



HAL
open science

Ingénierie de systèmes quantiques pour une mise à l'échelle compatible aux plateformes industrielles de microélectronique

Julien Camirand-Lemyre

► To cite this version:

Julien Camirand-Lemyre. Ingénierie de systèmes quantiques pour une mise à l'échelle compatible aux plateformes industrielles de microélectronique. Physique [physics]. Université de Sherbrooke (Québec, Canada), 2019. Français. NNT: . tel-04557010

HAL Id: tel-04557010

<https://hal.science/tel-04557010>

Submitted on 23 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ingénierie de systèmes quantiques pour une mise à l'échelle compatible aux plateformes industrielles de microélectronique

par

Julien Camirand Lemyre

Thèse présentée au département de physique
en vue de l'obtention du grade de docteur ès sciences (Ph.D.)

FACULTÉ des SCIENCES
UNIVERSITÉ de SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, Canada, 28 novembre 2019

28 novembre 2019

le jury a accepté la thèse de Monsieur Julien Camirand Lemyre dans sa version finale.

Membres du jury

Professeur Michel Pioro-Ladrière
Directeur de recherche
Département de Physique

Professeur Alexandre Blais
Membre interne
Département de Physique

Professeur, Docteur, Ingénieur professionnel
Wilfred van der Wiel
Membre externe
Faculty of Electrical Engineering, Mathematics & Computer Science
University of Twente

Professeur Patrick Fournier
Président rapporteur
Département de Physique

À Stéphanie, mon aimée

«Alone we can do so little, together we can do so much.»
–Helen Keller

« The corresponding shift in mind-set to a more engineering-oriented approach is exactly
what will be required for quantum technologies to become reality. »
– Auteur inconnu (Hewlett Packard)

Sommaire

Les travaux présentés dans cette thèse couvrent le développement de systèmes quantiques compatibles aux méthodes de fabrications de la microélectronique. Plus particulièrement, l'ingénierie de microaimants individuels ou en réseaux, vise à favoriser le couplage entre le spin et la charge des électrons dans des architectures de qubits semiconducteurs afin d'améliorer les propriétés et favoriser leur mise à l'échelle.

D'abord, un guide de conception basé sur des simulations numériques permet l'optimisation d'aimants pour les qubits de spin unique dans les boîtes quantiques. Les architectures résultantes visent la minimisation de l'impact du bruit électrique tout en favorisant des opérations logiques rapides et compatibles avec la mise à l'échelle des qubits en un réseau linéaire. Suivant les lignes directrices établies, une plateforme de fabrication de caractérisation et d'intégration d'aimants est présentée. La caractérisation d'aimants individuels valide les résultats de simulations numériques, alors que l'intégration de ceux-ci à des boîtes quantiques à l'état de l'art pose des balises pour les développements futurs. Dans l'objectif d'explorer des structures industrielles pour la mise à l'échelle des qubits de spin, des dispositifs entièrement fabriqués en fonderie sont caractérisés. Ces dispositifs montrent une reproductibilité remarquable pour l'opération de transistors classiques et permettent l'identification des lacunes issues des modèles théoriques aux basses températures. La formation de boîtes quantiques est démontrée et différents régimes d'opérations sont explorés.

Finalement, une architecture à base de gaz bidimensionnel d'électrons et de réseaux d'aimants est proposée pour l'étude d'états liés de Majorana. L'optimisation numérique de ces réseaux permet d'envisager des signatures expérimentales de ces états dans une plateforme compatible aux méthodes industrielles de fabrication. Dans cette optique, la possibilité d'induire la supraconductivité dans un gaz d'électrons de Si/SiGe est explorée de façon à rassembler tous les ingrédients nécessaires à l'émergence de ces états.

Mots clés : Technologies et systèmes quantiques, plateformes industrielles, microélectronique, mise à l'échelle, qubit de spin, états liés de Majorana, microaimants, nanofabrication.

Remerciements

L' éventail de sujets quantiques abordé dans cette thèse n'a été rendu possible que par la diversité des acteurs y ayant pris part. Ce travail est tout sauf le fruit d'un effort solitaire, et je tiens à remercier dûment ceux qui l'on teinté de leurs expertises, de leurs idées et de leur vision.

D'abord, je tiens à offrir ma plus sincère reconnaissance à un véritable chef d'orchestre de la mise en place de projets quantiques, et l'homme derrière les grandes orientations des sujets de cette thèse, Michel Pioro-Ladrière. Bien plus qu'un directeur de recherche, Michel, tu as pris part à ce travail autant en guide professionnel, qu'en collègue et en ami. Tes idées débordantes, originales, et parfois farfelues sont à la base de la motivation constante que j'ai gardée au cours de ces longues années. Dans les moments plus difficiles, c'est également ta vision qui a permis de réorienter les travaux vers des horizons plus verts, qui, j'en suis certain, feront fleurir ton groupe de recherche dans les années à venir. À toutes ces idées scientifiques partagées, ces projets et collaborations développés conjointement, ou simplement à ces moments de discussion qui donnent à la recherche tout son cachet, je te lève mon chapeau et te remercie grandement. Je ne peux qu'espérer continuer à partager cette ébullition qui a fait de moi l'entrepreneur quantique que je suis devenu. Puisse nos chemins poursuivre ces croisements fructueux encore longtemps!

Je tiens à offrir mes remerciements à mes collègues du 3IT, avec qui j'ai passé la plus grande partie de mon doctorat et mis au point la base de l'étude présentée ici : les microaimants. Plus particulièrement, je dédie un merci spécial à Étienne Grondin qui m'a accompagné de ses conseils judicieux tout au long de mon cheminement. Un grand merci également à Félix Lalumière qui a partagé un nombre incalculable d'heures à discuter des problèmes (et surtout de leurs solutions) pour la nanolithographie. Finalement, je souligne le travail de chaque instant de tout le personnel professionnel des salles blanches qui a contribué ici et là aux développements et succès des procédés : René Labrecque, Pierre Langlois, Étienne Paradis, Marie-Josée Gour, Denis Pellé, et Abdelatif Jaouad ainsi que toute l'équipe technique.

Votre travail est grandement apprécié et essentiel au succès de projet comme le mien, où très peu d'étudiants ont été impliqués. De même, je ne pourrais passer sous silence le travail ininterrompu de Michael Lacerte et de Frédéric Francoeur pour leur apport technique et leurs excellentes idées pour la conception de systèmes de mesures, de même que celui du *cryo team* pour leur support inconditionnel.

Je mentionne aussi l'apport important d'un ami et collaborateur, Dany Lachance-Quirion, avec qui nous avons partagé les espoirs et les peines liées aux possibilités offertes par ces aimants microscopiques intégrés aux doubles boîtes quantiques. C'est à la *mémoire de l'eau* que je te lève mon verre, et te souhaite la meilleure des chances dans ce retour à tes sources québécoises! Je souligne également les interactions constantes et discussions fructueuses que j'ai eues avec Sophie Rochette. Sophie, je te félicite également d'avoir osé sortir des sentiers battus et briser ces barrières qui minent les relations scientifiques. Je te souhaite la meilleure des chances pour la poursuite de tes ambitions. Merci aussi à un véritable pionnier des technologies quantiques, collègue et ami cher : David Roy-Guay. Au cours de ces années, ton énergie débordante et ta présence sans faille n'a pu qu'augmenter *mes chances de succès*.

Le futur des technologies quantiques et leur développement s'accompagne également de multiples incertitudes, et je remercie mon collègue et ami Christian Sarra-Bournet de s'être impliqué si volontairement, autant au début de mon parcours dans la nanofabrication, qu'à la fin dans mes choix et orientations professionnelles. Merci également d'avoir poussé vers ces nouvelles façons de faire dont j'ai grandement bénéficié à la fin de mon parcours.

Je profite de l'occasion pour souligner l'esprit visionnaire d'un collaborateur hors pair, qui m'a ouvert à un champ de recherche auquel je n'aurais soupçonné aspirer au cours de mes recherches doctorales. Merci à Phillippe Galy d'agir en tant que pionnier à l'avant plan de la mise en place de cette synergie entre l'industrie microélectronique et la recherche académique ; celle-ci est essentielle au développement de l'ordinateur quantique. J'en profite également pour remercier l'apport de tous les membres de cette équipe de recherche avec qui j'ai eu la chance de travailler, Ryan Foote, Claude Rohrbacher, Valérie Gauthier, et bien sûr Dominique Drouin. Plus spécialement, je tiens à souligner l'apport exceptionnel de mon collègue ingénieur, Pascal Lemieux, qui n'a jamais rechigné à travailler *jusqu'à ce que mort s'ensuive* et ce, malgré son absence du groupe de recherche.

Je remercie ensuite deux collègues qui ont osé entreprendre avec moi une aventure à la topologie fructueuse dont les rouages ont su tresser de grands projets et lever les gaps entre les disciplines ; Samuel Boutin et Sara Turcotte. Merci d'abord, Samuel d'avoir osé plonger avec moi dans cette aventure aux interfaces multiples, et d'avoir fait émerger de ces recherches de nouveaux terrains d'étude. Conjointement avec, Ion Garate je vous remercie pour votre

implication et vos idées qui ont permis de poser les premiers jalons théoriques d'une idée simple vers l'étude approfondie des ingrédients qui nous permettent désormais d'envisager le développement au niveau expérimental. Le succès et l'étendue de ce que l'on a mis en place est, pour moi, une grande fierté. Ensuite, merci Sara, pour ton impressionnant travail sans faille, ta rigueur scientifique et ton dévouement focalisé sur les objectifs de l'équipe. Merci surtout d'avoir ficelé, patiemment, avec moi tous les aspects expérimentaux des projets. Je retire de notre relation délocalisée entre le travail et l'amitié, l'une de mes meilleures expériences de collaboration. Je te souhaite tout le succès que tu mérites, sous un horizon au ciel bleu quantique.

De grands pans de cette thèse n'auraient pas vu le jour sans l'apport significatif des collaborations que nous avons entretenues. D'abord, les chercheurs en informatique quantique du *Sandia National Laboratories* ont été d'une valeur inestimable pour bien des projets de cette thèse. Je remercie toute l'équipe de fabrication des boîtes quantiques pour leur apport en dispositifs et surtout Malcom Carroll pour son implication et ses conseils judicieux. De plus, je remercie Lisa Tracy et plus spécifiquement Tzu Ming Lu pour la mise en place d'un autre projet inespéré vers la supraconductivité induite. Leur apport autant au niveau de la fabrication des dispositifs que de l'interprétation du comportement des dispositifs s'est avéré indispensable au succès de ce projet. J'envoie également mes remerciements à mes collègues australiens, Ross Leon, Henry Yang et Jason Hwang pour les interactions scientifiques et l'accueil qu'ils m'ont offert en Australie. Surtout, je remercie chaleureusement Andrew Dzurak, de nous avoir approchés sans hésiter pour élaborer ce projet qui a su tirer parti des forces de chacun des groupes de recherche. Aussi, merci aux étudiants membres du projet d'autoajustement de boîtes quantiques, Maxime Lapointe-Major, Olivier Germain et Marc-Antoine Genest, d'oser briser les barrières des disciplines pour entreprendre ce projet d'envergure.

J'en profite également pour remercier l'apport plus intangible de tous les membres du groupe de recherche sur les qubits de spin. D'abord, merci à mes anciens collègues Anne Marie-Roy et Alexandre Bédard-Vallée ainsi qu'à mes amis, Félix Beaudoin, Chloé Bureau-Oxton et Patrick Harvey-Collard d'avoir donné, par vos idées et suggestions, un *spin* particulier à ces travaux. Merci également aux membres plus récents : Grégory Brookes, Zhiren Wang, et Marc-Antoine Roux.

Je te remercie mon frère, Félix, homme aux indénombrables chapeaux. D'abord, celui de l'accomplissement du rêve de collaborer malgré l'éloignement apparent de nos travaux. Ensuite, celui du quotidien et du soutien inconditionnel de tout instant. Finalement, celui qui te sied le mieux, celui de la frivolité ; celle des idées et des ambitions, comme celle de la discussion.

Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont entouré et offert leur support tout au long de cette aventure, et qui rendent cette expérience doctorale si globale. J'envoie la main à mes badistes, Alexandre, Jean-Christophe, Guillaume et Sébastiens. Aux *Oulis*, Branko et Magalie, je vous dis *Kempai* pour votre amitié, votre intensité et toutes nos activités. Laurie, ma soeur, malgré notre éloignement quotidien, ton soutien et notre relation me sont très chers. Je te remercie de l'apport unique que tu apporte à ma vision du monde. Je remercie également mes parents et qui m'ont, de leurs encouragements, supporté sans jamais compter. Reine, re-lectrice hors paire, et Michel, futur grand-père, je vous suis éternellement redevable pour toutes ces petites et grandes choses, qui m'ont fait grandir dans ce parcours aux détours tortueux. Finalement, je garde ces dernières lignes pour celle qui a goûté chaque instant de ces années avec moi. Stéphanie, je te dédie cette thèse, et le plus grand de mes remerciements, pour ce que l'on a construit ensemble et l'avenir au vent de nouveauté qui s'ouvre devant nous.

Table des matières

Sommaire	iii
Introduction	1
1 Conception de microaimants pour un couplage spin-orbite artificiel dans les boîtes quantiques	5
1.1 Desiderata pour les opérations logiques à haute fidélité	6
1.1.1 Spin unique dans un champ magnétique	6
1.1.2 Résonance de spin électronique et portes logiques	7
1.1.3 Électron unique confiné dans un potentiel harmonique	9
1.1.4 Gradients magnétiques pour la manipulation électrique d'un spin unique	9
1.1.5 Déphasage et considérations pour les opérations logiques à haute fidélité	12
1.1.6 Métriques et revue des méthodes de contrôle électrique d'un spin unique dans les boîtes quantiques	14
1.1.7 Résumé des paramètres expérimentaux désirés pour les opérations logiques	16
1.2 Géométries d'aimants et simulations numériques	17
1.2.1 Simulations numériques et paramètres considérés	17
1.2.2 Géométrie à un aimant et impact de la topographie	19
1.2.3 Axe de quantification et effet du champ externe	20
1.2.4 Recherche d'une géométrie optimale à aimant unique	22
1.2.5 Minimisation des gradients longitudinaux et erreurs de fabrication . .	24
1.2.6 Considérations pour la mise à l'échelle en un réseau linéaire de qubits	25
1.3 Microaimants pour l'ingénierie d'un qubit spin-charge	27
1.3.1 Charge unique confinée dans un potentiel quartique	28
1.3.2 Considérations pour le bruit de charge	32
1.3.3 Géométrie d'aimants pour la mitigation du bruit de charge	34
1.4 Impact des travaux	38

2	Plateformes d'intégration et de caractérisation de microaimants	41
2.1	Plateforme de nanofabrication pour les dispositifs quantiques	41
2.1.1	Considérations pour les dispositifs quantiques	41
2.1.2	Procédé de fabrication robuste et versatile	47
2.1.3	Minimisation des effets de contraintes	50
2.1.4	Impact des recuits thermiques	57
2.2	Propriétés magnétiques d'aimants individuels	60
2.2.1	Magnétométrie à l'aide de croix de Hall	60
2.2.2	Modes d'opérations des dispositifs à croix de Hall électrostatique . . .	63
2.2.3	Propriétés magnétiques d'aimants individuels	67
2.3	Intégration d'un aimant de Cobalt sur une structure de boîte quantique à l'état de l'art	73
2.3.1	Dispositif de boîtes quantiques en silicium à grilles séparées	73
2.3.2	Comparaison des caractéristiques MOS avec et sans aimants	76
2.3.3	Performances des boîtes quantiques avec microaimants intégrés	83
2.4	Impact des travaux	102
3	Caractérisation d'une plateforme industrielle pour les qubits de spins	105
3.1	Comportement cryogénique d'une structure dédiée en FD-SOI	106
3.1.1	Technologie UTBB FD-SOI 28nm et avantages pour les boîtes quantiques	106
3.1.2	Étude préliminaire sur des substrats de type GO1	110
3.1.3	Étude de reproductibilité sur les substrats de type GO2	125
3.2	Formation de boîtes quantiques en UTBB FD-SOI	130
3.2.1	Géométrie des dispositifs à grilles séparées	130
3.2.2	Régimes et limites d'opérations	132
3.2.3	Reproductibilité de boîtes quantiques formées dans un canal en face arrière	137
3.2.4	Formation et triangulation de boîtes quantiques électrostatiques	144
3.3	Impact des travaux	150
4	Architecture à gaz bidimensionnel pour les états liés de Majorana	152
4.1	Émergence d'états liés de Majorana et architecture proposée	153
4.1.1	États liés de Majorana dans les nanofils semi-conducteurs	153
4.1.2	Architecture proposée et viabilité expérimentale	160
4.2	Supraconductivité induite dans les hétérostructures de Si/SiGe	163
4.2.1	Hétérostructures et dispositifs	163
4.2.2	Signatures expérimentales de la supraconductivité induite	168
4.2.3	Structures en mode d'accumulation	175

4.3 Impact des travaux	177
Conclusion	179
A Procédés de fabrication pour les microaimants	183
A.1 Recette ZEP/MMA (Recette originale)	186
A.2 Recette pour le copolymère ZEP/MMA-MAA	187
A.3 Recette Zep/LOR	188
A.4 Recette de PMMA multicouche	189
A.5 Recette pour la PMMA/ZEP (nouveau standard pour Sherbrooke)	190
B Procédé de fabrication de dispositifs en GaAs	191
B.1 Commentaires généraux	191
B.2 Mesas	194
B.3 Contacts ohmiques	196
B.4 Grilles de déplétion	198
B.5 Microaimants	200
B.6 Chemin d'amenée de Schottky et plots de contact	202
B.7 Découpe	204
C Dispositifs à cinq boîtes quantiques et raccord électrique de couches de cobalt.	205
C.1 Conception d'un dispositif à cinq boîtes quantiques	205
C.2 Dispositifs fabriqués et mesures cryogéniques	207
C.3 Discontinuités électriques et raccord de couches de cobalt	209
D «Coherent spin control of s-, p-, d- and f-electrons in a silicon quantum dot»	213
E «Silicon quantum processor unit cell operation above one Kelvin»	222
F «Algorithm for Automated Tuning of a Quantum Dot into the Single Electron Regime»	232
G «Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization»	237
H «Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials»	253
Bibliographie	264

Liste des tableaux

1.1	Opérations logiques de qubits à spins uniques dans les boîtes quantiques . . .	15
2.1	Propriétés magnétiques des couches minces pour la plateforme de fabrication	46
2.2	Procédés en bicouches pour la fabrication de microaimants sans coquille . . .	50
2.3	Paramètres de dépôt pour mesures de contraintes par profilométrie	53
2.4	Paramètres de couches de cobalt suite aux recuits thermiques	59
2.5	Géométries des dispositifs à croix de Hall électrostatiques	63
2.6	Pré caractérisation de dispositifs avec microaimants intégrés	77
3.1	Résumé des paramètres des substrats UTBB FDSOI 28 nm utilisés	109
3.2	Régimes d'opération d'un MOSFET	111
3.3	Paramètres des diamants de plus grande amplitude dans le régime de barrière	139
3.4	Paramètres de la boîte quantique simple du dispositif #4	147
C.1	Paramètres de gravure et dépôt pour le raccord de couches de cobalt	211

Table des figures

1.1	Électron plongé dans un champ magnétique inhomogène	10
1.2	Paramètres pour les simulations de dispositifs de type MOS	18
1.3	Profile de champ magnétique produit par un aimant unique	19
1.4	Impact de la topographie sur les gradients de champ magnétique	20
1.5	Effet du champ externe sur l'axe de quantification	21
1.6	Impact du champ externe sur les gradients de champ magnétique	22
1.7	Effet de la géométrie de l'aimant simple sur les gradients de champ magnétique	23
1.8	Gradients de champ magnétique dans une géométrie à double aimant	24
1.9	Mise à l'échelle de réseaux linéaires de qubits à l'aide de doubles aimants	26
1.10	Différence de fréquence de Larmor entre deux boîtes quantiques	27
1.11	Électron unique dans une double boîte quantique et potentiel quartique	29
1.12	Niveaux d'énergies et fonctions d'ondes d'une double boîte quantique	30
1.13	Niveaux d'énergies d'une double boîte quantique en présence d'anisotropies magnétiques	33
1.14	Décalage du double aimant et différences de champ transverse et longitudinal	35
1.15	Points optimaux pour la minimisation du bruit de charge	36
1.16	Erreurs de fabrication et robustesse des points d'opérations	37
2.1	Relation constitutive $M(H)$ typique d'un aimant	43
2.2	Exemple de procédé pour les matériaux magnétiques	45
2.3	Procédé de fabrication pour les microaimants de Cobalt et FeCo	47
2.4	Résine réticulée et procédé amélioré	49
2.5	Cristallites et contraintes pour les matériaux magnétiques FeCo et Co	51
2.6	Mesures de contraintes par profilométrie	54
2.7	Impact des taux de dépôts de Co sur la taille des grains	55
2.8	Intégration d'aimant sans problème de contraintes	56
2.9	Impact des recuits thermiques sur l'aimantation du cobalt	58
2.10	Croix de Hall pour la magnétométrie de Hall d'aimants micrométriques	62

2.11	Croix de Hall pour la magnétométrie de Hall d'aimants micrométriques . . .	64
2.12	Contrôle électrostatique et densité électronique	65
2.13	Anomalies balistiques et densité de courant	67
2.14	Magnétométrie d'aimant de FeCo	68
2.15	Rapport d'aspect et anisotropie magnétique d'aimants de FeCo	70
2.16	Courbe d'aimantation d'un aimant de cobalt	71
2.17	Effet de grilles et mesures de gradients magnétiques	72
2.18	Principes de fonctionnement de boîtes quantiques MOS en mode accumulation .	74
2.19	Montage expérimental pour mesures cryogéniques	79
2.20	Schéma de connexion et caractérisation de l'amplificateur cryogénique	80
2.21	Courbes d'activation de transistors monolélectroniques avec aimant intégré .	82
2.22	Mesure de l'accumulation d'électrons en détection de charge	84
2.23	Diagrammes de stabilité dans le régime à faible nombre d'électrons	85
2.24	Température électronique	87
2.25	Mesures des temps de transitions $N = 0 \rightarrow N = 1$	88
2.26	Représentation du modèle pour la statistique de comptage complète	90
2.27	Distribution $p(M)$ pour la statistique de comptage	92
2.28	Statistiques de comptage pour la transition $N = 0 \rightarrow N = 1$	93
2.29	Effet des réservoirs sur les taux tunnels et les niveaux d'énergies	94
2.30	Spectre d'addition et signatures orbitales	97
2.31	Magnétospectroscopie	100
2.32	Revue des dispositifs fabriqués à l'aide de la plateforme de fabrication	103
3.1	Transistor FD-SOI 28 nm	107
3.2	Transistor FDSOI 28 nm micro soudé	109
3.3	Structure dédiée à l'étude de substrats GO1	110
3.4	Comparaison des caractéristiques $I_{ds}-V_{ds}$ à 20 mK et 300 K	112
3.5	Fuite de grille avant à 1.6 K	113
3.6	Mobilité d'effet de champ	115
3.7	Caractéristiques sous-seuil et densité d'états d'interface	119
3.8	Effet de la grille arrière sur le voltage seuil	121
3.9	Impact de la grille arrière en régime de saturation	122
3.10	Caractéristiques $I_{ds} - V_{ds}$ de la face arrière	124
3.11	Régimes d'activations de la grille arrière et impact de la géométrie dédiée . .	125
3.12	Géométrie des dispositifs à grille continue avec oxyde GO2	126
3.13	Propriétés de transport en face avant pour une géométrie GO2	127
3.14	Propriétés de transport en face arrière pour la géométrie GO2	130

3.15	Géométrie de dispositifs à grilles séparées en UTBB FDSOI 28nm	131
3.16	Activation et limites d'opération en face avant et arrière	133
3.17	Régimes d'activations BG-G2-Fgs	134
3.18	Multiples boîtes quantiques désordonnées	135
3.19	Diagrammes de stabilité BG-G2	138
3.20	Diamants de Coulomb à $V_{Bg} > V_{th}^{Bg}$	141
3.21	Énergie d'addition des différentes transitions en régime de barrière	142
3.22	Mécanismes de confinements pour les boîtes quantiques sous G2	143
3.23	Activation du canal par les grilles G1 et G3 pour le dispositif #4	145
3.24	Contrôle électrostatique de boîtes quantiques en régime d'activation G1-G3	146
3.25	Potentiel simulé dans l'active pour le régime d'activation G2-G3	148
3.26	Triangulations des boîtes quantiques en régime d'accumulation G1-G3	149
4.1	Structure de bande et phase topologique d'un Nanofil d'InAs	155
4.2	Énergies et modes de Majorana pour un Nanofil d'InAs	156
4.3	Plateformes à gaz bidimensionnel de couplage spin-orbite artificiel pour les états liés de Majorana	161
4.4	Hétérostructures en Si/SiGe et dispositifs pour la supraconductivité induite	164
4.5	Montage et propriétés de l'alliage de Nb mesuré sur un fil millimétrique	167
4.6	Survol d'une mesure typique pour les échantillons de série A et B	169
4.7	Impact de la longueur du canal sur les propriétés des jonctions	171
4.8	Effet de la température sur les signatures des jonctions	172
4.9	Variabilité des dispositifs, densité d'états et impact des contacts	174
4.10	Améliorations au schéma expérimental et résistance finie	175
4.11	Activation et barrières tunnel dans les structures en mode d'accumulation	176
A.1	Comparaison des différents procédés pour des aimants de cobalt	185
C.1	Contraintes et simulations magnétostatiques pour cinq boîtes quantiques	206
C.2	Dispositif à cinq boîtes quantiques et mesures préliminaires	208
C.3	Dispositif à cinq boîtes quantiques et mesures préliminaires	210
C.4	Raccord de discontinuités sur un dispositif à cinq boîtes quantiques	212

Introduction

Malgré le développement impressionnant des performances de l'ordinateur classique issu de la miniaturisation des composants électroniques au cours des dernières décennies, certains problèmes complexes et pertinents pour la société restent toujours hors de portée des supercalculateurs modernes. Le développement de technologies tirant fondamentalement parti des propriétés quantiques de la matière offre un changement de paradigme permettant d'adresser directement ce manque à gagner. Entre autres, l'ordinateur quantique promet de propulser l'ère technologique vers de nouveaux horizons où la résolution de ces problèmes difficiles devient désormais possible. Parmi les problèmes d'intérêt, l'ordinateur quantique pourrait jouer un rôle clé dans la mise aux points de nouveaux médicaments via la simulation de molécules [1, 2, 3], dans le développement de protocoles d'optimisation pour des stratégies de distribution [4] ainsi qu'en cryptographie [5, 6].

Les dix dernières années ont soufflé un vent de changement dans l'évolution de l'ordinateur quantique. Ces technologies sont passées d'une phase de développement purement scientifique à un véritable effort d'ingénierie quantique où les grands joueurs de l'industrie microélectronique tels *Google*, *IBM*, *Intel* et *Microsoft* compétitionnent avec des entreprises quantiques comme *D-Wave systems* ou *Rigetti computing* dans cette course de longue haleine. Ces acteurs poursuivent l'implémentation de l'ordinateur quantique basé sur différents systèmes physiques constituant l'unité fondamentale du calcul quantique : le qubit. Parmi ces systèmes les plus prometteurs sont sans contredit les qubits supraconducteurs [7], les qubits de spin [8] et les pièges à ions [9]. En dépit de toute cette ébullition, les architectures poursuivies par les principaux acteurs souffrent des performances limitées des qubits rendant le calcul quantique tolérant aux fautes hors d'atteinte des architectures actuelles [10]. C'est d'ailleurs pourquoi une approche à contre-courant poursuivie par *Microsoft* est basée sur une architecture ambitieuse composée d'états liés de Majorana : des états émergent de systèmes quantiques complexes qui promettent des performances accrues [11, 12].

À l'opposé de leur homologue classique, les qubits sont, de façon intrinsèque, sensibles

à leur environnement. Ceux-ci conservent l'information quantique sur une durée appelée le temps de cohérence. Ainsi, l'amélioration des opérations logiques d'un qubit passe par le contrôle de son environnement et l'optimisation de la durée de ses opérations logiques. De façon simplifiée, des durées d'opérations courtes et des temps de cohérence longs confèrent aux qubits des taux d'erreurs réduits. Dans le cadre du développement de l'ordinateur quantique, ces améliorations doivent être poursuivies dans des architectures échelonnables [13], pour lesquelles des puces contenant des milliers, voire des millions de qubits sont envisageables. Dans cette optique, des plateformes de qubits compatibles avec le savoir-faire de la microélectronique tirent tout leur sens. D'une part, l'expertise de cette industrie permet d'entrevoir la conception des puces de qubits aux propriétés uniformes à haut rendement [14]. D'autre part, l'utilisation des substrats de la microélectronique fournit, de façon naturelle, une interface de co-intégration des processeurs classiques et quantiques [15]. Ce dernier aspect revêt son importance autant pour le calcul distribué entre différents processeurs quantiques, que pour diminuer la latence et augmenter la qualité des signaux de contrôle et de lecture des qubits [16, 17]. Suivant ces conditions requises, le travail réalisé dans cette thèse vise l'amélioration et la mise en place d'architectures de qubits compatibles avec les techniques de fabrication de puces de l'industrie de la microélectronique.

Un terrain de jeu naturel pour les architectures compatibles avec la microélectronique est formé d'électrons uniques piégés dans une matrice, ou substrat, de silicium [18, 19]. Dans cette implémentation, le spin de l'électron est utilisé pour encoder l'information quantique. Un avantage est que le spin se couple très faiblement à son environnement et permet d'obtenir de longs temps de cohérence pouvant atteindre près d'une centaine de microsecondes dans les substrats de silicium [20, 21]. Ces longs temps de cohérence sont rendus possibles par l'utilisation de substrats purifiés isotopiquement à base de ^{28}Si . En effet, comme le ^{28}Si ne possède pas de spin nucléaire, l'électron agissant comme qubit se trouve alors dans un vide magnétique, écartant d'office le principal vecteur d'erreur provenant du couplage dipolaire magnétique entre le spin et les fluctuations de son environnement [22]. Or, le spin électronique reste toutefois difficile à adresser en raison de son faible moment dipolaire magnétique, et les opérations logiques en résultant sont souvent lentes [21]. Pour pallier cette problématique, une interface entre le spin et la charge de l'électron peut être utilisée [23]. À l'aide de champs électriques micro-ondes agissant sur la charge électronique, le spin de l'électron est manipulé par le biais de cette interface. L'approche de prédilection consiste à générer de fortes anisotropies du champ magnétique à proximité d'électrons piégés dans les boîtes quantiques à l'aide d'aimants de taille micrométrique [24, 25]. Cette approche confère toutefois à l'environnement un nouveau canal d'erreurs limitant la performance des qubits [26]. L'ingénierie du champ produit par les microaimants doit alors être réalisée de façon à maximiser les temps d'opérations et minimiser les taux d'erreurs [27, 28]. Enfin, le matériau

de prédilection pour l'implémentation de ces aimants est directement compatible avec le silicium et utilisé dans les procédés modernes de la microélectronique [29, 30, 31]. Ce faisant, cette plateforme offre un angle intéressant pour la mise à l'échelle des qubits compatibles aux techniques industrielles basée sur des qubits rapides et cohérents.

Une approche complémentaire à l'amélioration de la performance des portes logiques vise plutôt la mise en place de systèmes pour lesquels les temps de cohérence peuvent être beaucoup plus longs. Parmi ces systèmes, les spins atomiques uniques adressés électriquement [20] ou optiquement [32] présentent des temps de cohérence record pouvant atteindre près de 39 minutes. Dans la même optique, le champ de recherche poursuivie par *Microsoft* explore la possibilité d'utiliser des architectures qui seraient *intrinsèquement* insensibles aux fluctuations locales de leur environnement. Ces approches sont basées sur les propriétés topologiques d'états quantiques qui bénéficient justement de l'aspect délocalisé de l'encodage de l'information. Suivant ce paradigme, le calcul quantique est envisagé à l'aide de réseau bidimensionnel de ces états topologiques [33, 34]. L'approche prédominante vers ce type d'architecture est basée sur les états liés de Majorana émergent aux extrémités de nanofils semi-conducteurs avec fort couplage spin-orbite et supraconductivité induite [11, 12]. Malgré le succès d'expériences récentes [35, 36, 37, 38], le développement à long terme de ces architectures pourrait bénéficier du savoir-faire de la microélectronique et des matériaux bidimensionnels pour remplacer les nanofils [39]. Comme les substrats de la microélectronique ne possèdent pas nécessairement le fort couplage spin-orbite requis pour l'émergence de ces états, des réseaux de microaimants sont alors envisagés [40]. L'optimisation des anisotropies magnétiques produites par de tels réseaux permet alors de retrouver le fort couplage spin-orbite nécessaire dans des architectures versatiles où les propriétés peuvent être contrôlées de façon électrostatique.

Les travaux présentés dans cette thèse explorent les possibilités offertes par les microaimants autant pour l'amélioration des qubits à spin unique dans les boîtes quantiques que pour la mise en place d'une nouvelle plateforme pour les états liés de Majorana. Globalement, ces travaux présentent ces microaimants comme un outil puissant, permettant de réaliser les interfaces nécessaires et compatibles à l'intégration des technologies de qubits en résultant aux substrats de la microélectronique. Chacun des chapitres de la thèse présente différents jalons concernant la conception et l'intégration de microaimants pour les plateformes industrielles, ainsi que la caractérisation de telles plateformes visant l'implémentation des architectures proposées. Les grandes lignes du contenu de ces chapitres sont présentées dans ce qui suit, et l'impact de ces travaux résumés à la dernière section de chacun des chapitres.

Chapitre 1 : La conception de microaimants visant des opérations logiques rapides pour les qubits à spin unique dans les boîtes quantiques est présentée. Cette conception vise

des architectures à boîtes quantiques simples et doubles et une attention particulière est portée vers la minimisation des canaux de décohérence additionnels causés par l'interface spin-charge générée par les aimants.

Chapitre 2 : Une plateforme de fabrication, de caractérisation et d'intégration de microaimants aux boîtes quantiques en silicium est mise en place. Les dispositifs fabriqués suivant le guide de conception du chapitre 1 permettent de valider l'approche proposée et d'identifier quelques limitations à l'intégration de microaimants.

Chapitre 3 : En collaboration avec *STMicronics*, une plateforme entièrement fabriquée dans une fonderie de microélectronique est étudiée. La première caractérisation de transistors classiques basés sur une telle plateforme à la température de vingt millikelvins est réalisée et la formation de boîtes quantiques électrostatiques dans des structures dédiées est explorée.

Chapitre 4 : Les principes théoriques et la conception de réseaux de microaimants derrière une architecture à base d'états liés de Majorana sont survolés. De plus, le premier jalon vers la réalisation d'un ingrédient essentiel de cette architecture dans les substrats de la microélectronique est posé par l'étude de la supraconductivité induite dans une hétérostructure de Si/SiGe.

Chapitre 1

Conception de microaimants pour un couplage spin-orbite artificiel dans les boîtes quantiques

Le champ magnétique anisotrope produit par des aimants de taille micrométrique est un outil puissant pour la réalisation de qubits de spin semi-conducteurs. En effet, ce champ magnétique peut être perçu comme un couplage spin-orbite effectif. Ce couplage entre le spin et la charge de l'électron permet la réalisation de portes logiques rapides et ouvre de nouvelles possibilités pour la conception de qubits. Combinés avec des architectures à base de ^{28}Si possédant de longs temps de cohérence, les gradients magnétiques fournis par les microaimants présentent donc une voie d'avenir pour des qubits de spin permettant la réalisation de portes logiques à faible taux d'erreurs. Par ailleurs cette méthode est présentement la méthode de prédilection poursuivie par la communauté scientifique pour les qubits à spin unique de haute performance [41, 42].

La conception d'architectures de microaimants intégrés requiert l'ingénierie minutieuse de la position de ce dernier par rapport à la boîte quantique. En effet, un positionnement judicieux favorise les opérations logiques rapides [43, 27, 44, 41], l'adressabilité des qubits dans un réseau linéaire [45, 46, 47, 27] et peut également minimiser les effets de décohérence [28] ou de relaxation [48]. Toutefois, les méthodes de conception et de simulations explorées dans la littérature ne tiennent pas compte de la géométrie et de la topographie spécifique aux dispositifs. Bien que cette approximation soit valide pour les boîtes quantiques à base de gaz bidimensionnels pour lesquels les grilles de contrôle et l'aimant sont situés loin des boîtes, ceci

n'est pas le cas pour les dispositifs MOS présentant de fortes topographies. Dans ce chapitre, les éléments de base en lien avec les opérations logiques à un qubit et les conditions requises pour le calcul quantique à haute fidélité seront rappelés (section 1.1). La conception d'aimants pour des dispositifs de type MOS en résultant (section 1.2), ainsi que pour un nouveau type de qubit spin-charge (section 1.3) seront présentés. Les résultats de conception présentés dans ce chapitre ont guidé la fabrication de dispositifs en silicium purifiés avec microaimants intégrés démontrant certaines limites d'opérations liées aux aimants et la première opération d'un qubit de spin MOS à une température de 1 K (section 1.4)

1.1 Desiderata pour les opérations logiques à haute fidélité

1.1.1 Spin unique dans un champ magnétique

L'hamiltonien d'un spin électronique unique placé dans un champ magnétique s'écrit simplement

$$\mathcal{H}_s = -\frac{1}{\hbar}g\mu_B\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{S}, \quad (1.1)$$

où g est le facteur gyromagnétique, $\mathbf{B}_0 = |\mathbf{B}_0|\mathbf{n}$ est un champ externe statique orienté selon \mathbf{n} et $\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}$ l'opérateur de spin avec $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, le vecteur des matrices de Pauli. Pour le silicium, $g \approx 2$ et les deux états, fondamental (E_\uparrow) et excité (E_\downarrow), sont respectivement associés aux états de spin $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$, dont l'orientation est définie par celle du champ externe. Ces états sont les états de spin parallèle et antiparallèle à la direction du champ externe \mathbf{B}_0 et leur énergie est donnée par

$$E_\uparrow = -E_z/2 = -\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{B}_0|, \quad (1.2)$$

$$E_\downarrow = +E_z/2 = +\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{B}_0|, \quad (1.3)$$

avec E_z l'énergie Zeeman. Ce sous-espace définit donc un système à deux niveaux parfait qui sera utilisé comme encodage pour les qubits à spin unique. Dans ce sous-espace, l'évolution temporelle d'un état de spin quelconque $|\psi\rangle$ sous l'effet du champ statique est donnée par l'équation de Shrödinger menant à

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left(-\frac{i}{2}\omega_s t \mathbf{n}_0 \cdot \boldsymbol{\sigma}\right) |\psi_0\rangle, \quad (1.4)$$

où $\omega_s = g\mu_B|\mathbf{B}_0|/\hbar$ est la fréquence de Larmor et \mathbf{n}_0 la direction du champ externe. Cette évolution correspond à celle d'une rotation du spin d'angle $\theta(t) = \omega_s t/2$ autour de l'axe \mathbf{n}_0 connu sous le nom de précession de Larmor.

1.1.2 Résonance de spin électronique et portes logiques

Les opérations logiques dans le sous-espace de spin sont réalisées par la méthode de résonance de spin électronique (ESR). Cette méthode est largement utilisée pour différentes espèces de qubits de spin, notamment : les qubits de spins moléculaires [49], les défauts atomiques de spin dans les semiconducteurs [50, 51] et les boîtes quantiques à un électron [52, 21]. La méthode consiste à appliquer un champ magnétique de pompe $\mathbf{B}_p(t)$ de direction transverse au champ \mathbf{B}_0 et oscillant à la fréquence de Larmor de telle sorte que

$$\mathcal{H}_{ESR} = \mathcal{H}_s + \mathcal{H}_p \quad (1.5)$$

$$= -\frac{1}{2}g\mu_B (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_p(t)) \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (1.6)$$

$$= -\frac{\hbar}{2} (\omega_s \mathbf{n}_0 + \omega_p \mathbf{m} \cos(\omega_s t + \phi)) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (1.7)$$

où $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}_0$ est la direction du champ de pompe, ϕ sa phase supposée fixe et $\omega_p = g\mu_B|\mathbf{B}_p|/\hbar$. Sans perte de généralité, le choix $\mathbf{n}_0 = \mathbf{z}$ et $\mathbf{m} = \mathbf{x}$ est effectué. Ainsi, dans le référentiel tournant à la fréquence du qubit ω_s , et sous l'approximation séculaire, l'hamiltonien s'écrit [53] :

$$\mathcal{H}_{ESR}^{rot} = -\frac{\hbar}{2} \tilde{\omega} \sigma_z - \frac{\hbar\omega_p}{2} (\cos \phi \sigma_x + \sin \phi \sigma_y) \quad (1.8)$$

$$= -\frac{\hbar}{2} \bar{\omega} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (1.9)$$

avec $\tilde{\omega} = \omega_s - \omega_p$ le désaccord en fréquence de la pompe et

$$\bar{\omega} = \sqrt{\tilde{\omega}^2 + \omega_p^2}, \quad \mathbf{n} = \frac{\omega_p}{\bar{\omega}} \left(\cos \phi, \sin \phi, \frac{\tilde{\omega}}{\omega_p} \right). \quad (1.10)$$

Ainsi, l'équation (1.9) dans le référentiel tournant rappelle celle d'un spin dans un champ magnétique d'amplitude $\bar{\omega}/g\mu_B$ et d'orientation \mathbf{n} , à la différence que ce champ peut, dans une expérience, être allumé ou éteint à souhait, tout en contrôlant son orientation à l'aide des paramètres ϕ et $\bar{\omega}$. Ceci résulte en un changement de l'état de spin vers l'état désiré réalisant des opérations logiques sur le qubit.

Lorsque la condition de résonance est satisfaite ($\tilde{\omega} = 0$), la précession du qubit autour de l'axe \mathbf{n} se fait à la fréquence de Rabi donnée, dans le cas présent, par $f_R = \omega_p/2\pi$. Ainsi, les portes logiques X et Y sont réalisées par l'application de pulses du champ oscillant ayant les caractéristiques suivantes :

$$X : \quad t_X = \frac{\pi}{\omega_p}, \quad \phi_X = 0. \quad (1.11)$$

$$Y : \quad t_Y = \frac{\pi}{\omega_p}, \quad \phi_Y = \frac{\pi}{2}. \quad (1.12)$$

Le contrôle entre les portes X et Y se fait donc simplement par un changement de phase de la pompe. Aussi, plus l'amplitude du champ oscillant est élevée plus la fréquence de Rabi sera élevée et plus les portes logiques X et Y en découlant seront rapides. Ce dernier aspect revêt une importance capitale pour les qubits de spins. En effet, en raison de la décohérence provenant du couplage entre le qubit et son environnement, l'information de phase du qubit est perdue en un temps T_2^* de décohérence. Ce temps peut atteindre quelques dizaines de microsecondes pour les électrons uniques dans les boîtes quantiques en silicium purifié isotopiquement [21, 41]. La compensation à l'aide de séquences de pulses permet d'étendre cette durée au-delà de quelques millisecondes via un découplage dynamique du qubit et de son environnement [21, 26]. En général, les opérations logiques doivent donc être réalisées bien plus rapidement que le temps de décohérence, afin d'obtenir des opérations logiques fiables.

Dans les boîtes quantiques, la résonance de spin générée par un champ magnétique oscillant confère des opérations logiques de fréquence de Rabi pouvant atteindre les 10 MHz [52]. Toutefois, une opération aussi rapide nécessite une grande puissance micro-onde qui perturbe l'environnement du qubit (ex. via l'effet tunnel photo-assisté [52]). Ainsi, les expériences plus récentes présentent généralement des fréquences de Rabi en deçà du MHz [21, 54, 55]. De plus, l'intégration d'une ligne à transmission micro-onde près du qubit, limite les possibilités de mise à l'échelle vers un réseau bidimensionnel en raison de la surface occupée par cette dernière.

Afin de s'affranchir de ces limitations expérimentales, des modifications doivent être apportées au schéma de contrôle habituel. L'approche la plus performante à ce jour est la résonance dipolaire électrique de spin (EDSR). Cette méthode consiste à utiliser une interface spin-charge permettant de coupler électriquement le spin via son moment dipolaire électrique, qui est de plusieurs ordres de grandeur supérieur à son homologue magnétique. L'utilisation de matériaux possédant un couplage spin-orbite intrinsèque [23] ou encore de gradients de champ magnétique soigneusement conçus [43, 25] laisse le champ libre à la réalisation de

l'interface spin-charge conférant aux qubits des taux d'opérations accrus. Les fidélités ou facteurs de qualités à l'état de l'art pour différentes architectures seront comparés plus loin.

1.1.3 Électron unique confiné dans un potentiel harmonique

Afin de bien mettre en place les éléments du couplage spin-charge généré par un microaimant, un bref rappel sur les états et fonctions d'onde d'un électron dans une boîte quantique simple est nécessaire. L'électron est supposé confiné dans un plan Y-Z et sa fonction d'onde supposée bidimensionnelle. Cette approximation ne permet pas d'expliquer toute la physique de la boîte quantique (notamment le comportement du couplage spin-orbite intrinsèque) [56], mais donne une excellente intuition pour les opérations EDSR avec microaimant. Ainsi, le hamiltonien d'une charge électronique sans spin dans la boîte quantique en supposant un potentiel harmonique s'écrit simplement

$$\mathcal{H}_C = \frac{\hbar^2}{2m^*} (P_y^2 + P_z^2) + \frac{1}{2}m\omega_0^2 (Y^2 + Z^2) \quad (1.13)$$

$$= (\hat{n}_y + \hat{n}_z + 1)\hbar\omega_0, \quad (1.14)$$

où $\omega_0 = \hbar/m^*a^2$ avec a le paramètre de courbure du potentiel harmonique associé au rayon de la boîte quantique et $\hat{n}_{y,z}$ les opérateurs nombres associés aux opérateurs d'échelle $b_{y,z}$ et $b_{y,z}^\dagger$ tel que $\hat{n}_{y,z} = b_{y,z}^\dagger b_{y,z}$. Ainsi, le sous-espace de plus basse énergie est composé d'un niveau fondamental avec $\varepsilon_0 = \hbar\omega_0$ et d'un niveau excité doublement dégénéré avec $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$. Seuls ces trois niveaux seront considérés par la suite.

1.1.4 Gradients magnétiques pour la manipulation électrique d'un spin unique

Un microaimant placé près de la boîte quantique génère un champ magnétique \mathbf{B}_m se superposant au champ magnétique externe $\mathbf{B}_0 = B_0\mathbf{z}$ (Fig. 1.1(a)). Ce champ magnétique inhomogène vise à générer l'interface spin-charge désirée. Le concept général est résumé à la figure 1.1(b). L'application d'un champ électrique déplace la fonction d'onde électronique dans le gradient de champ magnétique transverse. Du point de vue de l'électron, tout se passe comme si c'est le champ magnétique transverse qui oscille en fonction du temps. De façon effective, ce schéma reproduit la résonance de spin expliquée précédemment et laisse place à la réalisation d'opérations logiques sur le qubit.

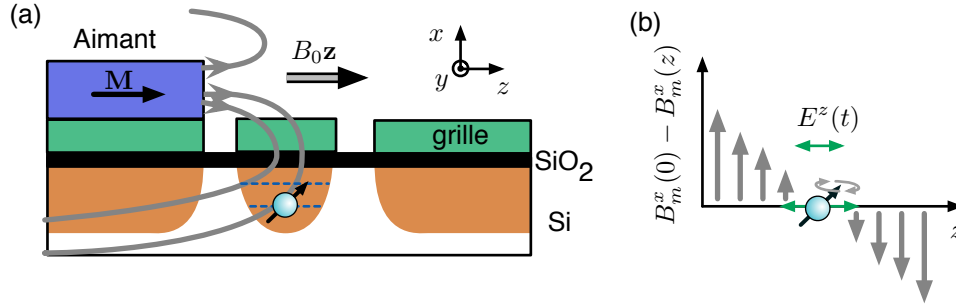


FIGURE 1.1. Électron plongé dans un champ magnétique inhomogène

(a) Schéma d'un dispositif en silicium dans lequel une boîte quantique à un seul électron est formée en raison du potentiel électrostatique (orange) produit par les grilles (vertes). Un microaimant (mauve), dont l'aimantation \mathbf{M} est supposée à saturation en raison du champ externe B_0z appliqué, produit un champ magnétique inhomogène dans la boîte quantique. (b) Schéma d'une expérience de résonance de spin dipolaire électrique. L'application d'un champ électrique produit un déplacement de la fonction d'onde électronique dans le gradient de champ magnétique transverse. Le tout résulte un champ magnétique oscillant effectif et produit la résonance de spin.

En présence du champ magnétique anisotrope, l'hamiltonien de spin est modifié :

$$\mathcal{H}_s = \frac{1}{2}g\mu_B (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m) \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (1.15)$$

Pour les fins de l'élaboration de modèles analytiques, le champ produit par l'aimant est développé en série de Taylor et seuls les termes linéaires sont conservés. Le champ linéarisé considéré est :

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{B}_m^\perp + \mathbf{B}_m^\parallel, \quad (1.16)$$

$$\mathbf{B}_m^\perp = b_\perp z \mathbf{x} + b_\perp x \mathbf{z}, \quad (1.17)$$

$$\mathbf{B}_m^\parallel = b_\parallel z \mathbf{y} + b_\parallel y \mathbf{z}, \quad (1.18)$$

où $b_{\perp,\parallel}$ sont les composantes transverse et longitudinale du gradient de champ magnétique. Le champ \mathbf{B}_m satisfait aux équations de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ et $\nabla \wedge \mathbf{B} = 0$. À lui seul le champ \mathbf{B}_m^\perp reproduit bien celui produit par deux aimants se faisant face [24, 28, 43] et cette composante permet de mettre en lumière une contribution au déphasage pur médié par les gradients transverses dans le système [28]. En effet, en $x = 0$, cette composante du champ produit par l'aimant est purement orthogonale au champ externe \mathbf{B}_0 . La composante longitudinale (\mathbf{B}_m^\parallel), quant à elle, ne représente que partiellement les profils de champs typiques des aimants utilisés. Pour les géométries considérées, la symétrie des aimants donne généralement de plus faibles gradients longitudinaux dans la direction y que dans la direction z . Toutefois,

cette expression simple permet d'introduire explicitement une dépendance en position de la composante B_m^z , responsable des gradients longitudinaux. Cet ajout est utile pour comprendre simplement l'impact du bruit électrique [57].

Le champ électrique agissant sur le système est composé du champ de pompe utilisé pour les rotations du spin et du champ électrostatique de l'environnement $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_{env} = E^y(t)\mathbf{y} + E^z(t)\mathbf{z}$ et le hamiltonien dipolaire correspondant :

$$\mathcal{H}_D = \mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{r} \quad (1.19)$$

$$= E^y(t)y + E^z(t)z. \quad (1.20)$$

Les termes hors diagonaux de l'hamiltonien total $\mathcal{H}_{tot} = \mathcal{H}_s + \mathcal{H}_C + \mathcal{H}_D$ sont traités de façon perturbative au premier ordre. Pour une boîte quantique dans le plan $x = 0$, l'hamiltonien effectif dans le sous-espace contenant les deux niveaux de plus faible énergie s'écrit [57] :

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = (E_z - eE^y(t)y_0)\tau_z - eE^z(t)\sqrt{z_0^2 + y_0^2}(\tau_x \cos \theta_0 + \tau_z \sin \theta_0), \quad (1.21)$$

où les opérateurs $\tau_{x,y,z}$ sont les matrices de Pauli agissant dans le sous-espace perturbé à deux niveaux, $y_0 = g\mu_B b_{\parallel} / (2m^* \omega_0^2)$, $z_0 = g\mu_B b_{\perp} / (2m^* \omega_0^2)$ et $\tan \theta_0 = y_0 / z_0$. Les paramètres y_0 et z_0 sont associés à une longueur caractéristique des gradients magnétiques longitudinal et transverse. Il est à noter qu'au second ordre en théorie des perturbations, l'énergie du qubit est également renormalisée par le gradient perpendiculaire et les niveaux orbitaux excités de la boîte quantique [24]. Toutefois, cette correction est faible (inférieure à 1%) et sera négligée dans l'analyse qui suit [25].

En l'absence de gradients longitudinaux ($y_0 = 0$) cet hamiltonien reproduit celui de l'équation (1.9) pour la résonance de spin. Pour $E^z(t) = E_p^z \cos \omega t$ pour ω remplissant la condition de résonance avec le qubit, on retrouve le résultat attendu pour la méthode EDSR avec microaimant [24] :

$$f_R = \frac{eE_p^z g\mu_B b_{\perp} a^2}{2h \epsilon_0}. \quad (1.22)$$

La fréquence de Rabi augmente donc linéairement avec l'amplitude du champ de pompe E_p^z et les gradients transverses b_{\perp} . De plus, en raison du facteur $1/\epsilon_0$ la fréquence d'oscillation augmente comme $f_R \propto a^4$. Ceci traduit l'augmentation du moment dipolaire électrique en raison de la réduction de la séparation en énergie entre les niveaux orbitaux d'énergie ϵ_0 et ϵ_1 . Cette augmentation peut être perçue comme un couplage électrique accru avec l'augmentation

du rayon de la boîte quantique.

La présence des gradients longitudinaux à l'équation (1.21) modifie le spectre d'énergie du qubit. D'une part une contribution supplémentaire est ajoutée à la fréquence de Rabi. Cette contribution provient du terme $\mathbf{B}_m^{\parallel} \cdot \mathbf{y} = b_{\parallel} z$ qui reste tout de même une contribution transverse au champ de polarisation externe \mathbf{B}_0 , et contribue de la même façon que \mathbf{B}_m^{\perp} aux niveaux d'énergie du système. D'autre part, le champ électrique E^y modifie le terme en τ_z et donc les niveaux d'énergie du qubit. Ainsi, lors de l'application du champ électrique de pompe, une composante du champ électrique résiduelle selon \mathbf{y} créera une fluctuation des niveaux d'énergie. Dans l'expérience, ces champs sont généralement minimisés par la géométrie de la grille de pompe. De plus, les forts champs magnétiques nécessaires à la lecture du spin font en sorte que $E_z \gg eE^y y_0$, et cette modification à la dynamique peut être négligée. Ainsi, les gradients longitudinaux perturbent peu la dynamique des portes logiques du qubit sous l'effet de la pompe.

1.1.5 Déphasage et considérations pour les opérations logiques à haute fidélité

Les champs électriques de l'équation (1.21) ne sont pas associés exclusivement au champ électrique de pompe. En effet, le bruit électrique présent dans les dispositifs agit sur le spin électronique suivant les mêmes canaux de couplage conférés par l'interface spin-charge. Ainsi, au premier ordre, le terme de couplage longitudinal créera du déphasage pur responsable du temps de décohérence dû à la charge (T_{2C}^*). De même, les termes transverses sont responsables du temps de relaxation (T_{1C}). Des expériences récentes sont d'ailleurs en accord avec un spectre de bruit suivant une dépendance en $S(\omega) \propto 1/\omega$ associée au bruit de charge dans les dispositifs en silicium [26, 48]. Pour la relaxation, l'effet du champ anisotrope produit par l'aimant est encore mal compris au niveau théorique. De façon générale, le temps de relaxation est réduit et une saturation est observée à faible champ externe ($T_{1C} \sim 100$ ms). Cette saturation semble limitée par le bruit de charge et n'est pas observée en l'absence de gradients de champ magnétique où T_1 atteint plusieurs dizaines de secondes [48]. Dans le cadre de ce travail, où l'attention est portée vers les portes logiques à haute fidélité, la contribution de la relaxation au déphasage total, $T_2 = 2T_1$, peut être négligée même en présence de bruit de charge. En effet, même en l'absence de gradient magnétique, le taux de déphasage est limité à quelques dizaines de microsecondes dans le silicium purifié (voir sous-section 1.1.6).

Une forme heuristique de la densité spectrale du bruit de charge, en concordance avec les

mesures expérimentales, est considérée [58, 26] :

$$S(\omega) = \gamma_N k_B T / \omega, \quad (1.23)$$

où γ_N est un terme d'énergie caractérisant l'amplitude du bruit. Dans un modèle simplifié, le temps de décohérence ainsi produit est approximé par la forme [28].

$$T_{2C}^* \approx \frac{2\hbar^2}{g\mu_B b_{\parallel} m^* a^4} \sqrt{\frac{2\hbar^2}{\gamma_N k_B T}}. \quad (1.24)$$

Bien qu'approximative, cette forme fournit une idée générale de la dépendance de T_{2C}^* en fonction des paramètres du modèle. D'abord, la réduction du rayon de confinement de la boîte quantique augmente le temps de décohérence. Toutefois, $T_{2C}^* \propto a^4$ suit la même dépendance que la fréquence de Rabi de l'équation (1.22) et le facteur de qualité en résultant $Q = T_{2C}^* / t_{\pi}$ est indépendant de a . Comme ce facteur de qualité représente le nombre d'opérations logiques X ou Y pouvant être effectuées à l'intérieur de T_{2C}^* , diminuer le moment dipolaire électrique en augmentant le confinement de la boîte quantique n'a donc pas d'influence sur la qualité des opérations logiques. Ensuite, il est évident que la température peut être réduite afin d'augmenter T_{2C}^* toutefois, dans les expériences typiques, il est rare que la température électronique soit bien en deçà de 100 mK (voir section 2.3). De plus, il serait préférable pour les réseaux de qubits de pouvoir opérer à plus haute température (ex. 1 K) afin de faciliter la co-intégration avec l'électronique de contrôle. Cette avenue ne sera donc pas considérée. Enfin, l'optimisation de la géométrie du microaimant permet de réduire l'impact du bruit de charge sur le temps de décohérence. Des simulations numériques montrent d'ailleurs que pour $b_{\parallel} < 200$ mT/ μ m et les paramètres typiques du silicium, le temps de décohérence $T_{2C}^* \gtrsim 20$ μ s avoisine celui obtenu dans les dispositifs en ^{28}Si [57]. Ainsi, l'ingénierie précise du microaimant pourrait permettre de conserver les longs temps de cohérence conférés par le ^{28}Si tout en permettant des opérations logiques rapides si l'amplitude de b_{\perp} est maintenue. Cet aspect sera traité en détail dans la section 1.2 pour des géométries réalistes de microaimants basées sur des structures en silicium de type MOS.

Il est à noter que la condition $b_{\parallel} = 0$ ne permet pas de s'affranchir complètement de la décohérence causée par le bruit de charge. Sous cette condition et au second ordre en théorie des perturbations, le temps de décohérence suit $T_{2C}^* \propto b_{\perp}^{-2} a^{-8}$ [28]. Si cette contribution reste importante, la réduction de la taille de la boîte quantique joue un rôle majeur, car, $Q \propto a^2$ et fournit une voie prometteuse pour la réduction du bruit de charge aux deux premiers ordres.

Finalement, il est important de considérer que bien que le modèle de champ magnétique \mathbf{B}_m^{\parallel} ne représente pas précisément celui des expériences, des conclusions similaires seront tirées pour un profil de champ présentant une contribution longitudinale $\mathbf{B}_m^{\parallel} = \mathbf{B}_m \cdot \mathbf{z}$ qui dépend explicitement de la position, ce qui est généralement le cas pour des profils de champ magnétique réalistes.

1.1.6 Métriques et revue des méthodes de contrôle électrique d'un spin unique dans les boîtes quantiques

Pour valider l'intérêt porté à la méthode EDSR avec microaimant, l'évolution des performances des différentes méthodes de contrôle de spin unique dans les boîtes quantiques est présentée au tableau 1.1. Les différentes implémentations sont comparées sous le couvert de quatre métriques : la fréquence de Rabi (f_R), le temps de cohérence (T_2^*), le facteur de qualité du qubit (\mathcal{Q}) et la fidélité (\mathcal{F}) des opérations logiques. Pour ce tableau, le facteur de qualité revêt la définition suivante :

$$\mathcal{Q} = \frac{T_2^{\text{Rabi}}}{t_\pi}. \quad (1.25)$$

\mathcal{Q} caractérise le nombre d'opérations logiques pouvant être réalisées à l'intérieur du temps de décohérence mesuré dans une expérience de Rabi¹. Une autre métrique plus précise est la fidélité des portes logiques $\mathcal{F} = 1 - \mathcal{E}$ où \mathcal{E} est la probabilité d'erreur. L'évaluation précise de la fidélité requiert toutefois des techniques de caractérisation plus avancées comme la tomographie d'états quantiques [59] ou l'étalonnage randomisé [21].

Les éléments principaux pouvant être tirés du tableau sont résumés ici, et guident les prochains développements pouvant être réalisés pour les qubits de spin :

- Toutes les méthodes bénéficient grandement d'une implémentation dans les substrats à base de ²⁸Si pour laquelle l'absence de spin nucléaire augmente significativement le temps de décohérence vers quelques dizaines de microsecondes ;
- Les méthodes spin-orbite fournissent à la base des opérations logiques ultrarapides, mais des fidélités au-delà de 99% n'ont pas encore été rapportées ;
- La démonstration récente de facteurs de qualité $\gtrsim 10$ pour des qubits à base de trous dans des architectures industrielles offre une perspective intéressante pour le dévelop-

1. Il est à noter que $T_2^{\text{Rabi}} \neq T_2^* \cdot T_2$. T_2^* est le temps de décohérence du système mesuré dans une expérience de Ramsey. Dans ce cadre, la décohérence provenant de l'évolution libre du système et de son environnement est mesurée, alors que dans une expérience de Rabi le temps de décohérence est mesuré lorsque le système est soumis au champ de pompe. T_2^* est donc une meilleure mesure de l'interaction du système avec son environnement.

Méthode	e/h	Matériau	f_{Rabi} MHz	T_2^* μs	Q	\mathcal{F} %	Refs	Année
–	–	–	–	–	–	–	–	–
ESR	e	GaAs/AlGaAs	10	0.01 [†]	~ 1	73	[52]	2006
ESR	e	²⁸ Si	0.450	120 ^δ	122	99.6	[21, 54]	2014-2015
ESR	e	²⁸Si	~ 0.625	33	~ 1175	99.957	[55]^α	2019
Spin-Orbite	e	GaAs/AlGaAs	4.7	~ 0.01 [†]	~ 1-2	–	[23]	2007
Spin-Orbite	e	InAs*	30-58	0.008 [†]	~ 1	48	[60]	2010
Spin-Orbite	e	InSb*	47-96	0.008 [†]	~ 2-3	81	[61]	2010
Spin-Orbite	h	SOI	85	0.06	~ 7	–	[62]	2016
Spin-Vallée-Orbite	e	SOI	12 ^γ	–	–	–	[63]	2018
Spin-Orbite	h	Ge*	140	0.13	~ 3-4	–	[64]	2018
Spin-Orbite	h	SOI	15	–	≳ 10-20	–	[65]	2019
Microaimant	e	GaAs/AlGaAs	1	~ 0.01 [†]	~ 1-2	–	[25, 46] ^a	2008
Microaimant	e	GaAs/AlGaAs	123	~ 0.01 [†]	9	96.6	[66] ^b	2014
Microaimant	e	^{nat} Si/SiGe	1.3	1	~ 10	98.1	[67] ^a	2016
Microaimant	e	^{nat} Si/SiGe	10	1.4	140	99.6	[41] ^b	2016
Microaimant	e	^{nat} Si/SiGe	4.8	1.4	~ 170	99.7	[42] ^b	2018
Microaimant	e	^{nat} Si/SiGe	2	2	–	99.8	[59] ^b	2018
Microaimant	e	²⁸Si/SiGe	3.9	20	888	99.86	[26]^κ	2018
Microaimant	e	²⁸ Si	~ 0.1	12	14	98.5 ^c	[68]	2019
Microaimant	e	²⁸ Si	~ 0.23	12	250	99.7 ^d	[68]	2019
Microaimant	e	²⁸ Si	3.9	12	~ 3	98.6	[69] ^λ	2019
Microaimant	e	^{nat} Si/SiGe	6	12	16	–	[70] ^ζ	2019

† : Cohérence limitée par les spins nucléaires

* : Boîte quantique formée dans un nanofil

δ : Temps de cohérence anormalement élevé

α : Séquence de pulse optimisée par la méthode GRAPE

γ : Fréquence simulée à partir des résultats expérimentaux

κ : Fidélité moyenne de 99.926 % pour des portes logiques non-Clifford également rapportée.

λ : Opérations logiques réalisées à température de 1 K

ζ : EDSR d'un électron dans une double boîte quantique (voir section 1.3)

a-b : Microaimant optimisé (a) et non optimisé (b)

c-d : Opération à un seul électron (c) ou à l'aide d'un spin 1/2 effectif formé de 5 électrons (d)

Tableau 1.1. Opérations logiques de qubits à spins uniques dans les boîtes quantiques

Évolution des opérations logiques basées sur les mécanismes ESR ou EDSR à base de spin-orbite intrinsèque ou de gradients de champs magnétiques produits par des microaimants. La colonne e/h indique la nature électron/trou du qubit de spin piégé dans la boîte quantique. Les lignes en gras indiquent les résultats de plus haute performance pour les méthodes ESR et EDSR. La plupart des données de fidélités sont mesurées par la méthode d'étalonnage randomisé.

pement des qubits de spins. Le contrôle de la décohérence dans ces architectures n'est toutefois pas au rendez-vous, mais ce type de qubits devrait présenter une résilience accrue au déphasage dû aux spins nucléaires résiduels. Plusieurs améliorations pour les performances de ces dispositifs sont proposées [71, 72];

- La méthode ESR reste à ce jour la plus performante au niveau de la fidélité des opérations logiques. Toutefois, celle-ci est obtenue à l'aide d'optimisation de pulses ce qui n'a pas encore été réalisé pour la méthode EDSR. Sans optimisation de pulse, la méthode du microaimant est non seulement plus rapide, mais présente une plus grande fidélité;
- Pour la méthode des microaimants, l'optimisation des gradients transverses dans les dispositifs en GaAs/AlGaAs et Si/SiGe a permis d'augmenter la fidélité des opérations via l'augmentation des vitesses d'opération. L'optimisation des gradients longitudinaux n'a jusqu'à ce jour été implémentée que pour augmenter l'adressabilité des qubits de spins dans les réseaux linéaires [46, 42];
- L'opération à plusieurs électrons dans une boîte quantique simple permet d'augmenter l'écrantage et la résilience au bruit de charge. Combinée avec des gradients optimisés, cette méthode pourrait fournir une voie d'avenir pour l'implémentation de la méthode des microaimants.

1.1.7 Résumé des paramètres expérimentaux désirés pour les opérations logiques

À la lumière des considérations théoriques et de l'évolution des dispositifs à base de microaimants présentés dans cette section, quelques paramètres d'importance ressortent pour le design de microaimants dans les structures MOS. Ces paramètres font office de *desiderata* pour cette architecture de qubit et sont énumérés ici :

1. L'implémentation des qubits dans une matrice de ^{28}Si pour l'obtention de long temps de cohérence;
2. Forts gradients transverses $b_{\perp} > 1 \text{ T}/\mu\text{m}$ pour des opérations logiques rapides à faible puissance micro-onde;
3. Faibles gradients longitudinaux $b_{\parallel} \ll 0.2 \text{ T}/\mu\text{m}$ pour éviter l'ajout d'un canal de décohérence supplémentaire aux architectures à base de ^{28}Si ;
4. Possibilité d'appliquer des champs électriques de pompe de façon locale sur les qubits;

Il est à noter que pour les dispositifs MOS en silicium, le couplage spin-orbite résiduel permet de moduler le facteur gyromagnétique des électrons ce qui modifie derechef la fréquence de résonance du qubit. Dans ces architectures, la fréquence peut être ajustée sur une plage de plusieurs MHz [21]. Cet élément relaxe la contrainte d'adressabilité considérée

pour les architectures à base de gaz bidimensionnels [27]. L'optimisation des points 2-3 et les considérations pour le point 4 sont présentées à la prochaine section pour différentes géométries d'aimants.

1.2 Géométries d'aimants et simulations numériques

La topographie des dispositifs à boîte quantique ajoute un élément de complexité à la conception de microaimants. Toutefois, celle-ci présente également l'avantage de générer des gradients additionnels. Ainsi, cette section vise d'abord à identifier les limites offertes par la topographie des grilles dans une géométrie à un seul aimant afin d'atteindre les conditions requises présentées dans la section 1.1. Ensuite, la réduction des gradients longitudinaux par une géométrie à double aimant sera revue.

1.2.1 Simulations numériques et paramètres considérés

Afin de bien estimer les gradients magnétiques longitudinaux et transverses produits par les microaimants au niveau de la boîte quantique un protocole de simulation a été mis en place. L'objectif du protocole est d'intégrer la topographie des dispositifs à boîtes quantiques de type MOS. Les paramètres considérés pour les simulations sont illustrés à la figure 1.2.

Des géométries composées d'un [25] ou deux [43, 27] aimants sont considérées suivant les grandes lignes des géométries déjà étudiées dans la littérature en l'absence de topographie. Contrairement aux études précédentes, la contribution de l'aimant à la direction de l'axe de quantification du spin dans la boîte quantique est ajoutée. Pour les géométries à simple aimant, les paramètres considérés sont l'épaisseur h ainsi que la position du microaimant par rapport au centre du dispositif z_c . La boîte quantique est centrée sous l'une des grilles d'accumulation d'électrons (Fig. 1.2(a)-(b)).

Pour le calcul des gradients, le champ magnétique total partout dans l'espace est séparé en deux composantes transverse et longitudinale par rapport à l'orientation du champ magnétique à la position de la boîte quantique

$$\mathbf{B}(y, z, B_0) = \mathbf{B}_m(y, z) + \mathbf{B}_0 \quad (1.26)$$

$$= B_{\perp}(y, z, B_0) \mathbf{n}_{\perp}(y, z, B_0) + B_{\parallel}(y, z, B_0) \mathbf{n}_{\parallel}(B_0). \quad (1.27)$$

Dans la géométrie présentée, les champs électriques oscillants sont appliqués par l'aimant et donc principalement orientés selon l'axe z , la composante transverse selon y sera donc

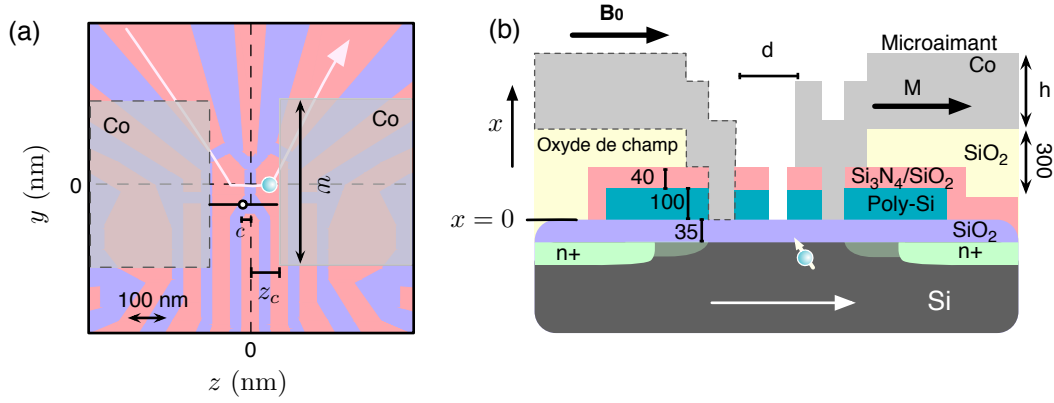


FIGURE 1.2. Paramètres pour les simulations de dispositifs de type MOS

(a) Vue en plongée d'une structure typique utilisée pour les expériences de qubits. Des grilles d'épaisseur totale de 140 nm (rose) sont placées sur un oxyde de SiO_2 de 35 nm. L'analyse est réalisée pour la boîte quantique de droite centrée à $(z_{bq}, y_{bq}) = (50, 0)$ nm, pour des aimants de largeur w . L'aimant de droite est séparé de $z = z_c$ du centre du dispositif. Pour les simulations comportant deux aimants, le point milieu entre les deux bords des aimants est situé à $z = c$ et ces aimants sont séparés d'une distance d . (b) Schéma vu en coupe du dispositif montrant les différentes couches de matériaux et les épaisseurs correspondantes. Les aimants d'épaisseur h suivent la topographie du dispositif. Un champ magnétique appliqué selon z produit une aimantation \mathbf{M} de l'aimant.

négligée. Comme la composante longitudinale se couple au bruit de charge qui ne présente pas de direction préférentielle, les gradients sont calculés ainsi,

$$b_{\perp}(B_0) = \left| \frac{\partial B_{\perp}(y, z, B_0)}{\partial z} \right|_{(z_{bq}, y_{bq})}, \quad b_{\parallel}(B_0) = |\nabla B_{\parallel}(y, z, B_0)|_{(y_{bq}, z_{bq})}, \quad (1.28)$$

où (y_{bq}, z_{bq}) est la position de la boîte quantique. Les simulations numériques des champs magnétiques produits par des aimants sont une adaptation du paquet *Radia* de Mathématiquea [73]. Le protocole de simulation mis au point suit le cheminement suivant :

1. **Générer la topographie** : la topographie des dispositifs est générée par un code *Matlab* prenant en entrée le fichier de design (de type CAD, voir Fig. 1.2(a)) bidimensionnel des dispositifs ainsi que les dimensions des couches composant la structure.
2. **Générer des aimants scindés** : la géométrie est découpée en rectangles de hauteur constante représentant différentes sections d'un microaimant déposé de façon conforme sur la surface. La géométrie est générée pour chaque jeu de paramètre (z_c, c, d, h) .
3. **Simulations magnétiques** : Pour chaque jeu de paramètres, la géométrie scindée est regroupée en un seul bloc dans *Radia* afin de former le microaimant et de simuler les

composantes de champs magnétiques dans la région active du dispositif. Les paramètres de maille et de taille du réseau de simulation n'ont pas d'impact sur le résultat obtenu.

4. **Ajout de la relation constitutive $\mathbf{M}(\mathbf{H})$** : Le champ magnétique produit par les aimants est ajusté suivant la relation constitutive $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ d'aimants mesurés expérimentalement (voir sous-section 2.1.4). Cette relation représente donc une approximation de la courbe d'aimantation qui néglige (i) les effets quantiques dus à l'interaction entre les domaines magnétiques (ii) le facteur de forme non trivial de l'aimant. Étant donnée la longueur de plusieurs centaines de micromètres des aimants expérimentaux, l'approximation (ii) devient complètement valide en l'absence de topographie.
5. **Calculs des gradients et analyse** : Les gradients sont calculés à la position estimée de la boîte quantique suivant la méthode présentée aux équations (1.28).

1.2.2 Géométrie à un aimant et impact de la topographie

Les composantes du champ magnétique produites par une configuration particulière d'un aimant unique sont présentées à la figure 1.3. D'abord, le champ produit par l'aimant atteint plusieurs centaines de milliteslas dans la boîte quantique et la variation rapide de l'amplitude du champ dans la structure laisse présager la présence de forts gradients de champ. Ensuite, la topographie des grilles altère la géométrie de l'aimant et le profil de champ magnétique sous ce dernier est fortement modulé par leur présence.

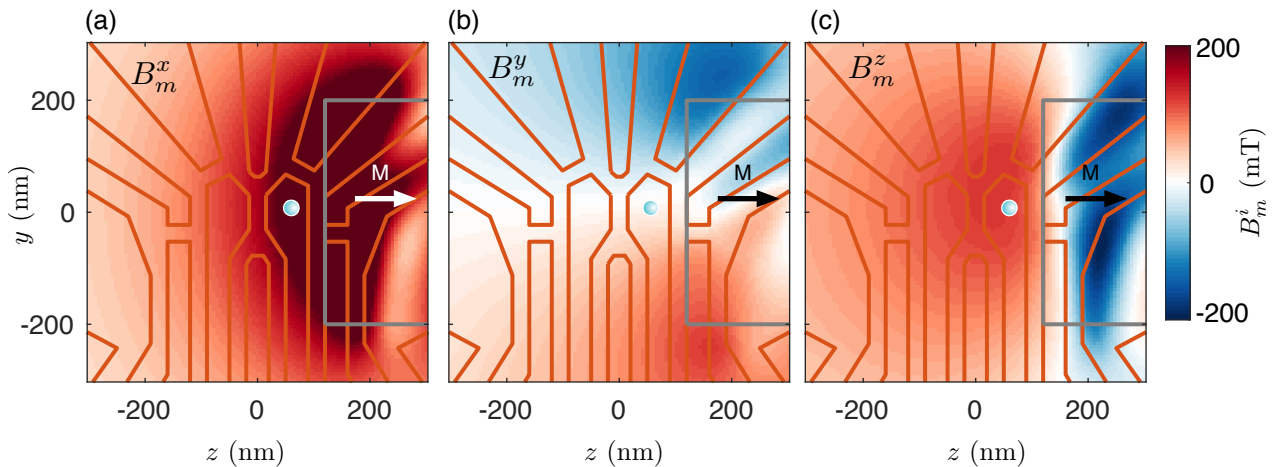


FIGURE 1.3. Profil de champ magnétique produit par un aimant unique

Dépendance spatiale des composantes (a) $B_m^x(y, z)$ (b) $B_m^y(y, z)$ et (c) $B_m^z(y, z)$. Le point bleu indique la position de la boîte quantique et la flèche la direction de l'aimantation et du champ externe. **Paramètres** : $z_c = 120$ nm, $B_0 = 1$ T, $h = 300$ nm et $w = 400$ nm.

Les effets précédents indiquent que, même pour un aimant recouvrant entièrement la zone active du dispositif, la topographie est susceptible de fournir à elle seule les profils de champ magnétique anisotropes pour la manipulation du spin. Cet effet est mieux visualisé à la figure 1.4 comparant les résultats avec et sans topographie.

Pour un aimant ne recouvrant pas la boîte quantique ($z_c > 50$ nm) le comportement général des gradients avec ou sans topographie est semblable : à fort z_c les gradients diminuent et l'amplitude des gradients avec topographie se situe quelque part entre les positions extrémales (sur l'oxyde ou sur les grilles) d'un aimant sans topographie. Pour, $z_c < 50$ nm, la topographie produit des gradients supplémentaires qui persistent et saturent à z_c très négatif. Dans ces conditions, les gradients transverse et longitudinal sont tous deux importants ($b_i > 1$ T/ μ m). Ce type de géométrie pourrait être utile pour les dispositifs en ^{nat}Si pour lesquels le temps de cohérence reste limité par les spins nucléaires résiduels, et les gradients longitudinaux ne sont pas la principale source de décohérence [41].

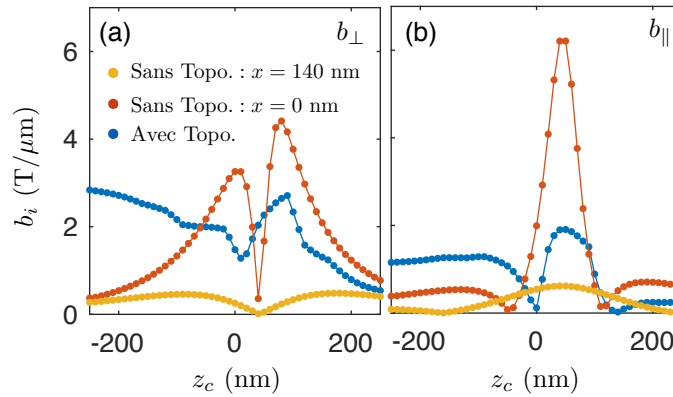


FIGURE 1.4. Impact de la topographie sur les gradients de champ magnétique

Comparaison entre les gradients transverses (a) et longitudinaux (b) pour des simulations réalisées avec et sans topographie. Les courbes sans topographie $x = 0$ nm et $x = 140$ nm représentent respectivement un aimant placé sur la surface de l'oxyde ou des grilles. **Paramètres** : $B_0=1$ T, $h = 300$ nm et $w = 400$ nm.

1.2.3 Axe de quantification et effet du champ externe

La présence du microaimant modifie l'axe de quantification du spin. En effet, il apparaît évident à partir de la figure 1.3 que le champ produit par l'aimant n'est pas orienté selon l'axe du champ externe \mathbf{B}_0 . De plus, même pour des champs aussi forts que $B_0 = 2$ T, la contribution de l'aimant reste supérieure à 10% du champ total et l'approximation $\mathbf{B}(z_{bq}, y_{bq}) \parallel \mathbf{B}_0$, parfois utilisée dans la littérature, n'est pas valide.

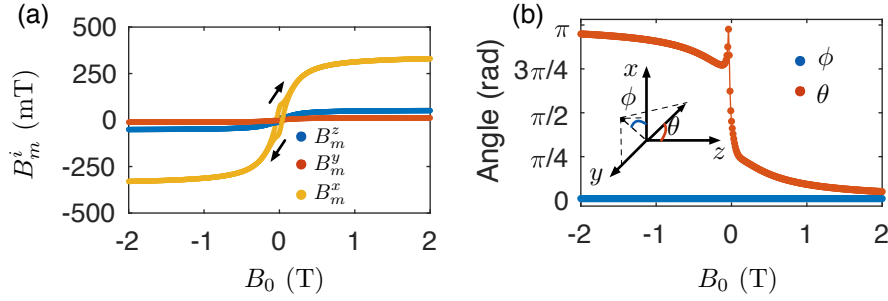


FIGURE 1.5. Effet du champ externe sur l'axe de quantification

(a) Dépendance en B_0 des composantes B_m^i de l'aimant au point (z_{bq}, y_{bq}) . (b) Orientation du champ dans la boîte quantique en fonction de B_0 pour la branche supérieure de la courbe de magnétisation. La composante B_m^y étant faible par rapport aux autres, le champ est principalement orienté dans le plan x - z . **Paramètres** : $z_c = 120$ nm, $h = 300$ nm et $w = 400$ nm.

L'impact du champ externe sur l'axe de quantification du spin est double. D'une part, le champ externe est responsable de l'aimantation de l'aimant. Ainsi une forte réduction des composantes B_m^i de l'aimant est observée à faible B_0 (Fig. 1.5(a)). D'autre part, même pour un aimant saturé, la compétition entre le champ total de l'aimant et le champ externe modifiera l'orientation de l'axe de quantification dans la boîte quantique. Ces effets combinés donnent lieu à une altération importante de l'axe de quantification, et ce pour toute la plage de champ magnétique externe étudiée (Fig. 1.5(b)).

Dans les simulations, les composantes transverse et longitudinale du gradient varient également avec la modification de l'axe de quantification par le champ externe. Tel qu'illustré à la Fig. 1.6 pour différentes configurations d'aimants, la variation du champ externe affecte l'amplitude des composantes b_\perp et b_\parallel ainsi que leur rapport (b_\perp/b_\parallel). Cette dernière métrique est utile pour identifier les paramètres remplissant les conditions des desiderata (Fig. 1.6(c)). En particulier pour $z_c = 120$ nm (voir encart de la figure 1.6(c)), et $B_0 \sim 1$ T, les desiderata pour les gradients sont partiellement remplis : $b_\parallel < 0.2$ T/ μ m et $b_\perp > 1$ T/ μ m. Malheureusement, cette condition n'est pas robuste et un décalage de ~ 20 nm entre l'aimant et la boîte quantique augmente significativement les gradients longitudinaux (voir Fig. 1.5(b)). Ce décalage étant inférieur à la précision d'alignement en nanofabrication², il semble peu probable de fabriquer une structure conférant un ratio maximal. Pour des faibles décalages, cet effet peut toutefois être compensé par le champ externe. Dans les dispositifs en silicium purifié, ce levier rendu disponible par la variation de l'axe de quantification du champ pourrait donc être utilisé pour sonder l'impact de l'amplitude des gradients longitudinaux sur la décohérence. Dans une tentative d'étendre cette question de recherche vers les dispositifs en ^{nat}Si, cette géométrie a

2. Environ 30 nm dans les procédés utilisés à l'Université de Sherbrooke

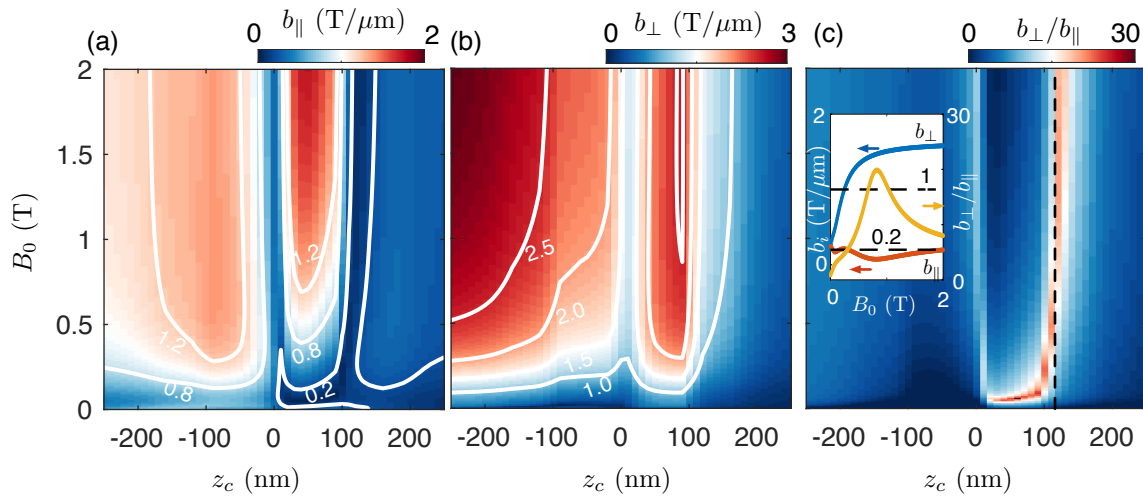


FIGURE 1.6. Impact du champ externe sur les gradients de champ magnétique

(a) Gradients longitudinaux (b) transverses et leur ratio (c) pour différentes configurations de champ externe B_0 et de position de l'aimant z_c . Les graphiques sont tracés pour la branche supérieure de la courbe d'aimantation. Les lignes pleines indiquent les traces iso gradients en $T/\mu\text{m}$. L'encart à la figure (c) est une trace prise sur les 3 panneaux à $B_0 = 1$ T. **Paramètres** $h = 300$ nm et $w = 400$ nm.

été fabriquée et les résultats présentés au chapitre 2.

1.2.4 Recherche d'une géométrie optimale à aimant unique

Malgré la présence de la topographie, la géométrie à simple aimant ne semble pas permettre d'atteindre les critères des desiderata établis à la section précédente. Néanmoins, comme l'impact des paramètres est non trivial en présence de la forte topographie, une étude plus exhaustive incluant les paramètres h et w est présentée (Fig. 1.7). La modification des paramètres w et h ne modifie pas la position de ratio optimal de $z_c = 120$ nm.

Tel qu'attendu, la diminution de l'épaisseur h de l'aimant sur la plage accessible expérimentalement, diminue également les composantes des gradients. Cet effet provient de la diminution du champ magnétique total produit par l'aimant en raison de la réduction de son volume. La saturation à fort h provient quant à elle de la plus faible contribution du volume d'aimant supplémentaire en raison de l'éloignement accru par rapport à la boîte quantique. Ainsi, les paramètres à épaisseur plus élevée devraient être moins sensibles aux variations locales dues aux imperfections du procédé de fabrication. À l'inverse, des aimants de plus faible épaisseur mènent à de plus faibles gradients longitudinaux et à un meilleur rapport b_{\perp}/b_{\parallel} . En raison des contraintes de fabrication, ce sont des aimants de taille $h = 200$ nm qui

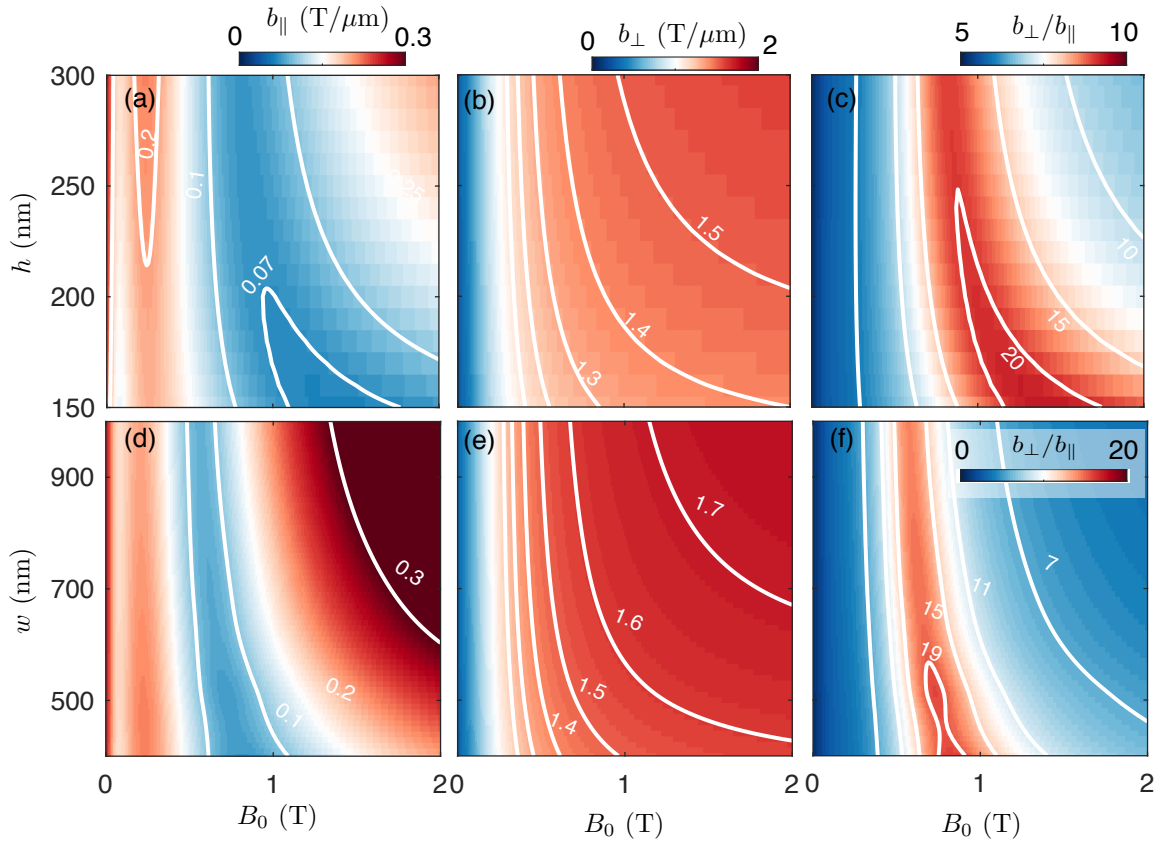


FIGURE 1.7. Effet de la géométrie de l'aimant simple sur les gradients de champ magnétique
 Impact de l'épaisseur h et la largeur w d'un aimant unique sur (a),(d) les gradients longitudinaux (b),(e) transverses, et (c),(f) et leur ratio. Les données sont présentées pour la branche supérieure de la courbe d'aimantation. Les lignes pleines indiquent les traces iso gradients en $T/\mu\text{m}$.
Paramètres : (a)-(c) $z_c = 120$ nm et $w = 400$ nm (d)-(f) $z_c = 120$ nm et $h = 300$ nm.

ont finalement été implémentés (voir chapitre 2).

Enfin, l'impact du paramètre w illustre une fois de plus l'impact de la topographie sur les gradients. L'observation des profils de champ de la figure 1.3(b) illustre les contributions aux champs B_m^y de polarité inverse aux coins de l'aimant³ qui contribuent aux gradients longitudinaux. Naïvement, l'augmentation de la distance entre ces pôles devrait diminuer la contribution totale aux gradients longitudinaux. Or, c'est plutôt l'effet inverse qui est observé aux figures 1.7(d)-(f) indiquant que la contribution de la topographie contrebalance l'éloignement des pôles⁴. Ainsi, les géométries à faible w sont légèrement plus performantes.

3. Cet effet est toujours observé pour des aimants en l'absence de topographie.

4. Bien qu'un effet similaire pourrait être expliqué simplement par l'augmentation du volume de l'aimant, une analyse plus détaillée montre que l'augmentation observée ne suit pas l'augmentation du champ magnétique total et provient de la compensation des gradients.

Toutefois, aucun jeu de paramètre ne permet l'obtention des desiderata pour une plage robuste aux imperfections expérimentales. Pour y arriver, une structure à double aimant est considérée.

1.2.5 Minimisation des gradients longitudinaux et erreurs de fabrication

La difficulté liée à la réduction du gradient longitudinal dans la géométrie à un seul aimant provient du fait que les composantes B_m^x et B_m^z sont d'amplitudes similaires au bout de l'aimant. Dans la géométrie à double aimant, le pôle nord d'un aimant fait face au pôle sud de l'autre. Ce faisant, une partie des composantes s'annule pour former un champ d'amplitude plus uniforme au centre des deux aimants réduisant ainsi les gradients longitudinaux (Fig. 1.8)

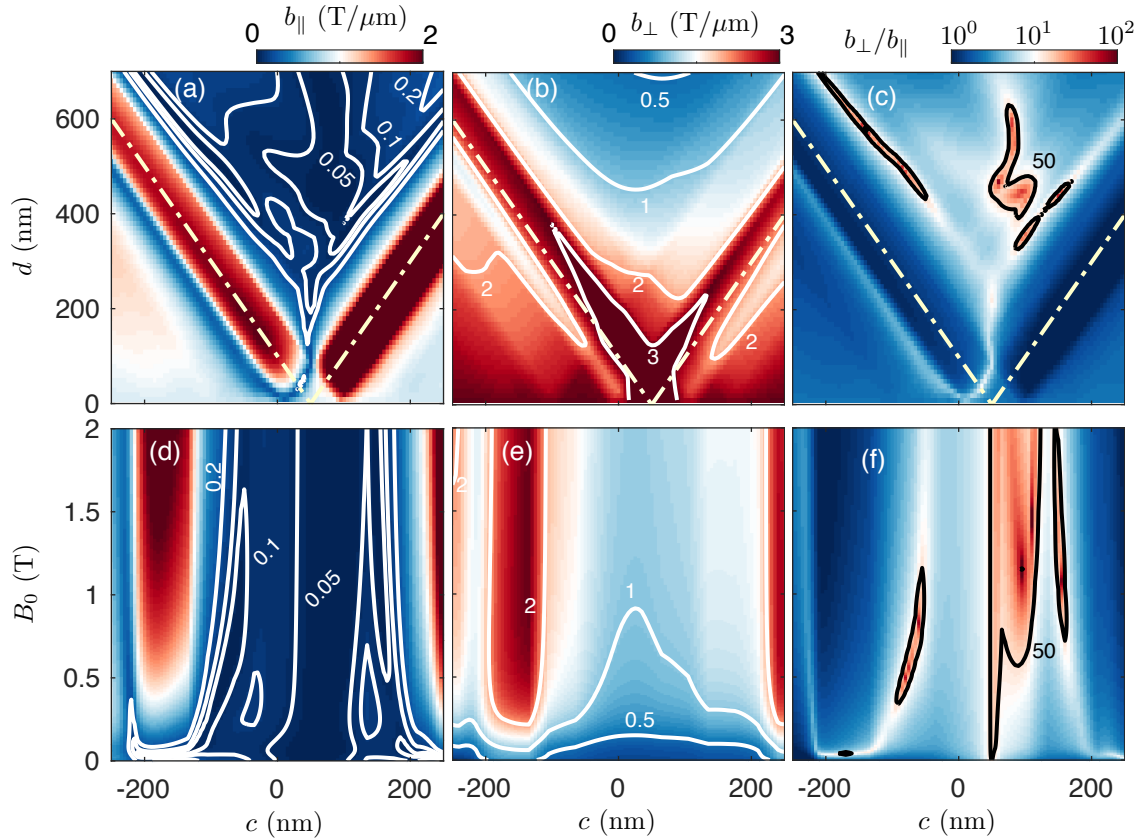


FIGURE 1.8. Gradients de champ magnétique dans une géométrie à double aimant

(a)-(c) Influence de la distance d entre les aimants et de la position de leur centre c sur les gradients et leur ratio. Les lignes pointillées illustrent la condition $d = \pm 2(c - z_{bq})$ où le bord d'un des aimants est aligné sur la boîte quantique. (d)-(f) Effet du champ magnétique. Les lignes pleines blanches (noires) indiquent les traces iso-gradient (iso-ratio) en T/ μm (sans unité). **Paramètres** (voir Fig. 1.2(a)-(b) pour la définition des paramètres du double aimant) $w = 500$ nm et $h = 300$ nm. (a)-(c) $B_0 = 1$ T (d)-(f) $d = 450$ nm.

Les structures principales des panneaux (a)-(c) présentent une symétrie en forme de «V» dont la pointe se situe à $c = z_{bq}$, pour laquelle les deux aimants sont centrés sur la boîte quantique. Les branches diagonales de cette structure représentent les conditions pour lesquelles le bord d'un des aimants est centré sur la boîte. Le comportement des gradients près de ces droites est très similaire à celui d'un simple aimant. Parallèles à ces droites, des conditions de fort ratio, mais de faible robustesse aux variations expérimentales peuvent être obtenues.

La zone intéressante se situe dans la portion intérieure aux deux droites où des gradients longitudinaux $b_{\parallel} \sim 0$ peuvent être obtenus. De façon générale, l'augmentation de d diminue le champ total et les gradients dans la boîte quantique conférant une très large zone pour laquelle $b_{\parallel} < 0.2 \text{ T}/\mu\text{m}$ (Fig. 1.8(a)) et réduisant également les gradients transverses (Fig. 1.8(b)). Le tout donne lieu à une zone de tolérance de $\pm 50 \text{ nm}$ des paramètres d et c pour laquelle $b_{\parallel} \lesssim 0.02 \text{ T}/\mu\text{m}$ et $b_{\perp} \gtrsim 1 \text{ T}/\mu\text{m}$ remplissant les conditions des desiderata. De plus, comme le montrent les figures 1.8(d)-(f), au-delà de $B_0 = 0.5 \text{ T}$, cette tolérance est rencontrée et presque indépendante du champ externe. Ainsi, une zone de faible gradient longitudinal, mais de fort gradient transverse peut-être atteinte de façon robuste à tous les paramètres expérimentaux à l'aide d'une structure à double aimant.

1.2.6 Considérations pour la mise à l'échelle en un réseau linéaire de qubits

La structure à double aimant présentée offre également un chemin simple vers la mise à l'échelle de réseaux linéaires de qubits cohérents, rapides et adressables. En effet, comme le paramètre w a très peu d'impact sur les gradients, deux aimants entourant un réseau linéaire de N qubits présentent une voie intéressante pour la mise à l'échelle. Dans une telle architecture, l'adressabilité peut être atteinte de deux façons : (i) via l'ajustement du facteur gyromagnétique de l'électron par les tensions de grilles [21] ou (ii) par l'utilisation de boîtes quantiques ancillaires [74]. Les deux géométries en résultant sont présentées aux figures 1.9(a)-(b) respectivement.

Pour la méthode des boîtes quantiques ancillaires, la séparation entre les deux boîtes quantiques du dispositif étudié est utilisée. Avec les paramètres d'aimants $d = 450 \text{ nm}$ et $c = 90 \text{ nm}$ et la boîte ancillaire située en $z = 0$, une différence de champ magnétique de $\Delta|\mathbf{B}| = 3 \text{ mT}$ correspondant à $\Delta f_L = 8 \text{ MHz}$ est obtenue (Fig. 1.10). Cette différence de fréquence est $\sim 10^3$ fois plus grande que la largeur de raie de résonance de 3-10 kHz obtenue dans le silicium ^{28}Si sans gradients magnétiques [21, 55]. Δf_L est également ajustable en champ magnétique (Fig. 1.10(b)). De plus, la différence de champ magnétique entre les deux boîtes quantiques peut-être utilisée pour réaliser une porte Z [66]. En effet, la différence

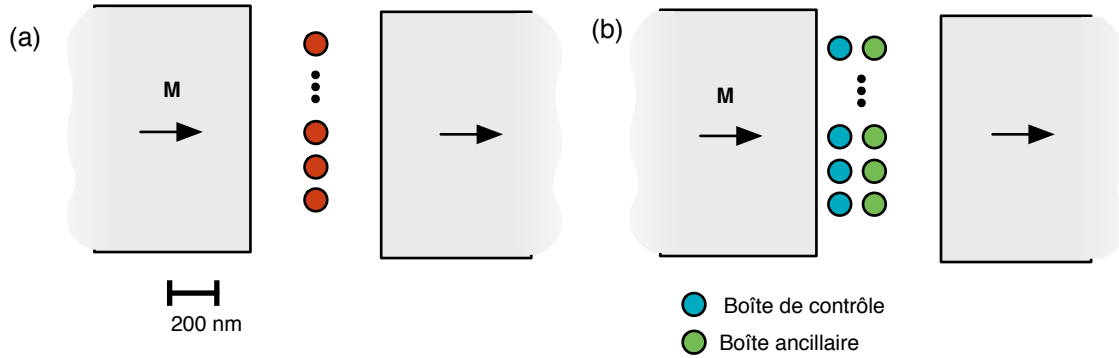


FIGURE 1.9. Mise à l'échelle de réseaux linéaires de qubits à l'aide de doubles aimants
 Mise à l'échelle vers des réseaux linéaires de boîtes quantiques pour l'adressabilité à l'aide (a) de l'ajustement du facteur gyromagnétique et (b) à l'aide de boîtes quantiques ancillaires possédant une différente énergie Zeeman.

d'énergie Zeeman entre les deux boîtes lors du transfert de l'électron modifie la phase du qubit à la fréquence Δf_L . En choisissant la durée totale du transfert selon l'opération désirée, il est possible de réaliser une porte Z ou simplement l'identité.

Enfin, dans les conditions minimisant les gradients longitudinaux dans la boîte quantique ancillaire, les gradients transverses dans la boîte quantique de gauche sont de $b_{\perp} \sim 1.5 \text{ T}/\mu\text{m}$ conférant des fréquences de Rabi au-delà de 10 MHz pour des amplitudes du champ de pompe typiques. Mis en commun avec les techniques de transfert d'électron rapide préservant la cohérence [75, 76, 77], cette architecture offre les éléments de base pour un réseau linéaire cohérent et échelonnable.

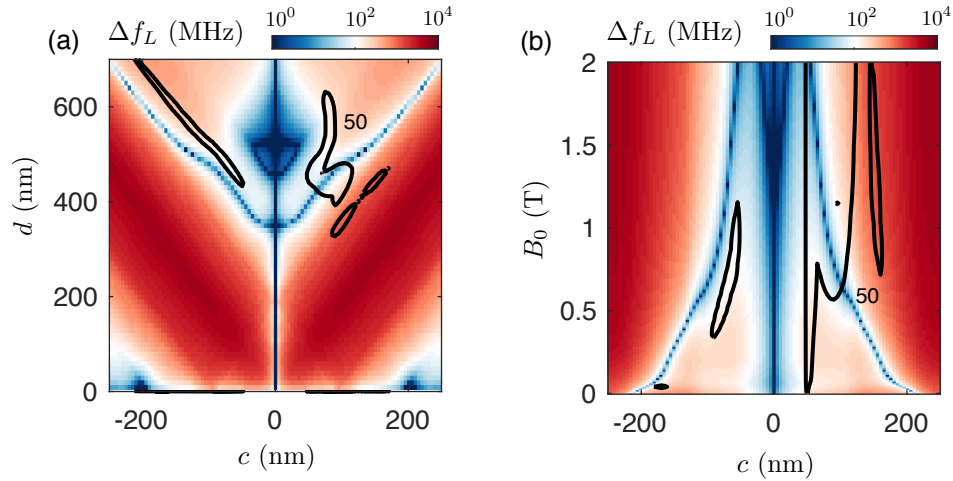


FIGURE 1.10. Différence de fréquence de Larmor entre deux boîtes quantiques

Différence de fréquence de Larmor entre les boîtes quantiques de droite et de gauche en fonction (a) de la géométrie des doubles aimants et (b) du champ magnétique externe. Des différences de plusieurs MHz sont observées sur presque toute la plage de paramètres et ajustables à l'aide du champ externe. Les lignes pleines représentent le ratio $b_{\perp}^r / b_{\parallel}^r = 50$ pour la boîte quantique de droite.

1.3 Microaimants pour l'ingénierie d'un qubit spin-charge

Les ingrédients de base présentés dans les dernières sections nécessaires afin d'augmenter le facteur de qualité Q des qubits à spin unique sont (i) l'ingénierie du couplage spin-charge à l'aide de gradients magnétiques pour augmenter la fréquence de Rabi et (ii) le design judicieux de microaimants afin d'atténuer l'impact de la décohérence de charge. Le point (i) est atteint notamment par l'accroissement du moment dipolaire magnétique effectif en raison du fort moment dipolaire électrique fourni par la boîte quantique. Une méthode développée lors de travaux précédents [78], consiste à utiliser une double boîte quantique pour augmenter davantage ce couplage dipolaire électrique. Ainsi, lors de l'opération EDSR, l'électron traverse d'une boîte à l'autre par effet tunnel, et les fortes différences de champ magnétique vues par l'électron lors de ce processus produisent les rotations de spin désirées.

Dans ce qui suit, la géométrie à double aimant présentée à la section précédente est utilisée pour réduire, une fois de plus, l'impact de la décohérence dans cette architecture. Les modèles et simulations numériques visent une implémentation dans une hétérostructure à gaz bidimensionnel d'électrons en GaAs/AlGaAs. En raison des spins nucléaires qui dégradent T_2^* , cette architecture présente un désavantage par rapport aux structures de silicium. Le choix des hétérostructures de GaAs/AlGaAs est ici guidé par la versatilité offerte par celles-ci

et ainsi que la reproductibilité et le rendement des dispositifs à doubles boîtes quantiques. Outre les considérations géométriques liées à l'optimisation des aimants, les conclusions de cette section sont directement transférables aux structures en silicium. D'ailleurs, très récemment, des résultats théoriques [79] et expérimentaux [70] dans le Si/SiGe, suivant les idées principales des travaux présentés ici, montrent la viabilité de cette approche.

1.3.1 Charge unique confinée dans un potentiel quartique

Les électrons sont supposés confinés dans le gaz bidimensionnel placé en $x = 0$ d'une hétérostructure de GaAs/AlGaAs pour laquelle $m^* = 0.067m_e$ et $g = -0.4$ (Fig. 1.11(a)). Ces électrons sont confinés par le potentiel des grilles situées à $x = 130$ nm. Leur géométrie et les potentiels appliqués permettent de former le potentiel de confinement de la double boîte quantique. Pour les géométries des dispositifs fabriqués en laboratoire (voir chapitre 2), le potentiel de confinement reproduit bien celui du potentiel quartique illustré à la figure 1.11(b) lorsque l'on néglige le couplage tunnel aux contacts source-drain [80]. Le potentiel dans le plan y - z , considéré harmonique dans la direction y , s'exprime ainsi,

$$V(\boldsymbol{\rho}) = \frac{m^* \omega_0^2}{2} \left[\frac{1}{4a^2} (z^2 - a^2) + y^2 \right] - \varepsilon \frac{z}{a}, \quad (1.29)$$

où ε est la différence d'énergie entre les minima du potentiel, $2a$ la distance entre les boîtes quantiques et $\hbar\omega_0$ l'énergie de confinement.

Ainsi l'hamiltonien de la double boîte s'écrit comme

$$\mathcal{H}_{DQD} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\boldsymbol{\rho}). \quad (1.30)$$

La résolution numérique de l'équation de Schrödinger indépendante du temps est réalisée afin de déterminer les énergies propres et les fonctions d'onde de la double boîte suivant la méthode présentée à la référence [81]. Pour ce faire, il faut noter que le potentiel peut s'écrire comme $V(\boldsymbol{\rho}) = V(z) + V(y)$, de telle sorte que les fonctions d'ondes prennent la forme d'un produit de fonctions d'onde : $\varphi(\boldsymbol{\rho}) = \psi(z)\phi(y)$. La fonction $\phi(y)$ donne le résultat bien connu pour un potentiel harmonique. Pour la composante $\psi(z)$, l'équation aux valeurs propres à résoudre est :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right) \psi(z) = E \psi(z). \quad (1.31)$$

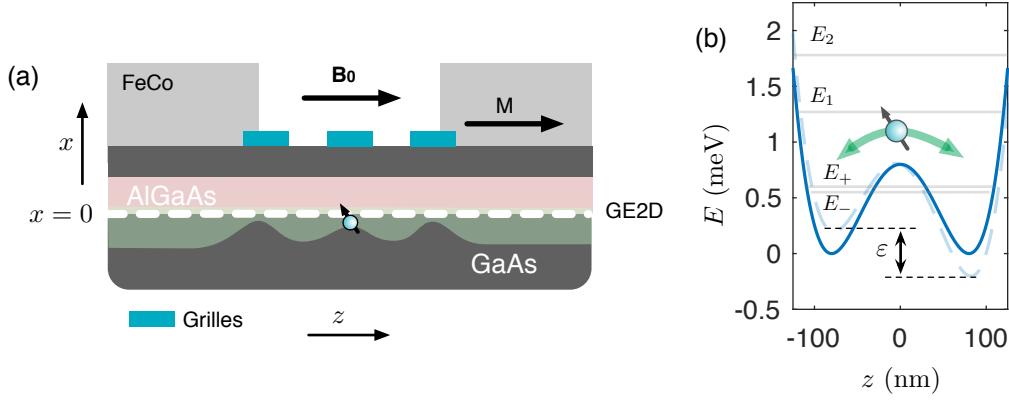


FIGURE 1.11. Électron unique dans une double boîte quantique et potentiel quartique

(a) Schéma d'une hétérostructure à gaz bidimensionnel (GE2D), pour laquelle l'empilement de couches forme un plan d'électron en $x = 0$. Une série de grilles électrostatiques (bleu) permettant de réduire la densité électronique sous-jacente (vert). Les aimants de FeCo supposés placés à $x = 130$ nm produisent les anisotropies magnétiques. (b) Niveaux d'énergie calculés selon l'équation (1.29) pour $a = 80$ nm et $\varepsilon = 0$. Le champ électrique des grilles permet de décaler les minima du potentiel (bleu) et d'en contrôler le désaccord ε . Les deux états, lié (E_-) et anti-lié (E_+), des orbitales moléculaires résultant du couplage tunnel Ω entre les deux boîtes forment le sous-espace de plus basse énergie. Le qubit est opéré par une variation périodique du désaccord ε permettant le passage de l'électron d'une boîte à l'autre.

Cette équation est discrétisée dans l'espace avec $z_i \in \{z_1, z_2 \dots z_N\}$, et se réécrit ainsi,

$$\psi(z_{i+1}) = \left[\frac{2m^*}{\hbar^2} (z_{i+1} - z_i) (V(z_i) - E) \right] \psi(z_i) - \psi(z_{i-1}). \quad (1.32)$$

À l'aide des conditions initiales $\psi(z_1) = 0$ et $\psi(z_2) = 1$ et des conditions frontières de barrière de potentielle infinie, l'équation est résolue dans tout l'espace de façon à déterminer $\psi(z_N)$. Les valeurs et vecteurs propres sont obtenus lorsque la condition $\psi(z_N) = 0$ est satisfaite. Dans le sous-espace de plus faible énergie, deux états couplés $|-\rangle$ et $|+\rangle$ définissent le sous-espace d'intérêt pour l'opération du qubit dans la double boîte quantique.

Le résultat de la résolution numérique est illustré à la figure 1.12. D'abord, la fonction $-\ln |\psi(z_N)|^2$ diverge lorsque $\psi(z_N) = 0$ et permet d'identifier facilement les quatre premiers niveaux d'énergie de la boîte quantique⁵. Les deux états couplés, $|-\rangle$ et $|+\rangle$ du sous-espace de faible énergie forment les états d'intérêt pour la double boîte quantique. À $\varepsilon = 0$, un anticroisement d'amplitude $\Omega = E_+(0) - E_-(0)$ origine du couplage tunnel entre les boîtes

5. E_1 et E_2 sont d'énergie supérieure ou de l'ordre de l'énergie de charge $E_C \sim 1$ meV dans ces dispositifs. Pour des puissances de champ pompe permettant d'exciter ces niveaux, l'électron sortirait du potentiel de confinement. Ce régime est donc négligé, et cette approximation est valide pour les faibles puissances de pompe.

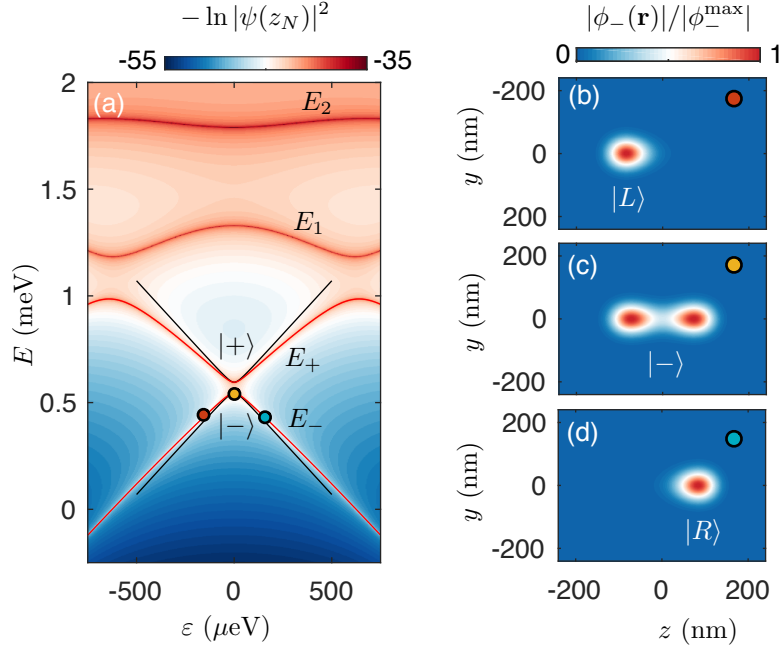


FIGURE 1.12. Niveaux d'énergies et fonctions d'ondes d'une double boîte quantique
 (a) Résultats de la résolution numérique de l'équation (1.32) avec $a = 80$ nm montrant les quatre premiers niveaux de la double boîte. Les lignes pleines représentent le résultat obtenu par le modèle effectif de l'équation (1.34). Les points de couleurs font référence aux fonctions d'ondes pour un électron (b) localisé à gauche (c) en superposition d'états et (d) localisé à droite.

quantiques qui, dans le modèle utilisé, est ajusté par le paramètre de distance a . Loin de l'anticroisement, les fonctions d'ondes représentent bien un électron localisé à gauche, $|L\rangle$, ou à droite, $|R\rangle$ (Fig. 1.12(b)-(d)).

Les paramètres de couplage tunnel Ω et de désaccord ε suggèrent donc d'écrire un hamiltonien effectif de la double boîte quantique comme

$$\mathcal{H}_{\text{DQD}} = \frac{1}{2} (\varepsilon \tau_z + \Omega \tau_x), \quad (1.33)$$

avec les opérateurs $\tau_{z,x}$ représentant les matrices de Pauli écrits dans la base $\{|L\rangle, |R\rangle\}$. Les énergies propres de ce système sont donc

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2 + \varepsilon^2} = \pm \frac{1}{2} \varepsilon_d, \quad (1.34)$$

et les états propres avec $\tan \theta = \Omega/\varepsilon$

$$|+\rangle = +\cos\frac{\theta}{2}|L\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|R\rangle, \quad |-\rangle = -\sin\frac{\theta}{2}|L\rangle + \cos\frac{\theta}{2}|R\rangle. \quad (1.35)$$

Il est possible de constater qu'à $|\varepsilon| \gg \Omega$, l'angle s'annule ($\theta \sim 0$) et les états propres redeviennent approximativement $|L\rangle$ et $|R\rangle$. La dépendance $E_{\pm}(\varepsilon)$ est comparée aux résultats de simulations numériques à la figure 1.12(a). Pour $|\varepsilon| < 200 \mu\text{eV}$, la différence est de l'ordre de $20 \mu\text{eV}$ et provient du recouvrement orbital non nul entre les états $|L\rangle$ et $|R\rangle$ qui abaisse l'énergie du système résolu numériquement. Dans ce qui suit, les paramètres pour le modèle effectif sont déterminés à partir de la séparation des états E_{\pm} résolus numériquement.

Finalement, l'hamiltonien de la double boîte peut être diagonalisé dans la base $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ avec $\Delta E = E_+ - E_-$ et les matrices de Pauli correspondantes $\tilde{\tau}_i$:

$$\tilde{\mathcal{H}}_{DQD} = \frac{1}{2}\varepsilon_d \tilde{\tau}_z. \quad (1.36)$$

En fonction du désaccord ε et à l'aide d'un champ électrique micro-onde d'amplitude E_p il est possible d'exciter les transitions de charge à la fréquence de Rabi d'un qubit de charge [82, 83, 84, 85] :

$$2\pi f_R^c = \omega_c = \frac{eaE_p}{\hbar} \cos \theta. \quad (1.37)$$

Hamiltonien spin-charge

Le champ magnétique anisotrope produit par les microaimants confère aux fonctions d'ondes $|L\rangle$ et $|R\rangle$ une différente contribution en champ magnétique. Le champ moyen perçu dans chacun des états s'exprime

$$\mathbf{B}_{L,R} = \int d\rho |\phi_{L,R}(\rho)|^2 \mathbf{B}(\rho). \quad (1.38)$$

Dans le sous-espace d'états $\{|L\rangle, |R\rangle\}$, le champ total s'écrit

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_L |L\rangle\langle L| + \mathbf{B}_R |R\rangle\langle R|, \quad (1.39)$$

et l'hamiltonien de spin de l'équation (1.15) est modifié en conséquence,

$$\mathcal{H}_s = \frac{1}{2}g\mu_B (\mathbf{B}_L|L\rangle\langle L| + \mathbf{B}_R|L\rangle\langle R|) \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (1.40)$$

En décomposant le champ magnétique en contributions symétrique, $\mathbf{B} = 1/2(\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_R)$, et anti-symétrique $\Delta\mathbf{B} = (\mathbf{B}_L - \mathbf{B}_R)$, le hamiltonien de spin s'écrit finalement comme :

$$\mathcal{H}_s = \frac{1}{2}g\mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{4}g\mu_B \Delta\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} \tau_z. \quad (1.41)$$

Le premier terme est l'énergie Zeeman, et la direction de \mathbf{B} définit l'axe de quantification du qubit de spin. Le second terme provient des anisotropies magnétiques entre les deux boîtes quantiques et décrit le couplage spin-charge en résultant. Il est toujours possible de faire une rotation du référentiel de telle sorte que \mathbf{z} corresponde à l'axe de quantification. Dans ce nouveau référentiel, les composantes longitudinale $\Delta\mathbf{B}_{\parallel}$ et transverse $\Delta\mathbf{B}_{\perp}$ du terme d'anisotropie sont également distinguées, de telle sorte que l'hamiltonien de spin final se réécrit ainsi,

$$\mathcal{H}'_s = \frac{1}{2}g\mu_B \left(B\sigma'_z + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{B}'_{\perp} \cdot \boldsymbol{\sigma}'_{\perp} \tau_z + \frac{1}{2}\Delta B_{\parallel} \sigma'_z \tau_z \right), \quad (1.42)$$

où $\boldsymbol{\sigma}'_{\perp} = (\sigma'_x, \sigma'_y)$, $B = |\mathbf{B}|$ et $|\Delta\mathbf{B}'_{\parallel}| = \Delta B_{\parallel}$. Par souci d'alléger la notation, les symboles primés seront laissés de côté dans ce qui suit $\sigma'_i \rightarrow \sigma_i$ et $\Delta\mathbf{B}'_{\perp} \rightarrow \Delta\mathbf{B}_{\perp}$ le référentiel est toujours ajusté selon l'axe de quantification. De la même façon, le choix $\sigma_{\perp} \rightarrow \sigma_x$ est réalisé sans perte de généralité. En considérant l'énergie Zeeman $E_z = g\mu_B B$ et $\Delta_{\perp,\parallel} = \frac{1}{2}g\mu_B \Delta B_{\perp,\parallel}$ l'hamiltonien prend la forme suivante dans les deux bases de charge.

$$\{|L\rangle, |R\rangle\} \rightarrow \mathcal{H}_s = \frac{E_z}{2}\sigma_z + \frac{1}{2}(\Delta_{\perp}\sigma_x + \Delta_{\parallel}\sigma_z) \tau_z. \quad (1.43)$$

$$\{|-\rangle, |+\rangle\} \rightarrow \tilde{\mathcal{H}}_s = \frac{E_z}{2}\sigma_z + \frac{1}{2}(\Delta_{\perp}\sigma_x + \Delta_{\parallel}\sigma_z) (\cos\theta\tilde{\tau}_z - \sin\theta\tilde{\tau}_x). \quad (1.44)$$

1.3.2 Considérations pour le bruit de charge

L'hamiltonien total du système $\tilde{\mathcal{H}}_{tot} = \tilde{\mathcal{H}}_{DQD} + \tilde{\mathcal{H}}_s$ se développe suivant

$$\tilde{\mathcal{H}}_{tot} = \frac{\epsilon_d}{2}\tilde{\tau}_z + \frac{E_z}{2}\sigma_z + \frac{1}{2}(\Delta_{\perp}\sigma_x + \Delta_{\parallel}\sigma_z) (\cos\theta\tilde{\tau}_z - \sin\theta\tilde{\tau}_x). \quad (1.45)$$

Les énergies propres de cet hamiltonien sont illustrées en fonction de ε pour deux jeux de paramètres à la figure 1.13. Tout d'abord, la réduction du couplage tunnel (ou de façon équivalente l'augmentation de l'énergie Zeeman) modifie l'hybridation entre les orbitales près de $\varepsilon = 0$. Pour $\Omega \sim E_z$ (Fig. 1.13(a)), la distorsion des bandes dépeint le couplage spin-charge généré par les composantes transverse et longitudinale. Ce régime sera évité pour l'opération du qubit afin d'éviter l'excitation des niveaux d'énergie supérieure. À plus fort Ω , la courbure prononcée des bandes inférieures reflète la composante de charge importante. C'est cette composante qui permet la réalisation d'opérations logiques dans le sous-espace de plus faible énergie. Au premier ordre en théorie des perturbations, et en négligeant la composante longitudinale la fréquence de Rabi peut s'écrire [79]

$$2\pi f_R \approx \omega_c \cos \theta \frac{\Omega \Delta_{\perp}}{|\Omega^2 - E_z^2|}. \quad (1.46)$$

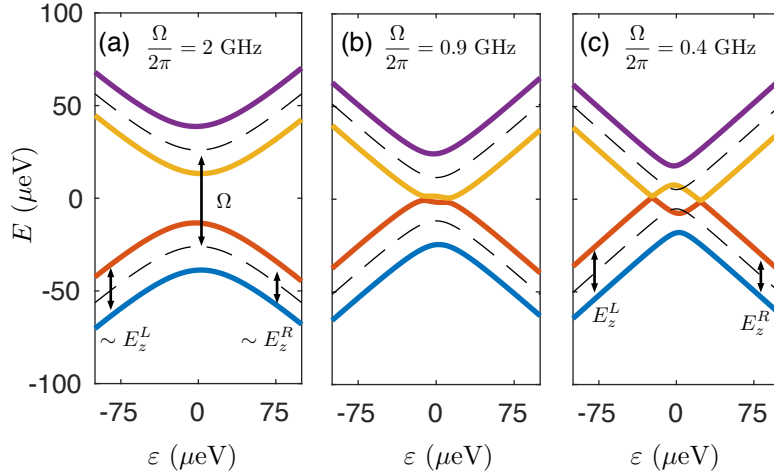


FIGURE 1.13. Niveaux d'énergies d'une double boîte quantique en présence d'anisotropies magnétiques

Niveaux d'énergies simulées suivant la résolution numérique de l'équation (1.45) pour (a) $\Omega/2\pi = 2$ GHz et (b) $\Omega/2\pi = 0.9$ GHz et (c) $\Omega/2\pi = 0.4$ GHz. Les lignes pointillées présentent l'évolution des niveaux $|-\rangle$ et $|+\rangle$ selon l'équation (1.34). Paramètres $\Delta B_{\parallel} = \Delta B_{\perp} = 200$ mT, $B = 1$ T.

L'augmentation de la différence transverse de champ magnétique et du couplage tunnel permettent d'accélérer les opérations logiques entre les deux niveaux de plus faible énergie. Des travaux antérieurs sur le même système indiquent d'ailleurs que ces opérations logiques peuvent être réalisées à des fréquences de Rabi de 100 MHz à 1 GHz pour des paramètres réalistes de différence de champs magnétiques, de couplage tunnel et d'amplitude du champ électrique de pompe [78].

Comme dans le cas des qubits à spin unique dans les boîtes quantiques simples, cette augmentation de la fréquence de Rabi provient du couplage spin-charge. L'impact du bruit de charge doit donc être minimisé afin de préserver les propriétés de cohérence du qubit. Comme pour les gradients longitudinaux étudiés précédemment, l'asymétrie entre les bandes $\varepsilon > 0$ et $\varepsilon < 0$ provient de la différence d'énergie Zeeman entre les états $|L\rangle$ et $|R\rangle$, et la fluctuation de ε créera du déphasage pur au premier ordre en théorie des perturbations. Pour les qubits basés sur un couplage avec la charge, la minimisation de la décohérence est souvent effectuée par la recherche de points d'opération idéaux pour lesquels $\frac{d^m E}{d\varepsilon^m} = 0$ où m représente l'ordre de réduction du bruit de charge [84, 86, 85, 87, 88, 89]. Pour la recherche de ces points idéaux, on décompose le champ magnétique moyenné sur la fonction d'onde de charge en composantes transverses et longitudinales comme $\mathbf{B}(B_\perp, B_\parallel)$. À partir, des hamiltoniens de charge et de spin, il est possible de comprendre que l'obtention simultanée des conditions suivantes donne lieu à des points d'opérations idéaux au premier ordre.

$$\text{(Charge)} \quad \frac{d\varepsilon_d}{d\varepsilon} = 0, \quad (1.47)$$

$$\text{(Spin)} \quad \frac{d|\mathbf{B}|}{d\varepsilon} = \frac{1}{|\mathbf{B}|} \left(B_\perp \frac{dB_\perp}{d\varepsilon} + B_\parallel \frac{dB_\parallel}{d\varepsilon} \right) = 0. \quad (1.48)$$

La condition de charge est obtenue à $\varepsilon = 0$. Par définition, au point d'opération du qubit, la composante transverse s'annule, $B_\perp = 0$. Finalement, pour éviter la solution $B_\parallel = 0$ qui est triviale et non réaliste du point de vue des profils de champ magnétique typiques produits par des aimants, le choix $\frac{dB_\perp}{d\varepsilon} = 0$ est réalisé. Dans ce qui suit, le design des géométries d'aimants visant à remplir ces conditions est discuté. Il est à noter que des conditions de minimisation du bruit de charge peuvent être obtenues aux deux premiers ordres, mais cet effet ne sera pas étudié ici [79].

1.3.3 Géométrie d'aimants pour la mitigation du bruit de charge

Le champ produit par les doubles aimants est simulé par la même méthode qu'à la section section 1.2 et la topographie est laissée de côté. Les aimants considérés dans cette section sont à base de FeCo d'aimantation $\mu_0|\mathbf{M}| = 1.93$ T. Le choix de ce matériel est dû à sa compatibilité avec le GaAs et permet une courbe d'aimantation à forte rémanence et faible champ de saturation (voir section 2.1). En raison du faible champ de saturation, la relation $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ est négligée et l'aimant est supposé à saturation pour des champs supérieurs à $B_0 = 100$ mT.

