



**HAL**  
open science

# Hydrodynamique d'une bulle déformée dans un écoulement cisailé

Saturnin Richard Adoua

► **To cite this version:**

Saturnin Richard Adoua. Hydrodynamique d'une bulle déformée dans un écoulement cisailé. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique (Toulouse), 2007. Français. <NNT : 2007INPT018H>. <tel-04554510>

**HAL Id: tel-04554510**

**<https://hal.science/tel-04554510v1>**

Submitted on 22 Apr 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



*Thèse*  
*présentée pour obtenir le titre de Docteur de*  
*l'Institut National Polytechnique de Toulouse*  
*Spécialité : Dynamique des Fluides*

---

# **Hydrodynamique d'une bulle déformée dans un écoulement cisailé**

**Saturnin Richard ADOUA**

Thèse soutenue le 06 juillet 2007 devant le jury composé de :

M. Pascal	Guiraud	Président
M. Olivier	Daube	Rapporteur
M. Mohamed	Souhar	Rapporteur
M. Roberto	Zenit	Membre
M. Dominique	Legendre	Directeur des travaux de recherche
M. Jacques	Magnaudet	Directeur des travaux de recherche

N° d'ordre : 2496



## Résumé :

Ce travail est consacré à l'étude par simulation numérique directe du comportement d'une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement linéairement cisailé. Les équations complètes tridimensionnelles de Navier-Stokes sont pour cela résolues en coordonnées curvilignes orthogonales par une méthode de volumes finis. La bulle a un rapport de forme variant entre 1 et 2.7, tandis que le nombre de Reynolds et le cisaillement adimensionnel basés sur le grand axe de la bulle varient respectivement de 50 à 2000 et de 0 à 1.2. Les résultats numériques montrent que le cisaillement a pour effet d'imposer le plan de symétrie du sillage qui reste invariant quel que soit les paramètres de l'écoulement. L'analyse de la vorticité longitudinale révèle que le sillage s'organise sous forme de deux tubes antisymétriques par rapport au plan de symétrie dont le signe change en fonction de l'importance de deux mécanismes en compétition (mécanisme de Lighthill et mécanisme lié à l'instabilité du sillage). L'étude de la force de portance montre que, quel que soit le rapport de forme de la bulle, le coefficient de portance tend à partir d'un nombre de Reynolds suffisamment grand vers la solution de fluide parfait. La force de portance est alors dirigée dans le même sens que pour une bulle sphérique. Nous avons retrouvée pour des nombres de Reynolds de l'ordre de la centaine l'inversion de la force de portance comme observée expérimentalement. Cette inversion de la portance qui apparaît pour un aplatissement supérieur à 2.225, est directement liée à la vorticité longitudinale dans le sillage qui propulse la bulle dans des directions opposées en fonction de son sens de rotation. Le comportement de la traînée ne révèle pas d'effet significatif induit par la structure du sillage ; le coefficient de traînée varie de manière quadratique avec le cisaillement. Enfin, l'étude du couple montre que le sens de rotation de la bulle s'inverse dans les mêmes conditions d'écoulement que celles conduisant à une inversion du signe de la force de portance indiquant, ainsi la même origine liée à l'organisation de la vorticité longitudinale. En faisant varier l'orientation de la bulle dans l'écoulement, nous avons montr e l'existence d'une position d'équilibre stable pour une faible inclinaison du petit axe avec la direction de l'écoulement.

**Mots clefs :** Bulle ellipsoïdale, écoulement cisailé, sillage, portance, traînée, couple, simulation numérique directe.

## **Abstract :**

This work is devoted to the study of an oblate spheroidal bubble of prescribed shape set fixed in a linear shear flow using direct numerical simulation. The three dimensional Navier-Stokes equations are solved in orthogonal curvilinear coordinates using a finite volume method. The bubble response is studied over a wide range of the aspect ratio (1- 2.7), the bubble Reynolds number (50-2000) and the non-dimensional shear rate (0.-1.2). The numerical simulations shows that the shear flow imposes a plane symmetry of the wake whatever the parameters of the flow. The trailing vorticity is organized into two anti-symmetrical counter rotating tubes with a sign imposed by the competition of two mechanisms (the Lighthill mechanism and the instability of the wake). Whatever the Reynolds number, the lift coefficient reaches the analytical value obtained in an inviscid, weakly sheared flow corresponding to a lift force oriented in the same direction as that of a spherical bubble. For moderate Reynolds numbers, the direction of the lift force reverses when the bubble aspect ratio is large enough as observed in experiments. This reversal occurs for aspect ratios larger than 2.225 and is found to be directly linked to the sign of the trailing vorticity which is concentrated within two counter-rotating threads which propel the bubble in a direction depending of their sign of rotation. The behavior of the drag does not reveal any significant effect induced by the wake structure and follows a quadratic increase with the shear rate. Finally, the torque experienced by the bubble also reverses for the same conditions inducing the reversal of the lift force. By varying the orientation of the bubble in the shear flow, a stable equilibrium position is found corresponding to a weak angle between the small axis of the bubble and the flow direction.

**Key words :** spheroidal bubble, shear flow, wake, lift, drag, torque, direct numerical simulation.

# Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du Groupe Interface de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse dans le cadre d'une thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse financé par le Gouvernement Congolais. Au terme de ce travail, je tiens à exprimer ma profonde gratitude au gouvernement de mon pays de m'avoir permis de réaliser ce travail.

Je remercie vivement les membres du jury qui ont accepté de participer à l'évaluation de ce travail. Je suis particulièrement reconnaissant à Messieurs Mohamed Souhar professeur à l'Institut Polytechnique de Lorraine et Olivier Daube professeur à l'Université d'Evry-Val d'Essonne du temps consacré à la lecture de ce document en tant que rapporteurs, de leurs précieux conseils pour l'amélioration de ce document, Roberto Zenit Professeur à l'instituto de Investigaciones en Materieles du Mexique pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse et Pascal Guiraud Professeur à l'Institut National de sciences appliquées de Toulouse pour avoir présidé ce jury.

Je tiens vivement à remercier mes deux directeurs de Thèse, Dominique Legendre et Jacques Magnaudet. Leur soutien a été pour moi, un élément essentiel de motivation. Je suis entièrement reconnaissant de vos compétences scientifiques, des encouragements et des précieux conseils que vous m'avez transmis pendant le déroulement de ce travail. Plus particulièrement, je vous remercie de votre disponibilité durant la thèse (même les week-end vous avez été toujours là), votre patience, vos qualités humaines et votre écoute permanente. Aux moments difficiles vous avez été toujours là. Votre encadrement a été exemplaire.

Les années que j'ai passées dans le Groupe Interface ont été formatrices pour moi. J'ai connu des personnes dont la sympathie, la disponibilité et la dynamique m'ont permis d'avoir une autre vision de la recherche. Je tiens ici à remercier tous les permanents du Groupe Interface, en particulier François Charru et Marie-Hélène Manzato respectivement Responsable et Secrétaire du Groupe Interface de leur gentillesse.

Je tiens ici à remercier les amis doctorants et post-doctorants qui ont participé à cette aventure : Thomas, Jean-Baptiste, Adil, Yannick, Pedro, Axel, Bernardo, Hamdi, Guillaume, Yacine, Zouhir et les nouveaux venus : Serge et Irène. Enfin, je remercie Erick De-Moraes mon collègue du bureau pour sa bonne humeur et ses qualités, merci à Emeline et à Steeve et à tous ceux qui, de près ou de loin ont participé à la réussite de ce travail.

Mes pensées vont également à tout le personnel de l'IMFT pour leur participation à la réussite de ce travail, notamment à Gilles Martin et à tout le service Informatique, à Annaïg Pedrono pour sa collaboration et Muriel Sabater du Service Reprographie pour s'être occupée de la reliure de ce document.

Enfin, j'adresse ma profonde reconnaissance à ma mère Helène Manga, à mes frères et soeurs, à Gabin Aleba et sa famille, à Toussaint Eyoka et à la famille Kembe-Maloba pour leur soutien et tout ce qu'ils ont fait pour que ce travail soit réalisé

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
1.1	Force de portance sur une bulle : Etat de l'art	6
1.1.1	Bulles sphériques	6
1.1.2	Bulles déformées	8
1.2	Présentation de l'étude	9
1.2.1	Position du problème	9
1.2.2	Nombres adimensionnels	11
1.2.3	Forces	11
1.2.4	Système de coordonnées	12
1.3	Plan du mémoire	12
<b>2</b>	<b>Outil numérique et validations</b>	<b>17</b>
2.1	Introduction	18
2.2	Code JADIM	18
2.3	Maillages	19
2.3.1	Génération des maillages	20
	Maillage ELLIP	20
	Maillage LCEaxy	20
	Maillage LCEplan	21
2.3.2	Comparaison des maillages	21
2.4	Tests de sensibilité pour le maillage LCEplan	24
2.4.1	Taille du domaine de calcul $R_\infty$	25
2.4.2	Nombre de noeuds $N_b$ décrivant la surface de la bulle	25
2.4.3	Nombre de noeuds $N_y$ suivant $y$	26
2.4.4	Taille de la première maille $\delta$ au sommet de la bulle	26
2.4.5	Nombre de noeuds $N_\phi$ suivant la direction azimutale	28
2.4.6	Choix final des paramètres du maillage	28
2.5	Tests de validation	28
2.5.1	Test sur la force de traînée	29
2.5.2	Test sur la force de portance aux temps courts	32
	Ecoulement cisailé parallèle au petit axe $a$	32
	Ecoulement cisailé perpendiculaire au petit axe $a$	33
2.5.3	Résultats numériques	33
2.6	Conclusion	34

<b>3</b>	<b>Structure de l'écoulement</b>	<b>39</b>
3.1	Introduction . . . . .	40
3.2	Evolution du sillage en écoulement uniforme . . . . .	40
3.3	Structure du sillage en écoulement cisailé . . . . .	42
3.3.1	Apparition de la recirculation . . . . .	43
3.3.2	Vorticité à la surface de la bulle . . . . .	45
3.3.3	Evolution de la zone de recirculation avec $\chi$ . . . . .	48
3.3.4	Evolution de la zone de recirculation avec $Re$ . . . . .	48
3.3.5	Evolution de la zone de recirculation avec $S_r$ . . . . .	48
3.3.6	Vorticité longitudinale $\omega_x$ . . . . .	51
3.4	Instabilité primaire du sillage . . . . .	55
3.5	Instationnarité de l'écoulement . . . . .	56
3.6	Distribution de vitesse à la surface de la bulle . . . . .	58
3.6.1	Décomposition de la vitesse . . . . .	58
3.6.2	Etude de la vitesse $U_{u\theta}$ ( $S_r = 0$ ) . . . . .	60
3.6.3	Vitesse tangentielle $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi)$ . . . . .	64
3.6.4	Vitesse azimutale $u_\phi(\alpha_0, \theta, \phi)$ . . . . .	69
3.7	Conclusion . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Portance d'une bulle ellipsoïdale fixe</b>	<b>75</b>
4.1	Introduction . . . . .	76
4.2	Force de portance en fluide parfait . . . . .	76
4.3	Effet de l'aplatissement de la bulle sur la force de portance . . . . .	78
4.4	Distribution du champ de contraintes à la surface de la bulle . . . . .	84
4.5	Structure du champ de vorticité . . . . .	89
4.5.1	Vorticité azimutale $\omega_\phi$ . . . . .	90
4.5.2	Vorticité longitudinale $\omega_x$ . . . . .	91
	Cisaillement important . . . . .	93
	Faible cisaillement . . . . .	94
4.5.3	Cas de la sphère solide . . . . .	95
4.6	Evolution du coefficient de portance pour $\chi \leq 2.2$ . . . . .	97
4.6.1	Variation de $C_L$ avec le nombre de Reynolds $Re$ . . . . .	97
4.6.2	Variation de $C_L$ avec le rapport de forme $\chi$ . . . . .	100
4.6.3	Variation de $C_L$ avec le cisaillement . . . . .	101
4.7	Evolution du coefficient de portance pour $\chi > 2.2$ . . . . .	102
4.7.1	Effet du nombre de Reynolds . . . . .	102
4.7.2	Effet du cisaillement . . . . .	104
4.8	Conclusion . . . . .	105
<b>5</b>	<b>Force de traînée sur une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé</b>	<b>109</b>
5.1	Introduction . . . . .	110
5.2	Effet du nombre de Reynolds . . . . .	110
5.3	Effet du cisaillement . . . . .	113
5.4	Comparaison des effets de traînée et de portance . . . . .	115
5.5	Conclusion . . . . .	118

## Table des Matières

---

<b>6</b>	<b>Couple exercé sur une bulle ellipsoïdale</b>	<b>122</b>
6.1	Introduction . . . . .	123
6.2	Couple en fluide parfait . . . . .	123
6.2.1	Calcul semi analytique à faible cisaillement . . . . .	123
6.2.2	Simulations numériques en "fluide parfait" . . . . .	129
6.3	Couple en fluide visqueux . . . . .	130
6.3.1	Effet de l'aplatissement de la bulle . . . . .	130
	Diagramme $(Re, \chi)$ pour le sens de rotation . . . . .	134
6.3.2	Effet du nombre de Reynolds . . . . .	136
	Comportement pour $\chi \leq 2.2$ . . . . .	136
	Comportement pour $\chi > 2.2$ . . . . .	136
6.3.3	Comportement aux forts cisaillements . . . . .	139
	Cas des aplatissements $\chi \leq 2.2$ . . . . .	139
	Cas des aplatissements $\chi > 2.2$ . . . . .	140
6.3.4	Amplitude des oscillations du couple . . . . .	140
6.4	Orientation d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé . . . . .	141
6.4.1	Effet de l'inclinaison sur le couple . . . . .	143
6.4.2	Evolution de la position d'équilibre . . . . .	146
6.4.3	Modification de la traînée et de la portance à l'équilibre . . . . .	147
6.5	Conclusion . . . . .	149
<b>7</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>154</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>158</b>
	<b>Annexes</b>	<b>163</b>
<b>A</b>	<b>Ecoulement potentiel autour d'un cylindre à base ellipsoïdale</b>	<b>164</b>



# Table des figures

1.1	Bulle ellipsoïdale dans un écoulement cisailé . . . . .	10
2.1	Passage entre les coordonnées cartésiennes et curvilignes. . . . .	20
2.2	Différents maillages pour $\chi=2.5$ . . . . .	22
2.3	Définition du nombre de noeuds dans le domaine de calcul. . . . .	24
2.4	Test de sensibilité sur $\delta$ pour $\chi = 1.95$ , $Re = 1000$ et $S_r = 0.02$ . . . . .	27
2.5	Coefficient de traînée . . . . .	30
2.6	Évolution de $C_L(t)$ pour $\chi = 1.2$ , $Re = 1000$ et $S_r = 0.02$ . . . . .	33
2.7	Évolution de $C_L(t = 0^+)$ avec $\chi$ $Re = 1000$ . . . . .	34
3.1	Diagramme de phase . . . . .	41
3.2	Evolution du sillage en écoulement uniforme. . . . .	42
3.3	Diagramme de phase $(\chi, Re)$ d'apparition de la zone de recirculation. . . . .	44
3.4	Evolution de la vorticité maximale à la surface de la bulle avec $\chi$ . . . . .	46
3.5	Maximum de la vorticité à la surface de la bulle pour $S_r = 0.02$ . . . . .	47
3.6	Evolution de la zone de recirculation avec $\chi$ . . . . .	49
3.7	Evolution de la zone de recirculation avec $Re$ . . . . .	50
3.8	Evolution de la zone de recirculation avec $S_r$ . . . . .	51
3.9	vorticité longitudinale $\omega_x$ avec $Re$ . . . . .	53
3.10	vorticité longitudinale $\omega_x$ avec $Re$ . . . . .	54
3.11	vorticité longitudinale $\omega_x$ avec $S_r$ . . . . .	55
3.12	Diagramme de phase $(\chi, Re)$ de la transition de l'écoulement. . . . .	56
3.13	Isosurfaces de la composante axiale . . . . .	57
3.14	Diagramme de phase $(\chi, Re)$ . . . . .	59
3.15	Evolution temporelle de $C_L$ pour $Re = 400$ . . . . .	60
3.16	Evolution temporelle des coefficients adimensionnels pour $Re = 400$ . . . . .	61
3.17	Evolution du nombre de Strouhal avec $Re$ pour différents cisaillements. . . . .	62
3.18	Distribution de la vitesse méridienne adimensionnel $U_{u\theta}$ . . . . .	63
3.19	Distribution de la vitesse méridienne adimensionnel $U_{u\theta}$ . . . . .	65
3.20	Distribution de la vitesse méridienne $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi) / \cos(\phi)$ . . . . .	66
3.21	Distribution de la vitesse méridienne $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi) / \cos(\phi)$ . . . . .	67
3.22	Evolution de la vitesse méridienne adimensionnelle $u_\theta(\theta, \phi = 0)$ . . . . .	68
3.23	Effet du cisaillement sur la vitesse tangentielle $u_\theta(\alpha_0\theta, \phi)$ . . . . .	69
3.24	Distribution de la vitesse azimutale à des petits cisaillements . . . . .	70
3.25	Distribution de la vitesse azimutale à des grands cisaillements . . . . .	71
3.26	Evolution de la vitesse azimutale $u_\phi(\theta, \phi = \pi/2)$ . . . . .	72
3.27	Effet du cisaillement sur la vitesse azimutale . . . . .	73

## Table des figures

4.1	Evolution de $C_L$ en "fluide parfait". . . . .	78
4.2	Evolution du Coefficient de portance en fonction du rapport de forme $\chi$ . . . . .	80
4.3	Diagramme de phase présentant le signe de $C_L$ . . . . .	82
4.4	Diagramme de phase ( $\chi, S_r$ ) de $C_L$ . . . . .	84
4.5	Comparaison des contributions visqueuses et de pression à la portance . . . . .	85
4.6	Coefficient de pression $C_p$ pour $\chi = 2.25$ . . . . .	87
4.7	Evolution de $C_p(\theta, \phi = \pi/2)$ avec $\chi$ . (a) $Re = 50$ et (b) $Re = 1500$ . . . . .	88
4.8	Effet du cisaillement sur la distribution de $C_p$ . . . . .	89
4.9	Isocontours de la composante $\omega_\phi$ de la vorticité. . . . .	90
4.10	Isosurface de la composante axiale de la vorticité $\omega_x b/U_0 = \pm 0.10$ . . . . .	91
4.11	Schéma expliquant le changement du signe de la force de portance . . . . .	92
4.12	Isosurfaces de la composante axiale de la vorticité $\omega_x b/U_0 = \pm 0.10$ . . . . .	95
4.13	Isosurfaces de la composante axiale de la vorticité pour une sphère . . . . .	96
4.14	Evolution du coefficient de portance $C_L$ avec $Re$ . . . . .	99
4.15	Variation de $C_L$ avec $\chi$ . . . . .	100
4.16	Effet du cisaillement sur la force de portance . . . . .	101
4.17	Coefficient de portance $C_L(\chi, Re, S_r)$ . . . . .	103
4.18	Evolution de $C_L$ avec le cisaillement $S_r$ . . . . .	105
5.1	Evolution du coefficient de traînée avec $Re$ . . . . .	112
5.2	Effet du cisaillement sur la force de traînée . . . . .	114
5.3	Evolution de $C_D/C_{DU} - 1$ avec $S_r$ . . . . .	115
5.4	Rapport $\chi S_r^{-1} F_L/F_D$ des forces de portance et de traînée . . . . .	118
6.1	Perturbation de vitesse tangentielle $u_\theta$ obtenue par Naciri (1992). . . . .	128
6.2	Evolution de la fonction $g(\theta, \chi)$ . . . . .	129
6.3	Evolution du couple dimensionnel $C_\Gamma$ avec $\chi$ en fluide parfait . . . . .	130
6.4	Evolution de $C_\Gamma$ avec $\chi$ pour $S_r = 0.02$ . . . . .	132
6.5	Schéma explicitant le changement de sens du couple . . . . .	133
6.6	Diagramme de phase de changement de signe de $C_\Gamma$ . . . . .	135
6.7	Evolution de $C_\Gamma$ avec $Re$ pour $\chi = 1.5$ et $\chi = 2$ . . . . .	137
6.8	Evolution de $C_\Gamma$ avec $Re$ pour $\chi = 2.25$ et $\chi = 2.5$ . . . . .	138
6.9	Effet du cisaillement sur $C_\Gamma$ . . . . .	139
6.10	Evolution du couple avec le cisaillement $S_r$ . . . . .	140
6.11	Amplitude d'oscillation . . . . .	141
6.12	Bulle ellipsoïdale inclinée dans un écoulement cisailé . . . . .	142
6.13	Evolution du couple avec l'inclinaison $\theta^*$ de la bulle pour $\chi = 1.2$ . . . . .	144
6.14	Evolution du couple avec l'inclinaison $\theta^*$ de la bulle pour $\chi = 2$ . . . . .	144
6.15	Evolution du couple avec l'inclinaison $\theta^*$ de la bulle pour $\chi = 2.5$ . . . . .	145
6.16	variation de l'angle d'équilibre $\theta_{eq1}^*$ avec $S_r$ . . . . .	147
6.17	Effet de l'inclinaison de la bulle à l'équilibre sur la force de portance . . . . .	148
6.18	Effet de l'inclinaison de la bulle à l'équilibre sur la force de traînée . . . . .	149

# Liste des tableaux

2.1	Comparaison du coefficient de traînée pour les trois maillages . . . . .	23
2.2	Effet de la taille du domaine $R_\infty/a$ sur le coefficient de traînée $C_D$ . . . . .	25
2.3	Effet du nombre de noeuds $N_b$ décrivant la surface de la bulle. . . . .	26
2.4	Effet du nombre de noeuds suivant $y$ pour $\chi = 1.5$ et $S_r = 0.02$ . . . . .	26
2.5	Effet du nombre de noeuds $N_{Phi}$ pour $\chi = 1.5$ et $S_r = 0.02$ . . . . .	28
2.6	Fonction $G(\chi)$ et $H(\chi)$ . . . . .	29
2.7	coefficient de traînée en fonction de $Re$ et $\chi$ ( Maillage LCE Plan) pour $S_r = 0$ . . . . .	31
3.1	Evolution du rapport de forme critique $\chi_c$ . . . . .	43
4.1	Coefficient de portance $C_{L\infty}$ en fluide parfait. . . . .	77
4.2	Valeur de $C_L$ pour une sphère en fonction de $S_r$ pour $Re = 240$ . . . . .	96
5.1	Coefficient de traînée pour $50 \leq Re \leq 1500$ , $\chi = 1.2$ . . . . .	112
5.2	Coefficient de traînée pour $50 \leq Re \leq 1500$ , $\chi = 1.95$ . . . . .	113
5.3	Coefficient de traînée pour $50 \leq Re \leq 1500$ , $\chi = 2.5$ . . . . .	113
5.4	Valeurs de la fonction $\gamma(\chi)$ . . . . .	115
6.1	Valeurs de $I(\chi)$ et $C_L$ . . . . .	128
6.2	Valeurs de $J(\chi)$ et de $C_\Gamma$ . . . . .	129
6.3	Valeurs de l'angle d'équilibre stable de la bulle pour $Re = 1000$ . . . . .	146
6.4	Valeurs de l'angle d'équilibre stable de la bulle pour $\chi = 2.5$ à $Re = 400$ . . . . .	147



# **Introduction générale**



# Chapitre 1

## Introduction générale

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Force de portance sur une bulle : Etat de l'art</b>	<b>6</b>
1.1.1	Bulles sphériques	6
1.1.2	Bulles déformées	8
<b>1.2</b>	<b>Présentation de l'étude</b>	<b>9</b>
1.2.1	Position du problème	9
1.2.2	Nombres adimensionnels	11
1.2.3	Forces	11
1.2.4	Système de coordonnées	12
<b>1.3</b>	<b>Plan du mémoire</b>	<b>12</b>

---

---

Les écoulements diphasiques à bulles sont rencontrés dans la nature et dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans le génie des procédés, l'industrie pharmaceutique ou pétrolière, le génie nucléaire, la biomécanique,.... Durant ces dernières années, de nombreuses études ont été entreprises pour tenter d'appréhender les mécanismes de base qui gouvernent le comportement de ces écoulements. L'objectif d'une partie de ces études est de déterminer avec précision l'expression des forces qui s'appliquent sur les bulles présentes dans l'écoulement afin de fermer les modèles utilisant une description eulérienne ou lagrangienne de la phase dispersée. Il apparaît ainsi que la prédiction du comportement d'une population de bulles dans un écoulement quelconque passe nécessairement par l'étude détaillée de la dynamique d'une ou d'un petit nombre de bulles dans un écoulement dont on maîtrise les caractéristiques. Malgré les nombreuses études déjà réalisées, la compréhension de tels écoulements et les modèles prédictifs employés pour décrire leur évolution sont encore loin d'être satisfaisants à cause des difficultés liées essentiellement à la méconnaissance des mécanismes physiques à l'échelle de la bulle : interactions avec la turbulence, déformations, interactions entre bulles, interactions avec une paroi.

La dynamique des bulles de forme sphérique et de taille plus petite que les échelles caractéristiques de l'écoulement, est désormais connue de manière satisfaisante, et ce quelles que soient les conditions d'écoulement (voir Magnaudet & Eames (2000) pour une synthèse détaillée sur le sujet). La dynamique d'une bulle est dans ces conditions contrôlée par les forces suivantes :

- la force de traînée (Hadamard (1911), Ribczynski (1911), Levich (1962), Moore (1963), Acrivos & Taylor (1964),
- les forces d'inertie et de masse ajoutée (Taylor (1928), Voinov et al. (1973), Auton et al. (1988), Rivero et al. (1991) ),
- la force d'histoire ou de Basset (Yang & Leal (1991), Mei (1994), Mei (1996), Magnaudet & Legendre (1998)),
- la force de portance (Auton (1987), Legendre & Magnaudet (1998)).

L'étude de ces différentes contributions est très délicate par voie expérimentale car il est très difficile de contrôler toutes les échelles spatiales et temporelles de l'écoulement de base mais également les conditions physico-chimiques sur l'interface bulle/liquide. Ainsi la simulation numérique directe a joué un rôle souvent décisif pour permettre de relier les solutions analytiques obtenues dans la limite des écoulements de Stokes-Oseen avec celles obtenues en écoulement de fluide parfait.

Parmi les principaux enjeux actuels de la modélisation des écoulements dispersés à bulles, nous pouvons relever la prise en compte des phénomènes suivants :

- 1) L'effet de la déformation des bulles
- 2) L'effet de la turbulence de l'écoulement porteur
- 3) Les effets des interactions entre bulles et/ou avec des parois

Dans ce travail on propose de prendre en considération dans certaines limites l'effet de la déformation de la bulle. Lorsque leur taille augmente, les bulles se déforment puis se brisent sous l'effet des forces d'inertie et de gravité qui s'exercent à l'interface. Différentes formes sont alors observées (Clift et al. 1978). Dans les situations où l'inertie est responsable de la déformation, les bulles adoptent la forme d'ellipsoïde de révolution autour d'un petit axe orienté dans le sens du mouvement. En effet, afin de satisfaire le saut de contrainte normale à l'interface, la courbure est réduite dans les zones de forte pression dynamique (points d'arrêt amont et aval) et augmentée dans les zones de forte vitesse (équateur). Si l'on considère par exemple la situation la plus commune de bulles de gaz dans de l'eau, celles-ci se déforment sous l'effet

## Chapitre 1.Introduction générale

de l'inertie du mouvement. Le nombre de Weber  $We_{eq} = \rho U_0^2 d_{eq} / \sigma$ , défini avec la vitesse de glissement  $U_0$ , la tension interfaciale  $\sigma$  et le diamètre équivalent  $d_{eq} = (6\vartheta_b / \pi)^{1/3}$  ( $\vartheta_b$  étant le volume de la bulle), est alors proche de l'unité, correspondant à un diamètre de bulle de l'ordre du millimètre ( $d_{eq} \sim 1mm$ ) et à un nombre de Reynolds  $Re_{eq} = \rho d_{eq} U_0 / \mu$  de l'ordre de 200. Ainsi pour  $Re > 200$  les bulles d'air en mouvement dans de l'eau sont déformées et leur forme peut être approchée par un ellipsoïde de révolution (Moore (1959), El Sawi (1974), Duineveld (1995), Ellingsen & Risso (2001)) :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (1.1)$$

où l'axe de révolution est ici orienté suivant  $x$ . La forme de la bulle est alors caractérisée par son petit axe  $a$  et son grand axe  $b$  et on définit le rapport de forme ou aplatissement :

$$\chi = \frac{b}{a} \quad (1.2)$$

Cette forme très caractéristique est observée même pour des rapports de forme supérieurs à 2. Par exemple pour une bulle d'air de diamètre équivalent  $d_{eq} = 2.5mm$  dont la vitesse d'ascension est  $U_0 \sim 0.3ms^{-1}$ , le nombre de Weber vaut  $We \sim 3.6$ , le rapport de forme est  $\chi = 2.05$  et le nombre de Reynolds est de l'ordre de  $Re_{eq} \sim 800$  (Ellingsen & Risso 2001). C'est dans ce régime d'écoulement et de déformation que nous souhaitons mener cette étude.

Moore (1965) a montré analytiquement que dans la limite des faibles déformations on a  $\chi = 1 + 9We/64$ , relation généralisée ensuite à des déformations plus importantes en considérant l'équilibre de l'interface aux points d'arrêt et à l'équateur. Moore (1965) généralisa également l'expression de la force de traînée obtenue pour des bulles sphériques dans la limite  $Re_q \gg 1$  aux bulles ellipsoïdales. Duineveld (1995) confirma avec des expériences minutieuses vis-a vis du contrôle de la pureté de l'eau cette loi de traînée. En faisant varier les fluides en présence, Maxworthy (1996) a précisé le domaine dans lequel la forme des bulles est ellipsoïdale en fonction des propriétés des fluides exprimées à l'aide du nombre de Morton  $M_0 = g\mu^4 / \rho\sigma^3$  où  $g$  est l'intensité de la pesanteur. Parmi les investigations numériques, on peut citer les travaux de Ryskin & Leal (1984), de Dandy & Leal (1986), de Blanco & Magnaudet (1995) qui ont étudié le comportement de telles bulles en précisant notamment la structure du sillage en écoulement uniforme axisymétrique. Plus récemment Ellingsen & Risso (2001) et Mougin & Magnaudet (2002) ont également étudié expérimentalement et numériquement la nature des trajectoires de telles bulles lorsqu'elles cessent de monter de façon rectiligne sous l'effet des instabilités de leur sillage, instabilités étudiées numériquement par Magnaudet & Mougin (2007).

L'expression de la force d'inertie capitale pour prédire le mouvement a également été généralisée à des corps déformés pour lesquels les effets de masse ajoutée s'expriment à l'aide d'un tenseur d'ordre deux (Lamb (1932). Pour l'ellipsoïde de révolution dont l'équation de la surface est donnée par (1.1), le tenseur de masse ajoutée s'écrit dans les axes propres  $(x, y, z)$  de l'ellipsoïde :

$$\mathbf{T} = \rho\vartheta_b \begin{pmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{22} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

où  $T_{11}$  et  $T_{22}$  sont les coefficients de masse ajoutée. Ces derniers sont définies par :

$$T_{11} = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}, \quad T_{22} = \frac{\beta_0}{2 - \beta_0} \quad (1.4)$$

avec :

$$\alpha_0 = 2(1 + e^2)(1 - e \cot^{-1} e) \quad (1.5)$$

$$\beta_0 = e(1 + e^2) \cot^{-1} e - e^2 \quad (1.6)$$

$$e = \frac{1}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \quad (1.7)$$

Concernant la force de portance des bulles ellipsoïdales, il n'existe à ce jour que peu de résultats. Inspiré par les travaux analytiques de Auton (1987) pour un corps sphérique, Naciri (1992) a calculé pour une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement de fluide parfait faiblement cisailé, le coefficient de portance pour des aplatissements inférieurs à  $\chi = 3$ . Miloh (2003) a déterminé l'expression de cette force en fluide parfait aux temps courts, c'est à dire juste après qu'un objet ait été plongé brusquement dans un écoulement cisailé. Ces travaux analytiques montrent que la portance est alors toujours orientée dans le même sens que celle exercée sur une bulle sphérique. Cependant certaines études expérimentales (Kariyasaki 1987), Tomiyama et al. (2002)) et numériques (Ervin & Trygvason (1997), Sankaranarayanan & Sundaresan (2002), Tomiyama (2007)) montrent que si la bulle est suffisamment déformée la force de portance change de signe. Même si la cause de cette inversion de portance semble être attribuée à l'interaction entre le sillage de la bulle et le cisaillement de l'écoulement, aucun mécanisme physique n'est actuellement clairement proposé pour expliquer ce comportement. Par conséquent, l'évolution de la force de portance en fonction des régimes d'écoulement (nombre de Reynolds, cisaillement, déformation) est loin d'être prédite rationnellement. Ceci représente actuellement un enjeu important pour la modélisation dans les situations où la migration des bulles sous l'effet de cette force a un effet majeur. C'est par exemple le cas en écoulement dispersé en conduite où l'accumulation des bulles au centre du tube ou à proximité des parois modifie de manière très sensible les transferts pariétaux (frottements, transferts de chaleur).

Des travaux supplémentaires sont par conséquent indispensables pour comprendre et prédire les comportements de la portance pour les bulles déformées. Avant de présenter la stratégie adoptée dans notre étude, nous présentons un état de l'art des effets de portance.

## 1.1 Force de portance sur une bulle : Etat de l'art

La force de portance a été mise en évidence expérimentalement pour des particules solides par Segré et Silberberg (1962a,b) en observant la migration latérale des sphères solides dans un écoulement de Poiseuille. Depuis, un grand nombre d'études ont été menées afin de caractériser précisément cette force. Nous allons présenter ici les principaux résultats de la littérature pour les bulles sphériques et déformées.

### 1.1.1 Bulles sphériques

En régime inertiel l'expression de la force de portance liée au cisaillement se met généralement sous la forme :

$$\mathbf{F}_L = \rho \vartheta_b C_L \mathbf{U} \times \boldsymbol{\Omega}, \quad (1.8)$$

## Chapitre 1.Introduction générale

---

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $\vartheta_b = 4\pi a^3/3$  le volume de la particule,  $C_L$  le coefficient de portance et  $\Omega = \nabla \times \mathbf{U}$  la vorticité de l'écoulement non perturbé évaluée au centre de la bulle.

Pour un objet sphérique de rayon  $a$  plongé dans l'écoulement de fluide parfait linéairement cisailé  $\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x$ , Auton (1987) a montré dans la limite des faibles cisaillements ( $S_r = 2a\omega_0/U_0 \ll 1$ ) que le coefficient de portance est égal au coefficient de masse ajouté :

$$C_{L\infty} = C_M = \frac{1}{2} \quad (1.9)$$

Ce résultat a ensuite été généralisé par Auton et al. (1988) aux écoulements non-uniformes de fluide parfait combinant rotation et étirement. Dans ces conditions d'écoulement, le coefficient de portance  $C_L$  est indépendant des paramètres de l'écoulement ce qui montre que la force de portance  $F_L$  varie linéairement avec les gradients de vitesse.

A l'aide de simulations numériques directes, Legendre & Magnaudet (1998) ont montré qu'en écoulement visqueux le coefficient de portance tend vers la valeur  $1/2$  lorsque le nombre de Reynolds devient grand. Les simulations numériques menées jusqu'à  $Re = 500$ , montrent notamment pour des cisaillements modérés ( $S_r < 0.2$ ), que le coefficient de portance peut être décrit pour  $Re > 50$  par :

$$C_L = \frac{1}{2} - \frac{6.5}{Re} \quad (1.10)$$

Dans le régime des écoulements à nombre de Reynolds faible mais non nul, Saffman (1965), par une méthode de développements asymptotiques raccordés a calculé l'expression analytique du coefficient de portance pour une sphère solide fixe dans l'écoulement linéairement cisailé  $\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x$ , à savoir :

$$C_L = 3.084(ReS_r)^{-1/2} \quad (1.11)$$

dans la limite  $Re \ll \sqrt{ReS_r} \ll 1$  où  $Re = 2a\rho U_0/\mu$  est le nombre de Reynolds et  $S_r = 2a\omega_0/U_0$  est le cisaillement adimensionnel. En reprenant ce calcul avec des hypothèses moins restrictives ( $Re \ll 1$  et  $\sqrt{ReS_r} \ll 1$ ), McLaughlin (1991) a montré que :

$$C_L = \frac{27}{2\pi^2} \frac{J(\epsilon)}{\sqrt{S_r Re}} \quad (1.12)$$

où  $\epsilon = (S_r/Re)^{1/2}$  et  $J(\epsilon)$  est une intégrale calculée numériquement (voir Legendre (1996)).

Legendre et Magnaudet (1997) ont généralisé les développements analytiques de Saffman (1965) et McLaughlin (1991) au cas des bulles et gouttes sphériques. Pour une bulle sphérique le coefficient de portance est alors :

$$C_L = \frac{6}{\pi^2} \frac{J(\epsilon)}{\sqrt{S_r Re}}, \quad (1.13)$$

montrant que le rapport entre les forces de portance d'une bulle sphérique et d'une sphère solide est  $(2/3)^2$ . Legendre et Magnaudet (1998) ont confirmé numériquement ce résultat et ont proposé une corrélation permettant de relier les résultats obtenus dans la limite des petits et grands nombres de Reynolds.

### 1.1.2 Bulles déformées

Les résultats disponibles pour les bulles déformées sont beaucoup plus réduits. En reprenant la démarche analytique de Auton (1987) pour un objet sphérique, Naciri (1992) a montré que pour une bulle ellipsoïdale de forme donnée par (1.1) plongée dans l'écoulement de fluide parfait faiblement cisailé  $\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x$ , la force de portance s'exprime par raison de symétrie sous la forme :

$$\mathbf{F}_L = \rho \vartheta_b C_L U_0 \omega_0 \mathbf{e}_y \quad (1.14)$$

où le coefficient de portance est égal au coefficient de masse-ajoutée donné par (1.4) :

$$C_{L\infty} = T_{11} \quad (1.15)$$

Miloh (2003) a déterminé l'expression de la force de portance en fluide parfait faiblement cisailé ( $S_r \ll 1$ ) aux temps courts ( $t \ll d_{eq}/U_0$ ) pour un objet de forme quelconque plongé brusquement dans un écoulement cisailé. Pour un ellipsoïde, cette force s'écrit :

$$\mathbf{F}_L(t = 0^+) = (\mathbf{I} + \frac{\mathbf{T}}{\rho \vartheta_b})(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{T}\mathbf{U}) \quad (1.16)$$

où  $\mathbf{I}$  est le tenseur unité,  $\vartheta_b$  le volume de la bulle,  $\boldsymbol{\Omega}$  la vorticité de l'écoulement non perturbé et  $\mathbf{T}$  le tenseur de masse ajoutée donné par (1.3) pour l'ellipsoïde de révolution défini par (1.1). La solution obtenue montre que, pour un écoulement cisailé, le coefficient de portance est positif donc de même signe que pour un objet sphérique. Ce travail démontre également que l'identité entre le coefficient de portance et de masse ajoutée n'est pas un résultat universel et ne s'applique pas au temps courts, généralisant un résultat déjà obtenu par Legendre & Magnaudet (1998) pour un corps sphérique ( $C_L(t = 0^+) = 3/4 \neq C_M = 1/2$ ).

Ainsi, les résultats analytiques en écoulement de fluide parfait montrent que le signe de la force de portance sur une bulle ellipsoïdale est le même que sur une bulle sphérique et ce quel que soit le niveau de déformation.

Les expériences de Kariyasaki (1987) sont les premières à avoir mis en évidence le rôle de la déformation des bulles dans l'inversion du signe de la force de portance. L'expérience consistait à générer un cisaillement linéaire à l'aide d'une courroie entraînée et à y introduire des particules solides sphériques, des gouttes et des bulles. Ce travail montre que les bulles et les gouttes qui se déforment suffisamment, migrent dans le sens opposé aux particules sphériques.

Tomiyama et al. (2002) ont plus récemment confirmé cette inversion de signe en reprenant le même principe d'expérience et en réalisant un plus grand nombre d'observations. Pour cela la taille des bulles d'air ( $2.84mm \leq d_{eq} \leq 5.7mm$ ) et les propriétés du mélange eau-glycérine ont été choisies de manière à faire évoluer la déformation jusqu'à un rapport de forme de l'ordre de 2.5 pour des nombres de Morton  $Mo = g(\rho_L - \rho_G)\mu_L^4/\rho_L^2\sigma^3$  compris entre  $10^{-5.5}$  et  $10^{-2.8}$  et des cisaillements allant jusqu'à  $\omega_0 = 8.3s^{-1}$ . Ces auteurs ont montré que le régime d'inversion de signe est observé pour un nombre d'Eotvos  $Eo_d = g(\rho_L - \rho_G)d_H^2/\sigma \sim 6$  où  $d_H$  est le diamètre maximal de la bulle. Ces expériences correspondent à des cisaillements adimensionnels  $S_r = d_{eq}\omega_0/U_0$  maximaux de l'ordre de 0.1 et des nombres de Reynolds compris entre 5 et 80. Ces valeurs ont été estimées à l'aide des corrélations de traînée proposées par ces auteurs, ce qui a permis d'estimer que les bulles d'air avaient une vitesse de l'ordre de  $20cm/s$  dans les mélanges eau-glycérine les moins visqueux ( $\mu_L = 0.018kg/ms$ ). Ces auteurs ont suggéré que pour  $Eo_d > 4$ , l'évolution du coefficient de portance peut être décrite par

$$C_L = 0.00105Eo_d^3 - 0.0159Eo_d^2 - 0.0204Eo_d + 0.474 \quad (1.17)$$

La relation (1.17) permet de reproduire l'inversion du signe de la portance observée à partir de  $Eo_d \approx 6$ .

Concernant les approches numériques, Ervin & Tryggvason (1997) ont également montré mais de manière qualitative l'inversion du sens de migration en utilisant une méthode de suivi de front communément appelée "Front Tracking". Sankaranarayanan & al (2002) ont étudié la migration de nuages de bulles bidimensionnelles dans des simulations numériques de type Boltzmann sur réseau. En faisant tendre la fraction volumique du gaz vers zéro, ils montrent en équilibrant la composante horizontale de la traînée avec la portance que le signe de la portance s'inverse dans certaines situations. Ils relient ce changement de signe à un nombre capillaire critique  $Ca_\gamma = \mu_L \omega_0 d_{eq} / \sigma$ , montrant ainsi que le changement de signe n'apparaît qu'à partir d'une déformation suffisante. Tomiyama (2007) retrouve également qualitativement le même comportement par une méthode de type "Volume of Fluid".

## 1.2 Présentation de l'étude

L'objectif principal de cette étude est d'apporter des résultats nouveaux concernant la dynamique de bulles déformées se déplaçant au sein d'écoulements cisailés. A cet effet nous imposerons une forme fixe à la bulle qui sera considérée comme un ellipsoïde de révolution (relation (1.1)), ce qui correspond au premier régime de déformation observé pour des bulles d'air dans de l'eau. Nous souhaitons ainsi apporter d'une part des déterminations précises des différentes actions exercées sur la bulle (traînée, portance, couple) et d'autre part voir si, il est possible de capter dans cette configuration d'écoulement l'inversion du signe de la portance pour en expliquer les raisons physiques.

Nous avons utilisé deux approches pour progresser dans cette compréhension de la dynamique des bulles ellipsoïdales :

- i) on fixe la bulle avec son petit axe de révolution parallèle à l'écoulement et on fait varier l'intensité du cisaillement, le nombre de Reynolds et le rapport de forme,
- ii) on incline progressivement la bulle jusqu'à annuler le couple qu'elle subit afin de trouver l'orientation qu'elle adopte dans l'écoulement. On étudie alors la stabilité de cette position d'équilibre et les modifications induites sur la portance et la traînée.

D'un point de vue méthodologique, ce travail est réalisé à l'aide de simulations numériques directes (DNS) obtenues avec le code JADIM. Les résultats sur le couple exercé sur la bulle sont complétés par un calcul semi-analytique.

### 1.2.1 Position du problème

Nous considérons une bulle ellipsoïdale de petit axe de révolution  $2a$  porté par la direction  $\mathbf{e}_x$  et de grand axe  $2b$  (relation (1.1) - figure 1.1). La bulle est dans un premier temps maintenue fixe dans l'écoulement stationnaire cisailé dont le champ de vitesse est défini par :

$$\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y) \mathbf{e}_x \quad (1.18)$$

dont le champ de vorticité est donnée par :

$$\mathbf{\Omega} = -\omega_0 \mathbf{e}_z \quad (1.19)$$

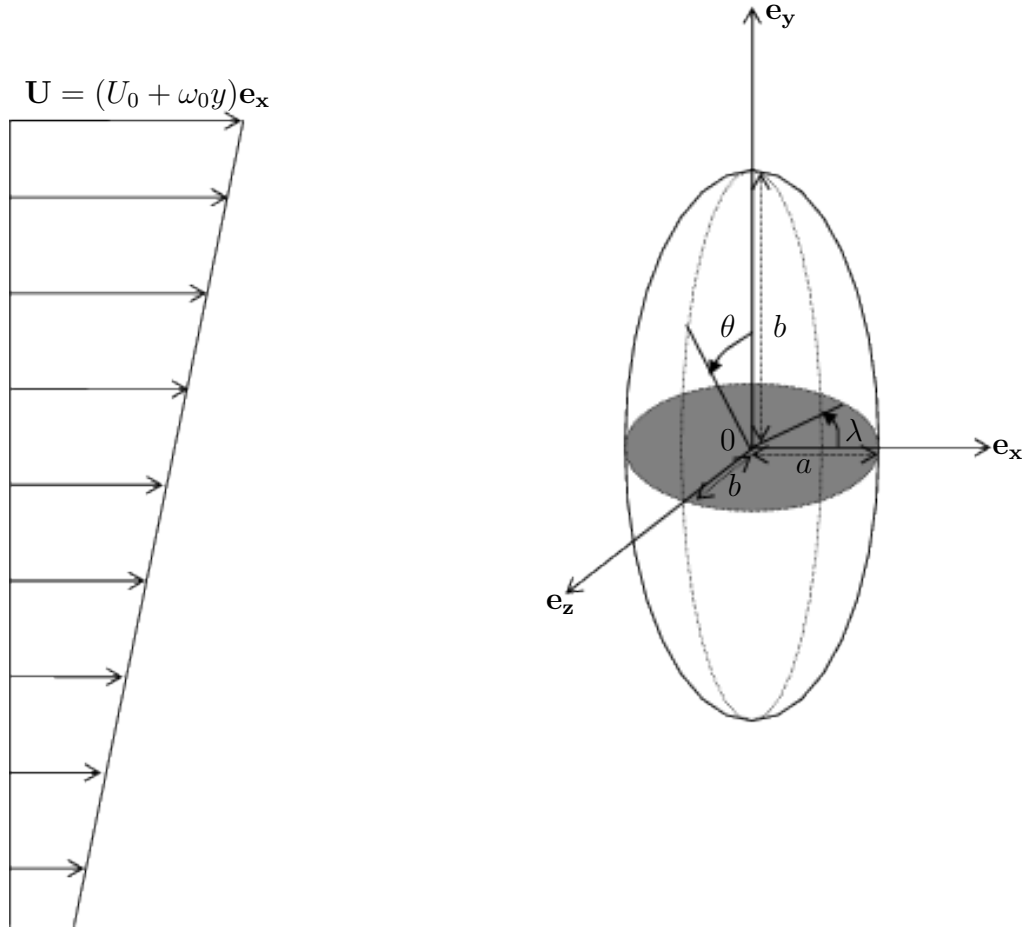


FIG. 1.1 – Bulle ellipsoïdale dans un écoulement cisailé

La bulle est localisée à l'origine  $O$  d'un repère cartésien  $(x, y, z)$  de vecteurs unitaires  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ .

On appelle respectivement  $\mathbf{V}$  et  $P$  les champs de vitesse et de pression du fluide extérieur. L'écoulement incompressible autour de la bulle est gouverné par les équations de Navier-Stokes :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} (\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) \quad (1.21)$$

où  $\boldsymbol{\tau} = \mu(\nabla \mathbf{V} + {}^T \nabla \mathbf{V})$  est la partie visqueuse du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\Sigma} = -P\mathbf{I} + \mu\boldsymbol{\tau}$ ,  $\rho$  et  $\mu$  sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide.

Les conditions aux limites loin de la bulle sont données par :

$$\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x \quad (1.22)$$

La bulle est supposée propre et la viscosité du fluide interne à la bulle est très faible devant celle du fluide extérieur. Dans ces conditions, le cisaillement du fluide s'annule à la surface de la bulle et, en l'absence de changement de phase à l'interface, la vitesse normale du liquide est celle de l'interface. Les conditions aux limites à la surface de la bulle sont ainsi :

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (1.23)$$

$$\mathbf{n} \times (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) = 0 \quad (1.24)$$

où  $\mathbf{n}$  est la normale sortante.

### 1.2.2 Nombres adimensionnels

Au total ce problème est décrit par 6 paramètres :  $a$ ,  $b$ ,  $U_0$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\omega_0$ . Le nombre de dimensions étant de trois (masse, temps et longueur) le théorème de Vaschy-Buckingham indique que 3 (=6-3) nombres adimensionnels décrivent ce problème. Nous avons choisi le grand axe  $b$  comme longueur caractéristique pour bâtir les nombres suivants :

– le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{2\rho b U_0}{\mu}, \quad (1.25)$$

– le rapport de forme défini à partir du rapport entre le grand axe et le petit axe par :

$$\chi = \frac{b}{a}, \quad (1.26)$$

– le cisaillement adimensionnel défini par :

$$S_r = \frac{2b\omega_0}{U_0}. \quad (1.27)$$

A noter que le nombre de Reynolds ainsi défini et le nombre de Reynolds équivalent  $Re_{eq} = \rho d_{eq} U_0 / \mu$  sont liés par la relation  $Re = Re_{eq} \chi^{1/3}$ .

### 1.2.3 Forces

Notre objectif est le calcul de la force résultante agissant sur la bulle, que nous décomposons de manière classique en deux contributions :

- la force de traînée  $F_D$  dirigée suivant  $\mathbf{e}_x$ ,
- la force de portance  $F_L$  dirigée suivant  $\mathbf{e}_y$ .

Ces deux forces sont définies respectivement par :

$$F_D = \mathbf{e}_x \cdot \int_S \Sigma \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.28)$$

$$F_L = \mathbf{e}_y \cdot \int_S \Sigma \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.29)$$

où  $S$  est la surface de la bulle. Les résultats concernant ces forces sont exprimés à partir des coefficients de traînée et de portance,  $C_D$  et  $C_L$ , définis à travers les expressions :

$$F_D \mathbf{e}_x = \frac{1}{2} \pi \rho b^2 C_D |\mathbf{U}| \mathbf{U} \quad (1.30)$$

$$F_L \mathbf{e}_y = \frac{4}{3} \pi \rho b^2 a C_L \mathbf{U} \times \boldsymbol{\Omega} \quad (1.31)$$

A noter que pour l'écoulement (1.18),  $\mathbf{U} \times \boldsymbol{\Omega} = U_0 \omega_0 \mathbf{e}_y$ . Un coefficient de portance positif indique par conséquent une force dirigée suivant  $\mathbf{e}_y$  c'est à dire dans le sens observé pour une bulle sphérique, et un coefficient négatif un effet suivant  $-\mathbf{e}_y$  soit un effet de portance inversé.

Outre les forces, nous considérerons aussi dans cette étude le couple exercé sur la bulle qui compte tenu de la géométrie du problème étudié n'a qu'une seule composante suivant  $z$  définie par :

$$\Gamma = \mathbf{e}_z \cdot \int_S \Sigma \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS \quad (1.32)$$

où  $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$  est le vecteur position. Les résultats concernant ce couple seront exprimés en utilisant le coefficient adimensionnel  $C_\Gamma$  défini par l'expression :

$$\Gamma \cdot \mathbf{e}_z = \frac{\pi}{2} b^4 \rho C_\Gamma U_0 \omega_0 \quad (1.33)$$

### 1.2.4 Système de coordonnées

Le domaine autour de la bulle sera parfois décrit en introduisant le système de coordonnées ellipsoïdales  $(\alpha, \theta, \lambda)$  défini par :

$$\begin{aligned} x &= k\alpha \cos \theta \\ y &= k\sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta \cos \lambda \\ z &= k\sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta \sin \lambda \end{aligned} \quad (1.34)$$

Avec  $\alpha \in [0, \infty]$ ,  $\theta \in [0, \pi]$  et  $\lambda \in [0, 2\pi]$ . La surface de la bulle est alors décrite par  $a = k\alpha_0$  et  $b = k(1 + \alpha_0^2)^{1/2}$ , où  $\alpha_0$  est la valeur de  $\alpha$  à la surface de la bulle qui est exprimée en fonction du rapport de forme de la bulle :

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{\chi^2 - 1}},$$

et  $k$  une constante qui s'écrit

$$k = a\sqrt{\chi^2 - 1}.$$

## 1.3 Plan du mémoire

Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

La présentation de l'outil numérique, la méthode de génération des maillages et les tests de sensibilité et de validation font l'objet du chapitre 2.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude de la structure de l'écoulement autour de la bulle ellipsoïdale. Nous nous intéressons plus précisément à la structure du sillage et à l'effet du cisaillement sur les transitions observées en les comparant aux résultats connus en écoulement uniforme. Une attention particulière est également portée sur la distribution de vitesse à la surface de la bulle.

Afin de clarifier la présentation de ce document nous avons présenté les résultats concernant la portance, la traînée et le couple dans trois chapitres différents.

Le chapitre 4 qui est le coeur de ce travail présente les résultats concernant la force de portance pour une bulle ellipsoïdale dont le petit axe est parallèle à l'écoulement cisailé. Ce chapitre est divisé en 7 parties distinctes :

## Chapitre 1.Introduction générale

---

- On présente tout d'abord le comportement de la force de portance en situation de "fluide parfait".
- On décrit ensuite l'évolution de cette force avec l'aplatissement de la bulle pour différentes conditions d'écoulement.
- L'interprétation des résultats sur la migration de la bulle est discutée dans les sections 4.4 et 4.5.
- Enfin les sections 4.6 et 4.7 sont consacrées à l'étude détaillée de l'évolution de la force de portance pour des rapports de forme respectivement inférieurs et supérieurs à 2.2 pour des raisons qui deviendront claires par la suite.

Le chapitre 5 étudie l'évolution de la force traînée dans les mêmes conditions d'écoulement que celles abordées au chapitre précédent.

Le chapitre 6 est quant à lui consacré à l'étude du couple exercé par l'écoulement sur la bulle. Un calcul semi-analytique pour un écoulement de fluide parfait faiblement cisailé complète ce chapitre. Il présente également les résultats concernant la position d'équilibre d'une bulle de forme ellipsoïdale dans un écoulement cisailé. L'influence de l'inclinaison de la bulle sur les forces de portance et de traînée est également discutée.



## **Outil numérique et validations**



# Chapitre 2

## Outil numérique et validations

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>18</b>
<b>2.2</b>	<b>Code JADIM</b>	<b>18</b>
<b>2.3</b>	<b>Maillages</b>	<b>19</b>
2.3.1	Génération des maillages	20
2.3.2	Comparaison des maillages	21
<b>2.4</b>	<b>Tests de sensibilité pour le maillage LCEplan</b>	<b>24</b>
2.4.1	Taille du domaine de calcul $R_\infty$	25
2.4.2	Nombre de noeuds $N_b$ décrivant la surface de la bulle	25
2.4.3	Nombre de noeuds $N_y$ suivant $y$	26
2.4.4	Taille de la première maille $\delta$ au sommet de la bulle	26
2.4.5	Nombre de noeuds $N_\phi$ suivant la direction azimutale	28
2.4.6	Choix final des paramètres du maillage	28
<b>2.5</b>	<b>Tests de validation</b>	<b>28</b>
2.5.1	Test sur la force de traînée	29
2.5.2	Test sur la force de portance aux temps courts	32
2.5.3	Résultats numériques	33
<b>2.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>34</b>

---

## 2.1 Introduction

L'objet de ce chapitre est la présentation de l'outil de simulation numérique utilisé dans le cadre de ce travail. Il s'agit du code JADIM développé au sein du groupe Interface de l'IMFT depuis une quinzaine d'années. Nous avons utilisé le module DNS de JADIM pour effectuer les simulations numériques directes de l'écoulement autour d'un ellipsoïde de révolution. Aucun développement numérique n'a été nécessaire pour ce travail à l'exception des programmes de post traitement qui ont permis de visualiser les différents résultats. Le principal travail numérique a consisté à générer un maillage permettant de discrétiser le domaine de calcul autour d'un ellipsoïde de révolution. C'est ce point et les tests de validation réalisés qui sont présentés dans ce chapitre. Nous avons en effet porté un soin tout particulier à obtenir des résultats indépendants du maillage.

Après une succincte présentation du code JADIM, ce chapitre est par conséquent essentiellement consacré à la description des différents maillages construits puis aux tests de validations réalisés.

## 2.2 Code JADIM

JADIM est un code développé depuis une quinzaine d'années dans le groupe Interface de l'IMFT. La présentation de ce code a été faite dans de nombreuses publications (on renvoie par exemple à Magnaudet et al. (1995), Calmet et Magnaudet (1997), Legendre & Magnaudet (1998)) et une description plus détaillée peut se trouver dans les thèses de Rivero (1991), Calmet (1995) et Legendre (1996). Par conséquent, nous rappelons ici seulement les principales caractéristiques de ce code.

JADIM est un code permettant la résolution des équations de Naviers-Stokes incompressibles, instationnaires et tridimensionnelles sur un maillage curviligne orthogonal. Les équations sont écrites en variables primitives vitesse-pression et sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis. Les schémas utilisés confèrent au code une précision d'ordre 2 en temps et en espace ( $O(\Delta x^2)$ ,  $O(\Delta t^2)$ ) grâce à un avancement en temps de type Runge-Kutta à l'ordre 3 et à une résolution des termes diffusifs par une méthode semi-implicite de type Crank-Nicolson.

Compte tenu de l'aspect fortement curviligne du maillage, nous rappelons ici l'écriture des équations de Navier-Stokes (système d'équation 1.20) en repère curviligne orthogonal. En exprimant les différents opérateurs en coordonnées curvilignes orthogonales, il est possible d'écrire les équations de Navier-Stokes sous la forme :

$$\nabla \bullet U = \sum_j \nabla \bullet_{(j)} U_j = 0 \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + \sum_j \nabla \bullet_{(j)} U_i U_j &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{h_i \partial \xi_i} + \frac{1}{\rho} \sum_j \nabla \bullet_{(j)} \Sigma_{ij} \\ &+ \sum_j H_j^i (U_j U_j - \Sigma_{jj}) - \sum_j H_i^j (U_j U_i - \Sigma_{ji}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

où l'on a introduit l'opérateur de divergence  $\nabla \bullet U = \sum_i \nabla \bullet_{(i)} U_i$  qui s'exprime en fonction des facteurs métriques du système curviligne (cf. Rivero (1991)). Le tenseur des contraintes

visqueuses s'écrit

$$\Sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial U_i}{h_j \partial \xi_j} + \frac{\partial U_j}{h_i \partial \xi_i} - H_j^i U_j - H_i^j U_i + 2 \sum_k H_i^k U \delta_{ij} \right)$$

Les facteurs de courbure  $H_i^j$  sont calculés à l'aide de la méthode proposée par Legendre (1996) qui permet de garantir la conservation des grandeurs conservatives dans les zones de forte courbure.

### 2.3 Maillages

Comme souligné en introduction, un soin tout particulier a été porté au choix et à la construction du maillage retenu dans la suite de l'étude.

Compte tenu des coordonnées utilisées pour l'écriture des équations résolues par JADIM, le maillage doit être orthogonal. Ce choix permet de réduire le nombre de termes de courbure dans l'équation de quantité de mouvement projetée suivant le système de coordonnées curvilignes et surtout de faire coïncider les frontières du domaine de calcul (donc la surface de la bulle) avec les lignes de coordonnées orthogonales suivant lesquelles sont imposées les conditions aux limites. La génération du maillage se fait à l'aide d'une transformation bijective entre les coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  et les coordonnées curvilignes  $(\xi, \eta, \phi)$  comme le montre la figure (2.1). La géométrie de la bulle étant axisymétrique, les maillages utilisés sont obtenus à partir de maillages plans  $(\xi, \eta)$  que l'on fait tourner suivant l'angle azimutal  $\phi$  autour de l'axe de symétrie  $e_x$ . Trois maillages tridimensionnels axisymétriques  $(\xi, \eta, \phi)$  différents ont ainsi été générés et comparés dans ce travail :

- Maillage **ELLIP** : c'est le pendant du maillage polaire pour une sphère. Il est défini à partir des coordonnées elliptiques (relation (1.34)),
- Maillage **LCEaxy** : ce maillage est obtenu à partir des lignes de courant et des équipotentielles de l'écoulement potentiel autour d'un ellipsoïde de révolution,
- Maillage **LCEplan** : Ce maillage est obtenu à partir de la solution de l'écoulement potentiel autour d'un cylindre de section ellipsoïdale. La propriété d'orthogonalité des lignes de courant et des équipotentielles est ici utilisée pour générer un maillage orthogonal. Ce type de maillage offre en plus l'intérêt de suivre de manière naturelle l'écoulement.

Ces types de maillages ont fait l'objet de nombreux tests dans le cadre d'études menées avec JADIM (Rivero(1991), Legendre (1996)) dans le cas d'une bulle sphérique. Ils ont également été utilisés pour l'étude de bulles ellipsoïdales (Blanco (1995), Mougin (2002)). Nous allons ici reprendre un certain nombre de ces tests.

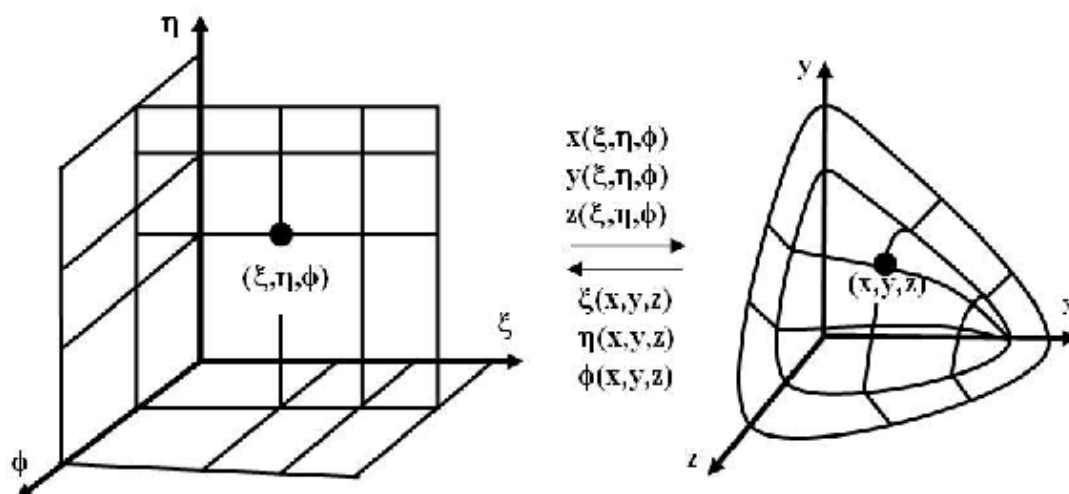


FIG. 2.1 – Passage entre les coordonnées cartésiennes et curvilignes.

