



**HAL**  
open science

# Processus de fissuration du tissu osseux cortical : stratégie expérimentale et numérique pour une modélisation probabiliste

Théophile Kurtz

## ► To cite this version:

Théophile Kurtz. Processus de fissuration du tissu osseux cortical : stratégie expérimentale et numérique pour une modélisation probabiliste. Biomécanique [physics.med-ph]. AMU - Aix Marseille Université, 2024. Français. NNT : 2024AIXM0065 . tel-04574405

**HAL Id: tel-04574405**

**<https://hal.science/tel-04574405>**

Submitted on 14 May 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue à Aix-Marseille Université  
le 19 mars 2024 par

## Théophile KURTZ

Processus de fissuration du tissu osseux cortical :  
stratégie expérimentale et numérique pour une modélisation  
probabiliste

### Discipline

Sciences du Mouvement Humain

### École doctorale

ED 463 Sciences du Mouvement Humain

### Laboratoire/Partenaires de recherche

Laboratoire de Biomécanique Appliquée,  
Marseille FRANCE

### Composition du jury

Anne-Sophie Caro Maîtresse de conférences	Rapporteuse (C2MA/EMA)
Thibault LEMAIRE Professeur des universités	Rapporteur (MSME/UPEC)
David MITTON Directeur de recherche	Examineur (LBMC/UGE-UCBL)
Jean-Philippe BERTEAU Maître de conférences	Examineur (CSI/CUNY)
Martine PITHIOUX Directrice de recherche	Présidente du jury (ISM/AMU)
Pierre-Jean ARNOUX Directeur de recherche	Directeur de thèse (LBA/AMU)
Jean-Louis TAILHAN Chargé de recherches	Co-directeur de thèse (EMGCU/UGE)
Yves GODIO-RABOUTET Ingénieur de recherche	Encadrant de thèse (LBA/UGE)
Lionel THOLLON Maître de conférences	Membre invité (LBA/AMU)

# Affidavit

Je soussigné, Théophile Kurtz, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Pierre-Jean Arnoux et Jean-Louis Tailhan, dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect à la fois de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche et de la charte d'Aix-Marseille Université relative à la lutte contre le plagiat.

Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Marseille le 27 novembre 2023



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la [Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

# Liste de publications et participation aux conférences

## Liste des publications et/ou brevets réalisées dans le cadre du projet de thèse :

1. J.-L. TAILHAN, T. KURTZ, Y. GODIO-RABOUTET, P. ROSSI & L. THOLLON. « Macrocraque propagation in a notched shaft segment of human long bone : Experimental results and mechanical aspects ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 128 (2022), p. 105132. DOI : 10.1016/j.jmbbm.2022.105132
2. T. KURTZ, T. WOITRAIN, Y. GODIO-RABOUTET, F. L. B. RIBEIRO, P.-J. ARNOUX, & J.-L. TAILHAN. « Method for Evaluating Cortical Bone Young's Modulus : Numerical Twin Reconstruction, FE Calculation and Microstructure Analysis ». In : *Journal of Biomechanical Engineering*, 1-30 (2023). DOI : <https://doi.org/10.1115/1.4063100>

## Participation aux conférences et écoles d'été au cours de la période de thèse :

1. **Congrès de la Société de Biomécanique, Saint-Etienne, Octobre 2021**, présentation orale\* : Y. GODIO-RABOUTET, T. KURTZ\*, C. BOULAY & J.-L. TAILHAN (2021). Crack propagation experiment on long human bone, 46e Congrès de la Société de Biomécanique, Computer Methods In Biomechanics And Biomedical Engineering, 24 (2021) 306–307.
2. **Congrès SIMBIO-M, Marseille, Juin 2022**, présentation orale\* : T. KURTZ\*, J.-L. TAILHAN & Y. GODIO-RABOUTET (2022). Determination of mechanical parameters for crack propagation on human femoral bone via a FE-based inverse analysis in the transverse direction, SIMBIO-M 2022.
3. **Congrès de l'European Society of Biomechanics, Porto, Juin 2022**, présentation poster\* : T. KURTZ\*, J.-L. TAILHAN & Y. GODIO-RABOUTET (2022). Preliminary inverse analysis for crack propagation mechanical parameters on long human cortical bone, 27th Congress of the European Society of Biomechanics.
4. **Congrès de l'Association Française de Mécanique, Nantes, Septembre 2022**, présentation orale\* : T. KURTZ\*, Y. GODIO-RABOUTET & J.-L. TAILHAN (2022). Propagation de fissure sur tronçon d'os long rainuré, 25e Congrès Français de Mécanique, Thème Biomécanique.

# Résumé

L'étude de la rupture du tissu osseux est un élément clé pour la prévention, le traitement et la compréhension des fractures. Les modèles actuels ne fournissent que des informations qualitatives sur les traumatismes du tissu, là où il apparaît comme essentiel de prédire et quantifier le risque de fracture. Ce besoin s'inscrit tout particulièrement dans le domaine de la traumatologie, mais également dans la pose d'implants prothétiques, où l'ancrage et le maintien sous chargement peuvent provoquer des fissures osseuses. Le modèle à développer se doit de tenir compte des propriétés du matériau en plus de l'hétérogénéité inhérente à sa microstructure.

Des modèles prédictifs des caractéristiques de la fissure existent déjà pour plusieurs matériaux hétérogènes quasi-fragiles. L'objectif de ce travail est d'adapter ce type de modèle dit probabiliste en évaluant la faisabilité de cette stratégie de modélisation à l'os cortical humain. Dans un premier temps, une base de données est établie à partir d'essais mécaniques de propagation de fissure couplée à l'analyse de la microstructure de chaque spécimen. Les propriétés mécaniques nécessaires aux lois constitutives du modèle sont déterminées par analyse inverse. L'ensemble de ces données alimentent le modèle de propagation de la fissure probabiliste, au sens où les propriétés mécaniques sont distribuées aléatoirement sur le maillage en fonction de l'hétérogénéité du matériau. La réponse structurelle est acquise par la méthode Monte-Carlo. La comparaison entre les essais expérimentaux et le modèle numérique montre des résultats prometteurs pour l'utilisation d'un tel modèle sur l'os cortical.

Mots clés : Biomécanique, Fissuration, Os cortical, Essais mécaniques, Méthode des Eléments Finis, Analyse inverse, Microstructure, Hétérogénéité, Modèle probabiliste

# Abstract

The study of bone tissue failure is a key element for preventing, treating and understanding bone fractures. Current models only provide qualitative information on the tissue injuries, while the need of prediction and quantification of the cracking risks appears as essential. This demand is particularly required in traumatology and implantology, where anchoring and loading may induce bone cracks. The model to develop has to take into account the material properties plus the inherent heterogeneity from its microstructure.

Predictive models for crack features already exist for quasi-fragile heterogeneous material. The goal of this work is to adapt this type of probabilistic model by evaluating the feasibility of this modeling strategy for the human cortical bone. To begin with, a database is established from mechanical tests of crack propagation associated with the microstructure analysis of each sample. The mechanical properties required for the constitutive equations for the model are obtained via inverse analysis. This set of data is the input of the probabilistic crack propagation model, for which the mechanical properties are randomly distributed over the mesh as a function of the material's heterogeneity. The structural response is assessed using the Monte-Carlo method. The comparison between the experimental tests and the numerical model showed promising results for the use of such a model for cortical bone.

Keywords: Biomechanics, Cracking, Cortical bone, Mechanical testing, Finite Element Method, Inverse analysis, Microstructure, Heterogeneity, Probabilistic modelling

# Remerciements

Ce travail de recherche est financé par l'Université Gustave Eiffel (UGE) au sein du Laboratoire de Biomécanique Appliquée (LBA), une Unité Mixte de Recherche (UMR T24) entre l'UGE et Aix-Marseille Université (AMU).

Je tiens tout d'abord à remercier les membres de mon jury de thèse qui ont accepté mon invitation : Mme. *Anne-Sophie CARO*, Mr. *Thibault LEMAIRE*, Mr. *David MITTON*, Mr. *Jean-Philippe BERTEAU*, Mme. *Martine PITHIOUX* et Mr. *Lionel THOLLON*.

J'aimerais ensuite remercier chaleureusement mes directeurs de thèse, *Jean-Louis TAILHAN* et *Pierre-Jean ARNOUX*, directeur de laboratoire, pour la confiance qu'ils m'ont accordée, leur implication et leur expertise dans le domaine de la biomécanique.

Je tiens tout particulièrement à remercier l'équipe iFOS, avec mon co-directeur de thèse *Jean-Louis TAILHAN* ainsi que mon co-encadrant *Yves GODIO-RABOUTET* sans qui ce travail n'aurait pas été possible. Un grand merci à tous les deux pour vos expertises en mécanique et modélisation pour l'un et en expérimentation, métrologie et statistique pour l'autre. Grâce à eux, j'ai pu réaliser les différents travaux de mon projet de thèse avec une grande autonomie, tout en bénéficiant d'un support sans failles, dans le cadre de la bonne humeur et de l'aspiration à la qualité du travail réalisé. J'insiste sur la qualité de cet encadrement, pas uniquement sur le travail, mais dans la formation globale d'un futur chercheur.

Je remercie également les membres du comité de suivi régulier du projet, à savoir, *Lionel THOLLON*, *Pierre ROSSI* et *Michel JEAN*, pour l'intérêt et le temps qu'ils ont apportés à mon projet. Ces réunions plus ou moins formelles ont grandement amélioré les études réalisées par la pertinence des remarques et critiques constructives des participants.

Merci aux membres du LBA, que ce soit les chercheurs et les étudiants pour les discussions et moments passés au laboratoire. Un merci particulier aux membres des fonctions supports qui ont fourni un travail considérable : *Audrey ISOARDI* pour l'administratif, *Virginie BASCOP* pour la préparation des échantillons, *Max PY* et *Camille BELLANGER* pour l'usinage, le soudage, le prototypage et l'électronique. Merci au laboratoire ADES de leur collaboration pour la formation par *Frédérique LAGACE* et l'utilisation des machines de réalisation de coupes histologiques et de crémation.

Merci aux thésards et stagiaires du côté étudiant pour l'ambiance, trop nombreux pour être listés, mais se reconnaîtront, pas d'inquiétudes je n'oublie personne, y compris ceux présents lors de mon arrivée. Merci aux stagiaires que j'ai pu encadrer pour la qualité de leurs travaux : *Lixin HUANG*, *Charlotte VOISIN*, *Emilie Lestrelin* et *Manon TIGNERES*. Un merci particulier pour *Tom WOITRAIN* pour son superbe projet de fin d'études et pour son enjouement et sa soif d'apprendre.

Obrigado à l'équipe de l'Université Fédérale de Rio de Janeiro (UFRJ) avec qui nous avons démarré une collaboration, notamment *Fernando L.B. RIBEIRO*, *Eduardo de M.R. FAIRBAIRN*, *Magno T. MOTA*, *Mariane R. RITA*, pour le travail collaboratif réalisé et leur accueil chaleureux lors de notre venue.

Enfin, merci à ma famille, mes amis et ma compagne pour le support pendant ces 3 années, particulièrement lors des phases difficiles. Une pensée particulière pour mes parents grâce à qui j'ai pu réaliser ce parcours.

# Table des matières

<b>Affidavit</b>	<b>2</b>
<b>Liste de publications et participation aux conférences</b>	<b>3</b>
<b>Résumé</b>	<b>4</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>Remerciements</b>	<b>6</b>
<b>Table des matières</b>	<b>8</b>
<b>Table des figures</b>	<b>11</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>16</b>
<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile</b>	<b>22</b>
1.1. Le matériau "os" . . . . .	22
1.1.1. Composition et structure hiérarchisée . . . . .	23
1.1.2. Formation et remodelage osseux . . . . .	27
1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux . . . . .	29
1.2.1. Propriétés mécaniques de l'os cortical . . . . .	29
1.2.2. Impact de la microstructure sur les propriétés mécaniques . . . . .	41
1.2.3. Facteurs influençant les propriétés mécaniques . . . . .	44
1.3. Conclusion . . . . .	48
<b>2. Campagne expérimentale</b>	<b>49</b>
2.1. Essais mécaniques . . . . .	51
2.1.1. Prélèvement et préservation des échantillons . . . . .	51
2.1.2. Préparation des échantillons . . . . .	52
2.1.3. Essai mécanique de propagation transversale d'une fissure . . . . .	53
2.1.4. Dépouillement des essais . . . . .	54
2.1.5. Résultats . . . . .	56
2.1.6. Discussion . . . . .	60
2.2. Analyse de la microstructure . . . . .	68
2.2.1. Réalisation des lames histologiques . . . . .	68
2.2.2. Méthode d'analyse histologique . . . . .	69

2.2.3. Méthode d'analyses statistiques . . . . .	71
2.2.4. Résultats . . . . .	72
2.2.5. Discussion . . . . .	79
2.3. Mesure de la densité minérale . . . . .	81
2.3.1. Protocole expérimental . . . . .	81
2.3.2. Résultats et discussion . . . . .	82
2.4. Conclusion . . . . .	83
<b>3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques</b>	<b>85</b>
3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique . . . . .	86
3.1.1. Récupération de la géométrie de l'os par tomographie . . . . .	86
3.1.2. Création du jumeau numérique . . . . .	92
3.1.3. Fidélité du jumeau numérique . . . . .	95
3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale par tomographie . . . . .	100
3.2.1. Détermination de la porosité . . . . .	100
3.2.2. Détermination de la densité minérale . . . . .	104
3.3. Détermination des propriétés mécaniques . . . . .	105
3.3.1. Méthode de la complaisance . . . . .	105
3.3.2. Discussion sur la méthode . . . . .	110
3.4. Liens entre microstructure et propriétés mécaniques . . . . .	119
3.4.1. Pour le module d'Young . . . . .	119
3.4.2. Pour la ténacité . . . . .	121
3.5. Conclusion . . . . .	123
<b>4. Modélisation de la propagation de fissure</b>	<b>125</b>
4.1. Etat de l'art . . . . .	126
4.1.1. Les familles génériques de modèle de fissuration . . . . .	126
4.1.2. Application au cas spécifique de la fissuration de l'os . . . . .	131
4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse . . . . .	133
4.2.1. Les bases physiques du modèle . . . . .	133
4.2.2. Equations mécaniques et numériques du problème . . . . .	134
4.2.3. Formulation du modèle . . . . .	136
4.2.4. Aspect probabiliste et stratégie d'alimentation du modèle . . . . .	137
4.2.5. Méthode d'utilisation du modèle . . . . .	138
4.2.6. Paramètres probabilisés et lois de probabilité . . . . .	139
4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure . . . . .	140
4.3.1. Détermination des paramètres du modèle par analyse inverse . . . . .	141
4.3.2. Analyse et discussion des résultats . . . . .	143
4.4. Conclusion sur les résultats du modèle probabiliste de propagation de fissure . . . . .	151
4.5. Perspectives du modèle . . . . .	151

<b>Conclusions générales</b>	<b>153</b>
<b>Perspectives</b>	<b>155</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>156</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>177</b>
A. Chemins de propagation de la macrofissure du groupe GS1 . . . . .	177
B. Analyse de la microstructure du groupe GS1 . . . . .	178
C. Analyse de la microstructure du groupe GS2 . . . . .	188
D. Analyse de la microstructure du groupe GS1 et GS2 combinés . . . . .	198
E. Données expérimentales pour les échantillons brûlés du groupe GS1 .	202
F. Courbes du taux de restitution d'énergie en fonction de la longueur de fissure - GS1 . . . . .	203
G. Mesures des niveaux de gris pour chaque os pour la détermination de la porosité par tomographie . . . . .	205
H. Mesures des niveaux de gris pour chaque os pour la détermination de la densité minérale par tomographie . . . . .	209

# Table des figures

1.1. Hiérarchie structurelle de l'os [J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998] . . . . .	23
1.2. Microstructure de l'os cortical mature [MEYERS et P.-Y. CHEN 2014] . . . . .	25
1.3. Types d'ostéons : (a) transerval, (b) alterné, (c) longitudinal [Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968] . . . . .	26
1.4. Les niveaux de porosité de l'os cortical [SEVOSTIANOV et Mark KACHANOV 1998] . . . . .	27
1.5. Formation d'un ostéon primaire et d'un ostéon secondaire [ZYLBERBERG 2004] . . . . .	28
1.6. Cartographie des variations de module de l'os fémoral bovin, tirée de S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013 . . . . .	30
1.7. Les différents modes de fissuration [R. Bruce MARTIN, David B. BURR, SHARKEY et David P. FYHRIE 2015] . . . . .	34
1.8. Les mécanismes de ténacité intrinsèques et extrinsèques du tissu osseux [LAUNEY, BUEHLER et R. RITCHIE 2010] . . . . .	37
1.9. Loi de probabilité de rupture de l'os cortical (bovin) en fonction de la résistance ultime, tiré de PITHIOUX, LASAYGUES et CHABRAND 2002 . . . . .	40
1.10. Module d'Young en fonction de la porosité (KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023 : human femoral cortical bone / MCELHANEY, FOGLE, MELVIN et al. 1970 : human cortical cranial bone, compression / NEIL DONG et EDWARD GUO 2004 : human cortical bone, tension / J. D. CURREY 1988 : various species cortical bone, bending / SCHAFFLER et David B. BURR 1988 : bovine cortical bone, tension / HAIRE, HODGSKINSON, GANNEY et al. 1998 : equine cancellous bone, compression) . . . . .	42
2.1. Essai de flexion trois points : montage expérimental (gauche). 1) Panne de flexion, 2) Appui fixe, 3) Appui glissant, 4) Entaille et rainure (zoom sur la figure de droite) et 5) Capteur. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	54
2.2. Schéma d'un cycle de décharge (étapes 1-2)/recharge (étapes 3-4-5). $P_{ui}$ est l'effort au début du cycle (décharge); $P_{ri}$ est l'effort au rechargement pour le même NOD ( $\omega_{ui}$ ) que pour $P_{ui}$ . $A_i$ est l'aire du cycle, avec $\Delta P_i$ l'amplitude de déchargement. $\omega_{resi}$ est le NOD résiduel après déchargement complet. Tiré de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022. . . . .	55

2.3. Tangentes aux parties quasi-linéaires de la recharge et leurs intersections avec le point de départ du cycle. La ligne en pointillé est la tangente initiale. Tiré de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022. . .	56
2.4. Courbes de propagation de fissure - Force vs. NOD - GS1. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	57
2.5. Courbes de propagation de fissure - Force vs. NOD - GS2 [J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022]. . . . .	58
2.6. Chemins de propagation de la fissure (L : Latéral et M : Médial). Les os 15017D et 9021D appartiennent au groupe GS1 tandis que l'os de droite (5320D) appartient à GS2. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	59
2.7. Diminution du coefficient de rigidité ( $W$ ) en fonction du cycle imposé en NOD ( $\omega_{ui}$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	63
2.8. Evolution du NOD résiduel ( $\omega_{resi}$ ) en fonction du cycle imposé en NOD ( $\omega_{ui}$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	64
2.9. Evolution du NOD résiduel ( $\omega_{resi}$ ) en fonction du coefficient de rigidité ( $W$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	65
2.10. Courbes de largeur de cycle ( $b_i$ ) en fonction du NOD ( $\omega_{ui}$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . .	66
2.11. Lames histologiques sous microscope optique à transmission (x100, sans colorisation). . . . .	69
2.12. Lames histologiques et SOIs associées (jaune) pour chaque os testé. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	70
2.13. Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . .	74
2.14. Boxplots couplant les quadrants médial-latéral et postérieur-antérieur pour chaque variable. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	77

2.15. Biplot de l'ACP - Graphes des individus (36 SOIs x 10 os) pour chaque quadrant (sur GS1 & GS2). . . . .	79
3.1. Courbes de calibration pour les images de scanner. On distingue les étalons "Os" pour l'os cortical et "Spongieux" pour l'os trabéculaire des autres étalons correspondants aux autres tissus (HA correspond à la densité d'hydroxyapatite, i.e. la densité minérale). Adapté de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	88
3.2. Exemples de courbes de fraction volumique solide pour le groupe GS1. La ligne rouge représente le seuil SVF = 50 %, au dessus de cette ligne, les voxels contiennent plus de 50 % de matière. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	89
3.3. Graphiques de perte de volume relatif en fonction du paramètre de lissage pour les deux outils utilisés. . . . .	91
3.4. Visualisation de l'effet des lissages sur la géométrie récupérée (De haut en bas : volume initial voxelisé, volume après lissage surfacique et volume après lissage surfacique et lissage médian). . . . .	91
3.5. Etapes de génération des éléments géométriques de base d'un spécimen (4320G) (D'en haut à gauche à en bas à droite : 1) Lignes de contours pour la reconstruction - 2) Surface de chargement - 3) Modèle reconstruit avec entaille, surface de chargement et zone de concentration de contraintes - 4) Zoom sur la zone de concentration de contraintes pour le raffinement du maillage). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	93
3.6. Conditions aux limites pour le spécimen 4320G : 1) Nœuds de la ligne médiane du support fixe : déplacement fixe sur l'axe Z et X - 2) Nœuds de la ligne médiane du support glissant : déplacement fixe sur l'axe Z - 3) Nœud extérieur avant de chaque support : déplacement fixe sur l'axe Y - 4) Surface de chargement : déplacement imposé sur l'axe -Z. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	94
3.7. Gain de temps pour les simulations du 6121G (525 144 équations). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	96
3.8. Perte de volume relative pour chaque étape de création du modèle : 0) Segmentation (fichier STL), 1) Lissage de surface, 2) Lissage médian, 3) Reconstruction Rhinoceros 3D <sup>®</sup> (Haut : GS1, Bas : GS2). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	97
3.9. Perte de volume au niveau de l'extrémité proximale de l'os 9021D entre le fichier STL (a) et la reconstruction Rhinoceros 3D <sup>®</sup> (b). . . . .	100
3.10. Fissure réelle et fissure idéalisée équivalente (MNLR = Mécanique Non-Linéaire de la Rupture, MLR = Mécanique Linéaire de la rupture). . . . .	106
3.11. Modèles élastiques simples avec les différentes longueurs de fissure idéalisées équivalentes pour l'os 9021D (de gauche à droite, a=0, 5.03, 9.83, 14.63, 19.43 et 24.23). . . . .	108
3.12. Détermination de la ténacité transversale pour le groupe GS1 à l'aide de la méthode de la complaisance. . . . .	109

3.13. Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie pour les os du groupe GS1. Les axes verticaux correspondent aux jointures des os, <i>i.e.</i> le point où les quadrants médiaux et latéraux se rejoignent. . . . .	109
3.14. Module d'Young en fonction de la porosité (MCELHANEY, FOGLE, MELVIN et al. 1970 : os cortical humain (crâne), compression / NEIL DONG et EDWARD GUO 2004 : os cortical humain (fémur), traction / J. D. CURREY 1988 : os cortical (espèces multiples), flexion / SCHAFFLER et David B. BURR 1988 : os cortical bovin (fémur et tibia), traction / HAIRE, HODGSKINSON, GANNEY et al. 1998 : os trabéculaire équin (métacarpe), compression). Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.	110
3.15. Description de l'allure globale des courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie. . . . .	112
3.16. Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie des éprouvettes en résine sable. . . . .	115
3.17. Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie des éprouvettes en résine sable de section rectangulaire uniquement. . . . .	116
3.18. Estimation de la taille de la FPZ sur les différentes géométries. . . . .	118
3.19. Matrice de corrélation des variables pour l'étude des liens entre le module d'Young et la microstructure (GS1 et GS2). Le module (E) est en <i>MPa</i> , la porosité (P) en %, la taille ostéonale (TO) en <i>mm</i> et la densité ostéonale en (DO) <i>nb/mm<sup>2</sup></i> . . . . .	120
3.20. Matrice de corrélation des variables pour l'étude des liens entre la ténacité et la microstructure (GS1 uniquement). . . . .	122
4.1. Loi d'endommagement et conflit conceptuel lors de la localisation de la fissuration (post-pic en rouge) . . . . .	127
4.2. Organigramme de la méthode de modélisation de la fissuration couplée à de l'endommagement, tiré de LEMAITRE et CHABOCHE 2020 . . . . .	128
4.3. Schéma et loi de comportement d'un modèle de fissure cohésive . . . . .	129
4.4. Schéma et loi de comportement d'un modèle de bande de fissure . . . . .	130
4.5. Modèle lattice, a) un maillage régulier et b) un résultat de calcul, tiré de NIKOLIĆ, KARAVELIĆ, IBRAHIMBEGOVIC et al. 2018 . . . . .	131
4.6. Loi de comportement du modèle de fissuration probabiliste . . . . .	137
4.7. Etude paramétrique avec une résistance moyenne de 100 MPa sur l'os 9021D. La courbe noire correspond à la réponse expérimentale. . . . .	142
4.8. Comparaison des réponses numériques et expérimentales pour l'os 9021D et l'os 6121G. La courbe noire correspond à la réponse expérimentale du 9021D et la grise celle du 6121G. . . . .	143
4.9. Eprouvette de traction (1) de dimensions 40 mm x 10 mm x 5 mm (gauche) et réponse numérique (droite). . . . .	146
4.10. Eprouvette de traction (2) de dimensions 20 mm x 5 mm x 5 mm (gauche) et réponse numérique (droite). . . . .	147

1.	Chemins de propagation de la fissure du groupe GS1 (L : Latéral et M : Médial) . . . . .	177
2.	Diagramme de contributions des variables . . . . .	178
3.	Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . .	179
4.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque quadrant. . . . .	180
5.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 9021D . .	180
6.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 8021D . .	181
7.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 4320G . .	181
8.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 6121G . .	182
9.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 15017D . .	182
10.	Boxplots couplant les quadrants médial-latéral et postérieur-antérieur pour chaque variable. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	187
11.	Diagramme de contributions des variables . . . . .	188
12.	Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os. . . . .	189
13.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque quadrant. . . . .	190
14.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 5320D . .	190
15.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 5320G . .	191
16.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 5820D . .	191
17.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 6620D . .	192
18.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 6620G . .	192
19.	Boxplots couplant les quadrants médial-latéral et postérieur-antérieur pour chaque variable. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	197
20.	Diagramme de contributions des variables . . . . .	198
21.	Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os. . . . .	199
22.	ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque quadrant. . . . .	200
23.	Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 9021D. . .	203
24.	Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 8021D. . .	203
25.	Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 4320G. . .	204
26.	Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 6121G. . .	204
27.	Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 15017D. . .	205

# Liste des tableaux

1.1. Coefficients élastiques de la littérature pour différentes techniques de détermination et dispersion entre parenthèses. H correspond à de l'os haversien et P à de l'os plexiforme (*C11 et C22 confondus). . . . .	31
1.2. Coefficients élastiques pour différents tests mécaniques sur ostéons de fémur humain selon l'orientation des fibres, (i) Compression [Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968], (ii) Traction [A. ASCENZI et E. BONUCCI 1967], (iii) Torsion [Antonio ASCENZI, Paolo BASCHIERI et Alessandro BENVENUTI 1994], (iv) Flexion [A. ASCENZI, P. BASCHIERI et A. BENVENUTI 1990] . . . . .	32
1.3. Valeurs de ténacité de la littérature pour différentes techniques de détermination (Orientation de la fissure : Longitudinal (L) et Transversal (T)) . . . . .	36
1.4. Valeurs de résistance de la littérature pour différentes techniques de détermination (L : Longitudinal et T : Transversal) et dispersion entre parenthèses (? signifie que la dispersion est manquante). . . . .	39
2.1. Références des sujets GS1 (rainurés) et GS2 (non-rainurés) : Age (années), Sexe (F pour Femme, M pour Homme), Latéralité (Origine du fémur, Gauche (G) ou Droite (D)) . . . . .	52
2.2. Longueur d'entaille, longueur d'entaille réelle, raideur initiale, effort maximum et ouverture d'entaille au pic de la courbe pour chaque spécimen. . . . .	62
2.3. Paramètres microstructuraux mesurés au microscope. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	71
2.4. Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	74
2.5. Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la porosité. Les valeurs en gras sont inférieures à la valeur significative de $p=0.05$ . Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	76
2.6. Tableau des valeurs de densité minérales du groupe GS1. . . . .	83
3.1. Longueur d'entaille des spécimens. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	92
3.2. Overview des fichiers de calcul . . . . .	94
3.3. Diamètre maximal de la section entaillée, fichier STL (Seuillage : étape 0 dans la figure 3.8) comparé à l'os réel. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	96

3.4. Perte de volume relative lors du maillage par rapport à la dernière étape de reconstruction du modèle Rhinoceros 3D <sup>®</sup> (correspond à l'étape 3 dans la figure 3.8). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	98
3.5. Valeurs (HU) résultant des segmentations avec les seuillages "SVF" et la méthode de l'histogramme "MH". Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. . . . .	99
3.6. Comparaison des porosités obtenues par histologie et par scanner - GS1	102
3.7. Comparaison des porosités obtenues par histologie et par scanner - GS2	103
3.8. Comparaison entre densité minérale par crémation et par tomographie (Ratio = crémation sur tomographie). . . . .	104
3.9. Modules d'Young moyens obtenus. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	107
3.10. Valeurs plateaux de ténacité pour les os du groupe GS1 (moyenne sur les points présents dans la phase 2 de la courbe). . . . .	113
4.1. Etat de fissuration final (haut) et état d'endommagement associé (bas) pour deux distributions pour l'os 6121G. Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns (haut). Les éléments rouges sont complètement endommagés $D = 1$ (bas). . . . .	144
4.2. Etat de fissuration final pour l'os 9021D. Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns. . . . .	145
4.3. Etat de fissuration final et état d'endommagement associé pour l'éprouvette (1). Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns (gauche). Les éléments rouges sont complètement endommagés $D = 1$ (droite). . . . .	148
4.4. Etat de fissuration final et état d'endommagement associé pour l'éprouvette (2). Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns (gauche). Les éléments rouges sont complètement endommagés $D = 1$ (droite). . . . .	149
1. Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	178
2. Résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk pour le groupe GS1 .	183
3. Pourcentage de porosité pour le groupe GS1 (A : Antérieur / L : Latéral / M : Médial / P : Postérieur) . . . . .	183
4. Tests appariés de Friedman pour chaque os et chaque variable - GS1 .	184
6. Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la densité ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de $p=0.05$ . . . . .	185
5. Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la taille ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de $p=0.05$ . . . . .	185

7.	Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la porosité. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de $p=0.05$ . Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. . . . .	186
8.	Tests non-appariés de Kruskal-Wallis pour chaque quadrant et chaque variable - GS1 . . . . .	186
9.	Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2.	188
10.	Résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk pour le groupe GS2 . . . . .	193
11.	Pourcentage de porosité pour le groupe GS1 (A : Antérieur / L : Latéral / M : Médial / P : Postérieur) . . . . .	193
12.	Tests appariés de Friedman pour chaque os et chaque variable - GS2 . . . . .	194
14.	Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la densité ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de $p=0.05$ . . . . .	195
13.	Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la taille ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de $p=0.05$ . . . . .	195
15.	Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la porosité. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de $p=0.05$ . . . . .	196
16.	Tests non-appariés de Kruskal-Wallis pour chaque quadrant et chaque variable - GS2 . . . . .	196
17.	Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2.	198
18.	Résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk pour le groupe GS1 & GS2 combinés . . . . .	200
19.	Tests non-appariés de Kruskal-Wallis pour chaque quadrant et chaque variable - GS1 & GS2 . . . . .	201
20.	Masses pré et post-crémation et volume des échantillons brûlés du groupe GS1 . . . . .	202
21.	Mesures de niveaux de gris pour le 9021D . . . . .	205
22.	Mesures de niveaux de gris pour le 8021D . . . . .	206
23.	Mesures de niveaux de gris pour le 4320G . . . . .	206
24.	Mesures de niveaux de gris pour le 6121G . . . . .	206
25.	Mesures de niveaux de gris pour le 15017D . . . . .	206
26.	Mesures de niveaux de gris pour le 5320D . . . . .	207
27.	Mesures de niveaux de gris pour le 5320G . . . . .	207
28.	Mesures de niveaux de gris pour le 5820D . . . . .	207
29.	Mesures de niveaux de gris pour le 6620D . . . . .	207
30.	Mesures de niveaux de gris pour le 6620G . . . . .	208
31.	Niveaux de gris des volumes équivalents sur le scanner pour la détermination de la densité minérale . . . . .	209

# Introduction

La fracture osseuse est l'un des traumatismes les plus fréquents chez l'Homme. Il est nécessaire de prédire, prévenir et traiter ces blessures. Ces lésions peuvent apparaître dans de multiples scénarios (transports, environnement professionnel, loisirs voir même sur une simple chute à son domicile). Un domaine en particulier est responsable de 18942 hospitalisations en France sur l'année 2022<sup>1</sup> : les accidents de la circulation. Les dommages corporels fréquents sur ce type d'incident sont les contusions et les fractures. L'accidentologie les étudie pour réduire leur occurrence et leur gravité.

En parallèle de ces risques, la population mondiale est touchée par l'ostéoporose : une pathologie des os qui diminue la masse osseuse et altère la microstructure de l'os. Cette dernière touche majoritairement les personnes âgées de plus de 50 ans et particulièrement les femmes<sup>2</sup> [WORLD HEALTH ORGANIZATION 1994 ; BONNICK 2006]. Elle augmente les risques de fractures, notamment celle du col du fémur, fréquente dans les cas de chutes. Rien qu'en France, le nombre de fractures du col du fémur par an est estimé à 50000<sup>3</sup>. Chacune entraîne une prise en charge médicale lourde. L'enjeu sociétal de santé est donc le traitement de ces patients qui doit être anticipé, maîtrisé et personnalisé. Inéluctablement cela représente un coût : 800 millions d'euros<sup>3</sup>. Cette tendance souligne un réel besoin de la silver economy de comprendre les mécanismes de fracture afin d'améliorer la qualité de vie des séniors, mais aussi réduire les coûts sociaux en améliorant leur traitement.

En implantologie, la question de la fracture de l'os se pose au niveau des interactions entre l'os et la prothèse (*e.g.* prothèse de hanche après fracture du col du fémur), tant sur l'ancrage que le maintien sous chargement. La pose de la prothèse peut occasionner des défauts dans la zone d'intégration, pouvant mener à une rupture. Un tel scénario entraîne des complications pour le patient et la reprise de la prothèse sur une zone fragilisée par la première pose est d'autant plus complexe.

Une problématique émane de ces cas de figure : le besoin de prédire, comprendre et traiter les fractures osseuses. Depuis le début du XX<sup>e</sup> siècle, la communauté scientifique cherche à comprendre les mécanismes de rupture du tissu osseux humain. Des modèles furent développés à la suite d'années de campagne d'essais mécaniques pour prédire et traiter ce type de blessure. Ces modèles ont évolué depuis et les actuels sont

1. Chiffre de l'Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière (ONISR)
2. Chez les plus de 50 ans, 1 femme sur 3 et 1 homme sur 5 sont affectés selon l'Assurance Maladie.
3. Chiffre de la société française de rhumatologie

performants quant aux risques de rupture du tissu osseux : les approches utilisées permettent d'évaluer un risque de lésion sur des zones du squelette. Dans le cadre d'un crash-test, le modèle est capable de décrire les dommages corporels subits par le conducteur du véhicule : les parties touchées sont décrites par des zones où la contrainte dépasse un critère imposé sur la base de propriétés mécaniques. Cependant, il ne permet pas de prédire les caractéristiques fines de la fissure, à savoir le faciès, le nombre, l'ouverture, la longueur, ... Ces éléments sont pourtant primordiaux dans la caractérisation de la rupture du tissu et donc dans la caractérisation de la blessure du patient. Avec ces informations, le traitement de la blessure est amélioré puisque la fracture est décrite précisément. A l'aide d'un diagnostic précis et fiable, le praticien peut alors choisir les outils de traitement (chirurgie, orthèses, médicaments ou encore soins palliatifs) adaptés en fonction de la blessure.

Par conséquent, il est nécessaire de faire évoluer les prises en charge des fractures des os au moyen d'un modèle prédictif de la rupture du tissu osseux. Le projet de thèse vise à mettre en place une stratégie d'enrichissement des approches actuelles et apporter des informations quantitatives sur la fissure. Comment arriver donc à un modèle qui permet de prédire les caractéristiques fines de la fissure dans l'os ?

Cet ouvrage s'inspire de travaux réalisés dans le domaine des matériaux cimentaires, dans lesquels des modèles prédictifs de fissuration ont été développés. Pour les bétons, de tels modèles sont essentiels pour les ouvrages : il faut prédire les apparitions de fissures au sein de la structure pour des raisons de résistance et de stabilité structurale ou pour des problématiques de durabilité. De la même façon que le béton, les os sont la charpente de l'édifice humain et le tissu osseux, bien que très différent par nature, possède des similitudes avec le béton. En effet, ils sont tous deux des matériaux quasi-fragiles, polyphasiques et hétérogènes. Le cœur du travail est de transposer cette stratégie de modélisation tout en l'adaptant à un tissu biologique complexe. La philosophie de modélisation vise à intégrer une physique pertinente, *i.e.* réaliste de la fissure et suffisante, au sens où les mécanismes induits sont prépondérants sur les processus à représenter. Cette stratégie tient compte de l'hétérogénéité du matériau et de ses effets (distribution aléatoire dans le matériau, effets d'échelles) sur la propagation de fissure pour arriver à un modèle enrichi robuste.

Il est possible d'enrichir un modèle de différentes manières : en complexifiant sa formulation mathématique par exemple, ou en enrichissant les données d'entrées. C'est la seconde méthode qui est employée ici. L'idée de base est de tenir compte du lien qui existe entre la microstructure du matériau et les processus de fissuration dans la modélisation. La connaissance de ce lien peut se traduire, dans le modèle, par le fait de faire varier les propriétés mécaniques du matériau en lien avec son hétérogénéité par le biais d'une approche probabiliste. Le modèle embarque alors une physique simple mais enrichie par l'aléa de propriétés mécaniques pour décrire la propagation de la fissure. Pour les os, il est nécessaire de quantifier expérimentalement ce lien. La construction d'un ensemble de données exploitables en ce sens est le point central du

travail de la thèse dans le projet global de développement d'un modèle prédictif. De fait, l'impact de la microstructure sur les propriétés mécaniques de l'os est encore pas ou trop peu décrit pour l'implémentation d'un modèle du genre.

La méthodologie s'organise en trois étapes : (i) construire une base de données pour le modèle, (ii) identifier le lien entre hétérogénéité et propriétés mécaniques et (iii) choisir un modèle pertinent de fissuration intégrant cette hétérogénéité avec une approche probabiliste. Le déroulement de la thèse s'articule de la manière suivante :

1. Une compréhension de la physique du matériau, ses propriétés mécaniques et sa microstructure associée, ainsi que les modèles de fissuration existants sur la base de travaux bibliographiques.
2. Une campagne expérimentale en deux parties, (i) l'une sur une campagne d'un essai de propagation de fissure à l'échelle macroscopique et (ii) l'autre sur l'analyse de la microstructure du matériau et la caractérisation de son hétérogénéité. L'objectif de cette étape est de créer une base de connaissances expérimentales et de comprendre les mécanismes de rupture du matériau.
3. L'exploitation des résultats expérimentaux afin d'identifier un premier niveau de propriétés mécaniques (élasticité et ténacité), mais aussi d'étudier la variabilité des propriétés mécaniques inter-os, *i.e.* les différences entre les propriétés mécaniques d'individus différents.
4. Le choix d'un modèle cohérent avec les processus que l'on souhaite modéliser ainsi que l'échelle d'étude. Suivi d'un second niveau d'identification des propriétés mécaniques manquantes pour le modèle choisi, mais aussi d'étudier la variabilité intra-os, *i.e.* identifier le lien entre hétérogénéité et variabilité mécanique à inclure dans le modèle.

Enfin, la réponse numérique du modèle de fissuration est comparée à la réponse des essais mécaniques de propagation de la fissure. On conclut sur la faisabilité de la stratégie de modélisation utilisée et les perspectives de futures études en lien avec l'évolution du modèle.

# 1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile

## Sommaire

1.1. Le matériau "os" . . . . .	22
1.1.1. Composition et structure hiérarchisée . . . . .	23
1.1.1.1. Composition . . . . .	23
1.1.1.2. Macrostructure . . . . .	24
1.1.1.3. Microstructure . . . . .	24
1.1.1.4. Nanostructure . . . . .	26
1.1.2. Formation et remodelage osseux . . . . .	27
1.1.2.1. Os primaire . . . . .	27
1.1.2.2. Os secondaire ou système haversien . . . . .	28
1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux . . . . .	29
1.2.1. Propriétés mécaniques de l'os cortical . . . . .	29
1.2.1.1. Propriétés élastiques . . . . .	29
1.2.1.2. Propriétés de rupture . . . . .	33
1.2.1.3. Résistance . . . . .	38
1.2.2. Impact de la microstructure sur les propriétés mécaniques . . . . .	41
1.2.2.1. Porosité . . . . .	41
1.2.2.2. Système haversien . . . . .	41
1.2.2.3. Matériaux virtuels . . . . .	44
1.2.3. Facteurs influençant les propriétés mécaniques . . . . .	44
1.2.3.1. Densités osseuses (physique, scanner et minérale) . . . . .	44
1.2.3.2. Age . . . . .	45
1.2.3.3. Embaumement, température et hygrométrie . . . . .	46
1.2.3.4. Effets d'échelles . . . . .	47
1.3. Conclusion . . . . .	48

## 1.1. Le matériau "os"

Le squelette des vertébrés est la charpente supportant les muscles et protégeant les organes. Ce dernier est constitué d'os : une structure de tissu conjonctif. Ils sont classés par analyse morphométrique (géométrie et forme) en 4 classes : os courts (*e.g.* tarse), os complexes (*e.g.* vertèbre), os plats (*e.g.* épaule) et os longs (*e.g.* tibia, fémur) [GOURRIER et REICHE 2015]). On définit également le terme os comme le matériau

## 1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.1. Le matériau "os"

composant ces structures. Il s'agit d'un matériau biologique complexe qui présente une hétérogénéité structurelle hiérarchisée. D'aspect composite, l'assemblage multi-échelle des composants de l'os forme un tissu résistant aux traumatismes subis par le corps.

### 1.1.1. Composition et structure hiérarchisée

#### 1.1.1.1. Composition

L'os est un matériau hétérogène composé de trois phases principales, minérale (70 %), protéique (20 %) et liquide (10 % eau) [AUGAT et SCHORLEMMER 2006; SCHWARCZ, ABUEIDDA et JASIUK 2017]. La phase minérale est principalement composée d'hydroxyapatite, de formule  $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$ , ainsi que de carbonates [AKRAM, AHMED, SHAKIR et al. 2014; HABERKO, BUĆKO, BRZEZIŃSKA-MIECZNIK et al. 2006]. La phase protéique elle, est constituée principalement de collagène de type I, ainsi que de protéines non-collagèneuses [SCHWARCZ, ABUEIDDA et JASIUK 2017]. Le pourcentage restant est de l'eau présente dans le matériau sous 3 types : (i) l'eau libre dans les pores du tissu, (ii) l'eau faiblement liée dans les fibres microscopiques et (iii) l'eau liée au niveau moléculaire [GRANKE, DOES et NYMAN 2015; NYMAN, ROY, SHEN et al. 2006; UNAL, YANG et AKKUS 2014].

L'ensemble de ces éléments forme un assemblage hiérarchisé (fig.1.1). On distingue trois échelles principales : macroscopique (centimètre, os cortical et os spongieux), microscopique (centaine de microns, ostéons) et nanoscopique (dizaine de nanomètre, fibre et fibrille), chacune correspondant à un arrangement spécifique des éléments de l'échelle sous-jacente.

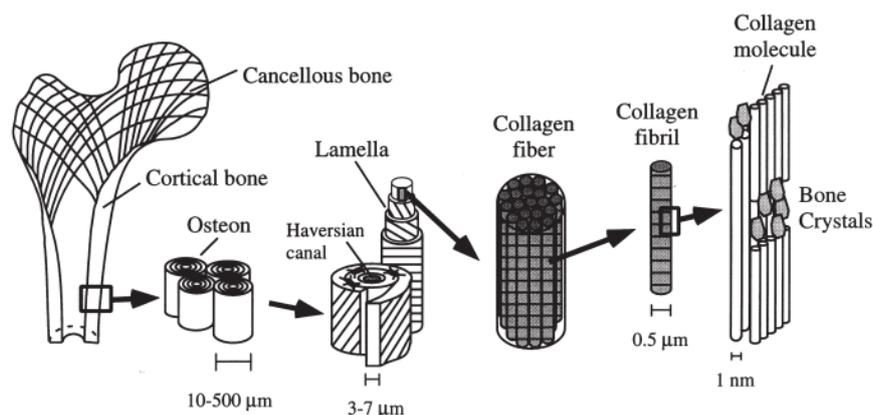


FIGURE 1.1. – Hiérarchie structurelle de l'os [J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998]

De plus, le tissu osseux est un matériau biologique. A l'aide de structures cellulaires, il s'organise et se réorganise en fonction de la charge mécanique qui le sollicite. La structure de l'os, spongieux ou cortical, a une forte tendance à s'orienter parallèlement

## 1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.1. Le matériau "os"

à l'axe de la charge appliquée. Il est remodelé en permanence par les ostéoclastes résorbant la matrice osseuse et les ostéoblastes synthétisant une matrice osseuse nouvelle [GOURRIER et REICHE 2015]. Inclus dans cette matrice se trouvent les ostéocytes (environ 10  $\mu\text{m}$ ), communiquant les uns par rapport aux autres par les canalicules. Ces cellules emprisonnées dans l'os agissent comme des mécano-récepteurs et régissent l'activité de remodelage osseux [BLACK et TADROS 2020]. Elles sont chacune contenues dans une microporosité, les lacunes.

### 1.1.1.2. Macrostructure

Morphologiquement parlant, la partie centrale d'un os est appelée diaphyse, tandis que les extrémités sont appelées épiphyses. Le périoste (enveloppe externe) mis à part, on distingue l'os trabéculaire (ou spongieux) de l'os cortical :

- Le premier est le plus poreux. Il est au cœur de l'os [BLACK et TADROS 2020]. Il est formé d'un ensemble de travées, nommées trabécules et de la moelle remplissant les pores. La moelle représente 80 % du volume de l'os spongieux et les 20 % restants sont rempli par des trabécules [AUGAT et SCHORLEMMER 2006; J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998; GOURRIER et REICHE 2015; BLACK et TADROS 2020]. Elles sont composées du même tissu osseux que dans l'os cortical, mais leur organisation est différente. Ce tissu est très vascularisé à cause de la présence de la moelle osseuse rouge qui produit les cellules du sang [GOURRIER et REICHE 2015; BLACK et TADROS 2020].
- Le second est l'os le plus dense, responsable de la majorité de la tenue mécanique de l'organe. Il forme la paroi des os sous le périoste et compose 80 % du squelette. La thèse s'intéresse à ce tissu en particulier. Avec une porosité faible d'environ 10 %, il est composé d'un amas de lamelles concentriques. Sa microstructure est détaillée plus bas dans la section 1.1.1.3. L'épaisseur d'os cortical est maximale dans la diaphyse de l'os pour les os longs comme le fémur, sujet des essais mécaniques de la thèse.
- Le périoste est une enveloppe de tissu conjonctif entourant sa surface et qui contribue à sa vascularisation [BLACK et TADROS 2020].

### 1.1.1.3. Microstructure

**Ostéons et os interstitiel** Dans l'os cortical mature, l'ostéon est l'unité de base du système Haversien, ensemble de lamelles concentriques entourant les canaux de Havers amenant les vaisseaux sanguins dans l'intégralité du tissu. Ces canaux sont dirigés parallèlement à l'axe de l'ostéon. Avec les canaux de Volkmann, leurs analogues dans la direction transversale, ils fournissent les besoins énergétiques et nutritifs du tissu biologique [MEYERS et P.-Y. CHEN 2014; J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998; GOURRIER et REICHE 2015]. La ligne cémentante se distingue sur le pourtour extérieur de l'ostéon. Elle diffère des autres lamelles en délimitant son contour et possède des propriétés particulières encore débattues (cf. 1.2.2.2).

## 1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.1. Le matériau "os"

Les ostéons sont assemblés parallèlement par rapport à leur axe et s'orientent dans la direction de l'axe de l'os. Certains auteurs les voient comme des fibres composites renforcées d'un matériau lui-même composite : elles sont incluses dans une matrice d'os interstitiel comblant les espaces non remplis par les ostéons [K. ALAM 2014; DE MICHELI et WITZEL 2011; J. L. KATZ et YOON 1984; LIPSON et J. Lawrence KATZ 1984; R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998; MISCHINSKI et URAL 2011; MULLINS, SASSI, MCHUGH et al. 2009]. CRESCIMANNO et STOUT 2012 et GAUTHIER, FOLLET, OLIVIER et al. 2019 estiment les proportions d'os ostéonal et d'os interstitiel à environ 50 %.

La structure de l'os cortical se présente donc comme la figure 1.2 ci-dessous (la cavité de résorption est un site actif des ostéoclastes résorbant la matrice osseuse pour la renouveler (voir section 1.1.2)) :

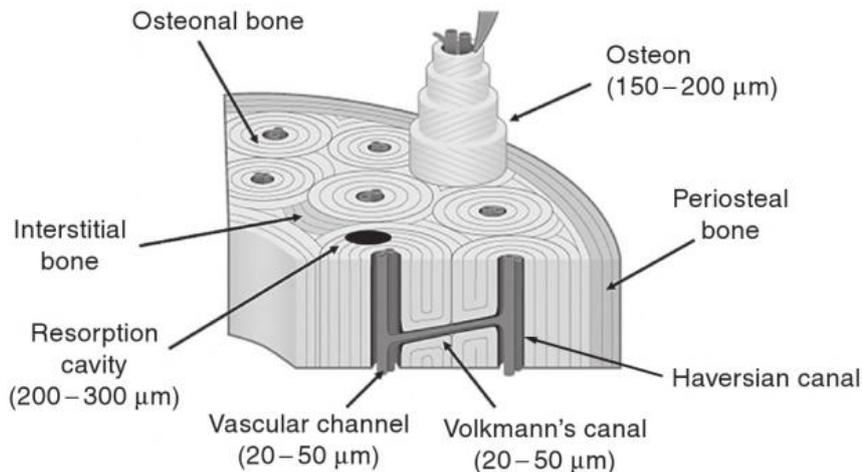


FIGURE 1.2. – Microstructure de l'os cortical mature [MEYERS et P.-Y. CHEN 2014]

On décrit trois types d'ostéons selon l'orientation des fibres de collagènes des lamelles. Les fibres peuvent être orientées (i) transversalement, *i.e.*, à 90° par rapport à l'axe de l'ostéon, (ii) longitudinalement dans le sens des ostéons et (iii) alternées avec une succession régulière de fibres transversales et longitudinales (Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968. Cette orientation peut être identifiée visuellement au microscope par les zones réfléchies ou non de l'ostéon (fig.1.3).

Il est à noter que la microstructure des os varie le long de sa section, mais également dans cette section. On définit quatre quadrants par rapport à la position anatomique de base : postérieur, antérieur, latéral et médial. Plusieurs travaux sur la cartographie de la microstructure révèlent une différenciation de couples de quadrants antérieur-postérieur et médial-latéral qui présentent une microstructure similaire entre eux dans le fémur humain [S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013; A. A. ABDEL-WAHAB, Khurshid ALAM et SILBERSCHMIDT 2011; BARBOS, BIANCO et A. ASCENZI 1982].

1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.1. Le matériau "os"

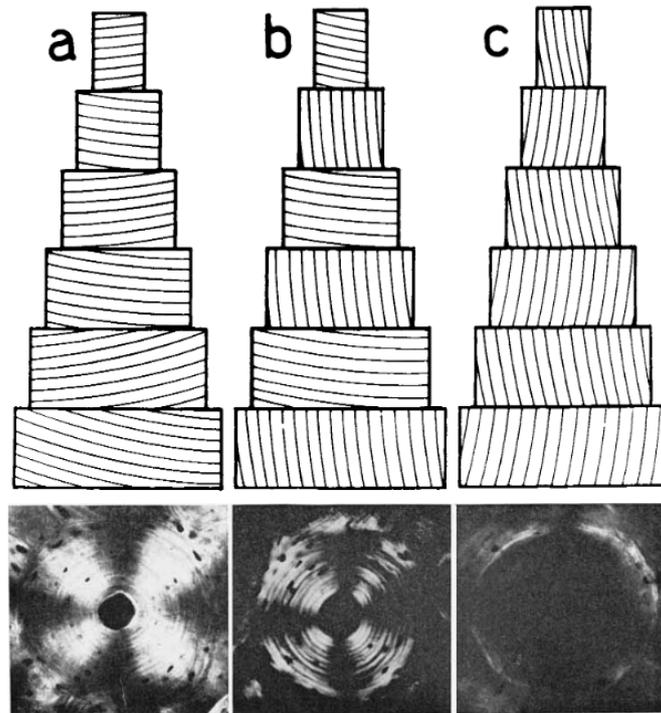


FIGURE 1.3. – Types d'ostéons : (a) transversal, (b) alterné, (c) longitudinal [Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968]

**Porosité** Le réseau de porosité dans l'os cortical est classé en trois niveaux dimensionnels (fig.1.4) [SEVOSTIANOV et Mark KACHANOV 1998] :

1. des pores cylindriques (canaux de Havers) d'un diamètre de  $50\ \mu\text{m}$
2. des cavités sphéroïdales (lacunes) d'environ  $5\ \mu\text{m}$
3. un réseau de pores cylindriques perpendiculaire à l'axe des canaux de Havers (canaliculi et canaux de Volkmann) de l'ordre de  $5\ \mu\text{m}$  bien que contradictoire avec MEYERS et P.-Y. CHEN 2014 où la taille des canaux de Volkmann s'apparente à ceux de Havers de 20 à  $50\ \mu\text{m}$ .

Il est également à noter que la porosité peut varier selon le type d'os et la localisation GOURRIER et REICHE 2015; R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998. Elle peut également atteindre jusqu'à 50 % chez les personnes très âgées [MEYERS et P.-Y. CHEN 2014; OSTERHOFF, MORGAN, SHEFELBINE et al. 2016].

#### 1.1.1.4. Nanostructure

En descendant encore d'une échelle, les lamelles des ostéons sont constituées de fibres de collagène. Ces fibres cylindriques sont elles-mêmes composées de fibrilles de collagène. Enfin, ces fibrilles sont des assemblages cylindriques de molécule de collagène de type I avec des cristaux d'hydroxyapatite comme liant [SCHWARCZ, ABUEIDDA et JASIUK 2017] (fig.1.1).

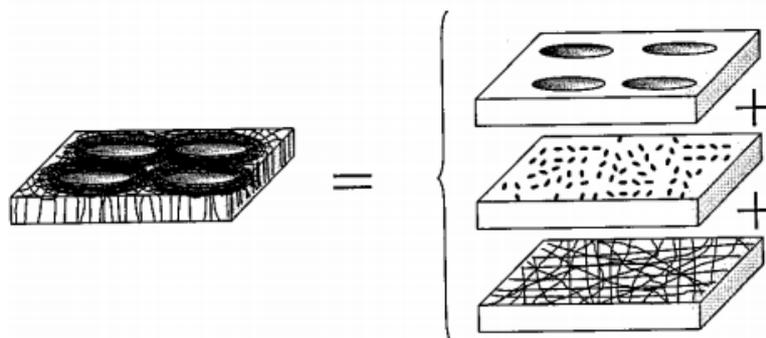


FIGURE 1.4. – Les niveaux de porosité de l'os cortical [SEVOSTIANOV et Mark KACHANOV 1998]

## 1.1.2. Formation et remodelage osseux

La formation de la structure osseuse corticale d'un individu adulte se déroule en deux étapes, (i) la création d'un tissu osseux primaire à partir du tissu conjonctif présent et soumis à des stimuli mécaniques, puis (ii) le remodelage osseux créant un os dit secondaire (fig.1.5). Cet os secondaire est l'os cortical dit mature.

### 1.1.2.1. Os primaire

L'os primaire est le type d'os qui se forme à partir du tissu conjonctif présent lors de la formation de l'os en l'absence de tissu osseux [ZYLBERBERG 2004]. Cette création de tissu, ou ossification, survient lors de la formation des os d'un bébé ou la réparation d'une fracture grave nécessitant la reconstruction du tissu osseux.

Il se forme alors un os dit "tissé" n'ayant pas d'orientation particulière qui sous les contraintes imposées se réarrange en une matrice osseuse formée de lamelles orientées parallèlement à la circonférence de l'os [ZYLBERBERG 2004]. De même chez R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998, qui définissent le tissu osseux primaire en deux catégories, la première étant un tissu circulaire lamellaire se formant parallèlement au périoste et le second un tissu plexiforme formant un réseau de briques. Cependant, ce second type de tissu plexiforme est typique des animaux à croissance rapide tels que les équidés, les bovidés ou les cervidés [R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998; CRESCIMANNO et STOUT 2012; CUIJPERS 2006; HILLIER et BELL 2007].

Pendant cette étape d'ossification, les vaisseaux sanguins s'intègrent dans l'os primaire pour l'alimenter en nutriments. Ces vaisseaux s'insèrent donc au sein de la matrice osseuse primaire en construction et se forment autour de ceux-ci des ostéons dits primaires [ZYLBERBERG 2004; R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998]. L'ostéon primaire est un amas de lamelles concentriques autour d'un vaisseau sanguin et qui ne dispose pas de ligne cémentante [SKEDROS, HOLMES, VAJDA et al. 2005; R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998].

### 1.1.2.2. Os secondaire ou système haversien

Par la suite, le tissu osseux subit le remodelage. Cette opération caractéristique de ce matériau permet de donner les propriétés mécaniques nécessaires à celui-ci pour résister aux chargements mécaniques induits lors des mouvements de l'individu ainsi que de résister aux fractures de fatigue [R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998; LIN, AUBIN, PARENT et al. 2009]. Ce processus se renouvelle pendant toute la vie de l'individu et permet également de remplacer et réparer les tissus fragilisés par des microfissures [JUNDT 2007]. Toutefois, il semblerait ralentir avec l'âge voir s'arrêter vers la soixantaine, bien que difficile à déterminer [HADJIDAKIS et ANDROULAKIS 2006; DESOUTTER, MENTAVERRI, BRAZIER et al. 2012; AGER, BALOOCH et R. O. RITCHIE 2006].

La portion de l'os est résorbée par les ostéoclastes. Les ostéoblastes viennent ensuite former du tissu osseux en reconstruisant des lamelles concentriques autour du vaisseau sanguin ou canal de Havers en partant de la cavité de résorption (de l'extérieur vers l'intérieur). La lamelle la plus extérieure, c'est-à-dire la primo-formée, est la ligne cémentante. L'os cortical passe alors de primaire à secondaire : il contient des ostéons primaires remodelés ou ostéons secondaires dans une matrice d'os composée de restes d'os primaire tissé et de restes d'ostéons secondaires partiellement résorbés : c'est l'os interstitiel ou matrice osseuse [R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998]. Chez l'adulte, la présence d'ostéon primaire est rare du fait du remodelage quasi-total de l'os. Toutefois, il est possible d'en retrouver sur certaines coupes histologiques [ZYLBERBERG 2004]. Suite à la formation de l'ostéon, son taux de minéralisation augmente au cours de sa croissance, jouant un rôle sur sa tenue mécanique (section 1.2.1.1).

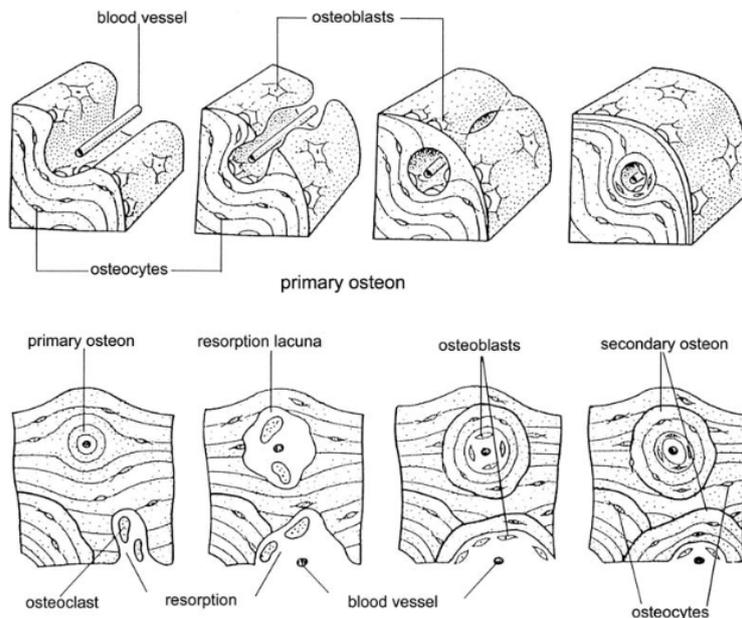


FIGURE 1.5. – Formation d'un ostéon primaire et d'un ostéon secondaire [ZYLBERBERG 2004]

Ce processus est mis en cause par HADJIDAKIS et ANDROULAKIS 2006 comme responsable de la présence de contraintes internes au sein du matériau, mises en lumière par des essais expérimentaux comme ceux de TADANO et OKOSHI 2006. YAMADA et TADANO 2010 montre que cet état de contraintes non-uniforme dans le tissu osseux, même sous chargement nul, peut atteindre des amplitudes de la centaine de MPa à l'échelle de l'ostéon et proche de la surface extérieure de l'os. Il est directement corrélé avec la densité des ostéons [YAMADA, TADANO et FUJISAKI 2011].

## 1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux

### 1.2.1. Propriétés mécaniques de l'os cortical

#### 1.2.1.1. Propriétés élastiques

De nombreux travaux ont été réalisés afin de caractériser les propriétés élastiques de l'os cortical. Néanmoins, de par sa nature complexe et variable, il est difficile de trouver un consensus à cause des différentes méthodes de détermination, du type d'os, de la localisation de l'échantillon, des différences inter-espèces (bovins, équins, canins, murins, primates, cervidés, etc...) et intra-espèces. Elles donnent des résultats similaires autour de 18 GPa pour le module élastique chez l'homme. Cette valeur peut varier de 4 GPa à 32 GPa selon la méthode et l'espèce [R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998; J. L. KATZ et YOON 1984; J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998; John D. CURREY 1988; ZIOUPOS et J. D CURREY 1998; GRIMAL, HAUPERT, MITTON et al. 2009]. En effet, les résultats de l'étude de J. D. CURREY 1988 montrent une grande variabilité inter-espèces, pouvant aller du simple au double, en comparant une nageoire de baleine (33.65 GPa) et un fémur de tortue des Galapagos (10.03 GPa) en test de flexion. Chez l'homme, les différences entre individus sont moins élevées mais peuvent varier de 14.0 à 22.8 GPa [CUPPONE, SEEDHOM, BERRY et al. 2004]. Ces écarts peuvent être dus au renouvellement du tissu osseux au cours de la vie de l'individu, impactant ses propriétés mécaniques, ou simplement un niveau d'activité physique différent entre les sujets.

**Module d'élasticité** En considérant l'os cortical comme un matériau homogène, son module de Young est de  $18,6 \pm 1,9$  GPa (sur test de flexion 3 points sur fémurs PMHS<sup>1</sup> chez CUPPONE, SEEDHOM, BERRY et al. 2004), similaire aux valeurs de 14-20 GPa sur fémurs PMHS chez REILLY, BURSTEIN et FRANKEL 1974. La même étude compare également le module de l'os cortical humain au bovin. Les moyennes pour le fémur avec de l'os bovin haversien sont plus élevées (21.9-25.7 GPa) et encore plus pour l'os bovin plexiforme (24.4-31.4 GPa).

Cependant, l'aspect composite résulte en un matériau qui possède des propriétés orthotropes. Le module est différent dans le sens des fibres (longitudinal) par rapport aux directions perpendiculaires à celles-ci (radiales ou transversales). En considérant

---

1. PMHS : Post-Mortem Human Subject, ou sujet humain post-mortem

un repère orthonormé où la direction 3 représente l'axe d'orientation des fibres<sup>2</sup>, on retrouve les coefficients de la matrice de rigidité de la littérature dans le tableau ci-dessous (table 1.1).

A noter que le module d'élasticité varie en fonction de la vitesse de déformation : les essais de WRIGHT et HAYES 1976 (traction sur fémur bovin, éprouvette standardisée) montrent une augmentation du module d'Young de 17.7 GPa à 27.5 GPa pour des vitesses de déformation de  $5.3E-4 \text{ s}^{-1}$  et  $14.3 \text{ s}^{-1}$  respectivement.

L'étude de S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013 s'intéresse aux variations de module dans les quadrants de l'os. On retrouve un écart d'environ 3-4 GPa entre les quadrants antérieur-médial et postérieur-latéral pour le module longitudinal et transversal. La figure 1.6 cartographie ces écarts au sein d'un fémur bovin testé en traction et compression sur des échantillons aux dimensions standardisées. Des écarts similaires sont présents chez A. A. ABDEL-WAHAB, Khurshid ALAM et SILBERSCHMIDT 2011 sur des essais de traction sur fémur bovin à dimensions normalisées. Le même constat au niveau de la variabilité était établi par J. L. KATZ et YOON 1984 à l'aide d'ultrasons, bien que les valeurs soient légèrement supérieures aux études précédentes. Toutefois, on ne trouve pas d'étude sur la cartographie du module d'Young sur le fémur humain pour comparaison. Il semble que ce point soit crucial car les efforts appliqués sont différents chez les quadrupèdes, où les sollicitations favorisent probablement le remodelage dans les quadrants antérieur et médial. Cette influence peut provenir de la morphologie et de l'orientation des articulations.

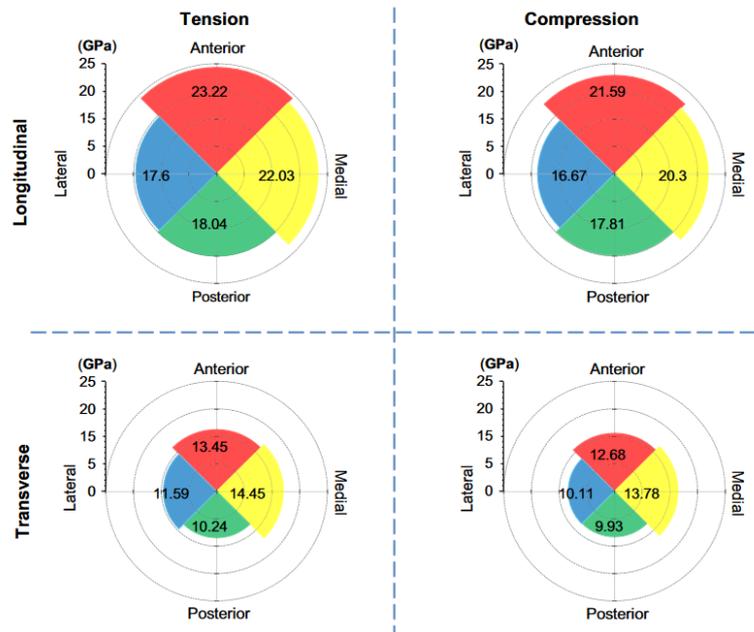


FIGURE 1.6. – Cartographie des variations de module de l'os fémoral bovin, tirée de S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013

2. Qui correspond à l'axe principal de l'os concerné

1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux

Méthode	Espèce	Os	C33 (GPa)	C11/C22 (GPa)
REILLY, BURSTEIN et FRANKEL 1974				
Traction	<i>PMHS</i>	Fémur	16.8 (3.07)	
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	23.7 (6.03)	
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	27.4 (6.27)	
Compression	<i>PMHS</i>	Fémur	17.4 (1.89)	
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	21.9 (3.58)	
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	30.3 (5.99)	
REILLY et BURSTEIN 1975				
Traction	<i>PMHS</i>	Fémur	17.7 (3.86)	12.8 (2.98)*
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	23.1 (3.18)	10.4 (1.64)*
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	26.5 (5.37)	11.0 (0.17)*
Compression	<i>PMHS</i>	Fémur	18.2 (0.85)	11.7 (1.01)*
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	22.3 (4.61)	10.1 (1.78)*
J. L. KATZ et YOON 1984				
Ultrasons	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	29.0 (1.0)	21.2 (0.5) / 21.0 (1.4)
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	35.0 (2.0)	22.4 (0.6) / 25.0 (1.0)
R. B. ASHMAN, COWIN, VAN BUSKIRK et al. 1984				
Ultrasons	<i>PMHS</i>	Fémur	27.6 (1.74)	18.0 (1.60) / 20.2 (1.79)
	<i>Canin</i>	Fémur	29.7 (3.54)	19.0 (2.46) / 22.2 (2.49)
R. B. MARTIN et BOARDMAN 1993				
Flexion	<i>Bovin</i>	Tibia (H)	18.63 (1.21)	
	<i>Bovin</i>	Tibia (P)	21.02 (1.89)	
J. Y. RHO, Richard B. ASHMAN et TURNER 1993				
Micro-Traction	<i>PMHS</i>	Tibia	18.6 (3.5)	
Ultrasons	<i>PMHS</i>	Tibia	20.7 (1.9)	
ZIOUPOS et J. D CURREY 1998				
Flexion	<i>PMHS</i>	Fémur	16.36 (0.75)	
CUPPONE, SEEDHOM, BERRY et al. 2004				
Flexion	<i>PMHS</i>	Fémur	18.6 (1.9)	
HOC, HENRY, VERDIER et al. 2006				
Nanoindentation	<i>Bovin</i>	Fémur	19.3 (?)	

TABLEAU 1.1. – Coefficients élastiques de la littérature pour différentes techniques de détermination et dispersion entre parenthèses. H correspond à de l'os haversien et P à de l'os plexiforme (\*C11 et C22 confondus).

**Propriétés élastiques de l'ostéon** Antonio ASCENZI et FABRY 1959 développent une technique pour isoler un ostéon et réalisent des essais de compression [Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968], traction [A. ASCENZI et E. BONUCCI 1967], torsion [Antonio ASCENZI, Paolo BASCHIERI et Alessandro BENVENUTI 1994] et de flexion 3 points [A. ASCENZI, P. BASCHIERI et A. BENVENUTI 1990] sur un ostéon unique prélevé sur le tissu osseux humain. Le tableau ci-dessous récapitule les modules d'Young selon le type d'essai réalisé ainsi que le type d'ostéon (table 1.2). Les travaux de BENSAMOUN, FAN, BRICE et al. 2011 différencient trois types d'ostéons selon leur minéralisation, blanc (minéralisé), gris (minéralisation intermédiaire) et noir (faiblement minéralisé). Le module d'Young obtenu par nano-indentation de ces ostéons augmente significativement avec son taux de minéralisation :  $21.30 \pm 3.00$  GPa pour les blancs,  $19.27 \pm 1.78$  GPa pour les gris et enfin  $12.95 \pm 2.66$  GPa pour les noirs.

Types d'essai sur ostéon humide prélevé			
(i) Compression (E)	(ii) Traction (E)	(iii) Torsion (G)	(iv) Flexion (E)
Transversal $9.49 \pm 1.67$ GPa			
Alterné $7.54 \pm 1.63$ GPa	Alterné $6.21 \pm 3.58$ GPa	Alterné $17.17 \pm 3.35$ GPa	Alterné $2.69 \pm 0.93$ GPa
Longitudinal $6.45 \pm 1.85$ GPa	Longitudinal $11.94 \pm 5.90$ GPa	Longitudinal $23.15 \pm 7.74$ GPa	Longitudinal $2.32 \pm 1.20$ GPa

TABLEAU 1.2. – Coefficients élastiques pour différents tests mécaniques sur ostéons de fémur humain selon l'orientation des fibres, (i) Compression [Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968], (ii) Traction [A. ASCENZI et E. BONUCCI 1967], (iii) Torsion [Antonio ASCENZI, Paolo BASCHIERI et Alessandro BENVENUTI 1994], (iv) Flexion [A. ASCENZI, P. BASCHIERI et A. BENVENUTI 1990]

DE MICHELI et WITZEL 2011 étudient l'impact de l'orientation des fibres de collagènes dans les lamelles ostéonales. Par modélisation éléments finis, un ostéon transversal à 8 lamelles est testé en compression dans son axe longitudinal avec et sans la modélisation du canal de Havers, *i.e.*, plein ou évidé, en s'appuyant sur les valeurs de Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968; A. ASCENZI et E. BONUCCI 1967. Leurs résultats montrent que le canal de Havers n'est pas négligeable sur le comportement mécanique de l'ostéon (module élastique en compression de 1 GPa (évidé) contre 1.4 GPa (plein) pour un ostéon avec des fibres orientées). Les lamelles les plus proches du canal de Havers sont soumises à une contrainte de compression dix fois supérieure à celle des lamelles externes. DE MICHELI et WITZEL 2011 expliquent que les fibres transversales dans l'ostéon améliorent la résistance de l'os à des efforts de compression de faible durée de par leur résistance à la dilatation radiale mais rappelle que l'étude n'apporte pas de réponse sur les efforts prolongés. HOC, HENRY, VERDIER et al. 2006 réalisent un test de compression sur de l'os cortical et cartographie les déformations sur la section comprimée. Proche des canaux de Havers, on note des

grandes déformations locales soulignant l'importance du canal dans le comportement de la structure. NGUYEN, LEMAIRE et NAILI 2010 suggèrent que la distribution des vaisseaux dans l'os est un paramètre important dans le comportement de l'os, notamment car elle est liée à des mouvements de fluides.

