



HAL
open science

Les Modèles Graphiques Probabilistes : de la modélisation de la dégradation à l'optimisation de la maintenance de systèmes complexes

Laurent Bouillaut

► **To cite this version:**

Laurent Bouillaut. Les Modèles Graphiques Probabilistes : de la modélisation de la dégradation à l'optimisation de la maintenance de systèmes complexes. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paris Est, 2014. tel-04418641

HAL Id: tel-04418641

<https://hal.science/tel-04418641v1>

Submitted on 26 Jan 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris Est

Mémoire
pour l'obtention de l'

Habilitation à Diriger les Recherches

**Les Modèles Graphiques Probabilistes : de la modélisation de la
dégradation à l'optimisation de la maintenance de systèmes
complexes**

Spécialité : Sciences et Technologies de l'information et de la communication

par

Laurent Bouillaut

Chargé de Recherche
IFSTTAR – COSYS / GRETTIA

Soutenue le vendredi 10 octobre 2014 devant le jury composé de

Rapporteurs :

Anne Gégout-Petit, Professeure des Universités, Université de Lorraine

Christophe Berenguer, Professeur des Universités, ENSE3

Felix Schmid, Professor, School of Civil Engineering, University of Birmingham

Examineurs :

Philippe Leray, Professeur des Universités, Polytech'Nantes

Walter Schon, Professeur des Universités, Université de Technologie de Compiègne

Anne Barros, Professor, Norwegian University of Science and Technology

Patrice Aknin, Directeur de Recherche, SNCF

A Kathy, et à nos trois princesses

Amandine, Capucine et Lucille

Remerciements

Venant d'apporter les dernières corrections à mon rapport d'HDR, je m'attaque maintenant à l'exercice autant plaisant que difficile des remerciements. Il s'agit en effet d'essayer de n'oublier personne...

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement Patrice Aknin, actuellement Directeur Scientifique de la SNCF, pour le soutien et les précieux conseils qu'il m'a apportés tout au long de ma carrière à l'INRETS puis à l'IFSTTAR. Je n'oublie évidemment pas que c'est en grande partie grâce à lui que m'a été offerte l'opportunité d'accéder à ce poste de chercheur. Merci encore Patrice pour le temps que tu as accepté de passer à la relecture de mon HDR, et ce malgré un emploi du temps déjà plus que chargé du fait de tes nouvelles fonctions à la SNCF.

Je tiens à adresser tous mes remerciements et ma reconnaissance à Anne Gégout-Petit, Professeur des Universités au sein de l'Institut Elie Cartan de l'Université de Lorraine, Christophe Bérenguer, Professeur des Universités au GIPSA-Lab de Grenoble et Felix Schmid, Professeur au Birmingham Centre for Railway Research and Education pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de rapporter sur ce travail. Les remarques faites dans leurs rapports ainsi que les discussions qui ne manqueront pas d'avoir lieu lors ma soutenance me seront, j'en suis convaincu, très utiles pour la suite de mes travaux de recherche.

Je remercie également Anne Barros, Professeur au sein du Department of Production and Quality Engineering de la Norwegian University of Science and Technology, Walter Schon, Professeur des Universités à l'Université de Technologie de Compiègne et Philippe Leray, Professeur des Universités à Polytech'Nantes de m'avoir fait l'amitié d'accepter de participer à mon jury d'HDR.

Le travail d'un chercheur ne se faisant évidemment pas seul, je tiens à associer à ces remerciements toutes les personnes de l'équipe *Diagnostic et Maintenance* qui ont su apporter leurs contributions pour la réussite et le développement de nos projets de recherche. J'ajouterais qu'il est extrêmement plaisant de travailler dans une équipe dans laquelle l'ambiance est aussi agréable. Merci donc à Latifa Oukhellou, Etienne Côme et Olivier François ; une mention toute particulière pour Allou Samé. Le fait d'écrire en même temps nos HDR a rendu l'exercice bien plus sympathique. Merci à toi également pour les petites pauses « resto » et bon courage pour cette dernière ligne droite. Je n'oublie pas les doctorants et post-doctorants qui m'ont aidé à conduire mon projet de recherche. Merci à Abdeljabbar Ben Salem, Roland Donat, Inès Ayadi, Rony Rozas et Josquin Foulliaron ainsi qu'à Cyril Hory.

Je tiens également à remercier mes parents pour le soutien de tout temps... Ils semblent tirer une grande fierté de mon parcours. Je suis heureux et fiers d'être votre fils. Merci pour tout.

Je finirai par quelques mots pour toi ma Kathy. Tu avais déjà relu ma thèse. Tu as relu mon HDR... C'est promis, il ne devrait plus y avoir d'autres rapports à relire... Merci pour ta patience (si si) et pour le temps que tu as passé à ces corrections sur un sujet aussi éloigné de tes domaines de prédilection. Merci enfin pour cette vie que nous partageons et pour ces trois belles princesses que tu nous as faites.

Enfin, juste un petit bisou à Amandine, Capucine et Lucille. Vous ne m'avez pas relu. Vous ne m'avez pas conseillé. Vous étiez parfois sur mon dos ou sur mes genoux pendant que j'essayais de finaliser une figure, un chapitre, une conclusion... Mais peu importe. Vous étiez ma source de motivation. Je vous aime mes filles.

Table des matières

Introduction générale	3
Chapitre 1. CV étendu – activités sur la période 2002-2014.....	6
1.1. Identification	7
1.2. Evolution de carrière - données synthétiques.....	7
1.3. Résumé des activités de recherche sur la période 2002-2014.....	8
1.4. Activités pédagogiques et de formation	17
1.5. Animation scientifique	20
1.6. Liste des publications et travaux	22
Chapitre 2. Quelques éléments théoriques sur les MGP	28
2.1. Généralités sur les réseaux bayésiens.....	29
2.2. Les extensions des MGP	43
2.3. Conclusions.....	52
Chapitre 3. Un formalisme pour développer des modèles de maintenance	54
3.1. Introduction.....	55
3.2. Quelques généralités sur la Sûreté de Fonctionnement.....	56
3.3. Modélisation de la maintenance.....	61
3.4. Modélisation des processus de dégradation.....	65
3.5. Les Modèles Graphiques de Durée.....	75
3.6. Lois de temps de séjour conditionnelles dans un MGD	87
3.7. Conclusions.....	91
Chapitre 4. VirMaLab – Atelier virtuel de maintenance. De l'évaluation à l'optimisation des stratégies de maintenance	93
4.1. Introduction.....	94
4.2. Généralités de l'approche VirMaLab	94
4.3. Evaluation et comparaison de stratégies de maintenance, applications à l'infrastructure ferroviaire.....	102
4.4. Optimisation de la maintenance : d'une approche « statique » à un « plan dynamique »	123
4.5. Vers l'intégration du pronostic.....	133
4.6. Conclusions.....	143
Conclusion générale.....	145
Bibliographie	148
Annexes	157
Annexe 1 : Algorithme EM	158
Annexe 2 : Illustration de l'inférence exacte par élimination de variables	160
Annexe 3 : Illustration de l'inférence symbolique par élimination de variables	162

Introduction générale

Les enjeux socio-économiques liés aux impératifs de sécurité des hommes et des matériels, aux exigences de protection de l'environnement et de réduction des nuisances, et aux gains de productivité sur des systèmes de plus en plus complexes, placent les problèmes de maintenance au centre des préoccupations dans le cadre d'une optimisation des processus industriels. Ainsi, la mesure d'une réalité technique et l'élaboration d'une politique de maintenance, non seulement corrective et préventive mais aussi prévisionnelle (pronostic, diagnostic, et surveillance de dégradations), constituent un problème scientifique et technique majeur à résoudre pour l'amélioration des procédés et la prévention des risques. Il en va du domaine des transports comme des autres domaines industriels, et ces sujets y prennent aujourd'hui une importance considérable, tant en raison des gains financiers attendus que des progrès potentiels en terme de qualité de service et de disponibilité.

Pour toutes ces raisons, la recherche de nouveaux modèles, de méthodologies... permettant d'évaluer, comparer ou optimiser des stratégies de maintenance est devenu un enjeu quasiment incontournable pour le monde industriel. De ce fait, la plupart des projets nationaux ou européens comportent désormais un item en rapport avec la maintenance... Comme le souligne (Dekker, 1996), les publications portant sur ce sujet ont commencé à se multiplier à partir de la fin des années 80 pour suivre ensuite une constante augmentation.

Les travaux présentés dans ce mémoire se placent dans ce contexte et sont le résultat de différents projets ou collaborations que j'ai pu mener depuis mon recrutement comme Chargé de Recherche INRETS, en septembre 2002. Contrairement au parcours classique de nombreux chercheurs, les thèmes de recherche abordés sur cette période sont totalement différents de ceux sur lesquels portaient mes travaux de thèse, à savoir des méthodes statistiques d'ordre supérieur en traitement du signal pour le diagnostic précoce de défauts de machines tournantes...

A mon arrivée à l'INRETS, je me suis ainsi intéressé à l'utilisation du formalisme des *Modèles Graphiques Probabilistes* (MGP), et plus particulièrement des Réseaux Bayésiens Dynamiques (RBD), pour proposer des outils d'aide à la décision permettant d'optimiser des stratégies de maintenance basée sur la fiabilité. Compte tenu du domaine applicatif de l'équipe *Diagnostic et Maintenance* que je rejoignais, mes travaux se sont naturellement orientés vers des modèles de maintenance dédiés aux infrastructures ferroviaires dans un premier temps, puis aux matériels roulants.

En effet, sur ces vingt dernières années, la conséquence la plus marquante de l'évolution des infrastructures ferroviaires est liée à l'augmentation des contraintes qu'elles subissent (fréquences et vitesses de circulation de plus en plus élevées, accroissement des charges à l'essieu...) et à la séparation de la gestion des infrastructures et de l'exploitation, imposée par la réglementation européenne au début des années 1990 afin d'enrayer le déclin du transport ferroviaire de marchandises. Cette réorganisation a ainsi conduit, dès 1997, à la création de *Réseau Ferré de France* (RFF), chargé de l'exploitation du *Réseau Ferré National* (RFN), tandis que la SNCF demeurait exploitant mais également *Gestionnaire de l'Infrastructure Délégué* (GID), en charge de l'entretien de l'infrastructure pour le compte de RFF. De même, dans le secteur urbain, le règlement européen sur les obligations de service public (OSP) dans les transports publics, entré en vigueur fin 2009, a conduit la RATP à procéder à une séparation comptable de ses activités de gestionnaire d'infrastructure et d'exploitant de service de transport. Au final, cette complexification du monde ferroviaire a conduit tous ses acteurs à repenser et à réorganiser la maintenance des infrastructures qui est devenue non seulement un enjeu économique très sensible mais également un secteur stratégique à maîtriser voire à conquérir...

Comme cela sera présenté dans les chapitres à venir, plusieurs approches de la maintenance sont possibles. Nous avons opté pour un angle de vue à la fois probabiliste et graphique, et les Réseaux

Bayésiens Dynamiques sont apparus comme une solution pertinente pour développer des modèles de maintenance de systèmes dynamiques à espaces d'états et de temps finis et discrets. Pour répondre à la demande croissante d'outils d'aide à la décision permettant d'optimiser ces stratégies de maintenance, l'équipe *Diagnostic et Maintenance* a progressivement développé tout un ensemble d'algorithmes et de méthodologies s'appuyant sur le formalisme des RBD, dont la présentation est l'objet de ce mémoire. Il est important de noter également que si le concept de « maintenance » a été considéré dans son acception générique, il nous a semblé intéressant d'essayer d'éclairer certains propos par des références relatives au secteur ferroviaire, domaine applicatif des travaux de recherche présentés dans ce document. Bien évidemment, un important travail bibliographique « académique » a également été réalisé.

Les travaux présentés dans ce mémoire se sont tout d'abord intéressés à la modélisation de la dégradation de systèmes multi-états, éventuellement multi-composants interagissant. Pour modéliser des stratégies de maintenance basée sur la fiabilité, il est en effet indispensable de disposer de modèles de dégradation aussi précis que possible. Beaucoup d'approches rencontrées dans la littérature s'appuient sur des hypothèses plus ou moins fortes concernant les statistiques des phénomènes à modéliser. Ainsi, la modélisation « classique » par RBD impose une hypothèse markovienne faisant que les temps de séjour dans chaque état sont géométriquement distribués (dans le cas discret). Cette limitation peut être vue comme une contrainte inacceptable dans bon nombre d'applications industrielles. Pour éviter ce genre d'hypothèses parfois réductrices, une structure originale de RBD a été proposée, s'inspirant des modèles de durée de Murphy (Murphy, 2002), nommée *Modèles Graphiques de Durée*. Cette approche semi-Markovienne permet de modéliser le comportement d'un système à espaces d'états et de temps discrets et finis sans prendre aucune hypothèse sur la nature statistique des distributions de temps de séjour.

Disposant d'un outil pertinent pour modéliser la dégradation de systèmes multi-états, les études suivantes se sont intéressées au développement d'une méthodologie générique permettant de proposer des modèles de maintenance pour évaluer, comparer ou optimiser différentes stratégies. Cette approche nommée *VirMaLab* (pour *atelier virtuel de maintenance*) a été déclinée à différentes applications ferroviaires, de l'infrastructure au matériel roulant. Au cours de ces travaux, de nouveaux développements ont été intégrés à l'approche initiale, permettant de répondre aux besoins propres à chaque étude : de l'intégration de modèles de coûts à l'utilisation d'algorithmes d'optimisation multi-objectifs en passant par la définition de *plans dynamiques de maintenance* (permettant de détecter des changements de dynamique dans les processus de dégradation) ou encore une approche *multicouches* pour adapter l'échantillonnage temporel du modèle en fonction de la dynamique de dégradation propre à l'état courant, et de la précision nécessaire pour estimer les indicateurs d'aide à la décision.

Le premier chapitre de ce mémoire se présente sous la forme d'un curriculum vitae étendu s'attachant à présenter une synthèse détaillée de mes activités de recherche et d'enseignement sur la période 2002-2014.

Dans le second chapitre, des éléments théoriques sur les Modèles Graphiques Probabilistes seront introduits. Il ne s'agit pas de présenter ici de façon exhaustive l'intégralité de la théorie des MGP mais plutôt de fournir au lecteur non expert du domaine les éléments indispensables à la bonne compréhension de la suite de ce mémoire.

Dans le chapitre trois, des généralités sur la théorie de la *Sûreté de Fonctionnement* sont présentées ainsi qu'une étude bibliographique portant sur les outils classiquement utilisés pour modéliser la dégradation d'un système. Le formalisme des MGP est alors présenté comme une approche intéressante pour modéliser la maintenance et la structure originale des *Modèles Graphiques de Durée* est présentée dans le détail.

Enfin, le dernier chapitre s'intéresse plus particulièrement à l'approche générique *VirMaLab* proposée pour développer des modèles de maintenance, ainsi qu'à ses différentes applications

ferroviaires. Dans un premier temps, seront présentés les travaux portant sur l'évaluation et la comparaison de stratégies de maintenance basées sur un équilibre entre actions correctives et préventives (systématiques ou conditionnelles) ; les études suivantes s'intéressent à l'optimisation de politiques de maintenance en considérant une approche soit *statique* (basée sur l'adaptation d'algorithmes génétiques), soit *dynamique* (liant l'adaptation des paramètres de maintenance optimaux au flux de données provenant de l'instrumentation en temps continu des systèmes étudiés). Enfin, une ouverture sur des perspectives de nouveaux sujets de recherche sera proposée à travers la présentation de travaux en cours, portant sur l'intégration du pronostic dans des modèles de maintenance à base de réseaux bayésiens dynamiques.

Chapitre 1. CV étendu – activités sur la période 2002-2014

1.1. Identification	7
1.2. Evolution de carrière - données synthétiques	7
1.2.1. Formation universitaire, diplômes	7
1.2.2. Déroulement de carrière	7
1.2.3. Encadrement doctorale, publications	8
1.3. Résumé des activités de recherche sur la période 2002-2014	8
1.3.1. Les réseaux bayésiens pour la classification de points singuliers de la voie ferrée	8
1.3.2. Structure originale de MGP pour modéliser la dégradation de systèmes complexes – Application à la maintenance du rail	10
1.3.3. Extension de VirMaLab pour la gestion d'échantillonnages temporels multiples – Application à la prévention du rail cassé	11
1.3.4. Optimisation de la maintenance. Intégration d'algorithmes génétiques ou inférence symbolique	13
1.3.5. Les MGP pour une maintenance à base de pronostic	15
1.3.6. Autres projets	16
1.4. Activités pédagogiques et de formation	17
1.4.1. Formation par et à la recherche	17
1.4.2. Responsabilités pédagogiques actuelles	18
1.4.3. Divers	19
1.5. Animation scientifique	20
1.5.1. Organisation de séminaires	20
1.5.2. Implication dans des conférences internationales	20
1.5.3. Relectures pour des revues internationales	21
1.5.4. Affiliations et participation à des réseaux	21
1.5.5. Responsabilité en management de projets	21
1.6. Liste des publications et travaux	22
1.6.1. Contribution à des ouvrages scientifiques	22
1.6.2. Articles en revues à comité de lecture	22
1.6.3. Articles en revues sans comité de lecture	23
1.6.4. Articles en congrès internationaux avec actes et comité de lecture	23
1.6.5. Articles en congrès nationaux avec actes et comité de lecture	25
1.6.6. Autres communications	25
1.6.7. Rapports de recherche sur conventions et contrats	26

Ce premier chapitre présente une synthèse de mes différentes activités entre les années 2002 et 2014. Il s'articule tout d'abord autour d'un certain nombre de données synthétiques (formation, évolution de carrière...). Un résumé des travaux de recherche menés sur cette période est ensuite présenté, portant essentiellement sur le thème de l'utilisation des Modèles Graphiques Probabilistes pour l'évaluation et l'optimisation des stratégies de maintenance. Enfin, mes activités pédagogiques ainsi que ma contribution à l'animation de la recherche sont présentées. Une liste complète de mes publications est disponible en fin de chapitre.

1.1. Identification

Laurent Bouillaut – né le 23 janvier 1973 à Neuilly sur Marne (93)

Marié, trois enfants

Chargé de Recherche IFSTTAR

Affectation actuelle :

IFSTTAR - *Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux*

Département COSYS - *Composants et systèmes*

Laboratoire GRETTIA - *Génie des Réseaux de Transport Terrestres et Informatique Avancée*

Equipe *Diagnostic et Maintenance*

1.2. Evolution de carrière - données synthétiques

1.2.1. Formation universitaire, diplômes

- **2000** : Thèse de Doctorat en Sciences pour l'Ingénieur réalisée au sein du laboratoire *HeuDiaSys* de l'**Université de Technologie de Compiègne** (UTC). *Approches cyclostationnaire et non linéaire pour l'analyse vibratoire des machines tournantes : aspects théoriques et applications au diagnostic.*

Thèse soutenue le 07 Novembre 2000

Composition du jury :

G. Delaunay (U. de Reims, *CRéSTIC*), rapporteur

J.K. Hammond (U. of Southampton, *ISVR*), rapporteur

B. Dubuisson (UTC, *Heudiasyc*), examinateur

J-L. Lacoume (INPG, *GIPSA-lab*), examinateur

B. Randall (U. of New South Wales, *DSTO*), examinateur

M. Sidahmed (UTC, *Heudiasyc*), directeur de thèse

- **1997** : Diplôme d'Etude Approfondie, spécialité *Contrôle des Systèmes*, **UTC**

- **1997** : Diplôme d'Ingénieur en Génie Informatique, filière *Modélisation, Analyse et Commande des Systèmes*, **UTC**

1.2.2. Déroulement de carrière

- **Janvier 2011 - aujourd'hui** : Chargé de Recherche à l'IFSTTAR (fusion INRETS-LCPC), laboratoire GRETTIA, équipe *Diagnostic et maintenance*
- **Septembre 2002 - Décembre 2009** : Chargé de Recherche à l'*Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité* (INRETS), au *Laboratoire des Technologies Nouvelles* (LTN) puis au GRETTIA

- **Septembre 2001 - Août 2002** : Attaché temporaire à l'enseignement et à la recherche à l'*Ecole Supérieure des Sciences et Technologies de l'Ingénieur de Nancy (ESSTIN), Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN)*
- **Septembre 2000 - Août 2001** : Attaché temporaire à l'enseignement et à la recherche à l'UTC – Département Génie Informatique, laboratoire HeuDiasyC
- **Septembre 1999 - Juin 2000** : Vacataire à l'UTC – Département Génie Informatique

1.2.3. Encadrement doctoral, publications

Les quelques données synthétiques listées ci-dessous seront reprises plus en détail dans les paragraphes suivants.