La figure 1.14 montre l'impact du décalage du double aimant sur les composantes ΔB_\parallel

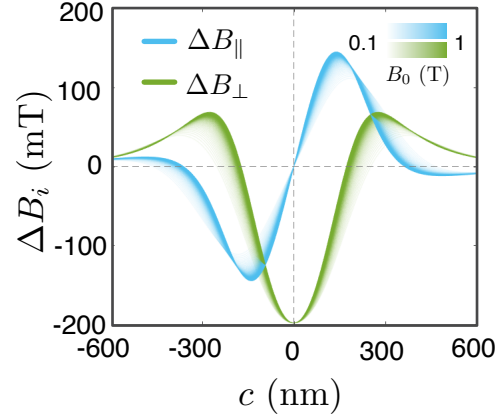


FIGURE 1.14. Décalage du double aimant et différences de champ transverse et longitudinal
Effet du décalage du centre c du double aimant par rapport au centre du dispositif sur Δ_{\perp} et Δ_{\parallel} pour différentes valeurs de champ externe. Les composantes de champ sont obtenues par l'intégration numérique de l'équation (1.38) avec $a = 80$ nm et $d = 250$ nm. La contribution du champ, modifie l'axe de quantification et décale les courbes. À fort champ la condition $\Delta B_{\parallel} = 0$ est obtenue simultanément avec le maximum de $|\Delta B_{\perp}|$ à $c = 0$.

et ΔB_{\perp} . Premièrement, le décalage du double aimant par rapport au centre du dispositif permet de passer d'une contribution purement transverse à $c = 0$ ou purement longitudinale à $c \approx \pm 170$ nm. Le couplage purement longitudinal est intéressant, entre autres, pour réaliser une lecture longitudinale des qubits de spin à l'aide de résonateurs supraconducteurs [80]. Comme l'objectif est de réaliser des opérations logiques rapides, il faut maximiser ΔB_{\perp} et cette condition est obtenue pour la configuration parfaitement symétrique par rapport au centre du dispositif ($c = 0$). Globalement, le champ externe modifie l'axe de quantification et décale les minima des composantes ΔB_i . En raison de la symétrie du système à $c = 0$, les composantes ΔB_i sont robustes au champ externe et ΔB_{\parallel} s'annule. Dans une approximation où les champs magnétiques varient linéairement dans l'espace, cette dernière condition est complètement équivalente à $\frac{dB_{\parallel}}{d\varepsilon} = 0$.

Le paramètre d évoquant la distance entre les aimants est optimisé pour les différences de champ transverse ΔB_{\perp} (Fig. 1.15(a)). Un maximum est obtenu autour de $d = 250$ nm. La courbure peu prononcée fait en sorte que d est robuste aux erreurs de fabrication de ± 10 -20 nm pour ce paramètre. En fonction de ε , la composante transverse du champ magnétique est modulée par le couplage tunnel. Comme le qubit est défini à $\varepsilon = 0$ pour enrayer l'effet du bruit électrique sur la charge au premier ordre, la condition $B_{\perp} = 0$ est bien retrouvée à $\varepsilon = 0$. Surtout, $dB_{\parallel}/d\varepsilon = 0$ à $\varepsilon = 0$ et toutes les conditions sont remplies afin de déterminer une géométrie d'aimant permettant de minimiser le bruit de charge au premier ordre. Ces

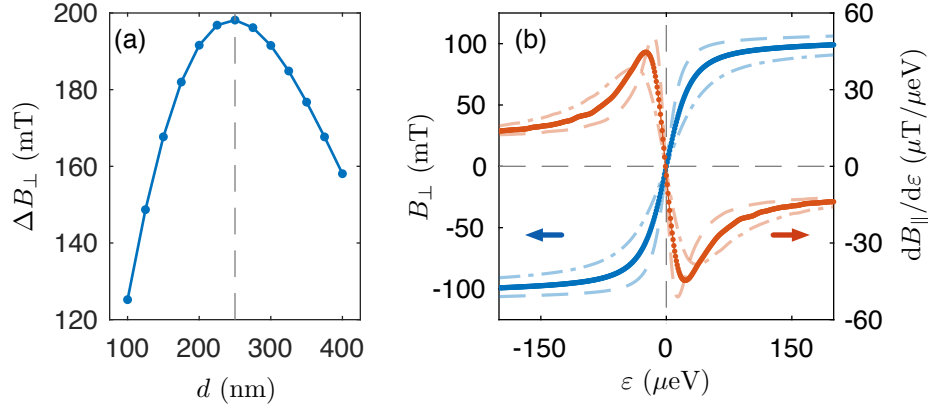


FIGURE 1.15. Points optimaux pour la minimisation du bruit de charge

(a) Optimisation du champ ΔB_{\perp} à l'aide de la séparation d entre les aimants pour $c = 0$ et $a = 80$ nm. Le point maximal est obtenu à $d = 250$ nm. (b) Champ transverse B_{\perp} (bleu) et $dB_{\parallel}/d\varepsilon$ (rouge) pour $d = 250$ nm et $c = 0$ nm en fonction de ε pour trois valeurs de distances inter boîtes (---) $a = 85$ nm (—) $a = 80$ nm et (- · -) $a = 75$ nm correspondant respectivement à des couplages tunnels $\Omega/2\pi \sim 19.0, 12.2, 7.5$ GHz. Le point optimal est situé à $\varepsilon = 0$ indépendamment du couplage tunnel.

conditions sont d'ailleurs inchangées par des modulations d'un ordre de grandeur sur Ω . Il est à noter, toutefois, que l'augmentation de Ω adoucit les pentes des deux paramètres près de $\varepsilon = 0$ et devrait donc réduire l'impact du bruit de charge au-delà du premier ordre. Or, une augmentation significative de Ω aplanit les bandes et guide le système vers la formation d'une boîte quantique simple de faible énergie orbitale ω_0 . Tel qu'il a été discuté précédemment, ce régime requiert une optimisation différente des paramètres et un confinement accru de la boîte quantique est préférable.

La figure 1.14 montre bien qu'un décalage de la position du centre des aimants produit une différence de champ $\Delta B_{\parallel} \neq 0$, qui indique donc que les conditions ci-haut mentionnées ne seraient valables qu'à $c = 0$. Ceci est problématique dans un contexte réaliste où des erreurs de fabrication des dispositifs mènent à des décalages du paramètre c variant de 20 à 40 nm⁶. La figure 1.16(a) indique en effet que pour des décalages aussi faibles que $c = 10$ nm la différence de champ longitudinal à $\varepsilon = \pm 200$ μeV atteint plus d'une dizaine de mT. Cette contribution peut toutefois être compensée partiellement par la réduction du champ externe. En effet, l'ajout du champ externe selon l'axe z brise la symétrie du champ magnétique produit par le double aimant et définit presque entièrement l'orientation de l'axe de quantification à fort champ. Cette observation indique que l'opération à $B \approx 0$ T serait préférable. Ce type

6. Il est à noter que les décalages sont typiques mentionnés dans cette section sont valable pour les instruments et procédés utilisés dans cette thèse. Des installations et procédés industriels permettraient bien entendu de diminuer cette erreur.

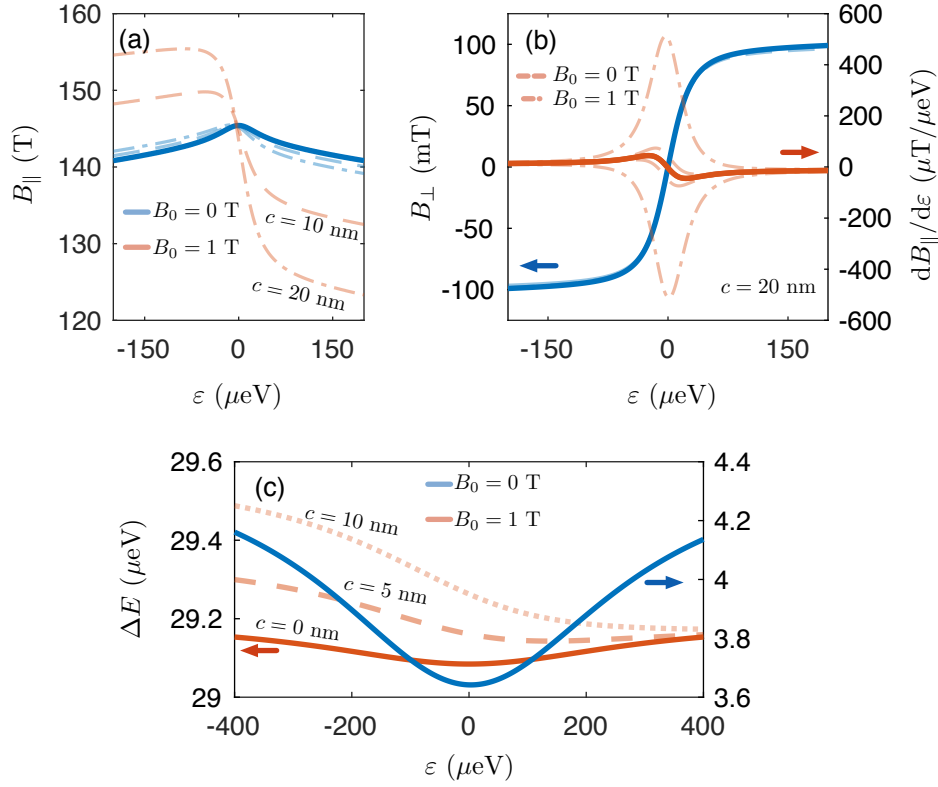


FIGURE 1.16. Erreurs de fabrication et robustesse des points d'opérations

(a) Effet d'un décalage de (---) $c = 10$ nm et (—) $c = 20$ nm pour des champs magnétiques externe de $B_0 = 0$ T (bleu) et $B_0 = 1$ T (rouge). La ligne pleine représente la condition optimale à $c = 0$ à $B = 1$ T. (b) B_{\perp} (bleu) et $dB_{\parallel}/d\varepsilon$ (rouge) pour un décalage de ± 20 nm à (---) $B_0 = 0$ T et (—) $B_0 = 1$ T. Le champ externe n'a que très peu d'impact sur le champ transverse. (c) Différence d'énergie $\Delta E = E_+ - E_-$ entre les deux premières bandes calculée à partir de l'hamiltonien (1.45) pour les paramètres obtenus par simulation numérique à $\varepsilon = 0$ et $\Omega/2\pi = 12$ correspondant à $a = 80$ nm. Les points d'opérations optimaux sont caractérisés par $d\Delta E/d\varepsilon = 0$.

d'opération serait possible à l'aide de microaimants de forte rémanence, comme c'est le cas du FeCo. La figure 1.16(b) montre l'impact du décalage de l'aimant sur les métriques de l'équation (1.48), et montre des conclusions similaires pour $dB_{\parallel}/d\varepsilon$. Tout de même, le champ externe modifie peu l'amplitude de B_{\perp} à $\pm\varepsilon = 200$ μeV , ce qui laisse la fréquence de Rabi du qubit pratiquement inchangée. Ainsi, comme dans le cas des qubits à électron unique dans les boîtes quantiques simples, l'amplitude du champ externe a un impact significatif sur la cohérence du qubit en raison de la modification de l'orientation de l'axe de quantification.

Finalement, les paramètres extraits pour différentes valeurs de c permettent de calculer la différence des niveaux d'énergies des deux bandes inférieures et d'ainsi valider la position de points d'opérations robustes au premier ordre par l'identification des minima de ΔE

satisfaisant $d\Delta E/d\varepsilon = 0$. Tel qu'attendu, pour la géométrie parfaitement symétrique, un minimum est obtenu à $\varepsilon = 0$. Ce minimum se déplace rapidement vers les valeurs positives de ε lorsque c augmente, témoignant de l'augmentation de la composante longitudinale du champ magnétique. Pour les décalages plus faibles, la variation ΔE présente un minimum aux valeurs intermédiaires de ε , indiquant la possibilité d'obtenir des points d'insensibilité à des valeurs de $\varepsilon \neq 0$. Ceci fournit donc un levier, en cas de léger décalage, pour rétablir le point d'insensibilité du qubit. Cet effet est d'ailleurs étudié un peu plus en détail à la référence [79] pour le modèle simplifié de l'équation (1.45) où des conditions analytiques peuvent être déduites pour certains jeux de paramètres. Il est à noter que les résultats expérimentaux récemment obtenus fournissent un facteur de qualité maximal de $Q \sim 18$ à $\varepsilon = 0$, pour des fréquences de Rabi avoisinant 8 MHz. L'optimisation des géométries d'aimants et des paramètres expérimentaux suivant les éléments identifiés dans cette thèse, fournissent ainsi des voies d'amélioration pour le facteur Q de ce type de qubit.

1.4 Impact des travaux

Ce chapitre identifie les qubits à spin unique dans les boîtes quantiques simple et double comme des avenues prometteuses pour l'implémentation de qubits performants. Les résultats présentés doivent être considérés comme un guide de conception expérimental s'adaptant aux particularités des différentes architectures et géométries des puces de qubits.

D'abord, pour les boîtes quantiques simples en silicium, les simulations numériques présentées à la section 1.2 ont guidé les choix géométriques pour l'étude de l'impact de la fabrication de microaimants sur les propriétés des électrons uniques dans les boîtes quantiques. Ces résultats présentés au chapitre 2 établissent les limitations et les voies d'avenir pour l'intégration de ces aimants dans les structures MOS. La géométrie à double aimant ayant pour objectif de minimiser l'impact du bruit de charge dans les structures MOS a servi de base à la conception et la fabrication d'un réseau linéaire formé de cinq qubits (voir annexe C). Tel que démontré à la section 1.2, ce type d'architecture est prometteuse pour la mise à l'échelle de qubit de spins rapides, cohérents et adressables, ou le bruit de charge est susceptible d'être minimisé aux deux premiers ordres en théorie des perturbations.

Le design de qubits dans les boîtes quantiques double et les travaux réalisés précédemment [78] ont guidé la fabrication de dispositifs en GaAs pour la démonstration de ce type de qubits. De plus, ces idées sont à la base du couplage transverse ou longitudinal avec des photons micro-ondes d'un résonateur [80]. La démonstration récente du couplage fort entre les photons micro-ondes et un spin unique a d'ailleurs été démontré pour des architectures d'électrons

uniques dans une double boîte quantique, pour lesquelles le couplage spin-orbite effectif produit une interface fonctionnelle pour le couplage avec les photons micro-ondes [91, 92, 93]. La viabilité de l'approche étudiée dans ce chapitre pour les qubits à doubles boîtes quantiques a récemment été démontrée expérimentalement dans le Si/SiGe [70]. Bien que les simulations ici présentées soient dédiées au GaAs afin de parfaire aux contraintes expérimentales locales, les principes généraux s'adaptent directement aux dispositifs en ^{28}Si ou Si/SiGe pour lesquels la cohérence est augmentée. Les idées présentées ici forment donc une base pour l'amélioration de la fidélité du qubit existant.

L'expertise et le protocole de conception développés dans ce chapitre ont guidé l'implémentation d'un premier qubit basé sur les microaimants dans une architecture de type MOS - *bulk* en ^{28}Si dans le cadre d'une collaboration avec le groupe d'Andrew Dzurak à l'Université de New South Wales à Sydney. Dans cette collaboration, les simulations numériques, la conception de microaimants adaptés aux structures spécifiques du groupe australien ainsi que les considérations de fabrication provenant de l'expertise développée dans cette thèse ont contribué au succès du projet. Cette collaboration fructueuse a mené à deux publications présentement en révision dans les revues du *Nature Publishing Group*. Ces publications sont présentées aux annexes D et E. Les grandes lignes et résultats principaux de ces études sont identifiées dans ce qui suit.

«Coherent spin control of s-, p-, d- and f-electrons in a silicon quantum dot»

Cette publication démontre l'opération d'un spin unique effectif dans une boîte quantique. Le spin effectif est composé de plusieurs électrons (1, 5, 13 ou 25), correspondant à l'occupation par un seul électron des orbitales s , p , d et f de la boîte quantique simple. Les résultats principaux sont :

- La démonstration de l'opération des qubits s , p , d et f adressés électriquement par EDSR à l'aide d'un aimant conçu à partir du protocole de simulation présenté précédemment ;
- L'augmentation du facteur de qualité du qubit pour l'opération dans les orbitales plus élevées p et d . Ceci indique la réduction du bruit de charge en raison de l'écrantage engendré par le nuage électronique occupant les orbitales électroniques inférieures ;
- L'augmentation de Q est d'un ordre de grandeur supérieure pour l'orbitale p par rapport à l'orbitale s et la fidélité augmentée de plus de 1%, indiquant une nouvelle avenue pour le développement de qubits de spin à haut facteur de qualité ;
- Pour un facteur de remplissage plus élevé, des points chauds, de taux de relaxation plus grand, sont observés pour différentes valeurs de tension de grilles (donc différents profils de confinement, séparation de vallées, etc.). Ces points montrent les limites de

l'opération multi-électrons pour lesquels l'interaction inter-orbitale génère des mécanismes de relaxation et de décohérence supplémentaires.

«Silicon quantum processor unit cell operation above one Kelvin»

Cette publication décrit la première démonstration expérimentale d'un qubit de spin dans une boîte quantique confinée électrostatiquement à une température de 1.5 K. Cette démonstration pourrait être d'une importance majeure pour la co-intégration de qubits de spin avec l'électronique de contrôle sur la même puce [16, 15]. En effet, l'opération à 1.5 K permet de relaxer les contraintes de dissipation de chaleur générée par l'électronique de contrôle. Les résultats principaux sont les suivants :

- La démonstration d'opérations logiques universelles sur deux qubits formés d'électrons uniques dans un réseau linéaire échelonnable à température de 37 mK. Les qubits sont complètement découplés des réservoirs d'électrons, permettant de réduire le bruit dû au couplage tunnel avec ces réservoirs ;
- La démonstration de l'opération d'un qubit de spin adressé électriquement avec une fidélité de $\mathcal{F} = 98.6(1) \%$ à température de 1.5 K ;
- L'étude des mécanismes de relaxation pour la plage de température couvrant 37 mK à 1.5 K. Cette étude indique que la relaxation est principalement due au couplage des phonons optiques en raison des mécanismes piézoélectriques présents dans l'oxyde (voir chapitre 3). Ceci indique des voies d'améliorations pour les matériaux utilisés dans les qubits de spin semi-conducteurs.

Chapitre 2

Plateformes d'intégration et de caractérisation de microaimants

Le chapitre 1 présente les microaimants comme un outil puissant pour l'ingénierie du couplage spin-orbite dans les dispositifs semi-conducteurs. Les textures magnétiques produites par ces aimants permettent autant le contrôle rapide des qubits à spin unique que l'émergence des propriétés topologiques dans les fils unidimensionnels (cet aspect sera traité en détail pour les dispositifs de Majorana au chapitre 4). Le développement d'une plateforme d'intégration de microaimants pouvant s'adapter aux différentes structures présentées est donc essentiel pour l'implémentation des dispositifs quantiques basés sur les microaimants.

Ce chapitre présente les travaux de mise en place d'une plateforme versatile de nanofabrication (section 2.1) et de caractérisation de microaimants (section 2.2). La section 2.3 présente l'impact de l'intégration d'un aimant sur un dispositif de qubit à spin unique.

2.1 Plateforme de nanofabrication pour les dispositifs quantiques

2.1.1 Considérations pour les dispositifs quantiques

Les propriétés des dispositifs quantiques présentées au chapitre 1 dépendent entièrement de l'amplitude du champ magnétique produit par les aimants. Dans la région active des dispositifs, l'amplitude du champ dépend uniquement de l'aimantation M_0 et de la distance $|\mathbf{r}|$ à l'aimant. En effet, pour un aimant de taille finie aimanté selon \hat{x} et en l'absence de

densité de courant libre ($j = 0$), le champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r})$ produit par l'aimant est déterminé par la résolution des équations de Maxwell menant à [94] :

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\nabla_{\mathbf{r}} \cdot \Phi(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{M_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \iiint_{\text{volume de l'aimant}} \frac{d^3 \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (2.2)$$

Ainsi, le champ dépend linéairement de l'aimantation M_0 du matériau de l'aimant. Pour un aimant rectangulaire, la solution des équations (2.1) et (2.2) présente à une décroissance du champ magnétique hors de l'aimant. Pour la composante $H_x = \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \hat{x}$ du champ, la décroissance est en loi de puissance et logarithmique pour les composantes H_y et H_z [94]. Afin de maximiser le champ magnétique, il faut donc intégrer des matériaux à forte aimantation à une distance minimale de la région active des dispositifs. Dans ce qui suit, les fondements des propriétés magnétiques des aimants sont révisés sous la loupe des besoins spécifiques aux dispositifs quantiques afin de déterminer les matériaux magnétiques pour la plateforme de nanofabrication.

Aimants ferromagnétiques

L'aimantation d'un aimant est maximisée lorsque le champ interne H de l'aimant est suffisamment grand. Au-delà du champ seuil (H_S), l'aimantation atteint sa saturation M_s et ne varie plus en fonction du champ externe (Fig. 2.1). L'aimant produit alors un champ magnétique maximal qui dépend des propriétés intrinsèques, telles la structure cristalline et la composition chimique des matériaux utilisés [95]. Le champ H à l'intérieur d'un matériau magnétique n'est pas équivalent au champ appliqué H_{ext} et dépend autant des propriétés microscopiques que de la forme de l'échantillon. Dans un matériau homogène, le champ H est modifié par un champ de désaimantation H_D qui provient de la réponse du matériau et s'oppose au champ externe :

$$H = H_{ext} + H_D \quad (2.3)$$

$$H_D = -\mathcal{N}M \quad (\text{Pour } M \parallel H_{ext}) \quad (2.4)$$

avec \mathcal{N} le facteur de désaimantation. Pour les matériaux ayant la forme d'un ellipsoïde de révolution, l'aimantation M est uniforme dans le matériau et l'équation (2.4) est valide. Pour ce type de géométrie, \mathcal{N} peut être calculé exactement et vaut $\mathcal{N} = 1/3$ dans le cas d'une sphère et $\mathcal{N} \sim 0$ dans le cas d'une aiguille ou d'un film mince [96].

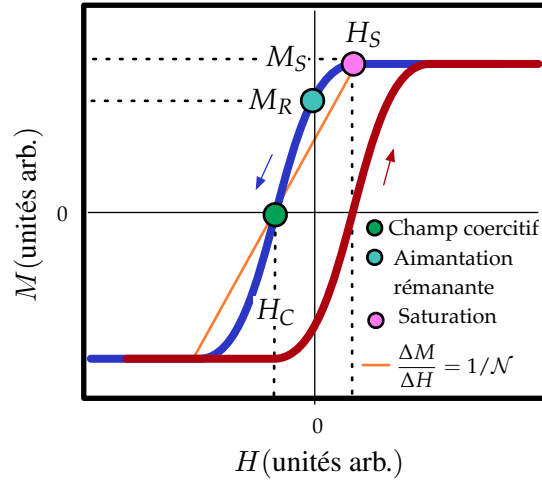


FIGURE 2.1. Relation constitutive $M(H)$ typique d'un aimant

Relation constitutive $M(H)$ typique pour un matériau homogène en fonction du champ interne H . Les courbes rouges et bleues représentent les branches d'hystérésis obtenues augmentant et diminuant le champ externe.

Le point de saturation H_S au-delà duquel l'aimantation ne change plus est lié au champ coercitif H_C , pour lequel $M = 0$ dans le matériau. Bien que H_C soit lié aux propriétés microscopiques du matériau, la pente de la droite reliant H_C à H_S est de $1/\mathcal{N}$. La largeur de la plage d'inversion de l'aimantation est donc de $\Delta H^{inv} = 2\mathcal{N}M_S$. Pour les matériaux ferromagnétiques, la présence de domaines magnétiques brise la condition d'homogénéité et \mathcal{N} et H_C sont modifiés par le facteur de forme des domaines [97] et diminue généralement l'aire de la boucle d'hystérésis.

La forme de la courbe d'hystérésis pour un matériau et une géométrie donnée, laisse place à deux modes d'opération pour l'obtention de l'aimantation maximale au champ d'opération des dispositifs quantiques. Ces deux stratégies d'opérations font écho aux classes de matériaux faiblement et fortement ferromagnétiques.¹

- i. **Matériaux faiblement ferromagnétiques ($H_C \ll H_D$)** : Un champ externe $H > H_S$ est utilisé en tout temps pour aimanter le microaimant.
- ii. **Matériaux fortement ferromagnétiques ($H_C > H_D$)** : Un champ externe est d'abord rampé de sorte que $H > H_S$. Le champ externe peut alors être varié à souhait et maintenu à des valeurs pour lesquelles $M(H) \sim M_S$.

La stratégie ii. permet ultimement l'opération à champ externe nul (lorsque $M_R = M_S$) au

1. Traduction de l'anglais "Soft (hard) magnetic materials". L'appellation "soft" provient originalement des matériaux ductiles à faible champ rémanent, mais est étendue aux matériaux ferromagnétiques à faible rémanence. [98].

détriment de manipulations plus complexes, notamment pour des expériences nécessitant des rampes en champ positif et négatif.

Largement étudiés dans le contexte du développement des dispositifs magnétiques de la microélectronique et de la spintronique [98, 99, 100], les matériaux faiblement ferromagnétiques sont fabriqués par électrodéposition d’alliages à base de Fer, de Cobalt et de Nickel. Ces matériaux peuvent atteindre $M_S \gtrsim 2$ T et posséder des champs coercitifs $H_C < 1$ Oe. Toutefois, le champ de saturation H_S est entièrement déterminé par le facteur de désaimantation \mathcal{N} et rend difficile l’utilisation de formes arbitraires d’aimants dans les dispositifs quantiques. À l’inverse, l’aimantation des matériaux fortement magnétiques culmine avec le $\text{Fe}_{50}\text{Co}_{50}$ pour lequel $M_S = 2.4$ T alors que H_C peut excéder ~ 0.5 T [101].

La plage d’opération en champ externe diffère pour les différents dispositifs quantiques du chapitre 1. D’une part, les signaux micro-ondes pour les dispositifs à spin unique opèrent à la fréquence de Larmor qui dépend linéairement du champ externe ($f_L = g\mu_B B$). Dans le silicium avec $g = 2$, ceci limite la plage d’opération aux champs $B = \mu_0 H_a \lesssim 1.4$ T afin de contraindre la fréquence d’opération à la bande passante typique des composantes micro-ondes, soit $f \lesssim 40$ GHz. D’autre part, pour les nanofils de Majorana, l’application d’un champ externe trop fort augmente le recouvrement entre les fonctions d’onde des modes et lève la dégénérescence en énergie (voir section 4.1). Selon les simulations présentées à l’annexe H cet effet est notable dès $B \geq 0.3$ T dans les matériaux à faible facteur gyromagnétique. Ainsi, des aimants complètement magnétisés à des champs externes $B > 0.1$ T sont désirables. Ces plages d’opération sont facilement atteignables pour les classes de matériaux faiblement et fortement ferromagnétiques. Ainsi, c’est plutôt la versatilité offerte par les méthodes de croissance des matériaux qui dictera le choix final.

Versatilité et compatibilité des matériaux

L’objectif de la plateforme d’intégration étant d’abord d’explorer les possibilités offertes par différents dispositifs quantiques, elle se doit d’être versatile. C’est-à-dire que le procédé de fabrication d’aimants s’applique à tous les dispositifs du chapitre 1 et du chapitre 4, en garantissant une bonne précision sur leurs géométries. Les matériaux faiblement ferromagnétiques à grande aimantation sont généralement obtenus par une croissance par électro-plaquage [102]. Bien que ce type de dépôt permette la réalisation de nanostructures, la définition de celles-ci nécessite des procédés complexes tels le polissage chimico-mécanique (damascène) ou des procédés de gravure sélective qui sont difficilement transférables d’une géométrie à une autre ou d’un substrat à un autre (voir Fig. 2.2). Plutôt, le procédé retenu est un procédé de soulèvement où le matériau magnétique est déposé par une méthode par faisceau d’électrons ou par pulvérisation cathodique.

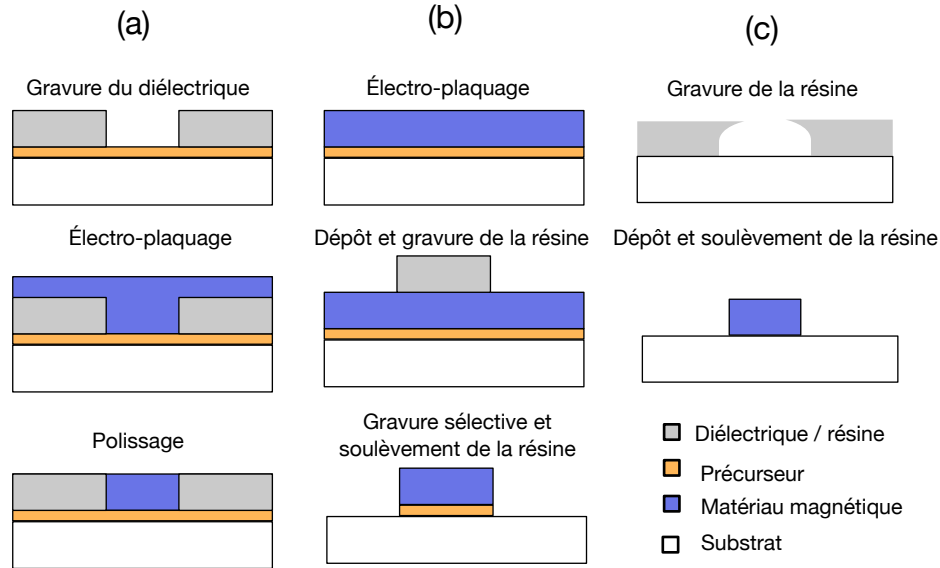


FIGURE 2.2. Exemple de procédé pour les matériaux magnétiques

Version simplifiée des différents procédés pour des nanostructures magnétiques. (a) Procédé d'électro-plaquage avec polissage de type damascène. (b) Procédé de gravure sélective. (c) Procédé de soulèvement sans précurseur.

Quatre différents matériaux faisant tous partie de la classe des matériaux faiblement magnétiques ont été considérés pour la plateforme (voir tableau 2.1). Trois de ceux-ci possèdent une aimantation à saturation suffisante pour les applications considérées. Dans les bonnes proportions (comme c'est le cas pour FeCoB 15%) les composés FeCoB offrent une très forte aimantation et présentent l'avantage d'être amorphes [103], facilitant ainsi l'intégration aux dispositifs en raison des plus faibles contraintes que dans les matériaux cristallins ou polycristallins. Pour une aimantation comparable, le Co et FeCo² présentent l'avantage d'un champ rémanent acceptable pour les expériences à faible champ externe. Pour cette raison, ces deux matériaux seront retenus pour la plateforme de nanofabrication. Le cobalt est déjà largement utilisé pour les expériences sur les qubits de spin sur des substrats variés [25, 41, 44, 92, 68] et offre des perspectives intéressantes pour la mise à l'échelle des qubits de spins. En effet, le cobalt est compatible avec les procédés industriels à large déploiement (VLSI³) et est utilisé pour la formation de siliciure pour les grilles ou les barrières anti-diffusion dans les transistors [29, 30, 31].

2. Le Fe₆₄Co₃₆ est simplement dénoté FeCo pour simplifier la notation.

3. De l'anglais : "Very Large Scale Integration" référant aux procédés industriels pour la fabrication de puces composées de $\sim 10^6$ transistors.

	Co	Fe ₆₄ Co ₃₆	FeCoB 15%	FeCoB 40%
Méthode de dépôt	évaporation	évaporation	Pulvérisation	Pulvérisation
Aimantation à Saturation (M_S)	1,74 T	1,93 T	1,75 T	0,4 T
Rémanence (M_R)	1,13 T (65%)	1,71 T (89%)	240 mT (14%)	-280 mT (-70%)
Champ Coercitif (H_C)	17,5 mT	5 mT	0,8 mT	-1 mT

Tableau 2.1. Propriétés magnétiques des couches minces pour la plateforme de fabrication
Propriétés magnétiques obtenues par SQUID pour des couches minces évaporées par faisceau d'électrons ou par pulvérisation cathodique. Deux différentes concentrations massiques de bore ont été étudiées pour le FeCoB (15 et 40 %). Le FeCo est obtenu en évaporant par faisceau d'électrons le FeCoB 15 %. Données tirées du mémoire de C. Bureau-Oxton [104].

Considérations spécifiques aux dispositifs à spin unique dans les boîtes quantiques

Outre la présence des gradients de champ magnétique (voir section 1.2), un matériau ferromagnétique à proximité d'un spin unique peut générer un canal de décohérence supplémentaire. En effet, même à $M = M_S$ à $T = 100$ mK, les fluctuations de l'amplitude et de l'orientation de l'aimantation du matériau peuvent causer du déphasage pur et de la relaxation. Ces fluctuations tirent leur origine microscopique des fluctuations thermiques des électrons de conduction du matériau magnétique [105]. Des travaux récents ont estimé l'impact de ce bruit magnétique sur la cohérence des qubits dans des géométries simplifiées [28] et à l'état de l'art [106] pour des microaimants de cobalt. Les modèles considérés négligent la dynamique des interactions à longue portée ainsi que les effets quantiques des fluctuations de spins électroniques, mais donnent néanmoins une première estimation des temps de déphasage induits par ces fluctuations magnétiques. Ces travaux s'accordent sur un temps de cohérence du qubit de spin $T_2^* \gtrsim 10$ s limité par la relaxation ($2T_1 \sim T_2^*$). Il faut donc conclure que les fluctuations thermiques de l'aimantation ne sont pas une cause de déphasage supplémentaire pour les aimants de cobalt.

Il faut également considérer la dynamique de l'aimantation des aimants en présence d'un champ externe oscillant. Les spins dans le silicium ont un facteur gyromagnétique ($g \sim 2$) très près de ceux du cobalt ($g = 2$), et leur fréquence de résonance de spin est potentiellement très similaire. Dans une telle configuration, les fluctuations de champ magnétique à la fréquence du qubit créent un canal de déphasage supplémentaire en raison de la précession de l'aimantation de l'aimant. Toutefois, la résonance ferromagnétique d'un matériau homogène tient également compte du champ de désaimantation à l'intérieur de l'aimant et est décrite, pour des géométries

simples, par la formule de Kittel [95] :

$$\hbar\omega_{RFM} = \mu_0 g \mu_B [H_{\text{ext}} (H_{\text{ext}} + vM)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

Pour les géométries telles un film mince ($v = 1$) ou une aiguille ($v = \frac{1}{2}$) la fréquence de résonance de l'équation (2.5) est très différente de celle du qubit de spin. L'application de champs électromagnétiques oscillant à proximité du ferroaimant ne génère donc pas de rotation de l'aimantation et la résonance ferromagnétique n'engendre pas de décohérence additionnelle pour les géométries d'aimants typiques.

2.1.2 Procédé de fabrication robuste et versatile

Le procédé de fabrication de microaimants est un procédé de soulèvement compatible avec FeCo et Co qui peut s'adapter à différents substrats. Les grandes lignes du procédé sont présentées à la figure 2.3 et les détails à l'annexe A.

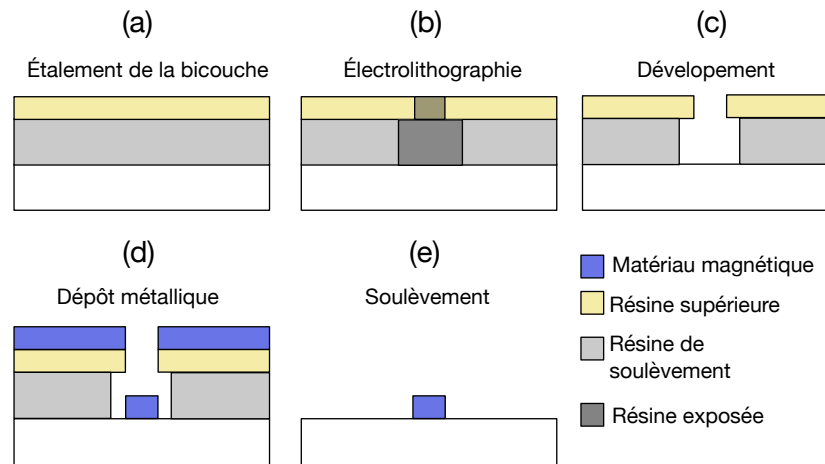


FIGURE 2.3. Procédé de fabrication pour les microaimants de Cobalt et FeCo

Détails du procédé de fabrication pour aimants de Co et FeCo. (a) Étalement de la bicouche de résine d'une épaisseur totale de $1\mu\text{m}$. (b) Lithographie par faisceau d'électrons. Les régions du substrat qui posséderont un aimant sont exposées par un faisceau d'électrons, changeant ainsi la conformation chimique des résines en brisant les liens des polymères qui la composent. La résine de soulèvement est plus sensible aux électrons ce qui résulte en une plus large région d'exposition. (c) Développement. La résine exposée est dissoute dans les solvants de développement formant ainsi une tranchée. (d) Le dépôt de la couche magnétique est fait par une méthode d'évaporation par faisceau d'électrons. (e) La résine est dissoute dans les solvants appropriés soulevant la couche de métal surjacent.

Le procédé de fabrication est un procédé de soulèvement en bicouche adapté pour les

géométries typiques de microaimants. L'emploi d'une bicouche de résine (Fig. 2.3(a)) permet la réalisation d'un profil de résine en casquette suite à l'exposition au faisceau d'électrons et au développement de la résine (Fig. 2.3(b)-(c)). L'emploi d'un microscope à faisceau d'électrons pour définir les tranchées de résine permet l'obtention de structures de taille nanométrique. La bicouche de résine étant relativement épaisse afin de faciliter le soulèvement, la taille minimale des patrons avec cette recette est de quelques centaines de nanomètres. La résolution est de ~ 10 nm sur les dimensions latérales et ~ 30 nm sur l'emplacement de l'aimant.

La couche métallique est déposée via une technique de dépôt par faisceau d'électrons. Placé dans un creuset, le matériau ferromagnétique est chauffé à l'aide d'un faisceau d'électrons jusqu'à évaporation. Le matériau évaporé se dépose alors sur la bicouche de résine et à l'intérieur de la tranchée (Fig. 2.3(d)). Finalement, la résine est dissoute dans les solvants appropriés soulevant par le fait même la couche métallique surjacente (Fig. 2.3(d)). Les patrons métalliques sont donc formés aux endroits préalablement exposés au faisceau d'électrons suivant la géométrie d'aimant désirée.

Comme le champ magnétique produit par les aimants dépend du volume, il est préférable de déposer des couches magnétiques épaisses (voir chapitre 1). Cette considération supplémentaire apporte des complications au procédé qui sont engendrées principalement par l'étape de dépôt par faisceau d'électrons. En effet, comme l'étape de dépôt des aimants est longue pour les matériaux épais, la résine est exposée à une plus forte dose d'électrons. Lors de la focalisation du faisceau d'électrons sur la source de matériaux magnétiques, une portion des électrons est réfléchi vers la chambre de dépôt ainsi que la cible (substrat et nanostructures). Les électrons incidents dans la tranchée de résine sont diffusés au voisinage de l'aimant exposant ainsi les bords de la résine de soulèvement (Fig. 2.4(a)). Pour les résines typiquement utilisées dans les procédés de soulèvement en électrolithographie, PMMA LMW [107, 108] et le copolymère P(MMA-MAA) [109], ce processus produit une couche de résine réticulée. Ces résines étant électrosensibles, la dose additionnelle pendant le dépôt contribue à briser davantage de liens polymériques jusqu'à former une couche de résine complètement réticulée. Il est connu que les résines PMMA et de copolymère deviennent négatives⁴ à forte dose d'électrons [110, 111] et que la PMMA présente une résistance accrue aux solvants et procédés plasma même pour des doses intermédiaires [112]. De plus, dans des conditions similaires la surexposition de la PMMA transforme cette dernière en des composés carbonés [113, 114, 115] qui sont difficiles à nettoyer. Dans le cas du procédé des aimants, la résine réticulée n'est pas dissoute lors du soulèvement et s'effondre pour former une coquille autour des aimants (Fig. 2.4(b)-(d)). Aucun procédé de nettoyage chimique, incluant solvants

4. Une résine négative est une résine dont les parties exposés reste sur la surface suivant l'étape de développement

puissants et acides, ou de nettoyage agressif au plasma d'oxygène n'a permis de s'affranchir des résidus de résine réticulée à la surface.

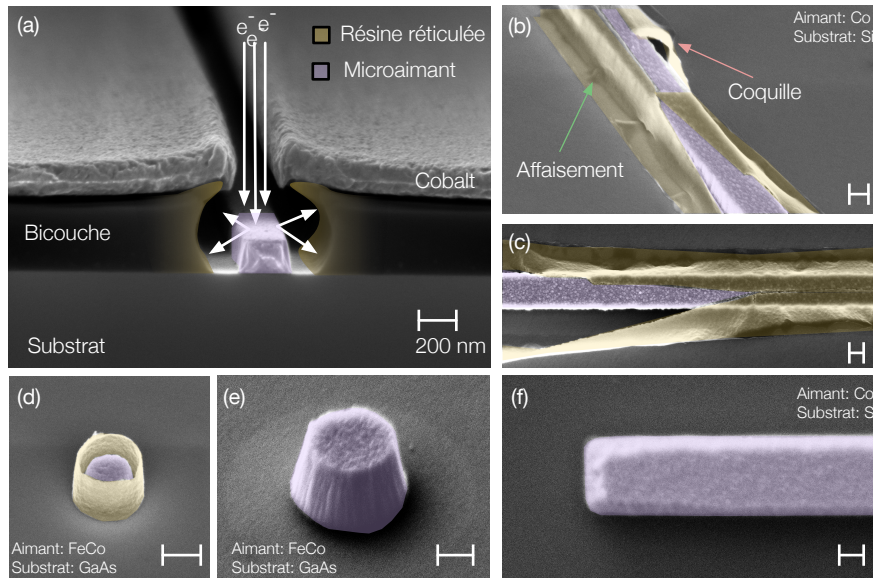


FIGURE 2.4. Résine réticulée et procédé amélioré

Images MEB illustrant la problématique de coquilles de résine ainsi que le résultat obtenu avec les procédés 1-2 (tableau 2.2) (a) Vue en coupe d'une bicouche de résine suivant le dépôt de cobalt montrant les électrons réfléchis dans la tranchée lors du dépôt. La largeur de la tranchée est diminuée par la formation d'une couche de Co sur les face intérieure de la résine supérieure, conférant à l'aimant une forme trapézoïdale. (b) Vue à angle de 45° et de haut (c) d'aimants aimant de Co sur silicium ainsi que (d) FeCo sur GaAs suite au procédé de soulèvement. La formation de coquilles avec affaissement partiel ou complet sur l'aimant. (e) Résultats obtenus avec le procédé 2 pour des aimants en FeCo sur un substrat de GaAs et (f) pour un aimant de Co sur silicium avec le procédé 1.

Le choix de la résine de soulèvement s'avérant crucial pour l'obtention d'une surface propre, plusieurs procédés à base de résines différentes ont été explorés (voir tableau 2.2). Seuls les procédé 1-2 utilisant la ZEP ou la LOR comme résine de soulèvement, permettent de régler le problème de coquilles (Fig. 2.4(e)-(f)). Alors que la LOR fait partie des procédés de soulèvement typiques [116, 117] celle-ci laisse beaucoup de résidus lors de l'étape de développement et nécessite des étapes de nettoyage additionnelles. Ainsi, c'est le procédé 1 à base de ZEP qui s'avère être le plus performant, et ce pour toutes les géométries d'aimants du chapitre 1.

Aussi, l'utilisation de couches métalliques épaisses limite la largeur minimale des aimants. Comme le montre la Fig. 2.4(e), lorsque le rapport d'aspect $l/h \lesssim 1$, les aimants présentent une forme conique. Lors du dépôt, les faces intérieures de la résine supérieure se couvrent de

Procédé	Résine supérieure	Résine de soulèvement	Résultat	Commentaires & références
1	PMMA HMW	ZEP	Sans résidus	Nouvelle recette standard, [118, 119]
2	ZEP	LOR	Présence de résidus	Ancien standard, [117]
3	PMMA	Copolymère	Coquilles	[109]
4	ZEP	Copolymère	Coquilles	[120]
5	PMMA HMW	PMMA LMW	Coquilles	[107, 108]

Tableau 2.2. Procédés en bicouches pour la fabrication de microaimants sans coquille

La résine *copolymère* fait référence au copolymère P(MMA-MAA). Les références indiquent des procédés similaires dans des contextes différents qui ont inspiré les procédés du tableau (voir annexe A pour les détails et l'adaptation des procédés).

métal ce qui réduit graduellement la largeur de la tranchée pendant le dépôt (Fig. 2.4(b)).

2.1.3 Minimisation des effets de contraintes

Tel que mentionné à la sous-section 2.1.1, les matériaux magnétiques (Co et FeCo) déposés par faisceau d'électrons ne sont pas amorphes [104], mais plutôt poly-cristallins. Les figures 2.5(a)-(b) montrent les cristallites des matériaux fabriqués par cette méthode. La géométrie de ces cristallites est influencée par la dynamique des atomes à la surface du substrat lors du dépôt, qui est elle-même influencée par des paramètres tels que le taux de dépôt et la température [121, 122]. Les différentes structures de croissance des films donnent lieu à des contraintes additionnelles dans la couche. Ces contraintes ont deux origines, soit : les contraintes de surface entre le substrat et la couche ainsi que les contraintes inter-cristallites [123]. Pour les matériaux magnétiques, ces contraintes influencent la courbe d'hystérésis en raison du couplage magnéto-élastique à l'intérieur de la couche [124]. Bien que cet effet revêt son importance pour l'optimisation de dispositifs quantiques à base de matériaux magnétiques, les contraintes dans le matériau génèrent des complications additionnelles.

Lorsque les forces de contraintes de tension ou de compression dans la couche surpassent les forces d'adhésion avec le substrat, la couche métallique se décolle en se repliant sur elle-même ou craque. Pour les couches magnétiques de Co et FeCo, des forces de tensions ont été observées créant le repliement des aimants fabriqués (Fig. 2.5(c)). Cet effet est reproduit de façon systématique pour les couches de FeCo sur silicium et de façon épisodique sur GaAs selon les conditions de dépôt et la forme des microaimants. Sur silicium, les contraintes générées par la couche magnétique rendent complètement impossible la fabrication de nanostructures en FeCo et celles de Co difficiles. L'analyse des contraintes pour les couches de Co ainsi que

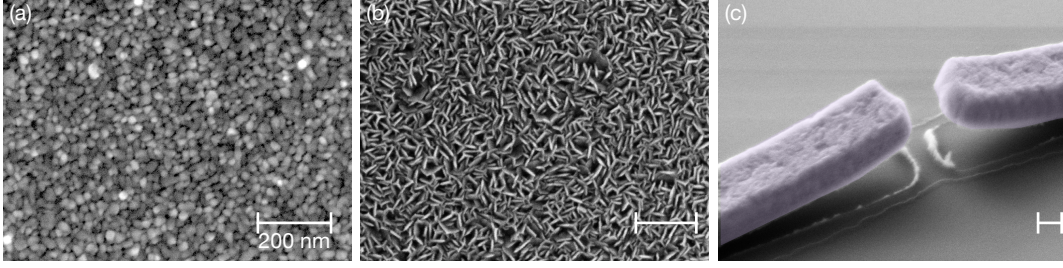


FIGURE 2.5. Cristallites et contraintes pour les matériaux magnétiques FeCo et Co
Cristallites de Co (a) et FeCo (b) pour une épaisseur de couche de 300 nm sur un substrat de GaAs. (c) Repliement d'une nanostructure de FeCo sur GaAs en raison des forces de contraintes présentes dans la couche.

l'optimisation des paramètres de dépôt réalisée afin de s'affranchir du problème est présenté dans ce qui suit.

Formule de Stoney

Une couche contrainte à la surface d'un substrat induit, dans la limite élastique, une déformation du substrat. Cette déformation est décrite par la loi de Hooke généralisée [125] :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl}, \quad (2.6)$$

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (2.7)$$

où σ_{ij} représente les composantes du tenseur de contraintes et ϵ_{kl} celles du tenseur de déformations. Ces deux quantités sont reliées par le tenseur de constantes élastiques du matériau C_{ijkl} . Sous l'effet de la déformation, le substrat se déplace pour atteindre une nouvelle position d'équilibre donnée par le champ de déplacement \mathbf{u} . Le lien entre la déformation et le champ de déplacement est établi via l'équation (2.7). La résolution conjointe des équations (2.6) et (2.7) permet de déterminer la contrainte dans le film lorsque les constantes élastiques et le vecteur de déplacement sont connus.

On peut supposer que la déformation du substrat sous l'effet des contraintes du film est un parabolôïde de paramètre "a", tel que $u_x^0 = u_y = 0$ et $u_z^0 = ax^2 + ay^2$. On peut montrer, pour un substrat circulaire d'épaisseur t_{sub} , qu'il existe un plan de contrainte neutre situé à $-2t_{\text{sub}}/3$ de la surface du substrat. Le plan de contrainte neutre n'est ni étiré ni comprimé de sorte que $u_x^0 = u_y^0 = 0$, et que le plan est déplacé selon \hat{z} seulement [126]. Pour les couches minces sur les substrats de silicium, l'approximation de la déformation en une parabole de courbure unique est valide à $\lesssim 5\%$ pour des tensions linéiques intermédiaires $\lesssim 2 \text{ GPa} \cdot \mu\text{m}$

dans la couche [127]. À plus forte contrainte, le système devient non-linéaire causant une bifurcation abrupte de la géométrie cylindrique vers une forme elliptique du substrat et de la couche [128].

Dans la limite élastique, la précision donnée par l'approximation d'une parabole unique est suffisante pour l'analyse des couches de cobalt. En considérant la symétrie cristalline (cubique face centrée) du Si(001), et en appliquant les conditions d'équilibre des forces et des moments dans la couche, la contrainte dans la couche peut être reliée au rayon de courbure du substrat via la formule de Stoney généralisée [129, 130],

$$\sigma_{\text{cm}} t_{\text{cm}} = \frac{t_{\text{sub}}^2}{6 (s_{11} + s_{12}) R}, \quad (2.8)$$

où σ_{cm} et t_{cm} sont la contrainte et l'épaisseur de la couche mince, $R = 1/2a$ le rayon de courbure et s_{ij} les paramètres du tenseur de rigidité $S = C^{-1}$. Cette équation tient compte de la déformation biaxiale du substrat de silicium générée par la contrainte dans le film et valide pour des rapports $t_{\text{cm}}/t_{\text{sub}} < 0.1$ [131]. À noter que la contrainte est supposée uniforme dans la couche mince, ce qui n'est pas toujours le cas pour les matériaux polycristallins où des gradients de contraintes peuvent être observés [132, 133]. Dans cette situation, l'équation (2.8) doit être interprétée comme étant la moyenne de la contrainte évaluée sur l'épaisseur de la couche mince.

Mesures de contraintes et optimisation des paramètres de dépôt

La courbure de substrats de silicium induite par le dépôt de cobalt est mesurée à l'aide d'un profilomètre [134]. Cette technique permet de mesurer le déplacement, $u_z(x = 0, y) = u_z(y)$, relatif de la surface du substrat selon une direction de mesure. Les mesures sont effectuées sur des substrats de Si orientés $(100) \pm 0.1^\circ$ selon la direction $[110]$ avec une erreur d'orientation $\lesssim 0.1^\circ$. Comme la découpe et le polissage préalable des substrats de silicium induisent des contraintes internes, ces derniers présentent généralement une courbure initiale qui diffère d'un substrat à l'autre pour un même lot de substrat. Ainsi, le profil de la surface est mesuré avant, $u_z^{\text{ref}}(y)$, et après, $u_z^{\text{Co}}(y)$, le dépôt de Co. De plus, la précision d'alignement entre des mesures successives $\Delta(x, y) \lesssim 50 \mu\text{m} \ll d$, où d est la distance totale de mesure, de sorte que cette imprécision est inférieure à celle du modèle de Stoney et est négligée par la suite.

Pour extraire la courbure du substrat, la composante linéaire résiduelle de $u_z(x)$ due à l'angle du support lors de la mesure est soustraite indépendamment de chacune des courbes. Ensuite, un lissage de la forme $u_z(y) = ax^2$ est effectué avec $u_z(y) = u_z^{\text{Co}}(y) - u_z^{\text{ref}}(y)$ pour déterminer la courbure du substrat. Cette méthode permet une détermination plus précise de

la courbure que la méthode usuelle [125, 135] dans laquelle la courbure initiale du substrat est également supposée quadratique.

Numéro du substrat	t_{cm} (nm)	Taux de dépôt (Å/s)
W1	106	5
W2	213	5
W3	312	5
W4	203	1
W5	213	0,2
W6	283	5

Tableau 2.3. Paramètres de dépôt pour mesures de contraintes par profilométrie

Paramètres de dépôts pour les substrats W1 à W6. t_{cm} est l'épaisseur moyenne mesurée par profilométrie. Le taux de dépôt est la consigne assignée pendant l'évaporation par faisceau d'électrons.

Différents paramètres de dépôt ont été explorés afin de comprendre les mécanismes de contraintes dans les couches de Co et de les minimiser. Pour les jeux de paramètres du tableau 2.3, la courbure des substrats mesurés par profilométrie diffère, indiquant des niveaux de contrainte variés dans les couches (Fig. 2.6(a)). Une déviation inférieure à 1% par rapport à l'approximation quadratique est observée pour tous les substrats et correspond bien aux limites attendues du modèle de Stoney (Fig. 2.6(b)). Pour le substrat W3 des pics de quelques centaines de nanomètres sont observés dans la déviation. Ces pics proviennent du relâchement des contraintes au niveau de la couche de Co créant un repliement du film sur lui-même et corroborent l'hypothèse des fortes contraintes dans les microstructures. En effet, ce substrat a été évaporé dans les conditions pour lesquels le repliement et même le décrochement total de couches de cobalt microstructurées sont observés. L'absence de ces pics pour les autres paramètres de dépôt laisse présager que les contraintes peuvent être amoindries.

À partir du lissage de la figure 2.6(a) et des paramètres élastiques du silicium donnés par la référence [136], la contrainte et la tension linéique $\lambda = \sigma_{cm} t_{cm}$ sont calculées. La figure 2.6(c) montre l'impact de l'épaisseur déposée sur ces paramètres. Tel qu'attendu la tension augmente linéairement avec l'épaisseur, alors que la contrainte diminue légèrement. Cette diminution pourrait indiquer un gradient de contrainte dans la couche de cobalt. Comme le relâchement de la couche de Co est atteint lorsque la force de tension linéique surpasse les forces d'adhésion, le point à $t_{cm} = 313$ nm du substrat W3, fournit une borne supérieure de 200 MPa· μ m pour les couches de cobalt sur silicium. Enfin, pour une épaisseur de 200 nm la tension linéique est réduite de moitié. Cette valeur sera adoptée pour les futurs dépôts de cobalt sur silicium.

Comme le montre la figure 2.6(d), des taux de dépôt plus lents contribuent également à réduire la contrainte et la tension dans les couches de cobalt. Afin de comprendre cet effet, des

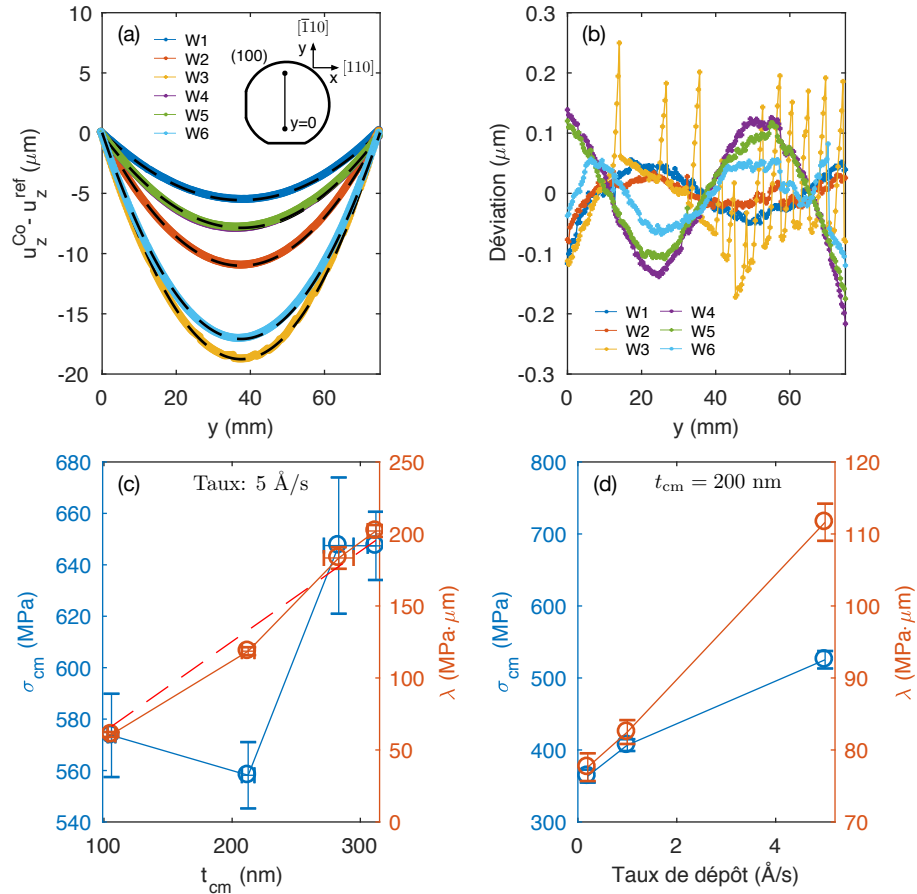


FIGURE 2.6. Mesures de contraintes par profilométrie

Analyse de contraintes par la méthode de Stoney pour des couches de cobalt déposées avec les paramètres du tableau 2.3. (a) Mesure de la courbure des substrats par profilométrie. La mesure est effectuée selon la direction $[\bar{1}10]$ pour des substrats orientés (100). Les lignes pointillées indiquent la régression quadratique effectuée pour inférer la courbure. (b) Déviation entre la mesure et la régression. (c) Contrainte (bleu) et tension linéique (rouge) inférées à partir de l'équation (2.8) pour des couches déposées à 5 $\text{\AA}/\text{s}$. La ligne pointillée est une régression linéaire sur les données en tension linéique. La diminution de la tension par rapport à la régression peut indiquer la présence de gradient de contraintes dans la couche. (d) Impact du taux de dépôt sur les contraintes (bleue) et la tension linéique (rouge).

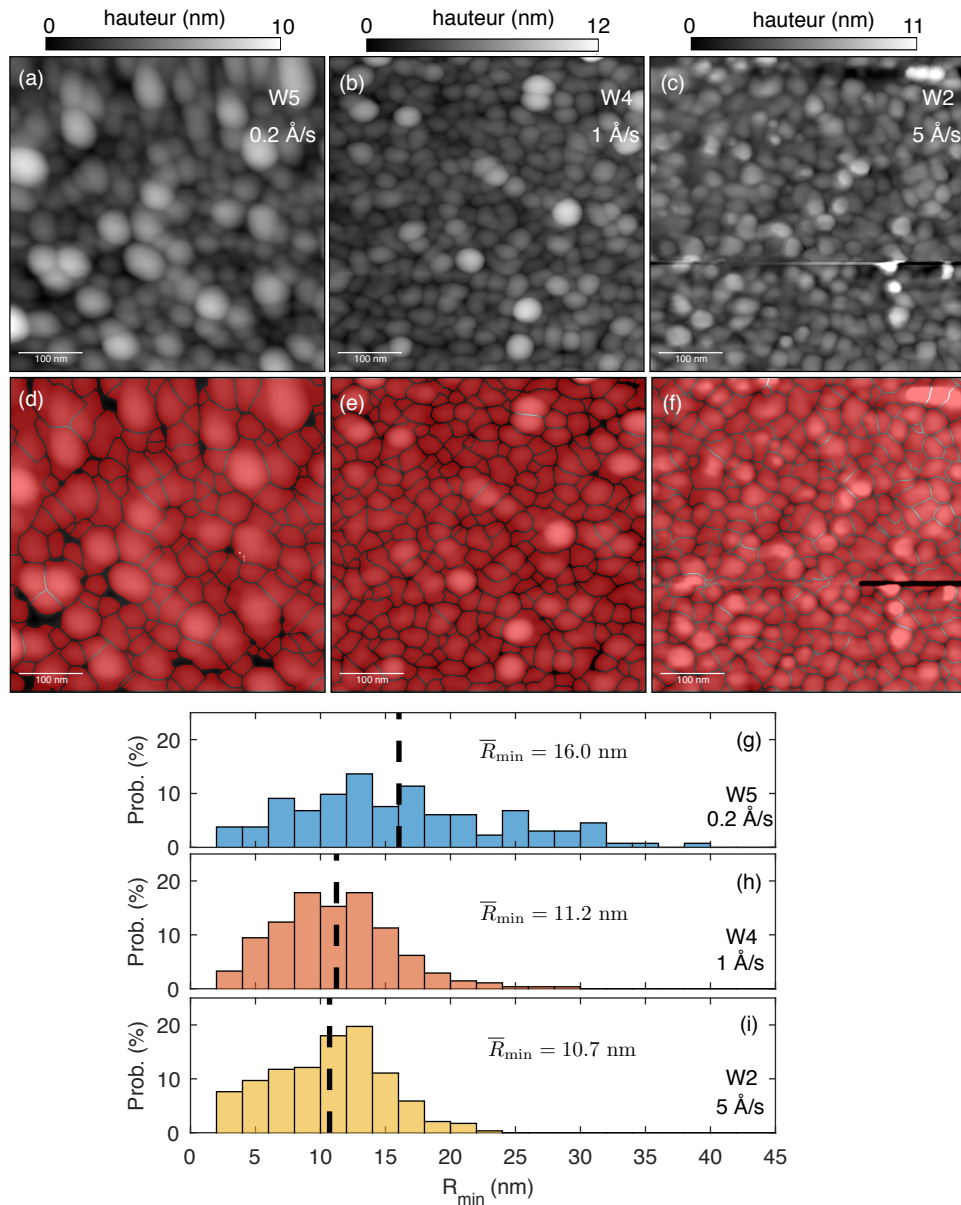


FIGURE 2.7. Impact des taux de dépôts de Co sur la taille des grains

(a-c) Mesures AFM du profil de surface de couches de cobalt évaporées à différents taux. La surface mesurée est de $500 \text{ nm} \times 500 \text{ nm}$. La figure (c) présente un saut en raison d'une particule indésirable se trouvant en bordure de la fenêtre mesurée. (d-f) Résultat de l'analyse par la méthode de partage des eaux. Chaque région fermée (rouge) correspond à un grain. La méthode surestime la taille de certains grains en créant des agrégats. Pour s'affranchir de cet effet dans l'analyse, le rayon minimal des cercles circonscrits dans chaque grain R_{min} est extrait (g-i). Cette métrique devrait être faiblement sensible aux agrégats formés d'un petit nombre de grains. Les lignes pointillées indiquent la valeur moyenne (\bar{R}_{min}) de la taille des grains.

mesures de microscopie à force atomique (AFM) ont été réalisées pour obtenir la topographie de la surface des différents substrats. Les mesures de topographie sur les substrats W2, W4 et W5 fabriqués avec différents taux de dépôt sont présentées aux figures 2.7(a)-(c). Une analyse de la taille des grains suivant la méthode de partage des eaux du logiciel *Gwyddion* [137] permet d'identifier les grains (Fig. 2.7(d)-(f)) et d'en extraire la distribution de taille pour les différents substrats (Fig. 2.7(g)-(i)). Pour les taux plus lents, la distribution est évasée et la moyenne augmentée. Cette augmentation de taille avec les taux plus lents peut avoir deux origines :

- i. L'augmentation de la température du substrat lors du dépôt en raison du plus long temps d'exposition aux radiations thermiques issues de la cible de cobalt en fusion ;
- ii. La modification des mécanismes de croissance en raison des différences de flux d'atomes arrivant sur le substrat.

Comme la température du substrat n'est pas mesurée pendant le dépôt, il est difficile de distinguer entre ces deux cas, qui sont susceptibles d'influencer conjointement la taille des grains. Toutefois, la contrainte devrait diminuer linéairement avec l'augmentation de la température du substrat [138, 123], ce qui pourrait potentiellement expliquer la dépendance observée à la figure 2.6(d). Dans tous les cas, la taille des grains accrue diminue le rapport de surface entre des grains adjacents. Ceci a pour effet de diminuer la contrainte inter grains [139, 123] et explique la diminution de la contrainte avec les taux de dépôt plus lents.

À la lumière de ces résultats, l'utilisation d'une couche de 200 nm déposée à 1Å/s a été utilisée pour intégrer avec succès des microaimants de cobalt sur des structures de silicium. Les contraintes dans ces microstructures sont suffisamment faibles, pour permettre la fabrication de structures variées sans repliement de la couche de cobalt (Fig. 2.8(a)-(b)).

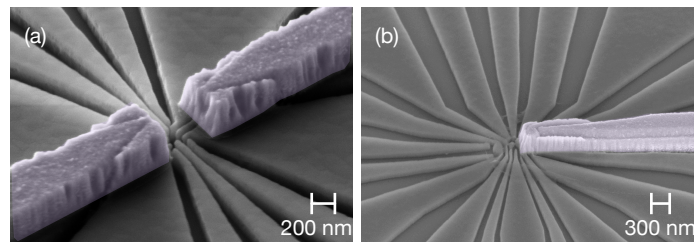


FIGURE 2.8. Intégration d'aimant sans problème de contraintes

Exemples d'intégration d'aimants de cobalt sur silicium en l'absence de problème de contrainte. Des aimants double (a) et simple (b) sont intégrés à des structures à simple (a) et double (b) boîtes quantiques.

2.1.4 Impact des recuits thermiques

Lors de la fabrication des dispositifs à boîtes quantiques en silicium, les nanostructures sont définies par lithographie par faisceau d'électrons⁵. Cette étape ainsi que les étapes de fabrication subséquentes (gravure, dépôts, etc.) génèrent des défauts dans la structure. Entre autre, l'énergie des électrons lors de la lithographie par faisceau d'électrons est de $\sim 20 - 100$ keV. Pour ces énergies, les électrons et rayons X générés par leur passage ionisent le substrat et créent des défauts chargés dans la structure de silicium [140]. Ces défauts dégradent les propriétés de transport en créant des boîtes quantiques non intentionnelles [141, 142], ou en réduisant la mobilité par l'augmentation de la densité de charges piégées à l'interface MOS [143]. Néanmoins, les procédés de recuit sous atmosphère d'hydrogène et d'azote (*forming gas*) permettent de réparer les défauts induits par ce type de procédé [140, 144]. Dans le cas des dispositifs à boîtes quantiques en silicium étudiés, un recuit effectué à 400°C pendant trente minutes permet de rétablir et de maintenir la mobilité des dispositifs tout au long du procédé de fabrication [143].

L'intégration des aimants de cobalt est réalisée au voisinage de la région active des boîtes quantiques. Ainsi, un recuit thermique doit également être réalisé afin de rétablir le niveau de défauts d'interface dans la structure de silicium. Les figures 2.9(a)-(b) montrent la modification de la forme des cristallites de l'aimant suivant le recuit thermique. Tel que discuté à la section précédente, une telle modification peut entraîner un relâchement des contraintes dans la couche, mais aussi un changement de la courbe d'hystérésis. Pour des couches de Co déposées par faisceau d'électrons sur Au, ce changement a été attribué au relâchement des contraintes et à l'effet magnéto élastique en deçà de 300°C ainsi qu'à la réorganisation de la structure cristalline vers la phase cubique à faces centrées au profit de la phase hexagonale au-delà de 400°C [145]. Mis à part l'atmosphère hydrogène-azote, le recuit de la figure 2.9(b) est effectué dans des conditions similaires à celles de la référence [145], et la recristallisation sous forme de cristallites cubiques à faces centrées pourrait expliquer la modification de la surface observée.

Afin de quantifier l'impact de la recristallisation sur la courbe d'aimantation du cobalt, des mesures d'aimantation ont été effectuées. Les mesures sont effectuées dans un MPMS (*Magnetic Properties Measurement System*) dans lequel la réponse magnétique de l'échantillon soumis à un champ externe est mesurée à l'aide d'un interféromètre quantique supraconducteur basé sur des jonctions Josephson (SQUID⁶) [146]. Les mesures sont acquises à température de $T = 20$ K bien en deçà de la température de Curie du cobalt. La courbe d'aimantation

5. Voir sous-section 2.3.1 pour le fonctionnement et les principales étapes de fabrication.

6. de l'anglais : *Superconducting Quantum Interference Device*

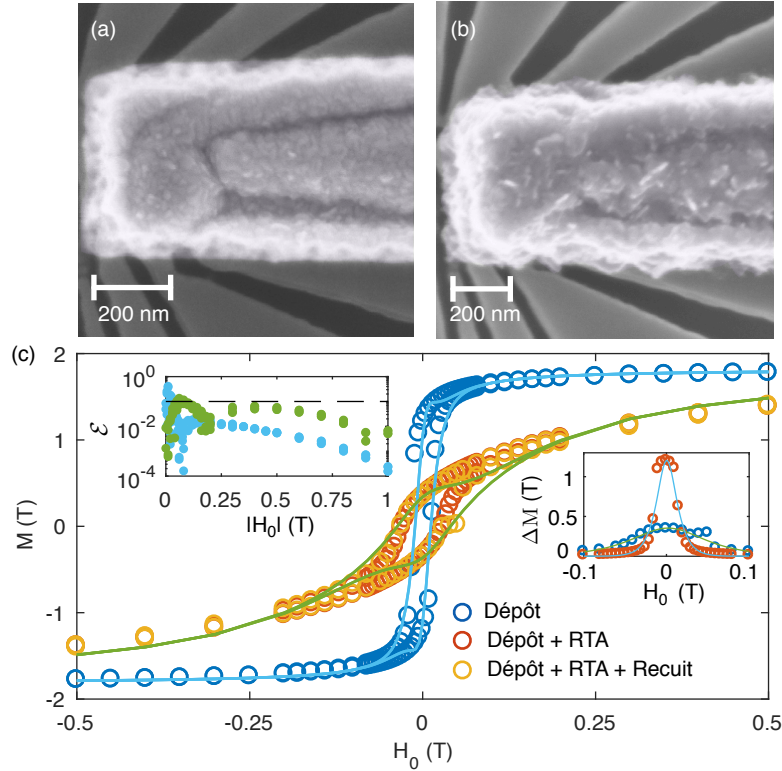


FIGURE 2.9. Impact des recuits thermiques sur l'aimantation du cobalt

Images MEB de microaimants intégrés sur des dispositifs en silicium pris par microscopie par faisceau d'électrons avant (a) et après (b) recuit thermique rapide (RTA). Le recuit est réalisé sous atmosphère d'hydrogène-azote (10 % H_2) pendant 30 min. (c) Mesures SQUID acquises à $T = 20$ K sur des couches de cobalt d'épaisseur de 346 nm déposée par faisceau d'électrons sur des substrats de silicium de $2,99 \times 5,45$ mm. Les mesures sont effectuées pour différents procédés incluant le RTA et un recuit d'une heure sur plaque chauffante à 150°C . La ligne pleine bleue (verte) est une régression des données obtenues suivant le dépôt (dépôt +RTA) à l'aide de l'équation analytique pour l'aimantation. L'encart de droite montre le résultat de la régression pour l'hystérésis (ΔM) et celui de gauche l'erreur $\mathcal{E} = |M^{\text{theo}}(H_0) - M^{\text{exp}}(H_0)| / M_S$.

devrait donc être représentative des conditions lors des expériences de boîtes quantiques. La figure 2.9(c) compile les résultats pour des couches de cobalt avant et après recuit thermique. L'impact de deux types de recuits est considéré, soit (i) un recuit thermique rapide ou (ii) un recuit sur plaque chauffante. Le second mime les recuits subséquents subits par l'aimant pour les procédés de découpe et de microsoudure des échantillons (voir les étapes correspondantes à l'annexe B). Dans l'ensemble, une réduction significative des performances du cobalt est observée et résumée dans le tableau 2.4. Malgré que l'aimantation à saturation reste presque inchangée par le procédé, le champ de saturation est largement augmenté et la rémanence diminuée. Même à un champ de $H_0 = 1$ T typiquement utilisé dans les expériences de boîtes quantiques, l'aimantation du cobalt suivant le recuit atteint seulement 90% de sa valeur maximale. L'augmentation du champ coercitif est en accord avec l'augmentation du nombre de cristallites dans la phase cubique face centrée pour les conditions de recuit [145]. Toutefois, la rémanence devrait également être plus forte dans cette phase. La différence observée peut provenir de la réorganisation partielle et de l'anisotropie de formes des cristallites. En effet, les cristallites de la figure 2.9(b) n'ont pas d'orientation ni de forme préférentielle. Le recuit

Procédé	M_S (T)	H_S (T)	M_R (T)	H_C (mT)
Dépôt	1,80	0,60	1,20	15
Dépôt + RTA	1,77	1,49	0,35	29
Dépôt + RTA +Recuit	1,79	1,48	0,35	29

Tableau 2.4. Paramètres de couches de cobalt suite aux recuits thermiques

Aimantation à saturation (M_S), champ de saturation (H_S), aimantation rémanente (M_R) et champ coercitif (H_C) pour les différents recuits thermiques.

thermique étant inévitable pour préserver les propriétés de transport des boîtes quantiques, le procédé est préservé malgré la réduction des performances magnétiques du cobalt. Les résultats de transport dans des dispositifs à boîtes quantiques avec microaimants de cobalt intégré sont présentés à la section 2.3.

Enfin, les données de la figure 2.9 sont lissées suivant une fonction analytique de la forme

$$M_{\text{theo}} = \bar{M} \pm \Delta M, \quad (2.9)$$

$$\bar{M} = \frac{1}{2}(M^+ - M^-), \quad \Delta M = \frac{1}{2}(M^+ + M^-), \quad (2.10)$$

où $M^{+,-}$ sont les branches supérieure (+) et inférieure (-) de la courbe d'aimantation. \bar{M} est donc la courbe d'aimantation moyenne et ΔM l'hystérésis. Suivant des modèles simplifiés

typiquement utilisés, les fonctions analytiques s'expriment ainsi [147, 148],

$$\bar{M} = M_S \mathcal{L} \left(\frac{H_0}{A} \right) = M_S \left(\coth \frac{H_0}{A} + \frac{A}{H_0} \right), \quad (2.11)$$

$$\Delta M = M_R \left(\operatorname{sech} \frac{H_0}{C} \right), \quad (2.12)$$

où \mathcal{L} est la fonction de Langevin. A, C peuvent en principe être reliés aux paramètres des matériaux, mais ne seront utilisés ici qu'à titre de paramètres ajustables. Les régressions suivant ce modèle fournissent une précision inférieure à $\sim 10\%$ sur la valeur de $M(H_0)$ pour tous les champs $|H_0| \gtrsim 50$ mT. Ces paramètres ont été utilisés au chapitre 1 pour extraire les dépendances en champ magnétique des gradients produits par les aimants.

2.2 Propriétés magnétiques d'aimants individuels

La section précédente illustre les méthodes de fabrications ainsi que l'impact des procédés sur les propriétés magnétiques de couches minces de Cobalt. Afin de caractériser les propriétés d'aimants individuels, une technique de magnétométrie permettant de mesurer directement les forts champs magnétiques et gradients à été mise au point. Cette technique permet non seulement la mesure des propriétés d'aimants de taille inférieure au micromètre, mais permet de valider les simulations magnétiques du chapitre 1. Les résultats obtenus dans cette section ont été publiés dans la revue *Physical Review Applied* [149] et des détails additionnels quant aux choix de conception et au principe de fonctionnement peuvent-être trouvés dans la thèse de Dany Lachance-Quirion [150], avec qui cette méthode a été mise au point.

2.2.1 Magnétométrie à l'aide de croix de Hall

L'effet Hall peut être mis à profit afin de mesurer la courbe d'aimantation d'aimants individuels [151, 152, 153]. En effet, dans une croix de Hall conventionnelle formée d'un gaz bidimensionnel d'électrons, un champ magnétique transverse à la croix produit une tension de Hall V_H tel que :

$$R_H = V_H / I = \frac{V_+ - V_-}{I}, \quad (2.13)$$

$$B^x = e n_{2D} R_H, \quad (2.14)$$

où n_{2D} est la densité du gaz bidimensionnel. R_H est la résistance de Hall et B^x le champ transverse à la croix de Hall. Ainsi, la courbe d'hystérésis $\mathbf{M}(\mathbf{B}_0)$ en fonction du champ

externe \mathbf{B}_0 peut être mesurée en plaçant l'aimant de façon à ce qu'il produise un champ magnétique transverse au centre de la croix de Hall (Fig. 2.10(a)). Le champ transverse total est alors donné par $B^x = B_0^x + B_M^x$, avec B_M^x la contribution de l'aimant et B_0^x celle du champ externe. Lorsque les dimensions de l'aimant sont comparables à celle de la croix, le champ magnétique produit au centre sera anisotrope (Fig. 2.10(b)), de telle sorte que la contribution à la résistance de Hall mesurée s'exprime approximativement comme la moyenne de la composante transverse du champ dans la région d'intégration A [152, 154],

$$\langle B_M^x \rangle = \frac{1}{A} \int_A d\rho B_M^x(\rho), \quad (2.15)$$

avec $\rho = (0, y, z)$ un vecteur du plan \hat{x} avec $x = 0$. Ainsi, lorsque l'aire de la surface d'intégration devient beaucoup plus grande que les dimensions de l'aimant, le champ magnétique total au centre de la croix peut être considéré constant et $\langle B_M^x \rangle$ diminue comme $1/A$. Afin de maximiser le signal de Hall généré par l'aimant, il est donc préférable de minimiser la taille de la croix de Hall tout en optimisant la position de l'aimant de façon à produire le plus grand champ transverse possible. La figure 2.10(c) montre l'impact de la réduction de l'aire $A = w^2$ de la croix et du décalage de l'aimant sur le champ magnétique moyen.

Pour réaliser la magnétométrie d'aimants individuels aux géométries similaires à celles du chapitre 1, il est préférable de fabriquer des croix de Hall aux dimensions inférieures au micromètre. Les croix de Hall dans les gaz bidimensionnels à base d'hétérostructures semi-conductrices peuvent être définies par des méthodes de gravure [151, 152, 153]. La gravure produit toutefois des zones de déplétions de plusieurs centaines de nanomètres et limite donc l'application de ces croix à des dimensions $w \sim 1 \mu\text{m}$ [155, 156] au détriment de la réduction du rapport signal sur bruit pour des aimants sous le micromètre [157, 158, 159, 160]. Pour contrer cette problématique, la méthode mise au point consiste à utiliser des grilles de déplétion métalliques afin de définir de façon électrostatique le canal de Hall dans un gaz bidimensionnel (Fig. 2.10(d)). Cette méthode présente l'avantage d'un contrôle électrostatique sur la taille de la région d'intégration. Ce contrôle s'avère utile pour quantifier l'amplitude des champs magnétiques anisotropes dans la croix de Hall, et donc d'inférer les gradients de champs magnétiques produits par l'aimant. La démonstration de ce dernier point revêt toute son importance, pour valider les résultats de simulation du chapitre 1.

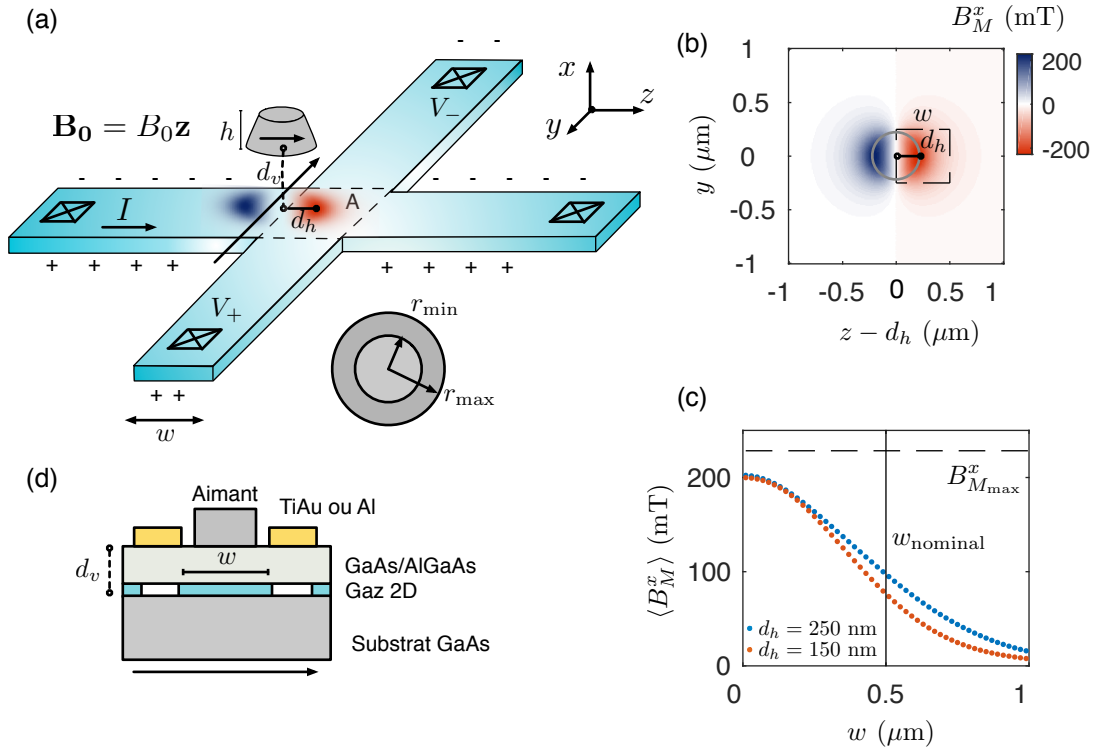


FIGURE 2.10. Croix de Hall pour la magnéto-métrie de Hall d'aimants micrométriques
 (a) Schéma d'une croix de Hall d'aire $A=w^2$ au niveau du gaz bi dimensionnel. La croix est connectée par quatre contacts ohmiques permettant d'injecter un courant I et de mesurer la différence de potentiel $\Delta V = V^+ - V^-$ à ses bornes. Un aimant conique de rayon de base r_{\max} et de rayon supérieur r_{\min} produit un champ anisotrope dans la région d'intégration A . L'aimant est décalé selon l'axe z de façon à maximiser le champ produit au centre de la croix. Un champ externe \mathbf{B}_0 permet de changer l'aimantation de l'aimant. (b) Schéma vu en coupe du substrat et des grilles permettant de réaliser la configuration de densité électronique présentée en (a). Le gaz d'électrons est situé à $d_v = 100$ nm de la surface du substrat. L'application de tension négative sur les grilles (jaune) permet de dépeupler en électrons certaines régions du gaz d'électrons et de former le canal de croix de Hall. (c) Simulation numérique du profil de champ magnétique produit par un aimant conique de rayon $r_{\max} = 220$ nm et $r_{\min} = 150$ nm placé à $d_h = 250$ nm du centre de la croix. (d) Impact des dimensions de la région d'intégration sur le champ moyen mesuré dans cette région. Les deux courbes représentent deux configurations d'aimants différentes et montrent l'impact du décalage d_h de ces derniers sur le champ moyen.

2.2.2 Modes d'opérations des dispositifs à croix de Hall électrostatique

Propriétés des dispositifs

Les dispositifs en mode de déplétion sont fabriqués sur des hétérostructures à gaz bidimensionnel en GaAs/AlGaAs de densité $n_{2D} = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ et de mobilité $\mu = 1.7 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Le gaz bidimensionnel d'électrons est situé à $d_v = 100 \text{ nm}$ sous la surface de l'hétérostructure. Les procédés de fabrication utilisés pour ces dispositifs sont décrits en détails à la référence [161] ainsi qu'à l'annexe B. Deux matériaux de grilles différents ont été utilisés pour définir les grilles de déplétion soit, l'aluminium et le Ti/Au (Fig. 2.11(a)-(b)). L'aluminium présente l'avantage de former une couche isolante d' AlO_x de quelques nanomètres d'épaisseur, et permet l'isolation électrique avec les matériaux magnétiques déposés sur ces dernières [78]. La séparation entre les grilles de déplétion peut donc être réduite pour obtenir un meilleur rapport signal sur bruit sans craindre de contact électrique avec les aimants. Les deux types d'échantillons ont été utilisés et les propriétés des croix de Hall et des aimants dans ces deux géométries sont compilées au tableau 2.5.

Échantillon	w (nm)	r_{\max} (nm)	r_{\min} (nm)	h (nm)	$L/2r_{\max}$
A-B	550	220	150	300	1
C-D	750	220	–	300	{1, 2, 5, 7, 9, 18}

Tableau 2.5. Géométries des dispositifs à croix de Hall électrostatiques

Largeur des croix de Hall w et propriétés des aimants étudiés pour les deux types d'échantillons A - B et C - D. Pour tous les échantillons, la longueur de la croix de Hall est de $16.6 \mu\text{m}$.

À la figure 2.11(c), des simulations électrostatiques réalisées à l'aide de *nextnano* [162] montrent le profil de densité électronique au centre de la zone active du dispositif pour un voltage de grille typiquement utilisé dans l'expérience $V_g = -0.6 \text{ V}$. Le profil de densité forme bel et bien une croix de Hall pour laquelle la densité électronique est élevée dans la région de champ magnétique transverse (B_M^x) fort produit par l'aimant. Également, Le profil de densité est arrondi au centre de la croix. Ceci signifie que l'application d'une tension plus négative pincera le canal ($n_{2D} = 0$) dans les chemins d'amené avant de pincer celui au centre de la croix de Hall. Cet effet est illustré par la figure 2.11(d) où la canal selon l'axe $y = z$ est plus grand que celui des chemins d'amenés à selon l'axe z . Ainsi, dans l'expérience, il est difficile d'inférer la largeur de la croix de Hall à partir des mesures de transport uniquement, car le point de pincement (ou le courant devient nul) indique uniquement que les canaux des chemins d'amenés ont une largeur nulle.

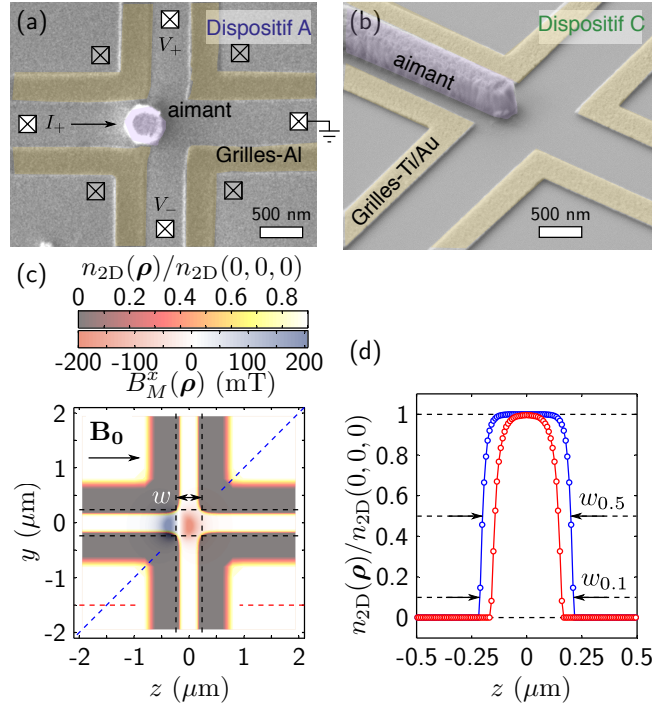


FIGURE 2.11. Croix de Hall pour la magnétométrie de Hall d'aimants micrométriques

(a) Croix de Hall avec grilles d'aluminium pour les dispositifs A et B. Un aimant conique est placé de façon à maximiser le champ au centre de la croix. (b) Grilles de Ti/Au avec un aimant allongé de rapport d'aspect $L/2r_{\text{max}} = 18$. Les deux dispositifs possèdent des contacts ohmiques à l'intérieur (blanc) et extérieur (gris). (c) Profil de densité électronique normalisée simulé pour une tension de grille $V_g = -0.6$ V et profil de champ magnétique produit par l'aimant dans le dispositif A. (d) Profil de densité pour les coupes pointillées du panneau selon z à $y = -1.5 \mu\text{m}$ (rouge) et selon $y = z$ projeté sur l'axe z . Les flèches indiquent la largeur du canal évaluée à mi-hauteur $w_{0.5}$ et à 10% de la densité maximale $w_{0.1}$.

Contrôle électrique des croix de hall

L'application d'une tension commune V_g sur les grilles de déplétions permet de dépeupler la densité électronique des régions sous-jacentes aux grilles et de former les canaux de conduction de la croix de Hall. La figure 2.12(a) illustre le principe de fonctionnement du dispositif. La mesure du point de déplétion $V_{g,d}$ est réalisée à partir de paires de contacts interne et externe à la croix. Ce point indique la tension de grille minimale pour laquelle les barrières tunnel définissant les canaux de conduction entre les contacts internes et externes à la croix sont formées ($V_g \sim -0.55$ V). À forte tension, le point de pincement $V_{g,p}$ est atteint et le courant ne peut plus circuler dans la croix. Dans le régime intermédiaire $V_{g,p} < V_g < V_{g,d}$, la croix de Hall est formée et la mesure à deux terminaux montre des modulations de conductance sous forme de plateaux de conduction. En effet, les paires de grilles forment ensemble des points de contact quantique pour lesquels la conductance

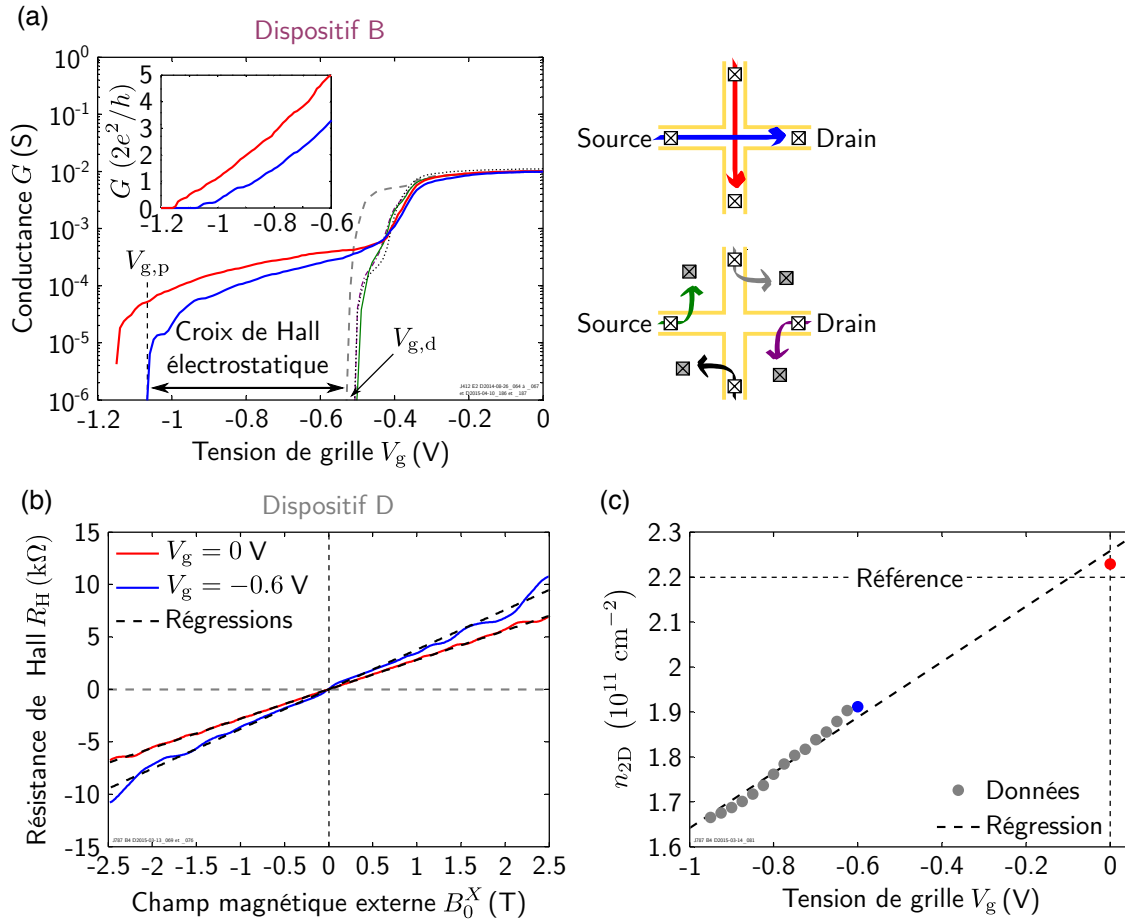


FIGURE 2.12. Contrôle électrostatique et densité électronique

(a) Mesure en courant continu à deux points pour une tension source-drain $V_{DS} = 500 \mu\text{V}$. $V_{g,d}$ et $V_{g,p}$ indiquent respectivement les points de déplétion et de pincement des grilles. Dans les configurations où la source et le drain ne sont pas intérieurs aux grilles, $V_{g,d} = V_{g,p}$, et une barrière tunnel permettant de définir le canal est formée. (b) Mesure à faible champ magnétique transverse $\mathbf{B}_0 = B_0^x \mathbf{x}$. La mesure est réalisée à l'aide d'un amplificateur synchrone à basse fréquence. La résistance de Hall est extraite à partir de la mesure de la tension de Hall pour deux tensions de grilles. (c) Densité électronique du gaz d'électrons en fonction de la tension de grille. La référence indique la densité électronique mesurée à l'aide de procédés de fabrication minimaux et les points de couleurs font référence aux courbes de la figure (b).

est quantifiée [163]. Comme la longueur totale des canaux est légèrement supérieure au libre parcours moyen $l_e = \hbar\mu\sqrt{2\pi n}/e \sim 13 \mu\text{m}$, leur transmission est réduite et les plateaux apparaissent à des valeurs inférieures aux multiples du quantum de conductance $G = 2e^2/h$.

La détermination du champ magnétique produit par un aimant par la mesure de la tension de Hall suivant l'équation (2.15), requiert la détermination préalable de la densité électronique pour la configuration de tension de grilles utilisée. Cette calibration est d'abord effectuée pour tous les échantillons par l'application d'un champ magnétique transverse à la croix de Hall (Fig. 2.12(b)). Une régression linéaire paramétrée par l'équation (2.14) permet d'inférer la densité électronique. La densité est ensuite extraite pour différentes tensions de grilles (Fig. 2.12(c)) et augmente approximativement linéairement avec l'augmentation de la tension de grille jusqu'à retrouver la valeur du substrat à tension de grille nulle. En effet, la configuration de contacts ohmiques du dispositif présente une géométrie de Hall qui permet de déterminer la densité à tension de grille nulle.

Anomalies balistiques et densité de courant

Le libre parcours moyen $l_e \sim 13 \mu\text{m}$ est bien plus grand que la zone d'intégration pour les deux types d'échantillons, plaçant de ce fait la zone sondée dans le régime de transport balistique. Comme le profil de densité mène à des coins arrondis (voir Fig. 2.11(c)), une série d'effets balistiques sont susceptibles de survenir dans la croix de Hall [164]. Ces effets sont engendrés par les collisions balistiques des électrons sur les bords arrondis de la croix de Hall. Selon le parcours exact des électrons pour les conditions de champs magnétiques et de courbure des coins de la croix de Hall, l'effet Hall peut-être complètement supprimé, devenir négatif ou former un plateau nommé *dernier plateau de Hall*. Ces effets disparaissent lorsque le champ magnétique transverse devient largement supérieur au champ critique : $B_0^x \gg B_{\text{crit}} = 2B_w$ [165]. Le champ B_w est le champ pour lequel le rayon cyclotron correspond à la largeur w de la croix de Hall :

$$B_w = \frac{\hbar k_f}{ew} = \frac{\hbar\sqrt{2\pi n_{2D}}}{ew}. \quad (2.16)$$

Pour $w = 500 \text{ nm}$ et la densité n_{2D} du dispositif B, le champ caractéristique est de $B_w \sim 130 \text{ mT}$. À plus fort champ magnétique, $B_0^x \gg B_{\text{crit}}$ l'apparition des plateaux de l'effet Hall quantique est également visible [166]. Ensemble, les anomalies magnétiques et l'effet Hall quantique sortent le détecteur du régime linéaire où $R_H \propto B_0^x$. Cet effet est bien illustré à la figure 2.13(b) pour laquelle la pente normalisée $\alpha \equiv e n_{2D} (dR_H/dB_0^x)$ est tracée. L'augmentation du courant d'injection permet de réduire les déviations dues aux deux effets (Fig. 2.13(c)). Pour une densité de courant $J \equiv I_+/w \approx 1 \text{ A/m}$ les déviations dues à l'effet Hall sont presque

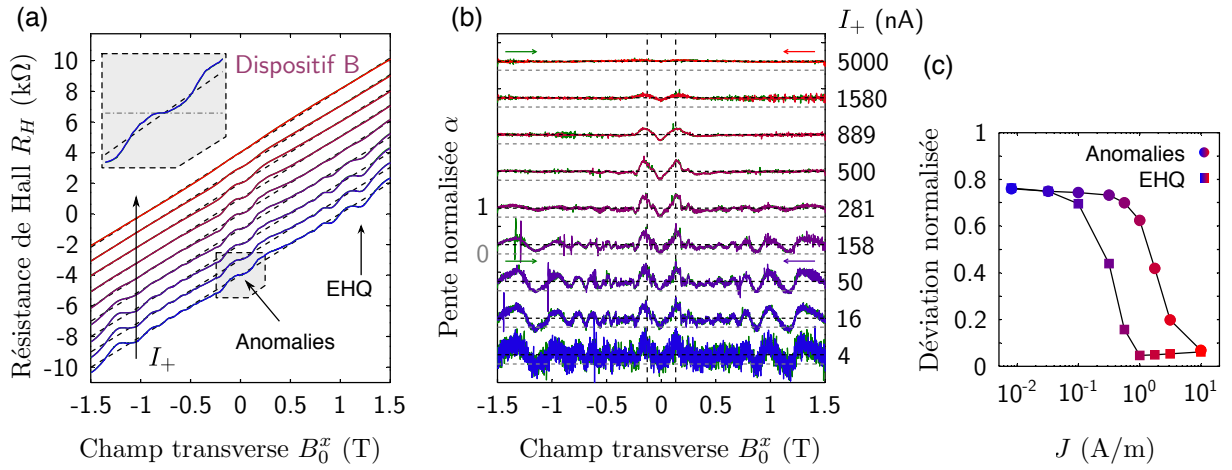


FIGURE 2.13. Anomalies balistiques et densité de courant

(a) Résistance de Hall à différents courants d'injection I_+ en fonction du champ transverse externe. Les courbes sont décalées par incrément de 1 kΩ par souci d'esthétique. À fort champ magnétique, l'effet Hall quantique (EHQ) mène à l'apparition des plateaux de Hall observés, alors que les anomalies balistiques produisent des modulations de R_H à faible champ (encart). (b) Pente normalisée par la résistance de Hall. Les déviations à faible champ disparaissent avec l'augmentation du courant d'injection. Les lignes pointillées indiquent le champ caractéristique $\pm B_w = \pm 130$ mT. (c) Déviation standard normalisée $\sqrt{\langle(\alpha - 1)^2\rangle}$ pour les anomalies magnétiques dans la plage de champ magnétique $B_0^x \leq B_w/2$ et pour l'effet Hall avec $B_0^x > 1$ T. La densité de courant est donnée par I_+/w avec $w = 500$ nm.

nulles [167], alors qu'une densité dix fois supérieure est nécessaire pour s'affranchir des anomalies balistiques. Dans ce qui suit, un courant d'injection de $I_+ = 5 \mu\text{A}$ pour lequel les déviations sont minimales est utilisée. Au-delà d'un certain seuil qui dépend des paramètres géométriques, des tensions de grilles et du champ magnétique, l'augmentation de la densité de courant ramène la croix de Hall dans un régime de transport non linéaire. C'est pour cette raison que les densités de courant inférieures à 10 A/m sont utilisées malgré que les déviations dues aux anomalies magnétiques ne soient pas complètement enrayerées.

2.2.3 Propriétés magnétiques d'aimants individuels

Courbes d'aimantation

La mesure du champ magnétique produit par des aimants individuels est réalisée par l'application d'un champ parallèle à la surface du substrat $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{z}$. La non-linéarité restante pour les densités de courant considérées peut-être corrigée facilement par une méthode itérative. Pour ce faire la pente normalisée $\alpha(B_0^x)$ est d'abord mesurée en champ transverse. En champ parallèle, la réponse normalisée du détecteur est compensée pour tenir compte de

la non-linéarité,

$$\langle B_M^z \rangle (B_0) = \frac{e n_{2D} R_H (B_0)}{\alpha (B_0^x)}. \quad (2.17)$$

L'équation est résolue de façon itérative en utilisant d'abord $\alpha = 1$ pour être ensuite répétée jusqu'à convergence. Les figures 2.14(a)-(b) montrent les déviations de champ magnétique mesurées pour le dispositif B et la courbe d'aimantation résultant de la correction. La figure 2.14(c) illustre l'amplitude de la correction apportée au champ magnétique moyen mesuré. Cette différence représente environ 1% du signal à saturation signifiant qu'une forte densité de courant est, en première approximation, suffisante pour obtenir une bonne précision sur le champ moyen. Pour la portion saturée de la courbe d'aimantation, un champ de $\langle B_M^z \rangle^{\text{sat}} \sim 100$ mT est mesuré avec un rapport signal sur bruit atteignant 10^3 .

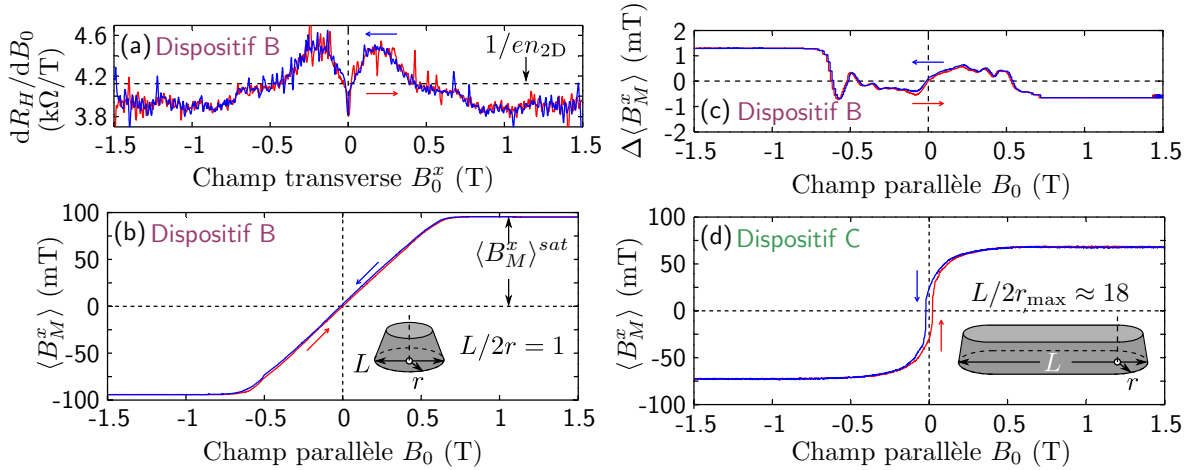


FIGURE 2.14. Magnétométrie d'aimant de FeCo

(a) Mesures en champ perpendiculaire des déviations causées par les anomalies balistiques et l'effet Hall quantique. La ligne pointillée indique la régression à $R_H = 1/2n_{2D}$. (b) Champ magnétique moyen produit par l'aimant du dispositif B au centre de la croix de Hall d'aimant conique. (c) Différence entre la valeur corrigée et non corrigée $\Delta \langle B_M^x \rangle$ du champ magnétique moyen. (d) Courbe d'aimantation du dispositif C acquise avec $I_+ = 2 \mu\text{A}$. L'aimant possède un rapport d'aspect $L/2r_{\text{max}} \sim 18$. Le champ rémanent et l'hystérésis sont grandement augmentés pour cette géométrie. Les courbes sont obtenues avec $V_g = -0.6$ V.

À la figure 2.14(d), le champ magnétique moyen produit par un aimant allongé apparaît réduit en raison de la taille plus grande de la région d'intégration dans ce dispositif. Pour les deux dispositifs, des sauts dans la courbe d'aimantation sont observés. Ces sauts témoignent du changement d'aimantation d'un ou plusieurs domaines magnétiques et diffèrent d'un dispositif à l'autre. Cette observation rappelle l'importance d'opérer les microaimants à fort champ externe, au-delà du champ de saturation. En effet, les domaines magnétiques

contribuent au caractère imprévisible du champ magnétique et des gradients produits par les aimants et donc des propriétés des qubits de spin. Également, les fluctuations magnétiques de ces domaines pour une condition de champ magnétique placé sur une des transitions de domaine mèneraient à un bruit magnétique réduisant la cohérence des qubits.

Anisotropie de forme

Les courbes d'aimantation des figures 2.14(b)-(d) diffèrent également par la présence d'une hystérésis accrue et d'un champ de saturation plus faible. Comme il a déjà été discuté à la sous-section 2.1.1, cet effet est engendré par le facteur démagnétisant $\mathcal{N} = \Delta M / \Delta H$ qui change avec le facteur de forme des aimants. Pour les aimants de FeCo cet effet est mis en lumière aux figures 2.15(a)-(b). En effet, plus le facteur de forme $L/2r_{\max}$ augmente plus le champ de saturation diminue, et l'hystérésis r_m augmente. La dépendance de l'amplitude maximale de l'hystérésis est linéaire (Fig. 2.15(c)). Ceci indique que la rémanence est dominée par l'anisotropie de forme pour les faibles facteur de forme, ce qui est attendu pour les matériaux faiblement ferromagnétiques, pour lesquels le champ coercitif est faible. En augmentant le facteur de forme, la rémanence devrait saturer à la valeur attendue pour une couche mince. L'extrapolation des données à fort facteur de forme permet d'estimer cette saturation pour $L/2r_{\max} \gtrsim 40$.

L'anisotropie de forme est extraite à partir du champ nécessaire pour inverser l'aimantation de l'aimant ainsi que de l'aimantation à saturation de $M_S = 1.93$ T mesuré pour une couche mince de FeCo. En fonction du rapport d'aspect, l'anisotropie de forme est ajustée suivant une relation empirique en loi de puissance empirique :

$$\mathcal{N} = \mathcal{N}_1 \left(\frac{L}{2r_{\max}} \right)^{-\beta}. \quad (2.18)$$

Les paramètres obtenus sont $\beta = 1.3 \pm 0.2$ et $\mathcal{N}_1 = 0.33 \pm 0.03$. Le facteur \mathcal{N}_1 correspond au facteur de forme pour $L/2r_{\max} = 1$ et la valeur de 0.33 est identique à celle attendue pour une sphère. En effet, les aimants coniques pour ce facteur de forme s'apparentent bien à une géométrie sphérique. À facteur de forme plus élevé, les aimants allongés s'apparentent à des prismes rectangulaires, \mathcal{N} concorde bien avec les prédictions théoriques sur toute la plage mesurée. Enfin, la mesure des paramètres magnétiques des aimants en accord avec ces prédictions illustre bien le potentiel de la technique de croix de Hall électrostatique pour la caractérisation de matériaux magnétiques microstructurés.

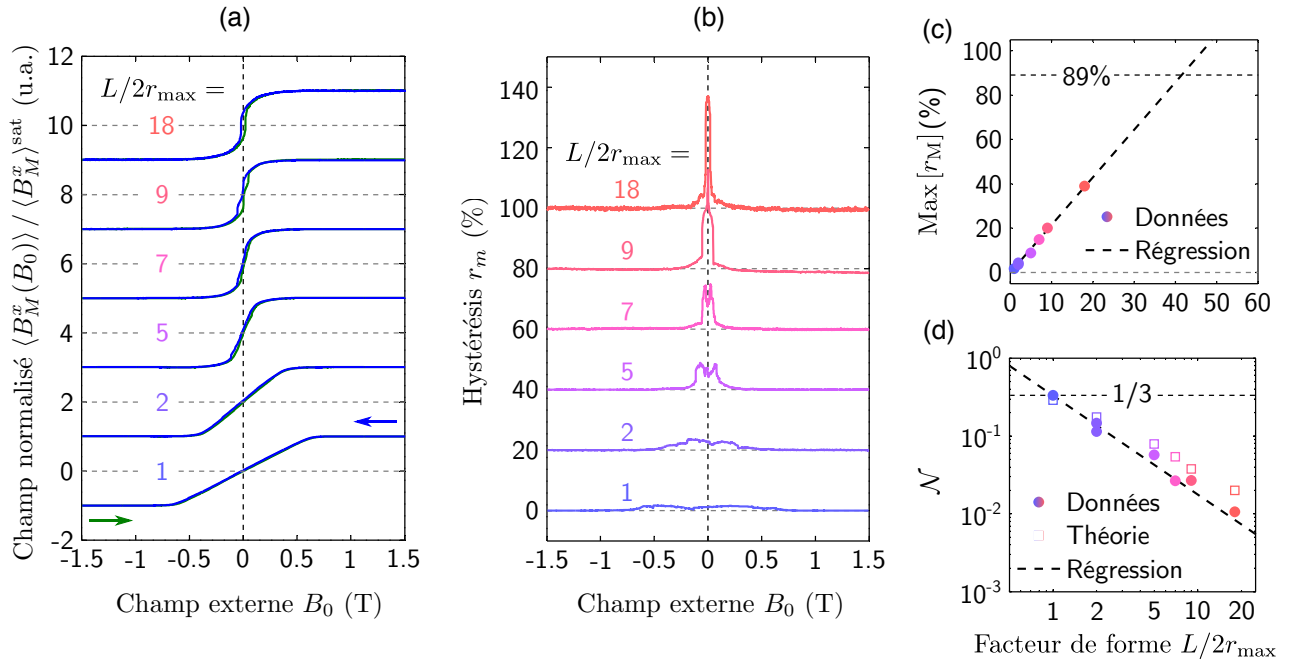


FIGURE 2.15. Rapport d'aspect et anisotropie magnétique d'aimants de FeCo

Courbes d'aimantation normalisées (a) et hystérésis (b) pour des aimants de FeCo possédant différents facteurs de forme. Les courbes sont décalées par souci de clarté et l'hystérésis est exprimée en pourcentage de la variation totale : $2\langle B_M^x \rangle^{\text{sat}}$. (c) Hystérésis maximale en fonction du rapport d'aspect. La ligne régression est de pente de $2.1 \pm 0.1\%$ et la ligne pointillée horizontale représente la rémanence mesurée pour une couche mince. (d) Facteur de forme \mathcal{N} en fonction du rapport d'aspect. La ligne pointillée indique le facteur de forme $\mathcal{N} = 1/3$ d'une sphère. Les points carrés sont calculés à suivant [168] et indiquent les facteurs de désaimantation pour des aimants rectangulaires.

Aimants de cobalt

Comme les dispositifs MOS sont fabriqués avec des aimants de cobalt, l'évaluation des propriétés magnétiques de ces derniers est importante. La figure 2.16 montre la courbe obtenue pour un aimant de cobalt allongé de largeur de 700 nm et de longueur 70 μm . L'amplitude du champ moyen réduite par rapport aux courbes précédentes provient en partie de la configuration de tension de grilles réduites et également d'un problème avec l'une des grilles pour ce dispositif. Néanmoins, le champ de saturation nécessaire pour magnétiser l'aimant peut-être extrait. La valeur obtenue de $B_S = 0.55 \pm 0.05$ T est très comparable à celle mesurée sur des couches minces pour les aimants sans recuit ($B_S = 0.6$ T). Ceci est d'ailleurs en accord avec le facteur de forme de l'aimant pour lequel le facteur $\mathcal{N} \approx 0$. Ainsi, les valeurs obtenues pour les couches minces pourront être utilisées directement à titre comparatif pour les aimants de facteur de forme similaire dans les structures MOS (voir sous-section 2.3.3).

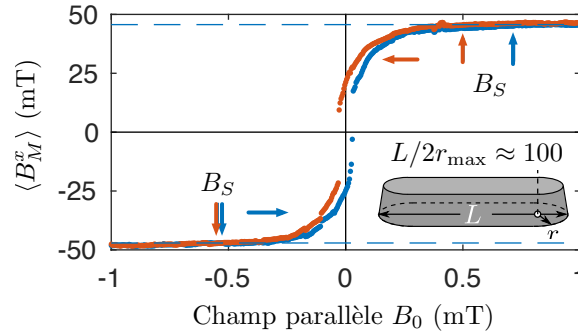


FIGURE 2.16. Courbe d'aimantation d'un aimant de cobalt

Les flèches horizontales (verticales) rouges et bleues indiquent la direction de la rampe de champ magnétique (point de saturation) pour les courbes de la même couleur. Les lignes pointillées indiquent le critère d'évaluation de B_0^{sat} , soit un écart d'une déviation standard par rapport à la moyenne des points au-delà de $B_0 = 1$ T. La courbe est obtenue pour une tension de grille de $V_g = -0.5$ V.

Gradients de champ magnétique

L'avantage des croix de Hall électrostatique pour la mesure des propriétés d'aimants individuels émerge de l'étude de l'évolution du champ mesuré en fonction de la tension de grille. Tel que discuté précédemment, la diminution de la zone d'intégration permet de lever le voile sur la présence de forts gradients magnétiques dans la croix de Hall. Suivant la caractérisation de la densité électronique en fonction de la tension de grille (Fig. 2.17(a)), le champ moyen est extrait pour les dispositifs A et B (Fig. 2.17(b)). Tel qu'attendu, la réduction de la tension de grille permet de centrer la zone d'intégration sur le maximum du champ magnétique. Le tout résulte en une augmentation générale du champ moyen mesuré et confirme la présence de gradients magnétiques au centre de la croix. La différence entre les deux dispositifs nominalelement identiques provient d'un désalignement de 40 nm en accord avec la précision d'alignement du microaimant au centre de la croix.

Afin de comparer aux simulations magnétiques et électrostatiques, la figure 2.17(c) montre le champ moyen attendu pour les dispositifs A et B en fonction de la largeur effective w_{eff} en tenant compte du désalignement. À partir de ces simulations, et des mesures de champ magnétique moyen à la figure 2.17(b), la largeur effective du canal en fonction de la tension de grille est inférée (Fig. 2.17(d)). La largeur $w_{\text{eff}} \lesssim 500$ nm en accord avec la largeur w lithographiée, tel qu'attendu pour des tensions de grilles près du point de déplétion et la variation $w_{\text{eff}}(V_g)$ s'accorde avec les simulations électrostatiques. De plus, les courbes des deux dispositifs sont presque identiques confirmant que la variation de champ magnétique mesurée provient uniquement du désalignement entre les deux dispositifs, et que les propriétés des croix de Hall varient peu d'un dispositif à l'autre. Cette mesure peut être interprétée

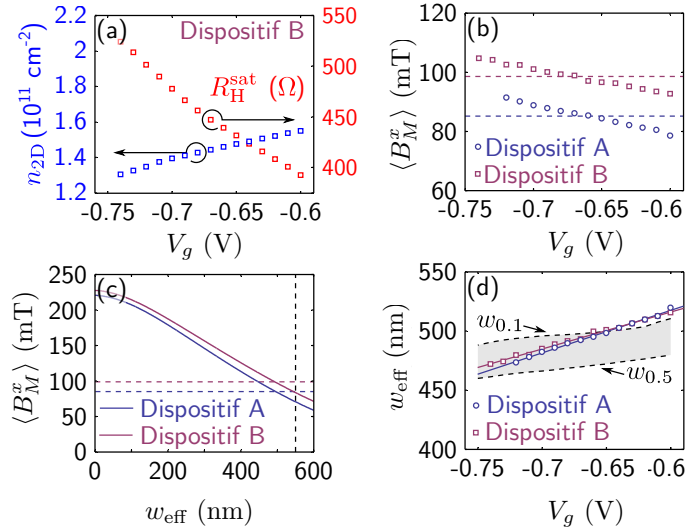


FIGURE 2.17. Effet de grilles et mesures de gradients magnétiques

(a) Exemple de mesure de la densité électronique, et de la résistance de Hall à saturation R_H^{sat} pour le dispositif B. (b) Champ moyen mesuré en fonction de la tension des grilles V_g pour les deux dispositifs A et B. Les lignes pointillées indiquent la moyenne sur la plage de tension. (c) Simulation magnétostatique du champ moyen mesuré en fonction de la taille du canal w_{eff} . (d) Largeur effective w_{eff} du canal en fonction de la tension de grille pour les dispositifs A et B. Les lignes pleines représentent les régressions linéaires. Les courbes pointillées indiquent les résultats de simulation électrostatique pour les critères à mi-hauteur et à 10% de la densité pour la largeur du canal.

comme une mesure précise de la largeur du canal rendue possible grâce à la présence de gradients magnétiques. Toutefois, replacé dans le contexte des qubits de spin, l'accord entre les figures 2.17(b)-(d) indiquent que les simulations magnétostatiques corroborent les données expérimentales et que les gradients de champ magnétique simulés au chapitre 1 sont reproduits dans l'expérience. La modélisation et la conception des dispositifs quantiques à partir des champs magnétiques et gradients pour des aimants à saturation sont donc fiables. Les aimants simulés peuvent donc être nanofabriqués et intégrés aux puces de qubits sans d'autres modifications quant à leur géométrie.

2.3 Intégration d'un aimant de Cobalt sur une structure de boîte quantique à l'état de l'art

La fabrication de boîtes quantiques en silicium est un procédé délicat nécessitant d'être finement ajusté afin de préserver la mobilité des substrats et les propriétés de confinement électrostatiques voulues dans les boîtes quantiques [143]. Tel que discuté à la sous-section 2.1.4, l'intégration d'aimants aux puces de silicium a été réalisée dans cette optique, via l'incorporation de recuits thermiques supplémentaires pour rétablir la mobilité. Néanmoins, la présence des aimants à proximité de la zone active et des paramètres mal contrôlés issus du procédé de fabrication pourraient corrompre les propriétés électrostatiques des boîtes quantiques. Ceci peut se produire par la création de courts-circuits avec les grilles de contrôle, par la génération de charges d'interfaces qui dégraderaient la mobilité et l'activation des dispositifs ou encore par la formation de boîtes quantiques non intentionnelles. L'étude réalisée dans cette section sur un dispositif à boîte quantique avec microaimant intégré montre que les propriétés des boîtes sont préservées suite à l'intégration de l'aimant. Cet aspect est essentiel pour l'implémentation de qubits à spin unique basés sur cette technologie.

2.3.1 Dispositif de boîtes quantiques en silicium à grilles séparées

Les dispositifs de silicium utilisés sont basés sur une technologie CMOS-0.35 microns⁷ et fabriqués aux Sandia National Laboratories. Le principe de fonctionnement des puces est très similaire à celui de transistors à effet de champ (MOSFETs⁸) où l'application d'une tension sur une grille métallique déposée sur un oxyde permet de former un canal d'électrons à l'interface entre l'oxyde et le substrat de silicium [169] (voir chapitre 3). Dans le cas des dispositifs considérés, la grille est formée de silicium polycristallin implanté à l'arsenic et est placée sur un oxyde de SiO₂ (Fig. 2.18(a)). La grille recouvre des régions du substrat implantées à l'aide de donneurs d'arsenic (n+) afin d'approcher le niveau de Fermi plus près de la bande de conduction du silicium et de fournir les électrons nécessaires à la formation du canal d'électrons. Une gravure sèche de la zone de construction au centre de la région active permet ensuite de définir les grilles de contrôle des boîtes quantiques. Les procédés de fabrication des puces sont détaillés dans les références [143, 170].

Une gravure sèche de la couche de polysilicium est utilisée pour définir les grilles de contrôle du dispositif. Bien qu'implémenté hors fonderie, ce procédé ainsi que les tailles de

7. CMOS : *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*.

8. MOSFETs : *Metal-Oxide-Semiconductor Field Effect Transistor*.

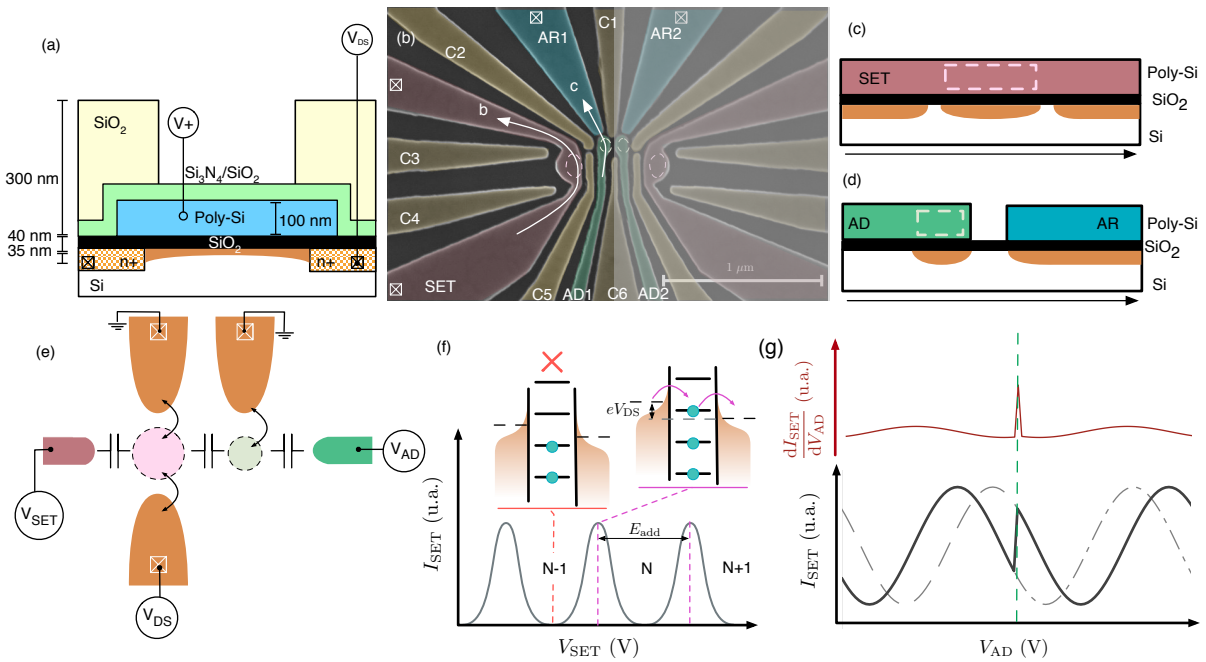


FIGURE 2.18. Principes de fonctionnement de boîtes quantiques MOS en mode accumulation

Principe de fonctionnement des dispositifs en silicium à grille séparée. (a) Schéma de l'empilement de couches des dispositifs utilisés. En bordure de la zone de construction non recouverte d'oxyde de champ de SiO_2 (jaune), des implants d'arsenic servent de contacts ohmiques au substrat de silicium. Le substrat et les contacts sont isolés électriquement par l'oxyde de grille en SiO_2 (noir). Une grille de polysilicium implantée à l'arsenic recouvre les contacts ohmiques. Un canal d'électrons (orange) est formé à l'interface entre l'oxyde et le substrat par l'application d'une tension positive sur la grille. Un oxyde de $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ sert de masque dur et protège les grilles lors de la gravure sèche servant à les définir. (b) Image MEB du centre de la région active d'un dispositif. Le dispositif comporte des grilles d'accumulations pour les SETs (rouge), les réservoirs (bleus) et les boîtes quantiques (vertes). Seules les grilles des SETs et des réservoirs recouvrent des contacts ohmiques (⊗) en périphérie de la zone active (zone non montrée sur l'image). Une série de grilles de confinement (jaunes) sont utilisées pour le contrôle du confinement et des barrières tunnel du SET et de la boîte quantique. (c) Vue en coupe du SET. Les constriction dans la grille créent le confinement nécessaire à la formation du SET. (d) Vue en coupe de la boîte quantique à grille séparée. Les électrons du réservoir formé par AR peuvent traverser par effet tunnel afin d'occuper la boîte quantique. (e) Schéma de circuit indiquant le couplage capacitif entre les boîtes quantiques pour la détection de charge ainsi que les contrôles de tension des grilles et des contacts source et drain. (f) Schéma du courant mesuré à la source du SET à faible tension source-drain (V_{DS}). Le courant est nul lorsqu'aucun niveau de potentiel chimique de la boîte quantique n'est situé dans la fenêtre de transport définie par eV_{DS} . La boîte est alors en blocage de Coulomb. À l'inverse, le blocage de Coulomb est levé lorsqu'un niveau s'aligne avec le niveau de Fermi. L'espacement entre deux pics de Coulomb est donné par l'énergie d'addition et le bras de levier de la grille $E_{\text{add}} = \alpha \Delta V_{\text{SET}}$. (g) Schéma typique de détection de la charge dans une boîte quantique à partir du courant mesuré dans le SET. Le potentiel électrostatique associé à l'ajout d'une charge dans la boîte quantique (ligne pointillée verte) décale la caractéristique $I_{\text{SET}}(V_{\text{AD}})$ (---) par rapport à la courbe sans transition de charge (- -). Un saut dans la caractéristique $I_{\text{SET}}(V_{\text{AD}})$ est alors observé (-) ce qui donne également un pic dans la dérivée du signal (rouge).

grilles et les matériaux utilisés sont complètement compatibles avec les techniques de fabrication CMOS rendant cette plateforme très intéressante pour la mise à l'échelle des qubits de spin en silicium. La disposition des grilles donne naissance à deux types de boîtes quantiques en une géométrie symétrique (Fig. 2.18(b)) : au centre, les boîtes quantiques servant à piéger des électrons individuels pour les qubits et en périphérie, deux transistors monoélectroniques (SETs⁹) pour la détection de charge. Dans les puces utilisées, ces deux types de dispositifs diffèrent de par leur mode de fonctionnement et leur régime d'opération. Le SET est défini à l'aide de constriction dans la grille d'accumulation ainsi que par l'utilisation de grilles de confinement. Avec les bons paramètres de tensions de grilles, un îlot d'électrons couplé à des réservoirs via des barrières tunnel est formé sous la grille d'accumulation (Fig. 2.18(c)). La géométrie des boîtes quantiques au centre des dispositifs est à *grilles séparées* (Fig. 2.18(d)). Dans cette géométrie, les grilles contrôlant l'accumulation d'électrons dans le réservoir et la boîte quantique sont séparées permettant un contrôle indépendant de la densité électronique sous ces grilles. Lorsque le confinement reste suffisamment fort, cette géométrie permet le contrôle du nombre d'électrons dans la boîte ainsi que du taux tunnel vers le réservoir à l'aide de ces deux grilles uniquement, et représente donc une structure minimaliste pour la mise à l'échelle des puces de boîtes quantiques [171, 170].

Dans le modèle à interaction constante des boîtes quantiques (voir les articles de revue [172, 173, 174, 175, 22, 176]), on considère le couplage capacitif entre les boîtes, les grilles de contrôle ainsi que les canaux source et drain pour en calculer les propriétés (Fig. 2.18(e)). L'énergie de répulsion électrostatique entre l'îlot chargé et une charge ponctuelle est donnée par l'énergie de charge $E_C = \frac{e^2}{C_\Sigma}$ avec $C_\Sigma = \sum_i C_i$, la somme de toutes les contributions à la capacité totale (ex. grilles, source, drain, SETs, et capacités parasites). Cette énergie doit être fournie au système afin d'y ajouter un électron. De plus, les boîtes quantiques fortement confinées dans le régime à faible nombre d'électrons se comportent comme des atomes artificiels [172]. Les électrons ajoutés occupent des orbitales d'énergie discrètes et l'énergie d'addition nécessaire pour ajouter un électron à la boîte incorpore cette contribution,

$$E_{\text{add}} = \frac{e^2}{C_\Sigma} + \Delta E_{\text{orb}}(N), \quad (2.19)$$

où ΔE_{orb} est l'énergie de transition entre deux états orbitaux consécutifs et N est le nombre total d'électrons sur l'îlot. Lorsque la symétrie de la boîte est préservée par la modification des paramètres (tension de grille, tension source-drain, etc.), des signatures expérimentales du remplissage d'orbitales sont observées [177, 175, 178, 68].