Anna FAINGOLD, Sidney R. COHEN et WAGNER 2012 déterminent par nanoindentation le module d'Young des différentes lamelles formant l'ostéon. Ses résultats montrent que la dernière lamelle, la plus proche du canal de Havers possède un module d'Young et une dureté plus élevés. Ces derniers décroissent au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de l'ostéon. Cependant, cela pose question sur la controverse de la minéralisation de la ligne cémentante que nous aborderons dans la section 1.2.2.2.

**Propriétés élastiques de l'os interstitiel** L'os interstitiel ou matrice osseuse désigne le matériel osseux présent dans les interstices d'ostéons. Ce tissu est un reste des ostéons secondaires partiellement résorbés et d'éventuels restes d'ostéons primaires [R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998; MISCHINSKI et URAL 2011]. D'un point de vue mécanique, l'os interstitiel est plus raide que l'ostéon. K. ALAM 2014 mesure par nanoindentation chez le bovidé un module d'Young de 18 GPa pour l'os interstitiel, supérieur aux 14 GPa de l'ostéon. MULLINS, SASSI, MCHUGH et al. 2009 confortent cette hypothèse avec des valeurs pour l'os interstitiel et l'ostéon respectivement de 20 GPa et 17,5 GPa par la même méthode chez l'ovidé. Des résultats similaires sont trouvés dans la littérature sur des tests d'indentation sur des fémurs humains chez Philippe K ZYSSET, EDWARD GUO, EDWARD HOFFLER et al. 1999 dans la diaphyse fémorale de  $19.1 \pm 5.4$  GPa pour l'ostéon et  $21.2 \pm 5.3$  GPa pour l'os interstitiel ou encore MISCHINSKI et URAL 2011 16.6 GPa pour l'ostéon et 19.7 GPa pour l'os interstitiel.

HOC, HENRY, VERDIER et al. 2006 rappellent que l'os est un matériau fortement hétérogène, enregistrant des valeurs allant de 13.4 GPa à 24.2 GPa pour une moyenne de 19.3 GPa en fonction de la localisation de la nanoindentation (zone avec de l'ostéon ou de l'os interstitiel). Ils concluent que le matériau répond également de manière hétérogène à un effort mécanique de par sa microstructure. Les valeurs de dureté de la matrice osseuse et de l'ostéon présentent le même constat : une dureté plus élevée pour le premier élément [K. ALAM 2014; MISCHINSKI et URAL 2011; MULLINS, SASSI, MCHUGH et al. 2009; Philippe K ZYSSET, EDWARD GUO, EDWARD HOFFLER et al. 1999; HOC, HENRY, VERDIER et al. 2006].

### 1.2.1.2. Propriétés de rupture

L'os est un matériau quasi-fragile. Avant rupture, le matériau subit un endommagement, *i.e.* l'apparition d'un dommage sous l'effet d'une contrainte mécanique. Un ensemble de microfissures dégrade l'intégrité du matériau, diminuant ses propriétés mécaniques. A partir d'un stade critique, ces microfissures coalescent en une ou plusieurs macrofissures provoquant une séparation du milieu continu. On distingue une rupture fragile de son antonyme, la rupture ductile par l'absence de déformation ané-

lastique. On distingue trois types de modes de fissuration : le mode I, dit d'ouverture pure et les modes II et III, dits de cisaillement (fig. 1.7)). Le mode de fissuration étudié dans la thèse est le mode I.

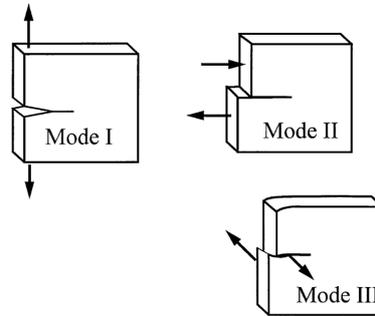


FIGURE 1.7. – Les différents modes de fissuration [R. Bruce MARTIN, David B. BURR, SHARKEY et David P. FYHRIE 2015]

**Ténacité** Suite à la révolution industrielle, l'utilisation de nouveaux matériaux amène à des ruptures sous des chargements inférieurs aux limites d'élasticité des matériaux utilisés. Apparaît alors la naissance de la mécanique de la rupture, qui étudie l'impact de défauts dans le matériau sur le dimensionnement de structures. Une relation directe entre la taille du défaut dans le matériau et la contrainte de rupture est établie en 1920 par Griffith. Il suggère que la rupture des matériaux fragiles est causée par l'instabilité d'un défaut. Elle a lieu lorsque l'énergie liée à la propagation du défaut  $G$  (ou énergie dissipée  $E_D$ ) est égale à une valeur critique  $G_C$ , qu'il identifie à l'énergie spécifique du matériau : c'est le critère de Griffith (eq.1.1). Il utilise une approche énergétique pour définir le lien entre l'énergie de Griffith  $G$ , ou taux de restitution d'énergie, avec la variation d'énergie associée à la propagation d'une fissure. L'équation 1.2 lie  $G$  avec la contrainte  $\sigma_f$ , son module d'élasticité  $E$  et la taille du défaut  $a$  la longueur de la fissure.

$$G \geq G_C \quad (1.1)$$

$$G = \frac{(\sigma_f)^2 \pi (a/2)}{E} \quad (1.2)$$

Par la suite, Irwin adapte l'approche de Griffith aux matériaux ductiles comme les alliages métalliques [IRWIN 1957]. En effet, pour ce type de matériaux, une importante quantité d'énergie se dissipe avec la plastification en pointe de fissure, non-incluse dans la théorie de Griffith. Il introduit la notion de facteur d'intensité des contraintes pour chaque mode de fissuration,  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$ . Ceux-ci sont des paramètres décrivant le champ de contrainte en pointe de fissure. L'équation 1.3 donne  $K_I$  dans un cas de traction simple avec un défaut de taille  $a$ . La rupture a lieu lorsque le facteur d'intensité des contraintes atteint la valeur critique du matériau  $K_{Ic}$ . Si l'on compare

l'équation 1.2 et l'équation 1.3, on remarque que  $G$  et  $K$  sont liés par le module d'Young  $E$  (eq.1.4) :

$$K_I = \sigma_f^2 \sqrt{\pi(a/2)} \quad (1.3)$$

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad \text{et} \quad G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (1.4)$$

La ténacité se définit comme la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure : c'est la résistance à la rupture du matériau. Elle est caractérisée par le critère énergétique ou le facteur d'intensité des contraintes pour le mode de fissuration concerné (respectivement  $G_{Ic}$  et  $K_{Ic}$  en mode I). Elle est intrinsèque au matériau.

Le tableau ci-dessous récapitule les valeurs de la littérature pour des essais de propagation de fissure sur de l'os cortical (table 1.3). On distingue la direction de propagation de la fissure transversale (perpendiculaire aux fibres) et longitudinale (parallèle aux fibres). Ces essais sont réalisés sur des éprouvettes normalisées : elles sont donc de petite dimension car limitées par l'épaisseur corticale des os.

Les travaux de BEHIRI et BONFIELD 1980 montrent que la ténacité augmente avec la vitesse de fissuration. Pour une augmentation de la vitesse de fissuration de  $1.7E^{-7} \text{ ms}^{-1}$  à  $170E^{-7} \text{ ms}^{-1}$ , le  $G_{Ic}$  augmente de  $1736 \text{ Jm}^{-2}$  à  $2796 \text{ Jm}^{-2}$  et le  $K_{Ic}$  augmente de  $4.46 \text{ MPa m}^{1/2}$  à  $5.56 \text{ MPa m}^{1/2}$ . Ils constatent également qu'un faciès de rupture lisse est le résultat d'une rupture catastrophique ou brutale. A l'inverse, un faciès rugueux est présent lors de la propagation contrôlée : ceci est dû au passage de la fissure autour des ostéons, associée de façon plus minoritaire à du pull-out d'ostéons, *i.e.*, une extraction de l'ostéon de sa matrice. Les résultats de GUNNARSSON, SANBORN, FOSTER et al. 2013 corroborent l'augmentation du taux de restitution d'énergie avec la vitesse de fissuration. Toutefois, ils remarquent une décroissance de celui-ci dans les vitesses les plus élevées.

**Mécanismes de ténacité** Les mécanismes de ténacité de l'os cortical peuvent être séparés en deux types [LAUNEY, BUEHLER et R. RITCHIE 2010] :

- Les mécanismes intrinsèques, en aval de la pointe d'entaille : microfissuration des fibres [D. VASHISHTH, BEHIRI et BONFIELD 1997], glissements des fibrilles, ...
- Les mécanismes extrinsèques, en amont de la pointe d'entaille : déviation de fissure, pontage de fibres, glissement, engrenement ou frottement au niveau des surfaces fissurées, plasticité [R. O. RITCHIE 1988; R. O. RITCHIE, J. H. KINNEY, KRUZIC et al. 2005; R. K. NALLA, KRUZIC et R. O. RITCHIE 2004]

La figure 1.8 résume graphiquement les différents mécanismes impliqués.

La stratégie de résistance à la rupture du tissu osseux est originale. De manière générale, un matériau composite cherche à empêcher l'initiation d'une fissure : pas de fissure, pas de propagation. Chez l'os, la résistance à l'initiation semble relativement faible tandis que la résistance à la propagation est élevée, grâce aux mécanismes intrinsèques et extrinsèques induit par la ligne cémentante et les fibres multi-échelles

1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux

Méthode	Espèce	Os	Orientation de la fissure	$K_{Ic}$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$G_{Ic}$ (Jm <sup>-2</sup> )
MELVIN JW 1973					
Single-edge notched	<i>Bovin</i>	Fémur	T	5.49	3100-5500
	<i>Bovin</i>	Fémur	L	3.21	1388-2557
ALTO et POPE 1979					
Bending	<i>Equine</i>	Métacarpe	T	7.5	2340-2680
BEHIRI et BONFIELD 1984					
CT	<i>Bovin</i>	Tibia	L	2.8-6.3	630-2884
NORMAN, D. VASHISHTH et D. B. BURR 1992					
CT	<i>PMHS</i>	Fémur	L	2.2-5.7	350-900
D. VASHISHTH, BEHIRI et BONFIELD 1997					
CT	<i>PMHS</i>	Tibia	L	1.5-2.6	
	<i>Bovin</i>	Tibia	L	3.9-7.6	
PHELPS, HUBBARD, X. WANG et al. 2000					
Compact sandwich	<i>Babouin</i>	Fémur	T	4.8-7.3	
	<i>Babouin</i>	Fémur	L	0.8-2.6	
R. NALLA, STÖLKEN, J. KINNEY et al. 2005					
Bending	<i>PMHS</i>	Fémur	T	5.3	
	<i>PMHS</i>	Fémur	L	3.5	
R. K. NALLA, KRUZIC, J. H. KINNEY et al. 2006					
CT	<i>PMHS</i>	Humerus	L	0.9-5.1	
MORAIS, MOURA, PEREIRA et al. 2010					
DCB	<i>Bovin</i>	Fémur	L		1606-1910
GRANKE, MAKOWSKI, UPPUGANTI et al. 2016					
Bending	<i>PMHS</i>	Fémur	T	3.4-14.6	5575-28849

TABLEAU 1.3. – Valeurs de ténacité de la littérature pour différentes techniques de détermination (Orientation de la fissure : Longitudinal (L) et Transversal (T))

1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux

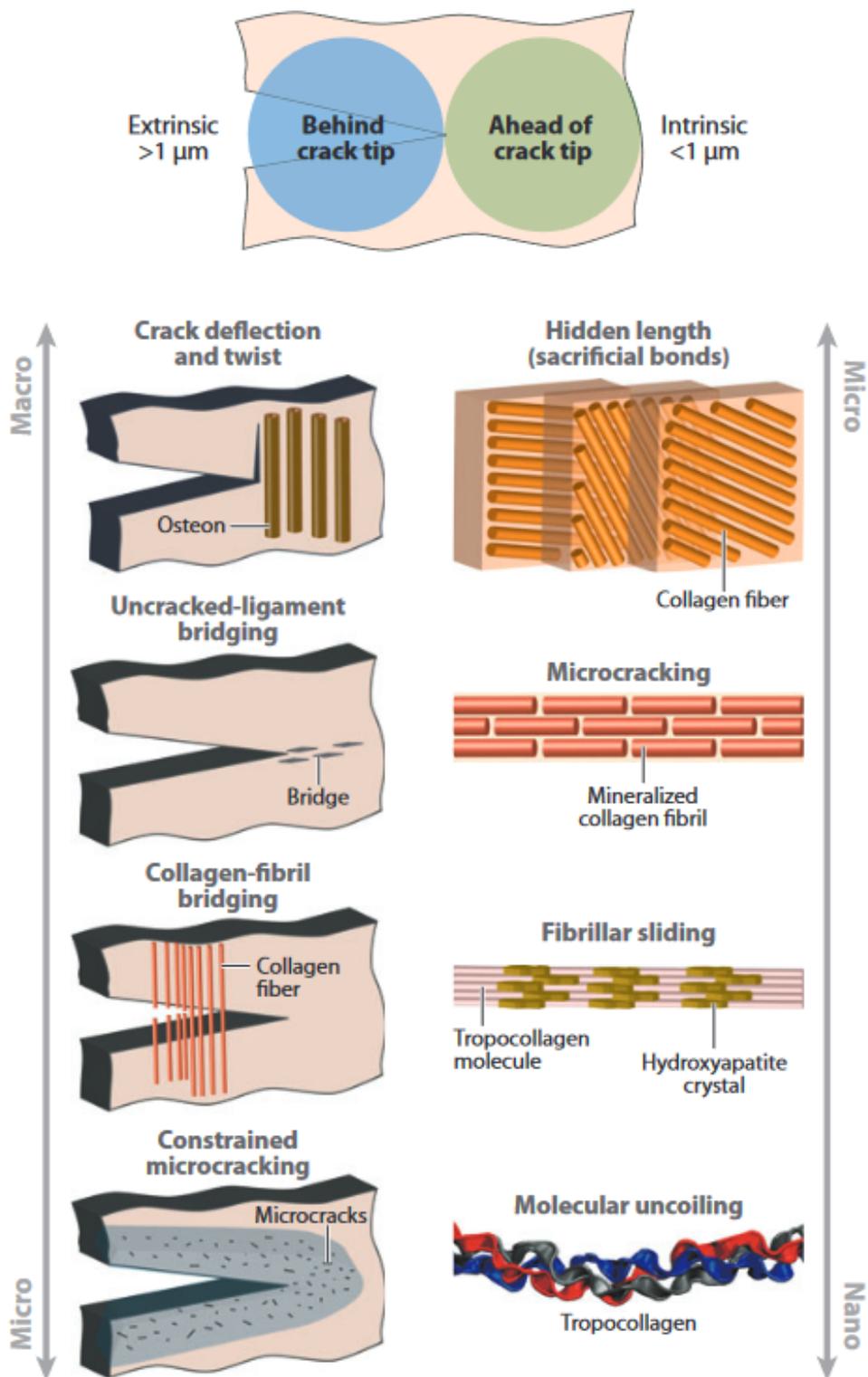


FIGURE 1.8. – Les mécanismes de ténacité intrinsèques et extrinsèques du tissu osseux [LAUNEY, BUEHLER et R. RITCHIE 2010]

de l'os. Puisque le matériau se régénère avec le remodelage osseux, l'essentiel pour la tenue mécanique du système est d'empêcher une rupture catastrophique pour laisser le temps à l'os de se régénérer grâce au remodelage [David B. BURR, SCHAFFLER et FREDERICKSON 1988; R. Bruce MARTIN, David B. BURR, SHARKEY et David P. FYHRIE 2015; MOHSIN, O'BRIEN et LEE 2006]. Toutefois, la compréhension de ces mécanismes (micro-dommages, crack-shielding, plasticité, ...) et leur impact quantifiable est limitée par la nature complexe du tissu.

**Propagation de fissure dans l'os cortical** La littérature s'est intéressée par la suite au chemin de propagation de la fissure. La plupart des dommages sous chargement se situent dans l'os interstitiel [R. Bruce MARTIN, David B. BURR, SHARKEY et David P. FYHRIE 2015; GAUTHIER, FOLLET, OLIVIER et al. 2019]. Ce sont des micro-dommages qui vont coalescer en une macrofissure. Le chemin privilégié par cette macrofissure se situe au niveau des interfaces entre l'os interstitiel et les ostéons : en outre, la ligne cémentante, qui par une composition différente du milieu environnant joue un rôle essentiel sur la trajectoire de la fissure. L'étude de GINER, BELDA, ARANGO et al. 2017 propose un essai de flexion 3 points sur lamelle d'os cortical. Le chemin de propagation de la fissure suit majoritairement le pourtour des lignes cémentantes. Ils modélisent avec la méthode des éléments finis la microstructure de l'os et retrouvent le même résultat concernant le parcours de la fissure.

A. A. ABDEL-WAHAB, MALIGNO et SILBERSCHMIDT 2012 modélisent par éléments finis l'os cortical de trois façons : a) homogène, b) avec ostéons et os interstitiel et c) le modèle b mais en ajoutant les lignes cémentantes. Entre le cas a) et le cas b) la fissure se propage préférentiellement dans l'os interstitiel mais peut traverser les ostéons lorsque la contrainte est élevée. L'ajout des lignes cémentantes dans le cas c) force, dans les zones de fortes contraintes, la redirection de la fissure sur le périmètre des ostéons. Le modèle d'ostéon unique par éléments finis de MISCHINSKI et URAL 2011 montre un effet similaire de la ligne cémentante sur la propagation d'une fissure dans le tissu cortical. Cette redirection permet la consommation de plus d'énergie et arrête la fissure. Les valeurs de contraintes et déformations à la rupture sont les plus faibles pour le modèle a) et les plus élevés pour le modèle b), tandis que le modèle c) se situe entre les deux.

### 1.2.1.3. Résistance

Les valeurs courantes de résistance à la rupture de l'os cortical (de 33 à 294 MPa) sont listées dans le tableau ci-dessous 1.4. Les différences entre les études peuvent provenir des paramètres expérimentaux (conditions aux limites, type d'éprouvette, espèce considérée, hydratation) mais restent pour la plupart dans le même ordre de grandeur de la centaine de MPa. La résistance est supérieure dans la direction longitudinale, *i.e.*, la direction des ostéons par rapport à la direction transversale. Elle est également presque deux fois supérieure en compression qu'en traction. Pour un ostéon seul, la résistance en traction et en compression est d'environ 110 MPa [A. ASCENZI et E. BONUCCI 1967; Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968].

1. L'os, un matériau hétérogène quasi-fragile – 1.2. Propriétés mécaniques du tissu osseux

Méthode	Espèce	Os	Résistance (MPa)
REILLY, BURSTEIN et FRANKEL 1974			
Traction	<i>PMHS</i>	Fémur	128 (11.1) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	140 (14.8) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	180 (23.9) L
Compression	<i>PMHS</i>	Fémur	192 (13.7) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	240 (26.2) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	294 (18.5) L
REILLY et BURSTEIN 1975			
Traction	<i>PMHS</i>	Fémur	135 (15.6) L
	<i>PMHS</i>	Fémur	53 (10.7) T
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	150 (13.4) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	47 (7.6) T
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	167 (8.8) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (P)	52 (7.8) T
Compression	<i>PMHS</i>	Fémur	205 (17.3) L
	<i>PMHS</i>	Fémur	131 (20.7) T
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	272 (3.3) L
	<i>Bovin</i>	Fémur (H)	146 (31.8) T
R. B. MARTIN et BOARDMAN 1993			
Flexion	<i>Bovin</i>	Tibia (H)	217.1 (15.7) L
	<i>Bovin</i>	Tibia (P)	230.5 (17.7) L
ZIOUPOS et J. D CURREY 1998			
Flexion	<i>PMHS</i>	Fémur	191.1 (10.7) L
R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998			
Traction	<i>PMHS</i>	Fémur	133 (?) L
	<i>PMHS</i>	Fémur	51 (?) T
Compression	<i>PMHS</i>	Fémur	195 (?) L
	<i>PMHS</i>	Fémur	133 (?) T
Flexion	<i>PMHS</i>	Fémur	208 (?) L
S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013			
Traction	<i>Bovin</i>	Fémur	76 (14.0) L
	<i>Bovin</i>	Fémur	33 (7.8) T
Compression	<i>Bovin</i>	Fémur	185 (22.5) L
	<i>Bovin</i>	Fémur	113 (19.6) T

TABLEAU 1.4. – Valeurs de résistance de la littérature pour différentes techniques de détermination (L : Longitudinal et T : Transversal) et dispersion entre parenthèses (? signifie que la dispersion est manquante).

PITHIOUX, LASAYGUES et CHABRAND 2002 définissent un modèle probabiliste de rupture de l'os cortical bovin. L'aspect stochastique de leur approche est basé sur la définition d'une probabilité de rupture. Ce modèle s'appuie sur les résultats expérimentaux d'essais de traction sur éprouvette normalisée de cette même étude. Les variations de module élastique, de résistance ultime à la traction et de déformation ultime à la traction sont intégrées dans la probabilité de rupture  $p_R(\sigma, V_0)$ , où  $V_0$  est le volume représentatif. La fonction  $f(\sigma)$  donnant la contrainte  $\sigma$  en fonction de la résistance ultime, est approximée par la fonction de Weibull [WEIBULL 1939; WEIBULL 1951] et donne des résultats similaires aux essais mécaniques (eq.1.5).  $\sigma_u$  est le seuil de contrainte où la probabilité de rupture est zéro, on assume usuellement qu'il est égal à zéro,  $\sigma_0$  est la contrainte à rupture pour le volume  $V_0$  et  $m$  est le module de Weibull.

$$f(\sigma) = \ln \frac{1}{1 - p_R(\sigma, V_0)} \quad f(\sigma) \text{ fonction contrainte} \quad (1.5)$$

$$f(\sigma) = \left( \frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \quad \text{fonction de Weibull approximant } f(\sigma)$$

La figure 1.9 donne la loi de probabilité de rupture de l'os cortical en fonction de la résistance ultime. Concrètement, la probabilité que l'os se rompe en dessous de 50 MPa est nulle; 0.46 entre 50 MPa et 150 MPa; et 1 au dessus de 220 MPa.

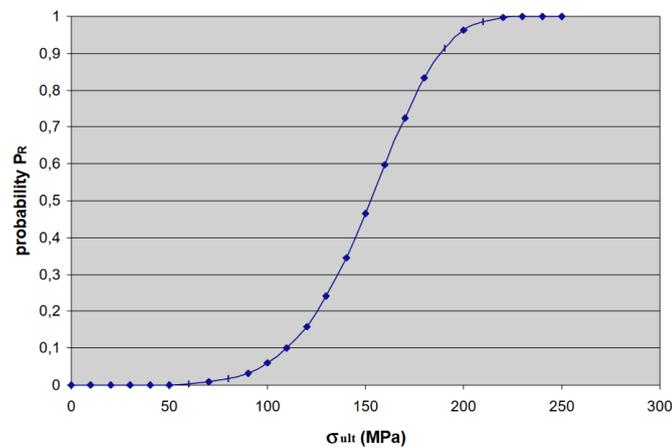


FIGURE 1.9. – Loi de probabilité de rupture de l'os cortical (bovin) en fonction de la résistance ultime, tiré de PITHIOUX, LASAYGUES et CHABRAND 2002

## 1.2.2. Impact de la microstructure sur les propriétés mécaniques

### 1.2.2.1. Porosité

La porosité est le paramètre clé de la littérature pour déterminer les propriétés mécaniques élastiques de l'os cortical. Elle varie plus ou moins en fonction des individus, mais est très souvent élevée pour les personnes âgées et/ou atteintes d'ostéoporose. Néanmoins, le module élastique de l'os décroît négativement par rapport à la porosité présente, du à l'absence de matière reprenant une partie des chargements. Couplé à cela, les cavités font l'objet de concentration de contraintes, préjudiciables à la tenue mécanique [M. KACHANOV, TSUKROV et SHAFIRO 1994; J. D. CURREY 1962].

Un grand nombre d'études de la littérature relie la porosité à une diminution du module d'Young de l'os cortical R. B. MARTIN et BOARDMAN 1993; SCHAFFLER et David B. BURR 1988. Le lien entre la porosité  $p$  et le module élastique  $E$  est souvent donné par une loi de type puissance (eq.1.6) (fig.1.10). Les valeurs des paramètres de l'équation tournent autour de 15 - 20 GPa pour  $\alpha$  et environ 3 pour  $n$  [NEIL DONG et EDWARD GUO 2004; MCELHANEY, FOGLE, MELVIN et al. 1970; KOHLES et ROBERTS 2002; SCHAFFLER et David B. BURR 1988; R. Bruce MARTIN 1991] :

$$E = \alpha (1 - p)^n \quad (1.6)$$

Concernant la résistance, la majorité des relations de la littérature sont empiriques et la calculent avec une loi linéaire affine au moyen du module élastique  $E$  [D. P FYHRIE et VASHISHTH 2000; R. B. MARTIN et BOARDMAN 1993]. Puisque le module élastique est corrélé avec la porosité, on retrouve donc logiquement une diminution de la résistance en fonction de la porosité.

Concernant la ténacité du matériau, la porosité joue également un rôle prépondérant. L'étude de GRANKE, MAKOWSKI, UPPUGANTI et al. 2016 relie l'augmentation de la porosité à une diminution du facteur d'intensité des contraintes. Chez YENI, BROWN, Z. WANG et al. 1997, cette diminution est statistiquement significative pour le taux de restitution d'énergie en mode I et en mode II. La suite de leurs travaux permet d'établir une relation linéaire affine pour le  $G_{IIc}$  uniquement. GUSTAFSSON, WALLIN et ISAKSSON 2019 ajoutent que la taille et la distribution des ostéons en plus de la porosité semblent affecter le chemin de fissuration. On retrouve moins d'informations sur les propriétés de rupture dans la littérature que pour les propriétés élastiques. En effet, les processus de rupture de l'os sont complexes et n'ont pas encore été étudiés dans leur intégralité.

### 1.2.2.2. Système haversien

Comme détaillé dans la section 1.2.1.1, les ostéons ont trois types d'orientation de fibres. Cette orientation impacte le module élastique et la résistance de l'ostéon. Cela signifie donc qu'il impacte aussi le tissu à une échelle macroscopique. Le type d'ostéons et leur taille variant en fonction de la localisation et du type d'os, les modules

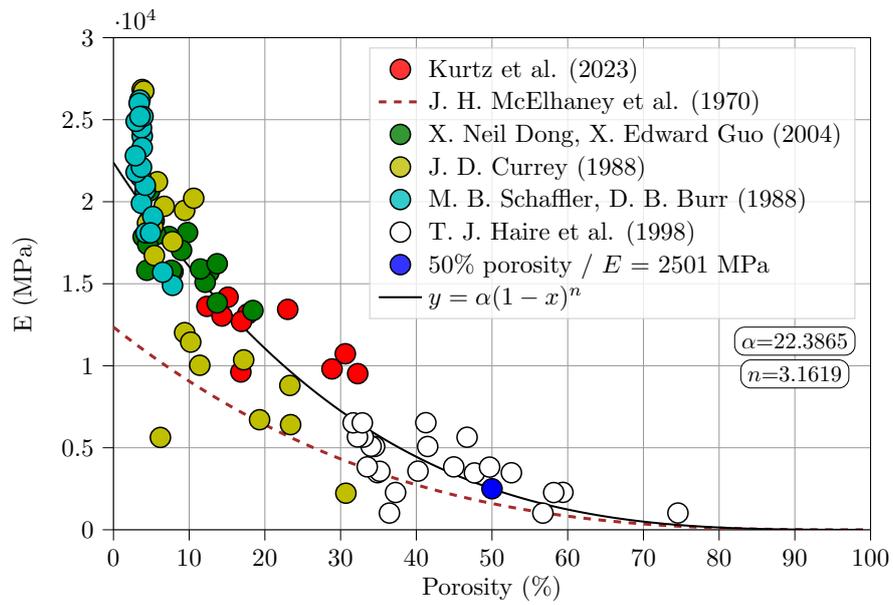


FIGURE 1.10. – Module d'Young en fonction de la porosité (KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023 : human femoral cortical bone / MCELHANEY, FOGLE, MELVIN et al. 1970 : human cortical cranial bone, compression / NEIL DONG et EDWARD GUO 2004 : human cortical bone, tension / J. D. CURREY 1988 : various species cortical bone, bending / SCHAFFLER et David B. BURR 1988 : bovine cortical bone, tension / HAIRE, HODGSKINSON, GANNEY et al. 1998 : equine cancellous bone, compression)

et résistance varient eux aussi en fonction du type d'ostéons [Antonio ASCENZI, Paolo BASCHIERI et Alessandro BENVENUTI 1994; Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI 1968; A. ASCENZI et E. BONUCCI 1967; A. ASCENZI, P. BASCHIERI et A. BENVENUTI 1990; BENSAMOUN, FAN, BRICE et al. 2011; DE MICHELI et WITZEL 2011.]

Plusieurs études montrent l'impact de la taille des ostéons et leur densité sur la ténacité de l'os cortical, dont YENI, BROWN, Z. WANG et al. 1997 où la corrélation entre la taille des ostéons et le  $G_{Ic}$  est significative. Une densité ostéonale plus élevée, *i.e.*, plus d'ostéons au millimètre carré, augmente le facteur d'intensité des contraintes GRANKE, MAKOWSKI, UPPUGANTI et al. 2016 et le taux de restitution d'énergie YENI, BROWN, Z. WANG et al. 1997. Cependant, l'étude de R. K. NALLA, KRUZIC, J. H. KINNEY et al. 2006 relie l'augmentation de la densité à une diminution du facteur d'intensité des contraintes. En conclusion, la littérature n'a pas encore dressé de consensus sur la relation entre ténacité et microstructure.

La majorité des études se focalisent sur l'âge plus que sur la microstructure. Toutefois, l'âge affecte indirectement la microstructure puisqu'il ralentit le remodelage osseux et stoppe le renouvellement des ostéons lors de la cinquantaine [AGER, BALOOCH et R. O. RITCHIE 2006; HADJIDAKIS et ANDROULAKIS 2006]. Un individu âgé aura néanmoins un nombre d'ostéons renouvelés plus important. Du point de vue de la littérature, les mécanismes de la distribution ostéonale au fil de la vie d'un individu ne sont pas clairement établis.

Un second point de discordance porte sur la nature des lignes cémentantes. Bien que la communauté scientifique s'accorde sur leur rôle de guide de la fissure, leur nature est sujette à controverse. Dans certaines études, ces lignes sont hautement minéralisées, tandis que dans d'autres elles le sont faiblement. Pourtant, tous s'accordent sur l'effet d'une minéralisation locale différente du milieu provoquant la propagation de fissure(s) au sein des lignes cémentantes. La revue bibliographique de SKEDROS, HOLMES, VAJDA et al. 2005 sur le sujet rejette l'hypothèse d'une ligne cémentante faiblement minéralisée et l'explique par les artefacts de superposition des techniques d'analyse utilisées. Le rejet de la théorie sur une ligne cémentante faiblement minéralisée est cohérente avec les études de nanoindentation sur les lamelles d'ostéon : les lamelles externes sont plus minéralisées que celles proches du canal de Havers [Anna FAINGOLD, Sidney R. COHEN et WAGNER 2012]. L'ostéon se forme par l'apparition d'un trou, puis d'une formation de lamelles concentriques de l'extérieur vers l'intérieur : c'est donc également cohérent avec le cycle de vie du tissu osseux, où la matrice et les ostéons se minéralisent avec le temps. L'étude de MILOVANOVIC, A. v. SCHEIDT, MLETZKO et al. 2018 de la ligne cémentante par microscopie électronique révèle une structure hyperminéralisée.

Ces contradictions mettent en lumière deux points du travail à réaliser dans ce domaine d'étude :

- Identifier l'impact de la microstructure (autre que la porosité, déjà bien établie) sur les propriétés mécaniques de l'os cortical, en particulier la ténacité.
- Comprendre comment la distribution des ostéons change avec l'âge, puisque la majorité des études se focalisent sur l'âge, qui impacte indirectement la micro-

structure.

Il est important de noter que les autres espèces présentent des microstructures différentes en taille, comme chez le rat, où les valeurs de taille d'ostéons varient d'un ordre de grandeur par rapport à l'homme, tout comme les valeurs de ténacité [R. O. RITCHIE, KOESTER, IONOVA et al. 2008], ou chez les quadrupèdes à croissance rapide (bovidés, cervidés) avec de l'os plexiforme. La ligne cémentante guidant les fissures, une microstructure osseuse en forme de brique n'aura pas les mêmes chemins de fissuration qu'un os haversien.

### 1.2.2.3. Matériaux virtuels

Des études cherchent à modéliser numériquement la microstructure pour palier au manque de tissus biologiques. Puisque la microstructure de l'os est aléatoire et dépend du sujet, A. A. ABDEL-WAHAB, MALIGNO et SILBERSCHMIDT 2012 distribuent le diamètre des ostéons avec une densité de probabilité sécante hyperbolique et le diamètre des canaux de Havers avec une loi de Dagum sur leur modèle XFEM. Ceci leur permet d'avoir un modèle à l'échelle microscopique du système Haversien cohérent avec les distributions de la littérature. Bien que leur modèle reste déterministe, il ouvre une perspective sur la compréhension de l'impact de certains paramètres du système haversien.

L'étude de SHEIDAEI, KAZEMPOUR, HASANABADI et al. 2019 propose une stratégie de distribution statistique de l'arrangement du système de Havers, par rapport à une base de données de la microstructure de l'os cortical humain. Ce protocole permet de générer une grande quantité d'os cortical avec des distributions aléatoires cohérentes avec la réalité. Ces matériaux virtuels peuvent être utilisés pour analyser les effets de la microstructure numériquement en faisant fi du problème de disponibilité d'échantillons expérimentaux.

Le point crucial de ce type de modèle est celui de la validation. Il est impératif d'être capable d'identifier l'ensemble des paramètres qu'ils englobent. Les mesures réalisées se doivent d'être faites à des échelles cohérentes à celles de la modélisation, ce qui peut complexifier grandement sa validation, en particulier pour les tissus biologiques.

## 1.2.3. Facteurs influençant les propriétés mécaniques

### 1.2.3.1. Densités osseuses (physique, scanner et minérale)

Dans la littérature, on distingue trois types de densités :

1. La densité physique, *i.e.* la masse de tissu sur le volume total, influencée par la nature du tissu (pourcentages des phases organiques, minérales et aqueuse) et la porosité.
2. La densité du tissu au scanner, *i.e.* l'énergie absorbée par le tissu osseux (phase minérale et phase organique) en unité Hounsfield, convertie en une densité physique<sup>3</sup> à l'aide d'échantillons de densités connues. Elle peut également être

---

3. A noter que cette densité physique est une mesure indirecte

convertie en une densité minérale<sup>4</sup> avec des échantillons de densité minérale connues. Bien qu'elle ne permet que des estimations de densité avec des étalons, elle reste la plus utilisée car elle est la plus simple à obtenir, particulièrement pour des sujets vivants.

3. La densité minérale, *i.e.* la masse de la phase minérale sur le volume initial. Cette mesure est réalisée par crémation de l'os afin de garder la phase minérale et de la diviser par le volume pré-crémation. Elle augmente chez l'homme au cours de sa vie [ATKINSON et WEATHERELL 1967; LEFÈVRE, FARLAY, BALA et al. 2019] et est supérieure dans l'os interstitiel par rapport aux ostéons.

Un certain nombre d'études de la littérature s'accordent à relier la densité physique (2) et la densité minérale toutes deux issues du scanner (2) avec le module d'Young du matériau. Les valeurs de module d'Young déterminées par scanner sont cohérentes avec celles déterminées avec des essais mécaniques [KNOWLES, REEVES et L. M. FERREIRA 2016; HELGASON, GILCHRIST, ARIZA et al. 2016; DUCHEMIN, BOUSSON, RAOSSANALY et al. 2008]. Toutefois, on retrouve une différence entre la densité minérale issue du scanner par rapport à celle mesurée par crémation (3). Cette différence peut s'expliquer par l'absorption d'énergie de la phase organique lors du scanner, surestimant l'énergie absorbée par la phase minérale, bien que majoritaire. Il existe des relations de passage entre la densité minérale et la densité minérale issue du scanner afin de corriger l'effet de la phase organique [KANEKO, PEJCIC, TEHRANZADEH et al. 2003; KNOWLES, REEVES et L. M. FERREIRA 2016].

Avec la porosité, la densité (2) est la variable la plus étudiée. Elle est souvent préférée puisque qu'elle tient compte de la porosité, mais aussi de la nature physico-chimique du tissu. Une augmentation de la densité physique [FLEPS, BAHALOO, Philippe K. ZYSSET et al. 2020; AUGAT et SCHORLEMMER 2006; J. RHO, HOBATHO et R. ASHMAN 1995] ou de la densité minérale [John D. CURREY 1988; AMMANN et RIZZOLI 2003; WACHTER, KRISCHAK, MENTZEL et al. 2002; DUCHEMIN, BOUSSON, RAOSSANALY et al. 2008] est synonyme d'une augmentation du module d'Young et de la résistance. Il en va de même pour la ténacité [BEHIRI et BONFIELD 1984; YENI et NORMAN 2000].

La densité (2) est liée avec des relations empiriques au module et à la résistance de l'os. Ces lois permettent de déterminer les propriétés mécaniques élastiques de l'os en fonction de sa densité [FLEPS, BAHALOO, Philippe K. ZYSSET et al. 2020; J. RHO, HOBATHO et R. ASHMAN 1995] mais pas les propriétés à la rupture.

### 1.2.3.2. Age

Un grand nombre d'études lient la dégradation des propriétés élastiques et de rupture de l'os à l'âge [F. G. EVANS 1973; ZIOUPOS et J. D. CURREY 1998; B. MARTIN 1993; GRANKE, MAKOWSKI, UPPUGANTI et al. 2016; GUSTAFSSON, WALLIN et ISAKSSON 2019; R. K. NALLA, KRUZIC, J. H. KINNEY et al. 2006]. En réalité, son impact est indirect : le vieillissement entraîne des modifications de la microstructure de l'os. Ceux-ci

---

4. De la même façon que pour la densité physique, cette densité minérale issue du scanner est une mesure indirecte de la phase minérale du tissu

détériorent la qualité de l'os et ses propriétés mécaniques E. A. ZIMMERMANN et Robert O. RITCHIE 2015; E. ZIMMERMANN, CARLTON et R. RITCHIE 2012; GUSTAFSSON, WALLIN et ISAKSSON 2019; B. MARTIN 1993.

L'âge augmente le nombre de cavités de résorption, qui concentre les contraintes et diminue la ténacité [J. D. CURREY 1962]. Ce phénomène est accentué par l'ostéoporose, une pathologie du tissu osseux favorisant l'apparition de pores. Il en résulte une dégradation des propriétés mécaniques du matériau bien plus sévère [J. L. KATZ et YOON 1984; OSTERHOFF, MORGAN, SHEFELBINE et al. 2016].

Le ralentissement voir l'arrêt du remodelage osseux cause une baisse du renouvellement des ostéons, qui augmente leur minéralisation : le matériau devient donc plus homogène avec peu ou pas de jeunes ostéons peu minéralisés. La capacité de l'os à empêcher la propagation de la fissure de par sa nature hétérogène en est impactée et le matériau devient plus fragile [AUGAT et SCHORLEMMER 2006; E. ZIMMERMANN, CARLTON et R. RITCHIE 2012; B. MARTIN 1993].

### 1.2.3.3. Embaument, température et hygrométrie

**Embaument** Lors des essais expérimentaux, l'os cortical peut être testé frais ou embaumé. Plusieurs études se sont penchées sur l'impact de l'embaument sur les propriétés mécaniques du matériau. Les effets diffèrent en fonction du liquide d'embaument utilisé bien que la majorité des études s'accordent sur le fait que l'embaument a un faible impact sur les propriétés mécaniques du tissu osseux [E. G. EVANS 1973; LINDE et SØRENSEN 1993; TIEFENBOECK, PAYR, BAJENOV et al. 2019; OHMAN, DALL'ARA, BALEANI et al. 2008; HAAREN, ZWAARD, VEEN et al. 2008] quel que soit le produit utilisé<sup>5</sup>. Toutefois, OHMAN, DALL'ARA, BALEANI et al. 2008 remarque une diminution significative du module d'Young lors d'un stockage de longue durée avec du formaldéhyde. ZIOUPOS et J. D CURREY 1998 observent une augmentation de la dureté. UNGER, STEFAN, BLAUTH et al. 2010 met en lumière des comportements élastiques et plastiques différents en fonction du produit utilisé (formaldéhyde, thiel et alcool-glycérine) par rapport à la congélation : pour l'étude des propriétés élastiques, l'alcool-glycérine augmente significativement l'énergie élastique absorbée par le matériau tandis que le formaldéhyde et le thiel diminue et augmente respectivement l'énergie plastique absorbée par le matériau sous chargement. La méthode de conservation est donc indissociable de l'étude prévue car pouvant modifier les propriétés pré-embaument du tissu.

**Température et hygrométrie** La température du matériau joue également un rôle sur la détermination des propriétés mécaniques. BONFIELD et TULLY 1982 mesure par ultrasons le module d'Young de l'os cortical à différentes températures et montre une diminution linéaire du module de 23.5 GPa à 21.8 GPa pour des températures respectives de 17 et 41 degrés Celsius. Même constat pour le facteur d'intensité de contrainte diminuant de 0.54 MPa m<sup>1/2</sup> tous les 10 degrés Celsius chez YAN, CLIFTON,

5. Les liquides d'embaument principalement utilisés sont le formaldéhyde, le chlorure de zinc ou l'éthanol

MECHOLSKY et al. 2007. Néanmoins, peu d'études sur le sujet ont été réalisées, bien que l'ensemble des essais soient effectués à température ambiante et non à la température de service de l'os, *i.e.* la température corporelle. Ces résultats sont donc d'autant plus intéressants qu'ils permettent d'évaluer les résultats obtenus à température ambiante.

La quantité d'eau dans le matériau affecte aussi les propriétés mécaniques [GRANKE, DOES et NYMAN 2015]. La dessiccation du tissu, retirant l'eau libre et potentiellement l'eau faiblement liée, augmente la raideur, la résistance et la dureté de l'os cortical [NYMAN, ROY, SHEN et al. 2006; J.-Y. RHO et PHARR 1999; A. FAINGOLD, S. R. COHEN, SHAHAR et al. 2014; Philippe K ZYSSET, EDWARD GUO, EDWARD HOFFLER et al. 1999]. En raison de la perte d'eau, l'os cortical quasi-fragile devient fragile [ZIOUPOS et J. D CURREY 1998]. L'énergie de fissuration du matériau diminue en fonction de la perte d'eau chez NYMAN, ROY, SHEN et al. 2006. YENI et NORMAN 2000 ne distingue pas de tendance entre la ténacité et le pourcentage d'eau.

GRANKE, DOES et NYMAN 2015 montrent une diminution significative de la quantité d'eau liée chez les adultes (50 ans et moins) par rapport aux personnes âgées (70 ans et plus) et donc une légère augmentation de la quantité d'eau présente dans les pores de l'os cortical chez les séniors. Ces variations peuvent également expliquer partiellement de possibles différences dans les mécanismes de rupture de l'os cortical entre les classes d'âges.

#### 1.2.3.4. Effets d'échelles

La taille de l'échantillon soumis à un essai mécanique peut avoir un effet sur la détermination des propriétés. Cette dépendance entre les propriétés mécaniques de l'éprouvette et ses dimensions est connue : on observe cet effet d'échelle sur d'autres matériaux hétérogènes fragiles et quasi-fragiles, comme le béton et la céramique [P. ROSSI, WU, LE MAOU et al. 1994; KIM 1990; BAŽANT et KAZEMI 1990]. MAZARS 1989 décrit deux effets d'échelles pour le béton :

- Un effet de volume causé par la distribution aléatoire des résistances locales dans le milieu hétérogène (squelette granulaire, pores et matrice cimentaire).
- Un effet de structure causé par les zones de localisation des dommages à rupture dues à la taille des hétérogénéités du matériau.

Pour un même matériau hétérogène, une éprouvette de petites dimensions n'enregistrera pas les mêmes charges de ruine qu'une éprouvette de grandes dimensions. En outre, la taille des hétérogénéités et la taille des défauts restants les mêmes mais les dimensions d'éprouvettes changeant, leur impact n'est pas le même. Un défaut d'une taille fixe aura plus d'influence sur la réponse mécanique de l'éprouvette aux petites dimensions. Dans le cas des bétons par exemple, la résistance en valeur moyenne diminue avec la taille de la structure.

La question des effets d'échelles sur l'os est encore ouverte, notamment car elle est difficile à évaluer (complexité des échantillons, échantillons usinés forcément de petite taille) : un point clé est de savoir à quel niveau structurel il est possible de définir

un volume élémentaire représentatif avec des propriétés similaires à l'échelle macroscopique [J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998]. Les échantillons osseux de petites tailles peuvent enregistrer des efforts supérieurs à des échantillons plus grands [ZIOUPOS et J. D CURREY 1998]. CHOI, KUHN, CIARELLI et al. 1990 observent une diminution corrélée positivement du module élastique avec la taille de l'échantillon (14.92 GPa à 5.45 GPa pour des poutres en flexion 3 points de 1000 sur 1000 mm et 100 sur 100 mm respectivement) sur de l'os cortical humain. La taille de l'échantillon est donc primordiale en fonction des propriétés mécaniques à déterminer.

### 1.3. Conclusion

Le tissu osseux est un matériau biologique complexe composé d'une phase minérale majoritaire et d'une phase organique. Il possède une structure hiérarchisée multi-échelles qui s'adapte aux chargements mécaniques auxquels elle est soumise grâce au remodelage osseux. On s'intéresse au tissu cortical à une échelle plutôt macroscopique. Pour le sujet de la thèse, on s'intéresse en termes de microstructure aux deux échelles consécutives sous-jacentes (micro et méso). A l'échelle microscopique, le matériau a un aspect composite : les ostéons sont des fibres cylindriques inclus dans une matrice d'os interstitiel, lui-même composé de restes d'ostéons partiellement renouvelés. C'est ce que l'on nomme l'os secondaire ou système haversien. Chaque ostéon est composé de lamelles concentriques, formées d'un assemblage de collagène et d'hydroxyapatite. La vascularisation du tissu ainsi que le remodelage crée de la porosité au sein du matériau. Cette structure a pour conséquence de rendre le matériau orthotrope.

Les propriétés mécaniques d'élasticité et de résistance sont déjà bien documentées par la littérature pour l'os cortical. On retiendra une valeur classique de 18 GPa pour le coefficient d'élasticité dans l'axe longitudinal et de 13 GPa dans l'axe radial. Une valeur de résistance courante est 100 MPa. Ces trois dernières décennies, la communauté scientifique décrit les propriétés de rupture de ce matériau quasi-fragile. Plusieurs mécanismes de ténacité (intrinsèques et extrinsèques) sont présents. Sous chargement, des micro-dommages se forment puis coalescent en une macrofissure. Le chemin de propagation de la macrofissure dans l'os secondaire a tendance à suivre la lamelle extérieure des ostéons, ou ligne cémentante. Les valeurs courantes de ténacité sont dans l'ordre de grandeur du millièème de  $\text{Jm}^{-2}$ . La ténacité dans la direction transversale est environ deux fois supérieure à celle dans la direction longitudinale. Il est à souligner que ces valeurs peuvent varier en fonction de l'os concerné, l'individu ou encore l'espèce étudiée.

Si l'os est étudié depuis le début des années 1900, la complexité du matériau couplée à la difficulté de fabriquer des éprouvettes d'un tissu biologique non-reproductible à l'heure actuelle rendent ardue l'étude des processus physiques de fissuration. De plus, d'autres facteurs influencent les propriétés mécaniques comme l'âge, la température ou encore les effets d'échelles.

# 2. Campagne expérimentale

## Sommaire

2.1. Essais mécaniques . . . . .	51
2.1.1. Prélèvement et préservation des échantillons . . . . .	51
2.1.2. Préparation des échantillons . . . . .	52
2.1.3. Essai mécanique de propagation transversale d'une fissure . . . . .	53
2.1.4. Dépouillement des essais . . . . .	54
2.1.5. Résultats . . . . .	56
2.1.6. Discussion . . . . .	60
2.1.6.1. Allure globale des courbes effort vs. NOD . . . . .	60
2.1.6.2. Direction de propagation de la fissure . . . . .	61
2.1.6.3. Evolution des raideurs, des ouvertures d'entaille résiduelles et de la forme des cycles . . . . .	62
2.1.6.4. Mécanismes physiques impliqués . . . . .	65
2.1.6.5. Dessiccation et dégraissage . . . . .	67
2.2. Analyse de la microstructure . . . . .	68
2.2.1. Réalisation des lames histologiques . . . . .	68
2.2.2. Méthode d'analyse histologique . . . . .	69
2.2.3. Méthode d'analyses statistiques . . . . .	71
2.2.4. Résultats . . . . .	72
2.2.4.1. Groupe GS1 . . . . .	73
2.2.4.2. Groupe GS2 . . . . .	78
2.2.4.3. Groupe GS1 et GS2 combinés . . . . .	79
2.2.5. Discussion . . . . .	79
2.3. Mesure de la densité minérale . . . . .	81
2.3.1. Protocole expérimental . . . . .	81
2.3.2. Résultats et discussion . . . . .	82
2.4. Conclusion . . . . .	83

## Introduction

La campagne expérimentale de la thèse sert de fondation pour la construction d'une base de données nécessaires au développement d'un modèle de fissuration. Elle se compose de deux parties. La première concerne le développement et la mise œuvre d'un essai mécanique. La seconde porte sur l'étude de la microstructure des tissus testés. Notons dès à présent que, dans le cadre de la thèse, nous nous intéressons

au tissu osseux cortical, uniquement. Ce choix est justifié d'abord car il est la phase dominante dans la réponse structurelle d'un os mais aussi parce que la morphologie de l'os trabéculaire implique des processus physiques différents. Leur compréhension nécessite des études spécifiques.

L'essai mécanique choisi est un essai de flexion trois point sur tronçon d'os long entaillé. Il s'agit d'un essai de propagation de fissure. Le protocole expérimental élaboré a pour objectif de comprendre les mécanismes physiques du matériau et d'obtenir des résultats permettant la détermination de certaines propriétés mécaniques.

Si l'initiation et la propagation d'une fissure dans le tissu osseux sont étudiées depuis les années 70, les études ont été réalisées à partir d'éprouvettes de petites tailles prélevées dans différents tissus osseux. Notons au passage, qu'une grande partie de ces travaux est réalisés sur de l'os animal, qui est différent de l'os humain en termes de morphologie microstructurale (os plexiforme par exemple) ou en termes d'échelle de cette microstructure (taille des fibres en fonction de la taille de l'animal). Le prélèvement d'éprouvettes de petites tailles peut poser un certain nombre de problèmes. Les problèmes liés à la méthode de prélèvement (tolérances géométriques, micro-dommages induits par un sciage, etc. . . .) peuvent être résolus par un matériel adéquat et des précautions particulières. Les problèmes liés au choix de petites dimensions sont quant à eux plus délicats pour des matériaux hétérogènes comme l'os, car ils peuvent induire des effets d'échelle, qui, si on ne les prend pas en considération, conduisent à des erreurs d'estimation (ou d'interprétation) des propriétés du matériau obtenues expérimentalement. Pour de tels matériaux, l'impact de la microstructure sur le comportement mécanique est important. Elle conditionne les processus physiques de fissuration, qui, à l'instar de la microstructure, sont eux aussi multi-échelle.

Peu de publications de la littérature, visent à comprendre ces processus à l'échelle macroscopique : les essais à cette échelle sont essentiellement destinés à la validation de modèle. Nous avons pourtant choisi de positionner notre expérimentation à l'échelle d'un tronçon d'os long pour deux raisons : faciliter les prélèvements d'échantillons (compte tenu du matériel expérimental dont nous disposions) et déterminer des propriétés mécaniques du tissu à une échelle suffisamment grande pour minimiser, si possible, l'impact de la microstructure sur le comportement mécanique.

Enfin, peu d'études relient les propriétés mécaniques de l'os à sa microstructure, notamment pour la ténacité. Pourtant, on sait que celle-ci joue un rôle prépondérant dans la réponse mécanique d'un matériau. C'est le cas par exemple pour les aciers avec sa composition (la microstructure martensitique après une trempe le rend fragile, contrairement à une structure perlitique ductile) ou encore pour les bétons (l'ajout de fibres augmente considérablement la résistance en compression). L'analyse de la microstructure des spécimens testés vise à caractériser l'hétérogénéité du matériau et comprendre, voire quantifier, son impact sur les propriétés du matériau.

## 2.1. Essais mécaniques

Cette section donne un certain nombre de détails sur l'essai expérimental, certaines améliorations apportées ainsi que toutes les procédures élaborées pour le mettre en œuvre. Notons d'ores et déjà que deux campagnes expérimentales sont citées. Elles font référence à deux groupes d'os, notés GS1 et GS2. Notons également qu'elles ont fait l'objet de deux publications différentes : J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour le groupe GS1 et KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022 pour le groupe GS2. Ces deux campagnes ont été réalisées dans un ordre chronologique inversé. Les résultats obtenus du groupe GS2<sup>1</sup> (essais réalisés en premier lieu) ont mis en évidence un effet problématique, pour notre étude, de l'anisotropie du matériau conduisant à une déviation systématique des fissures, de la direction transversale vers la direction longitudinale du tronçon d'os testé. La seconde campagne, réalisée sur le groupe GS1, intègre une modification de la procédure de préparation des échantillons qui vise à corriger cet effet car notre objectif dans cette étude est de caractériser principalement la rupture transversale du tissu osseux cortical. Nous allons détailler tout cela dans les sous-sections suivantes.

### 2.1.1. Prélèvement et préservation des échantillons

Les os testés sont des fémurs de sujets humains post-mortem (PMHS), embaumés initialement dans une solution de chlorure de zinc, sauf dans le cas du sujet 15017D, embaumé au formaldéhyde, précédemment au changement de législation sur les produits d'embaumement. Les corps donnés à la science nécessitent une attention toute particulière : c'est pourquoi l'ensemble des manipulations sur tissus biologiques a été réalisé dans le cadre éthique de la Faculté de Médecine de Marseille. Le tableau ci-dessous récapitule les informations relatives aux sujets (2.1).

Le fémur prélevé est nettoyé et les tissus conjonctifs sont retirés. Il est tronçonné de manière à obtenir un segment long de 180 mm dans le milieu de la diaphyse. L'étude se focalise sur l'os cortical uniquement : l'os trabéculaire est retiré. Les étapes de préparation sont réalisées à la main et sans produits chimiques afin de ne pas altérer les propriétés mécaniques de l'os [LINDE et SØRENSEN 1993]. Les échantillons sont conservés avant et après essai dans un congélateur à une température contrôlée de -18°C. L'échantillon à tester est décongelé au préalable au réfrigérateur à -4°C la veille de l'essai. Les manipulations ainsi que l'essai en lui-même sont réalisés à température ambiante de 20°C.

---

1. Les résultats sur le groupe GS2 seront néanmoins utilisés dans une étude ultérieure pour tenter d'avoir accès, par analyse inverse, à certaines propriétés longitudinales connaissant déjà les propriétés transversales.

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

TABLEAU 2.1. – Références des sujets GS1 (rainurés) et GS2 (non-rainurés) : Age (années), Sexe (F pour Femme, M pour Homme), Latéralité (Origine du fémur, Gauche (G) ou Droite (D))

Groupe	Sujet	Age	Sexe	Latéralité	Embaumement	Rainure
GS1	9021D	70	M	D	Chlorure de Zinc	Oui
	8021D	86	M	D	Chlorure de Zinc	
	4320G	73	M	G	Chlorure de Zinc	
	6121G	82	M	G	Chlorure de Zinc	
	15017D	83	F	D	Formaldéhyde	
GS2	6620 (D&G)	92	F	D & G	Chlorure de Zinc	Non
	5320 (D&G)	75	F	D & G	Chlorure de Zinc	
	5820D	90	F	D	Chlorure de Zinc	

### 2.1.2. Préparation des échantillons

**Conditions aux limites** Chaque os est testé dans la même orientation au regard des caractéristiques anatomiques communes. Le point d'application de la force se trouve sur la ligne âpre dans la section centrale de la diaphyse fémorale. Les points d'appuis sont sur la face antérieure de l'os. Cette position est naturellement stable, d'où le choix de cette orientation pour assurer la reproductibilité de l'essai. Pour garantir cette orientation avec la géométrie irrégulière et variable des os, un jeu d'appuis parallélépipédiques en acier est collé sur la face antérieure de l'os avec une colle cyanoacrylate. Leur rôle est de diffuser localement les contraintes et prévenir un basculement de l'éprouvette. Le collage des appuis est réalisé sur la machine d'essai sous une faible charge d'environ 20 N. A noter que l'un des appuis est conçu pour être glissant : ceci permet d'éviter des frottements préjudiciables à l'essai. Deux demi-blocs avec surfaces rectifiées et graissées (graisse au lithium) glissent l'un sur l'autre et forment l'appui glissant. Une membrane élastique maintient l'ensemble et permet un retour élastique en position initiale pendant le déchargement.

**Contrôle de la localisation du chemin de fissure** L'essai de flexion doit garantir la localisation de la fissure. Une entaille est usinée avec une scie à chantourner dans la section centrale de la diaphyse du tronçon osseux. L'entaille des os du groupe GS1 est de 7.5 mm. Pour le groupe GS2, l'entaille est de 7.5 mm pour le 6620G et le 5820D et de 15 mm pour les autres afin d'étudier l'effet de la longueur d'entaille. L'épaisseur de l'entaille est de 200  $\mu\text{m}$ .

**Pilotage de l'essai par ouverture d'entaille** Un capteur de déplacement mesure le déplacement d'ouverture d'entaille ou Notch Opening Displacement (abrégié en NOD) avec une technologie inductive. C'est ce paramètre qui est utilisé pour piloter la machine d'essai et contrôler l'ouverture de fissure. Le capteur et sa cible sont

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

maintenus par deux supports collés de part et d'autre de l'entaille. Les supports sont en aluminium pour éviter les perturbations électromagnétiques altérant la mesure.

**Guidage de la propagation de la fissure** Après la première campagne, les résultats sur le groupe GS2 ont montré que la fissure se propage diagonalement du fait de l'anisotropie du matériau. Il faut donc modifier le champ de contraintes pour forcer la direction de propagation. La solution d'un rainurage a été choisie au vu de sa facilité de mise en œuvre. Dans le cas du groupe GS1 uniquement, une rainure de section hémisphérique est donc fraisée sur le pourtour de la surface externe dans la section entaillée. Le rôle de cette rainure est de guider la macrofissure dans la direction transversale. L'outil utilisé est une fraise sphérique en carbure de tungstène montée sur une Dremel 225. Un capuchon de forme semi-sphérique imprimé en 3D est vissé sur le mors de la fraise afin de garantir une épaisseur constante de la rainure de 2 mm, malgré la géométrie irrégulière de l'os. Cette étape est réalisée sous lubrification par jet d'eau afin d'éviter une dégradation du tissu par échauffement.

**Précautions supplémentaires** Une attention particulière est portée à la coaxialité des appuis, de l'entaille, de la rainure et des supports capteur. Un jeu de guides conçu à cet effet permet de garantir le positionnement dans l'axe formé par les appuis collés qui reposent sur la table de flexion. L'ensemble des précautions prises (positionnement et orientation de l'os, appui glissant, ...) visent à respecter au mieux les conditions aux limites cinématiques d'une flexion 3 points sur une géométrie irrégulière. Elles permettent également de garantir une certaine répétabilité entre les spécimens (même orientation et position), bien que relative puisqu'ils possèdent des géométries différentes.

### 2.1.3. Essai mécanique de propagation transversale d'une fissure

L'équipement utilisé est une presse hydraulique MTS Landmark 370.10 équipée d'un capteur de force de 15 kN. L'entraxe des appuis linéiques est de 155 mm. Le capteur mesurant le déplacement de l'ouverture d'entaille (Notch Opening Displacement ou NOD) est un capteur inductif de déplacement KAMAN KD-2300 avec une plage de mesure de 0 à 2 mm. Il mesure la distance relative entre le support et la cible collée sur le support en vis à vis. La figure 2.1 montre l'éprouvette installée sur la machine.

Pendant l'essai, la force appliquée (N) et l'ouverture d'entaille (NOD, mm) sont mesurées. La procédure expérimentale est décrite dans les articles J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 et KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022. L'éprouvette est chargée en son centre et subit dix cycles de décharge-recharge. La charge est pilotée par l'ouverture d'entaille à une vitesse de 36  $\mu\text{m}/\text{min}$  (domaine quasi-statique)<sup>2</sup>. Les cycles sont établis de 0 à 2 mm compris avec un pas de 200  $\mu\text{m}$ .

---

2. Le pilotage en effort est exclu car la localisation et la propagation d'une macrofissure entraîne un adoucissement de la réponse structurelle. De plus, le pilotage se fait sur le NOD et non sur le point

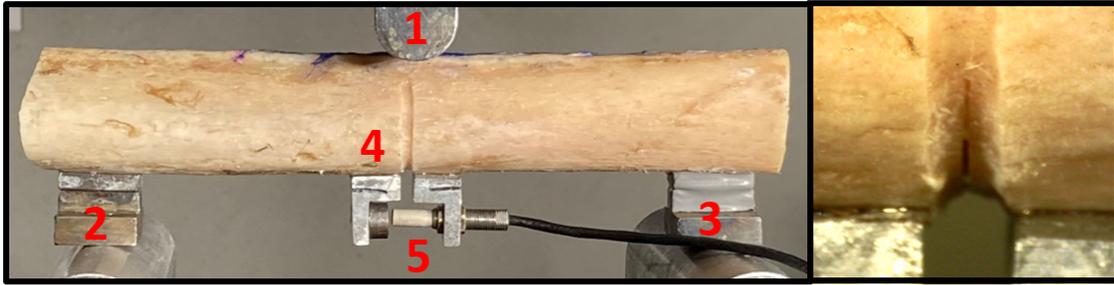


FIGURE 2.1. – Essai de flexion trois points : montage expérimental (gauche). 1) Panne de flexion, 2) Appui fixe, 3) Appui glissant, 4) Entaille et rainure (zoom sur la figure de droite) et 5) Capteur. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Dans le cas des échantillons 6620G et 5820D (GS2), le pas a été réduit à 100  $\mu\text{m}$  près du pic de la courbe afin d'obtenir plus de cycles pour décrire plus finement l'allure globale de la courbe d'essai. La décharge est pilotée en force pour atteindre 15 N en 5 minutes.

L'effet de l'amplitude de déchargement (décharge partielle et décharge complète) est étudié sur le 6620G (GS2). Les décharges sont alternées entre décharge complète (jusqu'à 15 N) et décharge partielle (décharge jusqu'à 75 % du NOD imposé).

L'étude ne tient pas compte des effets de la vitesse de chargement : ceci représente un travail futur.

#### 2.1.4. Dépouillement des essais

La méthodologie originale de dépouillement des essais est décrite dans J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022. La figure 2.2 décrit un cycle de l'essai. Les grandeurs évaluées sont :

- L'allure globale de la courbe
- L'évolution de la rigidité de l'échantillon ( $K_i$ )
- L'évolution de l'ouverture d'entaille résiduelle ( $\omega_{resi}$ )
- La forme des cycles imposés (caractérisé par leurs largeurs  $b_i$ )

Pour des raisons de commodité, on définit la "raideur" comme le rapport de la variation en effort par rapport à une variation (infinitésimale ou non) du NOD. Bien que le tout début des courbes au premier chargement soit légèrement non-linéaire, probablement à cause de la viscoélasticité du matériau, admettre que la réponse structurelle est quasi-linéaire dans cette phase reste tout à fait raisonnable.

---

d'application de la charge car il n'est pas possible d'estimer les cycles pour le déplacement au point d'application de la charge sans risquer une rupture complète de l'éprouvette.

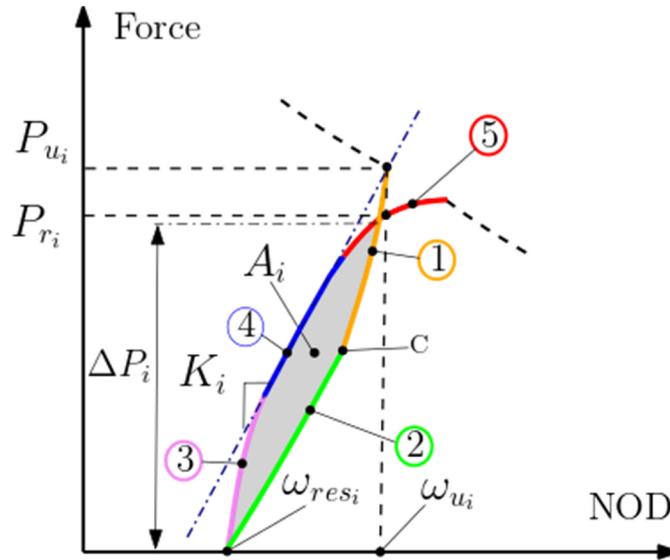


FIGURE 2.2. – Schéma d'un cycle de décharge (étapes 1-2)/recharge (étapes 3-4-5).  $P_{ui}$  est l'effort au début du cycle (décharge);  $P_{ri}$  est l'effort au rechargement pour le même NOD ( $\omega_{ui}$ ) que pour  $P_{ui}$ .  $A_i$  est l'aire du cycle, avec  $\Delta P_i$  l'amplitude de déchargement.  $\omega_{resi}$  est le NOD résiduel après déchargement complet. Tiré de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022.

La raideur structurelle initiale  $K_0$  est donc la pente initiale au chargement en fonction du NOD<sup>3</sup>. A chaque cycle, la tangente à la partie linéaire de la recharge (étape 4) est utilisée pour déterminer la raideur de l'os relative au cycle considéré. Il est à noter que la tangente à la partie quasi-linéaire (étape 4) passe inévitablement par le point de départ du cycle (fig.2.3), et ce pour tous les spécimens. Cette observation a aussi été faite sur des essais de propagation dans du bois [MOREL, DOURADO et VALENTIN 2005].

L'évolution des raideurs structurelles au cours de l'essai est obtenue par analyse des inclinaisons des cycles de l'essai. Elle est décrite par  $W_i$ , le coefficient d'affaiblissement *i.e.* l'écart relatif de raideur par rapport à la raideur initiale, où  $K_0$  est la raideur structurelle initiale et  $K_i$  la raideur structurelle du cycle  $i$  (eq.2.1). Un algorithme développé en Python permet d'automatiser la récupération des pentes.

$$W_i = \frac{-\Delta K_i}{K_0} = \frac{K_0 - K_i}{K_0} = 1 - \frac{K_i}{K_0} \quad (2.1)$$

L'ouverture d'entaille résiduelle ( $\omega_{resi}$ ) correspond à la mesure du NOD à la fin de la phase de déchargement d'un cycle complet.

La forme des cycles est étudiée par rapport à l'évolution de leurs largeurs apparentes  $b_i$  au fil de l'essai. Cette largeur est prise égale au quotient de son aire ( $A_i$ )

3. La raideur initiale est déterminée dans les 100 premiers microns du NOD, car l'étude J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 a montré qu'aucune fissuration n'était présente dans cette phase.

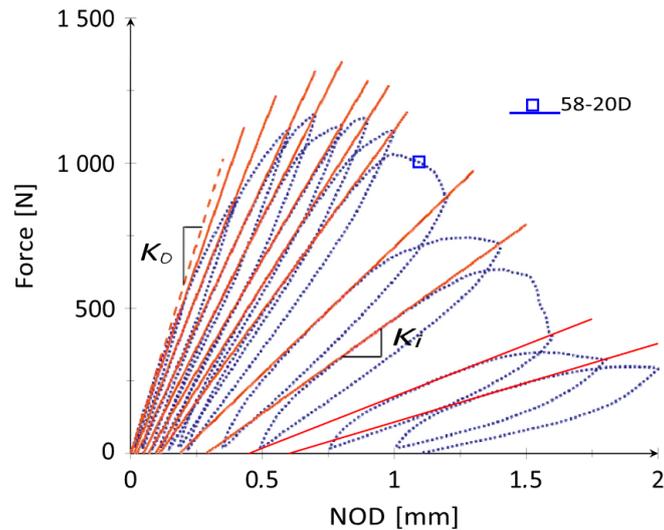


FIGURE 2.3. – Tangentes aux parties quasi-linéaires de la recharge et leurs intersections avec le point de départ du cycle. La ligne en pointillé est la tangente initiale. Tiré de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022.

par l'amplitude d'effort imposé ( $\Delta P_i$ ) pour le cycle  $i$ . Elle quantifie une dissipation d'énergie lors du cycle.

### 2.1.5. Résultats

Les résultats bruts des essais sont présentés sous forme de courbes globales de Force ( $P$ ) en fonction de l'ouverture d'entaille ou NOD ( $\omega_{ui}$ ). La figure 2.4 donne les courbes d'essais du groupe GS1 et la figure 2.5 donne les courbes d'essais du groupe GS2.

La figure 2.6 compare le chemin de fissuration entre le groupe GS1 et le groupe GS2 sans rainure. Les photographies sont prises avec un microscope numérique USB Dynolite et correspondent aux faces latérale et médiale des os. Du fait de la forme quasi-cylindre de l'os, la fissure se localise en pointe d'entaille et se propage ensuite dans les parties médiale et latérale pour se rejoindre dans le quadrant postérieur sous la ligne âpre. L'étude considère et analyse l'ensemble comme un processus de fissuration unique, bien qu'au départ deux fissures soit présentes, une médiale et une latérale.