- Nombre de thèses encadrées : 5 (3 soutenues, 2 en cours)
- Nombre de stages de Master 2 encadrés : 5
- Nombre de tutorats du Mastère ferroviaire encadrés : 10
- Nombre de post-doc encadrés : 3

- Revues à comité de lecture : 9
- Congrès internationaux : 30
- Congrès nationaux : 9
- Contribution à Ouvrages scientifiques collectifs : 2
- Rapports de fin de contrat : 7
- Dépôt de logiciel : 1

1.3. Résumé des activités de recherche sur la période 2002-2014

Les travaux de l'équipe *Diagnostic et Maintenance*, que j'ai rejointe lors de mon arrivée à l'INRETS, s'articulaient alors autour des domaines du *Traitement du signal*, des *Capteurs* et de la *Reconnaissance des Formes* avec un champ applicatif sur les transports guidés. Pour répondre au besoin de plus en plus important des gestionnaires d'infrastructure de pouvoir mieux maîtriser leurs stratégies de maintenance, j'ai pris en charge le développement d'une nouvelle activité sur le thème de *l'optimisation des politiques de maintenance* au sein de l'équipe.

Les projets détaillés ci-dessous s'inscrivent directement dans cette problématique. Le choix a été fait de ne pas les présenter en respectant systématiquement la chronologie mais plutôt en essayant de les regrouper en fonction des problématiques qui les soutendent.

1.3.1. Les réseaux bayésiens pour la classification de points singuliers de la voie ferrée

Les travaux présentés dans cette section sont issus principalement de deux collaborations initiées en 2003. La première avec l'équipe dirigée par B. Lung au CRAN, équipe au sein de laquelle j'ai effectué ma dernière année d'ATER. La seconde, initiée à l'occasion de ces travaux, avec le département EST-Voie de la RATP.

Encadrements liés à ces travaux

- Abdeljabbar Ben Salem : Thèse cofinancée INRETS – Région Lorraine (2003-2005), Ecole doctorale *Informatique Automatique Electronique Mathématiques Lorraine (ED 77)*
- Allou Samé : Postdoc (12 mois, 2005)
- Etienne Côme : Master 2 (5 mois, 2005)

Contexte scientifique des travaux

Dans un contexte d'amélioration de la disponibilité de son infrastructure, la RATP a développé, en collaboration avec l'équipe *Diagnostic et Maintenance*, un multicapteur à courants de Foucault permettant de détecter précisément toute anomalie du rail et d'améliorer ainsi la disponibilité et la sécurité du système de transport (Oukhellou, et al., 1999).

Ce capteur permet d'identifier un certain nombre de défauts tels que les ruptures de rail mais également des fissures, des écailles, de l'usure ondulatoire... La bonne détection de ces défauts doit permettre la mise en place d'actions de maintenance préventive adaptées. Toutefois, le système mis au point confond encore certains défauts avec de simples points singuliers du rail comme les joints soudés ou éclissés; en effet, étant sensible à toute modification des caractéristiques électromagnétiques de la cible, le capteur détecte également les soudures, les lacunes entre abouts de rails... D'un point de vue électromagnétique, un joint éclissé est équivalent à une rupture tandis qu'une soudure peut être confondue avec certains défauts de surface mineurs. L'objectif était donc de définir de nouveaux classifieurs permettant de diminuer les taux de confusion du capteur entre vrais et « faux » défauts.

La lecture des sorties du capteur par un œil quelque peu « expert » a mis en évidence des occurrences caractéristiques de certains de ces points singuliers. Cela est dû au fait que la constitution d'une voie ferrée est fortement structurée. La réalisation d'une soudure, d'un éclissage... répond à des règles d'intervention et de réalisation, se traduisant par un ensemble de motifs dans la succession de ces points singuliers (par exemple, un joint éclissé est toujours encadré de 2 soudures placées à plus ou moins 3m). Il semblait donc intéressant d'exploiter cette structuration pour améliorer la classification finale des défauts détectés par le capteur à courants de Foucault.

Cette collaboration avec la RATP a permis d'avoir accès à la base SIAM, localisant l'ensemble des points singuliers répertoriés sur les voies du réseau métro ; données sur lesquelles ont porté les différents travaux introduits dans cette section.

Méthodologie et Résultats

Dans ses travaux de thèse, A. Ben Salem a traité du problème de la classification d'évènements discrets organisés en séquence temporelle. Le formalisme des réseaux bayésiens dynamiques a été utilisé pour cette modélisation, en exploitant les données de la base SIAM comme ensemble d'apprentissage. Une structure spécifique de réseaux bayésiens dynamiques a été proposée pour prendre en compte les informations résumant la structuration forte caractérisant la pose et la maintenance des voies. Les résultats de ce classifieur « global » prenant sa décision à partir d'une vision large de la structure de la voie, ont ensuite été utilisés pour améliorer la décision prise à partir du classifieur « local » prenant sa décision uniquement à partir de la mesure ponctuelle réalisée par le capteur à courants de Foucault. Cette première fusion de classifieurs a permis une amélioration des taux de bonne détection de l'ordre de 20%. Dans la fin de sa thèse, A. Ben Salem s'est intéressé à la combinaison des réseaux bayésiens dynamiques et des processus décisionnels de Markov pour optimiser la maintenance conditionnelle de systèmes à n composants. La mise en œuvre de cette démarche a été déclinée sur un exemple académique puis dans le cadre de la maintenance des rails.

Afin d'améliorer ces premiers résultats, différents types de voisinages ont été testés pour modéliser la succession spatiale de points singuliers. Ensuite, un ensemble de méthodes de fusions de classifieurs ont été comparées (Fusion Bayésienne Naïve, Moyenne, Moyenne pondérée, Behavior Knowledge Space, Decision Template...), permettant d'atteindre des gains de bonne classification, d'au mieux 25%. Ces travaux ont été réalisés par E. Côme, dans le cadre de son stage de Master 2.

Enfin, l'implémentation d'un réseau bayésien dynamique avec variables exogènes continues a été réalisée. La modélisation des tables de probabilités conditionnelles, qui sont fonction de l'une de ces variables exogènes codant le vecteur des distances entre points singuliers, s'appuie sur des mélanges de lois gaussiennes estimés par l'algorithme EM. La parcimonie de l'approche proposée a

également été démontrée dès que l'ordre du modèle est supérieur ou égal à deux. Cette implémentation a permis, à terme, d'améliorer encore la décision finale, fournie par la fusion du classifieur local (issu du capteur) et du classifieur global (issu du réseau bayésien proposé). Ces travaux ont été réalisés dans le cadre du post doc d'Allou Samé.

Valorisation

Ces travaux ont fait l'objet de 6 publications en congrès disciplinaires ($\lambda\mu'04$, IEEE SMC'04, IEEE ISDA'04, $\lambda\mu'06$, IPMU'06, IFAC DCDS'07) et 2 revues (RIA, Transportation Research part C).

1.3.2. Structure originale de MGP pour modéliser la dégradation de systèmes complexes – Application à la maintenance du rail

Ces travaux se situent dans le cadre du projet européen *UrbanTrack – Urban Rail Infrastructure*, Integrated Project du 6^{ème} PCRD, priorité *Sustainable Surface Transport*, débuté en septembre 2006 et clos en août 2010. Ce projet associait 28 partenaires (dont 14 pour le WP2.2 *Optimal maintenance methodology* dans lequel s'inscrivaient nos travaux).

Pour répondre aux besoins spécifiques de la RATP, une IHM dédiée à l'application développée dans *UrbanTrack* a été réalisée lors du contrat *SpecifRail*, signé avec la RATP.

Encadrements liés au projet

- Roland Donat : Thèse CIFRE RATP (2006-2008), école doctorale *Science Physiques Mathématiques et de l'Information pour l'Ingénieur* de l'INSA Rouen (ED 351)
- Cyril Hory : Post Doc (18 mois, 2008-2009)

Contexte scientifique des travaux

La majeure partie des exploitants ferroviaires base leurs politiques de maintenance sur des actions préventives systématiques, complétées d'actions correctives. La complexification des systèmes, l'ouverture à la concurrence... font que l'optimisation des procédures de maintenance apparaît comme un moyen sûr d'améliorer la fiabilité d'un système tout en conservant sa disponibilité et en intégrant une optimisation des coûts. Dans ce contexte, les réseaux ferroviaires, urbains notamment, recherchent des outils permettant de déterminer, pour des critères donnés, une politique optimale de maintenance des rails. C'est notamment le cas de la RATP, pour son réseau RER, en particulier en liaison avec le problème du « rail cassé » qui est le mode de défaillance ultime le plus pénalisant. Le cas d'étude a été la zone du tronçon central du RER A, une des zones où le trafic est le plus dense au monde.

Cette étude prend place dans l'action 2.2 du projet *UrbanTrack*, traitant de la recherche d'une méthodologie permettant d'optimiser les politiques de maintenance pour l'exploitation ferroviaire en contexte urbain. Cette action, pilotée par TTK (*Transport Technology Consult Karlsruhe*), avait notamment pour partenaires la RATP, l'INSA Lyon et l'INRETS.

Méthodologie et résultats

Plusieurs approches de la modélisation de la maintenance sont possibles. Nous avons opté pour un angle de vue à la fois probabiliste et graphique, et les réseaux bayésiens sont apparus comme une solution élégante. Ce formalisme a été, en premier lieu, utilisé pour améliorer la modélisation des lois de dégradation de notre système. Pour cela, une structure spécifique de réseaux bayésiens dynamiques a été proposée : les Modèles Graphiques de Durée (MGD), introduits en détail section 3.4. Ce formalisme permet de représenter des systèmes dont les processus d'évolution sont relativement complexes (multi-états et à taux de défaillance non constants), sous l'hypothèse d'espaces d'états et de temps qui soient discrets et finis.

Si cette approche permet également de tenir compte de variables contextuelles, l'apport le plus novateur demeure la possibilité de modéliser un processus de dégradation ayant n'importe quel type

de temps de séjour. En effet, jusqu'à présent, la modélisation de la dégradation d'un système se faisait souvent à l'aide de chaînes de Markov (éventuellement modélisées par des réseaux bayésiens dynamiques). Cela impliquait nécessairement des temps de séjour dans chaque état géométriquement distribués. Si cela peut ne pas poser de problème dans certains cas particuliers, il est très fréquent que, dans la pratique, les lois de séjours soient fortement éloignées de lois exponentielles. Baser la détermination de paramètres de maintenance optimum sur l'estimation de la fiabilité d'un système nécessite de pouvoir modéliser le plus précisément possible ses lois de dégradation. L'approche par MGD présente donc un progrès non négligeable dans ce domaine, permettant d'utiliser la puissance des réseaux bayésiens pour la modélisation de la fiabilité des systèmes semi-Markoviens.

La seconde étape de l'étude a consisté à modéliser les procédures de diagnostic ainsi que les actions de maintenance, puis à intégrer certains paramètres de coûts ou d'utilités afin de pouvoir évaluer une stratégie de maintenance complète.

Différents outils d'apprentissage des paramètres ainsi que des algorithmes d'inférence ont été développés afin de calculer les grandeurs décrivant la fiabilité du système étudié (fiabilité, MTTF, taux de défaillance instantané, nombre d'actions de maintenance, fausses alarmes...). Tous ces développements ont été regroupés au sein d'une approche générique, nommée *VirMaLab – atelier virtuel de maintenance*, permettant de mettre en œuvre des outils d'aide à la décision pour évaluer et comparer différentes stratégies de maintenance.

Dans le cadre d'*UrbanTrack*, cette approche générique a été appliquée à la maintenance du rail en considérant deux composants: le rail et les soudures aluminothermiques (points faibles d'une voie ferrée, introduits par les actions de maintenance). L'objectif de cette étude, présentée en détail dans le chapitre 4, était de fournir des éléments d'aide à la décision pour optimiser le compromis entre réparation des coupons de rails défectueux et remise à neuf des rails d'une ligne de RER. L'outil proposé est actuellement utilisé par le département *EST-Voie* de la RATP.

Valorisation

Quatre communications ont été publiées dans des conférences disciplinaires (MMR'07, IEEE ARES'08, IEEE Med'08 et JFRB'08, $\lambda\mu$ '10) et les travaux sur les *Modèles Graphiques de Durée* ont fait l'objet d'une participation à l'ouvrage collectif *Advances in Mathematical Modeling for Reliability* ainsi que d'une revue (Neurocomputing).

La protection de l'approche générique *VirMaLab* et de son environnement (MGD, couches diagnostic et maintenance ...), développés au LTN par R. Donat, a fait l'objet d'un dépôt de logiciel auprès du Conseil National des Ingénieurs et Scientifiques de France, en novembre 2009.

Au delà des publications, la participation à *UrbanTrack* a permis d'échanger avec de nouveaux collègues européens, mais également de renforcer les relations déjà existantes avec la RATP, l'INSA Rouen (collaboration avec le laboratoire LITIS) et le LINA de Polytech'Nantes (co-direction de la thèse de Roland Donat).

1.3.3. Extension de VirMaLab pour la gestion d'échantillonnages temporels multiples – Application à la prévention du rail cassé

Ces travaux ont été réalisés à travers deux contrats avec la RATP. Le premier, *StatAvaries 1 - Analyse statistique du traitement du rail cassé pour les lignes Fer du réseau RATP*, réalisé de mars 2006 à février 2007, était une collaboration INRETS LTN - RATP EST - INSA Rouen LITIS. Il s'agissait d'une étude préliminaire visant à confirmer la faisabilité du projet et fournir une version de départ de l'outil d'aide à la décision. Le second, *StatAvaries 2 : Logiciel pour la modélisation probabiliste des dispositifs de détection des ruptures de rail*, réalisé d'octobre 2008 à septembre 2010, visait à améliorer le modèle probabiliste développé dans le cadre du projet précédent en décrivant de façon

modulaire le processus de traitement des défauts de rail pour une ligne Métro de type Fer, et en permettant notamment d'estimer des indicateurs nécessitant une précision horaire.

Encadrements liés au projet

- Olivier François : Post Doc (6 mois, 2007)
- Olivier François : Post Doc (24 mois, 2008-2010)

Contexte scientifique des travaux

Ces actions de recherche se placent dans le cadre des programmes d'automatisation des lignes de métro du réseau RATP (programmes *Ouragan* pour la ligne 13 et *Octys* pour les lignes 3, 5, 9, 10 et 12). Au début des années 2000, la RATP constate en effet que son système de signalisation ne permet pas de répondre à ses nouveaux objectifs de fréquence de passage des rames en heure de pointe. Une campagne de modernisation des systèmes de contrôle-commande des lignes de métro est ainsi engagée, s'orientant vers une automatisation des lignes. La maîtrise des processus de prévention et de détection des rails cassés reste un point clé du point de vue sécurité et l'impact de l'automatisation sur la sécurité restait à quantifier. La RATP souhaitait donc disposer d'outils d'aide à la décision permettant de fournir des indicateurs pertinents, afin d'évaluer la qualité des différents systèmes d'inspection des défauts de rail et de déterminer les impacts d'un renforcement, ou d'une suppression, d'un ou plusieurs de ces systèmes sur la probabilité de détection des ruptures de rail.

Méthodologie et Résultats

La méthodologie adoptée dans ces études s'appuyait sur une modélisation modulaire, permettant de faire évoluer très facilement le modèle proposé, dès lors que de nouveaux systèmes de détection seraient à considérer ou, qu'au contraire, certains acteurs seraient supprimés. Elle s'appuie sur le formalisme des réseaux bayésiens dynamiques.

Pour la modélisation de la dégradation du rail dans *StatAvaries 1*, une approche classique en fiabilité des systèmes dynamiques a été retenue, à savoir un réseau bayésien temporel modélisant une chaîne de Markov et permettant de simuler le passage du système d'un état à un autre. Cependant, cette approche peut présenter certains écarts avec la réalité. Pour éviter ce problème, une modélisation par MGD a été considérée dans *StatAvaries 2*. Un effort tout particulier a été porté sur cette étape, afin d'intégrer un grand nombre de variables contextuelles pouvant influencer la vitesse de dégradation du rail (rayon de courbure, dureté du rail, vitesse de circulation, intervalle de pointe, « agressivité » du matériel roulant...).

La modélisation des procédures de diagnostic du rail a été réalisée sous forme de quatre modules, dédiés respectivement à la détection des défauts internes par un véhicule de mesure à ultrasons, la détection des défauts de rail visibles par les équipes de parcoureurs à pieds, la détection des ruptures par la signalisation et les conducteurs. Ces deux dernières méthodes de détection s'avèrent directement impactées par l'automatisation. Le détail de ces modélisations est fourni dans le chapitre 4. Dans *StatAvaries 2*, un travail important d'affinement des modules de diagnostic et de maintenance a dû être réalisé.

Un des points clé du projet *StatAvaries 2* consistait à pouvoir fournir à la RATP des indicateurs suffisamment précis pour qu'il puisse évaluer la capacité du système à prévenir l'apparition de ruptures de rail, mais également pour qu'il puisse quantifier, selon des critères bien spécifiques, l'impact sur l'exploitation d'une rupture non détectée ou d'une fausse alarme générée par un des systèmes de diagnostic. Pour répondre à ce dernier point, et notamment être capable de gérer les heures pleines, les heures creuses..., une précision temporelle de l'ordre de l'heure était demandée par la RATP. Or, développer un modèle de dégradation du rail avec un pas horaire semblait totalement déraisonnable (la durée de vie moyenne d'un rail de métro se compte en dizaines d'années...). Une démarche originale a donc été proposée, s'appuyant sur une modélisation multicouches *VirMaLab*. Cette approche « empile » plusieurs modèles *VirMaLab* ayant des pas

d'inférence différentes, mis en adéquation avec la dynamique de dégradation du rail et la précision des indicateurs qui lui sont rattachés.

Pour valider la modélisation, un ensemble de simulations a été réalisé, permettant de quantifier l'influence de certains paramètres (fréquences de circulation des rames, périodes d'auscultation par le véhicule ultrasons et par les parcourers, paramètres des Circuits de Voie, présence des conducteurs...) sur la capacité à prévenir les ruptures de rail.

Pour finir, une interface permettant de rendre générique l'utilisation du logiciel et facilitant le choix des paramètres d'entrée et de sortie pour chaque simulation a été développée. Il est désormais possible d'utiliser et de paramétrer automatiquement le modèle pour n'importe quelle ligne (ou portion de ligne) et de jouer à volonté différents scénarios en modifiant les paramètres d'exploitation, de diagnostic, de maintenance... Cet outil est actuellement utilisé par deux départements de la RATP.

Valorisation

Les résultats des deux actions de recherche *StatAvaries 1* et *StatAvaries 2* ont fait l'objet de 4 publications en congrès disciplinaires ou applicatifs (WCRR'08, MOSIM'08, ESREL'10, WCRR'11) et de 2 revues (IJPE, JRR). Ces travaux ont également mené à la session de licence du logiciel *VirMaLab – StatAvaries 2* à la RATP.

En terme de perspectives, des échanges ont démarré avec les services de la direction générale de la RATP pour étudier la faisabilité d'une adaptation de l'outil *StatAvaries 2* aux besoins spécifiques de prévention de la rupture du rail dans le contexte de la maintenance des infrastructures du futur réseau de transport du Grand Paris.

1.3.4. Optimisation de la maintenance. Intégration d'algorithmes génétiques ou inférence symbolique

Les recherches présentées dans cette section sont reliées aux travaux de thèse d'Inès Ayadi et Rony Rozas. La première thèse a visé à intégrer des algorithmes génétiques à l'approche *VirMaLab*. La seconde (prenant part au projet FUI *Surfer – Surveillance ferroviaire active*, piloté par le constructeur Bombardier Transport) avait pour objectif de définir une méthodologie de plans de maintenance dynamiquement modifiables, déclinée en particulier pour ses nouveaux matériels roulants (NAT sur réseau Transilien).

