



HAL
open science

Modélisation et simulation thermo-hydrauliques en trois dimensions des échangeurs multifluides à plaques brasées

Florian Picard

► **To cite this version:**

Florian Picard. Modélisation et simulation thermo-hydrauliques en trois dimensions des échangeurs multifluides à plaques brasées. Génie des procédés. Institut National Polytechnique (Toulouse), 2008. Français. NNT : 2008INPT180G . tel-04550717

HAL Id: tel-04550717

<https://hal.science/tel-04550717>

Submitted on 18 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre: 000

THÈSE

présentée pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

École doctorale : *Mécanique, Énergétique, Génie civil, Procédés*
Spécialité : *Génie des Procédés et de l'Environnement*

par

Florian PICARD

Diplômé de l'École Nationale Supérieure des Ingénieurs
en Arts Chimiques et Technologiques de Toulouse

MODÉLISATION ET SIMULATION THERMO-HYDRAULIQUES EN TROIS
DIMENSIONS DES ÉCHANGEURS MULTIFLUIDES À PLAQUES BRASÉES

À soutenir le 8 avril 2008 devant la commission d'examen

M. :	Renaud	GICQUEL	Président
MM. :	Hervé	PINGAUD	Rapporteurs
	Georges	HEYEN	
MM. :	Xavier	JOULIA	Examineurs
	Denis	BARRETEAU	
	David	AVEROUS	

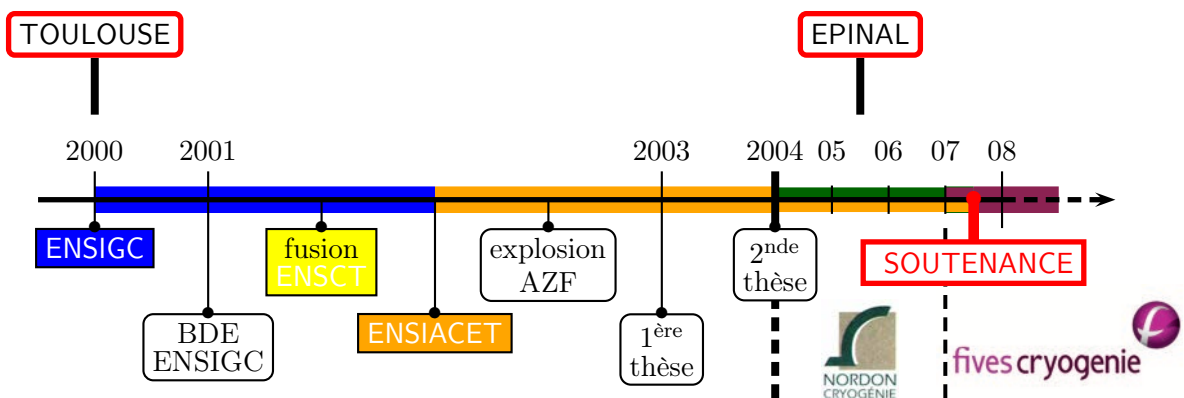
*L'expérience des autres,
c'est comme une lanterne qu'on porte dans le dos.
Ca n'éclaire que sur les côtés.*

Professeur Xavier Joulia
Formulée à maintes reprises

*A Marcelle, Andrée, Henri et Ernest.
A Yvelise, Maurice, Audrey et Magali.*

Remerciements

Ce travail symbolise à la fois la fin de mon cursus universitaire à l'ENSIACET, mais également le début de ma carrière chez FIVES CRYO. C'est pour moi la fin d'une mue personnelle riche en événements, en rencontres, une véritable période de construction intérieure.



Je veux exprimer ici l'admiration que je porte à Xavier JOULIA, qui a été ma source d'inspiration durant ces quelques années, tant au niveau scientifique qu'humain. Grâce à lui, j'aperçois enfin de la lumière...

J'EXPRIME ma reconnaissance à Denis BARRETEAU, maître Jedi des échangeurs, qui m'a toujours rassuré, encouragé, initié au cours de nos brèves mais très intenses réunions.

Faites des choses simples de façon exceptionnelle.

BYRD BAGGETT

Je suis profondément reconnaissant à David AVEROUS, à la fois tuteur de thèse, chef et ami. Beaucoup de points communs, une complicité tacite et une confiance mutuelle ont permis de créer cette osmose si particulière teintée d'ambiance toulousaine.

L'art le plus difficile n'est pas de choisir les hommes, mais de donner à ceux que l'on a choisis toute la valeur qu'ils peuvent avoir.

NAPOLÉON

J'EXPRIME ma gratitude à Monsieur Jean-Marc DRON, Capitaine charismatique du navire Fives Cryo, voilier devenu paquebot, et bientôt véritable porte-avions.

Certains considèrent le chef d'entreprise comme un loup qu'on devrait abattre, d'autres pensent que c'est une vache que l'on peut traire sans arrêt. Peu voient en lui le cheval qui tire le char.

WINSTON CHURCHILL

MERCI à Messieurs les Professeurs Renaud GICQUEL, George HEYEN et Hervé PINGAUD qui ont accepté de siéger à ce jury. Je leur témoigne ici ma reconnaissance.

MON séjour en camping dans les algécos de l'ENSIACET à Ranguel a été l'occasion de rencontrer des gens formidables. Je pense notamment à mes deux complices de thèse Françoise et Nelly, avec qui j'ai passé tant de bons moments, mais aussi partagé mes doutes et mes quelques baisses de moral. Ne pas oublier Vincent, alias Jean, le beau mari de Nelly, mon anti-stress préféré.

Merci à Mourad, grand sage algérien, modèle de curiosité et de tolérance, avec qui j'ai pris tant de plaisir à refaire le monde. Une pensée spéciale va à Vikicam, ma nagy magyar banàn. Merci au Brésil, et en particulier à Rita, Fulvinha, Galo, Pedro et Claudio pour leur bonne humeur contagieuse et leur aptitude au bonheur.

Ne pas oublier Jean-Marc, Michel, Stéphane, Pascal, Philippe, Karim et JP, chambreurs de service dont j'ai été l'une des cibles privilégiées (et réciproquement).

Mes remerciements vont également à Xuan, Raphaële et Gilles, toujours prompts à répondre à mes nombreuses et barbantes questions.

MERCI à mes amis-collègues spinaliens avec qui j'ai passé de grands moments d'échanges de chaleur humaines, qui se sont irrémédiablement soldés par de franches rigolades. Nul doute qu'ils ont contribué à donner une certaine saveur à ce travail : Gaëtan, Gaby, Tinou, Bruce, Dibinho, Isabelle, Mémé Liu, Alain, René, Odet, Gilles et Martial.

Comment ne pas avoir une pensée pour Sylvie, Sylvie et Catherine, à la pêche d'enfer, au moral d'acier, que rien ne peut faire flancher et sur qui on peut compter.

Merci également aux personnes de tous les services qui ont porté un quelconque intérêt à ce travail, au détour d'une pile d'ondes ou de tôles, devant la machine à café, par curiosité ou simplement pour me faire plaisir.

COMMENT ne pas conclure en dédiant ce travail à la personne qui m'a tant soutenu, protégé et surtout transcendé depuis mon arrivée dans les Vosges. Les difficultés nous ont rapproché, les succès nous ont transporté. Malice, je t'ai déjà tout dit et je me répéterai sans doute pendant longtemps. Ici, je voudrais simplement te confier cette citation :

L'imagination est plus importante que la connaissance.

ALBERT EINSTEIN

Table des matières

Introduction

Les échangeurs à plaques brasées sont principalement utilisés dans les procédés cryogéniques tels que la séparation et la purification de mélanges de gaz (air, gaz naturel), la production pétrochimique (traitement des gaz, éthylène), ou encore la liquéfaction d'hélium. La structure complexe en aluminium de ces échangeurs permet de maximiser l'efficacité des échanges thermiques entre les différents fluides impliqués (jusqu'à plus d'une vingtaine simultanément), tout en restant efficace à des températures de pincement de moins de 1°C. Cependant, la sensibilité thermique de tels échangeurs, dit compacts, reste très fine, et la moindre perturbation hydraulique ou thermique induite par un fluide s'amplifie à l'ensemble de leur structure, influant sur leurs conditions globales de fonctionnement.

Leur conception est difficile car de nombreuses contraintes thermiques, mécaniques, hydrauliques et économiques doivent être satisfaites simultanément, tout en répondant très précisément aux exigences de fonctionnement imposées par les spécifications du procédé. Généralement, un large éventail de choix technologiques permet de répondre à un même appel d'offre, nécessitant l'étude de critères de choix spécifiques pour déterminer le design optimal. Les outils de simulation apportent des réponses innovantes et déterminantes aux problèmes de conception, fournissant des éléments de justification nécessaires à la prise de décision finale.

La gamme ProSEC (Programme de Simulation des Echangeurs Compacts) a été conjointement développée depuis deux dizaines d'années par FIVES CRYO, constructeur français d'échangeurs thermiques multi-fluides à plaques brasées, et l'équipe Analyse Fonctionnelle des Procédés du Laboratoire de Génie Chimique de Toulouse. Ces développements résultent de la volonté de FIVES CRYO de maintenir un niveau élevé dans le domaine de la simulation des échangeurs, consciente d'acquiescer un avantage technologique conséquent sur ses concurrents.

Cette thèse Cifre s'inscrit dans la continuité des travaux antérieurs, commencés en 1988 par Hervé Pingaud, puis poursuivis par David Averous en 2000. Ces deux thèses ont permis de franchir successivement plusieurs caps importants. Dans un premier temps ont été établies les bases du modèle mathématique relatif à ces échangeurs, incluant l'intégration des éléments de la thermodynamique et des préconisations relatives à la résolution numérique de systèmes creux de grande taille. Par la suite, ces concepts ont servi de point de départ aux développements des logiciels de simulation en 2D et du premier programme en 3D, utilisés actuellement au sein de l'entreprise.

L'objectif de cette thèse est donc de franchir un degré de complexité supérieur, en intégrant au modèle les aspects hydrauliques relatifs à la circulation de chacun des courants de l'échangeur. Ceci se traduit par l'incorporation de l'ensemble des éléments de topologie jouant un rôle sur la distribution des fluides. Ces éléments étaient jusqu'alors considérés comme idéaux et athermiques. Les phénomènes de maldistribution de chaque fluide, dus à un déséquilibre des débits dans les canaux d'ondes qui forment la trame de circulation du fluide dans un passage,

peuvent s'avérer très limitants et dégrader considérablement les performances thermiques de l'échangeur.

La modélisation en trois dimensions et en régime permanent du couplage des phénomènes thermiques et hydrauliques a nécessité le développement d'une méthode de maillage spécifiquement adaptée. Cette dernière doit permettre la représentation des flux de chaleur transitant dans la structure d'empilage, mais aussi les calculs hydrodynamiques relatifs à la distribution des fluides, entre et dans les passages de l'échangeur. L'intégration au modèle des distributeurs de courant ajoute des surfaces d'échange supplémentaires au parcours d'un courant, tout en impliquant les phénomènes de distribution qui peuvent compromettre le fonctionnement théorique d'un échangeur.

Le parcours d'un fluide, traversant de nombreux éléments de circulation (têtes, distributeurs, zones d'échange, etc.), est assimilé à un réseau hydraulique indépendant. Il est défini grâce à la théorie des graphes, dont les outils affiliés sont essentiels pour la mise en place de méthodes de description et de calcul des variables hydrauliques. Ces dernières sont fortement couplées aux variables thermiques par l'intermédiaire des propriétés physiques, dépendant des échanges de chaleur entre les différents fluides dans la structure en métal du corps de l'échangeur.

Ce fort couplage thermo-hydraulique impose une résolution simultanée des équations de bilans matière, thermique et de quantité de mouvement. Le système d'équations non linéaires, résultant de la discrétisation en trois dimensions d'un EPB, est de très grande dimension et creux. La résolution de ce système par une méthode de Newton-Raphson nécessite la mise en place de méthodes numériques de résolution de systèmes linéaires adaptées. Celles-ci doivent, d'une part, s'affranchir des contraintes classiques de temps calcul et d'optimisation de la taille mémoire, et d'autre part atteindre un degré de fiabilité élevé.

La finalité de ce travail réside dans l'application de ce nouveau modèle à des cas industriels complexes. La considération des phénomènes thermo-hydrauliques permet d'acquérir un gain conséquent dans la caractérisation des conditions de fonctionnement globales d'un EPB en configurations complexes.

Nomenclature

Alphabet latin		
a	demi-hauteur d'onde	m
A	surface d'échange thermique	m^2
A_c	aire de section d'écoulement par unité de largeur	$m^2.m^{-1}$
A_1	surface primaire	$m^2.m^{-2}$
A_2	surface secondaire	$m^2.m^{-2}$
C_p	chaleur spécifique	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
d	dérivée de ...	
d	débit massique par unité de largeur	$kg.s^{-1}.m^{-1}$
D	débit masique	$kg.s^{-1}$
d_h	diamètre hydraulique	m
e	épaisseur de tôle	m
f	fonction de ...	
F	force	N
g	accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
h	hauteur du canal formé par l'ailette	m
h	enthalpie massique	$J.kg^{-1}$
h_T	coefficient de transfert thermique	$W.K^{-1}.m^{-2}$
H	flux enthalpique	$J.s^{-1}$
l	débit massique liquide par unité de largeur	$kg.s^{-1}.m^{-1}$
L	débit massique liquide	$kg.s^{-1}$
N	fréquence d'ailette	m^{-1}
P	pression	Pa
Q	quantité de chaleur par unité de surface	$W.m^{-2}$
r	facteur de rétention massique	$kg.m^{-2}$
R_{th}	résistance thermique	$K.W^{-1}$
S	surface	m^2
S	facteur de glissement de phase	—
t	temps	s
T	température	K
s	sens d'écoulement	—
v	débit massique vapeur par unité de largeur	$kg.s^{-1}.m^{-1}$
V	débit massique vapeur	$kg.s^{-1}$
V	volume	m^3
x, y, z	variables d'espace	m
\mathbf{z}	vecteur des fractions massiques	—

Alphabet grec

β	angle directionnel	
δ	épaisseur d'onde	
Δ	variation de	
ϵ	taux de vide	—
η	efficacité de la surface secondaire	—
η'	efficacité de la surface secondaire "by-pass"	—
λ	conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
μ	viscosité	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
ρ	masse volumique	$kg.m^{-3}$
τ	contrainte	
Φ	facteur convectif pour un passage de courant $h^T (A_1 + \eta A_2)$	$W.m^{-2}.K^{-1}$
Ψ	facteur d'échange de chaleur "by-pass" entre deux tôles $h^T \eta' A_2$	$W.m^{-2}.K^{-1}$
ω'	fraction vaporisée massique	—

Indices et exposants

f	passage
p	tôle
m	métal
i, j, k	indice du repère (O, x, y, z)
L	liquide
V	vapeur
$pred$	prédécesseur
$succ$	successeur

Opérateurs mathématiques

m_{-}	fonction modèle de ...
∂	dérivée partielle
\sim	approximation
$\langle \rangle$	valeur moyenne surfacique
\wedge	calculé à partir d'un modèle
—	valeur moyenne

Ensembles et domaines

\mathcal{R}	ensemble des réels
\mathcal{S}	domaine de définition géométrique d'une surface
\mathcal{E}_p	ensemble des noeuds amonts
\mathcal{E}_s	ensemble des noeuds avals

Nombre adimensionnels

$C_f = \Delta P \frac{d_h}{L} \frac{1}{2\rho u^2}$	coefficient de frottement (Fanning)
$C_j = \frac{Nu}{Re Pr^{1/3}}$	facteur de Colburn

$Nu = \frac{h_T d_h}{\lambda}$	nombre de Nusselt
$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$	nombre de Prandtl
$Re = \frac{d_h v \rho}{\mu}$	nombre de Reynolds
$St = \frac{Nu}{Re Pr}$	nombre de Stanton

Chapitre 1

Contexte et cadre de l'étude

*C*E premier chapitre introduit de façon précise les Echangeurs à Plaques Brasées (EPBs) afin d'aider le lecteur à cerner l'ensemble des concepts fondamentaux qui les caractérisent, tant au niveau de leur description que de la complexité de leur fonctionnement, avec pour illustration quelques exemples d'applications industrielles auxquelles ils sont particulièrement adaptés.

Une deuxième partie sera affectée à l'explication des concepts de description des EPBs qui seront très utiles dans les chapitres suivants. En effet, même si de tels échangeurs paraissent simples dans leur description, il n'en est rien quant à leur conception. Leur fonctionnement complexe entremêle un nombre conséquent de paramètres et de variables ultra-dépendantes qui ne pourront être définis avec précision que si la description géométrique est elle-même très fine.

Un état de l'art des divers modèles existants des EPBs sera également réalisé afin de bien visualiser l'ensemble des dernières avancées opérées dans ce domaine, en particulier en ce qui concerne la modélisation thermique en trois dimensions.

Pour finir, une description des divers phénomènes physiques, thermiques et hydrauliques sera menée afin d'explicitier de façon générale la complexité du fonctionnement de tels échangeurs et les éventuelles difficultés à éluder quant à la conception du modèle final.

Sommaire

1.1	Les échangeurs en aluminium à plaques brasées	17
1.1.1	Un peu d'histoire	17
1.1.2	Principes généraux de construction et de fonctionnement	17
1.1.3	Paramètres de dimensionnement d'un échangeur	19
1.1.4	Éléments de topologie externe	26
1.1.5	Applications industrielles	27
1.2	Description structurelle et fonctionnelle des EPBs	32
1.2.1	Etapés générales de la description d'un EPB	33
1.2.2	Zones primaires - Etape I-1	34
1.2.3	Classes des éléments fonctionnels - Etape I-2	40
1.2.4	Classe de passage - Etape I-3	41
1.2.5	Construction de la séquence d'empilage- Etape I-4	42
1.2.6	Définition et affectation des circuits de l'échangeur - Etape II-1 . . .	42
1.2.7	Définition des réseaux hydrauliques des courants - Etapes II-2 et II-3	44
1.2.8	Positionnement dans l'espace de l'échangeur	45
1.3	Méthodologie de développement du modèle de l'échangeur . . .	47
1.3.1	Modèles existants	47
1.3.2	Etapés clefs de la méthodologie	49
1.3.3	Caractérisation des phénomènes physiques	51

1.1 Les échangeurs en aluminium à plaques brasées

1.1.1 Un peu d'histoire

Durant la seconde guerre mondiale, le besoin croissant d'échangeurs légers, compacts et peu onéreux accéléra le développement des échangeurs en aluminium à plaques brasées. Cette technologie fut tout d'abord développée pour l'armée de l'air américaine afin d'équiper le chasseur de combat américain P-51 Mustang, muni à l'époque du nouveau moteur Rolls-Royce Merlin qui nécessitait un système de régulation thermique très performant : le compresseur à deux étages du moteur anglais provoquait l'élévation de la température de l'air admis à près de 200°C , nécessitant donc le montage d'un radiateur supplémentaire pour le refroidir avant son entrée dans le carburateur.

Depuis lors, avec des équipements et des coûts de fonctionnement énergétique de plus en plus onéreux, la nécessité de réduire l'encombrement des unités de génie chimique tout en optimisant l'intégration thermique d'un procédé conduisit à s'orienter naturellement vers la technologie des échangeurs compacts. Profitant de cet essor, le développement de plus en plus complexe de cette technologie (multifluide, amélioration de l'efficacité thermique, intégration de nouveaux matériaux...) permet une diversification de ses utilisations dans un domaine toujours plus large d'applications, en particulier pour les procédés cryogéniques (procédés de liquéfaction de l'air, de l'hélium, et production pétrochimique).

1.1.2 Principes généraux de construction et de fonctionnement

1.1.2.1 Description générale et nomenclature

Un Echangeur à Plaques Brasées (EPB) est défini par une séquence ordonnée de passages constitués par des ondes (élément *10*, voir la figure ??), isolés les uns des autres par des tôles planes dites de séparation (élément *9*) et clos le long des bords par des barres (éléments *12* et *13*) afin d'en assurer l'étanchéité. Un corps d'échangeur peut faire intervenir une séquence de plus de 200 passages. L'empilage ainsi formé est encadré par deux tôles d'extrémité plus épaisses (élément *8*) dont le rôle principal est d'assurer une protection contre de potentiels dommages extérieurs. Chaque fluide entre dans le corps par le biais d'une ou plusieurs têtes dédiées (élément *2*), alimentant l'ensemble des passages connectés. Au niveau de chaque passage, le fluide est réparti sur l'onde d'échange par l'intermédiaire de distributeurs de courant (élément *11*).

Classiquement, on établit qu'un passage est l'entité formée par l'onde, les tôles et les barres qui l'encadrent. La structure simple de cet assemblage est représentée sur la figure ??.

1.1.2.2 Référentiel

Classiquement, un référentiel carthésien (O, x, y, z) est associé à un EPB : l'axe (O, x) est associé à la longueur de l'échangeur, (O, y) à sa largeur et (O, z) à la hauteur d'empilage (cf fig. ??).

1.1.2.3 Caractéristiques principales

Dimensions

Les dimensions maximales d'un EPB sont imposées par la taille des fours de brasage, la pratique d'emboutissage mécanique des bandes qui formeront les ondes et la logistique de transport. Ainsi chez FIVES CRYO, les spécifications maximales sont données dans le tableau ??.

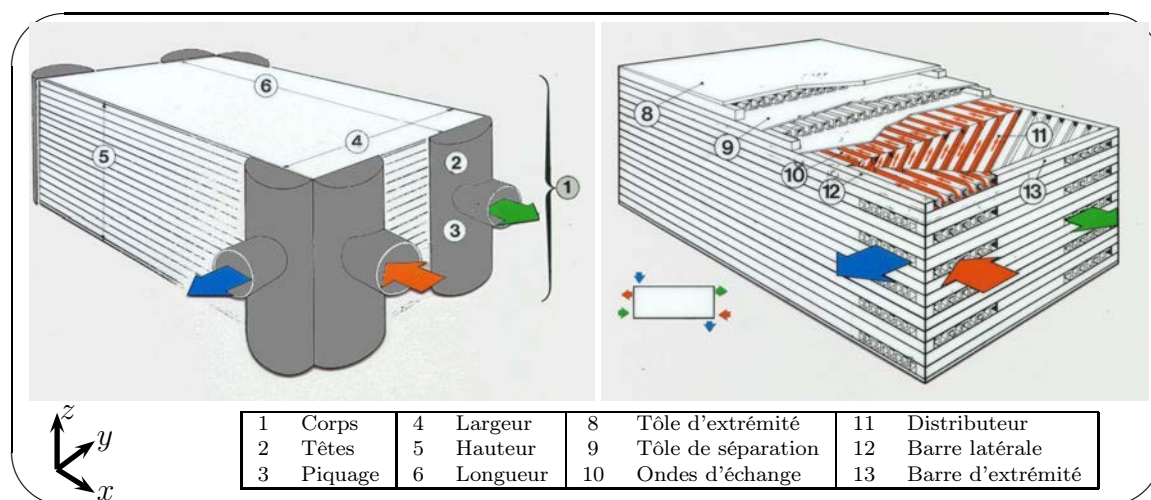


FIG. 1.1 – Description fonctionnelle d'une EPB

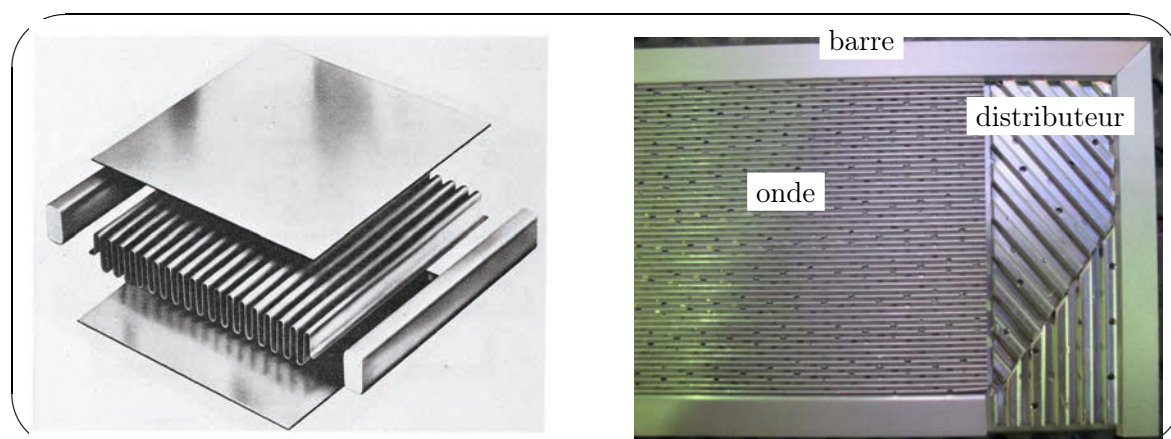


FIG. 1.2 – Un passage simple (onde, distributeurs, barres latérales, tôles)

largeur	90 à 1300 <i>mm</i>
longueur maximale (liée au four)	7820 <i>mm</i>
hauteur d'empilage maximale (four)	2000 <i>mm</i>
épaisseur tôle de séparation	0,8 à 2,5 <i>mm</i>
épaisseur tôle extérieure	6 <i>mm</i>

TAB. 1.1 – Contraintes dimensionnelles

Caractéristiques spécifiques

Ces échangeurs présentent la particularité de posséder une surface d'échange par volume qui peut atteindre $2000 \text{ m}^2/\text{m}^3$, ce qui en fait des échangeurs compacts très efficaces. De plus, plus d'une vingtaine de fluides peuvent transiter simultanément dans de tels échangeurs, ce qui permet d'optimiser les échanges de chaleur, même moindres, entre les différents courants. En effet, ceux-ci peuvent échanger avec des écarts de température de moins d'un degré (température de pincement). Au niveau des contraintes thermiques, les EPBs peuvent tolérer des écarts de températures entre chacune de leurs deux extrémités (nommés bouts chaud et froid) de plus de 200°C .

Conditions limites d'utilisation

Les fluides circulant peuvent avoir des pressions opératoires différentes qui doivent être comprises dans une plage de 0 et 150 *bars*. L'intervalle de température d'utilisation est compris entre -271°C et 120°C .

Types de fluides

Une grande variété de fluides peuvent être utilisés dans de tels échangeurs selon différents types d'applications. En général, les fluides doivent être secs et non corrosifs pour l'aluminium. Du fait du brasage, l'échangeur ne peut être démonté pour être nettoyé. Ainsi les fluides circulant doivent également être "propres" afin de ne pas provoquer de dépôts nuisibles au transfert ("encrassement") ni obstruer les passages. La seule action de nettoyage existante est une circulation de gaz sous pression ou de solvant à contre-courant du sens normal d'écoulement.

1.1.3 Paramètres de dimensionnement d'un échangeur

1.1.3.1 Type d'écoulement

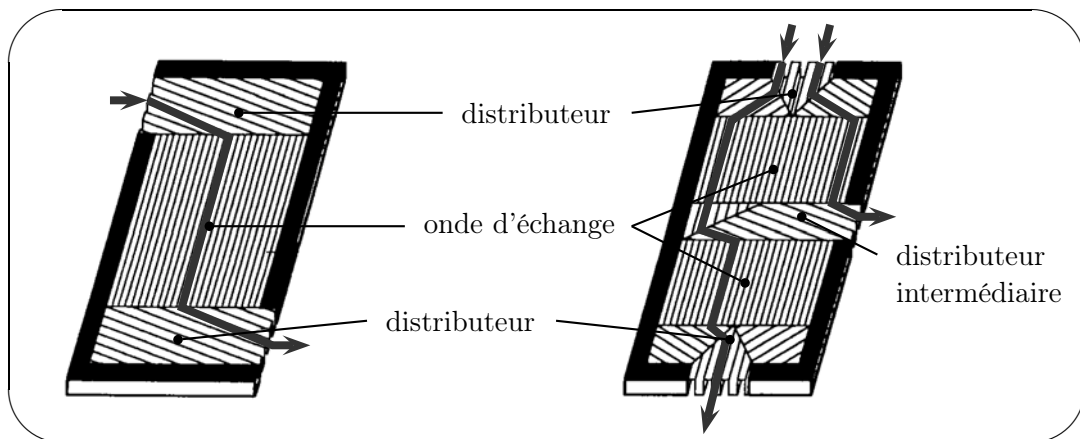


FIG. 1.3 – Exemple de construction d'un passage de courant

La figure ?? montre la structure classique des passages de courant, hors tôles de séparation, qui composent la séquence d'empilage d'un corps d'échangeur. Le passage de gauche est associé à la circulation d'un courant qui entre par un *distributeur* dont le rôle est de répartir le fluide de manière homogène sur toute la largeur de l'*onde d'échange thermique* attenante. Le fluide est finalement guidé vers l'extérieur du passage par un autre distributeur. Le schéma de droite fait intervenir un élément particulier des EPBs : un *distributeur intermédiaire*. Celui-ci est utilisé pour soutirer ou ajouter une fraction de débit de fluide à un passage. Son utilité est spécifique aux contraintes thermo-hydrauliques imposées par le fonctionnement optimal de l'échangeur. Il s'avère par exemple très utile pour réduire les pertes de charges d'un fluide après vaporisation ou créer un apport supplémentaire de chaleur.

Ces distributeurs et ondes d'échange, nécessaires à la définition des passages de courant, sont dénommés sous le terme générique de *zones primaires*.

La figure ?? illustre différents types de configuration de passage de courant utilisés pour réaliser la séquence d'empilage d'un échangeur. Ces passages sont associés à la circulation des fluides de l'échangeur : leur définition structurelle (type des distributeurs, propriétés des ondes, etc.) et fonctionnelle (sens de circulation, débit maximal, etc.) dépendent des propriétés

physiques de chaque courant et de l'optimisation des performances thermo-hydrauliques de l'échangeur.

Plusieurs type de circulations de courant sont remarquables :

co-courant

Les courants affectés aux passages D et B circulent en parallèle et dans le même sens. Cette configuration n'est quasiment jamais utilisée pour un échange thermique spécifique entre deux fluides. Cependant, du fait de la structure d'empilage qui peut impliquer plusieurs courants chauds et froids évoluant dans le même sens, ces types d'échanges sont tout de même à prendre en compte dans la performance thermique globale d'un échangeur. Une comparaison des fonctionnements co et contre courant est représentée par la figure ?? . Nous remarquons aisément que les performances thermiques, liées aux températures de sorties, sont maximisées à contre-courant.

contre-courant

Les fluides associés à A et B circulent dans la même direction mais selon un sens opposé. Ce type de fonctionnement est le plus efficace. Généralement, dans le cas d'un échangeur multi-fluides, l'ensemble des courants chauds et froids sont respectivement associés à un sens de circulation différent.

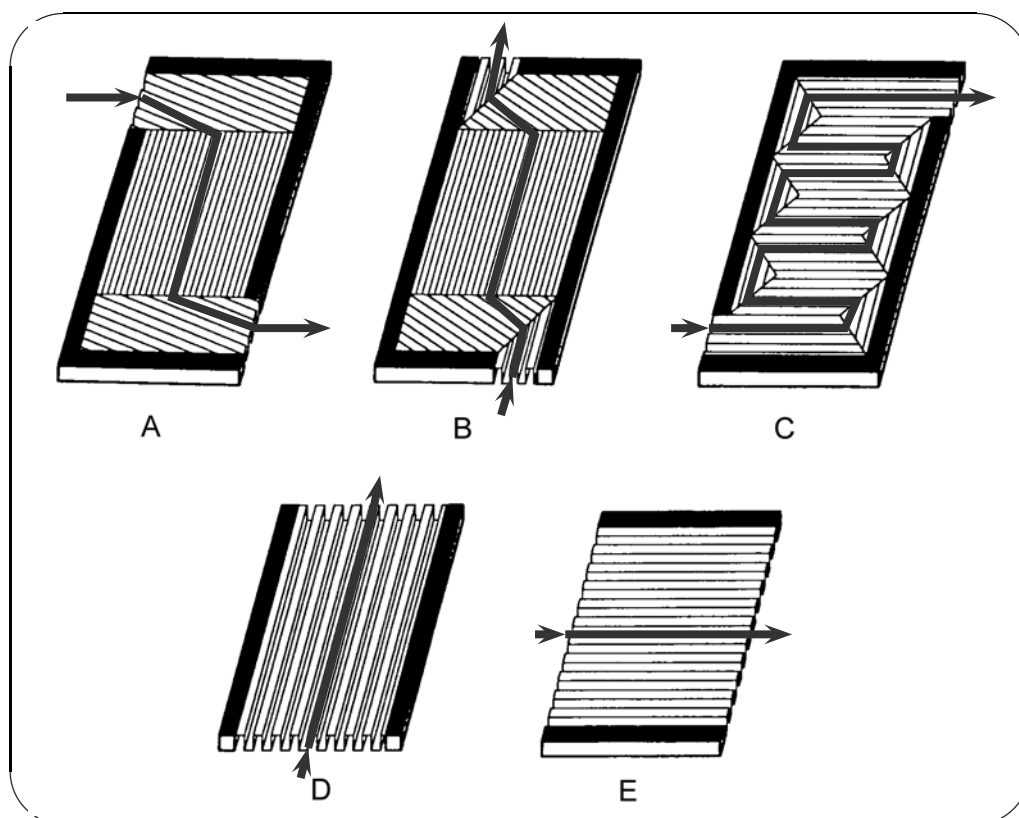


FIG. 1.4 – Exemples des différents types de circulation de fluide dans un EPB

courants croisés

Les courants de D et E circulent dans des directions perpendiculaires. Cette configuration est généralement utilisée pour des échangeurs simples à deux fluides, sans distributeurs.

contre (ou co) courants croisés (zig-zag)

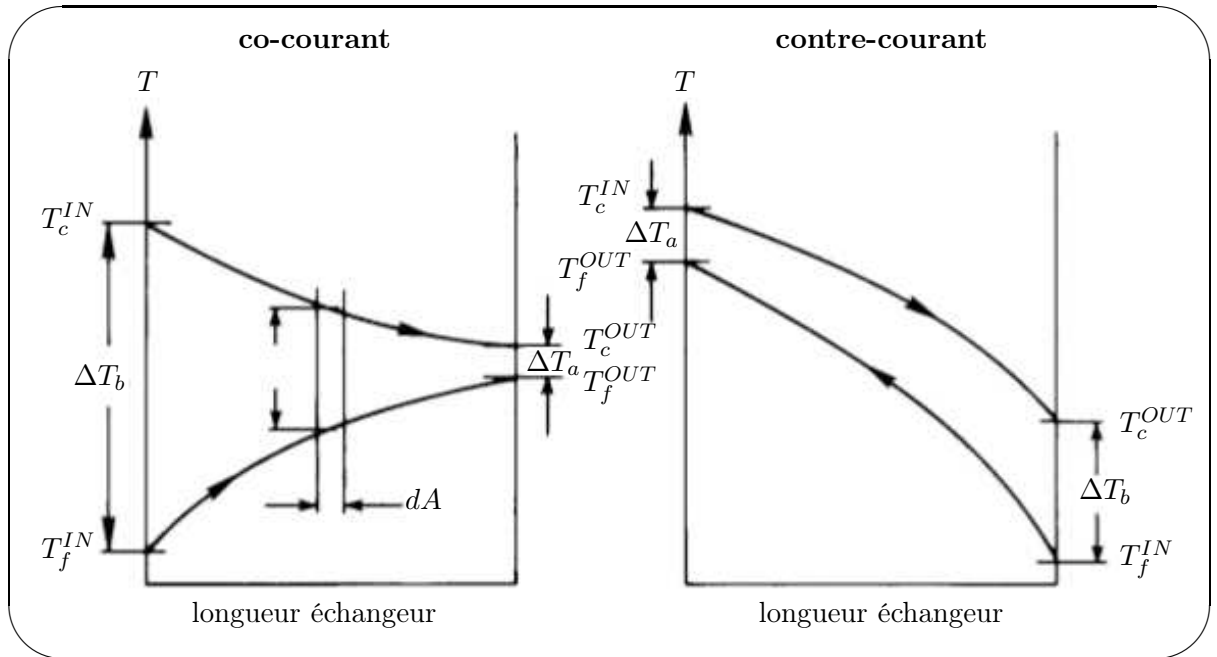


FIG. 1.5 – Evolution selon la longueur de l'échangeur des températures des deux courants chaud ("c") et froid ("f") à co-courant et contre-courant

Cette configuration est très utile dans le cas d'échanges impliquant des fluides sensibles aux pertes de charge (par exemple des gaz à faibles pressions) et présentant un coefficient thermique faible. Ceux-ci sont associés à des passages de courants facilitant l'écoulement (réduction des pertes de charge par utilisation de configurations de distributeurs et d'ondes adaptées). A contrario, le courant caloporteur ou réfrigérant (souvent un liquide dans ce cas précis), caractérisé par un bon coefficient de transfert thermique et une dépendance moindre aux pertes de charge, est associé à un passage en zig-zag (passage C) qui lui impose un parcours en plusieurs passes par rapport aux gaz, permettant ainsi une maximisation des flux thermiques entre ces deux fluides.

1.1.3.2 Les ondes

Les ondes sont les éléments clés des EPBs. Leur profil est obtenu par pliage et découpage d'une bande d'aluminium sur des presses. Ce profil est dessiné pour donner des caractéristiques thermiques et hydrauliques idéales en fonction de l'état physique du fluide et de la nature du transfert (chauffage ou refroidissement de gaz ou de liquide, condensation ou ébullition). Les ondes contribuent, chacune pour son passage, à la tenue mécanique vis-à-vis des forces de pression.

Les ondes jouent un double rôle :

- elles assurent un échange de chaleur efficace entre les fluides et la structure.
- elles garantissent la stabilité mécanique d'un assemblage soumis à des pressions de service pouvant atteindre 150 bar.

Types d'onde

La figure ?? référence les principaux types d'onde utilisés dans la conception des EPB.

ondes droites : elles ont un profil rectiligne qui les assimile à des successions de canaux ;

ondes droites perforées : avec un taux de perforation de 2,5% à 25%, elles permettent au fluide de passer d'un canal à l'autre. Elles sont utilisées principalement lors de changement d'état thermodynamique (ébullition par exemple) et dans les distributeurs.

ondes serrated : elles créent de fortes turbulences qui améliorent le transfert, mais en contrepartie augmentent la perte de charge. Elles sont obtenues en coupant les ailettes à une longueur donnée, la longueur de serration, et en les décalant sur la largeur par rapport aux précédentes.

ondes herringbones : ondes sinueuses obtenues en déplaçant les ailettes pour former des zig-zags. Leurs caractéristiques (hydrauliques et thermiques) sont intermédiaires entre celles des ondes serrated et des ondes droites.

Caractéristiques des ondes

A titre d'illustration, le tableau ?? référence les caractéristiques générales des ondes FIVES CRYO.

Hauteur des ondes	3,53 à 12 <i>mm</i>
Espacement des ailettes	0,80 à 3,18 <i>mm</i> ou 240 à 1000 ailettes par mètre (<i>fpm</i>)
Épaisseur des ondes	0,2 à 0,6 <i>mm</i>
Longueur de serration	3,175 à 22,225 <i>mm</i>
Taux de perforation	2,5 à 25%

TAB. 1.2 – Paramètres standards des ondes FIVES CRYO

La figure ?? représente une structure tôles et ondes après brasage.

La géométrie de ces ondes est minutieusement contrôlée : hauteur constante et planéité sont essentielles pour assurer un contact parfait entre tôles de séparation et ondes au moment du brasage (cf fig. ??).

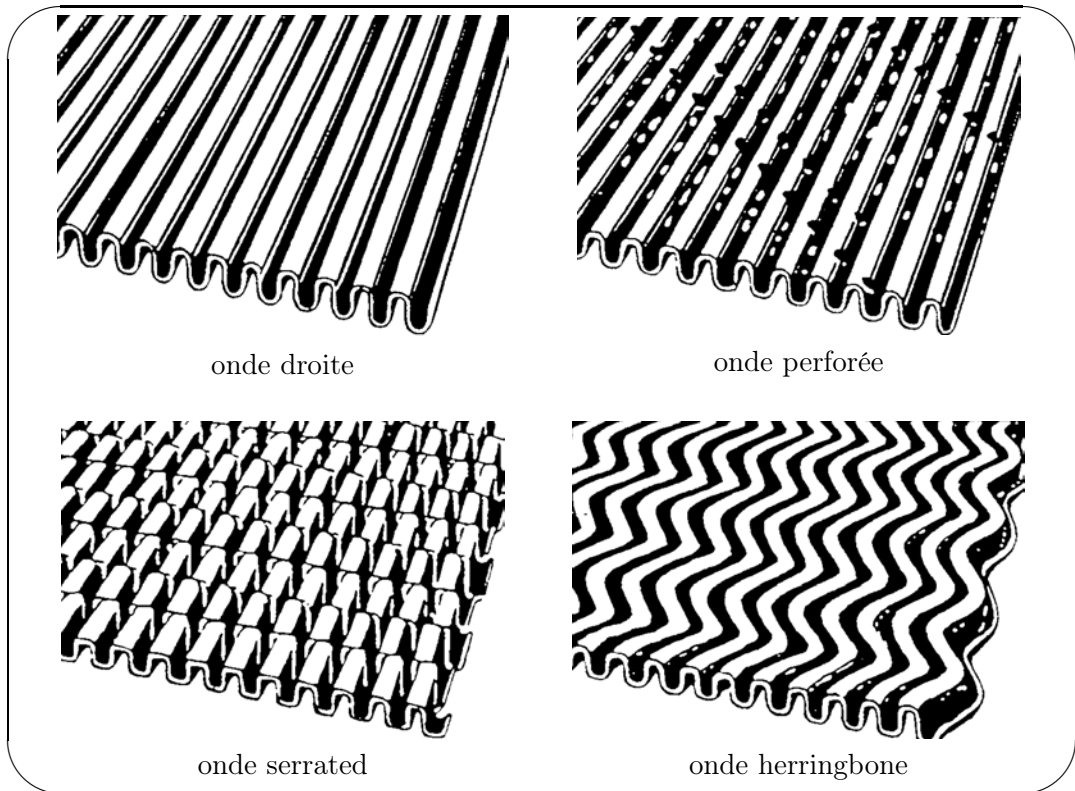


FIG. 1.6 – Différents types d'onde

Les ondes forment la majeure partie de la surface d'échange (80 à 90%), dite surface secondaire. La surface d'échange primaire correspond à la surface des tôles de séparation en contact avec le fluide. La combinaison des deux surfaces donne des rapports surface sur volume allant jusqu'à $2000 \text{ m}^2.\text{m}^{-3}$. Ceci explique que ces échangeurs soient classés parmi la catégorie des échangeurs compacts. Rajoutons à cela que la masse volumique de l'échangeur est faible : elle se situe entre $650 \text{ kg}.\text{m}^{-3}$ et $1500 \text{ kg}.\text{m}^{-3}$, soit un ordre de grandeur de $1 \text{ T}.\text{m}^{-3}$.

Corrélations thermo-hydrauliques

La conception d'un échangeur à plaques brasées se caractérise par la recherche d'un compromis fin entre performances thermiques et pertes de charge admissibles. Cet équilibre est jugé par l'intermédiaire de données expérimentales fournies par les constructeurs. Les contraintes thermiques et hydrauliques de chaque onde sont caractérisées par deux nombres adimensionnels :

- **facteur de Colburn (C_j)** : KAYS et LONDON [?] furent les premiers à utiliser la corrélation de Colburn pour classer les géométries d'ondes en fonction de leurs propriétés de transfert. La corrélation s'écrit :

$$Nu = C_j Re Pr^{1/3} \quad (1.1)$$

d'où l'on déduit

$$C_j = \frac{Nu}{Re Pr^{1/3}} \quad (1.2)$$

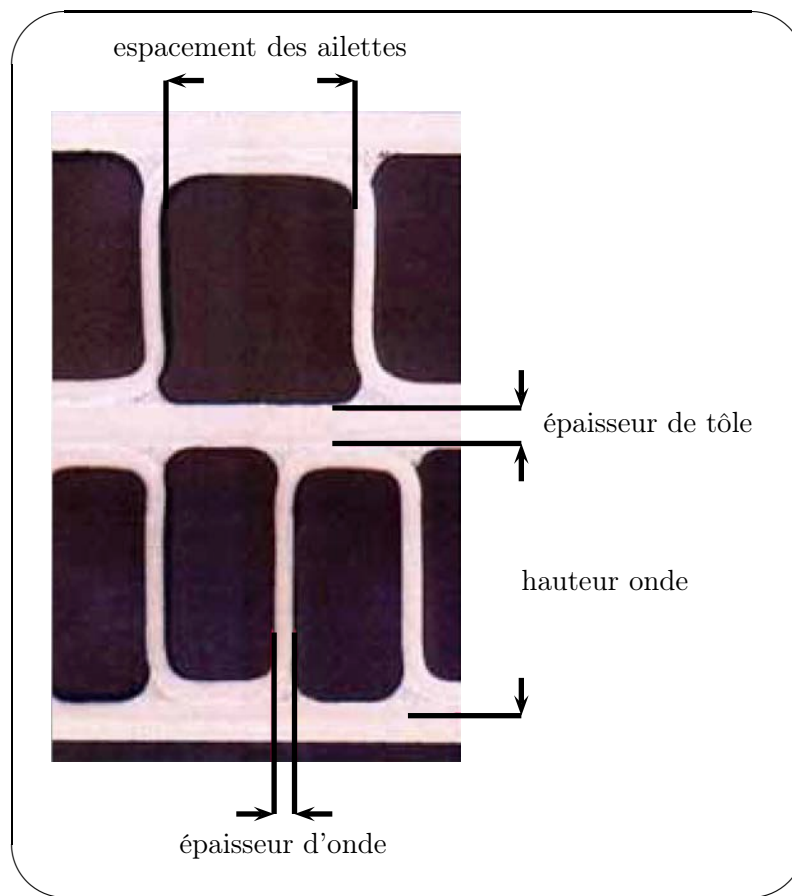


FIG. 1.7 – Micrographie d'une structure tôles et ondes brasées

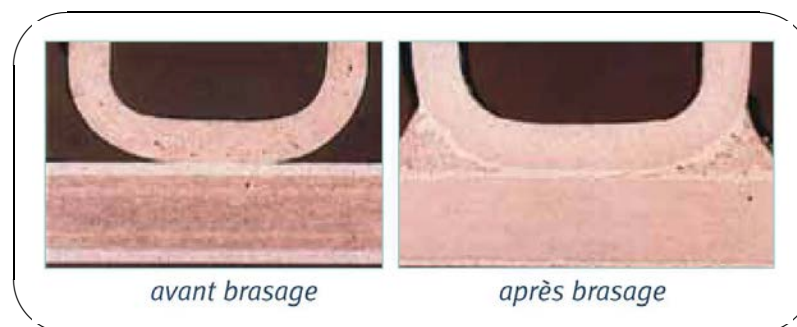


FIG. 1.8 – Avant et après brasage d'une onde

avec, Nu est le nombre adimensionnel de NUSSELT ;
 C_j est le nombre adimensionnel de COLBURN ;
 Re est le nombre adimensionnel de REYNOLDS ;
 Pr est le nombre adimensionnel de PRANDTL.

– **facteur de Fanning (C_f)** :

De la même manière, la composante frictionnelle de la perte de charge sera définie par le facteur de friction C_f en fonction du Reynolds Re , c'est à dire en fonction du régime

d'écoulement.

$$C_f = aRe^b \quad \text{où } a > 0 \text{ et } b < 0 \quad (1.3)$$

C_j et C_f sont établis empiriquement comme une fonction du Re pour chaque onde. La figure ?? illustre les performances thermiques et hydrauliques de chaque type d'onde en fonction du Reynolds.

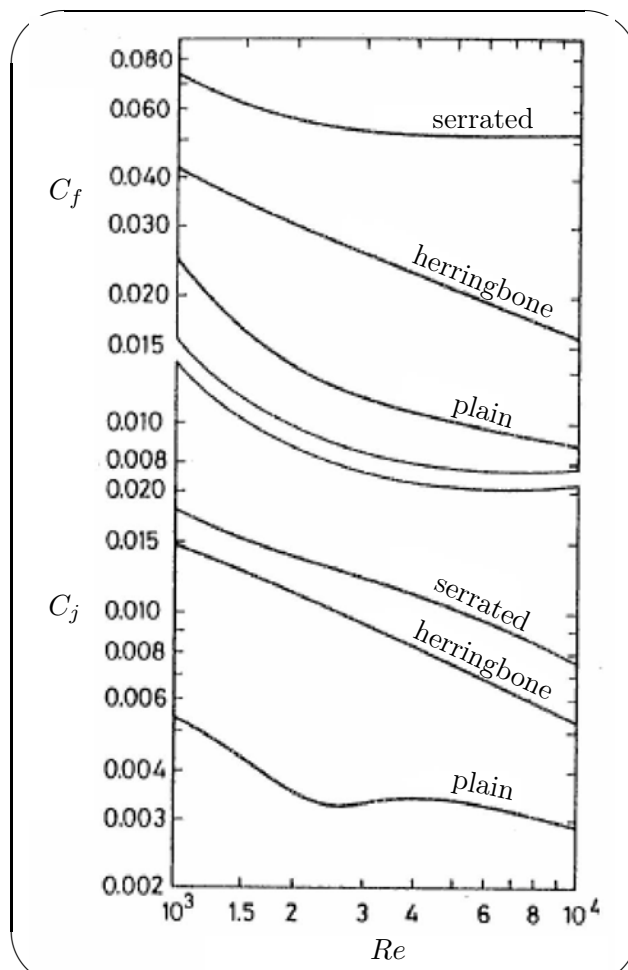


FIG. 1.9 – Relation classique entre les facteurs de Colburn (C_j) et de Fanning (C_f) en fonction du Reynolds (Re) pour différents types d'onde

Classiquement, plus l'onde s'oppose à l'écoulement (facteur de Fanning élevé), plus l'onde possède des capacités d'échanges thermiques élevés (Colburn élevé). Un gain de performance thermique se fait donc au détriment de la performance hydraulique et réciproquement.

A titre d'illustration, les figures ?? et ?? représentent respectivement l'écoulement d'un fluide dans une onde serrated et herringbone.

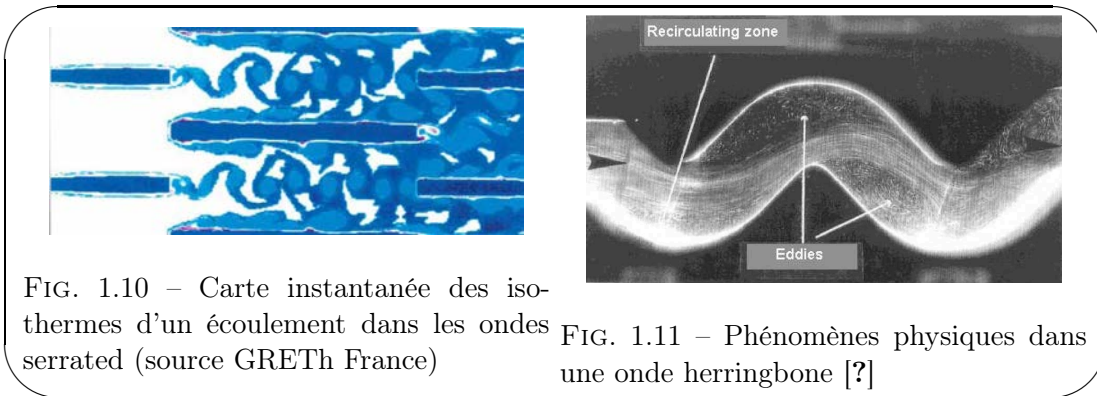


FIG. 1.10 – Carte instantanée des isothermes d'un écoulement dans les ondes serrated (source GRETh France)

FIG. 1.11 – Phénomènes physiques dans une onde herringbone [?]

Classification de la performance des ondes

L'ensemble des ondes FIVES CRYO disponibles est classé dans une base de données regroupant les paramètres nécessaires à leur évaluation pour une éventuelle utilisation. Le tableau ?? référence les principaux éléments relatifs à cette classification.

onde
<i>identification</i>
numéro d'onde (<i>no</i>)
type : pleine, perforée, herringbone, serrated
<i>données géométriques</i>
voir tableau ??
<i>propriétés physiques</i>
Pression maximale de calcul
Reynolds <i>min</i> et <i>max</i> laminaire et turbulent
Corrélations Fanning et Colburn en fonction du Reynolds

TAB. 1.3 – Paramètres de dimensionnement d'une onde

1.1.4 Eléments de topologie externe

1.1.4.1 Tête d'alimentation

La figure ?? représente quatre types de tête de distribution (alimentation ou réception) pour un fluide circulant dans les passages de l'empilage du corps de l'EPB.

1.1.4.2 Mise en batterie

Plusieurs corps d'échangeur peuvent être montés en série, en parallèle ou en une combinaison des deux, pour ne former qu'un seul élément. La figure ?? présente trois corps d'échangeurs en parallèle dont les têtes sont reliées par l'intermédiaire de *collecteurs*.

Le corps d'échangeur et sa tuyauterie est par la suite intégré à une boîte froide (fig. ??), lui assurant une protection mécanique et thermique (isolant) vis à vis de l'extérieur.

1.1.5 Applications industrielles

1.1.5.1 Généralités

Différentes applications des EPBs sont référencées dans le tableau ??.

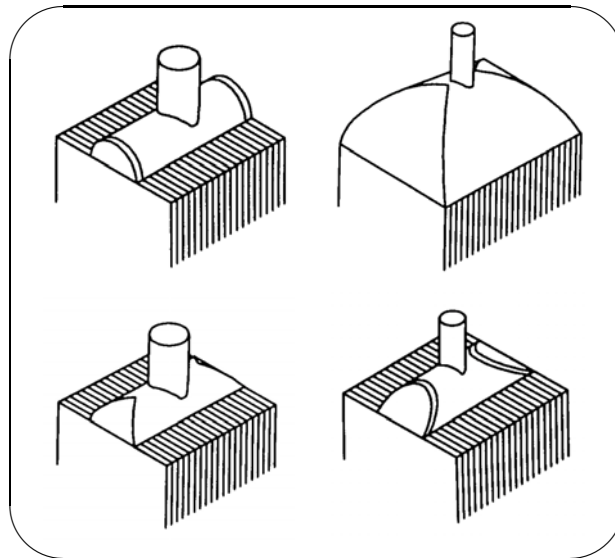


FIG. 1.12 – Exemples de têtes de distribution

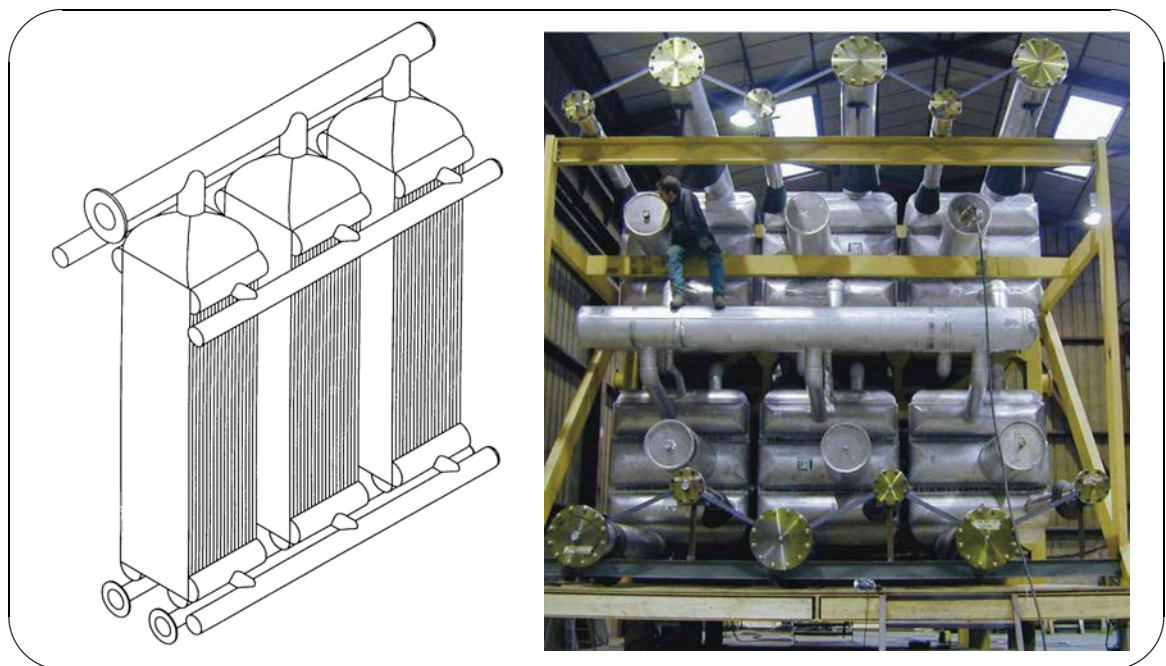


FIG. 1.13 – Exemples de mises en batterie

1.1.5.2 Procédés de l'air

Le procédé de séparation d'air représenté par la figure ?? implique une forte intégration énergétique des différentes unités et des courants associés. Après avoir été comprimée, l'alimentation d'air est refroidie et partiellement liquéfiée au contact des produits issus de la distillation (O_2 , N_2 , déchets gazeux) dans un échangeur à plaques brasées, refroidissant l'air de 20° à -185° , et ce avec des températures de pincement très faibles (de l'ordre du Kelvin). L'azote est séparé dans la première colonne à une pression de l'ordre de 6 bar, puis condensé grâce à un autre EPB au contact de l'oxygène qui se vaporise à une pression plus faible (de l'ordre de 1.2 bar). Ces deux colonnes sont intégrées dans la même structure afin de minimiser les échanges



FIG. 1.14 – Boite froide d'un échangeur FIVES CRYO

thermiques entre l'azote qui se liquéfie et l'oxygène se vaporisant. Le liquide en pied de colonne est très riche en oxygène et a une pression réduite. Grâce à une détente adiabatique, ce mélange est refroidi pour alimenter le condenseur (EPB) de la colonne de rectification pour la séparation de l'argon. Cette colonne est alimentée par la vapeur issue de la colonne de séparation d'oxygène. Notons qu'un refroidissement supplémentaire est directement apporté à la colonne de distillation de l'oxygène par adjonction d'air comprimé. Une certaine quantité de cet air ne sera pas séparée et quittera le procédé comme déchet.

1.1.5.3 Procédés pétrochimiques

L'entreprise française IFP/Axens a développé un procédé de liquéfaction de gaz naturel (GNL) à forte intégration énergétique reposant sur l'utilisation combinée de turbines, de compresseurs et d'un échangeur à plaques brasées. Ce procédé se caractérise par un gain de performance, une compacité accrue et une réduction significative des coûts d'investissement, tout en restant simple et fiable.

Le procédé Liquefin est illustré par le schéma ???. L'ensemble des transferts thermiques, nécessaires aux opérations de refroidissement et de liquéfaction, est effectué dans un unique échangeur à plaques brasées. Il comporte deux cycles de réfrigération isolés mais dans lesquels circule le même mélange de réfrigérants (MR : mélange de méthane, éthane, propane, butane et azote, au lieu du propane employé généralement pour ce type d'opération) : le premier cycle est utilisé à trois pressions différentes pour pré-refroidir le gaz d'alimentation et liquéfier le mélange de réfrigérants utilisé dans le second cycle. Ce dernier permet de liquéfier et sous-refroidir le gaz à traiter.

Un avantage majeur de ce nouveau procédé est la simplicité avec laquelle peuvent être ajustée les deux cycles de refroidissement grâce à l'utilisation des deux turbines indépendantes affiliées à chacun des deux circuits.

1.1.5.4 Echangeur "Kettle"

Les échangeurs de type "Kettle" sont généralement utilisés comme rebouilleur en pied de colonne de distillation ou comme évaporateur dans un cycle de réfrigération, principalement

Installation	Produits et fluides	température	pression
Gaz industriel - Séparation d'air - Liquéfaction	oxygène azote argon gaz rares dioxyde de carbone	$-200^{\circ}C$ à $+65^{\circ}C$	1 à 60 <i>bar</i>
Liquéfaction Gaz Naturel	gaz naturel liquéfié réfrigérants multi-constituants	$-200^{\circ}C$ à $+65^{\circ}C$	5 à 75 <i>bar</i>
Production pétrochimique - Ethylène - MTBE - Ammoniac - purification de gaz de raffinage	éthylène propylène éthane propane MTBE ammoniac hydrogène dioxyde de carbone	$-200^{\circ}C$ à $+120^{\circ}C$	1 à 100 <i>bar</i>
Systèmes réfrigérants - Cascade de refroidissement - Liquéfaction	hélium fréon propane éthylène propylène hydrogène azote réfrigérants multi-constituants	$-269^{\circ}C$ à $+120^{\circ}C$	15 à 45 <i>bar</i>
Procédés gaz naturel - Unité de rejet d'azote - Liquéfaction de gaz du pétrole - Récupération d'hélium	méthane éthane propane butane pentane azote hélium hydrogène hexane dioxyde de carbone	$-130^{\circ}C$ à $+100^{\circ}C$	15 à 100 <i>bar</i>

TAB. 1.4 – Principales applications (ALPEMA 2000 [?])

en tant que refroidisseur de procédés dans l'industrie pétrochimique et de liquéfaction de gaz. Contrairement aux traditionnels échangeurs à coquille et tube généralement utilisés dans la conception de telles unités, les échangeurs à plaques brasées constituent une alternative très intéressante : réduction des dimensions (jusqu'à dix fois), augmentation de l'efficacité thermique (plus de vingt fois celle d'un échangeur classique). Le corps de l'échangeur est entièrement immergé dans le fluide froid à vaporiser (cf fig. ??) qui circule librement dans des passages laissés ouverts, au contact de passages fermés dans lesquels circule le fluide caloporteur.

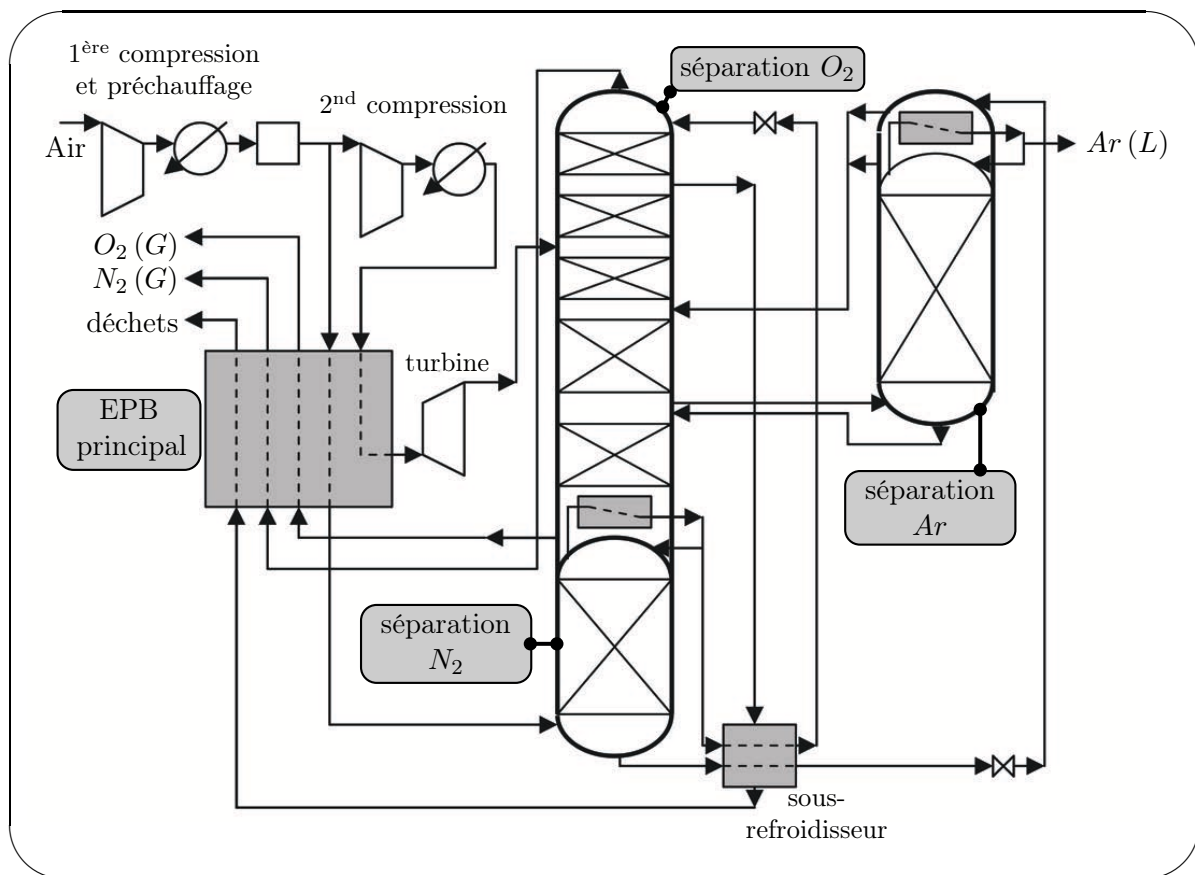


FIG. 1.15 – Un procédé de séparation d'air (extrait de l'article relatif au logiciel de simulation chemSep-Lite/COCO [?])