Lorsque les électrons de la source ou du drain ont suffisamment d'énergie, ceux-ci peuvent

9. SETs : *Single Electron Transistors*

occuper les niveaux d'énergie de la boîte quantique. Ceci se produit quand le potentiel chimique de la boîte se trouve dans la fenêtre de transport définie par eV_{ds} et élargie par la température (Fig. 2.18(f)). Cette condition donne lieu au transport séquentiel d'électrons entre la source, la boîte quantique et le drain et produit un pic dans la caractéristique $I-V_g$ de la boîte. À l'inverse, lorsque le potentiel chimique se trouve hors de la fenêtre de transport, la boîte se trouve en régime de blocage de Coulomb : le nombre d'électrons est fixe et le courant nul. C'est dans ce régime qu'il est possible de piéger des électrons individuels pour en faire des qubits de spin.

En changeant la tension des grilles de la boîte quantique, le potentiel chimique change et le courant oscille entre maxima et minima. La séparation entre deux maxima correspond à l'énergie nécessaire pour ajouter un électron à la boîte

$$E_{\text{add}} = \alpha \Delta V_g, \quad (2.20)$$

où α correspond au bras de levier de la grille sur les niveaux d'énergie de la boîte quantique ($\alpha = C_g/C_\Sigma$). L'opération des SET se faisant dans le régime à grand nombre d'électrons (~ 100), la séparation d'énergie des orbitales est négligeable [174], de sorte que $E_{\text{add}} \sim E_C$, et l'espacement entre les pics de Coulomb est régulier. Dans ce régime, les niveaux d'énergie de la boîte quantique peuvent être perçus comme un continuum, et la caractéristique $I-V_g$ périodique provient uniquement de la discrétisation de la charge. Dans ce mode d'opération, les SETs peuvent être utilisés comme détecteurs de charge. En effet, lorsque le couplage capacitif entre le SET et une boîte quantique voisine est suffisant, l'ajout d'un seul électron à la boîte produit un potentiel électrostatique qui décale les niveaux d'énergie du SET. La position des pics de Coulomb du SET s'en trouve brusquement décalée ce qui crée un maximum dans la dérivée du signal du SET (Fig. 2.18(g)). Pour la géométrie considérée ici, les maxima produits par l'ajout de charges individuelles surpassent largement le signal de Coulomb du SET. En raison de leur sensibilité et de leur versatilité, ce type de détecteur à base de SET est largement utilisé dans les dispositifs en silicium pour détecter le nombre d'électrons d'une boîte quantique [8].

2.3.2 Comparaison des caractéristiques MOS avec et sans aimants

Avant de s'attarder au régime à faible nombre d'électrons d'une boîte quantique unique, les propriétés générales sur plusieurs dispositifs avec aimants intégrés sont comparées à celles des dispositifs sans aimants. Cette sous-section démontre que les aimants peuvent être intégrés avec un rendement acceptable sur les dispositifs MOS, sans en affecter les propriétés de transport.

Comparaison avant et après fabrication

La gravure sèche servant à définir les grilles de polysilicium, laisse intacte la couche d'oxyde protecteur de $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ au-dessus des grilles, mais laisse les flancs des grilles non protégés et aucune étape de dépôt d'oxyde supplémentaire n'est effectué afin de pallier à cette lacune. Comme les dépôts d'aimants de cobalt préservent bien la topographie des grilles et du substrat (voir Fig. 2.9(a)-(b)), il est possible que l'aimant contacte directement la grille au niveau des flancs créant de ce fait un court-circuit avec la grille. Pour les géométries d'aimants considérées au chapitre 1, l'aimant recouvre les grilles jusqu'au centre du dispositif et l'application d'une tension trop élevée (positive ou négative) peut produire des boîtes quantiques ou barrières de potentiel non intentionnelles, rendant impossible l'opération des dispositifs. La présence de court-circuit entre une grille et l'aimant viendrait donc corrompre complètement le potentiel électrostatique du dispositif.

Série	# Mesurés	Avant fabrication		Après dépôt d'aimant		Après recuit thermique	
		# CC grilles	# CC grilles	# CC aimant	# CC grilles	# CC aimant	
DBQ1779	1	0	0	0	0	0	
DBQ18-X	6	1	1	0	2	1	
DBQ 2132	4	4*	4*	0	4*	0	
DBQ 2134	4	1	1	0	2	1	
SWAG [†]	5	-	-	-	0	2	
5BQ [†]	1	-	-	-	0	1	
Proportions	-	10%	10%	0%	19%	24 %	

* Pour les dispositifs avec Al_2O_3 les courts-circuits disparaissent à basse température et ne sont pas comptabilisés.

† Les courts-circuits sur ces dispositifs ont été mesurés à la fin du procédé à une température de 1.5 K seulement.

Tableau 2.6. Pré caractérisation de dispositifs avec microaimants intégrés

Nombre de dispositifs présentant au moins un court-circuit (#CC) pour différentes séries d'échantillons. Les courts-circuits entre deux grilles de polysilicium (grilles) ainsi qu'entre l'aimant et une grille (aimant) sont mesurés après chaque étape de fabrication. La mesure à deux terminaux est effectuée en station sous-pointe, dans le noir à une température de 300 K. Les courts-circuits sont mesurés entre chaque paire de grilles du dispositif. Un court-circuit est identifié lorsque le courant circulant dans une paire de grilles excède 1 nA pour des différences de potentiel inférieures à 1V. **Séries d'échantillons** : 1779 et DBQ18-X : doubles boîtes quantiques identiques à celles de la figure 2.18(b). DBQ 2132-2134 : même géométrie que 1779, mais ces dispositifs possèdent un dépôt conforme d' Al_2O_3 de 30 et 60 nm respectivement. SWAG : Géométrie possédant deux boîtes quantiques à grilles séparées [170]. 5BQ : Dispositifs à cinq boîtes quantiques à grilles séparées (voir section section 2.4 et annexe C).

L'impact de l'intégration d'aimants sur les courts-circuits pour différentes séries d'échantillons en silicium est compilé au tableau 2.6. D'une part, 67% des dispositifs sont complètement opérationnels à la fin du procédé, tandis que 76% ne présentent aucun problème lié à l'intégration du microaimant. Malgré l'absence d'oxyde protecteur sur les flancs des grilles, les procédés de fabrication et de recuits thermiques suivant la gravure sèche produisent un

oxyde natif qui peut également servir d'isolant électrique. Selon le procédé exact de chaque série, et le temps d'attente avant l'intégration d'aimant, l'oxyde natif présentera des variations dans sa composition et son épaisseur. Par exemple, pour les séries SWAG et 5BQ, un courant circulant entre les grilles et l'aimant était généralement observé pour des différences de potentiel de $\Delta V = 2$ V entre les grilles. Cet effet n'a pas été observé sur les autres séries de dispositifs pour $\Delta V \lesssim 10$ V. D'autre part, les performances électriques des aimants sont dégradées seulement à la suite du recuit thermique. Comme cet effet n'est observé que sur 25% des dispositifs, il est attribué à l'interaction, lors du recuit thermique, entre la couche de cobalt et l'oxyde natif sur les flancs des grilles dont la composition chimique exacte est inconnue (SiO_x). La présence des liens d'oxygène non appariés dans cette couche permet la formation d'une couche conductrice de siliciure de cobalt (CoSi) dans les conditions de recuits utilisées [179]. De plus, même en l'absence d'interaction avec la couche d'oxyde, comme c'est le cas avec le SiO_2 [180], l'interdiffusion du cobalt avec la couche d'oxyde est possible [181]. Ces deux mécanismes sont susceptibles de créer un court-circuit électrique entre l'aimant de cobalt et les grilles de polysilicium et expliquent la diminution de rendement suite au recuit thermique. Cet effet pourrait être évité, par la croissance d'une couche d'oxyde contrôlée suite à la gravure des grilles.

Montage expérimental pour les expériences à basse température

Suivant la caractérisation sous-pointe, les échantillons sont micro-soudés sur une carte de circuits imprimés et refroidis à 10 mK dans un réfrigérateur à dilution (Fig. 2.19). Une série de filtres et d'ancrages thermiques sont utilisés afin d'assurer une bonne thermalisation de l'échantillon et des électrons dans le dispositif. Ces derniers atteignent typiquement des températures avoisinant les 100 mK. L'aimant est connecté à une ligne haute fréquence pour les expériences de résonance de spin. Ce dernier n'est pas connecté à un *bias-tee* et est donc laissé à une tension DC de 0 V pour toutes les expériences.

Un amplificateur cryogénique en SiGe de type transistor bipolaire à hétérojonctions (HBT¹⁰) est connecté à l'un des contacts ohmiques du SET [182]. Ce type d'amplificateur présente plusieurs avantages pour la détection de charge. D'une part, dans le régime d'opération typique du HBT, ce dernier dissipe très peu d'énergie (5nW à 5 μ W) et peut donc être intégré à la température de base du cryostat, et ce, le plus près possible des dispositifs (voir Fig. 2.19(b)). D'autre part, le rapport signal sur bruit (SNR) fourni par l'amplification du HBT est augmenté d'un facteur 100 à basse fréquence, et la bande passante avec $\text{SNR} > 1$ élargie d'un facteur 10 pour atteindre 1 MHz [182]. La figure 2.20 présente le circuit électrique ainsi que les propriétés du gain (G) du HBT utilisé. Dans l'expérience, le HBT est d'abord activé par

10. de l'anglais : *Heterojunction bipolar transistor*.

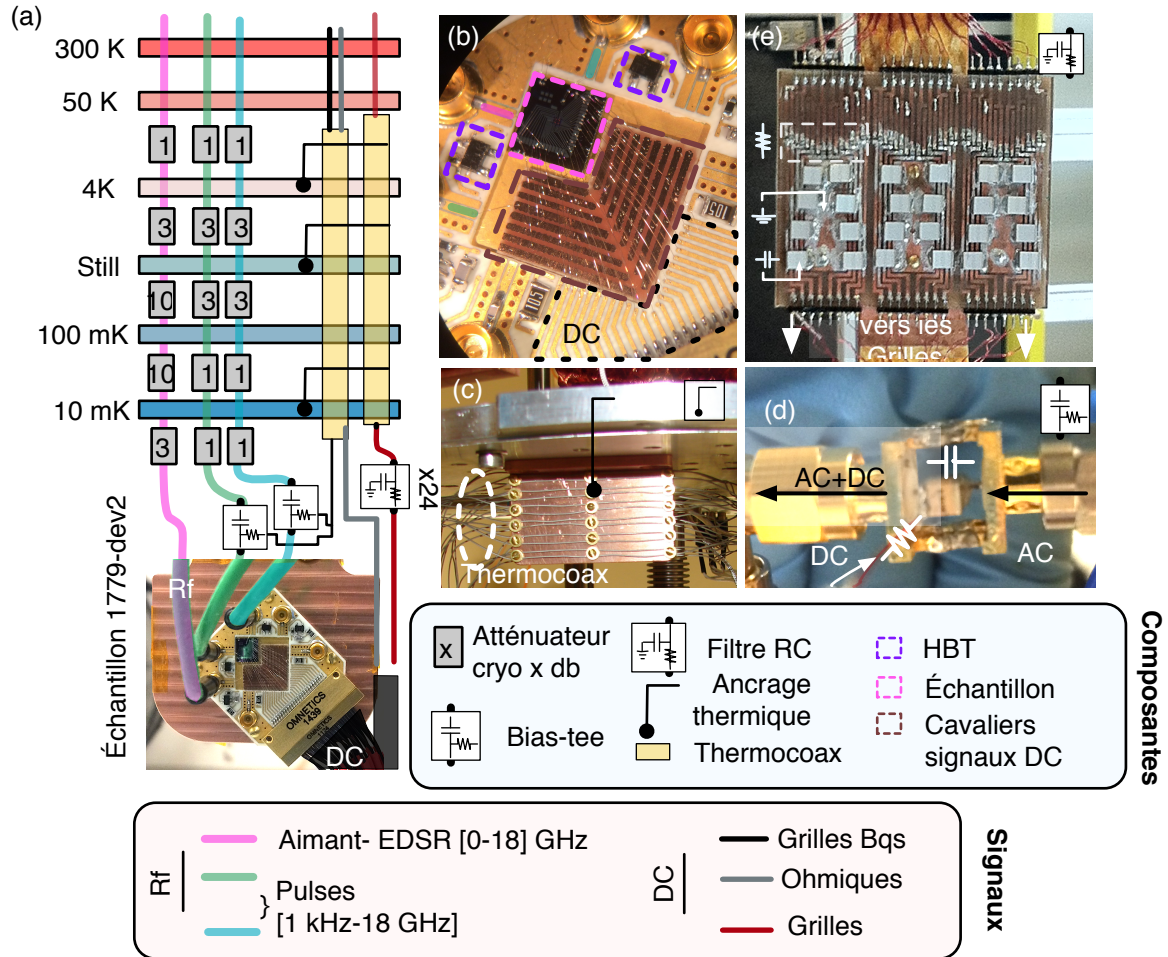


FIGURE 2.19. Montage expérimental pour mesures cryogéniques

Schéma de montage cryogénique de l'échantillon à double boîte quantique en silicium. (a) Câblage radiofréquence (Rf) et basse-fréquence (DC). Le micro aimant est connecté à une ligne SMA fortement atténuée, pour permettre un contrôle fin de l'amplitude des ondes radiofréquences. (b) Un amplificateur cryogénique de courant (HBT) est connecté à l'un des contacts ohmiques de chacun des SETs directement sur la carte de circuit imprimé. L'échantillon est collé à l'aide de vernis GE assurant un bon contact thermique une isolation électrique. Une série de lignes de cuivre imprimées servent de cavaliers afin d'apporter les signaux DC plus près de l'échantillon et de faciliter la micro soudure. (c) Exemple d'ancrage thermique pour les câbles thermocoax. Ces câbles agissent à titre de filtre avec une bande passante de ~ 3 MHz. (d) Bias-tee cryogénique utilisé pour appliquer à la fois les pulses (signaux AC) et la polarisation constante (signaux DC) sur les grilles d'accumulation des boîtes quantiques. (e) Filtres RC à la température de base du réfrigérateur à dilution.

l'application d'une tension V_E à l'émetteur. Comme la base du HBT connectée au drain du SET est flottante, l'application d'une tension suffisante polarise la base et génère un courant dans le SET et dans le collecteur (Fig. 2.20(b)). Le point d'opération est choisi de telle sorte que le courant dans la base n'excède pas $I_B = 1$ nA (Fig. 2.20(c)). En effet, dans le régime d'opération du SET, la résistance du canal varie autour de $1 \text{ M}\Omega - 1 \text{ G}\Omega$ selon que ce dernier est en régime blocage de coulomb ou non. Dans le régime de levée du blocage de Coulomb, la tension dans le SET est telle que $V_{DS} \lesssim 0.5 \text{ mV}$ correspondant à une énergie inférieure à l'énergie de charge du SET. Pour les conditions de la figure 2.20(c), $V_{DS} \sim 0.1 \text{ mV}$ et le SET est très peu perturbé. De plus, pour ces conditions, le signal est amplifié d'un facteur $G= 440$ et la température de base du cryostat reste inchangée.

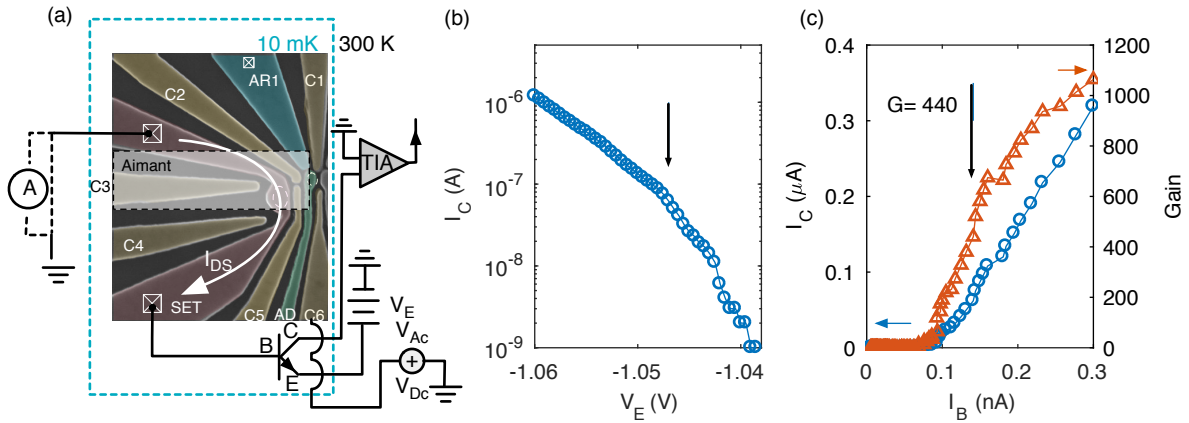


FIGURE 2.20. Schéma de connexion et caractérisation de l'amplificateur cryogénique

(a) Circuit de mesure avec un HBT NESG3031M05 pour l'un des SET du dispositif. Une tension DC (V_E) est appliquée sur l'émetteur (E) et le courant mesuré au collecteur (C) et amplifié à l'aide d'un amplificateur à trans impédance (TIA) à température pièce. La base (B) est flottante et connectée au drain du SET. Un ampèremètre est connecté à la source pour la caractérisation du circuit seulement. Dans les expériences de transport, une modulation AC est appliquée sur la grille C6 pour les mesures de transconductance. (b) Caractéristique $I_C(V_E)$ du HBT utilisé pour les expériences, la flèche indique le point d'opération à $V_E = -1.047 \text{ V}$. La courbe est effectuée à $V_{SET} = 4 \text{ V}$ pour laquelle le canal du SET se comporte comme une résistance de $\sim 100 \text{ k}\Omega$ (c) Courbe de gain du HBT.

La base flottante du HBT modifie toutefois le régime de blocage de Coulomb du SET. En effet, en régime de blocage de Coulomb la résistance du canal augmente au-delà de $1 \text{ G}\Omega$. Dans ce régime, la chute de potentiel est répartie de façon à augmenter la tension V_{DS} aux bornes du SET et conserver une certaine amplitude de courant dans le HBT [182]. Ce mode d'opération est très similaire à celui d'un SET connecté à une source de courant, et la tension aux bornes du SET présente exactement le même comportement [183]. En régime de blocage

de Coulomb, la résistance du SET devient comparable à celle du HBT de sorte que la chute de potentielle V_{DS} dépasse l'énergie de charge et le courant du SET reste toujours non-nul. En principe, cet effet peut être évité par un circuit d'amplification AC où le drain du SET est couplé capacitivement à la base du HBT au détriment d'un gain plus faible [183]. Dans l'expérience, c'est plutôt un circuit de transconductance différentielle qui a été implémenté afin d'augmenter le rapport signal sur bruit. La mesure consiste à appliquer une modulation V_{AC} à basse fréquence (typiquement 100 Hz - 10 kHz) sur une des grilles et mesurer le signal à l'aide d'un amplificateur synchrone en sortie du collecteur.

Tension d'activation et diagrammes de stabilité des SETs

Une fois refroidis à la température de base du cryostat, la première étape dans l'ajustement des paramètres des dispositifs consiste à activer les SETs en polarisant positivement la grille de façon à augmenter la densité électronique dans le canal. En l'absence de barrières tunnel et du HBT, le canal du SET se comporterait comme un transistor et la tension d'activation est donnée par la tension seuil. Cette tension ainsi que la dépendance $I(V_{DS})$ en régime sous-seuil, dépend des charges piégées dans le dispositif [169]. L'ajout de charges dans l'oxyde décalera le seuil, et leur densité modifiera la pente sous-seuil en raison de la variation de la capacité parasite augmentée par la présence de ces charges. L'étape de fabrication supplémentaire de l'aimant comporte une étape d'électrolithographie qui est susceptible de générer de telles charges piégées et changer l'environnement électrostatique. De plus, les forces de contraintes générées par l'aimant sont susceptibles de modifier la tension seuil du dispositif en modifiant le profil des bandes ainsi que l'amplitude des barrières tunnel [184]. Les dispositifs mesurés étant connectés au HBT, la tension V_{DS} varie de façon inconnue pendant l'activation du SET ce qui ne permet pas d'extraire avec précision la tension seuil. De plus, les différences géométriques entre les dispositifs donnent lieu à différentes propriétés des barrières tunnel, et changent la tension d'activation et la dépendance $I(V_{DS})$. Néanmoins, bien que peu nombreux, les dispositifs mesurés à basse température présentent une tension d'activation similaire à ceux des dispositifs sans aimants, soit $V_{act} \in [0.8, 1.6]$ V (Fig. 2.21a). Ceci indique que les propriétés électrostatiques des SETs ne sont pas drastiquement et systématiquement modifiées par l'étape supplémentaire de fabrication du microaimant.

À haute tension de grilles dans les courbes d'activation, les barrières tunnel disparaissent et le canal devient purement résistif. Dans ce régime, le HBT se comporte comme une source de courant de sorte que le courant $I_C(V_{SET})$ devient constant et complètement déterminé par V_E . Dans le régime de conduction intermédiaire, la présence de maxima et minima témoigne du blocage de Coulomb et de la formation du transistor monoélectronique. Les pics de Coulomb peuvent être suivis en variant les tensions des paires des grilles des SETs de façon à tracer

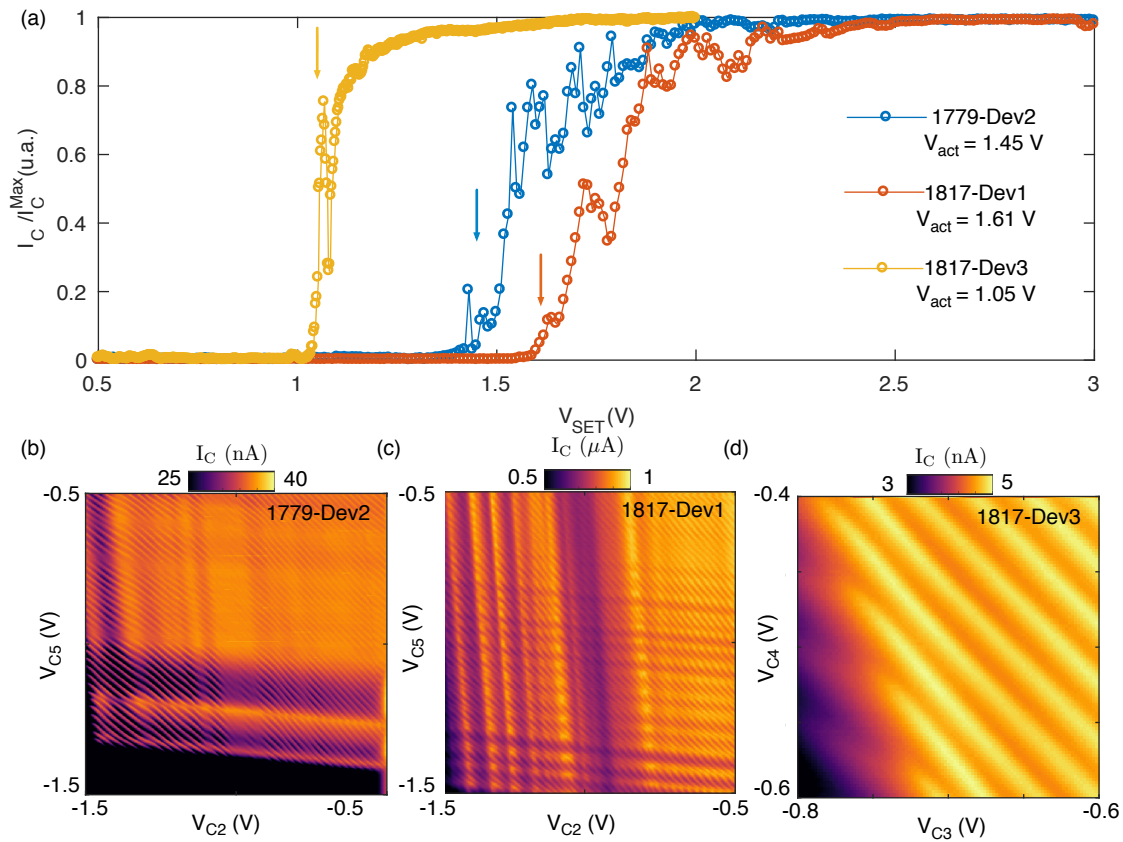


FIGURE 2.21. Courbes d'activation de transistors monolélectroniques avec aimant intégré
 (a) Courbes d'activation de transistors monoélectroniques pour les dispositifs avec microaimant intégré mesurés à 10 mK. Le courant dans le collecteur est normalisé afin de mieux comparer les courbes d'activations acquises pour différents paramètres de l'amplificateur cryogénique. Le point d'activation V_{act} est identifié par une flèche pour les trois dispositifs mesurés. V_{acc} est identifié par le point au-delà duquel $I_C(V_{\text{SET}})$ cesse d'être exponentielle. (b-c) Diagrammes de stabilité sur une large plage de tensions pour les dispositifs 1779-Dev2 et 1817-Dev1. Les transitions de charges des SETs apparaissent comme des oscillations régulières à angle de 45° alors que les modulations d'amplitudes verticales et horizontales indiquent la modulation de la transmission des barrières tunnel. (d) Diagrammes de stabilité sur la plage d'opération de 1817-Dev3.

le diagramme de stabilité figure 2.21(b)-(d). Plus important encore, pour les trois dispositifs l'espacement entre les pics est régulier sur de grandes plages de tension et la présence de défauts chargés se couplant à la boîte quantique est très peu observée. Plusieurs bandes horizontales ou verticales de plus faible ou plus haute amplitude du courant indiquent la présence de défauts dans les barrières tunnel. Ces défauts changent la transmission des barrières, un effet qui est toujours observé dans les dispositifs de type MOS. Il faut donc conclure que l'intégration des aimants n'impacte pas outre mesure les propriétés de transport dans les dispositifs, et les SETs présentent les propriétés désirées pour réaliser la détection de charge d'électrons uniques dans les boîtes quantiques avoisinantes.

2.3.3 Performances des boîtes quantiques avec microaimants intégrés

Une fois les tensions de grilles des SETs ajustées, les boîtes quantiques sont étudiées afin de mesurer l'impact des microaimants sur les paramètres des boîtes quantiques dans le régime à faible nombre d'électrons. Ceci est réalisé en vérifiant que ces dispositifs reproduisent les propriétés d'accumulation d'électrons dans la géométrie à grille séparée, et en caractérisant la structure fine des niveaux d'énergie de la boîte. Suivant une explication des protocoles d'ajustement de boîtes quantiques mis au point, l'étude des taux tunnels et la magnéto spectroscopie révèle l'impact du microaimant sur les états de spin et de vallée de la boîte quantique ¹¹.

Accumulation d'électrons

Pour la série d'échantillons 1779, la gravure des grilles a été réalisée aux dimensions minimales. Ce faisant, la grille d'accumulation du réservoir (AR1) est trop près de la grille d'accumulation de la boîte (AD1). L'accumulation d'électrons dans la boîte ne peut se faire tout en conservant la barrière tunnel entre l'îlot et le réservoir, et ce sur toute la plage de voltage des grilles de confinement. Pour pallier cette problématique, la grille d'accumulation AR2, placée plus loin de la boîte quantique, a été utilisée conjointement aux grilles C1 et AD2 afin de former le réservoir pour la boîte quantique placée sous AR1 (Fig. 2.22(a)).

La détermination des tensions d'opération sur toutes les grilles afin d'atteindre le régime à un électron dans la boîte quantique est généralement réalisée par la mesure de plusieurs diagrammes de stabilité avec toutes les paires de grilles et doit être répétée à chaque nouveau dispositif. En effet, les variations des tensions de seuil ainsi que de la géométrie des grilles confèrent aux boîtes quantiques des régimes d'opération difficiles à prévoir. Pour simplifier le

11. Tous les résultats de cette sous-section sont obtenus sur l'échantillon 1779-DEV2.

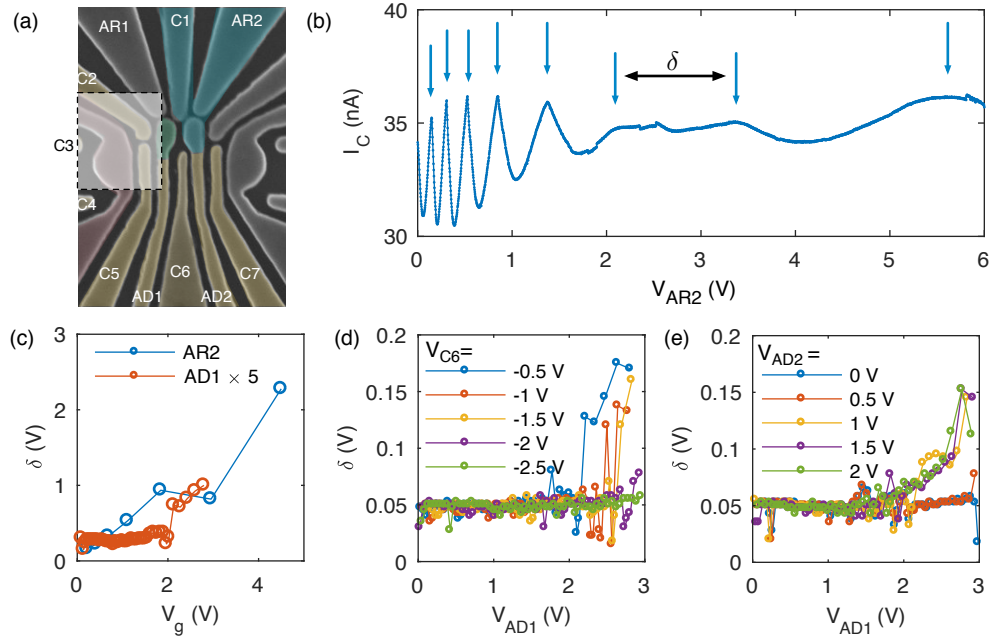


FIGURE 2.22. Mesure de l'accumulation d'électrons en détection de charge

(a) Schéma du mode d'opération pour le dispositif 1779-Dev2. Les grilles de confinement C1-AD2 sont utilisées conjointement à AR2 pour approcher le réservoir d'électrons (bleu) de la boîte quantique (vert). Les zones grilles avoisinantes servent à créer les zones de déplétion (jaune). (Gris) grilles non-utilisées. (b) Effet d'écrantage de la grille d'accumulation AR2 sur la périodicité des pics de Coulomb. (c) Périodicité des pics (δ) pour la grille de réservoir AR2 et de la boîte quantique AR1. (d) Effet de la grille de confinement C6 sur l'accumulation d'électrons à partir de pièges. (e) Formation d'un réservoir à l'aide d'AD2 pour AR2=6 V. Pour AD2 > 1 V, l'accumulation sous la grille de la boîte quantique débute autour de AD1=1.5 V.

processus, une méthode d'ajustement qui ne requiert que la mesure de quelques diagrammes de stabilité a été mise au point. Cette méthode tire parti de l'écrantage fait par les électrons accumulés sous une grille, ainsi que de la simplicité d'opération de la géométrie à grille séparée. En effet, la période des oscillations de Coulomb (δ) est augmentée de façon continue lors de l'accumulation d'électrons sous une grille de réservoir (Fig. 2.22(b)). L'augmentation de la densité de charge sous la grille contribue à l'écrantage et diminue la capacité de couplage ainsi que le bras de levier de la grille du réservoir au SET [170]. Cette signature de l'augmentation de la densité d'électrons permet de déterminer rapidement les conditions d'accumulation pour toutes les grilles du dispositif, et de vérifier que ces derniers proviennent bien des réservoirs. Suivant cela, tous les voltages des grilles sont ensuite fixés. Le protocole suivant a été implémenté :

I. Régler les tensions sur les grilles du SET afin d'obtenir des oscillations de Coulomb

- régulières ;
- II. Vérifier l'accumulation des réservoirs : la densité d'électrons devrait augmenter de façon continue ;
 - III. Avec les grilles de réservoirs placés à $AR = 0$ V, vérifier l'accumulation des grilles des boîtes quantiques. Il ne devrait pas y avoir d'accumulation ;
 - i. Sinon, utiliser les grilles de confinement pour empêcher l'accumulation ;
 - IV. Vérifier que les électrons peuvent être accumulés sous la grille de la boîte quantique à partir du réservoir ;
 - i. Sinon, changer les tensions des grilles de confinement et recommencer IV ;
 - V. Tirer parti de la géométrie à grilles séparées et n'utiliser que les grilles de la boîte (AD) et du réservoir (AR) pour atteindre le régime à faible nombre d'électrons.

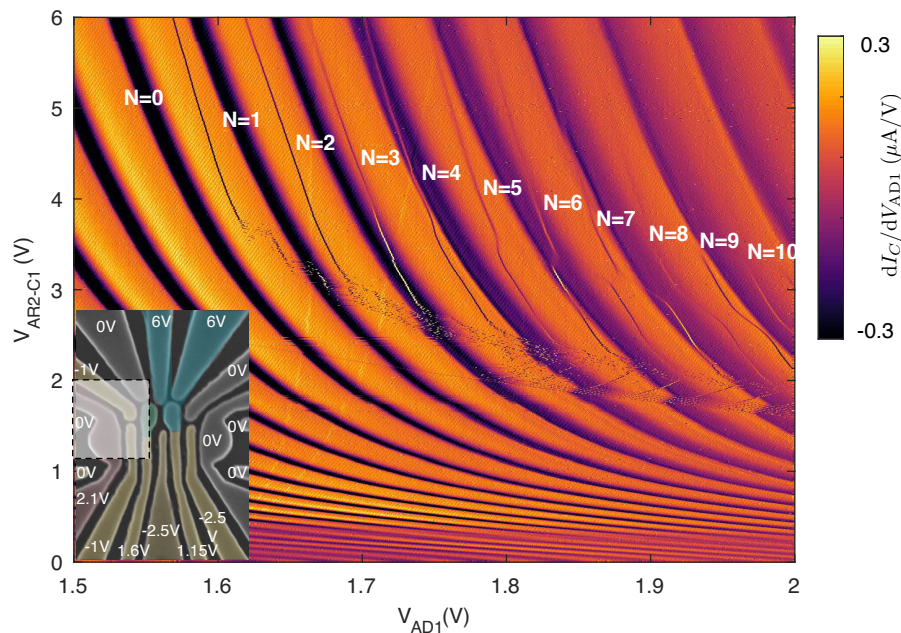


FIGURE 2.23. Diagrammes de stabilité dans le régime à faible nombre d'électrons

Diagramme de stabilité en détection de charge montrant les dix premières transitions de charges de la boîte quantique formée sous AD1. Ce diagramme est réalisé sans ajustement supplémentaire suivant le protocole d'initialisation de la boîte quantique.

Le protocole précédent est illustré à la figure 2.22(b)-(e) pour l'ajustement des grilles avoisinant la boîte quantique. La figure 2.22(c) montre l'accumulation pour les grilles du réservoir et de la boîte quantiques (II-III). La périodicité des pics de Coulomb augmente de façon régulière pour la grille de réservoir (AR2), car cette grille peut accumuler des électrons directement à partir du contact ohmique en périphérie de la zone active du dispositif. Dans le cas de la grille AD1,

la périodicité augmente brusquement signifiant que cette grille, malgré l'absence de contact ohmique, attire des électrons à partir d'un endroit inconnu dans le dispositif (pièges, SET, etc.). Suivant l'étape III-i, cet effet est contré en augmentant le confinement par l'application d'une tension négative $V_{C6} = -2.5$ V (Fig. 2.22(d)). En polarisant d'abord la grille du réservoir (étape IV), ce dernier peut-être approché à l'aide de la grille AD2 de la boîte quantique de façon à rétablir l'accumulation dans la boîte, mais cette fois à partir du réservoir (Fig. 2.22(e)). Malgré la complexité d'opération du réservoir du dispositif 1779-DEV2, la simplicité du protocole proposé permet rapidement d'établir les tensions d'opération du dispositif et d'atteindre le régime à faible nombre d'électrons (V), en réalisant un seul diagramme de stabilité (Fig. 2.23). Dans ce diagramme la courbure des lignes des boîtes quantiques avec l'augmentation de V_{AD2-C1} témoigne une fois de plus de l'écrantage fait par les électrons du réservoir. À faible tension sur les grilles du réservoir, les lignes de transition de charges sont éclatées. Ceci est dû à la diminution des taux tunnel entre le réservoir et la boîte quantique et devient apparent lorsque le taux tunnel est de l'ordre du taux d'acquisition ou inférieur [185, 170].

Température électronique

Le diagramme 2.23 fournit les paramètres nécessaires à l'atteinte du régime à 1 électron dans la boîte quantique. Afin de mesurer les performances du dispositif à grilles séparées dans ce régime, la température électronique T_e et les bras de levier α doivent être caractérisés. Ceci permettra par la suite d'extraire les énergies des états orbitaux et des vallées.

La température électronique est inférée par la mesure de la largeur de la transition $N = 0 \rightarrow N = 1$ en fonction de la température du cryostat. En effet, lorsque le taux tunnel est beaucoup plus grand que le taux d'acquisition, le détecteur de charge mesure l'occupation moyenne dans la boîte quantique [186]. En changeant le potentiel chimique $\mu = \alpha \Delta V_g$ à l'aide d'une des grilles, l'occupation moyenne dans le régime à un électron est donnée par la fonction de Fermi :

$$\langle N \rangle = f(\Delta V_g) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{\alpha \Delta V_g}{k_B T}}}. \quad (2.21)$$

En raison de la géométrie du dispositif, le changement de tension de grille sur C_6 sur des plages de tension de l'ordre de la largeur de la transition impacte peu les propriétés de la boîte (taux tunnel, niveaux orbitaux, etc.). De plus, son faible bras de levier permet d'avoir la résolution suffisante pour mesurer la largeur de la transition. Comme le montre la figure 2.24(a), la largeur de la transition est bien lissée par la fonction de Fermi. Par contre, pour la température de la chambre à mélange $T_{\text{mel}} \lesssim 100$ mK, le bras de levier $\alpha = \alpha/T \times T_{\text{mel}}$

augmente linéairement (Fig. 2.24(b)). Cette augmentation est artificielle, et signifie que la température électronique $T_e > T_{\text{mel}}$. À plus haute température, α devient indépendant de la température électronique. Cette mesure permet d'inférer la température électronique $T_e = 91 \pm 11$ mK et le bras de levier $\alpha = 44 \pm 5$ meV/V de la grille C_6 . À partir des pentes relatives des diagrammes de stabilité, le bras de levier de toutes les autres grilles peut être mesuré.

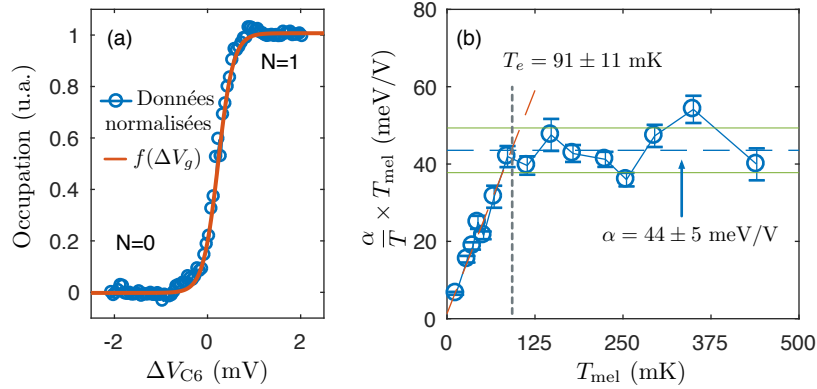


FIGURE 2.24. Température électronique

(a) Exemple de mesure de l'occupation moyenne de la boîte quantique dans le régime à 1 électron pris à $T_{\text{mel}}=30$ mK. La mesure est effectuée dans le régime à fort taux tunnel $\bar{\Gamma} \sim 100$ kHz avec $V_{\text{AR2-C1}}=5$ V (voir Fig. 2.29). La régression à l'équation (2.21) (rouge) permet d'extraire l'argument de l'exponentielle α/T . (b) Extraction de la température électronique et du bras de levier de C_6 à partir de la mesure du taux d'occupation à différentes températures de la chambre à mélange T_{mel} . La droite pointillée rouge est une régression linéaire de pente α/T_e , alors que la ligne pointillée bleue donne α . Les deux droites se croisent à $T_{\text{mel}} = T_e$ (ligne pointillée noire). Les lignes vertes indiquent la marge d'erreur sur α et définissent celle sur T_e .

Taux tunnel dans le régime à 1 électron

Une des caractéristiques principales de la géométrie à grille séparée est illustrée par le contrôle des taux tunnel à l'aide uniquement de l'ajustement des tensions de grilles des réservoirs des grilles de la boîte quantique. Afin de mesurer l'impact des réservoirs, on cherche donc à mesurer le taux tunnel de la transition $N = 0 \rightarrow N = 1$ en fonction de leur tension de grille. Dans les dispositifs sans aimant, la variation du taux tunnel est exponentielle et les grilles du réservoir influent peu sur le potentiel chimique des boîtes quantiques [170].

L'évaluation des taux tunnel est réalisée par des mesures résolues temporellement du courant dans le collecteur [187]. Cette mesure permet de compter un à un les électrons entrant et sortant de la boîte quantique lorsque le potentiel chimique de la boîte μ est placé près du niveau de Fermi du réservoir $\mu \sim k_B T$. Lorsque les taux tunnel sont plus lents que la bande

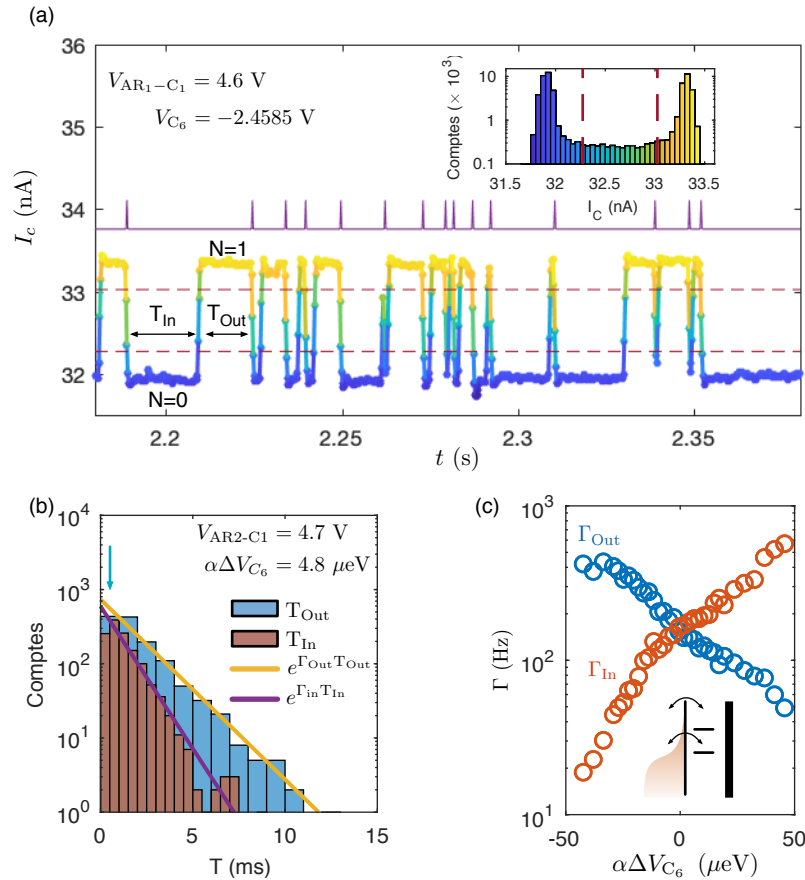


FIGURE 2.25. Mesures des temps de transitions $N = 0 \rightarrow N = 1$

(a) Mesure résolue en temps du courant dans le collecteur montrant le changement d'occupation de la boîte en fonction du temps. Chaque trace temporelle totalise 64000 mesures de courant pour une durée totale variable entre 16.4 s et 4.1 s selon le taux tunnel de la boîte quantique. Le changement d'occupation est identifié à l'aide d'une technique à double seuil (ligne pointillée mauve) correspondant à 3σ de la distribution du niveau de courant dans chaque état d'occupation (figure insérée). La ligne mauve montre l'identification des événements $N=1 \rightarrow N=0$. Les temps d'occupations de l'état $N=0$ (T_{In}) et $N=1$ (T_{Out}) sont mesurés pour chaque transition afin de calculer les distributions de temps tunnel. (b) Histogrammes du nombre de comptes par intervalle T pour les distributions de temps tunnels T_{In} et T_{Out} . Les taux tunnel $\Gamma_{in/out}$ sont inférés à partir du lissage de la distribution exponentielle (lignes pleines). La flèche indique la présence d'évènements manquants pour les temps courts en raison de la bande passante finie du détecteur. (c) Mesure des taux tunnel en fonction du potentiel chimique. Les bosses dans la courbe indiquent la présence de plusieurs sous-niveaux dans l'état $N=1$.

passante du circuit de mesure, chaque évènement tunnel correspond à un minimum ou un maximum de courant dans le détecteur en fonction de l'état ($N=0$ ou $N=1$) d'occupation de la boîte (Fig. 2.25(a)). L'identification de l'état de la boîte quantique est réalisée par une méthode à double seuil hystérétique qui dépend de l'état précédent de la boîte quantique. Cette méthode permet de compter des transitions plus rapprochées en temps que le temps de montée du détecteur ce qui étend de façon effective la bande passante d'identification des transitions par rapport à une méthode à un seul seuil et est utile dans le cas des détecteurs lents [188]. Les seuils sont déterminés à partir des distributions de courant dans l'état $N=0$ et $N=1$. À partir du temps de montée des transitions et des seuils de détection, la bande passante d'identification est estimée à ~ 10 kHz et limitée par une résistance parasite dans le circuit de mesure.

La distribution du temps passé dans chacun des états d'occupation permet de mesurer les taux tunnel d'entrée Γ_{in} et de sortie Γ_{out} de la boîte quantique. En effet, l'effet tunnel est un processus de Poisson et la distribution du temps passé dans chaque état peut-être décrite par la loi de probabilité

$$P(T_{in/out}) = e^{-\Gamma_{in/out}T_{in/out}} , \quad (2.22)$$

où $P(T)$ est la probabilité de mesurer le détecteur dans un état donné pendant un temps T avant d'observer une transition vers l'état in/out. La figure 2.25(b) montre les histogrammes issus de cette distribution pour une configuration particulière de tensions de grille et de potentiel chimique. Un lissage à partir de l'équation (2.22) permet de déterminer les taux tunnel d'entrée et de sortie. Pour les temps tunnel similaires à la bande passante, l'histogramme indique un manque de comptes. Cette signature indique que, même pour les temps longs, le nombre de comptes est sous-évalué résultant en une sous-estimation de la valeur des taux tunnel [189, 190, 191, 188]. Cet effet sera considéré un peu plus loin pour l'extraction des taux tunnel.

Les traces temporelles de la figure 2.25(a) sont répétées à différentes tensions de la grille C_6 afin de déterminer la dépendance en énergie des taux Γ_{in} et Γ_{out} (Fig. 2.25(c)). En effet, le taux tunnel d'un niveau vers le réservoir est modulé par la distribution de probabilité d'occupation des niveaux du réservoir :

$$\Gamma_{in} = \Gamma f(\Delta V_g - \mu) , \quad \Gamma_{out} = \Gamma [1 - f(\Delta V_g - \mu)] . \quad (2.23)$$

Tel qu'attendu lorsque l'énergie de la boîte augmente la probabilité d'occupation de la boîte diminue et Γ_{out} augmente au détriment de Γ_{in} . La dépendance en tension de grille ne suit toutefois pas la dépendance monotone attendue pour un seul niveau d'occupation dans la boîte quantique [191]. En effet, la présence de coudes dans $\Gamma_{in/out}(V_g)$ ne peut être expliquée

uniquement par l'équation (2.23), et témoigne de la structure interne des niveaux d'énergies pour l'état de charge $N=1$. Une analyse plus approfondie des taux $\Gamma_{\text{in/out}}$ indique que deux états de la boîte quantique participent aux événements tunnel.

Statistiques de comptage et états de vallées

Afin de déterminer les propriétés et la nature des états internes à $N=1$, les traces temporelles de la figure 2.25(a) sont analysées sous la loupe de la statistique de comptage complète¹²[192]. Cette procédure vise à reconstruire la distribution de probabilité $p(M)$ de mesurer M transitions de l'état $N_\alpha \rightarrow N_\beta$ dans un intervalle de temps t_0 . Ceci est réalisé en calculant les cumulants C_i à partir du logarithme de la fonction génératrice des moments de $p(M)$ [192]. Les cumulants permettent de reconstruire $p(M)$ à n'importe quel ordre et sont associés aux propriétés de la distribution. Notamment, le cumulatif d'ordre 1 est égal à la moyenne et celui d'ordre 2 à la variance de la distribution. L'objectif est donc d'établir un modèle qui permet de remonter à la fonction génératrice des cumulants afin de les comparer aux mesures expérimentales. Le modèle présenté est développé en incorporant les idées des systèmes multi niveaux [193, 194] à celles des détecteurs stochastiques à bande passante finie [189, 191] dans le contexte de la statistique de comptage complète [192, 195].

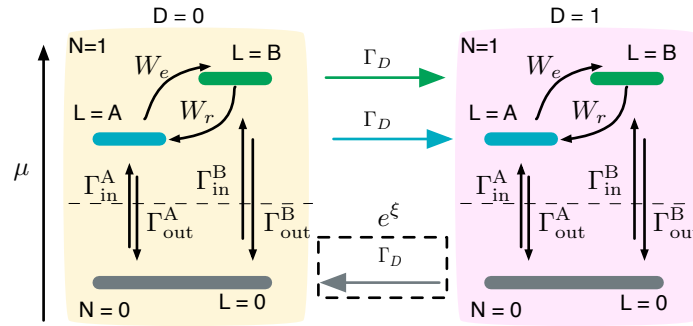


FIGURE 2.26. Représentation du modèle pour la statistique de comptage complète

Illustration des taux tunnel reliant les différents états du modèle pour une boîte quantique à deux niveaux et un détecteur stochastique. La statistique de comptage est réalisée par l'ajout du champ de comptage à partir des événements sortants, $D = 1 \rightarrow D = 0$ (encadré pointillé).

Le schéma de la figure 2.26 illustre l'interrelation entre les paramètres du modèle mis en place. On considère une boîte quantique à deux niveaux d'occupation de charge soit $N=0$ et $N=1$. Le niveau $N=1$ est composé de deux sous-niveaux $L = \{A, B\}$ possédant leur taux tunnels $\Gamma^{A,B}$ et potentiels chimiques $\mu_{A,B}$ propres. Les taux $\Gamma^{A,B}$ sont reliés à $\Gamma_{\text{in/out}}^{A,B}$ à l'aide de l'équation (2.23). Ces états sont couplés par des processus de relaxation et d'excitation

12. De l'anglais *Full counting statistics*

de taux $W_{r,e}$. Ces taux obéissent à la balance détaillée, de sorte que $W_e/W_r = e^{(\mu_A - \mu_B)/k_B T}$. La bande passante finie du détecteur est modélisée par un processus de Poisson de taux de transition caractéristique Γ_D permettant de faire passer le détecteur des niveaux $D = 0 \leftrightarrow D = 1$. Dans l'expérience, seules ces transitions sont détectées.

L'évolution de la densité de probabilités d'occupation des niveaux du système détecteur-boîte quantique ($D \in \{0, 1\}$, $L \in \{0, A, B\}$) est modélisée par une équation maîtresse sous l'approximation de Born-Markov

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \mathcal{L}\rho(t), \quad (2.24)$$

où \mathcal{L} est le générateur indépendant du temps et ρ la matrice densité. L'analyse se base ensuite sur la distribution de probabilité $p(M)$ de mesurer M évènements $D = 1 \rightarrow D = 0$ dans l'intervalle t_0 . Pour ce faire le générateur doit être modifié par l'ajout du champ de comptage e^{ξ} de telle sorte que $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}_{\xi}$ [195]. Le champ de comptage est choisi de façon à compter les évènements pour lesquels le détecteur indique la sortie d'un électron. Mathématiquement, ceci se traduit par l'ajout du terme de comptage e^{ξ} aux éléments de transitions $D = 1 \rightarrow D = 0$ (Fig. 2.26). Il est à noter que le choix de compter les évènements sortants plutôt qu'entrants est arbitraire, et que les mêmes distributions de probabilités sont retrouvées dans les deux cas. Dans la base des états $|D, L\rangle$ suivante, $\{|0, 0\rangle, |0, A\rangle, |0, B\rangle, |1, 0\rangle, |1, A\rangle, |1, B\rangle\}$ le générateur modifié s'écrit :

$$\mathcal{L}_{\xi} = \begin{pmatrix} -\Gamma_{\text{in}}^A - \Gamma_{\text{in}}^B & \Gamma_{\text{out}}^A & \Gamma_{\text{out}}^B & \Gamma_D e^{\xi} & 0 & 0 \\ \Gamma_{\text{in}}^A & -\Gamma_{\text{out}}^A - W_e - \Gamma_D & W_r & 0 & 0 & 0 \\ \Gamma_{\text{in}}^B & W_e & -\Gamma_{\text{out}}^B - W_r - \Gamma_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{\text{in}}^A - \Gamma_{\text{in}}^B - \Gamma_D & \Gamma_{\text{out}}^A & \Gamma_{\text{out}}^B \\ 0 & \Gamma_D & 0 & \Gamma_{\text{in}}^A & -\Gamma_{\text{out}}^A - W_e & W_R \\ 0 & 0 & \Gamma_D & \Gamma_{\text{in}}^B & W_e & -\Gamma_{\text{out}}^B - W_r \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

Tous les cumulants peuvent être calculés à partir du polynôme caractéristique $P_{\xi}(z) = \det[z\mathcal{I} - \mathcal{L}_{\xi}]$ en suivant la procédure explicitée dans les références [194, 195]. L'expression

des deux premiers cumulants est donnée par

$$C_1 = -\frac{a'_0}{a_1}, \quad (2.26)$$

$$C_2 = -\frac{1}{a_1} (a'_0 + 2a'_1 C_1 + 2a_2 C_1^2), \quad (2.27)$$

où a_n est le coefficient du terme de puissance n de $P_{\xi}^-(z)$ et $a'_n = da_n/d\xi$ tous deux évalués dans la limite $\xi \rightarrow 0$. Ainsi, les équations (2.26) et (2.27) fournissent une méthode pour déterminer des expressions analytiques pour les c_i permettant de lier les paramètres du modèle aux distributions $p(M)$ expérimentales. Toutefois l'expression de ces derniers est trop longue pour être représentée ici. Il est à noter que les cumulants augmentent linéairement avec le temps de comptage t_0 . Il est ainsi plus pratique de définir les cumulants normalisés $c_i = C_i/t_0$ pour comparer les résultats acquis à l'aide de différents intervalles de comptage. Chaque trace temporelle similaire à celle de la figure 2.25(a) est découpée en 400 intervalles

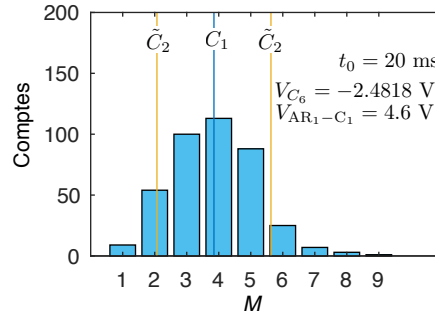


FIGURE 2.27. Distribution $p(M)$ pour la statistique de comptage

Exemple d'histogramme de comptes pour les transitions $D = 1 \rightarrow D = 0$ représentant la distribution $p(M)$. Les lignes pleines montrent les cumulants calculés suivant les équations (2.28) et (2.29) avec $\tilde{C}_2 = C_1 \pm C_2$.

de temps identiques t_0 , ajustés de façon à obtenir $\langle M \rangle \sim 4$. Le décompte du nombre de transitions $D = 1 \rightarrow D = 0$ (courbe mauve de la Fig. 2.25(a)) pour chaque intervalle permet de reconstruire l'histogramme du nombre de comptes représentant $p(M)$ (Fig. 2.27). À partir de cette distribution, les cumulants sont calculés de façon récursive à partir des moments de la distribution

$$\mu_i = E \left[p(M)^i \right], \quad (2.28)$$

$$C_i = \mu_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{(i-1)!}{(j-1)!(i-j)!} C_j \mu_{i-j}. \quad (2.29)$$

Le calcul des cumulants est répété pour chaque tension sur la grille C_6 de façon à voir

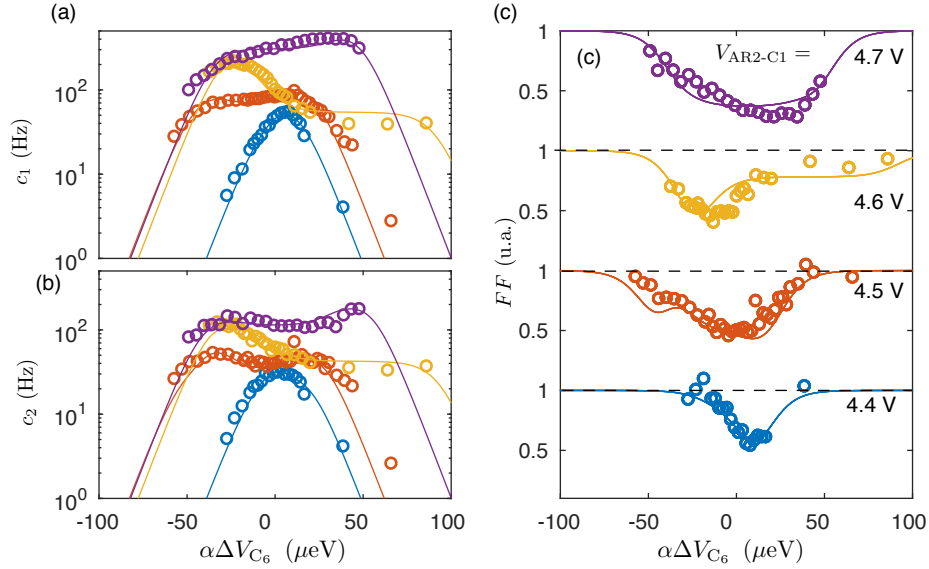


FIGURE 2.28. Statistiques de comptage pour la transition $N = 0 \rightarrow N = 1$

(a)-(b) Cumulants normalisés d'ordre 1 et 2 en fonction de la variation d'énergie dans la boîte quantique $\alpha\Delta V_{C_6}$. (c) Facteur de Fano. Les différentes traces correspondent à différentes tensions des grilles du réservoir.

leur évolution avec le changement de potentiel chimique de la boîte quantique et un lissage simultané des équations (2.26) et (2.27) est réalisé afin d'extraire les paramètres du modèle (Fig. 2.28(a)-(b)). Dans ce modèle, la température électronique et le bras de levier α_{C_6} sont fixés aux valeurs déterminées précédemment et la procédure est répétée pour différentes tensions sur les grilles du réservoir. Le modèle (2.25) montre un accord raisonnable avec chacune des traces. L'erreur sur le lissage est minimisée pour $\Gamma_D = 40$ kHz en accord avec les estimations de la section précédente.

À l'aide des deux premiers cumulants, le facteur de Fano $FF = C_1/C_2$ est également calculé. Le facteur de Fano est une mesure du bruit dans le système dont on peut comparer l'amplitude à celle attendue pour un processus de Poisson, pour lequel $FF = 1$. Dans le cas des boîtes quantiques, les corrélations électroniques de charges tendent à diminuer le bruit dans le signal [196, 197, 198, 191]. Cet effet est illustré à la figure 2.28(c) où une diminution vers $F = 0.5$ est observée pour toutes les tensions de grilles des réservoirs. Cette diminution est due à la nature fermionique des électrons pour lesquels un seul état à $N=1$ peut être occupé à la fois. Aussi appelé anti-agrégation, cet effet augmente les corrélations entre les événements tunnels consécutifs ce qui mène à une diminution du bruit (donc du facteur de Fano) lorsque

les niveaux d'énergies de la boîte s'alignent avec le niveau de Fermi des réservoirs. Lorsque les niveaux de la boîte quantique s'éloignent du niveau de Fermi, les événements tunnel se font plus rares et le facteur de Fano rejoint $FF = 1$ dans le régime de blocage de Coulomb.

L'augmentation générale des cumulants normalisés avec la tension de grille des réservoirs témoigne de l'augmentation des taux tunnels. Les taux $\Gamma^{A,B}$ sont extraits et tracés à la figure 2.29(a) conjointement avec le taux tunnel total de la boîte $\bar{\Gamma} = \Gamma^A + \Gamma^B$. Tel qu'attendu pour la structure à grille séparée le taux tunnel varie exponentiellement avec la tension de grille du réservoir suivant : $\log_{10} \bar{\Gamma} \sim \Delta\bar{\Gamma} V_g$ avec $\Delta\bar{\Gamma} = 5.3$ décades/V. Cette valeur est comparable à celle obtenue pour un dispositif similaire sans microaimant (5.9 décades/V) [170]. Ceci indique que l'écrantage fait par l'aimant, qui couvre une partie de la surface surplombant la barrière tunnel, impacte peu le mode d'opération du dispositif à grilles séparées. Aussi, la géométrie des grilles de réservoirs utilisées diffère entre les deux dispositifs, ce qui peut expliquer la légère variation entre les facteurs $\Delta\bar{\Gamma}$. De plus, la similitude avec les dispositifs sans aimant s'étend au facteur d'orthogonalité $\beta = \Delta\bar{\Gamma}/\Delta\mu$ des grilles du réservoir. Ce facteur mesure le contrôle indépendant du couplage tunnel et du potentiel chimique de la boîte quantique. Le facteur obtenu est de $\beta = 0.8$ décades/meV contre 0.9 décades/meV dans le dispositif sans aimant de la référence [170], illustrant une fois de plus la conservation des propriétés des dispositifs suite à l'ajout des microaimants.

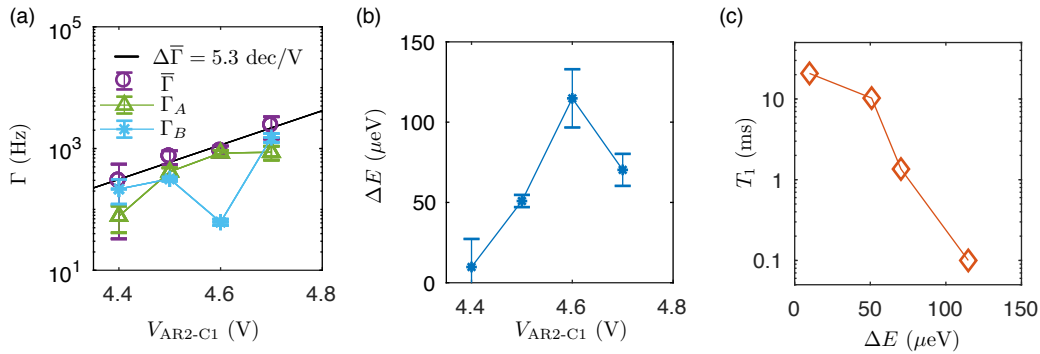


FIGURE 2.29. Effet des réservoirs sur les taux tunnels et les niveaux d'énergies

(a) Effet de la tension de grilles des réservoirs sur les taux tunnels des niveaux A et B, ainsi que sur le taux tunnel total. (b) Modification de la séparation des niveaux d'énergie et temps de relaxation phénoménologique.

Pour tous les panneaux de la figure 2.28 les coudes et maxima brossent le portrait de la séparation en énergie des niveaux à $N=1$ dans la boîte quantique. Pour chaque trace, il y a au maximum deux pics observés, validant le modèle à deux niveaux mis en place. La variation de la séparation en énergie $\Delta E = \mu_B - \mu_A$ extraite à partir du lissage des cumulants est

présentée à la figure 2.29(b) ou une augmentation générale est observée avec l'augmentation de la tension de grille des réservoirs.

Dans le silicium, le minimum de la bande de conduction est dégénéré six fois en raison de la présence des états de vallées $\pm k_{x,y}$ et $\pm k_z$. Dans les structures MOS, le confinement selon l'axe z à l'interface Si/SiO₂ lève cette dégénérescence en deux sous-espaces Δ et Γ , comprenant respectivement les états de vallées $\pm k_{x,y}$ et $\pm k_z$ [8]. La séparation en énergie des deux sous-espaces est de l'ordre de 10 meV $\gtrsim E_{\text{add}}$ et peut donc être négligée dans les expériences de boîtes quantiques. La dégénérescence des vallées $\pm k_z$ est levée pour les variations abruptes du potentiel de confinement, comme c'est le cas à l'interface Si/SiO₂ des dispositifs MOS. La séparation en énergie de ces états de vallées ΔE_V est généralement de l'ordre de 10 μeV -1 meV dans les structures à boîte quantiques avec une tendance vers les séparations plus élevées dans les structures MOS en raison du confinement accru [199, 200, 201, 202, 203]. De façon générale, les états de vallées sont susceptibles de s'hybrider avec les états orbitaux de la boîte quantique lorsque les séparations en énergie sont comparables. Toutefois, dans le régime à $N=1$ électron, l'énergie de séparation orbitale est de plusieurs meV et cette hybridation peut être négligée. Comme la séparation en énergie des états de vallées dépend du champ électrique transverse, celle-ci est contrôlable à l'aide des tensions de grilles [204, 205, 206, 203]. En tenant compte des états de spins $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$, le sous-espace à $N=1$ électron est donc composé de 2 états de vallées doublement dégénérés. La dégénérescence de spin peut-être levée par l'application d'un champ magnétique externe.

La séparation des niveaux d'énergies observés à la figure 2.29(b) peut donc avoir deux origines :

- i. États de spin $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ dont la dégénérescence est levée en raison du champ magnétique produit par l'aimant ;
- ii. États de vallées doublement dégénérés en spin.

Pour l'hypothèse i, l'amplitude du champ magnétique nécessaire pour observer une séparation de $\sim 100 \mu\text{eV}$ est de l'ordre de 800 mT. Ce champ est au moins deux fois plus grand que le champ simulé pour un aimant à saturation (voir chapitre 1). De plus, comme l'expérience est réalisée à $H_{\text{ext}} = 0$ T et que la rémanente des microaimants recuits est réduite d'un facteur 4 par rapport à l'aimantation à saturation, il est peu probable que la levée de dégénérescence de spin puisse être mesurée dans l'expérience actuelle et il faut conclure que les niveaux d'énergie observés sont les états de vallées.

La variation de ΔE augmente plus ou moins linéairement avec l'augmentation de la tension de grille $V_{\text{AR2-C1}}$. Cet effet est attendu pour des états de vallée lorsque l'augmentation du voltage de grille produit une augmentation du champ électrique transverse à l'interface

[206, 203]. Dans l'expérience, pour maintenir le potentiel chimique de la boîte quantique près du niveau de Fermi des réservoirs, l'augmentation de $V_{\text{AR2-C1}}$ est compensée par la diminution du potentiel de grille V_{C_6} . En raison de l'écrantage électronique sous les grilles des réservoirs, la variation totale du champ électrique transverse est difficile à estimer sans un modèle de simulation complet et la variation $\Delta E(V_{\text{AR2-C1}})$ difficile à comparer avec les expériences existantes [203]. L'augmentation de ΔE observée peut être dû au déplacement de la fonction d'onde électronique pour les configurations de tension de grilles utilisées. De tels déplacements sont d'ailleurs illustrés par le décalage abrupt de la ligne de transition $N = 0 \rightarrow N = 1$ à faible tension sur AR2-C1 (Fig. 2.23).

Les taux d'excitation et de relaxation $W_{e,r}$ des niveaux de vallées sont également extraits des mesures de cumulants. De ces taux, le temps de relaxation phénoménologique $T_1^{-1} = W_e + W_r$ présente une diminution exponentielle avec la séparation de vallées ΔE (Fig. 2.29(c)). En effet, pour une boîte quantique en silicium sans défaut d'interface, les mécanismes de relaxation vallée-phonon produisent justement une décroissance exponentiellement pour $\Delta E \lesssim 1$ meV pour ensuite suivre une loi de puissance $T_1 \sim \Delta E^{-3}$ à plus haute énergie [207]. Les taux mesurés sont toutefois de plusieurs ordres de grandeur inférieurs aux taux anticipés pour une interface parfaite ($T_1 \sim 1$ s). Ceci suggère la présence de défauts d'interface générant l'hybridation entre les états orbitaux et les états de vallée et ajoutant un canal rapide de relaxation aux états de vallées [207]. Il est également à noter que des taux de relaxation beaucoup plus rapides ont été observés à fort champ magnétique, pour lesquels la densité de phonons est augmentée [206]. Les taux de relaxation extraits ici sont aussi en accord avec $FF < 1$ (Fig. 2.28(c)). En effet, pour les taux de relaxation lents, l'occupation du niveau excité laisse place à plusieurs événements tunnel à l'intérieur du temps de relaxation. Ce faisant, les événements se recoupent en agrégats pour l'état excité alors que peu d'événements tunnels sont observés suite à un événement tunnel vers l'état fondamental, conférant au système une statistique super-poissonienne avec $FF > 1$ [194].

Enfin, l'observation de la séparation des états de vallées dans ce dispositif est en accord avec le comportement attendu pour une structure MOS. Ceci revêt son importance pour la formation d'un sous-espace de spin non dégénéré pour l'opération des qubits à spin unique. Bien que susceptible de changer les contraintes à l'interface MOS et d'ainsi modifier les propriétés de confinement des boîtes quantiques, le micro aimant ne semble pas perturber outre mesure les propriétés de contrôle en énergie de la séparation de vallées. Aussi, l'énergie de séparation observée est typique pour les dispositifs MOS.

Signatures orbitales

Une autre signature des niveaux d'énergie internes de la boîte quantique est mise en lumière par le spectre d'addition de la boîte quantique. Le diagramme de stabilité de la Fig. 2.30(a) montre les lignes de transitions correspondant à l'ajout des six premiers électrons dans la boîte. La position des transitions est extraite à partir d'un algorithme de détection d'image basé sur la transformée de Hilbert pour filtrer le signal du détecteur, et la transformée de Hough pour extraire la position des transitions [208]. À partir du bras de levier des grilles, la séparation en énergies entre les transitions voisines est mesurée afin d'extraire l'énergie d'addition E_{add} (voir sous-section 2.3.1 pour les définitions). Le spectre d'addition obtenu (Fig. 2.30(b)) montre une décroissance générale variant approximativement comme $E_{\text{add}} \propto 1/N$. Cette décroissance est attendue en raison de la réduction du potentiel de confinement avec l'augmentation de la tension de grille. Dans un modèle classique simplifié basé sur une boîte quantique circulaire, la capacité de la boîte augmente linéairement avec le rayon de la boîte qui est également proportionnel à la tension de grille [209]. Ce faisant, la contribution capacitive à l'énergie d'addition varie comme $\delta E_{\text{add}}^C \approx 1/V_g \approx 1/N$.

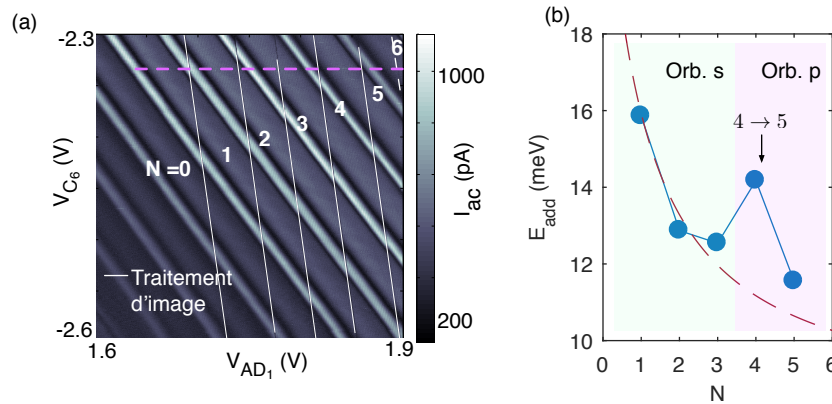


FIGURE 2.30. Spectre d'addition et signatures orbitales

(a) Diagramme de stabilité en transconductance différentielle montrant les transitions correspondant à l'ajout des six premiers électrons dans la boîte quantique. La position des lignes est extraite par une technique de traitement d'image [208] et la ligne pointillée rose indique la ligne d'où est extraite l'énergie d'addition. (b) Spectre d'addition en fonction du nombre d'électrons. Le pic $4 \rightarrow 5$ témoigne du coût en énergie supplémentaire pour ajouter le 5e électron dans l'orbitale p. La ligne pointillée rouge illustre une variation en $E_{\text{add}} \propto 1/N$.

Un pic additionnel est observé dans le spectre d'addition pour la transition $N = 4 \rightarrow N = 5$. L'origine microscopique de ce pic provient de la structure orbitale interne de la boîte quantique décrite par le modèle de Fock-Darwin pour une boîte quantique circulaire [175]. Comme les atomes artificiels, les boîtes quantiques possèdent des niveaux orbitaux (s, p, d, etc.) pour lesquels la dégénérescence d'occupation est donnée par les deux états de spins ($|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$)

et de vallées ($\pm k_z$). L'augmentation de l'énergie d'addition au remplissage $N = 4$ témoigne de l'énergie supplémentaire nécessaire pour occuper la seconde orbitale électronique. Les signatures orbitales sont observées seulement pour les boîtes quantiques préservant leur symétrie sous la modification du potentiel de confinement [176]. Dans un système désordonné, les fluctuations de l'énergie de charge et de l'énergie orbitale écrantent partiellement ou complètement les signatures énergétiques de ces dernières [210]. À fort nombre d'électrons, la réduction du potentiel de confinement contribue également à la perte de symétrie [178] et à l'augmentation des interactions électrons-électrons [177, 211] qui brouillent les signatures orbitales. Ainsi, l'observation des signatures orbitales montre la conservation de la symétrie circulaire de la boîte quantique, de même que l'absence de défauts sur une large plage de tensions de grilles. Ceci donne une indication supplémentaire que le procédé de fabrication d'aimant n'introduit pas de défauts d'interface additionnels et que la symétrie circulaire des boîtes peut être retrouvée malgré les conditions de contraintes supplémentaires générées par l'aimant.

Magnétospectroscopie et magnétostriction

L'impact de l'aimant sur les niveaux d'énergie de la boîte quantique est établi par des mesures de magnétospectroscopie. Cette mesure consiste à suivre l'évolution des niveaux d'énergies de la boîte quantique en fonction du champ magnétique et permet d'inférer l'état de spin pour différents états d'occupation de la boîte [68, 177, 201]. Les traces de magnétospectroscopie sont acquises en conductance différentielle avec une amplitude d'oscillation correspondant à une énergie plus grande que la séparation entre les états de vallées. En raison d'un problème de connexion dans le système de mesure, du bruit triboélectrique provenant de la vibration des pompes mécaniques est couplé au flux magnétique provenant du champ externe et génère un bruit significatif dans le système de mesure. Ce faisant, la mesure des transitions électroniques à champ plus élevé que $B_{\text{ext}} = 1$ T n'a pu être réalisée.

Pour la première transition, deux résonances sont observées (Fig. 2.31(a)). Celles-ci correspondent aux résonances d'entrée et de sortie du niveau d'énergie avec le niveau de Fermi et sont associées aux extrema de l'oscillation du niveau d'énergie avec le signal d'excitation. À fort champ magnétique et dans les deux polarités, la dépendance est linéaire en champ magnétique. Pour un niveau de spin $\frac{1}{2}$, la variation en énergie du niveau fondamental devrait suivre $-E_z/2 = -|\frac{1}{2}g\mu_B B_{\text{ext}}|$. Pour les données à fort champ, le lissage est effectué suivant

$$V_{C_6} = -\left|\frac{g\mu_B}{2\alpha}(B_{\text{ext}} - B_0)\right| + V_0. \quad (2.30)$$

La contribution B_0 permet de considérer un décalage des niveaux d'énergie et V_0 détermine

la condition de résonance. Le lissage permet à nouveau d'extraire le bras de levier de la grille, soit $\alpha = 32 \pm 8$ meV/V recouvrant le résultat obtenu précédemment à l'intérieur des marges d'erreur.

À faible champ externe, la variation en énergie δE quitte la dépendance linéaire attendue pour un spin $\frac{1}{2}$ et un pic est observé à faible champ. Cet effet est illustré à la figure 2.31(b) ou le lissage de l'équation (2.30) est soustrait des données $(\delta E + E_z/2)$ et converti en énergie. Un pic à faible champ magnétique est normalement attendu en présence d'un microaimant. En effet, pour un aimant de faible rémanence, comme c'est le cas après recuit thermique, le champ produit par l'aimant est faible, voire nul, à $B_{\text{ext}} = 0$. En augmentant le champ externe, l'aimant se magnétise jusqu'à atteindre la saturation et la dépendance en énergie de l'état fondamental de spin $|\downarrow\rangle$ est donné par $E = -\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{B}_M(B_{\text{Ext}}) + \mathbf{B}_{\text{Ext}}|$. L'énergie de l'état fondamental diminue donc plus rapidement à faible champ en raison de la contribution additionnelle de l'aimant. À fort champ, l'aimant est complètement magnétisé et l'énergie retrouve sa dépendance en $E_z/2$. Dans cette configuration, l'amplitude maximale du pic δE doit correspondre à $\frac{1}{2}g\mu_B B_{\text{sat}}$, le champ magnétique produit par l'aimant dans la boîte quantique, lorsque ce dernier est à saturation. Le champ maximal produit par l'aimant au niveau de la boîte quantique est estimé à 300 mT (voir chapitre 1). Ce champ, identifié par la ligne pointillée de la figure 2.31(b), correspond à une variation en énergie δE bien inférieure au pic mesuré et ne peut donc pas expliquer la variation observée. Toutefois, la dépendance observée suit la tendance attendue pour l'aimantation d'un aimant recuit avec un champ de saturation $B_S \approx 500$ mT, ce qui laisse croire que l'aimant est tout de même responsable du pic observé. La discussion suivante, établit l'origine du décalage des niveaux observé à un effet de magnétostriction.

Lorsqu'un aimant se magnétise, le volume de ce dernier change afin de minimiser son énergie libre. Pour le cobalt, le changement de forme est anisotrope. Les dimensions perpendiculaires (W) au champ externe s'allongent, alors que la dimension (L) parallèle rétrécit. Les coefficients de dilatation à température pièce sont donnés par [212] comme

$$\lambda_{\perp} = \frac{\Delta W}{W} = 27.9 \times 10^{-6}, \quad \lambda_{\parallel} = \frac{\Delta L}{L} = -79.6 \times 10^{-6}. \quad (2.31)$$

Ce changement dans le volume de l'aimant crée nécessairement une modification au champ de contraintes dans le silicium sous-jacent. Comme la boîte quantique sondée est située directement sous l'aimant, cette contrainte est également susceptible de modifier les niveaux d'énergie de la boîte quantique. Par exemple, à l'interface SiO_2/Si le minimum de la bande de conduction E_{BC} pour les vallées $\pm k_z$ dépend linéairement des composantes du champ de

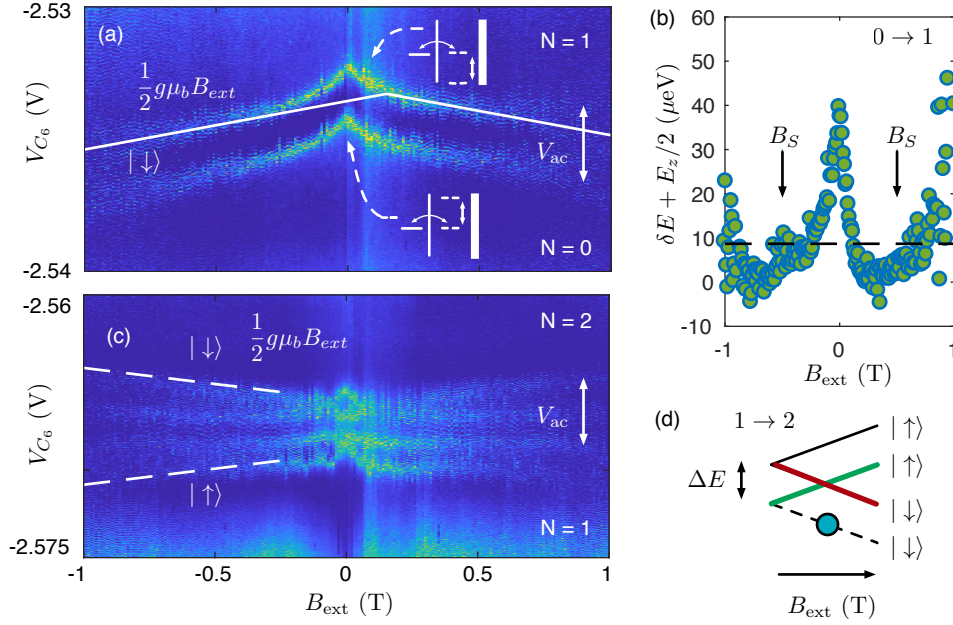


FIGURE 2.31. Magnétospectroscopie

(a) Magnétospectroscopie de la transition $N = 0 \rightarrow N = 1$ présentant l'inverse du signal de transconductance différentielle en fonction du champ magnétique externe. L'amplitude utilisée ($V_{ac}^C = 3$ mV) permet de distinguer les conditions d'entrée et de sortie des électrons donnant lieu à deux résonances séparées par l'amplitude d'oscillation. La ligne blanche représente le lissage sur les données à haut champ. (b) Écart de l'énergie de la transition $N = 0 \rightarrow N = 1$ avec l'énergie Zeeman illustrant la contribution supplémentaire due à l'aimant. La ligne pointillée indique l'amplitude attendue à partir des simulations. (c) Magnétospectroscopie pour la transition $N = 1 \rightarrow N = 2$ avec $V_{ac}^C = 4$ mV. Les lignes pointillées sont des guides indiquant la variation attendue pour l'ajout d'un électron de spin $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$. (d) Schéma indiquant le remplissage des états de spin et de vallée en fonction du champ externe. Les lignes de couleur indiquent les niveaux observés en (b), la ligne pointillée l'état déjà occupé par un électron (cercle) et la ligne noire l'état excité non mesuré.

contraintes $\epsilon_{x,y,z}$ et la variation en énergie est donnée par [184] :

$$\Delta E_{BC} = \Xi_u \epsilon_z + \Xi_d (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) , \quad (2.32)$$

avec $\Xi_u = 10.5$ eV et $\Xi_d = 1.1$ eV étant respectivement les composantes uniaxiales et de dilatation du potentiel de déformation de la bande de conduction [213]. Dans ce contexte, les contraintes dues aux différences de dilatation thermique entre le silicium et les matériaux composant les grilles, mènent à des contraintes pouvant atteindre 0.6% et fournissent une explication raisonnable à la formation de boîtes quantiques non intentionnelles observées dans les expériences [214, 215, 21, 216]. Une étude de simulation numérique montre d'ailleurs que des barrières tunnel de l'ordre de quelques meV peuvent être formées en raison de ce

champ de contrainte [184]. Dans le cas du microaimant, la variation anticipée est environ 100 fois inférieure aux changements considérés dans l'étude précédente. L'échelle d'énergie ΔE_{BC} serait donc de l'ordre de quelques dizaines de μeV . Cette échelle d'énergie est similaire au pic de $40 \mu\text{eV}$ mesuré à la figure 2.31(b). Ceci suggère donc que c'est le changement du minimum de la bande de conduction engendrée par le champ de contrainte de l'aimant qui donne le pic observé.

L'asymétrie observée dans le lissage de la figure 2.31(a), soit le décalage B_0 dans l'équation (2.30), pourrait être expliquée par une asymétrie du champ de contrainte selon la direction d'aimantation. Ceci suggère d'ailleurs que le champ de contrainte n'est pas uniforme dans la boîte quantique. Cette interprétation est renforcée par les mesures de magnétospectroscopie pour la transition $N = 1 \rightarrow N = 2$ (Fig. 2.31(c)). Pour les conditions de résonance d'entrée et de sortie, le croisement de deux transitions est observé. Pour un système sans aimant (Fig. 2.31(d)) ce croisement est attendu lorsque les états de spins $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ issus des vallées $\pm k_z$ deviennent dégénérés. Dans les conditions de la figure 2.31(c), l'énergie de séparation de vallée¹³ est de $70 \mu\text{eV}$ et le croisement devrait se produire autour de $B_{\text{ext}} = 600 \text{ mT}$. Le croisement des niveaux de vallées près de $B_{\text{ext}} = 70 \text{ mT}$ ne peut donc pas entièrement être expliqué par le champ additionnel produit par l'aimant.

La séparation ΔE des états de vallée $\pm k_z$ dépend des détails microscopiques de l'interface MOS. Par exemple, seules les oscillations rapides, et non l'enveloppe, de la fonction d'onde à l'interface diffèrent entre les états $\pm k_z$. Ce faisant, les discontinuités à l'interface SiO_2/Si ou même la non-uniformité dans la densité de discontinuités sont suffisantes pour supprimer complètement la séparation en énergie des états de vallées [8]. Une non-uniformité dans le champ de contrainte de l'aimant aurait également le même effet en décalant, de façon non uniforme, le minimum de la bande de conduction de la boîte quantique changeant ainsi l'énergie de confinement. Les données de la figure 2.31(c) suggèrent donc que le croisement des états de vallées à bas champ est dû à cet effet.

L'effet de magnétostriction observé n'est pas a priori néfaste pour l'opération des qubits à électron unique. Lorsque l'aimant est complètement magnétisé, le contrôle de la séparation des états de vallées peut être réalisé à l'aide des tensions de grilles de façon à obtenir la séparation désirée (voir section sur la statistique de comptage). L'effet peut toutefois être plus problématique pour les réseaux de boîtes où des imperfections dans la fabrication des boîtes entraînent des champs de contraintes aléatoires susceptibles de corrompre le couplage entre les boîtes quantiques ou simplement de rendre plus difficile l'ajustement des propriétés des boîtes dans le réseau.

13. Voir les résultats de la statistique de comptage pour $V_{\text{AR2-C1}}=4.7 \text{ V}$.

2.4 Impact des travaux

Le principal impact des travaux présentés dans ce chapitre est la mise en place d'une plateforme de fabrication et d'intégration de microaimant compatible avec les différentes hétérostructures généralement utilisées pour les technologies de qubit de spin. Cette expertise dépasse le cadre des qubits de spin et permet de concevoir de nouvelles expériences permettant de sonder, par exemple, le couplage spin-orbite produit par des aimants individuels. La figure 2.32 illustre la diversité des dispositifs fabriqués à l'aide des procédés développés suivant le protocole de conception du chapitre 1.

Plus spécifiquement, la plateforme a permis la conception et la démonstration de magnétomètres de Hall électrostatiques permettant la mesure de l'anisotropie de champ magnétique produit par des microaimants. Ces résultats publiés dans *Physical Review Applied* corroborent les simulations numériques d'aimants individuels et valident *de facto* la conception des différentes géométries d'aimants du chapitre 1 [149]. Suivant un procédé identique sur GaAs/AlGaAs, les aimants ont d'ailleurs été intégrés à des structures de boîte quantique dans une structure optimisant les gradients et différences de champ magnétique entre les boîtes. En effet, mis en commun avec la fabrication de grilles d'aluminium auto-isolantes [78], les aimants ont été intégrés le plus près possible de la surface de l'hétérostructure, maximisant de ce fait les champs et gradients magnétiques. Ces structures permettent d'envisager l'opération rapide d'électrons individuels dans les boîtes quantiques doubles et fournissent une méthode efficace pour le couplage d'un spin unique à un résonateur supraconducteur. Des démonstrations récentes de l'opération rapide [70] et du couplage cohérent dans des structures similaires ont d'ailleurs été effectuées [217, 218, 219, 220]. La géométrie des dispositifs de la figure 2.32(d) vise d'ailleurs la démonstration du couplage longitudinal entre un spin unique et un résonateur [80].

La versatilité offerte par les hétérostructures a également permis de concevoir une expérience de focalisation magnétique pour mesurer l'impact des gradients magnétiques sur le transport de spin dans ces structures. Ces gradients s'apparentent à un couplage spin-orbite effectif résultant en des rayons cyclotrons différents pour les électrons des deux polarités de spin [221]. Le dispositif composé de quatre points de contact quantique présenté à la figure 2.32(f) permet de mesurer les effets de spin-orbite sur le rayon cyclotron d'électrons. L'expérience en cours dans les laboratoires de l'Institut quantique, vise à élucider la séparation accrue des rayons cyclotrons dans les dispositifs avec aimants. Cet effet pourrait être dû à la courbure de Berry, ou encore à une renormalisation du facteur gyromagnétique des électrons. D'autres mécanismes incluant des effets de lentilles électrostatiques cohérentes sont également envisagés [222]. En plus de fournir une démonstration de l'effet Stern-Gerlach

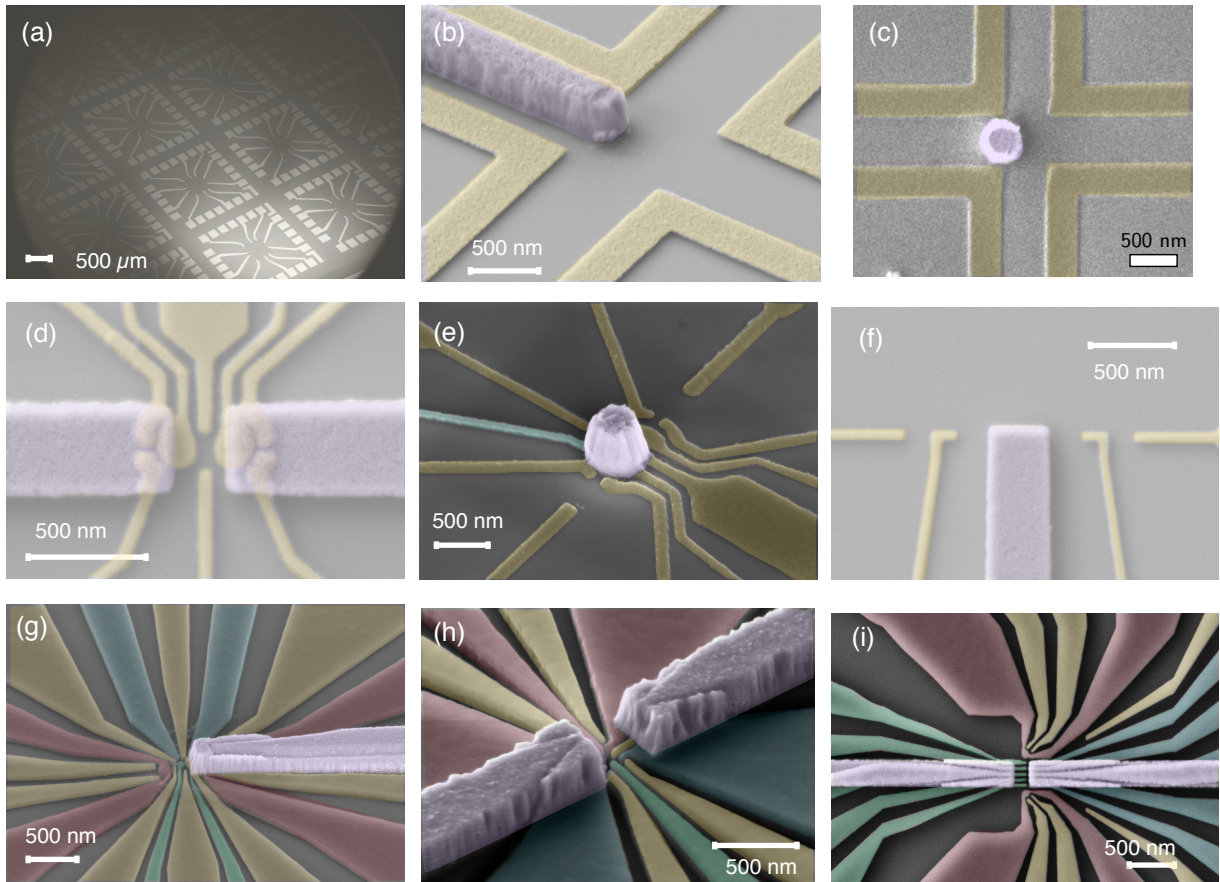


FIGURE 2.32. Revue des dispositifs fabriqués à l'aide de la plateforme de fabrication

(a) Vue en angle d'une série typique de dispositifs avec micro aimants sur GaAs/AlGaAs. (b)-(c) Dispositifs comportant des aimants de FeCo pour la magnétométrie de Hall. (d) Dispositifs à double boîte quantique avec doubles aimants pour la démonstration du couplage longitudinal entre un spin unique et un résonateur supraconducteur. (e) Double boîte quantique avec aimant de FeCo pour l'implémentation de portes logiques rapides pour les qubits à spin unique. (f) Dispositifs pour focalisation magnétique, afin de déterminer le couplage spin-orbite produit par un seul aimant dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs. (g)-(h) Dispositifs MOS avec microaimant de cobalt intégré. Les fonction des grilles de couleurs sont : (rouges) des détecteurs de charges (bleues) des réservoirs et (jaunes) des grilles de déplétion. Les dispositifs ont des géométries (g) de double boîte quantique, (h) de simple boîte avec détecteur de charge et (i) en réseau linéaire composé de cinq boîtes quantiques et de deux détecteurs de charge.

pour des électrons [223], la compréhension du couplage spin-orbite induit par des aimants individuels pose les bases pour l'implémentation expérimentale des dispositifs de Majorana [40, 224, 225, 226].

Ensuite, le savoir-faire développé pour la plateforme a permis l'intégration d'aimants à des structures à l'état de l'art pour des boîtes quantiques en silicium. La caractérisation discutée dans ce chapitre montre que les aimants de cobalt sont complètement compatibles avec les procédés MOS. L'aimantation de l'aimant change la séparation des niveaux d'énergie interne des boîtes quantiques. Dans une structure contrôlée (par exemple, un film de cobalt couvrant toute la surface), cet effet pourrait servir de sonde aux effets de contraintes dans les boîtes quantiques qui sont susceptibles de mener à des boîtes quantiques non intentionnelles [184]. La compréhension de ces effets revêt son importance pour le traitement de l'information quantique, car les champs de contraintes sont susceptibles de changer la fréquence de résonance de spins individuels. Cet effet a été démontré récemment pour des spins électroniques liés à des donneurs dans des matrices de silicium [227]. Finalement, le transfert d'expertise au niveau de la fabrication et de la conception vers des dispositifs en silicium isotopiquement purifiés a joué un rôle clé dans deux démonstrations expérimentales importantes. Premièrement, les effets de remplissage d'orbitales démontrés dans cette section ont été redémontrés sur ces structures, et l'impact du nombre d'électrons sur les propriétés des qubits inférés [68]. Aussi, en raison de la haute fidélité engendrée par l'utilisation des microaimants, cette architecture a été utilisée pour la démonstration de l'opération à haute température (1.5 K) de qubits de spins basés sur les électrons uniques [69]. Ces deux contributions sont présentement en révision dans les revues du *Nature publishing group* et présentées aux annexes D et E.

Chapitre 3

Caractérisation d'une plateforme industrielle pour les qubits de spins

Le couplage spin-orbite artificiel produit par les microaimants offre un avantage notable pour la réalisation des portes logiques à haute fidélité pour les qubits à spin unique dans les boîtes quantiques. Intégrés à des structures en silicium purifiés, ces microaimants permettent par ailleurs l'opération des qubits de spin à une température de 1.5 K [69]. À cette température, la puissance de refroidissement des réfrigérateurs à dilution est plus de 1000 fois supérieure à la centaine de microwatts disponible aux températures de centaines de mK, et permet d'envisager l'apport massif de signaux nécessaires à l'opération de puces de qubits [228] sans toutefois affecter la température, et donc les performances, de ces derniers. La mise à l'échelle vers des réseaux de qubits nécessitera une miniaturisation des géométries d'aimants actuelles. Tel que discuté au chapitre 2, le cobalt est un matériau compatible avec les méthodes VLSI et peut faire partie intégrante des grilles de contrôle des boîtes quantiques, conférant par le fait même les gradients nécessaires pour l'opération rapide. Dans cette architecture, l'optimisation et l'intégration conjointe de microaimants et de boîtes quantiques pourraient bien fournir une structure minimaliste permettant la mise à l'échelle des prototypes présentés aux chapitre 1 et 2 [74]. Dans cette optique de mise à l'échelle, la matrice de silicium utilisée pour les puces de qubit prend tout son sens. En effet, les propositions d'architectures d'ordinateurs quantiques basés sur les qubits de spins requièrent la co-intégration des qubits avec l'électronique de contrôle [229, 15, 74]. Le potentiel de co-intégration des circuits de lecture des dispositifs CMOS a d'ailleurs été récemment démontré [230, 231]. Les procédés industriels réalisés en fonderie offrent également une avenue prometteuse pour la fabrication à haut rendement des puces de qubits. Comme il a été discuté au chapitre 2, les procédés *académiques* basés sur

l'électrolithographie produisent des défauts additionnels dans les puces, et génèrent une non-uniformité notable entre différentes puces.

Pour adresser les questions de puissance dissipée, de co-intégration et de reproductibilité, une nouvelle plateforme de qubits en silicium a été explorée. Cette plateforme se base sur des dispositifs à base de substrats de FD-SOI¹ entièrement fabriqués dans les fonderies de STMicroelectronics². Ce chapitre décrit l'étude à basse température de structures dédiées pouvant aussi bien servir de transistors que de boîtes quantiques et évalue la reproductibilité de leurs performances.

3.1 Comportement cryogénique d'une structure dédiée en FD-SOI

3.1.1 Technologie UTBB FD-SOI 28nm et avantages pour les boîtes quantiques

Le succès de l'industrie de la microélectronique à miniaturiser les processeurs classiques résulte également en une amélioration des propriétés des transistors. Globalement, les transistors modernes consomment moins de puissance, opèrent plus rapidement et peuvent être fabriqués sur des puces en contenant plus d'un milliard. Par contre, dans les transistors conventionnels, la réduction de la taille de grille génère des problèmes supplémentaires. Outre les difficultés purement technologiques reliées entre autres au contrôle précis du dopage dans le canal, la réduction de la taille des transistors conventionnels se fait nécessairement au détriment de la vitesse d'opération ou encore de la puissance dissipée en raison de l'augmentation du courant de fuite entre la source et le drain du transistor [232]. Alors qu'une faible tension d'activation, ou tension seuil, du transistor augmente la vitesse d'opération, celle-ci augmente également les courants de fuite de façon exponentielle de sorte que ceux-ci sont toujours présents même lorsque le transistor est en mode éteint. Pour contrer cette problématique, un changement de paradigme quant aux méthodes de fabrications et aux géométries des transistors traditionnels (voir Fig. 3.1(a)) a dû être réalisé. D'abord, la taille du canal de conduction en silicium est minimisée par l'utilisation de transistors composés d'un canal de silicium très mince. Dans cette géométrie, le couplage accru entre la grille et le canal permet de s'affranchir du dopage dans le canal et de diminuer le courant de fuite tout en augmentant la vitesse des opérations [233]. Les dispositifs les plus courants sous cette géométrie regroupent ceux de type FinFETS pour lesquels la grille entoure trois des quatre faces d'un canal rectangulaire [234] ou encore les substrats de type silicium sur oxyde (SOI³).

1. De l'anglais *Fully Depleted Silicon On Insulator*

2. <https://www.st.com>

3. De l'anglais : *Silicon On Insulator*

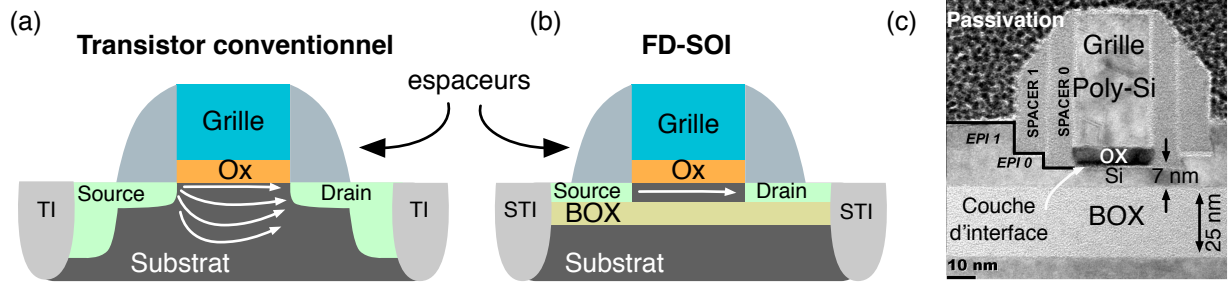


FIGURE 3.1. Transistor FD-SOI 28 nm

(a) Structure conventionnelle pour un transistor classique. Dans cette géométrie, la grille est isolée du substrat par un oxyde de grille (Ox) dans une géométrie planaire. Les courants de fuites vers le substrat sont difficiles à contrer pour les transistors de taille minimale (b) Transistor basé sur la technologie FD-SOI, pour lequel le canal de silicium non dopé est placé sur un oxyde en face arrière (BOX) supprimant les courants de fuite vers le substrat. Dans les deux technologies, les tranchées d'isolations (TI - STI) isolent le substrat entre des transistors adjacents. (c) Image par microscopie à transmission électronique d'un dispositif UTBB-FD-SOI 28 nm, montrant le canal de 7 nm d'épaisseur placé sur le BOX de 25 nm. Deux niveaux d'espaces (Spacer 0 - 1) permettent de réduire la capacité entre la grille de polysilicium silicidé et les contacts source et drain épitaxiaux (EPI 0-1). L'image TEM est adaptée de la référence [235].

La technologie UTBB FD-SOI 28 nm⁴ étudiée dans ce chapitre présente des avantages équivalents, en plus d'un niveau de contrôle accru par rapport aux transistors FinFETS [233]. Les figures 3.1(b)-(c) montrent un schéma simplifié d'un transistor typique basé sur cette technologie. Dans cette architecture, le canal de conduction est placé sur un oxyde enfoui (BOX⁵) empêchant complètement les fuites vers le substrat. Dans la technologie FD-SOI, le substrat en face arrière de l'oxyde enfoui sert également à l'application d'un potentiel électrostatique ce qui permet un contrôle de la tension seuil de façon indépendante pour différents blocs de transistors. De plus lorsqu'une tension négative est appliquée en face arrière, le canal est repoussé sur l'interface avant, permettant un meilleur couplage entre la grille et le canal ce qui augmente les performances en régime sous-seuil. L'épaisseur du canal de seulement sept nanomètres permet de réduire la tension de seuil d'activation du transistor tout en assurant l'absence de charge d'inversion dans le canal, réduisant de ce fait le courant de fuite entre la source et le drain en l'absence de tension de grille.

Comme pour les transistors modernes, l'oxyde de grille (OX) est formé de matériaux à haute constante diélectrique [236, 237]. Les matériaux diélectriques tel le HfO₂ et HfSiON permettent notamment d'obtenir des couches d'oxyde épaisses tout en minimisant les courants de fuite de la grille vers le canal de silicium et augmentent le couplage entre la grille

4. De l'anglais : *Ultra Thin Body and Buried Oxide Fully-Depleted Silicon On Insulator*.

5. De l'anglais : *Buried Oxide*.

et le canal [238, 233]. Le HfO₂ est utilisé dans les structures étudiées. Une mince couche d'interface de quelques nanomètres d'épaisseur à base de SiO₂ sépare le canal de la couche diélectrique. L'optimisation des paramètres de la grille métallique augmente l'écrantage des charges résiduelles aux interfaces et confère au canal de silicium une haute mobilité atteignant plus de 200 cm²/Vs à température pièce. La mobilité peut être améliorée davantage avec l'ingénierie des contraintes générées par la grille. Une revue détaillée des propriétés des transistors FD-SOI ainsi que du développement des méthodes de fabrication peut être trouvée à la référence [233].

Les avantages du UTBB-FD-SOI par rapport aux autres technologies en silicium sont également alléchants pour l'implémentation de qubits de spins à base de boîtes quantiques :

1. **Mobilité élevée et canal non dopé** : permet d'envisager la fabrication de boîtes quantiques de façon fiable en raison du désordre minimisé;
2. **Puissance dissipée** : avec des performances exceptionnelles au niveau de la puissance dissipée [239, 240] cette technologie présente des avantages pour la co-intégration et relaxe les contraintes liées à la dissipation de chaleur aux températures cryogéniques. Par ailleurs, plusieurs dispositifs ont démontré l'opération en deçà de 4 K avec de faibles puissances d'opération [241, 242, 243, 230];
3. **Oxyde enfoui (BOX)** : l'utilisation du BOX fournit un contrôle additionnel par canal de silicium offrant une versatilité supplémentaire aux boîtes quantiques pour l'ajustement de paramètres tels les taux tunnels [244]. Selon la taille du canal des dispositifs SOI, il est d'ailleurs possible de former une boîte quantique de détection sur la face arrière du canal (près du BOX) mesurant l'état de charge sur une boîte quantique en face avant (près du Ox) [245], formant de ce fait un détecteur de charge directement intégré et auto-aligné avec les boîtes quantiques.

Deux types de procédés de fabrication ont été utilisés pour l'étude cryogénique des structures en FD-SOI 28 nm dans ce chapitre. Ces procédés résultent en deux standards GO1 et GO2 qui diffèrent de par l'épaisseur des couches diélectriques et d'interface, leur conférant une différente épaisseur d'oxyde de grille équivalente (EOT⁶). Le EOT est l'épaisseur de SiO₂ nécessaire pour obtenir une couche diélectrique ayant les mêmes propriétés que la couche à haute constante diélectrique utilisée. Cette valeur dépend de la tension de grille V_g et les paramètres sont donnés au tableau 3.1 pour l'opération standard à $V_g = 1$ V.

La technologie FDSOI permet la conception de transistors présentant différents voltages seuils V_{th} sur une même puce selon les matériaux de grille utilisés, le type de dopage des contacts ohmiques et de la face arrière ainsi que la polarisation en face arrière [246, 247, 248,

6. de l'anglais : *Equivalent Oxide Thickness*

Épaisseur	GO1	GO2	Dopage	GO1-GO2
Canal (t_{si})	7 nm		Canal	Non-Dopé
BOX (t_{box})	25 nm		Contacts ohmiques	N
EOT (t_{ox})	1.5 nm	2.8 nm	Face arrière - Interface-BOX	N
			Face arrière - Puit	P

Tableau 3.1. Résumé des paramètres des substrats UTBB FDSOI 28 nm utilisés

Paramètres GO1 et GO2 pour les dispositifs étudiés dans le chapitre. Le EOT est donné pour le standard d'opération $V_g = 1$ V.

249]. La configuration utilisée correspond à celle d'un transistor à V_{th} standard et est illustrée à la sous-section suivante. Finalement, les dispositifs sont connectés suivant un procédé standard *Back end of line* avec huit niveaux d'interconnexions de cuivre. Les interconnexions relient des plots de contacts en un alliage d'aluminium et cuivre. Un procédé de micro soudure de type bille-biseau assure l'interfaçage avec un porte-échantillon connecté aux appareils de mesure. Comme les dispositifs sont sensibles aux décharges électrostatiques lors de la micro soudure, tous les contacts du porte-échantillon sont mis à la masse de la machine de micro soudure. La pointe de micro soudure est d'abord déchargée sur les plots de connexion du porte-échantillon et un jet d'air ionisé empêche la recharge de la pointe. La bille est réalisée sur les plots de l'échantillon et le biseau sur le porte-échantillon (Fig. 3.2).

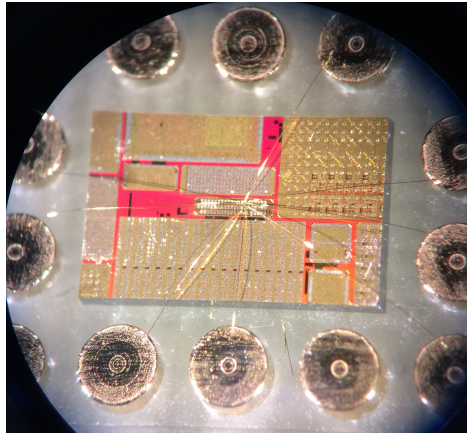


FIGURE 3.2. Transistor FDSOI 28 nm micro soudé

Photographie optique d'un dispositif UTBB FDSOI 28nm micro soudé à l'aide de micro fils d'or.

3.1.2 Étude préliminaire sur des substrats de type GO1

La structure dédiée pour l'étude cryogénique est représentée à la figure 3.3. Cette structure est conçue à la fois pour l'opération en mode de transistor et pour la formation de boîtes quantiques. La structure est composée de deux canaux (actives) possédant chacun leurs terminaux isolés : grille avant (FG) et grilles arrières (BG) et contacts source et drain. Les deux actives sont séparées par des grilles de déplétion permettant, en principe, de fermer ou d'activer le canal conjoint. Chaque active possède trois grilles additionnelles permettant le contrôle électrostatique du canal pour la formation de boîtes quantiques. Dans les sections suivantes, seuls les contacts compris dans la région pointillée de la figure 3.3(a) et identifiés à la figure 3.3(b) sont utilisés pour réaliser la première étude d'un transistor de technologie UTBB FDSOI 28 nm à la température de 20 mK. Ces résultats sont publiés dans le *Journal of the Electron Devices Society* [250].

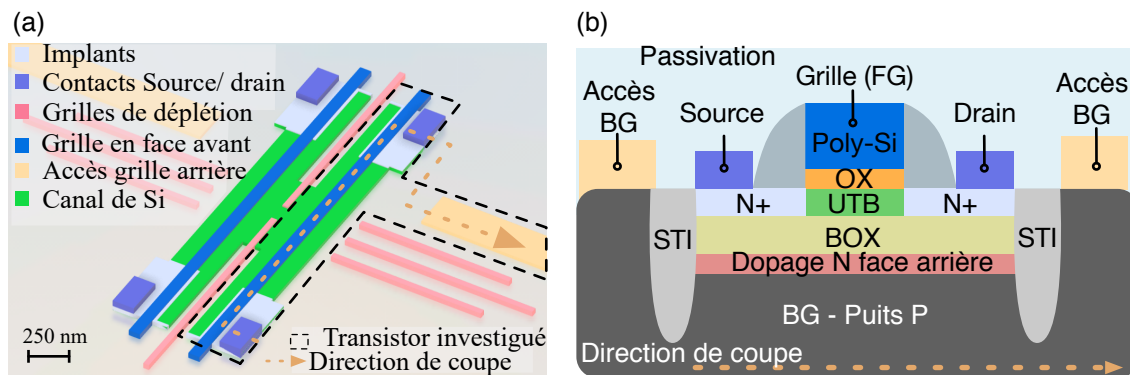


FIGURE 3.3. Structure dédiée à l'étude de substrats GO1

(a) Schéma tridimensionnel des structures dédiées pour l'étude cryogénique des substrats FDSOI 28nm GO1. Deux actives symétriques (vert) sont séparées par des grilles de déplétion (rose). Chaque active peut-être considérée comme une structure N-MOS de dimensions $980 \text{ nm} \times 200 \text{ nm}$ dont seulement une portion est recouverte par la grille avant (FG). (b) Vue en coupe suivant la flèche du panneau (a), montrant les profils de dopage, les oxydes de face avant (OX) et arrière (BOX), le canal (UTB), les accès pour la grille arrière (BG), les tranchées d'isolation (STI) et les espaceurs autour de la grille avant (gris). Les traits prolongés d'un cercle identifient les points connectés aux interconnexions.

Mode d'opération de la grille avant

Pour un transistor de type MOSFET, trois régimes d'opérations peuvent être établis soit le régime sous-seuil, le régime linéaire et le régime de saturation (tableau 3.2). En régime sous seuil, les différences de densité électronique entre la source et le drain dominent le transport et mènent à un régime de transport sous forme de diffusion des porteurs de charges. Dans

ces conditions, le courant décroît exponentiellement avec les paramètres de tension V_{ds} et V_g . En régime linéaire, les forts champs électriques dans la structure MOS créent un courant de dérive donnant lieu à une caractéristique linéaire à faible tension source-drain. Lorsque la différence de potentiel entre la grille et le drain atteint le seuil V_{th} , une zone de déplétion pinçant le canal est formée au drain et V_{ds} n'a plus aucune influence sur le transport (régime de saturation). Les dépendances typiques du courant source-drain I_{ds} en fonction des tensions de grilles sont illustrées au tableau 3.2.

Régime	Condition	Caractéristique I_{ds}
Régime sous-seuil	$V_g < V_{th}$	$\propto e^{V_g/SS} (1 - e^{-eV_{ds}/k_B T})$
Régime linéaire de forte inversion	$V_g > V_{th} \ \& \ V_{ds} < V_g - V_{th}$	$\propto (V_g - V_t) V_{ds} - \frac{1}{2} V_{ds}^2$
Régime de saturation	$V_g > V_{th} \ \& \ V_{ds} > V_g - V_{th}$	$\propto \frac{1}{2} (V_g - V_t)^2$

Tableau 3.2. Régimes d'opération d'un MOSFET

Les trois régimes d'opération standards pour un transistor MOS à effet de champ (MOSFET), montrant les comportements typiques du courant en fonction des tensions de grille (V_g) et source drain (V_{ds}) [251, 252, 253].

Le premier résultat important de cette étude est illustré à la figure 3.4(a) où les courbes $I_{ds}(V_{ds})$ typiques d'un transistor montrent que le canal peut être activé à la température de base du cryostat (20 mK). Ce résultat est remarquable, car, sans autre modification que la géométrie au procédé GO1 standard de STMicroelectronics, la dégénérescence des niveaux d'énergie dans les contacts ohmiques laisse une densité électronique suffisante pour fournir les électrons de conduction au canal de silicium lors de l'activation de la grille avant. La densité électronique réduite aux températures cryogéniques contribue à l'augmentation du voltage seuil V_{th} de 0.27 V par rapport à $T=300$ K.

La courbe démarquant les régimes linéaires et de saturation est plus abrupte à basse température en raison du plus faible seuil de saturation pour un même courant I_{ds} . Ceci signifie que pour une même plage dynamique de V_{ds} la puissance dissipée est légèrement inférieure à basse température. Par exemple, en mode d'opération statique, pour $V_{OV} = 0.08$ V et $V_{ds} = 0.2$ V, la puissance dissipée est d'environ 100 nW. Pour ces paramètres, la co-intégration de 10 000 transistors à une température de 100 mK est envisageable. Pour l'utilisation du transistor comme un "interrupteur" à haute fréquence, l'augmentation du seuil diminue la fréquence d'opération maximale, mais devrait permettre, conjointement avec la réduction de la température, une diminution du courant de fuite entre la grille et le canal [233]. Enfin, pour un voltage V_{OV} fixe, le courant est plus élevé à basse température traduisant l'augmentation

de la mobilité du canal à basse température.

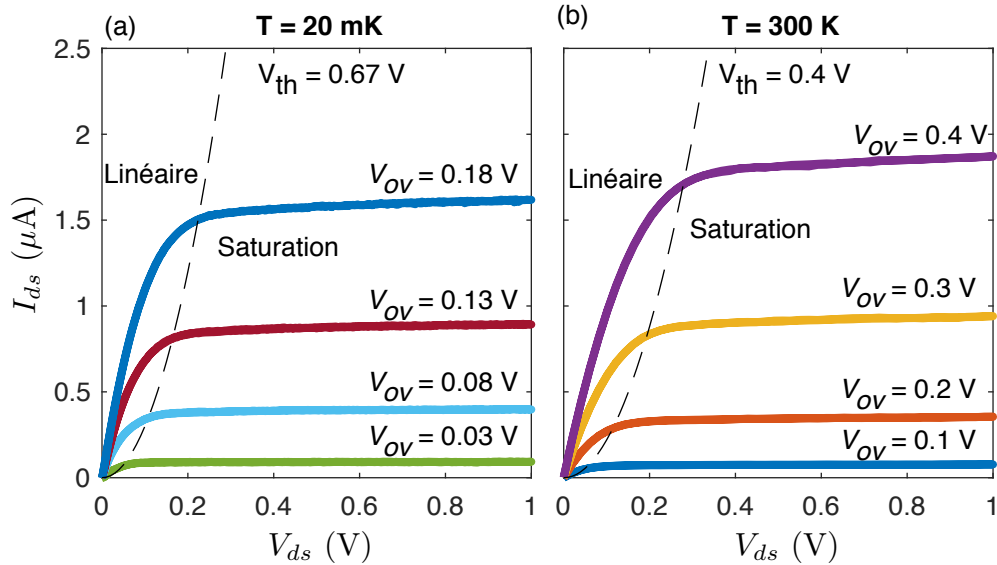


FIGURE 3.4. Comparaison des caractéristiques I_{ds} - V_{ds} à 20 mK et 300 K

Caractéristiques courant tension pour différents voltages de la grille au-dessus du seuil $V_{OV} = V - V_{th}$ pour (a) 20 mK et (b) 300 K. Les lignes pointillées indiquent la démarcation entre les régimes linéaire et de saturation. Les mesures sont acquises pour un voltage de grille arrière $V_{BG} = 0 \text{ V}$.

À température de 300 K, la faible épaisseur d'oxyde donne généralement naissance à un courant de fuite entre la grille et le drain. Comme il a été discuté dans la sous-section 3.1.1, plusieurs contremesures doivent être mises en place dans la fabrication des puces de transistors pour contrer cette fuite. Pour des transistors longs, ce courant de fuite montre une dépendance exponentielle en fonction des différents paramètres (tension de grille, tension seuil et épaisseur d'oxyde) et des courants atteignant 1 nA à 1 V sur la grille avant sont mesurés pour la technologie FDSOI 28 nm en géométrie GO1 [254]. En réduisant la température, le courant tunnel au travers de la barrière d'oxyde devrait également diminuer significativement. À température de 1.6 K, la figure 3.5 montre la dépendance de la fuite en fonction de la tension sur la grille avant et atteint environ 60 pA à 1 V. Ces courants de fuite sont problématiques pour les boîtes quantiques, car ils induisent du bruit électrique dans les mesures et perturbent l'environnement électrostatique des boîtes [255]. La dépendance observée n'est toutefois pas exponentielle et reste inconnue pour l'instant. Une possibilité reste que cette fuite est due à une décharge électrostatique sur ce dispositif en particulier ; le seul mesuré jusqu'à basse température pour cette série d'échantillons en raison des micro-soudures difficiles à réaliser. Néanmoins, cette mesure guide le choix vers une structure GO2 d'oxyde plus épais pour prévenir les problèmes de fuites dans le futur.

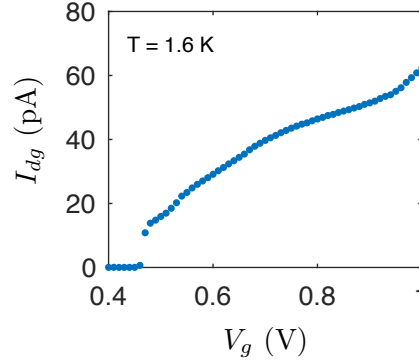


FIGURE 3.5. Fuite de grille avant à 1.6 K

Courant de fuite de la grille avant vers le drain I_{dg} en fonction de la tension sur la grille avant.

Mobilité des interfaces

Dans la sous-section précédente, les caractéristiques $I_{ds} - V_{ds}$ présentent un plus fort courant à V_{OV} plus faible pour les basses températures. Ceci témoigne de la plus haute mobilité dans le canal à basse température. Pour le FDSOI, l'interface avant (OX-canal) et l'interface arrière (canal-BOX) ne présentent pas les mêmes propriétés (rugosité de surface, couplage électrons-phonons), et une mobilité plus élevée est mesurée sur la face arrière du canal [256]. Pour comparer les mobilités des interfaces jusqu'à température de 20 mK, la mobilité est analysée en suivant la méthode de la fonction Y [257].

Plusieurs types de mobilités peuvent être définies dans un MOSFET. On s'attarde uniquement ici à la mobilité d'effet de champ μ_{FE} générée par le champ électrique de la grille. À température pièce, le courant drain dans un MOSFET en FDSOI s'exprime en fonction de cette mobilité comme [257]

$$I_{ds} = \frac{W}{L} \frac{C_{ox}}{1 + \alpha} \mu_{FE} (V_g - V_{th}) V_{ds}, \quad (3.1)$$

$$\alpha = \frac{C_{si} C_{ox}}{C_{ox} (C_{si} + C_{box})}, \quad (3.2)$$

$$\mu_{FE} = \frac{\mu_0}{1 + \theta (V_g - V_{th})}, \quad (3.3)$$

où μ_0 est appelé mobilité à faible champ et correspond à la mobilité extraite dans le régime linéaire de forte inversion et θ tient compte de la dépendance en tension de grille de la mobilité. C_j est la capacité par unité de surface de l'interface associée $C_j = \epsilon_j / t_j$ et t_j l'épaisseur de la couche. Le facteur α est un facteur correctif qui tient compte de la capacité de la grille arrière et est donc propre au FDSOI. Lorsque le canal est activé avec la grille arrière, C_{ox} et C_{box} doivent

être inversés dans les équations. Pour la géométrie du transistor étudié, $\alpha = 0.037$ en mode d'accumulation en grille avant et $\alpha \sim 0$ en grille arrière. En effet, la majorité du canal activé en opération de grille arrière n'est pas surplombé de la grille avant (Fig. 3.3(a)).

Dans l'équation (3.1), le courant drain varie en $X/\theta(1+X)$ avec $X = \theta(V_g - V_{th})$. Ce faisant, la fonction Y donnée par : $Y = (I_{ds}^2/g^m)^{\frac{1}{n}}$ varie linéairement avec X . Toutefois, des mesures expérimentales ont montré que c'est plutôt la fonction suivante qui présente une dépendance linéaire en X à plus basse température,

$$Y = (I_{ds}^2/g^m)^{\frac{1}{n}}, \quad (3.4)$$

où g^m est la conductance différentielle $g^m = dI_{ds}/V_g$ et n varie entre $n = 2$ et $n = 3$ entre 300 K et 40 K [257]. Dans cette configuration, le courant drain et la transconductance s'expriment ainsi :

$$I_{ds} = \frac{K}{\theta} \frac{X^{n-1}}{1 + X^{n-2}}, \quad (3.5)$$

$$g^m = (n-1) \frac{K}{\theta} \frac{X^{n-1}}{(1 + X^{n-1})^2}, \quad (3.6)$$

$$K = \mu_g \frac{W}{L} \frac{C_{ox}}{1 + \alpha}, \quad (3.7)$$

$$\mu_{FE} = \mu_g \frac{X^{n-2}}{1 + X^{n-1}}, \quad (3.8)$$

où μ_g est une mobilité normalisée liée à la mobilité d'effet de champ. En maximisant l'équation pour g^m on trouve que θ dépend uniquement de n et de la conductance différentielle maximale g_{max}^m . Ainsi, en utilisant la dépendance empirique de n pour un transistor aux dimensions équivalentes à celui de cette présente étude [257], on peut extraire la conductance différentielle maximale et retrouver la mobilité de champ maximale en fonction de la température. La figure 3.6(a) montre une courbe typique obtenue à haute température pour un mode d'opération en grille avant, et un lissage suivant l'équation (3.6) reproduit bien la dépendance expérimentale.

La mobilité est extraite à toutes les températures suivant la méthode décrite précédemment pour les modes d'opération en face avant et arrière. Les résultats présentés à la figure 3.6(b) montrent que la mobilité en face arrière est toujours plus élevée que celle de la face avant et la dépendance à haute température en accord avec un mécanisme d'interaction électron-phonon. Ceci a déjà été observé dans les transistors FDSOI [256] et est attribué au mécanisme de dispersion additionnel de phonons optiques en face avant en raison de la présence des matériaux à haute constante diélectrique [258, 259]. Par ailleurs, pour des substrats en GO2,

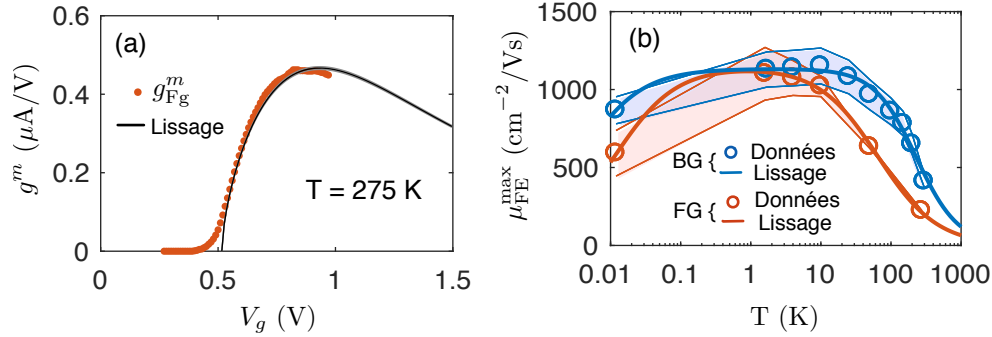


FIGURE 3.6. Mobilité d'effet de champ

(a) Conductance différentielle $g^m = dI_{ds}/dV_g$ lissée selon l'équation (3.6) avec n extrait de la référence [257]. (b) Mobilité d'effet de champ maximale extraite à partir de mesures similaires à celle du panneau (a) pour les faces avant (FG) et arrière (BG) en fonction de la température. Les régions ombragées représentent l'erreur sur la mesure et la ligne pleine la régression selon l'équation (3.11).

avec un oxyde de grille plus épais, la mobilité en face avant est moins sensible aux phonons optiques et la mobilité plus élevée qu'en face arrière [260]. À plus faible température, la mobilité atteint un maximum et diminue pour les deux interfaces pour finalement atteindre $\mu_{FG}^{\max} = 590\text{ cm}^{-2}/\text{Vs}$ et $\mu_{BG}^{\max} = 890\text{ cm}^{-2}/\text{Vs}$ à 20 mK.

Plusieurs mécanismes sont susceptibles de faire varier la mobilité d'effet de champ d'un MOSFET ou sa dépendance en température :

1. L'interaction avec les phonons acoustiques du silicium [261, 262];
2. La rugosité de surface [259, 263];
3. L'interaction coulombienne à longue portée avec les charges piégées aux différentes interfaces de l'empilement de couches métalliques [258, 264, 259, 263];
4. L'interaction avec les phonons optiques mous en raison de la présence des matériaux à haute constante diélectrique dans l'oxyde de grille [258];
5. Les contraintes dans le canal de silicium [265, 266, 267];
6. La longueur du canal de silicium [268, 256, 269];

Pour le FDSOI en particulier, une revue détaillée des différents mécanismes affectant la mobilité est donnée aux références [270, 268], et des mesures plus récentes jusqu'à 4 K aux références [256, 269].

Pour les MOSFETs, la dépendance en température de ces contributions peut être prise en charge par un modèle phénoménologique, en supposant que les phénomènes décrits précédemment sont indépendants. Ainsi, suivant la loi de Mathiessen's, la mobilité du canal

en considérant les phénomènes d'interaction avec les phonons et les défauts chargés et neutres s'écrit [271]

$$\frac{1}{\mu_{FE}} = \sum_i \frac{1}{\mu_i} \quad (3.9)$$

$$= \frac{1}{\mu_{ph}} + \frac{1}{\mu_c} + \frac{1}{\mu_{dn}} \quad (3.10)$$

$$= \frac{1}{\mu_{ph}^{300K} \left(\frac{300}{T}\right)^\beta} + \frac{1}{\mu_c^{300K} \left(\frac{T}{300}\right)} + \frac{1}{\mu_{dn}}. \quad (3.11)$$

La contribution principale à la réduction de la mobilité à haute température est donc les phonons (μ_{ph}) acoustiques pour lesquels un exposant $\beta \sim 1.75$ a été mesuré dans les transistors MOSFETS [272], mais les couches à haute constante diélectriques utilisées dans le FDSOI sont à l'origine de différentes contributions qui peuvent dépendre du procédé de fabrication et des matériaux utilisés [263]. À basse température, les termes de dispersion de Coulomb avec des impuretés chargées ou encore les collisions avec les défauts neutres limitent la mobilité. Le terme de Coulomb μ_c est modélisé par une dépendance linéaire en température [262, 261, 256], alors que le terme d'interaction μ_{dn} avec les défauts neutres en est indépendant.