Encadrements liés au projet

- Inès Ayadi : Thèse sur financement INRETS (2008-2011), école doctorale *Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication* UPE (ED 532)
- Rony Rozas : Thèse sur contrat *Surfer* (2010-2013), école doctorale *Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication* UPE (ED 532)

Contexte scientifique des travaux

Comme nous l'avons déjà souligné, l'optimisation des stratégies de maintenance est un enjeu essentiel pour la plupart des industriels. Les travaux de recherche introduits précédemment avaient pour objectif de proposer une approche générique modulaire, nommée *VirMaLab*, permettant de développer des modèles de maintenance. Le but initial de ces modèles était de pouvoir évaluer et comparer différentes stratégies de maintenance, d'exploitation...

La suite logique à ces travaux était d'optimiser un ensemble de paramètres des stratégies de maintenance en fonction d'une ou plusieurs fonctions d'utilité. Le choix s'est porté sur l'utilisation d'algorithmes génétiques (AG) et l'idée était d'essayer d'exploiter les propriétés structurelles et probabilistes des modèles *VirMaLab* pour adapter la paramétrisation des AG et améliorer leur vitesse de convergence. Les travaux d'Inès Ayadi ont porté sur cette problématique.

Les travaux liés au projet *Surfer* portaient également sur l'optimisation des stratégies de maintenance, dans le cadre applicatif des systèmes d'accès voyageurs de matériels roulants. Ils intégraient toutefois une nouveauté puisque la mise à jour automatique des paramètres optimaux était visée. En effet, sur certains systèmes industriels il arrive qu'un processus de dégradation, habituellement observé et maîtrisé par les équipes de surveillance et de maintenance, change subitement de dynamique. Ces évolutions peuvent être liées à des problèmes d'obsolescence de certains composants (remplacés par de nouvelles pièces ayant une fiabilité différente), de changement d'usage du système (pour répondre à une modification de la demande), de nouveaux designs ... Avec une approche classique d'optimisation de la maintenance, un modèle *VirMaLab* permet de définir un jeu de paramètres optimisant un ensemble d'objectifs. Toutefois, si la dynamique de dégradation change, le seul moyen de s'en rendre compte était, jusque là, d'attendre de subir un grand nombre d'avaries inattendues pour remettre en cause les lois de dégradation et en conséquence l'optimalité de la politique de maintenance. Cette situation peut se traduire par une explosion des coûts de maintenance par rapport à ceux qui seraient induits par la nouvelle solution optimale issue du retour d'expérience (REX). Les travaux de thèse de Rony Rozas visaient donc à fournir une méthodologie permettant de détecter ces dérives de dégradation et d'évaluer leur impact sur les fonctions objectif, tout cela en exploitant les flux de données REX.

Méthodologie et Résultats

Dans ses travaux de thèse, Inès Ayadi s'est tout d'abord intéressée à l'adaptation de métaheuristiques mono-objectif aux problèmes d'optimisation de la maintenance préventive systématique. Les opérateurs de reproduction et les techniques de diversification de ces algorithmes ont été adaptés pour guider la recherche de solutions optimales en fonction des particularités de la politique de maintenance préventive à optimiser. Une comparaison avec un algorithme de recuit simulé modifié a été réalisée. Dans un second temps, l'adaptation de deux métaheuristiques multiobjectif a été proposée. Le premier algorithme, inspiré de l'algorithme *ev-MOGA*, utilise une subdivision dynamique de l'espace des objectifs et une adaptation des opérateurs de reproduction afin de mieux tenir compte du contexte de l'optimisation et de l'« anatomie » des solutions candidates. Le second algorithme s'inspire de *NSGAI*-modifié, définissant une nouvelle procédure d'élimination des solutions non-dominées. Finalement, ces algorithmes ont été testés sur l'application *SpecifRail* afin d'optimiser les périodes de renouvellement et d'auscultation du rail. Si au cours de cette étude, beaucoup de pistes ont été étudiées et certains résultats intéressants ont été obtenus, cette partie des travaux a ouvert plus de perspectives qu'elle n'a apporté de solutions. Elle a tout de même permis de mettre en évidence la nécessité de diminuer le temps d'évaluation d'une solution candidate via *VirMaLab*. L'étude de l'exploitation possible de la structure du réseau bayésien pour orienter les itérations des algorithmes d'optimisation demeure un point sur lequel des travaux de recherche pourraient être menés.

Dans le cadre du projet *Surfer*, un modèle de maintenance de type *VirMaLab* a tout d'abord été développé pour permettre l'évaluation de stratégies de maintenance des accès voyageurs. Ce modèle de maintenance modélise la dégradation de quatre réglages des portes et fournit deux indicateurs de décision, liés à la sécurité du système (perte de la détection d'obstacle) et à sa disponibilité (perte de la fonction d'ouverture des portes). L'optimisation de la maintenance s'attache au réglage de deux périodes d'actions systématiques. L'algorithme de plans dynamiques de maintenance proposé par Rony Rozas suit 3 phases :

- exploitation d'un échantillon de données REX de référence pour estimer les paramètres initiaux des temps de séjour caractérisant chacun des quatre processus de dégradation retenus dans l'étude. Puis, optimisation de la stratégie de maintenance pour un ensemble de contraintes et d'objectifs via le modèle *VirMaLab-Surfer*
- utilisation de tests de Kolmogorov-Smirnov pour rechercher, dans une fenêtre glissante évoluant au gré de l'arrivée de nouvelles données REX, des points de rupture dans les propriétés statistiques dérivant les temps de séjour des modèles de dégradation

- pour chaque point de rupture détecté, évaluation de l'impact de la dérive sur les indicateurs de décision. Pour tout impact significatif, de nouveaux paramètres de maintenance optimisant les fonctions objectifs sont déterminés.

Pour ce dernier point, le développement d'un algorithme d'inférence symbolique a permis de diminuer drastiquement le temps d'évaluation d'une stratégie de maintenance. Cette approche nécessite cependant un temps de calcul important pour déterminer l'expression analytique utilisée lors de l'inférence symbolique. Le principe repose sur une paramétrisation de certaines probabilités des variables d'entrée du réseau bayésien. L'expression analytique définie par l'inférence symbolique permet de déterminer instantanément comment se comportent les variables cibles du réseau en fonction des valeurs prises par les paramètres d'entrée.

Valorisation

Ces travaux ont fait l'objet de quatre publications en congrès disciplinaires ou applicatifs ($\lambda\mu'10$, ESREL'11, WCRR'13, Railways'14).

1.3.5. Les MGP pour une maintenance à base de pronostic

Les travaux introduits dans cette section sont en liens avec la thèse de Josquin Foulliaron, démarrée en 2012, et rattachés au projet ANR DIADEM-*Diagnostic dynamique et maintenance prévisionnelle des systèmes en station et embarqués sur train* initié en 2013. Ce projet, coordonné par l'IFSTTAR-GRETTIA, est réalisé en partenariat avec l'UTT-LM2S, l'UTC-Heudiasyc, Faiveley Transport et Keolis Rennes.

L'objectif de ce projet est de développer des outils de diagnostic et de pronostic du matériel roulant ferroviaire et plus particulièrement de trois de ses organes les plus sensibles (la climatisation, le système de freinage et les portes). Ces outils doivent permettre d'améliorer la régularité des circulations en optimisant les conditions de réalisation de la maintenance. Pour cela, des indications sont fournies en temps réel sur l'état de ces organes ainsi que le temps de fonctionnement restant avant apparition d'un état redouté.

Encadrements liés au projet

- Josquin Foulliaron : Thèse sur projet ANR DIADEM (2012-2015), école doctorale *Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication* UPE (ED 532)

Contexte scientifique des travaux

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre du second volet du projet DIADEM, consacré à la maintenance préventive prévisionnelle (ou pronostic). Souvent basées sur un compromis entre maintenances corrective et préventive systématique, les stratégies de maintenance du matériel roulant sont désormais fortement améliorables du fait du développement d'un grand nombre de systèmes de mesure embarqués. La première amélioration proposée dans ce second volet porte sur l'exploitation des données de diagnostic pour mettre en place des actions de maintenance conditionnelles (visant à intervenir au plus près de la date spécifiée par le référentiel de maintenance). Si les réseaux bayésiens dynamiques ont déjà trouvé beaucoup d'applications industrielles dans le domaine de la maintenance, l'intégration de fonctionnalités de pronostic aux algorithmes d'inférence n'a pas encore été abordée. Cela constitue l'une des innovations de cette étude. Par ailleurs, d'un point de vue industriel, l'innovation se situe dans l'optimisation des référentiels de maintenance conditionnelle et prévisionnelle. Pour cela, des processus de type renouvellement, régénératif et semi-régénératif sont identifiés et les méthodologies et algorithmes développés seront prochainement appliqués aux portes des trains.

Valorisation

Ces travaux ont fait l'objet de trois publications en congrès disciplinaires ou applicatifs (ESREL'13, Railway Engineering'13, Railways'14).

1.3.6. Autres projets

Cette section va brièvement introduire deux projets réalisés ces dernières années sur des sujets relativement éloignés des problématiques précédentes.

Le premier, *MECAFISEC – Mécanique fiabiliste pour la sécurité des transports ferroviaires*, était une étude commandée par l’Etablissement Public de Sécurité Ferroviaire (EPSF), en collaboration avec les laboratoires ESTAS (porteur du projet) et LTN, équipe *Diagnostic et Maintenance*. Il s’est déroulé de mai 2008 à janvier 2009.

Le second, intitulé *Corrugation data processing*, concerne la seconde tâche d’*UrbanTrack* à laquelle l’équipe *Diagnostic et Maintenance* a pris part. Elle avait pour objectif de développer un nouvel outil d’analyse et de traitement du signal basé sur une approche temps-fréquence pour améliorer la localisation et la quantification du phénomène d’usure ondulatoire¹ (UO).

Contexte scientifique des travaux

Les Détecteurs de Boîtes Chaudes (DBC) sont des systèmes de diagnostic posés à la voie mesurant, lors du passage des trains, la température des Boîtes d’essieu. Si pour les TGV la répartition des DBC a clairement été définie pour assurer la sécurité de la circulation, sur le reste du réseau français le positionnement de ces systèmes a été source d’un certain nombre de discussions entre RFF et la SNCF. Dans un souci d’indépendance, l’EPSF, organisme chargé de délivrer les autorisations de circulation lors de la création de nouvelles lignes, souhaitait disposer d’un outil d’aide à la décision permettant de définir l’espacement entre DBC ou d’évaluer, pour un contexte donné (vitesse d’exploitation, âge des essieux...) les conséquences d’un espacement plus ou moins grand sur la qualité de la détection. Pour répondre à cette demande, le formalisme des modèles graphiques probabilistes a été utilisé pour modéliser les montées en température des boîtes d’essieux et la détection de situation critiques en fonction de différentes variables exogènes telles que le type de circulation (fret, voyageur...), la distance entre DBC, la vitesse de circulation...

L’usure aléatoire est un phénomène de dégradation du rail dont les causes et le mode d’évolution sont, encore aujourd’hui, assez mal connus. Elle se traduit par des ondulations longitudinales de la partie du rail en contact avec les roues (table de roulement) dont l’évolution est sans grande conséquence sur la fiabilité et la sécurité des infrastructures. Toutefois, ces phénomènes de fréquences variables apparaissent essentiellement sur des réseaux urbains et les vibrations provoquées à chaque passage de train sur une zone d’usure ondulatoire sont sources de nombreuses plaintes de riverains. Les exploitants essaient donc d’anticiper son apparition par des campagnes de mesures dans l’optique de localiser et de quantifier ces phénomènes, puis de déclencher le passage d’un train meuleur sur les zones dégradées. Plusieurs longueurs d’onde peuvent être présentes conjointement sur le rail et l’enjeu de l’étude inscrite dans le work package 2.2 d’*UrbanTrack* était d’améliorer les procédures de détection de l’UO, basée jusque là sur de simples filtrages. Pour cela, une approche innovante de traitement des données dans le plan PK^2 - longueur d’onde a été proposée. Elle fournit une caractérisation de l’usure ondulatoire très simple à interpréter en permettant le suivi de chaque longueur d’onde et la quantification de la profondeur de chaque mode détecté. Pour cela, une approche nommée ARCAP a été proposée, combinant une approche autorégressive à un estimateur de Capon pour la localisation espace-fréquence des défauts.

¹ L’usure ondulatoire est un défaut d’usure du rail qui se manifeste par des ondulations étendues sur la surface du rail dans la direction du roulement. S’apparentant à une véritable « tôle ondulée » comme dans le domaine routier, elle constitue une source vibratoire très importante, essentiellement inconfortable pour les riverains, que la RATP essaie de supprimer préventivement.

² PK : Point Kilométrique. Référencement utilisé par les industriels ferroviaires pour toute localisation le long d’une voie ferrée.

Valorisation

Les travaux issus de la tâche *Corrugation d'UrbanTrack* ont fait l'objet de deux publications en congrès disciplinaires (Railway Engineering'09, Condition Monitoring'09) et d'une revue (MSSP).

Afin de faciliter l'utilisation de l'algorithme de traitement du signal pour la quantification de l'usure ondulatoire, une interface a été proposée, permettant aux agents RATP chargés des campagnes de mesure, de traiter leurs données sitôt l'enregistrement terminé et ainsi d'optimiser la réactivité de la programmation des chantiers de meulage. Cet outil est actuellement utilisé par l'unité EST-Voie de la RATP.

1.4. Activités pédagogiques et de formation

1.4.1. Formation par et à la recherche

Encadrement de post-doc

1. Allou Samé, *Reconnaissance des formes, Diagnostic et Maintenance*, post-doc INRETS. 12 mois, début en octobre 2005.
2. Olivier François, *Atelier Virtuel de Maintenance*, financement sur projets StatAvaries. 15 mois, début en décembre 2006.
3. Cyril Hory, *Caractérisation de l'usure ondulatoire par approche temps-fréquence*, financement sur projet européen UrbanTrack. 15 mois, début en mars 2008.
4. Olivier François, *Logiciel pour la modélisation probabiliste des dispositifs de détection des ruptures de rail*, financement sur projet StatAvaries 2. 24 mois, début en septembre 2008.

Encadrement de thèses

1. **Abdeljabar Ben Salem** (2008). *Modèles Probabilistes de Séquences Temporelles et Fusion de Décisions. Application à la Classification de Défauts de Rails et à leur Maintenance*. Thèse de l'UHP Nancy I. Cofinancement INRETS - Région Lorraine.

Co-direction de la thèse par P. Aknin et B. Lung. Co-encadrement L. Bouillaut et P. Weber
Début de la thèse : Septembre 2003. Thèse soutenue le 07 mars 2008.

Rapporteurs : C. Bérenguer (UTT, LM2S), P. Leray (INSA Rouen, LITIS), **Président** : D. Theillol (UHP Nancy I, CRAN), **Examineurs** : PH. Willemin (UPMC, LIP6), P. Weber (ESTTIN, CRAN), P. Aknin (INRETS, LTN), B. Lung (UHP Nancy I, CRAN), L. Bouillaut (INRETS, LTN)

Ces travaux ont fait l'objet d'1 publication en revue, de 2 congrès internationaux et 2 congrès nationaux.

A. Ben Salem est actuellement *Business Development Manager Middle East* chez Bombardier Transport, de puis 2008.

2. **Roland Donat** (2009), *Modélisation et validation de stratégies de maintenance par Réseaux Bayésiens Dynamiques : Intégration de modèles probabilistes de dégradation de composants de l'infrastructure ferroviaire et de politiques de maintenance préventive*, Thèse de l'INSA Rouen. Financement CIFRE RATP.

Co-direction de la thèse par P. Aknin et P. Leray. Encadrement L. Bouillaut
Début de la thèse : Février 2005. Thèse soutenue le 30 novembre 2009

Rapporteurs : C. Bérenguer (UTT, LM2S), A. Aussem (UCBL Lyon 1, LAAS), **Président** : G. Celeux (U. Paris Sud, INRIA), **Examineurs** : P. Aknin (INRETS, LTN), P. Leray (Polytech'Nantes, LINA), S. Bondeux (RATP), L. Bouillaut (INRETS, LTN)

Ces travaux ont fait l'objet d'1 publication en ouvrage scientifique collectif, de 2 articles de revue, de 6 conférences internationales et 2 conférences nationales.

R. Donat est actuellement *Executive Chairman* de la startup EdgeMind. Il a occupé, pendant les 4 ans qui ont suivis sa soutenance, un poste d'*Ingénieur de Recherche* chez EDF.

3. **Inès Ayadi** (2013), *Optimisation multi critères dans les Modèles Graphiques Probabilistes temporels : application à l'optimisation des paramètres de maintenance*. Allocation de thèse INRETS.

Co-direction de la thèse par P. Aknin et P. Siarry. Encadrement L. Bouillaut

Début de la thèse : Novembre 2008. Thèse soutenue le 29 août 2013.

Rapporteurs : A. Barros (UTT, LM2S), A. de la Fortelle (Mines Paritech, INRIA), **Président** : A. El Mhamedi (U. Paris 8, LISMMA), **Examineurs** : P. Aknin (IFSTTAR, GRETTIA), P. Siarry (U. Paris 12, LISSI), L. Bouillaut (IFSTTAR, GRETTIA)

Ces travaux ont fait l'objet d'1 conférence internationale et d'1 conférence nationale.

I. Ayadi est actuellement *Ingénieur recherche et développement* chez Audensiel Technologies depuis 2013.

4. **Rony Rozas**, *Plans dynamiques de maintenance*. Financement sur contrat (Projet FUI SurFer).

Direction de la thèse par P. Aknin. Encadrement L. Bouillaut

Début de la thèse : Septembre 2010. Soutenance prévue mi-2014.

Ces travaux ont fait l'objet de 3 conférences internationales.

5. **Josquin Foulliaron**, *Utilisation des modèles graphiques probabilistes pour la mise en place d'une politique de maintenance à base de pronostic*. Financement sur contrat (Projet ANR DIADEM).

Co-direction de la thèse par P. Aknin et A. Barros (UTT). Encadrement L. Bouillaut

Début de la thèse : Octobre 2012.

Ces travaux ont fait l'objet de 3 conférences internationales.

Encadrement de stagiaires DEA - Master II

1. **Abdeljabbar Ben Salem**, *Réseaux Bayésiens Dynamiques et Chaînes de Markov*, DEA ATS, Supélec, février – juillet 2003.
2. **Carolina Quijano**, *Séparation de sources pour l'aide à la maintenance ferroviaire*, DEA SETI, Orsay, février – juillet 2004.
3. **Etienne Côme**, *Fusion de classifieurs pour l'aide à la maintenance des voies ferrées*, Master recherche TIS, UTC, février – juillet 2005.
4. **Abdelmoez Néji**, *Comparaison de modèles de durée de vie et de méthodes d'optimisation pour l'aide à la définition de paramètres de maintenance*, Master OSS, UTT, février – août 2008.
5. **Etienne Le Maout**, *Comparative Analysis of the Life Cycle Cost of High Speed Rail Systems*, Master of Civil Engineering, University of Tokyo, Février – Août 2012.

1.4.2. Responsabilités pédagogiques actuelles

Module *Exploitation des systèmes de transports ferroviaires et guidés* – ENPC, département VET

Ce cours s'adresse principalement aux élèves de 3^{ème} année de l'ENPC et est ouvert à tous départements. Certains élèves de master peuvent également suivre ce cours qui s'organise en 13 séances présentant aussi bien les généralités du système ferroviaire (avec une description de ce qu'est une infrastructure ou un matériel roulant) que les détails de son exploitation (concepts de base, signalisation, télécommunication, fluidification...) ou encore l'organisation de sa maintenance. Des focus particuliers sont également proposés sur les spécificités des systèmes ferroviaires urbains ou de fret ainsi que sur une vision européenne de l'exploitation ferroviaire.

Intervenant dans ce module de 39h depuis 2008, j'en assure la co-responsabilité avec Patrice Aknin depuis 2011.

