergie est utilisée

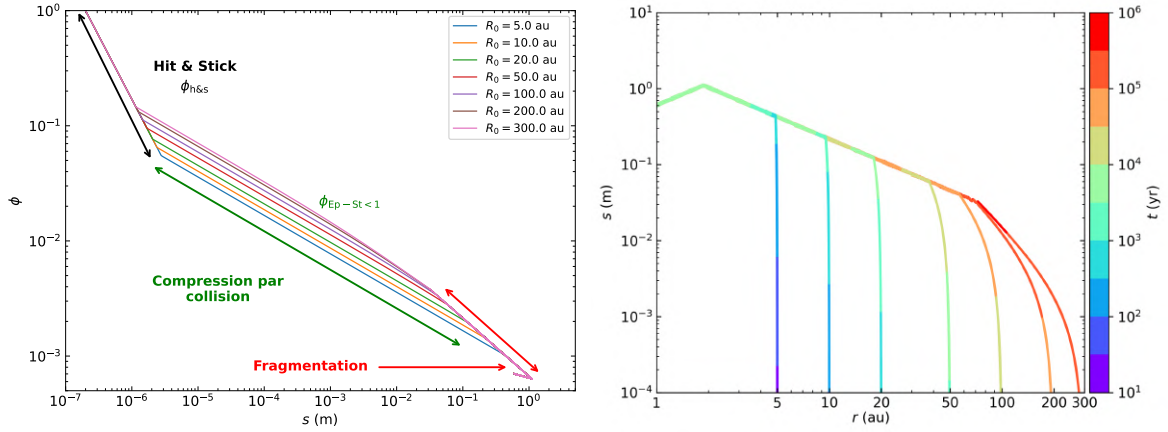


FIGURE 3.11 – **Gauche** : Facteur de remplissage ϕ en fonction de la taille s pour différentes distances fixes à l'étoile R_0 pour des grains de silicates constitués de monomères de $0.2 \mu\text{m}$ et un disque STD avec croissance et fragmentation. **Droite** : Taille s pour différentes distances initiales à l'étoile r pour des grains de silicates et un disque STD toujours avec fragmentation.

pour casser des liaisons. Les agrégats pourront donc, à un seuil de fragmentation constant, rester à des tailles plus élevées avant de commencer à être compactés. On peut donc calculer de manière similaire au rebond (équation (3.65)) la variation de volume après fragmentation ΔV , qui est donnée par :

$$\Delta V = \frac{E_{\text{cin}} - \frac{(2m_i - m_f)}{m_0} \kappa E_{\text{break}}}{2 \left(\frac{E_{\text{roll}}}{a_0^3} \right) \left(\frac{1}{\phi} + \frac{1}{0.74} \right)^{-3}}. \quad (3.71)$$

De plus, en réalisant des ajustements sur les courbes produites par Ringl et al. (2012a) et Gunkelmann et al. (2016b), on déduit que le rapport ϕ_f/ϕ_i varie comme $\exp \left(1 - \left(\frac{v_{\text{rel}}}{v_{\text{frag}}} \right)^2 \right)$. Pour modéliser au mieux la compaction et obtenir une courbe similaire à la figure 3.10, on calculera le facteur de remplissage après fragmentation de la même façon que le rebond donné par l'équation (3.65) :

$$\phi_f \approx \phi_i \left(\frac{1}{1 - \exp \left(1 - \left(\frac{v_{\text{rel}}}{v_{\text{frag}}} \right)^2 \right) \frac{\Delta V}{V_i}} \right)^n, \quad (3.72)$$

où n représente le nombre de collisions durant un pas de temps. L'effet de la compaction peut-être vu figure 3.12. Comme les grains sont compactés à un facteur de remplissage $\phi > 0.3$, il faut aussi prendre en compte le rebond.

3.2.4 Rupture par rotation

Tatsumi & Kataoka (2021) ont récemment mis en évidence une nouvelle barrière à la formation planétaire, la barrière de la rupture par rotation (figure 3.13). Bien que la rupture par rotation ait été étudiée dans le cas de poussières interstellaires (Hoang et al., 2019) ou de poussières issues des comètes (Tung & Hoang, 2020), ce n'a pas été le cas

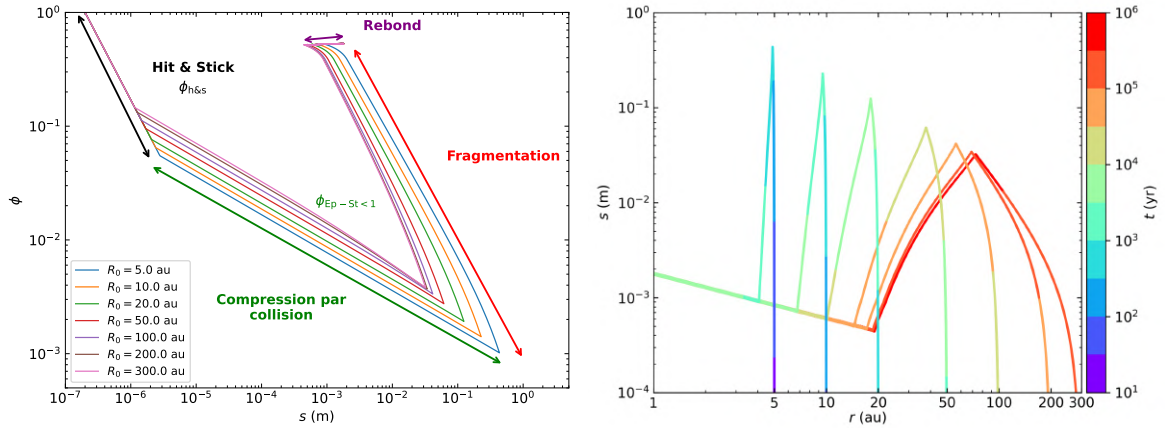


FIGURE 3.12 – **Gauche** : Facteur de remplissage ϕ en fonction de la taille s pour différentes distances à l'étoile R_0 pour des grains de silicates constitué de monomères de $0.2 \mu\text{m}$ et un disque STD avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction. **Droite** : Taille s pour différentes distances initiales à l'étoile r pour des grains de silicates et un disque STD toujours avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction.

des agrégats présents au sein des disques protoplanétaires. [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) ont montré que la rupture par rotation pouvait aussi avoir lieu au cours de la croissance des grains formant des planétésimaux, en utilisant les travaux de [Tatsuuma et al. \(2019\)](#). Cependant, ce n'est pas l'unique barrière à la croissance de la poussière, et on peut se demander ce qui se produirait si la fragmentation était prise en compte. J'ai donc décidé de m'intéresser au cas où l'on prendrait en compte la fragmentation, la dérive radiale et la rupture par rotation, ce qui a été exploré dans [Michoulier & Gonzalez \(2022b\)](#). Pour modéliser la rupture par rotation, on suppose que les grains ont une vitesse angulaire en régime permanent, comme montré par [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#). On suppose toujours que nos agrégats sont sphériques. Cependant, si un grain est parfaitement sphérique, alors le gaz ne pourrait imprimer aucun mouvement de rotation car aucun alignement sur le flot du gaz ne serait possible (à cause de la symétrie sphérique). On suppose alors qu'il y a des petits défauts à la surface de l'agrégat, ce qui permet de calculer un couple ([Tatsuuma & Kataoka, 2021](#)). Ceci nous permet de calculer la vitesse angulaire ω_c , en supposant que ω_c est uniquement induit par le couple dû à l'écoulement de gaz. On a négligé la contribution du couple radiatif à la vitesse angulaire totale, car [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) ont montré que la contribution radiative est au minimum deux ordres de grandeur inférieure à la contribution de l'écoulement du gaz. Enfin, on suppose un paramètre de viscosité turbulente faible, inférieur à 10^{-2} , car d'après [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#), une forte turbulence a des effets inconnus sur la rupture par rotation, et si elle est efficace dans des écoulements complexes. Comme démontré dans [Michoulier & Gonzalez \(2022b\)](#), on utilise donc la condition de régime permanent pour la vitesse angulaire $d\omega_c/dt = 0$, lorsque le couple d'accélération dû au gaz, causé par la force de friction du gaz sur le grain pour un flot de gaz unidirectionnel

$$\Gamma_{\text{up}} = \frac{2sF_D\gamma_{\text{ft}}}{3} \quad (3.73)$$

est égal au couple dû aux collisions élastiques avec les particules de gaz alentours qui ralentissent la rotation :

$$\Gamma_{\text{down}} = -\frac{\omega_c I}{\tau_s}, \quad (3.74)$$

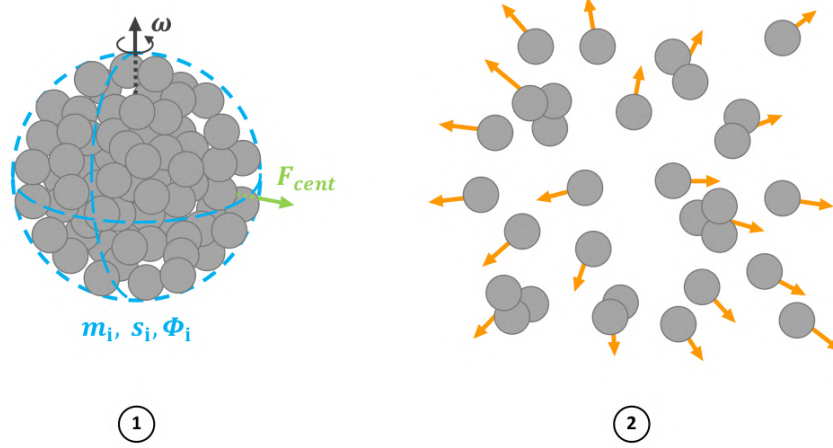


FIGURE 3.13 – 1 : Lorsqu'un grain sphérique de masse m , de facteur de remplissage ϕ , et de vitesse angulaire ω_c , se met à tourner trop rapidement, la force centrifuge devient plus grande que la résistance maximum à la traction et 2 : le grain vole en éclat.

avec I le moment d'inertie d'un grain de poussière sphérique.

$$I = \frac{8}{15} \pi \rho_s \phi s^5 \quad (3.75)$$

Ici, γ_{ft} est un paramètre qui définit l'efficacité force-couple de l'écoulement du gaz sur le grain. On peut alors déduire la vitesse angulaire ω_c en utilisant les équations (3.73), (3.74) et (3.75) :

$$\omega_c = \frac{5\gamma_{ft}\Delta v}{3s}. \quad (3.76)$$

Maintenant que l'on a obtenu la vitesse angulaire en régime permanent, on peut alors calculer la quantité qui nous intéresse, à savoir la contrainte de traction S (Hoang et al., 2019)

$$S = \frac{\phi \rho_s s^2 \omega_c^2}{4} \quad (3.77)$$

et on la compare à la résistance maximum à la traction S_{\max} calculée par Tatsuuma et al. (2019) :

$$S_{\max} = 6 \times 10^5 \left(\frac{\gamma_s}{0.1 \text{ J.m}^{-2}} \right) \left(\frac{a_0}{0.1 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \phi^{1.8} \text{ Pa}. \quad (3.78)$$

Comme $S_{\max} \propto \gamma_s a_0^{-1} \phi^{1.8}$ et $\phi \propto a_0 \gamma_s^{5/8}$, on a donc comme dépendance $S_{\max} \propto a_0^{0.8} \gamma_s^{1/8} \approx a_0$. Ici, seule la taille des monomères a une influence importante sur la résistance maximum à la traction. Pour déterminer si la rupture par rotation détruit un grain dans nos simulations, il suffit qu'il respecte la condition $S \gtrsim S_{\max}$. Un des défauts de l'expression trouvée par Tatsuuma et al. (2019) (équation (3.78)) est qu'elle ne prend pas en compte les variations de volume alors que la résistance maximum à la traction dépend du volume pour des matériaux poreux (Petrovic, 2003; Nakamura et al., 2015). Une expression a alors été trouvée par Kimura et al. (2020) qui prend en compte les effets

volumiques.

$$S_{\max} = 8 \left(\frac{\gamma_s}{0.1 \text{ J.m}^{-2}} \right) \left(\frac{a_0}{0.1 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{3/k-1} \left(\frac{\phi}{0.1} \right)^{1.5-1/k} \times \exp \left(0.24 \left(\frac{\phi}{0.1} - 1 \right) \right) \left(\frac{V}{686 \text{ }\mu\text{m}^3} \right)^{-1/k} \text{ kPa.} \quad (3.79)$$

Le module de Weibull k vaut pour les silicates $k = 8$ et pour la glace d'eau $k = 5$ selon Petrovic (2003) et Klein (2009), et détermine la variation de résistance dans un matériau. En revanche, l'équation 3.79 n'est valide que pour les petites tailles (Kimura et al., 2020). On supposera donc que l'équation est valide pour tous les volumes, donc toutes les tailles simulées.

Enfin, il n'existe pas de prescription pour déduire la taille des grains après leur destruction par la rupture par rotation. Comme aucune prescription n'est disponible, on tire simplement au hasard une masse comprise entre $50m_0$ (ce qui correspond à une taille d'environ $1 \text{ }\mu\text{m}$ pour des monomères de $0.1 - 0.2 \text{ }\mu\text{m}$) et $m/2$, où m est la masse avant la rupture par rotation. Cela suppose que l'agrégat perd au moins la moitié de sa masse, comme la fragmentation, et que la plus petite taille après disruption est de l'ordre du micromètre. De plus, le facteur de remplissage est maintenu constant lors de la rupture par rotation. Dans le cas où la masse initiale de l'agrégat détruit par la rupture par rotation est proche du minimum, la masse finale de l'agrégat est simplement $m/2$. La valeur de $50m_0$ est arbitraire, n'importe quelle autre valeur est toute aussi valable. Cependant, prendre comme valeur de masse minimum la masse d'un monomère me semble peu réaliste. En effet, cela signifie que tout les monomères d'un agrégat, constitué de milliers de monomères, ont été séparés, ce qui me semble impossible.

3.3 Calcul du facteur de remplissage final d'un grain

Enfin, nous récapitulons ici la façon dont le facteur de remplissage d'un grain est calculé.

- Tout d'abord, il faut calculer le facteur de remplissage minimum ϕ_{\min} , soit le facteur de remplissage le plus grand entre le celui dû aux collisions ϕ_{comp} , celui dû à la compression par le gaz ϕ_{gaz} et le celui dû à l'auto-gravité ϕ_{grav} .
- Les grains pouvant grossir sans nécessairement atteindre ce facteur de remplissage ϕ_{\min} , on peut tenir compte de l'augmentation de la porosité en calculant le facteur de remplissage final ϕ_{grow} en fonction de ϕ initial, et des masses finale et initiale, si la vitesse relative v_{rel} est plus petite que le seuil de fragmentation v_{frag} .

$$\text{Si } E_{\text{cin}} < 3bE_{\text{roll}}, \quad \phi_{\text{grow}} = \phi_i \left(\frac{m_f}{m_i} \right)^{\psi} \quad (3.80)$$

$$\text{sinon} \quad \phi_{\text{grow}} = \phi_i \left(\frac{m_f}{m_i} \right)^{-1/5} \quad (3.81)$$

Le facteur $1/5$ utilisé ici correspond aux régimes où la compression par collision est moins efficace (Okuzumi et al., 2012). Le facteur de remplissage final ϕ_f est alors déterminé en prenant le maximum entre ϕ_{grow} et ϕ_{\min} .

- Dans le cas où les grains peuvent rebondir, il faut alors déterminer dans quelle régime de rebond l'agrégat se trouve. Si v_{rel} est plus petit que v_{yield} , alors c'est

un rebond élastique et le facteur de remplissage reste inchangé. Sinon, c'est un rebond plastique et on distingue deux cas. Si $v_{\text{rel}} < v_{\text{end}}$, alors la probabilité de collage est comprise entre 0 et 1, on a donc du collage et du rebond, et le facteur de remplissage final est calculé par :

$$\phi_f = \min(\phi_{\text{grow}}, \phi_{\text{min}})\mathcal{P} + (1. - \mathcal{P})\phi_{\text{bounce}} \quad (3.82)$$

En revanche, si $v_{\text{rel}} \geq v_{\text{end}}$, alors les grains ne peuvent que rebondir et le facteur de remplissage est donné par ϕ_{bounce} . Bien sûr, on compare de nouveau le facteur de remplissage avec ϕ_{min} pour s'assurer que certains grains n'ont pas des facteurs de remplissage en dessous des limites imposées.

- Ensuite, on compare le facteur de remplissage obtenu avec le facteur de remplissage maximum donné par un empilement compact de sphères identiques (ici les monomères). La compacité maximum est obtenue pour un arrangement hexagonal ou cubique face centrée, soit un facteur de remplissage d'environ 0.74. Je propose cette équation pour calculer le facteur de remplissage maximum qui s'applique aussi pour toutes les masses de manière cohérente.

$$\phi_{\text{max}} = 0.74048 + (1 - 0.74048)\frac{m_0}{m_f} \quad (3.83)$$

Ainsi, lorsque l'agrégat est gros, on trouve un facteur de remplissage maximum de 0.74048. Lorsque la masse du grain tend vers celle du monomère, le facteur de remplissage tend vers 1, et vaut 1 lorsque le grains est un monomère. On choisi donc le facteur de remplissage le plus petit entre ϕ_f et ϕ_{max} pour s'assurer de ne jamais dépasser la valeur maximum autorisée.

- Pour finir, dans le cas où la fragmentation serait présente, le facteur de remplissage associé est aussi calculé. Si on considère qu'il n'y a pas de compaction lors de la fragmentation, alors le facteur de remplissage reste identique comme (Garcia, 2018). Sinon, il est calculé avec l'équation (3.72). On compare enfin ce facteur de remplissage avec ϕ_{min} et ϕ_{max} afin de s'assurer que ϕ ne franchisse pas de nouveau les limites. Si l'agrégat est détruit par la rupture par rotation, on compare aussi sont facteur de remplissage avec ϕ_{min} et ϕ_{max} .

Chapitre 4

Méthodes numériques

Failure is not the end. It is a
necessary part of the path

Eno Cordova, Star Wars Jedi : Fallen
Order, 2019.

SPH : Because who needs finite
elements when you can have a party
with particles?

ChatGPT

Dans ce chapitre, nous nous éloignerons quelque peu de la physique intrinsèque à la poussière dans les disques protoplanétaires, pour nous intéresser plus particulièrement aux méthodes numériques pour simuler un disque d'accrétion constitué de gaz et de poussières. Nous verrons principalement dans ce chapitre le formalisme SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) et ses applications à notre problème à travers l'interaction gaz-poussière. Puis nous regarderons l'intégration des algorithmes décrivant la porosité, tout d'abord dans un code SPH : PHANTOM ([Price et al., 2018](#)), et dans un code 1D (PAMDEAS) que j'ai développé et qui permet de calculer simplement l'évolution de grains dans un modèle de disque stationnaire simpliste.

4.1 Le monde des codes astrophysiques

Pour résoudre les équations de l'hydrodynamique, deux approches historiques différentes existent pour traiter les fluides liés à deux points de vue différents. La première méthode, plus ancienne et plus simple conceptuellement consiste à calculer les flux entrants et sortants en différents volumes fixes dans l'espace. À des temps différents, les particules de fluides s'écoulent à travers ces volumes fixes vus par l'observateur. C'est le point de vue eulérien. De ce point de vue, la vitesse du fluide dont les composantes spatiales et temporelle ne sont pas liées s'exprime comme

$$\vec{v}(\vec{r}, t) \text{ avec } \vec{r}, t \text{ indépendants} \quad (4.1)$$

La méthode eulérienne consiste donc à discrétiser l'espace en une grille constituée de cellules. On peut alors calculer l'évolution du fluide en calculant les flux entrants et sortants de chaque cellule.

La seconde méthode utilise le point de vue de Lagrange, c'est-à-dire que l'on suit l'évolution de particules fluide dans l'espace le long de leur trajet. La vitesse, dont la

position dépend cette fois du temps t , s'exprime alors comme

$$\vec{v}(\vec{r}(\vec{r}_0, t), t) \text{ avec } \vec{r}, t \text{ non indépendants} \quad (4.2)$$

Les deux points de vue peuvent être reliés à travers ce que l'on appelle la dérivée particulaire :

$$\frac{d\vec{v}(\vec{r}(\vec{r}_0, t), t)}{dt} = \frac{\partial \vec{v}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \left(\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v}(\vec{r}, t) \quad (4.3)$$

avec $\vec{v}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nabla}$ le terme d'advection, soit le terme de mouvement du fluide pour lesquelles les quantités telles que ρ, \vec{v}, u sont "transportées" avec lui.

Chaque méthode possède des avantages et des inconvénients. Le formalisme eulérien et les codes à grille sont assez faciles à mettre en place par nature. Il suffit de discrétiser l'espace en une grille et de calculer les flux sur chaque cellule. Ils sont donc bien adaptés pour les problèmes avec des bordures fixes, avec des boîtes dans lesquelles se déroulent les simulations. On peut citer par exemple les simulations d'instabilité d'écoulement (jusqu'ici des simulations locale d'une portion de disque), pour lesquelles les codes à grille sont bien adaptés. En revanche, le code devient plus complexe lorsque l'on veut simuler des densités très différentes. Il faut alors opter pour un code à grille à raffinement adaptatif qui permet d'adapter la résolution suivant la densité, ce qui permet de suivre l'effondrement d'un nuage moléculaire par exemple, et traiter des échelles de taille différente. Les codes à grille sont en revanche moins propices lorsque la géométrie de l'objet que l'on veut simuler est complexe. Par exemple, si l'on veut réaliser une simulation avec plusieurs disques ayant des inclinaisons différentes. Enfin, les codes à grille ne permettent pas par construction la conservation de quantités telle que l'énergie ou la masse, et il faut donc veiller à ce que les erreurs restent minimales.

Le formalisme lagrangien, plus récent, est auto-adaptatif, c'est-à-dire que l'espace est discrétisé selon les particules elles-mêmes. De plus, on suit naturellement les zones de plus haute densité à travers le regroupement de particules, mais ce, au détriment des zones de faible densité qui ne sont pas bien résolues, comme les bords externes d'un disque. Certains travaux sont en cours, notamment par Rebecca Nealon pour avoir un nombre de particules qui s'adapte à la résolution. Ceci peut-être d'une grande utilité, si on veut mieux résoudre une région de faible densité, ou moins résoudre spatialement une région de haute densité pour éviter des problèmes de pas de temps, comme cela peut-être le cas si on simule une étoile avec son intérieur. Naturellement, comme le code utilise les équations lagrangiennes, les quantités physiquement conservées sont aussi numériquement conservées. Cela signifie qu'il faut explicitement ajouter des termes de dissipation si l'on veut dissiper certaines quantités. Certains tests sur la conservation de quantités physiques, triviaux pour des codes lagrangiens, sont un vrai casse-tête pour des codes eulériens et inversement. Cependant, ce formalisme a aussi ses limites. Les simulations du type instabilité d'écoulement ne sont pas réalisables actuellement car la résolution demandée est trop élevée, et les simulations sont plus demandeuses en ressources que leurs homologues à grille. Ceci est principalement dû aux interpolations et aux recherches de voisins. La prochaine génération de codes orientée GPU pourrait permettre d'être moins demandeuses en ressources pour un même nombre de particules, d'avoir significativement plus de particules et de pouvoir intégrer des simulations du type instabilité d'écoulement. Parmi la prochaine génération, on peut citer par exemple le code SHAMROCK de Timothée David-Cléris en cours de développement au CRAL.

4.2 Le formalisme smooth particle hydrodynamics

4.2.1 Équations hydrodynamiques

Le formalisme SPH a pour but de résoudre les équations hydrodynamiques en utilisant le formalisme lagrangien et donc les équations de Lagrange. Les équations décrivant un fluide sont données pour rappel ici, en ne prenant que la partie statique de $\bar{\sigma}$ (la pression) et avec les différents termes supplémentaires :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (4.4a)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = \frac{\vec{\nabla} P}{\rho} + \Pi_{\text{choc}} + a(\vec{r}, t)_{\text{externe}} + a_{\text{auto-grav}}, \quad (4.4b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) u = \frac{P}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \Lambda_{\text{heating, cooling}}. \quad (4.4c)$$

En utilisant la définition de la dérivée particulaire (équation (4.3)), on peut réécrire nos équations dans leur forme lagrangiennes :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (4.5a)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{\nabla} P}{\rho} + \Pi_{\text{choc}} + a(\vec{r}, t)_{\text{externe}} + a_{\text{auto-grav}}, \quad (4.5b)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{P}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \Lambda_{\text{heating, cooling}}. \quad (4.5c)$$

avec Π_{choc} le terme de choc qui est détaillé section 4.3.4, $a(\vec{r}, t)_{\text{externe}}$ les accélérations externes, comme la gravité ou la friction, $a_{\text{auto-grav}}$ le termes lié à l'auto-gravité et $\Lambda_{\text{heating, cooling}}$ le terme lié au chauffage du disque via des chocs ou de la friction, et/ou au refroidissement.

4.2.2 Interpolation de la densité

Le calcul de la densité dans un code SPH est certainement l'un des points les plus importants. La manière la plus intuitive et la plus simple de calculer la densité dans un fluide, sous la forme de particules, est de subdiviser le volume total avec une grille et de calculer la densité dans chaque cellule comme montré sur la figure 4.1. La seconde manière, tout aussi intuitive, serait de considérer un volume sphérique autour de chaque particule sans pondération, cela permettrait d'éliminer le recours à une grille. On calcule alors la densité comme :

$$\rho_a = \frac{\sum_b m_b}{\frac{4}{3}\pi R_a^3}, \quad (4.6)$$

où l'on calcule la masse totale de chaque particule de masse m_b dans un volume fini (ici une sphère de rayon R_a centrée sur la particule d'indice a). Le problème avec ces deux méthodes est que l'on ne tient pas compte des particules situées juste après les bords d'une cellule, ou chevauchant deux cellules. Cela conduit alors, pour un fluide hétérogène, à sous-estimer ou à surestimer la densité locale du fluide.

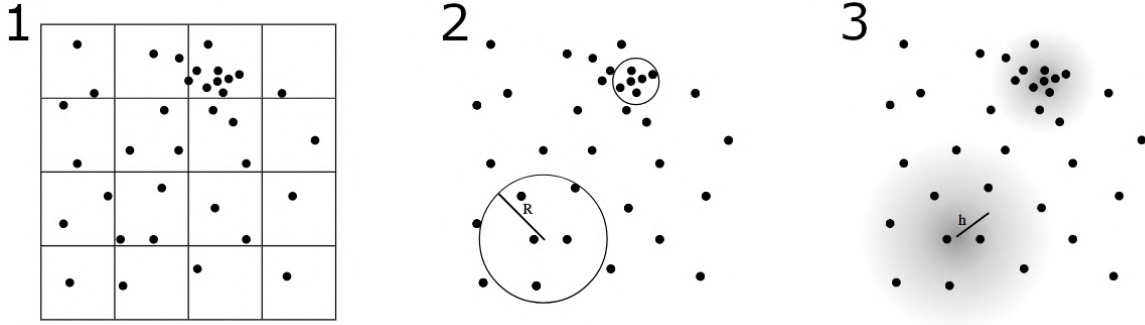


FIGURE 4.1 – Différentes façons de calculer la densité. 1 : Calcul de la densité à l’aide d’une grille. La densité se calcule comme le nombre de particules dans une cellule divisée par son volume. 2 : Une autre façon de calculer la densité est de sommer la masse des particules présentes dans une sphère de rayon donné autour d’une particule, et de diviser par son volume. 3 : La bonne méthode est de définir une fonction de lissage. Pour une particule donnée, la contribution des particules voisines à la densité dépend de leur distance par rapport à cette première particule. (Price, 2012).

La troisième méthode utilise une fonction de lissage W ¹. Selon la distance entre une particule et la particule centrale, dont on cherche la densité environnante au travers des particules présentes, leur contribution au calcul de la densité n’est pas la même. Une particule proche contribuera bien plus qu’une particule très éloignée. Cette méthode permet donc de traduire correctement une distribution de particules en un champ de densité, par interpolation avec les particules voisines. Dans le formalisme SPH, on utilise la formulation suivante :

$$\rho_a = \rho(\vec{r}_a) = \sum_b m_b W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h_a), \quad (4.7)$$

où h est la longueur de lissage² et la fonction de lissage $W \propto h^{-3}$ en 3D. La conservation de la masse, calculée comme suit

$$\int_V \rho dV = \sum_a m_a, \quad (4.8)$$

implique une condition de normalisation sur la fonction de lissage W :

$$\int_V W(\vec{r} - \vec{r}', h) dV' = 1. \quad (4.9)$$

4.2.3 Fonction de lissage W

Maintenant que nous avons vu comment calculer un champ de densité par interpolation d’une distribution de particules donnée, il nous faut déterminer une bonne fonction de lissage qui doit satisfaire les conditions suivantes :

- Elle doit être définie positive.
- Elle doit être à décroissance monotone avec la distance.

1. Weight function ou Kernel function en anglais
2. Smoothing length en anglais

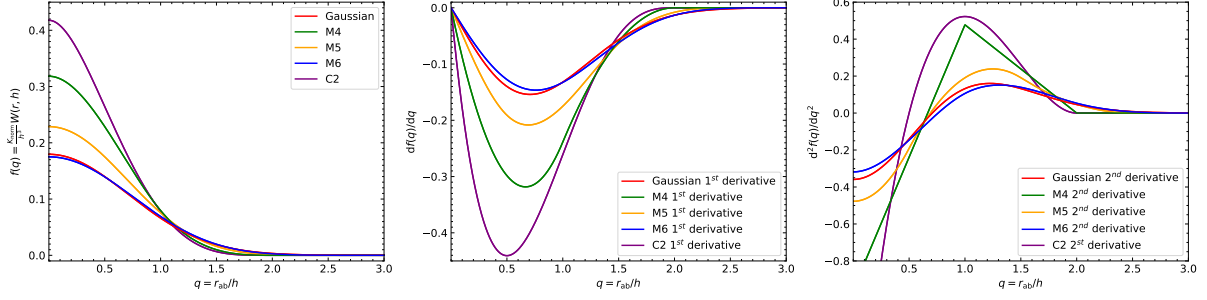


FIGURE 4.2 – Différentes fonctions de lissage à gauche et leur dérivée première au centre et seconde à droite. On retrouve la gaussienne, les fonctions B-splines M_4 à M_6 , et la fonction de Wendland C_2 . La fonction reproduisant le mieux la gaussienne est la fonction M_6 .

- Elle doit être symétrique, et donc dépendre uniquement de $\|\vec{r} - \vec{r}'\| \equiv \|\vec{r}' - \vec{r}\|$.
- Elle doit avoir une forme en cloche. Proche de $r = 0$, une petite variation de position ne doit pas affecter l'estimation de la densité.
- Elle doit être continue dans ses dérivées première et seconde.

La fonction la plus simple qui est à notre portée est la fonction de Gauss.

$$W(\vec{r}_{ab}, h_a) = \frac{1}{\pi^{3/2} h_a^3} \exp\left(-\frac{r_{ab}^2}{h_a^2}\right). \quad (4.10)$$

Cependant, bien que cette fonction soit théoriquement la meilleure, elle ne peut être utilisée numériquement pour des raisons évidentes. En effet, comme la fonction ne s'annule uniquement qu'à l'infini, toutes les particules quel que soit leur éloignement contribuent à l'interpolation de la densité, ce qui alourdit inutilement et considérablement le temps de calcul. La solution est alors de tronquer la fonction de Gauss à une certaine longueur de lissage, pour la rendre à support compact, ou d'utiliser des fonctions définies par morceaux, pour retenir les propriétés de la fonction pour des petites distances, sans en avoir les inconvénients.

Ils existe plusieurs fonctions à support compact et définies par morceaux qui ont été développées et qui sont utilisées pour remplacer la fonction de Gauss, comme montré figure 4.2. Une famille de fonctions définies par morceaux, bien connue et utilisée en SPH sont les fonctions B-splines. Historiquement, c'est la fonction 'cubique' (M_4) qui a été la première à être massivement utilisé dans les codes SPH (Monaghan & Lattanzio, 1985).

$$W(\vec{r}_{ab}, h_a) = \frac{C_{\text{norm}}}{h_a^3} \begin{cases} \frac{1}{2}(2-q)^3 - (1-q)^3 & 0 \leq q < 1, \\ \frac{1}{2}(2-q)^3 & 1 \leq q < 2, \\ 0 & q \geq 2, \end{cases} \quad (4.11)$$

avec $q = r_{ab}/h_a$ et $C_{\text{norm}} = \frac{1}{\pi}$ le facteur de normalisation M_4 pour 3 dimensions. Dans PHANTOM, c'est la fonction 'quintic' (M_6) avec un plus grand rayon de troncature qui est utilisée par défaut (Price et al., 2018).

La fonction M_6 est celle qui sera utilisée dans les simulations.

$$W(\vec{r}_{ab}, h_a) = \frac{C_{\text{norm}}}{h_a^3} \begin{cases} (3-q)^5 - 6(2-q)^5 + 15(1-q)^5 & 0 \leq q < 1, \\ (3-q)^5 - 6(2-q)^5 & 1 \leq q < 2, \\ (3-q)^5 & 2 \leq q < 3, \\ 0 & q \geq 3, \end{cases} \quad (4.12)$$

avec $C_{\text{norm}} = \frac{1}{120\pi}$ le facteur de normalisation de M_6 pour 3 dimensions. Il existe aussi d'autres fonctions comme la fonction M_5 , moins utilisée, ou encore les fonctions de Wendland (Wendland, 1995) C_2 , C_4 ou C_6 . Le principal avantage de ces fonctions est qu'elles sont stables vis-à-vis de la "pairing instability". Ce phénomène numérique apparaît dans les zones de fortes densités. Lorsque deux particules sont trop proches, elles forment des paires (Price, 2012). La fonction de lissage devient alors fortement piquée, causant une augmentation de l'estimation de la densité, brisant alors l'approximation de lissage et l'interpolation associée, ce qui mène à des configurations instables résultant soit à un calcul complètement faux, soit à ce qui est le plus désirable, l'arrêt du code pour indiquer un problème.

4.2.4 Longueur de lissage h

Maintenant que nous avons défini la fonction de lissage, il nous reste à définir la longueur de lissage, soit la distance sur laquelle la fonction de lissage va opérer pour réaliser une interpolation d'une quantité comme la densité. Le plus simple est d'utiliser une fonction de lissage fixe. Cependant, cette longueur serait trop grande dans le cas de fortes densités, et trop petite dans le cas de faibles densités de particules. Le mieux est donc que la longueur de lissage h suive la densité. Dans le code PHANTOM, h suit la densité ρ ,

$$h \propto \frac{1}{n(r)^{1/d}} \propto n(r)^{-1/3}, \quad (4.13)$$

$$n(\vec{r}_{ab}) = \sum_b W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h_a), \quad (4.14)$$

avec d le nombre de dimensions (ici 3) et $n(\vec{r}_{ab})$ la densité numérique de particules. Pour simplifier la notation, on écrira simplement $W_{ab}(h_a)$ en lieu et place de $W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h_a)$. Comme la densité de particules est donnée par

$$\rho(\vec{r}_a) = \sum_b m_b W_{ab}(h_a), \quad (4.15)$$

cela nous amène à une expression de la longueur de lissage en fonction de la densité :

$$h_a = h(\vec{r}_a) = h_0 \left(\frac{m_a}{\rho_a} \right)^{1/d}. \quad (4.16)$$

Comme ρ dépend de h et h de ρ , il faut nécessairement résoudre les deux équations simultanément, en utilisant, par exemple, des méthodes comme celle de Newton-Raphson qui procèdent par itération. Il est à noter que h_0 est ici un paramètre libre, ce qui physiquement ne doit pas l'être. Pour $h_0 = 1.25$ et la fonction de lissage M_4 , le nombre de voisins est d'environ 64. Pour la fonction de lissage M_6 , cela correspond plutôt à 220 voisins.

4.3 Equation de l'hydrodynamique en SPH

4.3.1 Lagrangien

Pour s'assurer de la conservation exacte de quantités physiques telles que la masse, la quantité de mouvement ou encore l'énergie, il faut formuler les équations de l'hydrodynamique sous la forme d'équation d'Euler-Lagrange et utiliser le théorème de Noether

pour avoir les invariants. Pour un fluide quelconque, l'équation d'Euler-Lagrange associée s'exprime sous la forme :

$$\mathcal{L} = \int_V \left[\frac{1}{2} \rho \vec{v}^2 - \rho u(\rho, \mathcal{S}) \right] dV', \quad (4.17)$$

avec \mathcal{S} l'entropie et u l'énergie interne. La principale approximation faite en SPH est la discrétisation du lagrangien obtenu en une somme sur les particules.

$$\mathcal{L} = \sum_a m_a \left[\frac{1}{2} \vec{v}_a^2 - u_a(\rho_a, \mathcal{S}_a) \right]. \quad (4.18)$$

Par simplicité, nous allons supposer h constant, ce qui permettra de simplifier les calculs à des fins pédagogiques. Les équations d'Euler-Lagrange s'écrivent alors :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}_b} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_b} = 0. \quad (4.19)$$

Il faut alors calculer les deux termes de l'équation. On obtient pour le premier

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}_b} \right) = \frac{d}{dt} \sum_b \frac{m_b}{2} \frac{\partial \vec{v}_b^2}{\partial \vec{v}_b}, \quad (4.20)$$

$$= m_a \frac{d\vec{v}_a}{dt}, \quad (4.21)$$

et pour le second, un peu plus compliqué, pour h constant

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_a} = \sum_b m_b \frac{\partial u_b}{\partial \vec{r}_a}, \quad (4.22)$$

$$= \sum_b \sum_c m_b \frac{\partial u_b}{\partial \rho_b} \delta_{bc} \frac{\partial \rho_c}{\partial \vec{r}_a}, \quad (4.23)$$

$$= \sum_b m_b \frac{\partial u_b}{\partial \rho_b} \frac{\partial \rho_b}{\partial \vec{r}_a}. \quad (4.24)$$

Or, $\frac{du}{d\rho}|_{\mathcal{S}} = \frac{P}{\rho^2}$ et en utilisant la définition de ρ donnée par l'équation (4.7), on en tire

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_a} = \sum_b \sum_c m_b m_c \frac{P_b}{\rho_b^2} \frac{\partial W_{bc}(h_b)}{\partial \vec{r}_a}, \quad (4.25)$$

$$= \sum_b \sum_c m_b m_c \frac{P_b}{\rho_b^2} \left(\vec{\nabla}_b W_{bc}(h_b) \delta_{ab} + \vec{\nabla}_c W_{cb}(h_c) \delta_{ac} \right). \quad (4.26)$$

Cette expression n'est valable que pour h constant. Dans le cas où l'on tiendrait compte de la variation de la longueur de lissage, il faut ajouter un terme devant la somme, dont l'expression est détaillée dans la section suivante. En développant chaque terme et après simplification, on obtient :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}_a} = m_a \sum_b m_b \left[\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right] \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.27)$$

On peut finalement écrire l'équation d'Euler-Lagrange en utilisant les équations (4.20) et (4.27) :

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left[\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right] \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.28)$$

Reste maintenant à savoir à quelle équation de l'hydrodynamique l'équation (4.28) correspond.

4.3.2 Interpolation d'un champs arbitraire et dérivée

Avant de continuer, nous allons voir comment on peut interpoler un champ arbitraire f . Pour une fonction $f(\vec{r}_a)$ décrivant une quantité, l'interpolation à la position \vec{r}_a d'une particule d'indice a s'écrit,

$$f(\vec{r}_a) = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} f(\vec{r}_b) W_{ab}(h_a). \quad (4.29)$$

En prenant $f = \rho$, on retrouve bien l'équation (4.7).

Il est tout aussi facile de déterminer le gradient d'une fonction arbitraire en prenant la dérivée de l'équation (4.29).

$$\vec{\nabla}_a f(\vec{r}_a) = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} f(\vec{r}_b) \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.30)$$

L'équation (4.30) fonctionne pour avoir la dérivée d'un champ dans la plupart des cas. Cependant, si, l'on prend $f(\vec{r}_a) = \text{cst}$, on se retrouve avec le membre de gauche qui est nul tandis que le membre de droite est non nul. Nous verrons dans le cas de la pression qu'il faudra utiliser une astuce pour que cela fonctionne. Néanmoins, on remarque que la dérivée d'un champ arbitraire se fait grâce à la dérivée de la fonction de lissage qui est, elle, toujours connue. Il faut noter, dans le cas où l'on tiendrait compte de la variation de la longueur de lissage, qu'il faut ajouter un terme :

$$\Omega_a = 1 - \frac{\partial h_a}{\partial \rho_a} \sum_b \frac{\partial W_{ab}(h_a)}{\partial h_a}, \quad (4.31)$$

tel que l'équation (4.30) devient :

$$\vec{\nabla}_a f(\vec{r}_a) = \frac{1}{\Omega_a} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} f(\vec{r}_b) \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.32)$$

4.3.3 Conservation des quantités hydrodynamiques

Conservation de la masse

Commençons donc par la première des quantités qui doit être conservées : la masse. En SPH, une région locale d'un fluide ne doit avoir une variation de densité que par le biais de flux entrants et sortants. À partir de l'équation (4.5a), on en déduit l'expression de la conservation de la masse sous sa forme SPH :

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \vec{v}_{ab} \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a), \quad (4.33)$$

où $\vec{v}_{ab} = \vec{v}_a - \vec{v}_b$ désigne la différence de vitesse entre la particule a et b . Cette formulation n'est que très peu utilisée pour déterminer la densité, car l'équation (4.7) est indépendante du temps et permet d'évaluer tout aussi bien l'équation (4.5a) (Monaghan, 1992; Price, 2012). En revanche, l'équation (4.33) est utilisé dans PHANTOM pour déterminer la longueur de lissage au pas de temps suivant pour réduire le nombre d'itérations sur ρ et h .

Conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie interne

Si l'on s'intéresse maintenant à l'équation (4.5b), et que l'on utilise l'équation (4.30), on trouve alors la formulation SPH de l'équation de Navier-Stokes pour le terme de pression uniquement. Les autres termes, comme les termes liés aux chocs, aux forces externes ou à l'auto-gravité, sont explicitement écrits dans Price et al. (2018).

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = \frac{1}{\rho_a} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} P_b \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.34)$$

Bien que cette forme soit directe, elle souffre d'un grave problème. Si la pression est constante, le terme de gauche et le terme de droite doivent être nuls d'après l'équation (4.5b). Or, le terme de droite est nul seulement si la pression est nulle. Pour remédier à cela, on va utiliser la propriété suivante :

$$\frac{\vec{\nabla}_a P_a}{\rho_a} = \vec{\nabla}_a \left(\frac{P_a}{\rho_a} \right) + \frac{P_a}{\rho_a^2} \vec{\nabla}_a \rho_a, \quad (4.35)$$

ce qui nous permet d'obtenir une nouvelle formulation du terme de pression :

$$\frac{\vec{\nabla}_a P_a}{\rho_a} = \sum_b m_b \frac{P_b}{\rho_b^2} \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a) + \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a), \quad (4.36)$$

$$= \sum_b m_b \left[\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right] \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.37)$$

Dans ce cas, si P est constante, alors le terme de droite sera aussi nul car $W_{ab}(h_a)$ est antisymétrique. On obtient donc finalement notre formulation de l'équation (4.5b) :

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left[\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right] \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.38)$$

qui est identique à la formulation donnée équation (4.38). On obtient donc à partir du lagrangien la bonne formulation de l'équation de Navier-Stokes sous sa forme SPH, et la quantité de mouvement est alors bien conservée.

Enfin, dans la même lignée, on peut s'intéresser à l'équation (4.5c). De même, on ne va s'intéresser qu'au terme contenant la pression par simplicité :

$$\frac{du_a}{dt} = \frac{P_a}{\rho_a^2} \frac{d\rho_a}{dt}, \quad (4.39)$$

$$= \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b \frac{dW_{ab}(h_a)}{dt}, \quad (4.40)$$

$$= \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b \sum_c m_b \vec{v}_c \left(\vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a) \delta_{ac} - \vec{\nabla}_b W_{ab}(h_a) \delta_{bc} \right), \quad (4.41)$$

$$= \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b \vec{v}_{ab} \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a). \quad (4.42)$$

De même, les autres termes, comme les termes de chauffage, de refroidissement ou de friction sont explicités dans Price et al. (2018). Pour finir, on peut montrer que l'énergie totale, sans terme de dissipation, est conservée.

$$E = \sum_a m_a \left(\frac{1}{2} v_a^2 + u_a \right), \quad (4.43)$$

est l'énergie totale. Si on prend la dérivée temporelle :

$$\frac{dE}{dt} = - \sum_a m_a \vec{v}_a \sum_b m_b \left[\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right] \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a) \quad (4.44)$$

$$+ \sum_a m_a \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b \vec{v}_{ab} \vec{\nabla} W_{ab}(h_a), \quad (4.45)$$

$$= - \sum_a \sum_b m_a m_b \left[\frac{P_a}{\rho_a^2} \vec{v}_b + \frac{P_b}{\rho_b^2} \vec{v}_a \right] \vec{\nabla} W_{ab}(h_a) = 0, \quad (4.46)$$

dû au fait que $\vec{\nabla} W_{ab}(h_a)$ est antisymétrique. L'énergie totale est donc parfaitement conservée en SPH si aucun terme dissipatif n'est explicitement introduit.

4.3.4 Capture des chocs

En SPH, la capture des chocs est difficile car ces processus apparaissent à des échelles plus petites que la résolution spatiale disponible dans les simulations, donnée par la longueur de lissage. De plus, sans choc, des particules pourraient se traverser. Ceci est un problème car dans le cas de particules s'interpénétrant, les lois de conservation sont violées, le calcul correct des forces n'est plus assuré car la longueur de lissage est nulle, ce qui mènent à des problèmes d'interpolation et des instabilités numériques. [Von Neumann & Richtmyer \(1950\)](#) proposent, pour pallier ce problème, une viscosité artificielle Π_{choc}^{ab} aux équations du mouvement qui permet de propager et lisser le choc sur plusieurs longueurs de lissage afin d'en avoir les répercussions à grande échelle. La formulation des chocs est donnée par [Monaghan \(1992\)](#) et [Monaghan \(1997\)](#) :

$$\Pi_{\text{choc}}^{ab} = \begin{cases} \frac{\alpha^{\text{SPH}} \bar{c}_g^{ab} \mu_{ab} + \beta^{\text{SPH}} \mu_{ab}^2}{\rho^{ab}}, & \text{si } \vec{v}_{ab} \cdot \hat{r}_{ab} < 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.47)$$

avec

$$\mu_{ab} = \frac{\bar{h}_a b \vec{v}_a b \cdot \vec{r}_a b}{\bar{r}^2 + \eta^2 \bar{h}_a b^2}. \quad (4.48)$$

Les quantités barrées correspondent aux valeurs moyennes pour une paire de particules a et b , tandis que η est une constante de paramétrisation. Les paramètres α^{SPH} et β^{SPH} sont des viscosités artificielles et elles peuvent être réglées pour correspondre à α_{ss} . En effet, [Meglicki et al. \(1993\)](#) ont montré que α^{SPH} pouvait s'apparenter aux coefficients de viscosité de l'équation de Navier-Stokes. Le paramètre β^{SPH} , initialement introduit par [Von Neumann & Richtmyer \(1950\)](#), contrôle les chocs à grands nombres de Mach et permet d'éviter les interpénétrations. Une formulation plus récente des chocs a été introduite par [Lodato & Price \(2010\)](#) et implémentée dans PHANTOM, qui est donnée par :

$$\Pi_{\text{choc}} = - \sum_b m_b \left[\frac{q_{ab}^a}{\rho_a^2 \Omega_a} \nabla_a W_{ab}(h_a) + \frac{q_{ab}^b}{\rho_b^2 \Omega_b} \nabla_a W_{ab}(h_b) \right], \quad (4.49)$$

avec

$$q_{ab}^a = \begin{cases} -\frac{\rho_a h_a}{2|r_{ab}} [\alpha^{\text{SPH}} c_{g,a} + \beta^{\text{SPH}} \|\vec{v}_{ab} \cdot \hat{r}_{ab}\|] \vec{v}_{ab} \cdot \hat{r}_{ab}, & \text{si } \vec{v}_{ab} \cdot \hat{r}_{ab} < 0, \\ -\frac{\rho_a h_a}{2|r_{ab}} \alpha^{\text{SPH}} c_{g,a} \vec{v}_{ab} \cdot \hat{r}_{ab} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.50)$$

Dans le cas où β^{SPH} est nul (soit lorsque l'interpénétration des particules est négligeable), on peut avoir un parallèle entre α^{SPH} et la viscosité de cisaillement ν^{SPH} artificielle (Lodato & Price, 2010).

$$\nu^{\text{SPH}} \simeq \frac{\alpha^{\text{SPH}}}{10} c_g h, \quad (4.51)$$

ce qui permet d'avoir une estimation de la viscosité α_{ss} :

$$\alpha_{\text{ss}} \simeq \frac{\alpha^{\text{SPH}} \langle h \rangle}{10 H}. \quad (4.52)$$

$\langle h \rangle$ correspond ici à la longueur de lissage moyenne à une distance r donnée. On remarque que si α_{ss} est une constante, alors cela revient à résoudre uniformément l'échelle de hauteur H quelle que soit la distance r avec un nombre de particules suffisant pour satisfaire $\langle h \rangle \sim H$. Cependant, il n'y a aucune raison pour que α_{ss} soit constant dans l'intégralité du disque.