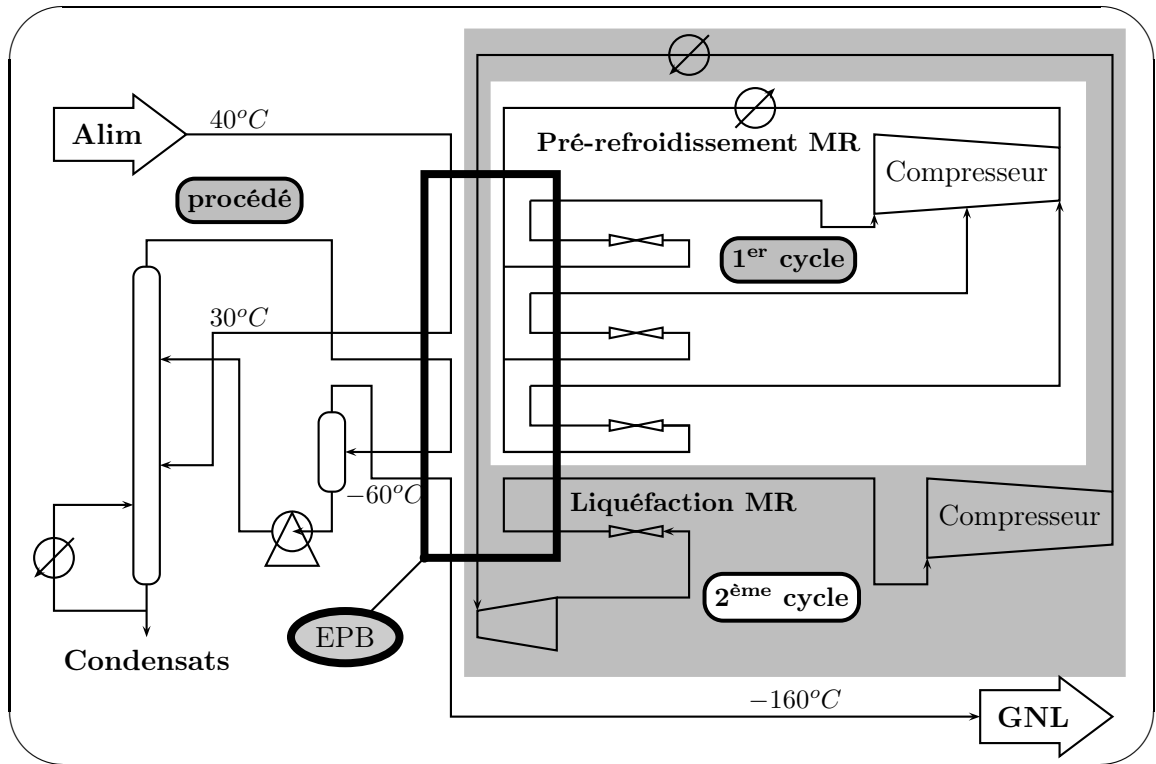


FIG. 1.16 – Procédé GNL Liquefin Axens (extrait du rapport technique [?])

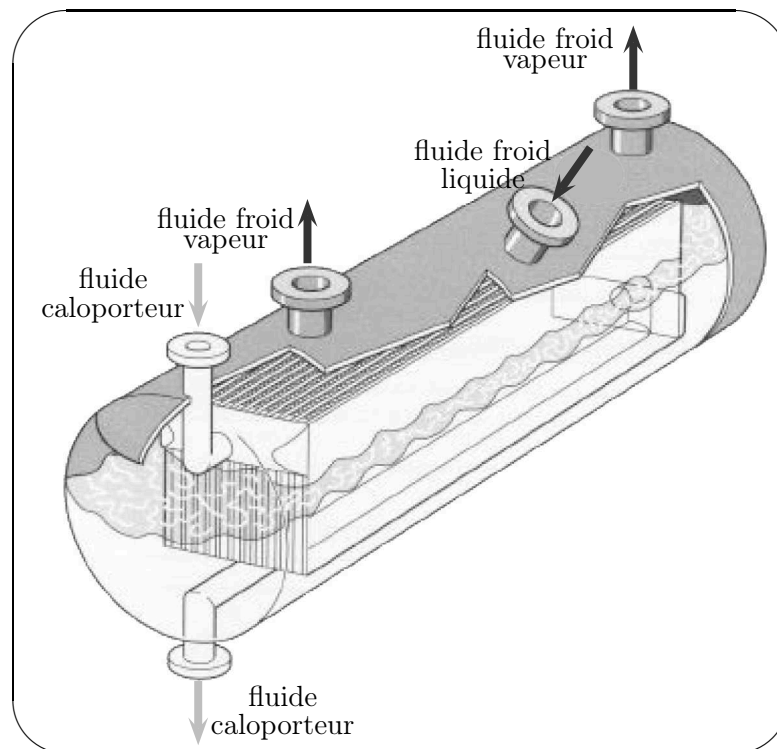


FIG. 1.17 – Echangeur de type "kettle"

1.2 Description structurelle et fonctionnelle des EPBs

Afin d'illustrer avec précision les différentes étapes de la description d'un EPB, nous nous appuierons sur l'exemple de la figure ?? . Il s'agit d'un échangeur "sous-refroidisseur" à six fluides faisant intervenir la plupart des géométries complexes représentatives de cas de fonctionnement classiques d'EPB (zig-zag, distributeur intermédiaire, double distributeur, courants parallèles...).

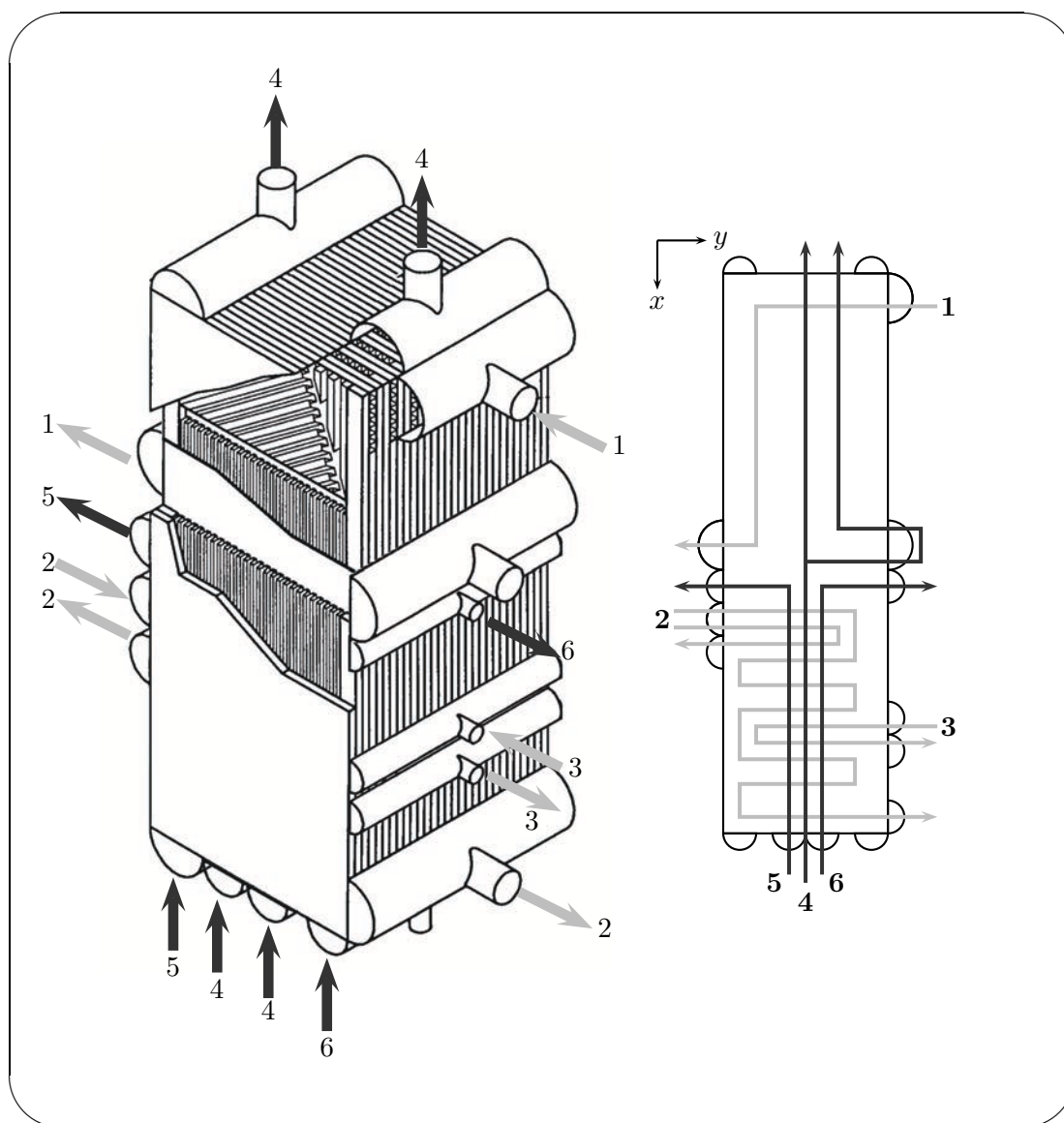


FIG. 1.18 – Vue d'ensemble du corps de l'échangeur et topologie générale de circulation des fluides associés

La topologie générale de circulation (schéma de droite) permet d'avoir une visualisation schématique simplifiée des parcours suivis par les six courants dans un plan longueur, largeur (x, y) : 3 chauds (gris clair) et 3 froids (gris foncé) à contre-courants.

La circulation de chaque fluide est définie par les passages de courants décrivant l'échangeur. Ceux-ci font intervenir nombre d'éléments structurels (pièces métalliques, ondes, etc.) qui,

dimensionnés et agencés avec précision, permettent d'établir des éléments fonctionnels qui peuvent être liés ou non à la circulation d'un fluide. Toutefois, chacun de ces éléments est inévitablement impliqué dans le fonctionnement thermique de l'échangeur, d'où la nécessité de décrire avec précision le moindre de ses composants.

1.2.1 Étapes générales de la description d'un EPB

La figure ?? permet d'avoir une vision générale des phases nécessaires à la description fonctionnelle d'un échangeur. Celle-ci fait intervenir deux étapes successives et dépendantes. La première est associée à la description de la structure géométrique de l'échangeur. Elle est qualifiée de "thermique" car l'ensemble de la structure métallique ainsi définie intervient dans la distribution des flux thermiques au sein de l'échangeur. La seconde est liée à la construction des réseaux hydrauliques de chaque fluide utilisé, c'est à dire à l'agencement des éléments de distribution de chaque courant.

Ces deux étapes sont chacune liées à un type de distribution :

Étape I : thermique ;

Étape II : hydraulique.

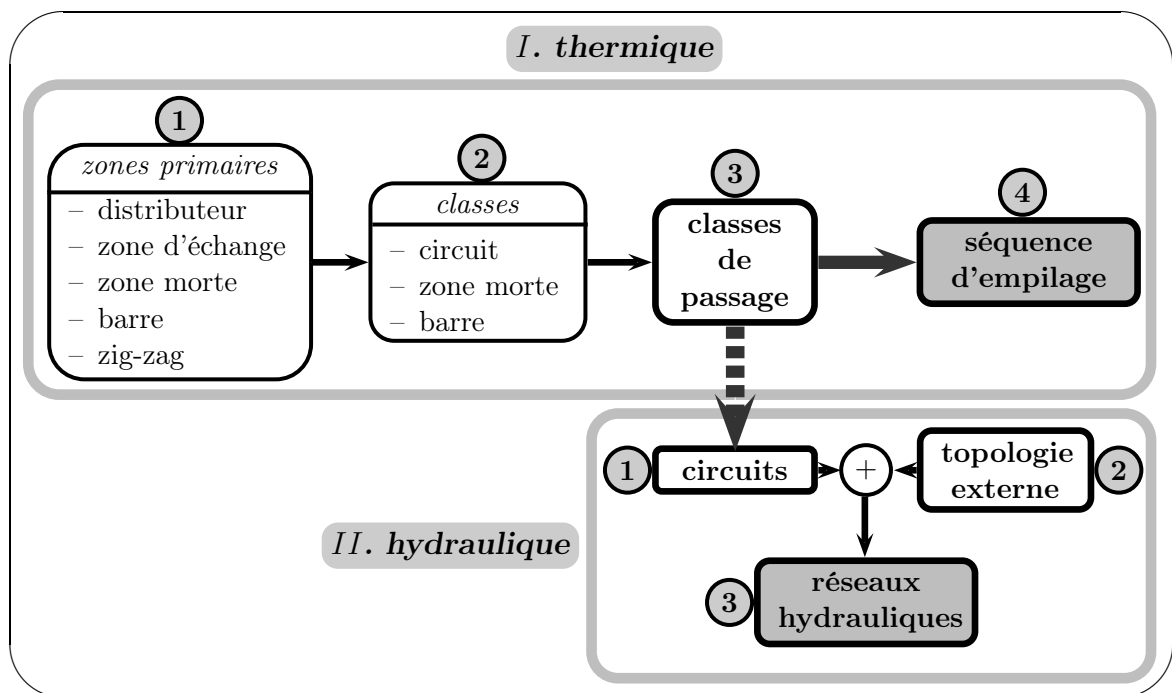


FIG. 1.19 – Étapes de la description fonctionnelle d'un EPB

La première phase permet de décrire en profondeur la structure de l'échangeur. Quatre degrés de détail sont nécessaires à la représentation de l'ensemble des éléments constituant le corps de l'échangeur.

1. Les motifs de base sont les *zones primaires* : ces zones rectangulaires, de dimensions paramétrables, sont formées à partir d'ondes découpées et de barres. Cinq types sont à différencier selon leurs propriétés structurelles et fonctionnelles :

- *distributeur* : zone liée à la distribution de courant, formée d'ondes découpées et profilées ;
 - *zone d'échange* : zone circulante dédiée aux échanges thermiques, formée d'une seule onde rectiligne ;
 - *zone morte* : zone formée d'une onde rectiligne dans laquelle ne circule aucun fluide ;
 - *barre* : élément structurel métallique ;
 - *zig-zag* : zone formée d'ondes et de barres dédiées aux courants croisés.
2. Par combinaison et arrangement de ces zones primaires définies au préalable, trois types d'éléments fonctionnels peuvent être créés. Ils constituent les classes d'objets fonctionnels disponibles et nécessaires pour décrire les composants d'un degré supérieur : les *classes de passage* (étape 3). Trois classes sont à dissocier par leurs fonctionnalités :
- classe de circuit** : relative à la circulation de fluide, un construit est constitué exclusivement de distributeurs et de zones d'échange, ou bien d'un zig-zag.
- classe de zone morte** : formée d'une ou plusieurs zones mortes dans lesquelles ne circule aucun fluide mais permet la conduction thermique entre deux tôles adjacentes ;
- classe de barre** : construite à partir d'une ou plusieurs structures de barre.
3. Les classes de passage ou *passage de référence* sont formées par agencement des classes d'éléments fonctionnels précédentes. Elles forment les motifs de description de la structure d'empilage, c'est à dire que chaque passage définissant la structure du corps de l'échangeur dérive d'une de ces classes de passage.
4. La définition de la *structure d'empilage* est l'étape finale relative à la construction du corps de l'échangeur. Elle est déterminée par l'agencement précis des passages de courant lié à l'optimisation des performances thermiques entre les fluides circulants dans les passages.
- Par ailleurs, le corps d'échangeur devient lui-même un motif utilisable pour la construction d'une éventuelle batterie d'échangeurs. Ce degré de description ne sera pas traité dans ce document mais sera intégré ultérieurement.

La deuxième étape permet de décrire l'ensemble des événements rencontrés par un fluide au cours de son transit au sein de l'échangeur. Cela englobe d'une part la circulation dans les passages de courants, décrite par des *circuits* déduits de la description des classes de passage, et d'autre part la topologie externe régie par l'ensemble des événements extérieurs au corps : têtes de distributions, alimentation, etc.

1.2.2 Zones primaires - Etape I-1

Une zone primaire est la portion de passage de référence, à base rectangulaire, représentant l'élément de base de la description géométrique du passage (distributeurs, ondes d'échange, barre, zone morte). Ces zones forment les éléments de construction nécessaires au pavement de chaque passage de référence.

Chacun d'eux possède des caractéristiques de description et de fonctionnement spécifiques permettant de définir des circulations de courant adaptées aux contraintes thermo-hydrauliques globales de l'échangeur.

1.2.2.1 Distributeurs

L'implication de plusieurs fluides dans le fonctionnement de l'échangeur nécessite une gestion particulière du positionnement des têtes d'entrées et de sorties des courants sur les quatre

côtés du corps de l'échangeur. La figure ?? caractérise la disposition des têtes d'entrée et de sortie autour du corps de l'échangeur. Le fluide est alors distribué de la tête d'entrée aux zones d'échange thermique du passage par le biais d'un distributeur. De la même manière, le courant sort par l'intermédiaire d'un distributeur connecté à une tête de sortie.

Phénomènes de maldistribution

Un bonne distribution du courant est primordiale car elle influe grandement sur l'efficacité thermique de l'échangeur. Nous qualifierons ces problèmes de distribution de courant de *maldistribution*. Elle se traduit par un déséquilibre des débits dans les canaux d'ondes qui forment la trame de circulation du fluide dans un passage. Classiquement, un fluide tend à s'écouler préférentiellement vers les lieux où le potentiel de pression est le plus faible, c'est à dire vers les canaux entraînant le moins de pertes de charge. Il s'en suit un déséquilibre des débits dans la largeur du passage et donc un déséquilibre des échanges thermiques. La figure ?? schématise ces phénomènes de maldistribution dus aux distributeurs avec une répartition des débits par canaux liée aux pertes de charges induites.

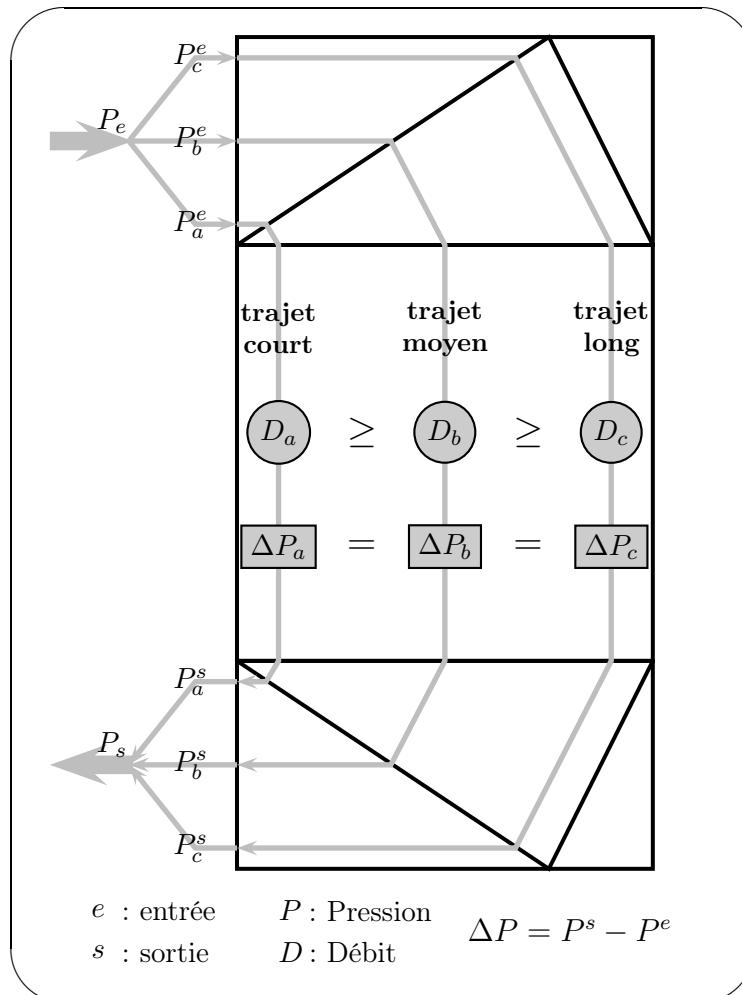


FIG. 1.20 – Déséquilibre du débit sur la largeur d'un passage

Généralement, afin de limiter les pertes de charges inhérentes aux distributeurs, les ondes utilisées sont le plus souvent droites ou perforées. Par contre, il est conventionnellement supposé que les distributeurs n'ont qu'une influence négligeable sur les échanges thermiques globaux

dans l'échangeur. Pour un design d'un échangeur FIVES CRYO, la surface d'échange dimensionnée ne prend donc pas en compte la surface d'échange de tout élément de distribution.

Types de distributeurs

Trois types de distributeurs sont utilisés pour gérer l'entrée ou la sortie de fluides dans un passage de courant :

"SID" : littéralement "de côté" en français; le fluide pénètre par l'un des deux côtés de l'échangeur, c'est à dire que la face d'ouverture du distributeur est positionnée dans la longueur de l'échangeur ;

"END" : le fluide entre par la "fin" de l'échangeur c'est à dire par l'une de ses deux extrémités; la face d'ouverture du distributeur est positionnée dans la largeur de l'échangeur ;

"INT" : les distributeurs intermédiaires permettent de soutirer ou d'ajouter une fraction de débit de fluide dans la longueur du passage de courant. Ils sont donc en position "SID" mais utilisés à un niveau intermédiaire d'un passage.

La plupart des distributeurs utilisés sont illustrés dans la figure ??.

Il existe également des distributeurs dits diphasiques permettant d'alimenter séparément les deux phases d'un fluide à l'intérieur d'un passage de courant. En effet, la distribution d'un fluide diphasique est assez difficile car les phases vapeur et liquide se répartissent dans les canaux de courant selon des chemins préférentiels différents.

Classes de distributeur

Les classes de distributeurs servent de base géométrique à la construction des autres distributeurs (cf fig. ??). Ces classes se distinguent par leur structure géométrique et la définition des parcours de courant qui peuvent leur être associées.

Le tableau ?? référence ces différentes classes de distributeurs qui permettent de construire l'ensemble de la gamme des distributeurs disponibles (référéncés dans la figure ??). Par exemple, un distributeur "SID(sid2)" sera défini par deux distributeurs de la classe "SID(sid)" dont l'orientation de leur face d'entrée sera opposée.

	type	classe	dérivés
SID		sio	INT(sio)
		sid	SID(sid2) INT(sid2)
		sia	
END		sid2	END(sid2) END(cen)
		dom	
INT		int	
		sio	

TAB. 1.5 – Distributeurs de référence et distributeurs dérivés (cf fig. ??)

Paramètres de dimensionnement

Les paramètres nécessaires à la description d'un distributeur sont simplement liés à sa description structurelle. La figure ?? illustre l'ensemble des données utiles : deux types d'onde (no_1 et no_2) sont découpées et agencées avec précision (L , l et h) pour former la trame de circulation du fluide.

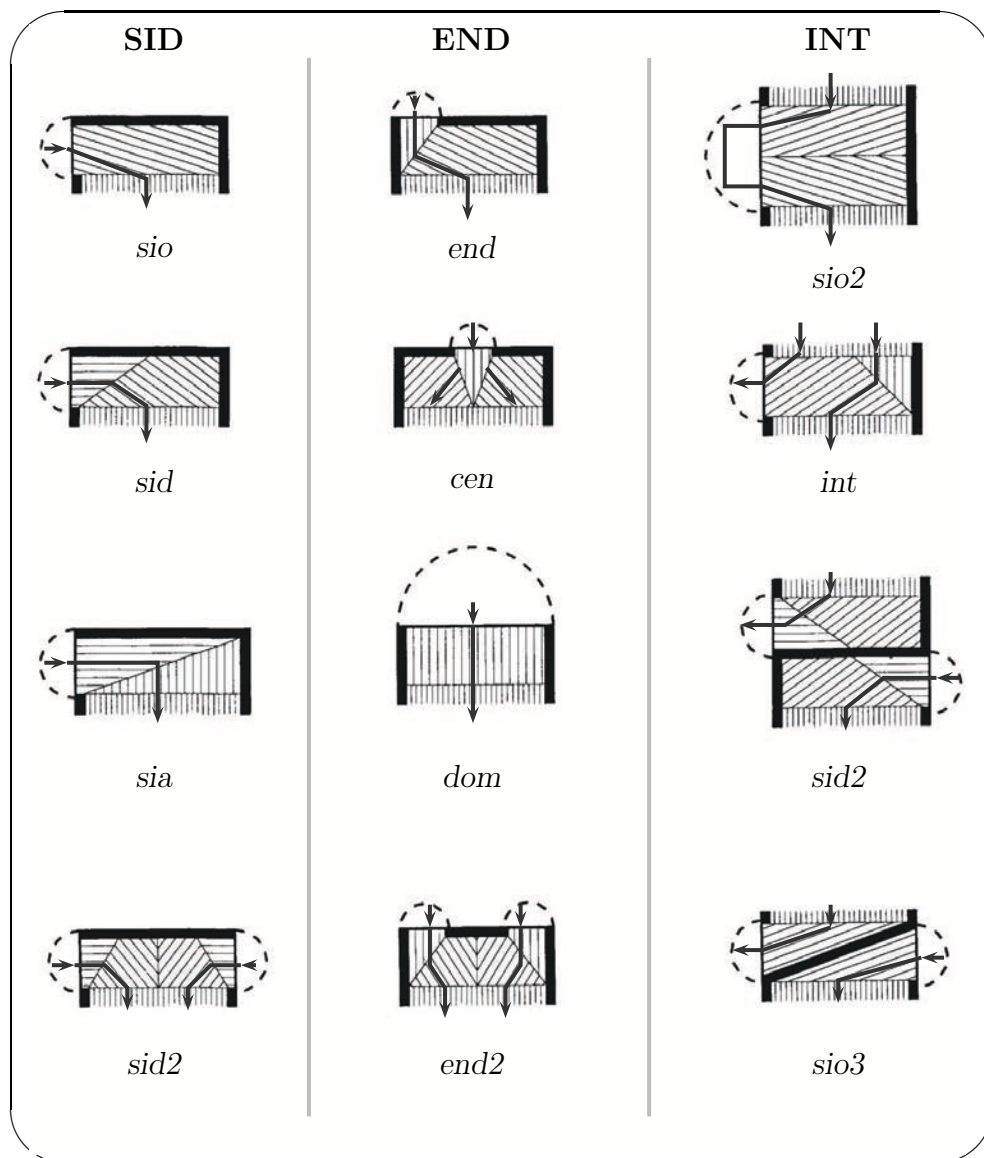


FIG. 1.21 – Principaux types de distributeur (dénomination ALPEMA)

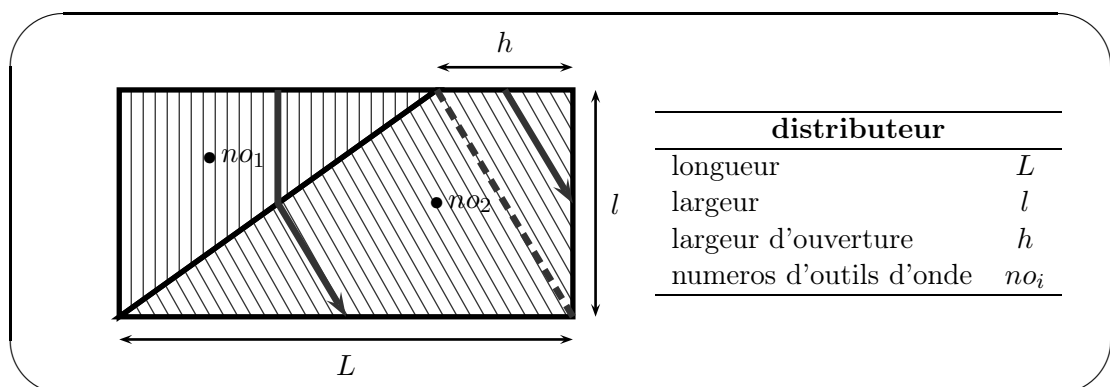


FIG. 1.22 – Paramètres de définition d'un distributeur intermédiaire "INT(int)"

1.2.2.2 Zones d'échange

Ces zones, faisant intervenir un train d'onde rectiligne, sont uniquement définies par leur numéro d'outil d'onde.

"Easyway"

Constituées d'un train d'ondes placé dans le sens d'écoulement du fluide, elle servent à assurer les principaux échanges thermiques entre le fluide et la structure de l'échangeur. Le choix du type de l'onde (cf section ??) se font en fonction des contraintes thermiques et hydrauliques imposées au fluide.

"Hardway"

Le train d'ondes (généralement perforé ou serrated) est placé dans le sens perpendiculaire à l'écoulement. Deux principales utilisations sont à souligner (cf fig. ??) :

- placées derrière les distributeurs, elles permettent de réduire les problèmes de maldistribution dues aux distributeurs par rééquilibrage des pertes de charges.
- accolées aux barres d'extrémités d'un passage, elles permettent de diffuser plus facilement vers l'intérieur du passage d'éventuels gradients de températures localisés aux abords de la structure métallique du corps.

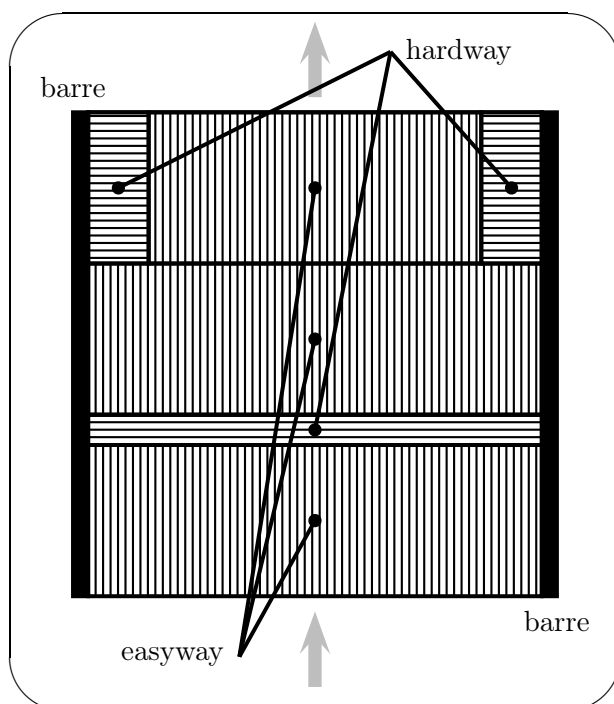


FIG. 1.23 – Utilisation des zones d'échange "easyway" et "hardway"

1.2.2.3 Zig-zags

Les 'zig-zags' sont construits selon une séquence ordonnée et alternée de passes de courant horizontales et de virages verticaux (cf figure ??). Les largeurs de passes et les largeurs de virage sont définies indépendamment, permettant de composer des géométries complexes adaptées aux besoins du dimensionnement thermique.

Les paramètres permettant de définir l'ensemble de la géométrie d'un zig-zag sont :

1. nombre de passes de fluide (n_p);
2. configuration de l'entrée (Droite ou Gauche dans le référentiel global);
3. longueur totale de la zone;
4. définition séquentielle des paramètres géométriques (cf tableau ??).

passes de courant $i \in [1, n_p]$		virages $j \in [1, n_p - 1]$	
largeur de la passe i	h_i	largeur du virage j	b_j
nature de l'onde d'échange	no_{p_i}	nature de l'onde d'échange	no_{v_j}

TAB. 1.6 – Paramètres de définition d'un zig-zag

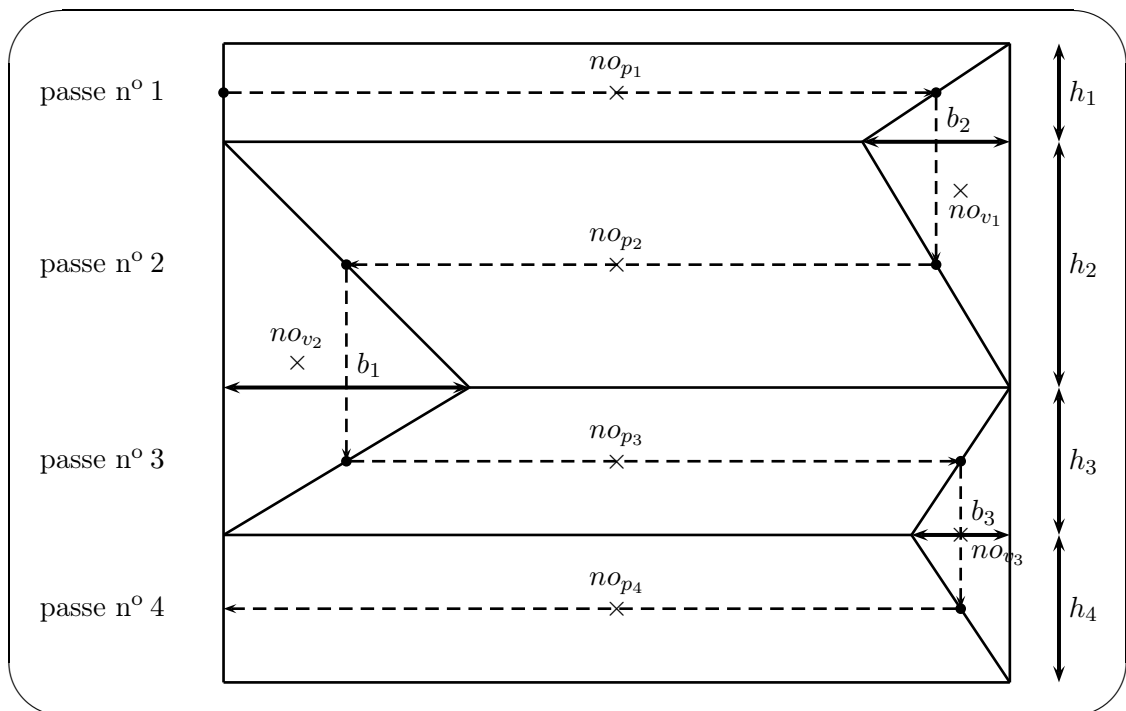


FIG. 1.24 – Description géométrique d'un zig-zag

Les phénomènes de maldistribution, dus aux contraintes géométriques imposées à l'écoulement, inhérents aux distributeurs sont également associés aux zig-zags.

1.2.2.4 Barres et zones mortes

Barre

Généralement utilisée pour assurer l'étanchéité entre les divers éléments de circulation d'un passage à l'intérieur même des passages mais aussi vis à vis de l'extérieur (barres d'extrémités).

Zone morte

Elle présente les mêmes caractéristiques qu'une zone d'échange mais n'est pas utilisée pour la circulation de fluide. Son rôle est avant tout d'assurer l'intégrité mécanique d'un passage en comblant les vides non utilisés, tout en assurant les transferts de chaleur sur la hauteur de l'empilage.

1.2.3 Classes des éléments fonctionnels - Etape I-2

Ces éléments sont constitués des zones primaires (éléments structurels), arrangées et combinées afin de créer des objets fonctionnels utilisables pour ajuster l'ensemble des contraintes thermiques inhérentes aux performances thermiques de l'échangeur. La définition de trois types d'éléments fonctionnels est nécessaire pour décrire l'ensemble des phénomènes physiques associés au fonctionnement d'un échangeur :

- les **classes de circuit** constituent les trames de circulation d'un fluide ;
- des **classes de zones mortes** et de **barres**

1.2.3.1 Classe de circuit

La figure ?? illustre la construction d'une classe de circuit à partir de zones primaires, comprenant des distributeurs de courant et des zones d'échange, structurés séquentiellement afin de créer un chemin précis propre à la circulation d'un fluide et dont le design déterminera les performances thermiques.

Les classes de circuit, à la différence des classes de barres et de zones mortes, sont des zones d'échanges thermiques actives avec le fluide. Chaque circuit est dimensionné grâce à un large éventail de paramètres structurels (nature de l'onde d'échange, longueur d'échange, type de distribution, etc.) déterminés par le choix de zones primaires adaptées en fonction des contraintes de fonctionnement de l'unique fluide qui lui sera affecté (débit, pression d'entrée et perte de charge admissible, température d'entrée et température de sortie souhaitée).

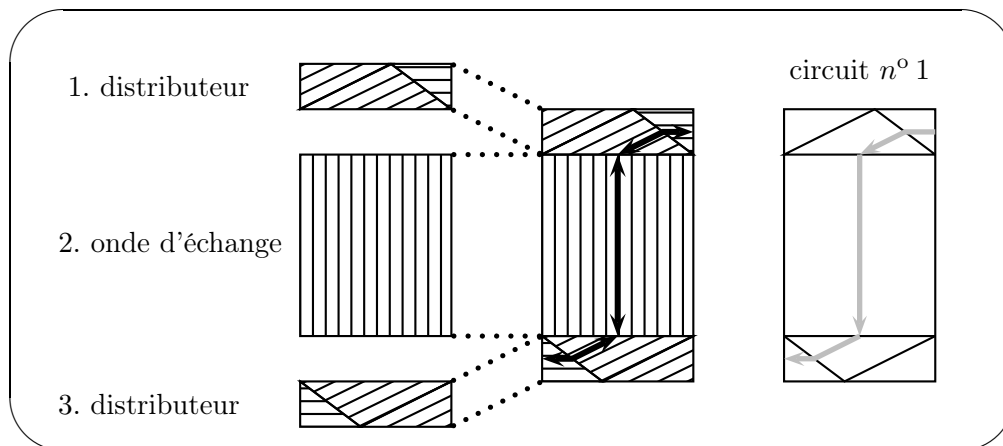


FIG. 1.25 – Description fonctionnelle d'une classe de circuit

Les zig-zags constituent également un élément de circulation des fluides. La figure ?? permet d'établir le circuit $n^{\circ}2$ formé d'une zone primaire zig-zag de deux passes.

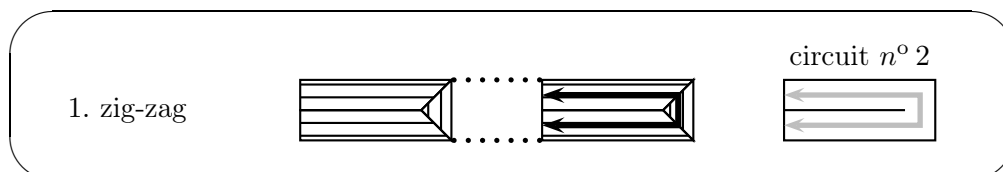


FIG. 1.26 – Description fonctionnelle d'une classe de circuit

1.2.3.2 Classe de zone morte et classe de barre

Ces classes permettent de définir des objets structurels qui n'interviennent pas dans la circulation d'un fluide. Ces éléments thermiquement inertiels sont généralement très simples et ne sont constituées que d'une unique zone primaire. Toutefois leur influence peut être déterminante dans la distribution des flux de chaleur au sein de l'échangeur.

1.2.4 Classe de passage - Etape I-3

Les classes de passage (ou passage de référence) définissent les passages de courant qui seront utilisés pour décrire la séquence d'empilage du corps de l'échangeur. Une classe de passage est constituée d'éléments fonctionnels, faisant intervenir majoritairement des classes de circuits séparés par des classes de barres et éventuellement des classes des zones mortes. Celles-ci sont dimensionnées, positionnées et ajustées selon les performances thermiques et hydrauliques souhaitées.

Plusieurs circuits indépendants peuvent composer une même classe de passage. Des fluides différents peuvent donc circuler dans une même classe de passage.

La figure ?? illustre la description fonctionnelle d'une des classes de passage (indexée *A*) de notre exemple. Ce passage est décrit par une séquence alternée de classes de circuits et de zones mortes, séparées les uns des autres par des classes de barres.

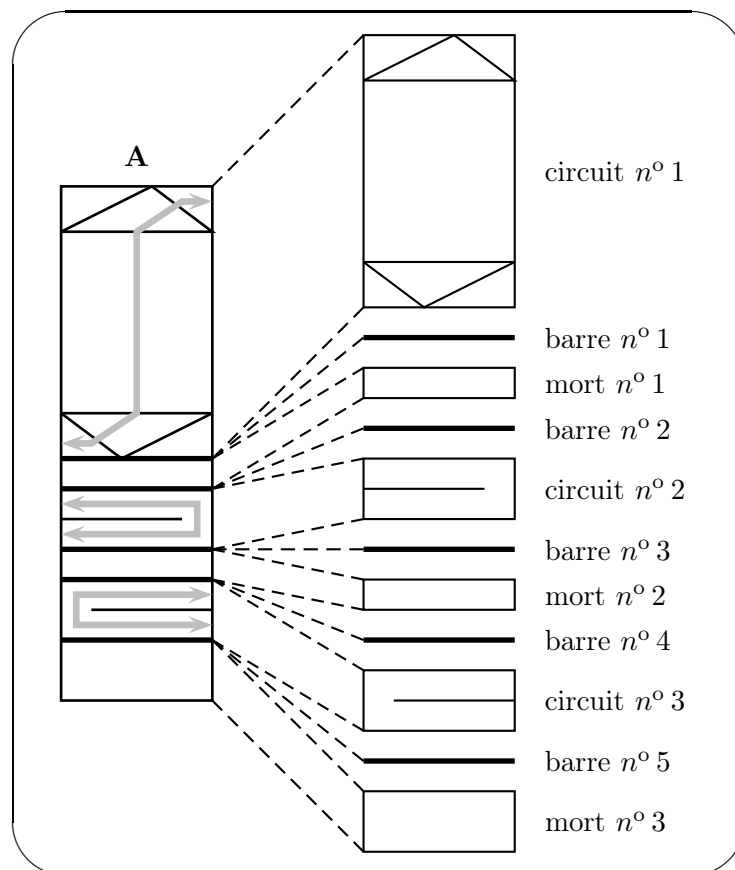


FIG. 1.27 – Description fonctionnelle d'une classe de passage

La figure ?? référence les quatre classes de passage nécessaires à l'exemple d'échangeur de ce chapitre.

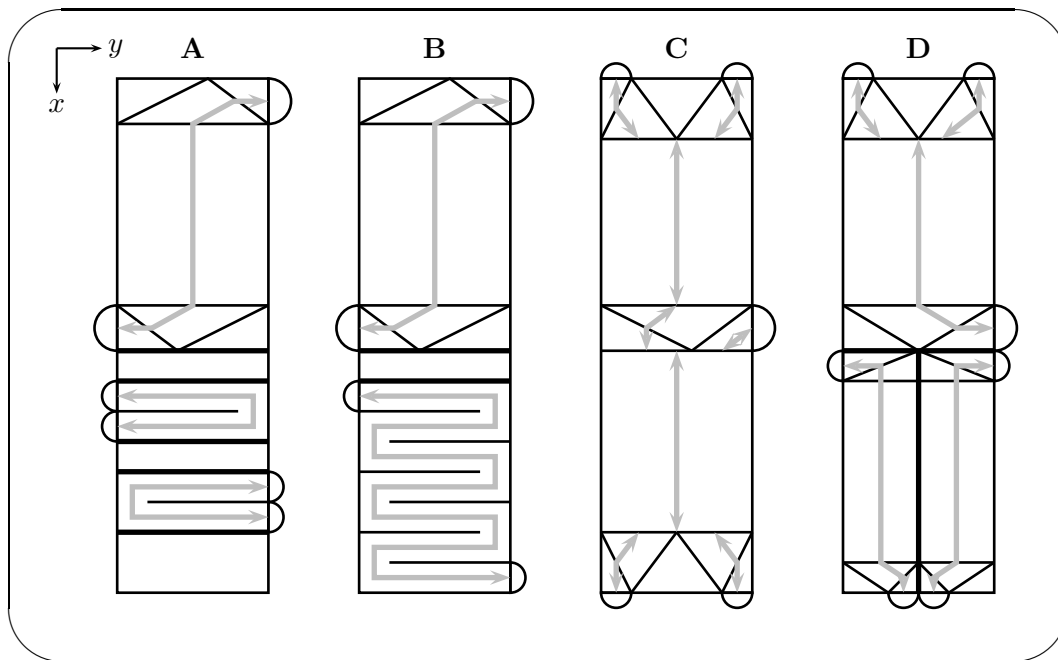


FIG. 1.28 – Classes de passage de l'exemple de la figure ??

1.2.5 Construction de la séquence d'empilage- Etape I-4

La séquence d'arrangement des passages constituant le corps de l'échangeur revêt une importance capitale dans le dimensionnement des EPBs et peut être réellement déterminante sur ses performances. Les passages constituant l'empilage, dérivés des classes de passage, sont disposés les uns sur les autres pour favoriser les échanges de chaleur inter-passages.

La figure ?? illustre une partie de la description de la séquence d'empilage en fonction des classes de passage de courant définies pour le fonctionnement de notre échangeur (passage P de classe A , B , C ou D). Remarquons qu'il est également possible de définir une séquence d'arrangement pour les tôles (tôle T de classe A ou B). Ces classes de tôle peuvent être définies selon leurs propriétés physiques (conductivité du métal utilisé) ou géométrique (épaisseur).

Dans le cas d'un fluide chaud C et d'un fluide froid F , la séquence d'empilage la plus simple consiste à alterner les courants : $...CFCFCFCFCFCF...$. Cependant, si un des ces deux fluides présente un débit plus élevé, le nombre de passages qui lui sera attribué sera plus important afin de respecter au mieux les contraintes de pertes de charge (séquence en *double banking* $...CFCCFCCFCCFCCF...$).

La définition de la séquence d'arrangement des passages dépend finalement de deux conditions principales. D'une part, une contrainte en débit imposée par les pertes de charge maximales admissibles pour chaque fluide en sortie d'échangeur. D'autre part, les flux thermiques entre passages doivent être équilibrés sur la hauteur d'empilage. Cela revient à supposer qu'à une longueur donnée toutes les tôles de l'empilage sont à la même température. L'expérience prouve qu'un bon équilibrage permet de satisfaire cette hypothèse.

1.2.6 Définition et affectation des circuits de l'échangeur - Etape II-1

La figure ?? explicite la circulation des 6 courants associés (numérotés de 1 à 6) aux quatre classes de passage nécessaires à la description de l'exemple de la figure ??.

Comme expliqué précédemment, les éléments de circulation des fluides dans chaque classe

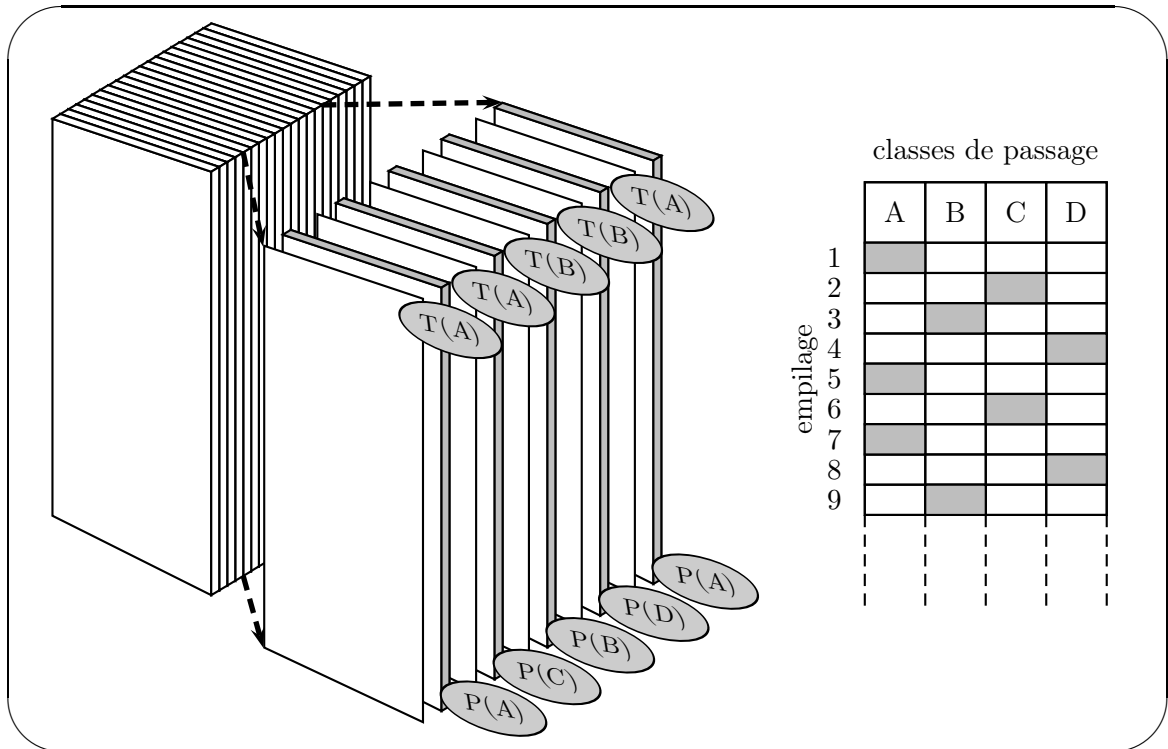


FIG. 1.29 – Séquence d’empilage du corps de l’échangeur en fonction des classes de passage de référence

de passage sont définis par l’utilisation des classes de circuit. Celles-ci peuvent être redondantes et être utilisées pour décrire plusieurs classes de passages ou même plusieurs fois dans une même classe de passage. L’ensemble des éléments de circulation de toutes les classes de passages disponibles constitue l’ensemble des *circuits* de l’échangeur. Dans cet exemple, neuf circuits sont disponibles et chacun d’eux est associé à la circulation d’un fluide unique.

Les 6 fluides sont associés aux 9 circuits disponibles :

- le courant (ou fluide) 1 circule dans deux circuits (circuits 1 et 4) dérivés de la même classe de circuit. Ils appartiennent respectivement aux classes de passage *A* et *B*. Le fluide transite dans ces deux circuits par l’intermédiaire d’une tête d’entrée et de sortie commune.
- le courant 2 pénètre par l’intermédiaire d’une tête commune dans deux circuits (2 et 5) appartenant aux classes de passages *A* et *B*. Ces deux circuits ne sont pas dérivés de la même classe de circuit (deux zig-zags n’ayant pas le même nombre de passes). Le fluide 2 quittera chacun de ces deux circuits par deux têtes distinctes.
- le fluide 3 transite dans un unique circuit (3) appartenant à la classe de passage *A*. Il est toutefois possible que ce circuit appartienne à la même classe de circuit que l’autre zig-zag du même passage (définition géométrique par symétrie axiale).
- Le courant 4 parcourt deux circuits (6 et 7) appartenant respectivement à deux classes de passage différentes (*C* et *D*). Il pénètre et abandonne la classe de passage *C* par deux doubles distributeurs. A noter la présence d’un distributeur intermédiaire *INT* permettant de soutirer une fraction de fluide qui sera réinjectée dans la classe de passage *D* grâce à une tête commune faisant office d’entrée et de sortie.
- Les fluides 5 et 6 évoluent en parallèle (respectivement circuits 8 et 9) au sein du passage *D*, isolés l’un de l’autre par des barres.

- Les courants 4, 5 et 6 sont à contre courant des fluides 1, 2 et 3.

Dans cet exemple, les fluides 1, 2 et 4 parcourent plusieurs circuits de plusieurs classes de passages. Ces circuits seront ensuite connectés de manière logique les uns aux autres par des éléments de topologie externe (têtes, mélangeur de courants,...).

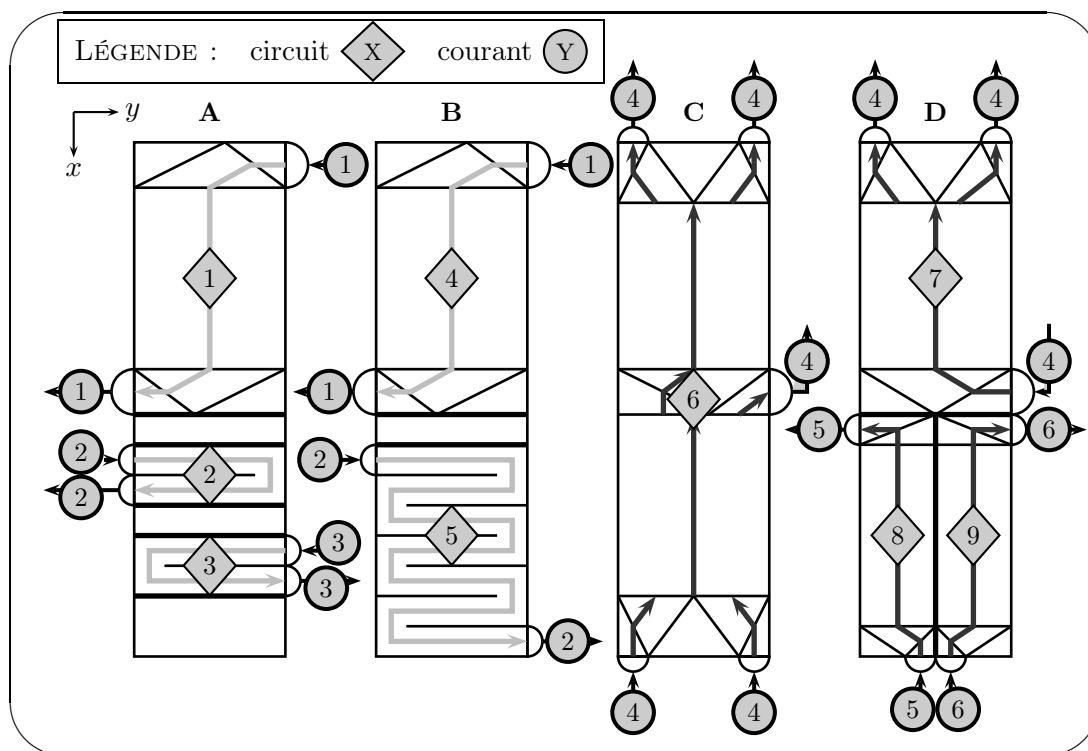


FIG. 1.30 – Affectation des courants à chaque classe de passage de l'exemple

Les deux notions de classe de passage et de circuit (l'une dépendant de l'autre pour décrire la structure fonctionnelle de l'échangeur, comme cela a été vu antérieurement) permettent de définir deux modes de connectivité : thermique et hydraulique. Chacun de ces modes est associé à la mise en place de la structure fonctionnelle finale de l'échangeur.

La classe de passage est l'élément de connexion thermique de la structure d'empilage d'un échangeur. Ces éléments thermiques, superposés et séparés par des tôles, assurent la construction de la structure métallique du corps dans laquelle transitent les flux thermiques engendrés par la circulation des fluides.

A contrario, le circuit permet d'avoir une visibilité "hydraulique" de l'ensemble des chemins de circulation de courant qui pourront être par la suite connectés au réseau hydraulique global d'un fluide transitant dans le corps de l'EPB.

1.2.7 Définition des réseaux hydrauliques des courants - Etapes II-2 et II-3

La définition de la topologie externe permet d'établir les connexions entre les différents circuits parcourus par chaque fluide sur l'ensemble de la structure d'empilage de l'échangeur. La figure ?? illustre les connexions relatives à chaque courant entre les circuits des diverses classes de passage définissant l'échangeur.

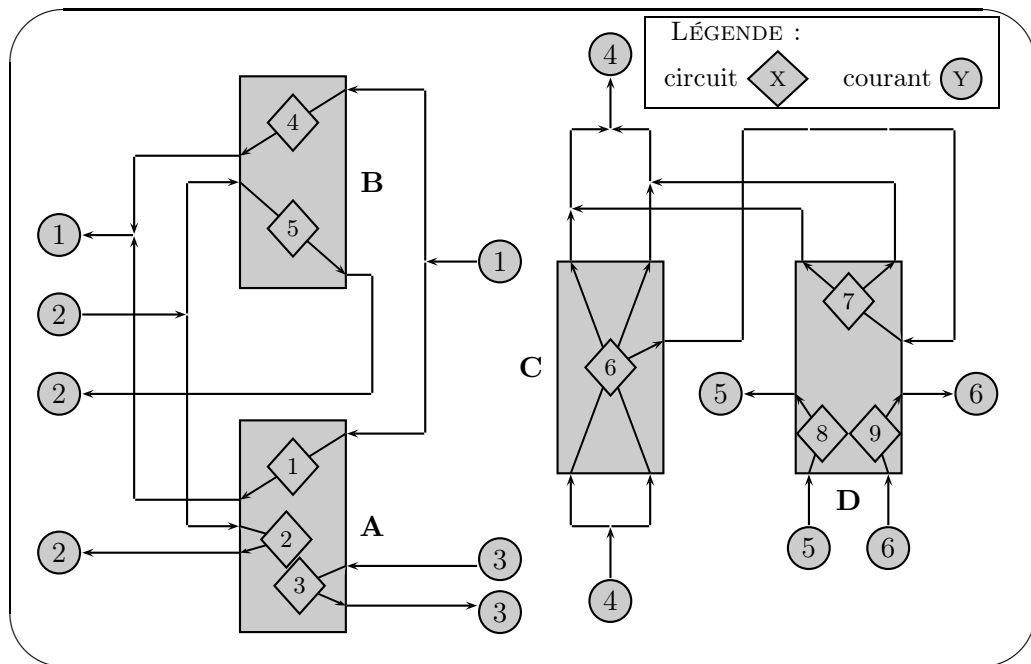


FIG. 1.31 – Définition de la topologie externe de chaque courant

La topologie externe prend en compte les têtes de distribution de courant, les tuyaux de connexions et divers autres éléments de circulation que nous expliciterons dans le chapitre ??.

1.2.8 Positionnement dans l'espace de l'échangeur

Plusieurs positionnements du corps de l'échangeur, associé au référentiel (O, x, y, z) , peuvent être fixés dans le référentiel terrestre (O, X, Y, Z) . La figure ?? illustre les trois configurations utilisées généralement lors de l'intégration de l'échangeur dans un procédé de génie chimique. Nous supposons que ces trois configurations sont les seuls positionnements existants. Les échangeurs ayant un angle avec l'horizontale ne seront pas envisagés.

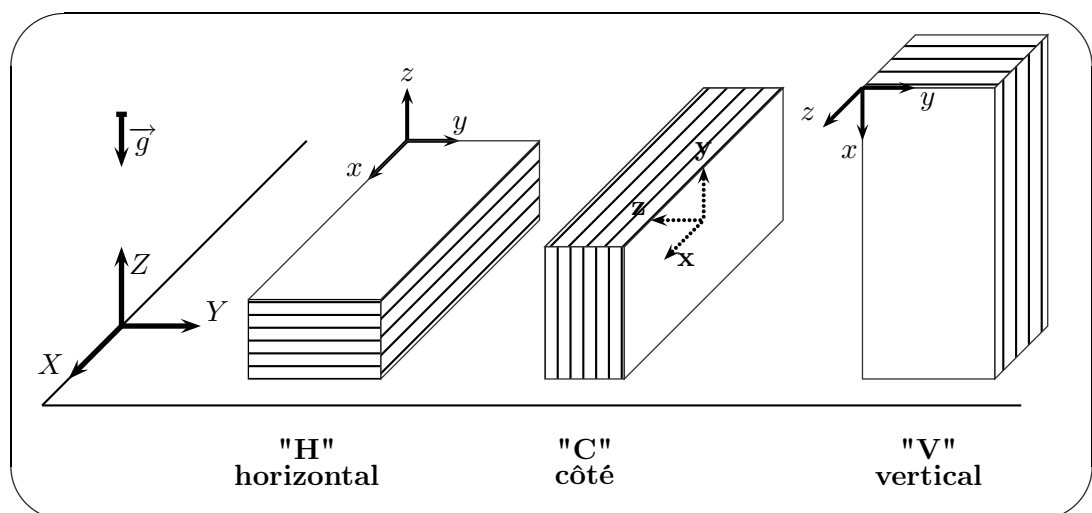


FIG. 1.32 – Configurations spatiales d'un corps d'EPB par rapport au référentiel terrestre

Le tableau ?? résume quelques applications dédiées à chaque type de configuration.

<i>configuration</i>	<i>procédé</i>
H	hélium
C	kettle, rebouilleurs
V	air, hydrocarbure

TAB. 1.7 – Diverses applications associées à chaque configuration

La disposition spatiale de l'échangeur soumis au champ de force de gravité influe les propriétés d'écoulement du fluide (cas *C* et *V*).

1.3 Méthodologie de développement du modèle de l'échangeur

Quand un phénomène est observé, le mécanisme du raisonnement humain tend à construire un ensemble d'hypothèses simplificatrices qui permet de rendre fini et dénombrable une réalité infinie et non dénombrable. Un modèle est donc une approximation de la réalité dépendant d'hypothèses précises qui en caractérisent la pertinence et la validité selon un domaine d'application bien défini. La validation de tels modèles nécessite donc une confrontation poussée avec des études expérimentales afin d'acquérir un niveau de confiance élevé tant dans son application que dans ses limitations.

L'accroissement des capacités informatiques, le développement d'outils mathématiques de plus en plus performants et de réels progrès dans le domaine des méthodes numériques ont permis d'atteindre des niveaux de complexité de plus en plus élevés dans la modélisation des EPBs.

1.3.1 Modèles existants

De nombreux modèles ont été développés en régime permanent et dynamique, avec des degrés de finesse différents. Nous présenterons dans un premier temps les modèles de référence, pour finir par des développements beaucoup plus sophistiqués.

1.3.1.1 D.T.M.L. (Différence de Température Moyenne Logarithmique)

Cette méthode est basée sur un couplage entre fluides chauds et fluides froids pour obtenir une analogie avec un échangeur double fluides. La méthode de calcul repose sur le diagramme température-enthalpie. Elle consiste à faire la somme des quantités de chaleurs échangées par tous les fluides de même type, chauds ou froids, aux différents niveaux de température spécifiés. Evidemment, la nécessité des niveaux de température justifie l'emploi de cette méthode uniquement en conception, pour l'évaluation des longueurs d'échange. Dans le cas d'une courbe $T - H$ non linéaire, on divisera en différentes sections élémentaires où l'on supposera généralement que :

- la variation de l'enthalpie H est linéaire en fonction de la température T ;
- la variation des propriétés physiques est linéaire ;
- l'écart de température logarithmique moyen caractérise la section ;
- le transfert de chaleur a lieu uniquement entre fluides de type différent ;
- le coefficient de transfert, calculé sur des propriétés physiques moyennes, est constant ;
- l'échangeur opère en régime permanent ;
- les pertes thermiques sont négligées.

Pour améliorer le calcul, chaque section peut être subdivisée en sous-sections sur lesquelles les hypothèses sont appliquées. Ce modèle ne tient pas compte de la séquence d'arrangement des passages, même si une efficacité d'ailette dans le calcul de la surface, liée aux rapports entre passages chauds et froids, peut être introduite.

1.3.1.2 L'hypothèse T.P.C. (Température de Paroi Commune)

L'hypothèse de température de paroi commune [?] correspond à l'heuristique communément admise qui stipule que les températures des tôles de séparation, à une longueur donnée, sont identiques sur l'ensemble de l'empilement (dans une section droite). Cependant cette hypothèse ne prend pas en compte les phénomènes de "by-pass", liés à la conduction entre deux tôles voisines par l'intermédiaire des ondes. Par conséquent, ce modèle ne prend pas en compte la structure d'empilage de l'échangeur, ce qui constitue pourtant un des aspects cruciaux pour l'optimisation des transferts thermiques entre deux courants. La complexité de

ce modèle est relativement élevée puisqu'il fait intervenir la représentation de tous les passages de courant et une tôle.

1.3.1.3 Modèle de la demi-hauteur d'ailette

Prasad and Gurukul [?] développèrent un modèle basé sur l'existence d'un gradient de température nul en milieu d'ailette : ainsi la moitié de la surface secondaire d'un passage sert à l'échange avec les deux passages voisins et l'autre moitié avec le second. Cette hypothèse revient à supposer que le comportement thermique des échangeurs est quasi-TPC, du moins lorsque la séquence d'agencement des passages est équilibrée. Même si l'amélioration principale est la prise en compte de l'ensemble de la structure d'empilage (tôles et passages), les phénomènes de "by-pass" ne sont toujours pas représentés dans ce modèle. Prasad [?] montrera plus tard que cette hypothèse pouvait mener à des erreurs considérables.

1.3.1.4 Modèle de KAO

Cette méthode [?] marqua un tournant dans le développement des modèles des EPBs. Ce modèle est basé sur un bilan des quantités de chaleur transférées sur chaque tôle en introduisant des efficacités d'ailettes. L'efficacité η représente l'apport de la surface secondaire à la convection évaluée avec la température de la paroi primaire (tôle). L'efficacité η' permet de chiffrer des flux conductifs de tôle à tôle.