Module *Infrastructure et maintenance* – ENPC, Mastère Spécialisé *Systèmes de transports ferroviaires et urbains*

Ce cours se place dans le cadre des modules obligatoires du Mastère ferroviaires de l'ENPC, regroupant essentiellement des étudiants ayant déjà une forte expérience du monde ferroviaire ou de jeunes ingénieurs souhaitant se spécialiser dans ce secteur. L'objectif de ce module de 51h est de permettre aux étudiants d'acquérir une connaissance complète de l'infrastructure ferroviaire, tant d'un point de vue de la constitution de la voie (appareils de voie, infrastructure tramway, voie ballastée ou sur dalle...) ou de son électrification, qu'au niveau de sa surveillance, de son interaction avec le véhicule et des politiques à mettre en place pour en assurer correctement la maintenance.

J'assume la responsabilité de ce module ainsi que certains enseignements liés à la maintenance depuis la création du mastère en 2008.

Module *Théorie de la maintenance et aide à la décision* – ESTACA, 5^{ème} année ferroviaire

Ce module de 14 heures est proposé aux élèves de 5^{ème} année ayant choisi la filière ferroviaire. Il a pour objectif d'apporter aux étudiants une bonne connaissance de la théorie de la maintenance et de leur présenter les méthodes probabilistes avancées permettant de modéliser la maintenance et d'aider à son optimisation.

J'assume l'ensemble des cours de ce module que j'ai monté en 2010.

Tutorat de stages du Mastère ferroviaire

1. Cécile Geron, Siemens Transportation Systems, *Maintenance et diagnostic à distance*, avril - septembre 2009.
2. Nathalie Mottin, RATP - Matériel Roulant Ferroviaire, *Adaptation des ateliers de maintenance ligne A à l'arrivée du M109*, avril – septembre 2009.
3. Mandine Deroeux, EPSF - Service Sécurité et interopérabilité, *Mise en forme d'une procédure garantissant au maître d'œuvre ou à l'assistant au maître d'ouvrage la conformité aux prescriptions de la STI Energie*, mai – septembre 2009.
4. Tarik El Abdi, RATP - Matériel Roulant Ferroviaire, *Outil dynamique d'aide à la décision pour l'optimisation des coûts de maintenance des organes train basé sur la fiabilité*, février – juin 2010.
5. Morgane Kolmer, SNCF – Direction de l'infrastructure, *Les chantiers furtifs appliqués au ferroviaire ou comment réduire la gêne et les nuisances des travaux ferroviaires sous forte contrainte/fort trafic : Enjeux, Difficultés, Pistes de solution*, juin – octobre 2010.
6. Jean-Baptiste Pierron, Alstom Transports, *Optimisation de la maintenance des portes d'accès voyageurs*, avril-octobre 2011.
7. Omar Choukri, Systra, *Concept du tramway optimisé, réalité ou fausses bonnes idées ?*, avril-octobre 2012.
8. Anna Lottier, RATP – EST Voie, *Fiabilisation de la localisation des véhicules de mesure des infrastructures sur le réseau RATP*, mars-octobre 2013.
9. Candice Caubet, SYSTRA, *Système Informatisé d'Aide à la Maintenance*, avril-octobre 2013.
10. Cédric Behault, RATP – Département de l'Ingénierie, *Les systèmes de supervision modernes*, avril-octobre 2013.

1.4.3. Divers

- Encadrement à l'ENPC de trois PFE et un stage scientifique
- Participation aux jurys de soutenance du mastère Ferroviaire de l'ENPC (depuis 2009)
- Participation à divers jurys (stages scientifiques, PFE, projets) du département VET de l'ENPC (depuis 2011)
- Participation au jury de recrutement d'un enseignant chercheur contractuel à l'UTT (juin 2011)
- Participation au jury et aux corrections des épreuves écrites du concours de recrutement d'un IR au GRETTIA (septembre 2011)

1.5. Animation scientifique

1.5.1. Organisation de séminaires

A l'image des GdR du CNRS, l'INRETS initia en 2004 la création de différents forums internes, dont l'objectif était de permettre aux chercheurs de l'institut d'échanger sur des sujets qu'ils maîtrisaient ou qu'ils souhaitaient découvrir. A cette date, Patrice Aknin porta la création du forum TISIC (Traitement de l'Information, Signal, Image, Connaissance) qui avait pour but l'organisation de séminaires sur la thématique des STIC, domaine fédérant à l'époque 10 des 18 laboratoires de l'institut. Les thèmes abordés par ces séminaires couvrent une bonne partie des disciplines suivantes:

- La statistique, l'analyse de données
- L'intelligence artificielle, la reconnaissance des formes
- Le traitement du signal et des images
- Le génie logiciel, les bases de données.

L'objectif principal de TISIC était d'organiser des séminaires scientifiques articulés autour d'une présentation « pédagogique et générale » sur un thème choisi, réalisée par une personne extérieure référante dans le domaine, suivie de différentes présentations de travaux réalisés par des équipes de l'INRETS, utilisant certaines des méthodes abordées pour des applications « transports ».

Sur les 18 séminaires de TISIC, la liste ci-dessous récapitule ceux pour lesquels j'ai directement participé à l'organisation :

- *Les Réseaux Bayésiens*, 07/04/2005. Intervenant extérieur : Philippe Leray (INSA Rouen, LITIS)
- *Théorie de la fiabilité et ses applications*, 26/11/2008. Intervenant extérieur : C. Cremona (LPC)
- *Filtrage et estimation*. 25/06/2010. Intervenants extérieurs : F. Legland (IRISA Rennes) et T. Château (LASMEA, U. Clermont Ferrand)
- *Analyse de données longitudinales*, 21/03/2011. Intervenant extérieur : P. Zamora (ENSAE, CREST)
- *Modèles Graphiques*, 08/12/2011. Intervenant extérieur : C. Amboise (laboratoire Statistique et Génome, U. d'Evry)
- *Systèmes multi-agents*, 06/04/2012. Intervenant extérieur : A. El Fallah (LIP6, U Paris VI)
- *Observateurs*, 22/06/2012. Intervenant extérieur : A. Charara (HeuDiaSyc, UTC)
- *Reconstruction 3D*, 19/10/2012. Intervenants extérieurs : L. Van Gool (Université catholique de Louvain) et N. Paparoditis (MAGIS, IGN)
- *Méthodes statistiques robustes*, 15/02/2013. Intervenant extérieur : A. Ruiz-Gazen (U. Toulouse I).

Enfin, afin de faciliter la mise en place d'une stratégie scientifique cohérente pour l'IFSTTAR, né le 1^{er} janvier 2011 de la fusion du LCPC et de l'INRETS, un ensemble de séminaires de « *connaissance réciproque* » a été proposé courant 2011. J'ai été chargé d'organiser, en collaboration avec X. Derobert, le séminaire *Durabilité et maintenance* à Nantes les 22 et 23 mars 2011.

1.5.2. Implication dans des conférences internationales

Relectures d'articles de conférences

- *ITSC'04*, 7th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems, Washington
- *DCDS'07*, 1st IFAC Workshop on Dependable Control of Discrete Systems
- *ECC'09*, 10th IFAC European Control Conference (1 article en 2009)
- *INCOM'09*, 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing
- *CIE'09*, 39th International Conference on Computer & Industrial Engineering
- *ECC'13*, 12th IFAC European Control Conference
- *IFAC WC'14*, IFAC world congress

- EWSHM'14, 7th European Workshop on Structural Health Monitoring

Encadrement de sessions en conférence

- Session *SHM for Railroads*, 7th European Workshop on Structural Health Monitoring EWSHM'14, Nantes, France, Juillet 2014.
- Session *Land Transportation*, 9th ESRA European Safety & Reliability International Conference ESREL'11, Troyes, France, Septembre 2011.
- Session *Transportation Systems*, IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics SMC'04, La Haye, Hollande, Octobre 2004.

1.5.3. Relectures pour des revues internationales

- *IEEE Transactions on Reliability* (1 article en 2014)
- *Control Engineering Practice* (1 article en 2014)
- *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis (3 articles de 2012 à 2014)
- *Journal of Risk and Reliability* – Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O. Editeur : J. Andrews (5 articles de 2010 à 2013)
- *Journal of Rail and Rapid Transit* – Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F. Editeur : S.D. Iwnicki (1 article en 2013)
- *Journal of Process Mechanical Engineering* – Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E. Editeur : C.J. Backhouse (1 article en 2010)
- *Mechanical Systems and Signal Processing*. Editeur : S.G. Braun (5 articles de 2003 à 2009)
- *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, Hermès (1 article en 2007)
- *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier (1 article en 2002)
- *Recherche Transport Sécurité*, Lavoisier (1 article en 2005)

1.5.4. Affiliations et participation à des réseaux

Activités européennes :

- Membre d'EurNex – the Rail Research Network of Excellence
Depuis septembre 2013, Council member et Co-leader du pole 8 *Infrastructure and signalling*
- Responsable des work packages INRETS pour le projet Intégré *UrbanTrack*, 6^{ème} PCRD

Affiliations actuelles :

- GdR MACS – GT S3 *Sûreté, Surveillance et Supervision*
- GIS 3SGS *Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes*
- Institut pour la Maîtrise des Risques – GTR *Réseaux probabilistes appliqués à la maîtrise des risques et à la sûreté de fonctionnement*
- Société Française de Statistique
- International Union of Railways (UIC)
- GdR ISIS (Information, Signal, Images, Vision)

1.5.5. Responsabilité en management de projets

- 2014 - : IRT *Railenium*. Référent IFSTTAR pour le WP 6 – *Optimisation de la maintenance infrastructure et matériel roulant*
- 2010-2013 : Projet FUI *Surfer-Surveillance ferroviaire active*
Responsable des lots IFSTTAR avec A. Samé
Montant alloué à l'IFSTTAR : 248 k€

- 2010 : Contrat industriel *SpecifRail*
Responsable du projet
Montant du contrat : 19 k€
- 2009-2010 : Contrat industriel *MECAFISEC-Mécanique fiabiliste pour la Sécurité des transports ferroviaires*
Responsable du lot *Détection de Boîtes chaudes*
Montant alloué à la tâche : 22k€
- 2008-2010 : Contrat industriel *StatAvaries2-Logiciel pour la modélisation probabiliste des dispositifs de détection des ruptures de rail*
Responsable du projet
Montant du contrat : 203k€
- 2006-2010 : Projet intégré *Urban Track - Urban Rail Infrastructure*.
Responsable du Work Package INRETS *Optimal maintenance methodology - Predictive & preventive maintenance of metro & commuter tracks*.
Montant alloué aux tâches INRETS : 163 k€
- 2006-2007 : Contrat industriel *StatAvarie-Analyse statistique du rail cassé*
Responsable du projet
Montant du contrat : 56k€

1.6. Liste des publications et travaux

1.6.1. Contribution à des ouvrages scientifiques

1. E. Come, L. Oukhellou, L. Bouillaut, A. Samé, P. Aknin (2010). *Diagnostic de l'infrastructure ferroviaire et optimisation des stratégies de maintenance, Innovations dans les transports guidés urbains et régionaux*, Hermès, ISBN 978-2-7462-2974-7, pp. 157-172.
2. R. Donat, L. Bouillaut, P. Aknin, Ph. Leray (2008). *A Dynamic Graphical Model to Represent Complex Survival Distributions*. Advances in Mathematical Modeling for Reliability. Editeur T. Bedford & al. IOS Press. ISBN 978-1-58603-865-6, pp. 17-24.

1.6.2. Articles en revues à comité de lecture

1. L. Bouillaut, O. François, S. Dubois (2013). *A Bayesian network to evaluate underground rails maintenance strategies in an automation context*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O, Journal of Risk and Reliability, Vol. 227(4), pp.411-424.
2. C. Hory, L. Bouillaut, P. Aknin (2012). *Diagnosis of rail corrugation by means of AR-MAFI type time-frequency methods*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 29, pp. 174-186.
3. L. Bouillaut, O. François, S. Dubois (2012). *Optimal Metro-Rail Maintenance Strategy using Multi-Nets Modeling*. International Journal of Performability Engineering, Vol. 8 (1), pp. 77-90.
4. L. Bouillaut, O. François, P. Aknin, R. Donat, S. Bondeux, S. Dubois (2011), *VirMaLab – Atelier Virtuel de Maintenance. Un outil d'aide à la décision pour l'optimisation des politiques de maintenance*, Revue Recherche, Transport et Sécurité, Vol. 27, pp. 241-257, Editions Springer.
5. R. Donat, Ph. Leray, L. Bouillaut, P. Aknin (2009), *Representation of Discrete Duration Models by means of a Specific Dynamic Bayesian Network*, Neurocomputing, Vol. 73 (2), pp. 570-577.
6. L. Oukhellou, L. Bouillaut, E. Côme, P. Aknin (2008). *Combined use of sensor data and structural information resumed by Bayesian network. Application to a railway diagnosis-aid scheme*, Transportation Research Part C, Vol. 16, pp.755–767.

7. A. Samé, L. Bouillaut, P. Aknin, A. Ben Salem (2007). *Réseaux Bayésiens Dynamiques à variable exogène continue pour la classification de points singuliers de voies ferrées*, Revue d'Intelligence Artificielle, Vol. 21 (3), pp. 353-370.
8. L. Bouillaut, M. Sidahmed (2001). *Cyclostationary approach and Bilinear approach: comparison, applications to early diagnosis for helicopter gear box and classification method based on HOCS*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 15 (5), pp. 923-943.
9. L. Bouillaut, M. Sidahmed (1999), *Cyclostationary and Bilinear Approaches for gears vibrating signals*, Key-Engineering-Materials, Vol. 167-168, pp.354-362.

1.6.3. Articles en revues sans comité de lecture

1. L. Bouillaut (2004). *Les réseaux bayésiens pour l'aide à la maintenance des voies ferrées*, Génie Logiciel, N° 71, pp. 16-19.
2. L. Bouillaut, M. Sidahmed (1999). *Approche Cyclostationnaire et Bilinéaire des signaux Vibratoires d'engrenage*, Revue Française de Mécanique, n° 1999-2.

1.6.4. Articles en congrès internationaux avec actes et comité de lecture

1. J. Foulliaron, L. Bouillaut, P. Aknin, A. Barros (2014). *A specific Dynamic Bayesian Network for a prognosis based maintenance strategy*, 2nd International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance *Railways'14*, Ajaccio, France.
2. R. Rozas, L. Bouillaut, P. Aknin, G. Branger (2014). *How to keep optimal maintenance strategies with a dynamic optimization approach?*, 2nd International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance *Railways'14*, Ajaccio, France.
3. J. Foulliaron, L. Bouillaut, A. Barros, P. Aknin, R. Rozas (2013). *A prognostic algorithm based on probabilistic graphical models for a periodically observed system*, 11th ESRA European Safety & Reliability International Conference *ESREL'13*, Amsterdam, The Netherlands.
4. R. Rozas, L. Bouillaut, P. Aknin, A. Samé, O. François, G. Branger (2013). *A rollingstock door system's dynamic maintenance strategies based on a sensitivity analysis through bayesian networks*, 10th World Congress on Railway Research *WCRR'13*, Sydney, Australia.
5. Y. Han, O. François, A. Same, L. Bouillaut, L. Oukhellou, P. Aknin, G. Branger (2013). *Online predictive diagnosis of electrical train door systems*, 10th World Congress on Railway Research *WCRR'13*, Sydney, Australia.
6. J. Foulliaron, L. Bouillaut, A. Barros, P. Aknin, R. Rozas (2013). *A Probabilistic Graphical Models approach for rail prognosis based maintenance in a periodic observations context*, 12th International Conference on Railway Engineering *RE'13*, London, England.
7. L. Bouillaut, P. Aknin, I. Ayadi, S. Bondeux (2012). *Virtual Maintenance Laboratory (VirMaLab): a modeling for optimizing maintenance strategies*, 1st International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance *Railways'12*, Las Palmas, Spain.
8. I. Ayadi, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Siarry (2011), *Optimal preventive maintenance schedules using specific genetic algorithms and probabilistic graphical model*, 9th ESRA European Safety & Reliability International Conference *ESREL'11*, Troyes, France.
9. O. François, L. Bouillaut, S. Dubois (2011). *A multi-nets approach for modeling and evaluating rail maintenance strategies*, 9th World Congress on Railway Research *WCRR'11*, Lille, France.
10. L. Bouillaut, P. Aknin, R. Donat (2011). *VirMaLab – A generic approach for optimizing maintenance policies of complex systems*, 9th World Congress on Railway Research *WCRR'11*, Lille, France.

- 11.L. Bouillaut, O. François, S. Dubois (2010), *An original multi-nets approach for modelling and evaluating maintenance strategies*, 8th ESRA European Safety & Reliability International Conference *ESREL'10*, Rhodes, Greece.
- 12.L. Bouillaut, R. Donat, A. Neji, P. Aknin (2009), *Estimation of Multi-components System's reliability: Comparison of two Graphical Model Approaches*, 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing *INCOM'09*, Moscow, Russia.
- 13.R. Donat, L. Bouillaut, A. Neji, P. Aknin (2009), *Comparison of two graphical models approaches for the modelling of multi-components system's reliability*, 39th IEEE International Conference on Computers & Industrial Engineering *CIE'09*, Troyes, France.
- 14.C. Hory, L. Bouillaut, P. Aknin, S. Bondeux (2009), *Modified subband ARCAP method for the monitoring of rail corrugation*, 6th International Conference on Condition Monitoring and Machinery Failure Prevention Technologies *CM'09 & MFPT'09*, Dublin, Ireland.
- 15.C. Hory, L. Bouillaut, P. Aknin, S. Bondeux (2009), *Monitoring rail corrugation in the mileage-wavelength domain using the ARCAP method*, 10th International Conference on Railway Engineering *RE'09*, London, UK.
- 16.L. Bouillaut, R. Donat, P. Aknin, Ph. Leray, S. Bondeux (2008). *Specific Graphical Models for analyzing the Reliability*, 16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation *MCCA'08*, Ajaccio, France.
- 17.L. Bouillaut, Ph. Leray, P. Aknin, O. François, S. Dubois (2008). *Dynamic Bayesian Networks Modelling Maintenance Strategies: Prevention of Broken Rails*, 8th World Congress on Railway Research *WCRR'08*, Séoul, Corée.
- 18.R. Donat, L. Bouillaut, P. Aknin, Ph. Leray (2008). *Reliability Analysis using Graphical Duration Models*, 4th IEEE International Conference on Availability, Reliability and Security *ARES'08*, Barcelone, Espagne.
- 19.R. Donat, L. Bouillaut, P. Aknin, Ph. Leray, D. Levy (2007). *A generic approach to model complex systems reliability using dynamic graphical models*, Mathematical Methods in Reliability *MMR'07*, Glasgow, Ecosse.
- 20.E. Côme, L. Bouillaut, P. aknin, L. Oukhellou (2007). *Hidden Markov random field, an application to railway infrastructure diagnosis*, 1st IFAC Workshop on Dependable Control of Discrete Systems *DCDS'07*, Cachan, France.
- 21.L. Bouillaut, E. Come, P. Aknin (2006). *Spatial structures resuming by bayesian network and fusion with diagnosis data in the transferable belief model framework*, 12th International conference on Information Processing and Management of Uncertainty *IPMU'06*, Paris, France.
22. A. Ben Salem, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Weber (2004). *Dynamic Bayesian Networks for Classification of rail defects*, 4th IEEE International Conference on Intelligent Systems Design and Applications *ISDA'04*, Budapest, Hungary.
- 23.L. Bouillaut, P. Weber, A. Ben Salem, P. Aknin (2004). *Use of Causal Probabilistic Networks for the improvement of the Maintenance of Railway Infrastructure*, IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics *SMC'04*, The Hague, The Netherlands.
- 24.L. Bouillaut, A. Raad, M. Sidahmed (2002). *Determination of Degree of Bilinearity and Cyclostationarity in Signals: Applications to rotating Machines*, 6th International Conference on Rotor Dynamics *IFTOM'02*, Sydney, Australia.
- 25.L. Bouillaut, M. Sidahmed (2001). *Helicopter Gearbox vibrations: Cyclostationary analysis or bilinear approach?*, 6th IEEE International Symposium on Signal Processing and its Application *ISSPA'01*, Malaysia.
- 26.L. Bouillaut, M. Sidahmed (2001). *The Spectral Correlation and The Higher Order Cyclic Statistics for the Analysis of Helicopter Gear Box Vibrations*, 5th World Multiconference on

- Systemics, Cybernetics and Informatics SCI'01 et 7th International Conference on Information Systems Analysis and Synthesis ISAS'01, Orlando, USA.
- 27.L. Bouillaut, M. Sidahmed (2000). *Comparison of the cyclostationary and the Bilinear approaches : Theoretical Aspects and Applications to Industrial Signals*, 10th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing SSAP'10, Pocono Manor, USA.
- 28.L. Bouillaut, M. Sidahmed (2000). *Cyclostationary and Bilinear Approaches for Early Diagnosis and Physical Analysis of Industrial Signals*, 25th International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA'00, Louvain, Belgique.
- 29.L. Bouillaut, M. Sidahmed (1999). *Cyclostationary and Bilinear Approaches for gears vibrating signals*, Damage Assessment of Structures Damas'99, Dublin, Ireland.
- 30.L. Bouillaut, M. Sidahmed (1999). *Cyclostationary and Bilinear Approaches for Gears Vibrating Signals: Applications to Helicopter ear Box Diagnosis*, 9th IMEKO TC-10 International Conference on Technical Diagnostics, Wroclaw, Pologne.