### 2.3.1 Génération des maillages

#### Maillage ELLIP

Ce maillage suit les coordonnées ellipsoïdales  $(\alpha, \theta, \lambda)$  (cf. relation (1.34) écrites ici dans le plan  $(x, y)$  en posant  $\lambda = 0$  :

$$\begin{aligned} x &= k\alpha \cos \theta \\ y &= k\sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta \end{aligned}$$

Le demi petit axe  $a$  et le demi grand axe  $b$  sont respectivement reliés à  $k$  et  $\alpha_0$  par :

$$a = k\alpha_0 \quad \text{et} \quad b = k\sqrt{1 + \alpha_0^2}$$

$\alpha_0$  est la valeur de  $\alpha$  à la surface de l'ellipsoïde que l'on peut exprimer en fonction du rapport de forme  $\chi = b/a$  :

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \quad (2.3)$$

#### Maillage LCEaxy

Ce maillage est construit à partir des lignes de courant et des équipotentiels d'un écoulement potentiel autour d'un ellipsoïde de révolution définies en coordonnées ellipsoïdales par (Lamb (1932)) :

$$\begin{aligned} \xi &= U_0 k \cos \theta \{ \alpha + \delta(1 - \alpha \cot^{-1} \alpha) \} \\ \eta &= \frac{1}{2} U_0 k^2 \sin^2 \theta \{ \delta \alpha + (1 + \alpha^2)(1 - \delta \cot^{-1} \alpha) \} \end{aligned} \quad (2.4)$$

où  $\delta$  est une constante définie par :

$$\delta = \left( \cot^{-1} \alpha_0 - \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0^2} \right)^{-1}$$

### Maillage LCEplan

Ce maillage est construit à partir des lignes de courant et des équipotentielles d'un écoulement potentiel autour d'un cylindre à base ellipsoïdale définies à partir des coordonnées ellipsoïdales par :

$$\begin{aligned} \xi &= (a + b) \cosh(\alpha - \beta) \cos(\theta) \\ \eta &= (a + b) \sinh(\alpha - \beta) \sin(\theta) \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $\beta$  est une constante définie par :

$$\beta = \ln \left( \frac{a + b}{b - a} \right)$$

La fonction courant  $\xi$  et le potentiel des vitesses  $\eta$  ont été calculés à partir de la solution de Milne-Thomson (1968) pour laquelle le grand axe de l'ellipse est placé suivant le sens de l'écoulement. Nous avons repris ici ce calcul de manière à faire coïncider le petit axe de l'ellipsoïde avec l'axe de symétrie. Ce dernier est reporté dans l'annexe A

### 2.3.2 Comparaison des maillages

Les maillages ainsi obtenus sont tous orthogonaux aux points de calcul. Pour les maillages LCEaxy et LCEplan, le passage des coordonnées curvilignes  $(\xi, \eta)$  aux coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  ne peut pas se faire directement de manière analytique. Nous avons donc utilisé la méthode itérative d'approximation de Newton pour pouvoir inverser les relations des systèmes (2.4) et (2.5).

Les trois maillages construits sont présentés sur la figure 2.2 pour un rapport de forme  $\chi = 2.5$ . Ces trois maillages ont été testés en écoulement uniforme et stationnaire et les valeurs du coefficient de traînée sont reportées dans le tableau 2.3.2 pour des nombres de Reynolds compris entre 50 et 1000 et des rapports de forme compris entre 1.75 et 2.25. On constate que les 3 maillages donnent des résultats très proches.

Pour la suite de ce travail, notre choix s'est cependant porté sur le maillage LCEplan pour les raisons suivantes :

- Les maillages LCE sont préférés au maillage ELLIP car ils suivent de manière naturelle l'écoulement. Ils permettent également d'imposer de manière directe l'écoulement cisailé en entrée du domaine.
- La comparaison des maillages LCEaxy et LCEplan (figure 2.2) montre que la distance entre la première maille et l'axe des abscisses est plus importante pour le maillage LCEaxy, pour une distance donnée au sommet de l'ellipsoïde.

La suite de ce rapport présente les tests de sensibilité et les tests de validation concernant le maillage LCEplan.

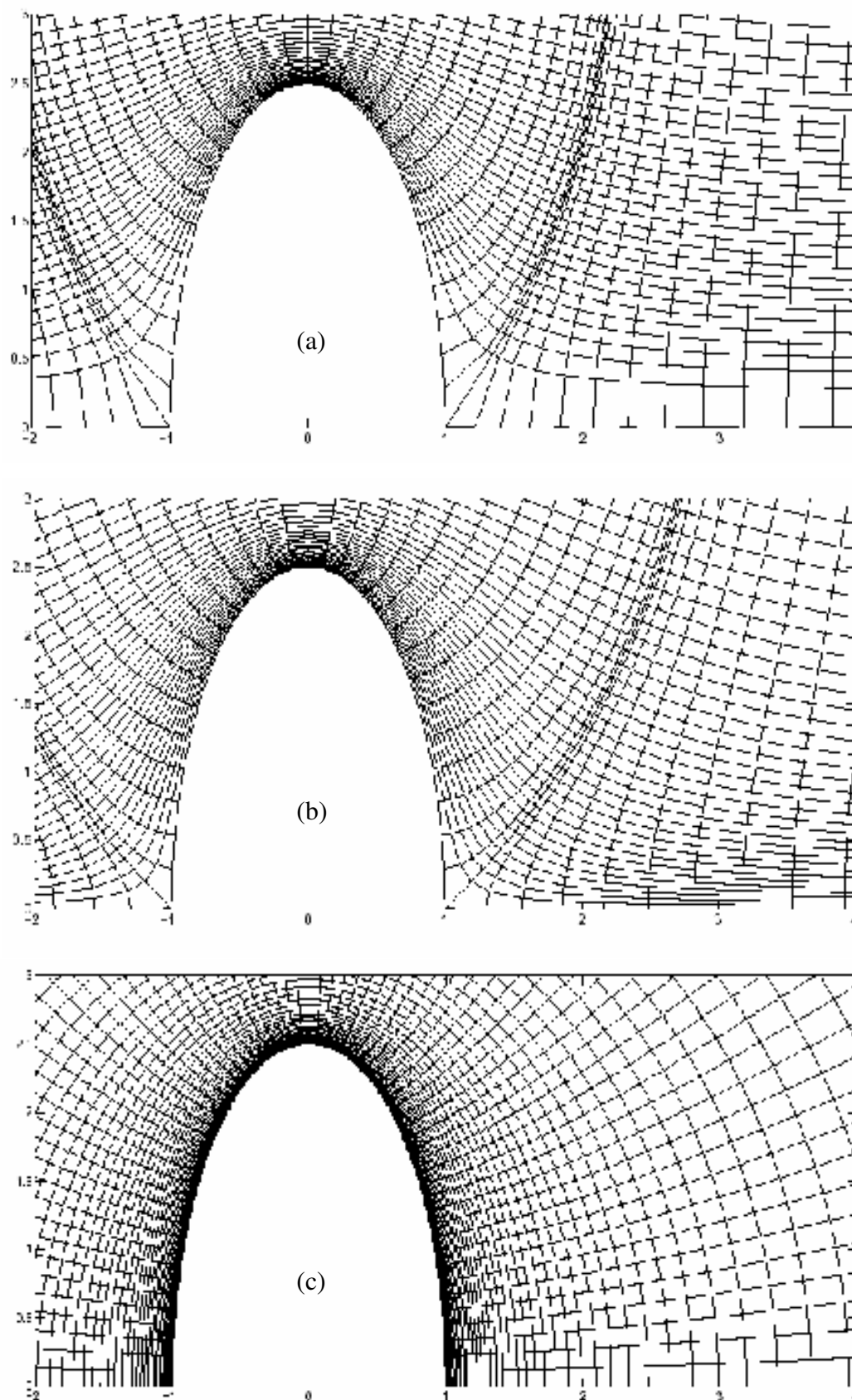


FIG. 2.2 – Différents maillages pour  $\chi=2.5$ . (a) maillage LCEaxy, (b) maillage LCEplan et (c) maillage ELLIP. La taille de la première maille au sommet de la bulle est  $\delta/a = 0.003$  pour les 3 maillages.

$\chi$	$Re$	50	100	200	300	400	600	800	1000
1.75	Maillage LCEaxy	1.001	0.609	0.357	0.255	0.194	0.134	0.104	0.083
	Maillage LCEplan	1.001	0.609	0.356	0.253	0.197	0.136	0.104	0.085
	Maillage ELLIP	1.001	0.615	0.359	0.254	0.195	0.136	0.104	0.084
1.84	Maillage LCEaxy	1.00	0.621	0.366	0.261	0.202	0.140	0.107	0.087
	Maillage LCEplan	1.023	0.637	0.377	0.269	0.210	0.145	0.111	0.090
	Maillage ELLIP	1.034	0.643	0.379	0.271	0.202	0.146	0.111	0.089
1.95	Maillage LCEaxy	1.061	0.670	0.403	0.289	0.225	0.156	0.119	0.096
	Maillage LCEplan	1.061	0.670	0.403	0.289	0.226	0.157	0.121	0.098
	Maillage ELLIP	1.072	0.677	0.405	0.291	0.227	0.157	0.120	0.097
2.25	Maillage LCEaxy	1.120	0.758	0.476	0.349	0.275	0.192	0.147	0.118
	Maillage LCEplan	1.168	0.769	0.484	0.356	0.282	0.198	0.153	0.124
	Maillage ELLIP	1.166	0.764	0.477	0.349	0.275	0.193	0.148	0.120

TAB. 2.1 – Comparaison du coefficient de traînée obtenu en écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ) et stationnaire pour les 3 maillages ( $N_b = 30$ ,  $N_g = N_d = 50$ ,  $N_y = 70$ ,  $N_\phi = 64$ ,  $\delta/a = 0.003$ ,  $R_\infty = 50a$ .)

## 2.4 Tests de sensibilité pour le maillage LCEplan

Le maillage curviligne  $(\xi, \eta, \phi)$  est constitué de  $(N_g + N_b + N_d) \times N_y \times N_\phi$  noeuds (figure 2.3). Ici,  $N_g$  désigne le nombre de noeuds entre la bulle et la frontière pour  $x < 0$ ,  $N_b$  le nombre de noeuds décrivant la bulle,  $N_d$  le nombre de noeuds situés entre la bulle et la frontière pour  $x > 0$ , tandis que  $N_y$  et  $N_\phi$  désignent respectivement le nombre de noeuds suivant les directions radiale  $e_y$  et azimutale  $(\phi)$ . La surface de la bulle est ainsi discrétisée par  $(N_b \times N_\phi)$  noeuds dans la direction  $\xi$  et dans la direction  $\phi$ .

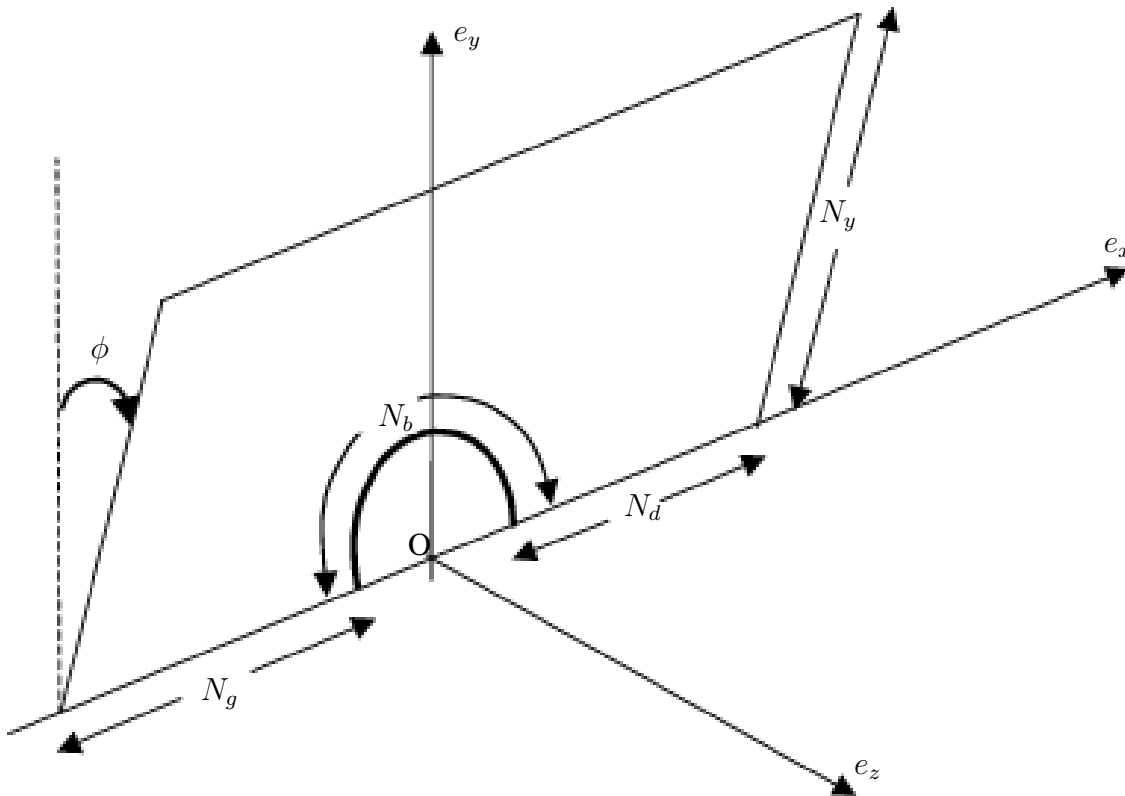


FIG. 2.3 – Définition du nombre de noeuds dans le domaine de calcul.

Dans cette partie, nous testons l'effet des différents paramètres caractéristiques du maillage sur les coefficients de traînée et de portance. Ces paramètres sont :

- la taille du domaine de calcul  $R_\infty$  ;
- le nombre de noeuds  $N_b$  décrivant la surface de la bulle ;
- le nombre de noeuds  $N_y$  suivant  $y$  ;
- la taille de la première maille  $\delta$  au sommet de la bulle ;
- le nombre de noeuds  $N_\phi$  suivant la direction azimutale.

Sauf indication contraire, les tests de sensibilité au maillage sont présentés de manière exhaustive pour  $\chi = 1.5$  et  $S_r = 0.02$ . De rapides tests, qui ont toujours confirmé les résultats présentés ici ont également été réalisés avant chaque campagne de calcul notamment pour les déformations plus importantes.

### 2.4.1 Taille du domaine de calcul $R_\infty$

Le premier test que nous avons réalisé porte sur la taille du domaine de calcul  $R_\infty/a$  pour étudier l'influence du confinement sur les résultats. Nous analysons l'effet de ce paramètre sur les coefficients de traînée et de portance, qui peuvent être influencés par le confinement lorsque l'on travaille à de faibles nombres de Reynolds (décroissance en  $1/x$  du champ de vitesse), mais également aux nombres de Reynolds plus élevés car le sillage est également présent loin en aval de la bulle (décroissance en  $1/x$ ) et peut être instationnaire comme nous le verrons dans la suite. Les calculs sont réalisés pour deux nombres de Reynolds respectivement 50 et 1000. Six tailles de domaine  $R_\infty/a = 20, 35, 50, 70, 80$  et 100 ont été testées. Les résultats trouvés concernant les coefficients de traînée et de portance sont reportés dans le tableau 2.2. On remarque, d'après ces résultats, qu'à partir de  $R_\infty/a = 35$  les coefficients de traînée et de portance ne varient pratiquement plus.

$R_\infty/a$	20	35	50	60	90	100
$C_D(Re = 50)$	0.906	0.904	0.903	0.903	0.903	0.903
$C_L(Re = 50)$	0.444	0.440	0.437	0.437	0.437	0.436
$C_D(Re = 1000)$	0.0706	0.0705	0.0704	0.0704	0.0704	0.0704
$C_L(Re = 1000)$	0.790	0.787	0.787	0.786	0.786	0.786

TAB. 2.2 – Effet de la taille du domaine  $R_\infty/a$  sur le coefficient de traînée pour  $\chi = 1.5$  et  $S_r = 0.02$ . Caractéristiques du maillage utilisé :  $N_g = 50, N_d = 50, N_y = 70, N_b = 30, N_\phi = 64$  et  $\delta/a = 0.003$ .

### 2.4.2 Nombre de noeuds $N_b$ décrivant la surface de la bulle

Le deuxième test concerne le nombre de noeuds  $N_b$  décrivant la surface de la bulle. Les résultats correspondants sont reportés dans le tableau 2.3. Les calculs concernent le cas  $\chi = 1.5, S_r = 0.02$  et  $Re = 1000$  et montrent que, les coefficients de traînée et de portance varient très peu avec  $N_b$ . Ces résultats indiquent que les coefficients de traînée et de portance varient dans l'intervalle  $N_b \in [16, 22]$  tandis qu'au delà de  $N_b = 22$ , les valeurs des différents coefficients ne varient plus.

## 2.4 Tests de sensibilité pour le maillage LCEplan

$N_b$	16	20	22	24	28	30	34
$C_D(Re = 1000)$	0.0708	0.0706	0.0705	0.0704	0.0704	0.0704	0.0703
$C_L(Re = 1000)$	0.791	0.789	0.787	0.786	0.786	0.786	0.785

TAB. 2.3 – Effet du nombre de noeuds  $N_b$  décrivant la surface de la bulle pour  $\chi = 1.5$  et  $S_r = 0.02$ . Caractéristiques du maillage utilisé :  $R_\infty/a = 50$ ,  $N_g = 50$ ,  $N_d = 50$ ,  $N_y = 70$ ,  $N_\phi = 64$  et  $\delta/a = 0.003$ .

### 2.4.3 Nombre de noeuds $N_y$ suivant $y$

Le troisième test présenté ici concerne le nombre de noeuds  $N_y$  suivant la direction  $y$  perpendiculaire à l'axe de symétrie. Nous avons reporté dans le tableau 2.4 les résultats relatifs à ce test. Il est clair d'après ces résultats que ce paramètre est peu sensible car les résultats varient très peu en fonction de  $N_y$ . Ces tests ont été réalisés pour  $Re = 50$  et  $Re = 1000$ .

$N_y$	40	50	60	70	80	90
$C_D(Re = 50)$	0.904	0.903	0.903	0.903	0.903	0.903
$C_L(Re = 50)$	0.440	0.439	0.437	0.437	0.437	0.437
$C_D(Re = 1000)$	0.0705	0.0689	0.0688	0.0687	0.0686	0.0686
$C_L(Re = 1000)$	0.789	0.788	0.786	0.786	0.786	0.786

TAB. 2.4 – Effet du nombre de noeuds suivant  $y$  pour  $\chi = 1.5$  et  $S_r = 0.02$ . Caractéristiques du maillage utilisé :  $R_\infty/a = 50$ ,  $N_g = 50$ ,  $N_d = 50$ ,  $N_b = 30$ ,  $N_\phi = 64$  et  $\delta/a = 0.003$ .

### 2.4.4 Taille de la première maille $\delta$ au sommet de la bulle

Un autre test que nous avons considéré en détail est l'effet de la taille  $\delta$  de la première maille au sommet de la bulle. Ce paramètre est crucial lorsque l'on travaille à des grands nombres de Reynolds car l'épaisseur de la couche limite de vorticité produite à la surface d'une bulle ellipsoïdale de grand axe  $b$  décroit comme  $bRe^{-1/2}$  (Moore 1965). Il a été montré lors des

## Chapitre 2. Outil numérique et validations

précédents tests Blanco (1995) que pour décrire correctement cette couche limite,  $\delta$  doit être choisi de manière à ce que trois à cinq mailles la décrivent. Ce test est présenté ici en faisant varier  $\delta$  dans l'intervalle  $[6 \cdot 10^{-4}, 10^{-2}]$  pour  $\chi = 1.95$ ,  $S_r = 0.02$  et  $Re = 1000$ . Les résultats sont reportés sur la figure 2.4. On constate sur cette figure que pour  $\delta < 0.005a$  les résultats se stabilisent et présentent une variation inférieure à 0.5%.

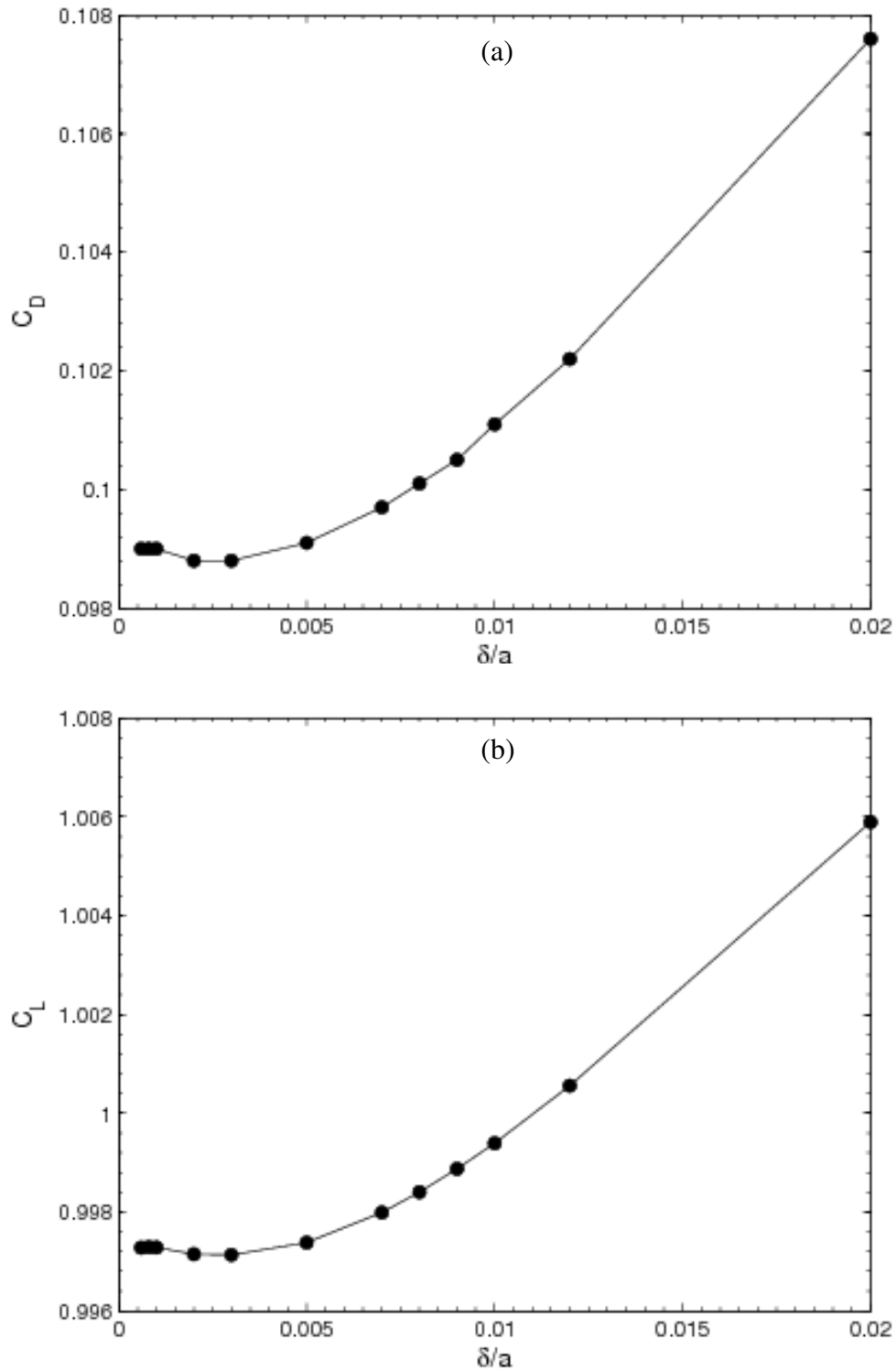


FIG. 2.4 – Test de sensibilité sur  $\delta$  pour  $\chi = 1.95$ ,  $Re = 1000$  et  $S_r = 0.02$ . a) Coefficient de traînée  $C_D$  ; b) Coefficient de portance  $C_L$ .

### 2.4.5 Nombre de noeuds $N_\phi$ suivant la direction azimutale

Enfin le dernier test présenté ici concerne le nombre de noeuds  $N_\phi$  utilisés pour décrire la direction azimutale suivant laquelle est pivoté le maillage plan  $(x, y)$ . Les tests sur  $N_\phi$  sont reportés dans le tableau 2.5. Ils montrent qu'au moins à grand nombre de Reynolds, les résultats sont indépendants de ce paramètre lorsque  $N_\phi \geq 48$ .

$N_\phi$	32	48	64	96
$C_D(Re = 1000)$	0.0702	0.0703	0.0704	0.0704
$C_L(Re = 1000)$	0.779	0.781	0.786	0.786

TAB. 2.5 – Effet du nombre de noeuds  $N_\phi$  pour  $\chi = 1.5$  et  $S_r = 0.02$ . Caractéristiques du maillage utilisé :  $R_\infty/a = 50$ ,  $N_g = 50$ ,  $N_d = 50$ ,  $N_b = 30$  et  $\delta/a = 0.003$ .

### 2.4.6 Choix final des paramètres du maillage

Pour la suite du travail, compte tenu des tests présentés ci-dessus, les simulations sont réalisées avec un maillage ayant pour paramètres :

$$\begin{aligned}
 N_b &= 30 \\
 N_g &= N_d = 50 \\
 N_y &= 70 \\
 N_\phi &= 64 \\
 \delta/a &= 0.003 \\
 R_\infty/a &= 50
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Soit  $130 \times 70 \times 64$  cellules de calcul (582400 cellules).

## 2.5 Tests de validation

Les tests de validation que nous avons réalisés portent sur la force de traînée en écoulement uniforme et sur la force de portance en écoulement cisaillé.

Comme indiqué précédemment, la capacité du code JADIM à décrire correctement les écoulements tridimensionnels autour de bulles sphériques ou ellipsoïdales a été validée à de nombreuses reprises. Par conséquent, nous n'allons pas dans cette partie réaliser des tests pour confirmer les performances du code pour ce type d'écoulement, mais plutôt pour nous assurer que le maillage LCEplan retenu et décrit précédemment reproduit d'une manière correcte les conditions d'écoulement que nous souhaitons étudier.

### 2.5.1 Test sur la force de traînée

Le premier test a porté sur le calcul de la traînée en écoulement uniforme c'est à dire en l'absence de cisaillement ( $S_r = 0$ ). Les tests sont réalisés pour des nombres de Reynolds allant de 50 à 1000 et pour une gamme de rapports de forme  $\chi \in [1.2, 1.95]$ . Les valeurs du coefficient de traînée  $C_D$  obtenues sont comparées d'une part avec les résultats de Blanco et Magnaudet (1995) et d'autre part avec la solution analytique obtenue par Moore (1965), à savoir :

$$C_D = \frac{48}{Re_{eq}} G(\chi) \left[ 1 + \frac{H(\chi)}{Re_{eq}^{1/2}} + O(Re_{eq}^{-5/6}) \right], \quad (2.7)$$

Ici,  $Re_{eq} = \rho d_{eq} U_0 / \mu$  représente le nombre de Reynolds défini à partir du diamètre équivalent  $d_{eq} = 2(ab^2)^{1/3}$  de la bulle. La fonction  $G(\chi)$  est définie par :

$$G(\chi) = \frac{1}{3} \chi^{4/3} (\chi^2 - 1)^{3/2} \frac{(\chi^2 - 1)^{1/2} - (2 - \chi^2) \sec^{-1} \chi}{[\chi^2 \sec^{-1} \chi - (\chi^2 - 1)^{1/2}]^2} \quad (2.8)$$

et la fonction  $H(\chi)$  est obtenue en réalisant une interpolation des valeurs reportées dans le tableau 2.6.

$\chi$	$G(\chi)$	$H(\chi)$	$\chi$	$G(\chi)$	$H(\chi)$
1.0	1.0	-2.211	2.4	3.735	0.781
1.1	1.137	-2.129	2.5	4.001	+1.131
1.2	1.283	-2.025	2.6	4.2783	+1.499
1.3	1.437	-1.899	2.7	4.565	+1.884
1.4	1.600	-1.751	2.8	4.862	+2.286
1.5	1.772	-1.583	2.9	5.169	+2.684
1.6	1.952	-1.394	3.0	5.487	+3.112
1.7	2.142	-1.186	3.1	5.816	+3.555
1.75	2.241	-1.075	3.2	6.155	+4.013
1.8	2.341	-0.959	3.3	6.505	+4.484
1.9	2.549	-0.714	3.4	6.866	+4.971
1.95	2.657	-0.584	3.5	7.237	+5.472
2.0	2.767	-0.450	3.6	7.620	+5.987
2.1	2.994	-0.168	3.7	8.013	+6.517
2.2	3.231	+0.131	3.8	8.418	+7.061
2.25	3.353	+0.287	3.9	8.834	+7.618
2.3	3.478	+0.448	4.0	9.261	8.189

TAB. 2.6 – Fonction  $G(\chi)$  et  $H(\chi)$ .

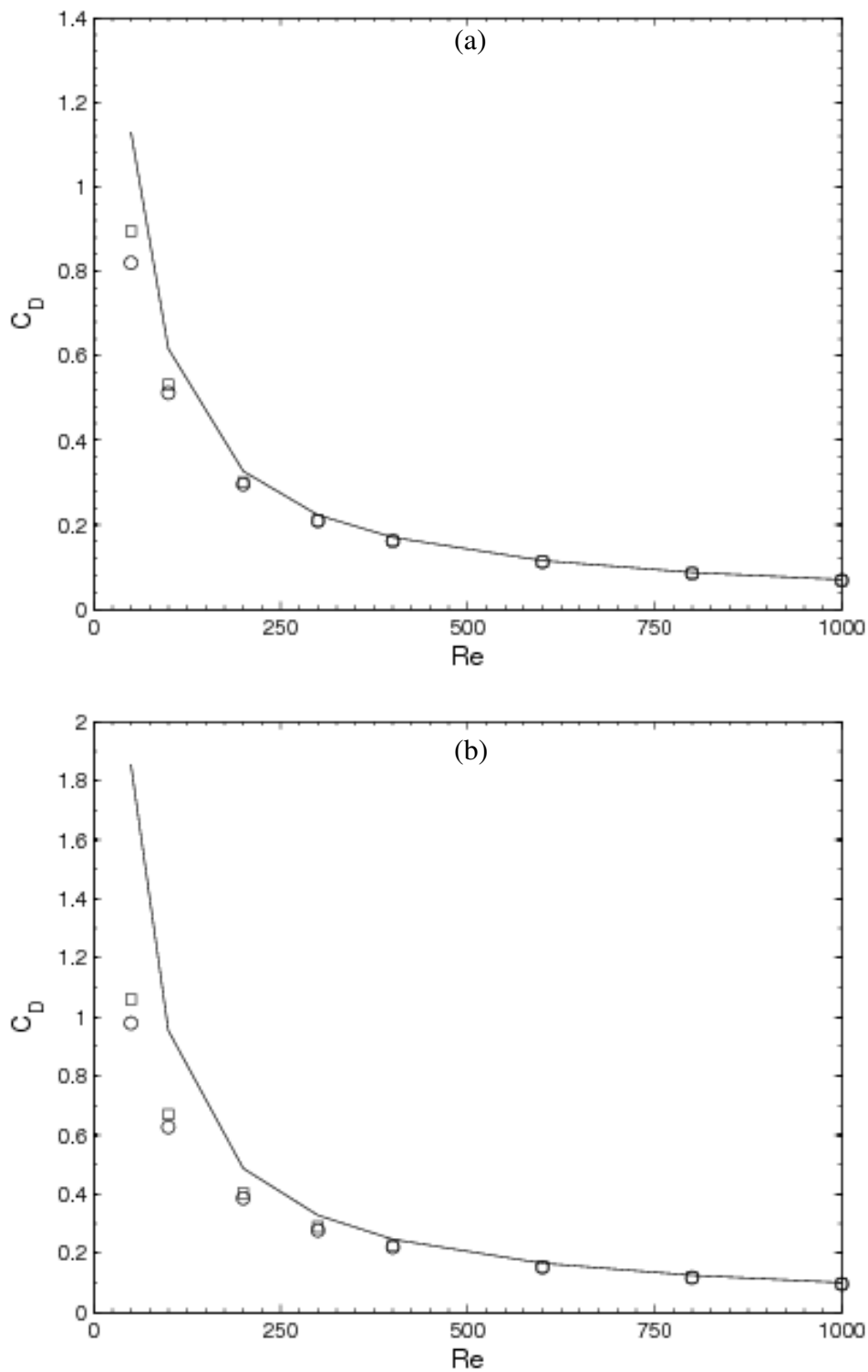


FIG. 2.5 – Coefficient de traînée en écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ). (a)  $\chi = 1.5$ , (b)  $\chi = 1.95$  :— relation (2.7),  $\circ$  Blanco et Magnaudet (1995),  $\square$  cette étude.

$\chi$	$Re$	50	100	200	300	400	600	800	1000
1.2	Moore	0.817	0.617	0.247	0.167	0.129	0.088	0.067	0.054
	Blanco	-	-	-	-	-	-	-	-
	cette étude	0.765	0.458	0.240	0.167	0.129	0.088	0.067	0.054
1.5	Moore	1.130	0.617	0.327	0.223	0.170	0.115	0.087	0.070
	Blanco	0.82	0.512	0.296	0.209	0.161	0.112	0.084	0.068
	cette étude	0.894	0.531	0.301	0.212	0.164	0.113	0.086	0.07
1.65	Moore	1.333	0.715	0.374	0.255	0.193	0.132	0.099	0.079
	Blanco	0.863	0.549	0.320	0.227	0.173	0.122	0.094	0.076
	cette étude	0.953	0.578	0.334	0.236	0.183	0.127	0.097	0.079
1.75	Moore	1.488	0.787	0.409	0.277	0.210	0.142	0.107	0.086
	Blanco	0.924	0.609	0.357	0.251	0.195	0.132	0.102	0.083
	cette étude	1.001	0.609	0.356	0.253	0.197	0.136	0.104	0.085
1.84	Moore	1.643	0.859	0.443	0.299	0.226	0.152	0.115	0.092
	Blanco	0.950	0.594	0.359	0.259	0.202	0.141	0.108	0.088
	cette étude	1.023	0.637	0.377	0.269	0.210	0.145	0.111	0.090
1.95	Moore	1.854	0.954	0.487	0.328	0.247	0.166	0.125	0.100
	Blanco	0.979	0.627	0.386	0.277	0.220	0.152	0.117	0.095
	cette étude	1.061	0.671	0.403	0.289	0.226	0.157	0.121	0.098

TAB. 2.7 – coefficient de traînée en fonction de  $Re$  et  $\chi$  (Maillage LCE Plan) pour  $S_r = 0$ .

### 2.5.2 Test sur la force de portance aux temps courts

Le test présenté ici porte sur la force de portance en écoulement cisailé aux temps courts c'est à dire avant que la vorticité de l'écoulement n'ait été étirée en contournant la bulle et que la viscosité ne l'ait diffusée dans l'écoulement et s'appuie sur le résultat analytique de Miloh (2003). Cet auteur a montré que la force de portance exercée sur une bulle ellipsoïdale instantanément plongée dans un écoulement faiblement cisailé ( $S_r \ll 1$ ) de fluide parfait s'écrit dans la limite  $t \leq d_{eq}/U_0$  :

$$\mathbf{F}_L(t = 0^+) = \rho(\mathbf{I} + \frac{\mathbf{T}}{\rho\vartheta_b})(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{T}\mathbf{U}) \quad (2.9)$$

où  $\mathbf{I}$  est le tenseur unité,  $\vartheta_b$  le volume de la bulle,  $\boldsymbol{\Omega}$  la vorticité de l'écoulement non perturbé et  $\mathbf{T}$  le tenseur de masse ajoutée qui compte tenu de la forme axisymétrique de la bulle s'écrit dans les axes propres de l'ellipsoïde (figure 1.1) :

$$\mathbf{T} = \rho\vartheta_b \begin{pmatrix} T_{11} & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & T_{22} \end{pmatrix}$$

où  $T_{11}$  et  $T_{22}$  sont les coefficients de masse ajoutée suivant le petit axe et le grand axe respectivement. Ces coefficients sont définis par :

$$T_{11} = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}, \quad T_{22} = \frac{\beta_0}{2 - \beta_0} \quad (2.10)$$

avec :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 2(1 + e^2)(1 - e \cot^{-1} e) \\ \beta_0 &= e(1 + e^2) \cot^{-1} e - e^2 \\ e &= \frac{1}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \end{aligned}$$

Dans cette partie, le coefficient de portance  $C_L(t = 0^+)$  obtenu par simulation numérique est comparé avec la solution analytique de Miloh (2003) dans deux situations particulières : lorsque l'écoulement cisailé est parallèle au petit axe  $a$  et lorsque l'écoulement est perpendiculaire au petit axe  $a$ .

#### Écoulement cisailé parallèle au petit axe $a$

Lorsque l'écoulement est parallèle au petit axe  $a$  de la bulle ellipsoïdale, le champ de vitesse s'écrit :

$$\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x \quad (2.11)$$

Le coefficient de portance théorique aux temps courts est alors d'après les relations (2.9) et (2.10) :

$$C_L(t = 0^+) = T_{11}(1 + T_{22}) \quad (2.12)$$

### Écoulement cisailé perpendiculaire au petit axe $a$

Lorsque le champ de vitesse est perpendiculaire au petit axe  $a$ , il s'écrit :

$$\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 x) \mathbf{e}_y \quad (2.13)$$

D'après les relations (2.9) et (2.10), la force de portance est alors dirigée suivant l'axe  $x$  et le coefficient de portance donné par la solution de Miloh est :

$$C_L(t = 0^+) = T_{22}(1 + T_{11}) \quad (2.14)$$

### 2.5.3 Résultats numériques

On rappelle que la comparaison ne peut être réalisée qu'aux temps courts. Cet état correspond dans nos simulations aux premiers instants pendant lesquels, sur une durée très inférieure au temps de diffusion et d'advection, la valeur du coefficient de portance est trouvée constante. Cela correspond à la valeur à l'origine de l'évolution temporelle du coefficient de portance  $C_L(t)$ . Pour illustrer cette évolution, nous avons reporté sur la figure 2.6,  $C_L(t)$  pour un écoulement parallèle au petit axe  $a$  et pour les paramètres  $\chi = 1.2$ ,  $S_r = 0.02$  et  $Re = 1000$ . On constate que la valeur initiale du coefficient de portance est bien différente de la valeur en régime établi qui est obtenue au bout de quelques unités du temps caractéristique d'advection.

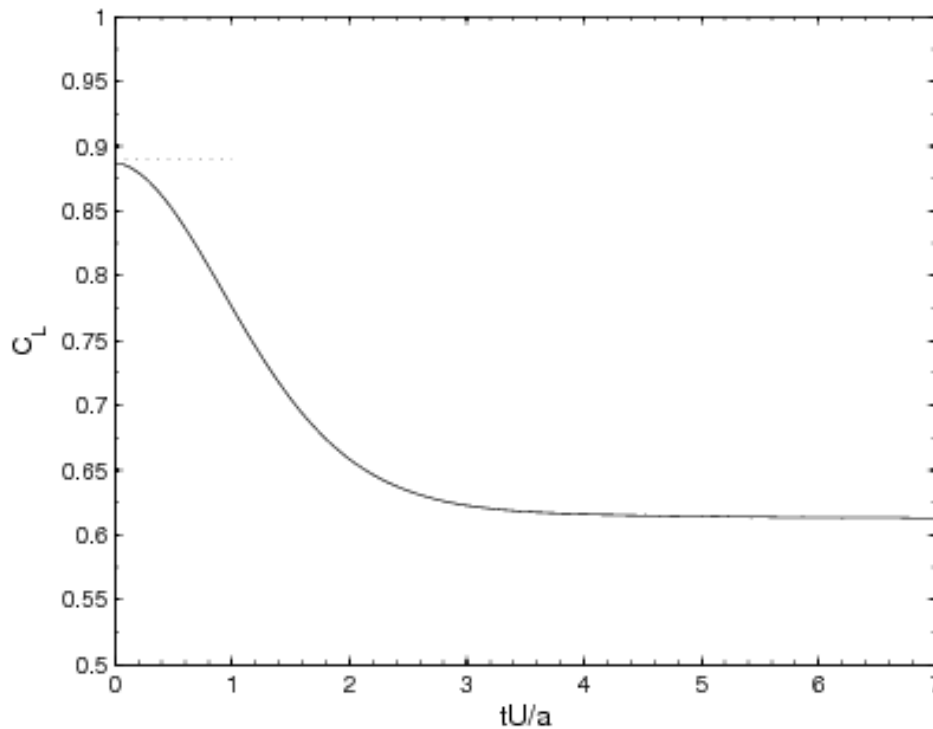


FIG. 2.6 – Évolution de  $C_L$  avec le temps pour  $\chi = 1.2$ ,  $Re = 1000$  et  $S_r = 0.02$ . . . . relation (2.12).

C'est la valeur obtenue en régime établi (stationnaire ou non) qui sera étudiée dans la suite de ce document. Concernant la valeur initiale de la portance, la figure 2.6 montre un très bon accord pour  $\chi = 1.2$ ,  $S_r = 0.02$  et  $Re = 1000$  entre le résultat théorique obtenu par la relation

(2.12)  $C_L(t = 0^+) = 0.897$  et celui obtenu numériquement  $C_L(t = 0^+) \approx 0.886$ . L'écart entre ces deux valeurs est de l'ordre de 1%.

Les coefficients de portance aux temps courts  $C_L(t = 0^+)$  sont présentés sur la figure 2.7 pour une large gamme de rapport de forme  $\chi \in [1, 2.7]$  pour les deux conditions d'écoulement décrites ci-dessus. Les résultats correspondant à  $Re = 1000$  sont présentés pour deux cisaillements adimensionnels, respectivement  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . On constate que pour toute la gamme de  $\chi$ , les résultats numériques sont en très bon accord avec les résultats théoriques de Miloh (2003) et ce, quel que soit le cisaillement. La différence relative entre les résultats numériques et théoriques est inférieure à 2% même à des grands rapports de forme.

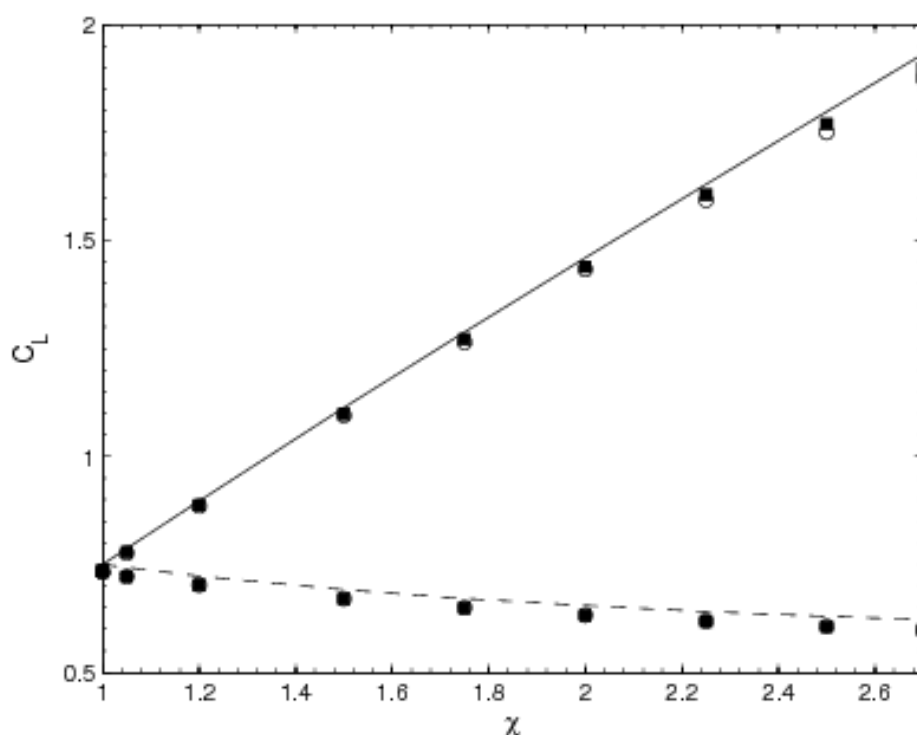


FIG. 2.7 – Évolution de  $C_L(t = 0^+)$  avec  $\chi$  pour  $Re = 1000$ . — — relation (2.14), — relation (2.12) :  $\circ$   $S_r = 0.02$  et  $\blacksquare$   $S_r = 0.2$ .

## 2.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation de l'outil numérique JADIM utilisé dans cette étude. Le travail reporté dans ce chapitre porte essentiellement sur la construction et le choix du maillage utilisé. Trois maillages ont été comparés et notre choix s'est porté sur le maillage LCEplan, maillage construit à partir des lignes de courant et des équipotentielles de l'écoulement potentiel autour d'un cylindre à base ellipsoïdale. De nombreux tests ont été réalisés afin de s'assurer de l'indépendance des résultats numériques obtenus vis à vis des paramètres caractéristiques du maillage choisi.

Nous avons ensuite réalisé deux séries de tests de validation, l'un pour la force de traînée et l'autre plus original pour la force de portance. Les coefficients de traînée mesurés en écoulement uniforme sont en très bon accord avec les résultats de la littérature notamment avec

## Chapitre 2. Outil numérique et validations

---

ceux de Blanco et Magnaudet (1995) ainsi qu'avec la solution analytique de Moore (1965) à condition de se placer dans la zone de validité de celle-ci qui diminue lorsque la déformation augmente. Le test réalisé sur la portance a consisté à comparer la valeur aux temps courts du coefficient de portance d'une bulle plongée dans un écoulement cisailé. Deux configurations d'écoulement ont ainsi été simulées, l'une pour laquelle l'écoulement est dirigé suivant l'axe de symétrie (petit axe  $a$ ) de l'ellipsoïde et l'autre lorsque l'écoulement est dirigé perpendiculairement à cet axe. Les résultats numériques sont en très bon accord avec la solution analytique de Miloh (2003).

Les résultats présentés dans la suite de ce travail concernent le régime établi de l'écoulement. Nous allons dans un premier temps discuter l'effet du cisaillement sur la structure de l'écoulement autour de la bulle.



## **Structure de l'écoulement**



# Chapitre 3

## Structure de l'écoulement

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>40</b>
<b>3.2</b>	<b>Evolution du sillage en écoulement uniforme</b>	<b>40</b>
<b>3.3</b>	<b>Structure du sillage en écoulement cisailé</b>	<b>42</b>
3.3.1	Apparition de la recirculation	43
3.3.2	Vorticité à la surface de la bulle	45
3.3.3	Evolution de la zone de recirculation avec $\chi$	48
3.3.4	Evolution de la zone de recirculation avec $Re$	48
3.3.5	Evolution de la zone de recirculation avec $S_r$	48
3.3.6	Vorticité longitudinale $\omega_x$	51
<b>3.4</b>	<b>Instabilité primaire du sillage</b>	<b>55</b>
<b>3.5</b>	<b>Instationnarité de l'écoulement</b>	<b>56</b>
<b>3.6</b>	<b>Distribution de vitesse à la surface de la bulle</b>	<b>58</b>
3.6.1	Décomposition de la vitesse	58
3.6.2	Etude de la vitesse $U_{u\theta}$ ( $S_r = 0$ )	60
3.6.3	Vitesse tangentielle $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi)$	64
3.6.4	Vitesse azimutale $u_\phi(\alpha_0, \theta, \phi)$	69
<b>3.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>73</b>

---

## 3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'influence du cisaillement sur la structure de l'écoulement généré par une bulle ellipsoïdale maintenue fixe. Il est structuré de la manière suivante :

Après la synthèse bibliographique qui décrit les états du sillage rencontrés en écoulement uniforme (paragraphe (3.2)), les paragraphes (3.3), (3.4) et (3.5) sont consacrés à l'étude de la structure de l'écoulement. Enfin le paragraphe (3.6) présente l'influence des différents paramètres du problème (rapport de forme  $\chi$ , nombre de Reynolds  $Re$  et cisaillement  $S_r$ ) sur la vitesse à la surface de la bulle.

## 3.2 Evolution du sillage en écoulement uniforme

Même en écoulement uniforme ( $S_r=0$ ), l'écoulement autour d'une bulle ellipsoïdale est bien différent de celui observé pour une bulle sphérique. Alors que sur une bulle sphérique propre, aucune recirculation n'existe quel que soit le nombre de Reynolds, une zone de recirculation peut exister à l'arrière d'une bulle ellipsoïdale. Plusieurs études numériques ont permis de déterminer les conditions d'existence d'une telle zone sur des bulles non contaminées par des tensio-actifs et de décrire les mécanismes physiques qui conduisent à sa formation. Ryskin & Leal (1984) montrent en résolvant les équations de Navier-Stokes autour d'une bulle déformable que la zone de recirculation apparaît à partir d'une certaine déformation et suggèrent que cette recirculation provient de l'accumulation de vorticité dans le sillage proche. Depuis, cette proposition a été confirmée par les simulations de Dandy & Leal (1986) et de Blanco & Magnaudet (1995). Ces auteurs, par des simulations numériques axisymétriques sur des bulles ellipsoїdales de forme fixée, ont montré que pour un rapport de forme donné  $\chi$ , la zone de recirculation apparaît pour une plage de nombres de Reynolds bornée  $[Re_1, Re_2]$ . Blanco & Magnaudet (1995) montrent que, la zone de recirculation apparaît à partir d'une valeur critique  $\chi_c$  du rapport de forme localisée autour de 1.65-1.66 et établissent un diagramme de phase dans le plan  $(\chi, Re)$  permettant de déterminer la plage d'existence de la zone de recirculation (figure 3.1). Cette figure montre clairement que l'intervalle  $[Re_1, Re_2]$  croît rapidement avec le rapport de forme  $\chi$ .

La question de la stabilité de ce sillage est longtemps rest e sans réponse faute d'expériences de laboratoire convaincantes et des simulations numériques adaptées. Afin de trancher cette question, Magnaudet & Mougin (2007) (voir aussi Mougin (2002)) ont réalisé des simulations numériques directes tridimensionnelles autour d'une bulle ellipsoїdale maintenue fixe dans un écoulement uniforme. Les résultats de ces simulations sont reportés sur la figure (3.1). Ces résultats montrent que l'instabilité tridimensionnelle apparaît autour d'un rapport de forme critique  $\chi_{cm}$  localisée autour de 2.21, en dessous de ce rapport de forme, le sillage reste toujours axisymétrique. Au delà de cette valeur critique  $\chi_{cm}$ , le sillage est instable dans une plage bornée de nombre de Reynolds et celle-ci augmente lorsque le rapport de forme augmente. Le mécanisme de déstabilisation résulte de l'accumulation de la vorticité dans le sillage proche, et plus précisément de la structure du champ de vorticité dans la zone de recirculation. Dans cette gamme de nombre de Reynolds, le sillage instable reste stationnaire jusqu'à  $\chi \approx 2.35$ . A partir de cet aplatissement la dynamique du sillage est plus complexe. Elle a été discutée en détail par Magnaudet & Mougin (2007) pour  $\chi = 2.5$ . Tout d'abord le sillage perd son axisymétrie comme précédemment pour  $Re \approx 150$ . Il reste cependant stationnaire jusque vers  $Re = 195$  où il perd sa stationnarité via une bifurcation de Hopf. On observe alors des lâchers

periodiques de tourbillons comme dans le cas de la sphère solide (Sakamoto & Hanui (1990), Provansal et Ormières (1998)). En augmentant le nombre de Reynolds, le sillage se complexifie progressivement : de nouveaux harmoniques et de sous-harmoniques apparaissent mais un plan de symétrie subsiste. Cependant, à partir de  $Re \approx 700$ , le caractère instationnaire se fait moins remarquer. Au delà d'un nombre de Reynolds situé dans l'intervalle  $[1500, 2000]$ , le sillage redevient stationnaire mais non-axisymétrique pour finalement redevenir axisymétrique pour  $Re \approx 2700$ . Les premiers stades de cette séquence sont reportés sur la figure 3.2

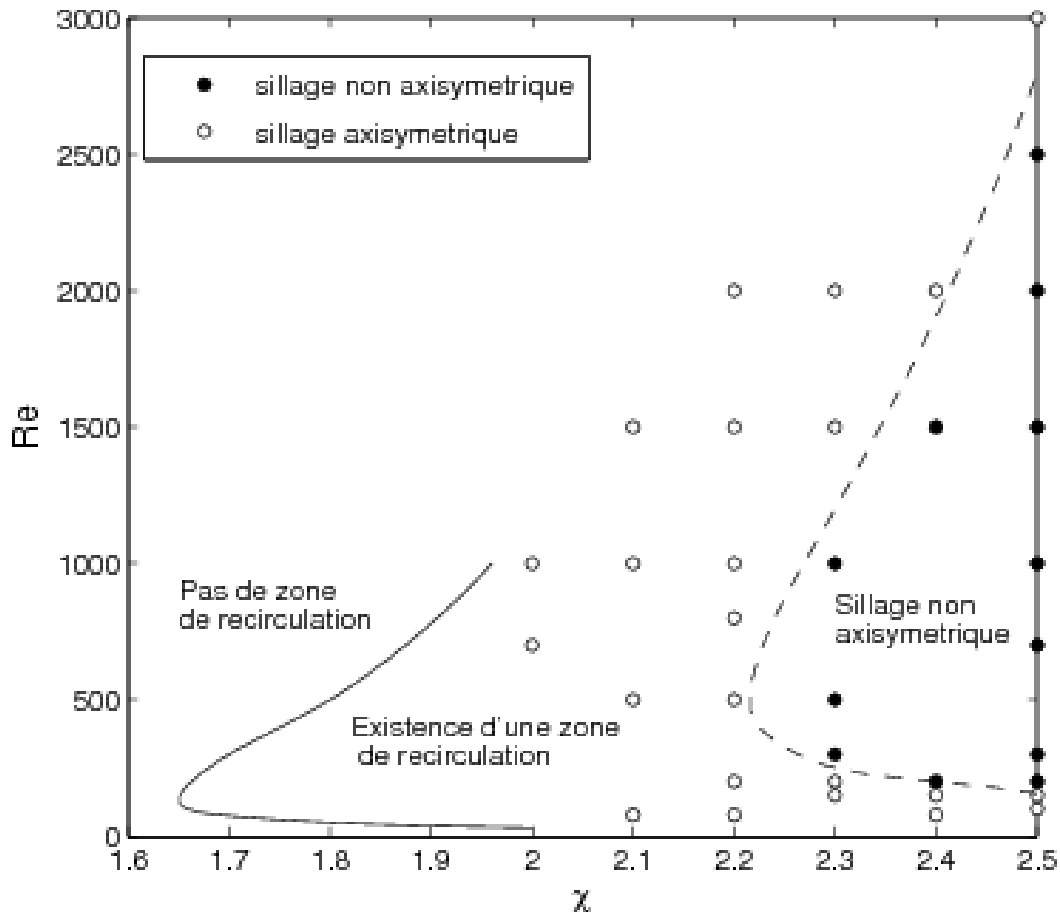
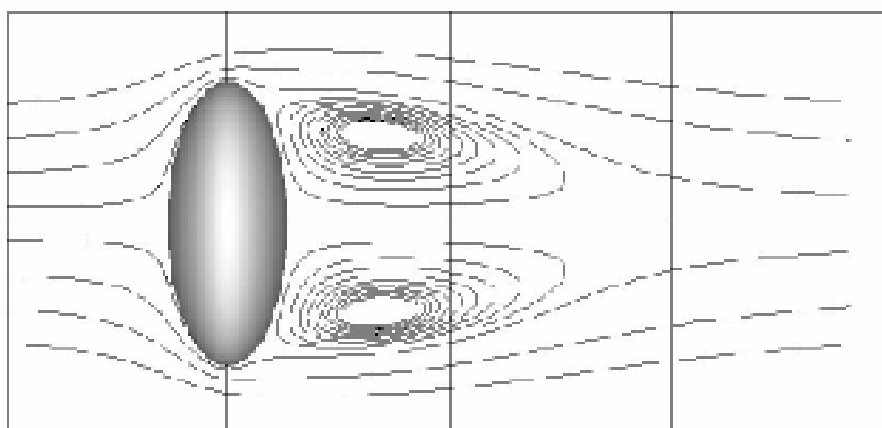
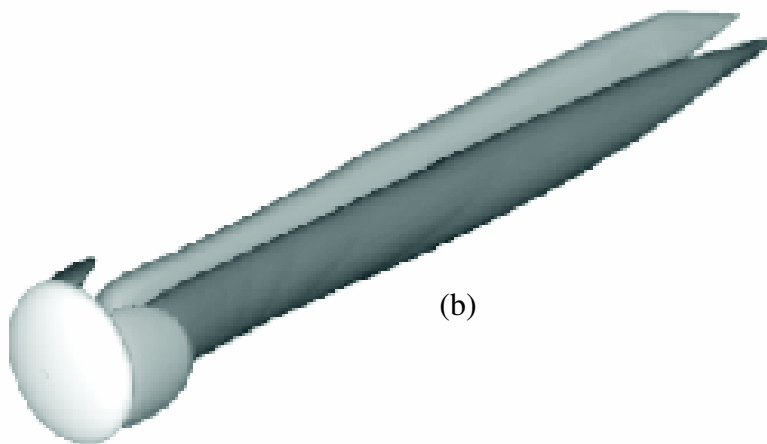


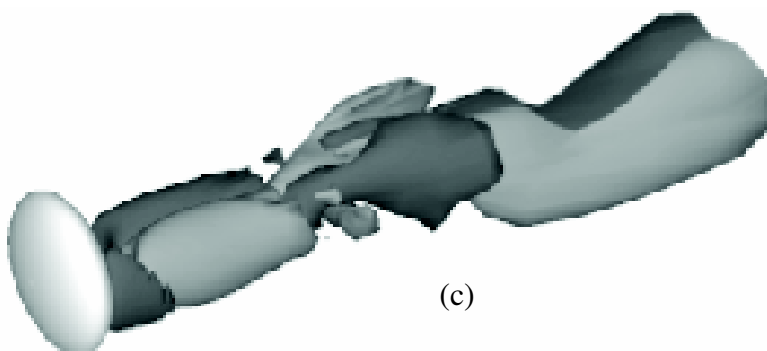
FIG. 3.1 – Ecoulement uniforme ( $S_r = 0$ ). Diagramme de phase de la perte de symétrie axiale du sillage superposé à la courbe limite d'existence de la zone de recirculation : — zone délimitant l'apparition de la zone de recirculation Blanco (1995), -- zone délimitant la région où l'écoulement devient tridimensionnel Mougin (2002).



(a)



(b)



(c)

FIG. 3.2 – Evolution du sillage d’une bulle ellipsoïdale ( $\chi = 2.5$ ) dans un écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ) (d’après Magnaudet et Mougin (2007)). (a)  $Re = 100$ , (b)  $Re = 180$  et (c)  $Re = 300$ .

### 3.3 Structure du sillage en écoulement cisailé

Nous étudions dans cette partie l’effet du cisaillement de l’écoulement sur les premiers stades de transition discutés précédemment. A la différence de l’écoulement uniforme, l’écoulement cisailé n’est pas axisymétrique, mais présente un plan de symétrie ( $xOy$ ). Nous réali-

sons des simulations dans l'espace complet, c'est à dire avec un maillage ayant pour nombre de mailles  $130 \times 70 \times 64$ , respectivement dans les directions méridienne, radiale et azimutale. Nous avons réalisé une série de simulations tridimensionnelles en balayant la gamme de paramètres  $\chi \in [1.; 2.7]$ ,  $Re \in [50; 2000]$  et  $S_r \in [0.0; 0.4]$ .

### 3.3.1 Apparition de la recirculation

Nous avons dans un premier temps étudié les conditions d'écoulement conduisant à l'apparition de la recirculation.

Le tableau 3.1 regroupe pour chaque cisaillement les valeurs critiques du rapport de forme  $\chi_c$  à partir de laquelle la zone de recirculation apparaît à l'arrière de la bulle. On observe par exemple que, pour des faibles cisaillements ( $S_r = 0.02$ ) et même pour des cisaillements plus importants ( $S_r = 0.2$ ), la zone de recirculation apparaît autour du rapport de forme  $\chi = 1.675$ , valeur très proche de celle trouvée par Blanco et Magnaudet (1995) ( $\chi_c = 1.65$ ) en écoulement uniforme. Par contre pour  $S_r = 0.4$ , la zone de recirculation apparaît plutôt pour un rapport de forme supérieur :  $\chi = 1.72$ . L'effet du cisaillement est donc de retarder l'apparition de la zone de recirculation.

$S_r$	0.0	0.02	0.2	0.4
$\chi_c$	1.65	1.675	1.675	1.72
$Re_c$	130	150	150	175

TAB. 3.1 – Evolution du rapport de forme critique  $\chi_c$  de l'apparition de la zone de recirculation avec le cisaillement.

Les résultats concernant l'existence de la zone de recirculation sont présentés dans un diagramme de phase  $(\chi, Re)$  (figure 3.3). Nous avons constaté très peu de différence entre les diagrammes obtenus pour  $S_r = 0$  par Blanco & Magnaudet (1995) et nos résultats pour  $S_r = 0.008$ ,  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . Ainsi le diagramme porté sur la figure 3.3 pour  $S_r = 0.2$  est en fait représentatif des cisaillements inférieurs. On constate comme dans le cas de l'écoulement uniforme, qu'en écoulement cisailé, la zone de recirculation apparaît dans une gamme finie de nombres de Reynolds  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$ . Aux faibles cisaillements, la zone de recirculation est observée pratiquement aux mêmes rapports de forme et nombres de Reynolds qu'en écoulement uniforme. Un changement est par contre constaté pour des grands cisaillements comme le montre le diagramme pour  $S_r = 0.4$ . Ainsi l'augmentation du cisaillement réduit l'intervalle  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$ , ce que laissait supposer l'augmentation de l'aplatissement critique  $\chi_c$  en dessous duquel la zone de recirculation ne peut apparaître.

### 3.3 Structure du sillage en écoulement cisailé

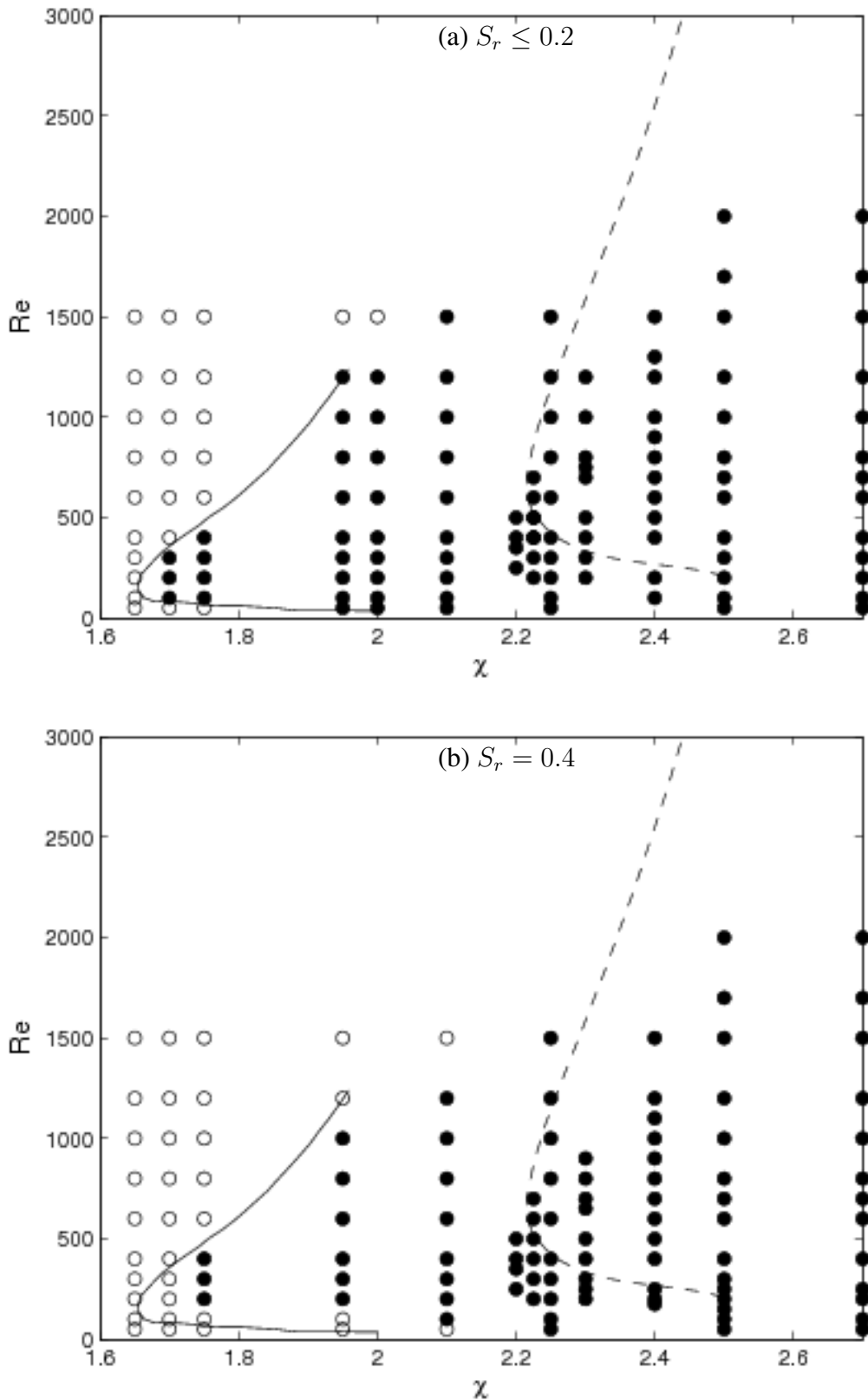


FIG. 3.3 – Diagramme de phase ( $\chi$ ,  $Re$ ) d'apparition de la zone de recirculation. — : courbe limite d'existence de la zone de recirculation en écoulement uniforme (Blanco & Magnaudet (1995)). - - - : courbe délimitant la perte de la symétrie axiale en écoulement uniforme (Magnaudet & Mougin (2007)),  $\circ$  : Pas de recirculation (cette étude),  $\bullet$  : recirculation (cette étude). (a) :  $S_r \leq 0.2$ , (b) :  $S_r = 0.4$

### 3.3.2 Vorticité à la surface de la bulle

En écoulement uniforme, il a été montré que le mécanisme responsable de l'apparition de la zone de recirculation est lié à la quantité de vorticité produite à la surface de la bulle (Leal (1989), Blanco & Magnaudet (1995)). Pour comprendre l'apparition retardée de la zone de recirculation lorsque le cisaillement augmente, nous étudions dans ce paragraphe les effets du cisaillement sur le maximum de vorticité produite à la surface de la bulle.