Pour finir, dans PHANTOM, les équations (4.5b) et (4.5c) s'écrivent en SPH, en tenant compte des différents termes tels que les chocs, comme :

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left[\frac{P_a + q_{ab}^a}{\rho_a^2 \Omega_a} \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a) + \frac{P_b + q_{ab}^b}{\rho_b^2} \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_b) \right] + \vec{a}_{\text{externe}} + \vec{a}_{\text{sink-gas}} + \vec{a}_{\text{auto-grav}}, \quad (4.53)$$

$$\frac{du_a}{dt} = \frac{P_a}{\rho_a^2 \Omega_a} \sum_b m_b \vec{v}_{ab} \cdot \vec{\nabla}_a W_{ab}(h_a) + \Lambda_{\text{choc}} - \frac{\Lambda_{\text{cooling}}}{\rho} \quad (4.54)$$

4.3.5 Équation d'état

Pour fermer notre système d'équations, il nous faut une équation supplémentaire, l'équation d'état. Pour un gaz parfait, on peut relier la pression du gaz à sa température avec l'équation :

$$P = \frac{\rho k_B T}{\mu m_u}, \quad (4.55)$$

où m_u est la masse moléculaire moyenne du fluide considéré. Cependant, le déplacement d'un fluide n'est pas immédiatement dicté par la température ou la composition, mais plutôt par la pression. Ainsi, il est plus pratique d'exprimer l'équation d'état en termes d'énergie interne u .

$$P = (\gamma - 1)\rho u, \quad (4.56)$$

avec γ le coefficient adiabatique. Si l'on résout l'équation de l'énergie interne, on trouve

$$\frac{du}{dt} = -\frac{P}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}, \quad (4.57)$$

$$P = K \rho^\gamma, \quad (4.58)$$

avec K la constante adiabatique. L'équation que l'on trouve est donc l'équation d'un polytrophe. Dans le cas des disques protoplanétaires, on utilise une autre équation d'état, en prenant $\gamma = \text{constante}$, soit une équation d'état pour un gaz isotherme.

$$P = c_g^2 \rho. \quad (4.59)$$

Pour mes simulations, la température est donnée via une prescription selon la position dans le disque, et il est supposé que localement, le gaz est isotherme. PHANTOM possède de nombreuses équations d'état selon le problème à traiter et sont disponibles dans [Price et al. \(2018\)](#).

4.4 Traitement de l'interaction gaz-poussière, la friction

Le code PHANTOM développé initialement par Daniel Price ([Price et al., 2018](#)) est un code SPH hydrodynamique et magnétohydrodynamique 3D, conçu pour être efficace en vue d'une utilisation dans de nombreux domaines d'astrophysique, comme la cosmologie ou la formation planétaire. L'avantage de ce code est qu'il est public et collaboratif. Le code contient les algorithmes permettant d'étudier la croissance de la poussière, en bi-fluide et dans l'approximation mono-fluide ([Vericel, 2020](#); [Vericel et al., 2021](#)).

4.4.1 L'approximation mono-fluide

Dans l'approximation mono-fluide, on modélise le mélange de gaz et de poussière comme un unique fluide, une mixture de gaz et de poussière, ce qui permet de n'avoir recours qu'à un unique jeu de particules. Lorsque la poussière est fortement couplée au gaz ($St \ll 1$), ce qui correspond à des grains très petits, les équations de l'hydrodynamique régissant le gaz et la poussière peuvent être simplifiées ([Laibe & Price, 2014a,b](#); [Price & Laibe, 2015](#)) en utilisant l'approximation de vitesse terminale³([Youdin & Goodman, 2005](#)). En mono-fluide, dans le référentiel barycentrique de la mixture gaz-poussière, les équations sont :

$$\rho = \rho_g + \rho_d, \quad (4.60)$$

$$\epsilon = \rho_d / \rho, \quad (4.61)$$

$$\vec{v} = \frac{\rho_g \vec{v}_g + \rho_d \vec{v}_d}{\rho_g + \rho_d} = (1 - \epsilon) \vec{v}_g + \epsilon \vec{v}_d, \quad (4.62)$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_d - \vec{v}_g, \quad (4.63)$$

où ϵ n'est pas le rapport poussière/gaz, mais la fraction de poussière donnée par l'équation (4.61). Lorsque ϵ évolue, on tient alors compte des changements locaux des densités, ce qui permet de simuler artificiellement des phénomènes comme la sédimentation à travers les propriétés de la poussière liées aux particules de mélange. Comme dans ce formalisme, les grains sont fortement couplés au gaz ($St \ll 1$), on peut négliger la dépendance temporelle de $\Delta \vec{v}$. Avec la TVA, les équations se réécrivent comme ([Laibe & Price,](#)

3. TVA pour terminal velocity approximation

2014a) :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}, \quad (4.64)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot (\epsilon(1-\epsilon)\rho \Delta \vec{v}), \quad (4.65)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{\nabla} P}{\rho} + \vec{a}_{\text{ext}}, \quad (4.66)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{P}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \epsilon \left(\Delta \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \cdot u, \quad (4.67)$$

$$(4.68)$$

où $\Delta \vec{v}$ est lié la force de friction, dans le cas où les forces sont données par la pression du gaz et la gravité :

$$\Delta \vec{v} = t_s (\vec{a}_d - \vec{a}_g), \quad (4.69)$$

$$= \frac{t_s}{1-\epsilon} \frac{\vec{\nabla} P}{\rho}, \quad (4.70)$$

ce qui permet d'exprimer l'évolution de la fraction de poussière comme :

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot (\epsilon t_s P). \quad (4.71)$$

Cette équation remplace donc l'équation d'évolution de la différence de vitesse $\Delta \vec{v}$. Il faut noter qu'en mono-fluide, la friction génère un chauffage négligeable (Laibe & Price, 2014a). Par contre, l'évolution de la fraction de poussière donnée équation (4.65) ne permet ni de s'assurer que ϵ soit positif, ni que la conservation de la masse de la poussière soit respectée. Dans PHANTOM, la quantité qui est évoluée n'est pas ϵ mais la racine du rapport poussière/gaz $\sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon/(1-\epsilon)}$ (Ballabio et al., 2018). Ce changement de variable garantit que $\epsilon \in [0; 1]$.

Le principal avantage de l'approximation mono-fluide réside donc dans la possibilité de simuler des disques constitués de grains de poussière très petits. Cette méthode permet de s'affranchir de la nécessité d'un second fluide pour la poussière et des problèmes associés aux sous ou sur-résolutions d'un des fluides par rapport à l'autre, qui peut mener au phénomène d'overclumping⁴. Cet artefact numérique apparaît quand la poussière, trop concentrée, ne ressent plus les forces de pression du gaz et s'agglutine. Ceci est lié à la longueur de lissage et son évaluation vis-à-vis du nombre de voisins. Lorsque la poussière est concentrée, la majorité des voisins sont des particules de poussière. Comme la densité de poussière est élevée, la longueur de lissage est faible. Si les particules de gaz sont des voisins éloignés, alors leur contribution à l'évaluation de la densité et de la pression sera alors négligeable. Ce phénomène apparaît, par exemple, lorsque les grains sédimentent dans le plan médian en une couche très fine de poussière en croissance pure.

4. L'overclumping apparaît généralement quand le nombre de particules de poussière est plus grand que celui du gaz, ce qui arrive lors la sédimentation. En croissance pure, les grains sédimentent en grossissant et l'overclumping peut apparaître après quelques dizaines de milliers d'années de simulation. Avec la fragmentation, la sédimentation est ralentie et l'overclumping n'apparaît pas. Pour limiter son apparition, on utilise généralement le ratio suivant : 5 particules de gaz pour une particule de poussière.

Le pas de temps d'intégration est donné par la condition de courant (Courant et al., 1928) via

$$\delta t = C_{\text{force}} \frac{h^2}{\epsilon t_s c_g^2}. \quad (4.72)$$

Comme les grains sont très petits, t_s est donc petit et δt est grand, ce qui permet de simuler rapidement un mélange gaz-poussière. En revanche, lorsque que t_s devient grand, la simulation ralentit, ce qui est le cas lorsque l'on inclut la croissance. L'inconvénient de l'approximation mono-fluide, dans le cas de la croissance, est que le formalisme est de moins en moins valable au fur et à mesure que les grains grossissent, car leur nombre de Stokes devient plus proche de 1, si la fragmentation ne limite pas sévèrement la taille des grains. Cela induit alors une erreur de plus en plus importante dans les coefficients de traînée, les résultats n'étant donc plus corrects. Il faut alors pour cela utiliser la méthode bi-fluide. La solution qui résoudrait la quasi-intégralité des problèmes numériques liés à la poussière serait le formalisme mono-fluide complet, donc sans TVA. Il n'y aurait donc pas de problème de résolution, pas de problème de pas de temps, tous les St seraient possibles et calculés correctement. Un unique problème subsisterait, les flots de poussières qui se croiseraient (dans le plan médian par exemple), ce que le formalisme mono-fluide ne permet pas de capturer. À ce jour, aucun code ne propose ce formalisme complet car il est relativement nouveau.

4.4.2 Schéma explicite bi-fluide

Dans le cas des simulations bi-fluide, on modélise les deux phases du mélange que sont le gaz et la poussière comme deux fluides distincts, chacun ayant son jeu de particules. L'avantage de cette méthode est que l'on prend correctement en compte les interactions entre le gaz et la poussière pour n'importe quelle taille de poussière. Pour calculer la densité de chaque phase numériquement, on définit la densité du gaz et de la poussière, avec les indices a, b pour le gaz et i, j pour la poussière, comme Monaghan (1992) :

$$\rho_a = \sum_b m_b W_{ab}(h_a), \quad (4.73a)$$

$$\rho_i = \sum_j m_j W_{ij}(h_i), \quad (4.73b)$$

chaque phase ayant sa propre longueur de lissage h associée défini par l'équation (4.7). L'interaction entre les deux phases se manifeste à travers l'échange de quantités de mouvement grâce à la force de friction (drag force en anglais), donnée par les équations de l'accélération du gaz et de la poussière :

$$\vec{a}_{\text{g,drag}} = \frac{K}{\rho_g} (\vec{v}_g - \vec{v}_d), \quad (4.74)$$

$$\vec{a}_{\text{d,drag}} = -\frac{K}{\rho_d} (\vec{v}_g - \vec{v}_d), \quad (4.75)$$

avec K le coefficient de traînée. Pour calculer cette friction, il faut réaliser des interpolations entre les deux phases. Monaghan & Kocharyan (1995) proposent une forme d'interpolation en intégrant la force de friction projetée sur chaque paire de particules gaz-poussière.

$$\langle K (\vec{v}_d - \vec{v}_g) \rangle = - \int K (\vec{r} - \vec{r}') \left(\left[\vec{v}_d(\vec{r}) - \vec{v}_g(\vec{r}') \right] \hat{r} \right) \hat{r} D(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) d\vec{r}'. \quad (4.76)$$

Ici, D est une fonction de lissage à double bosse (Fulk & Quinn, 1996), différente de la fonction de lissage W . D a pour principal avantage d'avoir son maximum, non pas à $0h$, mais à $\pm 1h$, diminuant l'influence des voisins très proches qui ne contribuent que peu à la friction, et a l'avantage de conserver exactement la quantité de mouvement et le moment cinétique (Laibe & Price, 2012a). Dans leur formulation explicite, les termes de friction pour le gaz et la poussière ainsi que le chauffage du gaz s'écrivent, sous leur forme SPH (Laibe & Price, 2012a; Price et al., 2018) :

$$\vec{a}_{a,\text{drag}} = -3 \sum_j m_j \frac{\vec{v}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj}}{(\rho_a + \rho_j) t_{aj}^s} \hat{r}_{aj} D_{aj}(h_a), \quad (4.77)$$

$$\vec{a}_{i,\text{drag}} = -3 \sum_b m_b \frac{\vec{v}_{ib} \cdot \hat{r}_{ib}}{(\rho_b + \rho_i) t_{ib}^s} \hat{r}_{ib} D_{ib}(h_b), \quad (4.78)$$

$$\Lambda_{a,\text{drag}} = -3 \sum_j m_j \frac{(\vec{v}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj})^2}{(\rho_a + \rho_j) t_{aj}^s} D_{aj}(h_a), \quad (4.79)$$

où $\Lambda_{a,\text{drag}}$ est le terme de chauffage lié à la friction (Price et al., 2018). Le calcul du temps d'arrêt t_s se fait alors suivant la formule :

$$t_s^{aj} = \frac{\rho_i \rho_j}{K_{aj}(\rho_a + \rho_j)}, \quad (4.80)$$

avec K_{aj} le coefficient de traînée d'un paire gaz-poussière. Bien que cette méthode fonctionne très bien, elle possède cependant un unique gros défaut. Elle ne peut être utilisée que pour des temps d'arrêt t_s assez grands. En effet, le pas de temps est donné pour la force de friction par le t_s minimum parmi l'ensemble des paires de particules pour respecter la condition de Courant (Courant et al., 1928). Dans le cas de grains compacts, cela signifie que la taille des grains doit être supérieure à $\approx 10 \mu\text{m}$, sinon, le temps d'arrêt des grains dictera le pas de temps global, ralentissant très fortement la simulation. En revanche, dans le cas de grains poreux, le facteur de remplissage réduit t_s par un ou deux ordre de grandeurs. Même avec des grains de quelques centaines de microns, les simulations sont excessivement longues. De plus, en augmentant la taille des grains de l'état initial, on met de coté une part importante de la croissance de la poussière pour les petites tailles.

4.4.3 Schéma implicite bi-fluide

Pour tenter de résoudre le problème associé au pas de temps, j'ai réussi à implémenter dans PHANTOM, avec l'aide de Cristiano Logarini, un doctorant de Milan, et surtout Daniel Price, un schéma implicite dans PHANTOM. J'avais effectué une première tentative en utilisant le schéma implicite de Monaghan (2020). Après des discussions avec J.J. Monaghan durant le "Phantom Workshop 2022", il s'est avéré que ce schéma ne pouvait fonctionner dans un code parallélisé. En effet, l'évaluation de la friction doit se faire de manière séquentielle, c'est à dire une particule après l'autre de la première à la dernière. J'ai alors effectué une autre tentative en Australie, avec un autre schéma. Les schémas implicites utilisent le fait que la friction a un comportement exponentiellement décroissant sur la vitesse au court du temps, ce qui supprime (en théorie) la nécessité d'avoir un pas de temps dédié pour la friction. En effet, on modélise directement le comportement exponentiellement décroissant de cette friction, contrairement à l'interpolation de

la friction donnée par l'équation 4.76. J'ai implémenté dans PHANTOM le schéma correspondant à la méthode dite améliorée de [Lorén-Aguilar & Bate \(2014\)](#) et [Lorén-Aguilar & Bate \(2015b\)](#), que j'ai réécrite en un terme de force, ce qui permet une implémentation plus simple et cohérente vis-à-vis du reste de PHANTOM.

$$\vec{a}_{a,\text{drag}} = -\frac{3}{\delta t} \sum_j \frac{m_j}{\rho_a + \rho_j} \left(\vec{S}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj} \right) \cdot \hat{r}_{aj} D_{aj}(h_a), \quad (4.81)$$

$$\vec{a}_{i,\text{drag}} = -\frac{3}{\delta t} \sum_b \frac{m_b}{\rho_i + \rho_b} \left(\vec{S}_{ib} \cdot \hat{r}_{ib} \right) \cdot \hat{r}_{ib} D_{ib}(h_b), \quad (4.82)$$

$$\Lambda_{a,\text{drag}} = -\frac{3}{\delta t} \sum_j \frac{m_j}{\rho_a + \rho_j} \left(\vec{S}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj} \right) (\vec{v}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj}) D_{aj}(h_j) \quad (4.83)$$

avec le terme \vec{S} qui est donné par :

$$\vec{S}_{aj} = \varsigma \vec{v}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj} - \vartheta \vec{a}_{aj} \cdot \hat{r}_{aj}, \quad (4.84)$$

$$\varsigma = 1 - \exp\left(-\frac{\delta t}{t_{aj}^s}\right), \quad (4.85)$$

$$\vartheta = (\delta t + t_s) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\delta t}{t_{aj}^s}\right)\right) - \delta t. \quad (4.86)$$

Contrairement à [Lorén-Aguilar & Bate \(2014\)](#), notre terme de force ne contient que la friction de l'itération précédente, alors que le leur contient toutes les forces exceptées la friction. Cette différence vient de la manière d'intégrer la friction. Au lieu de mettre à jour directement les vitesses comme [Lorén-Aguilar & Bate \(2014\)](#) et [Lorén-Aguilar & Bate \(2015b\)](#), on calcule implicitement la friction comme un terme de force, à la manière de [Laibe & Price \(2012b\)](#). Pour résoudre temporellement la friction pour les très petits temps d'arrêt, soit les très grands coefficients de friction, il faut imposer la condition sur le pas de temps :

$$\delta t_{\text{drag}} = 90t_s, \quad (4.87)$$

obtenue après avoir réalisée plusieurs tests, ce qui permet de capturer correctement des phénomènes comme la sédimentation pour les très petits grains. Bien que ce schéma semble prometteur, deux problèmes apparaissent lorsque l'on veut simuler un disque. Le premier, c'est l'impossibilité d'utiliser pour le moment des pas de temps indépendants⁵, méthode qui permet de gagner du temps. Il semblerait que ce soit dû à la manière dont sont attribués les pas de temps aux particules de gaz et de poussière. Après une discussion avec Matthew Bate, il apparaît que [Lorén-Aguilar & Bate \(2014\)](#) et [Lorén-Aguilar & Bate \(2015b\)](#) n'ont pas non plus réussi à faire fonctionner les pas de temps indépendants avec le schéma implicite. Les simulations sont donc plus lentes puisque le pas de temps, unique, est donné par la particule avec le plus petit pas de temps associé. Le gain de temps entre le schéma implicite et explicite est alors assez faible. Le second est dû au problème de résolution de la poussière et de sa concentration dans le plan médian, qui est exacerbé vis-à-vis du schéma explicite, et que je ne comprends toujours correctement. Ceci est probablement dû à des pas de temps trop grands pour certaines régions où la poussière est concentrée.

5. Dans PHANTOM, pour augmenter la rapidité des simulations, les particules se voient attribués des pas de temps différents selon les critères de stabilités numériques. Cela permet de réduire considérablement le nombre d'interpolations et d'intégration par particule.

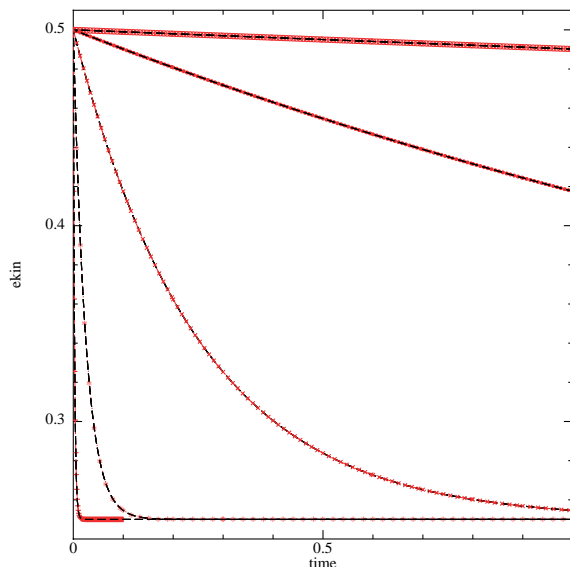


FIGURE 4.3 – Décroissance de l’énergie cinétique en fonction du temps pour le test DUSTYBOX. Les lignes en noires sont les résultats de PHANTOM pour des frictions faibles à fortes $K = 0.01, 0.1, 1.0, 10$ and 100 (haut en bas), la solution analytique est donnée par les lignes en rouges.

4.5 Tests

PHANTOM dispose de plusieurs tests pour s’assurer que la force de friction est correctement implémentée et se comporte comme prévu dans différentes situations. Pour s’assurer que le schéma implicite fonctionne correctement, il faut valider chacun des tests dans les limites données par les tolérances.

4.5.1 DUSTYBOX

La figure 4.3 montre les résultats du problème dustybox. Le setup consiste en une boîte périodique $x, y, z \in [-0.5, 0.5]$, avec $32 \times 36 \times 39$ particules de gaz dont la distribution spatiale correspond à un réseau hexagonal compact de sphères identiques. La poussière est répartie de la même manière, avec le même nombre de particules que le gaz. Le gaz est initialement au repos, et la poussière possède une certaine vitesse uniforme $v_x = 1$ dans la direction ‘ x ’. On utilise l’équation d’état isotherme avec une vitesse du son $c_g = 1$ et une densité de gaz et de poussière $\rho_g = \rho_d = 1$. On utilise le noyau cubique M_4 pour les termes SPH et le noyau à double bosse D pour le terme de friction. Les lignes rouges sur la figure 4.3 correspondent à la solution analytique de la décroissance exponentielle de l’énergie cinétique au cours du temps pour différents coefficients de friction $K = 0.01, 0.1, 1, 10$. La vitesse dans le barycentre particule gaz-poussière est $v_x = 0.5$, sachant que $v_g(t) = 0.5[1 + \Delta v_x(t)]$, $v_d(t) = 0.5[1 - \Delta v_x(t)]$ avec $\Delta v_x(t) = \exp(-2Kt)$. La solution analytique est donnée par $E(t) = \frac{1}{2}[v_g(t)^2 + v_d(t)^2] = \frac{1}{4}[1 - \exp(-4Kt)]$. Les quantités interpolées par PHANTOM montrent un excellent accord avec la solution analytique, avec une erreur $L2 \approx 2 \times 10^{-5}$ légèrement meilleure que le schéma explicite, ce qui montre que le terme de friction est calculé et implémenté correctement.

4.5.2 DUSTYWAVE

Le test DUSTYWAVE est réalisé en bi-fluide figure 4.4 avec le schéma implicite en haut et le schéma explicite en bas. $64 \times 12 \times 12$ particules de gaz et $64 \times 12 \times 12$ particules de poussière sont réparties selon un réseau hexagonal compact de sphères identiques dans une boîte périodique avec $x \in [-0.5, 0.5]$, les bordures ‘ y ’ and ‘ z ’ sont choisies telles que l’on puisse placer 12 particules de gaz ou de poussière avec l’arrangement spatial correspondant. Une onde se propage selon l’axe ‘ x ’ avec une vitesse $v_g = v_d = A \sin(2\pi x)$ et une densité perturbée $\rho = \rho_0[1 + A \sin(2\pi x)]$, où $\rho_0 = 1$ et $A = 10^{-4}$. La perturbation de la densité est initialisée en utilisant le stretch mapping, méthode itérative qui permet à partir d’une densité uniforme d’obtenir le profil de densité désiré. Le test est effectué avec une équation d’état adiabatique où $c_{g,0} = 1$ et la friction est donnée par un coefficient de friction constant $K = 0.5, 5, 50$ et 500 tel que le temps d’arrêt (équation (4.80)) soit un multiple de la longueur d’onde : $t_s = 1, 0.1, 0.01$ et 0.001 . Le schéma explicite est plus précis que le schéma implicite pour des coefficients de friction très grands, au prix d’un temps de calcul beaucoup plus élevé. Chaque méthode permet néanmoins de calculer correctement la friction pour n’importe quel temps d’arrêt. Pour tout les tests, nous avons utilisé la reconstruction de la vitesse pour pallier le problème de sur-amortissement (Price & Laibe, 2020).

4.5.3 DUST SETTLE

Le test DUST SETTLE permet de s’assurer que la poussière sédimente correctement dans un disque, en comparant le schéma implicite bi-fluide avec le schéma explicite en mono-fluide ou en bi-fluide selon la taille de grain considérée. Le test est inspiré de Price & Laibe (2015) dont on suit la méthode. Pour simplifier le problème, une boîte cartésienne en 3D est utilisée au lieu de simuler un disque complet, en suivant les conditions initiales données par Price & Laibe (2015). On considère donc une tranche d’un disque protoplanétaire à $r = 50$ ua dans le plan ‘ $r - z$ ’ qui correspond aux axes ‘ x ’ et ‘ y ’, avec une densité verticale donnée par

$$\rho(y) = \rho_0 \exp\left(\frac{-y^2}{2H_g^2}\right), \quad (4.88)$$

où on choisi $H_g/r = 0.05$, soit $H_g = 2.5$ ua. L’équation d’état isotherme est utilisé, avec $c_{g,0} \equiv H_g \Omega$ où $\Omega \equiv \sqrt{GM/r^3}$, ce qui correspond à un temps orbital $t_{\text{orb}} \equiv 2\pi/\Omega \approx 353$ ans. Les unités sont choisies telles que l’unité de distance est de 10 ua, différente de $r = 50$ ua, la masse en masse solaire et le temps tel que $G = 1$, ce qui se traduit par un temps orbital en unités de code $t_{\text{orb}} \approx 70.2$. On ajoute un terme de gravité via une accélération externe pour modéliser la force gravitationnelle exercée par l’étoile :

$$a_{\text{ext}} = -\frac{GM y}{\sqrt{R_0^2 + y^2}}, \quad (4.89)$$

avec $G = M = 1$ en unités de code. Les particules de gaz sont initialement placées selon un réseau hexagonal compact de sphères identiques de $32 \times 110 \times 24 = 84480$ sur un domaine d’une taille $[x, y, z] \in [\pm 0.25, \pm 3H_g, \pm \sqrt{3}/128]$. La méthode de stretch mapping est ensuite utilisée pour donner le bon profil de densité selon l’équation (4.88). Dans le plan médian, la densité est de 10^{-3} en unités de code, soit $\rho \approx 6 \times 10^{-13}$ g/cm³. Les frontières de la boîte sont périodiques, avec la frontière dans la direction ‘ y ’ initialisé à $\pm 10H_g$ pour

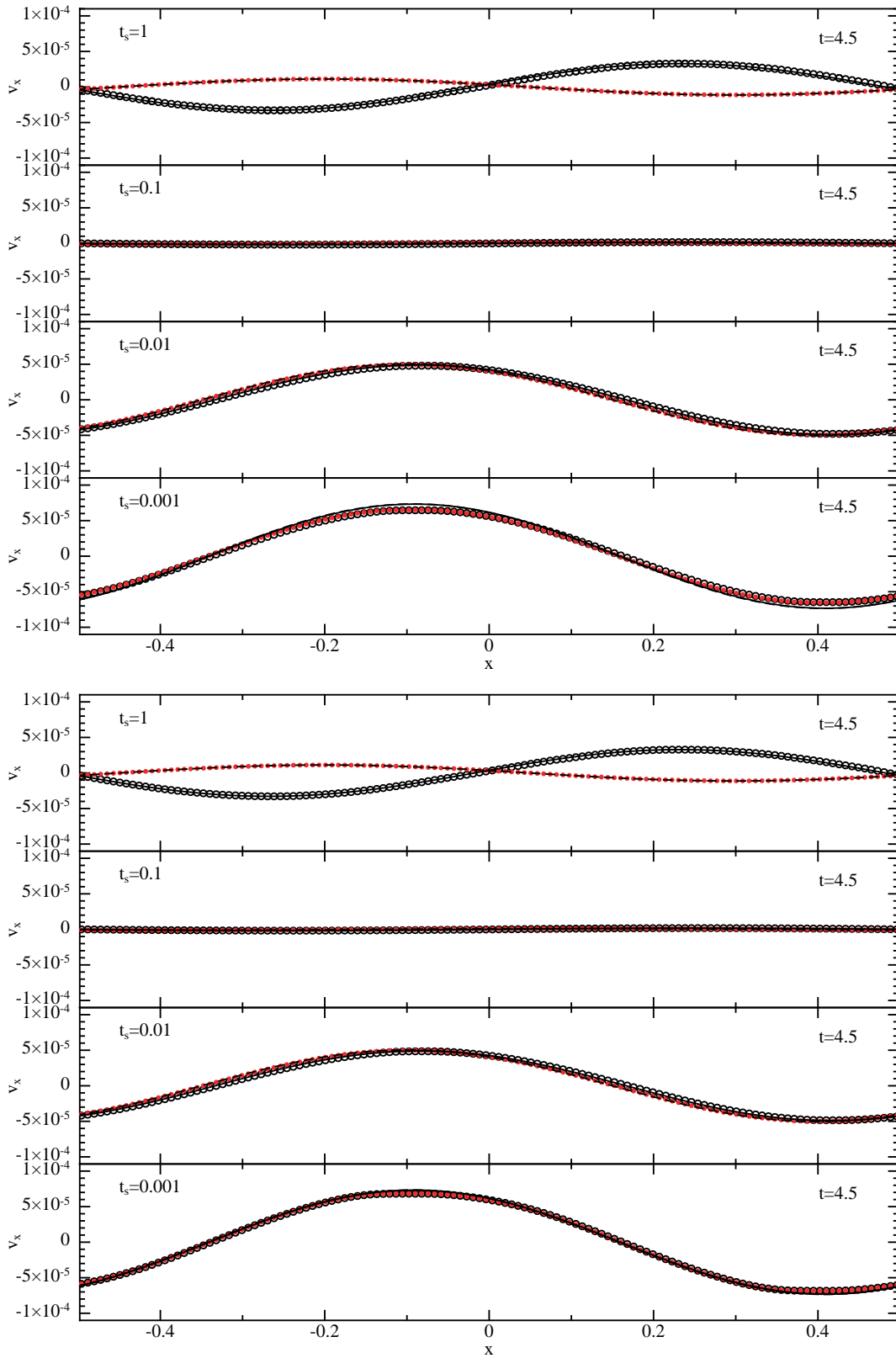


FIGURE 4.4 – Vitesse du gaz (ligne) et de la poussière (cercle) à $t = 4.5$, en utilisant la méthode bi-fluide et un rapport poussières-gaz de 1. Les résultats sont donnés pour $K = 0.5, 5, 50$ et 500 (haut en bas), correspondant au temps d'arrêt indiqué.

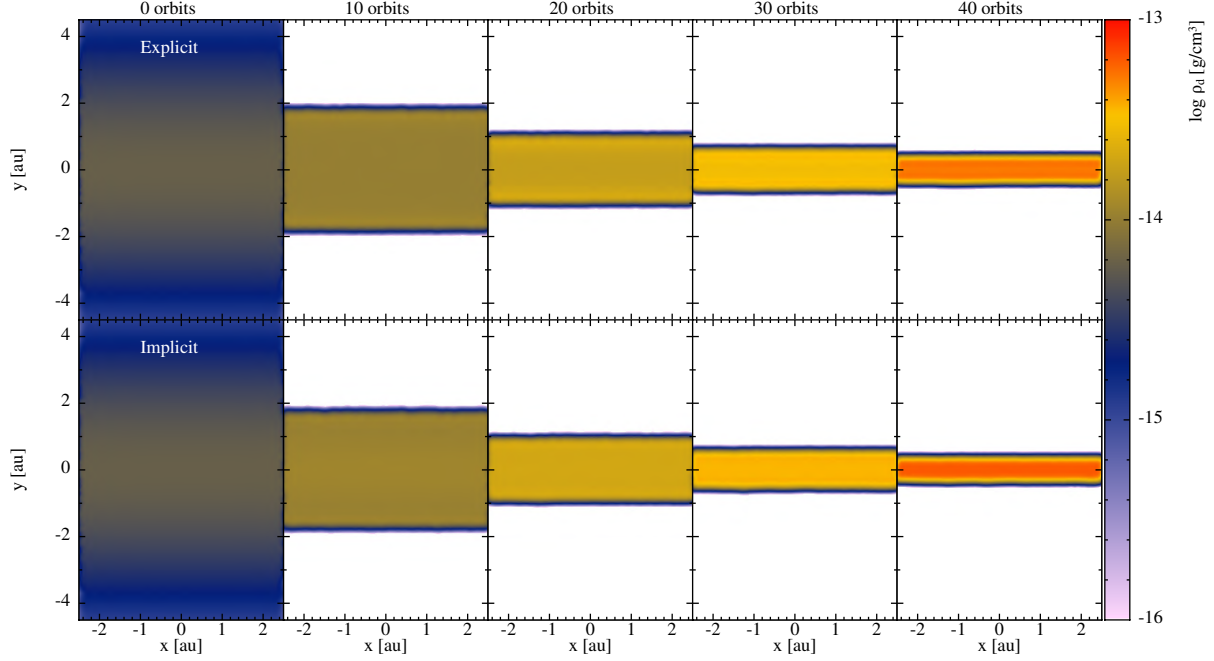


FIGURE 4.5 – Version 3D du test de [Price & Laibe \(2015\)](#), montrant la densité de poussière dans le plan ‘ $r - z$ ’ du disque. La poussière utilisée correspond à des grains de 1 mm et un rapport $\varepsilon = 1\%$, dans l’atmosphère stratifiée du disque avec $H_g/r_0 = 0.05$ et $r_0 = 50$ ua (équation(4.89)). En haut, la simulation est réalisée avec le schéma explicite, en bas avec le schéma implicite, toutes les deux en bi-fluide.

éviter les problèmes de périodicité dans la direction verticale. On réalise le test de la même manière que [Price & Laibe \(2015\)](#), en commençant par simuler uniquement le gaz en le laissant se relaxer pour un temps de 15 orbites. On redémarre ensuite le calcul en ajoutant la poussière, dont la distribution est calquée sur celle du gaz. Pour la poussière, on utilise deux tailles : 1 mm et 1 μm , dans le régime d’Epstein, ce qui correspond à des nombres de Stokes $St_{1\text{mm}} = t_s\Omega = 8.46 \times 10^{-3}$ et $St_{1\ \mu\text{m}} = 8.46 \times 10^{-6}$ dans le plan médian, avec un rapport poussière/gaz initial de 1%. On simule ensuite 40 orbites, montré figure 4.5 pour la poussière de 1 mm et la figure 4.6 pour celle de 1 μm , avec des intervalles de 10 orbites, pour une tranche de la boîte à $z = 0$. Pour les deux tailles, le schéma implicite est capable de reproduire correctement la sédimentation de la poussière quelle que soit la taille de la poussière, en comparaison du schéma explicite en mono-fluide et bi-fluide. La sédimentation est légèrement plus rapide avec le schéma implicite. En effet, pour un même temps, l’épaisseur de la couche de poussière avec le schéma implicite est plus fine d’un facteur 1.05 dans le cas des grains millimétriques, ce qui signifie que la vitesse de sédimentation est plus importante. Pour les grains micrométriques, on obtient un facteur 1.08 à 1.14, selon si l’on regarde la couche dense de poussière (en rouge) et les régions pauvres en poussières (en bleu et blanc).

4.6 Croissance en SPH

Le modèle de croissance présent dans PHANTOM est un module implémenté par Arnaud Véricel, ancien doctorant du CRAL ([Vericel, 2020](#); [Vericel et al., 2021](#)). La croissance est modélisée en utilisant les équations (3.3,3.9) avec les deux modèles de fragmentation,

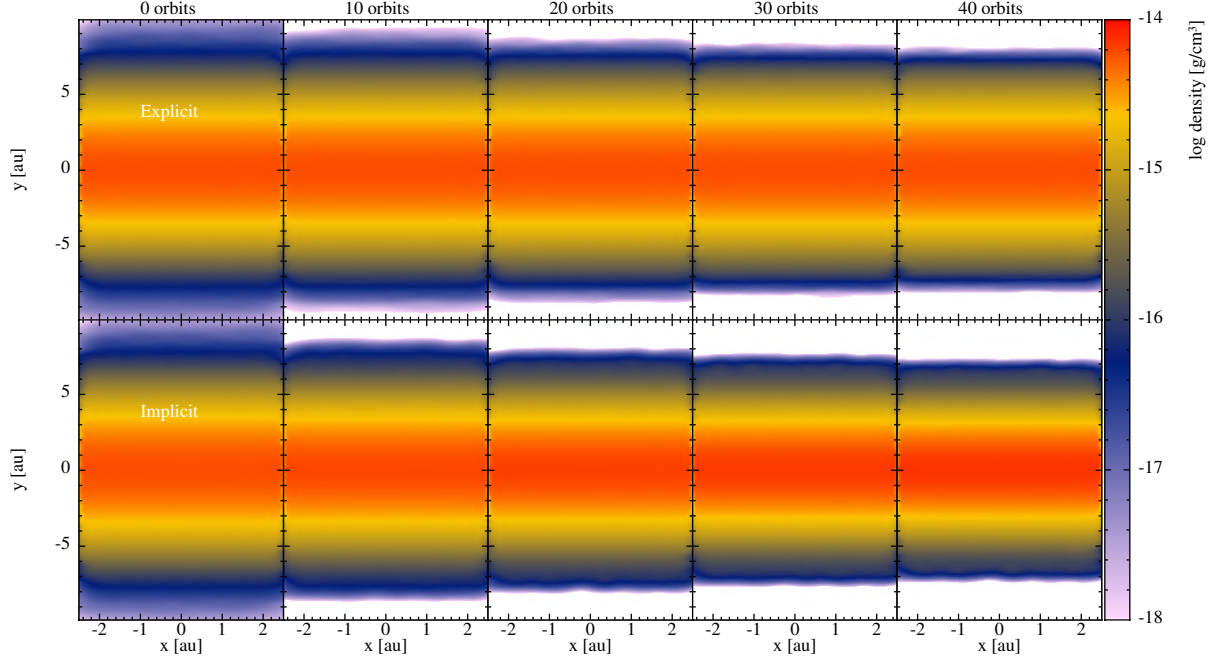


FIGURE 4.6 – Même chose que la figure 4.5, mais avec des grains de poussière de 1 μm . En haut, la simulation est réalisée avec le schéma explicite en mono-fluide, en bas avec le schéma implicite en bi-fluide.

et est disponible avec le mono-fluide et le bi-fluide. J’ai rajouté le modèle de porosité, en créant un nouveau module dans PHANTOM dédié au calcul du facteur de remplissage, qui est couplé au modèle de croissance. Pour cela, j’ai changé la variable d’intégration initiale qui était la taille s des grains par la masse m , pour pouvoir utiliser les équations (3.3) et (3.10).

La masse est intégrée avec la méthode du leapfrog predictor-corrector (Price et al., 2018) :

$$m^{n+\frac{1}{2}} = m^n + \frac{\delta t}{2} \left(\frac{dm}{dt} \right)^n, \quad (4.90)$$

$$m^* = m^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\delta t}{2} \left(\frac{dm}{dt} \right)^n, \quad (4.91)$$

$$\left(\frac{dm}{dt} \right)^{n+1} = \left(\frac{dm}{dt} \right) (m^*), \quad (4.92)$$

$$m^{n+1} = m^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\delta t}{2} \left(\frac{dm}{dt} \right)^{n+1}. \quad (4.93)$$

$$(4.94)$$

Pour le schéma explicite en mono-fluide ou en bi-fluide, les pas de temps indépendants sont disponibles, ce qui améliore grandement la rapidité de calcul, surtout lorsque les tailles sont très différentes. Ce n’est pas le cas du schéma implicite bi-fluide. Lorsque que l’on utilise le bi-fluide, il faut faire attention aux petits grains qui peuvent ralentir la simulation dans le cas de la fragmentation. Pour cela, on impose une taille minimum au grains de poussière. Ceci n’est cependant valable que lorsque les grains sont compacts. Pour des grains poreux, il est plus simple de limiter le temps d’arrêt. En effet, dans

le régime d’Epstein, valable pour les petits grains, la taille et le facteur de remplissage interviennent :

$$t_{s,Ep} = \frac{\rho_s \phi s}{\rho c_g}. \quad (4.95)$$

On limite donc que ce soit pour les simulations avec grains compacts ou avec grains poreux le temps d’arrêt et non la taille des grains.

4.7 Initialisation d’un disque

Trouver une méthode permettant de simuler un disque avec de la poussière et de la porosité en éliminant un maximum d’artefacts numériques tout en minimisant les temps de calculs avec PHANTOM a été un exercice particulièrement complexe et frustrant. Pour simplifier, il n’existe à l’heure actuelle pas de méthode simple pour réaliser ces simulations en SPH, en limitant au maximum le nombre et les effets des artefacts numériques. Le schéma implicite était censé corriger les problèmes liés au pas de temps des petits grains. Comme il ne fonctionne pas comme voulu, la méthode permettant de réaliser les simulations est détaillée ci-dessous.

Une solution donnée par [Vericel et al. \(2021\)](#) est de tronquer le rayon externe du disque de poussière $R_{\text{ext,d}}$. Cela permet d’éviter le problème lié au bord externe du disque de gaz, où la poussière se comporte de façon non physique due à la relaxation du disque (mauvaise estimation de St ou de ε par exemple). C’est la méthode que j’ai utilisée pour réaliser une première série de simulations bi-fluide ([Michoulier & Gonzalez, 2022a](#)), mais elles comportaient tout de même plusieurs artefacts.

En effet, cette méthode ne permet pas de prévenir tous les effets liés à cette relaxation qui crée d’une part des aigrettes de particules de poussière, localisées au niveau des surfaces à $r = R_{\text{ext,d}}$, et d’autre part une zone, toujours proche de $r = R_{\text{ext,d}}$, où la poussière grossit plus rapidement que des particules se trouvant plus proches de l’étoile. Donc, à l’instar de [Price & Laibe \(2015\)](#) et [Garcia \(2018\)](#), et contrairement à [Vericel et al. \(2021\)](#), on réalise d’abord une simulation uniquement avec le gaz, pour éviter tout problème avec la relaxation du gaz, en augmentant légèrement le nombre de particules et la masse du disque pour compenser la perte de masse due à l’accrétion de particules lors de la relaxation. On introduit la poussière une fois que le disque est totalement relaxé, soit lorsque le profil de densité du gaz de la région externe n’évolue plus. Le profil de densité externe est diminué exponentiellement suivant le profil $\exp(-(R/R_c)^{(2-p)})$, avec un rayon de coupure pris à $R_c = 60$ ua. La partie du disque interne est aussi lissée suivant l’équation (4.100). Le rayon d’accrétion, qui correspond au rayon à partir duquel une particule est considérée comme accrétée, est fixé à R_{in} . Fondamentalement, après relaxation, l’utilisation du profil de densité exponentiel avec ces paramètres d’entrée ne diffère que peu d’un disque avec $R_{\text{out}} = 300$ ua et $p = 1$, on utilisera donc avec PAMDEAS ces derniers paramètres. Cependant, la méthode diminuant exponentiellement le profil de densité est préférée car on contrôle mieux les effets de la relaxation dans les régions externes du disque, avec un état initial plus réaliste.

Une fois la relaxation terminée, la poussière est ajoutée, avec un rapport poussière/gaz typique de 1%, selon les profils obtenus figure 4.7 avec PAMDEAS, pour des monomères grossissant durant 100 ans. En effet, les grains dans la région interne ont pu grossir durant les premières étapes de la formation stellaire et planétaire, comme montré dans [Bate \(2022\)](#) et [Lebreuilly et al. \(2023\)](#). Dans le régime “hit & stick”, la taille des grains

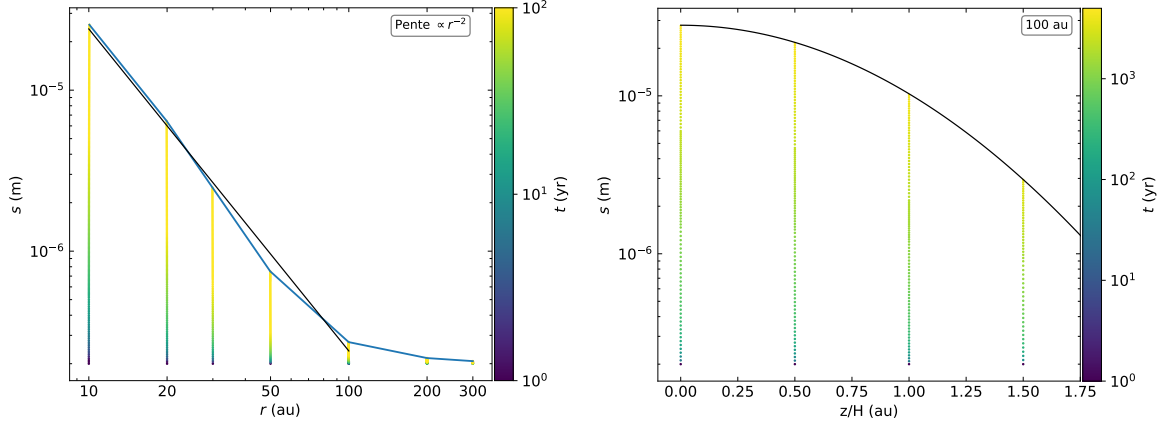


FIGURE 4.7 – Profils radiaux de la taille s et de la hauteur z/H réalisés avec PAMDEAS avec le modèle de disque STD. Les grains grossissent depuis la taille du monomère à différentes positions initiales. La couleur indique le temps t . Dans le panneau de gauche, on obtient une pente de taille en r^{-2} dans le plan médian. Dans le panneau de droite, on obtient une taille finale proportionnelle à $\exp(-z^2/H^2)$, ici à 100 ua.

varie radialement comme :

$$s(r) = s_0(r/r_0)^{-2}, \quad (4.96)$$

où s_0 est la taille à la distance de référence r_0 , et verticalement comme $\exp(-z^2/H^2)$. Bien que le profil radial semble imprécis, l'état initial est très rapidement perdu en quelques milliers d'années comme nous le verrons par la suite. Une fois les tailles calculées selon r et z , on calcule la porosité associée selon les équations présentées dans le chapitre 3, mais réécrites en fonction de la taille et en supposant les grains suffisamment petits tel que $St < 1$.

$$\phi_{h\&s} = \left(\frac{m}{m_0}\right)^\psi, \quad (4.97)$$

$$\phi_{Ep,St<1} = \left(\frac{A}{2(2^{3/40} - 1)}\right)^{3/8} \left(\frac{m}{m_0}\right)^{-1/8}, \quad (4.98)$$

$$\phi_{St,St<1} = \left(\frac{Ac_g a_0}{9\nu_{mol}(2^{1/5} - 1)}\right)^{1/3}. \quad (4.99)$$

Chaque grain a donc une masse donnée puisque l'on connaît s et ϕ . Dans la suite, ce sera la masse et le taux de croissance massique qui seront calculés, et le facteur de remplissage sera calculé avec les équations présentées chapitre 3. Il faut noter que le profil de taille a été déterminé avec PAMDEAS, cependant, seul PHANTOM possède les routines nécessaires à l'initialisation d'un profil de taille. Les grains grossissent donc dans PAMDEAS, tous à partir d'une taille fixe égale à la taille d'un monomère. De plus, on néglige dans PAMDEAS la rétroaction de la poussière sur le gaz, car le rapport poussière/gaz ε est maintenu constant. Le disque est statique et l'évolution de chaque grain est faite séparément, tandis qu'avec PHANTOM, la fraction de poussière, le disque de gaz et la poussière évoluent ensemble. Les simulations bi-fluide étant très longues à produire, elles feront l'objet d'une étude ultérieure, et je ne présenterai dans cette thèse que les simulations utilisant le formalisme mono-fluide.

4.8 Un peu de simplicité, le code PAMDEAS

Tout au long de ma thèse, j’ai développé un code 1D écrit en C++ de croissance de poussière dans un disque protoplanétaire stationnaire, qui est public⁶, appelé PAMDEAS (Porous Aggregate Model and Dust Evolution in protoplAnetary discS), pour pouvoir étudier plus simplement la physique des grains poreux dans un disque protoplanétaire, de manière similaire à PACED (Garcia & Gonzalez, 2020). J’ai développé ce code avec trois objectifs en tête. Le code doit permettre de transférer facilement des algorithmes, comme ceux de la porosité, dans PHANTOM. Il doit être facile d’utilisation avec des fichiers d’entrée et sortie clairs et lisibles, tout en étant assez robuste aux erreurs de saisie en entrée. Enfin, comparativement à beaucoup d’autres codes dans lesquels il faut avoir une compréhension poussée pour implémenter de nouveaux modules, mon code est conçu pour que n’importe qui avec une compréhension minimaliste de la programmation puisse tout de même ajouter un nouveau module sans avoir à passer des jours à comprendre le code et son fonctionnement. De plus, le code est très largement commenté. L’optimisation n’est pas vraiment nécessaire, car simuler l’évolution d’une dizaine de grains sur 1 millions d’années demande de patienter entre quelques secondes à quelques minutes pour des cas très spécifiques.

PAMDEAS inclut de nombreux processus physiques :

- Les différents régimes de Stokes et pas seulement les régimes linaires (équation 2.110b).
- La dérive radiale, en utilisant les équations (2.125, 2.129, 2.130) pour le calcul des vitesses, où la contribution visqueuse et la rétroaction sont prises en compte.
- La croissance et la fragmentation de la poussière en utilisant le formalisme de Stepinski & Valageas (1996) données par les équations (3.3, 3.10), en utilisant comme variable soit la masse, soit la taille.
- L’évolution de la porosité donnée par le modèle de porosité incluant tout les régimes de croissance (‘hit & stick’, compression par collision, compression par le gaz ou l’auto-gravité, compression durant la fragmentation, rebond).
- Les lignes de gel, qui modifient les vitesses de fragmentation dont le modèle est issu de Vericel & Gonzalez (2020), avec un seuil de fragmentation différent selon si le grain se trouve à l’intérieur ou à l’extérieur de la ligne de gel.
- Les modèles de rupture par rotation donnés par Kimura et al. (2020) et Tatsuuma & Kataoka (2021) qui correspondent aux équations (3.78,3.79).
- Le modèle d’érosion de Rozner et al. (2020) et Grishin et al. (2020) donné par les équations (3.23,3.24).