1.6.5. Articles en congrès nationaux avec actes et comité de lecture

1. R. Donat, L. Bouillaut, P. Aknin, Ph. Leray, S. Bondeux (2010), *VirMaLab – Une approche générique pour modéliser la maintenance de systèmes complexes*, 17^{ème} Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement $\lambda\mu'10$, La Rochelle, France.
2. I. Ayadi, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Siarry (2010), *Optimisation par algorithme génétique de la maintenance préventive dans un contexte de modélisation par modèles graphiques probabilistes*, 17^{ème} Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement, La Rochelle $\lambda\mu'10$, France.
3. O. François, L. Bouillaut, P. Aknin, Ph. Leray, S. Dubois (2008). *Approche Semi-markovienne pour la modélisation de stratégies de maintenance. Application a le prévention de rupture du rail*, 7^{ème} conférence francophone de Modélisation et Simulation MOSIM'08, Editions TEC&DOC, Lavoisier, pp. 195-202, Paris, France.
4. R. Donat, Ph. Leray, L. Bouillaut, P. Aknin (2008). *Réseaux bayésiens dynamiques pour la représentation de modèles de durée en temps discret*, 4^{ème} Journée Française sur les Réseaux Bayésiens JFRB'2008, Lyon, France.
5. A. Samé, L. Bouillaut, A. Ben Salem, D. Levy (2006). *Apport des réseaux bayésiens dynamiques à variables continues pour la maintenance des infrastructures ferroviaires*, 15^{ème} Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement $\lambda\mu'06$, Lille, France.
6. A. Ben Salem, L. Bouillaut, P. Aknin, D. Levy (2004). *Réalisation de Réseaux Probabilistes Causaux pour l'Amélioration de la Maintenance des Infrastructures Ferroviaire*, 14^{ème} Congrès de Maîtrise des Risques et de Sûreté de Fonctionnement $\lambda\mu''04$, Bourges, France.
7. L. Bouillaut, M. Sidahmed (2001). *Les Approches Cyclostationnaire et Bilinéaire Pour le diagnostic de Machines Tournantes: Intérêts de l'utilisation des HOCS*, 4th International Conference on Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques, pp. 715-724, Compiègne, France.
8. L. Bouillaut, M. Sidahmed (2001). *Etude des Caractères Non Linéaires et Cyclostationnaire des Signaux Vibratoires de Boîte de Vitesse d'Hélicoptère*, 18ème Colloque GRETSI, Toulouse.
9. L. Bouillaut, M. Sidahmed (1998). *Approche Cyclostationnaire et Bilinéaire des signaux Vibratoires d'engrenage*, 3rd International Conference on Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques, Senlis, France.

1.6.6. Autres communications

1. I. Ayadi, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Siarry (2010). *Optimization of preventive maintenance using*

- genetic algorithms, in a context of modeling by probabilistic graphical model.* International Conference on Metaheuristics and Nature Inspired Computing *META'10*, Djerba, Tunisia.
2. O. François, L. Bouillaut, S. Dubois (2010), *StatAvaries: An original multinet decision support tool for evaluating rail maintenance strategies*, 38th European Safety, Reliability & Data Association Seminar – Advanced Maintenance Modelling *ESREDA'10*, Pecs, Hungary.
 3. I. Ayadi, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Siarry (2009), *Vers une optimisation des stratégies de maintenance dans un contexte de modélisation par réseaux bayésiens dynamiques*, Symposium Innovation Technologique et Systèmes de Transport *ITT'09*, Paris, France.
 4. L. Bouillaut, R. Donat, P. Aknin, P. Leray (2008). *Approches Markovienne et Semi-markovienne pour la modélisation de la fiabilité et des actions de maintenance d'un système ferroviaire*, *Workshop Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes 3SGS'08*, Troyes, France.
 5. R. Donat, L. Bouillaut, P. Aknin (2008). *Un réseau bayésien dynamique original pour la modélisation de processus de dégradation complexe*. Séminaire TISIC « Théorie de la fiabilité et ses applications ».
 6. P. Aknin, L. Bouillaut (2008). *Qualité des transports guidés*. Exposition scientifique temporaire «Villes, réseaux et mobilité durables au XXIème siècle», ENPC, Marne la Vallée, du 31 mars au 4 avril 2008.
 7. P. Aknin, L. Bouillaut (2007). *Stratégie de Maintenance des systèmes de transport guidé*. Pôle de compétitivité « Ville et Mobilité Durables ». 3^{ème} Journée francophone sur les réseaux bayésiens *JFRB'06*, Valenciennes.
 8. R. Donat, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Leray, D. Levy (2006). *Modèle stochastique de dégradation et optimisation de stratégies de maintenance par réseaux bayésiens dynamiques*. *ITCT 2006*, Ministère de la recherche.
 9. A. Ben Salem, L. Bouillaut, P. Aknin, P. Weber, B. lung (2005). *Réseaux Bayésiens Dynamiques pour la simulation d'évènements organisés en séquences temporelles*, *JD MACS'05*, Lyon, France.
 10. L. Bouillaut, A. Ben Salem, P. Aknin (2005). *Réseaux Bayésiens Dynamiques pour l'étiquetage d'évènements organisés en séquence temporelle : Application à la classification des points singuliers de l'infrastructure ferroviaire*. Séminaire TISIC « Réseaux Bayésiens ».

1.6.7. Rapports de recherche sur conventions et contrats

1. G. Branger, A. Samé, L. Bouillaut, D. Trentesaux, F. Grzesiak, S. Bouche (2013). *Surfer – Surveillance ferroviaire active*, Projet FUI porté par Bombardier Transports, Livrable final.
2. L. Bouillaut, O. François (2011). *StatAvaries – Logiciel pour la modélisation probabiliste des dispositifs de détection des ruptures de rail*. Contrat forfaitaire *StatAvaries 2*, RATP.
3. L. Bouillaut (2010). *Mécafisec – Cas DBC, Modèle de montée en température des Boîtes d'essieux*. Contrat CasDBC EPSF.
4. L. Bouillaut, X. Quost (2009). Projet européen 6^{ème} PCRD *UrbanTrack. Predictive and preventive maintenance of metro and commuter tracks: Maintenance optimisation*. Final report and deliverables.
5. C. Hory, P. Aknin, L. Bouillaut, X. Quost (2009). Projet européen 6^{ème} PCRD *UrbanTrack. Predictive and preventive maintenance of metro and commuter tracks: Corrugation data processing*. Final report and deliverables.
6. C. Hory, P. Aknin, L. Bouillaut, S. Bondeux (2009). Projet européen 6^{ème} PCRD *UrbanTrack. Predictive and preventive maintenance of metro and commuter tracks: Corrugation data processing*. 2nd year progress report.

7. L. Bouillaut, R. Donat, P. Aknin, S. Bondeux (2008). Projet européen 6ème PCRD *UrbanTrack*. *Predictive and preventive maintenance of metro and commuter tracks: Maintenance optimisation*. 2nd year progress report.
8. C. Hory, P. Aknin, L. Bouillaut, S. Bondeux (2008). Projet européen 6ème PCRD *UrbanTrack*. *Predictive and preventive maintenance of metro and commuter tracks: Corrugation data processing*. 1st year progress report.
9. L. Bouillaut, R. Donat, P. Aknin, S. Bondeux (2007). Projet européen 6ème PCRD *UrbanTrack*. *Predictive and preventive maintenance of metro and commuter tracks: Maintenance optimisation*. 1st year progress report.
- 10.L. Bouillaut, P. Leray, P. Aknin (2007). *Traitement statistique du rail cassé, Influence des différents systèmes de détection pour le diagnostic*. Contrat forfaitaire *StatAvaries*, RATP. 5 livrables.
- 11.P. Aknin, L. Bouillaut, H. Cygan (2005). *Apport des réseaux bayesiens pour l'aide à la maintenance des rails*. Contrat forfaitaire *InfraBayes*, SNCF.

Chapitre 2. Quelques éléments théoriques sur les MGP

2.1.	Généralités sur les réseaux bayésiens	29
2.1.1.	<i>Modélisation de la connaissance à travers un MGP</i>	30
2.1.2.	<i>Exploitation d'un MGP : l'inférence</i>	38
2.2.	Les extensions de MGP	43
2.2.1.	<i>Les MGP markoviens (ou réseaux bayésiens dynamiques)</i>	43
2.2.2.	<i>MGP modélisant un diagramme d'influence</i>	50
2.3.	Conclusions	52

Ce chapitre a pour objectif de présenter brièvement les principaux points de la théorie des Modèles Graphiques Probabilistes (MGP) et de justifier leur utilisation pour modéliser la dynamique de dégradation de systèmes complexes en vue de développer des outils d'aide à la décision pour évaluer, comparer ou optimiser différentes stratégies de maintenance.

Dans le développement d'un modèle de maintenance basé sur la fiabilité, il est indispensable que l'étape de modélisation des temps qui s'écoulent entre deux événements (durée de vie d'un individu ou d'un système physique, durée entre l'apparition d'un défaut et sa correction...) soit réalisée le plus justement possible. Toute hypothèse réductrice injustifiée ou toute erreur dans la modélisation des processus de dégradation pourraient conduire à fournir des indicateurs de décisions très éloignés de la réalité et ainsi orienter les choix d'optimisation vers des solutions potentiellement critiques pour les décideurs. L'adaptation des MGP à cette tâche primordiale sera exposée dans le chapitre 3.

Si le cadre général existe et a été détaillé dans de nombreuses références bibliographiques, nous limiterons dans le chapitre 2 à une présentation des modèles graphiques probabilistes dans leur version discrète et finie. L'objectif de ce chapitre n'est pas de faire une nouvelle description détaillée des MGP mais plutôt de fournir au lecteur un ensemble d'éléments (essentiellement illustratifs) lui permettant d'appréhender plus facilement la suite de ce rapport.

2.1. Généralités sur les réseaux bayésiens

Les MGP (Jensen, 1996), ou Réseaux Bayésiens (RB), sont des objets mathématiques reposant à la fois sur la théorie des graphes (Gross & Yellen, 2004) et sur la théorie des probabilités (Rao & Swift, 2006). Ces modèles permettent de décrire de manière intuitive les dépendances entre les différents composants d'un système complexe. Plus formellement, un MGP définit de façon parcimonieuse la loi jointe d'une suite de variables aléatoires $\mathbf{X}=(X_1, \dots, X_N)$ prenant leurs valeurs dans $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_N$ en exploitant les relations de dépendances entre les variables X_1, \dots, X_N . Pour cela, la théorie des graphes offre un cadre de description qualitative de ces dépendances tandis que la théorie des probabilités permet de les quantifier à travers les lois de probabilités de chaque variable conditionnellement à ses variables parentes dans le graphe. Un MGP est donc caractérisé par un graphe orienté sans circuit où chaque « nœud » décrit une variable et chaque « arc » indique une dépendance entre deux variables. Un modèle graphique probabiliste peut alors être défini par :

Définition 1.1 : Modèle graphique probabiliste (réseau Bayésien)

Un MGP, noté \mathcal{M} , est défini par un couple $(\mathcal{G}, \{p_n\}_{1 \leq n \leq N})$ où :

- $\mathcal{G} = (\mathbf{X}, \varepsilon)$ est un graphe orienté sans circuit où $\mathbf{X}=\{X_1, \dots, X_N\}$ est à la fois l'ensemble des nœuds du graphe et l'ensemble des variables aléatoires (v.a.) à valeurs dans $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_N$. ε représente l'ensemble des arcs caractérisant les relations de dépendance parmi ces v.a..
- $\{p_n\}_{1 \leq n \leq N}$ est l'ensemble des lois de probabilité conditionnelles (LPC) associées aux v.a. considérées. Chaque p_n représente la densité de probabilité de X_n conditionnellement à ses variables parentes dans \mathcal{G} , notées $pa(X_n)$.

L'information apportée par la structure graphique de \mathcal{G} permet alors de réécrire de façon parcimonieuse la distribution jointe associée au vecteur \mathbf{X} . Cette simplification du théorème généralisé de Bayes, appelée théorème de factorisation de la loi jointe (ou théorème de Markov direct), décrit comment la loi jointe d'un vecteur aléatoire modélisé par un MGP peut s'écrire comme le produit des LPC de chacune de ses variables (Pearl & Paz, 1985) (Verma & Pearl, 1988). Ainsi, pour tout $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_N) \in \mathcal{X}$:

$$p(\mathbf{x}) = p(x_1, \dots, x_N) = \prod_{n=1}^N p_n(x_n | pa(x_n)) \quad (1)$$

Ce théorème explicite un des avantages offerts par les réseaux bayésiens pour modéliser des systèmes complexes : une représentation compacte et concise de l'information. En effet, il est généralement plus intéressant de n'avoir à stocker que l'ensemble des $\{p_n\}_{1 \leq n \leq N}$ plutôt que la loi jointe p complète.

2.1.1. Modélisation de la connaissance à travers un MGP

Comme l'explique la définition 1.1, la modélisation de connaissance par modèles graphiques probabilistes se traduit par deux étapes :

- Description qualitative des relations de dépendances existant entre les variables considérées
- Description quantitative de ces dépendances

Apprentissage de la structure graphique d'un MGP

La première étape réside donc dans la recherche des arcs existant entre certaines variables du système étudié : $\forall i, j \in [1, N] X_i \rightarrow X_j \in \varepsilon \Leftrightarrow$ il existe un arc allant de : X_i vers X_j .

Cet apprentissage de structure s'appuie bien souvent sur des connaissances expertes du système qui permettent de définir les arcs nécessaires entre variables. Le raisonnement « logique » conduira alors à la recherche de dépendances généralement de nature causale entre les différents nœuds du réseau.

Toutefois, dans le cas de très grands systèmes, contenant plusieurs centaines, voire milliers de variables, il n'est pas envisageable de se lancer dans un apprentissage de structure *manuel*. Un certain nombre d'études ont donc proposé des algorithmes d'apprentissage automatique. L'ensemble des réseaux bayésiens présentés dans ce rapport ayant été construits de manière experte, les algorithmes d'apprentissage automatique ne seront pas détaillés ici. Le lecteur pourra, s'il le désire, trouver plus de détails dans (François, 2006) qui propose une synthèse des principaux algorithmes existants ainsi qu'une comparaison de leurs performances.

Exemple 2.1 : système de production simple (description et apprentissage de structure)

A titre d'illustration, nous considérerons un exemple académique « classique » dont l'objet est d'étudier la disponibilité d'un système S constitué de trois composants C_1 , C_2 et C_3 montés en série-parallèle, détaillé figure 1, dont les propriétés sont les suivantes :

- *Lorsque C_1 ne fonctionne pas normalement, il peut être soit en panne, soit dans un état dégradé permettant tout de même au système S de fonctionner*
- *Les composants C_2 et C_3 sont soit en panne soit en bon état de fonctionnement.*
- *Le système S est en panne si C_1 l'est ou si C_2 et C_3 le sont conjointement. Il est en marche dégradée si C_1 est en état dégradé et qu'au moins l'un des deux autres composants fonctionne.*
- *Sur un mois, le composant C_1 est en panne 7% du temps et en mode dégradé 10% tandis que les composants C_2 et C_3 le sont 15% du temps.*
- *La défaillance de C_2 entraîne une augmentation de la défaillance de C_3 de 5%. Le contraire n'a pas été démontré...*
- *Le rendement du système sera de 100% s'il est en bon état de fonctionnement mais tombera à 70% en marche dégradée.*

La première étape de la modélisation consiste à lister les variables aléatoires à décrire :

- C_1 : Etat du matériel composant C_1 , à valeurs dans $\mathcal{C}_1 = \{ok; dégradé; panne\}$

- C_2 : Etat du matériel composant C_2 , à valeurs dans $\mathcal{C}_2 = \{ok; panne\}$
- C_3 : Etat du matériel composant C_3 , à valeurs dans $\mathcal{C}_3 = \{ok; panne\}$
- S : Etat du système, à valeurs dans $\mathcal{S} = \{ok; dégradé; panne\}$
- P : Production journalière (rendement) à valeurs dans $\mathcal{P} = \{0\% ; 70\% ; 100\%\}$

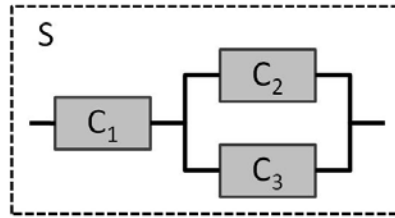


Figure 1 : Système à trois composants montés en série-parallèle

Il faut alors définir les relations de dépendance existant entre ces variables. Pour notre exemple, les avis d'experts conduisent à la définition des relations suivantes :

- La variable d'état du système (S) dépend de l'état de chacun des trois composants. Elle a donc trois parents ; soit $pa(S) = (C_1; C_2; C_3)$
- La variable de production ne dépend que de l'état du système. On a donc $pa(P) = (S)$
- Les variables décrivant l'état des composants C_1 et C_2 n'ont pas de parents. $pa(C_1)=pa(C_2)=\emptyset$
- La variable C_3 est influencée uniquement par l'état du composant C_2 . Soit donc $pa(C_3)=(C_2)$

On a donc finalement $\mathcal{G} = (X, \varepsilon)$ avec $X=\{C_1, C_2, C_3, S, P\}$ et $\varepsilon=\{C_1 \rightarrow S, C_2 \rightarrow S, C_2 \rightarrow C_3, C_3 \rightarrow S, S \rightarrow P\}$ qui définit la structure graphique de notre réseau, explicitée par la figure 2.

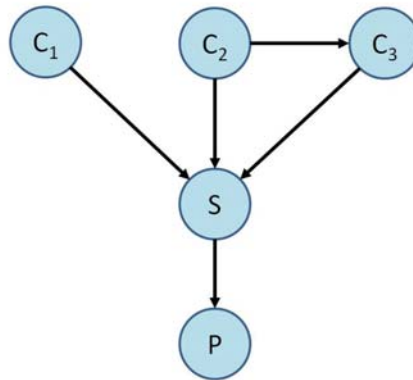


Figure 2 : Réseau bayésien modélisant les liens de dépendance entre l'état du système (S), les composants le constituant (C_1, C_2 et C_3) et le niveau de production (P)

Apprentissage des probabilités caractérisant le MGP

Cette seconde étape de la modélisation est souvent la plus critique et la plus sensible. Consistant à quantifier les relations de dépendance précédemment définies, il est nécessaire d'estimer :

- Pour chaque nœud enfant (nœuds X_i pour lesquels $pa(X_i) \neq \emptyset$), l'ensemble des probabilités conditionnelles décrivant chacun de ses états conditionnellement aux états des nœuds parents. Soit, $\forall i : pa(X_i) \neq \emptyset, \forall x_j \in \mathcal{X}_j, p(X_i=x_i | pa(X_i)=x_i)$
- Pour chaque nœud n'ayant pas de parent, la distribution a priori de la variable sur l'ensemble de ses états. Soit, $\forall i : pa(X_i) = \emptyset, \forall x_j \in \mathcal{X}_j, p(X_i=x_i)$

Tout comme pour l'apprentissage de structure, l'apprentissage des paramètres d'un réseau bayésien peut se faire par apprentissage « automatique » (généralement à travers des bases de données de retour d'expérience) ou à partir d'avis d'expert.