La régression suivant l'équation (3.11) effectuée à la figure 3.6(b) permet d'extraire $\beta_{FG} \approx 1$ et $\beta_{BG} \approx 1.4$. Cette différence est en accord avec une réduction de la mobilité en raison du couplage additionnel avec les phonons optiques en face avant. L'exposant est comparable à celui mesuré sur des transistors MOSFETs [259] et FDSOI [263] en présence de matériaux d'oxyde à haute constante diélectrique. Pour les températures près de 1 K, la mobilité sature autour de $\mu_{dn} \approx 1100 \text{ cm}^{-2}/\text{Vs}$ aux deux interfaces pour redescendre à plus basse température. Cette diminution semble en accord avec un mécanisme de dispersion coulombien, mais le manque de données expérimentales dans la plage 10 mK - 1 K ne permet pas de valider le modèle. Des mesures récentes de transistors longs de géométrie GO1, corroborent les mesures expérimentales de mobilité en face avant avec l'absence de diminution de mobilité en raison de l'interaction coulombienne jusqu'à 4.2 K [269].

États d'interfaces

La variation de la mobilité en fonction de la température, et la diminution sous 4 K soulève la question de la densité d'états piégés aux interfaces. Une méthode conventionnelle pour sonder cette densité consiste à étudier le transport en régime sous-seuil pour lequel le courant drain augmente exponentiellement avec la tension de grille. En régime sous-seuil, le potentiel

de surface ψ_s , c'est-à-dire le potentiel électrostatique à l'interface oxyde-semi-conducteur, est tel que la densité électronique à l'interface est plus grande que celle dans le volume, mais insuffisante pour amener l'énergie de la bande de conduction sous le niveau de Fermi ($E_c > E_f$). En présence d'une différence de potentiel source-drain, V_{ds} , un courant de diffusion peut tout de même s'établir en raison de la différence de densité électronique entre la source $N(0)$ et le drain $N(L)$ [273, 253]. Le courant de diffusion s'exprime [251]

$$I_{ds} = eAD_n \frac{N(0) - N(L)}{L}, \quad (3.12)$$

$$N(0) = n_{p0} \int_{\psi_s}^0 \exp(\beta\psi_p) d\psi_p, \quad (3.13)$$

avec $\beta = k_B T / e$ et n_{p0} la densité d'électrons dans le volume du canal [273]. Il est à noter que la densité électronique est exprimée sous l'approximation de Boltzmann, c'est-à-dire que la fonction de distribution de Fermi-Dirac est approximée par celle de Maxwell-Boltzmann. Cette approximation est généralement valide à haute température, mais a démontré des résultats acceptables jusqu'à température de 4.2 K pour des transistors de type *bulk* [274].

Suivant l'équation (3.12) le courant varie exponentiellement avec la densité électronique à l'interface. Comme le potentiel de surface est directement relié à la tension de grille via les capacités des charges d'inversion et d'interfaces, il est possible de déterminer une équation analytique pour la pente sous-seuil $SS = dV_g / d\log_{10}(I_{ds})$. Entre autres, ce modèle tient compte de la densité d'états piégés à l'interface (D_{it}) qui agit comme un diviseur de potentiel de capacité $C_{it} \equiv e^2 D_{it}$ et réduit l'effet de grille sur le potentiel de surface. En tenant compte des densités d'interface avant et arrière différentes, une expression analytique de la pente sous-seuil SS peut donc être obtenue pour le FDSOI [251, 275, 276]. La méthode expérimentale utilisée ici ne permettant pas d'extraire la densité d'interface des deux interfaces individuellement, on supposera que celle-ci est la même aux deux interfaces. Ceci a pour effet de sous-estimer la contribution capacitive d'états en face arrière [276]. Pour $V_{bg} = 0$ V on retrouve

$$SS = \ln(10)\beta \left(\frac{(C_{si} + C_{ox} + C_{it})}{C_{ox}} - \frac{C_{si}^2}{C_{ox}(C_{si} + C_{box} + C_{it})} \right) \quad (3.14)$$

$$\approx \ln(10)\beta \left(\frac{(C_{si} + C_{ox} + C_{it})}{C_{ox}} \right). \quad (3.15)$$

L'équation(3.15) est obtenue avec $C_{si} \ll C_{ox}$. Ainsi, à partir de l'équation (3.15), la densité

d'état d'interface peut être extraite des mesures de $I_{ds}(V_{Fg})$.

La figure 3.7(a) montre l'évolution des caractéristiques $I_{ds}(V_{Fg})$ en fonction de la température. Premièrement, les courbes sont décalées vers les voltages plus positifs pour des températures plus basses. Ceci témoigne de l'augmentation de la tension seuil principalement en raison de l'étendue rétrécie de la fonction de Fermi à basse température, alors que la dépendance exacte dépend également des effets de confinement quantique du canal [277] et l'ionisation partielle des dopants résiduels et états d'interfaces [278, 279]. En effet, même si le canal FD-SOI est non dopé, les substrats contiennent généralement un faible dopage résiduel de l'ordre de $N_A \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. À basse température, les électrons peuvent se retrouver gelés sur les dopants, causant une faible réduction de la tension seuil en raison de l'augmentation du niveau de Fermi.

De façon surprenante la tension seuil à 12 mK est réduite par rapport aux courbes de température intermédiaires. Cet effet semble être particulier à ce dispositif et n'est pas reproduit sur les structures GO2 étudiées par la suite (voir sous-section 3.1.3). Il est à noter également que des instabilités dans le voltage seuil de transistors ont été observées en fonction de l'historique de polarisation des grilles à haut voltage pour des transistors PD-SOI⁷[280, 281], et pourraient expliquer le changement de tension seuil observé ici pour un dispositif en fin de cycle de mesure.

La pente sous-seuil moyenne SS est extraite des régressions linéaires de la figure 3.7(a). Le résultat tracé à la figure 3.7(b) montre une décroissance de $SS = 76 \pm 6 \text{ mV/décade}$ à 275 K jusqu'à $14 \pm 3 \text{ mV/décade}$ à 12 mK. La saturation de la pente sous-seuil en deçà de 10 K diffère de plusieurs ordres de grandeur par rapport à la valeur de $SS = 0.006 \text{ mV/décade}$ obtenue avec l'équation (3.14). Dans le contexte des transistors MOSFETs *bulk*, cet écart est expliqué par une augmentation de la densité D_{it} à basse température [274, 282]. Le potentiel désordonné à l'interface Si-SiO₂ produit une queue d'états localisés dans le bas de la bande de conduction. L'origine des états est multiple : contraintes non uniformes, charges résiduelles, rugosité de surface, dislocations du réseau. Ces contributions sont représentées par le paramètre macroscopique D_{it} . La queue de distribution d'états localisés est alors séparée des états de conduction délocalisés par le *seuil de mobilité* E_c [283, 284].

En régime sous-seuil, la réduction de l'étendue de la fonction de Fermi cause d'une part la réduction du SS , mais sonde également les états localisés très près du seuil de mobilité qui peuvent correspondre à une fraction significative de la densité de charge dans le canal. Comme la fonction de Fermi est moins étendue à basse température, le régime sous-seuil correspond à une plage d'énergie également rétrécie et la densité d'états localisés est donc sondée plus

7. de l'anglais : *Partially Depleted Silicon On Insulator*

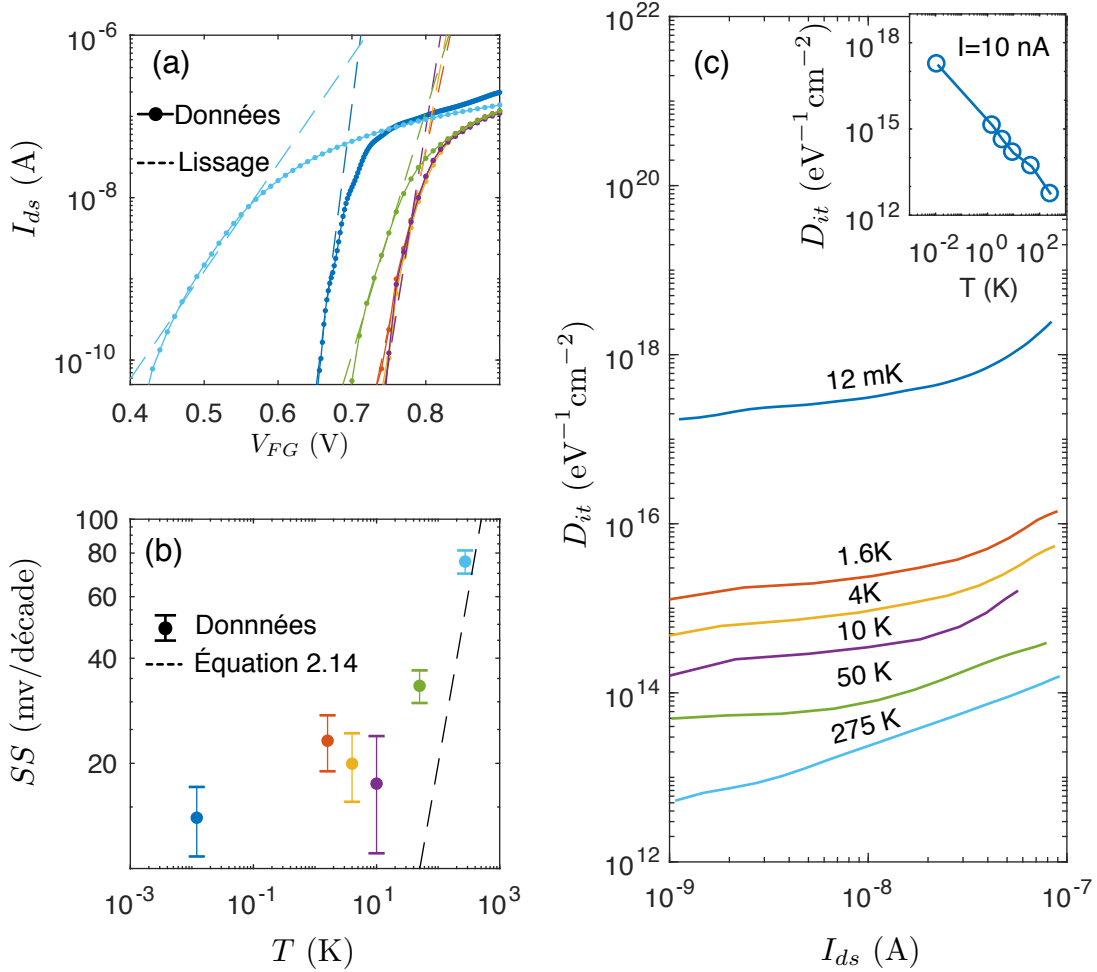


FIGURE 3.7. Caractéristiques sous-seuil et densité d'états d'interface

(a) Caractéristique de courant sous-seuil en fonction de la tension sur la grille avant. Les lignes pointillées indiquent les régressions linéaires dans le régime d'inversion faible. (b) Pente sous-seuil (SS) en fonction de la température. La ligne pointillée indique le SS calculée à partir de l'équation (3.15) à l'aide des paramètres du tableau 3.1 pour $C_{it} = 0$. (c) Densité d'états d'interface extraite à partir de l'équation (3.15) pour différentes températures. L'encart montre l'augmentation exponentielle observée avec la température.

près du seuil de mobilité augmentant ainsi D_{it} et C_{it} . De ce fait, sonder D_{it} à différentes températures permet en principe d'extraire de l'information quant à la dépendance en énergie de la densité de pièges d'interface [285]. Par ailleurs, des mesures sur des transistors FD-SOI indiquent que cette dépendance est exponentielle près du seuil de mobilité [275, 286, 285].

La figure 3.7(c) montre le D_{it} extrait à partir de l'équation (3.15) pour toute la plage de courant en régime d'inversion faible à différentes températures. La dépendance exponentielle mesurée reflète l'augmentation exponentielle de la densité d'états localisés près du seuil de mobilité. Toutefois, à 12 mK $D_{it} \approx 10^{17} \text{ eV}^{-1}\text{cm}^{-2}$, une valeur supérieure à la densité d'états de porteurs dans la bande de conduction de $10^{15} \text{ eV}^{-1}\text{cm}^{-2}$. Évidemment, cette valeur de D_{it} n'a pas de sens physique et doit être interprété comme l'incapacité du modèle à reproduire la physique du régime sous-seuil aux basses températures et montre la nécessité de développer des modèles théoriques analytiques et compacts pouvant s'appliquer à ces conditions pour le développement de l'électronique froide. Suivant la publication de ces résultats, de tels modèles ont vu le jour pour des transistors MOSFET de type *bulk* [278], pour lesquels une explication satisfaisante de la saturation de la pente sous-seuil était également manquante [287, 279]. Dans ce modèle la validité de la statistique de Boltzmann est vérifiée jusqu'à $T \sim 100 \text{ mK}$, et l'ajout de la dépendance en température de l'occupation des états d'interface permet de retrouver une saturation de SS à 4.2 K et explique les données expérimentales avec un accord acceptable pour le FDSOI [269]. Plus récemment, un modèle basé sur la statistique de Fermi-Dirac pour des transistors FDSOI a vu le jour [288]. Avec la modélisation de la queue de distribution d'états d'interface, ce modèle permet de reproduire la variation de la tension seuil en fonction de la température et reproduit les données expérimentales jusqu'à 4.2 K.

Impact de la grille arrière sur le transport en face avant

Comme il a déjà été mentionné dans la sous-section 3.1.1, un des avantages majeurs du FDSOI est la présence de la grille arrière qui permet d'augmenter ou d'abaisser la tension seuil offrant de ce fait une versatilité supplémentaire à l'implémentation de dispositifs spécifiques. Cet effet de la grille arrière est également vérifié à basse température.

La figure 3.8(a) montre l'évolution des caractéristiques sous-seuil en fonction de la tension sur la face arrière V_{bg} . À tension $V_{bg} = -2.5 \text{ V}$ la pente sous-seuil est diminuée jusqu'à $SS = 2 \text{ mV/V}$ en accord avec une augmentation de la capacité de couplage avec la grille avant en raison du déplacement du centre du canal de conduction plus près de l'interface avant [289, 256]. En raison de la présence de maxima et minima dans la région de faible inversion, l'évolution est difficile à suivre jusqu'aux tensions de grille positives. Ces maxima et minima sont attribués à la présence d'impuretés résiduelles et des défauts aux interfaces.

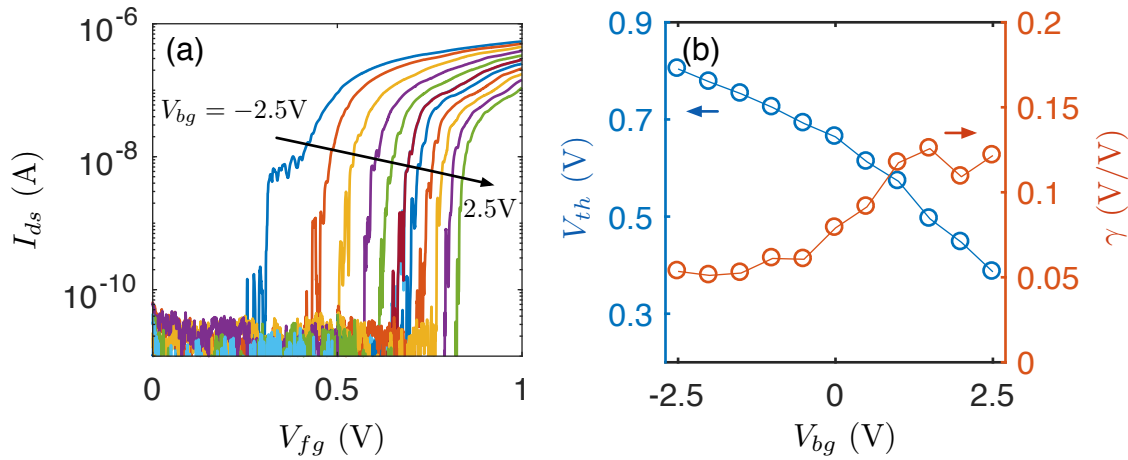


FIGURE 3.8. Effet de la grille arrière sur le voltage seuil

(a) Caractéristique sous-seuil à 20 mK pour différentes valeurs de V_{bg} variant de -2.5 V à 2.5 V pour $V_{ds} = 10$ mV. (b) Voltage seuil V_{th} extrait par la méthode GMLE à partir des données de (a) et coefficient de face arrière $\gamma = dV_{th}/dV_{bg}$.

Ces pièges modifient localement la densité d'états dans le canal. En raison de la faible largeur de grille ($W=54$ nm), ces trappes forment des barrières tunnel qui mènent à la suppression ou l'activation du transport dans le canal selon leur état de charge. Cet effet est étudié plus en détail dans une structure à grille séparée fabriquée sur des substrats GO2 (voir section 3.2).

La tension de seuil pour laquelle $E_f = E_c$ est atteinte à l'interface, peut être extraite de différentes façons dont la plus commune (méthode ELR) consiste à déterminer le point d'intersection entre l'abscisse et l'extrapolation du courant en régime linéaire [290]. Dans ce qui suit, la méthode de la dérivée seconde est utilisée et la tension seuil est extraite à partir du maximum de la dérivée seconde [291]. Une façon simple de comprendre sa validité consiste à considérer les modèles simplifiés de MOSFET pour lesquels la modélisation du régime sous-seuil est absente. Dans ce cas, la transition entre le régime linéaire et sous-seuil est abrupte donnant lieu à une marche dans la transconductance et, donc, un maximum dans la dérivée seconde. Cette méthode présente également l'avantage d'être insensible aux résistances en séries par rapport aux méthodes d'extrapolation de type ELR. Cette méthode d'extraction a été comparée à d'autres méthodes suivant la référence [290] et concorde avec la valeur moyenne obtenue par celles-ci.

La tension seuil est extraite des caractéristiques $I_{ds} - V_{fg}$ et tracée à la figure 3.8(b). Tel qu'attendu l'application d'une tension de grille en face arrière modifie le potentiel de surface de la face avant et décale le seuil d'activation de la grille avant avec un coefficient de face arrière $\gamma = dV_{th}/dV_{bg} \sim 50 - 125$ mV/V comparable au comportement à température pièce

[292]. À V_{bg} négatif, le coefficient est constant et vaut $\gamma \sim 50$ mV/V. Celui-ci augmente à partir de $V_{bg} = -1.25$ V. Cet effet est une fois de plus en lien avec le changement de position du canal de conduction avec les conditions de polarisation de la grille arrière. À tension positive, le canal est attiré vers la face arrière augmentant la capacité C_{box} et donc γ . À tension positive, le coefficient γ se stabilise de nouveau indiquant que le canal est activé plus près de la face arrière. En effet, la tension seuil d'activation avec la grille arrière uniquement est de $V_{th}^{bg} \sim 3$ V.

L'opération en grille arrière modifie également le comportement en régime de saturation du canal activé par la grille avant. À tension négative (Fig. 3.9(a)), une signature d'hystérésis est observée entre les courbes de V_{ds} croissant et décroissant pour toutes les tensions de grille avant. L'hystérésis est susceptible de survenir en raison de la grande résistance de la grille arrière à basse température. En effet, cette grille est rendue métallique par fort dopage. À basse température, l'ionisation des dopants est incomplète et la résistance augmente. Cet effet est amplifié à tension fortement négative et augmente le temps de réponse de la grille arrière.

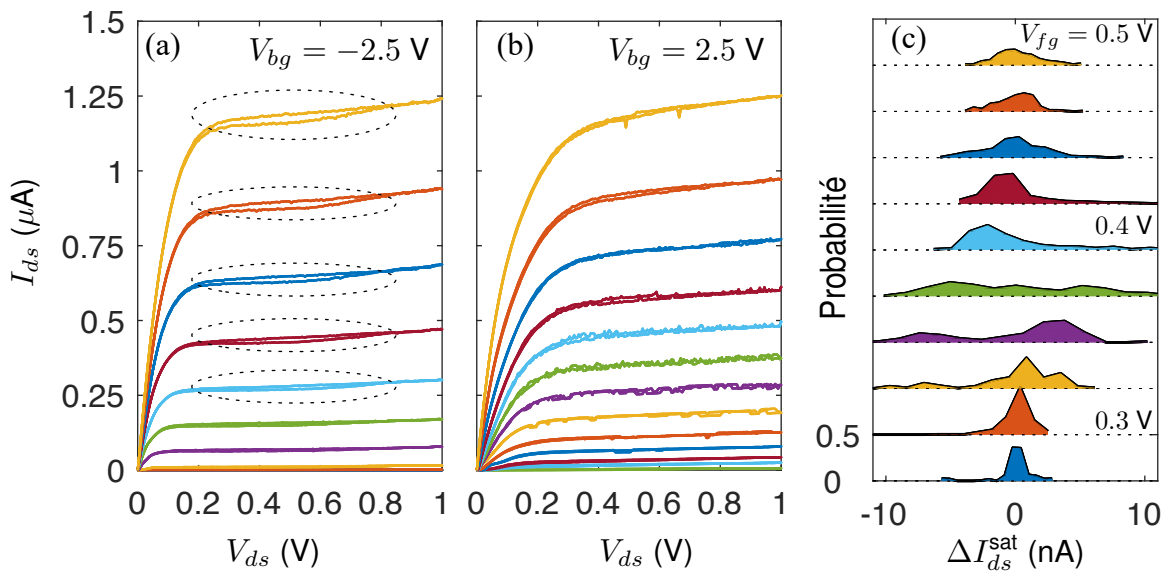


FIGURE 3.9. Impact de la grille arrière en régime de saturation

(a) Courbes $I_{ds}(V_{ds})$ croissantes et décroissantes pour V_{fg} variant de 0.7 à 1V pour $V_{bg} = -2.5$ V. Les cercles pointillés indiquent les régions d'hystérésis. (b) Courbes $I_{ds}(V_{ds})$ pour V_{fg} variant de 0.2 à 0.5V pour $V_{bg} = 2.5$ V. (c) Distribution de probabilité de l'écart du courant par rapport à la tendance moyenne dans le régime de saturation ΔI_{ds}^{sat} . Les différentes courbes sont décalées verticalement de 0.5 pour les différentes valeurs de grille avant.

À tension V_{bg} positive (Fig. 3.9(b)) l'hystérésis est absente. Pour des tensions de grille avant intermédiaires, le bruit de courant I_{ds} semble être augmenté par rapport à la courbe moyenne en régime de saturation. L'origine de cet effet est mise en lumière à la figure 3.9(c)

où la distribution de probabilité de l'écart du courant ($\Delta I_{ds}^{\text{sat}}$) par rapport à la courbe moyenne obtenue par un lissage polynomial d'ordre deux pour $V_{ds} = [0.4, 1]$ V est calculée. La distribution de probabilité $\Delta I_{ds}^{\text{sat}}$ est plus étendue pour les valeurs de grille avant intermédiaires. De plus, les courbes $V_{fg} = [0.35, 0.45]$ V montrent la présence de deux niveaux de courant. Ceci rappelle les distributions d'évènements tunnel de la section 2.3.3 et est associé à la présence d'une ou plusieurs trappes activées par la grille arrière. En effet, pour $V_{bg} = 2.5$ V, l'interface arrière est très près de son seuil d'inversion. De plus, le canal est proche de cette interface pour toutes les régions non recouvertes par la grille avant. Ce faisant, l'occupation ou l'absence d'occupation d'une trappe agit comme une grille locale faisant fluctuer le niveau de courant. La variation de l'étendue de la distribution traduit alors l'activation et l'augmentation du taux tunnel des trappes. À plus haute tension, le taux tunnel devient plus rapide que le taux de mesure et l'étendue de la distribution est de nouveau diminuée. Ainsi, bien que la grille arrière offre un contrôle additionnel, le contrôle de la qualité des interfaces et du niveau de dopage du puits d'accès doit être amélioré pour favoriser de meilleures caractéristiques $I_{ds} - V_{ds}$ à 20 mK.

Transport en face arrière

L'étude du transport activé par la grille arrière permet de confirmer les éléments d'hystérésis et de bruit télégraphique observés précédemment. Les figures 3.10(a)-(b) montrent les caractéristiques $I_{ds}(V_{ds})$ activées par la grille arrière. La différence d'amplitude de l'hystérésis et la variation du niveau de courant pour les mêmes tensions de grille arrière illustrent les longues constantes de temps reliées à l'utilisation de la grille arrière. Cette constante de temps est au mieux illustrée par l'atténuation de l'hystérésis entre les courbes de V_{bg} maximales acquises à cinq minutes d'intervalle. À faible tension sur la grille arrière, les sauts télégraphiques semblables à ceux des figures 3.9(b)-(c) indiquent une fois de plus l'activation des trappes.

La courbe d'activation de l'interface arrière de la figure 3.11(a) montre une fois de plus une forte hystérésis entre les courbes de montée et de descente, décalant la tension seuil d'environ 400 mV. La mesure à différentes vitesses de rampe permet d'ailleurs d'estimer un temps de stabilisation de quelques dizaines de minutes.

La courbe d'activation de la grille arrière n'est pas monotone et présente plusieurs plateaux qui peuvent être suivis jusqu'à température de 300 K. Ces plateaux illustrent l'impact de la géométrie inhabituelle du dispositif par rapport aux transistors standards et délimitent trois régimes d'opération. Bien que non quantitative par rapport aux mesures à 20 mK, des simulations *ATLAS* avec la géométrie du dispositif permettent de comprendre cet effet. Les

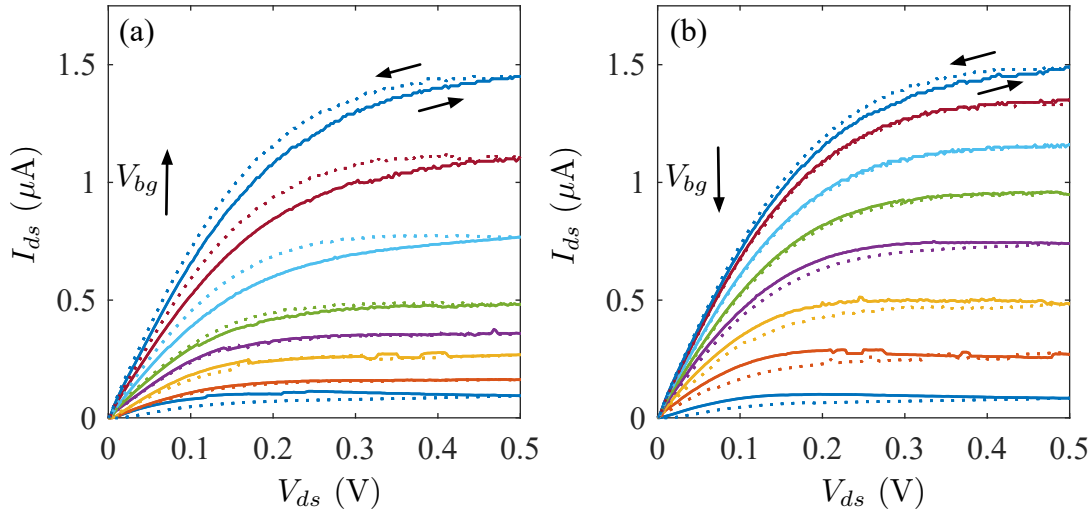


FIGURE 3.10. Caractéristiques $I_{ds} - V_{ds}$ de la face arrière

Courbes $I_{ds}(V_{ds})$ à 20 mK et $V_{fg} = 0$ V pour V_{bg} croissant (a) et décroissant (b) entre $V_{bg} = [2.8, 3]$ V. Les courbes pleines (pointillées) indiquent la montée (descente) de la tension V_{ds} . Cinq minutes séparent l'acquisition de la dernière trace en (a) de la première en (b).

trois régimes de densité de courant illustrés à la figure 3.11(b) correspondent à trois niveaux d'écrantage faits par la grille avant :

1. **Écrantage complet** : La grille avant crée une barrière de potentiel infranchissable pour les électrons. Ces derniers sont donc confinés dans la région de droite du dispositif uniquement.
2. **Faible barrière** : Les électrons peuvent traverser la barrière de potentiel formée par la grille avant, mais la densité de courant reste faible au centre du dispositif. La direction du courant au centre est d'ailleurs selon la direction x .
3. **Levée de barrière** : La tension sur la grille arrière permet de vaincre complètement la barrière de potentiel et le courant circule dans tout le dispositif.

Au-delà de $V_{bg} = 7$ V le courant est saturé dans toutes les régions du dispositif. La transition entre tous ces régimes diminue la conductance $g_{bg}^m = dI_{ds}/dV_{bg}$. En effet, les zones à densités de courant plus faibles correspondent également à des zones de faible mobilité et leur contribution au transport réduit la mobilité moyenne et change g_{bg}^m . L'augmentation de la tension de la grille au-delà de ces transitions augmente la mobilité et rétablit la conductance différentielle g_{bg}^m .

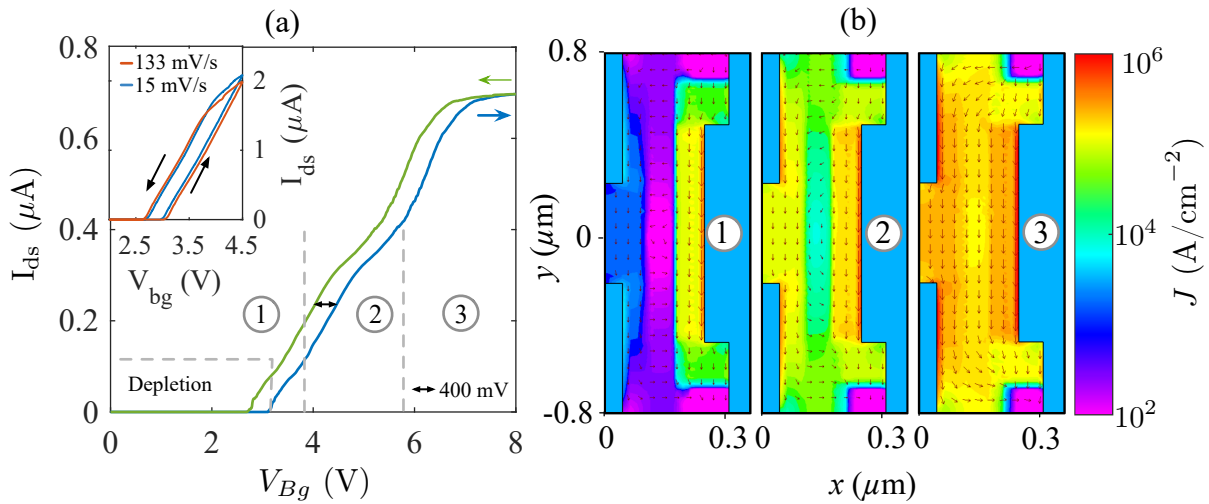


FIGURE 3.11. Régimes d'activations de la grille arrière et impact de la géométrie dédiée
 (a) Courbes $I_{ds} - V_{bg}$ à $V_{ds} = 10$ mV et $V_{fg} = 0$ V pour V_{bg} croissant (bleu) et décroissant (vert) montrant les régimes d'inversion forte et de déplétion. Un décalage de 400 mV est observé entre les courbes de montée et de descente. L'encart montre l'impact de la vitesse de la rampe sur l'amplitude de l'hystérésis. Et les régions chiffrées indiquent les différents régimes d'activation de la face arrière. (b) Densité de courant simulée à 300 K pour les trois régimes identifiés en (a).

3.1.3 Étude de reproductibilité sur les substrats de type GO2

L'étude précédente sur les substrats GO1 a permis d'établir l'impact de géométries dédiées ainsi que la première dépendance en température de plusieurs paramètres du FD-SOI jusqu'à 20 mK. Cette première étude montre que l'opération à basse température des transistors FD-SOI est très prometteuse pour la co-intégration, notamment en raison de la diminution de la puissance dissipée via l'augmentation de la tension seuil et de la mobilité. Toutefois, comme il a été mentionné précédemment, le courant de fuite mesuré pointe vers l'utilisation de substrats possédant des oxydes de grilles plus épais (GO2). Cette section revoit brièvement les caractéristiques obtenues pour ces substrats et leur reproductibilité sur plusieurs dispositifs.

Des schémas des dispositifs utilisés pour l'étude des transistors GO2 sont présentés aux figures 3.12(a)-(b). La structure est similaire à celle des dispositifs GO1 mis à part l'absence de second transistor sur la même active. Trois grilles de déplétions placées en périphérie de l'active servent en principe à définir des boîtes quantiques, mais ne seront pas considérés dans cette section. Les configurations de dopage des différentes zones du transistor sont les mêmes que pour la géométrie GO1 et sont résumées au tableau 3.1.

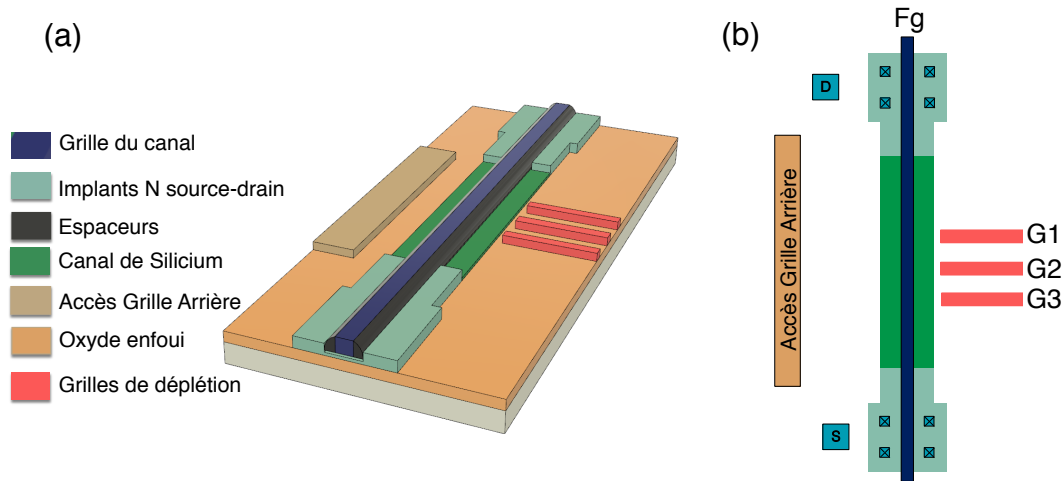


FIGURE 3.12. Géométrie des dispositifs à grille continue avec oxyde GO2
Schéma (a) tridimensionnel et (b) vu de dessus des dispositifs à grille continue utilisés pour l'étude de transport de transistors long.

Propriétés de transport en face avant

Les propriétés du transport activé par la grille avant sont illustrées à la figure 3.13(a). Aucun des transistors d'oxyde GO2 mesuré ne présente une fuite de grille mesurable dans la plage d'opération standard $V_{fg} = [0, 1.6 \text{ V}]$. Comme pour les transistors GO1, la tension seuil et le courant en régime d'inversion forte sont augmentés, alors que le SS diminue à basse température. De plus, l'écart-type du courant mesuré entre quatre différents dispositifs est au maximum cinq fois plus élevé à 1.6 K qu'à température pièce. Ceci représente une variation inférieure à 10 % sur toute la plage d'opération du transistor et témoigne de la grande qualité de l'interface avant dans ces dispositifs. À 1.6 K, près de la tension seuil, des oscillations peuvent être observées dans $\sigma_{I_{ds}}$. De façon équivalente aux dispositifs GO1, ces oscillations proviennent de barrières tunnel activées/désactivées à différentes tensions pour les quatre dispositifs. Dans la prochaine section, la possibilité de former des boîtes quantiques à 1.6 K sera d'ailleurs étudiée.

La figure 3.13(b), montre l'augmentation et la saturation de la tension seuil V_{th} avec la réduction de la température. Contrairement à la mesure effectuée sur le dispositif GO1, la tension seuil ne diminue pas significativement sous 1.6 K, indiquant que la dépendance observée à la section précédente était sans doute due à l'historique de polarisation de la grille. Un écart-type inférieur à 10 % de la tension seuil est observé sur toute la gamme de température jusqu'à 1.6 K. L'amplitude maximale de l'écart est indépendante de la température et similaire à d'autres mesures sur des transistors FDSOI [293]. Ceci montre tout le potentiel

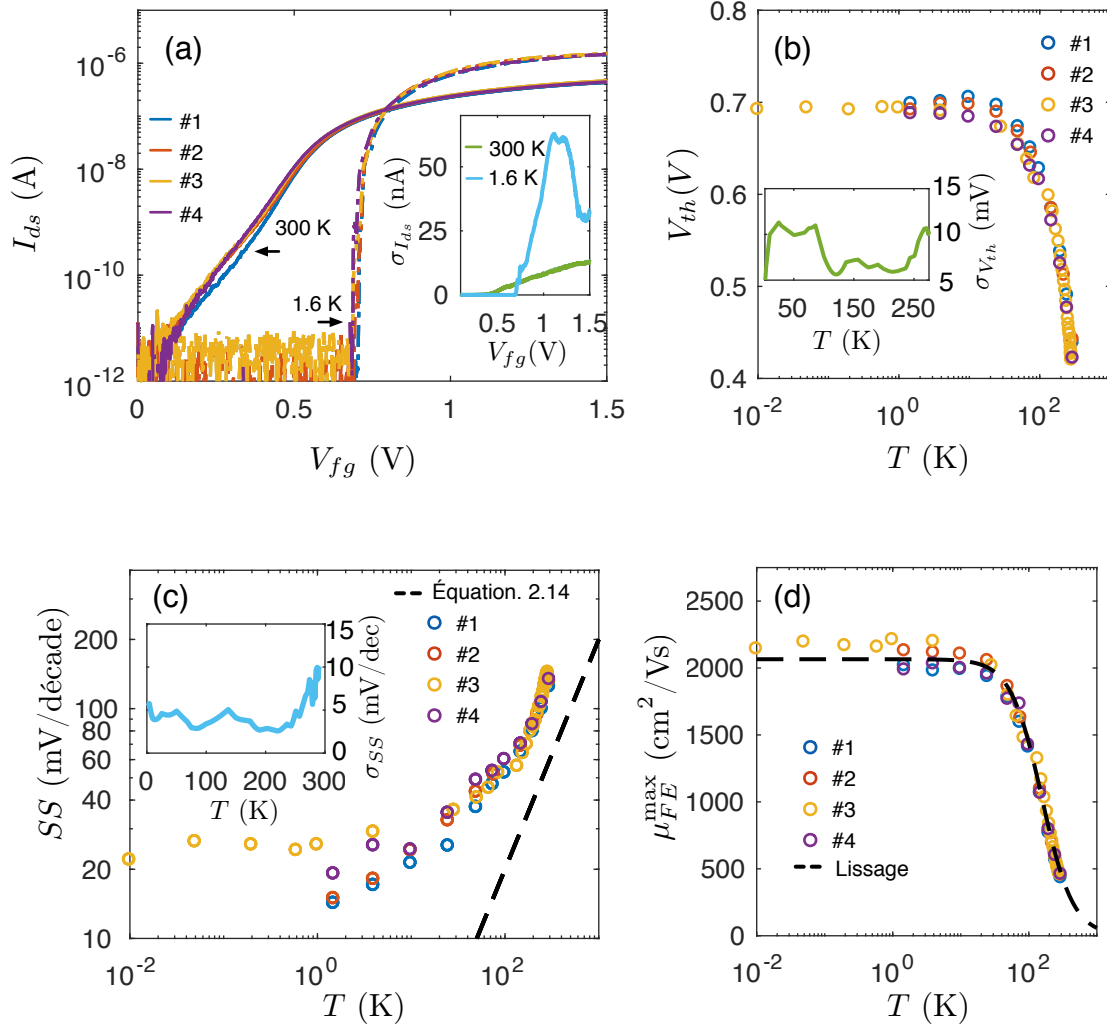


FIGURE 3.13. Propriétés de transport en face avant pour une géométrie GO2

(a) Courbe d'activation du canal à 300 K et 1 K pour quatre différents dispositifs nominativement identiques pour $V_{ds} = 10$ mV et $V_{bg} = 0$ V. L'écart type du courant $\sigma_{I_{ds}}$ en fonction de la tension de grille est tracé dans l'encart. (b) Dépendance en température de la tension seuil V_{th} et de son écart-type $\sigma_{V_{th}}$ (encart). (c) Pente sous-seuil SS en fonction de la température. La ligne pointillée est calculée selon l'équation (3.14). (d) Mobilité effective maximale en face avant extraite par la méthode de la fonction Y. Le lissage est effectué selon l'équation (3.11) en l'absence de la contribution coulombienne.

de la fabrication industrielle sur la plateforme UTBB-FDSOI 28nm pour l'implémentation de boîtes quantiques fiables. En effet, tel que discuté au chapitre 2 les tensions seuils de dispositifs de type *bulk* fabriqués par électrolithographie souffrent des problèmes de charges piégées résultant en une dégradation de la mobilité et d'une tension seuil variant de plusieurs centaines de millivolts aux températures cryogéniques entre différents dispositifs. Pour la formation de boîtes quantiques, ceci signifie que la plage de tension devant être cartographiée à l'aide de diagramme de stabilité est étendue et doit être réajustée d'un dispositif à l'autre. La réduction d'un ordre de grandeur dans l'écart entre des dispositifs nominalement identiques donne espoir que la plage cartographiée sera également réduite et que des boîtes quantiques aux propriétés similaires pourront être activées pour une même tension de grille.

La pente sous-seuil *SS* (Fig. 3.13(c)) présente la même dépendance en température que les substrats GO1 avec une saturation sous 1 K. En raison de la capacité C_{ox} réduite, la pente sous-seuil est généralement plus élevée en GO2 [263]. Toutefois, cet effet est insuffisant pour expliquer la différence mesurée. C'est plutôt la différence de géométrie entre les dispositifs et la capacité parasite en résultant qui expliquent cet écart. À basse température, la saturation est similaire à celle des substrats GO1 et donc dominée par la fonction de Fermi et la queue de distribution d'états localisés dans le bas de la bande de conduction en raison des défauts d'interface (voir la discussion sur les états d'interface à la sous-section 3.1.2). L'écart-type est comparable à celui mesuré pour des canaux longs à 300 K [293] et est diminué d'un facteur deux à 1.6 K.

La mobilité d'effet de champ maximale présente une dépendance en température différente de celle des substrats GO1 mesurés. Premièrement, sur toute la plage de température, la mobilité maximale est supérieure dans les dispositifs GO2 en raison de la distance plus grande entre le canal et l'oxyde à haute constante diélectrique due à la couche d'interface plus épaisse. À haute température, la mobilité limitée par les phonons suit une loi de puissance en $\mu_{FE}^{max} \sim T^{-\beta}$ avec $\beta = 1.90 \pm 0.14$ (l'erreur est donnée par l'écart-type entre les différents dispositifs). Cette valeur se rapproche plus de la valeur mesurée dans le silicium et pourrait être attribuée à la présence de la couche d'interface. Toutefois cette dépendance est en désaccord avec des mesures jusqu'à 50 K sur des transistors longs en géométrie GO1 et GO2 indiquant plutôt une dépendance en $\beta = 1$ [263, 256]. Or, la géométrie présente, est placée sur un plan de silicium beaucoup large que le canal. Cette différence est majeure par rapport aux géométries de transistors conventionnels et une augmentation de la mobilité est attendue en raison de la diminution du nombre d'interfaces près du canal. De plus, une comparaison juste entre les deux mesures nécessiterait la simulation de la densité de charge d'inversion ainsi que de la position moyenne du canal. En effet, ces deux paramètres modifient également la mobilité et ne sont pas tenus en compte dans les analyses de mobilité maximale. Ces effets

combinés sont susceptibles de donner une dépendance en température apparente différente.

Finalement, à basse température, la mobilité d'effet de champ sature en raison des défauts neutres dans le canal en accord avec d'autres mesures en GO2 [256] et des transistors MOS-FETS de type *bulk* [259]. La différence avec GO1 provient une fois de plus de la réduction d'interaction coulombienne à longue portée avec les charges aux différentes interfaces de l'empilement de couches formant la grille en raison de la distance augmentée par la couche d'interstice. Ceci augmente la mobilité de coulomb et repousse la décroissance à plus basse température, hors de la plage de mesure.

Propriétés de transport en face arrière

Les propriétés de la face arrière sont mises en image à la figure 3.14 et extraites à partir des mesures $I_{ds}(V_{bg})$. Au panneau (a), la variation de la tension seuil en fonction de la température pour les quatre dispositifs est illustrée. Contrairement à la grille avant, la variation n'est pas monotone avec la température et atteint plus de $\sim 20\%$ à 1 K. Cette variation est attribuée au niveau de dopage dans le puits et l'interface formant la grille arrière. En effet, dans un modèle simplifié pour un canal FDSOI non dopé, la tension seuil en face arrière s'exprime comme [239]

$$V_{th} = \Phi_m - \frac{Q_f}{C_{box}}, \quad (3.16)$$

où Φ_m est le travail d'extraction du métal et Q_f les charges piégées aux interfaces et V_{th} dépend essentiellement du travail d'extraction du métal. Dans le cas de la grille arrière, Φ_m est donné par le niveau de Fermi ajusté par le niveau de dopage avec $N \sim 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Toutefois des variations locales dans le procédé de fabrication (d'un dispositif à l'autre), peuvent faire varier ce niveau de dopage résultant en une grille arrière faiblement dégénérée présentant une plus forte dépendance du niveau de Fermi en température [294]. Dans le cas du dispositif #2, ceci signifierait une condition de dopage légèrement plus élevée, résultant en une plus grande quantité de porteurs à basse température. Il est à noter que de larges variations de la tension seuil ($\sim 200 \text{ mV}$) ont également été observées à température de 300 K pour les mêmes raisons que celles énoncées ici [260].

La mobilité maximale en face arrière suit une dépendance en température similaire à celle de la face avant avec une saturation à basse température en raison des défauts neutres dans le canal (Fig. 3.14(b)). La contribution des phonons est également similaire à haute température et suit une loi de puissance avec $\beta = 1.7 \pm 0.2$. La mobilité maximale est plus faible qu'en face avant en accord avec des mesures réalisées pour des transistors FDSOI dont la face arrière est dopée N [260].

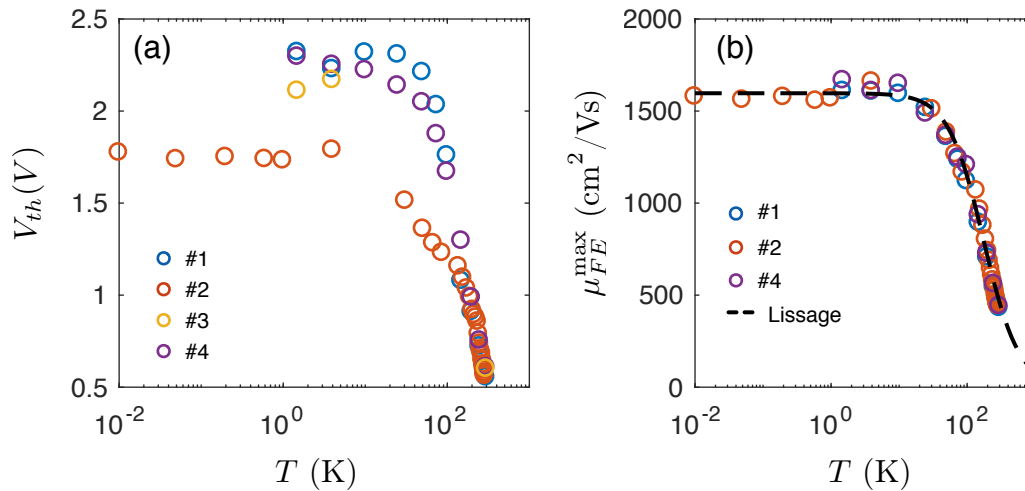


FIGURE 3.14. Propriétés de transport en face arrière pour la géométrie GO2

(a) Dépendance en température de la tension seuil V_{th} pour quatre différents dispositifs nominale-ment identiques. (b) Mobilité effective maximale en face arrière extraite par la méthode de la fonction Y. Le lissage est effectué selon l'équation (3.11) en l'absence de contribution de Coulomb.

3.2 Formation de boîtes quantiques en UTBB FD-SOI

Les sections précédentes ont survolé les propriétés de transport des transistors FDSOI et ont démontré la reproductibilité et la qualité des interfaces jusqu'à basse température pour les substrats GO2. La réduction de la tension source-drain et le contrôle des grilles de confinement dans une structure à grille séparée permettent de passer d'un régime de transistors à un régime de boîtes quantiques. Dans ce qui suit, différents régimes de formation de boîtes quantiques, reproductibles sur plusieurs dispositifs sont identifiés. Ces travaux mènent à une meilleure compréhension des limites des dispositifs et de la géométrie utilisée et orientent les améliorations aux designs à apporter dans les itérations futures.

3.2.1 Géométrie des dispositifs à grilles séparées

La structure à grille séparée pour l'étude de formation de boîtes quantiques dans les substrats GO2 est inspirée des dispositifs à grilles séparées de type SWAG [295, 214], et illustrée à la figure 3.15. De façon similaire aux dispositifs à boîtes quantiques décrits à la sous-section 2.3.1, une grille de contrôle (G2) est séparée des grilles de réservoirs (Fgt et Fgb) pour permettre l'activation indépendante d'une boîte quantique sous G2 et le contrôle du taux tunnel [170]. Comme pour les autres structures FD-SOI étudiées, un accès indépendant vers la

grille arrière est présent et deux grilles de contrôles additionnelles (G1-G3) sont conçues pour permettre un contrôle additionnel sur la hauteur des barrières tunnel et sur le confinement. Tel qu'il sera discuté un peu plus loin, à très forte tension de polarisation (> 10 V) ces grilles peuvent également être utilisées pour activer un canal d'électrons dans l'active, conférant à cette géométrie une versatilité additionnelle.

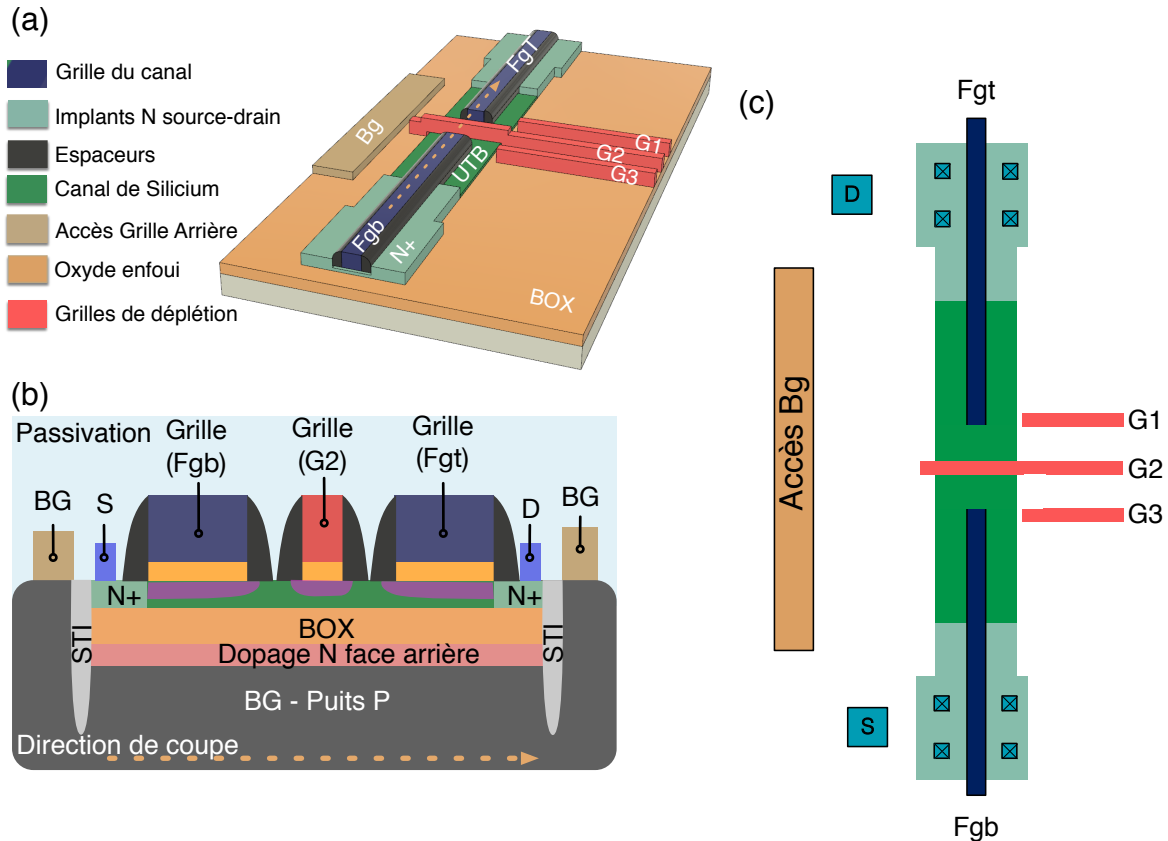


FIGURE 3.15. Géométrie de dispositifs à grilles séparées en UTBB FDSOI 28nm

Vues (a) tridimensionnelle (b) en coupe et (c) de dessus des structures à grilles séparées utilisées pour la formation de boîtes quantiques dans les substrats d'oxyde GO2. Les grilles d'activation en face avant sont identifiées par Fgt-Fgb et les grilles de contrôle par G1-G2-G3. Les régions en mauve dans le canal de silicium représentent la densité d'électrons espérée pour la formation d'une boîte quantique sous la grille G2.

Dans ce qui suit, les mesures les plus représentatives pour les régimes de formation de boîtes quantiques de six dispositifs à grille séparés seront présentées. Sauf si mentionné, les mesures sont effectuées à 1.5 K par une technique de transport dans un cryostat VTI à température variable. Les courants source-drain, courants de fuites et les tensions de grilles sont contrôlés et monitorés à l'aide de SMUs (*source-measure units*) permettant une mesure

simultanée des différents paramètres.

3.2.2 Régimes et limites d'opérations

Activation du canal et limites d'opération des dispositifs

Comme les dispositifs à grille continue utilisés pour les transistors, le transport dans les dispositifs à grilles séparées est activé à la fois par les grilles avant et les grilles arrières. Cette versatilité permettra d'ailleurs d'établir différents régimes de boîtes quantiques selon les jeux de paramètres utilisés. La figure 3.16 identifie les limites d'opération des grilles ainsi que les conditions d'activation du transport aux deux interfaces.

Tout d'abord, en l'absence de tension sur la grille arrière et sur la grille de boîte quantique, l'application d'une tension simultanée V_{fgs} sur les grilles avant Fgt et Fgb est insuffisante pour activer le transport (Fig. 3.16(a)). Ceci est dû à l'écrantage généré par la grille G2 traversant l'active. Au-delà de $V_{fgs} \approx 3.5$ V un courant de fuite entre la grille et le canal est mesuré plaçant ainsi une borne supérieure sur la tension des grilles avant. Ce courant de fuite est de quelques ordres de grandeur inférieur au courant mesuré à $V_g = 1$ V dans les structures GO1 et montre le gain en plage d'opération gagné par l'utilisation de structures GO2. Pour $V_{Fgs} = 3.5$ V, l'augmentation de la tension sur la grille G2 permet d'activer le transport entre la source et le drain (Fig. 3.16(b)). Comparativement aux dispositifs à grille continue, le seuil est décalé d'environ $\Delta V_{th} \sim 2.5$ V plaçant ce dernier entre 2 et 4 V tout dépendant des dispositifs. Ceci témoigne des barrières tunnel générées par les gaps séparant les grilles Fgb - G2 - Fgt et indique qu'aux limites d'opérations imposées par le courant de fuite, le dispositif fonctionne tel qu'attendu. À l'inverse, en raison de l'épaisseur du BOX, le courant de fuite entre la grille arrière et le canal devient significatif seulement au-delà de $V_{Bg} = 10$ V (Fig. 3.16(c)). Pour cette condition, le courant dans le canal devient bruyant, en raison de l'aspect aléatoire des électrons traversant la barrière tunnel du BOX. Il est à noter que le bruit dans le canal augmentant à partir de $V_{bg} = 8$ V est également dû à cet effet, et l'amplitude réduite du bruit est corrélée avec le courant tunnel réduit. Le seuil d'activation de la grille arrière est lui aussi décalé de 1.8 V par rapport aux dispositifs à grille continue en raison de l'écrantage de la grille G2 agissant également sur l'interface arrière (Fig. 3.16(d)).

De la même façon qu'une tension positive sur la grille arrière permet de déplacer le seuil V_{th} , l'utilisation conjointe de cette dernière avec les grilles avant permet de décaler le seuil d'activation (Fig. 3.17(a)). Loin de son seuil d'activation $V_{th} \sim 0.7$ V (voir sous-section 3.1.3), la grille G2 agit comme une barrière tunnel. Cette barrière doit être compensée par la tension V_{bg} pour former un canal sur l'interface arrière et donne lieu à la pente prononcée du

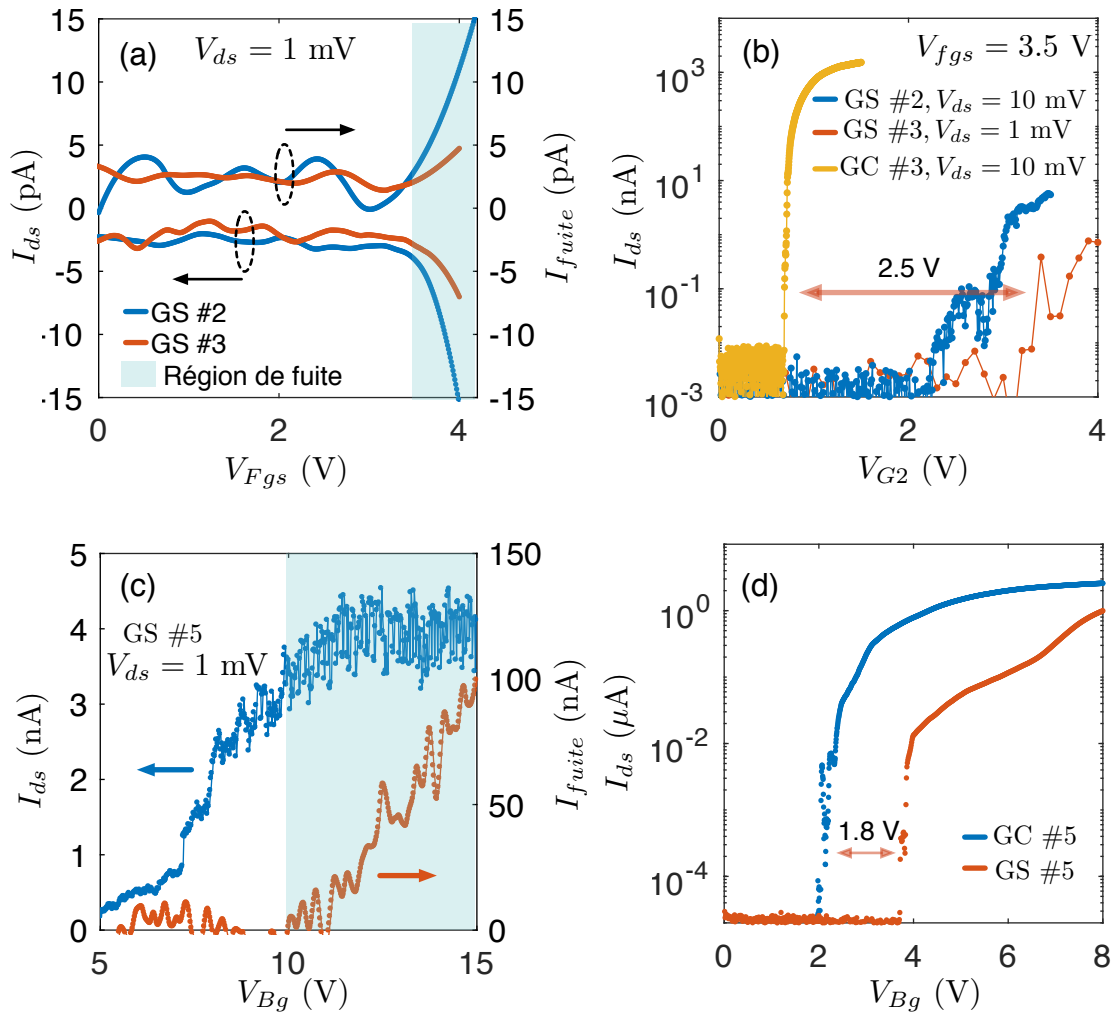


FIGURE 3.16. Activation et limites d'opération en face avant et arrière

(a) Courbes d'activation des deux grilles avant Fgs (Fgt et Fgb variée simultanément) montrant la correspondance entre le courant source-drain (I_{ds}) et le courant de fuite lissé (I_{fuite}) des grilles. Les courbes sont décalées de ± 2.5 pA par souci d'intelligibilité. (b) Courbes comparatives d'activation de la grille de boîte quantique G2 pour des tensions de grilles avant fixées à 3.5 V pour les dispositifs à grilles séparées (GS) et grille continue (GC). (c) Courbe d'activation en grille arrière montrant la fuite de grille (lissée) et le bruit dans le canal en résultant. (d) Courbe comparative d'activation en grille arrière pour les dispositifs GS et GC #5.

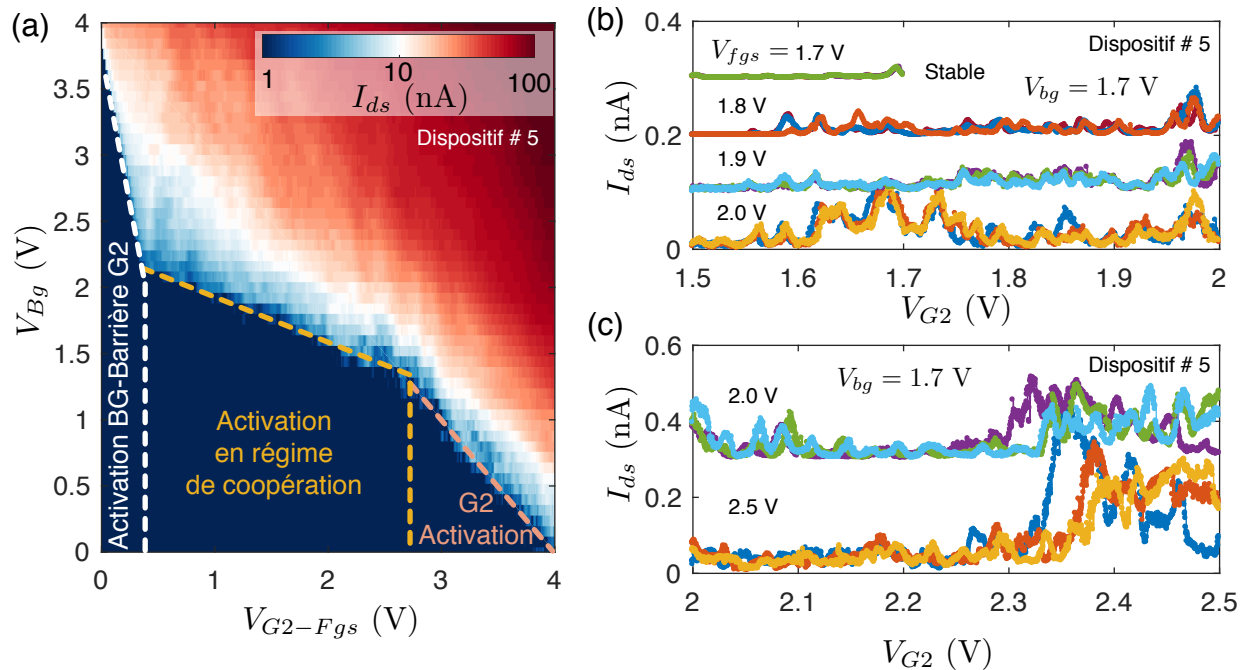


FIGURE 3.17. Régimes d'activations BG-G2-Fgs

(a) Cartographie à basse résolution des différents régimes d'activation du courant possible avec la grille arrière (BG) et les grilles avant (Fgt,Fgb,G2). (b) - (c) Courbes d'activation de G2 dans le régime de coopération à différentes valeurs de grilles avant. Chaque courbe est répétée trois fois. Les courbes sont décalées verticalement de 0.1 nA par soucis de clarté.

seuil à bas V_{fgs-G2} . À l'inverse, aux tensions fortement positives sur G2 et les grilles avant, celles-ci dominent le transport et un canal est formé sur l'interface avant. Tel que mentionné précédemment, ce canal est toutefois formé aux limites d'opération pour les fuites de grilles en face avant. Dans le régime intermédiaire, près du seuil de G2 et en deçà du seuil de BG, les grilles coopèrent pour former un canal de conduction dont la position du centroïde dans l'épaisseur du canal varie selon la tension relative entre les grilles avant et arrière.

La coopération entre la grille arrière et les grilles avant permet d'envisager la formation d'une boîte quantique sous G2. En effet, comme le seuil est décalé vers les tensions plus positives avec $V_{bg} \in [1.4, 2.0]$ V ceci laisse une plus grande liberté au contrôle des taux tunnel et du confinement avec Fgt-Fgb-G2. Les figures 3.17(b)-(c) montrent justement l'effet de G2 et des grilles avant dans ce régime. Plusieurs maxima et minima sont observés et le courant augmente de façon générale avec l'augmentation de la tension des grilles en raison de la formation de barrières tunnel. Selon les tensions de grilles Fgt et Fgb, les maxima et minima sont plus ou moins périodiques ce qui pourrait indiquer la formation d'une boîte quantique confinée de

façon électrostatique. Toutefois, pour des tensions $V_{Fgs} > 1.7$ V, bien que reproductibles, ces pics décalent en tension de grilles lorsque la courbe est répétée. Ceci est une fois de plus dû au courant de fuite des grilles pour l'opération au-delà des spécifications d'utilisation des dispositifs (1.6 V à 300 K). Cet aspect limite la zone de formation de boîtes quantiques électrostatiques sous G2 à une très faible plage de tension pour laquelle $V_{G2-Fgs} < 1.7$ V et $V_{Bg} < 2$ V.

Boîtes quantiques désordonnées en régime de coopération

La formation de boîtes quantiques multiples a été réalisée pour plusieurs dispositifs en régime de coopération. Ce régime permet toujours l'obtention de signatures dues à la présence de boîtes quantiques multiples et des exemples de résultats sont illustrés aux figures 3.18(a)-(b). Comme il a déjà été discuté pour les SETs à la sous-section 2.3.1, la signature en transport d'une boîte quantique simple produit une série de transitions parallèles dans un diagramme de stabilité. Pour les boîtes quantiques doubles en série, ces lignes se transforment en triangles de conduction. Les triangles ne sont visibles que lorsque les niveaux d'énergies de la boîte quantique permettent le transport séquentiel d'électrons entre la source et le drain. Pour des boîtes quantiques multiples, cette condition est d'autant plus restrictive. Des exemples de transport sont donnés dans les références suivantes pour les boîtes quantiques doubles [296, 22, 8] et triples [297, 298, 299].

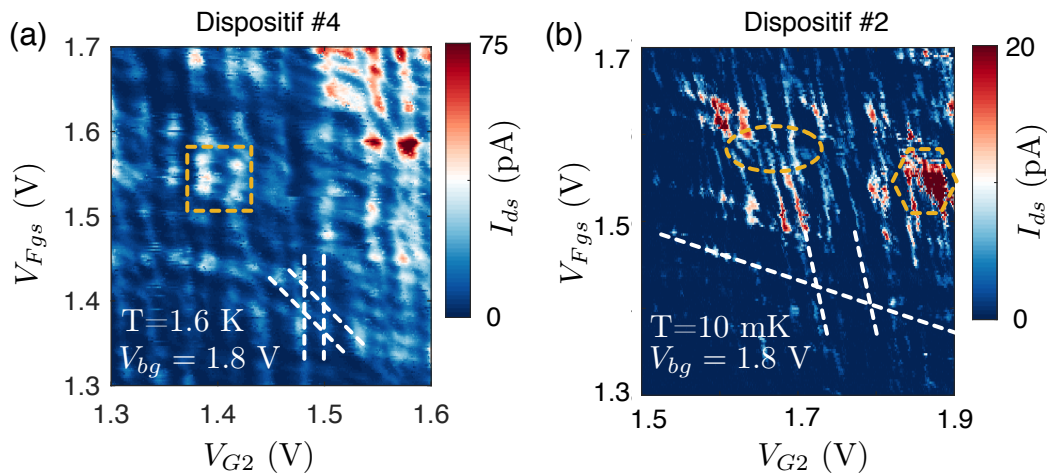


FIGURE 3.18. Multiples boîtes quantiques désordonnées

Diagrammes de stabilité en régime de coopération avec $V_{Bg} = 1.8$ V et $V_{ds} = 10$ mV pour (a) le dispositif #4 à 1.6 K et (b) le dispositif #2 à 10 mK. Différentes structures sont identifiées : (carré pointillé) triangles de conduction, (ellipse pointillée) anticroisement, (hexagone pointillé) défauts, (lignes pointillées) directions principales des lignes de transition.

Dans les diagrammes des figure 3.18(a)-(b), plusieurs structures ayant la forme de triangles indiquent sans doute la présence de boîtes quantiques doubles placées en série. Plusieurs constatations additionnelles indiquent que ces boîtes quantiques ne sont pas celles désirées et ne sont pas nécessairement formées sous G2 :

1. Plusieurs lignes de différentes pentes se superposent aux triangles indiquant le transport en parallèle entre des boîtes quantiques multiples et des boîtes quantiques simples ;
2. Des zones de fort courant sont activées/désactivées selon la configuration de grilles indiquant la présence de défauts. Ces défauts se couplent aux lignes observées ;
3. Plusieurs lignes sont décalées et forment des anticroisements par des structures invisibles au transport ;
4. La triangulation avec toutes les grilles du dispositif (non montrée ici) ne permet pas de comprendre l'origine des transitions. Ces mesures sont généralement inconsistantes les unes avec les autres ;
5. Les transitions sont instables et ne sont pas reproduites lorsque les tensions de grilles sont rampées sur de larges plages ;
6. La périodicité est modifiée entre différents dispositifs et le courant fortement atténué aux températures de mK.

Mis en commun avec le fait que la grille G2 est bien au-delà de son seuil de conduction (indiquant que cette grille agit sans doute comme un réservoir d'électrons) les éléments énumérés ci-dessus indiquent que les boîtes quantiques sondées sont des boîtes quantiques désordonnées. Ces dernières apparaissent car BG est très près du seuil de conduction. Selon la configuration locale du potentiel électrostatique modifiée par le désordre sur l'interface arrière, le courant est activé ou non. Tout dépendant de la position des défauts sondés dans l'active, ceux-ci se coupleront davantage à certaines grilles expliquant l'inconsistance entre différentes mesures.

Bien que peu concluantes pour la formation de boîtes quantiques électrostatiques sous G2, ces mesures indiquent une problématique majeure dans le design des dispositifs. Même en régime de coopération, la barrière de potentiel formée par la séparation des grilles entre G2 et les Fgt-Fgb ne peut être surmontée que pour des tensions de grille arrière très près de V_{th}^{Bg} et des tensions sur G2 bien au-delà de V_{th}^{G2} . Cette plage de tension est bien loin du régime à 1 électron attendu sous G2 et indique que les gaps doivent être diminués. À titre comparatif, les gaps pour les structures à grilles séparées de la section 2.3 étaient inférieurs à 50 nm et ceux fabriqués par d'autres groupes de recherche varient entre 100 nm dans le Si/SiGe pour lesquels le gaz d'électrons est formé 100 nm sous la surface [300, 301] et 40 nm pour des structures MOS avec un oxyde de 7 nm [295]. En plus du mince oxyde en face avant

qui augmente l'écrantage réalisé par le canal sous la grille, il n'est pas surprenant que cette structure ne permette pas l'implémentation de boîtes quantiques intentionnelles sous G2.

3.2.3 Reproductibilité de boîtes quantiques formées dans un canal en face arrière

Identification des transitions et régimes d'opération

Malgré la difficulté de former des boîtes quantiques sous la grille G2, cette grille peut être utilisée pour former une barrière tunnel lorsque le canal de conduction est activé par la grille arrière (Bg). Étonnement, cette configuration permet de former des boîtes quantiques près de la grille G2 et le niveau de confinement est contrôlé par la grille arrière. Dans ce qui suit, la reproductibilité de ce régime de formation de boîtes quantiques est identifié sur les quatre dispositifs mesurés à 1.6 K et 8 mK.

Les figures 3.19(a)-(d) montrent les diagrammes de stabilité entre Bg et G2 pour toute la gamme de tension recouvrant les régimes de barrières tunnel et d'activation formée par G2. Au-delà de $V_{G2} > V_{th}^{G2}$, le transport n'est activé que par la grille arrière et le seuil de courant contrôlé seulement par celle-ci. À l'inverse, pour $V_{G2} < V_{th}^{G2}$, G2 agit comme barrière tunnel et la tension sur Bg doit être augmentée afin de vaincre la barrière et d'activer le transport. Sur tous les dispositifs mesurés à 1.6 K, le point d'inflexion entre ces deux régimes est identifié à $(V_{G2}, V_{Bg}) = (0.36, 2.22) \pm 0.02$ V et semble offrir une variabilité légèrement supérieure à celle du seuil de tension mesuré en face avant dans les dispositifs à grille continue (~ 10 mV). À 20 mK, le point d'inflexion est légèrement plus élevé et le courant diminué pour tout le diagramme.

Près de la ligne d'activation dans le régime de barrière tunnel formée par G2, une série de lignes quasi parallèles à la droite d'activation sont visibles sur tous les diagrammes. L'augmentation de la tension de grille sur Bg augmente la séparation entre ces lignes. De plus, mieux visualisées dans les diagrammes des figures 3.19(c)-(d), quelques une des lignes se croisent pour différentes valeurs de G2 et Bg. Pour une valeur de grille arrière donnée, l'activation du transport par la grille G2 en régime de barrière présente des oscillations de courant qui rappellent le blocage de Coulomb d'une boîte quantique. Mis en commun avec la présence de lignes de différentes pentes, ces diagrammes indiquent la présence de multiples boîtes quantiques couplées. La séparation entre les lignes est accrue à haute tension sur Bg indiquant que le confinement est augmenté vers le haut des diagrammes.

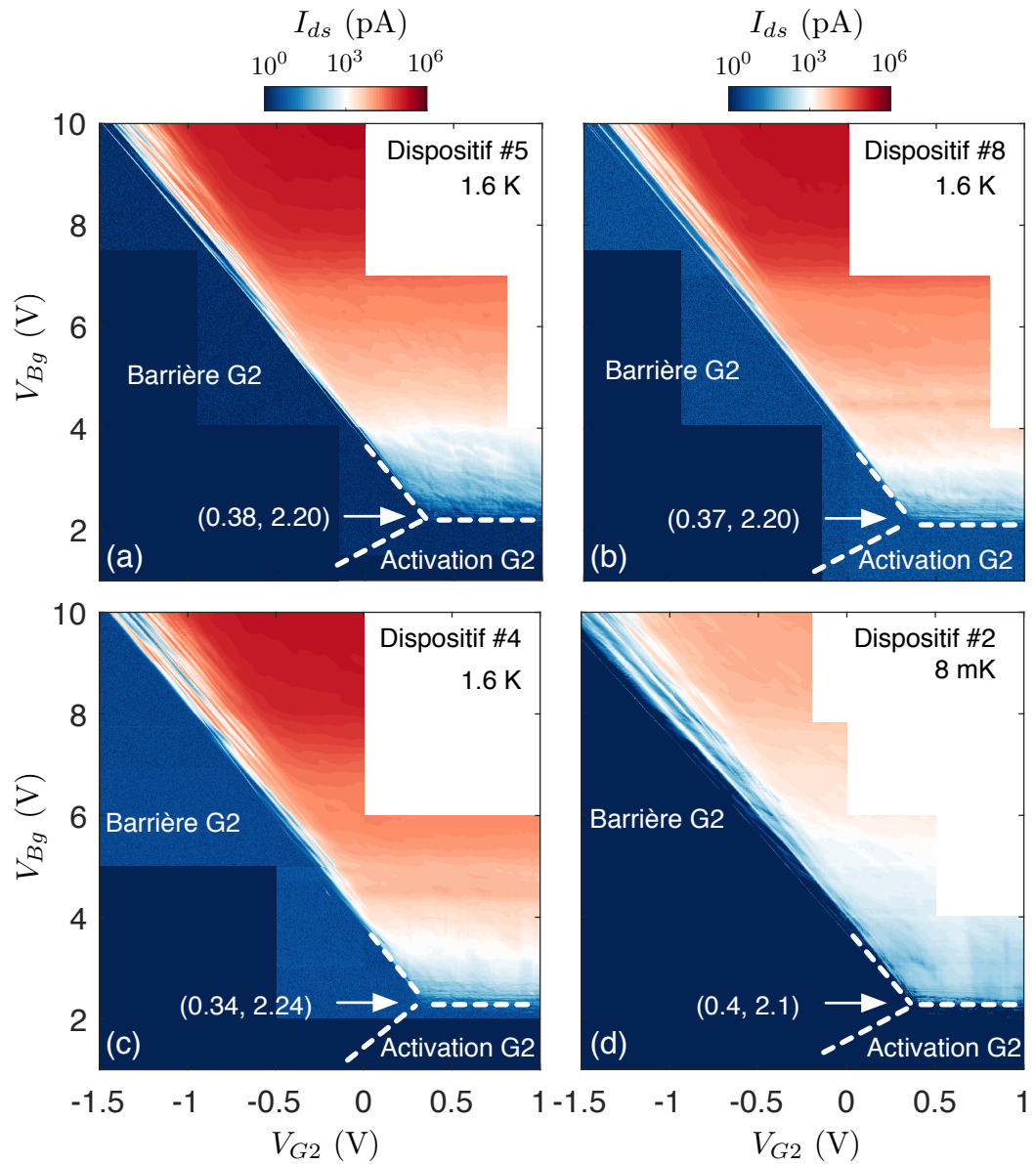


FIGURE 3.19. Diagrammes de stabilité BG-G2

Diagrammes de stabilité BG-G2 jusqu'à $V_{BG} = 10$ V et $V_{ds} = 10$ mV pour quatre différents dispositifs. Les flèches indiquent la position du point d'inflexion mesuré au minimum du courant à la pointe entre les régimes de barrière et d'activation définis par G2.

Diamants de Coulomb

Afin d'identifier la nature et de mieux comprendre le comportement des transitions en fonction des deux grilles, la spectroscopie de Coulomb est réalisée pour tous les dispositifs à trois tensions de grille arrière ($V_{Bg} \in [3, 6, 10]$ V). La mesure consiste à répéter une trace de grille G2 pour différentes tensions source-drain. En présence de boîtes quantiques, les régions en régime de blocage de Coulomb pour lesquelles $I_{ds} = 0$ présente la forme de diamants dont les dimensions sont reliées aux paramètres du modèle orthodoxe des boîtes quantiques (voir sous-section 2.3.1)[22]. En effet, la hauteur des diamants correspond à l'énergie d'addition E_{add} et la pente des côtés aux capacités de couplages avec la source C_s , la grille C_g et la capacité totale C_Σ :

$$\beta = \frac{e C_g}{C_s}, \quad -\gamma = \frac{e C_g}{C_s + C_\Sigma}, \quad (3.17)$$

où $C_\Sigma = \sum_i C_i$ tel que $E_c = e^2/2C_\Sigma$.

Les diamants de Coulomb mesurés sont présentés à la figure 3.20 pour les quatre dispositifs mesurés. La figure 3.20(a) identifie les zones de blocage de Coulomb et donne un exemple de l'extraction des paramètres E_{add} , β et γ . Pour tous les dispositifs, le régime à $Bg = 10$ V présente les diamants de Coulomb de plus grande énergie d'addition. Ces diamants sont également les mieux définis. D'ailleurs, les niveaux excités peuvent être observés pour les premiers diamants (ligne de différente amplitude de courant dans la région de conduction). Le tableau 3.3 présente les paramètres extraits à partir des diamants de plus grande énergie des quatre dispositifs.

Dispositif	T	E_{add} (meV)	C_Σ (aF)	C_{G2}/C_Σ	C_{Bg}/C_Σ	C_s/C_Σ	C_d/C_Σ
#8	1.6 K	21 ± 1	7.6 ± 0.1	0.44	0.10	0.29	0.25
#5	1.6 K	61 ± 1	23 ± 0.1	0.61	0.15	0.19	0.08
#4	1.6 K	7 ± 1	23 ± 0.1	0.15	0.04	0.33	0.52
#2	8 mK	25 ± 1	6.4 ± 0.1	0.35	0.1	0.13	0.3

Tableau 3.3. Paramètres des diamants de plus grande amplitude dans le régime de barrière
Paramètres du modèle orthodoxe extrait à partir des diamants de plus grande amplitude à $V_{Bg} = 10$ V de la figure 3.20. La capacité C_Σ est extraite en négligeant l'énergie orbitale, de telle sorte que $E_{add} \sim E_c = e^2/2C_\Sigma$. La capacité de la grille arrière est extraite à partir de la pente des transitions correspondantes dans les diagrammes de la figure 3.19.

Trois constatations peuvent être tirées des données du tableau 3.3 :

- L'énergie de charge maximale varie significativement d'un dispositif à l'autre ;
- La majorité des dispositifs présentent une asymétrie entre les capacités source et drain, qui elles-mêmes varient fortement d'un dispositif à l'autre ;
- Pour la majorité des dispositifs, la boîte quantique est plus fortement couplée à la grille G2 qu'à tous les autres éléments du circuits.

Dans les structures MOS en silicium, l'énergie d'addition de boîtes quantiques électrostatiques est généralement de l'ordre de 10-30 meV pour l'ajout du premier électron à la boîte [8, 170, 68]. Ainsi, il n'est pas exclu que les énergies de charges mesurées ici proviennent de boîtes formées par le potentiel électrostatique. Toutefois, l'énergie d'addition de 61 ± 1 meV observée dans le dispositif #5 semble difficilement explicable par le potentiel électrostatique uniquement. Ainsi, le diamant de Coulomb observé pour ce dispositif pourrait être dû au confinement supplémentaire généré par des dopants résiduels dans le canal. En effet, pour les canaux de silicium très minces, le couplage entre les dopants et l'interface est susceptible de fournir un confinement accru par rapport aux énergies de charge des dopants ou d'une boîte quantique électrostatique [302, 303, 304]. Cette énergie de charge peut atteindre plus de 50 meV pour un donneur placé à moins de 4 nm de l'interface [302, 303]. Cette énergie est également modulable à l'aide de forts champs électriques qui attirent la fonction d'onde de l'électron vers l'interface et augmente l'énergie de charge [302]. Ceci pourrait expliquer l'augmentation de l'énergie de charge de certaines transitions pour les valeurs de V_{Bg} plus élevées. De plus, des agglomérats de dopants sont susceptibles de donner des effets similaires et d'augmenter le confinement, comme ceci a été observé dans des transistors FDSOI à 4 K [305]. Finalement, à partir du dopage résiduels issu des substrats et procédés utilisés, l'estimation du nombre de dopants dans l'active est de l'ordre de 5 pour la géométrie et les méthodes de fabrication des dispositifs étudiés ici. Il est donc probable que les effets de confinement accru en raison de dopants résiduels se produisent.

La présence de dopants ne peut toutefois pas expliquer les faibles énergies d'additions, de même que l'observation de près d'une dizaine de pics de Coulomb pour les diamants à $V_{Bg} = 10$ V. Le fort couplage avec la grille G2 indique que ces boîtes quantiques sont probablement situées sous cette grille. L'asymétrie avec les contacts source et drain indique que les boîtes sont situées à l'extrémité supérieure ou inférieure de la grille. Aussi, les diagrammes de stabilité avec les grilles de confinement G1-G3-FgB-FgT (non montrés) ne présentent aucun effet de ces grilles pour la très grande majorité des transitions observées, confirmant le positionnement de ces boîtes sous G2. De plus, les effets suivants sont observés à la figure 3.20 :

1. Réduction générale de l'énergie d'addition lorsque V_{Bg} diminue ;
2. Irrégularités de l'amplitude des diamants de Coulomb ;

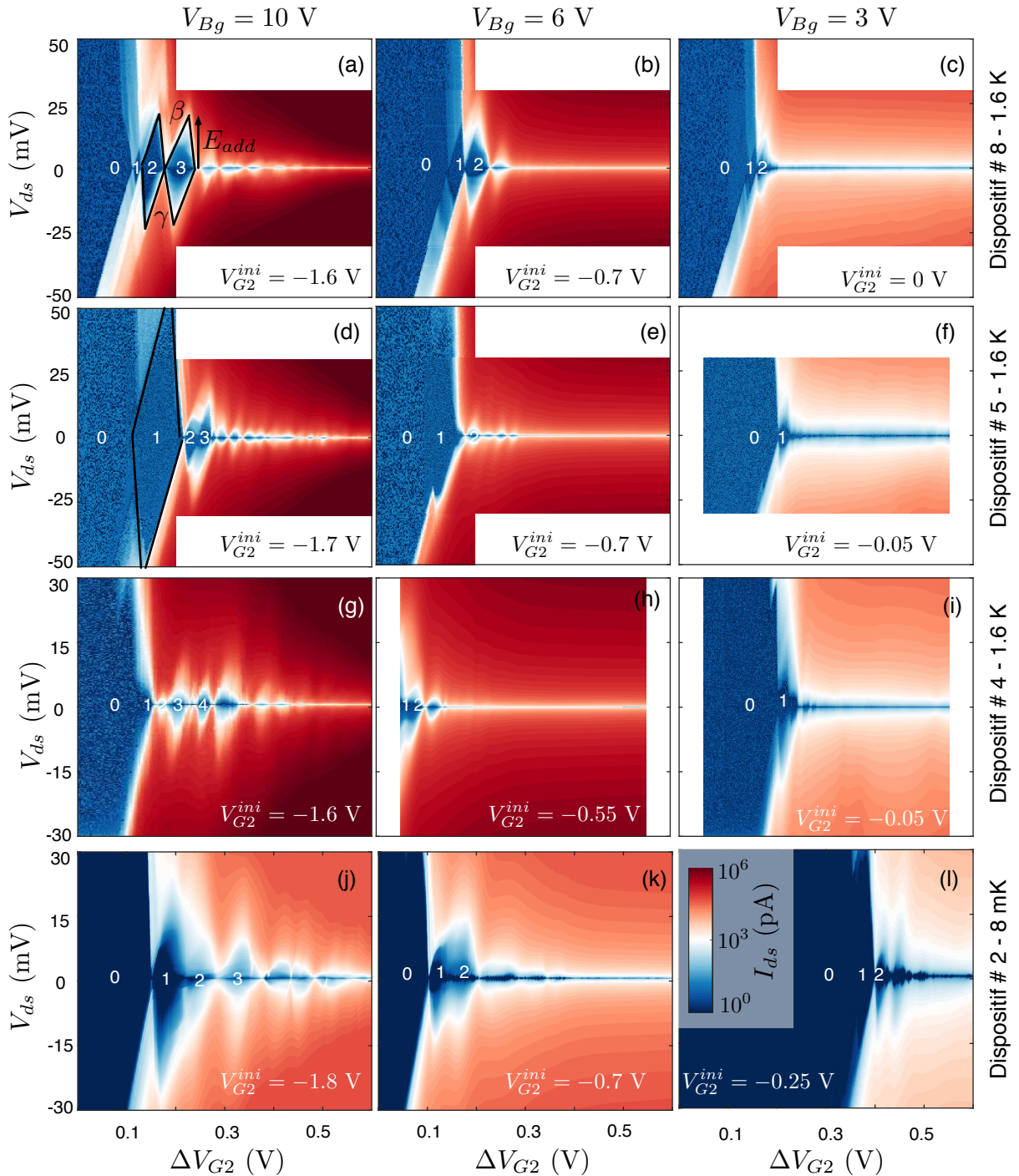


FIGURE 3.20. Diamants de Coulomb à $V_{Bg} > V_{th}^{Bg}$
 Diamants de Coulomb à trois tensions de grilles arrière différentes pour les quatre dispositifs mesurés. Pour le panneau (a) les paramètres et les zones des diamants de Coulomb sont identifiés. Les chiffres indiquent le nombre d'électrons dans le système. L'échelle de couleur est la même pour tous les diagrammes et la plage en $G2$ est donnée par $V_{G2}^{ini} + \Delta V_{G2}$.

3. Transport en parallèle montrant la superposition de diamants d'énergie de charge inférieure superposés aux plus grands diamants (voir Fig. 3.20(c), (f), (g), (k), (l)).

Les points 1-2 sont mieux visualisés à la figure 3.21 montrant l'évolution de l'énergie d'addition en fonction de l'occupation électronique du système (N) et de la tension sur la grille arrière pour tous les dispositifs. Les énergies extraites sont lissées suivant une loi de puissance phénoménologique

$$E_{add} = E_{add}^{(1)} N^{-\kappa}, \quad (3.18)$$

où $E_{add}^{(1)}$ représente l'énergie d'addition à $N = 1$. Les lignes pleines de la figure 3.21 représentent en quelque sorte l'énergie de charge moyennée sur tous les dispositifs. Les régressions montrent que l'énergie d'addition est diminuée à faible V_{Bg} et que l'atténuation en fonction du nombre d'électrons est plus prononcée. La diminution de $E_{add}^{(1)}$ avec V_{Bg} indique que le potentiel de la grille arrière ne contrôle pas le confinement électrostatique des boîtes quantiques observées, sans quoi l'énergie de confinement diminuerait à fort V_{Bg} . L'atténuation plus prononcée (κ plus négatif) à faible V_{Bg} semble en accord avec une réduction plus rapide de l'amplitude des barrières tunnel avec l'augmentation de V_{G2} en raison des plus faibles champs électriques dans l'active.

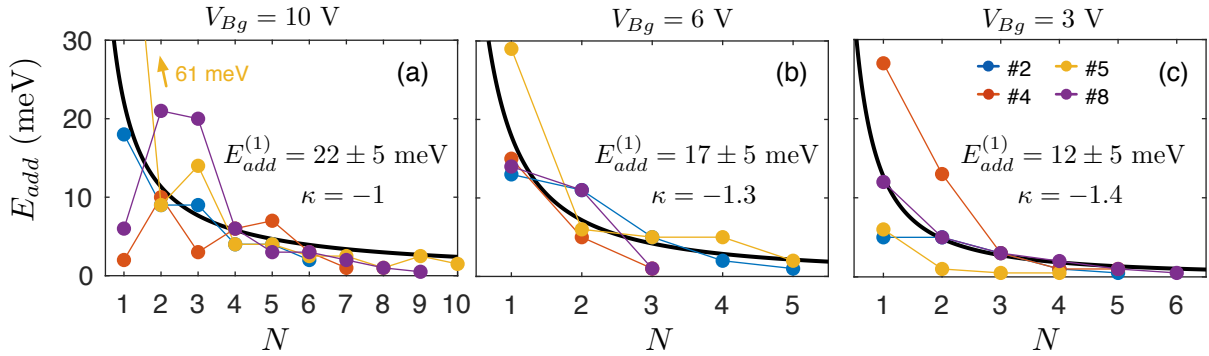


FIGURE 3.21. Énergie d'addition des différentes transitions en régime de barrière
Énergie d'addition pour les dispositifs #2-4-5-8 à $V_{Bg} =$ (a) 10 V (b) 6 V et (c) 3 V. Les lignes noires sont des régressions faites sur tous les dispositifs en même temps suivant l'équation (3.18).

En raison du peu de grilles couplées aux boîtes quantiques mesurées, leur origine exacte est difficile à statuer, et peut être multiple comme l'illustre le point 3 de la liste ci-dessus. Outre le confinement produit par des dopants, la figure 3.22 identifie quelques mécanismes de confinement, regroupant les boîtes quantiques formées par des contraintes dues au désaccord des paramètres de maille entre la grille G2 et le canal [184], des boîtes quantiques formées aux coins de G2 [306, 244] et des boîtes quantiques désordonnées (voir sous-section 3.2.2). Tel que

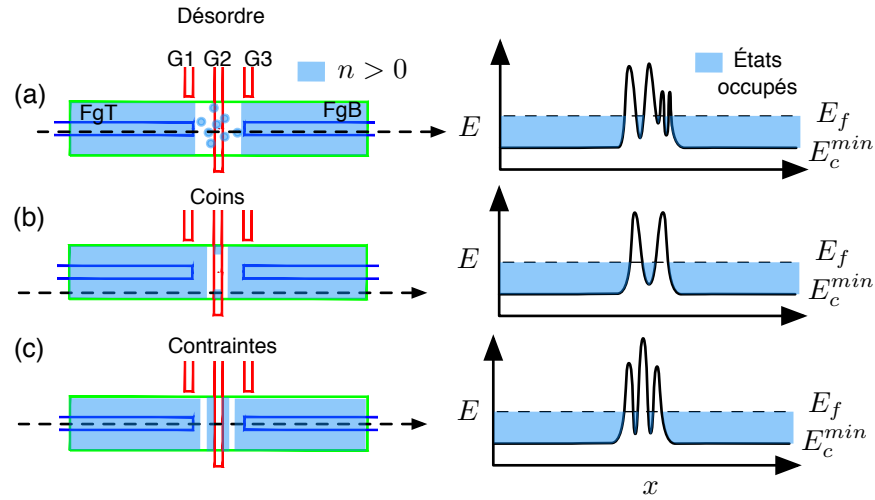


FIGURE 3.22. Mécanismes de confinements pour les boîtes quantiques sous G2

Schéma de profil de densité électronique et énergie de Fermi E_f et minimum de bande de conduction E_c^{min} correspondant pour (a) des boîtes quantiques désordonnées (b) des boîtes quantiques en coins formées sous G2 et (c) des boîtes quantiques formées par les contraintes aux bords de la grille G2.

décrit précédemment, le confinement ne semble pas provenir du potentiel de la grille Bg, ce qui discrédite l'hypothèse de la formation de boîtes quantiques désordonnées. En effet, dans la sous-section 3.2.2, ce type de boîte quantique survient lorsque le potentiel est très près du seuil de la grille. Il est vrai que la grille G2 est négative ce qui pourrait ramener le potentiel près du seuil de la bande de conduction en face arrière, mais dans ce cas une diminution de l'énergie de charge avec l'augmentation de Bg serait observée ce qui n'est pas le cas. Ensuite, la formation de boîtes quantiques en coin, c'est-à-dire aux coins formés par la grille G2 et l'active, semble peu probable. En effet, ces boîtes sont généralement formées par l'application d'un potentiel positif sur G2. Dans cette configuration, le potentiel est plus grand dans les coins, en raison de la topographie aux bords de l'active et des boîtes quantiques sont observées [244, 306]. Comme le potentiel de la grille G2 est très négatif dans la configuration étudiée, il semble impossible que les boîtes se forment selon ce mécanisme. Finalement, comme dans la section 2.3.3 il est probable que les contraintes aux bords des grilles forment des barrières de potentiel et des boîtes quantiques non intentionnelles. Dans cette configuration, une tension négative sur V_{G2} augmente les barrières tunnel et le confinement et expliquerait l'augmentation de l'énergie de charge à fort V_{Bg} . Les multiples boîtes quantiques observées proviendraient alors des différentes conditions de contraintes présentes aux bords de G2 et de l'active, mis en commun avec les dopants résiduels. Évidemment, la confirmation de ces effets nécessiterait des simulations plus approfondies qui ne font pas partie de la présente étude.

3.2.4 Formation et triangulation de boîtes quantiques électrostatiques

La recherche de régimes de boîtes quantiques formées sous G2 a permis d'identifier quelques régimes reproductibles entre différents dispositifs pour lesquels l'origine des boîtes quantiques n'est pas purement électrostatique et difficile à comprendre. Dans ce qui suit, l'utilisation des grilles G1 et G3 permet de former des boîtes quantiques de façon électrostatique et de contrôler leur nombre. La reproductibilité, la triangulation et la comparaison des propriétés des boîtes quantiques obtenues avec des modèles électrostatiques simplifiés permettent de confirmer l'origine électrostatique des boîtes.

Canal formé par les grilles de confinement G1 et G3

Initialement dédiées au confinement électrostatique des boîtes formées sous G2 par l'application d'une tension négative, les grilles G1 et G3 peuvent également être utilisées pour activer un canal de transport pour une polarité positive. La figure 3.23(a) montre l'impact d'une tension fortement positive sur ces grilles.

À faible tension, la configuration de potentiel est similaire aux régimes déjà étudiés et les barrières tunnel causées par l'éloignement des grilles FgT, G2 et FgB ne permettent pas le transport en deçà de $V_{G2} \sim 1.9$ V (voir sous-section 3.2.2 et Fig. 3.17(a)). Par contre, l'application d'une tension positive de l'ordre de la dizaine de volts permet d'activer à nouveau le courant. Ceci signifie qu'en bordure de l'active, le potentiel additionnel fourni par les grilles de G1-G3 permet d'amener la bande de conduction sous le niveau de Fermi et de former le canal. Comme le montrent bien les figure 3.23(a)-(b), Bg et G2 ont un grand impact sur le courant ainsi activé, alors que le courant varie peu pour de grandes plages de tension de FgT et FgB (effet non montré). Au-delà de la tension seuil d'activation pour G1-G3, plusieurs transitions, similaires à celles des régimes désordonnés, sont visibles. Toutefois, la recherche minutieuse au sein de ce diagramme permet d'identifier une grande plage de paramètres pour laquelle des boîtes quantiques régulières sont formées.

La série de lignes parallèles également espacées de la figure 3.23(b) témoigne de la formation d'une boîte quantique simple. Ces transitions peuvent être suivies sur des plages de tension couvrant plusieurs volts sur les grilles G1, G3 et Bg. En effet, la spectroscopie de Coulomb de la figure 3.23(c) montre les transitions appartenant à la même boîte quantique dans un régime différent de 3 V sur G1 et G3. La spectroscopie montre des diamants d'énergie d'addition de $E_{add} \sim 5$ meV. L'énergie d'addition varie peu en fonction de la tension de grille et indique que la boîte se trouve dans un régime à fort nombre d'électrons. Dans ce régime l'énergie orbitale de la boîte est très faible et $E_{add} \sim E_c = e^2/2C_\Sigma$ en bonne approximation.

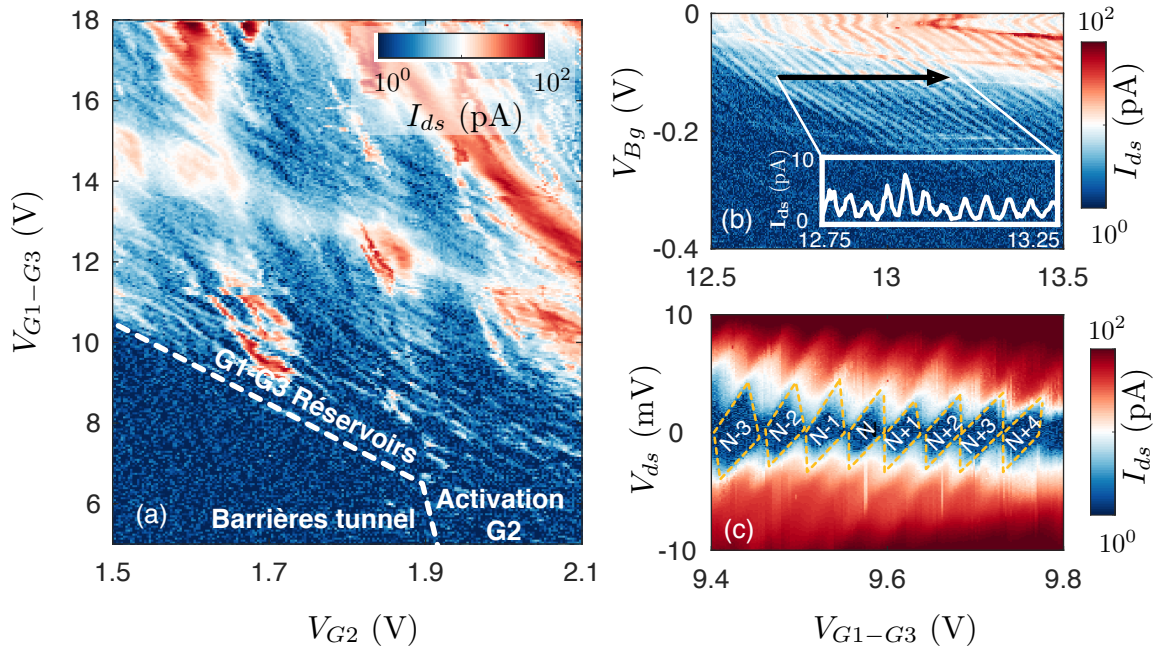


FIGURE 3.23. Activation du canal par les grilles G1 et G3 pour le dispositif #4

(a) Diagramme de stabilité montrant le passage du régime de barrière tunnel formé en raison de l'éloignement entre les grilles FgT et FgB vers la formation de réservoirs d'électrons par les grilles G1-G3. Les paramètres sont $V_{FgT} = V_{FgB} = 1.7$ V, $V_{Bg} = 0$ V et $V_{ds} = 10$ mV. (b) Diagramme de stabilité montrant la formation d'une simple boîte quantique dans le dispositif avec $V_{FgT} = V_{FgB} = 850$ mV, $V_{G2} = 1.9$ V et $V_{ds} = 10$ mV. L'encart montre les oscillations régulières en courant, signatures de la simple boîte quantique. (c) Diamants de Coulomb, pour une configuration de tension de grille différente, montrant une énergie de charge $E_c \sim 5$ meV pour une boîte quantique dans le régime à grand nombre d'électrons. Les paramètres sont $V_{FgT} = V_{FgB} = 843$ mV, $V_{G2} = 1.7$ V et $V_{Bg} = 0$ V.

Le tableau 3.4 montre les paramètres extraits pour la simple boîte quantique du dispositif #4. Les paramètres indiquent une asymétrie dans le couplage source et drain, indiquant que les barrières tunnel ne sont pas symétriques. De plus, cette boîte est formée dans le bas du dispositif et fortement couplé à Bg, G3 et FgB. La localisation de la boîte quantique sera expliquée un peu plus loin dans la section sur la triangulation.

Contrôle électrostatique du nombre de boîtes quantiques

Le nombre de boîtes quantiques formées lorsque le canal est activé par G1 et G3, dépend de l'asymétrie de tension entre ces deux grilles. Le contrôle du nombre de boîtes est illustré à la figure 3.24 pour trois dispositifs. Les figures 3.24(a), (d), (g) montrent le régime de double boîte quantique où les maxima du courant sont observés aux points triples. Toutefois, ces

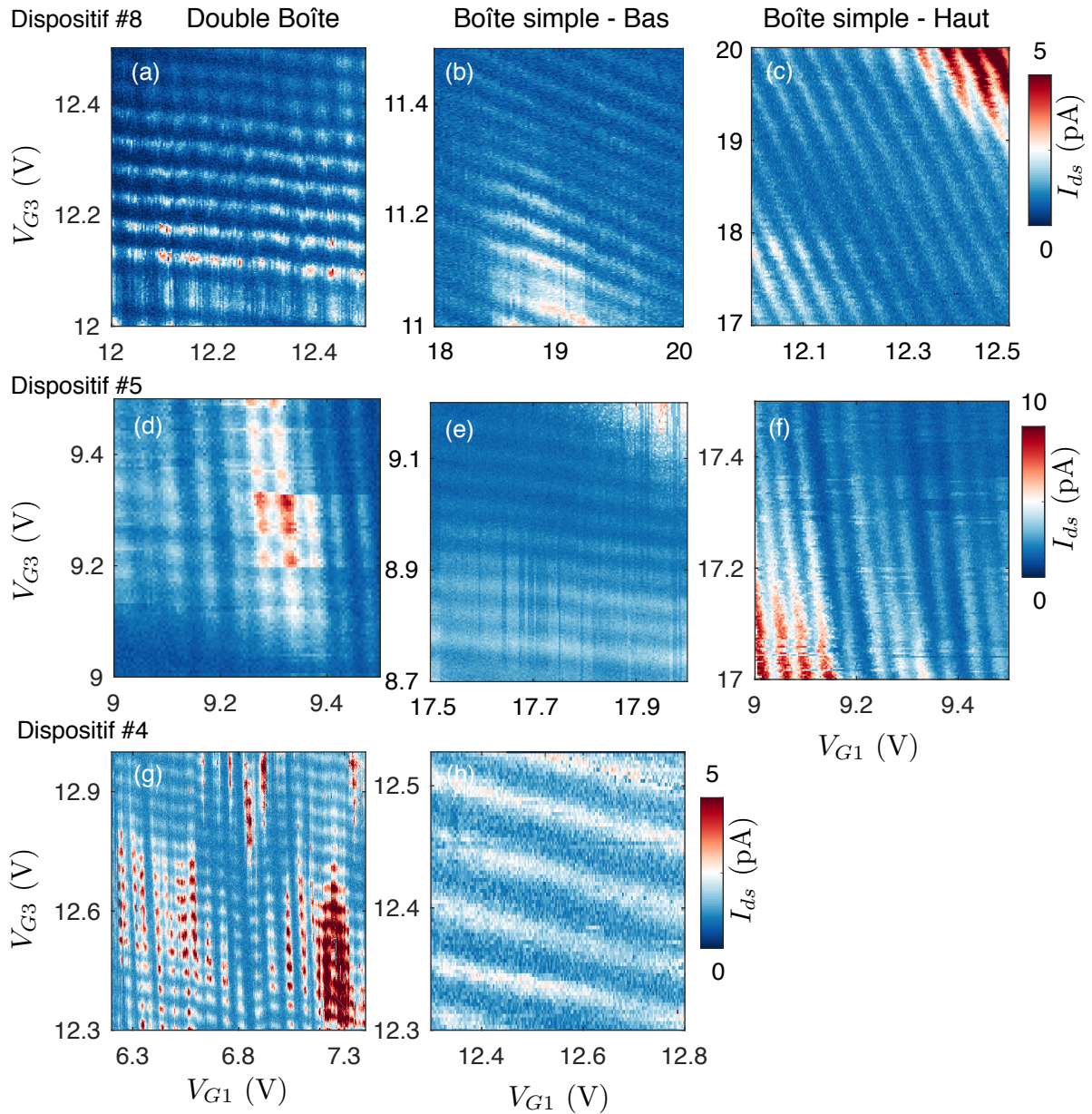


FIGURE 3.24. Contrôle électrostatique de boîtes quantiques en régime d'activation G1-G3
 Diagrammes de stabilité pour les dispositifs #8-5-4 dans les régimes de boîtes quantiques doubles, et simples. Selon l'asymétrie de tension, les boîtes quantiques sont formées au bas du dispositif (près de FgB-G3) ou en haut (près de FgT-G1). Les échelles de couleur indiquant le niveau de courant sont les mêmes pour chaque dispositif. Le bruit dans les mesures est associé à la forte polarisation des grilles G1-G3 pour lesquelles des courants de fuites de quelques dizaines de pA sont mesurés au-delà de 20 V. Les zones de courant plus élevées sont associées aux défauts dans les barrières tunnel des boîtes quantiques (ex. coin supérieur droit du panneau (c)). Des sauts dans les mesures (par exemple $V_{G1} = 6.8$ V au panneau (g)) sont également observés et indiquent la présence de défauts chargés activés/désactivés selon les configurations de tension.

T	E_{add} (meV)	c_{Σ} (aF)	c_{G1}	c_{G2}	c_{G3}	c_{Bg}	c_{FgT}	c_{FgB}	c_s	c_d
1.6 K	5 ± 1	16	0.004	0.05	0.05	0.09	~ 0	0.08	0.47	0.21

Tableau 3.4. Paramètres de la boîte quantique simple du dispositif #4

Les différentes contributions de capacités relatives $c_i = C_i/C_{\Sigma}$ sont calculées à partir de la figure 3.23(c) et des diagrammes de stabilité effectués avec les différentes grilles dans ce régime.

boîtes quantiques ne sont pas couplées. En effet, comme G2 est très positive pour permettre le transport, cette grille agit comme réservoir supplémentaire au centre du dispositif et les points triples correspondent à la condition où un niveau d'énergie est disponible pour le transport dans chaque boîte. Ceci est légèrement différent du cas des boîtes couplées où les points triples correspondent au transport séquentiel du *même* électron.

L'augmentation de la tension sur une seule des grilles à partir du régime de double boîte quantique permet de transiter vers un régime de boîte quantique simple. En effet, l'augmentation de G1 (G3) fait disparaître les transitions qui lui sont associées laissant ainsi une boîte quantique au haut (bas) du dispositif. Tout se passe donc comme si l'augmentation des tensions de grilles G1 et G3 permet de fusionner chaque boîte quantique avec son réservoir. Ceci démontre également le contrôle électrostatique de la formation des boîtes.

Triangulation et origine électrostatique des boîtes

Les mesures de la figure 3.24 semblent indiquer que les boîtes quantiques doubles se forment de part et d'autre de la grille G2. Afin de corroborer l'intuition provenant des mesures quant à la position des boîtes, un modèle électrostatique approximatif est utilisé. Dans ce modèle, l'active est approximée par un gaz bi dimensionnel d'électrons situé à 3 nm sous la surface. Ensuite, les équations analytiques de grilles rectangulaires sont utilisées pour estimer le potentiel électrostatique dans l'active [307]. Cette approximation est grossière et ne tient pas en compte des effets d'écrantage, de confinement quantiques et de l'aspect tridimensionnel de l'active et des grilles. L'approximation permettra tout de même d'obtenir une idée du potentiel électrostatique et de confirmer l'intuition quant à la position des boîtes sans avoir recours à l'artillerie du calcul par élément fini (ex. ATLAS) coûteuse en temps.

La figure 3.25 montre le potentiel simulé selon le modèle approximatif. Dans le régime de boîtes quantiques doubles (Fig. 3.25(a)), deux minima sont observés de part et d'autre de la grille G2. Ces minima correspondent aux boîtes quantiques doubles mesurées et sont séparées par des barrières tunnel de la grille G2 et des réservoirs formés par FgT et FgB. Il est à noter que la barrière tunnel au centre du dispositif est toujours plus grande que la barrière séparant

les boîtes des réservoirs comme on s’y attend en l’absence de transport circulant strictement par les réservoirs FgT, G2 et FgB. De plus la barrière tunnel séparant la grille G2 des boîtes est plus faible que celle séparant les réservoirs des boîtes. Ceci est en accord avec la capacité plus élevée mesurée avec la source du dispositif #4 pour des paramètres similaires de grilles avant. Toutefois, des mesures ont montré que la présence du canal activé dépend peu de la tension sur les grilles FgT et FgB et ce jusqu’à $V_{FgT} = V_{FgB} = 0$ V. Ceci indique la limite du modèle lorsque les grilles avant ne sont pas activées. La simulation de ces effets d’activation nécessiterait d’inclure les contributions d’écrantage, la présence des contacts source et drain ainsi que la physique de la densité électronique dans le canal. Enfin, l’augmentation de la tension sur la grille G3 (Fig. 3.25(b)) augmente le rayon de la boîte quantique et diminue les barrières tunnel avec les réservoirs ce qui cause la fusion des boîtes quantiques et des réservoirs observée.

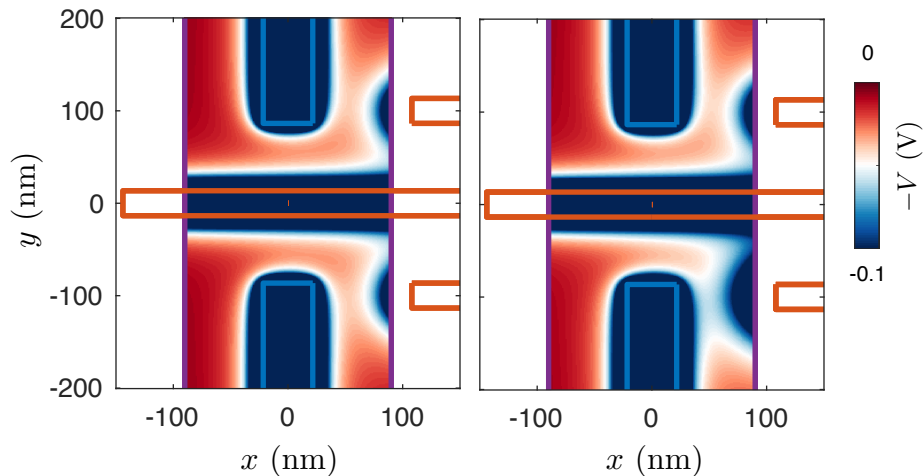


FIGURE 3.25. Potentiel simulé dans l’active pour le régime d’activation G2-G3

Le potentiel est simulé suivant la référence [307] pour un gaz bidimensionnel avec les potentiels de grilles typiques $V_{G2} = V_{FgT} = V_{FgB} = 1.7$ V et (a) $V_{G1} = V_{G3} = 10$ V pour le régime de doubles boîtes quantiques et (b) $V_{G1} = V_{G3}/2 = 10$ V pour le régime de simple boîte quantique formée en haut du dispositif.

Bien que simpliste, le modèle reproduit les éléments de base qui semblent être à l’origine des boîtes quantiques dans les dispositifs. Suivant cela, des mesures de triangulation visant à identifier la position des boîtes ont été effectuées dans le régime de doubles boîtes quantiques correspondant aux panneaux a-d-g de la figure 3.24. Ces mesures consistent à extraire les pentes relatives des transitions correspondant aux transitions de chacune des deux boîtes quantiques pour chaque paire de grilles. En effet, le long d’une transition de charge, l’énergie

de la boîte quantique est constante de telle sorte que

$$\Delta E = C_i \Delta V_i + C_j \Delta V_j = 0 \quad (3.19)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{C_i}{C_j} = -\frac{\Delta V_j}{\Delta V_i}, \quad (3.20)$$

où α est le bras de levier relatif de la grille i par rapport à la grille j , $\Delta V_{i,j}$ les variations de tension de grilles le long d'une transition de charge et $C_{i,j}$ les capacités des grilles.

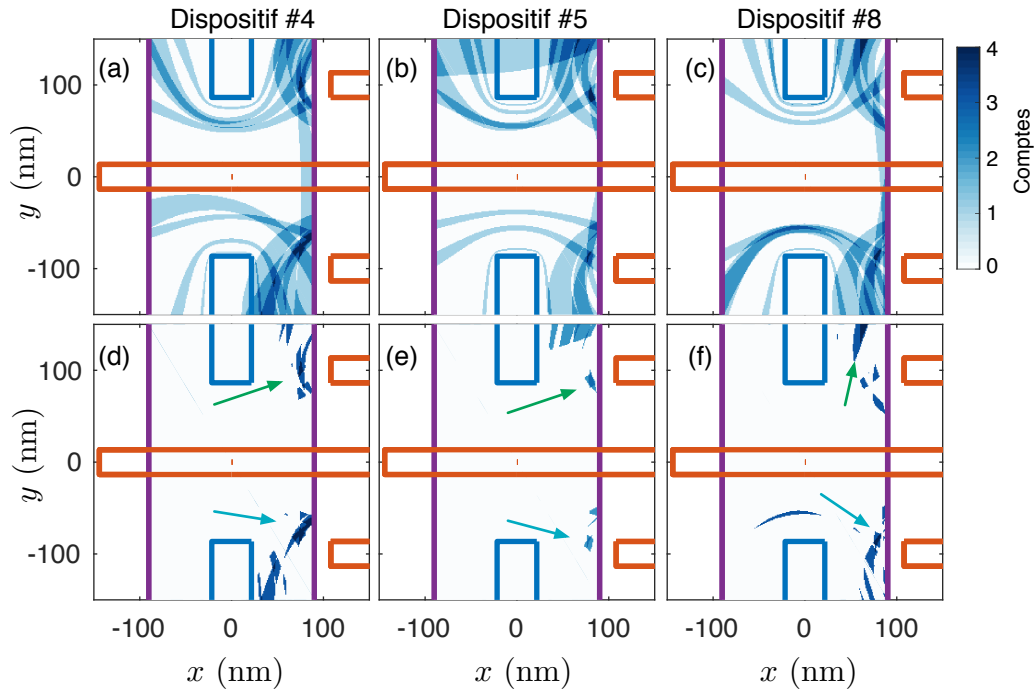


FIGURE 3.26. Triangulations des boîtes quantiques en régime d'accumulation G1-G3

Les figures (a), (b) et (c) sont le résultat de l'analyse des bras de levier. Chaque région équi levier correspond à la condition $\alpha^{theo} = \alpha^{exp} \pm 30\%$ pour une paire de grille. Le croisement de régions issues de différentes paires de grilles correspond donc à une probabilité accrue de trouver une boîte quantique au point de croisement. L'échelle de couleur représente, en chaque point, le nombre de ces croisements. Les panneaux (d), (e) et (f) présentent les données strictement supérieures à 2 croisements. Les flèches indiquent les points au nombre de croisements maximal.

Les bras de levier relatifs mesurés α^{exp} sont ensuite comparés au modèle afin de déterminer les régions de l'active comportant le même ratio $\alpha^{theo} = \alpha^{exp}$. Cette condition donne naissance à des courbes équi levier. Pour tenir compte de l'imprécision dans le modèle et dans l'extraction des leviers relatifs, les courbes équi levier sont identifiées à $\pm 30\%$. Les résultats sont présentés à la figure 3.26 pour trois dispositifs. Le croisement entre les régions équi levier indique que

les boîtes quantiques semblent bel et bien situées entre les grilles G1-FgT et G3-FgB de part et d'autre de la grille G2 et confirment l'origine des boîtes : celles-ci proviennent d'une part du minimum de potentiel électrostatique formé par G1 et G3 et d'autre part par le bord de l'active.

3.3 Impact des travaux

Les résultats présentés dans ce chapitre montrent les premiers pas vers une structure UTBB FDSOI 28 nm pour la co-intégration de qubits de spin avec l'électronique de contrôle entièrement fabriquée en fonderie en l'absence de lithographie électronique. La première étude jusqu'à 20 mK de la plateforme a permis de valider que les dispositifs sont fonctionnels à ces températures cryogéniques, et ce sans aucune modification aux procédés de fabrication. Ces mesures préliminaires révèlent également des problématiques potentielles au niveau de la fuite de grille pour les dispositifs d'oxyde mince GO1 ainsi qu'au niveau des modèles analytiques utilisés pour décrire les transistors. Ces résultats publiés dans la revue *Journal of Electron Device Society* [250] ont d'ailleurs stimulé l'élaboration de modèles analytique [278] et compacte [288] jusqu'aux basses températures pour l'explication de la saturation de la pente sous-seuil en raison du rétrécissement de l'étendue de la fonction de Fermi et de la queue de distribution des états liés au bas de la bande de conduction.

L'étude de reproductibilité effectuée sur des substrats GO2 règle les problèmes de fuite de grilles et présente une amélioration au niveau du comportement à basse température de la mobilité. Ceci augmente le rapport I_{on}/I_{off} des transistors et diminue derechef la puissance dissipée lorsque le transistor est utilisé en mode d'interrupteur. De plus ces structures présentent un meilleur comportement de la mobilité en température et offrent une reproductibilité au niveau de la tension seuil incomparable aux dispositifs fabriqués à l'aide de l'électrolithographie. La faible dépendance de la variabilité en température au niveau de ces paramètres présente évidemment cette plateforme comme une voie d'avenir pour le développement de boîtes quantiques fiables. En effet, en présence d'un design compatible avec la technologie FDSOI pour l'implémentation de boîtes quantiques, cette faible variabilité laisse présager que l'activation fiable et prédictible de boîtes quantiques à des tensions de grilles données est envisageable. La démonstration de cet aspect présenterait une avancée majeure au niveau de l'initialisation des boîtes quantiques dans le régime à faible nombre d'électrons. En effet, les techniques les plus avancées pour atteindre ce régime se fondent actuellement sur des algorithmes d'auto-ajustement basés sur des heuristiques [308, 309, 310, 311]. Une fabrication plus fiable de boîtes quantiques permettrait de s'affranchir partiellement de cette étape d'ajustement, ou du moins d'accélérer la convergence des algorithmes.

Enfin, plusieurs régimes de transport dans les structures dédiées à grilles séparées ont été identifiés. Bien que des boîtes quantiques dont le nombre est contrôlé de façon électrostatique aient été démontrées dans ces structures, les résultats indiquent que des modifications agressives au niveau de la séparation entre les grilles du design doivent être effectuées. Dans la technologie standard 28 nm, ceci signifie pour l'instant que les règles de dessin doivent être transgressées pour permettre la fabrication de dispositifs aux dimensions resserrées. Les mesures effectuées dans cette thèse ont permis de donner le feu vert à l'exploration de cette voie par STMicroelectronics. La simulation du procédé est présentement en cours et la fabrication de la prochaine ronde de dispositifs débutera sous peu.

Finalement, conjointement avec la mise en place de protocoles d'initialisation de boîtes quantiques au chapitre 2, l'expertise développée au niveau de la formation de boîtes quantiques et la connaissance de toute la gamme de signatures observées dans l'opération et l'initialisation des boîtes quantiques sous différents régimes se sont avérées très utiles pour la conception d'un algorithme euristique d'ajustement automatique de boîtes quantiques simples. Cet algorithme sera soumis sous peu à la revue *Applied Physics Letter* [208] et est présenté à l'annexe F. Mis en commun aux développements récents dans les techniques d'ajustement de boîtes quantiques via l'apprentissage machine [310], ces avancées ont mené vers le démarrage d'un projet interdisciplinaire à l'interface entre les statistiques et la physique quantique. Financé par l'appel à projets de l'Institut quantique, ce projet en collaboration avec le département de mathématiques vise l'exploration de méthodes d'apprentissage statistiques pour une initialisation rapide et fiable des réseaux de boîtes.

Ainsi, bien que globalement préliminaires au niveau de l'implémentation de qubit dans des architectures de silicium, les mesures réalisées dans ce chapitre fournissent la synergie nécessaire à l'élaboration du projet à plus grande envergure vers des structures de qubits de spin fiables et entièrement compatibles avec l'industrie de la microélectronique.

Chapitre 4

Architecture à gaz bidimensionnel pour les états liés de Majorana

Ce chapitre explore une perspective d'application supplémentaire du couplage spin-orbite artificiel produit par les microaimants pour l'étude d'états liés de Majorana. L'approche explorée consiste d'abord à remplacer les nanofils utilisés pour les premières démonstrations expérimentales [35, 36, 37, 38] par des canaux définis de façon électrostatique dans un gaz bidimensionnel d'électrons [39]. Ensuite, le champ magnétique anisotrope de réseaux de microaimants fournit le couplage spin-orbite nécessaire à l'émergence des états de Majorana [40]. Ensemble, ces éléments offrent une versatilité nouvelle aux dispositifs de Majorana et permet d'explorer leur implémentation dans les substrats de la microélectronique tels le GaAs, le Si ou Si/SiGe. Dans cette optique et suivant les éléments requis pour l'émergence des états liés de Majorana dans les nanofils, une architecture à gaz bidimensionnel est proposée (section 4.1). Afin de poser les premiers jalons d'une telle implémentation, des hétérostructures à base de Si/SiGe ont été fabriquées afin d'étudier la supraconductivité induite dans des gaz bidimensionnels d'électrons (section 4.2).

4.1 Émergence d'états liés de Majorana et architecture proposée

Les états ou particules de Majorana sont intrinsèquement différents des fermions ou bosons et présentent plutôt une statistique d'anyon non abélien. D'ailleurs, ces particules sont en fait leur propre antiparticule de telle sorte que [312]

$$\gamma = \gamma^\dagger, \quad (4.1)$$

avec γ^\dagger et γ les opérateurs de créations et d'annihilation des états de Majorana.

Pour le calcul quantique, les opérations logiques sur les qubits basés sur les états de Majorana bénéficient de leurs relations de commutation non triviales pour lesquelles l'échange de particules constituant les qubits ne redonne pas nécessairement le même état. Les portes logiques sont alors réalisées par des séquences d'échanges de particules modifiant la fonction d'onde globale du système. Une revue détaillée de cette approche est donnée à la référence [33].

Plusieurs systèmes à l'état solide sont envisagés pour étudier l'émergence de ces états [313, 314]. Dans ce qui suit, l'attention sera portée vers les systèmes composés de nanofils semi-conducteurs et de supraconducteurs à symétrie s [315]. Les considérations pour ces nanofils serviront de base à l'implémentation d'une structure à gaz bidimensionnel avec microaimants.

4.1.1 États liés de Majorana dans les nanofils semi-conducteurs

Dans les systèmes à l'état solide, les états de Majorana sont susceptibles de se manifester en tant que quasi-particules. Dans certains systèmes, des régimes de paramètres particuliers laissent place à l'atteinte d'une transition de phase topologique de laquelle émergent les états de Majorana [316]. Imaginé par Kitaev, le système le plus simple donnant naissance à ces états exotiques consiste en une chaîne unidimensionnelle (ou un nanofil à une bande) sans spin en présence de supraconductivité de symétrie p [317]. Dans la phase topologique, les états de Majorana se présentent comme une paire d'états liés (γ_1 et γ_2) d'énergie nulle à chaque extrémité du nanofil.

Une telle architecture étant difficile à réaliser expérimentalement en raison du peu de supraconducteurs intrinsèques de symétrie p , l'approche de prédilection consiste à construire un système se comportant comme tel. Le système le plus étudié mimant la physique du modèle sans spin est basé sur les nanofils semi-conducteurs avec fort couplage spin-orbite

et supraconductivité induite [11, 12]. L'idée générale derrière cette implémentation et une brève revue des avancées expérimentales seront présentées dans ce qui suit.

Nanofils semi-conducteurs et condition topologique

D'abord, un nanofil unidimensionnel supposé orienté selon la direction \mathbf{x} est considéré. L'hamiltonien pour la première bande d'énergie du nanofil en présence de couplage spin-orbite s'exprime comme :

$$H = \int_0^L dx \Psi^\dagger(x) \mathcal{H} \Psi(x) \quad (4.2)$$

où $\Psi^\dagger(x) = (\psi_\uparrow^\dagger(x), \psi_\downarrow^\dagger(x), \psi_\downarrow(x), -\psi_\uparrow(x))$ représente un spineur à quatre composantes créant un électron à la position x , et \uparrow / \downarrow représentent l'orientation du spin. L est la longueur du nanofil et $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}$ est un hamiltonien local qui comprend un terme d'interaction spin-charge, \mathcal{H}_0 , et un terme d'appariement supraconducteur, \mathcal{H}_Δ . Pour un couplage spin-orbite intrinsèque de type Rashba en une dimension, les composantes de \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_Δ s'écrivent [11]

$$\mathcal{H}_0 = \left[\frac{p_x^2}{2m^*} - \mu + \alpha p_x \sigma_z \right] \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B \mathbf{B}_0 \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad \mathcal{H}_\Delta = \Delta \tau_x, \quad (4.3)$$

où $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ et $\tau_{i=x,z}$ représentent respectivement les matrices pour le spin et la partie orbitale. α est le couplage spin-orbite, μ le potentiel chimique, \mathbf{B}_0 le champ magnétique externe et Δ le gap supraconducteur¹. Pour la discussion suivante, le champ externe est supposé orienté selon l'axe du nanofil $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{x}$. Il est utile de regarder la structure de bande d'un système périodique produit par l'hamiltonien (4.3) pour développer l'intuition de l'appariement effectif de type p . La figure 4.1 montre les diagrammes de bandes typiques pour un nanofil d'InAs.

D'abord, le couplage spin-orbite crée un décalage horizontal des bandes d'énergies. Ce décalage lève la dégénérescence de spin des bandes électroniques partout sauf à $k = 0$ (Fig. 4.1(a)). Les minima des bandes électroniques sont alors situés à $\pm k_{SO} = \pm \alpha m^* / \hbar^2$. L'augmentation du champ magnétique permet ensuite de lever la dégénérescence en $k = 0$ (Fig. 4.1(b)). De plus, la compétition entre le champ externe et le couplage spin-orbite forme une texture de spin le long des bandes dans l'espace k . C'est en tirant profit de cette compétition que le modèle sans spin de Kitaev peut être reproduit de façon effective dans un système à l'état solide.

1. Il est à noter que tous les paramètres sont supposés indépendants de l'espace. Cette contrainte, sur certains paramètres, est relâchée dans l'analyse.