1.3.1.5 Luo et al.

Ce modèle mathématique [?] a été développé en régime permanent pour prédire les performances thermiques d'un échangeur monodimensionnel (co ou contre-courant) et multifluides. Ce modèle est basé sur la méthode de pincement qui permet d'optimiser les échanges thermiques entre les fluides.

1.3.1.6 Picón-Núñez et al.

Cette approche, développée par Picón-Núñez, Polley et Medina-Flores [?], est basée sur l'utilisation de diagrammes température-enthalpie permettant de subdiviser en blocs thermiques l'échangeur selon les potentialités d'échange entre chaque fluide. La nouveauté de ce modèle à une dimension (limité au co et contre courant) réside dans le calcul des pertes de charge allouées pour chaque tranche thermique selon les propriétés des ondes. Ceci permet la caractérisation des pertes de charge sur l'ensemble de l'échangeur et pour chaque fluide, permettant d'envisager un design plus précis de la séquence d'empilage en fonction des contraintes hydrauliques.

L'avantage de cette méthode est la caractérisation des phénomènes de pertes de charge hydrauliques et de leur influence sur le calcul des coefficients de transferts thermiques.

1.3.1.7 Ghosh et al.

Ghosh et al. [?] ont développé un nouvel algorithme basé sur le découpage progressif de l'échangeur dans le sens de l'écoulement, mais aussi dans le sens de l'empilage afin d'améliorer la représentation des phénomènes thermiques inhérents. L'échangeur est assimilé à une combinaison d'échangeurs bi-fluides superposés les uns aux autres sur la hauteur d'empilage, interagissant par le biais du passage de fluide en commun.

1.3.1.8 Boehme et al.

Ce modèle 2D [?] est basé sur une méthode de découpage monodirectionnel de l'échangeur en sections selon la direction d'écoulement des fluides. Les propriétés des fluides sont considérées constantes dans chaque tranche. Le coefficient de transfert thermique est donc supposé constant par tranche mais peut être calculé pour des systèmes diphasiques. Ce modèle prend également en compte l'efficacité d'ailette des ondes dans le calcul des transferts thermiques.

1.3.1.9 Pingaud et Averous

Un simulateur dynamique de simulation dédié aux EPBs a été développé par H. Pingaud [?], puis par D. Averous [?]. Le modèle a été développé pour prendre en compte un large éventail de configurations. La résolution du système d'équations algébriques non-linéaires de grande taille a été effectuée grâce à l'implémentation de méthodes directes.

1.3.1.10 Conclusion

A ce jour, aucun modèle 3D d'échangeur à plaques brasées n'existe dans la littérature.

La taille relativement faible du marché des EPBs explique l'offre restreinte de ces outils de simulation.

Seule deux gammes de produits sont actuellement commercialisées :

MUSE [?] : créé début 1980, ce programme est issu des travaux de Haseler [?] et est actuellement commercialisé par Aspentech ;

ProSEC [?] : initié par les travaux de H. Pingaud [?].

Une comparaison des modèles existants est effectuée dans la thèse de D. Averous [?].

1.3.2 Etapes clefs de la méthodologie

La méthodologie de développement d'un modèle numérique suit une recette classique mais précise confectionnée à partir d'ingrédients choisis avec grand soin et à mélanger avec ingéniosité. L'ordre et la nature de chacune des différentes étapes successives nécessaires à son élaboration sont déterminants quand à la réussite du modèle.

1. Choix du modèle mathématique

Le point de départ concerne le choix des équations mathématiques relatives à la description des phénomènes physiques inhérents au système. Le système d'équations algébro-différentielles partielles et les conditions aux limites résultants sont définis selon les propriétés de l'application à modéliser (par exemple, fluide compressible ou incompressible ; écoulement laminaire ou turbulent ; régime permanent ou dynamique ; représentation spatiale en deux ou trois dimensions ; etc.). Le choix de ces équations relatives à la description du modèle permettra de calculer une solution du problème, qui peut être plus ou moins générale, précise ou approximative ; tout dépend du degré de complexité affecté au système, lié à la précision de la représentation physique de l'application. D'où la nécessité de comprendre en profondeur le système à modéliser, puis de bien étudier la validité de la combinaison des équations et des conditions aux limites choisies pour sa description.

2. Définition d'un référentiel et d'un système de coordonnées lié au système

Cette étape est déterminante car elle impose la forme d'écriture des équations de conservation dont les variables dépendent des coordonnées du système (par exemple écritures carthésienne, cylindrique, sphérique). Généralement, le choix d'un référentiel dépend des phénomènes physiques (hydrauliques ou thermiques) à modéliser, sachant qu'il influera sur la méthode de discrétisation du système.

3. Méthode de discrétisation du système d'équations

L'étape de discrétisation revient à appliquer une méthode d'approximation des équations différentielles pour les transformer en un système d'équations algébriques relatif à l'ensemble des variables régissant le modèle, et ce en fonction des coordonnées spatiales et temporelles. Plusieurs approches existent, mais les méthodes les plus importantes sont :

- différences finies ;
- volumes finis ;
- éléments finis.

4. Maillage numérique du système

Pièce maîtresse du modèle, il permet d'établir une grille numérique du domaine de modélisation, permettant de localiser avec précision les variables du problème. Le domaine de solution est divisé en sous-domaines tels que des éléments, des volumes de contrôle selon la méthode de discrétisation choisie auparavant.

5. Approximations liées à la discrétisation

Selon le choix de la méthode de discrétisation appliquée à la grille de maillage, certaines approximations doivent être appliquées pour parfaire les expressions des dérivées. Par exemple, pour la méthode des volumes finis, il est nécessaire d'appliquer des hypothèses quant à l'approximation des équations intégrales régissant le modèle.

Par ces approximations, les équations différentielles partielles sont traduites en équations algébriques linéaires. Le choix de la méthode de discrétisation se portera principalement sur la précision et la qualité de la discrétisation.

6. Construction du système d'équations

La construction du système d'équations algébriques passe par l'élaboration de la matrice incidente du système. Cette matrice est le squelette de la résolution numérique et contient la cartographie des dépendances de chaque équation par rapport à l'ensemble des variables du modèle. L'algorithme relatif à l'ordre de traitement des mailles détermine la configuration de la matrice dont l'arrangement doit être optimisé afin d'accroître l'efficacité de la résolution.

Il est impératif que le nombre d'inconnues et d'équations soient égaux. Pour de tels problèmes en $3D$, le système d'équations est généralement creux, c'est à dire que chaque équation ne contient que très peu de variables. Cela se traduit par un taux de remplissage de la matrice très faible.

7. Choix de la méthode numérique

La méthode numérique permet de conditionner le système d'équations. Des méthodes adaptées sont nécessaires pour résoudre des systèmes algébriques non-linéaires.

8. Méthode de résolution du système d'équations

Deux principaux types de résolution permettent de résoudre des systèmes creux d'équations algébriques linéaires :

- **méthode itérative**

– **méthode directe**

Même si ces méthodes présentent toutes deux des qualités séduisantes et complémentaires, l'application à des systèmes d'équations creux de très grandes tailles peut s'avérer limitante, en particulier au niveau du temps de calcul ou des besoins en mémoire.

Les solutions doivent également présenter certaines propriétés (convergence, stabilité, troncature, fiabilité, précision, etc.) garantant de leurs qualités.

9. Traitement des solutions

Le traitement des solutions concerne la mise en forme des résultats obtenus. Cette étape doit permettre la mise en relief de l'ensemble des solutions et ce à plusieurs degrés de profondeur différents : des résultats généraux (par exemple, calcul de l'énergie totale échangée entre chaque passage, etc.) à des études localisées (au niveau de la maille ou d'un groupe de mailles). De plus, le traitement des valeurs doit permettre la détection d'éventuelles singularités (annulation de débit, gradient de température hors tolérance, etc.).

1.3.3 Caractérisation des phénomènes physiques

1.3.3.1 Phénomènes thermiques

La figure ?? illustre les mécanismes de transfert de chaleur dans une séquence d'empilage du corps de l'échangeur. Les échanges de chaleur entre fluides s'effectuent par l'intermédiaire de la structure en aluminium de l'échangeur, constituée d'ondes et de plaques superposées. Les fluides échangent avec les ondes de la chaleur par convection au contact des surfaces d'ailettes (surface primaire et surface secondaire). Les flux de chaleur transitent par les tôles de séparation par conduction, jusqu'aux ailettes des passages voisins dans lesquels circulent un fluide plus froid. A noter que des transferts de chaleur par conduction ont donc lieu entre deux tôles consécutives par l'intermédiaires des ondes. Nous qualifierons ce dernier phénomène de transfert d'échange *by-pass* entre deux tôles.

La figure ?? permet de visualiser les différents phénomènes thermiques impliqués entre les différentes entités décrivant l'empilage.

La tôle i de l'empilage est soumise à deux types de transfert thermique :

- échange par conduction avec les deux tôles voisines $i - 1$ et $i + 1$ (effet *by-pass*) ;
- échange par convection avec les deux passages de courant $i - 1$ et i l'encadrant, par l'intermédiaire des surfaces d'échange primaires et secondaires des ailettes.

Le passage de courant i est soumis aux échanges par convection avec les deux tôles voisines i et $i + 1$.

1.3.3.2 Phénomènes hydrodynamiques

Tout au long de son parcours dans l'échangeur, un fluide est astreint en permanence à des contraintes hydrauliques qui affectent ses propriétés liées à l'écoulement. La perte de charge en un point du fluide est définie comme la somme des énergies potentielle et cinétique en ce point. La dégradation de la charge entre entrée(s) et sortie(s), ou perte de charge, influe donc sur les paramètres d'écoulement du fluide. Ces contraintes sont imposées par les propriétés des ondes traversées (pertes de charges linéaires) ainsi que par des variations de la surface d'écoulement occasionnées lors de la transition entre deux changements de direction de l'écoulement (pertes de charge singulières), comme dans certains distributeurs ou dans les zig-zags. D'autre part,

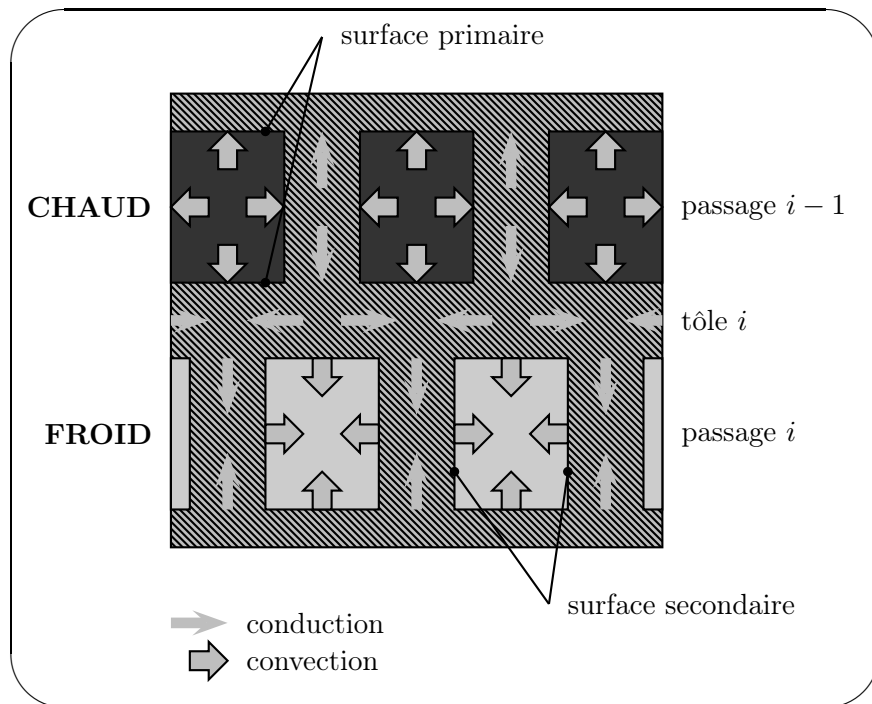


FIG. 1.33 – Mécanismes des transferts de chaleur dans une séquence de passage

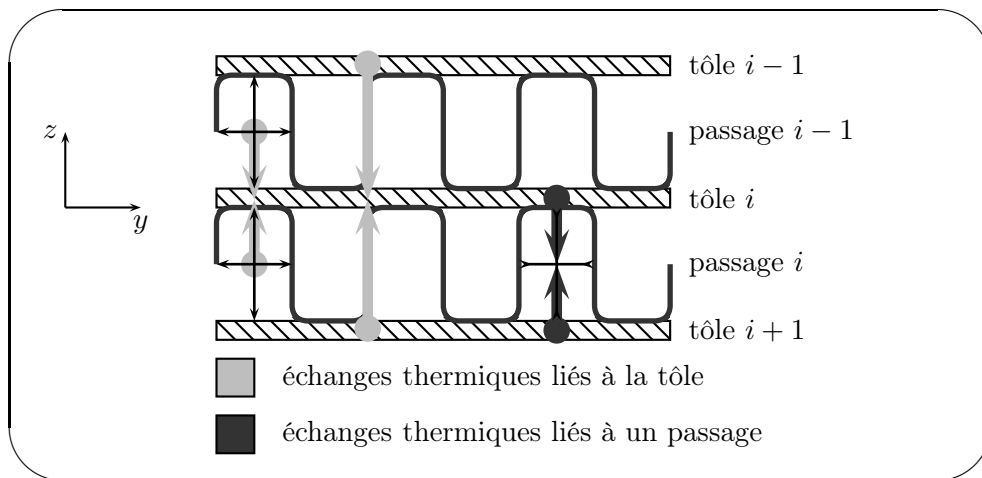


FIG. 1.34 – Caractérisation des phénomènes thermiques dans l'empilage

des contraintes maximales en pression de sortie sont imposées au fluide par les spécifications du procédé dans lequel l'échangeur est intégré (turbine, compresseur, etc.).

Finalement, ces contraintes en pression déterminent la répartition du débit de fluide dans chacun des canaux d'un circuit de courant (cf. fig ??), créant des phénomènes de maldistribution qui influent sur l'efficacité des transferts thermiques.

1.3.3.3 Couplage des phénomènes thermiques et hydrauliques

Des liens forts existent entre les phénomènes hydrauliques et thermiques : une perturbation d'une des variables du système, par exemple une modification de la vitesse du fluide selon des contraintes de pertes de charge ou bien une évolution de la température du fluide en fonction

des flux de chaleur échangés, se répercutera donc inévitablement sur l'ensemble des variables du fluide.

Conclusion

La modélisation en trois dimensions d'un échangeur à plaques brasées débute par la caractérisation des éléments intervenant dans la description de sa structure métallique. Celle-ci, formée par un empilage de passages de courant, séparés les uns des autres par des tôles de séparation, constitue la matrice de propagation des flux thermiques induits par la circulation des courants chauds et froids.

Deux types d'éléments fonctionnels caractérisent le fonctionnement de l'échangeur : les uns sont liés à la trame de circulation des courants et sont définies par des zones de distribution et d'échange, tandis que les autres ont un comportement thermique inertiel (tôle, barre, zone morte).

Les flux de chaleur transitent par convection entre les fluides et la structure métallique par l'intermédiaire des ondes. Celles-ci favorisent également les transferts de chaleur par conduction entre les deux tôles qui les encadrent (échange conductif "by-pass").

Cependant, les effets de maldistribution, liés à une mauvaise distribution hydraulique des fluides dans les circuits de l'échangeur, impactent sur les performances thermiques de l'échangeur. La caractérisation de ces phénomènes thermo-hydrauliques nécessitera l'emploi d'outils adaptés.

Chapitre 2

Maillage du corps de l'échangeur

Ce chapitre présente la méthodologie de construction d'un maillage adapté aux calculs thermo-hydrodynamiques inhérents au modèle en trois dimensions d'un échangeur à plaques brasées. Le couplage des contraintes hydrodynamiques et thermiques impose un traitement spécifique des zones d'écoulement intégrées au sein de la structure de l'échangeur. En effet, les variables hydrauliques influeront sur les performances thermiques de l'échangeur et réciproquement : le fluide, au cours de son parcours dans l'échangeur, est soumis à d'intenses échanges thermiques qui modifient ses propriétés physiques (masse volumique, viscosité, conductivité thermique), elles mêmes ayant une influence sur les flux matières et thermiques.

Ces constatations, associées aux considérations spatiales liées à la 3D, imposent le développement d'un maillage spécifique permettant de décrire avec précision l'ensemble des phénomènes physiques intrinsèques à l'échangeur.

Sommaire

2.1	Généralités	57
2.1.1	Méthodes de discrétisation	57
2.1.2	Méthodes de maillage	60
2.2	La Construction d'un Maillage Adapté.	63
2.2.1	Méthode de maillage de l'ancienne version de ProSeC3D	63
2.2.2	Principes Généraux de Construction du Maillage	65
2.3	Le Maillage Hydrodynamique	70
2.3.1	Généralités de la Méthode.	70
2.3.2	Introduction au Maillage Thermique	71
2.4	Le Maillage Thermique.	73
2.4.1	Le Maillage des Classes de Tôles.	73
2.4.2	Le Maillage Thermique des Classes de Passages de courant.	73
2.5	Les classes d'interfaces thermiques	76
2.5.1	Définitions et Principes	76
2.5.2	Construction de l'interface	76
2.5.3	Nomenclature	77
2.6	Maillages des classes de passage	78

2.1 Généralités

L'ensemble des concepts de maillage présenté dans cette section est tiré du livre de Ferziger et Perić [?].

2.1.1 Méthodes de discrétisation

Une méthode appropriée de discrétisation du modèle mathématique doit être choisie pour "transformer" le système d'équations de dérivées partielles en un système d'équations algébriques. Celui-ci est défini en fonction de ses variables, elles-mêmes adaptées aux contraintes spatiales et temporelles du modèle.

différences finies : c'est la méthode la plus simple et la plus facile à mettre en œuvre. Elle consiste à remplacer les dérivées partielles par des quotients aux différences finies, ceux-ci conditionnant la précision et la convergence de la méthode. Le concept de l'approximation d'une dérivée par la méthode des différences finies est directement lié à l'expression de la dérivée (eq. ??) :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{x_i} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\phi(x_i + \Delta x) - \phi(x_i)}{\Delta x} \quad (2.1)$$

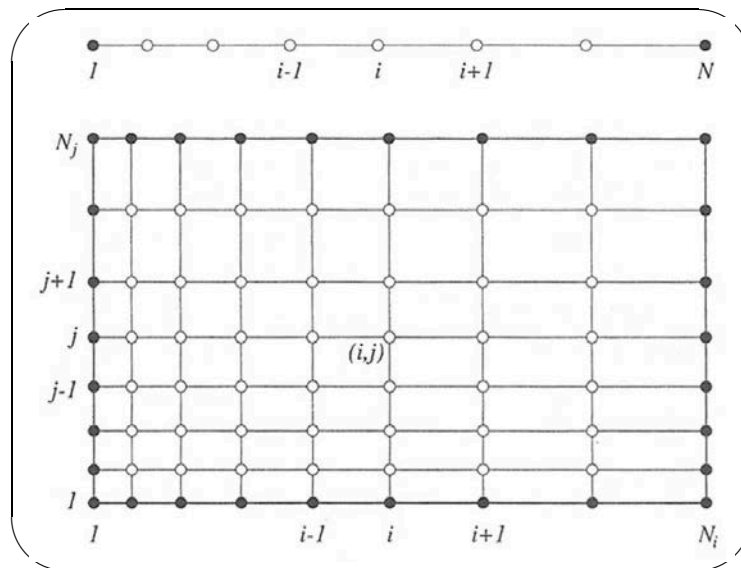


FIG. 2.1 – Un exemple de grille carthésienne 1D et 2D pour la méthode des différences finies

Une interprétation géométrique est présentée par la figure ?? . La dérivée première $\partial\phi/\partial x$ est la valeur de la tangente de la courbe $\phi(x)$ (droite marquée "Exact" sur la figure). Cette valeur peut être approximée par la définition de droites passant par des points voisins de la courbe ("à gauche", "centrée" et "à droite"). Cette figure met en évidence le fait que certaines approximations sont bien meilleures que d'autres (ici "centrée") et que, d'autre part, la qualité de l'approximation est extrêmement dépendante de la proximité des points voisins utilisés.

Généralement cette méthode ne s'applique qu'à des structures de maillage simples (rectangulaires).

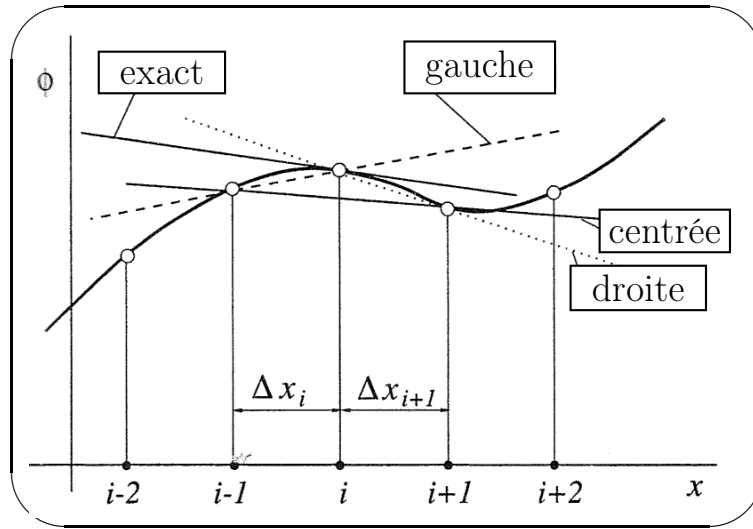


FIG. 2.2 – Définition d’une dérivée et de ses approximations

Une fonction continue $\phi(x)$ peut, au voisinage de x_i , être développée en série de Taylor :

$$\begin{aligned} \phi(x) = & \phi(x_i) + (x - x_i) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i + \frac{(x - x_i)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\ & + \frac{(x - x_i)^3}{3!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + \dots + \frac{(x - x_i)^n}{n!} \frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} + \epsilon(x^n) \end{aligned} \quad (2.2)$$

où $\epsilon(x^n)$ représente les termes de degrés supérieurs à n .

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i = & \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i \\ & - \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{6} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right)_i + \epsilon(x^4) \end{aligned} \quad (2.3)$$

	gauche	centrée	droite
$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \approx$	$\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$	$\frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}$	$\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i}$
erreur de troncature	$\mathcal{E}(\Delta x)$	$\mathcal{E}(\Delta x^2)$	$\mathcal{E}(\Delta x)$

volumes finis : Le domaine d'étude est subdivisé en volumes de contrôle, chacun d'eux définissant un nœud de calcul à partir duquel sont calculées les variables du modèle. Ces nœuds de calcul sont affectés aux volumes du domaine : la figure ?? illustre deux méthodes distinctes d'affectation des nœuds associés aux volumes.

La méthode des volumes finis est applicable à la plupart des types de grille de maillage, en particulier pour des géométries complexes (non structuré).

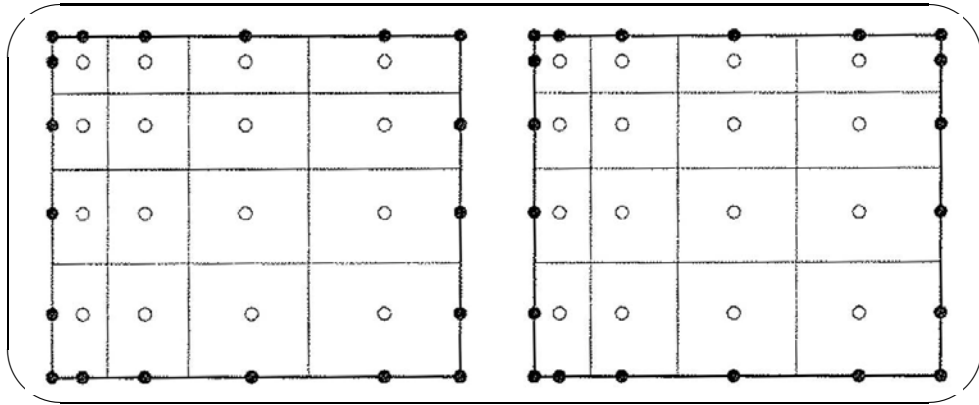


FIG. 2.3 – Types de grille de volumes finis (centrée face et centrée nœud)

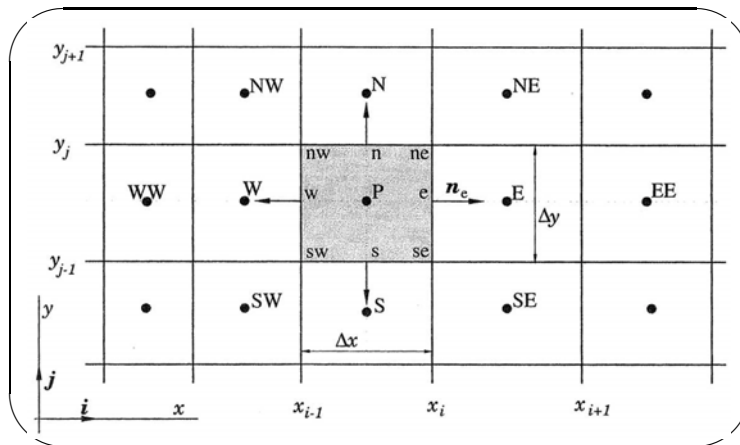


FIG. 2.4 – Notation d'un volume de contrôle en 2D

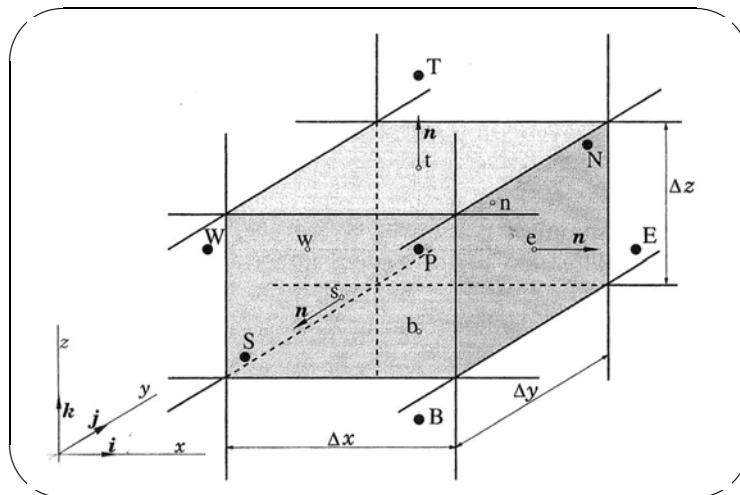


FIG. 2.5 – Notation d'un volume de contrôle en 3D

La définition d'une méthode de volumes finis revient à définir les flux numériques transitant par les surfaces du volume de contrôle en fonction des valeurs des inconnues dans les mailles proches.

éléments finis : consiste à rechercher une solution approchée sous la forme d'un champ

$\tilde{D}(M, t)$ défini par morceaux sur des sous-domaines de Ω . les n sous-domaines doivent être tels que :

$$\bigcup_{i=1}^n \Omega_i = \Omega \text{ et } \tilde{\Omega}_i \cap \tilde{\Omega}_j = \emptyset \forall i \neq j$$

où $\tilde{\Omega}_i$ désigne l'intérieur de Ω_i .

Ces sous-domaines sont définis par un maillage discrétisant le domaine en fragments quelconques (triangulaires ou rectangulaires en 2D, tétraédrique ou hexahédrique en 3D). Le champs $\tilde{f}_i(M, t)$, définis sur chaque sous-domaine sont des champ choisis parmi une famille arbitraire de champs (généralement polynomiaux).

2.1.2 Méthodes de maillage

méthode structurée (régulière) (fig. ??) : le maillage est construit à partir de familles de lignes de grille chacune définie selon les spécificités géométriques du système (par exemple, dans le cas du maillage d'un rectangle, on peut définir deux familles de lignes verticales et horizontales). Chaque famille est paramétrée selon la précision du maillage souhaité, par exemple en imposant un espacement minimum entre chaque ligne d'une famille. Les lignes d'une même famille ne se croisent jamais mais peuvent croiser celles des autres familles une seule fois.

C'est la structure la plus simple de construction d'un maillage, utilisée par exemple pour définir une grille homogène dans un repère carthésien. Ce type de maillage induit une indexation simple des mailles permettant de localiser très facilement une maille ainsi que ses voisins respectifs (quatre en 2D et six en 3D).

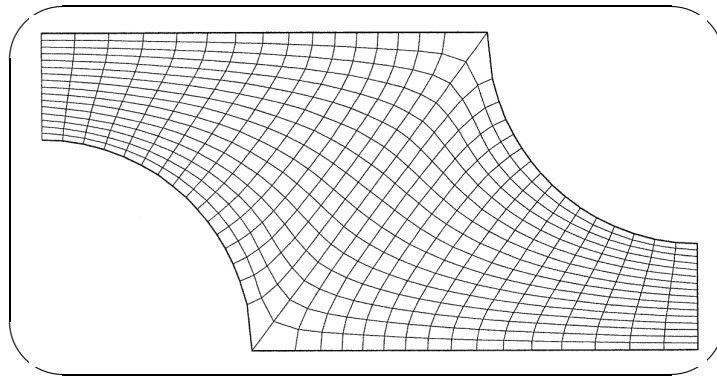


FIG. 2.6 – Maillage structuré

Mais ce type de maillage n'est exploitable que pour des géométries simples. De plus, il est impossible de contrôler localement la finesse du maillage, ce qui pose problème pour des systèmes complexes et en particulier en trois dimensions. En effet, pourquoi mailler finement des zones qui ne le nécessitent pas et gaspiller de précieuses ressources informatiques ?

méthode bloc-structurée (figures ?? et ??) : Deux niveaux de subdivision sont nécessaires à la définition d'un tel maillage. Tout d'abord, un premier maillage grossier délimite les domaines de maillage. Ces domaines peuvent être irréguliers et peuvent ou non se recouper. Chacun de ces blocs est ensuite maillé finement et individuellement, tout en intégrant la gestion des interfaces de maillage entre chaque bloc.

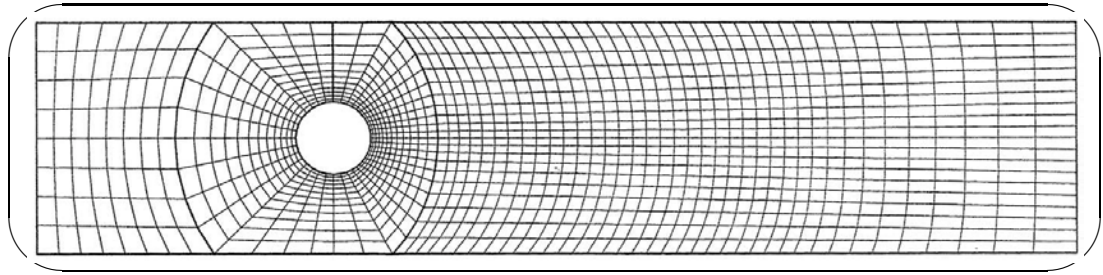


FIG. 2.7 – Maillage structuré par blocs

Les maillages structurés par blocs faisant intervenir des chevauchement de blocs sont spécifiquement appelés maillage *composite* ou maillage *Chimère*. Dans les zones de recouvrement, les conditions limites sont obtenues par interpolation de la solution entre les deux blocs impliqués. Les avantages de cette méthode résultent, d'une part dans la définition par blocs du maillage selon les contraintes du système, permettant de sélectionner aisément le degré de précision, et d'autre part pour la représentation d'éléments en mouvement : un bloc est lié à une partie en mouvement par rapport au reste qui, lui, est attaché à une structure fixe. Mais des difficultés non négligeables et souvent très limitantes apparaissent pour respecter les lois de conservation des bilans.

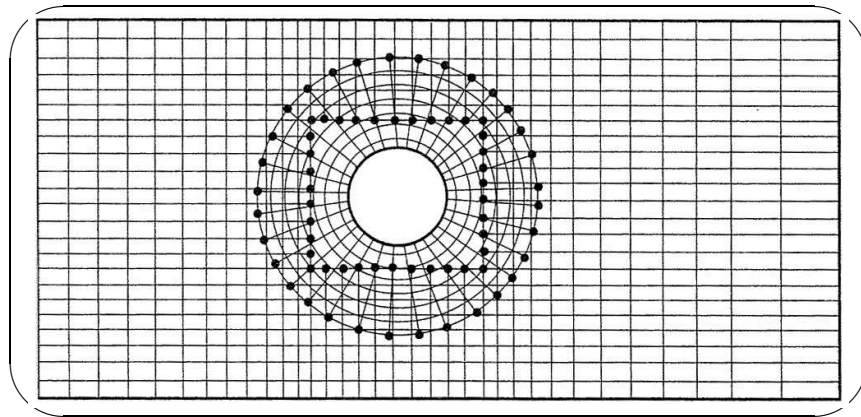


FIG. 2.8 – Maillage structuré par blocs avec recouvrement de blocs

méthode non-structurée (figure ??) : les géométries très complexes nécessitent un maillage flexible qui s'adapte automatiquement aux contraintes géométriques du domaine de calcul. Les mailles (en 2D ou en 3D) peuvent avoir n'importe quelle forme géométrique et n'ont aucune restriction quant au nombre de voisins. En pratique sont utilisées des mailles en forme de triangle ou de quadrilatère en 2D, ou de tétraèdre ou hexaèdre en 3D.

De telles grilles sont générées automatiquement grâce à des algorithmes spécifiques, dépendant de la structure géométrique du domaine et des paramètres de maillage imposés par l'utilisateur (pour un volume, maillage spécifique des surfaces délimitants le domaine en fonction du degré de précision voulu ; forme des mailles ; etc).

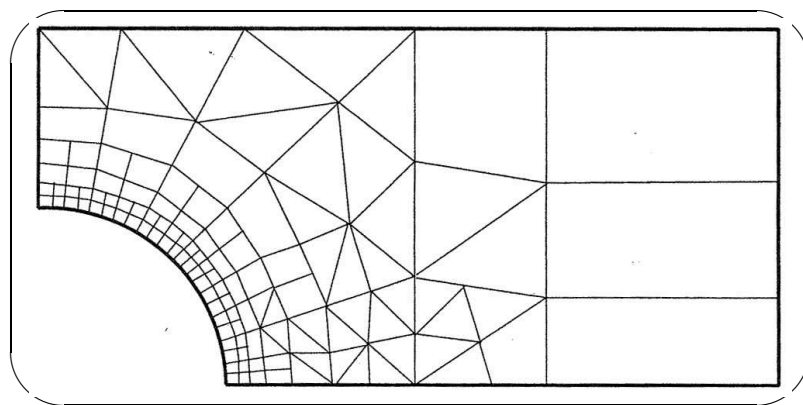


FIG. 2.9 – Maillage non-structuré

2.2 La Construction d'un Maillage Adapté.

La réduction de la complexité des simulations numériques est toujours un enjeu industriel crucial malgré l'accroissement constant de la puissance du matériel informatique. Elle permet en effet un gain notable au niveau du temps de calcul des simulations en trois dimensions et au niveau de l'analyse de leurs résultats. Une des méthodes développées pour réduire la complexité est l'adaptation de maillage, dont le but est de contrôler la précision de la solution numérique en modifiant la discrétisation du domaine de calcul suivant des contraintes de tailles et de direction. En effet, dans les simulations numériques basées sur des méthodes d'éléments ou de volumes finis, les maillages des domaines de calcul ont un rôle prépondérant. Maillages et calculs sont si étroitement liés que la qualité des premiers dépend en grande partie de la précision numérique des seconds.

2.2.1 Méthode de maillage de l'ancienne version de ProSeC3D

Dans la dernière version des programmes de simulation en trois dimensions des échangeurs à plaques brasées ProSEC3D¹ développée par FIVES CRYO, un masque de maillage unique et commun à l'ensemble du corps d'échangeur est créé afin d'assurer la compatibilité entre les différents passages de référence qui le composent. Celui-ci prend en compte l'ensemble des particularités géométriques imposées par les zones primaires (zones d'échange thermique) qui définissent la totalité des passages de référence décrivant le corps d'échangeur.

Les zones de calcul correspondent donc à des rectangles résultant de la superposition des zones primaires des passages de référence. Avec les coordonnées de ces zones, un premier niveau de quadrillage commun aux passages de référence est ainsi tracé. Ce quadrillage primaire est ensuite discrétisé en fonction d'une taille de maille maximale imposée par l'utilisateur.

La figure ?? illustre les différentes étapes liées à cette méthodologie de maillage. L'exemple prend comme support les classes de passage développées dans la section ?? relative à la description fonctionnelle d'un EPB. Après avoir maillé individuellement les quatre passages de référence selon les zones primaires (chacune de ces zones devient une maille), les maillages associés à ces passages de référence sont superposés de façon à créer un nouveau masque de maillage commun. Ensuite, les mailles de ce masque sont raffinées en mailles plus petites selon le degré de précision voulu.

Les avantages de cette méthode sont d'une part sa simplicité de mise en oeuvre (traitement purement géométrique des passages puis superposition et raffinement) et d'autre part la construction d'un seul et unique masque de maillage transposable à tous les passages de référence constituant le corps de l'échangeur.

Cependant, ce type de maillage peut devenir non-applicable pour des cas de passages de référence faisant intervenir des géométries complexes, comme par exemple des distributeurs dont le sens d'écoulement est très souvent différent de la direction des axes du référentiel associé au corps ; on parlera alors d'écoulement *diagonal*. La méthode induirait des mailles triangulaires qui seraient difficilement gérables. Dans le programme ProSEC3D, le maillage des zones de distribution est assimilé à une zone morte rectangulaire de mêmes dimensions, négligeant de ce fait les échanges thermiques liés au fluide. Cette hypothèse est acceptable dans le cas d'échangeur dédiés aux procédés de l'air, les distributeurs représentant généralement moins de 10% de la surface d'échange. Cependant, dans le cas de procédés pétrochimiques (GNL, éthylène, etc.), la surface d'échange des distributeurs peut atteindre plus de 50% de la surface totale d'échange, limitant de ce fait considérablement la fiabilité des résultats obtenus.

¹Programme de Simulation des Echangeurs Compacts en 3D

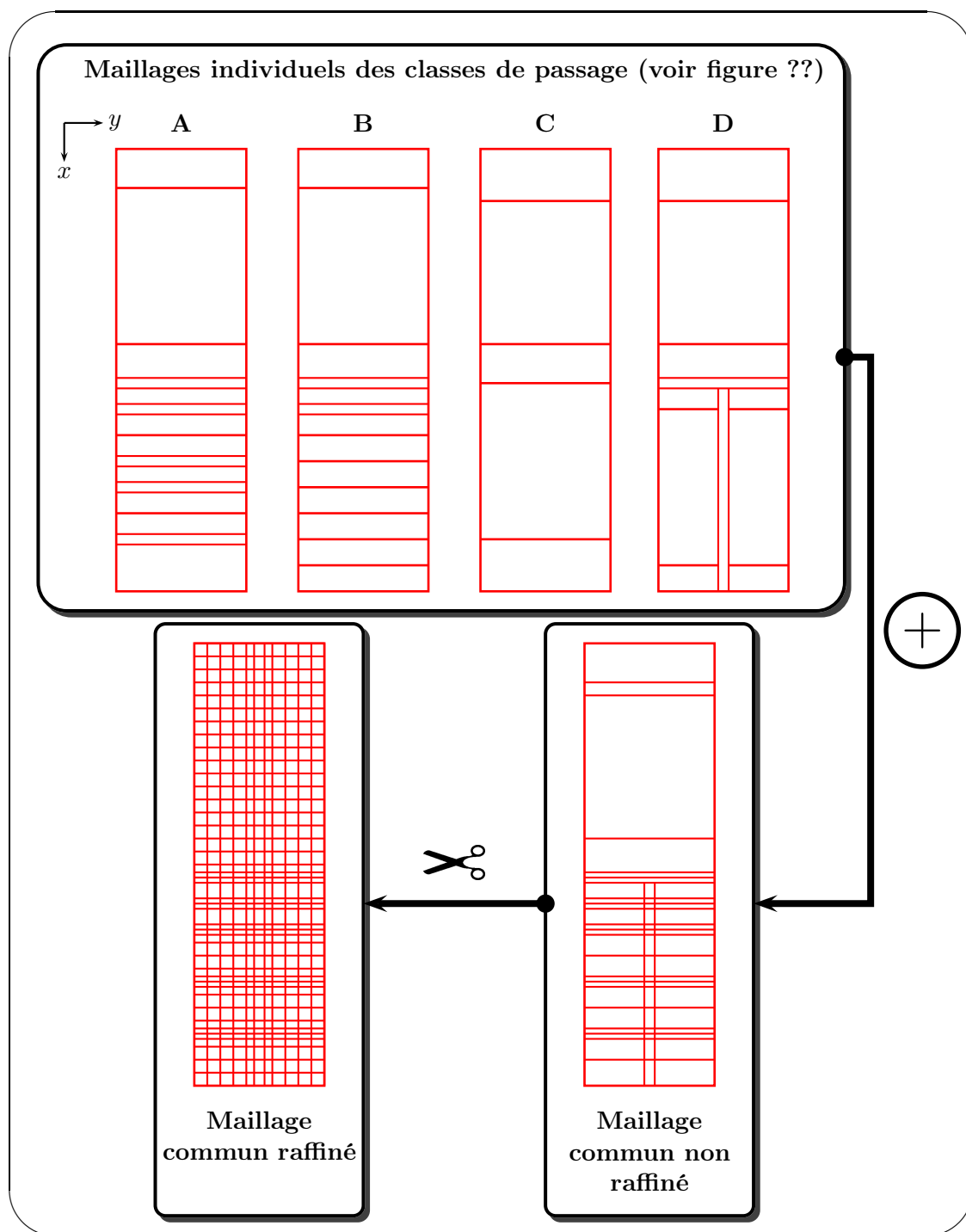


FIG. 2.10 – Méthode de maillage globale de ProSEc3D

Pour améliorer ce modèle, il devient donc indispensable d'intégrer les échanges thermiques induits par l'écoulement de fluide dans les zones de distributions. Ceci n'est possible qu'en considérant les variables liées à l'écoulement dans chacune des zones de circulation.

De plus, une interrogation se pose : *quid* de l'influence de la maldistribution des fluides générée par les distributeurs sur les performances thermiques globales de l'échangeur ?

La prise en compte des phénomènes thermo-hydrauliques liés à la circulation d'un fluide dans un échangeur nécessite donc de repenser la méthode de maillage. Celle-ci doit permettre un calcul précis des variables thermiques et hydrauliques d'une maille de fluide pour des géométries complexes d'écoulement (distributeur, zig-zag), tout en assurant les liaisons thermiques avec les mailles des deux tôles voisines.

2.2.2 Principes Généraux de Construction du Maillage

Le développement du maillage de l'échangeur est fondé sur la représentation des flux thermiques transitant dans la structure d'empilage entre les tôles et les passages de l'échangeur. La nouveauté de ce modèle réside donc dans la considération des phénomènes hydrauliques liés à l'écoulement des fluides, causes directes des échanges thermiques avec la structure en aluminium de l'échangeur.

Il faut donc intégrer à la structure de maillage thermique des passages de courant de l'échangeur le calcul des variables hydrauliques associées à l'écoulement du fluide. Cependant, la construction d'un maillage thermique est plutôt guidée par le choix de mailles rectangulaires, très pratiques pour calculer avec précision les flux de chaleur transitant entre les passages et les tôles de l'empilage (comme c'est le cas dans ProSEC3D). Cette méthodologie s'avère par contre difficilement applicable pour représenter des écoulements diagonaux, caractéristiques de la circulation d'un fluide dans un distributeur.

Il est donc nécessaire de définir une méthode de maillage hydraulique adaptée au maillage thermique, qui permettra d'assurer la correspondance entre variables hydrauliques et thermiques pour une même maille de fluide.

2.2.2.1 Contraintes

Le maillage d'un système est le squelette robuste et flexible du modèle associé : robuste par sa constitution précise et adaptée aux contraintes géométriques, physiques et numériques ; flexible par sa construction généralisable et adaptable à l'ensemble des problèmes répondant aux spécifications du modèle.

La précision de la représentation des phénomènes physiques inhérents au fonctionnement de l'échangeur impose des contraintes fondamentales quant à la définition du maillage :

Conservation de la matière et de l'énergie

La conservation de la matière et de l'énergie est incontournable. La validité physique et l'intégrité numérique du modèle en découlent.

Structuration Complexe des Passages de Courant

Les échangeurs sont décrits par un arrangement précis de divers éléments structurels permettant à la fois d'atteindre les performances thermiques souhaitées et d'assurer l'intégrité mécanique du système. Comme nous l'avons vu dans le chapitre ??, les passages de courants sont décrits par des circuits, véritables moteurs thermiques de l'échangeur, et des zones ayant un comportement thermique inertiel (barre, zone morte). Ces dernières ne font pas intervenir de circulation de fluide mais jouent un rôle dans le comportement thermique global de l'échangeur. Tous ces éléments structurels, qui décrivent la géométrie des passages, échangent directement de la chaleur avec les deux tôles attenantes.

De ces constatations apparaissent deux contraintes fondamentales. D'une part, la discrétisation thermique d'un passage de courant devra prendre en compte l'ensemble des

spécificités géométriques des éléments le constituant (circuit, zone morte, barre). Il devra de plus pouvoir "communiquer" facilement avec les tôles attenantes qui jouent le rôle d'interface thermique entre deux passages de courant afin de répartir avec précision les flux thermiques échangés.

Les Tôles

Elles jouent le rôle de lien thermique entre deux passages de courant. Le maillage d'une tôle devra donc servir de liaison entre les deux maillages indépendants des deux passages accolés à chacune de ses faces.

Circulation Hydrodynamique Complexe

Le parcours d'un fluide donné est complexe car il fait intervenir nombre d'"accidents" de parcours. En effet, un courant sera soumis à la traversée d'une multitude d'éléments d'écoulements, ayant chacun un degré de complexité influant sur la circulation du fluide (en particulier les distributeurs et les zig-zags). Le maillage doit se calquer précisément sur ces géométries afin d'éviter des pertes d'informations et fournir une représentation optimale de l'écoulement du fluide tout en restant compatible avec le maillage thermique.

En résumé, nous énumérons les trois contraintes principales qui sont déterminantes pour la conception du maillage global du corps de l'échangeur :

1. Maillage thermique adapté à la structure géométrique des divers éléments constituant un passage de courant ;
2. Assurer le couplage thermique des maillages des passages et des tôles voisins afin d'assurer la conservation de l'énergie sur la séquence d'empilage.
3. Maillage hydraulique étroitement lié à l'écoulement pour représenter avec précision les multiples événements rencontrés par les fluides dans les circuits de passage traversés, tout en restant compatible avec le maillage thermique.

2.2.2.2 Hypothèses.

Méthode des volumes finis

Nous avons donc choisi d'utiliser la méthode des volumes finis pour discrétiser le système.

Maillages spécifiques et distincts des classes de passages et des classes de tôles

Les passages de courant intégrant les contraintes thermo-hydrauliques liées à l'écoulement de fluides, alors que les tôles n'impliquent que le calcul de variables thermiques, deux méthodologies de maillage indépendantes sont développées spécifiquement :

- un maillage hétérogène dédié aux passages de courant intègre à la fois le calcul des variables hydrodynamiques (débit, pression) et thermiques (enthalpie) du fluide ;
- un maillage exclusivement thermique voué à la représentation des flux de chaleur transitant dans l'échangeur via les tôles.

Deux classes de maillage

Les remarques précédentes permettent de dissocier deux classes de maillage nécessaires à la modélisation thermo-hydrodynamique de l'échangeur.

- le **maillage hydrodynamique** correspond à la mise en place des mailles relatives à l'écoulement du fluide dans un passage de référence donné. Il n'est donc pas spécifique et associé à un fluide mais à la géométrie de la classe de circuit de courant dans lequel il circule dans l'échangeur.

- le **maillage thermique** permet de décrire et quantifier avec précision les flux de chaleur transitant entre passages et tôles.

Ces deux classes de maillage sont uniquement spécifiques à la nature des phénomènes physiques qu'elles décrivent et non à la nature de l'élément de l'empilage auxquelles elle s'appliquent. Une classe donnée d'un passage ou d'une tôle possède nécessairement un maillage thermique, bien que de concepts différents. Le maillage hydrodynamique est associé à la circulation de fluide.

Création d'interfaces thermiques sur la hauteur d'empilage

Afin de lier les maillages thermiques des passages et des tôles sur la hauteur d'empilage et assurer une modélisation précise des transferts de chaleur, des interfaces thermiques seront créées pour établir les connexions thermiques entre chaque maille thermique et ses vis à vis. Les classes d'interface sont établies par recouvrement de deux classes de maillages thermiques pour créer un masque des dépendances pour chacune des variables thermiques impliquées.

Deux types d'interfaces sont nécessaires pour intégrer l'ensemble des phénomènes thermiques transitant sur la hauteur d'empilage (voir figure ??) :

- l'interface entre un passage et une tôle (notée *interface PaT*), assurant le lien thermique entre ces deux maillages thermiques ;
- l'interface entre deux tôles (notée *interface TaT*), indispensable au calcul des flux de chaleur transitant par conduction entre deux tôles ("bypass").

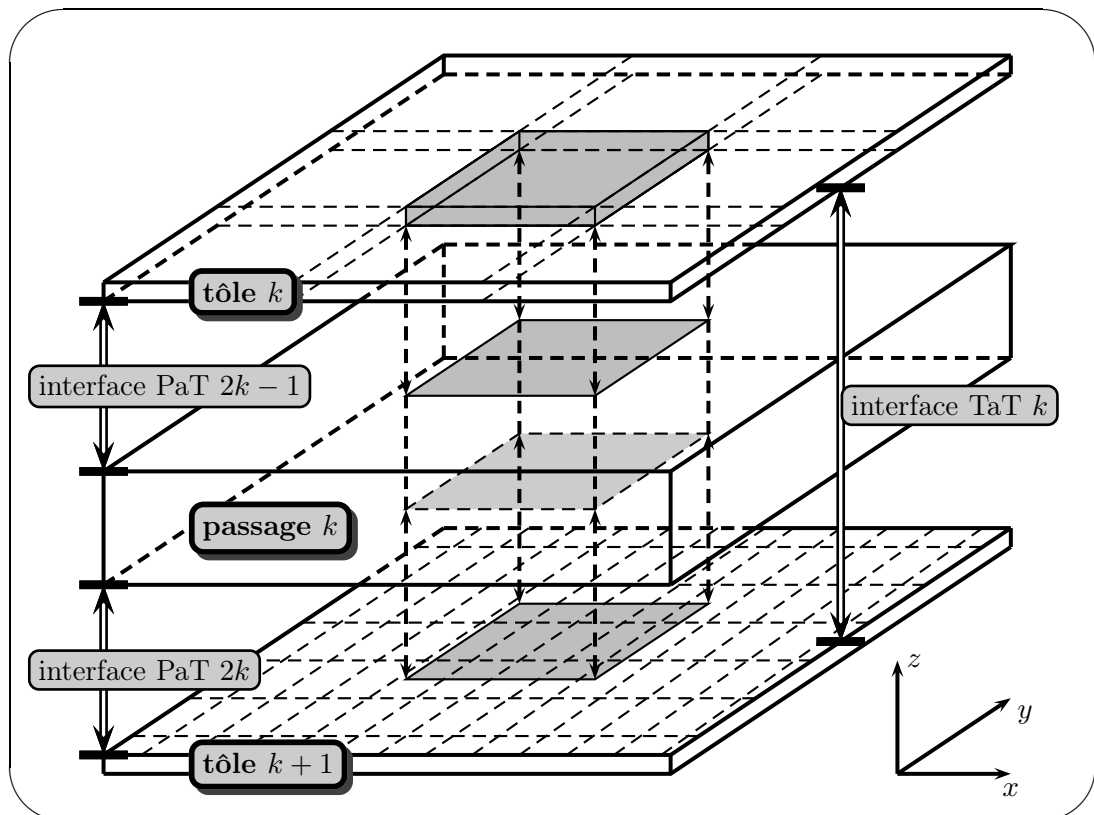


FIG. 2.11 – Définition et numérotation des interfaces inter-passages

2.2.2.3 Algorithme

Le schéma de la figure ?? résume les différentes étapes de construction du maillage du corps de l'échangeur. Dans un premier temps, les maillages des classes de passages et de classes de tôles seront définis à partir de leurs caractéristiques géométriques et des paramètres de maillage renseignés par l'utilisateur. Enfin, les deux types de classes d'interfaces (PaT et TaT) seront déduites par recouvrement des maillages des classes de passages et de tôles définis dans l'étape précédente.

Etape I : Maillage des classes de passages et de tôles

Définition du maillage des classes de passages : Les différents éléments définissant une classe de passage (circuits, barres, morts) sont maillées indépendamment puis regroupées afin d'établir la structure finale du maillage du passage qui intègre à la fois un maillage hydraulique et un maillage thermique.

- **Les circuits de courant :** Un maillage hétérogène thermo-hydrodynamique est développé pour chacun des circuits de courants constituant la classe de passage. Cette méthodologie fait intervenir deux étapes successives et dépendantes :
 1. **maillage hydraulique :** à la fois élaboré à partir des caractéristiques géométriques du circuit afin d'adhérer avec précision à la circulation du fluide, et à partir des paramètres de maillage qui imposeront la précision de la discrétisation.
 2. **maillage thermique :** directement déduit du maillage hydraulique afin d'assurer une parfaite cohésion thermo-hydrodynamique de la discrétisation. Chaque maille hydraulique est attachée à une maille thermique. Cette méthodologie sera développée dans les sections suivantes de ce chapitre.
- **Les morts et les barres :** un maillage thermique est directement adapté selon leurs caractéristiques géométriques et de maillage.

Maillage des classes de tôles : Au vu de la complexité du maillage des passages de courant, et afin d'assurer leur rôle d'"intermédiaires thermiques" dans la séquence d'empilage, les tôles sont maillées uniformément en largeur et en longueur. Rappelons que plusieurs classes de tôles peuvent intervenir dans la structure d'empilage d'un échangeur, nécessitant un traitement spécifique de chacune des classes de tôles.

Etape II : Définition des classes d'interfaces : Elles permettent d'assurer les liens thermiques entre les maillages de deux entités voisines de l'empilage, entre un passage et une tôle appartenant chacun à une classe, ou entre deux tôles successives. Elles sont directement créées par recouvrement des classes de maillages de passages et de tôles.

Classes d'interfaces PaT : Liaison thermique entre maillage thermique de classes de passages et de tôles.

Classe d'interfaces TaT : Etablissement des connexions entre les mailles thermiques de deux classes de tôles.

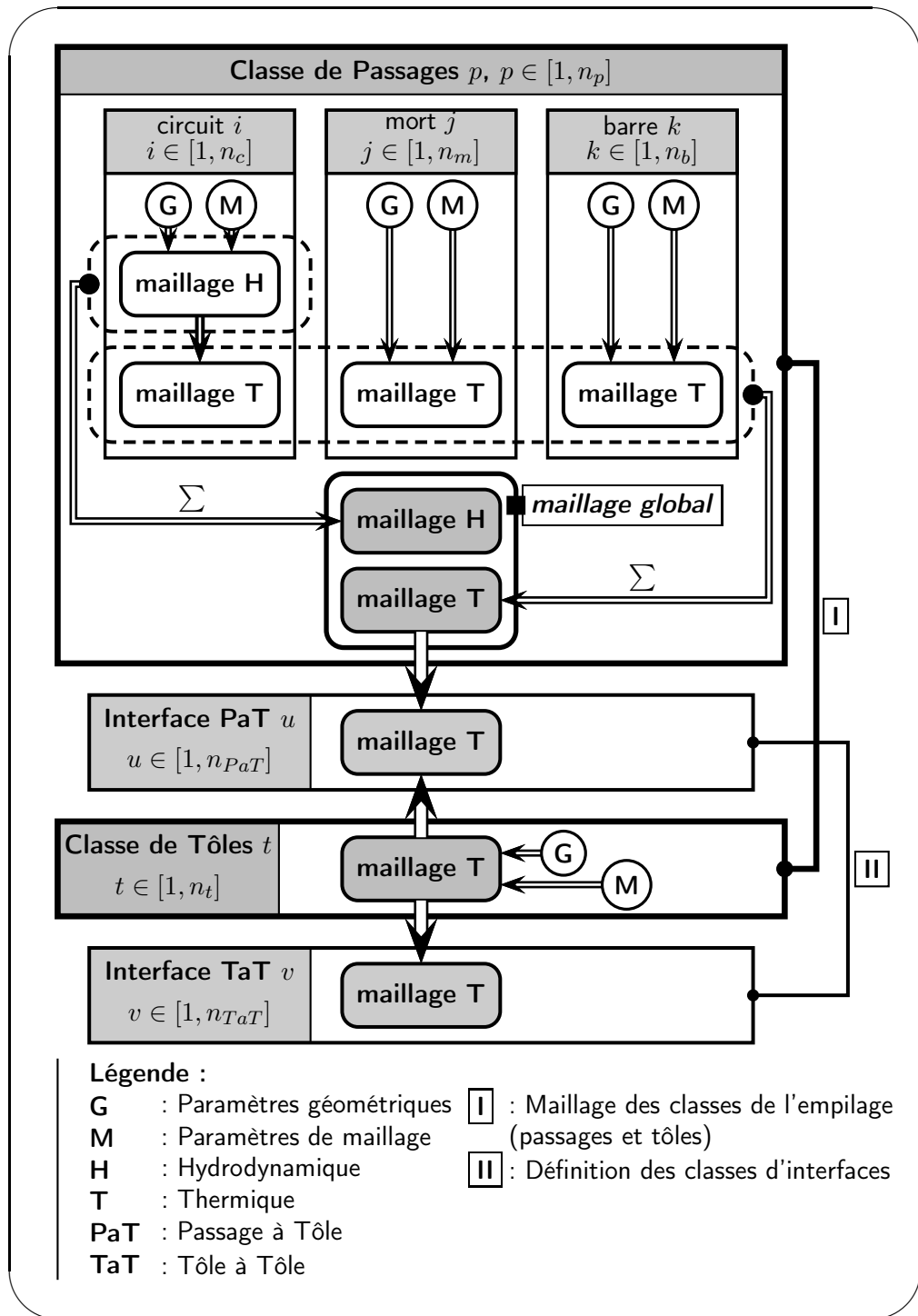


FIG. 2.12 – Schématisation de la méthodologie de construction du maillage des classes de passages, de tôles et des classes d'interfaces dédiées

2.3 Le Maillage Hydrodynamique

2.3.1 Généralités de la Méthode.

La méthode de construction du maillage hydrodynamique associé à une classe de circuit de courant suit un protocole générique et logique dont les différentes étapes vont être formulées dans cette partie.

2.3.1.1 Le concept de canal de mailles

Il est impossible de mailler à l'échelle de l'onde car cela engendrerait un nombre démesuré de mailles. En effet, pour un seul circuit de passage de 1300 *mm* de largeur avec une onde possédant 600 ailettes par mètres, il faudrait mailler dans la largeur d'un seul passage 780 canaux. Toutefois, il est indispensable de garder l'information relative au parcours du fluide, soumis à divers accidents hydrodynamiques (distributeurs, transition entre deux tapis d'onde...) au cours de son parcours dans le circuit. En définitive, des *canaux de mailles* de largeur fixée seront définis pour matérialiser le parcours du fluide de chaque classe de circuit de courant. La figure ?? illustre la propagation des canaux de mailles au gré des contraintes géométriques rencontrées dans le circuit. Leur nombre reste constant mais leur largeur évolue constamment et conjointement tout au long du parcours.

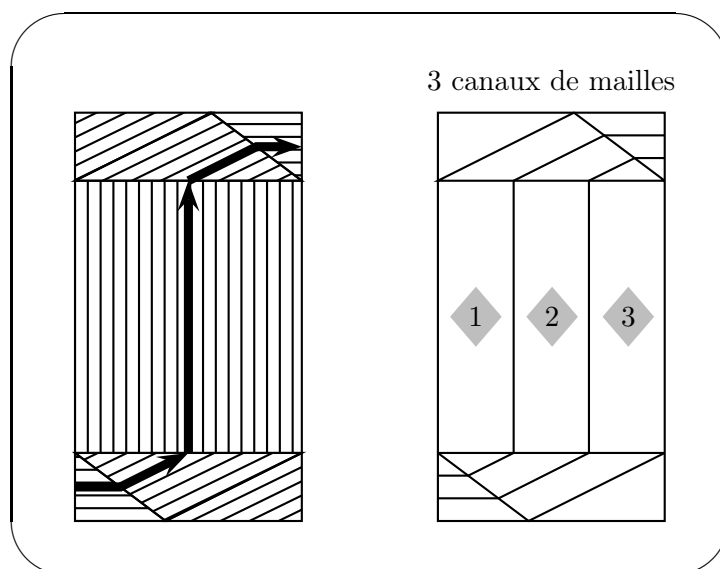


FIG. 2.13 – Discrétisation par canaux de mailles d'une classe de circuit de passage

La figure ?? complète l'illustration précédente dans la compréhension de la définition des canaux de mailles d'un circuit de courant, en présentant l'application de cette méthodologie à un distributeur SID(sid).

2.3.1.2 Définition des Mailles Globales des canaux de mailles

Le traitement des canaux de mailles est effectué successivement pour chaque zone primaire structurant la séquence du circuit de courant. Les canaux de mailles sont subdivisés en blocs unidirectionnels définis d'après l'orientation de la circulation du fluide. Le schéma de gauche de la figure ?? illustre la numérotation de ces blocs pour chacun des trois canaux de mailles.

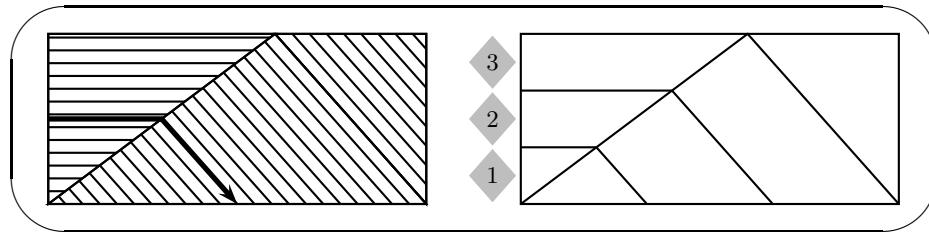


FIG. 2.14 – Définition de trois canaux de mailles d'un distributeur SID(sid)

Chaque bloc unidirectionnel d'un canal est représentatif d'une contrainte géométrique imposée à la circulation du fluide.

L'hypothèse fondamentale liée au développement du maillage hydraulique est la définition de *mailles hydrauliques globales*, dérivées des blocs unidirectionnels des canaux de mailles et adaptées selon un profil rectangulaire dont la largeur est perpendiculaire à la direction de l'écoulement du fluide. Ces mailles possèdent la même aire que les blocs unidirectionnels desquels elles dérivent. Le schéma de droite de la figure ?? explique cette opération.

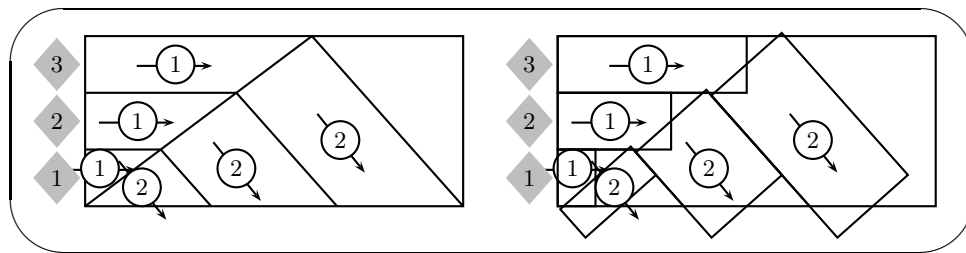


FIG. 2.15 – Définition des mailles hydrauliques globales de canaux d'un distributeur SID(sid)

Le principal atout d'une telle mise en forme est l'obtention de mailles rectangulaires étroitement liées aux contraintes directionnelles de l'écoulement, favorisant la mise en place d'une méthode de raffinement homogène qui aboutit à l'obtention exclusive de mailles rectangulaires.

2.3.1.3 Raffinement des Mailles Hydrauliques Globales

Un point clef de la connectivité entre le maillage hydrodynamique et thermique demeure dans le prétraitement des mailles fluides pour en déduire les mailles thermiques. Cette étape met en évidence le raffinement des mailles rectangulaires associés à l'écoulement. Le nombre de mailles raffinées par canal est proportionnel à la plus petite des mailles rectangulaires décrites dans l'étape précédente, ce qui suscite une certaine concordance des mailles entre canaux. Finalement, selon une direction de fluide donnée, le maillage sera homogène sur chacun des canaux. Les mailles obtenues seront ensuite numérotées pour chaque canal dans le sens d'écoulement du fluide (cf fig. ??).