L'estimation de distributions de probabilités est un vaste sujet et de très nombreux travaux y font référence. Suivant la quantité et la qualité des données d'apprentissage disponibles, différentes solutions sont envisageables. L'objectif ici n'est évidemment pas de lister toutes les approches déjà proposées mais de présenter une méthodologie de raisonnement permettant d'illustrer la démarche à suivre pour finaliser une modélisation par MGP. Pour plus de détails sur le sujet, le lecteur pourra se pencher sur les travaux de (Jordan, 1998).

Lorsque l'on dispose d'un ensemble de données de retour d'expérience, l'apprentissage peut se faire par maximisation de la vraisemblance (Fisher, 1922). Cette méthode statistique est certainement la plus couramment employée car la plus intuitive, se basant sur une estimation fréquentiste des probabilités recherchées. De plus, elle fournit des estimateurs asymptotiquement sans biais, de variance minimale et asymptotiquement distribués selon une loi normale (permettant ainsi de construire des intervalles de confiance (Keeping, 1962)). Elle se traduit par l'équation suivante :

$$\hat{p}(X_i = x_j | pa(X_i) = x_k)^{MV} = \frac{N_{i,j,k}}{\sum_j N_{i,j,k}} \quad (2)$$

Où $N_{i,j,k}$ représente le nombre d'événements dans la base de données vérifiant X_i est dans l'état x_j lorsque ses parents vérifient la configuration x_k .

Exemple 2.2 : système de production simple (apprentissage des paramètres)

Si nous poursuivons la modélisation entreprise précédemment dans le cadre de l'exemple du système à trois composants. L'apprentissage des paramètres à partir d'avis d'experts consisterait simplement à traduire la description du fonctionnement du système en tables de probabilités. Les tableaux ci-dessous présentent les paramètres obtenus par ce raisonnement.

P_{C1}		
C_1		
ok	dégradé	panne
0.83	0.1	0.07

P_{C2}	
C_2	
ok	panne
0.85	0.15

P_{C3}		
C_2	C_3	
	ok	panne
ok	0.85	0.15
panne	0.80	0.20

P_S					
		S			
C_1	C_2	C_3	ok	dégradé	panne
ok	Ok	OK	1	0	0
		panne	1	0	0
	panne	OK	1	0	0
		panne	0	0	1
dégradé	Ok	OK	0	1	0
		panne	0	1	0
	panne	OK	0	1	0
		Panne	0	0	1
panne	ok	OK	0	0	1
		panne	0	0	1
	panne	OK	0	0	1
		panne	0	0	1

	P_P		
	S	P	
	100%	70%	0%
ok	1	0	0
dégradé	0	1	0
panne	0	0	1

Comme explicité précédemment, l'apprentissage des paramètres d'un MGP est généralement réalisé à partir de données issues de bases de retour d'expérience. Supposons donc qu'aucun avis d'expert ne soit disponible pour connaître les statistiques de fonctionnement de chaque composant, mais qu'un enregistrement sur 30 jours soit disponible (figure 3).

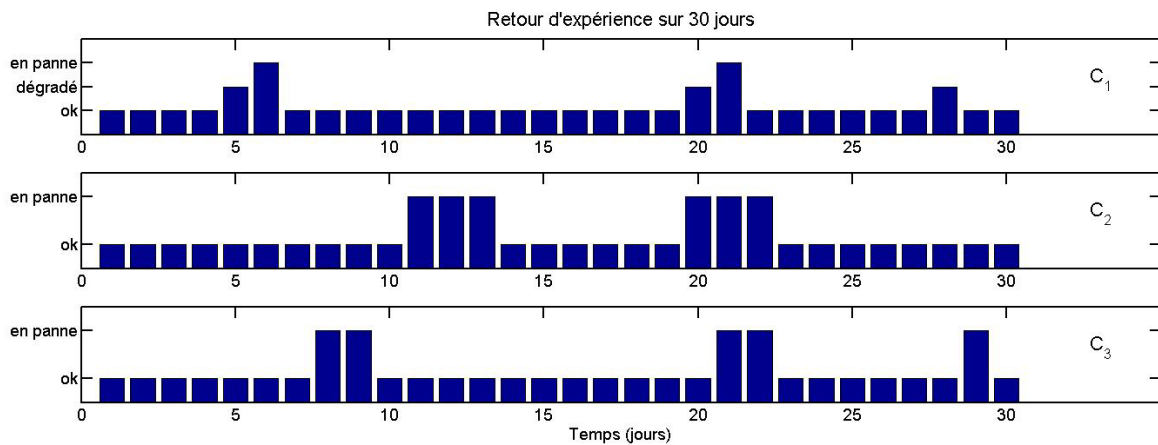


Figure 3 : Retour d'expérience pour apprendre les paramètres des nœuds (C_1 , C_2 et C_3)

En utilisant la méthode du maximum de vraisemblance, ces données permettent d'obtenir les paramètres suivants :

$$p(C_1 = \text{en panne}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_1}}{30} = \frac{2}{30} = 0,067$$

$$p(C_1 = \text{dégradé}) = \frac{N_{\text{jours dégradé } C_1}}{30} = \frac{3}{30} = 0,1$$

$$p(C_2 = \text{en panne}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_2}}{30} = \frac{6}{30} = 0,2$$

$$p(C_3 = \text{en panne} | C_2 = \text{ok}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_3 | C_2 \text{ ok}}}{N_{C_2 \text{ ok}}} = \frac{3}{24} = 0,125$$

$$p(C_3 = \text{en panne} | C_2 = \text{en panne}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_3 | C_2 \text{ panne}}}{N_{C_2 \text{ panne}}} = \frac{2}{6} = 0,33$$

Une analyse rapide de l'évolution des probabilités des nœuds C_1 , C_2 et C_3 , apprises sur les données REX disponibles, souligne l'importance de la dimension de la base de données et de la qualité des informations qui y sont déposées. Les biais introduits sont très variables en fonction des données manquantes. Il semble évident ici que l'apprentissage sur un unique mois de REX ne permet pas d'observer suffisamment d'événements pour apprendre de manière significative le comportement du système à modéliser (qui plus est l'influence d'un composant sur un autre). Par la suite, une évaluation de l'impact de ces erreurs d'estimations sera présentée lorsque le réseau bayésien proposé sera utilisé en tant qu'outil de calcul (section 1.1.2.).

Cette démarche d'apprentissage sur données de retour d'expérience suppose cependant que l'on dispose de données complètes (chaque situation est observée sur l'ensemble des variables étudiées) ; ce qui, dans la pratique est souvent difficile. En effet, des défaillances des systèmes de mesure, le fait que certaines variables ne soient pas systématiquement observables ou tout simplement des erreurs humaines, les censures (Kalbfleisch & Prentice, 2002), font que certains états de variables peuvent n'être observés que partiellement voire même jamais dans la base de données mise à disposition pour l'apprentissage des paramètres. Il faudra donc très souvent se confronter au problème de l'apprentissage de distributions à partir d'un ensemble de données incomplètes. Plusieurs cas sont alors envisageables (Leray, 2006) :

- NMAR (*Not Missing At Random*) : la probabilité qu'une donnée soit manquante dépend à la fois des données observées et des données manquantes. Dans ce cas, des informations complémentaires sont nécessaires pour pouvoir poursuivre l'apprentissage.
- MCAR (*Missing Completely At Random*) : la probabilité qu'une donnée soit manquante ne dépend pas de la base de données elle-même (défaillance de capteurs, erreurs humaines...). Dans ce cas, le raisonnement le plus intuitif consiste à réduire l'ensemble d'apprentissage aux seules données complètes (sous réserve que cet ensemble soit non vide). On parle alors d'*analyse des exemples complets*. Toutefois, si le nombre de variables est important, la probabilité qu'une donnée soit complètement mesurée devient faible, voire nulle. Il est alors possible de se rabattre vers une *analyse des exemples disponibles*. Cette approche est particulièrement adaptée au cas des MGP. Rappelons que ces derniers décomposent la loi jointe en un produit de probabilités conditionnelles. Pour l'apprentissage de $p(X_i | pa(X_i))$, il devient donc suffisant d'utiliser des données qui ne soient complètes que pour les variables X_i et $pa(X_i)$ et non des données complètes sur tout X .
- MAR (*Missing At Random*) : la probabilité qu'une donnée soit manquante dépend des données observées (observabilité d'un événement dépendant d'un ensemble de variables contextuelles plus ou moins fréquent...). De nombreuses méthodes ont été développées pour réaliser l'apprentissage de distributions dans ce cas de figure. Le plus couramment utilisé est certainement l'algorithme *EM-Expectation Maximisation* (approche retenue dans les différentes applications présentées dans ce rapport) (Dempster, et al., 1977) (Lauritzen, 1995). L'annexe 1 introduit brièvement le principe de cette démarche pour l'apprentissage de paramètres dans le cadre de données incomplètes. Plus de détails pourront également être trouvés dans (Mc Lachlan & Krishnan, 1997).

Exemple 2.3 : système de production simple (apprentissage des paramètres sur REX incomplet)

Comme exprimé précédemment, les données utilisées pour l'apprentissage sont souvent incomplètes. Imaginons que nous disposions d'informations de la forme :

	<i>ok</i>	<i>dégradé</i>	<i>panne</i>
$t = 5$	0	1	0
$t = 6$	0	?	?
...			
?	0	?	
1	0	0	

Ces informations peuvent se traduire par la figure 4 d'états de fonctionnement des trois composants. L'apprentissage des paramètres des nœuds C_1 , C_2 et C_3 en sera potentiellement affecté.

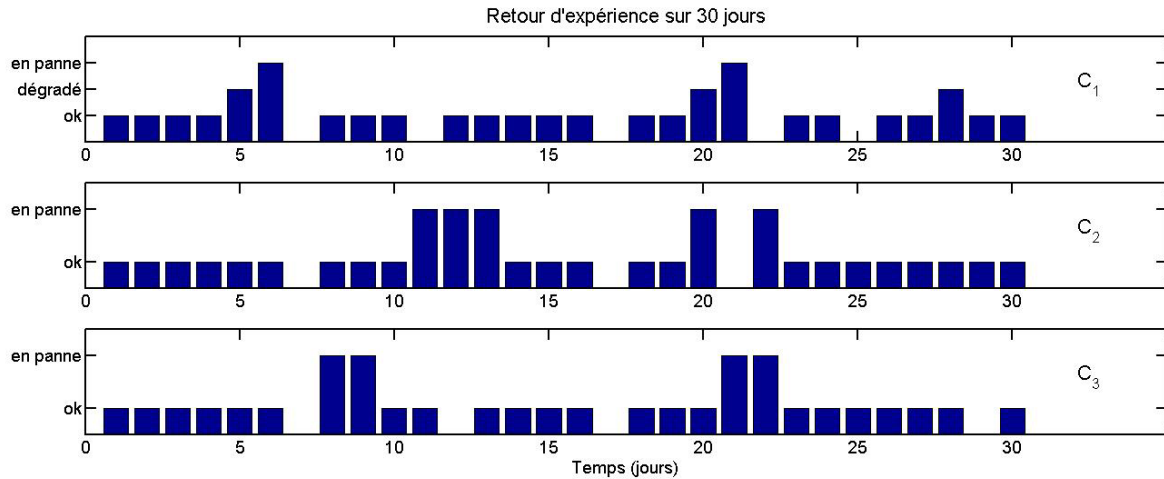


Figure 4: Retour d'expérience pour apprendre les paramètres des nœuds (C_1 , C_2 et C_3) – cas des données manquantes

En raisonnant sur la base de ces nouvelles données d'apprentissage, les calculs réalisés précédemment deviennent (respectivement pour une analyse des exemples complets et disponibles) :

$$p(C_1 = \text{en panne}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_1}}{N} = \left[\frac{1}{23}; \frac{2}{25} \right] = [0.04; 0.08]$$

$$p(C_1 = \text{dégradé}) = \frac{N_{\text{jours dégradé } C_1}}{N} = \left[\frac{3}{23}; \frac{3}{25} \right] = [0.13; 0.12]$$

$$p(C_2 = \text{en panne}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_2}}{N} = \left[\frac{3}{23}; \frac{5}{27} \right] = [0.13; 0.185]$$

$$p(C_3 = \text{en panne} \mid C_2 = \text{ok}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_3 \mid C_2 \text{ ok}}}{N_{C_2 \text{ ok}}} = \left[\frac{2}{20}; \frac{2}{22} \right] = [0.1; 0.09]$$

$$p(C_3 = \text{en panne} \mid C_2 = \text{en panne}) = \frac{N_{\text{jours panne } C_3 \mid C_2 \text{ panne}}}{N_{C_2 \text{ panne}}} = \left[\frac{0}{3}; \frac{1}{5} \right] = [0; 0.2]$$

Enfin, comme détaillé précédemment, il est possible d'essayer de compléter les données manquantes de la base REX à l'aide de l'algorithme EM. Les détails de ces calculs sont présentés dans l'annexe 1. Les tables ci-dessous illustrent la reconstruction des données obtenue par l'algorithme EM pour le composant C_1 .

		ok	dégradé	panne
Données manquantes de C_1 :	$t = 7$	0	?	?
	$t = 11$?	?	0
	$t = 17$?	?	?
	$t = 22$?	0	?
	$t = 25$?	?	?

		<i>ok</i>	<i>dégradé</i>	<i>panne</i>
	$t = 7$	0	1	0
<i>Données de C_1 complétées^{EM, 17^{ème} itération} :</i>	11	1	0	0
	17	1	0	0
	22	1	0	0
	25	1	0	0

A partir de ces nouvelles données d'apprentissage, des calculs identiques à ceux détaillés dans l'exemple 2.2 peuvent être faits (détaillés dans l'annexe 1).

Les tableaux ci-dessous résument les pourcentages d'erreurs, par rapport aux valeurs de paramètres initiaux, introduites par les différents types de données considérées et la méthode d'apprentissage utilisée sur les probabilités de défaillance des composants C_1 , C_2 et C_3 .

P_{C1}			P_{C2}		P_{C3}		
C_1			C_2		C_3		
	<i>dégradé</i>	<i>panne</i>		<i>panne</i>	C_3		
					C_2	C_2	
					<i>ok</i>	<i>panne</i>	
<i>REX</i>	0%	-4,3%	<i>REX</i>	33,3%	<i>REX</i>	-16,7%	65%
<i>REX inc.</i>	30%	-42,9%	<i>REX</i>	-13,3%	<i>REX</i>	-20%	-100%
<i>Ex. comp.</i>			<i>incomplet</i>		<i>incomplet</i>		
<i>REX inc.</i>	20%	14,3%	<i>REX inc.</i>	23,3%	<i>REX inc.</i>	-40%	0%
<i>Ex. disp.</i>			<i>Ex. disp.</i>		<i>Ex. disp.</i>		
<i>EM / REX</i>	0%	0%	<i>EM / REX</i>	11,1%	<i>EM / REX</i>	-20%	0%
<i>incomp.</i>			<i>incomp.</i>		<i>incomp.</i>		

L'analyse de ces tableaux souligne que la reconstruction de données manquantes permet d'améliorer la qualité de l'apprentissage. Toutefois, cette amélioration demeure relative aux types de données manquantes. Ainsi, il sera généralement difficile de reconstituer des événements rares à partir de données incomplètes.

Il peut également arriver que les données d'apprentissage soient en nombre insuffisant (voire inexistant) pour définir certaines probabilités conditionnelles du réseau considéré (comme nous avons pu le souligner dans l'exemple précédent). Il est alors nécessaire d'apprendre ces paramètres en utilisant des connaissances dites « expertes » (issues d'experts du domaine ou de panels d'utilisateurs dans le cas d'enquêtes). Cette démarche (généralement dénommée *élicitation de probabilités*) pose un certain nombre de questions auxquelles nous allons tenter d'apporter des éléments de réponses.

Tout d'abord, comment traduire en probabilité les réponses des personnes questionnées ? Un certain nombre de solutions peuvent être trouvées dans la littérature proposant généralement des outils alliant descriptions qualitative et quantitative des réponses proposées. (Garthwaite, et al., 2005) propose une présentation très détaillée et référencée de l'élicitation. La plus connue et la plus simple à mettre en œuvre est certainement l'échelle de probabilités introduite figure 5 (Druzel, et al., 2000). Cette approche fournit à l'expert une double échelle textuelle et numérique lui permettant d'évaluer le degré de réalisation de l'événement considéré.

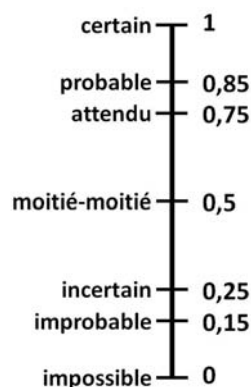


Figure 5 : Echelle de probabilités

Une fois les avis enregistrés, il peut être nécessaire d'évaluer la cohérence des réponses fournies par les experts. Pour cela, il est possible de suivre les étapes (Celeux, et al., 2006) :

- Estimer les probabilités marginales $p(y)$ et $p(x)$; ces probabilités étant relativement faciles à estimer puisqu'elles ne concernent que des événements simples, non conditionnés par d'autres variables.
- Demander aux experts d'estimer $p(y|\bar{x})$ et $p(y|x)$, où \bar{x} vérifie $p(\bar{x}) = 1 - p(x)$.
- Vérifier la cohérence des résultats fournis lors des deux étapes 1 et 2. Pour cela, il suffit d'utiliser la représentation de $p(y)$ suivante:

$$p(y) = p(y|x).p(x) + p(y|\bar{x}).(1 - p(x)) \quad (3)$$

Chacune des probabilités de l'équation (3) ayant été préalablement estimée, il est aisé de comparer les résultats obtenus.

- En cas d'incohérence notable, il est possible de demander aux experts une mise à jour de leurs estimations ou de procéder à une correction automatique des paramètres permettant alors de vérifier l'équation (3), tout en conservant les proportions respectives des probabilités fournies lors des étapes 1 et 2.

Les experts ayant fourni leurs estimations et une vérification de la cohérence de ces données ayant été faite, il est alors nécessaire de fusionner les résultats fournis par chaque personne interrogée. La démarche la plus simple consisterait à faire la moyenne des estimations fournies. Une telle démarche est envisageable dès l'instant que l'on accorde la même confiance à chaque expert, supposant ainsi qu'ils aient tous le même niveau de compétence, d'objectivité, de qualification à répondre à toutes les questions posées... Si ce n'est pas le cas, des méthodes de fusion d'informations incertaines permettent d'intégrer des degrés de confiance différents dans les réponses fournies, allant de la logique floue (Bouchon-Meunier & Marsala, 2003), aux réseaux de neurones (Jiang, et al., 2011) en passant par la théorie des fonctions de croyance (Ben Yaghlane, et al., 2008) (Elouedi, et al., 2004).

Enfin, lorsque le système à modéliser est trop complexe, il peut y avoir un grand nombre de probabilités conditionnelles à estimer. Ainsi, pour l'estimation de $p(Y|X_1, X_2, \dots, X_N)$, où toutes les variables seraient supposées simplement binaires (décrites par 2 états uniquement), l'expert devrait répondre à 2^N question. Il semble évident que la fiabilité des réponses apportées chuterait très rapidement avec N trop grand. Pour éviter cela, des méthodes de simplification de la probabilité conditionnelles sont proposées et détaillées dans (Leray, 2006).

2.1.2. Exploitation d'un MGP : l'inférence

La section 2.1.1 vient de présenter l'intérêt des réseaux bayésiens pour modéliser la connaissance. Leur finalité est généralement de pouvoir tirer de ces modélisations de nouvelles informations répondant à certaines questions que l'on peut être amené à se poser sur le système étudié (éventuellement en fonction d'un certain nombre d'observations).

En pratique, sont définis les sous-ensembles X_r , nommés *requêtes*, et X_o , nommés *évidences* (ou *observations*), contenant respectivement les variables de X sur lesquelles nous souhaitons calculer la loi de probabilité et les variables qui sont observées (ou partiellement observées) et pour lesquelles la distribution est connue.

Ces mécanismes permettant d'effectuer des raisonnements probabilistes à partir des différentes tables de probabilités du MGP sont regroupés sous différentes familles d'algorithmes d'*Inférence* :

- Les méthodes exactes qui s'appuient sur un ensemble d'opérations (sommations, multiplications) des différentes LPC et tables de probabilités du MGP, en ne considérant aucune hypothèse simplificatrice.
- Les méthodes approchées, déterministes ou stochastiques, qui consistent, respectivement, à faire des calculs exacts sur une structure graphique simplifiée du MGP considéré ou à échantillonner la loi de X_r , sans simplification de structure.