En écoulement axisymétrique, la seule composante de la vorticité est située dans la direction azimutale. La condition de cisaillement nul à la surface de la bulle permet d'exprimer la vorticité à la surface de la bulle en fonction de la vitesse tangentielle et de la courbure sous la forme :

$$\omega_\phi = -\frac{\partial U_\theta}{\partial n} - H(\chi, \theta)U_\theta = -2H(\chi, \theta)U_\theta, \quad (3.1)$$

où  $H(\chi, \theta)$  est la courbure locale de la surface de la bulle définie par :

$$H(\chi, \theta) = \frac{\alpha_0^2(1 + \alpha_0^2)^{1/2}}{a(\alpha_0^2 + \cos^2 \theta)^{3/2}}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (3.2)$$

et  $U_\theta$  la vitesse tangentielle de l'écoulement. On voit à travers l'expression de  $H(\chi, \theta)$ , que contrairement au cas de la bulle sphérique (où la courbure est constante), la vorticité à la surface d'une bulle ellipsoïdale dépend à la fois de la courbure locale et de l'angle  $\theta$ . La valeur maximale de la courbure est atteinte à l'équateur de la bulle correspondant à  $\theta = \pi/2$  :

$$H(\chi, \theta = \pi/2) = \frac{(1 + \alpha_0^2)^{1/2}}{a\alpha_0} = \frac{b}{a^2} \quad (3.3)$$

En régime inertiel ( $Re \gg 1$ ), une bonne estimation de la vitesse tangentielle  $U_\theta$  est donnée par la solution potentielle de l'écoulement autour d'un ellipsoïde, soit (Lamb (1932)) :

$$U_\theta = U_0 \frac{\sin \theta}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} \left( \alpha_0 + \frac{1}{\alpha_0 - (1 + \alpha_0^2) \cot^{-1} \alpha_0} \right), \quad \text{avec} \quad \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \quad (3.4)$$

Cette vitesse permet d'estimer dans la limite  $Re \gg 1$  la vorticité produite à la surface de la bulle (Magnaudet & Mougin (2007)), soit :

$$\omega_{max} = \frac{2(1 + \alpha_0^2)^{1/2}}{a\alpha_0^2[(1 + \alpha_0^2) \cot^{-1} \alpha_0 - \alpha_0]} = 2 \frac{U_0}{Re_q} \frac{\chi^{5/3}(\chi^2 - 1)^{3/2}}{\chi^2 \sec^{-1} \chi - (\chi^2 - 1)^{1/2}} \quad (3.5)$$

Magnaudet et Mougin (2007) ont montré que dans la limite des grandes déformations :

$$\omega_{max} \rightarrow \frac{4}{\pi} \frac{U_0}{Re_q} \chi^{8/3}$$

La figure 3.4 montre l'évolution de la vorticité maximale  $\omega_{max}$  produite à la surface de la bulle avec le rapport de forme  $\chi$  et compare les valeurs maximales de la vorticité  $\omega_{max}$  prédites par la relation (3.5) avec celles de nos simulations numériques directes, pour différents cisaillements à savoir  $S_r = 0$  (écoulement uniforme),  $S_r = 0.02$ ,  $S_r = 0.2$  et  $S_r = 0.4$  (écoulement cisailé) à  $Re = 1000$ . On constate que, les valeurs maximales de la vorticité  $\omega_{max}$

### 3.3 Structure du sillage en écoulement cisailé

pour l'écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ) et pour des faibles cisaillements ( $S_r = 0.02$ ) restent très proches de l'estimation de l'écoulement uniforme (relation (3.5)). On observe l'augmentation rapide du maximum de la vorticité en fonction du rapport de forme  $\chi$ . On observe aussi que ce maximum est fortement influencé par l'augmentation du cisaillement surtout, pour de grands rapports de forme. Le maximum de vorticité diminue significativement avec le cisaillement puisque pour  $S_r = 0.4$ , la chute est de l'ordre de 35 % à  $\chi = 2.0$  et  $\chi = 2.5$ , ce qui explique l'augmentation de  $\chi_c$  avec le cisaillement.

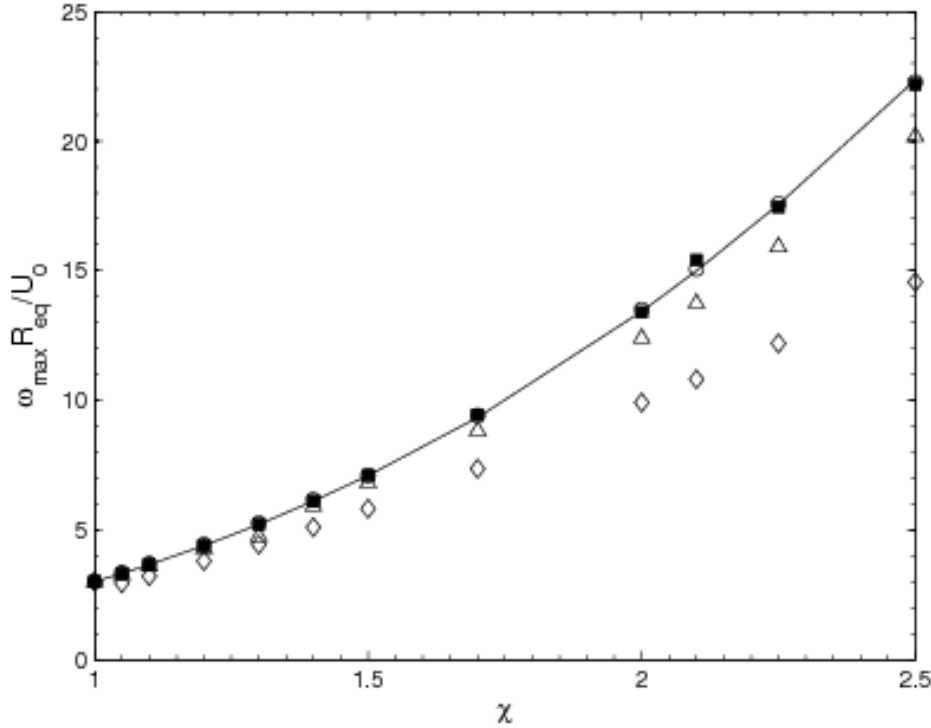


FIG. 3.4 – Evolution de la vorticité maximale à la surface de la bulle avec  $\chi$  pour  $Re = 1000$ . — relation (3.5) (écoulement uniforme),  $\circ$   $S_r = 0$ ,  $\blacksquare$   $S_r = 0.02$ ,  $\triangle$   $S_r = 0.2$ ,  $\diamond$   $S_r = 0.4$ .

Pour déterminer l'évolution avec  $S_r$  du seuil de vorticité maximale, pour que l'apparition de la zone de recirculation ait lieu, nous avons représenté sur la figure 3.5, l'évolution de la vorticité maximale à la surface de la bulle pour deux cisaillements, respectivement  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.4$ . Sur cette figure, nous avons aussi représenté la relation sur le seuil critique du maximum de vorticité  $\omega_{c1}$  nécessaire pour que la formation de la zone de recirculation ait lieu en écoulement uniforme déterminé par Blanco & Magnaudet (1995). Ce seuil évolue approximativement comme :

$$\omega_{c1} b / U_0 = 6.2 + 7.9 \cdot 10^{-3} Re \quad (3.6)$$

En explorant cette figure, on observe que, la relation (3.6) n'est plus applicable pour des écoulements cisailés.

Pour  $S_r \leq 0.2$ , on constate que ce seuil est plutôt décrit par la relation :

$$\omega_{c1} b / U_0 = 8.0 + 7.9 \cdot 10^{-3} Re, \quad (3.7)$$

alors pour  $S_r = 0.4$ , il peut être décrit par la relation :

$$\omega_{c1} b / U_0 = 6.3 + 6.10^{-3} Re \quad (3.8)$$

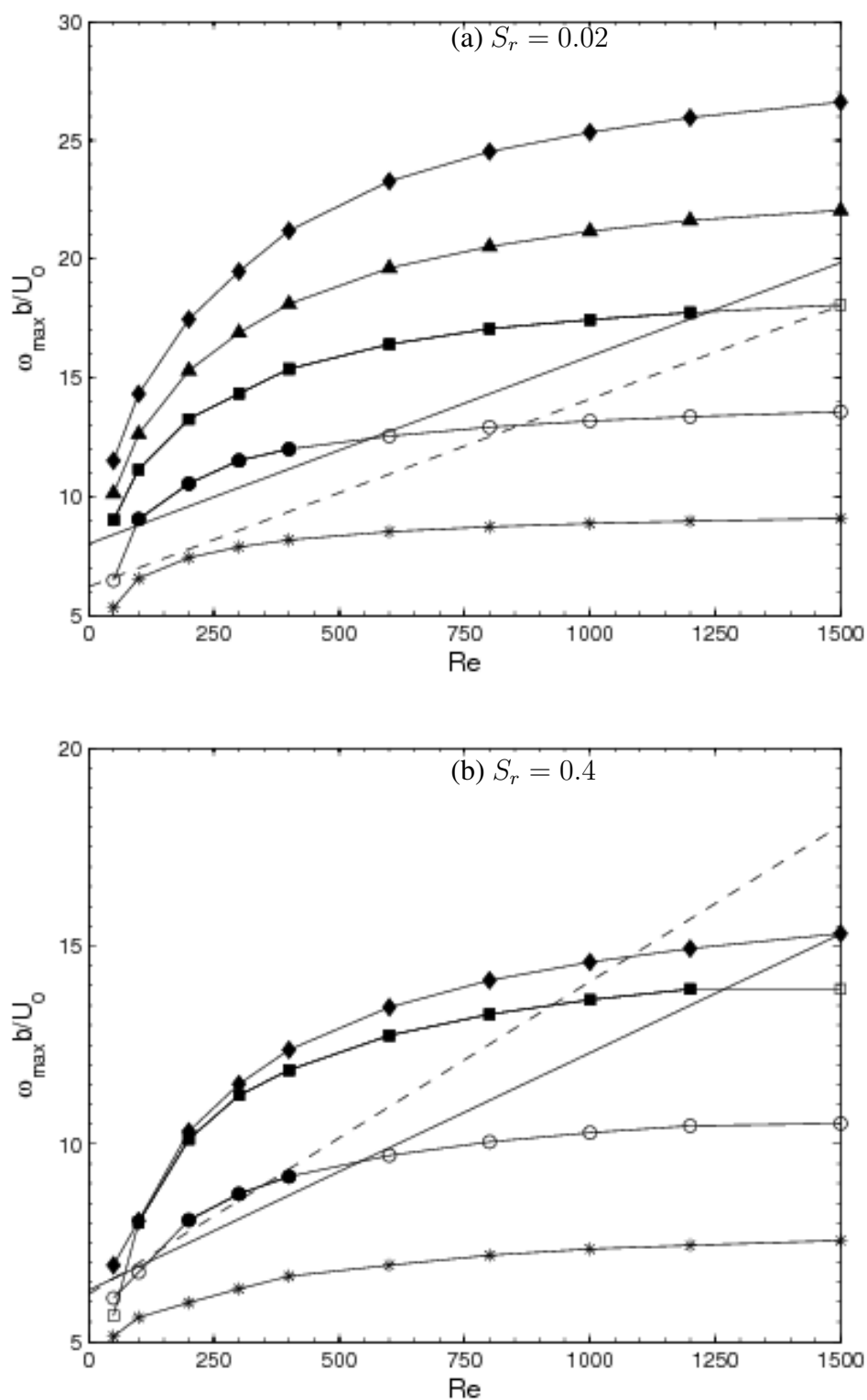


FIG. 3.5 – Evolution de la vorticité maximale à la surface de la bulle avec  $Re$  pour  $S_r = 0.02$ . — : relation (3.6), --- relation (3.7 & 3.8) \* :  $\chi = 1.5$ ,  $\circ$  :  $\chi = 1.75$ ,  $\square$  :  $\chi = 195$ ,  $\triangle$  :  $\chi = 2.1$ ,  $\diamond$  :  $\chi = 2.25$ . (a)  $S_r = 0.02$ ; (b)  $S_r = 0.4$ . Symbole plein : recirculation, symbole vide : pas de recirculation

#### 3.3.3 Evolution de la zone de recirculation avec $\chi$

On s'intéresse maintenant à l'évolution de la zone de recirculation avec les différents paramètres.

La figure 3.6 présente dans un plan ( $xOy$ ) des lignes d'émission permettant de visualiser l'écoulement pour des rapports de forme  $\chi$  variant entre 1.95 et 2.7, pour  $Re = 300$  et un faible cisaillement  $S_r = 0.02$ . On constate, la présence d'une importante zone de recirculation derrière la bulle dont la taille croît avec le rapport de forme  $\chi$ . La comparaison des parties supérieure et inférieure nous révèle que la zone de recirculation est un tore déformé par le cisaillement et dont la dissymétrie augmente avec l'aplatissement. On observe en particulier, qu'à partir de  $\chi = 2.25$ , la différence de taille entre la coupe située au dessus de la bulle et celle située en dessous devient beaucoup plus nette.

#### 3.3.4 Evolution de la zone de recirculation avec $Re$

On étudie sur la figure 3.7 l'évolution de la zone de recirculation avec le nombre de Reynolds pour  $\chi = 2.5$  et  $S_r = 0.02$ . On observe le même type d'évolution que précédemment. On constate de plus que la taille du tourbillon croît avec le nombre de Reynolds jusqu'à  $Re = 300$  environ, puis décroît.

#### 3.3.5 Evolution de la zone de recirculation avec $S_r$

On s'intéresse maintenant à l'évolution de la zone de recirculation avec le cisaillement. On constate sur la figure 3.8 de manière à priori surprenante que l'asymétrie diminue avec l'augmentation du cisaillement. Cette évolution montre en fait que la dissymétrie observée pour cette gamme de  $\chi$  et  $Re$  est due à l'instabilité intrinsèque du sillage et non au cisaillement qui vient au contraire l'amoinrir. On note que la taille de la zone de recirculation décroît avec  $S_r$ , conséquence directe de la chute du maximum de vortacité produite à la surface de la bulle (figure 3.4).

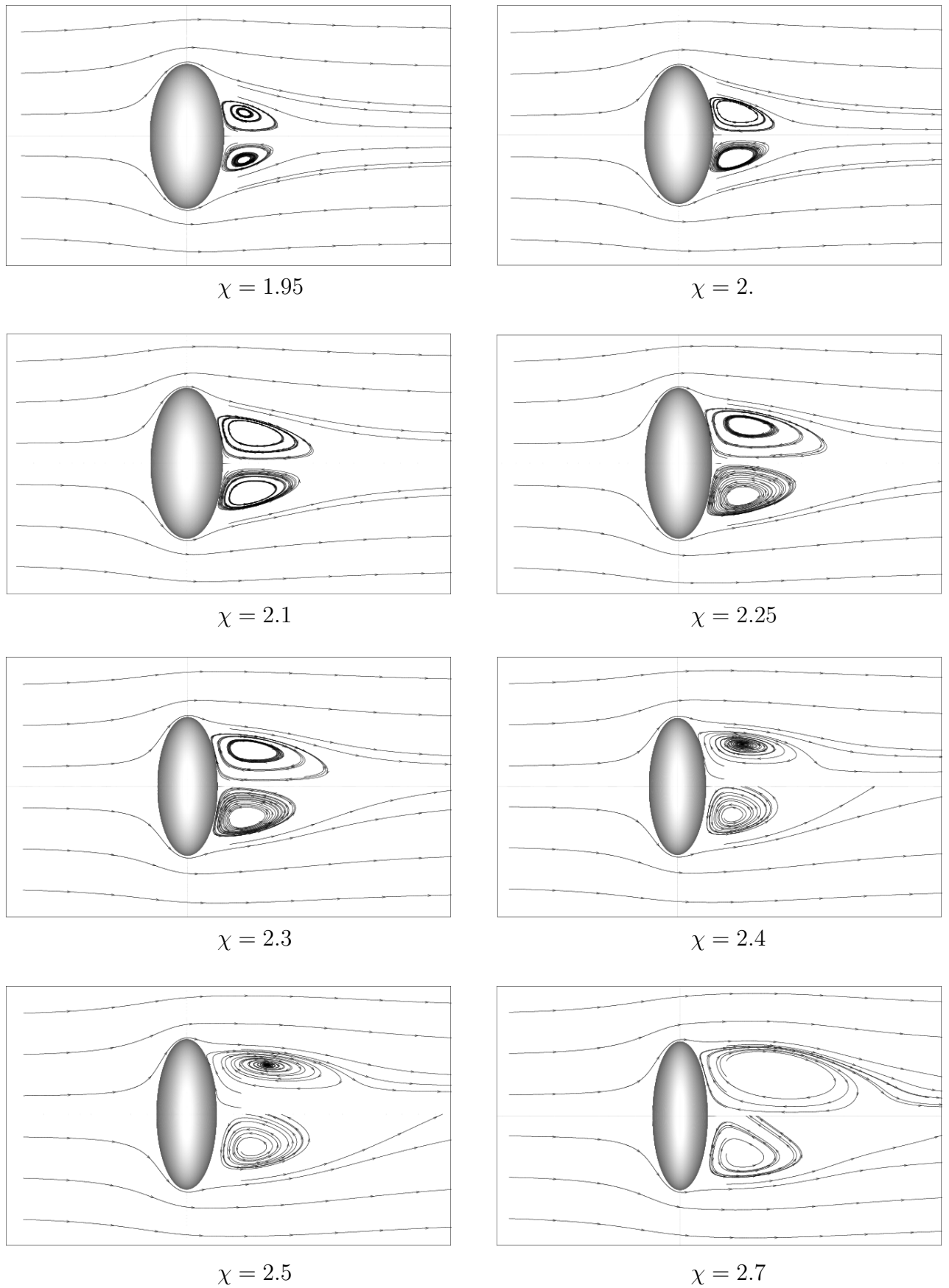


FIG. 3.6 – Evolution de la zone de recirculation avec  $\chi$  pour  $Re = 300$  et  $S_r = 0.02$  (plan  $(xOy)$ ).

### 3.3 Structure du sillage en écoulement cisailé

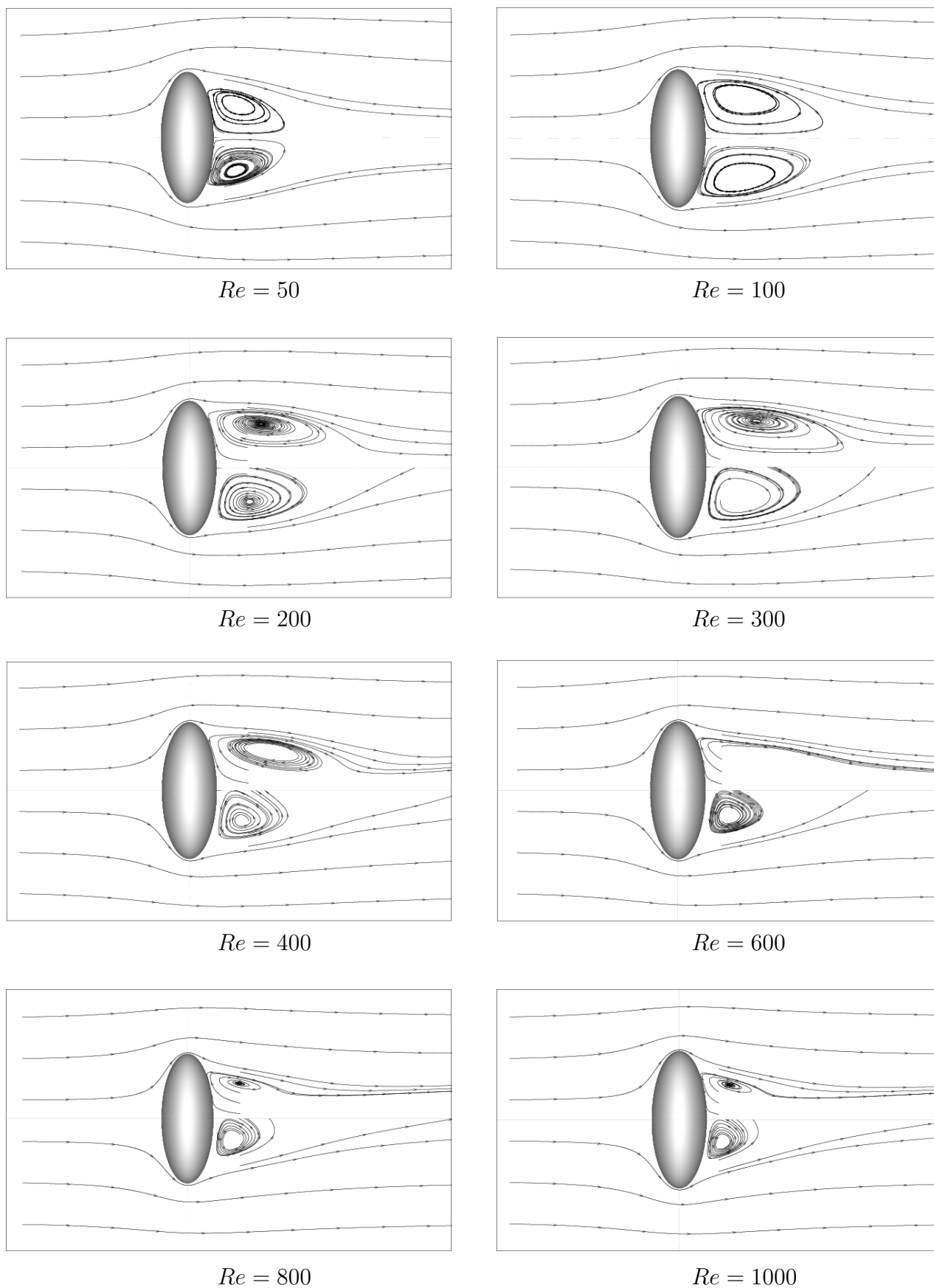


FIG. 3.7 – Evolution de la zone de recirculation avec le nombre de Reynolds pour  $\chi = 2.5$  et  $S_r = 0.02$  dans le plan  $(xOy)$ .

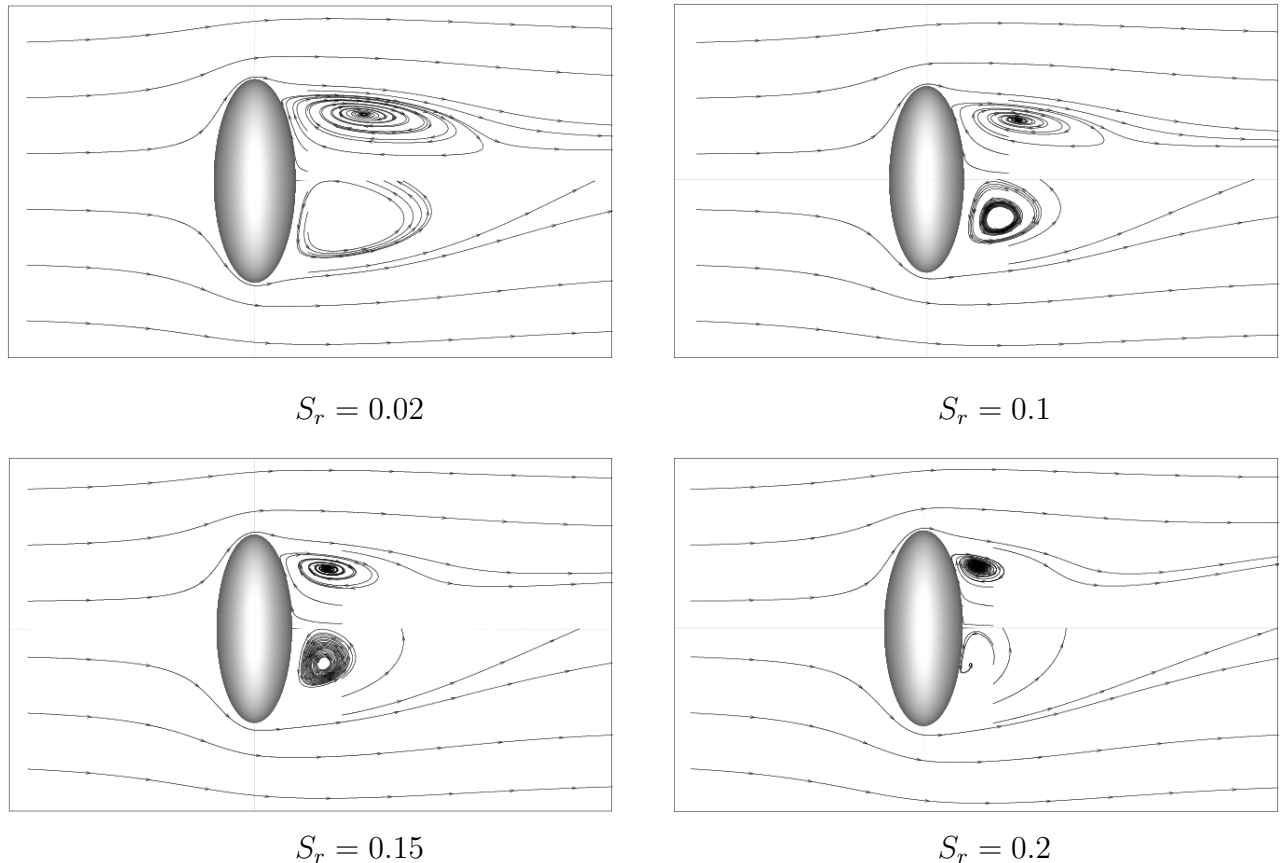


FIG. 3.8 – Evolution de la zone de recirculation avec le cisaillement pour  $Re = 300$  et  $\chi = 2.5$  dans le plan  $(xOy)$ .

### 3.3.6 Vorticité longitudinale $\omega_x$

Nous allons maintenant préciser l'organisation du sillage en écoulement cisailé en observant la distribution de la vorticité longitudinale ("trailing vorticity") dans le sillage. Cette vorticité absente de l'écoulement amont est un très bon indicateur de la structure du sillage.

En effet, comme le montre la figure 3.2, la destabilisation du sillage axisymétrique en écoulement uniforme se traduit par l'apparition de deux tubes de vorticité longitudinale  $\omega_x$  antisymétriques par rapport à un plan.

On sait également (Lighthill (1956)) qu'en présence d'un cisaillement, un corps sphérique produit en étirant et en basculant la vorticité amont, de la vorticité longitudinale qui s'organise sous forme de deux tubes également contrarotatifs, symétriques par rapport au plan de symétrie de l'écoulement (plan  $xOy$  pour un écoulement amont  $((U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x)$ ).

Les figures 3.9, 3.10 et 3.11 présentent les distributions d'iso- $\omega_x$  pour les mêmes conditions d'écoulement que les figures 3.6, 3.7 et 3.8 observées par une vue du dessus c'est à dire suivant  $-\mathbf{e}_y$ .

Ces figures montrent que pour toutes les situations observées, la vorticité longitudinale s'organise sous forme de deux tubes contrarotatifs.

Dans les conditions où le sillage serait stable si l'écoulement amont était uniforme (soit  $\chi < 2.21$ ), on observe que le signe de  $\omega_x$  est identique à celui qui prévaut dans le sillage d'une

### 3.3 Structure du sillage en écoulement cisailé

bulle sphérique dans un écoulement cisailé (Lighthill (1956), Legendre & Magnaudet (1998) ; soit :

$$\begin{aligned}\omega_x < 0 & \text{ pour } z > 0 \\ \omega_x > 0 & \text{ pour } z < 0\end{aligned}\tag{3.9}$$

La figure 3.9 montre que lorsque l'aplatissement augmente, le signe de  $\omega_x$  s'inverse entre  $\chi = 2.1$  et  $\chi = 2.25$  et que le sillage devient instationnaire pour  $\chi > 2.5$ .

Il en est de même lorsque le nombre de Reynolds augmente (figure 3.10), où l'organisation de  $\omega_x$  correspondant à (3.9) est observée jusqu'à  $Re = 200$  puis cède la place à une organisation opposée. On note dans ce cas que le sillage devient instationnaire au dessus d'une valeur critique de  $Re$  située entre 300 et 400, puis redevient stationnaire au-dessus d'une deuxième valeur critique située dans l'intervalle [600; 800].

On constate par contre que l'augmentation du cisaillement induit le retour de l'organisation de  $\omega_x$  donnée par la relation (3.9) et correspondant à celle d'une bulle sphérique (figure 3.11).

Ces figures suggèrent que l'organisation du sillage résulte de deux phénomènes distincts :

- le mécanisme de basculement de la vorticité amont (Lighthill (1956)) qui domine tant que le sillage est stable.
- l'instabilité intrinsèque du sillage qui, lorsqu'elle a lieu, conduit dans le cas présent pour des raisons précisées plus loin (chapitre 4)   une inversion du signe de  $\omega_x$ .

Notons que, contrairement au cas de l'écoulement uniforme où le plan de symétrie du sillage est quelconque (il est selectionné par la perturbation initiale), ici c'est le cisaillement qui impose ce plan de symétrie.

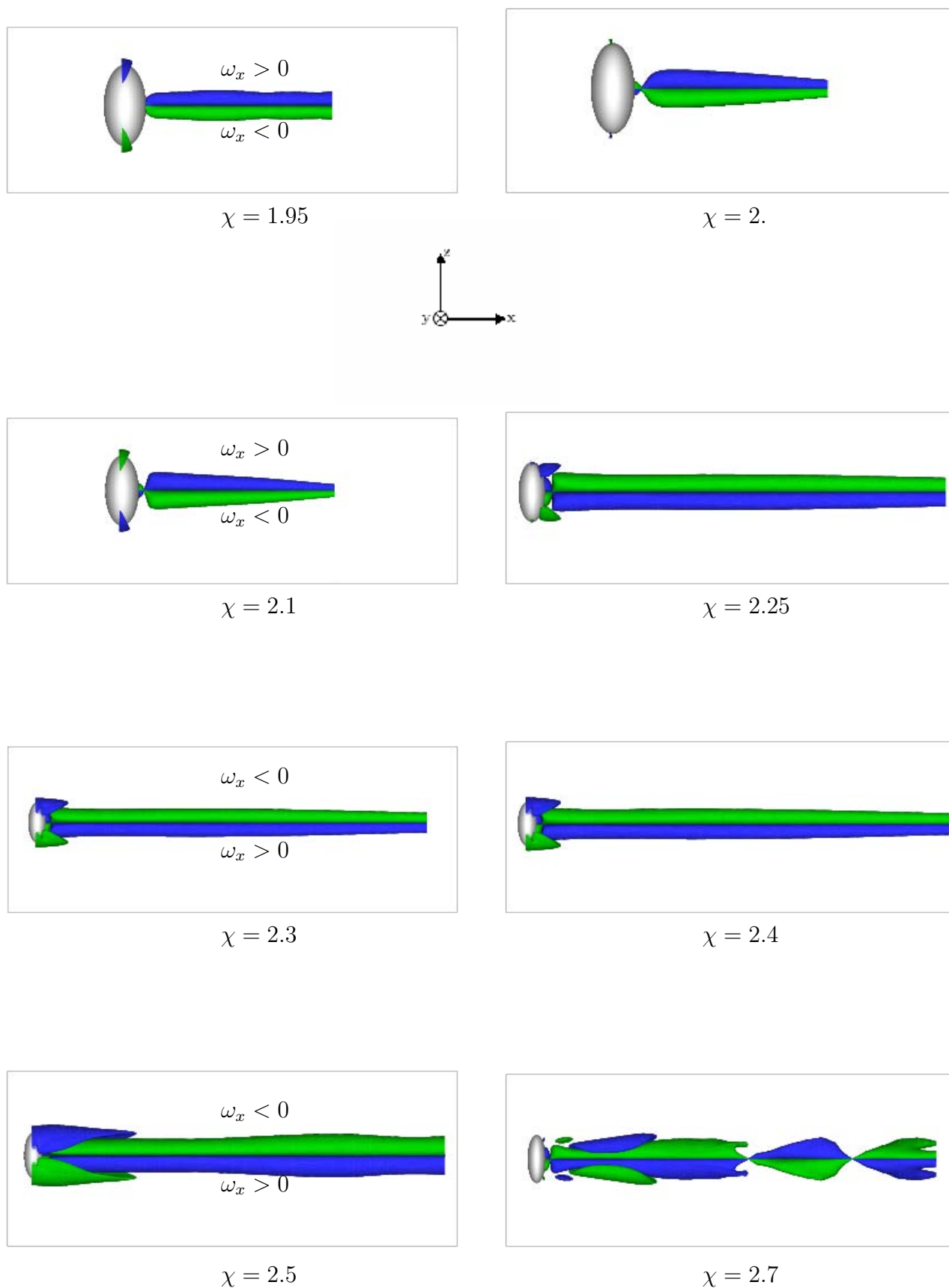


FIG. 3.9 – Evolution de la vorticité longitudinale  $\omega_x$  avec  $\chi$  pour  $Re = 300$  et  $S_r = 0.02$ .

### 3.3 Structure du sillage en écoulement cisailé

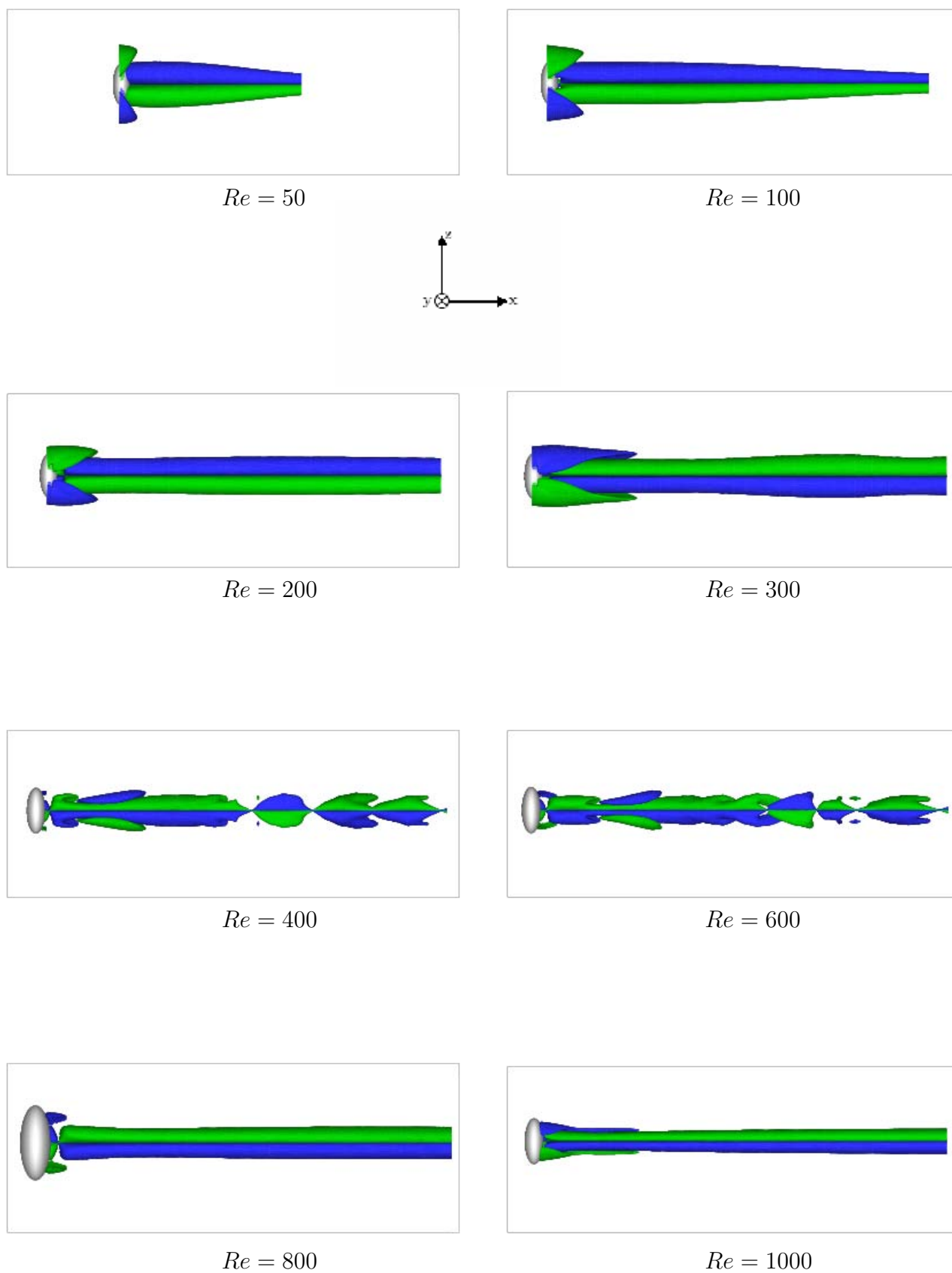


FIG. 3.10 – Evolution de la vorticité longitudinale  $\omega_x$  avec  $Re$  pour  $\chi = 2.5$  et  $S_r = 0.02$ .

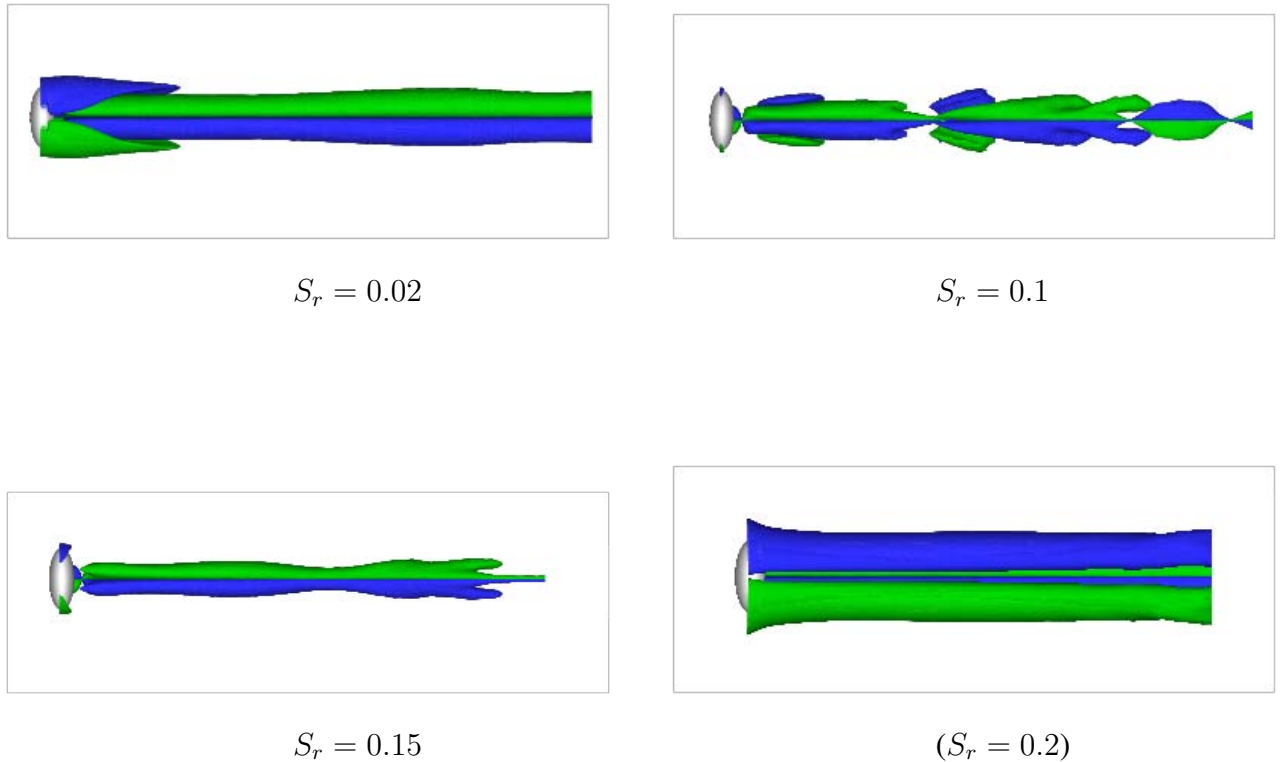


FIG. 3.11 – Evolution de la vorticité longitudinale  $\omega_x$  avec  $S_r$  pour  $Re = 300$  et  $\chi = 2.5$  (vue du dessus du plan  $xOz$ ).

### 3.4 Instabilité primaire du sillage

Comme nous venons de le rappeler, la géométrie de l'écoulement amont présente un plan de symétrie vertical imposé par le cisaillement alors qu'elle est axisymétrique en écoulement uniforme. Ainsi, la destabilisation du sillage se traduit par la transition de tores de vorticité azimuthale centrés sur l'axe de symétrie qui s'inclinent et donnent naissance à deux tubes de vorticité longitudinale antisymétrique. La particularité de l'écoulement considéré ici est que l'écoulement cisailé génère également lors du contournement de la bulle de la vorticité longitudinale organisée de la même manière. Nous venons de voir que l'instabilité existant en écoulement uniforme se traduit ici par une inversion du signe de la vorticité  $\omega_x$ , le plan de symétrie restant inchangé et imposé par l'écoulement amont. Le diagramme  $(\chi, Re)$  de la figure 3.12 pour  $S_r = 0.02$  permet de visualiser les conditions d'écoulement et de déformation pour lesquelles l'instabilité a lieu. A faible cisaillement ( $S_r = 0.02$ ), on trouve un rapport de forme critique  $\chi \approx 2.225$ , très proche de la valeur  $\chi_{cm}$  pour laquelle l'écoulement perd sa symétrie axiale en écoulement uniforme (Magnaudet & Mougin (2007)). A nouveau l'écoulement n'est instable que dans la gamme bornée de nombres de Reynolds  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$ . L'allure générale de la courbe marginale à faibles cisaillement est très semblable à celle trouvée par ces auteurs.

Par contre, lorsqu'on augmente le cisaillement, l'instabilité ne se produit plus au même rapport de forme que précédemment. Par exemple pour  $S_r = 0.4$ , elle apparaît plutôt pour  $\chi \approx 2.25$ . Nous interprétons ceci comme la conséquence directe de la chute du maximum de vorticité à la surface de la bulle lorsque le cisaillement augmente.

Comme pour l'apparition de la zone de recirculation, on constate que l'effet du cisaillement

est de réduire l'intervalle de l'instabilité  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$ .

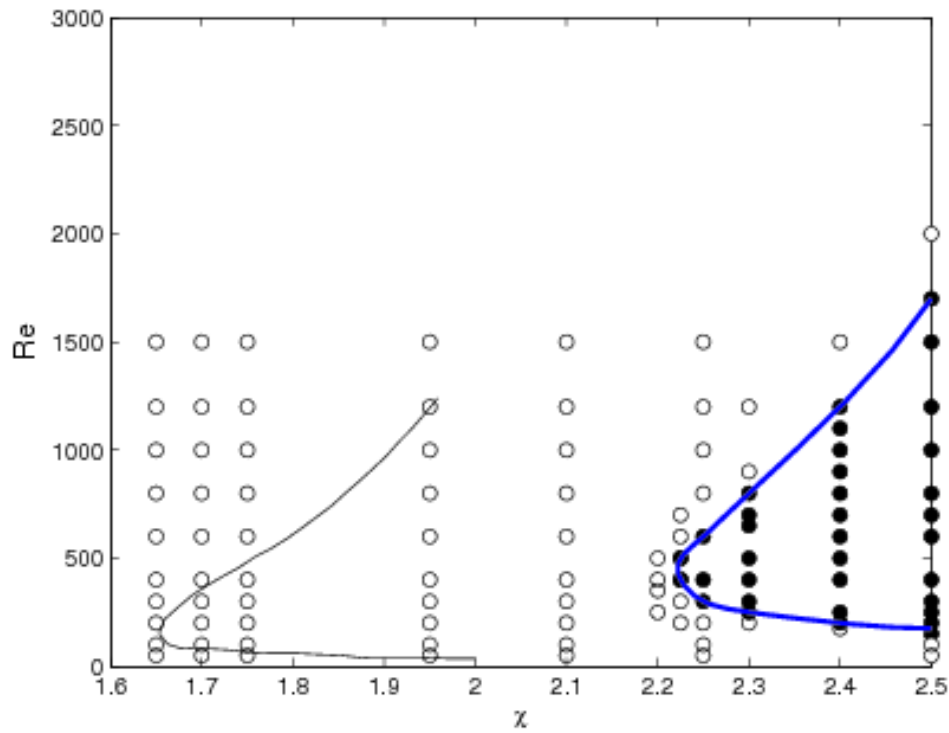


FIG. 3.12 – Diagramme de phase  $(\chi, Re)$  de la transition de l'écoulement pour  $S_r = 0.02$ . — : courbe limite d'existence de la zone de recirculation en écoulement uniforme (Blanco & Magnaudet (1995)).  $\circ$  : Ecoulement stable,  $\bullet$  : Ecoulement instable, — : courbe délimitant la zone où la vorticité axiale  $\omega_x$  change de signe

### 3.5 Instationnarité de l'écoulement

Lorsque  $\chi = 2.5$  nous avons vu que, le sillage perd sa stationnarité pour un nombre de Reynolds de l'ordre 300 – 400 (figure 3.10). On observe alors ( voir figure 3.13 pour  $S_r = 0.008$ ) que le signe de la vorticité axiale contenu dans chacun des filaments tourbillonnaires change en fonction de la distance de la bulle traduisant ainsi la présence des lâchers alternés de tourbillons dans le sillage. Pour parvenir à l'instationnarité, le sillage a donc subi une deuxième instabilité, vraisemblablement via une bifurcation de Hopf comme l'ont montré en écoulement uniforme Magnaudet & Mougin (2007) pour une bulle ellipsoïdale et Natarajan & Acrivos (1993) pour une sphère solide. La figure 3.14 montre dans le plan  $(\chi, Re)$  le domaine pour lequel le sillage est instationnaire pour trois cisaillements à savoir  $S_r = 0.02$ ,  $S_r = 0.1$  et  $S_r = 0.2$ . Cette figure indique que la plage de nombres de Reynolds dans laquelle le sillage est instationnaire augmente avec le rapport de forme et diminue avec le cisaillement. On constate que l'instationnarité qui se déclenche pour des nombres de Reynolds  $Re \in [250, 300]$  pour  $\chi = 2.5$  disparaît pour des nombres de Reynolds  $Re$  compris entre 800 et 900. Cette instationnarité disparaît aussi avec l'augmentation du cisaillement comme le montre la figure 3.14 pour  $S_r = 0.2$ . La figure 3.15 où nous avons représenté l'évolution temporelle du coefficient de portance  $C_L$  pour  $\chi = 2.5$ ,  $Re = 400$  et  $S_r = 0.2$  illustre ce phénomène. On observe que  $C_L$  tend vers une valeur constante aux temps longs pour  $S_r = 0.2$ . Au contraire, pour des faibles cisaillements, l'instationnarité est bien visible sur les forces et le couple exercé sur la bulle.

Afin d'illustrer cette instationnarité, les coefficients de portance  $C_L$ , de traînée  $C_D$  et le couple  $C_\Gamma$  correspondant à  $\chi = 2.5$ ,  $Re = 400$  et  $S_r = 0.008$  sont tracés en fonction du temps sur la figure 3.16. On constate que, les lâchers périodiques de tourbillons font subir une excitation périodique à la bulle qui se répercute sur les différents coefficients. Ces derniers oscillent avec la même fréquence caractérisée par le nombre de Strouhal défini par :

$$St = \frac{2fb}{U_0}, \quad (3.10)$$

Cependant les amplitudes des oscillations sont très différentes. Soient  $a_L$ ,  $a_D$  et  $a_\Gamma$  les amplitudes relatives respectives :

$$a_L = \frac{C_{Lmax} - C_{Lmin}}{C_{Lmax} + C_{Lmin}}, \text{ etc.}$$

Les simulations indiquent que les ordres de grandeurs des différentes oscillations sont :

$$a_L \approx 5a_\Gamma \approx 10^4 a_D,$$

On constate ainsi que les oscillations de traînée sont très faibles, tout comme en écoulement uniforme (Magnaudet & Mougin (2007)).

La figure 3.17 montre l'évolution du nombre de Strouhal avec le nombre de Reynolds pour  $\chi = 2.5$  et pour différents cisaillements. Cette figure indique d'une part que, lorsque l'on fixe le cisaillement, le nombre de Strouhal  $St$  varie linéairement avec le nombre de Reynolds. Ce comportement est identique à celui observé par Magnaudet et Mougin (2007) dans le cas de l'écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ). Pour  $\chi = 2.5$ ,  $Re = 400$  et  $S_r = 0.008$  on a  $St = 0.172$ , résultat qui est supérieur d'environ 25 % à celui trouvé par Magnaudet & Mougin (2007) au même nombre de Reynolds ( $St = 0.139$ ). D'autre part, et en conformité avec l'observation précédente lorsqu'on fixe le nombre de Reynolds, le nombre de Strouhal  $St$  augmente avec le cisaillement. On retrouve là, la même tendance que celle notée par Sakamoto & Haniu (1990), Kurose et Komori (1999) et Kim & Choi (2005) dans le cas d'une sphère solide.

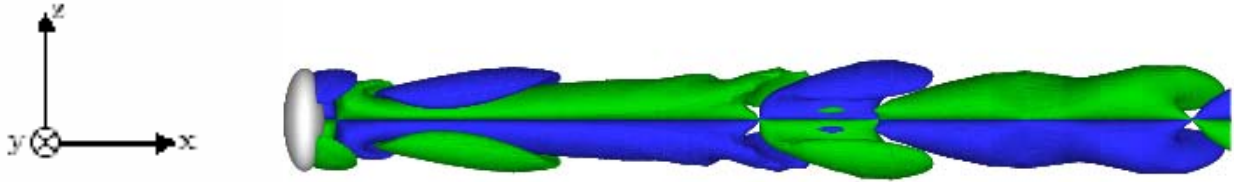
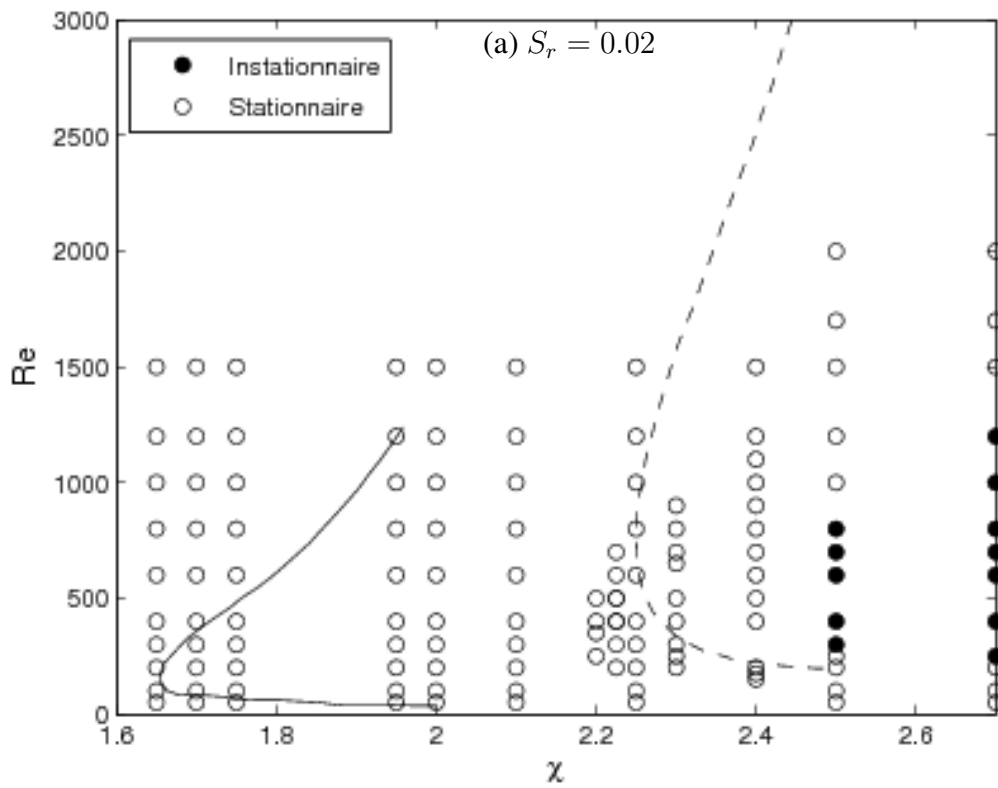


FIG. 3.13 – Isosurfaces de la composante axiale de la vorticité  $\omega_x b/U_0 = \pm 0.10$  pour  $\chi = 2.5$  et  $Re = 400$  et  $S_r = 0.008$ .



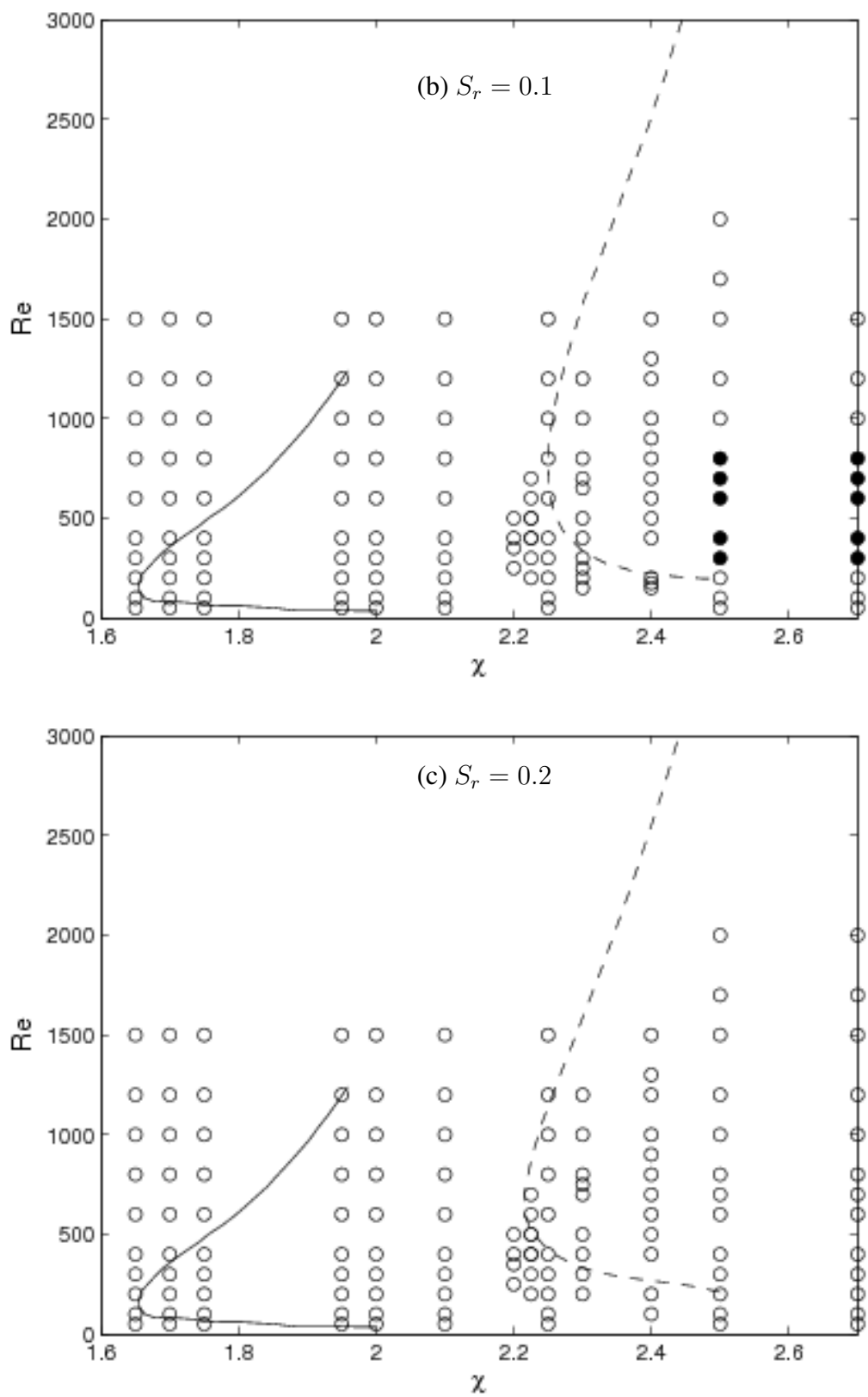


FIG. 3.14 – Diagramme de phase ( $\chi, Re$ ). ○ : sillage stationnaire, ● : sillage instationnaire. (a)  $S_r = 0.02$  (b)  $S_r = 0.1$  (c)  $S_r = 0.2$ .

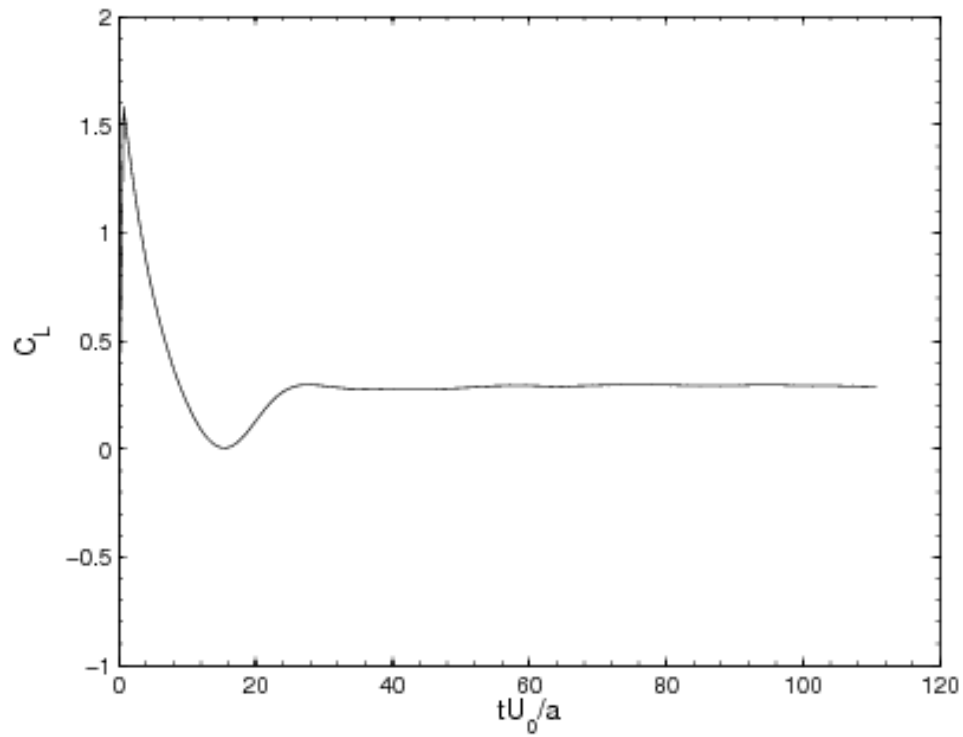


FIG. 3.15 – Evolution temporelle du coefficient de portance pour  $\chi = 2.5$ ,  $Re = 400$  et  $S_r = 0.2$ .

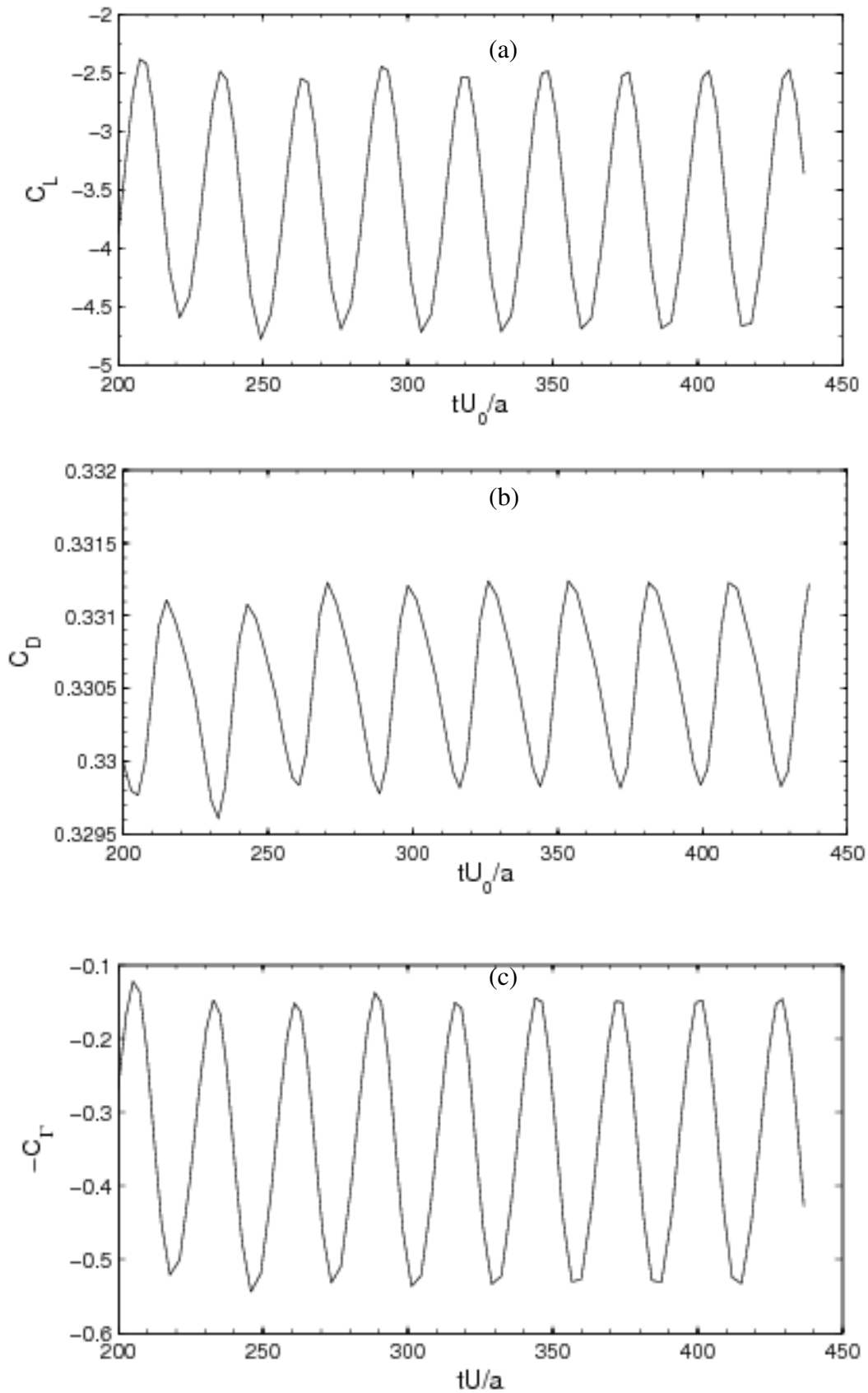


FIG. 3.16 – Evolution des coefficients adimensionnels pour  $\chi = 2.5$ ,  $Re = 400$  et  $S_r = 0.008$ . (a) :  $C_L$ , (b) :  $C_D$  et (c) :  $C_T$ .