2.3.2 Introduction au Maillage Thermique

Comme nous pouvons le voir dans les exemples précédents, le maillage associé au parcours du fluide n'est pas utilisable pour la représentation thermique des passages de courant :

- certaines régions (barres, morts) ne sont pas définies du fait de l'approximation du maillage hydrodynamique. Or ces régions interviennent dans la construction du modèle thermique par le biais de leurs surfaces d'échange ;

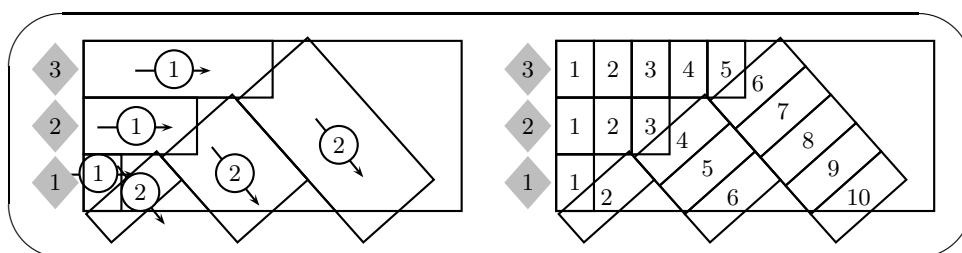


FIG. 2.16 – Définition des mailles de canaux de mailles

- une difficulté découle de la gestion des flux thermiques transmis par deux mailles hydrodynamiques qui se chevauchent. Il y a ici une anomalie dans la définition du modèle thermique, cause d'une éventuelle non-conservation des bilans thermiques ;
- le maillage thermique d'un passage de courant se doit d'être connectable au maillage thermique des tôles afin de pouvoir identifier et quantifier les flux thermiques transitants. Le recoupement des mailles de passages et de tôles dont les côtés ne sont pas alignés sur le même référentiel induit un découpage irrégulier comprenant des surfaces usuelles complexes (triangle, trapèze...) et difficilement exploitables pour un calcul précis des échanges thermiques.

La solution envisagée est de créer un maillage thermique distinct mais couplé au maillage hydrodynamique, dédié exclusivement au traitement thermique de chaque classe de passage de courant.

2.4 Le Maillage Thermique.

2.4.1 Le Maillage des Classes de Tôles.

La condition unique et fondamentale imposée à la construction du maillage des classes de tôles est la définition de mailles rectangulaires associées au référentiel de description de la classe de tôle. Ce maillage thermique peut-être irrégulier dans la largeur et la longueur de tôle. Deux exemples de maillage de tôles sont représentés par la figure ??.

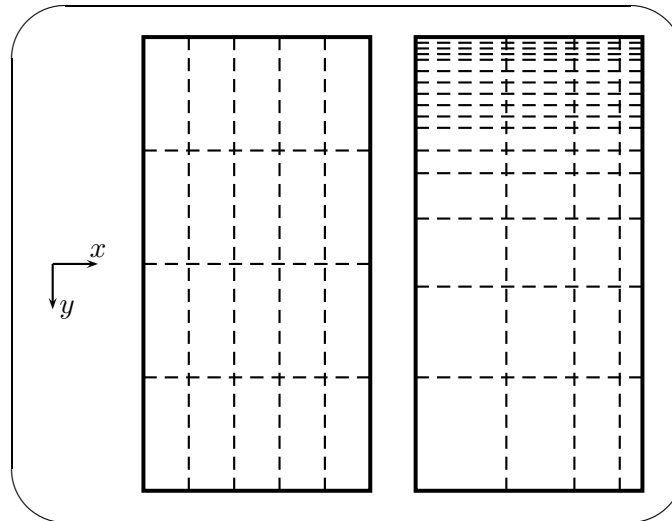


FIG. 2.17 – Maillage thermique homogène et hétérogène d'une classe de tôle

2.4.2 Le Maillage Thermique des Classes de Passages de courant.

Comme nous l'avons vu précédemment, le maillage hydrodynamique développé pour les passages de courant est difficilement exploitable pour représenter les flux thermiques transitants dans l'empilage. De plus, divers éléments indépendants de la circulation d'un fluide mais intégrés à la structure de la classe de passage n'y sont pas pris en compte (zones mortes de circuits, barres, morts). Un maillage thermique spécifique mais intimement couplé au maillage hydrodynamique est donc développé afin de fournir le masque thermique du passage de courant.

La méthodologie de construction du maillage thermique consiste à ranger et à ordonner scrupuleusement les aires de chaque maille hydrodynamique afin d'obtenir une grille exclusivement rectangulaire mais représentative de l'écoulement. Cet arrangement, que l'on peut qualifier de géométrique, doit composer avec des mailles hydrodynamiques dont les aires peuvent être différentes, et doit intégrer le maillage thermique des éventuelles zones mortes incluses dans le circuit. La figure ?? illustre la construction du maillage thermique, déduit du maillage hydrodynamique précédemment défini de notre exemple de distributeur. Les canaux de mailles hydrauliques et leurs équivalents thermiques sont symbolisés par des couleurs associées.

Deux avantages découlent de cette représentation : d'une part la définition d'une grille rectangulaire permet une communication aisée avec les mailles des tôles adjacentes, elles-mêmes rectangulaires. D'autre part, tout chevauchement et tout espace non défini par le maillage hydrodynamique sont solutionnés. Ainsi, la moindre parcelle de passage de courant est intégrée au maillage thermique.

Bien entendu, cette méthodologie est généralisable à l'ensemble des éléments décrivant les circuits de courant (distributeurs, zones d'échange, zig-zags). La figure ?? présente les maillages

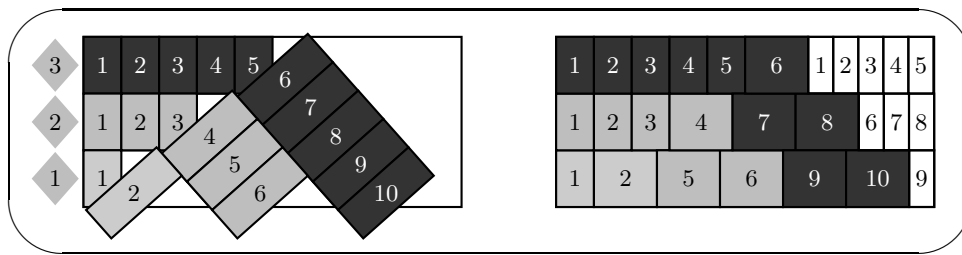


FIG. 2.18 – Maillage thermique dérivé du maillage hydrodynamique du distributeur.

hydrodynamiques et thermiques des principales classes de distributeur utilisés dans la description des classes de passages de courant.

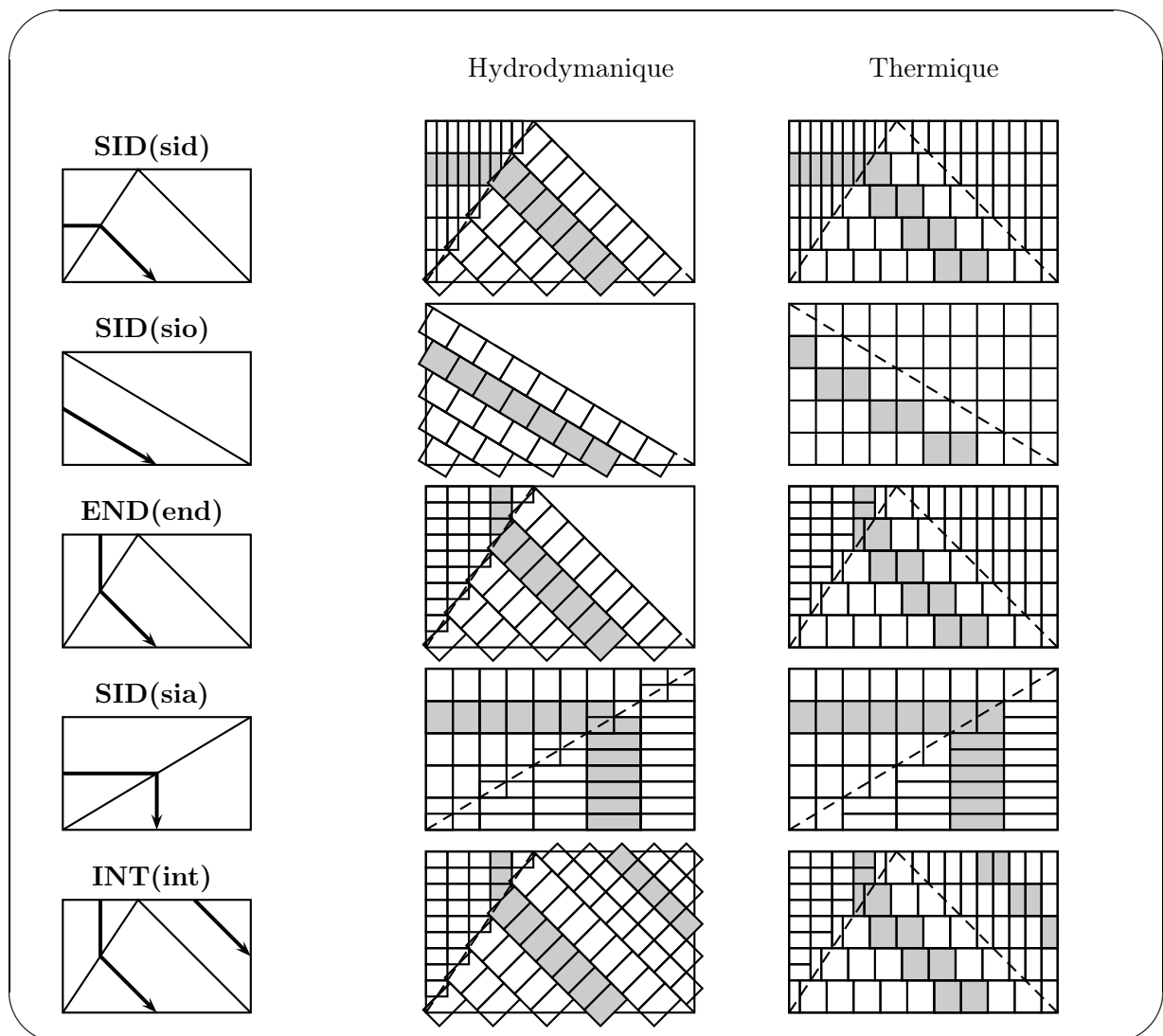


FIG. 2.19 – Exemples de maillage thermo-hydrodynamique de distributeurs définis par 5 canaux de mailles

Du point de vue de la modélisation, les calculs des variables d'écoulement (débit, enthalpie) seront effectués selon les propriétés de chaque maille hydrodynamique (géométrie, section d'écoulement, propriétés de l'onde...) en fonction des flux thermiques transitant par l'inter-

médiaire de son équivalent thermique, qui, lui, est intégré au modèle thermique global de l'échangeur. La tableau ?? récapitule le nombre de mailles par type de distributeur en fonction du nombre de canaux (n_c).

nom	hydrodynamique	thermique
SID(sid)	$2n_c^2$	$3n_c^2$
SID(sio)	n_c^2	$2n_c^2$
END(end)	$2n_c^2$	$3n_c^2$
SID(sia)	$2n_c^2$	$2n_c^2$
INT(int)	$3n_c^2$	$3n_c^2$
n_c nombre de canaux		

TAB. 2.1 – Nombre de mailles par type de distributeur

2.5 Les classes d'interfaces thermiques

2.5.1 Définitions et Principes

Les maillages de chacune des classes de passages et de tôles nécessaires à la description de la structure d'empilage du corps de l'échangeur ont été définis. Ces passages et tôles empilés interagissent par le biais de leur maillage thermique par lesquels transitent les flux de chaleur. Pour ce faire, il est nécessaire d'établir les liens thermiques de chacune des mailles avec les voisins adjacents qui l'encadrent. En effet, l'hétérogénéité des maillages thermiques de passages et de tôles imposent le développement d'un système fiable de représentation des interactions entre deux maillages thermiques attenants : les interfaces thermiques.

Comme nous l'avons vu précédemment, deux types d'interfaces sont définies selon la nature des deux éléments dont les maillages sont dérivés :

- interface PaT : reliant le maillage d'une classe de passage et de tôle ;
- interface TaT : reliant le maillage de deux classes de tôles différentes.

La figure ?? éclaire le rôle des deux types d'interfaces entre les passages et les tôles de l'empilage. Dans notre exemple, une maille thermique de tôle est liée à une ou plusieurs surfaces de mailles par lesquelles transitent les flux thermiques en provenance des passages et des tôles voisins. L'établissement de ces liens est édicté par la nature des phénomènes physiques à décrire.

2.5.2 Construction de l'interface

Le calcul des transferts thermiques se fera aisément par recouvrement des surfaces impliquées dans le calcul du flux thermique associé à la face d'une maille thermique d'un passage ou d'une tôle.

La figure ?? illustre la méthode de construction d'une interface thermique. Pour simplifier, il s'agit de la construction de l'interface thermique entre les maillages thermiques d'un distributeur diagonal 'B' et d'une fraction de tôle maillée de façon homogène. Le recouvrement des deux maillages des deux classes permet d'établir une classe de maillage d'interface thermique.

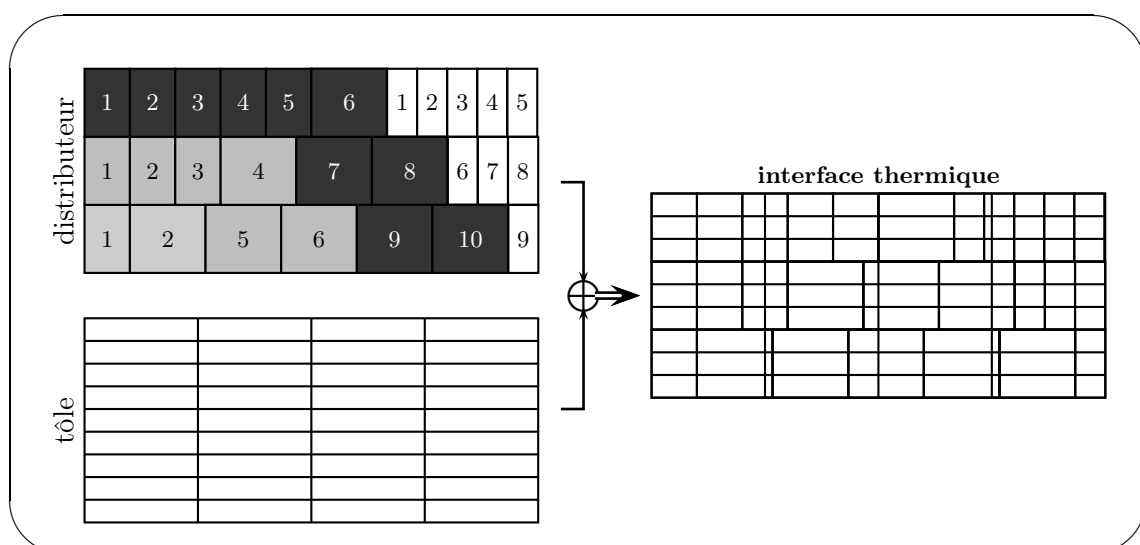


FIG. 2.20 – Méthodologie de construction d'un interface thermique par recouvrement des deux maillages thermiques impliqués

La figure ?? permet de mettre en évidence les aires de contact entre une maille et ses voisins grâce à l'interface thermique. Les mailles voisines sont identifiées, associées à une aire de recouvrement, et stockées comme dépendances thermiques de la maille considérée. Cette étape du maillage permettra par la suite de connaître les aires d'échange entre les mailles thermiques de l'empilage par lesquels transitent les flux de chaleur.

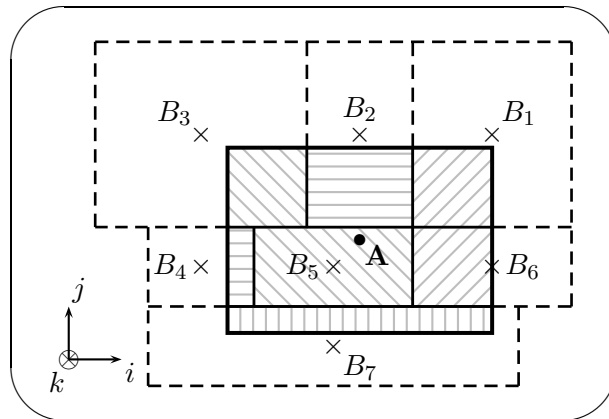


FIG. 2.21 – Calcul des aires de recouvrement des voisins d'une maille thermique grâce à l'interface thermique

2.5.3 Nomenclature

Soit \mathcal{S}_A le domaine surfacique de la maille A , définissant l'aire d'échange d'une maille.

A l'interface, une maille B est attenante à la maille A si et seulement si :

$$\mathcal{S}_A \cup \mathcal{S}_B \neq \emptyset \quad (2.4)$$

Dans l'exemple de la figure ??, les mailles B_w définies pour tout $w \in [1, 7]$ sont attenantes à la maille A .

2.6 Maillages des classes de passage

Les figures ??, ??, ?? et ?? représentent les maillages hydrauliques et thermiques associés aux quatre classes de passage A , B , C et D définissant le corps de l'échangeur.

La figure ?? permet d'illustrer les maillages thermo-hydrauliques associés aux trois circuits définissant la classe de passage A . Le premier circuit, constitué d'un distributeur SID, d'une zone d'échange et d'un distributeur SIA, permet de mettre en évidence les différences entre les maillages thermique et hydraulique associés, notamment au niveau du maillage du distributeur SID (mailles hydrauliques liées à la circulation du fluide et réarrangement des mailles thermiques pour éviter tout recoupement, maillage uniquement thermique de la zone morte). Les deux autres circuits sont composés d'un zig-zag à une seule passe. Les canaux de maillage, associés au maillage hydraulique de chacune des zones définissant un circuit, s'adjoignent parfaitement entre eux dans le sens de circulation des fluides du fait de l'absence de géométries complexes (un distributeur INT ou un double distributeur par exemple). Ces trois circuits sont séparés les uns des autres par une zone morte encadrée de deux barres. Ces éléments apparaissent uniquement dans la définition du maillage thermique.

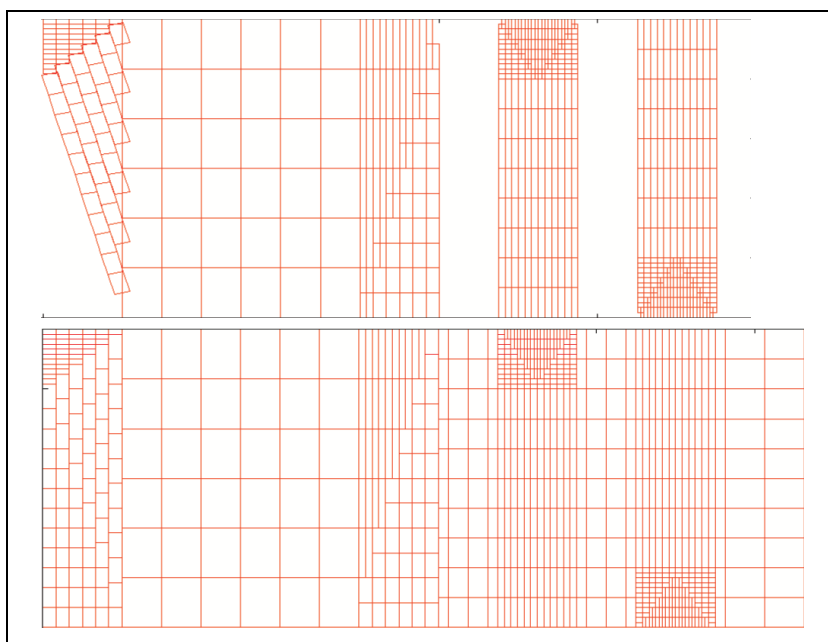


FIG. 2.22 – Maillage hydraulique et thermique de la classe de passage A

La figure ?? permet de mettre en évidence le traitement d'un zig-zag complexe ayant des hauteurs de passe hétérogènes (par exemple la première et la dernière passe sont de taille radicalement différentes) mais maillées avec un nombre de canaux de maille identique (au nombre de 6). La correspondance entre les canaux des diverses zones définissant le zig-zag (virage, ligne droite) s'opèrent ici parfaitement.

La figure ??, représentative du maillage thermo-hydraulique de la classe de passage C , fait intervenir aux deux extrémités des distributeurs double SID, ainsi qu'un distributeur INT. La correspondance des canaux de mailles de chacune des zones définissant ce circuit (distributeur, zone d'échange) ne peut être réalisée que grâce à la présence d'une méthode d'interface

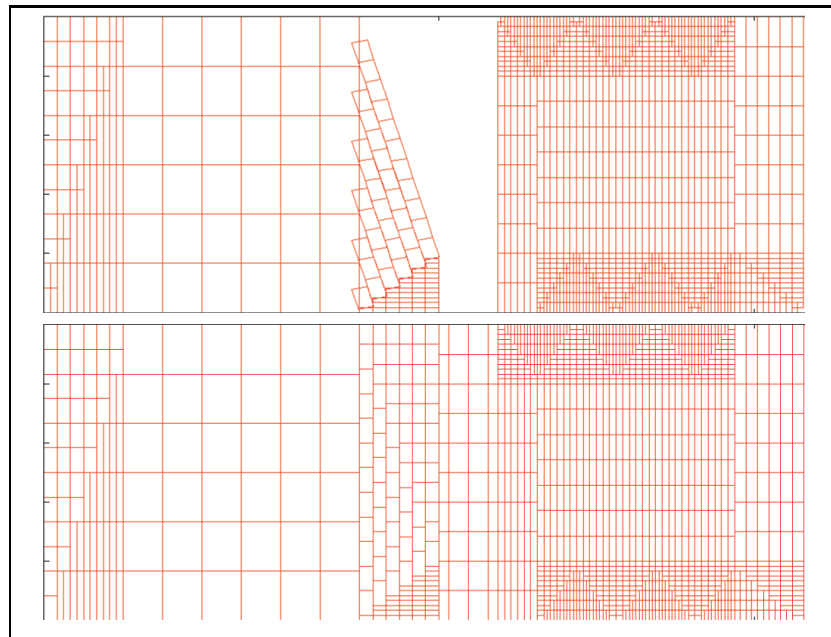


FIG. 2.23 – Maillage hydraulique et thermique de la classe de passage B

assurant la création des liens entre les différents canaux.

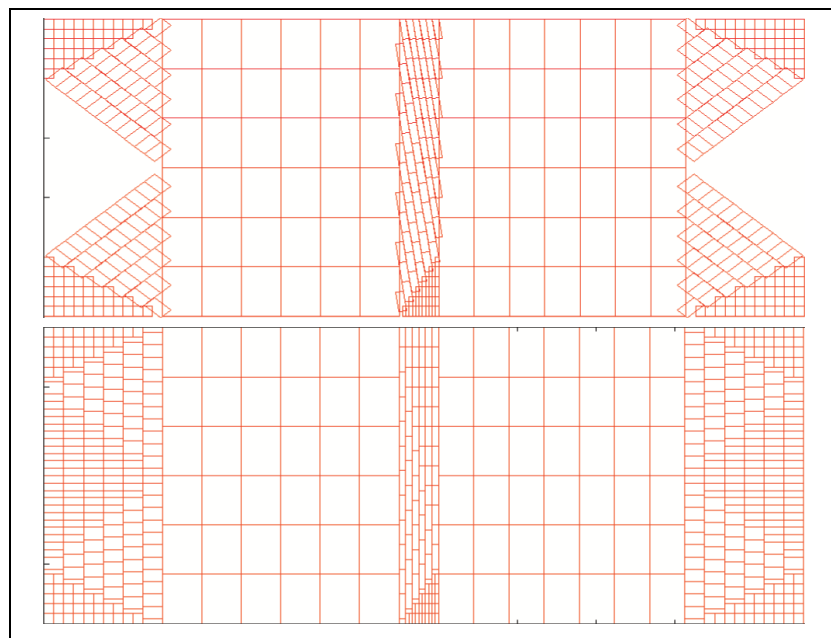


FIG. 2.24 – Maillage hydraulique et thermique de la classe de passage C

La figure ?? se caractérise par le maillage de deux circuits parallèles, symétriques et séparés par une barre.

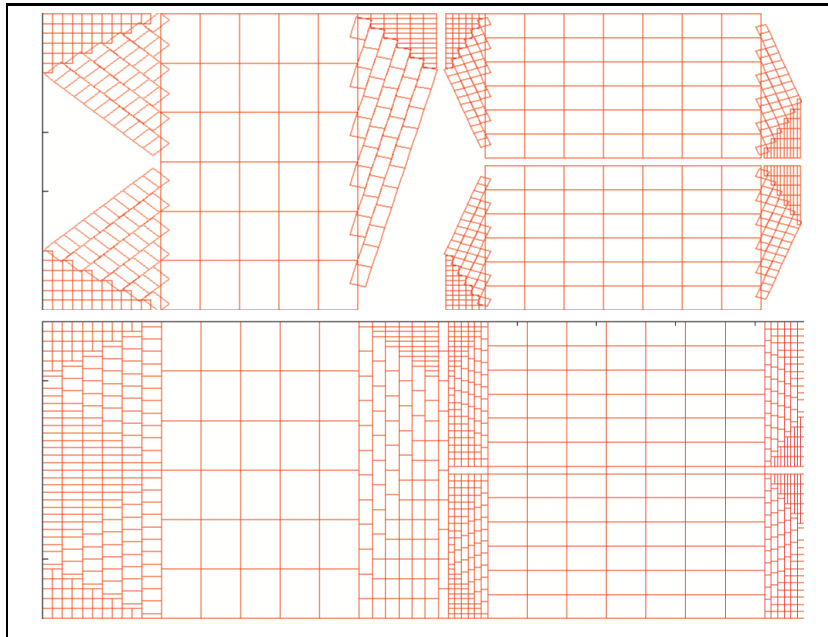


FIG. 2.25 – Maillage hydraulique et thermique de la classe de passage D

Conclusion

La méthodologie de construction d'un maillage adapté répond à la fois aux caractéristiques géométriques de la zone à mailler, mais aussi aux phénomènes physiques auxquels ils sont associés.

Le maillage thermo-hydraulique des passages de courant d'un EPB fait donc intervenir une méthodologie calquée sur la caractérisation de l'écoulement fluide, à partir duquel est dérivé le maillage thermique rectangulaire associé. Ce dernier représente le masque de la discrétisation des transferts thermiques inhérents à l'empilage en contact avec le maillage homogène des tôles. La définition d'interfaces thermiques permet d'établir les liens entre mailles thermiques de deux entités voisines (tôle et passage, ou bien tôle et tôle).

Chapitre 3

Topologie des Fluides

La représentation précise du parcours des fluides dans l'échangeur est un point clef de la modélisation des EPBs. En effet, chaque fluide est associé à un circuit défini au gré des éléments structurels de circulation parcourus dans l'échangeur : d'une part les circuits de passage dans l'empilage, construits par un arrangement séquentiel de zones primaires (distributeurs, ondes d'échange), et d'autre part les éléments de circulation externe au corps de l'échangeur (têtes de distribution, mélangeur, etc.).

Cette représentation de la topologie des fluides revient à discrétiser individuellement l'ensemble des circuits en unités thermo-hydrauliques connectées entre elles par des arcs (ou branches) de circulation. Chacune de ces unités est typée et donc caractérisée par un modèle adapté, intégré à la fois au réseau hydraulique du circuit, mais aussi à la structure thermique de l'échangeur.

La connectivité de ces unités thermo-hydrauliques est assurée par une représentation dérivée de la théorie des graphes, dont les propriétés et outils inhérents seront utilisés pour définir avec précision les caractéristiques fonctionnelles de l'écoulement pour chacun des circuits de fluide.

Sommaire

3.1	Caractérisation de la circulation des fluides	83
3.1.1	Méthodologie	83
3.1.2	Introduction à la théorie des graphes	83
3.1.3	Nomenclature	87
3.2	Les circuits internes	88
3.2.1	Visibilité topologique d'un circuit de passage	88
3.2.2	Construction d'un graphe de circuit interne	89
3.3	La topologie externe	92
3.3.1	Événements topologiques externes	93
3.3.2	Le graphe topologique	95
3.4	Réseau hydraulique global d'un échangeur	99
3.4.1	Analogie avec un procédé	99
3.4.2	Implémentation de spécifications	99

3.1 Caractérisation de la circulation des fluides

3.1.1 Méthodologie

Un fluide est guidé au gré des nombreux et divers éléments constituant le corps d'échangeur. Canalisations, têtes d'admission et d'évacuation, ondes de distribution et d'échange imposent des contraintes hydrauliques permettant au fluide de cheminer de l'entrée à la sortie du corps selon des conditions de fonctionnement précises. Les principaux objectifs sont l'optimisation de l'efficacité thermique et la limitation des pertes de charges imposées au fluide.

La description de la topologie de chaque courant fluide au sein de l'échangeur constitue un élément essentiel de la modélisation du système. En effet, la représentation séquentielle des divers éléments traversés permet d'assurer un suivi exact de chacun des courants tout au long de son parcours. Ainsi la mise en place du modèle hydrodynamique sera intimement liée au parcours de chaque fluide. La méthode des graphes permettra de représenter précisément chacun des **circuits de courant** relatifs à chaque fluide, procurant par la même occasion des outils puissants de traitement des données. Un circuit de courant est associé au chemin global d'un unique fluide dans l'échangeur, de son entrée à sa sortie, selon une séquence exclusive de circuits internes et externes.

Par souci de clarté dans les explications de la description des circuits de courant, nous ferons la distinction entre deux types de circulation dans l'échangeur. Bien que totalement imbriqués, ces deux types de circuit se différencient par la nature de l'écoulement imposé au fluide.

circuit interne : relatif exclusivement à la circulation du fluide dans chacun des passages de courant décrivant l'empilage ;

circuit externe : associé à tout élément externe à l'empilage (alimentation, diviseur de courant, mélangeur, tête...). Ils sont agencés séquentiellement de manière à alimenter les circuits internes. Le terme de **topologie externe** sera utilisé pour décrire ce type de circulation.

3.1.2 Introduction à la théorie des graphes

3.1.2.1 Définitions

"Les graphes jouent un rôle fondamental dans de nombreuses disciplines scientifiques, notamment dans le domaine économique. Ils s'utilisent à chaque fois qu'un phénomène peut se modéliser par un ensemble de relations entre des éléments" (Structure de données en fortran, Lignelet [?]).

Un graphe $G(S, A)$ est défini par deux ensembles : un ensemble S de *nœuds* (ou *sommets*), et un ensemble A de relations binaires dénommées *arcs* ou *branches*. Ils sont de très bons outils de modélisation :

- comportement d'un système informatique ;
- optimisation combinatoire et recherche opérationnelle ;
- réseaux de télécommunications et de transmission ;
- représentation de liens de dépendance logique.

Quelques notions incontournables utilisées dans les graphes vont être énoncées. Un graphe est dit *orienté* lorsque ses relations le sont, par exemple dans le cas d'un réseau hydraulique. Des flèches signalisent le sens imposé à la circulation du fluide. Un *chemin* est une suite finie non vide de sommets adjacents dont la longueur est déterminée par le nombre d'arcs traversés pour

rallier le sommet d'arrivée à partir d'un sommet de départ. Un chemin est dit *élémentaire* s'il ne passe pas plus d'une fois par le même sommet. Pour finir, un graphe est dit *valué* (ou pondéré) si à toute branche est associée une valeur (un débit par exemple).

La figure ?? présente un exemple de graphe orienté avec deux sommets d'entrée (1 et 7 n'ont pas de prédécesseur) et une sortie (6 n'a pas de successeur).

Un abus de langage est utilisé dans ce manuscrit en ce qui concerne la dénomination *circuit*. Nous l'utilisons régulièrement pour définir le parcours générique d'un courant à travers l'échangeur.

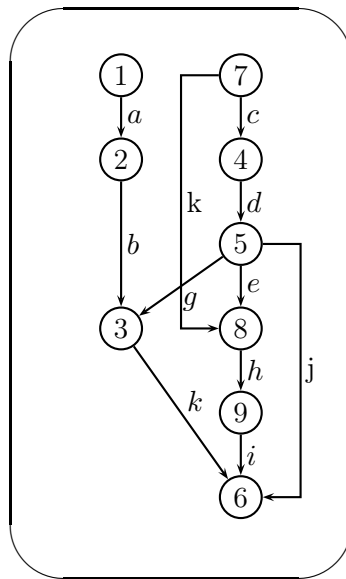


FIG. 3.1 – Un exemple de graphe orienté

3.1.2.2 Représentation informatique des graphes orientés

Hormis l'aspect visuel très didactique, l'intérêt de la représentation sous forme de graphe est l'accès aisé à l'ensemble des informations relatives à chaque sommet : l'identité de ses prédécesseurs, de ses successeurs, l'existence de chemins... Il existe plusieurs méthodes de stockage des données relatives à un graphe. La taille de stockage et la rapidité d'accès aux données constituent les paramètres déterminant du choix de la méthode.

Représentation statique

Généralement, elle se présente sous la forme d'une matrice carrée M , appelée *matrice adjacente*, de même ordre que le graphe, et indexée par les sommets (cf figure ??).

On affecte l'existence d'un arc orienté entre les sommets l et c :

$$M(l, c) = \begin{cases} 1 & \text{si arc orienté de } l \text{ vers } c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce type de matrice fournit les identités des voisins directs d'un sommet : la lecture des éléments non-nuls d'une ligne de la matrice fournit la liste des successeurs du nœud associé. La lecture d'une colonne du même indice en fournit les prédécesseurs.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	1	0	0	1	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	0	0	0

FIG. 3.2 – Matrice adjacente du graphe de la figure ??

La *matrice incidente* (fig. ??) d'un graphe fournit directement l'ensemble des informations relatives aux prédécesseurs et successeurs de chaque sommet sur une même ligne, informations qui, comme nous l'avons vu auparavant, peuvent être déduites de la matrice d'adjacence.

$$M(l, c) = \begin{cases} 1 & \text{si arc orienté de } l \text{ vers } c \\ -1 & \text{si arc inverse} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	0	0	-1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	-1	0	0
5	0	0	1	-1	0	1	0	1	0
6	0	0	-1	0	-1	0	0	0	-1
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	-1	0	-1	0	1
9	0	0	0	0	0	1	0	-1	0

FIG. 3.3 – Matrice d'incidence du graphe de la figure ??

Représentation dynamique

L'obstacle majeur à l'adoption de la représentation d'un graphe par sa matrice d'adjacence est sa complexité spatiale : un graphe ne contient en général qu'une très faible proportion des n^2 arcs potentiels.

La représentation dynamique permet un stockage optimal des éléments non-nuls d'une matrice d'incidence creuse, tout en conservant au maximum les capacités d'accès direct qui donne ce charme si particulier aux matrices. L'idée principale est d'utiliser une multi-liste chaînée pour décrire l'ensemble des relations existantes (prédécesseurs, successeurs) pour chaque nœud du graphe. L'accès direct aux lignes et aux colonnes est réalisé par deux vecteurs de pointeurs sur les têtes de liste définies par l'identité du nœud dans le graphe. La figure ?? illustre la construction des deux listes chaînées (ligne et colonne) relatives à chaque nœud d'un graphe, fournissant le stockage des informations relatives aux successeurs et prédécesseurs.

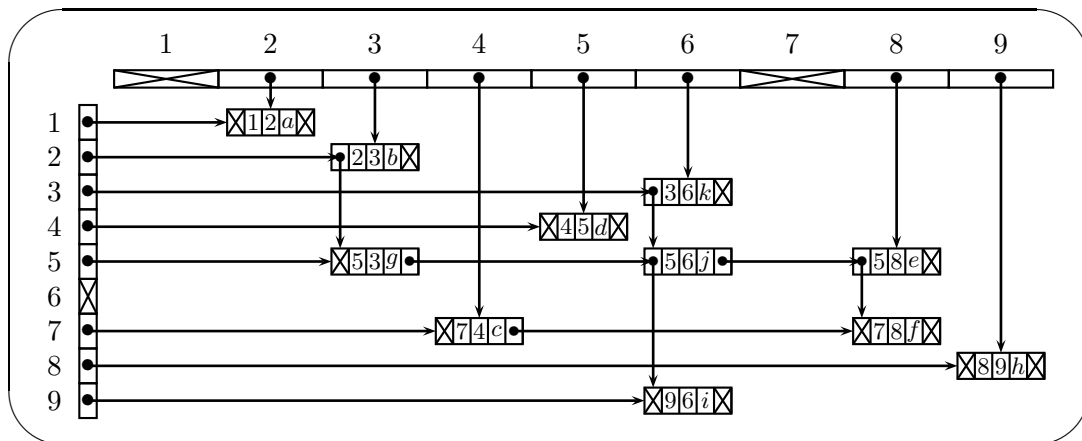


FIG. 3.4 – Représentation des listes chaînées des lignes et des colonnes associées aux nœuds du graphe de la figure ??

La figure ?? représente une ébauche simplifiée de la structure de matrice de stockage par listes chaînées des données relatives aux nœuds d'un graphe. L'éventail des algorithmes reliés à cette structure, et qui sont utilisés pour l'implémentation des graphes dans ce travail, a été développé par Patrice Lignelet (Structure de données en Fortran 90/95).

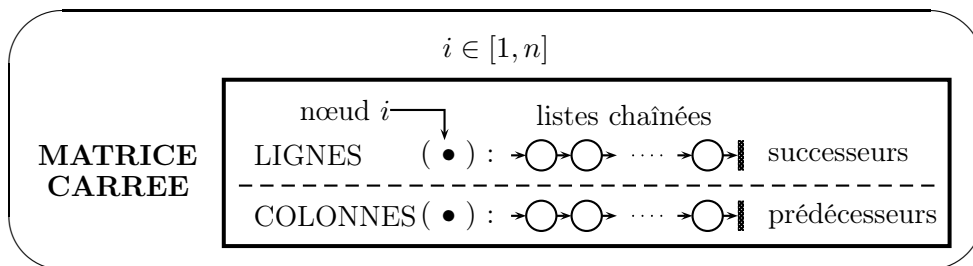


FIG. 3.5 – Structure de la matrice de stockage des données du graphe

La complexité devient linéaire : $5p + 2n$, où n représente l'ordre de la matrice et p le nombre d'éléments non-nuls la définissant.

3.1.2.3 Outils algorithmiques des graphes

L'intérêt majeur des graphes est lié aux algorithmes d'exploitation qui en permettent un traitement fiable et "maniable".

Parcours d'un graphe orienté Il existe principalement deux stratégies de parcours : en *profondeur* et en *largeur*. Comme un graphe n'est pas totalement ordonné (il n'y a pas d'ordre a priori entre les successeurs d'un sommet donné), il peut exister plusieurs parcours possibles dans chacun des deux cas.

Parcours en profondeur Le principe est de suivre un chemin aussi loin que possible, et de ne revenir en arrière qu'en cas d'impasse : plus d'arc pour continuer, ou rencontre de sommets déjà visités.

Parcours en largeur On visite tous les successeurs du sommet de départ, puis les successeurs de ces successeurs, et ainsi de suite.

Tri topologique Un graphe orienté est indispensable pour définir l'ordre logique du traitement des variables associées à un écoulement hydrodynamique. Il permet de générer la séquence ordonnée des nœuds tels que chacun d'eux ait l'ensemble de ses prédécesseurs définis.

L'algorithme simplifié de tri topologique peut se définir de la manière suivante :

1. On sélectionne un sommet sans prédécesseur ; on le retire du graphe, ainsi que tous les arcs qui en sont issus.
2. Si le graphe est vide, le tri est terminé.
3. Si la première étape n'a permis de sélectionner aucun sommet, c'est que le graphe comporte un circuit : le tri n'a pas de solution.
4. On recommence l'étape (1).

On peut également utiliser un parcours en profondeur dans lequel les sommets sont empilés après avoir été visités.

3.1.3 Nomenclature

Pour un nœud i , soient :

\mathcal{E}_{S_i} l'ensemble de ses successeurs ;

\mathcal{E}_{P_i} ensemble de ses prédécesseurs.

Il existe une branche orientée reliant deux nœuds i et j si et seulement si :

$$\mathcal{E}_{S_i} \cup \mathcal{E}_{P_j} \neq \emptyset \quad (3.1)$$

3.2 Les circuits internes

Comme nous l'avons vu dans le chapitre ??, chaque passage de courant est associé à une classe de passage de référence constituée par un agencement géométrique ordonné de zones primaires adjacentes permettant de définir un ou plusieurs circuits étanches raccordables au circuit global du courant par des entrées et sorties.

Nous avons également déjà abordé dans le chapitre ?? la méthodologie de maillage hydraulique des circuits de référence. Rappelons que celle-ci est définie par la construction de canaux hydrauliques de maillage intimement liés à la géométrie du circuit.

La notion de circuit interne est relative à la description hydrodynamique d'une classe de circuit de référence selon le maillage spécifique qui lui a été défini. Le circuit interne permet de suivre avec précision l'écoulement fluide dans chacune des mailles hydrauliques qui le définissent.

3.2.1 Visibilité topologique d'un circuit de passage

La visibilité topologique se définit par le référencement de toutes les connexions permettant à un courant¹ d'accéder puis de transiter au sein du circuit de passage. Ces connexions établissent le lien entre les circuits internes et externes du courant, assurant la liaison entre les distributeurs ?? et les têtes d'alimentation et d'évacuation.

La définition de la configuration de ces connexions est intimement liée à l'écoulement du courant. Celles-ci sont regroupées dans deux types de connectivité (cf figure ??) : "entrée" (notée *IN*) ou "sortie" (notée *OUT*). La figure ?? montre les deux configurations d'écoulement associées à un exemple de circuit de courant. Il est aisé de remarquer que le typage par défaut d'une seule de ces connexions induit automatiquement celui des autres par transposition des veines de courant du circuit.

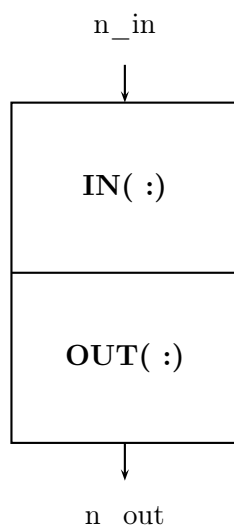


FIG. 3.6 – Visibilité et compatibilité topologique d'un circuit interne de courant

¹qui est unique

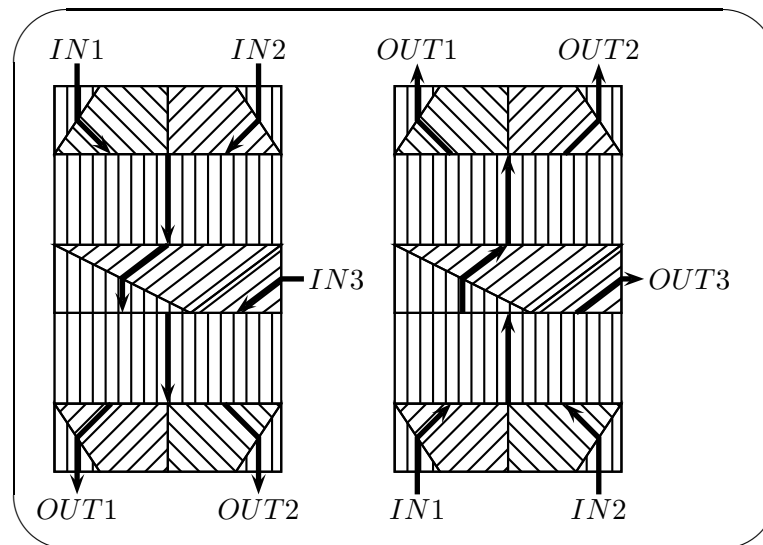


FIG. 3.7 – Deux configurations d’écoulement pour un circuit de courant selon les connectivités des entrées et sorties

3.2.2 Construction d’un graphe de circuit interne

La représentation graphique des circuits de courant décrivant les classes de passage du corps de l’échangeur constitue l’étape de discrétisation fonctionnelle de la topologie interne suivie par un fluide. Chacun des éléments circulatoires définissant la circulation du courant est représenté par des nœuds reliés entre eux par des arcs de courant.

3.2.2.1 Définition des nœuds hydrauliques

La définition des nœuds est la première étape de construction du réseau hydrodynamique du circuit interne. Les nœuds sont les éléments matériels thermo-hydrauliques du réseau dans lesquels circule un débit de fluide fixe. Ils sont connectés par l’intermédiaire d’arcs immatériels ; à l’image par exemple d’un réseau de tuyau.

La figure ?? représente la séquence partielle d’un circuit de passage constituée d’un distributeur *INT* (zone i) et d’une zone d’échange (zone $i + 1$). Les paramètres du maillage imposent une discrétisation par deux canaux. Cette discrétisation est appliquée à l’ensemble des circuits de zone. Le distributeur possède deux circuits de zone (numérotés 1 et 2) qui convergent vers l’unique circuit de la zone d’échange. Nous remarquons aisément qu’il n’y pas de liens directs entre les canaux à la jonction des deux zones primaires. Pour palier ce problème, il est nécessaire de créer une interface afin d’assurer les connexions entre les canaux des deux zones adjacentes. Nous y reviendrons dans le paragraphe suivant.

Un canal est identifié de façon individuelle au sein de l’échangeur selon cinq classes de données répertoriées dans le tableau ?? : chaque canal de mailles (*id_CA*) du maillage d’un circuit (*id_CZ*) d’une zone primaire (*id_ZP*) intégré à un circuit (*id_CP*) de passage (*id_P*) constitue une unité dans lequel circule un débit fixe de fluide. La figure ?? illustre ces différents degrés de l’identification d’un canal.

Les canaux définissent les nœuds du réseau hydraulique d’un circuit interne. Chaque nœud est donc la représentation d’un canal de mailles intégrant sa structure complète de mailles (cf fig. ??) dans lesquelles circule le débit calculé lors de l’intégration de ce nœud dans le réseau

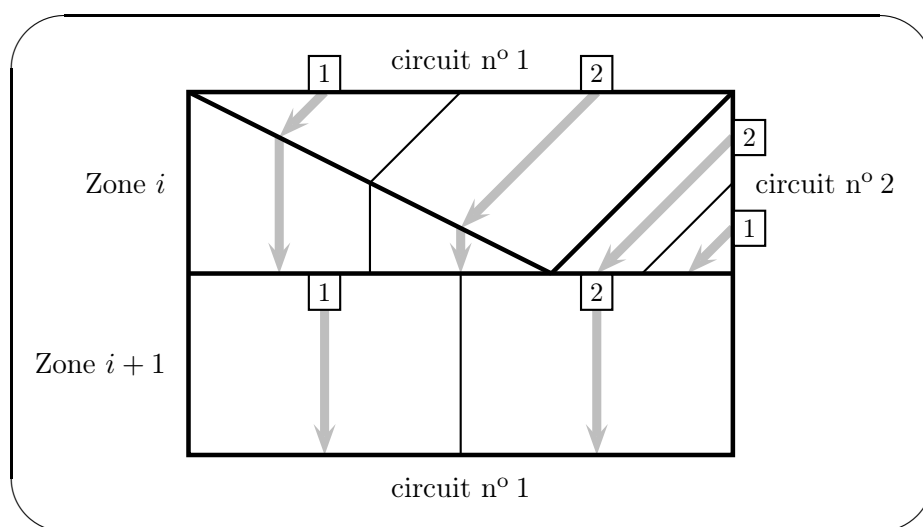


FIG. 3.8 – Parcours du fluide dans les canaux de maillage d'un distributeur INT

identité	dénomination
id_P	identité du passage dans l'empilage
id_CP	identité du circuit de passage
id_ZP	identité de la zone primaire
id_CZ	identité du circuit de zone
id_CA	identité du canal dans le circuit de zone

TAB. 3.1 – Eléments d'identification d'un canal de maillage dans le modèle de l'échangeur

hydraulique global.

La figure ?? présente l'indexation des canaux de maillage (lettres a à f) intégrés au réseau hydraulique global de l'exemple défini par la figure ??.

Une fois les nœuds catalogués et spécifiés, reste à établir les connexions entre deux zones primaires adjacentes.

3.2.2.2 Connexion des nœuds hydrauliques

Une interface de liaison est établie entre deux zones primaires successives afin d'établir les connexions entre leurs canaux de mailles et, a fortiori, entre les débits qui y transitent. Cette étape de la modélisation est importante car elle définit le réseau hydraulique exploité lors des calculs hydrodynamiques liés au fluide qui y circule.

Cette interface permet de quantifier les surfaces de canaux en contact entre les deux zones primaires et d'affecter les dépendances de chacun des canaux dans le réseau hydraulique. La figure ?? éclaire cette méthodologie, avec, en particulier, l'affectation des arcs de courant entre les canaux des deux zones primaires selon qu'il existe ou non une liaison surfacique entre eux. Ces arcs, numérotés de 1 à 5, assurent les connexions entre les canaux de deux zones primaires adjacentes et permettent de définir le réseau hydraulique du fluide dans le circuit interne.

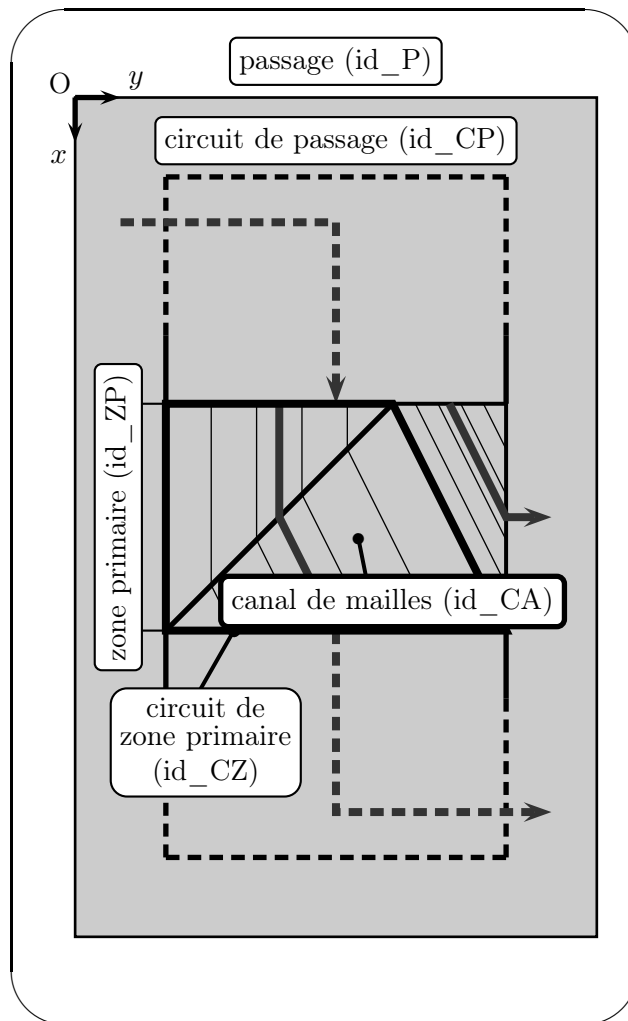


FIG. 3.9 – Identification d'un canal de mailles

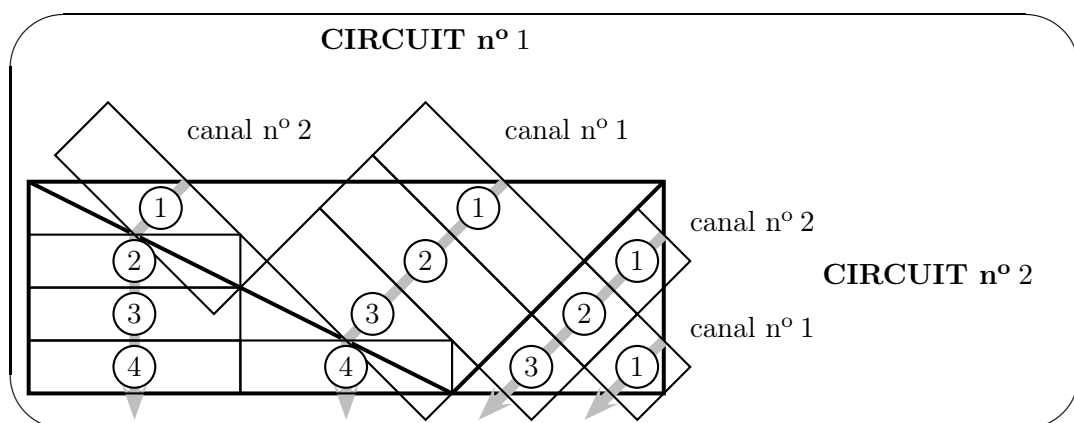


FIG. 3.10 – Maillage hydrodynamique d'un distributeur INT par deux canaux de courant

3.2.2.3 Création du graphe topologique du circuit interne

Les étapes précédentes permettent d'établir le graphe de nœuds final, illustré par la figure ??

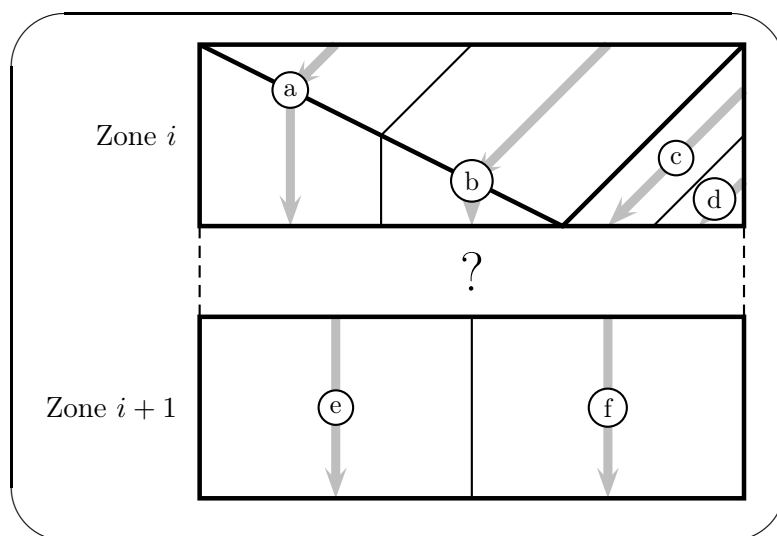


FIG. 3.11 – Indexation des canaux

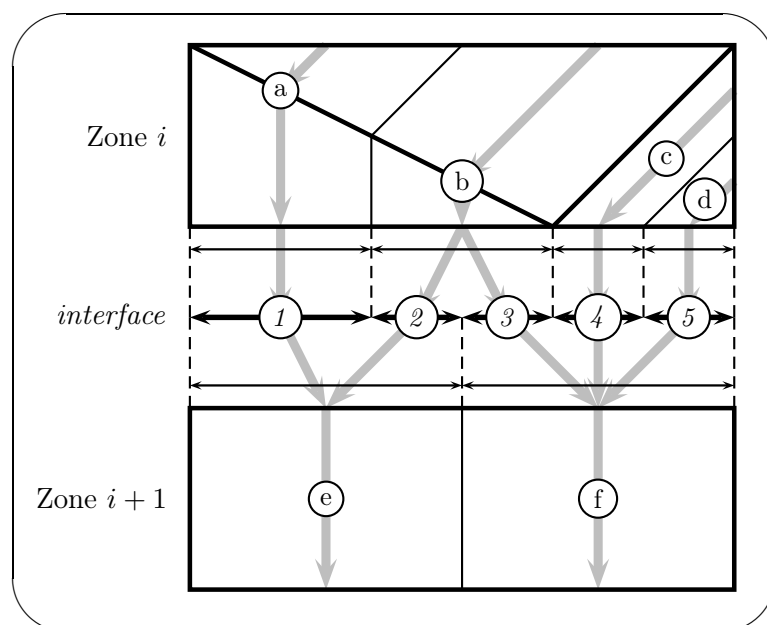


FIG. 3.12 – Indexation des canaux et création des branches d'interface

3.3 La topologie externe

La topologie externe concerne l'ensemble des nœuds associés à la circulation externe à la structure d'empilage. Ces nœuds sont ordonnés pour fournir une liaison hydraulique à chacun des canaux des circuits internes impliqués dans le réseau global d'un fluide évoluant dans l'échangeur. Ces éléments de distribution sont les têtes, les piquages et diverses tuyauteries de connexions, permettant de distribuer et de récupérer un courant sur l'ensemble de la structure d'empilage.

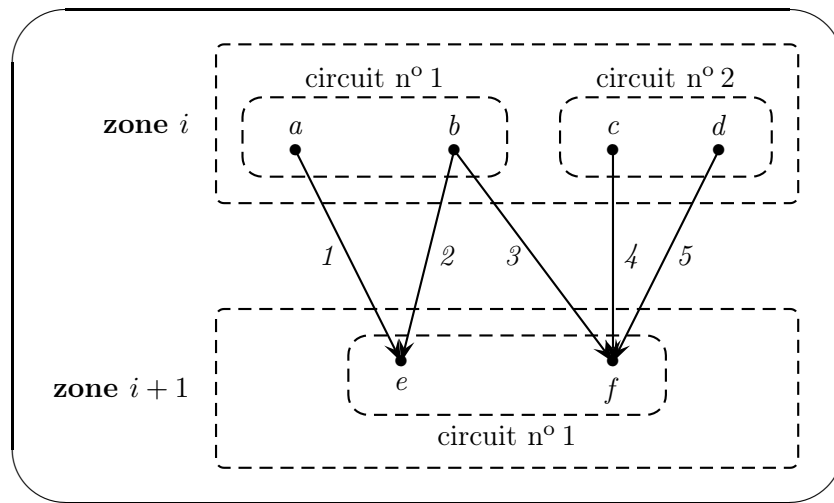


FIG. 3.13 – Graphe de nœuds

3.3.1 Événements topologiques externes

3.3.1.1 Définition des éléments de circulation externes

Quatre classes de nœud sont nécessaires pour décrire l'ensemble des éléments de circulation externe d'un fluide. Chacune de ces classes possède deux spécifications liées au sens de circulation du fluide, déterminantes quant aux caractéristiques de fonctionnement du nœud. Ces classes sont décrites dans le tableau ??

TAB. 3.2 – Définition des classes d'évènement topologique

classe	spécialisation	dénomination
FE	F	entrée (FEED)
	E	sortie (EXIT)
DM	D	diviseur
	M	mélangeur
H	HI	tête d'entrée
	HO	tête de sortie
IO	I	entrée de circuit de passage
	O	sortie de circuit de passage

Nœuds d'extrémité (classe FE) : La présence d'au moins une alimentation et une sortie de courant est nécessaire pour établir un parcours logique d'un fluide. Une alimentation permet de spécifier les caractéristiques physiques du fluide (débit, pression, fractions massiques des constituants, enthalpie...) lors de son entrée dans le circuit global. Une sortie est le dernier nœud rencontré et fournit les propriétés finales du fluide sortant de l'échangeur (voir la figure ??).

Remarque : plusieurs entrées et plusieurs sorties peuvent être définies pour un même fluide.

Divers éléments de tuyauteries (classe DM) : ils sont assimilés à des diviseurs ou mélangeurs de courant (cf figure ??).

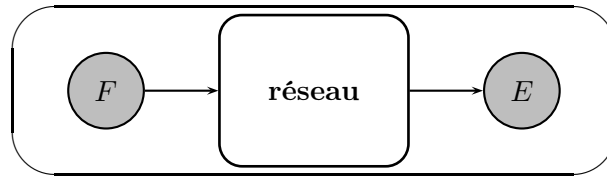
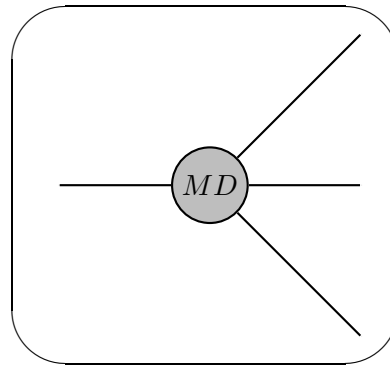


FIG. 3.14 – Bornes d'un réseau hydraulique d'un fluide

FIG. 3.15 – description non-orientée d'une classe de nœud MD

Têtes de distribution (classe H) : elles assurent la distribution d'un fluide sur la hauteur d'empilage selon le circuit à alimenter ou à soutirer (cf fig. ??).

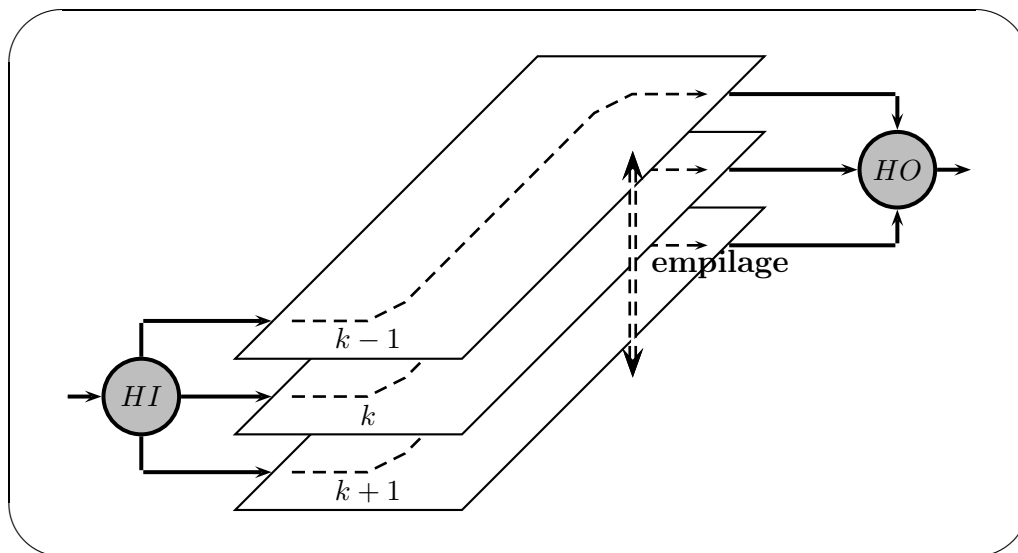


FIG. 3.16 – Connexions des têtes aux circuits de courant de l'empilage

Entrées et sorties de circuit (classe IO) : cette classe assure directement l'interface entre la topologie externe et les circuits internes de courant. Ses nœuds sont directement connectés à chacun des canaux d'une entrée ou d'une sortie d'un circuit faisant partie du réseau hydraulique d'un fluide. La figure ?? représente un exemple de connexion entre les canaux d'un circuit interne de courant.

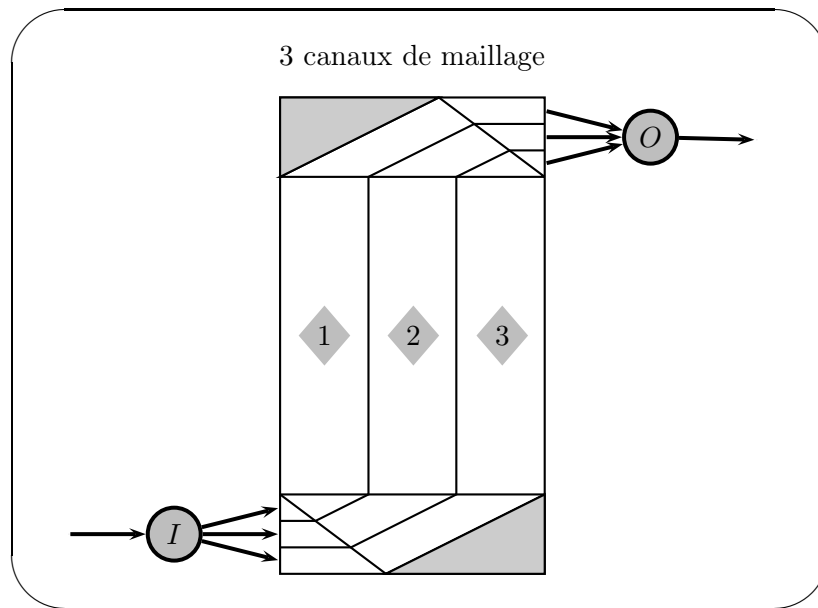


FIG. 3.17 – Connexions d'un circuit de courant avec les éléments IO de la topologie externe

3.3.1.2 Connectivité des nœuds

La construction du réseau global par combinaison des éléments de topologie externe et des circuits internes de courant doit satisfaire des règles de connexion précises, qui découlent de la définition réelle du parcours d'un fluide dans un échangeur. En effet, le fluide est obligatoirement distribué sur l'ensemble de ses canaux par un élément I , lui même alimenté par une tête HI connecté à une alimentation F par l'intermédiaire de connexions de répartition du débit D . Le tableau ?? référence les règles de connexion pour chacune des classes de nœud et de leurs spécifications.

3.3.2 Le graphe topologique

L'exemple présenté sur la figure ?? décrit une partie des connexions nécessaires à l'alimentation en courant d'une classe de circuit de courant intégrée à une structure d'empilage. Ce circuit est maillé par deux canaux et est connecté à la topologie externe.

La figure ?? représente le graphe du réseau hydraulique induit par le circuit précédent.