Inférence exacte

En pratique, la plupart des algorithmes d'inférence exacte ne sont applicables qu'à des MGP ayant des lois de probabilités conditionnelles discrètes et finies ; même si la théorie permet aujourd'hui d'étendre ces méthodes à des lois continues (Cobb, et al., 2007) (Olesen, 1993). Le premier algorithme a été proposé par (Pearl, 1986) et se limitait à des réseaux bayésiens ayant une structure graphique sans circuit (polyarbre). L'*arbre de jonction (junction tree)* a ensuite permis d'étendre cette méthode aux graphes quelconques (possédant des circuits, même si ceux-ci doivent rester non orientés par définition d'un MGP) (Lauritzen & Spiegelhalter, 1988). Cet algorithme est, aujourd'hui encore, majoritairement employé de par sa faculté à calculer rapidement la distribution de chaque variable.

L'autre méthode exacte très utilisée est l'algorithme d'*élimination de variables* (Dechter, 1999). Sa mise en œuvre est rapide car basée sur une méthode simple (ne faisant pas intervenir de notions complexes issues de la théorie des graphes) consistant à éliminer une par une, par marginalisation, les variables du MGP et ce dans un ordre prédéfini. Si le choix d'ordre d'élimination des variables n'impacte pas le résultat final, il influence directement la complexité de l'algorithme et sa vitesse. La définition d'un ordre optimal demeure cependant un problème NP-difficile (Stillman, 1991). Finalement, l'*élimination de variables* présente de bonnes propriétés algorithmiques la mettant au même niveau de simplicité que l'arbre de jonction (Cozman, 2000), d'où ses nombreuses utilisations. Les prochains paragraphes présenteront plus en détail cette méthode, adoptée dans le cadre du présent rapport.

L'algorithme d'élimination de variables dans un MGP nécessite les entrées suivantes :

- un ensemble de LPC $\{p_n\}_{1 \leq n \leq N}$ caractérisant la loi jointe du vecteur $X = \{X_1, \dots, X_N\}$ à valeurs dans $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_N$, modélisé par le MGP $\mathcal{M} = (\mathcal{G}, \{p_n\}_{1 \leq n \leq N})$
- un sous-ensemble de variables de X , noté X_r , appelé requête
- un ordre d'élimination des variables de X représenté par la permutation du vecteur aléatoire (X_1, \dots, X_N) , notée $\sigma(X_1, \dots, X_N)$

En sortie, l'algorithme fournit la loi de X_r et peut être présenté comme suit.

Algorithme d'inférence exacte dans un MGP : méthode d'élimination de variables

Initialisation : $\mathcal{P} \leftarrow \{p_1, \dots, p_n\}$

% copie des LPC dans \mathcal{P}

```

pour  $n = 1$  à  $N$  faire
|
|  $X^{(n)} \leftarrow \sigma(X_n)$ 
| Si  $X^{(n)} \notin X_r$ , alors
| |  $\mathcal{B}_{X^{(n)}} \leftarrow \{q, q \in \mathcal{P} \text{ tel que } X^{(n)} \in \text{Dom}(q)\}$  % recherche des LPC  $q$  dont le domaine contient  $X^{(n)}$ 
| |  $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{P} \setminus \mathcal{B}_{X^{(n)}}$  % retrait de  $\mathcal{P}$  des LPC dont le domaine contient  $X^{(n)}$ 
| |  $c_{X^{(n)}} \leftarrow \sum_{X^{(n)}} \prod_{q \in \mathcal{B}_{X^{(n)}}} q$  % multiplication des LPC de  $\mathcal{B}_{X^{(n)}}$  puis sommation sur  $X^{(n)}$ 
| |  $\mathcal{P} \leftarrow \mathcal{P} \cup \{c_{X^{(n)}}\}$  % insertion du résultat dans  $\mathcal{P}$ 
| fin
|  $p(X_r) \leftarrow \prod_{q \in \mathcal{P}} q$ 
fin

```

A titre d'illustration, cet algorithme d'inférence exacte est appliqué dans l'exemple 2.4 détaillé plus bas.

Comme explicité précédemment, le problème de l'inférence exacte dans un MGP est NP-difficile (Cooper, 1990), mais la complexité algorithmique de cette méthode peut généralement être calculée à l'avance. Si cette dernière s'avère trop importante, il est alors préférable de retenir une méthode d'inférence approchée.

Inférence approchée

Pour les méthodes approchées déterministes, un certain nombre d'algorithmes ont été proposés, cherchant à *reformuler* le problème posé par l'inférence à travers une structure graphique simplifiée pour ensuite lui appliquer une méthode d'inférence exacte. L'utilisation des méthodes variationnelles a ainsi été étudiée par (Jaakkola & Jordan, 1999) (Jordan, et al., 1999) tandis que Murphy adaptait l'algorithme de Pearl en recherchant la structure définissant le meilleur compromis complexité algorithmique / précision des résultats (Murphy, et al., 1999).

Les méthodes approchées stochastiques, elles, reposent à la fois sur une exploitation des propriétés structurelles du modèle et sur un échantillonnage des variables aléatoires représentées dans le MGP. Parmi toutes les méthodes proposées, les deux plus utilisées sont certainement le *filtrage particulière* (Arulampalam, et al., 2002) et la méthode générale d'échantillonnage *Markov chain Monte Carlo* (MCMC) (Hastings, 1970) (Gilks, et al., 1995), utilisée dans cette étude.

Pour cette dernière, les LPC du réseau bayésien sont utilisées pour générer une base d'exemples, notée D_X , constituée de K réalisations indépendantes de $X=(X_1, \dots, X_N)$, notées x_1, \dots, x_K , où pour tout k de $[1..K]$, $x_k=(x_{k,1}, \dots, x_{k,N})$. Par la suite, en utilisant une méthode d'estimation quelle qu'elle soit, la distribution de n'importe quelle requête X_r peut être estimée à partir de la sous-base D_{X_r} (extraite de D_X en ne gardant que les colonnes correspondant aux variables de la requête). Le maximum de vraisemblance sera la méthode d'apprentissage retenue ici.

La méthode d'échantillonnage permettant de constituer la base d'exemples indépendants peut être présentée comme suit.

Algorithme d'inférence approchée dans un MGP : méthode d'échantillonnage

pour $k = 1$ à K **faire**

| Création du $k^{\text{ème}}$ échantillon $x_k = (x_{k,1}, \dots, x_{k,N})$

<p>pour $n = 1$ à N faire</p> <p style="padding-left: 20px;">$x_{k,n} \sim P_n(\cdot pa(x_{k,n}))$</p> <p>fin</p> <p>fin</p>	<p>% où $pa(x_{k,n})$ représente la $k^{\text{ème}}$ réalisation du vecteur composé des variables aléatoires parentes de X_n.</p>
---	--

Dans le cas nous intéressant de réseaux bayésiens ayant des lois discrètes et finies, l'estimation de la distribution de \mathbf{X}_r , notée $\hat{p}(\mathbf{X}_r)$, à partir de la méthode du maximum de vraisemblance s'obtient, pour tout \mathbf{x}_r à valeur dans $\mathcal{X}_r^* = \prod_{n: X_n \in \mathbf{X}_r} \mathcal{X}_n$, de la façon suivante :

$$\hat{p}(\mathbf{X}_r = \mathbf{x}_r) = \hat{p}_{\mathbf{x}_r} = \frac{K_{\mathbf{x}_r}}{K} \quad (4)$$

où $K_{\mathbf{x}_r}$ et K représentent respectivement le nombre d'occurrences de la configuration \mathbf{x}_r dans la sous-base d'exemples $\mathbf{D}_{\mathbf{X}_r}$ et la dimension de $\mathbf{D}_{\mathbf{X}_r}$.

La précision de l'estimation fournie par (4) peut également être caractérisée, du fait de la propriété de normalité asymptotique, par :

$$\Delta_{\mathbf{x}_r} = u_{\frac{1+\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}_{\mathbf{x}_r} (1 - \hat{p}_{\mathbf{x}_r})}{K}} \quad (5)$$

où $\alpha \in [0,1]$ est le seuil de confiance choisi pour l'encadrement obtenu (soit la probabilité que $p_{\mathbf{x}_r}$ se trouve dans $\hat{p}_{\mathbf{x}_r} \pm \Delta_{\mathbf{x}_r}$) et $u_{\frac{1+\alpha}{2}}$ le $\frac{1+\alpha}{2}$ ème quantile de la loi normale centrée-réduite.

Enfin, il est possible pour un couple (α, ε) donné, ε représentant la borne supérieure attendue pour $\Delta_{\mathbf{x}_r}$, de définir la dimension minimale de $\mathbf{D}_{\mathbf{X}_r}$ par (Jensen, 1996) :

$$K_{\alpha,\varepsilon} = \frac{u_{\frac{1+\alpha}{2}}^2}{4\varepsilon^2} \quad (6)$$

Une illustration de cette démarche d'inférence approchée MCMC est détaillée dans l'exemple 2.4 présenté plus bas.

Inférence symbolique

Bien que relativement complexe et potentiellement très coûteux en mémoire, le calcul symbolique ne diffère que très peu d'un simple calcul numérique. Ainsi, les méthodes d'inférence symbolique ne différeront pas d'une inférence « classique » si ce n'est que certaines valeurs de probabilités décrivant les LPC de \mathbf{X} sont remplacées par des symboles θ_i (D'Ambrosio, 1994) (Dechter, 1999). D'un point de vue implémentation, cette approche nécessite de disposer d'un outil permettant de faire du calcul formel. Pour faire de l'inférence symbolique, il est donc possible d'appliquer n'importe quel algorithme d'inférence exacte en remplaçant i valeurs numériques de \mathcal{P} par un ensemble de symboles $\Theta = (\theta_i)$.

Bien qu'encore relativement confidentielle (car assez lourde à manipuler), cette démarche n'est pas dénuée d'intérêt pour les thèmes que nous allons aborder dans ce travail. En effet, le développement de certains réseaux bayésiens (pour nous, modélisant des stratégies de maintenance de systèmes industriels) peuvent conduire à des temps de calculs très élevés et ce quelle que soit la méthode d'inférence choisie.

Lorsque l'on a pour objectif d'optimiser une fonction coût donnée, dont l'évaluation est obtenue par un calcul d'inférence long et coûteux, il peut devenir difficile de mettre en œuvre des algorithmes d'optimisation efficaces réclamant un grand nombre d'évaluations de cette fonction coût. L'utilisation de l'inférence symbolique permet alors de définir une expression analytique de $p(\mathbf{X}_r)$ en fonction de Θ . Si cette première phase est relativement coûteuse, l'expression analytique obtenue permet ensuite de faire autant d'évaluations voulues et ce avec des temps de calcul négligeables.

Cette démarche a initialement été introduite pour faire de l'analyse de sensibilité de paramètres dans un MGP (Castillo, et al., 1997) mais sera développée ici pour mettre en place des méthodes d'évaluation rapide de stratégies de maintenance par calculs d'inférence dans des MGP. L'exemple 2.4 ci-dessous présente également les résultats d'inférence symbolique obtenus pour le système académique à trois composants série-parallèle.

Exemple 2.4 : système de production simple (application de différents algorithmes d'inférence)

En repartant de la modélisation réalisée dans les exemples 2.1 à 2.3, nous allons appliquer successivement les algorithmes d'inférence suivants :

- inférence exacte par élimination de variables
- inférence approchée MCMC
- inférence symbolique

Pour cela, la requête $\mathbf{X}_r=(P)$ et les évidences $\mathbf{X}_o=\{C_1=ok ; C_2=panne\}$ sont définies. Nous souhaitons donc évaluer la distribution caractérisant le rendement de notre système lorsque le composant C_1 fonctionne normalement et que le composant C_2 est en panne.

Résultat de l'inférence exacte par élimination de variables

L'initialisation de la méthode est passée par le choix de l'ordre d'élimination des variables suivant : (C_1, C_2, C_3, S, P) .

L'annexe 2 présente en détail toutes les étapes du calcul menant aux résultats présentés dans la table ci-dessous.

P		
100%	70%	0%
0.8	0	0.2

Résultat de l'inférence approchée par MCMC

Pour cet exemple, le seuil de confiance α a été fixé à 95%. Le $\frac{1+\alpha}{2}$ quantile de la loi uniforme centrée-réduite vaut alors 1.96.

Une base d'exemples de 100 réalisations fournit alors, avec une précision de ± 0.0812 , les résultats suivants.

P_{100}		
100%	70%	0%
0.78	0	0.22

Une base d'exemples de 1.000 réalisations fournit, quant à elle, les résultats suivants (avec une précision de ± 0.0078).

$P_{1.000}$		
100%	70%	0%
0.8024	0	0.1976

Enfin, une base d'exemples de 10.000 réalisations fournira, avec une précision de ± 0.0025 , les résultats suivants.

$P_{10.000}$		
100%	70%	0%
0.7998	0	0.2002

Pour obtenir une précision de 10^{-3} avec un seuil de confiance à 99%, il serait nécessaire de construire une base d'exemples constituée de $K_{\alpha, \epsilon} = 1\ 658\ 725$ réalisations !

Résultat de l'inférence symbolique par élimination de variables

Comme lors de l'inférence exacte, l'ordre d'élimination des variables (C_1, C_2, C_3, S, P) a été adopté. De plus, on souhaite ici évaluer l'impact de l'état du composant C_1 sur la distribution du nœud P de productivité journalière. Pour cela, les paramètres θ_1 et θ_2 sont introduits, représentant respectivement $p(C_1 = \text{dégradé})$ et $p(C_1 = \text{panne})$.

L'annexe 3 présente en détail les calculs d'inférence symbolique menant aux résultats présentés dans la table ci-dessous.

P		
100%	70%	0%
$0.8 - 0.8 \cdot (\theta_1 + \theta_2)$	$0.8 \cdot \theta_1$	$0.2 + 0.8 \cdot \theta_2$

La figure 6 présente finalement l'influence des paramètres θ_1 et θ_2 sur la distribution du nœud P . En fonction de l'objectif de rentabilité attendu, il est aisé de définir l'ensemble de situations acceptables pour le composant C_1 .

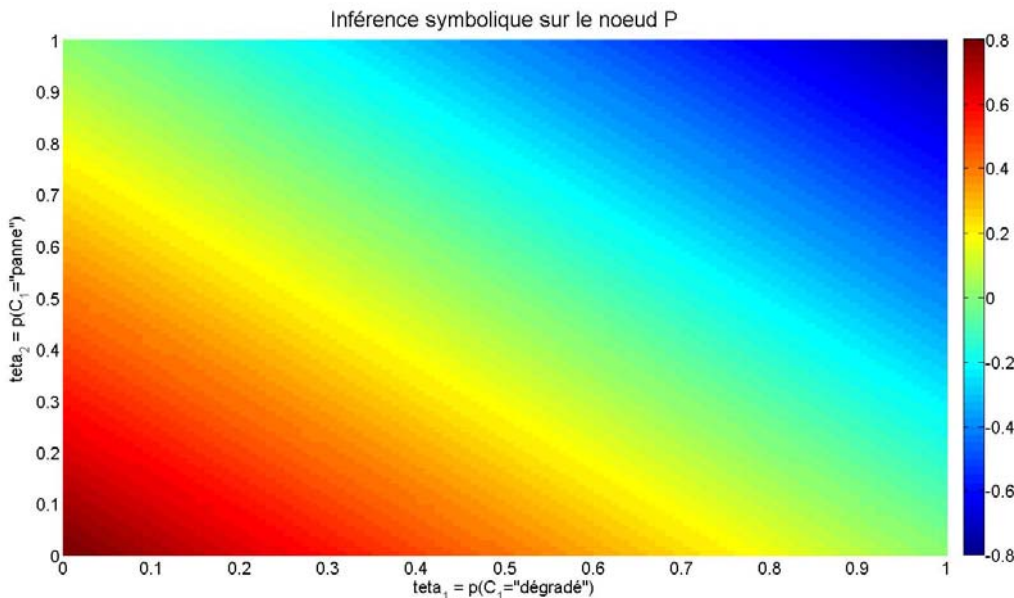


Figure 6: Evaluation de l'impact de l'état du composant C_1 sur la distribution du nœud P

Enfin, on peut remarquer que si l'on se place dans le cadre des évidences $X_0 = \{C_1 = \text{ok} ; C_2 = \text{panne}\}$ définies au début de l'exemple 2.4, on obtient alors le vecteur de paramètres $\Theta = (\theta_1 ; \theta_2) = (1 ; 0)$ qui fournit exactement la même distribution de P que l'inférence exacte.

2.2. Les extensions des MGP

Dans la section précédente, les grands concepts permettant de représenter la connaissance que l'on a d'un système à l'aide d'un réseau bayésien (ou MGP) ont été introduits. S'appuyant sur un ensemble de variables aléatoires décrivant ce système, la modélisation par MGP passe par deux phases primordiales que sont les apprentissages de la structure du réseau et de ses paramètres. Les applications industrielles des MGP ne se comptent plus, que ce soit pour des applications en biochimie ou génétique (Bradford, et al., 2006) (Dawid, et al., 2007), dans le secteur de la chimie (Jimenez-Come, et al., 2013), des finances (Tarantola, et al., 2012), de l'énergie (Spence & Jordan, 2013)... Devant la puissance de modélisation qu'offre ce formalisme, un certain nombre d'extensions ont été proposées afin d'agrandir le champ d'applications des MGP.

La principale évolution des MGP concerne certainement les Modèles Graphiques Probabilistes Markoviens (MGPM), plus communément appelés Réseaux Bayésiens Dynamiques (RBD), introduits par (Murphy, 2002). Cette extension vise à permettre l'application des réseaux bayésiens à des systèmes dynamiques, dont l'état évolue en fonction d'un paramètre t introduisant une notion d'ordre (au sens ordonnancement). Si t représente généralement le temps, il peut tout aussi bien décrire une position, une température ou toute autre grandeur impactant séquentiellement l'état de l'une des variables aléatoires considérées.

L'autre extension ayant un intérêt dans cette étude concerne l'introduction de nœuds de décision et d'utilité dans les MGP permettant ainsi de modéliser l'incertain dans des processus de décision. Cette extension nommée Diagramme d'Influence, en référence aux travaux de (Shachter, 1988), sera également introduite plus en détails dans les paragraphes suivants.

2.2.1. Les MGP markoviens (ou réseaux bayésiens dynamiques)

Les réseaux bayésiens dynamiques à $m+1$ tranches de temps ont été introduits et largement décrits par (Murphy, 2002). Leur principe repose sur le fait que, à l'instant présent, l'état de certaines variables du modèle puisse dépendre des n instants précédents. En termes de probabilités, cela se traduit par le fait que ces modèles vérifient l'hypothèse markovienne d'ordre m . Par analogie avec les réseaux bayésiens statiques introduits précédemment, l'objectif est ici de représenter de façon parcimonieuse des processus multivariés vérifiant l'hypothèse de Markov à l'ordre m . Ce formalisme offre donc un cadre intéressant, permettant d'unifier la représentation de différents modèles markoviens (ou semi-Markoviens) tels que les *Hidden Markov Models* (Rabiner, 1989), les *Input-Output Hidden Markov Models* (Bengio & Frasconi, 1996), les *Markov Decision Process* (Puterman, 1994), ou encore les *Piecewise Deterministic Markov Processes* (Davis, 1984)... En effet, toutes ces approches peuvent être représentées par un réseau bayésien à 2 tranches de temps.

Par volonté d'unification, les notations introduites par (Donat, 2009) désignant les modèles graphiques probabilistes markoviens d'ordre n , souvent appelés réseaux bayésiens à $m+1$ tranches de temps dans la littérature et abrégés m -MGPM, seront reprises ici.