4.8.1 Structure du disque de gaz

PAMDEAS utilise la formulation en loi de puissance donnée par les équations (2.29,2.30). On suppose que le disque est en régime stationnaire, avec un profil verticalement isotherme. Il est possible d’initialiser la simulation en utilisant comme variable d’entrée la densité de surface ou la masse, et la température ou le rapport d’aspect du disque, reliés par les équations (2.32, 2.35). Le code offre aussi la possibilité de lisser le bord interne

6. Mon code PAMDEAS est disponible sur github à l’adresse suivante : [git@github.com:StephaneMichoulier/Pamdeas.git](https://github.com/StephaneMichoulier/Pamdeas)

du disque avec :

$$\Sigma_g(r) = \Sigma_{g,0} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{in}}{r}} \right), \quad (4.100)$$

ou de rajouter un maximum de pression. Pour activer le lissage et un maximum de pression, l'utilisateur doit les activer avec $i_{smooth} = 1$ et $i_{bump} = 1$. La masse du disque se calcule de la même manière que dans l'équation (2.32).

$$M_{disque} = 2\pi \int_{R_{in}}^{R_{out}} \Sigma_g(r) r dr, \quad (4.101)$$

avec la densité de surface qui a néanmoins une forme bien plus compliquée lorsque les options sont activées, dont les profils pour un disque STD sont montrés figure 4.8 :

$$\Sigma_g(r) = \Sigma_{g,0} \left(1 - i_{smooth} \cdot \sqrt{\frac{R_{in}}{r}} \right) \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1-p} + i_{bump} \Sigma_{g,0} h_{bp} \exp \left(-\frac{(r - R_{bp})^2}{2w_{bp}^2} \right). \quad (4.102)$$

Nous avons donc trois intégrales distinctes à évaluer. Le premier est le terme classique que l'on appelle $\Sigma_{classic}$:

$$\frac{\Sigma_{classic}}{\Sigma_{g,0}} = r_0^p \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^{1-p} dr, \quad (4.103)$$

$$= \frac{r_0^2}{2-p} \left(\left(\frac{R_{out}}{r_0} \right)^{2-p} - \left(\frac{R_{in}}{r_0} \right)^{2-p} \right) \quad \text{si } p \neq 2, \quad (4.104)$$

$$= r_0^2 \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right) \quad \text{sinon.} \quad (4.105)$$

Le second terme Σ_{smooth} concerne le lissage du bord interne du disque :

$$\frac{\Sigma_{smooth}}{\Sigma_{g,0}} = -r_0^p \int_{R_{in}}^{R_{out}} \sqrt{\frac{R_{in}}{r}} r^{1-p} dr, \quad (4.106)$$

$$= -r_0^{\frac{1}{2}-p} \sqrt{\frac{R_{in}}{r_0}} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^{\frac{1}{2}-p} dr, \quad (4.107)$$

$$= -\frac{r_0^2}{\frac{1}{2}-p} \sqrt{\frac{R_{in}}{r_0}} \left(\left(\frac{R_{out}}{r_0} \right)^{\frac{1}{2}-p} - \left(\frac{R_{in}}{r_0} \right)^{\frac{1}{2}-p} \right) \quad \text{si } p \neq \frac{3}{2}, \quad (4.108)$$

$$= -r_0^2 \sqrt{\frac{R_{in}}{r_0}} \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right) \quad \text{sinon.} \quad (4.109)$$

Le troisième Σ_{bump} concerne le maximum de pression :

$$\frac{\Sigma_{bump}}{\Sigma_{g,0}} = h_{bp} r_0^p \int_{R_{in}}^{R_{out}} \exp \left(-\frac{(r - R_{bp})^2}{2w_{bp}^2} \right) r^{1-p} dr, \quad (4.110)$$

$$= h_{bp} w_{bp} \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} R_{bp} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{R_{out} - R_{bp}}{\sqrt{2} w_{bp}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{R_{in} - R_{bp}}{\sqrt{2} w_{bp}} \right) \right] \right. \\ \left. + w_{bp} \left[\exp \left(-\left(\frac{R_{in} - R_{bp}}{\sqrt{2} w_{bp}} \right)^2 \right) - \exp \left(-\left(\frac{R_{out} - R_{bp}}{\sqrt{2} w_{bp}} \right)^2 \right) \right] \right). \quad (4.111)$$

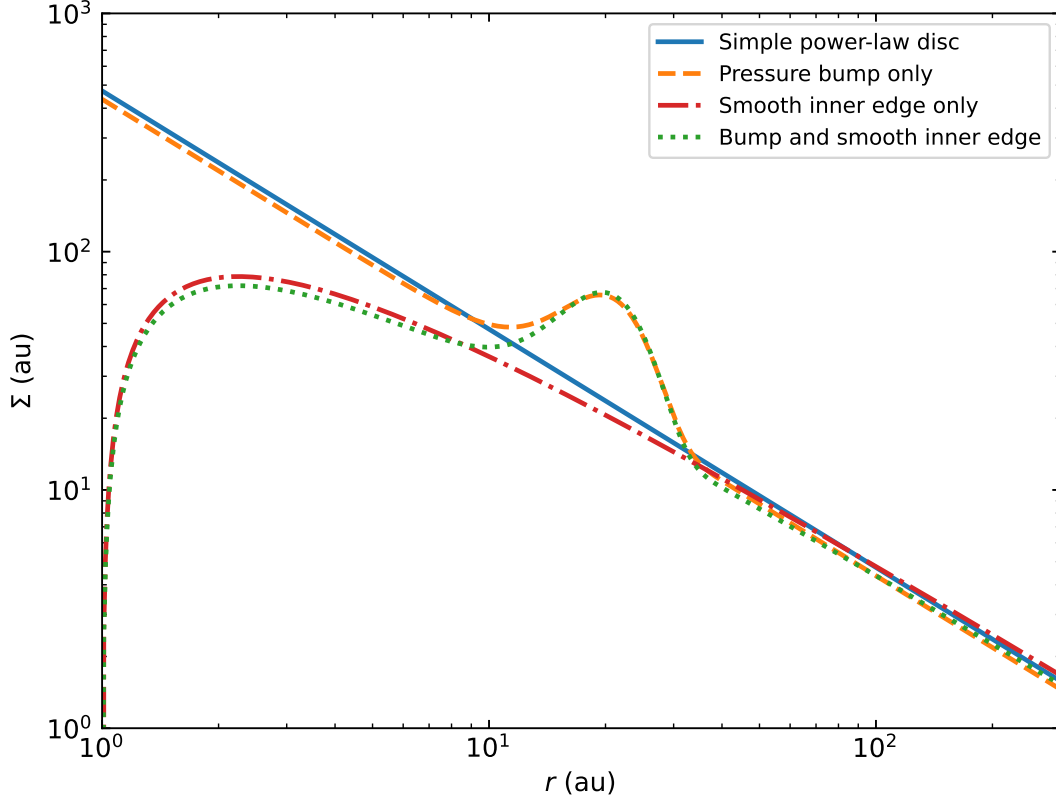


FIGURE 4.8 – Les différents profils de densité de surface selon les options choisies dans le cas du disque STD. La masse du disque est de $0.01 M_{\odot}$, le maximum de pression se situe à 20 ua avec une largeur $w_{\text{bp}} = 5$ ua, et une hauteur $h_{\text{bp}} = 10\Sigma_{\text{g},0}$ pour $\Sigma_{\text{g},0}$ pris cette fois à $r_0 = 100$ ua pour pouvoir comparer les profils.

La masse du disque est donc finalement égale à :

$$M_{\text{disque}} = 2\pi (\Sigma_{\text{classic}} + i_{\text{smooth}}\Sigma_{\text{smooth}} + i_{\text{bump}}\Sigma_{\text{bump}}). \quad (4.112)$$

$\Sigma_{\text{g},0}$ est déduit de cette équation si la masse du disque est le paramètre d'entrée, et $\Sigma_{\text{g}}(r)$ peut donc être calculé en utilisant l'équation (4.102) pour obtenir la figure 4.8. Dans le cas d'un maximum de pression, et pour reproduire ses effets, on modifie aussi la densité de poussière :

$$\rho_{\text{d}}(r) = \varepsilon(r)\rho_{\text{g}}(r), \quad (4.113)$$

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_0 + i_{\text{bump}} (\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_0) \exp\left(-\frac{(r - R_{\text{bp}})^2}{2w_{\text{bp}}^2}\right), \quad (4.114)$$

où ε_0 est la valeur de référence, typiquement 1%, et ε_{max} la valeur maximum du rapport poussière/gaz.

4.8.2 Pas de temps et intégration

Dans PAMDEAS, trois options sont disponibles pour régler le pas de temps de la simulation.

- Un pas de temps fixe unique pour tout les grains à donner en années, utile principalement pour chercher les erreurs dans le code.

- Un pas de temps correspondant à une fraction du temps orbital, la fraction étant demandée à l'utilisateur.
- Un pas de temps basé sur les conditions de Courant du taux de croissance et de dérive radiale. C'est l'option privilégiée, car elle est rapide et précise.

Les conditions de Courant (Courant et al., 1928) pour les taux de croissance et de dérive radiale sont données par :

$$\delta t_{\text{growth}} = C_{\text{growth}} \left| \frac{m}{\left(\frac{dm}{dt}\right)} \right|, \quad (4.115)$$

$$\delta t_{\text{drift}} = C_{\text{drift}} \left| \frac{r}{\left(\frac{dr}{dt}\right)} \right|. \quad (4.116)$$

Comme seuls les taux de croissance et de dérive peuvent contrôler le pas de temps, j'ai choisi les valeurs $C_{\text{growth}} = 0.05$ et $C_{\text{drift}} = 0.3$. Ces valeurs offrent un bon compromis entre précision et rapidité de calcul sur toute la gamme de taille rencontrée. Le pas de temps est alors la valeur minimum entre δt_{growth} et δt_{drift} . Après avoir calculé $\left(\frac{dm}{dt}\right)$ et $\left(\frac{dr}{dt}\right)$, ainsi que le pas de temps, on met à jour la masse du grain, le facteur de remplissage et la position :

$$m(t + \delta t) = m(t) + \left(\frac{dm}{dt}\right) \delta t, \quad (4.117)$$

$$\phi(t + \delta t) = \phi(m(t + \delta t), m(t), \phi(t), r(t)), \quad (4.118)$$

$$r(t + \delta t) = r(t) + \left(\frac{dr}{dt}\right) \delta t. \quad (4.119)$$

On vérifie ensuite si le grain est détruit par la rupture par rotation, et on met à jour toute les quantités hydrodynamiques.

4.8.3 Les différentes options d'entrées

PAMDEAS dispose d'un fichier d'entrée, certes conséquent au premier abord, mais qui est complet et détaillé. En plus des paramètres liés à l'initialisation du disque et des profils de densité de surface, l'utilisateur a la possibilité de choisir :

- Des grains compacts ou poreux, la taille initiale, la densité intrinsèque ainsi que la taille des monomères.
- La physique liée aux grains comme la dérive radiale, la fragmentation, la compaction et les paramètres associés. Il faut noter que les modules de rebond et de compaction lors de la fragmentation ne sont pas disponible lorsque la variable d'interaction est la taille, car on ne peut pas écrire les équations (3.65) et (3.72) uniquement en fonction de la taille.
- Les paramètres liés à la porosité, comme le module de Young ou l'énergie de surface.
- Le nombre de grains ainsi que leurs positions initiales.

La figure 4.9 donne les différents paramètres d'entrées disponibles.

4.8.4 Tests unitaires

Tout comme PHANTOM, PAMDEAS possède différents tests pour s'assurer que certains modules fonctionnent comme prévu. Certains tests comparent les valeurs obtenues avec

```

#-Use dm/dt or ds/dt
massorsize = 0 >(dm/dt=0, ds/dt=1)

#-Time options
tend = 1.0e6 >End time (yrs)
stepmethod = 2 >{(Fixe=0, Fraction of orbital period=1, Adaptative dt=2)
step = 0.1 >(stepmethod=0 -> step in yrs, stepmethod=1 -> step in fraction of orbital time)

#-Compute disc profiles
profile = 0 >(0=no, 1=yes)

#-Set disc profiles
isetdens = 0 >Set density profile with (0=mdisc, 1=sigma0)
issetemp = 0 >Set temperature profile with (0=Hg0/R0, 1=T0)
ismooth = 0 >Smooth inner disc surface density profile (0=no, 1=yes)

#-Gas disc properties
Rin = 1. >Inner radius (AU)
Rout = 300. >Outer radius (AU)
Rref = 1. >Reference radius (AU)
mstar = 1. >Star mass (Msol)
/ mdisc = 0.01 >Disc mass (Msol)
\sigma0 = 487.63 >Surface density at Rref (kg/m^2)
/hg0/R0 = 0.0283 >H/R at Rref
\ T0 = 198.3 >Temperature at Rref
dustfrac0 = 0.01 >Dust to gas ratio at Rref
p index = 1.
q index = 0.5
alpha = 1.e-3 >Turbulence Shakura & Sunyaev
ibr = 0 >Back-reaction (0=no, 1=yes)
ibump = 0 >Pressure bump (0=no, 1=yes)

#-Pressure bump option, available if ibump = 1
Rbump = 12.5 >Pressure bump radius (AU)
dustfracmax = 0.1 >Max dustfrac possible
bumpwidth = 2. >Bump half width at half maximum (AU)
bumpheight = 0.5 >Bump height (Surface density at Rref)

#-Dust properties
iporosity = 1 >(compact=0, porous=1)
sizeini = 1.0e-7 >Initial size (m)
a0 = 1.0e-7 >Monomer size (m)
rhos = 1000 >Dust intrinsic density (kg/m^3)

#-Grain options
idrft = 0 >Drift (0=no, 1=yes)
ibounce = 0 >Bounce (0=no, 1=yes)
idisrupt = 0 >Rotationnal disruption (0=no, 1=yes)
ifrag = 0 >Fragmentation (0=no, 1=hardfrag, 2=smoothfrag)
vfrag = 15 >Fragmentation threshold (m/s), if isnow=0
ieros = 0 >Erosion (0=no, 1=yes)
ejectasize = 1.0e-3 >Size of ejected grains during erosion (m)
cohacc = 0.1 >Strength of the cohesive acceleration (kg/s^2)
icomp = 0 >Compaction during fragmentation (0=no, 1=yes)
maxsize = 1.0e3 >Max size to stop the simulation (=1 to stop after first disruption if idisrupt=1)

#-Snow line option, available if ifrag != 0
isnow = 0 >Snow line option (0=no, 1=yes)
Rsnow = 50 >Snow line radius (au)
vfragin = 5 >Inward fragmentation threshold (m/s)
vfragout = 15 >Outward fragmentation threshold (m/s)

#-Porosity properties, available if iporosity = 1
Youngmod0 = 72e9 >Young Modulus for ice [Yamamoto et al. 2014] (Pa)
Esurf = 20e-2 >Surface energy for ice grains J/m^2 [Yamamoto et al. 2014] (J/m^2)
Yd0 = 9.8e6 >Dynamic compression resistance constant for ice (Pa)
Ydpower = 4 >Dynamic compression resistance power for ice [Mellor, 1975]
constvfrag = 1 >Constant fragmentation threshold (0=no, 1=yes)
filfaclim = 0.01 >Filling factor dynamic compression resistance limit
filfacbnc = 0.3 >Filling factor bounce limit
gammaft = 0.1 >Force-to-torque efficiency (Disruption) [Tatsuuma et al. 2021]
disrupteq = 0 >Disruption equation (0=Tatsuuma2019, 1=Kimura2020)
weirmod = 5 >Weirbull modulus (disrupteq=1) [Kimura et al. 2020]

#-Number of dust grains and initial radii
ngrains = 10 >Number of dust grains

Initial radii (AU)
R01 = 10
R02 = 15
R03 = 25
R04 = 50
R05 = 75
R06 = 100
R07 = 150
R08 = 200
R09 = 250
R10 = 300

```

FIGURE 4.9 – Fichier d'entrée de PAMDEAS.

des valeurs de référence. C'est le cas pour le test de l'initialisation d'un disque qui vérifie les différentes combinaisons d'équations possibles nécessaires à cette initialisation.

Test de dérive

Pour s'assurer que la dérive fonctionnent correctement, ils existe une solution analytique en faisant quelques simplifications. En utilisant l'équation (2.125) avec la formulation en loi de puissance donnée par les équations (2.35), en négligeant le terme visqueux v_{visc} et en faisant l'hypothèse que $\varepsilon = 0$, on peut exprimer la vitesse de dérive comme :

$$v_{\text{d,r}} = -\frac{2\text{St}}{1 + \text{St}^2} \eta v_{\text{K}}, \quad (4.120)$$

$$= -\frac{\text{St}}{1 + \text{St}^2} \left(p + \frac{q}{2} + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{H_{\text{g}0}}{r_0} \right)^2 v_{\text{K},0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{2}-q}. \quad (4.121)$$

En gardant une taille s constante, St peut aussi s'exprimer directement en fonction de r :

$$\text{St} = \frac{\rho_{\text{s}} s_0}{c_{\text{g},0} \rho_{\text{g},0}} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{p+\frac{3}{2}}. \quad (4.122)$$

On compare alors les valeurs calculées par PAMDEAS qui utilise l'équation (2.125) avec la formulation en loi de puissance donnée par l'équation (4.120) avec une taille de grain constante, sans rétroaction et avec une viscosité très faible. La figure 4.10 gauche montre le test de dérive, pour une taille de grain de 100 cm maximisant la dérive radiale.

Test de croissance

Dans le cas du test du module de croissance, on néglige par simplicité le terme $(\Delta v/v_t)^2$ dans l'équation (3.6), généralement inférieur à l'unité dans un disque lambda sans perturbation gravitationnelle. Le taux de croissance dans cette approximation peut s'écrire :

$$\left(\frac{dm}{dt} \right)_{\text{growth}} = 4\pi \rho_{\text{d}} s^2 \sqrt{2^{3/2} \text{Ro} \alpha_{\text{ss}} c_{\text{g}}} \frac{\sqrt{\text{St}}}{1 + \text{St}^2}, \quad (4.123)$$

$$\left(\frac{ds}{dt} \right)_{\text{growth}} = \frac{\rho_{\text{d}}}{\rho_{\text{s}}} \sqrt{2^{3/2} \text{Ro} \alpha_{\text{ss}} c_{\text{g}}} \frac{\sqrt{\text{St}}}{1 + \text{St}^2}, \quad (4.124)$$

où la première équation est le taux de croissance en terme de masse et la seconde le taux de croissance en terme de taille. Les deux équations sont équivalentes tant que la densité des grains est constante au cours du temps. En effectuant le changement de variable suivant (Laibe et al., 2008) :

$$T = \frac{t}{\tilde{t}} + 2\sqrt{\text{St}_0} \left(1 + \frac{\text{St}_0}{3} \right), \quad (4.125)$$

avec \tilde{t} qui vaut

$$\tilde{t} = \sqrt{\frac{8}{\pi\gamma}} \frac{1}{\sqrt{2^{3/2} \text{Ro} \alpha_{\text{ss}} \Omega_{\text{K}}}} \frac{\rho_{\text{g}} + \rho_{\text{s}}}{\rho_{\text{d}}}, \quad (4.126)$$

on peut réécrire le taux de croissance comme :

$$\frac{d\text{St}}{dT} = \frac{\sqrt{\text{St}}}{1 + \text{St}}. \quad (4.127)$$

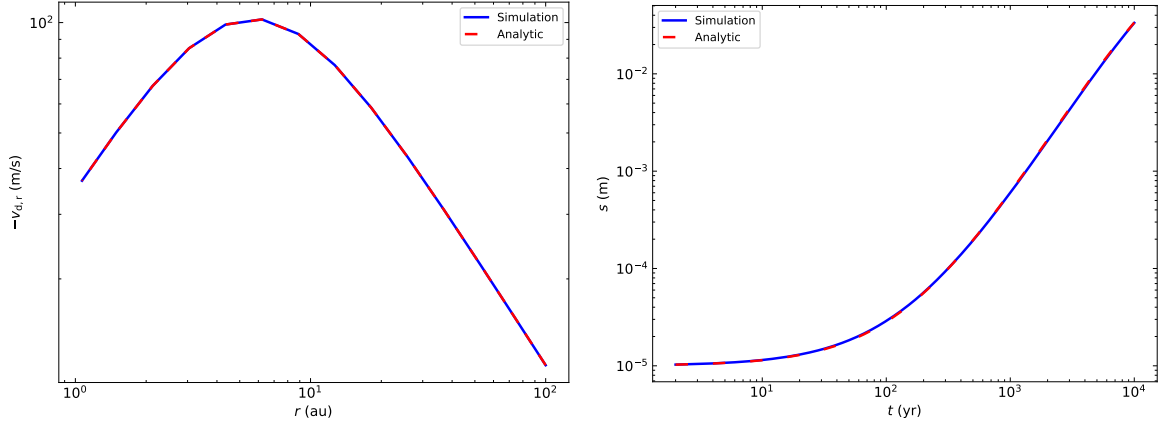


FIGURE 4.10 – **Gauche** : Test du module de dérive radiale de PAMDEAS montrant l'évolution de la vitesse radiale en fonction de la distance à l'étoile pour un grain compact avec une taille de 100 cm. L'erreur maximale pour l'évaluation de la vitesse est fixé à 0.001% et celle de Δv est fixé à 0.01% par rapport à la solution analytique donnée par l'équation(4.130). La tolérance est très petite puisque PAMDEAS utilise aussi indirectement une formulation en loi de puissance. **Droite** : Test du module de croissance de PAMDEAS montrant l'évolution de la taille en fonction du temps pour un grain compact avec une taille initiale de 10 μm . L'erreur maximale pour l'évaluation de la taille et du nombre de Stokes est fixé à 5% par rapport à la solution analytique donnée par [Laibe et al. \(2008\)](#).

La solution de cette équation est donnée par [Laibe et al. \(2008\)](#)

$$\text{St} = \frac{\sigma}{2} + \frac{2}{\sigma} - 2, \quad (4.128)$$

$$\sigma = \left(3T\sqrt{9T^2 + 16} + 9T^2 + 8 \right). \quad (4.129)$$

On peut alors de nouveau écrire la taille comme :

$$s = \sqrt{\frac{8}{\pi\gamma}} \frac{\rho c_g}{\rho_s \Omega_K} \left(\frac{\sigma^2 - 4\sigma + 4}{2\sigma} \right). \quad (4.130)$$

On compare ensuite le résultat donnée par PAMDEAS et l'équation (3.3) avec la solution analytique donné par (4.130). Les résultats du test sont donnés pour la croissance figure 4.10 droite.

Test de porosité

Pour tester la porosité, aucune formule analytique n'existe. Les tests sont donc conçus de la même manière que le test s'assurant de l'initialisation du disque. Trois tests existent. Les deux premiers testent la porosité avec croissance et fragmentation en utilisant comme variable la masse et la taille, et assurent la concordance des deux modèles. Le troisième utilise en plus le rebond et la compaction lors de la fragmentation. Dans les trois cas, on contrôle la taille et le facteur de remplissage aux valeurs de références. De même, pour la rupture par rotation, aucun modèle analytique n'étant facilement dérivable, on compare la valeur calculée avec une valeur de référence. Néanmoins, le module de porosité à été comparé aux résultats données par PACED d'Anthony Garcia ([Garcia & Gonzalez, 2020](#)) et celui de la rupture par rotation à été comparé aux valeurs données par [Tatsumi & Kataoka \(2021\)](#) et [Michoulier & Gonzalez \(2022b\)](#), qui montrent un bon accord.

Chapitre 5

Influence de la porosité et des effets de compaction

Écoute, on te connaît pas, mais laisse nous te dire que tu te prépares des nuits blanches... des migraines... des "nervous breakdown", comme on dit de nos jours.

Les tontons flingueurs, Georges Lautner.

Les travaux d'Anthony Garcia ([Garcia, 2018](#); [Garcia & Gonzalez, 2020](#)) avaient déjà permis de comparer l'influence de la porosité à travers des simulations avec et sans fragmentation pour le disque CTTS, en étudiant aussi l'importance de la taille des monomères ou de la viscosité, principalement à travers des simulations 1D et 3D. Il a montré que la prise en compte de la porosité en croissance pure permettait aux grains d'atteindre des tailles suffisamment grandes pour atteindre le régime de Stokes et se découpler du gaz, outrepassant la barrière de la dérive radiale. Des résultats similaires ont été obtenus lorsque la fragmentation est prise en compte. Les simulations ont notamment montrées que les grains les plus gros et les plus poreux se situent dans le plan médian. D'autres simulations ont permis de montrer l'impact de la taille des monomères. Plus la taille des monomères est grande et moins les grains sont poreux, ce qui diminue leur taux de croissance et rend plus difficile le franchissement des barrières à la croissance. Enfin, il a aussi montré l'influence du paramètre de viscosité turbulente sur la croissance des grains. Un α_{ss} plus faible permet d'avoir des vitesses relatives lors des collisions v_{rel} plus faible, ce qui permet d'éviter ou retarder la fragmentation. En contrepartie, la croissance des grains est beaucoup lente, ce qui rend plus difficile le franchissement de la barrière de dérive radiale. Un faible α_{ss} est donc plus néfaste pour la croissance des grains. Ceci sont les principaux résultats obtenus par Anthony Garcia. Nous revisitons ici ces simulations avec le disque STD, qui correspond à un disque moyen observé ([Williams & Best, 2014](#); [Trapman et al., 2023](#)), tout en allant plus loin. La taille des monomères est fixée car dorénavant contrainte ([Tazaki et al., 2023](#)), et de nombreux effets, tels que le rebond qui n'a pas été exploré avec les simulations 3D de [Garcia \(2018\)](#), la compaction lors de la fragmentation ou la rupture par rotation, que j'ai inclus dans les simulations 1D et 3D. Certaines pistes, que j'ai commencé à explorer, comme l'influence du rapport d'aspect ou d'une ligne de gel, nécessitent d'être approfondies.

5.1 Setup numérique

J'ai choisi d'utiliser pour mes simulations 3D le modèle de disque STD (table 2.1), qui représente un disque moyen observé Williams & Best (2014). La masse de l'étoile est fixée à $M_{\text{star}} = 1 M_{\odot}$, et celle du disque à $M_{\text{disc}} = 0.012 M_{\odot}$. Cette masse plus importante est nécessaire, car on laisse le disque de gaz se relaxer, et donc perdre un peu de masse par accrétion, avant d'introduire la poussière. Le nombre de particules est fixé à 1.2 millions. Simuler la région la plus interne avec une résolution suffisante est très coûteux en temps de calcul car le nombre de particules doit être bien plus élevée que le nombre que j'ai choisi. De plus, cela permet de diminuer l'intervalle de temps dynamique entre le bord interne et externe. On tronque donc le rayon interne du disque à 10 ua, et toute particule s'éloignant de plus de 1000 ua de la simulation est tuée pour prévenir des particules totalement isolées. Pour PHANTOM, les paramètres du disque sont donc les suivants : $R_{\text{in}} = 10$ ua, $R_{\text{out}} = 400$ ua, $H/r_0 = 0.0895$ avec $r_0 = 100$ ua, $p = 0.75$, $q = 0.5$ et un paramètre de viscosité turbulent¹ $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$ (voir section 4.7). Le profil de densité externe est diminué exponentiellement avec un rayon de coupure pris à $R_c = 60$ ua. La partie du disque interne est lissée (équation (4.100)), et le rayon d'accrétion est fixé à $R_{\text{in}} = 10$ ua. Pour PAMDEAS, on choisira $R_{\text{out}} = 300$ ua et $p = 1$. On introduit la poussière une fois que le disque est totalement relaxé avec le formalisme mono-fluide, après 60000 ans, soit 8 orbites à 100 ua. La taille de référence s_0 est prise comme $s_0 = 0.3 \mu\text{m}$ à 100 ua, suivant l'équation (4.96) et la figure 4.7.

Pour la poussière, la taille des monomères, lorsque la porosité est prise en compte, est fixée à $a_0 = 0.2 \mu\text{m}$, pour être en accord avec les observations récentes. Tazaki & Dominik (2022) et Tazaki et al. (2023) ont montré que pour reproduire correctement le degré de polarisation selon l'angle de diffusion et la SED, les petits grains présents à la surface du disque autour d'IM Lupi sont très probablement des agrégats fractals avec des monomères de $0.2 \mu\text{m}$. J'ai choisi d'utiliser deux espèces différentes très présentes dans les disques : la glace d'eau et les silicates.

Pour les grains de silicates, j'ai choisi une densité intrinsèque de $\rho_s = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$ et une énergie de surface $\gamma_s = 0.2 \text{ J.m}^{-2}$ en accord avec Yamamoto et al. (2014), qui estiment $\gamma_s = 0.3 \text{ J.m}^{-2}$. Cette valeur est du même ordre de grandeur que $\gamma_s = 0.15 \text{ J.m}^{-2}$, valeur trouvée par Kimura et al. (2015) et Kimura et al. (2020), via des mesures expérimentales faites avec des agrégats sicastar[®] (micromod Partikeltechnologie GmbH). Le module de Young est $\mathcal{E} = 72 \text{ GPa}$ (Yamamoto et al., 2014), ce qui donne, en supposant que la longueur critique entre deux monomères δ_c avant leur séparation est du même ordre de grandeur que ξ_{crit} (Chokshi et al., 1993), une valeur $\xi_{\text{crit}} \approx 6 \text{ \AA}$. Pour les silicates, le seuil de fragmentation est généralement pris égal à $v_{\text{frag, Si}} \sim 1 \text{ m.s}^{-1}$ (Birnstiel et al., 2010, p.ex.). Cependant, Yamamoto et al. (2014), Kimura et al. (2015) et Kimura et al. (2020) ont montré que les silicates sont beaucoup plus résistants que ce qui avait été envisagé. En effet, les premières estimations de γ_s étaient erronées à cause de problèmes expérimentaux. En effet, les silicates absorbent très facilement l'eau présente dans l'air. Or, l'eau absorbée fait baisser l'énergie de surface de l'agrégat original, ce qui provoque une baisse des capacités de collage des grains de silicates (voir section 3.1.2). J'ai donc choisi de prendre trois valeurs, $v_{\text{frag, Si}} = 10, 20$ et 40 m.s^{-1} au lieu de 1 m.s^{-1} , ce qui est du même ordre de grandeur que la glace d'eau et en accord avec Yamamoto et al. (2014), afin d'étudier l'influence du seuil de fragmentation. On suppose que les énergies

1. Dans le cas des simulations SPH, nous ne pouvons pas simuler une viscosité plus faible, car pour cela, il faudrait augmenter la résolution.

TABLE 5.1 – Liste des simulations réalisées avec PHANTOM. Le "G" signifie growth, "F" pour fragmentation, "B" pour bounce, "c" pour compaction. La mention "comp" dans la colonne de la taille des monomères a_0 signifie grains compacts, l'évolution de la porosité n'est pas prise en compte. Toutes les simulations ont été réalisées avec le modèle de disque STD. *Cette simulation comporte une ligne de gel, signifié par le "S", avec un seuil de 20 m.s^{-1} à l'intérieur et 5 m.s^{-1} à l'extérieur pour modéliser la ligne de gel du CO ($T = 20 \text{ K}$, soit $\sim 100 \text{ ua}$).

Nom	espèce	rebond & compaction	a_0 (μm)	v_{frag} (m.s^{-1})
GF-Si-comp-Vf10	Si	non	comp	10
GF-Si-comp-Vf20	Si	non	comp	20
GF-Si-comp-Vf40	Si	non	comp	40
GF-Si-a02-Vf10	Si	non	0.2	10
GF-Si-a02-Vf20	Si	non	0.2	20
GF-Si-a02-Vf40	Si	non	0.2	40
GBFc-Si-a02-Vf10	Si	oui	0.2	10
GBFc-Si-a02-Vf20	Si	oui	0.2	20
GBFc-Si-a02-Vf40	Si	oui	0.2	40
GBFcS-Si-a02-Vf10*	Si	oui	0.2	20
GF-H2O-comp-Vf15	H2O	non	comp	15
GF-H2O-a02-Vf15	H2O	non	0.2	15
GBFc-H2O-a02-Vf15	H2O	oui	0.2	15

de surface et les seuils de fragmentation ne dépendent pas de la taille des monomères (voir Sect. 3.1.2).

Pour la glace d'eau pure, la densité intrinsèque des monomères est $\rho_s = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, avec une énergie de surface de $\gamma_s = 0.1 \text{ J.m}^{-2}$. La distance critique de déplacement étant encore sujette à débat, comme beaucoup d'autres propriétés de la poussière dans les disques protoplanétaires, j'ai choisi comme module de Young $\mathcal{E} = 9.4 \text{ GPa}$, Yamamoto et al. (2014), ce qui donne une valeur de $\xi_{\text{crit}} \sim 10 \text{ \AA}$, proche de $\xi_{\text{crit}} \sim 8 \text{ \AA}$ utilisé par Wada et al. (2011) et Tatsuuma & Kataoka (2021), et un seuil de fragmentation de $v_{\text{frag, H2O}} = 15 \text{ m.s}^{-1}$ (p.ex. Gonzalez et al., 2015, voir aussi Sect. 3.1.2).

Dans mes simulations, les silicates sont le matériau de référence, et $v_{\text{frag, Si}} = 20 \text{ m.s}^{-1}$ est le seuil de référence. J'ai réalisé de nombreuses simulations, avec différents paramètres. La plupart des résultats, et ils sont nombreux, seront présentés en partie en annexes. Afin de faciliter la lecture, chaque simulation est assignée à un nom, donné dans la table 5.1.

5.2 Effet de la porosité sur la croissance des grains

Dans cette section nous allons comparer l'évolution de la poussière lorsque la porosité est prise en compte vis-à-vis de grains compacts, soit $\phi = 1$.

5.2.1 Simulations avec PAMDEAS

Nous allons tout d'abord nous intéresser à l'effet de la porosité en utilisant mon code 1D. Le disque est statique, et seule l'évolution des grains est prise en compte. La figure 5.1 permet de se rendre compte facilement de l'influence de la porosité entre les

simulations GF-Si-comp-Vf20 à gauche et GF-Si-a02-Vf20 à droite. La figure en haut à gauche (droite) montre la taille des grains compacts (poreux) de silicates selon la distance à l'étoile r . La couleur montre le couplage au gaz grâce au nombre de Stokes. Chaque grain grossit à partir de la taille du monomère, sans dériver radialement car ils sont initialement couplés au gaz (lignes verticales). Les grains commencent à dériver pendant leur croissance lorsque $St \sim 5 \times 10^{-3}$, et ils continuent à grossir jusqu'à atteindre le seuil de fragmentation (plateau horizontal). Ils restent enfin dans un état d'équilibre entre croissance et fragmentation. Si les nombres de Stokes sont similaires, avec $St \sim 10^{-1}$ lorsque les grains sont au seuil de fragmentation, les tailles sont radicalement différentes.

Les grains compacts atteignent environ $100 \mu\text{m}$, tandis que les grains poreux atteignent environ 3 cm . Ces grains ont un facteur de remplissage d'environ 5×10^{-3} , ce qui fait que les grains poreux sont 50000 fois plus massifs que les grains compacts². En effet, les grains poreux sont capables de grossir à des tailles plus grandes, grâce à des sections efficaces plus grandes. Ils sont aussi moins sensibles à la fragmentation que les grains compacts (Garcia, 2018). De plus, les grains poreux restent bien couplés au gaz jusqu'à des tailles de $100 \mu\text{m}$.

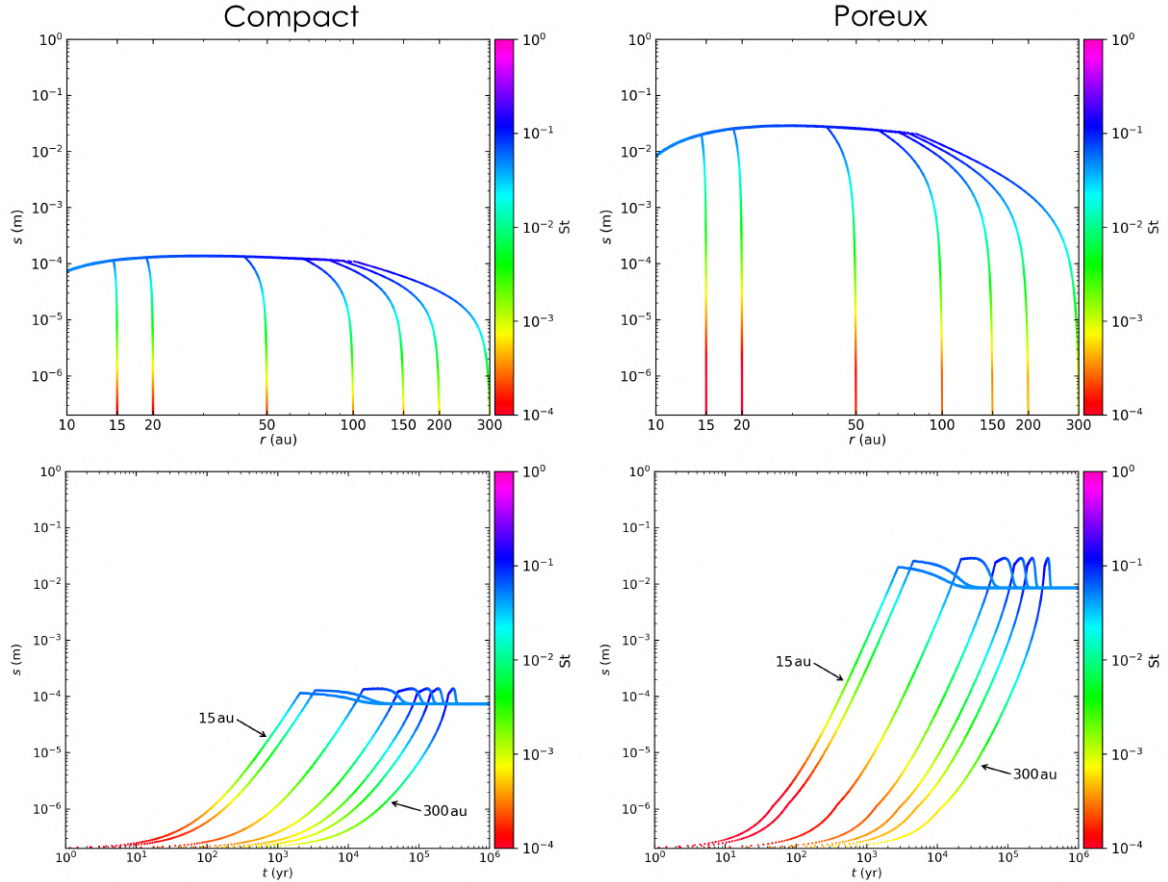


FIGURE 5.1 – Comparaison entre la simulation GF-Si-comp-Vf20 à gauche et GF-Si-a02-Vf20 à droite. Les panneaux du haut montrent la taille s en fonction de la distance r , la couleur donnant le nombre de Stokes St . Les panneaux du bas montrent la taille s en fonction du temps t , la couleur donnant aussi le nombre de Stokes St . La courbe la plus à gauche correspond au grain initialement à 15 ua, la plus à droite à 300 ua.

2. Pour estimer la masse des grains poreux vis-à-vis des grains compacts, on peut écrire le rapport de masse comme $m_{\text{poreux}}/m_{\text{compact}} = \phi(s_{\text{poreux}}/s_{\text{compact}})^3$

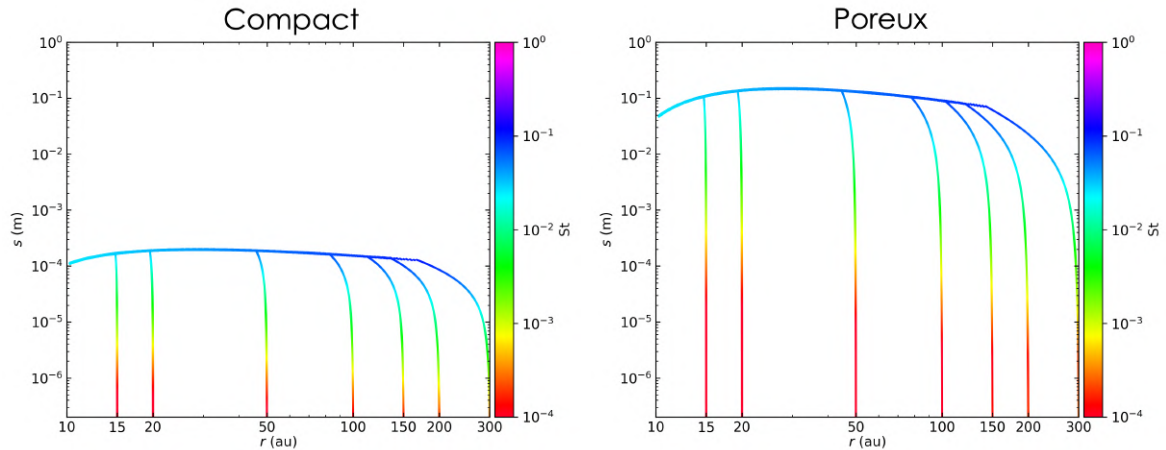


FIGURE 5.2 – Même chose que les panneaux du haut de la figure 5.1, mais pour les simulations GF-H2O-comp-Vf15 à gauche et GF-H2O-a02-Vf15 à droite.

Les panneaux du bas de la figure 5.1 montrent l'évolution de la taille. Les grains poreux et compacts atteignent leur taille maximum en des temps similaires. Un grain initialement à 15 ua atteint 3 cm en 1000 ans, alors que le même grain compact atteint 100 μm . Les nombres de Stokes au seuil de fragmentation étant similaires ($St \sim 0.1$), l'évolution aérodynamique est la même, et donc les grains dérivent à la même vitesse. En dérivant, les grains atteignent les régions internes où les vitesses relatives sont plus importantes, ce qui explique le fait que le plateau des tailles se situe à 8 mm pour les grains poreux, et 70 μm pour les grains compacts, pour une distance $r = 10$ ua, alors que les grains ont pu grossir plus à une plus grande distance.

La figure 5.2 permet de comparer les simulations GF-H2O-comp-Vf15 à gauche et GF-H2O-a02-Vf15 à droite. Les grains de glace d'eau poreux grossissent jusqu'à une taille de 20 cm, alors que les grains compacts ne grossissent que jusqu'à 200 μm . Les grains poreux de glace d'eau sont, au seuil de fragmentation, 5×10^5 fois plus massifs que les grains compacts.

Dans tous les cas, la compaction par le gaz ou l'auto-gravité n'est jamais atteinte (voir figure 3.7), car la fragmentation maintient les grains à des tailles inférieures à la dizaine de mètres, gamme de taille où la compaction par le gaz apparaît. Les grains poreux peuvent donc grossir à des tailles et masses beaucoup plus grandes (plusieurs centimètres à décimètres) que leurs homologues compacts (quelques millimètres), ce qui montre que la porosité est à prendre en compte dans l'évolution de la poussière, car elle change profondément les ordres de grandeurs.

5.2.2 Simulations globales avec PHANTOM

Maintenant que nous avons vu l'influence de la porosité avec PAMDEAS, regardons son influence lorsque l'on tient compte de l'évolution du disque avec PHANTOM. La figure 5.3 montre la comparaison entre la simulation GF-Si-comp-Vf20 à gauche et GF-Si-a02-Vf20 à droite. Les panneaux du haut montrent le rapport poussière/gaz dans le plan méridien (r, z). Les zones grises tracent le rapport poussière/gaz initial, les zones rouges sont les régions enrichies en poussière et les zones bleues celles vidées en poussières. On remarque dans les premiers temps que les grains poreux sédimentent plus vite dans le plan médian que les grains compacts, puisqu'ils grandissent très rapidement dans les régions internes.

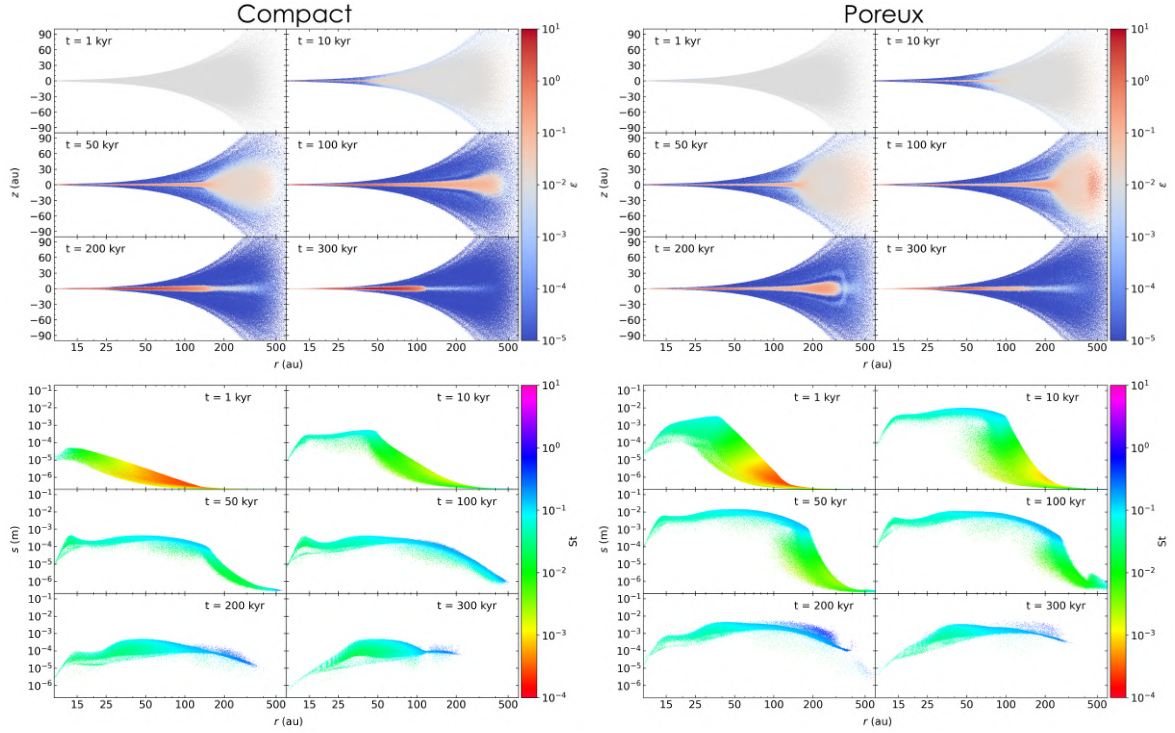


FIGURE 5.3 – Comparaison entre la simulation GF-Si-comp-Vf20 à gauche et GF-Si-a02-Vf20 à droite. Les panneaux du haut montrent la hauteur z en fonction de la distance r , la couleur donnant le rapport poussière/gaz. Ceux du bas montrent la taille des grains s en fonction de la distance, la couleur indiquant le nombre de Stokes St .

Cependant, dans les régions externes, les grains poreux, du fait de leur faible densité, restent plus couplés au gaz. Ils dérivent et sédimentent moins vite, ce qui se traduit par une concentration en poussière moindre et un disque de poussière plus épais, comme on peut le voir au temps $t = 50$ ou $t = 100$ kyr. À la fin de la simulation au temps, $t = 300$ kyr qui correspond à un état stationnaire, le disque de poussière compacte est moins étendu radialement (≈ 100 ua), avec une concentration en poussière plus élevée, de l'ordre de $\varepsilon \approx 3 - 4$, pour une épaisseur de ~ 10 ua. Le disque de grains poreux, lui, s'étend jusqu'à 150 ua, avec un rapport poussière/gaz $\varepsilon \approx 0.8 - 1$. La porosité permet donc de maintenir les grains plus longtemps dans les régions extérieures tout en permettant quand même d'obtenir des concentrations de poussières assez élevées. De même que les simulations d'Anthony Garcia (Garcia, 2018), le disque de grains poreux en fin de simulation est plus fin que celui de grains compacts.

Les panneaux du bas montrent la taille s des grains de poussière en fonction de la distance r . La couleur donne le nombre de Stokes St , les grains rouges à verts sont fortement couplés au gaz, les bleus sont marginalement couplés, et les violets sont découplés. Pour comprendre ce qui se passe dans les régions concentrées en poussière, on a volontairement éliminé les particules avec $\varepsilon < 5 \times 10^{-3}$, soit les régions très appauvries en poussière où plus rien ne se passe. On peut remarquer que les grains poreux atteignent le seuil de fragmentation dans les parties internes du disque extrêmement vite (1 kyr), ce qui n'est pas le cas des grains compacts. Les grains poreux sont capables de grossir à des tailles plus conséquentes, de l'ordre du millimètre ou du centimètre, avec des facteurs de remplissage $\phi \sim 10^{-3}$ (voir figure A.2), et ce, dans une très grande partie du disque, jusqu'à 200 ua. En revanche, les grains compacts peinent à atteindre des tailles millimétriques, et

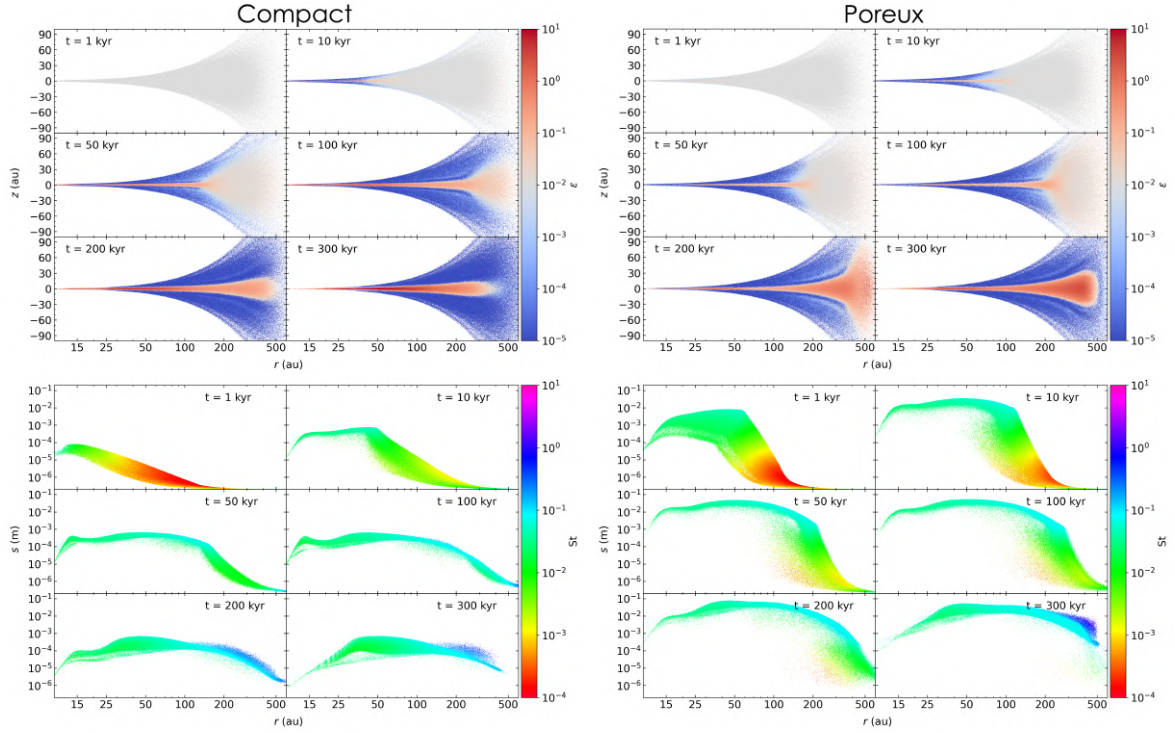


FIGURE 5.4 – Comparaison entre la simulation GF-H2O-comp-Vf15 à gauche et GF-H2O-a02-Vf15 à droite. Les panneaux du haut montrent le rapport poussière/gaz dans le plan (r, z) . Ceux du bas montrent la taille des grains s en fonction de la distance, la couleur indiquant le nombre de Stokes St .

restent plutôt cantonnés aux alentours des 100-500 μm . Ceci n'est pas compatible avec les observations qui font état de la présence de grains millimétriques dans le plan médian. La porosité aide donc les grains à grandir à des tailles plus conséquentes, et à des masses plus conséquentes, entre 5 et 5000 fois plus grandes, avec des concentrations de poussières et des épaisseurs de disque similaires aux grains compacts, et des tailles compatibles avec les observations. Cependant, les facteurs de remplissage obtenus (voir figure A.2) restent trop petits vis-à-vis des observations (10 fois trop petits). Dans les deux cas, les grains ne se découplent pas en franchissant $St = 1$, et aucun piège à poussières n'est formé.