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

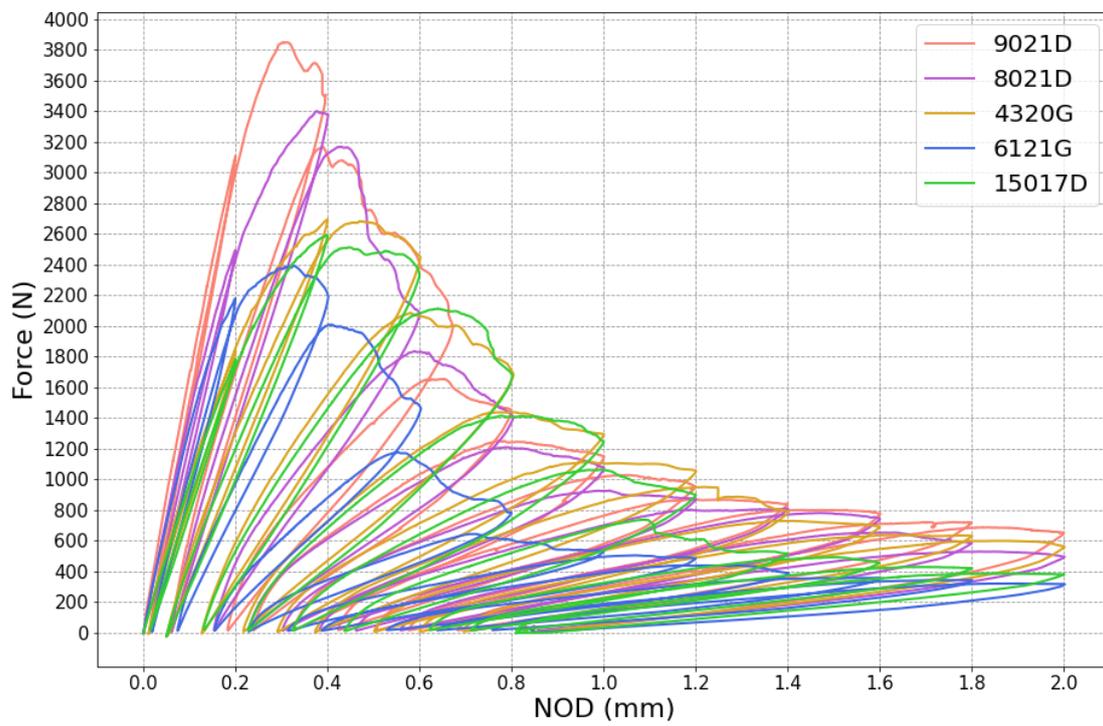
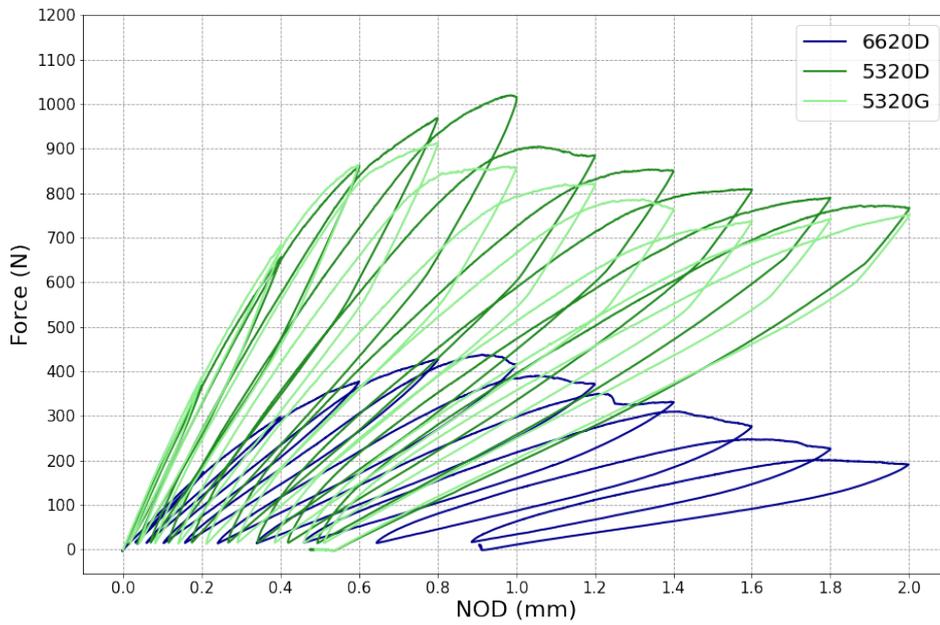
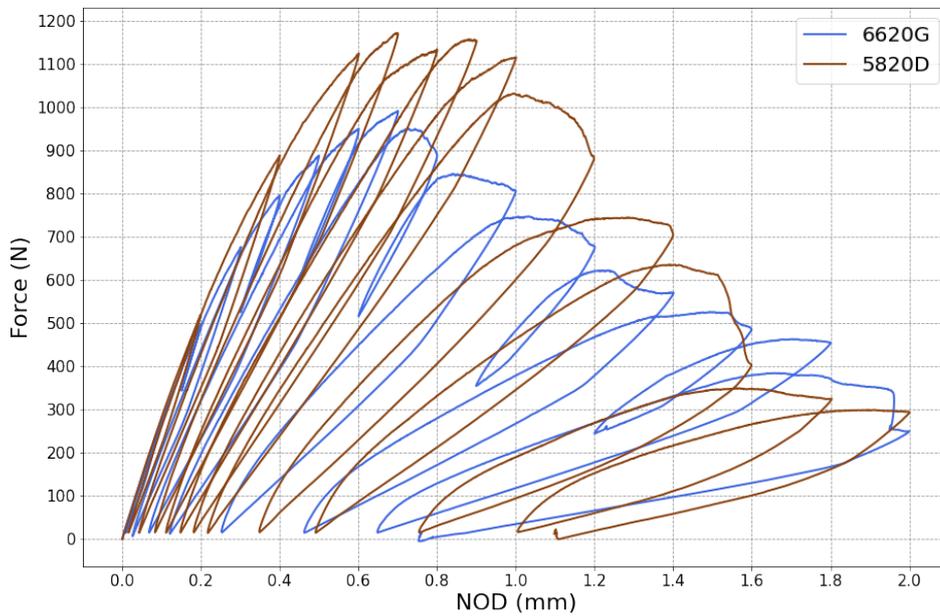


FIGURE 2.4. – Courbes de propagation de fissure - Force vs. NOD - GS1. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques



(a) Entaille longues



(b) Entaille courtes

FIGURE 2.5. – Courbes de propagation de fissure - Force vs. NOD - GS2 [J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022].

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

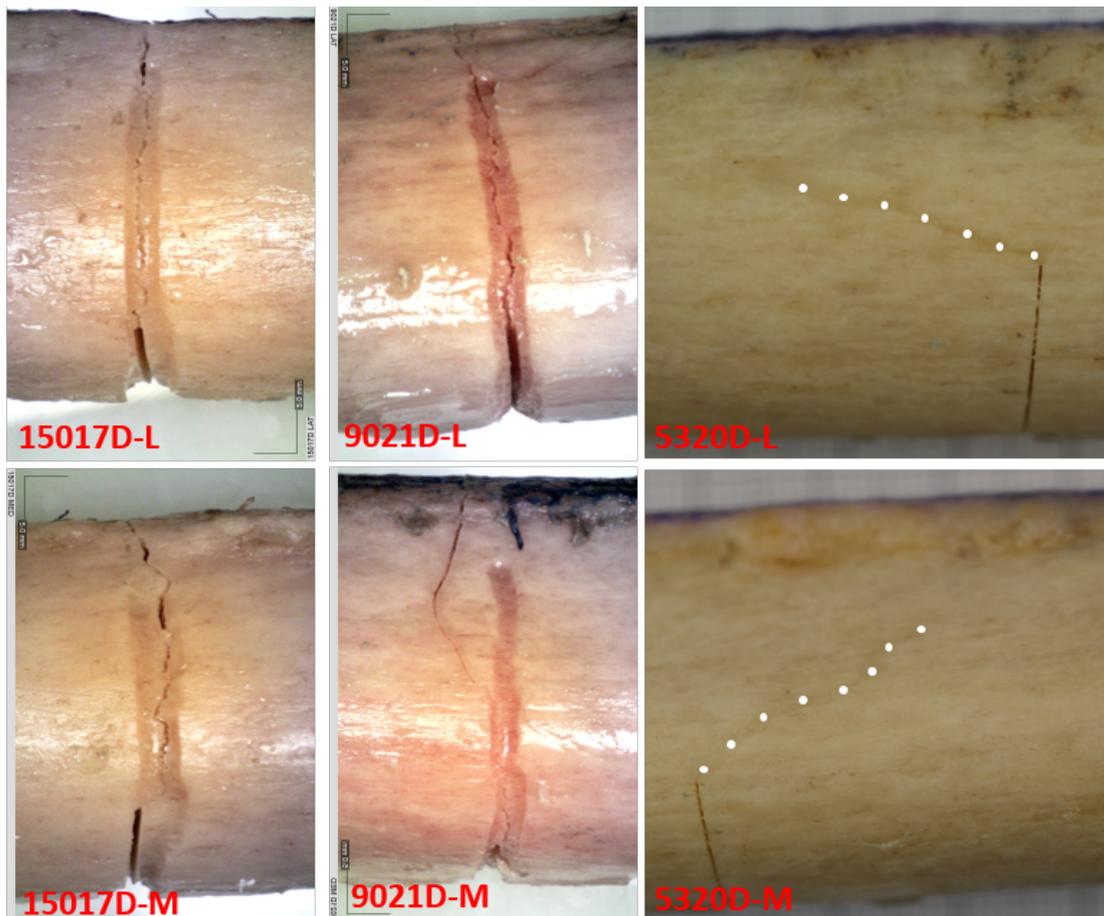


FIGURE 2.6. – Chemins de propagation de la fissure (L : Latéral et M : Médial). Les os 15017D et 9021D appartiennent au groupe GS1 tandis que l'os de droite (5320D) appartient à GS2. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

## 2.1.6. Discussion

### 2.1.6.1. Allure globale des courbes effort vs. NOD

L'analyse des courbes des figures 2.4 et 2.5 montrent que toutes ont des formes similaires, avec trois phases caractéristiques :

1. Pré-pic : Avant le pic de la courbe (point culminant), cette phase présente des non-linéarités. Elles restent toutefois faibles jusqu'à 70 % de l'effort maximal. Elles sont plus fortes autour de 80 à 85 % de l'effort maximal. Cette non-linéarité est la conséquence des processus physiques qui correspondent à la formation de la Fracture Process Zone (FPZ) en pointe d'entaille, où se localisent les contraintes. De nombreuses études tentent d'expliquer ces mécanismes à l'origine du développement de la FPZ [WILLETT, JOSEY, LU et al. 2017; BEHIRI et BONFIELD 1984; D. VASHISHTH, BEHIRI et BONFIELD 1997; PARSAMIAN et NORMAN 2001; BONFIELD 1987; PIEKARSKI 2003]. La déformation plastique des fibrilles de collagène, leurs ruptures ou des glissements entre ces fibrilles et les cristaux d'hydroxyapatite semblent l'expliquer à l'échelle nanoscopique [LAUNEY, BUEHLER et R. RITCHIE 2010]. A l'échelle microscopique, il s'agirait de microfissures dans la FPZ avec deux échelles : a) la première est un processus de micro-dommages très diffus (1 micromètre) qui implique les mécanismes des fibrilles décrits ci-dessus et b) la seconde avec des micro-dommages de Frost-Burr (100 micromètres), consécutifs aux premiers [D. B. BURR et STAFFORD 1990; FROST 1960]. Ces microfissures entre 10 et 100 micromètres vont générer progressivement un dommage structurel plus important dans la zone pré-pic, avec un NOD résiduel et une largeur de cycle qui augmentent après la décharge.
2. Pic : Au pic de chargement, les microfissures coalescent en une microfissure. Dès lors, les constituants de l'os à l'échelle micro (porosité, canaux de Havers et de Volkmann, ostéons, lignes cémentantes) influencent le chemin de propagation de la fissure [WILLETT, JOSEY, LU et al. 2017; P. ZIOUPOS et J. D. CURREY 1994; S. LI, A. ABDEL-WAHAB et SILBERSCHMIDT 2013; PARSAMIAN et NORMAN 2001].
3. Post-pic : Après le pic, la microfissure se propage avec sa FPZ. La taille de cette dernière devient maximale dans cette phase et reste constante tant qu'elle n'est pas affectée par les conditions aux limites. La structure est dans une phase adoucissante, puisque la rigidité structurelle de l'os diminue progressivement [BEHIRI et BONFIELD 1984; BONFIELD 1987; PARSAMIAN et NORMAN 2001]. C'est le résultat de la propagation de la microfissure et de sa FPZ associée.

Deux régimes de processus de fissuration sont présents sur ces courbes. En pré-pic, le développement de la FPZ : il s'agit majoritairement d'une microfissuration qui conduit à l'endommagement du matériau en pointe d'entaille. En post-pic, la microfissure se propage avec sa FPZ, ce qui conduit à un affaiblissement de la structure. L'allure globale des courbes est similaire pour GS1 et GS2 bien que les valeurs d'effort sont plus faibles pour le groupe GS2. La dispersion présente sur les courbes est liée aux différentes géométries des os et à leurs microstructures internes [J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998; GRANKE, MAKOWSKI, UPPUGANTI et al. 2016;

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

R. Bruce MARTIN, David B. BURR, SHARKEY et David P. FYHRIE 2015]. En effet, cette dernière peut être différente d'un sujet à l'autre comme nous l'étudierons dans la section 2.2. Les sections des os du groupe GS1 sont volontairement plus grandes afin de pouvoir réaliser la rainure sur l'épaisseur la plus grande possible ( $\varnothing = 31.5$  mm et 24.10 mm, section au niveau de l'entaille = 657.5 mm<sup>2</sup> et 301.3 mm<sup>2</sup>, respectivement pour le 15017D et le 6620G). Ceci explique en partie notamment les valeurs d'efforts supérieurs pour le groupe GS1. Deux autres facteurs justifient potentiellement ces différences : le sexe des sujets, femme pour le groupe GS2 ainsi que le 15017D, et la porosité des os. De plus, l'ostéoporose affecte les femmes plus que les hommes, pouvant créer ces différences entre les groupes. Il est important de souligner que l'os 15017D présente néanmoins des dimensions très supérieures à ceux du groupe GS2, expliquant les efforts similaires aux sujets masculins.

### 2.1.6.2. Direction de propagation de la fissure

Les chemins de propagation de la macrofissure sont illustrés sur la figure 2.6. La rainure sur l'os 15017D est le meilleur résultat puisque la macrofissure reste confinée dans la rainure. Sur d'autres, elle peut sortir de la rainure mais reste principalement dans l'orientation transversale. Les courbes expérimentales ne montrent pas de mécanismes clairs influençant la sortie de la macrofissure de la gorge. La propagation de la macrofissure semble plus confinée dans la gorge du côté latéral que médial (annexe A). Cette différence est probablement due à la géométrie de l'os : la surface externe latérale est plus cylindrique que la surface externe médiale qui se raccorde à la ligne âpre avec une géométrie convexe. La sortie de gorge de la macrofissure se dirige principalement dans la direction distale. La même tendance est présente sur les os non-rainurés, avec une propagation systématique dans cette orientation (5320D sur la figure 2.6). Toutefois, il est important de souligner que la sortie de la fissure, si elle a lieu, se fait après 5-10 mm de propagation à l'intérieur de la rainure. Comparativement, il y a une bifurcation directe au départ de l'entaille pour les os non-rainurés GS2. La déviation de l'angle du chemin de fissuration est le résultat d'une ténacité transversale de l'os plus importante que sa ténacité longitudinale [S. LI, A. ABDEL-WAHAB et SILBERSCHMIDT 2013]. L'orientation préférentielle de la microstructure du matériau crée de l'anisotropie. Celle-ci cause un angle de déviation significatif donnant des fissures ayant tendance à s'orienter longitudinalement [BEHIRI et BONFIELD 1989].

La sortie partielle de la macrofissure sur les os du groupe GS1 s'explique peut-être par une profondeur insuffisante des gorges pour concentrer suffisamment les contraintes et guider la fissure. Elle peut aussi être une conséquence de l'hétérogénéité du matériau. Néanmoins, au regard des faibles différences dans l'allure globale entre les courbes GS1 et GS2, on peut considérer que la profondeur choisie semble être un bon compromis entre une action suffisante afin de maintenir la fissure dans l'orientation transversale tout en limitant son impact sur le comportement global de l'échantillon. Ce point est essentiel car les os du groupe GS1 doivent permettre de déterminer par la suite les propriétés de rupture dans l'orientation transversale.

A partir d'ici, l'attention est portée essentiellement sur GS1 pour cette raison. Les

os du groupe GS2 sont traités de la même façon afin de comprendre les mécanismes physiques et de déterminer certaines propriétés élastiques. Ces données apportent des informations supplémentaires pour expliquer les phénomènes en jeu. Uniquement le fuseau des valeurs de GS2 sera représenté sur les prochains graphiques pour la clarté des propos.

### 2.1.6.3. Evolution des raideurs, des ouvertures d'entaille résiduelles et de la forme des cycles

Comme expliqué dans la partie 2.1.4, la pente de la partie quasi-linéaire donne la raideur initiale de l'os. L'ensemble des valeurs enregistrées pour les courbes d'essais est détaillé dans le tableau 2.2. Il donne la longueur d'entaille, la raideur initiale  $K_0$ , l'effort maximum et la valeur du NOD au pic de la courbe.

TABLEAU 2.2. – Longueur d'entaille, longueur d'entaille réelle, raideur initiale, effort maximum et ouverture d'entaille au pic de la courbe pour chaque spécimen.

Groupe	Sujet	Entaille (mm)	Entaille réelle (mm)	$K_0$ (N/mm)	P max. (N)	NOD au pic (mm)
GS1	9021D	7.5	6.07	17300	3848.7	0.30
	8021D	7.5	5.49	15600	3400.6	0.37
	4320G	7.5	6.55	11070	2696.1	0.43
	6121G	7.5	4.63	13127	2393.8	0.32
	15017D	7.5	7.40	10700	2591.2	0.40
GS2	6620G	7.5	7.60	888	438.0	0.91
	6620D	15	13.15	2770	991.3	0.59
	5320G	15	12.50	1960	1020.3	0.80
	5320D	15	13.45	2030	912.9	0.84
	5820D	7.5	8.20	2900	1170.7	0.41

**Evolution des raideurs** L'évolution du coefficient d'affaiblissement ( $W_i$ ) en fonction du NOD ( $\omega_{ui}$ ) est illustrée par la figure 2.7. Pour rappel, avant le pic (symbolisé par une croix sur la figure 2.7), la raideur diminue à cause de l'accommodation structurelle à l'évolution du dommage en pointe d'entaille. Après le pic, la diminution de la raideur est la manifestation d'un affaiblissement structurel causé par la propagation de la macrofissure. Au pic, la valeur moyenne de  $W$  est de 0.36. A noter également que les courbes du groupe GS1 atteignent l'asymptote  $W = 1$  plus rapidement que le groupe GS2. Ceci est dû à la rainure qui force la propagation transversale. La raideur diminue plus rapidement pour GS1 car la fissure se propage sur un chemin plus court par rapport aux fissures déviées de GS2.

De plus, il a été observé dans J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 que le coefficient  $W$  augmente plus rapidement pour les os avec une entaille plus courte (groupe GS2). Selon cet article, cet écart peut éventuellement s'expliquer par une

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

rigidité supérieure qui nécessite un effort plus important pour atteindre la même ouverture d'entaille. Toutefois, une entaille longue amène à des contraintes supérieures compensant la différence associée à un chargement plus élevé. Plus vraisemblablement, l'état de contrainte de traction en flexion peut aussi expliquer cette différence. Sa forme triangulaire entraîne une zone impactée plus grande avec une entaille courte pour un niveau de contrainte égale qu'avec une entaille longue. La zone est potentiellement plus endommagée, expliquant les valeurs de  $W$  supérieures pour les entailles courtes [J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022]. On retrouve ce même phénomène sur le groupe GS1 avec les os 9021D (6.07 mm), 8021D (5.49 mm) et 6121G (4.63mm) qui ont des entailles plus courtes que le 4320G (6.55 mm) et le 15017D (7.40 mm), malgré les précautions prises lors de l'usinage. Nonobstant, la faible différence de taille d'entaille entre le 9021D et le 4320G laisse à penser qu'un autre élément joue un rôle primordial dans l'évolution de la raideur : la microstructure. En effet, le premier est moins poreux que le second. Il est probable que l'apparition de micro-dommages à un niveau de contrainte équivalent pour un tissu avec un plus grand nombre de cavités de résorption entraîne une diminution plus rapide de la raideur structurale.

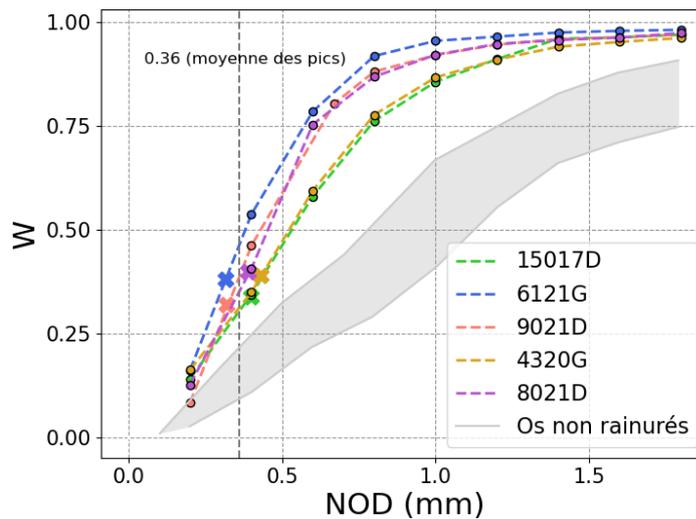


FIGURE 2.7. – Diminution du coefficient de rigidité ( $W$ ) en fonction du cycle imposé en NOD ( $\omega_{ui}$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

**Evolution des ouvertures d'entaille résiduelles** La figure 2.8 trace l'évolution de l'ouverture d'entaille résiduelle ( $\omega_{resi}$ ) en fonction de l'ouverture d'entaille imposée ( $\omega_{ui}$ ) avant décharge. Les courbes mettent en évidence des mécanismes non-linéaires

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

qui entraînent des déformations résiduelles du spécimen après déchargement. Les ouvertures résiduelles sont négligeables en dessous de  $NOD = 0.1$  mm et pour  $NOD = 0$  mm par extrapolation à l'origine des courbes pour tous les échantillons. En dessous de cette valeur de  $NOD = 0.1$  mm, le comportement peut être considéré élastique.

La figure 2.9 combine les résultats de la figure 2.7 et 2.8. Le début des courbes indique que les ouvertures résiduelles et l'augmentation de  $W$  sont initiés simultanément dans la partie pré-pic du comportement global. S'il existe éventuellement des déformations résiduelles avant l'apparition de la fissure, elles restent négligeables. Ces observations confirment le rôle des processus de fissuration dans l'apparition de déformations et de déplacements résiduels. Si les courbes des groupes GS1 et GS2 sont relativement similaires sur la figure 2.8, dénotant des mécanismes de même nature et de même ordre de grandeur, les différences entre GS1 et GS2 sont plus marquées sur la figure 2.9 et s'expliquent par une évolution plus rapide de  $W$  pour les os du groupe GS1.

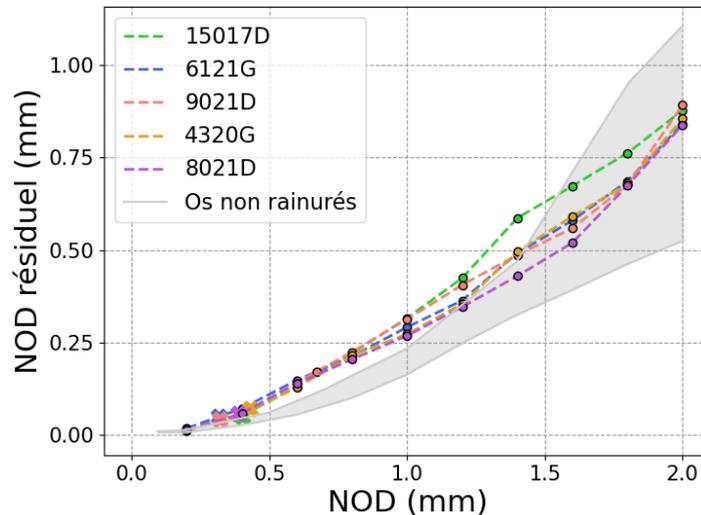


FIGURE 2.8. – Evolution du NOD résiduel ( $\omega_{resi}$ ) en fonction du cycle imposé en NOD ( $\omega_{ui}$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

**Analyse de la forme des cycles de décharge/recharge** La figure 2.10 trace l'évolution de la largeur apparente des cycles en fonction du NOD imposé. La non-linéarité des cycles augmente avec l'ouverture d'entaille. L'étude de la forme des cycles démontre l'impact des phénomènes dissipatifs (fig.2.10). La forme des cycles est signe d'un phénomène d'hystérésis, significatif d'irréversibilité et de dissipation d'énergie. Les mécanismes impliqués sont détaillés dans la section suivante. Le fuseau

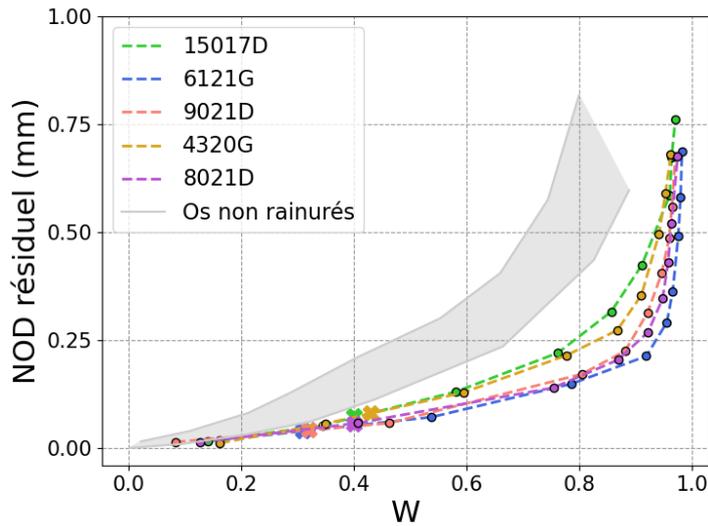


FIGURE 2.9. – Evolution du NOD résiduel ( $w_{resi}$ ) en fonction du coefficient de rigidité ( $W$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

des courbes GS1 et GS2 sont très similaires, soulignant une évolution semblable de la non-linéarité entre les deux groupes.

#### 2.1.6.4. Mécanismes physiques impliqués

Les phénomènes de fissuration sont très probablement les principaux responsables des résultats obtenus. La fissuration induit l'affaiblissement structurel progressif de l'os au cours du chargement (augmentation de  $W$ , fig.2.7). De plus, la fissuration est potentiellement à l'origine des ouvertures résiduelles conformément aux résultats de la figure 2.9 qui montrent clairement que l'endommagement et les ouvertures résiduelles démarrent et évoluent simultanément. Si des déformations plastiques existent, elles sont certainement confinées en pointe d'entaille et les résultats ne montrent pas de plasticité observable à l'échelle macroscopique de l'essai. Ces déformations résiduelles sont donc imputables à des processus de fissuration.

Des mécanismes d'engrènement et de friction statique entre les lèvres des fissures [A. G. EVANS et ZOK 1994] dans la FPZ [D. VASHISHTH, BEHIRI et BONFIELD 1997] comme au niveau de la macrofissure peuvent intervenir partiellement dans l'augmentation du NOD résiduel. Toutefois, ils ne suffisent pas à eux seuls à expliquer l'ordre de grandeur des déformations résiduelles enregistrées.

Certains matériaux comme le bois ou le béton présentent un état de contrainte interne initial même en l'absence de chargement. Son origine est liée à la nature

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

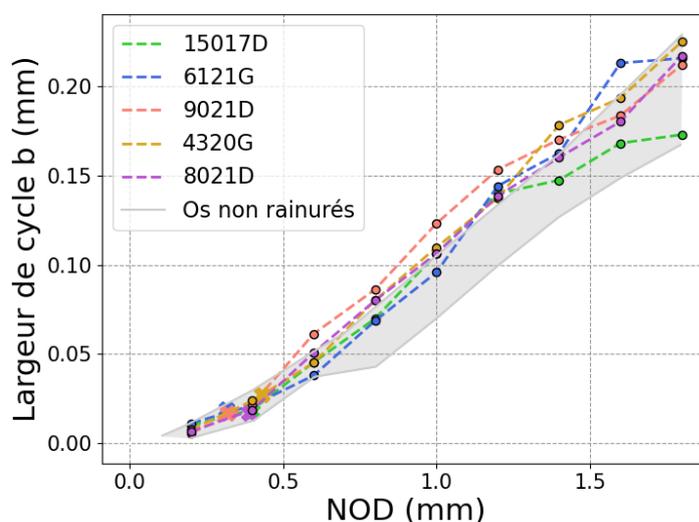


FIGURE 2.10. – Courbes de largeur de cycle ( $b_i$ ) en fonction du NOD ( $\omega_{ui}$ ). Les croix représentent les valeurs au pic de chargement pour chaque os. Le fuseau gris correspond à l'enveloppe globale des courbes similaires issues de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022 pour des os non-rainurés. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

du matériau. La génération d'une contrainte lors de la croissance de l'arbre [NOGI, YAMAMOTO et OKUYAMA 2003] et la contraction du matériau dû à des changements hydriques [CLAIR 2012] sont en cause pour le bois. Ces contraintes persistent dans les pièces de bois après abattage [J. E. NICHOLSON, BARNACLE et LESSE 1973]. Pour le béton, elles proviennent des différents retraits chimiques, hydriques et thermique empêchés par le squelette granulaire lors des phases d'hydratation. Il en résulte un état de contraintes internes dans la matrice [ACKER, BOULAY et P. ROSSI 1987]. Dans le cas présent de l'os, TANAKA, ADACHI et TOMITA 1970 et TADANO et OKOSHI 2006 ont aussi mis en évidence expérimentalement ces contraintes internes. C'est la conséquence du remodelage osseux [HADJIDAKIS et ANDROULAKIS 2006]. Le duo croissance et résorption crée un changement de l'environnement mécanique. Il entraîne à son tour un état naturel de contrainte non-uniforme dans le tissu osseux, sans action nécessaire de forces extérieures. L'os est de nature différente selon sa maturité (tissu récemment formé ou non) lors du remodelage. Les contraintes sont redistribuées entre tissu jeune et mature. Elles ne sont pas négligeables, pouvant atteindre la centaine de MPa [YAMADA et TADANO 2010] et sont corrélées avec la densité ostéonale [YAMADA, TADANO et FUJISAKI 2011].

L'hypothèse formulée dans les travaux publiés [J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. 2022] est la suivante : lors de la création de fissures, les contraintes internes du matériau (présentes du fait du remodelage osseux) sont relâchées autour de la fissure.

## 2. Campagne expérimentale – 2.1. Essais mécaniques

La relaxation de ces contraintes cause des déformations, qui empêchent les lèvres de la fissure de se fermer de manière identique pendant la décharge. Résultat, des frottements et des blocages apparaissent entre les lèvres de la fissure. Un mécanisme similaire est démontré par ACKER, BOULAY et P. ROSSI 1987 pour le béton. Les résultats des essais amènent à penser que ce mécanisme se produit pour l'os à l'échelle de la macrofissure et à l'échelle de la FPZ. Il influence grandement la redistribution des contraintes, les grandeurs résiduelles et la forme des cycles. Une remarque supplémentaire concerne la justification de l'utilisation d'un segment d'os long. La majorité des essais usinent des petits échantillons. Cette opération libère les contraintes internes et pose la question de connaître la limite de cette technique afin de ne pas altérer significativement l'état naturel du matériau. Dans notre cas, l'étude des courbes et des grandeurs évaluées ne montre pas d'impact non-négligeable de la rainure du groupe GS1 pouvant modifier sensiblement l'état naturel du matériau.

Les non-linéarités des cycles (fig.2.2) trouvent leurs origines dans les mécanismes décrits précédemment. L'engrènement et la friction statique entre les lèvres de microfissures dans la FPZ gênent leurs refermetures au début de la décharge (étape 1). Cet effet est amplifié par les déformations induites par la relaxation des contraintes internes. Il peut également se former de nouvelles microfissures par un effet de "coin" lors de la refermeture, expliquant pourquoi le point de départ du cycle n'est pas atteint à la fin du cycle (l'étape 5 passe sous le point de départ). En conséquence, la longueur de la fissure évolue. Il y a également l'activation de nouveaux points de contact entre les lèvres de la macrofissure lors de sa refermeture du fait de la modification du champ local de contraintes internes (étape 3). La réponse structurelle redevient linéaire une fois ces blocages vaincus (étape 2 et étape 4).

### 2.1.6.5. Dessiccation et dégraissage

Une étude supplémentaire a été réalisée pour évaluer l'effet de la dessiccation de l'échantillon pendant l'essai dans le cadre d'un stage de 2 mois. Deux os d'un même sujet (13219D et 13219G, homme, 87 ans, embaumés au chlorure de zinc) ont fait l'objet d'un traitement spécifique : dégraissage au bain à ultrasons et pendant 12h dans un bain d'éthanol, suivi d'une dessiccation par air ventilé jusqu'à ce que la perte de masse relative soit constante. Le pic ainsi que les efforts maximums de ces échantillons sont très similaires à ceux du groupe GS1 et GS2. Malheureusement, les données de ces os ne peuvent pas être traitées pour ce modèle car ils présentent une rupture fragile juste après le pic. La dessiccation et le dégraissage ont rendu le matériau fragile.

Les os 8021D et 4320G du groupe GS1 ont été emballés dans du cellophane afin de prévenir la dessiccation durant l'essai. Toutefois, ils ne présentent pas de différences avec les autres os, que ce soit sur l'allure globale de la courbe ou les processus de fissuration impliqués.

## 2.2. Analyse de la microstructure

A la suite de chaque essai mécanique, la microstructure de l'os est analysée par microscopie optique à transmission. L'objectif est double : (i) analyser et quantifier les éléments de microstructure pour tenter de définir des indicateurs d'hétérogénéité et (ii) identifier des groupes éventuels d'individus ou des tendances. Le second point est clé pour la modélisation, la cohérence statistique est essentielle pour le modèle probabiliste. Il est impératif de pouvoir classer les os testés en catégories afin de déterminer de possibles liens statistiques pour une cohorte (GS1, GS2, les deux ou un groupe d'os particulier) et pour un indicateur d'hétérogénéité. C'est d'autant plus difficile puisque le nombre d'essais est relativement faible statistiquement parlant (5 os sur lesquels il est possible de déterminer la ténacité transversale, bien que les 5 non-rainurés permettent de déterminer d'autres propriétés mécaniques) mais également parce qu'il s'agit de don de corps à la science (sujets âgés et complexité du protocole). Ce dernier point est limitant sur la possibilité de faire varier des paramètres au gré de l'étude, contrairement à un matériau manufacturable.

Le lien entre microstructure et propriétés mécaniques doit être cohérent au sens statistique. L'analyse statistique est primordiale pour le groupe GS1 qui permet de déterminer les propriétés mécaniques nécessaires au modèle. En somme, on souhaite caractériser les os de GS1 les uns par rapport aux autres : on parle de variabilité inter-os. Leur microstructure est-elle suffisamment proche pour les définir comme un ensemble pour l'alimentation du modèle? Nonobstant, l'analyse microstructurale du groupe GS2 est réalisée pour agrandir la quantité d'informations sur la microstructure du matériau et distinguer s'il existe des différences entre GS1 et GS2. Conjointement, l'analyse a pour but de distinguer la variabilité au sein de chaque os, ou variabilité intra-os. Les essais décrits et discutés dans la section précédente (2.1) propagent une fissure dans les quadrants latéraux et médiaux. Les quadrants antéro-postérieurs ont une influence sur la raideur structurelle du spécimen. Dans ce contexte, on cherche à cartographier la microstructure en fonction des quadrants (différences ou similarités entre ces quadrants). Les résultats de l'examen de la microstructure intra et inter serviront de base pour dégager un lien clair avec les propriétés mécaniques de l'os dans la section 3.4 du chapitre 3. Il doit être cohérent avec la réalité des essais mécaniques de propagation de fissure.

Ce travail a fait l'objet de deux stages de deux mois dans le but de développer un protocole expérimental et une méthodologie d'analyse statistique.

### 2.2.1. Réalisation des lames histologiques

Après fissuration complète du tronçon, une moitié est enrobée dans une résine transparente prévue pour la microscopie optique par transmission (K2020 de Brotlab). La portion est découpée avec une tronçonneuse de précision (Buehler Isomet 1000) et un disque diamant sous lubrification à l'eau pour éviter la nécrose du tissu pendant l'usinage. Les lamelles de 300 microns sont obtenues dans la section proche de la macrofissure afin d'analyser la microstructure au plus proche de la fissure tout en

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

restant dans une zone non endommagée. Ces dernières sont collées sur une lame en verre au moyen d'une colle à faible indice de diffraction (GEOP de Brotlab)<sup>4</sup>. Un polissage de la lamelle à 150 microns d'épaisseur est effectué avec une souris et une polisseuse de chez System Abele. La souris maintient la lame en verre par succion. Un dispositif de calibrage de l'épaisseur avec des cales étalons permet de fixer un jeu de quatre patins sur la souris entre la surface de la lame en verre et les cales étalons. La lame est polie avec un disque diamant (taille des grains 75 microns). Cet outillage permet d'avoir l'épaisseur désirée ainsi qu'une excellente planéité entre les surfaces de la lamelle. Ceci garantit la qualité des observations et surtout des mesures. Le résultat de ce protocole est donné figure 2.11.

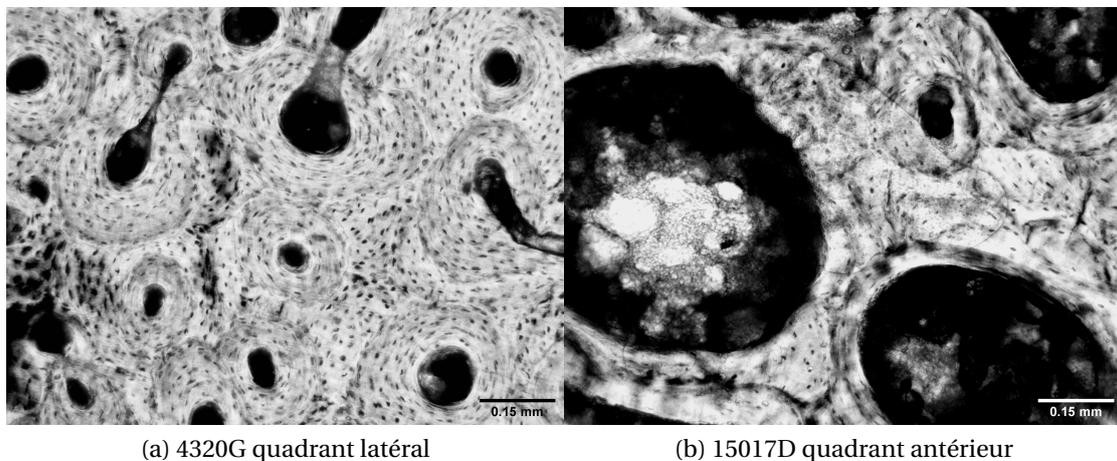


FIGURE 2.11. – Lames histologiques sous microscope optique à transmission (x100, sans colorisation).

### 2.2.2. Méthode d'analyse histologique

Tous les échantillons sont analysés par microscopie optique à lumière transmise sur un microscope KERN OBN-135. Les clichés sont pris avec une caméra digitale montée sur le microscope (KERN ODC 832, 5.1 MP 1/2.5"). L'analyse est réalisée sans polarisation, colorisation du spécimen ou filtres. Les lames sont découpées de la façon suivante :

1. Un tronçon de 24 mm de long (environ le diamètre de l'os) pour chaque os est tronçonné proche de la région de propagation de la fissure dans la zone non endommagée. La longueur du tronçon est choisie égale au périmètre moyen des os testés. Ce choix permet d'obtenir un nombre de mesures identique par quadrants et une cartographie homogène proche de la zone de fissuration.
2. Le cylindre est coupé dans son axe médian pour séparer les couples de quadrants Postérieur/Médial (P/M) et Antérieur/Latéral (A/L).

4. Le faible indice de diffraction permet d'éviter des interférences de mesures causées par la diffraction de la lumière traversant les lentilles du microscope.

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

3. Sur chaque portion (couples P/M et A/L), trois lamelles sont tronçonnées avec un pas équivalent
4. Pour chaque quadrant d'une lamelle, trois surfaces d'intérêt (SOI) sont observées à une magnification de x100. Les SOIs sont approximativement de 1 mm<sup>2</sup> (champ du microscope de 1.1 mm x 0.83 mm à un zoom de x100). Ce choix est fait afin que la dimension d'une SOI (2 dimensions) soit équivalente à la section d'un voxel (3 dimensions) du scanner utilisé pour récupérer la géométrie des os.

Au total, le nombre de mesures est de 36 SOIs pour chaque os (4 quadrants x 3 lamelles x 3 SOIs, fig.2.12). Les mesures sont réalisées avec le logiciel open-source Fiji [SCHINDELIN, ARGANDA-CARRERAS, FRISE et al. 2012].

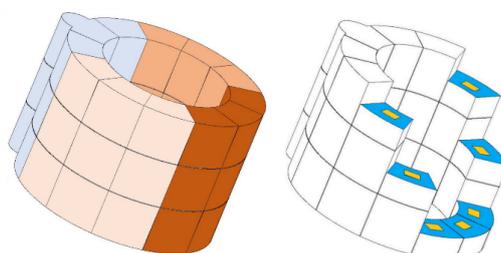


FIGURE 2.12. – Lames histologiques et SOIs associées (jaune) pour chaque os testé. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Les paramètres de la microstructure à analyser doivent être choisis par rapport à leur pertinence en tant qu'indicateurs de l'hétérogénéité du matériau. Il est question de comprendre quelles peuvent être les "sources" de cette hétérogénéité. La revue de littérature du [chapitre 1](#) a mis en exergue trois sources principales dans la réponse mécanique du tissu osseux cortical :

- La structure interne du matériau : l'os est majoritairement considéré comme un composite fibré. Il contient des ostéons (fibres cylindriques) inclus dans l'os interstitiel (matrice). A cela s'ajoute des porosités à deux niveaux avec, les canaux neuro-vasculaires et les cavités de résorption d'une part, et les lacunes et les canalicules de l'autre.
- Le remodelage osseux : il modifie la structure du matériau, au sens où les ostéons renouvelés se situent au sein d'un amas de restes d'ostéons plus anciens. De plus, ce processus biologique s'adapte à la charge mécanique appliquée au matériau. De plus, il induit un champ hétérogène de contraintes internes.
- La composition : l'os est composé d'une phase minérale majoritaire (70 %), d'une phase organique (20 %) et d'une phase liquide (10 % eau). Bien que l'échelle soit plus petite que celle qui nous intéresse pour la microstructure, la proportion de phases caractérise la nature du tissu.

Ces trois sources sont en outre intimement liées. Compte tenu de ces éléments, les indicateurs d'hétérogénéité choisis doivent permettre de quantifier un niveau d'hétérogénéité qui tienne compte de ces différentes sources. Il convient de choisir

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

des indicateurs dont l'impact sur les propriétés mécaniques est prépondérant, ou du moins reconnu comme tel dans la littérature ([Impact de la microstructure, chapitre 1](#)). Les paramètres sélectionnés sont la fraction surfacique de porosité  $\rho$ , la densité ostéonale  $\phi$  et la taille ostéonale  $\mu_{SOI}$ . Il s'agit de paramètres utilisés couramment par la littérature pour caractériser l'os cortical.

La fraction surfacique de porosité, la taille ostéonale et la densité ostéonale permettent de décrire la structure interne du matériau. A ces paramètres, on ajoutera également la teneur en minéraux. La densité minérale de l'os caractérise, en effet, la qualité du tissu. La mesure de cette densité nécessite un procédé particulier de crémation et sera abordée dans la partie [Mesure de la densité minérale](#).

Notons au passage que le remodelage osseux est directement relié à la densité ostéonale [YAMADA, TADANO et FUJISAKI 2011]. Il est également lié, dans un certain sens à la teneur en minéraux (degré de minéralisation différent en fonction de l'âge de l'ostéon).

Enfin, et par souci de clarté et de cohérence avec les expressions de la littérature, dans la section d'analyse des lames minces, la fraction surfacique de porosité sera exprimée comme la porosité.

Le tableau 2.3 ci-dessous résume les paramètres choisis :

TABLEAU 2.3. – Paramètres microstructuraux mesurés au microscope. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Variable	Unité	Définition	Equation
Porosité ( $\rho$ )	%	Fraction surfacique de porosité dans la SOI	2.2
Densité ostéonale ( $\phi$ )	mm <sup>-2</sup>	Nombre d'ostéons par mm <sup>2</sup> dans la SOI	2.3
Taille ostéonale ( $\mu_{SOI}$ )	µm	Taille moyenne d'ostéons dans la SOI	2.4
Grand axe ostéon ( $B_0$ )	mm	Longueur du grand axe de l'ostéon	
Petit axe ostéon ( $S_0$ )	mm	Longueur du petit axe de l'ostéon	

$$\rho = \frac{Area_{HaversCanals} + Area_{VolkmannsCanals} + Area_{ResorptionsCavities}}{Area_{SOI}} \quad (2.2)$$

$$\phi = \frac{NumberOfOsteonsInSOI}{Area_{SOI}} \quad (2.3)$$

$$\mu_{SOI} = \frac{\sum \mu_{size}}{NumberOfOsteonsInSOI} \quad (2.4) \quad \mu_{size} = \frac{B_0 + S_0}{2} \quad (2.5)$$

### 2.2.3. Méthode d'analyses statistiques

Les tests statistiques sont conduits avec le logiciel open-source R [R CORE TEAM 2021] pour mettre en lumière des différences statistiques. Tous les tests statistiques

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

sont effectués avec un seuil de significativité de 5 %. L'étude statistique est divisée en quatre parties :

1. *Synthèse de l'information et variabilité des données* : Les diagrammes boxplot de chaque variable sont tracés afin d'observer leur dispersions. De plus, des analyses multi-variées sont réalisées avec une Analyse en Composantes Principales (ACP) afin d'identifier la contribution des variables à la variabilité globale des données. Concrètement, les variables d'analyse de la microstructure sont remplacées par des variables de variance maximale. Elles sont des combinaisons linéaires non corrélées des variables d'origine. On peut alors analyser graphiquement la contribution de chacune d'entre elles avec leurs vecteurs propres<sup>5</sup>. Ces analyses portent sur les quadrants pour un os et sur les groupes d'os.
2. *Test de normalité pour le choix des tests statistiques* : La normalité de distribution est testée pour chaque variable avec un test de Shapiro-Wilk. Aucune des variables ne suit une loi normale. Les tests non-paramétriques<sup>6</sup> supplémentaires doivent mettre en lumière : (i) de(s) possible(s) différence(s) entre individus et (ii) de(s) potentielle(s) différence(s) entre les quadrants.
3. *La variabilité intra-os* : (différences au sein d'un même os) est analysée avec un test apparié de Friedman, pouvant signaler une différence significative pour au moins un des quadrants au sein du même os. Ce test est réalisé pour chaque variable et chaque os. Un test post-hoc de Conover est utilisé pour comparer les quadrants entre eux.
4. *La variabilité inter-os* : (différences entre les os pour un même quadrant) est étudiée avec test non-apparié de Kruskal-Wallis. L'objectif est de pointer des différences significatives pour au moins un os par rapport aux autres os. Ce test est réalisé pour chaque variable et chaque quadrant par rapport à ses homologues.

Les résultats des analyses statistiques seront détaillés pour le groupe GS1, puisque ce groupe servira à alimenter le modèle. les tests statistiques sont réalisés sur le groupe GS1 indépendamment dans un premier temps, sur le groupe GS2 indépendamment dans un second temps et enfin sur les deux groupes combinés pour les comparer entre eux.

### 2.2.4. Résultats

Les résultats des analyses statistiques sont résumés aux points clés dans cette partie. Les résultats complets sont détaillés en [annexe B](#) pour le groupe GS1, en [annexe C](#) pour le groupe GS2 et en [annexe D](#) pour les deux groupes combinés.

---

5. Ces vecteurs peuvent être décomposés dans les dimensions propres déterminées en fonction du nombre de variables.

6. Les tests sont non-paramétriques car aucune des variables ne suit une loi normale et le nombre d'individus (os) est faible

### 2.2.4.1. Groupe GS1

**Analyse multi-variée** Le graphique des variables (fig.2.13) indique leurs contributions aux composantes principales. Il est important de souligner que l'ACP ne permet qu'une analyse graphique pour comprendre un jeu de données et les corrélations entre les variables. Elle ne permet en aucun cas de justifier d'une significativité statistique, prouvée par les tests statistiques ultérieurs. La variable âge est illustrée sur l'ACP afin d'évaluer son degré de similarité avec les autres variables caractérisant la microstructure.

Le graphique de l'ACP est tracé (fig.2.13) dans les deux premières dimensions qui expliquent 80 % de la variabilité des données (dimension 1 : 49.30 %, dimension 2 : 29.92 %). Le tableau 2.4 donne les degrés de contribution de chaque variable dans ces dimensions. La description des contributions des variables est donnée ci-dessous et permet d'établir plusieurs liens :

- Les variables densité ostéonale et porosité contribuent principalement à la dimension 1. Leurs directions étant proches mais opposées, elles sont partiellement corrélées négativement (la densité ostéonale diminue avec l'augmentation de la porosité).
- La variable âge contribue à la dimension 2 uniquement.
- La taille ostéonale contribue aux 2 dimensions dans une moindre mesure et de façon équivalente.
- Le vecteur porosité contribue à  $\approx 10\%$  dans la dimension 2 et n'est pas orthogonal au vecteur âge ( $\approx 64\%$  dimension 2) : ces deux variables sont partiellement corrélées positivement (la porosité augmente avec l'âge). De la même façon, le vecteur de la taille ostéonale contribue à  $\approx 17\%$  dans la dimension 1 et n'est pas orthogonal au vecteur densité ostéonale, ces deux variables sont partiellement corrélées négativement (la densité ostéonale diminue avec l'augmentation de la taille ostéonale).
- La vecteur propre de la porosité et le vecteur propre de la taille ostéonale étant orthogonaux, les deux variables ne sont pas corrélées.

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

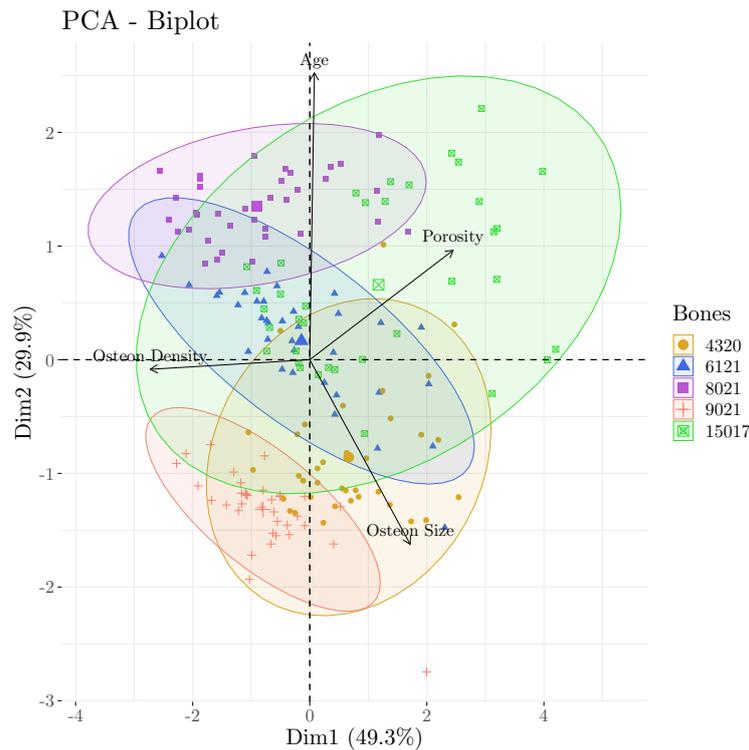


FIGURE 2.13. – Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

TABLEAU 2.4. – Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Variable	Dimension 1	Dimension 2
Osteon size	17.974	26.533
Osteon density	45.356	0.072
Porosity	36.633	9.324
Age	0.037	64.070

Le biplot de l'ACP (fig.2.13) permet de décrire l'analyse multi-variée entre les individus :

- Le nuage du 15017D est plus dispersé, tandis que celui du 9021D est plus resserré. Il y a donc une plus grande variabilité de la microstructure au sein de l'os. C'est également le cas pour le 4320G mais dans une moindre mesure. Si l'on compare les ACPs de chaque os en fonction de leurs quadrants en [annexe B](#), on s'aperçoit que la dispersion du nuage de chaque os est due aux points des quadrants antérieur et postérieur. Il semblerait que la microstructure soit différente en fonction du couple médial-latéral et antérieur-postérieur.
- Les os 8021D et 4320G sont opposés principalement par rapport à la variable taille ostéonale. Le 8021D a une taille ostéonale plus petite que le 4320G. C'est

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

vérifié par la comparaison de la moyenne de la taille ostéonale du 4320G qui est de 225 microns (maximum de GS1) contre 179 microns (minimum de GS1) pour le 8021D.

- Les os 9021D et 15017D sont opposés principalement par rapport à la variable porosité. Le 9021D a une porosité plus faible que le 15017D. C'est vérifié par la comparaison de la porosité moyenne du 9021D qui est de 12 % (minimum de GS1) contre 29 % (maximum de GS1) pour le 15017D.
- Le 9021D, 8021D et 6121G sont similaires en termes de densité ostéonale, tout comme le 4320G avec le 15017D.
- Les nuages du 9021D et du 6121G ne se recouvrent pas : le nuage du 6121G est translaté dans la direction du vecteur propre de la porosité. Ils sont légèrement différent en termes de porosité : elle est moins élevée pour le 9021D (12 %) que pour celle du 6121G (15 %).

**Intra-variabilité** Il y a une différence significative entre les quadrants d'un même os ( $p < 0.05$ ) pour les variables densité ostéonale et porosité. De plus, une différence significative est relevée pour le 6121G concernant la taille ostéonale uniquement. Les tests post-hoc de Conover ([annexe B, tests post-hoc de Conover](#)) confirment des différences significatives pour la densité ostéonale et la porosité entre les couples de quadrants : médial-postérieur (9021D); médial-postérieur (8021D); médial-antérieur, latéral-antérieur (4320G); latéral-postérieur (6121G); médial-postérieur, latéral-postérieur, latéral-antérieur (15017D). La matrice du test post-hoc de Conover pour la porosité est listée dans le [tableau 2.5](#).

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

TABLEAU 2.5. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la porosité. Les valeurs en gras sont inférieures à la valeur significative de  $p=0.05$ . Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Test post-hoc de Conover - Porosité - GS1							
9021D				6121G			
	P	A	M		P	A	M
A	0.7552	-	-	A	0.1648	-	-
M	<b>0.0087</b>	<b>0.0271</b>	-	M	<b>0.0176</b>	0.5829	-
L	0.0504	0.1236	0.7552	L	<b>0.0087</b>	0.4898	0.7223
8021D				15017D			
	P	A	M		P	A	M
A	0.441	-	-	A	1.0000	-	-
M	<b>0.014</b>	0.165	-	M	<b>0.0087</b>	<b>0.0217</b>	-
L	<b>0.042</b>	0.356	0.595	L	<b>0.0113</b>	<b>0.0249</b>	1.0000
4320G							
	P	A	M				
A	0.4406	-	-				
M	<b>0.0415</b>	<b>0.0022</b>	-				
L	0.3561	<b>0.0415</b>	0.4406				

**Inter-variabilité** Les tests de Kruskal-Wallis ont montré pour chaque variable au moins un quadrant significativement différent ( $p<0.05$ ) des quadrants équivalents des autres os. La figure 2.14 détaille les données de la microstructure sous forme de boxplots. Elle indique la dispersion de chaque variable microstructurelle pour chaque os en fonction du quadrant considéré.

- S’il y a des différences significatives entre les variables dans les quadrants médiaux-latéraux des os, elles restent faibles.
- L’os 15017D se dégage des autres en termes de porosité et de densité ostéonale pour les quadrants antéro-postérieurs.
- On peut dégager deux couples similaires : les quadrants médiaux-latéraux sont similaires, tout comme les quadrants antéro-postérieurs.

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

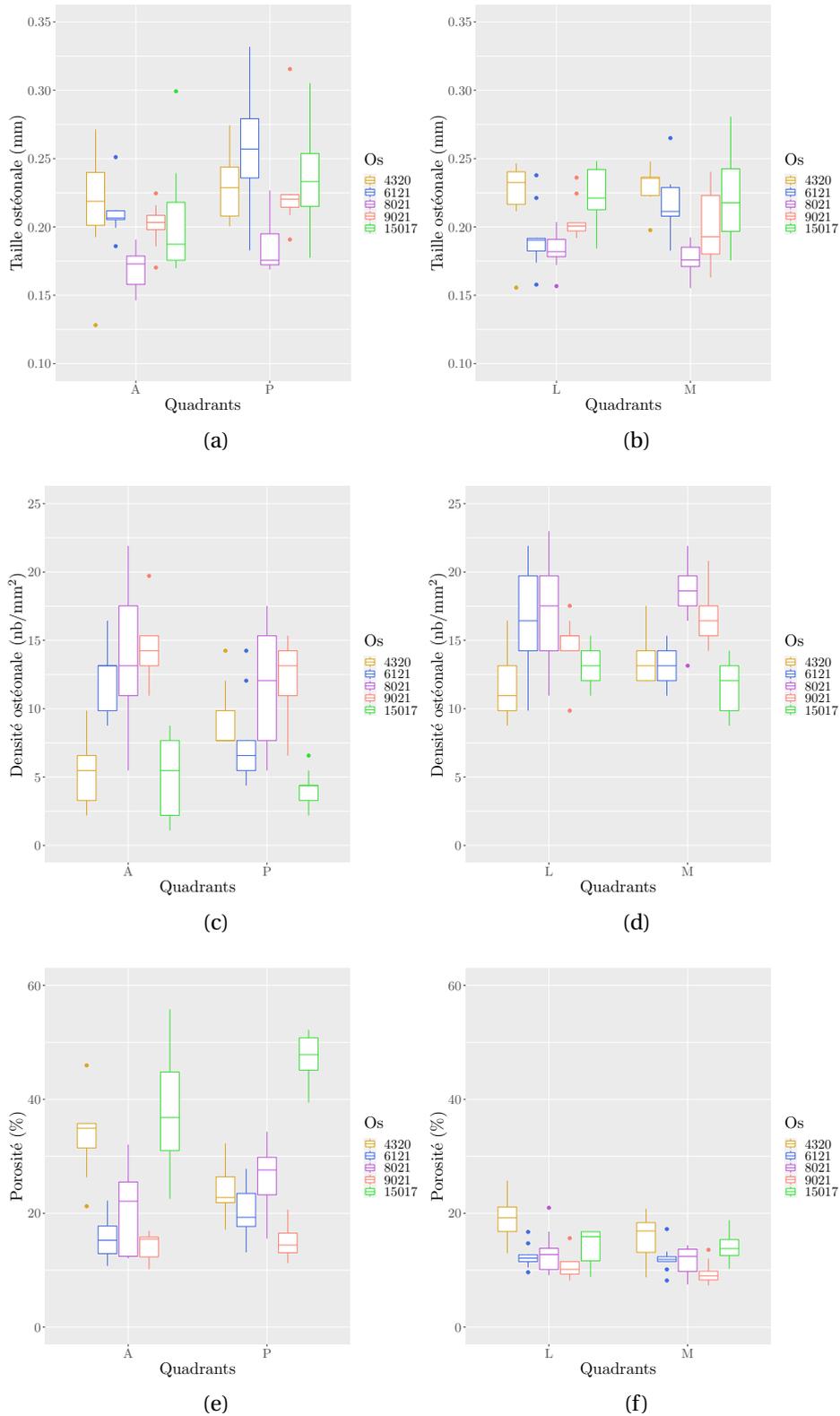


FIGURE 2.14. – Boxplots couplant les quadrants médial-latéral et postérieur-antérieur pour chaque variable. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

#### 2.2.4.2. Groupe GS2

Le groupe GS2 est analysé avec la même méthodologie que le groupe GS1. Tous les résultats se trouvent en [annexe C](#).

**Analyse multi-variée** Tout comme pour le groupe GS1, les dimensions 1 et 2 expliquent 80 % de la variabilité des données (dimension 1 : 51.4 %, dimension 2 : 29.3 %). La densité ostéonale et la porosité contribuent principalement à la dimension 1 (environ 40 % chacune) tandis que la taille ostéonale contribue majoritairement à la dimension 2 (64.9 %) et l'âge aux deux dimensions pour environ 20 %. Les vecteurs propres porosité et densité ostéonale sont colinéaires opposés. Les variables porosité et densité ostéonale sont donc fortement corrélées négativement (la densité ostéonale diminue avec l'augmentation de la porosité). Les vecteurs âge et taille ostéonale sont quasi-orthogonaux à ceux de la densité ostéonale et de la porosité. Les couples de variables densité ostéonale / âge, densité ostéonale / taille ostéonale, porosité / âge et porosité / taille ostéonale ne sont donc pas corrélés.

Le biplot de l'ACP du groupe GS2 permet de décrire l'analyse multi-variée :

- Les nuages du 6620D et 6620G sont plus dispersés, tandis que les 5320D, 5320G et 5820D sont plus resserrés. Il y a donc une plus grande variabilité de la microstructure au sein des os 6620D/G par rapport aux trois autres.
- Le barycentre et l'ellipse des os 5320D et 5320G sont très similaires. Conséquemment, ils sont quasi-identiques en termes de microstructure.
- Le barycentre et l'ellipse des os 6620D et 6620G sont très similaires. Conséquemment, ils sont quasi-identiques en termes de microstructure.
- La paire 5320 est opposé à la paire 6620 principalement par les variables taille ostéonale et âge, puis dans une moindre mesure la porosité et la densité ostéonale.
- Le 5820D se situe entre les deux paires.

**Intra-variabilité** Les résultats sont similaires au groupe GS1, avec des différences significatives entre les quadrants d'un même os ( $p < 0.05$ ) pour les variables densité ostéonale et porosité. Il en va de même pour les tests post-hoc de Conover qui confirment encore une fois les différences significatives pour la densité ostéonale et la porosité entre les couples Médial-Latéral et Antérieur-Postérieur.

**Inter-variabilité** Tout comme les résultats de l'analyse statistique du groupe GS1, les tests de Kruskal-Wallis montrent qu'au moins un quadrant est significativement différent ( $p < 0.05$ ) des quadrants équivalents des autres os par rapport à la porosité, à la densité ostéonale (tous sauf le médial). C'est le cas pour la taille ostéonale mais uniquement pour le quadrant latéral. Les constats sur les boxplots sont similaires :

- S'il y a des différences significatives entre les variables dans les quadrants médiaux-latéraux des os, elles restent faibles.

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

- La paire 6620 se dégage des autres en termes de porosité et de densité ostéonale pour les quadrants antéro-postérieurs.
- L'os 5820D se situe entre les deux paires 5320 et 6620 en termes de porosité et de densité ostéonale.
- On peut dégager deux couples similaires : les quadrants médiaux-latéraux sont similaires, tout comme les quadrants antéro-postérieurs.

### 2.2.4.3. Groupe GS1 et GS2 combinés

Les groupes GS1 et GS2 sont analysés avec la même méthodologie mais cette fois en combinés. Les analyses d'intra-variabilité pour les groupes combinés sont les mêmes puisque réalisées sur un os unique à chaque fois. Il en est de même pour les ACPs pour un os unique. Tous les résultats se trouvent en [annexe D](#). Les observations de l'analyse statistique combinée sont identiques à celles de GS1 et GS2 seuls. Les os se dégageant de leurs homologues sont le 15017D, le 6620D et le 6620G par rapport à la porosité. L'ACP par quadrants (fig.2.15) reflète très bien l'idée de couples de quadrants similaires (ML et AP). Les résultats des tests de Kruskal-Wallis sont tous significatifs, peu importe le quadrant et la variable.

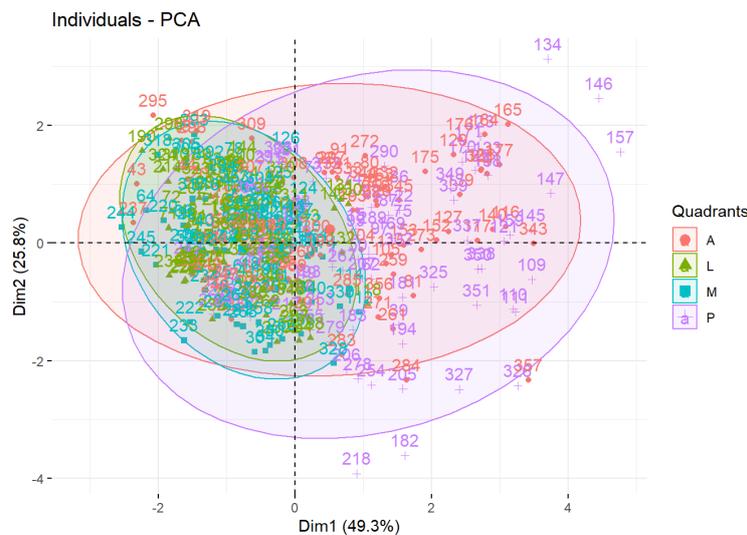


FIGURE 2.15. – Biplot de l'ACP - Graphes des individus (36 SOIs x 10 os) pour chaque quadrant (sur GS1 & GS2).

## 2.2.5. Discussion

Les boxplots montrent peu de différences au niveau de la microstructure pour les couples de quadrants médial-latéral et antérieur-postérieur. Les comparaisons entre les quadrants d'un même os ont pointé de la variabilité intra-os significative pour chaque variable isolée. Cette analyse a permis d'identifier une tendance globale dans la microstructure des groupes d'os : pour un même os, on distingue une différence

## 2. Campagne expérimentale – 2.2. Analyse de la microstructure

significative entre les couples de quadrants médial-latéral et antérieur-postérieur qui ont chacun des porosités, densités ostéonales et taille ostéonale très similaires. Cette tendance est cohérente avec plusieurs études de la littérature, dégagant deux paires de microstructure [S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013; R. B. ASHMAN, COWIN, VAN BUSKIRK et al. 1984; A. A. ABDEL-WAHAB, Khurshid ALAM et SILBERSCHMIDT 2011]. Il est d'autant plus intéressant de noter que les quadrants médiaux et latéraux sont les zones de propagation de la macrofissure (entaille dans le quadrant antérieur et incidence des conditions aux limites de la propagation de la macrofissure lorsqu'elle atteint le quadrant postérieur). La conclusion de l'analyse descriptive doit cependant être confirmée par l'étude d'une cohorte plus nombreuse.

Il est probable que cette distribution de la microstructure provienne de la morphologie de l'os fémoral. Il est relié à la hanche par une liaison (proximale) rotule et au genou par une liaison (distale) pivot. L'angle d'inclinaison (formé par l'axe du fémur et l'axe du col du fémur) est en moyenne de  $130^\circ$ . Lors de la marche de l'individu, les quadrants sont sollicités en compression mais les quadrants médial et latéral le sont aussi en flexion. A cause de contraintes mécaniques supérieures dans ces zones, le remodelage osseux est plus actif et a pour conséquence une microstructure plus dense à ces endroits. Cela permettrait également d'expliquer en partie les différences entre sujets mâles et femelles avec leur morphologie différente (hanches, taille, poids), notamment un angle d'inclinaison différent [MEYVACI et KAYA 2020] en plus de l'ostéoporose plus présente chez les femmes [WORLD HEALTH ORGANIZATION 1994; BONNICK 2006].

La tendance observée pour l'inter-variabilité se reflète sur les ACPs. En considérant l'ensemble du jeu de variables, des similarités pour GS1 apparaissent entre :

- Le 8021D et le 6121G pour la porosité et la densité ostéonale.
- Le 4320G et le 9021D pour les trois variables mais avec une dispersion plus forte pour la porosité.
- Le 15017D se dégage des autres os de GS1 en termes de porosité (plus élevée) et de densité ostéonale (plus faible).

Pour le groupe GS2 les os d'un même sujet sont similaires (5320D/G et 6620D/G). Les 6620D/G se dégagent du groupe GS2 avec une porosité plus élevée et une densité ostéonale plus faible que les 5320D/G. Le 5820D se situe entre les deux paires en termes de microstructure.

Les résultats ont mis en lumière une différence statistique entre les os pour les mêmes quadrants. En clair, il y a une variabilité inter-os pour au moins un des os dans le groupe GS1 et dans le groupe GS2. Les graphes boxplots semblent confirmer que l'os 15017D (pour GS1) et la paire 6620D/G se séparent de leurs groupes respectifs.

Les variables étudiées sont liées intrinsèquement. La porosité inclue les canaux de Havers/Volkman, les lacunes/canalicules et les cavités de résorption. Par conséquent, une part importante de la porosité est liée au remodelage osseux et donc à la densité ostéonale, puisqu'il s'agit du décompte des ostéons. Dans notre cas, il semblerait que la densité ostéonale est plus faible lorsque la porosité est élevée : il y a donc plus de cavités et moins d'espace de matière pour des ostéons, où si les ostéons sont plus

grands. A l'inverse, il se pourrait que la porosité soit forte avec des cavités bien plus petites mais plus nombreuses, ce qui résulterait d'une densité ostéonale importante. Cette seconde hypothèse s'avère peu probable au regard de l'analyse histologique des os (corrélation★ négative forte significative entre la porosité et la densité ostéonale  $p = 0.035$  et  $rho = -0.68$ ). Bien que les variables soient liées, la densité ostéonale et la taille ostéonale (corrélation★ négative forte significative entre la densité ostéonale et la taille ostéonale  $p = 0.011$  et  $rho = -0.78$ ) sont des paramètres de la microstructure indispensables pour l'étude de la fissuration de l'os car ils affectent directement le chemin de fissuration.<sup>7</sup>

L'analyse statistique a permis de décrire la microstructure et l'hétérogénéité des os :

1. La microstructure est similaire entre les couples médial-latéral et antérieur-postérieur.
2. La majorité des os a une microstructure similaire (excepté pour le 15017D et les 6620D/G) et peut donc être étudiée en tant qu'un groupe unique. Cette hypothèse reste à prendre avec des précautions bien que vérifiée statistiquement : le 15017D montre une microstructure similaire au 4320G en comparant les valeurs des trois paramètres sur les boxplots<sup>8</sup>. Le nombre de valeurs (5 pour GS1) rend difficile toute conclusion sur l'unicité du groupe et sa représentativité. Il peut présenter un effet de zoom sur la population humaine globale (sujets âgés et peu nombreux). Néanmoins, il paraît raisonnable de le considérer comme un groupe unique si l'on considère ces trois variables et l'obstacle que pose l'étude sur sujets cadavériques.

## 2.3. Mesure de la densité minérale

Le dernier paramètre est la densité minérale osseuse, ou densité de cendres (ash density en anglais), ne pouvant pas être mesuré par microscopie optique. Ce paramètre est un indicateur de la qualité de l'os [AMMANN et RIZZOLI 2003; LE CORROLLER, HALGRIN, PITHIOUX et al. 2012; LEFÈVRE, FARLAY, BALA et al. 2019]. La mesure de la densité minérale est faite par crémation des os et a fait l'objet d'un stage de 2 mois.

### 2.3.1. Protocole expérimental

Un échantillon parallélépipédique est tronçonné avec une tronçonneuse de précision (Buehler Isomet 1000, avec lubrification à l'eau pour éviter la nécrose du tissu osseux) au sein de chaque quadrant latéral des os du groupe GS1, proche de la zone de propagation de la macrofissure. Pour l'os 9021D, un échantillon est réalisé dans chaque quadrant pour étudier les différences entre quadrants. Les os du groupe GS2 n'ont pas fait l'objet de cette étude par manque de temps. Les masses initiales  $M_{init}$

7. Le signe ★ indique un test de corrélation de Spearman (non-paramétrique) comprenant GS1 et GS2.

8. On verra plus tard (chapitre 3) qu'ils n'ont pas les mêmes propriétés mécaniques. Cela implique potentiellement un autre facteur indispensable pour caractériser l'os.

## 2. Campagne expérimentale – 2.3. Mesure de la densité minérale

sont mesurées avec une balance de précision (à 0.001 gr) et le volume  $V$  de chaque échantillon est calculé en mesurant les longueurs  $L$ , largeurs  $l$  et épaisseurs  $e$  (environ 10 mm x 10 mm x 5 mm). Les spécimens sont dégraissés dans un bain d'éthanol pendant 17 heures pour retirer les tissus adipeux pouvant fausser la mesure. Leur masse après le bain  $M_{EtOH}$  est mesurée. Ils sont ensuite séchés pendant 25 heures (jusqu'au palier de perte relative de masse) afin de retirer les liquides présents dans le tissu (eau et éthanol). Leur masse après dessiccation  $M_{dry}$  est mesurée.

Les échantillons sont déposés dans un four de laboratoire (Nabertherm LE 6/11), mis à disposition par le laboratoire ADES (UMR 7268, CNRS). La température croît de 5°C/min jusqu'à 700°C. L'intégralité de l'exposition dans le four est de 3 heures, élévation de la température comprise. Le refroidissement est lent à température ambiante. Le protocole est similaire à celui trouvé dans la littérature et cohérent avec la mesure recherchée [HABERKO, BUČKO, BRZEZIŃSKA-MIECZNIK et al. 2006; HILLER, THOMPSON, EVISON et al. 2003; ETOK, VALSAMI-JONES, WESS et al. 2007; R. A. NICHOLSON 1993]. Une fois crématisé, la masse d'os brûlé  $M_{minérale}$  est mesurée. La densité minérale  $BMD$  est calculée par l'équation 2.6. La perte relative de masse  $Ratio_{organique}$  avant et après crémation est donnée par l'équation 2.7 : il s'agit du pourcentage de phase organique entièrement brûlé.

$$BMD = \frac{M_{minérale}}{V} \quad (2.6)$$

$$Ratio_{organique} = \frac{M_{dry} - M_{minérale}}{M_{dry}} * 100 \quad (2.7)$$

### 2.3.2. Résultats et discussion

Les résultats sont listés dans le tableau 2.6 ci-dessous. Le tableau complet des données se trouve en [Annexe E](#). Les valeurs de densité minérale sont cohérentes avec celles de la littérature [ATKINSON et WEATHERELL 1967; LEFÈVRE, FARLAY, BALA et al. 2019] et sensiblement supérieures à AMMANN et RIZZOLI 2003; LE CORROLLER, HALGRIN, PITHIOUX et al. 2012. Cette différence s'explique par l'âge des sujets de notre étude, ayant une densité minérale plus élevée.

Les os 15017D et 8021D ont une densité minérale plus faible que les autres. La différence relative la plus grande est de 11.11 % entre le quadrant latéral du 15017D et le quadrant latéral du 9021D. Au sein d'un même os, le 9021D, les densités minérales des quadrants sont très proches, la différence relative la plus grande étant de 5.29 % entre le latéral (plus minéralisé) et le postérieur.

A priori, les os ne semblent pas être différents en termes de densité minérale lorsqu'on compare les quadrants latéraux uniquement. Un test de normalité accepte l'hypothèse que la distribution de la densité minérale des quadrants latéraux est normale avec un risque alpha de 0.05 ( $p = 0.3473 > 0.05$ ). Toutefois, un test statistique non-paramétrique est choisi à cause du faible nombre de valeurs car il reste difficile de supposer que la variable densité minérale suive une loi normale. Un test de Kruskal-Wallis est réalisé pour déterminer si au moins un des quadrants latéraux est différent

## 2. Campagne expérimentale – 2.4. Conclusion

des autres. Il permet d'évaluer une éventuelle différence significative inter-individus. La p-value étant de  $p = 0.406 > 0.05$ , il n'y pas de différences significatives pour au moins une des densités minérales latérales.