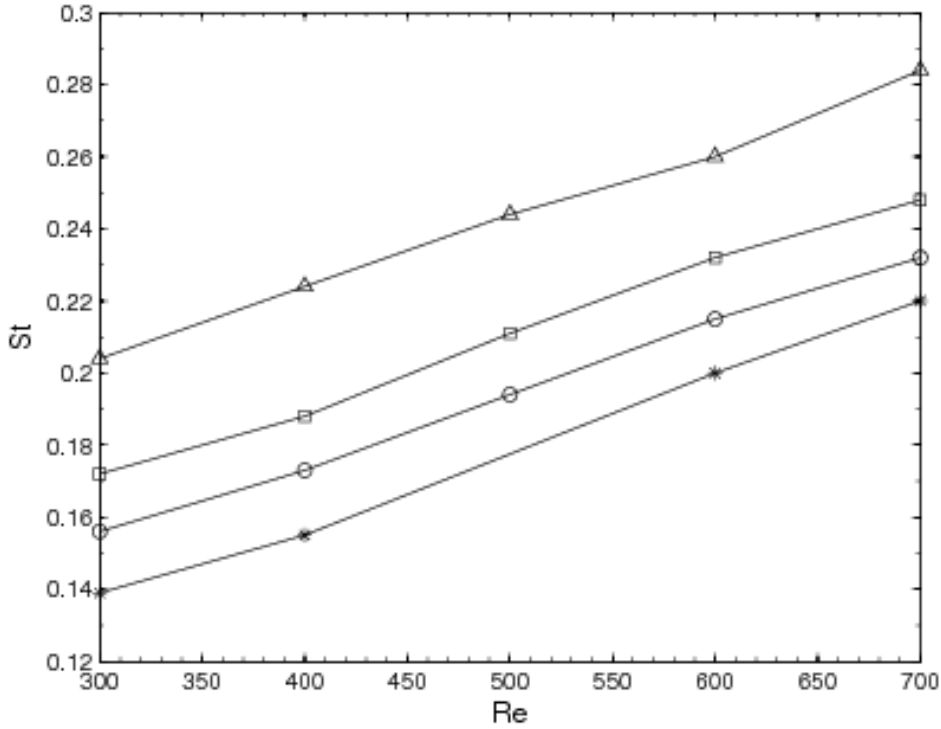


FIG. 3.17 – Evolution du nombre de Strouhal avec  $Re$  pour différents cisaillements.\* :  $S_r = 0$ ,  $\circ$  :  $S_r = 0.008$ ,  $\square$  :  $S_r = 0.02$  et  $\triangle$  :  $S_r = 0.1$  pour  $\chi = 2.5$ .

## 3.6 Distribution de vitesse à la surface de la bulle

Pour comprendre la force de portance agissant sur une bulle, il est nécessaire d'étudier en détail la distribution de la vitesse tangentielle à sa surface car l'une dépend de l'autre. Cette section est par conséquent consacrée à l'étude de l'évolution de cette vitesse par rapport aux différents paramètres.

### 3.6.1 Décomposition de la vitesse

A la lumière de la solution analytique en fluide parfait (Auton (1987), Naciri (1992)), pour un faible cisaillement, nous souhaitons étudier la validité de la décomposition de la vitesse tangentielle à la surface de la bulle sous la forme :

$$U(\alpha = \alpha_0, \theta, \phi)/U_0 = U_{u\theta} + \frac{S_r}{2}u \quad (3.11)$$

où  $U_{u\theta}$  est la vitesse tangentielle adimensionnelle à la surface correspondant à l'écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ) qui n'a qu'une seule composante située dans le plan méridien ( $U_u = U_{u\theta}e_\theta$ ). La perturbation de vitesse  $u$  due à la présence du cisaillement a deux composantes : une composante méridienne  $u_\theta(\theta, \phi)$  et une composante azimutale  $u_\phi(\theta, \phi)$ . Lighthill (1956) et Auton (1987) ont montré que pour de faibles cisaillements, ces deux composantes s'écrivent respectivement :

$$u_\theta(\theta, \phi) = u_\theta(\theta, \phi = 0) \cos \phi \quad (3.12)$$

$$u_\phi(\theta, \phi) = u_\phi(\theta, \phi = \pi/2) \sin \phi \quad (3.13)$$

Legendre & Magnaudet (1998) ont montré que cette décomposition reste valable en écoulement visqueux jusqu'à des cisaillements de l'ordre  $S_r \approx 0.2$ . Naciri (1992) a également décomposé ainsi le champ de vitesse pour calculer la force de portance agissant sur une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement faiblement cisailé. En fluide parfait, on montre à l'aide de la relation de Bernoulli que la portance est donnée (pour  $S_r \ll 1$ ) par :

$$F_L = - \int_S P \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_y dS = \frac{\rho S_r U_0^2}{2} \int U_{u\theta} u_\theta \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_y dS$$

Cette relation permet de bien comprendre le lien direct entre la distribution de vitesse tangentielle à la surface de la bulle et la force de portance (voir aussi le calcul semi-analytique présenté au chapitre 6).

### 3.6.2 Etude de la vitesse $U_{u\theta}$ ( $S_r = 0$ )

La vitesse tangentielle méridienne  $U_{u\theta}$  donnée par la solution potentielle est définie à la surface de la bulle par la relation (3.4).

Les figures 3.18 et 3.19 montrent l'évolution de la distribution de cette vitesse méridienne avec l'angle  $\theta$  pour quatre rapports de forme, respectivement 1.2, 1.5, 2.0 et 2.5. Ces rapports ont été choisis de façon à pouvoir étudier et comparer l'évolution de  $U_{u\theta}$  aussi bien en l'absence de la zone de recirculation ( $\chi = 1.2$  et  $\chi = 1.5$ ) qu'en présence d'une zone de recirculation ( $\chi = 2$  et  $\chi = 2.5$ ). Sur ces figures, sont représentées la distribution de la vitesse méridienne correspondant à la solution potentielle (relation 3.4) et les distributions obtenues par simulation numérique pour plusieurs nombres de Reynolds.

On constate que l'écart entre la vitesse méridienne de l'écoulement réel et celle de l'écoulement potentiel est d'autant plus grand que l'aplatissement est grand. L'écoulement réel ne semble jamais tendre complètement vers la solution potentielle et ce, même à des nombres de Reynolds très élevés. Cependant la position et l'intensité de la vitesse maximale tendent bien vers celles de la solution potentielle ce qui confirme le bon accord entre la vorticité maximale produite à la surface de la bulle et l'expression (3.5) obtenue à partir de la solution potentielle. Pour  $Re = 1500$ , l'écart des intensités maximales entre les deux distributions (potentielle et numérique) varie de 6.7% pour  $\chi = 1.2$  à 15.6% pour  $\chi = 2.5$ . On voit à travers ces résultats l'effet de la viscosité de l'écoulement réel qui produit et diffuse de la vorticité même à de grands nombres de Reynolds.

Les distributions de la vitesse tangentielle de l'écoulement réel ne sont pas symétriques par rapport à l'angle  $\theta = \pi/2$  comme le sont celles de l'écoulement potentiel (figure 3.18 et 3.19). On observe sur la figure 3.19, les effets drastiques de la zone de recirculation qui se manifeste par le changement de signe de la distribution de vitesse méridienne. Ce changement est plus perceptible lorsque le rapport de forme devient grand (figure 3.19b) que dans le cas des faibles rapports de forme, surtout au nombre de Reynolds où la recirculation est la plus grande (ici  $Re = 400$ ).

Ces résultats montrent que la vorticité produite à la surface de la bulle et l'existence d'une zone de recirculation influent de façon très nette sur la distribution de la vitesse surfacique.

### 3.6 Distribution de vitesse à la surface de la bulle

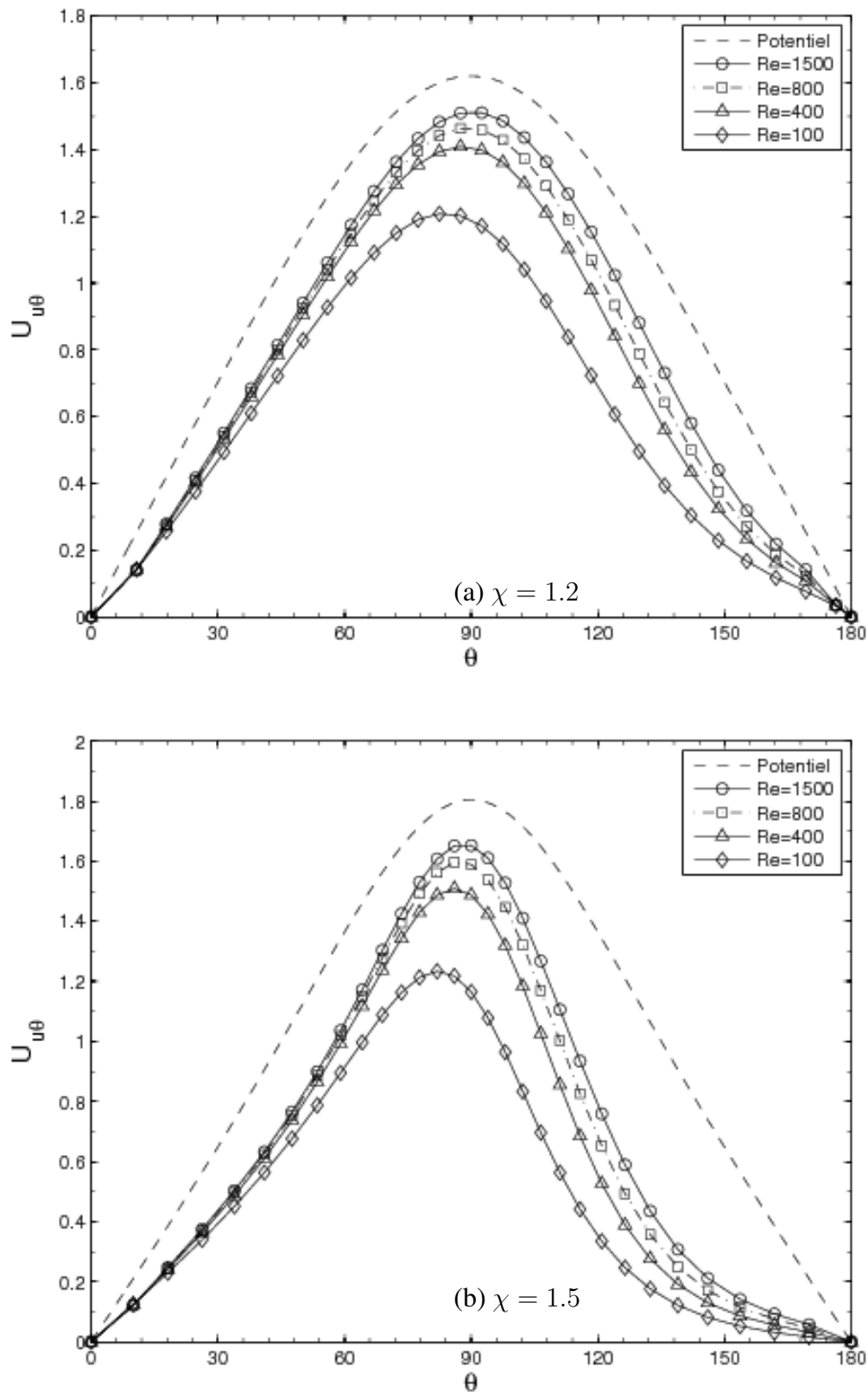


FIG. 3.18 – Distribution de la vitesse méridienne  $U_{u\theta}$  en écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ). (a)  $\chi = 1.2$  et (b)  $\chi = 1.5$ . ---- : Ecoulement potentiel ;  $\circ$  :  $Re = 1500$ ,  $\square$  :  $Re = 800$ ,  $\triangle$  :  $Re = 400$ ,  $\diamond$  :  $Re = 100$ .

### 3.6.3 Vitesse tangentielle $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi)$

La figure 3.20 montre l'évolution de  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi) / \cos \phi$  pour différents angles azimutaux  $\phi$ , pour  $Re = 400$ , et  $S_r = 0.02$  et pour deux rapports de forme respectivement  $\chi = 1.2$  (figure 3.20.a) et  $\chi = 2$  (figure 3.20.b). On observe que les différentes vitesses  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi) / \cos \phi$  sont superposables quel que soit l'angle  $\phi$ . La décomposition donnée par la relation (3.12) reste par conséquent applicable pour ce faible cisaillement, malgré la présence de la zone de recirculation et l'influence de la vorticité de surface. Par contre, pour des cisaillements importants tel que  $S_r = 0.2$ , les différentes vitesses ne sont plus parfaitement superposables comme le montrent les figures 3.21.a et 3.21.b.

Sur la figure 3.22 sont reportées les distributions de la vitesse méridienne  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi = 0)$  suivant l'angle polaire  $\theta$ , pour différents nombres de Reynolds, pour  $\chi = 1.5$  et  $\chi = 2$  et  $S_r = 0.02$ . Les distributions de  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi = 0)$  sont comparées avec celles calculées par Naciri (1992) pour une bulle ellipsoïdale et Auton (1987) pour une sphère. On remarque que l'allure générale de la distribution  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi = 0)$  reste proche de celle obtenue par ces auteurs. Cependant au lieu d'obtenir un plateau autour de  $\theta = \pi/2$  comme en écoulement fluide parfait, on observe un minimum prononcé. Ces différences entre l'écoulement réel et l'écoulement de fluide parfait, proviennent de la vorticité générée à la surface de la bulle et qui n'est pas prise en compte dans le calcul en fluide parfait. En effet, seule la vorticité de l'écoulement amont est considérée. On peut constater que dans le cas  $\chi = 2$ , cette différence est plus perceptible car la quantité de vorticité cr e e à la surface de la bulle est plus grande à cause de l'aplatissement plus fort.

Sur la figure 3.23 sont représentées les distributions de  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi = 0)$  correspondant à  $Re = 1500$  et  $\chi = 2.0$  pour différents cisaillements. On observe que l'intensité de  $u_\theta$  diminue d'une manière générale avec le cisaillement. Cette diminution de l'intensité de  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi = 0)$  aura des conséquences directes sur l'intensité de la force de portance et du couple puisque tous deux sont directement proportionnels à cette vitesse.

### 3.6 Distribution de vitesse à la surface de la bulle

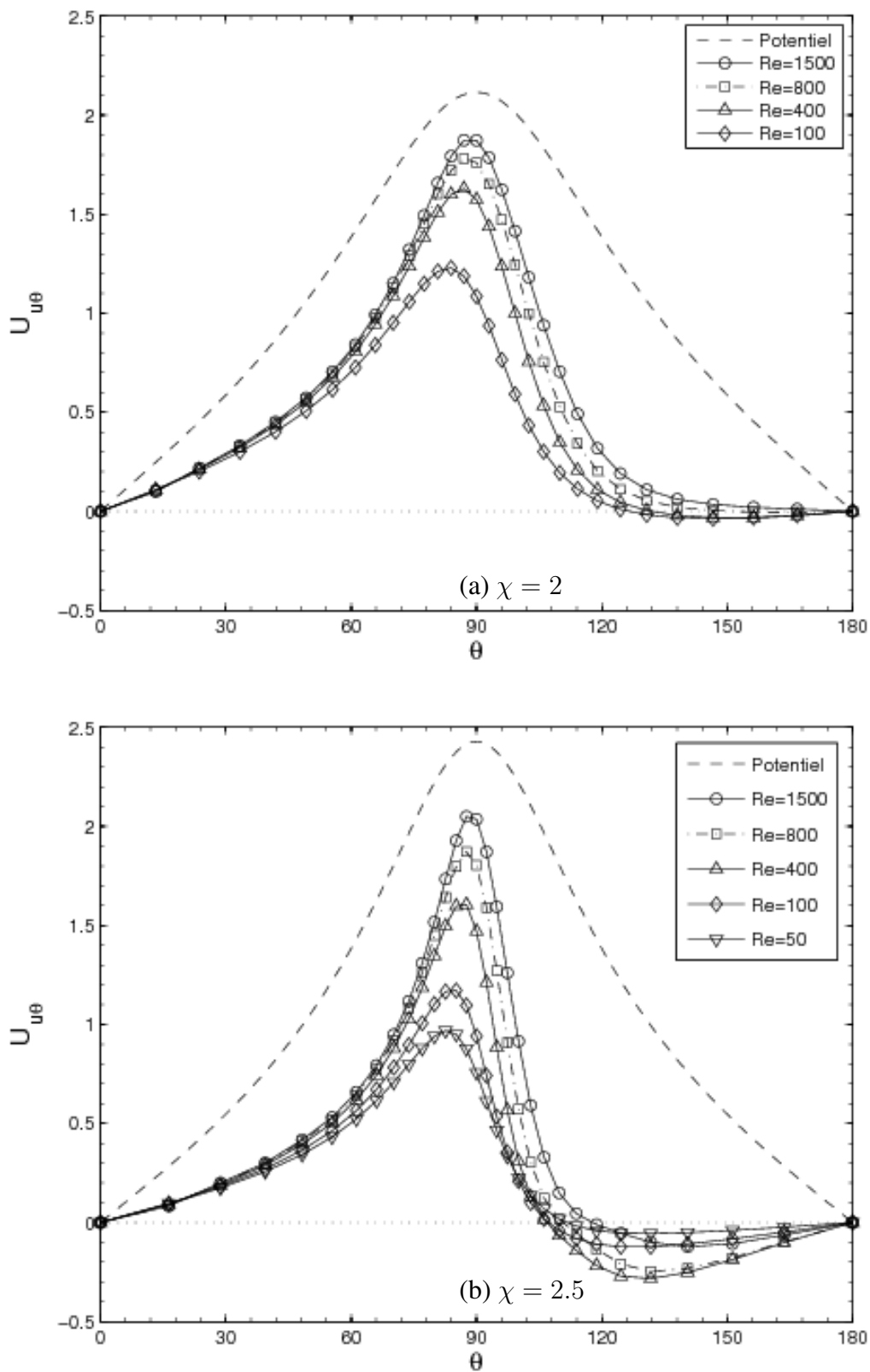


FIG. 3.19 – Distribution de la vitesse méridienne  $U_{u\theta}$  écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ). (a)  $\chi = 2.0$  et (b)  $\chi = 2.5$ . ---- : Ecoulement potentiel;  $\circ$  :  $Re = 1500$ ,  $\square$  :  $Re = 800$ ,  $\triangle$  :  $Re = 400$ ,  $\diamond$  :  $Re = 100$ .

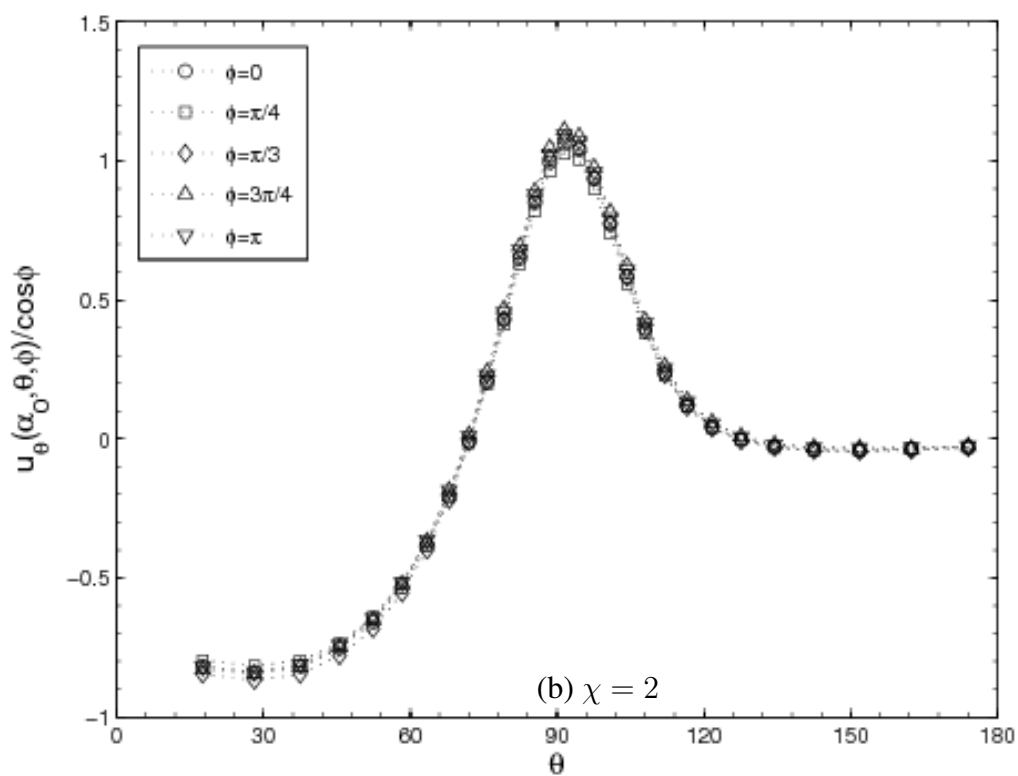
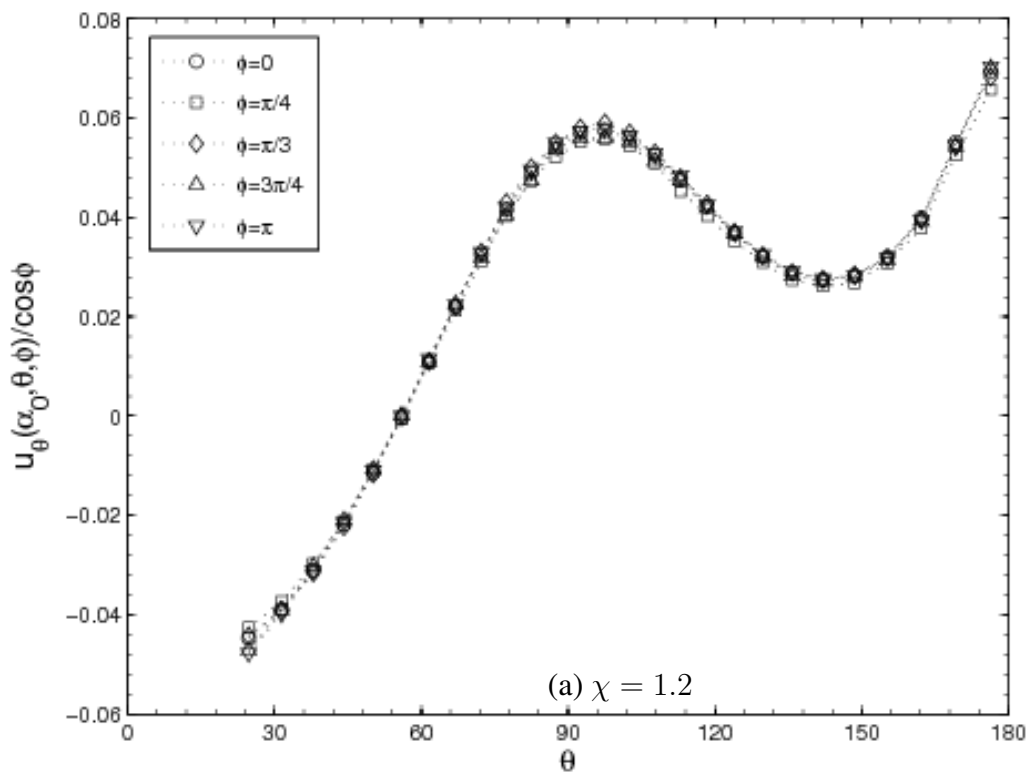


FIG. 3.20 – Distribution de la vitesse méridienne  $u_{\theta}(\alpha_0, \theta, \phi) / \cos(\phi)$  pour  $Re = 400$  et  $S_r = 0.02$ . (a)  $\chi = 1.2$  et (b)  $\chi = 2$ .

### 3.6 Distribution de vitesse à la surface de la bulle

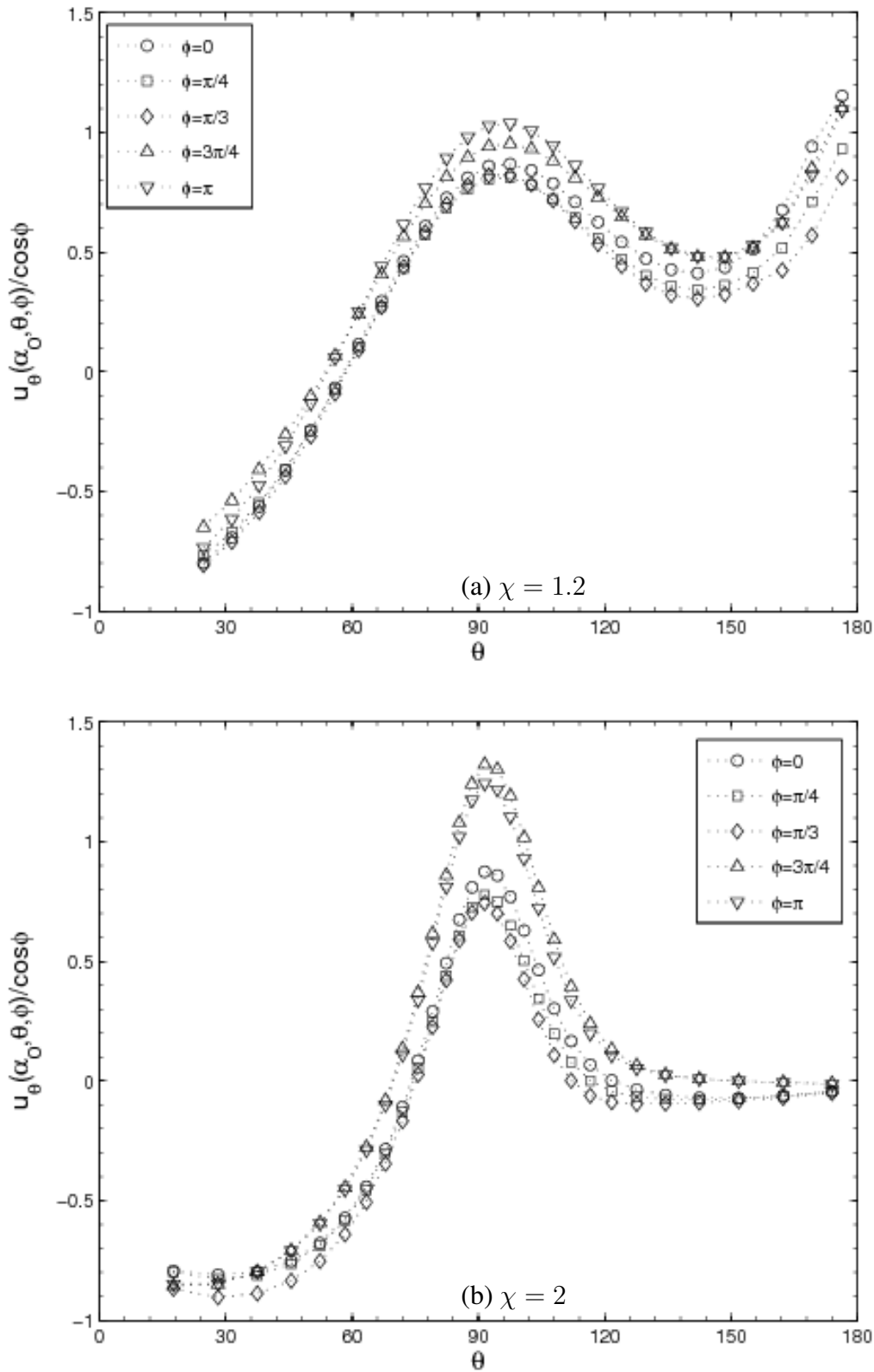


FIG. 3.21 – Distribution de la vitesse méridienne adimensionnelle  $u_\theta(\alpha_0, \theta, \phi) / \cos(\phi)$  pour  $Re = 400$  et  $S_r = 0.2$ . (a)  $\chi = 1.2$  et (b)  $\chi = 2$ .

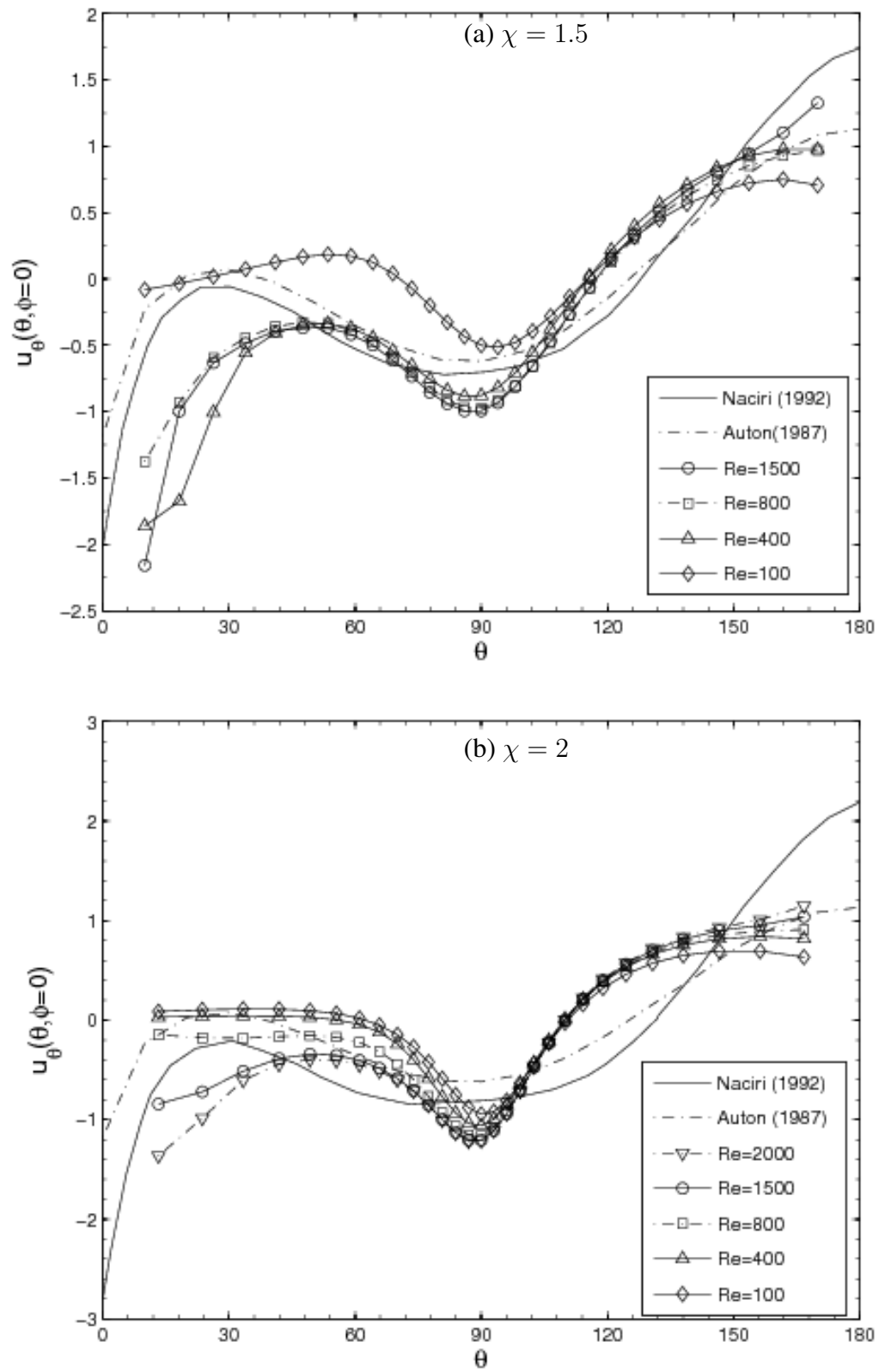


FIG. 3.22 – Evolution de la vitesse méridienne  $u_\theta(\theta, \phi = 0)$  à  $S_r = 0.02$ , a)  $\chi = 1.5$ , b)  $\chi = 2$ .

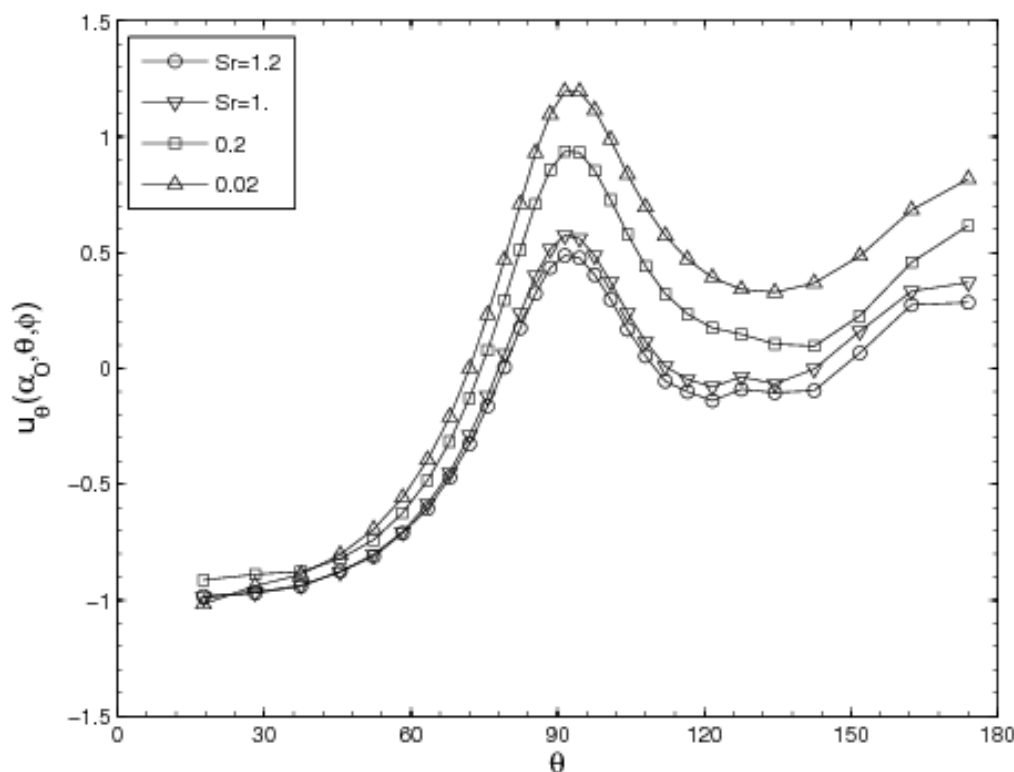


FIG. 3.23 – Effet du cisaillement sur la vitesse tangentielle  $u_{\theta}(\alpha_0, \theta, \phi)$  pour  $Re = 1500$  et  $\chi = 2$ .

#### 3.6.4 Vitesse azimutale $u_{\phi}(\alpha_0, \theta, \phi)$

Nous allons finalement vérifier la pertinence de la décomposition donnée par la relation (3.13). Les figures 3.24 et 3.25 présentent l'évolution de  $u_{\phi}(\alpha_0, \theta, \phi)/\sin(\phi)$  par rapport à l'angle  $\phi$  pour deux rapports de forme (respectivement  $\chi = 1.2$  et  $\chi = 2$ ), deux cisaillements ( $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ ) à  $Re = 400$ . On observe à nouveau que, les différentes vitesses  $u_{\phi}(\alpha_0, \theta, \phi)/\sin(\phi)$  sont encore superposables aux faibles cisaillements, mais ne le sont plus lorsque le cisaillement devient important, ce qui souligne la perte de linéarité de la solution vis à vis du cisaillement.

La figure 3.26 montre l'évolution de la composante azimutale  $u_{\phi}(\theta, \phi = \pi/2)$ . La comparaison ne peut être faite quantitativement avec la distribution de la vitesse azimutale en fluide parfait sur une bulle ellipsoïdale car celle-ci n'a jamais été calculée analytiquement. Néanmoins, elle peut être faite avec celle calculée par Auton (1987) pour une sphère. Qualitativement, l'allure générale des courbes est la même.

Enfin la figure 3.27 illustre l'influence du cisaillement sur la vitesse azimutale. Comme dans le cas de la vitesse méridienne, on remarque que l'intensité diminue avec le cisaillement et ce surtout à l'emplacement de la zone de recirculation.

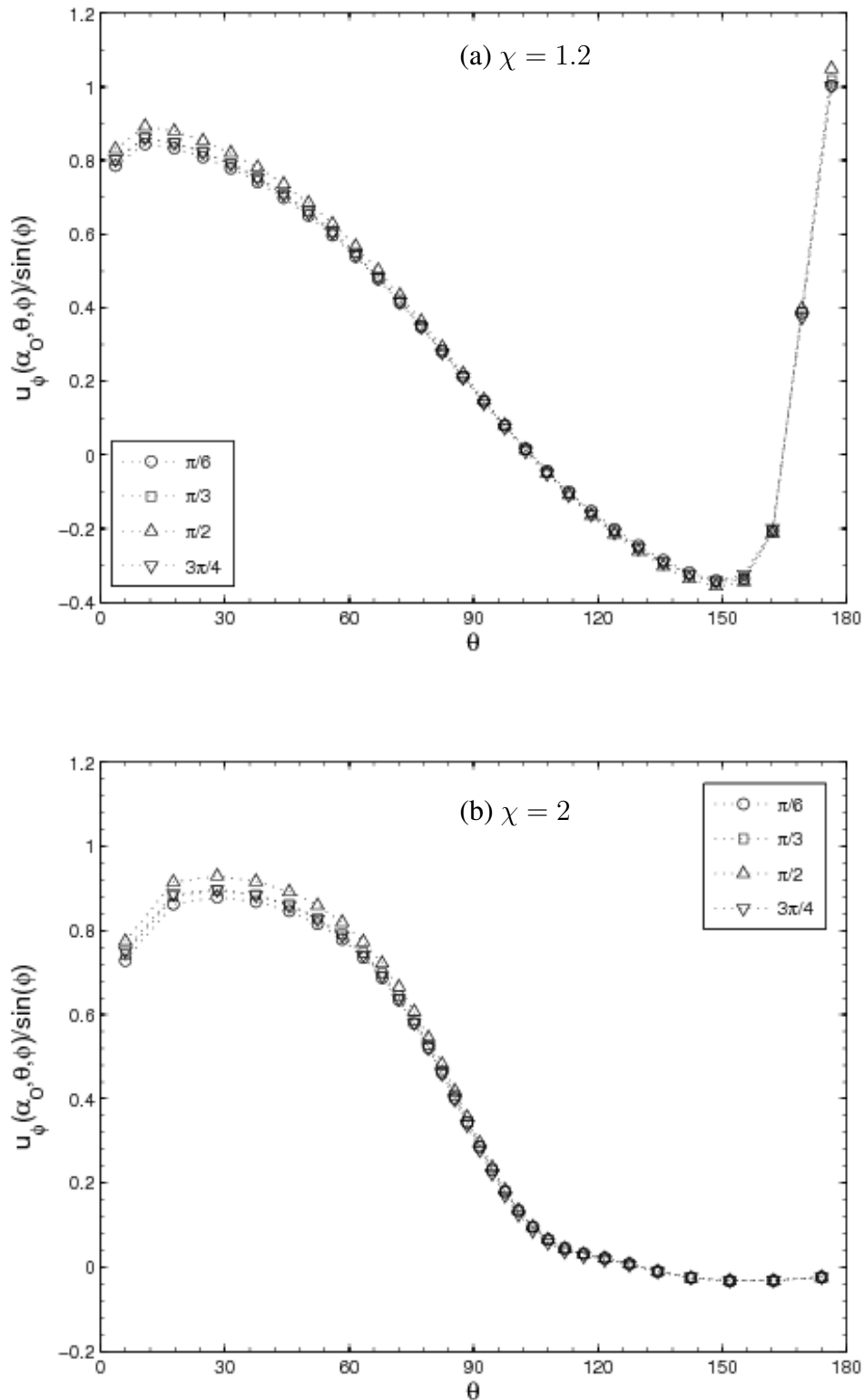


FIG. 3.24 – Distribution de la vitesse azimutale  $u_\phi(\alpha_0, \theta, \phi) / \sin(\phi)$  à  $S_r = 0.02$  et  $Re = 400$ . (a)  $\chi = 1.2$  et (b)  $\chi = 2$ .  $\circ$  :  $\pi/6$ ,  $\square$  :  $\pi/3$ ,  $\triangle$  :  $\pi/2$ ,  $\nabla$  :  $3\pi/4$ .

### 3.6 Distribution de vitesse à la surface de la bulle

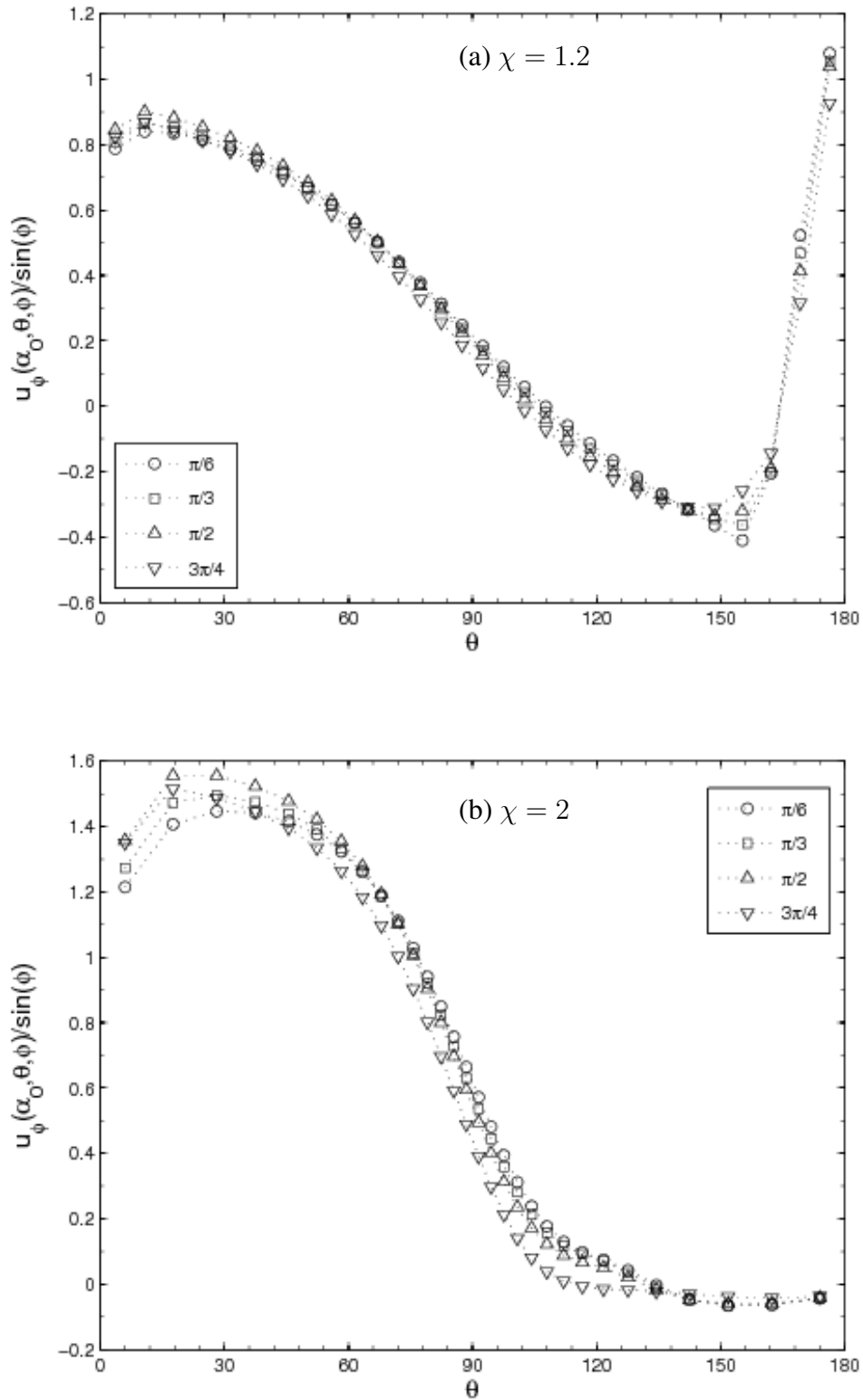


FIG. 3.25 – Distribution de la vitesse azimutale  $u_\phi(\alpha_0, \theta, \phi) / \sin(\phi)$  à  $S_r = 0.2$  et  $Re = 400$ . (a)  $\chi = 1.2$  et (b)  $\chi = 2$ .

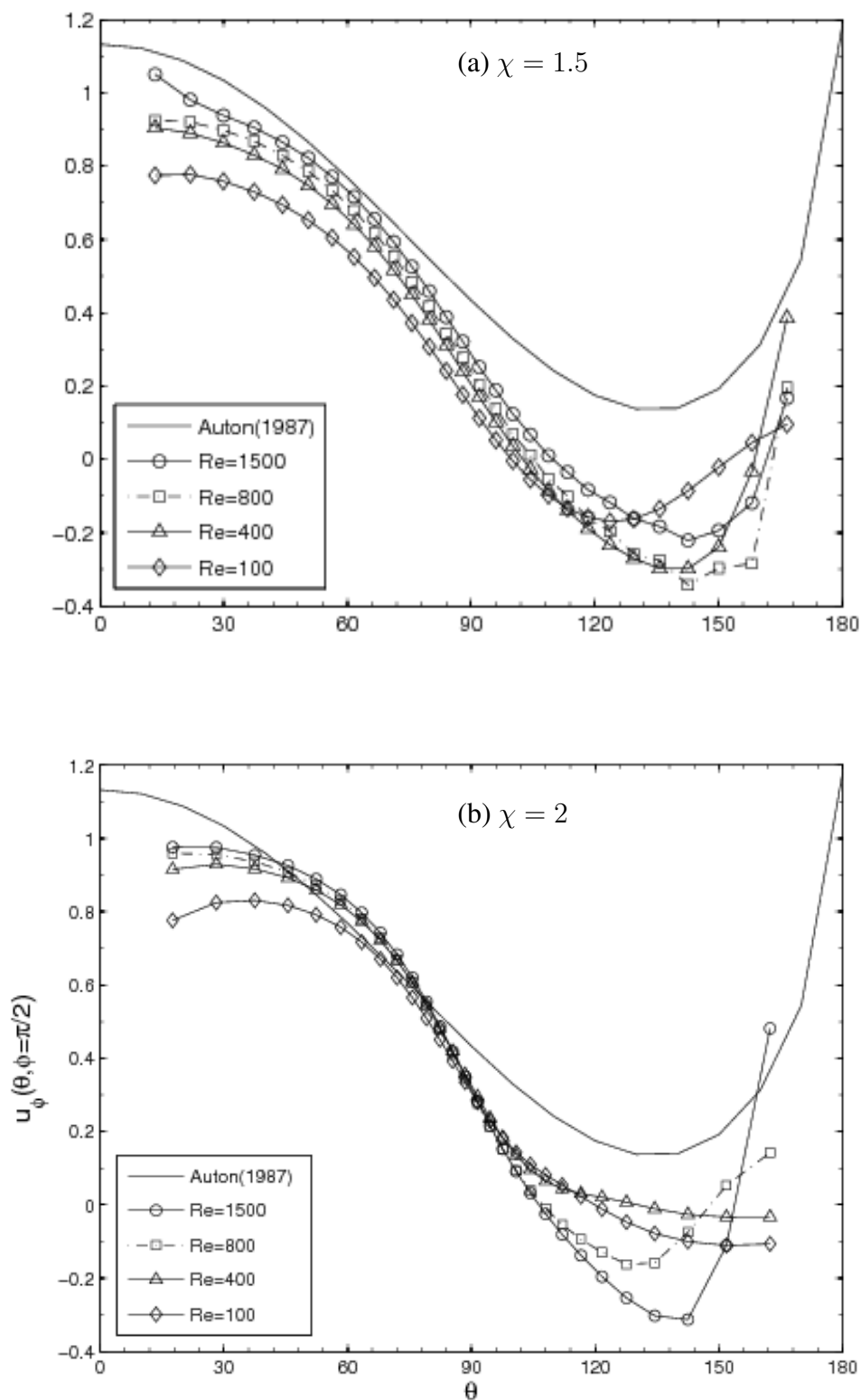


FIG. 3.26 – Evolution de la vitesse azimutale  $u_\phi(\theta, \phi = \pi/2)$  à  $S_r = 0.02$ . (a)  $\chi = 1.5$ , (b)  $\chi = 2$ .

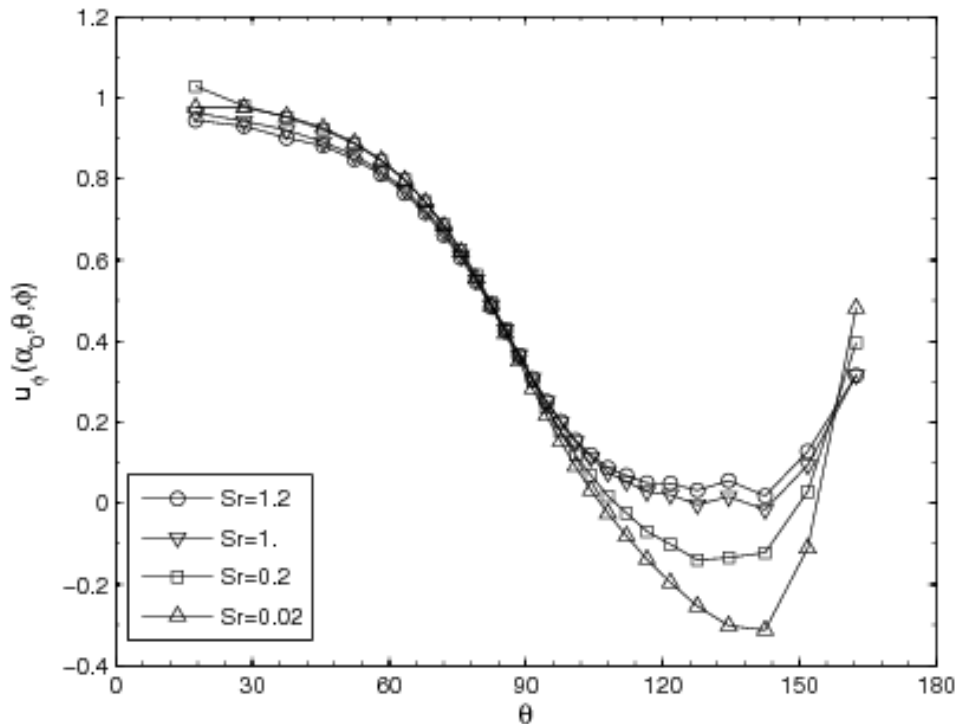


FIG. 3.27 – Effet du cisaillement sur la vitesse azimutale  $u_\phi(\alpha_0\theta, \phi = \pi/2)$  pour  $Re = 1500$  et  $\chi = 2$ .

### 3.7 Conclusion

L'étude présentée dans ce chapitre a permis de décrire l'évolution de l'écoulement autour d'une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement cisailé pour des larges gammes de rapport de forme, de nombres de Reynolds et de cisaillement. Nous avons dans un premier temps discuté l'effet du cisaillement sur les différentes transitions du sillage. Le premier effet du cisaillement est d'imposer un plan de symétrie à l'écoulement, plan de symétrie qui subsiste dans toute la gamme des paramètres. Le cisaillement a aussi pour effet de retarder l'apparition de la recirculation. Nous avons analysé en détail l'évolution de la structure de la vorticité longitudinale dans le sillage. Cette structure résulte de deux mécanismes quasiment indépendants. D'une part la vorticité de l'écoulement amont est bascul e autour de la bulle. D'autre part, dans une certaine plage de paramètres, le sillage devient instable (comme en écoulement uniforme) de sorte que les anneaux de vorticité azimutale initialement axisymétriques qui entourent la bulle se couchent et génèrent aussi une composante axiale de la vorticité. Il apparaît, pour des raisons qui seront précisées plus loin (chapitre 4), que le signe des tourbillons contra-rotatifs résultant de ce deuxième mécanisme est opposé à celui issu du premier mécanisme.

Une attention particulière a été aussi portée au champ de vitesse à la surface de la bulle en fonction des paramètres du problème. Nous avons montré que la vorticité de surface, la zone de recirculation, et le cisaillement modifient de façon très nette la distribution de la vitesse à la surface de la bulle, laissant supposer des conséquences sur le comportement des efforts subis par la bulle qui sont étudiés dans la suite de ce mémoire.

**Portance d'une bulle ellipsodale fixe dans un écoulement cisailé**

# Chapitre 4

## Portance d'une bulle ellipsoïdale fixe dans un écoulement cisailé

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>76</b>
<b>4.2</b>	<b>Force de portance en fluide parfait</b>	<b>76</b>
<b>4.3</b>	<b>Effet de l'aplatissement de la bulle sur la force de portance</b>	<b>78</b>
<b>4.4</b>	<b>Distribution du champ de contraintes à la surface de la bulle</b>	<b>84</b>
<b>4.5</b>	<b>Structure du champ de vorticité</b>	<b>89</b>
4.5.1	Vorticité azimutale $\omega_\phi$	90
4.5.2	Vorticité longitudinale $\omega_x$	91
4.5.3	Cas de la sphère solide	95
<b>4.6</b>	<b>Evolution du coefficient de portance pour <math>\chi \leq 2.2</math></b>	<b>97</b>
4.6.1	Variation de $C_L$ avec le nombre de Reynolds $Re$	97
4.6.2	Variation de $C_L$ avec le rapport de forme $\chi$	100
4.6.3	Variation de $C_L$ avec le cisaillement	101
<b>4.7</b>	<b>Evolution du coefficient de portance pour <math>\chi &gt; 2.2</math></b>	<b>102</b>
4.7.1	Effet du nombre de Reynolds	102
4.7.2	Effet du cisaillement	104
<b>4.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>105</b>

---

## 4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de la force de portance exercée sur une bulle de forme ellipsoïdale au sein d'un écoulement cisailé.

Nous calculons la force de portance en fixant la bulle dans l'écoulement avec son petit axe aligné avec l'écoulement cisailé  $\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x$ . Les calculs sont menés pour une large gamme de nombres de Reynolds  $50 \leq Re \leq 1500$ , une large plage de rapport de forme  $1 \leq \chi \leq 2.7$  et pour une intensité de cisaillement  $S_r$  allant de 0.008 à 1.2. Lorsque l'écoulement est symétrique par rapport au plan  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ , seul un demi-espace est simulé. Il s'agit du demi-espace  $\mathbf{e}_z > 0$  correspondant à  $0 \leq \phi \leq \pi$ .  $N_\phi = 32$  mailles sont alors disposées pour décrire le demi-espace. Par contre lorsque l'écoulement perd cette symétrie (cf. chapitre 3) l'ensemble du domaine est simulé à l'aide de  $N_\phi = 64$  mailles. Les simulations sont réalisées avec le maillage LCEplan présenté dans le chapitre 2. Le nombre de mailles dans le plan principal du maillage est  $N_\xi \times N_\eta = 130 \times 70$ . Nous rappelons que le choix de ce maillage résulte des différents tests que nous avons présentés dans le chapitre 2 et nous renvoyons le lecteur à ce chapitre pour de plus amples détails.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante : nous étudions dans un premier temps le comportement de la force de portance en fluide parfait. L'évolution de la force de portance avec l'aplatissement de la bulle est présentée dans la section 4.3. L'interprétation des résultats obtenus en terme de structure d'écoulement est discutée dans les sections 4.4 et 4.5. La section 4.6 présente plus en détail l'évolution du coefficient de portance pour les rapports de forme inférieurs à  $\chi = 2.2$  alors que, la section 4.7 présente l'évolution de ce même coefficient pour  $\chi > 2.2$ .

Lorsque l'écoulement est instationnaire sous l'effet de l'instabilité du sillage (chapitre 3), la valeur présentée pour la portance est la valeur moyenne sur une période d'oscillation du sillage.

## 4.2 Force de portance en fluide parfait

La configuration d'écoulement considérée dans ce chapitre a été étudiée analytiquement par Naciri (1992) en fluide parfait pour un écoulement faiblement cisailé. Les résultats de Naciri sont reportés dans le tableau 4.1. Nous noterons  $C_{L\infty}$  le coefficient de portance en fluide parfait. Naciri a montré l'identité dans de telles conditions d'écoulement entre le coefficient de portance et le coefficient de masse ajoutée correspondant à une accélération de la bulle suivant son petit axe. Ce résultat avait déjà été démontré par Auton (1987) pour une bulle sphérique. Pour une bulle ellipsoïdale "oblate" (petit axe parallèle à l'écoulement), le coefficient de masse ajoutée s'écrit d'après 1.4 :

$$C_M = T_{11} = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}$$

avec  $\alpha_0$  donné par la relation (1.5) :

$$\alpha_0 = 2(1 + e^2)(1 - e \cot^{-1} e)$$

Un rapide traitement des valeurs obtenues par Naciri montre que ces dernières peuvent être également corrélées par la relation suivante :

$$C_{L\infty} = 0.5 + 0.612(\chi - 1) \tag{4.1}$$

## 4.2 Force de portance en fluide parfait

Cette relation reproduit les valeurs trouvées par Naciri (1992) avec une erreur relative inférieure à 1% et présente l'intérêt d'être plus simple d'utilisation que l'expression (1.15) du coefficient de masse ajoutée et surtout que l'expression sous forme d'intégrale proposée par Naciri (1992) nécessitant l'inversion d'un Laplacien pour déterminer la perturbation  $u_\theta$  (cf. relation (3.11)) de vitesse induite par le cisaillement de l'écoulement.

$\chi$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$C_{L\infty}$ Naciri (1992)	0.500	0.796	1.105	1.417	1.730
$C_M = T_{11}$ Relation (1.15)	0.5	0.805	1.115	1.428	1.743
$C_{L\infty}$ Relation (4.1)	0.5	0.804	1.107	1.411	1.714

TAB. 4.1 – Coefficient de portance  $C_{L\infty}$  en fluide parfait déterminé par Naciri (1992) en fonction de  $\chi$

Nous avons souhaité dans un premier temps comparer nos simulations en situation de "fluide parfait" avec ces résultats théoriques afin d'apporter un élément de validation supplémentaire en considérant l'état asymptotique de l'évolution de la portance lorsque  $Re \rightarrow \infty$ . L'état de "fluide parfait" peut être approché dans nos simulations numériques en introduisant par exemple une viscosité de plus en plus faible. Pour cette comparaison, les simulations ont été réalisées pour  $Re = 4000$  et pour deux cisaillements adimensionnels, respectivement  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . Les valeurs du coefficient de portance sont reportées sur la figure 4.1 en fonction du rapport de forme  $\chi$  de la bulle compris entre 1 et 3. Elles sont comparées aux résultats de Naciri (1992) (tableau 4.1). Cette figure montre que les valeurs numériques obtenues sont très voisines des valeurs analytiques. L'écart est d'autant plus faible que la valeur du cisaillement est faible en accord avec l'hypothèse du calcul ( $S_r \ll 1$ ). Cependant, l'accord reste bon même pour des cisaillements plus importants tel que  $S_r = 0.2$  où l'écart est de l'ordre de 5%.

On constate donc qu'à condition de considérer un nombre de Reynolds suffisamment important (ici  $Re = 4000$ ), les résultats des simulations sont en très bon accord avec le calcul analytique en fluide parfait. Nous allons maintenant étudier l'effet du nombre de Reynolds sur l'évolution du coefficient de portance et cela en fonction de l'intensité du cisaillement et de l'aplatissement de la bulle.

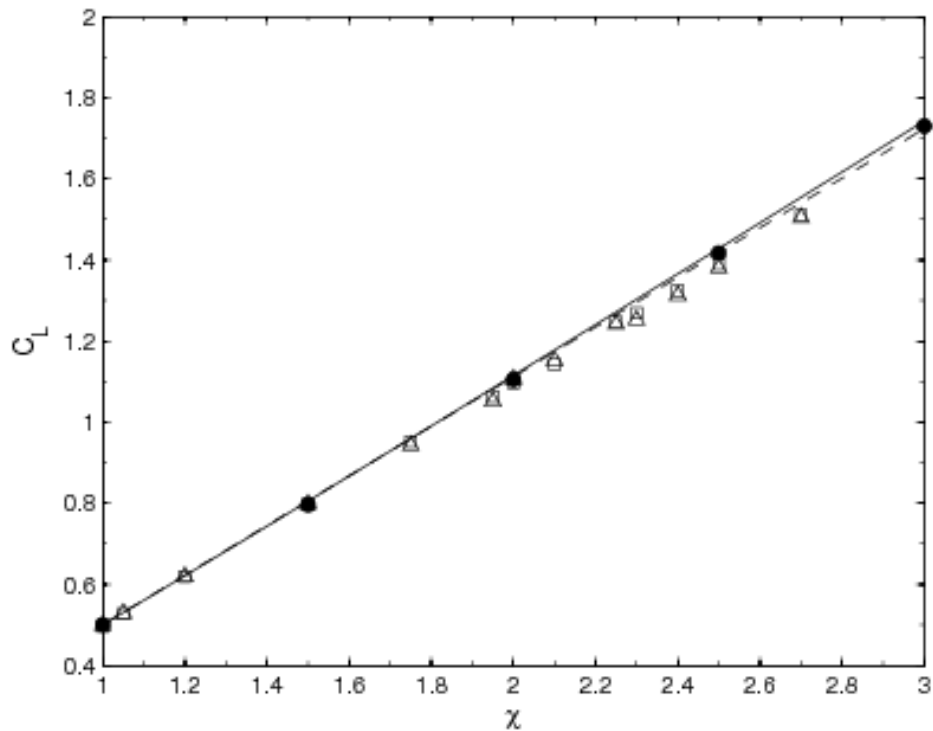


FIG. 4.1 – Evolution de  $C_L$  en "fluide parfait". — relation (1.15), --- relation (4.1), ● Naciri (1992) (tableau 4.1). Simulations numériques : □  $S_r = 0.02$ , △  $S_r = 0.2$  pour  $Re = 4000$ .

### 4.3 Effet de l'aplatissement de la bulle sur la force de portance

La figure 4.2 montre la variation du coefficient de portance  $C_L$  avec le rapport de forme  $\chi$  pour  $Re = 400$ ,  $Re = 1000$  et  $Re = 1500$  et pour deux cisaillements différents  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . Sur cette figure les valeurs numériques sont comparées aux valeurs analytiques obtenues en fluide parfait faiblement cisailé par Naciri (1992). La figure 4.2 met clairement en évidence deux comportements très différents de la force de portance. Pour les deux cisaillements considérés, on observe globalement la même forme d'évolution. Pour les déformations modérées ( $\chi \leq 2$ ), le coefficient de portance suit le comportement "fluide parfait", c'est à dire que la force de portance est dirigée suivant  $e_y$  comme pour une bulle sphérique. Le coefficient de portance augmente alors avec l'aplatissement et tend de manière asymptotique vers la solution de Naciri (1992) lorsque le nombre de Reynolds augmente.