Malgré l'attention particulière portée pour éviter les artefacts numériques, certains subsistent et sont intrinsèquement liés au modèle d'évolution lui-même. Pour les grains poreux au temps $t = 100$ kyr, on remarque une zone où les grains ont plus grossi à 500 ua. Ceci s'explique assez simplement. Pour maintenir un nombre de Stokes constant, il faut, lorsque l'on s'éloigne, diminuer la taille des grains puisque la densité de gaz diminue. Ceci est vrai dans les simulations jusqu'à ce que la taille minimum, celle des monomères, soit atteinte. Au début, dans les régions les plus éloignées (>300 ua), il n'y a que des monomères. Les monomères à 600 ua ont donc des St plus grands que ceux à 500 ua. Ils dérivent et sédimentent légèrement plus vite que les grains plus proches de l'étoile ne sont capables de grossir, pour former une zone plus enrichie en poussière, que l'on peut aussi voir dans le panneau en haut à droite. L'ensemble des grains dérive, sédimente et grossit, et cet artefact lié au modèle (il n'existe pas de taille minimum fixe dans la nature) disparaît sans conséquence.

Le constat est le même dans le cas de la glace d'eau. Comparativement aux grains de silicates, les panneaux du haut de la figure 5.4 montrent que les disques de poussières

de glace d'eau sont plus épais (~ 20 ua) et plus étendus radialement (> 400 ua). Ceci est dû au fait que les grains de glace d'eau sont moins denses. Le nombre de Stokes est donc plus petit pour une position et une taille données. Comme le nombre de Stokes est plus petit, les grains sédimentent et dérivent moins vite que les grains de silicates. Cependant, on atteint toujours des rapports poussière/gaz aux alentours de $\varepsilon \approx 2 - 3$ pour les grains compacts, et $\varepsilon \approx 0.7 - 1$ pour les grains poreux. Les grains de glace d'eau compacts peinent à atteindre des tailles millimétriques dans le plan médian, bien que leur croissance soit plus rapide que celle des silicates compacts, car ils sont moins denses et ont donc une section efficace plus grande à une masse donnée. Ils restent donc assez petits, avec des tailles de quelques centaines de microns. Au contraire, les grains de glace poreux atteignent facilement des tailles centimétriques. On trouve des grains millimétriques à centimétriques jusqu'à 400-500 ua. Les facteurs de remplissage obtenus (voir figure A.7), de l'ordre de $10^{-3} - 5 \times 10^{-3}$, restent eux aussi trop petits vis-à-vis des observations (50 à 100 fois trop petits). Les grains sont toujours maintenus à des St de l'ordre de 0.1, aucun n'arrive à se découpler dans les régions internes. Ce qui n'est pas le cas de certains grains qui atteignent $St = 1$ dans la région externe du disque, là où la plus faible densité du gaz et où le taux de croissance est assez élevé pour permettre d'atteindre ces St. La porosité permet donc aux grains de grossir beaucoup plus facilement pour atteindre des tailles millimétriques et former des disques de poussières aussi fins que ceux de grains compacts. Dans le cas de l'eau, le temps de fin des simulations ne correspond pas à un état stationnaire, mais au moment où les grains des régions extérieurs ont $St > 1$, ce qui viole l'approximation de vitesse terminale en mono-fluide (voir section 4.4.1).

Ces résultats montrent comme les travaux d'Anthony Garcia sur le disque CTTS (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020) que la porosité permet aux grains de grossir beaucoup plus rapidement pour atteindre des tailles centimétriques contrairement aux grains compacts. En revanche, dans mon cas, l'ajout de la fragmentation empêche les grains poreux de grossir suffisamment dans les régions internes pour se découpler et former des objets kilométriques.

5.3 Comparaison des résultats PAMDEAS et PHANTOM

Dans cette section, nous allons comparer les résultats issus de PAMDEAS (1D) et PHANTOM (3D) et regarder en détail là où les effets 3D sont à prendre en compte. On rappelle ici que contrairement à PHANTOM, PAMDEAS ne permet pas d'initialiser les tailles initiales selon un profil choisi. Les grains grossissent tous à partir de la taille du monomère. La figure 5.5 permet de comparer les résultats pour la simulation GF-Si-comp-Vf20. On remarque que PAMDEAS, sur le panneau gauche, a tendance à sous-estimer la taille maximum que les grains peuvent atteindre. En effet, dans les simulations 1D, les tailles atteintes sont au maximum de $100 \mu\text{m}$, comme on l'a déjà mentionné, alors que dans PHANTOM, les grains peuvent grossir jusqu'à $500 \mu\text{m}$. Ceci est dû aux effets collectifs de la poussière. Dans PHANTOM, la sédimentation de la poussière, et donc son accumulation dans le plan médian, ainsi que les effets de rétroaction, sont pris en compte. Une densité de poussière plus élevée permet aux grains de croître plus efficacement (voir équation (3.3)). Les nombres de Stokes sont cependant très similaires et restent proches de 10^{-1} .

Pour les grains de silicates poreux, la figure 5.6 permet, elle, de comparer les résultats pour la simulation GF-Si-a02-Vf20 avec les résultats 1D à gauche et 3D à droite. Les panneaux du haut donnent la taille maximale des grains en fonction de la distance r ,

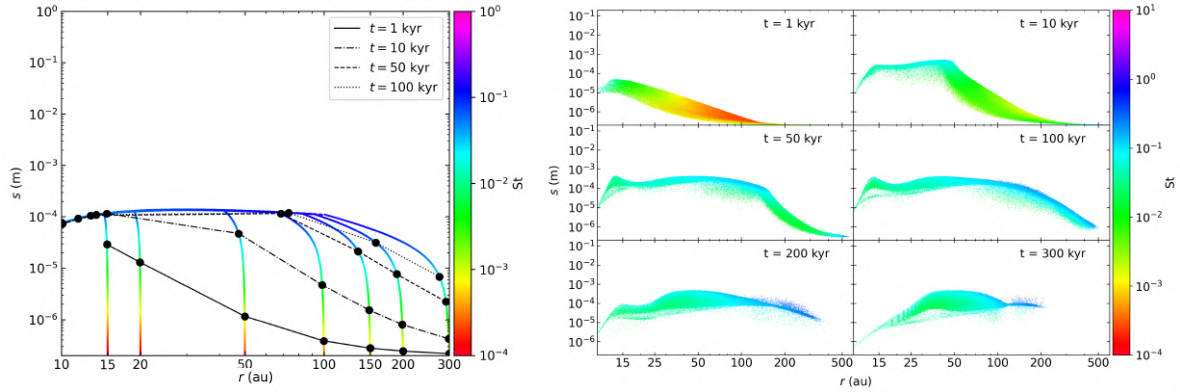


FIGURE 5.5 – Comparaison entre PAMDEAS à gauche et PHANTOM à droite pour la simulation GF-Si-comp-Vf20. Les panneaux montrent la taille s selon la distance à l'étoile r , la couleur indiquant le nombre de Stokes. Attention, les échelles sont différentes selon le code utilisé.

coloriée selon le facteur de remplissage. On remarque que la taille maximale des grains est de l'ordre du centimètre entre 20 et 100 ua dans les deux cas, avec des facteurs de remplissage similaires de l'ordre de 5×10^{-3} . On peut notamment voir sur les panneaux du bas qui montrent l'évolution couplée de la taille et du facteur de remplissage coloriée en fonction de r , qu'on obtient un bon accord sur l'évolution des petites tailles aux grandes tailles de la poussière dans ce plan. Dans le cas du panneau gauche, la trajectoire avec le ϕ le plus petit correspond au grain initialement à 15 ua, tandis que celle avec le ϕ le plus grand correspond à 300 ua. Bien entendu, le fait que la poussière ne se trouve pas uniquement dans le plan médian fait que l'on a une multitude de trajectoires possibles dans le plan s - ϕ selon l'altitude dans le disque. On retrouve tout de même les différents régimes de croissance décrits dans le chapitre 3.2.1 et les figures 3.7 et 3.11. On retrouve pour les tailles sous-micrométriques le régime “hit & stick”, puis le régime de compression collisionnelle d'Eptein avec $St < 1$ qui se traduit par le changement de pente dans le profil. De plus, au niveau de l'évolution couplée de la taille et du facteur de remplissage avec PHANTOM, comme le disque de gaz et de poussière évolue, les densités de gaz et de poussière sont de plus en plus faibles au cours du temps. Cela entraîne une baisse du taux de croissance, puisque $\frac{dm}{dt} \propto \rho_d$, et les facteurs de remplissage augmentent puisque $\phi_{Ep, St < 1} \propto (\rho_g + \rho_d)^{-3/8}$. De plus, contrairement à PAMDEAS, les grains peuvent fragmenter vers des tailles beaucoup plus petites (grains en jaune), comprise entre 10^{-5} m et la taille maximale, alors que pour PAMDEAS, les grains fragmentent entre 8 mm et 3 cm (la taille maximale).

Pour les grains de glace d'eau poreux, la figure 5.7 montre, sur les panneaux du haut, que les tailles atteintes par les agrégats sont de 10 cm avec PAMDEAS et entre 5 et 10 cm maximum pour PHANTOM. Cependant, avec PHANTOM, les grains n'atteignent pas 10 cm entre 15 et 100 ua, mais seulement entre 40 et 60 ua. En revanche, les 5 cm sont atteints entre 30 et un peu plus de 100 ua. Les facteurs de remplissage atteints pour les grains les plus poreux sont aussi bas que $10^{-3} - 2 \times 10^{-3}$. Les panneaux du bas montrent que peu importe la distance à l'étoile, dès que les grains sont plus gros que quelques microns, les grains ont $\phi < 10^{-1}$, et $\phi < 10^{-2}$ pour les grains de plus de 100 μm . Les grains de glace d'eau peuvent donc grossir jusqu'à des tailles de plusieurs centimètres, mais ces agrégats sont toujours très poreux.

De manière générale, en comparant chaque simulation 1D et 3D, on obtient un bon

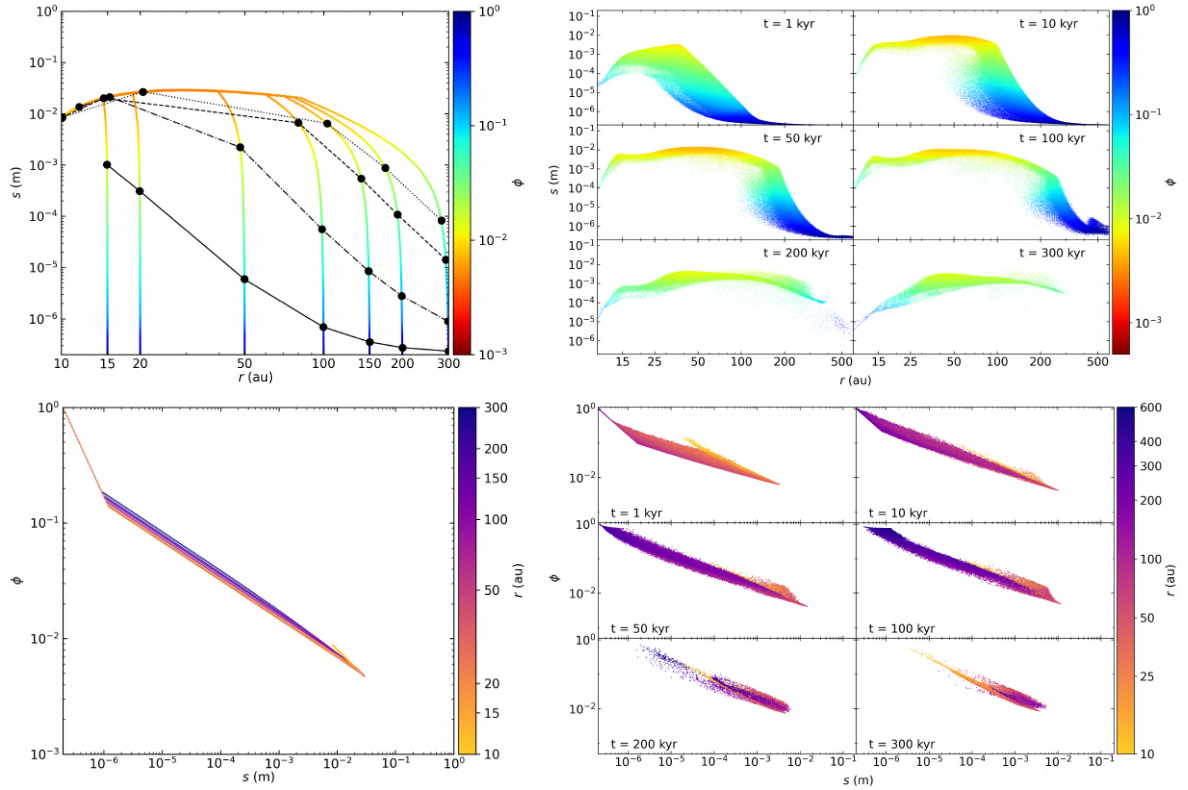


FIGURE 5.6 – Comparaison entre PAMDEAS à gauche et PHANTOM à droite pour la simulation GF-Si-a02-Vf20. Les panneaux du haut montrent la taille s selon la distance à l'étoile r , la couleur indiquant le facteur de remplissage ϕ . Les panneaux du bas montrent l'évolution couplée du facteur de remplissage ϕ et de la taille s . La couleur donne la distance r . Attention, les échelles sont différentes selon le code utilisé.

accord lorsque les grains sont poreux. Les tailles, facteurs de remplissage, St trouvés avec PAMDEAS sont proches des valeurs obtenues avec PHANTOM. Les effets collectifs sont donc moins importants lorsque les grains sont très poreux, car leur croissance est très rapide et que le facteur limitant est le seuil de fragmentation. Une augmentation du taux de croissance à cause de l'augmentation de la concentration en poussière n'aide donc que peu les grains, lorsqu'il n'y a pas de piège à poussière.

En revanche, dans le cas où les grains sont compacts, PAMDEAS tend à légèrement sous-estimer la taille maximale des grains, et à les compacter plus efficacement, comme cela sera montré dans la section suivante. Enfin, la fragmentation ne permet pas d'atteindre de petites tailles avec PAMDEAS telles qu'on en obtient avec PHANTOM.

Selon moi, PAMDEAS permet donc de modéliser correctement l'évolution de la poussière, avec ou sans porosité. Le principal avantage est que l'on peut explorer un grand espace de paramètres et estimer rapidement certaines grandeurs, ainsi qu'ajouter de nouvelles équations sans problème. Cependant, le code a ses limites, et pour modéliser le plus précisément possible l'évolution de la poussière et son interaction avec le gaz, les simulations 3D sont nécessaires. PAMDEAS permet donc de défricher un espace de paramètres afin de cibler les paramètres les plus pertinents pour des simulations 3D plus précises, mais aussi beaucoup plus coûteuses en énergie et en temps.

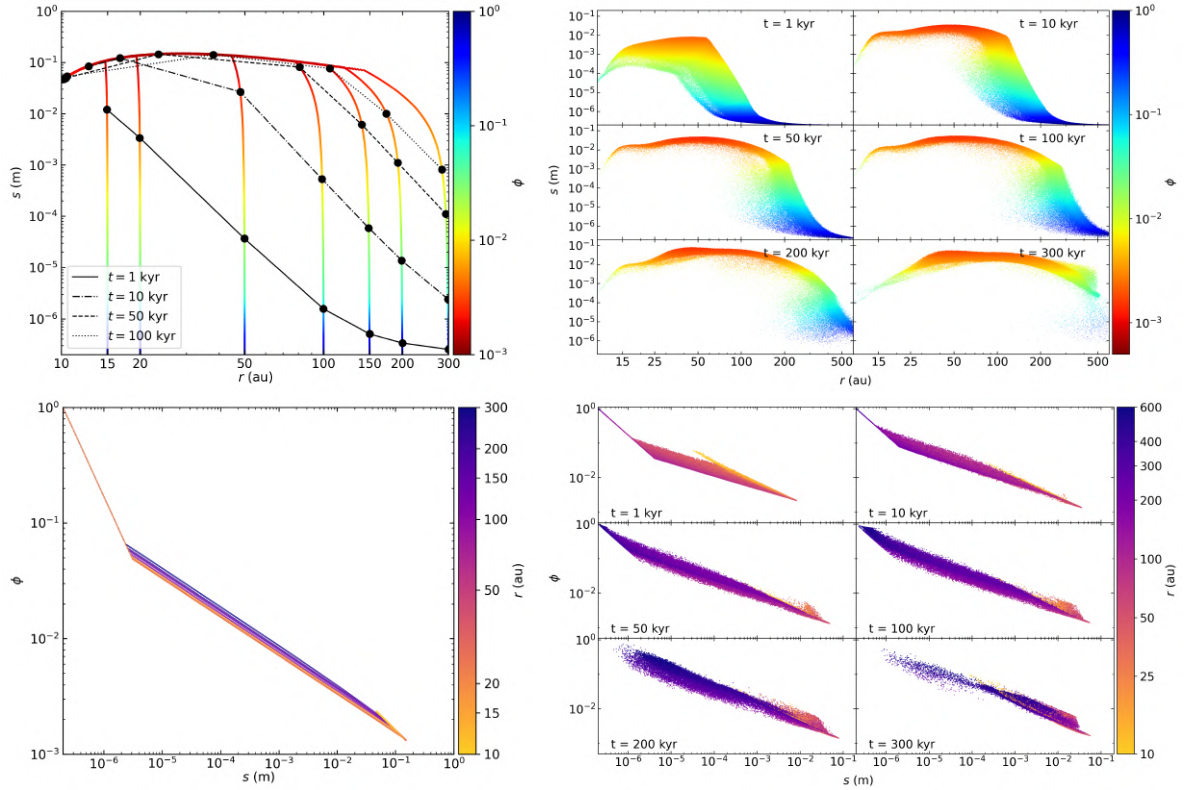


FIGURE 5.7 – Même chose que la figure 5.6 mais pour la simulation 1F-GF-H2O-a02-Vf15. Attention, les échelles sont différentes

5.4 Effet du rebond et de la compaction lors de la fragmentation, selon le seuil de fragmentation

Dans cette section, nous allons étudier les effets de la compaction lors de la fragmentation et du rebond selon différents seuils de fragmentation. En effet, les observations de disques tendent à montrer que les grosses poussières dans le plan médian ne sont pas aussi poreuses que les valeurs trouvées en l'absence de compaction. [Kataoka et al. \(2016\)](#), [Guidi et al. \(2022\)](#), [Zhang et al. \(2023\)](#) montrent que les grains ont des facteurs de remplissage de l'ordre de 10% avec un produit $s\phi$ plus grand que $100 \mu\text{m}$, soit des grains avec $s > 1 \text{ mm}$.

5.4.1 Simulations 1D avec PAMDEAS

La figure 5.8 permet de comparer la taille des grains selon la distance à l'étoile entre les simulations sans le rebond et la compaction pendant la fragmentation à gauche et celles avec à droite. Les six panneaux du haut correspondent aux simulations avec silicates pour trois seuils de fragmentation : 10, 20 et 40 m.s^{-1} , les deux du bas étant les simulations avec l'eau pour un seuil $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} = 15 \text{ m.s}^{-1}$. Pour toutes les simulations GBFc, les grains grossissent jusqu'aux mêmes tailles et le même facteur de remplissage que les simulations GF. Lorsque le seuil de fragmentation est atteint, les grains des panneaux de gauche restent dans un équilibre entre croissance et fragmentation, car lors de la fragmentation, les grains conservent leur facteur de remplissage. Dans les panneaux de droite, les agrégats sont compactés lors de la fragmentation, le facteur de remplissage devient plus grand, et

les tailles plus petites, jusqu'à atteindre un nouvel équilibre. La valeur de ϕ des grains compactés n'est pas la valeur maximum possible $\phi_{\max} \simeq 0.74$. La valeur maximum se trouve plutôt aux alentours de $0.5 - 0.6$, car à l'équilibre, les grains grossissent ce qui tend à diminuer ϕ , et sont compactés en fragmentant ou en rebondissant ce qui augmente ϕ . Selon la figure 3.9 et l'équation 3.67, plus ϕ s'approche de la valeur maximum et plus il est difficile de compacter l'agrégat. La faible croissance des grains permet donc de compenser la compaction vers la valeur maximum. Pour les simulations avec $v_{\text{frag, Si}} = 10 \text{ m.s}^{-1}$, les grains atteignent des tailles de quelques millimètres, avec un maximum à 3 mm entre 20 et 50 ua. Lorsqu'ils sont compactés, la taille des agrégats tombe ensuite à environ $40 - 80 \text{ }\mu\text{m}$ au maximum de compaction avant de finir accrétés par l'étoile. Le facteur de remplissage atteint un minimum de 10^{-2} juste avant le seuil de fragmentation, avant d'être compacté jusqu'à $\phi = 0.5$. Les agrégats sont compactés très efficacement puisqu'un grain grossissant initialement à 300 ua se retrouve entièrement compacté lors de sa dérive à plus de 100 ua. Enfin, on remarque que les grains qui sont compactés dérivent aussi vite que ceux qui ne subissent pas la compaction, comme l'indiquent les points et la ligne en noir. Ceci s'explique par le fait que le produit $s\phi$ lors de la compaction reste globalement le même que le produit $s\phi$ lorsqu'il n'y a pas de compaction. Comme $\text{St} \propto s\phi$, un nombre de Stokes similaire se traduit par une dérive similaire.

Avec un seuil de fragmentation de $v_{\text{frag, Si}} = 20 \text{ m.s}^{-1}$, les grains du panneau de droite atteignent bien des tailles centimétriques de l'ordre de 3 cm avant d'être compactés. Comme le seuil de fragmentation est plus élevé, le nombre de Stokes des grains est plus grand et ils dérivent donc plus lors de leur compaction. Les grains atteignent le maximum de compaction entre 10 et 20 ua, pour des tailles comprises entre 100 et 300 μm et des facteurs de remplissage compris entre 0.3 et 0.5.

Pour le seuil de fragmentation $v_{\text{frag, Si}} = 40 \text{ m.s}^{-1}$, les grains sont capables de grossir sans presque rencontrer la barrière de fragmentation. En effet, dans les deux cas, les grains commencent à fragmenter lorsqu'ils atteignent des tailles comprises entre 20 et 50 cm, avec des facteurs de remplissage plus petits que 3×10^{-3} . La compaction est assez peu efficace puisque les trajectoires empruntées par les agrégats sont similaires. Avec une valeur du seuil de fragmentation aussi élevée, les grains sont en croissance pure dans la majorité du disque. De plus, à cause de cette croissance libre, les grains des régions internes sont accrétés plus rapidement puisque les St atteints sont plus importants, de l'ordre de $0.5 - 1$ entre 10 et 20 ua, et plus de 0.1 dans le reste du disque.

Enfin, dans le cas de l'eau, ce qui correspond aux deux panneaux du bas de la figure 5.8, les agrégats atteignent des tailles décimétriques dans les deux cas. Lorsqu'ils sont compactés avec la fragmentation, leur taille diminue d'un facteur 500. La taille atteinte au maximum de compaction est comprise entre 300 et 500 μm , pour un facteur de remplissage $\phi \sim 0.4$. On observe donc un comportement similaire aux simulations avec des silicates et $v_{\text{frag, Si}} = 20 \text{ m.s}^{-1}$, mais avec une amplitude de taille et de facteur de remplissage plus grande.

La figure 5.9 montre l'évolution de la taille et du facteur de remplissage, la couleur donne quant à elle la distance r . Les grains commencent tous à grossir dans le régime "hit & stick" à partir de la taille d'un monomère $a_0 = 0.2 \text{ }\mu\text{m}$ et $\phi = 1$, puis selon l'espèce, changent de régime de croissance ($\phi_{\text{Ep, St} < 1}$), ce qui se traduit par un changement de pente aux alentours du micron (voir figure 3.7).

Dans le cas des panneaux de gauche pour les simulations sans compaction, une fois que le seuil de fragmentation est atteint, les grains restent confinés dans la "pointe" formée en bas à droite. En revanche, pour les panneaux de droite, on remarque la compaction

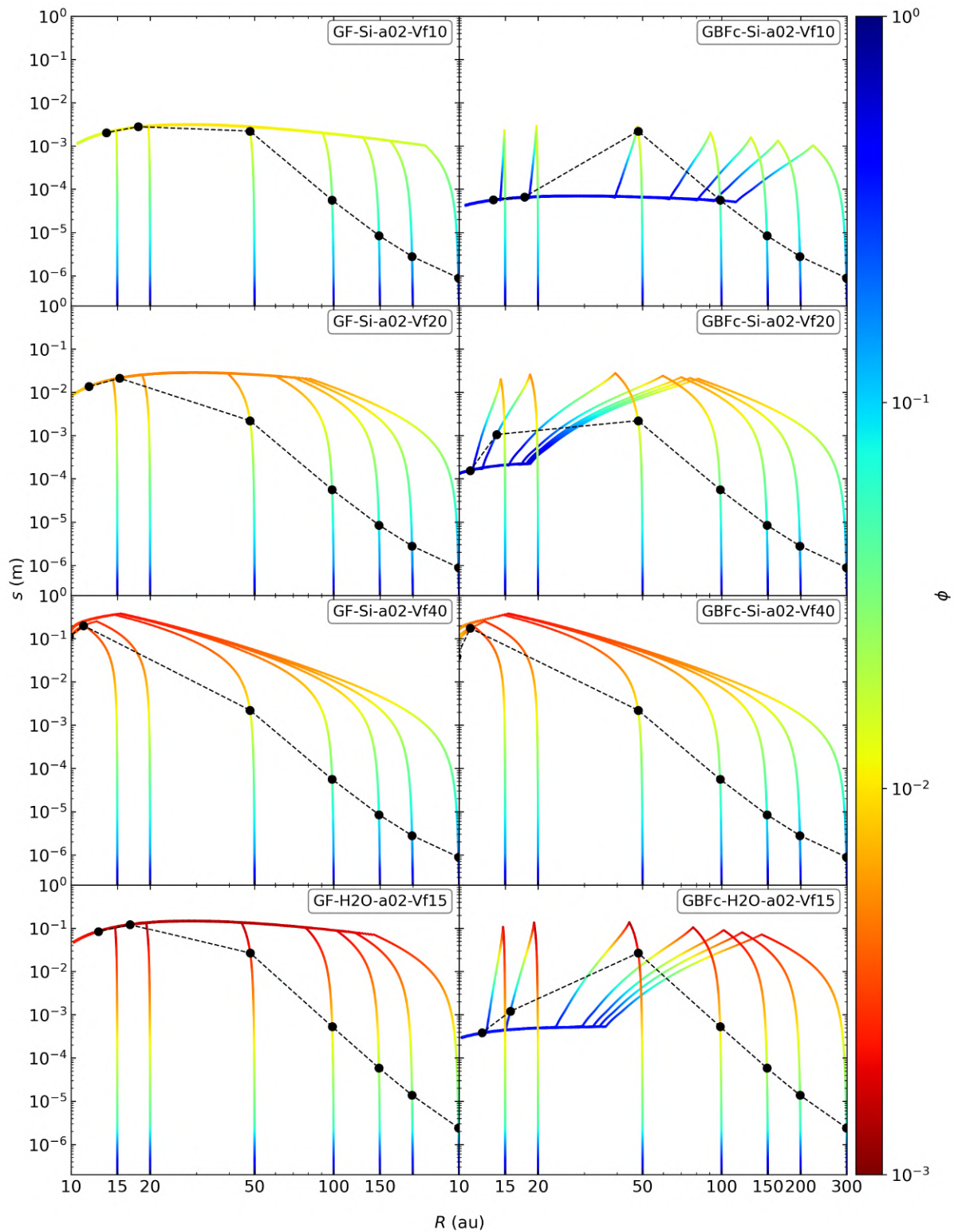


FIGURE 5.8 – Comparaison entre les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulation avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. La taille des grains est donnée en fonction de la distance à l'étoile, la couleur indique le facteur de remplissage. Le nom des simulations est indiqué pour chaque panneau. Les points et tirets noirs indiquent le temps $t = 50$ kyr et donnent donc un "profil" en taille à cet instant.

des grains, qui se traduit par une diminution de leur taille en même temps qu’une augmentation du facteur de remplissage vers l’unité. Avec un $v_{\text{frag, Si}} = 10 \text{ m.s}^{-1}$, on voit que les grains, même à grande distance r , sont compactés jusqu’à un facteur $\phi = 0.5$ et une taille minimale de $40 \text{ }\mu\text{m}$. Le rebond n’apparaît pas dans ce cas, la fragmentation étant très efficace.

Pour la simulation avec compaction et $v_{\text{frag, Si}} = 20 \text{ m.s}^{-1}$, les grains fragmentent à de plus grandes tailles et à des ϕ plus petits. En revanche, une fois le seuil de fragmentation atteint, ils sont compactés jusqu’à des facteurs $\phi = 0.6$ et des tailles de $100 \text{ }\mu\text{m}$. Le rebond commence à apparaître, mais n’a strictement aucune influence sur l’évolution des grains et n’est pas visible sur la figure.

Pour la simulation avec compaction et $v_{\text{frag, Si}} = 40 \text{ m.s}^{-1}$, les agrégats fragmentent après avoir grossi jusqu’au décimètre et $\phi \sim 2 \times 10^{-3}$. Ensuite, ils fragmentent et sont compactés jusqu’à $\phi = 0.7$ et des tailles de $700 \text{ }\mu\text{m}$.

Enfin, dans le cas de l’eau, on retrouve le même comportement. Les agrégats sont compactés jusqu’à atteindre $\phi = 0.4$ et $s = 300 \text{ }\mu\text{m}$. Cette fois, le rebond est visible. Comme mentionné précédemment, le rebond s’accompagne de croissance. De même que sur la figure 3.12, on retrouve ce plateau caractéristique, où les grains se déplacent de gauche à droite et de bas en haut, puisqu’en grossissant, ils sont légèrement compactés par le rebond, avant de finir de dériver et d’être accrésés.

La compaction lors de la fragmentation a donc un très fort impact sur l’évolution des grains. Comme la prise en compte de la porosité permet de contourner la barrière du rebond qui apparaît aux alentours de quelques microns à quelques dizaines de microns, le rebond n’interfère pas avec la croissance des agrégats avant qu’ils n’atteignent le seuil de fragmentation, puisque $\phi < 0.3$. Lorsque ϕ redevient plus grand que 0.3, les grains grossissent et ne rebondissent pas mais fragmentent. Il faut attendre que les grains soient bien compactés et à des tailles assez petites pour que le rebond puisse jouer un rôle avant de fragmenter à nouveau, et ce, si les conditions le permettent comme on l’a vu sur la figure 5.8.

5.4.2 Simulations globales avec PHANTOM

Comparons maintenant les simulations réalisées avec PHANTOM avec et sans compaction lors de la fragmentation, avec rebond inclus.

La figure 5.10 permet de comparer les simulations sans compaction à gauche et celles avec compaction à droite. On trouve de haut en bas les simulations avec silicates et $v_{\text{frag, Si}} = 10$ et 20 m.s^{-1} , et en bas les simulations avec la glace d’eau. Cette figure permet de comparer la taille des grains en fonction de r et coloriée selon le facteur de remplissage pour rendre compte de la compaction. L’ordre des simulations est le même que celui de la figure 5.8. Pour les simulations GF-Si-a02-Vf10 et GBFc-Si-a02-Vf10 (panneaux du haut), on remarque que malgré une compaction toujours efficace, et contrairement aux simulations 1D, les tailles des grains avec ou sans compaction sont relativement similaires. Pour rappel, avec $v_{\text{frag, Si}} = 10 \text{ m.s}^{-1}$, on avait pour les grains sans compaction des tailles de $\sim 300 \text{ }\mu\text{m}$ et avec compaction de $\sim 60 \text{ }\mu\text{m}$, soit un facteur 5. Ici, pour $t = 100 \text{ kyr}$ entre 15 et 200 ua, les grains sans compaction ont une taille maximum comprise entre $500 \text{ }\mu\text{m}$ et 5 mm , alors que les grains subissant la compaction sont plutôt autour de $200 \text{ }\mu\text{m}$ et 3 mm , soit un facteur 1,5 à 2,5. De plus, comme l’évolution de toutes les poussières est prise en compte, dans le cas de la simulation GBFc-Si-a02-Vf10 (panneau haut droit), on trouve à des tailles similaires différents facteurs de remplissage selon des altitudes

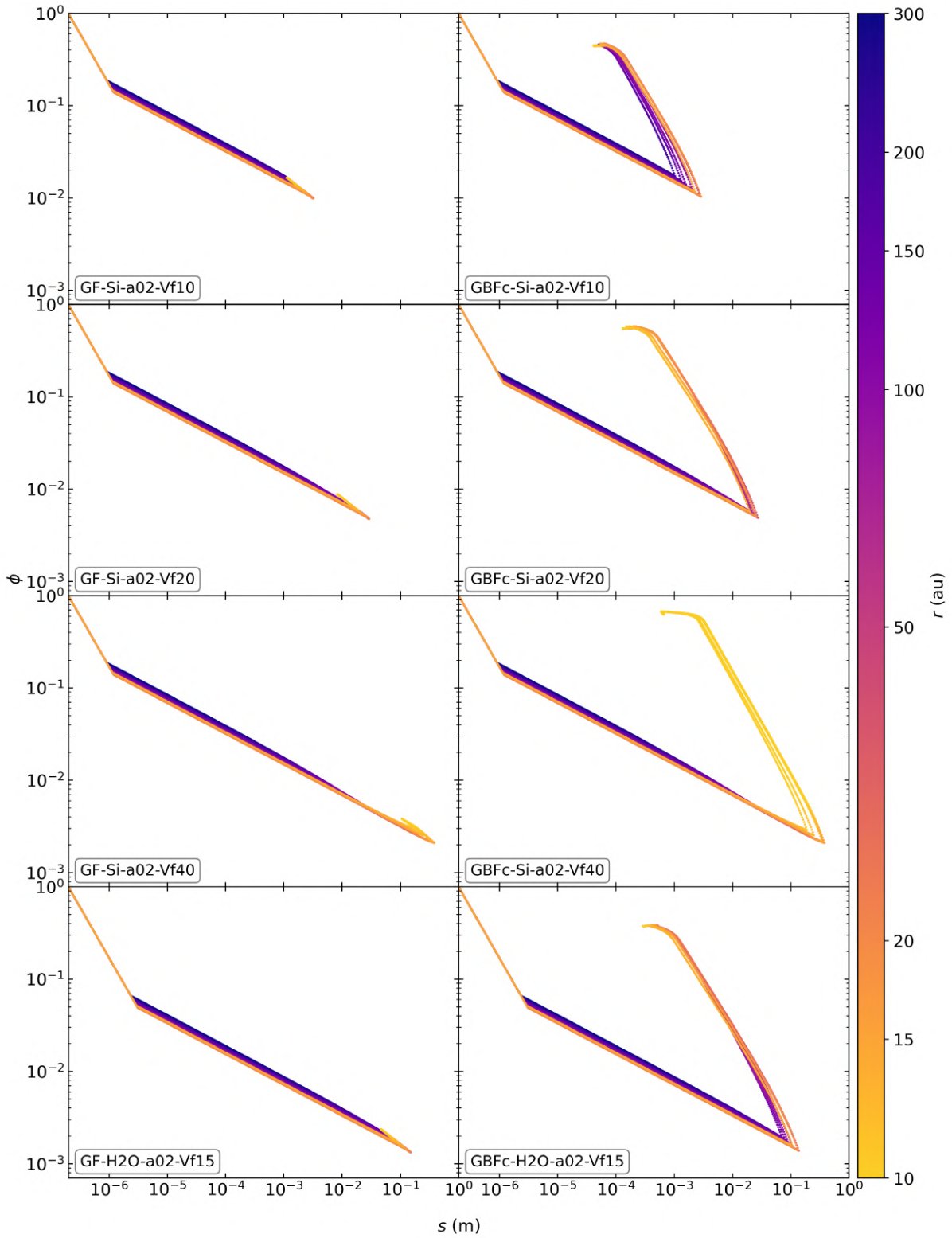


FIGURE 5.9 – Comparaison entre les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulation avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. Le facteur de remplissage ϕ est donné en fonction de la taille des grains, la couleur indique la distance r . Le nom des simulations est indiqué pour chaque panneau.

différentes, puisque les grains ne mettent pas tous le même temps à être compactés selon leur position, avec $\phi \in [10^{-1}, 0.5]$ en dessous de 100 ua et $\phi \in [5 \times 10^{-2}, 0.5]$ au-delà. Bien que dans le cas de la simulation GF-Si-a02-Vf10, les grains arrivent à grossir en moyenne jusqu'au millimètre, les grains de la simulation GBFc-Si-a02-Vf10 sont plutôt autour des 600-700 μm . L'obtention d'un disque de grains millimétrique ou plus n'est donc pas atteinte. À $t = 300$ kyr, la quasi-totalité des grains à moins de 100 ua sont compactés, tandis qu'au-delà, les grains sont encore relativement poreux, avec $\phi \sim 7 \times 10^{-2}$.

Pour les simulations GF-Si-a02-Vf20 et GBFc-Si-a02-Vf20 (deuxièmes panneaux en partant du haut), les tailles centimétriques sont atteintes dans les deux cas à partir de $t = 50$ kyr. Les grains de la simulation GBFc-Si-a02-Vf20 (droite) grossissent même à de plus grandes tailles (50 cm à 100 ua) que ceux sans compaction (gauche). Pour les grains sans compaction, les tailles maximum à $t = 100$ kyr entre 15 et 200 ua sont comprises entre 1 mm et 1 cm pour ϕ compris entre 7×10^{-3} et 3×10^{-2} , tandis que ceux avec compaction ont des tailles comprises entre 2 mm et 5 cm pour des facteurs ϕ allant de 7×10^{-3} pour les agrégats centimétriques à 0,6 pour les grains millimétriques. Avec ce seuil de fragmentation, les grains peuvent quand même atteindre des tailles millimétriques et centimétriques, tout en étant compacts dans le plan médian. À $t = 300$ kyr, la quasi-totalité des grains ont dérivé à moins de 100 ua et sont compacts, avec des tailles entre 100 μm et quelques mm.

Pour les simulations GF-Si-a02-Vf40 et GBFc-Si-a02-Vf40, bien que l'on remarque que les grains grossissent à des tailles de plusieurs dizaines de mètres et que les effets de la compaction ne soient pas visibles, ces simulations ne sont pas valides pour le mono-fluide, car les nombres de Stokes excèdent $St = 1$ pour les tailles plus grandes que le mètre. Contrairement aux simulations 1D GF-Si-a02-Vf40 et GBFc-Si-a02-Vf40, les grains atteignent de plus grandes tailles qu'anticipé. La seule chose que l'on peut en tirer est que la fragmentation et la compaction, calculées correctement, n'apparaissent que peu, ce qui s'apparente à de la croissance pure, comme montré section 5.4.1.

Enfin, pour les simulations GF-H2O-a02-Vf15 et GBFc-H2O-a02-Vf15, on retrouve le même schéma que pour les simulations GF-Si-a02-Vf20 et GBFc-Si-a02-Vf20. Les grains avec ou sans compaction atteignent facilement des tailles centimétriques jusqu'à 200 ua. Pour les grains avec compaction, les tailles maximum à $t = 100$ kyr entre 15 et 200 ua vont de 2 mm et 8 cm pour ϕ compris entre 10^{-3} pour les plus gros agrégats centimétriques à 0.4 pour les grains millimétriques, tandis que ceux sans compaction ont des tailles comprises entre 8 mm et 7 cm pour des facteurs ϕ allant de 2×10^{-3} à 2×10^{-2} . À $t = 300$ kyr, les grains à moins de 100 ua sont compacts, tandis qu'au-delà, les grains sont encore relativement poreux, avec $\phi \sim 10^{-2}$ pour des tailles de plusieurs millimètres ou centimètres.

La figure 5.11 permet de rendre compte de l'évolution de la taille et du facteur de remplissage, qui devient plus complexe lorsque la compaction est prise en compte. L'ordre des simulations est le même que dans la figure 5.10. Pour les simulations GF-Si-a02-Vf10 et GBFc-Si-a02-Vf10 (panneaux du haut), on remarque que la fragmentation permet de détruire les grains de petite taille dans les deux cas, comparés aux simulations 1D. De plus, lorsque la compaction est activée (panneau haut droit), la trajectoire de la compaction est plus verticale que celle obtenue avec PAMDEAS, et le plateau à $\phi = 0.4$ permet de mettre en évidence le rebond, même à $v_{\text{frag, Si}} = 10 \text{ m.s}^{-1}$. Le plateau est principalement peuplé de grains très proches du bord interne du disque, entre 10 et 25 ua. La colonne montante des petits au grand ϕ inclut des grains à des distances comprises entre 20 et 100 ua. On a donc, pour une distance donnée, des tailles et des facteurs de remplissage différents, ce

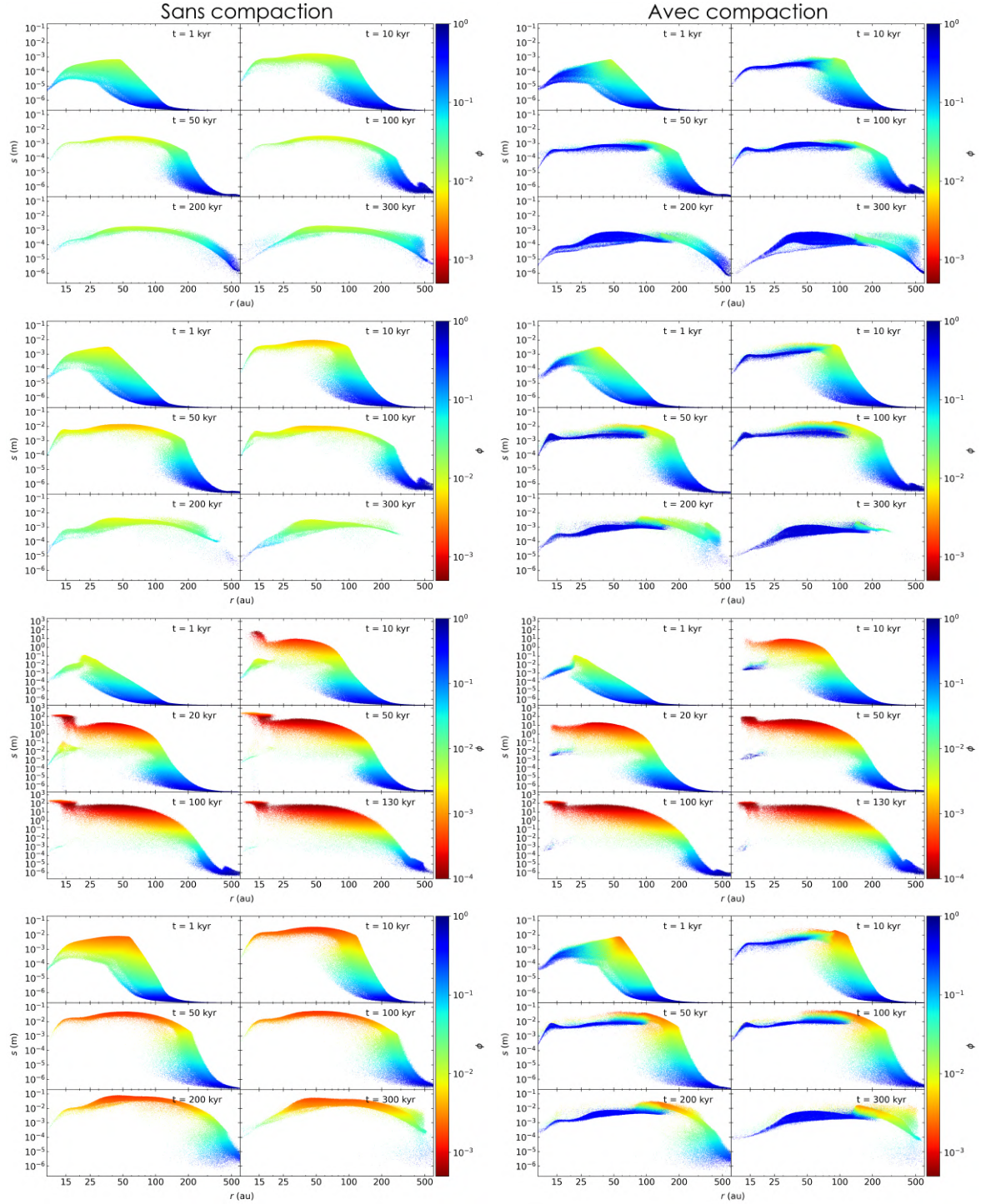


FIGURE 5.10 – Comparaison entre les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulation avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. La taille des grains est donnée en fonction de la distance à l'étoile, la couleur indique le facteur de remplissage. Les panneaux du haut et du milieu correspondent aux simulations avec silicates et $v_{\text{frag,Si}} = 10, 20$ et 40 m.s^{-1} , les panneaux du bas correspondent aux simulations avec glace d'eau et $v_{\text{frag,H}_2\text{O}} = 15$.

qui montre que des poussières poreuses cohabitent avec des poussières compactées. De plus, on peut voir maintenant que le plan $s - \phi$ est bien plus peuplé puisque maintenant,

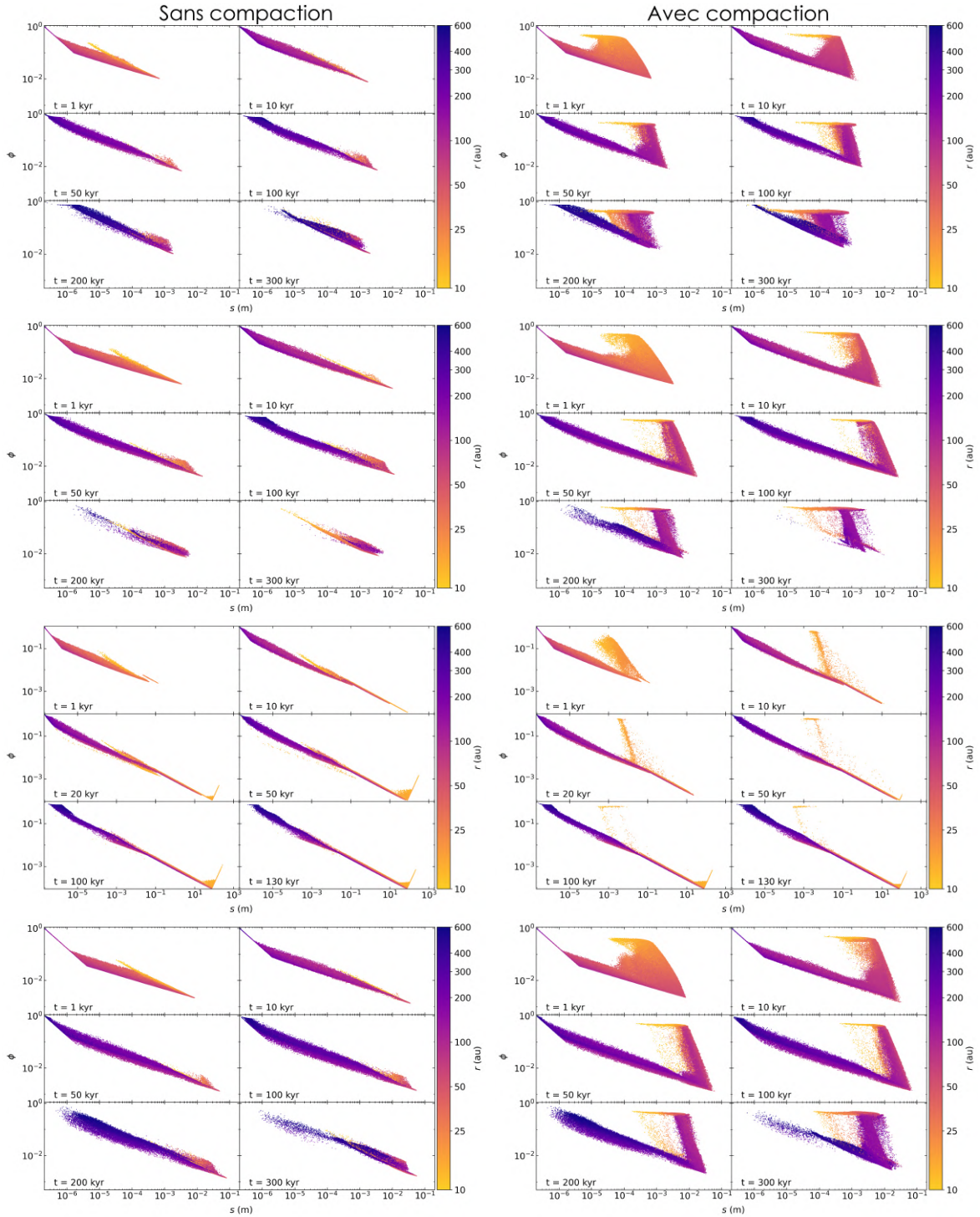


FIGURE 5.11 – Comparaison entre les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulation avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. Le facteur de remplissage ϕ est donné en fonction de la taille des grains, la couleur indique la distance r . Les panneaux du haut et du milieu correspondent aux simulations avec silicates et $v_{\text{frag,Si}} = 10, 20$ et 40 m.s^{-1} , les panneaux du bas correspondent aux simulations avec glace d'eau et $v_{\text{frag,H}_2\text{O}} = 15$.

une taille donnée n'implique plus une petite gamme de facteur de remplissage comme on peut le voir sur le panneau en haut à gauche pour la simulation GF-Si-a02-Vf10.