Les pertes organiques sont toutes proches de 40 %, cohérentes avec les études stipulant que l'os est composé d'environ 20-30 % d'une phase organique et 10 % d'eau liée et non-liée (section [Composition, chapitre 1](#)).

Une étude complémentaire avec plus de données sur plus de sujets et une analyse statistique sont nécessaires afin de pouvoir conclure sur la densité minérale. Toutefois, ces données permettent de quantifier un autre paramètre inhérent au matériau.

TABLEAU 2.6. – Tableau des valeurs de densité minérales du groupe GS1.

Sujet	Quadrant	BMD (g/cm <sup>3</sup> )	Ratio <sub>organique</sub> (%)
9021D	Antérieur	1.101	40.494
	Latéral	1.152	38.972
	Médial	1.104	39.103
	Postérieur	1.091	40.612
8021D	Latéral	1.052	38.830
4320G	Latéral	1.137	40.583
6121G	Latéral	1.121	39.143
15017D	Latéral	1.024	42.235

## 2.4. Conclusion

La campagne expérimentale a permis d'obtenir un ensemble de résultats d'essais mécaniques de propagation de fissure. En parallèle, la microstructure de chaque échantillon a été analysée. Ces données serviront de fondation pour la construction de la base de données nécessaire au développement du modèle de fissuration.

L'essai de flexion 3 points permet de propager une fissure dans la direction transversale sur un tronçon d'os cortical fémoral à l'échelle macroscopique. Le pilotage est effectué sur le déplacement d'ouverture d'entaille au niveau de la localisation du chemin de fissure. Un ensemble de précautions est garanti afin d'assurer une reproductibilité de l'essai sur les échantillons anatomiques. Il a mis en lumière les mécanismes physiques impliqués, à savoir des phénomènes de fissuration. De plus, les courbes obtenues laissent à penser que la relaxation des contraintes internes du matériau cause des déformations résiduelles empêchant la fissure de se refermer à l'identique lors de la décharge.

L'analyse de la microstructure par histologie a montré que les couples de quadrants médial-latéral et antérieur-postérieur sont identiques entre eux. L'analyse de la densité minérale, indicatrice de la qualité de l'os donne des résultats cohérents par rapport aux proportions phase organique/minérale. Il n'y a pas de différences significatives entre les os pour ce paramètre. Les os ont une microstructure similaire (excepté pour le 15017D et la paire 6620D/G) et peuvent être étudiés en tant que groupe unique, au

## *2. Campagne expérimentale – 2.4. Conclusion*

regard des contraintes imposées par une étude sur des sujets cadavériques.

# 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques

## Sommaire

3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique	86
3.1.1. Récupération de la géométrie de l'os par tomographie	86
3.1.1.1. Calibrage	87
3.1.1.2. Segmentation et seuillage	87
3.1.1.3. Lissages	90
3.1.2. Création du jumeau numérique	92
3.1.2.1. Reconstruction et repositionnement	92
3.1.2.2. Maillage éléments finis	93
3.1.2.3. Simplifications	95
3.1.2.4. Solveur numérique : partenariat avec l'UFRJ	95
3.1.3. Fidélité du jumeau numérique	95
3.1.3.1. Os réel et segmentation	96
3.1.3.2. Etapes de reconstruction du jumeau numérique	97
3.1.3.3. Maillage du modèle	97
3.1.3.4. Discussion et comparaison avec la méthode de l'histogramme	98
3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale par tomographie	100
3.2.1. Détermination de la porosité	100
3.2.2. Détermination de la densité minérale	104
3.3. Détermination des propriétés mécaniques	105
3.3.1. Méthode de la complaisance	105
3.3.1.1. Détermination du module d'Young	107
3.3.1.2. Mise en oeuvre de la méthode de la complaisance	107
3.3.2. Discussion sur la méthode	110
3.3.2.1. Critère de seuillage et estimation du module d'Young	110
3.3.2.2. Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie et ténacité	111
3.3.2.3. Effets de la géométrie de l'éprouvette sur un matériau modèle	114

3. *Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques*  
– 3.1. *Reconstruction d'un jumeau numérique*

3.4. Liens entre microstructure et propriétés mécaniques . . . . .	119
3.4.1. Pour le module d'Young . . . . .	119
3.4.2. Pour la ténacité . . . . .	121
3.5. Conclusion . . . . .	123

## Introduction

Ce chapitre détaille un premier niveau d'identification de propriétés mécaniques. Ces propriétés sont déterminées grâce à l'exploitation des résultats de la campagne expérimentale. Pour rappel, les essais sont réalisés sur des tronçons d'os cortical à l'échelle macroscopique. La géométrie complexe des spécimens requiert une détermination des propriétés par analyse inverse. La fiabilité de la méthode repose sur la création d'une modélisation numérique fidèle de l'essai de flexion 3 points. La première section décrit la reconstruction d'un jumeau numérique de l'essai en récupérant la géométrie de l'éprouvette à l'aide d'un scanner. Une méthode de segmentation originale a été publiée. Elle est basée sur un critère de contribution mécanique d'un voxel. Le modèle est ensuite généré et maillé.

On détermine dans la deuxième section la ténacité du matériau par la méthode de la complaisance. Cette méthode permet aussi d'obtenir le module d'Young moyen de l'os. Une discussion porte sur la critique de la méthode, notamment avec une étude supplémentaire sur un matériau modèle. Elle a pour objectif de valider l'obtention du taux de restitution critique de l'énergie.

Enfin, on cherche à établir un lien entre la ténacité et le module obtenus et la microstructure des os. Il y a un consensus sur l'impact dominant de la structure ostéonale sur la réponse mécanique de l'os. Toutefois, il n'y en a pas sur la caractérisation de l'hétérogénéité du tissu osseux. Ce travail permettra ensuite de déterminer les marqueurs d'hétérogénéité du matériau essentiels aux propriétés mécaniques du modèle.

Une étude complémentaire détermine la porosité et la densité minérale grâce au scanner sur la base de la méthode de segmentation développée.

## 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

Créer un jumeau numérique fidèle des spécimens est le point crucial de l'exploitation des résultats expérimentaux. En outre, c'est la condition importante pour déterminer par analyse inverse des paramètres mécaniques fiables. Cette section décrit le protocole développé pour (i) récupérer la géométrie par segmentation, (ii) construire un jumeau numérique et (iii) construire le maillage éléments finis.

### 3.1.1. Récupération de la géométrie de l'os par tomographie

Tous les échantillons sont scannés avant les essais mécaniques avec un tomographe médical (Revolution<sup>TM</sup> Maxima model, General Electric HealthCare). Les paramètres

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

de scanner appliqués sont un pré-réglage utilisé par le département d'imagerie médicale de l'Hôpital Nord de Marseille. Il est à noter que le niveau de gris peut varier en fonction du scanner utilisé [NORTON et GAMBLE 2001]. Toutefois, dans le cas présent, tous les os sont scannés avec le même scanner, n'ayant pas d'influence dans notre cas. La taille du voxel est de  $0.703 \times 0.703 \times 0.625 \text{ mm}^3$ , où la dernière valeur correspond à l'épaisseur entre chaque coupe du scanner.

#### 3.1.1.1. Calibrage

La calibration des scans est réalisée avec un jeu d'étalons pour la tomographie : CIRS130 Model 062M de Sun Nuclear. Il est composé de 18 étalons de référence correspondant aux tissus durs et mous du corps humain et leurs densités physiques associées en  $gr/cm^2$ . La courbe de calibration résultante est donnée par la figure 3.1. Elle permet de déterminer la densité associée à un voxel pour un niveau de gris du scanner en unités Hounsfield (HU). Les images enregistrées incluent des voxels avec des niveaux de gris couvrant des valeurs, qui selon les étalons ne sont pas toutes significatives du tissu osseux uniquement.

En règle générale, on trouve dans la littérature une régression linéaire qui relie le niveau de gris et la densité pour la calibration du tissu osseux [C. LI, JIN, C. CHEN et al. 2015; PALACIO-MANCHENO, LARRIERA, DOTY et al. 2014]. Nous avons opté, cependant, pour un choix de courbe de calibration englobant toutes les valeurs des étalons. Une courbe non-linéaire a donc été choisie. On impose à cette courbe de passer par le point -1000 HU, significatif d'un voxel rempli d'air uniquement [PALACIO-MANCHENO, LARRIERA, DOTY et al. 2014]. Il s'avère que la courbe de calibration non-linéaire choisie est quasiment similaire à la courbe linéaire de la littérature dans la plage de densité correspondante à l'os.

#### 3.1.1.2. Segmentation et seuillage

La technique du seuillage permet de reconstruire le volume de l'os. Elle est basée sur le choix d'un critère d'inclusion des voxels correspondant à de l'os. Le choix de ce critère impacte directement le volume reconstruit, et par conséquent, la détermination des propriétés mécaniques par analyse inverse. De plus, si le choix est fait par un opérateur sans considération physique ou mécanique, il est totalement subjectif et peut introduire une variabilité inter-opérateur non-négligeable. L'approche de seuillage développée se veut plus objective. Elle est nécessaire pour prévenir un biais de l'opérateur et assurer la répétabilité et la reproductibilité des résultats.

La méthode repose sur le choix spécifique d'une valeur seuil liée à la quantité de matière incluse dans un voxel et sa contribution mécanique. Il est crucial de rappeler que la résolution des images du scanner est trop basse pour déterminer précisément la quantité de matière dans un voxel. Par conséquent, l'outil d'imagerie moyenne le taux d'absorption des tissus traversés au sein du voxel : c'est l'effet de volume partiel. Ce taux d'absorption peut être considéré fonction de :

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

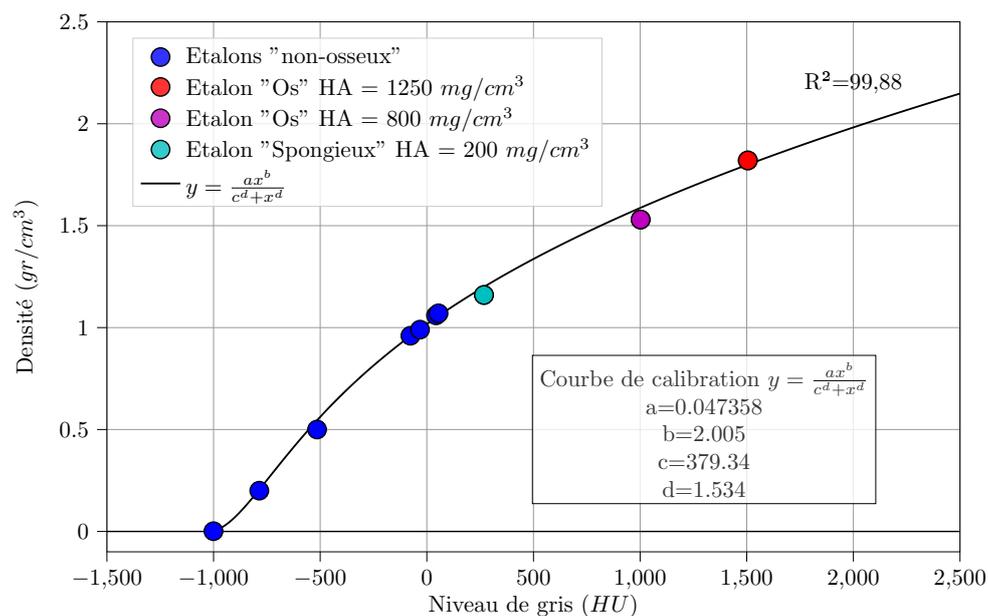


FIGURE 3.1. – Courbes de calibration pour les images de scanner. On distingue les étalons "Os" pour l'os cortical et "Spongieux" pour l'os trabéculaire des autres étalons correspondants aux autres tissus (HA correspond à la densité d'hydroxyapatite, i.e. la densité minérale). Adapté de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

- La nature du tissu contenu dans un voxel, reliée à sa composition : phase organique et phase minérale,
- La quantité de tissu inclus dans un voxel, ou Fraction Volumique Solide (SVF)  $\pi_s$ , puisque qu'un voxel combine du tissu et du vide.

L'hypothèse posée est alors la suivante : la nature du tissu est considérée égale en tout point de l'os cortical. Bien que relativement simpliste à première vue, les résultats de l'analyse microstructurale et de la mesure de densité minérale montrent que cette hypothèse reste raisonnable. Dans le cas présent, seule la fraction volumique solide (SVF) varie d'un voxel à un autre. Par définition, la fraction volumique solide  $\pi_s$  est donnée par :

$$\pi_s = \frac{V_S}{V_T} = \frac{d}{d_{Max}} \quad (3.1)$$

Dans l'équation 3.1,  $V_T$  est le volume total du voxel,  $V_S$  le volume de matière au sein du voxel,  $d = \frac{m_s}{V_T}$  est la densité physique du voxel,  $m_s$  étant la masse du solide contenu dans le voxel, et  $d_{max} = \frac{m_s}{V_S}$  est la densité maximale du tissu.  $d_{max}$  peut être déduit de la valeur maximale de l'histogramme des niveaux de gris de l'os considéré, en se basant sur la courbe de calibration décrite en figure 3.1. Bien que le matériau soit poreux, cette valeur tient compte de l'endroit où la macroporosité (cavités de

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

résorption et trabécules résiduelles) est très faible. Il est alors possible de tracer les courbes de fraction volumique pour chaque os (fig.3.2). Les courbes sont différentes pour chaque os, puisque la valeur de  $d_{max}$  est sensiblement différente pour chacun.

D'un point de vue mécanique, un voxel rempli partiellement de matière contribue à la rigidité globale de l'os en fonction de sa fraction volumique solide. Il est possible de considérer que l'effet mécanique de la fraction volumique solide d'un voxel rempli partiellement est similaire à celui d'une porosité équivalente. Le lien entre la porosité  $p$  et le module élastique  $E$  est souvent donné dans la littérature [NEIL DONG et EDWARD GUO 2004; MCELHANEY, FOGLE, MELVIN et al. 1970; KOHLES et ROBERTS 2002; SCHAFFLER et David B. BURR 1988; R. Bruce MARTIN 1991] par une loi de type :

$$E = \alpha (1 - p)^n \quad \text{avec} \quad \pi_s = 1 - p \quad (3.2)$$

Les valeurs classiques pour  $\alpha$  et  $n$  sont de 15000 - 20000 MPa et environ 3 respectivement. Moins le voxel contient de tissu ( $\pi_s$  petit), plus sa contribution à la rigidité totale de l'os sera faible. On peut alors définir une valeur seuil de fraction volumique solide, en dessous de laquelle la contribution mécanique du voxel est négligeable. Ce choix est fixé à SVF = 50 %. En conséquence, les voxels avec une SVF inférieure à ce seuil ne sont pas segmentés.

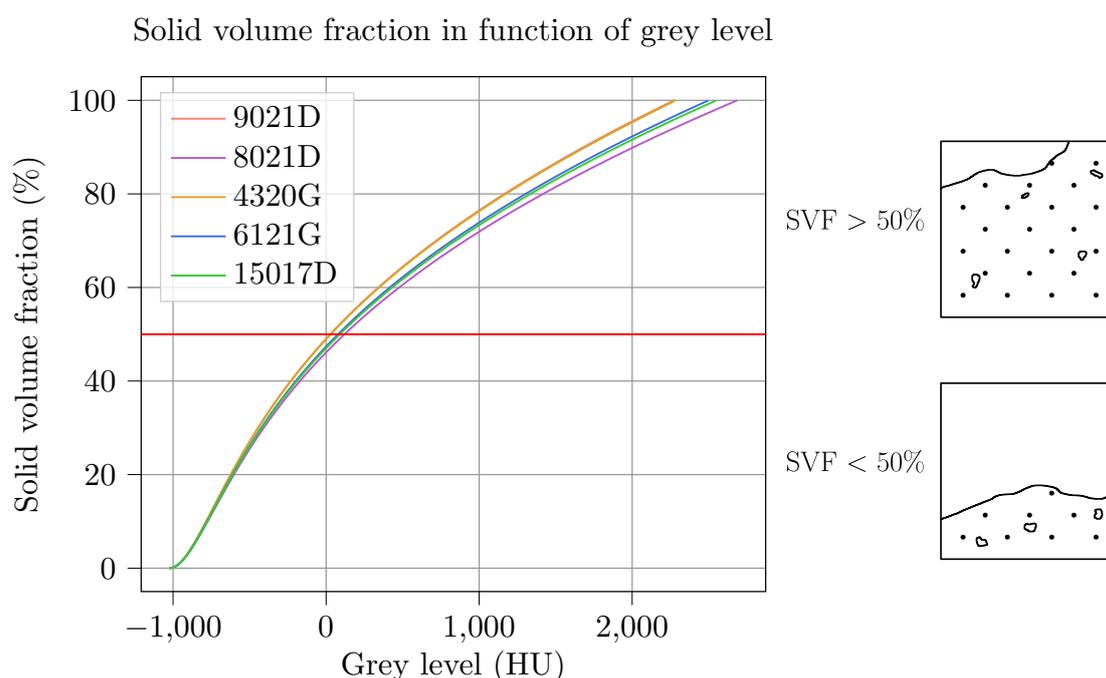


FIGURE 3.2. – Exemples de courbes de fraction volumique solide pour le groupe GS1. La ligne rouge représente le seuil SVF = 50 %, au dessus de cette ligne, les voxels contiennent plus de 50 % de matière. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

3. *Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques*  
– 3.1. *Reconstruction d'un jumeau numérique*

**3.1.1.3. Lissages**

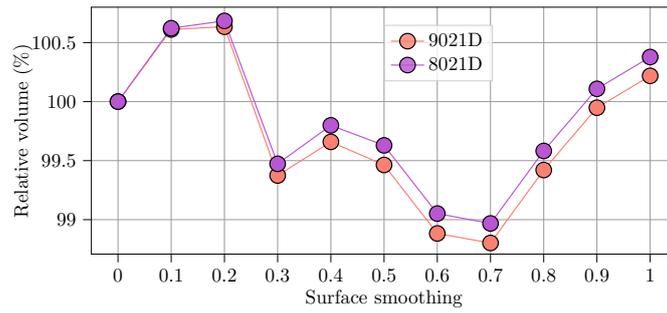
Après segmentation, le volume 3D est voxelisé : il est constitué de cubes, qui forment le volume de la géométrie (fig.3.4). Ces surfaces crénelées doivent être lissées avant maillage. Les outils du logiciel 3D Slicer [FEDOROV, BEICHEL, KALPATHY-CRAMER et al. 2012] permettent d'améliorer le rendu des surfaces. Une étude de sensibilité a été menée sur le lissage des surfaces en 3D sur les os 9021D et 8021D (fig.3.3a). Une valeur de 0.5 sur le paramètre de lissage<sup>1</sup> est un bon compromis entre une surface continue, une faible perte de volume et la fidélité de la géométrie.

Toutefois, ce lissage ne permet pas de corriger les irrégularités résiduelles sur la surface de l'os, notamment au niveau de la zone de transition entre l'os trabéculaire et l'os cortical. Cette zone avec une géométrie complexe et irrégulière amène souvent à des éléments dégénérés posant des problèmes de convergence lors des calculs. Une étude de sensibilité a porté sur le lissage global des irrégularités restantes. L'outil de lissage médian est choisi parmi ceux de 3D Slicer : il permet de préserver la fidélité de la géométrie globale tout en retirant les trous et pics (éléments dégénérés). Cet outil est le plus efficace pour cette application : en réalisant un lissage médian remplissant les trous et retirant les pics, la perte relative de volume est très faible. Le paramètre est le diamètre d'une sphère, qui sur chaque voxel remplit les trous (dans la sphère) et supprime les pics (hors de la sphère) par rapport aux voxels voisins. La valeur optimale choisie est 3 mm puisqu'elle simplifie suffisamment les irrégularités des surfaces internes pouvant créer des éléments dégénérés, tout en ayant une faible perte relative de volume (fig.3.3b).

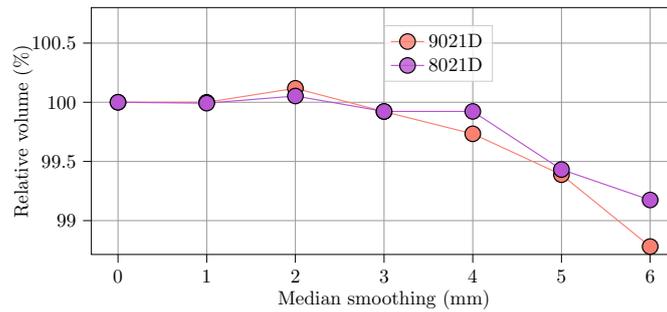
---

1. L'effet escalier du modèle est corrigé par ce lissage, qui joint deux voxels cubiques en une surface lisse. Lorsque le paramètre est égale à 0 (minimum), la surface reste crénelée. Si le paramètre est égal à 1 (maximum), la surface est la plus plane possible, par rapport aux voxels voisins.

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique



(a) Etude de sensibilité sur le lissage surfacique



(b) Etude de sensibilité sur le lissage médian

FIGURE 3.3. – Graphiques de perte de volume relatif en fonction du paramètre de lissage pour les deux outils utilisés.

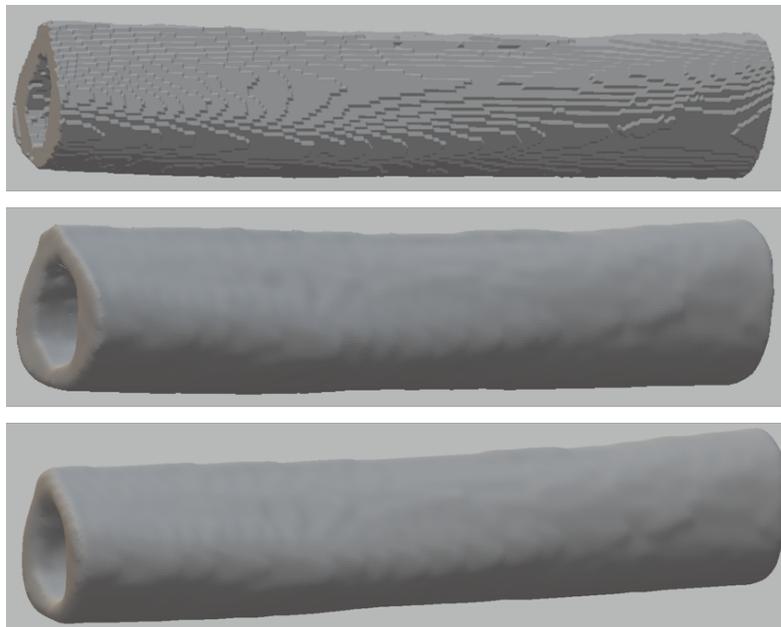


FIGURE 3.4. – Visualisation de l'effet des lissages sur la géométrie récupérée (De haut en bas : volume initial voxelisé, volume après lissage surfacique et volume après lissage surfacique et lissage médian).

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
– 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

### 3.1.2. Création du jumeau numérique

Le volume obtenu par segmentation est importé dans le logiciel de conception assisté par ordinateur Rhinoceros 3D<sup>®</sup> en tant que maillage STL<sup>2</sup>. Ce logiciel de conception est surfacique et possède une grande variété d'outils permettant de manipuler et repositionner l'os presque à l'identique de l'essai mécanique.

#### 3.1.2.1. Reconstruction et repositionnement

Des clichés, pris juste avant le chargement de l'éprouvette dans les trois directions principales, sont importés et permettent de repositionner l'os dans les 3 plans de l'espace. Le fichier numérique contient les appuis et les supports capteurs modélisés avec leurs dimensions réelles. Ils servent de référence pour ajuster les proportions des images. L'os est positionné par juxtaposition par rapport aux images dans chaque plan de l'espace.

Il s'agit ensuite de transformer le maillage STL en un ensemble de surfaces tri-dimensionnel, qui permettront de définir ensuite le volume à mailler en éléments finis. Dans un premier temps, des lignes de contour de l'os sont créées dans les plans transverses par rapport à l'axe principal de l'os, espacées avec un incrément régulier dans la direction longitudinale. Les surfaces intérieures et extérieures de l'os sont reconstruites sur la base de ces contours. Une étude de sensibilité a été réalisée sur le paramètre d'incrément. Une valeur de paramètre de 1 mm est optimale pour un nombre de lignes de contours minimum avec une perte de volume reconstruit de 0.03 %. L'entaille est ajoutée au modèle. Les valeurs réelles de longueur d'entaille sont mesurées sur les spécimens rompus (tab.3.1) puisqu'elles peuvent différer de la valeur initiale prévue (7.5 ou 15 mm).

TABLEAU 3.1. – Longueur d'entaille des spécimens. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

Groupe	Spécimen	Longueur d'entaille (mm)
GS1	9021D	6.07
	8021D	5.49
	4320G	6.55
	6121G	4.63
	15017D	7.40
GS2	6620G	7.60
	6620D	13.15
	5320G	12.50
	5320D	13.45
	5820D	8.20

2. le format STL est un format courant décrivant la géométrie de surface d'un objet par une série de triangles associé à leur vecteur normal unitaire. Bien que robuste et universel, il n'est pas modifiable.

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

Le point d'application de la force est la zone où la panne de flexion applique la force au milieu du tronçon osseux. Cette zone est définie par une surface elliptique, obtenue par la projection d'un cylindre de diamètre 5 mm tangent à la linea aspera du fémur (fig.3.5, en haut à droite). Ceci permet de définir les mêmes conditions de chargement (sur une même surface) pour tous les os, malgré leur forme extérieure complexe.

Pour la détermination des propriétés mécaniques par analyse inverse, le maillage de la zone en pointe d'entaille est raffinée car celle-ci concentre les contraintes. Une zone circulaire de diamètre 10 mm est prévue à cet effet : elle traverse l'os de part en part des quadrants médial et latéral dans le modèle (fig.3.5, en bas à droite). Les appuis et les supports du capteur sont également représentés (fig.3.5, en bas à gauche).

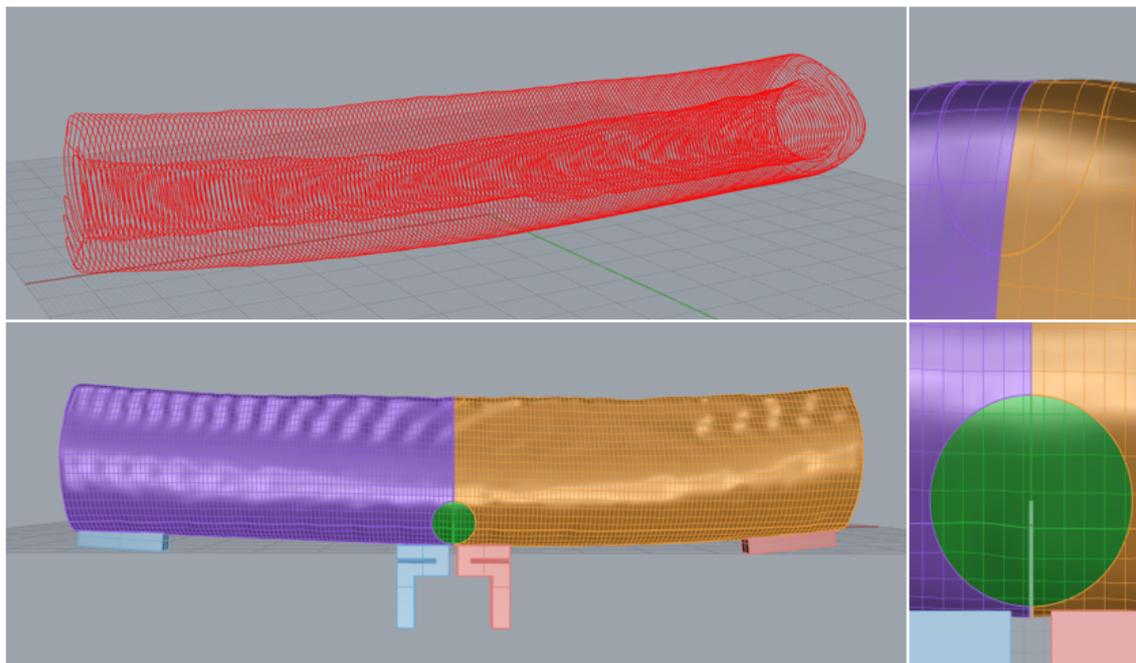


FIGURE 3.5. – Etapes de génération des éléments géométriques de base d'un spécimen (4320G) (D'en haut à gauche à en bas à droite : 1) Lignes de contours pour la reconstruction - 2) Surface de chargement - 3) Modèle reconstruit avec entaille, surface de chargement et zone de concentration de contraintes - 4) Zoom sur la zone de concentration de contraintes pour le raffinement du maillage). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

#### 3.1.2.2. Maillage éléments finis

La génération du maillage éléments finis est réalisée avec le logiciel GID [MELENDO, COLL, PASENAU et al. 2018]. GID permet d'importer directement un fichier Rhinoceros 3D<sup>®</sup> sans incompatibilité de transfert, problème courant pour les logiciels de maillage.

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

Des éléments linéaires tétraédriques sont générés à partir de cette géométrie. Le choix de ce type d'élément est fait car ils permettent de modéliser efficacement des géométries 3D complexes, ce qui est le cas ici. La taille globale d'élément est de 3 mm, excepté dans la zone de raffinement du maillage en pointe d'entaille où elle est de 0.25 mm. Un maillage est composé d'environ un million d'éléments pour 150 000 - 200 000 nœuds, ces nombres variant en fonction du volume de chaque os (tab.3.2). Les conditions aux limites appliquées reproduisant l'essai expérimental sont détaillées dans la figure 3.6.

TABLEAU 3.2. – Overview des fichiers de calcul

Groupe	Modèle	Nombre d'éléments	Nombre de noeuds
GS1	9021D	1245438	220144
	8021D	1186414	211898
	4320G	1007650	179301
	6121G	980903	175048
	15017D	1253608	221809
GS2	6620G	761481	137898
	6620D	675775	122656
	5320G	808179	145080
	5320D	881589	158932
	5820D	882308	157784

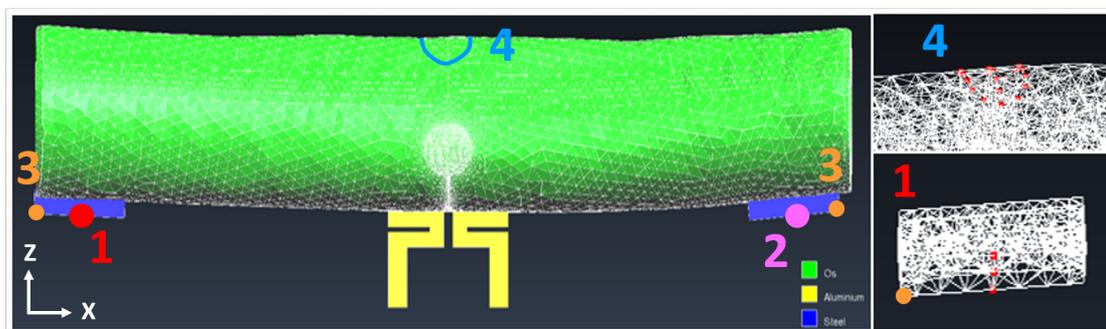


FIGURE 3.6. – Conditions aux limites pour le spécimen 4320G : 1) Noeuds de la ligne médiane du support fixe : déplacement fixe sur l'axe Z et X - 2) Noeuds de la ligne médiane du support glissant : déplacement fixe sur l'axe Z - 3) Noeud extérieur avant de chaque support : déplacement fixe sur l'axe Y - 4) Surface de chargement : déplacement imposé sur l'axe -Z. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

Les propriétés matériaux des modèles sont divisées en trois catégories, chacune élastique isotrope : l'os, dont le module d'Young est déterminé par analyse inverse et son coefficient de poisson de 0.35; les supports en aluminium ( $E = 70\,000$  MPa et  $\nu = 0.3$ ); et les appuis en acier ( $E = 210\,000$  MPa et  $\nu = 0.3$ ).

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

#### 3.1.2.3. Simplifications

La détermination des propriétés mécaniques de chaque os nécessite la création d'un grand nombre de modèles. Des simplifications raisonnables permettent de minimiser les coûts en temps de calcul, si toutefois elles n'ont pas, ou très peu, d'influence sur la détermination des propriétés mécaniques. Une étude préliminaire montre que la rigidité globale du modèle de l'os avec la rainure de 2 mm sur le pourtour de l'éprouvette<sup>3</sup> est égale à 99.4 % de celui du même modèle sans rainure. L'impact de la rainure étant négligeable, sa représentation géométrique est jugée non-nécessaire à l'étude. Par ailleurs, l'ensemble des calculs sont effectués dans un contexte élastique isotrope, malgré la nature anisotrope du matériau. Une étude préliminaire a permis de comparer les deux hypothèses. L'écart sur la rigidité globale de l'os est de 0.94 % entre le cas isotrope et le cas orthotrope. Le temps de calcul augmentant drastiquement avec une loi orthotrope, l'hypothèse d'élasticité isotrope est préservée pour réduire le coût des calculs.

#### 3.1.2.4. Solveur numérique : partenariat avec l'UFRJ

Le solveur numérique se doit d'être suffisamment efficient car le nombre d'équations à résoudre se situe entre 365 000 et 665 500. L'ensemble des calculs sont effectués avec le code numérique développé à l'Université Fédérale de Rio de Janeiro (UFRJ), conçu pour des plateformes de mémoires distribuées et partagées. Le code initialement développé pour résoudre des problèmes complexes dans le domaine du génie civil l'est aussi pour des problèmes de biomécanique [SILVA, LASZCZYK, WROBEL et al. 2016; SILVA, WROBEL et F.L.B. RIBEIRO 2018]. Il est basé sur une implémentation parallélisée de la méthode éléments finis en utilisant des structures de données spécifiques compressées [FLB RIBEIRO et COUTINHO 2005; F.L.B. RIBEIRO et I. FERREIRA 2007], couplée à un solveur itératif.

Une étude préliminaire sur l'os 6121G a permis de déterminer le nombre optimal de processeurs pour résoudre les systèmes linéaires (en moyenne 605 000 équations) sur la plateforme de l'UFRJ. La figure 3.7 montre le gain de temps en fonction du nombre de processeurs. Le nombre optimal choisi est de 6 cœurs pour environ 12 secondes de temps de calcul par itération.

#### 3.1.3. Fidélité du jumeau numérique

On définit ici la biofidélité du jumeau numérique par (i) la différence relative entre la géométrie réelle et la géométrie segmentée ainsi que (ii) la perte relative de volume obtenue induite par les étapes de construction du modèle et (iii) la perte relative de volume lors du maillage en éléments finis. Différents contrôles sont réalisés afin de quantifier le niveau de biofidélité de la reconstruction numérique des os testés.

---

3. La rainure permettant de propager la fissure est générée sur Rhinoceros 3D® afin d'être le plus fidèle possible à la réalité.

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

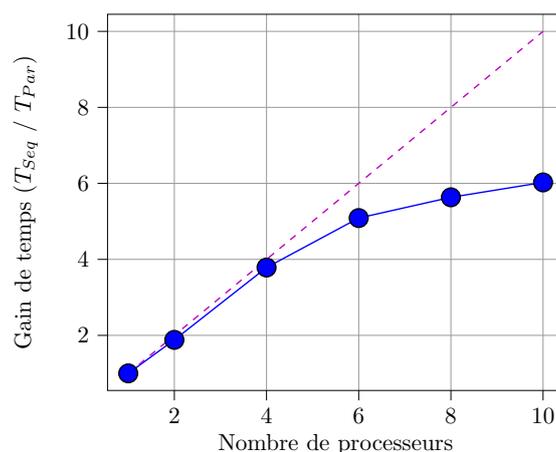


FIGURE 3.7. – Gain de temps pour les simulations du 6121G (525 144 équations). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

### 3.1.3.1. Os réel et segmentation

Tout d’abord, le plus grand diamètre extérieur des os est mesuré dans la section médiane entaillée. Une comparaison est faite avec la même mesure sur les géométries après segmentation sous Slicer 3D, sans lissages (tab.3.3). Cette étape est considérée comme la référence pour le reste des étapes de reconstruction (Etape 0 sur la figure 3.8).

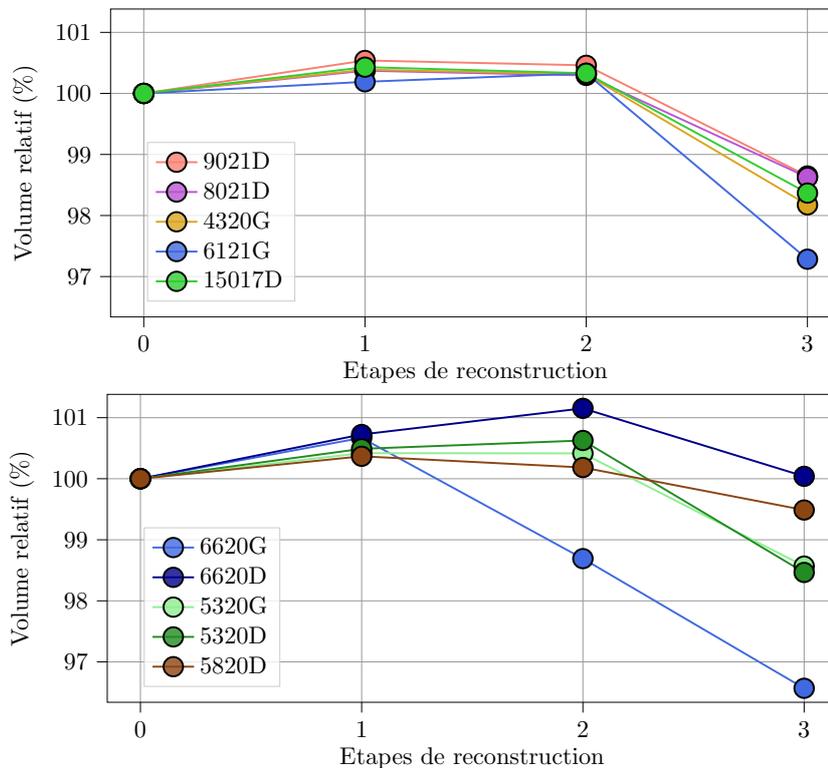
TABLEAU 3.3. – Diamètre maximal de la section entaillée, fichier STL (Seuillage : étape 0 dans la figure 3.8) comparé à l’os réel. Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

Groupe	Spécimen	STL (mm)	Os réel		Ratio moyen STL/Réel (%)
			Moyenne (mm)	Ecart type (mm)	
GS1	9021D	37.79	37.68	0.0836	100.292
	8021D	34.53	34.6	0.0707	99.798
	4320G	33.4	33.5	0.0707	99.701
	6121G	32.46	32.4	0.1	100.185
	15017D	35.92	35.8	0.0707	100.335
GS2	6620G	25.84	26.06	0.3049	99.156
	6620D	26.02	26.18	0.1303	99.389
	5320G	27.79	27.86	0.2073	99.749
	5320D	28.46	28.48	0.0836	99.930
	5820D	27.99	27.66	0.0894	101.193

### 3.1.3.2. Etapes de reconstruction du jumeau numérique

L'impact de chaque étape de reconstruction de la géométrie est mesuré en termes de modification du volume global. L'impact de chaque étape est décrit figure 3.8. La référence pour cette figure est la première étape de segmentation sans lissages. Chaque perte de volume est comparée à cette référence (Étape 0 dans la figure 3.8).

FIGURE 3.8. – Perte de volume relative pour chaque étape de création du modèle : 0) Segmentation (fichier STL), 1) Lissage de surface, 2) Lissage médian, 3) Reconstruction Rhinoceros 3D® (Haut : GS1, Bas : GS2). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.



### 3.1.3.3. Maillage du modèle

Enfin, le tableau 3.4 montre la perte relative de volume entre le maillage éléments finis et la géométrie Rhinoceros 3D® importée (étape 3 dans la figure 3.8).

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

TABLEAU 3.4. – Perte de volume relative lors du maillage par rapport à la dernière étape de reconstruction du modèle Rhinoceros 3D<sup>®</sup> (correspond à l'étape 3 dans la figure 3.8). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

Groupe	Spécimen	Perte relative de volume (%)
GS1	9021D	99.914
	8021D	99.476
	4320G	99.877
	6121G	100.057
	15017D	100.032
GS2	6620G	99.877
	6620D	100.471
	5320G	99.829
	5320D	99.436
	5820D	99.883

#### 3.1.3.4. Discussion et comparaison avec la méthode de l'histogramme

Le gold standard pour la récupération des objets anatomiques est la méthode de l'histogramme (histogramm-based method en anglais). Elle définit un volume d'intérêt dans le tissu à analyser et trace l'histogramme des niveaux de gris en fonction des voxels pour ce volume. La valeur de seuillage choisie est la valeur médiane entre les pics de niveaux de gris de l'histogramme qui correspondent au tissu considéré (ici l'os) et son environnement. Cependant, ce choix ne s'appuie pas véritablement sur des considérations physiques ou mécaniques. La méthode développée s'appuie sur une prise en compte de la contribution mécanique de la fraction volumique solide contenue dans un voxel. Le tableau 3.5 compare les valeurs de seuillage avec la méthode développée et le gold standard. Le nombre relatif de voxels surestimé par notre méthode est négligeable, la plus grande différence d'environ 2 % étant très probablement due à des résidus d'os trabéculaire, qui n'ont pas d'impact ou très peu sur la réponse mécanique. En termes d'équivalence, la méthode de l'histogramme correspond à un choix de seuil à 55 % de la fraction volumique solide pour la segmentation d'un voxel. Toutefois, en termes de volume, cette différence reste très faible et sous-estime légèrement le module élastique dans les mêmes proportions : en effet, il a été montré qu'une surestimation du volume de 1 % amène à une sous-estimation du module de 1 % également.

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.1. Reconstruction d'un jumeau numérique

TABLEAU 3.5. – Valeurs (HU) résultant des segmentations avec les seuillages "SVF" et la méthode de l'histogramme "MH"). Tiré de KURTZ, J.-L. TAILHAN et GODIO-RABOUTET 2022.

Groupe	Spécimen	SVF 50% (HU)	MH (HU)	Nombre relatif de voxels (%)
GS1	9021D	27	339	1.157
	8021D	120	365	1.087
	4320G	30	342	1.889
	6121G	78	364	1.300
	15017D	98	328	1.483
GS2	6620G	65	349	1.103
	6620D	144	390	0.409
	5320G	95	393	1.316
	5320D	111	372	2.624
	5820D	-38	342	2.303

L'évaluation des variations des volumes lors des étapes de reconstruction du jumeau numérique montre que celles-ci restent faibles (tab.3.3, fig.3.8, tab.3.4). La transformation du STL en une géométrie maillable conduit à la plus forte variation (-3.5 % au maximum). Toutefois, une étude parallèle montre qu'une portion significative de cette variation est imputée à la reconstruction du volume sur Rhinoceros 3D® au niveau des extrémités de l'os (les bords avec une géométrie complexe de l'os sont simplifiés par la reconstruction par lignes de contours, voir figure 3.9). Cette valeur est donc fortement surestimée et son impact également sur l'estimation des différents volumes. En effet, le volume simplifié aux extrémités équivaut à 1.4 % du volume du STL de l'os 8021D et 1.69 % pour le 9021D. Notons également que les extrémités de l'os n'ont pas d'impact mécanique sur la rigidité globale dans l'essai de flexion 3 points. Sur l'entièreté du protocole et dans le pire des cas, la différence moyenne de volume est de -1.61 % pour la reconstruction du jumeau et 0.11 % pour le maillage. On peut donc considérer la biofidélité du modèle comme étant dans une plage de 2 %.

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
– 3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale  
par tomographie

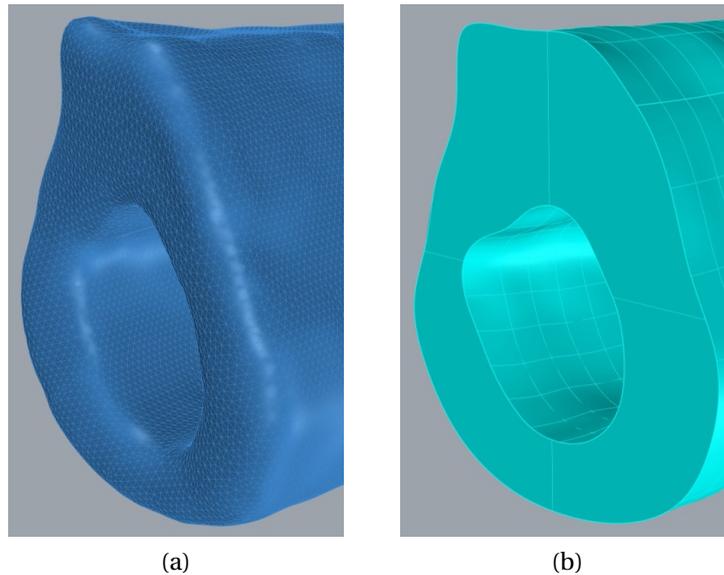


FIGURE 3.9. – Perte de volume au niveau de l'extrémité proximale de l'os 9021D entre le fichier STL (a) et la reconstruction Rhinoceros 3D® (b).

## 3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale par tomographie

L'analyse de la microstructure de l'os par microscopie optique à transmission possède une contrainte majeure : elle n'est réalisable que sur des biopsies. L'obtention de ces biopsies par don de corps à la science est déjà difficile et l'est encore plus sur des patients. L'intérêt de ce protocole repose sur l'obtention de paramètres de la microstructure de l'os avec un outil non-invasif tel un scanner médical. Les scanners utilisés sont ceux effectués juste avant l'essai mécanique de propagation de fissure.

### 3.2.1. Détermination de la porosité

La section 3.1.1.2 définit la fraction volumique solide comme la quantité de matière au sein d'un voxel du scanner. La porosité  $p$  est liée à la SVF  $\pi_s$  par l'équation 3.3. Grâce à la courbe de calibration, la densité  $d$  est connue pour chaque voxel et sa valeur maximale  $d_{Max}$  l'est également.

$$p = 1 - \pi_s = 1 - \frac{V_S}{V_T} = 1 - \frac{d}{d_{Max}} \quad (3.3)$$

Pour chaque os (GS1 & GS2), on choisit trois sections dans l'axe de l'os qui sont situées et espacées du même pas que les lamelles du [Chapitre 2, Analyse histologique](#). Le niveau de gris est mesuré sur chaque quadrant pour les trois sections. Il n'est

*3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
– 3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale  
par tomographie*

malheureusement pas possible de prendre une surface équivalente en taille à celles des SOIs en histologie puisque que cela représente deux pixels dans la section du scanner : une surface aussi faible présente un aléa trop important selon l'endroit où la mesure est faite. La surface mesurée est donc l'intégralité de la surface du quadrant considéré, en retirant le périoste, peu représentatif de l'os cortical au coeur du fémur. L'intégralité des mesures est fournie en [Annexe G](#). La dispersion rapportée à la moyenne des niveaux de gris des voxels des surfaces mesurées est du même ordre de grandeur que la dispersion rapporté à la moyenne de la porosité sur les SOIs de la microscopie, ce qui permet de comparer les deux.

Une fois le niveau de gris obtenu, la densité physique associée est déterminée avec la courbe de calibration. Il est ensuite possible de calculer la porosité équivalente moyennée sur les trois surfaces de mesure par quadrants et de la comparer à la porosité moyenne par quadrants obtenue par microscopie optique à transmission (tab.3.6 et tab.3.7).

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale  
 par tomographie

<b>9021D Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	14.55	14.17	<i>0.9740</i>
Latéral	12.51	10.68	<i>0.8533</i>
Médial	12.27	9.57	<i>0.7796</i>
Postérieur	14.80	14.95	<i>1.0101</i>

(a)

<b>8021D Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	16.04	20.14	<i>1.2560</i>
Latéral	14.49	13.11	<i>0.9041</i>
Médial	13.51	11.71	<i>0.8670</i>
Postérieur	16.16	25.94	<i>1.6051</i>

(b)

<b>4320G Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	9.54	33.28	<i>3.4888</i>
Latéral	6.15	18.91	<i>3.0747</i>
Médial	6.73	15.78	<i>2.3438</i>
Postérieur	8.49	24.11	<i>2.8399</i>

(c)

<b>6121G Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	11,93	15,63	<i>1,3104</i>
Latéral	10,85	12,44	<i>1,1458</i>
Médial	10,45	12,08	<i>1,1556</i>
Postérieur	11,98	20,37	<i>1,7004</i>

(d)

<b>15017D Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	31,25	40,52	<i>1,2966</i>
Latéral	13,35	14,00	<i>1,0485</i>
Médial	16,27	13,97	<i>0,8587</i>
Postérieur	33,03	46,98	<i>1,4225</i>

(e)

TABLEAU 3.6. – Comparaison des porosités obtenues par histologie et par scanner - GS1

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.2. Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale  
 par tomographie

<b>5320D Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	13.25	13.52	<i>1.0201</i>
Latéral	13.96	12.88	<i>0.9228</i>
Médial	12.79	9.02	<i>0.7054</i>
Postérieur	16.73	21.92	<i>1.3105</i>

(a)

<b>5320G Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	13.29	18.03	<i>1.3570</i>
Latéral	13.66	11.51	<i>0.8424</i>
Médial	12.64	9.57	<i>0.7571</i>
Postérieur	17.08	28.52	<i>1.6702</i>

(b)

<b>5820G Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	4.60	22.92	<i>4.9812</i>
Latéral	4.90	9.97	<i>2.0343</i>
Médial	4.25	11.24	<i>2.6467</i>
Postérieur	12.38	23.17	<i>1.8709</i>

(c)

<b>6620D Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	28.05	43.53	<i>1.5521</i>
Latéral	18.52	19.5	<i>1.0531</i>
Médial	16.77	14.85	<i>0.8857</i>
Postérieur	37.79	51.16	<i>1.3540</i>

(d)

<b>6620G Quadrant</b>	<b>Porosité Scanner (%)</b>	<b>Porosité Histologie (%)</b>	<b>Ratio</b>
Antérieur	23,96	41,72	<i>1,7409</i>
Latéral	13,57	9,05	<i>0,6668</i>
Médial	10,93	12,92	<i>1,1816</i>
Postérieur	33,71	58,8	<i>1,7443</i>

(e)

TABLEAU 3.7. – Comparaison des porosités obtenues par histologie et par scanner - GS2

3. *Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques*  
 – 3.2. *Etude complémentaire : détermination de la porosité et de la densité minérale par tomographie*

Les résultats obtenus sont encourageants pour la plupart des os où les porosités issues du scanner sont similaires à celles mesurées par histologie : 9021D, 8021D, 6121G, 15017D, 5320D et 5320G, 6620G et 6620D. Les résultats mettent également en lumière la similarité des couples médial-latéral et antérieur-postérieur. Cependant, il semble que la détermination par tomographie atteigne ses limites dès que la porosité dépasse 20 % : les valeurs sont cohérentes mais imprécises, particulièrement sur les quadrants fortement poreux. Il est également probable que les paramètres du scanner jouent un rôle clé dans cette détermination, en témoigne les résultats très différents du 5820D et du 4320G avec la microscopie. Une étude supplémentaire est nécessaire afin d'évaluer les causes de ces erreurs dans la mesure de la porosité par processus non-destructif.

### 3.2.2. Détermination de la densité minérale

De la même façon, il est possible d'estimer la densité minérale. Elle est déterminée sur un volume équivalent à la moyenne des volumes des échantillons crématisés dans le [Chapitre 2, Détermination de la densité minérale par crémation](#) : 543.18 mm<sup>3</sup>. Ce volume est choisi proche de la zone de prélèvement des échantillons crématisés (quadrant latéral, voisin à la macrofissure) au sein de 10 sections du scanner.

La densité minérale est déterminée avec la moyenne des niveaux de gris de ce volume, connaissant la densité minérale de trois étalons du scanner : deux pour l'os cortical (HA = 800 et 1250 mg/cm<sup>3</sup>) et un pour le trabéculaire (HA = 200 mg/cm<sup>3</sup>). Ces trois points se placent sur une courbe de calibration linéaire affine  $y = 0.8368 * HU - 17.105$  avec  $R^2 = 0.9989$ . Les mesures de niveaux de gris se trouvent en [Annexe H](#). Le tableau 3.8 compare les densités minérales obtenues par crémation avec les densités minérales obtenues par tomographie.

TABLEAU 3.8. – Comparaison entre densité minérale par crémation et par tomographie (Ratio = crémation sur tomographie).

Sujet	Quadrant	Densité minérale Crémation (gr/cm <sup>3</sup> )	Densité minérale Scanner (gr/cm <sup>3</sup> )	Ratio
9021D	Antérieur	1.101	1.437	0.7662
	Latéral	1.152	1.454	0.7923
	Médial	1.104	1.472	0.7500
	Postérieur	1.091	1.341	0.8136
8021D	Latéral	1.052	1.462	0.7196
4320G	Latéral	1.137	1.403	0.8104
6121G	Latéral	1.121	1.498	0.7483
15017D	Latéral	1.024	1.452	0.7052

En moyenne, la densité minérale estimée par tomographie est surestimée de 23 % par rapport à la mesure par crémation. La dernière est une mesure directe de la phase minérale dans un volume tandis que la première est une mesure indirecte. Cette

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

différence est très probablement liée à la présence de la phase organique pendant le scanner : le rayon X traverse la phase minérale et la phase organique du matériau, l'énergie est donc également absorbée par la phase organique, surestimant la quantité d'énergie absorbée par le tissu. Par conséquent, la densité minérale du tissu est supérieure à la réalité. Une étude supplémentaire reste à effectuer en passant les échantillons brûlés au scanner et déterminer par tomographie leur densité minérale, puisque la phase organique n'est plus. Toutefois, les valeurs sont cohérentes avec la littérature [ATKINSON et WEATHERELL 1967; LE CORROLLER, HALGRIN, PITHIOUX et al. 2012; WACHTER, KRISCHAK, MENTZEL et al. 2002; DUCHEMIN, BOUSSON, RAOSSANALY et al. 2008] qui affecte généralement un coefficient correcteur dans la mesure de la densité minérale par scanner d'environ 20 à 30 %, qui est le pourcentage de phase organique dans le tissu osseux [KANEKO, PEJCIC, TEHRANZADEH et al. 2003; KNOWLES, REEVES et L. M. FERREIRA 2016; HABA, LINDNER, FRITSCHÉ et al. 2012].

Il reste malgré tout des contradictions dans la littérature : la "ash density", littéralement "densité des cendres" est une erreur lexicale courante lorsque la densité minérale est déterminée par tomographie. Ceci rend difficile les comparaisons précises avec la littérature puisque la majorité des mesures sont faites par scanner à cause de la simplicité de la manipulation. En témoignent les indicateurs T-score et Z-score de la qualité de l'os en médecine qui s'appuient sur la densité minérale, estimée avec des mesures indirectes par scanner.

## 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

### 3.3.1. Méthode de la complaisance

L'os est un matériau quasi-fragile. Dans ce cas-là, l'énergie est majoritairement dissipée dans la FPZ en pointe de fissure dans la zone qui concentre les processus de microfissuration. Sous l'hypothèse que la FPZ reste confinée dans la pointe de fissure et que sa taille reste relativement petite par rapport à la longueur de fissure  $a$  et la taille de l'échantillon, l'énergie dissipée  $E_D$  peut être identifiée comme le taux de restitution d'énergie critique tel que définit par Griffith (eq.3.4) (section [Ténacité, Chapitre 1](#)).

$$G_{Ic} = E_D \quad (3.4)$$

Sous cette hypothèse, la fissure réelle ainsi que sa FPZ associée peuvent être assimilées à une fissure équivalente mécaniquement de longueur  $a$  qui est idéalisée dans un milieu élastique tel que décrit par la figure 3.10, où les processus sont concentrés au niveau de la pointe de fissure (point rouge). Dans ce contexte de propagation de fissure dans un milieu élastique, le taux de restitution d'énergie est donné par la relation d'Irwin-Kies (eq.3.5), où  $P$  est l'effort au point de chargement au départ du cycle (déchargement),  $B$  l'épaisseur de l'éprouvette en fonction de  $a$  et  $\frac{dC_\delta}{da}$  l'évolution de la complaisance en fonction de la longueur de fissure.

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

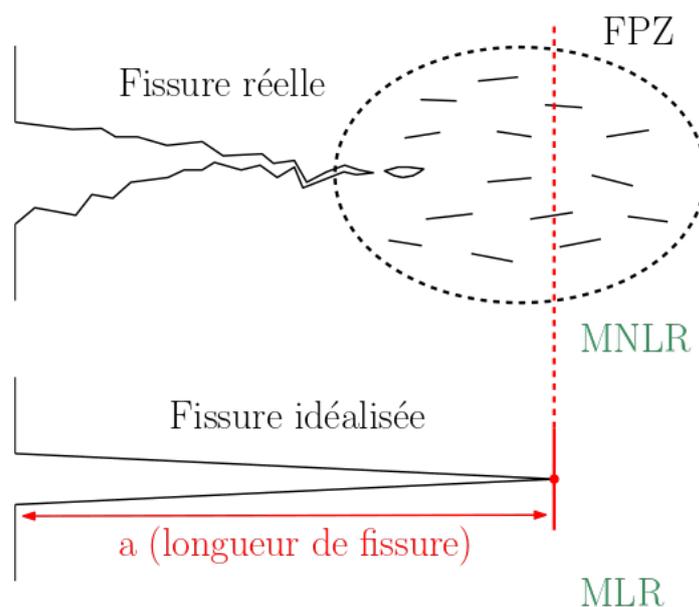


FIGURE 3.10. – Fissure réelle et fissure idéalisée équivalente (MNLR = Mécanique Non-Linéaire de la Rupture, MLR = Mécanique Linéaire de la rupture).

$$G_{Ic} = \frac{P^2}{2B(a)} \frac{dC_\delta}{da} \quad (3.5)$$

L'évolution de la complaisance par rapport au point d'application de l'effort  $C_\delta^{exp}$  en fonction de la longueur de fissure équivalente  $a$  est donc nécessaire pour déterminer la ténacité transversale des os du groupe GS1<sup>4</sup>. Toutefois, les tronçons ne possèdent pas de géométrie standard (éprouvette CT, DCB, ...). Ainsi, il faut utiliser le calcul numérique car il n'existe pas de formule analytique pour  $C_\delta^{exp}$  sur une telle géométrie.

De plus, le paramètre de chargement des essais est le déplacement d'ouverture d'entaille,  $\omega$ . C'est pour cette raison que le modèle numérique contient les supports capteurs dans le but d'obtenir l'évolution de la complaisance numérique par rapport au paramètre de chargement  $C_\omega^{num}$  en fonction de  $a$ . En parallèle, les essais mécaniques de propagation de fissure (section [Essais mécaniques, Chapitre 2](#)) permettent de déterminer l'évolution de la complaisance expérimentale  $C_\omega^{exp}$  par rapport au paramètre de chargement  $\omega$ . Pour rappel, la complaisance est l'inverse de la raideur :  $C_{\omega i}^{exp} = 1/K_{\omega i}$ , où  $K_{\omega i}$  est la pente du cycle  $i$  de l'essai. Finalement, on cherche les valeurs de  $a$  pour lesquelles  $C_{\omega i}^{exp} = C_{\omega i}^{num}$ . Le détail de la méthode est présenté dans la section 3.3.1.2.

4. Rappel, il n'est pas possible d'obtenir directement la ténacité transversale des os du groupe GS2 à cause de la déviation de la fissure

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

**3.3.1.1. Détermination du module d'Young**

Le module d'Young peut être obtenu par analyse inverse à partir de la connaissance de la complaisance initiale. Connaissant la complaisance expérimentale initiale  $C_{\omega 0}^{exp}$ , on détermine le module d'Young  $E$  en faisant correspondre la complaisance numérique initiale  $C_{\omega 0}^{num}$  pour le modèle numérique où la longueur de la fissure idéalisée  $a$  est égale à zéro avec  $C_{\omega 0}^{exp}$ . Les résultats des modules sont décrits dans le tableau 3.9.

TABLEAU 3.9. – Modules d'Young moyens obtenus. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Groupe	Echantillon	Module d'Young (MPa)
GS1	9021D	13620.51
	8021D	13158.57
	4320G	13438.62
	6121G	14181.15
	15017D	9807.37
GS2	6620G	10731.43
	6620D	9518.30
	5320G	12703.54
	5320D	13030.66
	5820D	9619.22

**3.3.1.2. Mise en oeuvre de la méthode de la complaisance**

La détermination du  $G_{Ic}$  nécessite donc plusieurs modèles avec des longueurs de fissures idéalisées différentes pour chaque os. Six modèles sont réalisés en comptant le modèle  $a = 0$ , les 5 restants se partageant à pas égal la hauteur de la section médiane de l'os moins la longueur d'entaille. Ce nombre permet de décrire l'évolution de la complaisance numérique tout en limitant le nombre de modèles. Chaque modèle est un jumeau numérique de l'essai modélisé avec le protocole décrit dans la section 3.1.

La fissure idéalisée équivaut à la fissure réelle plus sa FPZ et a un effet mécanique apparent similaire sur la complaisance. Un maillage éléments finis d'un os correspond à une longueur de fissure (fig.3.11). Les calculs sont élastiques isotropes. Le module d'Young utilisé pour chaque os est sa valeur respective du tableau 3.9.

L'essai permet de tracer l'évolution de  $C_{\omega}^{exp}$  en fonction de  $\omega$  (NOD) pour un os. En concomitance, les 6 modèles numériques avec des longueurs de fissure équivalentes permettent de tracer l'évolution de  $C_{\omega}^{num}$  en fonction de  $a$  et l'évolution de  $C_{\delta}^{num}$  en fonction de  $a$  pour un os. La forme de l'équation de la courbe de  $C_{\omega}^{num}(a)$  et  $C_{\delta}^{num}(a)$  est  $(1 + \beta x/\alpha)^{-1/\beta}$ . Il s'agit des trois données d'entrée pour déterminer le terme  $\frac{dC_{\delta}}{da}$  de l'équation 3.5. Ensuite, La méthode s'articule en quatre étapes (fig.3.12) :

- (a) On calcule la valeur du taux de restitution d'énergie pour un point caractéristique de la courbe expérimentale, à savoir le début d'un cycle  $i$  (point de

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

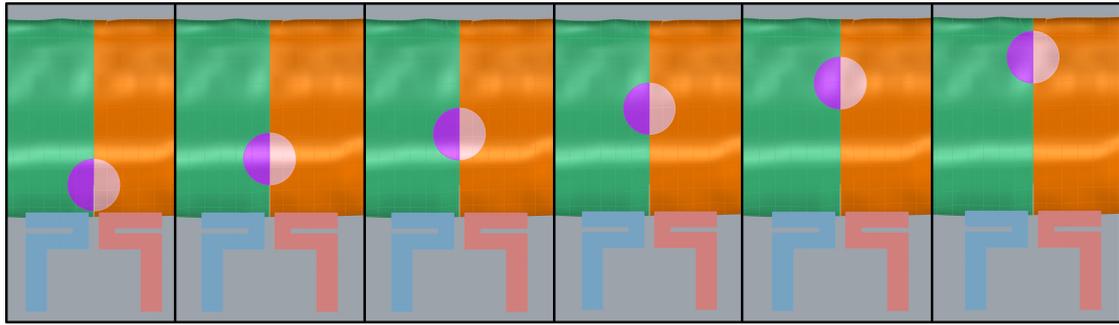


FIGURE 3.11. – Modèles élastiques simples avec les différentes longueurs de fissure idéalisées équivalentes pour l'os 9021D (de gauche à droite,  $a=0, 5.03, 9.83, 14.63, 19.43$  et  $24.23$ ).

déchargement). L'effort en ce point  $P_i$  ainsi que la complaisance  $C_{\omega_i}^{exp}$  du cycle correspondant sont recueillis.

- (b) En connaissant  $C_{\omega_i}^{exp}$ , on détermine par analyse inverse la longueur de fissure équivalente  $a$  avec l'évolution de la complaisance numérique  $C_{\omega}^{num}$ . Une fois  $a$  connue, on peut déterminer  $C_{\delta_i}^{num}$  grâce à la courbe  $C_{\delta}^{num}(a)$ . La dérivé en ce point est le terme de la relation d'Irwin-Kies  $\frac{dC_{\delta}}{da}$ .
- (c) Avec la longueur de fissure équivalente, on mesure  $B(a)$  sur le modèle numérique Rhinoceros 3D<sup>®</sup>, *i.e.*, l'épaisseur à la longueur de fissure  $a$  dans la section fissurée de l'os.
- (d) En réalisant les trois étapes précédentes pour chaque cycle  $i$ , on peut alors tracer la courbe du taux de restitution d'énergie en fonction de la longueur de fissure, ou courbe d'extension de la fissure. Ces courbes sont généralement de forme exponentielle inverse pour des échantillons avec une géométrie standard. Le plateau obtenu est caractéristique de la valeur du taux de restitution d'énergie critique  $G_{Ic}$ .

Les courbes pour les os du groupe GS1 sont décrites ci-dessous dans la figure 3.13. De plus, les courbes sont tracées pour chaque os avec en fond la section fissurée de l'os à l'échelle en [Annexe F](#).

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

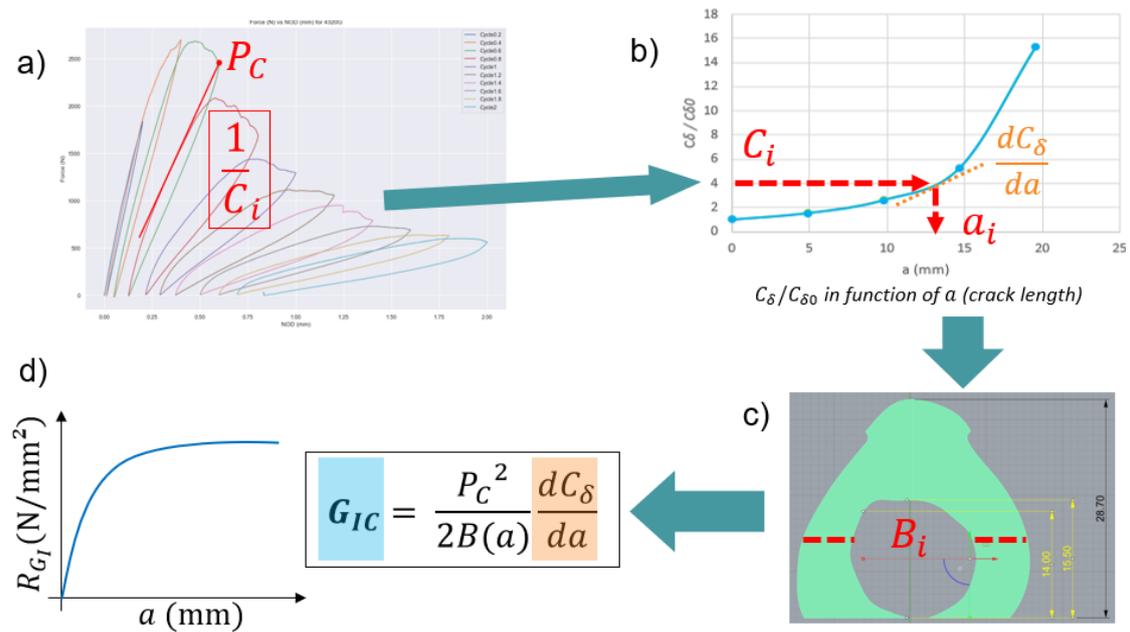


FIGURE 3.12. – Détermination de la ténacité transversale pour le groupe GS1 à l'aide de la méthode de la complaisance.

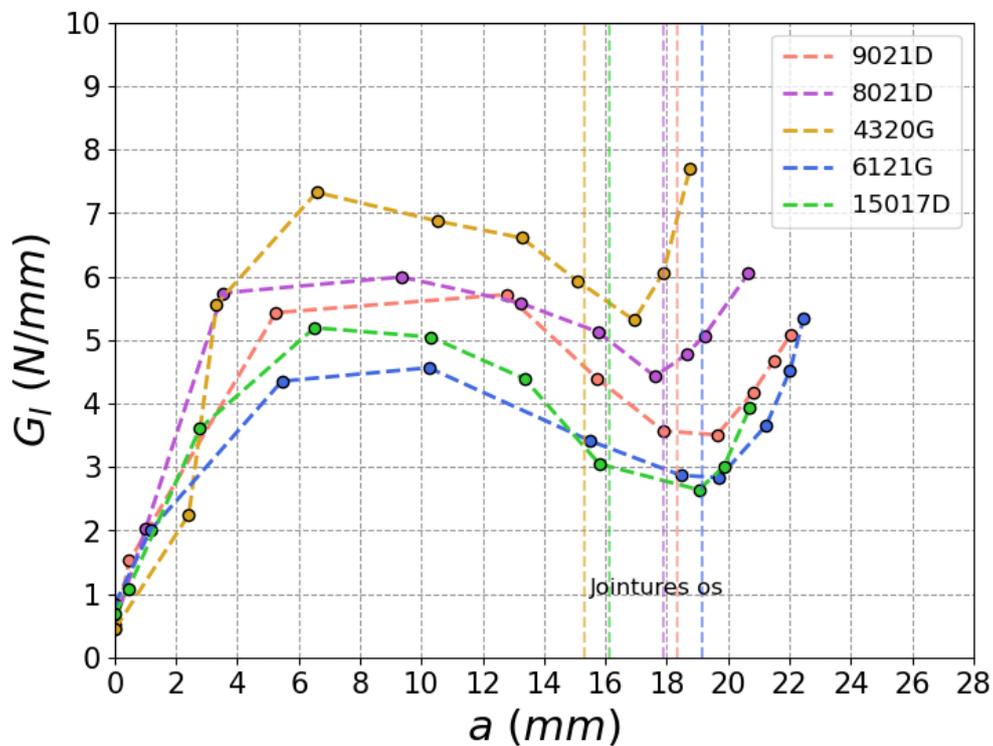


FIGURE 3.13. – Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie pour les os du groupe GS1. Les axes verticaux correspondent aux jointures des os, *i.e.* le point où les quadrants médiaux et latéraux se rejoignent.

### 3.3.2. Discussion sur la méthode

#### 3.3.2.1. Critère de seuillage et estimation du module d'Young

L'estimation des propriétés mécaniques dépend de la biofidélité géométrique du modèle car l'analyse inverse vise à faire coïncider la réponse numérique à la réponse expérimentale. Le point clé repose sur la récupération du volume de l'os. La méthodologie utilisée avec le seuillage à 50 % de la fraction volumique solide est cohérente avec les valeurs de la littérature corrélant module d'Young et porosité pour des tissus osseux humain et d'autres espèces (fig.3.14). Les points pour les groupes GS1 et GS2 correspondent aux modules moyens obtenus avec la méthode de la fraction volumique solide ( $\pi_s$ ) et la porosité moyenne de chaque échantillon. Pour une porosité de 50 %, la valeur du module d'Young chute d'un ordre de grandeur par rapport au module pour une porosité proche de 10 %. Par conséquent, la contribution mécanique d'un voxel avec moins de 50 % de matière est négligeable. Ceci justifie le choix du critère de  $\pi_s$  à 50 %.