Pour les rapports de forme plus importants ( $\chi > 2$ ), on observe un changement de comportement très net pour les deux cisaillements considérés. Le coefficient chute rapidement et semble tendre vers une valeur indépendante de  $\chi$  mais fortement dépendante du nombre de Reynolds pour les nombres de Reynolds considérés (nous reviendrons sur cette dépendance dans les prochaines sections).

Ces figures montrent que pour  $S_r = 0.02$  le coefficient de portance change de signe pour un rapport de forme  $\chi \approx 2.225$  alors qu'il reste positif pour le cisaillement plus important  $S_r = 0.2$  et pour les déformations considérées. Ce changement de signe se traduit pour une

### 4.3 Effet de l'aplatissement de la bulle sur la force de portance

bulle libre par une migration dans le sens opposé à celui suivi par une bulle sphérique. On retrouve ainsi le comportement mis en évidence dans certaines études expérimentales (Kariyasaki (1987), Tomiyama (2002)) et numériques (Ervin & Tryggvason (1997) et Sankaranarayanan & Sundaresan (2002)).

Cette inversion du sens de la portance apparaît donc comme fortement dépendante à la fois du nombre de Reynolds, de l'aplatissement de la bulle et du cisaillement de l'écoulement. Les diagrammes  $(\chi, Re)$  reportés sur la figure 4.3 pour  $S_r = 0.008$  et  $S_r = 0.02$  permettent de visualiser les conditions d'écoulement et de déformation pour lesquelles la migration est inversée. On constate pour ces deux cisaillements que l'allure de la courbe critique correspondant au changement de signe de la force de portance est globalement peu dépendante du cisaillement considéré. La courbe séparant les deux régions est très proche de celle correspondant à la perte d'axisymétrie (chapitre 3). On observe sur la figure (4.3) que le changement de signe de la force de portance coïncide quasiment avec cette perte de symétrie axiale en écoulement uniforme.

La figure (4.3) révèle l'existence d'un rapport de forme critique :  $\chi_c = 2.225$  en dessous duquel la force de portance ne change jamais de signe. Cette valeur semble être faiblement dépendante du cisaillement pour les deux cisaillements reportés sur cette figure. Pour une déformation supérieure à ce rapport critique  $\chi_c$ , le changement de signe se produit dans une gamme bornée de nombres de Reynolds  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$ . Pour un rapport de forme donné, le signe de la force de portance est celui observé pour une bulle sphérique pour  $Re \leq Re_1$ . Pour  $Re \geq Re_2$ , la force de portance est de nouveau positive et le coefficient de portance tend alors vers la solution en fluide parfait obtenue par Naciri (1992) comme le montre la figure 4.1. Même si les diagrammes de phase  $(\chi, Re)$  pour  $S_r = 0.008$  et  $S_r = 0.02$  (figure 4.3) semblent identiques, la zone de changement de signe dépend du cisaillement puisque aucune inversion du signe n'est observée pour  $S_r = 0.2$ . Pour mettre en évidence cette dépendance, le diagramme de phase  $(\chi, S_r)$  est tracé sur la figure 4.4 pour  $Re = 400$ ,  $Re = 1000$  et  $Re = 1500$ . Ces diagrammes confirment qu'aucune inversion de signe n'est observée pour un rapport de forme inférieur à  $\chi_c = 2.225$ . Ces derniers montrent également que ce seuil est constant jusqu'à un cisaillement limite  $S_{rc} \approx 0.04$ . On constate ensuite que, pour  $S_r > S_{rc}$ , le rapport de forme limite augmente avec le cisaillement de l'écoulement.

Il est possible de comparer ce seuil critique de déformation avec les expériences de Tomiyama et al. (2002). Ces expériences ont été réalisées pour des bulles de tailles  $2.84mm \leq d_{eq} \leq 5.7mm$  dans un mélange eau-glycérine correspondant à des nombres de Morton  $Mo = g(\rho_L - \rho_G)\mu_L^4/\rho_L^2\sigma^3$  compris entre  $10^{-5.5}$  et  $10^{-2.8}$ . Dans ces conditions la déformation des bulles est contrôlée par la gravité et l'inertie conduisant à des formes de bulles présentant une forme dissymétrique entre l'avant et l'arrière de la bulle. Cependant, les images rapportées par ces auteurs montrent qu'en première approximation les bulles peuvent être assimilées à des ellipsoïdes de révolution pour les nombres de Morton les plus faibles. Dans ces conditions il est possible d'estimer le rapport de forme critique  $\chi_c$  à partir duquel l'inversion de signe est observée. Ainsi, pour  $Mo = 10^{-5.5}$  on trouve  $\chi_c \sim 2.1$  et pour  $Mo = 10^{-5.3}$ ,  $\chi_c \sim 1.96$  qui sont des valeurs très proches de celles mises en évidence par nos simulations numériques. Les expériences de Tomiyama et al. (2002) ont été réalisées pour des cisaillements inférieurs à  $\omega_0 = 8.3s^{-1}$ . Les trajectoires rapportées ne semblent pas montrer que l'inversion du sens de la portance soit dépendante du cisaillement dans la gamme explorée, ce qui est en accord avec nos résultats, puisque les cisaillements expérimentaux adimensionnels  $S_r = d_{eq}\omega_0/U_0$  maximaux que nous avons estimés sont de l'ordre de 0.1 (cf. introduction). A noter cependant que compte tenu de la viscosité des fluides utilisés ( $0.018kg/ms \leq \mu_L \leq 0.089kg/ms$ ) les nombres de Reynolds des expériences pour lesquels l'inversion est observée sont compris entre 50 et 80.

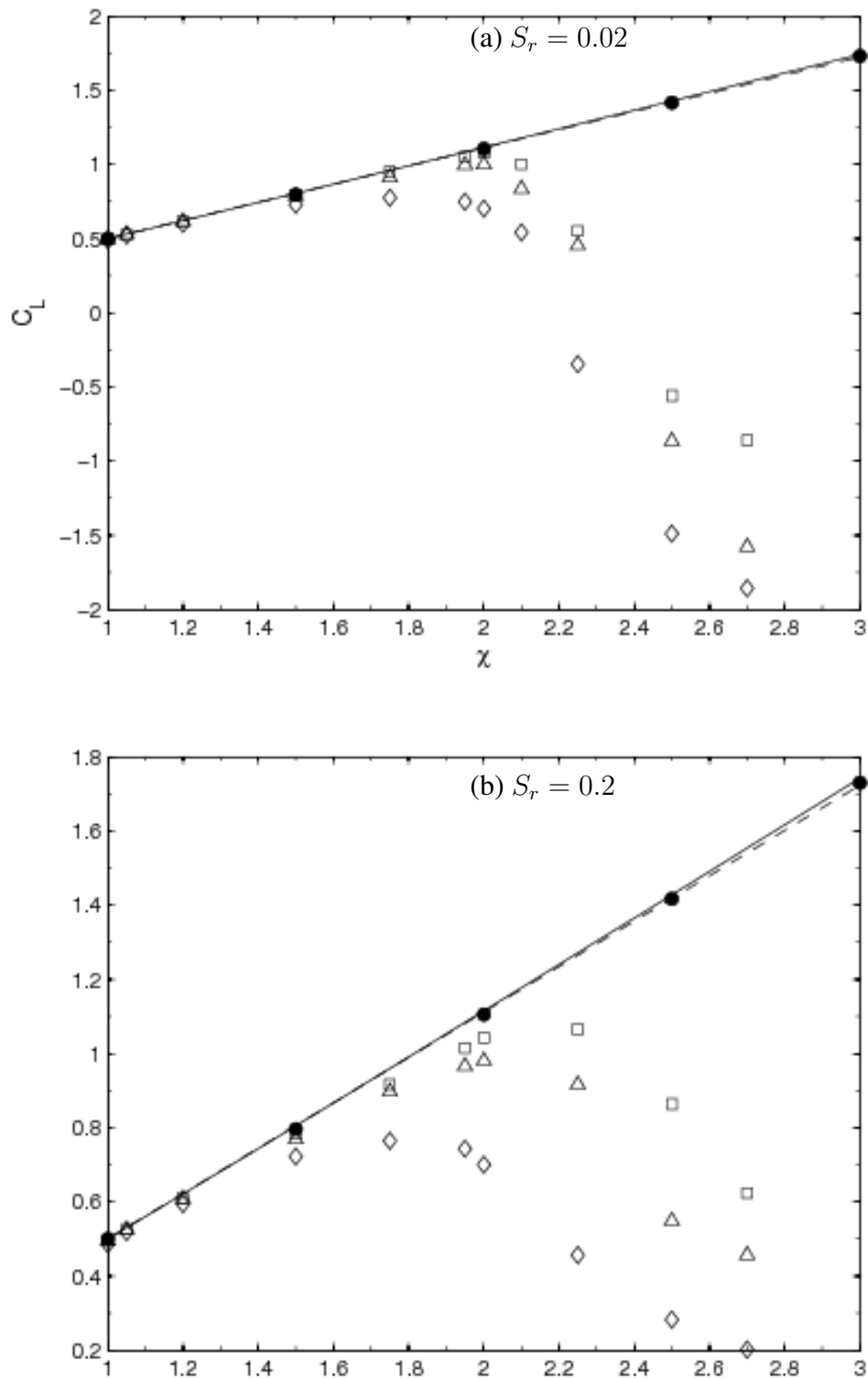


FIG. 4.2 – Evolution du Coefficient de portance en fonction du rapport de forme  $\chi$ . (a) :  $S_r = 0.02$  et (b) :  $S_r = 0.2$ . ( $\square$ )  $Re = 1500$ , ( $\triangle$ )  $Re = 1000$  et ( $\diamond$ )  $Re = 400$ .  $\bullet$  Naciri (1992), —  $C_{L\infty} = T_{11}$  relation (1.15), - - - relation (4.1)

### 4.3 Effet de l'aplatissement de la bulle sur la force de portance

---

Même si le régime d'écoulement reste inertiel ( $Re \gg 1$ ), les valeurs sont très nettement inférieures à celles correspondant au régime de déformation ellipsoïdale de bulles d'air dans un fluide présentant une viscosité proche de celle de l'eau.

Avant d'étudier plus en détail l'évolution du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds et du cisaillement, nous allons dans un premier temps tenter de donner une explication qualitative au changement de sens de la portance. Nous allons pour ceci considérer successivement les distributions des contraintes à la surface de la bulle et du champ de vorticité dans l'écoulement.

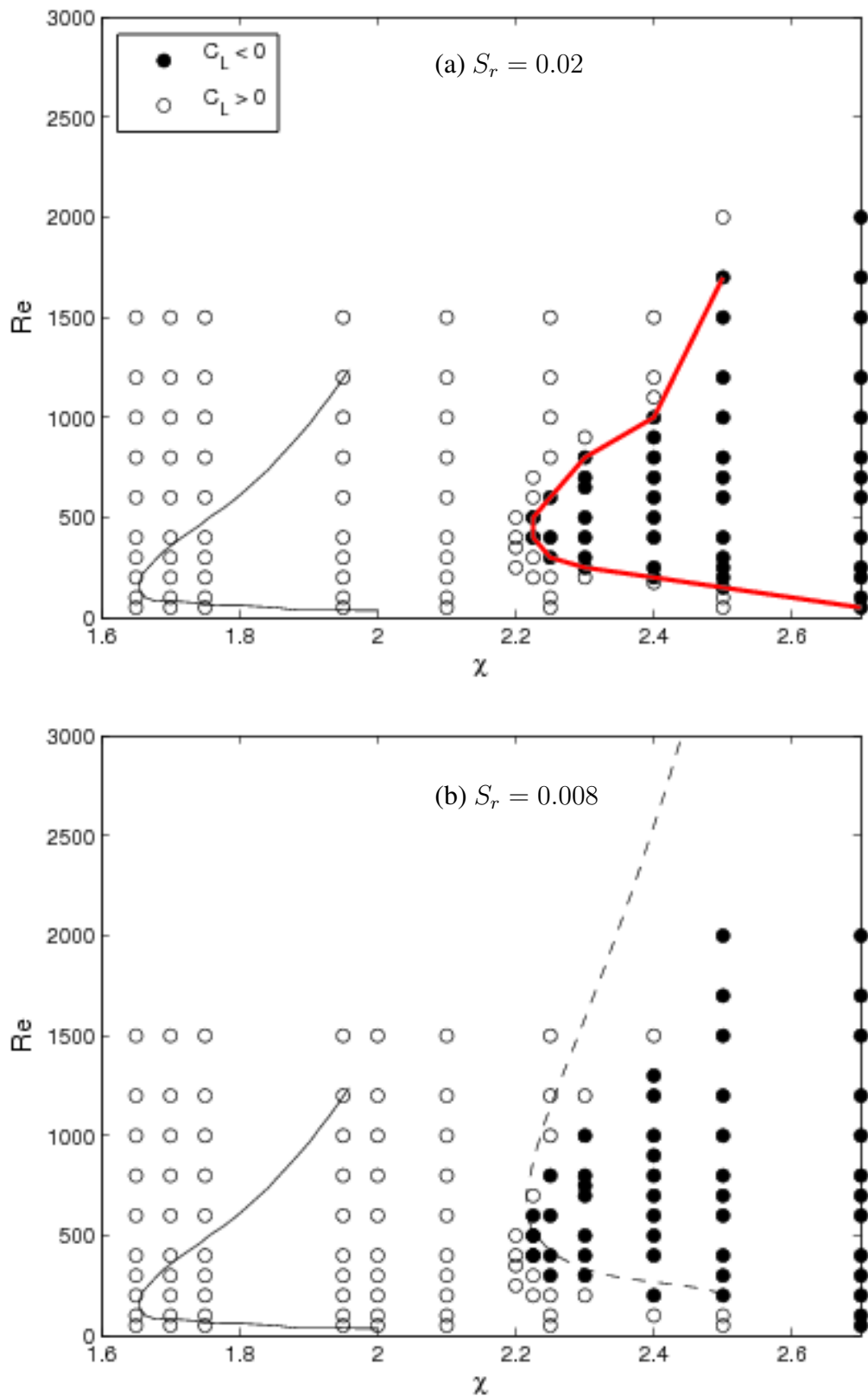
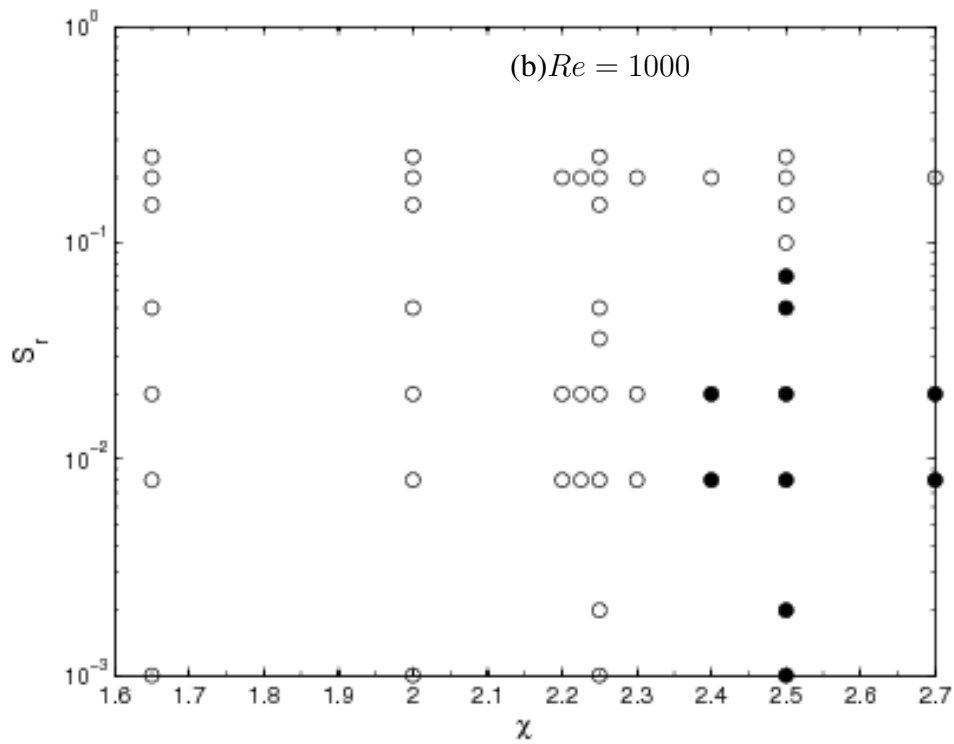
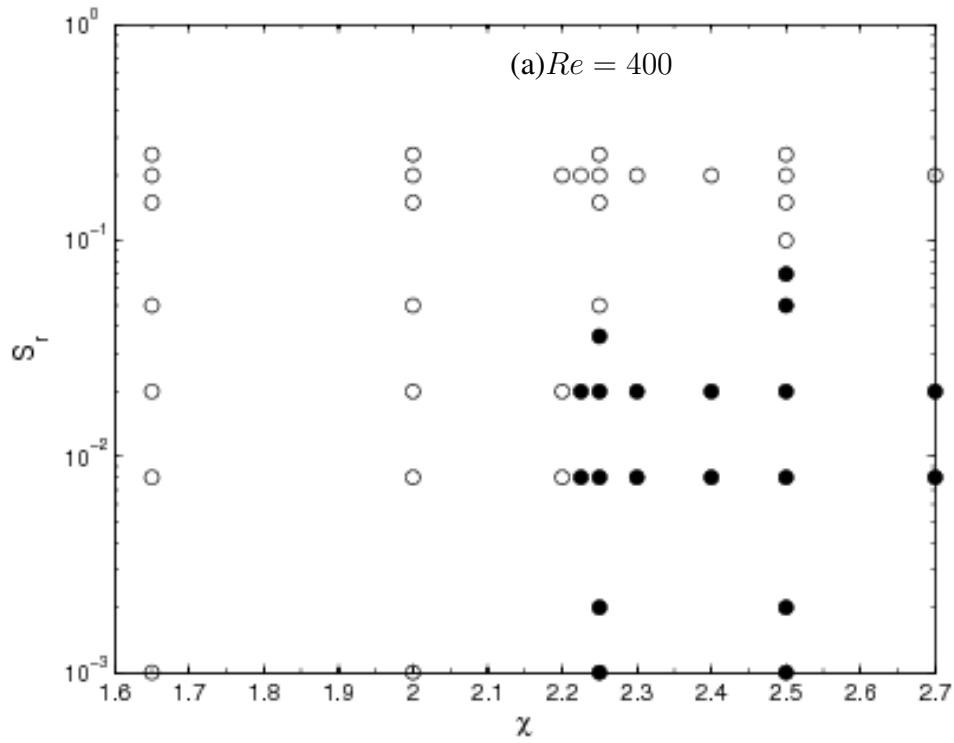


FIG. 4.3 – Diagramme de phase présentant le signe de la force de portance. (a)  $S_r = 0.02$ , (b)  $S_r = 0.008$ . — Zone délimitant l'apparition de la zone de recirculation (Blanco (1995)); --- zone délimitant la perte de la symétrie axiale en écoulement uniforme (Magnaudet & Mougin (2007)), — : courbe délimitant le changement de signe de la portance ( $C_L < 0$ ).

### 4.3 Effet de l'aplatissement de la bulle sur la force de portance



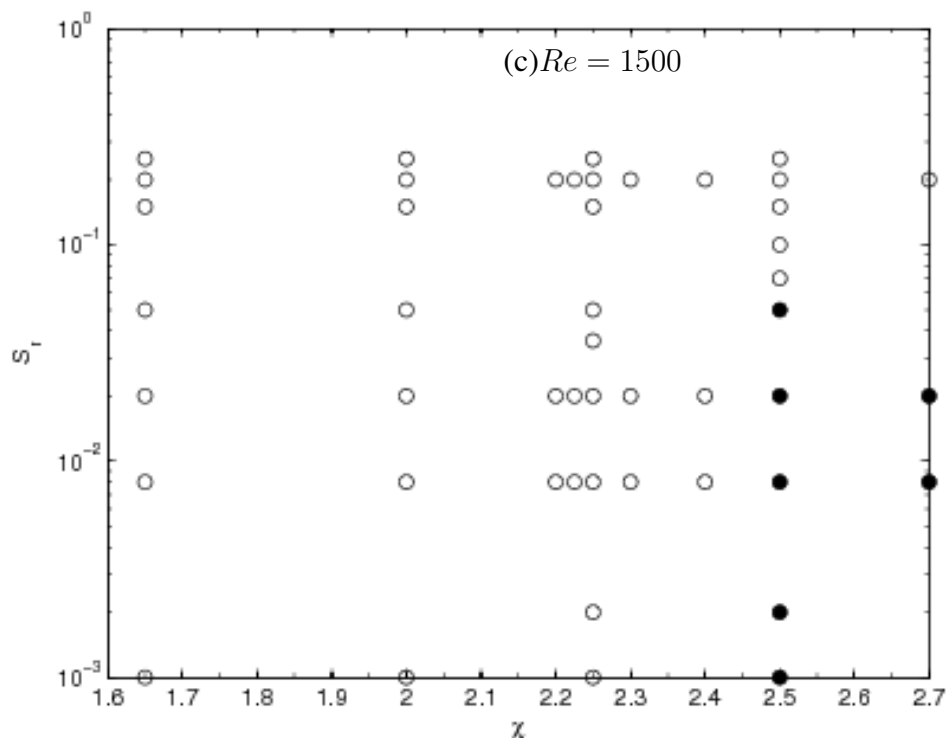


FIG. 4.4 – Diagramme de phase  $(\chi, S_r)$ . (a)  $Re = 400$ , (b)  $Re = 1000$  et (c)  $Re = 1500$ . •  $C_L < 0$  (inversion de signe), ○  $C_L > 0$ .

#### 4.4 Distribution du champ de contraintes à la surface de la bulle

La force de portance étant obtenue par intégration des contraintes à la surface de la bulle, nous considérons la distribution de celles-ci pour analyser son évolution lors du changement de signe. A la surface d'une bulle propre, le cisaillement est nul et par conséquent la force de portance résulte de l'intégration de la contrainte normale. Celle-ci a deux contributions : la pression et la contrainte normale visqueuse. La figure 4.5 présente l'évolution en valeur absolue du rapport entre les contributions de la contrainte normale visqueuse et de la pression à la force de portance en fonction du nombre de Reynolds pour cinq rapports de forme ( $\chi = 1.05$ ,  $\chi = 1.2$ ,  $\chi = 1.5$ ,  $\chi = 2.0$  et  $\chi = 2.25$ ) pour deux cisaillements, respectivement  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . On constate que pour les conditions d'écoulement étudiées dans ce travail ( $Re > 100$ ), la contribution visqueuse à la force de portance est toujours négligeable devant celle de la pression. Ainsi l'évolution de la portance est directement liée à l'évolution de la distribution de la pression à la surface de la bulle. Pour  $\chi = 2.25$  et  $S_r = 0.02$ , dans la zone où le signe de portance est inversé, ce rapport ne suit pas la même évolution que dans les autres cas. Cela vient probablement de la contribution de la zone de recirculation à la force de portance. On constate par ailleurs que ce rapport évolue comme :

$$C_{L\nu}/C_{Lp} \sim Re^{-n},$$

#### 4.4 Distribution du champ de contraintes à la surface de la bulle

avec  $n \approx 1.0$  pour  $\chi \leq 2.0$  et  $n \approx -3/2$  pour  $\chi = 2.25$ . La figure 4.2 montre que le coefficient de portance reste au premier ordre constant et d'ordre 1 soit

$$C_L \sim C_{Lp} \sim O(1),$$

montrant par conséquent que la correction visqueuse à la force de portance vérifie :

$$C_{Lv} \sim Re^{-n}$$

où  $n$  est l'exposant donné ci-dessus. Ainsi on retrouve dans ce comportement de la contrainte normale une évolution en  $Re^{-1}$  pour  $\chi < 2.0$  comme pour une bulle sphérique (Legendre & Magnaudet 1998).

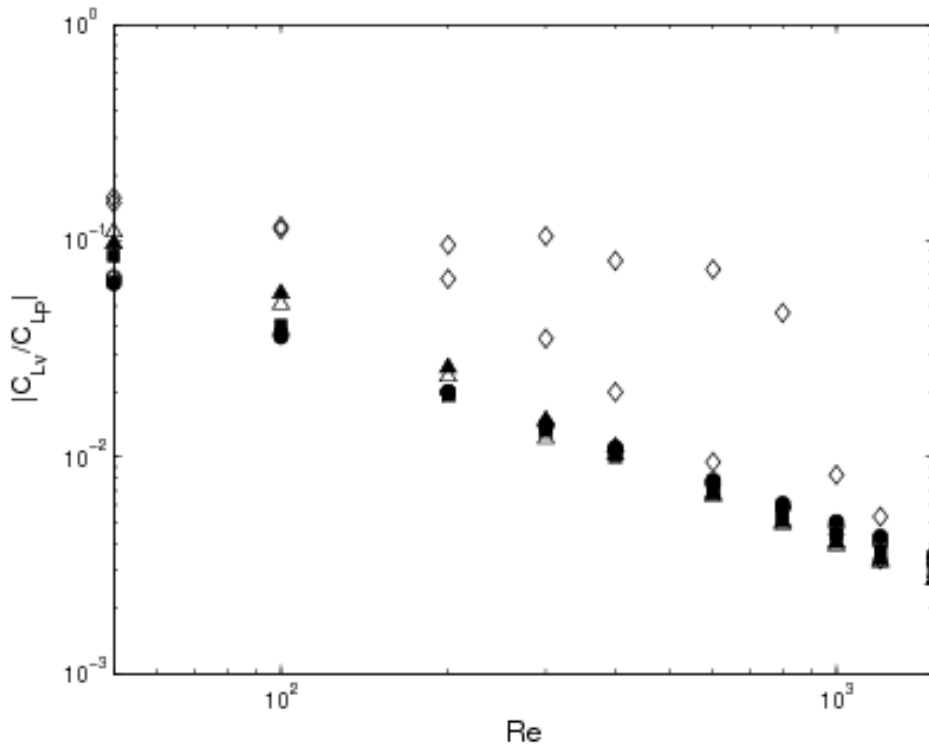


FIG. 4.5 – Comparaison des contributions visqueuses et de pression à la force de portance en fonction du nombre de Reynolds.  $\nabla$  :  $\chi = 1.05$ ;  $\circ$  :  $\chi = 1.2$ ;  $\square$  :  $\chi = 1.5$ ;  $\triangle$  :  $\chi = 2.0$  et  $\diamond$  :  $\chi = 2.25$ . Symboles vides  $S_r = 0.02$ , symboles pleins  $S_r = 0.2$ .

## Chapitre 4. Portance d'une bulle ellipsoïdale fixe

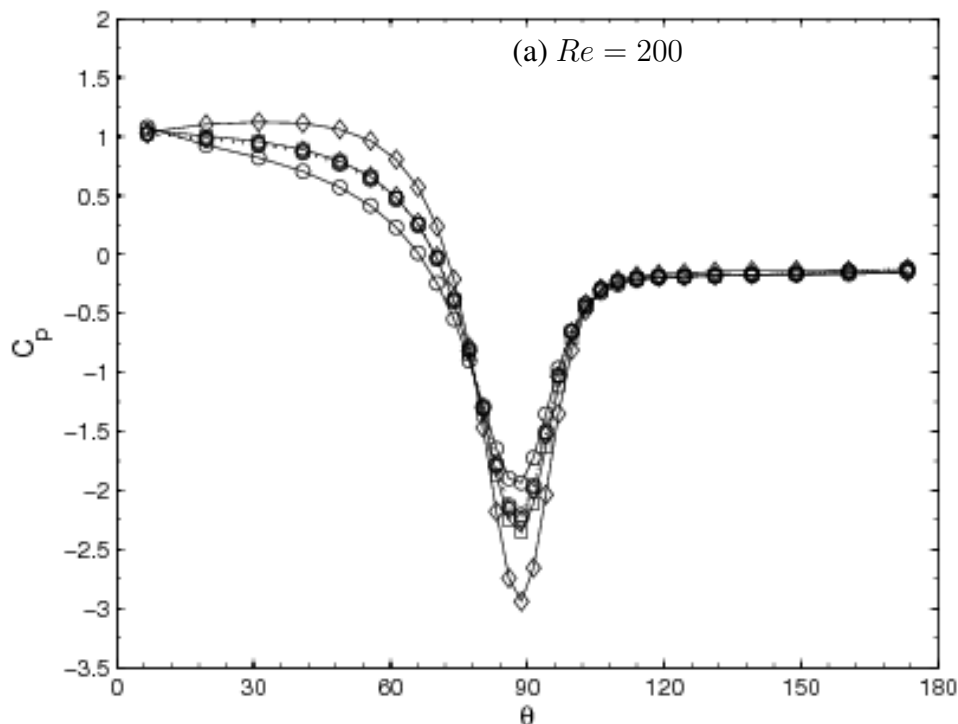
Par conséquent on étudie dans la suite le comportement de la force de portance au travers de l'évolution de la pression à la surface de la bulle. On définit pour cela le coefficient de pression adimensionnel :

$$C_p(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi) - P_0}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \quad (4.2)$$

où  $P_0$  est une pression de référence choisie à l'infini amont.

Pour tenter de comprendre le changement de signe de la force de portance nous avons tracé l'évolution de ce coefficient pour  $\chi = 2.25$  et deux cisaillements ( $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ ) à  $Re = 200$  (figure 4.6.a),  $Re = 400$  (figure 4.6.b) et  $Re = 1000$  (figure 4.6.c). Cela revient à se déplacer verticalement sur le diagramme de la figure 4.3 en passant d'une région où le signe de la portance est positif ( $Re = 200$ ), puis négatif ( $Re = 400$ ) et redevient positif  $Re = 1000$ .

La comparaison de ces trois figures montre que l'évolution de la pression à la surface de la bulle ne présente pas de changement significatif. A noter que cette distribution n'est pas symétrique comme observé en écoulement potentiel. Sous l'effet de la présence de la zone de recirculation (cf. chapitre 2), la distribution de la pression reste remarquablement constante à l'arrière de la bulle. Ce plateau suit donc l'évolution de la taille de la zone de recirculation présentée au chapitre 3 et ce dernier est d'autant plus important lorsque l'aplatissement de la bulle augmente comme le montre la figure 4.7. Le minimum de  $C_p(\theta, \phi)$  est localisé à  $\theta = \pi/2$  quel que soit le nombre de Reynolds, ce qui correspond au plan équatorial de la bulle où la courbure est la plus grande, imposant ainsi le maximum de vitesse (cf chapitre 3).



#### 4.4 Distribution du champ de contraintes à la surface de la bulle

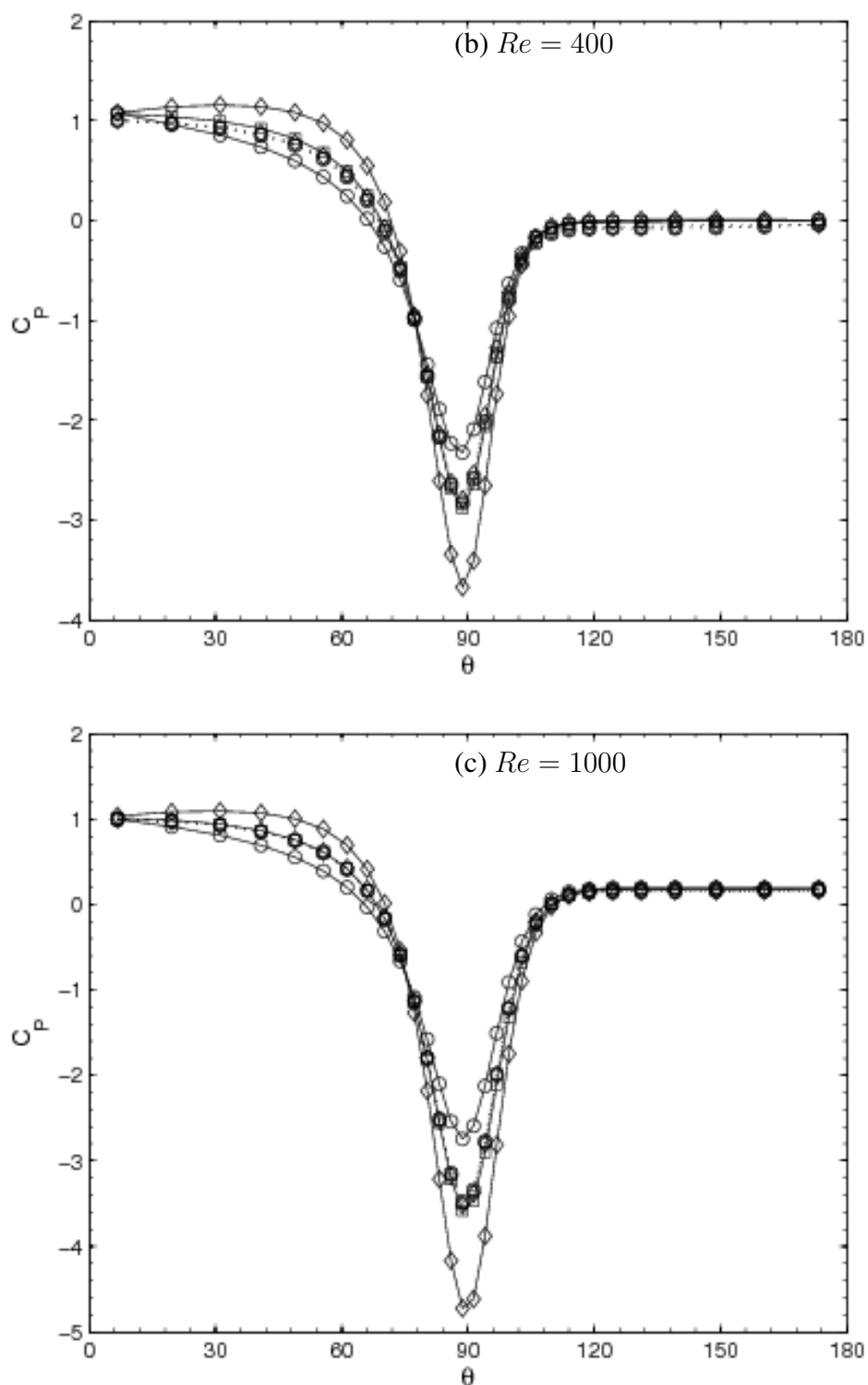


FIG. 4.6 – Coefficient de pression  $C_p$  pour  $\chi = 2.25$  deux cisaillements  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . (a)  $Re = 200$ , (b)  $Re = 400$  et (c)  $Re = 1000$ .  $\circ$  :  $\phi = 0$ .,  $\square$  :  $\phi = \pi/2$  et  $\diamond$  :  $\phi = \pi$ .  $\cdots$  :  $S_r = 0.02$  et  $—$  :  $S_r = 0.2$ .

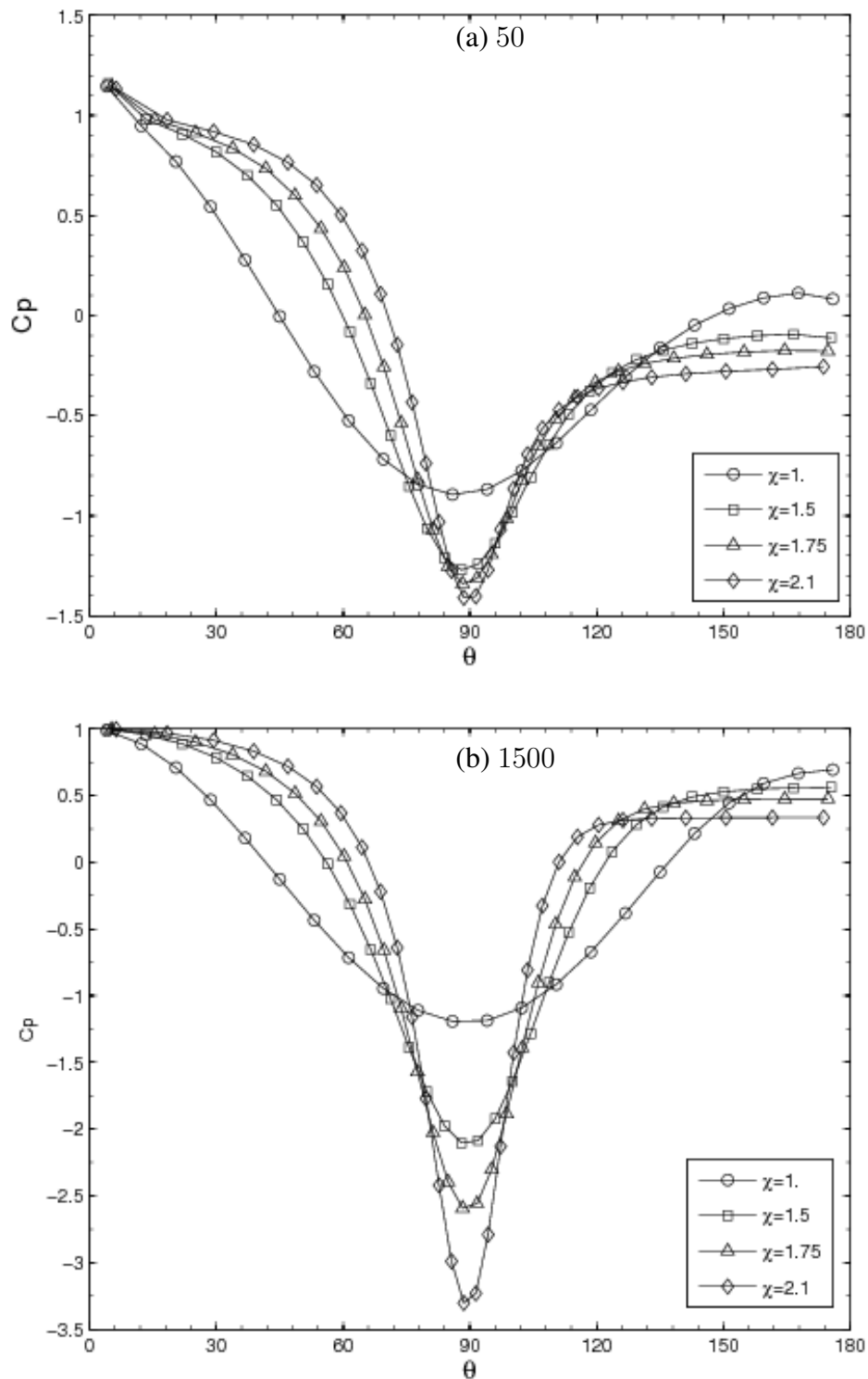


FIG. 4.7 – Evolution de  $C_p(\theta, \phi = \pi/2)$  avec  $\chi$ . (a)  $Re = 50$  et (b)  $Re = 1500$ .

On peut aussi constater sur ces figures que  $C_p(\theta, \phi)$  varie faiblement avec l'angle  $\phi$ . Cette variation devient perceptible quand on augmente le cisaillement comme le montre la figure 4.8 où est tracée l'évolution de la distribution de la pression à la surface de la bulle avec l'angle  $\theta$  pour  $Re = 1500$ ,  $\chi = 1.5$  et deux cisaillements, respectivement  $S_r = 0.2$  et  $S_r = 1.2$ . En effet, la perturbation de pression induite par le cisaillement est au premier ordre proportionnelle

  celui-ci (Naciri 1992 et relation (6.17) du chapitre 6). Elle reste cependant faible devant la variation suivant l'angle polaire  $\theta$  comme l'avait constaté Legendre (1996) pour le cas d'une bulle sphérique.

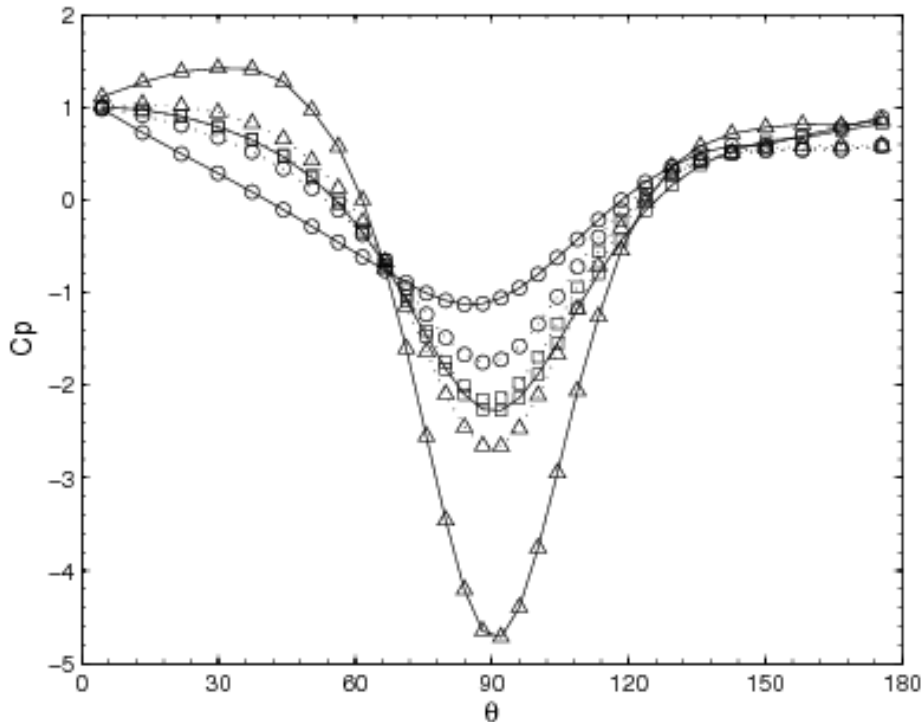


FIG. 4.8 – Effet du cisaillement sur la distribution de  $C_p$  pour  $\chi = 1.5$  et  $Re = 1500$ .  $\circ$ ,  $\phi = 0$ ;  $\square$ ,  $\phi = \pi/2$ ;  $\triangle$ ,  $\phi = \pi$ ;  $\cdots$ ,  $S_r = 0.2$ ;  $—$ ,  $S_r = 1.2$ .

## 4.5 Structure du champ de vorticité

Nous venons de constater qu'il n'est pas possible par une simple observation de la distribution de pression à la surface de la bulle de comprendre l'origine du changement de signe de la portance. Nous allons donc mener une analyse plus détaillée du champ d'écoulement en nous intéressant au champ de vorticité et notamment à la perturbation induite par la présence de la bulle au sein de l'écoulement cisailé. Notre analyse porte sur deux composantes bien particulières, la vorticité azimutale  $\omega_\phi$  et la vorticité longitudinale  $\omega_x$ . La première est la composante présente en écoulement axisymétrique. Elle est produite à la surface de la bulle et résulte de la présence combinée d'un écoulement tangentiel et de la courbure de l'interface en écoulement uniforme. Elle est d'ordre  $\omega_\phi = O(U_0 \chi b / a^2)$    la surface de la bulle (Magnaudet & Mougin(2007)). La seconde composante résulte de la présence d'un obstacle d'envergure finie dans un écoulement cisailé. Cette composante appelée "trailing vorticity" par Lighthill (1956) est naturellement absente en écoulement axisymétrique et provient du basculement et de l'étirement de la vorticité de l'écoulement amont lors de son contournement de la bulle.

### 4.5.1 Vorticité azimuthale $\omega_\phi$

La figure 4.9 présente l'évolution de  $\omega_\phi$  pour  $\chi = 2.25$  et  $S_r = 0.02$  à  $Re = 200$  (figure 4.9.a),  $Re = 400$  (figure 4.9.b) et  $Re = 1000$  (figure 4.9.c) en reprenant ainsi les cas présentés sur la figure 4.6 correspondant à un déplacement vertical sur le diagramme 4.3.a en passant successivement de  $C_L > 0$  ( $Re = 200$ ), à  $C_L < 0$  ( $Re = 400$ ) pour finir par  $C_L > 0$  ( $Re = 1000$ ). On constate globalement que les distributions de la vorticité azimuthale sont comparables pour ces trois nombres de Reynolds. Son champ se caractérise pour le cisaillement présenté ici ( $S_r = 0.02$ ) par une structure dont l'ordre dominant reste axisymétrique. On perçoit cependant l'effet du cisaillement qui se traduit par une vorticité plus importante sur la partie supérieure  $y = b$  par rapport à la partie inférieure  $y = -b$ . Une observation plus attentive permet de constater que, la vorticité produite est beaucoup plus étirée dans le sillage lorsque le nombre de Reynolds augmente, illustrant l'augmentation du transport advectif au détriment de la diffusion. De même que pour la distribution de pression, il est impossible d'extraire de ces observations une explication qualitative au changement de sens de la force de portance.

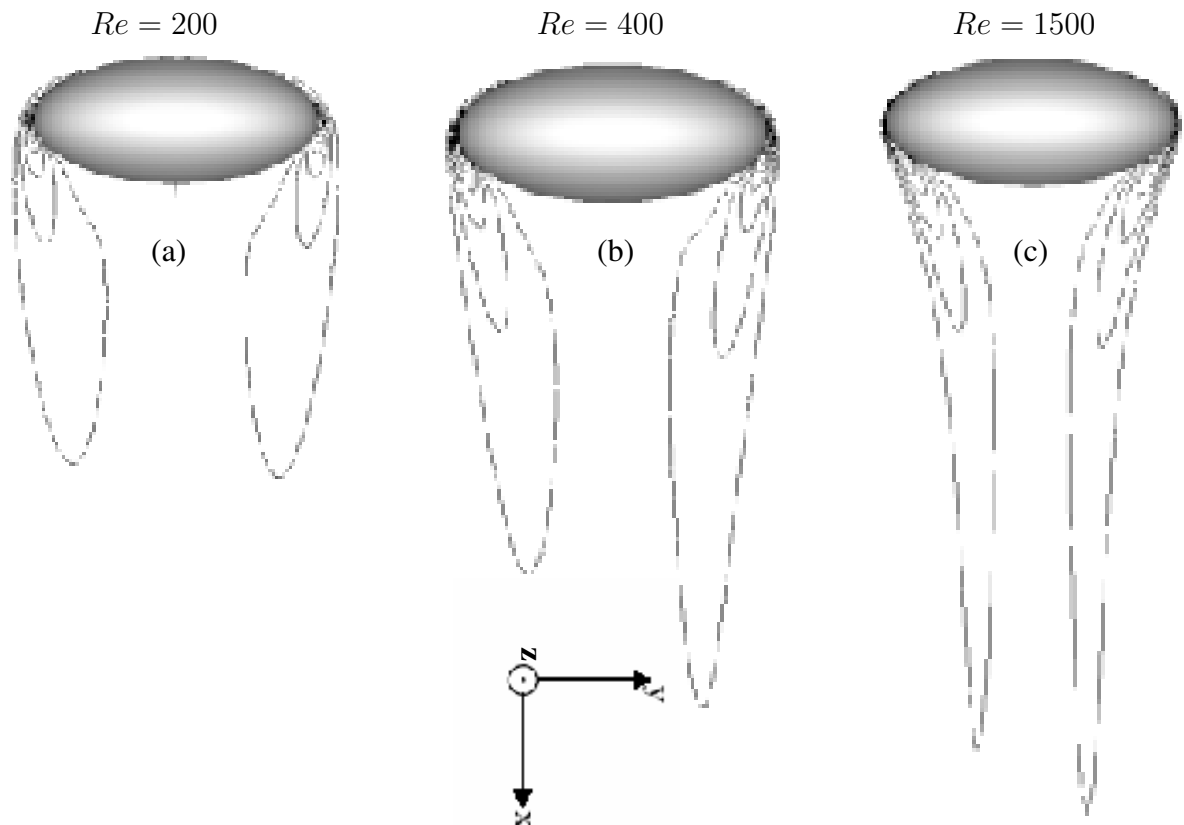


FIG. 4.9 – Isocontours de la composante  $\omega_\phi$  de la vorticité dans le plan  $(xoy)$  pour  $\chi = 2.25$  et  $S_r = 0.02$ . (a)  $Re = 200$ , (b)  $Re = 400$  et (c)  $Re = 1000$ .

4.5.2 Vorticité longitudinale  $\omega_x$

La figure 4.10 présente l'évolution de la vorticité longitudinale  $\omega_x$  aux mêmes conditions d'écoulement, soit  $\chi = 2.25$  et  $S_r = 0.02$  à  $Re = 200$  (figure 4.10.a),  $Re = 400$  (figure 4.10.b) et  $Re = 1000$  (figure 4.10.c). Comme souligné au chapitre 3, ces figures montrent que  $\omega_x$  est concentrée dans deux tubes anti-symétriques par rapport au plan  $(x, y)$  avec un sens de rotation de  $\omega_x$  qui varie selon les cas. Cette figure permet de révéler une concordance entre l'inversion du signe de  $\omega_x$  et celui de la portance. En effet, lorsque le sens de la portance est positif ( $Re = 200$  et  $Re = 1000$ ) correspondant au comportement "fluide parfait" ainsi qu'à celui d'une bulle sphérique,  $\omega_x$  est positif dans le demi-espace  $z < 0$  et négatif dans le demi-espace  $z > 0$ . On observe un signe opposé de  $\omega_x$  dans ces deux demi-espaces lorsque la force de portance est négative ( $Re = 400$ ). Le signe de la force de portance semble donc directement être lié au signe des deux tubes de vorticité longitudinale  $\omega_x$  observés dans le sillage.

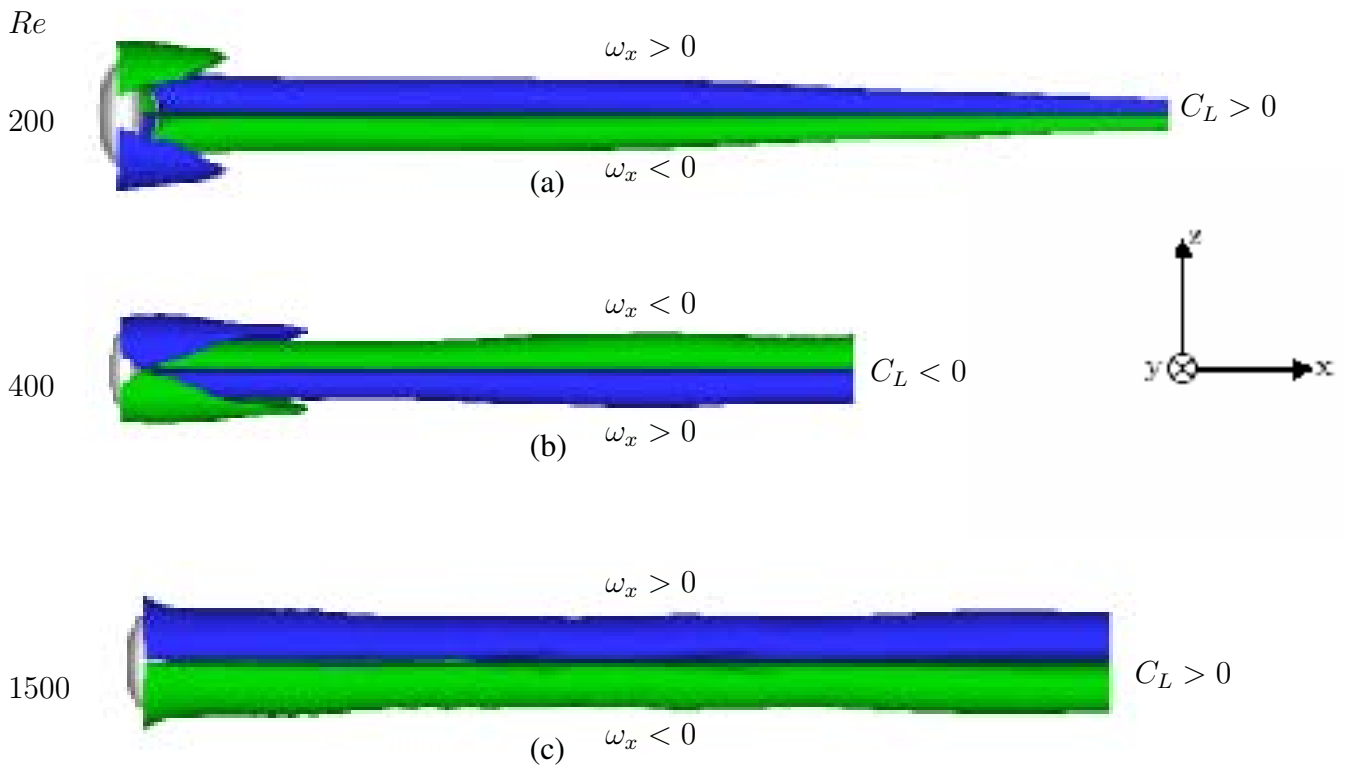


FIG. 4.10 – Isosurfaces de la composante axiale de la vorticité  $\omega_x b/U_0 = +0.10$  (bleu) ;  $-0.10$  (vert) pour  $\chi = 2.25$  et  $S_r = 0.02$ . (a)  $Re = 200$  ( $C_L > 0$ ), (b)  $Re = 400$  ( $C_L < 0$ ) et (c)  $Re = 1000$  ( $C_L > 0$ ).

Il est en fait possible de relier le sens de rotation  $\omega_x$  au sens de la force de portance. En effet lorsque  $\omega_x$  est positif dans le demi-espace  $z > 0$  et négatif pour  $z < 0$ , le mouvement de rotation imposé par ces deux tubes génère un flux de fluide ascendant. Par réaction la bulle est attirée vers la région  $y < 0$  correspondant à une portance négative ( $C_L < 0$ ). On observe évidemment l'effet inverse lorsque  $\omega_x$  est négatif pour  $z > 0$  et positif pour  $z < 0$ . Ce mécanisme d'aspiration est schématisé sur la figure 4.11.

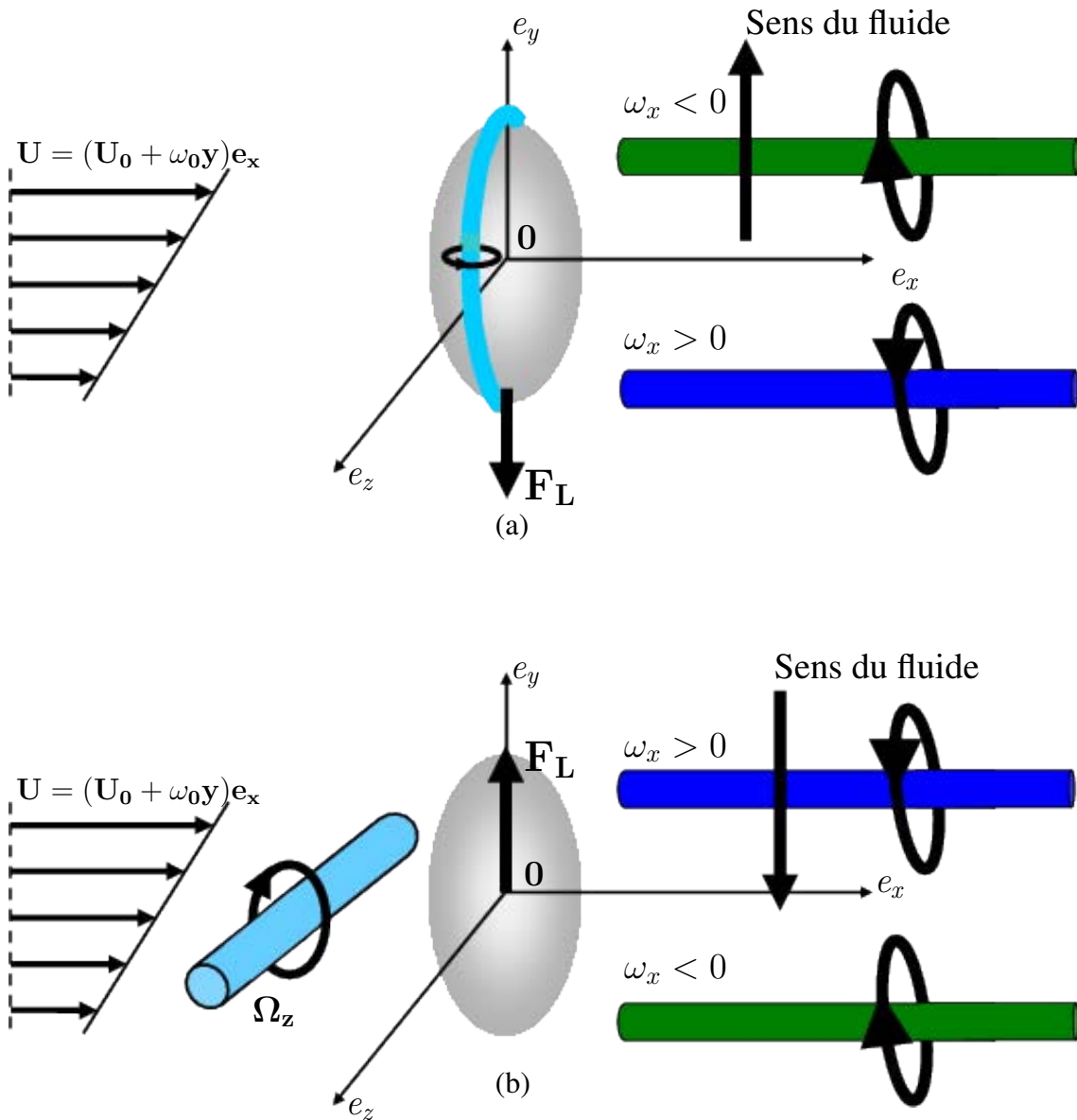


FIG. 4.11 – Schéma expliquant le sens de migration de la bulle en fonction de la vorticité axiale générée dans le sillage. (a) Faible cisaillement (bulle migre dans le sens opposé à celui de la bulle sphérique : vers le bas), (b) Grand cisaillement (bulle migre dans le même sens que la bulle sphérique : vers le haut).

Comme expliqué au chapitre 3, la présence de  $\omega_x$  dans le sillage résulte de deux mécanismes distincts qui sont donc en compétition pour l'effet de la portance :

- L'un est celui observé pour une sphère plongée dans un écoulement cisailé de fluide parfait, pour lequel la présence de vorticité axiale dans le sillage a été mise en évidence analytiquement par Lighthill (1956) (voir aussi Auton (1987)) et retrouvée numériquement par Legendre & Magnaudet (1998) en écoulement visqueux à grand nombre de Reynolds. Elle résulte du basculement de la vorticité de l'écoulement de base lors du contournement de la bulle et se traduit par l'organisation illustrée par la figure 4.10.a et 4.10.c.

- L'autre est lié à l'instabilité intrinsèque du sillage observé en écoulement uniforme (Magnaudet & Mougin (2007)) qui est également présente en écoulement cisailé (cf. chapitre 3). Le cisaillement amont est une perturbation suffisante pour déclencher le basculement de la vorticité produite à la surface de la bulle et pour imposer le plan de symétrie  $x0y$ .

Pour comprendre ce changement de signe considérons l'équation de transport de la vorticité autour de la bulle :

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + U \cdot \nabla\omega = \omega \cdot \nabla U + \nu \Delta\omega, \quad \text{avec} \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \cdot \nabla \quad (4.3)$$

Compte tenu des valeurs élevées du nombre de Reynolds auquel se produit l'inversion de signe ( $Re > 250$ ) nous supposons en première approximation la contribution visqueuse négligeable dans cette équation. L'évolution de la vorticité lors de son transport dans l'écoulement est donc contrôlée par le terme d'étirement/basculement  $\omega \cdot \nabla U$ . Ainsi si ce terme est nul, la vorticité se conserve durant son transport par l'écoulement. Par contre, si ce second membre est non nul ce qui est le cas ici, la vorticité évolue au cours de son transport en étant étirée ou même réorientée. Ainsi il est possible de créer une composante initialement nulle de la vorticité sous l'effet de ce terme, ce qui est le cas ici pour la composante  $\omega_x$  qui est nulle dans l'écoulement amont. Son évolution est donnée par :

$$\frac{D\omega_x}{Dt} \approx \omega \cdot \nabla U_x \quad (4.4)$$

Par conséquent si le terme d'étirement  $\omega \cdot \nabla U_x$  est positif,  $\omega_x$  sera positive dans le sillage et réciproquement. L'analyse qui suit s'intéresse au comportement de ce second membre pour interpréter les résultats précédents sur le changement de signe de la vorticité longitudinale  $\omega_x$  que nous avons constaté être directement responsable du changement de sens de la force de portance.

### Cisaillement important

Pour un cisaillement suffisamment important, la contribution dominante du terme d'étirement est imposée par la vorticité amont  $\omega_z = -\omega_0$ . L'évolution de la composante  $\omega_x$  s'écrit alors en coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  :

$$\frac{D\omega_x}{Dt} \approx -\omega_0 \frac{\partial U_x}{\partial z} \quad (4.5)$$

Pour déterminer le signe de la vorticité  $\omega_x$  produite lors du contournement de la bulle, il faut s'intéresser au signe de  $\partial U_x / \partial z$ . Celui-ci dépend du demi-espace considéré et entraîne donc selon le plan  $z > 0$  ou  $z < 0$  considéré un signe diff rent de  $\omega_x$  en accord avec les figures précédentes.

- Pour  $z > 0$ , en suivant une ligne de courant contenue dans un plan  $(x, z)$ , la vitesse  $U_x$  augmente lors du contournement frontal de la bulle, c'est-à-dire  $\partial U_x / \partial z > 0$  et par conséquent la vorticité produite est négative  $\omega_x < 0$ ,
- Pour  $z < 0$ , le même raisonnement montre que la vitesse  $U_x$  augmente lorsque  $z$  diminue, c'est-à-dire que  $\partial U_x / \partial z < 0$  et par conséquent la vorticité produite est positive  $\omega_x > 0$ .

On retrouve à l'aide de cette analyse le signe des deux tourbillons observés sur la figure 4.10.a et sur la figure 4.10.c dans la situation où la portance est positive, en accord avec la solution fluide parfait pour laquelle seul l'effet de la vorticité de l'écoulement non perturbé est considéré.

### Faible cisaillement

Si l'aplatissement de la bulle est grand et si  $\omega_0$  est faible, la vorticité produite à la surface de la bulle  $\omega_\phi = O(U_0\chi b/a^2)$  peut contrôler le terme d'étirement/basculement. Pour déterminer le signe de  $\omega_x$  produit par ce terme, nous allons écrire l'équation du transport de la vorticité en coordonnées cylindriques  $(r, \phi, x)$ , compte tenu de la nature axisymétrique à l'ordre dominant de  $\omega_\phi$  (cf figures 4.9). Dans ce système de coordonnées, l'équation (4.4) devient :

$$\frac{D\omega_x}{Dt} \approx \frac{\omega_\phi}{r} \frac{\partial U_x}{\partial \phi} \quad (4.6)$$

La quantité  $\omega_\phi$  est négative à la surface de la bulle quel que soit  $\phi$ . Le signe de  $\omega_x$  est donc l'opposé de celui de  $\partial U_x/\partial \phi$ . Comme précédemment le signe de  $\partial U_x/\partial \phi$  dépend du demi-plan  $z > 0$  ou  $z < 0$  considéré.

- pour  $z > 0$ , sous l'effet du gradient de vitesse, la vitesse  $U_x$  diminue en passant de la partie supérieure de la bulle à la partie inférieure c'est à dire lorsque l'angle  $\phi$  augmente. On a alors  $\partial U_x/\partial \phi < 0$  et par conséquent  $\omega_x > 0$ ,
- Pour  $z < 0$ , le même raisonnement montre que la vitesse  $U_x$  augmente lorsque l'angle  $\phi$  augmente, c'est-à-dire que  $\partial U_x/\partial \phi > 0$  et par conséquent  $\omega_x < 0$ .

On retrouve ainsi à l'aide de cette analyse le signe des deux tourbillons observés à la figure 4.10.b dans la situation où la portance est négative. Le signe de  $\omega_x$  est dans ce cas de figure tout simplement imposé par celui de la vorticité  $\omega_\phi$  produit à la surface de la bulle qui est basculée dans le sillage en suivant le sens du gradient de vitesse et son plan de symétrie.