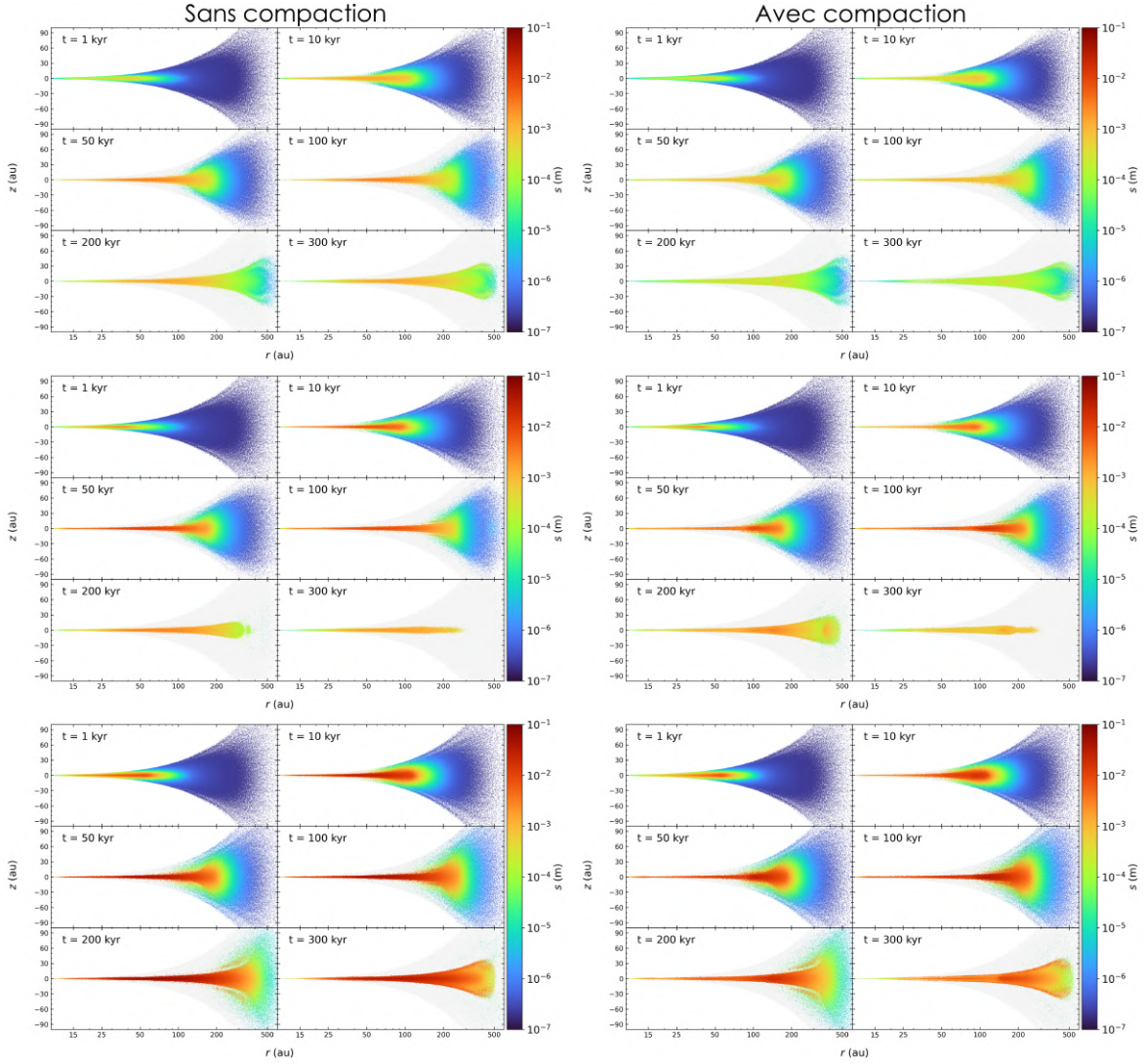


FIGURE 5.12 – Comparaison entre les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulations avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. La taille s des grains est présentée dans le plan méridien (r, z) , et le gris clair en arrière plan indique l'épaisseur du disque de gaz. Les panneaux du haut et du milieu correspondent aux simulations avec silicates et $v_{\text{frag, Si}} = 10$ et 20 m.s^{-1} , les panneaux du bas correspondent aux simulations avec glace d'eau et $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} = 15$.

Pour les simulations GF-Si-a02-Vf20 et GBFc-Si-a02-Vf20, on observe un comportement similaire. Les grains sont tout aussi compactés, mais les tailles lorsque les grains fragmentent sont plus conséquentes. L'effet du rebond est moins visible ici, car les grains au niveau du plateau (en haut à droite) grossissent beaucoup moins vers les grandes tailles à ϕ constant, comparé à la simulation GBFc-Si-a02-Vf10. On note cependant qu'à $t = 300 \text{ kyr}$, les grains sont principalement compactés ou en cours de compaction, ce qui est totalement différent de la simulation GBFc-Si-a02-Vf10. De même, les grains du panneau gauche sans compaction restent cantonnés à des tailles plus ou moins grandes, les grains les plus petits étant plus proches de l'étoile.

Malgré le fait que les simulations GF-Si-a02-Vf40 et GBFc-Si-a02-Vf40 ne sont pas valides, on observe dans les deux cas la compaction par gaz et par l'auto-gravité, visible entre 10^1 et 10^3 m (voir figure 3.7). Dans le cas de la simulation GBFc-Si-a02-Vf40,

la compaction lors de la fragmentation apparaît au début, mais reste marginale après $t = 20$ kyr.

Enfin, dans le cas des simulations avec l'eau (panneau du bas), les grains sont compactés jusqu'à $\phi = 0.4$. L'effet du rebond est peu visible, les grains au niveau du plateau se déplacent peu vers la droite comparé à la simulation GBFc-H2O-a02-Vf15. À $t = 300$ kyr, on observe un comportement similaire à la simulation GBFc-Si-a02-Vf10, mais avec des tailles plus grandes et des facteurs de remplissage plus bas.

La figure 5.12 permet de regarder la finesse des disques. Elle montre la taille dans le plan méridien (r, z). Comme les autres figures, seules les particules avec $\varepsilon \geq 5 \times 10^{-3}$ sont montrées pour éliminer les zones appauvries en poussière. Le gris clair en arrière-plan montre l'épaisseur du disque de gaz. Les panneaux du haut montrent les simulations GF-Si-a02-Vf10 à gauche et GBFc-Si-a02-Vf10 à droite, GF-Si-a02-Vf20 et GBFc-Si-a02-Vf20 au milieu, et GF-H2O-a02-Vf15 et GBFc-H2O-a02-Vf15 pour les panneaux du bas. Globalement, on constate que les panneaux de gauche ont des tailles plus grandes dans le plan médian, comme déjà mentionné précédemment, que les simulations de droite avec compaction. Cependant, on peut noter un résultat intéressant : que les grains soient compactés ou non, l'épaisseur des disques de poussière est très similaire entre 10 et 200 ua, là où la poussière est la plus présente. Les disques avec compaction sont légèrement plus étendus et épais que les disques sans compaction. Dans tous les cas, comparés aux disques de grains compacts des simulations GF-Si-comp-Vf20 (figure 5.3) et GF-H2O-a02-Vf15 (figure 5.4), les disques de grains poreux sont tout aussi fins dans les régions internes, voire plus dans les premiers temps, que les disques de grains compacts pour $r < 200 - 300$ ua. En revanche, les disques sont plus épais loin de l'étoile, et plus étendus avec des tailles un peu plus conséquentes que leurs homologues compacts. Néanmoins, l'épaisseur des plan médians de grains poreux avec compaction est similaire à celle des disque de grains compacts. En comparaison, l'épaisseur du plan médian avec grains poreux sans compaction est plus petite.

5.5 Épaisseur des plans médians

Dans cette section, on s'intéresse plus en détail à l'épaisseur des disques de poussières. La figure 5.13 permet d'avoir la densité de poussière ρ_d selon la hauteur z dans le disque entre $r = 10$ et $r = 200$ ua, ce qui correspond à la région où la poussière a bien sédimenté, en comparant les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulations avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. Les panneaux du haut montrent les simulations GF-Si-a02-Vf10 et GBFc-Si-a02-Vf10. À $z = 0$ ua, la densité de poussière atteint, avec compaction (droite) dès $t = 10$ kyr, des valeurs entre 10^{-12} et 10^{-11} kg.m⁻³. Tandis que sans compaction, la densité reste toujours inférieure à 10^{-12} . Pour le panneau de gauche à $t = 300$ kyr, $z_{10\%} \sim 4$ ua correspond à 10% de la densité maximum, et $z_{1\%} \sim 8$ ua correspond à 1% de la densité maximum. Pour le panneau de droite, on trouve $z_{10\%} \sim 2.5$ ua et $z_{1\%} \sim 6$ ua qui correspondent respectivement à 10 et 1% de la densité maximum. La compaction lors de la fragmentation permet donc en moyenne à la poussière de s'accumuler plus efficacement dans le plan médian. Avec un faible seuil de fragmentation, la compaction permet aux grains d'avoir un produit $s\phi$ plus grand une fois compacté, soit des Stokes plus grands que les agrégats de la simulation sans compaction, ce qui favorise leur sédimentation.

Les panneaux du milieu montrent les simulations GF-Si-a02-Vf20 et GBFc-Si-a02-

Vf20. On observe la même chose que précédemment, mais de manière moins prononcée. À $z = 0$ ua, la densité de poussière atteint avec ou sans compaction des valeurs entre 10^{-12} et 4×10^{-12} kg.m^{-3} dès $t = 10$ kyr. Pour le panneau de gauche à $t = 300$ kyr, on obtient $z_{10\%} \sim 2.5$ ua et $z_{1\%} \sim 3.5$ ua. tandis que pour le panneau de droite, on trouve $z_{10\%} \sim 2.5$ ua et $z_{1\%} \sim 5.5$ ua, valeurs similaires à celles trouvées dans la simulation GBFc-Si-a02-Vf10. Contrairement aux simulations GF-Si-a02-Vf10 et GBFc-Si-a02-Vf10, les simulations GF-Si-a02-Vf20 et GBFc-Si-a02-Vf20 montrent que le disque sans compaction est plus fin que celui avec la compaction lors de la fragmentation des grains. Dans ce cas, le produit $s\phi$ est défavorable car il est plus petit lorsque les grains sont compactés que lorsque la compaction est absente, ce qui ralentit la sédimentation. L'effet est néanmoins très faible et ne joue que sur $z_{1\%}$.

Pour les panneaux du bas, la densité de poussière atteint aussi des valeurs entre 10^{-12} et 4×10^{-12} kg.m^{-3} dès $t = 10$ kyr dans le plan médian, avec ou sans compaction. Sur le panneau de gauche à $t = 300$ kyr, $z_{10\%} \sim 4$ ua et $z_{1\%} \sim 9$ ua, alors que sur le panneau de droite, on trouve plutôt $z_{10\%} \sim 3.5$ ua et $z_{1\%} \sim 7$ ua. Dans ce cas aussi, la compaction favorise la sédimentation des grains, pour les mêmes raisons évoquées.

Bien que l'on obtienne des différences entre les disques de poussière sédimentée, les valeurs obtenues pour $z_{10\%}$ avec ou sans compaction sont proches. L'épaisseur des plans médians dans les régions internes $r < 200$ ua n'est donc que peu influencée par les effets de compaction lors de la fragmentation.

5.6 Effets d'une lignes de gel

J'ai aussi décidé de regarder l'influence d'une ligne de gel sur la simulation GBFc-Si-a02-Vf20. Le seuil de fragmentation est fixé à $v_{\text{frag, int}} = 20$ m.s^{-1} pour la région interne pour modéliser des grains de silicates supposés entourés d'une couche de glace d'eau, tandis que pour la région externe, les grains sont supposés entourés de glace de CO, avec un seuil de $v_{\text{frag, ext}} = 5$ m.s^{-1} . La température de sublimation pour le CO est de 20 K, ce qui se traduit par une position de la ligne de gel à $r \sim 100$ ua. Le seuil de fragmentation interne n'est pas fixé à 15 m.s^{-1} car cela correspondrait à des grains constitués uniquement de glace d'eau, et non un grain de silicate avec une couche externe de glace d'eau. La couche externe ne change que les propriétés de collage, comme discuté dans le chapitre 3.1.2. Sur la figure 5.14, le panneau en haut à gauche montre le rapport poussière/gaz ε dans le plan méridien (r, z) . Le second montre la même chose, mais selon la taille s avec une coupure à $\varepsilon \geq 5 \times 10^{-3}$. Pour les panneaux du bas, on a à gauche le nombre de Stokes St dans le plan (r, s) , et à droite la distance r dans le plan (s, ϕ) , avec un temps maximum de 200 kyr. Pour le panneau en haut à gauche, on remarque, par rapport à la simulation GBFc-Si-a02-Vf20 montrée section 5.4.1, que le disque dans la région interne est un peu différent. En effet, le disque entre 10 et 100 ua, est plus fin mais moins enrichi en poussière dans les premiers temps ($t < 100$ kyr) lorsque la ligne de gel est prise en compte. Ceci est causé par le seuil de fragmentation au-delà de la ligne de gel, l'équilibre entre la croissance et la fragmentation se trouve être à des petite tailles puisque le seuil est faible. Ils restent donc mieux couplés au gaz ($St \propto s$ dans le régime d'Epstein), ce qui ralentit leur dérive et leur sédimentation (voir 2.4.2), les empêchant d'aller enrichir rapidement la région interne. Cependant, c'est grâce à ce ralentissement que le disque de poussière se trouve plus enrichi en poussière à 100 et 200 kyr. La forme du profil du disque avec $\varepsilon \geq 5 \times 10^{-3}$ que l'on trouve à $t = 100$ kyr est aussi différente

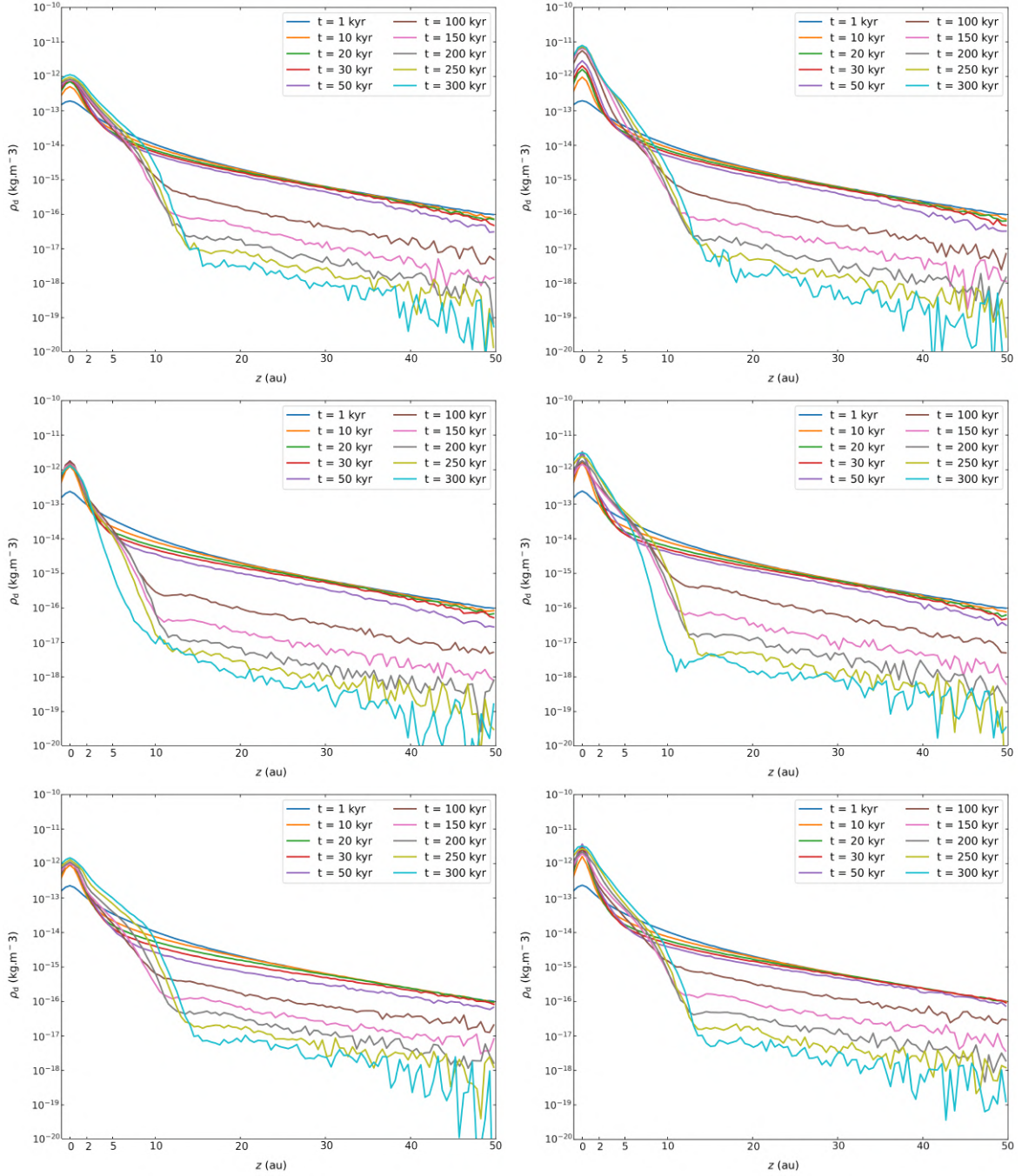


FIGURE 5.13 – Comparaison entre les simulations avec croissance et fragmentation à gauche et les simulations avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction à droite. La densité de poussière est donnée en fonction de la hauteur z . Les panneaux du haut et du milieu correspondent aux simulations avec silicates et $v_{\text{frag, Si}} = 10$ et 20 m.s^{-1} , les panneaux du bas correspondent aux simulations avec glace d'eau et $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} = 15$.

par rapport à la figure 5.3. En effet, le profil après $r = 150$ ua obtenu est ici convexe comme le gaz, alors que pour les autres simulations figure 5.3, le profil est concave. À $t \sim 200$ kyr, le disque sans ligne de gel est déjà plus compact, s'étendant jusqu'à 450 ua avec une épaisseur de 60 ua à 400 ua. Au contraire, le disque avec ligne de gel s'étend au-delà de 500 ua et a une épaisseur de 90 ua. De plus, le disque de poussière proche de l'étoile a un ε plus élevé avec la ligne de gel que sans, puisque la poussière retenue au-delà

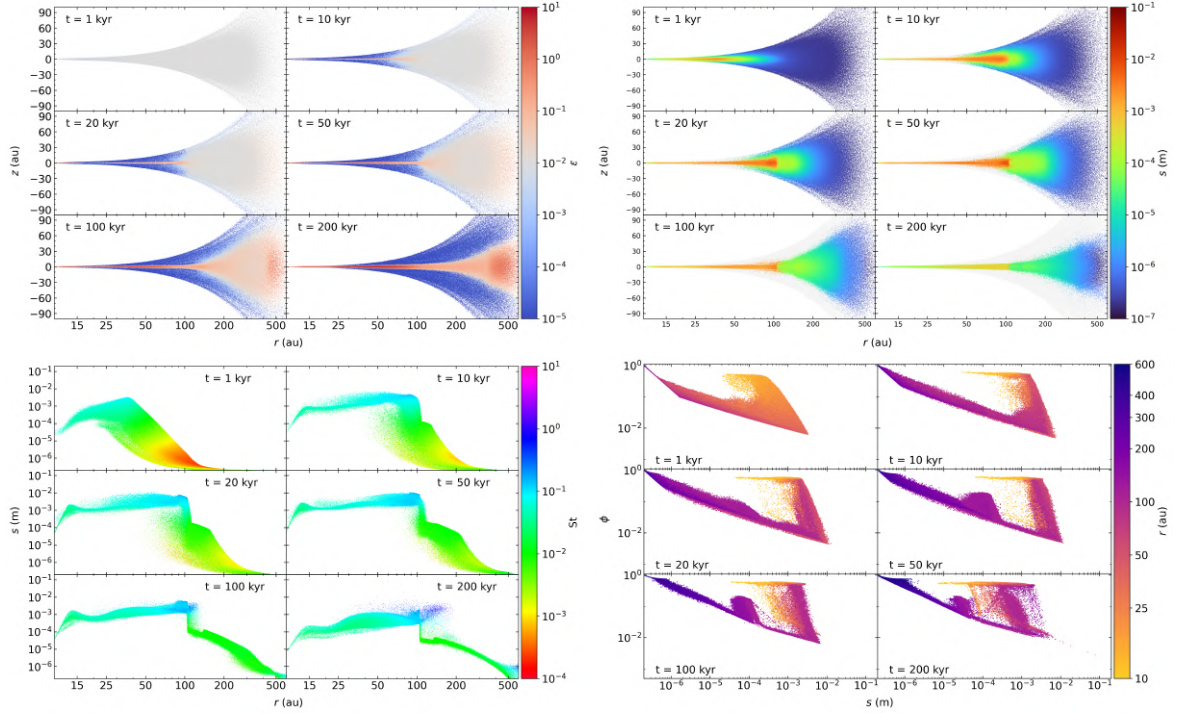


FIGURE 5.14 – Simulations GBFcS-Si-a02-Vf205. **Haut gauche** : le rapport poussière/gaz ε dans le plan (r, z) . **Haut droite** : la taille des agrégats dans le même plan (r, z) . **Bas gauche** : le nombre de Stokes St dans le plan (r, s) . **bas droite** : la distance r dans le plan (s, ϕ) . Attention, les temps sont différents pas rapport aux autres simulations.

de la ligne de gel a maintenant pu dériver dans la région interne.

Le panneau en haut à droite montre cette fois la taille des grains s dans le plan (r, z) . Comparé à la simulation GBFc-Si-a02-Vf20 figure 5.3, les grains au-delà de 100 ua n'ont pas pu grossir à des tailles millimétriques à centimétriques, comme c'est le cas pour $t \leq 50$ kyr de la figure 5.3. Le disque de grosses poussières reste donc entre 10 et 100 ua. Au-delà, les poussières ont beaucoup moins sédimenté, avec des tailles beaucoup plus petites de quelques dizaines à quelques centaines de microns. À 200 kyr, le disque extérieur est bien moins sédimenté et plus étendu radialement, avec des poussières plus petites que la dizaine de microns à cause du faible seuil de fragmentation qui empêche les agrégats de grossir.

Si on regarde le panneau en bas à gauche le profil radial de taille, on remarque facilement la position de la ligne de gel. Il y a deux régions bien distinctes. En dessous de 100 ua, les grains ont bien sédimenté, avec des tailles atteignant plusieurs millimètres jusqu'au centimètre entre 50 et 100 ua. La croissance à $t = 50$ kyr est un peu plus compliquée car la ligne de gel empêche la poussière de dériver rapidement des régions externes vers les régions internes pour les raisons déjà mentionnées plus haut. Dans la région externe, les agrégats sont maintenus à des tailles plus petites, d'environ 100 μm lorsque les agrégats sont poreux, à quelques dizaines de microns une fois compactés. Une ligne de gel telle que celle ci est donc aussi un moyen de compacter des grains de poussière jusqu'à des $\phi \sim 0.1$, pourvu que le seuil de fragmentation ne soit pas trop élevé, sinon les grains dériveront vers les régions internes avant.

Enfin, le panneau en bas à droite montre le facteur de remplissage selon la taille. Avec

la ligne de gel, l’interprétation est beaucoup plus complexe, puisque les grains peuvent fragmenter et être compactés dans deux régions différentes, menant à de la compaction même pour de petites tailles dans les régions externes. Les grains entre 100 et 150 μm sont compactés, puis une fois passés la ligne de gel, ils ont la possibilité de grossir à nouveau avant d’atteindre le seuil de fragmentation interne de 20 m.s^{-1} . On observe donc non plus une mais deux colonnes verticales dues à la compaction lors de la fragmentation.

Dans cette simulation, les valeurs des seuils de fragmentation ont été choisies de telle sorte à avoir $v_{\text{frag, int}}/v_{\text{frag, ext}} = 4$, ce qui renforce fortement la croissance des grains dans les régions internes et empêche la croissance des grains dans les régions externes. Vericel (2020) ont étudié en détail les lignes de gel et deux autres possibilités existent. Dans le cas où $v_{\text{frag, int}}/v_{\text{frag, ext}} \sim 1$, cela s’apparenterait à un unique seuil, donc sans ligne de gel. Pour le cas $v_{\text{frag, int}}/v_{\text{frag, ext}} < 1$, scénario qui était privilégié lorsque les silicates étaient considérés comme fragiles, la croissance est favorisée dans la région externe, tandis que la fragmentation empêchait la croissance dans les régions internes, et mène à la formation d’un piège à poussière proche de la position de la ligne de gel.

5.7 Discussion

Les simulations avec des grains poreux permettent de faire grossir les grains vers des tailles et des masses plus conséquentes, quelles que soient l’espèce ou le seuil de fragmentation. On montre donc, comme l’indique Garcia (2018), que la porosité permet aux grains de former des grains plus grands et plus massifs. Les simulations 1D avec PAMDEAS et les simulations avec PHANTOM montrent un bon accord lorsque les grains sont poreux, soit les simulations avec croissance et fragmentation seulement. Avec les grains compacts ou compactés par la fragmentation, PAMDEAS a tendance à sous-estimer la taille maximale des grains. Malgré tout, PAMDEAS permet de modéliser correctement l’évolution de la poussière, avec ou sans la prise en compte de l’évolution de la porosité. Les simulations avec les mécanismes de compaction vont à contre-sens des premières simulations sans compaction, qui montraient que les gros grains sont les grains les plus poreux, et que ces derniers sont localisés dans le plan médian (Garcia, 2018; Garcia & Gonzalez, 2020). Ici, on trouve que les gros agrégats sont des agrégats compacts situés dans le plan médian. Dans les couches supérieures, les grains sont presque aussi gros, mais plus poreux et donc beaucoup moins massifs, et ils sont en cours de sédimentation. Enfin, les petits grains sont soit des monomères, soit des agrégats fractals de quelques dizaines de monomères. Cela ouvre la voie à une nouvelle répartition de la poussière et de la porosité selon l’altitude des grains.

Ces simulations avec grains poreux et compaction permettraient de mieux expliquer les observations qui font état de grains peu poreux et millimétriques dans le plan médian, ainsi que de millimétrique plus poreux. En effet, Guidi et al. (2022), Zhang et al. (2023) et Ohashi et al. (2023) ont trouvé d’après les observations réalisées sur des disques que les facteurs de remplissage sont plutôt compris entre 0.1 et 1. Les modèles s’ajustant le mieux aux observations de ces deux derniers articles sont résumés dans les tables 5.2 et 5.3. La table 5.2 montre les meilleurs modèles pour reproduire les observations de HL Tau. Bien que le disque présente des structures, il est tout de même nécessaire d’expliquer pourquoi les agrégats sont plus gros que le millimètre et peu poreux. Dans la partie la plus interne, des grains très compacts (avec $\phi = 1$) ou peu poreux avec $\phi = 0.1$ peuvent expliquer les observations, pour des tailles $s\phi$ (ce qui correspond à $a_{\text{max}} f$ dans

la table 5.2) au minimum de 300 μm pour les grains compacts et 1-3 mm pour les grains peu poreux. Dans la partie intermédiaire, des grains peu poreux avec $\phi = 0.1$ sont les seuls compatibles avec les observations, pour des tailles au minimum de 1 mm. À grandes distances, le faible signal sur bruit ne permet pas de distinguer entre plusieurs populations de grains. Des petits grains compacts, comme des petits ou gros grains plus ou moins poreux, peuvent s'ajuster aux données. Mes simulations permettent de donner un début d'explication sur cette répartition des grains. Les gros grains millimétriques dans les régions internes sont compactés à des facteurs de remplissage cohérents ($\phi \sim 0.1 - 1$). Grâce à la porosité, tous les grains sont capables de grossir rapidement pour atteindre des tailles millimétriques. Dans les régions externes, on retrouve plutôt des grains plus petits (10 – 100 μm) et avec des facteurs de remplissage $\phi \sim 0.01 - 0.5$, ce qui correspond également aux simulations, car cela correspond à des régions où les grains n'ont pas beaucoup grossi. La table 5.3 montre les deux modèles de Ohashi et al. (2023) permettant de reproduire les observations du disque DG Tau. Pour leur modèle de grains compacts, les tailles permettant de reproduire les observations sont comprises entre 260 et 400 μm pour $r \leq 40$ ua, et sont de l'ordre de 1 cm pour $r > 40$ ua. Bien que les tailles atteintes dans nos simulations pour les régions internes correspondent aux données de leur modèle de grains compacts, les tailles pour $r > 40$ ua sont bien plus petites que le centimètre, soit des tailles de l'ordre de 100 μm . Pour leur modèle de grains poreux avec $\phi = 0.2$, l'ordre de grandeur pour le facteur de remplissage est atteint dans nos simulations, et les tailles vont au delà de 2 mm. En revanche, tout comme leur modèle de grains compacts, il est plus difficile de reproduire les grandes tailles à $r > 40$ ua. Des tailles de l'ordre du centimètre jusqu'à la centaines de centimètre ne sont pas obtenues dans nos simulations avec des facteurs $\phi = 0.2$. Par contre, des grains avec ces tailles sont présents, mais ils sont plus poreux avec $\phi \sim 10^{-3} - 10^{-2}$. Il faut cependant noter, tout comme pour les modèles de Zhang et al. (2023), que le faible rapport signal sur bruit ne permet pas de distinguer entre les différentes tailles maximum à $r > 40$ ua.

La table 5.4 montre la synthèse des résultats des missions Rosetta et Stardust sur la poussière et sa morphologie (Güttler et al., 2019). Les observations cométaires indiquent que les grains plus gros que 0.1 mm sont majoritairement représentés par le groupe des particules poreuses (porous group), avec $\phi \in [0.05, 0.9]$. Les agrégats fractals (fluffy group) correspondent aux petites particules présentes à la surface des disques. Elles ne se retrouvent pas dans les plans médians. Les particules compactes (solid group) correspondent aussi aux petites particules, comme les monomères. Le seul groupe dominant à grande taille est le groupe des agrégats poreux. Les simulations avec compaction permettent de bien retrouver les particules poreuses avec le bon ordre de grandeur de facteur de remplissage. En effet, les simulations sans compaction lors de la fragmentation ne permettent pas de trouver les bons facteurs de remplissage, de l'ordre de $\sim 10^{-2}$ au lieu de $\sim 10^{-1}$, malgré des tailles millimétriques à centimétrique compatibles. La compaction des grains au cours de leur évolution est donc nécessaire pour expliquer à la fois les observations des disques et les observations des comètes.

Enfin, en plus des accords avec les observations, les simulations avec grains poreux et compaction, présentées section 5.4.2, montrent que les conditions pour le déclenchement de l'instabilité d'écoulement sont atteintes. En effet, bien que les grains soient poreux et qu'aucune simulation avec instabilité d'écoulement ne tienne compte de la porosité, on peut tout de même avoir un parallèle avec le nombre de Stokes St. Pour déclencher l'instabilité d'écoulement, il faut dans le plan médian un nombre de Stokes St $\sim 0.01 - 1$, un rapport poussière/gaz au minimum de $\varepsilon \sim 0.2 - 0.5$, et un gradient de pression

region	porosity	particle size	SED	polarization	polarization prediction
	$\mathcal{P}=1-f$	$a_{\max}f$ (mm)	(Fig. 4, 5, 6, 9)	(Fig. 7, 8, 18)	at longer λ
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
<20 au	0%	≤ 0.3	\times (\checkmark^*)	\checkmark (\checkmark_p^*)	$< 0.1\%$
		> 0.3	\checkmark (\checkmark_p^*)	\times (\checkmark^*)	$\gtrsim 0.5\%$
	90%	≤ 0.1	\times	\checkmark	$< 0.1\%$
		> 0.1	\checkmark	\checkmark	$\gtrsim 0.5\%$
	99%	≤ 0.1	\times	\times	\times
		> 0.1	\checkmark	\times	\times
20-60 au	0%	≤ 0.3	\times	\checkmark	
		> 0.3	\checkmark	\times	
	90%	≤ 0.1	\times	\checkmark	
		> 0.1	\checkmark	\checkmark	$\gtrsim 0.5\%$
	99%	≤ 0.1	\times	\times	
		> 0.1	\checkmark	\times	
60-100 au (low SNR)	0%	≤ 0.3	\checkmark	\checkmark	$< 0.1\%$
		> 0.3	\times	\times	
	90%	≤ 0.1	\checkmark	\checkmark	$< 0.1\%$
		> 0.1	\checkmark	\checkmark	$\gtrsim 0.5\%$
	99%	≤ 0.1	\checkmark	\times	
		> 0.1	\checkmark	\times	

TABLE 5.2 – La table montre les différents modèles reproduisant tout ou en partie les données issues des observations de HL Tau. Les coches vertes \checkmark sont les solutions valables, et les croix rouges \times sont celles qui sont exclues à cause d'un mauvais taux de polarisation, ou qui ne s'ajustent pas bien au continu. La colonne porosité indique trois porosités différentes, 0%, 90% et 99%, soit des facteurs de remplissage ϕ (f dans la table) de 1, 0.1 et 0.01. La colonne particle size indique la taille $s\phi$. Les colonnes SED et polarization montrent l'accord du modèle avec les données. La dernière colonne indique la prédiction de la polarisation à plus grande longueur, mais elle est sans importance dans notre cas. Dans la région interne à 20 ua, la sédimentation et l'opacité peuvent jouer sur l'interprétation des données et les valeurs extraites, symbolisé par les *. Le "p" indique un profil de taille différent du modèle de référence utilisé par les auteurs. Tiré de [Zhang et al. \(2023\)](#).

$$\begin{array}{cc}
\text{Compact} & \text{Poreux} \\
a_{\max} = \begin{cases} 260 \mu\text{m}, & r \leq 20 \text{ au}, \\ 400 \mu\text{m}, & 20 < r \leq 40 \text{ au}, \\ 1 \text{ cm} & r > 40 \text{ au}. \end{cases} & a_{\max} = \begin{cases} 100 \mu\text{m}, & r \leq 15 \text{ au}, \\ 500 \mu\text{m}, & 15 < r \leq 25 \text{ au}, \\ 2 \text{ mm}, & 25 < r \leq 40 \text{ au}, \\ 3 \text{ cm or } 10 \text{ cm or } 100 \text{ cm} & r > 40 \text{ au}. \end{cases} \\
\phi = 1 & \phi = 0.2
\end{array}$$

TABLE 5.3 – La table montre les deux modèles reproduisant tout ou en partie les données issues des observations de DG Tau. Deux modèles permettent de reproduire les observations. Un modèle avec des grains compacts et un modèle avec de grains poreux avec un facteur de remplissage $\phi = 0.2$. Tiré de [Ohashi et al. \(2023\)](#).

	MIDAS	COSIMA	GIADA	OSIRIS	VIRTIS	Stardust
porous group - porosity 10-95 % - aggregate - low strength	1 – 50 μm	14 – 300 μm on target; up to mm-range parents	0.1 – 0.8 mm	~100 μm – 1 m dominant scatterers	dominating size distribution (diff. slope –2.5 to –3)	particle creating track A with multiple terminals or track B 1 – 100 μm
fluffy group - porosity >95 % - likely fractal - very low strength	fractal: 15 – 30 μm $D_f = 1.7 \pm 0.1$ constituent particles: < 1.5 μm	no indication	0.1 – 10 mm $D_f < 1.9$, ~23 % of GDS detections	not dominant scatterers	not excluded, consistent with moderate super- heating in normal activity	particle creating bulbous tracks (B for coupled, A* or C for fluffy GIADA detections), aluminium foil clusters. Up to 100 μm
solid group - porosity <10 % - consolidated - high strength	50 – 500 nm fragments collected on tip	CAI candidate and specular reflection 5 – 15 μm	0.15 – 0.5 mm ~4000 kg m^{-3}	no indication	outburst: temperature requires 0.1 μm particles	particle creating track A with single or multiple terminals, 10s of nm, 1 – 100 μm

TABLE 5.4 – Table récapitulatif des classifications des missions Rosetta et Stardust. Il montre les différentes tailles collectées et classées selon leur morphologie : poreux (porous group), fractal (fluffy group) ou compact (solid group). Tiré de Güttler et al. (2019).

$\Pi = \Delta v/c_g > 0.01$ avec Δv la différence de vitesse entre la poussière et le gaz (Carrera et al., 2015; Yang et al., 2017; Li & Youdin, 2021; Carrera & Simon, 2022), bien que des différences entre les conditions minimales pour déclencher l’instabilité soient encore sujettes à débat. Les simulations présentées section 5.2.2 et 5.4.2 montrent que les conditions pour le déclenchement de l’instabilité d’écoulement sont réunies dans la majorité des cas, même pour les grains compacts, dans le plan médian, proche de l’étoile. Pour les simulations avec grains compacts, comme la simulation GF-Si-comp-Vf20 montrée figure 5.15, ou avec des seuils de fragmentation faibles, un disque entre 10 et environ 100 ua répond aux conditions minimales. Cependant, ces simulations forment difficilement des grains millimétriques et sont donc incompatibles avec les observations.

Pour les disques avec un seuil de fragmentation plus élevé, avec ou sans disruption, les conditions sont réunies entre 10 et 20 ua, et entre 35 et 40 ua, soit des distances assez faibles et très restreintes. C’est le cas de la simulation GBFc-Si-a02-Vf20 présentée figure 5.16. La seule simulation où des grains millimétriques et centimétriques sont formés, et où les conditions sont atteintes entre 10 et 90 ua, est la simulation avec la ligne de gel GBFcS-Si-a02-Vf20 montrée figure 5.17. Cette figure montre plusieurs cartes du plan méridien (r, z) à $t = 150$ kyr. Le panneau en haut à gauche montre la taille s avec une coupure $\varepsilon \geq 0.5$, et montre une dominance de vert et jaune, soit des agrégats de l’ordre du millimètre ou plus, compatibles avec les observations. Le panneau en haut à droite montre le rapport poussière/gaz, et le même disque est à dominance rouge, soit des $\varepsilon \geq 0.5$ et $\varepsilon > 1$ dans le plan médian. Les panneaux du bas sont coloriés en fonction de Π à gauche et St à droite, et montrent que ces deux paramètres sont aussi dans les contraintes imposées. Dans cette simulation, on a dans le plan médian les conditions suivantes : $\Pi \in [0.01, 0.1]$, $\varepsilon \geq 0.5$ et $St \in [0.02, 0.15]$ entre 10 et 90 ua, sur une épaisseur entre 1 ua sur le bord interne à 6 ua sur le bord externe comme le montre le panneau en haut à gauche. Au travers de mes simulations, j’ai donc montré qu’il était possible, en utilisant un modèle de disque issue des observations et des valeurs réalistes pour modéliser la poussière, de concilier les observations cométaires et polarimétriques tout en obtenant les conditions pour le déclenchement de l’instabilité d’écoulement, dès lors que l’on prend en compte la porosité, les effets de compaction et les effets de ligne de gel.

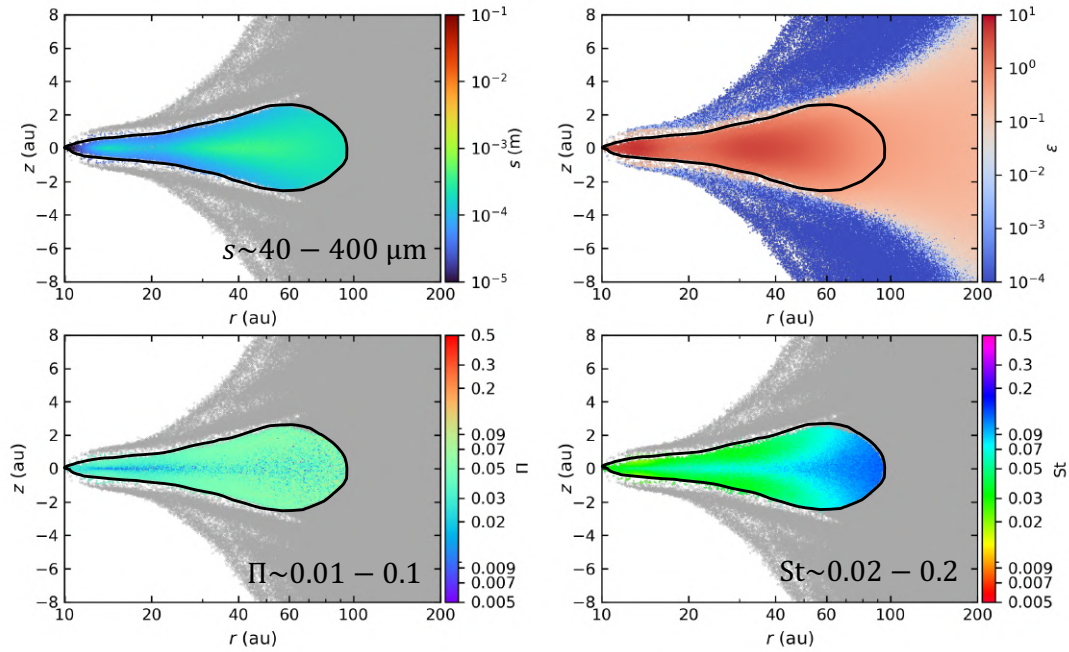


FIGURE 5.15 – Simulation GF-Si-comp-Vf20 montrant les paramètres s , ε , Π et St compatibles avec le déclenchement de l’instabilité d’écoulement dans le plan (r, z) . Pour les panneaux en haut à gauche et en bas, seule la région avec $\varepsilon \geq 0.5$ est mise en évidence, et entourée en noir. Les régions ne respectant pas ce critère sont grisées. Les valeurs minimum et maximum obtenues dans la simulation et respectant $\varepsilon \geq 0.5$ sont indiquées en bas à droite.

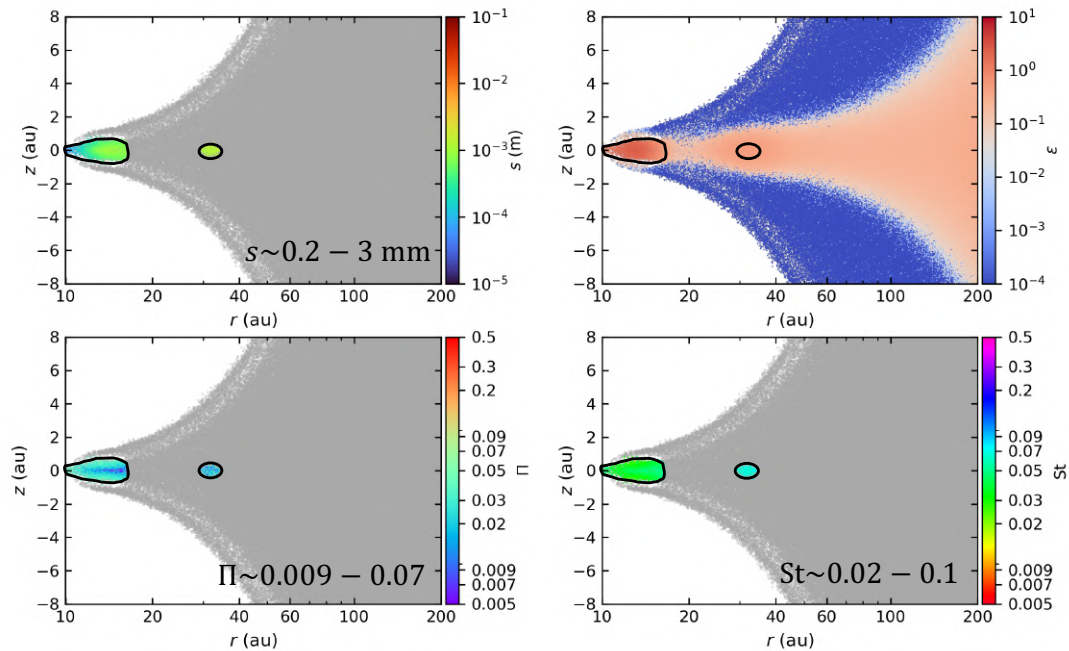


FIGURE 5.16 – Même chose que la figure 5.15 pour la simulation GBFc-Si-a02-Vf20.

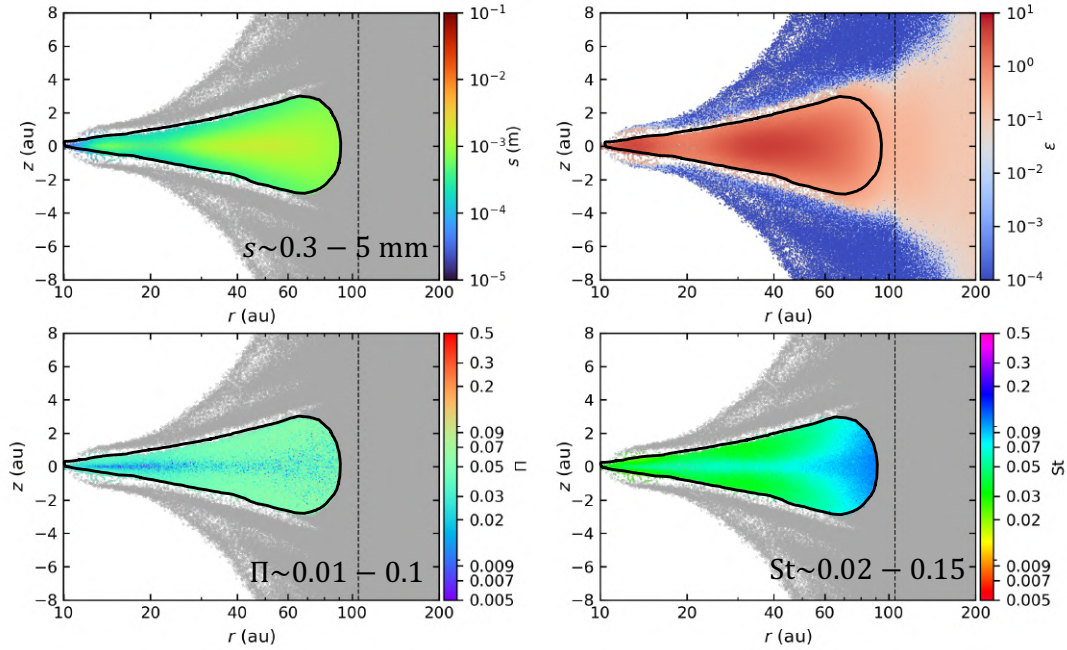


FIGURE 5.17 – Même chose que la figure 5.15 pour la simulation GBFcS-Si-a02-Vf205.

5.8 Limitations

Grâce à l'utilisation d'un code 1D et d'un code 3D, les principales limitations sont intrinsèquement liées aux modèles utilisés. Pour PAMDEAS, plusieurs limitations viennent de son caractère unidimensionnel, limitations levées grâce à PHANTOM. De même, si l'évolution du gaz n'est pas prise en compte en 1D, elle l'est en 3D. En revanche, le modèle de croissance est le modèle mono-disperse dans les deux cas (Stepinski & Valageas, 1996). Les simulations 3D utilisent le formalisme mono-fluide, dans lequel l'approximation de vitesse terminale empêche de pouvoir calculer correctement l'évolution de la poussière lorsqu'elle se découple du gaz. Cependant, les simulations deux-fluides (un de gaz et un de poussière), beaucoup plus longues, devraient permettre de montrer si la poussière peut effectivement se découpler. De plus, les simulations mono-fluides ne montrent pas la formation de pièges à poussière auto-induits, tandis que d'anciennes simulations deux-fluides³ montraient ce mécanisme (Michoulier & Gonzalez, 2022a). Les futures simulations deux-fluides devraient permettre de vérifier la présence de ces pièges. Le modèle de fragmentation n'est cependant pas totalement cohérent. En effet, le seuil de fragmentation est une valeur prédéfinie et fixée. Or, le seuil de fragmentation devrait dépendre de la taille et de la porosité des grains. Garcia (2018) a testé un modèle avec un seuil variable sans grand succès. Il n'existe en revanche aucun modèle ou étude qui permette de tirer des relations entre ce seuil de fragmentation et la porosité des agrégats. Un modèle cohérent est donc nécessaire pour mieux comprendre la fragmentation des agrégats et l'influence que cela pourrait avoir sur l'évolution des grains de poussière.

3. Ces simulations ne sont pas présentées car plusieurs artefacts numériques sont présents.

Chapitre 6

Influence de la rupture par rotation

Highly organized research is
guaranteed to produce nothing new.

Dune, Frank Herbert.

Récemment, [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) ont proposé une nouvelle barrière à la croissance de la poussière : la rupture par rotation¹. Ils trouvent que les grains sont détruits par le couple induit par le gaz sur la poussière lorsque les grains sont très poreux, avant leur découplage avec le gaz. Dans [Michoulier & Gonzalez \(2022b\)](#), nous utilisons le code PAMDEAS pour explorer l'espace des paramètres afin de comprendre dans quelles circonstances la rupture par rotation est importante. Cette section est très largement inspirée des résultats de [Michoulier & Gonzalez \(2022b\)](#) pour les résultats 1D, tandis que les résultats 3D font suite à l'étude 1D, en incluant les différents phénomènes (fragmentation, compaction, rebond) en plus de la rupture par rotation.