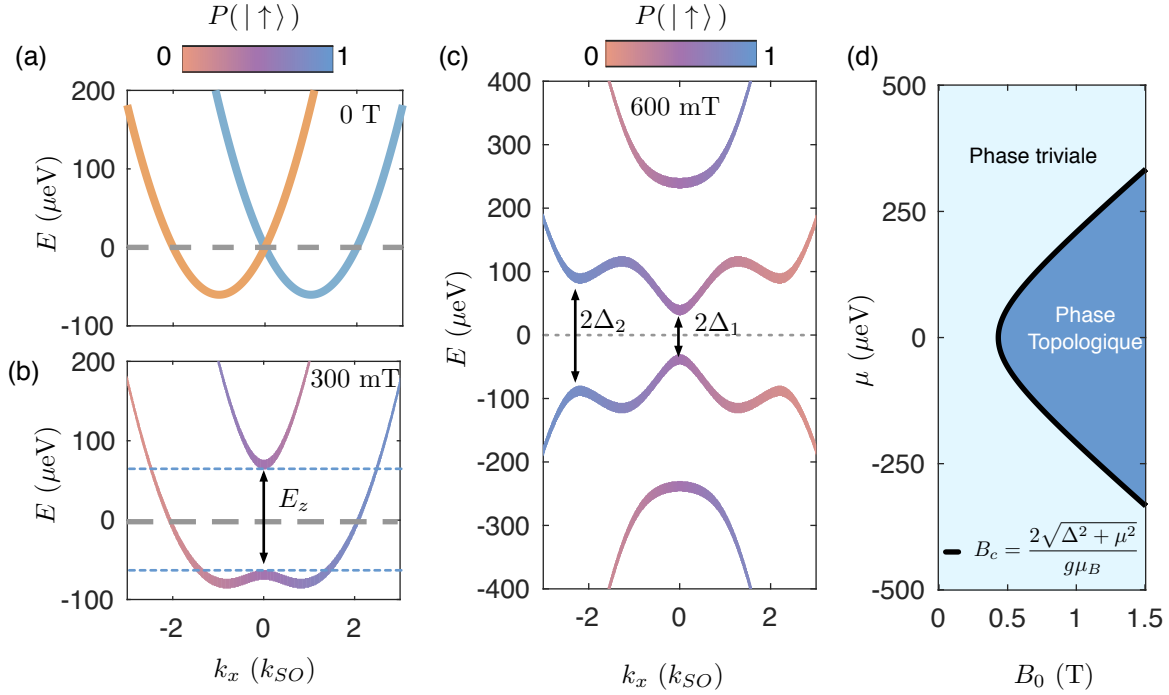


FIGURE 4.1. Structure de bande et phase topologique d'un Nanofil d'InAs

(a)-(b) Bande d'énergies en l'absence de supraconductivité pour $\mu = 0$ et $\alpha = 0.1 \text{ eV\AA}$ ainsi que (a) $B_0 = 0 \text{ T}$ et (b) $B_0 = 300 \text{ mT}$. Le vecteur d'onde k_x est en unités de $k_{SO} = \alpha m^* / \hbar^2$. Les lignes grises (bleus) indiquent le potentiel chimique (l'énergie Zeeman). (c) Diagramme de bandes avec supraconductivité induite de gap $\Delta = 0.1 \text{ meV}$ pour des paramètres plaçant le système dans la phase topologique. Les gaps à $k_x = 0$ et k_f sont indiqués et la symétrie par rapport à $E=0$ provient de la symétrie particule-trou. (d) Diagramme de phases topologiques. Tous les paramètres de la figure sont tirés de la référence [315] pour l'InAs.

Le terme d'appariement supraconducteur à symétrie s de l'équation (4.3), couple des états de spin opposés en $\pm k$. Pour un potentiel chimique ajusté à l'intérieur du gap Zeeman, seuls deux états d'énergie de vecteur d'onde $\pm k$ sont accessibles. L'augmentation du champ externe confère à ces états une projection globale de spin orientée selon x qui est généralement responsable de la réduction du couplage supraconducteur à symétrie s . À l'inverse, le fort couplage spin-orbite préserve une composante de spin antiparallèle selon z et rétablit le mécanisme de couplage entre ces deux états appartenant à la même bande [11, 12]. Comme les états de ces bandes possèdent globalement une orientation de spin parallèle gouvernée par le champ externe, la supraconductivité effective à symétrie p est générée. Les propriétés de cet appariement sont définies par l'interrelation entre les paramètres α , μ , B_0 et Δ .

Le modèle sans spin effectif permet l'apparition d'une phase topologique. Le critère topologique est donné à l'équation (4.4) et l'augmentation du champ externe permet de passer

de la phase triviale à la phase topologique.

$$\frac{1}{2}g\mu_B|B_0| > \sqrt{\Delta^2 + \mu^2}. \quad (4.4)$$

Dans cette phase, un champ plus élevé confère une robustesse accrue par rapport aux paramètres du modèle (ex. μ). Pour un nanofil de taille finie dans la phase topologique, des états liés de Majorana d'énergie nulle (Fig. 4.2(a)) sont alors localisés aux extrémités du nanofil. Ceux-ci apparaissent (Fig. 4.2(b)) en raison du changement abrupt de la phase topologique entre la phase triviale (hors du nanofil) et la phase topologique (dans le nanofil) [316].

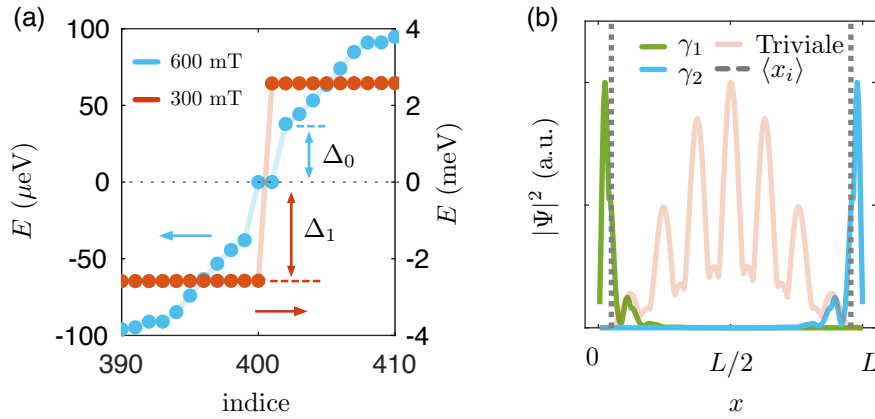


FIGURE 4.2. Énergies et modes de Majorana pour un Nanofil d'InAs

Résultats de la résolution numérique de l'équation (4.2) pour un nanofil de taille $L = 5 \mu\text{m}$. (a) Modes de Majorana dans (bleu) et hors (rouge) de la phase topologique. Deux états d'énergie nulle sont identifiés dans le cas topologique, et un gap de $\sim 40 \mu\text{eV}$ est formé. (b) Fonctions d'ondes représentant les modes de Majorana (γ_1 et γ_2) plaçant le fil dans la phase topologique pour $B_0 = 600 \text{ mT}$ et dans la phase triviale pour $B_0 = 300 \text{ mT}$. Les centres de masse $\langle x_{i=1,2} \rangle$ des modes de Majorana sont identifiés par les lignes pointillées.

Le gap topologique Δ_0 protège les états liés de Majorana. En général, plus le gap topologique est grand, plus l'étendue des fonctions d'ondes γ_1 et γ_2 est réduite. En fait, l'enveloppe des modes décroît exponentiellement sur une longueur caractéristique reliée à la longueur de cohérence supraconductrice ξ_0 [316]. Comme $\Delta_0 \sim 1/\xi_0$ [318], le recouvrement des modes est exponentiellement atténué avec l'augmentation du gap topologique. Pour le calcul quantique, la levée de dégénérescence à recouvrement fini et la faible amplitude du gap posent des limitations quant à la durée des opérations logiques et au temps de cohérence [319]. Les paramètres limitant l'amplitude du gap topologique sont bien visualisés aux figures 4.1(b)-(d). D'abord, deux gaps séparant les bandes d'énergies particule-trou sont présents dans la structure de bande (Fig. 4.1(b)). Le premier, Δ_1 à $k = 0$, est dû à la compétition entre les termes Zeeman

et supraconducteur. À $\mu = 0$, ce gap se ferme à un champ critique $B_c = 2\Delta/g\mu_B$. Le second, Δ_2 à $k = k_f$ présente plutôt une compétition entre l'énergie Zeeman, le couplage spin-orbite et le gap supraconducteur. Leur dépendance en fonction des paramètres permet de mieux comprendre les facteurs limitant l'amplitude du gap topologique [320] :

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}g\mu_B|B_0 - B_c|, \quad \Delta_2 \approx \frac{2\Delta}{\left[2 + \sqrt{E_Z^2/4E_{SO}^2 + 4}\right]^{1/2}}, \quad (4.5)$$

où l'énergie spin-orbite est définie par $E_{SO} = 2\alpha k_{SO}$ et l'énergie Zeeman $E_Z = g\mu_B B_0$. À faible champ externe dans la phase topologique, $\Delta_1 < \Delta_2$, et $\Delta_0 \approx \Delta_1$. Pour les champs plus élevés ($E_Z \gtrsim E_{SO}$), Δ_2 est le facteur limitant et l'augmentation du champ diminue le gap topologique. Ainsi, un fort couplage spin-orbite est désirable afin de permettre l'augmentation du gap topologique à l'aide du champ magnétique. C'est pourquoi les nanofils à base d'InAs et d'InSb de fort couplage spin-orbite sont des matériaux de choix pour l'implémentation expérimentale. De plus, ces matériaux possèdent un grand facteur gyromagnétique ($g > 8$), permettant d'atteindre la condition topologique à faible champ externe. Cet aspect est important afin d'éviter la dégradation du gap supraconducteur induit augmentant le recouvrement orbital.

Avancées expérimentales

La signature principale de la présence d'états liés de Majorana dans les expériences de transport mésoscopique est l'apparition d'un pic d'énergie nulle dans la densité d'états qui émerge dans la phase topologique [321, 322]. Cette mesure spectroscopique est basée sur le signal de conductance différentielle à l'une des bornes du nanofil, et sonde la densité d'états locale en ce point. Pour un mode de Majorana, l'augmentation du champ externe devrait ainsi permettre l'apparition robuste de ce pic. Contrairement à d'autres états locaux tels les états liés d'Andreev [37, 323] ou des états issus du désordre [324], ce pic doit posséder une conductance quantifiée à $G = 2e^2/h$ [325, 326]. Parmi les observations expérimentales de la signature à énergie nulle, les jalons importants suivants ont été posés :² :

- **2012** : Première observation d'un pic d'énergie nulle dans la densité d'états d'un nanofil d'InAs. Le pic présente une certaine robustesse aux paramètres expérimentaux et la bonne dépendance avec l'orientation du champ externe, mais n'est pas quantifié [35];
- **2016** : Observation d'oscillations dans la séparation en énergie des modes de Majorana en fonction du champ externe, en raison de l'interférence causée par le recouvrement

2. Il est à noter que les avancées présentées dans cette section ne sont pas exhaustives et que plusieurs développements intermédiaires ont mené à la compréhension nécessaire à ces jalons. Une revue détaillée couvrant ces résultats est présentée à la référence [315].

orbital. La dépendance observée en fonction du champ et de la longueur du fil est celle attendue pour un mode de Majorana [36];

- **2018** : Démonstration d'un pic robuste de conductance quantifié à $G = 2e^2/h$ [38].

Le succès de ces avancées se base surtout sur la qualité de la fabrication des dispositifs. D'une part la croissance des nanofils utilisés permet de minimiser le désordre au sein du nanofil et d'éviter une densité d'états de quasi-particules résiduelle (*soft gap*) dans le gap induit. Ce dernier point est d'une importance capitale pour l'implémentation de qubits cohérents dans le futur [34]. D'autre part, le passage de techniques de fabrication descendantes (*top-down*) pour le dépôt du supraconducteur [35, 327], vers les techniques ascendantes (*bottom-up*) épitaxiale a permis l'obtention d'interface de haute pureté entre les nanofils et le supraconducteur [36, 328]. Ceci favorise, entre autres un contrôle accru de l'amplitude du gap induit.

L'avancée des techniques de fabrication ascendantes présente également quelques opportunités pour la mise à l'échelle de nanofils connectés. En effet, ces nanofils peuvent désormais être crûs de façon à former un réseau pour lequel plusieurs dizaines de nanofils avec supraconductivité induite sont disposés en dièse (#)[329]. De tels réseaux sont envisagés pour réaliser les opérations logiques de tressage à l'aide d'états de Majorana. Aussi, la croissance épitaxiale de couches d'aluminium supraconductrices sur des gaz bidimensionnels d'InAs/InAlAs offre certainement une voie prometteuse pour les réseaux de dispositifs topologiques [330, 331, 332]. D'ailleurs, des premières signatures d'états de Majorana ont été observées dans ces systèmes [39].

Enfin, beaucoup de ces avancées résultent des techniques ascendantes de fabrication de ces systèmes. Or certains matériaux standards de la microélectronique tels les hétérostructures de Si/SiGe ou de GaAs/AlGaAs présentent un taux de désordre très faible, faisant de ces dernières un terrain de jeu intéressant pour l'ingénierie d'états de Majorana. Toutefois, ces systèmes ne présentent pas de fort couplage spin-orbite ce qui limitera l'amplitude du gap topologique induit. Comme dans les chapitres précédents, l'interface spin-charge produite par des microaimants sera explorée afin de produire un couplage spin-orbite comparable à celui de l'InAs et l'InSb dans une telle hétérostructure. L'idée générale consiste à remplacer la texture de spin dans l'espace k de la figure 4.1 par une texture magnétique dans l'espace réel [333]. Une telle approche est réalisable entre autres via la fabrication de réseau linéaire d'atomes magnétiques sur des structures supraconductrices [334, 335], par l'utilisation de textures produites par des domaines magnétiques [226], ou encore par des réseaux de jonctions tunnel magnétiques produisant des champs magnétiques d'amplitude ajustable [336, 337]. Dans ce qui suit, les principes théoriques reliant les textures magnétiques générées par des microaimants et le couplage spin-orbite sont mis en place.

Couplage spin-orbite produit un réseaux de microaimants

Pour les structures à faible couplage spin-orbite, le terme Rashba de l'hamiltonien local \mathcal{H}_0 (4.3) peut être négligé et $\alpha \approx 0$. De façon similaire aux hamiltoniens du chapitre 1, le champ Zeeman doit être modifié afin d'inclure une contribution provenant des aimants de sorte que $\mathbf{B}(x) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m(x)$. Suivant la démonstration de la référence [40], l'hamiltonien local s'écrit :

$$\mathcal{H}_0 = \left(\frac{p_x^2}{2m^*} - \mu \right) \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B \mathbf{B}(x) \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (4.6)$$

Ainsi, l'axe de quantification de spin change avec la position x dans le nanofil. Il est alors possible de faire une transformation unitaire du type

$$U = \exp \left[\frac{i\phi \sigma_{xy}}{2} \right]. \quad (4.7)$$

$$\sigma_{xy} = \left(\frac{\mathbf{B}(x) \times \mathbf{z}}{|\mathbf{B}(x) \times \mathbf{z}|} \right) \cdot \boldsymbol{\sigma} \equiv \hat{\mathbf{e}} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad \cos \phi = \mathbf{B}(x) \cdot \mathbf{z} / |\mathbf{B}(x)|. \quad (4.8)$$

Cette transformation aligne en chaque point de l'espace l'axe \mathbf{z} selon l'axe de quantification et laisse la contribution supraconductrice \mathcal{H}_Δ inchangée. Sous la transformation unitaire, l'hamiltonien prend la forme

$$U^\dagger H_0 U = \mathcal{H}_{\text{eff}} = \left(\frac{p_x^2}{2m^*} - \mu \right) \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B |\mathbf{B}(x)| \sigma_z \tau_z + \mathcal{H}_\mu + \mathcal{H}_R, \quad (4.9)$$

$$H_\mu = \frac{\hbar^2}{8m^*} [(\phi')^2 + 2\gamma^2(\cos \phi - 1)\sigma_z] \tau_z, \quad (4.10)$$

$$H_R = \frac{\hbar}{4m^*} \left[\{p_x, \phi' \sigma_{xy} + \sin \phi \sigma'_{xy}\} + \{p_x, \gamma(\cos \phi - 1)\sigma_z\} \right] \tau_z \quad (4.11)$$

$$= \widetilde{\mathcal{H}}_R + \widetilde{\mathcal{H}}_B, \quad (4.12)$$

avec $\gamma \mathbf{z} = \hat{\mathbf{e}} \times \hat{\mathbf{e}}'$ et les symboles primés font référence à la dérivée selon la direction x . Les détails de cet hamiltonien sont plutôt complexes, mais la forme générale revêt toute son importance du point de vue du couplage spin-orbite induit par des aimants. D'abord le terme \mathcal{H}_μ est simplement une renormalisation du potentiel chimique. Ce terme apparaît en raison de la modification de la structure de bande générée par la présence du champ magnétique anisotrope. Surtout, le terme \mathcal{H}_R est la forme symétrisée d'un hamiltonien spin-orbite de type Rashba. Le premier terme ($\widetilde{\mathcal{H}}_R$) représente le couplage spin-orbite effectif. Pour une condition donnant $\sigma'_{xy} = 0$, ce terme s'exprime sous la forme intuitive

$$\widetilde{\mathcal{H}}_R = \alpha_{\text{eff}} \sigma_{xy} \tau_z, \quad \alpha_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2m^*} \frac{d\phi}{dx}. \quad (4.13)$$

Ainsi, le couplage spin-orbite effectif produit par une anisotropie de champ magnétique en une dimension est simplement dû aux gradients de champ magnétique. Lorsque l'anisotropie magnétique a la forme d'une spirale de périodicité Ω , $\mathbf{B}(x) = \mathbf{B}_m(x) = B_s [\sin(\Omega x)\mathbf{x} + \cos(\Omega x)\mathbf{z}]$, cet hamiltonien redonne le hamiltonien (4.3) avec un potentiel chimique $\tilde{\mu} = \mu - \frac{\hbar^2 \Omega^2}{8m^*}$ et un couplage spin-orbite $\alpha_{\text{eff}} = \frac{\hbar \Omega}{2m^*}$:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \left(\frac{p_x^2}{2m^*} - \tilde{\mu} + \alpha_{\text{eff}} \sigma_{xy} \right) \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B B_s \sigma_z. \quad (4.14)$$

Le champ spiral reproduit l'hamiltonien de l'équation (4.3) et les états liés de Majorana devraient apparaître aux extrémités d'un tel nanofil pour la condition topologique modifiée

$$\frac{1}{2} g \mu_B B_s > \sqrt{\Delta^2 + \tilde{\mu}^2}. \quad (4.15)$$

Ainsi, la phase topologique est atteinte pour une condition similaire à celle des nanofils à fort couplage spin-orbite, mais cette fois, c'est l'énergie Zeeman associée à l'amplitude du champ spiral qui détermine la condition topologique. Pour des matériaux à fort facteur gyromagnétique, une telle spirale confère au système des propriétés topologiques similaires à celle des nanofils à fort couplage spin-orbite [40]. Toutefois, les forts facteurs g viennent généralement de pair avec une forte amplitude du couplage spin-orbite, et l'approche des microaimants est moins utile dans un tel contexte.

Le champ magnétique anisotrope produit par les aimants forme des gaps d'énergie dans la structure de bande et limite la plage de potentiel chimique donnant lieu à la phase topologique [338]. Comme le champ externe contribue aussi au champ Zeeman total pour l'atteinte de la phase topologique, l'interrelation entre ce champ et celui produit par les aimants est utile pour maximiser la robustesse de la phase topologique. Ainsi, l'optimisation des profils magnétiques est nécessaire afin de maximiser autant le champ Zeeman, le couplage spin-orbite et la robustesse de la phase topologique en fonction des différents paramètres tels le champ magnétique externe et le potentiel chimique.

4.1.2 Architecture proposée et viabilité expérimentale

Dans l'objectif de bénéficier des substrats à gaz bidimensionnel de haute mobilité tels le GaAs/AlGaAs [339] et le Si/SiGe [340, 341], une approche expérimentale basée sur les microaimants est proposée. Cette approche, illustrée à la figure 4.3, utilise des grilles élec-

trostatiques afin de définir un canal unidimensionnel dans le gaz d'électrons situé sous la surface. Le réseau d'aimants fourni le couplage spin-orbite nécessaire et deux approches sont envisagées pour induire la supraconductivité. La première (Fig. 4.3(b)), est basée sur des démonstrations expérimentales dans les hétérostructures de AlGaAs/GaAs [342] et d'InAs/InGaAs [343]. Dans une hétérostructure inversée permettant de minimiser l'oxyde natif entre le contact supraconducteur et le gaz d'électrons, des barrières tunnel transparentes sont obtenues à l'aide d'un contact en NbN [339]. La seconde (Fig. 4.3(c)) explore également des méthodes de fabrication descendantes afin de réaliser un contact supraconducteur via la diffusion d'un tel matériau vers le gaz d'électrons. C'est cette dernière approche qui sera étudiée expérimentalement à la section suivante dans une hétérostructure de Si/SiGe.

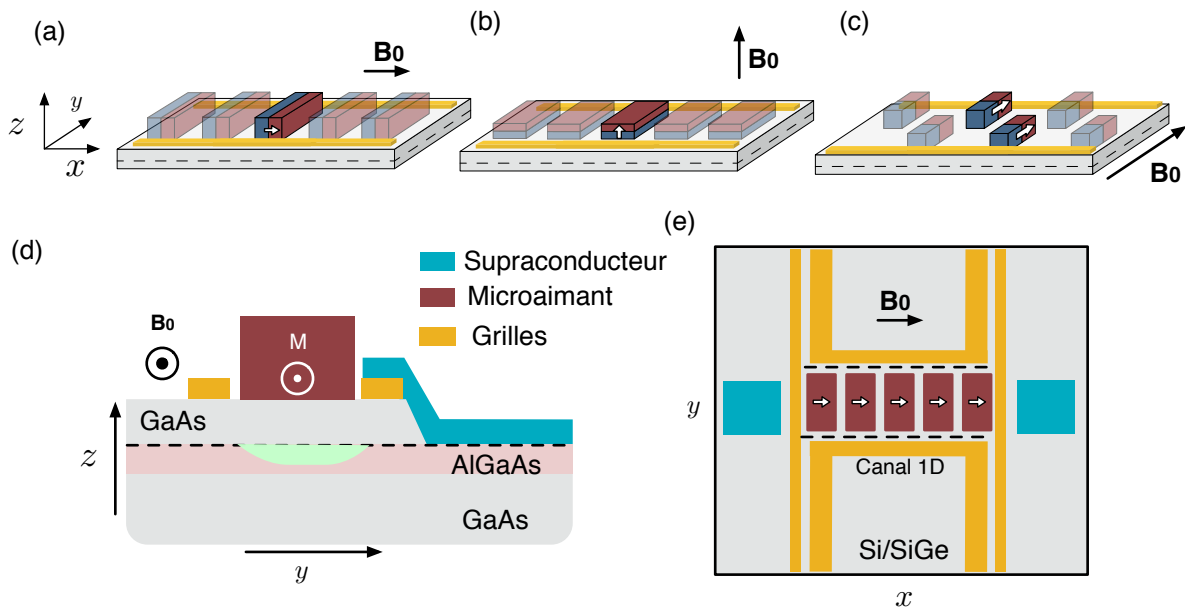


FIGURE 4.3. Plateformes à gaz bidimensionnel de couplage spin-orbite artificiel pour les états liés de Majorana

(a)-(c) Configurations de réseaux de microaimant conférant un champ magnétique périodique à un nanodiffl confiné électrostatiquement. La ligne pointillée indique la position du gaz d'électrons. Les grilles sont utilisées pour appauvrir en électrons les régions sous-jacentes, de façon à former le canal au centre de celles-ci. (d)-(e) méthodes envisagées pour la supraconductivité induite dans le gaz d'électrons pour des aimants suivant la géométrie (a). (d) Supraconductivité induite par contact direct avec le gaz d'électrons (- -). Les grilles d'aluminium oxydées permettent d'éviter les courts-circuits avec le supraconducteur déposé. La grille de droite permet de contrôler la barrière tunnel avec le supraconducteur et celle de gauche assure le confinement. (e) Supraconductivité induite par contact diffusé (rectangles bleus). Les grilles séparant le contact du canal servent à définir les barrières tunnel et les autres à créer le confinement et le canal unidimensionnel (- -).

Pour une telle architecture, les points importants à considérer sont les suivants :

- **Formation d'un canal unidimensionnel par confinement électrostatique** : La démonstration de la conductance quantifiée contrôlée électrostatiquement dans un point de contact quantique laisse présager que cette approche est viable [331, 332]. D'autre part, dans les hétérostructures à haute mobilité, la quantification de la conductance est observée pour des canaux d'une dizaine de micromètres de longueur [344, 345], laissant place à des nanofils unidimensionnels permettant de bien séparer les modes de Majorana. Il est également à noter que le champ électrique produit par les grilles est un outil intéressant pour augmenter le couplage spin-orbite [346, 347].
- **Qualité du contact supraconducteur** : Comme la technique visée est de fabrication descendante, l'interface supraconductrice envisagée risque de présenter des performances réduites par rapport aux dispositifs épitaxiaux. L'objectif est toutefois d'obtenir un contact de qualité suffisante pour une première démonstration.
- **Énergie Zeeman et amplitude des anisotropies magnétiques** : De façon identique aux contraintes expérimentales soulevées dans le chapitre 2, les considérations géométriques et matériaux utilisés pour la fabrication de réseaux d'aimants posent des contraintes additionnelles sur les champs produits par les aimants. De plus, le faible facteur gyromagnétique ($g \lesssim 2$) pour les hétérostructures envisagées ajoute une difficulté additionnelle afin d'obtenir le champ Zeeman nécessaire à l'atteinte de la phase topologique.

Afin d'adresser le dernier élément en détail, deux études théoriques visant à élucider les limites de réseaux d'aimants ont été réalisées [224, 225]. Les deux manuscrits résultants sont présentés aux annexes G et H, et les résultats principaux résumés à la section 4.3. Ces travaux sont basés sur la mise en place et l'application d'un algorithme d'optimisation numérique, cherchant à maximiser la protection topologique des modes de Majorana issus des hamiltoniens (4.2), (4.3) et (4.6). Ensemble, ces études indiquent de nouvelles voies de recherche liées à l'utilisation d'anisotropies magnétiques pour favoriser l'émergence des états liés Majorana. Celles-ci indiquent également que des signatures expérimentales sont envisageables dans l'approche proposée pour des réseaux périodiques de microaimants dans les hétérostructures à faible facteur gyromagnétique. Surtout, comme au chapitre 1, une attention particulière est portée vers la robustesse des états de Majorana en présence de désordre causé par l'imprécision expérimentale de la position d'aimant individuel dans le réseau. Des réseaux d'aimants plus robustes sont identifiés en conséquence. Toutefois, bien que le couplage spin-orbite produit par les aimants soit comparable à celui de l'InAs, le gap topologique simulé dans ces architectures ($\sim 5 \mu\text{eV}$) est dix fois plus faible que dans les nanofils en raison du faible facteur g . Ceci peut, en partie, être contrebalancé par le rapprochement des réseaux d'aimants du gaz d'électrons par l'emploi d'hétérostructures à gaz bidimensionnel peu profond.

4.2 Supraconductivité induite dans les hétérostructures de Si/SiGe

Alors que les réseaux de microaimants pourraient fournir l'interface nécessaire au couplage spin-orbite artificiel des hétérostructures, ces dernières doivent également permettre la formation d'un canal supraconducteur par effet de proximité pour l'étude des états liés de Majorana. D'ailleurs, des hétérostructures à haute mobilité à base de GaAs/AlGaAs ont déjà permis de démontrer ce lien supraconducteur [339]. Toutefois, le faible facteur gyromagnétique ne permet pas d'envisager l'observation des états liés de Majorana et des hétérostructures à base de Si/SiGe seraient préférables (voir annexe H). Dans cette optique, des hétérostructures à gaz bidimensionnel d'électrons en Si/SiGe visant une première démonstration de la supraconductivité induite ont été fabriquées conjointement avec l'équipe de Tzu Ming Lu aux *Sandia National Laboratories*. Cette section décrit les dispositifs et la méthode de fabrication descendante des contacts supraconducteurs (sous-section 4.2.1) ainsi que les résultats obtenus pour deux types de gaz d'électrons (sous-section 4.2.2 et sous-section 4.2.2).

4.2.1 Hétérostructures et dispositifs

Les dispositifs et hétérostructures de Si/SiGe sont présentés à la figure 4.4. Le substrat de base pour toutes les hétérostructures est constitué de multicouches épitaxiales de Si et SiGe permettant de former un gaz bidimensionnel de haute mobilité dans la région du puits quantique à 100 nm sous la surface.³[348]. Les puits quantiques de ces substrats présentent une mobilité maximale de $\mu_{2\text{DEG}} = 1 \times 10^6 \text{ cm}^2\text{V/s}$ à une densité de $n_{2\text{DEG}} = 2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Pour atteindre ces hautes mobilités, les hétérostructures de base ne sont pas dopées, et le canal est activé par une grille d'accumulation couvrant ce dernier figure 4.4(c). Comme l'effet de grille peut être écranté par la densité élevée de paires de Cooper dans l'état supraconducteur [35], deux autres types d'hétérostructures possédant un canal dopé (Fig. 4.4(a)-(b)) ont été fabriquées. Les propriétés de ces substrats dopés sont inconnues, mais la mobilité devrait être fortement dégradée et la densité électronique augmentée. Ce dernier point est renforcé par l'absence d'effet de grille dans les hétérostructures de la figure 4.4(b). Des propriétés additionnelles et les possibilités offertes pour le transport mésoscopique dans les substrats de base sont explicitées aux références [340, 349, 341].

3. Des hétérostructures de puits situés à 10 nm sous la surface ont également été explorées, mais ne seront pas présentées ici.

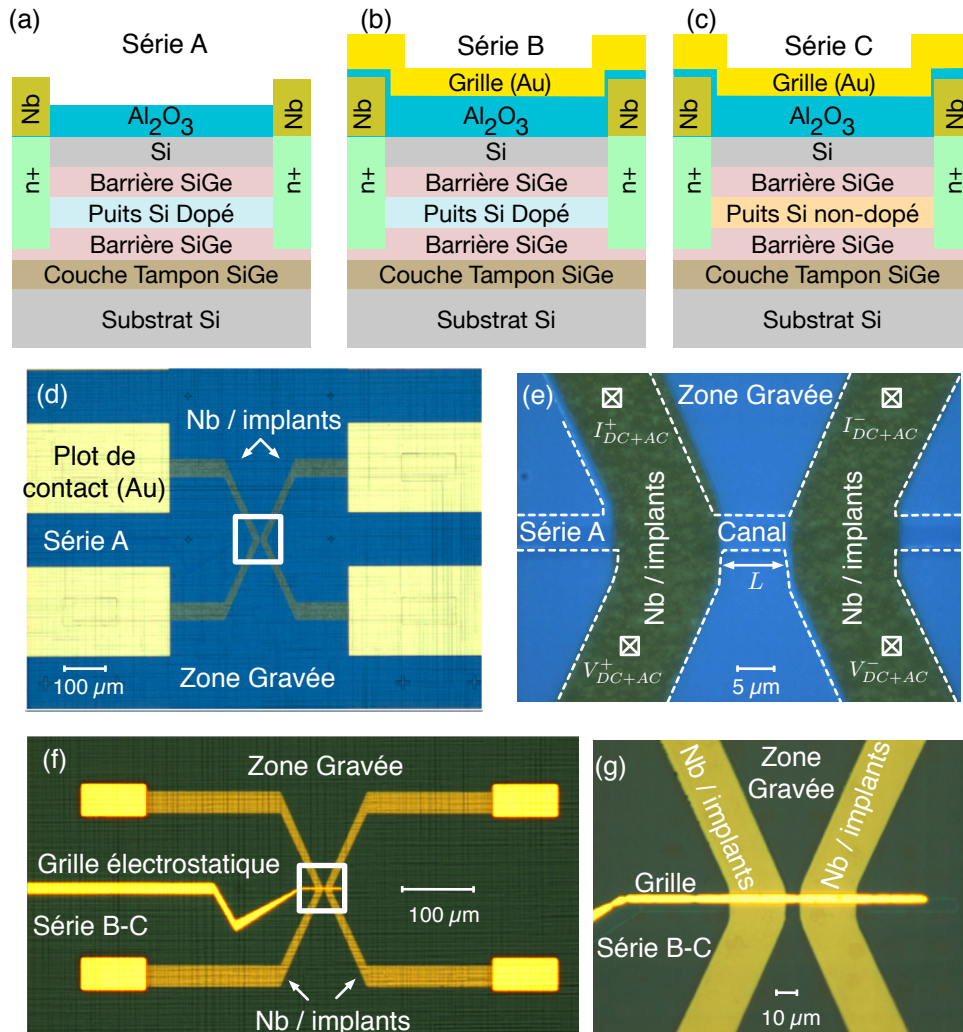


FIGURE 4.4. Hétérostructures en Si/SiGe et dispositifs pour la supraconductivité induite

(a) - (b) Le canal conducteur est formé dans un puits quantique dopé n^+ à 100 nm sous la surface de l'hétérostructure. Pour ces hétérostructures, le gaz d'électrons n'est donc pas tout à fait bi dimensionnel et les propriétés de transport du canal inconnues. Pour le dispositif (b) une grille électrostatique isolée permet d'appliquer un champ électrique afin de changer la densité. Étant donnée la densité électronique élevée, cette grille s'est avérée inutile. (c) Hétérostructure en mode accumulation pour les gaz bidimensionnels de haute mobilité. Le canal est formé dans un puits de Si non dopé et activé par la grille électrostatique. Pour toutes les hétérostructures, la couche de niobium recuite sur les contacts ohmiques permet de former le contact supraconducteur au puits quantique. (d) Dispositif formé de l'hétérostructure (a) possédant des contacts pour la mesure à quatre pointes des propriétés de transport. Les plots de connexions en or sont microsoudés à l'aide de fils d'or par une méthode biseau-biseau (*wedge-wedge*). (e) Région centrale du dispositif en (d) montrant le schéma de connexion permettant la mesure à quatre points du canal de longueur L (en ligne pointillée). Les longueurs nominales $L = 2, 4, 6, 10 \mu\text{m}$ ont été fabriquées. Tous les motifs sont fabriqués en photolithographie. (f) Zone élargie et (g) centrale des dispositifs (b)-(c) avec grille électrostatique surplombant le canal.

Procédé de fabrication

Les structures pour l'étude de la supraconductivité induite dans les puits quantiques sont ensuite définies à l'aide de procédés de photolithographie (Fig. 4.4(d)-(g)). Bien que cette technique limite la longueur minimale L du canal à des valeurs de $L \sim 1.5 - 2 \mu\text{m}$, elle permet d'éviter les défauts induits par des méthodes plus précises à base de lithographie par faisceau d'électrons qui pourrait dégrader la mobilité. Les grandes lignes du procédé vont comme suit :

1. **Formation du canal** : Un procédé de photolithographie suivi d'une gravure permet de définir la région active (région du canal à la Fig. 4.4(e));
2. **Lithographie du masque de résine** : Un procédé standard de photolithographie est utilisé afin de graver des tranchées dans le masque de résine. Aux figures 4.4(e)-(g), les régions gravées correspondent aux régions identifiées Nb /Implants et définissent les zones où un contact ohmique au canal sera effectué;
3. **Implantation au phosphore** : Cette étape permet de former des contacts ohmiques au gaz d'électrons par la formation de zones semiconductrices dégénérées;
4. **Nettoyage de la couche de silicium dégradée** : Suivant l'implantation, la surface du silicium est dégradée et doit être nettoyée afin d'assurer une bonne interface entre le supraconducteur et le canal ohmique. Ceci est réalisé à l'aide d'acide (BOE) et de plasma d'argon;
5. **Dépôt du supraconducteur** : Le dépôt de la couche de Nb est réalisé et suivi d'un procédé de soulèvement;
6. **Recuit thermique** : ce recuit permet l'activation des contacts ohmiques et forme l'alliage avec niobium, qui est diffusé dans le contact lors du recuit à une température 625°C ;
7. **Oxide de grille** : Dépôt par ALD de la couche isolante Al_2O_3 , afin d'isoler la grille des contacts métalliques;
8. **Grille et plots de connexion** : Lithographie et dépôt des grilles d'or et des plots de connexion pour la micro soudure.

À l'opposé des méthodes visant à rendre une partie des couches de silicium supraconductrice par implantation d'ions [350, 351, 352, 353], l'objectif du procédé est de créer un alliage supraconducteur par la diffusion du niobium (étapes 4 et 5) dans le contact ohmique (formé à l'étape 2). Bien qu'à première vue un tel procédé semble mener à des jonctions supraconductrices désordonnées au niveau du gaz d'électrons, des procédés similaires ont déjà été employés avec succès dans des hétérostructures [354]. Plus récemment, des contacts supraconducteurs sans densité d'états de quasi-particules sous le gap (*hard gap*) dans les nanofils de Ge-Si ont été fabriqués par un tel procédé [355].

Propriété de l'alliage Nb / Si implanté

La première étape vers l'étude de la supraconductivité induite est de vérifier que les contacts de Nb diffusés sont toujours supraconducteurs suite au protocole de fabrication. Pour ce faire, les échantillons sont micro soudés et refroidis jusqu'à la température de base de $T = 10$ mK d'un réfrigérateur à dilution (Fig. 4.5(a)). Pendant le refroidissement, la résistance d'un micro fil (Fig. 4.5(b)) est mesurée en fonction de la température. Différentes méthodes de nettoyage ont été explorées afin d'assurer un bon contact entre le silicium implanté et le niobium avant le recuit thermique d'activation. Ces méthodes consistent entre autres à l'ajustement de la puissance et du temps d'exposition au plasma d'Argon. Pour un procédé de puissance modérée, la surface est insuffisamment nettoyée, et une barrière anti-diffusion est formée à l'interface niobium-silicium. À basse température, la résistance de ces contacts atteint plusieurs $M\Omega$ (Fig. 4.5(c)). Cette problématique est réglée par l'entremise d'un plasma plus agressif pour lequel la résistance du contact chute à $R = 2 \Omega$ à la température de base du cryostat, avec une décroissance prononcée sous 1 K témoignant de la présence de la supraconductivité dans le contact.

La résistance à basse température est mesurée par la méthode de résistance différentielle. Dans cette méthode, des sources de courant continu (I_{DC}) et alternatif (I_{AC}) sont connectées au port I^+ , et la différence de tension démodulée est mesurée directement entre les ports V^+ et V^- (voir la Fig. 4.4(e) pour la disposition des ces contacts sur les dispositifs de jonction) :

$$R = \frac{dV}{dI} = \frac{(V^+ - V^-)_{AC}}{I_{AC}} \quad (4.16)$$

Suivant la configuration des contacts de la Fig. 4.5(b) s'apparentant à une mesure à deux terminaux du microfil de niobium diffusé, la résistance de ce fil est obtenue à basse température figure 4.5(d). D'abord, près de $T = 500$ mK, une décroissance abrupte sur une plage $\Delta T \sim 100$ mK est observée suivie d'une décroissance lente pour atteindre $R = 2 \Omega$ à la température de base du cryostat. À partir de cette courbe uniquement, il est difficile d'extraire la nature des deux contributions. Toutefois, la comparaison entre plusieurs fils et les dispositifs à puits quantique permet d'identifier la première transition comme étant la transition supraconductrice des fils. La température critique de $T_c \sim 420$ mK est obtenue par interpolation. Comme le procédé de niobium utilisé pour ce procédé présente une température critique de $T_c = 2$ K, la valeur ici mesurée est en accord avec une réduction de la température critique suite au procédé de diffusion et d'alliage du niobium avec le silicium implanté. À plus faible température, la décroissance lente est attribuée à la supraconductivité induite dans les plots de contact d'or. Cette interprétation est renforcée par la courbe de la figure 4.5(e) où deux séries de transition à fort et faible I_{DC} sont observées. Les transitions à $I_{DC} \sim 10 \mu A$

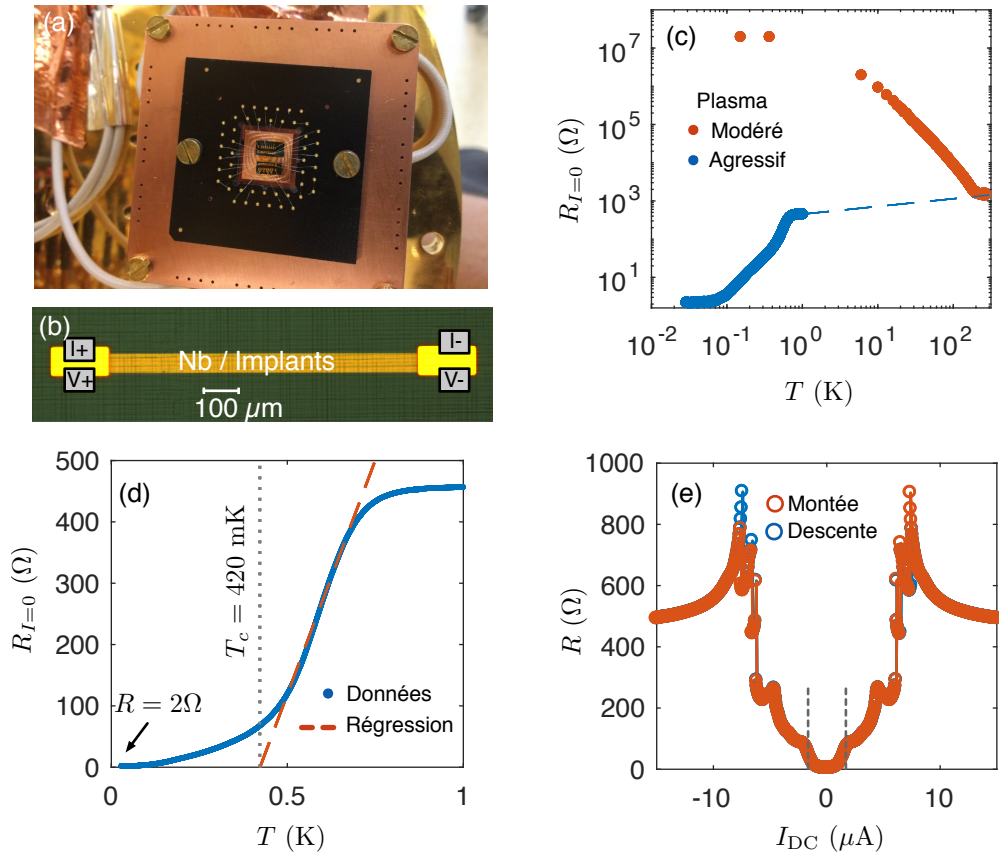


FIGURE 4.5. Montage et propriétés de l'alliage de Nb mesuré sur un fil millimétrique

(a) Photographie d'un montage typique. Les deux séries d'échantillons contenant chacune un fil et quatre jonctions de $L = 2, 4, 6, 10 \mu\text{m}$ sont ancrées thermiquement sur un support en cuivre et micro soudées sur un circuit imprimé connecté aux appareils de mesures. Les câbles de connexion sont ancrés thermiquement à 10 mK. Ces câbles thermocoax sont de 1 MHz de bande passante. (b) Photographie optique d'un nanofil d'un dispositif à micro fil pour la caractérisation de l'alliage Nb / implants. Chaque plot de contact est connecté à deux micro soudures pour une mesure à quatre pointes. (c) Résistance à courant nul en fonction de la température pour deux procédés de nettoyage plasma différents. La ligne pointillée est un guide. (d) Transition supraconductrice des fils identifiant la température critique. (e) Courbe de courant critique, les grandes variations sont dues à différentes portions du micro fil devenant supraconductrices, alors que la portion centrale (lignes pointillées) est associée à la supraconductivité induite au niveau des plots de contacts d'or.

comportant les baisses de résistance les plus marquées sont attribuées au micro fil, alors que les autres sont attribuées à l'interface entre les contacts d'or et le fil.

4.2.2 Signatures expérimentales de la supraconductivité induite

À l'interface entre un supraconducteur (S) et un métal normal (N), le transport électronique est médié par la réflexion d'Andreev [356]. Dans ce processus, les électrons du métal N sont rétro réfléchis en trous et une paire de Cooper est transmise dans le contact S . Au niveau microscopique, ce processus cohérent est responsable de la supraconductivité induite dans le métal normal. En effet, les corrélations de phase entre les électrons et trous issus des réflexions d'Andreev dans le métal persistent sur une certaine longueur caractéristique L_ξ pour laquelle l'amplitude de probabilité d'une paire de Cooper est non-nulle [357]. Ce faisant, un gap supraconducteur induit est formé dans le métal N et l'amplitude de ce gap varie dans l'espace selon les propriétés de transport du métal et les propriétés microscopiques de l'interaction électron-électron dans celui-ci [358]. Dans les dispositifs fabriqués, où les contacts se situent à chaque extrémité du canal, le gap minimal devrait se situer près du centre du canal.

Dans un métal en présence de désordre, les réflexions d'Andreev persistent et la relation de phase entre les électrons et trous est préservée donnant lieu à une augmentation de la conductance du milieu N [359]. En fait, la longueur caractéristique préservant la cohérence est reliée à l'énergie de Thouless $E_{\text{Th}} = \hbar D/L^2$ du milieu désordonné, où L est la longueur du système et D sa constante de diffusion [360, 361, 357]. Pour des électrons caractérisés par l'énergie thermique $k_B T$ du système, la longueur de corrélation associée est donc

$$L_\xi = \sqrt{\frac{\hbar D}{k_B T}}. \quad (4.17)$$

Pour les systèmes à gaz bidimensionnel de haute mobilité présentés à la section précédente, la constante de diffusion est donnée par $D = v_f \cdot l_e/2$ avec le libre parcours moyen $l_e \sim 7 \mu\text{m}$. Dans ces conditions, la longueur de cohérence est estimée à $L_\xi \sim 5 \mu\text{m}$. Comme l'amplitude d'appariement supraconducteur décroît de façon exponentielle sur cette longueur caractéristique $\Delta^* \sim \Delta \exp[-L/L_\xi]$ [362], un courant supraconducteur devrait être observable pour ces jonctions. Toutefois, pour les dispositifs de série A et B à canal dopé, la mobilité devrait être diminuée de même que les propriétés supraconductrices des jonctions SNS dans ce dispositif. Les résultats sur ces deux séries d'échantillons sont d'abord présentés. Au total plus d'une dizaines de jonctions de différentes longueurs ont été mesurées. Seuls les résultats les plus significatifs et représentatifs sont présentés dans ce qui suit.

Survol d'une mesure typique

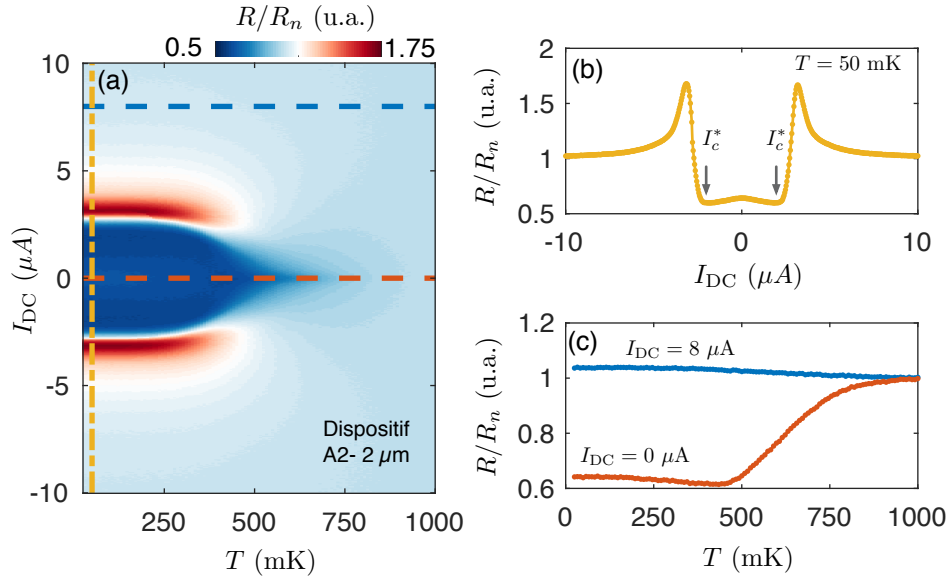


FIGURE 4.6. Survol d'une mesure typique pour les échantillons de série A et B

(a) Cartographie de la résistance différentielle normalisée par la résistance dans l'état normal R_n prise à $T = 1$ K, en fonction du courant DC et de la température. Les lignes pointillées représentent les différentes traces des panneaux (b) pour la dépendance en courant et (c) de la dépendance en température de la jonction.

Le résultat principal de cette étude est présenté à la figure 4.6(a) pour une jonction de $L = 2 \mu\text{m}$ de la série A. La mesure à quatre pointes pour cet échantillon montre clairement une signature supraconductrice où une diminution de la résistance totale de la jonction est observée en deçà d'une température critique T_c^* et d'un courant critique I_c^* . Les caractéristiques globales de cette cartographie sont représentatives de la majorité des jonctions mesurées, et certaines différences seront identifiées dans les sous-sections suivantes.

En plus de l'absence de courant supraconducteur, deux signatures importantes sont apparentes en fonction du courant I_{DC} dans la jonction (Fig. 4.6(b)) :

- i. **Maxima symétriques en courant** : Ces maxima sont associés à la transition supraconductrice et sont reliés au courant critique I_c^* . Ce courant critique n'est toutefois pas le courant critique de la jonction en entier puisque la résistance de la jonction ne s'annule pas. Comme il sera discuté dans la prochaine sous-section, ces pics sont dus aux contacts supraconducteurs et témoignent de la présence de supraconductivité induite et de la formation d'une jonction SNS ;
- ii. **Maximum à courant nul** : Ce maximum présente une dépendance non triviale autant en courant qu'en température (Fig. 4.6(c)). Il témoigne également de la formation d'une

jonction SNS de transparence intermédiaire [339].

Ensemble les deux points précédents montrent qu'un contact supraconducteur au gaz d'électron a été réalisé, mais que les propriétés de l'interface SN et la longueur de cohérence dans le métal normal ne permettent pas le transport de supercourant. Tel que mentionné précédemment, ceci est attendu pour les dispositifs de série A et B pour lesquels le canal est de faible mobilité. Toutefois, afin de mieux comprendre le système à l'étude et de vérifier les limites expérimentales offertes par ces hétérostructures, des mesures plus détaillées sur plusieurs jonctions sont présentées. L'objectif est d'appuyer les points i) et ii) afin de confirmer que la signature mesurée est bien celle d'une jonction SNS en l'absence de courant supraconducteur.

Origine des signatures expérimentales observées

L'impact de la longueur du canal normal N et la variabilité entre les séries A et B sont illustrés à la figure 4.7(a)-(c). D'abord, la majorité des dispositifs de la série A présentent un courant I_c^* plus élevé que ceux de la série B. Ceci est attribué, encore une fois, à un moins bon nettoyage de la surface entre le niobium et les zones implantées. Pour ces jonctions les signatures supraconductrices surviennent toutes à $T < 120$ mK, et les mesures à deux terminaux entre les contacts I^+ et V^+ présentent les mêmes propriétés⁴. Par contre, pour la majorité des jonctions la résistance normalisée R/R_n aux courants inférieurs à I_c^* augmente avec la longueur du canal. Cette observation est compatible avec le fait qu'une partie du canal est «court-circuitée» par le supraconducteur.

D'abord la figure 4.7 montre la variation de la résistance dans l'état normal R_n en fonction de la longueur mesurée du canal \bar{L} . La régression linéaire indique que toutes les jonctions présentent une longueur additionnelle de $L_0^A = 4.5 \mu\text{m}$ et $L_0^B = 3.6 \mu\text{m}$ et que les canaux mesurés sont de longueur effective $L = \bar{L} + L_0$. Pour les échantillons de la série B, le ratio L_0/L est respectivement de 59%, 45% et 27% pour les canaux de 2, 4 et $10 \mu\text{m}$. Dans une marge de $\pm 10\%$, ceci correspond à la variation de résistance ΔR de 49%, 39% et 19% observée près de la transition pour cet échantillon. Pour les fils de la série A, c'est plutôt le rapport $L_0/2L$ qui suit la même dépendance. Ce facteur de différence n'est pas tout à fait compris, mais semble concorder avec une plus faible transparence de la barrière tunnel entre S et N.

Ensuite, comme le montre la figure 4.8(a), cette variation abrupte de résistance est observée à une température critique T_c^* avoisinant celle de $T_c \sim 420$ mK des contacts supraconducteurs présentés précédemment et confirme que la signature observée provient bel et bien d'un court-circuit avec les contacts supraconducteurs. Par ailleurs cet effet n'est observable qu'en

4. Mesure non-présentées pour alléger la discussion.

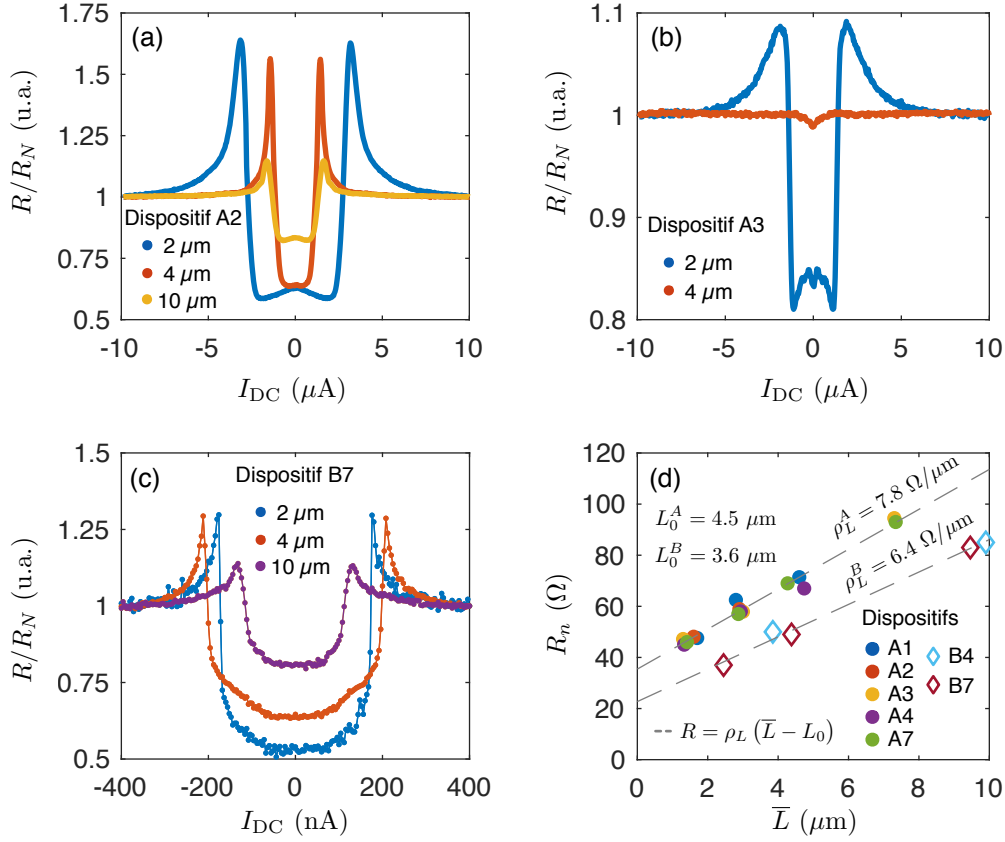


FIGURE 4.7. Impact de la longueur du canal sur les propriétés des jonctions

(a)-(b) Effet de la longueur du canal sur la résistance normalisée par $R_n = R|_{I=10 \mu A}$ mesurée à $I_{AC} = 100$ nA pour deux dispositifs de la série A. La valeur du ratio à courant nul augmente avec l'augmentation de L . Pour ces panneaux le courant d'excitation est (c) Mesures à $I_{AC} = 10$ nA pour la série B. (d) Dépendance de la résistance dans l'état normal en fonction de la longueur mesurée \bar{L} du canal. Les lignes pointillées sont des régressions pour les séries A et B.

présence de barrières tunnel transparentes de faible résistance. En effet, suivant l'argument des références [360, 363], la contribution à la résistance totale de la portion de longueur L_0 recouverte des contacts supraconducteurs peut être décomposée en deux résistances agissant en parallèle; soit a) la résistance dans l'état normal $R_n^{L_0}$ et b) $R_s^{L_0}$ la résistance induite dans l'état supraconducteur. Pour une barrière opaque, la résistance $R_s^{L_0} \gg R_n$ et la transition supraconductrice des contacts sont absentes de la signature. Ceci est d'ailleurs observé pour le canal de $4 \mu m$ de l'échantillon A3, où la résistance ne varie presque pas en fonction de la température.⁵ À l'inverse, pour une barrière complètement transparente $R_s = 0$ et la variation de résistance est donnée par $\Delta R/R_n = L_0/L$. Pour des barrières tunnel de $R_s \sim R_n$,

5. Il est à noter que le comportement des contacts pour cet échantillon est le même que pour les autres échantillons.

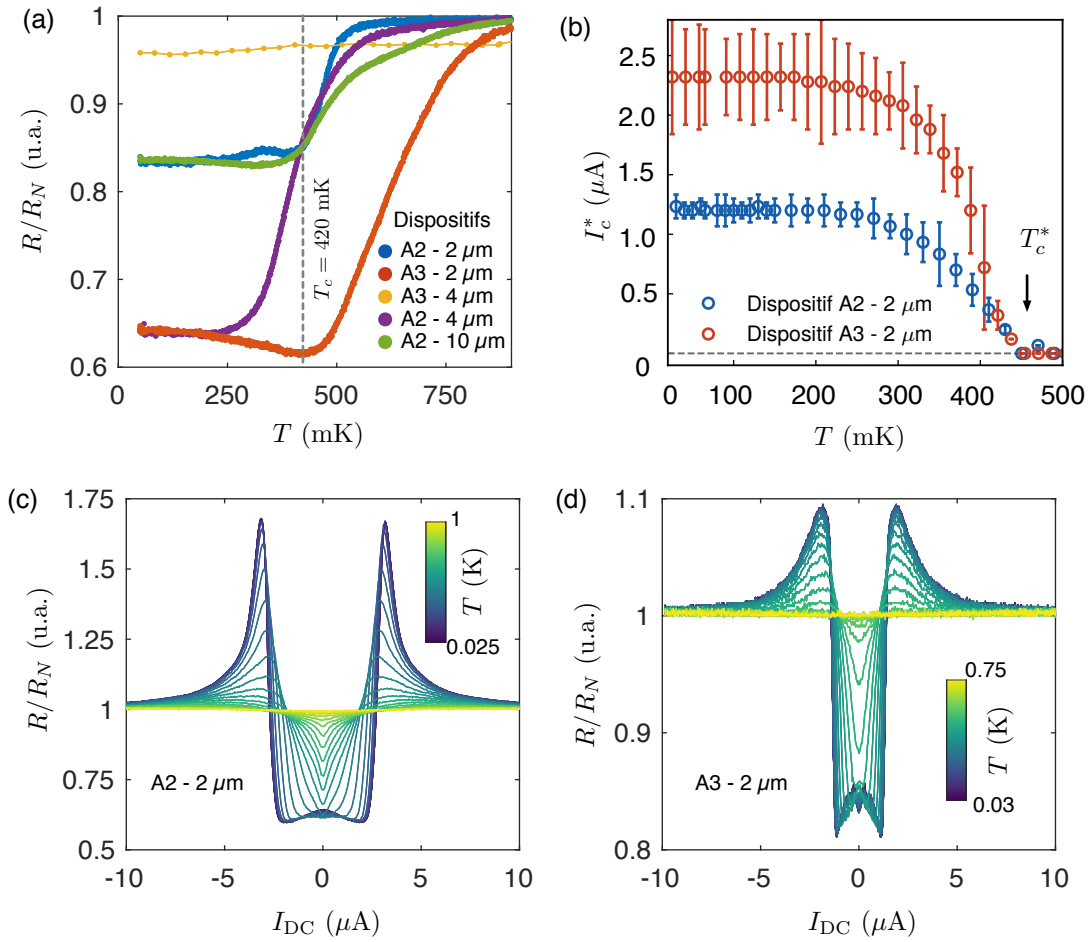


FIGURE 4.8. Effet de la température sur les signatures des jonctions

(a)-(b) Effet de la longueur du canal sur la résistance normalisée par $R_n = R|_{I=10\mu\text{A}}$ mesurée à $I_{AC} = 100$ nA et $I_{DC} = 0$ pour deux dispositifs de la série A. La valeur du ratio à courant nul augmente avec l'augmentation de L . Pour ces panneaux le courant d'excitation est $I_{AC} = 10$ nA pour la série B. (c) Mesures à $I_{AC} = 10$ nA pour la série B. (d) Dépendance de la résistance dans l'état normal en fonction de la longueur mesurée \bar{L} du canal. Les lignes pointillées sont des régressions pour les séries A et B.

la variation devrait être intermédiaire à ces deux cas extrêmes ce qui semble être le cas pour la série d'échantillons A. Enfin, la dépendance du courant critique I_c^* en fonction de la température pour deux jonctions est présenté à la figure 4.8(b). Cette dépendance sature tel qu'il serait attendu pour une jonction SIS [318] et le courant critique s'annule à $T_c^* = 450$ mK, en accord avec l'interprétation précédente.

Ainsi, tout indique que la majorité des jonctions présentent une région de longueur L_0 supraconductrice de transparence intermédiaire et qu'une jonction SNS est donc formée dans le système. La transparence intermédiaire de la barrière se reflète également dans les courbes de courant pour $I < I_c^*$. En effet, pour des jonctions de transparence intermédiaire, des simulations numériques réalisées pour des systèmes $SNN'NS$ tenant compte des propriétés d'interface différentes du métal normal (N) par rapport au canal (N'), indiquent qu'un maximum devrait être observé à courant nul pour des jonctions de plus faible transparence [364, 339]. Un tel effet a déjà été observé par le passé [361, 354]. Les figures 4.8(c)-(d) montrent bien l'évolution du pic en fonction de la température pour deux échantillons. La disparition de ce dernier à l'approche de T_c^* est en accord avec les simulations numériques, et est attribué à la variation en température de la résistance tunnel [360].

Diversité des signatures expérimentales et densité d'états

Dans les jonctions SNS le comportement à l'interface des jonctions modifie grandement les propriétés du métal normal N . Ainsi, la différence de phase supraconductrice ϕ entre les deux contacts supraconducteurs et la qualité des interfaces supraconductrices sont susceptibles de modifier la densité d'états dans le fil et donc de changer la réponse $R = dV/dI(V)$ du système [365]. De façon qualitative, cet effet est observé pour des échantillons bien particuliers, présentant des caractéristiques dV/dI très différentes de celles des sections précédentes.

À la figure figure 4.9(a), cet effet est illustré pour quelques échantillons de la Série A, et montre la variabilité de la réponse du système selon la qualité des contacts supraconducteurs. En plus du pic à $V = 0$ dû à la faible transparence des barrières, des structures importantes apparaissent à la transition supraconductrice. La figure 4.9(b), montre la variabilité de la signature pour un même dispositif lorsque les contacts I^- et V^- sont inversés. Pour ce dispositif, la signature à faible énergie due à la transparence des barrières est peu modifiée, alors que celle à la transition supraconductrice est fortement modifiée. Ceci témoigne de la grande variation de la densité d'états locale entre chacun des contacts et illustre la nécessité de diminuer le désordre dans le système via l'emploi des structures à canal non dopé.

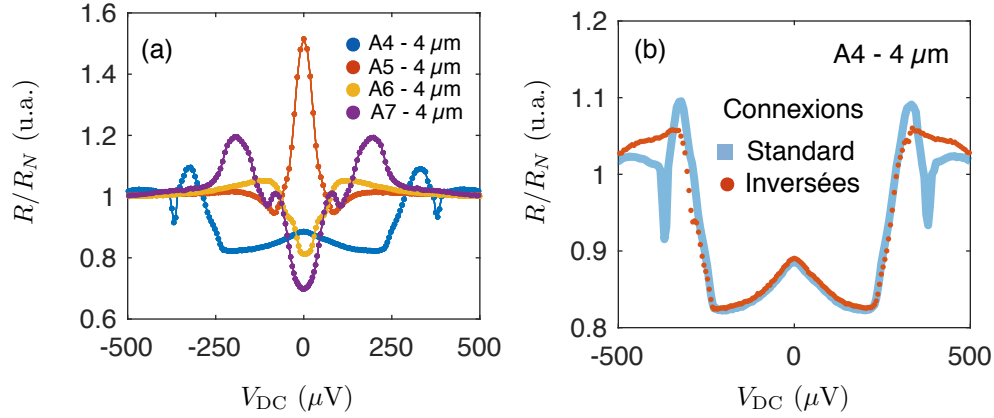


FIGURE 4.9. Variabilité des dispositifs, densité d'états et impact des contacts

(a) Caractéristiques R/R_N en fonction de la tension aux bornes des contacts, indiquant la grande variabilité entre différents dispositifs. (b) Effet de la géométrie des contacts sur la mesure réalisée. Dans la configuration standard, les signaux sont injectés comme à la figure 4.4(e) alors que pour la courbe rouge, les ports I^- et V^- sont interchangés.

Amélioration au montage expérimental

Afin de s'assurer que la résistance finie mesurée à basse température dans les jonctions n'est pas due à un effet de bruit électromagnétique dans le système, des améliorations ont été apportées au montage (Fig. 4.10(a)). Ces modifications consistent en l'ajout d'un écran supraconducteur pour éviter les variations du flux magnétique, et l'amélioration du filtrage jusqu'à une bande passante de 1 kHz. En effet, en première approximation, la jonction SNS, peut être identifiée à une jonction Josephson SIS pour lesquels deux relations importantes peuvent être tirées [318] :

$$I_s = I_c \sin(\Delta\phi) \quad (4.18)$$

$$\frac{d\Delta\phi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (4.19)$$

où I_s est le courant supraconducteur, I_c le courant critique et $\Delta\phi$ la différence de phase supraconductrice entre les deux contacts S . Alors que la première relation décrit l'état du courant supraconducteur, la seconde revêt son importance lorsque du bruit électromagnétique est présent dans le système. En effet, une variation du champ électromagnétique est susceptible de modifier le flux traversant la jonction tunnel et donc la différence de phase supraconductrice entre les deux contacts. Ceci résulte en une tension V aux bornes de la jonction. Dans le cas du modèle de circuit RCSJ, où la jonction est placée en parallèle avec une résistance $R \sim R_N$ et une capacité C , la tension créée aux bornes de la jonction génère un courant de quasi-particules associé à la résistance R .

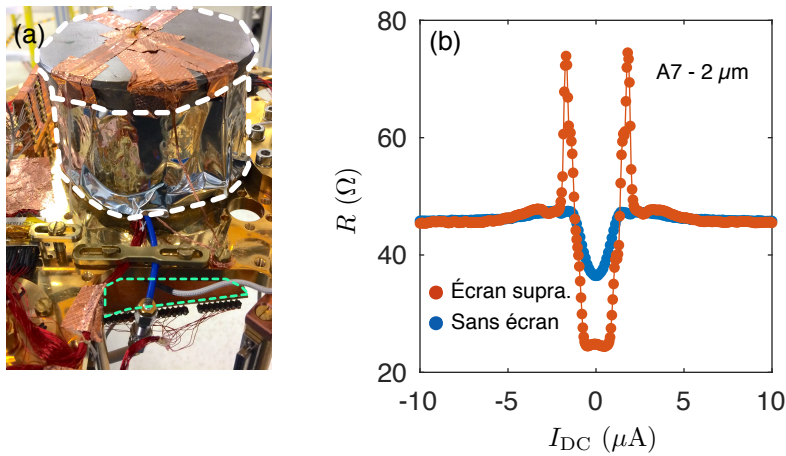


FIGURE 4.10. Améliorations au schéma expérimental et résistance finie

(a) Nouveau montage expérimental comportant un écran supraconducteur en plomb (lignes blanches) et des filtres RC de 1 kHz (lignes vertes). Le tout est ancré thermiquement à la chambre à mélange du réfrigérateur à dilution. (b) Comparaison des signatures avec et sans écran supraconducteur pour l'échantillon A7-2 μm avec $I_{AC} = 100$ nA à $T = 25$ mK.

Les résultats présentés à la Fig. 4.10(b), montrent qu'une contribution significative à la résistance mesurée provient de cet effet, mais ne permet toujours pas l'obtention d'un courant supraconducteur dans la jonction et indique une fois de plus la nécessité d'améliorer l'interface SNS et la longueur de cohérence dans le canal N .

4.2.3 Structures en mode d'accumulation

Dans une première tentative d'augmenter la longueur de cohérence dans la portion N de la jonction SNS, les structures en mode d'accumulation présentant des mobilités électroniques de $\sim 1 \times 10^6$ cm^{-2}/Vs sont explorées. Comme au chapitre 3, ces dispositifs se comportent comme des transistors, et l'application d'une tension de grille suffisamment élevée permet l'accumulation d'électrons et la formation du canal. En principe, cette configuration permet également la variation de la barrière tunnel entre le contact supraconducteur et le canal et permet l'étude de différents régimes de transport de la jonction SNS [331, 332, 366].

À la température de base du cryostat, la figure 4.11(a) montre que le canal en mode accumulation est activé par l'application d'une tension de grille suffisante. Comme ces structures sont très sensibles à l'environnement électrostatique, la courbe d'accumulation dépend de l'historique de polarisation de la grille. Cet effet est dû à des niveaux de charge métastables à l'interface entre l'oxyde d' Al_2O_3 et le silicium. Ces états sont activés par des fortes polarisations

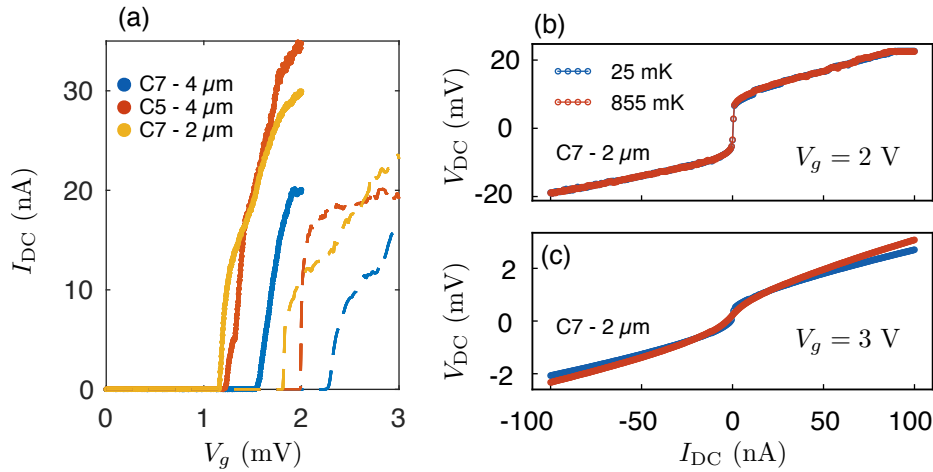


FIGURE 4.11. Activation et barrières tunnel dans les structures en mode d'accumulation

(a) Courbes d'accumulation pour trois canaux de longueurs différentes à $V_{DC} = 1$ mV en fonction de la tension de grille. Les courbes pleines, présentent les courbes suite au refroidissement. Les courbes pointillées sont acquises suite à une excursion de à $V_g = -5$ V permettant de décharger les trappes dans le dispositif. Les tensions seuil sont décalées et la pente sous-seuil augmentée. (b) Courbe $V_{DC}(I_{DC})$ caractéristique d'une jonction tunnel à une tension de $V_g = 2$ V et (c) pour $V_g = 3$ V à deux températures différentes. La barrière tunnel domine le transport électronique à basse énergie sur toute la plage de température sondée.

de grilles, de biais source-drain ou encore par des décharges électrostatiques [367, 368, 369]. Ces effets modifient la tension seuil et les capacités de couplage de la grille d'accumulation et limite la densité maximale d'électrons dans le canal. À basse température, la configuration de charge est rétablie par l'application d'une forte polarisation négative qui dépeuple ces états d'interface. Il en résulte une augmentation de la tension seuil et une réduction de la pente sous-seuil. Ceci se produit en raison de la capacité de couplage augmentée par la diminution de l'écrantage produit par ces états d'interface.

La tension DC mesurée aux bornes de la jonction en fonction du courant I_{DC} montre une résistance non linéaire de l'ordre de $0.1 - 1$ M Ω (Fig. 4.11(b)-(c)). Ces courbes sont caractéristiques de jonctions tunnel opaques et tirent leur origine du contact entre les implants de phosphore et le canal bidimensionnel. Le niveau d'implantation des contacts doit ainsi être augmenté afin d'enrayer ces barrières tunnel. Dans ces conditions, l'appariement supraconducteur à la jonction SNS ne peut avoir lieu, et aucune signature supraconductrice n'est observée.

Pour pallier aux problèmes soulevés dans les deux sections précédentes, de nouvelles structures sont en cours de fabrication. Ces structures adresseront quatre points importants :

1. Amélioration de l'implantation des contacts ohmiques sur les structures à haute mobilité pour minimiser les barrières tunnel ;
2. Utilisation du procédé agressif de nettoyage à l'interface entre le niobium et le contact implanté. Ces techniques n'étaient pas utilisées dans les structures à haute mobilité actuelles ;
3. La réduction de la taille du canal à des dimensions inférieures au micromètre pour diminuer les contraintes liées à la longueur de cohérence ;
4. Amélioration de la qualité du niobium. Les développements au niveau du dépôt de niobium permettent désormais l'atteinte de la température critique de $T_c = 8$ K près de la valeur volumique du niobium. Ceci devrait augmenter la température critique de l'alliage réalisé avec les implants et permettre un meilleur gap induit.

Ensemble, ces éléments visent à favoriser un fort gap supraconducteur induit et l'obtention d'un courant supraconducteur dans la jonction. La démonstration de ces deux éléments permettra par la suite d'envisager le développement des architectures de Majorana.

4.3 Impact des travaux

Les travaux présentés dans cette section sont issus d'une collaboration fructueuse avec le groupe de recherche d'Ion Garate et issus de deux projets financés par l'Institut quantique piloté conjointement avec Samuel Boutin. D'une part, les premières étapes vers la démonstration de la supraconductivité induite dans des hétérostructures à base de Si/SiGe ont été réalisées en collaboration avec le groupe de Lu Tzu Ming aux *Sandia National Laboratories*. L'amélioration de l'interface entre le contact supraconducteur et le canal suivant les lignes directrices présentées à la sous-section 4.2.3 devrait permettre l'observation d'un courant supraconducteur et la formation d'un gap induit. Ces structures sont à la base de l'architecture proposée à la section 4.1. L'ajout de microaimants à une telle structure permettra par la suite de débiter l'élaboration de systèmes à couplage spin-orbite artificiel en présence de supraconductivité induite. Le tout représente un premier pas vers l'étude d'états liés de Majorana dans une structure à base de matériaux compatibles avec la microélectronique.

D'autre part, suivant les grandes lignes de l'architecture proposée, la mise en place d'une plateforme d'optimisation numérique réalisée par l'équipe théorique fournit un guide de conception pour l'utilisation de réseaux de microaimants performants vers l'étude des états liés de Majorana. Les résultats de ce travail collaboratif ont mené à la rédaction de deux articles scientifiques. D'abord, l'algorithme d'optimisation et l'implication de l'utilisation d'anisotropies pour l'ingénierie d'états de Majorana sont présentés à l'annexe G et publié

dans la revue *Physical Review B*. Ensuite, les résultats d'optimisation numérique et l'impact des imperfections expérimentales sont présentés dans l'article de l'annexe H. Cette étude est en cours de révision pour une resoumission à la revue *Physical Review B*. Dans ce qui suit, les résultats importants issus de ces études sont présentés.

«Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization»

Ce travail issu principalement des travaux de Samuel Boutin, présente un algorithme efficace d'optimisation de textures magnétiques. L'algorithme inspiré de la méthode d'optimisation de pulse GRAPE, optimise le profil magnétique le long d'un nanofil décrit par les modèles (4.6) et (4.3) afin de maximiser la localisation des modes de Majorana, et par le fait même, l'amplitude du gap topologique. Les résultats principaux sont :

- Implémentation d'un algorithme efficace comparativement aux méthodes de gradient à différences finies ;
- Contrairement aux arguments habituels concernant la non-uniformité des nanofils, l'optimisation de potentiels électrostatique indique que des potentiels lisses, mais non uniformes augmentent la localisation des modes de Majorana et offrent de nouvelles perspectives de recherche quant à l'impact des non-uniformités sur d'autres paramètres tel le gap supraconducteur ;
- L'optimisation de textures magnétiques permet de relâcher certaines contraintes expérimentales et favorise l'obtention de modes de Majorana robustes et localisés sur de larges plages de paramètres par rapport à des textures magnétiques simplistes ;

«Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials»

Ce travail issu principalement des travaux de Sara Turcotte, explore en détail les trois configurations d'aimants présentées à la figure 4.3(a)-(c) afin d'en déterminer les limitations. Le travail est basé sur des améliorations apportées à l'algorithme d'optimisation pour la détermination de paramètres géométriques optimaux de réseaux d'aimants et l'évaluation de la robustesse des états de Majorana face aux imperfections expérimentales liées au positionnement des aimants. Les résultats principaux sont :

- Les hétérostructures à base de silicium ou germanium sont des plateformes envisageables pour l'étude d'états liés de Majorana, alors que la phase topologique n'est pas atteignables pour les dispositifs à base de GaAs en raison du faible facteur gyromagnétique ;

- La phase topologique est atteinte avec différentes géométries d'aimants malgré le faible facteur gyromagnétique dans les hétérostructures à base de silicium ou germanium. L'amplitude du gap topologique reste faible (~ 60 mK dans le silicium), mais une signature expérimentale est envisageable;
- Certaines géométries (Fig. 4.3(a)) présentent une robustesse accrue aux erreurs de fabrication en raison de la symétrie du champ magnétique produit par ces réseaux d'aimants;
- Les microaimants peuvent être utilisés afin de favoriser l'apparition de la phase topologique à plus faible champ externe dans le cas des nanofils à fort facteur de couplage spin-orbite tels l'InAs ou l'InSb. Ceci offre de nouvelles opportunités de couplage avec des circuits supraconducteurs pour lesquels les champs magnétiques doivent être minimisés.

Conclusion

Les travaux de cette thèse couvrent un éventail de possibilités offertes par l'ingénierie de microaimants pour le développement de systèmes quantiques performants ainsi que des architectures prometteuses pour leur intégration. Les systèmes quantiques visés par cette étude se déclinent en deux catégories : i) les électrons uniques dans les boîtes quantiques et ii) les architectures à gaz bidimensionnels pour les états liés de Majorana.

D'abord, dans l'objectif de développer un guide de conception pour les qubits à spin unique adressés électriquement, une plateforme de simulation numérique a été mise en place (chapitre 1). L'étude de différentes configurations d'aimants pour les systèmes à simples boîtes quantiques établit des géométries spécifiques pour une architecture de boîte quantique donnée. Pour l'architecture étudiée, tous les requis pour minimiser l'impact de la décohérence au premier ordre sont atteints dans une architecture échelonnée en un réseau linéaire. Un système à doubles boîtes quantique est également revisité dans l'objectif d'en minimiser la décohérence. Globalement, dans les deux architectures, les systèmes à double aimant permettent non seulement d'envisager des opérations logiques rapides, mais aussi de minimiser l'impact de la décohérence.

Suivant les spécifications des simulations numériques, une plateforme de nanofabrication de microaimants de Cobalt et de FeCo a été mise en place (chapitre 2). Les contraintes générées par les aimants ont été améliorées suite à l'étude de l'impact des paramètres de fabrication sur les propriétés macroscopiques et microscopiques des aimants. En plus de permettre la fabrication d'une multitude de dispositifs quantiques avec microaimants intégrés, la plateforme permet la caractérisation d'aimants individuels par la magnétométrie de Hall à l'échelle submicrométrique. Les mesures réalisées sur les aimants individuels valident les simulations magnétiques quant à l'amplitude et les gradients du champ magnétique produit par les microaimants. Aussi, l'intégration de microaimants à des structures en silicium purifiés a permis de soulever des points de vigilance quant aux contraintes mécaniques additionnelles générées par ces aimants et leur impact sur les états de vallées d'une boîte quantique. Enfin,

la fabrication de réseaux linéaires composés de doubles aimants offre certainement une voie d'avenir pour l'étude de puces multiqubit minimisant l'impact du bruit de charge sur la décohérence (annexe C).

Dans l'objectif d'explorer des architectures industrielles pour la mise à l'échelle de qubits à spin unique basés sur les microaimants, une structure en UTBB-FDSOI 28 nm a été caractérisée (chapitre 3). D'une part, les mesures cryogéniques sur des transistors longs a permis d'orienter le choix des structures utilisées pour les boîtes quantique et d'établir des lacunes au niveaux des modèles analytiques et compacts traitant de la dépendance de la pente sous-seuil et de la densité d'états d'interface des transistors à basse température. D'autre part, les dispositifs à structure dédiée permettent le contrôle électrostatique du nombre de boîtes quantiques. Plus important encore, la variabilité touchant aux propriétés de transport de ces dispositifs fabriqués en fonderie est largement inférieure à celles des dispositifs fabriqués dans les stations de fabrication académiques et les régimes de boîtes quantiques étudiés sont reproductibles. Mis en commun avec l'optimisation de la géométrie de grille, cette faible variabilité pourrait avoir un impact majeur pour le développement à court terme d'architectures de qubits fiables. Surtout, la reproductibilité augmentée traduit l'importance du savoir-faire industriel pour propulser le développement de puces multiqubits.

Enfin, l'optimisation de réseaux de microaimants favorisant l'émergence d'états liés de Majorana dans des structures à gaz bidimensionnel compatibles avec les substrats de la microélectronique a été réalisée (chapitre 4). Bien que les performances envisagées ne se comparent pas encore à celles des nanofils à fort couplage spin-orbite, l'observation d'une signature expérimentale de ces états est concevable. Dans cette optique, un premier jalon visant à démontrer la supraconductivité induite dans une architecture à base de Si/SiGe a été réalisé. Les développements futurs visant la démonstration d'un courant supraconducteur et la formation d'un gap induit sont établis pour des gaz bidimensionnels de haute mobilité.

L'expertise développée sur la conception d'architecture de qubits basés entre autres sur les microaimants élargit les horizons et la portée des travaux présentés. Sous le couvert d'une multitude de collaborations, l'exploration d'une plus grande variété de systèmes et de protocoles d'opération a été entamée. Le succès de ces collaborations est teinté du caractère interdisciplinaire nécessaire à la mise en place de technologies quantiques utiles. Entre autres, une première démonstration de boîtes quantiques multiélectrons contrôlées à l'aide de microaimants (annexe D) et l'opération à 1 K d'un qubit basé sur un spin unique (annexe E) offrent de nouvelles opportunités pour minimiser l'impact du bruit de charge ainsi que pour la co-intégration des qubits avec leur électronique de contrôle. En parallèle, le démarrage de nouveaux projets à saveur statistique portant sur l'étude d'algorithmes d'initialisation de boîtes quantiques compatibles avec des plateformes d'instrumentations pour les puces

multiqubits a vu le jour (annexe F). Pour les dispositifs de Majorana, le développement d'algorithmes d'optimisation efficace (annexe G) permet d'envisager la mise en place de réseaux d'aimants tout en minimisant l'impact des imperfections expérimentales (annexe H).

Ensemble, les avancées présentées dans cette thèse visent le développement de systèmes quantiques compatibles avec les plateformes de microélectroniques par la mise en commun des expertises issues des milieux industriels, de l'ingénierie, de la physique des matériaux et de l'informatique quantique. C'est sous l'aile de ce riche bassin d'expertise que les puces quantiques fiables et performantes pourront être développées vers la mise à l'échelle de ces technologies, pour une véritable révolution quantique.

Annexe A

Procédés de fabrication pour les microaimants

Cette section détaille les procédés de fabrication explorés pour les microaimants dans cette thèse. Les limites d'utilisation et résultats conférés par chacune des recettes développées sont également identifiées.

Contexte

La recette originale de fabrication de microaimants a été développée pour des aimants de 300 nm d'épaisseur et de taille $\lesssim 1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$. Pour des structures plus larges, des coquilles entourent l'aimant en raison de la surchauffe de la résine durant l'étape de métallisation du cobalt. Ceci indique la nécessité de développer des recettes de résine plus robustes. À cette fin, différentes recettes de microaimant ont été élaborées. La recette finale consiste en une recette de soulèvement à l'aide d'une bicouche épaisse à base de PMMA/ZEP. Cette recette est compatible avec les matériaux suivants : Si, SiO₂ and Al₂O₃, et ne laisse aucun résidu de résine après le soulèvement.

Problème de coquille

La recette originale laisse une structure en forme de coquille qui entoure l'aimant (Fig. A.1(a)) et ce pour des structures planes de $\sim 1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$. Le problème de la coquille de résine apparaît seulement à proximité des structures durant le procédé de métallisation du cobalt par faisceau d'électrons. Le problème est causé par une de deux origines : soit 1) la résine est localement surchauffée en raison d'un dépôt épais de l'aimant ou bien 2) les électrons émis

durant le procédé d'évaporation réticule la résine massivement. Dans les deux cas, les résidus ne peuvent être dissous dans l'acétone.

Plusieurs procédés de nettoyage ont été testés afin de dissoudre les résidus tels que le nettoyage long au solvant (MF-319, acétone chauffé et remover 1165) et un nettoyage agressif au plasma (15 min, 150 W, 100 mTorr dans le plasmaline) sans succès (Fig. A.1(b)).

Le problème a été résolu en choisissant un nouvel empilement de résine en bicouche. De la résine robuste comme LOR et ZEP sont des résines de soulèvement compatibles pour le dépôt de l'aimant, mais la ZEP donne des résultats plus nets. Des images SEM typiques pour toutes les recettes sont présentées et comparées dans la figure A.1. Toutes les recettes de fabrication sont incluses et commentées ci-bas.

Recettes implémentées

1. ZEP/MMA (Le recette originale possédant le problème de coquille) (Fig. A.1(a))
2. ZEP/MMA-MAA copolymer (Fig. A.1(b))
3. ZEP/LOR5A (compatible avec Si, SiO₂, laisse un halo) (Fig. A.1(c))
4. Multi-couche de PMMA (Possède le problème de la coquille) (Fig. A.1(d))
5. PMMA/ZEP (nouveau standard compatible avec Si, SiO₂ and Al₂O₃) (Fig. A.1(e)-(f))

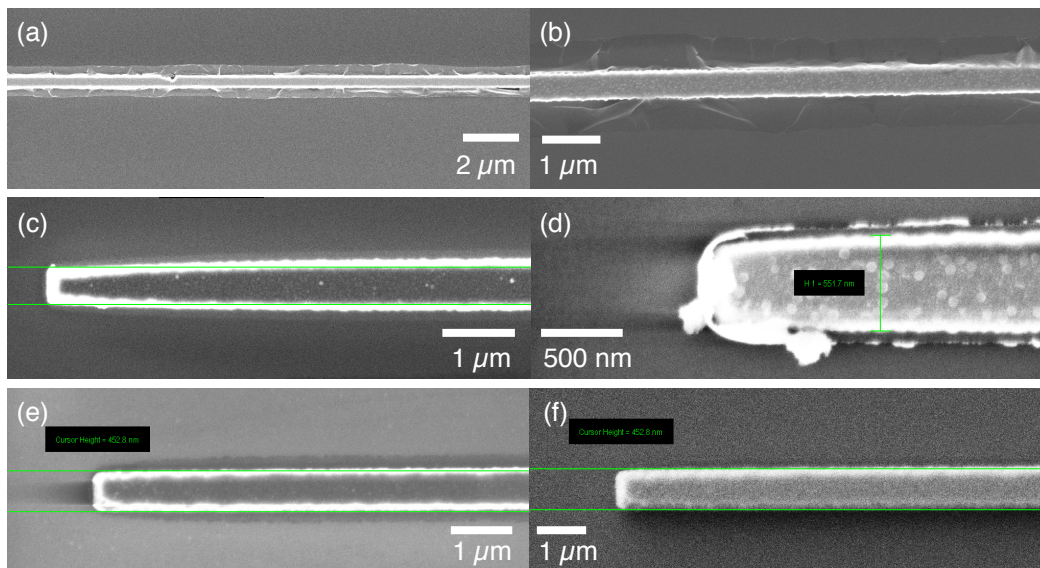


FIGURE A.1. Comparaison des différents procédés pour des aimants de cobalt

Les résultats sont présentés par des images SEM pour (a) La recette ZEP/MMA , (b) ZEP/MMA-MAA copolymer, (c) ZEP/LOR5A, (d) multicouche de PMMA et (e) image par détecteur directe (f) par détecteur d'électrons secondaires du nouveau standard basé sur la bicouche PMMA/ZEP. À noter que les dispositifs des images (d)-(e)-(f) sont réalisés sur Al_2O_3 et que des effets de charge apparaissent au bout de l'aimant.

A.1 Recette ZEP/MMA (Recette originale)

- **Nettoyage d'échantillons** : Acetone x2, IPA x1 5 min chacun ;
- **Déshydrater** : à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #1** : Étalement MMA EL 11 à 6000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #1** : Cuire à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #2** : Étalement ZEP DR 1,7 à 2500 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #2** : Cuire à 190°C pendant 90 s sur une plaque chauffante ;
- **Exposition** : À l'aide du FIB Leo, exposer à 20kV avec une ouverture de 7.5 μm , un paramètre WD de 5 mm et une dose de 90 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$;
- **Développement #1** : Immerger dans O-Xylène pendant 2 min 10 s et rincer dans IPA pendant 10 s. Sécher au N_2 ;
- **Développement #2** : Immerger dans IPA :H₂O 4 :1 pendant 11 min. Rincer dans H₂O pendant 10 s et rincer dans H₂O pendant 30 s dans un nouveau bécher. Sécher au N_2 ;
- **Nettoyage plasma** : 800 mTorr, 50 W, 1 min dans le plasmaline. Dissous 5 nm de résine ;
- **Dépôt** : Évaporation de 300 nm de Cobalt à l'aide du E-beam à 5 Å/s dans l'évaporateur Kurt J. Lesker avec une pression de base sous 3×10^{-8} Torr ;
- **Soulèvement** : dans l'acétone 1165 pendant 3 heures.
- **Nettoyer** : dans l'acétone, IPA 2 min chacun. Sécher au N_2 .

Commentaires

Cette recette a été développée pour de petites structures dont les dimensions latérales sont $\lesssim 1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$. Il semble difficile de nettoyer les tranchées durant l'étape de développement de la MMA. Pour cette raison, le deuxième développement est d'une durée de 11 minutes, permettant l'obtention de profils en casquette sans qu'il n'y ait de résidus.

Pour des structures de plus petites tailles, plusieurs procédés de nettoyage chimique et taux d'évaporation des aimants ont été explorés avec cette recette. Or, le problème des coquilles persiste toujours.

A.2 Recette pour le copolymère ZEP/MMA-MAA

- **Nettoyage d'échantillons** : Acetone x2, IPA x1 5 min chacun ;
- **Déshydrater** : à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #1** : Étaler le copolymère MMA-MAA EL 13 à 6000 Rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #1** : Cuire à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #2** : Étaler la ZEP DR 1.7 à 2500 Rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #2** : Cuire à 190°C pendant 90 s sur une plaque chauffante ;
- **Exposition** : À l'aide du FIB Leo, exposer à 20 kV avec une ouverture de 7.5 μm , un paramètre WD de 5 mm et une dose de 90 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$;
- **Développement #1** : Immerger dans O-Xylène pendant 2 min 10 s, rincer dans IPA pendant 10 s et sécher au N_2 ;
- **Développement #2** : Immerger dans IPA :H₂O 4 :1 pendant 11 min, rincer dans H₂O pendant 10 s et rincer dans H₂O pendant 30 s dans un nouveau bécher. Sécher au N_2 ;
- **Nettoyage plasma** : 800 mTorr, 50 W, pendant 1 min dans le plasmaline. Dissous 5 nm de résine ;
- **Dépôt** : Évaporation de 300 nm de Cobalt à l'aide du E-beam à 5 Å/s dans l'évaporateur Kurt J. Lesker avec une pression de base sous 3×10^{-8} Torr ;
- **Soulèvement** : dans l'acétone pendant 3 heures ;
- **Nettoyage** : Dans l'acétone, IPA 2 min chacun. Sécher au N_2 .

Commentaires

Cette recette est une tentative de régler le problème de coquilles à l'aide de la résine de soulèvement MMA-MAA plus standard. Le problème de coquille persiste malgré les changements dans la largeur du profil de casquette ou encore dans la température et le temps de recuit du copolymère. Cette observation indique que le profile de casquette de la résine n'est pas suffisamment robuste pour ce procédé.

A.3 Recette Zep/LOR

- **Nettoyage d'échantillons** : Acetone x2, IPA x1 5 min chacun.
- **Déshydrater** : à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #1** : Étaler la LOR5A à 3000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #1** : Cuire à 180°C pendant 2 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #2** : Étaler la Zep Dr 1.7 à 2500 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #2** : Cuire à 190°C pendant 2 min sur une plaque chauffante ;
- **Exposition** : À l'aide du FIB Leo à 20 kV avec une ouverture de 7.5 μm , un paramètre WD de 5 mm et une dose de 90 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$;
- **Développement #1** : Immerger dans O-Xylène pendant 2 min 10 s, rincer dans IPA pendant 10 s et sécher au N_2 ;
- **Développement #2** : Immerger dans MF-319 pendant 15 s, rincer dans H_2O pendant 30 s et sécher au N_2 ;
- **Nettoyage plasma** : 800 mTorr, 50W, 1 min dans le plasmaline. Dissous environ 5nm de résine ;
- **Dépôt** : Évaporer 300 nm de Cobalt au E-beam à 5 $\text{\AA}/\text{s}$ dans l'évaporateur Kurt J. Lesker avec une pression de base sous 3×10^{-8} Torr ;
- **Soulèvement** : Dans le remover 1165 pendant 3 heures ;
- **Nettoyer** : Dans l'acétone, IPA 2 min chacun et sécher au N_2 .

Commentaires

Cette recette a été développée pour des aimants de cobalt de grande taille sur silicium et pour régler le problème de coquille. À la fin du procédé, un halo est observé aux abords de la zone protégée par la résine de soulèvement. Ceci pourrait indiquer la présence de résidus de résine réticulée, mais ceci n'a pas été étudié en détail.

Ce procédé de soulèvement est incompatible avec l'aluminium en raison de l'utilisation du développeur MF-319. Celui-ci grave l'aluminium à un taux de ~ 10 nm/min.

A.4 Recette de PMMA multicouche

- **Nettoyage d'échantillons** : Acetone x2, IPA x1 5 min chacun ;
- **Déshydrater** : à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #1** : Étaler la PMMA LMW 4 % à 2000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #1** : Cuire à 180°C pendant 90 s sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #2** : Étaler la PMMA LMW 4 % à 2000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #2** : Cuire à 180°C pendant 90 s sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #3** : Étaler la PMMA HMW 4 % à 2000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #3** : Cuire à 180°C pendant 90 s sur une plaque chauffante ;
- **Exposition** : À l'aide du FIB Leo à 20 kV avec une ouverture de 7.5 μm , un paramètre WD de 5 mm et une dose de 90 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$;
- **Développement** : Immerger dans 9 :1 IPA :H₂O à 20°C pendant 60 s, rincer dans H₂O pendant 30 s et sécher au N₂ ;
- **Nettoyage plasma** : 800 mTorr, 50W, 1 min dans le plasmaline. Dissous 5 nm de résine ;
- **Dépôt** : Évaporer 300 nm de Cobalt au E-beam à 5 Å/s dans l'évaporateur Kurt J. Lesker avec une pression de base sous 3×10^{-8} Torr ;
- **Soulèvement** : Dans le remover 1165 pendant 3 heures ;
- **Nettoyage** : Dans l'acétone, IPA 2 min chacun et sécher au N₂.

Commentaires

Cette recette est calquée sur une recette développée à Sandia National Lab pour les microaimants. Par contre, celle-ci n'élimine pas le problème de coquille et n'a donc pas été étudiée plus en profondeur.

A.5 Recette pour la PMMA/ZEP (nouveau standard pour Sherbrooke)

- **Nettoyage d'échantillons** : Acetone x2, IPA x1 5 min chacun ;
- **Déshydrater** : à 180°C pendant 5 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #1** : Étaler la ZEP520A non-diluée à 2000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuit #1** : Cuire à 180°C pendant 2 min sur une plaque chauffante ;
- **Étalement #2** : Étaler la PMMA HMW 4 % à 2000 rpm pendant 30 s ;
- **Recuite #2** : Cuire à 180°C pendant 90 s sur une plaque chauffante ;
- **Exposition** : À l'aide du FIB Leo à 20 kV avec une ouverture de 7.5 μm , un paramètre WD de 5 mm et une dose de 90 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$;
- **Développement #1** : Immerger dans 9 :1 IPA :H₂O pendant 30s, rincer dans H₂O pendant 30 s et sécher au N₂ ;
- **Développement #2** : Immerger dans O-Xylène pendant 2 min et 10 s, rincer dans H₂O pendant 10 s, rincer dans H₂O pendant 30 s dans un nouveau béccher et sécher au N₂ ;
- **Nettoyage plasma** : 800 mTorr, 50W, 1 min dans le plasmaline. Dissous 5 nm de résine.
- **Dépôt** : Évaporer 300 nm de Cobalt au E-beam à 5Å/s dans l'évaporateur Kurt J. Lesker avec une pression de base sous 3×10^{-8} Torr ;
- **Soulèvement** : Dans le remover 1165 pendant 3 heures ;
- **Nettoyage** : Dans l'acétone, IPA 2 min chacun et sécher au N₂.

Commentaires

Cette recette ne laisse aucun résidu de résine autour des structures et est adaptée pour toutes les tailles d'aimants. En outre, tous les produits sont compatibles avec Si, SiO₂, Al et Al₂O₃.

Noter que le O-Xylène ne peut être dissout dans H₂O. C'est pour cette raison qu'il y a deux étapes de rinçage lors de la seconde phase de développement. Cette étape pourrait être modifiée en effectuant une immersion dans une solution d'IPA :H₂O suivie d'un rinçage dans H₂O.

Annexe B

Procédé de fabrication de dispositifs en GaAs

Le procédé suivant a été développé dans le cadre de cette thèse, et certains ajouts ont été effectués par Étienne Grondin et Félix Lalumière

B.1 Commentaires généraux

- Toujours utiliser la vaisselle dédiée autant au LNN qu'à l'IMDQ afin d'éviter les contaminations indésirables.
- Ne jamais utiliser de bain à ultrasons dans le procédé de nettoyage après l'étape 3 (ou lorsque des composantes de taille nanométrique sont déjà fabriquées)

Avant de fabriquer une nouvelle série d'échantillons

- Vérifier qu'il y a suffisamment de résine et de développeur restant pour les tests de dose ainsi que l'exécution du procédé pour toute la série d'échantillons. En cas de quantité insuffisante, une nouvelle résine devra être préparée.
- Vérifier que les matériaux dans tous les évaporateurs ont été remplis et fondus. Il est à noter que les matériaux dans l'évaporateur Intelvac changent chaque jour. La disponibilité des matériaux doit être déterminée quelques jours à l'avance.
- Vérifier que les paramètres « tooling factors » et « Z-ratio » ont été calibrés pour tous les évaporateurs.

- Le durée de vie du cristal piézoélectrique dans l'évaporateur est suffisante pour réaliser tout le procédé.
- Comme le taux de gravure dévie avec le temps, il est recommandé de calibrer le taux de gravure de la résine dans le «plasmaline».
- Vérifier avec le personnel s'il y a eu des changements ou des problèmes avec les machines avant d'entamer le procédé.

Bonnes pratiques pour la réalisation du procédé de fabrication

- Chaque étape doit être effectuée avec un échantillon leader de la série. Il est utile que le leader de la série subisse quelques étapes afin d'identifier / régler les problèmes potentiels. Pour les procédés plus longs (comme le procédé suivant), il est utile de laisser quelques échantillons à chaque étape du procédé. Ceci permettra, en cas de problème, de reprendre le procédé à une étape ultérieure.
- Si une étape du procédé n'a pas été effectuée depuis quelque temps, tester ladite étape avec un échantillon «dummy» de GaAs afin de déterminer les bonnes doses, le temps de développement ainsi que le résultat de l'étape (exemple : lors du «lift-off»).
- Mesurer la température de la plaque chauffante avec le même thermomètre avant chaque étalement. Le même principe s'applique lors des étapes de développement.
- Suivre l'évolution de *TOUS* les paramètres en lien avec chaque machine en restant attentif aux petits changements pouvant indiquer une panne future. Voici une liste des paramètres importants :
 - ◇ *Lithographie par faisceau d'électrons (FIB)* : Courant du faisceau d'électrons - Être attentif à toute variation inhabituelle dans le courant et vérifier que les valeurs sont similaires d'un jour à l'autre. Être attentif aux vibrations inhabituelles causant du bruit dans l'image ou encore à la dérive de la platine lors de l'ajustement des paramètres (Focus, astigmatisme, etc.).
 - ◇ *Photolithographie (toutes les machines)* : La puissance de la lampe ainsi que sa durée de vie (vérifier que la mesure de puissance est la même que celle que les autres utilisateurs ont mesuré). Vérifier que les masques sont propres. (Sinon, nettoyer les avec des solvants ou à l'aide du procédé piranha).
 - ◇ *Évaporateurs* : La durée de vie du cristal. La température de la pompe cryogénique (celle-ci devrait se trouver autour de 10-11L pour Lesker). La température de base (Lesker : 3E-8 Torr, Intelvac : 2E-7 Torr). Le courant durant l'évaporation (lorsque le courant est plus élevé qu'à l'habitude, cela indique que les matériaux doivent être remplis)

- ◇ RTA Jipelec : Durée de vie du senseur de température.

Resources

- Développement de procédé et résolution de problèmes : **Étienne Grondin**
- Procédé d'électrolithographie : **Félix Lalumière**
- Appareil de photolithographie : LNN - **Pierre Langlois**,
IMDQ - **Édouard Pinsolle**, **Maxime Dion**
- Évaporateur E-beam : **Michael Lacerte** (*Lesker*), **Stéphane Morin** (*Intevac*), **Édouard Pinsolle** (*Plassys*).
- Matériel de laboratoire, gaufres et résines : **René Labrecque**
- Découpe : **René Labrecque**

B.2 Mesas

Description : Cette étape permet de définir les régions actives (mesas) pour les dispositifs quantiques par la gravure des couches supérieures de l'hétérostructure dans les régions où le gaz d'électrons n'est pas désiré. Il faut toujours préparer un échantillon test en GaAs afin de valider les taux de gravure pendant le procédé.

Nettoyage à l'aide de solvant (LNN)

- Acetone, Acetone, IPA. 5 minutes chaque dans un bain à ultrasons;
- Sécher au N₂.

Étalement de résine avec Polos 8"

- Déshydrater 15 minutes sur la grande plaque chauffante à 125°C (température mesurée);
- Étalement AZ1505 à 4000 rpm (pgrm. 6)
- Recuire 1 minute sur la grande plaque chauffante à 125°C (température mesurée).

Exposition et développement avec «OAI 200 mask aligner» (LNN)

- Mesurer la puissance de la lampe. Elle devrait se trouver autour de 15mW. Ajuster le temps d'exposition en conséquence;
- Exposer avec le masque *EBR* pendant 100 s (1500 mJ);
- Développement : Immerger dans le MF-319 pour 1 min et 45 s. Agiter lentement et continuellement en suivant un mouvement en «8»;
- Rincer en immergeant dans H₂O pendant au moins 30 s. Agiter avec vigueur;
- Sécher au N₂. Observer sous le microscope optique;
- Exposer avec le masque *MESA MASK* pendant 5 s (75 mJ);
- Développement : Immerger dans le MF-319 pendant 1 min et 45 s. Agiter lentement et continuellement en suivant un mouvement en «8»;
- Rincer en immergeant dans H₂O pendant au moins 30 s. Agiter avec vigueur;
- Sécher au N₂. Observer sous le microscope optique.

Gravure humide(LNN)

Toutes les solutions de gravure doivent reposer 5 minutes avant d'être utilisées. Tester d'abord avec un échantillon «dummy» et refaire la préparation des solutions de sorte que la gravure soit effectuée avec une solution ayant le même temps de vie chaque fois.

- Immerger 5 s NH₄OH : H₂O₂ : H₂O (3 : 3 : 60). Rincer dans H₂O 30 s. Sécher au N₂;

- Immerger 12 s HCl : H₂O₂ : H₂O (1 : 3 : 40). Rincer dans H₂O 30 s. Sécher au N₂ ;
- Dissoudre la résine sur les échantillons à l'aide du remover 1165 pendant 15 minutes. Nettoyer dans l'Acetone IPA 2 minutes chacun. Sécher au N₂.

Caractérisation (LNN)

- Mesurer l'épaisseur des structures tests au profilomètre (devrait être ~100 nm).
- Microscope optique (Pas nécessaire pour les échantillons tests) : Photographier tous les échantillons et identifier les problèmes sur la puce.

B.3 Contacts ohmiques

Description : Cette étape est un procédé de soulèvement permettant de définir les contacts ohmiques. Le contact au gaz bidimensionnel est réalisé par un recuit thermique rapide conférant une résistance de $\sim 100 \Omega$ à 4 K.

Nettoyer à l'aide du solvant (LNN)

- Acetone, Acetone, IPA. 5 min chacun dans un bain ultrasons. Sécher au N_2 .

Étalement de résine sur l'étalease Polos 8" (LLN)

- Déshydrater sur une gaufre sur la grande plaque chauffante à 125°C (température mesurée) pendant au moins 15 minutes;
- Étalement LORSA à 4000 rpm (pgrm. 6);
- Recuire LOR5A à 190°C (température mesurée) pendant 10 minutes sur la petite plaque chauffante (noter : cette plaque n'est pas uniforme, il faut identifier les régions où la température est la bonne et recuire l'échantillon dans ces régions);
- Étalement AZ1505 à 4000 rpm (pgrm. 6);
- Cuire AZ1505 sur une gaufre à 125°C (température mesurée) pendant 1 minute et 30 s.

Exposition avec le masque «OAI 200» et développement (LLN)

- Mesurer la puissance de la lampe. Celle-ci devrait être d'environ 15 mW. Sinon, le temps d'exposition doit être ajusté;
- Exposer avec le masque *EBR* pendant 100 s (1500 mJ);
- Développement : Immerger dans MF-319 pendant 3 min 45 s. Agiter lentement et continuellement en suivant un mouvement en «8»;
- Rincer en immergeant dans H_2O pendant au moins 30 s. Agiter avec vigueur;
- Sécher au N_2 . Observer sous microscope optique;
- Exposer avec le masque *OHMIC MASK* pendant 5 s. (75 mJ);
- Développement : Immerger dans MF-319 pendant 2 min 15 s. Agiter lentement et continuellement en suivant un mouvement en «8»;
- Rincer en immergeant dans H_2O pendant au moins 30 s. Agiter avec vigueur;
- Sécher au N_2 . Observer sous microscope optique.

Nettoyage plasma dans le plasmaline #2 (LNN)

- 50 W pendant 3 min à 300 mTorr. Faire un essai et vérifier la stabilité du plasma avant de procéder. Vérifier la puissance réfléchie et la pression. La mesure de pression doit être faite avec précision pour assurer la reproductibilité.

Métallisation et soulèvement (IMDQ)

- Désoxyder dans H₂O :H₂SO₄ 5 :1 pendant 30 s, rincer dans H₂O 15 s + H₂O 15 s. Préparer la solution *au moins* 30 min d'avance. Laisser la solution reposer afin d'éviter une gravure agressive de l'hétérostructure ;
- Métalliser avec Au/Ge/Ni, 122.4/60.3/45.7 nm, 5/5/2 Å/sec dans l'évaporateur Intelvac. S'assurer que les marqueurs aux coins supérieurs ne sont pas recouverts par les attaches du porte-échantillon. Ces marqueurs sont importants lors de la lithographie E-beam ;
- Effectuer le soulèvement dans le remover 1165 pendant au moins quelques heures (habituellement une nuit) ;
- Rincer dans l'acétone, IPA pendant 2 minutes chacun. **Attention : Ne pas utiliser le bain ultrasons avant que le RTA soit effectué.**

Recuit thermique rapide -RTA Jipelec (LNN)

- Procédé en deux plateaux sous *forming gas* à : 370°C pendant 120 s suivi par 440°C pendant 48 s. (Identifiant de Recette : Forming _2P_rapide_BT)

Caractérisation

- Microscope optique : Prendre des photos de tous les échantillons et identifier les problèmes.

B.4 Grilles de déplétion

Description : Ceci est un procédé de soulèvement permettant de définir les grilles de déplétion. Le procédé peut atteindre une résolution de ~ 50 nm et procure des profils en casquettes de largeur de ~ 40 nm pour le soulèvement robuste de structures nano/micro métriques. Ce procédé n'est pas conçu pour les profils denses séparés par moins de 100 nm.

Nettoyage au solvant (LNN)

- Acetone, Acetone, IPA, 5 min chacun, dans un bain ultrasons. Sécher au N_2 .

Étalement de résine avec Polos 8" (LLN)

- Déshydrater avec la petite plaque chauffante à $180^\circ C$ (température mesurée) pendant au moins 5 min.
- Étalement du Copolymer P(MMA-MAA) EL-6 à 6000 rpm pendant 30 s (pgrm. 9). Donne une épaisseur de résine de 140 nm;
- Cuire sur la petite plaque chauffante à $180^\circ C$ (température mesurée) pendant 90 s;
- Étalement de PMMA HMW 2% à 5000 rpm pendant 30 s (pgrm. 14). Déposer 2 gouttes de résine lors de la phase de rotation lente. Ceci minimise le mélange de la résine avec le couche de Copolymer et permet une meilleure reproductibilité de l'étalement;
- Recuire sur la petite plaque chauffante à $180^\circ C$ (température mesurée) pendant 90 s. Effectuer cette étape directement après l'étalement pour éviter le mélange des résines. L'épaisseur totale des résines est d'environ $1\mu m$.

Lithographie E-beam avec le SEM LEO et le programme NPGS (LLN)

Préparation pour la lithographie E-beam

- Mesurer le courant pour les ouvertures $7.5/30\mu m$ à l'aide de la cage de Faraday pendant ~ 5 min. Utiliser le programme d'acquisition et effectuer une moyenne sur les 100 dernières secondes;
- Pré-ajuster les paramètres de rotation Focus/astigmatisme/ et rotation globale. Ajuster ensuite le focus sur un masque MESA aux quatre coins de l'échantillon.

Paramètres de lithographie pour les petites structures

- Paramètres : EHT= 20kV, APP= $7.5\mu m$, DCC= 3.3 nm, MAG= 1500 X. Paramètre de configuration = 2;
- Doses : Petites grilles (75 nm) : $170\mu C/cm^2$, Marqueurs : $180\mu C/cm^2$, Chemins d'aménés $140\mu C/cm^2$. Toutes les structures sont mises à l'échelle de sorte que les profils sont révélés à l'aide d'une dose élevée afin d'atteindre la largeur souhaitée dans un régime où la taille est insensible à la dose.

Lithographie du chemin d'amenée (Structures de 2 μm)

- Paramètres : EHT= 20kV, APP= 30 μm , DCC= 3.3 nm, MAG= 300X. Paramètres de configuration=1. Décalage d'origine= (xxx, yyy) μm doit être calibré. Doses : **140 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$**

Développement et nettoyage plasma (LNN)

- Développer en immergeant dans IPA :H₂O (9 :1) pendant 30 s à 20°C. Mesurer la température juste avant le développement ;
- Rincer dans H₂O pendant 30 s et sécher au N₂. Observer le résultat sous microscope optique ;
- Effectuer un nettoyage dans le plasmaline #2 à 800 mTorr de O₂ pendant 30 s. Retirer environ 5 nm de résine. Faire un test sans échantillon pour vérifier la stabilité du plasma.

Métallisation et soulèvement (IMDQ)

- Désoxyder dans H₂O :H₂SO₄ 5 :1 pendant 30 s. Rincer dans H₂O 15 s + H₂O 15 s. Préparer la solution *au moins* 30 min d'avance et la laisser reposer afin d'éviter une gravure agressive de l'hétérostructure.
- Métallisation dans l'évaporateur Lesker : 10 nm Ti à 0,1 nm/s, 30 nm Au à 0,2 nm/s.
- Noter que cette métallisation ne peut fonctionner dans les évaporateurs Intelvac et Edwards en raison d'une accumulation de charge durant le procédé de dépôt due à la faible distance entre le creuset et la cible.
- Soulever dans le remover 1165 à 65 °C durant la nuit (ne pas raccourcir cette étape). Utiliser une pipette pour asperger le remover au-dessus de l'échantillon et répéter 100 fois afin de s'assurer qu'il n'y ait plus de flocons de métal sur l'échantillon ;
- Nettoyer dans l'acétone IPA pendant 2 min chacun. Ne pas faire de bains à ultrasons.

Caractérisation

- Microscope optique : Prendre des photos de tous les échantillons afin d'identifier les problèmes ;
- Observation au SEM : Observer quelques dispositifs du leader de la série pour déterminer la qualité de la lithographie.

B.5 Microaimants

Description : Cette étape permet de fabriquer des couches d'aimant d'une épaisseur de 200 à 300 nm (Co ou FeCo) et de dimension $\geq 300 \text{ nm} \times 300 \text{ nm}$. Cette architecture est conçue pour supporter une exposition massive aux électrons durant le procédé d'évaporation et pour éviter d'obtenir une résine réticulée. En raison du changement de la ZEP dans les mois à venir, cette étape devra être adaptée en conséquence.

Nettoyage au solvant (LNN)

- Acetone, Acetone, IPA, 5 min chacun, dans un bain à ultrasons.

Étalement de résine avec Polos 8" (LNN)

- Déshydrater sur la petite plaque chauffante à 180°C (température mesurée) pendant au moins 5 min;
- Étalement de la ZEP non diluée à 2000 rpm pendant 30 s (pgrm. 2);
- Cuire sur la petite plaque chauffante à 180°C (température mesurée) pendant 2 min;
- Étalement de la PMMA HMW 4% à 2000 rpm pendant 30 s (pgrm. 11). Déposer 2 gouttes de résine durant le procédé de rotation lente. Ceci minimise le mélange de la résine avec la couche de ZEP et permet une meilleur reproductibilité des résultats;
- Cuire sur le petite plaque chauffante à 180°C (température mesurée) pendant 90 s. Effectuer cette étape directement après l'étalement pour éviter un mélange des résines.

Lithographie E-beam (LNN)

Preparation pour la lithographie E-beam

- Mesurer le courant pour les ouvertures de 7.5/30 μm à l'aide de la cage de Faraday pendant ~ 5 min. Utiliser le programme d'acquisition et effectuer une moyenne sur les 100 dernières secondes. Changer les valeurs dans NPGS;
- Pré-ajuster les paramètres de rotation globale /Focus/astigmatisme. Ajuster ensuite le focus sur un masque MESA aux quatre coins de l'échantillon.

Paramètres de lithographie pour les petites structures

- Paramètres : EHT= 20kV, APP= 7.5 μm , DCC= 3.3 nm, MAG= 1500X. Paramètre de configuration= 2. Doses : 150 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$. Noter que toutes les structures sont réduites d'un facteur 1,2 de sorte que les profils sont révélés avec la largeur désirée sous l'effet d'une dose suffisamment forte (la taille est presque insensible à la dose dans ce régime);

Lithographie du chemin d'amenée (Structure de 2 μm)

- Paramètres : EHT= 20kV, APP= 30 μm , DCC= 3.3 nm, MAG= 300X, Décalage d'origine=(xxx, yyy) μm doit être calibré. Dose =150 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$.

Développement et nettoyage plasma (LNN)

- Développer le PMMA en immergeant dans IPA :H₂O (9 :1) pendant 30 s à 20°Cé. Mesurer la température avant d'effectuer le développement ;
- Rincer dans H₂O pendant 30 s et sécher au N₂ ;
- Développer la ZEP en immergeant dans l' Oxyène pendant 2 min et 10 s. Agiter lentement en suivant un mouvement en «8» ;
- Rincer dans H₂O pendant 10 s. Rincer dans un b cher diff rent dans H₂O pendant 20 s. Sécher au N₂. Observer les résultats sous le microscope optique.
- Effectuer un nettoyage dans le plasmaline #2 à 800 mTorr de O₂ pendant 2 min. Enlève environ 10 nm de ZEP. Faire un cycle sans échantillon avant de passer à l'étape de fabrication.

Métallisation dans l'évaporateur Lesker et soulèvement (IMDQ)

- Désoxyder dans H₂O :H₂SO₄ 5 :1 pendant 30 s. Rincer dans H₂O 15 s + H₂O 15 s. Préparer la solution *au moins* 30 min d'avance et la laisser reposer afin d'éviter une gravure agressive de l'hétérostructure ;
- Métalliser avec une couche de 200-300 nm de Co   1 A/s. **Attention : le taux de dépôt est critique pour une bonne adhésion ;**
- Soulever dans le remover 1165   65  C durant le nuit (ne pas raccourcir cette étape). Un soulèvement de longue durée est nécessaire afin de nettoyer les tranchées et d'éviter les résidus de résine dans les régions actives de l'échantillon ;
- Nettoyer dans l'acétone, IPA, 2 min chacun. Ne pas effectuer de bain à ultrasons.

Caractérisation

- Microscope optique : Prendre des photos de tous les échantillons et identifier les problèmes ;
- Observation au SEM : Observer quelques dispositifs du leader de la série pour déterminer la qualité de la lithographie.

B.6 Chemin d'amenée de Schottky et plots de contact

Description : Ceci est un procédé de soulèvement pour plots de contact épais. La recette est conçue avec l'usage de PMMA afin de protéger la couche de Cobalt du développeur MF-319. Le procédé nécessite l'utilisation de l'aligneur MJB4 afin d'aligner précisément le masque sur les profil microstructurés. La couche épaisse de Ti/Au est bien adaptée pour la microsoudure à l'aide de fils d'aluminium ou d'or en mode bille ou biseau.

Nettoyage aux solvants (LNN)

- Acetone, Acetone, IPA. 5 min chacun. Ne pas faire de bain à ultrasons ;
- Sécher au N₂.

Étalement de résine sur l'étalease Polos 8" (LNN)

- Déshydrater sur une gaufre sur la grande plaque chauffante à 125°C (température mesurée) pendant au moins 15 minutes ;
- Étaler la PMMA HMW 4% à 4000 rpm ;
- Cuire la PMMA à 190°C (température mesurée) pendant 5 min sur la petite plaque chauffante. Donne environ 150 nm de résine ;
- Étaler la LOR5A à 4000 rpm (pgrm. 6) ;
- Recuire la LOR5A à 190°C (température mesurée) pendant 10 min sur la petite plaque chauffante. (Note : cette plaque n'est pas uniforme, identifier les régions donnant la bonne température et recuire l'échantillon dans ces régions).
- Étaler la AZ1505 à 4000 rpm (pgrm. 6) ;
- Recuire la AZ1505 sur une gaufre à 125°C (température mesurée) pendant 1 min 30 s.

Exposition avec l'aligneuse de masque MJB4 et développement (LNN)

- Mesurer la puissance de la lampe. Elle devrait se trouver autour de 12.9 mW. Sinon le temps d'exposition doit être ajusté en conséquence ;
- Utiliser le mode de contact sous vide à l'aide du paramètre WEC = 0.03 ;
- Exposer avec le masque *EBR* pendant 60 s (~ 800 mJ) ;
- Développement : Immerger dans MF-319 pendant 3 min et 30 s. Agiter lentement et continuellement en suivant un mouvement en «8» ;
- Rincer en immergeant dans H₂O pendant au moins 30 s. Agiter avec vigueur ;
- Sécher au N₂ . Observer sous le microscope optique ;
- Exposer avec le masque *SCHOTTKY MASK* pendant 5 s (65 mJ) ;

- Développement : Immerger dans MF-319 pendant 2 min et 15 s. Agiter lentement et continuellement suivant un mouvement en «8» ;
- Rincer en immergeant dans H₂O pendant au moins 30 s. Agiter avec vigueur ;
- Sécher au N₂ . Observer sous le microscope optique.

Nettoyage dans le plasmaline #2 (LNN)

- 50 W pendant 3 min à 300 mTorr. Effectuer un cycle sans échantillon et vérifier la puissance réfléchie ainsi que la pression. Il faut être précis sur la mesure de pression pour assurer la reproductibilité des résultats.

Métallisation et soulèvement (IMDQ)

- Métalliser avec Ti/Au 30/350 nm, 3/5 Å/s dans l'évaporateur Intelvac ;
- Effectuer le soulèvement dans le remover 1165 pendant au moins quelques heures (généralement pendant une nuit) ;
- Rincer dans l'acétone, IPA pendant 2 min chacun.

Caractérisation

- Microscope optique : Prendre plusieurs photos de tous les échantillons et identifier les problèmes.

B.7 Découpe

Description : Cette étape est effectuée pour découper la puce en de petits morceaux. Noter que les dispositifs comportant des aimants ou des grilles qui se chevauchent peuvent être sensibles aux décharges électrostatiques et peuvent se détacher durant ce procédé. Un anneau protecteur (*guard-ring*) approprié dans le masque du plot de contact doit être utilisé afin d'éviter ce problème.

Étalement de résine (IMDQ ou LNN)

- Déshydratation : 125°C (température mesurée) pendant 15 min ;
- Étalement de la S1818 ou de la AZ1505 : 4000 rpm pendant 30 s ;
- Cuire à 115°C (température mesurée) pendant 1 min.

Découpe (LNN)

- Effectuée par René Labreque à LCSM.

Dissolution de la résine (IMDQ or LNN)

- Enlever le ruban de découpe dans l'acétone et déplacer tous les échantillons dans un bécher différent. Laisser reposer 1 heure ;
- Rincer dans l'IPA pendant 2 min ;
- Conserver les échantillons dans un dessiccateur ou encore mieux dans un contenant sous vide afin d'éviter le vieillissement prématuré précédant la microsoudure et les mesures.

Annexe C

Dispositifs à cinq boîtes quantiques et raccord électrique de couches de cobalt.

Suivant les simulations numériques du chapitre 1, la fabrication d'un réseau linéaire de qubits à spin unique dans les boîtes quantiques simples minimisant la contribution des gradients de champ magnétique longitudinaux est envisageable. Dans cette annexe, l'optimisation numérique du design (section C.1) ainsi que la fabrication et les résultats très préliminaires sont présentés (section C.2). Toutefois, en raison de la topographie et les contraintes de fabrications, des discontinuités des aimants sont observées sur tous les dispositifs. Un procédé basé sur le dépôt local de couche de platine a été développé afin de réaliser le raccord électrique des couches de cobalt qui permettrait par la suite la mesure des dispositifs. Ce procédé est présenté à la section C.3

C.1 Conception d'un dispositif à cinq boîtes quantiques

Les dispositifs à boîtes quantiques utilisés sont basés sur des dispositifs de type MOS à grilles séparées très similaires à ceux du chapitre 2. Toutefois, comme l'utilisation d'un grand nombre de grilles d'accumulation ajoute des contraintes supplémentaires, le microaimant agit à titre de grille de confinement commune aux cinq boîtes quantiques formées à la pointe des grilles d'accumulation figure C.1(a). En plus de la minimisation des gradients longitudinaux et la maximisation des gradients transverses, ceci ajoute une liste de contraintes additionnelles à la conception des microaimants.

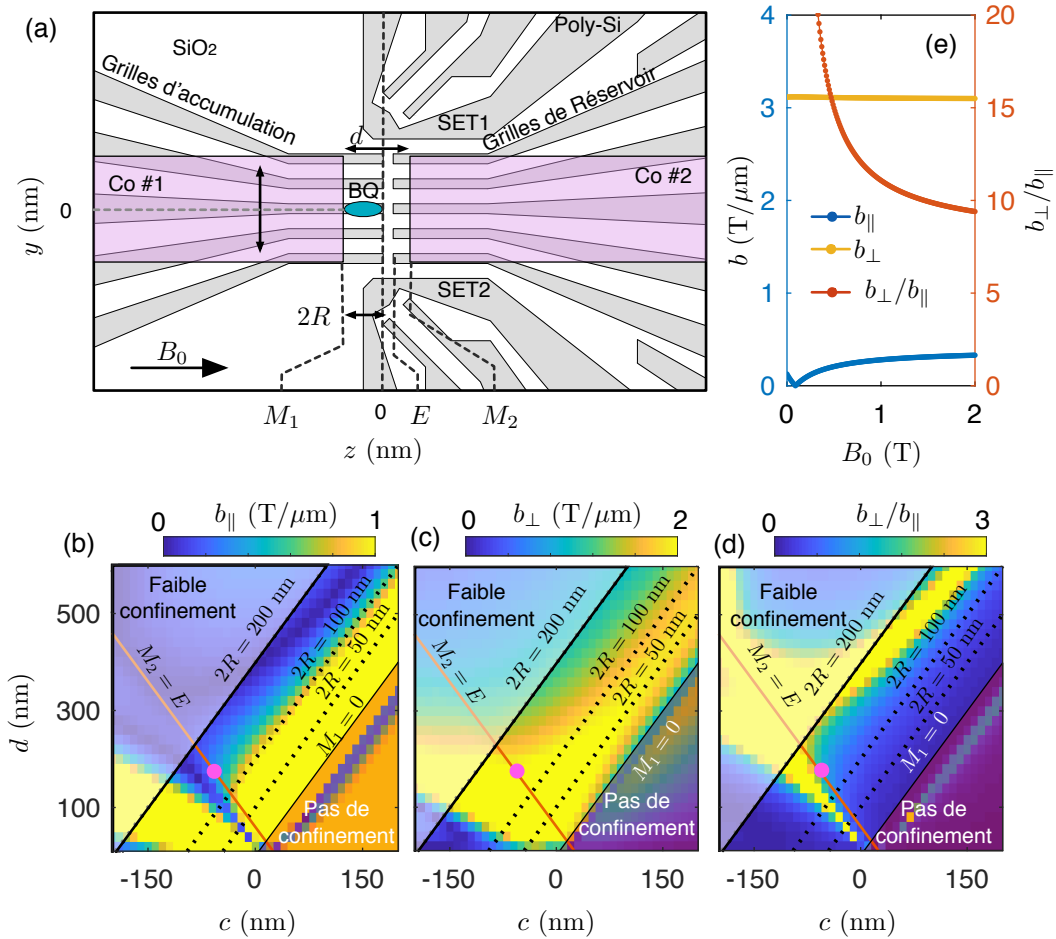


FIGURE C.1. Contraintes et simulations magnétostatiques pour cinq boîtes quantiques

(a) Schéma de design à double aimant pour les réseaux linéaires à cinq boîtes quantiques. Le dispositif contient cinq grilles d'accumulation pouvant former chacune une boîte quantique sous son extrémité. Cinq grilles de réservoirs indépendants fournissent les électrons pour augmenter l'occupation électronique des boîtes. Les deux aimants servent de grilles de confinement pour les boîtes et produisent les gradients magnétiques nécessaires à la manipulation électrique du spin. Ces aimants sont séparés d'une distance d et leurs bords situés en M_1 et M_2 . Le centre des aimants est donné par $c = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$. Les gradients sont calculés suivant le protocole élaboré au chapitre 1 à la position R du centre de la boîte quantique. Le résultat pour les composantes (b) longitudinales (c) transverse et (d) leur ratio sont présentés pour $B_0 = 1$ T. Les zones en surbrillance indiquent les jeux de paramètres interdits en raison des contraintes liées au confinement. Les lignes pointillées indiquent le diamètre approximatif de la boîte quantique. Le point rose montre le compromis réalisé pour satisfaire aux contraintes énoncées et correspond à $c = -60$ nm $d = 180$ nm, $w = 480$ nm et l'épaisseur $h = 200$ nm. (e) Effet du champ magnétique sur les composantes longitudinale et transverse montrant que le ratio peut-être augmenté à des champs magnétiques spécifiques. Note : les simulations présentées ici ne tiennent pas compte de la relation constitutive $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ de l'aimant et négligent la contribution selon l'axe y des gradients longitudinaux.