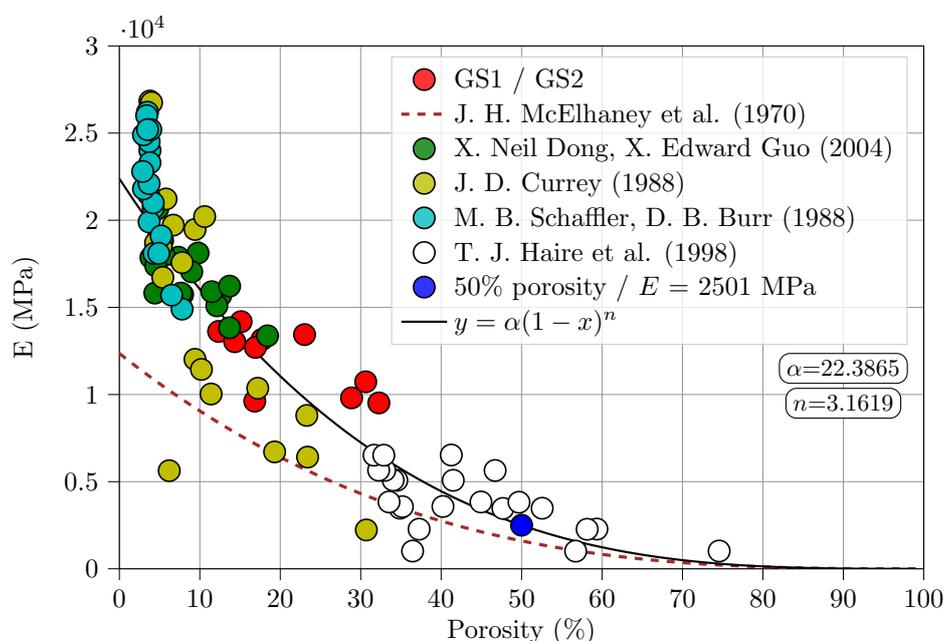


FIGURE 3.14. – Module d'Young en fonction de la porosité (MCELHANEY, FOGLE, MELVIN et al. 1970 : os cortical humain (crâne), compression / NEIL DONG et EDWARD GUO 2004 : os cortical humain (fémur), traction / J. D. CURREY 1988 : os cortical (espèces multiples), flexion / SCHAFFLER et David B. BURR 1988 : os cortical bovin (fémur et tibia), traction / HAIRE, HODGSKINSON, GANNEY et al. 1998 : os trabéculaire équin (métacarpe), compression). Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Une étude de sensibilité sur plusieurs maillages a montré qu'une variation de 1 % en volume donne une variation de 1 % sur l'estimation du module. Les valeurs

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

de module du tableau 3.9 pour GS1 et GS2 sont cohérentes avec les études de la littérature, notamment sur l'os cortical fémoral [R. Bruce MARTIN, David B. BURR et SHARKEY 1998; J. L. KATZ et YOON 1984; J.-Y. RHO, KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS 1998; ZIOUPOS et J. D CURREY 1998]. De plus, les valeurs sont similaires pour les deux groupes GS1 et GS2. La dispersion des modules se situe dans la même plage que la littérature, de 6000 à 20 000 MPa. Il est important de garder à l'esprit que les modules estimés sont des valeurs moyennées sur l'ensemble du tronçon. La réalité du tissu est qu'il est hétérogène et présente très probablement des variations locales du module au sein du spécimen (localisation, type d'os, remodelage osseux, ostéoporose, qualité, ...). Une perspective de ce travail est d'étudier les variations locales du module en associant les niveaux de gris du scanner à une densité puis déterminer les modules locaux avec les liens de la littérature [FLEPS, BAHALOO, Philippe K. ZYSSET et al. 2020; J. RHO, HOBATHO et R. ASHMAN 1995].

Le module est très similaire pour des os provenant du même sujet (5320D & 5320G), même si le module du 6620D diffère légèrement de celui du 6620G. Cette différence peut s'expliquer par la variabilité pour un même individu (jambe blessée ou soignée, utilisation d'une canne, maladie osseuse, ...). De plus, les épaisseurs corticales des 6620D/G sont plus faibles que celles des 5320D/G : l'impact de l'hétérogénéité du tissu sur le volume global joue potentiellement un rôle plus critique chez les spécimens 6620D/G.

Le groupe GS2 est constitué de sujets féminins uniquement et le groupe GS1 de sujets masculins sauf le 15017D. Les valeurs de modules sont plus faibles pour les sujets féminins. La cause est probablement l'ostéoporose, affectant plus les femmes [SÖZEN, ÖZİŞİK et BAŞARAN 2017]. Un jeu de données plus large est nécessaire pour conclure.

#### 3.3.2.2. Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie et ténacité

Les courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie en figure 3.13 montrent une réponse similaire pour tous les os du groupe GS1. Un plateau se distingue pour une longueur de fissure de 3 mm à 13 mm. La forme des courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie ne ressemble pas aux courbes pour des géométries standards. La réponse globale est une courbe en 4 parties (fig.3.15) :

- Phase 1 : La courbe du taux de restitution d'énergie critique augmente jusqu'à  $a \approx 3$ . L'énergie requise pour que la fissure se propage augmente. Elle est dissipée en microfissurant le matériau dans la partie pré-pic, comme expliqué dans le chapitre 2. Au fur et à mesure de l'augmentation de l'énergie, le nombre de microfissures et la taille de la zone affectée augmente. C'est le signe de l'augmentation de la taille de la FPZ.
- Phase 2 : La courbe présente un plateau de  $a \approx 3$  à  $a \approx 13$ . L'énergie reste constante : elle atteint une valeur critique qui permet de suffisamment endommager le matériau en pointe d'entaille pour que les microfissures coalescent en une macrofissure. On a donc une macrofissure et une zone microfissurée associée (FPZ) en pointe d'entaille. Tant que l'énergie reste constante dans cette

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

plage, la macrofissure continue de se propager avec sa FPZ associée. A noter que ce plateau correspond à la macrofissure qui se propage dans les quadrants médial et latéral.

- Phase 3 : La courbe décroît ensuite jusqu'à  $a \approx 17\text{ mm}$ , ce qui signifie que l'énergie de fissuration diminue. Cette diminution est le signe qu'un paramètre ou une condition affecte la propagation de la macrofissure et sa FPZ associée qui restait stable dans la phase 2. La propagation de fissure nécessite moins d'énergie pour une raison ou une autre. La décroissance de la phase 3 coïncide avec la zone avant la jointure des quadrants médial et latéral avec le quadrant postérieur. L'analyse histologique a montré que la microstructure de l'os dans le quadrant postérieur est significativement différente des quadrants médial et latéral. Cette zone de transition marque un début de changement dans la microstructure, particulièrement avec une augmentation de la porosité. Ce dernier, explique très probablement la diminution de la courbe : une énergie plus faible est suffisante pour propager la macrofissure dans le quadrant avec une microstructure différente. Il est possible que l'épaisseur non-constante de l'os joue un rôle dans la diminution de l'énergie de fissuration. L'épaisseur augmente avant la jointure de l'os. Or, si  $B(a)$  augmente, le taux de restitution d'énergie diminue.
- Phase 4 : La courbe augmente : l'énergie de fissuration augmente. A ce niveau, la fissure et sa FPZ se rapprochent des conditions aux limites. L'effort exercé par la panne de flexion au voisinage de la macrofissure perturbe sa propagation. Ceci explique assurément l'augmentation de l'énergie. De plus, l'épaisseur de l'os diminue après la jointure et peut influencer partiellement sur l'énergie dissipée.

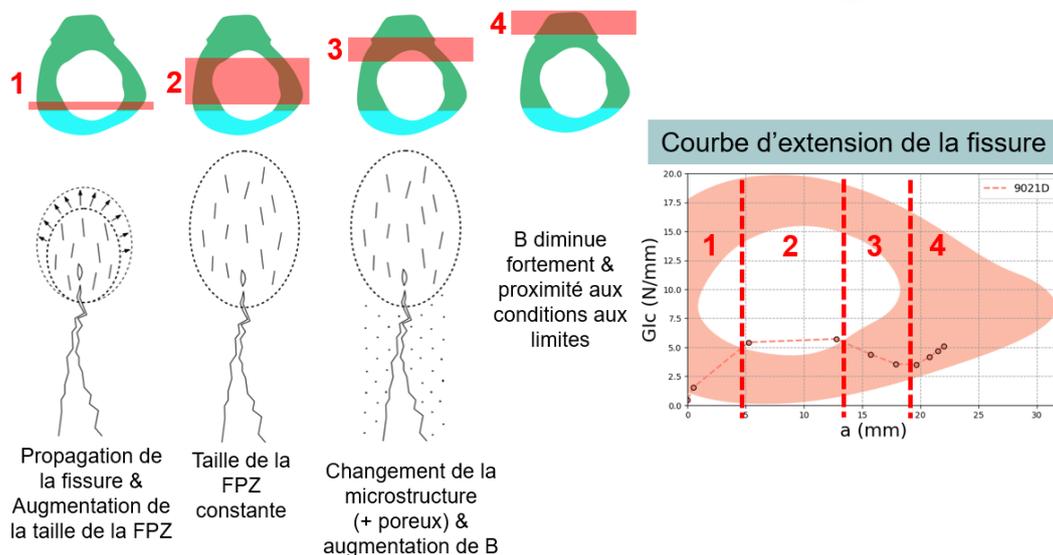


FIGURE 3.15. – Description de l'allure globale des courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie.

Le plateau de la phase 2 correspond à la propagation de la macrofissure dans les quadrants médial et latéral. Dès lors, la question qui se pose ici est de savoir si ce

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

TABLEAU 3.10. – Valeurs plateaux de ténacité pour les os du groupe GS1 (moyenne sur les points présents dans la phase 2 de la courbe).

Echantillon	$G_{Ic}$ (N/mm)
9021D	5.573
8021D	5.865
4320G	7.100
6121G	4.456
15017D	5.120

plateau correspond bien à la ténacité transversale  $G_{Ic}$  dans ces quadrants. Les valeurs du plateau sont listées dans le tableau 3.10. Elles sont cohérentes avec celles de la littérature (tableau [Ténacité, Chapitre 1](#)) et très proches des valeurs de S. LI, A. ABDEL-WAHAB et SILBERSCHMIDT [2013](#) sur de l'os fémoral bovin. Cette étude constate notamment une valeur plus faible pour les quadrants antérieur ( $\approx 3.6$  N/mm) et postérieur ( $\approx 3.0$  N/mm) par rapport aux quadrants médial ( $\approx 5.0$  N/mm) et latéral ( $\approx 4.8$  N/mm). Ceci tend à confirmer l'analyse descriptive des courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie en phase 3, puisque l'énergie dissipée est plus faible dans le quadrant postérieur.

L'étude de R. O. RITCHIE, KOESTER, IONOVA et al. [2008](#) réalise un travail similaire sur un essai de propagation de fissure en flexion 3 points. Les échantillons sont des tronçons entiers de fémurs murins de 30-40 mm de long avec un diamètre de 3-4 mm pour le rat et 15 mm de long et 1-2 mm de diamètre pour la souris. Les valeurs obtenues sont les facteurs d'intensités de contraintes. Lorsque rapportés au module, les taux de restitution d'énergie critique sont plus faible d'un ordre de grandeur par rapport à l'être humain. Cette différence peut provenir de la microstructure des sujets murins, pour lesquels les ordres de grandeurs du système Haversien sont d'un ordre de grandeur en dessous de l'homme (un ostéon humain fait environ 200-300 microns de diamètre tandis que c'est environ 20-30 microns pour un ostéon murin). De plus, le faciès de rupture des fémurs murins présente une zone stable de propagation dans les quadrants médial et latéral et une zone instable à l'approche du quadrant postérieur. Sur les essais du travail de thèse, la fissure apparaît comme stable peu importe le quadrant sur les faciès de rupture. Cette observation reste cependant cohérente avec nos courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie : la propagation de la fissure est stable dans les quadrants médial et latéral mais il y a une modification de la manière dont se propage la fissure à l'approche du quadrant postérieur.

On peut néanmoins estimer une taille caractéristique de FPZ à partir de données de la littérature. Certaines valeurs entre 500 microns à quelques millimètres sont décrites [WILLET, JOSEY, LU et al. [2017](#)]. Dans la littérature des matériaux granulaires, il est courant de considérer une taille d'environ 25 à 30 fois l'hétérogénéité majeure [Pierre ROSSI [1988](#)]. En respectant cette proportion et en considérant comme ordre de grandeur de taille d'hétérogénéité majeure du tissu osseux 300 microns environ (diamètre d'un ostéon) on obtient une taille de FPZ de 8 à 9 mm, une valeur proche de

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

la dizaine de millimètres.

Par conséquent, dans le cas de nos essais, le chemin de fissuration semble suffisamment long dans les quadrants médial et latéral pour que la FPZ atteigne cette taille maximale. Donc les valeurs de plateau des courbes obtenues peuvent être assimilées à des valeurs de taux critiques de restitution d'énergie,  $G_{Ic}$ . Ces valeurs sont en outre en accord avec certains résultats de la littérature (tableau [Ténacité, Chapitre 1](#)).

La géométrie complexe de l'os joue probablement un rôle sur l'allure globale de la courbe. Il convient de vérifier qu'elle permet effectivement d'obtenir une estimation raisonnable de  $G_{Ic}$  par la méthode de la complaisance. Ce point est étudié dans la section [3.3.2.3](#).

#### 3.3.2.3. Effets de la géométrie de l'éprouvette sur un matériau modèle

L'étude suivante vise à justifier si le palier des courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie est bien significatif de la propagation de la fissure avec sa FPZ à taille constante sans impact des conditions aux limites. Si tel est le cas, la valeur plateau correspond donc au  $G_{Ic}$  de l'os dans les quadrants médial et latéral.

La géométrie complexe de l'os et l'épaisseur fissurée ( $B(a)$ ) non-constante peuvent expliquer en partie l'allure globale des courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie en figure [3.13](#), qui n'ont pas une forme exponentielle inverse.

**Méthode** La procédure expérimentale (essai de propagation de fissure) et numérique (reconstruction d'un jumeau numérique) est appliquée à des éprouvettes constituées de 40 % en masse de résine époxy (SikaBiresin F180) et de 60 % en masse de sable. La taille des grains de sable est d'environ 600 microns afin de rester cohérent avec l'échelle d'hétérogénéité de la microstructure de l'os. Ce matériau est choisi car il est hétérogène quasi-fragile comme l'os, en plus de permettre de réaliser tous types de géométries. Les éprouvettes sont réalisées avec des moules imprimés en 3D.

- 3 poutres de section rectangulaire fine (longueur : 180 mm, hauteur : 32 mm, épaisseur : 6 mm), référence *Fine<sub>i</sub>*
- 3 poutres de section rectangulaire épaisse (longueur : 180 mm, hauteur : 32 mm, épaisseur : 25 mm), référence *Ep<sub>i</sub>*
- 3 poutres de section rectangulaire épaisse avec une plus grande hauteur (longueur : 180 mm, hauteur : 45 mm (+40 % de *Ep<sub>i</sub>*), épaisseur : 25 mm), référence *Ep+40%<sub>i</sub>*
- 3 cylindres de diamètre 32 mm avec une épaisseur de 6 mm, référence *Cyl<sub>i</sub>*
- 3 exemplaires d'une réplique de la géométrie de l'os 6121G, référence *Os<sub>i</sub>*

L'épaisseur de 6 mm correspond à la section moyenne des quadrants médial et latéral du 6121G dans la zone plateau de la longueur de fissure. L'épaisseur de 25 mm correspond à l'épaisseur maximum fissurée du 6121G. Les éprouvettes cylindriques et les répliques de l'os sont manufacturées avec un moule en nylon et un noyau en alcool polyvinylique (PVA) soluble dans l'eau. Une fois l'époxy polymérisée, toutes

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

les éprouvettes y compris celles sans noyaux sont plongées dans un bain d'eau. Le noyau est donc dissout et le bain des éprouvettes sans noyaux permet de garantir un traitement similaire à toutes les éprouvettes. Le module d'Young du matériau résine sable obtenu par analyse inverse est de 2316 MPa. L'analyse inverse sur une éprouvette d'époxy pure (référence *Pure\_Ep*) donne un module élastique de 1166 MPa, très proche de la donnée du fabricant de 1200 MPa.

**Résultats** Les courbes obtenues par la méthode de la complaisance sont détaillées en figure 3.16 et en figure 3.17, qui isole les échantillons de section rectangulaire<sup>5</sup>. Pour rappel, la valeur de  $a = 0$  correspond au fond de l'entaille de 7.5 mm pour chaque éprouvette peu importe sa forme.

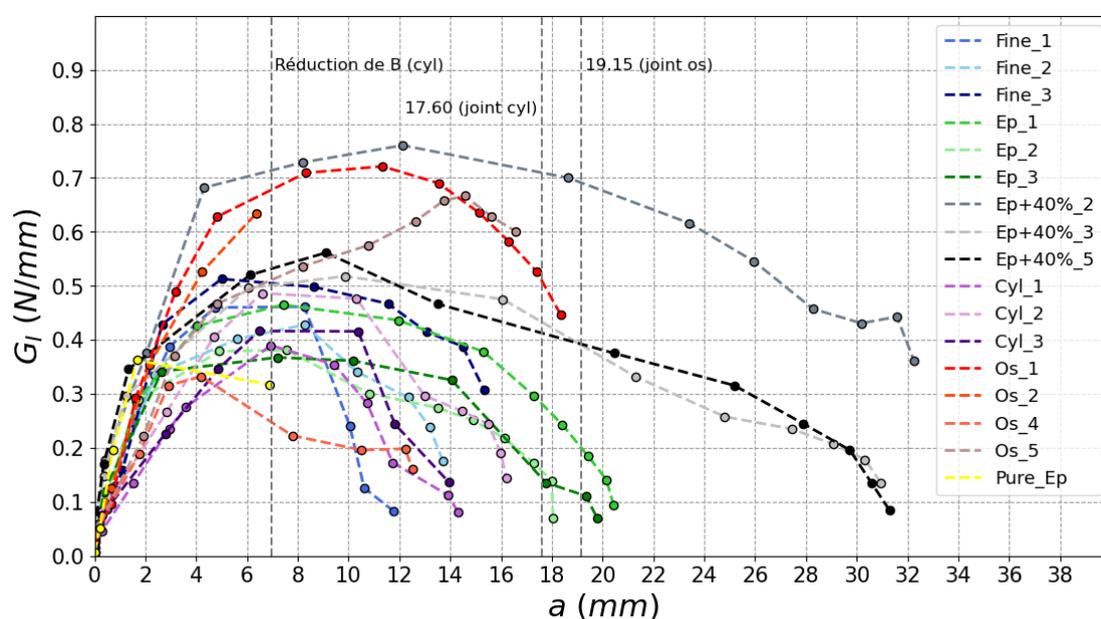


FIGURE 3.16. – Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie des éprouvettes en résine sable.

L'éprouvette pure est constituée uniquement de résine époxy et a une section rectangulaire épaisse. Sa rupture brutale se traduit par la courbe jaune en figure 3.17, l'énergie augmente puis reste constante.

L'analyse des faciès de rupture n'a pas montré de différences flagrantes dans l'hétérogénéité et la porosité, peu importe le type d'éprouvette. Les courbes présentent toutes un plateau. Si l'on compare les résultats des poutres de section rectangulaire dans un premier temps, le taux de restitution d'énergie diminue dès 8 mm de longueur de fissure pour les fines et les épaisses contre 14 mm pour les épaisses avec une plus grande hauteur. L'énergie diminue plus rapidement sur les éprouvettes fines. Elles sont moins stables sur la machine car le contact linéique est plus petit.

5. Les éprouvettes *Ep+40%\_1*, *Ep+40%\_4* et *Os\_3* n'avaient pas une tolérance géométrique suffisante (défauts de dimensions, planéité, ...) pour être testées. L'ordre des indices a toutefois été préservé.

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

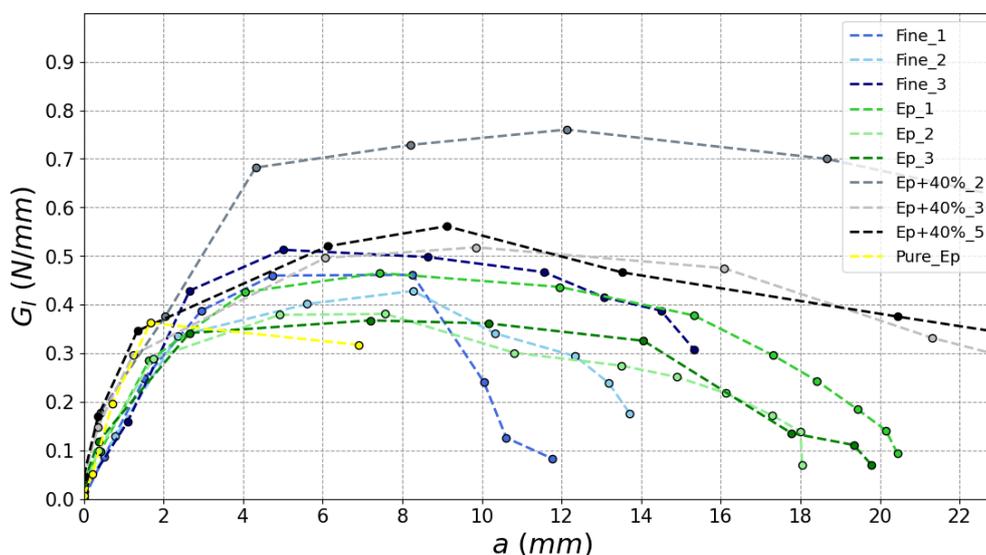


FIGURE 3.17. – Courbes d'évolution du taux de restitution d'énergie des éprouvettes en résine sable de section rectangulaire uniquement.

Les valeurs du plateau restent toutefois similaires autour de 0.4 - 0.5 N/mm avec une dispersion d'environ 0.1 - 0.13 N/mm.

Les éprouvettes rectangulaires épaisses avec une plus grande hauteur ( $Ep+40\%_i$ ) ont un plateau plus élevé que les deux autres avec une moyenne de 0.6 N/mm et une dispersion de 0.2 N/mm. Les dispersions restent toutefois difficiles à évaluer avec seulement trois valeurs.

Les courbes des cylindres et leurs plateaux sont très proches de celles des éprouvettes fines et épaisses. La diminution après le plateau est similaire à celle des éprouvettes fines : l'énergie diminue plus tôt dans la propagation de la fissure que dans les éprouvettes épaisses.

Les courbes des os en résine donnent des résultats similaires aux éprouvettes  $Ep+40\%$ , bien qu'une éprouvette ( $Os_4$ ) montre des énergies plus faibles que les éprouvettes fines : il s'agit probablement d'une éprouvette avec un défaut dû à la fabrication. La courbe de l'éprouvette  $Os_2$  s'arrête prématurément suite à une panne pendant l'essai. Elle semble suivre malgré tout l'allure de la courbe  $Os_1$ .

**Discussion** Le plateau des éprouvettes fines est similaire à celui des éprouvettes épaisses et cylindriques, où l'épaisseur  $B$  n'est pas constante dans la section fissurée. On peut alors estimer que l'épaisseur fissurée  $B$  n'a pas, ou très peu, d'impact sur la valeur du plateau.

La différence entre les paliers des poutres de hauteur 32 mm ( $Ep_i$ ) avec celles de hauteur 42 mm ( $Ep+40\%_i$ ) montre que 32 mm n'est pas une dimension suffisante pour que la FPZ se forme et se propage sans être impactée par les conditions aux limites. Il semblerait que la FPZ ne dispose pas de suffisamment de "chemin à fissurer" pour atteindre sa taille maximale constante et se propager avec la macrofissure. Néan-

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

moins, le plateau des éprouvettes  $Ep+40\%_3$  et  $Ep+40\%_5$  est supérieur de seulement 0.1 N/mm par rapport aux éprouvettes épaisses. Ceci laisse à penser qu'une hauteur de 32 mm est sûrement légèrement trop faible pour atteindre la taille maximale de la FPZ.

Le matériau utilisé est un composite sable/résine, comparable au béton. Si on estime (comme cela peut être le cas dans les matériaux cimentaires comme le béton) que la taille d'une FPZ est environ égale à 30 fois la taille du plus gros granulat [Pierre ROSSI 1988], on a une longueur de FPZ égale à  $30 * 600 \mu m = 18 \text{ mm}$ . En partant de la géométrie de l'éprouvette rectangulaire épaisse avec une plus grande hauteur (fig.3.18), la FPZ dispose de suffisamment de matière pour atteindre sa taille maximale, sans être impactée par les conditions aux limites (ellipse jaune en pointillé). Alors, l'éprouvette de hauteur 42 mm est de dimension suffisante pour déterminer le  $G_{Ic}$ .

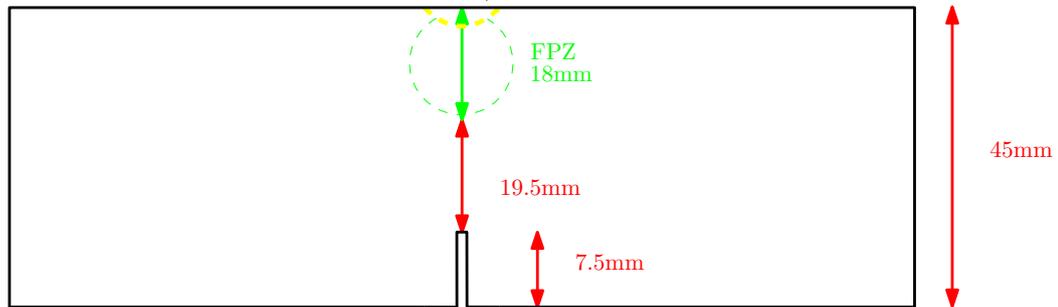
Sur les éprouvettes rectangulaires épaisses, la hauteur n'est pas suffisante pour s'assurer que la FPZ atteigne sa taille critique avant les conditions aux limites. De même avec le cylindre sur le périmètre de sa section. Sur l'os cependant, ce périmètre est plus grand avec suffisamment de matière pour la croissance de la FPZ. Bien que les courbes des os n'atteignent pas la longueur de fissure totale, le plateau est égal aux éprouvettes allongées.

En conclusion, la géométrie de l'os est suffisante pour obtenir une estimation raisonnable du  $G_{Ic}$ . Pour un os réel, la FPZ est un peu plus petite (500 microns selon WILLETT, JOSEY, LU et al. 2017), donc les valeurs du plateau obtenues pour le groupe GS1 correspondent bien à leur  $G_{Ic}$  dans les quadrants médial et latéral. La mesure en expérimental de la FPZ est complexe et est très peu présente dans la littérature : une étude en perspective est de déterminer la taille de la FPZ pour l'os humain. Il n'empêche que la taille de la FPZ est d'autant plus questionnante pour les données de la littérature issues d'essais sur petites éprouvettes, où les hauteurs sont souvent de l'ordre du millimètre.

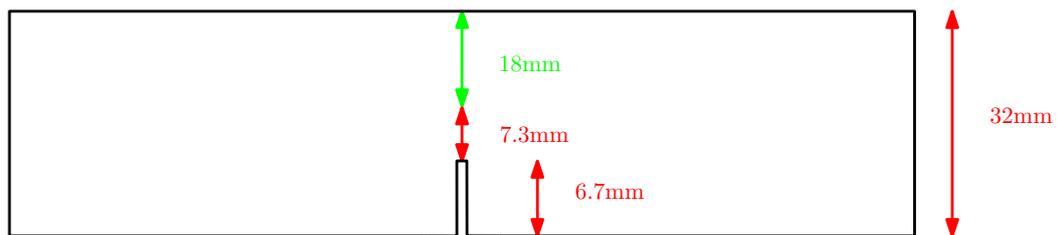
3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.3. Détermination des propriétés mécaniques

Rectangulaire épaisse allongée  
 (fin du plateau : 14mm)

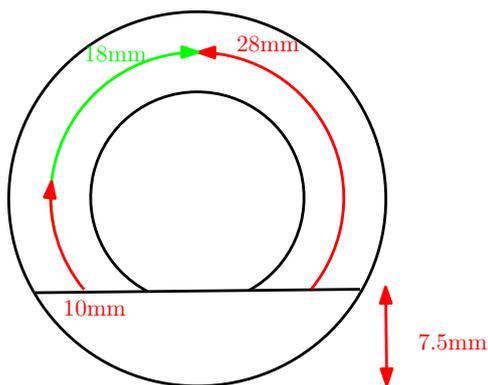
FPZ = 18mm  
 DiamGrain = 600 microns  
 env 30 x DiamGrain



Rectangulaire épaisse



Cylindrique



Os

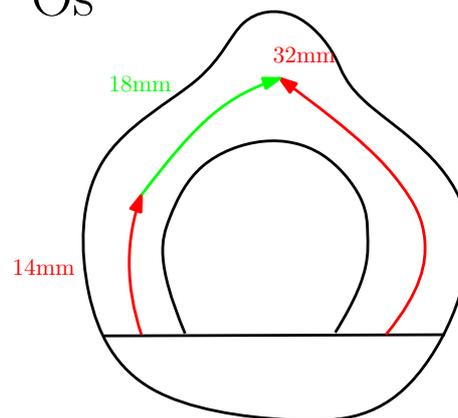


FIGURE 3.18. – Estimation de la taille de la FPZ sur les différentes géométries.

## 3.4. Liens entre microstructure et propriétés mécaniques

Maintenant que le module d'Young moyen et la ténacité dans les quadrants médial et latéral ont été déterminés, on cherche à établir un lien suffisant, au sens de ce dont le modèle a besoin, entre ces propriétés mécaniques et la structure du matériau. La stratégie de modélisation visée se base sur une approche qui considère un niveau d'hétérogénéité du matériau.

Ce degré d'hétérogénéité est induit par la microstructure du matériau. Son analyse sur plusieurs paramètres (histologie, densités) a permis de décrire cette microstructure. Dès lors, la question est de savoir quels sont les paramètres qui sont (i) prépondérants dans l'explication de la réponse mécanique (élastique et à la rupture) du matériau et surtout lesquels sont (ii) pertinents pour caractériser le niveau d'hétérogénéité du tissu.

### 3.4.1. Pour le module d'Young

Les possibles liens entre la microstructure et le module d'Young sont étudiés avec un test de corrélation de Spearman (non-paramétrique à cause du faible nombre d'individus) sur le groupe GS1 et GS2 combinés. Les variables étudiées sont la porosité moyenne, la densité ostéonale moyenne et la taille ostéonale moyenne car le module d'Young d'un os est moyenné sur l'ensemble du tronçon osseux. Le graphique 3.19 ci-dessous montre le coefficient de Spearman à l'intersection supérieure de deux variables, un graphique nuage de points à l'intersection inférieure de deux variables et une courbe de densité illustrant la distribution des variables sur la diagonale. Une astérisque indique si la p-value est significative (\* :  $p < 0.05$  et \*\* :  $p < 0.01$ ).

Aucune des variables n'est corrélée significativement avec le module d'Young. Si l'on considère uniquement le coefficient de corrélation  $\rho$ , le module d'Young est corrélé négativement à la porosité ( $\rho = -0.612$ ) et positivement à la variable densité ostéonale ( $\rho = 0.552$ ). La variable taille ostéonale n'est pas corrélée au module ( $\rho = 0.030$ ). Ces corrélations sont cohérentes avec les valeurs obtenues : moins le matériau est poreux, plus son module d'Young est grand.

On retrouve le résultat significatif déjà donné dans la [discussion du chapitre 2](#) : la porosité et fortement corrélée négativement avec la densité ostéonale, de même pour la taille ostéonale avec la densité ostéonale. L'âge est corrélé significativement au module mais n'est pas représenté sur la matrice 3.19 car il ne caractérise pas directement la microstructure ( $p = 2.2e - 6$ ,  $\rho = -0.713$ ).

Pour le groupe GS1 uniquement (non-présent sur la matrice 3.19 puisque seul GS1 est concerné), la densité minérale obtenue par crémation est fortement corrélée positivement ( $\rho = 0.700$ ) mais non-significative. Il semble que plus le matériau est minéralisé, plus son module est élevé. Le constat est le même pour la densité minérale obtenue par scanner avec un  $\rho = 0.500$  non-significatif.

Les graphiques en nuages de points illustrent les deux tendances décrites par les

### 3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques – 3.4. Liens entre microstructure et propriétés mécaniques

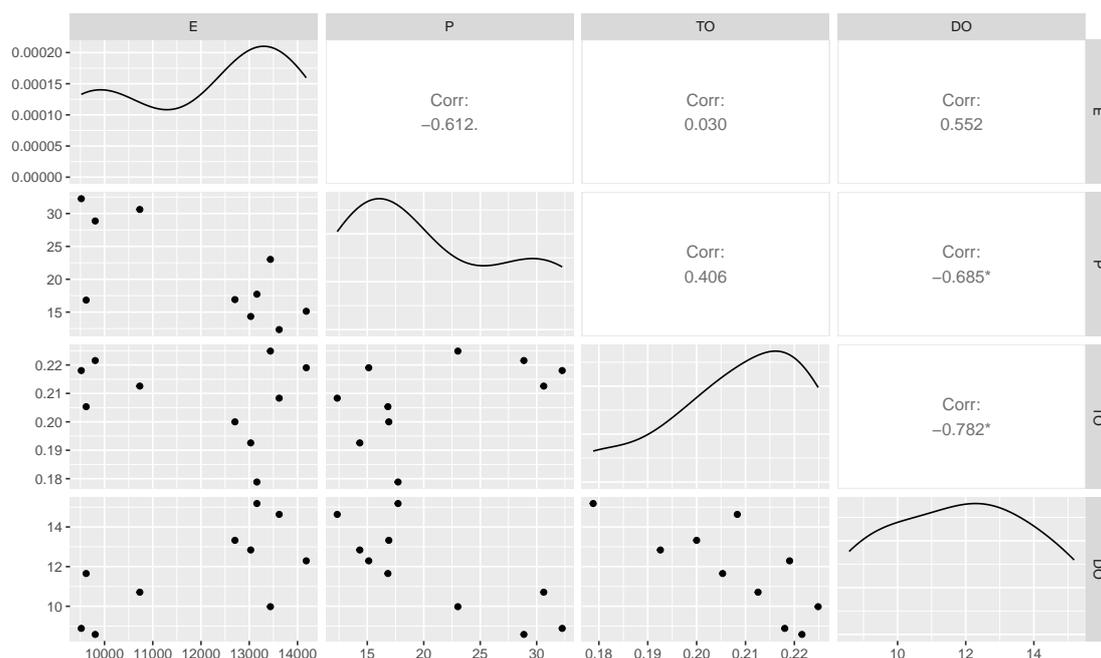


FIGURE 3.19. – Matrice de corrélation des variables pour l'étude des liens entre le module d'Young et la microstructure (GS1 et GS2). Le module ( $E$ ) est en  $MPa$ , la porosité ( $P$ ) en %, la taille ostéonale ( $TO$ ) en  $mm$  et la densité ostéonale en ( $DO$ )  $nb/mm^2$ .

coefficients de corrélation : le module semble diminuer avec l'augmentation de la porosité et augmenter conjointement avec la densité ostéonale. Cela suit également les travaux de la littérature sur l'impact de la porosité (corrélation négative) et de la densité minérale (corrélation positive) [BJØRNEREM 2016; GRANKE, MAKOWSKI, UPPUGANTI et al. 2016; YENI, BROWN, Z. WANG et al. 1997; ZHOU, CUI et SEVOSTIANOV 2020]. Le module plus faible du 15017D peut être expliqué par sa porosité haute et variée dans les quadrants antérieur et postérieur. L'embaumement au formaldéhyde du 15017D peut en partie expliquer un module plus faible [OHMAN, DALL'ARA, BALEANI et al. 2008].

Bien que la corrélation soit non-significative dans notre étude, la p-value à 0.06647 est très proche de 0.05 et serait significative avec un seuil à 0.1, malgré la population peu nombreuse. De plus, la littérature a déjà établi plusieurs lois empiriques validées pour déterminer  $E$  avec la porosité. Au vu de nos résultats (bien que peu nombreux et ne représentant qu'une partie de la population) ainsi que des études de la bibliographie, la variable porosité est suffisante pour caractériser le module de l'os. Il reste cependant très difficile de tirer une conclusion sur la distribution des variables.

### 3.4.2. Pour la ténacité

Les corrélations entre les variables et le  $G_{Ic}$  sont étudiées sur le groupe GS1 uniquement. Puisque le  $G_{Ic}$  est déterminé pour chaque os dans les quadrants médial et latéral, les variables concernées sont la porosité moyenne, la densité ostéonale moyenne et la taille ostéonale moyenne dans ces quadrants. On ajoute également les densités minérales obtenues par crémation et par scanner du quadrant latéral. Le graphique 3.20 ci-dessous montre le coefficient de Spearman à l'intersection supérieure de deux variables, un nuage de points à l'intersection inférieure de deux variables et une courbe de densité illustrant la distribution des variables sur la diagonale. Une astérisque indique si la p-value est significative (\* :  $p < 0.05$  et \*\* :  $p < 0.01$ ). La ténacité ( $G_{Ic}$ ) est en  $N/mm$ , la porosité moyenne médiale latérale (PML) en %, la taille ostéonale moyenne médiale latérale (TOML) en  $mm$ , la densité ostéonale moyenne médiale latérale (DO) en  $nb/mm^2$ , la densité minérale par crémation (HAL) en  $gr/cm^3$  et la densité minérale par scanner (DASH) en  $gr/cm^3$ .

Aucune des variables n'est corrélée significativement avec la ténacité. Les coefficients de corrélation sont positifs pour la porosité ( $\rho = 0.500$ ), la taille ostéonale ( $\rho = 0.100$ ), la densité ostéonale ( $\rho = 0.200$ ) et la densité minérale par crémation ( $\rho = 0.300$ ). Le coefficient de corrélation est négatif pour la densité minérale par scanner ( $\rho = -0.600$ ). Les valeurs de  $\rho$  sont faibles pour toutes les variables sauf PML et DASH. En d'autres termes, deux tendances sont mises en avant dans notre population : la ténacité augmente avec la porosité et diminue avec la densité minérale par scanner. L'analyse des graphiques en nuages de points démontre les mêmes tendances. Là aussi il est très difficile de tirer une conclusion sur la distribution des variables.

Dans la littérature, il semblerait que la ténacité diminue avec l'augmentation de la densité ostéonale et l'âge [AGER, BALOOCH et R. O. RITCHIE 2006]. La ténacité en mode II diminue avec l'augmentation de la porosité chez YENI et NORMAN 2000 : la courbe de tendance est significative mais le coefficient de détermination de la régression linéaire est relativement bas ( $R^2 = 0.30$ ). Elle est corrélée négativement à l'âge ( $\rho = -0.66$ ) et positivement à la fraction de phase organique ( $\rho = 0.48$ ) chez PHELPS, HUBBARD, X. WANG et al. 2000 avec une p-value significative (inférieure à 0.05). Chez YENI, BROWN, Z. WANG et al. 1997, sur fémur humain, la ténacité longitudinale en mode I est corrélée négativement à la porosité ( $\rho = -0.56$ ) et à l'âge ( $\rho = -0.40$ ) et positivement à la densité ostéonale ( $\rho = 0.79$ ) avec  $p < 0.05$ . Les données de la littérature ne sont pas suffisantes pour conclure qualitativement et quantitativement sur l'impact de la microstructure sur la ténacité. En effet, la difficulté majeure reste dans (i) la taille des bases de données de par la nature biologique du matériau et (ii) la comparaison des valeurs entre elles sur des géométries d'éprouvettes différentes qui proviennent parfois d'espèces différentes.

Il est ardu de conclure sur cinq individus uniquement. Nos valeurs ne montrent pas spécialement de diminution de la ténacité avec la porosité tout comme d'augmentation de la ténacité avec celle de la densité ostéonale. Un nombre de données plus grand amènerait probablement aux conclusions des autres études.

En outre, il n'est pas possible de dégager des marqueurs d'hétérogénéité significati-

3. Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques  
 – 3.4. Liens entre microstructure et propriétés mécaniques

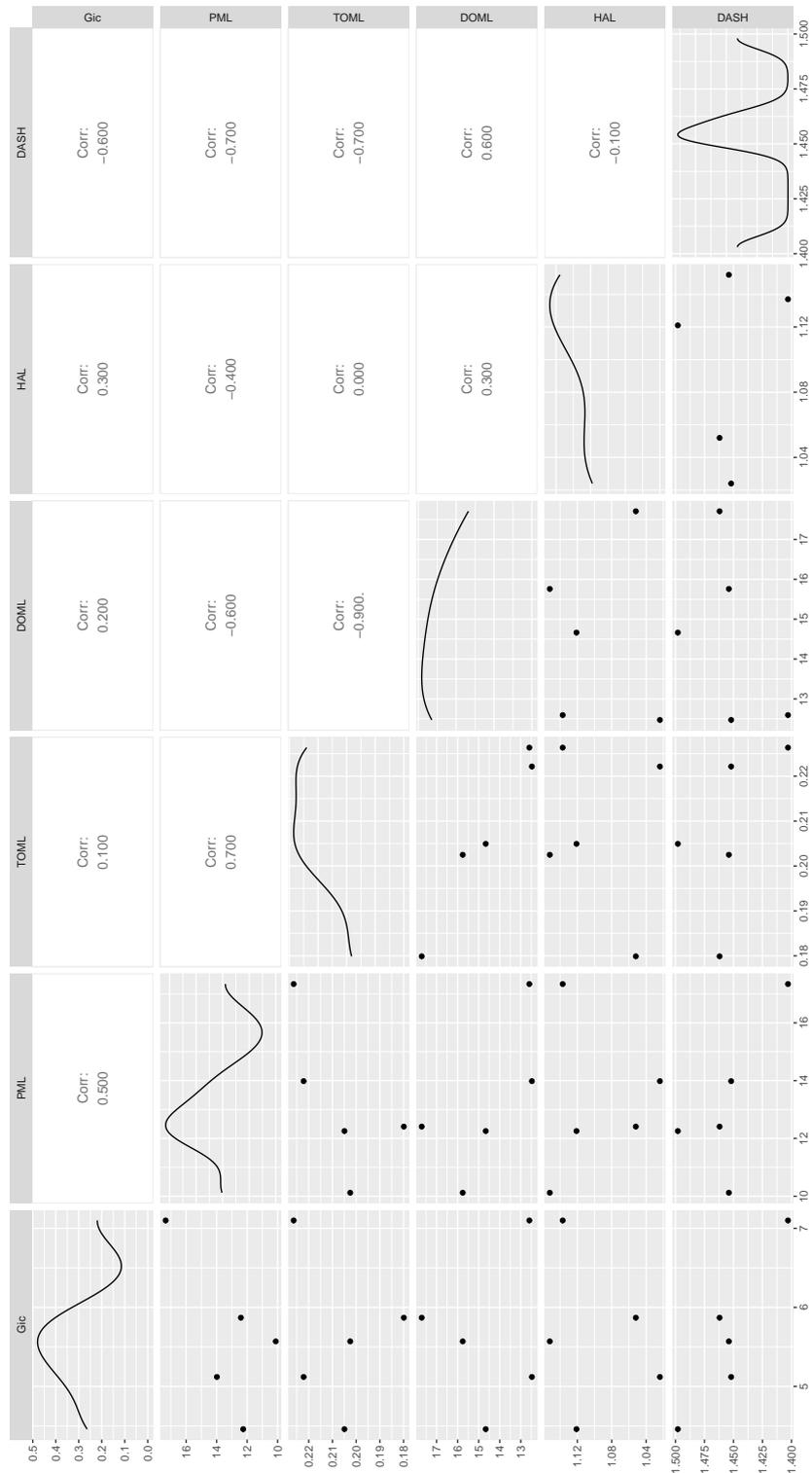


FIGURE 3.20. – Matrice de corrélation des variables pour l'étude des liens entre la ténacité et la microstructure (GS1 uniquement).

vement corrélés avec la ténacité avec le groupe GS1 uniquement (au sens statistique du terme). Néanmoins, au regard de la bibliographie, l'impact de deux variables est constamment présent : d'abord l'augmentation de la porosité qui diminue la ténacité et l'augmentation de la densité ostéonale qui accroît la ténacité. Dans le cadre de la thèse, *i.e.*, d'évaluer la faisabilité d'une stratégie de modélisation probabiliste, on peut raisonnablement garder trois variables pour caractériser la ténacité, au regard de nos résultats et de ceux de la littérature : la porosité, la densité ostéonale et l'intensité du remodelage, et la densité minérale par scanner qui quantifie la teneur en minéraux du tissu. Le choix de la densité minérale par scanner par rapport à la méthode par crémation est fait pour deux raisons : d'abord car la régression linéaire à un paramètre ( $G_{Ic} = 44.6197 - 26.8233 \text{ DASH}$ ) a un  $R^2 = 86\%$  plus haut comparé à la densité par crémation et ensuite pour la simplicité des études futures, notamment *in vivo*.

Dans notre cas, aucune des régressions linéaires multiples avec les variables de la matrice 3.20 n'est significative. Une étude poussée sur les régressions linéaires multiples avec un échantillon plus grand permettrait de valider les paramètres dominants sur la réponse mécanique ainsi que les interactions entre variables.

### 3.5. Conclusion

En conclusion, il est difficile à ce stade de faire le lien entre le niveau d'hétérogénéité et les propriétés mécaniques car la faible population ainsi que l'absence de corrélations significatives dans notre étude ne permettent d'identifier des relations significatives. Cependant, compte tenu de la littérature et de notre étude, on peut dégager un jeu de paramètres prédominants dans la réponse mécanique :

- La porosité, qui est essentielle pour caractériser le module d'Young et est corrélée négativement avec la ténacité.
- La densité ostéonale, résultant du remodelage osseux, qui est corrélée positivement avec la ténacité.
- La densité minérale, qui est indicatrice de la qualité de l'os. Elle est aussi un paramètre de caractérisation de l'homogénéité. Elle semble être corrélée négativement avec la ténacité.

Ces trois paramètres de la microstructure permettent de décrire un niveau d'hétérogénéité du matériau et peuvent donc être considérés comme des indicateurs d'hétérogénéité. En outre, ce degré d'hétérogénéité influe directement sur les propriétés mécaniques du matériau. Bien que les relations entre cette hétérogénéité et la réponse mécanique ne soient pas complètement établies, la bibliographie ainsi que les résultats issus de notre campagne expérimentale tendent à expliquer leurs influences sur les valeurs de propriétés d'élasticité et de rupture. Elles permettent donc de donner une première idée de l'aléa des propriétés mécaniques du tissu osseux dans le but de vérifier la faisabilité de la stratégie de modélisation.

A noter que d'autres paramètres expliquent potentiellement et en partie les propriétés mécaniques. Par exemple pour la ténacité : avec la forme des ostéons, les

3. *Exploitation des résultats expérimentaux : identification de propriétés mécaniques*  
– 3.5. *Conclusion*

contraintes internes ou encore le pourcentage de la phase organique et d'eau du tissu. Ces marqueurs restent à étudier.

La perspective directe pour notre étude est d'augmenter le nombre de valeurs et d'étudier des individus d'âges différents, puisque tous les sujets sont actuellement de la même classe d'âge. L'objectif est de décrire l'aléa des propriétés mécaniques par rapport à l'hétérogénéité du matériau. Cela est réalisable en établissant et en validant des densités de probabilités des propriétés mécaniques en fonction des indicateurs d'hétérogénéité. Ces densités alimenteraient alors le modèle numérique.

# 4. Modélisation de la propagation de fissure

## Sommaire

4.1. Etat de l'art . . . . .	126
4.1.1. Les familles génériques de modèle de fissuration . . . . .	126
4.1.1.1. Modèles avec la mécanique des milieux continus . . . . .	126
4.1.1.2. Modèles de fissure cohésive . . . . .	128
4.1.1.3. Modèles de la bande de fissure . . . . .	129
4.1.1.4. Modèles XFEM . . . . .	130
4.1.1.5. Autres modèles . . . . .	131
4.1.2. Application au cas spécifique de la fissuration de l'os . . . . .	131
4.1.2.1. Echelle nanoscopique . . . . .	132
4.1.2.2. Echelle microscopique . . . . .	132
4.1.2.3. Echelle macroscopique . . . . .	132
4.1.2.4. Modèles probabilistes pour l'os cortical . . . . .	133
4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse . . . . .	133
4.2.1. Les bases physiques du modèle . . . . .	133
4.2.2. Equations mécaniques et numériques du problème . . . . .	134
4.2.3. Formulation du modèle . . . . .	136
4.2.4. Aspect probabiliste et stratégie d'alimentation du modèle . . . . .	137
4.2.5. Méthode d'utilisation du modèle . . . . .	138
4.2.6. Paramètres probabilisés et lois de probabilité . . . . .	139
4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure . . . . .	140
4.3.1. Détermination des paramètres du modèle par analyse inverse . . . . .	141
4.3.1.1. Méthodologie . . . . .	141
4.3.1.2. Analyse inverse par comparaison de la réponse numérique avec la réponse expérimentale . . . . .	142
4.3.2. Analyse et discussion des résultats . . . . .	143
4.3.2.1. Valeur moyenne de résistance à la traction . . . . .	143
4.3.2.2. Aléa sur la résistance à la traction . . . . .	147
4.3.2.3. Aléa sur l'énergie dissipée . . . . .	147
4.3.2.4. Différences aux pics entre la réponse numérique et la réponse expérimentale . . . . .	150
4.4. Conclusion sur les résultats du modèle probabiliste de propagation de fissure . . . . .	151

## 4.1. Etat de l’art

Avant toute chose, il est essentiel de définir ce qu’est un modèle de fissuration. Pour ce faire, il faut remonter à la physique des phénomènes. Considérons un volume de matière fragile ou quasi-fragile donné. A l’échelle de ce volume, l’apparition d’une fissure résulte de processus particuliers qui, en général, font passer d’un mode diffus à un mode localisé l’endommagement de la matière (au sens d’une microfissuration). La localisation correspond à la coalescence de microfissures et conduit à l’initiation de la macrofissure. Une fois formée, elle se propage (dans le volume considéré) en fonction de la sollicitation appliquée.

Le comportement global du volume sollicité se traduit alors comme ceci : en général, le phénomène de localisation apparaît au moment où la sollicitation maximale est atteinte. C’est ce qu’on appelle couramment le "pic" de comportement. La propagation de fissure se traduit, pour les matériaux quasi-fragiles, par un adoucissement, *i.e.* une perte de la capacité du volume matériel considéré à reprendre la sollicitation imposée. Le comportement post-pic adoucissant est alors significatif d’un comportement structurel. Notons également que microfissuration et propagation de fissure sont des phénomènes qui s’accompagnent d’une dissipation d’énergie.

Dès lors, un modèle de fissuration doit décrire ces deux phénomènes : (1) l’initiation d’une fissure et (2) sa propagation. Il nécessite un modèle mécanique porté par une formulation mathématique qui va décrire, par exemple, une relation entre les contraintes et les déformations locales. Il nécessite aussi un support numérique pour représenter la fissure elle-même.

### 4.1.1. Les familles génériques de modèle de fissuration

Les analyses bibliographiques s’accordent habituellement à classer ces modèles en deux grandes familles :

- Celles qui représentent les conséquences mécaniques des deux phénomènes cités précédemment (initiation et propagation). Elles intègrent souvent, dans leur formalisme mathématique, une dissipation d’énergie et éventuellement un affaiblissement de la raideur. On parle de modèle implicite.
- Celles qui représentent explicitement la fissure comme une discontinuité dans la matière. On parle de modèle explicite voir parfois (à tort) d’approches discrètes.

#### 4.1.1.1. Modèles avec la mécanique des milieux continus

Cette approche considère un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau étudié : il doit être suffisamment grand par rapport à la microstructure du matériau (pour l’inclure dans son ensemble) tout en étant le plus petit volume de matériau représentant le module élastique macroscopique du matériau.

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.1. Etat de l’art

Dès lors, dans le cas de l’endommagement, on relie la contrainte et la déformation par une loi élastique avec adoucissement (fig.4.1) [LEMAITRE et CHABOCHE 2020]. Avec l’augmentation de la déformation, le dommage  $D$  dans le matériau augmente.  $D$  est une variable interne au VER. Dans la partie pré-pic, le dommage est suffisamment diffus dans le VER pour représenter l’état du matériau. Cependant, au pic, la fissure se localise : par conséquent,  $D$  n’est plus une variable interne du VER. Il n’a plus de sens physique puisqu’il n’est plus suffisamment diffus dans le VER. Le même phénomène apparaît pour les lois de plasticité avec cette fois la déformation plastique en pointe de fissure.

Toutefois, ces modèles permettent de décrire des zones d’endommagement qui représente implicitement la fissure, bien que cela ne donne aucune information sur ses caractéristiques.

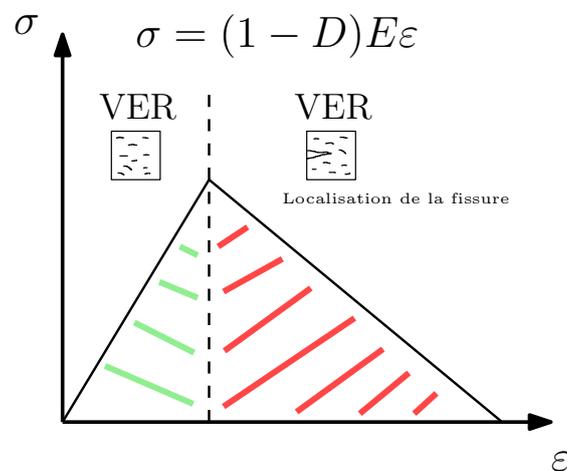


FIGURE 4.1. – Loi d’endommagement et conflit conceptuel lors de la localisation de la fissuration (post-pic en rouge)

**Principe du modèle d’endommagement** L’endommagement est défini comme "l’évolution des phénomènes entre l’état vierge (de tout endommagement) et l’amorçage de la fissure macroscopique" dans l’ouvrage de LEMAITRE et CHABOCHE 2020 sur la mécanique des matériaux solides. Un modèle de ce processus physique vise à décrire la détérioration d’un élément de volume soumis à différentes sollicitations : plasticité, fatigue, chargement, oxydation, corrosion, irradiation. On considère un matériau vierge d’endommagement, un matériau ne présentant ni défauts ni cavités, ou de façon plus pragmatique, élaboré dans les meilleures conditions. L’endommagement est alors relatif et pose souvent le souci de l’état initial. Pour cela il est défini comme le premier état d’où l’histoire des sollicitations est connue. L’état final correspond à la rupture de l’élément de volume.

Prenons un élément de volume représentatif du matériau et sa section  $S$ . On distingue  $S_D$  l’aire totale des défauts dans cette même section. La section effective  $\tilde{S}$  est donc la soustraction de  $S$  par  $S_D$ .

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.1. Etat de l’art

En unidimensionnel, la contrainte  $\sigma$  est égale à l’effort sur la section. Lors d’un endommagement isotrope,  $\tilde{S}$  est égale à  $S(1 - D)$ . RABOTNOV 1959 introduit la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  (eq.4.1)<sup>1</sup> :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (4.1)$$

Une loi d’endommagement décrit l’évolution du paramètre d’endommagement  $D$  en fonction de paramètres cohérents avec l’affection à laquelle est soumise le matériau.

**Modèle de fissuration** Un modèle de fissuration vise à décrire l’évolution de la fissure macroscopique jusqu’à la rupture. C’est l’étape qui suit l’apparition de la fissure macroscopique, décrite par la théorie de l’endommagement. Comme expliqué dans le paragraphe 1.2.1.2, le taux de restitution d’énergie traduit l’accroissement de la longueur de la fissure. Pour un cas général simplifié, la méthodologie de modélisation de la fissuration est schématisée par l’organigramme 4.2. Dans la boucle de calcul, on évalue d’abord l’endommagement au sein de chaque élément, puis on calcule l’accroissement de la fissure au sein du matériau [LEMAITRE et CHABOCHE 2020]. Pour définir la création des deux surfaces libres lors de l’ouverture, plusieurs méthodes existent : suppression de l’élément endommagé, éléments d’interfaces, remaillage...

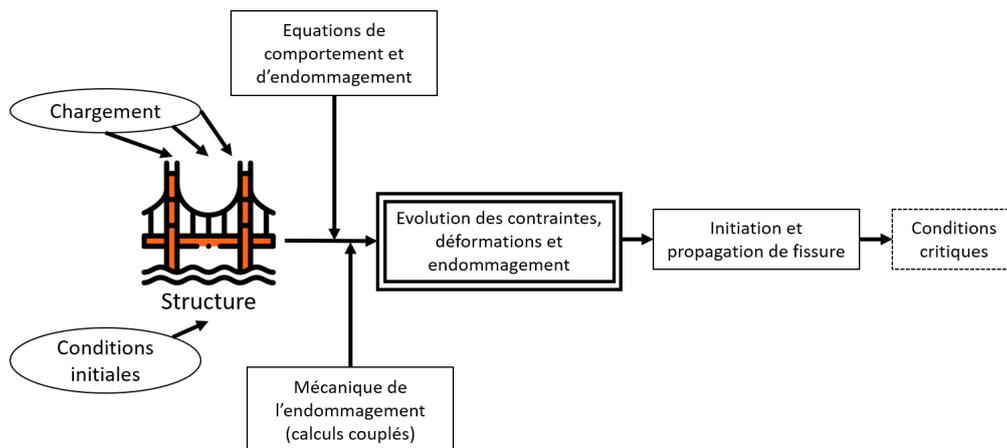


FIGURE 4.2. – Organigramme de la méthode de modélisation de la fissuration couplée à de l’endommagement, tiré de LEMAITRE et CHABOCHE 2020

##### 4.1.1.2. Modèles de fissure cohésive

Les modèles de fissure cohésive décrivent la formation de la fissure comme un phénomène graduel de séparation des surfaces de fissures dans le fond d’entaille. Ils décrivent les forces de cohésion entre les éléments du matériau (noeuds) (fig.4.3). DUGDALE 1960 étudie la limite plastique de tôles d’acier et définit le déplacement

1. En tridimensionnel, le rapport entre la section et la section effective ne dépend pas de la normale. La relation pour la contrainte effective s’applique sur le tenseur contrainte effective.

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.1. Etat de l’art

d’ouverture d’entaille  $\delta_w$  par l’équation 4.2 en mode I. BARENBLATT 1962 adapte cette formulation au matériau fragile par l’équation 4.3 reliant le taux de restitution d’énergie critique  $G_c$  à la résistance à la traction  $\sigma_{yy}$  (qui est égale à la résistance cohésive des liens), la taille critique de la zone cohésive  $r_{co}$ , et le module d’Young  $E$ , mais aussi à deux fois l’énergie de surface  $\gamma_s$  (théorie de Griffith).

$$\begin{aligned} \delta_w &= \frac{K^2}{\sigma_y E} \quad \text{en contraintes planes} \\ &= \frac{K^2}{2\sigma_y E} \quad \text{en déformations planes} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} G_c &= \frac{8\sigma_{yy}r_{co}}{\pi E} \\ &= 2\gamma_s \end{aligned} \quad (4.3)$$

HILLERBORG, MODÉER et PETERSSON 1976 développe le modèle explicite de fissure fictive sur la base du modèle de fissure cohésive de Dugdale et Barenblatt. Les nœuds du maillage sont doublés et leur comportement est caractérisé par une loi décrivant les efforts de cohésion entre ces nœuds doublés en fonction du déplacement d’ouverture d’entaille  $\delta_w$  (fig.4.3).

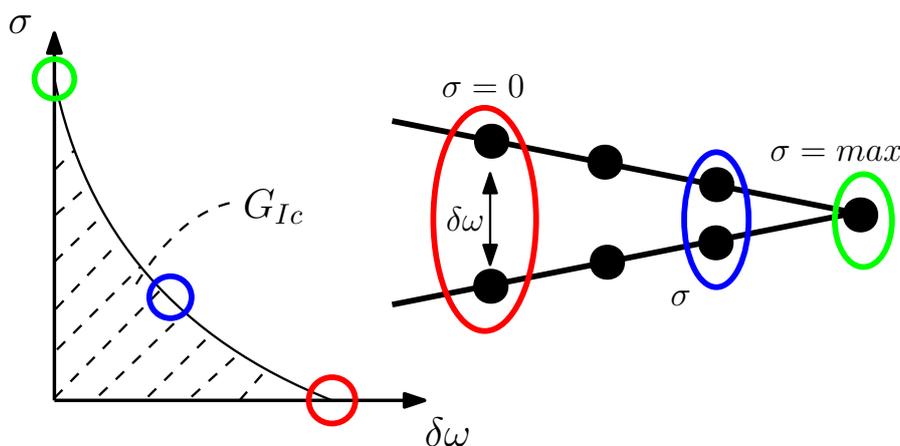


FIGURE 4.3. – Schéma et loi de comportement d’un modèle de fissure cohésive

##### 4.1.1.3. Modèles de la bande de fissure

Le modèle de bande de fissure (fig.4.4) est mis au point par BAŽANT et OH 1983 en s’appuyant sur le modèle de Hillerborg. La fissure est modélisée en tant que bande de fissure de largeur  $l_c$ . Sous chargement, les microfissures génèrent de multiples petites ouvertures au sein d’un VER, qui additionnées, sont égales à l’ouverture totale  $\omega$ . La déformation est donc égale à  $\omega$  sur la largeur de la bande  $l_c$  ( $\epsilon = \omega/l_c$ ). La contrainte est décrite en fonction de l’ouverture où l’aire sous la courbe représente l’énergie surfacique de fissuration. Le lien précédent entre déformation, ouverture et largeur

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.1. Etat de l’art

de la bande de fissure permet une régularisation énergétique (sur l’énergie dissipée) en décrivant la contrainte en fonction de la déformation où l’aire sous la courbe est l’énergie de fissuration volumique. La régularisation permet de rendre le calcul indépendant de la taille des éléments du maillage<sup>2</sup>. C’est un modèle équivalent à un modèle d’endommagement mais qui est semi-explicite car il permet de décrire les caractéristiques de la fissure à une échelle macroscopique.

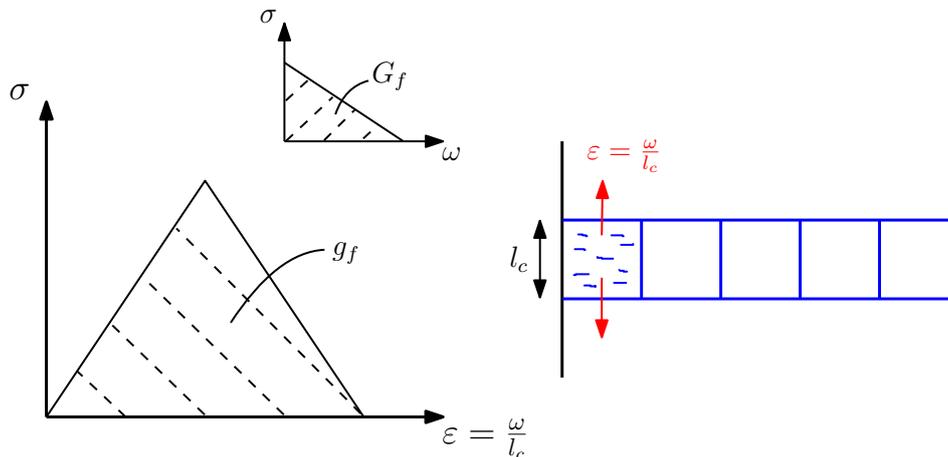


FIGURE 4.4. – Schéma et loi de comportement d’un modèle de bande de fissure

##### 4.1.1.4. Modèles XFEM

La méthode des éléments finis étendus ou XFEM est une évolution de la méthode des éléments finis : elle permet de prendre en compte les discontinuités dans un domaine, jusqu’à lors préjudiciables à la convergence des modèles. L’idée est d’enrichir les éléments au moyen de fonctions décrivant les singularités se formant dans le matériau (fissures) (eq.4.4). En conséquence, cela permet d’éviter un remaillage après chaque pas de calcul, qui est fort coûteux en ressources [MOËS et BELYTCHKO 2002].

MELENK et BABUŠKA 1996 ajoute un champ analytique qui intègre alors la mécanique linéaire de la rupture en prenant en compte les forces de rappel au sens de Barenblatt. Cette méthode est ensuite maintes fois améliorée depuis et s’est imposée dans le domaine de la fissuration puisqu’elle permet de décrire un champ de déplacement discontinu [MOËS et BELYTCHKO 2002]. Outre l’avantage de ne pas nécessiter un remaillage à chaque incrément et de décrire explicitement la fissure, cette méthode est toutefois coûteuse en ressources de calcul de par son principe.

2. Il existe quatre types de régularisation : 1) sur l’énergie ou sur l’endommagement, qui se scinde avec une méthode 2) intégrale, 3) sur le gradient d’endommagement ou sur 4) le gradient de déformation

$$u(x) = N(x)U^e + \Phi(x)A^d$$

où  $u$  est le déplacement,  $N$  l’ensemble des noeuds,  $U$  les degrés de liberté et  $\Phi(x)$  la fonction d’interpolation avec  $A^d$  ses coefficients

(4.4)

#### 4.1.1.5. Autres modèles

D’autres types de modèles de fissuration existe comme les modèles XIGA couplant la méthode XFEM avec à l’analyse isogéométrique (IGA) par la description des géométries avec des courbes NURBS, comme sur les logiciels de CAO [YADAV, GODARA et BHARDWAJ 2020]. Les modèles lattice ou réseau discrétise la structure avec des tessellations (Voronoi, Delaunay, ...). Les cellules obtenues sont liées entre elles par des poutres représentant leurs liens cohésifs. Ce modèle explicite discret représente la fissure par la rupture de ces liens lorsque la limite critique est dépassée [NIKOLIĆ, KARAVELIĆ, IBRAHIMBEGOVIC et al. 2018] (fig.4.5).

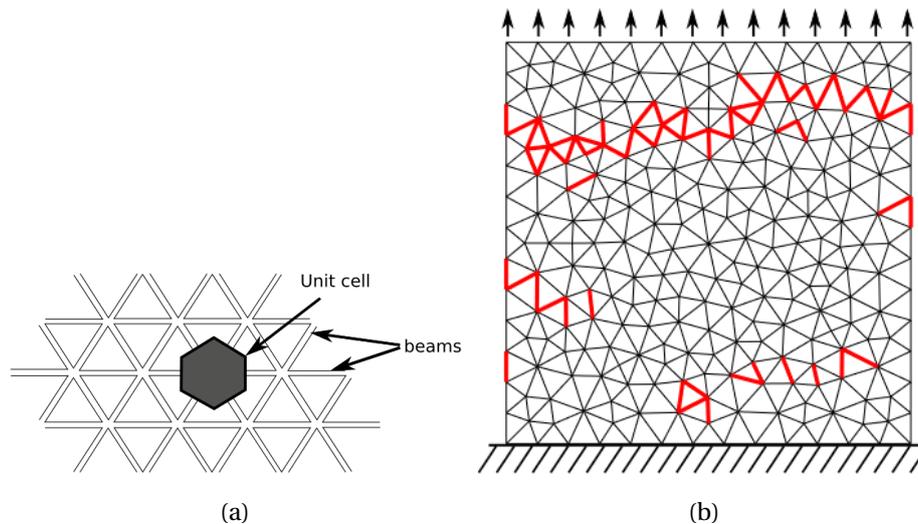


FIGURE 4.5. – Modèle lattice, a)un maillage régulier et b)un résultat de calcul, tiré de NIKOLIĆ, KARAVELIĆ, IBRAHIMBEGOVIC et al. 2018

#### 4.1.2. Application au cas spécifique de la fissuration de l’os

La revue bibliographique de SABET, RAEISI NAJAFI, HAMED et al. 2016 dresse un bilan des modèles de fissuration et de résistance de l’os cortical à différentes échelles. Plusieurs références non-présentes dans l’état de l’art précédemment cité sont ajoutés ci-dessous, notamment pour la période après 2016.

#### 4.1.2.1. Echelle nanoscopique

Plusieurs modèles ont été développés à l’échelle des fibres de collagènes et des cristaux d’hydroxyapatite afin de comprendre leurs mécanismes de rupture. Une meilleure compréhension de ces phénomènes permet de déterminer leurs effets aux échelles supérieures. L’essentiel de ces modèles visent à analyser les ruptures de liens entre la matière organique et la matière minérale, mais aussi l’effet de l’assemblage des deux composants [GAO 2006; SABET, RAEISI NAJAFI, HAMED et al. 2016; SCHWARCZ, ABUEIDDA et JASIUK 2017]. Toutefois, la majorité de ces modèles (analytiques et numériques) sont des représentations 2D. De plus, la nature de l’arrangement des cristaux d’hydroxyapatite est encore débattue, complexifiant les choix de modélisation.

#### 4.1.2.2. Echelle microscopique

Les modèles à l’échelle microscopique peuvent utiliser un modèle de fissure cohésive [MISCHINSKI et URAL 2011; URAL et Deepak VASHISHTH 2014; M. WANG, S. LI, A. v. SCHEIDT et al. 2020] mais la majorité modélise le système haversien avec la méthode des éléments finis étendus ou XFEM. Certaines études modélisent un unique ostéon [GUSTAFSSON, WALLIN, KHAYYERI et al. 2019; IDKAIDEK et JASIUK 2017; VERGANI, COLOMBO et LIBONATI 2014], tandis que d’autres créent une aire remplie d’ostéons dans la matrice osseuse [A. A. ABDEL-WAHAB, MALIGNO et SILBERSCHMIDT 2012; GINER, BELDA, ARANGO et al. 2017; S. LI, A. ABDEL-WAHAB, DEMIRCI et al. 2013; JONVAUX, HOC et BUDYN 2012]. Les conclusions de ces études montrent l’impact de la structure des ostéons et particulièrement de la ligne cémentante sur la propagation de la fissure.

#### 4.1.2.3. Echelle macroscopique

Les études de la littérature se focalisent sur la modélisation de la fissuration du col du fémur car c’est le traumatisme handicapant la mobilité qui est le plus courant [DRAGOMIR-DAESCU, OP DEN BUIJS, MCELIGOT et al. 2011; HAMBELI, BETTAMER et ALLAOUI 2012] et en XFEM [GRASA, BEA et DOBLARÉ 2007; MARCO, GINER, LARRAÍNZAR-GARIJO et al. 2017]. On retrouve des modèles sur des spécimens d’os cortical autre que le col du fémur, comme la diaphyse fémorale ou tibiale [DONALDSON, RUFFONI, SCHNEIDER et al. 2014; DEMIRTAS, TAYLOR, GLUDOVATZ et al. 2023; PITHIOUX, CHABRAND et MAZEROLLE 2002; JUNDT 2007].

Les travaux de DEMIRTAS, TAYLOR, GLUDOVATZ et al. 2023 reconstruisent la microstructure haversienne d’un échantillon de petite dimension. Ils confondent les ostéons avec l’os interstitiel pour les propriétés mécaniques mais considèrent la ligne cémentante comme un élément cohésif. L’avantage de cette méthode est de pouvoir inclure directement la microstructure dans le modèle de l’échantillon macroscopique. Elle montre l’influence du système haversien sur les processus de fissuration. Elle met également en lumière l’impact de la ligne cémentante sur le chemin de la fissure. Cependant, cette technique est coûteuse en ressources de calcul.

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

La plupart, voir la quasi-totalité de ces modèles sont des modèles d'endommagement qui ne tiennent pas compte de l'hétérogénéité du matériau. L'utilisation de la méthode XFEM, bien qu'avantageuse pour les problèmes liés à des discontinuités, montre ses limites pour décrire la propagation de la fissure.

##### 4.1.2.4. Modèles probabilistes pour l'os cortical

Les modèles de fissuration pour l'os cortical de la littérature sont déterministes. Ils ne tiennent pas compte d'aléas comme la variabilité des propriétés mécaniques induites par l'hétérogénéité du matériau. La bibliographie ne contient que très peu d'approches probabilistes. L'approche probabiliste de GRASA, BEA et DOBLARÉ 2007 détermine les statistiques du déplacement des nœuds d'un maillage avec la méthode des éléments finis étendus. Les éléments complètement traversés par la fissure sont distingués de ceux contenant la pointe d'entaille à cause de leurs degrés de liberté différents. Le champ de déplacement est alors calculé avec les degrés de libertés  $\beta_i$  des deux cas cités précédemment afin de respecter équation d'équilibre 4.5, où  $K$  est la matrice de rigidité globale,  $u$  le champ de déplacement et  $f$  les forces extérieures. GRASA, BEA et DOBLARÉ 2007 rappellent qu'il est possible de trouver des expressions similaires pour les contraintes et les déformations.

$$K(\beta_i)u(\beta_i) = f(\beta_i) \quad (4.5)$$

Ils concluent sur le fait que dans un calcul avec les efforts distribués aléatoirement, la solution trouvée est exacte car la relation force/déplacement est linéaire. Lorsque d'autres variables aléatoires sont considérées, la précision des résultats dépend fortement de la dispersion des données d'entrée.

## 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

### 4.2.1. Les bases physiques du modèle

Le modèle choisi doit représenter les processus physiques inhérents à la physique du matériau. En d'autres termes, il doit modéliser le comportement global de l'os à l'échelle macroscopique en décrivant l'initiation et la propagation de la fissure (chemin, nombre, ouverture) à une échelle locale. Il doit également tenir compte de l'hétérogénéité du matériau.

Le modèle choisi est un modèle de fissuration continu semi-explicite sur la base d'un modèle de bande de fissure, décrit par RASTIELLO 2013. Il a l'avantage de combiner la simplicité relative des modèles implicites, robustes pour l'échelle macroscopique, et la description raisonnable des processus de fissuration avec un coût de calcul moindre comparé aux approches explicites. Le modèle est enrichi par une distribution aléatoire des propriétés mécaniques sur les éléments du maillage au moyen de lois de probabilités. A terme, ces lois relient les indicateurs d'hétérogénéité aux propriétés mécaniques

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

affectées. Dans notre cas, ces relations n'ont pas été clairement établies par rapport à notre population réduite mais les résultats de la section "[Liens entre microstructure et propriétés mécaniques](#)" du chapitre 3 donnent des pistes qui orientent le choix de ces lois ainsi que leurs paramètres. Cet aspect probabiliste est basé sur une idée originale de P. ROSSI, WU, LE MAOU et al. 1994, développé initialement pour les composites cimentaires.

Conceptuellement parlant, le modèle considère l'ensemble des processus physiques réels de fissuration pouvant se développer dans un volume de matière sollicité comme une macrofissure équivalente qui, en se propageant, conduit à une dissipation d'énergie.