TAB. 3.3 – Spécialisation des événements topologiques

Événement	Définition	Successeur(s)		Prédécesseur(s)	
		nb	Type	nb	Type
Alimentation (F)	Une entrée de fluide dont les caractéristiques sont connues par avance	1	D	-	-
Sortie (E)	Le fluide soutiré quitte définitivement l'échangeur	-	-	1	MEL
Diviseur (D)	Diviseur d'un prédécesseur en plusieurs successeurs	n n	M HI	1 1	F M
Mélangeur (M)	Mélangeur de plusieurs prédécesseurs en un successeur	1 1	E D	n n	F HO
Tête d'entrée (HI)	Tête d'entrée d'un corps d'échangeur	n	IN	1 1	D HO
Tête de sortie (HO)	Tête de sortie d'un corps d'échangeur	1 1	M HI	n	O
Entrée (I)	Une zone d'entrée dans un circuit d'un passage	-	-	1	HI
Sortie (O)	Une zone de sortie dans un circuit d'un passage	1	HO	-	-

TAB. 3.4 – Règles de connectivité entre les événements topologiques externes

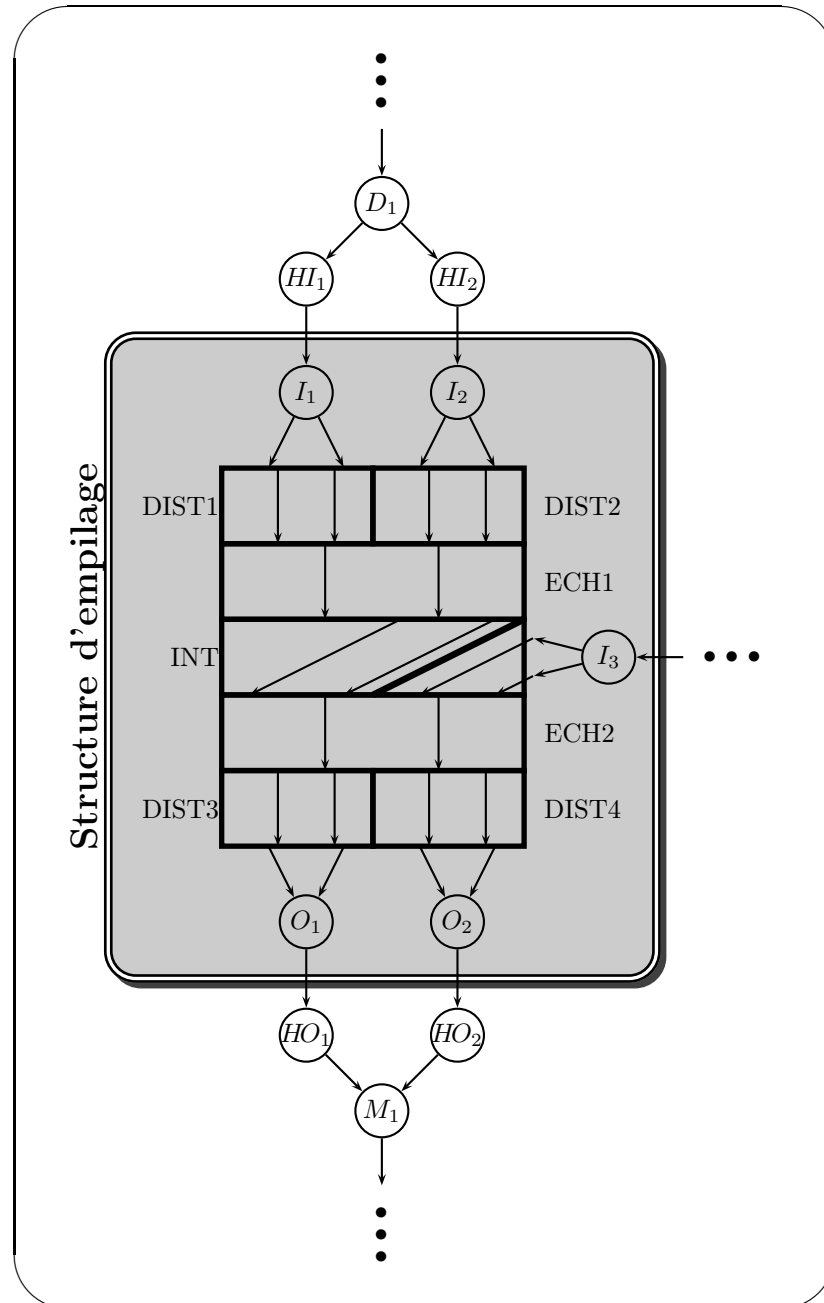


FIG. 3.18 – Description hydraulique du circuit de courant principal de la classe de passage C

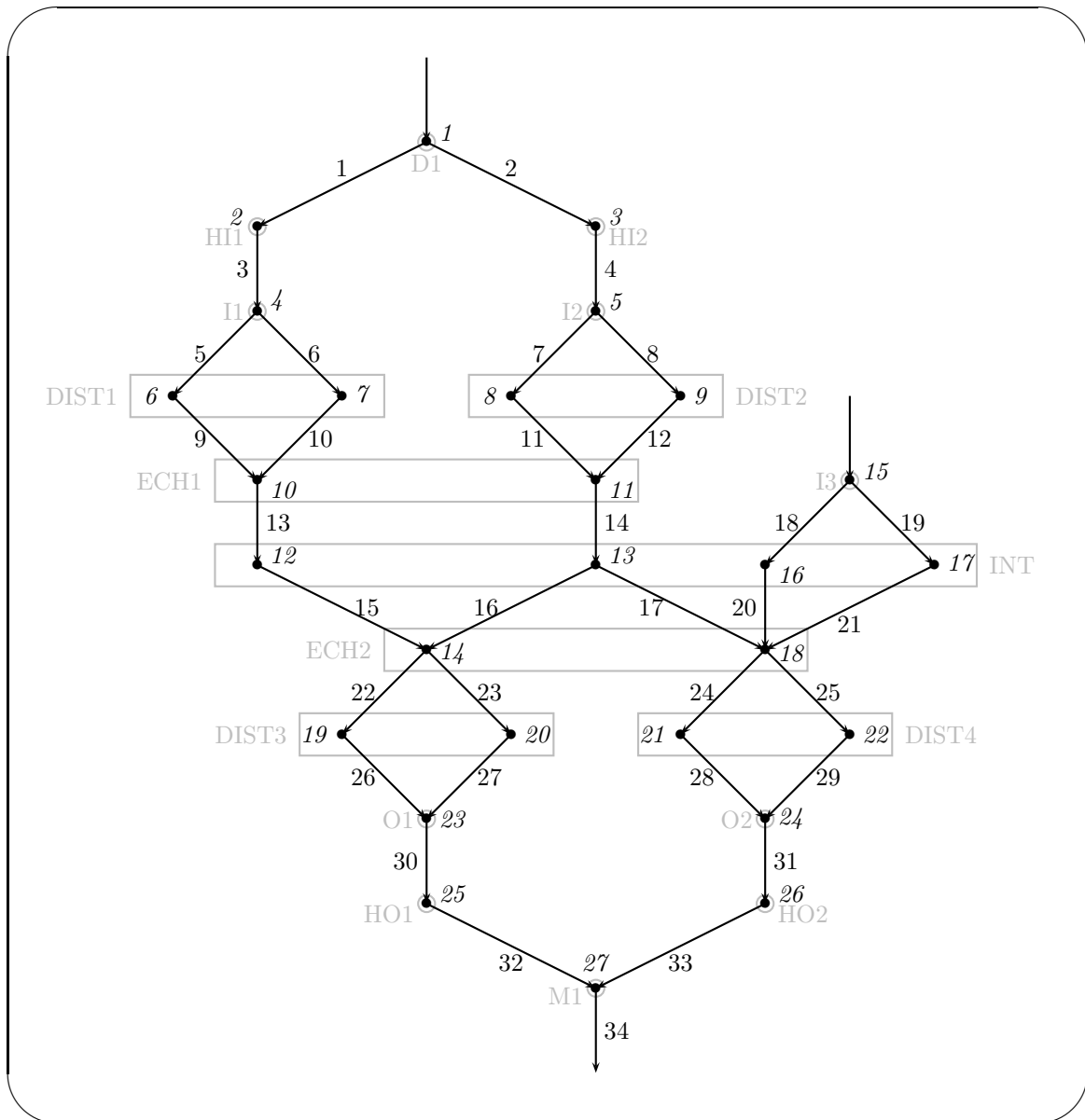


FIG. 3.19 – Réseau hydraulique maillé correspondant

3.4 Réseau hydraulique global d'un échangeur

La figure ?? présente les réseaux hydrauliques de chacun des fluides circulant dans l'échangeur décrit par la figure ?. Seule les classes de passage sont représentées pour plus de visibilité, la structure de l'empilage étant dissociée et pouvant être définie indépendamment.

3.4.1 Analogie avec un procédé

Ce schéma est assez proche d'une représentation d'un procédé, comprenant diverses unités ayant des fonctionnalités différentes et spécifiques, interconnectées par des courants. Les circuits de courant peuvent être assimilés à des unités thermiques intégrées au réseau hydraulique global d'un fluide, mais en liaison thermique directe sur l'ensemble de la structure d'empilage.

3.4.2 Implémentation de spécifications

Les spécifications de courant (notée "SPEC" dans la figure ??) permettent de définir des liaisons entre des entrées et/ou des sorties de courants pour, par exemple :

- imposer une pression ou un débit à une sortie quand il y en a plusieurs (fluide 2) ;
- lier une température d'entrée d'un fluide en fonction de celle d'un fluide sortant. (cf SPEC dans la figure) ;
- lier deux débits de deux courants différents...

Des précisions sont apportées dans le chapitre suivant.

Remarque : il ne s'agit en aucun cas d'optimisation.

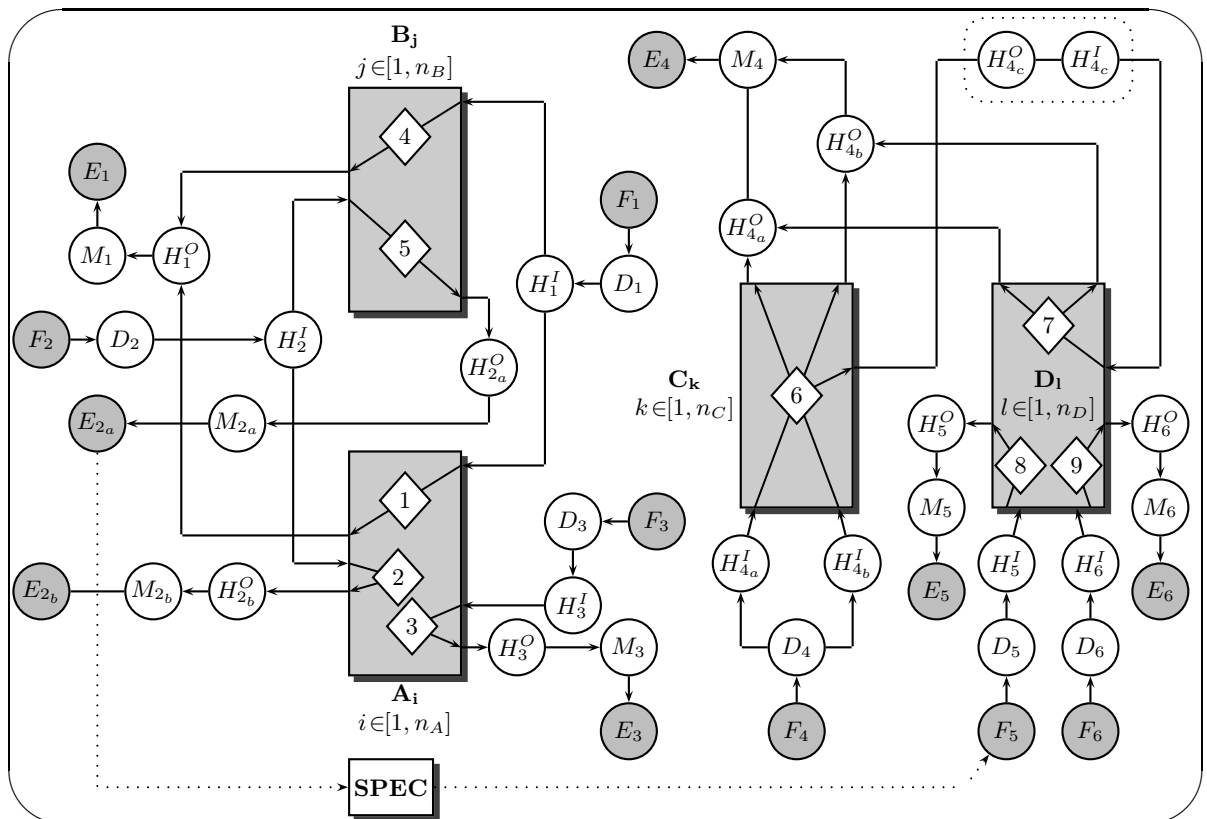


FIG. 3.20 – Réseau hydraulique global de l'échangeur (fig. ??)

Conclusion

La théorie des graphes permet de discrétiser les circuits des courants en nœuds reliés par des arcs immatériels. Ces nœuds sont assimilés à des unités thermo-hydrauliques et caractérisent les éléments topologiques de l'échangeur : les canaux de mailles et les événements de topologie externe.

Les réseaux hydrauliques des courants sont définis par des graphes orientés et disposent de ce fait d'outils puissants et adaptés. La caractérisation des prédécesseurs et des successeurs d'un nœud et le tri topologique des nœuds du réseau d'un courant permet d'accéder à des informations capitales pour la mise en place du système d'équations du modèle.

L'intégration du concept des graphes permet de franchir un palier dans la représentation des échangeurs à plaques brasées. Ceux-ci peuvent être assimilés à un procédé incluant des unités thermiques reliées par des branches de courant, mais liées entre elles par la structure d'empilage.

Chapitre 4

Modélisation

LES deux chapitres précédents ont permis d'établir les deux principaux éléments de description fonctionnelle de l'échangeur : la discrétisation thermo-hydraulique (chapitre ??), liée au maillage thermique et hydraulique du corps de l'échangeur, et la topologie des fluides attachée à la représentation des circuits hydrauliques de chacun des courants.

L'objet de ce chapitre est d'établir avec précision les modèles associés aux différents phénomènes physiques intrinsèques à l'échangeur. Cela englobe, dans un premier temps, la formulation des équations et des hypothèses générales du modèle, puis dans un second temps, leur application à l'ensemble de l'échangeur discrétisé. Ces deux étapes mèneront à la construction du système d'équations de l'échangeur.

La résolution numérique du modèle nécessite des outils adaptés aux caractéristiques du problème : ce système est creux et de grande taille et nécessitent des ressources importantes en calcul. De plus, le couplage des phénomènes thermo-hydrauliques peut engendrer des problèmes de convergence quant à l'obtention de la solution.

Sommaire

4.1	Hypothèses et équations du modèle	103
4.1.1	Hypothèse relative aux tôles	103
4.1.2	Hypothèses liées à l'écoulement fluide	103
4.1.3	Hypothèses sur les propriétés thermodynamiques du fluide	105
4.1.4	Indices et numérotation	107
4.1.5	Modélisation des phénomènes physiques	108
4.2	Discrétisation des équations	113
4.2.1	Equation de conservation de l'énergie pour une maille de fluide . . .	113
4.2.2	Equation de conservation de l'énergie pour une maille de tôle	115
4.2.3	Equation de quantité de mouvement	118
4.2.4	Equations de connexions liées à la topologie externe	119
4.2.5	Modélisation du réseau hydraulique	120
4.2.6	Gestion des spécifications	126
4.2.7	Estimation du nombre de variables	127
4.3	Aspects numériques	130
4.3.1	Méthode de résolution des systèmes algébriques non linéaires	130
4.3.2	Construction de la matrice incidente	131
4.3.3	Résolution des systèmes linéaires creux de grandes tailles	135

4.1 Hypothèses et équations du modèle

Nous présentons les hypothèses principales qui régissent le développement du modèle :

1. Une tôle est un élément thermiquement mince, c'est à dire que les gradients de température sur l'épaisseur sont négligés ;
2. La masse volumique du métal et sa chaleur spécifique sont supposées constantes (contrairement à la conductivité thermique) ;
3. Pour les ondes, les hypothèses associées à l'intégration du profil de température sur la hauteur d'onde sont listées en annexe ?? ;
4. Les fluides s'écoulent dans les zones primaires suivant des chemins colinéaires. Il n'y a pas de mélange entre les chemins ;
5. Les phases liquide et vapeur sont en équilibre thermodynamique ;
6. Les rétentions liquide et vapeur sont prises en compte par le facteur de glissement de phase, calculé par corrélation empirique, et le taux de vide ;
7. Les caractéristiques du fluide sont uniformes sur la hauteur du passage ;

Certaines de ces hypothèses méritent un développement plus approfondi, afin de mettre en valeur l'essence de ce modèle et, de surcroît, en comprendre Ses limites.

4.1.1 Hypothèse relative aux tôles

Hypothèse n° ?? :

La conductivité de l'aluminium , de l'ordre de $237 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, facilite les échanges thermiques. Une comparaison des valeurs de conductivité avec d'autres matériaux est présentée sur la figure ?? . A noter que la *perlite* est utilisée comme isolant dans les boîtes froides FIVES CRYO.

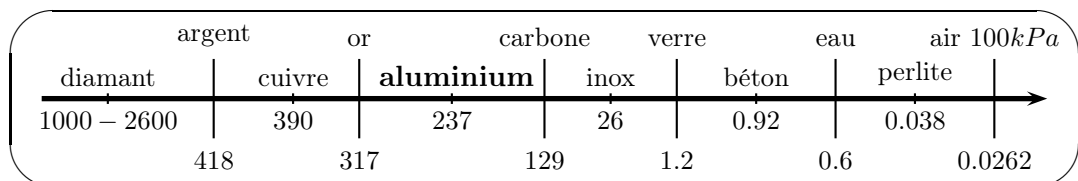


FIG. 4.1 – Conductivité thermique ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) pour une température de 20°C

La résistance thermique surfacique (résistance intrinsèque) pour une tôle d'épaisseur de 2 mm à 20°C est de $8,44 \times 10^{-6} \text{ K.m}^2.\text{W}^{-1}$, ce qui se traduit par une très faible résistance au passage d'un flux de chaleur, induisant de très faibles gradients de température dans l'épaisseur de la tôle.

Au niveau du modèle, cette constatation permet de simplifier la discrétisation des tôles. Un seul niveau de discrétisation est suffisant pour mailler dans leur épaisseur. La hauteur des mailles thermiques d'une tôle est donc égale à la valeur de son épaisseur.

4.1.2 Hypothèses liées à l'écoulement fluide

Hypothèse n° ?? :

Les canaux de maillage décrivant le parcours du fluide sont considérés comme étanches, passant outre les phénomènes de diffusions transversales matière et thermique au sein

du courant. L'étape relative à la description fonctionnelle des réseaux hydrauliques a été explicitée dans le chapitre précédent : chaque canal d'un circuit, contenant un ensemble de mailles hydrauliques successives, est représenté par un nœud qui est connecté au réseau global par des branches de courant. La définition de ces connexions est établie selon le parcours du fluide, à travers les canaux et les éléments de topologie externe traversés séquentiellement de l'entrée à la sortie du courant.

Les connexions thermiques et hydrauliques entre mailles de canaux voisins ne sont donc pas intégrées au modèle. Cette hypothèse forte permet toutefois de simplifier grandement le modèle en réduisant d'une dimension la description fonctionnelle thermique et hydraulique. La figure ?? illustre la connectivité d'une maille de fluide. Deux faces sont en contact avec les tôles attenantes et sont le lieu de transferts thermiques. Deux autres faces sont liées à l'écoulement thermo-hydraulique du fluide qui entre et qui sort de la maille. Les deux faces latérales sont étanches de telle manière qu'aucun flux de matière ou de chaleur ne puisse y transiter. Le débit de fluide dans un canal est constant.

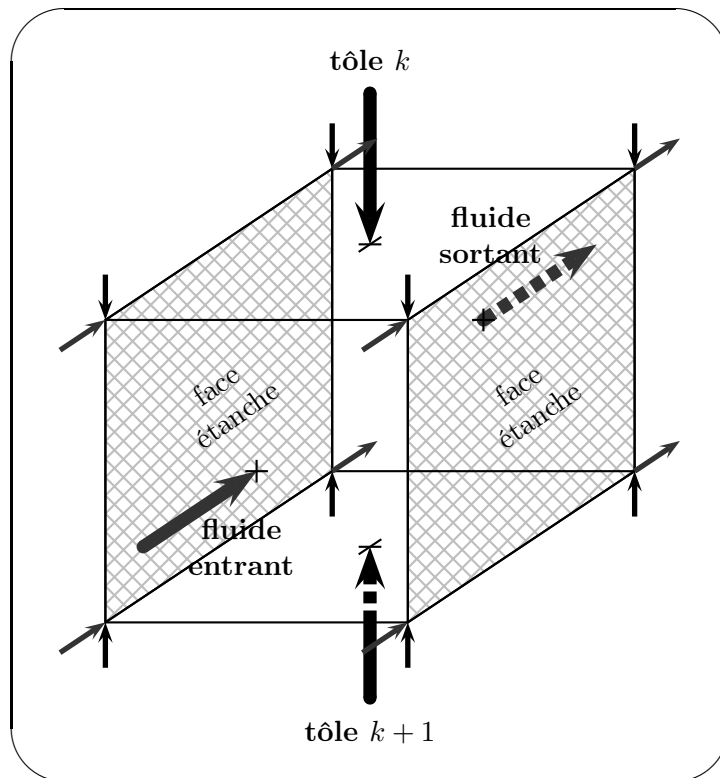


FIG. 4.2 – Connectivités d'une maille de fluide

Toutefois, la description fonctionnelle hydraulique précédemment développée permettrait de prendre en compte avec précision ces phénomènes de diffusion thermique et matière. Cela reviendrait non plus à définir un nœud par canal de circuit, mais un nœud par maille de canal de circuit. Celui-ci serait connecté à l'ensemble du réseau hydraulique.

Ces deux représentations sont illustrées par la figure ?. Il s'agit d'un distributeur INT(int) accolé à une zone d'échange. Cette séquence est maillée par deux canaux de maillage puis transformée en deux graphes hydrauliques : le premier d'entre eux (noté I) répond à la description menée dans la thèse, c'est à dire qu'un nœud représente un canal formé de mailles dont le débit est constant . La seconde, notée II , prend en compte

les connexions de mailles de courant, les unes aux autres du fait des phénomènes de diffusion. Il est évident qu'une telle représentation complexifierait grandement le modèle et limiterait son développement en 3D.

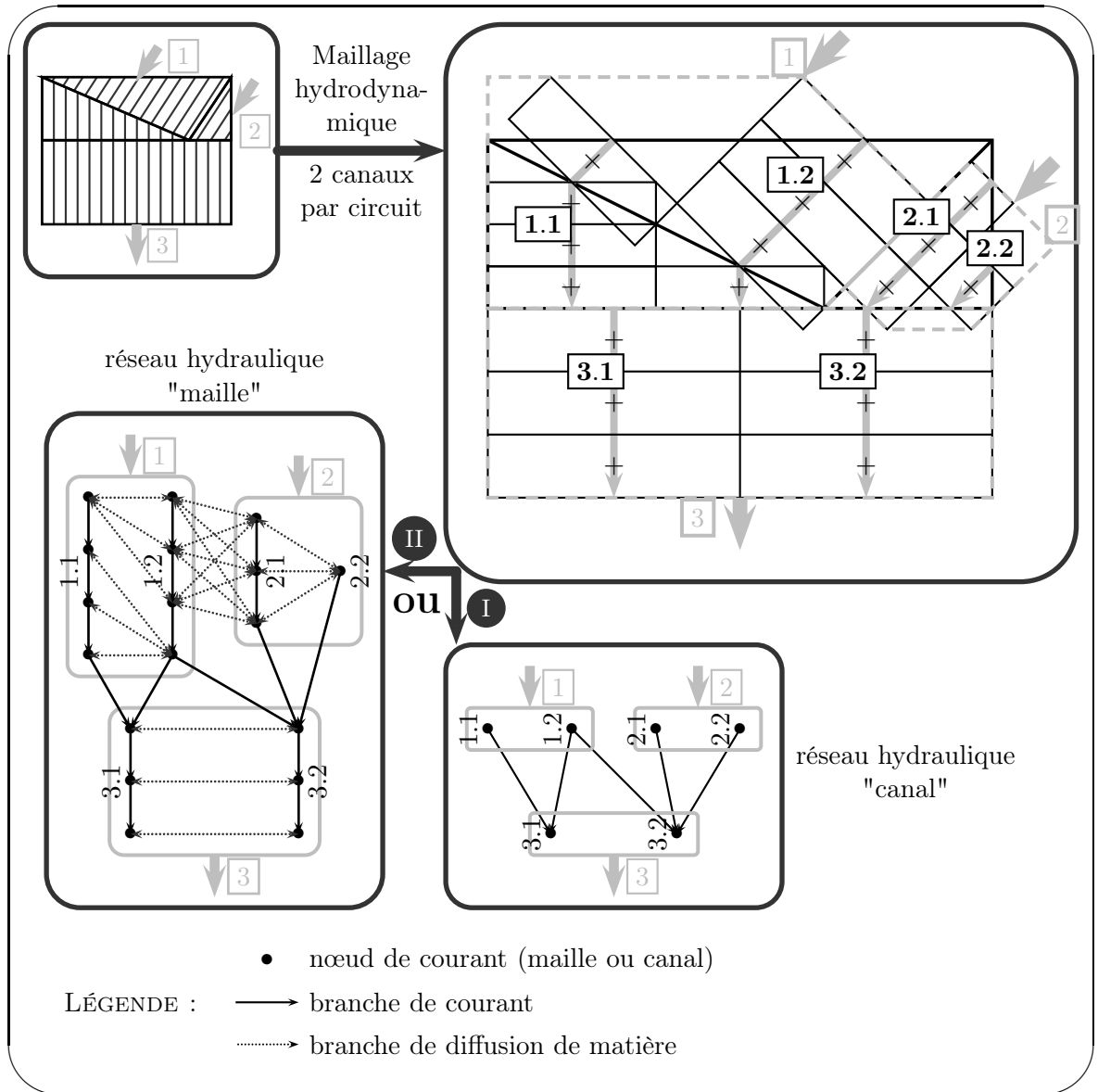


FIG. 4.3 – Construction du graphe topologique d'un circuit avec considération des phénomènes de diffusion entre mailles de canaux voisins (II). Comparaison avec le modèle actuel (I).

Hypothèse n° ?? :

La discrétisation sur la hauteur d'un passage de courant sera considérée comme mono-dimensionnelle, c'est à dire qu'une seule maille de fluide sera décrite sur la hauteur de l'écoulement dans un circuit de passage. Cela revient à supposer un écoulement homogène sur la hauteur du canal sans tenir compte des effets de bord.

4.1.3 Hypothèses sur les propriétés thermodynamiques du fluide

Hypothèses n° ?? :

Dans un système fermé, l'état d'équilibre du fluide est complètement défini par :

- enthalpie h ;
- pression P ;
- composition globale $z_i, i = 1, n_{nc}, n_c$ étant le nombre de constituants.

C'est la résolution des équations d'équilibre et de bilans matière permet de déterminer l'état physique du fluide :

- la fraction vaporisée ω' ;
- les compositions des phases liquides x et vapeur y .

Hypothèses n° ?? :

En ébullition ou en condensation, l'écoulement des phases liquide et vapeur prend des formes différentes selon les propriétés du système. La contrainte de cisaillement à l'interface liquide vapeur (L-V) est une grandeur fondamentale qui régit l'écoulement des phases. Les vitesses u_V et u_L de la vapeur et du liquide sont des fonctions de l'intensité de cette contrainte de cisaillement vis à vis des forces de gravité.

Dans la littérature consacrée à l'hydrodynamique des écoulements liquide-gaz, on rencontre classiquement deux modèles :

- le modèle des **phases homogènes** qui suppose que les vitesses des phases sont égales. La plupart du temps, cette hypothèse n'est valable que pour les régimes de grandes vitesses et de fortes pressions lorsque la phase gaz est dispersée sous forme de goutelles dans la phase liquide continue. Les équations de conservation sont établies sur la base d'un écoulement homogène possédant des pseudo-propriétés calculées à partir des moyennes pondérées des propriétés de chaque phase.
- le modèle des **phases séparées**. Il suppose des vitesses de phases différentes pour approcher un nombre plus élevé de régimes.

Les régimes observés dans les passages d'un échangeur à plaques brasées sont multiples de par la variété des dessins d'ondes. Le ratio de glissement des phases S est le rapport de la vitesse de la phase gaz à celle de la phase liquide :

$$S = \frac{u_V}{u_L} \quad (4.1)$$

Dans un volume donné, la masse de fluide de chaque phase sera fonction du rapport du volume occupé par une phase, vapeur par exemple, au volume total. Ce rapport est appelé taux de vide et noté ϵ . Les densités de flux massiques par unité de largeur liquide l et vapeur v sont liés aux vitesses par les relations suivantes :

$$l = \rho(1 - \epsilon) A_c u_L \quad (4.2)$$

$$v = \rho \epsilon A_c u_V \quad (4.3)$$

avec les débits massiques : $L = l\Delta y$ et $V = v\Delta y$.

Le ratio de glissement de phases apparaît en effectuant le rapport de ?? à l'aide des équations ?? et :

$$\epsilon = \frac{1}{1 + \frac{\rho_V}{\rho_L} \frac{1-\omega'}{\omega'} S} \quad (4.4)$$

où θ est la fraction vaporisée massique telle que :

$$\omega' = \frac{V}{L + V} \quad (4.5)$$

Le ratio S est calculé par corrélation empirique, fonction des propriétés physiques du fluide (masses volumiques, viscosités), du flux massique, de la fraction vaporisée massique et de l'inclinaison de l'axe d'écoulement.

4.1.4 Indices et numérotation

Les indices sont indispensables pour définir dans l'espace les éléments définissant la structure de maillage de l'échangeur.

Empilage (cf fig. ??)

Les passages et les tôles sont numérotés dans le sens inverse à la hauteur de l'empilage. La description des tôles et des passages de l'empilage est effectuée du haut vers le bas dans le référentiel (O, x, y, z) du corps.

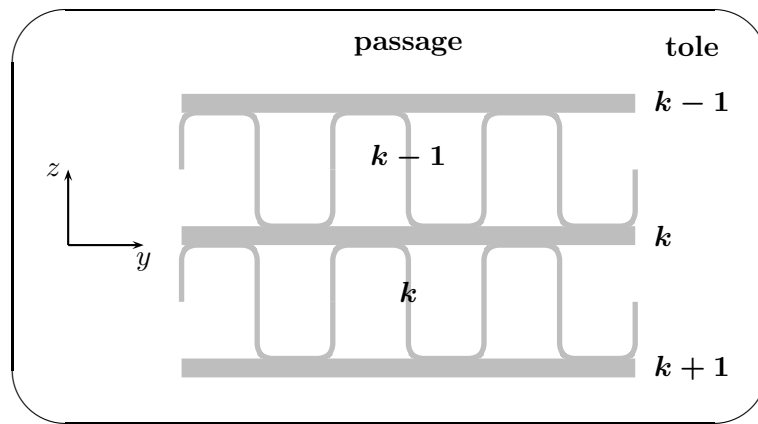


FIG. 4.4 – Numérotation des éléments de l'empilage

Tôle (cf fig. ??)

Les mailles de tôles sont numérotées selon les indices affectés à la longueur et à la largeur, associés au référentiel (O, x, y) du corps de l'échangeur (cf tab. ??).

<i>indice</i>	<i>dimension</i>	<i>axe</i>
i	longueur	(Ox)
j	largeur	(Oy)
k	hauteur	(Oz)

TAB. 4.1 – Définition des indices dans le référentiel de l'échangeur

Circuit de courant (cf fig. ??)

A titre de rappel, comme cela a été vu précédemment, la définition du circuit global d'un fluide fait intervenir des éléments de topologie externe et des classes de circuits internes interconnectées afin d'établir une description logique de l'écoulement.

Au niveau de chaque circuit interne inclus dans la structure d'empilage, une identification précise des mailles de circulation est primordiale. Au cours de son séjour dans le circuit, le fluide traverse une séquence de zones primaires découpées en canaux de maillage, eux-mêmes discrétisés en mailles.

Quatre indices sont nécessaires à la caractérisation des mailles d'un circuit interne au sein de la structure d'empilage (voir tableau ??).

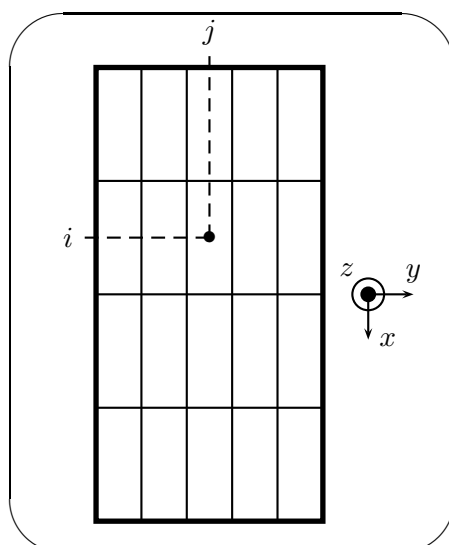


FIG. 4.5 – Numérotation des mailles de tôle

i	numéro de la maille du canal
j	numéro du canal
l	numéro de la zone primaire
k	numero de la tranche d'empilage

TAB. 4.2 – Indices de définition d'une maille de courant

La figure ?? représente un schéma simplifié d'une zone primaire l d'un circuit de courant appartenant au passage k . La zone primaire est découpée en n_c canaux. Le canal j est discrétisé en n_j mailles.

4.1.5 Modélisation des phénomènes physiques

Les équations qui vont être présentées dans cette partie concernent les équations générales du modèle développé d'après les hypothèses précédentes, et en régime dynamique. Bien que, dans ce manuscrit, le modèle en trois dimensions soit développé en régime permanent, la présence des termes d'accumulation permet une meilleure compréhension d'ensemble des équations. Les démonstrations sont effectuées en annexe ?. Pour tout complément de démonstration, se référer au manuscrit d'Hervé Pingaud.

4.1.5.1 Phénomènes thermiques

La figure ?? remémore les différents phénomènes de transferts thermiques (convection et conduction) transitant dans la structure d'empilage entre les fluides chauds et froids au travers des tôles.

Equation de conservation de la quantité d'énergie pour le fluide

Elle résulte de l'application du premier principe de la thermodynamique. La variation de l'énergie interne et de l'énergie cinétique est égale à la somme du travail et de la chaleur reçus par le système. Celui-ci est considéré invariant en masse au cours de la transformation entre les deux états d'équilibre.

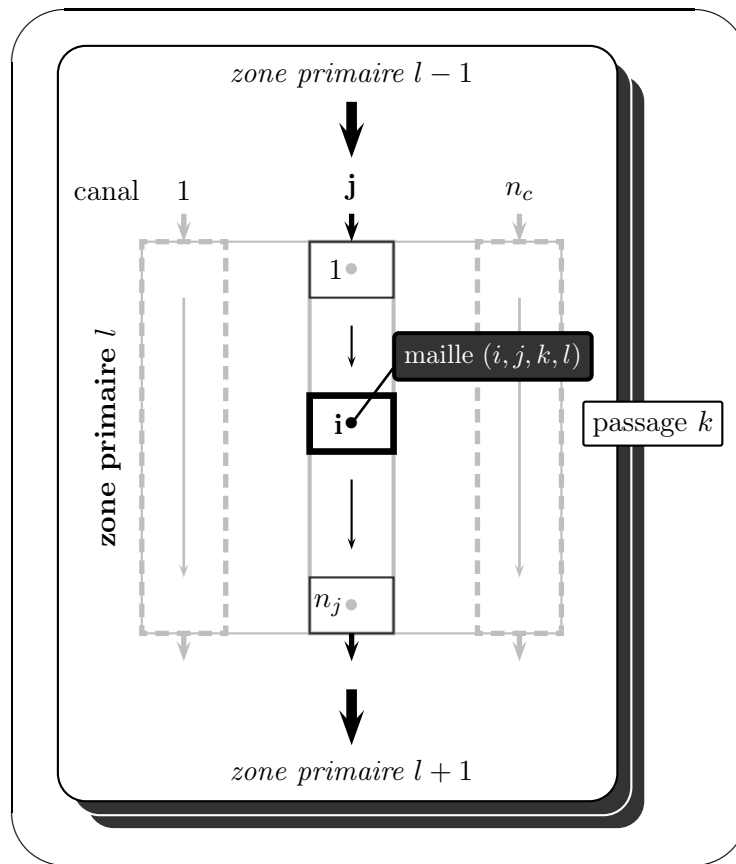


FIG. 4.6 – Numérotation des mailles d'un circuit de courant

Le développement complet est effectué dans l'annexe ???. Nous rappelons les hypothèses appliquées :

- la conduction longitudinale dans le fluide est négligée devant les transferts thermiques avec les parois ;
- l'énergie de pression est elle aussi négligée devant les transferts thermiques avec les parois.

D'après ces deux hypothèses, le fluide ne reçoit donc pas de travail extérieur mais des flux de chaleur par convection provenant des deux tôles attenantes par l'intermédiaire des surfaces primaires et secondaires des ailettes des ondes avec lesquelles elles sont en contact. Le coefficient de transfert par convection h_T est calculé à la fois grâce aux propriétés thermo-hydrauliques du fluide, mais aussi selon les propriétés géométriques de l'onde traversée (serration, perforation, nombre d'ailette par mètre, hauteur...). Notons qu'à la différence du programme ProSec développé précédemment par D.Averous, les distributeurs de courant sont traités comme des zones d'échange à part entière.

Ces flux de chaleur convectifs transitent par l'intermédiaire des surfaces primaires et secondaires des ailettes, ces dernières étant pondérées par un facteur d'efficacité dit d'"ailette". Ce terme est déduit du calcul du profil de température dans une ailette entre deux tôles et traduit la performance de chaque onde à échanger avec le fluide. La démonstration de calcul est effectuée en annexe ??.

Précisons de plus que les transferts thermiques transversaux entre les barres et les zones mortes d'un passage en contact avec deux tôles sont conductifs.

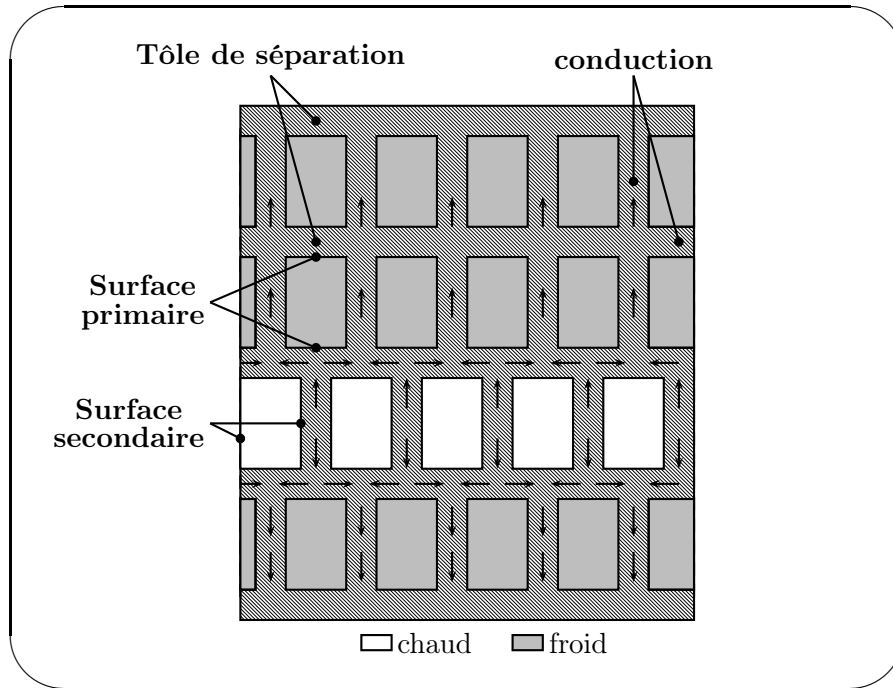


FIG. 4.7 – Mécanismes des transferts de chaleur dans une séquence de passage

Ceci amène à l'établissement de l'équation ??.

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_L h_L + r_V h_V) + \frac{\partial}{\partial x} (l h_L + v h_V) = \underbrace{\Phi \left[(T_k^p - T_k^f) + (T_{k+1}^p - T_k^f) \right]}_{\text{Convection avec les tôles } k \text{ et } k+1} \quad (4.6)$$

Φ est le coefficient de transfert thermique surfacique définie par :

$$\Phi = h_T (A_1 + \eta A_2) \quad (4.7)$$

r_L et r_V sont les rétentions massique liquide et vapeur par unité de longueur, définies par :

$$\begin{cases} r_L = \rho_L (1 - \epsilon) A_c \\ r_V = \rho_V \epsilon A_c \end{cases} \quad (4.8)$$

Equation de conservation de la quantité d'énergie pour une tôle

Nous avons explicité les différents phénomènes de transferts thermiques dans la section ??.

Les tôles sont soumises à trois apports de flux de chaleur : la convection avec les fluides des deux passages voisins, la conduction avec les deux tôles attenantes par l'intermédiaire des ailettes ("by-pass"), et la conduction longitudinale et axiale dans la tôle.

Le développement de cette équation est également effectué dans l'annexe ?. L'équation gé-

générale s'écrit (équation ??) :

$$\begin{aligned}
 \rho^m C_p^m V_k^m \frac{\partial T_k^p}{\partial t} = & \underbrace{\Phi_k (T_k^f - T_k^p)}_{\text{convection avec le passage i}} \\
 + & \underbrace{\Psi_k (T_{k+1}^p - T_k^p)}_{\text{Conduction avec la tole k+1}} \\
 + & \underbrace{\Phi_{k-1} (T_{k-1}^f - T_k^p)}_{\text{Convection avec le passage i-1}} \\
 + & \underbrace{\Psi_{k-1} (T_{k-1}^p - T_k^p)}_{\text{Conduction avec la tole k-1}} \\
 + & \underbrace{\lambda^m e \frac{\partial^2 T_k^p}{\partial x^2} + \lambda^m e \frac{\partial^2 T_k^p}{\partial y^2}}_{\text{Conduction axiale et longitudinale}}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

avec V^m le volume surfacique de métal ($[m^3.m^{-2}]$) défini par l'équation suivante :

$$V^m = e + (\eta A_2)_k \delta_k + (\eta A_2)_{k-1} \delta_{k-1} \tag{4.10}$$

où e est l'épaisseur de la tôle. Cela revient à considérer la surface secondaire comme une extension de la surface primaire sous la forme ηA_2 .

Ψ le coefficient de transfert thermique surfacique "by-pass" défini par :

$$\Psi = h_T \eta' A_2 \tag{4.11}$$

où η' efficacité d'ailette "by-pass"

4.1.5.2 Phénomènes hydrodynamiques

Les équations fondamentales de l'hydrodynamique sont établies par bilan sur une maille de longueur ds et de section d'écoulement A_c constante.

Equation de conservation de la quantité de matière

Cette équation (eq. ??) est dérivée de l'équation de continuité telle qu'elle est définie par Navier-Stokes, étendue au diphasique. Le développement complet de cette équation est établi en annexe ??.

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_L + r_V) + \frac{\partial}{\partial u} (l + v) = 0 \tag{4.12}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

Le bilan de quantité de mouvement est appliqué selon le référentiel de chaque maille lié au sens d'écoulement du fluide. Les composantes vectorielles de l'équation de mouvement se projettent sur le vecteur directionnel du fluide (\vec{s}). Celui-ci est défini dans le référentiel lié au corps de l'échangeur (O, x, y).

La figure ?? présente une maille de fluide soumis au champ gravitationnel \vec{g} dans le référentiel terrestre (O, X, Y).

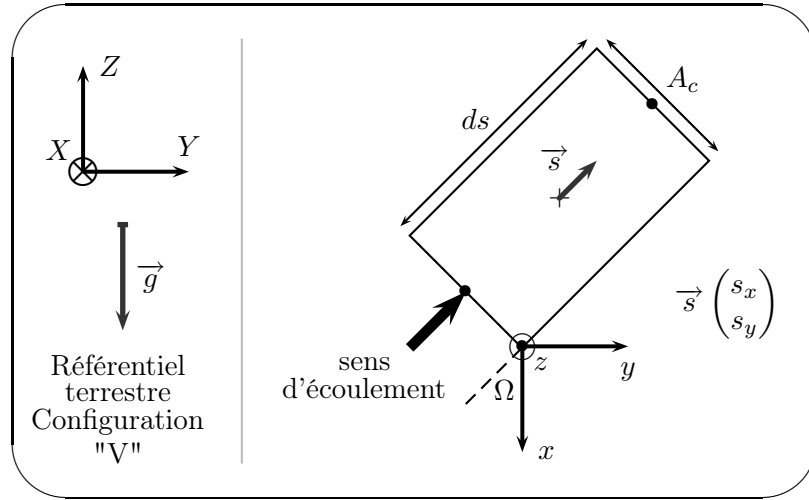


FIG. 4.8 – Représentation d'une maille de fluide dans le référentiel (x,y,z) du passage, et dans le référentiel terrestre (X,Y,Z) associé à un EPB en configuration "V" (voif fig. ??)

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (l + v)}_{\text{vitesse d'accumulation}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{l^2}{r_L} + \frac{v^2}{r_V} \right)}_{\text{débit net}} = - \underbrace{A_c \frac{\partial P}{\partial s}}_{\text{forces de pression}} + \underbrace{(r_V + r_L) g_s}_{\text{forces de gravité}} - \underbrace{\|F_s^{frot}\|}_{\text{force de frottement}} \quad (4.13)$$

F^{frot} est la force de frottement visqueux. Elle est évaluée par un modèle empirique du constructeur en fonction des paramètres suivants (en diphasique) :

- débits massiques liquide et vapeur ;
- aire de section d'écoulement A_c et diamètre hydraulique d_h ;
- propriétés physiques du fluide (masse volumique et viscosité liquide et vapeur) ;
- facteur de Fanning (friction) f obtenu par corrélation en fonction du nombre de Reynolds.

Pour l'écoulement monophasique, le module de force est donné par la relation :

$$\|F^{frot}\| = 2 \frac{d^2}{\rho A_c d_h} f \quad (4.14)$$

4.2 Discrétisation des équations

La discrétisation des équations est une étape d'ajustement des équations générales de bilans au maillage thermique et au graphe hydraulique, tous deux développés pour décrire respectivement les phénomènes thermiques et hydrauliques inhérents à l'échangeur. Chaque maille thermique et chaque nœud hydraulique reçoit son lot d'équations dédié à la représentation de son comportement physique, généralement selon des hypothèses simplificatrices. Finalement, la considération de l'ensemble de ces mini-modèles liés par la structure fonctionnelle de l'échangeur définit le modèle global du système.

Les équations seront décrites pour un cas de fonctionnement en régime permanent.

4.2.1 Equation de conservation de l'énergie pour une maille de fluide

La figure ?? représente la maille i du canal j de la zone primaire l d'un circuit appartenant au passage k de l'empilage.

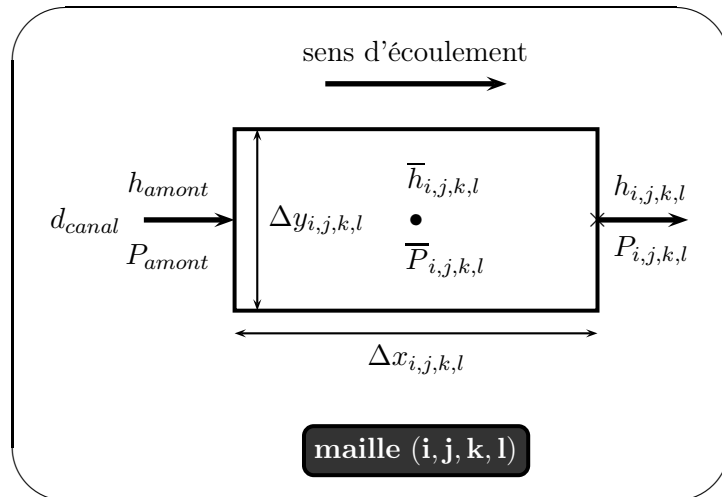


FIG. 4.9 – Variables associées à une maille de courant

Cette maille, de longueur $\Delta x_{i,j,k,l}$ et de largeur $\Delta y_{i,j,k,l}$, est associée à un sens d'écoulement déterminé par la connexion au réseau global du canal auquel elle appartient (cf hyp. ??). Le débit circulant dans la maille est donc égal au débit du canal d_{canal} défini par la somme des n_{pred} débits des branches connectées en amont :

$$d_{canal} = \sum_{w=1}^{n_{pred}} d_w \quad (4.15)$$

La notion de variable "primaire" est introduite pour caractériser la variable associée à une équation du modèle. En outre des variables dites "secondaires", fonction des variables primaires, peuvent intervenir dans cette équation.

La variable primaire associée à une maille de circulation d'un fluide est l'enthalpie massique de sortie $h_{i,j,k,l}$.

Celle-ci est à dissocier de la valeur de l'enthalpie massique au barycentre du volume de la

maille notée $\bar{h}_{i,j,k,l}$ qui est calculée par la moyenne arithmétique des enthalpies massiques d'entrée et de sortie :

$$\bar{h}_{i,j,k,l} = \frac{\hat{h}_{amont} + h_{i,j,k,l}}{2} \quad (4.16)$$

L'enthalpie massique d'entrée \hat{h}_{amont} est calculée par un bilan d'énergie en entrée de maille (mélange adiabatique) :

$$\hat{h}_{amont} = \frac{\sum_{w=1}^{n_{pred}} d_w h_w}{\sum_{w=1}^{n_{pred}} d_w} \quad (4.17)$$

La pression de sortie $P_{i,j,k,l}$ est déduite de la pression d'entrée P_{amont} par calcul des pertes de charge sur la maille. Ce point est traité dans la suite de ce manuscrit. La pression moyenne au centre de la maille $\bar{P}_{i,j,k,l}$ est calculée par une moyenne arithmétique des pressions d'entrée et de sortie.

L'énergie reçue par la maille (i, j, k, l) de la part des deux tôles attenantes d'indice k et $k + 1$, est finalement définie par l'équation ?? :

$$QEF_{i,j,k,l} = \frac{1}{\Delta x_{i,j,k,l}} [H_{i,j,k,l} - H_{amont}] - \hat{h}_{T_{i,j,k,l}} (A_1 + \bar{\eta}_{i,j,k,l} A_2) \left(\langle T_k^p \rangle + \langle T_{k+1}^p \rangle - 2\hat{T}_{i,j,k,l}^f \right) \quad (4.18)$$

tel que

$$QEF_{i,j,k,l} = 0 \quad (4.19)$$

Les flux enthalpiques entrant H_{amont} et sortant $H_{i,j,k,l}$ sont définis par le produit des enthalpies massiques par le débit du canal ce qui donne :

$$H_{i,j,k,l} = d_{canal} h_{i,j,k,l} \quad \text{et} \quad H_{amont} = d_{canal} h_{amont}$$

La température de tôle moyenne $\langle T_k^p \rangle$ est calculée par une moyenne surfacique des températures de tôle en contact avec la maille de fluide (i, j, k, l) :

$$\langle T_k^p \rangle = \frac{\sum_w A_{k,w}^c T_{k,w}^p}{\sum_w A_{k,w}^c} \quad (4.20)$$

La somme des aires de contact A^c des mailles de tôle voisines de la maille de fluide est forcément égale à l'aire totale de la maille de fluide.

$$\sum_w A_w^c = \Delta x_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k} = A_{i,j,k}^{maille} \quad (4.21)$$

La température de la maille est calculée selon un modèle thermodynamique à partir des variables intensibles moyennes de la maille :

$$\hat{T}_{i,j,k,l}^f = m_- T^f \left(\bar{h}_{i,j,k,l}^f, \bar{P}_{i,j,k,l}, \mathbf{z} \right) \quad (4.22)$$

Le calcul du coefficient de transfert thermique est effectué par utilisation de modèles développés par FIVES CRYO.

$$\widehat{h}_{T_{i,j,k}} = m_- h_T \left(\widehat{T}_{i,j,k,l}, d_{canal}, \overline{P}_{i,j,k,l}, \mathbf{z} \right) \quad (4.23)$$

Le calcul de l'efficacité d'ailette est développée dans l'annexe ??.

Le tableau ?? spécifie l'ensemble des variables secondaires intervenant dans le calcul de l'équation ?. Pour commenter simplement la lecture de ce tableau, le nombre de variables secondaires dépend d'une part du nombre de nœuds amonts $n_{f_{i,j,k,l}}^{amont}$ connectés au canal auquel appartient la maille, et d'autre part du nombre de mailles des deux tôles en contact dans l'empilage $n_{f_{i,j,k,l}}^{pk}$ et $n_{f_{i,j,k,l}}^{pk+1}$.

<i>localisation des voisins</i>	<i>type de variable</i>	<i>nom variable</i>	<i>domaine de définition</i>	<i>nombre</i>
circuit	Th	h_{amont_w}	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{E}_{S_w} \cup \mathcal{E}_{P_{i,j,k,l}} \neq \emptyset$	$n_{f_{i,j,k,l}}^{amont}$
	Hy	d_{amont_w}		$n_{f_{i,j,k,l}}^{amont}$
tôle k	Th	$T_{w,k}^p$	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{S}_{w,k}^p \cup \mathcal{S}_{i,j,k,l}^f \neq \emptyset$	$n_{f_{i,j,k,l}}^{pk}$
tôle $k+1$	Th	$T_{w,k+1}^p$	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{S}_{w,k+1}^p \cup \mathcal{S}_{i,j,k,l}^f \neq \emptyset$	$n_{f_{i,j,k,l}}^{pk+1}$

Légende : Hy : hydraulique Th : thermique

TAB. 4.3 – Dépendance aux variables secondaires de l'équation de conservation de l'énergie pour une maille de tôle

4.2.2 Equation de conservation de l'énergie pour une maille de tôle

4.2.2.1 Mise en forme de l'équation discrétisée

Le calcul du bilan d'énergie relatif à une maille de tôle implique la localisation et l'évaluation des puissances échangées avec les mailles des entités attenantes (tôle et passage). En effet, comme nous l'avons vu précédemment, l'apport énergétique pour une tôle d'indice k dépend des flux thermiques reçus, d'une part par conduction avec les deux tôles avoisinantes d'indices $k-1$ et $k+1$, et d'autre part par convection avec les passages de courant juxtants d'indices $k-1$ et k . Une maille est considérée comme voisine de la maille de tôle considérée lorsqu'elle a une surface de contact commune et non nulle dans le repère 2D (O, i, j) (cf ??).

Des interfaces entre le maillage de la tôle et les maillages des deux tôles voisines, ainsi que des deux passages de courant affiliés sont définis pour décrire les correspondances de chacune des mailles de la tôle avec les mailles des entités voisines, établissant les liens nécessaires à la description des échanges thermiques entre chaque maille du système.

La discrétisation du bilan d'énergie pour une maille de tôle d'indice (i, j, k) (k représentant l'indice de la tôle dans l'empilage) conduit à l'équation ?? suivante :

$$\begin{aligned} QET_{i,j,k} = & \langle \Phi_k (T_k^f - T_{i,j,k}^p) \rangle + \langle \Psi_k \rangle \left(\langle T_{k+1}^p \rangle - T_{i,j,k}^p \right) \\ & + \langle \Phi_{k-1} (T_{k-1}^f - T_{i,j,k}^p) \rangle + \langle \Psi_{k-1} \rangle \left(\langle T_{k-1}^p \rangle - T_{i,j,k}^p \right) \\ & + \lambda^m e \frac{\Delta^2 T_{i,j,k}^p}{\Delta x^2} + \lambda^m e \frac{\Delta^2 T_{i,j,k}^p}{\Delta y^2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

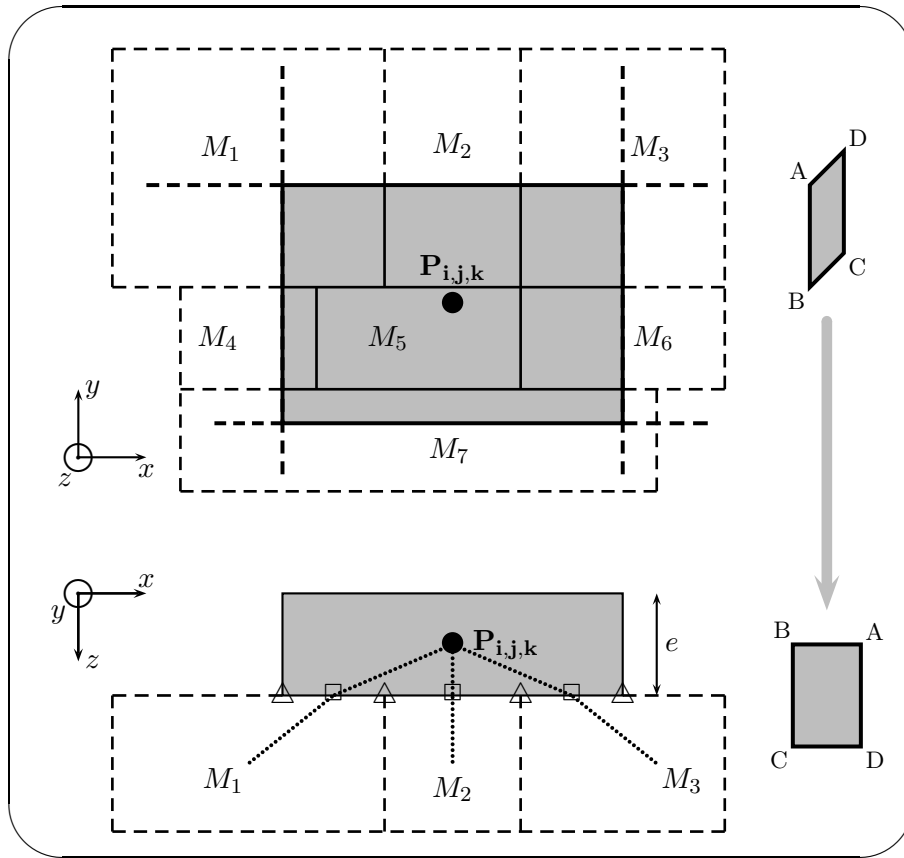


FIG. 4.10 – Interface d’une maille avec ses voisines (de tôle ou de passage)

Transfert d’énergie par conduction dans la tôle

La discrétisation des dérivées secondes $\frac{\Delta^2 T_{i,j,k}^p}{\Delta x^2}$ et $\frac{\Delta^2 T_{i,j,k}^p}{\Delta y^2}$ est effectuée de manière classique selon le maillage de tôle homogène dans le référentiel (O, i, j) .

$$\begin{cases} \frac{\Delta^2 T_{i,j,k}^p}{\Delta x^2} = \frac{T_{i+1,j,k}^p + T_{i-1,j,k}^p - 2T_{i,j,k}^p}{\Delta x_k^2} \\ \frac{\Delta^2 T_{i,j,k}^p}{\Delta y^2} = \frac{T_{i,j+1,k}^p + T_{i,j-1,k}^p - 2T_{i,j,k}^p}{\Delta y_k^2} \end{cases} \quad (4.25)$$

Transfert d’énergie par convection avec les fluides circulant dans les passages de courant voisins

Rappelons la définition du coefficient Φ , coefficient de transfert thermique convectif ($W.K^{-1}$) (cf equation ??)

$$\Phi = h_T (A_1 + \eta A_2) \quad (4.26)$$

Le flux d’énergie convectif sur une maille de tôle est défini par la somme des puissances échangées par l’intermédiaire des surfaces communes avec les n_f mailles attenantes du passage de courant dans lequel circule un fluide. La puissance moyenne échangée par convection entre

la maille de tôle et le passage de courant k est définie par l'équation ??.

$$\langle \Phi_k (T_k^f - T_{i,j,k}^p) \rangle = \frac{\sum_{w=1}^{n_f} \Phi_{k,w} (\hat{T}_{k,w}^f - T_{i,j,k}^p) A_w^c}{\sum_{w=1}^{n_f} A_w^c} \quad (4.27)$$

Nous noterons que la surface de la maille de tôle considérée $A_{i,j,k}$ peut être différente de la somme des aires de contact des mailles de fluide attenantes (i.e. $A_{i,j,k} \neq \sum_{w=1}^{n_f} A_w^c$). En effet, un passage de courant contient également des zones mortes ou des barres dans lesquelles aucun fluide ne circule.

Transfert d'énergie par conduction de tôle à tôle

Le coefficient de transfert thermique entre deux tôles, également appelé coefficient de transfert thermique "by-pass", est défini dans le cas général par :

$$\Psi = h_T \eta' A_2 \quad (4.28)$$

La puissance moyenne reçue par la tôle voisine d'indice $k + 1$, via le passage k , est définie par :

$$\langle \Psi_k \rangle (\langle T_{k+1}^p \rangle - T_k^p) \quad (4.29)$$

Cette expression fait intervenir deux termes :

- le coefficient de transfert thermique "by-pass" surfacique moyen $\langle \Psi_k \rangle$. Celui-ci se calcule selon les propriétés des n_f mailles de fluide en contact avec la maille de tôle.

$$\langle \Psi_k \rangle = \frac{\sum_{w=1}^{n_f} \Psi_{k,w} A_w^c}{\sum_{w=1}^{n_f} A_w^c} \quad (4.30)$$

- le gradient entre la température de la maille de tôle T_k^p et la moyenne surfacique de la température de tôle voisine $\langle T_{k+1}^p \rangle$ calculée par :

$$\langle T_{k+1}^p \rangle = \frac{\sum_{w=1}^{n_p} T_{k+1,w}^p A_w^c}{\sum_{w=1}^{n_p} A_w^c} \quad (4.31)$$

Finalement, la définition de la puissance échangée entre la maille de tôle d'indice (i, j, k) et la tôle d'indice $k + 1$ est défini par l'équation ??.

$$\langle \Psi_k \rangle (\langle T_{k+1}^p \rangle - T_k^p) = \frac{\sum_{w=1}^{n_f} \Psi_{k,w} A_w^c}{\sum_{w=1}^{n_f} A_w^c} \left[\frac{\sum_{w=1}^{n_p} T_{k,w+1}^p A_w^c}{\sum_{w=1}^{n_p} A_w^c} - T_{i,j,k}^p \right] \quad (4.32)$$

avec ici $A_{i,j,k} = \sum_{w=1}^{n_p} A_w^c$ car une maille de tôle est obligatoirement en contact avec des mailles de tôles voisines.

Le tableau ?? référence les dépendances aux variables secondaires du système. Une maille de tôle (i, j, k) dépend de l'ensemble des variables appartenant aux mailles de tôles et de passages voisins.

<i>localisation des voisins</i>	<i>type de variable</i>	<i>nom variable</i>	<i>domaine de définition</i>	<i>nombre</i>
tôle k	Th	$T_{i\pm 1, j\pm 1, k}^p$	face en contact dans le plan (O, i, j)	4
tôle $k - 1$	Th	$T_{w, k-1}^p$	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{S}_{w, k-1}^p \cup \mathcal{S}_{i, j, k}^p \neq \emptyset$	$n_{p_{i, j, k}}^{p_{k-1}}$
tôle $k + 1$	Th	$T_{w, k+1}^p$	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{S}_{w, k+1}^p \cup \mathcal{S}_{i, j, k}^p \neq \emptyset$	$n_{p_{i, j, k}}^{p_{k+1}}$
passage $k - 1$	Th	$h_{w, k-1}^f$	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{S}_{w, k-1}^f \cup \mathcal{S}_{i, j, k}^p \neq \emptyset$	$2n_{p_{i, j, k}}^{f_{k-1}}$
	Hy	$d_{w, k-1}^f$		
passage k	Th	$h_{w, k}^f$	$\forall w \in \mathbb{N}^* \setminus \mathcal{S}_{w, k}^p \cup \mathcal{S}_{i, j, k}^p \neq \emptyset$	$2n_{p_{i, j, k}}^{f_k}$
	Hy	$d_{w, k-1}^f$		

Légende : Hy : hydraulique Th : thermique

TAB. 4.4 – Dépendance aux variables secondaires de l'équation de conservation de l'énergie pour une maille de tôle

La variable primaire associée à l'équation de conservation de l'énergie pour une maille de tôle (eq. ??) est la température de la maille $T_{i, j, k}^p$.