6.1 Setup numérique

Nous choisissons d'utiliser deux modèles de disque : le modèle MMSN ([Hayashi, 1981](#)) et le modèle STD (table 2.1). La masse de l'étoile est fixée à $M_* = 1 M_\odot$, la masse totale du disque MMSN est de $M_{\text{disc}} = 0.022 M_\odot$, celle du disque STD de $M_{\text{disc}} = 0.0103 M_\odot$. Nous négligeons pour l'étude 1D la rétroaction de la poussière sur le gaz, comme le rapport poussière/gaz ε est maintenu constant et que l'évolution de chaque grain est faite séparément. Pour étudier les effets de la rupture par rotation, j'ai choisi d'étudier les effets de la taille des monomères a_0 avec différents paramètres de viscosité turbulente α_{ss} . J'ai donc choisi deux tailles de monomères : $a_0 = 0.1$ et $1 \mu\text{m}$, tailles compatibles avec les mesures effectuées sur des comètes ou déduites d'observations ([Güttler et al., 2019](#); [Tazaki & Dominik, 2022](#)), qui sont aussi les mêmes que celles utilisées par [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#), facilitant les comparaisons. Ces tailles de monomères sont différentes de la valeur de $0.2 \mu\text{m}$ donnée par [Tazaki & Dominik \(2022\)](#) et [Tazaki et al. \(2023\)](#) puisque ces travaux sont antérieurs. La taille $a_0 = 0.1 \mu\text{m}$ des monomères est la valeur de référence, et on mentionnera la taille des monomères seulement si c'est nécessaire. J'ai choisi d'utiliser deux espèces différentes très présentes dans les disques : la glace d'eau et les silicates. Les paramètres des grains de glace d'eau sont les mêmes que dans le chapitre 5.1, soit $\rho_s = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\gamma_s = 0.1 \text{ J.m}^{-2}$. La distance critique de déplacement est différente, car on utilise des monomères $a_0 = 0.1 \mu\text{m}$. J'ai choisi $\xi_{\text{crit}} = 8 \text{ \AA}$, valeur identique utilisée par [Wada et al. \(2011\)](#) et [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#), et un seuil de fragmentation de $v_{\text{frag, H}_2\text{O}} = 15 \text{ m.s}^{-1}$ (p.ex. [Gonzalez et al., 2015](#), voir aussi Sect. 3.1.2). Pour les grains de silicates, la densité intrinsèque et le module de young sont les mêmes : $\rho_s = 2,700 \text{ kg.m}^{-3}$

1. que l'on appellera aussi 'disruption' par anglicisme

TABLE 6.1 – Comparaison des propriétés des agrégats de glace d’eau lorsqu’ils sont détruits par la rupture par rotation, entre [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) et mes travaux.

R (au)	a_0 (μm)	m (kg)	ϕ	s (m)	St	ω_c (rad.s^{-1})	S (Pa)
Tatsuuma & Kataoka (2021)							
5	0.1	4×10^4	4×10^{-4}	30	0.1	7×10^{-2}	0.5
10	0.1	1×10^5	3×10^{-4}	50	0.1	4×10^{-2}	0.3
10	1	2×10^4	2×10^{-3}	10	0.07	9×10^{-2}	0.6
50	0.1	6×10^3	7×10^{-5}	30	0.06	4×10^{-2}	0.02
Mes travaux							
5	0.1	6×10^3	3×10^{-4}	17	0.1	1.1×10^{-1}	0.29
10	0.1	1.1×10^4	2×10^{-4}	23	0.1	7.5×10^{-2}	0.16
10	1	2.1×10^3	1.2×10^{-3}	7	0.06	1.4×10^{-1}	0.35
50	0.1	1.6×10^3	5.7×10^{-5}	19	0.06	5×10^{-2}	0.015

et $\mathcal{E} = 72$ GPa, mais l’énergie de surface est $\gamma_s = 0.3$ J.m $^{-2}$ ([Yamamoto et al., 2014](#)) au lieu de $\gamma_s = 0.2$ J.m $^{-2}$. Cette dernière valeur, plus faible mais plus réaliste, a fait l’objet de discussions. Un seul seuil de fragmentation a été utilisé : $v_{\text{frag, Si}} = 10$ m.s $^{-1}$ au lieu de 1 m.s $^{-1}$. Les valeurs plus élevées de $v_{\text{frag, Si}}$ n’ont pas été prises en compte. On suppose que les énergies de surface et les seuils de fragmentation ne dépendent pas de la taille des monomères (voir Sect. 3.1.2). La turbulence est un paramètre clé de la vitesse relative v_{rel} entre les grains à l’impact, car dans notre modèle de croissance, la vitesse relative lors d’une collision dépend de la turbulence $v_{\text{rel}} \propto \sqrt{\alpha_{\text{ss}}}$. J’ai donc supposé un large éventail de paramètres de turbulence, allant de $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$ à 5×10^{-6} . Enfin, l’efficacité force-couple γ_{ft} , soit l’efficacité avec laquelle la force de l’écoulement différentiel du gaz induit un couple sur le grain, est égale à $\gamma_{\text{ft}} = 0.1$, valeur de référence utilisée par [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#).

Dans le cas des simulations 3D, les paramètres sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre 5.1. Pour la rupture par rotation, j’utilise l’équation (3.78) de [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) avec $\gamma_{\text{ft}} = 0.1$.

6.2 Le cas du modèle MMSN

Pour comprendre simplement l’importance de la rupture par rotation, j’ai d’abord lancé des simulations dans lesquelles les grains sont statiques, c’est-à-dire que leur position est maintenue fixe dans le disque. Les grains peuvent grossir, mais ne peuvent pas fragmenter, jusqu’à atteindre la barrière de disruption. Tout d’abord, comparons les résultats que j’ai obtenus avec ceux de [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#), donnés dans le tableau 6.1, qui montre les propriétés des agrégats lorsqu’ils sont détruits par la disruption, pour une position fixe dans le disque, avec deux tailles de monomères différentes. Pour mieux pouvoir comparer nos résultats avec [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#) qui négligent la turbulence, on adopte une turbulence très basse de $\alpha_{\text{ss}} = 10^{-10}$. Le tableau 6.1 montre que nos agrégats sont détruits à des masses et tailles un peu plus faibles, car le facteur de remplissage et donc la résistance maximale à la traction sont plus petits d’une part, et d’autre part, ω_c et donc la contrainte de traction S sont plus grandes. Les différences sont probablement dues à notre modèle de croissance, qui utilise l’approximation mono-disperse, et probablement aussi au fait que l’on calcule v_{drift} à chaque pas de temps, alors

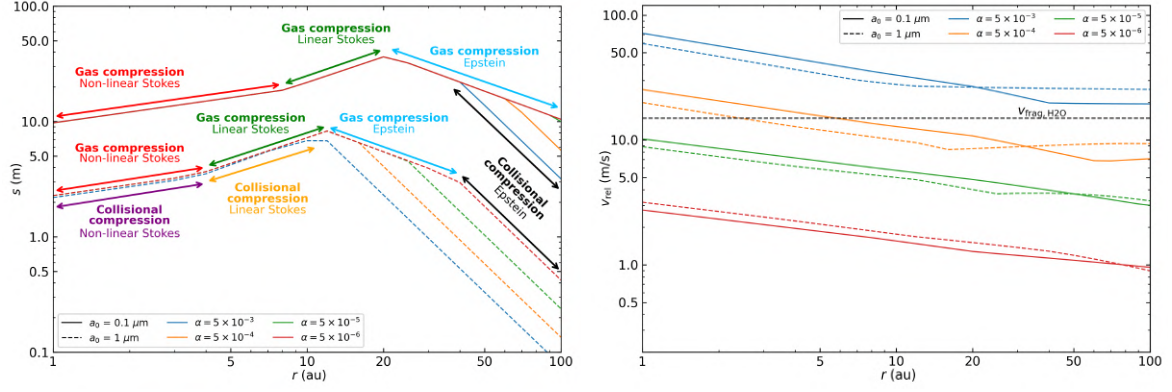


FIGURE 6.1 – La taille maximum des agrégats (gauche) et vitesse relative entre les grains (droite) avant la rupture par rotation pour différents paramètres de viscosité turbulente α_{ss} et différentes tailles de monomère a_0 pour de la glace d'eau dans un disque MMSN. La ligne en tiret noir donne pour référence le seuil typique de fragmentation pour la glace d'eau.

que v_{drift} est constant pour [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#), ce qui augmente légèrement Δv et donc ω_c . Cependant, les ordres de grandeur sont corrects.

J'ai ensuite réalisé des simulations avec $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-6}$, 5×10^{-5} , 5×10^{-4} et 5×10^{-3} , et pour $a_0 = 0.1$ et $1 \mu\text{m}$, avec des grains à des positions fixes allant de R_{in} à R_{out} . La figure 6.1 (gauche) montre la taille des grains lorsqu'ils sont détruits par la disruption en fonction de la distance à l'étoile r . On remarque que les agrégats constitués de monomères de $1 \mu\text{m}$ sont détruits plus tôt durant leur croissance que leurs homologues avec des monomères de $0.1 \mu\text{m}$. Les grains sont donc plus affectés par la rupture par rotation quand la taille du monomère augmente, comme précédemment montré par [Tatsuuma & Kataoka \(2021\)](#). Quatre pentes différentes peuvent être identifiées dans chaque cas. Elles correspondent au régime de compression et de traînée des grains lors de leur destruction. En prenant la courbe de la figure 6.1 (gauche) pour $a_0 = 1 \mu\text{m}$ et $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-6}$, les grains sont, de R_{in} à R_{out} , dans le régime de compression par le gaz avec respectivement comme régime de traînée : Stokes non-linéaire, Stokes linéaire puis Epstein pour les trois premières pentes, et le régime de compression par collision dans le régime d'Epstein pour la quatrième pente. Ceci est valide pour tous les cas excepté $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-3}$ et $a_0 = 1 \mu\text{m}$, pour lequel la compression par le gaz n'est jamais atteinte entre 1 et 10 ua (voir courbe en tiret bleu figure 6.1). À la place, les agrégats sont toujours détruits dans le régime de compression par collision.

La turbulence ne joue un rôle que dans les régions externes du disque, c'est-à-dire dans le cas du régime de compression par collision, puisque le régime de compression par le gaz ne dépend pas du paramètre de turbulence α_{ss} à travers Δv (pour être précis, $|v_{\text{visc}}/v_{\text{drift}}| \sim \alpha_{ss}$ - voir Annexe C de [Gonzalez et al. 2017](#)). La contribution de v_{visc} par rapport à celle de v_{drift} dans les équations (2.129) et (2.130) est respectivement de l'ordre de $\alpha_{ss} \cdot \text{St}$ et α_{ss}/St , et est négligeable pour la gamme de St simulée (environ 0.1 à 1) correspondant aux tailles maximales atteintes dans les simulations. Une augmentation de la turbulence mène à une disruption plus précoce pendant la croissance d'un agrégat, ce qui tronque la zone dans le plan "r-s" dans laquelle la poussière peut croître jusqu'au mètre ou plus. Cela est dû au fait qu'avec un paramètre de viscosité turbulent α plus élevé, donc une vitesse relative v_{rel} plus grande (équations 3.4 et 3.5), la compression par collision est plus efficace. À grande distance r , seule la compression par collision est

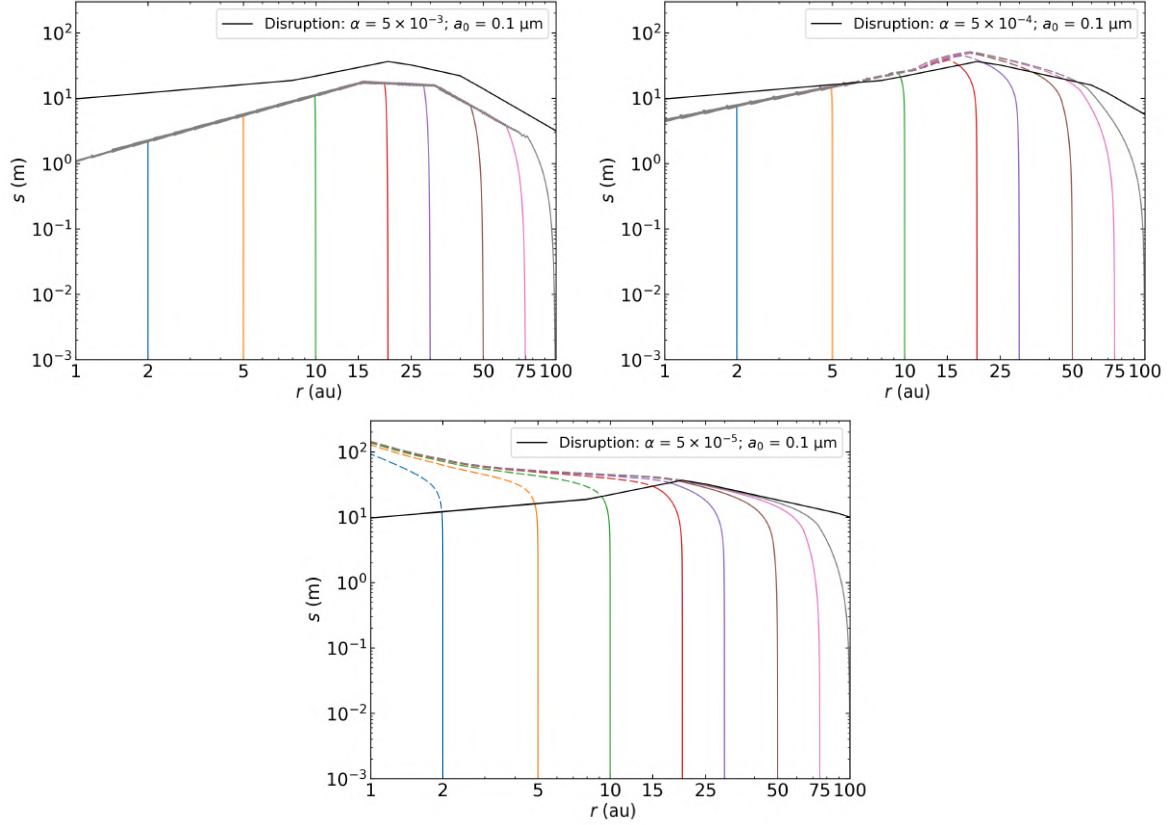


FIGURE 6.2 – Évolution de la position et de la taille de grains de glace d’eau à de multiples positions initiales pour trois paramètres de viscosité turbulente $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-5}$ (de gauche à droite) et $a_0 = 0.1 \mu\text{m}$ dans le cas du modèle de disque MMSN. La ligne noire indique la barrière de rupture par rotation. Les lignes en tiret montrent l’évolution au delà de la rupture par rotation lorsqu’elle n’est pas incluse.

responsable de la compaction des agrégats. Dans les régions internes, c’est la compression par le gaz, indépendamment de α_{ss} . En revanche, il y a toujours une dépendance vis-à-vis de a_0 puisque cela affecte directement la compacité des grains et leur aptitude à résister à la compression. La figure 6.1 (droite) montre la vitesse relative entre les grains lorsqu’ils sont détruits. Ceci nous permet de déterminer si les grains sont détruits par la fragmentation ou la disruption. Le seuil typique de fragmentation pour la glace d’eau est tracé pour référence. Pour une forte turbulence ($\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$), on peut en déduire que les agrégats vont être détruits par la fragmentation avant d’être détruits par la disruption. Au contraire, pour $\alpha_{\text{ss}} \leq 5 \times 10^{-5}$, seule la rupture par rotation compte. Entre les deux, les grains sont détruits par la fragmentation entre 5 et 10 ua (ligne jaune au dessus du seuil de fragmentation) et par la disruption dans le reste du disque (ligne jaune en dessous du seuil). De façon surprenante, la taille des monomères n’a pas une très grande influence sur la vitesse relative des grains au moment de leur destruction par la disruption. De même, les différentes pentes correspondent aux différents régimes de compression. Donc, pour une très faible viscosité turbulente, la rupture par rotation est donc responsable de la destruction des agrégats. Quand α_{ss} est de l’ordre de 10^{-2} à 10^{-3} , ce n’est plus vrai et la fragmentation est également présente (en accord avec l’équation (36) de [Tatsuuma & Kataoka, 2021](#)), et selon α_{ss} et la position dans le disque, le sort final du grain est

différent. Jusqu'ici, nous n'avons pas tenu compte de l'évolution radiale de la poussière dans le disque, car les positions étaient maintenues fixes. La figure 6.2 montre l'évolution des grains en taille, avec différentes positions initiales dans le disque, en tenant compte de la dérive radiale. Dans ces simulations, les agrégats ont la possibilité de croître, de se fragmenter, de dériver radialement, mais la rupture par rotation n'est pas incluse dans leur évolution. Ceci afin de comprendre dans quelles conditions les agrégats peuvent grossir au-delà de la limite de disruption et si l'inclusion de cette rupture change radicalement l'évolution de la poussière. Conformément aux résultats précédents, les grains ne sont détruits que par la fragmentation dans le cas où $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$. Les agrégats croissent depuis la taille d'un monomère, puis dérivent lentement au fur et à mesure que St s'approche de 1, ce qui entraîne une augmentation de v_{rel} qui dépasse rapidement le seuil de fragmentation. Ensuite, un équilibre entre le taux de croissance et de fragmentation est atteint. Comme les grains se fragmentent à des tailles où St est plus grand que $\approx 10^{-2}$, la dérive radiale est rapide et tous les grains sont accrétés par l'étoile avant d'atteindre la limite de disruption. Lorsque $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-4}$, la fragmentation est toujours présente, mais seulement dans les régions internes, entre 1 et 6-7 ua. Plus loin, les grains sont détruits par la disruption, car v_{rel} n'est pas assez grand. Dans le cas où $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-5}$, la viscosité turbulente et donc la vitesse relative entre les agrégats sont trop faibles pour permettre aux grains de se fragmenter. Les grains croissent à des positions fixes jusqu'à $\approx 10^{-2}$ puis dérivent vers l'étoile jusqu'à franchir la limite de disruption, où ils sont détruits (ligne noire sur la figure 6.2, les lignes en tiret montrent l'évolution des grains si l'on ne tient pas compte de la rupture par rotation). On observe qualitativement la même évolution dans le cas d'agrégats constitués de monomères de taille $a_0 = 1 \mu\text{m}$ (voir Fig.B.1).

6.3 Effet de la composition des grains dans le disque STD

On considère, dans le reste de cette section, le modèle STD, qui correspond mieux aux observations des disques. J'ai donc choisi ici d'étudier les effets de la rupture par rotation pour deux matériaux différents : la glace d'eau, décrite dans la section précédente 6.2, et les silicates, un autre matériau très commun dans les disques, afin de comprendre dans quelle proportion un changement de matériau a un impact significatif sur la limite entre fragmentation et disruption. De même que la figure 6.1, la figure 6.3 montre la barrière de la disruption en termes de taille (gauche) et de vitesse relative v_{rel} pour des grains de glace d'eau en fonction de la distance de l'étoile. On observe les mêmes tendances que dans le modèle de disque MMSN, c'est-à-dire qu'un α_{ss} plus élevé mène à une disruption à des tailles plus petites comparé au cas où α_{ss} est plus petit, et où des tailles de plusieurs dizaines de mètres peuvent être atteintes dans une grande partie du disque pour des tailles de monomères de $0.1 \mu\text{m}$. Les différentes pentes sur la figure 6.3 sont les mêmes que sur la figure 6.1, dues aux différentes transitions entre les régimes de compression par collision ou par le gaz, mais décalées vers les petits r . Il est à noter que le régime de compression par le gaz dans le régime de Stokes non-linéaire n'apparaît pas pour $a_0 = 1 \mu\text{m}$ quel que soit le paramètre de viscosité turbulente choisi. De plus, les grains sont détruits lorsqu'ils sont toujours dans le régime de compression par collision pour $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$, et pour $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-4}$ contrairement à la figure 6.1. De même, la vitesse relative ne dépend pas fortement de la taille des monomères a_0 . En raison d'une densité intrinsèque plus élevée, les grains de silicates sont plus compacts que les grains de glace d'eau pour une

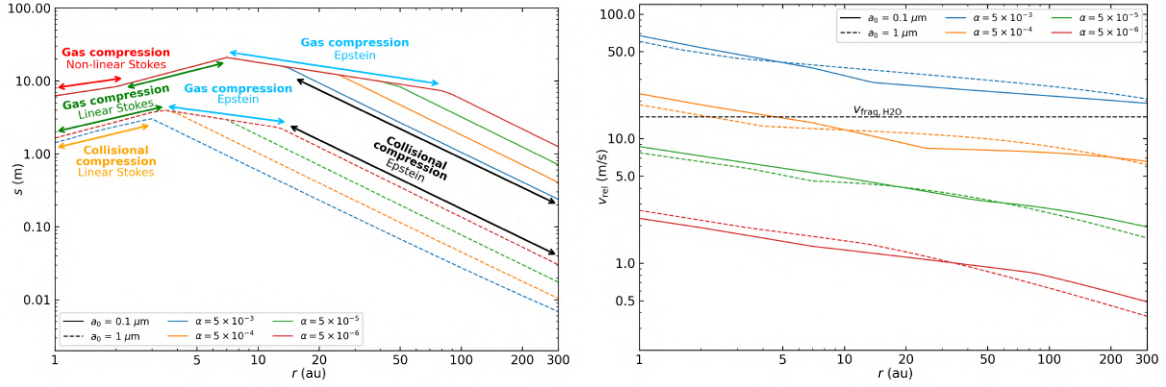


FIGURE 6.3 – Môme chose que la figure 6.1 pour des grains de glace et le disque STD.

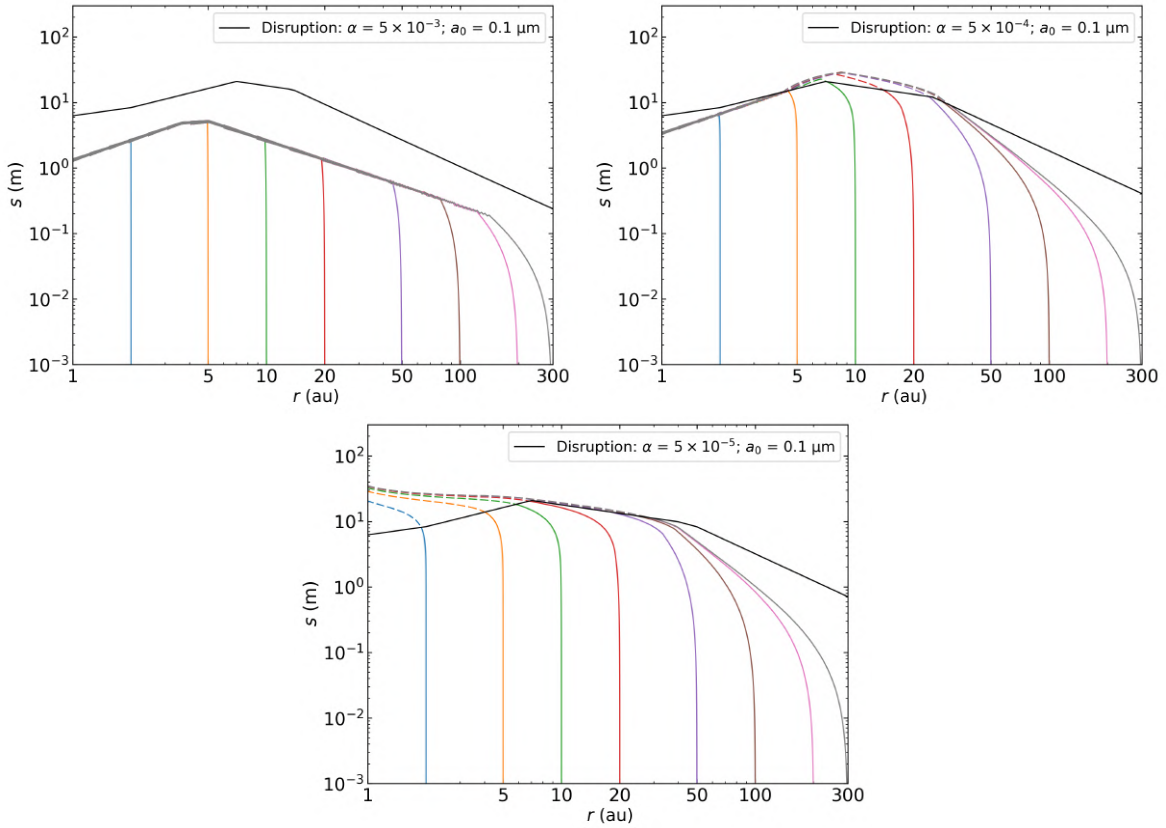


FIGURE 6.4 – Môme chose que la figure 6.2 pour des grains de glace d'eau et un disque STD.

masse donnée, car ϕ dépend de ρ_s , ce qui signifie des tailles plus petites. Malgré cela, la limite de la disruption est similaire à celle de l'eau. Cependant, on note que les grains de silicates sont détruits à des tailles plus petites d'un facteur deux à trois par rapport à la glace d'eau (voir figure B.2). Si l'on tient maintenant compte de l'évolution spatiale de la poussière, la composition du grain a un impact significatif.

Les figures 6.4 et 6.5 montrent l'évolution des grains, respectivement, de glace d'eau ou de silicates, à différentes positions initiales dans le disque, en tenant compte de la dérive radiale. Pour la glace d'eau (figure 6.4), on observe le même comportement que dans la figure 6.2. La barrière de disruption prévaut sur la fragmentation et la dérive radiale pour $\alpha_{\text{ss}} \leq 5 \times 10^{-5}$. Les agrégats dérivent radialement jusqu'à franchir la limite de rupture

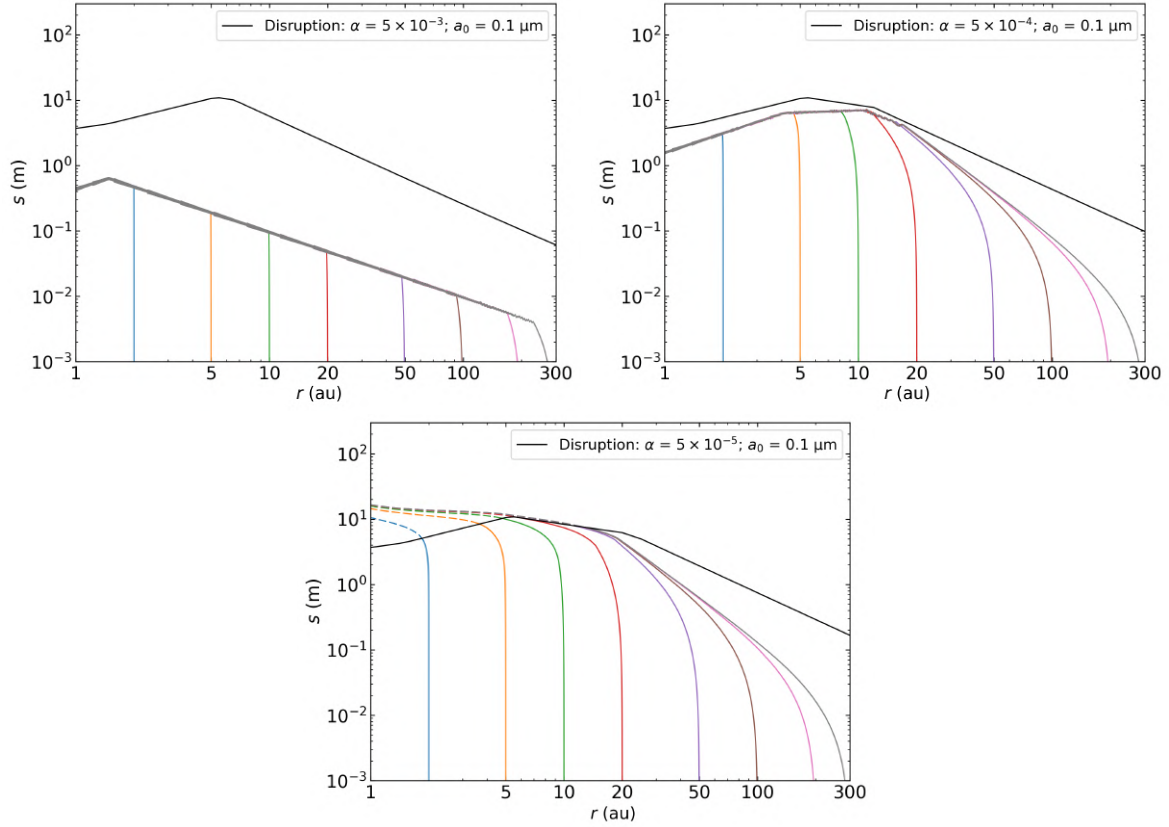


FIGURE 6.5 – Même chose que figure 6.4 pour des grains de silicates et un disque STD.

et sont alors détruits. La fragmentation et la rupture par rotation sont en compétition pour $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-4}$, avec les grains proches de l'étoile ($r \leq 5$ ua) qui sont détruits par la fragmentation, et détruits par la disruption sinon à une plus grande distance. La taille maximum atteinte par les grains est divisée par un facteur deux ou moins si l'on tient compte de la disruption. En revanche, la rupture par rotation est inefficace lorsque la turbulence α_{ss} est de 5×10^{-3} . Dans le cas des silicates (figure 6.5), la fragmentation est toujours plus efficace que la rupture par rotation quand elle est présente, même lorsque les grains sont proches de la rupture vers 15–20 ua pour $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-4}$. Lorsque la turbulence est encore plus basse, soit $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-5}$, on retrouve la situation dans laquelle les grains dérivent vers l'étoile et sont détruits durant leur dérive par la disruption. Comme les agrégats de silicates ont une densité intrinsèque plus élevée, ils dérivent aussi plus tôt et plus rapidement dans leur croissance que ceux de glace d'eau en raison d'un St plus grand, ce qui explique pourquoi les grains atteignent plus difficilement la limite de disruption. L'évolution des grains de glace d'eau (figure B.3) ou de silicates (figure B.4) constitués de monomères $a_0 = 1 \mu\text{m}$ n'est pas différente. Pour la glace d'eau et $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-4}$, la région dans laquelle opère la disruption est simplement plus étroite. Dans la région interne, la barrière de la fragmentation et la rupture par rotation sont très proches, ce qui signifie que les deux processus pourraient opérer en même temps. De même que sur la figure 6.4, négliger la disruption ne change la taille finale des grains que d'un facteur deux à trois. Pour les silicates et la glace d'eau avec $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-5}$, la taille maximum atteinte est du même ordre de grandeur que l'on néglige la disruption ou non, contrairement au cas avec $a_0 = 0.1 \mu\text{m}$.

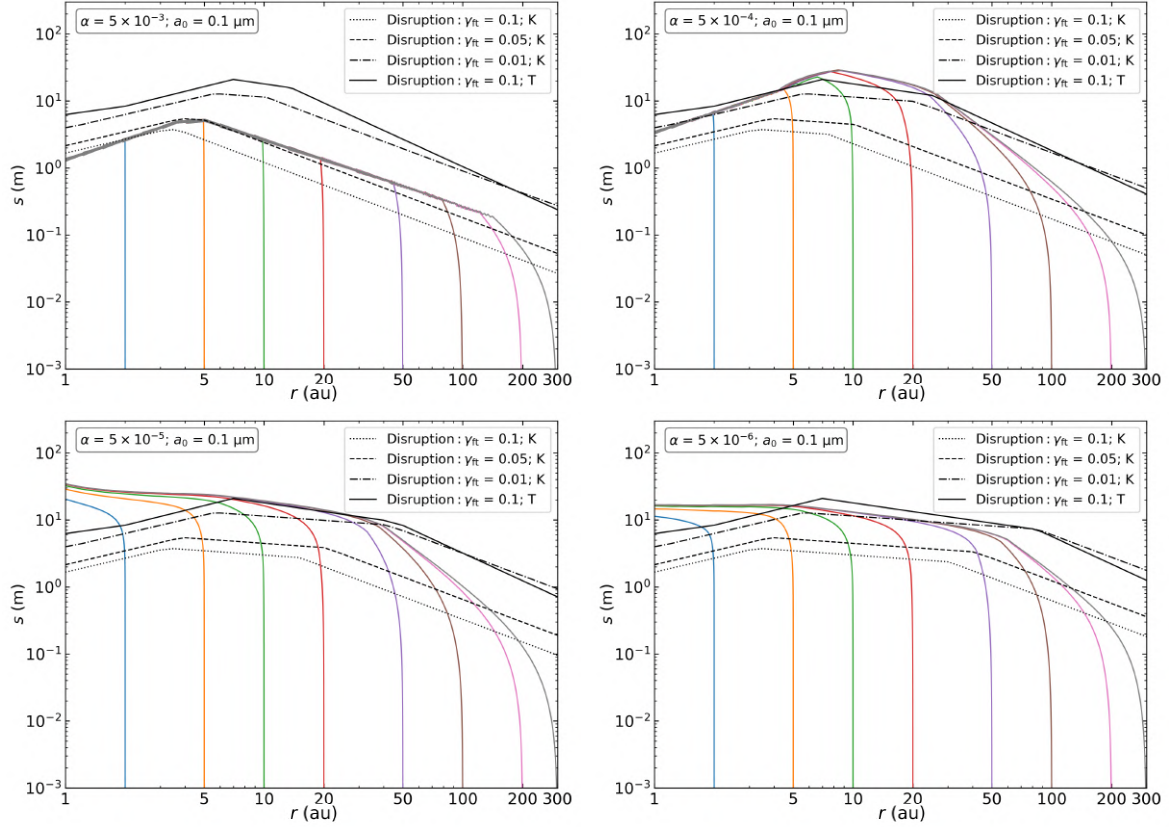


FIGURE 6.6 – Même chose que la figure 6.4 pour $\alpha = 5 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-6}$ (de gauche à droite et de haut en bas) pour le modèle de disque STD et des grains de glace d’eau. Les lignes noires sont les limites de disruption où “K” représente Kimura et al. (2020) avec l’équation (3.79) et “T” pour Tatsuuma & Kataoka (2021) avec l’équation (3.78).

6.4 Dépendance volumique de la résistance à la traction sur la rupture par rotation

J’ai décidé de m’intéresser à d’autres équations décrivant la résistance maximale à la traction en utilisant, à la place de l’équation (3.78), l’équation (3.79) donnée par Kimura et al. (2020). Comme la résistance maximale à la traction S_{\max} dépend du volume dans cette équation, on s’attend à ce que les grains soient détruits plus tôt durant leur croissance, comme $S_{\max} \propto V^{1/k}$ avec $k > 1$. Pour tester cela, on utilise de nouveau le modèle de disque STD avec des grains de glace d’eau et de silicates, tous les autres paramètres sont les mêmes. Tatsuuma & Kataoka (2021) utilisent d’autres valeurs pour γ_{ft} (qui est un paramètre libre par ailleurs), ce qui a une influence sur S_{\max} (équation 3.77). Tatsuuma & Kataoka (2021) a calculé, en utilisant l’équation (34) de Lazarian & Hoang (2007), une efficacité force-couple $\gamma_{ft} = 0.15$ compatible avec la valeur de référence. Mais d’autres valeurs, plus faibles, sont aussi possibles. J’ai donc choisi d’étudier la disruption pour la glace d’eau et les silicates pour trois valeurs de $\gamma_{ft} = 0.1; 0.05$ et 0.01 . Dans le cas de l’équation (3.78), pour des valeurs de $\gamma_{ft} = 0.05$ ou 0.01 , les simulations montrent que la barrière de rupture par rotation n’existe pas, peu importe la valeur de α_{ss} ou de a_0 (non montré). Ce qui n’est pas le cas avec l’équation (3.79), comme nous allons le voir. La figure 6.6 est similaire à la figure 6.4, mais cette fois, plusieurs limites de disruption

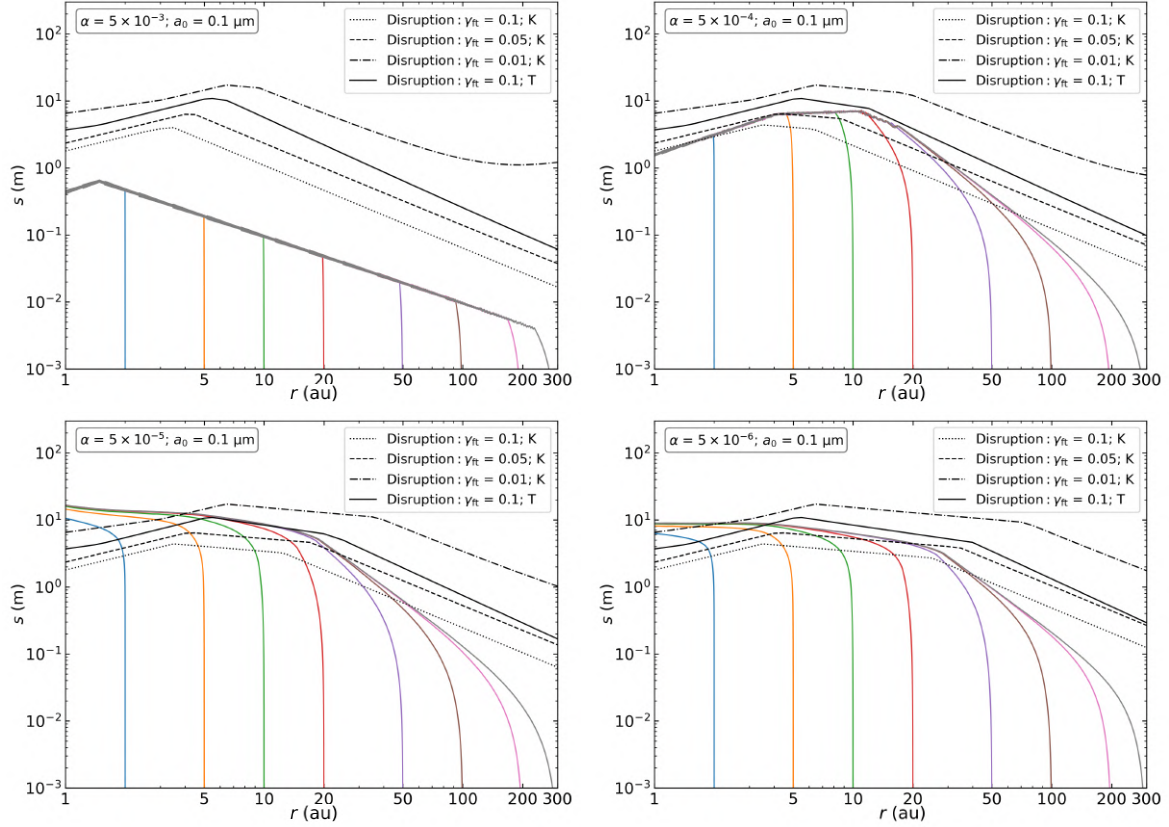


FIGURE 6.7 – Même chose que la figure 6.6 pour le disque STD et des grains de silicates.

sont tracées. Les trois premières sont les limites calculées en utilisant l'équation (3.79) avec $\gamma_{ft} = 0.1$, 0.05 et 0.01, et la dernière correspond à l'équation (3.78) avec $\gamma_{ft} = 0.1$. Avec l'équation (3.79), et la valeur de référence $\gamma_{ft} = 0.1$, les grains de glace d'eau sont détruits par la rupture par rotation peu importe le niveau de turbulence α_{ss} , avant qu'ils n'aient pu dériver vers l'étoile, excepté pour $\alpha_{ss} \geq 10^{-3}$ où la fragmentation intervient entre 1 et 3 ua.

Dans le cas des silicates (figure 6.7), la fragmentation est dominante pour $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-3}$, alors que la disruption prévaut à des paramètres de viscosité turbulente plus faibles. Par conséquent, dans le cas $\gamma_{ft} = 0.1$, la rupture par rotation est très restrictive, limitant sévèrement la taille des grains, et la disruption est clairement dominante. Si $\gamma_{ft} = 0.05$, la situation est la même pour la glace d'eau : la rupture par rotation détruit les agrégats dans chaque cas, excepté entre 1 et 5 ua pour $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-3}$. Entre 5 et 10 ua, les barrières de rupture par rotation et de fragmentation sont confondues, les grains peuvent être détruits par l'un ou l'autre des mécanismes. Cependant, pour les silicates, la fragmentation est dominante pour $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-3}$. Pour $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-4}$ et des grains de silicates, on observe le même comportement que celui vu à la figure 6.6 pour $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-3}$, soit des agrégats détruits par la fragmentation dans la région interne (1-3 ua), et une rupture par rotation dominante au-delà de 10 ua. Entre les deux, chaque barrière coexiste. Pour des valeurs plus petites que $\alpha_{ss} = 5 \times 10^{-4}$, le destin des agrégats est le même que celui de la glace d'eau : la disruption les détruit durant leur dérive radiale. Si l'efficacité force-couple est encore plus basse, $\gamma_{ft} = 0.01$, la rupture par rotation détruira toujours les grains de glace d'eau pour $\alpha_{ss} \leq 5 \times 10^{-4}$. En effet, l'évolution est la même que celle décrite à la section 6.3, pour les silicates et la glace d'eau.

Dans le cas des grains de glace d’eau avec des monomères $a_0 = 1 \mu\text{m}$ (voir figure B.5), la situation est légèrement différente. La fragmentation détruit toujours les grains pour $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$, même avec le plus grand γ_{ft} . Mais la rupture par rotation est toujours responsable de la destruction des grains pour les autres γ_{ft} et des α_{ss} plus petits. Pour les silicates et $a_0 = 1 \mu\text{m}$ (figure B.6), le comportement est similaire à celui avec $a_0 = 0.1 \mu\text{m}$. Cependant, il y a une différence entre les figures B.6 et 6.7 : pour $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-4}$, les grains ne sont plus détruits par la rupture par rotation pour $\gamma_{\text{ft}} = 0.05$. Il faut noter que la limite de disruption obtenue avec l’équation (3.78) et $\gamma_{\text{ft}} = 0.1$ est similaire à celle obtenue avec l’équation (3.79) et $\gamma_{\text{ft}} = 0.01$ pour la glace d’eau, et $\gamma_{\text{ft}} = 0.05$ pour les silicates. Le destin des grains est résumé pour chaque cas sur la figure 6.8.

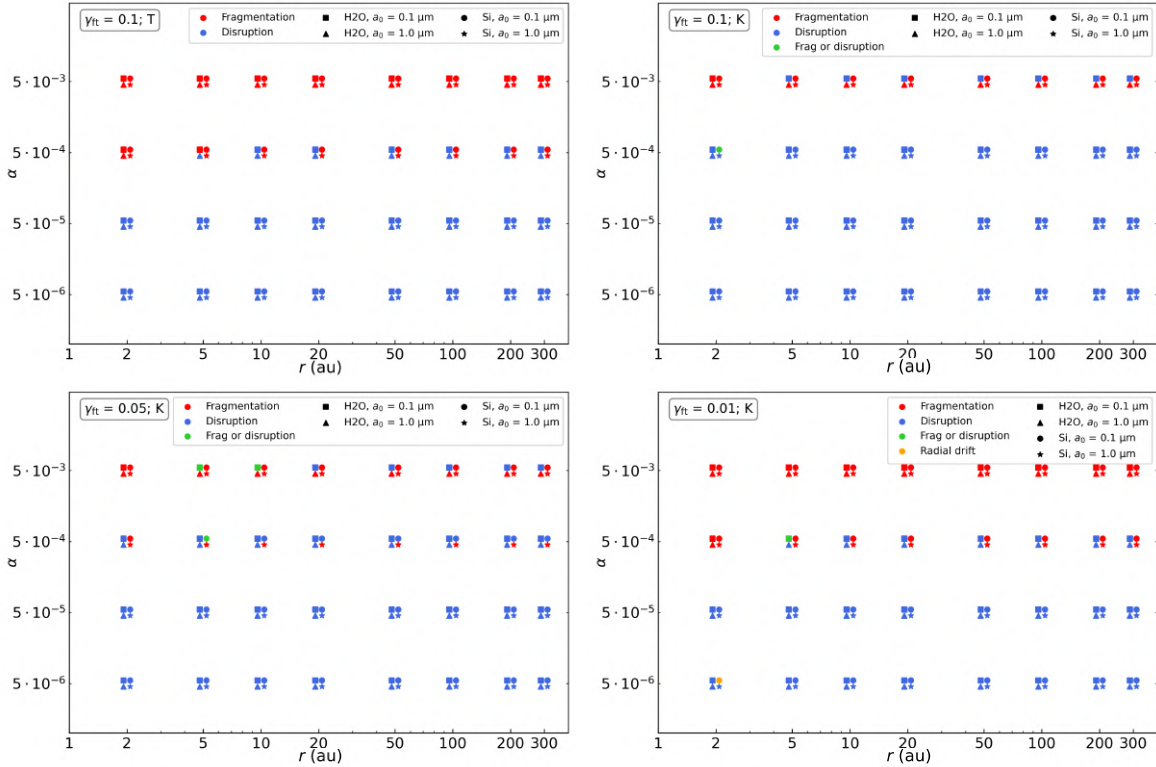


FIGURE 6.8 – Destin des grains selon leurs positions initiales dans le disque pour chaque paramètre de viscosité turbulente α_{ss} , avec $\gamma_{\text{ft}} = 0.1, 0.05$ and 0.01 , où “K” représente Kimura et al. (2020) avec l’équation (3.79) et “T” pour Tatsuuma & Kataoka (2021) avec l’équation (3.78).

6.5 Simulations 3D

Afin de vérifier si les effets 3D permettent à la rupture par rotation de se manifester, j’ai réalisé des simulations avec Phantom en incluant les différents phénomènes (fragmentation, compaction, rebond) en plus de la disruption. Cela fait suite à l’une des limitations de Michoulier & Gonzalez (2022b) et des sections 6.2 à 6.4 qui ne comportaient qu’une étude 1D du phénomène. Les simulations de disques 3D qui prendraient donc en compte l’évolution du gaz et de la poussière sont nécessaires pour comprendre plus en détail quand et où la rupture par rotation influence l’évolution de la poussière.

J'ai donc réalisé les simulations présentées dans la table 6.2, avec les mêmes paramètres que les simulations indiquées dans le chapitre 5.1. Le modèle de disque est donc quelque peu différent, ainsi que la taille des monomères prise à 0.2 au lieu de 0.1 μm et $\gamma_s = 0.2 \text{ J.m}^{-2}$ pour les silicates. Comme j'utilise l'équation de Tatsuuma & Kataoka (2021) dans PHANTOM, cela devrait avoir une faible influence. En effet, en prenant ces nouveaux paramètres, S_{max} devrait donc être plus grand d'un facteur deux, selon l'équation 3.78. Pour la rupture par rotation, on utilise la méthode citée à la fin de la section 3.2.4. Des simulations réalisées avec PAMDEAS avec les mêmes paramètres de disque que ceux

TABLE 6.2 – Liste des simulations réalisées avec PHANTOM. Le "G" signifie growth, "F" pour fragmentation, "B" pour bouncing, "c" pour compaction et "D" pour disruption. Toutes les simulations ont été réalisées avec le modèle de disque STD.

Nom	espèce	rebond & compaction	disruption	a_0 (μm)	v_{frag} (m.s^{-1})
GBFcD-Si-a02-Vf10	Si	oui	oui	0.2	10
GBFcD-Si-a02-Vf20	Si	oui	oui	0.2	20
GBFcD-H20-a02-Vf15	H2O	oui	oui	0.2	15

utilisés avec PHANTOM, présentés aussi chapitre 5.1, aucune ne montre de signe de rupture par rotation, et les profils sont rigoureusement identiques avec ou sans la disruption, et ce, même avec un seuil de 40 m.s^{-1} . La seule simulation 1D qui montre les effets de la disruption est le cas le moins favorable, avec l'équation de Kimura et al. (2020) et $\gamma_{\text{ft}} = 0.1$. Les conditions nécessaires pour l'apparition de la rupture par rotation dans le plan médian (ce que simule PAMDEAS) sont donc difficilement atteignables.

La figure 6.9 permet de comparer les simulations avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction sans disruption à gauche et avec à droite. Cette figure montre la taille des grains qui est donnée en fonction de la distance à l'étoile, la couleur indiquant le facteur de remplissage ϕ . Les panneaux du haut et du milieu correspondent aux simulations avec silicates et $v_{\text{frag, Si}} = 10$ et 20 ms, les panneaux du bas correspondent aux simulations avec glace d'eau. La figure 6.10 permet, elle, de montrer les mêmes simulations, mais dans le plan (r, z) .

Pour les simulations GBFc-Si-a02-Vf10 (haut gauche) et GBFcD-Si-a02-Vf10 (haut droite), on observe très peu de différences, ce qui est attendu puisque le seuil de fragmentation est trop petit. En effet, la rupture par rotation n'apparaît qu'à des vitesses relatives plus grandes et donc des tailles plus grandes. Néanmoins, son effet apparaît pour les grains des couches intermédiaires (entre la surface et le plan médian) appauvries en poussières, ce qui correspond pour le temps $t = 300$ kyr aux zones bleues à $r > 50$ ua (figures 6.9 et 6.10), où on remarque plus de petits grains quand la disruption est activée. On peut noter la présence de la valeur de masse minimum lors de la disruption qui correspond à un taille d'environ 1 μm . Néanmoins, la disruption est parfaitement négligeable dans ce cas et n'influence pas la taille des grains dans les régions enrichies en poussière (indiquées par la couleur rouge).