Le modèle numérique utilise le cadre de la méthode des éléments finis. Pour traduire l'approche mécanique conceptuelle à l'échelle d'un élément fini, on choisit un modèle d'endommagement avec un adoucissement linéaire. Dans un premier temps ce modèle sera considéré comme isotrope. Le choix d'un modèle d'endommagement est justifié ici par le fait qu'il permet de traduire simplement une dissipation locale d'énergie (liée à la propagation des processus de fissuration). Son implémentation numérique est en outre relativement simple. En revanche, nous considérons que la variable d'endommagement n'a pas la vocation de caractériser la fissuration, en aucun cas. Nous considérons simplement que lorsque toute l'énergie dissipable est effectivement dissipée, la variable d'endommagement est égale à 1 et l'élément fini est effectivement fissuré. Le formalisme mathématique du modèle est décrit dans la section suivante.

#### 4.2.2. Equations mécaniques et numériques du problème

Soit  $\Omega$  un corps déformable dans un repère lagrangien. Le tenseur des déformations  $\underline{\underline{\epsilon}}$  du milieu continu est caractérisé par le champ des déplacements  $\underline{\mathbf{u}}$  qui est supposé suffisamment régulier. Sous l'hypothèse de déformations infinitésimales, l'opérateur des déformations linéarisé est :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla \underline{\mathbf{u}} + \nabla^T \underline{\mathbf{u}}) \quad (4.6)$$

D'après la seconde loi de Cauchy, le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  est de forme bilinéaire symétrique car il est égal à sa transposée,  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^T$ . Dans ce cas, la première loi de Cauchy donne l'équation d'équilibre 4.7 pour tout point  $\mathbf{x}$  appartenant à  $\Omega$  en régime quasi-statique, où les termes d'accélération  $\rho \underline{\mathbf{a}}$  sont négligés.  $\rho \underline{\mathbf{f}}$  sont les forces de volume.

$$\nabla \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{\mathbf{f}} = 0 \quad (4.7)$$

Sous les conditions énoncées précédemment, le théorème des travaux virtuels (dans le cas statique) établit l'unicité de la solution du problème aux dérivées partielles et représente la version globale des équations d'équilibre. Pour tout champ de déplacement virtuel  $\underline{\mathbf{u}}^* = \underline{\mathbf{u}}$  sur  $\partial\Omega_u$  :

4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} : \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}} dV = \int_{\Omega} \rho \underline{\underline{\mathbf{f}}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{u}}}^* dV + \int_{\partial\Omega_{td}} \underline{\underline{\mathbf{t}}}^d \cdot \underline{\underline{\mathbf{u}}}^* dS + \int_{\partial\Omega_u} (\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}_e \cdot \underline{\underline{\mathbf{n}}}) \cdot \underline{\underline{\mathbf{u}}}^d dS \quad (4.8)$$

Dans la relation 4.8,  $\underline{\underline{\mathbf{n}}}$  représente le vecteur normal au point  $\mathbf{x}$ .  $\Omega_u$  représente le bord de  $\Omega$  où sont appliquées les conditions limites de type Dirichlet  $\underline{\underline{\mathbf{u}}}^d$ .  $\Omega_{td}$  représente le bord de  $\Omega$  où sont appliquées les conditions limites de type Neumann  $\underline{\underline{\mathbf{t}}}^d$ . On partage la frontière  $\Omega$  en deux parties telles que :

$$\partial\Omega_u \cup \partial\Omega_{td} = \partial\Omega, \quad \partial\Omega_u \cap \partial\Omega_{td} = \emptyset \quad (4.9)$$

Le cadre de résolution numérique est celui de la méthode des éléments finis. Le corps déformable  $\Omega$  est discrétisé en  $i$  sous-domaines  $\Omega_e$ , ou éléments finis  $e_i$  reliés entre eux par  $n$  noeuds.  $n_e$  est le nombre de noeuds de l'élément fini  $\Omega_e$ .  $n_{dl}$  est le nombre de degrés de liberté pour un point  $\mathbf{x}$  du corps déformable  $\Omega$ . Le champ de déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  dans  $\Omega_e$  est donné par l'équation 4.10, où le vecteur  $\mathbf{d}_e$  représente les déplacements nodaux et la matrice  $\mathbf{N}_e(\mathbf{x})$  les fonctions d'interpolation de l'élément.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{N}_e(\mathbf{x}) \mathbf{d}_e \quad (4.10)$$

Par analogie avec l'équation 4.6, on a le champ des déformations (qui est une représentation sous forme de vecteur colonne du tenseur des déformations)  $\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x})$ , où  $\mathbf{B}_e(\mathbf{x})$  équivaut à la partie symétrique de  $\mathbf{N}_e(\mathbf{x})$ , qui s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_e(\mathbf{x}) \mathbf{d}_e \quad (4.11)$$

En repartant de l'équation 4.8, avec l'absence de forces de volume  $\rho \underline{\underline{\mathbf{f}}} = 0$ , l'équation d'équilibre avec le principe des travaux virtuels donne pour un élément  $e$  :

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}_e : \mathbf{B}_e^T \mathbf{d}_e dV = \int_{\partial\Omega_{td}} \mathbf{t}^d \cdot (\mathbf{N}_e^T \mathbf{d}_e)^* dS + \int_{\partial\Omega_u} (\boldsymbol{\sigma}_e \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{N}_e^T \mathbf{d}_e)^d dS \quad (4.12)$$

La loi constitutive entre la contrainte et la déformation dans le cadre d'un matériau élastique linéaire, où  $\mathbf{C}_e$  correspond à la matrice des coefficients élastiques, est :

$$\boldsymbol{\sigma}_e = \mathbf{C}_e \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad \text{où} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{B}_e \mathbf{d}_e \quad (4.13)$$

Par équivalence, on peut écrire la relation 4.12 comme une égalité entre la matrice de rigidité  $\mathbf{K}_e$  multipliée par le vecteur des déplacements nodaux  $\mathbf{d}_e$  et la somme des forces extérieures  $\mathbf{f}_e^{\text{ext}}$  (conditions limites de Dirichlet et de Neumann, termes de droite dans l'équation 4.12) :

$$\mathbf{K}_e \mathbf{d}_e = \mathbf{f}_e^{\text{ext}} \quad (4.14)$$

En assemblant la matrice de rigidité globale du système par assemblage des rigidités de chaque élément avec  $\mathbf{A}$  l'opérateur d'assemblage :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}_e = \mathbf{A} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{C}_e \mathbf{B}_e dV \quad (4.15)$$

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

On résout donc le problème mécanique en cherchant le vecteur des déplacements nodaux  $\mathbf{d}_e$  qui est solution de l'équation 4.14 avec les conditions aux limites  $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$  sur  $\partial\Omega$ .

### 4.2.3. Formulation du modèle

Le formalisme du modèle repose sur l'idée de l'utilisation d'une loi d'endommagement classique comme outil mathématique pour dissiper de l'énergie dans les éléments du maillage [J. TAILHAN, DAL PONT et Pierre ROSSI 2010]. La loi d'endommagement élastique linéaire avec adoucissement est de la forme de l'équation 4.17, où pour un élément  $e$  considéré,  $\sigma$  est la contrainte,  $\varepsilon$  la déformation dans la direction principale,  $E_0$  le module élastique initial (élément sain) et  $E$  le module en fonction de l'endommagement  $D$ . La figure 4.6 décrit la loi de comportement pour un élément du maillage dans sa direction principale. L'aire sous la courbe représente la densité volumique d'énergie dissipée et  $R_T$  la résistance à la traction.

La théorie de Griffith stipule que pour une rupture fragile la fissure se propage si l'énergie dissipée  $G$  est au moins égale à deux fois l'énergie spécifique de rupture par unité de surface  $\gamma_s$ . Cela correspond à la valeur critique du taux de restitution d'énergie qui est la valeur seuil d'énergie à partir de laquelle la fissure se propage :

$$G_c = 2\gamma_s \quad (4.16)$$

L'approche consiste à supposer qu'un élément totalement endommagé (eq.4.18) signifie que l'énergie consommée (aire sous la courbe bleue dans la figure 4.6 gauche) est égale à la valeur critique du taux de restitution d'énergie  $G_c$ . Il est donc considéré comme complètement traversé par la macrofissure et n'a donc plus de tenue mécanique : il est supprimé à l'itération concernée, décrivant la propagation de la fissure à cet instant. La loi de comportement élastique endommageable s'écrit :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{\mathbf{E}}} \underline{\underline{\varepsilon}} \\ \underline{\underline{\mathbf{E}}} &= \underline{\underline{\mathbf{E}_0}} (1 - D) \end{aligned} \quad (4.17)$$

L'endommagement est contrôlé par une déformation équivalente, qui peut être prise égale à la partie positive de la projection du champ de déformation dans la direction normale.

L'endommagement ne peut évoluer que si la déformation équivalente dépasse le seuil d'endommagement, lequel évolue en fonction du chargement. On prend alors comme valeur seuil, la plus grande valeur de déformation équivalente atteinte au cours du calcul. Cette valeur est initialisée à  $\varepsilon_0$  en début de calcul. La relation définissant l'évolution de l'endommagement pour un pas de calcul  $i$  est alors donnée ci-dessous, avec  $\varepsilon_c = 2g_c/R_T$ , la déformation maximale critique, où  $g_c = G_c/l_e$  ( $l_e$  la longueur de l'élément).

4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

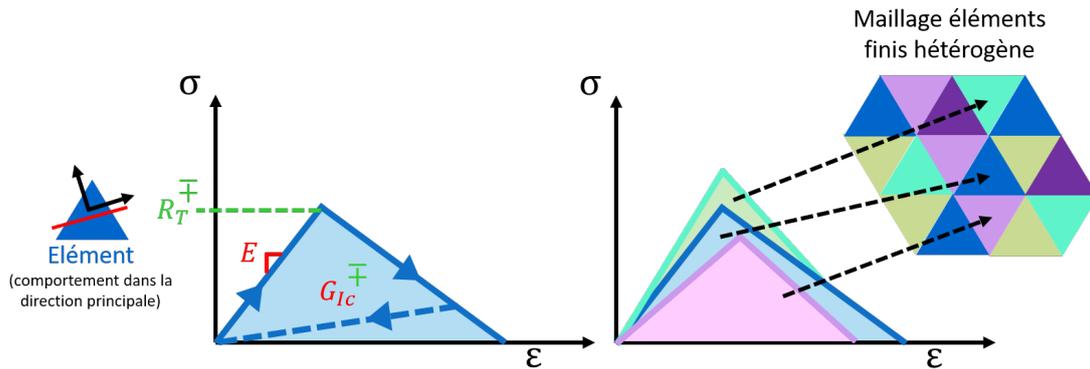


FIGURE 4.6. – Loi de comportement du modèle de fissuration probabiliste

$D = 0$  élément sain, pas d'énergie dissipée

$0 < D < 1$  élément endommagé partiellement, énergie dissipée (4.18)

$D = 1$  élément complètement endommagé, énergie entièrement dissipée

$$g(\varepsilon_{i+1}) = \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_0}{\varepsilon_c - \varepsilon_0} \quad (4.19)$$

$$D_{i+1} = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{i+1}} (1 - g(\varepsilon_{i+1})) \quad (4.20)$$

#### 4.2.4. Aspect probabiliste et stratégie d'alimentation du modèle

L'aspect probabiliste du modèle vient sur la dispersion des propriétés mécaniques affectées aux éléments. L'énergie dissipée et la contrainte d'initiation de la fissuration ont chacune une densité de probabilité en lien avec l'hétérogénéité du matériau. La section suivante se concentre sur l'estimation de la dispersion sur ces grandeurs, nécessaires au fonctionnement du modèle. Sur la base d'essais expérimentaux, il est possible de déterminer des densités de probabilité afin de retrouver le comportement global de l'échantillon. Ces densités sont affectées au maillage éléments finis, le rendant hétérogène (fig.4.6). Les éléments finis utilisés sont tétraédriques (4 nœuds pour notre cas tri-dimensionnel). Ce choix est fait pour deux raisons principales : c'est un élément peu coûteux et qui permet de mailler des géométries complexes telles que la diaphyse fémorale. La taille des éléments est de 1.3 mm, car elle conduit à un volume d'élément de la taille d'un voxel de nos scanners. De plus, cela permet éventuellement de relier des propriétés mécaniques qu'on identifierait à cette échelle avec des observations futures faites par micro-tomographie. En outre, cette taille permet de mailler raisonnablement l'os sans conduire à des calculs trop coûteux.

Le modèle nécessite 4 paramètres importants :

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

- Le module d'Young : La détermination de ce module  $E$  est expliquée dans le [chapitre 3](#). Il décrit la pente de la loi de comportement. On le considère comme constant (non-aléatoire) en première approximation, en supposant que son influence est faible sur les processus locaux de fissuration en mode I.
- Les propriétés de rupture du matériau, caractérisées par la ténacité. La détermination du  $G_{Ic}$  est expliquée dans le [chapitre 3](#). Il permet de définir l'aire sous la courbe représentant l'énergie dissipée lors de la propagation de la fissure.  $G_{Ic}$  est considéré comme une grandeur intrinsèque au matériau. Elle permet de définir en valeur moyenne l'énergie de fissuration. Comme le matériau est hétérogène, cette grandeur est susceptible de varier autour de sa valeur moyenne.
- La contrainte d'initiation de la fissuration  $R_T$ , décrivant le pic de la loi de comportement, où la macrofissure apparaît. Cette grandeur est considérée aléatoire et a priori dépendante de la taille de l'élément.
- L'identification de l'aléa de ces propriétés mécaniques en fonction de la microstructure. Cette partie se basera sur les tendances mises en avant dans la [section 4 du chapitre 3](#) entre les indicateurs d'hétérogénéité et les propriétés mécaniques  $E$  et  $G_{Ic}$  de notre population. L'aléa sur la résistance est étudiée dans la section suivante.

#### 4.2.5. Méthode d'utilisation du modèle

La méthode Monte-Carlo permet, compte tenu des distributions aléatoires des propriétés, d'analyser statistiquement les résultats des simulations et d'acquérir les réponses structurelles des échantillons : pour une simulation, les propriétés mécaniques sont affectées aléatoirement aux éléments du maillage avec les densités de probabilité propres à chacune.

Un grand nombre de simulations est réalisé, chaque simulation correspondant à un tirage aléatoire de propriétés. A noter que chaque calcul est déterministe : les propriétés mécaniques sont distribuées aléatoirement pour une réalisation  $n$ . Elles sont ensuite redistribuées aléatoirement pour la réalisation  $n + 1$ . Un nombre significatif  $n$  de simulations permet de dégager une tendance dans la réponse numérique et la propagation de la fissure de l'échantillon, résultat final de la méthode<sup>3</sup>. Le résultat est la courbe d'effort en fonction du déplacement d'ouverture d'entaille. Ceci permet de comparer l'allure de la courbe du modèle probabiliste à l'allure globale sans cycles de la courbe expérimentale. Ce résultat a été démontré plusieurs fois comme fidèle et fiable par rapport aux fissures réelles dans le cadre expérimental [RASTIELLO 2013].

Seul la résistance à la traction ainsi que l'énergie de fissuration sont distribuées selon une densité de probabilité. Le module d'Young reste moyen sur tous les éléments constituant le tronçon osseux. Cette simplification reste raisonnable puisque le module moyen choisi correspond à celui de l'os modélisé. Un travail ultérieur vise à attribuer un module d'élasticité local en fonction des données de tomographie. La

---

3. La méthode s'apparente à l'estimation de la probabilité d'obtenir pile ou face avec une pièce :  $P("Pile") \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1/2$

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.2. Une modélisation probabiliste de la fissuration osseuse

sous-section 4.2.6 décrit la méthode d'analyse inverse utilisée pour déterminer les dispersions de la résistance et de l'énergie de fissuration.

##### 4.2.6. Paramètres probabilisés et lois de probabilité

Les variables aléatoires sont ici définies comme la contrainte d'initiation de la fissuration et l'énergie de fissuration. Les simulations dépendent directement des paramètres des fonctions de densité de probabilité des deux variables aléatoires. Toutefois, ces informations ne sont pas connues. Leurs distributions peuvent être déterminées par analyse inverse sur la base des données expérimentales décrites dans le chapitre 2.

On fait l'hypothèse que la distribution de l'une est indépendante de la distribution de l'autre. Par analogie avec le modèle existant sur les bétons, la résistance et l'énergie de fissuration sont distribuées respectivement avec une loi de Weibull [WEIBULL 1951] et une loi log-normale. La loi de Weibull est couramment utilisée pour décrire la dispersion de la résistance d'un matériau [ANDERSON 2005]. Elle est décrite par Weibull par rapport à la théorie du maillon faible et renseigne sur la dispersion par rapport à la taille des défauts dans un matériau. La loi log-normale est choisie pour sa polyvalence ainsi que sa capacité à modéliser une grande partie des phénomènes naturels.

**Loi de Weibull** C'est une loi de probabilité continue. La fonction définissant sa densité de probabilité dans sa version à deux paramètres  $k > 0$  (paramètre de forme) et  $\lambda > 0$  (paramètre d'échelle de distribution) pour une variable aléatoire  $X$  est :

$$f(x, k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad \text{où } x \in (0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R} \quad (4.21)$$

L'espérance  $\mathbb{E}(X)$  et la variance  $\mathbb{V}(X)$  (pour la loi de Weibull, la variance est égale au carré de l'écart type, qui est une mesure de la dispersion) sont données par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X) &= \mu = \lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \\ \mathbb{V}(X) &= \sigma^2 = \lambda^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \mu^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

où  $\Gamma(n) = (n-1)!$  pour tout  $n$  entier strictement positif

**Loi log-normale** C'est une loi de probabilité continue. Si la variable aléatoire  $Y = \ln(X)$  est distribuée selon une loi normale d'espérance  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ , alors la variable aléatoire  $X$  est distribuée selon une loi log-normale de paramètre  $\mu$  et  $\sigma^2$ . Sa densité de probabilité est donnée par la fonction :

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{où } x \in (0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R} \quad (4.23)$$

L'espérance  $\mathbb{E}(X)$  et la variance  $\mathbb{V}(X)$  sont données par :

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \\ \mathbb{V}(X) &= (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}\end{aligned}\tag{4.24}$$

A partir de là, on peut calculer  $\mu$  et  $\sigma^2$  grâce aux relations :

$$\begin{aligned}\mu &= \ln(\mathbb{E}(X)) - \frac{1}{2}\sigma^2 \\ \sigma^2 &= \ln\left(1 + \frac{\mathbb{V}(X)}{\mathbb{E}(X)^2}\right)\end{aligned}\tag{4.25}$$

**Ecriture des paramètres de l'analyse inverse** Par soucis de clarté, on définit  $d_r = \sigma_{WB}$  et  $d_g = \sigma_{LN}$  comme la dispersion de la résistance et de l'énergie de fissuration respectivement. De la même manière,  $m_r = \mu_{WB}$  et  $m_g = \mu_{LN}$  comme la "moyenne" de la résistance et de l'énergie de fissuration respectivement. L'analyse inverse revient donc à trouver les paramètres  $m_r$ ,  $m_g$ ,  $d_r$  et  $d_g$  tels que la réponse globale numérique soit égale à la réponse globale expérimentale.

### 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

Le modèle présenté dans la section précédente nécessite la connaissance de trois paramètres pour le matériau : un module d'élasticité, une contrainte limite de traction et une énergie de fissuration. En toute logique, le matériau étant hétérogène, ces trois paramètres doivent être distribués aléatoirement, et les distributions utilisées doivent caractériser le comportement du volume de matière sollicitée, à savoir celui de l'élément fini, support numérique du modèle.

Dans un objectif de simplification, et en première approximation, le module d'Young sera pris constant et égal à sa valeur moyenne. Cette valeur est celle identifiée dans le chapitre 3, section "[Détermination du module d'Young](#)". Les deux autres paramètres, en revanche, sont maintenus aléatoires. Ils sont distribués selon les distributions présentées dans la section "[Identification de l'aléa](#)", à savoir : une distribution de Weibull pour la contrainte limite de traction et une distribution log-normale pour l'énergie de fissuration. Concernant cette dernière, on fait l'hypothèse que sa valeur moyenne est connue et constante (dans le sens où elle est non sujette à des effets d'échelle). Cette hypothèse est cohérente avec le fait que cette énergie de fissuration est prise égale à  $G_{Ic}$ , considéré ici comme une propriété intrinsèque du matériau hétérogène. La valeur de  $G_{Ic}$  retenue est celle déterminée dans le [chapitre 3](#).

Dès lors, l'objectif de cette partie du travail est de déterminer par analyse inverse les caractéristiques restant inconnues des distributions de la contrainte limite de traction et de l'énergie de fissuration. Il convient donc de déterminer : la valeur moyenne et la dispersion sur la contrainte limite de traction ainsi que la dispersion sur l'énergie de fissuration. L'analyse inverse est faite par comparaison des simulations numériques aux réponses expérimentales dont on dispose pour différentes valeurs préalablement choisies de ces trois inconnues.

La mise en œuvre de ce travail est particulièrement coûteuse en temps de calcul. Elle est néanmoins nécessaire à l'approche proposée. Elle sera cependant appliquée à deux os seulement dans le cadre de cette thèse car notre objectif ici est avant tout de démontrer la faisabilité de la démarche. La réalisation complète de l'analyse inverse fera l'objet d'une étude ultérieure plus poussée. Les deux os retenus sont le 9021D et le 6121G du groupe GS1, présentés dans le [chapitre 2](#). Ce choix est fait car (i) leurs réponses expérimentales sont très différentes, (ii) leurs valeurs de ténacités sont aussi différentes (5.573 et 4.456), enfin, leurs microstructures peuvent également être considérées sur un plan statistique comme significativement différentes, même si en réalité les valeurs des caractéristiques étudiées restent assez proches. Notons enfin, que la méthode est appliquée sur les jumeaux numériques des deux os sélectionnés, réalisés avec la même finesse de maillage : tous leurs éléments sont des tétraèdres de 1.3 mm de longueur d'arête. (Cette taille est choisie arbitrairement pour que le volume de l'élément soit du même ordre de grandeur que celui d'un voxel de l'imagerie médicale).

### 4.3.1. Détermination des paramètres du modèle par analyse inverse

#### 4.3.1.1. Méthodologie

Rappelons que les paramètres déterminés par cette analyse inverse sont relatifs au volume de l'élément fini des maillages (voir section précédente). La méthodologie choisie se compose de deux étapes :

1. La première étape consiste à fixer une distribution de contrainte ultime de traction (choix d'une valeur moyenne et d'une dispersion, à énergie nulle) et à vérifier que le pic de la simulation numérique reste inférieur au pic de la réponse expérimentale.
2. La seconde étape consiste à fixer une dispersion sur l'énergie de fissuration (la valeur moyenne étant connue et issue du dépouillement de l'expérience par la [méthode de la complaisance](#)) et à comparer les réponses numériques à la réponse expérimentale.
3. Si cette comparaison est satisfaisante, les valeurs des paramètres sont retenues, sinon on retourne à l'étape (1) en changeant la distribution sur la contrainte ultime.

Dans le travail présenté ici, le choix à l'étape (1) de la distribution de contrainte limite de traction s'est porté sur une valeur moyenne de 100 MPa et différentes valeurs de dispersion ont été testées (50 MPa et 100 MPa). La valeur moyenne a été choisie pour être proche des ordres de grandeur de résistance à la traction que l'on peut trouver dans la littérature (cf. [tableau des résistances](#)). Rappelons que le travail présenté ici a pour objectif de démontrer une faisabilité de la méthode. Ces valeurs devront très certainement être modifiées dans les études ultérieures.

### 4.3.1.2. Analyse inverse par comparaison de la réponse numérique avec la réponse expérimentale

La notation des paramètres du calcul sur les figures 4.7 et 4.8 est la suivante : (moyenne de la contrainte limite de traction  $m_r$  - dispersion de la contrainte limite de traction  $d_r$  - moyenne de l'énergie de fissuration  $m_g$  - dispersion de l'énergie de fissuration  $d_g$ ).

La figure 4.7 regroupe les résultats de l'étude paramétrique pour une valeur moyenne de résistance  $m_r$  de 100 MPa. L'ajout d'une dispersion  $d_r$  diminue le pic de la courbe et rend le comportement post-pic moins fragile (toutes proportions gardées) lorsque l'on compare la courbe rose à la courbe verte.

On fixe une valeur moyenne d'énergie dissipée non-nulle égale à la ténacité déterminée par la méthode de la complaisance pour les quadrants médial et latéral de l'os 9021D (courbe turquoise). On remarque que les cas à énergie nulle (rose et vert) et à énergie non-nulle (turquoise) encadrent la réponse expérimentale. Par conséquent, il est possible de trouver une dispersion qui permet de représenter correctement la réponse expérimentale pour une distribution de résistance donnée. Les courbes olive, rouges, orange et brune correspondent respectivement à une dispersion de l'énergie  $d_g$  de 10, 30, 60 et 150. La réponse numérique avec les paramètres (100-50-5.6-30) est la plus proche de la réponse expérimentale (courbes rouges).

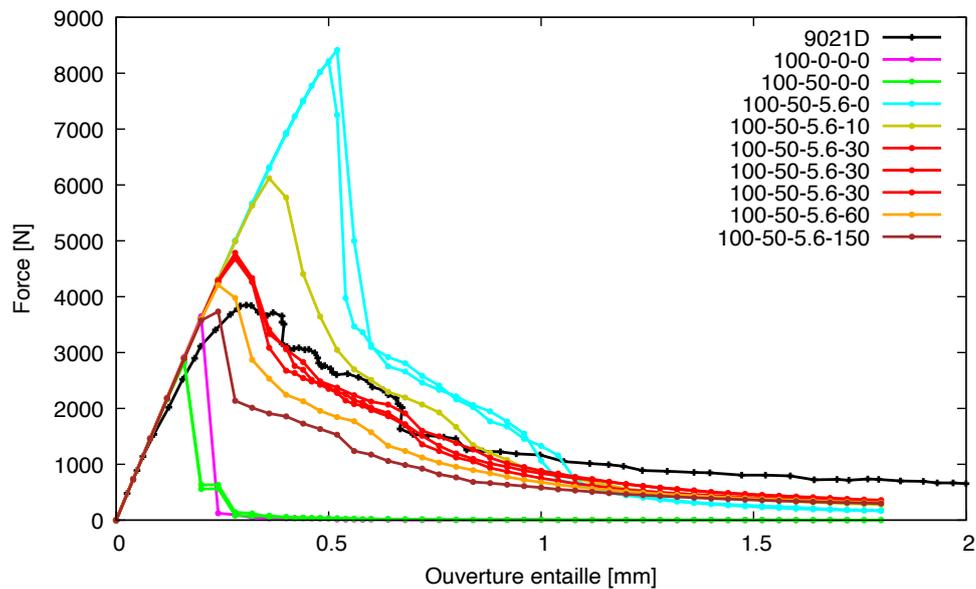


FIGURE 4.7. – Etude paramétrique avec une résistance moyenne de 100 MPa sur l'os 9021D. La courbe noire correspond à la réponse expérimentale.

Les résultats de l'analyse inverse sur les os 9021D et 6121G et pour deux distributions de contrainte limite de traction sont donnés à la figure 4.8. Les courbes montrent que des distributions similaires pour la résistance à la traction et pour l'énergie dissipée peuvent convenir pour les deux os. Les résultats représentent convenablement la

réponse expérimentale pour les deux spécimens.

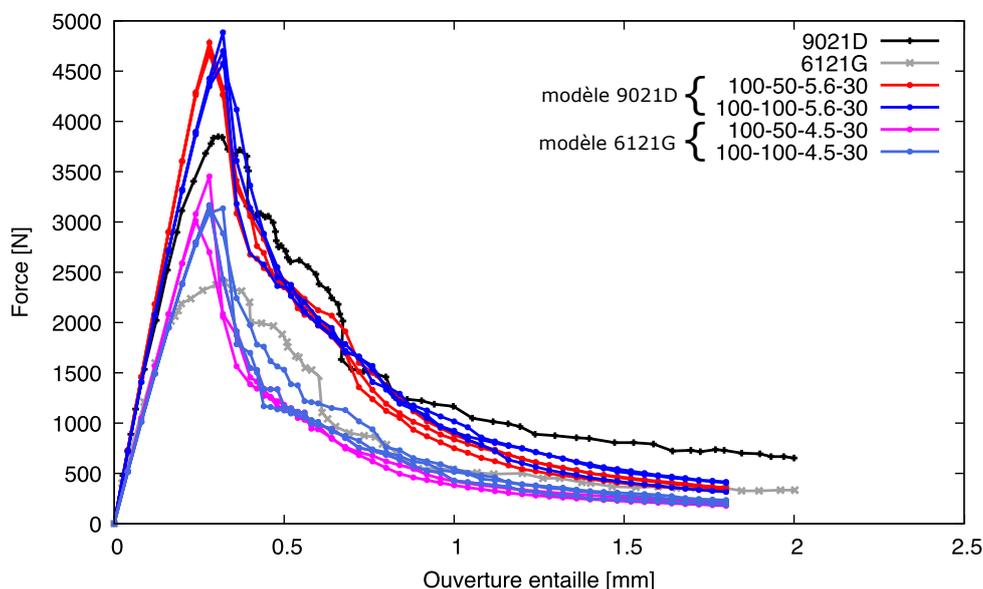


FIGURE 4.8. – Comparaison des réponses numériques et expérimentales pour l’os 9021D et l’os 6121G. La courbe noire correspond à la réponse expérimentale du 9021D et la grise celle du 6121G.

Les états de fissuration finaux sont donnés dans le tableau 4.1 pour le 6121G et le tableau 4.2 pour le 9021D. La direction de la fissure est purement transverse dans chacun des cas.

## 4.3.2. Analyse et discussion des résultats

### 4.3.2.1. Valeur moyenne de résistance à la traction

Le choix de la valeur moyenne de contrainte limite et de sa dispersion doit à l’échelle des éléments finis permettre d’avoir une réponse en traction directe en accord avec les données de la littérature. Des simulations en traction directe sur des prismes ont été réalisées avec le modèle probabiliste dans un but de vérification. Les échantillons sont parallélépipédiques et de petites dimensions, correspondant à ce que l’on peut trouver dans les essais de S. LI, DEMIRCI et SILBERSCHMIDT 2013 (éprouvette de type A,  $L=35$  mm,  $l=5$  mm,  $e=2$  mm) ou encore REILLY et BURSTEIN 1975 (prisme,  $L=25$  mm,  $l=5$  mm,  $e=5$  mm). Ici, on distingue une éprouvette (1) prismatique de dimensions  $L=40$  mm,  $l=10$  mm,  $e=5$  mm de la seconde (2) de même forme avec  $L=20$  mm,  $l=5$  mm,  $e=5$  mm. Les deux éprouvettes, de dimensions différentes sont maillées avec des éléments finis de même taille et correspondant à celle utilisée pour les os (1.3 mm). Ceci est réalisé de sorte à ce que l’on peut utiliser les valeurs de distribution identifiées sur les os.

4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

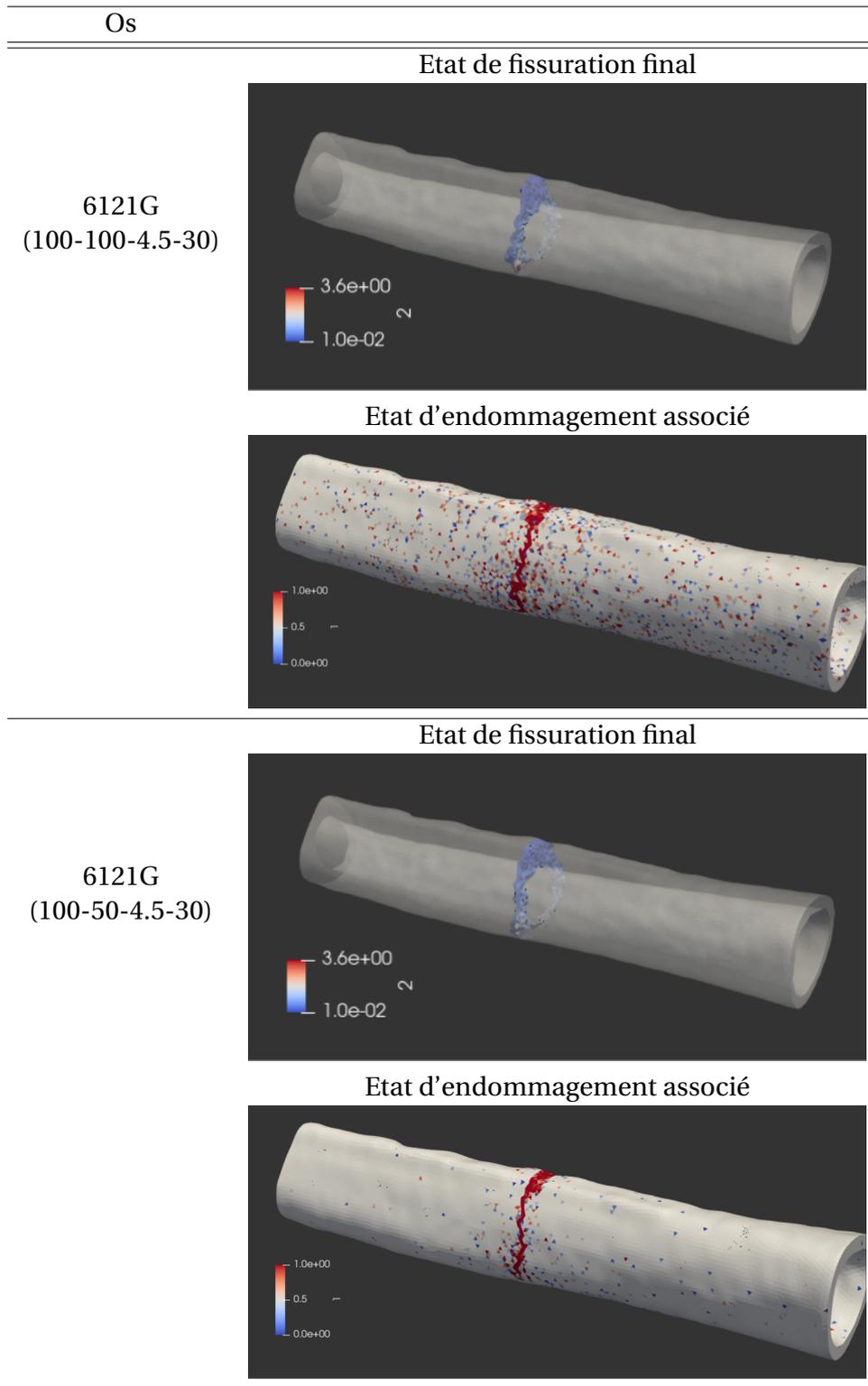


TABLEAU 4.1. – Etat de fissuration final (haut) et état d'endommagement associé (bas) pour deux distributions pour l'os 6121G. Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns (haut). Les éléments rouges sont complètement endommagés  $D = 1$  (bas).

4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

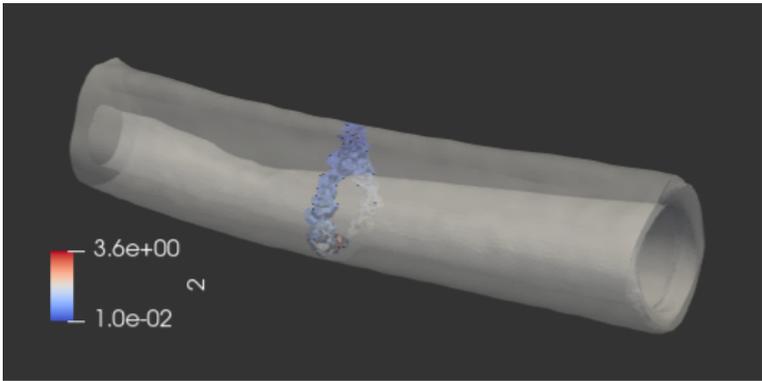
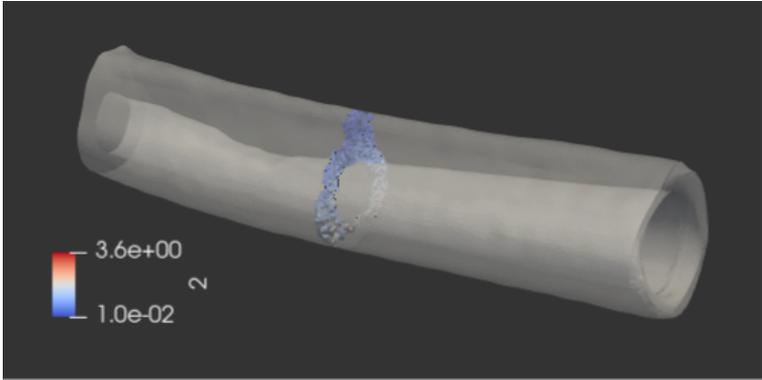
Os	
	Etat de fissuration final
9021D (100-100-5.6-30)	
	Etat de fissuration final
9021D (100-50-5.6-30)	

TABLEAU 4.2. – Etat de fissuration final pour l'os 9021D. Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns.

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

Les figures 4.9 et 4.10 illustrent la géométrie des éprouvettes et leurs réponses numériques en traction respectives. Les tableaux 4.3 et 4.4 décrivent les états de fissuration finaux et les états d'endommagements associés.

Les résultats montrent que le choix d'une valeur moyenne  $m_r$  autour de 100 MPa donnent des réponses acceptables au sens où les valeurs de contraintes maximales à la traction sont cohérentes avec celles de la littérature (voir [tableau des résistances](#)). En effet, la contrainte à la traction est d'environ 65 MPa avec une dispersion  $d_r$  de 50 et de 45 MPa avec une dispersion  $d_r$  de 100. En deçà de  $m_r = 100$  MPa, les résistances obtenues sur ces géométries peuvent être trop faibles.

On peut également noter que les résultats sont légèrement différents entre les deux géométries (courbes de réponse et états de fissuration/endommagement (figures 4.9 et 4.10)). Cela illustre le fait que le modèle permet de représenter les effets d'échelle statistiques liés à l'hétérogénéité du matériau.

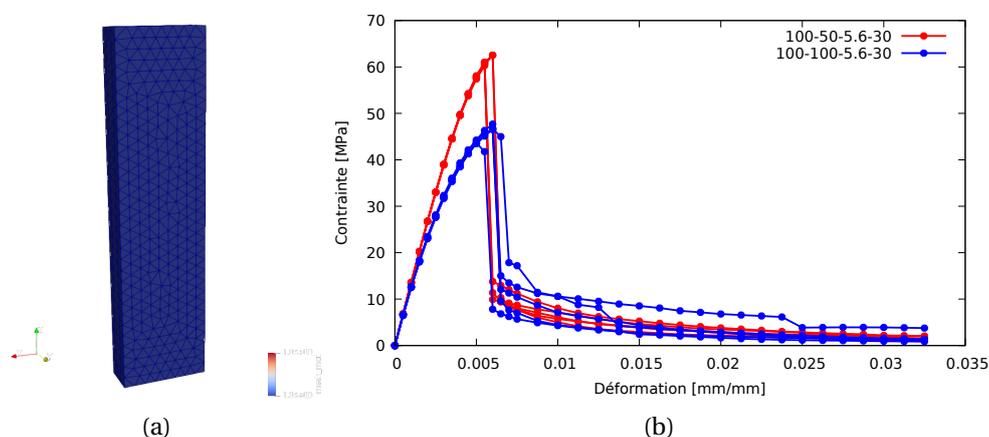


FIGURE 4.9. – Eprouvette de traction (1) de dimensions 40 mm x 10 mm x 5 mm (gauche) et réponse numérique (droite).

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

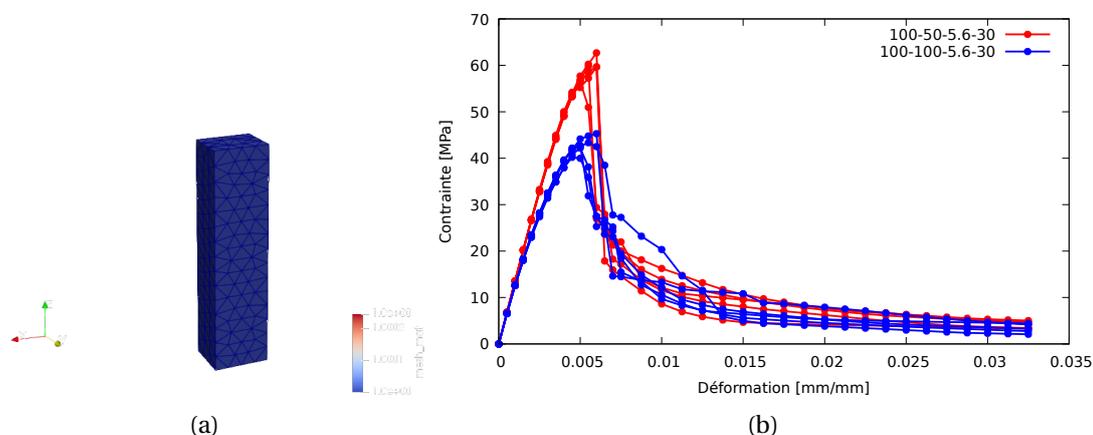


FIGURE 4.10. – Eprouvette de traction (2) de dimensions 20 mm x 5 mm x 5 mm (gauche) et réponse numérique (droite).

##### 4.3.2.2. Aléa sur la résistance à la traction

On remarque que des distributions similaires de résistance à la traction (moyenne et dispersion) conviennent pour les deux os lorsque l'on compare les réponses de la figure 4.8. Ceci s'explique certainement par leurs microstructures relativement proches. Toutefois, on peut s'attendre à ce que la valeur moyenne puisse être légèrement différente. Un raffinement de l'étude est possible sur ce point et sera abordé dans la section 4.5.

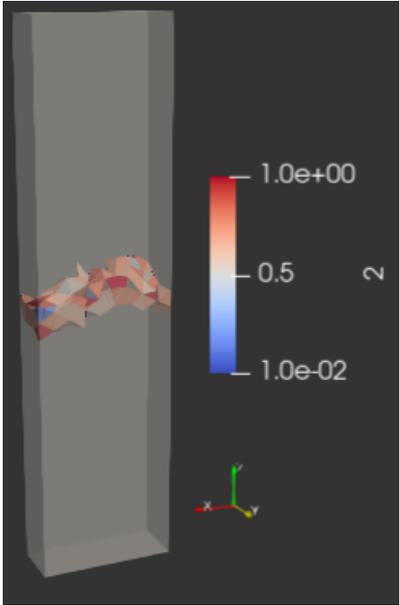
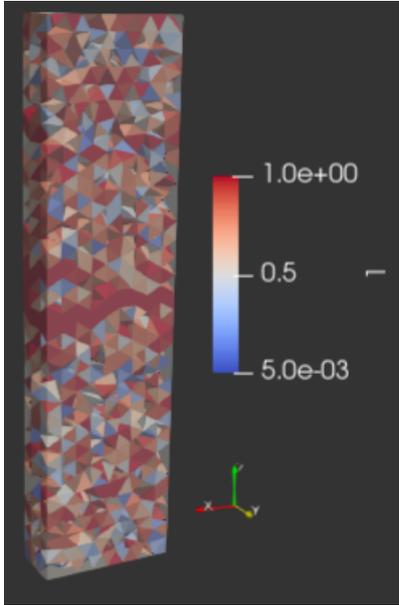
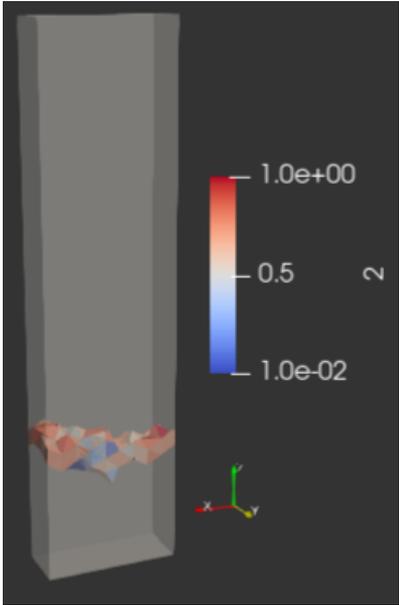
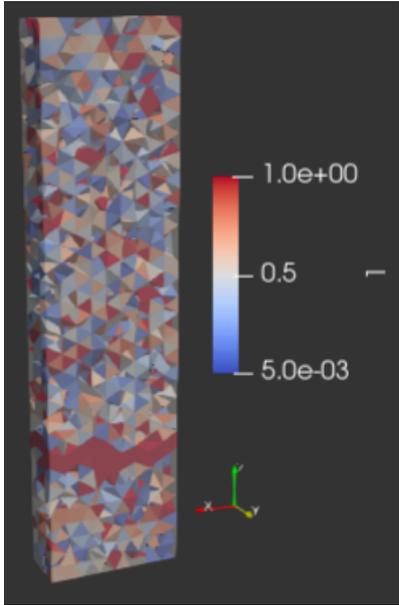
La plage de dispersion sur la résistance à la traction est relativement grande et peut permettre de proposer des valeurs  $d_r$  différentes en accord avec les petites différences observées entre la microstructure du 9021D et du 6121G.

##### 4.3.2.3. Aléa sur l'énergie dissipée

Les valeurs moyennes d'énergie dissipées  $m_g$  proviennent du post-traitement des résultats expérimentaux. Elles sont différentes pour les deux os. Si l'on compare les microstructures somme toute proches du 9021D et du 6121G, on constate quelques différences :

- Le 6121G est un peu plus poreux que le 9021D (15 % contre 12 %) et l'est aussi plus légèrement en moyenne sur les quadrants médial et latéral (12 % contre 10 %). Cette porosité plus élevée influe forcément sur les propriétés mécaniques de l'échantillon.
- L'os 6121G est également un peu moins minéralisé que le 9021D (1.121 gr/cm<sup>3</sup> contre 1.152 gr/cm<sup>3</sup>).

4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

Paramètres	Etat de fissuration final	Etat d'endommagement associé
Eprouvette 5x10x40 (100-100-5.6-30)		
Eprouvette 5x10x40 (100-50-5.6-30)		

TABEAU 4.3. – Etat de fissuration final et état d'endommagement associé pour l'éprouvette (1). Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns (gauche). Les éléments rouges sont complètement endommagés  $D = 1$  (droite).

4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

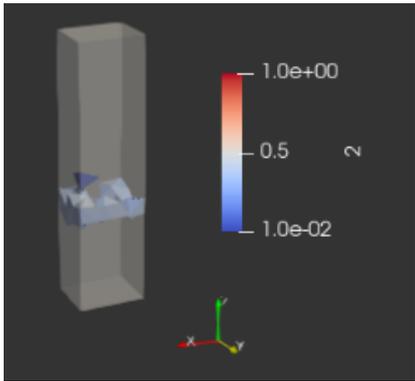
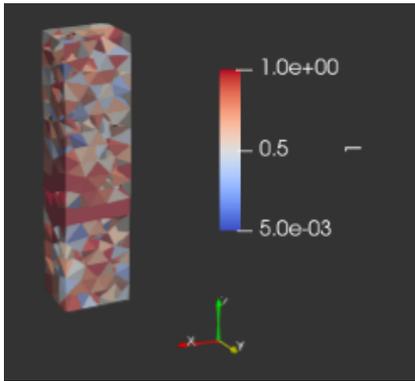
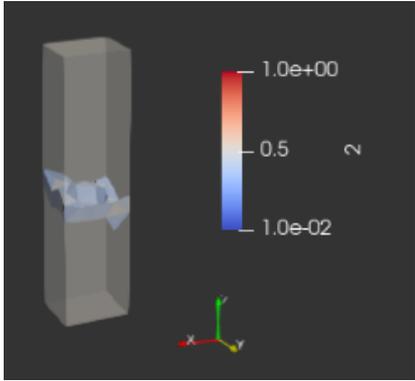
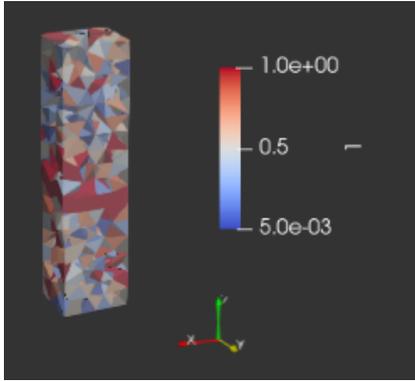
Paramètres	Etat de fissuration final	Etat d'endommagement associé
Eprouvette 5x5x20 (100-100-5.6-30)		
Eprouvette 5x5x20 (100-50-5.6-30)		

TABLEAU 4.4. – Etat de fissuration final et état d'endommagement associé pour l'éprouvette (2). Les éléments rompus affichés ont une ouverture supérieure à 10 microns (gauche). Les éléments rouges sont complètement endommagés  $D = 1$  (droite).

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.3. Calculs probabilistes de propagation de fissure

- La taille des ostéons est plus grande chez le 6121G (0.219 mm) par rapport au 9021D (0.208 mm), ce qui pourrait jouer en faveur d'une hétérogénéité un peu plus grande. L'impact de cet élément structural peut être plus important sur le volume de matière sollicitée que dans le cas où l'on aurait des ostéons plus petits et en plus grand nombre, ce qui est le cas pour le 9021D qui a une densité ostéonale plus grande.

L'ensemble de ces éléments vont dans le sens d'une valeur moyenne plus faible pour le 6121G et d'une dispersion plus grande. La porosité semble néanmoins le facteur prépondérant puisqu'il a été déjà montré que celle-ci diminue la ténacité. A contrario la densité ostéonale augmente la ténacité mais il est difficile d'évaluer son impact ici au vu des variations qui restent faibles.

La dispersion sur ces données expérimentales est assez grande. Cela peut aussi provenir d'une dispersion propre à la méthode expérimentale et dans une moindre mesure une autre issue de la méthode de dépouillement (voir [discussion du chapitre 3](#)).

De plus, l'analyse inverse montre que les coefficients de dispersion (dispersion rapportée à la moyenne) sur l'énergie sont différents, étant donné que  $m_g$  est égale à 4.5 pour le 6121G et 5.6 pour le 9021D. Il est plus grand pour le 6121G. Cela tend à dire que le matériau est plus hétérogène dans le cas du 6121G que dans le cas du 9021D. En somme, malgré des similitudes dans les microstructures, un cumul de différences, même petites, sur différents indicateurs (porosité, taille ostéonale, densité ostéonale et teneur en minéraux) peut conduire à des valeurs différentes sur l'énergie et sa dispersion.

##### 4.3.2.4. Différences aux pics entre la réponse numérique et la réponse expérimentale

Sur la figure 4.8, on observe que la réponse numérique ne coïncide pas avec la réponse expérimentale au niveau du pic. Les différences aux pics des courbes entre les résultats des simulations numériques et les résultats expérimentaux pour les deux os peuvent s'expliquer :

- Du côté des résultats expérimentaux : la forme des pics est liée à des effets très localisés au sein du matériau.
  - A) L'entaille est réalisée avec une scie de 200 microns d'épaisseur. Par conséquent, le fond d'entaille n'est pas parfaitement "pointu". De plus, on sait qu'un trait de scie peut localement micro-endommager le matériau. Ce dommage peut émousser la réponse au pic et résulter en un pic moins pointu.
  - B) Le trait de scie s'arrête dans une zone à l'interface entre le quadrant antérieur et les quadrants médial et latéral. Or, on a montré dans le chapitre 2 que le quadrant antérieur est plus poreux que les deux autres. Ce phénomène est d'autant plus marqué pour le 6121G que pour le 9021D. De surcroît, la présence de l'entaille dans la zone d'interface a pour effet d'arrondir le pic. Cet effet est plus fort pour le 6121G car la porosité dans cette zone est plus grande que chez le 9021D.

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.4. Conclusion sur les résultats du modèle probabiliste de propagation de fissure

C) Enfin, la phase pré-pic expérimentale correspond à la création de la FPZ en pointe d'entaille et le pic est lui-même le signe de la localisation de la macrofissure. Or, le modèle a pour vocation de représenter principalement la propagation d'une macrofissure, mais ne représente pas précisément la phase de création de cette dernière. Il n'est donc pas illogique que ce modèle ne représente pas de façon fidèle la partie pré-pic du comportement.

— Du côté des résultats des simulations :

A) La forme des pics est liée au fait que l'entaille est idéalisée et parfaite.

B) Le modèle considère une distribution aléatoire de propriétés réalisée de façon homogène sur l'ensemble de l'os. Il n'y a donc pas d'organisation spécifique par quadrants de cet aléa comme c'est le cas dans l'os réel. Ce point soulève une perspective possible du modèle.

### 4.4. Conclusion sur les résultats du modèle probabiliste de propagation de fissure

Les valeurs obtenues par analyse inverse pour les paramètres de résistance et d'énergie dissipée montrent une tendance et des ordres de grandeur tout à fait acceptables et en accord avec les données de la littérature (tableau des [résistances](#) et tableau des [ténacités](#)). Toutefois, il est clair qu'elles peuvent être améliorées. Pour ce faire, il est nécessaire d'affiner les ordres de grandeur et être certain des valeurs obtenues.

Les distributions similaires pour les os montrent qu'il est possible de déterminer des paramètres cohérents pour que la réponse numérique corresponde à la réponse expérimentale. Le coût de calcul reste conséquent (environ 12h) mais raisonnable au regard de la formulation et du nombre d'équations.

En résumé, cette première étude numérique a démontré la faisabilité de la démarche en donnant une tendance cohérente du modèle. Il intègre une physique réaliste de la fissure et suffisante par rapport aux mécanismes prépondérants identifiés lors de la campagne expérimentale. Bien que préliminaire car représentant un travail conséquent, l'ébauche réalisée est une base solide pour améliorer différents aspects de la démarche.

### 4.5. Perspectives du modèle

Un des problèmes actuels de cette approche est l'absence d'unicité de la solution : plusieurs jeux de paramètres peuvent donner des réponses jugées acceptables au regard de la façon dont elles représentent la réponse expérimentale. Il est donc nécessaire en théorie de valider cette approche. L'essai permettant cette validation manque encore. Cependant, il est à souligner une fois de plus que l'objectif est ici de montrer la tendance du modèle à pouvoir modéliser les processus de fissuration et donc de donner des ordres de grandeurs qui seront améliorés par la suite.

#### 4. Modélisation de la propagation de fissure – 4.5. Perspectives du modèle

Il est essentiel de déterminer convenablement la distribution de la contrainte limite de traction afin d'améliorer l'analyse inverse. La démarche sera alors en capacité de fournir des valeurs fiables et non plus seulement des ordres de grandeurs. Deux voies sont possibles :

1. Réaliser un essai de flexion 3 points jusqu'à rupture sur le même type de tronçon osseux que les groupes GS1 et GS2, à la différence de l'absence de l'entaille. Il sera ainsi possible de mieux identifier la distribution de résistance sur la réponse pré-pic de l'échantillon.
2. Réaliser des essais de traction directe sur des éprouvettes de géométrie standard (type 1A par exemple) usinées dans l'os cortical. On pourra ensuite identifier directement les valeurs de résistance en simulant numériquement les essais expérimentaux.

Chacune de ces possibilités présente des avantages et des inconvénients : la première à l'avantage d'être cohérente avec l'échelle macroscopique de l'essai de propagation de fissure là où la seconde permet un meilleur contrôle des conditions aux limites, malgré une difficulté dans la fabrication des éprouvettes. Les deux essais proposés ci-dessus représentent une perspective directe d'amélioration de la stratégie de modélisation employée. Bien sûr, la réalisation de ces deux essais serait l'idéal et permettrait de comparer les valeurs de résistance à la traction obtenue avec les deux méthodes (par flexion et par traction directe) en plus d'étudier les effets d'échelles entre un essai macroscopique et un essai mésoscopique (transition entre micro et macro).

# Conclusions générales

L'objectif de la thèse est de faire évoluer les modèles actuels de fissuration de l'os afin de répondre à la problématique de prédiction, compréhension et traitement des fractures osseuses. La mise en place d'une stratégie de modélisation de la fissuration tenant compte de l'hétérogénéité intrinsèque du matériau permet d'apporter des informations quantitatives sur la fissure. L'idée centrale consiste à adapter l'approche de modélisation prédictive de la fissuration, déjà développée pour les matériaux cimentaires. En effet, ce type de matériau partage des similarités avec l'os cortical (quasi-fragile, polyphasique et hétérogène).

La particularité de ce type de modèle est la prise en compte du lien entre la microstructure et les processus de fissuration. Ce lien peut se caractériser par un niveau d'hétérogénéité induisant un aléa sur les propriétés mécaniques du matériau. Leurs distributions aléatoires sont décrites par le biais d'une approche probabiliste. Pour ce faire, les pré-requis sont (i) la construction d'une base de données pour le modèle, (ii) l'identification du lien entre hétérogénéité et propriétés mécaniques et (iii) le choix d'un modèle de fissuration pertinent intégrant ce lien. La finalité du projet de thèse vise à démontrer la faisabilité de cette stratégie de modélisation pour le tissu cortical humain.

**Campagne expérimentale** La campagne expérimentale a permis de construire une base de données nécessaire au développement du modèle de fissuration. Dans un premier temps, un essai mécanique de propagation de fissure a été développé. Les résultats ont contribué à la compréhension des mécanismes physiques du matériau. Pour résumer, les déformations résiduelles sont majoritairement imputables à des processus de fissuration et à une redistribution des contraintes internes initiales dans le matériau, comme décrit dans l'article de J.-L. TAILHAN, KURTZ, GODIO-RABOUTET et al. [2022](#).

En parallèle, la microstructure de l'os cortical a été étudiée avec une analyse histologique afin d'évaluer les différences entre les os eux-mêmes et les différences entre les quadrants d'un même os. Bien que le nombre d'individus soit faible, et par conséquent rende difficile toute conclusion sur l'unicité du groupe ainsi que de sa représentativité, la majorité des os a une microstructure similaire, à l'exception de 3 échantillons (dont 2 d'un même sujet). Pour chaque individu, les couples de quadrants médial-latéral et antérieur-postérieur ont une microstructure similaire.

**Identification des propriétés mécaniques et lien avec l'hétérogénéité** Certaines propriétés mécaniques (élasticité et ténacité) peuvent être déterminées par

analyse inverse grâce aux résultats expérimentaux. Pour cela, un protocole de seuillage a été développé. Son concept traduit la contribution mécanique de la quantité de matière incluse dans un voxel et est décrit dans KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023. Ce protocole donne des résultats très similaires à la méthode de seuillage de l'histogramme, considéré comme le gold standard. La biofidélité, c'est-à-dire la différence entre la géométrie réelle et la géométrie du jumeau numérique, est contrôlée sur l'intégralité du processus, du seuillage au maillage du modèle numérique.

Une étude complémentaire ouvre une perspective sur l'estimation de la microstructure du tissu osseux par tomographie afin de réaliser des études in-vivo.

Les propriétés mécaniques déterminées sont cohérentes avec la littérature, à savoir le module d'Young et la ténacité. Le premier est moyenné sur l'ensemble de l'échantillon. Le second a été validé suite à une étude sur un matériau modèle.

Enfin, les paramètres de la microstructure induisant l'hétérogénéité du matériau ont été définis, au sens où ceux-ci sont prépondérants dans l'explication de la réponse mécanique, mais aussi par leur pertinence pour caractériser le niveau d'hétérogénéité. Toutefois, les relations hétérogénéité-propriétés mécaniques n'ont pas été clairement établies car la population n'est pas assez grande. Des tendances cohérentes avec la littérature ont été mises en avant dans le cas de nos sujets.

**Modèle de fissuration** La faisabilité de cette stratégie d'alimentation du modèle a été établie. Les caractéristiques des densités de probabilités décrivant l'aléa des propriétés mécaniques ont été déterminées par analyse inverse, à savoir les couples moyenne-dispersion pour (i) la contrainte limite de traction et (ii) l'énergie de fissuration. Le module d'Young est pris constant et égal à sa valeur moyenne par souci de simplification.

Finalement, la dispersion de la contrainte limite de traction identifiée a été vérifiée numériquement sur des échantillons de traction directe de dimensions similaires à la littérature. La réponse mécanique obtenue et notamment la contrainte maximale de traction sont acceptables. Les distributions de propriétés mécaniques conviennent pour les deux os de cette étude préliminaire. Les résultats illustrent la faisabilité de la démarche avec une tendance cohérente du modèle et sont encourageants car ils présentent plusieurs perspectives directes d'améliorations.

# Perspectives

La perspective directe du modèle est la détermination de la distribution de la contrainte limite de traction. Un essai de flexion 3 points sur tronçon long sans entaille ou un essai de traction directe sur éprouvettes de géométrie standard (type 1A) permettrait de fournir des valeurs précises plutôt qu'un ordre de grandeur. Une validation du modèle, par exemple sur l'essai de flexion sans entaille cité précédemment, pourra alors être faite.

Après la validation du modèle plusieurs perspectives futures sont à envisager :

- Etablir un lien clair entre niveau d'hétérogénéité et propriétés mécaniques. Plusieurs pistes et tendances cohérentes avec la littérature ont été mises en avant dans la thèse mais sans fixer de relation précise entre les deux.
- Attribuer un module d'Young local en fonction des densités de voxels mesurées sur le scanner. L'idée est que la dispersion de cette propriété mécanique du matériau tienne compte de la distribution spatiale réelle contrairement à une valeur moyennée sur l'ensemble de l'échantillon, ou un aléa spatialement identique partout.
- Après validation du modèle, il sera possible de déterminer la ténacité dans la direction longitudinale sur les os du groupe GS2 avec une fissure diagonale, connaissant la distribution de l'énergie de fissuration pour une propagation transversale.
- L'ajout d'un champ de contraintes internes initiales dans le maillage de l'os, sur la base de travaux de la littérature ou de futurs essais et des quantités résiduelles obtenues lors des essais sur les groupes GS1 et GS2 permettrait d'étudier ses effets sur la propagation de la fissure.
- Puis, adapter la stratégie de modélisation en dynamique afin de se rapprocher de la réalité des traumatismes, qui ont rarement lieu en statique.

Le but final du projet global dans lequel s'inscrit la thèse est de modéliser l'os dans son entièreté et donc par extension, le tissu osseux trabéculaire également. L'addition de ce tissu au modèle nécessite dans un premier temps de répéter le même type d'approche pour l'os trabéculaire. Ceci requiert des études spécifiques étant donné que ce tissu implique des processus physiques et une architecture microstructurale différents. Ensuite, le travail consistera à implémenter les deux approches sur le cortical et le trabéculaire afin d'obtenir une réponse mécanique validée par un essai mécanique développé à cet effet ou qui provient de la littérature.

# Bibliographie

- [AAS11] Adel A. ABDEL-WAHAB, Khurshid ALAM et Vadim V. SILBERSCHMIDT. « Analysis of anisotropic viscoelastoplastic properties of cortical bone tissues ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. Special Issue on Natural Materials / Papers from the Third International Conference on the Mechanics of Biomaterials and Tissues 4.5 (2011), p. 807-820. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2010.10.001](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2010.10.001) (cf. p. 25, 30, 80).
- [AMS12] Adel A. ABDEL-WAHAB, Angelo R. MALIGNO et Vadim V. SILBERSCHMIDT. « Micro-scale modelling of bovine cortical bone fracture : Analysis of crack propagation and microstructure using X-FEM ». In : *Computational Materials Science*. Proceedings of the 20th International Workshop on Computational Mechanics of Materials - IWCMM 20 52.1 (2012), p. 128-135. DOI : [10.1016/j.commatsci.2011.01.021](https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2011.01.021) (cf. p. 38, 44, 132).
- [ABR87] P. ACKER, C. BOULAY et P. ROSSI. « On the importance of initial stresses in concrete and of the resulting mechanical effects ». In : *Cement and Concrete Research* 17.5 (1987), p. 755-764. DOI : [10.1016/0008-8846\(87\)90038-X](https://doi.org/10.1016/0008-8846(87)90038-X) (cf. p. 66, 67).
- [ABR06] J. W. AGER, G. BALOOCH et R. O. RITCHIE. « Fracture, aging, and disease in bone ». In : *Journal of Materials Research* 21.8 (2006), p. 1878-1892. DOI : [10.1557/jmr.2006.0242](https://doi.org/10.1557/jmr.2006.0242) (cf. p. 28, 43, 121).
- [Akr+14] Muhammad AKRAM, Rashid AHMED, Imran SHAKIR et al. « Extracting hydroxyapatite and its precursors from natural resources ». In : *Journal of Materials Science* 49.4 (2014), p. 1461-1475. DOI : [10.1007/s10853-013-7864-x](https://doi.org/10.1007/s10853-013-7864-x) (cf. p. 23).
- [Ala14] K. ALAM. « Experimental and numerical investigation of cracking behavior of cortical bone in cutting ». In : *Technology and Health Care : Official Journal of the European Society for Engineering and Medicine* 22.5 (2014), p. 741-750. DOI : [10.3233/THC-140848](https://doi.org/10.3233/THC-140848) (cf. p. 25, 33).
- [AP79] A. ALTO et M. H. POPE. « On the fracture toughness of equine metacarpi ». In : *Journal of Biomechanics* 12.6 (1979), p. 415-421. DOI : [10.1016/0021-9290\(79\)90026-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(79)90026-5) (cf. p. 36).
- [AR03] P. AMMANN et R. RIZZOLI. « Bone strength and its determinants ». In : *Osteoporosis International* 14.3 (2003), p. 13-18. DOI : [10.1007/s00198-002-1345-4](https://doi.org/10.1007/s00198-002-1345-4) (cf. p. 45, 81, 82).
- [And05] T.L. ANDERSON. *Fracture Mechanics*. Fundamentals et Applications, 3rd Edition, Taylor & Francis Ed., 2005 (cf. p. 139).

- [ABB90] A. ASCENZI, P. BASCHIERI et A. BENVENUTI. « The bending properties of single osteons ». In : *Journal of Biomechanics* 23.8 (1990), p. 763-771. DOI : [10.1016/0021-9290\(90\)90023-V](https://doi.org/10.1016/0021-9290(90)90023-V) (cf. p. 32, 43).
- [AB67] A. ASCENZI et E. BONUCCI. « The tensile properties of single osteons ». In : *The Anatomical Record* 158.4 (1967), p. 375-386. DOI : [10.1002/ar.1091580403](https://doi.org/10.1002/ar.1091580403) (cf. p. 32, 38, 43).
- [ABB94] Antonio ASCENZI, Paolo BASCHIERI et Alessandro BENVENUTI. « The torsional properties of single selected osteons ». In : *Journal of Biomechanics* 27.7 (1994), p. 875-884. DOI : [10.1016/0021-9290\(94\)90260-7](https://doi.org/10.1016/0021-9290(94)90260-7) (cf. p. 32, 43).
- [AB68] Antonio ASCENZI et Ermanno BONUCCI. « The compressive properties of single osteons ». In : *The Anatomical Record* 161.3 (1968), p. 377-391. DOI : [10.1002/ar.1091610309](https://doi.org/10.1002/ar.1091610309) (cf. p. 25, 26, 32, 38, 43).
- [AF59] Antonio ASCENZI et Claudine FABRY. « Technique for Dissection and Measurement of Refractive Index of Osteones ». In : *The Journal of Biophysical and Biochemical Cytology* 6.1 (1959), p. 139-142 (cf. p. 32).
- [Ash+84] R. B. ASHMAN, S. C. COWIN, W. C. VAN BUSKIRK et al. « A continuous wave technique for the measurement of the elastic properties of cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 17.5 (1984), p. 349-361. DOI : [10.1016/0021-9290\(84\)90029-0](https://doi.org/10.1016/0021-9290(84)90029-0) (cf. p. 31, 80).
- [AW67] P. J. ATKINSON et J. A. WEATHERELL. « VARIATION IN THE DENSITY OF THE FEMORAL DIAPHYSIS WITH AGE ». In : *The Journal of Bone & Joint Surgery British Volume* 49-B.4 (1967), p. 781-788. DOI : [10.1302/0301-620X.49B4.781](https://doi.org/10.1302/0301-620X.49B4.781) (cf. p. 45, 82, 105).
- [AS06] P. AUGAT et S. SCHORLEMMER. « The role of cortical bone and its microstructure in bone strength. » In : *Age and Ageing* 35 Suppl 2 (2006), p. ii27-ii31. DOI : [10.1093/ageing/af1081](https://doi.org/10.1093/ageing/af1081) (cf. p. 23, 24, 45, 46).
- [BBA82] M. Portigliatti BARBOS, P. BIANCO et A. ASCENZI. « Structural and Biomechanical Analysis of Osteonic Compact Bone : A New Method ». In : *Biomechanics : Principles and Applications : Selected Proceedings of the 3rd General Meeting of the European Society of Biomechanics Nijmegen, The Netherlands, 21-23 January 1982*. Sous la dir. de Rik HUISKES, Dick H. van CAMPEN et Joost R. de WIJN. Developments in Biomechanics. Dordrecht : Springer Netherlands, 1982, p. 261-266. DOI : [10.1007/978-94-009-7678-8\\_28](https://doi.org/10.1007/978-94-009-7678-8_28) (cf. p. 25).
- [Bar62] G. I. BARENBLATT. « The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture ». In : *Advances in Applied Mechanics*. Sous la dir. de H. L. DRYDEN, Th. von KÁRMÁN, G. KUERTI et al. T. 7. Elsevier, 1962, p. 55-129. DOI : [10.1016/S0065-2156\(08\)70121-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70121-2) (cf. p. 129).

- [BK90] Zdeněk P. BAŽANT et M. T. KAZEMI. « Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete ». In : *International Journal of Fracture* 44.2 (1990), p. 111-131. DOI : [10.1007/BF00047063](https://doi.org/10.1007/BF00047063) (cf. p. 47).
- [BO83] Zdeněk P. BAŽANT et B. H. OH. « Crack band theory for fracture of concrete ». In : *Matériaux et Construction* 16.3 (1983), p. 155-177. DOI : [10.1007/BF02486267](https://doi.org/10.1007/BF02486267) (cf. p. 129).
- [BB80] J. C. BEHIRI et W. BONFIELD. « Crack velocity dependence of longitudinal fracture in bone ». In : *Journal of Materials Science* 15.7 (1980), p. 1841-1849. DOI : [10.1007/BF00550605](https://doi.org/10.1007/BF00550605) (cf. p. 35).
- [BB84] J. C. BEHIRI et W. BONFIELD. « Fracture mechanics of bone—The effects of density, specimen thickness and crack velocity on longitudinal fracture ». In : *Journal of Biomechanics* 17.1 (1984), p. 25-34. DOI : [10.1016/0021-9290\(84\)90076-9](https://doi.org/10.1016/0021-9290(84)90076-9) (cf. p. 36, 45, 60).
- [BB89] J. C. BEHIRI et W. BONFIELD. « Orientation dependence of the fracture mechanics of cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 22.8 (1989), p. 863-872. DOI : [10.1016/0021-9290\(89\)90070-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(89)90070-5) (cf. p. 61).
- [Ben+11] Sabine F BENSAMOUN, Zaifeng FAN, Ilharreborde BRICE et al. « ASSESSMENT OF MECHANICAL PROPERTIES OF HUMAN OSTEON LAMELLAE EXHIBITING VARIOUS DEGREES OF MINERALIZATION BY NANOINDENTATION ». In : *Journal of Musculoskeletal Research* 11.03 (2011), p. 135-143. DOI : [10.1142/S0218957708002024](https://doi.org/10.1142/S0218957708002024) (cf. p. 32, 43).
- [Bjø16] Åshild BJØRNEREM. « The clinical contribution of cortical porosity to fragility fractures ». In : *BoneKEY Reports* 5 (2016). DOI : [10.1038/bonekey.2016.77](https://doi.org/10.1038/bonekey.2016.77) (cf. p. 120).
- [BT20] Jonathon DJ. BLACK et Baha John TADROS. « Bone structure : from cortical to calcium ». In : *Orthopaedics and Trauma* 34.3 (2020), p. 113-119. DOI : [10.1016/j.mporth.2020.03.002](https://doi.org/10.1016/j.mporth.2020.03.002) (cf. p. 24).
- [Bon87] W. BONFIELD. « Advances in the fracture mechanics of cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 20.11-12 (1987), p. 1071-1081. DOI : [10.1016/0021-9290\(87\)90025-x](https://doi.org/10.1016/0021-9290(87)90025-x) (cf. p. 60).
- [BT82] W. BONFIELD et A. E. TULLY. « Ultrasonic analysis of the Young's modulus of cortical bone ». In : *Journal of Biomedical Engineering* 4.1 (1982), p. 23-27. DOI : [10.1016/0141-5425\(82\)90022-X](https://doi.org/10.1016/0141-5425(82)90022-X) (cf. p. 46).
- [Bon06] Sydney L. BONNICK. « Osteoporosis in men and women ». In : *Clinical Cornerstone* 8.1 (2006), p. 28-39. DOI : [10.1016/S1098-3597\(06\)80063-3](https://doi.org/10.1016/S1098-3597(06)80063-3) (cf. p. 19, 80).
- [BS90] D. B. BURR et T. STAFFORD. « Validity of the bulk-staining technique to separate artifactual from in vivo bone microdamage ». In : *Clinical Orthopaedics and Related Research* 260 (1990), p. 305-308 (cf. p. 60).