Si les tôles d'indice k , $k - 1$ et $k + 1$ ont un maillage homogène (c'est à dire qu'une maille de tôle n'est voisine qu'avec une maille de la tôle voisine : $n_{p_{i, j, k}}^{p_{k-1}} = n_{p_{i, j, k}}^{p_{k+1}} = 1$), la dépendance de la variables $T_{i, j, k}^p$ aux autres variables du système chute.

$$n_{p_{i, j, k}}^{tot} = 4 + 1 + 1 + 2n_{p_{i, j, k}}^{f_{k-1}} + 2n_{p_{i, j, k}}^{f_k} \quad (4.33)$$

$$= 6 + 2 \left(n_{p_{i, j, k}}^{f_{k-1}} + n_{p_{i, j, k}}^{f_k} \right) \quad (4.34)$$

Cette remarque permet d'accentuer le fait que l'équation relative au calcul du bilan d'énergie d'une maille de tôle incluse dans la structure d'empilage dépend, outre de la variable primaire, d'au minimum 8 autres variables du système (si $n_{p_{i, j, k}}^{f_{k-1}} = n_{p_{i, j, k}}^{f_k} = 1$).

4.2.3 Equation de quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement permet de calculer le terme de perte de charge régulière $\Delta P_{i, j, k, l}$ dans une maille, entre son entrée et sa sortie (cf schéma ??) :

$$\Delta P_{i, j, k, l} = P_{i, j, k, l} - P_{amont} \quad (4.35)$$

L'équation de quantité de mouvement (cf eq. ??) est réarrangée et discrétisée donnant l'égalité suivante :

$$\Delta P_{i,j,k,l}^{maille} = -\frac{d_{canal}^2}{A_c} \left[\left(\frac{(1-f_{i,j,k,l}^{vap})^2}{r_{L_{i,j,k,l}}} + \frac{(f_{i,j,k,l}^{vap})^2}{r_{V_{i,j,k,l}}} \right) - \left(\frac{(1-f_{amont}^{vap})^2}{r_{L_{amont}}} + \frac{(f_{amont}^{vap})^2}{r_{V_{amont}}} \right) \right] + (\bar{r}_{V_{i,j,k,l}} + \bar{r}_{L_{i,j,k,l}}) g_u \frac{\Delta x_{i,j,k,l}}{A_c} - \|\bar{F}_{i,j,k,l}^{frot}\| \frac{\Delta x_{i,j,k,l}}{A_c} \quad (4.36)$$

Pour l'écoulement monophasique, le module de force est défini par unité de volume selon :

$$\bar{F}_{i,j,k,l}^{frot} = 2 \frac{\bar{d}_{i,j,k,l}^2}{\rho_{i,j,k,l} A_c d_h} \bar{f}_{i,j,k,l} \quad (4.37)$$

Le facteur de Fanning $\bar{f}_{i,j,k,l}$ est calculé en milieu de maille en fonction du nombre de Reynolds par des corrélations fournies par FIVES CRYO.

4.2.4 Equations de connexions liées à la topologie externe

Les équations qui régissent les événements topologiques sont classiques et générales à l'ensemble des types de nœuds. La figure ?? illustre le modèle général d'un nœud hydraulique connecté à n_{pred} nœuds amonts et n_{succ} nœuds aval. Comme cela a été décrit précédemment, le nombre de connexions amonts et aval dépend du type de nœud ; par exemple un mélangeur possède plusieurs branches d'entrée et une seule sortie.

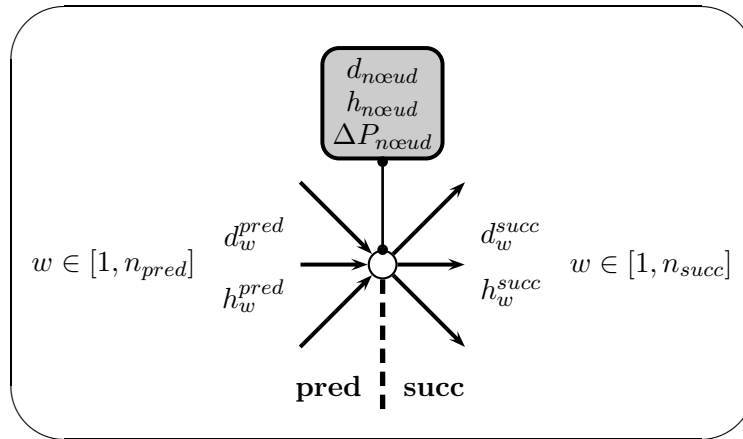


FIG. 4.11 – Modèle d'un nœud de topologie externe

Trois données physiques permettent de caractériser un nœud : l'enthalpie $h_{nœud}$, le débit $d_{nœud}$ et la perte de charge $\Delta P_{nœud}$.

4.2.4.1 Bilan d'énergie

Il est supposé que le flux de chaleur entrant dans un nœud est conservé et distribué selon les branches sortantes vers les nœuds attachés, ceci d'après les contraintes imposées par l'équili-

brage des pertes de charge du réseau hydraulique.

$$H_{n\text{œud}} = \begin{cases} \sum_{w=1}^{n_{pred}} H_w^{pred} \\ \sum_{w=1}^{n_{succ}} H_w^{succ} \end{cases} \quad (4.38)$$

La variable primaire associée à un nœud hydraulique est l'enthalpie massique de sortie du nœud $h_{n\text{œud}}$.

4.2.4.2 Bilan matière

Le débit du nœud est déduit de la somme des débits des branches entrantes. De même le débit du nœud est égal à la somme des débits des branches sortantes.

$$d_{n\text{œud}} = \begin{cases} \sum_{w=1}^{n_{pred}} d_w^{pred} \\ \sum_{w=1}^{n_{succ}} d_w^{succ} \end{cases} \quad (4.39)$$

La variable primaire associée à l'équation de bilan matière d'un nœud hydraulique est l'un des débits de sortie d'une branche du nœud.

4.2.4.3 Calcul des pertes de charges

Une perte de charge spécifique peut être adjointe selon le type d'événement topologique extérieur (EVEX). Par exemple, dans le cas des têtes de distribution, une perte de charge dite de piquage, fonction de la hauteur, est classiquement ajoutée pour parfaire le modèle de distribution du fluide aux passages décrivant la structure d'empilage.

$$\Delta P_{n\text{œud}} = \Delta P_{EVEX} \quad (4.40)$$

4.2.5 Modélisation du réseau hydraulique

La représentation sous forme de graphe du réseau hydraulique d'un EPB (abordée dans le chapitre ??) constitue l'ossature permettant d'étudier les conditions d'écoulement d'un fluide selon des spécifications d'entrées et/ou de sorties imposées à l'avance : débit imposé à une ou plusieurs branches du réseau, charge de fluide imposée en certains points du réseau par utilisation de pompes ou de compresseurs, etc.

4.2.5.1 Le graphe hydraulique

Les explications suivantes relatives à la résolution des réseaux hydrauliques ne font intervenir que des notions standards jugées nécessaires pour une bonne compréhension du manuscrit. Des informations complémentaires seront apportées par la suite lors de l'application au modèle global de l'échangeur.

Noeud et loi des nœuds :

Un nœud est le lieu de connexion de plusieurs branches.

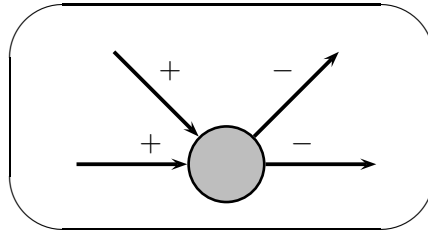


FIG. 4.12 – Flux entrant et sortant autour d'un nœud

Il est possible d'écrire pour chaque nœud du réseau hydraulique l'équation de conservation de la masse, plus connue sous l'appellation de la loi des nœuds.

$$\sum_k \alpha_k d_k = 0 \quad \text{avec } \alpha_k = \pm 1 \quad (4.41)$$

Branche : Une branche est une liaison hydraulique entre deux nœuds. Des pertes de charge singulières peuvent avoir lieu le long d'une branche.

Maille et loi des mailles : Une maille est un circuit fermé composé d'éléments constitutifs du réseau hydraulique. Par souci de clarté par rapport au concept de maille "thermique" développé dans le chapitre ??, nous nommerons ces mailles du réseau hydraulique "maille hydraulique" .

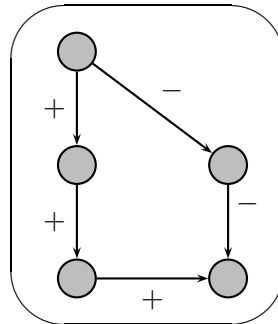


FIG. 4.13 – Une maille hydraulique

A chaque maille est applicable la loi des mailles qui indique que la somme algébrique des pertes de charge sur une maille est égale à zéro.

$$\sum_j \alpha_j \Delta P_j = 0 \quad \text{avec } \alpha_j = \pm 1 \quad (4.42)$$

Si un réseau possède n nœuds et p branches, il existe $m = p - (n - 1)$ mailles indépendantes.

4.2.5.2 Méthode de résolution

Les équations de pertes de charge sont l'élément essentiel du calcul hydraulique d'un réseau de branches de courant. Celles-ci sont considérées, en l'absence d'organes de réglages (vannes), comme "auto-réglées", c'est à dire que leur capacité de transport est déterminée uniquement par leurs caractéristiques et la charge disponible, qui est entièrement utilisée.

Méthode des mailles hydrauliques

Comme en électricité, le courant circule sous l'effet d'une différence de potentiel (identifié ici par une pression). Le résolution de tels réseaux fait intervenir des équations de nœuds, de mailles et de contraintes (ou spécifications) de fonctionnement.

Le réseau schématisé par la figure ?? permet d'illustrer cette méthode de résolution de circuits hydrauliques. Cet exemple possède $n = 4$ nœuds et $b = 8$ branches. Les variables du système sont les débits d_i des branches numérotées de 1 à 8. La résolution du modèle du réseau fait intervenir trois types d'équations.

Les bilans de matière aux nœuds : au nombre de quatre et indexés de a à d sur la figure, ils permettent d'assurer la conservation des débits transitants dans les branches (cf equation ??).

Les contraintes de fonctionnement : elles sont imposées par les spécifications du procédé et concernent généralement la définition des propriétés d'entrée (pression et débit), et éventuellement de sortie. Dans cet exemple, la présence de deux sorties B et C nécessite d'imposer une contrainte en débit ou en pression à l'une d'elles.

L'équilibrage des pertes de charge sur une maille hydraulique : les données relative aux calculs de la répartition de la charge dans le réseau hydraulique sont définies par l'équilibrage des pertes de charge sur une maille hydraulique. Pour la maille M_1 de l'exemple, cette équation se traduit par :

$$M_1 : \Delta p_{a \rightarrow b} - (\Delta p_{a \rightarrow d} + \Delta p_{d \rightarrow b}) = 0$$

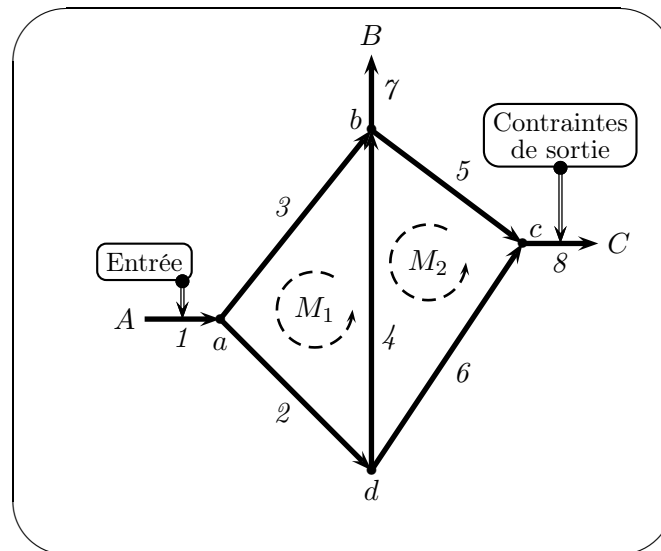


FIG. 4.14 – Schéma de réseau maillé

La tableau ?? résume les variables et équations utilisées dans la représentation de ce réseau hydraulique par la stratégie faisant intervenir la détermination des mailles hydrauliques.

Méthode des taux de partage

La figure ?? résume cette stratégie de calcul du réseau hydraulique. Ici les variables sont les taux de partage α_i définis pour tout nœud ayant des successeurs. Le validité du modèle nécessite l'ajout de contraintes hydrauliques caractérisées par l'équilibre des pressions à tous les nœuds ayant plusieurs prédécesseurs. Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer la pression

	dénomination	nombre	identification
variables	débit de branche	8	1 à 8
équations	nœuds	4	a à d
	mailles hydrauliques	2	M ₁ et M ₂
	entrée	1	A
	contrainte de sortie	1	C
	total	8	

TAB. 4.5 – Tableau récapitulatif des variables et équations intervenant dans la modélisation d'un réseau hydraulique

en sortie de chaque branche. Ceci est effectué classiquement par détermination de la perte de charge résultante sur une branche en fonction du débit ($P_{out} = P_{in} + \Delta P$).

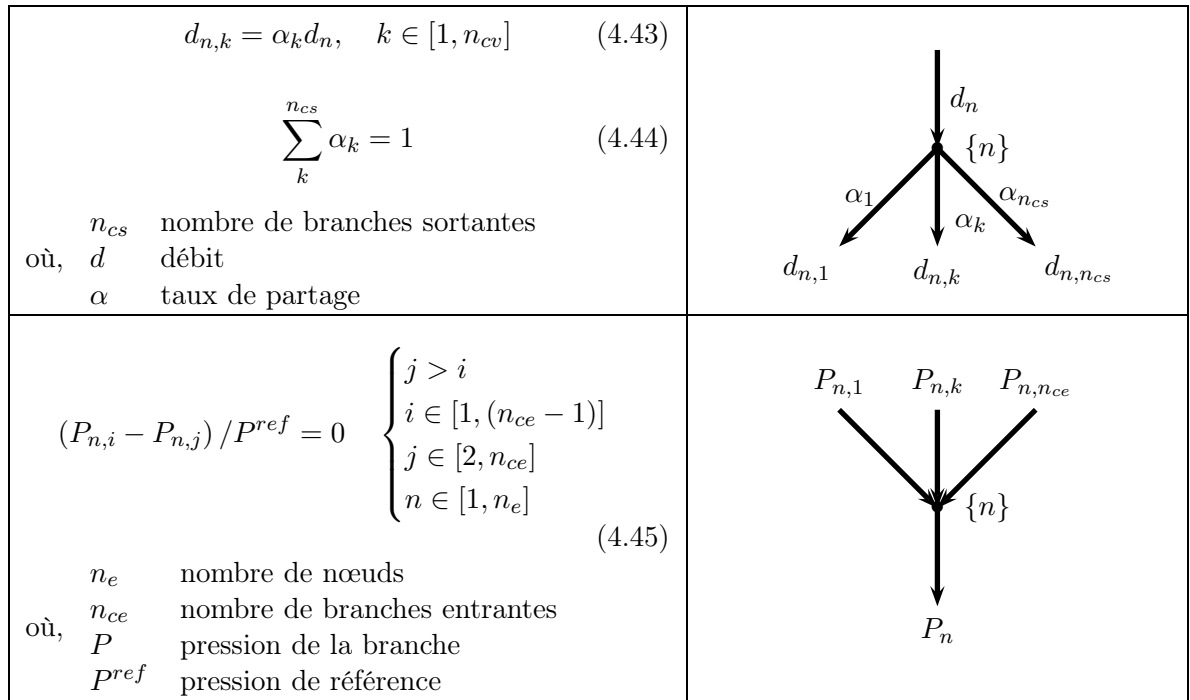


FIG. 4.15 – Description de la méthode de calcul des réseaux hydrauliques par "taux de partage"

Les variables du modèle sont donc les taux de partage des branches, auxquelles sont ajoutées les variables de pression. Le nombre de variables alloué aux branches entre deux nœuds est donc multiplié par deux par rapport au modèle précédent. Ceci est gênant car, comme nous le verrons plus tard, une des principales contraintes du modèle de l'échangeur à plaque brasées en 3D concerne justement la taille du système.

Cependant, elle présente l'avantage d'une formulation plus aisée et évite l'utilisation d'un algorithme de détection de mailles hydrauliques.

Discussion du choix

Dans ce travail, la réduction de la taille du système d'équations sera considérée en priorité. La méthode d'équilibrage des mailles hydrauliques est donc favorisée même si celle-ci néces-

site l'emploi d'un algorithme complexe de détection de mailles. Ce dernier est utilisé lors du conditionnement du système d'équations afin de définir successivement l'ensemble des mailles hydrauliques de chaque circuit de courant. Cet algorithme n'intervient donc pas dans la résolution proprement dite du système, limitant de ce fait son importance.

4.2.5.3 Calcul des pertes de charge

Deux types de pertes de charge interviennent généralement dans la caractérisation des écoulements hydrauliques :

régulières : liées aux forces non-conservatives (frottement, gravité...) subis dans les canalisations d'un réseau ;

singulières : liées aux accidents hydrauliques subis par un fluide au cours de son parcours.

Dans le cas d'un réseau hydraulique standard (un réseau d'alimentation d'eau par exemple) représenté par un graphe, les pertes de charges régulières sont généralement associées aux branches de courant (assimilées à des canalisations), tandis que les pertes de charges singulières sont associées aux nœuds.

Dans ce modèle des EPBs, les nœuds du graphe définissent des circuits de courant à part entière, caractérisés par un débit fixe égal à la somme des branches entrantes connectées. Ils sont assujettis à un calcul de pertes de charge qui est spécifique à leur structure : dans le cas d'une circulation interne, un nœud est la représentation d'un canal de courant d'un circuit de passage, constitué de mailles soumises successivement à un potentiel de charge régulier et/ou singulier. Dans le cas d'une circulation externe, les nœuds représentent des événements topologiques qui peuvent être associés à un profil de pertes de charge liées à sa géométrie structurelle (par exemple, le profil de distribution de débit sur la hauteur d'une tête est donné par une loi empirique de pertes de charge fonction de la hauteur de la tête).

Finalement, le calcul des pertes de charges du réseau hydraulique est défini par la nature du nœud traversé :

$$\Delta P_{nœud} = \begin{cases} \Delta P_{canal}, & \text{pour un canal de mailles;} \\ \Delta P_{topo_ext}, & \text{pour un événement topologique externe.} \end{cases} \quad (4.46)$$

Canal de maille La figure ?? illustre le calcul des pertes de charge sur un canal de mailles, établi par le somme des pertes de charges régulières (d'indice "r") et singulières (indice "s") :

$$\Delta P_{canal} = \sum \Delta P_{canal}^r + \sum \Delta P_{canal}^s \quad (4.47)$$

Pertes de charges régulières Le calcul des pertes de charge régulières associées à un canal de maille est la somme des pertes de charge régulières de l'ensemble des mailles qui le composent.

$$\Delta P_{canal}^s = \sum_{i=1}^{n_{maille}} \Delta P_{maille_i} \quad (4.48)$$

Le calcul des pertes de charges régulières liées au parcours du fluide dans une maille d'un circuit de courant dérive de l'équation de conservation de mouvement ??. Cette équation,

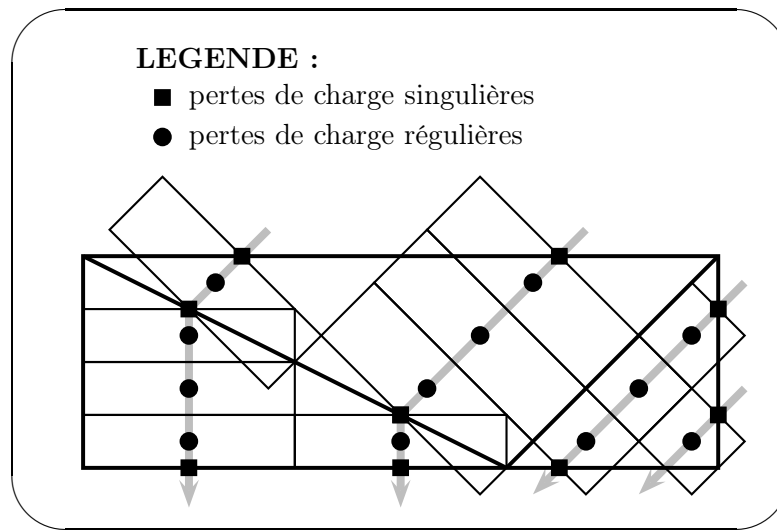


FIG. 4.16 – Pertes de charge liées aux canaux de maillage d'un distributeur diagonal 'B'

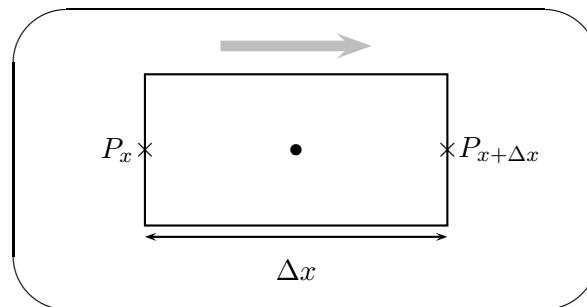


FIG. 4.17 – Modélisation d'une maille pour le calcul des pertes de charges associées

réarrangée de façon à faire apparaître le potentiel de pression en terme principal, donne (eq. ??) :

$$\Delta P_{maille} = -\frac{1}{A_c} \left[\left(\frac{l^2}{r_L} + \frac{v^2}{r_V} \right) \Big|_{x+\Delta x} - \left(\frac{l^2}{r_L} + \frac{v^2}{r_V} \right) \Big|_x \right] + (r_V + r_L) \frac{\Delta x}{A_c} g_x - \|F_f\| \frac{\Delta x}{A_c} \quad (4.49)$$

$$\Delta P_{maille} = P_{x+dx} - P_x \quad (4.50)$$

Pertes de charge singulières

Nous parlerons ici de pertes locales ou singulières, généralement caractérisées par décollements accompagnés de tourbillons et/ou de sillages dus aux formes géométriques du support. Il s'agit de singularités qui, dans les écoulements en charge, correspondent aux raccords et aux pièces spéciales (coudes, joints, vannes, tapis d'onde, etc.). Dans les écoulements relatifs aux EPBs seront distinguées les pertes de charge singulières dédiées aux circuits de passage de la structure d'empilage, et celles relatives aux événements topologiques externes.

Les premières apparaissent à chaque changement de tapis d'onde : soit à l'intérieur d'une zone primaire, comme par exemple dans le cas de la plupart des distributeurs qui font intervenir plusieurs pièces d'onde orientées différemment. Soit à l'interface de deux tapis d'onde de zones

primaires : une résistance à l'écoulement est induite par le raccordement aléatoire des ondes des deux tapis.

Elle sont définies par la relation suivante :

$$\Delta P = -k/2\rho A^2 d^2$$

k étant le coefficient de pertes de charge singulières.

4.2.5.4 Exemple

La méthodologie de résolution d'un réseau hydraulique est appliquée au circuit de courant partiel défini par la figure ???. Celui-ci est discrétisé et représenté par le graphe hydraulique de la figure ???. Dans cet exemple, deux canaux de maillage ont permis d'établir la discrétisation thermo-hydraulique.

Le tableau ?? rassemble les données relatives à la résolution de ce réseau hydraulique. Les variables sont les débits localisés aux branches entre chacun des nœuds du réseau (branches numérotées de 1 à 33), ainsi que les branches d'entrée (01 et 02) et de sortie (34), pour un total de 36 variables.

<i>variables</i>	branches	36	toutes
	nœuds	27	tous
<i>équations</i>	spécifications	2	branches 01 et 02
	mailles	7	numérotées de 1 à 7
	total	36	

TAB. 4.6 – Décompte des éléments du graphes

Trois types d'équations permettent de satisfaire la mise en place du système d'équations relatif au calcul des variables de débit du problème.

Les équations de spécification sont dédiées à la définition des débits des branches d'entrée (branche 01 et 02) ou de sorties lorsque celles-ci sont multiples. Elles permettent de caractériser l'écoulement aux bornes du réseau en imposant pour chaque branche, et lorsque c'est nécessaire, une contrainte en débit ou en pression.

Les équations de nœuds constituent les lieux des bilans matières des branches amonts et aval : 27 nœuds sont ici représentés.

Les équations de mailles permettent d'introduire les couplages pression-débit. 7 équations de maille hydraulique permettront de caractériser les contraintes de pertes de charge appliquées à l'écoulement du fluide.

4.2.6 Gestion des spécifications

Deux types de spécifications peuvent être imposées au réseau hydraulique d'un fluide. La figure ?? illustre les quelques explications suivantes.

spécification thermique : une contrainte thermique peut être imposée à l'entrée d'un fluide par rapport à l'enthalpie massique sortante d'un autre fluide. Les deux fluides sont ainsi couplés thermiquement. Dans l'exemple de la figure, une spécification SPEC(h) sur l'enthalpie massique d'entrée h_2^0 du fluide k est imposée à partir de la température de sortie T_1^n du fluide j .

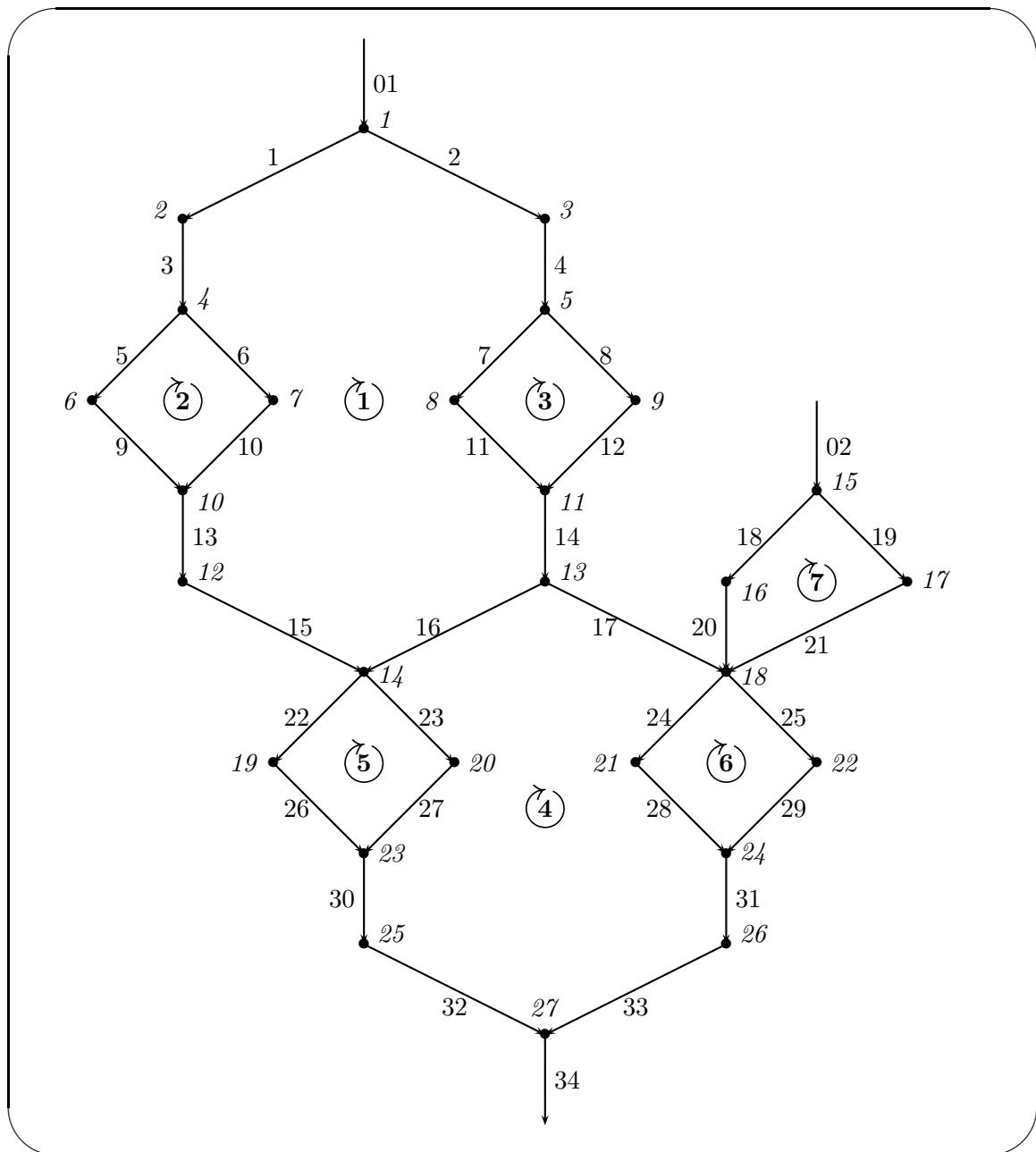


FIG. 4.18 – Caractérisation des mailles du réseau hydraulique défini par la figure ??

spécification hydraulique : il est primordial d'imposer une contrainte d'écoulement en sortie de réseau hydraulique si celui-ci possède plusieurs sorties. Généralement un taux de partage en débit est imposé à chaque sortie. Il est également possible d'imposer une pression de sortie, fixe ou calculée en fonction d'une autre.

4.2.7 Estimation du nombre de variables

Le tableau ?? récapitule l'ensemble des variables du système et leur localisation. Le nombre total de variables dédiées au calcul du modèle de l'échangeur dépend des deux structures de discrétisation développées pour décrire respectivement les phénomènes de transferts ther-

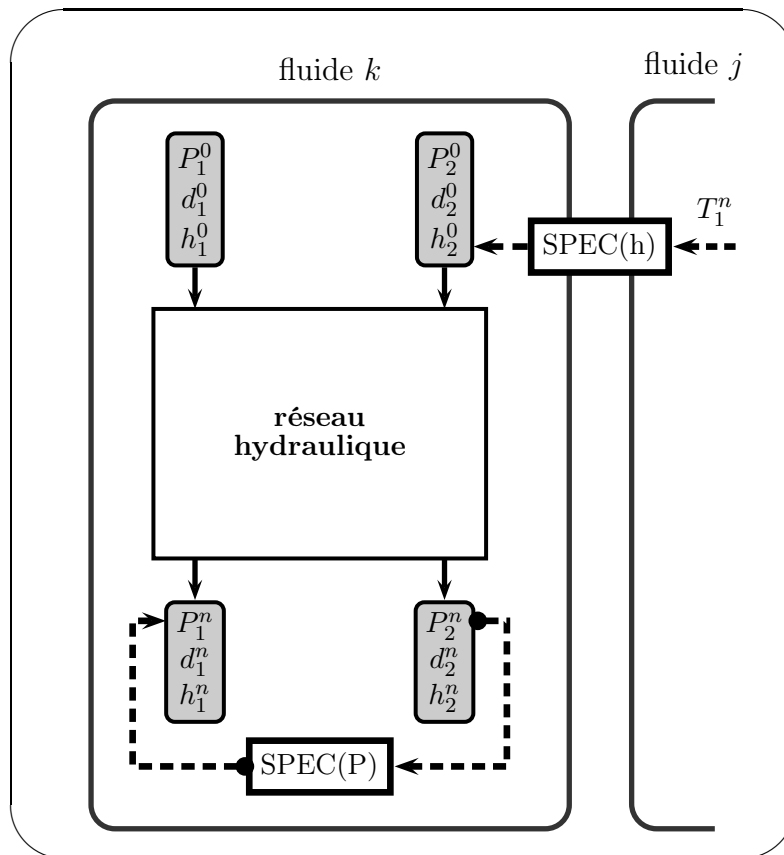


FIG. 4.19 – Exemple d’applications de spécifications thermiques et hydrauliques à un fluide k miques (maillage) et les réseaux hydrauliques (graphe).

<i>variable</i>	<i>discrétisation</i>	<i>localisation</i>	<i>type</i>
thermique	maillage thermique	passage	enthalpie
		tôle	température
hydraulique	graphe hydraulique	nœud de topologie	enthalpie
		externe	débit

TAB. 4.7 – Localisation des variables du système

Le calcul du nombre de variables hydrauliques dépend à la fois du nombre d’événements topologiques et du nombre de canaux de maillage définissant chaque circuit de passage. Les liaisons entre ces différents nœuds permettent de définir l’ensemble des variables hydrauliques du problèmes.

Le nombre total de variables thermiques est déduit de la structure fonctionnelle du corps de l’échangeur, c’est à dire qu’il résulte de la sommation du nombre de mailles de l’ensemble des passages et des tôles décrivant la structure d’empilage, auxquelles s’ajoutent les variables thermiques des événements de topologie externe.

Toutefois, une estimation théorique du nombre de variable, même approchée, reste difficile car elle reste dépendante des paramètres de description géométrique de chaque passage (type de distributeur, nombre de passes des zig-zags), de la complexité de la configuration de la topo-

logie externe, et surtout des paramètres de maillage (nombre de canaux, longueur maximale de maille) affectés individuellement à chaque circuit de passage.

La proportion des variables hydrauliques est souvent nettement inférieure au nombre de variables thermiques. En effet, les nœuds hydrauliques des canaux de maillage des circuits de courant d'un passage sont généralement découpés en plusieurs mailles thermiques, auxquelles s'ajoutent celles de chacune des tôles de l'empilage et d'éventuelles barres et zones mortes.

nombre de variables hydrauliques <<<< nombre de variables thermiques

A titre indicatif, le tableau ?? fournit, pour quelques types de distributeurs, le nombre de variables hydrauliques et thermiques déduites du maillage défini par le nombre de canaux n_c .

type	variables		total : Hy + Th	
	hydrauliques (Hy)	thermiques (Th)	$n_c = 3$	$n_c = 10$
SID(sid)	n_c	$3n_c^2$	30	310
SID(sio)	n_c	$2n_c^2$	21	210
END(end)	n_c	$3n_c^2$	30	310
SID(sia)	n_c	$2n_c^2$	21	210
INT(int)	n_c	$3n_c^2$	33	320
n_c nombre de canaux de maille				

TAB. 4.8 – Nombre de variables total par type de distributeur

Nous remarquons que, pour les distributeurs, le nombre de mailles thermiques croit de façon quadratique en fonction du nombre de canaux de maillage imposé par l'utilisateur.

4.3 Aspects numériques

La stratégie de résolution du modèle de l'échangeur, constitué d'un système d'équations algébriques non linéaires, est fondamentale quant à l'obtention de la solution du problème. Un soin particulier doit être apporté au choix de la méthode de résolution et à la mise en forme des équations du modèle global pour assurer une efficacité et une fiabilité satisfaisantes.

4.3.1 Méthode de résolution des systèmes algébriques non linéaires

Dans le cadre de ce travail seront utilisées les méthodes localement convergentes, de type Newton-Raphson, c'est à dire que la convergence dépend du choix de la valeur initiale X^0 . L'ensemble des éléments relatifs à la méthode de Newton sont rassemblés en annexe ??.

Les caractéristiques du système imposent différents types de contraintes à la résolution :

Taille du système

Une des caractéristiques de ces systèmes d'équations est d'être de très grande taille. Le modèle mathématique peut regrouper plusieurs centaines de milliers, voire quelques millions d'équations. Heureusement, chaque équation ne fait intervenir qu'un très faible nombre de variables. Cet aspect creux est exploité au niveau de la résolution du système linéaire (cf eq. ??) qui devient source principale des besoins à la fois en temps calcul et en espace mémoire. Si la minimisation du temps de calcul est un objectif, la taille mémoire utilisée par la résolution de tels systèmes est aussi une des contraintes à prendre en compte.

Dérivées partielles de la matrice Jacobienne

Comme le soulignaient Hervé Pingaud [?] puis David Averous [?], l'emploi de modèles empiriques pour calculer les propriétés thermodynamiques et physiques, via une banque d'estimation en fonction de la température, de la pression et de la composition des phases, constitue un problème quant au calcul des dérivées partielles par rapport à ces variables. La variation du coefficient de transfert au point de changement d'état est telle que les corrélations expérimentales utilisées pour chaque état ne sont généralement pas dérivables en ce point. La variation du coefficient de transfert de chaleur qui intervient dans la bilan d'énergie pour l'évaluation de l'énergie convectée aux parois du passage va donc engendrer un bilan d'énergie discontinu au niveau du point de bulle ou du point de rosée.

De plus, d'autres difficultés apparaissent pour l'évaluation de l'ensemble des dérivées partielles du modèle. Elles résultent de la géométrie en trois dimensions et des approximations menées pour la gestion des flux d'énergie transitant dans la structure d'empilage. Par exemple, le calcul des dérivées partielles des flux de transferts convectifs moyens reçus par une maille de tôle de la part de l'ensemble des mailles de fluides voisines $\langle \Phi_k (T^f - T_{i,j,k}^p) \rangle$ (cf eq. ??) constitue une difficulté particulière.

Rappelons que le coefficient de transfert thermique Φ d'une maille de fluide est calculée à partir de lois empiriques en son barycentre en fonction de son enthalpie massique moyenne \bar{h} , ainsi qu'en fonction du débit du canal d_{canal} à laquelle elle appartient. T_f est de plus calculée à partir d'un modèle thermodynamique fonction de l'enthalpie massique moyenne. De plus cette dernière est calculée en fonction de la variable d'enthalpie massique de la maille et de l'enthalpie massique amont. Cette opération est à effectuer pour chacune des mailles de fluide voisines.

D'après ces constatations et dans le cas d'un maillage fin et complexe, le nombre de variables secondaires, lié au nombre de mailles de fluides voisines intervenant dans l'équation de bilan d'énergie (eq. ??) relative à une maille de tôle, peut donc s'avérer élevé, augmentant de ce fait le nombre d'opérations de calcul de dérivées à effectuer. De plus les nombreuses approximations effectuées et l'utilisation de lois empiriques augmentent potentiellement le risque d'obtenir une évaluation erronée de la dérivée.

Nous avons constaté que l'approximation du jacobien, qui consiste à ne pas tenir compte de certaines dérivées des coefficients de transfert, n'avait d'influence que sur le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la convergence de la méthode.

Discontinuités

La variation brutale des propriétés physiques lors d'un changement d'état, en particulier pour les corps purs, posent un problème pour évaluer les propriétés dans une maille. Outre les problèmes de discontinuité et de dérivabilité, l'approximation d'un profil linéaire des propriétés physiques sur une maille entre ses deux extrémités peut s'avérer erronée en particulier aux alentours des points de bulle et de rosée. C'est au voisinage de ces points de changements d'état que le profil enthalpique s'écarte le plus du profil linéaire. Une solution exhaustive consiste à appliquer un maillage plus fin. C'est d'ailleurs dans ce contexte qu'un maillage adaptatif peut prendre tout son intérêt.

4.3.2 Construction de la matrice incidente

La construction du système d'équations est illustrée par la définition de la matrice incidente \mathbf{J} du système. Cette matrice de dimension $n \times n$ détermine les dépendances de chaque équation à l'ensemble des variables définissant le système.

Trois principales règles nous ont guidés pour l'arrangement des équations et variables de la matrice incidente :

1. Affectation ciblée et ordonnée des équations et des variables. Ce critère est avant tout d'ordre numérique et vise l'obtention d'une matrice à dominante diagonale ;
2. Ordre logique des variables thermiques et hydrauliques selon la description fonctionnelle de l'échangeur.
3. Traitement distinct et séparé des variables thermiques et hydrauliques afin de faciliter si besoin le découplage des deux types d'équation ;

La figure ?? représente l'arrangement de la matrice incidente. La construction de la matrice jacobienne nécessite trois étapes successives, indexées respectivement (A), (B) et (C), déduites de la description fonctionnelle de l'échangeur (cf tab. ??).

Celles-ci sont traitées successivement par souci de modularité. Une modification ultérieure, même minime, du modèle d'une de ces étapes n'influencera pas ou très peu l'arrangement des équations des autres étapes. De plus, l'ajout d'autres éléments au modèle, comme par exemple l'intégration des équations définissant une réaction chimique, sera d'autant plus aisé.

4.3.2.1 Etape A :

Dans un premier temps sont traitées les équations relatives aux phénomènes thermiques inhérents à l'échangeur avec le traitement de la structure d'empilage du corps. Les tôles et les

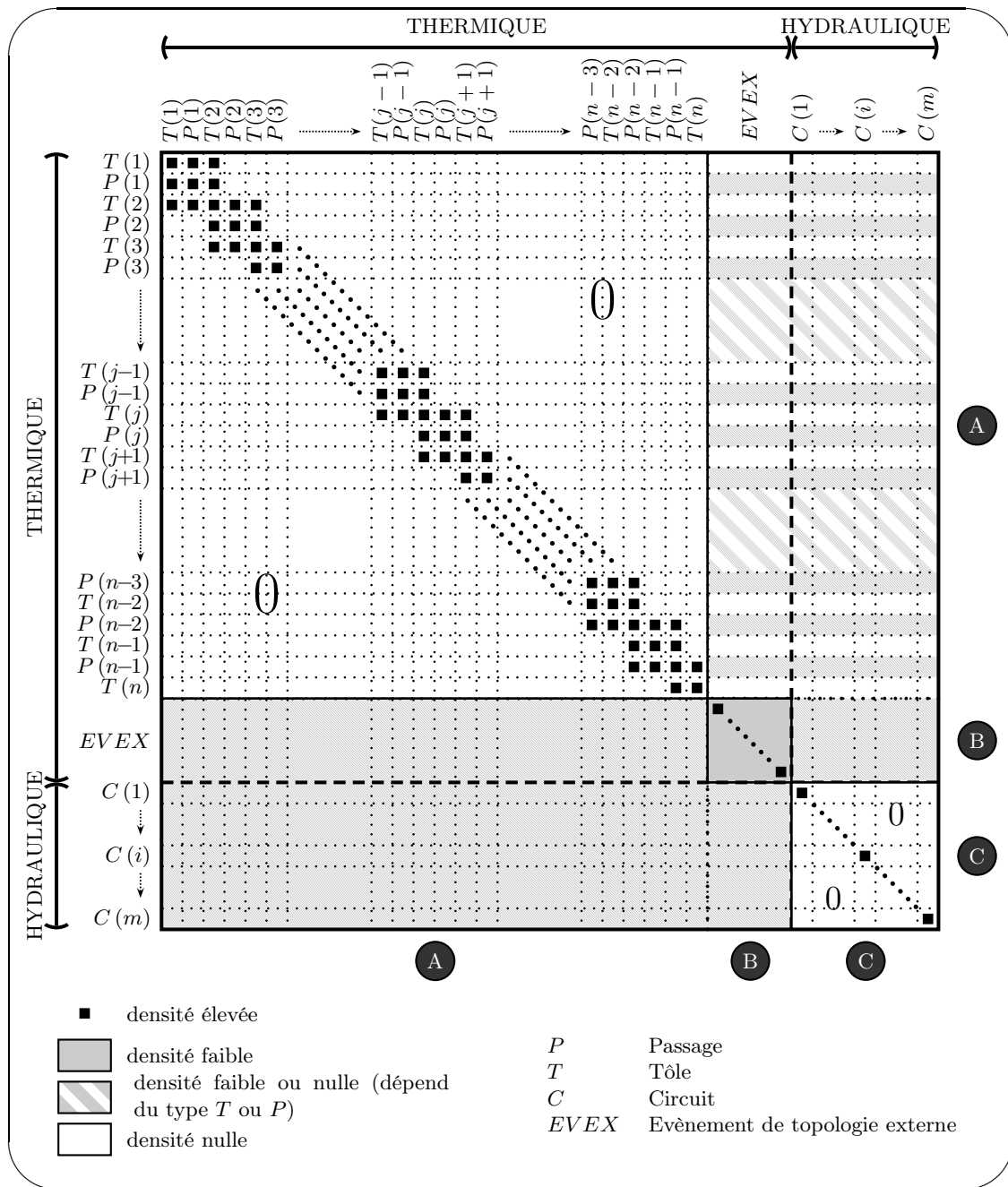


FIG. 4.20 – Arrangement des équations et variables de la matrice incidente

passages sont traités alternativement selon l'arrangement de la structure d'empilage.

Les variables des tôles et les équations dédiées sont logiquement parcourues dans l'ordre de numérotation des mailles associé au référentiel du corps de l'échangeur (O, x, y) (cf fig. ??). Les variables thermiques associées à un passage de référence sont également parcourues selon le sens des axes du référentiel (O, x, y) . Pour ce faire, l'ensemble des éléments d'un passage (circuit barre, zone morte) est traité individuellement et séquentiellement dans la largeur du passage puis dans la longueur. Le maillage individuel de chacune de ces entités est par la suite traitée selon les mêmes contraintes de parcours géométriques :

THERMIQUE	Ⓐ	description de l'empilage du corps de l'EPB	tôle passage
	Ⓑ	parcours des évènements de topologie externe	
HYDRAULIQUE	Ⓒ	parcours des circuits hydrauliques des fluides	

TAB. 4.9 – Etapes de définition de la matrice incidente du système liées à la description fonctionnelle de l'EPB

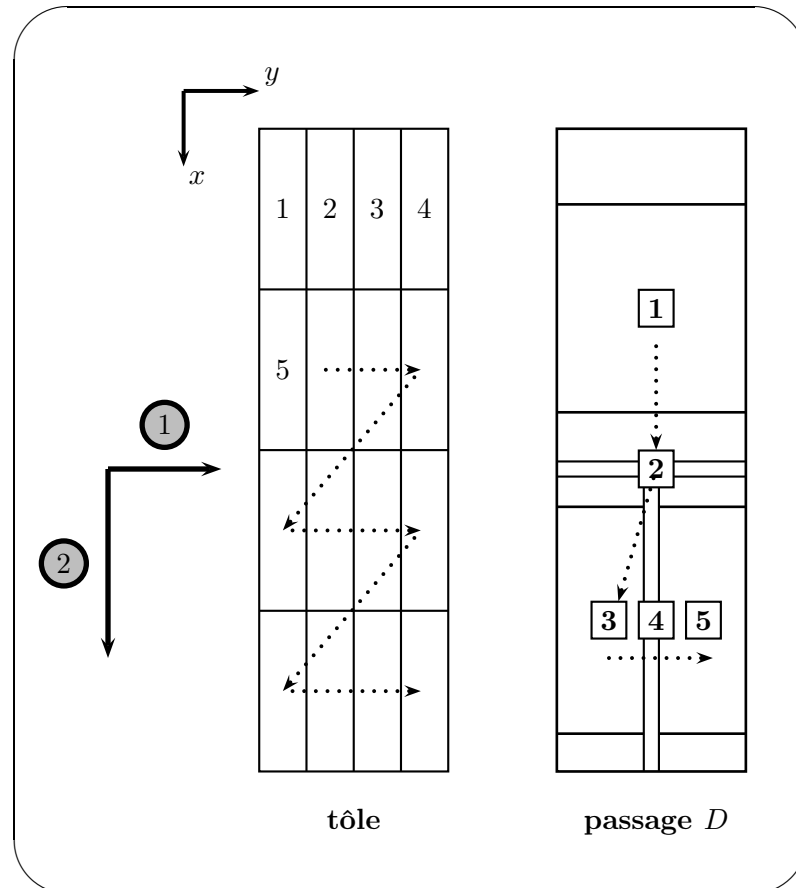


FIG. 4.21 – Parcours du maillage d'une tôle et d'un passage de l'empilage

circuit : traitement par canaux de maillage dans le sens du référentiel (O, x, y) ;

zone morte et barre : méthode identique à celle des tôles.

L'avantage de cette méthode de parcours des mailles du système dans le référentiel $(0, i, j)$ est le "rapprochement" des éléments de la diagonale principale de la matrice jacobienne.

4.3.2.2 Etape B :

Les variables thermiques d'enthalpie massique associées aux événements topologiques externes sont traitées pour chaque réseau hydraulique de courant, selon le sens d'écoulement du fluide. Peu de variables secondaires interviennent dans la description des équations d'un nœud de

topologie externe (débits amonts, enthalpies massiques amonts).

4.3.2.3 Etape C :

Les réseaux hydrauliques de chaque courant sont traitées l'un après l'autre. Les variables de débit sont associées individuellement à une équation de bilan matière ou de bilan de quantité de mouvement (cf section ??).

Les équations de bilan matière ne font intervenir que peu de variables secondaires (débits et enthalpies amonts) alors que les équations d'équilibrage des pertes de charge sur une maille hydraulique d'un réseau de courant font généralement intervenir nombre de variables liées à la discrétisation thermique de chaque nœud de canal intervenant dans l'équation.

La figure ?? illustre la méthodologie de construction de la matrice incidente du système. Les trois étapes décrites précédemment y sont représentées ainsi que les dépendances de chaque équation par rapport aux variables primaires et secondaires.

équations		variables						
			primaires	secondaires				
				thermique	thermique	EVEX	hydraulique	
			Tôle T	Passage h	EVEX h	Circuit i d		
thermique	Tôle k	BE	T	• $\begin{cases} k-1 \\ k \\ k+1 \end{cases}$	• $\begin{cases} k-1 \\ k \end{cases}$	–	X	
	Passage k	BE	h	• $\begin{cases} k \\ k+1 \end{cases}$	–	•	•	
	EVEX	BE	h	–	•	•	•	
hydraulique	Circuit i	QDM	d	•	•	•	•	
		BM	d	•	•	•	•	

Légende			
T	température	•	dépendances
h	enthalpie	–	aucune dépendance
d	débit	X	dépendances mais non calculées (cf paragraphe ??)
QDM	Quantité de Mouvement		
BM	Bilan Matière		
BE	Bilan d'Énergie		
EVEX	événement topologique externe		

La figure ?? représente la matrice incidente de notre exemple principal défini par la figure ??.

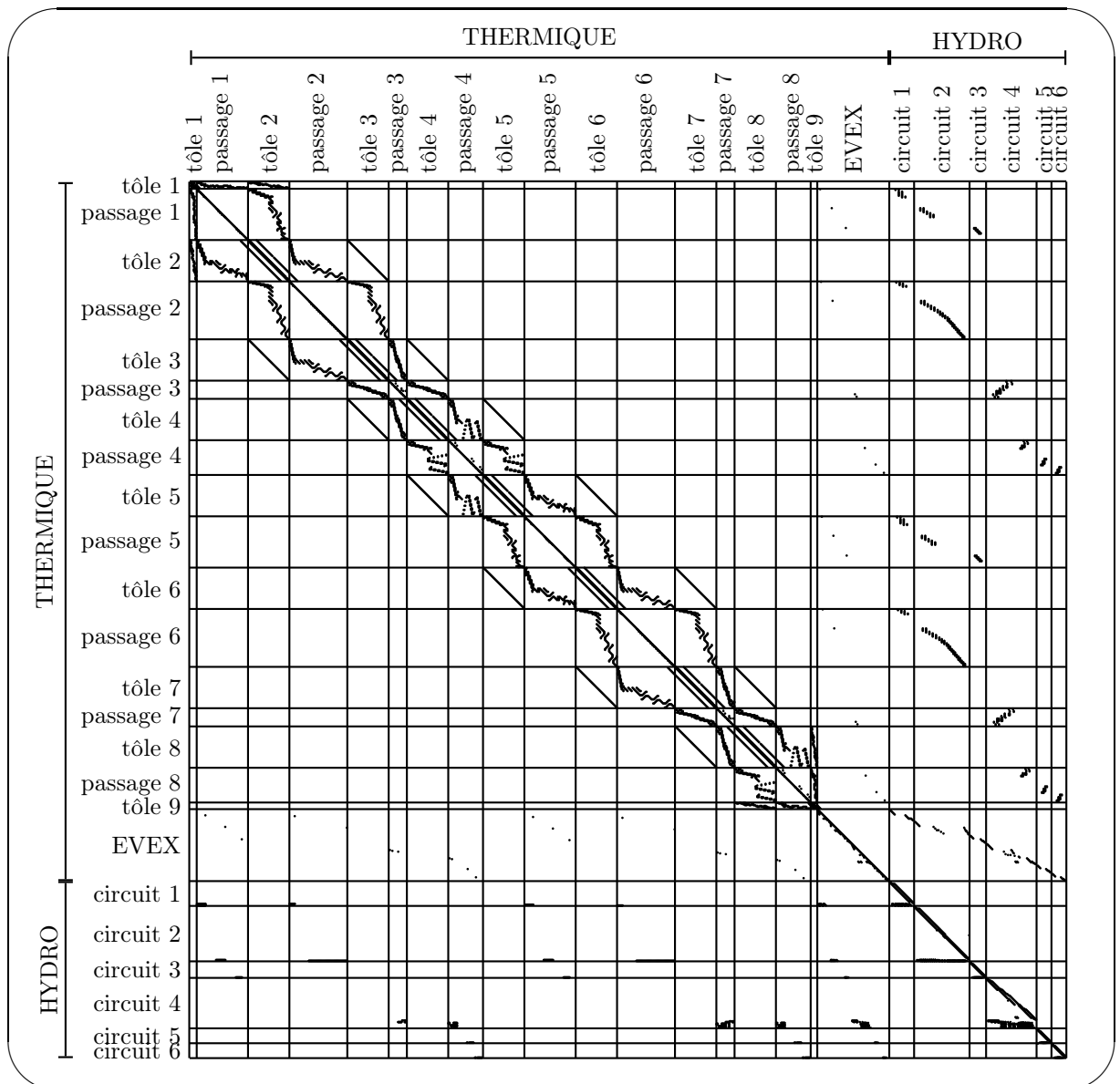


FIG. 4.22 – Matrice incidente de l'exemple principal (décrit fig. ??)

4.3.3 Résolution des systèmes linéaires creux de grandes tailles

Nous nous référons aux conclusions de D. Averous [?] concernant le choix de la méthode numérique :

"La méthode directe UMF a fait ses preuves par sa robustesse dans de très nombreuses simulations, mais le point faible est évidemment le stockage qu'elle engendre. La méthode itérative GMRES(m) est intéressante, si son occupation mémoire devient limitante, nous pourrions envisager d'utiliser BiCGStab. Notons que les méthodes itératives sont bien adaptées aux problèmes issus des différences finies.

Notre expérience nous a montré qu'actuellement pour des tailles de systèmes (creux) de l'ordre de 1000 équations, les méthodes directes ont l'avantage en temps calcul et leur stockage est équivalent à celui des méthodes itératives. En revanche, pour des tailles supérieures à 10000

équations, le passage aux méthodes itératives est avantageux. Pour les systèmes non symétriques, l'utilisateur peut commencer avec $\text{GMRES}(m)$ en prenant m aussi grand que possible (de l'ordre de 20) puis en le diminuant. Si la mémoire est le facteur limitant, alors le passage à BiCGStab peut permettre de lever le verrou. Ces recommandations sont également données dans la littérature [?]."

Dans nos travaux, la méthode directe UMF et la méthode itérative GMRES seront intégrées pour résoudre les systèmes linéaires creux de grandes tailles.

Conclusion

Le développement du modèle complet de l'échangeur comprend la discrétisation des équations de bilan d'énergie, de matière et de quantité de mouvement selon un panel d'hypothèses simplificatrices. Ces équations sont adaptées aux structures de maillage et de graphe hydraulique qui caractérisent la description fonctionnelle de l'échangeur.

Une méthodologie spécifique basée sur l'équilibrage des pertes de charge sur les mailles d'un réseau hydraulique a été choisie pour résoudre les équations liées à la caractérisation de la distribution hydraulique de chaque courant.

La possibilité de gérer des spécifications hydrauliques ou thermiques accroît le degré de complexité du modèle et permet d'imposer des contraintes de fonctionnement localisées.

La résolution du système d'équations algébriques non linéaires est effectuée grâce à la méthode de Newton Raphson selon les préconisations formulées dans les travaux précédents.

Chapitre 5

Applications

*D*ERNIER chapitre et non le moindre puisque la plupart des concepts développés précédemment vont être révélés à travers un éventail d'exemples qui se veulent représentatifs à la fois de la complexité du fonctionnement des échangeurs, des améliorations et des possibilités de ce programme, et surtout de son utilité future au niveau industriel.

Deux exemples académiques traitant des problèmes de maldistribution seront dans un premier temps examinés afin de caractériser l'influence des phénomènes thermiques sur la distribution hydraulique.

Un exemple concret d'échangeur de type "Kettle", très utilisé dans l'industrie des gaz et caractéristique des unités vendues par FIVES CRYO, sera simulé dans son intégralité. Il présente la spécificité de faire intervenir deux fluides changeant de phase.

La simulation de l'exemple complet, fil conducteur de ce travail, clôturera ce manuscrit. Il permettra de mettre en valeur l'aspect "génie des procédés" d'un échangeur à plaques brasées.

Sommaire

5.1 Exemples académiques	139
5.1.1 Configuration en courants croisés	139
5.1.2 La séquence d'empilage	142
5.2 Echangeur de type "Kettle"	146
5.2.1 Description et spécifications	146
5.2.2 Résultats	150
5.3 Exemple complet	156
5.3.1 Conditions opératoires	156
5.3.2 Distribution externe des courants	157
5.3.3 Etude thermo-hydraulique des courants	159
5.3.4 Système de très grandes dimensions	160

5.1 Exemples académiques : caractérisation des phénomènes de maldistribution

5.1.1 Configuration en courants croisés

L'exemple des courants croisés permet de mettre en évidence l'influence des phénomènes thermiques sur l'évaluation des pertes de charge : l'évolution des propriétés physiques de chaque fluide, dérivées des propriétés thermodynamiques du système, joue un rôle quant à la distribution hydraulique.

Cette simulation, dont le schéma est représenté par la figure ??, fait intervenir deux gaz chaud et froid de même nature, affectés des mêmes débits et pressions mais à des températures différentes. La séquence d'empilage ne contient que deux passages dédiés à chacun des deux fluides, séparés par une tôle. Deux tôles d'extrémités de même nature que la tôle de séparation (épaisseur, conductivité) ferment le corps de l'échangeur.

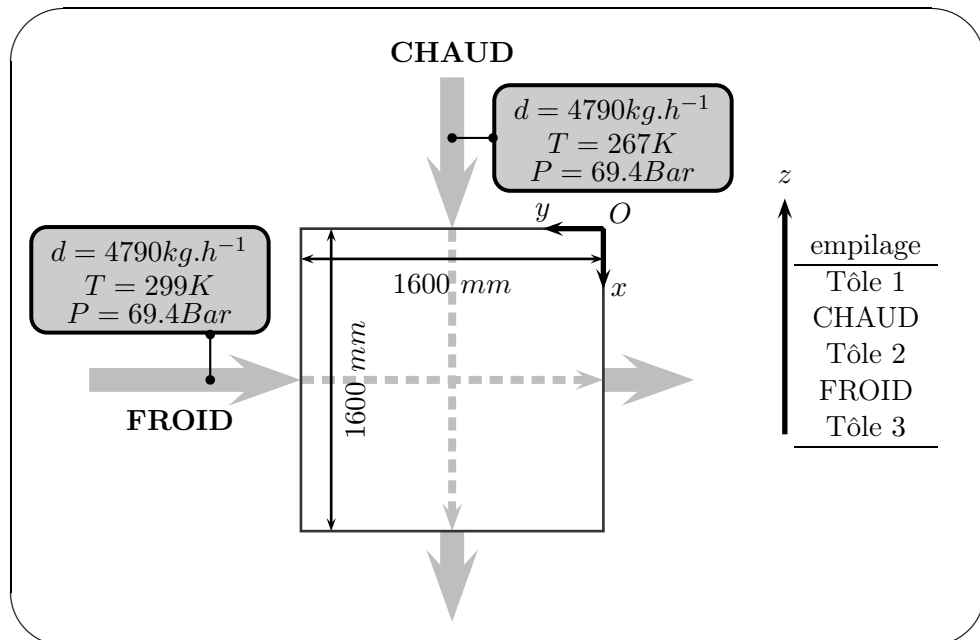


FIG. 5.1 – Protocole de simulation de deux courants en configuration croisée

Les passages sont constitués d'une unique zone d'échange sans distributeur afin de fournir une circulation rectiligne aux deux fluides.

Un maillage identique a été appliqué sur chacun des deux passages de courant et des trois tôles :

- 80 canaux de maillage ;
- maille ayant 20 mm de longueur.

Le maillage d'un passage et d'une tôle fait donc intervenir 6400 mailles, ce qui donne un total de 32000 mailles pour ce modèle. Le nombre de variables hydrauliques est déterminé par le nombre de canaux, et des éléments de topologie externe fournissant un total de 32176 variables.

La figure ?? représente les profils de températures en trois dimensions des trois tôles de l'empilage et des deux passages de courant.

Les canaux de courant de chacun des deux fluides échangent selon des conditions différentes de températures, qui influent sur la distribution hydraulique et réciproquement.

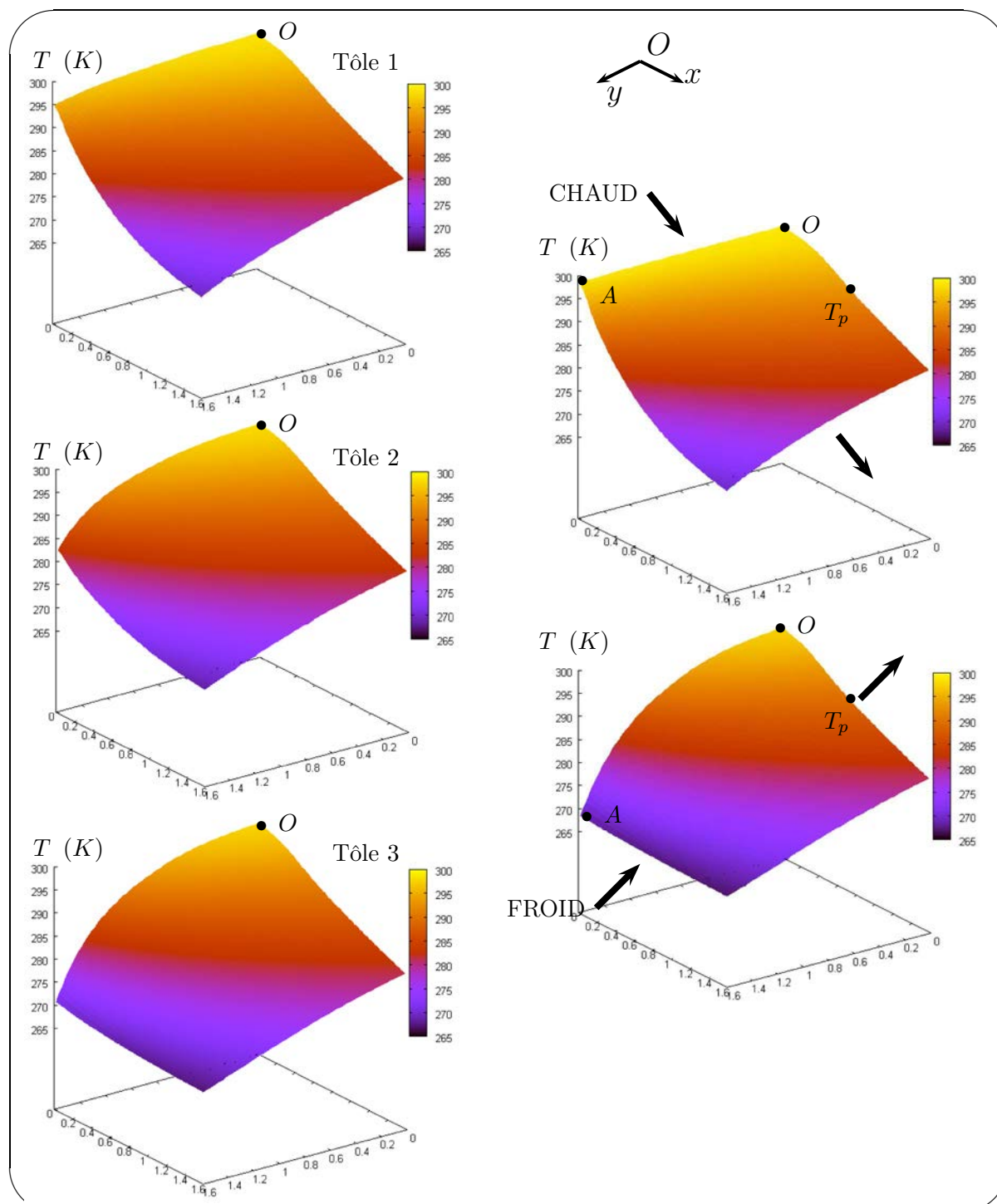


FIG. 5.2 – Profils thermiques des tôles et des passages de l'empilage en configuration croisée

Le débit moyen correspond au débit théorique circulant par canal sans maldistribution. La figure ?? présente la distribution des débits des deux fluides chaud et froid. Elle est caractérisée

par l'écart relatif du débit à une abscisse donnée par rapport au débit moyen théorique. Or, et de manière générale, plus un gaz est chaud, plus les pertes de charge sont importantes, influant de ce fait sur la distribution des deux courants au fur et à mesure de l'écoulement, si le terme de perte de charge frictionnelle est prépondérant. Ainsi la veine du courant chaud en contact direct avec la veine de courant froid (point *A* sur la figure ??) entrante est sur-alimentée en débit. La veine de courant froid en contact direct avec la veine de fluide chaud au point *A* est quant à elle sous-alimentée.