En résumé, nous venons de mettre en évidence que les deux mécanismes de production de vorticité longitudinale  $\omega_x$  dans le sillage de la bulle produisent des distributions de signe opposé. Le premier, le mécanisme de Lighthill, produit une vorticité  $\omega_x$  positive pour  $z < 0$  et négative pour  $z > 0$ . Lorsque ce mécanisme est dominant le signe de la portance correspond à celui prédit par la solution fluide parfait qui utilise la solution de Lighthill pour calculer le champ de pression à partir du champ de vorticité. Le second mécanisme lié à la vorticité produite à la surface de la bulle par la condition de cisaillement nul, produit un signe opposé. Lorsque celle-ci domine dans le terme d'étirement-basculement, le signe de  $\omega_x$  est inversé dans le sillage et par conséquent la force de portance change de signe.

On s'attend donc à ce que le changement de sens de la force de portance soit observé dans les situations où l'intensité de la vorticité interfaciale  $O(U_0\chi b/a^2)$  est dominante devant celle de la vorticité de l'écoulement de base  $O(\omega_0)$ . Le rapport de ces deux ordres de grandeurs est donc :

$$\frac{\omega_0}{\frac{U_0\chi b}{a^2}} = \frac{1}{2} S_r \chi^{-3},$$

ce qui explique les comportements observés précédemment à savoir que l'inversion du signe est favorisée par les forts aplatissements et les faibles cisaillements. Cet aspect est ainsi illustré par la figure 4.12 qui présente la distribution de  $\omega_x$  pour un cisaillement plus important  $S_r = 0.2$

que celui de la figure 4.10 ( $S_r = 0.02$ ), les autres conditions étant par ailleurs inchangées soit  $Re = 400$  et  $\chi = 2.25$ . On retrouve sur cette figure la distribution de  $\omega_x$  conduisant à une portance positive alors qu'elle est négative pour  $S_r = 0.02$ .

La différence de comportement de la force de portance entre les deux régimes est donc due à la compétition de la vorticité amont et de celle produite à la surface de la bulle. Cette compétition est aussi présente dans le cas de la bulle sphérique, mais la quantité de vorticité produite à la surface n'est pas suffisante pour vaincre celle de l'écoulement amont.

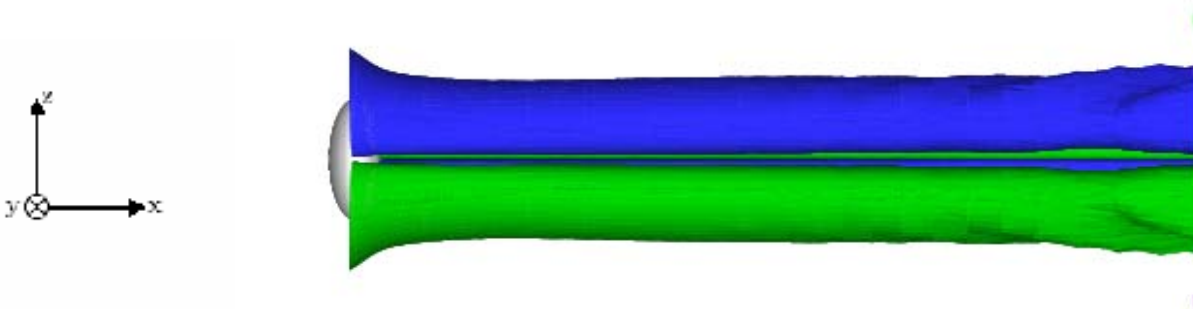


FIG. 4.12 – Isosurfaces de la composante axiale de la vorticité  $\omega_x b/U_0 = \pm 0.10$  pour  $\chi = 2.25$ ,  $S_r = 0.2$  et  $Re = 400$ .

### 4.5.3 Cas de la sphère solide

Même s'il n'a été expliqué, ce phénomène de changement de signe de la portance n'est pas nouveau et a été observé par simulation numérique directe pour une sphère solide maintenue fixe dans un écoulement cisaillé. Ainsi Kurose et Komori (1999) ont étudié numériquement la force de portance agissant sur une sphère solide en écoulement cisaillé pour des nombres de Reynolds compris entre 1 et 500 ( $Re$  est basé sur le rayon de la sphère) et pour des cisaillements variant de 0 à 0.8. Ils ont observé que pour  $Re > 60$ , la force de portance change de signe. Ce comportement a également été retrouvé par Bagchi et Balachandar (2002) par simulation numérique directe sans que pour autant une explication à ce mécanisme soit apportée. Bien que la bulle ellipsoïdale et la sphère solide soient différentes par la nature de la condition à l'interface et par conséquent par le mode de production de la vorticité à leur surface, il est intéressant d'examiner, si le changement de signe de la force de portance dans les deux cas, a la même origine c'est à dire dépend de la compétition entre les deux mécanismes présenté ci-dessus.

Dans le cas de la bulle ellipsoïdale, nous avons vu que la vorticité est d'ordre  $O(U_0 \chi b/a^2)$  où  $b/a^2$  est la courbure maximale de la bulle localisée dans le plan équatorial. L'augmentation de la vorticité interfaciale est par conséquent directement liée à l'augmentation du rapport de forme ( $\chi = b/a$ ) de la bulle. Dans le cas d'une sphère solide, l'ordre de grandeur de la vorticité interfaciale est  $O(U_0/\delta)$  où  $\delta \approx aRe^{-1/2}$  est l'épaisseur de la couche limite   la surface de la sphère qui décroît avec le nombre de Reynolds. Ainsi, l'augmentation du nombre de Reynolds se traduit par l'augmentation de la vorticité produite à la surface de la sphère solide, ce qui semble cohérent avec le changement de sens de la force de portance observé par Kurose & Komori (1995) et Bagchi et Balachandar (2002).

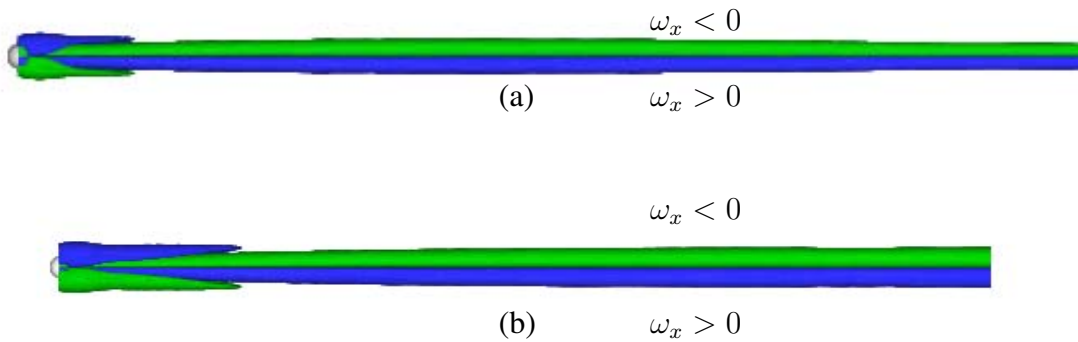
## Chapitre 4. Portance d'une bulle ellipsoïdale fixe

Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons réalisé des simulations numériques pour une sphère solide à  $Re = 2aU_0/\nu = 240$  en faisant varier le cisaillement adimensionnel de 0.02 à 1.7. Les différents résultats sur le coefficient de portance sont reportés dans le tableau (4.2). On constate qu'à ce nombre de Reynolds la force de portance est négative ; elle ne devient positive qu'à partir de  $S_r = 1.4$ . Nous avons représenté sur la figure (4.13) les isosurfaces de vorticité longitudinale  $\omega_x$  pour  $S_r = 0.2$ ,  $S_r = 1.0$  (portance négative) et  $S_r = 1.4$  (portance positive). Ces figures montrent la présence de la même organisation pour la vorticité longitudinale que celle mise en évidence pour une bulle ellipsoïdale. La vorticité  $\omega_x$  est positive pour  $z < 0$  et négative pour  $z > 0$  lorsque la portance est positive, le signe de  $\omega_x$  est inversé lorsque la force de portance change de sens.

Nous venons d'apporter des arguments suggérant que le mécanisme de changement de signe de la force de portance est identique pour une sphère solide et une bulle sphérique. Le changement de signe est observé lorsque le signe de la vorticité  $\omega_x$  s'inverse dans le sillage, ce qui se produit lorsque le terme d'étirement/basculement est control  par la vorticité azimutale  $\omega_\phi$  produite à la surface de la particule.

$S_r$	0.02	0.2	0.8	1.	1.2	1.4
$C_L$	-2.09	-1.64	-0.264	-0.121	-0.082	0.172

TAB. 4.2 – Valeur de  $C_L$  pour une sphère en fonction de  $S_r$  pour  $Re = 240$



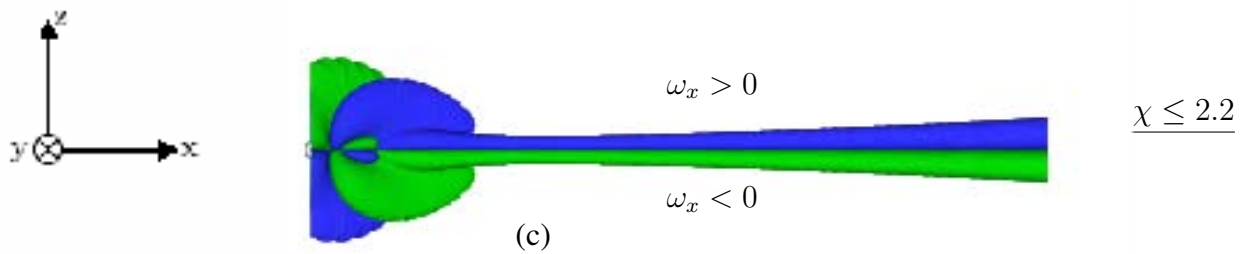


FIG. 4.13 – Isosurfaces de la composante axiale de la vorticité  $\omega_x a/U_0 = \pm 0.10$  pour une sphère solide correspondant à  $Re = 240$  : (a)  $S_r = 0.02$ , (b)  $S_r = 1.0$  et (c)  $S_r = 1.4$ .

## 4.6 Evolution du coefficient de portance pour $\chi \leq 2.2$

### 4.6.1 Variation de $C_L$ avec le nombre de Reynolds $Re$

Les figures (4.14a)-(4.14d) montrent l'évolution du coefficient de portance avec le nombre de Reynolds sur la plage  $Re \in [50, 1500]$ , pour deux cisaillements adimensionnels  $S_r$  respectivement 0.02 et 0.2 et pour quatre rapports de forme  $\chi$  à savoir 1.2, 1.5, 1.95 et 2.1. Nous avons vu précédemment que pour de telles déformations le coefficient de portance est toujours positif ce que confirment ces figures. Pour les quatre rapports de forme présentés ici, le coefficient de portance a le même comportement que celui observé pour une bulle sphérique par Legendre & Magnaudet (1998).  $C_L$  augmente rapidement avec  $Re$  en tendant vers la valeur asymptotique  $C_{L\infty}$  calculée en fluide parfait par Naciri (1992)<sup>1</sup>. Par exemple, pour  $\chi = 1.2$  la différence entre nos simulations et la valeur asymptotique  $C_{L\infty}$  est de 0.78% à  $Re = 1500$ , de 2.04% à  $Re = 600$  et de 17% à  $Re = 100$ . Cet écart avec  $C_{L\infty}$  augmente avec le rapport de forme. Pour  $\chi = 1.95$ , il est de 18%, 36% et 70 % respectivement aux trois mêmes nombres de Reynolds. On retrouve le comportement observé pour la force de traînée dont la convergence asymptotique est d'autant plus longue que l'aplatissement est important.

Cet écart croissant avec l'aplatissement est à nouveau lié à la compétition entre les effets de la vorticité de l'écoulement amont et ceux de la vorticité produite à la surface de la bulle. Une analyse plus détaillée des résultats montre que la convergence vers la solution non visqueuse se fait comme

$$C_L - C_{L\infty} \approx Re^{-3/2}$$

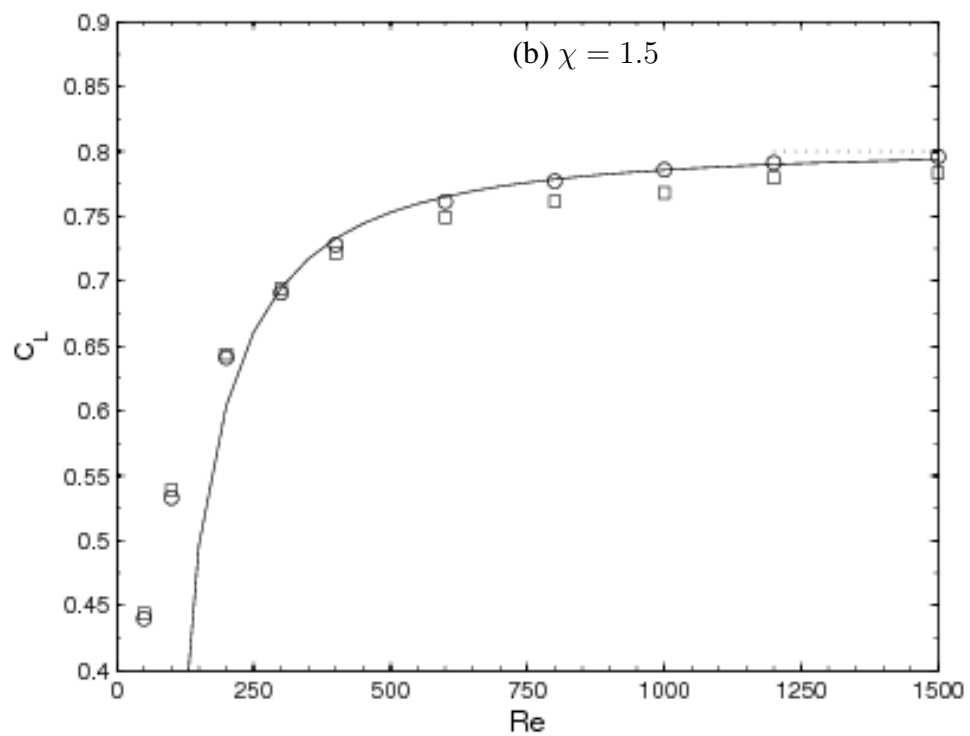
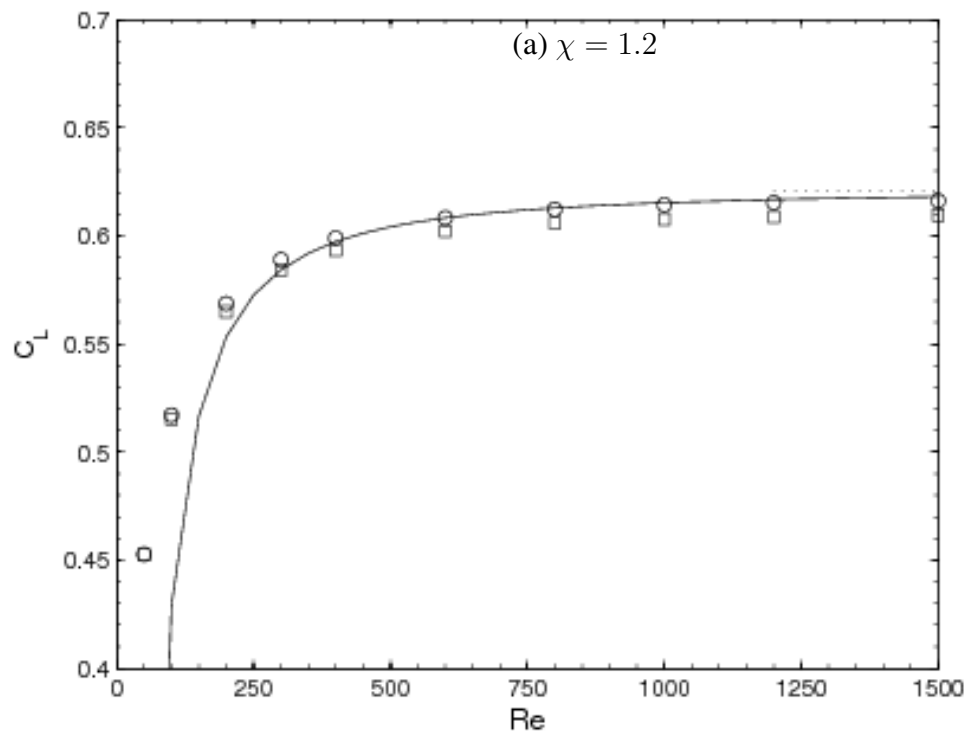
qui diffère de ce qui avait été observé pour une bulle sphérique par Legendre & Magnaudet (1998) pour laquelle la convergence est trouvée en  $Re^{-1}$ . Il semble que cette différence de comportement soit liée aux valeurs plus limitées des nombres de Reynolds ( $Re \leq 500$ ) étudiées par ces auteurs avec le même code JADIM. Nous avons donc réalisé des simulations pour  $Re = 750$  et  $Re = 1000$  pour une bulle sphérique en effectuant des tests de raffinement du maillage. Les résultats obtenus montrent une convergence en  $Re^{-3/2}$  qu'il n'avait pas été possible de déceler pour  $Re \leq 500$ .

Une autre information que l'on peut tirer de ces figures, est la faible influence du cisaillement sur le coefficient de portance lorsque  $\chi \leq 2$  pour  $S_r < 0.2$ . L'effet de  $S_r$  sera étudié plus en détail dans la suite. Le graphe obtenu pour  $\chi = 2.1$  montre une différence beaucoup plus importante entre  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . On constate que pour  $S_r = 0.2$ , le coefficient de portance est plus proche de la valeur asymptotique que pour  $S_r = 0.02$ . En fait, il est tentant de relier cet écart aux mécanismes induits par le changement de signe compte tenu de la proximité

<sup>1</sup>Nous avons pour la valeur asymptotique  $C_{L\infty}$  du coefficient de portance utilisée l'expression du coefficient de masse ajoutée (Relation 1.15)

## Chapitre 4. Portance d'une bulle ellipsoïdale fixe

de la valeur critique  $\chi_c = 2.225$  à partir de laquelle le changement de signe est observé pour  $S_r =$  udiés.



#### 4.6 Evolution du coefficient de portance pour $\chi \leq 2.2$

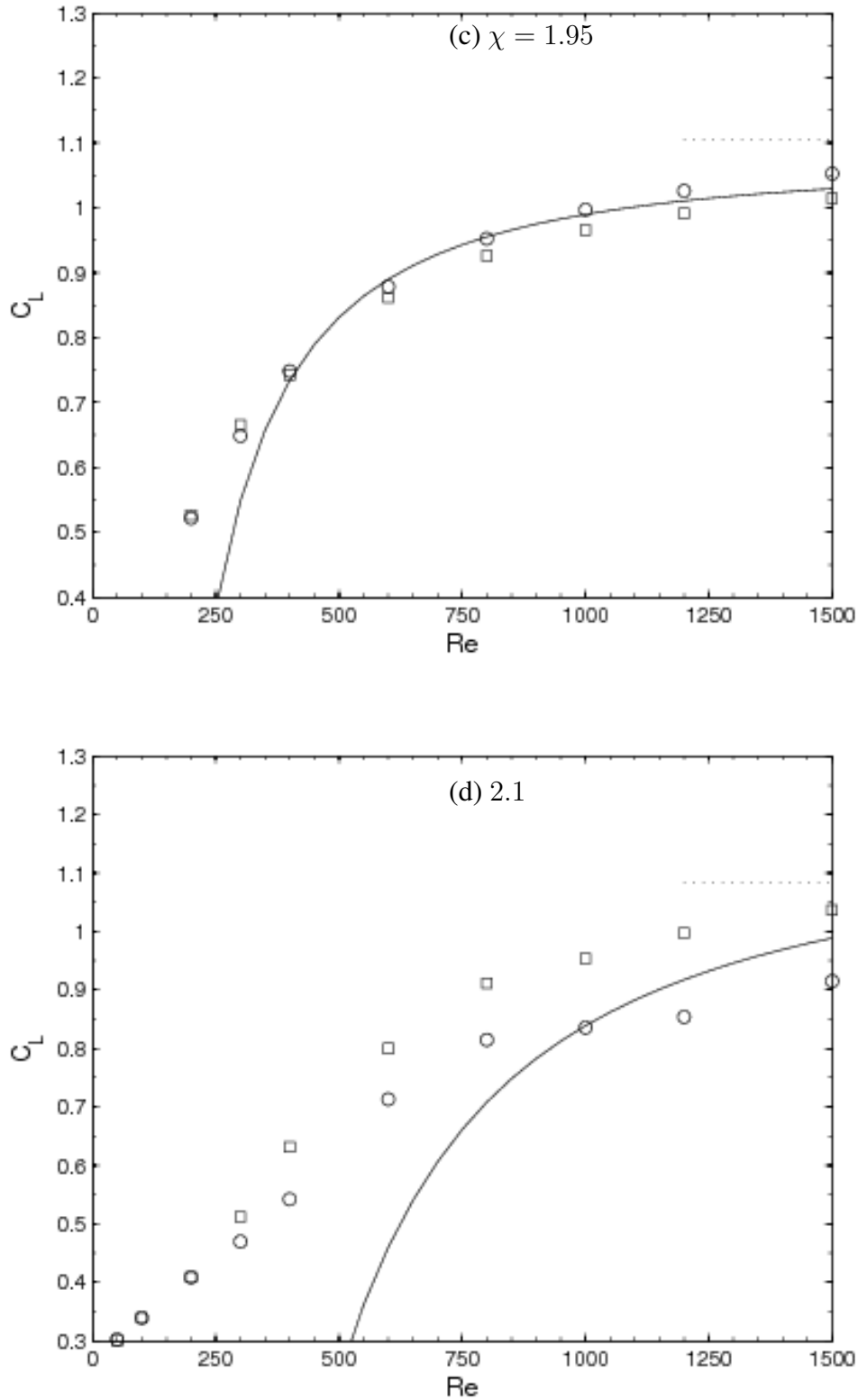


FIG. 4.14 – Evolution du coefficient de portance  $C_L$  avec  $Re$ .— Relation (4.8), .... Naciri (1992). Simulations :  $\circ S_r = 0.02$ ,  $\square S_r = 0.2$ . (a)  $\chi = 1.2$ , (b)  $\chi = 1.5$ , (c)  $\chi = 1.95$  et (d)  $\chi = 2.1$ .

### 4.6.2 Variation de $C_L$ avec le rapport de forme $\chi$

La figure 4.15 montre la variation du coefficient de portance  $C_L$  avec le rapport de forme  $\chi$  pour trois nombres de Reynolds à savoir  $Re = 1500, 1000$  et  $400$ . Il s'agit d'un zoom de la figure 4.2 focalisé sur les valeurs de  $\chi$  considérées dans cette section. Cette figure montre que nos résultats sont en très bon accord avec la solution analytique de Naciri (1992) jusqu'à  $\chi \approx 2$  pour  $Re = 1500$ . Un traitement de nos résultats lorsque  $Re \geq 300$ , nous permet de proposer une corrélation qui reprend la dépendance en  $Re$  mise en évidence dans la section précédente et montre que l'écart avec la solution "fluide parfait" évolue avec  $(\chi - 1)$  :

$$C_L - C_{L\infty} \sim (\chi - 1)^{2.75} \quad (4.7)$$

En combinant l'évolution avec le nombre de Reynolds, il est possible de proposer la corrélation suivante pour décrire l'évolution du coefficient de portance :

$$C_L = C_{L\infty} - \frac{3160(\chi - 1)^{2.75}}{Re^{3/2}}, \quad \chi \leq 2 \quad \text{et} \quad Re > 300 \quad (4.8)$$

La figure 4.15 montre que cette relation permet de reproduire de façon fidèle nos résultats pour  $\chi \leq 2$  et  $Re > 300$ . Cette relation est également reportée sur les figures 4.14.

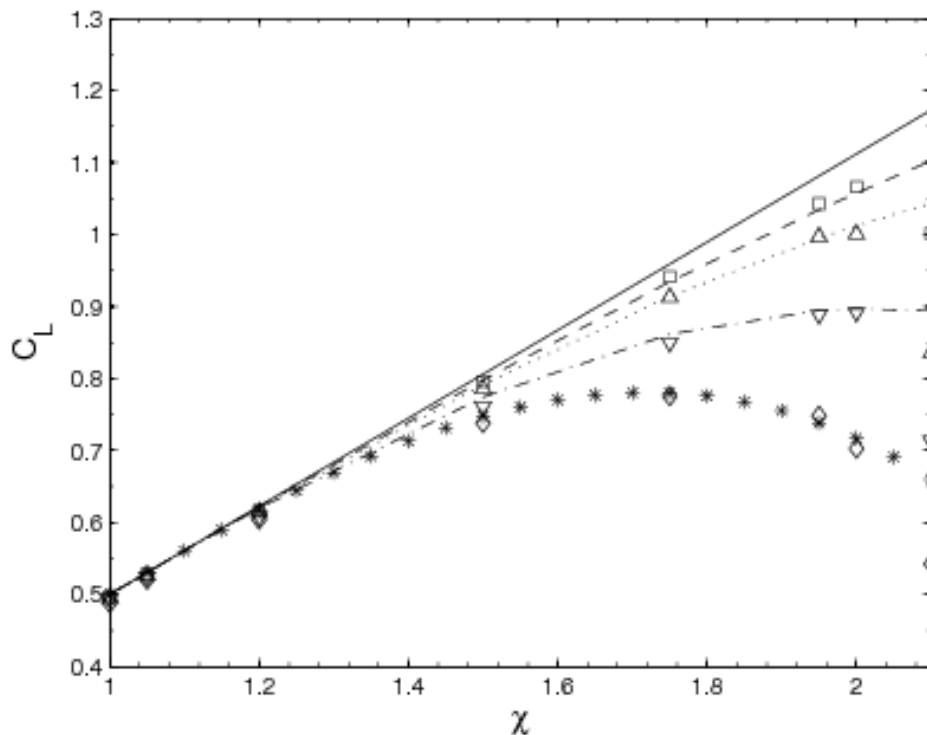


FIG. 4.15 – Variation de  $C_L$  avec  $\chi$ . — Naciri (1992), Simulations pour  $S_r = 0.02$  :  $\square$   $Re = 1500$ ,  $\triangle$   $Re = 1000$ ,  $\diamond$   $Re = 600$ ,  $\nabla$   $Re = 400$ . Relation (4.8) : --  $Re = 1500$ ,  $\cdots$   $Re = 1000$ ,  $-\cdot-$   $Re = 600$ ,  $*Re = 400$ .

### 4.6.3 Variation de $C_L$ avec le cisaillement

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré que le cisaillement avait peu d'influence sur le coefficient de portance lorsque  $S_r \leq 0.2$ . Ce comportement signifie en fait que la force de portance croît de manière linéaire avec le cisaillement compte tenu de l'adimensionalisation choisie. Nous allons dans cette partie, étudier l'effet de  $S_r$  pour de plus grands cisaillements adimensionnels. Nous avons repris les calculs des coefficients de portance en faisant varier le cisaillement dans l'intervalle  $0.02 \leq S_r \leq 1.2$  pour deux rapports de forme, respectivement  $\chi = 1.5$  et  $\chi = 2$  et pour  $Re = 1500$ . Les résultats correspondants sont présentés sur la figure 4.16. On observe sur cette figure que le coefficient de portance reste indépendant du cisaillement jusqu'à  $S_r \approx 0.2$ . Il décroît ensuite de manière monotone sans qu'une valeur asymptotique soit atteinte pour les cisaillements considérés. On retrouve ici le comportement déjà observé pour une bulle sphérique (Legendre & Magnaudet (1998)). L'analyse des résultats montre qu'en première approximation la décroissance est linéaire et peut être décrite sous la forme :

$$C_L - C_L(S_r \rightarrow 0) = -\alpha S_r \quad (4.9)$$

Pour  $Re = 1500$ , on obtient  $\alpha = 0.065$  pour  $\chi = 1.5$  et  $\alpha = 0.12$  pour  $\chi = 2.0$ . Compte tenu du temps important de calcul (qui augmente de manière linéaire avec le cisaillement) nous n'avons réalisé une étude exhaustive de l'influence de  $S_r$  (figure 4.4).

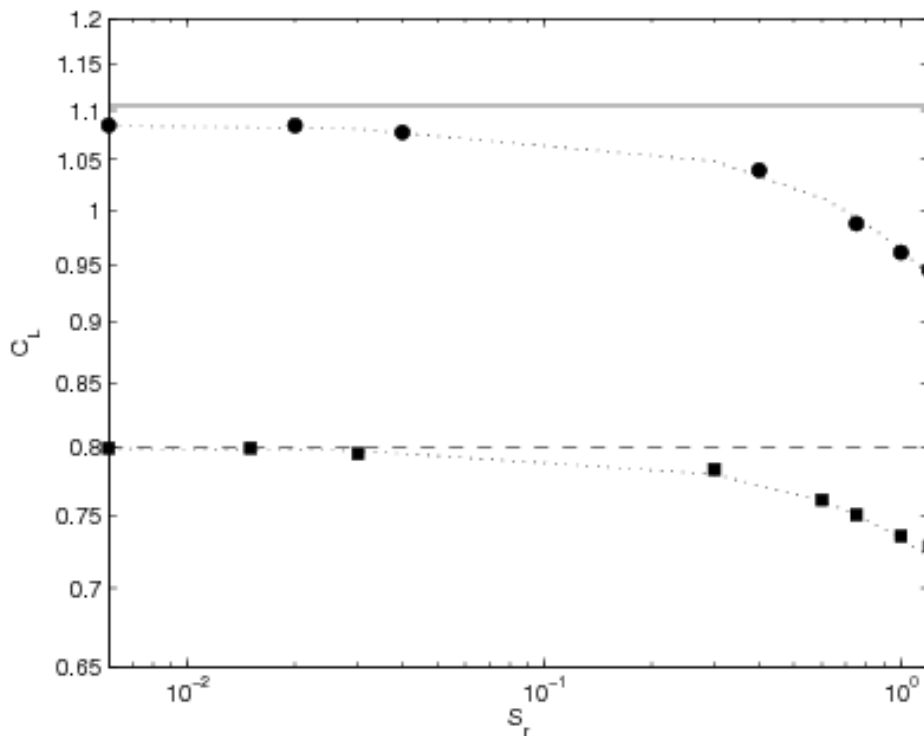


FIG. 4.16 – Effet du cisaillement sur la force de portance pour  $Re=1500$ . ■,  $\chi = 1.5$ ; ●,  $\chi = 2.0$ . — et ... relation (4.9); relation (4.1) : —  $\chi = 1.5$  et ----  $\chi = 2$ .

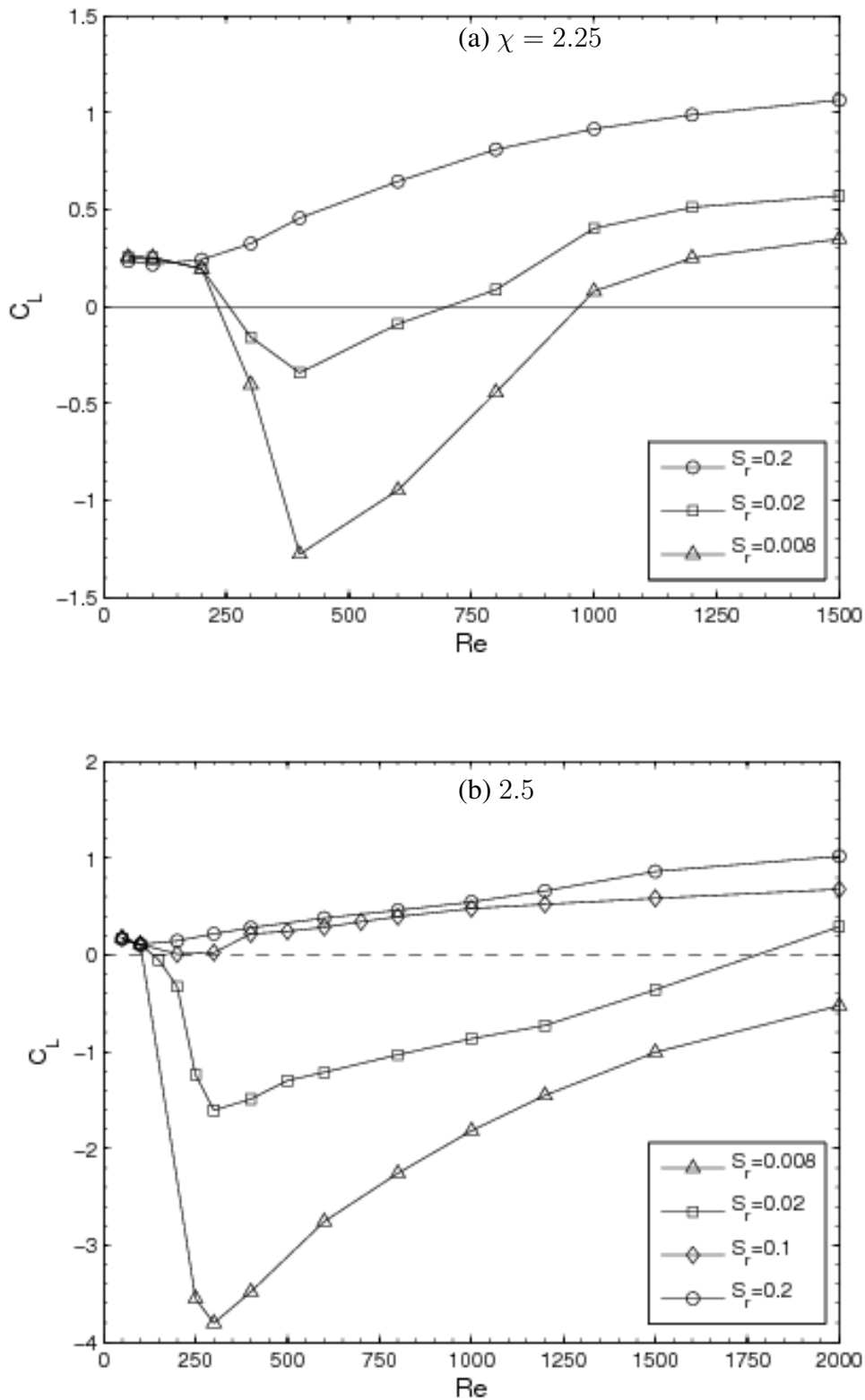
### 4.7 Evolution du coefficient de portance pour $\chi > 2.2$

Nous considérons maintenant l'évolution du coefficient de portance pour des rapports de forme  $\chi > 2.2$ , cas dans lequel nous avons mis en évidence, un changement de comportement très net de la force de portance (cf. section 4.3).

#### 4.7.1 Effet du nombre de Reynolds

La figure (4.17) montre les variations du coefficient de portance  $C_L$  avec le nombre de Reynolds ( $50 \leq Re \leq 2000$ ) pour différents cisaillements ( $S_r = 0.008$ ,  $S_r = 0.02$ ,  $S_r = 0.1$  et  $S_r = 0.2$ ) et deux rapports de forme  $\chi = 2.25$  et  $\chi = 2.5$ . On constate sur cette figure, que le comportement du coefficient de portance est beaucoup plus complexe que pour les aplatissements plus faibles. Cette complexité est bien entendue la conséquence directe du changement de signe et des mécanismes en compétition. En effet, on constate que le coefficient de portance est positif et quasiment constant pour les cisaillements considérés si le nombre de Reynolds est suffisamment faible.  $C_L$  change ensuite de signe en fonction du cisaillement et de la déformation. On constate alors une forte dépendance par rapport au cisaillement. Ces figures permettent de montrer l'évolution de  $C_L$  dans l'intervalle  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$  reporté sur les figures 4.3. Dans cet intervalle  $C_L$  passe par un minimum prononcé et tend ensuite de manière asymptotique vers la valeur correspondant à la solution de fluide parfait. Ce minimum est situé à  $Re_{min} = 400$  pour  $\chi = 2.25$  et déplacé à  $Re_{min} = 300$  pour  $\chi = 2.5$ . La convergence de  $C_L$  vers la valeur asymptotique est d'autant plus longue que le minimum de  $C_L$  est faible. En effet, nous avons montré dans la section 4.2 que pour  $Re = 4000$ , la valeur de fluide parfait est retrouvée pour l'ensemble des déformations considérées dans ce travail.

#### 4.7 Evolution du coefficient de portance pour $\chi > 2.2$



### 4.7.2 Effet du cisaillement

La figure 4.18 montre la variation du coefficient de portance  $C_L$  avec le cisaillement pour  $\chi = 2.25$  et  $\chi = 2.5$  pour  $Re = 400$ . En accord avec le diagramme 4.3, le coefficient de portance est négatif aux faibles cisaillements et croît ensuite pour changer de signe. On retrouve également le cisaillement critique  $S_{r_c}$  pour lequel se produit le changement de signe. En effet, pour  $\chi = 2.5$  et  $Re = 400$ , le coefficient de portance négatif devient positif pour  $S_{r_{c1}} = 0.07$ . De même pour  $\chi = 2.25$  et au même nombre de Reynolds que ci-dessus, le coefficient de portance  $C_L$  change de signe pour  $S_{r_{c1}} = 0.037$ . On constate sur cette figure qu'à  $Re = 400$ , le coefficient de portance  $C_L$  croît rapidement lorsque  $S_r$  est faible et sature pour des grands cisaillements. L'analyse des résultats montre que l'évolution de  $C_L$  avec le cisaillement peut être décrite sous la forme :

$$C_L = C_L(S_r \rightarrow \infty) - \frac{\beta}{S_r} \quad (4.10)$$

La valeur asymptotique de  $C_L$  aux grands cisaillements  $C_L(S_r \rightarrow \infty)$  qui est dépendante du rapport de forme (elle vaut respectivement 0.53 pour  $\chi = 2.25$  et 0.42 pour  $\chi = 2.5$ ) et  $\beta$  une constante qui dépend aussi du rapport de forme :  $\beta = 0.015$  pour  $\chi = 2.25$  et  $\beta = 0.028$  pour  $\chi = 2.5$ .

On observe sur la figure 4.18 que la relation (4.10) suit fidèlement nos résultats pour  $S_r \geq 0.008$ . Si l'on revient aux grandeurs dimensionnelles, la relation (4.10) indique simplement que la force de portance devient indépendante de  $S_r$  lorsque  $S_r \rightarrow 0$ . Ceci confirme bien que, dans cette gamme d'aplatissements, la force observée pour les faibles valeurs de  $S_r$  n'est pas liée au cisaillement externe mais uniquement à l'instabilité du sillage.

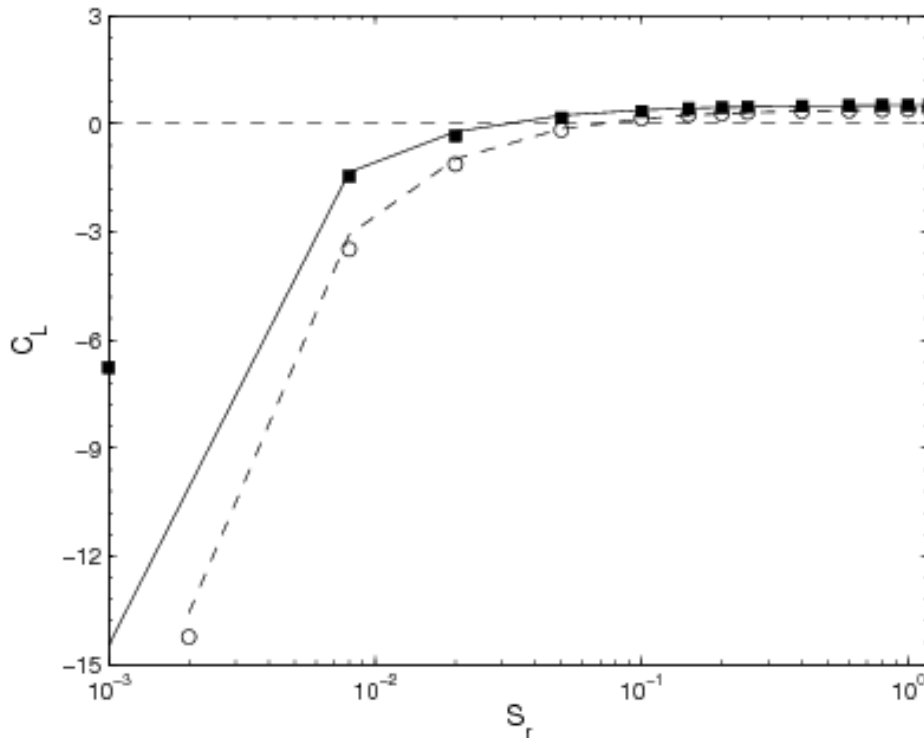


FIG. 4.18 – Evolution du coefficient de portance  $C_L$  avec le cisaillement à  $Re = 400$ . ■ :  $\chi = 2.25$ , ○ :  $\chi = 2.5$ , relation (4.10) :— $\chi = 2.25$  et ---  $\chi = 2.5$ .

## 4.8 Conclusion

Ce chapitre a permis de calculer par des simulations numériques directes la force de portance qui s'exerce sur d'une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement cisailé pour des nombres de Reynolds variant dans la gamme  $[50, 1500]$ , pour des cisaillements adimensionnels  $S_r \in [0.008; 1.2]$  et des rapports de forme  $1 \leq \chi \leq 2.7$ . Les résultats obtenus montrent qu'il existe un rapport de forme  $\chi_c$  à partir duquel le signe de la force de portance peut s'inverser sous certaines conditions. Nous avons précisé en terme de nombre de Reynolds, de cisaillement et de déformation de la bulle les conditions d'écoulement pour lesquelles ce phénomène apparaît. L'analyse de l'écoulement autour de la bulle et dans son sillage a permis d'identifier l'origine du changement de signe de la force de portance. Celui-ci est dû à la structure de la vorticité axiale  $\omega_x$  dans le sillage qui s'organise sous forme de deux tubes contra-rotatifs. En fonction de leur sens de rotation, la bulle est aspirée par la partie sup erieure ou inf erieure de l'écoulement. En effet, l'organisation de la vorticité axiale dans le sillage est contr ol ee par deux termes en comp etition. L'un est l'étirement et le basculement de la vorticité de l'écoulement amont qui conduit à une contribution positive à la portance (Lightill (1956)), Auton (1987). Nous avons montr e que cet effet est en comp etition avec l'étirement et le basculement de la vorticité produite à la surface de la bulle qui donne une contribution oppos ee. Le changement de signe est par cons equent favorisée par l'association d'un fort aplatissement (g en erant de la vorticité interfaciale) et d'un cisaillement faible (r eduisant l'intensité du m ecanisme de Lightill). Ce chapitre a également permis de pr eciser l'évolution du coefficient de portance avec les param etres caract eristiques du probl eme.



**Force de trainée d'une bulle ellipsoïdale fixe dans  
un écoulement cisailé**



# Chapitre 5

## Force de traînée sur une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	110
5.2	Effet du nombre de Reynolds . . . . .	110
5.3	Effet du cisaillement . . . . .	113
5.4	Comparaison des effets de traînée et de portance . . . . .	115
5.5	Conclusion . . . . .	118

---

### 5.1 Introduction

Ce chapitre présente l'évolution de la force de traînée qui s'exerce sur une bulle ellipsoïdale pour les conditions d'écoulement étudiées dans le chapitre précédent.

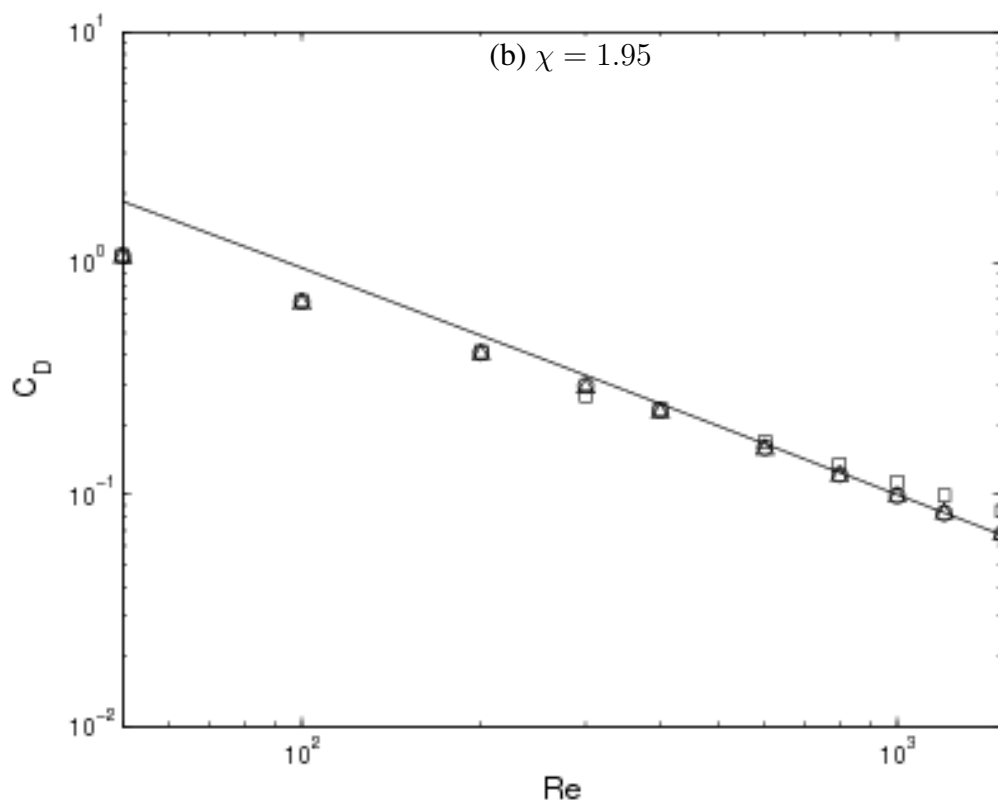
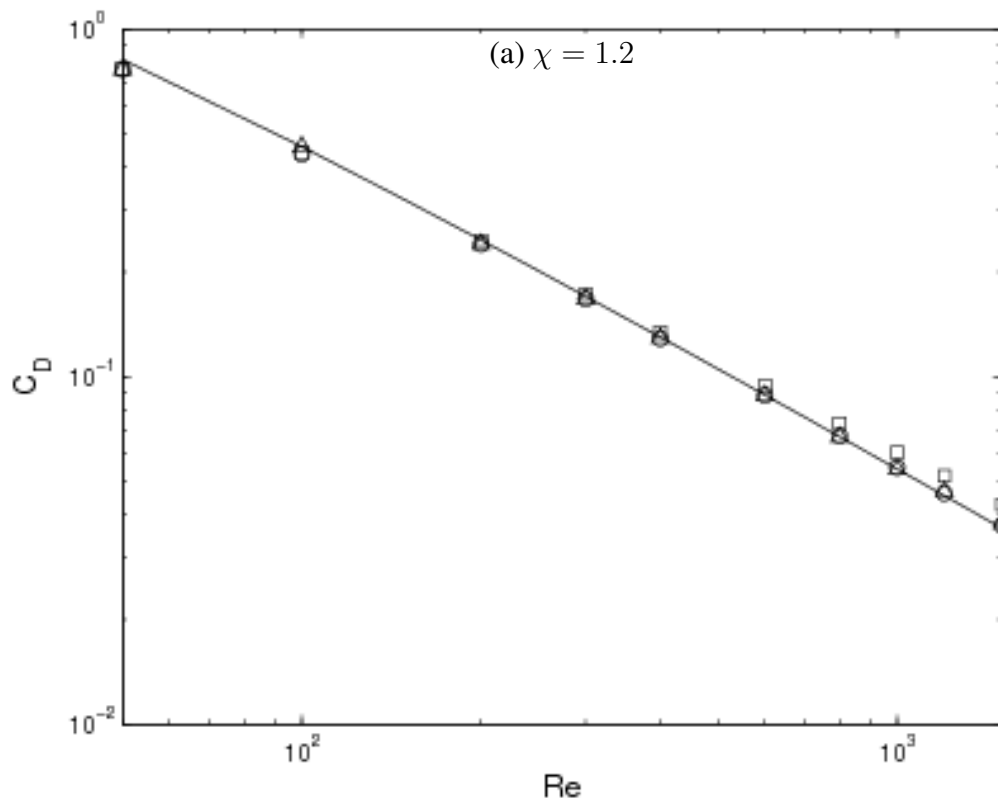
Dans un premier temps, l'évolution du coefficient de traînée est présentée en fonction du nombre de Reynolds pour des cisaillements faibles et modérés. L'évolution de ce coefficient en fonction du cisaillement est ensuite discutée. Finalement, l'intensité de la force de traînée est comparée à celle de la force de portance afin d'apprécier l'importance relative des deux composantes sur le mouvement d'une bulle ellipsoïdale se déplaçant dans un écoulement cisailé.

### 5.2 Effet du nombre de Reynolds

La figure 5.1 (a,b et c) présente l'évolution du coefficient de traînée  $C_D(Re, \chi, S_r)$  pour trois rapports de forme, respectivement  $\chi = 1.2$ ,  $\chi = 1.95$  et  $\chi = 2.5$  en fonction du nombre de Reynolds pour deux cisaillements à savoir  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . Cette évolution est comparée à celle du coefficient  $C_{DU}$  trouvé en écoulement uniforme ( $S_r = 0$ ) et présentée au chapitre 2. A titre de comparaison, nous avons également reporté la solution analytique de Moore (1965) donnée par la relation (2.7) du chapitre 2. On constate au premier ordre, une évolution identique. Il n'y a donc pas de repercussion spectaculaire de l'inversion du signe de la portance sur le comportement de la traînée.

Afin de préciser l'écart avec l'écoulement uniforme, le rapport  $C_D(Re, \chi, S_r)/C_{DU}$  est reporté pour  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$  dans les tableaux 5.1, 5.2 et 5.3 pour  $\chi = 1.2$ ,  $\chi = 1.95$  et  $\chi = 2.5$ , respectivement. Cette comparaison révèle que pour  $S_r = 0.02$  et pour les trois rapports de forme, l'effet du cisaillement est très faible, la différence la plus grande observée étant de l'ordre de 2%. Par contre, pour  $S_r = 0.2$ , on observe une augmentation significative du coefficient  $C_D(Re, \chi, S_r)$  aux grands nombres de Reynolds. Par exemple, la différence maximale observée entre  $C_D(Re, \chi, S_r)$  et  $C_{DU}$  est comprise entre 10% et 20 % pour les nombres de Reynolds considérés.

## 5.2 Effet du nombre de Reynolds



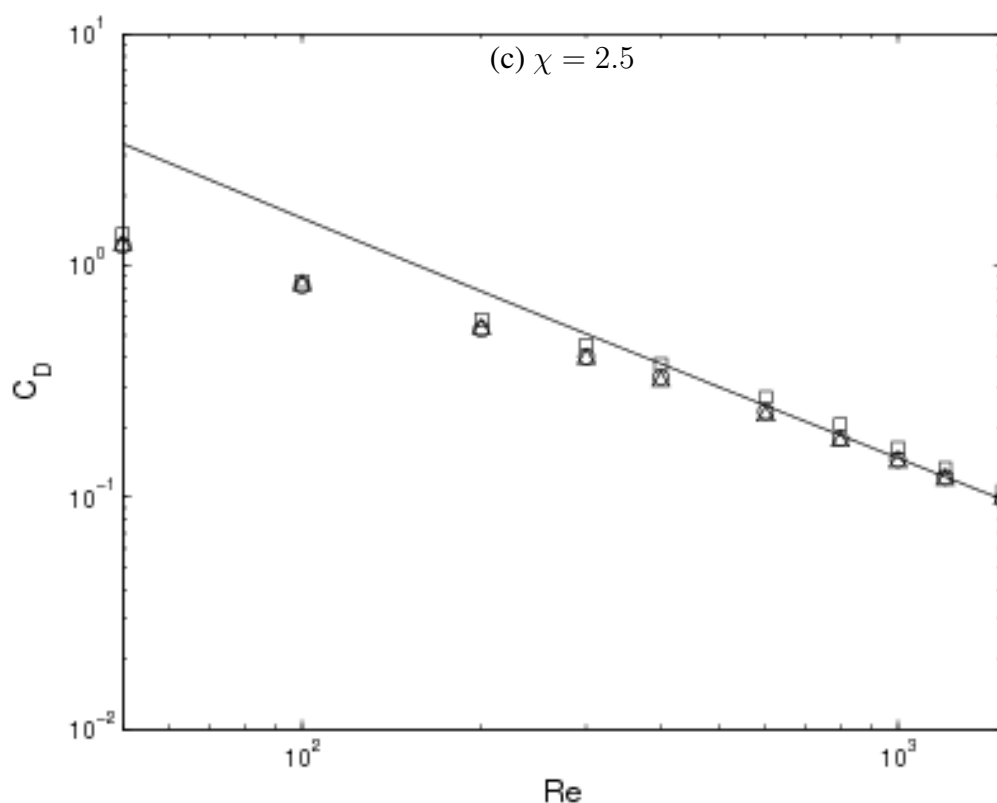


FIG. 5.1 – Evolution du coefficient de traînée avec  $Re$ . (a)  $\chi = 1.2$ , (b)  $\chi = 1.95$  et (c)  $\chi = 2.5$ ;  $\triangle$  :  $S_r = 0$  (écoulement uniforme),  $\circ$  :  $S_r = 0.02$  et  $\square$  :  $S_r = 0.2$ .

$Re$	$C_{DU}$	$S_r = 0.02$		$S_r = 0.2$	
		$C_D$	$ 1 - \frac{C_{DU}}{C_D} $	$C_D$	$ 1 - \frac{C_{DU}}{C_D} $
50	0.765	0.765	0.001	0.769	0.006
100	0.458	0.436	0.004	0.441	0.002
200	0.240	0.240	0.001	0.246	0.02
300	0.167	0.1671	0.001	0.173	0.03
400	0.129	0.1285	0.004	0.134	0.04
600	0.088	0.0883	0.003	0.0942	0.06
800	0.067	0.0675	0.007	0.0733	0.08
1000	0.054	0.0547	0.013	0.0604	0.10
1200	0.0466	0.0461	0.012	0.0517	0.09
1500	0.0378	0.0373	0.013	0.0428	0.11

TAB. 5.1 – Coefficient de traînée pour  $50 \leq Re \leq 1500$ ,  $\chi = 1.2$  et pour deux cisaillements  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$

### 5.3 Effet du cisaillement

$Re$	$C_{DU}$	$S_r = 0.02$		$S_r = 0.2$	
		$C_D$	$ 1 - \frac{C_{DU}}{C_D} $	$C_D$	$ 1 - \frac{C_{DU}}{C_D} $
50	1.061	1.074	0.012	1.08	0.018
100	0.670	0.681	0.016	0.686	0.023
200	0.403	0.411	0.018	0.414	0.027
300	0.289	0.295	0.022	0.266	0.084
400	0.226	0.230	0.019	0.236	0.042
600	0.157	0.159	0.0166	0.1689	0.070
800	0.120	0.122	0.0166	0.135	0.11
1000	0.098	0.0987	0.007	0.113	0.13
1200	0.0832	0.0830	0.002	0.0992	0.16
1500	0.0674	0.0675	0.005	0.0847	0.20

TAB. 5.2 – Coefficient de traînée pour  $50 \leq Re \leq 1500$ ,  $\chi = 1.95$  et pour deux cisaillements  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$

$Re$	$C_{DU}$	$S_r = 0.02$		$S_r = 0.2$	
		$C_D$	$ 1 - \frac{C_{DU}}{C_D} $	$C_D$	$ 1 - \frac{C_{DU}}{C_D} $
50	1.225	1.220	0.004	1.362	0.10
100	0.824	0.820	0.004	0.858	0.041
200	0.532	0.531	0.002	0.585	0.100
300	0.397	0.405	0.02	0.456	0.130
400	0.317	0.330	0.04	0.374	0.153
600	0.225	0.234	0.04	0.269	0.167
800	0.174	0.179	0.030	0.206	0.157
1000	0.142	0.145	0.025	0.163	0.132
1200	0.119	0.122	0.0204	0.133	0.104
1500	0.0968	0.0982	0.013	0.106	0.08

TAB. 5.3 – Coefficient de traînée pour  $50 \leq Re \leq 1500$ ,  $\chi = 2.5$  et pour deux cisaillements  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$

### 5.3 Effet du cisaillement

Nous venons de montrer que pour  $S_r \leq 0.2$ , l'effet du cisaillement reste modéré. Afin de préciser la dépendance aux grands cisaillements, la figure 5.2 présente l'évolution du coefficient de traînée  $C_D$  avec le cisaillement pour  $Re = 1500$  et deux déformations  $\chi = 1.5$  et  $\chi = 2$ . Cette figure permet de montrer que l'effet sur  $C_D$  qui est négligeable lorsque  $S_r \leq 0.02$  devient significatif quand  $S_r$  devient de l'ordre de 0.3. Par exemple pour  $Re = 1500$  et  $\chi = 1.5$ , on trouve  $C_D \approx 0.0484$  pour  $S_r < 0.3$  et  $C_D = 0.0785$  pour  $S_r = 0.6$ , soit une augmentation de 62%.

Ce comportement semble très proche de celui observé par Legendre & Magnaudet (1998)

pour une bulle sphérique qui obéit à :

$$C_D(Re, S_r, \chi = 1) = C_{DU}(Re)(1 + 0.55S_r^2), \quad (5.1)$$

montrant ainsi, une évolution en  $S_r^2$  de l'accroissement la traînée. Tomiyama (2007) a récemment montré l'importance de cette correction en  $S_r^2$  qui permet de retrouver les bonnes distributions de vitesse de glissement des bulles en écoulement en tube. En effet, à proximité des parois ce terme joue un rôle significatif car le cisaillement moyen de l'écoulement porteur est important.

Nous avons reporté sur la figure 5.3, la quantité  $\frac{C_D}{C_{DU}} - 1$  que nous avons également comparée aux résultats numériques de Legendre & Magnaudet (1998) obtenus pour  $Re = 300$  pour une bulle sphérique ainsi qu'à la relation (5.1). Cette figure montre que le coefficient de traînée peut être également décrit au premier ordre à l'aide d'une loi en  $S_r^2$  :

$$C_D(Re, S_r, \chi) = C_{DU}(Re)(1 + \gamma(\chi)S_r^2) \quad (5.2)$$

Nous n'avons cependant pas pu préciser la dépendance de  $\gamma$  qui semble non monotone avec  $\chi$  comme le montre le tableau 5.4 où sont reportées les valeurs de  $\gamma$ . Une étude complémentaire est donc nécessaire pour préciser l'évolution de la fonction  $\gamma(\chi)$  dont la valeur reste cependant au premier ordre :

$$\gamma(\chi) = 0(1)$$

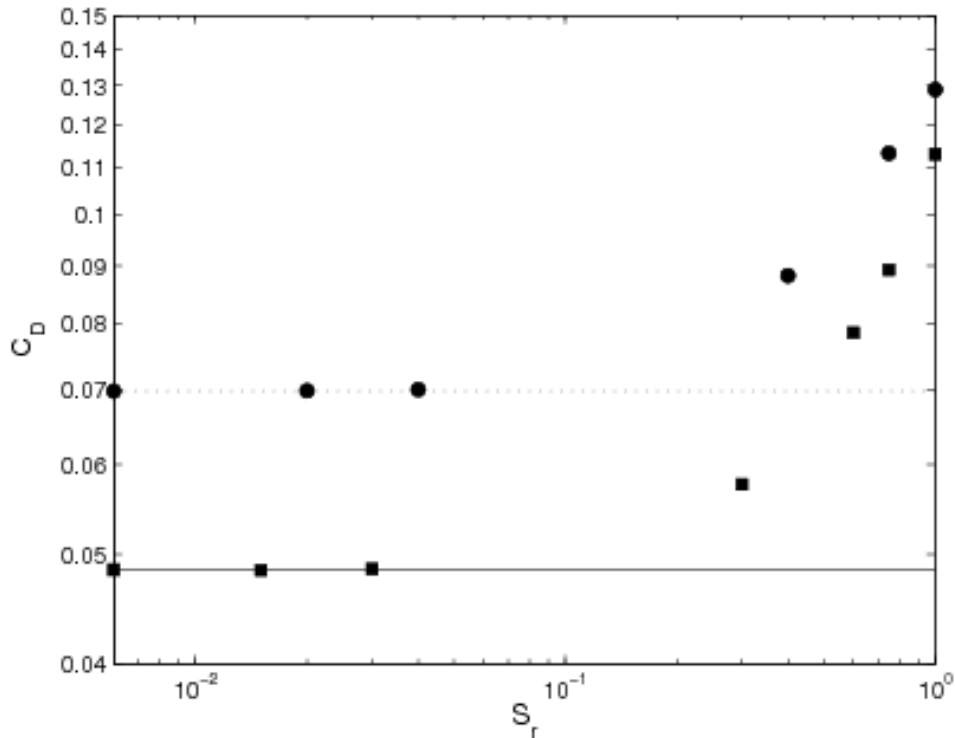


FIG. 5.2 – Effet du cisaillement sur la force de traînée pour  $Re = 1500$ . •,  $\chi = 2$ ; ■,  $\chi = 1.5$

## 5.4 Comparaison des effets de traînée et de portance

$\chi$	1	1.5	2
$\gamma(\chi)$	0.55	1.34	0.85

TAB. 5.4 – Valeurs de la fonction  $\gamma(\chi)$ .

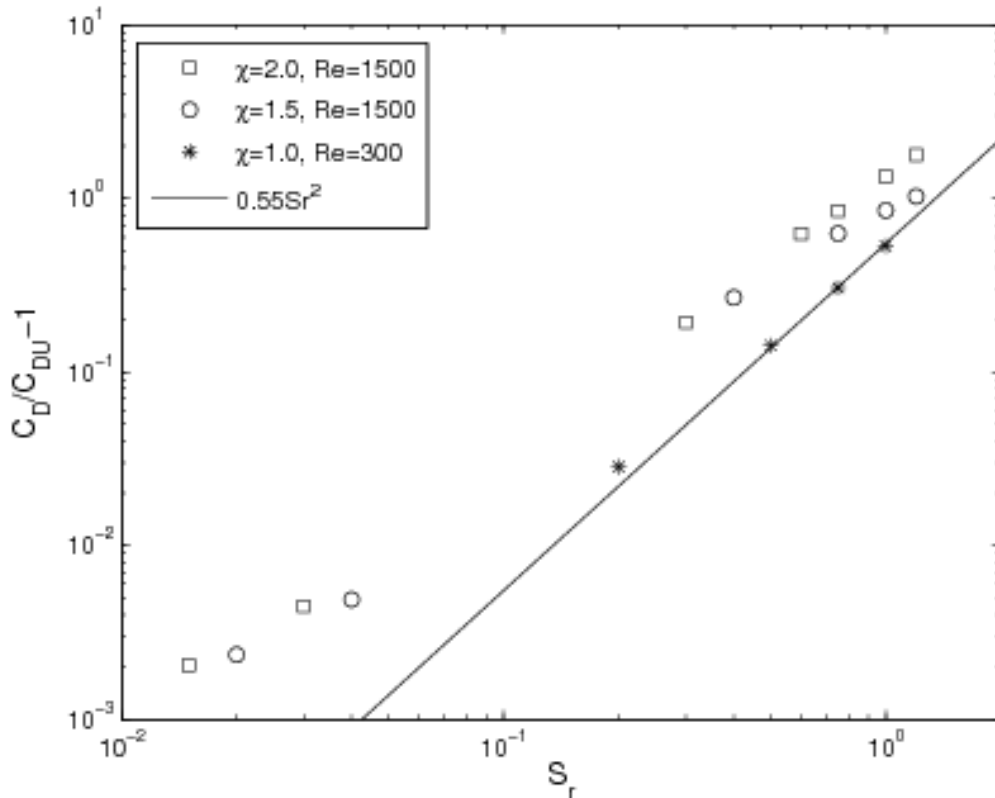


FIG. 5.3 – Evolution de  $C_D/C_{DU} - 1$  avec  $S_r$ .