- [BSF88] David B. BURR, Mitchell B. SCHAFFLER et Richard G. FREDERICKSON. « Composition of the cement line and its possible mechanical role as a local interface in human compact bone ». In : *Journal of Biomechanics* 21.11 (1988), p. 939-945. DOI : [10.1016/0021-9290\(88\)90132-7](https://doi.org/10.1016/0021-9290(88)90132-7) (cf. p. 38).
- [Cho+90] K. CHOI, J. L. KUHN, M. J. CIARELLI et al. « The elastic moduli of human subchondral, trabecular, and cortical bone tissue and the size-dependency of cortical bone modulus ». In : *Journal of Biomechanics* 23.11 (1990), p. 1103-1113. DOI : [10.1016/0021-9290\(90\)90003-L](https://doi.org/10.1016/0021-9290(90)90003-L) (cf. p. 48).
- [Cla12] Bruno CLAIR. « Evidence that release of internal stress contributes to drying strains of wood ». In : 66.3 (2012), p. 349-353. DOI : [10.1515/hf.2011.159](https://doi.org/10.1515/hf.2011.159) (cf. p. 66).
- [CS12] Annamaria CRESCIMANNO et Sam D. STOUT. « Differentiating fragmented human and nonhuman long bone using osteon circularity ». In : *Journal of Forensic Sciences* 57.2 (2012), p. 287-294. DOI : [10.1111/j.1556-4029.2011.01973.x](https://doi.org/10.1111/j.1556-4029.2011.01973.x) (cf. p. 25, 27).
- [Cui06] A. G. F. M. CUIJPERS. « Histological identification of bone fragments in archaeology : telling humans apart from horses and cattle ». In : *International Journal of Osteoarchaeology* 16.6 (2006), p. 465-480. DOI : <https://doi.org/10.1002/oa.848> (cf. p. 27).
- [Cup+04] M. CUPPONE, B. B. SEEDHOM, E. BERRY et al. « The Longitudinal Young's Modulus of Cortical Bone in the Midshaft of Human Femur and its Correlation with CT Scanning Data ». In : *Calcified Tissue International* 74.3 (2004), p. 302-309. DOI : [10.1007/s00223-002-2123-1](https://doi.org/10.1007/s00223-002-2123-1) (cf. p. 29, 31).
- [Cur62] J. D. CURREY. « Stress Concentrations in Bone ». In : *Journal of Cell Science* s3-103.61 (1962), p. 111-133 (cf. p. 41, 46).
- [Cur88a] J. D. CURREY. « The effect of porosity and mineral content on the Young's modulus of elasticity of compact bone ». In : *Journal of Biomechanics* 21.2 (1988), p. 131-139. DOI : [10.1016/0021-9290\(88\)90006-1](https://doi.org/10.1016/0021-9290(88)90006-1) (cf. p. 29, 42, 110).
- [Cur88b] John D. CURREY. « The effects of drying and re-wetting on some mechanical properties of cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 21.5 (1988), p. 439-441. DOI : [10.1016/0021-9290\(88\)90150-9](https://doi.org/10.1016/0021-9290(88)90150-9) (cf. p. 29, 45).
- [DW11] P. O. DE MICHELI et U. WITZEL. « Microstructural mechanical study of a transverse osteon under compressive loading : The role of fiber reinforcement and explanation of some geometrical and mechanical microscopic properties ». In : *Journal of Biomechanics* 44.8 (2011), p. 1588-1592. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2011.02.075](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2011.02.075) (cf. p. 25, 32, 43).

- [Dem+23] Ahmet DEMIRTAS, Erik A. TAYLOR, Bernd GLUDOVATZ et al. « An integrated experimental-computational framework to assess the influence of microstructure and material properties on fracture toughness in clinical specimens of human femoral cortical bone ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* (2023), p. 106034. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2023.106034](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2023.106034) (cf. p. 132).
- [Des+12] Judith DESOUTTER, Romuald MENTAVERRI, Michel BRAZIER et al. « Le remodelage osseux normal et pathologique ». In : *Revue Francophone des Laboratoires*. Actualités sur le remodelage osseux et son exploration 2012.446 (2012), p. 33-42. DOI : [10.1016/S1773-035X\(12\)71733-1](https://doi.org/10.1016/S1773-035X(12)71733-1) (cf. p. 28).
- [Don+14] Finn DONALDSON, Davide RUFFONI, Philipp SCHNEIDER et al. « Modeling microdamage behavior of cortical bone ». In : *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology* 13.6 (2014), p. 1227-1242. DOI : [10.1007/s10237-014-0568-6](https://doi.org/10.1007/s10237-014-0568-6) (cf. p. 132).
- [Dra+11] Dan DRAGOMIR-DAESCU, Jorn OP DEN BUIJS, Sean MCELIGOT et al. « Robust QCT/FEA Models of Proximal Femur Stiffness and Fracture Load During a Sideways Fall on the Hip ». In : *Annals of Biomedical Engineering* 39.2 (2011), p. 742-755. DOI : [10.1007/s10439-010-0196-y](https://doi.org/10.1007/s10439-010-0196-y) (cf. p. 132).
- [Duc+08] L. DUCHEMIN, V. BOUSSON, C. RAOSSANALY et al. « Prediction of mechanical properties of cortical bone by quantitative computed tomography ». In : *Medical Engineering & Physics* 30.3 (2008), p. 321-328. DOI : [10.1016/j.medengphy.2007.04.008](https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2007.04.008) (cf. p. 45, 105).
- [Dug60] D. S. DUGDALE. « Yielding of steel sheets containing slits ». In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8.2 (1960), p. 100-104. DOI : [10.1016/0022-5096\(60\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(60)90013-2) (cf. p. 128).
- [Eto+07] Susan Essien ETOK, Eugenia VALSAMI-JONES, Timothy J. WESS et al. « Structural and chemical changes of thermally treated bone apatite ». In : *Journal of Materials Science* 42.23 (2007), p. 9807-9816. DOI : [10.1007/s10853-007-1993-z](https://doi.org/10.1007/s10853-007-1993-z) (cf. p. 82).
- [EZ94] A. G. EVANS et F. W. ZOK. « The Physics and Mechanics of Brittle Matrix Composites ». In : *Solid State Physics*. Sous la dir. d'HENRY EHRENREICH et DAVID TURNBULL. T. 47. Academic Press, 1994, p. 177-286. DOI : [10.1016/S0081-1947\(08\)60640-2](https://doi.org/10.1016/S0081-1947(08)60640-2) (cf. p. 65).
- [Eva73] F. G. EVANS. « Factors affecting the mechanical properties of bone. » In : *Bulletin of the New York Academy of Medicine* 49.9 (1973), p. 751-764 (cf. p. 45, 46).
- [Fai+14] A. FAINGOLD, S. R. COHEN, R. SHAHAR et al. « The effect of hydration on mechanical anisotropy, topography and fibril organization of the osteonal lamellae ». In : *Journal of Biomechanics* 47.2 (2014), p. 367-372. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2013.11.022](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2013.11.022) (cf. p. 47).

- [FCW12] Anna FAINGOLD, Sidney R. COHEN et H. Daniel WAGNER. « Nanoindentation of osteonal bone lamellae ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 9 (2012), p. 198-206. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2012.01.014](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2012.01.014) (cf. p. 33, 43).
- [Fed+12] Andriy FEDOROV, Reinhard BEICHEL, Jayashree KALPATHY-CRAMER et al. « 3D Slicer as an image computing platform for the Quantitative Imaging Network ». In : *Magnetic Resonance Imaging. Quantitative Imaging in Cancer* 30.9 (2012), p. 1323-1341. DOI : [10.1016/j.mri.2012.05.001](https://doi.org/10.1016/j.mri.2012.05.001) (cf. p. 90).
- [Fle+20] Ingmar FLEPS, Hassan BAHALOO, Philippe K. ZYSSET et al. « Empirical relationships between bone density and ultimate strength : A literature review ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 110 (2020), p. 103866. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2020.103866](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2020.103866) (cf. p. 45, 111).
- [Fro60] H. M. FROST. « Presence of microscopic cracks in vivo in bone ». In : *Henry Ford Hosp Med Bull* 8 (1960), p. 25-35 (cf. p. 60).
- [FV00] D. P. FYHRIE et D. VASHISHTH. « Bone stiffness predicts strength similarly for human vertebral cancellous bone in compression and for cortical bone in tension ». In : *Bone* 26.2 (2000), p. 169-173. DOI : [10.1016/S8756-3282\(99\)00246-X](https://doi.org/10.1016/S8756-3282(99)00246-X) (cf. p. 41).
- [Gao06] Huajian GAO. « Application of Fracture Mechanics Concepts to Hierarchical Biomechanics of Bone and Bone-like Materials ». In : *International Journal of Fracture* 138.1 (2006), p. 101. DOI : [10.1007/s10704-006-7156-4](https://doi.org/10.1007/s10704-006-7156-4) (cf. p. 132).
- [Gau+19] Rémy GAUTHIER, Héléne FOLLET, Cécile OLIVIER et al. « 3D analysis of the osteonal and interstitial tissue in human radii cortical bone ». In : *Bone* 127 (2019), p. 526-536. DOI : [10.1016/j.bone.2019.07.028](https://doi.org/10.1016/j.bone.2019.07.028) (cf. p. 25, 38).
- [Gin+17] Eugenio GINER, Ricardo BELDA, Camila ARANGO et al. « Calculation of the critical energy release rate  $G_c$  of the cement line in cortical bone combining experimental tests and finite element models ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 184 (2017), p. 168-182. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2017.08.026](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.08.026) (cf. p. 38, 132).
- [GR15] Aurélien GOURRIER et Ina REICHE. *Chapitre 3 L'os : morphologie, structure et composition chimique*. 2015 (cf. p. 22, 24, 26).
- [GDN15] Mathilde GRANKE, Mark D. DOES et Jeffrey S. NYMAN. « The Role of Water Compartments in the Material Properties of Cortical Bone ». In : *Calcified Tissue International* 97.3 (2015), p. 292-307. DOI : [10.1007/s00223-015-9977-5](https://doi.org/10.1007/s00223-015-9977-5) (cf. p. 23, 47).

- [Gra+16] Mathilde GRANKE, Alexander J. MAKOWSKI, Sasidhar UPPUGANTI et al. « Prevalent role of porosity and osteonal area over mineralization heterogeneity in the fracture toughness of human cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 49.13 (2016), p. 2748-2755. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2016.06.009](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2016.06.009) (cf. p. 36, 41, 43, 45, 60, 120).
- [GBD07] Jorge GRASA, José Antonio BEA et Manuel DOBLARÉ. « A Probabilistic Extended Finite Element Approach : Application to the Prediction of Bone Crack Propagation ». In : *Key Engineering Materials* 348-349 (2007), p. 77-80. DOI : [10.4028/www.scientific.net/KEM.348-349.77](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.348-349.77) (cf. p. 132, 133).
- [Gri+09] Quentin GRIMAL, Sylvain HAUPERT, David MITTON et al. « Assessment of cortical bone elasticity and strength : Mechanical testing and ultrasound provide complementary data ». In : *Medical Engineering & Physics* 31.9 (2009), p. 1140-1147. DOI : [10.1016/j.medengphy.2009.07.011](https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2009.07.011) (cf. p. 29).
- [Gun+13] C. Allan GUNNARSSON, Brett SANBORN, Mark FOSTER et al. « Initiation Fracture Toughness of Human Cortical Bone as a Function of Loading Rate ». In : *Dynamic Behavior of Materials, Volume 1*. Sous la dir. de Vijay CHALIVENDRA, Bo SONG et Daniel CASEM. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. New York, NY : Springer, 2013, p. 45-56. DOI : [10.1007/978-1-4614-4238-7\\_7](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4238-7_7) (cf. p. 35).
- [GWI19] Anna GUSTAFSSON, Mathias WALLIN et Hanna ISAKSSON. « Age-related properties at the microscale affect crack propagation in cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 95 (2019), p. 109326. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2019.109326](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2019.109326) (cf. p. 41, 45, 46).
- [Gus+19] Anna GUSTAFSSON, Mathias WALLIN, Hanifeh KHAYYERI et al. « Crack propagation in cortical bone is affected by the characteristics of the cement line : a parameter study using an XFEM interface damage model ». In : *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology* 18.4 (2019), p. 1247-1261. DOI : [10.1007/s10237-019-01142-4](https://doi.org/10.1007/s10237-019-01142-4) (cf. p. 132).
- [Haa+08] Emil H. van HAAREN, Babette C. van der ZWAARD, Albert J. van der VEEN et al. « Effect of long-term preservation on the mechanical properties of cortical bone in goats ». In : *Acta Orthopaedica* 79.5 (2008), p. 708-716. DOI : [10.1080/17453670810016759](https://doi.org/10.1080/17453670810016759) (cf. p. 46).
- [Hab+12] Yvonne HABA, Tobias LINDNER, Andreas FRITSCHÉ et al. « Relationship Between Mechanical Properties and Bone Mineral Density of Human Femoral Bone Retrieved from Patients with Osteoarthritis ». In : *The Open Orthopaedics Journal* 6 (2012), p. 458-463. DOI : [10.2174/1874325001206010458](https://doi.org/10.2174/1874325001206010458) (cf. p. 105).

- [Hab+06] Krzysztof HABERKO, Mirosław M. BUĆKO, Jadwiga BRZEZIŃSKA-MIECZNIK et al. « Natural hydroxyapatite—its behaviour during heat treatment ». In : *Journal of the European Ceramic Society*. Proceedings of the International Symposium on Inorganic and Environmental Materials, Eindhoven, NL, October 2004 26.4 (2006), p. 537-542. DOI : [10.1016/j.jeurceramsoc.2005.07.033](https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2005.07.033) (cf. p. 23, 82).
- [HA06] Dimitrios J. HADJIDAKIS et Ioannis I. ANDROULAKIS. « Bone Remodeling ». In : *Annals of the New York Academy of Sciences* 1092.1 (2006), p. 385-396. DOI : [10.1196/annals.1365.035](https://doi.org/10.1196/annals.1365.035) (cf. p. 28, 29, 43, 66).
- [Hai+98] T. J. HAIRE, R. HODGSKINSON, P. S. GANNEY et al. « A comparison of porosity, fabric and fractal dimension as predictors of the Young's modulus of equine cancellous bone ». In : *Medical Engineering & Physics* 20.8 (1998), p. 588-593. DOI : [10.1016/S1350-4533\(98\)00063-0](https://doi.org/10.1016/S1350-4533(98)00063-0) (cf. p. 42, 110).
- [HBA12] Ridha HAMBLI, Awad BETTAMER et Samir ALLAOUI. « Finite element prediction of proximal femur fracture pattern based on orthotropic behaviour law coupled to quasi-brittle damage ». In : *Medical Engineering & Physics* 34.2 (2012), p. 202-210. DOI : [10.1016/j.medengphy.2011.07.011](https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2011.07.011) (cf. p. 132).
- [Hel+16] B. HELGASON, S. GILCHRIST, O. ARIZA et al. « The influence of the modulus–density relationship and the material mapping method on the simulated mechanical response of the proximal femur in side-ways fall loading configuration ». In : *Medical Engineering & Physics* 38.7 (2016), p. 679-689. DOI : [10.1016/j.medengphy.2016.03.006](https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2016.03.006) (cf. p. 45).
- [Hil+03] J. C. HILLER, T. J. U. THOMPSON, M. P. EVISON et al. « Bone mineral change during experimental heating : an X-ray scattering investigation ». In : *Biomaterials* 24.28 (2003), p. 5091-5097. DOI : [10.1016/S0142-9612\(03\)00427-7](https://doi.org/10.1016/S0142-9612(03)00427-7) (cf. p. 82).
- [HMP76] A. HILLERBORG, M. MODÉER et P. -E. PETERSSON. « Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements ». In : *Cement and Concrete Research* 6.6 (1976), p. 773-781. DOI : [10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7) (cf. p. 129).
- [HB07] Maria L. HILLIER et Lynne S. BELL. « Differentiating Human Bone from Animal Bone : A Review of Histological Methods ». In : *Journal of Forensic Sciences* 52.2 (2007), p. 249-263. DOI : <https://doi.org/10.1111/j.1556-4029.2006.00368.x> (cf. p. 27).
- [Hoc+06] T. HOC, L. HENRY, M. VERDIER et al. « Effect of microstructure on the mechanical properties of Haversian cortical bone ». In : *Bone* 38.4 (2006), p. 466-474. DOI : [10.1016/j.bone.2005.09.017](https://doi.org/10.1016/j.bone.2005.09.017) (cf. p. 31-33).

- [IJ17] Ashraf IDKAIDEK et Iwona JASIUK. « Cortical bone fracture analysis using XFEM – case study ». In : *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering* 33.4 (2017), e2809. DOI : [10.1002/cnm.2809](https://doi.org/10.1002/cnm.2809) (cf. p. 132).
- [Irw57] G. R. IRWIN. « Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate ». In : *Journal of Applied Mechanics* 24.3 (1957), p. 361-364. DOI : [10.1115/1.4011547](https://doi.org/10.1115/1.4011547) (cf. p. 34).
- [JHB12] J. JONVAUX, T. HOC et E. BUDYN. « Analysis of micro fracture in human Haversian cortical bone under compression ». In : *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering* 28.9 (2012), p. 974-998. DOI : [10.1002/cnm.2478](https://doi.org/10.1002/cnm.2478) (cf. p. 132).
- [Jun07] Géraldine JUNDT. « Modèles d'endommagement et de rupture des matériaux biologiques ». These de doctorat. Aix-Marseille 2, 2007 (cf. p. 28, 132).
- [KTS94] M. KACHANOV, Igor TSUKROV et B. SHAFIRO. « Effective Moduli of Solids With Cavities of Various Shapes ». In : *Applied Mechanics Reviews - APPL MECH REV* 47 (1994). DOI : [10.1115/1.3122810](https://doi.org/10.1115/1.3122810) (cf. p. 41).
- [Kan+03] Tadashi S. KANEKO, Marina R. PEJCIC, Jamshid TEHRANZADEH et al. « Relationships between material properties and CT scan data of cortical bone with and without metastatic lesions ». In : *Medical Engineering & Physics* 25.6 (2003), p. 445-454. DOI : [10.1016/S1350-4533\(03\)00030-4](https://doi.org/10.1016/S1350-4533(03)00030-4) (cf. p. 45, 105).
- [KY84] J. L. KATZ et H. S. YOON. « The Structure and Anisotropic Mechanical Properties of Bone ». In : *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* BME-31.12 (1984), p. 878-884. DOI : [10.1109/TBME.1984.325252](https://doi.org/10.1109/TBME.1984.325252) (cf. p. 25, 29-31, 46, 111).
- [Kim90] Jin-Keun KIM. « Size effect in concrete specimens with dissimilar initial cracks ». In : *Magazine of Concrete Research* 42.153 (1990), p. 233-238. DOI : [10.1680/macr.1990.42.153.233](https://doi.org/10.1680/macr.1990.42.153.233) (cf. p. 47).
- [KRF16] Nikolas K. KNOWLES, Jacob M. REEVES et Louis M. FERREIRA. « Quantitative Computed Tomography (QCT) derived Bone Mineral Density (BMD) in finite element studies : a review of the literature ». In : *Journal of Experimental Orthopaedics* 3.1 (2016), p. 36. DOI : [10.1186/s40634-016-0072-2](https://doi.org/10.1186/s40634-016-0072-2) (cf. p. 45, 105).
- [KR02] Sean S. KOHLES et Julie B. ROBERTS. « Linear Poroelastic Cancellous Bone Anisotropy : Trabecular Solid Elastic and Fluid Transport Properties ». In : *Journal of Biomechanical Engineering* 124.5 (2002), p. 521-526. DOI : [10.1115/1.1503374](https://doi.org/10.1115/1.1503374) (cf. p. 41, 89).
- [KTG22] T. KURTZ, J.-L. TAILHAN et Y. GODIO-RABOUTET. « Propagation de fissure sur tronçon d'os long rainuré. 25ème Congrès Français de Mécanique, Nantes, France ». In : (2022) (cf. p. 51, 53, 57, 59, 63-66, 89, 92-94, 96-99).

- [Kur+23] T. KURTZ, T. WOITRAIN, Y. GODIO-RABOUTET et al. « Method for Evaluating Cortical Bone Young's Modulus : Numerical Twin Reconstruction, Finite Element Calculation, and Microstructure Analysis ». In : *Journal of Biomechanical Engineering* 145.111013 (2023). DOI : [10.1115/1.4063100](https://doi.org/10.1115/1.4063100) (cf. p. 42, 54, 70, 71, 74, 76, 77, 88, 107, 110, 154, 178, 179, 186, 187, 197).
- [LBR10] Maximilien LAUNEY, Markus BUEHLER et Robert RITCHIE. « On the Mechanistic Origins of Toughness in Bone ». In : *Annual Review of Materials Research* 40 (2010), p. 25-53. DOI : [10.1146/annurev-matsci-070909-104427](https://doi.org/10.1146/annurev-matsci-070909-104427) (cf. p. 35, 37, 60).
- [Le +12] T. LE CORROLLER, J. HALGRIN, M. PITHIOUX et al. « Combination of texture analysis and bone mineral density improves the prediction of fracture load in human femurs ». In : *Osteoporosis International* 23.1 (2012), p. 163-169. DOI : [10.1007/s00198-011-1703-1](https://doi.org/10.1007/s00198-011-1703-1) (cf. p. 81, 82, 105).
- [Lef+19] Emmanuelle LEFÈVRE, Delphine FARLAY, Yohann BALA et al. « Compositional and mechanical properties of growing cortical bone tissue : a study of the human fibula ». In : *Scientific Reports* 9.1 (2019), p. 17629. DOI : [10.1038/s41598-019-54016-1](https://doi.org/10.1038/s41598-019-54016-1) (cf. p. 45, 81, 82).
- [LC20] J. LEMAITRE et J.L. CHABOCHE. *Mécanique des matériaux solides*. Editions Dunod, 2020. DOI : [10.1007/978-1-4757-2968-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2968-9_5) (cf. p. 127, 128).
- [Li+15] Cheng LI, Dakai JIN, Cheng CHEN et al. « Automated cortical bone segmentation for multirow-detector CT imaging with validation and application to human studies ». In : *Medical Physics* 42.8 (2015), p. 4553-4565. DOI : [10.1118/1.4923753](https://doi.org/10.1118/1.4923753) (cf. p. 87).
- [Li+13] Simin LI, Adel ABDEL-WAHAB, Emrah DEMIRCI et al. « Fracture process in cortical bone : X-FEM analysis of microstructured models ». In : *International Journal of Fracture* 184.1 (2013), p. 43-55. DOI : [10.1007/s10704-013-9814-7](https://doi.org/10.1007/s10704-013-9814-7) (cf. p. 132).
- [LAS13] Simin LI, Adel ABDEL-WAHAB et Vadim V. SILBERSCHMIDT. « Analysis of fracture processes in cortical bone tissue ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 110 (2013), p. 448-458. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2012.11.020](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.11.020) (cf. p. 60, 61, 113).
- [LDS13] Simin LI, Emrah DEMIRCI et Vadim V. SILBERSCHMIDT. « Variability and anisotropy of mechanical behavior of cortical bone in tension and compression ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 21 (2013), p. 109-120. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2013.02.021](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2013.02.021) (cf. p. 25, 30, 39, 80, 143).
- [Lin+09] Hui LIN, Carl-Èric AUBIN, Stefan PARENT et al. « Mechanobiological bone growth : comparative analysis of two biomechanical modeling approaches ». In : *Medical & Biological Engineering & Computing* 47.4 (2009), p. 357-366. DOI : [10.1007/s11517-008-0425-9](https://doi.org/10.1007/s11517-008-0425-9) (cf. p. 28).

- [LS93] Frank LINDE et Hans Christian Florian SØRENSEN. « The effect of different storage methods on the mechanical properties of trabecular bone ». In : *Journal of Biomechanics* 26.10 (1993), p. 1249-1252. DOI : [10.1016/0021-9290\(93\)90072-M](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90072-M) (cf. p. 46, 51).
- [LK84] Susan F. LIPSON et J. Lawrence KATZ. « The relationship between elastic properties and microstructure of bovine cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 17.4 (1984), p. 231-240. DOI : [10.1016/0021-9290\(84\)90134-9](https://doi.org/10.1016/0021-9290(84)90134-9) (cf. p. 25).
- [Mar+17] Miguel MARCO, Eugenio GINER, Ricardo LARRAÍNZAAR-GARIJO et al. « Numerical Modelling of Femur Fracture and Experimental Validation Using Bone Simulant ». In : *Annals of Biomedical Engineering* 45.10 (2017), p. 2395-2408. DOI : [10.1007/s10439-017-1877-6](https://doi.org/10.1007/s10439-017-1877-6) (cf. p. 132).
- [Mar93] Bruce MARTIN. « Aging and strength of bone as a structural material ». In : *Calcified Tissue International* 53.1 (1993), S34-S40. DOI : [10.1007/BF01673400](https://doi.org/10.1007/BF01673400) (cf. p. 45, 46).
- [MB93] R. B. MARTIN et D. L. BOARDMAN. « The effects of collagen fiber orientation, porosity, density, and mineralization on bovine cortical bone bending properties ». In : *Journal of Biomechanics* 26.9 (1993), p. 1047-1054. DOI : [10.1016/S0021-9290\(05\)80004-1](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(05)80004-1) (cf. p. 31, 39, 41).
- [Mar91] R. Bruce MARTIN. « Determinants of the mechanical properties of bones ». In : *Journal of Biomechanics*. Proceedings of the NASA Symposium on the Influence of Gravity and Activity on Muscle and Bone 24 (1991), p. 79-88. DOI : [10.1016/0021-9290\(91\)90379-2](https://doi.org/10.1016/0021-9290(91)90379-2) (cf. p. 41, 89).
- [MBS98] R. Bruce MARTIN, David B. BURR et Neil A. SHARKEY. *Skeletal Tissue Mechanics*. Sous la dir. de R. Bruce MARTIN, David B. BURR et Neil A. SHARKEY. New York, NY : Springer, 1998. DOI : [10.1007/978-1-4757-2968-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2968-9_5) (cf. p. 25-29, 33, 39, 111).
- [Mar+15] R. Bruce MARTIN, David B. BURR, Neil A. SHARKEY et David P. Fyhrie. « Fatigue and Fracture Resistance of Bone ». In : *Skeletal Tissue Mechanics*. Sous la dir. de R. Bruce MARTIN, David B. BURR, Neil A. SHARKEY et al. New York, NY : Springer, 2015, p. 423-482. DOI : [10.1007/978-1-4939-3002-9\\_8](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3002-9_8) (cf. p. 34, 38, 61).
- [Maz89] Jacky MAZARS. « L'effet d'échelle dans les structures en béton ». In : *Revue Française de Géotechnique* 49 (1989), p. 15-24 (cf. p. 47).
- [McE+70] James H. MCELHANEY, John L. FOGLE, John W. MELVIN et al. « Mechanical properties of cranial bone ». In : *Journal of Biomechanics* 3.5 (1970), p. 495-511. DOI : [10.1016/0021-9290\(70\)90059-X](https://doi.org/10.1016/0021-9290(70)90059-X) (cf. p. 41, 42, 89, 110).
- [Mel+18] A. MELENDO, A. COLL, M. PASENAU et al. *www.gidhome.com*. [Online; accessed Jun-2018]. 2018 (cf. p. 93).

- [MB96] J. M. MELENK et I. BABUŠKA. « The partition of unity finite element method : Basic theory and applications ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 139.1 (1996), p. 289-314. DOI : [10.1016/S0045-7825\(96\)01087-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(96)01087-0) (cf. p. 130).
- [Mel73] Evans FG. MELVIN JW. « Crack propagation in bone ». In : *Fung YC, Brighton JA, editors. Biomaterials symposium, AMD2. New York, NY : ASME* (1973) (cf. p. 36).
- [MC14] Marc André MEYERS et Po-Yu CHEN. *Biological Materials Science : Biological Materials, Bioinspired Materials, and Biomaterials*. Cambridge University Press, 2014 (cf. p. 24-26).
- [MK20] Seda SERTEL MEYVACI et Yasin Emre KAYA. « Investigation of the femoral inclination and Alsberg angles according to age and gender in adults ». In : *Anatomy* 14.3 (2020), p. 192-197 (cf. p. 80).
- [Mil+18] Petar MILOVANOVIC, Annika vom SCHEIDT, Kathrin MLETZKO et al. « Bone tissue aging affects mineralization of cement lines ». In : *Bone* 110 (2018), p. 187-193. DOI : [10.1016/j.bone.2018.02.004](https://doi.org/10.1016/j.bone.2018.02.004) (cf. p. 43).
- [MU11] Susan MISCHINSKI et Ani URAL. « Finite Element Modeling of Microcrack Growth in Cortical Bone ». In : *Journal of Applied Mechanics* 78.041016 (2011). DOI : [10.1115/1.4003754](https://doi.org/10.1115/1.4003754) (cf. p. 25, 33, 38, 132).
- [MB02] Nicolas MOËS et Ted BELYTSCHKO. « X-FEM : De nouvelles frontières pour les éléments finis ». In : *Revue Européenne des Éléments Finis* 11.2-4 (2002), p. 305. DOI : [10.3166/reef.11.305-318](https://doi.org/10.3166/reef.11.305-318) (cf. p. 130).
- [MOL06] S. MOHSIN, F. J. O'BRIEN et T. C. LEE. « Osteonal crack barriers in ovine compact bone ». In : *Journal of Anatomy* 208.1 (2006), p. 81-89. DOI : [10.1111/j.1469-7580.2006.00509.x](https://doi.org/10.1111/j.1469-7580.2006.00509.x) (cf. p. 38).
- [Mor+10] J.J.L. MORAIS, M.E.S.F. de MOURA, E.A.M. PEREIRA et al. « The double cantilever beam test applied to mode I fracture characterization of cortical bone tissue ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 3.6 (2010), p. 446-453. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2010.04.001](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2010.04.001) (cf. p. 36).
- [MDV05] Stéphane MOREL, Nuno DOURADO et Gérard VALENTIN. « Wood : a quasi-brittle material R-curve behavior and peak load evaluation ». In : *International Journal of Fracture* 131.4 (2005), p. 385-400. DOI : [10.1007/s10704-004-7513-0](https://doi.org/10.1007/s10704-004-7513-0) (cf. p. 55).
- [Mul+09] L. P. MULLINS, V. SASSI, P. E. MCHUGH et al. « Differences in the Crack Resistance of Interstitial, Osteonal and Trabecular Bone Tissue ». In : *Annals of Biomedical Engineering* 37.12 (2009), p. 2574. DOI : [10.1007/s10439-009-9797-8](https://doi.org/10.1007/s10439-009-9797-8) (cf. p. 25, 33).

- [Nal+06] R. K. NALLA, J. J. KRUZIC, J. H. KINNEY et al. « Role of microstructure in the aging-related deterioration of the toughness of human cortical bone ». In : *Materials Science and Engineering : C*. Proceedings of the First TMS Symposium on Biological Materials Science 26.8 (2006), p. 1251-1260. DOI : [10.1016/j.msec.2005.08.021](https://doi.org/10.1016/j.msec.2005.08.021) (cf. p. 36, 43, 45).
- [NKR04] R. K. NALLA, J. J. KRUZIC et R. O. RITCHIE. « On the origin of the toughness of mineralized tissue : microcracking or crack bridging? » In : *Bone* 34.5 (2004), p. 790-798. DOI : [10.1016/j.bone.2004.02.001](https://doi.org/10.1016/j.bone.2004.02.001) (cf. p. 35).
- [Nal+05] R.K. NALLA, J.S. STÖLKEN, J.H. KINNEY et al. « Fracture in human cortical bone : local fracture criteria and toughening mechanisms ». In : *Journal of Biomechanics* 38.7 (2005), p. 1517-1525. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2004.07.010](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2004.07.010) (cf. p. 36).
- [NE04] X NEIL DONG et X EDWARD GUO. « The dependence of transversely isotropic elasticity of human femoral cortical bone on porosity ». In : *Journal of Biomechanics* 37.8 (2004), p. 1281-1287. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2003.12.011](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2003.12.011) (cf. p. 41, 42, 89, 110).
- [NLN10] Vu-Hieu NGUYEN, Thibault LEMAIRE et Salah NAILI. « Poroelastic behaviour of cortical bone under harmonic axial loading : A finite element study at the osteonal scale ». In : *Medical Engineering & Physics* 32.4 (2010), p. 384-390. DOI : [10.1016/j.medengphy.2010.02.001](https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2010.02.001) (cf. p. 33).
- [NBL73] J. E. NICHOLSON, J. E. BARNACLE et P. F. LESSE. « Evidence of residual stress in small sections of ordinary green Eucalyptus regnans ». In : *Wood Science and Technology* 7.1 (1973), p. 20-28. DOI : [10.1007/BF00353375](https://doi.org/10.1007/BF00353375) (cf. p. 66).
- [Nic93] Rebecca A. NICHOLSON. « A Morphological Investigation of Burnt Animal Bone and an Evaluation of its Utility in Archaeology ». In : *Journal of Archaeological Science* 20.4 (1993), p. 411-428. DOI : [10.1006/jasc.1993.1025](https://doi.org/10.1006/jasc.1993.1025) (cf. p. 82).
- [Nik+18] Mijo NIKOLIĆ, Emir KARAVELIĆ, Adnan IBRAHIMBEGOVIĆ et al. « Lattice Element Models and Their Peculiarities ». In : *Archives of Computational Methods in Engineering* 25.3 (2018), p. 753-784. DOI : [10.1007/s11831-017-9210-y](https://doi.org/10.1007/s11831-017-9210-y) (cf. p. 131).
- [NYO03] M. NOGI, H. YAMAMOTO et T. OKUYAMA. « Relaxation mechanism of residual stress inside logs by heat treatment : choosing the heating time and temperature ». In : *Journal of Wood Science* 49.1 (2003), p. 0022-0028. DOI : [10.1007/s100860300004](https://doi.org/10.1007/s100860300004) (cf. p. 66).
- [NVB92] T. L. NORMAN, D. VASHISHTH et D. B. BURR. « Effect of groove on bone fracture toughness ». In : *Journal of Biomechanics* 25.12 (1992), p. 1489-1492. DOI : [10.1016/0021-9290\(92\)90061-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(92)90061-5) (cf. p. 36).

- [NG01] Michael R. NORTON et Carole GAMBLE. « Bone classification : an objective scale of bone density using the computerized tomography scan ». In : *Clinical Oral Implants Research* 12.1 (2001), p. 79-84. DOI : [10.1034/j.1600-0501.2001.012001079.x](https://doi.org/10.1034/j.1600-0501.2001.012001079.x) (cf. p. 87).
- [Nym+06] Jeffrey S. NYMAN, Anuradha ROY, Xinmei SHEN et al. « The influence of water removal on the strength and toughness of cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 39.5 (2006), p. 931-938. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2005.01.012](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2005.01.012) (cf. p. 23, 47).
- [Ohm+08] Caroline OHMAN, Enrico DALL'ARA, Massimiliano BALEANI et al. « The effects of embalming using a 4% formalin solution on the compressive mechanical properties of human cortical bone ». In : *Clinical Biomechanics (Bristol, Avon)* 23.10 (2008), p. 1294-1298. DOI : [10.1016/j.clinbiomech.2008.07.007](https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2008.07.007) (cf. p. 46, 120).
- [Ost+16] Georg OSTERHOFF, Elise F. MORGAN, Sandra J. SHEFELBINE et al. « Bone mechanical properties and changes with osteoporosis ». In : *Injury* 47.Suppl 2 (2016), S11-S20. DOI : [10.1016/S0020-1383\(16\)47003-8](https://doi.org/10.1016/S0020-1383(16)47003-8) (cf. p. 26, 46).
- [Pal+14] Paolo E PALACIO-MANCHENO, Adriana I LARRIERA, Stephen B DOTY et al. « 3D Assessment of Cortical Bone Porosity and Tissue Mineral Density Using High-Resolution  $\mu$ CT : Effects of Resolution and Threshold Method ». In : *Journal of Bone and Mineral Research* 29.1 (2014), p. 142-150. DOI : [10.1002/jbmr.2012](https://doi.org/10.1002/jbmr.2012) (cf. p. 87).
- [PN01] G. P. PARSAMIAN et T. L. NORMAN. « Diffuse damage accumulation in the fracture process zone of human cortical bone specimens and its influence on fracture toughness ». In : *Journal of Materials Science. Materials in Medicine* 12.9 (2001), p. 779-783. DOI : [10.1023/a:1017916800421](https://doi.org/10.1023/a:1017916800421) (cf. p. 60).
- [Phe+00] J. B. PHELPS, G. B. HUBBARD, X. WANG et al. « Microstructural heterogeneity and the fracture toughness of bone ». In : *Journal of Biomedical Materials Research* 51.4 (2000), p. 735-741. DOI : [10.1002/1097-4636\(20000915\)51:4<735::aid-jbm23>3.0.co;2-g](https://doi.org/10.1002/1097-4636(20000915)51:4<735::aid-jbm23>3.0.co;2-g) (cf. p. 36, 121).
- [Pie03] K. PIEKARSKI. « Fracture of Bone ». In : *Journal of Applied Physics* 41.1 (2003), p. 215-223. DOI : [10.1063/1.1658323](https://doi.org/10.1063/1.1658323) (cf. p. 60).
- [PCM02] M. PITHIOUX, P. CHABRAND et F. MAZEROLLE. « Statistical failure model of bones ». In : *Journal of Mechanics in Medicine and Biology* 02.01 (2002), p. 19-27. DOI : [10.1142/S0219519402000125](https://doi.org/10.1142/S0219519402000125) (cf. p. 132).
- [PLC02] M. PITHIOUX, P. LASAYGUES et P. CHABRAND. « An alternative ultrasonic method for measuring the elastic properties of cortical bone ». In : *Journal of Biomechanics* 35.7 (2002), p. 961-968. DOI : [10.1016/S0021-9290\(02\)00027-1](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(02)00027-1) (cf. p. 40).

- [R C21] R CORE TEAM. *R : A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2021. URL : <https://www.R-project.org/> (cf. p. 71).
- [Rab59] Y.N. RABOTNOV. *A mechanism of the long term fracture. (In Russian)*. Vo-prosy prochnosti materi-alov i konstruksii AN SSSR, 1959 (cf. p. 128).
- [Ras13] Giuseppe RASTIELLO. « Influence de la fissuration sur le transfert de fluides dans les structures en béton : stratégies de modélisation probabiliste et étude expérimentale ». Thèse de doct. Université Paris-Est, 2013 (cf. p. 133, 138).
- [RB75] Donald T. REILLY et Albert H. BURSTEIN. « The elastic and ultimate properties of compact bone tissue ». In : *Journal of Biomechanics* 8.6 (1975), p. 393-405. DOI : [10.1016/0021-9290\(75\)90075-5](https://doi.org/10.1016/0021-9290(75)90075-5) (cf. p. 31, 39, 143).
- [RBF74] Donald T. REILLY, Albert H. BURSTEIN et Victor H. FRANKEL. « The elastic modulus for bone ». In : *Journal of Biomechanics* 7.3 (1974), p. 271-275. DOI : [10.1016/0021-9290\(74\)90018-9](https://doi.org/10.1016/0021-9290(74)90018-9) (cf. p. 29, 31, 39).
- [RHA95] J.Y. RHO, M.C. HOBATHO et R.B. ASHMAN. « Relations of mechanical properties to density and CT numbers in human bone ». In : *Medical Engineering & Physics* 17.5 (1995), p. 347-355. DOI : [10.1016/1350-4533\(95\)97314-F](https://doi.org/10.1016/1350-4533(95)97314-F) (cf. p. 45, 111).
- [RAT93] Jae Young RHO, Richard B. ASHMAN et Charles H. TURNER. « Young's modulus of trabecular and cortical bone material : Ultrasonic and microtensile measurements ». In : *Journal of Biomechanics* 26.2 (1993), p. 111-119. DOI : [10.1016/0021-9290\(93\)90042-D](https://doi.org/10.1016/0021-9290(93)90042-D) (cf. p. 31).
- [RKZ98] Jae-Young RHO, Liisa KUHN-SPEARING et Peter ZIOUPOS. « Mechanical properties and the hierarchical structure of bone ». In : *Medical Engineering & Physics* 20.2 (1998), p. 92-102. DOI : [10.1016/S1350-4533\(98\)00007-1](https://doi.org/10.1016/S1350-4533(98)00007-1) (cf. p. 23, 24, 29, 48, 60, 111).
- [RP99] Jae-Young RHO et G. M. PHARR. « Effects of drying on the mechanical properties of bovine femur measured by nanoindentation ». In : *Journal of Materials Science : Materials in Medicine* 10.8 (1999), p. 485-488. DOI : [10.1023/A:1008901109705](https://doi.org/10.1023/A:1008901109705) (cf. p. 47).
- [RF07] E.L.B. RIBEIRO et I.A. FERREIRA. « Parallel implementation of the finite element method using compressed data structures ». In : *Computational Mechanics* 41 (2007), p. 31-48 (cf. p. 95).
- [RC05] FLB RIBEIRO et ALGA COUTINHO. « Comparison between element, edge and compressed storage schemes for iterative solutions in finite element analyses ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 63.4 (2005), p. 569-588 (cf. p. 95).

- [Rit88] R. O. RITCHIE. « Mechanisms of fatigue crack propagation in metals, ceramics and composites : Role of crack tip shielding ». In : *Materials Science and Engineering : A. Workshop on the Mechanics and Physics of Crack Growth : Application to Life Prediction* 103.1 (1988), p. 15-28. DOI : [10.1016/0025-5416\(88\)90547-2](https://doi.org/10.1016/0025-5416(88)90547-2) (cf. p. 35).
- [Rit+05] R. O. RITCHIE, J. H. KINNEY, J. J. KRUZIC et al. « A fracture mechanics and mechanistic approach to the failure of cortical bone ». In : *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 28.4 (2005), p. 345-371. DOI : [10.1111/j.1460-2695.2005.00878.x](https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2005.00878.x) (cf. p. 35).
- [Rit+08] R. O. RITCHIE, K. J. KOESTER, S. IONOVA et al. « Measurement of the toughness of bone : A tutorial with special reference to small animal studies ». In : *Bone* 43.5 (2008), p. 798-812. DOI : [10.1016/j.bone.2008.04.027](https://doi.org/10.1016/j.bone.2008.04.027) (cf. p. 44, 113).
- [Ros+94] P. ROSSI, X. WU, F. LE MAOU et al. « Scale effect on concrete in tension ». In : *Materials and Structures* 27.8 (1994), p. 437-444. DOI : [10.1007/BF02473447](https://doi.org/10.1007/BF02473447) (cf. p. 47, 134).
- [Ros88] Pierre ROSSI. « Fissuration du béton : du matériau à la structure ». Thèse de doct. Paris, France : Laboratoire central des ponts et chaussées, 1988 (cf. p. 113, 117).
- [Sab+16] Fereshteh A. SABET, Ahmad RAEISI NAJAFI, Elham HAMED et al. « Modeling of bone fracture and strength at different length scales : a review ». In : *Interface Focus* 6.1 (2016), p. 20150055. DOI : [10.1098/rsfs.2015.0055](https://doi.org/10.1098/rsfs.2015.0055) (cf. p. 131, 132).
- [SB88] Mitchell B. SCHAFFLER et David B. BURR. « Stiffness of compact bone : Effects of porosity and density ». In : *Journal of Biomechanics* 21.1 (1988), p. 13-16. DOI : [10.1016/0021-9290\(88\)90186-8](https://doi.org/10.1016/0021-9290(88)90186-8) (cf. p. 41, 42, 89, 110).
- [Sch+12] Johannes SCHINDELIN, Ignacio ARGANDA-CARRERAS, Erwin FRISE et al. « Fiji : an open-source platform for biological-image analysis ». In : *Nature Methods* 9.7 (2012), p. 676-682. DOI : [10.1038/nmeth.2019](https://doi.org/10.1038/nmeth.2019) (cf. p. 70).
- [SAJ17] Henry P. SCHWARCZ, Diab ABUEIDDA et Iwona JASIUUK. « The Ultrastructure of Bone and Its Relevance to Mechanical Properties ». In : *Frontiers in Physics* 5 (2017). DOI : [10.3389/fphy.2017.00039](https://doi.org/10.3389/fphy.2017.00039) (cf. p. 23, 26, 132).
- [SK98] Igor SEVOSTIANOV et Mark KACHANOV. « On the Relationship Between Microstructure of the Cortical Bone and its Overall Elastic Properties ». In : *International Journal of Fracture* 92.1 (1998), p. 1-8. DOI : [10.1023/A:1007593916936](https://doi.org/10.1023/A:1007593916936) (cf. p. 26, 27).
- [She+19] Azadeh SHEIDAEI, Morteza KAZEMPOUR, Ali HASANABADI et al. « Influence of bone microstructure distribution on developed mechanical energy for bone remodeling using a statistical reconstruction method ». In : *Mathematics and Mechanics of Solids* 24.10 (2019), p. 3027-3041. DOI : [10.1177/1081286519828418](https://doi.org/10.1177/1081286519828418) (cf. p. 44).

- [Sil+16] A.B.C.G. SILVA, J. LASZCZYK, L.C. WROBEL et al. « A thermoregulation model for hypothermic treatment of neonates ». In : *Med. Eng. and Phys.* 38 (2016), p. 988-998 (cf. p. 95).
- [SWR18] A.B.C.G. SILVA, L.C. WROBEL et F.L.B. RIBEIRO. « A thermoregulation model for whole body cooling hypothermia ». In : *J. thermal biology* 78 (2018), p. 122-130 (cf. p. 95).
- [Ske+05] John G. SKEDROS, Jennifer L. HOLMES, Eric G. VAJDA et al. « Cement lines of secondary osteons in human bone are not mineral-deficient : New data in a historical perspective ». In : *The Anatomical Record Part A : Discoveries in Molecular, Cellular, and Evolutionary Biology* 286A.1 (2005), p. 781-803. DOI : <https://doi.org/10.1002/ar.a.20214> (cf. p. 27, 43).
- [SöB17] Tümay SÖZEN, Lale ÖZİŞİK et Nursel çalık BAŞARAN. « An overview and management of osteoporosis ». In : *European Journal of Rheumatology* 4.1 (2017), p. 46-56. DOI : [10.5152/eurjrheum.2016.048](https://doi.org/10.5152/eurjrheum.2016.048) (cf. p. 111).
- [TO06] Shigeru TADANO et Taro OKOSHI. « Residual stress in bone structure and tissue of rabbit's tibiofibula ». In : *Bio-Medical Materials and Engineering* 16.1 (2006), p. 11-21 (cf. p. 29, 66).
- [TDR10] J. TAILHAN, Stefano DAL PONT et Pierre ROSSI. « From local to global probabilistic modeling of concrete cracking ». In : *Annals of Solid and Structural Mechanics* 1 (2010), p. 103-115. DOI : [10.1007/s12356-010-0008-y](https://doi.org/10.1007/s12356-010-0008-y) (cf. p. 136).
- [Tai+22] J.-L. TAILHAN, T. KURTZ, Y. GODIO-RABOUTET et al. « Macrocrack propagation in a notched shaft segment of human long bone : Experimental results and mechanical aspects ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 128 (2022), p. 105132. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2022.105132](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2022.105132) (cf. p. 51, 53-56, 58, 62-66, 153).
- [TAT70] M. TANAKA, T. ADACHI et Y. TOMITA. « Bone Remodeling Considering Residual Stress : Preliminary Experimental Observation And Theoretical Model Development ». In : *WIT Transactions on Biomedicine and Health* 1 (1970), p. 1-8 (cf. p. 66).
- [Tie+19] Thomas M. TIEFENBOECK, Stephan PAYR, Olga BAJENOV et al. « Effect of two (short-term) storage methods on load to failure testing of murine bone tissue ». In : *Scientific Reports* 9.1 (2019), p. 5961. DOI : [10.1038/s41598-019-42476-4](https://doi.org/10.1038/s41598-019-42476-4) (cf. p. 46).
- [UYA14] Mustafa UNAL, Shan YANG et Ozan AKKUS. « Molecular spectroscopic identification of the water compartments in bone ». In : *Bone* 67 (2014), p. 228-236. DOI : [10.1016/j.bone.2014.07.021](https://doi.org/10.1016/j.bone.2014.07.021) (cf. p. 23).
- [Ung+10] Stefan UNGER, Unger STEFAN, Michael BLAUTH et al. « Effects of three different preservation methods on the mechanical properties of human and bovine cortical bone ». In : *Bone* 47.6 (2010), p. 1048-1053. DOI : [10.1016/j.bone.2010.08.012](https://doi.org/10.1016/j.bone.2010.08.012) (cf. p. 46).

- [UV14] Ani URAL et Deepak VASHISHTH. « Hierarchical perspective of bone toughness – from molecules to fracture ». In : *International Materials Reviews* 59.5 (2014), p. 245-263. DOI : [10.1179/1743280414Y.0000000031](https://doi.org/10.1179/1743280414Y.0000000031) (cf. p. 132).
- [VBB97] D. VASHISHTH, J. C. BEHIRI et W. BONFIELD. « Crack growth resistance in cortical bone : Concept of microcrack toughening ». In : *Journal of Biomechanics* 30.8 (1997), p. 763-769. DOI : [10.1016/S0021-9290\(97\)00029-8](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(97)00029-8) (cf. p. 35, 36, 60, 65).
- [VCL14] Laura VERGANI, Chiara COLOMBO et Flavia LIBONATI. « Crack Propagation in Cortical Bone : A Numerical Study ». In : *Procedia Materials Science* 3 (2014), p. 1524-1529. DOI : [10.1016/j.mspro.2014.06.246](https://doi.org/10.1016/j.mspro.2014.06.246) (cf. p. 132).
- [Wac+02] N. J WACHTER, G. D KRISCHAK, M MENTZEL et al. « Correlation of bone mineral density with strength and microstructural parameters of cortical bone in vitro ». In : *Bone* 31.1 (2002), p. 90-95. DOI : [10.1016/S8756-3282\(02\)00779-2](https://doi.org/10.1016/S8756-3282(02)00779-2) (cf. p. 45, 105).
- [Wan+20] Mayao WANG, Simin LI, Annika vom SCHEIDT et al. « Numerical study of crack initiation and growth in human cortical bone : Effect of micro-morphology ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 232 (2020), p. 107051. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2020.107051](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.107051) (cf. p. 132).
- [Wei39] W. WEIBULL. « A statistical theory of the strength of materials ». In : *Ing. Vetenskap Akad. Handl.* 12 (1939) (cf. p. 40).
- [Wei51] W. WEIBULL. « A statistical distribution function of wide applicability ». In : *J. Appl. Mech.* 19 (1951) (cf. p. 40, 139).
- [Wil+17] Thomas WILLETT, David JOSEY, Rick Xing Ze LU et al. « The micro-damage process zone during transverse cortical bone fracture : No ears at crack growth initiation ». In : *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 74 (2017), p. 371-382. DOI : [10.1016/j.jmbbm.2017.06.029](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.06.029) (cf. p. 60, 113, 117).
- [Wor94] WORLD HEALTH ORGANIZATION. *Assessment of fracture risk and its application to screening for postmenopausal osteoporosis : report of a WHO study group [meeting held in Rome from 22 to 25 June 1992]*. Rapp. tech. World Health Organization, 1994 (cf. p. 19, 80).
- [WH76] T. M. WRIGHT et W. C. HAYES. « Tensile testing of bone over a wide range of strain rates : effects of strain rate, microstructure and density ». In : *Medical and biological engineering* 14.6 (1976), p. 671-680. DOI : [10.1007/BF02477046](https://doi.org/10.1007/BF02477046) (cf. p. 30).
- [YGB20] Aanchal YADAV, R. K. GODARA et Gagandeep BHARDWAJ. « A review on XIGA method for computational fracture mechanics applications ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 230 (2020), p. 107001. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2020.107001](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.107001) (cf. p. 131).

- [YT10] Satoshi YAMADA et Shigeru TADANO. « Residual stress around the cortical surface in bovine femoral diaphysis ». In : *Journal of Biomechanical Engineering* 132.4 (2010), p. 044503. DOI : [10.1115/1.4001163](https://doi.org/10.1115/1.4001163) (cf. p. 29, 66).
- [YTF11] Satoshi YAMADA, Shigeru TADANO et Kazuhiro FUJISAKI. « Residual stress distribution in rabbit limb bones ». In : *Journal of Biomechanics* 44.7 (2011), p. 1285-1290. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2011.01.038](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2011.01.038) (cf. p. 29, 66, 71).
- [Yan+07] Jiahau YAN, Kari B. CLIFTON, John J. MECHOLSKY et al. « Effect of temperature on the fracture toughness of compact bone ». In : *Journal of Biomechanics* 40.7 (2007), p. 1641-1645. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2006.07.011](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2006.07.011) (cf. p. 46).
- [Yen+97] Y. N. YENI, C. U. BROWN, Z. WANG et al. « The influence of bone morphology on fracture toughness of the human femur and tibia ». In : *Bone* 21.5 (1997), p. 453-459. DOI : [10.1016/S8756-3282\(97\)00173-7](https://doi.org/10.1016/S8756-3282(97)00173-7) (cf. p. 41, 43, 120, 121).
- [YN00] Y. N. YENI et T. L. NORMAN. « Fracture toughness of human femoral neck : effect of microstructure, composition, and age ». In : *Bone* 26.5 (2000), p. 499-504. DOI : [10.1016/S8756-3282\(00\)00258-1](https://doi.org/10.1016/S8756-3282(00)00258-1) (cf. p. 45, 47, 121).
- [ZCS20] Jiuguang ZHOU, Zhiwen CUI et Igor SEVOSTIANOV. « Effect of saturation on the elastic properties and anisotropy of cortical bone ». In : *International Journal of Engineering Science* 155 (2020), p. 103362. DOI : [10.1016/j.ijengsci.2020.103362](https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103362) (cf. p. 120).
- [ZCR12] Elizabeth ZIMMERMANN, Holly CARLTON et Robert RITCHIE. « The Multiscale Origins of Fracture Resistance in Human Bone and Its Biological Degradation ». In : *JOM* 64 (2012). DOI : [10.1007/s11837-012-0298-0](https://doi.org/10.1007/s11837-012-0298-0) (cf. p. 46).
- [ZR15] Elizabeth A. ZIMMERMANN et Robert O. RITCHIE. « Bone as a Structural Material ». In : *Advanced Healthcare Materials* 4.9 (2015), p. 1287-1304. DOI : <https://doi.org/10.1002/adhm.201500070> (cf. p. 46).
- [ZC98] P ZIOUPOS et J. D CURREY. « Changes in the Stiffness, Strength, and Toughness of Human Cortical Bone With Age ». In : *Bone* 22.1 (1998), p. 57-66. DOI : [10.1016/S8756-3282\(97\)00228-7](https://doi.org/10.1016/S8756-3282(97)00228-7) (cf. p. 29, 31, 39, 45-48, 111).
- [ZC94] P. ZIOUPOS et J. D. CURREY. « The extent of microcracking and the morphology of microcracks in damaged bone ». In : *Journal of Materials Science* 29.4 (1994), p. 978-986. DOI : [10.1007/BF00351420](https://doi.org/10.1007/BF00351420) (cf. p. 60).
- [Zyl04] Louise ZYLBERBERG. « New data on bone matrix and its proteins ». In : *Comptes Rendus Palevol. BIOMINERALISATION : DIVERSITE ET UNITE* 3.6 (2004), p. 591-604. DOI : [10.1016/j.crpv.2004.07.012](https://doi.org/10.1016/j.crpv.2004.07.012) (cf. p. 27, 28).

- [Zys+99] Philippe K ZYSSET, X EDWARD GUO, C EDWARD HOFFLER et al. « Elastic modulus and hardness of cortical and trabecular bone lamellae measured by nanoindentation in the human femur ». In : *Journal of Biomechanics* 32.10 (1999), p. 1005-1012. DOI : [10.1016/S0021-9290\(99\)00111-6](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(99)00111-6) (cf. p. 33, 47).



# ANNEXES

## A. Chemins de propagation de la macrofissure du groupe GS1

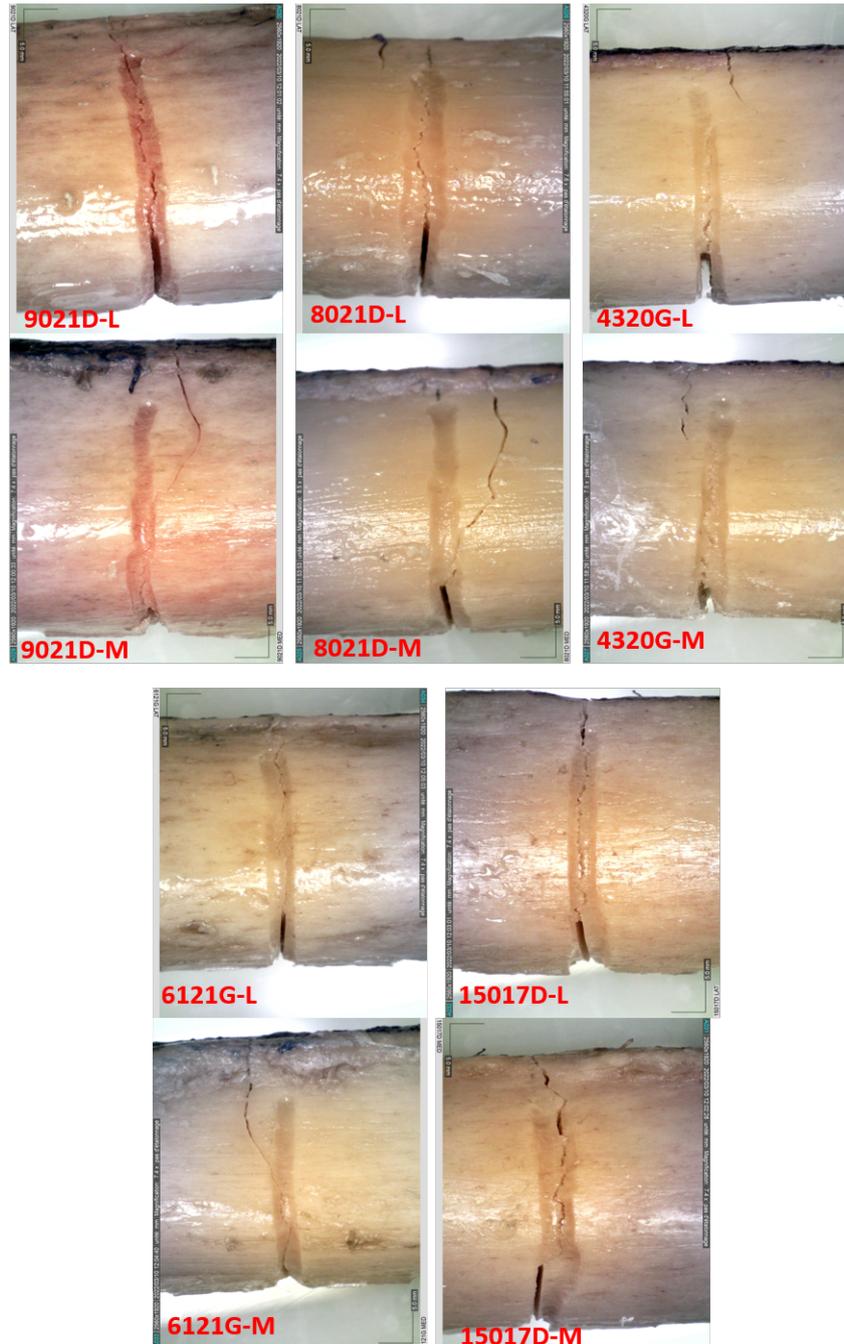


FIGURE 1. – Chemins de propagation de la fissure du groupe GS1 (L : Latéral et M : Médial).

## B. Analyse de la microstructure du groupe GS1

**Analyse multi-variée** Les analyses multi-variées sont réalisées pour chaque individu (36 SOIs x 5 os) par os, par quadrants ainsi que pour chaque individu (36 SOIs) par quadrants pour un os.

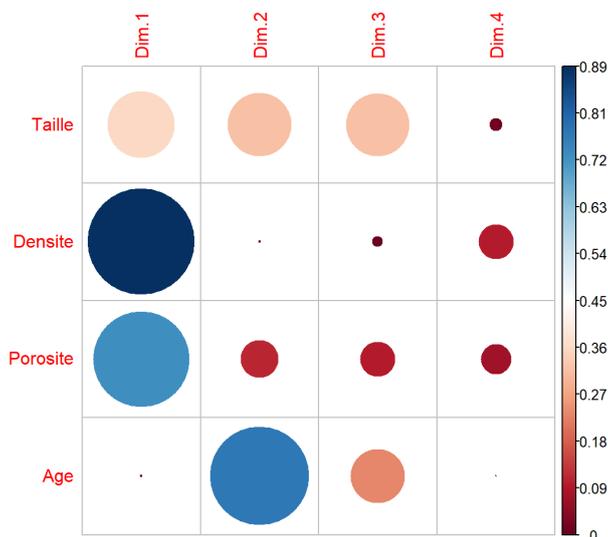


FIGURE 2. – Diagramme de contributions des variables

TABLEAU 1. – Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Variable	Dimension 1	Dimension 2
Taille ostéonale	17.974	26.533
Densité ostéonale	45.356	0.072
Porosité	36.633	9.324
Age	0.037	64.070

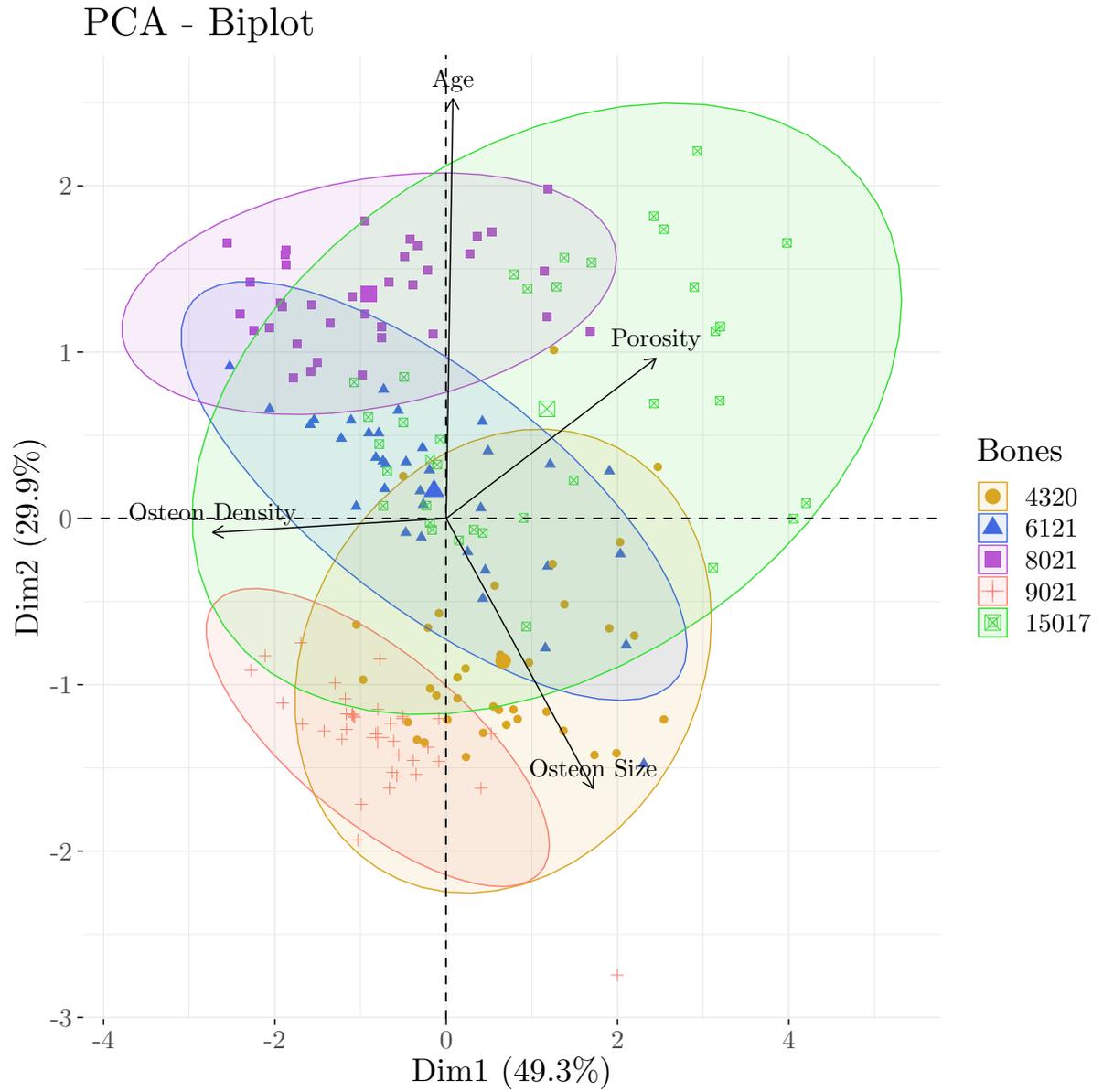


FIGURE 3. – Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Bibliographie – B. Analyse de la microstructure du groupe GS1

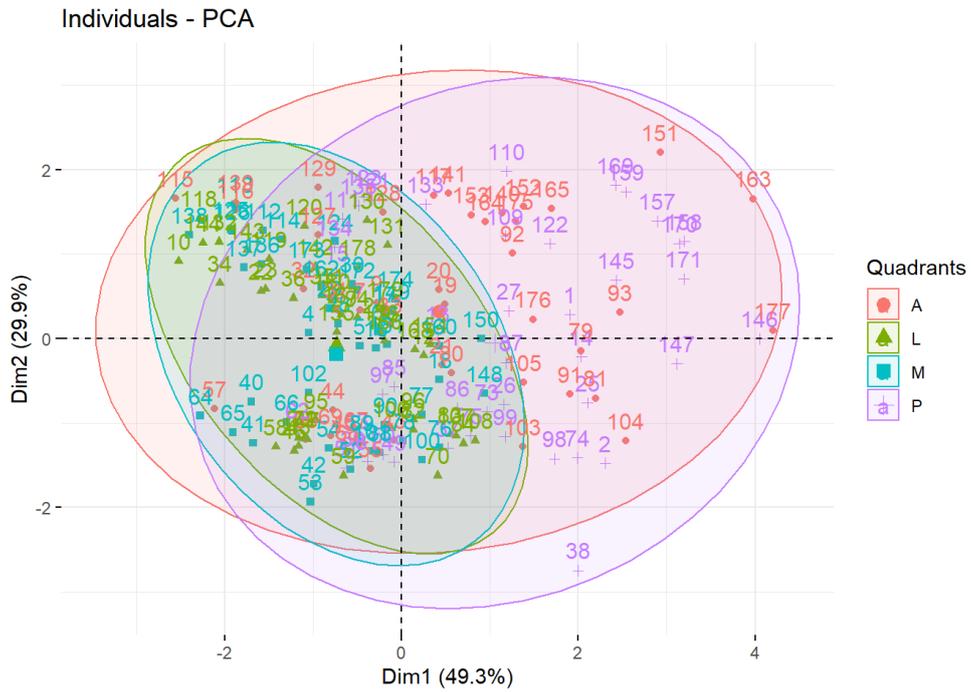


FIGURE 4. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque quadrant.

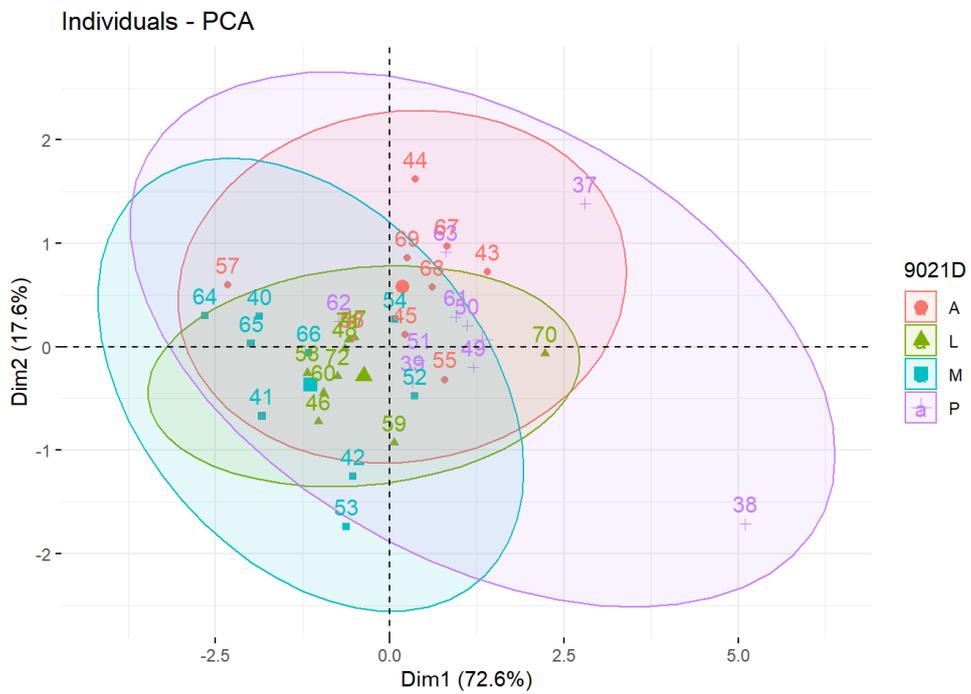


FIGURE 5. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 9021D

Bibliographie – B. Analyse de la microstructure du groupe GS1

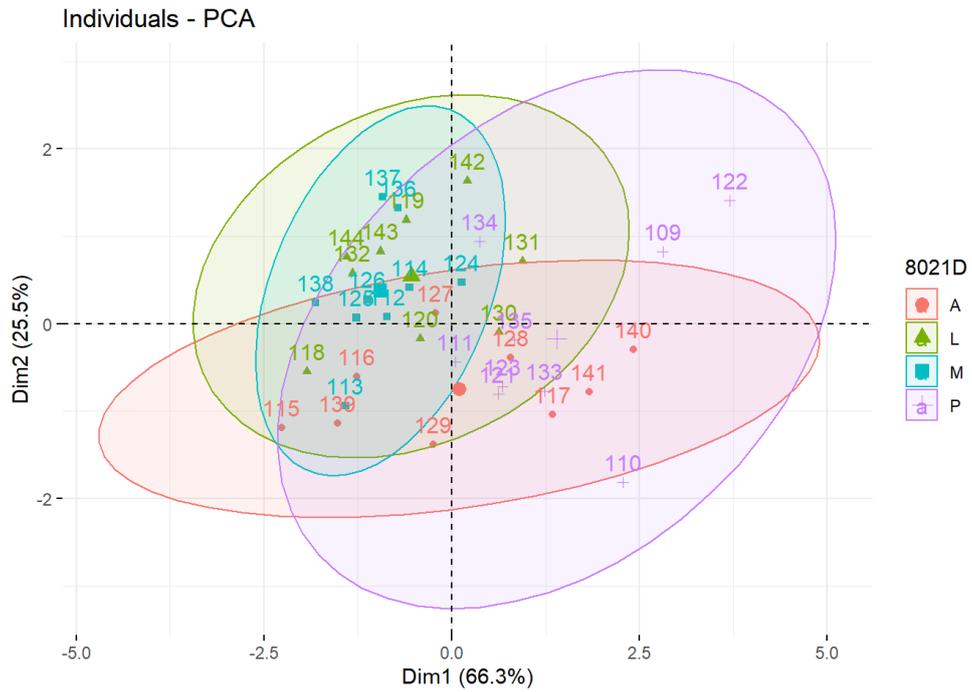


FIGURE 6. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 8021D

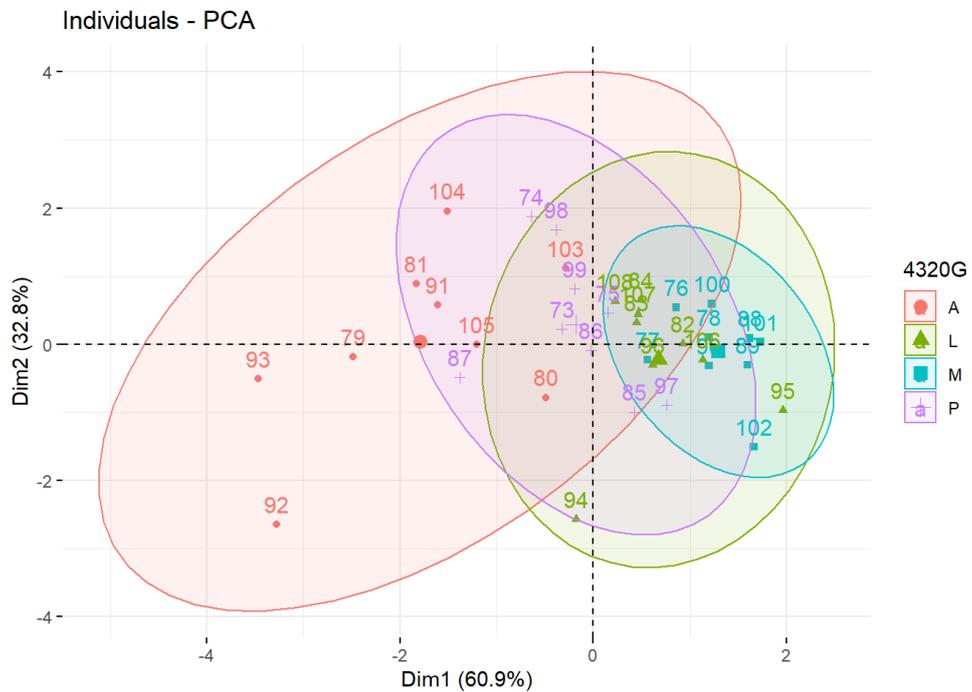


FIGURE 7. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 4320G

Bibliographie – B. Analyse de la microstructure du groupe GS1

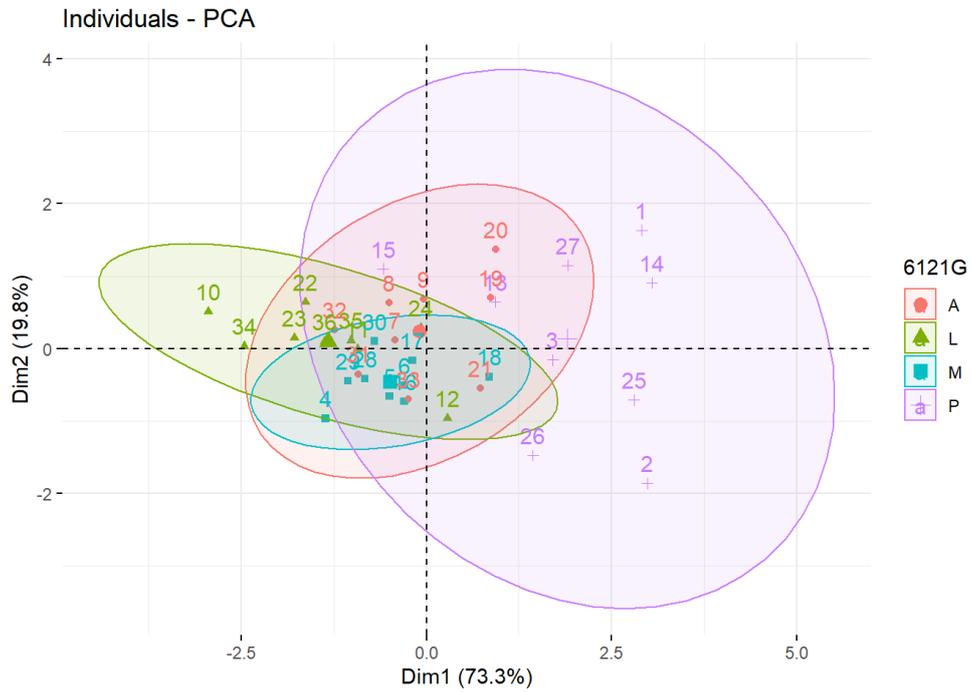


FIGURE 8. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 6121G

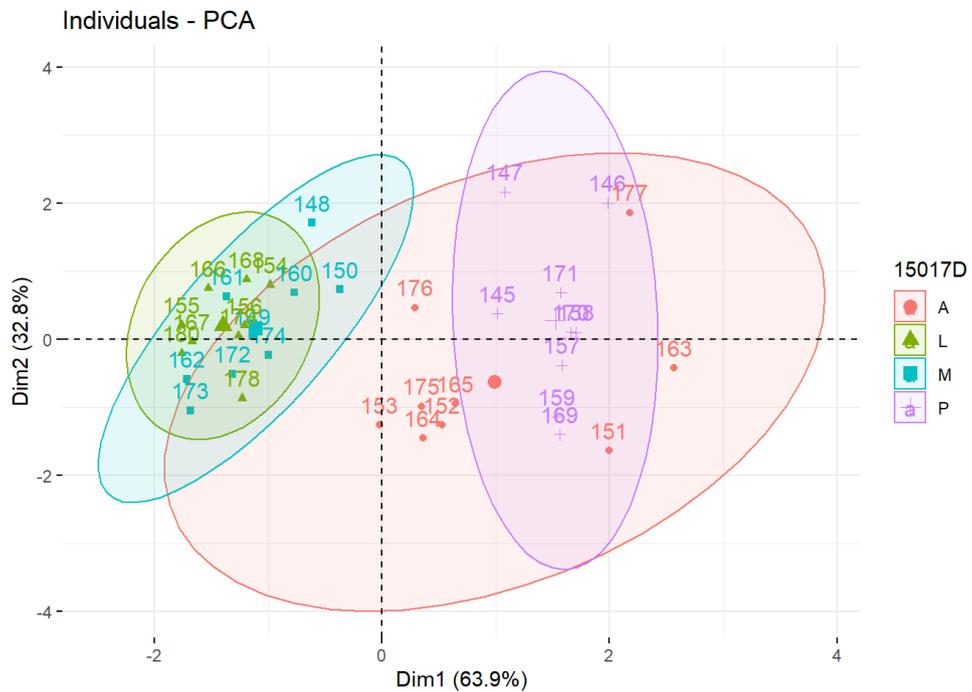


FIGURE 9. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 15017D

**Test de normalité : Shapiro-Wilk** L'hypothèse nulle  $H_0$  est que la population est normalement distribuée. La variable de décision  $W$  est calculée. Si la probabilité (p-value) pour  $W$  est inférieure au niveau de risque alpha  $p < 0.05$  (caractères en gras dans les tableaux), on rejette  $H_0$  : la distribution de la variable ne suit pas une loi normale.