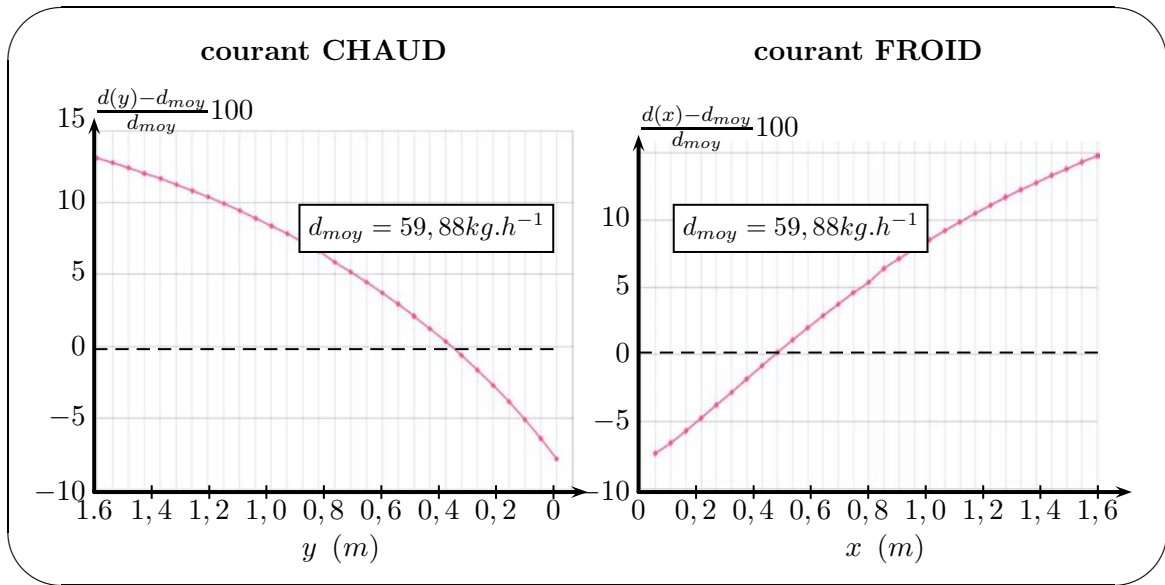


FIG. 5.3 – Profils des débits du fluide chaud et froid selon leur section d'entrée

Nous remarquons également que les deux profils ne sont pas symétriques. Ceci s'explique par l'influence des propriétés physiques (en particulier la masse volumique et la viscosité) sur le calcul des coefficients de transfert thermique des fluides chaud et froid.

La température de pincement est localisée par le point T_p sur la figure ?. L'écart minimal entre les deux fluides est de $0,49^\circ C$

5.1.2 La séquence d'empilage

5.1.2.1 Cas étudié

Soit un corps d'échangeur comportant une structure d'empilage de 9 passages, dans lequel circulent deux fluides. Le fluide chaud transite par un unique passage central autour duquel sont empilés de part et d'autre 4 passages affectés à la circulation du fluide froid. La figure ?? explicite la configuration de cette simulation et le tableau ?? rassemble les conditions de fonctionnement d'entrée pour chacun des deux fluides.

Pour chaque fluide, nous définissons n_p le nombre de passages qui lui sont affectés, d^e et h^e le débit et l'enthalpie d'entrée.

fluide	n_p	h^e	d^e
CHAUD	1	635 kcal.kg^{-1}	$4,11 \text{ kg.s}^{-1}$
FROID	8	659 kcal.kg^{-1}	$10,64 \text{ kg.s}^{-1}$

TAB. 5.1 – Conditions opératoires

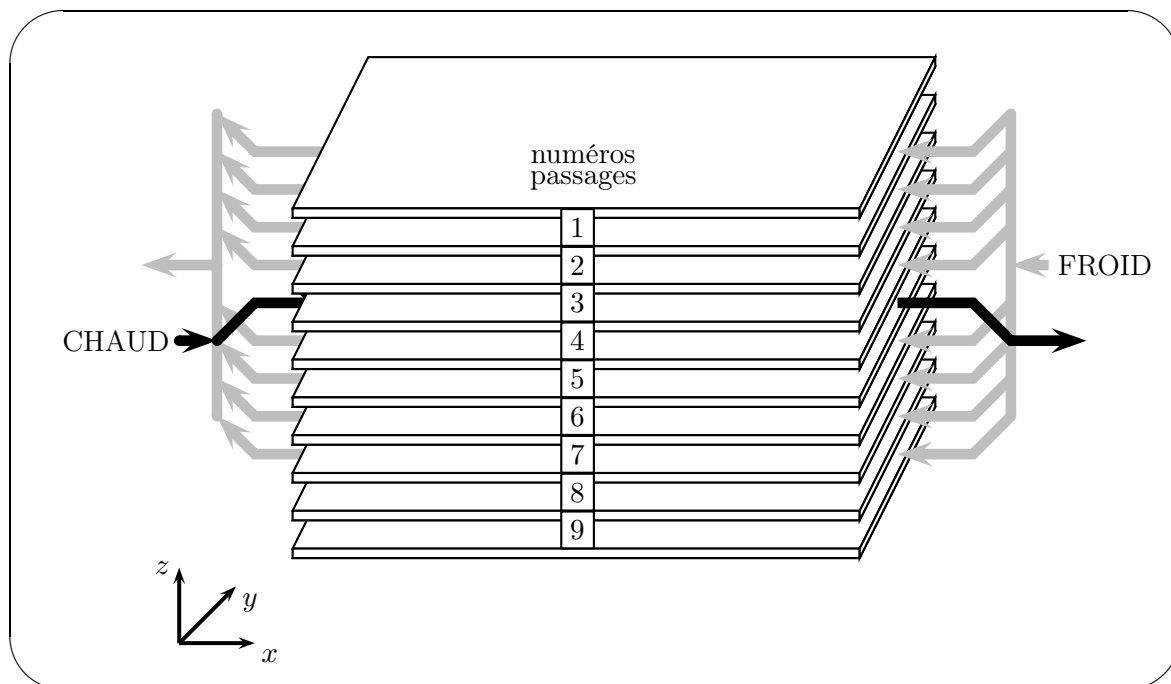


FIG. 5.4 – Comportement thermique de l'empilage

Cette simulation présente deux intérêts :

- mettre en évidence les transferts de chaleur entre les tôles attenantes par le biais des ailettes d'onde (échange par "by-pass") ;
- révéler les problèmes de maldistribution thermique sur la hauteur d'empilage.

Cette configuration est caractéristique d'un éventuel bouchage de certains passages alloués au fluide chaud. Les flux de chaleur transitent directement vers les passages des fluides froids à travers la hauteur d'empilage par les ailettes des ondes des passages morts.

La caractérisation de ces phénomènes est inédite par rapport à la version antérieure de Pro-SEC car la distribution des fluides sur la hauteur de l'empilage est directement liée au calcul des pertes de charge sous l'effet des phénomènes thermo-hydrauliques.

Les explications suivantes se réfèrent à un fluide donné, connecté à n_p passages de courant sur la hauteur d'empilage.

Soit d_{moy} le débit moyen théorique par passage si le débit est uniformément réparti sur la hauteur d'empilage.

Soit ϵ_d^k l'écart relatif du débit calculé d^k du fluide dans le passage k par rapport au débit moyen théorique, calculé par :

$$\epsilon_d^k = \frac{d^k - d_{moy}}{d_{moy}} 100 \quad (5.1)$$

De la même manière, nous définissons l'énergie moyenne échangée par passage H_{moy} . Elle représente la valeur moyenne calculée de l'énergie échangée par passage.

$$H_{moy} = \frac{H_s - H_e}{n_p} \quad (5.2)$$

Nous définissons également l'écart relatif entre l'énergie reçue par le passage k et l'énergie théorique moyenne :

$$\epsilon_H^k = \frac{H^k - H_{moy}}{H_{moy}} 100 \quad (5.3)$$

5.1.2.2 Résultats

Etant donné que la structure d'empilage est symétrique par rapport au passage 5 dans lequel circule le fluide chaud, nous ne considérerons que la partie haute de l'empilage (passages numérotés de 1 à 5).

Les figures ?? et ?? représentent les distributions hydraulique et thermique selon la hauteur de l'empilage. Logiquement, les tôles les plus éloignées reçoivent moins de chaleur du fluide chaud, créant des conditions d'écoulement favorable réduites en perte de charge.

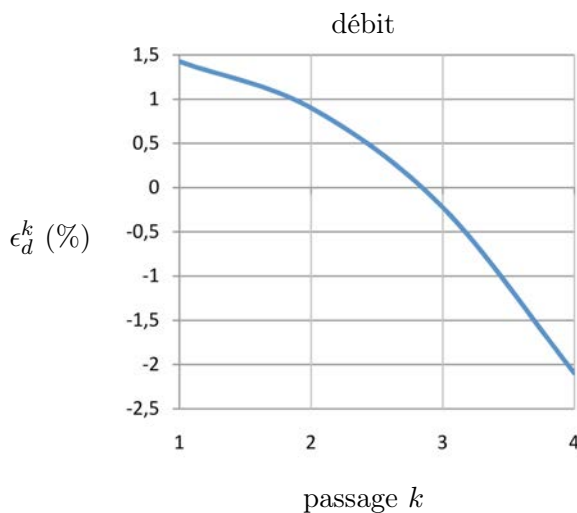


FIG. 5.5 – Distribution des débits sur la hauteur de l'empilage

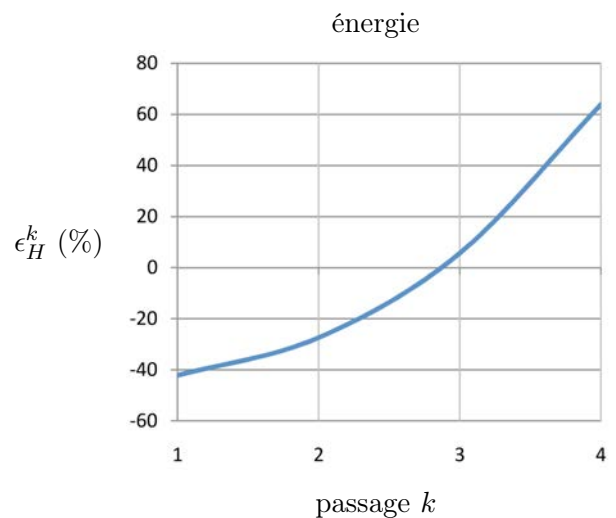


FIG. 5.6 – Répartition de la puissance échangée sur la hauteur de l'empilage

La figure ?? illustre les échanges thermiques entre le fluide chaud et les fluides froids au sein de la structure d'empilage.

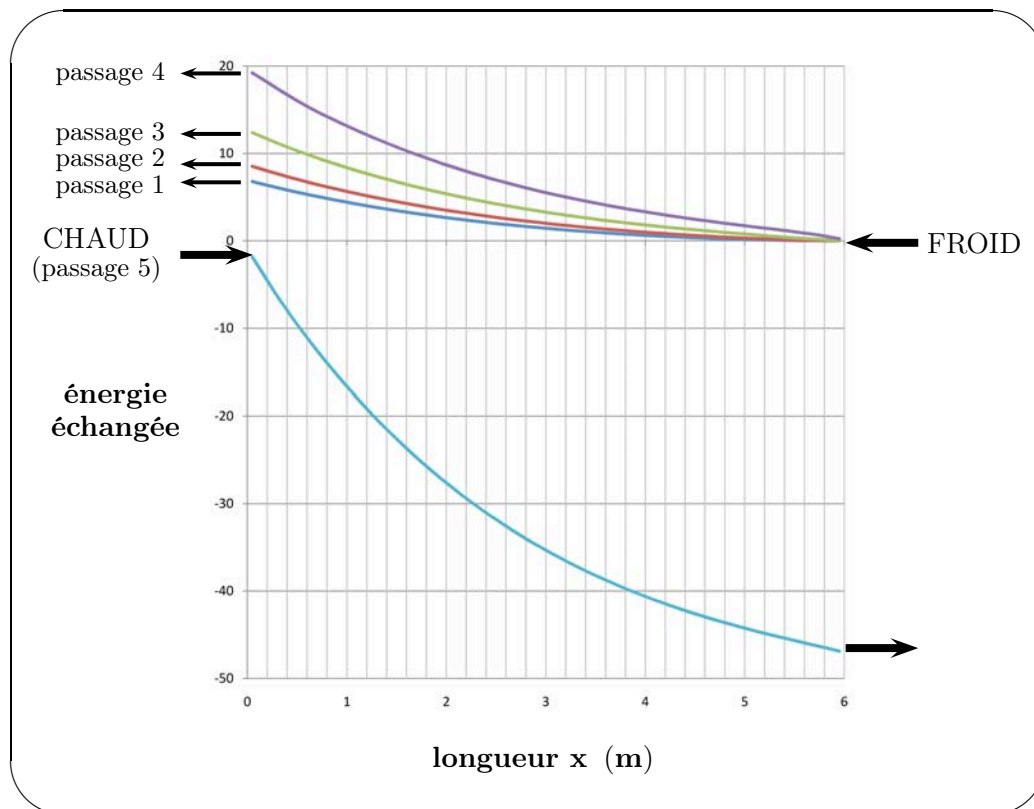


FIG. 5.7 – Profils de l'énergie échangée par les fluides transitant dans les passages de la séquence d'empilage selon la longueur

La figure ?? montre le profil de température de chacune des tôles de l'empilage en fonction de la longueur.

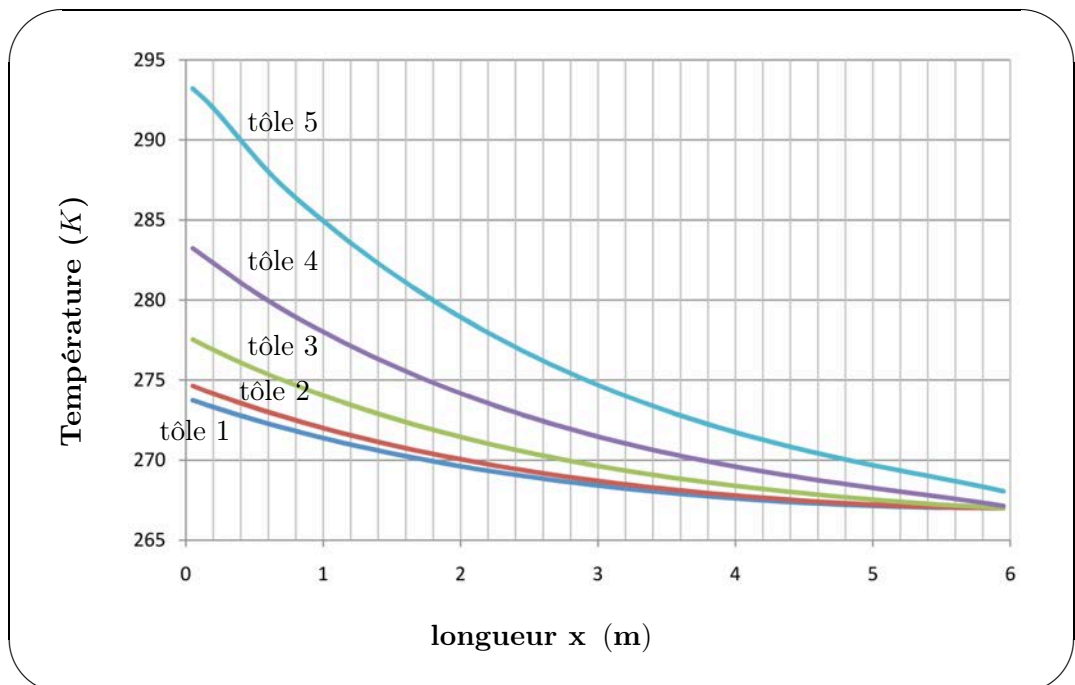


FIG. 5.8 – Profils des températures de tôle de l'empilage selon la longueur

5.2 Echangeur de type "Kettle"

Un exemple d'utilisation de Kettle à été développé dans le chapitre ?? (cf fig. ??). Ces appareils, qui au premier abord peuvent paraître de conception simple, présentent un fonctionnement des plus difficiles à maîtriser car les deux fluides transitant dans l'échangeur sont généralement diphasiques. Ceci implique des variations (souvent importantes) des propriétés thermodynamiques et physiques des deux fluides en "contact" thermique.

5.2.1 Description et spécifications

L'exemple traité provient d'un cas réel dans lequel l'échangeur intervient comme rebouilleur de propylène en pied d'une colonne de distillation. Le propylène liquide est vaporisé grâce à la chaleur dégagée lors de la liquéfaction d'un gaz (noté OVHD dans le procédé). La figure ?? résume la configuration en courants croisés des deux fluides.

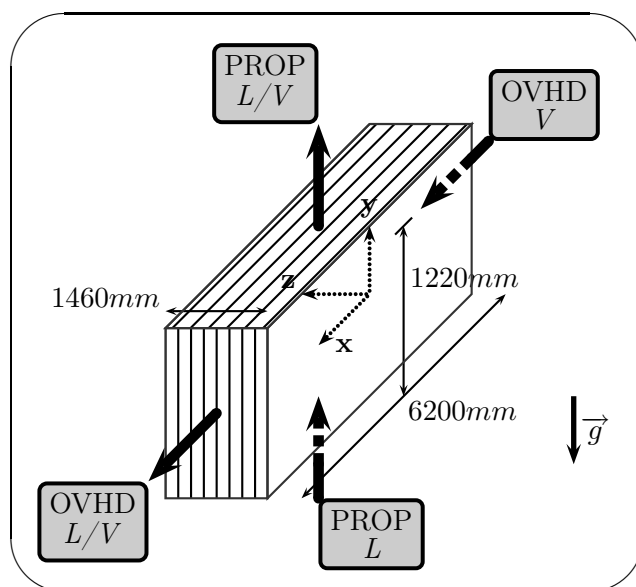


FIG. 5.9 – Configuration des courants du kettle

Les spécifications de fonctionnement sont rassemblées dans le tableau ??.

Type		Fluide chaud	Fluide froid
Numéro		①	②
Nom		Overhead	Propylène
Abbréviation		OVHD	PROP
Débit total	$kg.h^{-1}$	163109	153250
Gaz	$kg.h^{-1}$	163109	0
Liquide	$kg.h^{-1}$	0	153250
Température	$^{\circ}C$	-32.9	-35.7
Pression	bar	18.27	1.72
Passage affecté	–	A	B
Nombre de passage	–	85	84

TAB. 5.2 – Spécifications d'entrée de l'exemple du kettle

La figure ?? présente la description des trois classes de passage utilisées pour définir la structure d'empilage du Kettle. Le courant OVHD (numéroté ①) circule dans la classe de passage A dans un seul circuit (identifié 1). Le fluide entre par un distributeur END(cen) (cf fig. ??), transite par une surface d'échange de $5752mm$ de long, puis finalement sort par un distributeur END(end).

Le courant PROP (numéroté ②) pénètre par le côté du corps de l'échangeur (selon l'axe (Ox)). Le fluide y circule par le biais de 8 circuits parallèles (1 à 8) isolés les uns des autres par des barres. Celles-ci permettent d'assurer la tenue mécanique de l'ensemble. Les circuits sont formés d'une zone d'échange encadrée par deux distributeurs END(cen). La classe de passage C est positionnée aux deux extrémités de l'échangeur afin de les protéger. Elle ne sera pas prise en compte dans la simulation.

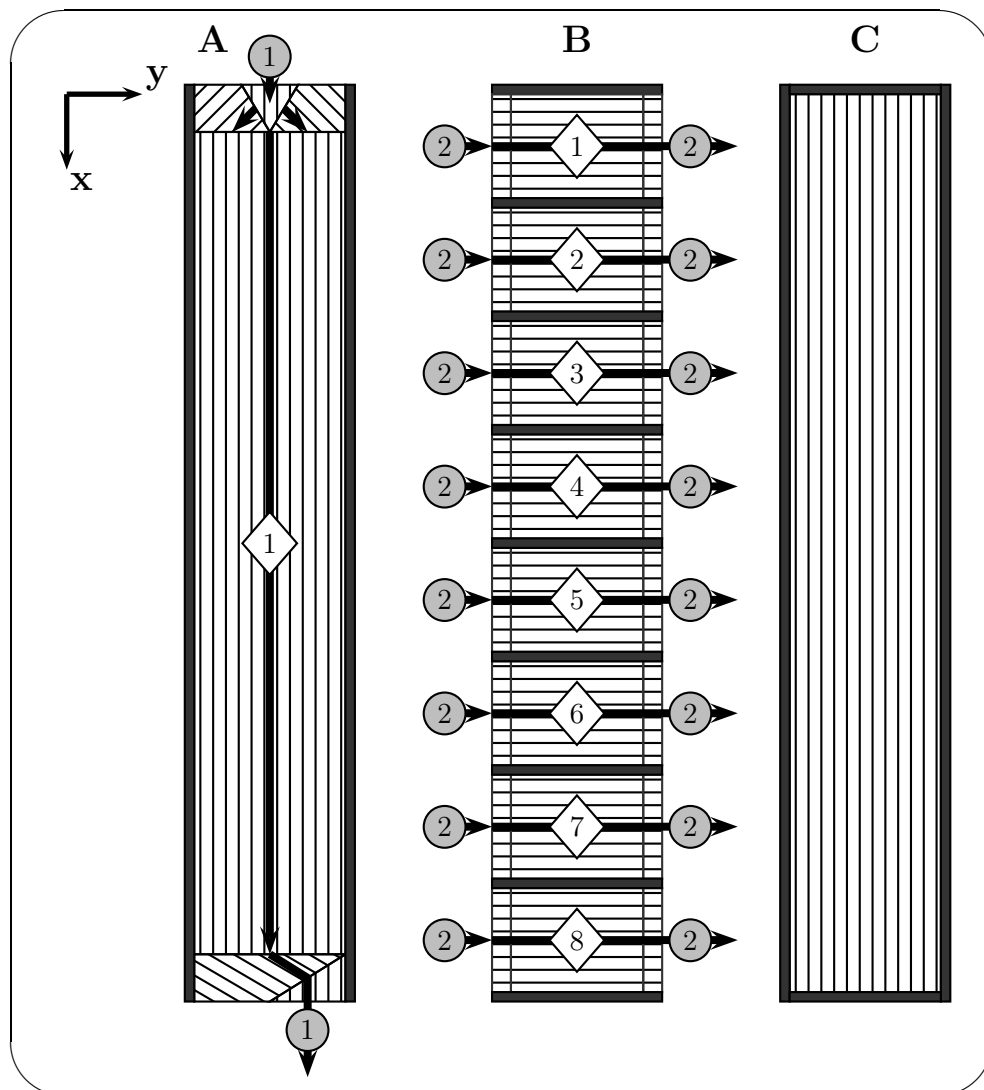


FIG. 5.10 – Classes de passage du kettle

La figure ?? présente la description fonctionnelle hydraulique de l'échangeur avec les connexions

des circuits de chaque passage au réseau hydraulique global de chaque courant. Le réseau hydraulique du fluide (1) (chaud) est classique. En revanche, la définition de la topologie hydraulique du courant froid nécessite d'établir un modèle d'écoulement adapté au cas réel. En effet, le fluide (2), liquide, transite dans l'échangeur immergé par phénomène de thermosiphon, sans tête ou tout autre élément de topologie externe : le fluide, en se vaporisant, crée un phénomène d'aspiration du liquide qui se vaporise à son tour du fait de la hauteur hydrostatique du bain. Cette circulation sera modélisée par une alimentation et une tête de distribution alimentant l'ensemble des 8 circuits internes du passage. Nous procéderons de même pour traiter le courant sortant vapeur. Au travers du module SPEC, il serait possible de spécifier la hauteur du bain et donc la perte de charge admissible entre E_2 et F_2 , le programme évaluant lui-même le débit circulant.

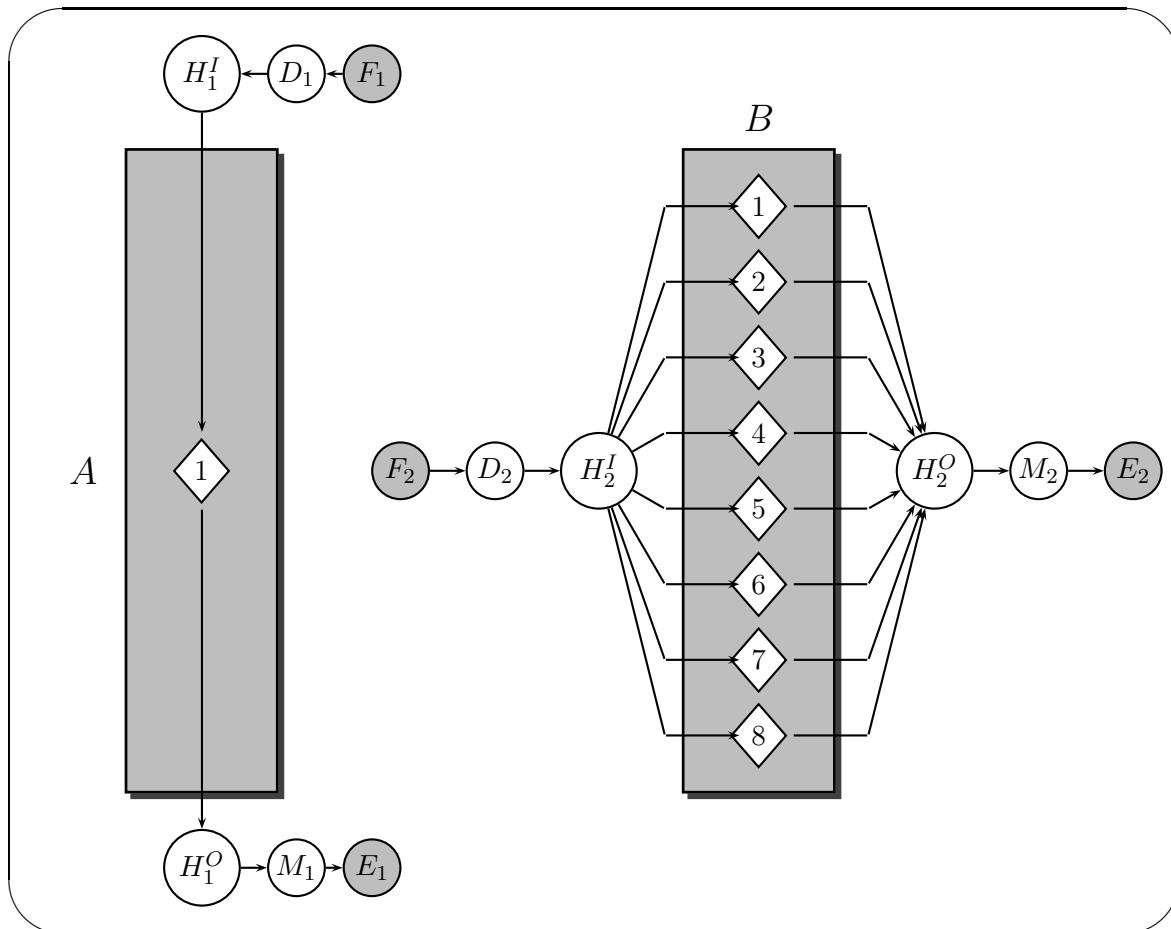


FIG. 5.11 – Graphes de topologie externe des fluides OVHD (1) et PROP (2)

La figure ?? explicite les maillages hydrauliques et thermiques des deux classes de passage. Le tableau ?? caractérise la détermination du nombre total de mailles en fonction du maillage des trois entités intervenant dans l'échangeur.

entité	nombre de mailles	nombre d'entités	total empilage
Passage <i>A</i>	515	85	43775
Passage <i>B</i>	453	84	38052
Tôle	806	172	138632
		TOTAL	220459

TAB. 5.3 – Définition du nombre total de mailles thermiques du modèle du Kettle

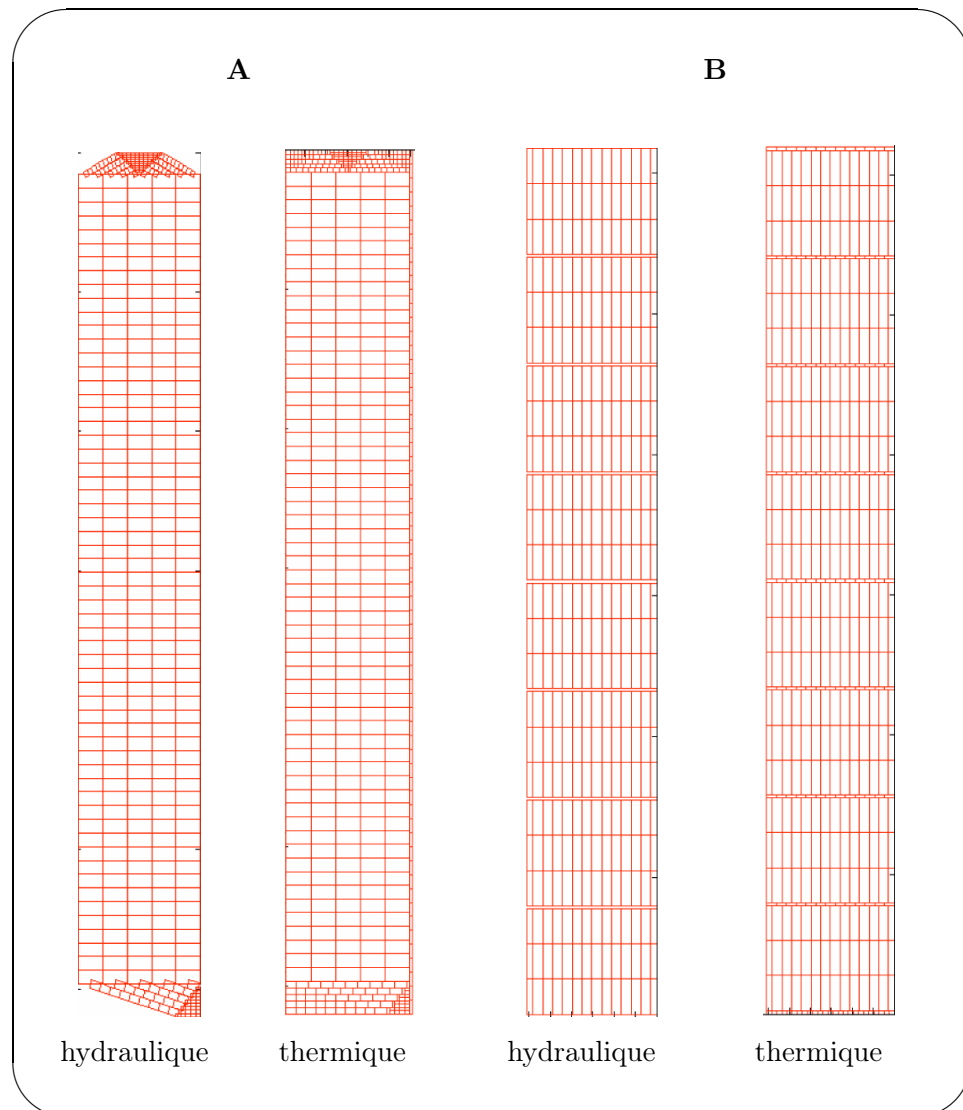


FIG. 5.12 – Maillages hydraulique et thermique des deux classes de passage du Kettle

5.2.2 Résultats

Les données en sortie sont rassemblées dans le tableau ?? . La fraction massique vaporisée du fluide froid PROP est de 0,535, alors que le courant chaud s'est partiellement liquéfié, caractérisé par une fraction massique vaporisée de 0,498. Remarquons également que les pertes de charge des deux fluides sont relativement faibles et n'induisent qu'une très faible variation de la pression d'entrée.

Type		Fluide chaud	Fluide froid
Numéro		①	②
Débit total	$kg.h^{-1}$	163109	153250
Fraction massique vaporisée	–	0,498	0,535
Température	$^{\circ}C$	–33.9	–37.1
Perte de charge	$mbar$	11.32	9.82
Puissance échangée	MW	39.62	39.62

TAB. 5.4 – Spécifications de sortie après calcul

Les figures ?? et ?? présentent respectivement les profils thermiques en trois dimensions des fluides OVHD et PROP. Le profil du courant PROP (fig. ??) peut surprendre au premier abord. En effet, il semblerait que les circuits du courant PROP directement en contact avec l'entrée chaude du courant OVHD échangent moins d'énergie que les autres circuits.

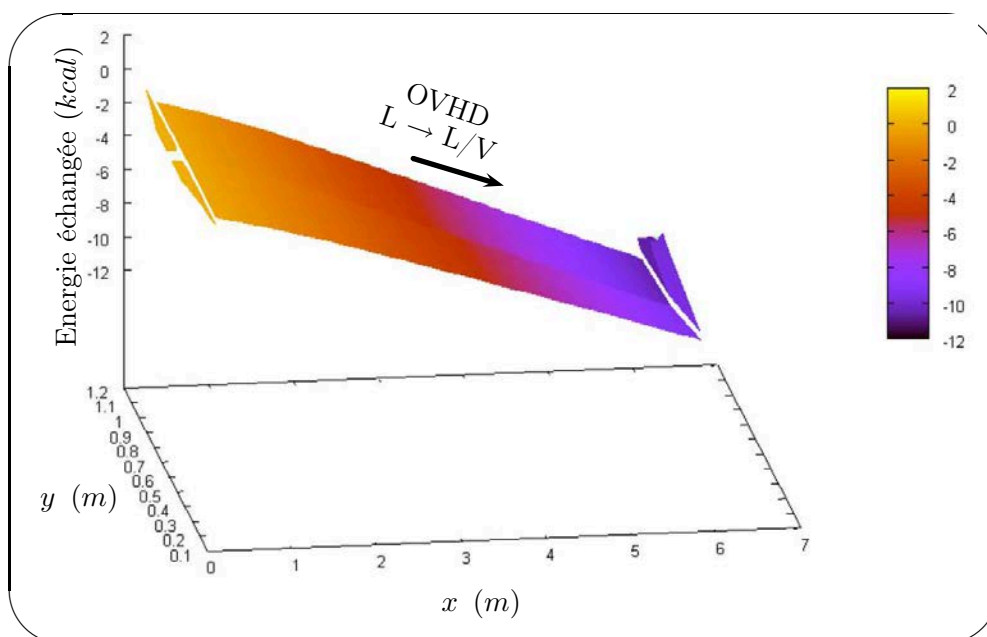


FIG. 5.13 – OVHD

Le courant PROP progresse dans l'échangeur par effet de thermosiphon, c'est à dire que ce fluide, au contact du courant chaud (OVHD) se vaporise et amorce un mouvement de circulation vers le haut de l'échangeur. Cependant, ce phénomène est perturbé par deux types de pertes de charge :

- gravitaires : le champ de force gravitationnel, de sens opposé au sens de circulation du courant froid, impose une résistance à l'écoulement proportionnelle à la la masse volumique

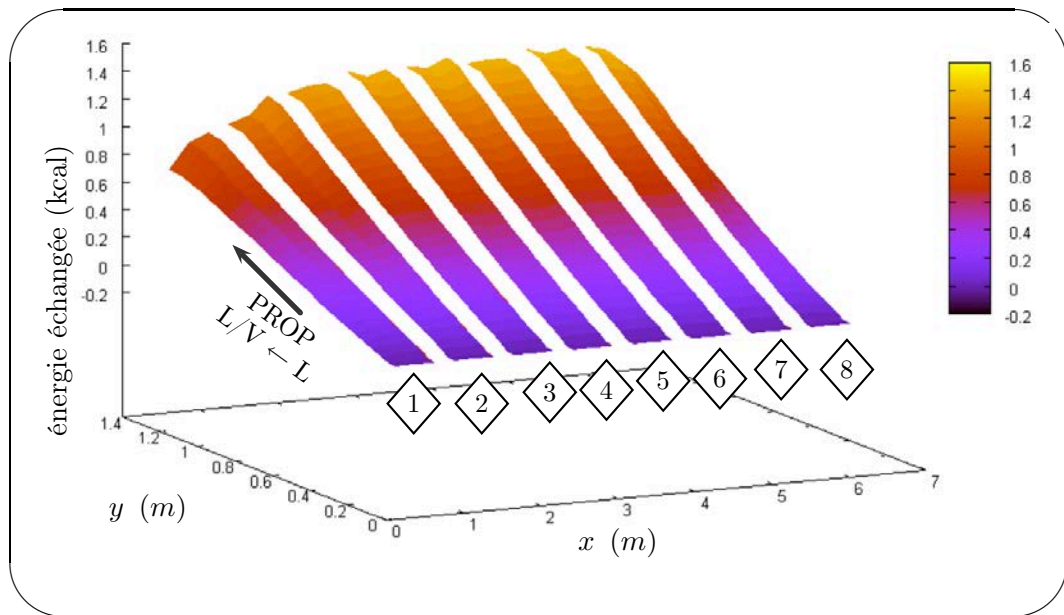


FIG. 5.14 – PROP

du fluide et à sa position dans la hauteur de l'échangeur.

- frictionnelles : comme leur nom l'indique, les forces de frottement s'opposent à la circulation du courant. Le calcul du module de cette force est décrite par l'équation ??.

Nous négligeons dans ces explications l'influence des termes de pertes de charge inertielles.

La figure ?? représente le profil de l'écart relatif du débit de propylène d'abscisse x par rapport au débit moyen théorique, évalué en supposant la distribution homogène. Nous constatons que la distribution en débit n'est pas uniforme sur la longueur de la section d'entrée du courant PROP. Ces phénomènes de maldistribution sont très accentués aux abords du bout chaud¹ de l'échangeur, pouvant atteindre jusqu'à 25% d'écart avec le débit moyen.

Les conséquences sur les performances thermiques peuvent être analysées grâce à la figure ?. La courbe représentant le profil de l'énergie échangée selon l'abscisse x pour le courant PROP épouse le profil de la courbe de débit. Ce dernier est donc limitant vis à vis de la puissance échangée. En revanche, la fraction massique vaporisée en sortie de l'échangeur est quasi constante ($\approx 0,536$) en fonction de l'abscisse x . Un écart maximal de 2,3% est constaté entre les deux extrema de la courbe. Ce pic apparaît lors du changement de pente de la courbe relative à l'énergie échangée (matérialisé par la droite \mathcal{D}).

Une étude des caractéristiques du courant OVHD donne des indices quant à la compréhension de la distribution du fluide PROP. La figure ?? représente le coefficient de transfert thermique du fluide OVHD dans le sens d'écoulement, selon x . Pour une meilleure visualisation, ce coefficient est représenté en 3D sur la figure ?. Ce coefficient reste faible pour des valeurs de fractions massiques vaporisées inférieures à 0,9 et augmente régulièrement lors d'une diminution de son taux de vaporisation. Nous remarquons un point d'inflexion (matérialisé par la droite \mathcal{D}) pour une fraction massique vaporisée de 0,9 : après avoir globalement cru, la pente

¹côté par lequel le fluide chaud entre

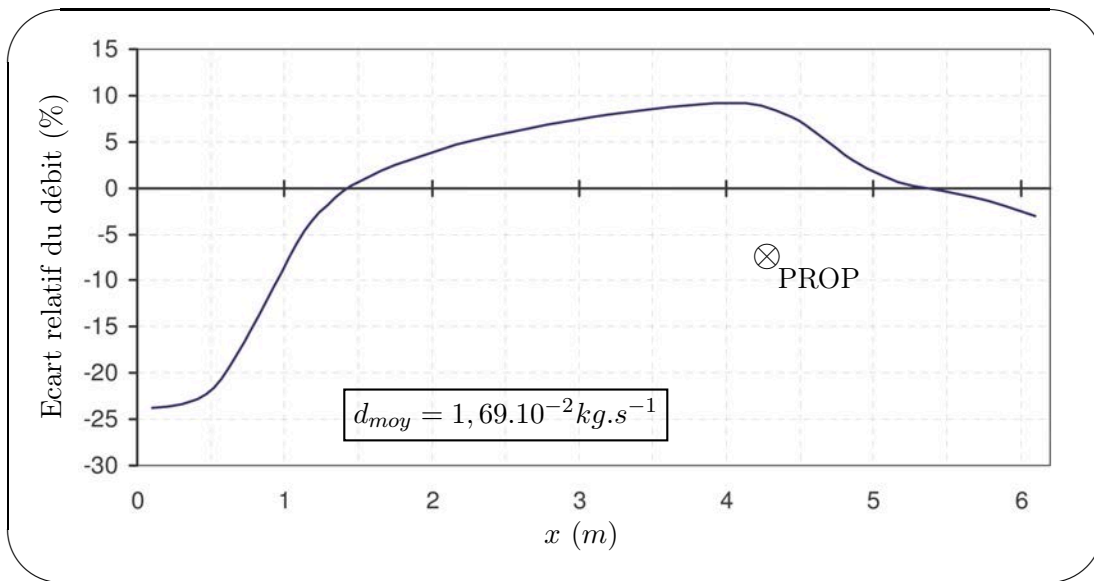


FIG. 5.15 – Ecarts relatifs des débits du courant PROP selon la longueur de l'échangeur

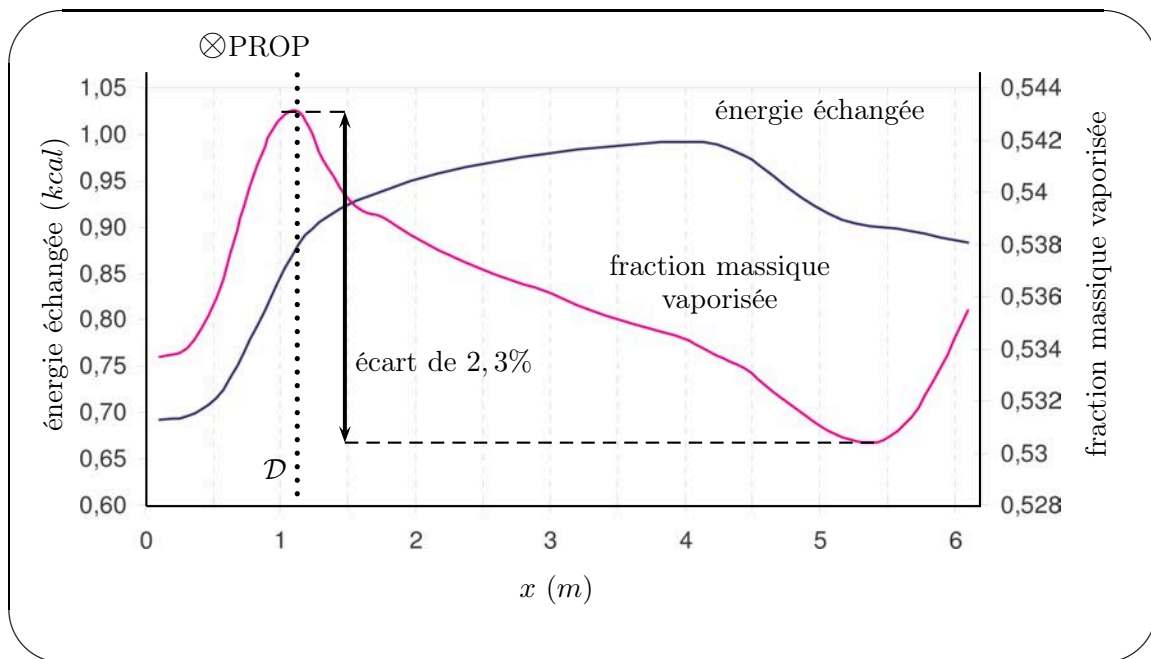


FIG. 5.16 – Fraction massique vaporisée et énergie échangée en sortie du passage *B* pour le courant PROP

de la courbe s'adoucit ensuite régulièrement, permettant ainsi de visualiser deux "régimes" d'échange thermique.

Du côté du bout chaud, les transferts thermiques entre les courants PROP et OVHD sont donc médiocres. Ceci a pour conséquence de limiter l'apport énergétique nécessaire à la vaporisation du fluide froid.

Finalement, la variation de la fraction massique vaporisée du courant OVHD détermine la valeur du coefficient de transfert thermique de ce courant, lui-même déterminant quant aux

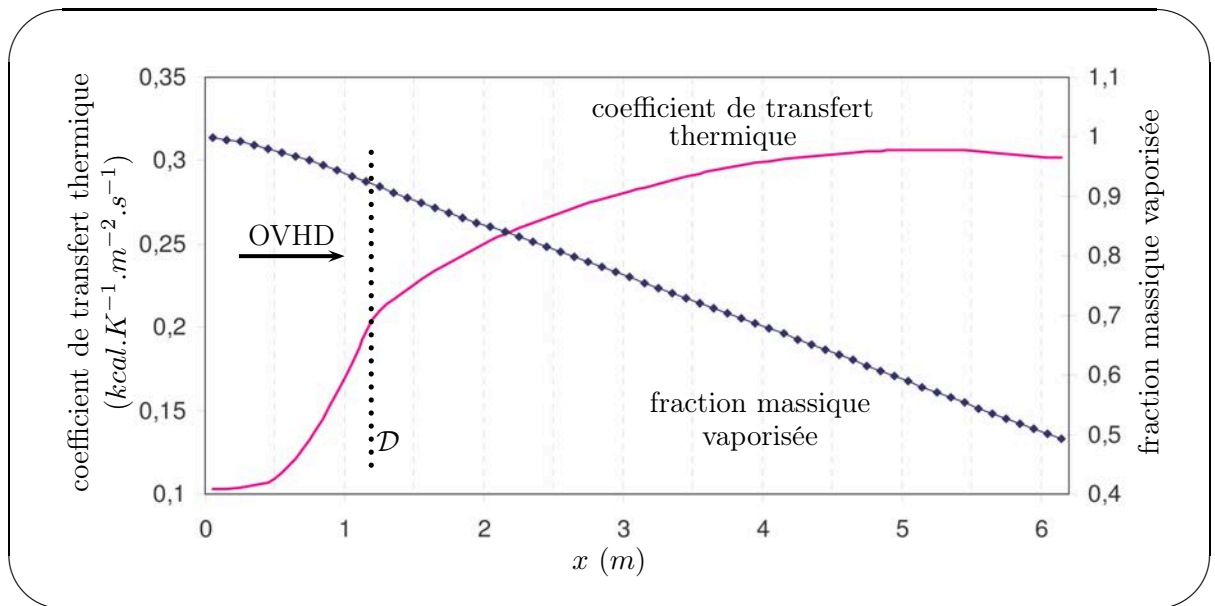
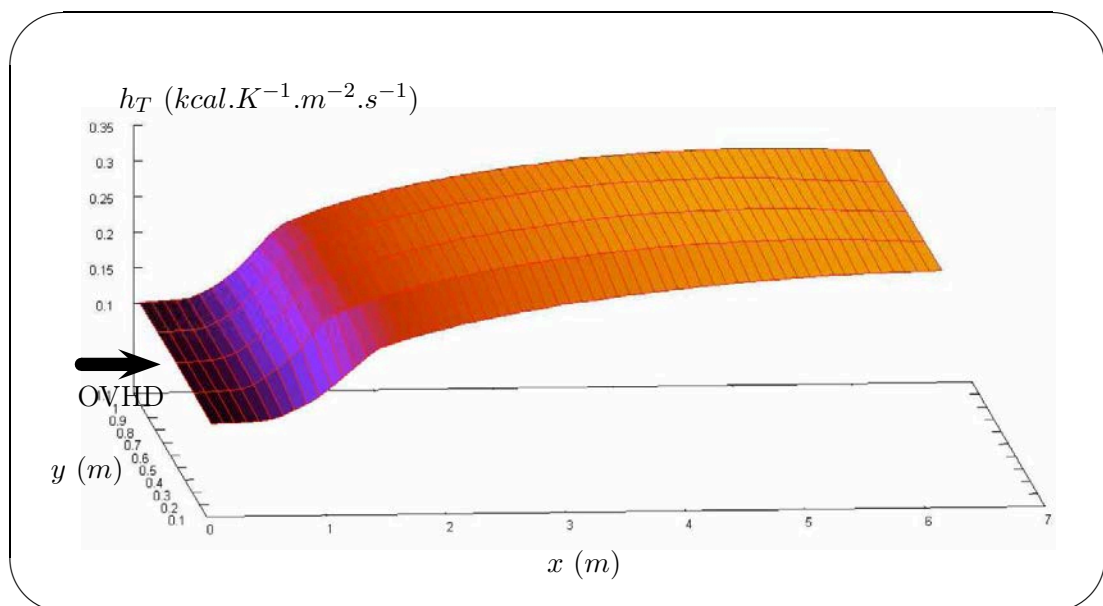
FIG. 5.17 – Fraction massique vaporisée du courant OVHD en fonction de la longueur x 

FIG. 5.18 – Tracé 3D du coefficient de transfert thermique du fluide OVHD dans l'espace

transferts thermiques avec le courant PROP.

Les courbes tracées sur la figure ?? caractérisent les termes de pertes de charge gravitationnelles et frictionnelles en fonction de l'abscisse x pour le courant PROP. La charge gravitationnelle est la principale contrainte appliquée à l'écoulement du courant, et ce pour l'ensemble des canaux des circuits. La charge frictionnelle ne représente qu'un faible pourcentage de la perte de charge totale.

Il est toutefois intéressant de remarquer les variations conjointes de ces deux types de pertes de charge. Les conditions de fonctionnement hydrauliques du courant PROP sont imposées par l'égalité des pertes de charge pour l'ensemble des canaux de mailles. Or les propriétés de

fonctionnement de chacun d'eux ne sont pas identiques, car induites par les transferts thermiques avec le courant OVHD. Finalement, l'équilibre de la charge du réseau hydraulique est atteint par compensation de ces deux types de pertes de charge pour chaque canal d'abscisse x , en fonction de leur propriétés physiques elles mêmes induites par les transferts thermiques avec le courant OVHD.

La conséquence sur le fonctionnement de l'échangeur en est la régulation du débit du courant PROP grâce aux pertes de charge induites par les variations des propriétés du fluide selon les transferts thermiques avec le courant OVHD.

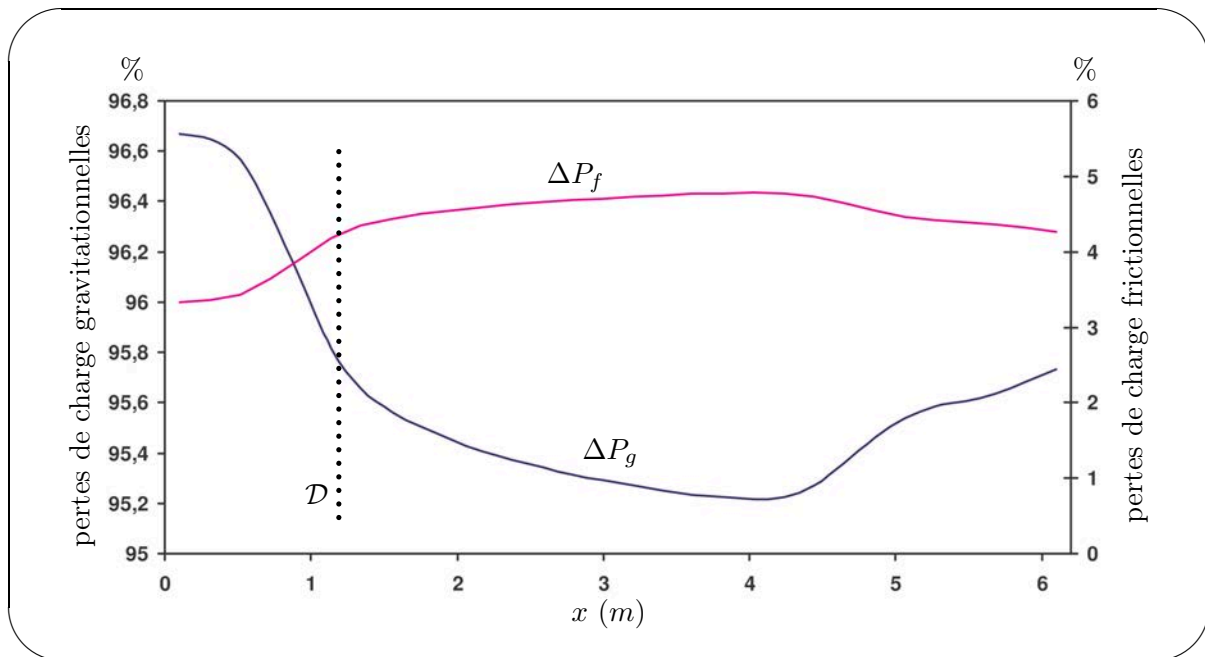


FIG. 5.19 – Pourcentages des pertes de charge gravitationnelles et frictionnelles selon a longueur x pour le courant PROP

La figure ?? représente le profil thermique d'une tôle de l'empilage, séparant deux passages dans lesquels circulent respectivement les courants OVHD (au dessus) et PROP (au dessous). La tôle retranscrit les phénomènes thermiques induits par la circulation de ces deux courants selon les contraintes géométriques imposées par la structure du passage dans lequel chacun d'eux circule.

Nous remarquons l'influence des deux barres de côté du passage 1 et des barres de séparation du passage B par lesquelles transitent préférentiellement les flux de chaleur. Les zones mortes des distributeurs du passage A constituent des puits de froid car ils sont directement en contact, par l'intermédiaire de la tôle, avec le courant PROP. Des calculs plus approfondis pourraient permettre d'évaluer l'influence de ces zones mortes sur l'efficacité de la vaporisation du courant OVHD en entrée de l'échangeur, et réduire de ce fait les problèmes de maldistribution du courant PROP.

La figure ?? représente le profil thermique de la tôle d'extrémité haute directement en contact avec le fluide chaud OVHD. Il est intéressant d'observer l'influence des zones mortes des distributeurs du passage A qui constituent des puits de froid sur la hauteur de l'empilage.

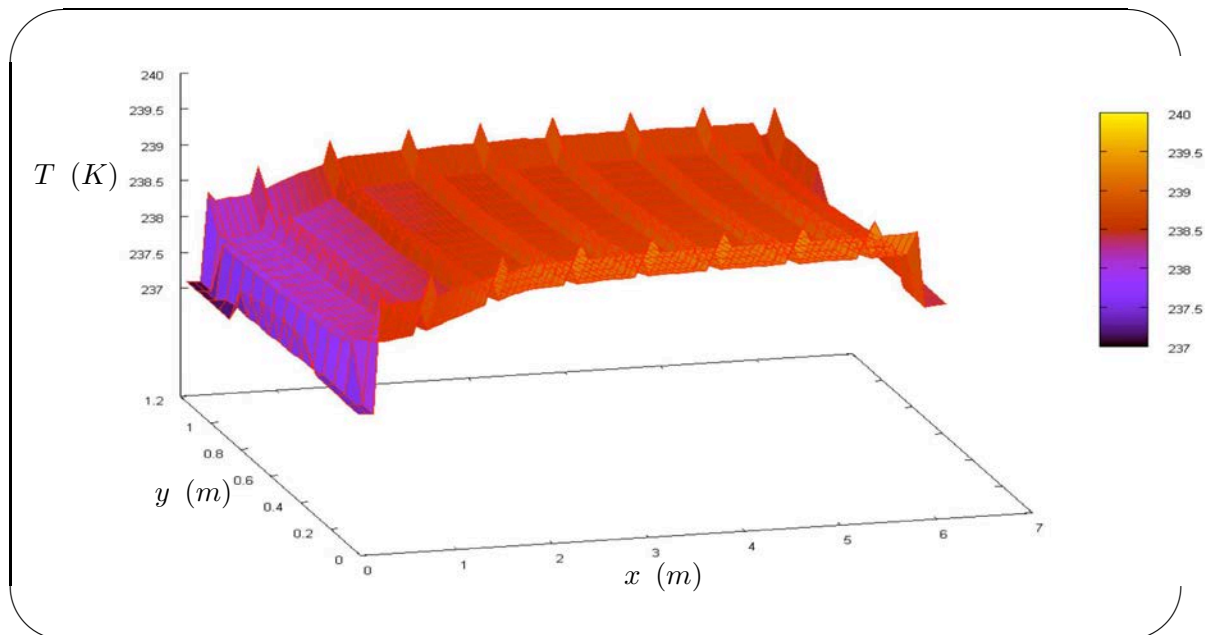


FIG. 5.20 – Tôle de l'empilage

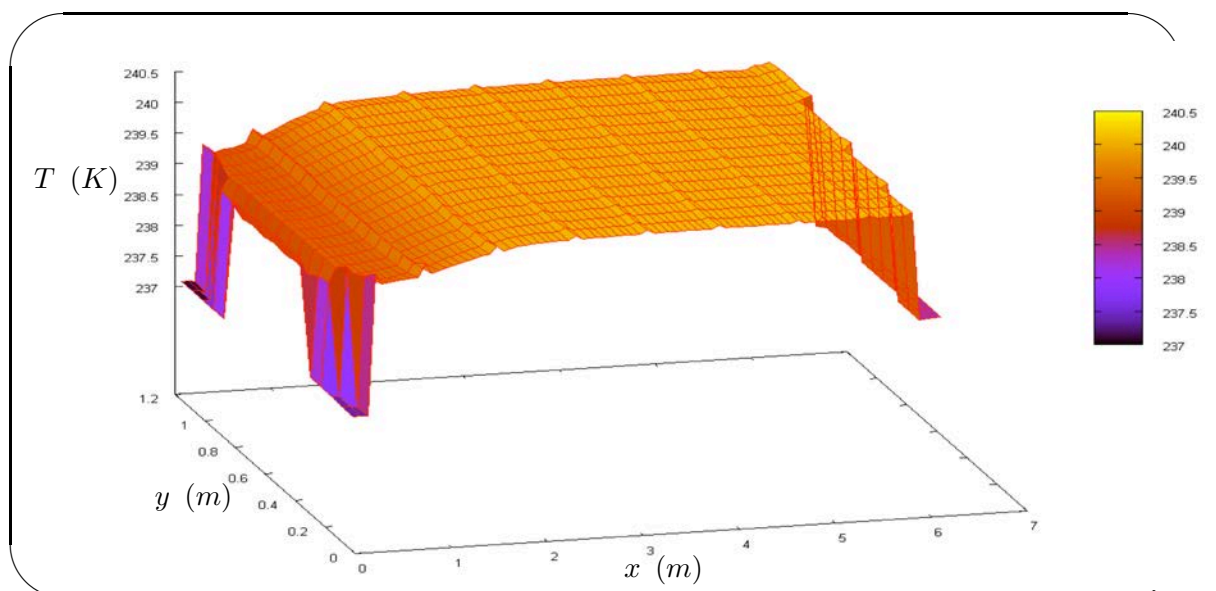


FIG. 5.21 – Tôle d'extrémité haut

5.3 Exemple complet

Cet exemple sert de support explicatif depuis le début de ce manuscrit : sa structure est décrite par la figure ??, les maillages des différents passages par les figures ??, ??, ?? et ??, la topologie externe par la figure ?. Ces éléments sont rassemblés sur la feuille annexe fournie avec le manuscrit.

5.3.1 Conditions opératoires

Les six fluides affectés au fonctionnement de cet échangeur possèdent les spécifications référencées dans le tableau ?. Trois courants chauds échangent dans le corps de l'échangeur avec trois courants froids à contre-courant par le biais de quatre classes de passage (*A*, *B*, *C* et *D*).

<i>numero fluide</i>	<i>type</i>	<i>débit (kg.h⁻¹)</i>	<i>température (K)</i>
①	CHAUD	7580	299
②	CHAUD	3580	299
③	CHAUD	7580	299
④	FROID	9580	267
⑤	FROID	2580	267
⑥	FROID	2580	267

TAB. 5.5 – Spécifications des courants d'entrée

Les courants alimentent les circuits des passages par le biais d'une topologie externe évoluée. Notons en particulier la présence d'un distributeur INT(int) permettant de soutirer une partie du fluide ④ du passage *C* pour le ré-injecter dans le passage *D*. Les courants sortant de ces deux classes de passage sont récupérés par deux têtes communes puis mélangés, le courant formé étant ensuite évacué vers la sortie.

Notons également la distribution particulière des fluides ① et ② dans deux passages distincts (*A* et *B*), chacun de ces deux courants les alimentant par une tête commune. Le fluide ② sera toutefois récupéré par deux têtes distinctes.

Le tableau ?? présente la structure d'empilage étudiée, composée de 12 passages. Elle alterne régulièrement les passages affectés aux fluides chauds et froids. Les passages numérotés de 5 à 8 serviront de base à l'étude, étant positionnés au coeur de la structure, limitant de ce fait les éventuels effets de bord.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	D	B	C	A	D	B	C	A	D	B

*séquence
étudiée*

TAB. 5.6 – Structure d'empilage affectée au modèle

5.3.2 Distribution externe des courants

Les figures ?? et ?? présentent les distributions hydrauliques des fluides chauds et froids entre les divers circuits des passages définissant la structure d'empilage du corps. L'analogie de cette description des spécifications des courants avec celle opérée classiquement en génie des procédés est frappante. Les unités sont ici les circuits des passages : elles sont intégrées au réseau hydraulique d'un fluide par des branches de courant, et reliées thermiquement entre elles par la structure d'empilage.

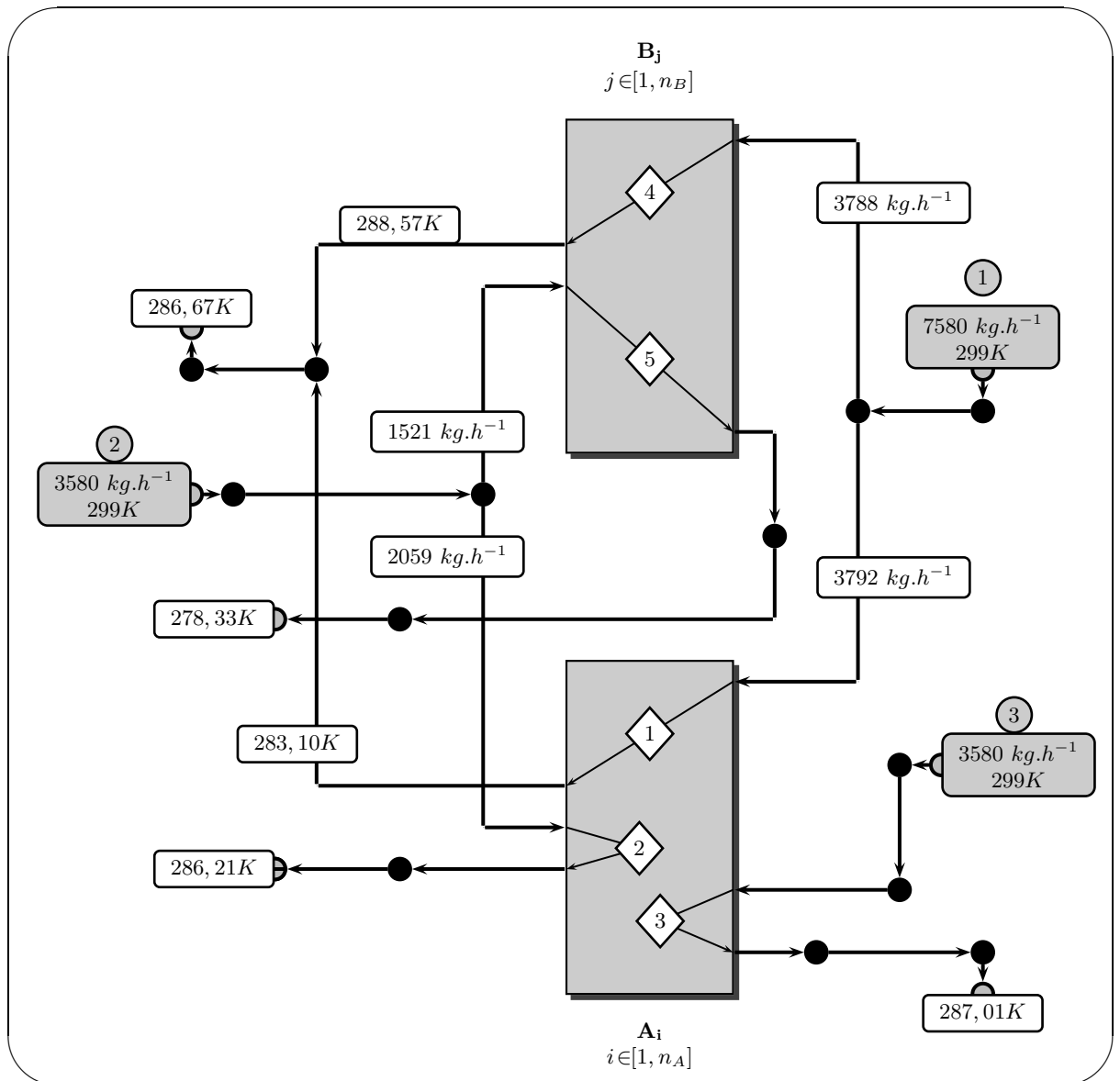


FIG. 5.22 – Distribution hydraulique des courants chauds

La distribution hydraulique est établie après équilibre des charges en pression de chaque circuit de courant. Celles-ci, rappelons le, dépendent de la structure géométrique des circuits, mais aussi des propriétés physiques des fluides.