## 5.4 Comparaison des effets de traînée et de portance

Pour apprécier l'importance relative des forces de traînée et de portance sur la trajectoire de la bulle, il est intéressant de considérer le rapport  $F_L/F_D$  entre ces deux forces. D'après les définitions utilisées pour ces deux forces, ce rapport s'exprime en fonction des coefficients  $C_L$  et  $C_D$  par :

$$\frac{F_L}{F_D} = \frac{4 S_r C_L}{3 \chi C_D} \quad (5.3)$$

On représente sur la figure (5.4) la quantité  $\chi|F_L|/S_r F_D$  correspondant à trois rapports de forme à savoir 1.5, 1.95 et 2.5 et aux cisaillements adimensionnels  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . La valeur absolue de la force de portance a été reportée pour permettre une représentation log/log

## Chapitre 5. Force de traînée sur une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé

---

malgré le changement de signe de cette composante. Pour  $\chi = 1.5$  et  $\chi = 1.95$  et pour les deux cisaillements considérés, on remarque que, ce rapport varie d'une manière linéaire avec le nombre de Reynolds, et présente une faible dépendance au cisaillement. Ce résultat n'est pas surprenant car en première approximation aux grands nombres de Reynolds, le coefficient de portance est au premier ordre indépendant du nombre de Reynolds :

$$C_L = 0.5 + 0.612(\chi - 1) \approx O(1),$$

tandis que le coefficient de traînée décroît comme  $Re^{-1}$  :

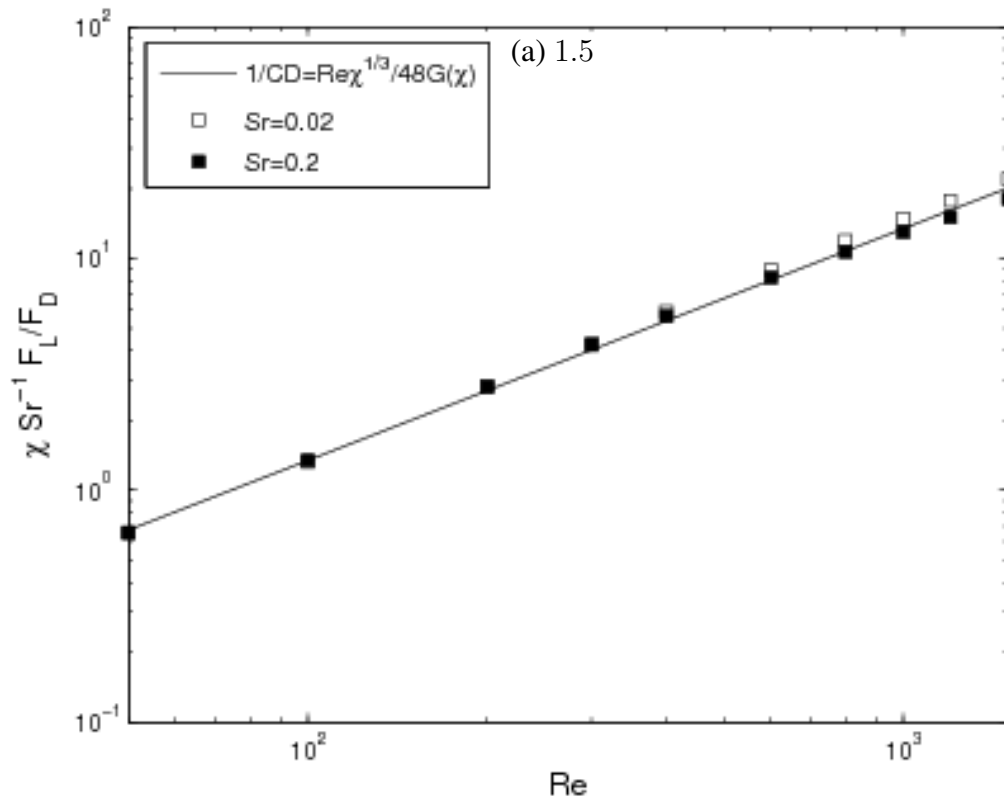
$$C_D \approx \frac{48G(\chi)\chi^{-1/3}}{Re}$$

Le rapport des deux composantes s'exprime alors par :

$$\frac{F_L}{F_D} \approx \frac{1}{36} \frac{S_r Re}{G(\chi)\chi^{2/3}} \quad (5.4)$$

Ainsi ce rapport augmente linéairement avec le nombre de Reynolds et le cisaillement de l'écoulement. L'aplatissement de la bulle a pour effet de réduire l'importance relative de la portance mais d'une manière plus modérée. Par exemple pour  $S_r = 0.2$  et  $Re = 1500$ , on trouve  $F_L = 2.45F_D$  pour  $\chi = 1.5$  et  $F_L = 1.64F_D$  pour  $\chi = 1.95$ , alors que ce rapport est dix fois plus faible à  $S_r = 0.02$ . On observe pratiquement pour les deux rapports de forme ( $\chi = 1.5$  et  $\chi = 1.95$ ) le même comportement que celui trouvé par Legendre & Magnaudet (1998) dans le cas d'une bulle sphérique. Par contre, pour  $\chi = 2.25$  ce rapport varie d'une manière plus complexe essentiellement dans la région où le signe de la portance est inversé. Il croît toujours de manière linéaire avec le nombre de Reynolds mais la dépendance avec le cisaillement est plus subtile.

## 5.4 Comparaison des effets de traînée et de portance



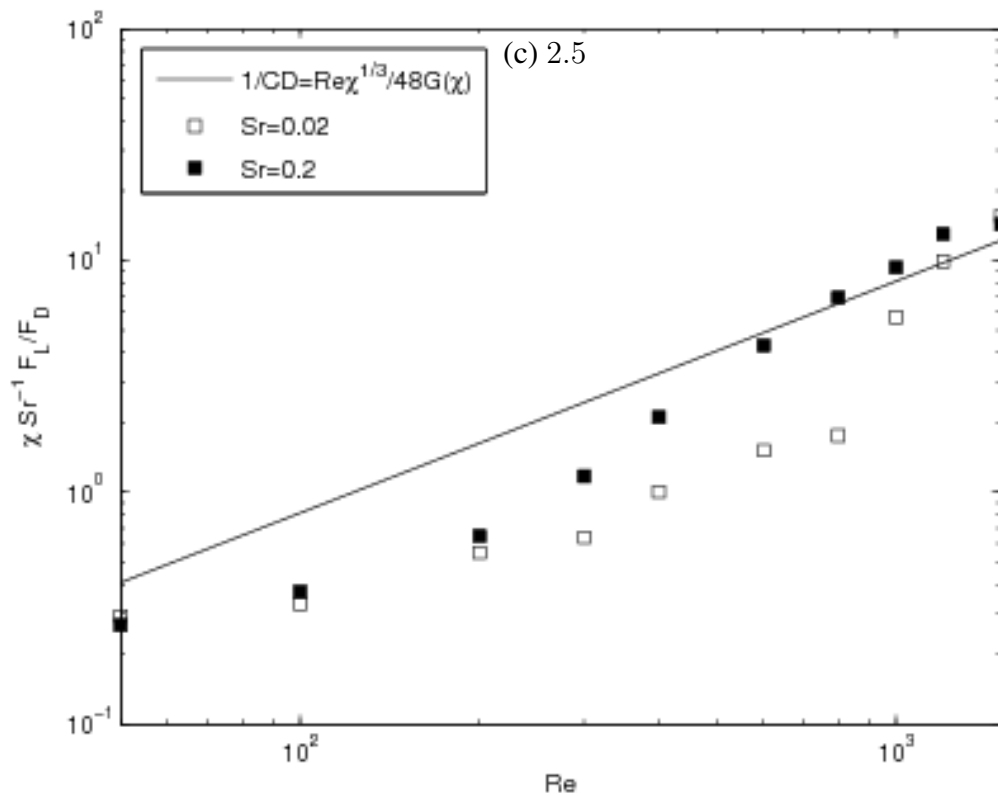


FIG. 5.4 – Rapport  $\chi S_r^{-1} F_L / F_D$  des forces de portance et de traînée (a) :  $\chi = 1.5$ , (b) :  $\chi = 1.95$ , et (c) :  $\chi = 2.5$ .

## 5.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de préciser l'évolution de la force de traînée subie par une bulle ellipsoïdale se déplaçant dans un cisaillement linéaire avec son petit axe parallèle au glissement.

Les résultats montrent que pour des cisaillements modérés ( $S_r \leq 0.3$ ) la traînée est très proche de celle mesurée en écoulement uniforme. Pour des cisaillements plus importants, les simulations numériques indiquent une évolution quadratique du même type que celle mise en évidence par Legendre & Magnaudet (1998) pour une bulle sphérique.

Les intensités des forces de portance et de traînée ont été comparées soulignant le rôle prédominant de la force de portance sur le mouvement de bulles en écoulement cisailé lorsque le nombre de Reynolds atteint quelques centaines.



## **Couple exercé sur une bulle ellipsoïdale par un écoulement cisailé**



# Chapitre 6

## Couple exercé sur une bulle ellipsoïdale par un écoulement cisailé

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>123</b>
<b>6.2</b>	<b>Couple en fluide parfait</b> . . . . .	<b>123</b>
6.2.1	Calcul semi analytique à faible cisaillement . . . . .	123
6.2.2	Simulations numériques en "fluide parfait" . . . . .	129
<b>6.3</b>	<b>Couple en fluide visqueux</b> . . . . .	<b>130</b>
6.3.1	Effet de l'aplatissement de la bulle . . . . .	130
6.3.2	Effet du nombre de Reynolds . . . . .	136
6.3.3	Comportement aux forts cisaillements . . . . .	139
6.3.4	Amplitude des oscillations du couple . . . . .	140
<b>6.4</b>	<b>Orientation d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé</b> . . . . .	<b>141</b>
6.4.1	Effet de l'inclinaison sur le couple . . . . .	143
6.4.2	Evolution de la position d'équilibre . . . . .	146
6.4.3	Modification de la traînée et de la portance à l'équilibre . . . . .	147
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>149</b>

---

## 6.1 Introduction

A la différence d'une bulle sphérique, une bulle ellipsoïdale subit au sein d'un écoulement cisailé un couple non nul. En effet, si la bulle est propre, le cisaillement à la surface est nul et si elle est sphérique toutes les actions sont normales et sont par conséquent dirigées vers son centre d'inertie. La mise en rotation d'une bulle propre ne peut donc avoir lieu que si celle-ci est non-sphérique et que l'écoulement est non-axisymétrique.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le couple exercé sur une bulle ellipsoïdale d'orientation fixe dans un écoulement cisailé en fonction de sa déformation, du nombre de Reynolds et du cisaillement de l'écoulement.

La première partie présente un calcul semi-analytique du couple exercé par un écoulement de fluide parfait faiblement cisailé. Le résultat analytique obtenu est comparé avec les simulations numériques. L'effet de la viscosité de l'écoulement sur le couple est ensuite étudié en fonction des différents paramètres dans la seconde partie de ce chapitre.

La dernière partie de ce chapitre étudie l'influence de l'inclinaison de la bulle sur les efforts exercés. La position d'équilibre de la bulle est ainsi déterminée en fonction du cisaillement.

## 6.2 Couple en fluide parfait

### 6.2.1 Calcul semi analytique à faible cisaillement

L'objectif principal de cette partie, est le calcul du couple  $\Gamma$  agissant sur une bulle ellipsoïdale au sein d'un écoulement cisailé  $\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_y$  de fluide parfait. Nous rappelons que le couple est défini par :

$$\Gamma = \int_S \mathbf{r} \times d\mathbf{F} \quad (6.1)$$

où  $\mathbf{r}$  représente le vecteur position défini en coordonnées cartésiennes par :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z, \quad (6.2)$$

$d\mathbf{F} = \overline{\overline{\Sigma}} \mathbf{n} dS$  est la force locale par unité de surface agissant sur la bulle et  $\overline{\overline{\Sigma}}$  est le tenseur des contraintes et  $\mathbf{n}$  extérieur à la bulle et  $dS$  sont respectivement le vecteur unitaire normal et l'élément de surface que nous définirons ci-dessus.

Le calcul qui est développé dans ce qui suit a été rendu possible par les travaux de Naciri (1992). Nous supposons l'écoulement faiblement cisailé c'est à dire satisfaisant

$$S_r = 2b\omega_0/U_0 \ll 1$$

Moore (1965) a montré qu'une bonne approximation de la forme d'une bulle faiblement déformée dans un écoulement uniforme est celle d'un ellipsoïde aplati de petit axe  $2a$  et de grand axe  $2b$ . On rappelle les coordonnées ellipsoïdales  $(\alpha, \theta, \lambda)$  utilisées pour les développements qui vont suivre voir paragraphe 1.2.4 :

$$\begin{cases} x = k\alpha \cos \theta \\ y = k\sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta \cos \lambda \\ z = k\sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta \sin \lambda \end{cases} \quad (6.3)$$

## Chapitre 6. Couple exercé sur une bulle ellipsoïdale

où  $\theta \in [0, \pi]$ ,  $\lambda \in [0, 2\pi]$  et  $\alpha \in [0, \infty[$ . Le demi petit axe  $a$  et le demi grand axe  $b$  sont respectivement reliés à  $k$  et  $\alpha_0$  par :

$$a = k\alpha_0 \quad \text{et} \quad b = k\sqrt{1 + \alpha_0^2}$$

$\alpha_0$  est la valeur de  $\alpha$  à la surface de la bulle que l'on peut exprimer en fonction du rapport d'aspect  $\chi = b/a$  :

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \quad (6.4)$$

L'abscisse curviligne est donnée par :

$$ds^2 = h_\alpha^2 d\alpha^2 + h_\theta^2 d\theta^2 + h_\lambda^2 d\lambda^2 \quad (6.5)$$

où les trois métriques  $h_\alpha$ ,  $h_\theta$  et  $h_\lambda$  sont définies respectivement par :

$$h_\alpha = k\sqrt{\frac{\alpha^2 + \cos^2 \theta}{1 + \alpha^2}}, \quad h_\theta = k\sqrt{\alpha^2 + \cos^2 \theta} \quad \text{et} \quad h_\lambda = k\sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta \quad (6.6)$$

On note  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire normal à la surface de la bulle :

$$\mathbf{n} = \sqrt{\frac{1 + \alpha_0^2}{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} \left( \cos \theta \mathbf{e}_x + \frac{\alpha_0}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} \cos \lambda \sin \theta \mathbf{e}_y + \frac{\alpha_0}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} \sin \lambda \sin \theta \mathbf{e}_z \right) \quad (6.7)$$

et  $dS$  l'élément de surface de la bulle défini par :

$$dS = h_\theta h_\lambda d\theta d\lambda = k^2 \sqrt{(1 + \alpha^2)(\alpha^2 + \cos^2 \theta)} \sin \theta d\theta d\lambda \quad (6.8)$$

Le fluide étant supposé parfait, la contrainte visqueuse est nulle et la force agissant sur la bulle provient des seuls effets de la pression  $P$ . Elle s'écrit :

$$\mathbf{F} = - \int_S P \mathbf{n} dS \quad (6.9)$$

Le couple s'écrit dans ces mêmes conditions :

$$\mathbf{\Gamma} = - \int_S P (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS \quad (6.10)$$

Le cisaillement étant faible, on introduit la perturbation de vitesse adimensionnelle  $\mathbf{u}$  :

$$\mathbf{U}/U_0 = \mathbf{U}_u + \frac{S_r}{2} \mathbf{u} \quad (6.11)$$

où le champ de vitesse adimensionnel à l'ordre zéro  $\mathbf{U}_u$  est celui de l'écoulement potentiel autour d'un ellipsoïde placé dans un écoulement uniforme dérivant du potentiel :

$$\phi = kU_0 \cos \theta [\alpha + \delta(1 - \alpha \cot^{-1} \alpha)] \quad (6.12)$$

où  $\delta$  est une constante qui est donnée en fonction de  $\alpha_0$  (relation 6.4), valeur de  $\alpha$  à la surface de la bulle par :

$$\delta = \left( \cot^{-1} \alpha_0 - \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0^2} \right)^{-1} \quad (6.13)$$

Le champ de vitesse  $\mathbf{U}_u$  a pour composantes dans le repère curviligne  $(\alpha, \theta, \lambda)$  :

$$\begin{aligned} U_{u\alpha} &= U_0 \sqrt{\frac{1 + \alpha^2}{\alpha^2 + \cos^2 \theta}} \frac{q(\alpha)}{1 + \alpha^2} \cos \theta \\ U_{u\theta} &= -\frac{U_0}{\sqrt{\alpha^2 + \cos^2 \theta}} \frac{\delta + \alpha q(\alpha)}{1 + \alpha^2} \sin \theta \\ U_{u\lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (6.14)$$

où  $q(\alpha)$  est une fonction dépendant de  $\alpha$  définie par :

$$q(\alpha) = \delta \alpha + (1 + \alpha^2)(1 - \delta \cot^{-1} \alpha) \quad (6.15)$$

Le fluide étant parfait, la pression  $P$  est déterminée en écrivant sur la surface de la bulle l'équation de Bernouilli :

$$P = P_0 + \frac{1}{2} \rho U_0^2 - \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (6.16)$$

$P_0$  est la pression fixée en amont de la bulle. En considérant la décomposition de la vitesse donnée par la relation (6.11),  $U^2$  et  $P$  s'écrivent respectivement au premier ordre en  $S_r$  :

$$U^2 = U_0^2 + U_0 S_r \mathbf{U}_u \cdot \mathbf{u} + o(S_r \mathbf{u}), \quad P = P_0 - \frac{U_0}{2} S_r \rho \mathbf{U}_u \cdot \mathbf{u} + o(S_r \mathbf{u}) \quad (6.17)$$

Le couple a alors pour expression :

$$\Gamma = S_r \frac{\rho U_0}{2} \int_S (\mathbf{U}_u \cdot \mathbf{u}) (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS \quad (6.18)$$

Les produits scalaire  $(\mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{u})$  et vectoriel  $(\mathbf{r} \times \mathbf{n})$  valent respectivement à la surface de la bulle :

$$\mathbf{U}_u \cdot \mathbf{u} = U_{u\theta} \cdot u_\theta = -\frac{U_0^2}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} \frac{\delta}{1 + \alpha_0^2} u_\theta \sin \theta \quad (6.19)$$

$$\mathbf{r} \times \mathbf{n} = k \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} (\sin \lambda \mathbf{e}_y - \cos \lambda \mathbf{e}_z) \quad (6.20)$$

où  $u_\theta$  est la composante tangentielle de la perturbation induite par le cisaillement. En s'inspirant des travaux de Lighthill (1956) et de Auton (1987), Naciri (1992) a calculé cette perturbation de vitesse dans le cas de la bulle ellipsoïdale. Comme pour une bulle sphérique (Auton (1987)), la vitesse  $u_\theta$  s'exprime d'après Naciri (1992) par :

$$u_\theta(\alpha_0, \theta, \lambda) = u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) \cos \lambda \quad (6.21)$$

Nous avons étudié cette décomposition de la vitesse à la surface de la bulle dans le chapitre 2. Nous avons ainsi montré qu'elle est vérifiée pour des cisaillements allant jusqu'à  $S_r = 0.2$ . En considérant les relations (6.19), (6.20) et (6.21), le couple s'écrit alors :

$$\Gamma = -S_r \frac{U_0^2 \rho}{2} \frac{k^3 \delta}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta \sin^3 \theta \cos \lambda}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) (\sin \theta \mathbf{e}_y - \cos \theta \mathbf{e}_z) d\theta d\lambda \quad (6.22)$$

et il peut être décomposé sous la forme :

$$\Gamma = \Gamma_y + \Gamma_z. \quad (6.23)$$

La composante suivant  $y$  est nulle compte tenu de la symétrie géométrique du problème :

$$\Gamma_y = -S_r \frac{U_0^2 \rho}{2} \frac{k^3 \delta}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta \sin^3 \theta \sin(2\lambda)}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) d\theta d\lambda \mathbf{e}_y = \mathbf{0}, \quad (6.24)$$

et la composante suivant  $z$  qui s'écrit :

$$\Gamma_z = S_r \frac{U_0^2 \rho}{2} \frac{k^3 \delta}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta \sin^3 \theta \cos^2 \lambda}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) d\theta d\lambda \mathbf{e}_z \quad (6.25)$$

Le couple n'a donc qu'une seule composante suivant  $z$  qui par intégration suivant  $\lambda$  devient :

$$\Gamma_z = S_r \frac{U_0^2 \rho}{2} \frac{\pi k^3 \delta}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} \int_0^\pi \frac{\cos \theta \sin^3 \theta}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) d\theta \mathbf{e}_z \quad (6.26)$$

que l'on écrit sous la forme :

$$\Gamma_z(Re = \infty, \chi, S_r) = S_r \frac{U_0^2 \rho}{2} \frac{\pi k^3 \delta}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} J(\chi) \mathbf{e}_z \quad (6.27)$$

où  $J(\chi)$  est une fonction intégrale ne dépendant que du rapport de forme de la bulle :

$$J(\chi) = \int_0^\pi \frac{\cos \theta \sin^3 \theta}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) d\theta = \int_0^\pi g(\chi, \theta) d\theta \quad (6.28)$$

avec  $g(\chi, \theta)$  la fonction définie par :

$$g(\chi, \theta) = \frac{\cos \theta \sin^3 \theta}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) \quad (6.29)$$

Pour le calcul de la force de portance  $F_L$ , Naciri (1992) a trouvé :

$$\mathbf{F}_L = -S_r \rho U_0^2 \frac{\pi k^2 \delta \alpha_0}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} I(\chi) \mathbf{e}_y \quad (6.30)$$

avec  $I(\chi)$  une fonction intégrale définie par :

$$I(\chi) = \int_0^\pi \frac{\sin^3 \theta}{\sqrt{\alpha_0^2 + \cos^2 \theta}} u_\theta(\alpha_0, \theta, 0) d\theta \quad (6.31)$$

Cette fonction  $I(\chi)$  présente une forte ressemblance avec  $J(\chi)$ , la seule différence provient du  $\cos \theta$  dans  $J(\chi)$  qui modifie le comportement de cette dernière. N'ayant accès qu'à la représentation graphique de la vitesse tangentielle  $u_\theta(\alpha_0, \theta, 0)$  dans le plan diamétral ( $\lambda = 0$ ) (Naciri (1992) page 53, figure IV.4), nous avons utilisé un logiciel (Digitizer) pour extraire les points du graphique correspondant à cette vitesse pour différents rapports de forme  $\chi$ . Les vitesses correspondantes sont représentées sur la figure 6.1. Nous avons pu en déduire l'évolution de

la fonction  $g(\chi, \theta)$  qui est reportée sur la figure 6.2. Pour nous assurer de la précision de notre méthode d'extraction des valeurs des points, nous avons recalculé les valeurs du coefficient de portance  $C_L$  et de l'intégrale  $I(\chi)$  en utilisant le logiciel Maple. Les valeurs de  $I(\chi)$  et de  $C_L$  obtenues sont comparées avec celles de Naciri (1992) dans le tableau (6.1). On observe un écart inférieur à 2% entre nos valeurs et celles de Naciri, ce qui montre que, nous avons correctement extrait l'évolution de la vitesse tangentielle  $u_\theta(\alpha_0, \theta, 0)$ . Cet écart nous permet également d'estimer l'ordre de grandeur de la précision des résultats que nous allons obtenir.

On introduit le couple adimensionnel  $C_\Gamma$  défini par :

$$\Gamma_z(Re = \infty, \chi, S_r) = C_\Gamma \rho \frac{\pi b^4}{2} \omega_0 U_0 \quad (6.32)$$

En comparant les équations (6.27) et (6.32), on en déduit le couple adimensionnel :

$$C_\Gamma(Re = \infty, \chi, S_r) = \frac{2}{b^3} \frac{k^3 \delta}{\sqrt{1 + \alpha_0^2}} J(\chi) \quad (6.33)$$

En remplaçant  $\alpha_0$  et  $k$  par leur valeur en fonction  $\chi$  dans (6.33), on obtient finalement :

$$C_\Gamma(Re = \infty, \chi, S_r) = \frac{2}{\chi^2} \frac{(\chi^2 - 1)^2}{\chi^2 \sec^{-1} \chi - (\chi^2 - 1)^{1/2}} J(\chi) \quad (6.34)$$

Lorsque  $\chi \rightarrow 1$ ,  $\sec^{-1} \chi \rightarrow \sqrt{2}[(\chi - 1)^{1/2} - 5/12(\chi - 1)^{3/2}]$ , le dénominateur  $\chi^2 \sec^{-1}(\chi) - (\chi^2 - 1)^{1/2} \rightarrow 4\sqrt{2}(\chi - 1)^{3/2}/3$ . On en déduit alors le comportement de  $C_\Gamma$  lorsque  $\chi \rightarrow 1$  :

$$C_\Gamma(Re = \infty, \chi \rightarrow 1, S_r) \sim 3\sqrt{2}J(\chi) \frac{(\chi - 1)^{1/2}}{\chi^2}, \quad (6.35)$$

Comme  $J(\chi) \rightarrow 0$  lorsque  $\chi \rightarrow 1$ , le couple tend bien vers celui d'une bulle sphérique ( $C_\Gamma = 0$ ).

Les valeurs de l'intégrale  $J(\chi)$  et du coefficient du couple  $C_\Gamma$  sont reportées dans le tableau (6.2). Ces résultats peuvent être corrélés avec une erreur relative inférieure à 1% par la relation empirique :

$$C_\Gamma(Re = \infty, \chi, S_r) = -0.27(\chi - 1)^{0.7} \quad (6.36)$$

dont la valeur tend vers 0 lorsque  $\chi$  tend vers 1.

On constate que :

(i) le couple est négatif (le couple est orienté suivant  $-e_z$ ) c'est à dire que la bulle pivote dans le sens des aiguilles d'une montre. Ce résultat pouvait être anticipé en considérant que, compte tenu de son sens, le gradient de vitesse exerce une pression plus importante sur la partie inférieure de la bulle. En d'autres termes, la bulle tourne dans le sens imposé par la vorticité de l'écoulement non perturbé.

(ii) Comme pour la portance, le couple adimensionnel  $C_\Gamma$  est indépendant de  $S_r$  c'est à dire que, compte tenu de l'adimensionnalisation (6.32), le couple  $\Gamma_z$  est proportionnel au cisaillement de l'écoulement.

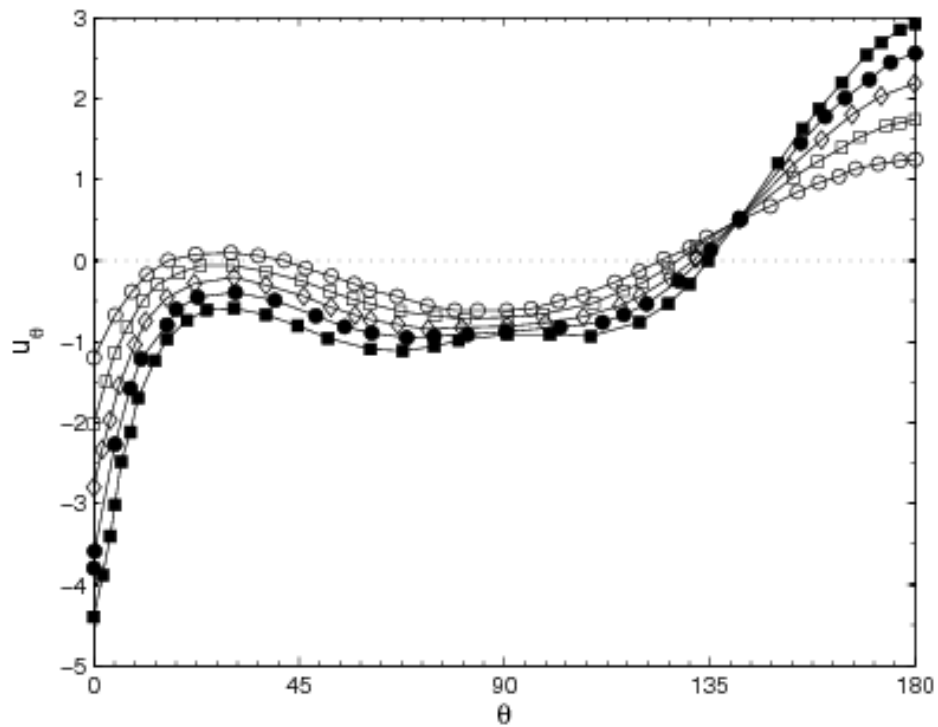


FIG. 6.1 – Perturbation de vitesse tangentielle  $u_\theta$  obtenue par Naciri (1992).  $\circ$  :  $\chi = 1.0$ ,  $\square$  :  $\chi = 1.5$ ,  $\diamond$  :  $\chi = 2.0$ ,  $\bullet$  :  $\chi = 2.5$  et  $\blacksquare$  :  $\chi = 3.0$ .

$\chi$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$I(\chi)$ Naciri (1992)	0.4444	0.6575	1.206	1.7828	2.3788
$I(\chi)$ cette étude	0.4444	0.6553	1.2214	1.7672	2.3644
écart	0.00	0.002	0.015	0.016	0.014
$C_L$ Naciri (1992)	0.5	0.796	1.105	1.417	1.730
$C_L$ cette etude	0.5	0.794	1.121	1.404	1.7195
écart	0.00	0.002	0.016	0.010	0.011

TAB. 6.1 – Valeurs de  $I(\chi)$  et  $C_L$

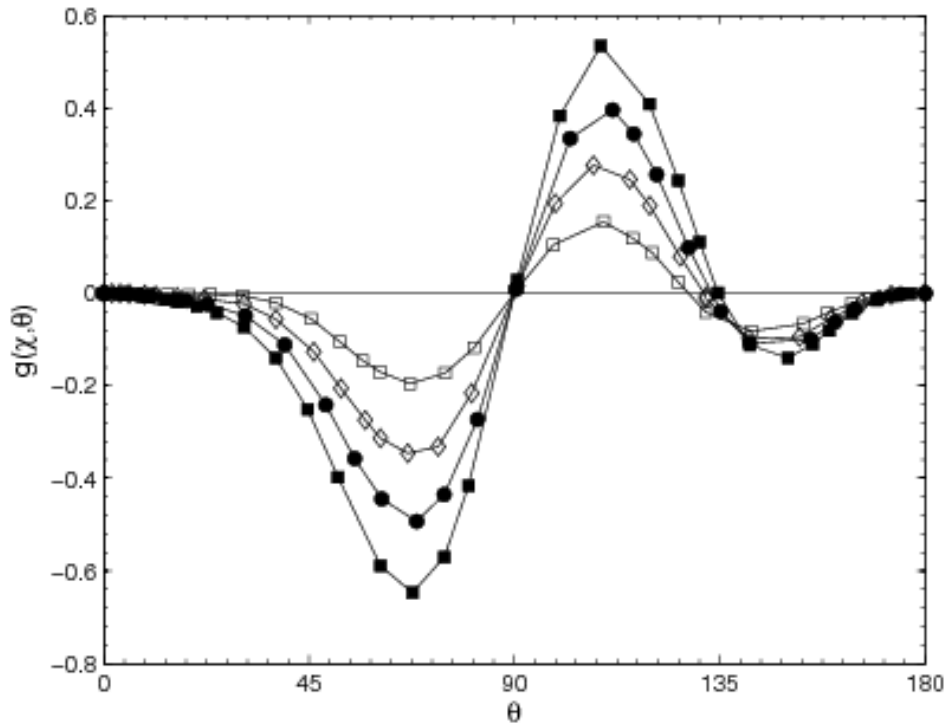


FIG. 6.2 – Evolution de la fonction  $g(\theta, \chi)$ .  $\square$  :  $\chi = 1.5$ ,  $\diamond$  :  $\chi = 2.0$ ,  $\bullet$  :  $\chi = 2.5$  et  $\blacksquare$  :  $\chi = 3.0$ .

$\chi$	1.0	1.5	2.0	2.5	3
$J(\chi)$	0.000	-0.093	-0.147	-0.199	-0.256
$C_{\Gamma}$	0.	-0.165	-0.270	-0.357	-0.441

TAB. 6.2 – Valeurs de  $J(\chi)$  et de  $C_{\Gamma}$

### 6.2.2 Simulations numériques en "fluide parfait"

L'état de "fluide parfait" peut être approché dans les simulations numériques en introduisant une viscosité de plus en plus faible. Pour cette comparaison, les simulations ont été réalisées pour  $Re = 4000$  et pour deux cisaillements adimensionnels respectivement  $S_r = 0.02$  et  $S_r = 0.2$ . Les valeurs du couple sont reportées sur la figure 6.3 en fonction du rapport de forme de la bulle  $\chi$  compris entre 1 et 3 et sont comparées aux résultats du calcul semi-analytique (6.34) et de la relation empirique (6.37) donnée plus loin. Cette figure montre que les valeurs numériques obtenues sont très voisines des valeurs semi-analytiques. L'accord est d'autant plus meilleur que la valeur du cisaillement est faible en accord avec l'hypothèse du calcul ( $S_r \ll 1$ ). Cependant nos simulations montrent que, cette hypothèse reste valable même pour des cisaillements plus importants tel que  $S_r = 0.2$  où l'écart est de l'ordre de 5%.

On constate donc qu'à condition de choisir un nombre de Reynolds suffisamment important (ici  $Re = 4000$ ), les résultats des simulations sont en très bon accord avec le calcul

semi-analytique développé ci-dessus en fluide parfait. Nous allons maintenant étudier l'effet du nombre de Reynolds sur l'évolution de couple en fonction de l'intensité du cisaillement et de l'aplatissement de la bulle.

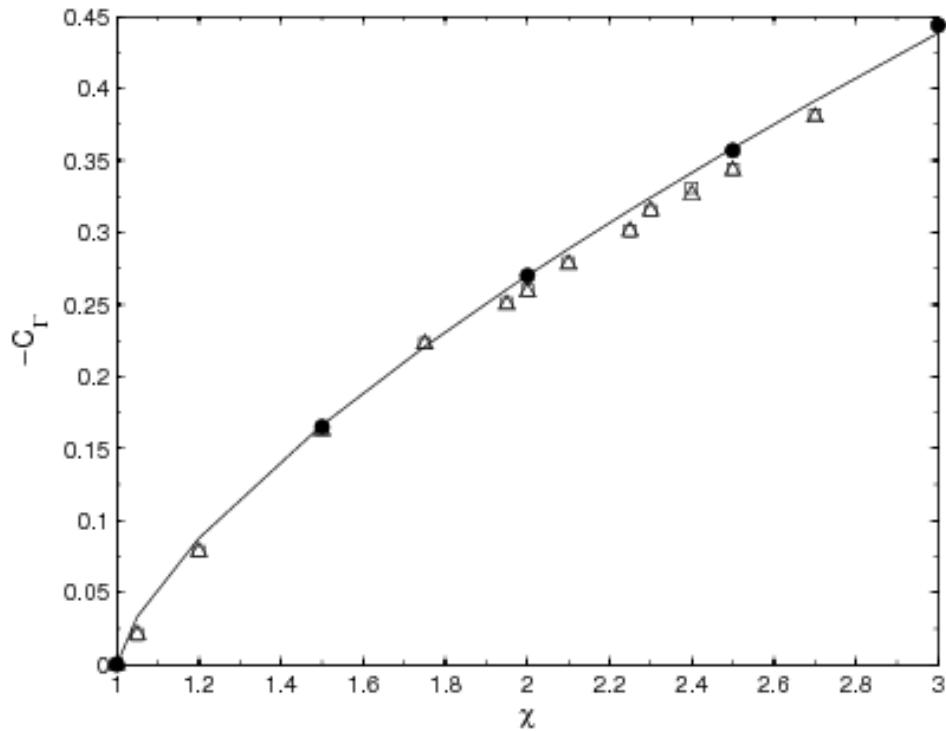


FIG. 6.3 – Evolution de  $C_T$  avec  $\chi$  en fluide " parfait". • : relation (6.34), — : relation (6.37). Simulations numériques  $\square$  :  $S_r = 0.02$ ,  $\triangle$  :  $S_r = 0.2$  pour  $Re = 4000$ .

### 6.3 Couple en fluide visqueux

Nous avons constaté au chapitre 3 que la force de portance qui s'exerce sur une bulle déformée plongée dans un écoulement cisailé peut changer de signe en fonction de la compétition entre la dynamique de la vorticité de l'écoulement de base et celle de la vorticité générée à la surface de la bulle. Nous allons considérer dans cette partie l'effet induit sur le couple.

#### 6.3.1 Effet de l'aplatissement de la bulle

Les variations du couple adimensionnel  $-C_T$  avec le rapport de forme de la bulle  $\chi$  sont représentées sur la figure 6.4. Sur cette figure les résultats des simulations numériques correspondant à 3 nombres de Reynolds, à savoir 400, 1000 et 1500, sont comparées pour  $S_r = 0.02$  aux valeurs analytiques déduites de la relation (6.37) et à la courbe donnée par la relation (6.34). On observe deux comportements différents. Le premier pour  $\chi \leq 2.2$  est l'évolution croissante du couple avec le rapport de forme, en accord avec la solution fluide parfait. La bulle

a tendance à tourner dans le sens des aiguilles d'une montre c'est à dire dans le sens imposé par la vorticité de l'écoulement de base. On constate que l'intensité du couple décroît avec le nombre de Reynolds. Cet effet sera étudié plus en détail dans la section suivante. On retrouve ici le même comportement que celui observé pour la force de portance. En effet, le couple et la force de portance sont tous les deux directement proportionnels à  $u_\theta$  (voir relations (6.27) et (6.30)) laquelle est d'après la figure 3.22 du chapitre 3 fortement influencée par la zone de recirculation.

Un changement de comportement très net est ensuite observé sur la figure 6.4 pour  $\chi \geq 2.2$ . Le couple subit une brusque décroissance pour changer de signe et tendre lorsque  $\chi$  augmente vers une valeur quasi-constante  $C_T = -0,20$  pour  $S_r = 0.02$ . On observe ainsi un comportement assez surprenant : la bulle subit un couple qui l'oblige à tourner dans le sens opposé à celui imposé par la vorticité de l'écoulement de base. Comme pour la force de portance, cet effet est la conséquence directe de la compétition entre la vorticité de l'écoulement de base et celle produite à la surface de la bulle comme schématisé sur la figure 6.5. Tant que le comportement n'est pas dominé par la vorticité produite sur la bulle, le sens de rotation de la vorticité axiale dans le sillage se traduit par une aspiration du fluide vers le bas, entraînant par réaction une force de portance dirigée vers le haut. Pour comprendre l'effet sur le couple il faut considérer la différence induite par ce mécanisme sur la circulation de l'écoulement autour de la bulle. L'aspiration de fluide de haut en bas dans le sillage tend à générer un mouvement de fluide dans le sens des aiguilles d'une montre c'est à dire dans le même sens que celui imposé par la vorticité de l'écoulement de base. Par contre lorsque le mouvement du fluide dans le sillage est inversé comme expliqué dans le chapitre précédent, l'aspiration se fait de bas en haut, ce qui inverse le sens de la circulation générale de l'écoulement autour de la bulle et tend à faire tourner la bulle dans le sens contraire, c'est à dire dans le sens opposé à celui de la vorticité de l'écoulement de base.

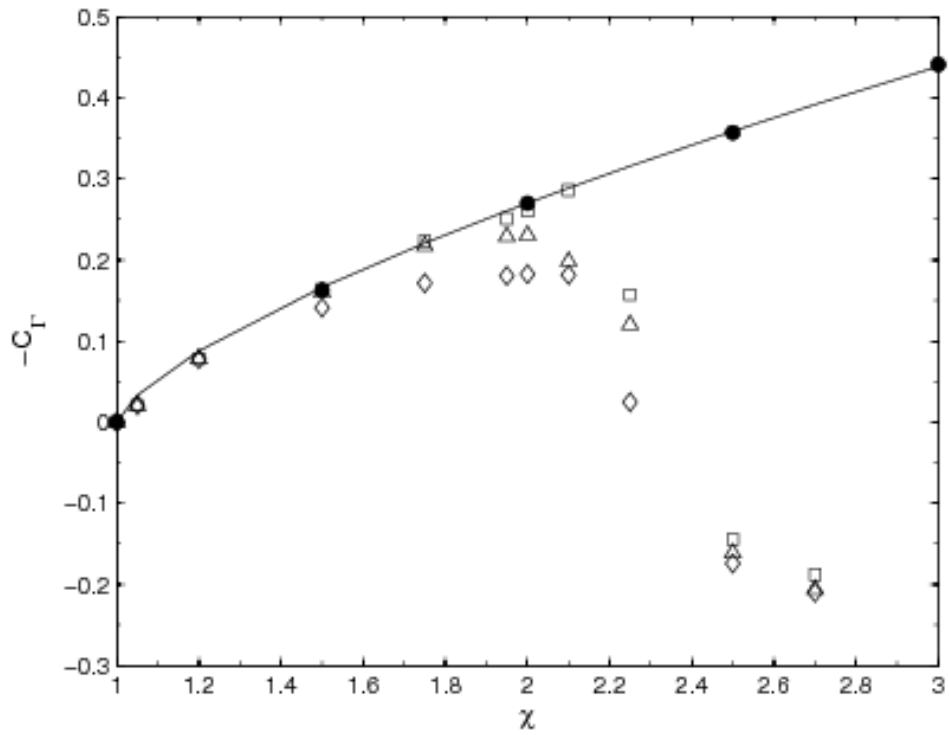


FIG. 6.4 – Evolution de  $C_T$  avec  $\chi$  pour  $S_r = 0.02$ . ● : relation (6.34), — : relation (6.37), □ :  $Re = 1500$ , △ :  $Re = 1000$ , ◇ :  $Re = 400$ .

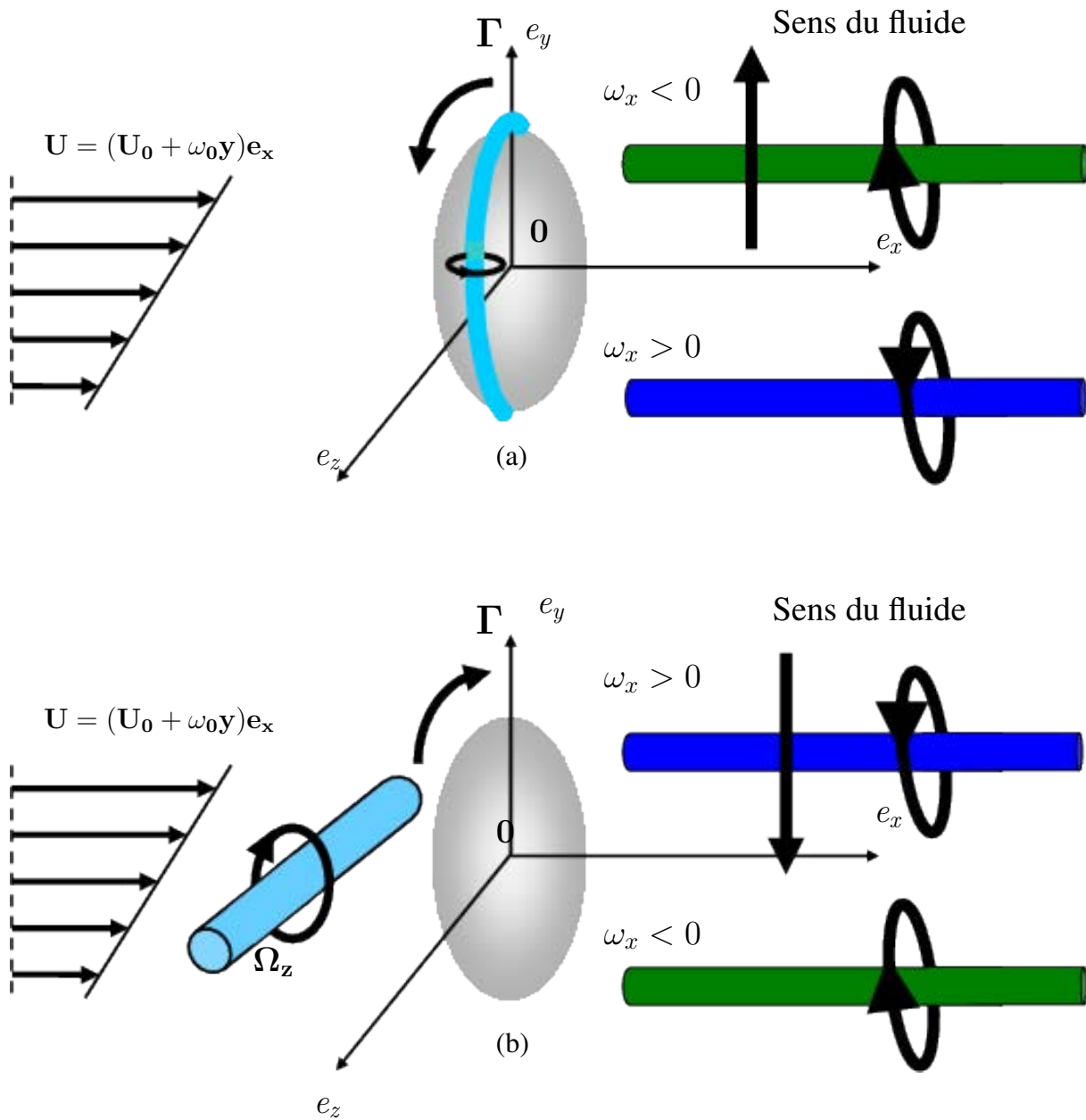


FIG. 6.5 – Schéma explicitant le changement de sens du couple en fonction du sens de la vorticité axiale générée dans le sillage. (a) Faible cisaillement (rotation opposée à celle de la vorticité de l'écoulement non perturbé), (b) Fort cisaillement (Rotation suivant le sens de la vorticité de l'écoulement non perturbé).

### Diagramme $(Re, \chi)$ pour le sens de rotation

Comme pour la force de portance, le sens du couple exercé sur la bulle peut être représenté dans le diagramme  $(\chi, Re)$ . La figure 6.6 illustre la zone où le couple adimensionnel change de signe pour deux cisaillements, respectivement  $S_r = 0.02$  (figure 6.6.a) et  $S_r = 0.008$  (figure 6.6.b). Cette figure montre que, pour  $\chi \geq 2.25$ , le couple  $C_\Gamma$  change de sens dans un intervalle fini  $[Re_{\Gamma_1}, Re_{\Gamma_2}]$ . Cet intervalle augmente lorsque le cisaillement diminue, la valeur de  $Re_{\Gamma_1}$  diminuant et celle de  $Re_{\Gamma_2}$  augmentant avec la diminution du cisaillement. On constate par exemple que, pour  $S_r = 0.008$  et  $\chi = 2.25$ ,  $Re_{\Gamma_1} \approx 320$  et  $Re_{\Gamma_2} \approx 882$  alors que pour  $S_r = 0.02$ , il n'y a pas de changement de sens du couple pour ce rapport de forme. Pour  $\chi = 2.5$ , ces deux valeurs deviennent respectivement  $Re_{\Gamma_1} \approx 200$  et  $Re_{\Gamma_2} \approx 1981$  pour  $S_r = 0.02$ , alors que pour  $S_r = 0.008$ , on observe que  $Re_{\Gamma_1} \approx 200$  et  $Re_{\Gamma_2} > 2000$ . Comme pour le cas du coefficient de portance,  $Re_{\Gamma_1}$  décroît faiblement lorsque  $\chi$  augmente, alors que  $Re_{\Gamma_2}$  augmente rapidement avec le rapport de forme.

Sur le diagramme 6.6 est également reportée la transition observée pour le changement de signe de la force de portance. On constate que l'intervalle  $[Re_{\Gamma_1}, Re_{\Gamma_2}]$  est toujours contenu dans l'intervalle  $[Re_1, Re_2]$  pour lequel le coefficient de portance change de signe. On remarque cependant que les deux domaines correspondants sont très proches. Ceci tend à confirmer que c'est bien le même mécanisme qui est responsable des deux effets.

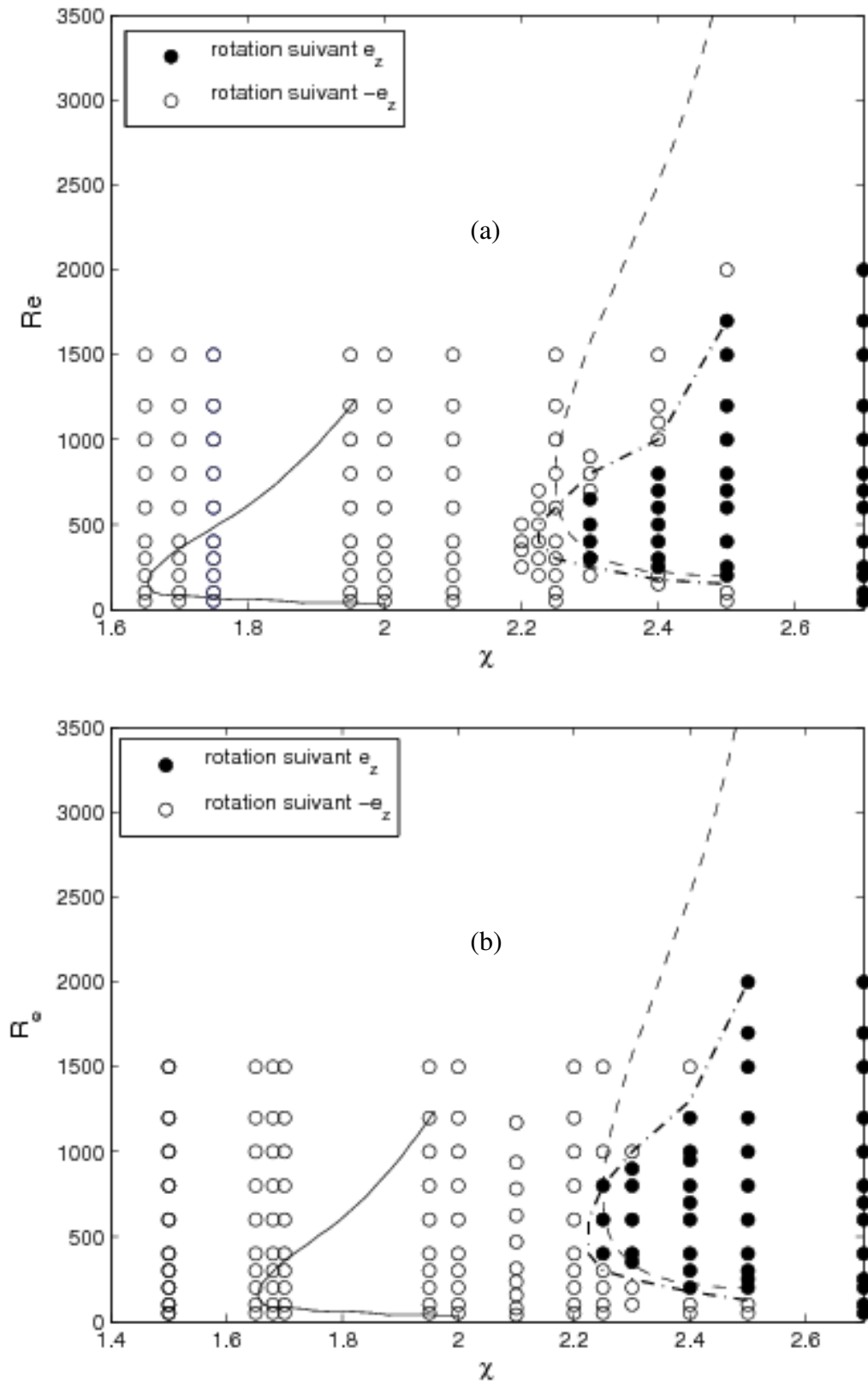


FIG. 6.6 – Diagramme de phase de changement de signe de  $C_L$ . (a)  $S_r = 0.02$ , (b)  $S_r = 0.008$ . — Courbe délimitant l'apparition de la zone de recirculation (Blanco (1995)); - - - courbe délimitant la perte de la symétrie axiale (Mougin (2002)), - · - courbe délimitant le changement de signe de la force de portance.

### 6.3.2 Effet du nombre de Reynolds

Les figures 6.7 et 6.8 présentent la variation du couple adimensionnel  $C_{\Gamma}(Re, \chi, S_r)$  avec le nombre de Reynolds pour les deux comportements mis en évidence ci-dessus. Deux cisaillements adimensionnels  $S_r$ , à savoir 0.02 et 0.2 sont considérés dans ces deux figures.

#### Comportement pour $\chi \leq 2.2$

Le couple adimensionnel  $C_{\Gamma}(Re, \chi, S_r)$  est partout négatif, c'est-à-dire que tant que  $\chi < 2.2$ , c'est la vorticité de l'écoulement de base qui impose le sens de rotation de la bulle. La valeur de  $|C_{\Gamma}|$  augmente avec le nombre de Reynolds pour tendre vers la valeur asymptotique donnée par la relation (6.37). Le couple passe par un minimum local qui dépend du rapport de forme  $\chi$ . Ce minimum est localisé autour de  $Re \sim 100$  pour  $\chi = 1.5$  et de  $Re \sim 250$  pour  $\chi = 2.0$  pour les deux cisaillements étudiés. L'augmentation de l'intensité du couple adimensionnel  $|C_{\Gamma}|$  lorsque le nombre de Reynolds diminue à partir de ce minimum local vient de la contribution croissante des contraintes visqueuses qui induisent une rotation dans le sens imposé par la vorticité de l'écoulement de base. La figure 6.7 montre aussi que le cisaillement de l'écoulement n'a pas beaucoup d'influence sur le couple adimensionnel  $C_{\Gamma}$  pour cette gamme de paramètres. L'effet du cisaillement pour des valeurs plus intenses de celui-ci sera présenté plus loin. Une analyse des résultats numériques montre que l'évolution du couple avec le nombre de Reynolds et l'appâtissement de la bulle suit une loi d'évolution de même type que celle observée pour la force de portance (relation (4.8) chapitre 4) :

$$C_{\Gamma}(Re, \chi, S_r) = -0.27(\chi - 1)^{0.7} + 10^3(\chi - 1)^{2.75} Re^{-3/2} \quad (6.37)$$

Cette relation est reportée sur la figure 6.7. On retrouve la même dépendance en  $Re^{-3/2}$  et  $(\chi - 1)^{2.75}$  qu'au chapitre 3 pour décrire la tendance asymptotique vers la solution de fluide parfait. Comme expliqué pour le coefficient de portance, ce comportement traduit l'effet de la couche limite mis en évidence par Moore (1963) pour la force de traînée en écoulement uniforme. Cette relation n'est bien entendu utilisable que pour  $\chi \leq 2.2$ .

#### Comportement pour $\chi > 2.2$

Le comportement pour  $\chi \geq 2.2$  est complètement différent de celui décrit par la solution fluide parfait. On constate que cette gamme d'appâtissement l'évolution du couple est fortement dépendante du cisaillement de l'écoulement. Ainsi lorsque le cisaillement diminue, le couple change de signe. Plus l'appâtissement est important et plus la gamme de nombres de Reynolds pour laquelle le sens de rotation est inversé est grande. On constate que lorsque le sens de rotation est inversé, le couple adimensionnel  $C_{\Gamma}$  est alors quasiment constant sur une plage de nombres de Reynolds qui elle aussi augmente avec  $\chi$ . Le nombre de Reynolds au-delà duquel le couple retrouve le signe et la valeur prédits par la solution de fluide parfait est d'autant plus grand que l'appâtissement est important. Le couple tend cependant toujours vers cette valeur asymptotique lorsque le nombre de Reynolds augmente comme l'a montré la figure 6.3.

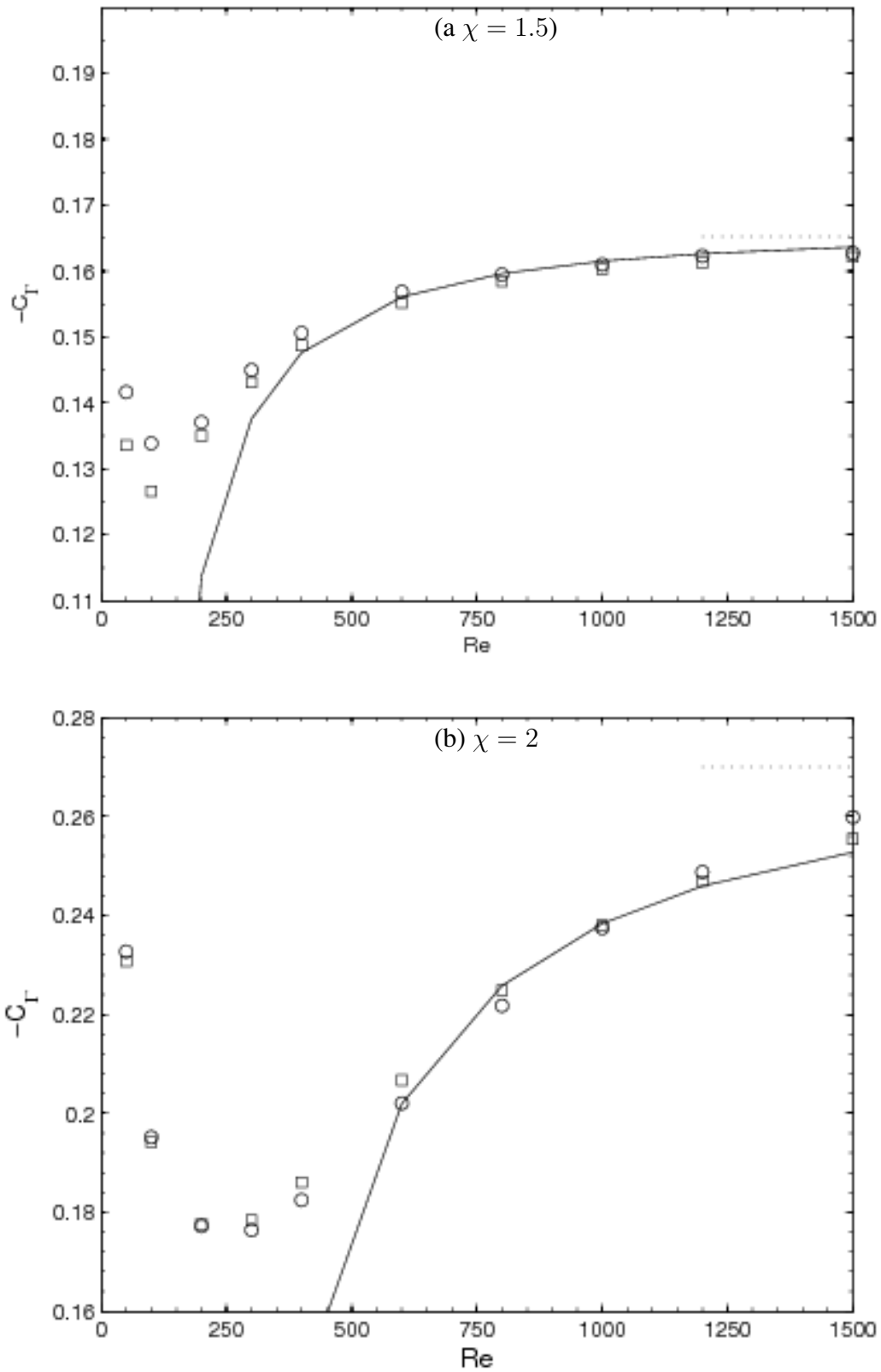


FIG. 6.7 – Evolution du couple  $C_T$  avec le nombre de Reynolds  $Re$  : a)  $\chi = 1.5$  et b)  $\chi = 2.0$ .  
— : relation 6.37,  $\circ$  :  $S_r = 0.02$ ,  $\square$  :  $S_r = 0.2$ .

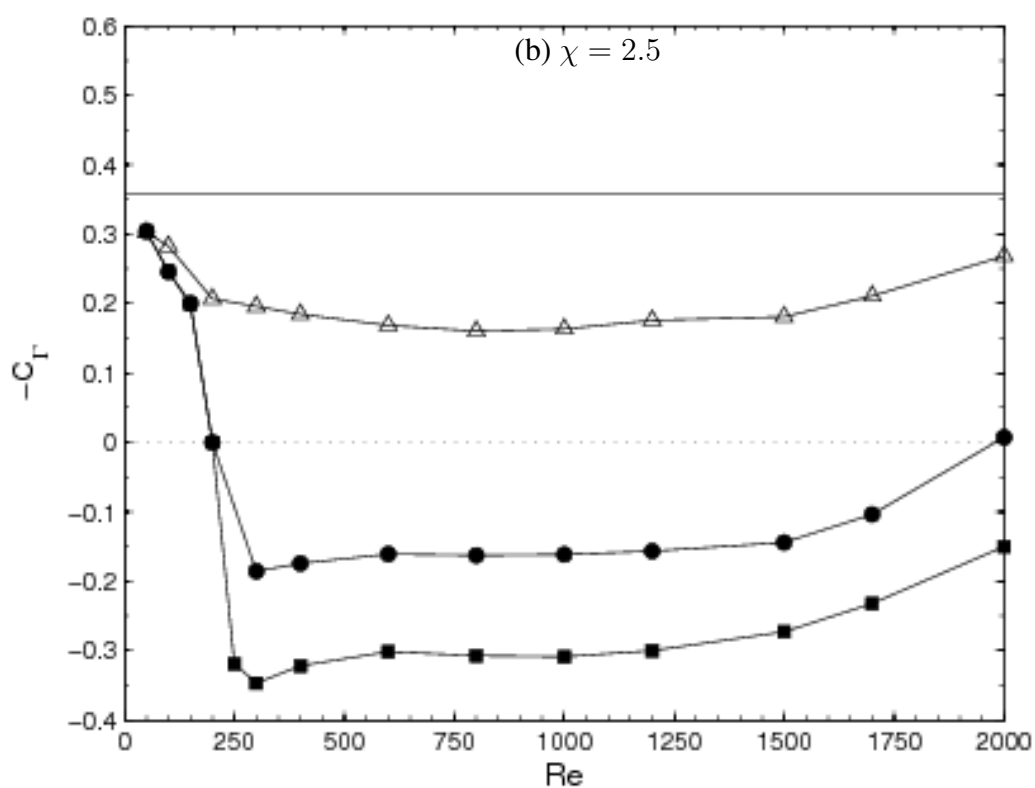
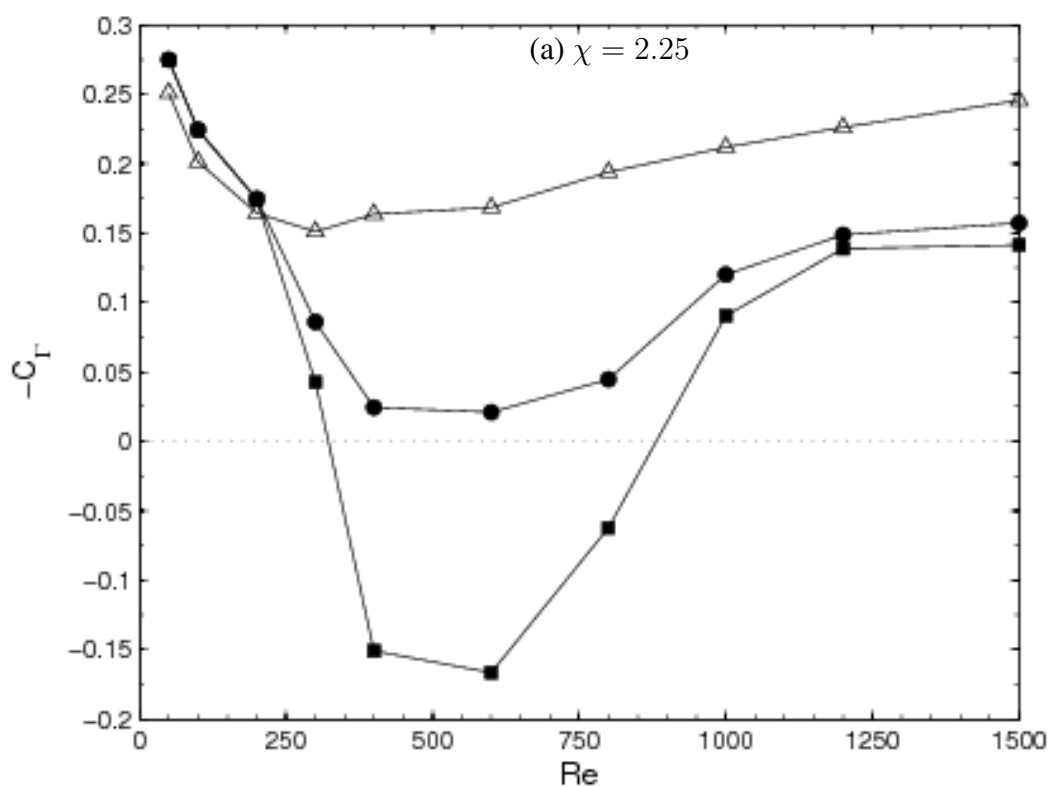


FIG. 6.8 – Evolution du couple  $C_T$  avec le nombre de Reynolds, (a) :  $\chi = 2.25$  et (b) :  $\chi = 2.5$ .  $\triangle$  :  $S_r = 0.02$ ,  $\bullet$  :  $S_r = 0.02$ ,  $\blacksquare$  :  $S_r = 0.008$ .