Test de normalité (Shapiro-Wilk) - GS1		
Variabes	W	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	0.96864	<b>0.00044</b>
<i>Densité ostéonale</i>	0.97994	<b>0.01076</b>
<i>Porosité</i>	0.81849	<b>1.07e-13</b>
<i>Age</i>	0.80489	<b>3.06e-14</b>

TABLEAU 2. – Résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk pour le groupe GS1

**Porosité : moyennes globales et par quadrants (A : Antérieur / L : Latéral / M : Médial / P : Postérieur)** La porosité est mesurée et moyennée pour l'os et pour les quadrants. Ceci permet d'avoir une idée de la porosité globale des os. Le classement de la porosité globale par ordre croissant est : 9021D (12.34%) / 6121G (15.13%) / 8021D (17.72%) / 4320G (23.02%) / 15017D (28.87%).

Porosité globale et par quadrants en % - GS1					
Os	Porosité globale	A	L	M	P
9021D	12.34	14.17	10.68	9.57	14.94
8021D	17.72	20.14	13.10	11.71	25.93
4320G	23.02	33.28	18.90	15.78	24.11
6121G	15.13	15.63	12.43	12.07	20.37
15017D	28.87	40.52	14.00	13.97	46.98

TABLEAU 3. – Pourcentage de porosité pour le groupe GS1 (A : Antérieur / L : Latéral / M : Médial / P : Postérieur)

**Intra-variabilité** Pour le test de Friedman, l'hypothèse nulle  $H_0$  est que les quadrants du même os ont des médianes identiques pour une même variable. Si la probabilité (p-value) est inférieure au niveau de risque alpha  $p < 0.05$  (caractères en gras dans les tableaux), on rejette  $H_0$  : au moins un des quadrants est significativement différent des autres pour la variable concernée.

Le test post-hoc de Conover permet de montrer une différence significative par comparaison pair à pair des quadrants si  $p < 0.05$ .

Bibliographie – B. Analyse de la microstructure du groupe GS1

Test apparié de Friedman - 3 dl - 9021D			Test apparié de Friedman - 3 dl - 8021D		
Variabes	$\chi^2$	p-value	Variabes	$\chi^2$	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	2.733	0.43460	<i>Taille ostéonale</i>	2.867	0.41260
<i>Densité ostéonale</i>	10.013	<b>0.01846</b>	<i>Densité ostéonale</i>	9.829	<b>0.02008</b>
<i>Porosité</i>	18.200	<b>4e-04</b>	<i>Porosité</i>	15.000	<b>0.00181</b>

(a) (b)

Test apparié de Friedman - 3 dl - 4320G			Test apparié de Friedman - 3 dl - 6121G		
Variabes	$\chi^2$	p-value	Variabes	$\chi^2$	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	0.867	0.83350	<i>Taille ostéonale</i>	13.933	<b>0.00300</b>
<i>Densité ostéonale</i>	18.724	<b>0.00031</b>	<i>Densité ostéonale</i>	11.494	<b>0.00933</b>
<i>Porosité</i>	20.333	<b>0.00014</b>	<i>Porosité</i>	16.200	<b>0.00103</b>

(c) (d)

Test apparié de Friedman - 3 dl - 15017D		
Variabes	$\chi^2$	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	2.200	0.53190
<i>Densité ostéonale</i>	22.640	<b>4.80e-5</b>
<i>Porosité</i>	21.933	<b>6.73e-5</b>

(e)

TABLEAU 4. – Tests appariés de Friedman pour chaque os et chaque variable - GS1

TABLEAU 6. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la densité ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de  $p=0.05$ .

Test post-hoc de Conover - Densité ostéonale - GS1							
9021D				6121G			
	P	A	M		P	A	M
A	0.545	-	-	A	0.39	-	-
M	<b>0.027</b>	0.545	-	M	0.17	0.66	-
L	0.545	0.846	0.545	L	<b>0.02</b>	0.41	0.66
8021D				15017D			
	P	A	M		P	A	M
A	0.608	-	-	A	1.00	-	-
M	<b>0.041</b>	0.608	-	M	<b>0.008</b>	<b>0.022</b>	-
L	0.163	0.875	0.875	L	<b>0.011</b>	<b>0.025</b>	1.00
4320G							
	P	A	M				
A	0.364	-	-				
M	0.102	<b>0.059</b>	-				
L	0.199	<b>0.015</b>	0.651				

TABLEAU 5. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la taille ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de  $p=0.05$ .

Test post-hoc de Conover - Taille ostéonale - GS1							
9021D				6121G			
	P	A	M		P	A	M
A	1.00	-	-	A	0.063	-	-
M	0.98	1.00	-	M	0.490	0.490	-
L	1.00	1.00	1.00	L	<b>0.014</b>	0.490	0.238
8021D				15017D			
	P	A	M		P	A	M
A	0.98	-	-	A	1.00	-	-
M	1.00	1.00	-	M	1.00	0.98	-
L	1.00	0.98	1.00	L	1.00	1.00	1.00
4320G							
	P	A	M				
A	1.00	-	-				
M	1.00	1.00	-				
L	1.00	1.00	1				

TABLEAU 7. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la porosité. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de p=0.05. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

Test post-hoc de Conover - Porosité - GS1							
9021D			6121G				
	P	A	M		P	A	M
A	0.7552	-	-	A	0.1648	-	-
M	<b>0.0087</b>	<b>0.0271</b>	-	M	<b>0.0176</b>	0.5829	-
L	0.0504	0.1236	0.7552	L	<b>0.0087</b>	0.4898	0.7223
8021D			15017D				
	P	A	M		P	A	M
A	0.441	-	-	A	1.0000	-	-
M	<b>0.014</b>	0.165	-	M	<b>0.0087</b>	<b>0.0217</b>	-
L	<b>0.042</b>	0.356	0.595	L	<b>0.0113</b>	<b>0.0249</b>	1.0000
4320G							
	P	A	M				
A	0.4406	-	-				
M	<b>0.0415</b>	<b>0.0022</b>	-				
L	0.3561	<b>0.0415</b>	0.4406				

**Inter-variabilité** Le test de Kruskal-Wallis permet de déterminer une différence significative entre les mêmes quadrants pour au moins un os par rapport à une variable si p<0.05.

Test de Kruskal-Wallis - Antérieur			Test de Kruskal-Wallis - Latéral		
Variabes	chi	p-value	Variabes	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	15.606	<b>0.00360</b>	<i>Taille ostéonale</i>	19.469	<b>0.00063</b>
<i>Densité ostéonale</i>	29.556	<b>6.03e-6</b>	<i>Densité ostéonale</i>	14.570	<b>0.00568</b>
<i>Porosité</i>	30.151	<b>4.60e-6</b>	<i>Porosité</i>	19.209	<b>0.00071</b>

(a) (b)

Test de Kruskal-Wallis - Médial			Test de Kruskal-Wallis - Postérieur		
Variabes	chi	p-value	Variabes	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	20.092	<b>0.00048</b>	<i>Taille ostéonale</i>	17.157	<b>0.00180</b>
<i>Densité ostéonale</i>	27.778	<b>1.38e-5</b>	<i>Densité ostéonale</i>	25.351	<b>4.28e-5</b>
<i>Porosité</i>	17.050	<b>0.00189</b>	<i>Porosité</i>	31.592	<b>2.32e-6</b>

(c) (d)

TABLEAU 8. – Tests non-appariés de Kruskal-Wallis pour chaque quadrant et chaque variable - GS1

Bibliographie – B. Analyse de la microstructure du groupe GS1

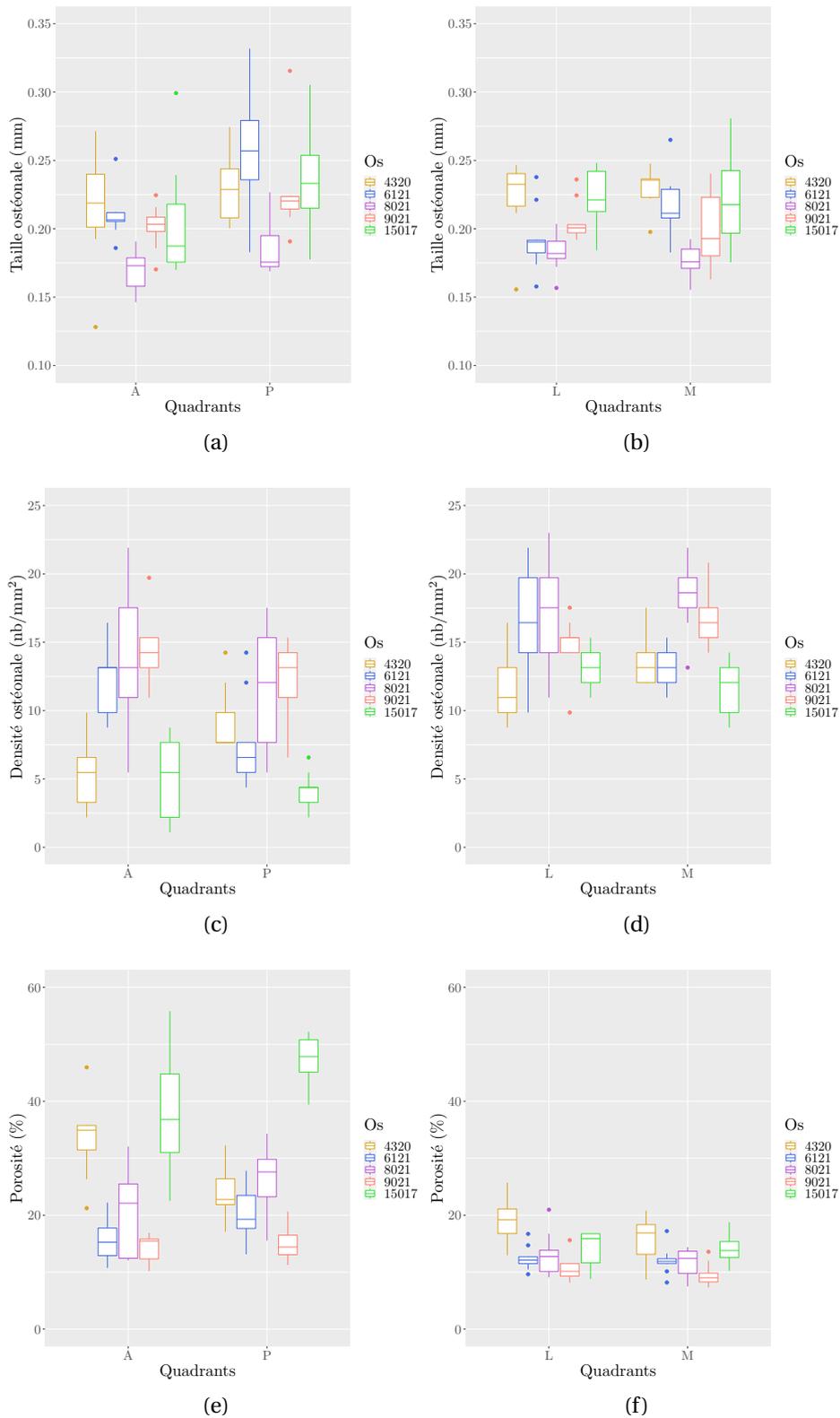


FIGURE 10. – Boxplots couplant les quadrants médial-latéral et postérieur-antérieur pour chaque variable. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

## C. Analyse de la microstructure du groupe GS2

**Analyse multi-variée** Les analyses multi-variées sont réalisées pour chaque individu (36 SOIs x 5 os) par os, par quadrants ainsi que pour chaque individu (36 SOIs) par quadrants pour un os.

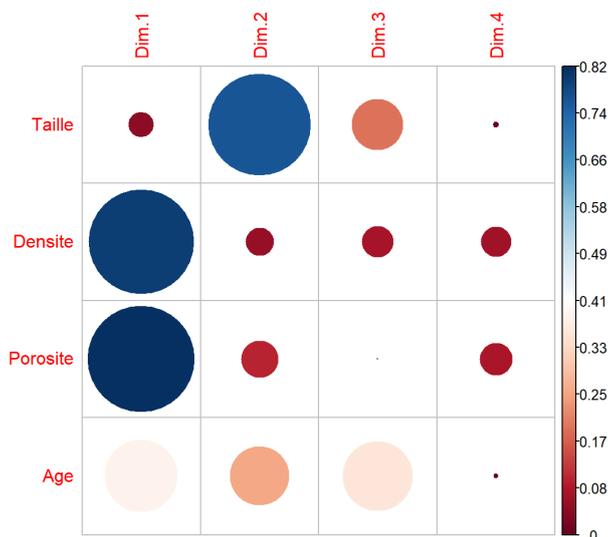


FIGURE 11. – Diagramme de contributions des variables

TABLEAU 9. – Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2.

Variable	Dimension 1	Dimension 2
Taille ostéonale	2.264	64.924
Densité ostéonale	38.968	5.000
Porosité	39.991	8.408
Age	18.777	21.668

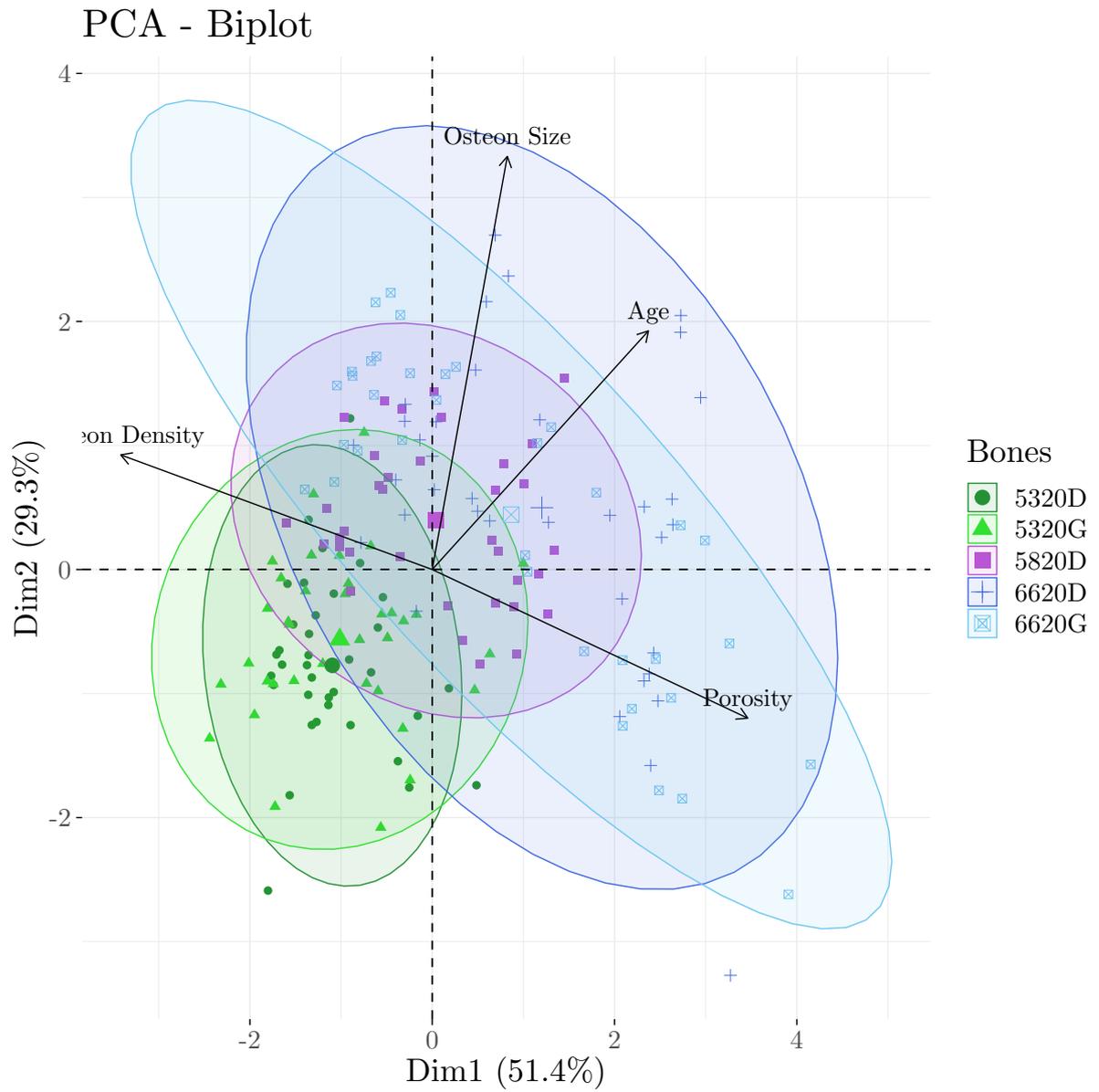


FIGURE 12. – Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os.

Bibliographie – C. Analyse de la microstructure du groupe GS2

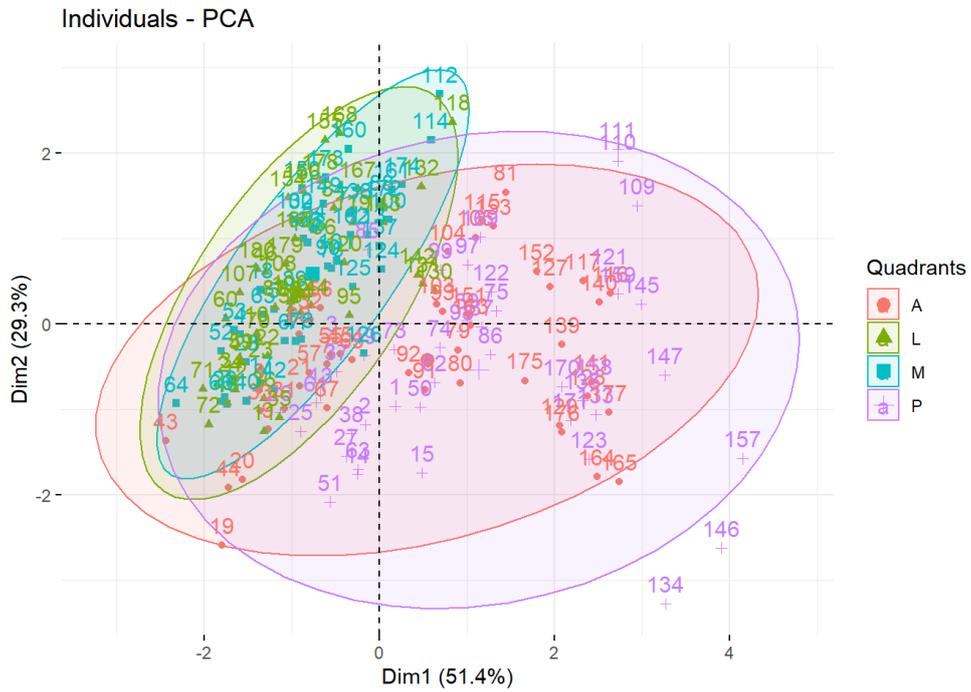


FIGURE 13. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque quadrant.

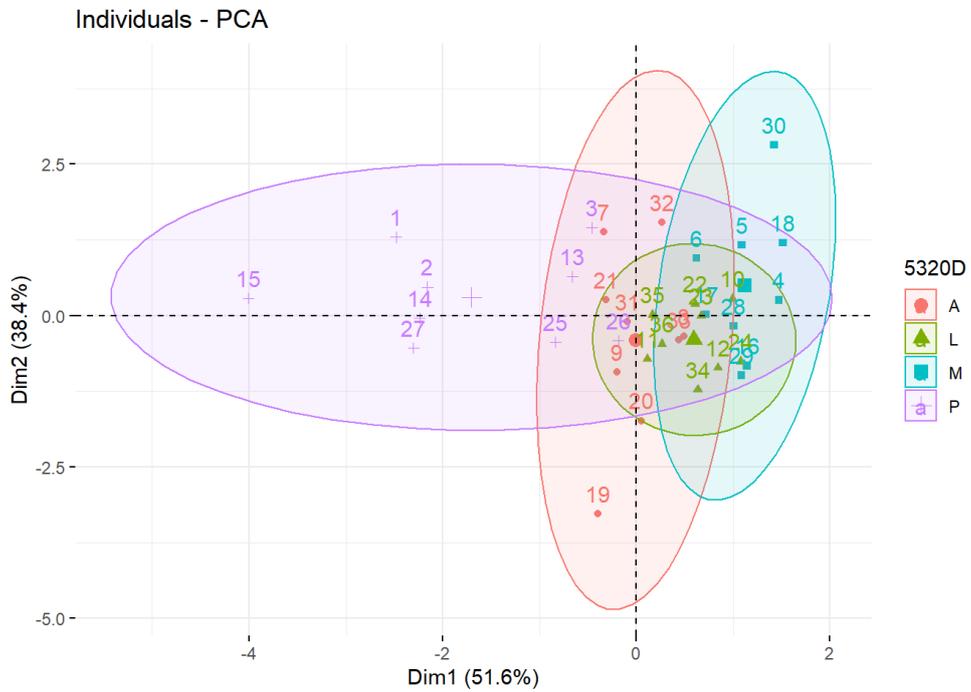


FIGURE 14. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 5320D

Bibliographie – C. Analyse de la microstructure du groupe GS2

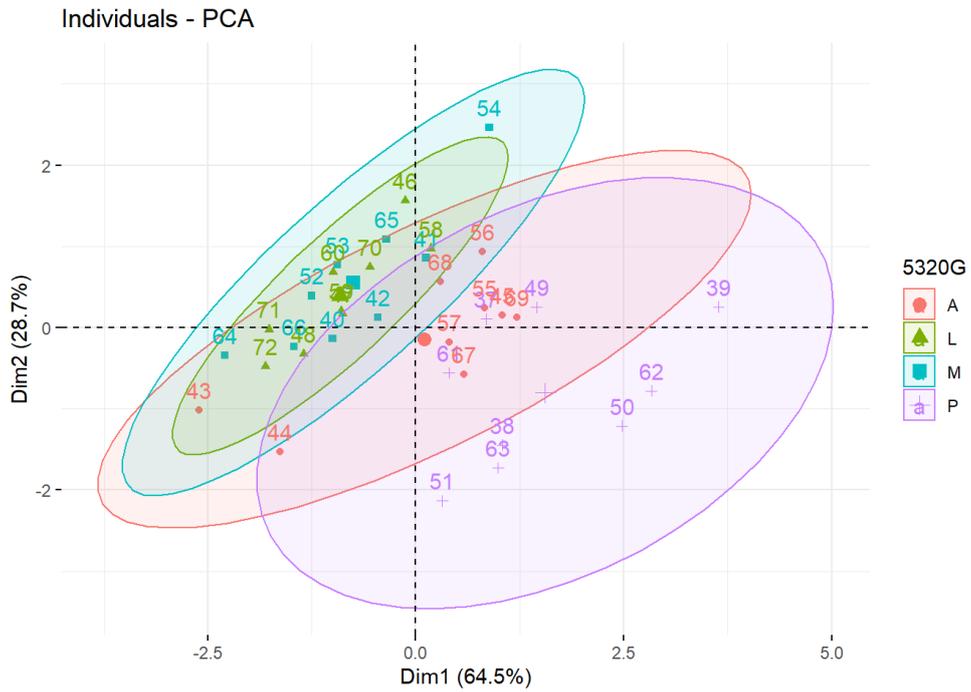


FIGURE 15. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 5320G

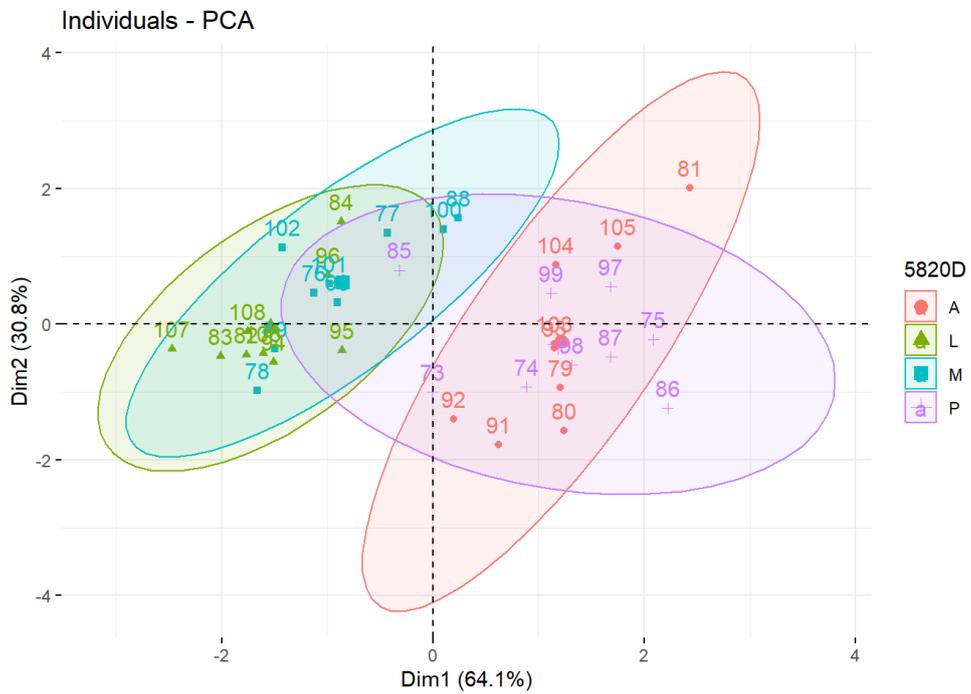


FIGURE 16. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 5820D

Bibliographie – C. Analyse de la microstructure du groupe GS2

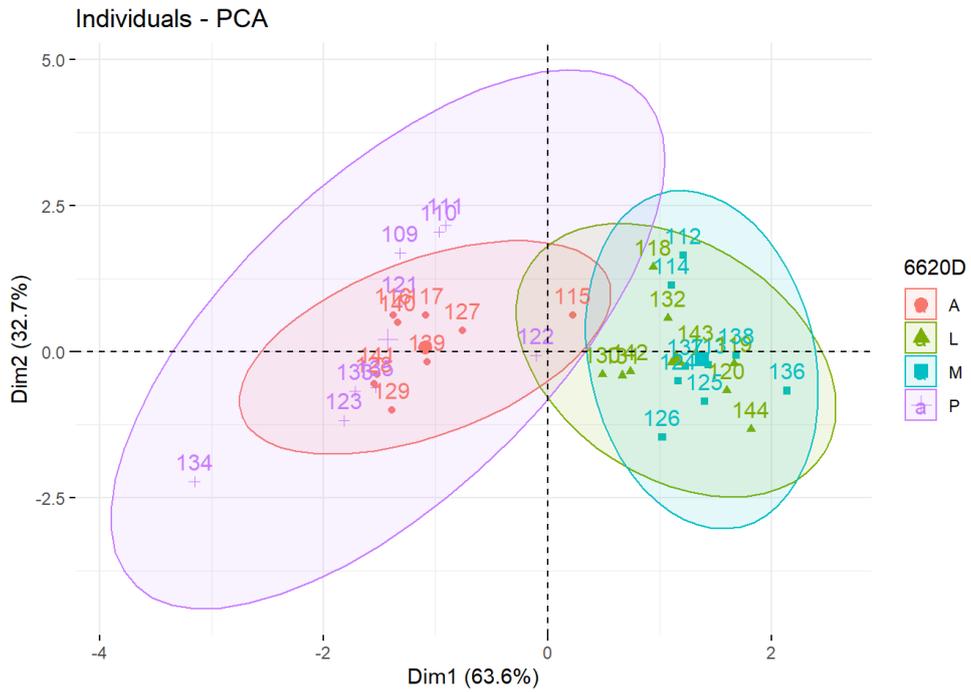


FIGURE 17. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 6620D

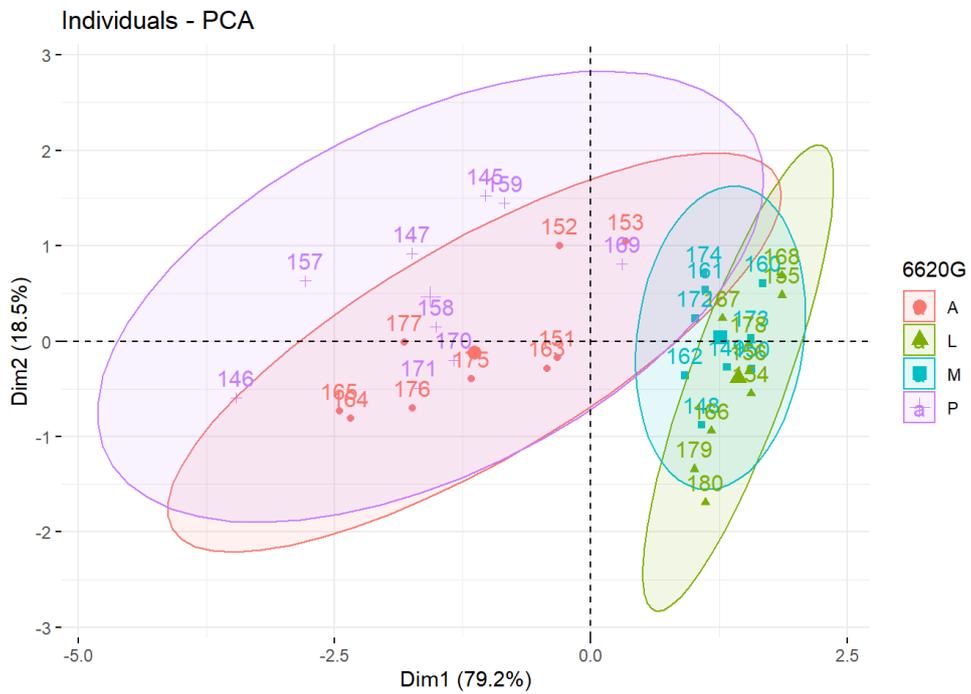


FIGURE 18. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs de l'os 6620G

**Test de normalité : Shapiro-Wilk** L'hypothèse nulle  $H_0$  est que la population est normalement distribuée. La variable de décision  $W$  est calculée. Si la probabilité (p-value) pour  $W$  est inférieure au niveau de risque alpha  $p < 0.05$  (caractères en gras dans les tableaux), on rejette  $H_0$  : la distribution de la variable ne suit pas une loi normale.

Test de normalité (Shapiro-Wilk) - GS2		
Variabes	W	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	0.98619	0.07422
<i>Densité ostéonale</i>	0.96714	<b>0.00030</b>
<i>Porosité</i>	0.80681	<b>3.64e-14</b>
<i>Age</i>	0.66793	<b>2.20e-16</b>

TABLEAU 10. – Résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk pour le groupe GS2

**Porosité : moyennes globales et par quadrants (A : Antérieur / L : Latéral / M : Médial / P : Postérieur)** La porosité est mesurée et moyennée pour l'os et pour les quadrants. Ceci permet d'avoir une idée de la porosité globale des os. Le classement de la porosité globale par ordre croissant : 5320D (14.33%) / 5820D (16.83%) / 5320G (16.91%) / 6620G (30.62%) / 6620D (32.26%).

Porosité globale et par quadrants en % - GS2					
Os	Porosité globale	A	L	M	P
5320D	14.33	13.52	12.88	9.02	21.92
5320G	16.91	18.03	11.51	9.57	28.52
5820D	16.83	22.92	9.97	11.24	23.17
6620D	32.26	43.53	19.50	14.85	51.16
6620G	30.62	41.72	9.05	12.92	58.80

TABLEAU 11. – Pourcentage de porosité pour le groupe GS1 (A : Antérieur / L : Latéral / M : Médial / P : Postérieur)

**Intra-variabilité** Pour le test de Friedman, l'hypothèse nulle  $H_0$  est que les quadrants du même os ont des médianes identiques pour une même variable. Si la probabilité (p-value) est inférieure au niveau de risque alpha  $p < 0.05$  (caractères en gras dans les tableaux), on rejette  $H_0$  : au moins un des quadrants est significativement différent des autres pour la variable concernée.

Le test post-hoc de Conover permet de montrer une différence significative par comparaison pair à pair des quadrants si  $p < 0.05$ .

Test apparié de Friedman - 3 dl - 5320D			Test apparié de Friedman - 3 dl - 5320G		
Variables	chi	p-value	Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	3.800	0.28390	<i>Taille ostéonale</i>	0.333	0.95360
<i>Densité ostéonale</i>	12.247	<b>0.00658</b>	<i>Densité ostéonale</i>	14.895	<b>0.00191</b>
<i>Porosité</i>	18.733	<b>0.00031</b>	<i>Porosité</i>	22.733	<b>4.59e-5</b>

(a) (b)

Test apparié de Friedman - 3 dl - 5820D			Test apparié de Friedman - 3 dl - 6620D		
Variables	chi	p-value	Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	2.200	0.53190	<i>Taille ostéonale</i>	0.067	0.99550
<i>Densité ostéonale</i>	22.636	<b>4.81e-5</b>	<i>Densité ostéonale</i>	22.655	<b>4.76e-5</b>
<i>Porosité</i>	19.933	<b>0.00017</b>	<i>Porosité</i>	22.733	<b>4.59e-5</b>

(c) (d)

Test apparié de Friedman - 3 dl - 6620G		
Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	7.000	0.07190
<i>Densité ostéonale</i>	24.034	<b>2.46e-5</b>
<i>Porosité</i>	24.067	<b>2.42e-5</b>

(e)

TABLEAU 12. – Tests appariés de Friedman pour chaque os et chaque variable - GS2

TABLEAU 14. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la densité ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de  $p=0.05$ .

Test post-hoc de Conover - Densité ostéonale - GS2							
5320D				6620D			
	P	A	M		P	A	M
A	0.097	-	-	A	1.000	-	-
M	0.097	1.000	-	M	<b>0.009</b>	<b>0.024</b>	-
L	<b>0.021</b>	1.000	1.000	L	<b>0.009</b>	<b>0.024</b>	1.000
5320G				6620G			
	P	A	M		P	A	M
A	0.391	-	-	A	1.000	-	-
M	0.101	0.485	-	M	0.055	0.055	-
L	<b>0.007</b>	0.178	0.485	L	<b>0.004</b>	<b>0.004</b>	0.424
5820D							
	P	A	M		P	A	M
A	1.000	-	-				
M	<b>0.031</b>	<b>0.031</b>	-				
L	<b>0.008</b>	<b>0.008</b>	0.947				

TABLEAU 13. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la taille ostéonale. Les valeurs en gras sont inférieurs à la valeur significative de  $p=0.05$ .

Test post-hoc de Conover - Taille ostéonale - GS2							
5320D				6620D			
	P	A	M		P	A	M
A	1.00	-	-	A	1.00	-	-
M	0.71	0.71	-	M	1.00	1.00	-
L	1.00	1.00	1.00	L	1.00	1.00	1.00
5320G				6620G			
	P	A	M		P	A	M
A	1.00	-	-	A	1.00	-	-
M	1.00	1.00	-	M	0.49	0.30	-
L	1.00	1.00	1.00	L	0.47	0.25	1.00
5820D							
	P	A	M		P	A	M
A	1.00	-	-				
M	1.00	1.00	-				
L	1.00	1.00	0.98				

TABLEAU 15. – Matrice des p-values pour le test post-hoc de Conover pour la porosité.  
Les valeurs en gras sont inférieures à la valeur significative de p=0.05.

Test post-hoc de Conover - Porosité - GS2							
5320D			6620D				
	P	A	M		P	A	M
A	0.4406	-	-	A	0.7552	-	-
M	<b>0.0022</b>	<b>0.0415</b>	-	M	<b>0.0035</b>	<b>0.0113</b>	-
L	0.1648	0.4406	0.1787	L	<b>0.0217</b>	0.0568	0.7552
5320G			6620G				
	P	A	M		P	A	M
A	0.1787	-	-	A	0.4406	-	-
M	<b>0.0009</b>	0.0757	-	M	<b>0.0217</b>	<b>0.1236</b>	-
L	<b>0.0176</b>	0.4406	0.4406	L	<b>0.0014</b>	<b>0.0113</b>	0.4406
5820D							
	P	A	M				
A	0.9580	-	-				
M	0.0568	<b>0.0332</b>	-				
L	<b>0.0176</b>	<b>0.0087</b>	0.9580				

**Inter-variabilité** Le test de Kruskal-Wallis permet de déterminer une différence significative entre les mêmes quadrants pour au moins un os par rapport à une variable si  $p < 0.05$ .

Test de Kruskal-Wallis - Antérieur		
Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	6.973	0.1373
<i>Densité ostéonale</i>	33.577	<b>9.10e-7</b>
<i>Porosité</i>	37.636	<b>1.33e-7</b>

(a)

Test de Kruskal-Wallis - Latéral		
Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	15.597	<b>0.00361</b>
<i>Densité ostéonale</i>	14.400	<b>0.00612</b>
<i>Porosité</i>	29.287	<b>6.83e-6</b>

(b)

Test de Kruskal-Wallis - Médial		
Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	9.140	0.05769
<i>Densité ostéonale</i>	4.344	0.36140
<i>Porosité</i>	16.947	<b>0.00198</b>

(c)

Test de Kruskal-Wallis - Postérieur		
Variables	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	4.878	0.30010
<i>Densité ostéonale</i>	22.634	<b>0.00015</b>
<i>Porosité</i>	31.048	<b>3.00e-6</b>

(d)

TABLEAU 16. – Tests non-appariés de Kruskal-Wallis pour chaque quadrant et chaque variable - GS2

Bibliographie – C. Analyse de la microstructure du groupe GS2

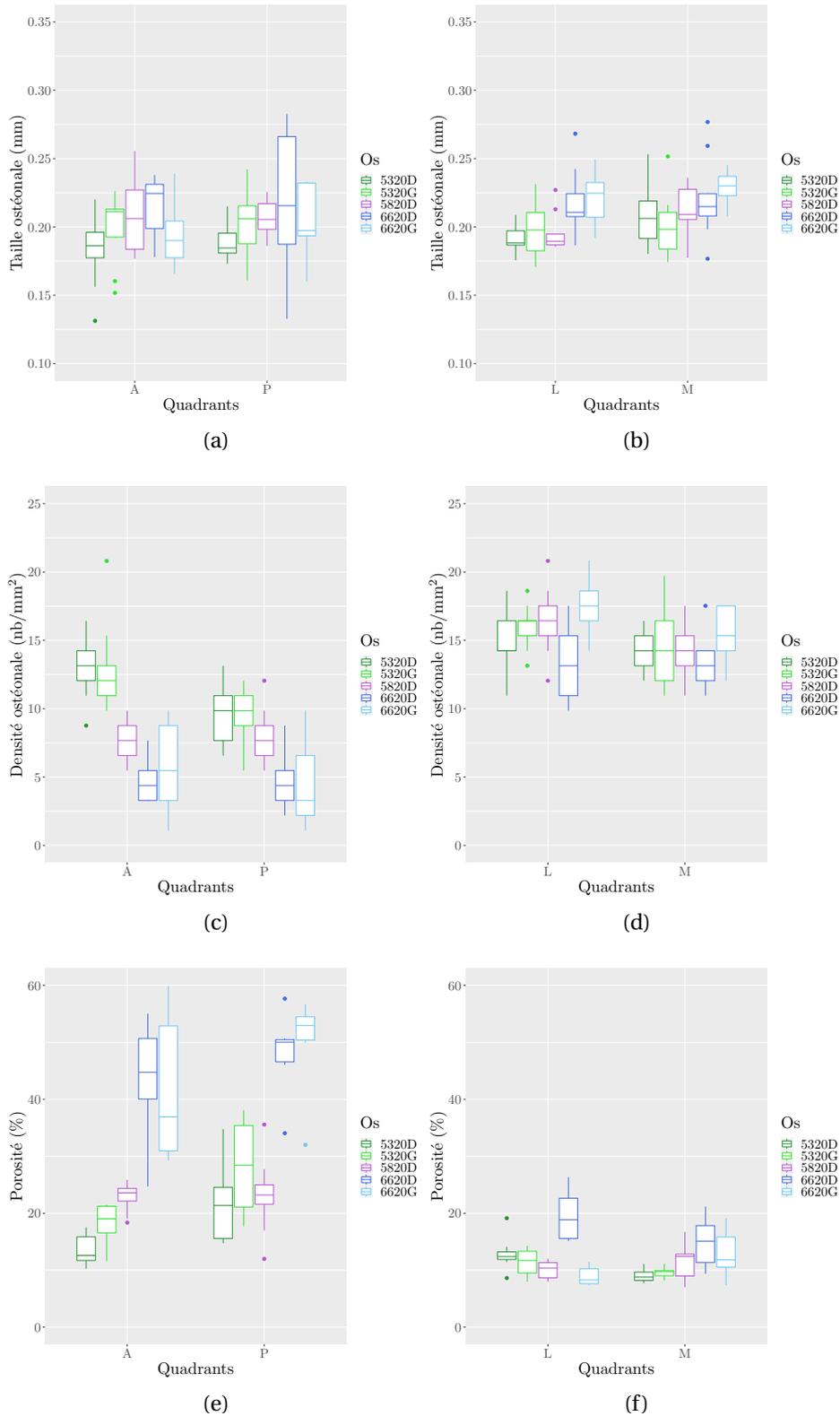


FIGURE 19. – Boxplots couplant les quadrants médial-latéral et postérieur-antérieur pour chaque variable. Tiré de KURTZ, WOITRAIN, GODIO-RABOUTET et al. 2023.

## D. Analyse de la microstructure du groupe GS1 et GS2 combinés

**Analyse multi-variée** L'ACP est réalisée pour tous les os (36 SOIs x 10 os).

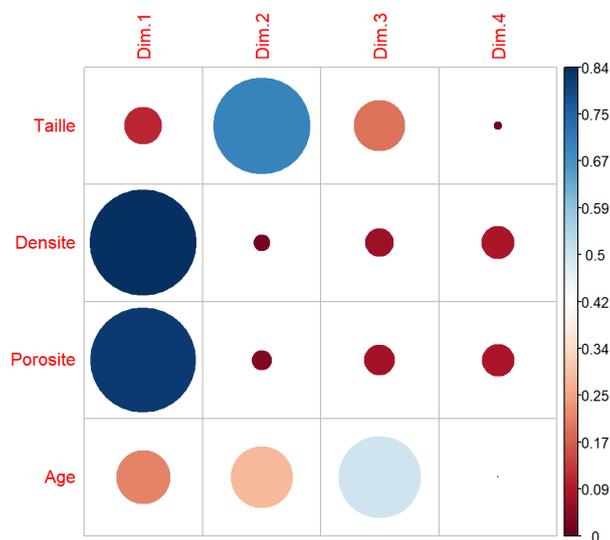


FIGURE 20. – Diagramme de contributions des variables

TABLEAU 17. – Degrés de contribution des variables dans la dimension 1 et la dimension 2.

Variable	Dimension 1	Dimension 2
Taille ostéonale	5.285	67.460
Densité ostéonale	42.386	2.178
Porosité	41.493	3.074
Age	10.836	27.287

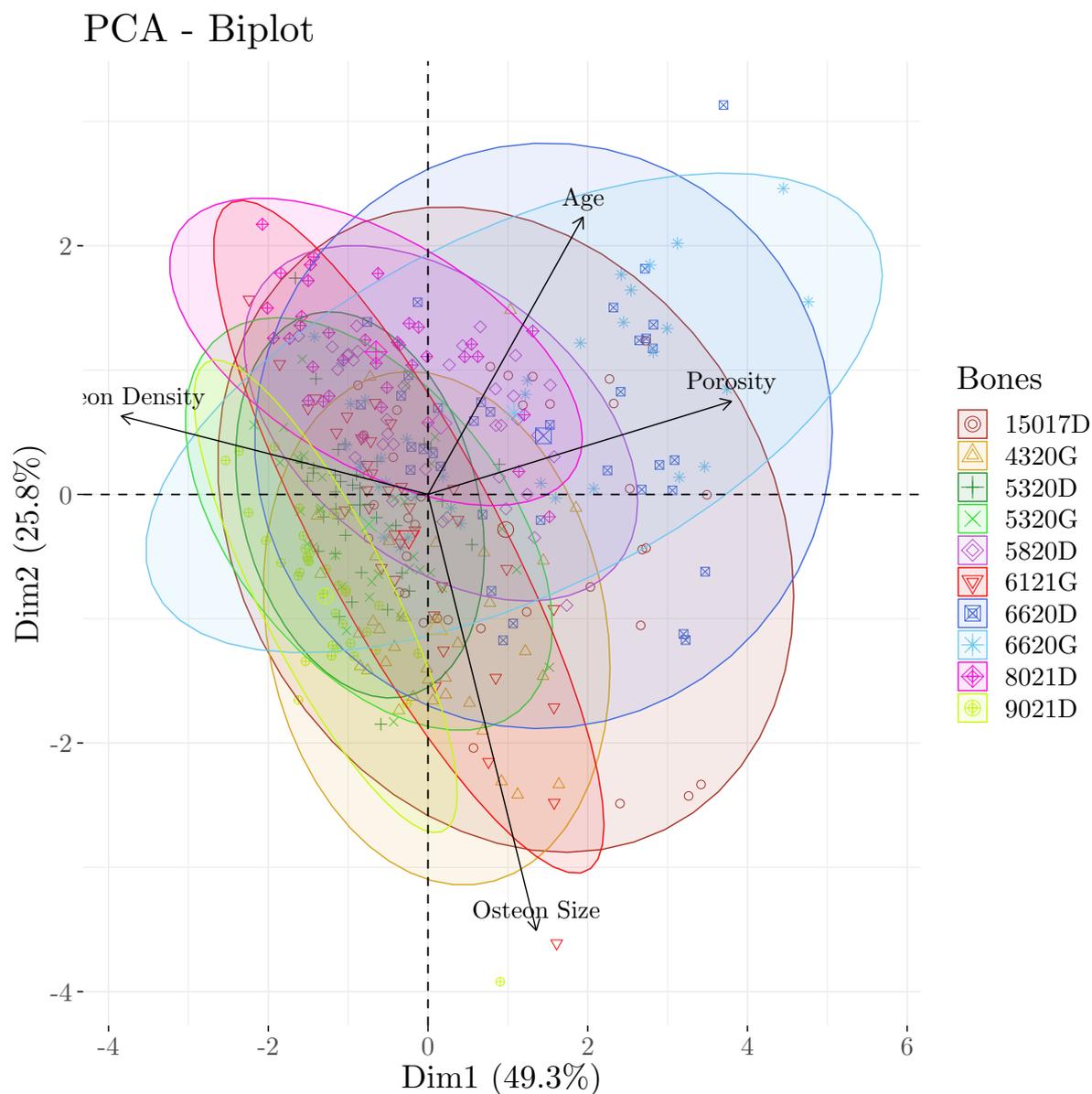


FIGURE 21. – Biplot de l'ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque os.

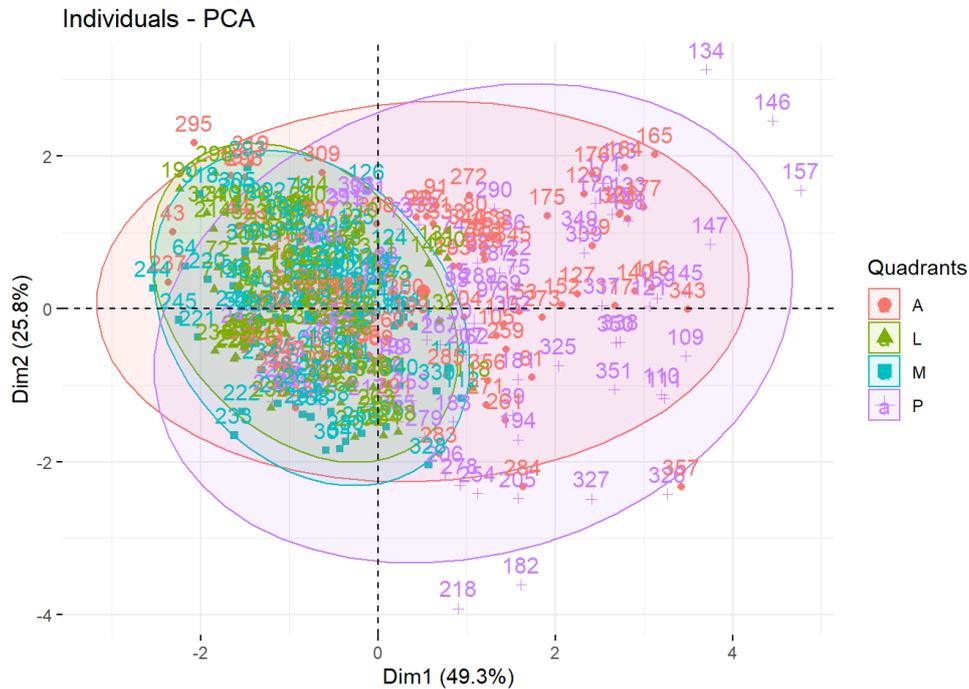


FIGURE 22. – ACP - Graphes des individus représentant les 36 SOIs pour chaque quadrant.

**Test de normalité : Shapiro-Wilk** L'hypothèse nulle  $H_0$  est que la population est normalement distribuée. La variable de décision  $W$  est calculée. Si la probabilité (p-value) pour  $W$  est inférieure au niveau de risque alpha  $p < 0.05$  (caractères en gras dans les tableaux), on rejette  $H_0$  : la distribution de la variable ne suit pas une loi normale.

Test de normalité (Shapiro-Wilk) - GS1 & GS2		
Variabiles	W	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	0.97383	<b>4.24e-6</b>
<i>Densité ostéonale</i>	0.97753	<b>2.14e-5</b>
<i>Porosité</i>	0.80171	<b>2.20e-16</b>
<i>Age</i>	0.88251	<b>5.80e-16</b>

TABLEAU 18. – Résultats des tests de normalité de Shapiro-Wilk pour le groupe GS1 & GS2 combinés

**Inter-variabilité** Le test de Kruskal-Wallis permet de déterminer une différence significative entre les mêmes quadrants pour au moins un os par rapport à une variable si  $p < 0.05$ .

Test de Kruskal-Wallis - Antérieur			Test de Kruskal-Wallis - Latéral		
Variabes	chi	p-value	Variabes	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	23.226	<b>0.00571</b>	<i>Taille ostéonale</i>	36.918	<b>2.72e-5</b>
<i>Densité ostéonale</i>	63.882	<b>2.38e-10</b>	<i>Densité ostéonale</i>	34.953	<b>6.07e-5</b>
<i>Porosité</i>	69.080	<b>2.31e-11</b>	<i>Porosité</i>	50.757	<b>7.76e-8</b>

(a)

(b)

Test de Kruskal-Wallis - Médial			Test de Kruskal-Wallis - Postérieur		
Variabes	chi	p-value	Variabes	chi	p-value
<i>Taille ostéonale</i>	31.007	<b>0.00029</b>	<i>Taille ostéonale</i>	31.393	<b>0.00025</b>
<i>Densité ostéonale</i>	38.910	<b>1.20e-5</b>	<i>Densité ostéonale</i>	49.239	<b>1.50e-7</b>
<i>Porosité</i>	36.395	<b>3.37e-5</b>	<i>Porosité</i>	65.782	<b>1.02e-10</b>

(c)

(d)

TABLEAU 19. – Tests non-appariés de Kruskal-Wallis pour chaque quadrant et chaque variable - GS1 & GS2

## E. Données expérimentales pour les échantillons brûlés du groupe GS1

TABLEAU 20. – Masses pré et post-crémation et volume des échantillons brûlés du groupe GS1

<b>Sujet</b>	<b>Quadrant</b>	<b>Masse pré-crémation (g)</b>	<b>Masse post-crémation (g)</b>	<b>Volume pré-crémation (mm<sup>3</sup>)</b>
9021D	Antérieur	1.294	0.770	698.98
	Latéral	0.993	0.606	525.80
	Médial	0.647	0.394	356.70
	Postérieur	1.209	0.718	657.510
8021D	Latéral	1.043	0.638	606.14
4320G	Latéral	0.754	0.448	393.960
6121G	Latéral	0.654	0.398	354.84
15017D	Latéral	1.333	0.770	751.497

## F. Courbes du taux de restitution d'énergie en fonction de la longueur de fissure - GS1

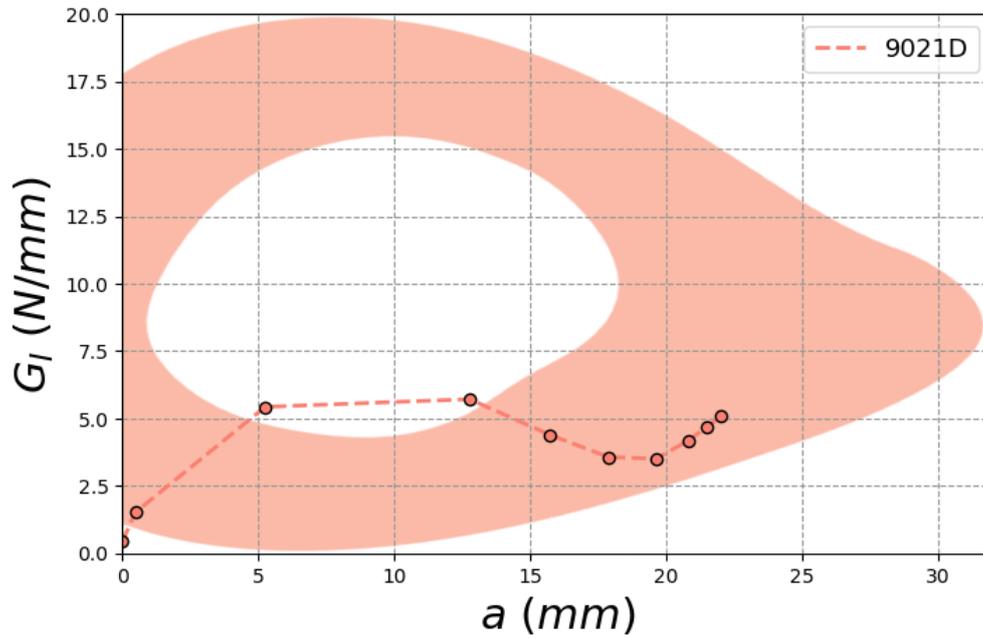


FIGURE 23. – Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 9021D.

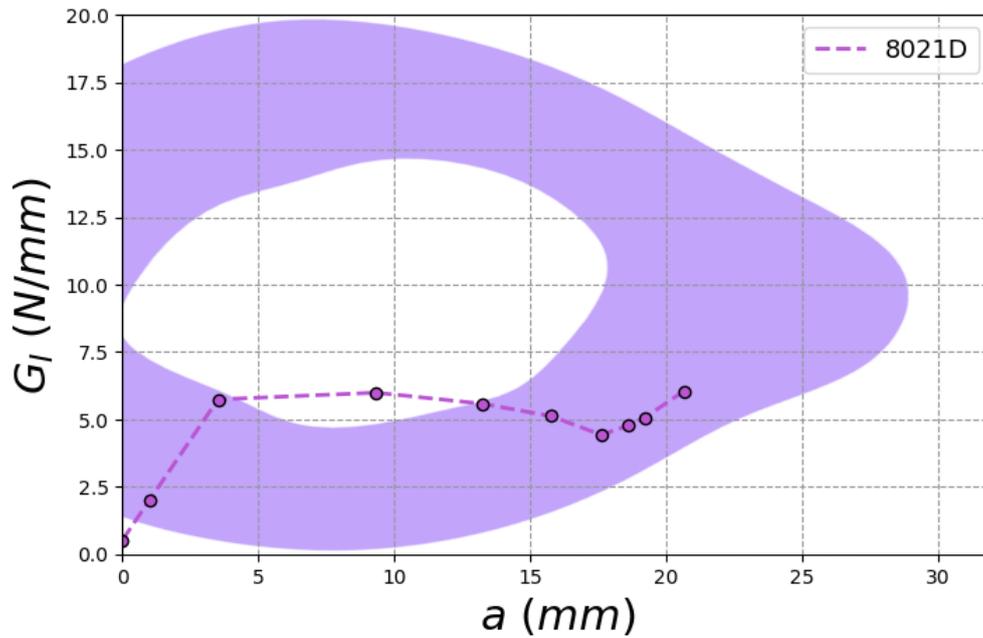


FIGURE 24. – Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 8021D.

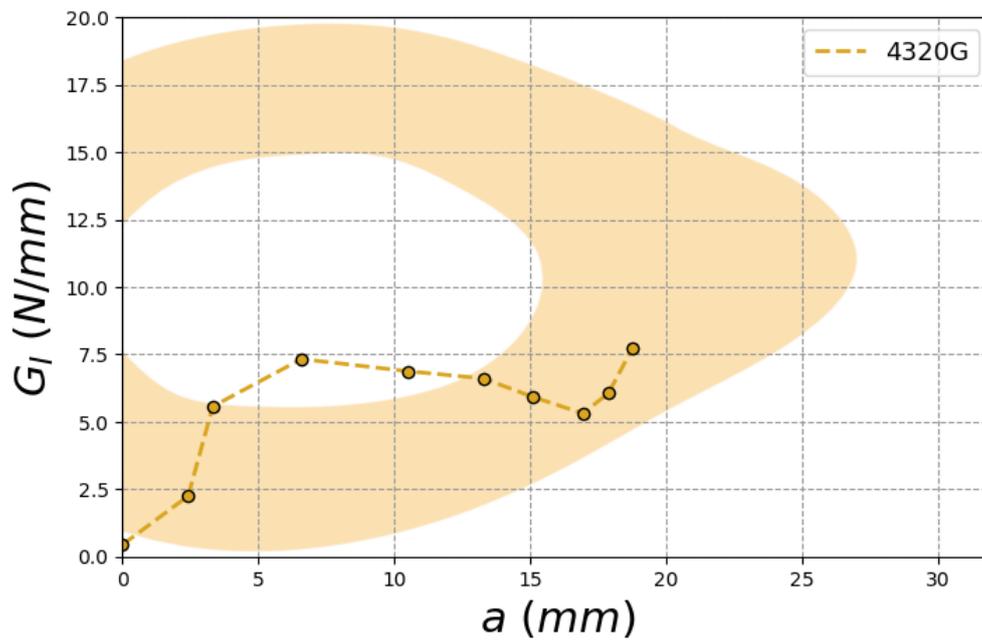


FIGURE 25. – Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 4320G.

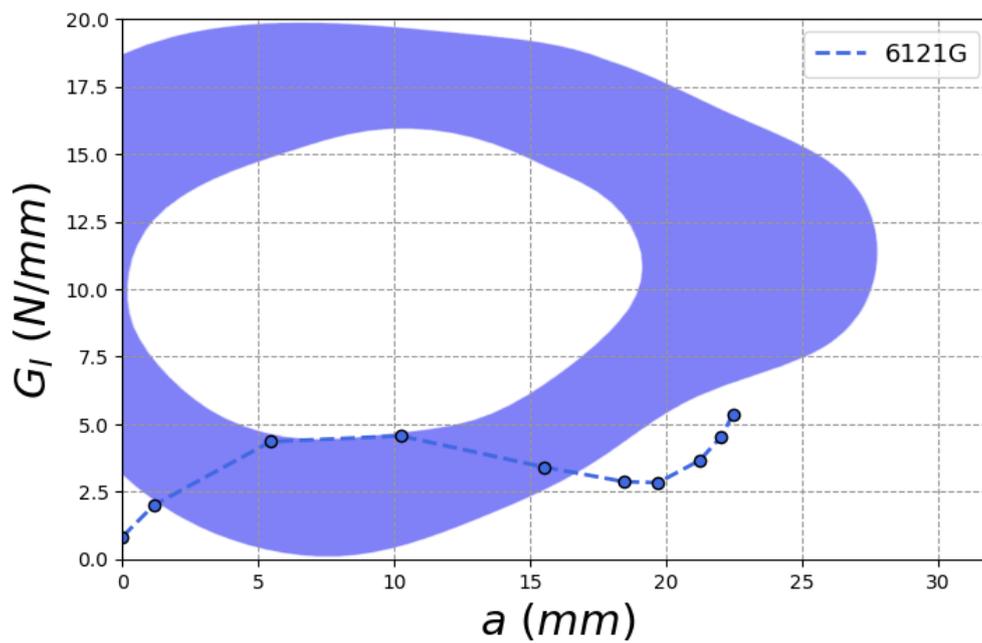


FIGURE 26. – Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 6121G.

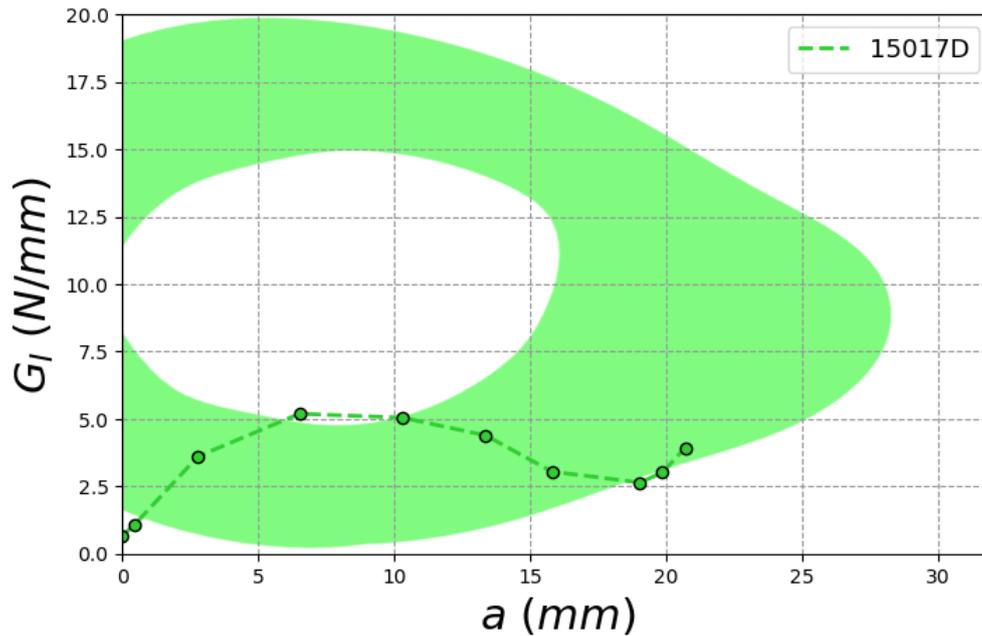


FIGURE 27. – Courbe d'évolution du taux de restitution d'énergie pour le 15017D.

## G. Mesures des niveaux de gris pour chaque os pour la détermination de la porosité par tomographie

Les tableaux ci-dessous donnent les valeurs des mesures des niveaux de gris pour les trois surfaces d'intérêt pour chaque quadrant de chaque os pour la détermination de la porosité par tomographie.

TABEAU 21. – Mesures de niveaux de gris pour le 9021D

<b>9021D - GS1 - <math>d_{Max} = 2.156</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1661.91	1643.31	1637.19	1647.47	12.88
Latéral	1731.36	1733.73	1729.58	1731.56	2.08
Médial	1733.55	1744.64	1758.23	1745.47	12.36
Postérieur	1649.90	1611.98	1629.70	1630.53	18.97

TABLEAU 22. – Mesures de niveaux de gris pour le 8021D

<b>8021D - GS1 - <math>d_{Max} = 2.206</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1686.12	1613.59	1626.06	1641.92	38.78
Latéral	1725.47	1744.18	1728.08	1732.58	10.13
Médial	1791.71	1793.29	1790.63	1791.88	1.34
Postérieur	1640.20	1631.13	1634.31	1635.21	4.60

TABLEAU 23. – Mesures de niveaux de gris pour le 4320G

<b>4320G - GS1 - <math>d_{Max} = 1.994</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1509.51	1499.83	1536.13	1515.16	18.80
Latéral	1697.00	1689.00	1691.50	1692.50	4.09
Médial	1678.73	1660.20	1643.55	1660.82	17.60
Postérieur	1573.43	1553.34	1581.07	1569.28	14.32

TABLEAU 24. – Mesures de niveaux de gris pour le 6121G

<b>6121G - GS1 - <math>d_{Max} = 2.148</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1740.52	1751.00	1753.91	1748.48	7.04
Latéral	1786.44	1813.46	1834.02	1811.30	23.87
Médial	1842.19	1849.95	1813.68	1835.27	19.10
Postérieur	1730.65	1738.85	1766.77	1745.42	18.93

TABLEAU 25. – Mesures de niveaux de gris pour le 15017D

<b>15017D - GS1 - <math>d_{Max} = 2.164</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	683.61	789.97	895.53	789.70	105.96
Latéral	1696.80	1700.10	1712.66	1703.19	8.37
Médial	1555.09	1517.04	1538.44	1536.85	19.07
Postérieur	779.38	722.54	636.01	712.64	72.20

TABLEAU 26. – Mesures de niveaux de gris pour le 5320D

<b>5320D - GS2 - <math>d_{Max} = 2.193</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1779.26	1763.42	1787.67	1776.78	12.31
Latéral	1738.29	1737.76	1727.82	1734.62	5.89
Médial	1811.56	1809.94	1793.09	1804.86	10.23
Postérieur	1565.81	1546.74	1609.09	1573.89	31.95

TABLEAU 27. – Mesures de niveaux de gris pour le 5320G

<b>5320G - GS2 - <math>d_{Max} = 2.171</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1727.23	1723.00	1719.70	1723.31	3.78
Latéral	1702.07	1696.19	1705.45	1701.24	4.68
Médial	1796.76	1777.91	1709.70	1761.45	45.80
Postérieur	1496.16	1520.37	1505.37	1507.30	12.22

TABLEAU 28. – Mesures de niveaux de gris pour le 5820D

<b>5820D - GS2 - <math>d_{Max} = 1.978</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1663.34	1762.34	1780.37	1735.35	63.01
Latéral	1705.91	1718.24	1731.94	1718.70	13.02
Médial	1726.98	1756.14	1780.26	1754.46	26.68
Postérieur	1364.27	1274.45	1379.77	1339.49	56.86

TABLEAU 29. – Mesures de niveaux de gris pour le 6620D

<b>6620D - GS2 - <math>d_{Max} = 2.238</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	999.00	997.24	1160.53	1052.25	93.77
Latéral	1533.83	1522.09	1643.91	1566.61	67.20
Médial	1726.61	1599.22	1682.78	1669.54	64.72
Postérieur	736.67	533.48	539.85	603.33	115.51

TABLEAU 30. – Mesures de niveaux de gris pour le 6620G

<b>6620G - GS2 - <math>d_{Max} = 2.129</math></b>					
<b>Quadrant</b>	<b>S1 (HU)</b>	<b>S2 (HU)</b>	<b>S3 (HU)</b>	<b>Moyenne</b>	<b>Ecart Type</b>
Antérieur	1073,81	911,50	1226,69	1070,67	157,62
Latéral	1538,11	1598,21	1693,63	1609,98	78,43
Médial	1711,23	1746,00	1822,68	1759,97	57,03
Postérieur	549,04	670,12	696,44	638,53	78,61

## **H. Mesures des niveaux de gris pour chaque os pour la détermination de la densité minérale par tomographie**

Les tableaux ci-dessous donnent les valeurs des mesures des niveaux de gris pour les volumes de chaque échantillon d'os pour la détermination de la densité minérale par tomographie.

TABLEAU 31. – Niveaux de gris des volumes équivalents sur le scanner pour la détermination de la densité minérale

<b>Sujet</b>	<b>Quadrant</b>	<b>Moyenne (HU)</b>	<b>Ecart type (HU)</b>
9021D	Antérieur	1738.72	26.44
	Latéral	1758.45	23.31
	Médial	1780.07	4.53
	Postérieur	1624.04	96.87
8021D	Latéral	1768.19	2.80
4320G	Latéral	1697.41	22.07
6121G	Latéral	1810.61	6.21
15017D	Latéral	1756.21	8.09