Contraintes additionnelles

1. $M_1 < 0 \text{ nm}$: L'aimant ne doit pas être trop près du bord des grilles d'accumulation ($z = 0$) sans quoi le confinement ne pourra être créé;
2. $M_1 \gtrsim -200 \text{ nm}$: Pour M_1 grand, le confinement de la boîte est réduit. Ceci donne lieu à de faibles énergies de charge, et souvent de faibles séparations de vallées;
3. $M_2 \lesssim E$: Comme la grille de l'aimant 2 empêche également les fuites entre les grilles de réservoirs, celle-ci doit être polarisée négativement et recouvrir l'entièreté des grilles de réservoir. Le débordement de M_2 dans l'interstice entre les grilles d'accumulation et de réservoir n'est pas problématique, car la barrière de potentiel ainsi formée peut être compensée par l'augmentation de la tension des grilles de réservoirs ou de la boîte quantique.

Les paramètres satisfaisant ces contraintes impactent négativement les gradients longitudinaux. Ainsi, la zone de gradients minimaux $d \gtrsim 400 \text{ nm}$ atteinte tout en gardant le centre c des deux aimants à la position R est inaccessible en raison du faible confinement résultant d'une telle géométrie figure C.1(b). Les gradients transverses en résultant restent pour le moins élevés $b_{\perp} \gtrsim 2 \text{ T}/\mu\text{m}$ (Fig. C.1(c)) et le ratio b_{\perp}/b_{\parallel} (Fig. C.1(d)) peut être ajusté à l'aide du champ externe (Fig. C.1(e)). Le point de compromis pour ce dispositif est identifié à la figure C.1 et les dispositifs suivant cette géométrie ont été fabriqués.

C.2 Dispositifs fabriqués et mesures cryogéniques

Suivant les contraintes géométriques établies, les microaimants ont été intégrés sur les structures à cinq boîtes quantiques. Un exemple de résultat est présenté à la figure C.2. Comme dans le cas des structures à deux boîtes (voir chapitre 2) les microaimants présentent peu de fuites avec les grilles de contrôle, et leur intégration affecte peu les propriétés de transport des SETs. Ce comportement a été mesuré sur plusieurs dispositifs. Toutefois, en raison de la topographie différente sur les dispositifs à cinq boîtes, l'ajout de microaimants de 200 nm d'épaisseur mène à des discontinuités. Ce faisant, les extrémités des aimants ne sont pas connectées électriquement rendant impossible le confinement électrostatique des boîtes quantiques par l'aimant. Comme seulement quatre séries de quatre dispositifs étaient disponibles pour l'intégration des aimants, un procédé de raccord des couches de cobalt été mis en place afin de récupérer les dispositifs.

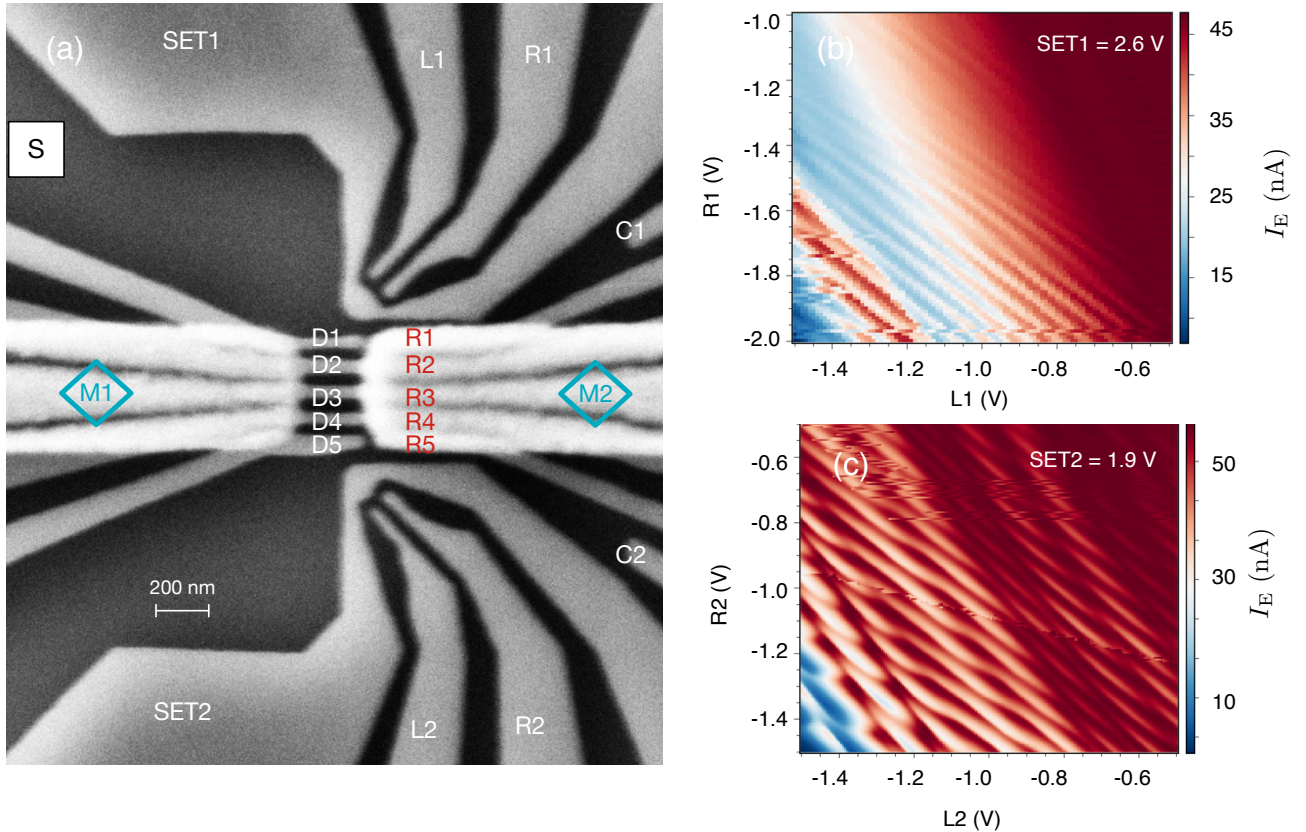


FIGURE C.2. Dispositif à cinq boîtes quantiques et mesures préliminaires

(a) Exemple de dispositif à cinq boîtes quantiques avec microaimants de cobalt intégré. Les chiffres et lettres identifient les différents contacts. La mesure des SETs (b) #1 et (c) #2 à 1.5 K montre le fonctionnement des dispositifs suite à la fabrication des microaimants. Comme pour les dispositifs à deux boîtes, ces derniers ne modifient pas le comportement des SETs. En raison de discontinuités présentes sur tous les microaimants, les boîtes quantiques sous la série de grilles D1 à D5 ne peuvent être formées. Il est à noter qu'en raison d'un problème de design, les SETs ont tendance à former des boîtes quantiques doubles tel qu'illustré en (c).

C.3 Discontinuités électriques et raccord de couches de cobalt

La figure C.3(a)-(c) montre en détail la problématique de discontinuité des aimants. Comme la topographie est plus grande (~ 200 nm) sur ces dispositifs que sur les dispositifs à doubles boîtes quantiques, des discontinuités apparaissent lorsque l'aimant rencontre le rebord des grilles (Fig. C.3(c)). Pour pallier cette problématique, un procédé de dépôt local a été mis en place. La procédure consiste à déposer une couche métallique recouvrant la discontinuité par écriture directe de couche de platine à l'aide d'un faisceau d'hélium [370]. Ce procédé est privilégié par rapport à des procédés de lithographie par faisceau d'électrons standard, en raison (i) de l'absence de procédés chimiques supplémentaires qui pourraient dégrader la couche de cobalt et aussi (ii) pour la précision d'alignement (inférieure à 10 nm) que peut atteindre ce type de lithographie. Comme le cobalt forme une légère couche d'oxyde, deux stratégies ont été explorées afin de raccorder les couches de cobalt.

Stratégie I : Graver d'abord une région du microaimant au faisceau d'hélium pour ensuite déposer la couche de platine ;

Stratégie II : Faire seulement l'étape de dépôt en deux étapes avec deux jeux de paramètres différents.

Dépôt 1 : Paramètres minimisant le taux de dépôt et favorisant le taux de gravure ;

Dépôt 2 : Paramètres favorisant le taux de dépôt uniquement.

Afin de tester les différentes stratégies, des dispositifs à doubles aimants ont été fabriqués sur des substrats de silicium (Fig. C.3(d)). Les paramètres utilisés pour chacune des stratégies sont décrits au tableau C.1 et font référence aux paramètres de la machine *Nanotool*. Suivant le procédé, les dispositifs de test ont été mesurés sous pointes, par une mesure de résistance à deux pointes, afin de vérifier la résistance du raccord effectué. Pour la stratégie I, l'augmentation du temps de gravure diminue la résistance du raccord. Toutefois, la résistance minimale est similaire à celles obtenues par la stratégie II. Ceci signifie que malgré l'absence de gravure spécifique, les ions présents lors du dépôt permettent d'enrayer la couche d'oxyde à la surface du cobalt et de former le raccord électrique. En fonction de la durée totale du dépôt (Fig. C.3(e)-(f)) d'épaisses colonnes de platine se forment. Ceci est dû à un problème de vitesse de l'obturateur du faisceau d'hélium et sera réglé par la mise à jour du logiciel de lithographie et l'ajout d'un système d'obturation dédié.

Enfin, le procédé de l'échantillon #6 a été utilisé pour générer le raccord électrique des couches sur les dispositifs à cinq boîtes quantiques. Ce procédé est choisi en raison du temps

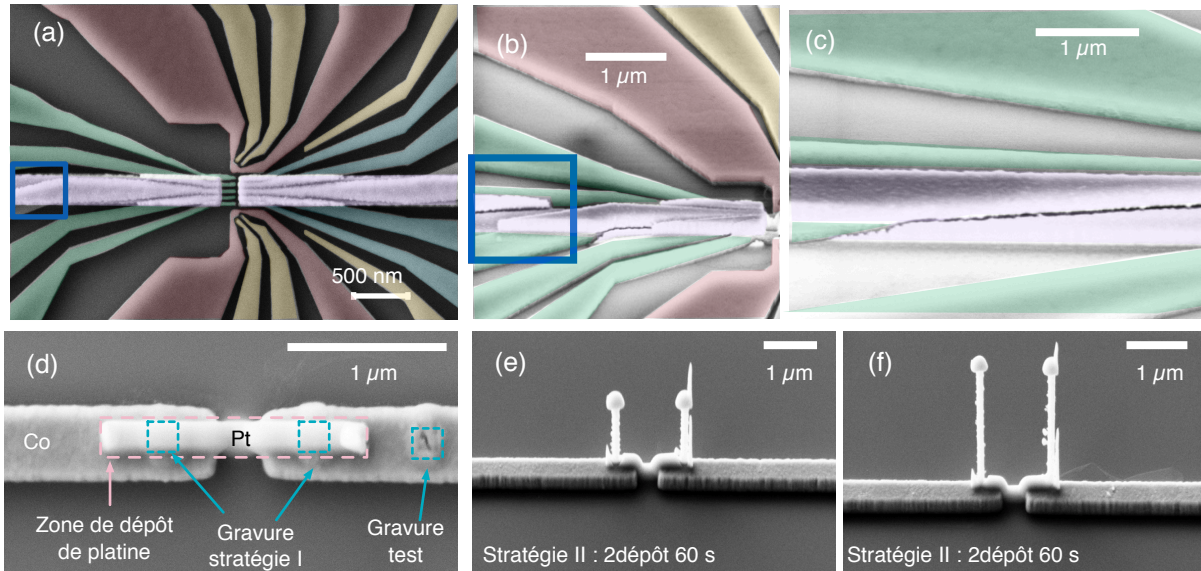


FIGURE C.3. Dispositif à cinq boîtes quantiques et mesures préliminaires

Images MEB. (a) Vue de dessus d'une portion élargie de la zone active du dispositif montrant les grilles de confinement (jaune), de réservoir (bleu), d'accumulation des boîtes (vert) et le microaimant (mauve). Les zones encadrées en bleu indiquent les endroits où le microaimant passe de la surface d'une grille à la surface du substrat. (b)-(c) Images à angle de 45° montrant les zones de discontinuités de l'aimant causées par la topographie. En (c) la craque noire, indique la discontinuité. Une séparation de seulement 5-8 nm est mesurée entre les deux couches de cobalt. (d) Dispositif test en Silicium pour le raccord électrique de couches de cobalt. Un double aimant de cobalt est fabriqué et raccordé par une couche de platine (rose) déposée par faisceau par un FIB à faisceau d'hélium. Des zones de gravures (bleus) sont réalisées avant le dépôt de platine, pour enlever la couche d'oxyde de cobalt lors de l'utilisation de la stratégie I pour le dépôt. Pour la stratégie II le temps d'exposition de (e) 60 s et (f) 120 s crée des colonnes de platine aux extrémités de la zone de croissance.

total de dépôt plus court, minimisant la hauteur des colonnes. Les résultats de la lithographie directe sont présentés à la figure C.4. En raison de problèmes de dérive de la platine de support de l'échantillon, la lithographie fut effectuée à plusieurs reprises pour chaque zone d'écriture. Ainsi, pour s'assurer du contact électrique, les dispositifs ont été imagés, créant des zones de croissance de platine autour des zones de raccord. Finalement, comme pour les procédés de test, de hautes colonnes de platine sont observées.

Cet échantillon a été micro soudé et mesuré de nouveau à température de 1.5 K. Malheureusement, soit la manutention supplémentaire ou encore la redéposition de platine partout dans la zone active ont généré des fuites majeures entre plusieurs des grilles. Bien que l'aimant ait été connecté électriquement par ce procédé, les dommages causés empêchent la formation de boîtes quantiques. Afin d'éviter ces problèmes, le système de lithographie dédiée devra

être installé, garantissant ainsi un alignement sans dérive de la platine. De cette façon, les zones de raccord n'auront pas besoin d'être imagées suite à la lithographie, ce qui devrait laisser les dispositifs intacts.

Procédé	# Dispositif	Gravure	Dépôt 1	Dépôt 2	Résistance (k Ω)
Aucun	5	-	-	-	40 000
Aucun	9	-	-	-	40 000
Aucun	11	-	-	-	30 000
Aucun	12	-	-	-	40 000
Aucun	15	-	-	-	100 000
Stratégie I	1	Standard*	-	Standard [†]	327
Stratégie I	2	Standard* - 2 répétitions	-	Standard [†]	55
Stratégie I	3	30 μ s d'exposition/pixel	-	Standard [†]	30
Stratégie I	4	30 μ s d'exposition/pixel	-	Standard [†]	45
Stratégie II	6	Aucun	-	Standard [†]	32
Stratégie II	7	Aucun	30 μ s d'exposition	Standard [†]	36
Stratégie II	8	Aucun	60 μ s d'exposition	Standard [†]	26
Stratégie II	10	Aucun	120 μ s d'exposition	Standard [†]	35
Stratégie II	13	Aucun	-	Standard [†]	67

(*) **Gravure** : Exposition = 15 μ s ; courant = 1.2 pA ; dose = 1.87 nC/ μ m² ; taille des pixels = 0.1 nm ; région 150 nm \times 150 nm

Dépôt 1 : Exposition = 30 μ s ; courant = 1.2 pA ; dose = 3.56 nC/ μ m² ; tailles des pixels = 0.1 nm ; région 75 nm \times 75 nm ; pression = 5E-6 torr

(†) **Dépôt 2** : Exposition = 0.2 μ s ; courant = 1.2 pA ; dose = 3.56 nC/ μ m² ; taille des pixels = 0.1 nm ; région 2 μ m \times 100 nm, pression = 5E-6 torr

Tableau C.1. Paramètres de gravure et dépôt pour le raccord de couches de cobalt

Résistance électrique entre deux aimants de cobalt sans procédé de raccord, et avec un procédé de raccord suivant les stratégies I et II. La résistance électrique résultante est obtenue par une mesure à deux pointes à température pièce.

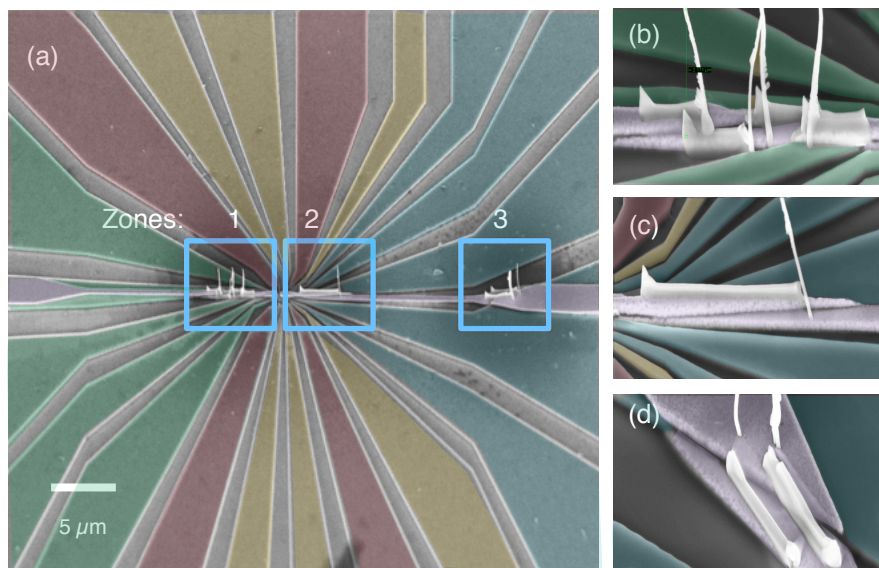


FIGURE C.4. Raccord de discontinuités sur un dispositif à cinq boîtes quantiques

Image MEB à angle de 45° , indiquant les grilles (jaunes), l'aimant (mauve) et les raccords de platine (noir et blanc). (a) vue entière des trois zones raccordées. Des halos plus sombres entourant ces zones indiquent la redéposition de cobalt et le dépôt de platine faible occasionné par l'imagerie de ces zones. Les zones 1, 2 et 3 sont imagées plus précisément aux panneaux (b), (c) et (d) respectivement.

Annexe D

«Coherent spin control of s-, p-, d- and f-electrons in a silicon quantum dot»

L'article qui suit est le fruit d'une collaboration avec le groupe de recherche du Pr. Andrew Dzurak de l'Université de New South Wales en Australie. Cet article démontre la possibilité d'utiliser un spin $1/2$ effectif dans une des orbitales supérieures de la boîte quantique afin de diminuer la sensibilité au bruit électrique du qubit de spin.

Pour ce travail, la conception des microaimants, les simulations magnétiques et une partie du savoir-faire en microfabrication développé dans cette thèse a guidé l'implémentation du dispositif mesuré. L'acquisition des résultats expérimentaux et l'analyse sont le fruit du travail du groupe australien. La version finale de l'article est le fruit de plusieurs itérations et révisions par les deux groupes de recherche. L'article est présentement en révision dans la revue *Nature Communication*

Coherent spin control of s-, p-, d- and f-electrons in a silicon quantum dot

R. C. C. Leon,^{1,*} C. H. Yang,¹ J. C. C. Hwang,^{1,†} J. Camirand Lemyre,² T. Tantt,¹ W. Huang,¹ K. W. Chan,^{1,‡} K. Y. Tan,^{3,‡} F. E. Hudson,¹ K. M. Itoh,⁴ A. Morello,¹ A. Laucht,¹ M. Pioro-Ladrière,^{2,5} A. Saraiva,^{1,§} and A. S. Dzurak^{1,¶}

¹*Centre for Quantum Computation and Communication Technology,
School of Electrical Engineering and Telecommunications,
The University of New South Wales, Sydney, NSW 2052, Australia.*

²*Institut Quantique et Département de Physique,*

Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada

³*QCD Labs, COMP Centre of Excellence, Department of Applied Physics, Aalto University, 00076 AALTO, Finland*

⁴*School of Fundamental Science and Technology, Keio University,
3-14-1 Hiyoshi, Kohokoku, Yokohama 223-8522, Japan.*

⁵*Quantum Information Science Program, Canadian Institute for Advanced Research, Toronto, ON, M5G 1Z8, Canada*

Once the periodic properties of atoms were unveiled, chemical bonds could be understood in terms of the valence of atoms. Ideally, this rationale would extend to quantum dots¹⁻⁵, and quantum computation would be performed by merely controlling electrons in the outer shell⁶. Imperfections in the semiconductor material, even at the atomic scale, disrupt this analogy between atoms and quantum dots, so that real devices seldom display such intelligible many-electron arrangement. We demonstrate here an electrostatic quantum dot that overcomes the hardships of disorder and reveals a well defined shell structure. We observe four shells (31 electrons) with multiplicities given by spin and valley degrees of freedom^{3,4,7}. We explore various fillings consisting of a single valence electron – namely 1, 5, 13 and 25 electrons – as potential qubits. An integrated micromagnet allows us to perform electrically driven spin resonance (EDSR)^{8,9}. Higher shell states are shown to be more susceptible to the driving field, leading to faster Rabi rotations of the qubit. We investigate the impact of orbital excitations of the p and d-shell electrons¹⁰ on single qubits as a function of the dot deformation. This allows us to tune the dot excitation spectrum and exploit it for faster qubit control. Furthermore, hotspots arising from this tunable energy level structure provide a pathway towards fast spin initialisation.

Qubit architectures based on electron spins in gate defined quantum dots benefit from controllability, where single and multi-qubit coherent operations realized solely with electrical and magnetic manipulation. Furthermore, their direct compatibility with silicon microelectronics fabrication offers unique scale-up opportunities¹¹. However, fabrication reliability and interface disorder pose challenges for single electron quantum dots. Even if the single electron regime is achievable, the lone last electron often is confined in a very small region, limiting the capabilities of electrical control and interdot tunnel coupling. Many-electron quantum dots have been proposed

as a qubit decades ago¹², with the potential of resilience to charge noise^{13,14} and a more tunable tunnel coupling strength to other qubits¹⁵. In the multielectron regime, the operation of a quantum dot is sensitive to its shape. If it is axially symmetric, the orbital energy levels will be quasi-degenerate¹⁶, which is detrimental for quantum computing. On the contrary, if the quantum dot is very elongated, a shell structure will not form, and the valence electron will not merely operate as a single spin-1/2 system¹².

The scanning electron microscope (SEM) image in Fig. 1a shows a device that forms a quantum dot at the Si/SiO₂ interface under gate G1, separated by a barrier from the reservoir set by gate G2 - see Fig. 1b for a cross-sectional representation. We first study the electronic structure of said dot from its charge stability diagram, using the technique from Ref. 17, which maps out each electron transition between quantum dot and reservoir as a function of gate potential. Figure 1c shows an extremely regular set of electron transitions, revealing a quantum dot that can be occupied by up to 31 electrons with no charge trap transitions at the Si/SiO₂ interface. This range is slightly better than other devices based on similar technology¹⁸. Additional charge transitions in Fig. 1c (faint horizontal lines) arise from states between the reservoir and the quantum dot and does not affect the qubit operation. Lowering the voltage of gate G2 confines the quantum dot further and changes its eccentricity in the x-y plane.

The cut shown in Fig. 1c allows us to investigate the addition energies, i.e. the energy necessary to add the N -th electron to a dot that contains $N-1$ electrons, as seen in Fig. 1d. The first observable effect is that the charging energy is roughly inversely proportional to the number of electrons, which is a consequence of the dot size becoming larger as the dot fills up. Furthermore, very distinct peaks appear at transitions $4 \rightarrow 5$, $12 \rightarrow 13$, and $24 \rightarrow 25$. To understand the significance of these electron numbers, one may refer to the Fock-Darwin energy levels^{19,20}, where the internal spin (\uparrow, \downarrow) and valley (v_+, v_-) quantum numbers give the multiplicity of each orbital state¹. As a result, a full shell is formed when

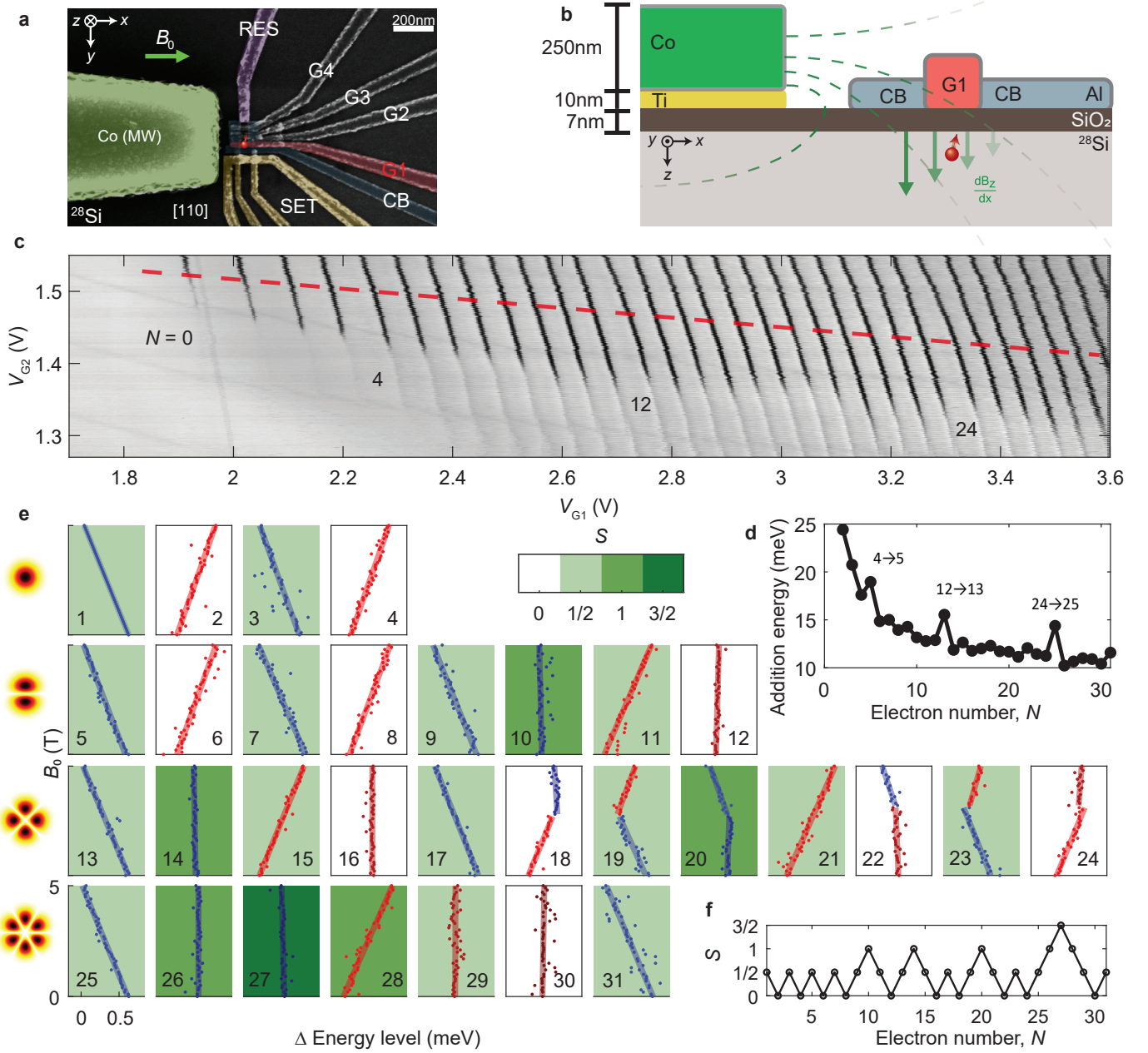


Figure 1 | Device overview and electron occupancy measurement. **a**, False-coloured SEM image of a nominally identical device. A quantum dot is formed under G1 (red), where the red dot is located. Gate RES is connected to an n-doped reservoir to load/unload electrons to/from the quantum dot, with tunnel rates controlled by G2, G3 and G4. Gate CB serves as a confinement barrier. Cobalt acts as a micromagnet and electrode for EDSR control (green). **b**, Cross sectional schematic of the device fabricated on a purified silicon-28 epi-layer (800 ppm). **c**, Pulsed lock-in signal from SET sensor I_{pulse} vs V_{G1} and V_{G2} . A square wave with peak-to-peak amplitude of 2 mV is applied to G1 for lock-in excitation, forming a charge stability diagram at $B_0 = 0$ T. Dynamic compensation is applied to the SET sensor to maintain the readout sensitivity. Electron numbers N for full shells are written on the diagram. Note that the faint gradual charge transitions in the background correspond to non-uniform 2D electron gas at the reservoir and do not affect the experiment. **d**, Charging energies along the red line in (c) in the tightly confined regime, where dot-to-reservoir or interdot transitions do not affect the system. **e**, Magnetospectroscopy of the first 31 electrons occupied in the quantum dot, up to $B_0 = 5$ T, with background colour of each plot representing spin state S at $B_0 = 0$ T. Difference in energy between adjacent electron occupancies are measured and fitted with straight lines. Note that the plot number 1 is an estimated difference in energy between the first electron and a virtual spin up electron in the previous shell. Each row of the array of plots belongs to the same shell, while each column has the same number of valence electrons on its outershell. The cartoon on the left gives an example of the electron wavefunction at each shell. **f**, Spin state of each electron occupancy extracted from (e).

there are 4, 12 and 24 electrons in the 2D quantum dot. The addition energy of the subsequent electron is larger due to the next higher orbit being filled. This is analogous to the Aufbau principle of atomic physics, that allows us to construct the electronic structure of many-electron atoms in terms of occupation of the atomic electron levels from bottom up.

In addition, a finer structure at intermediate filling is present due to the valley splitting Δ_{VS} ²¹, the energy difference between excitations along the major and minor axes of the elliptical quantum dot²² Δ_{xy} and electronic quantum correlations²³, dominated by the exchange coupling J . These energy scales are much smaller than the shell excitation, so that we can identify each set of levels by a principal quantum number. Each shell is spanned by the valley^{3,4}, spin and azimuthal¹⁰ quantum numbers. For this particular quantum dot, Δ_{VS} and Δ_{xy} may be estimated^{3,18} and both are of the order of hundreds of μeV , which is consistent with typical observations for quantum dots with similar designs⁴. Since both splittings are similar in magnitude, it is difficult to label the inner shell structure based solely on the addition energy diagram.

Magneto spectroscopy of the electron transitions (Fig. 1e) reveals the spin dependency as a function of external magnetic field strength B_0 for each electron occupancy, with cumulative spin state S presented in Fig. 1f. At lower electron occupancies, S alternates between 0 and $\frac{1}{2}$, indicating that the sequential electron loading favours anti-parallel spin states, implying $J \ll \Delta_{xy}, \Delta_{VS}$. As electron numbers increases, Hund's rule applies as some of the electrons are loaded as parallel spin, creating $S = 1$ or $\frac{3}{2}$ states, indicating $J > \Delta_{xy}, \Delta_{VS}$ in these cases. This inversion indicates that two interacting quantum dots at these fillings might lead to complex electronic states. Indeed, interdot negative exchange coupling at higher fillings has been observed in GaAs quantum dots²⁴.

We now examine the spins of monovalent dot occupations as potential qubits, i.e., the first electron of each shell $N = 1, 5, 13$ and 25 , which we call s-, p-, d- and f-electrons, respectively, in reference to the electronic orbitals. To demonstrate single qubit control, we designed this device with the capability to perform electrically-driven spin resonance (EDSR). A cobalt micromagnet positioned near the device induces a magnetic field gradient. An external uniform magnetic field $B_0 = 1.4$ T provides a Zeeman splitting between spin states for spin to charge conversion readout²⁵. This field also fully magnetises the cobalt²⁶, leading to a field gradient of approximately $1 \text{ T}/\mu\text{m}$ in the direction transverse to the quantization axis. This provides the means to drive spin flips without the need for an AC magnetic field^{27–29}. Instead, a 40 GHz sinusoidal voltage is applied directly to the magnet. The antenna-like structure creates an AC electric field at the quantum dot, so that the electron wavefunction oscillates spatially within the slanted magnetic field, which drives Rabi oscillations of the qubit^{8,30}.

In order to initialize, control and readout the spins,

the pulse sequence depicted in Fig. 2a is performed. The amplitude and duration of the driving AC electric field is used to implement various single qubit logical gates. The fidelity of these qubit operations under the decoherence introduced by the environment is probed by a randomized benchmarking protocol^{31,32}. Extended Fig. 2 compares the performance of s-, p- and d-electrons. Single qubit elementary gate fidelities improve from 98.5 % to 99.7 % when the electron occupancy increases from 1 to 5 and 13 electrons. Part of the reason for this improvement is the softening of the quantum dot confinement at higher occupations – the Coulomb repulsion due to electrons in inner shells leads to a shallower confinement, thus reducing charging and orbital energies (Fig. 1d) and ultimately leading to faster Rabi frequencies (Fig. 2b inset).

Perhaps more interestingly, the improved performance of single qubits at p- and d-levels can also be attributed to a better protection against the environment in multielectron dots. Indeed, early theoretical work indicates that the inner cloud of electrons may act as a protection against decoherence, creating some shielding against electrical noise¹⁴. A better way to probe the effects of faster gating times and slower decoherence is by observing the Q -factor ($Q = T_2^{\text{Rabi}}/T_\pi$) of Rabi oscillations of 1, 5, 13 and 25 electrons in Fig. 2b, which shows close to an order of magnitude increase in Q from 1 to 5 and 13 electrons. Moreover, Rabi Chevrons in Fig. 2c-e for 1, 5 and 13 electrons indicate a visible improvement in the pattern quality of both $N = 5$ and 13 compared to $N = 1$.

Although Rabi oscillations are present for $N = 25$ in Fig. 2b, we observed its optimal π -pulse time and T_2^{Rabi} to be similar to $N = 1$. This indicates that higher shell numbers do not necessary benefit qubit operation, as more relaxation hotspots will arise with increased multiplicity of the shell state¹⁸.

One should note that the Dresselhaus spin-orbit coupling, which is dominant in Si, has very distinct impact on each valley state, which could potentially affect the spin-orbit driven EDSR^{33,34}. Since our EDSR approach adopts an inhomogeneous magnetic field induced by a micromagnet, however, we expect that possible suppressions of spin-orbit effect by valley interference are overcome by the field gradient. In other words, the observed improvement of the Rabi oscillations is unlikely to be largely stemming from variations in the valley structure among shells.

Although multielectron quantum dots can be exploited to improve qubit performance, they raise new questions regarding the many-body physics of these dots. One particular concern is that the presence of low-lying excited orbital states may intervene with the spin dynamics. We track the excited states by altering the dot aspect ratio without changing its occupancy³⁵, adjusting the G1 and G2 gate voltages parallel to the transition lines in Fig. 1c. Firstly, we measure the resonance frequencies while varying the dot shape, as shown in Fig. 3c. Non-linear Stark-shifts are observed for $N = 1$ (Fig. 3d), 5 (Fig. 3g) and 13 electrons (Fig. 3j), where a drop in resonance frequen-

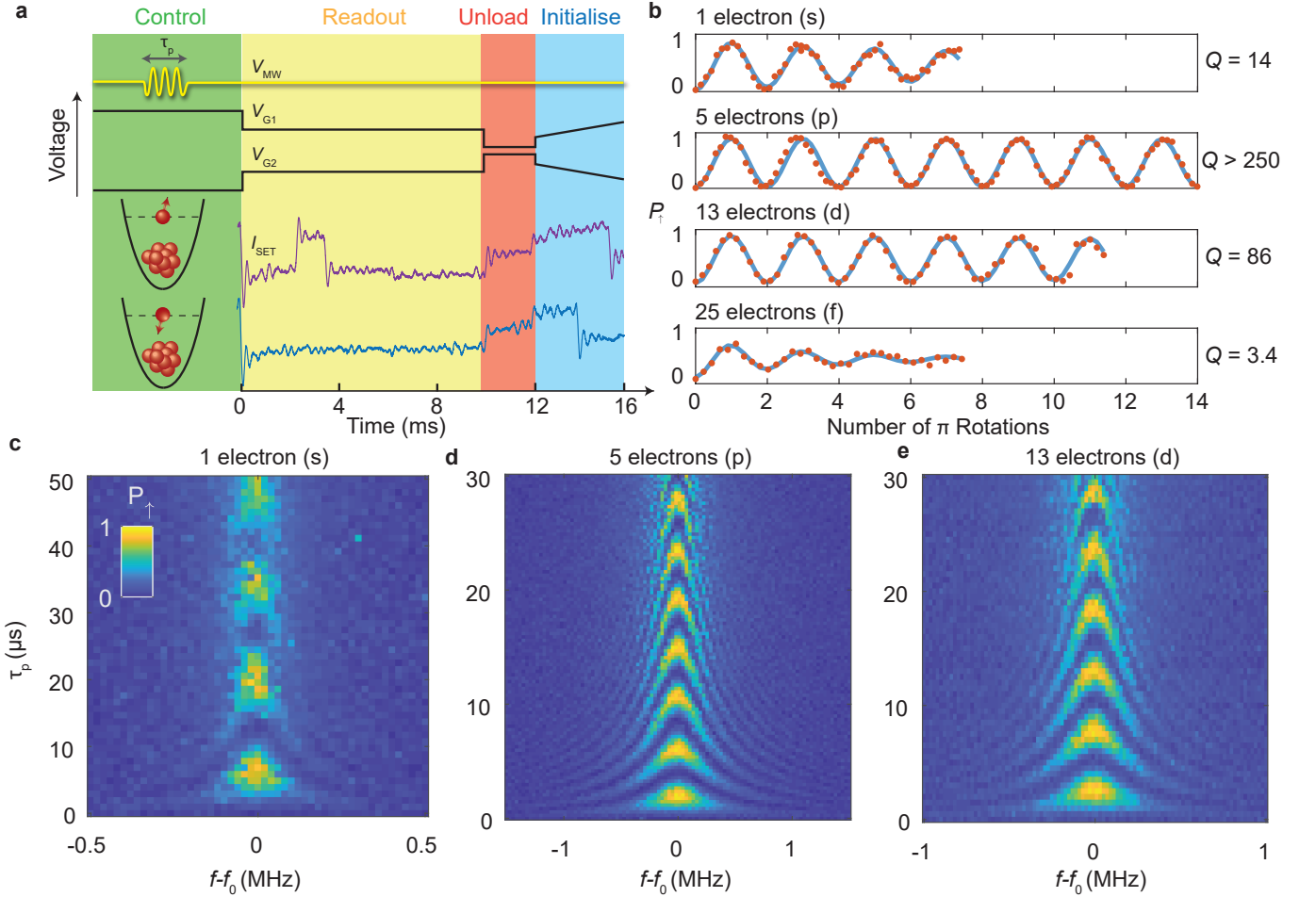


Figure 2 | Coherent spin control. **a**, Complete gate and microwave pulse sequence for single qubit control and readout. The bottom section shows the change in SET current when a valence electron is in either a spin up or down state. **b**, Rabi oscillation of 1, 5, 13 and 25 electrons. Traces for s, p, d electrons are extracted from **(c-e)** at $f - f_0 = 0$ MHz. Horizontal axis is number of π rotations ($\frac{T_p}{T_\pi}$) of each oscillation. $Q = \frac{T_2^{\text{Rabi}}}{T_\pi}$ for each electron occupancies is shown on the right column. **c-e**, Probability of spin up as a function of ESR frequency detuning and duration of microwave pulse for **(c)** $N = 1$, **(d)** $N = 5$ and **(e)** $N = 13$ electrons, performed along the grey dashed line in Fig. 3(d-l). Resonance frequencies f_0 for $N = 1, 5$ and 13 are 41.829, 41.879 and 41.827 GHz, respectively.

cies occurs at certain values of ΔV_{G1} and ΔV_{G2} (in the region near the grey lines in Fig. 3d-l, which mark the operation point at which all data is taken, unless specified otherwise). Moreover, for $N = 5$ and 13 electrons, Fig. 3i,l show that the Rabi frequencies of these two configurations are also significantly enhanced at these ΔV_G values. These are indications that the quantum dot is coupled to states of different nature at these dot conformations. There are no charge transitions (or visible features in the charge stability diagram), confirming that the ground state configuration is left unchanged. Note that such Rabi frequency enhancement is also observed in $N = 1$ electron configuration, but it is still an order of magnitude lower than 5 and 13 electrons.

The quantum mechanical description of EDSR involves virtual excitations (valley³⁶ or orbital³⁷). This indicates that the changes observed in Fig. 3 are related to the in-

fluence of an upper level approaching the ground state. We confirm this interpretation by measuring the spin relaxation time T_1 through the pulse sequence in Fig. 3b, as shown in Fig. 3e,h,k. The presence of an excited orbital or valley state nearby the Zeeman excitation generates a hotspot for relaxation, which is in the order of 10 ms, similar to previous literature^{18,38,39}. We may exploit this control over the spectrum to induce fast relaxation on demand for qubit initialization, operate the qubit where f_{Rabi} is high, and store it in the long T_1 configuration. The power of the EDSR drive did not show significant impact on the observed values of Q factor, contrary to recent observations in depletion mode quantum dot experiments⁴⁰.

Figure 3h also shows an additional relaxation hotspot around $\Delta V_{G1} = 0$ mV for the d-shell qubit. This is most likely due to the added orbital near degeneracy at the d-

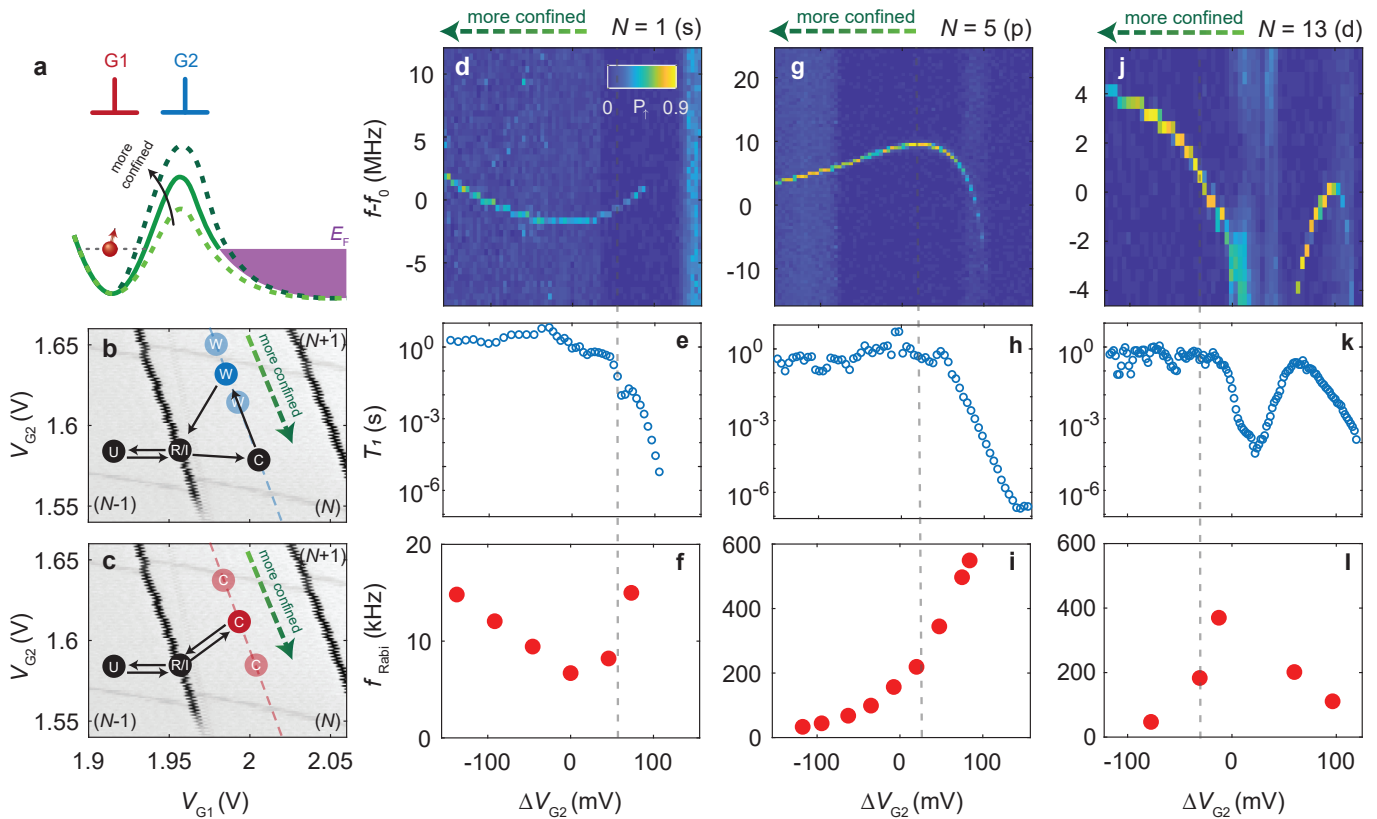


Figure 3 | Starkshift, tunable Rabi frequency and relaxation time. **a**, Cartoon representation of the quantum device energy band diagram. G2 voltage varies in order to change the quantum dot size and tunnel rate to the reservoir (purple). Compensating voltage is also applied to G1 to maintain the quantum dot energy level relative to Fermi level E_F . **b,c**, Schematics of the pulse sequences for **(b)** T_1 relaxation, and **(c)** Rabi control experiment. The qubit control point varies along the dashed line inside the charge stability diagram, parallel to charge transition, with electron occupancy either $N = 1, 5$ or 13 . **d**, Non-linear Starkshift of qubit resonance frequency is observed when the qubit control point changes along dashed line in **(b)** and **(c)**, for $N = 1$ electron. At certain voltage levels, the resonance frequency shifts dramatically and eventually qubit readout is unachievable. **e**, Correlation is observed between the magnitude of the differential ESR resonance frequency and qubit relaxation time T_1 . **f**, Correlation is observed between change in magnitude of ESR resonance frequency and Rabi frequency f_{Rabi} . Maximum Rabi frequency is obtained when the change in ESR frequency $|\frac{\Delta f}{\Delta V_{G2}}|$ is maximised. **g-l**, Starkshift, T_1 and Rabi frequencies similar to **(d-f)**, but for **(g-i)** $N = 5$ and **(j-l)** 13 electrons. $f_0 = 41.835, 41.870, 41.826$ GHz for $N = 1, 5$ and 13 electrons, respectively.

shells, which implies more pathways for qubit relaxation. This near-degeneracy could also explain why the 10 and 14 electron configuration have a triplet ground state²⁴ (see the total spin state in Fig. 1g). We mention that these higher total spin states are observed to also be coherently drivable, but this exceeds the scope of present work (see Extended Fig. 1c & d).

The present work experimentally demonstrates that purely spin-based qubits may be implemented in multi-electron quantum dots. This could be a desirable feature as long as the shell structure is well preserved, such as in very small SiMOS electrostatic quantum dots. Operation based on EDSR takes advantage of the extended wavefunction to drive the qubit with higher control fidelity and longer distance J coupling between qubits. A multi-electron system results in a richer many-body excitation spectrum, which could have higher Rabi frequen-

cies for fast qubit gates and enhanced relaxation rates for quick qubit initialization. We anticipate the possibility of complex two qubit physics, with a possible singlet-triplet inversion²⁴, mimicking the physics of paramagnetic bonding⁴¹. This would require a revision of the two qubits gate strategies, as well as the spin-to-charge conversion techniques for qubit read-out.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge support from the US Army Research Office (W911NF-17-1-0198), the Australian Research Council (CE11E0001017), and the NSW Node of the Australian National Fabrication Facility. The views and conclusions contained in this document are those of the authors and should not be interpreted as representing

the official policies, either expressed or implied, of the Army Research Office or the U.S. Government. The U.S. Government is authorized to reproduce and distribute reprints for Government purposes notwithstanding any copyright notation herein. J. C. and M. P. acknowledge support from the Canada First Research Excellence Fund

and in part by the National Science Engineering Research Council of Canada. K. Y. T. acknowledges support from the Academy of Finland through project Nos. 308161, 314302 and 316551.

The authors declare that they have no competing financial interests.

* ross.leon@unsw.edu.au

† Current address: Research and Prototype Foundry, The University of Sydney, Sydney, NSW 2006, Australia.

‡ Current address: Microsoft Quantum, The University of Sydney, Sydney, NSW 2006, Australia.

§ a.saraiva@unsw.edu.au

¶ a.dzurak@unsw.edu.au

¹ Tarucha, S., Austing, D. G., Honda, T., Van Der Hage, R. J. & Kouwenhoven, L. P. Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot. *Physical Review Letters* **77**, 3613–3616 (1996). URL <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.77.3613>.

² Rontani, M. *et al.* Full configuration interaction approach to the few-electron problem in artificial atoms. *The Journal of chemical physics* **124**, 124102 (2006). URL <http://aip.scitation.org/toc/jcp/124/12>.

³ Borselli, M. G. *et al.* Measurement of valley splitting in high-symmetry Si/SiGe quantum dots. *Applied Physics Letters* **98**, 123118 (2011).

⁴ Yang, C. H. *et al.* Orbital and valley state spectra of a few-electron silicon quantum dot. *Physical Review B* **86**, 115319 (2012). URL <https://journals.aps.org/prb/pdf/10.1103/PhysRevB.86.115319https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.86.115319>.

⁵ Liles, S. D. *et al.* Spin and orbital structure of the first six holes in a silicon metal-oxide-semiconductor quantum dot. *Nature Communications* **9**, 3255 (2018). URL <http://www.nature.com/articles/s41467-018-05700-9>.

⁶ Higginbotham, A. P., Kuemmeth, F., Hanson, M. P., Gosard, A. C. & Marcus, C. M. Coherent operations and screening in multielectron spin qubits. *Physical review letters* **112**, 26801 (2014).

⁷ Lim, W. H. *et al.* Spin filling of valley-orbit states in a silicon quantum dot. *Nanotechnology* **22**, 335704 (2011). URL <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0957-4484/22/33/335704/pdf>.

⁸ Pioro-Ladrière, M. *et al.* Electrically driven single-electron spin resonance in a slanting Zeeman field. *Nature Physics* **4**, 776–779 (2008). URL <http://www.nature.com/doi/10.1038/nphys1053><http://dx.doi.org/10.1038/nphys1053><http://www.nature.com/articles/nphys1053>. 0805.1083.

⁹ Kawakami, E. *et al.* Electrical control of a long-lived spin qubit in a Si/SiGe quantum dot. *Nature Nanotechnology* **9**, 666–670 (2014). URL <http://www.nature.com/articles/nnano.2014.153>.

¹⁰ Jacak, L., Hawrylak, P., Wojs, A., Wójs, A. & Wojs, A. *Quantum dots* (Springer Science & Business Media, 2013). URL <https://link.springer.com/content/pdf/bfm%3A978-3-642-72002-4%2F1.pdf>.

¹¹ Vandersypen, L. M. K. *et al.* Interfacing spin qubits in quantum dots and donorshot, dense, and coherent. *npj Quantum Information* **3**, 34 (2017). URL <http://www.nature.com/articles/s41534-017-0038-y>.

[nature.com/articles/s41534-017-0038-y](https://www.nature.com/articles/s41534-017-0038-y).

¹² Hu, X. & Das Sarma, S. Spin-based quantum computation in multielectron quantum dots. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics* **64**, 042312 (2001). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.64.042312>. 0101102.

¹³ Barnes, E., Kestner, J. P., Nguyen, N. T. T. & Sarma, S. D. Screening of charged impurities with multielectron singlet-triplet spin qubits in quantum dots. *Physical Review B* **84**, 235309 (2011).

¹⁴ Bakker, M. A., Mehl, S., Hiltunen, T., Harju, A. & DiVincenzo, D. P. Validity of the single-particle description and charge noise resilience for multielectron quantum dots. *Physical Review B* **91**, 155425 (2015).

¹⁵ Harvey-Collard, P. *et al.* Coherent coupling between a quantum dot and a donor in silicon. *Nature Communications* **8**, 1029 (2017). URL <http://www.nature.com/articles/s41467-017-01113-2>.

¹⁶ Kouwenhoven, L. P. *et al.* Excitation spectra of circular few-electron quantum dots. *Science* **278**, 1788–1792 (1997).

¹⁷ Yang, C. H., Lim, W. H., Zwanenburg, F. A. & Dzurak, A. S. Dynamically controlled charge sensing of a few-electron silicon quantum dot. *AIP Advances* **1**, 42111 (2011). URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.3654496>.

¹⁸ Yang, C. H. *et al.* Spin-valley lifetimes in a silicon quantum dot with tunable valley splitting. *Nature Communications* **4**, 2069 (2013). URL <http://www.nature.com/articles/ncomms3069>.

¹⁹ Fock, V. Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* **47**, 446–448 (1928).

²⁰ Darwin, C. G. The diamagnetism of the free electron. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 27, 86–90 (Cambridge University Press, 1931).

²¹ Zwanenburg, F. A. *et al.* Silicon quantum electronics. *Reviews of Modern Physics* **85**, 961–1019 (2013). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.85.961>.

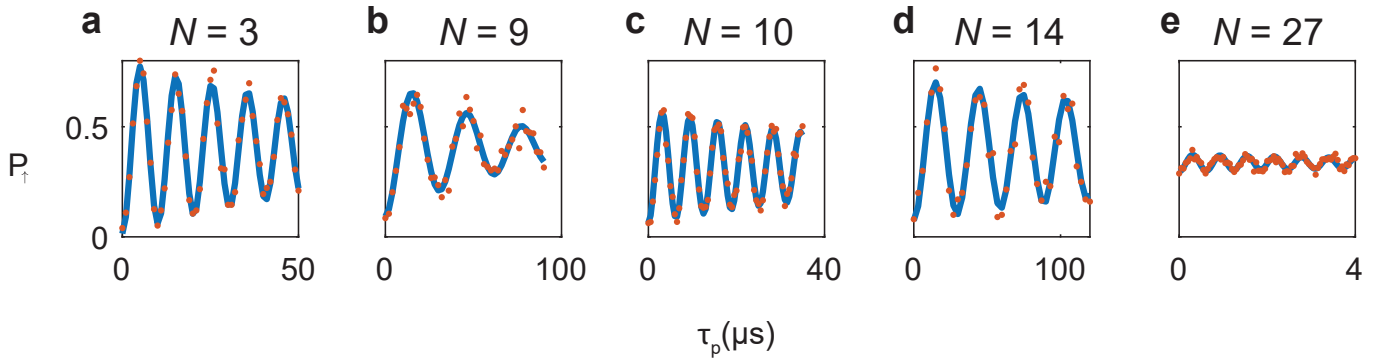
²² Ngo, C. Y., Yoon, S. F., Fan, W. J. & Chua, S. J. Effects of size and shape on electronic states of quantum dots. *Physical Review B* **74**, 245331 (2006). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.245331>.

²³ Harting, J., Mülken, O. & Borrmann, P. Interplay between shell effects and electron correlations in quantum dots. *Physical Review B* **62**, 10207 (2000).

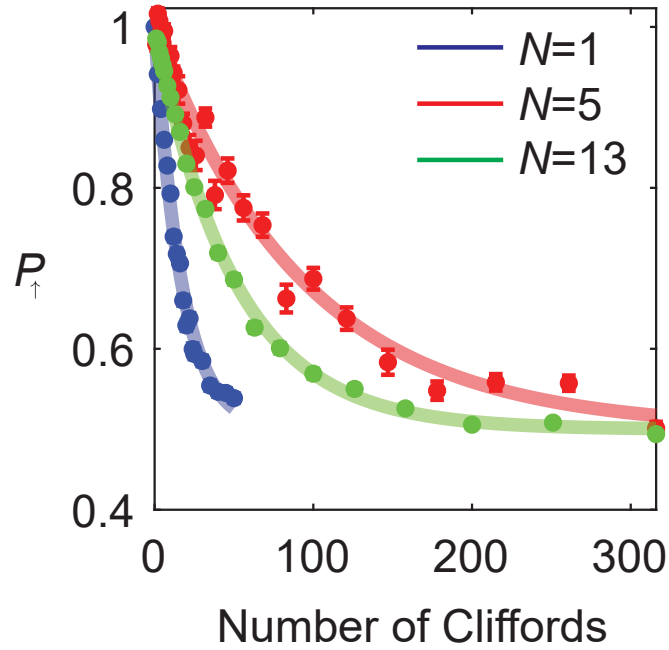
²⁴ Martins, F. *et al.* Negative spin exchange in a multielectron quantum dot. *Physical review letters* **119**, 227701 (2017).

²⁵ Elzerman, J. M. *et al.* Single-shot read-out of an individual electron spin in a quantum dot. *Nature* **430**, 431–435 (2004). URL <http://www.nature.com/doi/10.1038/nature02693>.

- ²⁶ Lachance-Quirion, D., Camirand Lemyre, J., Bergeron, L., Sarra-Bournet, C. & Pioro-Ladrière, M. Magnetometry of micro-magnets with electrostatically defined Hall bars. *Applied Physics Letters* **107**, 223103 (2015). URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4936626>. arXiv:1512.01866v1.
- ²⁷ Koppens, F. H. L. *et al.* Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot (2006). URL http://koppensgroup.icfo.es/untitled/2006koppensdriven{}_coherent.pdf.
- ²⁸ Veldhorst, M. *et al.* An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control-fidelity. *Nature Nanotechnology* **9**, 981–985 (2014). URL <http://www.nature.com/articles/nnano.2014.216><http://dx.doi.org/10.1038/nnano.2014.216><http://www.nature.com/doi/10.1038/nnano.2014.216>. arXiv:1407.1950v1.
- ²⁹ Pla, J. J. *et al.* A single-atom electron spin qubit in silicon. *Nature* **489**, 541–5 (2012). URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/22992519><http://www.nature.com/articles/nature11449>. 1305.4481.
- ³⁰ Tokura, Y., Van Der Wiel, W. G., Obata, T. & Tarucha, S. Coherent single electron spin control in a slanting zeeman field. *Physical Review Letters* **96** (2006). URL <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.96.047202>. 0510411.
- ³¹ Knill, E. *et al.* Randomized benchmarking of quantum gates. *Physical Review A* **77**, 12307 (2008). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.77.012307>.
- ³² Magesan, E., Gambetta, J. M. & Emerson, J. Scalable and Robust Randomized Benchmarking of Quantum Processes. *Physical Review Letters* **106**, 180504 (2011). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.180504>.
- ³³ Nowack, K. C., Koppens, F. H. L., Nazarov, Y. V. & Vandersypen, L. M. K. Coherent control of a single electron spin with electric fields. *Science (New York, N.Y.)* **318**, 1430–3 (2007). URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/17975030>.
- ³⁴ Corna, A. *et al.* Electrically driven electron spin resonance mediated by spinvalleyorbit coupling in a silicon quantum dot. *npj Quantum Information* **4**, 6 (2018). URL <http://www.nature.com/articles/s41534-018-0059-1>.
- ³⁵ Hwang, J. C. C. *et al.* Impact of g -factors and valleys on spin qubits in a silicon double quantum dot. *Physical Review B* **96**, 045302 (2017). URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.96.045302>.
- ³⁶ Hao, X., Ruskov, R., Xiao, M., Tahan, C. & Jiang, H. Electron spin resonance and spin–valley physics in a silicon double quantum dot. *Nature communications* **5**, 3860 (2014).
- ³⁷ Rashba, E. I. Theory of electric dipole spin resonance in quantum dots: Mean field theory with Gaussian fluctuations and beyond. *Physical Review B* **78**, 195302 (2008).
- ³⁸ Srinivasa, V., Nowack, K. C., Shafiei, M., Vandersypen, L. M. K. & Taylor, J. M. Simultaneous Spin-Charge Relaxation in Double Quantum Dots. *Physical Review Letters* **110**, 196803 (2013). URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.196803>.
- ³⁹ Borjans, F., Zajac, D. M., Hazard, T. M. & Petta, J. R. Single-Spin Relaxation in a Synthetic Spin-Orbit Field (2018). URL <http://arxiv.org/abs/1811.00848><https://arxiv.org/pdf/1811.00848.pdf>.
- ⁴⁰ Takeda, K. *et al.* A fault-tolerant addressable spin qubit in a natural silicon quantum dot. *Science Advances* **2**, e1600694 (2016). URL <http://advances.sciencemag.org/lookup/doi/10.1126/sciadv.1600694>.
- ⁴¹ Lange, K. K., Tellgren, E. I., Hoffmann, M. R. & Helgaker, T. A paramagnetic bonding mechanism for diatomics in strong magnetic fields. *Science (New York, N.Y.)* **337**, 327–331 (2012). URL <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/22822146>.



Extended Figure 1 | Coherent control at various electron occupancies. Rabi oscillations at different electron numbers N inside the a single quantum dot. (a) $N = 3$ (b) $N = 9$ (c) $N = 10$ (d) $N = 14$ (e) $N = 27$. Note that from Fig. 1f, $N = 10$ and 14 electrons have total spin states $S = 1$, while $N = 27$ electrons has $S = \frac{3}{2}$.



Extended Figure 2 | Randomised benchmarking. Single qubit randomised benchmarking at for $N = 1, 5$ and 13 electrons, with elementary gate fidelities of 98.5 %, 99.7 % and 99.5 %, respectively.

Annexe E

«Silicon quantum processor unit cell operation above one Kelvin»

L'article qui suit est le fruit d'une collaboration avec le groupe de recherche du Pr. Andrew Dzurak de l'université de New South Wales en Australie. Ce travail consiste en une première démonstration de l'opération d'un qubit à spin unique dans une boîte quantique simple à la température de 1 K. Ce travail est susceptible de présenter une avancée majeure dans la co-intégration des qubits de spins avec l'électronique de contrôle.

Pour ce travail, la conception des microaimants, les simulations magnétiques et une partie du savoir-faire en microfabrication développé dans cette thèse ont guidé l'implémentation du dispositif mesuré. L'acquisition des résultats expérimentaux et l'analyse sont le fruit du travail du groupe australien. La version finale de l'article est le fruit de plusieurs itérations et révisions par les deux groupes de recherche. L'article est présentement en révision dans la revue *Nature*.

Silicon quantum processor unit cell operation above one Kelvin

C. H. Yang,^{1,*} R. C. C. Leon,¹ J. C. C. Hwang,^{1,†} A. Saraiva,¹ T. Tantt,¹ W. Huang,¹ J. Camirand Lemyre,² K. W. Chan,^{1,‡} K. Y. Tan,^{1,‡} F. E. Hudson,¹ K. M. Itoh,³ A. Morello,¹ M. Pioro-Ladrière,^{2,4} A. Laucht,¹ and A. S. Dzurak^{1,§}

¹Centre for Quantum Computation and Communication Technology,
School of Electrical Engineering and Telecommunications,
The University of New South Wales, Sydney, NSW 2052, Australia

²Institut Quantique et Département de Physique,
Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada

³School of Fundamental Science and Technology, Keio University,
3-14-1 Hiyoshi, Kohokuku, Yokohama 223-8522, Japan.

⁴Quantum Information Science Program, Canadian Institute for Advanced Research, Toronto, ON, M5G 1Z8, Canada

Quantum computers are expected to outperform conventional computers for a range of important problems, from molecular simulation to search algorithms, once they can be scaled-up to very large numbers of quantum bits (qubits), typically many millions [1–4]. For most solid-state qubit architectures, e.g. those using superconducting circuits or semiconductor spins, scaling poses a significant challenge as every additional qubit increases the heat generated, while the cooling power of dilution refrigerators is severely limited at their normal operating temperature below 100 mK [5–7]. Here we demonstrate operation of a scalable silicon quantum processor unit cell, comprising two qubits, at a device temperature of ~ 1.45 Kelvin – the temperature of pumped ^4He . We achieve this by isolating the quantum dots (QDs) which contain the qubits from the electron reservoir, initialising and reading them solely via tunnelling of electrons between the two QDs [8–10]. We coherently control the qubits using electrically-driven spin resonance (EDSR) [11, 12] in isotopically enriched silicon ^{28}Si [13], attaining single-qubit gate fidelities of 98.6% and Ramsey coherence times of $T_2^* = 2 \mu\text{s}$ during ‘hot’ operation, comparable to those of spin qubits in natural silicon at millikelvin temperatures [14–17]. Furthermore, we show that the unit cell can be operated at magnetic fields as low as 0.1 T, corresponding to a qubit control frequency $f_{\text{qubit}} = 3.5$ GHz, where the qubit energy hf_{qubit} is much smaller than the thermal energy $k_{\text{B}}T$. The quantum processor unit cell constitutes the core building block of a full-scale silicon quantum computer, and satisfies physical layout constraints required by error correction architectures [9, 18]. Our work indicates that a spin-based quantum computer could be operated at elevated temperatures in a simple pumped ^4He system, offering orders of magnitude higher cooling power than dilution refrigerator systems. It also offers the option of operation at low magnetic fields where control frequencies are lower

and microwave engineering is less challenging.

Electrostatically gated QDs in SiGe or Si-MOS heterostructures are prime candidates for spin-based computing due to their long coherence times, high control fidelities, and industrial manufacturability [14, 15, 19–22]. In large scale quantum processors, the qubits will be arranged in either 1D chains [18] or 2D arrays [3] to enable quantum error correction schemes. Relying on exchange coupling for two-qubit operation [16, 17, 23–25], the QDs are expected to be densely packed with little extra space in between. Until now, two-qubit QD systems have required a nearby reservoir for initialisation and/or readout using spin-to-charge conversion [26]. Here, we demonstrate an isolated double QD system that requires no tunnel-coupled reservoir [8–10] to perform full two-qubit initialisation, control and readout – thus realising the elementary unit cell of a quantum processor (see Figure 1h). In addition to simplifying the gate layout, this unit cell has two other important advantages. Firstly, the qubit readout fidelity is not limited by the thermally-broadened Fermi distribution of an electron reservoir, and secondly, the absence of a reservoir means that the effective electron temperature of the isolated unit cell is reduced [27]. Ultimately, these factors open the possibility of spin qubit operation at temperatures above 1 Kelvin [10].

Figure 1a shows a scanning electron microscope (SEM) image of a device nominally identical to the one measured. The device is designed with a nearby cobalt micromagnet for EDSR control and an SET charge sensor to detect changes in the electron occupation of the two QDs [12]. In Figure 1b-f we illustrate the tuning sequence that we use to configure the isolated two QD unit cell in the (3,3) charge configuration. We start by accumulating the desired total number of electrons under G1, then deplete the electrons under gate J and G2, and finally cut off the electron reservoir by lowering the bias applied to the barrier gate B. This results in a barrier confinement as strong as that of the confinement gate CB, ensuring no electrons can tunnel into or out of the qubit cell. Using the gates G1, J and G2 as physical control inputs for qubit operation (see Figure 1g) we can distribute the 6 electrons arbitrarily within the qubit cell, as demon-

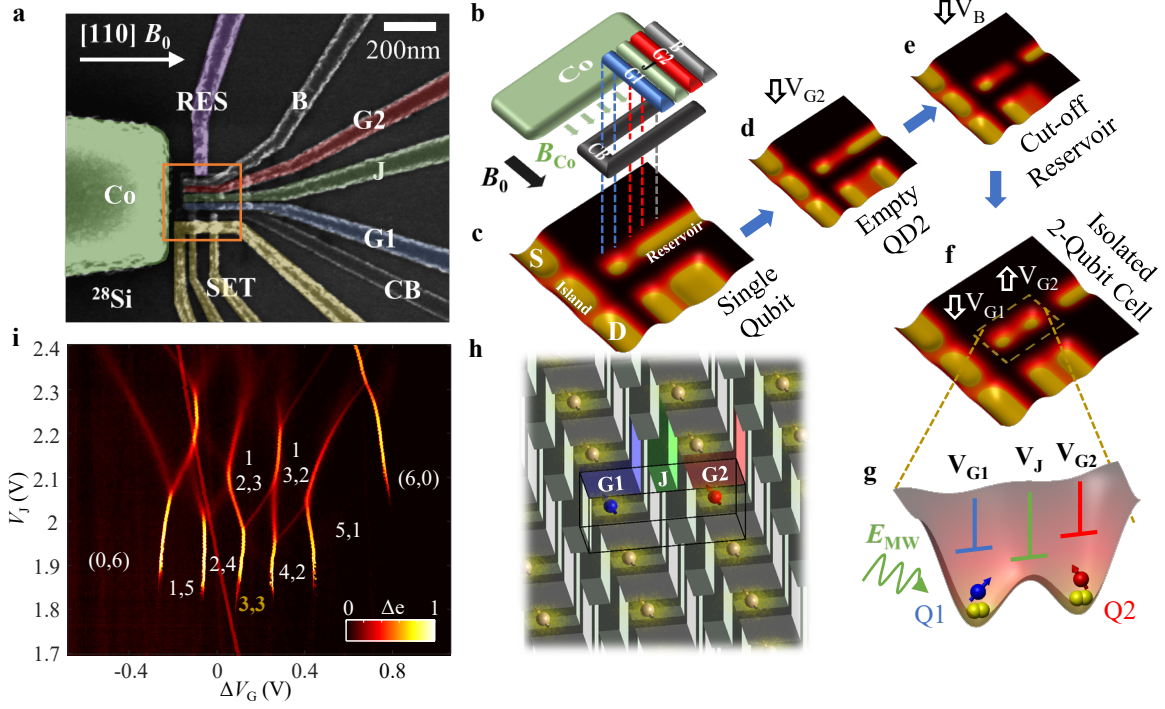


Figure 1 | An isolated spin qubit processor unit cell. **a**, SEM image of an identical two-qubit device with Co micromagnet for EDSR control [12]. **b**, Schematic of the Al gate stack. QDs are defined under G1 and G2, and laterally confined by CB. J controls the coupling between the QDs, while B can be biased to create a barrier between the QDs and the electron reservoir. The Co micromagnet provides a magnetic field gradient while simultaneously delivering a microwave voltage signal to enable EDSR. Charge sensor (SET) and electron reservoir (RES) are not shown in this schematic. **c-f**, Tuning sequence to obtain an isolated (3,3) electron configuration. **c**, Starting with a single dot under G1 as in Ref. [12], we load 6 electrons from the reservoir onto QD1. **d**, We lower V_{G2} just enough to deplete all electrons under G2. **e**, We lower V_B from 3.2 V to 0 V to create a barrier that makes it almost impossible for electrons to escape. **f**, We re-bias V_{G1} and V_{G2} to define QD2 under G2, and move 3 electrons from QD1 to QD2. **g**, Schematic of the conduction band and control electrodes of the isolated qubit unit cell in the (3,3) charge configuration. Electron spins in excited valley states are used for qubit operation. **h**, Schematic of a qubit unit cell within a large-scale 2D quantum processor. The unit cell occupies the minimum footprint for operating a two-qubit system. Scaling towards pairwise unit cell operation allows construction of a complete quantum computer. **i**, Charge stability diagram of the isolated QDs, with a total of 6 electrons trapped in the system. Here, $\Delta V_G = V_{G1} - V_{G2}$ and $V_{G1} + V_{G2} = 4.8$ V. The system evolves into a strongly coupled three-dot system for very positive biasing of V_J . The charge transition near $\Delta V_G = 0$ V is not coupled to the QDs, and most likely corresponds to charge movement outside the CB confinement area.

strated in the stability diagram shown in Figure 1i. Tilting the double QD potential at low $V_J < 2$ V allows us to set any charge configuration between (0,6) and (6,0), while a high $V_J > 2$ V transforms the two QD system into a triple QD system. While we are also able to operate the qubits in the (1,1) and (1,3) charge configurations, we choose to operate in the (3,3) charge configuration. Here, the lower two electrons in each dot form singlet states, and we use the spins of the unpaired electrons in the excited states (upper conduction-band valleys) of the silicon QDs as our qubits [28].

Confining operation to the isolated qubit unit cell (now fully disconnected from the reservoir), we use Pauli spin blockade for qubit readout, exploiting the small size of the QDs that results in high valley splittings and orbital energies [12]. With this readout technique our qubit cell can operate coherently in an external magnetic field as low as $B_0 = 0.1$ T (with corresponding operation fre-

quency $g\mu_B/h = 3.5$ GHz), and be controlled adiabatically at $B_0 = 10$ mT (660 MHz), which is nearly impossible for reservoir readout [26]. Even at these low magnetic fields, we can operate the qubits at a temperature of up to 1.45 K, which can be maintained simply by pumping on liquid ^4He , without the need for a dilution refrigerator.

We depict the entire control, measurement and initialisation cycle in Figure 2a,b. Gate voltage pulses on V_{G1} , V_{G2} , and V_J and SET readout current are shown in Figure 2a, with the corresponding charge movement illustrated in Figure 2b. Throughout the entire operation cycle, the same six electrons stay within the unit cell. Our two-qubit readout is based on Pauli spin blockade, that manifests itself as spin parity readout in our device, reading the $\hat{\sigma}_{ZZ}$ projection of the two-qubit system, where $\hat{\sigma}$ is the Pauli operator. In the remainder of the paper, we denote this parity readout output as P_{ZZ} , the expecta-

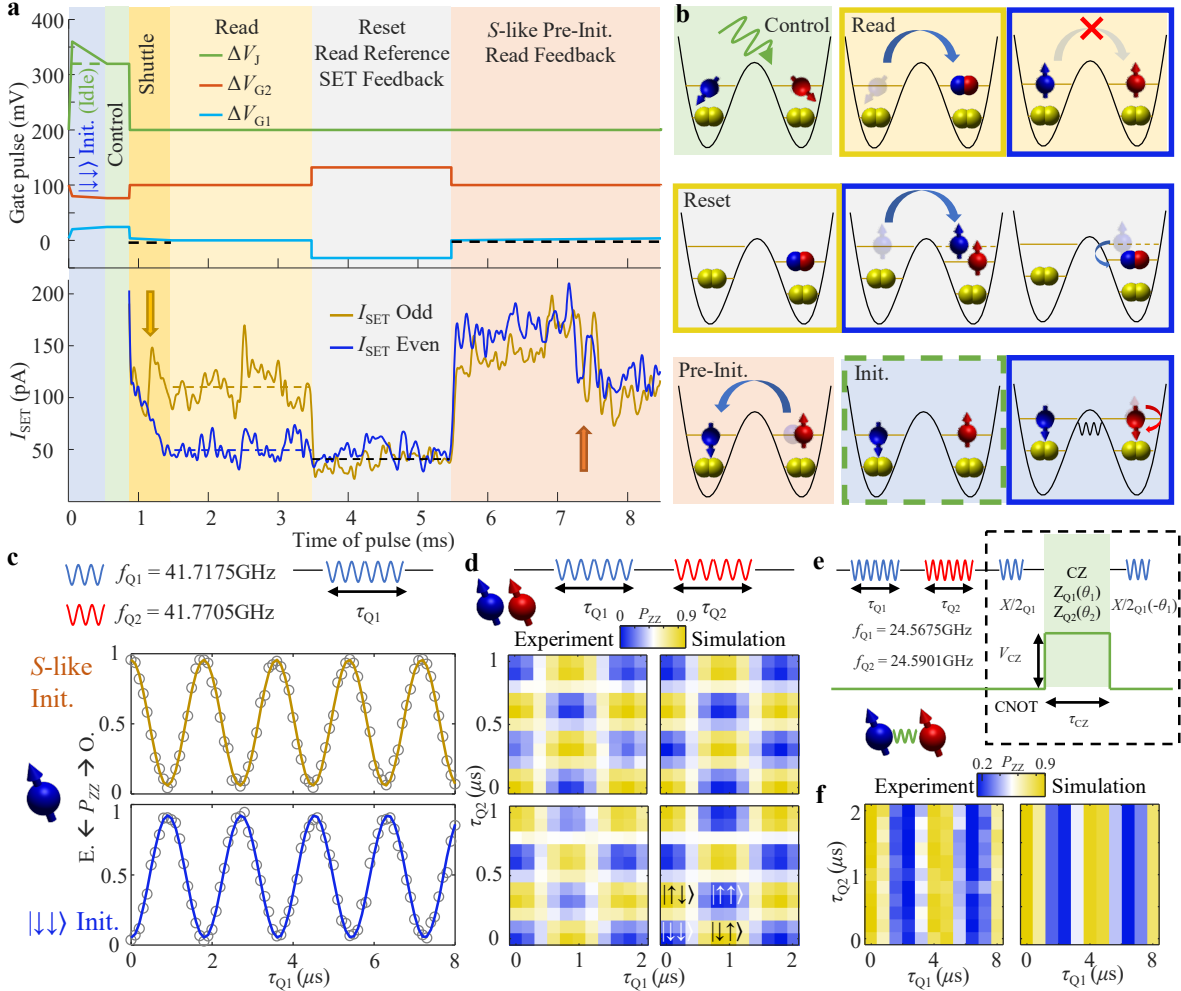


Figure 2 | Full two-qubit operation in an isolated quantum processor unit cell. **a,b** Operational sequence for two-qubit control, readout, reset, calibration, and initialisation using single-shot parity readout without any nearby reservoir or readout QD. Gate pulses and SET current are displayed in **a**, while the corresponding charge movement is depicted in **b**. After the qubit control stage, parity readout, based on Pauli spin blockade when trying to shuttle the blue electron to Q2, is conducted. If blockade occurs, no charge movement event happens and the SET exhibits a lower current (blue I_{SET}), and a higher current (yellow I_{SET}) when the electron is not blockaded. The reset stage forces the blue electron to move to Q2 regardless of its spin state, by pulsing deep enough to overcome the Pauli spin blockade. The system subsequently relaxes into the (2,4) S state. I_{SET} measured here is used as reference for the parity readout. Next, the blue electron is moved back to Q1 via a slow ramp, ensuring a S -like state is initialised, while simultaneously tracking the charge detuning level between the two dots for electrostatic feedback. Finally, the system can be left in the S -like state (odd parity spin) or initialised in the T_- state ($|\downarrow\downarrow\rangle$) if pulsed to a hot-spot relaxation region prior to control. **c**, Rabi oscillations of Q1 with initialisation in the S -like (top panel) and $|\downarrow\downarrow\rangle$ (bottom panel) states. During readout, even parity is mapped to low signal ($=0$) and odd parity to high signal ($=1$). The fitted Rabi oscillation amplitude is $\sim 90\%$. Measured at 37 mK and 1.4 T. **d**, Serially driven Rabi rotations on two independent (uncoupled) qubits and subsequent parity readout for S -like (top panel) and $|\downarrow\downarrow\rangle$ (bottom panel) initialisation. For $|\downarrow\downarrow\rangle$ initialisation, the oscillations span the separable two-qubit space with $|\downarrow\downarrow\rangle$ and $|\uparrow\uparrow\rangle$ giving low signal, and $|\downarrow\uparrow\rangle$ and $|\uparrow\downarrow\rangle$ giving high signal. The simulations (right panels) further validate that the parity readout does indeed follow the expectation value of the $\hat{P}_{ZZ} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{II} - \hat{\sigma}_{ZZ})$ projection. Measured at 37 mK and 1.4 T. **e**, Sequence to implement a CNOT two-qubit logic gate via a controlled-Z (CZ) rotation using J-gate control. The final $\pi/2$ -pulse incorporates a phase shift to compensate the Stark shift from pulsing the J-gate. **f**, Applying a CNOT gate before readout turns the parity readout into single qubit spin readout (details of the CNOT gate are shown in [Extended Data Figure 3](#)). When the CNOT gate is applied after the serial two-qubit Rabi oscillations from **d**, we measure only the Rabi oscillations of Q1. Tiny oscillations (period = 1 μs) in the experimental data (left panel) along the y -direction can still be observed due to imperfect CZ pulsing. Simulations are shown in the right panel. Measured at 37 mK and 0.8 T.

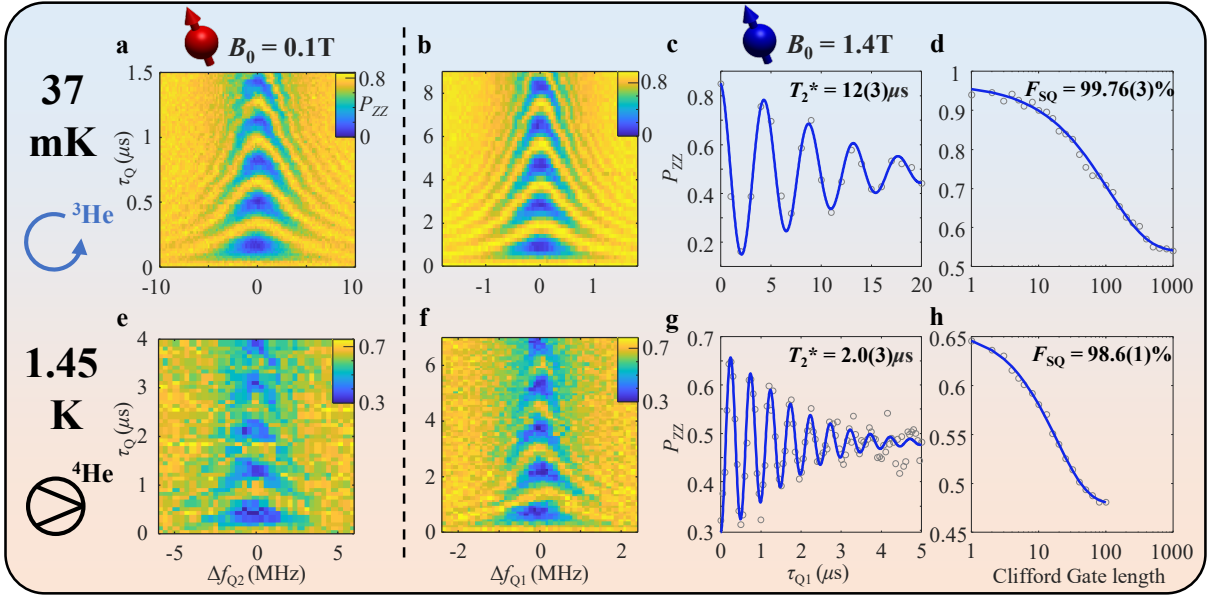


Figure 3 | Qubit operation at high temperature and low magnetic field. **a-d**, ^3He circulation on, with mixing chamber temperature at $T_{\text{cold}} = 37$ mK. **a**, Rabi chevron of Q2 at $B_0 = 0.1$ T, where $f_{Q2} = 3.529$ GHz. **b**, Rabi chevron of Q1 at $B_0 = 1.4$ T, where $f_{Q1} = 41.71$ GHz. **c**, Ramsey coherence time, T_2^* at $B_0 = 1.4$ T. **d**, Randomised benchmarking performance at $B_0 = 1.4$ T. **e-h**, Pumped ^4He only, with $T_{\text{hot}} = 1.45$ K. **e**, Rabi chevron of Q2 at $B_0 = 0.1$ T, where $f_{Q2} = 3.535$ GHz, and $hf_{Q2} \ll k_B T = 125$ μeV . **f**, Rabi chevron of Q1 at $B_0 = 1.4$ T, where $f_{Q1} = 41.71$ GHz. **g**, Ramsey coherence time, T_2^* at $B_0 = 1.4$ T. **h**, Randomised benchmarking performance at $B_0 = 1.4$ T.

tion value of $\hat{P}_{ZZ} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{II} - \hat{\sigma}_{ZZ})$. An even spin state readout then leads to $P_{ZZ} = 0$ and an odd state leads to $P_{ZZ} = 1$. Initialisation is based on first preparing the unit cell in the (2,4) S state, before moving one electron to Qubit 1 (Q1) to create a (3,3) S -like state. For $hf_{\text{qubit}} \gg k_B T$, we can also initialise the system in the well-defined $|\downarrow\downarrow\rangle$ state by dwelling at a spin relaxation hot-spot [16, 24]. In Figure 2c we show Rabi oscillations for the two different initialisation states, starting in either the S -like or the $|\downarrow\downarrow\rangle$ state.

Conventional Pauli spin-blockade readout uses spin-to-charge conversion to discriminate between a lone singlet state and three triplet states [29]. In contrast, parity readout constitutes a balanced readout, needed for quantum error correction, where half of the output is even (0) and the other half odd (1). This is confirmed in the serially driven Rabi rotations shown in Figure 2d, where we coherently and unconditionally rotate first Q1 and then Q2, and measure the output state. It is clear that the experimental results are in excellent agreement with the simulated P_{ZZ} readout. If the readout process was singlet-triplet like, only a quarter of the states would have $P_{ZZ} = 1$ and the rest should be blockaded.

While \hat{P}_{ZZ} is the intrinsic readout of our qubit system, reading other two-qubit projections is also straightforward. Rotating one of the qubits by $\pi/2$ we gain access to $\hat{P}_{ij} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{II} - \hat{\sigma}_{ij})$, where $i, j \in X, Y, Z$. Furthermore, adding a conditional two-qubit gate like a CNOT before

readout, we can turn the parity readout into a single qubit readout. Figure 2e shows the pulse sequence from Figure 2d with an added CNOT gate based on performing a conditional-Z (CZ) gate. We achieve the conditional phase shift by pulsing the J gate to temporarily increase the J coupling between the two qubits (without changing the charge detuning). The single qubit readout result is shown in Figure 2f. The sequence reads out only the Q1 spin state as $\hat{P}_{Z1} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{II} - \hat{\sigma}_{ZI})$, independent of Q2. To read out Q2, one would simply need to swap target and control of the CNOT gate. The small but visible oscillations along the y -axis in the data are due to imperfect CZ pulsing. Details of the CNOT gate data are shown in Extended Data Figure 3, where the CNOT gate parameters in panel c are the same as those for Figure 2f.

Having demonstrated the general operation of the quantum processor unit cell including initialisation, one- and two-qubit control, and parity and single-qubit readout, we can now investigate the effect of temperature. For large scale quantum computer integration, the benefits of raising the temperature to reduce engineering constraints have to be carefully balanced with the presence of increased noise. Prior works have studied the spin relaxation of Si-MOS QD spin qubits at temperatures of 1.1 K [30] and coherence times of ensembles of Si-MOS QDs up to 10 K [31]. The coherence times of single deep level impurities in silicon at 10 K [32] and ensembles of donor electron spins in silicon up to 20 K [33, 34] were also examined. However, coherence times and gate fi-

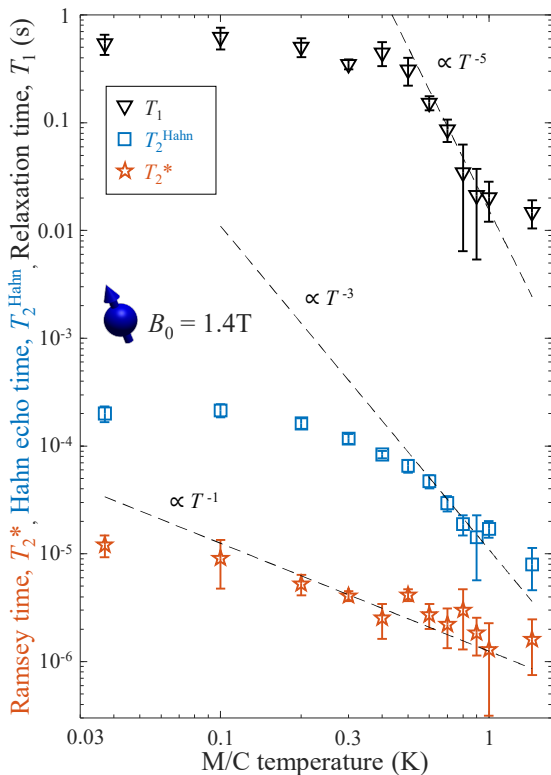


Figure 4 | Temperature dependence of qubit properties. Spin relaxation time T_1 , Hahn echo coherence time T_2^{Hahn} , and Ramsey coherence time T_2^* of Q1 as a function of mixing chamber temperature at $B_0 = 1.4$ T. The dotted lines indicate trends of $\propto T^{-5}$ for T_1 , $\propto T^{-3}$ for T_2^{Hahn} , and $\propto T^{-1}$ for T_2^* .

delities of a universal qubit have not been investigated as yet.

In Figure 3 we present single-qubit Rabi chevrons and randomised benchmarking for temperatures of $T_{\text{cold}} = 37$ mK in Figure 3a-d, and $T_{\text{hot}} = 1.45$ K in Figure 3e-h. Here, $T_{\text{hot}} = 1.45$ K is achieved by simply pumping the 1 K pot of the dilution refrigerator, while the ^3He circulation is completely shut off. Qubit operation and readout at this elevated temperature is possible since our QDs have relatively high valley splitting ($> 500 \mu\text{eV}$) and orbital splitting energies (> 2.5 meV) [12]. We observe Rabi chevrons for both $B_0 = 1.4$ T and $B_0 = 0.1$ T at $T_{\text{hot}} = 1.45$ K, despite the thermal energy being larger than the qubit energy ($k_{\text{B}}T \gg hf_{\text{qubit}}$). Here, the visibility is mainly limited by the SET charge sensor signal, due to broadening of the SET peak. Figure 3g shows the coherence time T_2^* at this elevated temperature to be $2.0 \pm 0.3 \mu\text{s}$, comparable to natural silicon at mK temperatures [14–17]. The single qubit gate fidelity extracted from randomised benchmarking is $F_{\text{SQ}} = 98.6 \pm 0.1 \%$, nearly at the fault tolerant level (see Figure 3h). For reference, the qubit’s performance at $T_{\text{cold}} = 37$ mK is shown in Figure 3a-d, at which both T_2^* and F_{SQ} are about 6 times better.

We present a more detailed study of the coherence times and relaxation times as a function of mixing chamber temperature $T_{\text{M/C}}$ in Figure 4. A similar study as a function of external magnetic field is presented in Extended Data Figure 1, where we observe the Hahn echo time to scale linearly with B_0 , where shorter relaxation times at lower field are possibly due to spin-orbit Johnson noise [35]. Temperature has the strongest impact on T_1 , which scales as T^{-5} between 0.5 and 1.0 K. This is consistent with a Raman process involving intervalley piezophonons stemming from the oxide layer – if the spin-lattice relaxation was dominated by Si deformation potential phonons, the temperature power law should be stronger, as discussed in Ref. [30]. T_2^{Hahn} and T_2^* display a lower dependency on temperature.

The results in Figure 4 show a significant reduction in spin relaxation and coherence times going from 100 mK to 1.45 K. While this reduction does not prevent the qubits from being operated at this temperature, future device engineering should try to address possible sources of noise for optimised high-temperature operation. Residual ^{29}Si nuclear spins that couple to the qubits through the hyperfine interaction lead to background magnetic field noise that could be easily reduced by using silicon substrates with higher isotopic enrichment [36]. Our devices contain 800 ppm residual ^{29}Si atoms, which is more than one order of magnitude higher than what is currently available [13, 34]. While the gradient magnetic field from a micromagnet, as required for EDSR operation [11, 12, 15], might freeze out nuclear spin dynamics [34], it will also make the qubits more sensitive to electric field noise induced by the artificial spin-orbit coupling [35]. Charge noise has been shown to increase with temperature [30], and could constitute the dominant noise source for EDSR systems at elevated temperatures. Furthermore, replacing SET current readout with radio-frequency gate dispersive readout [10, 37], should provide improved readout fidelities at higher temperatures and achieve a truly scalable unit cell footprint.

In conclusion, we have presented a fully operable two-qubit system in an isolated quantum processor unit cell, containing two QDs with a fixed number of electrons, balanced parity readout, two types of initialisation, and a J-gate-controlled two-qubit CZ gate. The isolated nature of this unit cell allows operation up to 1.45 K – a temperature that is conveniently achieved using pumped ^4He cryostats – where we reach near fault-tolerant single-qubit fidelities. Furthermore, we present coherent control of the qubits at magnetic fields as low as 0.1 T, reducing the operating frequency and therefore microwave engineering complexity. These results pave the way for scaling of silicon-based quantum processors to very large numbers of qubits, where the orders of magnitude higher cooling powers available from pumped ^4He , compared to a dilution refrigerator, allow a large number of gate lines or even integrated electronics to be incorporated with the device [38, 39].

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge support from the US Army Research Office (W911NF-17-1-0198), the Australian Research Council (CE170100012), and the NSW Node of the Australian National Fabrication Facility. The views and conclusions contained in this document are those of the authors and should not be interpreted as representing the official policies, either expressed or implied, of the Army Research Office or the U.S. Government.

* henry.yang@unsw.edu.au

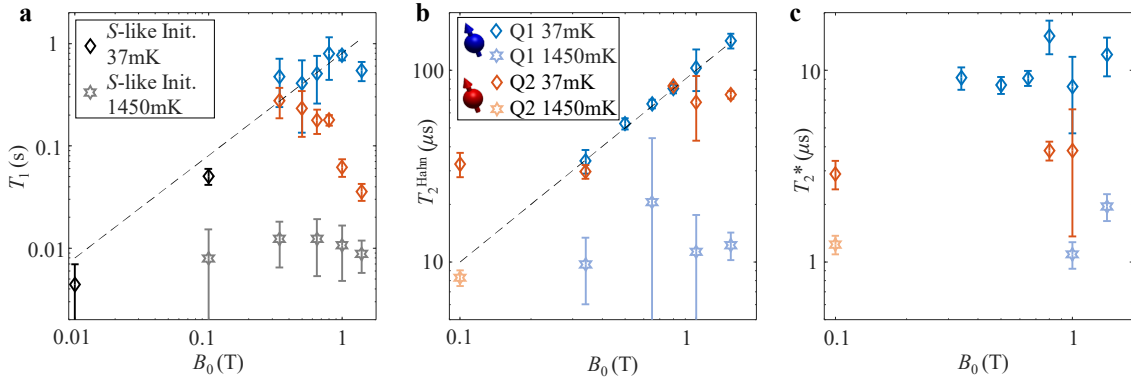
† Now at Research and Prototype Foundry, The University of Sydney, NSW 2006, Australia.

‡ Now at Microsoft Quantum, The University of Sydney, Sydney, NSW 2006, Australia.

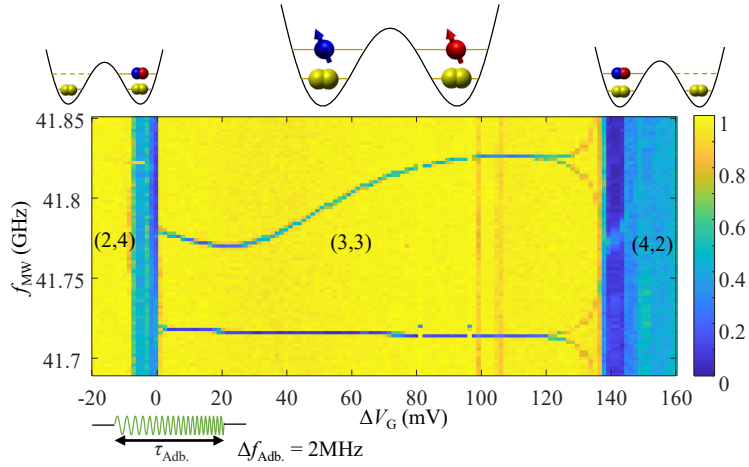
§ a.dzurak@unsw.edu.au

- [1] R. P. Feynman, *International Journal of Theoretical Physics* **21**, 467 (1982).
- [2] D. Loss and D. P. DiVincenzo, *Physical Review A* **57**, 120 (1998).
- [3] A. G. Fowler, M. Mariantoni, J. M. Martinis, and A. N. Cleland, *Physical Review A* **86**, 032324 (2012).
- [4] M. Mohseni, P. Read, H. Neven, S. Boixo, V. Denchev, R. Babbush, A. Fowler, V. Smelyanskiy, and J. Martinis, *Nature News* **543**, 171 (2017).
- [5] M. H. Devoret, A. Wallraff, and J. M. Martinis, [arXiv:0411174](https://arxiv.org/abs/0411174) (2004).
- [6] L. Vandersypen, H. Bluhm, J. Clarke, A. Dzurak, R. Ishihara, A. Morello, D. Reilly, L. Schreiber, and M. Veldhorst, *npj Quantum Information* **3**, 34 (2017).
- [7] C. G. Almudever, L. Lao, X. Fu, N. Khammassi, I. Ashraf, D. Iorga, S. Varsamopoulos, C. Eichler, A. Wallraff, L. Geck, A. Kruth, J. Knoch, H. Bluhm, and K. Bertels, in *2017 Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE)* (IEEE, 2017) pp. 836–845.
- [8] B. Bertrand, H. Flentje, S. Takada, M. Yamamoto, S. Tarucha, A. Ludwig, A. D. Wieck, C. Bäuerle, and T. Meunier, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 096801 (2015).
- [9] M. Veldhorst, H. G. J. Eenink, C. H. Yang, and A. S. Dzurak, *Nature Communications* **8**, 1766 (2017).
- [10] A. Crippa, R. Ezzouch, A. Apr, A. Amisse, L. Houtin, B. Bertrand, M. Vinet, M. Urdampilleta, T. Meunier, M. Sanquer, X. Jehl, R. Maurand, and S. De Franceschi, [arXiv:1811.04414](https://arxiv.org/abs/1811.04414) (2018).
- [11] M. Pioro-Ladriere, T. Obata, Y. Tokura, Y. S. Shin, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, and S. Tarucha, *Nature Physics* **4**, 776 (2008).
- [12] R. C. C. Leon, C. H. Yang, J. C. C. Hwang, J. Camirand Lemyre, T. Tanttu, W. Huang, K. W. Chan, K. Y. Tan, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, A. Laucht, M. Pioro-Ladriere, A. Saraiva, and A. S. Dzurak, [arXiv:1902.01550](https://arxiv.org/abs/1902.01550) (2019).
- [13] K. M. Itoh and H. Watanabe, *MRS Communications* **4**, 143157 (2014).
- [14] K. Takeda, J. Kamioka, T. Otsuka, J. Yoneda, T. Nakajima, M. R. Delbecq, S. Amaha, G. Allison, T. Kodera, and S. Oda, *Science Advances* **2**, e1600694 (2016).
- [15] E. Kawakami, T. Jullien, P. Scarlino, D. R. Ward, D. E. Savage, M. G. Lagally, V. V. Dobrovitski, M. Friesen, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **113**, 11738 (2016).
- [16] T. F. Watson, S. G. J. Philips, E. Kawakami, D. R. Ward, P. Scarlino, M. Veldhorst, D. E. Savage, M. G. Lagally, M. Friesen, S. N. Coppersmith, M. A. Eriksson, and L. M. K. Vandersypen, *Nature* **555**, 633 (2018).
- [17] D. M. Zajac, A. J. Sigillito, M. Russ, F. Borjans, J. M. Taylor, G. Burkard, and J. R. Petta, *Science* **359**, 439 (2018).
- [18] C. Jones, M. A. Fogarty, A. Morello, M. F. Gyure, A. S. Dzurak, and T. D. Ladd, *Physical Review X* **8**, 021058 (2018).
- [19] M. Veldhorst, J. C. C. Hwang, C. H. Yang, A. W. Leenstra, B. de Ronde, J. P. Dehollain, J. T. Muhonen, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, and A. S. Dzurak, *Nature Nanotechnology* **9**, 981 (2014).
- [20] R. Maurand, X. Jehl, D. Kotekar-Patil, A. Corna, H. Bohuslavskiy, R. Laviville, L. Hutin, S. Barraud, M. Vinet, M. Sanquer, and S. De Franceschi, *Nature Communications* **7**, 13575 (2016).
- [21] J. Yoneda, K. Takeda, T. Otsuka, T. Nakajima, M. R. Delbecq, G. Allison, T. Honda, T. Kodera, S. Oda, Y. Hoshi, N. Usami, K. M. Itoh, and S. Tarucha, *Nature Nanotechnology* **13**, 102 (2018).
- [22] C. H. Yang, K. W. Chan, R. Harper, W. Huang, T. Evans, J. C. C. Hwang, B. Hensen, A. Laucht, T. Tanttu, F. E. Hudson, S. T. Flammia, K. M. Itoh, A. Morello, S. D. Bartlett, and A. S. Dzurak, [arXiv:1807.09500](https://arxiv.org/abs/1807.09500) (2018).
- [23] M. Veldhorst, C. H. Yang, J. C. C. Hwang, W. Huang, J. P. Dehollain, J. T. Muhonen, S. Simmons, A. Laucht, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, and A. S. Dzurak, *Nature* **526**, 410 (2015).
- [24] W. Huang, C. H. Yang, K. W. Chan, T. Tanttu, B. Hensen, R. C. C. Leon, M. A. Fogarty, J. C. C. Hwang, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, A. Laucht, and A. S. Dzurak, [arXiv:1805.05027](https://arxiv.org/abs/1805.05027) (2018).
- [25] X. Xue, T. F. Watson, J. Helsen, D. R. Ward, D. E. Savage, M. G. Lagally, S. N. Coppersmith, M. A. Eriksson, S. Wehner, and L. M. K. Vandersypen, [arXiv:1811.04002](https://arxiv.org/abs/1811.04002) (2018).
- [26] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen, and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **430**, 431 (2004).
- [27] A. Rossi, T. Ferrus, and D. Williams, *Applied Physics Letters* **100**, 133503 (2012).

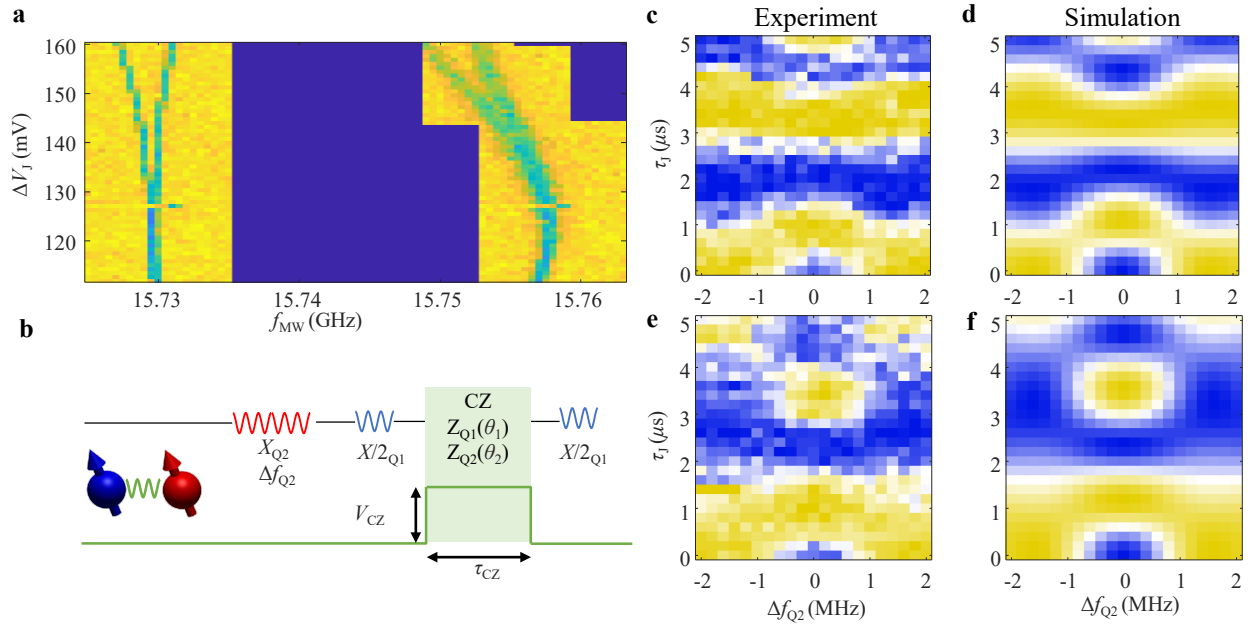
- [28] M. Veldhorst, R. Ruskov, C. H. Yang, J. C. C. Hwang, F. E. Hudson, M. E. Flatté, C. Tahan, K. M. Itoh, A. Morello, and A. S. Dzurak, *Phys. Rev. B* **92**, 201401 (2015).
- [29] K. Ono, D. Austing, Y. Tokura, and S. Tarucha, *Science* **297**, 1313 (2002).
- [30] L. Petit, J. M. Boter, H. G. J. Eenink, G. Droulers, M. L. V. Tagliaferri, R. Li, D. P. Franke, K. J. Singh, J. S. Clarke, R. N. Schouten, V. V. Dobrovitski, L. M. K. Vandersypen, and M. Veldhorst, *Physical Review Letters* **121**, 076801 (2018).
- [31] S. Shankar, A. M. Tyryshkin, J. He, and S. A. Lyon, *Phys. Rev. B* **82**, 195323 (2010).
- [32] K. Ono, T. Mori, and S. Moriyama, *Scientific Reports* **9**, 469 (2019).
- [33] A. M. Tyryshkin, S. A. Lyon, A. V. Astashkin, and A. M. Raitsimring, *Phys. Rev. B* **68**, 193207 (2003).
- [34] A. M. Tyryshkin, S. Tojo, J. J. Morton, H. Riemann, N. V. Abrosimov, P. Becker, H.-J. Pohl, T. Schenkel, M. L. Thewalt, K. M. Itoh, and S. Lyon, *Nature Materials* **11**, 143 (2012).
- [35] T. Struck, A. Hollmann, V. Langrock, T. Leonhardt, A. Schmidbauer, F. Schauer, C. Neumann, N. Abrosimov, D. Bougeard, and L. Schreiber, *Bulletin of the American Physical Society* (2019).
- [36] W. M. Witzel, M. S. Carroll, A. Morello, L. Cywiński, and S. D. Sarma, *Physical Review Letters* **105**, 187602 (2010).
- [37] A. West, B. Hensen, A. Jouan, T. Tanttu, C. H. Yang, A. Rossi, M. F. Gonzalez-Zalba, F. E. Hudson, A. Morello, D. J. Reilly, and A. S. Dzurak, *arXiv:1809.01864* (2018).
- [38] J. M. Hornibrook, J. I. Colless, I. D. Conway Lamb, S. J. Pauka, H. Lu, A. C. Gossard, J. D. Watson, G. C. Gardner, S. Fallahi, M. J. Manfra, and D. J. Reilly, *Phys. Rev. Applied* **3**, 024010 (2015).
- [39] C. Degenhardt, L. Geck, A. Kruth, P. Vliex, and S. van Waasen, in *Rebooting Computing (ICRC), 2017 IEEE International Conference on* (IEEE, 2017) pp. 1–4.



Extended Data Figure 1 | Magnetic field dependency of qubit properties. a, Spin relaxation time T_1 , b, Hahn Echo coherence time T_2^{Hahn} , and c, Ramsey coherence time T_2^* as a function of external magnetic field B_0 .



Extended Data Figure 2 | Qubit spectra in the (3,3) charge configuration region. EDSR spectra of Q1 and Q2 as a function of $\Delta V_G = V_{G1} - V_{G2}$, measured using adiabatic microwave pulses with a frequency span of 2 MHz. Dramatic changes in the parity readout signal happen at both the (2,4) and (4,2) electron charge transitions. The bending of Q2's spectrum suggests strong mixing with an excited state. Near the (4,2) region, both spectra split up equally due to the increase of J coupling.



Extended Data Figure 3 | CNOT operation via exchange gate pulsing. **a**, EDSR spectra of Q1 and Q2 as a function of applied J-gate voltage ΔV_J . At large ΔV_J , the resonance lines clearly split, demonstrating control over the J coupling. **b**, Pulse sequence of a CNOT-like two-qubit gate. **c,d** Measured and simulated parity readout (P_{ZZ}) after applying the pulse sequence in **b**, as a function of Δf_{Q2} and τ_J for $V_{CZ} = 30$ mV. Here, V_{G1} is also pulsed at 20 % of V_{CZ} to maintain a constant charge detuning. The CZ fidelity is > 90 %, confirmed by observing no significant decay over 4 CZ cycles. The simulated Hamiltonian uses $\sigma_{ZI} = 370$ kHz and $\sigma_{ZZ} = 89$ kHz. The good agreement with the experimental data validates the performance of the CNOT gate. **e,f**, Repeat of **c,d** with different $V_{CZ} = 32$ mV. The simulated Hamiltonian has $\sigma_{ZI} = 290$ kHz and $\sigma_{ZZ} = 135$ kHz. Small charge rearrangement in the device has happened between **c** and **e**.

Annexe F

«Algorithm for Automated Tuning of a Quantum Dot into the Single Electron Regime»

L'article qui suit présente la mise en place d'algorithmes de traitement de signaux et de reconnaissance d'image permettant d'identifier des transitions électroniques mesurées par détection de charge. L'algorithme résultant permet l'ajustement automatique de boîtes quantiques simples dans le régime à un électron.

Principalement le fruit des recherches de Maxime Lapointe-Major, plusieurs des intuitions ayant mené à l'algorithme final sont le fruit des connaissances acquises dans cette thèse quant à l'ajustement des paramètres de boîtes quantiques. Ce travail place également les premières pièces d'un effort collaboratif avec le groupe de recherche de Félix Camirand Lemyre pour l'automatisation de boîtes quantiques.

Algorithm for automated tuning of a quantum dot into the single-electron regime

M. Lapointe-Major,¹ O. Germain,² J. Camirand Lemyre,¹ D. Lachance-Quirion,¹ S. Rochette,¹ F. Camirand Lemyre,² and M. Pioro-Ladrière¹

¹*Institut quantique and Département de Physique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, J1K 2R1, Canada*

²*Département de Mathématiques, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, J1K 2R1, Canada*

(Dated: 27 November 2019)

We report an algorithm designed to perform computer-automated tuning of a single quantum dot with a charge sensor. The algorithm performs an adaptive measurement sequence of sub-sized stability diagrams until the single-electron regime is identified and reached. For each measurement, the signal processing module removes the physical background of the charge sensor to generate a binary image of charge transitions. Then, the image analysis module identifies the position and number of lines using two line detection schemes that are robust to noise and missing data.

Spin qubits in quantum dots are among the frontrunner architectures for the implementation of a small-scale quantum computer^{1,2} due to their high potential for scalability³⁻⁶. Indeed, progress towards devices with multiple quantum dots has recently been demonstrated^{7,8}. However, as the number of quantum dots increases, the brute-force approach of manually adjusting several gate voltages per quantum dot to reach the qubit regime has become impractical. To date, softwares have been developed to address this issue by automatizing tedious parts of this process for double dots using image analysis or machine learning tools to adjust the inter-dot tunnel coupling⁹, detect triple points in stability diagrams^{10,11} and perform state recognition^{12,13}.

In this paper, we report an algorithm designed to perform automated tuning of a single quantum dot tunnel-coupled to a reservoir of electrons using only charge sensing. This has been recognized as challenging for the following reasons: (i) tuning a single dot requires line detection, which proves to be less robust than the detection of triple points¹⁰; (ii) the number of transitions in a measurement is *a priori* unknown; (iii) the detection of transition lines with possible curvature and in the presence of noise and missing data points is computationally expensive¹⁴; (iv) the charge sensor couples to all charges at proximity, thus measuring several unwanted features giving rise to a physical background in the resulting signal.

Our algorithm achieves all this by performing an iterative sequence of measurements, analysis and state detection until the single-electron regime is reached (Fig. 1) and only requires the charge sensor to be pre-calibrated with minimal user inputs. Given a measurement, the signal processing module removes the physical background of the charge sensor to generate a map of detected charge transitions and the image analysis module reconstructs the transition lines from that map. The latter was implemented using two different approaches, namely a modified Hough transform¹⁵ and EDLines algorithm¹⁶, each of which have different advantages regarding computation time and detection of curved transitions. Finally, a sequence of measurements that allows the algorithm to reach the single-electron regime is introduced.

In our setup, a single quantum dot is tunnel-coupled to a

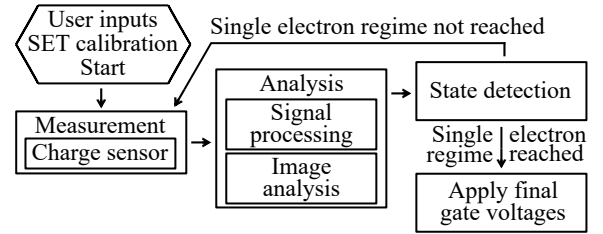


FIG. 1. Flow chart of the algorithm. A stability diagram is first measured by the charge sensor. This measurement goes through the signal processing module, which removes the physical background of the charge sensor and generates a binary image of the detected transitions. The image analysis module then identifies transition lines in that binary image. If the single-electron regime is reached, the algorithm sets gate voltages appropriately, and otherwise loops again in the measurement/analysis sequence.

reservoir of electrons in the split accumulation gate geometry identical to the device in Fig. 1 of Ref⁶. The quantum dot is capacitively coupled to a single electron transistor (SET), used for charge sensing. The current through the SET (I_{SET}) is measured with a 1 MHz bandwidth cryogenic amplifier¹⁷. In that setup, I_{SET} is monitored as a function of gate voltages (Fig. 2a) to detect transitions in the quantum dot electron occupancy. We model the current through the SET following equations (1a) and (1b).

$$I_{\text{SET}} = A(V_g) \sin[\Omega(V_g)] + B(V_g), \quad (1a)$$

$$\Omega(V_g) = \omega(V_g) \cdot V_g + \phi(N), \quad (1b)$$

The current contains a zero and low-frequency background term $B(V_g)$ and an oscillating term with a voltage-dependent amplitude $A(V_g)$ and argument $\Omega(V_g)$. In general, the frequency $\omega(V_g)$ can depend on the gate voltage, since the charging energy of the SET can vary over large ranges of gate voltage¹⁸. Here, this effect is mitigated by performing measurements over ranges such that this effect can be neglected, leading to $\omega(V_g) \approx \omega$. The term $\phi(N)$ models jumps that occur when an electron is added in the quantum dot. Because the

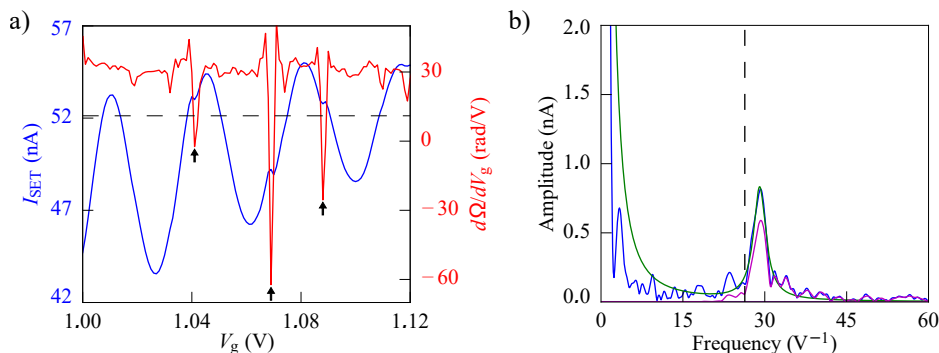


FIG. 2. **(a)** Typical I_{SET} trace (blue) and instantaneous frequency of the I_{SET} oscillations (red) as a function of gate voltage V_g . Arrows indicate detected transitions and the dashed line the threshold computed for this frequency distribution. **(b)** Fourier transform of the data shown in (a) (blue), Lorentzian fit (green) used to extract the cutoff frequency for the high-pass filter (vertical dashed line) and the Fourier transform of the filtered signal (purple).

transitions occur for specific voltages, $\Omega(V_g)$ can be rewritten as $\Omega(V_g) = \omega(\Delta N(V_g)) \cdot V_g$, where ΔN denotes transitions of N and ω is constant except at specific voltages where a charge transition occurs, for which ω becomes highly negative. For the purpose of charge detection, the only components of interest in I_{SET} are the transitions in the electron occupancy of the quantum dot, ΔN .

In the signal processing module, the goal is to identify gate voltages for which a charge transition ΔN occurs. This is achieved by removing all the other components in the signal. First, a fifth-order Butterworth high-pass filter¹⁹ is applied on the measured signal to remove the background term $B(V_g)$. The cutoff frequency for the filter is extracted by fitting a Lorentzian to the Fourier transform of the signal (Fig. 2b). Next, the instantaneous frequency of the oscillations is extracted using a Hilbert transform of the filtered signal (Fig. 2a). The instantaneous frequency shows negative jumps at gate voltages where a charge transition occurs. These jumps are identified by computing an adaptive threshold (T) taking into account the average ($\bar{\omega}$) and standard deviation (σ_ω) of the distribution of frequencies. Any point below the threshold is then identified as a charge transition. Using a severe threshold ($T > \bar{\omega} - 3.5\sigma_\omega$) yields several false-negative results while a loose threshold ($T < \bar{\omega} - 2\sigma_\omega$) yields several false-positive results. We find the image analysis module to perform best using $T = \bar{\omega} - 3\sigma_\omega$ for threshold.

Typical measurements used to identify charge transitions are two-dimensional stability diagrams where the voltage of a first gate (V_{g1}) is swept and the voltage of a second gate (V_{g2}) is stepped after every V_{g1} sweep (Fig. 3a). Two-dimensional measurements provide many advantages to the algorithm: (i) it improves robustness to noise when false-positive transitions are detected; (ii) it allows the algorithm to extrapolate information in regions where the charge sensor sensitivity is reduced and (iii) it provides information about the ratio of the lever arms of the two gates.

Even though the measured stability diagrams are two-dimensional, the signal processing procedure is kept one-dimensional to circumvent the detection of telegraphic noise as a transition line by the image analysis module. The result of the signal processing module applied on a large stability diagram is a binary map of detected transitions (Fig. 3b).

Compared to other existing solutions to remove the physical background from charge sensor measurements^{20,21}, this approach does not require additional hardware and only re-

quires post-measurement processing.

Following the signal processing module, the image analysis module is used to identify transition lines in a measurement. The main challenge of this step arises from the charge sensor not providing any way to label the detected transition points. This means the algorithm must identify (i) to which transition line each of the transition points belongs to, (ii) the number of transition lines in a given measurement and (iii) their position. Measured transitions must be detected amidst device and signal processing noise, missing data points and curvature of the transitions. This has led to two implementations for this module using either a modified Hough transform¹⁵ or EDLines¹⁶ for the efficient detection of curved lines or fast computation time respectively.

The modified Hough transform is implemented in a divide-and-conquer approach, where segments are recursively split into smaller, more manageable ones before being either discarded or reconstructed into charge transition lines. First, the algorithm generates clusters of points using a linkage algorithm. Each cluster is defined to be a distance of at least one pixel from its neighbouring clusters. For each of the clusters generated this way, a modified Hough transform is computed which estimates the best segment describing the cluster along with the covariance matrix as described in Ref.¹⁵. Here, a correction is applied to the covariance matrix to account for the width of the transition lines in the stability diagrams, which comes from the statistical nature of the tunnelling events and the tunnel coupling between the dot and the reservoir. Following Ref.²², clusters are recursively split to break down curved clusters into smaller pieces that can be appropriately approximated by a linear segment and transition lines are reconstructed based on collinearity and proximity of the endpoints criteria (Fig. 3c).

The second implementation uses the EDLines algorithm in a top-down approach. The EDLines algorithm identifies anchor points to generate segments with very few false-positives. Given the width of charge transitions, the EDLines algorithm detects several segments per transition. Doublons are discarded using the parallelism criteria in Ref.²². Segments are regrouped and identified as transition lines based on the same collinearity and proximity of the endpoints criteria used for the modified Hough transform.

Both implementations of the image analysis module are robust to missing data points (false-negatives) and noise (false-positives)^{15,16}. This has been verified on a number of stabil-

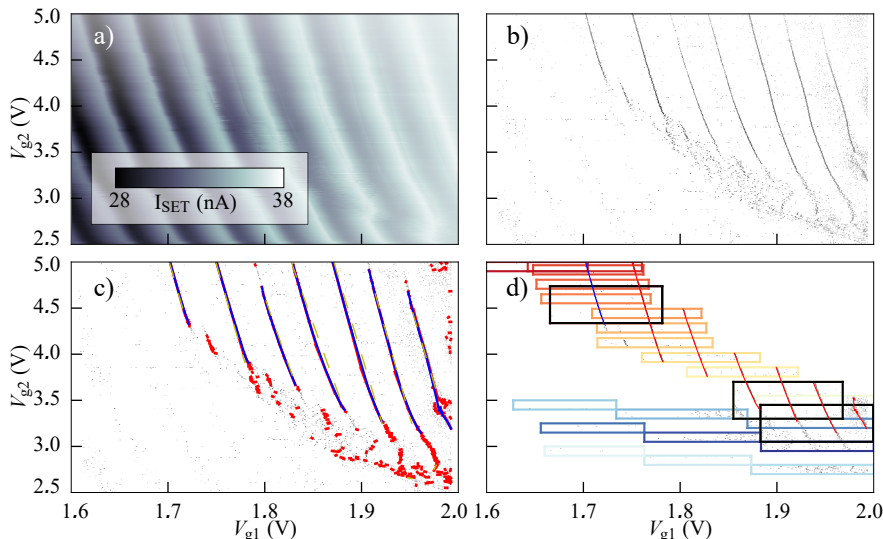


FIG. 3. **(a)** Experimentally measured stability diagram on a split accumulation gate quantum dot. V_{g1} is the dot gate with a 0.5 mV resolution (801 pixels) and V_{g2} is the reservoir gate with a 2.5 mV resolution (1001 pixels). **(b)** Binary image of the transition points detected by the signal processing module for the stability diagram shown in (a). **(c)** Transition lines detected by the image analysis module with the EDLines algorithm (yellow) or the modified Hough transform before (red) and after (blue) the line reconstruction protocol. **(d)** Measurement sequence used by the algorithm to reach the single-electron regime. The first sub-diagram sampled is in dark blue and the last in dark red. Larger sub-diagram sampled to confirm transitions are in black. Transition lines detected by the image analysis after the tuning process is completed are shown in red and the first charge transition is in blue.

ity diagrams acquired on two different devices and is pictured in Fig. 3c where line reconstruction succeeds despite noise surrounding the transitions. On these devices, false-positive and false-negative instances are always in sufficiently low occurrence to guarantee success of our algorithm. Missing data can occur for a variety of reasons: (i) due to a loss of sensitivity of the SET, which can be caused by the modulation of the tunnel barriers in the SET due to interface irregularities²³; (ii) it can be introduced by the signal processing module when using a severe threshold T or (iii) introduced by the measurement sequence (Fig. 3d). Typical sources of noise in stability diagrams are charge noise, current noise in the SET, telegraphic noise and false-positive transition points added by the signal processing module. The similar performances of the two algorithms in the presence of typical noise is explained by the fact that EDLines identifies very few false-positive transition lines by design¹⁶ while the line reconstruction of the modified Hough transform is very efficient at identifying and discarding them (red segments in Fig. 3c).

The modified Hough transform implementation is expected to be more efficient at detecting charge transitions with large curvature because of the initial construction of transition lines, which regroups all transition points into a cluster independent of the curve before splitting and reconstructing it in its divide-and-conquer scheme. These transitions with large curvature would not be detected by the EDLines algorithm due to its validation method¹⁶. This has been qualitatively observed in some experimental datasets. For the stability diagram in Fig. 3c, the image analysis requires 45 seconds to identify the blue transition lines using the modified Hough transform implementation and requires 1.5 seconds to identify the green dashed transition lines using the EDLines implementation on an Intel(R) Xeon(R) CPU E3-1245 v5 running at 3.50 GHz. This speed-up is consistent with results obtained on other experimental stability diagrams.

Following the flow chart of Fig. 1, a heuristic algorithm is now applied to find the last charge transition. The goal of the measurement sequence is to acquire enough information about the quantum dot to identify the single-electron regime

with the fewest measurements possible. This heuristic mimics a typical tuning protocol, where the dot is first formed and emptied until the last transition is found based on sub-sized stability diagrams measured using only the two accumulation gates (V_{g1} and V_{g2}). This is reasonable since these two gates offer full control over physical quantities meaningful to the algorithm in the split accumulation gate geometry⁶.

A sub-diagram is first measured in a suitable user-specified scan range. If no transition is detected, the algorithm performs diagonal series of measurements until a charge transition is detected. To verify the detected line truly belongs to a transition and is not an artifact of the signal processing or due to experimental noise, a larger sub-diagram is measured centered on the detected line. The program then follows the transition by increasing V_{g2} until it disappears due to broadening. Then, lower V_{g1} measurements are performed until the next transition is found. This is done recursively until no more transitions are found, meaning the quantum dot is empty. Finally, the program analyzes the ensemble of all completed measurements and identifies the first charge transition (Fig. 3d). A larger sub-diagram is then measured on this transition to confirm it and gate voltages are adjusted to add one electron back into the quantum dot. This measurement sequence was tested by sampling sub-diagrams from large experimental stability diagrams taken on two different devices.

The measurement sequence takes advantages of the robustness to missing data of the image analysis module by leaving blank spaces between measurements (Fig. 3d), which allows to reduce measurement time. Segments from different measurements are regrouped only at the end of the sequence. This reduces the computational cost as the image analysis module is called only once per measurement with one extra call for the sum of all measurements.

The scan range of each sub-diagram is limited by the signal processing module. The extraction of the cutoff frequency for the high-pass filter and the Hilbert transform both yield significantly better results when a full cycle of the SET background oscillations is acquired. Therefore, prior to the measurement of a sub-diagram, a preliminary sweep of V_{g1} is performed to

estimate the background frequency. The width of the stability diagram is then determined to include at least a full cycle of the oscillations. The height of the stability diagram is arbitrarily chosen to be 40 pixels, which yields a good enough transition length for the line reconstruction given a typical transition width, which is three or four pixels wide when using a gate voltage resolution of approximately 1 mV. The voltage resolution is user-specified and kept fixed through all measurements to avoid pixel connectivity issues that would arise due to changing pixel size and voltage grid.

In summary, we have developed an algorithm designed to tune a single quantum dot to the single-electron regime. We have shown a protocol to remove the physical background from charge sensor measurements that can loosen the requirements for additional hardware and feedback loops in SET-based charge detection. Furthermore, we have developed and compared two image analysis algorithms to identify charge transitions. While EDLines is at least ten times faster, the modified Hough transform approach is believed to present additional robustness to line curvature. We envision that combined with recently demonstrated identification of triple points^{10,11}, our algorithm will provide additional tools for automated initialization and control routines of quantum dots.

SUPPLEMENTARY MATERIAL

See supplementary material for pseudo-code summarizing key steps of the algorithm.

ACKNOWLEDGMENTS

We recognize helpful conversations with J. K. Gamble (Sandia National Laboratories) and C. Lupien about the computer-assisted visual approach. We acknowledge useful comments and discussions with G. Brookes, J. O. Simoneau and R. H. Foote. This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and the Canada Foundation for Innovation (CFI). This research was undertaken thanks in part to funding from the Canada First Research Excellence Fund.