Pour les simulations GBFc-Si-a02-Vf20 (milieu gauche) et GBFcD-Si-a02-Vf20 (milieu droite), la disruption détruit aussi les grains des couches intermédiaires, mais empêche cette fois l'enrichissement en poussière du plan médian. Comme la densité en poussière est un peu plus faible, les grains ne grossissent pas autant que dans le cas sans disruption. Ceci est visible pour les grains entre 70 et 500 ua à $t = 50 - 200$ kyr, dans les zones blanches ($\varepsilon = 10^{-2}$) et légèrement rougeâtres ($\varepsilon = 10^{-1}$), où les tailles atteintes sont

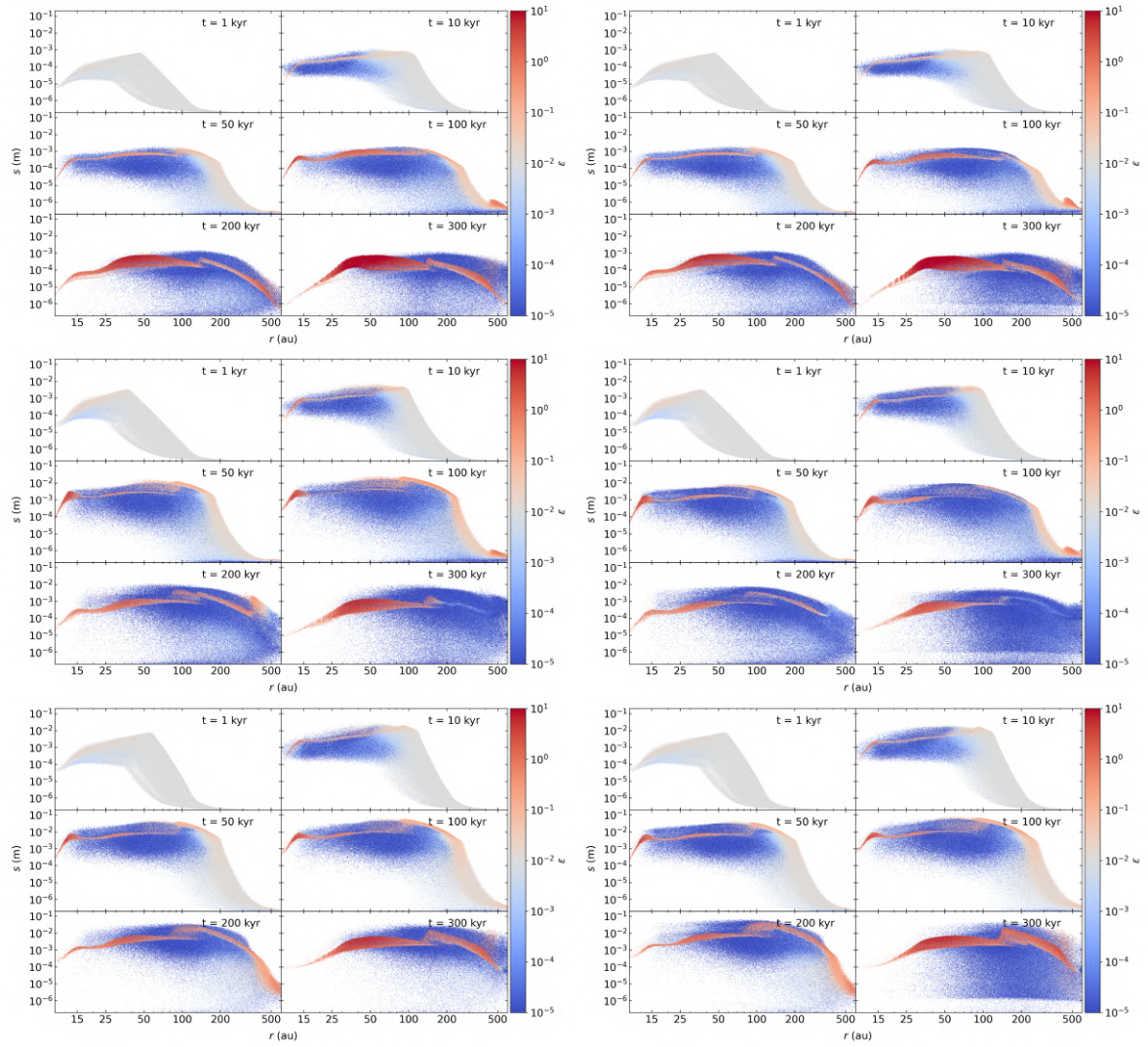


FIGURE 6.9 – Comparaison entre les simulations avec croissance, rebond et fragmentation avec compaction, sans rupture par rotation à gauche et avec à droite. La taille des grains est donnée en fonction de la distance à l'étoile, la couleur indique le rapport poussière/gaz. Les panneaux du haut et du milieu correspondent aux simulations avec silicates et $v_{\text{frag, Si}} = 10$ et 20 m.s^{-1} , les panneaux du bas correspondent aux simulations avec glace d'eau.

de 3 cm sans disruption et de 1 cm avec. La disruption ralentit donc la sédimentation des grains en les détruisant durant leur chute vers le plan médian (couche intermédiaire correspondant aux zones blanches à $t = 50 - 300$ kyr figure 6.10). Lorsque la disruption devient bien visible en diminuant fortement la taille des grains, cela se passe dans un milieu déjà appauvri en poussière, qui correspond aux zones bleues à $t = 300$ kyr à $r > 50$ ua (figure 6.9), et n'influence donc plus le plan médian. Cela est identifiable par la présence de la valeur de masse minimum lors de la disruption. Ces simulations montrent aussi figure 6.9 un disque de poussière dans le plan médian moins enrichi, moins étendu radialement et plus fin à grande distance dans le cas avec rupture par rotation (droite) à $t = 300$ kyr avec un rapport poussière/gaz de 0.5 au lieu de 1 – 3

Enfin, pour l'eau, soit les simulations GBFc-H2O-a02-Vf15 (bas gauche) et GBFcD-H2O-a02-Vf15 (bas droite), la disruption n'a aucun effet sur la taille des grains de poussière, même si comme dans le cas de la simulation GBFcD-Si-a02-Vf20, elle détruit les grains des couches intermédiaires dans la région externe, soit les zones blanche et légèrement rougeâtre pour $t = 50 - 200$ kyr sur les figures 6.9 et 6.10. En effet, la croissance des grains de glace d'eau est très rapide et permet de contrebalancer en grande partie la rupture par rotation. À 200 kyr, c'est même le contraire qui se produit. Le fait d'avoir retardée la sédimentation des grains a permis de conserver plus de poussière dans la région externe, ce qui permet à la poussière d'atteindre des tailles de 1 – 2 cm de plus que lorsque la disruption n'est pas prise en compte. Enfin, c'est à $t = 300$ kyr que l'effet est vraiment visible puisque contrairement à la simulation sans disruption, on observe beaucoup de petits grains entre 200 et 600 ua même dans les zones plus denses en poussières, alors que la disruption devient bien visible, détruisant efficacement les agrégats, mais toujours dans un milieu très appauvri en poussière, soit les zones bleues à $t = 300$ kyr à $r > 50$ ua (figure 6.9), et n'influence donc plus du tout le plan médian.

Bien que la rupture par rotation soit effective et visible, notamment à $t = 300$ kyr, elle apparaît dans les couches intermédiaires déjà partiellement ou totalement appauvries en poussière. Cela peut par exemple retarder la sédimentation des grains ce qui peut limiter, ou au contraire augmenter légèrement la taille des grains dans les régions externes. Cependant, de façon générale, la disruption n'a que peu d'effets sur la taille des grains du plan médian et leur évolution dans le disque, la fragmentation et la compaction dominant largement la croissance et la destruction des grains.

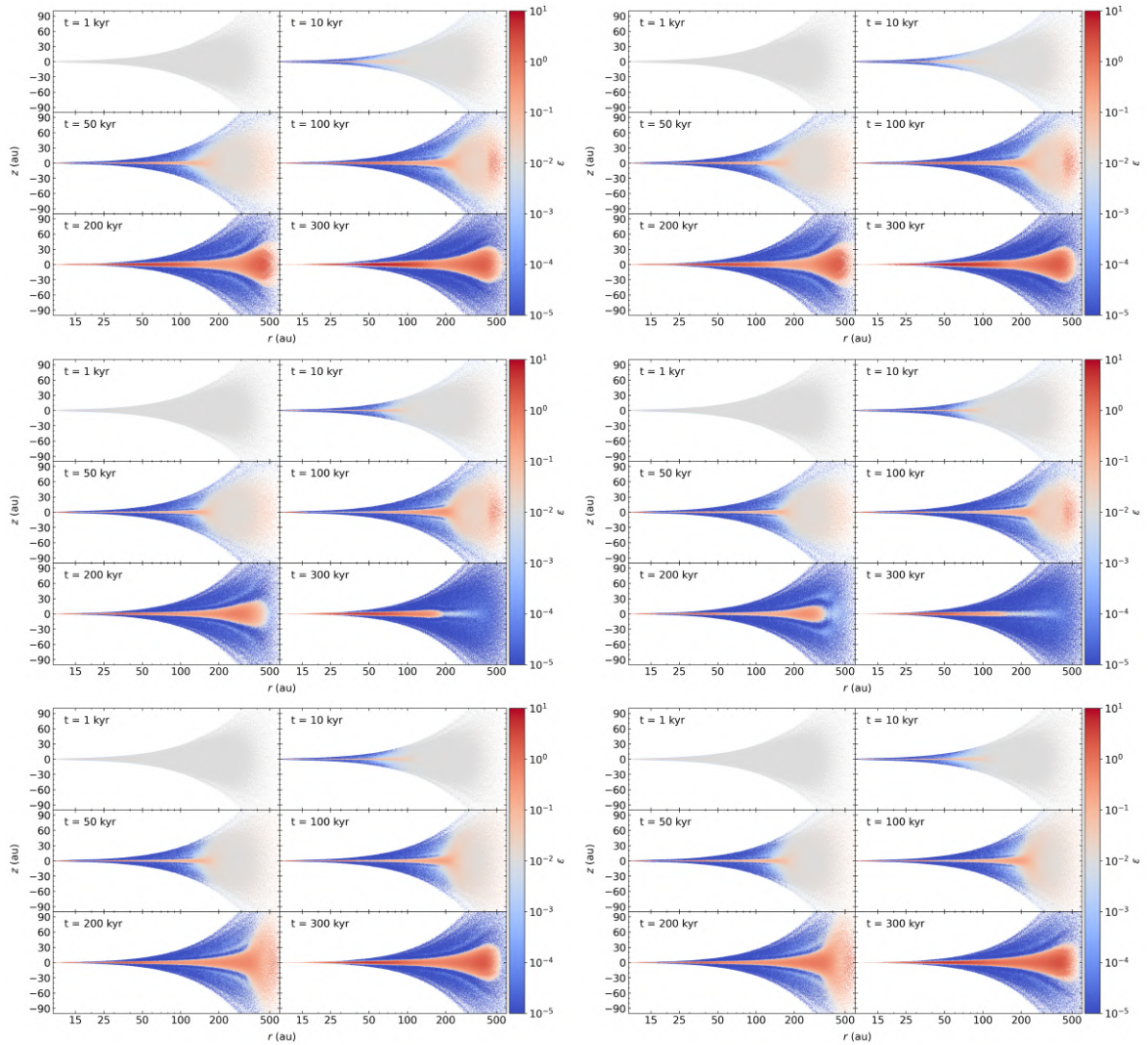


FIGURE 6.10 – Même simulations que dans la figure 6.9. Le rapport poussière/gaz est donnée dans le plan (r, z) , le gris clair en arrière plan indique l'épaisseur du disque de gaz.

6.6 Discussion

6.6.1 Limitations

Les simulations 1D de cette étude comportent plusieurs limitations qui proviennent de la nature unidimensionnelle (direction radiale uniquement) de PAMDEAS. On simule aussi un disque en loi de puissance stationnaire, où l'évolution du gaz est négligée, et l'évolution des grains est réalisée de manière indépendante. Ces limitations ont été levées avec l'utilisation de PHANTOM. Les différences entre les résultats de [Tatsumi & Kataoka \(2021\)](#) et les nôtres sont probablement dues à la façon dont on modélise la porosité et le modèle de croissance associé. [Suyama et al. \(2008\)](#), [Okuzumi et al. \(2009\)](#), [Kataoka et al. \(2013\)](#) et [Tatsumi & Kataoka \(2021\)](#) résolvent l'équation de Smoluchowski ([Smoluchowski, 1916](#)), tandis que PAMDEAS et PHANTOM utilise l'approximation mono-disperse. Contrairement à [Kataoka et al. \(2013\)](#), [Tatsumi & Kataoka \(2021\)](#) ne prennent pas en compte la compression par collision, puisqu'il est nécessaire pour cela de calculer des

quantités hydrodynamiques liées au gaz autour de leurs agrégats. Nous avons réintroduit la compression par collision durant la croissance des grains qui dépend du régime de traînée et du nombre de Stokes, via les équations (2.113), (2.110a), (2.110b) et l’algorithme présenté à l’Annexe A de Garcia & Gonzalez (2020). Enfin, il n’y a pas à l’heure actuelle d’étude portant sur le nombre de fragments et leur distribution en taille pour un grain détruit par la rupture par rotation, ce qui nous empêche de déduire la taille du plus gros agrégat après destruction. Avoir une prescription sur la distribution en taille des fragments nous permettrait de modéliser de façon cohérente la disruption.

6.6.2 Influence de la formulation de la résistance maximum à la traction et de l’efficacité force-couple

On a montré que la dépendance volumique de la résistance à la traction avait des effets importants sur l’évolution des grains, en les détruisant plus ou moins prématurément durant leur croissance pour un γ_{ft} donné. La formulation donnée par Kimura et al. (2020) restreint davantage la taille maximale des grains lorsque la fragmentation n’est pas efficace, c’est-à-dire pour les faibles α_{ss} . Bien que la rupture par rotation soit dominante dans le cas des disques faiblement turbulents, que ce soit avec les équations (3.78) et (3.79), la première équation résulte en des grains détruits seulement dans la région interne (où les lignes en couleur intersectent la ligne noire). La seconde a pour conséquence la destruction des grains dans tout le disque, avant que la dérive radiale ne soit efficace, comme on peut le voir sur les figures 6.6, 6.7, B.5, B.6. Cela change radicalement l’évolution des grains dans un disque protoplanétaire. L’efficacité force-couple est également un paramètre très important car il contrôle essentiellement quand les agrégats vont être détruits durant leur croissance. Tatsuuma & Kataoka (2021) a exploré l’importance de ce paramètre et a trouvé que les grains ne sont pas affectés par la turbulence pour des valeurs $\gamma_{ft} \leq 0.02$. Comme on l’a montré dans la section 6.4, plus γ_{ft} est grand, plus la disruption arrive tard dans la croissance des grains, car le gaz imprime moins de moment cinétique aux agrégats.

6.6.3 La rupture par rotation est elle négligeable ?

J’ai montré avec mes simulations que les grains pouvaient effectivement être détruits par la rupture par rotation, qui dépend du niveau de turbulence du disque et de la taille des monomères. Que ce soit dans le cas du disque MMSN ou STD, lorsque les grains peuvent dériver radialement, la barrière de la rupture par rotation est toujours présente pour $\alpha_{ss} \leq 5 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-5}$, pour les silicates ou la glace d’eau. Les grains dérivent radialement, puis franchissent la limite de disruption. Comme la fragmentation n’est pas présente, puisque v_{rel} est trop petit même pour les gros grains, la rupture par rotation n’est pas négligeable. Pour des valeurs de α_{ss} très élevées, seule la fragmentation détruit les agrégats. En fait, pour des valeurs $\alpha \geq 5 \times 10^{-4}$, les tailles atteintes par les agrégats sont qualitativement les mêmes. La rupture par rotation peut donc être négligée dans ce cas.

On a aussi montré que la formulation de la résistance maximale à la traction avait un impact. En utilisant l’équation de Kimura et al. (2020), la rupture par rotation n’est pas négligeable, en particulier pour la glace d’eau. En revanche, des valeurs faibles de γ_{ft} rendent la disruption inefficace pour les silicates. La prise en compte de la rupture par rotation dépend aussi de la valeur du seuil de fragmentation. J’ai choisi de n’utiliser

qu'une valeur de seuil de fragmentation pour chaque espèce, mais d'autres valeurs sont aussi valables. En effet, un seuil de fragmentation élevé permettra aux grains de croître quasiment librement, et le processus qui détruira les agrégats sera, même pour $\alpha_{\text{ss}} \leq 5 \times 10^{-3}$, la rupture par rotation. À l'inverse, un seuil très bas inhibera la croissance des grains tôt dans leur évolution, et ce, même pour des paramètres de viscosité turbulente plus faibles, rendant la disruption inefficace.

Lorsque les effets 3D sont pris en compte avec des simulations globales de disques avec gaz et poussières, et $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$, les effets de la rupture par rotation apparaissent très faibles. En effet, excepté la simulation GBFcD-Si-a02-Vf20 où les effets apparaissent faiblement à $t = 200 - 300$ kyr, la disruption apparaît comme plutôt négligeable car elle a assez peu d'influence sur l'évolution des grains. Néanmoins, il est probable qu'à des paramètres de viscosité turbulente plus faibles, son effet se manifeste plus distinctement, particulièrement à grande distance. Cependant, cet effet ne sera visible que dans les couches intermédiaires. En effet, la compaction due à la fragmentation permet aux agrégats d'être beaucoup plus résistants vis-à-vis de la rupture par rotation, qui se trouve justement avoir lieu dans le plan médian, à moins que les seuils de fragmentation soient eux aussi élevés. Je conclus donc que la rupture par rotation est négligeable dans le cas de mes simulations avec $\alpha_{\text{ss}} = 5 \times 10^{-3}$, au vu de la complexité ajoutée dans PHANTOM.

Conclusion

Live long and prosper !.

Spock, Star Trek.

Moi, je m'en fous, si on me force à y retourner, je retiens ma respiration jusqu'à ce qu'on arrête de me forcer à y retourner.

Kaamelott, Alexandre Astier.

La coagulation des poussières sous-micrométriques jusqu'aux planètes dans la théorie de la formation planétaire est confrontée à de nombreuses barrières. La fragmentation, la rupture par rotation et la dérive radiale sont autant de problèmes que la poussière doit surmonter pour survivre suffisamment longtemps afin de former des planétésimaux, des corps rocheux kilométriques qui donneront naissance ultérieurement aux planètes. Comme nous l'avons vu, de nombreuses solutions ont été proposées pour expliquer la formation des planétésimaux. Beaucoup de ces solutions font appel à des conditions particulières, notamment la présence préalable de grosses poussières ayant sédimenté dans le plan médian. Toutefois, il n'existe pas encore de réponse claire quant à la manière dont ces conditions peuvent être obtenues. En effet, si la croissance jusqu'à quelques microns est relativement simple, il est beaucoup plus difficile pour les grains de s'accroître jusqu'à des tailles millimétriques ou plus, alors que les observations font justement état de la présence de grains millimétriques. La dérive radiale rapide empêche les grains de rester dans le disque et de grossir. Par conséquent, il est nécessaire de mettre en place des mécanismes capables de piéger la poussière et d'interrompre son accretion par l'étoile. De plus, à mesure que les grains gagnent en masse, les collisions peuvent entraîner la destruction des agrégats par fragmentation.

Dans ce manuscrit, j'ai d'abord introduit le contexte (chapitre 1), dans lequel ma thèse s'inscrit, en présentant la théorie de la formation planétaire dans son ensemble, de la formation des disques dans les régions de formation stellaire à la théorie de la formation du système solaire. J'ai présenté les différentes barrières qui entravent la coagulation de la poussière ainsi que les différentes solutions envisagées, telles que les instabilités hydrodynamiques. Dans le chapitre 2, j'ai présenté une modélisation simple d'un disque permettant d'étudier la structure hydrodynamique radiale et verticale du gaz, sa structure thermique et son évolution visqueuse selon les modèles développés au cours des dernières décennies. J'ai également abordé les mécanismes physiques sous-jacents à l'évolution des disques protoplanétaires (chapitre 2.3), ainsi que la dynamique de la poussière dans les disques protoplanétaires.

J'ai étudié l'influence de la porosité (chapitre 3), en poursuivant les travaux de Gar-

cia (2018) et en ajoutant de nouvelles contraintes à la coagulation de la poussière. J’ai également introduit l’érosion éolienne des grains, qui s’est avérée sans conséquence pour la survie des grains (chapitre 3.1.3), étant donné qu’elle ne se produit que très près de l’étoile, à moins de 1 ua. De plus, compte tenu des seuils de fragmentation typiques, la fragmentation est toujours plus efficace que l’érosion.

J’ai retravaillé le modèle de rebond en cherchant à réduire le nombre de paramètres (chapitre 3.2.2) et j’ai introduit un modèle de compaction lors de la fragmentation (chapitre 3.2.3), élément manquant dans l’étude de Garcia (2018). J’ai également décrit le modèle de rupture par rotation introduit par Tatsuuma & Kataoka (2021), qui permet la destruction des agrégats même en l’absence de collisions. Afin de comprendre l’évolution couplée de tous ces phénomènes, j’ai développé un nouveau module pour prendre en compte l’évolution de la porosité dans le code SPH PHANTOM (chapitre 4). J’ai d’abord présenté le formalisme SPH et la manière de traiter la poussière. J’ai également implémenté un module permettant de calculer implicitement la friction entre le gaz et la poussière (chapitre 4.4.3), bien que je ne l’aie pas utilisé en raison de sa lenteur par rapport à la méthode explicite, puisque le schéma ne fonctionne pas avec les pas de temps indépendants. Enfin, j’ai présenté un code 1D que j’ai entièrement développé, PAMDEAS (chapitre 4.8), permettant de comprendre de manière simple l’évolution de quelques grains de poussière dans un disque en loi de puissance stationnaire, en fonction de la physique souhaitée.

Dans le chapitre 5, j’ai réalisé plusieurs simulations de disques protoplanétaires en faisant varier la porosité, la compaction, l’espèce constitutive du grain et le seuil de fragmentation. La formation de grains de tailles millimétriques ne pose pas de problème majeur. Le principal facteur limitant reste le seuil de fragmentation. Dans le chapitre 5.2, j’ai démontré que la porosité permet la formation de grains millimétriques à centimétriques en-dessous de 100 ua, avec des masses bien plus importantes que celles des grains compacts, et ce, que l’on prenne ou non en compte les processus de compaction. Lors de leur évolution, les disques de poussière dans les régions internes sont d’ailleurs aussi minces que ceux constitués de grains compacts, tandis que leur épaisseur est plus importante dans les régions externes. Cependant, les facteurs de remplissage obtenus ne sont pas compatibles avec les observations, qui montrent des grains beaucoup plus compacts dans les régions internes. J’ai ensuite comparé PAMDEAS à PHANTOM et démontré que les prédictions du code 1D étaient relativement proches de celles des simulations 3D, même si l’évolution du disque de gaz et les effets collectifs sont négligés. Enfin, dans le chapitre 5.4, les simulations ont montré que malgré la compaction lors de la fragmentation et le rebond, des grains de plusieurs centaines de microns sont atteints. Dans le cas de référence, des grains millimétriques sont formés, avec les facteurs de remplissage compatible aux observations ($\phi \in [0.1; 1]$). Toutefois, seule la simulation avec une ligne de gel incluant la compaction présente des résultats compatibles avec les observations cométaires et polarimétriques et les conditions requises les plus contraignantes pour le déclenchement de l’instabilité d’écoulement. Cela ouvre la voie à une meilleure compréhension de l’évolution de la poussière dans les disques protoplanétaires, en montrant qu’il est possible de concilier les différentes observations avec les modèles théoriques de la formation planétaire lorsque l’évolution de la porosité, les effets de compaction et les lignes de gel sont pris en compte.

Dans le chapitre 6, j’ai étudié la rupture par rotation en m’appuyant sur les travaux de Tatsuuma & Kataoka (2021). L’objectif de cette étude était de comprendre l’importance de ce phénomène par rapport à la fragmentation. J’ai démontré que la rupture par rotation

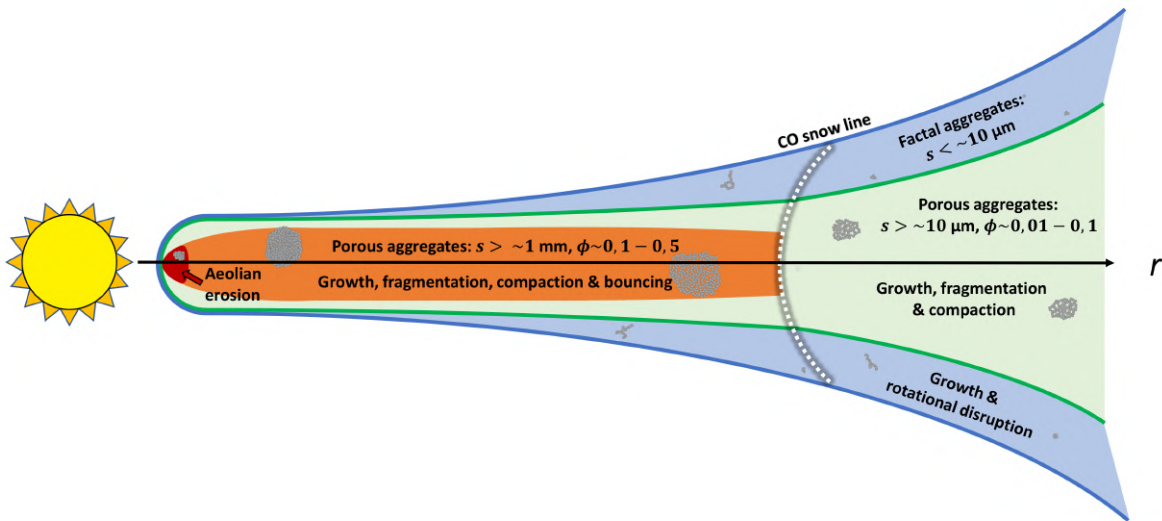


FIGURE 6.11 – Schéma synthétisant les différents processus physiques liés à la poussière vus et étudiés dans cette thèse.

n'est pas significative dans les disques turbulents, où la fragmentation détruit relativement facilement les grains. En revanche, pour les disques peu visqueux, la fragmentation cède la place à la rupture par rotation, qui détruit les agrégats pendant leur dérive vers l'étoile. J'ai étudié l'importance de la résistance maximale à la traction et de sa dépendance volumique, ainsi que son impact sur la rupture par rotation des grains. Les simulations 3D avec une viscosité turbulente élevée ont montré des signes de rupture par rotation dans les couches intermédiaires du disque, lorsque les agrégats sont en train de sédimenter dans les régions externes. On peut synthétiser les différents mécanismes intervenant dans l'évolution des grains et leur importance dans un disque avec la figure 6.11.

En conclusion, il reste encore de nombreuses pistes à explorer. Tout d'abord, le modèle n'est pas entièrement cohérent, car le seuil de fragmentation est considéré comme une constante. Une étude permettant de développer un modèle cohérent du seuil de fragmentation, qui serait un paramètre déduit des propriétés d'un grain en termes de composition, de facteur de remplissage et de taille donnée, pourrait améliorer notre compréhension des grains qui se fragmentent et de leur évolution au sein d'un disque. L'impact des lignes de gel en lien avec les différents phénomènes physiques apparaît également très intéressant et mériterait d'être approfondi. Enfin, toutes les simulations 3D pourraient servir à la génération d'images synthétiques, ce qui permettrait une comparaison plus précise avec les observations. Cette approche contribuerait à mieux cerner les valeurs à exclure, ce qui renforcerait notre compréhension des observations, améliorerait les modèles et les simulations numériques, et nous permettrait d'obtenir une description plus précise des phénomènes en jeu et de leur importance.

Bibliographie

- André P., 2002, in Bouvier J., Zahn J.-P., eds, EAS Publications Series Vol. 3, EAS Publications Series. pp 1–38, [doi:10.1051/eas:2002043](https://doi.org/10.1051/eas:2002043)
- Andrews S. M., et al., 2018, [ApJ](#), **869**, L41
- Arakawa S., Okuzumi S., Tatsuuma M., Tanaka H., Kokubo E., Nishiura D., Furuichi M., Nakamoto T., 2023, [arXiv e-prints](#), p. [arXiv:2306.04070](#)
- Armitage P. J., 2020, References, 2 edn. Cambridge University Press
- Armitage P. J., Eisner J. A., Simon J. B., 2016, [ApJ](#), **828**, L2
- Auffinger J., Laibe G., 2018, [MNRAS](#), **473**, 796
- Balbus S. A., Hawley J. F., 1991, [ApJ](#), **376**, 214
- Ballabio G., Dipierro G., Veronesi B., Lodato G., Hutchison M., Laibe G., Price D. J., 2018, [MNRAS](#), **477**, 2766
- Barge P., Sommeria J., 1995, [A&A](#), **295**, L1
- Barrière-Fouchet L., Gonzalez J.-F., Murray J. R., Humble R. J., Maddison S. T., 2005, [Astronomy and Astrophysics](#), **443**, 185
- Bate M. R., 2022, [MNRAS](#), **514**, 2145
- Bell K. R., Cassen P. M., Klahr H. H., Henning T., 1997, [ApJ](#), **486**, 372
- Béthune W., Lesur G., Ferreira J., 2016, [A&A](#), **589**, A87
- Bhandare A., Kuiper R., Henning T., Fendt C., Flock M., Marleau G.-D., 2020, [A&A](#), **638**, A86
- Birnstiel T., Dullemond C. P., Brauer F., 2010, [A&A](#), **513**, A79
- Blum J., Wurm G., 2000, [Icarus](#), **143**, 138
- Blum J., Wurm G., 2008, [ARA&A](#), **46**, 21
- Boss A. P., 1998, *Earth Moon and Planets*, **81**, 19
- Brauer F., Dullemond C. P., Henning T., 2008a, [A&A](#), **480**, 859
- Brauer F., Henning T., Dullemond C. P., 2008b, [A&A](#), **487**, L1
- Calvet N., Muzerolle J., Briceño C., Hernández J., Hartmann L., Saucedo J. L., Gordon K. D., 2004, [AJ](#), **128**, 1294

- Carrera D., Simon J. B., 2022, [ApJ](#), 933, L10
- Carrera D., Johansen A., Davies M. B., 2015, [A&A](#), 579, A43
- Castillo-Rogez J. C., et al., 2020, [Astrobiology](#), 20, 269
- Chandrasekhar S., 1961, Hydrodynamic and hydromagnetic stability
- Chapman S., Cowling T. G., 1970, The mathematical theory of non-uniform gases. An account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases. Cambridge University Press
- Chiang E. I., Goldreich P., 1997, [ApJ](#), 490, 368
- Chokshi A., Tielens A. G. G. M., Hollenbach D., 1993, [ApJ](#), 407, 806
- Consolmagno G., Britt D., Macke R., 2008, [Chemie der Erde / Geochemistry](#), 68, 1
- Courant R., Friedrichs K., Lewy H., 1928, [Mathematische Annalen](#), 100, 32
- Cui C., Bai X.-N., 2022, [MNRAS](#), 516, 4660
- Cuzzi J. N., Dobrovolskis A. R., Champney J. M., 1993, [Icarus](#), 106, 102
- DeMeo F. E., Carry B., 2014, [Nature](#), 505, 629
- Dipierro G., Laibe G., 2017, [MNRAS](#), 469, 1932
- Dominik C., Tielens A. G. G. M., 1997, [ApJ](#), 480, 647
- Drażkowska J., Alibert Y., 2017, [A&A](#), 608, A92
- Drażkowska J., Windmark F., Dullemond C. P., 2014, [A&A](#), 567, A38
- Dubrulle B., Morfill G., Sterzik M., 1995, [Icarus](#), 114, 237
- Dullemond C. P., Dominik C., 2005, [A&A](#), 434, 971
- Epstein P. S., 1924, [Phys. Rev.](#), 23, 710
- Facchini S., et al., 2019, [A&A](#), 626, L2
- Fouchet L., Maddison S. T., Gonzalez J.-F., Murray J. R., 2007, [Astronomy and Astrophysics](#), 474, 1037
- Fromang S., Papaloizou J., 2006, [A&A](#), 452, 751
- Fulk D. A., Quinn D. W., 1996, [Journal of Computational Physics](#), 126, 165
- Gaia Collaboration et al., 2022, arXiv e-prints, p. [arXiv:2208.00211](#)
- Gammie C. F., 1996, [ApJ](#), 457, 355
- Garcia A., 2018, Theses, Université de Lyon, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01977317>
- Garcia A. J. L., Gonzalez J.-F., 2020, [MNRAS](#), 493, 1788

Gomes R., Levison H. F., Tsiganis K., Morbidelli A., 2005, [Nature](#), 435, 466

Gonzalez J.-F., Laibe G., Maddison S. T., Pinte C., Ménard F., 2015, [Planet. Space Sci.](#), 116, 48

Gonzalez J.-F., Laibe G., Maddison S. T., 2017, [MNRAS](#), 467, 1984

Gressel O., Turner N. J., Nelson R. P., McNally C. P., 2015, [ApJ](#), 801, 84

Grishin E., Rozner M., Perets H. B., 2020, [ApJ](#), 898, L13

Guidi G., et al., 2022, [A&A](#), 664, A137

Gullbring E., Hartmann L., Briceño C., Calvet N., 1998, [ApJ](#), 492, 323

Gunkelmann N., Ringl C., Urbassek H. M., 2016a, [A&A](#), 589, A30

Gunkelmann N., Ringl C., Urbassek H. M., 2016b, [A&A](#), 589, A30

Güttler C., Krause M., Geretshauser R. J., Speith R., Blum J., 2009a, [ApJ](#), 701, 130

Güttler C., Krause M., Geretshauser R. J., Speith R., Blum J., 2009b, [ApJ](#), 701, 130

Güttler C., et al., 2019, [A&A](#), 630, A24

Hansen B. M. S., 2009, [ApJ](#), 703, 1131

Hawley J. F., Balbus S. A., 1991, [ApJ](#), 376, 223

Hayashi C., 1981, [Progress of Theoretical Physics Supplement](#), 70, 35

Heim L.-O., Blum J., Preuss M., Butt H.-J., 1999, [Phys. Rev. Lett.](#), 83, 3328

Hoang T., Tram L. N., Lee H., Ahn S.-H., 2019, [Nature Astronomy](#), 3, 766

Huang J., et al., 2018, [ApJ](#), 869, L42

Hyodo R., Ida S., Charnoz S., 2019, [A&A](#), 629, A90

Ikoma M., Nakazawa K., Emori H., 2000, [ApJ](#), 537, 1013

Ilgner M., Nelson R. P., 2006, [A&A](#), 445, 205

Jacquet E., Balbus S., Latter H., 2011, [MNRAS](#), 415, 3591

Jeans J. H., 1902, [Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A](#), 199, 1

Johansen A., Youdin A., 2007, [ApJ](#), 662, 627

Johnson K. L., Kendall K., Roberts A. D., 1971, [Proceedings of the Royal Society of London Series A](#), 324, 301

Kanagawa K. D., Ueda T., Muto T., Okuzumi S., 2017, [ApJ](#), 844, 142

Kant I., 1798, Allgemeine naturgeschichte und theorie des himmels : oder Versuch von der verfassung und dem mechanischen ursprunge des ganzen weltgebⒸ·audes nach Newtonischen grundsⒸ·atzen abgehandelt, neue anfl. mit des herrn verfassers eignen neuen berichtigunge edn. Bei W. Webel, Zeitz

Kataoka A., Tanaka H., Okuzumi S., Wada K., 2013, [A&A](#), 557, L4

Kataoka A., et al., 2015, [ApJ](#), 809, 78

Kataoka A., Muto T., Momose M., Tsukagoshi T., Dullemond C. P., 2016, [ApJ](#), 820, 54

Kataoka A., Okuzumi S., Tazaki R., 2019, [ApJ](#), 874, L6

Kenyon S. J., Hartmann L., 1987, [ApJ](#), 323, 714

Kimura H., Wada K., Senshu H., Kobayashi H., 2015, [The Astrophysical Journal](#), 812, 67

Kimura H., et al., 2020, [MNRAS](#), 496, 1667

King A. R., Pringle J. E., Livio M., 2007, [MNRAS](#), 376, 1740

Kirchschlager F., Wolf S., 2014, [A&A](#), 568, A103

Klahr H. H., Bodenheimer P., 2003, [ApJ](#), 582, 869

Klein C. A., 2009, [Optical Engineering](#), 48, 113401

Kobayashi H., Tanaka H., 2010, [Icarus](#), 206, 735

Kretke K. A., Lin D. N. C., 2007, [The Astrophysical Journal](#), 664, L55

Krijt S., Ormel C. W., Dominik C., Tielens A. G. G. M., 2015, [A&A](#), 574, A83

Kwok S., 1975, [ApJ](#), 198, 583

Laibe G., Price D. J., 2012a, [MNRAS](#), 420, 2345

Laibe G., Price D. J., 2012b, [MNRAS](#), 420, 2365

Laibe G., Price D. J., 2014a, [MNRAS](#), 440, 2136

Laibe G., Price D. J., 2014b, [MNRAS](#), 444, 1940

Laibe G., Gonzalez J. F., Fouchet L., Maddison S. T., 2008, [A&A](#), 487, 265

Laibe G., Gonzalez J.-F., Maddison S. T., 2012, [Astronomy and Astrophysics](#), 537, A61

Laibe G., Gonzalez J.-F., Maddison S. T., Crespe E., 2014, [MNRAS](#), 437, 3055

Laplace P. S. m. d., 1813, Exposition du systeme du monde, 4.ed., rev. et augm. par l'auteur. edn. Mme ve Courcier, Paris

Larson R. B., 1981, [MNRAS](#), 194, 809

Lazarian A., Hoang T., 2007, [MNRAS](#), 378, 910

- Lebreuilly U., Vallucci-Goy V., Guillet V., Lombart M., Marchand P., 2023, [MNRAS](#), **518**, 3326
- Li R., Youdin A. N., 2021, [ApJ](#), **919**, 107
- Li S. J., Wang S. J., Miao B. K., Li Y., Li X. Y., Zeng X. J., Xia Z. P., 2019a, [Journal of Geophysical Research \(Planets\)](#), **124**, 2945
- Li R., Youdin A. N., Simon J. B., 2019b, [ApJ](#), **885**, 69
- Lodato G., Price D. J., 2010, [MNRAS](#), **405**, 1212
- Lodders K., 2003, [ApJ](#), **591**, 1220
- Lombart M., Laibe G., 2021, [MNRAS](#), **501**, 4298
- Lombart M., Hutchison M., Lee Y.-N., 2022, [MNRAS](#), **517**, 2012
- Lorén-Aguilar P., Bate M. R., 2014, [MNRAS](#), **443**, 927
- Loren-Aguilar P., Bate M. R., 2015a, [MNRAS](#), **453**, L78
- Lorén-Aguilar P., Bate M. R., 2015b, [MNRAS](#), **454**, 4114
- Lynden-Bell D., Pringle J. E., 1974b, [MNRAS](#), **168**, 603
- Lynden-Bell D., Pringle J. E., 1974a, [MNRAS](#), **168**, 603
- Macías E., Anglada G., Osorio M., Torrelles J. M., Carrasco-González C., Gómez J. F., Rodríguez L. F., Sierra A., 2017, [ApJ](#), **838**, 97
- Matsumura S., Pudritz R. E., 2003, [ApJ](#), **598**, 645
- Mayor M., Queloz D., 1995, [Nature](#), **378**, 355
- Meglicki Z., Wickramasinghe D., Bicknell G. V., 1993, [MNRAS](#), **264**, 691
- Meheut H., Casse F., Varniere P., Tagger M., 2010, [A&A](#), **516**, A31
- Meheut H., Keppens R., Casse F., Benz W., 2012, [A&A](#), **542**, A9
- Mellor M., Research C. R., (U.S.) E. L., 1974, A Review of Basic Snow Mechanics. U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, <https://books.google.fr/books?id=4PtMQwAACAAJ>
- Michoulier S., Gonzalez J. F., 2022a, in Richard J., et al., eds, SF2A-2022 : Proceedings of the Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics. Eds. : J. Richard. pp 323–324
- Michoulier S., Gonzalez J.-F., 2022b, [MNRAS](#), **517**, 3064
- Monaghan J. J., 1992, [Annual Review of Astronomy and Astrophysics](#), **30**, 543
- Monaghan J. J., 1997, [Journal of Computational Physics](#), **136**, 298
- Monaghan J., 2020, [European Journal of Mechanics - B/Fluids](#), **79**, 454

Monaghan J. J., Kocharyan A., 1995, *Computer Physics Communications*, 87, 225

Monaghan J. J., Lattanzio J. C., 1985, *A&A*, 149, 135

Morbidelli A., Levison H. F., Tsiganis K., Gomes R., 2005, *Nature*, 435, 462

Musiolik G., Teiser J., Jankowski T., Wurm G., 2016, *ApJ*, 827, 63

Nakagawa Y., Sekiya M., Hayashi C., 1986, *Icarus*, 67, 375

Nakamura A. M., Yamane F., Okamoto T., Takasawa S., 2015, *Planet. Space Sci.*, 107, 45

Nelson R. P., Gressel O., Umurhan O. M., 2013, *MNRAS*, 435, 2610

Ohashi S., et al., 2023, *ApJ*, 954, 110

Okuzumi S., Tanaka H., Sakagami M.-a., 2009, *ApJ*, 707, 1247

Okuzumi S., Tanaka H., Kobayashi H., Wada K., 2012, *ApJ*, 752, 106

Ormel C. W., Cuzzi J. N., 2007, *A&A*, 466, 413

Ormel C. W., Spaans M., Tielens A. G. G. M., 2007, *A&A*, 461, 215

Paardekooper S. J., Mellema G., 2004, *A&A*, 425, L9

Paraskov G. B., Wurm G., Krauss O., 2006, *ApJ*, 648, 1219

Petrovic J. J., 2003, *Journal of Materials Science*, 38, 1

Pierens A., Raymond S. N., 2011, *A&A*, 533, A131

Pinilla P., Benisty M., Birnstiel T., 2012, *A&A*, 545, A81

Planes M. B., Millán E. N., Urbassek H. M., Bringa E. M., 2021, *MNRAS*, 503, 1717

Price D. J., 2012, *Journal of Computational Physics*, 231, 759

Price D. J., Laibe G., 2015, *MNRAS*, 451, 813

Price D. J., Laibe G., 2020, *MNRAS*, 495, 3929

Price D. J., et al., 2018, *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 35, e031

Pringle J. E., 1981, *ARA&A*, 19, 137

Qi C., Öberg K. I., Wilner D. J., 2013, *ApJ*, 765, 34

Qi C., et al., 2019, *ApJ*, 882, 160

Raymond S. N., Izidoro A., 2017, *Icarus*, 297, 134

Ringl C., Bringa E. M., Bertoldi D. S., Urbassek H. M., 2012a, *ApJ*, 752, 151

Ringl C., Bringa E. M., Bertoldi D. S., Urbassek H. M., 2012b, *ApJ*, 752, 151

- Riols A., Lesur G., 2019, [A&A](#), **625**, A108
- Rozner M., Grishin E., Perets H. B., 2020, [MNRAS](#), **496**, 4827
- Rucska J., Wadsley J., 2023, [arXiv e-prints](#), p. [arXiv:2305.11297](#)
- Safronov V. S., 1972, Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and planets.. Israel Program for Scientific Translations
- San Sebastián I. L., Dolf A., Blum J., Parisi M. G., Kothe S., 2020, [MNRAS](#), **497**, 2418
- Schäfer U., Yang C.-C., Johansen A., 2017, [A&A](#), **597**, A69
- Schaffer N., Johansen A., Lambrechts M., 2021, [A&A](#), **653**, A14
- Schräpler R., Blum J., 2011, [ApJ](#), **734**, 108
- Seizinger A., Speith R., Kley W., 2012, [A&A](#), **541**, A59
- Shakura N. I., Sunyaev R. A., 1973, [A&A](#), **24**, 337
- Shao Y., Lu H., 2000, [Journal of Geophysical Research](#), **105**, 22437
- Shimaki Y., Arakawa M., 2012, [Icarus](#), **218**, 737
- Sirono S.-i., 2004, [Icarus](#), **167**, 431
- Smoluchowski M. V., 1916, [Zeitschrift fur Physik](#), **17**, 557
- Stepinski T. F., Valageas P., 1996, [A&A](#), **309**, 301
- Stepinski T. F., Valageas P., 1997, [A&A](#), **319**, 1007
- Suyama T., Wada K., Tanaka H., 2008, [ApJ](#), **684**, 1310
- Suyama T., Wada K., Tanaka H., Okuzumi S., 2012, [ApJ](#), **753**, 115
- Swedenborg E., 1734, *Emanuelis Swedenborgii Opera philosophica et mineralia. Tres tomi : Emanuelis Swedenborgii ... Regnum subterraneum siue minerale de ferro deque modis liquidationum ferri per Europam passim in vsum receptis : sumptibus Friderici Hekelii, Bibliopolæ Regii*
- Tabone B., Rosotti G. P., Cridland A. J., Armitage P. J., Lodato G., 2022, [MNRAS](#), **512**, 2290
- Tanaka H., Inaba S., Nakazawa K., 1996, [Icarus](#), **123**, 450
- Tanaka H., Anayama R., Tazaki R., 2023, [The Astrophysical Journal](#), **945**, 68
- Tatsuuma M., Kataoka A., 2021, [ApJ](#), **913**, 132
- Tatsuuma M., Kataoka A., Tanaka H., 2019, [ApJ](#), **874**, 159
- Tazaki R., Dominik C., 2022, [A&A](#), **663**, A57
- Tazaki R., Tanaka H., Kataoka A., Okuzumi S., Muto T., 2019, [ApJ](#), **885**, 52

Tazaki R., Ginski C., Dominik C., 2023, arXiv e-prints, p. [arXiv:2302.01119](https://arxiv.org/abs/2302.01119)

Thornton C., Ning Z., Wu C.-Y., Nasrullah M., Li L.-Y., 2001, in Pöschel T., Luding S., eds, , Vol. 564, Granular Gases. p. 184

Tominaga R. T., Inutsuka S.-i., Kobayashi H., 2021, [ApJ](#), **923**, 34

Toomre A., 1964, [ApJ](#), **139**, 1217

Trapman L., Tabone B., Rosotti G., Zhang K., 2022, [ApJ](#), **926**, 61

Trapman L., Rosotti G., Zhang K., Tabone B., 2023, [ApJ](#), **954**, 41

Tsiganis K., Gomes R., Morbidelli A., Levison H. F., 2005, [Nature](#), **435**, 459

Tung N.-D., Hoang T., 2020, [ApJ](#), 901, 6

Urpin V., Brandenburg A., 1998, [MNRAS](#), **294**, 399

Velikhov E. P., 1959, Journal of Experimental and Theoretical Physics, **9**, 995

Vericel A., 2020, PhD thesis, <http://www.theses.fr/2020LYSE1149/document>

Vericel A., Gonzalez J.-F., 2020, [MNRAS](#), **492**, 210

Vericel A., Gonzalez J.-F., Price D. J., Laibe G., Pinte C., 2021, [MNRAS](#), **507**, 2318

Villenave M., et al., 2020, [A&A](#), **642**, A164

Von Neumann J., Richtmyer R. D., 1950, [Journal of Applied Physics](#), **21**, 232

Wada K., Tanaka H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2007, [ApJ](#), **661**, 320

Wada K., Tanaka H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2009, [ApJ](#), **702**, 1490

Wada K., Tanaka H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2011, [ApJ](#), **737**, 36

Wada K., Tanaka H., Okuzumi S., Kobayashi H., Suyama T., Kimura H., Yamamoto T., 2013, [A&A](#), **559**, A62

Walsh K. J., Morbidelli A., Raymond S. N., O'Brien D. P., Mandell A. M., 2011, [Nature](#), **475**, 206

Walsh K. J., Morbidelli A., Raymond S. N., O'Brien D. P., Mandell A. M., 2012, [MAPS](#), **47**, 1941

Weidenschilling S. J., 1977, [MNRAS](#), **180**, 57

Weidenschilling S. J., Cuzzi J. N., 1993, in Levy E. H., Lunine J. I., eds, Protostars and Planets III. p. 1031

Weidling R., Güttler C., Blum J., 2012, [Icarus](#), **218**, 688

Wendland H., 1995, [Advances in Computational Mathematics](#), **4**, 389

Whipple F. L., 1972, in Elvius A., ed., From Plasma to Planet. p. 211

- Williams J. P., Best W. M. J., 2014, [ApJ](#), 788, 59
- Windmark F., Birnstiel T., Güttler C., Blum J., Dullemond C. P., Henning T., 2012, [A&A](#), 540, A73
- Wiranata A., Prakash M., Chakraborty P., 2012, [Central European Journal of Physics](#), 10, 1349
- Wu Y., Baruteau C., Nayakshin S., 2023, [MNRAS](#), 523, 4869
- Yamamoto T., Kadono T., Wada K., 2014, [ApJ](#), 783, L36
- Yang C.-C., Zhu Z., 2021, [MNRAS](#), 508, 5538
- Yang C.-C., Johansen A., Carrera D., 2017, [A&A](#), 606, A80
- Yasui M., Schulson E. M., Renshaw C. E., 2017, [Journal of Geophysical Research \(Solid Earth\)](#), 122, 6014
- Youdin A. N., Goodman J., 2005, [ApJ](#), 620, 459
- Youdin A., Johansen A., 2007, [ApJ](#), 662, 613
- Youdin A. N., Lithwick Y., 2007, [Icarus](#), 192, 588
- Zhang S., Zhu Z., Ueda T., Kataoka A., Sierra A., Carrasco-González C., Macías E., 2023, arXiv e-prints, p. [arXiv:2306.00158](#)
- Zhu Z., Yang C.-C., 2021, [MNRAS](#), 501, 467
- Zhu Z., Nelson R. P., Dong R., Espaillat C., Hartmann L., 2012, [ApJ](#), 755, 6
- Zsom A., Ormel C. W., Güttler C., Blum J., Dullemond C. P., 2010, [A&A](#), 513, A57
- van 't Hoff M. L. R., Walsh C., Kama M., Facchini S., van Dishoeck E. F., 2017, [A&A](#), 599, A101

Annexe A

Figure annexes des simulations 3D du
chapitre 5

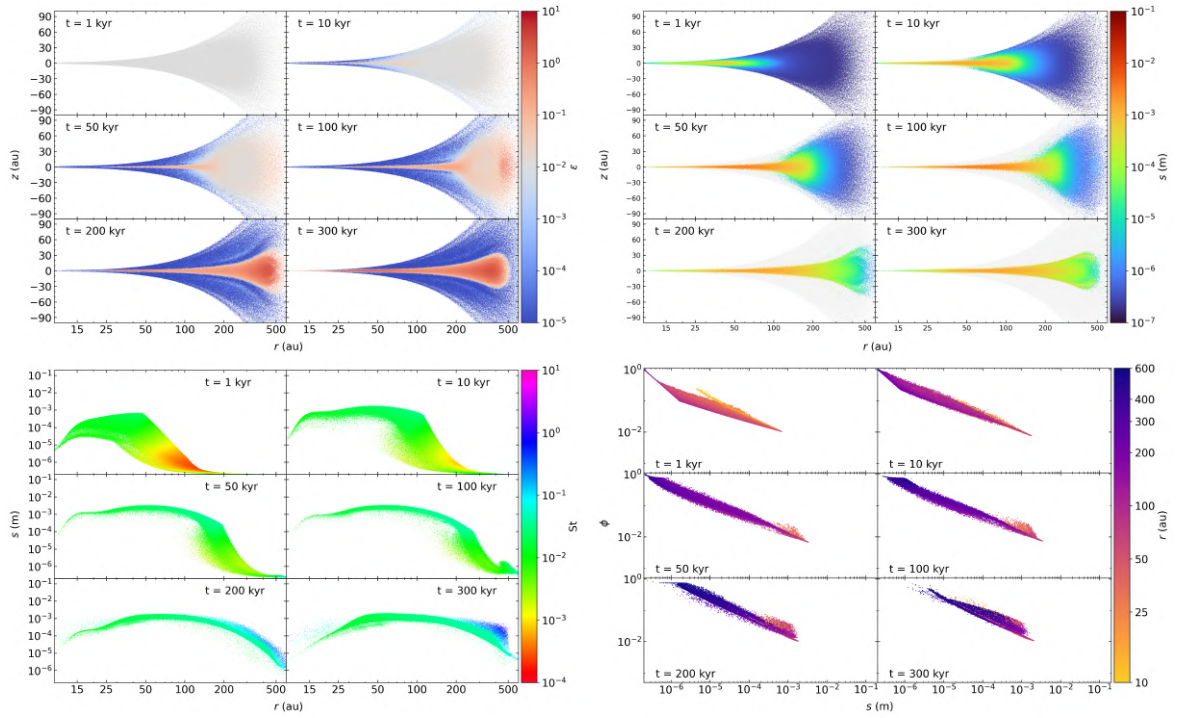


FIGURE A.1 – Simulations GF-Si-a02-Vf10. **Haut gauche** : le rapport poussière/gaz ε dans le plan (r, z) . **Haut droite** : la taille des agrégats dans le même plan (r, z) . **Bas gauche** : le nombre de Stokes St dans le plan (r, s) . **bas droite** : la distance r dans le plan (s, ϕ) .