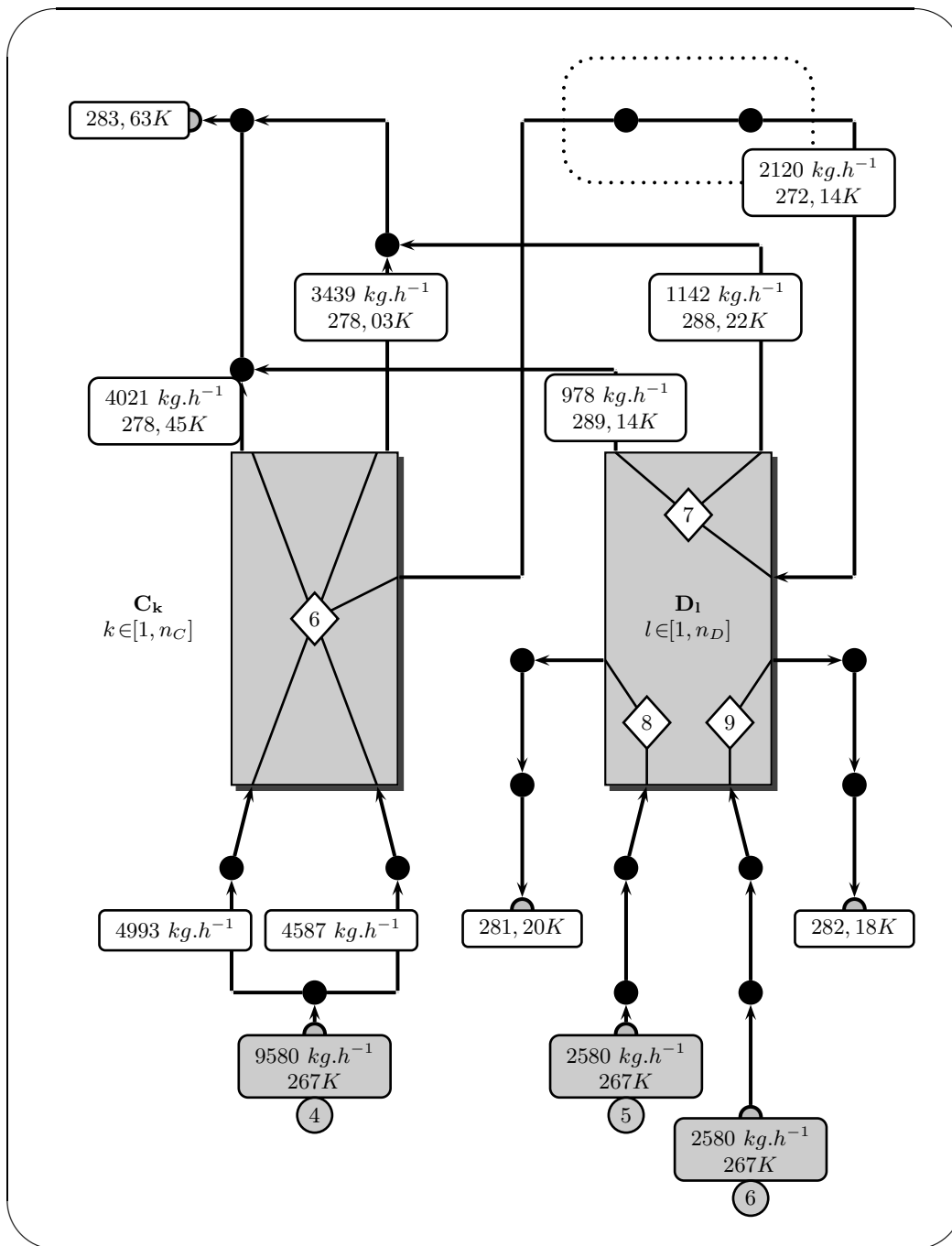


FIG. 5.23 – Distribution hydraulique des courants froids

Les résultats concernant la distribution des courants chauds permettent de mettre en relief des caractéristiques de fonctionnement particulières :

1. Le fluide ① se répartit quasi uniformément entre les deux circuits (① et ④) des passages *A* et *B*, et ce malgré un environnement thermique différent ; le voisinage des fluides froids n'est pas identique. Pourtant, malgré l'équi-répartition de la distribution hydraulique entre les deux types de passages, nous constatons en sortie un écart de température de fluide de $5,47K$.

- Le débit de fluide (2) est distribué selon deux circuits différents (2 et 5) appartenant à deux classes différentes (A et B). Logiquement, la majeure partie du fluide circule préférentiellement dans le circuit le plus court (2), réduit en terme de perte de charge.
- Le réseau hydraulique du fluide froid (4) présente une redistribution du passage C au passage D . Le taux de partage du débit est la conséquence du degré d'ouverture de la zone de soutirage, mais aussi de l'équilibrage des pertes de charges thermohydrauliques dans les circuits des deux passages. A titre de comparaison, le débit soutiré correspond à 22% du débit total alors que le taux d'ouverture du distributeur INT(int) correspond à 15% de la largeur de la zone d'écoulement.

La représentation du graphe réduit du courant 4 par la figure ?? évoque la complexité liée à la résolution du réseau hydraulique du courant.

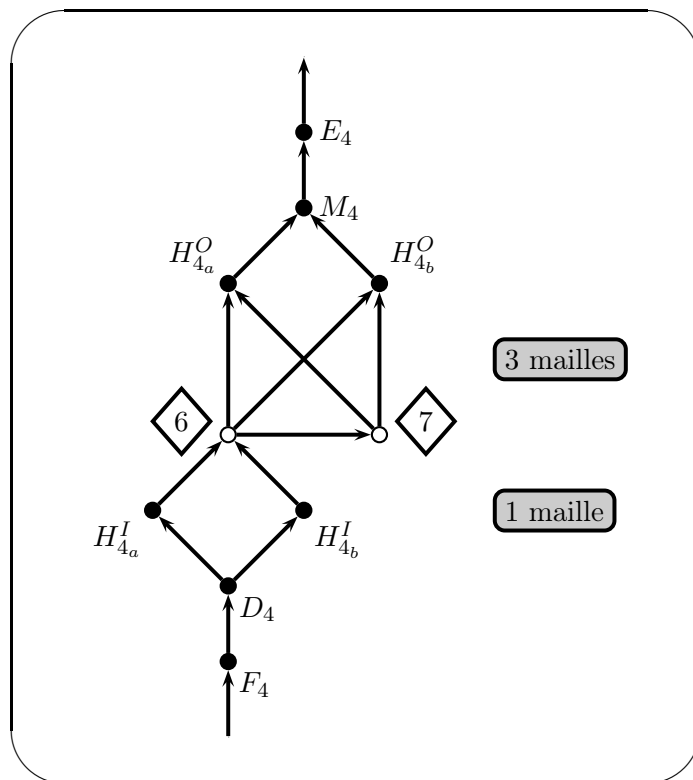


FIG. 5.24 – Graphe topologique réduit du courant 4

5.3.3 Etude thermo-hydraulique des courants

La figure ?? illustre les profils enthalpiques des courants circulant dans les quatre passages étudiés de l'empilage. Ils reflètent la répartition hydraulique des courants.

⚠ Les couleurs ne sont pas représentatives de la valeur de l'enthalpie du fluide (par exemple la couleur rouge n'implique pas l'enthalpie d'un courant chaud).

circuits $\diamond 1$ et $\diamond 4$: les profils enthalpiques de ces deux circuits sont caractéristiques de la distribution hydraulique du fluide imposée par la configuration des deux distributeurs. L'échange de chaleur n'est pas uniforme sur la section d'écoulement dans la zone d'échange comme cela devrait être théoriquement le cas. Pour remédier à ce problème, il faudrait augmenter la perte de charge résiduelle de la zone d'échange afin d'"écraser" l'influence hydraulique des deux distributeurs.

circuits $\diamond 2$ et $\diamond 3$: l'écoulement dans ces deux circuits présente de fortes irrégularités dues en partie à la structure géométrique des zig-zags. Ceux-ci ont un nombre pair de passes créant logiquement une disparité quant à la distance parcourue par chaque veine de fluide. Nous pouvons également suspecter la présence des deux zones mortes encadrant ces deux circuits, dont l'influence se répercute par le biais des tôles voisines.

circuit $\diamond 5$: la zone morte accolée à l'entrée de ce circuit semble également influencer la distribution de courant. Cependant, ces phénomènes de maldistribution s'atténuent jusqu'à la sortie du fluide du circuit, écrasés par les fortes pertes de charge induites par la structure géométrique de ce zig-zag à 7 passes.

circuit $\diamond 6$: l'influence des distributeurs sur la distribution de l'écoulement est remarquable même si celle-ci s'atténue tout au long des deux zones d'échange et dans le distributeur INT(int). L'influence de ce dernier est faible du fait de son faible degré d'ouverture, n'altérant que peu l'écoulement général.

circuit $\diamond 7$: l'influence du distributeur intermédiaire INT(int) sur la distribution hydraulique est remarquable. Ce phénomène pourrait être atténué en plaçant une onde d'échange génératrice de pertes de charge.

circuits $\diamond 8$ et $\diamond 9$: le faible degré d'ouverture des distributeurs d'entrée impose des contraintes hydrauliques sensibles mais compensées par les distributeurs de sortie. Les phénomènes de maldistribution s'atténuent au fur et à mesure pour atteindre en fin de parcours une distribution relativement homogène.

A titre d'illustration sont fournis les profils de tôles (figures ??, ??, ??). Ils reflètent les caractéristiques de fonctionnement de l'échangeur. L'écart maximum en température entre deux points d'une tôle est de $26^{\circ}C$.

5.3.4 Système de très grandes dimensions

Le nombre d'équations nécessaire à la modélisation d'un échangeur d'une complexité raisonnable (au moins 200 passages de $8m$ de long et intégrant une redistribution de courant) peut facilement atteindre 1000000 équations. Le degré de précision du maillage thermique est déterminant quant à ce nombre.

Au cours de multiples tests, le nombre maximal atteint à ce jour est de 612342 équations, pour réquisition mémoire dépassant 1Go en méthode directe (UMF).

L'application des méthodes numériques que préconisaient D.Averous a été un succès, dépassant largement les domaines d'utilisation estimés à l'époque.

Le choix du type de méthode, directe ou itérative, n'a pas présenté de différences particulières hormis les caractéristiques classiques de rapidité et de réquisition de mémoire élevée des méthodes directes par rapport aux méthodes itératives.

Cependant, les cas complexes incluant des conditions de circulations de courant évoluées et proches des limites physiques du système (débit nul) imposent généralement l'utilisation de méthodes itératives.

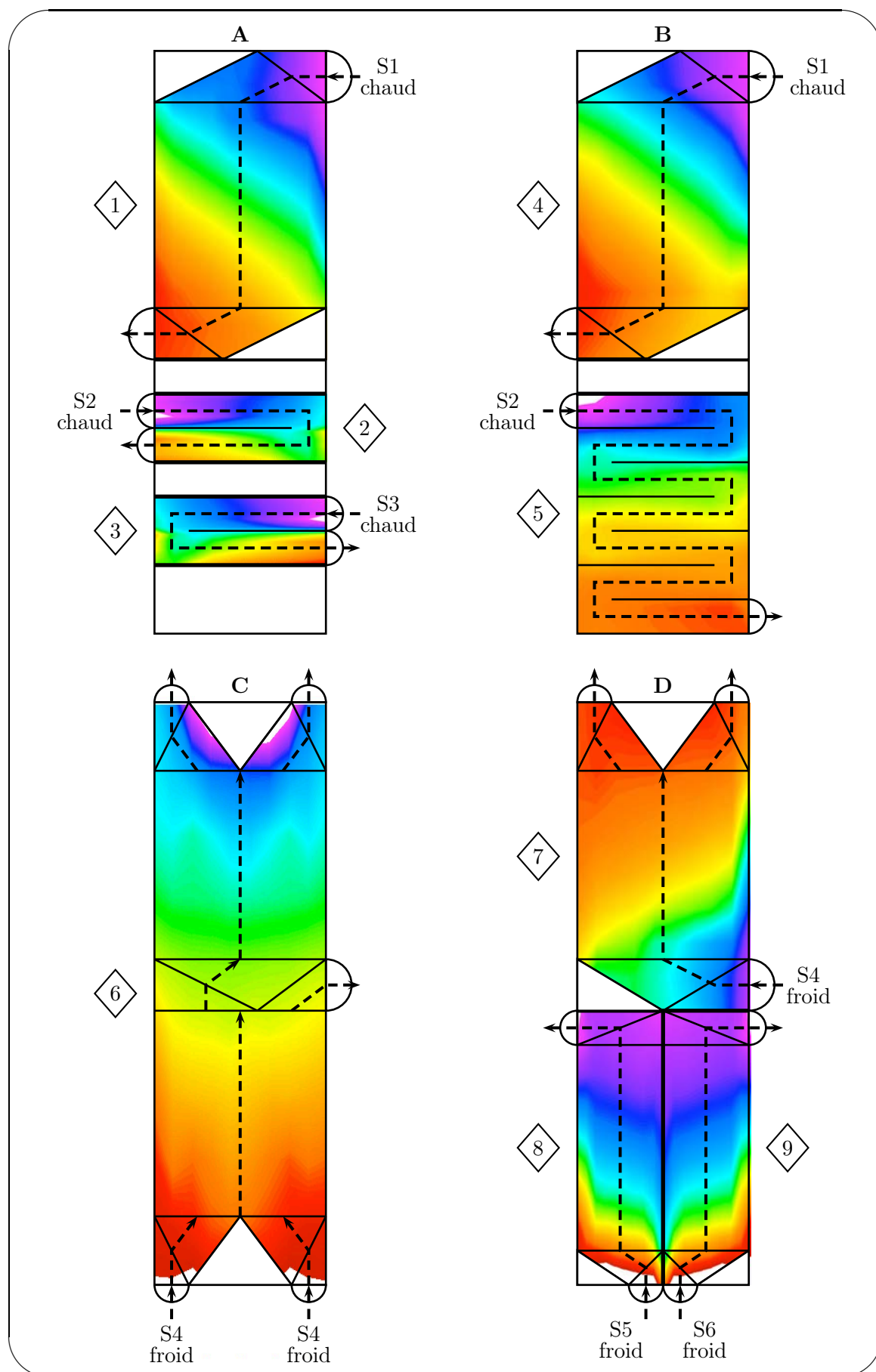


FIG. 5.25 – Profils enthalpiques des courants circulant dans quatre passages de l'empilage

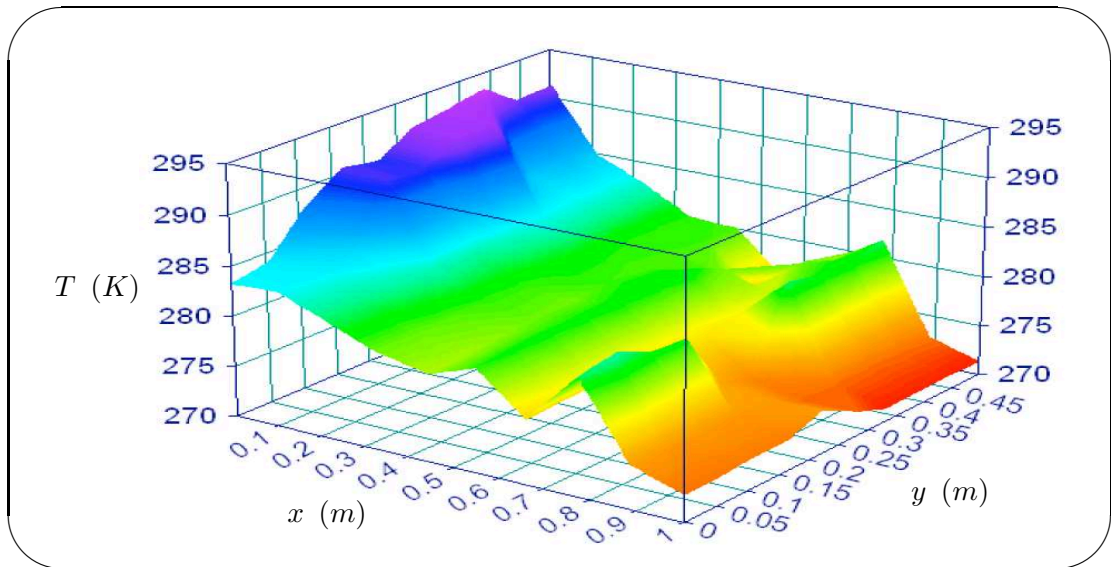


FIG. 5.26 – Tôle 2

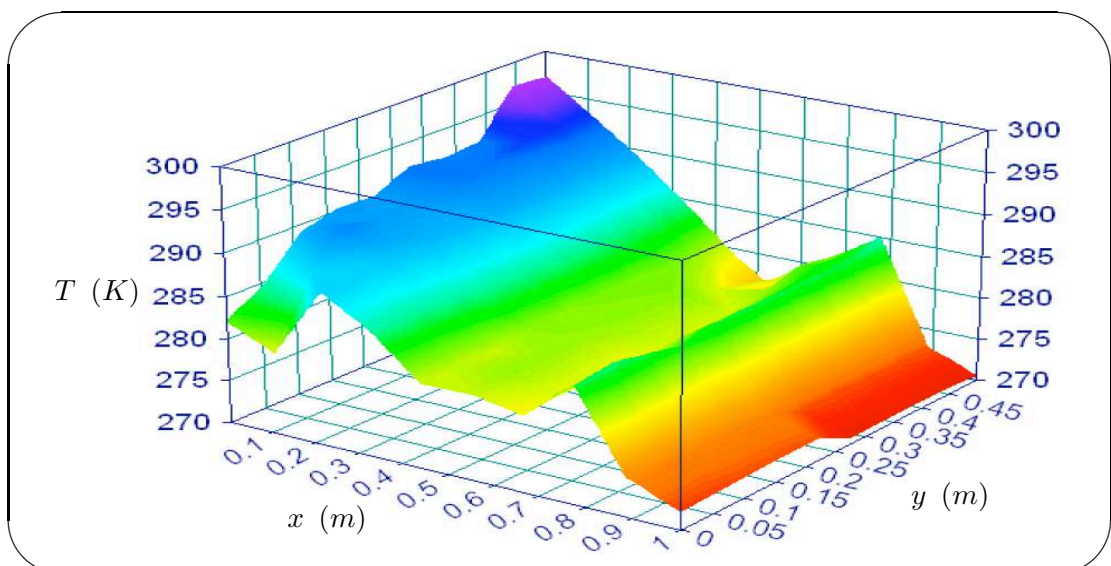


FIG. 5.27 – Tôle 3

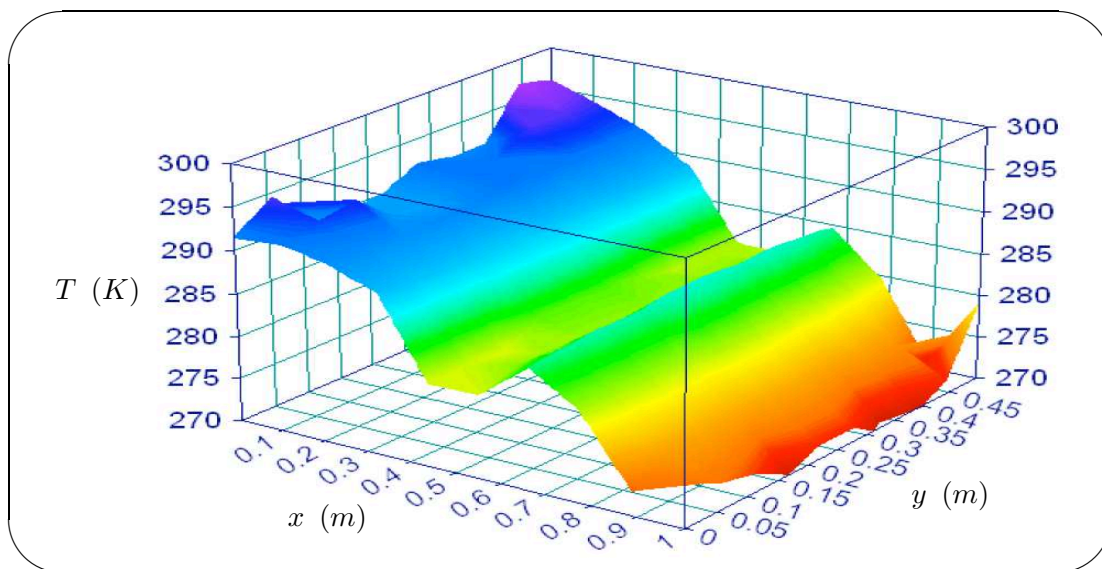


FIG. 5.28 – Tôle 4

Conclusion

Les phénomènes thermo-hydrauliques ont été mis en évidence dans ces exemples. L'influence de la maldistribution a été particulièrement illustrée par la simulation du kettle. Les fortes variations des propriétés physiques des deux fluides chaud et froid influent sur la distribution hydraulique qui est déterminante sur la répartition énergétique des flux de chaleur dans l'échangeur.

D'autre part, l'exemple complet a permis de mettre en évidence la gestion de la topologie complexe d'un échangeur, avec en particulier une redistribution de courant entre deux passages.

Nous pouvons considérer que la faisabilité du couplage des phénomènes thermiques et hydrauliques a été prouvée par ces exemples.

Conclusion

Ce travail s'inscrit dans la continuité du développement des outils de la gamme ProSEC au sein de l'entreprise FIVES CRYO. L'objectif principal est d'apporter des solutions innovantes et performantes pour l'intégration des phénomènes thermo-hydrauliques au modèle général des échangeurs multi-fluides à plaques brasées.

Des simulations d'exemples industriels ont concrétisé avec succès ces travaux, laissant entrevoir des perspectives inédites pour l'étude et l'expertise du fonctionnement de ces échangeurs, en particulier quant à l'influence des phénomènes de maldistribution hydraulique sur les performances thermiques globales.

Le couplage des phénomènes thermo-hydrauliques a nécessité le développement de méthodes de discrétisation thermique et hydraulique distinctes afin de caractériser avec précision l'ensemble des phénomènes physiques liés à la fois à la circulation des courants et au transit des flux de chaleur dans le corps de l'échangeur.

Ceci n'a été possible qu'après une étude approfondie de la structure des EPBs : l'éventail et la complexité des éléments utilisés pour décrire un échangeur a imposé la définition de classes d'éléments fonctionnels qui, assemblés et connectés, forment le modèle complet de l'échangeur.

Nombre d'améliorations ont été apportées par rapport aux programmes existants.

□ **Caractérisation des phénomènes thermo-hydrauliques**

Les effets de la maldistribution hydraulique étaient jusqu'alors négligés. La répartition des débits pour chaque fluide est dorénavant déterminée par l'équilibrage des pertes de charge sur l'ensemble de son réseau hydraulique.

□ **Définition de configurations complexes**

L'ensemble des configurations d'écoulement est intégré au modèle, englobant les circulations à courants croisés, co-courants et contre-courants. A cela s'ajoute le positionnement de l'échangeur dans le référentiel terrestre dont le champ gravitationnel influe sur le comportement hydraulique des courants.

Les distributeurs sont dorénavant intégrés au modèle. Ils constituent à la fois des zones de distribution de courant et d'échange thermique, ce qui n'était pas le cas auparavant.

□ **Gestion de l'empilage**

L'ensemble des passages et des tôles constituant la structure d'empilage est intégré au modèle. Chaque tôle joue désormais le rôle d'interface thermique entre deux passages, permettant de ce fait de lever l'hypothèse TPC (Température de Paroi Commune).

□ **Application d'un maillage thermo-hydraulique adapté**

L'étude thermo-hydraulique a nécessité la mise en place d'une méthode de maillage dédiée à la caractérisation simultanée des phénomènes thermiques et hydrauliques, tout en étant adaptée à la description structurelle et fonctionnelle des échangeurs. L'algorithme

de ce maillage s'applique indépendamment à chaque élément de la structure d'empilage afin d'épouser avec précision ses caractéristiques géométriques. Ces éléments sont ensuite intégrés au maillage global de l'échangeur par l'intermédiaire d'interfaces thermiques.

□ **Gestion de la topologie des fluides**

L'utilisation des outils dédiés aux méthodes de graphe pour décrire la topologie des courants dans l'échangeur a permis d'accroître considérablement la complexité des réseaux hydrauliques. Une des conséquences est l'incorporation des distributeurs intermédiaires, permettant de soutirer ou d'injecter une fraction de fluide à un circuit.

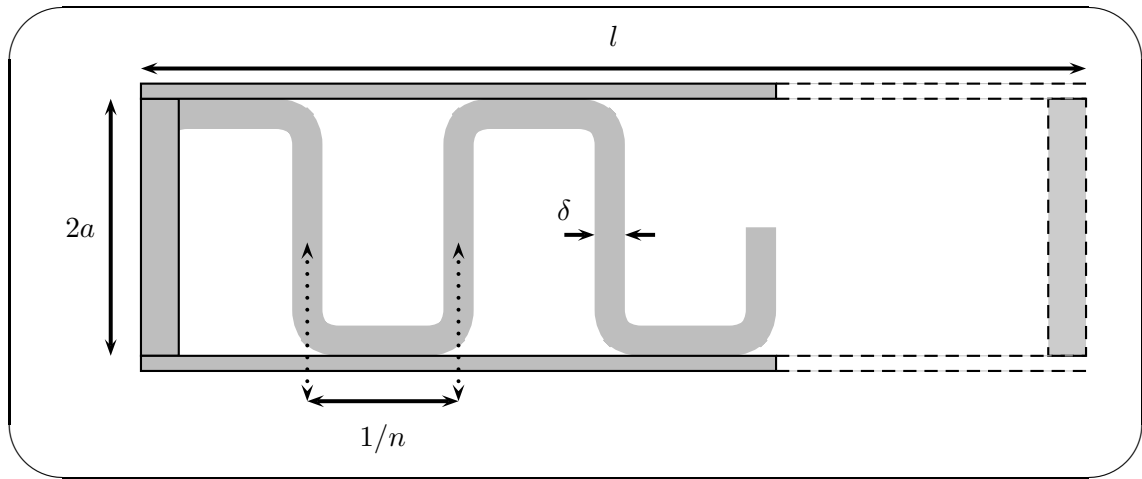
□ **Résolution numérique**

La simulation de systèmes non-linéaires de grande taille, associés ici à la simulation thermo-hydraulique en 3D d'un EPB, a été un succès. Les recommandations formulées dans les travaux précédents ont permis d'implémenter des méthodes numériques directes et itératives. Un système de plus de 600000 équations a été résolu.

Les perspectives futures relatives au développement de ce programme commencent par l'étude et le test de nouvelles méthodes numériques afin de faire accroître les capacités de calcul. L'objectif est de réduire le temps de calcul pour une utilisation plus confortable au sein de FIVES CRYO. Il est également envisagé d'intégrer un serveur thermodynamique compatible CAPE-OPEN.

Annexe A

Paramètres des ondes



Soient,

$2a$	hauteur de l'onde	m
δ	épaisseur de l'onde	m
l	largeur utile de l'échangeur	m
n	fréquence des ailettes par unité de largeur	$aillette.m^{-1}$
p	taux de perforation	—
l_s	longueur de serration	m

On définit :

h_c	hauteur du canal	$2a - \delta$	m
w	largeur du canal	$1/n - \delta$	m
d_h	diamètre hydraulique	$2h_c w / (h_c + w)$	m
r	facteur de forme	h_c / w	—
ob	facteur d'obstruction	$(2a + w) \delta n / (2a)$	—

La fraction d'obstruction est la fraction de la surface libre entre les deux tôles de séparation à laquelle on soustrait les épaisseurs d'ailettes perpendiculaires.

surface primaire : surface des tôles de séparation à laquelle on soustrait les épaisseurs d'ailettes perpendiculaires. Soit, par unité de largeur et de longueur, elle se définit par :

$$A_1 = nw \tag{A.1}$$

surface secondaire : surface des ailettes de passage.

$$A_2 = nh_c(1 - p) \quad (\text{A.2})$$

section d'écoulement par unité de largeur (m^{-1})

$$A_c = nh_c w \quad (\text{A.3})$$

Annexe B

Etablissement des équations générales de conservation

B.1 Principe de conservation de la matière

Il repose sur un bilan massique.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Débit de matière} \\ \text{à l'abscisse } x \text{ pour} \\ \text{les deux phases} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Débit de matière} \\ \text{à l'abscisse } x + dx \text{ pour} \\ \text{les deux phases} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Vitesse} \\ \text{d'accumulation} \\ \text{de matière} \end{array} \right)$$

soit

$$(L + V)_x dt - (L + V)_{x+dx} dt = [\rho_L (1 - \epsilon) + \rho_V \epsilon]_{t+dt} A_C dx - [\rho_L (1 - \epsilon) + \rho_V \epsilon]_t A_C dx \quad (\text{B.1})$$

Cette relation conduit à l'équation générale :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_L (1 - \epsilon) A_c + \rho_V \epsilon A_c) + \frac{\partial}{\partial x} (l + v) \quad (\text{B.2})$$

On introduit les variables r_L et r_V , rétentions linéiques liquide et vapeur, définies par :

$$\begin{aligned} r_L &= \rho_L (1 - \epsilon) A_c \\ r_V &= \rho_V \epsilon A_c \end{aligned}$$

L'équation s'écrit donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_L + r_V) + \frac{\partial}{\partial x} (l + v) = 0 \quad (\text{B.3})$$

B.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement

Il se formule :

$$\left(\begin{array}{c} \text{Vitesse d'accumulation} \\ \text{de quantité} \\ \text{de mouvement} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Débit net de} \\ \text{quantité de mouvement} \\ \text{sur l'élément (D)} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Somme des forces} \\ \text{agissant sur le} \\ \text{système pendant } dt \end{array} \right)$$

La vitesse d'accumulation de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_V \epsilon u_V + \rho_L (1 - \epsilon) u_L) A_c dx \quad (\text{B.4})$$

soit

$$\frac{\partial}{\partial t} (l + v) dx \quad (\text{B.5})$$

Le débit net de quantité de mouvement est le débit d'entrée de quantité de mouvement par transport duquel on retranche le débit de sortie.

$$[(\rho_V \epsilon u_V) u_V + (\rho_L (1 - \epsilon) u_L) u_L]_x A_c - [(\rho_V \epsilon u_V) u_V + (\rho_L (1 - \epsilon) u_L) u_L]_{x+dx} A_c \quad (\text{B.6})$$

soit

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} ((\rho_V \epsilon u_V) u_V + (\rho_L (1 - \epsilon) u_L) u_L) A_c dx \quad (\text{B.7})$$

ou encore

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v^2}{r_V} + \frac{l^2}{r_L} \right) dx \quad (\text{B.8})$$

Les forces agissant sur le système sont :

– La résultante des forces de pression sur les surfaces d'un volume élémentaire

$$P_x A_c - P_{x+dx} A_c \quad (\text{B.9})$$

soit

$$-\frac{\partial}{\partial x} P A_c dx \quad (\text{B.10})$$

– La force de pesanteur

$$(\rho_L (1 - \epsilon) + \rho_V \epsilon) A_c dx g_x \quad (\text{B.11})$$

soit

$$(r_L + r_V) g_x dx \quad (\text{B.12})$$

où g_x est la projection du vecteur accélération de pesanteur g sur l'axe d'écoulement.

– La force de frottements visqueux est évaluée par un modèle empirique du constructeur. Les paramètres de calcul en diphasique sont :

- les débits massiques L et V ,
- l'aire de section d'écoulement A_C et le diamètre hydraulique d_h ,
- les propriétés physiques du fluide (masse volumique et viscosité pour le liquide et la vapeur),
- le facteur de Fanning (friction) en fonction du nombre de Reynolds obtenu par corrélation.

Pour l'écoulement monophasique, le module de force est défini par unité de volume selon :

$$\|F^{frot}\| = 2 \frac{d^2}{\rho A_c d_h} f dx \quad (\text{B.13})$$

Le bilan s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t} (l + v) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{l^2}{r_L} + \frac{v^2}{r_V} \right) = -A_c \frac{\partial P}{\partial x} + (r_L + r_V) g_x - \frac{\|F^{frot}\|}{dx} \quad (\text{B.14})$$

B.3 Principe de conservation de l'énergie

Appliquons le premier principe de la thermodynamique. La variation de la somme de l'énergie interne E et de l'énergie cinétique K est égale à la somme du travail W et de la chaleur Q reçus par le système.

$$\Delta(E + K) = W + Q \quad (\text{B.15})$$

Le système considéré est invariant en masse au cours de la transformation. Ce principe appliqué au régime transitoire sur le domaine (D) , s'énonce :

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} \text{Vitesse d'accumulation} \\ \text{de l'énergie cinétique} \\ \text{et de l'énergie interne} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{l} \text{Débit net de} \\ \text{l'énergie cinétique et} \\ \text{de l'énergie interne} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Travail des} \\ \text{forces de} \\ \text{pression} \end{array} \right) \\ &+ \left(\begin{array}{l} \text{Quantité de} \\ \text{chaleur échangée} \\ \text{avec l'extérieur} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Quantité de chaleur} \\ \text{traversant } (D) \\ \text{par conduction} \end{array} \right) \quad (\text{B.16}) \\ &+ \left(\begin{array}{l} \text{Travail} \\ \text{des forces} \\ \text{de pesanteur} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Travail} \\ \text{des forces} \\ \text{de friction} \end{array} \right) \end{aligned}$$

L'établissement de l'équation est relatif à un écoulement monophasique. L'extrapolation à l'écoulement diphasique sera donnée par analogie des termes.

Soit :

- E l'énergie interne spécifique ($J.Kg^{-1}$)
- q la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur par unité de longueur ($W.m^{-1}$)
- λ la conductivité thermique du fluide ($W.m^{-1}.K^{-1}$)

Nous pouvons développer le bilan ci-dessus :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(E + \frac{1}{2}u^2 \right) \right] = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho \left(E + \frac{1}{2}u^2 \right) u \right] - \frac{\partial}{\partial x} (pu) + \frac{q}{A_C} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \rho g_x u - \frac{\|F^{frot}\|u}{A_C dx} \quad (\text{B.17})$$

On multiplie scalairement l'équation de mouvement par le vecteur vitesse selon l'axe lié à l'écoulement :

$$u \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2) \right] = -u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x u - \frac{\|F^{frot}\|u}{A_C dx} \quad (\text{B.18})$$

Le terme de gauche est transformé avec l'aide de l'équation de continuité

$$u \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2) \right] = \rho u \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u^2 \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{B.19})$$

donc, l'équation d'énergie monophasique s'écrit :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2}u^2 \right) + \rho u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2}u^2 \right) = -u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x u - \frac{\|F^{frot}\|u}{A_C dx} \quad (\text{B.20})$$

Une transformation analogue, utilisant l'équation de continuité, permet d'écrire ?? sous la forme :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(E + \frac{1}{2} u^2 \right) + \rho u \frac{\partial}{\partial x} \left(E + \frac{1}{2} u^2 \right) = - \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \rho g_x u - \frac{\|F^{frot}\|u}{A_C dx} + \frac{q}{A_C} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (\text{B.21})$$

Soit par soustraction de ?? membre à membre :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (E) + \rho u \frac{\partial}{\partial x} (E) = -p \frac{\partial}{\partial x} (u) + \frac{q}{A_C} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (\text{B.22})$$

Mais l'énergie interne E est exprimée par rapport à l'enthalpie spécifique h par :

$$h = E + P/\rho \quad (\text{B.23})$$

Soit d'après ?? :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho u \frac{\partial h}{\partial x} &= -P \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \rho u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{q}{A} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ &= -P/\rho \left[\rho \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] + \frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{q}{A_C} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

ou encore,

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho u \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{q}{A_C} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (\text{B.25})$$

Compte tenu de la prépondérance des transferts thermiques avec les parois, la conduction longitudinale et l'énergie de pression peuvent être négligées :

$$A_C \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \rho u \frac{\partial P}{\partial x} \right) \ll q \quad (\text{B.26})$$

$$A_C \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \ll q \quad (\text{B.27})$$

Soit une équation d'énergie spécifique à notre problème :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u h) = \frac{q}{A_C} \quad (\text{B.28})$$

Une forme de l'équation ?? développée pour les écoulements diphasiques liquide-vapeur est :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_L (1 - \epsilon) h_L A_C + \rho_V \epsilon h_V A_C) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_L u_L (1 - \epsilon) h_L A_C + \rho_V u_V \epsilon h_V A_C) = q \quad (\text{B.29})$$

soit,

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_L h_L + r_V H_V) + \frac{\partial}{\partial x} (l h_L + v h_V) = q \quad (\text{B.30})$$

En régime permanent, la chaleur échangée est formulée par :

$$q = h_T (A_1 + \eta A_2) \left(T_k^p + T_{k+1}^p - 2T_i^f \right) \quad (\text{B.31})$$

soit une équation en régime permanent :

$$\frac{d}{dx} (l h_L + v h_V) = h_T (A_1 + \eta A_2) \left(T_k^p + T_{k+1}^p - 2T_k^f \right) \quad (\text{B.32})$$

Annexe C

Calcul de l'efficacité de la surface secondaire en régime permanent

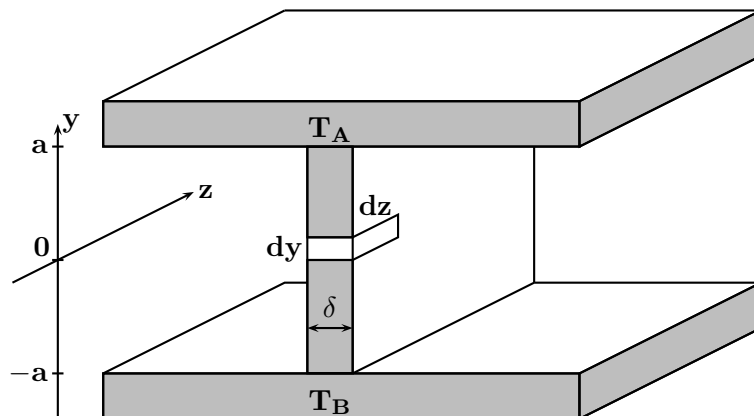
Calcul de l'efficacité de la surface secondaire en régime permanent

On note :

- T_f la température du passage
- T la température de l'ailette
- h le coefficient de transfert
- λ la conductivité du matériau
- δ l'épaisseur de l'ailette

Les hypothèses de bases suivantes sont faites lors du calcul de l'efficacité d'ailette :

- Les deux tôles de séparation sont maintenues à température constantes ;
- Le fluide dans le passage est à température constante le long de l'ailette ;
- Le coefficient de transfert est constant ;
- La température de l'ailette ne varie pas dans l'épaisseur ;
- Les effets de toute variation dans la longueur sont ignorés lors du calcul sur la section droite (en particulier la conduction longitudinale) ;
- La conductivité du métal est uniforme.



Bilan sur une ailette en régime permanent

En écrivant le bilan des flux de chaleur dans un élément de hauteur dy d'une ailette, par unité de longueur :

$$-\lambda\delta\frac{\partial T_p}{\partial y}\Big|_y + \lambda\delta\frac{\partial T_p}{\partial y}\Big|_{y+dy} - 2hdy(T_p - T_f) = 0 \quad (\text{C.1})$$

Après réarrangement et introduction du paramètre m :

$$\frac{\partial^2 T_p}{\partial y^2} - m^2(T_p - T_f) = 0 \quad \text{avec} \quad m = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}} \quad (\text{C.2})$$

On pose :

$$\theta = T_p - T_f \quad (\text{C.3})$$

d'où

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} - m^2\theta = 0 \quad (\text{C.4})$$

Cette équation possède une solution analytique qui peut être écrite sous la forme :

$$\theta(y) = A \sinh(my) + B \cosh(my) \quad (\text{C.5})$$

En appliquant les conditions limites :

$$\begin{aligned} y = +a & \quad \theta(y) = \theta_A \\ y = -a & \quad \theta(y) = \theta_B \end{aligned}$$

Nous en déduisons :

$$\begin{aligned} A \sinh(ma) + B \cosh(ma) &= \theta_A \\ -A \sinh(ma) + B \cosh(ma) &= \theta_B \end{aligned}$$

D'où la formulation générale pour le profil de température sur la hauteur de l'onde :

$$\begin{aligned} -a_i \leq y \leq a_i, \\ \theta(y) = \frac{\theta_A - \theta_B \sinh(my)}{2 \sinh(ma)} + \frac{\theta_A + \theta_B \cosh(my)}{2 \cosh(ma)} \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Calcul de l'énergie convectée à la surface secondaire

Cette quantité de chaleur q est calculée par unité de longueur par la relation :

$$q_S = \int_{-a}^{+a} 2h\theta(y) dy = 2ha(\theta_A + \theta_B) \frac{\tanh(ma)}{ma} \quad (\text{C.7})$$

En intégrant analytiquement cette expression en introduisant la formulation de $\theta(y)$ développée précédemment :

$$q_S = 2Nlah(\theta_A + \theta_B) \frac{\tanh(ma)}{ma} \quad (\text{C.8})$$

Calcul de l'énergie convectée à la surface primaire

$$q_P = A_1h(\theta_A + \theta_B) \quad (\text{C.9})$$

Bilan sur la plaque de séparation

$$q_T = h(A_1 + \eta A_2)(\theta_A + \theta_B) \quad (\text{C.10})$$

avec η étant l'efficacité d'ailette définie par :

$$\eta = \frac{\tanh(ma)}{ma} \quad (\text{C.11})$$

A la base de l'ailette :

$$q_A = -\lambda \delta \left. \frac{d\theta(y)}{dy} \right|_{y=+a} = \frac{\theta_A - \theta_B}{2} m \frac{\sinh(ma)}{\cosh(ma)} + \frac{\theta_A + \theta_B}{2} m \frac{\cosh(ma)}{\sinh(ma)} \quad (\text{C.12})$$

Après réarrangement :

$$q_A = -2ha \left(\frac{\theta_A \tanh(ma)}{ma} + \frac{\theta_A - \theta_B}{2ma} (\coth(ma) - \tanh(ma)) \right) \quad (\text{C.13})$$

et,

$$q_B = -2ha \left(\frac{\theta_B \tanh(ma)}{ma} + \frac{\theta_A - \theta_B}{2ma} (\coth(ma) - \tanh(ma)) \right) \quad (\text{C.14})$$

On introduit l'efficacité de by-pass η'

$$\eta' = \frac{\coth(ma) - \tanh(ma)}{2ma} \quad (\text{C.15})$$

Nous définissons :

$$\Phi = h(A_1 + \eta A_2) \quad (\text{C.16})$$

$$\Psi = h\eta' A_2 \quad (\text{C.17})$$

Annexe D

Méthode de Newton-Raphson

D.1 Description Générale

Soit \mathbf{F} le système d'équations du modèle complet de l'échangeur, incluant l'ensemble des équations relatives à la description des phénomènes thermiques et hydrauliques. \mathbf{X} représente quant à lui le vecteur (notation en gras) de l'ensemble des variables.

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (\text{D.1})$$

où \mathbf{F} est un fonction vectorielle de \mathcal{R}^n dans \mathcal{R}^n ;
 \mathbf{X} est un vecteur de \mathcal{R}^n .

La plupart des méthodes numériques de résolution des systèmes non linéaires sont itératives, c'est à dire que l'estimation du vecteur des variables dépendantes \mathbf{X} à l'itération $k + 1$ est obtenue à partir de sa valeur précédente :

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \xi^k \delta \mathbf{X}^k \quad (\text{D.2})$$

$\delta \mathbf{X}^k$ est un vecteur solution du système linéaire :

$$\mathbf{M}^k \delta \mathbf{X}^k = -\mathbf{F}(\mathbf{X}^k) \quad (\text{D.3})$$

k est l'indice d'itération ;
 \mathbf{M} est une matrice non singulière appelée opérateur dont le mode de calcul caractérise la méthode ;
où ξ^k est un scalaire dit facteur de relaxation qui permet de contrôler la longueur du pas
 $\delta \mathbf{X}^k$ est le pas qui permet de progresser vers la solution.

L'utilisation de ces méthodes est courante en génie chimique. La méthode de Newton-Raphson utilise pour opérateur M la matrice jacobienne :

$$\mathbf{J}^k = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}^k)}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{D.4})$$

La figure ?? présente l'algorithme de la méthode de Newton-Raphson.

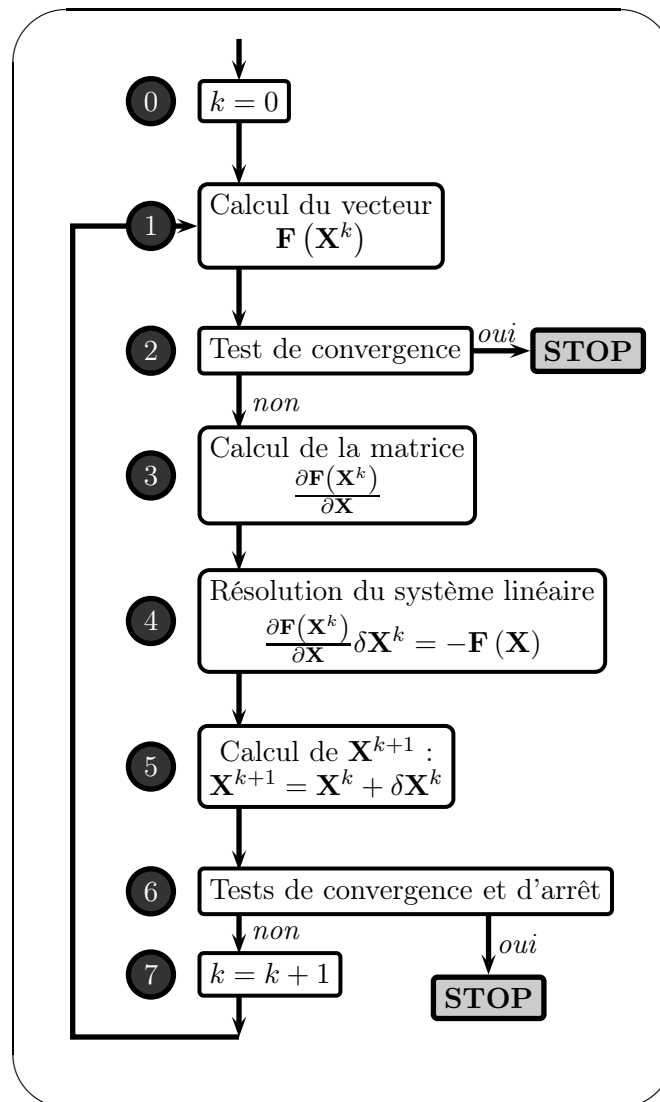


FIG. D.1 – Algorithme de Newton-Raphson

D.2 Critères de fin de calcul

Deux critères classiques sont utilisés pour définir l'arrêt du programme.

Test de convergence

Un critère basé sur la norme infinie des résidus $F(X)$ est utilisé.

Soit ϵ la valeur seuil du critère. Il y a convergence si :

$$\|F(X)\|_{\infty} \leq \epsilon \quad (\text{D.5})$$

Cela revient à dire qu'il y a convergence lorsque le maximum des résidus en valeur absolue est inférieur à ϵ .

Test d'arrêt

Soit $\epsilon_{\text{evolution}}$ le critère de non évolution sur la variables, alors,

$$\|X^{k+1} - X^k\|_{\infty} \leq \epsilon_{\text{evolution}} \quad (\text{D.6})$$

Les critères de non évolution dépendent du type de variable, c'est à dire qu'il y a des valeurs différentes du critère pour les enthalpies du fluide, les températures de tôles et les débits. Dans le cas où le critère est satisfait, il est important de connaître la valeur des résidus, $F(X)$, pour juger de la non évolution. En effet, la répartition des valeurs des résidus par classes permet de savoir si la convergence n'est pas satisfaite du fait de quelques équations ou globalement l'ensemble des bilans n'a pas convergé.

L'utilisateur fixe également un nombre maximal d'itérations.

Annexe E

Méthodes de résolution des systèmes linéaires

Cette partie traite des outils numériques utilisés pour résoudre le système d'équations non-linéaires, creux et de grande taille du problème. David Averous (2000) a déjà formulé un certains nombres de recommandations quant à l'utilisation de méthodes adaptées, qu'elles soient de types directes ou itératives. Les principes généraux de ces méthodes de résolution sont énoncés afin de fournir au lecteur les principales clefs nécessaires à la compréhension de la procédure de résolution.

Pour finir, des perspectives d'amélioration et diverses pistes de prospection seront énoncées pour introduire les futurs développements liés aux performances de résolution numérique du système.

La problématique de résolution de tels systèmes peut se ramener à trois principaux critères de qualité :

1. L'occupation mémoire
2. Le temps de calcul
3. La précision numérique

Ces deux derniers points sont les deux critères, souvent antagonistes, qui déterminent la qualité d'une méthode de résolution. La fiabilité d'une méthode se caractérise par son aptitude à trouver la solution d'un problème donné lorsque celle-ci existe. Le temps calcul correspond au nombre d'itérations multiplié par le nombre d'opérations par itération. La méthode optimale minimisera ce produit.

E.1 Résolution des systèmes creux de grandes tailles

Le principal objet de cette annexe est de proposer une vision précise du panel des méthodes numériques permettant de résoudre de gros systèmes d'équations linéaires du type

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{B} \tag{E.1}$$

Les systèmes creux sont communs dans de nombreux domaines d'application. Le tableau ??, issu de la collection de matrices de Harwell-Boeing Sparse Matrix Collection, illustre le nombre de problèmes en fonction de la discipline. Cette collection sert de base de données à la validation et aux tests des méthodes issues de la communauté de l'algèbre linéaire.

acoustic scattering	4	demography	3	network flow	1
air traffic control	1	economics	11	numerical analysis	4
astrophysics	2	electric power	18	oceanography	4
biochemical	2	electrical engineering	1	petroleum engineering	19
chemical engineering	16	finite elements	50	reactor modeling	3
chemical kinetics	14	fluid flow	6	statistics	1
circuit physics	1	laser optics	1	structural engineering	95
computer simulation	7	linear programming	16	survey data	11

FIG. E.1 – Collections de matrices de Harwell-Boeing Sparse Matrix

Deux approches distinctes sont envisageables, chacune d'elles présentant ensuite différentes variantes. Elles sont nommées méthodes directes et méthodes itératives. Nous les présentons successivement dans les deux parties qui suivent.

E.2 Les méthodes directes

E.2.1 Elimination de Gauss

La méthode fondamentale de résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires est l'élimination de Gauss. Il s'agit de transformer une matrice pleine en une matrice triangulaire supérieure en éliminant, colonne après colonne, les éléments non-nuls placés en dessous de la diagonale. Insistons sur le fait que les éléments de la matrice sont modifiés tout en gardant le même nom de variable associée. Pour décrire cette méthode, considérons la matrice A donnée

par l'équation ??.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{E.2})$$

Le coeur de l'algorithme de la méthode réside dans l'élimination de A_{21} , c'est à dire remplacer cette valeur par 0. Cette opération est accomplie en multipliant la première équation (première ligne de la matrice) par A_{21}/A_{11} puis en le soustrayant de la deuxième ligne (deuxième équation). Les éléments suivants appartenant à la même ligne sous soumis aux mêmes opérations.

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ 0 & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{E.3})$$

Cette partie de l'algorithme est appelée "forward elimination". Notons que les éléments présents dans le terme de droite subissent en parallèle ces transformations.

L'autre opération de l'algorithme est appelée "back substitution".

Il n'est pas difficile de se rendre compte que, pour une matrice de taille n , le nombre d'opérations nécessaire pour résoudre un système d'équations de n équations par la méthode de Gauss est proportionnel à $n^3/3$. Le plus gros effort étant fourni lors de la phase d'élimination alors que la phase de substitution ne nécessite que $n^2/2$ opérations arithmétiques. De ce fait la méthode de Gauss est coûteuse mais est très utile pour les matrices denses, pour lesquelles elle n'a rien à envier aux autres méthodes existantes.

En revanche, pour les systèmes creux, cette méthode est susceptible d'induire une accumulation d'erreurs qui la rend peu fiable.

E.2.2 Décomposition LU

La principale méthode directe de résolution de systèmes linéaires non-symétriques de la forme

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (\text{E.4})$$

fait intervenir une factorisation LU dans laquelle la matrice A est exprimée comme le produit d'une matrice triangulaire inférieure L et d'une matrice triangulaire supérieure U telle que

$$\mathbf{PAQ} = \mathbf{LU} \quad (\text{E.5})$$

où P et Q sont des matrices de permutation.

Cette factorisation peut être utilisée pour résoudre le système (??) selon deux étapes :

$$\mathbf{Ly} = \mathbf{Pb} \quad (\text{E.6})$$

et

$$\mathbf{Uz} = \mathbf{y} \quad (\text{E.7})$$

d'où la solution \mathbf{x} peut être déduite par permutation du vecteur \mathbf{z} , c'est-à-dire :

$$\mathbf{x} = \mathbf{Qz} \quad (\text{E.8})$$

Les méthodes directes pour la résolution de matrices creuses mettent en oeuvre des algorithmes beaucoup plus sophistiqués que pour la résolution de matrices denses. La principale complication résulte du besoin de manipulations efficaces pour le traitement des éléments de L et U .

Un solveur direct creux comprend quatre étapes contrairement à deux dans le cas des matrices denses :

1. Une phase de réorganisation de la matrice afin de la réordonner en structure plus simple et plus maniable telle qu'une forme triangulaire bloc ou une diagonal bloc bordée ;
2. Une étape d'analyse où la structure de la matrice est examinée pour déterminer et stocker la position des éléments non-nuls ;
3. Une phase de factorisation dans laquelle sont calculées L et U ;
4. Les factorisations "forward" et "back" sont effectuées.

E.3 Méthodes Itératives

N'importe quel système d'équations peut être résolu par une méthode directe, en particulier par les méthodes d'élimination de Gauss ou de décomposition LU . Cependant, comme nous l'avons vu, les matrices triangulaires ainsi créées ne sont généralement pas creuses mais plutôt très denses, induisant un coût relativement élevé au niveau du calcul.

Les méthodes itératives, évidemment indispensables pour la résolution de systèmes non linéaires, trouvent également une utilisation pour la résolution de systèmes creux. Les méthodes itératives conviennent généralement bien aux matrices creuses car le nombre d'opérations arithmétiques dans les calculs de solution est petit, principalement basé sur des produits de matrices par un vecteur et des sommes de vecteurs. Le nombre d'éléments à stocker est grandement réduit par rapport aux méthodes directes. Ce gain est contrebalancé par les inconvénients liés aux méthodes itératives qui doivent avoir des caractéristiques de convergence vers la solution (efficacité et fiabilité).

E.3.1 Méthodes stationnaires

Soit le système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

Pour le résoudre nous posons la relation d'itération suivante :

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{F}\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{c} \quad (\text{E.9})$$

\mathbf{F} est une matrice de même taille que \mathbf{A} et telle que la suite des itérations $\mathbf{x}^{(0)}$, $\mathbf{x}^{(1)}$, $\mathbf{x}^{(k)}$ converge vers la solution \mathbf{x}^* telle que $\mathbf{Ax}^* = \mathbf{b}$. La solution \mathbf{x}^* est un point fixe de la relation d'itération, c'est à dire que :

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{F}\mathbf{x}^* + \mathbf{c} \quad (\text{E.10})$$

L'objectif est de choisir \mathbf{F} et \mathbf{c} pour obtenir cette convergence dans les meilleures conditions.

Une idée de base à l'origine de nombreux solveurs itératifs est de diviser la matrice du système linéaire en une somme de deux matrices dont l'une d'elles permettrait une résolution facile du système. Nous notons \mathbf{B} cette matrice supposée non singulière. La matrice \mathbf{A} est décomposée selon le processus suivant :

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} + (\mathbf{A} - \mathbf{B}) \quad (\text{E.11})$$

Le système $\mathbf{Bx} = \mathbf{b}$ est de traitement numérique simple.

Pour $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, nous obtenons :

$$\mathbf{Bx} = (\mathbf{B} - \mathbf{A})\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (\text{E.12})$$

soit de manière équivalente :

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{B} - \mathbf{A})\mathbf{x} + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad (\text{E.13})$$

ie,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})\mathbf{x} + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad (\text{E.14})$$

ce qui conduit à une définition de \mathbf{F} et \mathbf{c} :

$$\begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} \\ \mathbf{c} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \end{cases} \quad (\text{E.15})$$

E.3.2 Méthodes non stationnaires

Les méthodes non-stationnaires diffèrent des méthodes stationnaires par le fait que le calcul met en jeu des informations qui évoluent à chaque itération c'est à dire que \mathbf{F} et \mathbf{c} ne sont pas constants. Ces méthodes sont de conception récente, et les résultats sont en progression permanente. Il existe différentes classes de méthodes, et pour chaque classe, différentes variantes. Or, de l'avis même des experts du domaine, il est très difficile de savoir quelle méthode appliquer à un problème a priori, seul le fait de tester permet d'apporter une réponse.

Quelques exemples de méthodes itératives non-stationnaires :

- Sous espace de Krylov
- Gradient conjugué
- GMRES : General Minimal Residual
- QMR : Quasi-Minimal Residual

Bibliographie

- [PRO,] Prosec : Logiciel de simulation des échangeurs de chaleur compacts. Rapport technique, PROSIM SA. user manual.
- [Aspentech,] ASPENTECH. www.htfs.com/software/compact/muse_soft.asp.
- [Association, 2000] ASSOCIATION, T. B. A. P.-F. H. E. M. (2000). The standards of the brazed aluminium plate-fin heat exchanger manufacturers' association. Rapport technique, ALPEMA. www.alpema.org.
- [Averous, 2000] AVEROUS, D. (2000). *Modélisation et simulation des échangeurs de chaleur multifluides à plaques brasées en configurations complexe*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [Averous *et al.*, 1999] AVEROUS, D., HAMMADI, K., PINGAUD, H., JOULIA, X. et GUITTARD, P. (1999). Dynamic Simulation of Brazed Plate Fin Heat Exchangers. *Computers and Chemical Engineering Supplement*.
- [Averous et Pingaud,] AVEROUS, D. et PINGAUD, H. Operating and control policies of brazed plate-fin heat exchangers with dynamic simulation. Prepared for presentation at the AIChE 2000 Spring meeting.
- [Boehme *et al.*, 2003] BOEHME, R., PARISE, J. et PITANGA MARQUES, R. (2003). Simulation of multistream plate-fin heat exchangers of an air separation unit. *Cryogenics*, 43.
- [Carter *et al.*, 1996] CARTER, P., CARTER, T. J. et VILJOEN, A. (1996). Failure analysis and life prediction of a large, complex plate fin heat exchanger. *Engineering Failure analysis*, 3(1).
- [Davis, 2006] DAVIS, T. A. (2006). Summary of available software for sparse direct methods. Rapport technique. <http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/codes/>.
- [Dongarra *et al.*, 1998] DONGARRA, J., DUFF, I., SORENSEN, D. et VAN DER VORST, H. (1998). Numerical linear algebra for high-performance computers. *SIAM*.
- [Duff, 1998] DUFF, I. (1998). Direct methods.
- [Duff, 2004] DUFF, I. S. (2004). Combining direct and iterative methods for the solution of large systems in different application areas. Technical Report TR/PA/04/128, CERFACS, Toulouse, France.
- [Ferziger et Perić, 2002] FERZIGER, J. et PERIĆ, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 3rd édition.
- [Ghosh *et al.*, 2006] GHOSH, I., SARANGI, S. K. et DAS, P. K. (2006). An alternate algorithm for the analysis of multistream plate fin heat exchangers. *Heat and Mass Transfert*, 49.
- [Haseler, 1983] HASELER, L. E. (1983). Performance calculation methods for multistream plate fin heat exchangers. In TABOREK, J., HEWITT, G. F. et AFGAN, N., éditeurs : *Heat Exchangers – Theory and Practice*, pages 495–506. Hemisphere Publishing, New Work.

- [Jiao et Baek, 2005] JIAO, A. et BAEK, S. (2005). Effects of distributor configuration on flow maldistribution in plate-fin heat exchanger. *Heat transfert Engineering*, 26(4).
- [Kao, 1961] KAO, S. (1961). A systematic design approach for a multistream exchanger with interconnected wall. paper 61-WA-255, ASME.
- [Kays et London, 1984] KAYS, W. et LONDON, A. (1984). Convective heat and mass transfer.
- [Kooijman *et al.*, 2006] KOOIJMAN, H., TAYLOR, R. et van BATEN, J. (2006). The chemsep/coco casebook : Air separation unit. www.cocosimulator.org.
- [Li, 2006] LI, X. (2006). Direct solvers for sparse matrices.
- [Lignelet, 1996] LIGNELET, P. (1996). *Structure de données en Fortran90-95*. Masson édition.
- [Luo *et al.*, 2002] LUO, X., LI, M. et ROETZEL, W. (2002). A general solution for one-dimensional multistream heat exchangers and their networks. *Heat and Mass Transfert*, 45.
- [Martin *et al.*,] MARTIN, P.-Y., PIGOURIER, J. et BOUTELANT, P. Liquefin : a, innovative process to reduce lng costs. paper, AXENS. www.igu.org/html/wgc2003/WGC_pdffiles/10508_1045736680_32648_1.pdf.
- [Picón-Núñez *et al.*, 2002] PICÓN-NÚÑEZ, M., POLLEY, G. T. et MEDINA-FLORES, M. (2002). Thermal design of multi-stream exchangers. *Applied Thermal Engineering*, 22.
- [Pingaud, 1988] PINGAUD, H. (1988). *Simulation statique et simulation dynamique des échangeurs à plaques brasées*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [Pingaud *et al.*, 1989] PINGAUD, H., LELANN, J. M. et KOEHRET, B. (1989). Steady State and Dynamic Simulation of Plate Fin Heat Exchangers. *Computers and Chemical Engineering*, 13(4/5).
- [Prasad, 1996] PRASAD, B. S. V. (1996). Fin efficiency and mechanisms of heat exchange through fins in multistream plate fin heat exchangers : formulation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39.
- [Prasad et Gurukul, 1991] PRASAD, B. S. V. et GURUKUL, S. M. K. A. (1991). The performance prediction of multistream plate fin heat exchangers based on stacking pattern. *Heat Transfer Eng.*, 12.
- [Saad et Schultz, 1986] SAAD, Y. et SCHULTZ, M. H. (1986). Gmres : a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 7(3):856-869.
- [Taylor, 1990] TAYLOR, M., éditeur (October 1990). *Plate-fin heat exchangers, Guide to their specification and use*. Process Engineering Consultant.
- [Tochon *et al.*, 2004] TOCHON, P., MAUGET, C. et PRA, F. (2004). The use of compact heat exchanger technologies for the htrs recuperator application per proper design. In *2nd international Topical Meeting on high temperature reactor technology*.
- [Van Der Vorts, 2003] VAN DER VORTS, H. A. (2003). *Iterative Krylov Methods for Large Linear Systems*. Cambridge University Press.

Table des figures

Résumé

Les échangeurs multifluides à plaques brasées (EPB) sont d'une technologie complexe qui permet de très fortes intégrations énergétiques, mais rend leur conception très délicate. Ces travaux ont pour objectif la modélisation et la simulation en 3D des EPB. Ils intègrent la maldistribution des fluides sur la largeur des passages qui peut dégrader fortement les performances thermiques de l'échangeur. La carte 3D des températures obtenue permettra le calcul des contraintes mécaniques.

Le parcours d'un fluide est assimilé à un réseau hydraulique défini grâce à la théorie des graphes. Une méthode de maillage a été spécifiquement adaptée pour le couplage thermo-hydraulique. Ce dernier impose une résolution simultanée des équations de bilans matière, thermique et de quantité de mouvement par un système non linéaire de grande dimension et creux, avec mise en place de méthodes numériques adaptées. Enfin, des études de cas industriels sont présentées pour illustrer le simulateur 3D.

Mots clés : Echangeur à plaques brasées, cryogénie, maldistribution, modélisation thermo-hydraulique 3D, simulation 3D, maillage

Brazed Plate-Fin Heat Exchangers (PFHE) have a complex technology which offers high-level heat transfer, but implies very fine design. The objective of this work is the modeling and the simulation of the PFHE in 3D. It takes into account the fluid maldistribution on the width of the layers, which can reduce strongly the thermal performance of the exchanger. The 3D temperatures cartography will allow mechanical stresses calculation.

The fluid path is put in the same category as an hydraulic network defined with the graph theory. A meshing method has been specifically adapted for the thermohydraulic coupling. This coupling implies a simultaneous resolution of the equations of heat balance and the conservation equations of mass and momentum by the mean of a non linear system of large dimension and sparse, with fitted numerical methods. Finally, industrial case studies are presented to illustrate the 3D simulator.

Key words : Brazed plate fin heat exchanger, cryogenics, maldistribution, 3D hydrothermal modelisation, 3D simulation, meshing