All developed code and additional data are available upon

request to maxime.lapointe-major@usherbrooke.ca

- ¹D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- ²F. A. Zwanenbourg, A. S. Dzurak, A. Morello, M. Y. Simmons, L. C. L. Hollenberg, G. Klimeck, S. Rogge, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, Rev. Mod. Phys. **85**, 961 (2013).
- ³L. M. K. Vandersypen, H. Bluhm, J. S. Clarke, A. S. Dzurak, R. Ishihara, A. Morello, D. J. Reilly, L. R. Schreiber, and M. Veldhorst, npj Quantum Information **3**, 34 (2017).
- ⁴P. Harvey-Collard, N. T. Jacobson, M. Rudolph, J. Dominguez, G. A. Ten Eyck, J. R. Wendt, T. Pluym, J. K. Gamble, M. P. Lilly, M. Pioro-Ladrière, and M. S. Carroll, Nature Communications **8**, 1029 (2017).
- ⁵T. M. Lu, J. K. Gamble, R. P. Muller, E. Nielsen, D. Bethke, G. A. Ten Eyck, T. Pluym, J. R. Wendt, J. Dominguez, M. P. Lilly, M. S. Carroll, and M. C. Wanke, Applied Physics Letters **109**, 093102 (2016).
- ⁶S. Rochette, M. Rudolph, A.-M. Roy, M. J. Curry, G. A. T. Eyck, R. P. Manginell, J. R. Wendt, T. Pluym, S. M. Carr, D. R. Ward, M. P. Lilly, M. S. Carroll, and M. Pioro-Ladrière, Applied Physics Letters **114**, 083101 (2019).
- ⁷D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, E. Nielsen, and J. R. Petta, Phys. Rev. Applied **6**, 054013 (2016).
- ⁸A. R. Mills, D. M. Zajac, M. J. Gullans, F. J. Schupp, T. M. Hazard, and J. R. Petta, Nature Communications **10**, 1063 (2019).
- ⁹C. J. van Diepen, P. T. Eendebak, B. T. Buijtenorp, U. Mukhopadhyay, T. Fujita, C. Reichl, W. Wegscheider, and L. M. K. Vandersypen, Applied Physics Letters **113**, 033101 (2018).
- ¹⁰T. A. Baart, P. T. Eendebak, C. Reichl, W. Wegscheider, and L. M. K. Vandersypen, Applied Physics Letters **108**, 213104 (2016).
- ¹¹A. R. Mills, M. M. Feldman, C. Monical, P. J. Lewis, K. W. Larson, A. M. Mounce, and J. R. Petta, Applied Physics Letters **115**, 113501 (2019).
- ¹²S. S. Kalantre, J. P. Zwolak, S. Ragole, X. Wu, N. M. Zimmerman, M. D. Stewart, and J. M. Taylor, npj Quantum Information **5**, 6 (2019).
- ¹³J. P. Zwolak, T. McJunkin, S. S. Kalantre, J. P. Dodson, E. R. MacQuarrie, D. E. Savage, M. G. Lagally, S. N. Coppersmith, M. A. Eriksson, and J. M. Taylor, "Auto-tuning of double dot devices in situ with machine learning," (2019), arXiv:1909.08030 [quant-ph].
- ¹⁴V. Leavers, CVGIP: Image Understanding **58**, 250 (1993).
- ¹⁵L. A. Fernandes and M. M. Oliveira, Pattern Recognition **41**, 299 (2008).
- ¹⁶C. Akinlar and C. Topal, Pattern Recognition Letters **32**, 1633 (2011).
- ¹⁷M. J. Curry, M. Rudolph, T. D. England, A. M. Mounce, R. M. Jock, C. Oxtou-Bureau, P. Harvey-Collard, P. A. Sharma, J. M. Anderson, D. M. Campbell, J. R. Wendt, D. R. Ward, S. M. Carr, M. P. Lilly, and M. S. Carroll, arXiv:1901.04570 (2019).
- ¹⁸B. Meurer, D. Heitmann, and K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **68**, 1371 (1992).
- ¹⁹H. Zumbahlen, *Linear Circuit Design Handbook* (Newnes/Elsevier, 2008).
- ²⁰C. H. Yang, W. H. Lim, F. A. Zwanenbourg, and A. S. Dzurak, AIP Advances **1**, 042111 (2011).
- ²¹C. Barthel, M. Kjørgaard, J. Medford, M. Stopa, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. B **81**, 161308 (2010).
- ²²D. G. Lowe, Artificial Intelligence **31**, 355 (1987).
- ²³E. P. Nordberg, G. A. T. Eyck, H. L. Stalford, R. P. Muller, R. W. Young, K. Eng, L. A. Tracy, K. D. Childs, J. R. Wendt, R. K. Grubbs, J. Stevens, M. P. Lilly, M. A. Eriksson, and M. S. Carroll, Phys. Rev. B **80**, 115331 (2009).

Annexe G

«Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization»

L'article qui suit est le fruit d'une collaboration avec le Dr. Samuel Boutin et le groupe de physique théorique du Pr. Ion Garate. Le travail est issu de deux appels à projets à l'Institut Quantique pilotés conjointement avec Samuel Boutin. Dans le cadre de ce travail, un algorithme efficace permettant l'optimisation de textures magnétiques favorisant l'émergence des modes de Majorana dans les nanofils 1D est présenté. Ce travail permet d'explorer l'impact des textures magnétiques inhomogènes pour lesquelles l'intuition basée sur les modèles analytiques est difficile à appliquer. Par ailleurs, il est démontré que, contrairement aux croyances actuelles dans le domaine, les inhomogénéités peuvent être utilisées comme ressource afin d'augmenter la protection topologique des états de Majorana.

L'algorithme issu de ce travail est le fruit du labeur de l'équipe théorique, soit Samuel Boutin et Ion Garate, alors que l'intuition et les orientations générales présentées dans la version finale de l'article ont été mises en place conjointement.

Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization

Samuel Boutin,^{*} Julien Camirand Lemyre, and Ion Garate

Institut quantique et Département de Physique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada

(Dated: December 21, 2018)

Recent progress toward the fabrication of Majorana-based qubits has sparked the need for systematic approaches to optimize experimentally relevant parameters for the realization of robust Majorana bound states. Here, we introduce an efficient numerical method for the real-space optimization of tunable parameters, such as electrostatic potential profiles and magnetic field textures, in Majorana wires. Combining ideas from quantum control and quantum transport, our algorithm, applicable to any noninteracting tight-binding model, operates on a largely unexplored parameter space and opens new routes for Majorana bound states with enhanced robustness. Contrary to common belief, we find that spatial inhomogeneities of parameters can be a resource for the engineering of Majorana bound states.

I. INTRODUCTION

Majorana bound states (MBS) are spatially localized zero-energy modes that exhibit non-abelian exchange statistics. The recent discovery and characterization of MBS in solid-state devices has established their potential for future fault-tolerant quantum computers [1]. At present, the leading platform for the study of MBS is a strongly spin-orbit coupled semiconducting nanowire, proximity-coupled to a *s*-wave superconductor and placed in a uniform magnetic field [2–5]. Alternative proposals replacing spin-orbit interactions with spiral magnetic textures generated by adatoms [6, 7] or arrays of micromagnets [8] are also promising and have been partially realized in experiments [9].

In spite of the aforementioned advances, the current state of knowledge for the realization of MBS is restricted to a small region of parameter space, comprised mainly of translationally-invariant wires. Systems with nonuniform parameters, such as superconducting gaps, magnetic fields and electrostatic potential profiles, are not analytically tractable beyond a few limiting periodic cases [10–17], and the existing numerical studies [18–22] have not been exhaustive. Thus, it would be desirable to chart the vast space of tunable experimental parameters beyond the known subregions, not only to find out if inhomogeneities could be a resource for MBS experiments, but also to provide new insights for improving Majorana-based qubits [23–25].

In this work, we introduce an optimization algorithm that undertakes an efficient search in parameter space for maximally robust MBS which are compatible with experimental constraints. The central finding of our work is that the engineering of spatial inhomogeneities increases the parameter space region for robust MBS and significantly enhances the degeneracy of Majorana zero-modes.

Our optimization approach is inspired by the Gradient Ascent Pulse Engineering (GRAPE) algorithm [26] of quantum optimal control [27], which aims to find the best

pulse shapes in time domain to perform a task, such as implementing a logical gate or reaching a desired ground state [28]. We draw an analogy between GRAPE and the Recursive Green’s function (RGF) method of quantum transport [29], which allows to transfer the insights of the former from time domain to real-space domain. This analogy turns out to be key to implement the efficient optimization of parameters for the creation of robust MBS in inhomogeneous quantum wires.

II. REAL-SPACE ANALOG OF OPTIMAL CONTROL

In quantum optimal control theory, one considers a system with a Hamiltonian $H = H_0 + \sum_k f_k(t)\mathcal{H}_k$, where $f_k(t)$ are some experimentally controllable time-dependent parameters and $k = 1, \dots, p$ labels distinct control fields. The control problem can be stated as the maximization of a functional $\Phi[\{f_k(t)\}]$, known as a performance index, which defines the success in accomplishing a desired task. To make this optimization problem tractable, Khaneja *et al.* [26] discretized the control functions into piecewise-constant segments $f_k(t_j)$. The gradient of Φ with respect to $\{f_k(t_j)\}$ can then be efficiently calculated by keeping in memory intermediate results of forward-in-time and backward-in-time propagator products computed iteratively (see Appendix A for a more detailed introduction to GRAPE). This insight at the core of GRAPE leads to a polynomial speedup (in the number of time steps) of numerical calculations compared to a finite-difference gradient calculation

The piecewise constant approximation of time-domain functions in GRAPE is reminiscent of tight-binding models in condensed matter physics, where space is discretized into a lattice. Hence, it is natural to ask whether a real-space analog of GRAPE could be developed to optimize profiles of tunable static experimental parameters in one dimensional wires. In the following, we pursue this analogy for a wire with Hamiltonian

$$H = \sum_j \left(\psi_j^\dagger h_j \psi_j + \psi_{j+1}^\dagger u_j \psi_j + \psi_j^\dagger u_j^\dagger \psi_{j+1} \right), \quad (1)$$

^{*} Samuel.Boutin@USherbrooke.ca

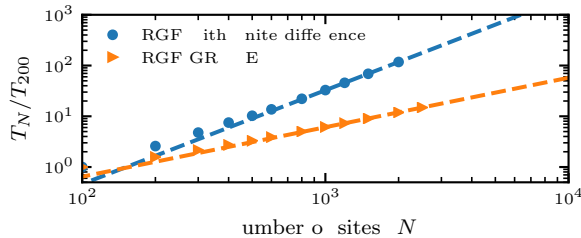


FIG. 1. Power-law fits to the average computation time T_N for the performance index (Eq. (6)) and its gradient in a Majorana wire with N sites. The RGF-GRAPE method (orange triangles, $T_N \propto N^{0.98}$) is polynomially faster than the finite-difference gradient approach (blue disks, $T_N \propto N^{1.85}$). See appendix C 3 for details.

where j is the site index. Each site contains M degrees of freedom (spin, particle-hole pseudospin, transverse channel index, etc). Accordingly, onsite terms h_j and hopping terms u_j are $M \times M$ matrices, while $\psi_j^{(\dagger)}$ are column (row) vectors of fermion annihilation (creation) operators. We subdivide the system into a superconducting scattering region of N sites ($j = 1, \dots, N$), coupled to normal metallic homogeneous leads on the left and on the right.

To connect with optimal control, we consider an onsite Hamiltonian $h_j = h_j^{(0)} + \sum_k f_{kj} \mathcal{H}_k$, where $h_j^{(0)}$ is fixed and $k = 1, \dots, p$ labels different tunable and spatially-varying parameters f_{kj} , such as the components of a magnetic field \mathbf{b}_j , an electrostatic potential V_j or a superconducting gap Δ_j . Our main goal is to perform an efficient numerical optimization of f_{kj} in quantum wires. For simplicity, we assume u_j to be fixed and uniform, but our method can be generalized to relax this assumption, e.g. to optimize an inhomogeneous spin-orbit coupling.

Similarly to the GRAPE algorithm, which iteratively constructs products of propagators to describe the system at each time step, local observables of a tight-binding lattice can be described in terms of propagators (Green’s functions) obtained iteratively from the system’s left and right boundaries. This conceptual connection becomes concrete in the RGF method [29], where the retarded Green’s function at site j and energy E is written as

$$G_j^{\text{ret}}(E) = [E - h_j - \Sigma_{j-1}^L - \Sigma_{j+1}^R]^{-1}. \quad (2)$$

Here, $\Sigma_{j\pm 1}^{L(R)}$ is the left (right) hybridization function representing the influence of sites to the left (right) of site j . These hybridization functions are obtained iteratively using the standard RGF recursion relations (cf. Appendix B).

The recursive formalism shares two major advantages of GRAPE, in that it allows for a speedup of calculations through the reuse of intermediate results and it enables analytical expressions for the derivatives of propagators. As a result, the complexity of calculating a Green’s function and its derivatives is reduced to $O(NM^3)$ (Fig. 1).

In contrast, a naive finite difference approach for calculating $\partial G_j^{\text{ret}} / \partial f_{kj'}$ for $j' = 1, \dots, N$ would incur a total computational cost of $O(N^2 M^3)$, which can rapidly become prohibitive with the length of the system.

III. MAJORANA WIRE OPTIMIZATION

A. Performance index definition

In order to optimize $\{f_{kj}\}$ for the realization of robust MBS, a performance index which is maximal for optimal spatial profiles is needed. A good index must have the following attributes: (i) it is smooth under variations of f_{kj} ; (ii) in the non-topological phase, the optimization process steers the system’s parameters towards a topological phase transition (via gap closing); (iii) in the topological phase, the optimization evolves towards maximizing the protection of the MBS (via gap opening). A simple performance index that meets the preceding criteria is

$$\Phi = -\Delta_L Q_L - \Delta_R Q_R, \quad (3)$$

where $\Delta_{L(R)} \geq 0$ is the local energy gap at the left (right) extremity of the scattering region and $Q_{L(R)}$ is the corresponding “topological visibility” [30]. For quantum wires belonging to symmetry class D [31], the latter varies continuously between ± 1 and its sign gives the \mathbb{Z}_2 topological invariant of the superconducting wire segment ($+/- 1$ in the trivial/topological phase).

To benefit from the computational efficiency of the RGF method and the analogy to GRAPE, we express Φ in terms of Green’s functions. On the one hand, $Q_{L(R)}$ is given by the determinant of the zero-energy reflection matrix at site $j = 0$ ($j = N + 1$) [32–34]. These matrices can be obtained (cf. Appendix C) from $G_0^{\text{ret}}(0)$ and $G_{N+1}^{\text{ret}}(0)$ via the Fisher-Lee relations [35–38]. On the other hand, $\Delta_{L(R)}$ can be extracted from the spectral functions. However, this requires evaluating $G_j^{\text{ret}}(E)$ for multiple energies, which is numerically costly and inefficient. Fortunately, for the purposes of optimization, the absolute value of the gap is not needed, but only a function that scales in the same way. Herein, we will construct an effective gap that is based solely on $G_j^{\text{ret}}(0)$.

To that end, we define the “center-of-mass” (CM) of the left (L) and right (R) zero-energy states (Fig. 2a),

$$\langle x_L \rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_L} \sum_{j=1}^{N/2} j \rho_j; \quad \langle x_R \rangle = \frac{1}{\mathcal{N}_R} \sum_{j=N/2}^N j \rho_j, \quad (4)$$

where $\rho_j \equiv -\text{Im} \{ \text{Tr} [G_j^{\text{ret}}(0)] \} / (2\pi)$ is the zero-energy local density of states, while $\mathcal{N}_L = \sum_{j=1}^{N/2} \rho_j$ and $\mathcal{N}_R = \sum_{j=N/2}^N \rho_j$ are the total “masses” of the L and R states. In a superconducting wire weakly coupled to normal leads, zero-energy states from the leads leak in the superconducting region leading to $\rho_j \neq 0$ in both the topological and trivial phase. Hence, the CM gives a smooth and

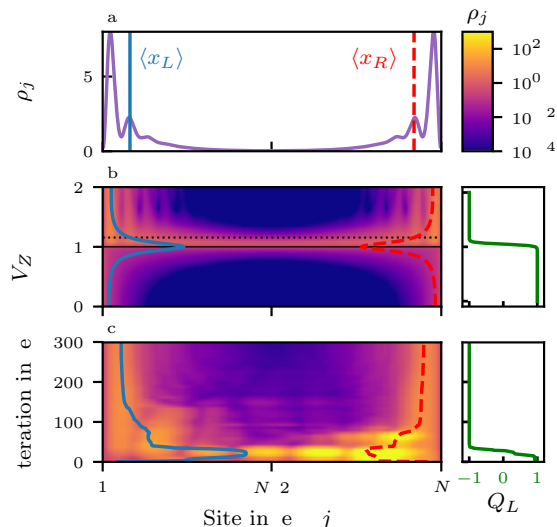


FIG. 2. (a) Zero-energy local density of states ρ_j and the corresponding “centers-of-mass” (CM) $\langle x_L \rangle$ and $\langle x_R \rangle$ (cf. Eq. (4)) in a homogeneous wire with superconducting gap Δ and Zeeman splitting V_Z . (b) Evolution of ρ_j , the two CM, and the topological visibility Q_L (green curve) as a function of V_Z . The black dotted line indicates the V_Z value used in panel (a). At the topological phase transition (solid black line), ρ_j is approximately uniform. (c) Evolution of ρ_j , the CM and Q_L with successive iterations of the RGF-GRAPE optimization algorithm.

quantitative measure of the localization of zero-energy states (Fig. 2b). Moreover, there is an inverse relation between the localization length of $E = 0$ states and the p -wave component of the superconducting gap [39]: the larger the latter is, the closer $\langle x_L \rangle$ and $\langle x_R \rangle$ get to 1 and N , respectively. With this in mind, we introduce the effective gaps

$$\tilde{\Delta}_L \equiv \frac{N/2}{\langle x_L \rangle - 1}; \quad \tilde{\Delta}_R \equiv \frac{N/2}{N - \langle x_R \rangle}, \quad (5)$$

which lead to a performance index

$$\tilde{\Phi} = -\tilde{\Delta}_L Q_L - \tilde{\Delta}_R Q_R. \quad (6)$$

The effective gaps $\tilde{\Delta}_{L(R)}$ correlate closely with the p -wave component of the superconducting gap. The optimization of $\tilde{\Phi}$ will accordingly converge towards maximally localized MBS, which is beneficial for the phase coherence of MBS-based qubits [25]. However, $\tilde{\Delta}_{L(R)}$ may be blind to localized non-topological subgap states that might appear at the extremities of the wire, insofar as these do not affect the localization length of the MBS. Though these subgap states can lead to a “soft” gap, their occupation does not flip the MBS-based qubit’s parity if the MBS are spatially well-separated [39, 40].

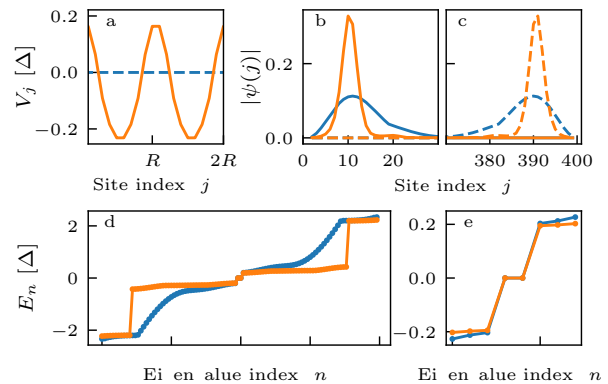


FIG. 3. Optimization of the electrostatic potential profile in a spin-orbit coupled superconducting wire with 400 sites and one subband. Blue (orange) curves are the results before (after) optimization. (a) Initial and final (optimized) gate potential textures. A period of $R = 10$ sites (lattice constant $a = 10$ nm) is enforced during the optimization. (b,c) MBS wave function amplitude. (d) Energy eigenvalues (E_n) of the isolated superconducting region. (e) Energy spectrum near zero-energy. See Appendix D for parameters.

B. Proof of concept of the optimization

Our optimization algorithm, which we name RGF-GRAPE, consists of the following steps: (i) propose an initial set of $\{f_{kj}\}$; (ii) compute $\tilde{\Phi}$ and $\partial\tilde{\Phi}/\partial f_{kj}$ adapting ideas from RGF and GRAPE (cf. Appendix C); (iii) update $\{f_{kj}\}$ via gradient ascent; (iv) repeat steps (ii) and (iii) until a maximum of $\tilde{\Phi}$ is attained. These steps are applicable to an arbitrary single-particle tight-binding model of nanowire. The occurrence of soft gaps can be reduced by running the algorithm with varying initial and optimization parameters and keeping the solution with the largest gap afterwards (cf. Appendices E and H).

To confirm that the algorithm is working properly, we consider a superconducting wire in the single channel regime without spin-orbit coupling placed under an inhomogeneous magnetic field. Starting from a topologically trivial initial state (a superposition of two spiraling fields of different periods), successive iterations of the optimization algorithm adjust the magnetic texture and drive the wire into the topological regime (Fig. 2c). The final magnetic texture, shown in Appendix F, resembles a perfect spiral in the bulk of the wire, but departs from it within a superconducting coherence length from the boundaries. At a small loss for the topological gap, the departure from a uniform spiral renders the MBS significantly more localized, which lead to a MBS energy splitting reduced by more than an order of magnitude. This finding demonstrates that boundary engineering, appropriately done, can improve the MBS characteristics. It also shows that in inhomogeneous wires, unlike in uniform ones, the zero-mode energy splitting can be suppressed without increasing the topological gap or the length of the wire.

C. Optimization of potential profiles

The electrostatic potential in realistic quantum wires is inevitably inhomogeneous and partially tunable by applying voltages on nearby gates. Recent studies [21, 41–43] have concluded that inhomogeneities result in non-topological localized states with near-zero energy. Other authors [14] have analyzed the impact of (quasi)periodic gate potentials in the topological phase diagram. Yet, there are no explicit results about the optimal spatial profile that would lead to more robust MBS.

In Fig. 3, we perform an optimization of the electrostatic potential profile. The precise relation between this potential and the gate voltage could be obtained by solving the Schrodinger-Poisson equation [44–47]. For simplicity, we constrain ourselves to smooth and periodic potentials along the wire axis. Non-periodic potentials are non-optimal in that they generically lead to soft gaps [21]. Smoothness can be achieved by imposing penalties in $\tilde{\Phi}$ against rapid potential variations (cf. Appendix E). Through successive iterations of the optimization algorithm, the potential profile evolves from a uniform initial state to a harmonic final state. Unexpectedly, harmonic modulations strongly enhance the MBS localization, while preserving the initial energy gap (albeit with a larger density of states at the gap edge). The increased localization reduces the MBS energy splitting by three orders of magnitude. Such improvement could be crucial for extending coherence times in Majorana-based qubits, whose dephasing times are expected to be limited by the zero-mode energy splittings [25]. This result appears to be a counterexample to the common belief that inhomogeneous potentials are harmful for MBS.

In view of the preceding result, one might question whether a spatially uniform superconducting gap is optimal or not. According to RGF-GRAPE, the answer turns out to be affirmative (not shown), this time in agreement with conventional wisdom [5, 48].

D. Optimization of magnetic textures

Inhomogeneous magnetic fields produced by arrays of micromagnets constitute a tunable resource for the emergence and manipulation of MBS [49]. On the one hand, spiral fields lead to an artificial spin-orbit coupling that can induce topological superconductivity in weakly spin-orbit coupled wires [8]. On the other hand, the combination of spiral and uniform magnetic fields can help attain MBS when neither of the fields alone would suffice [10]. However, once again little is known about the optimal magnetic texture conducive to more robust MBS. The RGF-GRAPE algorithm is well suited to explore this issue.

We consider a superconducting wire without intrinsic spin-orbit coupling, subjected to a uniform magnetic field \mathbf{B}_0 and a spiral-like magnetic field \mathbf{b}_j . We assume the amplitude of \mathbf{b}_j to be uniform and equal to b , while

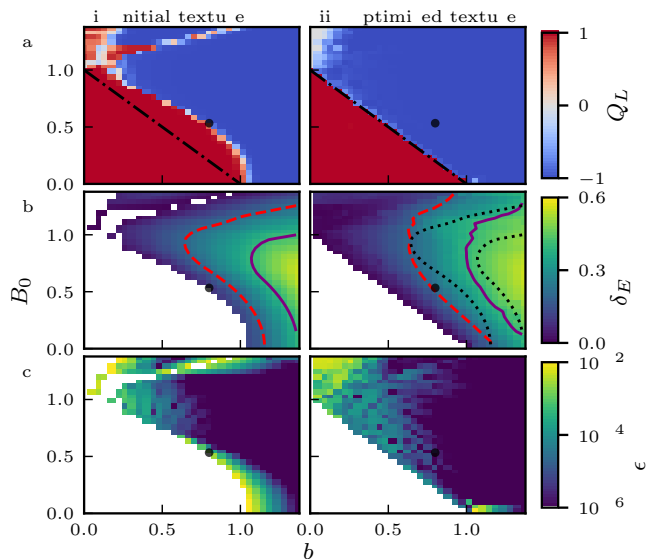


FIG. 4. Characteristics of Majorana wires with experimentally relevant parameters (cf. Appendix D) with (i) non-optimized magnetic texture (combination of uniform and spiral fields with period $R = N/16 = 25$) and (ii) optimized magnetic texture in the b - B_0 parameter space. For each point in parameter space, we take the outcome with the largest energy gap out of multiple optimizations with different optimization parameters (cf. Appendix E). The same optimized texture is used for all three rows. (a) Topological visibility Q_L (red: trivial phase, blue: topological phase). The black dot-dashed line indicates $B_0 + b = \Delta$, the expected minimal Zeeman energy to reach the topological phase. (b) Energy gap δ_E in the topological phase (white regions indicate the trivial phase). Dotted black curves are the contours drawn in the panel to the left. Dashed (solid) curves denote energy gaps of 100 (200) mK. (c) Majorana zero-mode energy splitting ϵ_M in the topological phase.

its site-dependent orientation is optimized using RGF-GRAPE. Figure 4 compares key attributes of Majorana wires between the case where \mathbf{b}_j is a perfect spiral (column (i)) and the case where \mathbf{b}_j , along with a uniform chemical potential, are optimized (column (ii)). From the topological visibility in panel (a), one can see that the optimization reaches the topological phase as long as $B_0 + b > \Delta$. In addition, the constant topological gap contours in panel (b) show that the optimization allows to increase the parameter space area where the gap is larger than experimentally relevant temperatures. It is likewise clear that, for a fixed b , adding a modest uniform field augments the topological gap. This result offers a path to circumventing the problem of small g-factors, which has impeded the experimental realization of MBS in wires with weak intrinsic spin-orbit coupling. Finally, from the zero-mode energy splitting in panel (c), it ensues that the optimization allows to greatly enhance the zero-mode degeneracy, in particular in the low B_0 region. These findings are useful for the realization of MBS using micromagnet arrays [8, 50], where b_j is limited to $\lesssim 1$ T.

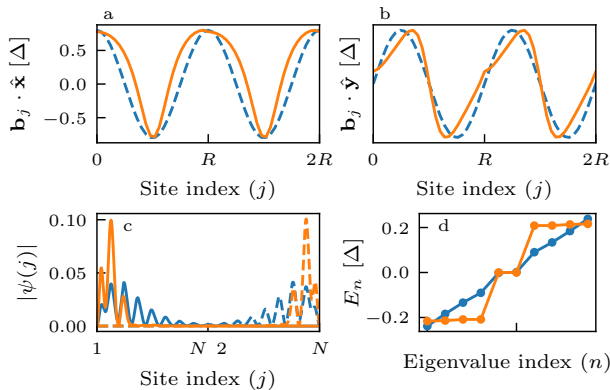


FIG. 5. Optimized magnetic textures for $B_0 = 0.53\Delta$ and $b = 0.8\Delta$ (black disks of Fig. 4). Blue (orange) curves correspond to initial (optimized) textures. (a,b) Components of the magnetic textures ($R = N/16 = 25$). (c) MBS wave function amplitude. (d) Energy spectrum near zero energy.

Figure 5 gives a more detailed account of the optimization for a fixed amplitude of B_0 and b (the black disks in Fig. 4). In this case, the optimized texture results in a large enhancement of the topological gap (from less than 50 mK to 100 mK) and a large reduction of the MBS' localization length that suppresses the MBS energy-splitting by more than two orders of magnitude. This finding suggests that small but judicious departures from simple textures can significantly improve the MBS attributes.

IV. CONCLUSION

We have introduced an efficient algorithm that optimizes real-space parameter profiles in superconducting quantum wires for the generation of robust Majorana bound states. The algorithm explores regions of parameter space where no intuitive (analytical) results are available and identifies new regimes for the emergence of MBS with strongly reduced energy splitting. Combined with realistic device simulations, our algorithm could provide detailed guidance for improved coherence in Majorana-based qubits. More generally, variations of the introduced RGF-GRAPE algorithm could be applied to characterize new topological phases in inhomogeneous low dimensional systems including photonic crystals where machine learning has recently been used for a similar purpose [51].

ACKNOWLEDGMENTS

This work was funded by the Canada First Research Excellence Fund and by the National Science and Engineering Research Council. Numerical calculations were done with computer resources from Calcul Québec and

Compute Canada. The authors benefited from fruitful discussions with P. Lopes, M. Pioro-Ladrière and S. Turcotte. The source code for this work is available at [52].

Appendix A: Gradient Ascent Pulse Engineering

This appendix is a short self-contained introduction to the GRAPE algorithm [26], with a focus on its computational complexity. The goal is to make explicit the analogy between the GRAPE algorithm, the RGF method, and the RGF-based optimization algorithm introduced in Sec. II.

For the sake of simplicity, we follow Ref. [53] and present the GRAPE algorithm for a specific optimal control problem: the optimization of a time-dependent Hamiltonian for the preparation of a target unitary transformation V in a time T . Given a time-dependent Hamiltonian

$$H(t) = H_0 + \sum_{k=1}^p f_k(t)\mathcal{H}_k, \quad (\text{A1})$$

this control problem can be stated as finding the p control functions $\{f_k(t)\}$ such that the propagator resulting from time-evolution, $U(T)$, realizes the target transformation V . One can quantify the success of a solution using the performance index $\Phi = \text{Tr}[V^\dagger U(T)]$, which is the inner product between the realized and the target propagators [54]. One can find a solution to the control problem by maximizing this performance index. While optimization algorithms, such as gradient descent, are commonplace and independent of the problem, the GRAPE algorithm uses knowledge of the structure of the propagator to calculate efficiently the gradient of Φ , which can then be used by an optimization algorithm.

In general, the propagator $U(T)$ is complicated to calculate, as it involves a time-ordered exponential. However, the problem can be greatly simplified by considering the functions $f_k(t)$ as piecewise constant functions [26]. In this reduced optimization space, the propagator is

$$U(T) = U_N U_{N-1} \cdots U_2 U_1, \quad (\text{A2})$$

where, for timestep t_j of duration $\Delta t = T/N$, the propagator of the locally time-independent Hamiltonian is

$$U_j = \exp \left\{ -i\Delta t \left[H_0 + \sum_{k=1}^p f_k(t_j)\mathcal{H}_k \right] \right\}. \quad (\text{A3})$$

By removing the time-ordering operator from the problem, the derivatives of the performance index with respect to the (now finite) set of control parameters $\{f_k(t_j)\}$ can be easily obtained using the linearity of the trace

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f_k(t_j)} = \text{Tr} \left[V^\dagger U_N \cdots U_{j+1} \frac{\partial U_j}{\partial f_k(t_j)} U_{j-1} \cdots U_1 \right] \quad (\text{A4})$$

$$= \text{Tr} \left[P_j^\dagger \frac{\partial U_j}{\partial f_k(t_j)} X_{j-1} \right], \quad (\text{A5})$$

where in the second line we have defined the forward-in-time string of propagators $X_j = U_j U_{j-1} \cdots U_1$ and the backward-in-time string of propagators $P_j = U_{j+1}^\dagger \cdots U_N^\dagger V$. These strings of propagators are at the origin of the computational advantage of the GRAPE algorithm over more naive finite-difference approaches. In brief, due to the recursive nature of these strings (e.g. $X_{j+1} = U_{j+1} X_j$ and $P_{j-1} = U_j^\dagger P_j$), the computational cost of computing the final strings X_N and P_1 is the same as computing all the strings if one simply keeps intermediate results in memory. Thus, for the computational cost of a single forward-in-time evolution (calculation of X_N) and a single backward-in-time evolution (calculation of P_1) one can compute the performance index and all of its derivatives.

For concreteness, we summarize the GRAPE algorithm indicating, where appropriate, the computational cost of the step in brackets:

1. Choose initial vector of parameters $\{f_k(t_j)\}$.
2. Calculate and store in memory all propagators U_j [N matrix exponentials].
3. Starting from $X_0 = \mathbb{1}$, calculate and store in memory all forward propagator strings [N matrix products].
4. Starting from $P_N = V$ calculate and store in memory all backward propagator strings [N matrix products].
5. Calculate gradient of Φ with respect to $\{f_k(t_j)\}$ [$2pN$ matrix products].
6. Use gradient to update the parameter vector and return to step 2.

Steps 2-5 are the core of the GRAPE algorithm, while step 1 and 6 are general steps of any gradient-based optimization algorithm. One can see that all steps are at most linear in N . If one does not keep intermediate results in memory and computes each derivatives independently (as is usually the case in a finite-difference calculation), the complexity is $O(N^2)$. Thus, at the cost of an increased usage of memory, the GRAPE algorithm allows a polynomial speedup (in the number of timesteps) over a finite-difference approach.

Appendix B: RGF-based optimization

In this appendix, we give more details about the real-space optimization algorithm (which we name RGF-GRAPE) based on the RGF method. After stating the useful recursive relations and their derivatives, we expand on its relation to the GRAPE algorithm and its computational complexity.

1. Recursive relations

Following the notation set in Eq. (1), we consider a 1D tight-binding Hamiltonian with onsite terms h_j and nearest-neighbor hopping terms u_j . We assume there are M local degrees of freedom per site. As stated in Eq. (2), the RGF method [29] allows to write the retarded Green's function of the system, projected onto site j , as a function of the hybridization function $\Sigma_{j\pm 1}^{L(R)}$ which describes the influence on site j of the sites to the left (right). These hybridization functions are defined as

$$\Sigma_j^L = u_j G_j^L u_j^\dagger; \quad \Sigma_j^R = u_{j-1}^\dagger G_j^R u_{j-1}, \quad (\text{B1})$$

where $G_j^{L(R)}$ is the projection on site j of the Green's function of the system formed by site j and all sites to its left (right). The exact expressions for these Green's functions are obtained iteratively by using the following recursion relations (see e.g. Refs. [38, 55] for reviews):

$$\begin{aligned} G_j^L &= (E - h_j - \Sigma_{j-1}^L)^{-1} \\ G_j^R &= (E - h_j - \Sigma_{j+1}^R)^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

The initial left (right) lead hybridization function $\Sigma_{0(N+1)}^{L(R)}$, starting the recursion relation, can be calculated using the translation invariance of the lead defined by the sites $j \leq 0$ ($j \geq N+1$). Indeed, the translation symmetry in the semi-infinite leads implies the relations $\Sigma_{j \leq 0}^L = \Sigma_0^L$ and $\Sigma_{j > N}^R = \Sigma_{N+1}^R$. In our numerics, these lead hybridization functions are calculated using the KWANT numerical package [56].

Before considering derivatives of Green's functions and their use for efficient optimization, it is worth noting that, by itself, the RGF method has many similarities to the GRAPE algorithm. Indeed, both methods keep in memory intermediary results of recursive relations relating propagators to reduce computational complexity. The steps of the RGF algorithm for computing all lattice Green's functions G_j^{ret} , including complexity in brackets, are:

1. Compute Σ_0^L and Σ_{N+1}^R [Independent of N : $O(M^3)$].
2. Starting from Σ_0^L compute and store in memory all Σ_j^L [N matrix inversions, $2N$ matrix products: $O(NM^3)$].
3. Starting from Σ_{N+1}^R compute and store in memory all Σ_j^R [N matrix inversions, $2N$ matrix products: $O(NM^3)$].
4. Calculate all G_j^{ret} [N matrix inversions: $O(NM^3)$].

Steps 2-4 of this algorithm are analog to steps 3-5 of the GRAPE algorithm stated in Sec. A, where the time-domain propagators have been replaced by real-space lattice Green's functions. To make even clearer the analogy between the RGF method and GRAPE, one can restate

the recursive relations of Eq. (B2) as a string of enlarged matrix products using properties of the so-called Möbius transformation [57].

Finally, from a computational complexity point-of-view, by keeping in memory all the hybridization functions Σ_j^L, Σ_j^R , one can compute with complexity $O(NM^3)$ all onsite lattice Green's functions. This is a polynomial speedup over a naive inversion of the full Hamiltonian, which is an $O(N^3M^3)$ calculation. Such a speedup is possible due the nearest-neighbor hopping structure of the problem, which leads to a block-tridiagonal matrix representation of the single-particle Hamiltonian.

2. Derivatives of the RGF expressions

Taking the onsite Hamiltonian to be $h_j = h_j^{(0)} + \lambda_j A$, with A some local operator [58], we now calculate the derivative of the lattice Green's function at site j with respect to a local parameter of a possibly different site λ_n . Using standard matrix algebra, this derivative is

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_n} G_j^{\text{ret}}(E) = G_j^{\text{ret}} \left[\delta_{n,j} A + \frac{\partial}{\partial \lambda_n} (\Sigma_{j-1}^L + \Sigma_{j+1}^R) \right] G_j^{\text{ret}}, \quad (\text{B3})$$

which can be expanded using the definition of the left and right hybridization functions. These derivatives are given by

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_j^L = u_j G_j^L \left[\delta_{n,j} A + \frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_{j-1}^L \right] G_j^L u_j^\dagger; \quad (\text{B4})$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_j^R = u_{j-1}^\dagger G_j^R \left[\delta_{n,j} A + \frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_{j+1}^R \right] G_j^R u_{j-1}. \quad (\text{B5})$$

In order to implement these expressions in a computer program, it is useful to rewrite them as

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_j^L &= \Theta(j-n) (u_j G_j^L) (u_{j-1} G_{j-1}^L) \cdots \\ &\times (u_n G_n^L) A (G_n^L u_n^\dagger) \cdots (G_{j-1}^L u_{j-1}^\dagger) (G_j^L u_j^\dagger), \end{aligned} \quad (\text{B6})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_j^R &= \Theta(n-j) (u_{j-1}^\dagger G_j^R) (u_j^\dagger G_{j+1}^R) \cdots \\ &\times (u_{n-1}^\dagger G_n^R) A (G_n^R u_{n-1}) \cdots (G_{j-1}^R u_{j-2}) (G_j^R u_{j-1}), \end{aligned} \quad (\text{B7})$$

where Θ is the Heaviside function with $\Theta(j \geq 0) = 1$. By analogy to the GRAPE algorithm, we now define strings of propagators, such that derivatives can be simply expressed as

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_j^L &= \Theta(j-n) X_{j,n}^L \frac{\partial h_n}{\partial \lambda_n} P_{j,n}^L; \\ \frac{\partial}{\partial \lambda_n} \Sigma_j^R &= \Theta(n-j) X_{j,n}^R \frac{\partial h_n}{\partial \lambda_n} P_{j,n}^R, \end{aligned} \quad (\text{B8})$$

where $\frac{\partial h_n}{\partial \lambda_n} = A$ and the Heaviside function is used to make explicit that, by definition, a left (right) hybridization function can not have a nonzero derivative with respect to a parameter to its right (left). The explicit definitions of the propagator strings in recursive form are

$$\begin{aligned} X_{j,n}^L &= (u_j G_j^L) (u_{j-1} G_{j-1}^L) \cdots (u_n G_n^L) \\ &= X_{j,n+1}^L (u_n G_n^L) \\ P_{j,n}^L &= (G_n^L u_n^\dagger) \cdots (G_{j-1}^L u_{j-1}^\dagger) (G_j^L u_j^\dagger) \\ &= (G_n^L u_n^\dagger) P_{j,n+1}^L \\ X_{j,n}^R &= (u_{j-1}^\dagger G_j^R) (u_j^\dagger G_{j+1}^R) \cdots (u_{n-1}^\dagger G_n^R) \\ &= X_{j,n-1}^R (u_{n-1}^\dagger G_n^R) \\ P_{j,n}^R &= (G_n^R u_{n-1}) \cdots (G_{j-1}^R u_{j-2}) (G_j^R u_{j-1}) \\ &= (G_n^R u_{n-1}) P_{j,n-1}^R. \end{aligned} \quad (\text{B9})$$

Similar recursive definitions can also be written for the j index.

3. RGF-based real-space optimization

Using the results of the previous subsections, one can now build an algorithm similar to GRAPE for the calculation of the derivative of lattice Green's functions with respect to the real-space profile of parameters. To make the analogy to GRAPE clearer, we first consider a performance index which depends only on a single Green's function. For example, when considering the Majorana wire optimization, this would be the case if close to the topological phase transition one considers directly the topological visibility as a performance index such that $\Phi = -\det(r) = -F[G_0^{\text{ret}}]$, with G_0^{ret} the Green's function projected on site 0, and F a function defined in App. C1.

The RGF-GRAPE optimization algorithm can be summarized in a way very similar to the GRAPE algorithm. As in the previous sections, we state the main steps of the algorithm and their respective computational complexity:

1. Choose initial vector of parameters $\{f_{k,j}\}$.
2. Calculate G_j^{ret} using the RGF method and storing all $G_j^{L(R)}$ in memory [$O(NM^3)$].
3. Starting from $X_{j,j}^L = u_j G_j^L$, calculate $X_{j,1}^L$ storing intermediate results in memory ($X_{j,j-1}^L, X_{j,j-2}^L, \dots$). Similarly compute the strings of propagators for $P_{j,n}^L, X_{j,n}^R$, and $P_{j,n}^R$. [Calculating all strings requires $4N$ matrix products: $O(NM^3)$].
4. Compute derivatives using Eqs. (B8) and (B3).
5. Use gradient to update the parameter vector and restart to step 2.

Comparing the GRAPE algorithm stated in App. A, one can see that the structure of the gradient calculation performed in steps 2-4 is very similar. This similarity extends to the computational complexity, such that the derivative of a lattice Green's function at a given site j (fixed) with respect to parameters on each site ($n = 1, \dots, N$) scales linearly with the number of sites in the scattering region. More precisely, it is the same as the RGF calculation: $O(NM^3)$. In the case of a finite-difference calculation, where one would perform the RGF calculation N times in order to vary each parameter to be optimized, the complexity would be $O(N^2M^3)$. Thus, by using the above algorithm, one obtains a polynomial speedup over finite differences.

If we now extend the above algorithm to a more general performance index, which requires the derivative of lattice Green's functions at all sites, the complexity becomes $O(N^2M^3)$ (i.e., the same as for finite-difference). This is a consequence of the fact that, in that most general case, we need to vary both indices of the propagator strings defined in Eq. (B9), which requires more matrix products. In the GRAPE analogy, this would be equivalent to having a performance index that depends on the propagator at multiple times.

Below, we consider in more detail the case of the LDOS-based performance index defined in Sec. III A for the study of Majorana wires. This index depends on multiple Green's functions belonging to different sites. Nevertheless, by exploiting the structure of the performance index, the computational complexity of the gradient calculation can be made linear in N .

Appendix C: Performance index implementation

In this appendix, we expand on the implementation of the LDOS-based performance index for Majorana wire optimization defined in Eq. (6). We first state the Fisher-Lee relations used to relate the calculation of the topological visibility to lattice Green's functions. Then, we discuss how to efficiently implement the gradient of the effective gaps defined in Eq. (5). Finally, we verify numerically the complexity of various gradient calculations.

1. Fisher-Lee relations and the topological visibility

The scattering matrix can be obtained from the Green's function using the Fisher-Lee relations generalized to account for the presence of a magnetic field [37]. Following the notation of Ref. [38], in the case of a scattering region of N sites (site index $j = 1, \dots, N$) connected to a lead to the left (L) at site 0 and to a lead to the right (R) at site $N + 1$, the matrix elements of the left reflection matrix r^L are given by

$$r_{mn}^L = \tilde{\phi}_{m,\text{out}}^{L\dagger} \Gamma_L [iG_0^{\text{ret}} \Gamma_L - \mathbb{1}] \tilde{\phi}_{n,\text{in}}^L, \quad (\text{C1})$$

with $\tilde{\phi}_{m,\alpha}^{(l)} = \phi_{m,\alpha}^{(l)} / \sqrt{\hbar v_{m,\alpha}}$ the current normalized wavefunctions of propagating modes m in lead l with mode velocity $v_{m,\alpha}$, and $\Gamma_L = i [\Sigma_0^L - (\Sigma_0^L)^\dagger]$ the skew-hermitian part of the surface self-energy of the first site of the left lead. A similar expression for r_{mn}^R can be obtained under the index changes $L \leftrightarrow R$ and $0 \leftrightarrow N + 1$. To lighten the notation, the energy dependence of $\phi_{m,\alpha}^L$, Γ_L and G_0^{ret} has been suppressed.

The calculation of the Majorana wire performance index as defined in both Eq. (3) and Eq. (6) requires the calculation of the zero-energy reflection matrices r^L and r^R . These matrices are necessary to calculate the topological visibility $Q_\alpha = \det r^\alpha$ ($\alpha = L, R$). For the numerical implementation of the gradient calculation, the derivative of the topological visibility is then computed using

$$\frac{\partial Q_\alpha}{\partial f_{k,n}} = Q_\alpha \text{Tr} \left[(r^\alpha)^{-1} \frac{\partial r^\alpha}{\partial f_{k,n}} \right], \quad (\text{C2})$$

which follows from Jacobi's formula. This expression can be related to the derivative of a Green's function using Eq. (C1) and noting that all lead quantities are independent of $f_{k,n}$. As this quantity depends on a single Green's function, the computational cost of the gradient of the topological visibility scales linearly with the length of the scattering region.

2. Majorana performance index derivatives

We now turn to the computation of the effective gaps defined in Eq. (5). As ρ_j , the zero-energy LDOS at site j , depends linearly on the retarded lattice Green's function G_j^{ret} , one can use the RGF method to compute the effective gap $\tilde{\Delta}_{L(R)}$ efficiently [complexity $O(NM^3)$]. Since these gaps depend on ρ_j on multiple sites, the computational complexity of the derivatives is *a priori* not obvious. Hence, we look in more detail at the calculation of the effective gap for the left-half of the system ($\tilde{\Delta}_L$). By symmetry, the complexity analysis will be equally valid for the right-half ($\tilde{\Delta}_R$).

The derivative of $\tilde{\Delta}_L$ with respect to some local on-site parameter λ_n is straightforward to calculate and given by

$$\frac{\partial \tilde{\Delta}_L}{\partial \lambda_n} = \frac{2\tilde{\Delta}_L^2}{N\mathcal{N}_L} \sum_{j=1}^{N/2} (\langle x_L \rangle - j) \frac{\partial \rho_j}{\partial \lambda_n}. \quad (\text{C3})$$

Using the definition of ρ_j (cf. below Eq. (4)), the preceding equation can be rewritten as a sum over derivatives of Green's function

$$\frac{\partial \tilde{\Delta}_L}{\partial \lambda_n} = \frac{\tilde{\Delta}_L^2}{N\pi\mathcal{N}_L} \text{Im} \left\{ \text{Tr} \left[\sum_{j=1}^{N/2} (j - \langle x_L \rangle) \frac{\partial G_j^{\text{ret}}}{\partial \lambda_n} \right] \right\}. \quad (\text{C4})$$

To lighten the notation and to make the analysis more general, we consider the efficient computation of the sum

$$S_n = \text{Tr} \left[\sum_{j=1}^N \gamma_j \frac{\partial G_j^{\text{ret}}}{\partial \lambda_n} \right], \quad (\text{C5})$$

where any other bounds on the values of j , such as in Eq. (C4), can be implemented through the definition of γ_j . Using Eq. (B3), the sum can be written as

$$S_n = \text{Tr} \left[\sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j G_j^{\text{ret}} \frac{\partial \Sigma_{j+1}^R}{\partial \lambda_n} G_j^{\text{ret}} \right] + \text{Tr} [\gamma_n G_n^{\text{ret}} A G_n^{\text{ret}}] \\ + \text{Tr} \left[\sum_{j=n+1}^N \gamma_j G_j^{\text{ret}} \frac{\partial \Sigma_{j-1}^L}{\partial \lambda_n} G_j^{\text{ret}} \right], \quad (\text{C6})$$

where the bounds of the sums follow from the Heaviside function in Eq. (B8). Considering each of these three terms separately, such that $S_n = S_n^R + S_n^0 + S_n^L$, and using the cyclic and linearity properties of the trace, one obtains

$$S_n^R = \text{Tr} [M_n^R A]; \quad (\text{C7})$$

$$S_n^0 = \text{Tr} [\gamma_n (G_n^{\text{ret}})^2 A]; \quad (\text{C8})$$

$$S_n^L = \text{Tr} [M_n^L A], \quad (\text{C9})$$

where, using Eq. (B8), we have defined the matrices

$$M_n^R = \sum_{j=1}^{n-1} P_{j+1,n}^R [\gamma_j (G_j^{\text{ret}})^2] X_{j+1,n}^R, \quad (\text{C10})$$

$$M_n^L = \sum_{j=n+1}^N P_{j-1,n}^L [\gamma_j (G_j^{\text{ret}})^2] X_{j-1,n}^L. \quad (\text{C11})$$

Finally, using the definitions of the propagator strings in Eq. (B9), one notes the recursive relations

$$M_{n-1}^L = G_{n-1}^L u_{n-1}^\dagger \left[M_n^L + \gamma_n (G_n^{\text{ret}})^2 \right] u_{n-1} G_{n-1}^L; \\ M_{n+1}^R = G_{n+1}^R u_n \left[M_n^R + \gamma_n (G_n^{\text{ret}})^2 \right] u_n^\dagger G_{n+1}^R, \quad (\text{C12})$$

with boundary conditions $M_N^L = 0$, and $M_1^R = 0$. Since each recursion step requires a constant small number of matrix operations, calculating all the matrices M_n^L and M_n^R , and thus the sum S_n for all n , will have a computational complexity of $O(NM^3)$. This is again a polynomial speedup over the $O(N^2M^3)$ complexity that would be expected from a direct calculation of Eq. (C4) independently for each value of the index n . Since the essential element allowing this polynomial speedup is the cyclic property of the trace, this result is valid for any sum over the LDOS at different sites. Going back to the analogy with the GRAPE algorithm, our result for a space integral has the same structure as the efficient calculation of a performance index that includes a time integral [59].

3. Performance of implementations

To conclude this section, we supplement the previous algorithmic complexity analysis with a numerical comparison of different algorithms. As a performance benchmark we define T_N , the average time used to compute the performance index and its gradient using a single core of a standard desktop computer. To this end, we have optimized a fixed amplitude magnetic texture in a wire without intrinsic spin-orbit coupling, using different implementations of the performance index and its gradient. The texture amplitude along the z -axis is fixed such that the size of the optimization problem considered is N . The average computation time has been obtained by dividing the total simulation time by the number of performance index evaluations carried out (~ 200). The optimization is driven by an implementation of the Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) algorithm, where the performance index and its gradient are always computed together [60].

Since different methods can be implemented more or less efficiently, depending on computational details such as the programming language, one should not focus much on the absolute values of T_N , but mainly on its scaling with N , the number of sites in the scattering region. To this end, one can consider this scaling quantitatively using a power-law fit to the numerical data such that

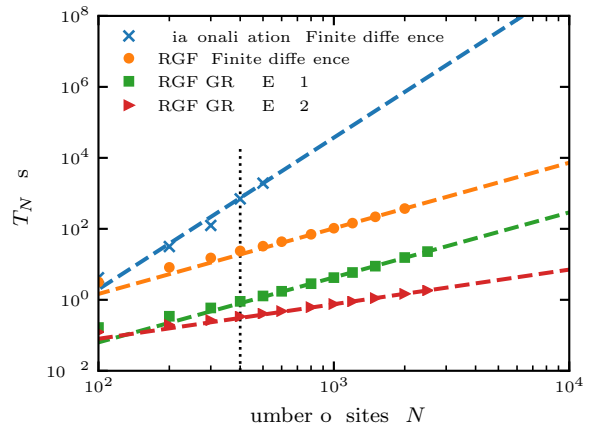


FIG. 6. Average duration T_N (in seconds) for the calculation of the performance index and its gradient, as a function of the length of the Majorana wire. The performance index is calculated using either the topological minigap (blue crosses) or the effective p -wave gap. The latter is evaluated in three different ways: (i) using the finite difference gradient (orange disks); (ii) using Eq. (C4) independently for each site index (green squares); (iii) using the recursive relation from Eq. (C12) (red triangles). The last method is clearly the most efficient. Dashed lines are power-law fits to the numerical data (see text). The dotted black vertical line indicates $N = 400$, used in most of our calculations. The numerical parameters in the simulations are $\Delta = 0.0225t$, $b = 4\Delta/3$, $\mathbf{B}_0 = 0$ (see Appendix D for more details on the model Hamiltonian).

$T_N \propto N^\xi$. The exponent ξ should then be compared to the expected complexity [61].

Figure 6 compares T_N for 4 algorithms and performance indices as a function of N . For each method, the dashed curve is the result of a power-law fit. The blue crosses are computing times for the optimization of the Majorana performance index $\Phi' = -\delta_E Q_L$ (used in Appendix G), where the minigap δ_E is obtained through diagonalization of the isolated superconducting region Hamiltonian and the gradient is computed using finite difference [62]. The three other datasets are computing times for the effective performance index, Eq. (6), where we use the RGF method to compute the performance index. Three different methods were used to compute the gradient of the performance index : (i) finite difference (orange disks), (ii) Eq. (C4) independently for each site index (green squares, labeled RGF-GRAPE v1), and (iii) the recursive relations of Eq. (C12) (red triangles, labeled RGF-GRAPE v2). These three gradient calculation methods lead to the same gradient up to numerical precision.

We now turn to the fit results. In the case of the diagonalization, we extract the exponent $\xi \approx 4.27$, which is close to the expected complexity $O(N^4)$ [63]. For the RGF-based calculations, all obtained exponents are below 2 (respectively $\xi \approx 1.85, 1.83$, and 0.98), showing that, independent of the details of the implementation of the gradient there is a clear advantage from the computational point-of-view to consider the effective gap instead of the minigap. In addition, these exponents are in agreement with the complexity analysis of Sec. B3, which stated that the calculation of the gradient of a sum over N sites should be at worst $O(N^2)$. Finally, we note that the use of the recursion relations of Eq. (C12) allows to reach a linear complexity, which is a polynomial speedup over finite difference.

Finally, to put these results into perspective, one can also look at the actual computation times for the different methods. As an example, for $N = 400$ (dotted black vertical line) the calculation times of the performance index and its gradient are $T_N = 0.34, 0.91, 23$, and 700 s. Although one should use caution when interpreting such results, since absolute timings are implementation-dependent, these numbers help to put in perspective the concrete advantage of reducing the complexity of the gradient calculation. Indeed, in the context of an optimization algorithm, which requires to repeat this calculation hundreds if not thousands of times, a speedup of the gradient calculation allows, for a fixed computation time, to consider either more realistic wire models, or more sophisticated optimization algorithms that get closer to a global maximum.

Appendix D: Nanowire model and parameters

Following the notation of Eq. (1), we consider in our calculations a noninteracting tight-binding model for a

unidimensional wire (single subband) with a superconducting scattering region of N sites ($j = 1, \dots, N$) coupled to semi-infinite metallic leads (sites $j = 0, -1, \dots$ for the left lead and sites $j = N + 1, N + 2, \dots$ for the right lead). In this case, the number of local degrees of freedom is $M = 4$, and the spinors are taken in a Bogoliubov-de Gennes basis such that

$$\psi_j^\dagger = \left(c_{j,\uparrow}^\dagger, c_{j,\downarrow}^\dagger, -c_{j,\downarrow}, c_{j,\uparrow} \right), \quad (\text{D1})$$

with $c_{j,\sigma}^{(\dagger)}$, an operator annihilating (creating) a fermion at site j with spin σ . Denoting τ_α (σ_α) the Pauli matrices acting on the particle-hole (spin) sectors, the structure of the hopping matrices is

$$u_j = -t\tau_z - i\alpha\sigma_y\tau_z, \quad (\text{D2})$$

where $t = \hbar^2/2m^*a^2$ is the hopping amplitude with m^* the effective mass and a the lattice constant, and α is the spin-orbit coupling amplitude. The onsite Hamiltonian reads

$$h_j = (2t - \mu_j)\tau_z + (\mathbf{B}_0 + \mathbf{b}_j) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \Delta_j\tau_x, \quad (\text{D3})$$

where μ_j is the effective local potential including both the local electrostatic gate voltage and the chemical potential, Δ_j is the local proximity-induced superconducting gap, \mathbf{B}_0 is a uniform magnetic field, and \mathbf{b}_j is a possibly non-uniform local magnetic field. All prefactors relating the magnetic field to the Zeeman energy, including the g -factor, are absorbed in the definitions of \mathbf{B}_0 and \mathbf{b}_j .

Unless otherwise stated, in all numerics, we consider approximate parameters for a semiconductor with negligible intrinsic spin-orbit coupling ($\alpha = 0$) [64]. We take a lattice constant $a = 10$ nm ($N = 200$ then corresponds to a $2 \mu\text{m}$ long nanowire) and an effective mass $m^* = 0.2 m_e$, where m_e is the bare electron mass. Those parameters lead to a hopping amplitude $t = 1.9$ meV. Based on the experimentally observed proximity-induced superconductivity in a GaAs two-dimensional electron gas [65], we take $\Delta = 0.0225t$ ($43 \mu\text{eV}$). For a g -factor of 2, $|\mathbf{B}_0 + \mathbf{b}| = 4\Delta/3 \approx 0.03t$ corresponds to a magnetic field of 1 Tesla. In addition, we consider uniform metallic leads ($\Delta = 0$), with a large density of states ($\mu = 1.9t$) and strongly coupled to the superconducting region (no barrier at the interface). The same values of t , α and \mathbf{B}_0 are used in both the leads and the superconducting scattering region. The strong coupling to the leads was found to ensure a good convergence of the optimization algorithm. However, as illustrated by the results of diagonalization shown in the main text (see e.g. Fig 5(d)), which correspond to the regime of isolated wires, the final results appear to be robust with respect to the details of the lead couplings and parameters. Finally, to improve the numerical stability of recursive calculations, the zero-energy Green's functions are calculated at a small but finite imaginary energy $E/t = 10^{-6} i$.

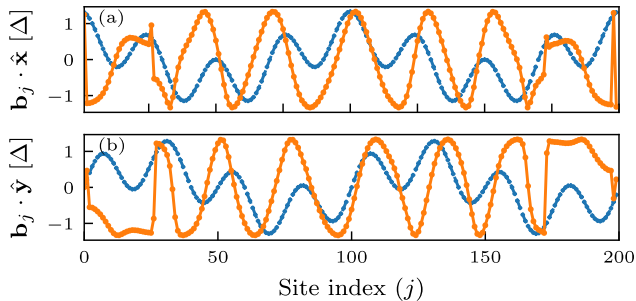


FIG. 7. (a) the x - and (b) the y -components of the initial (dashed blue) and the optimized (solid orange) magnetic textures without penalties for smoothness.

Appendix E: Regularization and parameter scaling

In order to favor smooth spatial profiles, penalty functions can be added to the performance index. We refer the reader to Ref. [66] and references therein for example penalties used in time-domain optimizations. In the case of a scalar quantity such as the electrostatic gate voltage, we add a penalty function

$$\Phi_\mu = -\beta_\mu \sum_{j=1}^{N-1} (\mu_j - \mu_{j+1})^2, \quad (\text{E1})$$

where $\beta_\mu > 0$ is a parameter that weights the cost of spatial variations in the gate voltage. A large weight will favor a flat voltage profile independently of the problem.

This type of penalty can be generalized to a vector profile. In the case of the fixed amplitude magnetic texture, we use the penalty

$$\Phi_b = \beta_b \sum_{j=1}^{N-1} \left[\hat{\mathbf{b}}_j \cdot \hat{\mathbf{b}}_{j+1} - 1 \right], \quad (\text{E2})$$

where $\hat{\mathbf{b}}_j = \mathbf{b}_j / |\mathbf{b}_j|$ is a unit vector and $\beta_b > 0$ is again a weight factor for the penalty. This penalty will favor a smooth and uniform magnetic texture, which should be more easily realizable experimentally.

In the case of an optimization involving parameters with different units or scales, it can be useful to introduce a scaling parameter w in order to control the relative weight of the different types of parameters in the gradient descent. In particular, in the case of Fig. 4 where the orientation of a fixed amplitude magnetic texture and a uniform chemical potential are optimized, a parameter w_μ is introduced in order to reduce the relative weight of the chemical potential in the optimization. This was found to reduce the risk of the optimizer (BFGS) declaring convergence too quickly following a large reduction of the gradient of the performance index with respect to only the chemical potential, without much change in the magnetic texture.

The optimal value of the heuristic parameters β and w depends on the details of the problem. Since these

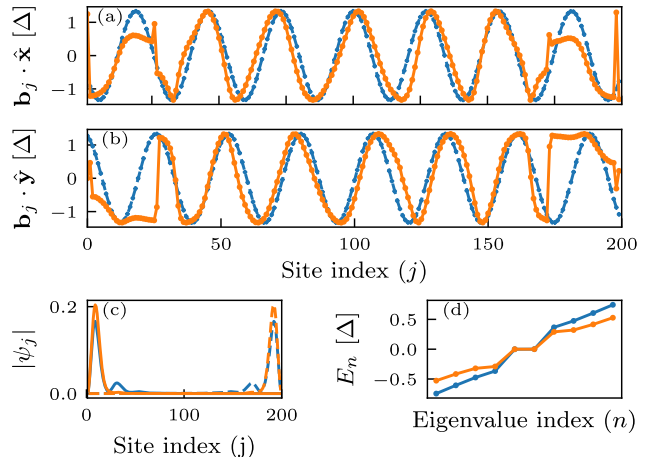


FIG. 8. (a) the x - and (b) the y -components for the optimized (solid orange) magnetic textures. Dashed blue curves are a spiral texture obtained by a harmonic fit to the x -component of the optimized texture. (c) Wavefunction amplitude for the left and right MBS (solid and dashed curves, respectively). (d) Spectrum of the isolated superconducting scattering region close to zero energy. For all panels, the orange curves are results for the optimized texture, while the blue curves are results for a perfect spiral texture fitted to the optimized texture.

are not known, it is useful to perform the optimization for a few different values. In particular, the results of Fig. 4 are obtained by considering the solution with the largest minigap δ_E out of 8 optimizations. These 8 runs of the algorithm, all starting from the same initial spiral magnetic texture, differed by the choice of the optimization parameters β_b and w_μ which were taken to be the possible combinations of $w_\mu \in \{10^{-2}, 10^{-4}\}$ and $\beta_b \in \{0.01, 0.1, 0.5, 1\}$. Due to the variation of the problem landscape and the performance index amplitude, different parameters performed better in some regions of the (B_0, b) parameter space than others. These values were found sufficient to obtain improved MBS characteristics compared to the initial configuration in all region of parameter space.

Appendix F: Proof of principle for the optimization algorithm and the role of boundaries

In this appendix, we expand on the optimization results presented as a proof of concept in Fig. 2c. For this optimization, we consider a superconducting nanowire with $N = 200$ sites, with neither intrinsic spin-orbit interaction ($\alpha = 0$) nor external magnetic field ($\mathbf{B}_0 = 0$). We optimize both the local amplitude and orientation of a magnetic texture (with the constraints $b_j \leq 0.03t = 4\Delta/3$ and $\mathbf{b}_j \cdot \hat{\mathbf{z}} = 0$). No penalties for smoothness are added ($\beta_b = 0$). In addition, we optimize the chemical potential in the superconducting region (though we

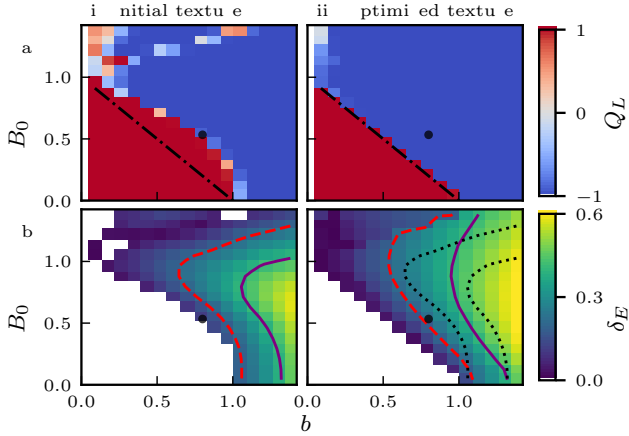


FIG. 9. (a,b) Topological visibility in a nanowire without spin-orbit coupling. (a) Initial spiral magnetic texture. (b) Magnetic textures optimized using Eq. (G1). (c,d) Energy minigap δ_E . (c) Initial spiral magnetic texture. (d) Optimized magnetic texture. Purple dashed (solid green) curves denote minigaps $\delta_E = 100(200)$ mK. Dotted black contours are a copy of the contours for the initial spiral texture (panel to the left). The dot-dashed black line indicates $B_0 + b = \Delta$, the expected minimal Zeeman energy to reach the topological phase.

restrict ourselves to a spatially uniform chemical potential).

Figure 7 compares the initial magnetic texture to the optimized result. Starting from an initial texture consisting of a sum of two spirals of different periods, the optimization converges to a solution which is spiral-like in the bulk (panels a and b), with a uniform amplitude $b_j = 4\Delta/3$ (the maximal value allowed by the imposed constraints). As shown in Fig. 2c, the system is initially in the trivial phase and the optimization drives the parameters through a topological phase transition. It is worth noting that the optimization naturally finds a smooth solution in the bulk even though no penalties were used in this optimization. By introducing such a penalty, discontinuities near the boundary can be reduced (not shown).

In order to better understand the role of the boundaries of the optimized texture, we fit the x -component of the optimized magnetic texture to an harmonic function $\mathbf{b}_j \cdot \hat{\mathbf{x}} = A \cos(2\pi j/R + \phi)$ (with fit parameters A , R and ϕ). Fig. 8 compares the optimized texture to a spiral texture built from the fit result. One can see that, while the spiral texture has a larger minigap (0.37Δ compared to 0.29Δ), the MBS in the case of the optimized texture is more localized. This smaller localization length leads to a reduced overlap of the Majorana wavefunctions and thus to a reduced zero-mode splitting from $\epsilon_M = 1 \times 10^{-3}$ to $\epsilon_M = 2 \times 10^{-5}$.

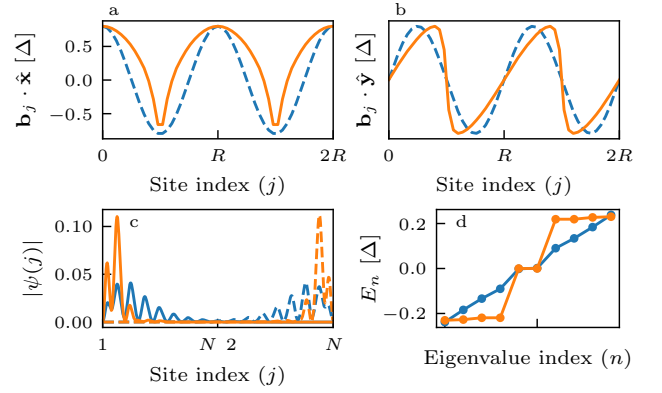


FIG. 10. Non-optimized (spiral, dashed blue) and optimized (solid orange) curves for (a) the x - and (b) the y -components of the magnetic texture. Optimization was performed for a fixed amplitude texture $|\mathbf{b}_j| = 0.018t = 4\Delta/5$ and a uniform magnetic field $\mathbf{B}_0/t = 0.012 \hat{\mathbf{x}}$ (black dot in Fig. 9). (c) Solid (dashed) curves indicate the left (right) MBS' wavefunctions. For all panels, blue curves are the results for the initial spiral texture, while the orange curves are the results for the optimized texture. (d) Spectrum of the isolated superconducting scattering region close to zero energy.

Appendix G: Maximizing the topological minigap

As a complement to the results of Sec. III D, we consider the same magnetic texture optimization, but using the performance index

$$\Phi' = -\delta_E Q_L, \quad (\text{G1})$$

where δ_E is the minigap obtained by diagonalization of the single-particle Hamiltonian [67].

Figure 9 presents optimization results for a grid of points in the (B_0, b) parameter space. Panel (a) compares the topological visibility for an initial spiral texture (column (i)) to an optimized texture (column (ii)). As for Fig. 4, where the more numerically efficient performance index $\tilde{\Phi}$ is optimized, the area of the topological (blue) region of parameter space increases for the optimized texture. For both performance indices, the optimization leads to the topological phase almost independently of the position in parameter space, as long as the total Zeeman energy $B_0 + b$ is larger than the superconducting gap Δ . Panel (b) presents the minigap δ_E in the topological phase. Similarly to the optimization of $\tilde{\Phi}$ in Fig 4, the direct optimization of the minigap leads to constant gap contours enclosing a larger area of parameter space for the topological phase.

Finally, we compare the optimization results for a point in parameter space (corresponding to the black disks in Fig. 9). Figure 10(a,b) shows the components of the optimized magnetic texture for two periods (solid orange curve) and compares them to the initial spiral texture (dashed blue curve). Figure 10(c,d) displays both the MBS' wavefunction (panel c) and the spectrum for the

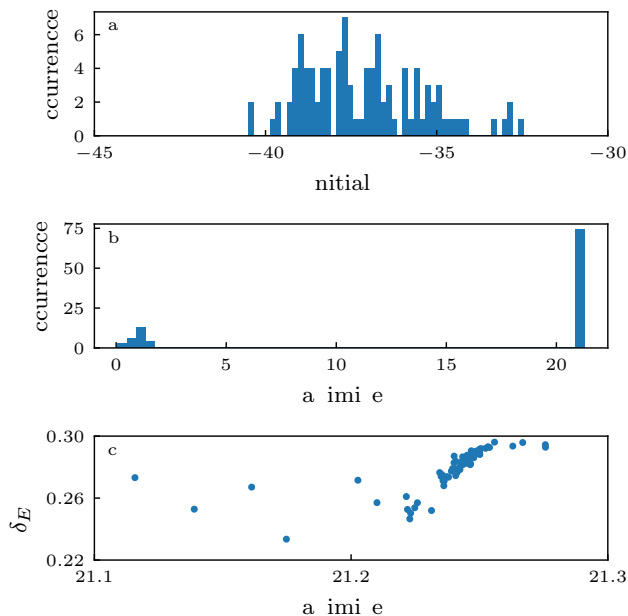


FIG. 11. Statistics of convergence of the RGF-GRAPE algorithm for the optimization of a fixed amplitude magnetic texture starting from 100 different random texture realizations (see text). (a) Distribution of the initial value of the performance index. (b) Distribution of the final value of the performance index after running the BFGS optimization algorithm until convergence. (c) Scatter plot of the bulk gap (obtained through diagonalization) as a function of the final (maximized) value of the performance index. A uniform chemical potential in the wire is also optimized (initial value $\mu = 10^{-3}t$, $w_\mu = 10^{-3}$). The numerical parameters in the simulations are $N = 200$, $b = 4\Delta/3$, $\Delta = 0.0225t$, $B_0 = \alpha = \beta_b = 0$.

superconducting region decoupled from the leads (panel d). The optimization leads to both an increased minigap and enhanced energy degeneracy between the left and right MBS. These optimization results are equivalent to the results obtained by the optimization of $\tilde{\Phi}$ presented

in Fig. 5. Hence, similar results to the numerically costly exact optimization of the topological minigap can be obtained using the LDOS-based effective performance index $\tilde{\Phi}$ presented in Sec. III.

Appendix H: Convergence statistics

In this appendix, we present additional data related to the convergence of the RGF-GRAPE algorithm and the bulk gap of the optimization results. To this end, we performed 100 optimizations each starting from a different realization of a fixed-amplitude random magnetic texture. In each realization, the magnetic field at site j is $\mathbf{b}_j(\theta_j, \phi_j) = b(\sin \theta_j \cos \phi_j \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta_j \sin \phi_j \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta_j \hat{\mathbf{z}})$, where ϕ_j and θ_j are uncorrelated random variables taken from a uniform distribution of width 2π respectively centered around 0 and $\pi/2$.

Figure 11(a) presents the distribution of the initial value of the performance index. The negative values indicate that all initial textures are in the trivial phase. Panel (b) shows the distribution of the final performance index after performing an optimization using the BFGS algorithm where the gradient of $\tilde{\Phi}$ was calculated at each iteration using RGF-GRAPE. For 26 occurrences the optimization converged to a solution near the topological phase transition ($|\tilde{\Phi}| < 2$), where the performance index value is dominated by the topological visibility. In the remaining 74 cases the optimization converged deep in the topological phase. For these occurrences, panel (c) shows a scatter plot of the resulting bulk gap where we can see a relation between the value of the performance index and the bulk gap. For the 26 cases with $|\tilde{\Phi}| < 2$, the failure to find solutions deep in the topological phase might be explained by the presence of local minima in the high-dimensional optimization space. This standard problem of optimization can be solved by using standard methods of global optimization such as the basin hopping method.

[1] For recent experiments, see e.g. V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. Plissard, E. Bakkers, and L. Kouwenhoven, *Science* **336**, 1003 (2012); M. T. Deng, S. Vaitiekėnas, E. B. Hansen, J. Danon, M. Leijnse, K. Flensberg, J. Nygård, P. Krogstrup, and C. M. Marcus, *ibid.* **354**, 1557 (2016); J. Chen, P. Yu, J. Stenger, M. Hovevar, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, T. D. Stanescu, and S. M. Frolov, *Science Advances* **3**, e1701476 (2017); H. Zhang, C.-X. Liu, S. Gazibegovic, D. Xu, J. A. Logan, G. Wang, N. van Loo, J. D. S. Bommer, M. W. A. de Moor, D. Car, R. L. M. Op het Veld, P. J. van Veldhoven, S. Koelling, M. A. Verheijen, M. Pendharkar, D. J. Pennachio, B. Shojaei, J. S. Lee, C. J. Palmstrøm, E. P. A. M. Bakkers, S. D. Sarma, and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **556**, 74 (2018).

[2] A. Y. Kitaev, *Physics-Uspekhi* **44**, 131 (2001).
 [3] Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010).
 [4] For reviews, see e.g. F. Pientka, Y. Peng, L. Glazman, and F. von Oppen, *Physica Scripta* **2015**, 014008 (2015); J. Alicea, *Reports on Progress in Physics* **75**, 076501 (2012); C. Beenakker, *Annual Review of Condensed Matter Physics* **4**, 113 (2013); R. Aguado, *La Rivista del Nuovo Cimento* **40**, 523–593 (2017).
 [5] R. Lutchyn, E. Bakkers, L. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. Marcus, and Y. Oreg, *Nature Reviews Materials* **3**, 52 (2018).
 [6] T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **84**, 195442 (2011).
 [7] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig, and

- A. Yazdani, *Phys. Rev. B* **88**, 020407 (2013).
- [8] M. Kjaergaard, K. Wölms, and K. Flensberg, *Phys. Rev. B* **85**, 020503 (2012).
- [9] See e.g. S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A. H. MacDonald, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, *Science* **346**, 602 (2014); M. Ruby, F. Pientka, Y. Peng, F. von Oppen, B. W. Heinrich, and K. J. Franke, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 197204 (2015); R. Pawlak, M. Kisiel, J. Klinovaja, T. Meier, S. Kawai, T. Glatzel, D. Loss, and E. Meyer, *npj Quantum Information* **2**, 16035 (2016); M. Ruby, B. W. Heinrich, Y. Peng, F. von Oppen, and K. J. Franke, *Nano Letters* **17**, 4473 (2017).
- [10] J. Klinovaja, P. Stano, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 236801 (2012).
- [11] F. Pientka, L. I. Glazman, and F. von Oppen, *Phys. Rev. B* **88**, 155420 (2013).
- [12] D. Rainis, A. Saha, J. Klinovaja, L. Trifunovic, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 196803 (2014).
- [13] P. Marra and M. Cuoco, *Phys. Rev. B* **95**, 140504 (2017).
- [14] W. DeGottardi, D. Sen, and S. Vishveshwara, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 146404 (2013).
- [15] W. DeGottardi, M. Thakurathi, S. Vishveshwara, and D. Sen, *Phys. Rev. B* **88**, 165111 (2013).
- [16] M. Pérez and G. Martínez, *Journal of Physics: Condensed Matter* **29**, 475503 (2017).
- [17] S. Hoffman, J. Klinovaja, and D. Loss, *Phys. Rev. B* **93**, 165418 (2016).
- [18] M. Tezuka and N. Kawakami, *Phys. Rev. B* **85**, 140508 (2012).
- [19] K. Pöyhönen, A. Westström, J. Röntynen, and T. Ojanen, *Phys. Rev. B* **89**, 115109 (2014).
- [20] P. Zhang and F. Nori, *New Journal of Physics* **18**, 043033 (2016).
- [21] C. Moore, T. D. Stanescu, and S. Tewari, *Phys. Rev. B* **97**, 165302 (2018).
- [22] C.-X. Liu, J. D. Sau, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **97**, 214502 (2018).
- [23] S. Plugge, A. Rasmussen, R. Egger, and K. Flensberg, *New Journal of Physics* **19**, 012001 (2017).
- [24] T. Karzig, C. Knapp, R. M. Lutchyn, P. Bonderson, M. B. Hastings, C. Nayak, J. Alicea, K. Flensberg, S. Plugge, Y. Oreg, C. M. Marcus, and M. H. Freedman, *Phys. Rev. B* **95**, 235305 (2017).
- [25] C. Knapp, T. Karzig, R. M. Lutchyn, and C. Nayak, *Phys. Rev. B* **97**, 125404 (2018).
- [26] N. Khaneja, T. Reiss, C. Kehlet, T. Schulte-Herbrüggen, and S. J. Glaser, *Journal of Magnetic Resonance* **172**, 296 (2005).
- [27] For reviews, see e.g. S. J. Glaser, U. Boscain, T. Calarco, C. P. Koch, W. Köckenberger, R. Kosloff, I. Kuprov, B. Luy, S. Schirmer, T. Schulte-Herbrüggen, D. Sugny, and F. K. Wilhelm, *The European Physical Journal D* **69**, 279 (2015); C. P. Koch, *Journal of Physics: Condensed Matter* **28**, 213001 (2016); C. Brif, R. Chakrabarti, and H. Rabitz, *New Journal of Physics* **12**, 075008 (2010).
- [28] See e.g. F. Motzoi, J. M. Gambetta, P. Rebentrost, and F. K. Wilhelm, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 110501 (2009); A. Rahmani, B. Seradjeh, and M. Franz, *Phys. Rev. B* **96**, 075158 (2017); G. Jäger, D. M. Reich, M. H. Goerz, C. P. Koch, and U. Hohenester, *Phys. Rev. A* **90**, 033628 (2014).
- [29] D. J. Thouless and S. Kirkpatrick, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **14**, 235 (1981).
- [30] S. Das Sarma, A. Nag, and J. D. Sau, *Phys. Rev. B* **94**, 035143 (2016).
- [31] C.-K. Chiu, J. C. Y. Teo, A. P. Schnyder, and S. Ryu, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 035005 (2016).
- [32] A. R. Akhmerov, J. P. Dahlhaus, F. Hassler, M. Wimmer, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 057001 (2011).
- [33] I. C. Fulga, F. Hassler, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **83**, 155429 (2011).
- [34] I. C. Fulga, F. Hassler, and A. R. Akhmerov, *Phys. Rev. B* **85**, 165409 (2012).
- [35] D. S. Fisher and P. A. Lee, *Phys. Rev. B* **23**, 6851 (1981).
- [36] A. D. Stone and A. Szafer, *IBM Journal of Research and Development* **32**, 384 (1988).
- [37] H. U. Baranger and A. D. Stone, *Phys. Rev. B* **40**, 8169 (1989).
- [38] M. Wimmer, *Quantum transport in nanostructures: From computational concepts to spintronics in graphene and magnetic tunnel junctions*, Ph.D. thesis, Universität Regensburg (2008).
- [39] A. C. Potter and P. A. Lee, *Phys. Rev. B* **83**, 184520 (2011).
- [40] A. R. Akhmerov, *Phys. Rev. B* **82**, 020509 (2010).
- [41] E. Prada, P. San-Jose, and R. Aguado, *Phys. Rev. B* **86**, 180503 (2012).
- [42] G. Kells, D. Meidan, and P. W. Brouwer, *Phys. Rev. B* **86**, 100503 (2012).
- [43] D. Bagrets and A. Altland, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 227005 (2012).
- [44] A. Vuik, D. Eeltink, A. R. Akhmerov, and M. Wimmer, *New Journal of Physics* **18**, 033013 (2016).
- [45] B. D. Woods, T. D. Stanescu, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **98**, 035428 (2018).
- [46] A. E. Antipov, A. Bargerbos, G. W. Winkler, B. Bauer, E. Rossi, and R. M. Lutchyn, *Phys. Rev. X* **8**, 031041 (2018).
- [47] A. E. G. Mikkelsen, P. Kotetes, P. Krogstrup, and K. Flensberg, *Phys. Rev. X* **8**, 031040 (2018).
- [48] S. Takei, B. M. Fregoso, H.-Y. Hui, A. M. Lobos, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 186803 (2013).
- [49] G. L. Fatim, A. Matos-Abiague, B. Scharf, and I. Žutić, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 077002 (2016).
- [50] L. N. Maurer, J. K. Gamble, L. Tracy, S. Eley, and T. M. Lu, ArXiv e-prints (2018), [arXiv:1801.03676](https://arxiv.org/abs/1801.03676) [cond-mat.mes-hall].
- [51] L. Pilozzi, F. A. Farrelly, G. Marcucci, and C. Conti, *Communications Physics* **1**, 57 (2018).
- [52] S. Boutin, J. Camirand Lemyre and I. Garate, "Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization," (2018), source code. [[http://doi.org/10.5281/zenodo.1486048](https://doi.org/10.5281/zenodo.1486048)].
- [53] B. Rowland and J. A. Jones, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **370**, 4636 (2012).
- [54] As Φ is in general a complex number, the actual performance index should be $|\Phi|^2$ [53]. While important in practice, this distinction does not influence the description of the algorithm and the analysis of its computational complexity.
- [55] C. H. Lewenkopf and E. R. Mucciolo, *Journal of Computational Electronics* **12**, 203 (2013).
- [56] C. W. Groth, M. Wimmer, A. R. Akhmerov, and X. Waintal, *New Journal of Physics* **16**, 063065 (2014).
- [57] A. Umerski, *Phys. Rev. B* **55**, 5266 (1997).

- [58] Although we consider here a site-independent operator, our calculation naturally extends to site-dependent local operators with $A \rightarrow A_j$.
- [59] S. Boutin, C. K. Andersen, J. Venkatraman, A. J. Ferris, and A. Blais, *Phys. Rev. A* **96**, 042315 (2017).
- [60] R. Fletcher, *Practical Methods of Optimization*, A Wiley-Interscience Publication (John Wiley & Sons, 2000); R. H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal, and C. Zhu, *SIAM Journal on Scientific Computing* **16**, 1190 (1995).
- [61] As we consider a single subband nanowire, the number of local degree of freedoms is fixed to $M = 4$ in all calculations. Hence, contrary to previous sections, we do not consider the value of M in the complexity considerations. All methods considered should have a complexity $O(N^\xi M^3)$.
- [62] The minigap is defined as the lowest excitation energy of the Majorana wire decoupled from the leads. In the main text, we refer to it as the *topological gap* or simply the *energy gap*.
- [63] Matrix diagonalization is $O(N^3)$ and finite difference requires to perform N of them for the problem considered.
- [64] The exception is Fig. 3, where we take the parameters $\alpha = 0.05t$, $\Delta = 0.0225t$ and $\mathbf{B}_0/t = 0.027\mathbf{x}$.
- [65] Z. Wan, A. Kazakov, M. J. Manfra, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and L. P. Rokhinson, *Nature communications* **6**, 7426 (2015).
- [66] N. Leung, M. Abdelhafez, J. Koch, and D. Schuster, *Phys. Rev. A* **95**, 042318 (2017).
- [67] We consider again a scattering region of length $N = 400$, and constrain the optimization problem to textures with a periodicity of 25 sites and $\mathbf{b}_j \cdot \hat{\mathbf{z}} = 0$.

Annexe H

«Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials»

L'article suivant est un résultat découlant de l'algorithme d'optimisation présenté à annexe G. Toujours sous le couvert d'une collaboration fructueuse avec le groupe de recherche d'Ion Garate, cet article explore et compare les avantages et limitations de différents réseaux périodiques d'aimants pour l'étude des états liés de Majorana dans les hétérostructures à gaz bidimensionnel. Des considérations particulières concernant les faibles facteurs g dans ces structures sont d'ailleurs soulevées, et différents régimes d'opération servant de premier guide expérimental vers la réalisation de cette approche sont discutés.

Alors que les géométries et considérations expérimentales ajoutées aux modèles découlent directement des idées de cette thèse, les simulations numériques ont été effectuées par Sara Turcotte, et utilisent directement les techniques d'optimisation développées par Samuel Boutin. La rédaction du manuscrit a été réalisée conjointement par les membres de cette équipe.

Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials

Sara Turcotte,^{1,*} Samuel Boutin,¹ Julien Camirand Lemyre,¹ Ion Garate,¹ and Michel Pioro-Ladrière^{1,2}

¹*Institut quantique et Département de physique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada*

²*Canadian Institute for Advanced Research, Toronto, Ontario, Canada.*

(Dated: April 15, 2019)

Solid-state experimental realizations of Majorana bound states are based on materials with strong intrinsic spin-orbit interactions. In this work, we explore an alternative approach where spin-orbit coupling is induced artificially through a non-uniform magnetic field that originates from an array of micromagnets. Using a recently developed optimization algorithm, we find suitable micromagnet geometries for the emergence of topological superconductivity in a one-dimensional wire without intrinsic spin-orbit coupling. We confirm the robustness of Majorana bound states against micromagnet nanofabrication errors, and identify low g-factor materials commonly used in mesoscopic physics experiments as viable candidates for Majorana devices.

I. INTRODUCTION

Topologically protected states, such as Majorana zero modes, are envisioned as building blocks for hardware efficient quantum computation [1, 2]. One of the most promising implementations relies on semiconducting nanowires with strong spin-orbit coupling and proximity-induced superconductivity [3–5]. In this setup, a magnetic field can drive a topological phase transition, where Majorana bound states (MBS) emerge as localized states at the ends of the nanowire [6]. Recent experiments have shown increasingly convincing signatures of these modes in InAs [7, 8] and InSb [9–11] nanowires. But despite progress in growth techniques [5], scaling the nanowire approach to the two-dimensional networks needed for quantum computation remains a daunting task [12–14].

Motivated by the aforementioned difficulty, new top-down fabrication methods for InAs/Al heterostructures are under development [15–17]. Likewise, exploring other classes of planar materials could lead to new prospects for MBS-based devices. For example, the low disorder of GaAs/AlGaAs or Si/SiGe heterostructures could be beneficial for topological protection [18], and the well-established fabrication capabilities of materials such as silicon would be an asset for the development of complex devices [19]. Even though induced superconductivity was demonstrated in several of these low g-factor materials [20–22], the absence of a strong spin-orbit coupling hinders the possibility of a topologically protected phase. This lack of intrinsic spin-orbit coupling can be remedied with the help of an inhomogeneous magnetic texture [23], engineered by the use of magnetic adatoms [24], arrays of micromagnets [25, 26], magnetic domains [27], or magnetic tunnel junctions [28–30] placed in proximity to the wire. The latter was also proposed as an alternative approach for the braiding of MBS.

In this work, we focus on architectures in which magnetic textures are created by micromagnet arrays. Al-

though the idea of using magnetic textures for the engineering of topological phases is widely recognized [23–25, 31, 32], relatively little effort has been devoted towards modeling realistic magnet arrays and understanding the effect of non-helical magnetic fields on MBS [26, 28]. In addition, two important obstacles of the micromagnet approach have been largely overlooked. First, the small g-factors in semiconductors such as Si, Ge or GaAs/AlGaAs heterostructures limit the Zeeman energy and therefore make it more difficult to reach the topological phase. Second, this approach is subjected to an additional source of disorder due to the possible misplacement of micromagnets during nanofabrication.

The main objective of the present paper is to demonstrate that robust topological superconductivity can be engineered in low g-factor materials placed in proximity to realistic micromagnet arrays, with the crucial help of an automated process [33] that determines the optimal magnet arrangement. In Sec. II, we introduce the model describing the Majorana wire and review the method used to optimize the shape and position of the micromagnets. In Sec. III, we investigate three simple magnet geometries and assess their robustness against variations of tunable parameters such as the chemical potential and the external magnetic field. Section IV focuses on the impact of possible micromagnet misplacements arising during the fabrication process, and identifies geometries that are resilient to this additional disorder channel. Finally, in Sec. V we analyze the engineering of MBS in various low g-factor materials, and discuss the influence of micromagnets on wires with strong intrinsic spin-orbit coupling.

II. MODEL AND METHODS

A. Single-channel nanowire model

We consider a single-band nanowire of length L with proximity-induced s-wave superconductivity. This wire could be for example a genuine nanowire or the result of electrostatic gating in a two-dimensional electron gas

* sara.turcotte@usherbrooke.ca

(2DEG) formed at the interface of a semiconductor heterostructure. Below, we will mostly concentrate on the latter scenario.

The low energy physics of the wire is described by the Hamiltonian

$$H = H_0 + H_\Delta, \quad (1)$$

where

$$H_0 = \int_0^L dx \psi^\dagger(x) \mathcal{H}_0(x) \psi(x) \quad (2)$$

is the non-superconducting part, $\psi^{(\dagger)}(x)$ is a two-component spinor that annihilates (creates) an electron at position x , and

$$H_\Delta = \int_0^L dx \left[\Delta \psi_\uparrow^\dagger(x) \psi_\downarrow^\dagger(x) + h.c. \right] \quad (3)$$

is the superconducting part with the proximity-induced s-wave gap Δ . In Eq. (2), we have defined

$$\mathcal{H}_0(x) = \frac{p_x^2}{2m^*} - \mu + \frac{1}{2} g \mu_B \mathbf{B}(x) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (4)$$

with $p_x = -i\hbar\partial_x$, m^* the effective mass, μ the chemical potential, g the effective g -factor, μ_B the Bohr magneton and $\boldsymbol{\sigma}$ a vector of spin Pauli matrices. In addition, the total local magnetic field reads

$$\mathbf{B}(x) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}(x), \quad (5)$$

where we have separated an external uniform magnetic field \mathbf{B}_0 from the magnetic texture $\mathbf{b}(x)$ that is generated by polarized micromagnets (see Sec. III). We simulate cobalt micromagnets with a magnetization of $M = 1.8$ T parallel to a polarization field of amplitude $|\mathbf{B}_0| = 0.2$ T [34]. The non-uniform magnetic field can be calculated either analytically (in the case of bar magnets [35]) or else using finite elements calculations [36]. Unless otherwise specified, we focus on silicon with $m^* = 0.2$ (in units of the bare electron mass) and $g = 2$. For this material, we neglect the weak intrinsic spin-orbit interaction [19, 26] and consider a wire of length $L = 5 \mu\text{m}$. The interplay between intrinsic spin-orbit coupling and magnetic textures will be considered in Sec. V. In that case, Eq. (4) must be modified to include the additional term $\alpha p_x \sigma_y$, where α is the intrinsic spin-orbit coupling strength.

As shown in e.g. Ref. [25], a magnetic field rotating in space is unitarily equivalent to the action of a uniform magnetic field and spin-orbit coupling oriented perpendicular to the field rotation plane. In the simple magnet geometries considered below, the field rotation will take place on a single plane. Then, the amplitude of the artificial spin-orbit coupling can be written as

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2m^*} \frac{d\phi}{dx}, \quad (6)$$

where ϕ is the magnetic field angle. In the case of a perfect spiral field of period p , with $\mathbf{b} = b_0 [\cos(2\pi x/p) \hat{\mathbf{x}} + \sin(2\pi x/p) \hat{\mathbf{z}}]$, the artificial spin-orbit coupling is uniform along the wire and has an amplitude $\alpha_{\text{eff}} = \hbar\pi/mp$.

Depending on the material used to form the 2DEG, various techniques can be employed to induce superconductivity in the channel [20–22]. Experimentally, the amplitude of the proximity-induced superconducting gap will depend on multiple parameters such as the semiconductor-superconductor interface transparency, the applied external magnetic field and the superconductor thickness [37]. As these parameters are sensitive to experimental details, hereafter we adopt the conservative estimate of $\Delta = 16.5 \mu\text{eV} \approx 200$ mK, which is approximately half the superconducting gap reported for doped silicon at zero external field in Ref. [20]. For simplicity, we approximate Δ to be independent of the magnetic field texture. This approximation is justified when the critical field of the bulk superconductor far exceeds $|\mathbf{B}(x)|$, a circumstance that will be realized when using niobium, for example.

In the following sections, we characterize the MBS by diagonalizing numerically a discretized version of Eq. (1). From the diagonalized Hamiltonian, we extract (i) the energy gap Δ_0 , also referred to as the topological gap, which separates the zero modes from the low-lying quasiparticle excitations, and (ii) the energy splitting ϵ_M between the two MBS. The latter quantity gives a quantitative measure of the MBS localization (ϵ_M decreases as the overlap between the MBS wave functions is reduced) [18]. Together, Δ_0 and ϵ_M characterize the topological protection of the MBS and provide bounds on timescales for braiding operations in future Majorana-based qubits [2].

B. Optimization method

Finding the optimal spatial configuration of the micromagnets, which will lead to the largest Δ_0 and smallest ϵ_M , is a nontrivial task. Here, we optimize micromagnet geometries following the RGF-GRAPPE algorithm [33], which is based on an analogy between the recursive Green's function (RGF) method [38] used for quantum transport calculations and the gradient ascent pulse engineering (GRAPPE) algorithm of quantum optimal control [39]. RGF-GRAPPE allows for an efficient gradient-based optimization of functions of local (on-site) retarded Green's functions.

The optimization procedure is carried out for a nanowire that is weakly coupled to normal metallic leads [33]. The algorithm maximizes (minimizes) the localization length of zero-energy states when the wire is in the trivial (topological) phase. As a result, irrespective of the initial values of the tunable parameters, the algorithm converges towards regions in parameter space that are deep in the topological regime. The localization length is obtained from the zero-energy local density of

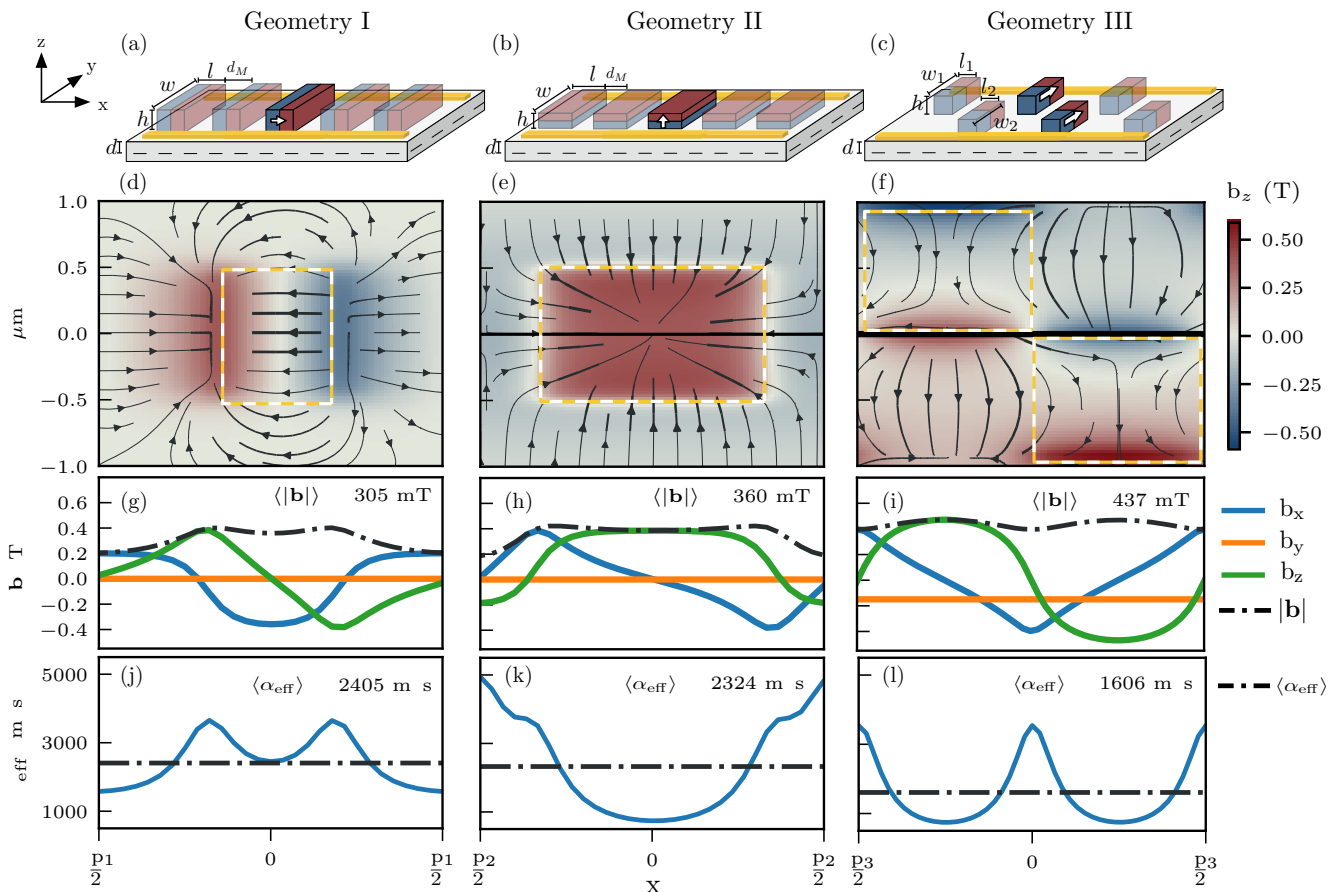


FIG. 1. (a-c) Schematics of the three studied geometries with all micromagnets polarized along the same direction. The magnets form arrays of periodicity p . Electrostatic gates (yellow) are used to deplete the two-dimensional electron gas located at a depth d below the heterostructure surface. A uniform external field is applied in the polarization direction. (a) Magnets polarized along the x axis, with parameters $l = h = 265$ nm, $w = 1$ μm , $d_M = 490$ nm, and $p = 755$ nm. (b) Magnets polarized along z axis, where $l = 520$ nm, $w = 1$ μm , $h = 280$ nm, $d_M = 250$ nm, and $p = 800$ nm. (c) Magnets polarized along y , with $l_{1,2} = 575$ nm, $w_1 = 960$ nm, $w_2 = 930$ nm, $h = 575$ nm, $y_1 = 480$ nm, $y_2 = -465$ nm, and $p = 1.15$ μm . (d-f) Magnetic field lines within a unit cell, at $d = 50$ nm. The color map describes the z component of the field. The black line at $y = 0$ represents the nanowire position, while the white and yellow dashed lines represent magnets in the unit cell. (g-i) Profiles of all three components of the magnetic field, at $d = 50$ nm. The dashed line denotes the magnitude of \mathbf{b} . (j-l) The corresponding effective spin-orbit coupling generated by $\mathbf{b}(x)$. The dashed line denotes the spatial average of α_{eff} over a unit cell.

states. In addition, the topological phase is characterized using the so-called *topological visibility* Q [40]. For a finite-size superconducting wire breaking time-reversal symmetry (class D [41]), this quantity can be obtained from the scattering matrix as $Q = \det r$, where r is the zero-energy reflection matrix in the Majorana basis. The \mathbb{Z}_2 topological invariant characterizing the phase is then simply $\mathcal{Q} = \text{sign}(Q)$, with $\mathcal{Q} = \pm 1$ in the trivial (+1) and topological (-1) phase [42].

We refer the reader to Ref. [33] for an extensive discussion of the optimization algorithm. Here, we simply mention some differences in the implementation of the algorithm between Ref. [33] and the present work. First, we use a basin hopping global optimization method [43]. This algorithm implements a series of gradient-based optimizations separated by stochastic perturbations to the optimization solution, which allows to explore a larger

portion of parameter space and reduce the risk of finding low quality local extrema. Second, we perform the optimization simultaneously for wires with different chemical potentials and require that all of them attain the topological phase. This favors solutions where the topological phase is stable on a larger chemical potential range, a desirable outcome for experimental implementations. Finally, since we consider a relatively small optimization parameter space (see Sec. III-V), we employ a simpler finite difference gradient calculation instead of the analytical gradient used in Ref. [33].

III. MICROMAGNET ARRAYS

A. Optimized geometries

In the following, we focus on geometries where all magnets are polarized in the direction of the external magnetic field \mathbf{B}_0 . This design choice leads to rotating magnetic field textures while circumventing the need for complex magnet arrays that would contain either materials with different magnetization profiles or small single-domain magnets arranged in an anti-parallel fashion [44]. For the latter configuration, an external field exceeding the coercive field would align all magnets and potentially ruin the field texture needed to attain MBS. Such constraint is absent in the geometries we consider, thereby enabling a larger parameter space for the engineering of MBS.

The three magnet arrangements (I, II and III) we study are depicted in Fig. 1 (a-c). In all three geometries, an array of micromagnets and electrostatic gates are placed at a distance d above a 2DEG. The gates produce the desired confinement potential to form a single band nanowire in the 2DEG. The magnets are polarized along the x -, z -, and y -axes for geometries I, II and III (respectively). We note that geometry III presents the added advantage of having the external field aligned along the easy axis of the magnets. The lower polarization field of the magnets in this configuration extends the tuning range of the external field.

An automated optimization of each geometry allows us to systematically take into account constraints on the design of the magnet arrays. Thus, we restrict the optimization to experimentally realizable identical magnets with dimensions $h, w, l, d_M \geq 50$ nm and a conservative aspect ratio of $h/\max(l, w) \leq 1$ (see Fig. 1 for parameter definitions) [45, 46]. Although non-periodic arrays might give rise to improved topological properties [33], we restrict the optimization to periodic arrays containing one or two micromagnets per unit cell. Thus, the starting point for the optimization is a periodic array of cubic magnets with dimensions $h, w, l, d_M = 500$ nm. Aperiodicities originating from fabrication errors will nevertheless be accounted for in Sec. IV.

Figures 1 (d-i) display the results of the optimization procedure for each geometry. An external magnetic field of $|\mathbf{B}_0| = 200$ mT, necessary to polarize the magnets, was included in the optimization. While this additional field can be detrimental to the emergence of Majorana modes [26], in the case of geometries I and III the optimization procedure naturally finds magnet array designs whose magnetic texture is offset in order to compensate for the external field. Geometry II appears to make the design of such an offset more difficult and no solution of this type is found by the optimization procedure. The resulting spin-orbit coupling calculated from Eq. (6) (without the polarizing field) is shown in Fig. 1 (j-l) and highlights the differences in spin-orbit profile for geometries with similar average Zeeman energies. The three geome-

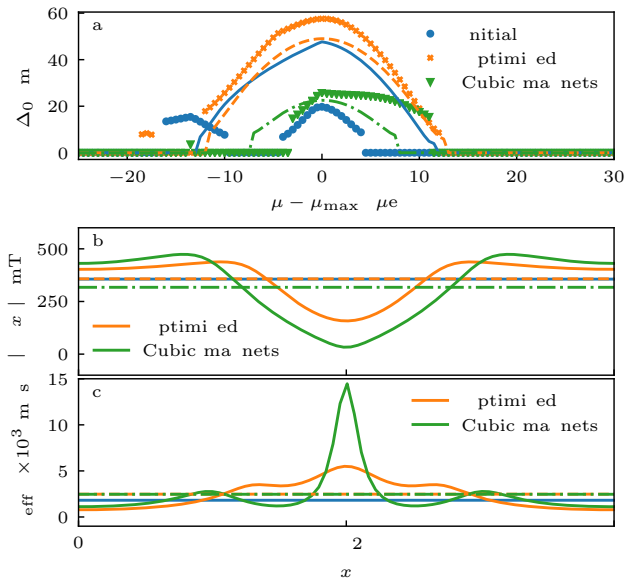


FIG. 2. Topological gap, total magnetic field amplitude and effective spin-orbit coupling for geometry I. Blue, orange and green curves correspond respectively to the starting point of the optimization, to the outcome of the optimization and to an array of cubic magnets with the same periodicity as the optimized geometry. (a) Topological gap as a function of the wire chemical potential, with $\Delta_0 = 0$ indicating the trivial phase. The chemical potential is offset so that the maximal value of Δ_0 is at $\mu - \mu_{max} = 0$ μeV . The circles, crosses and triangles are the results for magnet arrays. The lines are the results for a perfectly spiral magnetic texture, whose amplitude and periodicity correspond to the average value of the magnetic field and spin-orbit coupling in the magnet array. (b) Amplitude of the total magnetic field for a unit cell of length $p = 755$ nm. (c) Effective spin-orbit coupling strength calculated from Eq. (6). The orange dashed (green dotted-dashed) horizontal lines indicate the average of the curves over a unit cell, while the blue lines are the average values for the initial array. Even though the average Zeeman and spin-orbit energies vary little in the course of the optimization, the gain in the topological gap is significant.

tries present an average spin-orbit coupling greater than 1600 m/s. While this is an order of magnitude lower than typical values observed in InAs or InSb nanowires, it does not constitute the limiting factor to reach the topological phase (see Sec. III B).

To better appreciate the benefits of the optimization procedure, Fig. 2 (a) compares the topological gap as a function of the wire chemical potential for the initial and optimized arrays in geometry I. The optimization leads to an increase of the topological gap by a factor of ~ 3 and the topological phase is reached for a significantly wider range of the chemical potential.

As the optimized array has a smaller unit cell than the initial one, it is natural to wonder whether the observed improvement of the topological gap is solely the result of a larger effective spin-orbit coupling (a 35% in-

crease). To investigate this, we compare the optimized array to an array of cubic magnets with the same periodicity. While the increased spin-orbit coupling due to the reduced period does lead to an increased topological gap, the array of cubic magnets falls short from the optimized array. As shown in Fig. 2 (b), this can be understood by the 15% larger Zeeman energy of the optimized array compared to the cubic magnets. Another advantage of the optimized array with respect to the cubic array is that its magnetic texture partly compensates the external magnetic field. This compensation, beneficial for the topological gap, leads to smoother magnetic field profiles [see Fig. 2 (b,c)].

Finally, Fig. 2 (a) shows that the dependence of Δ_0 on μ is similar in the optimized array and in a hypothetical wire with spatially uniform Zeeman and spin-orbit energies, provided that the latter are chosen to be equal to the spatially averaged values $\langle\alpha_{\text{eff}}\rangle$ and $g\mu_B\langle|\mathbf{B}|\rangle$ of the optimized array. This behavior is reproduced in optimized arrays belonging to geometries II and III.

B. Robustness over parameter variations

It is important to assess whether or not the optimized geometries obtained in Sec. III A exhibit robust MBS over modest changes of parameters such as the chemical potential, the external magnetic field and the induced superconducting gap. Indeed, a geometry presenting a high sensitivity to such parameters would be difficult to implement experimentally, due to a limited precision in attaining the parameter values.

Although the engineered magnetic textures are not perfectly helical, we can gain useful intuition by comparing numerical results to the analytic expressions for this ideal case. In a long nanowire without intrinsic spin-orbit coupling placed under a helical magnetic field and without any uniform external field, the condition for the appearance of MBS reads

$$\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{b}| > \sqrt{|\Delta|^2 + (\mu - \tilde{\mu})^2}, \quad (7)$$

where $\tilde{\mu}$ is a renormalized chemical potential due to the effective spin-orbit coupling and $|\mathbf{b}|$ the amplitude of the spiral field [25]. From Eq. (7), we anticipate that the topological phase will be realized in a larger interval of chemical potential when the amplitude of the Zeeman energy is increased. This expectation is confirmed by Fig. 3 (a), where geometry III displays the widest range of μ for which $\Delta_0 > 0$.

The intuition from the ideal helical case can be extended to understand the dependence of the topological gap on various parameters. In the ideal case, the topological protection is determined from the energy gaps at zero momentum ($k = 0$) and at the Fermi momentum ($k = k_f$). Following the notation of Ref. [47], we define

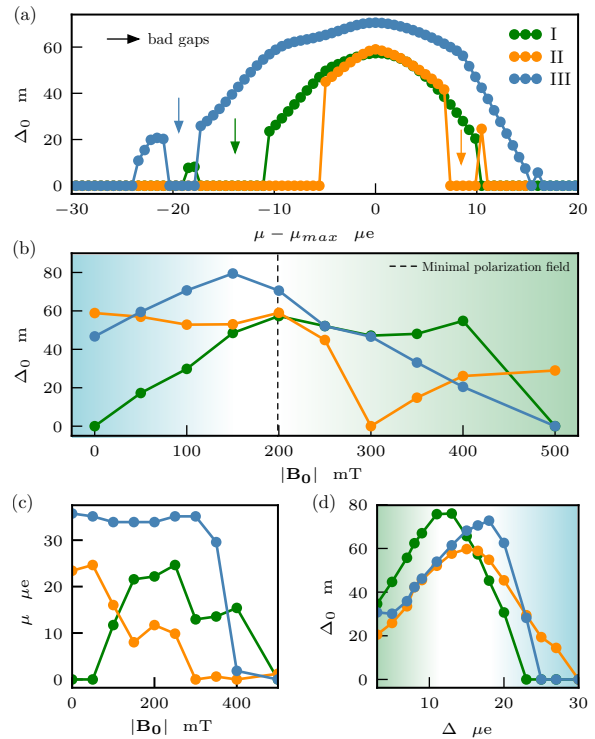


FIG. 3. Robustness of the topological gap under the variation of parameters in all three geometries. (a) Topological gap Δ_0 as function of the chemical potential at $B_0 = 200$ mT. In each geometry, the plots are offset by μ_{max} for the sake of comparison. (b) Magnetic field dependence of Δ_0 at $\mu - \mu_{\text{max}} = 0$. (c) Dependence of $\delta\mu$ (namely the interval of chemical potential for which $\Delta_0 > 10$ mK) on the external magnetic field. (d) Effect of the superconducting proximity gap Δ on the topological gap. The shaded areas in panels (b) and (d) represent the regions where the topological gap is limited by Δ_1 (blue) or Δ_2 (green); see main text for definitions.

the gap at $k = 0$ in the $\mu \approx \tilde{\mu}$ limit as

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}g\mu_B|b - b_c|, \quad (8)$$

where $b_c = 2\Delta/(g\mu_B)$ is the critical field at which the topological phase transition occurs [cf. Eq. (7)]. The gap at $k = k_f$ is given by

$$\Delta_2 \approx \frac{2\Delta}{[2 + \sqrt{(g\mu_B b/2)^2/E_{\text{so}}^2 + 4}]^{1/2}}, \quad (9)$$

where $E_{\text{so}} = m^*\alpha_{\text{eff}}^2/2$ is the spin-orbit energy scale. The topological gap is dictated by the smallest between Δ_1 and Δ_2 . As we enter the topological phase from lower magnetic fields ($g\mu_B b \gtrsim \Delta$), Δ_0 is limited by Δ_1 . Deeper in the topological phase ($g\mu_B b \gg \Delta$), the topological gap becomes limited by Δ_2 , which decreases as the ratio $g\mu_B b/E_{\text{so}}$ increases. The latter effect follows from a reduction of the effective p -wave superconducting gap, due to the alignment of spins at $\pm k_f$ as the Zeeman field is increased.

The preceding observations are also relevant to wires placed in proximity to micromagnet arrays, as evidenced by Fig. 3 (b). For geometries I and III, the additional Zeeman energy at low external field brings the wire deeper into the topological phase (i.e. Δ_0 grows with B_0) by increasing Δ_1 . At higher B_0 , the suppression of Δ_2 brings about a decrease in Δ_0 . For geometry II, the effective spin-orbit coupling is weak enough to have $\Delta_1 > \Delta_2$ at $B_0 = 0$ T. In this case, Δ_0 is limited by Δ_2 . Accordingly, Δ_0 is quite insensitive to the external field at low B_0 , and decreases as B_0 is made stronger. At high B_0 , the function $\Delta_0(B_0)$ is nevertheless more complex than in uniform wires with perfect spiral fields, because the band structure is distorted by the non-uniform spin-orbit coupling and the appearance of undesired gaps.

Suppressions and revivals of the topological gap are revealed in Fig. 3 (a) as the chemical potential is varied. Maurer *et al.* showed [26] that undesired gaps (so-called *bad gaps*) appear in the band structure when the average Zeeman energy over a unit cell is nonzero. When the chemical potential enters a bad gap, the wire becomes a trivial insulator ($\Delta_0 = 0$). For all three geometries, the polarizing field offsets one component of the total magnetic field, thus creating a nonzero average field in a unit cell. From there, increasing the amplitude of the external field augments the energy spans for undesired gaps. As expected from the discussion of Fig. 1(g-i), this effect is most striking for geometry II where the texture cannot compensate the external magnetic field. This is further highlighted in Fig. 3 (c), where we define $\delta\mu$ as the chemical potential range over which $\Delta_0 > 10$ mK. Sharp steps in $\delta\mu(B_0)$ are indicative of the opening of bad gaps in the band structure, and the fastest reduction of $\delta\mu$ is observed for geometry II. We also note that finite size effects contribute to the reduction of $\delta\mu$ at $B \gtrsim 300$ mT due to the overlap of the MBS wave functions.

In low g-factor materials, the interplay between Δ_0 and Δ can be crucial for the observation of MBS (see Fig. 3 (d)). All geometries show robust MBS for values of Δ that are close to those reported experimentally in low g-factor materials at zero external field [20, 21]. Far from the crossover between Δ_1 -limited and Δ_2 -limited regions, the topological gap varies roughly linearly with Δ . This agrees with the behavior that one would expect in a uniform wire. However, the non-helical character of the magnetic texture becomes evident in the fact that the slope in the Δ_1 -limited region (at higher Δ) is not the same for all geometries.

IV. MAJORANA MODES WITH DISORDERED MAGNET ARRAYS

In a real device, errors in micromagnet patterning give rise to disordered arrays with non-periodic magnetic field profiles. In this section, we investigate the robustness of MBS to such fabrication noise. Specifically, we focus on the impact of random deviations from the optimized

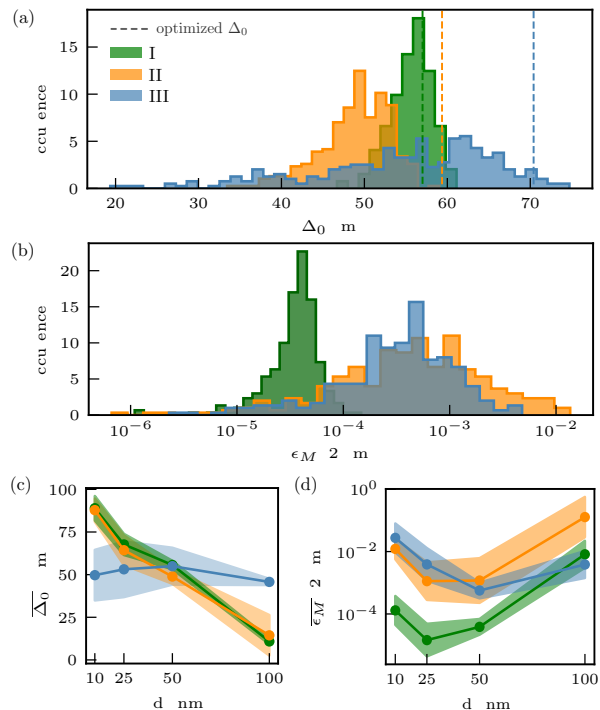


FIG. 4. Impact of fabrication errors on MBS characteristics of optimized arrays. The histograms compile (a) the topological gap Δ_0 , and (b) the MBS energy splitting ϵ_M for 300 realizations of disorder. (c,d) Disorder-averaged values of Δ_0 and ϵ_M , represented by filled circles, for optimized arrays at different 2DEG depths d . The shaded area represents the standard deviation.

array designs on two key quantities: (i) the topological gap (Δ_0), and (ii) the energy splitting between the MBS (ϵ_M).

We model the experimental variations by allowing deviations from the optimized dimensions and positions of each magnet in the array. These deviations are sampled from a gaussian distribution with a standard deviation of 20 nm. We assume the deposition of cobalt to be made in a single step, such that all magnets have the same height. The chemical potential for a wire with a disordered array is fixed to the optimized value obtained for an array without noise.

Figures 4 (a-b) and Table I depict the influence of disordered arrays on the MBS parameters. We find that certain disorder configurations lead to better MBS characteristics in geometries I and III, while all realizations of noise reduce the topological gap in geometry II. At any rate, the disorder-averaged gap is smaller than the optimized value of a perfect array, regardless of the geometry. In this regard, geometry I shows the strongest robustness against disorder, with the largest disorder-averaged gap ($\overline{\Delta_0}$), the lowest standard deviation for the gap (σ_{Δ_0}) and the lowest disorder-averaged MBS energy splitting ($\overline{\epsilon_M}$). The relative fragility of MBS to disorder in geometry III

can be understood by looking at the spatial variation of the magnetic field in Fig. 1 (d-f). Unlike in geometries I and II, small relative displacements of the magnets along the y direction lead to a strong cancellation of the spiral field amplitude and account for the broad distribution of Δ_0 and ϵ_M .

TABLE I. Topological gap Δ_0 and the MBS energy separation ϵ_M in perfect and disordered magnet arrays, for $d = 50$ nm. For perfect arrays, the optimal values (Δ_0^{opt} and ϵ_M^{opt}) are listed. For disordered arrays, disorder-averaged values ($\bar{\Delta}_0$) and standard deviations (σ_{Δ_0}) are shown.

Geom.	Δ_0^{opt} (mK)	$\bar{\Delta}_0$ (mK)	σ_{Δ_0} (mK)	ϵ_M^{opt} (nK)	$\bar{\epsilon}_M$ (nK)	σ_{ϵ_M} (nK)
I	57	56	3	56	78	36
II	59	49	4	580	2400	4000
III	70	55	11	1200	1120	1320

From the previous discussion, it appears that a trade-off has to be made between the largest topological gap in an optimized array and its robustness to disorder. Depending on the precision of microfabrication protocols, design choices could be oriented either to noise resilient geometries (such as geometry I) or to geometries with the largest optimized parameters (geometry III). Moreover, one would need to consider how other parameters, such as the distance d between the magnets and the nanowire, affect the MBS properties.

It turns out that the Zeeman energy and the effective spin-orbit coupling are greatly affected by the 2DEG depth d . In shallow 2DEGs, the increased Zeeman energy and spin-orbit coupling can boost the MBS characteristics at the expense of larger magnetic field gradients that amplify the impact of disorder. Increasing d smooths the field profiles and MBS characteristics becomes less sensitive to disorder. This effect is best seen in Fig. 4(c-d) for geometry III, where the smoother magnetic texture mitigates the impact of disorder on Δ_0 and ϵ_M . Indeed, at $d > 50$ nm, geometry III presents the strongest gap and robustness to disorder.

The reduction of Δ_0 with d in geometries I and II (Fig. 4(c)) can be understood in terms of the gaps Δ_1 and Δ_2 [cf. Eqs. (8) and (9)]. In geometry I, Δ_0 is limited by Δ_1 and the lower Zeeman energy at higher d further reduces the topological gap. In geometry II, the gap is limited by Δ_2 and the strong reduction of the spin-orbit energy contributes to the low Δ_0 at high d . In geometry III, the gap is roughly constant over the studied range in d .

V. INFLUENCE OF MATERIAL PARAMETERS ON MBS ATTRIBUTES

In previous sections, we have focused our analysis on parameters that are relevant for silicon. In the model

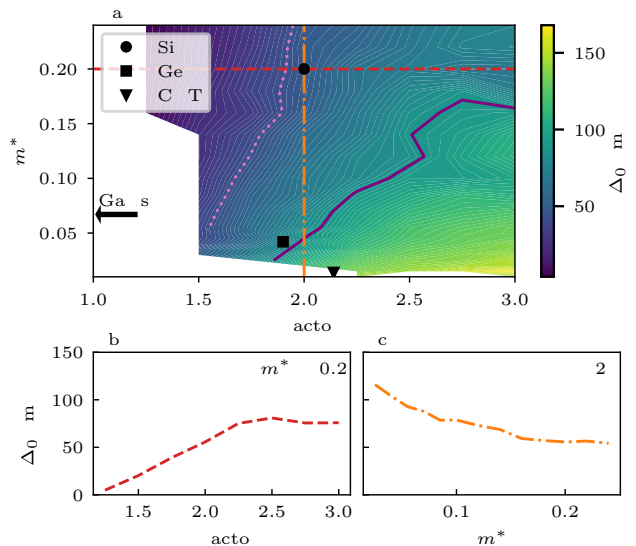


FIG. 5. (a) Topological gap Δ_0 for optimized magnet arrays (geometry I, see Fig. 1), as a function of the effective mass m^* and the g factor. Dotted light (solid dark) purple curve is a constant gap contour corresponding to $\Delta_0 = 50(100)$ mK. Each point of panel (a) is the outcome of an independent optimization starting from an array of cubic magnets (cf. Sec. II B). White regions identify the parameter space where the optimizer could not reach the topological phase. Markers indicate the experimental parameter values for carbon nanotubes (CNT) [48] and germanium [49]. The red dashed (orange dot-dashed) curves indicate cuts for the effective mass (g factor) of silicon plotted in panels (b) and (c).

Hamiltonian (see Sec. II A), the choice of material is reflected in the values of the effective mass m^* , the g factor, and the spin-orbit coupling α . The proximity-induced superconducting gap Δ is treated as a fixed phenomenological parameter.

We first explore the MBS characteristics for a region of parameter space close to that of silicon, which is relevant for weakly spin-orbit coupled semiconductors ($\alpha \approx 0$). Due to its experimental simplicity and robustness to nanofabrication errors (see Sec. IV), we focus on geometry I. Figure 5(a) presents the optimized topological gap in the parameter space spanned by m^* and g , where each point is the result of an independent optimization of the magnet array. Markers in Fig. 5 indicate the parameters corresponding to various materials, taken from the literature. In practice, one can move somewhat in parameter space by changing the material or by renormalizing parameter values e.g. through quantum confinement or through hybridization to a superconductor [50].

The influence of the g factor on the topological gap is straightforward. The band inversion leading to MBS being controlled by the Zeeman energy, sufficiently large values of g ($\gtrsim 1.5$) are needed in order to drive the topological phase transition. However, for larger Zeeman energies, the topological gap becomes limited by the effec-

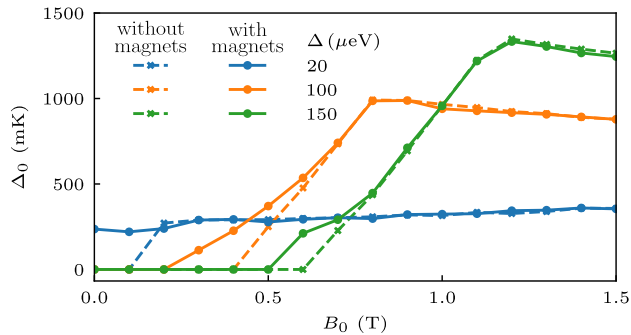


FIG. 6. Topological gap in a single-channel InAs nanowire with (disks, solid curves) and without (crosses, dashed curves) an optimized magnet array. Each disk is the result of a separate optimization. We consider a magnet array in geometry I (see Fig. 1) and an InAs nanowire of length $L = 5 \mu\text{m}$, $m^* = 0.023$, $g = 8$, and an intrinsic spin-orbit coupling $\alpha/\hbar = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$ [5].

tive spin-orbit coupling strength induced by the magnet array [see line cut in Fig. 5(b)]. As this quantity is inversely proportional to the effective mass [cf. Eq. (6)], the largest topological gaps are found in the lower right corner of the plotted parameter space (largest g and smallest m^* values). This leads to constant gap contours (dotted light and solid dark purple curves) with a positive slope in the (m^*, g) space.

One caveat to the above analysis is that the effective mass also affects the superconducting coherence length ξ . For a fixed μ and Δ , a smaller effective mass increases the superconducting coherence length and thus the importance of finite-size effects. In particular, the overlap of MBS in regimes where Δ_0 is small becomes significant, making it difficult for the optimization procedure to reach the topological phase. This explains the negative slope of the phase transition line in parameter space.

To conclude this section, we consider the application of magnet arrays for the engineering of MBS in materials with strong intrinsic spin-orbit coupling. The interplay between magnetic textures and spin-orbit coupling has been predicted to yield a complicated phase diagram that includes fractionalized fermions [31, 32], as well as MBS if superconductivity is induced. Here, we focus on the case where the magnetic texture and the spin-orbit coupling act in cooperation. This is the case when the helical texture is in the plane perpendicular to the intrinsic spin-orbit interaction. In such a case, magnet arrays could be used to boost the effective spin-orbit coupling of the device and locally increase the Zeeman energy.

To illustrate this point, Fig. 6 presents the topological gap for the parameters of an InAs nanowire covered by a partial shell of aluminium [5] and compares the case of a standard uniform wire (dashed curves) to the case where a magnet array is added to the device following geometry I. For all superconducting gap amplitudes considered, the magnets allow to lower the external

magnetic field amplitude needed to reach the topological phase. This could be particularly useful in the context of hybrid nanocircuits involving, on the same chip, both Majorana-based qubits [13, 14] and superconducting circuits [51, 52].

VI. DISCUSSION

In summary, our results indicate that it is possible to reach robust Majorana zero modes in low g -factor materials using magnet arrays. Materials with small effective masses appear to be promising for the realization of such Majorana devices.

An optimal Majorana device should exhibit the following main characteristics: (i) a large topological gap, (ii) well localized MBS (small wave function overlap) characterized by a small energy splitting between the zero energy modes, and (iii) robustness of the MBS characteristics to variations in parameters with respect to optimized nominal values. In the case of a magnet array, there is an additional criterion: (iv) robustness to variations in the dimension and position of micromagnets that are caused by unavoidable microfabrication errors. While none of the three geometries considered in this work are ideal with regards to all of those criteria, the following assessment of their strengths and weaknesses can help guide the design of devices.

First, our results show that geometry III is optimal with respect to criteria (i-iii). It exhibits the largest topological gap at optimized parameters, which is stable over a range of parameters around the optimized values. However, for 2DEGs of depth $d \leq 50 \text{ nm}$, this geometry is the most sensitive to microfabrication errors and does not perform as well as geometries I and II when it comes to criterion (iv). Therefore, depending on the expected fabrication precision and the tolerable device yield, one might prefer geometry I where the optimal topological gap is slightly smaller, but the resilience to microfabrication errors is larger. Second, for heterostructures in which the channel depth is over 50 nm, geometry III appears to be most suited since its topological gap exceeds 40 mK, while for the other two geometries $\Delta_0 < 20 \text{ mK}$.

Overall, our work demonstrates the advantage of automated optimization as a tool for the design of Majorana devices based on magnetic textures. Using a simple nanowire model, our results provide design guidelines for Majorana devices based on simple periodic micromagnet arrays, and allow to explore a large parameter space of magnet and material parameters. Our approach could be augmented to carry out a more precise optimization for specific geometries and materials by using recent developments in the advanced modeling of hybrid semiconductor-superconductor devices [53, 54].

ACKNOWLEDGMENTS

This work was funded by the Canada First Research Excellence Fund, the National Science and Engineer-

ing Research Council, and the Fonds de Recherche du Québec – Nature et Technologies. Numerical calculations were done with computer resources from Calcul Québec and Compute Canada.