### 6.3.3 Comportement aux forts cisaillements

Nous analysons maintenant le comportement du couple sur une gamme de cisaillement compris entre  $S_r = 0.006$  et  $S_r = 1.2$ .

#### Cas des aplatissements $\chi \leq 2.2$

La figure 6.9 présente l'évolution du couple adimensionnel  $C_\Gamma$  pour  $Re = 1500$  et pour deux aplatissements  $\chi = 1.5$  et  $\chi = 2.0$ . On constate que  $C_\Gamma$  est indépendant du cisaillement pour  $S_r \leq 0.3$ . A noter que le couple dimensionnel  $\Gamma_z$  est lui proportionnel au cisaillement de l'écoulement.  $C_\Gamma$  subit pour  $S_r > 0.3$  une augmentation (diminution en intensité) qui évolue linéairement avec  $S_r$  pour la gamme des cisaillements étudiés. L'effet du cisaillement sur le couple peut être décrit par :

$$C_\Gamma = C_\Gamma(S_r \rightarrow 0) - \alpha S_r \quad (6.38)$$

avec  $\alpha = 0.022$  pour  $\chi = 1.5$  et  $\alpha = 0.012$  pour  $\chi = 2.0$ . On constate ainsi que l'effet du cisaillement est d'autant plus marqué que l'aplatissement est faible.

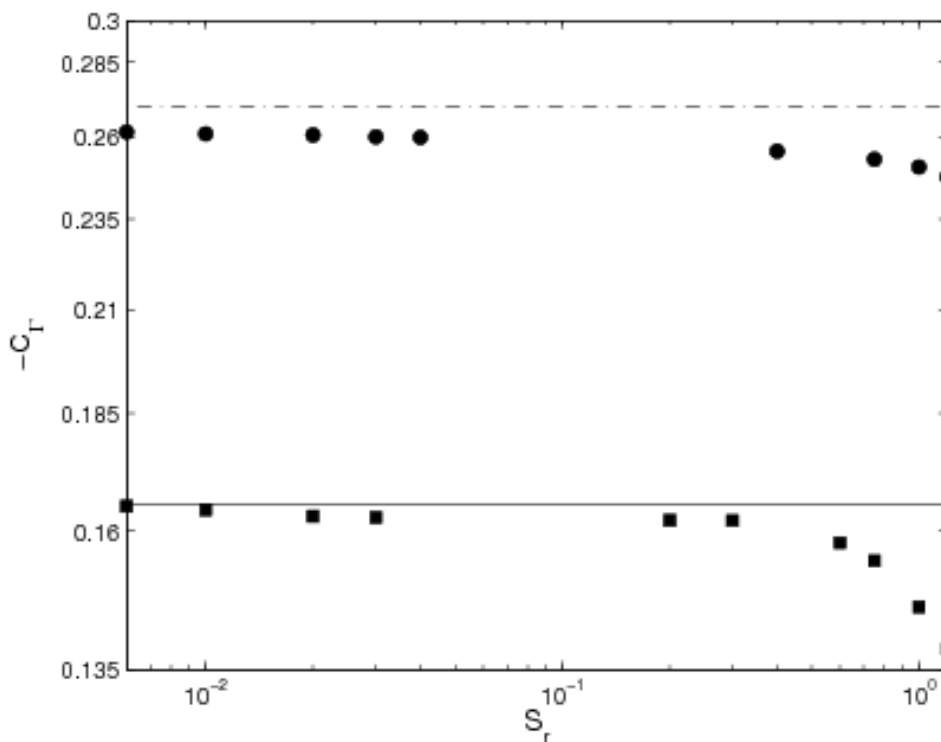


FIG. 6.9 – Effet du cisaillement sur  $C_\Gamma$  à  $Re = 1500$  : ■  $\chi = 1.5$ , ● :  $\chi = 2.0$ , — : relation (6.34) pour  $\chi = 1.5$  et - - : relation (6.34) pour  $\chi = 2.0$ .

### Cas des aplatissements $\chi > 2.2$

Compte tenu du changement du sens de rotation observé pour  $\chi > 2.2$ , il n'est pas étonnant que l'évolution du couple avec le cisaillement soit différente. La figure (6.10) montre cette évolution à  $Re = 400$  et pour  $\chi = 2.25$  et  $\chi = 2.5$  dans la même gamme de cisaillements. Comme ci-dessus, le changement de signe est visible pour les petits cisaillements tant que l'effet de la vorticit   g  n  r  e par la bulle l'emporte sur celle de l'  coulement porteur. On constate ensuite une augmentation de  $C_T$  qui change de signe autour de  $S_r = 0.02$      $\chi = 2.25$  et  $S_r = 0.037$      $\chi = 2.5$ .  $C_T$  se stabilise ensuite    partir de  $S_r = 0.05$     une valeur ind  pendante du cisaillement mais   galement ind  pendante du rapport de forme :

$$C_T \sim 0.2$$

On retrouve la valeur mise en   vidence sur la figure 6.4. La figure 6.8 montre   galement que lorsque  $\chi$  est suffisamment grand, cette valeur est ind  pendante du nombre de Reynolds sur une large plage de celui-ci ( $400 \leq Re \leq 1500$  pour  $\chi = 2.5$ ) avant que le couple ne tende vers la valeur donn  e par la solution de fluide parfait (cf. figure 6.3).

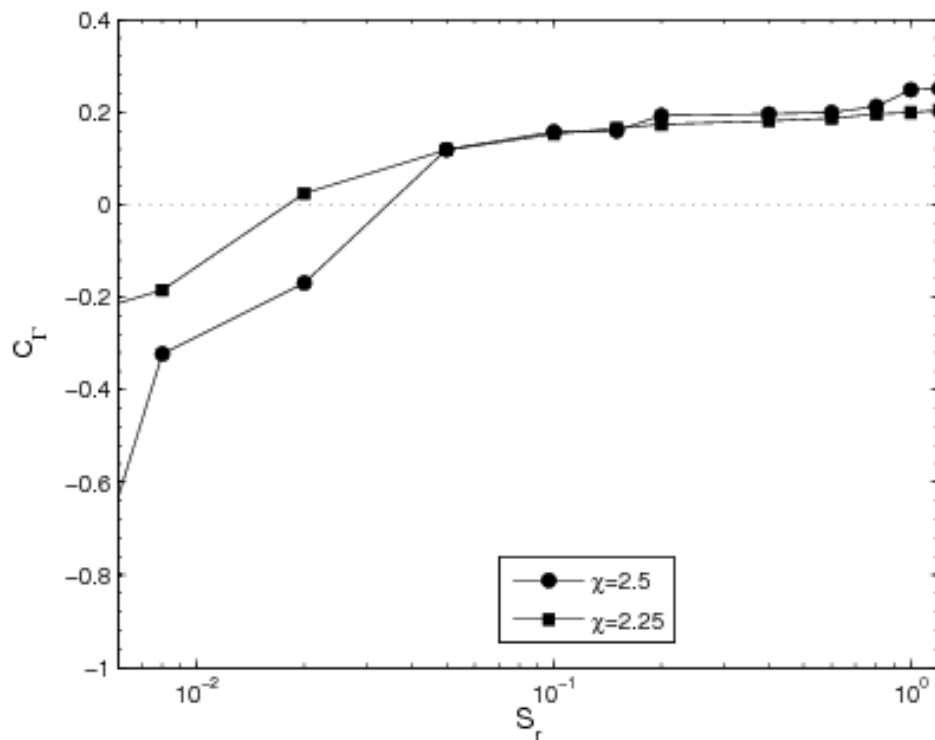


FIG. 6.10 – Evolution du couple  $C_T$  avec le cisaillement pour  $Re = 400$ .

### 6.3.4 Amplitude des oscillations du couple

La perte de stabilit   du sillage d'une bulle ellipso  dale se traduit par un comportement instationnaire. Les caract  ristiques de celui-ci ont   t   pr  sent  es dans le chapitre 3. Afin d'en illustrer l'impact sur le couple, la figure 6.11 montre l'  volution de l'amplitude relative des

## 6.4 Orientation d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé

oscillations du couple  $a_\Gamma$  en fonction du nombre de Reynolds pour  $\chi = 2.5$  et pour deux cisaillements  $S_r = 0.008$  et  $S_r = 0.02$ . On constate que l'amplitude des oscillations du couple augmente lorsque le cisaillement diminue ce qui illustre la disparition de l'instabilité lorsque le cisaillement augmente. A  $S_r = 0.2$ , l'écoulement est stable pour  $\chi = 2.5$ . L'amplitude présente un maximum autour de  $Re = 500$  et atteint 18% du couple exercé pour  $S_r = 0.008$ .

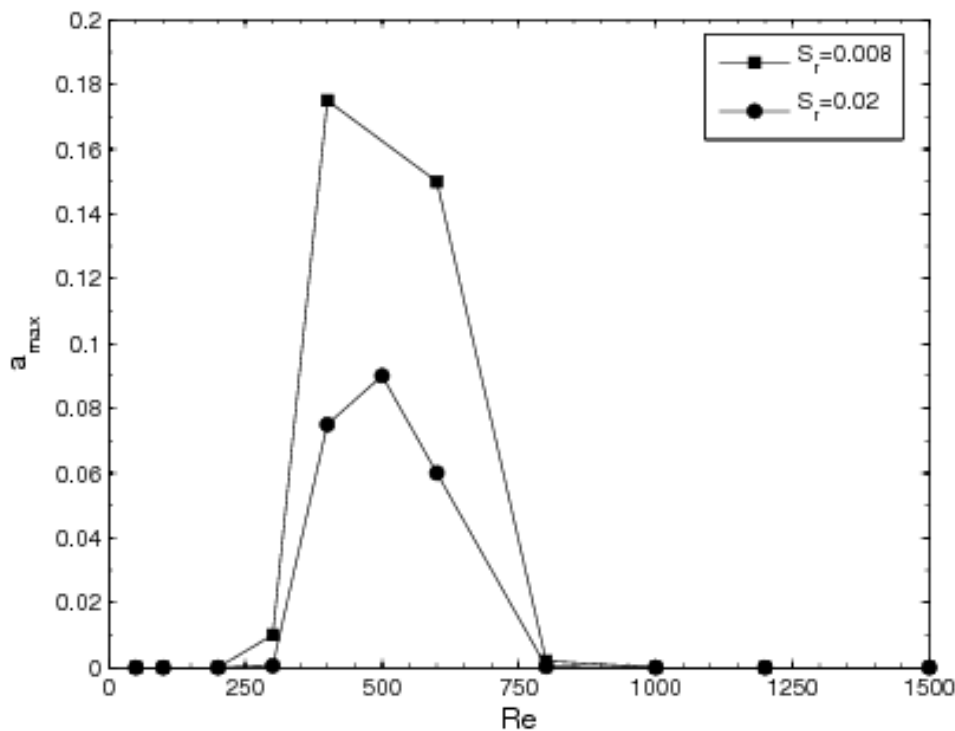


FIG. 6.11 – Evolution avec le nombre de Reynolds de l'amplitude  $a_\Gamma$  des oscillations du couple pour  $\chi = 2.5$ .

## 6.4 Orientation d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé

La première partie de ce chapitre a été consacrée à l'étude du couple exercé sur une bulle ellipsoïdale dont l'orientation est imposée. L'orientation qui a été choisie est celle d'une bulle en ascension dans un liquide au repos. Nous venons de voir qu'en présence d'un cisaillement la bulle subit un couple non nul dont le signe varie en fonction de l'importance relative des mécanismes de Lighthill et de destabilisation du sillage. Nous souhaitons maintenant étudier s'il existe une orientation privilégiée de la bulle en présence d'un écoulement cisailé. Même si les images issues des expériences de Tomiyama et al. (2002) ne semblent pas indiquer un changement d'orientation significatif de la bulle lors de son ascension dans un cisaillement linéaire, nous avons souhaité préciser l'existence d'une position pour laquelle le couple exercé sur la bulle s'annule.

On considère toujours une bulle dont la forme est celle d'un ellipsoïde de révolution autour de son petit axe. La bulle est toujours maintenue fixe mais son petit axe fait maintenant un

## Chapitre 6. Couple exercé sur une bulle ellipsoïdale

angle  $\theta^*$  avec la direction de l'écoulement stationnaire cisailé et uniforme. Celui-ci s'exprime toujours dans le repère  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  par (figure 6.12) :

$$\mathbf{U} = (U_0 + \omega_0 y)\mathbf{e}_x \quad (6.39)$$

On définit le référentiel propre  $(\mathbf{e}_x^*, \mathbf{e}_y^*, \mathbf{e}_z)$  dans lequel les calculs sont réalisés. La situation  $\theta^* = 0$  (modulo  $\pi$ ) est la situation étudiée précédemment.

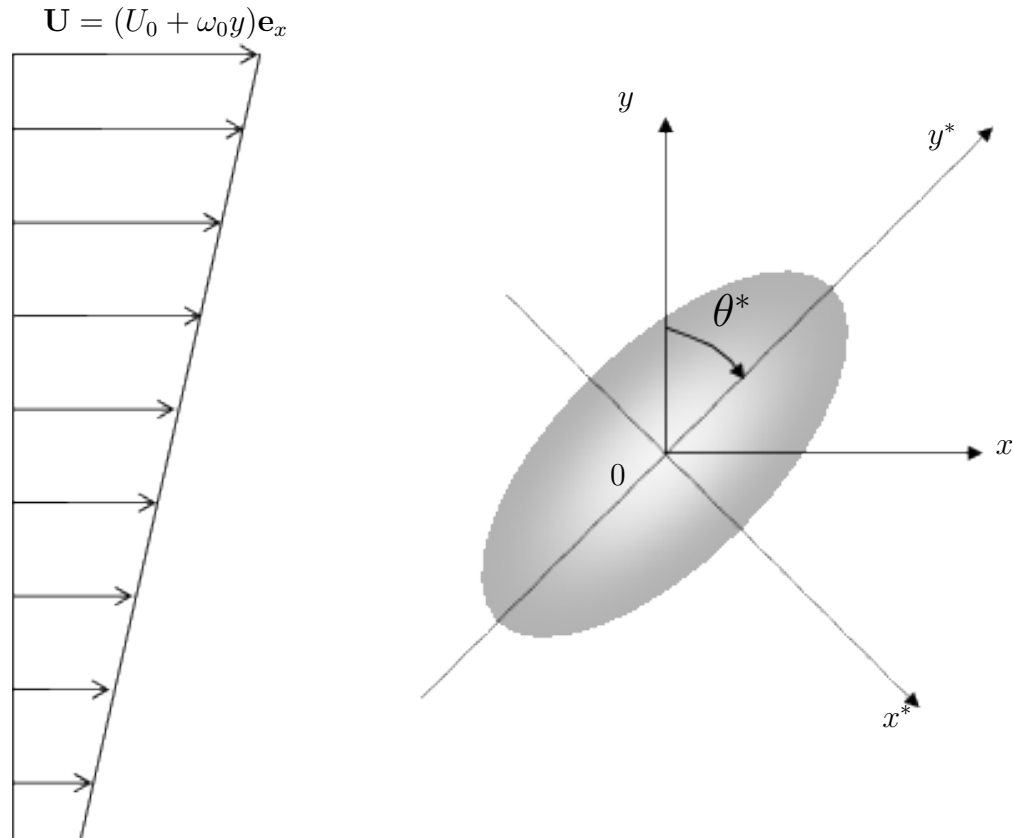


FIG. 6.12 – Bulle ellipsoïdale inclinée dans un écoulement cisailé

La force  $\mathbf{F}$  exercée sur la bulle est décomposée de manière classique suivant les orientations de l'écoulement. Les définitions données en introduction sont ainsi conservées (relations 1.28). La traînée et la portance sont obtenues par projection des contributions  $F_{x^*}$  et  $F_{y^*}$  mesurées dans les axes propres liés à la bulle :

$$F_D = \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}_x = F_{x^*} \cos \theta^* + F_{y^*} \sin \theta^* \quad (6.40)$$

$$F_L = \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}_y = F_{y^*} \cos \theta^* - F_{x^*} \sin \theta^* \quad (6.41)$$

Le couple  $\Gamma$  est orienté suivant  $\mathbf{e}_z$  et garde la même définition (relation 1.32) de l'introduction). Dans la suite de ce chapitre, les résultats seront discutés sous forme de coefficients adimensionnels. Rappelons que ces derniers sont définis par :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\pi\rho b^2 U_0^2}$$

## 6.4 Orientation d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{4}{3}\pi\rho ab^2 U_0 \omega_0}$$

$$C_\Gamma = \frac{\Gamma}{\frac{1}{2}\pi\rho b^4 U_0 \omega_0}$$

Les paramètres caractéristiques de ce problème sont maintenant au nombre de quatre : le rapport de forme  $\chi = b/a$ , le nombre de Reynolds  $Re = 2b\rho U_0/\mu$ , le cisaillement adimensionnel  $S_r = 2b\omega_0/U_0$  et l'angle d'inclinaison  $\theta^*$ .

### 6.4.1 Effet de l'inclinaison sur le couple

Nous considérons dans un premier temps l'évolution du couple en fonction de l'orientation de la bulle dans l'écoulement. Cette orientation est caractérisée par l'angle  $\theta^*$  que nous faisons varier entre les situations extrêmes  $\theta^* = -90^\circ$  et  $\theta^* = 90^\circ$ . La position  $\theta^* = 0$  correspond à la configuration étudiée précédemment de l'écoulement cisailé parallèle au petit axe. Nous avons réalisé des simulations numériques pour trois aplatissements différents ( $\chi = 1.2$ ,  $\chi = 2$  et  $\chi = 2.5$ ) pour le cisaillement adimensionnel  $S_r = 0.02$ . Les valeurs du couple correspondant à  $\chi = 1.2$  et  $\chi = 2.0$  sont présentées pour un nombre de Reynolds  $Re = 1000$ . Rappelons que pour  $\theta^* = 0$ , la portance et le couple sont orientés dans le sens prédit par le mécanisme de Auton-Lighthill ( $C_L > 0$  et  $C_\Gamma < 0$ ). Pour  $\chi = 2.5$  les simulations sont réalisées pour un nombre de Reynolds  $Re = 400$ , configuration pour laquelle la portance et le couple s'inversent pour  $\theta^* = 0$  ( $C_L < 0$  et  $C_\Gamma > 0$ ).

Les résultats de ces différentes simulations sont présentés sur les figures 6.13, 6.14 et 6.15 respectivement pour les aplatissements  $\chi = 1.2$ ,  $\chi = 2$  et  $\chi = 2.5$ . On peut remarquer que dans les trois situations, le couple présente une évolution comparable avec un maximum atteint autour de l'angle  $\theta^* \approx 45^\circ$ , un minimum autour de  $\theta^* \approx -45^\circ$  et deux angles pour lesquels il s'annule, l'un pour une valeur  $\theta_{eq1}^*$  proche de  $\theta^* = 0^\circ$  et l'autre pour une valeur  $\theta_{eq2}^*$  proche de  $\theta^* = \pm 90^\circ$ .

Ainsi il existe deux orientations possibles pour lesquelles le couple s'annule. Afin d'étudier la stabilité de ces positions, considérons la réaction de la bulle si on l'écarte de la position d'équilibre correspondante. Dans les trois configurations considérées, si on augmente l'angle  $\theta^*$  par rapport à la position d'équilibre  $\theta_{eq1}^*$ , on constate que le couple est positif c'est à dire qu'il agit de sorte à ramener la bulle vers la position d'équilibre. De même une diminution de l'angle par rapport à la position d'équilibre se traduit par un couple négatif qui ramène la bulle vers la situation d'équilibre qui est par conséquent un équilibre stable de la bulle dans l'écoulement. Inversement si la bulle est écartée de la position d'équilibre  $\theta_{eq2}^*$  en augmentant l'angle, le couple exercé est négatif c'est à dire qu'il tend à écarter la bulle de sa position d'équilibre. De même si l'angle est diminué le couple est alors positif, écartant la bulle de cet équilibre qui est par conséquent instable. Nous pouvons conclure sur ces deux positions d'équilibre que :

$$\theta_{eq1}^* \approx O(0^\circ) \quad \text{équilibre stable}$$

$$\theta_{eq2}^* \approx O(90^\circ) \quad \text{équilibre instable}$$

La présence de cette position d'équilibre stable proche de  $\theta^* = 0$  est cohérente avec les expériences de Tomiyama et al. (2002) pour lesquelles aucune inclinaison notable n'est détectée

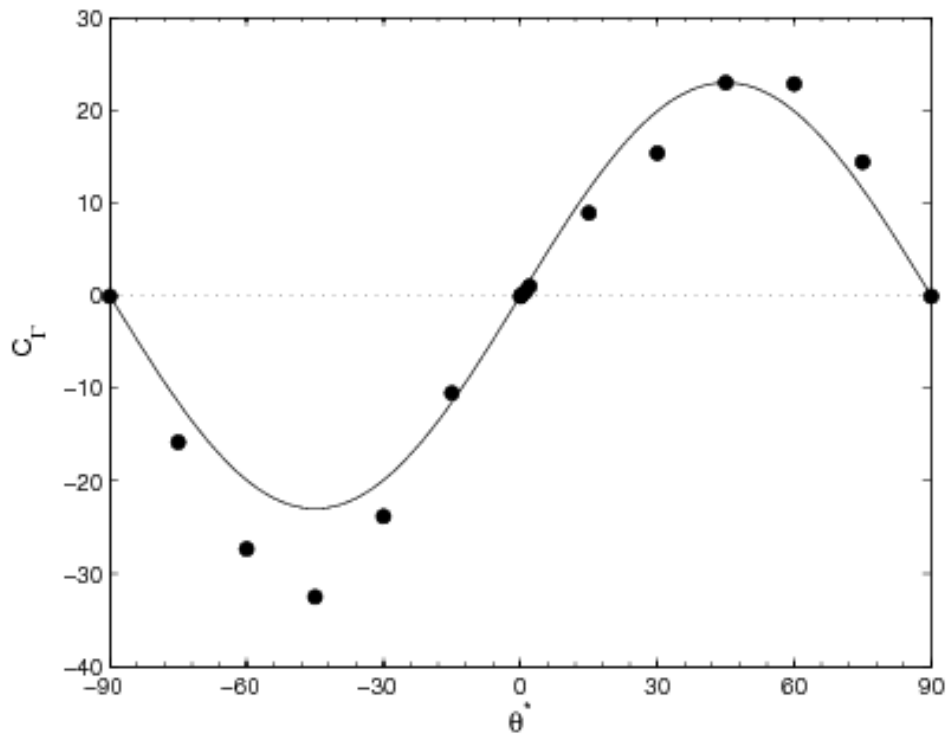


FIG. 6.13 – Evolution du couple avec l'inclinaison  $\theta^*$  de la bulle pour  $\chi = 1.2$ ,  $Re = 1000$  et  $Sr = 0.02$ . — relation (6.42)

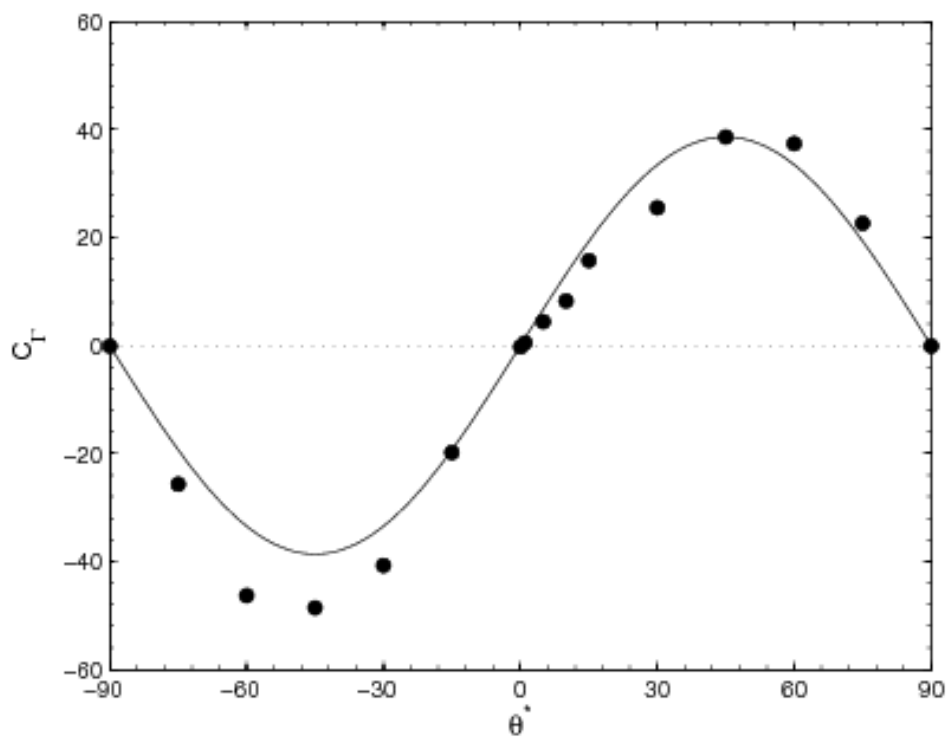


FIG. 6.14 – Evolution du couple avec l'inclinaison  $\theta^*$  de la bulle pour  $\chi = 2$ ,  $Re = 1000$  et  $Sr = 0.02$ . — relation (6.42)

## 6.4 Orientation d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé

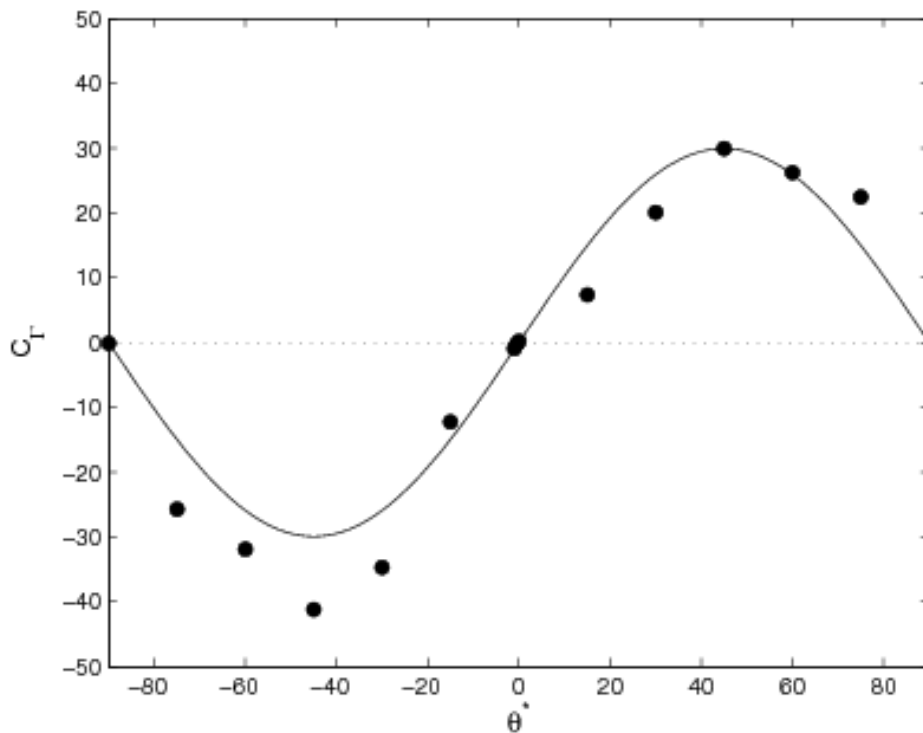


FIG. 6.15 – Evolution du couple avec l'inclinaison  $\theta^*$  de la bulle pour  $\chi = 2.5$ ,  $S_r = 0.02$  et  $Re = 400$ . — relation (6.42)

pour de faibles intensités de cisaillement et des bulles ayant des déformations comparables à celles étudiées ici.

L'évolution du couple reportée sur les figures 6.13, 6.14 et 6.15 semblant très proches d'une sinusoïde, nous avons reporté sur ces figures la courbe :

$$f(\theta^*) = \max(C_T) \sin(2\theta^*) \quad (6.42)$$

Cette représentation est en effet pertinente et permet de reproduire le caractère antisymétrique par rapport à la position  $\theta^* = 0$ . On constate également que cette représentation met en évidence un écart significatif entre l'intensité du couple pour les deux extrema observés. Le couple de rappel vers la position d'équilibre est ainsi plus important lorsque la bulle pointe vers l'amont dans la partie haute du gradient de vitesse.

### 6.4.2 Evolution de la position d'équilibre

Nous avons montré précédemment qu'au premier ordre le couple exercé sur la bulle varie linéairement avec le cisaillement de l'écoulement (coefficient  $C_\Gamma$  constant) (figures 6.9 et 6.10). Nous souhaitons maintenant étudier l'évolution de l'angle d'équilibre avec le cisaillement. Cette évolution est reportée sur la figure 6.16 pour les trois situations étudiées ci-dessus, à savoir  $\chi = 1.2 - Re = 1000$ ,  $\chi = 2 - Re = 1000$  et  $\chi = 2.5 - Re = 400$ . Les valeurs correspondantes sont également données dans les tableaux 6.3 et 6.4. On constate comme attendu que l'angle d'équilibre augmente avec le cisaillement. On constate également pour la situation  $\chi = 2.5 - Re = 400$  que cet angle est négatif pour  $S_r = 0.02$  en accord avec un couple positif pour  $\theta^* = 0$  dans cette configuration. Le nombre limité de simulations pour ce cas ne nous a pas permis de préciser la manière avec laquelle l'angle tend vers la valeur zéro dans la limite  $S_r \rightarrow 0$ . Par contre dans les situations  $\chi = 1.2 - Re = 1000$  et  $\chi = 2.0 - Re = 1000$  une représentation log-log des résultats met en évidence un comportement non-linéaire de l'inclinaison que l'on peut décrire à l'aide la loi d'échelle :

$$\theta_{eq1}^* = \alpha S_r^{1/3} \quad (6.43)$$

où  $\alpha \sim 0.95^\circ$  pour  $\chi = 1.2$  et  $\alpha \sim 1.09^\circ$  pour  $\chi = 2.0$ . Les valeurs de l'angle d'équilibre restent ainsi relativement faibles même pour des cisaillements importants. En effet, à  $S_r = 1$  l'inclinaison est de l'ordre de  $1^\circ$ . Rappelons que  $S_r = 1$  correspond pour une bulle d'air de  $1.5mm$  de diamètre en ascension dans un liquide ( $U_0 \approx 30cm/s$ ) à un gradient de vitesse  $\omega_0 \approx 200s^{-1}$ . C'est certainement la raison pour laquelle cette inclinaison est imperceptible dans les expériences de Tomiyama et al. (2002) pour lesquelles les cisaillements n'excèdent pas  $\omega_0 \approx 8.3s^{-1}$ .

$S_r$	0.02	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
$\theta_{eq1}^*(\chi = 1.2)$	0.174	0.586	0.771	0.857	0.876	0.921	0.982
$\theta_{eq1}^*(\chi = 2.0)$	0.336	0.702	0.820	0.940	0.999	1.091	1.150

TAB. 6.3 – Valeurs de l'angle d'équilibre stable de la bulle pour  $Re = 1000$ .

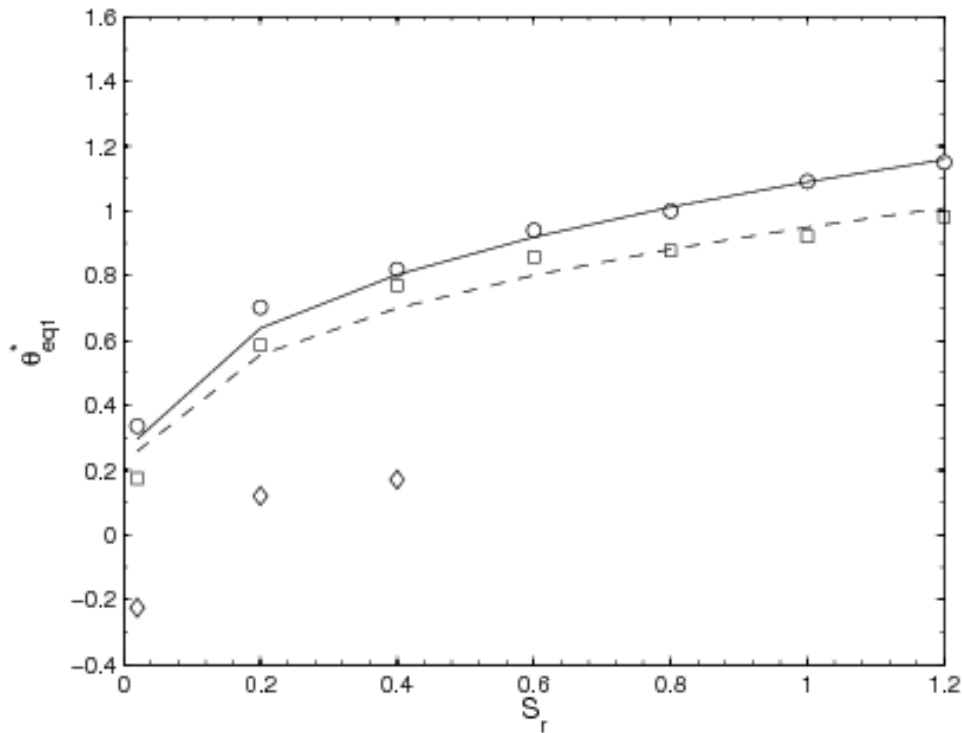


FIG. 6.16 – Variation de l'angle d'équilibre  $\theta_{eq1}^*$  avec le cisaillement  $S_r$ .  $\chi = 1.2 - Re = 1000$  :  $\square$  simulations numériques, - - - relation (6.43).  $\chi = 2 - Re = 1000$  :  $\circ$  simulations numériques, — relation (6.43).  $\chi = 2.5 - Re = 400$  :  $\diamond$  simulations numériques

$S_r$	0.02	0.2	0.4
$\theta_{eq1}^*(\chi = 2.5)$	-0.225	0.120	0.170

TAB. 6.4 – Valeurs de l'angle d'équilibre stable de la bulle pour  $\chi = 2.5$  à  $Re = 400$ .

### 6.4.3 Modification de la traînée et de la portance à l'équilibre

Nous terminons ce chapitre en considérant la modification apportée par la légère inclinaison de la bulle dans le cisaillement de l'écoulement sur les forces de traînée et de portance. Nous avons pour cela comparé pour les mêmes conditions d'écoulement ( $Re$  et  $S_r$ ) les valeurs obtenues à l'équilibre  $C_L(\theta_{eq1}^*)$  et  $C_D(\theta_{eq1}^*)$  avec celles mesurées sans inclinaison  $C_L(\theta^* = 0)$  et  $C_D(\theta^* = 0)$ . Les figures 6.17 et 6.18 reportent ces comparaisons en fonction de l'angle d'équilibre  $\theta_{eq1}^*$  respectivement pour la portance et la traînée. Nous constatons tout d'abord que la modification induite par l'inclinaison de la bulle est relativement faible. Elle est de quelques % pour  $\chi = 1.2 - Re = 1000$  et  $\chi = 2 - Re = 1000$ . Ce résultat est très important car il montre que les évolutions commentées précédemment de la portance et de la traînée restent pertinentes même si la bulle subit une légère inclinaison dans l'écoulement cisailé. On constate cependant un écart plus important pour la situation  $\chi = 2.5 - Re = 400$  notamment lorsque la portance

change de signe. Même si les simulations reportées pour l'angle d'équilibre ne sont peut être pas complètement convergées, cet écart plus significatif laisse envisager une éventuelle modification des courbes de transition décrivant l'inversion du signe de la portance (cf. Chapitre 4).

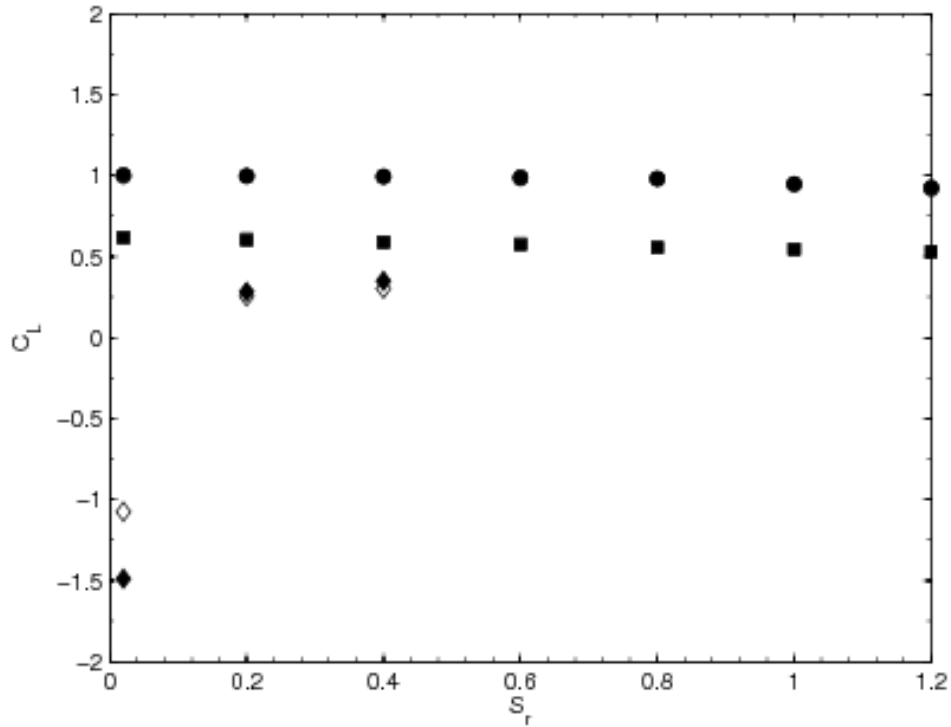


FIG. 6.17 – Effet de l'inclinaison de la bulle à l'équilibre sur la force de portance.  $\chi = 1.2$  -  $Re = 1000$  :  $\square C_L(\theta_{eq1}^*)$   $\blacksquare C_L(\theta^* = 0)$ .  $\chi = 2 - Re = 1000$  :  $\circ C_L(\theta_{eq1}^*)$   $\bullet C_L(\theta^* = 0)$ .  $\chi = 2.5 - Re = 400$  :  $\diamond C_L(\theta_{eq1}^*)$   $\blacklozenge C_L(\theta^* = 0)$

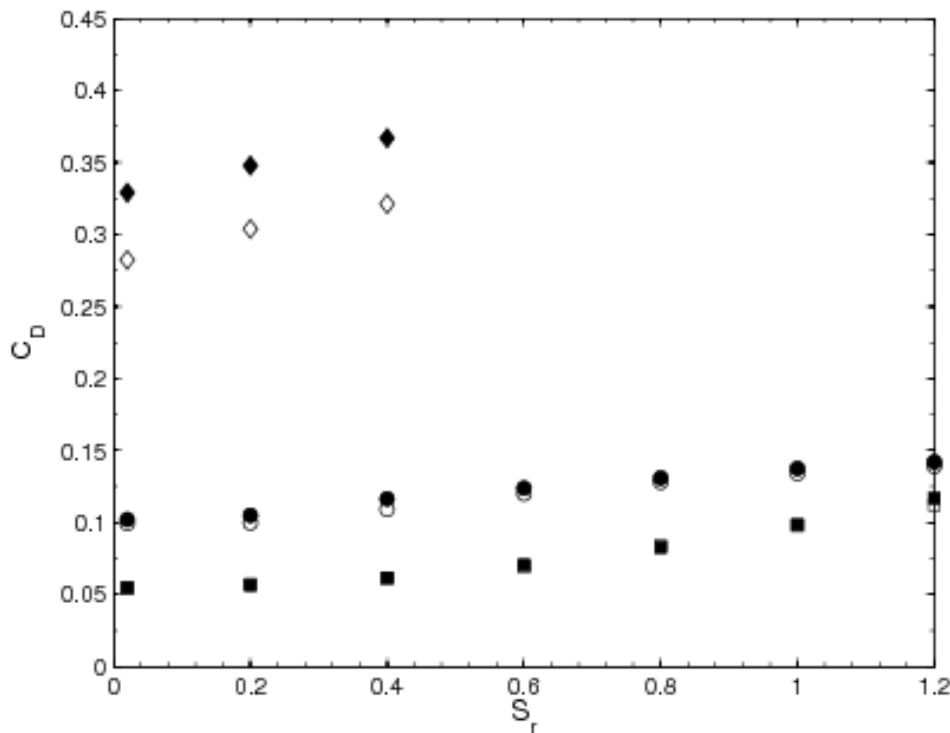


FIG. 6.18 – Effet de l’inclinaison de la bulle à l’équilibre sur la force de traînée.  $\chi = 1.2$  -  $Re = 1000$  :  $\square$   $C_L(\theta_{eq1}^*)$   $\blacksquare$   $C_L(\theta^* = 0)$ .  $\chi = 2$  -  $Re = 1000$  :  $\bullet$   $C_L(\theta_{eq1}^*)$   $\circ$   $C_L(\theta^* = 0)$ .  $\chi = 2.5$  -  $Re = 400$  :  $\blacklozenge$   $C_L(\theta_{eq1}^*)$   $\diamond$   $C_L(\theta^* = 0)$

## 6.5 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre considéré le couple exercé sur une bulle ellipsoïdale dont l’orientation est maintenue fixe dans un cisaillement linéaire. Dans un premier temps, le petit axe de la bulle a été imposé d’être parallèle à l’écoulement. Nous avons dans cette configuration calculé de manière semi-analytique le couple en se servant des travaux de Naciri (1992). De ce calcul analytique, nous avons pu déduire une corrélation de  $C_T$  qui permet de décrire d’une manière fidèle le couple en fluide parfait, valeurs retrouvées numériquement lorsque le nombre de Reynolds tend vers l’infini. L’évolution du couple en fluide visqueux a ensuite été étudiée. Tant que  $\chi \leq 2.2$ , la bulle pivote dans le sens imposé par la vorticité de l’écoulement de base, alors que pour  $\chi > 2.2$  et dans une gamme définie de nombres de Reynolds (augmentant avec l’aplatissement), la bulle pivote de manière inattendue dans le sens contraire. Nous avons montré que cet effet était fortement corrélé à celui observé pour le changement de sens de la force de portance c’est à dire induit par l’aspiration du fluide dans le sillage imposée par la production de vorticité axiale.

Ces résultats montrant qu’une bulle tend à se réorienter en fonction de son aplatissement et des conditions de cisaillement de l’écoulement, nous avons dans un second temps fait varier l’inclinaison de la bulle de manière à trouver l’inclinaison qui annule le couple exercé sur celle-ci. Deux positions ont été trouvées, l’une stable correspondant à un faible angle entre le petit axe et l’écoulement, l’autre instable correspondant à la situation où le petit axe est quasiment perpendiculaire à l’écoulement. Ainsi une bulle en ascension dans un cisaillement subit une

## Chapitre 6. Couple exercé sur une bulle ellipsoïdale

---

légère inclinaison en accord avec les expériences de Tomiyama et al. (2002) pour lesquelles aucune inclinaison n'est détectée pour de les intensités de cisaillement considérées et des bulles ayant des déformations comparables. La comparaison des coefficients de traînée et de portance à l'équilibre avec ceux mesurés pour une inclinaison nulle montre que l'effet de l'inclinaison est faible et que les résultats obtenus sur l'évolution de ces forces restent applicables pour une bulle se déplaçant librement dans un écoulement cisailé. L'inclinaison pourrait cependant induire une légère modification du seuil d'inversion du signe de la portance.



## **Conclusion et Perspectives**



# Chapitre 7

## Conclusion et Perspectives

L'objectif de ce travail était d'apporter des informations nouvelles concernant les forces subies par une bulle déformée plongée dans un écoulement cisailé. Une de ses motivations était l'étude d'un comportement singulier observé expérimentalement, à savoir l'inversion du sens de la force de portance à partir d'une certaine déformation de la bulle. Nous avons pour cela considéré une bulle dont la forme est un ellipsoïde de révolution et qui est maintenue fixe dans un écoulement linéairement cisailé. Les résultats obtenus à l'aide de la simulation numérique directe ont permis de décrire l'écoulement autour de la bulle et de mesurer les efforts exercés sur celle-ci.

Une attention toute particulière a dans un premier temps été portée sur la structure du sillage de la bulle et de la distribution de vitesse à la surface de celle-ci. Nous avons ainsi analysé les effets du cisaillement de l'écoulement sur les deux premières transitions du sillage étudiées jusqu'à présent en écoulement uniforme. Le cisaillement a pour effet d'imposer le plan de symétrie du sillage qui reste invariant quels que soient les paramètres de l'écoulement (nombre de Reynolds, déformation, cisaillement). Nous avons montré que l'augmentation du cisaillement retarde l'apparition de la recirculation derrière la bulle, recirculation qui à la différence de celle existant en écoulement uniforme n'est pas axisymétrique mais déformée sous l'effet du cisaillement. L'analyse de la structure de la vorticité longitudinale a permis de révéler que celle-ci s'organise en régime stationnaire sous la forme de deux tubes antisymétriques par rapport au plan de symétrie du sillage et dont le signe change en fonction de l'importance respective de deux mécanismes en compétition. Le premier, le mécanisme de Lighthill-Auton, est d  au basculement/étirement autour de la bulle de la vorticité de l'écoulement amont et génère (pour un cisaillement amont positif) une vorticité longitudinale vérifiant  $\omega_x < 0$  (resp.  $> 0$ ) pour  $z > 0$  (resp.  $z < 0$ ). Le second mécanisme est lié à l'instabilité du sillage et se traduit par le basculement de la vorticité azimutale produite par la condition de glissement à la surface de la bulle. Le plan de symétrie de la vorticité longitudinale ainsi produite et le sens du basculement sont imposés par le gradient de vitesse de l'écoulement, de sorte que le signe de  $\omega_x$  s'inverse lorsque ce mécanisme l'emporte, soit pour de faibles cisaillements et de forts aplatissements.

L'étude de la force de portance a ensuite été conduite. Nous avons montré dans un premier temps que quel que soit l'aplatissement de la bulle, le coefficient de portance tend à partir d'un nombre de Reynolds suffisamment grand vers la solution de fluide parfait  $C_{L\infty}$  obtenue par Naciri (1992). La portance est alors dirigée dans le même sens que pour une bulle sphérique. Pour des nombres de Reynolds plus faibles (typiquement quelques centaines), nous avons montré que la force de portance change de signe dans un intervalle  $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$  qui diminue lorsque le cisaillement de l'écoulement augmente. Cette inversion de la portance n'est obser-

vée que pour un aplatissement supérieur à  $\chi \approx 2.225$ , ce qui est du même ordre de grandeur que la déformation des bulles pour lesquelles le phénomène de migration inverse est observé dans les expériences de Tomiyama et al. (2002). La valeur de cette déformation seuil augmente avec le cisaillement, de sorte que pour les aplatissements considérés dans ce travail ( $\chi \leq 3$ ) aucune inversion de portance n'a été observée pour  $S_r > 0.1$ . L'étude comparative du signe de la portance et de l'organisation de la vorticité longitudinale a permis de montrer que le sens de la portance est directement lié au signe de la vorticité longitudinale dans le sillage qui propulse la bulle dans des directions opposées en fonction de son sens de rotation. A noter que ce mécanisme permet également d'expliquer le changement de signe de la portance d'une particule solide. Une étude paramétrique a également précisé l'évolution du coefficient de portance avec les paramètres de l'écoulement. Ainsi pour les aplatissements inférieurs au seuil d'apparition de l'inversion du signe,  $C_L$  tend vers  $C_{L\infty}$  comme  $(\chi - 1)^{2.75} Re^{-3/2}$ . La valeur de  $C_L$  est indépendante du cisaillement pour  $S_r < 0.2$ , montrant ainsi une force proportionnelle au cisaillement.  $C_L$  décroît ensuite linéairement avec  $S_r$  lorsque le cisaillement augmente. Lorsque la portance change de signe, son évolution est plus complexe. Nous avons cependant mis en évidence que  $C_L$  évolue comme  $S_r^{-1}$  montrant ainsi une force indépendante du cisaillement, en accord avec le mécanisme induisant l'inversion de la portance qui n'est plus le cisaillement de l'écoulement mais le basculement de la vorticité de surface lors de la déstabilisation du sillage.

L'étude de la force de traînée a révélé que son comportement ne montre pas d'effet significatif induit par le changement de signe de la portance et des mécanismes sous-jacents. Les comportements observés pour la traînée sont proches de ceux mis en évidence par Legendre et Magnaudet (1998) pour une bulle sphérique. La traînée augmente comme  $S_r^2$  avec le cisaillement et est ainsi faiblement modifiée pour des cisaillements modérés ( $S_r < 0.2$ ). La comparaison des contributions de la traînée et de la portance à la force totale a permis de souligner l'importance de la prise en compte de l'effet de portance sur le mouvement complet d'une bulle ellipsoïdale en écoulement cisailé.

La dernière partie de ce travail a été consacrée à l'étude du couple exercé sur la bulle. Le calcul analytique de ce couple a été conduit en situation de fluide parfait en reprenant l'étude réalisée par Naciri (1992) pour la force de portance. Les simulations menées à grand nombre de Reynolds sont en très bon accord avec cette solution, montrant un couple qui est imposé par le sens de la vorticité de l'écoulement amont. Nous avons montré que le sens de rotation s'inverse pour les mêmes conditions d'écoulement que celles conduisant à l'inversion du signe de la force de portance indiquant ainsi pour les deux phénomènes la même origine liée à l'organisation de la vorticité longitudinale dans le sillage. L'étude paramétrique du couple adimensionnel a permis de retrouver les mêmes comportements que ceux mis en évidence pour la force de portance. Nous avons ensuite montré en inclinant progressivement la bulle dans le cisaillement l'existence d'une position d'équilibre stable pour une inclinaison du petit axe avec la direction de l'écoulement n'excédant pas  $1^\circ$ , et ce même pour des cisaillements importants. Cette faible inclinaison induit par conséquent un faible effet sur les comportements des forces de portance et de traînée mis en évidence pour une bulle dont le petit axe est parallèle à l'écoulement cisailé.

Ce travail est une première étape vers la compréhension de la dynamique de bulles déformées en mouvement dans des écoulements non-uniformes. Nous avons confirmé par simulation numérique directe l'existence de l'inversion du signe de la force de portance. En imposant la forme de la bulle (ellipsoïde de révolution), l'orientation de la bulle dans l'écoulement (petit axe parallèle à l'écoulement) et la forme de l'écoulement (écoulement linéairement cisailé),

nous avons révélé l'origine du mécanisme d'inversion du signe de la force de portance.

Il serait dans un premier temps intéressant de compléter ce travail en étudiant d'autres configurations d'écoulements non -uniformes. Pour cela, une des démarches consisterait à étudier le comportement d'une bulle de même forme que dans le présent travail dans d'autres écoulements de référence tels que l'écoulement de déformation pure ou de rotation solide. Un des objectifs est d'étudier la pertinence de la décomposition des effets de portance à l'aide des tenseurs de déformation et de rotation de l'écoulement comme cela a été entrepris pour une bulle sphérique (Auton et al. (1988), Magnaudet et Legendre (1998)). L'étude de la portance pour ce type d'écoulement permettrait de montrer si l'inversion de la portance est également observée pour une bulle rencontrant une structure tourbillonnaire de grande échelle. En d'autres termes, la force de portance peut-elle contrecarrer la force de masse ajoutée qui a tendance à induire la capture de la bulle par la structure tourbillonnaire ?

Une seconde poursuite à ce travail pourrait évidemment porter sur l'étude du comportement d'une bulle libre de se mouvoir et de se déformer dans un écoulement cisailé. Concernant la déformation, les distributions de pression à la surface de la bulle reportées dans ce travail montrent que l'effet de déformation induit par le cisaillement est du second ordre. Cependant sa prise en compte permettrait d'affiner la description paramétrique de l'inversion de la force de portance en régime inertiel et d'explorer les régimes de déformation contrôlés par la gravité. Il serait également intéressant d'observer si la vitesse de migration latérale induite par la force de portance se traduit par une modification des critères d'inversion de signe de ladite force (rappelons que dans notre travail la bulle ne possède aucun mouvement latéral). Pour mener une telle étude la simulation numérique directe utilisant un maillage adaptatif n'est pas la méthode la plus adaptée. Le recours à l'approche VoF ("Volume of Fluid") devrait par contre permettre de répondre à ces questions.



# Bibliographie

- AUTON, T. 1983 The dynamics of bubbles, drops and particles in motion in liquids. Thèse de Doctorat, Université of Cambridge.
- AUTON, T. 1987 The lift force on a spherical body in a rotational flow. *J. Fluid Mech.* **183**, 199–218.
- AUTON, T., HUNT, J. & PRUD'HOMME, M. 1988 The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotating flow. *J. Fluid Mech.* **197**, 241–257.
- BAGCHI, P. & BALACHANDAR, S. 2002 Shear versus vortex-induced lift force on a rigid sphere at moderate Re **473**, 379–388.
- BLANCO, A. 1995 Quelques aspects de l'écoulement d'un fluide visqueux autour d'une bulle déformable. Thèse de Doctorat, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse, Toulouse.
- BLANCO, A. & MAGNAUDET, J. 1995 The structure of the axisymmetric high-Reynolds number flow around an ellipsoidal bubble of fixed shape. *Phys. Fluids* **7**, 1265–1274.
- CALMET, I. 1995 Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane. Thèse de Doctorat, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse, Toulouse.
- CALMET, I. & MAGNAUDET, J. 1997 Large eddy simulation of high-Schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids* **9** (2), pp. 438–455.
- CLIFT, R., GRACE, J. R. & WEBER, M. 1932 *Bubbles Drops and particules*. New York : Academic Press.
- DANDY, D. S. & LEAL, L. G. 1986 Boundary layer separation from a smooth slip surface. *Phys. Fluids* **29**, 1360.
- DUINEVELD, P. 1995 The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **292**, 325–332.
- ELLINGSEN, K. & RISSO, F. 2001 On the rise of an ellipsoidal bubble in water at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **440**, 235–268.
- ERVIN, E. & TRYGGVASON, G. 1997 The rise of bubbles in a vertical shear flow. *J. Fluids Eng.* **119**, 443–449.
- HADAMARD, J. S. 1911 *C. R. Acad. Sci. Paris.* **152**, 1735–1738.

- KARIYASAKI, A. 1987 Behavior of a single gas bubble in a liquid flow with a linear velocity profile. *Proc. ASME-JSME Thermal Engng. Joint Conf., Honolulu Hawai* pp. 261–267.
- KIM, D. & CHOI, H. 2005 Characteristics of laminar flow past a sphere in uniform shear. *Phys. Fluids* **17**, 18–43.
- KUROSE, R. & KOMORI, S. 1999 Drag and lift forces on a rotating sphere in linear shear flow. *J. Fluid Mech.* **384**, 183–206.
- LAMB, H. 1932 *Hydrodynamics, 6th edition*. Cambridge University Press.
- LEAL, L. 1989 Vorticity transport and wake structure for bluff bodies at finite Reynolds number. *Phys. Fluids A* **1**, 124–131.
- LEGENDRE, D. 1996 Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique. Thèse de Doctorat, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse, Toulouse.
- LEGENDRE, D. & MAGNAUDET, J. 1997 A note on the lift force on a spherical bubble or drop in low-Reynolds-number shear flow. *Phys. Fluids* **9**, 3572–3574.
- LEGENDRE, D. & MAGNAUDET, J. 1998 The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear. *J. Fluid Mech.* **368**, 81–126.
- LEVICH, V. G. 1962 *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice Hall.
- LIGHTILL, M. 1956 Drift. *J. Fluid Mech.* **1**, 31–53.
- LIGHTILL, M. 1957 corrigenda to Drift. *J. Fluid Mech.* **2**, 311.
- MAGNAUDET, J. & EAMES, I. 2000 The motion of high-Reynolds number bubbles in homogeneous flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **32**, 659–708.
- MAGNAUDET, J. & MOUGIN, G. 2007 Wake instability of a fixed spheroidal bubble. *J. Fluid Mech.* **572**, 311–337.
- MAGNAUDET, J., RIVERO, M. & FABRE, J. 1995 Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. steady straining flow. *J. Fluid Mech.* **284**, 97–135.
- MAXWORTHY, T., GNANN, C., KÜRTEEN, M. & DURST, F. 1996 Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids. *J. Fluid Mech.* **321**, 421–441.
- MCLAUGHLIN, J. 1991 Inertial migration of small sphere in linear shear flows. *J. Fluid Mech.* **224**, 261–274.
- MEI, R. 1996 Velocity fieldity of folow tracer particles. *Exp. Fluids* **22**, 1–13.
- MEI, R. & KLAUSNER, J. 1994 Shear lift force on spherical bubbles. *Int. J. Heat and fluid flow* **15**, 62–65.
- MEI, R., LAWRENCE, C. & ADRIAN, R. 1994 A note on the history force on a spherical bubble at finite reynolds number. *Phys. Fluids* **6**, 448–420.
- MILNE-THOMSON, L. 1968 *Theoretical Hydrodynamics*. McMillan.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- MILOH, T. 2003 The motion of solids in inviscid uniform vortical fields. *J. Fluid Mech.* **479**, 287–305.
- MOORE, D. W. 1959 The rise of gas bubbles in a viscous liquid. *J. Fluid Mech.* **6**, 113–130.
- MOORE, D. W. 1963 The boundary layer on a spherical gas bubble. *J. Fluid Mech.* **16**, 161–176.
- MOORE, D. W. 1965 The velocity of rise of distorted gas bubble in a liquid of small viscosity. *J. Fluid Mech.* **23**, 749–766.
- MOUGIN, G. 2002 Interactions entre la dynamique d'une bulle et les instabilités de son sillage. Thèse de Doctorat, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse, Toulouse.
- NACIRI, A. 1992 Contribution à l'étude des forces exercées par un liquide sur une bulle de gaz : portance, masse ajoutée et interactions hydrodynamiques. Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Lyon, Lyon.
- NATARAJAN, R. & ACRIVOS, A. 1993 The instability of the steady flow past spheres and disks. *J. Fluid Mech.* **254**, 323–344.
- PROVANSAL, M. & ORMIÈRES, D. 1998 Etude expérimentale de l'instabilité du sillage d'une sphère. *C. R. Acad. Sci. Paris série II.* **326**, 489–494.
- RIBCZYNSKI, W. 1911 On the translatory motion of a fluid sphere in a viscous medium. *Bull. Ibt. Acad. Pol. Sci. Lett. Cl. Sci. Math. Nat. (A)* pp. 40–46.
- RIVERO, M. 1991 Etude par simulation numérique des forces exercées sur une inclusion sphérique par un écoulement accéléré. Thèse de Doctorat, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse, Toulouse.
- RIVERO, M., MAGNAUDET, J. & FABRE, J. 1991 Quelques résultats nouveaux concernant les forces exercées sur une inclusion sphérique par un écoulement accéléré. *C. R. Acad. Sci. Paris série II.* **312**, 1499–1506.
- RYSKIN, G. & LEAL, L. 1984 Numerical solution of free-boundary problems in fluid mechanics. *J. Fluid Mech.* **148**, 535–581.
- SAFFMAN, P. 1965 On the rise of small air bubbles in water. *J. Fluid Mech.* **1**, 249–275.
- SAKAMOTO, H. & HANIU, H. 1990 A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow. *J. Fluids Eng.* **112**, 386–392.
- SANKARANAYARAYANAN, K. & SUNDARESAN, S. 2002 Lift force in bubbly suspensions. *Chem. Engng. Sci.* **57**, 3521–3542.
- SAWI, M. E. 1974 Distorted gas bubbles at large Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **62**, 163–183.
- SEGRE, G. & SILBERBERG, A. 1962a Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. Part. 1 et Part. 2. *J. Fluid Mech.* **14**, 115–157.
- SEGRE, G. & SILBERBERG, A. 1962b Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. Part. 2 et Part. 2. *J. Fluid Mech.* **14**, 115–157.

- TAYLOR, G. 1928 The force on a body placed in a curved or converging stream of fluid. *Proc. R. Soc. London* **120**, 260–183.
- TAYLOR, T. & ACRIVOS, A. 1964 on the deformation and drag of a falling viscous drop at low reynolds number. *J. Fluid Mech.* **18**, 466.
- TOMIYAMA, A. 2007 Multi-fluid and particle-tracking methods for predicting poly-dispersed flows. *45 th ETPFGM, IMFT Toulouse France* p. 2.
- TOMIYAMA, A., TAMAI, H., ZUN, I. & HOSOKAWA, S. 2002 Tranverse migration of single bubbles in simple shear flows. *Chem. Engng. Sci* **57**, 1849–1858.
- VOINOV, V., VOINOV, O. & PETROV, A. 1973 Hydrodynamic interactions between bodies in a perfect incompressible fluid and their motion in non-uniform streams. *Prikl. Math. Mekh.* **37**, 680–689.
- YANG, S. & LEAL, L. 1991 A note on memory-integral contributions to the force on an accelerating spherical drop at low reynolds number. *Phys. Fluids* pp. 1822–1824.

# **Annexes**



## Annexe A

# Ecoulement potentiel autour d'un cylindre à base ellipsoïdale.

Cette annexe présente les équations de passage entre le domaine curviligne et le domaine cartésien permettant la génération du maillage LCEplan. Les lignes de coordonnées sont définies à partir des lignes de courant et des équipotentielles de l'écoulement autour d'un cylindre de section ellipsoïdale donnée par :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{A.1})$$

Pour un ellipsoïde dont le petit axe fait un angle  $\varphi$  avec l'axe de l'écoulement, le potentiel de vitesse dans le plan complexe est définie par :

$$w = (Ze^{-i\varphi} + \frac{(a+b)^2 e^{i\varphi}}{Z(a-b)}), \quad (\text{A.2})$$

Avec

$$Z = \frac{1}{2}[z + \sqrt{z^2 + c^2}], \quad \text{où} \quad c^2 = b^2 - a^2, \quad (\text{A.3})$$

Ce potentiel est aussi défini dans le plan complexe en fonction de la fonction courant et du potentiel des vitesses par :

$$w = \xi + i\eta, \quad (\text{A.4})$$

En remplaçant Z dans (A.1) on a l'équation :

$$w = \left( \frac{e^{-i\varphi}(z + \sqrt{z^2 + c^2})}{a+b} + \frac{e^{i\varphi}(z - \sqrt{z^2 + c^2})}{a-b} \right) \quad (\text{A.5})$$

on introduit les coordonnées ellipsoïdales  $\alpha$  et  $\beta$  en posant

$$z = c \sinh(\zeta) \quad \text{où} \quad \zeta = \alpha + i\beta \quad (\text{A.6})$$

Après quelque lignes de calcul, on trouve :

$$\xi = (a+b) \cosh(\alpha - \alpha_0) \cos(\beta - \varphi) \quad (\text{A.7})$$

$$\eta = (a+b) \sinh(\alpha - \alpha_0) \sin(\beta - \varphi) \quad (\text{A.8})$$

---

$\alpha_o$  est la valeur de  $\alpha$  à la surface de la bulle définie par :

$$\alpha_o = \text{Log}\left(\frac{a+b}{b-a}\right) \quad (\text{A.9})$$

Enfin, l'angle  $\varphi$  entre la bulle et l'axe des abscisses est pris dans notre cas égal à 0.