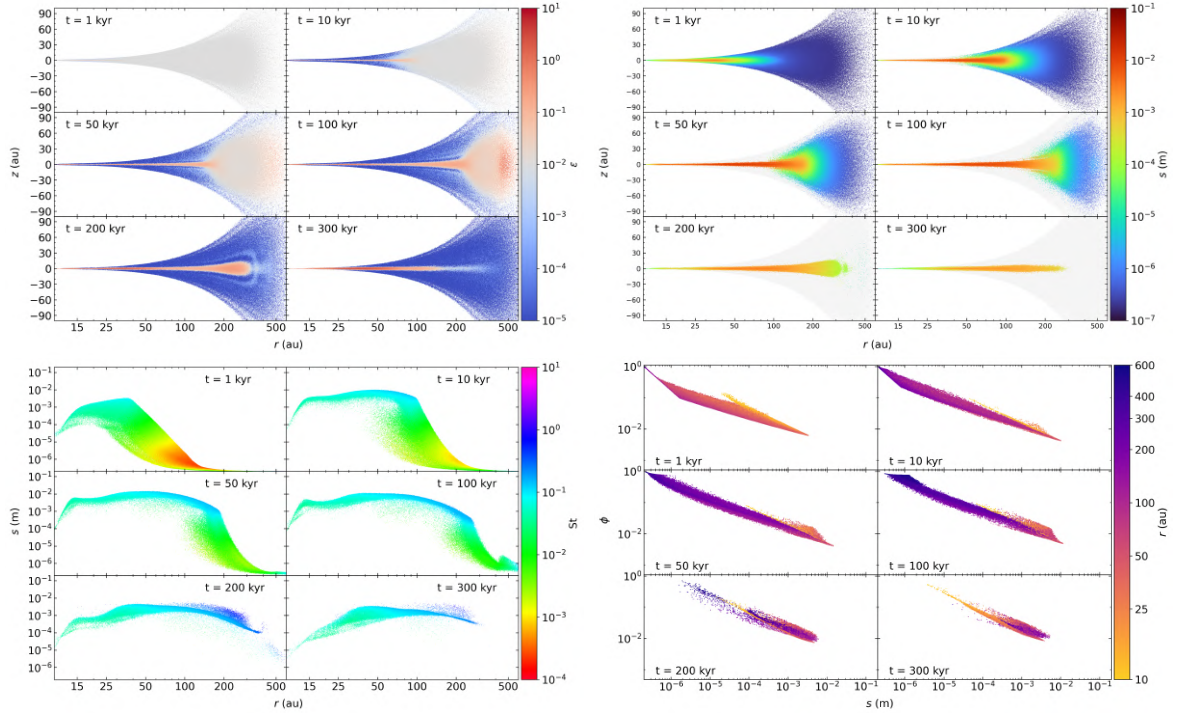


FIGURE A.2 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GF-Si-a02-Vf20

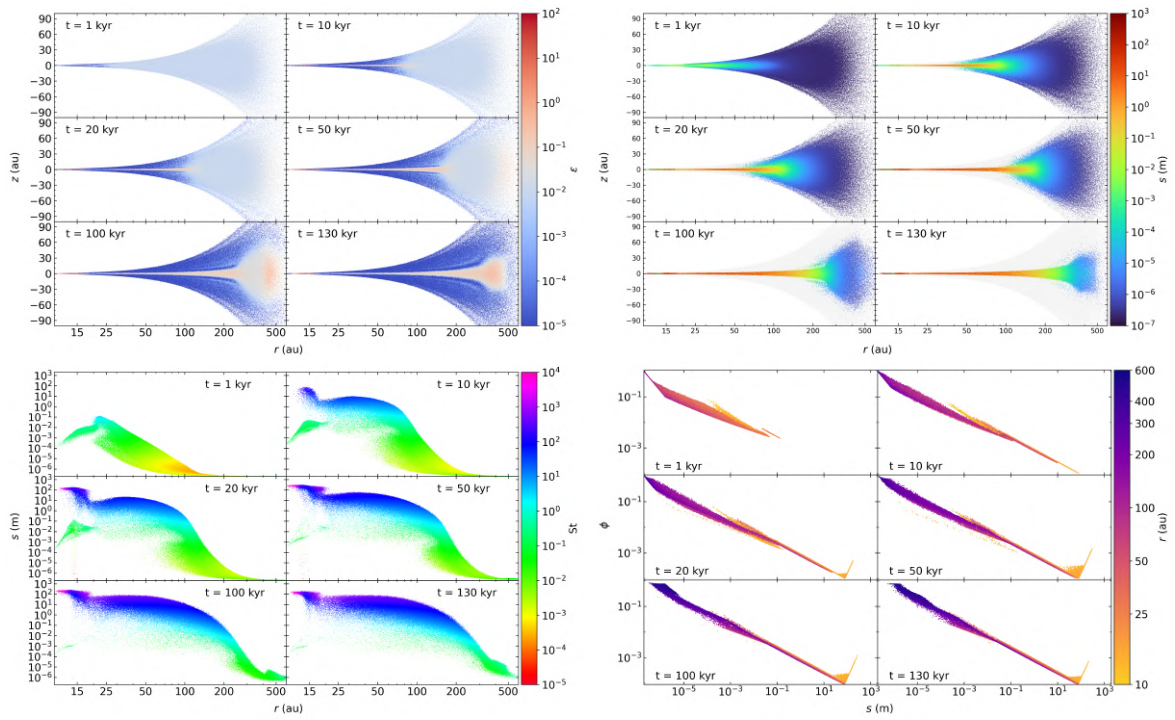


FIGURE A.3 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GF-Si-a02-Vf40

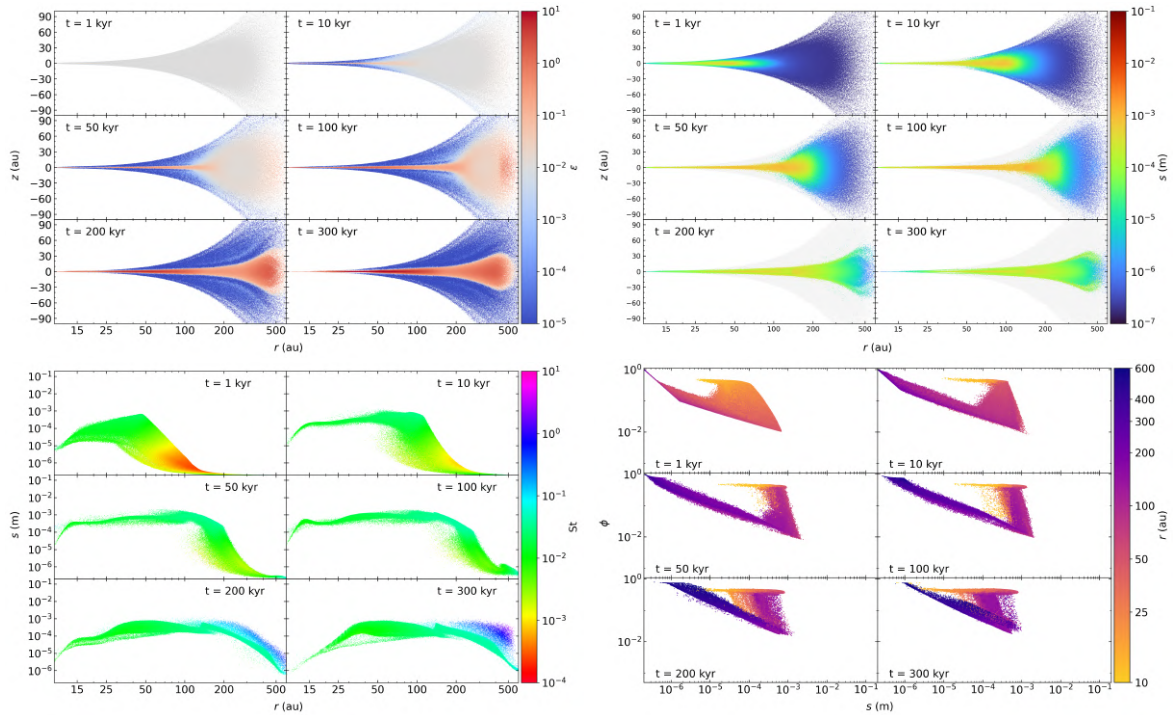


FIGURE A.4 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFc-Si-a02-Vf10

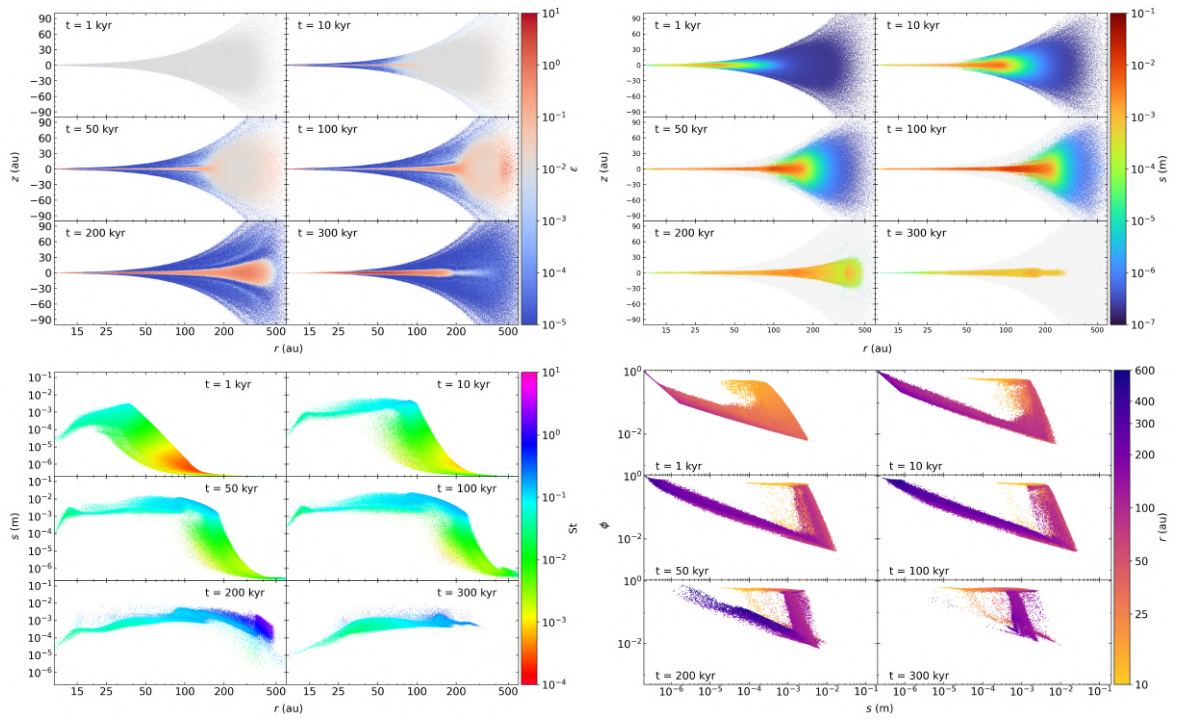


FIGURE A.5 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFc-Si-a02-Vf20

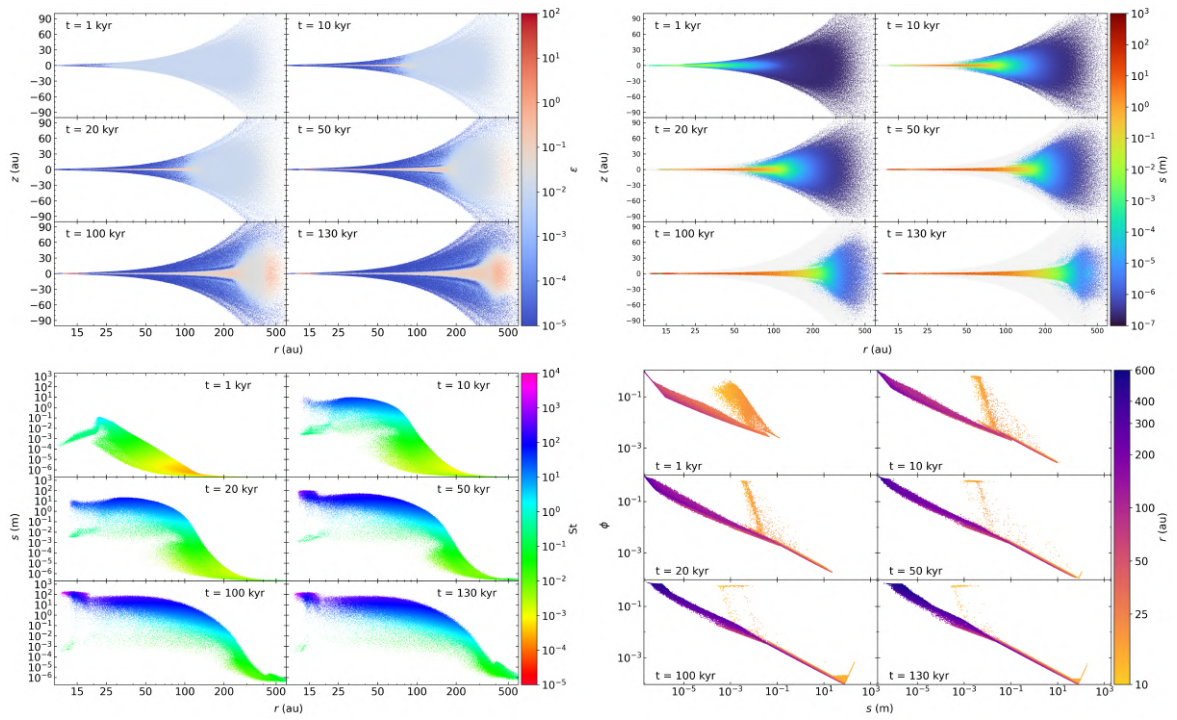


FIGURE A.6 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFc-Si-a02-V40

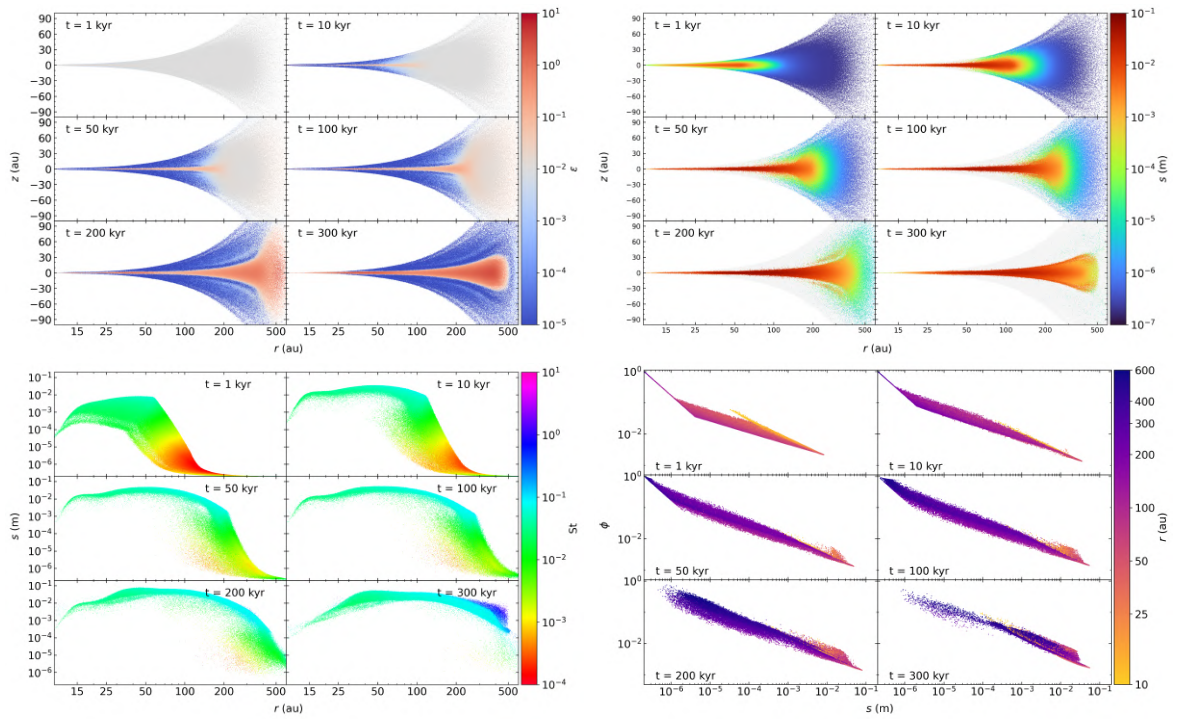


FIGURE A.7 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GF-H2O-a02-V15

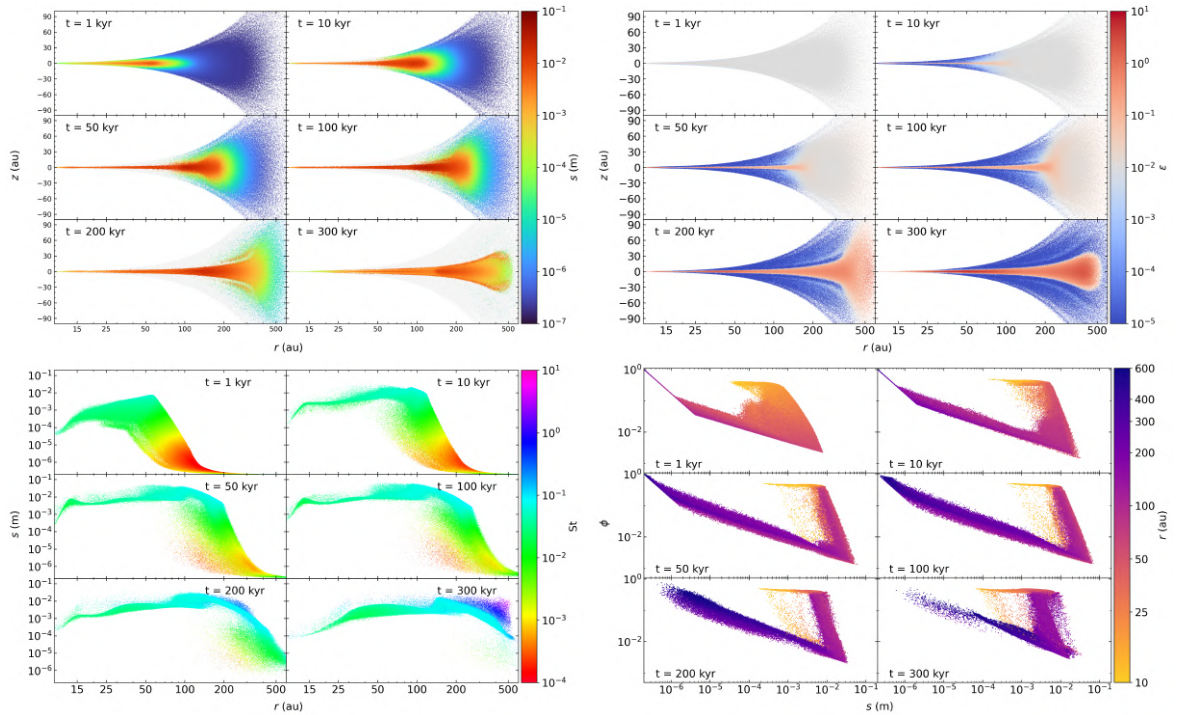


FIGURE A.8 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFc-H2O-a02-V15

Annexe B

Figures additionnelles des simulations 1D et 3D du chapitre 6

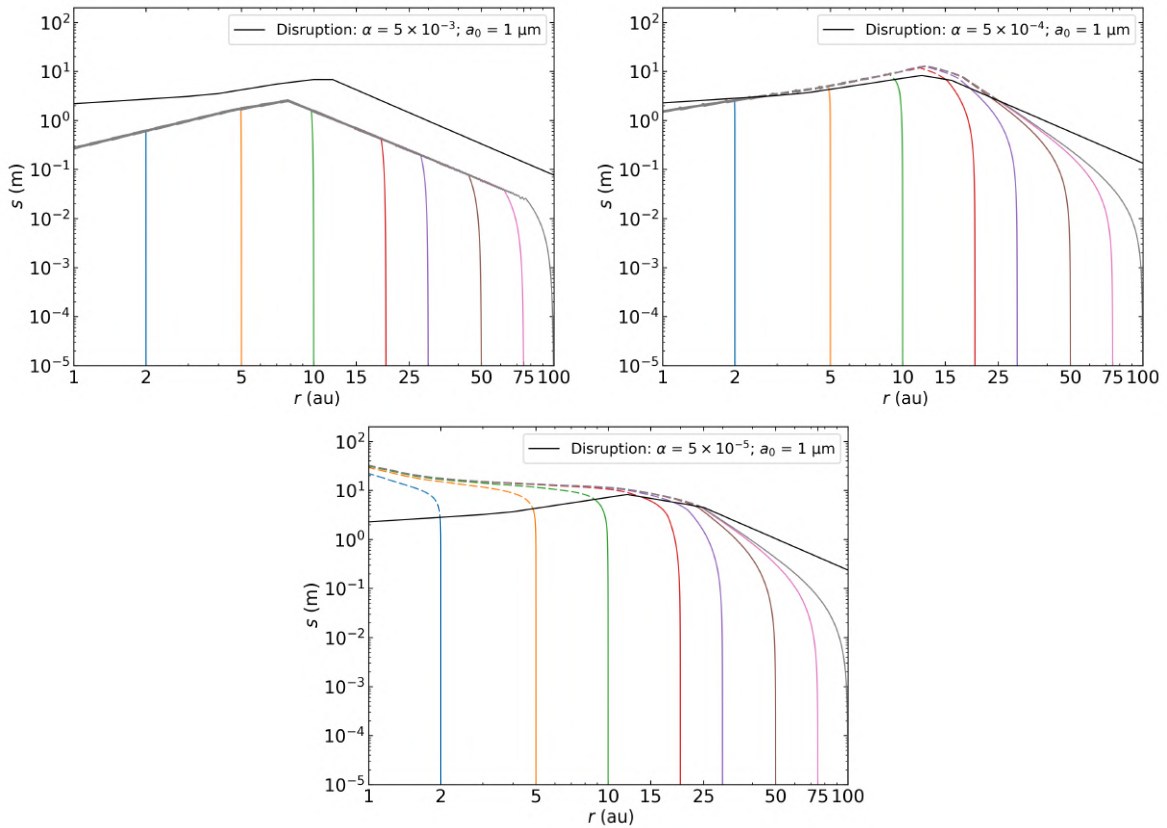


FIGURE B.1 – Mêmes choses que la figure 6.2 pour le modèle de disque MMSN, des grains de glace d'eau et $a_0 = 1 \mu\text{m}$. L'axe des tailles s est différent pour une meilleure lisibilité.

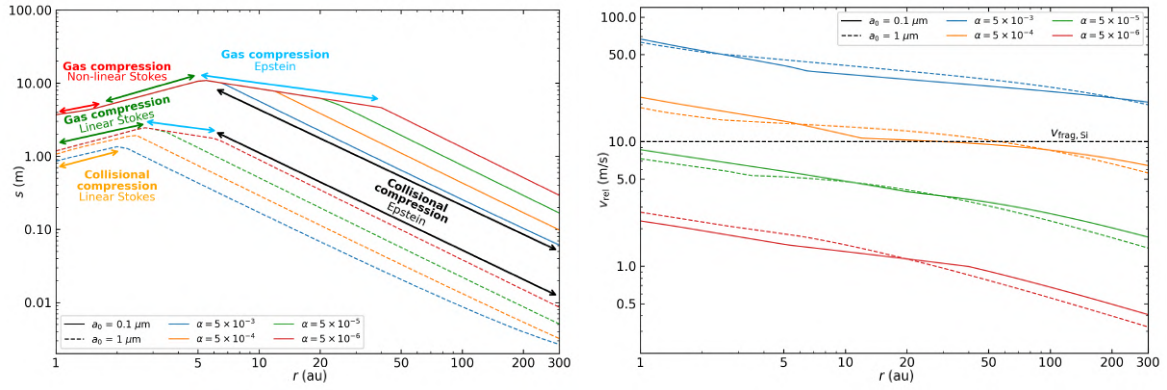


FIGURE B.2 – Même chose que la figure 6.3 pour un disque STD et des grains de silicates.

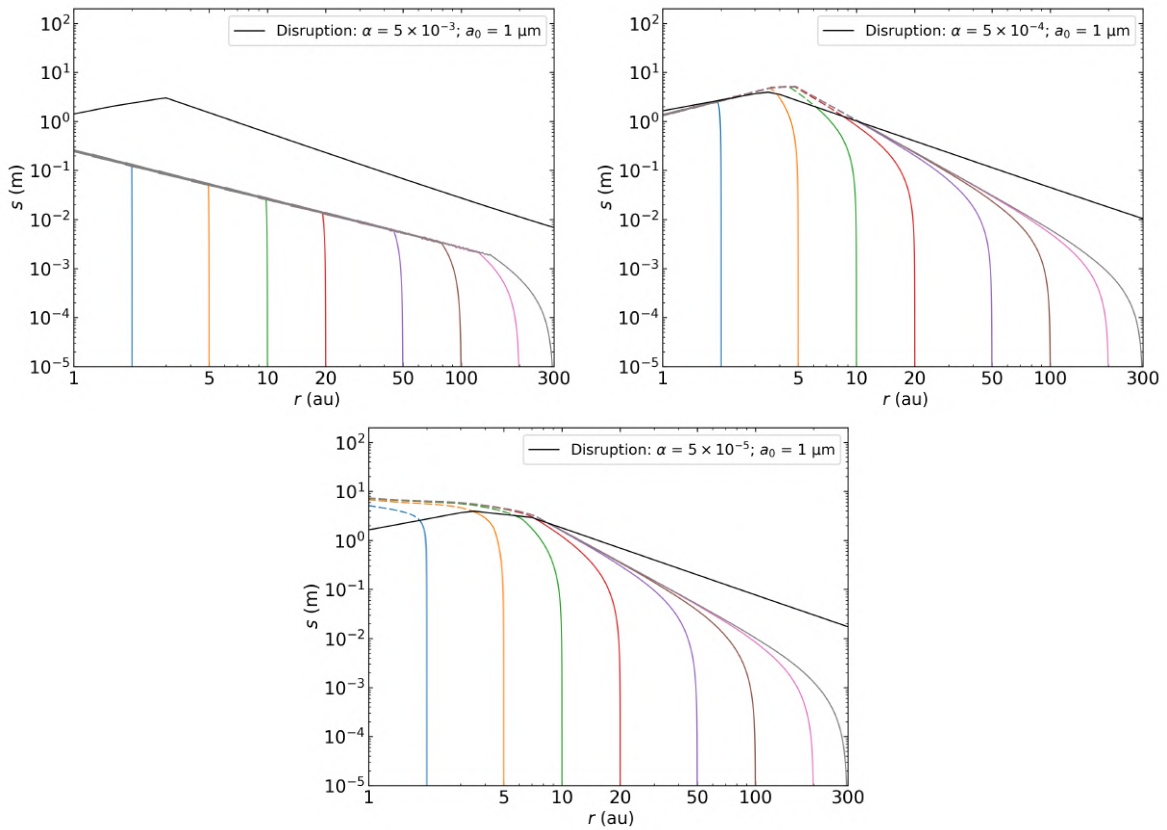


FIGURE B.3 – Même chose que la figure 6.4 pour un disque STD, des grains de glace d'eau et $a_0 = 1 \mu\text{m}$. L'axe des tailles s est différent pour une meilleure lisibilité.

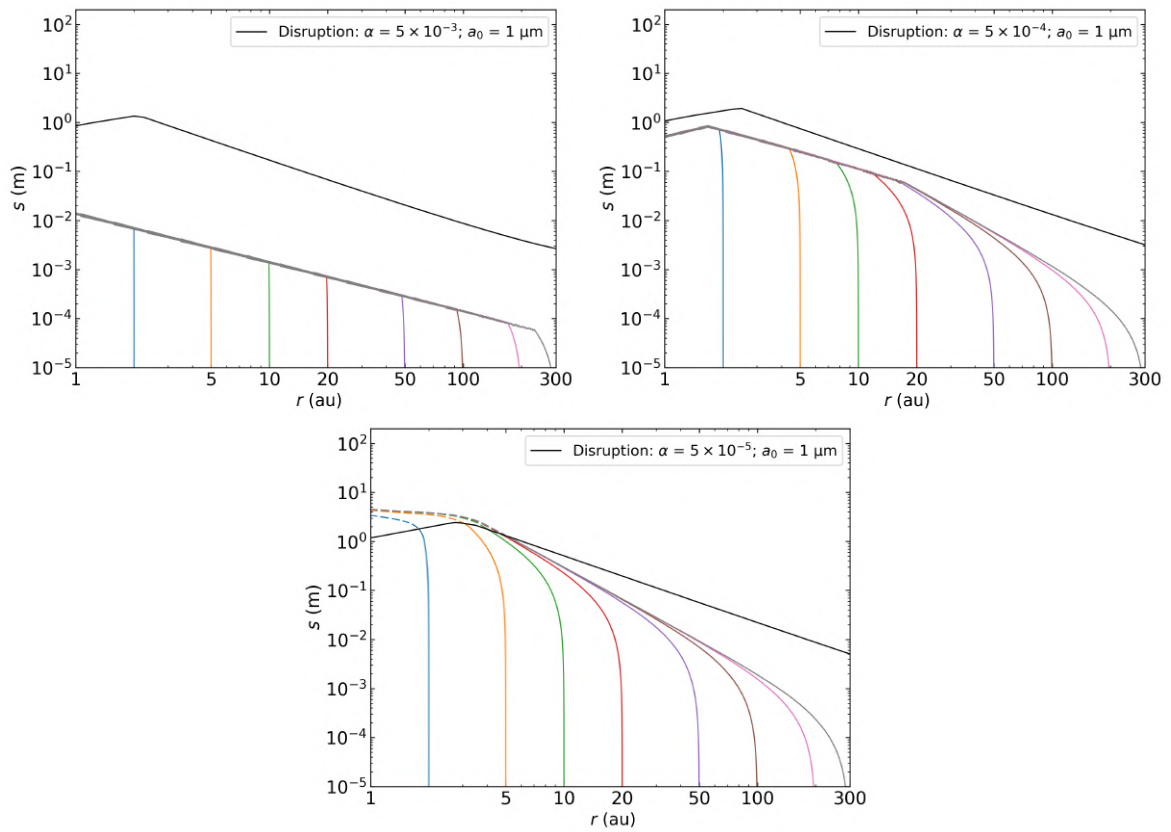


FIGURE B.4 – Môme chose que la figure 6.5 pour un disque STD, des grains de silicates et $a_0 = 1 \mu\text{m}$. L'axe des tailles s est différent pour une meilleure lisibilité.

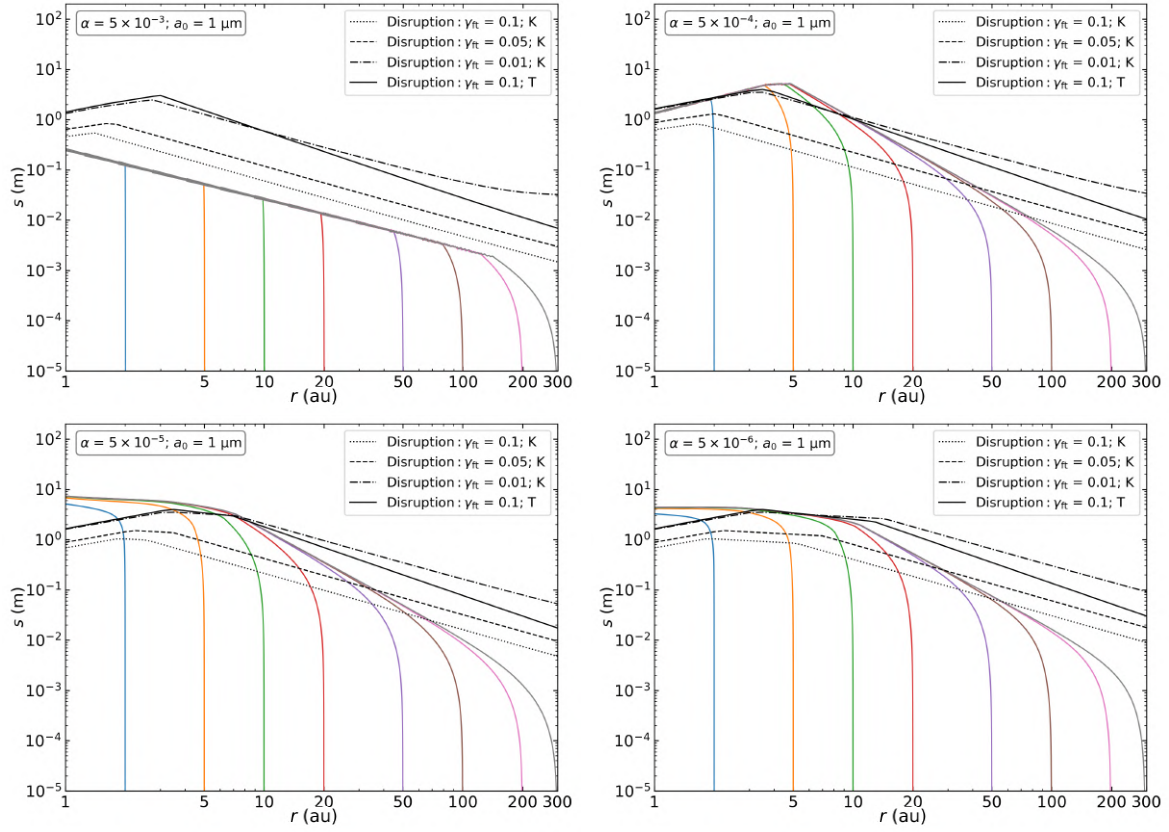


FIGURE B.5 – Mème chose que la figure 6.6 pour un disque STD, des grains de glace d'eau et $a_0 = 1 \mu\text{m}$. L'axe des tailles s est différent pour une meilleure lisibilité.

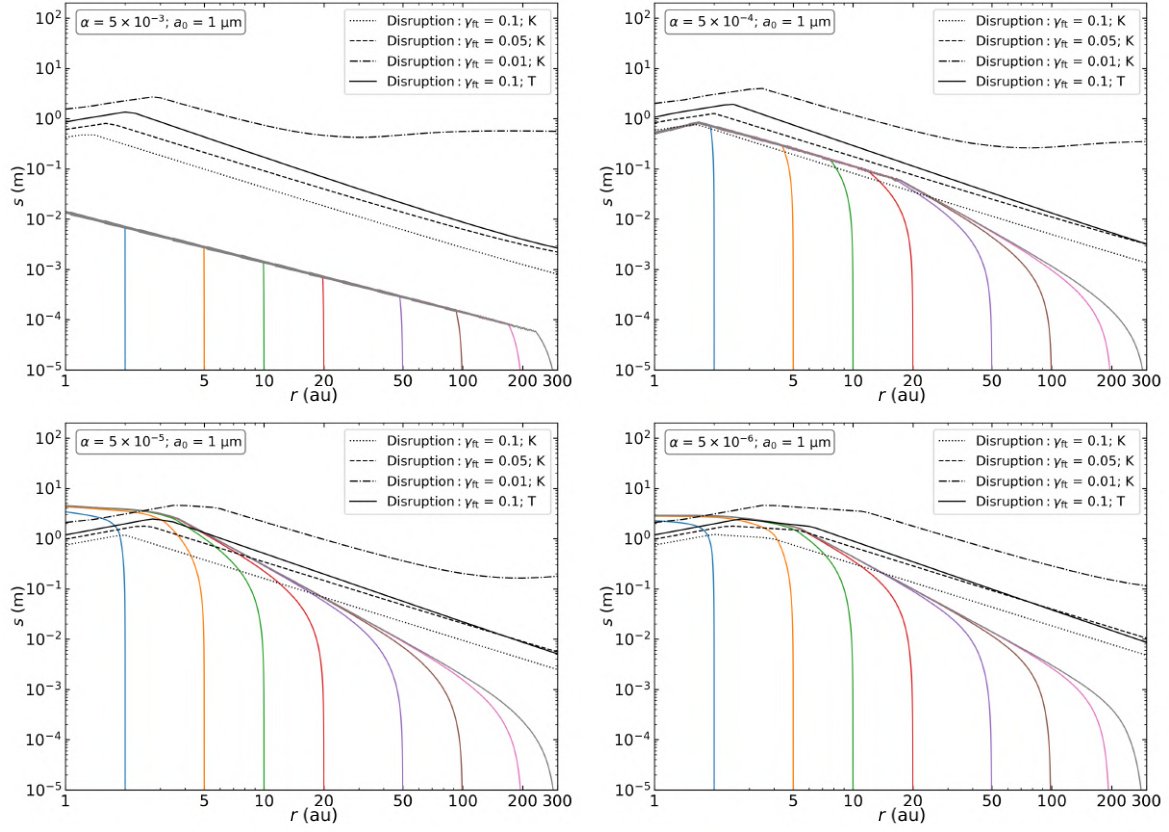


FIGURE B.6 – Même chose que la figure 6.7 pour un disque STD, des grains de silicates et $a_0 = 1 \mu\text{m}$. L'axe des tailles s est différent pour une meilleure lisibilité.

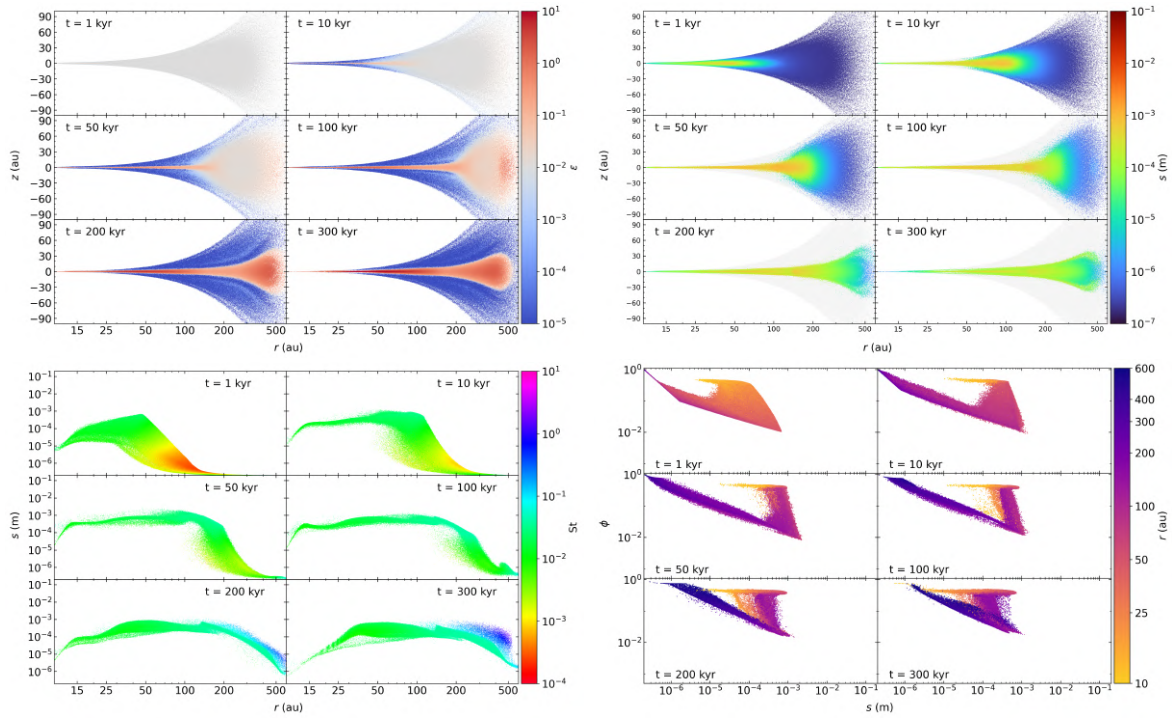


FIGURE B.7 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFcd-Si-a02-Vf10

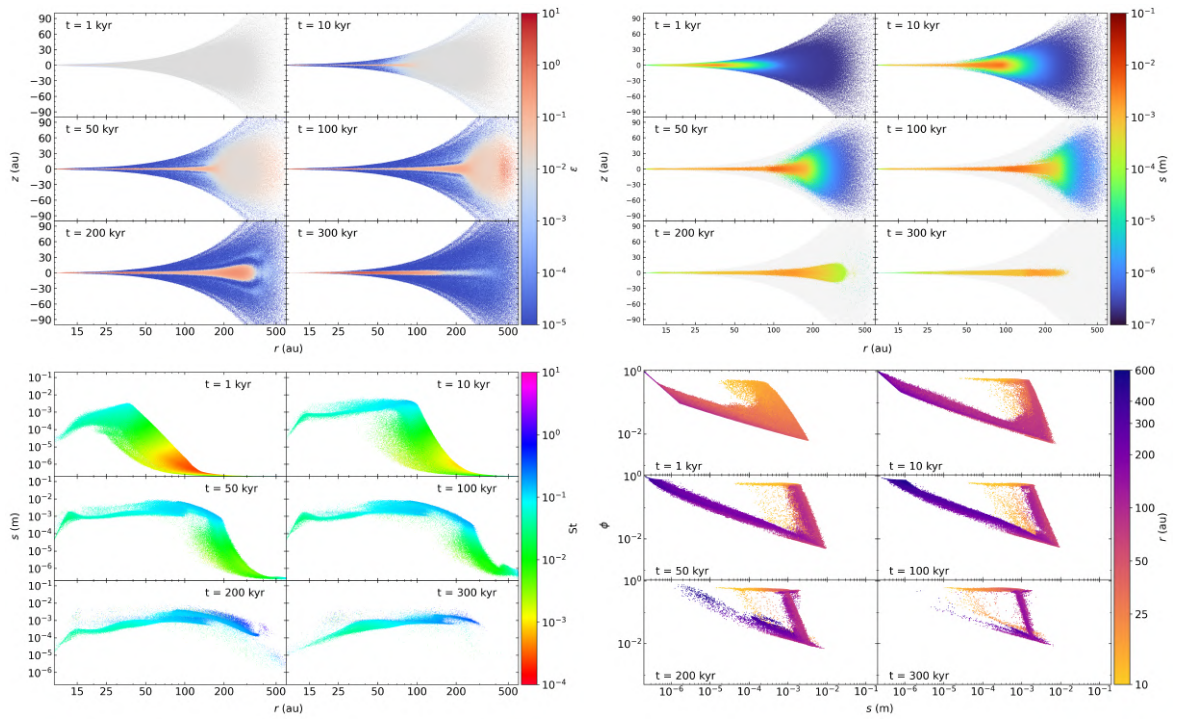


FIGURE B.8 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFcD-Si-a02-Vf20

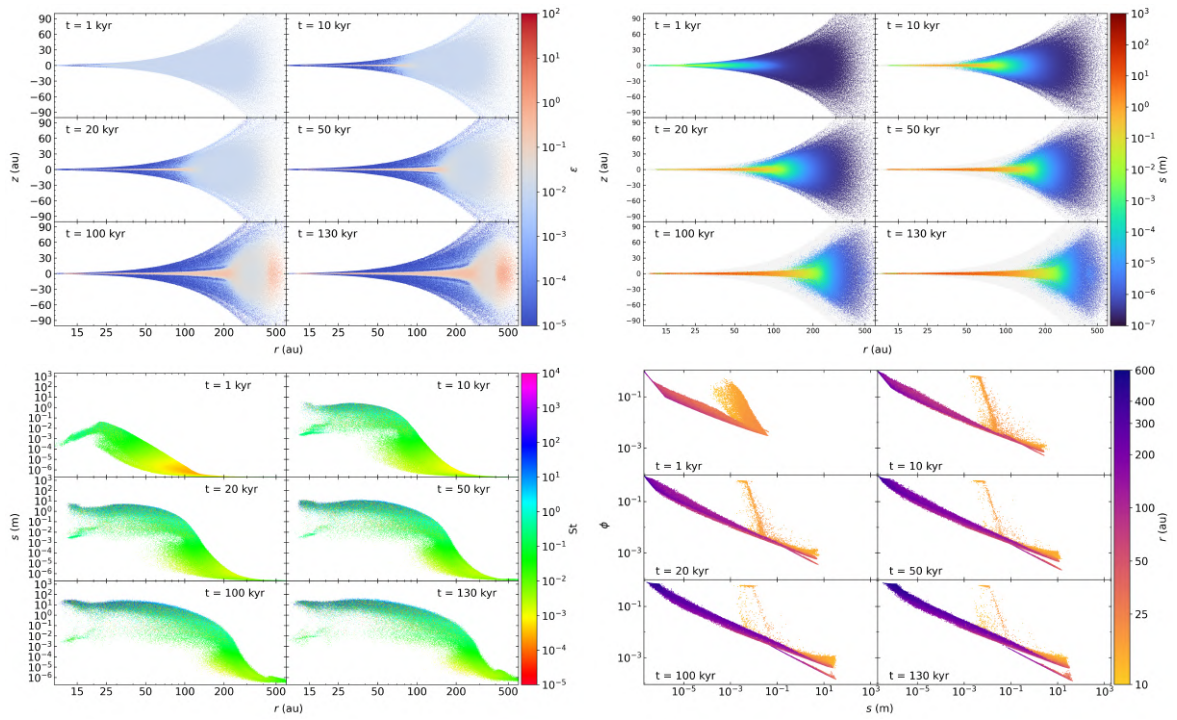


FIGURE B.9 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFcD-Si-a02-V40

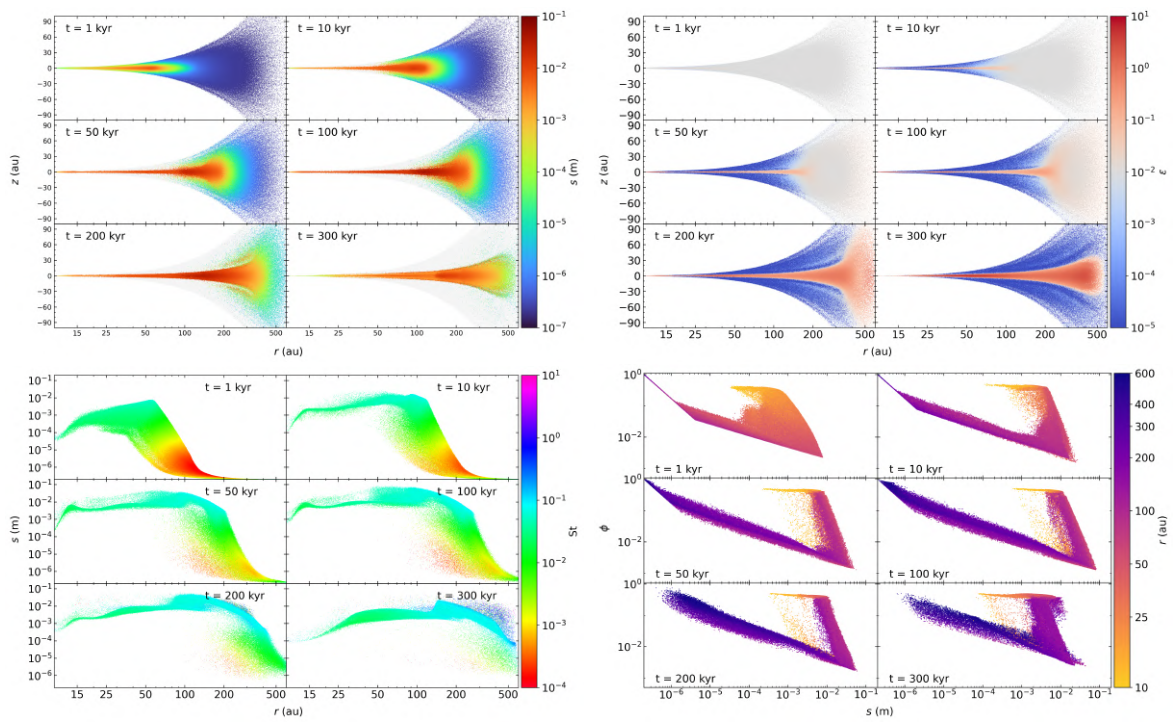


FIGURE B.10 – Même chose que la figure A.1 pour la simulation GBFcD-H2O-a02-V15