-
- [1] C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1083 (2008).
- [2] S. D. Sarma, M. Freedman, and C. Nayak, *npj Quantum Information* **1**, 15001 EP (2015).
- [3] Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Felix, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010).
- [4] R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 077001 (2010).
- [5] R. M. Lutchyn, E. P. A. M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. M. Marcus, and Y. Oreg, *Nature Reviews Materials* **3**, 52 (2018).
- [6] R. Aguado, *La Rivista del Nuovo Cimento* **40**, 523–593 (2017).
- [7] S. Albrecht, A. Higginbotham, M. Madsen, F. Kuemmeth, T. Jespersen, J. Nygård, P. Krogstrup, and C. Marcus, *Nature* **531**, 206 (2016).
- [8] M. T. Deng, S. Vaitiekenas, E. B. Hansen, J. Danon, M. Leijnse, K. Flensberg, J. Nygård, P. Krogstrup, and C. M. Marcus, *Science* **354**, 1557 (2016).
- [9] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. Plissard, E. Bakkers, and L. Kouwenhoven, *Science* **336**, 1003 (2012).
- [10] J. Chen, P. Yu, J. Stenger, M. Hocevar, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, T. D. Stanescu, and S. M. Frolov, *Science Advances* **3**, e1701476 (2017).
- [11] H. Zhang, C.-X. Liu, S. Gazibegovic, D. Xu, J. A. Logan, G. Wang, N. van Loo, J. D. S. Bommer, M. W. A. de Moor, D. Car, R. L. M. Op het Veld, P. J. van Veldhoven, S. Koelling, M. A. Verheijen, M. Pendharkar, D. J. Pennachio, B. Shojaei, J. S. Lee, C. J. Palmstrøm, E. P. A. M. Bakkers, S. D. Sarma, and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **556**, 74 (2018).
- [12] J. Alicea, Y. Oreg, G. Refael, F. von Oppen, and M. P. Fisher, *Nature Physics* **7**, 412 (2011).
- [13] T. Karzig, C. Knapp, R. M. Lutchyn, P. Bonderson, M. B. Hastings, C. Nayak, J. Alicea, K. Flensberg, S. Plugge, Y. Oreg, C. M. Marcus, and M. H. Freedman, *Phys. Rev. B* **95**, 235305 (2017).
- [14] S. Plugge, A. Rasmussen, R. Egger, and K. Flensberg, *New Journal of Physics* **19**, 012001 (2017).
- [15] H. J. Suominen, M. Kjaergaard, A. R. Hamilton, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, C. M. Marcus, and F. Nichele, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 176805 (2017).
- [16] J. Shabani, M. Kjaergaard, H. J. Suominen, Y. Kim, F. Nichele, K. Pakrouski, T. Stankevic, R. M. Lutchyn, P. Krogstrup, R. Feidenhans'l, S. Kraemer, C. Nayak, M. Troyer, C. M. Marcus, and C. J. Palmstrøm, *Phys. Rev. B* **93**, 155402 (2016).
- [17] S. Vaitiekėnas, A. M. Whiticar, M.-T. Deng, F. Krizek, J. E. Sestoft, C. J. Palmstrøm, S. Marti-Sanchez, J. Arbiol, P. Krogstrup, L. Casparis, and C. M. Marcus, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 147701 (2018).
- [18] J. Alicea, *Reports on Progress in Physics* **75**, 076501 (2012).
- [19] F. A. Zwanenburg, A. S. Dzurak, A. Morello, M. Y. Simmons, L. C. L. Hollenberg, G. Klimeck, S. Rogge, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 961 (2013).
- [20] F. Chiodi, J.-E. Duvauchelle, C. Marcenat, D. Débarre, and F. Lefloch, *Phys. Rev. B* **96**, 024503 (2017).
- [21] Z. Wan, A. Kazakov, M. J. Manfra, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and L. P. Rokhinson, *Nature communications* **6**, 7426 (2015).
- [22] H. B. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. B. Oostinga, L. M. K. Vandersypen, and A. F. Morpurgo, *Nature* **446**, 56 (2007).
- [23] T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **84**, 195442 (2011).
- [24] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, *Phys. Rev. B* **88**, 020407 (2013).
- [25] M. Kjaergaard, K. Wölms, and K. Flensberg, *Phys. Rev. B* **85**, 020503 (2012).
- [26] L. Maurer, J. Gamble, L. Tracy, S. Eley, and T. Lu, *Phys. Rev. Applied* **10**, 054071 (2018).
- [27] M. M. Desjardins, L. C. Contamin, M. R. Delbecq, M. C. Dartiaill, L. E. Bruhat, T. Cubaynes, J. J. Viennot, F. Mallet, S. Rohart, A. Thiaville, A. Cottet, and T. Kontos, arXiv e-prints (2019), 1902.07479.
- [28] T. Zhou, N. Mohanta, J. E. Han, A. Matos-Abiague, and I. Zutic, arXiv e-prints, arXiv:1901.02506 (2019).
- [29] G. L. Fatin, A. Matos-Abiague, B. Scharf, and I. Žutić, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 077002 (2016).
- [30] A. Matos-Abiague, J. Shabani, A. D. Kent, G. L. Fatin, B. Scharf, and I. Žutić, *Solid State Communications* **262**, 1 (2017).
- [31] J. Klinovaja, P. Stano, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 236801 (2012).
- [32] D. Rainis, A. Saha, J. Klinovaja, L. Trifunovic, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 196803 (2014).
- [33] S. Boutin, J. Camirand Lemyre, and I. Garate, *Phys. Rev. B* **98**, 214512 (2018).
- [34] D. Lachance-Quirion, J. Camirand Lemyre, L. Bergeron, C. Sarra-Bournet, and M. Pioro-Ladrière, *Applied Physics Letters* **107**, 223103s (2015).
- [35] R. Engel-Herbert and T. Hesjedal, *Journal of Applied Physics* **97**, 074504 (2005).
- [36] Using e.g. the RADIA *Wolfram Mathematica* package <http://www.esrf.eu/Accelerators/Groups/InsertionDevices/Software/Radia>.
- [37] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity: Second Edition*, Dover Books on Physics (Dover Publications, 2004).
- [38] D. J. Thouless and S. Kirkpatrick, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **14**, 235 (1981).
- [39] N. Khaneja, T. Reiss, C. Kehlet, T. Schulte-Herbrüggen, and S. J. Glaser, *Journal of Magnetic Resonance* **172**, 296 (2005).
- [40] S. Das Sarma, A. Nag, and J. D. Sau, *Phys. Rev. B* **94**, 035143 (2016).
- [41] C.-K. Chiu, J. C. Y. Teo, A. P. Schnyder, and S. Ryu, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 035005 (2016).

- [42] A. R. Akhmerov, J. P. Dahlhaus, F. Hassler, M. Wimmer, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 057001 (2011).
- [43] D. J. Wales and J. P. K. Doye, *The Journal of Physical Chemistry A* **101**, 5111 (1997).
- [44] F. Forster, M. Mühlbacher, D. Schuh, W. Wegscheider, and S. Ludwig, *Phys. Rev. B* **91**, 195417 (2015).
- [45] P. D. Ye, D. Weiss, K. V. Klitzing, K. Eberl, and H. Nickel, *Applied Physics Letters* **67**, 1441 (1995).
- [46] E. Skuras, A. R. Long, S. Chowdhury, M. Rahman, K. J. Kirk, and J. H. Davies, *Journal of Applied Physics* **90**, 2623 (2001).
- [47] J. Cayao, P. San-Jose, A. M. Black-Schaffer, R. Aguado, and E. Prada, *Phys. Rev. B* **96**, 205425 (2017).
- [48] F. Kuemmeth, S. Ilani, D. Ralph, and P. McEuen, *Nature* **452**, 448 (2008).
- [49] A. Giorgioni, S. Paleari, S. Cecchi, E. Vitiello, E. Grilli, G. Isella, W. Jantsch, M. Fanciulli, and F. Pezzoli, *Nature communications* **7**, 13886 (2016).
- [50] A. E. G. Mikkelsen, P. Kotetes, P. Krogstrup, and K. Flensberg, *Phys. Rev. X* **8**, 031040 (2018).
- [51] L. Jiang, C. L. Kane, and J. Preskill, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130504 (2011).
- [52] P. Bonderson and R. M. Lutchyn, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130505 (2011).
- [53] A. E. Antipov, A. Bargerbos, G. W. Winkler, B. Bauer, E. Rossi, and R. M. Lutchyn, *Phys. Rev. X* **8**, 031041 (2018).
- [54] G. W. Winkler, A. E. Antipov, B. van Heck, A. A. Soluyanov, L. I. Glazman, M. Wimmer, and R. M. Lutchyn, ArXiv e-prints (2018), 1810.04180.

Bibliographie

- [1] A. Aspuru-Guzik, A. D. Dutoi, P. J. Love et M. Head-Gordon. Supporting Material : Simulated Quantum Computation of Molecular Energies. *Science* **309**(5741), 1704–1708 (2005). <http://www.sciencemag.org/cgi/content/full/309/5741/1704/DC1%5Cnpapers://6ba9bf75-7dcc-4a9b-b1a7-22d2ef0616d5/Paper/p9645>.
- [2] B. P. Lanyon, J. D. Whitfield, G. G. Gillett, M. E. Goggin, M. P. Almeida, Kassall., J D Biamonte, M Mohseni, B J Powell, M Barbieri, A Aspuru-Guzik et A G White. Towards quantum chemistry on a quantum computer. *Nat. Chem.* **2**(2), 106–111 (2010). <http://dx.doi.org/10.1038/nchem.483>.
- [3] Abhinav Kandala, Antonio Mezzacapo, Kristan Temme, Maika Takita, Markus Brink, Jerry M. Chow et Jay M. Gambetta. Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets. *Nature* **549**(7671), 242–246 (2017). [doi :10.1038/nature23879](https://doi.org/10.1038/nature23879).
- [4] Dominic J. Moylett, Noah Linden et Ashley Montanaro. Quantum speedup of the traveling-salesman problem for bounded-degree graphs. *Phys. Rev. A* **95**(3), 1–10 (2017). [doi :10.1103/PhysRevA.95.032323](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.032323).
- [5] P.W. Shor. Algorithms for quantum computation : discrete logarithms and factoring. Dans *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, 124–134. IEEE Comput. Soc. Press, (1994).
- [6] Charles H. Bennett et Gilles Brassard. Quantum cryptography : Public key distribution and coin tossing. *Theoretical Computer Science* **560**(P1), 7–11 (2014). [doi :10.1016/j.tcs.2014.05.025](https://doi.org/10.1016/j.tcs.2014.05.025).
- [7] John Clarke et Frank K Wilhelm. Superconducting quantum bits. *Nature* **453**(7198), 1031–1042 (2008). <http://dx.doi.org/10.1038/nature07128>.
- [8] Floris A. Zwanenburg, Andrew S. Dzurak, Andrea Morello, Michelle Y. Simmons, Lloyd C.L. Hollenberg, Gerhard Klimeck, Sven Rogge, Susan N. Coppersmith et Mark A. Eriksson. Silicon quantum electronics. *Reviews of Modern Physics* **85**(3), 961–1019 (2013). [doi :10.1103/RevModPhys.85.961](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.961).
- [9] B. Lekitsch, S. Weidt, a. G. Fowler, K. Mølmer, S. J. Devitt, Ch. Wunderlich et W. K. Hensinger. Blueprint for a microwave ion trap quantum computer. (February), 1–11 (2015). [arXiv :1508.00420](https://arxiv.org/abs/1508.00420).
- [10] John Preskill. Quantum Computing in the NISQ era and beyond. *Quantum* **2**(July), 79 (2018). [doi :10.22331/q-2018-08-06-79](https://doi.org/10.22331/q-2018-08-06-79).

- [11] Yuval Oreg, Gil Refael et Felix Von Oppen. Helical liquids and Majorana bound states in quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* **105**(17), 1–4 (2010). doi :[10.1103/PhysRevLett.105.177002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.177002).
- [12] Roman M. Lutchyn, Jay D. Sau et S. Das Sarma. Majorana fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* **105**(7), 1–4 (2010). doi :[10.1103/PhysRevLett.105.077001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.077001).
- [13] David P. DiVincenzo. The Physical Implementation of Quantum Computation. *Fortschritte der Physik* **48**(9-11), 771–783 (2000). doi :[10.1002/1521-3978\(200009\)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E](https://doi.org/10.1002/1521-3978(200009)48:9/11<771::AID-PROP771>3.0.CO;2-E).
- [14] L. Hutin, B. Bertrand, R. Maurand, M. Urdampilleta, B. Jadot, H. Bohuslavskyi, L. Bourdet, Y.-M. Niquet, X. Jehl, S. Barraud, C. Bauerle, T. Meunier, M. Sanquer, S. De Franceschi et M. Vinet. SOI CMOS technology for quantum information processing. *2017 IEEE International Conference on IC Design and Technology (ICICDT)* , 1–4 (2017). doi :[10.1109/ICICDT.2017.7993523](https://doi.org/10.1109/ICICDT.2017.7993523).
- [15] L. M. K. Vandersypen, H. Bluhm, J. S. Clarke, A. S. Dzurak, R. Ishihara, A. Morello, D. J. Reilly, L. R. Schreiber et M. Veldhorst. Interfacing spin qubits in quantum dots and donors - hot, dense and coherent. *npj Quantum Information* **3**(34), 1–10 (2016). doi :[10.1038/s41534-017-0038-y](https://doi.org/10.1038/s41534-017-0038-y).
- [16] David J. Reilly. Engineering the quantum-classical interface of solid-state qubits. *Npj Quantum Information* **1**, 15011 (2015). <https://doi.org/10.1038/npjqi.2015.11> <http://10.0.4.14/npjqi.2015.11>.
- [17] Jeroen P. G. van Dijk, Erika Kawakami, Raymond N. Schouten, Menno Veldhorst, Lieven M. K. Vandersypen, Masoud Babaie, Edoardo Charbon et Fabio Sebastiano. The impact of classical control electronics on qubit fidelity. , 1–30 (2018). arXiv :[1803.06176](https://arxiv.org/abs/1803.06176).
- [18] Daniel Loss et David P. DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Phys. Rev. A* **57**(1), 120–126 (1998). doi :[10.1103/PhysRevA.57.120](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.57.120).
- [19] B. E. Kane. A silicon-based nuclear spin quantum computer. *Nature* **393**(6681), 133–137 (1998). <http://dx.doi.org/10.1038/30156>.
- [20] Juha T. Muhonen, Juan P. Dehollain, Arne Laucht, Fay E. Hudson, Rachpon Kalra, Takeharu Sekiguchi, Kohei M. Itoh, David N. Jamieson, Jeffrey C. McCallum, Andrew S. Dzurak et Andrea Morello. Storing quantum information for 30 seconds in a nanoelectronic device. *Nature Nanotechnology* **9**(12), 986–991 (2014). doi :[10.1038/nnano.2014.211](https://doi.org/10.1038/nnano.2014.211).
- [21] M. Veldhorst, J. C. C. Hwang, C. H. Yang, a. W. Leenstra, B. de Ronde, Juan P. Dehollain, J. T. Muhonen, F. E. Hudson, K M Itoh, A Morello et a S Dzurak. An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control-fidelity. *Nature Nanotechnology* **9**(12), 981–985 (2014). doi :[10.1038/nnano.2014.216](https://doi.org/10.1038/nnano.2014.216).
- [22] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J .R. Petta, S. Tarucha et L.M. K. Vandersypen. Spins in few-electron quantum dots. *Reviews of Modern Physics* **79**(4), 1217–1265 (2007). doi :[10.1103/RevModPhys.79.1217](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.79.1217).
- [23] K. C. Nowack, F. H. L. Koppens, Yu. V. Nazarov et L. M. K. Vandersypen. Coherent Control of a Single Electron Spin with Electric Fields. *Science* **318**(5855), 1430–1433 (2007). doi :[10.1126/science.1148092](https://doi.org/10.1126/science.1148092).

- [24] Yasuhiro Tokura, Wilfred G. van der Wiel, Toshiaki Obata et Seigo Tarucha. Coherent Single Electron Spin Control in a Slanting Zeeman Field. *Phys. Rev. Lett.* **96**(4), 047202 (2006). doi :[10.1103/PhysRevLett.96.047202](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.047202).
- [25] M. Pioro-Ladrière, T. Obata, Y. Tokura, Y.-S. Shin, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama et S. Tarucha. Electrically driven single-electron spin resonance in a slanting Zeeman field. *Nat. Phys.* **4**(10), 776–779 (2008). doi :[10.1038/nphys1053](https://doi.org/10.1038/nphys1053).
- [26] Jun Yoneda, Kenta Takeda, Tomohiro Otsuka, Takashi Nakajima, Matthieu R. Delbecq, Giles Allison, Takumu Honda, Tetsuo Kodera, Shunri Oda, Yusuke Hoshi, Noritaka Usami, Kohei M. Itoh et Seigo Tarucha. A quantum-dot spin qubit with coherence limited by charge noise and fidelity higher than 99.9%. *Nature Nanotechnology* **13**(2), 102–106 (2018). doi :[10.1038/s41565-017-0014-x](https://doi.org/10.1038/s41565-017-0014-x).
- [27] Jun Yoneda, Tomohiro Otsuka, Tatsuki Takakura, Michel Pioro-Ladrière, Roland Brunner, Hong Lu, Takashi Nakajima, Toshiaki Obata, Akito Noiri, Christopher J. Palmstrøm, Arthur C. Gossard et Seigo Tarucha. Robust micromagnet design for fast electrical manipulations of single spins in quantum dots. *Applied Physics Express* **8**(8), 084401 (2015). doi :[10.7567/APEX.8.084401](https://doi.org/10.7567/APEX.8.084401).
- [28] Allen Kha, Robert Joynt et Dimitrie Culcer. Do micromagnets expose spin qubits to charge and Johnson noise? *Appl. Phys. Lett.* **107**(17), 172101 (2015). doi :[10.1063/1.4934693](https://doi.org/10.1063/1.4934693).
- [29] A. Lauwers, M De Potter, O. Chamirian, R. Lindsay, C. Demeurisse, C. Vrancken et K. Maex. Silicides for the 100-nm node and beyond : Co-silicide , Co (Ni) -silicide and Ni-silicide. *Microelectronic Engineering* **64**, 131–142 (2002).
- [30] Hameda Ali Abrass. *Cobalt Silicide Formation through a diffusion barrier*. Thèse de Doctorat, University of Pretonia, (2015).
- [31] Maryamsadat Hosseini, Daisuke Ando, Yuji Sutou et Junichi Koike. Co and CoTi contact plug and barrier layer in integrated circuits. *Microelectronic Engineering* **189**, 78–84 (2018). doi :[10.1016/j.mee.2017.12.017](https://doi.org/10.1016/j.mee.2017.12.017).
- [32] Kamyar Saeedi, Stephanie Simmons, Jeff Z. Salvail, Phillip Dluhy, Helge Riemann, Nikolai V. Abrosimov, Peter Becker, H.-J. Pohl, John J. L. Morton et Mike L. W. Thewalt. Room-Temperature Quantum Bit Storage Exceeding 39 Minutes Using Ionized Donors in Silicon-28. *Science* **342**(6160), 830–833 (2013). doi :[10.1126/science.1239584](https://doi.org/10.1126/science.1239584).
- [33] Chetan Nayak, Steven H. Simon, Ady Stern, Michael Freedman et Sankar Das Sarma. Non-Abelian anyons and topological quantum computation. *Reviews of Modern Physics* **80**(3), 1083–1159 (2008). doi :[10.1103/RevModPhys.80.1083](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.1083).
- [34] Torsten Karzig, Christina Knapp, Roman M. Lutchyn, Parsa Bonderson, Matthew B. Hastings, Chetan Nayak, Jason Alicea, Karsten Flensberg, Stephan Plugge, Yuval Oreg, Charles M. Marcus et Michael H. Freedman. Scalable designs for quasiparticle-poisoning-protected topological quantum computation with Majorana zero modes. *Phys. Rev. B* **95**(23), 1–32 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.95.235305](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.235305).
- [35] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers et L. P. Kouwenhoven. Signatures of Majorana Fermions in Hybrid Superconductor-Semiconductor Nanowire Devices. *Science* **336**(6084), 1003–1007 (2012). doi :[10.1126/science.1222360](https://doi.org/10.1126/science.1222360).

- [36] S M Albrecht, A P Higginbotham, M Madsen, F Kuemmeth, T S Jespersen, J Nyg, P Krogstrup et C M Marcus. Exponential Protection of Zero Modes in Majorana Islands. *Nature* **531**(7593), 206–209 (2016). doi :[10.1038/nature17162](https://doi.org/10.1038/nature17162).
- [37] M. T. Deng, S. Vaitiekėnas, E. B. Hansen, J. Danon, M. Leijnse, K. Flensberg, J. Nygård, P. Krogstrup et C. M. Marcus. Majorana bound state in a coupled quantum-dot hybrid-nanowire system. *Science* **354**(6319), 1557–1562 (2016). doi :[10.1126/science.aaf3961](https://doi.org/10.1126/science.aaf3961).
- [38] Hao Zhang, Chun Xiao Liu, Sasa Gazibegovic, Di Xu, John A. Logan, Guanzhong Wang, Nick Van Loo, Jouri D.S. Bommer, Michiel W.A. De Moor, Diana Car, Roy L.M. Op Het Veld, Petrus J. Van Veldhoven, Sebastian Koelling, Marcel A. Verheijen, Mihir Pendharkar, Daniel J. Pennachio, Borzoyeh Shojaei, Joon Sue Lee, Chris J. Palmstrøm, Erik P.A.M. Bakkers, S. Das Sarma et Leo P. Kouwenhoven. Quantized Majorana conductance. *Nature* **556**(7699), 74–79 (2018). doi :[10.1038/nature26142](https://doi.org/10.1038/nature26142).
- [39] H. J. Suominen, M. Kjaergaard, A. R. Hamilton, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, C. M. Marcus et F. Nichele. Zero-Energy Modes from Coalescing Andreev States in a Two-Dimensional Semiconductor-Superconductor Hybrid Platform. *Phys. Rev. Lett.* **119**(17), 1–5 (2017). doi :[10.1103/PhysRevLett.119.176805](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.176805).
- [40] Morten Kjaergaard, Konrad Wölms et Karsten Flensberg. Majorana fermions in superconducting nanowires without spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **85**(2), 1–4 (2012). doi :[10.1103/PhysRevB.85.020503](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.020503).
- [41] Kenta Takeda, Jun Kamioka, Tomohiro Otsuka, Jun Yoneda, Takashi Nakajima, Matthieu R Delbecq, Shinichi Amaha, Giles Allison, Tetsuo Kodera, Shunri Oda et Seigo Tarucha. A fault-tolerant addressable spin qubit in a natural silicon quantum dot. *Sci. Adv.* **2**(8), e1600694 (2016). doi :[10.1017/CBO9781107415324.004](https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004).
- [42] D. M. Zajac, A. J. Sigillito, M. Russ, F. Borjans, J. M. Taylor, G. Burkard et J. R. Petta. Resonantly driven CNOT gate for electron spins. *Science* **359**(6374), 439–442 (2018). doi :[10.1126/science.aao5965](https://doi.org/10.1126/science.aao5965).
- [43] M. Pioro-Ladrière, Y. Tokura, T. Obata, T. Kubo et S. Tarucha. Micromagnets for coherent control of spin-charge qubit in lateral quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **90**(2), 22–25 (2007). doi :[10.1063/1.2430906](https://doi.org/10.1063/1.2430906).
- [44] E. Kawakami, P. Scarlino, Daniel R. Ward, F. R. Braakman, D. E. Savage, M. G. Lagally, Mark Friesen, Susan N. Coppersmith, Mark A. Eriksson et L. M. K. Vandersypen. Electrical control of a long-lived spin qubit in a Si/SiGe quantum dot. *Nature Nanotechnology* **9**(9), 666–670 (2014). doi :[10.1038/nnano.2014.153](https://doi.org/10.1038/nnano.2014.153).
- [45] Toshiaki Obata, Michel Pioro-Ladriere, Yasuhiro Tokura, Yun-Sok Shin, Toshihiro Kubo, Katsuharu Yoshida, Tomoyasu Taniyama et Seigo Tarucha. Coherent manipulation of individual electron spin in a double quantum dot integrated with a micromagnet. *Phys Rev B* **81**(8), 85317 (2010). doi :[10.1103/PhysRevB.81.085317](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.81.085317).
- [46] R. Brunner, Y.-S. Shin, T. Obata, M. Pioro-Ladrière, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, Y. Tokura et S. Tarucha. Two-Qubit Gate of Combined Single-Spin Rotation and Interdot Spin Exchange in a Double Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **107**(14), 146801 (2011). doi :[10.1103/PhysRevLett.107.146801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.146801).
- [47] R. Neumann et L. R. Schreiber. Simulation of micro-magnet stray-field dynamics for spin qubit manipulation. *J. Appl. Phys.* **117**(19) (2015). doi :[10.1063/1.4921291](https://doi.org/10.1063/1.4921291).

- [48] F. Borjans, D.M. Zajac, T.M. Hazard et J.R. Petta. Single-Spin Relaxation in a Synthetic Spin-Orbit Field. *Phys. Rev. Appl.* **11**(4), 044063 (2019). doi :10.1103/PhysRevApplied.11.044063.
- [49] Jonathan A. Jones. Quantum computing with NMR. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy* **59**(2), 91–120 (2011). doi :10.1016/j.pnmrs.2010.11.001.
- [50] V. V. Dobrovitski, G.D. Fuchs, A.L. Falk, C. Santori et D.D. Awschalom. Quantum Control over Single Spins in Diamond. *Annual Review of Condensed Matter Physics* **4**(1), 23–50 (2013). doi :10.1146/annurev-conmatphys-030212-184238.
- [51] Jarryd J. Pla, Kuan Y. Tan, Juan P. Dehollain, Wee H. Lim, John J. L. Morton, David N. Jamieson, Andrew S. Dzurak et Andrea Morello. A single-atom electron spin qubit in silicon. *Nature* **489**(7417), 541–545 (2012). <http://dx.doi.org/10.1038/nature11449>.
- [52] F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven et L. M. K. Vandersypen. Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot. *Nature* **442**(7104), 766–771 (2006). doi :10.1038/nature05065.
- [53] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë. *Mécanique Quantique I*. Hermann Éditeurs des sciences et des arts, (1998).
- [54] M. Veldhorst, C. H. Yang, J. C. C. Hwang, W. Huang, J. P. Dehollain, J. T. Muhonen, S. Simmons, A. Laucht, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello et a. S. Dzurak. A two-qubit logic gate in silicon. *Nature* **526**(7573), 410–414 (2015). doi :10.1038/nature15263.
- [55] C. H. Yang, K. W. Chan, R. Harper, W. Huang, T. Evans, J. C.C. Hwang, B. Hensen, A. Laucht, T. Tanttu, F. E. Hudson, S. T. Flammia, K. M. Itoh, A. Morello, S. D. Bartlett et A. S. Dzurak. Silicon qubit fidelities approaching incoherent noise limits via pulse engineering. *Nature Electronics* **2**(4), 151–158 (2019). doi :10.1038/s41928-019-0234-1.
- [56] Leon C. Camenzind, Liuqi Yu, Peter Stano, Jeremy D. Zimmerman, Arthur C. Gossard, Daniel Loss et Dominik M. Zumbühl. Spectroscopy of Quantum Dot Orbitals with In-Plane Magnetic Fields. *Phys. Rev. Lett.* **122**(20), 207701 (2019). doi :10.1103/PhysRevLett.122.207701.
- [57] Rui Li. Spin manipulation and spin dephasing in quantum dot integrated with a slanting magnetic field. *Physica Scripta* **94**(8), 085808 (2019). doi :10.1088/1402-4896/ab1358.
- [58] L. Petit, J. M. Boter, H. G.J. Eenink, G. Droulers, M. L.V. Tagliaferri, R. Li, D. P. Franke, K. J. Singh, J. S. Clarke, R. N. Schouten, V. V. Dobrovitski, L. M.K. Vandersypen et M. Veldhorst. Spin Lifetime and Charge Noise in Hot Silicon Quantum Dot Qubits. *Phys. Rev. Lett.* **121**(7), 1–5 (2018). doi :10.1103/PhysRevLett.121.076801.
- [59] T. F. Watson, S. G.J. Philips, E. Kawakami, D. R. Ward, P. Scarlino, M. Veldhorst, D. E. Savage, M. G. Lagally, Mark Friesen, S. N. Coppersmith, M. A. Eriksson et L. M.K. Vandersypen. A programmable two-qubit quantum processor in silicon. *Nature* **555**(7698), 633–637 (2018). doi :10.1038/nature25766.
- [60] S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, E. P. A. M. Bakkers et L. P. Kouwenhoven. Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire. *Nature* **468**(7327), 1084–1087 (2010). <http://dx.doi.org/10.1038/nature09682>.
- [61] J. W.G. Van Den Berg, S. Nadj-Perge, V. S. Pribiag, S. R. Plissard, E. P.A.M. Bakkers, S. M. Frolov et L. P. Kouwenhoven. Fast spin-orbit qubit in an indium antimonide nanowire. *Phys. Rev. Lett.* **110**(6), 1–5 (2013). doi :10.1103/PhysRevLett.110.066806.

- [62] R. Maurand, X. Jehl, D. Kotekar-Patil, A. Corna, H. Bohuslavskyi, R. Laviéville, L. Hutin, S. Barraud, M. Vinet, M. Sanquer et S. De Franceschi. A CMOS silicon spin qubit. *Nat. Commun.* **7**, 13575 (2016). doi :[10.1038/ncomms13575](https://doi.org/10.1038/ncomms13575).
- [63] Andrea Corna, Léo Bourdet, Romain Maurand, Alessandro Crippa, Dharmraj Kotekar-Patil, Heorhii Bohuslavskyi, Romain Laviéville, Louis Hutin, Sylvain Barraud, Xavier Jehl, Maud Vinet, Silvano De Franceschi, Yann-Michel Niquet et Marc Sanquer. Electrically driven electron spin resonance mediated by spin–valley–orbit coupling in a silicon quantum dot. *npj Quantum Information* **4**(1), 1–7 (2018). doi :[10.1038/s41534-018-0059-1](https://doi.org/10.1038/s41534-018-0059-1).
- [64] Hannes Watzinger, Josip Kukučka, Lada Vukušić, Fei Gao, Ting Wang, Friedrich Schäffler, Jian Jun Zhang et Georgios Katsaros. A germanium hole spin qubit. *Nat. Commun.* **9**(1), 2–7 (2018). doi :[10.1038/s41467-018-06418-4](https://doi.org/10.1038/s41467-018-06418-4).
- [65] A. Crippa, R. Ezzouch, A. Aprá, A. Amisse, R. Laviéville, L. Hutin, B. Bertrand, M. Vinet, M. Urdampilleta, T. Meunier, M. Sanquer, X. Jehl, R. Maurand et S. De Franceschi. Gate-reflectometry dispersive readout and coherent control of a spin qubit in silicon. *Nat. Commun.* **10**(1), 2776 (2019). doi :[10.1038/s41467-019-10848-z](https://doi.org/10.1038/s41467-019-10848-z).
- [66] J. Yoneda, T. Otsuka, T. Nakajima, T. Takakura, T. Obata, M. Pioro-Ladrière, H. Lu, C. J. Palmstrøm, A. C. Gossard et S. Tarucha. Fast Electrical Control of Single Electron Spins in Quantum Dots with Vanishing Influence from Nuclear Spins. *Phys. Rev. Lett.* **113**(26), 267601 (2014). doi :[10.1103/PhysRevLett.113.267601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.267601).
- [67] Erika Kawakami, Thibaut Jullien, Pasquale Scarlino, Daniel R. Ward, Donald E. Savage, Max G. Lagally, Viatcheslav V. Dobrovitski, Mark Friesen, Susan N. Coppersmith, Mark A. Eriksson et Lieven M. K. Vandersypen. Gate fidelity and coherence of an electron spin in an Si/SiGe quantum dot with micromagnet. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **113**(42), 11738–11743 (2016). doi :[10.1073/pnas.1603251113](https://doi.org/10.1073/pnas.1603251113).
- [68] R. C. C. Leon, C. H. Yang, J. C. C. Hwang, J. Camirand Lemyre, T. Tanttu, W. Huang, K. W. Chan, K. Y. Tan, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, A. Laucht, M. Pioro-Ladrière, A. Saraiva et A. S. Dzurak. Coherent spin control of s-, p-, d- and f-electrons in a silicon quantum dot. *arXiv e-prints*: **1902.01550**, 1–8 (2019). arXiv :[1902.01550](https://arxiv.org/abs/1902.01550).
- [69] C. H. Yang, R. C. C. Leon, J. C. C. Hwang, A. Saraiva, T. Tanttu, W. Huang, J. Camirand Lemyre, K. W. Chan, K. Y. Tan, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, M. Pioro-Ladrière, A. Laucht et A. S. Dzurak. Silicon quantum processor unit cell operation above one Kelvin. *arXiv* , 1–9 (2019). arXiv :[1902.09126](https://arxiv.org/abs/1902.09126).
- [70] X. Croot, X. Mi, S. Putz, M. Benito, F. Borjans, G. Burkard et J. R. Petta. Flopping-mode electric dipole spin resonance. *arXiv* **1**, 1–6 (2019). arXiv :[1905.00346](https://arxiv.org/abs/1905.00346).
- [71] Benjamin Venitucci, Léo Bourdet, Daniel Pouzada et Yann Michel Niquet. Electrical manipulation of semiconductor spin qubits within the g -matrix formalism. *Phys. Rev. B* **98**(15), 1–17 (2018). doi :[10.1103/PhysRevB.98.155319](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.98.155319).
- [72] Benjamin Venitucci et Yann Michel Niquet. Simple model for electrical hole spin manipulation in semiconductor quantum dots : Impact of dot material and orientation. *Phys. Rev. B* **99**(11) (2019). doi :[10.1103/PhysRevB.99.115317](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.115317).
- [73] J. Chavanne O. Chubar, P. Elleaume. Radia package - mathematica, (1997).

- [74] James S. Clarke, Mark Steudtner, Juan Pablo Dehollain, Menno Veldhorst, Jonas Helsen, Zachary R. Yoscovits, Nicole K. Thomas, David P. Franke, Stephanie Wehner, Kanwal J. Singh, Luca Petit, Ruoyu Li et Lieven M. K. Vandersypen. A crossbar network for silicon quantum dot qubits. *Sci. Adv.* **4**(7), eaar3960 (2018). doi :[10.1126/sciadv.aar3960](https://doi.org/10.1126/sciadv.aar3960).
- [75] T. A. Baart, M. Shafiei, T. Fujita, C. Reichl, W. Wegscheider et L. M.K. Vandersypen. Single-spin CCD. *Nature Nanotechnology* **11**(4), 330–334 (2016). doi :[10.1038/nnano.2015.291](https://doi.org/10.1038/nnano.2015.291).
- [76] H. Flentje, P. A. Mortemousque, R. Thalineau, A. Ludwig, A. D. Wieck, C. Bäuerle et T. Meunier. Coherent long-distance displacement of individual electron spins. *Nat. Commun.* **8**(1), 2–7 (2017). doi :[10.1038/s41467-017-00534-3](https://doi.org/10.1038/s41467-017-00534-3).
- [77] Takafumi Fujita, Timothy Alexander Baart, Christian Reichl, Werner Wegscheider et Lieven Mark Koenraad Vandersypen. Coherent shuttle of electron-spin states. *npj Quantum Information* **3**(1), 22 (2017). doi :[10.1038/s41534-017-0024-4](https://doi.org/10.1038/s41534-017-0024-4).
- [78] Julien Camirand Lemyre. Nanofabrication de boîtes quantiques latérales pour l’optimisation de qubits de spin, (2012).
- [79] Monica Benito, Xanthe Croot, Christoph Adelsberger, Stefan Putz, Xiao Mi, Jason R. Petta et Guido Burkard. Electrical control and decoherence of the flopping-mode spin qubit. *Prépublication arXiv* , 28–32 (2019). arXiv :[1904.13117](https://arxiv.org/abs/1904.13117).
- [80] Félix Beaudoin, Dany Lachance-Quirion, W. A. Coish et Michel Pioro-Ladrière. Coupling a single electron spin to a microwave resonator : controlling transverse and longitudinal couplings. *Nanotechnology* **27**(46), 464003 (2016). doi :[10.1088/0957-4484/27/46/464003](https://doi.org/10.1088/0957-4484/27/46/464003).
- [81] Paul Harrison. *Quantum Wells, Wires And Dots. Theoretical and computational physics of semiconductor nanostructures*. Wiley-Interscience, seconde édition, (2005).
- [82] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong et Y. Hirayama. Coherent manipulation of electronic states in a double quantum dot. *Phys. Rev. Lett.* **91**(22), 1–4 (2003). doi :[10.1103/PhysRevLett.91.226804](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.226804).
- [83] J.R. Petta, A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson et A. C. Gossard. Manipulation of a Single Charge in a Double Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **93**(18), 186802 (2004). doi :[10.1103/PhysRevLett.93.186802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.186802).
- [84] K. D. Petersson, J .R. Petta, H. Lu et A. C. Gossard. Quantum Coherence in a One-Electron Semiconductor Charge Qubit. *Phys. Rev. Lett.* **105**(24), 246804 (2010). doi :[10.1103/PhysRevLett.105.246804](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.246804).
- [85] Dohun Kim, D. R. Ward, C. B. Simmons, John King Gamble, Robin Blume-Kohout, Erik Nielsen, D. E. Savage, M. G. Lagally, Mark Friesen, S. N. Coppersmith et M. A. Eriksson. Microwave-driven coherent operation of a semiconductor quantum dot charge qubit. *Nature Nanotechnology* **10**(3), 243–247 (2015). doi :[10.1038/nnano.2014.336](https://doi.org/10.1038/nnano.2014.336).
- [86] Frederico Martins, Filip K. Malinowski, Peter D. Nissen, Edwin Barnes, Saeed Fallahi, Geoffrey C. Gardner, Michael J. Manfra, Charles M. Marcus et Ferdinand Kuemmeth. Noise Suppression Using Symmetric Exchange Gates in Spin Qubits. *Phys. Rev. Lett.* **116**(11), 116801 (2016). doi :[10.1103/PhysRevLett.116.116801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.116801).
- [87] Dohun Kim, Daniel R. Ward, Christie B. Simmons, Don E. Savage, Max G. Lagally, Mark Friesen, Susan N. Coppersmith et Mark A. Eriksson. High-fidelity resonant gating of a silicon-based quantum dot hybrid qubit. *npj Quantum Information* **1**(June) (2015). doi :[10.1038/npjqi.2015.4](https://doi.org/10.1038/npjqi.2015.4).

- [88] M. D. Reed, B. M. Maune, R. W. Andrews, M. G. Borselli, K. Eng, M. P. Jura, A. A. Kiselev, T. D. Ladd, S. T. Merkel, I. Milosavljevic, E. J. Pritchett, M. T. Rakher, R. S. Ross, A. E. Schmitz, A. Smith, J. A. Wright, M. F. Gyure et A. T. Hunter. Reduced Sensitivity to Charge Noise in Semiconductor Spin Qubits via Symmetric Operation. *Phys. Rev. Lett.* **116**(11), 110402 (2016). doi :[10.1103/PhysRevLett.116.110402](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.110402).
- [89] Yuan-Chi Yang, S. N. Coppersmith et Mark Friesen. Achieving high-fidelity single-qubit gates in a strongly driven charge qubit with $1/f$ charge noise. *npj Quantum Information* **5**(1) (2019). doi :[10.1038/s41534-019-0127-1](https://doi.org/10.1038/s41534-019-0127-1).
- [90] X. Mi, J. V. Cady, D. M. Zajac, P. W. Deelman et J. R. Petta. Strong coupling of a single electron in silicon to a microwave photon. *Science* **355**(6321), 156–158 (2017). doi :[10.1126/science.aal2469](https://doi.org/10.1126/science.aal2469).
- [91] N. Samkharadze, G. Zheng, N. Kalhor, D. Brousse, A. Sammak, U. C. Mendes, A. Blais, G. Scappucci et L. M. K. Vandersypen. Strong spin-photon coupling in silicon. *Science (New York, N.Y.)* **1127**(March), eaar4054 (2018). doi :[10.1126/science.aar4054](https://doi.org/10.1126/science.aar4054).
- [92] X. Mi, M. Benito, S. Putz, D. M. Zajac, J. M. Taylor, Guido Burkard et J. R. Petta. A coherent spin-photon interface in silicon. *Nature* **555**(7698), 599–603 (2018). doi :[10.1038/nature25769](https://doi.org/10.1038/nature25769).
- [93] T. Cubaynes, M. R. Delbecq, M. C. Dartiailh, R. Assouly, M. M. Desjardins, L. C. Contamin, L. E. Bruhat, Z. Leghtas, F. Mallet, A. Cottet et T. Kontos. Highly coherent spin states in carbon nanotubes coupled to cavity photons. *ArXiv Condensed Matter e-prints*, 1–13 (2019). arXiv :[1903.05229](https://arxiv.org/abs/1903.05229).
- [94] R. Engel-Herbert et T. Hesjedal. Calculation of the magnetic stray field of a uniaxial magnetic domain. *J. Appl. Phys.* **97**(7) (2005). doi :[10.1063/1.1883308](https://doi.org/10.1063/1.1883308).
- [95] J. M. D. Coey. *Magnetism and Magnetic Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, (2010). doi :[10.1017/CBO9780511845000](https://doi.org/10.1017/CBO9780511845000).
- [96] J.A. OSborn. Demagnetizing Factors of the General Ellipsoid. *Phys. Rev. Lett.* **67**(22), 351–357 (1945). doi :[10.1006/ccog.2001.0523](https://doi.org/10.1006/ccog.2001.0523).
- [97] A. N. Dobrynin, V. M.T.S. Barthem et D. Givord. Revisiting magnetization processes in granular hard magnetic materials. *Appl. Phys. Lett.* **95**(5) (2009). doi :[10.1063/1.3193543](https://doi.org/10.1063/1.3193543).
- [98] Gordon E. Fish. Soft Magnetic Materials. *Proceedings of the IEEE* **78**(6), 947–972 (1990). doi :[10.1109/5.56909](https://doi.org/10.1109/5.56909).
- [99] S. A. Wolf, D. D. Awschalom, R. A. Buhrman, J. M. Doughton, S. von Molnár, M. L. Roukes, A. Y. Chtchelkanova et D. M. Treger. Spintronics : A Spin-Based Electronics Vision for the Future. *Science* **294**(November), 1488 (2001).
- [100] R. L. Comstock. Modern magnetic materials in data storage. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics* **13**(9), 509–523 (2002). doi :[10.1023/A:1019642215245](https://doi.org/10.1023/A:1019642215245).
- [101] J. M. D. Coey. Hard Magnetic Materials : A Perspective. *IEEE Transactions on Magnetics* **47**(12), 4671–4681 (2011). doi :[10.1109/TMAG.2011.2166975](https://doi.org/10.1109/TMAG.2011.2166975).
- [102] C. Van Hoof, J. De Boeck, K. Attenborough, S. Beerten, E. Beyne, J. Fransaer, W. Ruythooren, P. Merken et J. P. Celis. Electrodeposition for the synthesis of microsystems. *Journal of Micromechanics and Microengineering* **10**(2), 101–107 (2002). doi :[10.1088/0960-1317/10/2/301](https://doi.org/10.1088/0960-1317/10/2/301).

- [103] F. Wang, A. Inoue, Y. Han, F. L. Kong, S. L. Zhu, E. Shalaan, F. Al-Marzouki et A. Obaid. Excellent soft magnetic Fe-Co-B-based amorphous alloys with extremely high saturation magnetization above 1.85 T and low coercivity below 3 A/m. *Journal of Alloys and Compounds* **711**, 132–142 (2017). doi :10.1016/j.jallcom.2017.03.341.
- [104] Chloé Bureau-Oxton. *Fabrication de nanoaimants pour le contrôle rapide d'un spin électronique dans une boîte quantique double*. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, (2014). <https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/5298>.
- [105] T. Varpula et T. Poutanen. Magnetic field fluctuations arising from thermal motion of electric charge in conductors. *J. Appl. Phys.* **55**(11), 4015–4021 (1984). doi :10.1063/1.332990.
- [106] R. Neumann et L. R. Schreiber. Simulation of micro-magnet stray-field dynamics for spin qubit manipulation. *J. Appl. Phys.* **117**(19) (2015). doi :10.1063/1.4921291.
- [107] B. P. Van Der Gaag et A. Scherer. Microfabrication below 10 nm. *Appl. Phys. Lett.* **56**(5), 481–483 (1990). doi :10.1063/1.102772.
- [108] M. J. Rooks. Split-gate electron waveguide fabrication using multilayer poly(methylmethacrylate). *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures* **9**(6), 2856 (1991). doi :10.1116/1.585656.
- [109] Y. D. Park, J. A. Caballero, A. Cabbibo, J. R. Childress, H. D. Hudspeth, T. J. Schultz et F. Sharifi. Fabrication of nanometer-sized magnetic structures using e-beam patterned deposition masks. *J. Appl. Phys.* **81**(8), 4717–4719 (2002). doi :10.1063/1.365538.
- [110] I. Zailer, J. E F Frost, V. Chabasseur-Molyneux, C. J B Ford et M. Pepper. Crosslinked PMMA as a high-resolution negative resist for electron beam lithography and applications for physics of low-dimensional structures. *Semiconductor Science and Technology* **11**(8), 1235–1238 (1996). doi :10.1088/0268-1242/11/8/021.
- [111] Andre-Pierre Blanchard-Dionne et Michel Meunier. Electron beam lithography using a PMMA/P(MMA 8.5 MAA) bilayer for negative tone lift-off process. *Journal of Vacuum Science & Technology B, Nanotechnology and Microelectronics: Materials, Processing, Measurement, and Phenomena* **33**(6), 061602 (2015). doi :10.1116/1.4935129.
- [112] Mahmoud A Hussein. Role of Cross-Linking Process on the Performance of PMMA. *International Journal of Biosensors & Bioelectronics* **3**(3), 279–284 (2018). doi :10.15406/ijbsbe.2017.03.00065.
- [113] Huigao Duan, Erging Xie, Li Han et Zhi Xu. Turning PMMA nanofibers into graphene nanoribbons by in situ electron beam irradiation. *Advanced Materials* **20**(17), 3284–3288 (2008). doi :10.1002/adma.200702149.
- [114] H. G. Duan, E. Q. Xie et L. Han. Turning electrospun poly(methyl methacrylate) nanofibers into graphitic nanostructures by in situ electron beam irradiation. *J. Appl. Phys.* **103**(4) (2008). doi :10.1063/1.2874492.
- [115] Huigao Duan, Jianguo Zhao, Yongzhe Zhang, Erqing Xie et Li Han. Preparing patterned carbonaceous nanostructures directly by overexposure of PMMA using electron-beam lithography. *Nanotechnology* **20**(13) (2009). doi :10.1088/0957-4484/20/13/135306.
- [116] Yifang Chen, Kaiwu Peng et Zheng Cui. A lift-off process for high resolution patterns using PMMA/LOR resist stack. *Microelectronic Engineering* **73-74**, 278–281 (2004). doi :10.1016/S0167-9317(04)00111-X.

- [117] Deyu Tu, Ming Liu, Liwei Shang, Changqing Xie et Xiaoli Zhu. A ZEP520-LOR bilayer resist lift-off process by e-beam lithography for nanometer pattern transfer. Dans *2007 7th IEEE Conference on Nanotechnology (IEEE NANO)*, number 08, 624–627. IEEE, (2007).
- [118] I. Maximov, M. Beck, K. Deppert, M. Graczyk, M. H. Magnusson, L. Montelius et E. L. Sarwe. Fabrication of Si-based nanoimprint stamps with sub-20 nm features. *Microelectronic Engineering* **61-62**, 449–454 (2002). <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V0W-45XXDTY-4/2/b0a41e613b3aee4bb36859cce7aa6989>.
- [119] P. Carlberg, M Graczyk, E.-L. Sarwe, I. Maximov, M. Beck et L. Montelius. Lift-off process for nanoimprint lithography. *Microelectronic Engineering* **67-68**, 203–207 (2003). doi :10.1016/S0167-9317(03)00072-8.
- [120] Lihua An, Yuankai Zheng, Kebin Li, Ping Luo et Yihong Wu. Nanometer metal line fabrication using a ZEP520/50 K PMMA bilayer resist by e-beam lithography. *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures* **23(4)**, 1603 (2005). doi :10.1116/1.1978893.
- [121] I. Petrov, P. B. Barna, L. Hultman et J. E. Greene. Microstructural evolution during film growth. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films* **21(5)**, S117–S128 (2003). doi :10.1116/1.1601610.
- [122] Peter M. Martin. *Handbook of Depositions Technologies for film and coating*. Elsevier Inc., Oxford, seconde édition, (2005).
- [123] G. C.A.M. Janssen. Stress and strain in polycrystalline thin films. *Thin Solid Films* **515(17)**, 6654–6664 (2007). doi :10.1016/j.tsf.2007.03.007.
- [124] D. E. Speliotis, G. Bate, J. K. Alstad et J. R. Morrison. Hard Magnetic Films of Iron, Cobalt, and Nickel. *J. Appl. Phys.* **36(3)**, 972–974 (1965). doi :10.1063/1.1714283.
- [125] G. C.A.M. Janssen, M. M. Abdalla, F. van Keulen, B. R. Pujada et B. van Venrooy. Celebrating the 100th anniversary of the Stoney equation for film stress : Developments from polycrystalline steel strips to single crystal silicon wafers. *Thin Solid Films* **517(6)**, 1858–1867 (2009). doi :10.1016/j.tsf.2008.07.014.
- [126] Milton Ohring. Materials Science of Thin Films. Dans *Materials Science of Thin Films*, chapitre 12-Mechani, 711–781. Academic Press, Hoboken, New Jerseyseconde édition (2002).
- [127] G. C.A.M. Janssen et B. R. Pujada. Elastic deformation of silicon (001) wafers due to thin film stresses. *Appl. Phys. Lett.* **91(12)**, 121913 (2007). doi :10.1063/1.2787963.
- [128] M. Finot, I. A. Blech, S. Suresh et H. Fujimoto. Large deformation and geometric instability of substrates with thin-film deposits. *J. Appl. Phys.* **81(8)**, 3457–3464 (1997). doi :10.1063/1.365042.
- [129] George Gerald Stoney. The Tension of Metallic Films Deposited by Electrolysis. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **82(553)**, 172–175 (1909). doi :10.1098/rspa.1909.0021.
- [130] P. A. Flinn. Measurement and interpretation of stress in copper films as a function of thermal history. *Journal of Materials Research* **6(7)**, 1498–1501 (1991). doi :10.1557/JMR.1991.1498.

- [131] Claude A. Klein. How accurate are Stoney's equation and recent modifications. *J. Appl. Phys.* **88**(9), 5487–5489 (2000). doi :[10.1063/1.1313776](https://doi.org/10.1063/1.1313776).
- [132] G. C.A.M. Janssen et J. D. Kamminga. Stress in hard metal films. *Appl. Phys. Lett.* **85**(15), 3086–3088 (2004). doi :[10.1063/1.1807016](https://doi.org/10.1063/1.1807016).
- [133] Harald Köstenbauer, Gerardo A. Fontalvo, Marianne Kapp, Jozef Keckes et Christian Mitterer. Annealing of intrinsic stresses in sputtered TiN films : The role of thickness-dependent gradients of point defect density. *Surface and Coatings Technology* **201**(8), 4777–4780 (2007). doi :[10.1016/j.surfcoat.2006.10.017](https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2006.10.017).
- [134] M. E. Thomas, M. P. Hartnett et J. E. McKay. The use of surface profilometers for the measurement of wafer curvature. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films* **6**(4), 2570–2571 (1988). doi :[10.1116/1.575550](https://doi.org/10.1116/1.575550).
- [135] Maria Rosa Ardigo, Maher Ahmed et Aurélien Besnard. Stoney Formula : Investigation of Curvature Measurements by Optical Profilometer. *Advanced Materials Research* **996**, 361–366 (2014). doi :[10.4028/www.scientific.net/amr.996.361](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.996.361).
- [136] Matthew a Hopcroft, William D Nix et Thomas W Kenny. What is the Young ' s Modulus of Silicon ? *Journal of Microelctromechnical Systems* **19**(2), 229–238 (2010). doi :[10.1109/JMEMS.2009.2039697](https://doi.org/10.1109/JMEMS.2009.2039697).
- [137] P. Klapetek, O. Ohlidal, D. Franta, A. Moutaigne-Ramil, A. Bonanni, D. Stifter et H. Sitter. Atomic Force Microscopy Characterization of ZnTe Epitaxial Films. *acta physica slovacca* **53**(3), 223–230 (2003).
- [138] Mary F. Doerner et William D. Nix. Stresses and deformation processes in thin films on substrates. *Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences* **14**(3), 225–268 (1988). doi :[10.1080/10408438808243734](https://doi.org/10.1080/10408438808243734).
- [139] R. W. Hoofman. Stresses in thin films : the relevance of grain boundaries and impurities. *Thin Solid Films* **34**, 185–190 (1976).
- [140] J.M. Aitken. 1 μ m MOSFET VLSI technology. VIII. Radiation effects. *IEEE Journal of Solid-State Circuits* **14**(2), 294–301 (1979). doi :[10.1109/JSSC.1979.1051177](https://doi.org/10.1109/JSSC.1979.1051177).
- [141] L. P. Rokhinson, L. J. Guo, S. Y. Chou et D. C. Tsui. Double-dot charge transport in Si single-electron/hole transistors. *Appl. Phys. Lett.* **76**(12), 1591–1593 (2000). doi :[10.1063/1.126105](https://doi.org/10.1063/1.126105).
- [142] G. P. Lansbergen, R. Rahman, C. J. Wellard, I. Woo, J. Caro, N. Collaert, S. Biesemans, G. Klimeck, L. C.L. Hollenberg et S. Rogge. Gate-induced quantum-confinement transition of a single dopant atom in a silicon FinFET. *Nat. Phys.* **4**(8), 656–661 (2008). doi :[10.1038/nphys994](https://doi.org/10.1038/nphys994).
- [143] E. P. Nordberg, H. L. Stalford, R. Young, G. A. Ten Eyck, K. Eng, L. A. Tracy, K. D. Childs, J. R. Wendt, R. K. Grubbs, J. Stevens, M. P. Lilly, M. A. Eriksson et Malcolm S. Carroll. Charge sensing in enhancement mode double-top-gated metal-oxide-semiconductor quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **95**(20), 202102 (2009). doi :[10.1063/1.3259416](https://doi.org/10.1063/1.3259416).
- [144] T. P. Ma et Paul V. Dressendorfer. *Ionizing Radiation Effects in MOS Devices and Circuits*. Wiley-Interscience, (1989).

- [145] M. Jergel, I. Cheshko, Y. Halahovets, P. Šiffalovič, I. Mat'Ko, R. Senderák, S. Protsenko, E. Majkov et Šaron Luby. Annealing behaviour of structural and magnetic properties of evaporated Co thin films. *Journal of Physics D: Applied Physics* **42**(13) (2009). doi :[10.1088/0022-3727/42/13/135406](https://doi.org/10.1088/0022-3727/42/13/135406).
- [146] Mike McElfresh. Fundamentals of Magnetism and Magnetic Measurements Featuring QUantum Design's Magnetic Property Measurement System. Technical report, Purdue University, Quantum Design, (1994).
- [147] D. Lederer, H. Igarashi, A. Kost et T. Honma. On the parameter identification and application of the Jiles-Atherton hysteresis model for numerical modelling of measured characteristics. *IEEE Transactions on Magnetics* **35**(3), 1211–1214 (1999). doi :[10.1109/20.767167](https://doi.org/10.1109/20.767167).
- [148] Tilo Dobeneck. A systematic analysis of natural magnetic mineral assemblages based on modelling hysteresis loops with coercivity-related hyperbolic basis functions. *Geophysical Journal International* **124**(3), 675–694 (2007). doi :[10.1111/j.1365-246x.1996.tb05632.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1996.tb05632.x).
- [149] Dany Lachance-Quirion, Julien Camirand Lemyre, Laurent Bergeron, Christian Sarra-Bournet et Michel Pioro-Ladrière. Magnetometry of micro-magnets with electrostatically defined Hall bars. *Appl. Phys. Lett.* **107**(22), 223103 (2015). doi :[10.1063/1.4936626](https://doi.org/10.1063/1.4936626).
- [150] Dany Lachance-Quirion. *Dispositifs quantiques hybrides basés sur les systèmes de spins et les circuits supraconducteurs*. Thèse de Doctorat, Université de Sherbrooke, (2018). <https://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/15268>.
- [151] A. D. Kent, S. Von Molnár, S. Gider et D. D. Awschalom. Properties and measurement of scanning tunneling microscope fabricated ferromagnetic particle arrays (invited). *J. Appl. Phys.* **76**(10), 6656–6660 (1994). doi :[10.1063/1.358160](https://doi.org/10.1063/1.358160).
- [152] A. K. Geim, S. V. Dubonos, J. G.S. Lok, I. V. Grigorieva, J. C. Maan, L. Theil Hansen et P. E. Lindelof. Ballistic hall micromagnetometry. *Appl. Phys. Lett.* **71**(16), 2379–2381 (1997). doi :[10.1063/1.120034](https://doi.org/10.1063/1.120034).
- [153] F. G. Monzon, Mark Johnson et M. L. Roukes. Strong Hall voltage modulation in hybrid ferromagnet/semiconductor microstructures. *Appl. Phys. Lett.* **71**(21), 3087–3089 (1997). doi :[10.1063/1.120254](https://doi.org/10.1063/1.120254).
- [154] Ben Yuan Gu et Jian Wang. Magnetoconductance in quantum waveguides with inhomogeneous magnetic fields. *J. Appl. Phys.* **85**(3), 1591–1596 (1999). doi :[10.1063/1.369291](https://doi.org/10.1063/1.369291).
- [155] H. Van Houten, B. J. Van Wees, M. G.J. Heijman et J. P. André. Submicron conducting channels defined by shallow mesa etch in GaAs-AlGaAs heterojunctions. *Appl. Phys. Lett.* **49**(26), 1781–1783 (1986). doi :[10.1063/1.97243](https://doi.org/10.1063/1.97243).
- [156] K. K. Choi, D. C. Tsui et K. Alavi. Experimental determination of the edge depletion width of a two-dimensional electron gas in GaAs/Al_xGa_{1-x}As. *Appl. Phys. Lett.* **50**(2), 110–112 (1987). doi :[10.1063/1.97869](https://doi.org/10.1063/1.97869).
- [157] F. G. Monzon, D. S. Patterson et M. L. Roukes. Characterization of individual nanomagnets by the local Hall effect. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **195**(1), 19–25 (1999). doi :[10.1016/S0304-8853\(98\)01166-4](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(98)01166-4).
- [158] G. Meier, D. Grundler, K. B. Broocks, Ch Heyn et D. Heitmann. Effect of tilted magnetic fields on bistable nanomagnets in hybrid semiconductor/ferromagnet devices. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **210**(1-3), 138–142 (2000). doi :[10.1016/S0304-8853\(99\)00625-3](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(99)00625-3).

- [159] D. Schuh, J. Biberger, A. Bauer, W. Breuer et D. Weiss. Hall-magnetometry on ferromagnetic dots and dot arrays. *IEEE Transactions on Magnetism* **37**(4 I), 2091–2093 (2001). doi :10.1109/20.951063.
- [160] D. Grundler, G. Meier, K.-B. Broocks, Ch. Heyn et D. Heitmann. Magnetization of small arrays of interacting single-domain particles. *J. Appl. Phys.* **85**(8), 6175–6177 (2002). doi :10.1063/1.370212.
- [161] Chloé Bureau-Oxton, Julien Camirand Lemyre et Michel Pioro-Ladrière. Nanofabrication of Gate-defined GaAs/AlGaAs Lateral Quantum Dots. *Journal of Visualized Experiments* **81**(e50581) (2013). doi :10.3791/50581.
- [162] Stefan Birner, Tobias Zibold, Till Andlauer, Tillmann Kubis, Matthias Sabathil, Alex Trellakis et Peter Vogl. Nextnano : General purpose 3-D simulations. *IEEE Transactions on Electron Devices* **54**(9), 2137–2142 (2007). doi :10.1109/TED.2007.902871.
- [163] Gert-Ludwig Ingold et Yu. V. Nazarov. Single Charge Tunneling. Dans *Single Charge Tunneling*, M. H. Devoret et Grabert H., tome 294, chapitre Chapter 2, 21–107. NATO ASI Series B (2005).
- [164] C. W. J. Beenakker et H. van Houten. Semi-Classical Theory of Magnetoresistance Anomalies in Ballistic Multi-Probe Conductors. Dans *Electronic Properties of Multilayers and Low-Dimensional Semiconductor Structures*, chapitre 5, 75–94. Springer, Boston, MA (1990).
- [165] C. W. J. Beenakker et H. van Houten. Billiard model of a ballistic multiprobe conductor. *Phys. Rev. Lett.* **63**(17), 1857–1860 (1989). doi :10.1103/PhysRevLett.63.1857.
- [166] K. v. Klitzing, G. Dorda et M. Pepper. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. *Phys. Rev. Lett.* **45**(6), 494–497 (1980). doi :10.1103/PhysRevLett.45.494.
- [167] G. Eber, K. von Klitzing, K. Ploog et G. Weinmann. Two-dimensional magneto-quantum transport on GaAs-Al x Ga 1-x As heterostructures under non-ohmic conditions. *Journal of Physics C: Solid State Physics* **16**(28), 5441–5448 (1983). doi :10.1088/0022-3719/16/28/012.
- [168] Amikam Aharoni. Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms. *J. Appl. Phys.* **83**(6), 3432–3434 (1998). doi :10.1063/1.367113.
- [169] B. G. Streetman et S. K. Benerjee. *Solid State Electronic Devices*. Pearson Education, UpperSaddle River, NJ, USA, 6th édition, (2006).
- [170] S. Rochette, M. Rudolph, A. M. Roy, M. J. Curry, G. A. Ten Eyck, R. P. Manginell, J. R. Wendt, T. Pluym, S. M. Carr, D. R. Ward, M. P. Lilly, M. S. Carroll et M. Pioro-Ladrière. Quantum dots with split enhancement gate tunnel barrier control. *Appl. Phys. Lett.* **114**(8) (2019). doi :10.1063/1.5091111.
- [171] Michel Pioro-ladrière, Sophie Rochette, John King Gamble, Gregory A. Ten Eyck, Martin Rudolph et Malcolm S. Carroll. Electronic circuits for Control or Coupling of Single Charges or Spins and Methods Therefor, (2017).
- [172] Marc A. Kastner. Artificial Atoms. *Physics Today* **46**(1), 24–31 (1993). doi :10.1063/1.881393.

- [173] Leo P. Kouwenhoven, Charles M. Marcus, Paul L. McEuen, Seigo Tarucha, Robert M. Westervelt et Ned S. Wingreen. Electron Transport in Quantum Dots. Dans *Mesoscopic Electron Transport*, number 345, chapitre Electron T, 105–214. Springer Netherlands, Dordrecht 1re édition (1997).
- [174] Konstantin K. Likharev. Single-electron devices and their applications. *Proceedings of the IEEE* **87**(4), 606–632 (1999). doi :10.1109/5.752518.
- [175] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing et S. Tarucha. Few-electron quantum dots. *Reports on Progress in Physics* **64**(6), 701–736 (2001). doi :10.1088/0034-4885/64/6/201.
- [176] Stephanie M. Reimann et Matti Manninen. Electronic structure of quantum dots. *Reviews of Modern Physics* **74**(4), 1283–1342 (2002). doi :10.1103/RevModPhys.74.1283.
- [177] M. Ciorga, A. S. Sachrajda, P. Hawrylak, C. Gould, P. Zawadzki, S. Jullian, Y. Feng et Z. Wasilewski. Addition spectrum of a lateral dot from Coulomb and spin-blockade spectroscopy. *Phys. Rev. B* **61**(24) (2000). doi :10.1103/PhysRevB.61.R16315.
- [178] S. D. Liles, R. Li, C. H. Yang, F. E. Hudson, M. Veldhorst, A. S. Dzurak et A. R. Hamilton. Spin and orbital structure of the first six holes in a silicon metal-oxide-semiconductor quantum dot. *Nat. Commun.* **9**(1), 1–7 (2018). doi :10.1038/s41467-018-05700-9.
- [179] M. V. Gomoyunova, I. I. Pronin, N. R. Gall, S. L. Molodtsov et D. V. Vyalikh. The interaction of cobalt with oxidized silicon surface. *Technical Physics Letters* **30**(10), 850–853 (2004). doi :10.1134/1.1813729.
- [180] Tue Nguyen, Herbert L. Ho, David E. Kotecki et Tai D. Nguyen. Reaction mechanism of cobalt with silicon dioxide. *J. Appl. Phys.* **79**(2), 1123 (1996). doi :10.1063/1.362667.
- [181] W. D. Chen, Y. D. Cui, C. C. Hsu et J. Tao. Interaction of Co with Si and SiO₂ during rapid thermal annealing. *J. Appl. Phys.* **69**(11), 7612–7619 (1991). doi :10.1063/1.347530.
- [182] M. J. Curry, T. D. England, N. C. Bishop, G. Ten-Eyck, J. R. Wendt, T. Pluym, M. P. Lilly, S. M. Carr et M. S. Carroll. Cryogenic preamplification of a single-electron-transistor using a silicon-germanium heterojunction-bipolar-transistor. *Appl. Phys. Lett.* **106**(20) (2015). doi :10.1063/1.4921308.
- [183] M. J. Curry, M. Rudolph, T. D. England, A. M. Mounce, R. M. Jock, C. Bureau-Oxton, P. Harvey-Collard, P. A. Sharma, J. M. Anderson, D. M. Campbell, J. R. Wendt, D. R. Ward, S. M. Carr, M. P. Lilly et M. S. Carroll. Single-Shot Readout Performance of Two Heterojunction-Bipolar-Transistor Amplification Circuits at Millikelvin Temperatures. *ArXiv Condensed Matter e-prints*, 1–11 (2019). arXiv :1901.04570.
- [184] Ted Thorbeck et Neil M. Zimmerman. Formation of strain-induced quantum dots in gated semiconductor nanostructures. *AIP Advances* **5**(8), 087107 (2015). doi :10.1063/1.4928320.
- [185] Madhu Thalakulam, C. B. Simmons, B. M. Rosemeyer, D. E. Savage, M. G. Lagally, Mark Friesen, S. N. Coppersmith et M. A. Eriksson. Fast tunnel rates in Si/SiGe one-electron single and double quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **96**(18), 1–4 (2010). doi :10.1063/1.3425892.
- [186] L. DiCarlo, H. J. Lynch, A. C. Johnson, L. I. Childress, K. Crockett, C. M. Marcus, M. P. Hanson et A. C. Gossard. Differential Charge Sensing and Charge Delocalization in a Tunable Double Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **92**(22), 226801 (2004). doi :10.1103/PhysRevLett.92.226801.

- [187] S. Gustavsson, R. Leturcq, M. Studer, I. Shorubalko, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll et A. C. Gossard. Electron counting in quantum dots. *Surface Science Reports* **64**(6), 191–232 (2009). doi :[10.1016/j.surfrep.2009.02.001](https://doi.org/10.1016/j.surfrep.2009.02.001).
- [188] Narii Watase, Masayuki Hashisaka, Koji Muraki et Toshimasa Fujisawa. Single-electron counting statistics with a finite frequency bandwidth. *Japanese J. Appl. Phys.* **53**(4 SPEC. ISSUE) (2014). doi :[10.7567/JJAP.53.04EJ01](https://doi.org/10.7567/JJAP.53.04EJ01).
- [189] O. Naaman et J. Aumentado. Poisson transition rates from time-domain measurements with a finite bandwidth. *Phys. Rev. Lett.* **96**(10), 1–4 (2006). doi :[10.1103/PhysRevLett.96.100201](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.100201).
- [190] O. Naaman et J. Aumentado. Time-domain measurements of quasiparticle tunneling rates in a single-Cooper-pair transistor. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **73**(17), 4–7 (2006). doi :[10.1103/PhysRevB.73.172504](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.172504).
- [191] S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovič, R. Schleser, P. Studerus, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll et A. C. Gossard. Counting statistics and super-Poissonian noise in a quantum dot : Time-resolved measurements of electron transport. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **74**(19), 1–9 (2006). doi :[10.1103/PhysRevB.74.195305](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.195305).
- [192] D A Bagrets et Yu. V Nazarov. Full counting statistics of charge transfer in Coulomb blockade systems. *Phys. Rev. B* **67**(8), 85316 (2003). doi :[10.1103/PhysRevB.67.085316](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.67.085316).
- [193] W. Belzig. Full counting statistics of super-Poissonian shot noise in multilevel quantum dots. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **71**(16), 1–4 (2005). doi :[10.1103/PhysRevB.71.161301](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.71.161301).
- [194] S. K. Gorman, Y. He, M. G. House, J. G. Keizer, D. Keith, L. Fricke, S. J. Hile, M. A. Broome et M. Y. Simmons. Tunneling Statistics for Analysis of Spin-Readout Fidelity. *Phys. Rev. Appl.* **8**(3), 1–11 (2017). doi :[10.1103/PhysRevApplied.8.034019](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.8.034019).
- [195] M. Bruderer, L. D. Contreras-Pulido, M. Thaller, L. Sironi, D. Obreschkow et M. B. Plenio. Inverse counting statistics for stochastic and open quantum systems : The characteristic polynomial approach. *New J. Phys.* **16** (2014). doi :[10.1088/1367-2630/16/3/033030](https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/3/033030).
- [196] H. Birk, M. J. M. de Jong et C. Schönenberger. Shot-Noise Suppression in the Single-Electron Tunneling Regime. *Phys. Rev. Lett.* **75**(8), 1610–1613 (1995). doi :[10.1103/PhysRevLett.75.1610](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1610).
- [197] A. Nauen, I. Hapke-Wurst, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug et K. Pierz. Shot noise in self-assembled InAs quantum dots. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **66**(16), 1613031–1613034 (2002). doi :[10.1103/PhysRevB.66.161303](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.66.161303).
- [198] A. Nauen, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz et R. J. Haug. Shot noise in tunneling through a single quantum dot. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **70**(3), 1–4 (2004). doi :[10.1103/PhysRevB.70.033305](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.033305).
- [199] M. G. Borselli, R. S. Ross, A. A. Kiselev, E. T. Croke, K. S. Holabird, P. W. Deelman, L. D. Warren, I. Alvarado-Rodriguez, I. Milosavljevic, F. C. Ku, W. S. Wong, A. E. Schmitz, M. Sokolich, M. F. Gyure et A. T. Hunter. Measurement of valley splitting in high-symmetry Si/SiGe quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **98**(12) (2011). doi :[10.1063/1.3569717](https://doi.org/10.1063/1.3569717).
- [200] W. H. Lim, C. H. Yang, F. A. Zwanenburg et A. S. Dzurak. Spin filling of valley-orbit states in a silicon quantum dot. *Nanotechnology* **22**(33) (2011). doi :[10.1088/0957-4484/22/33/335704](https://doi.org/10.1088/0957-4484/22/33/335704).

- [201] C. H. Yang, W. H. Lim, N. S. Lai, A. Rossi, A. Morello et A. S. Dzurak. Orbital and valley state spectra of a few-electron silicon quantum dot. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **86**(11), 1–5 (2012). doi :[10.1103/PhysRevB.86.115319](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.115319).
- [202] X. Mi, Csaba G. Péterfalvi, Guido Burkard et J. R. Petta. High-Resolution Valley Spectroscopy of Si Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.* **119**(17), 1–5 (2017). doi :[10.1103/PhysRevLett.119.176803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.176803).
- [203] John King Gamble, Patrick Harvey-Collard, N. Tobias Jacobson, Andrew D. Baczewski, Erik Nielsen, Leon Maurer, Inès Montaña, Martin Rudolph, M. S. Carroll, C. H. Yang, A. Rossi, A. S. Dzurak et Richard P. Muller. Valley splitting of single-electron Si MOS quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **109**(25) (2016). doi :[10.1063/1.4972514](https://doi.org/10.1063/1.4972514).
- [204] K. Takashina, Y. Ono, A. Fujiwara, Y. Takahashi et Y. Hirayama. Valley polarization in Si(100) at zero magnetic field. *Phys. Rev. Lett.* **96**(23), 2–5 (2006). doi :[10.1103/PhysRevLett.96.236801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.236801).
- [205] Srijit Goswami, K. A. Slinker, Mark Friesen, L. M. McGuire, J. L. Truitt, Charles Tahan, L. J. Klein, J. O. Chu, P. M. Mooney, D. W. Van Der Weide, Robert Joynt, S. N. Coppersmith et Mark A. Eriksson. Controllable valley splitting in silicon quantum devices. *Nat. Phys.* **3**(1), 41–45 (2007). doi :[10.1038/nphys475](https://doi.org/10.1038/nphys475).
- [206] C. H. Yang, A. Rossi, R. Ruskov, N. S. Lai, F. A. Mohiyaddin, S. Lee, C. Tahan, G. Klimeck, A. Morello et A. S. Dzurak. Spin-valley lifetimes in a silicon quantum dot with tunable valley splitting. *Nature communications* **4**(May), 2069 (2013). doi :[10.1038/ncomms3069](https://doi.org/10.1038/ncomms3069).
- [207] Charles Tahan et Robert Joynt. Relaxation of excited spin, orbital, and valley qubit states in ideal silicon quantum dots. *Phys. Rev. B* **89**(7), 075302 (2014). doi :[10.1103/PhysRevB.89.075302](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.89.075302).
- [208] Maxime Lapointe-Major, Olivier Germain, Julien Camirand Lemyre, Sophie Rochette, Félix Camirand Lemyre et Michel Pioro-Ladriere. Algorithm for Automated Tuning of a Quantum Dot into the Single Electron Regime. *En préparation* (2019).
- [209] T. H. Oosterkamp, W. G. van der Wiel, L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing, T. Honda et S. Tarucha. Advances in Solid State Physics. Dans *38*, chapitre Electron g, 139–152. Springer, Berlin, Heidelberg (1999).
- [210] David H. Cobden et Jesper Nygård. Shell Filling in Closed Single-Wall Carbon Nanotube Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.* **89**(4), 4–7 (2002). doi :[10.1103/PhysRevLett.89.046803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.046803).
- [211] J. A. Folk, J. A. Folk, C. M. Marcus, R. Berkovits, R. Berkovits, R. Berkovits, I. L. Kurland, I. L. Aleiner, B. L. Altshuler et B. L. Altshuler. Ground State Spin and Coulomb Blockade Peak Motion in Chaotic Quantum Dots. *Physica Scripta* **T90**(1), 26 (2003). doi :[10.1238/physica.topical.090a00026](https://doi.org/10.1238/physica.topical.090a00026).
- [212] M. Pernpeintner, R. B. Holländer, M. J. Seitner, E. M. Weig, R. Gross, S. T.B. Goennenwein et H. Huebl. A versatile platform for magnetostriction measurements in thin films. *J. Appl. Phys.* **119**(9) (2016). doi :[10.1063/1.4942531](https://doi.org/10.1063/1.4942531).
- [213] M. V. Fischetti et S. E. Laux. Band structure, deformation potentials, and carrier mobility in strained Si Ge, and SiGe alloys. *J. Appl. Phys.* **80**(4), 2234–2252 (1996). doi :[10.1063/1.363052](https://doi.org/10.1063/1.363052).

- [214] W. H. Lim, H. Huebl, L. H. Willems van Beveren, S. Rubanov, P. G. Spizzirri, S. J. Angus, R. G. Clark et A. S. Dzurak. Electrostatically defined few-electron double quantum dot in silicon. *Appl. Phys. Lett.* **94**(17), 173502 (2009). doi :[10.1063/1.3124242](https://doi.org/10.1063/1.3124242).
- [215] R. Li, F. E. Hudson, A. S. Dzurak et A. R. Hamilton. Single hole transport in a silicon metal-oxide-semiconductor quantum dot. *Appl. Phys. Lett.* **103**(16), 1–5 (2013). doi :[10.1063/1.4826183](https://doi.org/10.1063/1.4826183).
- [216] Matthias Brauns, Sergey V. Amitonov, Paul Christiaan Spruijtenburg et Floris A. Zwanenburg. Palladium gates for reproducible quantum dots in silicon. *Sci. Rep.* **8**(1), 1–8 (2018). doi :[10.1038/s41598-018-24004-y](https://doi.org/10.1038/s41598-018-24004-y).
- [217] J. J. Viennot, M. C. Dartiailh, A. Cottet et T. Kontos. Coherent coupling of a single spin to microwave cavity photons (supplementary material). *Science* **349**(6246), 408–11 (2015). doi :[10.1126/science.aaa3786](https://doi.org/10.1126/science.aaa3786).
- [218] A. J. Landig, J. V. Koski, P. Scarlino, U. C. Mendes, A. Blais, C. Reichl, W. Wegscheider, A. Wallraff, K. Ensslin et T. Ihn. Coherent spin–photon coupling using a resonant exchange qubit. *Nature* **560**(7717), 179–184 (2018). doi :[10.1038/s41586-018-0365-y](https://doi.org/10.1038/s41586-018-0365-y).
- [219] X. Mi, M. Benito, S. Putz, D. M. Zajac, J. M. Taylor, Guido Burkard et J. R. Petta. A coherent spin-photon interface in silicon. *Nature* **555**(7698), 599–603 (2018). doi :[10.1038/nature25769](https://doi.org/10.1038/nature25769).
- [220] U. C. Mendes, A. Sammak, G. Zheng, L. M. K. Vandersypen, A. Blais, N. Kalhor, N. Samkharadze, G. Scappucci et D. Brouse. Strong spin-photon coupling in silicon. *Science* **359**(6380), 1123–1127 (2018). doi :[10.1126/science.aar4054](https://doi.org/10.1126/science.aar4054).
- [221] L. P. Rokhinson, V. Larkina, Y. B. Lyanda-Geller, L. N. Pfeiffer et K. W. West. Spin separation in cyclotron motion. *Phys. Rev. Lett.* **93**(14), 1–4 (2004). doi :[10.1103/PhysRevLett.93.146601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.146601).
- [222] Chengyu Yan, Sanjeev Kumar, Kalarikad Thomas, Patrick See, Ian Farrer, David Ritchie, Jonathan Griffiths, Geraint Jones et Michael Pepper. Coherent Spin Amplification Using a Beam Splitter. *Phys. Rev. Lett.* **120**(13), 137701 (2018). doi :[10.1103/PhysRevLett.120.137701](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.137701).
- [223] J. Wróbel, T. Dietl, A. Łusakowski, G. Grabecki, K. Frone, R. Hey, K. H. Ploog et H. Shtrikman. Spin filtering in a hybrid ferromagnetic-semiconductor microstructure. *Phys. Rev. Lett.* **93**(24), 1–4 (2004). doi :[10.1103/PhysRevLett.93.246601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.246601).
- [224] Samuel Boutin, Julien Camirand Lemyre et Ion Garate. Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization. *Phys. Rev. B* **98**(21), 214512 (2018). doi :[10.1103/PhysRevB.98.214512](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.98.214512).
- [225] Sara Turcotte, Samuel Boutin, Julien Camirand Lemyre, Ion Garate et Michel Pioro-Ladrière. Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials. *ArXiv Condensed Matter e-prints*, 1–10 (2019). arXiv :[1904.06275](https://arxiv.org/abs/1904.06275).
- [226] M. M. Desjardins, L. C. Contamin, M. R. Delbecq, M. C Dartiailh, L. E. Bruhat, T. Curbaynes, J. J. Viennot, F. Mallet, S. Rohart, A. Thiaville, A. Cottet et T. Kontos. Synthetic spin orbit interaction for Majorana devices. *arXiv*, 1–60 (2019). arXiv :[1902.07479](https://arxiv.org/abs/1902.07479).
- [227] J. J. Pla, A. Bienfait, G. Pica, J. Mansir, F. A. Mohiyaddin, Z. Zeng, Y. M. Niquet, A. Morello, T. Schenkel, J. J. L. Morton et P. Bertet. Strain-Induced Spin-Resonance Shifts in Silicon Devices. *Phys. Rev. Appl.* **9**(4), 44014 (2018). doi :[10.1103/PhysRevApplied.9.044014](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.9.044014).

- [228] J. M. Hornibrook, J. I. Colless, I. D. Conway Lamb, S. J. Pauka, H. Lu, A. C. Gosard, J. D. Watson, G. C. Gardner, S. Fallahi, M. J. Manfra et D. J. Reilly. Cryogenic control architecture for large-scale quantum computing. *Phys. Rev. Appl.* **3**(2), 1–9 (2015). doi :[10.1103/PhysRevApplied.3.024010](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.3.024010).
- [229] M. Veldhorst, H. G. J. Eenink, C. H. Yang et A. S. Dzurak. Silicon CMOS architecture for a spin-based quantum computer. *Nat. Commun.* **8**(1), 1766 (2017). doi :[10.1038/s41467-017-01905-6](https://doi.org/10.1038/s41467-017-01905-6).
- [230] S. Schaal, S. Barraud, J. J. L. Morton et M. F. Gonzalez-Zalba. Conditional Dispersive Readout of a CMOS Single-Electron Memory Cell. *Phys. Rev. Appl.* **9**(5), 054016 (2018). doi :[10.1103/PhysRevApplied.9.054016](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.9.054016).
- [231] S. Schaal, A. Rossi, S. Barraud, J. J. L. Morton et M. F. Gonzalez-Zalba. A CMOS dynamic random access architecture for radio-frequency readout of quantum devices. *Nature Electronics* (2018). doi :[10.1038/s41928-019-0259-5](https://doi.org/10.1038/s41928-019-0259-5).
- [232] M. Jeong. Silicon Device Scaling to the Sub-10-nm Regime. *Science* **306**(5704), 2057–2060 (2004). doi :[10.1126/science.1100731](https://doi.org/10.1126/science.1100731).
- [233] B. Doris, B. Desalvo, K. Cheng, P. Morin et M. Vinet. Planar Fully-Depleted-Silicon-On-Insulator technologies : Toward the 28 nm node and beyond. *Solid-State Electronics* **117**, 37–59 (2016). doi :[10.1016/j.sse.2015.11.006](https://doi.org/10.1016/j.sse.2015.11.006).
- [234] Jakub Kedzierski, D.M. Fried, E.J. Nowak, Thomas Kanarsky, J.H. Rankin, Hussein Hanafi, W Natzle, D. Boyd, Ying Zhang, R.A. Roy, J Newbury, Chienfan Yu, Qingyun Yang, P Saunders, C.P. Willets, A Johnson, S.P. Cole, H.E. Young, N Carpenter, D Rakowski, B.A. Rainey, P.E. Cottrell, Meikei Jeong et H.-S.P. Wong. High-performance symmetric-gate and CMOS-compatible Vt asymmetric-gate FinFET devices. Dans *International Electron Devices Meeting. Technical Digest (Cat. No.01CH37224)*, 19.5.1–19.5.4. IEEE, (2001).
- [235] Nicolas Planes, S. Kohler, A. Cathelin, C. Charbuillet, P. Scheer et F. Arnaud. 28FDSOI technology for low-voltage, analog and RF applications. Dans *2016 13th IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT)*, 10–13. IEEE, (2016).
- [236] R. Chau, S. Datta, M. Doczy, B. Doyle, J. Kavalieros et M. Metz. High-k/Metal-Gate Stack and Its MOSFET Characteristics. *IEEE Electron Device Letters* **25**(6), 408–410 (2004). doi :[10.1109/LED.2004.828570](https://doi.org/10.1109/LED.2004.828570).
- [237] Mark T. Bohr, Robert S. Chau, Tahir Ghani et Kaizad Mistry. The high-k solution. *IEEE Spectrum* **44**(10), 29–35 (2007). doi :[10.1109/MSPEC.2007.4337663](https://doi.org/10.1109/MSPEC.2007.4337663).
- [238] C. Fenouillet-Beranger, P. Perreau, T. Benoist, C. Richier, S. Haendler, J. Pradelle, J. Bustos, P. Brun, L. Tosti, O. Weber, F. Andrieu, B. Orlando, D. Pellissier-Tanon, F. Abbate, C. Richard, R. Beneyton, M. Gregoire, J. Ducote, P. Gouraud, A. Margain, C. Borowiak, R. Bianchini, N. Planes, E. Gourvest, K. K. Bourdelle, B. Y. Nguyen, T. Poiroux, T. Skotnicki, O. Faynot et F. Boeuf. Impact of local back biasing on performance in hybrid FDSOI/bulk high-k/metal gate low power (LP) technology. *Solid-State Electronics* **88**, 15–20 (2013). doi :[10.1016/j.sse.2013.04.008](https://doi.org/10.1016/j.sse.2013.04.008).

- [239] By Steven a Vitale, Peter W Wyatt, Member Ieee, Nisha Checka, Jakub Kedzierski et Craig L Keast. FDSOI Process Technology for Ultralow-Power Electronics. *Proceedings of the IEEE* **98**(2), 333–342 (2010). doi :[10.1109/JPROC.2009.2034476](https://doi.org/10.1109/JPROC.2009.2034476).
- [240] Nobuyuki Sugii. Low-power-consumption fully depleted silicon-on-insulator technology. *Microelectronic Engineering* **132**, 226–235 (2015). doi :[10.1016/j.mee.2014.08.004](https://doi.org/10.1016/j.mee.2014.08.004).
- [241] Eddy Simoen et Cor Claeys. The Cryogenic Operation of Partially Depleted Silicon-on-Insulator Inverters. *IEEE Transactions on Electron Devices* **42**(6), 1100–1105 (1995). doi :[10.1109/16.387243](https://doi.org/10.1109/16.387243).
- [242] Toyoki Watabe, Hiroshi Shibai, Takanori Hirao, Hirohisa Nagata, Yasunori Hibi, Mitsunobu Kawada, Takao Nakagawa et Manabu Noda. Development of Cryogenic Readout Electronics for Sensitive Far-Infrared Detectors. *IEEJ Transactions on Fundamentals and Materials* **123**(10), 976–982 (2003). doi :[10.1541/ieejfms.123.976](https://doi.org/10.1541/ieejfms.123.976).
- [243] T. Wada, H. Nagata, H. Ikeda, Y. Arai, M. Ohno et K. Nagase. Development of low power cryogenic readout integrated circuits using fully-depleted-silicon-on-insulator CMOS technology for far-infrared image sensors. *Journal of Low Temperature Physics* **167**(5-6), 602–608 (2012). doi :[10.1007/s10909-012-0461-6](https://doi.org/10.1007/s10909-012-0461-6).
- [244] L. Hutin, B. Bertrand, R. Maurand, M. Urdampilleta, B. Jadot, H. Bohuslavskyi, L. Bourdet, Y.-M. Niquet, X. Jehl, S. Barraud, C. Bauerle, T. Meunier, M. Sanquer, S. De Franceschi et M. Vinet. SOI CMOS technology for quantum information processing. Dans *2017 IEEE International Conference on IC Design and Technology (ICICDT)*, 1–4. IEEE, (2017).
- [245] M. Urdampilleta, L. Hutin, B. Jadot, B. Bertrand, H. Bohuslavskyi, R. Maurand, S. Barraud, C. Bauerle, M. Sanquer, X. Jehl, S. De Franceschi, T. Meunier et M. Vinet. Towards quantum computing in Si MOS technology : Single-shot readout of spin states in a FD-SOI split-gate device with built-in charge detector. *Digest of Technical Papers - Symposium on VLSI Technology* , T172–T173 (2017). doi :[10.23919/VLSIT.2017.7998163](https://doi.org/10.23919/VLSIT.2017.7998163).
- [246] J. P. Noel, O. Thomas, C. Fenouillet-Beranger, M. A. Jaud, P. Scheiblin et A. Amara. A simple and efficient concept for setting up multi-VT devices in thin BOx fully-depleted SOI technology. *ESSDERC 2009 - Proceedings of the 39th European Solid-State Device Research Conference* , 137–140 (2009). doi :[10.1109/ESSDERC.2009.5331491](https://doi.org/10.1109/ESSDERC.2009.5331491).
- [247] C. Fenouillet-Beranger, P. Perreau, L. Tosti, O. Thomas, J. P. Noel, T. Benoist, O. Weber, F. Andrieu, A. Bajolet, S. Haendler, M. Cassé, X. Garros, K. K. Bourdelle, F. Boedt, O. Faynot et F. Boeuf. Low power UTBOX and back plane (BP) FDSOI technology for 32nm node and below. *2011 IEEE International Conference on Integrated Circuit Design and Technology, ICICDT 2011* , 9–12 (2011). doi :[10.1109/ICICDT.2011.5783186](https://doi.org/10.1109/ICICDT.2011.5783186).
- [248] K. Ishimaru, M. Takayanagi, W. Kleemeier, H. Bu, S. Luning, T. Hook, M. Khare, G. Shahidi, B. Doris et R. Sampson. Impact of Back Bias on Ultra-Thin Body and BOX (UTBB) Devices. *2011 Symposium on VLSI Technology Digest of Technical Papers* , 160–161 (2011).
- [249] Jean-Philippe Noel, Olivier Thomas, Marie-Anne Jaud, Olivier Weber, Thierry Poiroux, Claire Fenouillet-Beranger, Pierrette Rivallin, Pascal Scheiblin, François Andrieu, Maud Vinet, Olivier Rozeau, Frédéric Boeuf, Olivier Faynot et Amara Amara. Multi- V_{T} UTBB FDSOI Device Architectures for Low-Power CMOS Circuit. *IEEE Transactions on Electron Devices* **58**(8), 2473–2482 (2011). doi :[10.1109/TED.2011.2155658](https://doi.org/10.1109/TED.2011.2155658).

- [250] P. Galy, J. Camirand Lemyre, P. Lemieux, F. Arnaud, D. Drouin et Michel Pioro-Ladriere. Cryogenic Temperature Characterization of a 28-nm FD-SOI Dedicated Structure for Advanced CMOS and Quantum Technologies Co-Integration. *IEEE Journal of the Electron Devices Society* **6**(April), 594–600 (2018). doi :10.1109/JEDS.2018.2828465.
- [251] D.J. Wouters, J.-P. Colinge et H.E. Maes. Subthreshold slope in thin-film SOI MOSFETs. *IEEE Transactions on Electron Devices* **37**(9), 2022–2033 (1990). doi :10.1109/16.57165.
- [252] Adel Sedra et Kenneth C. Smith. *Microelectronic circuits*. Oxford University Press, 5th edition, (2004). doi :10.1109/proc.1983.12633.
- [253] B. E. N. G. Streetman et Sanjay Kumar Banerjee. *Solid*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 6th edition, (2009).
- [254] Krishna Pradeep, T. A. Karatsori, T. Poiroux, A. Juge, P. Scheer, G. Gouget, E. Josse et G. Ghibando. Analysis of Gate Current Wafer Level Variability in Advanced FD-SOI MOSFETs. Dans *2018 48th European Solid-State Device Research Conference (ESSDERC)*, tome 2, 242–245. IEEE, (2018).
- [255] A. R. Long, M. Pioro-Ladrière, J. H. Davies, A. S. Sachrajda, Louis Gaudreau, P. Zawadzki, J. Lapointe, J. Gupta, Z. Wasilewski et S. A. Studenikin. The origin of switching noise in GaAs/AlGaAs lateral gated devices. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **34**(1-2), 553–556 (2006). doi :10.1016/j.physe.2006.03.118.
- [256] Minju Shin, Ming Shi, Mireille Mouis, Antoine Cros, Emmanuel Josse, Gyu Tae Kim et Gérard Ghibaudo. Low temperature characterization of mobility in 14 nm FD-SOI CMOS devices under interface coupling conditions. *Solid-State Electronics* **108**, 30–35 (2015). doi :10.1016/j.sse.2014.12.013.
- [257] Ayoub Emrani, Francis Balestra et Gerard Ghibaudo. Generalized Mobility Law for Drain Current Modeling in Si MOS Transistors from Liquid Helium to Room Temperatures. *IEEE Transactions on Electron Devices* **40**(3), 564–569 (1993). doi :10.1109/16.199361.
- [258] O. Weber, M. Casse, L. Thevenod, F. Ducroquet, T. Ernst, B. Guillaumot et S. Deleonibus. Accurate investigation of the high-k soft phonon scattering mechanism in metal gate MOSFETs. Dans *Proceedings of 35th European Solid-State Device Research Conference, 2005. ESSDERC 2005.*, 379–382. IEEE, (2005).
- [259] Mikaël Cassé, Laurent Thevenod, Bernard Guillaumot, Lucie Tosti, François Martin, Jérôme Mitard, Olivier Weber, François Andrieu, Thomas Ernst, Gilles Reibold, Thierry Billon, Mireille Mouis et Fabien Boulanger. Carrier transport in HfO₂/metal gate MOSFETs : Physical insight into critical parameters. *IEEE Transactions on Electron Devices* **53**(4), 759–768 (2006). doi :10.1109/TED.2006.870888.
- [260] S. Athanasiou, P. Galy et S. Cristoloveanu. Impact of back plane on the carrier mobility in 28nm UTBB FDSOI devices, for ESD applications. *EUROSOI-ULIS 2015 - 2015 Joint International EUROSOI Workshop and International Conference on Ultimate Integration on Silicon* **2**, 317–320 (2015). doi :10.1109/ULIS.2015.7063837.
- [261] Stefano Villa. A physically-based model of the effective mobility in heavily-doped n-mosfet's. *IEEE Transactions on Electron Devices* **45**(1), 110–115 (1998). doi :10.1109/16.658819.
- [262] Deok S. U. Jeon. MOSFET Electron Inversion Layer Mobilities-A Wide Temperature Range. *IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRON DEVICES*, **36**(8), 1456–1463 (1989).

- [263] Ming Shi, Minju Shin, Mireille Mouis, Antoine Cros, Emmanuel Josse, Gyu Tae Kim et Gérard Ghibaudo. In depth characterization of electron transport in 14 nm FD-SOI CMOS devices. *Solid-State Electronics* **112**, 13–18 (2015). doi :[10.1016/j.sse.2015.02.012](https://doi.org/10.1016/j.sse.2015.02.012).
- [264] K. Tachi, M. Casse, S. Barraud, C. Dupre, A. Hubert, N. Vulliet, M.E. Faivre, C. Vizioz, C. Carabasse, V. Delaye, J.M. Hartmann, H. Iwai, S. Cristoloveanu, O. Faynot et T. Ernst. Experimental study on carrier transport limiting phenomena in 10 nm width nanowire CMOS transistors. Dans *2010 International Electron Devices Meeting*, number c, 34.4.1–34.4.4. IEEE, (2010).
- [265] S. Datta, G. Dewey, M. Doczy, B.S. Doyle, B. Jin, J. Kavalieros, R. Kotlyar, M. Metz, N. Zelick et R. Chau. High mobility Si/SiGe strained channel MOS transistors with HfO₂/sub 2//TiN gate stack. Dans *IEEE International Electron Devices Meeting 2003*, 28.1.1–28.1.4. IEEE, (2004).
- [266] F. Rochette, M. Cassé, M. Mouis, A. Haziot, T. Pioger, G. Ghibaudo et F. Boulanger. Piezoresistance effect of strained and unstrained fully-depleted silicon-on-insulator MOSFETs integrating a HfO₂/TiN gate stack. *Solid-State Electronics* **53**(3), 392–396 (2009). doi :[10.1016/j.sse.2009.01.017](https://doi.org/10.1016/j.sse.2009.01.017).
- [267] M. Koyama, M. Cassé, R. Coquand, S. Barraud, C. Vizioz, C. Comboroure, P. Perreau, V. Maffini-Alvaro, C. Tabone, L. Tosti, S. Barnola, V. Delaye, F. Aussenac, G. Ghibaudo, H. Iwai et G. Reimbold. Study of carrier transport in strained and unstrained SOI tri-gate and omega-gate silicon nanowire MOSFETs. *Solid-State Electronics* **84**, 46–52 (2013). doi :[10.1016/j.sse.2013.02.024](https://doi.org/10.1016/j.sse.2013.02.024).
- [268] G Ghibaudo. *Mobility Characterization in Advanced FD-SOI CMOS Devices*, chapitre Mobility C, 307–322. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg (2011).
- [269] Arnout Beckers, Farzan Jazaeri, Heorhii Bohuslavskyi, Louis Hutin, Silvano De Franceschi et Christian Enz. Characterization and modeling of 28-nm FDSOI CMOS technology down to cryogenic temperatures. *Solid-State Electronics* **159**(688539), 106–115 (2019). doi :[10.1016/j.sse.2019.03.033](https://doi.org/10.1016/j.sse.2019.03.033).
- [270] L Pham-Nguyen, Claire Fenouillet-Beranger, P. Perreau, S DENORME, Gérard Ghibaudo, O Faynot, T. Skotnicki, A Ohata, M Casse, I Ionica, Van Den Daele W, K-H. Park, S-J. Chang, Y-H. Bae, M Bawedin et Sorin Cristoloveanu. Advanced Solutions for Mobility Enhancement in SOI MOSFETS. *International Journal of High Speed Electronics and Systems* **20**(01), 81–93 (2011). doi :[10.1142/S0129156411006428](https://doi.org/10.1142/S0129156411006428).
- [271] Antoine Cros, Krunoslav Romanjek, Dominique Fleury, Samuel Harrison, Robin Cerutti, Philippe Coronel, Benjamin Dumont, Arnaud Pouydebasque, Romain Wacquez, Blandine Duriez, Romain Gwoziecki, Frederic Boeuf, Hugues Brut, Gérard Ghibaudo et Thomas Skotnicki. Unexpected mobility degradation for very short devices : A new challenge for CMOS scaling. *Technical Digest - International Electron Devices Meeting, IEDM*, 15–18 (2006). doi :[10.1109/IEDM.2006.346872](https://doi.org/10.1109/IEDM.2006.346872).
- [272] Shin-ichi Takagi. On the Universality of Inversion Layer Mobility in Si MOSFET'S : Part II-Effects of Surface Orientation. *IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRON DEVICES*, **41**(12), 2357–2362 (1994).
- [273] S. M. Sze et K. Ng. Kwok. *Physics of Semiconductor Devices*. Wiley-Interscience, 3rd editioe édition, (2001).

- [274] I. M. Hafez, G. Ghibaudo et F. Balestra. Assessment of interface state density in silicon metal-oxide-semiconductor transistors at room, liquid-nitrogen, and liquid-helium temperatures. *J. Appl. Phys.* **67**(4), 1950–1952 (1990). doi :[10.1063/1.345572](https://doi.org/10.1063/1.345572).
- [275] Z. Lun, D. S. Ang et C. H. Ling. Novel subthreshold slope technique for the extraction of the buried-oxide interface trap density in the fully depleted SOI MOSFET. *IEEE Electron Device Letters* **21**(8), 411–413 (2000). doi :[10.1109/55.852967](https://doi.org/10.1109/55.852967).
- [276] J.-Y. Cheng, C. W. Yeung et C. Hu. Extraction of Front and Buried Oxide Interface Trap Densities in Fully Depleted Silicon-On-Insulator Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor. *ECS Solid State Letters* **2**(5), Q32–Q34 (2013). doi :[10.1149/2.001305ssl](https://doi.org/10.1149/2.001305ssl).
- [277] Yasuhisa Omura, Atsushi Nakakubo et Hiroshi Nakatsuji. Quantum mechanical effect in temperature dependence of threshold voltage of extremely thin SOI MOSFETs. *Solid-State Electronics* **48**(9), 1661–1666 (2004). doi :[10.1016/j.sse.2004.04.003](https://doi.org/10.1016/j.sse.2004.04.003).
- [278] Arnout Beckers, Farzan Jazaeri et Christian Enz. Cryogenic MOS Transistor Model. *IEEE Transactions on Electron Devices* **65**(9), 3617–3625 (2018). doi :[10.1109/TED.2018.2854701](https://doi.org/10.1109/TED.2018.2854701).
- [279] Arnout Beckers, Farzan Jazaeri, Heorhii Bohuslavskiy, Louis Hutin, Silvano De Franceschi et Christian Enz. Design-oriented modeling of 28 nm FDSOI CMOS technology down to 4.2 K for quantum computing. *2018 Joint International EUROSOI Workshop and International Conference on Ultimate Integration on Silicon, EUROSOI-ULIS 2018* **01**, 1–4 (2018). doi :[10.1109/ULIS.2018.8354742](https://doi.org/10.1109/ULIS.2018.8354742).
- [280] E Simoen, M H Gao, J P Colinge et C Claeys. Metastable charge-trapping effect in SOI nMOSTs at 4.2 K. *Semiconductor Science and Technology* **8**(3), 423–428 (1993). doi :[10.1088/0268-1242/8/3/021](https://doi.org/10.1088/0268-1242/8/3/021).
- [281] C Claeys et E Simoen. The Perspectives of Silicon-on-Insulator Technologies. *J. Electrochem. Soc.* **141**(9) (1994).
- [282] E. Simoen, C. Claeys et J. a. Martino. Parameter Extraction of MOSFETs Operated at Low Temperature. *Le Journal de Physique IV* **06**(C3), C3–29–C3–42 (1996). doi :[10.1051/jp4 :1996305](https://doi.org/10.1051/jp4 :1996305).
- [283] N.F.Mott et E.A. Davis. *Electronics Process in Noncrystalline Materials*. Oxford University Press, Oxford, seconde édition, (1971).
- [284] N.F. Mott. The mobility edge since 1967. *Journal of Physics C: Solid State Physics REVIEW* (20), 3075 (1987).
- [285] M. Cassé, K. Tachi, S. Thiele et T. Ernst. Spectroscopic charge pumping in Si nanowire transistors with a high- κ /metal gate. *Appl. Phys. Lett.* **96**(12), 1–4 (2010). doi :[10.1063/1.3368122](https://doi.org/10.1063/1.3368122).
- [286] L. Brunet, X. Garros, F. Andrieu, G. Reibold, E. Vincent, A. Bravaix et F. Boulanger. New method to extract interface states density at the back and the front gate interfaces of FDSOI transistors from CV-GV measurements. Dans *2009 IEEE International SOI Conference*, tome 2, 1–2. IEEE, (2009).
- [287] Arnout Beckers, Farzan Jazaeri, Andrea Ruffino, Claudio Bruschini, Andrea Baschiroto et Christian Enz. Cryogenic characterization of 28 nm bulk CMOS technology for quantum computing. *European Solid-State Device Research Conference* , 62–65 (2017). doi :[10.1109/ESSDERC.2017.8066592](https://doi.org/10.1109/ESSDERC.2017.8066592).

- [288] H. Bohuslavskyi, A. G.M. Jansen, S. Barraud, V. Barral, M. Cassé, L. Le Guevel, X. Jehl, L. Hutin, B. Bertrand, G. Billiot, G. Pillonnet, F. Arnaud, P. Galy, S. De Franceschi, M. Vinet et M. Sanquer. Cryogenic Subthreshold Swing Saturation in FD-SOI MOSFETs Described With Band Broadening. *IEEE Electron Device Letters* **40**(5), 784–787 (2019). doi :10.1109/LED.2019.2903111.
- [289] S. Burignat, D. Flandre, M. K. Md Arshad, V. Kilchytska, F. Andrieu, O. Faynot et J. P. Raskin. Substrate impact on threshold voltage and subthreshold slope of sub-32 nm ultra thin SOI MOSFETs with thin buried oxide and undoped channel. *Solid-State Electronics* **54**(2), 213–219 (2010). doi :10.1016/j.sse.2009.12.021.
- [290] A. Ortiz-Conde, F. J. García Sánchez, J. J. Liou, A. Cerdeira, M. Estrada et Y. Yue. A review of recent MOSFET threshold voltage extraction methods. *Microelectronics Reliability* **42**(4-5), 583–596 (2002). doi :10.1016/S0026-2714(02)00027-6.
- [291] Hon-Sum Wong, Marvin H. White, Thomas J. Krutsick et Richard V. Booth. Modeling of transconductance degradation and extraction of threshold voltage in thin oxide MOSFET's. *Solid-State Electronics* **30**(9), 953–968 (1987). doi :10.1016/0038-1101(87)90132-8.
- [292] Gueric de Strel et David Bol. Study of Back Biasing Schemes for ULV Logic from the Gate Level to the IP Level. *Journal of Low Power Electronics and Applications* **4**(3), 168–187 (2014). doi :10.3390/jlpea4030168.
- [293] Sergej Makovejev, Babak Esfeh, François Andrieu, Jean-Pierre Raskin, Denis Flandre et Valeriya Kilchytska. Assessment of Global Variability in UTBB MOSFETs in Subthreshold Regime. *Journal of Low Power Electronics and Applications* **4**(3), 201–213 (2014). doi :10.3390/jlpea4030201.
- [294] E.A. Gutiérrez-D. Physics of Silicon at Cryogenic Temperatures. Dans *Low Temperature Electronics Physics, Devices, Circuits, and Applications*, chapitre 1, 1–103. Elsevier (2001).
- [295] Susan J Angus, Andrew J Ferguson, Andrew S Dzurak et Robert G Clark. Gate-Defined Quantum Dots in Intrinsic Silicon. *Nano Letters* **7**(7), 2051–2055 (2007). doi :10.1021/nl070949k.
- [296] W G van der Wiel, S De Franceschi, J M Elzerman, T Fujisawa, S Tarucha et L P Kouwenhoven. Electron transport through double quantum dots. *Rev. Mod. Phys.* **75**(1), 1–22 (2002). doi :10.1103/RevModPhys.75.1.
- [297] G. Granger, L. Gaudreau, A. Kam, M. Pioro-Ladrière, S. A. Studenikin, Z. R. Wasilewski, P. Zawadzki et A. S. Sachrajda. Three-dimensional transport diagram of a triple quantum dot. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **82**(7), 1–5 (2010). doi :10.1103/PhysRevB.82.075304.
- [298] S. Amaha, W. Izumida, T. Hatano, S. Teraoka, S. Tarucha, J. A. Gupta et D. G. Austing. Two- and three-electron pauli spin blockade in series-coupled triple quantum dots. *Phys. Rev. Lett.* **110**(1), 1–5 (2013). doi :10.1103/PhysRevLett.110.016803.
- [299] F. N. M. Froning, M. K. Rehmann, J. Ridderbos, M. Brauns, F. A. Zwanenburg, A. Li, E. P. A. M. Bakkers, D. M. Zumbühl et F. R. Braakman. Single, double, and triple quantum dots in Ge/Si nanowires. *Appl. Phys. Lett.* **113**(7), 073102 (2018). doi :10.1063/1.5042501.
- [300] D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, K. Wang et J. R. Petta. A reconfigurable gate architecture for Si/SiGe quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **106**(22), 1–5 (2015). doi :10.1063/1.4922249.

- [301] D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, E. Nielsen et J. R. Petta. Scalable Gate Architecture for a One-Dimensional Array of Semiconductor Spin Qubits. *Phys. Rev. Appl.* **6**(5), 1–8 (2016). doi :[10.1103/PhysRevApplied.6.054013](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.6.054013).
- [302] G. P. Lansbergen, R. Rahman, C. J. Wellard, I. Woo, J. Caro, N. Collaert, S. Biesemans, G. Klimeck, L. C.L. Hollenberg et S. Rogge. Gate-induced quantum-confinement transition of a single dopant atom in a silicon FinFET. *Nat. Phys.* **4**(8), 656–661 (2008). doi :[10.1038/nphys994](https://doi.org/10.1038/nphys994).
- [303] Archana Tankasala, Joseph Salfi, Juanita Bocquel, Benoit Voisin, Muhammad Usman, Gerhard Klimeck, Michelle Y. Simmons, Lloyd C.L. Hollenberg, Sven Rogge et Rajib Rahman. Two-electron states of a group-V donor in silicon from atomistic full configuration interactions. *Phys. Rev. B* **97**(19), 1–7 (2018). doi :[10.1103/PhysRevB.97.195301](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.195301).
- [304] Martin Fuechsle, Jill A. Miwa, Suddhasatta Mahapatra, Hoon Ryu, Sunhee Lee, Oliver Warschkow, Lloyd C.L. Hollenberg, Gerhard Klimeck et Michelle Y. Simmons. A single-atom transistor. *Nature Nanotechnology* **7**(4), 242–246 (2012). doi :[10.1038/nnano.2012.21](https://doi.org/10.1038/nnano.2012.21).
- [305] Heorhii Bohuslavskiyi. *Electronique cryogénique et réalisation de puits quantiques sur substrat SOI pour le calcul quantique Cryogenic electronics and quantum dots on silicon-on-insulator for quantum computing*. Thèse de Doctorat, École Doctorale de Physique de Grenoble Electronique, (2018).
- [306] Benoit Voisin, Viet Hung Nguyen, Julien Renard, Xavier Jehl, Sylvain Barraud, François Triozon, Maud Vinet, Ivan Duchemin, Yann Michel Niquet, Silvano De Franceschi et Marc Sanquer. Few-electron edge-state quantum dots in a silicon nanowire field-effect transistor. *Nano Letters* **14**(4), 2094–2098 (2014). doi :[10.1021/nl500299h](https://doi.org/10.1021/nl500299h).
- [307] John H. Davies, Ivan A. Larkin et E. V. Sukhorukov. Modeling the patterned two-dimensional electron gas : Electrostatics. *J. Appl. Phys.* **77**(9), 4504–4512 (1995). doi :[10.1063/1.359446](https://doi.org/10.1063/1.359446).
- [308] T. A. Baart, P. T. Eendebak, C. Reichl, W. Wegscheider et L. M.K. Vandersypen. Computer-automated tuning of semiconductor double quantum dots into the single-electron regime. *Appl. Phys. Lett.* **108**(21) (2016). doi :[10.1063/1.4952624](https://doi.org/10.1063/1.4952624).
- [309] C. Volk, A. M. J. Zwerver, U. Mukhopadhyay, P. T. Eendebak, C. J. van Diepen, J. P. Dehollain, T. Hensgens, T. Fujita, C. Reichl, W. Wegscheider et L. M. K. Vandersypen. Loading a quantum-dot based “Qubyte” register. *npj Quantum Information* **5**(1), 29 (2019). doi :[10.1038/s41534-019-0146-y](https://doi.org/10.1038/s41534-019-0146-y).
- [310] Sandesh S Kalantre, Justyna P Zwolak, Stephen Ragole, Xingyao Wu, Neil M Zimmerman, M D Stewart et Jacob M Taylor. Machine learning techniques for state recognition and auto-tuning in quantum dots. *npj Quantum Information* **5**(1), 6 (2019). doi :[10.1038/s41534-018-0118-7](https://doi.org/10.1038/s41534-018-0118-7).
- [311] Julian D. Teske, Simon Sebastian Humpohl, René Otten, Patrick Bethke, Pascal Cerfontaine, Jonas Dedden, Arne Ludwig, Andreas D. Wieck et Hendrik Bluhm. A machine learning approach for automated fine-tuning of semiconductor spin qubits. *Appl. Phys. Lett.* **114**(13), 133102 (2019). doi :[10.1063/1.5088412](https://doi.org/10.1063/1.5088412).
- [312] Ettore Majorana. Teoria simmetrica dell’elettrone e del positrone. *Il Nuovo Cimento* **14**(4), 171–184 (1937). doi :[10.1007/BF02961314](https://doi.org/10.1007/BF02961314).

- [313] Xiao-Liang Qi et Shou-Cheng Zhang. Topological insulators and superconductors. *Reviews of Modern Physics* **83**(4), 1057–1110 (2011). doi :[10.1103/RevModPhys.83.1057](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.1057).
- [314] C.W.J. Beenakker. Search for Majorana Fermions in Superconductors. *Annual Review of Condensed Matter Physics* **4**(1), 113–136 (2013). doi :[10.1146/annurev-conmatphys-030212-184337](https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-030212-184337).
- [315] R. M. Lutchyn, E. P.A.M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. M. Marcus et Y. Oreg. Majorana zero modes in superconductor-semiconductor heterostructures. *Nature Reviews Materials* **3**(5), 52–68 (2018). doi :[10.1038/s41578-018-0003-1](https://doi.org/10.1038/s41578-018-0003-1).
- [316] Jason Alicea. New directions in the pursuit of Majorana fermions in solid state systems. *Reports on Progress in Physics* **75**(7) (2012). doi :[10.1088/0034-4885/75/7/076501](https://doi.org/10.1088/0034-4885/75/7/076501).
- [317] A Yu Kitaev. Unpaired Majorana fermions in quantum wires. *Physics-Uspokhi* **44**(10S), 131–136 (2001). doi :[10.1070/1063-7869/44/10s/s29](https://doi.org/10.1070/1063-7869/44/10s/s29).
- [318] Michael Tinkham. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill New York, (1975).
- [319] Sankar Das Sarma, Michael Freedman et Chetan Nayak. Majorana zero modes and topological quantum computation. *npj Quantum Information* **1**(1) (2015). doi :[10.1038/npjqi.2015.1](https://doi.org/10.1038/npjqi.2015.1).
- [320] Jorge Cayao, Pablo San-Jose, Annica M. Black-Schaffer, Ramón Aguado et Elsa Prada. Majorana splitting from critical currents in Josephson junctions. *Phys. Rev. B* **96**(20), 1–9 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.96.205425](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.205425).
- [321] Tudor D. Stanescu, Roman M. Lutchyn et S. Das Sarma. Majorana fermions in semiconductor nanowires. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **84**(14), 1–29 (2011). doi :[10.1103/PhysRevB.84.144522](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.144522).
- [322] T. D. Stanescu et S. Tewari. Majorana fermions in semiconductor nanowires : Fundamentals, modeling, and experiment. *Journal of Physics Condensed Matter* **25**(23) (2013). doi :[10.1088/0953-8984/25/23/233201](https://doi.org/10.1088/0953-8984/25/23/233201).
- [323] Chun Xiao Liu, Jay D. Sau, Tudor D. Stanescu et S. Das Sarma. Andreev bound states versus Majorana bound states in quantum dot-nanowire-superconductor hybrid structures : Trivial versus topological zero-bias conductance peaks. *Phys. Rev. B* **96**(7), 1–29 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.96.075161](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.075161).
- [324] Jie Liu, Andrew C. Potter, K. T. Law et Patrick A. Lee. Zero-bias peaks in the tunneling conductance of spin-orbit-coupled superconducting wires with and without Majorana end-states. *Phys. Rev. Lett.* **109**(26), 1–5 (2012). doi :[10.1103/PhysRevLett.109.267002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.267002).
- [325] K. T. Law, Patrick A. Lee et T. K. Ng. Majorana Fermion Induced Resonant Andreev Reflection. *Phys. Rev. Lett.* **103**(23), 2–5 (2009). doi :[10.1103/PhysRevLett.103.237001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.237001).
- [326] Lukasz Fidkowski, Jason Alicea, Netanel H. Lindner, Roman M. Lutchyn et Matthew P A Fisher. Universal transport signatures of Majorana fermions in superconductor-Luttinger liquid junctions. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **85**(24), 1–22 (2012). doi :[10.1103/PhysRevB.85.245121](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.245121).
- [327] Anindya Das, Yuval Ronen, Yonatan Most, Yuval Oreg, Moty Heiblum et Hadas Shtrikman. Zero-bias peaks and splitting in an Al-InAs nanowire topological superconductor as a signature of Majorana fermions. *Nat. Phys.* **8**(12), 887–895 (2012). doi :[10.1038/nphys2479](https://doi.org/10.1038/nphys2479).

- [328] Önder Gül, Hao Zhang, Jouri D.S. Bommer, Michiel W.A. De Moor, Diana Car, Sébastien R. Plissard, Erik P.A.M. Bakkers, Attila Geresdi, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi et Leo P. Kouwenhoven. Ballistic Majorana nanowire devices. *Nature Nanotechnology* **13**(3), 192–197 (2018). doi :[10.1038/s41565-017-0032-8](https://doi.org/10.1038/s41565-017-0032-8).
- [329] Sasa Gazibegovic, Diana Car, Hao Zhang, Stijn C. Balk, John A. Logan, Michiel W.A. De Moor, Maja C. Cassidy, Rudi Schmits, Di Xu, Guanzhong Wang, Peter Krogstrup, Roy L.M. Op Het Veld, Kun Zuo, Yoram Vos, Jie Shen, Daniël Bouman, Borzoyeh Shojaei, Daniel Pennachio, Joon Sue Lee, Petrus J. Van Veldhoven, Sebastian Koelling, Marcel A. Verheijen, Leo P. Kouwenhoven, Chris J. Palmstrøm et Erik P.A.M. Bakkers. Epitaxy of advanced nanowire quantum devices. *Nature* **548**(7668), 434–438 (2017). doi :[10.1038/nature23468](https://doi.org/10.1038/nature23468).
- [330] J. Shabani, M. Kjaergaard, H. J. Suominen, Younghyun Kim, F. Nichele, K. Pakrouski, T. Stankevic, R. M. Lutchyn, P. Krogstrup, R. Feidenhans'l, S. Kraemer, C. Nayak, M. Troyer, C. M. Marcus et C. J. Palmstrøm. Two-dimensional epitaxial superconductor-semiconductor heterostructures : A platform for topological superconducting networks. *Phys. Rev. B* **93**(15), 155402 (2016). doi :[10.1103/PhysRevB.93.155402](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.93.155402).
- [331] M. Kjaergaard, F. Nichele, H. J. Suominen, M. P. Nowak, M. Wimmer, A. R. Akhmerov, J. A. Folk, K. Flensberg, J. Shabani, C. J. Palmstrøm et C. M. Marcus. Quantized conductance doubling and hard gap in a two-dimensional semiconductor–superconductor heterostructure. *Nat. Commun.* **7**, 12841 (2016). doi :[10.1038/ncomms12841](https://doi.org/10.1038/ncomms12841).
- [332] C. G.L. Böttcher, F. Nichele, M. Kjaergaard, H. J. Suominen, J. Shabani, C. J. Palmstrøm et C. M. Marcus. Superconducting, insulating and anomalous metallic regimes in a gated two-dimensional semiconductor–superconductor array. *Nat. Phys.* **14**(11), 1138–1144 (2018). doi :[10.1038/s41567-018-0259-9](https://doi.org/10.1038/s41567-018-0259-9).
- [333] T. P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov et C. W.J. Beenakker. Majorana fermions emerging from magnetic nanoparticles on a superconductor without spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B - Condensed Matter and Materials Physics* **84**(19), 1–6 (2011). doi :[10.1103/PhysRevB.84.195442](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.195442).
- [334] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig et Ali Yazdani. Proposal for realizing Majorana fermions in chains of magnetic atoms on a superconductor. *Phys. Rev. B* **88**(2), 020407 (2013). doi :[10.1103/PhysRevB.88.020407](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.020407).
- [335] Stevan Nadj-Perge, Ilya K Drozdov, Jian Li, Hua Chen, Sangjun Jeon, Jungpil Seo, A H MacDonald, B Andrei Bernevig et Ali Yazdani. Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor. *Science* **346**(6209), 602–607 (2014). doi :[10.1126/science.1259327](https://doi.org/10.1126/science.1259327).
- [336] Geoffrey L. Fatin, Alex Matos-Abiague, Benedikt Scharf et Igor Žutić. Wireless Majorana Bound States : From Magnetic Tunability to Braiding. *Phys. Rev. Lett.* **117**(7), 1–6 (2016). doi :[10.1103/PhysRevLett.117.077002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.077002).
- [337] Alex Matos-Abiague, Javad Shabani, Andrew D. Kent, Geoffrey L. Fatin, Benedikt Scharf et Igor Žutić. Tunable magnetic textures : From Majorana bound states to braiding. *Solid State Communications* **262**(June), 1–6 (2017). doi :[10.1016/j.ssc.2017.06.003](https://doi.org/10.1016/j.ssc.2017.06.003).
- [338] L. N. Maurer, J. K. Gamble, L. Tracy, S. Eley et T. M. Lu. Designing Nanomagnet

- Arrays for Topological Nanowires in Silicon. *Phys. Rev. Appl.* **10**(5), 1–12 (2018). doi :10.1103/PhysRevApplied.10.054071.
- [339] Zhong Wan, Aleksandr Kazakov, Michael J Manfra, Loren N Pfeiffer, Ken W West et Leonid P Rokhinson. Induced superconductivity in high-mobility two-dimensional electron gas in gallium arsenide heterostructures. *Nat. Commun.* **6**(1), 7426 (2015). doi :10.1038/ncomms8426.
- [340] T. M. Lu, D. C. Tsui, C.-H. Lee et C. W. Liu. Observation of two-dimensional electron gas in a Si quantum well with mobility of $1.6 \text{ E6 cm}^2/\text{V s}$. *Appl. Phys. Lett.* **94**(18), 182102 (2009). doi :10.1063/1.3127516.
- [341] T M Lu, D Laroche, S.-H. Huang, Y Chuang, J.-Y. Li et C W Liu. High-mobility capacitively-induced two-dimensional electrons in a lateral superlattice potential. *Sci. Rep.* **6**(1), 20967 (2016). doi :10.1038/srep20967.
- [342] A.M. Marsh, D. A. Williams et H. Ahmed. Supercurrent transport through a high-mobility two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **50**(11), 8118–8121 (1994). doi :10.1103/PhysRevB.50.8118.
- [343] Tatsushi Akazaki, Hideaki Takayanagi, Junsaku Nitta et Takatomo Enoki. A Josephson field effect transistor using an InAs-inserted-channel In 0.52 Al 0.48 As/In 0.53 Ga 0.47 As inverted modulation-doped structure. *Appl. Phys. Lett.* **68**(3), 418–420 (1996). doi :10.1063/1.116704.
- [344] S. J. Koester, B. Brar, C. R. Bolognesi, E. J. Caine, A. Patlach, E. L. Hu, H. Kroemer et M. J. Rooks. Length dependence of quantized conductance in ballistic constrictions fabricated on InAs/AlSb quantum wells. *Phys. Rev. B* **53**(19), 13063–13073 (1996). doi :10.1103/PhysRevB.53.13063.
- [345] L. Worschech, F. Beuscher et A. Forchel. Quantized conductance in up to $20 \mu\text{m}$ long shallow etched GaAs/AlGaAs quantum wires. *Appl. Phys. Lett.* **75**(4), 578–580 (1999). doi :10.1063/1.124447.
- [346] Pojen Chuang, Sheng-Chin Ho, L. W. Smith, F. Sfigakis, M. Pepper, Chin-Hung Chen, Ju-Chun Fan, J. P. Griffiths, I. Farrer, H. E. Beere, G. A. C. Jones, D. A. Ritchie et Tse-Ming Chen. All-electric all-semiconductor spin field-effect transistors. *Nature Nanotechnology* **10**(1), 35–39 (2014). doi :10.1038/nnano.2014.296.
- [347] Michael Hell, Martin Leijnse et Karsten Flensberg. Two-Dimensional Platform for Networks of Majorana Bound States. *Phys. Rev. Lett.* **118**(10), 1–6 (2017). doi :10.1103/PhysRevLett.118.107701.
- [348] D. Laroche, S. H. Huang, E. Nielsen, Y. Chuang, J. Y. Li, C. W. Liu et T. M. Lu. Scattering mechanisms in shallow undoped Si/SiGe quantum wells. *AIP Advances* **5**(10) (2015). doi :10.1063/1.4933026.
- [349] T. Lu, W. Pan, D. Tsui, C.-H. Lee et C. Liu. Fractional quantum Hall effect of two-dimensional electrons in high-mobility Si/SiGe field-effect transistors. *Phys. Rev. B* **85**(12), 1–4 (2012). doi :10.1103/PhysRevB.85.121307.
- [350] E. Bustarret, C. Marcenat, P. Achatz, J. Kačmarčík, F. Lévy, A. Huxley, L. Ortéga, E. Bourgeois, X. Blase, D. Débarre et J. Boulmer. Superconductivity in doped cubic silicon. *Nature* **444**(7118), 465–468 (2006). doi :10.1038/nature05340.

- [351] Xavier Blase, Etienne Bustarret, Claude Chapelier, Thierry Klein et Christophe Marce-
nat. Superconducting group-IV semiconductors. *Nature Materials* **8**(5), 375–382 (2009).
[doi :10.1038/nmat2425](https://doi.org/10.1038/nmat2425).
- [352] F. Chiodi, A. Grockowiak, J.E. Duvauchelle, F. Fossard, F. Lefloch, T. Klein, C. Marcenat
et D. Débarre. Gas Immersion Laser Doping for superconducting nanodevices. *Applied
Surface Science* **302**, 209–212 (2014). [doi :10.1016/j.apsusc.2013.10.101](https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2013.10.101).
- [353] F. Chiodi, J.-E. Duvauchelle, C. Marcenat, D. Débarre et F. Lefloch. Proximity-induced
superconductivity in all-silicon superconductor /normal-metal junctions. *Phys. Rev. B*
96(2), 024503 (2017). [doi :10.1103/PhysRevB.96.024503](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.024503).
- [354] Hideaki Takayanagi, Tatsushi Akazaki, Minoru Kawamura, Yuichi Harada et Junsaku
Nitta. Superconducting junctions using AlGaAs/GaAs heterostructures with high Hc2
NbN electrodes. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **12**(1-4), 922–926
(2002). [doi :10.1016/S1386-9477\(01\)00410-6](https://doi.org/10.1016/S1386-9477(01)00410-6).
- [355] Joost Ridderbos, Matthias Brauns, Jie Shen, Folkert K. de Vries, Ang Li, Sebastian Köl-
ling, Marcel A. Verheijen, Alexander Brinkman, Wilfred G. van der Wiel, Erik P. A. M.
Bakkers et Floris A. Zwanenburg. Hard superconducting gap and diffusion-induced
superconductors in Ge-Si nanowires. *ArXiv Condensed Matter e-prints* , 1–17 (2019).
[arXiv :1907.05510](https://arxiv.org/abs/1907.05510).
- [356] A. F. Andreev. The Thermal Conductivity Of the Intermediate State in Superconductors.
Soviet Physics JETP **19**(5), 1228 (1964).
- [357] T. M. Klapwijk. Proximity effect from an Andreev perspective. *Journal of Superconducti-
vity and Novel Magnetism* **17**(5), 593–611 (2004).
- [358] P. G. DE GENNES. Boundary Effects in Superconductors. *Reviews of Modern Physics*
36(1), 225–237 (1964). [doi :10.1103/RevModPhys.36.225](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.36.225).
- [359] B. J. Van Wees, P. De Vries, P. Magnée et T. M. Klapwijk. Excess conductance of
superconductor-semiconductor interfaces due to phase conjugation between electrons
and holes. *Phys. Rev. Lett.* **69**(3), 510–513 (1992). [doi :10.1103/PhysRevLett.69.510](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.69.510).
- [360] H Courtois, Ph Gandit et B Pannetier. Proximity-induced superconductivity in a narrow
metallic wire. *Phys. Rev. B* **52**(2), 1162–1166 (1995). [doi :10.1103/PhysRevB.52.1162](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.52.1162).
- [361] P. Charlat, H. Courtois, Ph. Gandit, D. Mailly, A. F. Volkov et B. Pannetier. Resistive
transport in a mesoscopic proximity superconductor. *Czechoslovak Journal of Physics*
46(S6), 3107–3114 (1996). [doi :10.1007/BF02548117](https://doi.org/10.1007/BF02548117).
- [362] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin et G. Schön. Josephson
critical current in a long mesoscopic S-N-S junction. *Phys. Rev. B* **63**(6), 064502 (2001).
[doi :10.1103/PhysRevB.63.064502](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.63.064502).
- [363] H. Courtois, Ph. Gandit, D. Mailly et B. Pannetier. Long-Range Coherence in a Meso-
scopic Metal near a Superconducting Interface. *Phys. Rev. Lett.* **76**(1), 130–133 (1996).
[doi :10.1103/PhysRevLett.76.130](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.130).
- [364] K. Neurohr, A. A. Golubov, Th Klocke, J. Kaufmann, Th Schäpers, J. Appenzeller, D. Uh-
lisch, A. V. Ustinov, M. Hoffelder, H. Lüth et A. I. Braginski. Properties of lateral Nb
contacts to a two-dimensional electron gas in an In_{0.77}Ga_{0.23}As/InP heterostructure.
Phys. Rev. B **54**(23), 17018–17028 (1996). [doi :10.1103/PhysRevB.54.17018](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.54.17018).

- [365] J. C. Hammer, J. C. Cuevas, F. S. Bergeret et W. Belzig. Density of states and supercurrent in diffusive SNS junctions : Roles of nonideal interfaces and spin-flip scattering. *Phys. Rev. B* **76**(6), 064514 (2007). doi :[10.1103/PhysRevB.76.064514](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.064514).
- [366] Jinhua Zhi, Ning Kang, Sen Li, Dingxun Fan, Feifan Su, Dong Pan, Shiping Zhao, Jianhua Zhao et Hongqi Xu. Supercurrent and Multiple Andreev Reflections in InSb Nanosheet SNS Junctions. *Physica Status Solidi (B) Basic Research* **256**(6), 1–5 (2019). doi :[10.1002/pssb.201800538](https://doi.org/10.1002/pssb.201800538).
- [367] T. M. Lu, C. H. Lee, S. H. Huang, D. C. Tsui et C. W. Liu. Upper limit of two-dimensional electron density in enhancement-mode Si/SiGe heterostructure field-effect transistors. *Appl. Phys. Lett.* **99**(15), 2009–2012 (2011). doi :[10.1063/1.3652909](https://doi.org/10.1063/1.3652909).
- [368] T. M. Lu, J. K. Gamble, R. P. Muller, E. Nielsen, D. Bethke, G. A. Ten Eyck, T. Pluym, J. R. Wendt, J. Dominguez, M. P. Lilly, M. S. Carroll et M. C. Wanke. Fabrication of quantum dots in undoped Si/Si_{0.8}Ge_{0.2} heterostructures using a single metal-gate layer. *Appl. Phys. Lett.* **109**(9), 10–14 (2016). doi :[10.1063/1.4961889](https://doi.org/10.1063/1.4961889).
- [369] Yi Hsin Su, Yen Chuang, Chia You Liu, Jiun Yun Li et Tzu Ming Lu. Effects of surface tunneling of two-dimensional hole gases in undoped Ge/GeSi heterostructures. *Phys. Rev. Materials* **1**(4), 1–6 (2017). doi :[10.1103/PhysRevMaterials.1.044601](https://doi.org/10.1103/PhysRevMaterials.1.044601).
- [370] Diederik J. Maas et Raoul van Gastel. Helium Ion Microscopy. Dans *Surface Science Techniques*, 461–497. Springer, Berlin, Heidelberg (2013).