Plus formellement, et en se limitant aux cas où t est discret et fini à valeurs dans $\mathcal{T}=[1..T]$, un n -MGPM est une représentation graphique de la distribution de probabilité du vecteur aléatoire \mathbf{X}_t vérifiant l'hypothèse de Markov d'ordre m , avec $(\mathbf{X}_t)_{t \in \mathcal{T}} = (X_{1,t}, \dots, X_{N,t})_{1 \leq t \leq T}$. Pour tout $t > m$, on a donc \mathbf{X}_{t+1} indépendant de \mathbf{X}_{t-m} conditionnellement à $(X_{t-m+1}, X_{t-m+2}, \dots, X_t)$. Cette propriété d'indépendance conditionnelle sera notée :

$$X_{t-m} \perp\!\!\!\perp X_{t+1} \mid (X_{t-m+1}, X_{t-m+2}, \dots, X_t) \quad (7)$$

Notons que dans cette étude, seuls des systèmes markoviens d'ordre 1 seront considérés. Ils seront donc modélisés par des 1-MGPM (ou réseaux bayésien à 2 tranches de temps) vérifiant l'hypothèse markovienne « classique » $X_{t-1} \perp\!\!\!\perp X_{t+1} \mid X_t$, traduisant l'indépendance du futur vis-à-vis

du passé lorsque le présent est connu. De ce fait, seuls les 1-MGPM seront introduits ici. Pour la généralisation de ces définitions et propriétés, le lecteur pourra se référer à (Donat, 2009).

Définition 1.2 : MPGM d'ordre 1 (RBD à 2 tranches de temps)

Pour un processus stochastique multivarié $(\mathbf{X}_t)_{t \geq 1}$ donné, caractérisé par le vecteur aléatoire $\mathbf{X}_t = (X_{t,1}, \dots, X_{t,N})$ à valeurs dans $\mathcal{X}_t = \mathcal{X}_{t,1} \times \dots \times \mathcal{X}_{t,N}$, le 1-MGPM, noté $\mathcal{M}_m^{\rightarrow}$, est défini par le couple de réseaux bayésiens $(\mathcal{M}_{ini}, \mathcal{M}^{\rightarrow})$ vérifiant :

- $\mathcal{M}_{ini} = (\mathcal{G}^{ini}, \{p_n^{ini}\}_{1 \leq n \leq N})$ est un MGP modélisant la distribution initiale du processus, soit donc la loi notée p^{ini} de $\mathbf{X}_1 = (X_{1,1}, \dots, X_{1,N})$. D'après le théorème de factorisation de la loi jointe,

$$p^{ini}(\mathbf{x}_1) = p^{ini}(x_{1,1}, \dots, x_{1,N}) = \prod_{n=1}^N p_n^{ini}(x_{1,n} | x_{pa_{1,n}}) \tag{8}$$

- $\mathcal{M}^{\rightarrow} = (\mathcal{G}^{\rightarrow}, \{p_{t,n}^{\rightarrow}\}_{2 \leq t \leq T; 1 \leq n \leq N})$ est un autre MGP définissant le modèle de transition du processus ; soit donc la loi de \mathbf{X}_t sachant \mathbf{X}_{t-1} , notée p^{\rightarrow} .

D'après l'équation (1), on a :

$$p^{\rightarrow}(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) = p^{\rightarrow}(x_{t,1}, \dots, x_{t,N} | x_{t-1,1}, \dots, x_{t-1,N}) = \prod_{n=1}^N p_{t,n}^{\rightarrow}(x_{t,n} | x_{pa_{t,n}}) \tag{9}$$

Notons que, par construction, les parents de $X_{t,n}$ (notés $X_{pa_{t,n}}$) ne peuvent se trouver que dans les tranches t et $t-1$. Par conséquent, la distribution jointe p_T^{\rightarrow} de la suite de v.a. $(X_t)_{1 \leq t \leq T} = (X_{t,1}, \dots, X_{t,N})_{1 \leq t \leq T}$ se calcule simplement en « déroulant » le MGPM sur une séquence de longueur T .

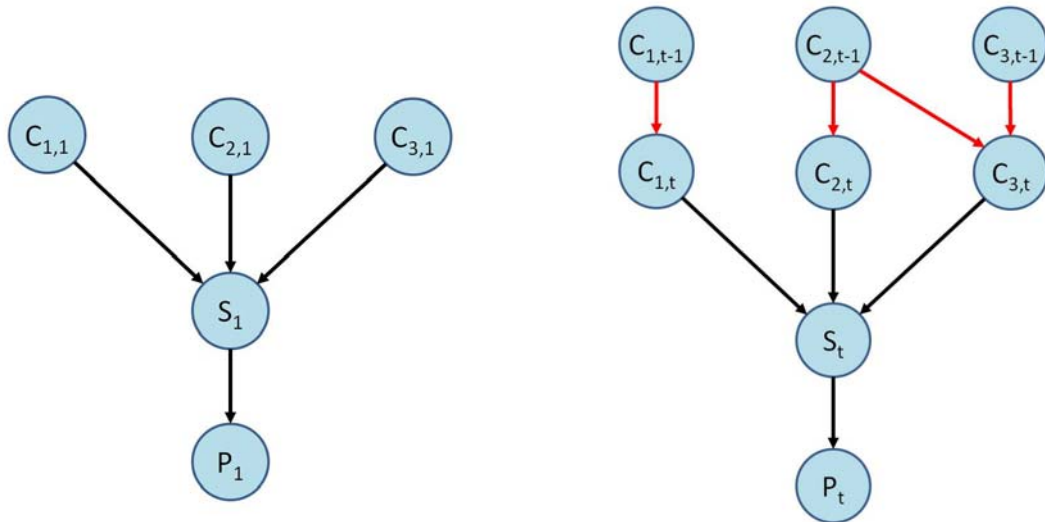
D'un point de vue graphique, un MPGM peut être représenté de deux façons (des illustrations de ces deux modes de représentation sont présentées dans l'exemple 2.5) :

- Représenter indépendamment les deux modèles graphiques \mathcal{M}_{ini} et $\mathcal{M}^{\rightarrow}$. Par convention, dans $\mathcal{M}^{\rightarrow}$, toutes les variables de la tranche t sont dessinées et seules les variables de $t-1$ ayant au moins un arc vers une variable de t sont dessinées. Enfin, tous les arcs entrant dans une variable de la tranche t sont dessinés. Cette représentation sera retenue dans la suite de l'étude.
- Représenter toutes les variables et tous les arcs pour 2 tranches de temps successives ($m+1$ pour un m -MPGM), généralement les tranches $t-1$ et t . A partir de cette méthode plus directe, il est possible de déduire le modèle initial \mathcal{M}_{ini} en supprimant la tranche t tandis que $\mathcal{M}^{\rightarrow}$ est obtenu en ne conservant que la tranche t et les variables de $t-1$ l'influençant.

Exemple 2.5 : système de production simple (modélisation de la dynamique du système)

Imaginons maintenant que nous souhaitons modéliser le comportement au cours du temps du système introduit dans les exemples précédents. Trois variables peuvent tout d'abord être identifiées comme évoluant au cours du temps : celles modélisant les états des composants C_1 , C_2 et C_3 .

Les figures 7 et 8 illustrent les deux modes de représentation d'un MPGM détaillés précédemment.



(a) Modèle graphique \mathcal{M}_{ini} représentant le vecteur aléatoire initial $(C_{1,1}, C_{2,1}, C_{3,1}, S_1, P_1)$

(b) Modèle graphique $\mathcal{M}^{\rightarrow}$ représentant le vecteur aléatoire initial $(C_{1,t}, C_{2,t}, C_{3,t}, S_t, P_t)$ conditionnellement au vecteur $(C_{1,t-1}, C_{2,t-1}, C_{3,t-1})$

Figure 7 : Modèle Graphique Probabiliste Markovien d'ordre 1 représentant le vecteur aléatoire $(C_{1,t}, C_{2,t}, C_{3,t}, S_t, P_t)_{t \geq 1}$ à partir de son modèle initial (figure a) et de son modèle de transition (figure b)

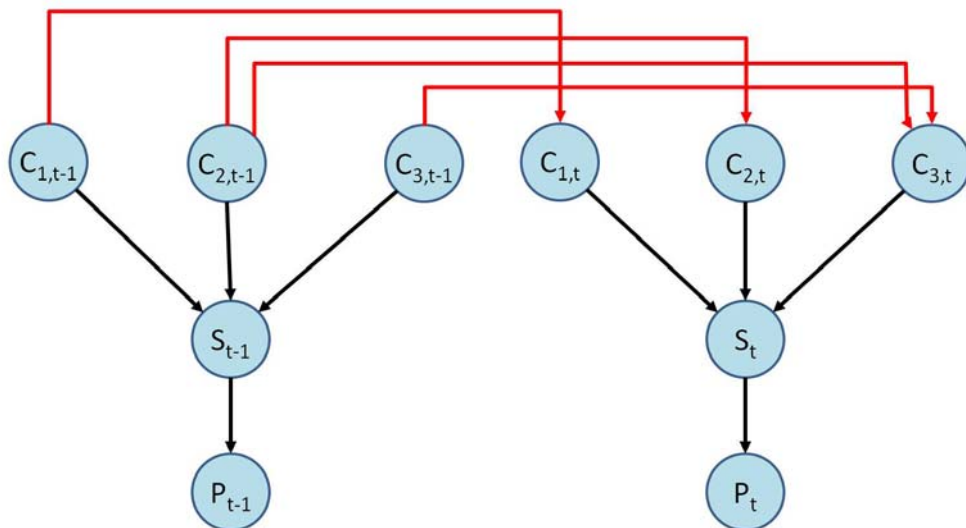


Figure 8 : Modèle Graphique Probabiliste Markovien d'ordre 1 représentant le vecteur aléatoire $(C_{1,t}, C_{2,t}, C_{3,t}, S_t, P_t)_{t \geq 1}$ à partir de deux tranches de temps successives

Comme lors de la modélisation statique illustrée dans les exemples précédents, la modélisation dynamique passe par deux phases : la définition de la structure graphique du MGPM (introduite dans les figures 7 et 8) et l'apprentissage des lois caractérisant chaque nœud du réseau. Pour cette seconde phase, nous supposons disposer d'avis d'experts permettant de définir les probabilités de défaillance de chaque composant. Les autres LPC demeurant identiques à celles définies dans l'exemple 2.2.

Lors de l'initialisation, le système est neuf. Les LPC du modèle initial \mathcal{M}_{ini} s'écrivent donc :

$P_{C_1}^{ini}$			$P_{C_2}^{ini}$		$P_{C_3}^{ini}$	
C_1			C_2		C_3	
ok	dégradé	panne	ok	panne	ok	panne
1	0	0	1	0	1	0

Les autres LPC de \mathcal{M}_{ini} demeurant identiques à celles définies pour décrire les nœuds S et P dans l'exemple 2.2.

Pour le modèle de transition $\mathcal{M}^{\rightarrow}$, nous avons besoin de connaître les probabilités suivantes :

$$\lambda_1^{deg} = p(C_{1,t} = \text{dégradé} | C_{1,t-1} = \text{ok}), \lambda_1^{pan} = p(C_{1,t} = \text{panne} | C_{1,t-1} = \text{dégradé})$$

$$\lambda_i = p(C_{i,t} = \text{panne} | C_{i,t-1} = \text{ok}) \quad \forall i \in [1..3]$$

Il s'ensuit les LPC ci-dessous (les autres lois décrivant S_t et P_t étant identiques à celles du modèle initial) :

$P_{C_1}^{\rightarrow}$				$P_{C_2}^{\rightarrow}$			$P_{C_3}^{\rightarrow}$			
$C_{1,t-1}$	$C_{1,t}$			$C_{2,t-1}$	$C_{2,t}$		$C_{2,t-1}$	$C_{3,t-1}$	$C_{3,t}$	
	ok	dégradé	panne		ok	panne			ok	panne
ok	$1 - \lambda_1^{deg}$	λ_1^{deg}	λ_1	ok	$1 - \lambda_2$	λ_2	ok	ok	$1 - \lambda_3$	λ_3
dégradé	0	$1 - \lambda_1^{pan}$	λ_1^{pan}	panne	0	1	ok	panne	0	1
panne	0	0	1				panne	ok	$1 - 1.05 * \lambda_3$	$1.05 * \lambda_3$
							panne	panne		

Nous considérerons l'application numérique : $\lambda_1=0.01, \lambda_2=0.2, \lambda_3=0.3, \lambda_1^{deg}=0.1, \lambda_1^{pan}=0.2$

Il est à noter que des travaux récents ont proposé une approche innovante pour modéliser l'évolution temporelle d'un vecteur aléatoire. Ainsi, les *Temporal Nodes Bayesian Networks* (TNBNs) ont été introduits pour tenter de proposer une alternative simplifiée aux RBD (Hernandez-Leal, et al., 2013). Cependant, l'apprentissage des LPC de cette modélisation est pour l'instant limité à l'utilisation d'avis d'experts.

L'apprentissage des LPC dans un MGPM

Dans le cas de données complètes, les techniques d'apprentissage des LPC d'un MGPM sont parfaitement identiques à celles développées dans le cas statique. Les lois du modèle initial et du modèle de transition sont simplement apprises séparément.

L'apprentissage des LPC devient par contre beaucoup plus complexe dans le cas de données manquantes. En partant des méthodes introduites en section 1.1.1 dédiées aux réseaux bayésiens statiques, des méthodologies reposant essentiellement sur l'algorithme EM ont été proposées dans le cadre dynamique (Rabiner, 1989) (Murphy, 2002).

L'inférence exacte dans les MGPM

Comme explicité précédemment, par souci de simplification et de cohérence avec les applications présentées dans la suite de ce rapport, nous limiterons l'étude au cas de l'hypothèse de Markov d'ordre 1 ; la généralisation ayant déjà été présentée en détail dans la littérature (Murphy, 2002) (Donat, 2009).

De nombreuses méthodes ont été proposées pour solutionner le problème de l'inférence exacte dans un RBD. La plus simple d'entre elles consiste tout simplement à dérouler le MGPM sur T tranches de temps pour obtenir un grand réseau bayésien statique sur lequel pourra être appliqué n'importe quel algorithme d'inférence exacte précédemment introduit. Le problème de cette démarche est que l'on doit alors stocker toutes les LPC de transitions sur les T tranches de temps, perdant alors l'intérêt de l'hypothèse Markovienne.

Une autre technique consiste à transformer le MGPM en sa chaîne de Markov équivalente et à lui appliquer n'importe quelle méthode d'inférence développée pour les chaînes de Markov. Cependant, cette méthode entraîne un risque d'explosion de la complexité spatiale puisque la propriété de factorisation de la loi jointe, propre aux MGPM, ne peut plus être utilisée.

Pour éviter ce problème de complexité spatiale, il est donc nécessaire d'exploiter la propriété de Markov du MGPM. Ainsi, pour pouvoir raisonner sur la tranche t , il suffit de connaître la loi jointe de la tranche $t-1$ ou $t+1$. Pour pouvoir effectuer l'inférence dans la tranche $t+1$, l'algorithme de la frontière (Zweig, 1996) s'appuie sur la mise à jour, pour chaque tranche de temps t et en utilisant n'importe quel algorithme d'inférence exacte statique, de la loi de la frontière gauche (resp. droite) définie par $p_{t-}^{fr} = p(\mathbf{X}_{t-1})$ (resp. $p_{t+}^{fr} = p(\mathbf{X}_{t+1})$). Cette méthode exploite parfaitement la factorisation du modèle de transition mais trouve rapidement sa limite si l'on souhaite considérer une hypothèse de Markov d'ordre plus élevé.

Partant de l'algorithme de la frontière, (Darwiche, 2001) a proposé la méthode de l'interface détaillée et utilisée ici.

Définition 1.3 : Interfaces d'un 1-MGPM

Soit $(\mathbf{X}_t)_{t \geq 1}$ un vecteur aléatoire dont la distribution est représentée par un 1-MGPM.

Le vecteur aléatoire \mathbf{X}_{t-}^{int} (resp. \mathbf{X}_{t+}^{int}), de distribution $p_{t-}^{int} = p(\mathbf{X}_{t-}^{int})$ (resp. $p_{t+}^{int} = p(\mathbf{X}_{t+}^{int})$), représente l'interface gauche (resp. droite) de la tranche t et se compose des variables de la tranche $t-1$ (resp. $t+1$) ayant un lien de dépendance avec une variable de la tranche t .

Les travaux de (Darwiche, 2001) ont permis de démontrer qu'il n'était alors plus nécessaire de mettre à jour la distribution d'une frontière à chaque tranche de temps mais simplement celle d'une interface puisque l'on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{t-2} &\perp\!\!\!\perp \mathbf{X}_t \mid \mathbf{X}_{t-}^{int} \\ \mathbf{X}_t &\perp\!\!\!\perp \mathbf{X}_{t+1} \mid \mathbf{X}_{t+}^{int} \end{aligned} \tag{10}$$

L'algorithme de l'interface gauche dans un 1-MGPM nécessite la définition des entrées suivantes :

- deux ensembles de LPC $\{p_n^{ini}\}_{1 \leq n \leq N}$ et $\{p_{t,n}^{-}\}_{2 \leq t \leq T; 1 \leq n \leq N}$, caractérisant respectivement le modèle initial et le modèle de transition du 1-MPGM $(\mathcal{M}_{ini}, \mathcal{M}^{-})$, représentant la loi jointe du vecteur $\mathbf{X}_t = (\mathbf{X}_{t,1}, \dots, \mathbf{X}_{t,N})_{1 \leq t \leq T}$, à valeurs dans $\mathcal{X}_t = \mathcal{X}_{t,1} \times \dots \times \mathcal{X}_{t,N}$
- une suite de requêtes $(\mathbf{X}_{r_1}, \dots, \mathbf{X}_{r_r})$
- un algorithme d'inférence statique, noté $\mathcal{A}_{statique}^{exacte}$, permettant de calculer la loi d'une requête \mathbf{X}_{r_r} , extraite du vecteur aléatoire $(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K)$ caractérisé par les LPC $\{p_k\}_{1 \leq k \leq K}$. Le résultat d'une inférence de $\mathcal{A}_{statique}^{exacte}$ sera noté :

$$\mathcal{A}_{statique}^{exacte}(\mathbf{X}_r, \{p_k\}_{1 \leq k \leq K}) = p(\mathbf{X}_r)$$

En sortie, l'algorithme fournit une suite de distributions $(p(\mathbf{X}_{r_1}), \dots, p(\mathbf{X}_{r_r}))$ correspondant à la suite de requêtes $(\mathbf{X}_{r_1}, \dots, \mathbf{X}_{r_r})$ spécifiée en entrée.

Algorithme d'inférence exacte dans un 1-MGPM : méthode de l'interface gauche

Initialisation : $p(\mathbf{X}_{r_1}) \leftarrow \mathcal{A}_{statique}^{exacte}(\mathbf{X}_{r_1}, \{p_n^{ini}\}_{1 \leq n \leq N})$ % Calcul des requêtes impliquant les LPC initiales

$$p_{2-}^{int} \leftarrow \mathcal{A}_{statique}^{exacte}(\mathbf{X}_{2-}^{int}, \{p_n^{ini}\}_{1 \leq n \leq N}) \quad \% \text{ Calcul de l'interface gauche de la 2}^{nde} \text{ tranche}$$

pour $t = 2$ à T **faire** % Calcul des requêtes et mise à jour de l'interface pour $t > 2$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{t-}^{int}\} \cup \{p_{t,1}^{-}, \dots, p_{t,N}^{-}\}$$

$p(\mathbf{X}_r) \leftarrow \mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{exacte}}(\mathbf{X}_r, \mathcal{P})$ $P_{(t+1)^-}^{\text{int}} \leftarrow \mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{exacte}}(\mathbf{X}_{(t+1)^-}, \mathcal{P})$	
fin	

Comme dans le cas statique, il arrive fréquemment que les méthodes d'inférence exactes ne puissent être appliquées à des MGPM ayant une structure graphique trop complexe. Il est alors nécessaire de se rabattre vers des méthodes d'inférence approchées.

L'inférence approchée dans les MGPM

Parmi les algorithmes d'inférence approchée déterministes, on peut principalement citer la *LBP - Loopy belief propagation* de (Murphy, et al., 1999). Cette méthode s'appuie essentiellement sur l'hypothèse que les messages entrant dans un nœud sont indépendants. Citons également deux autres approches usuelles qui dérivent directement de LBP : l'*algorithme BK - Boyen & Koller* qui propose d'approximer la loi jointe de l'interface par un produit de lois marginales (Boyen & Koller, 1998) et la méthode de la *frontière factorisée* (Murphy, et al., 2001). Il est important de noter que l'algorithme BK devient exact pour un 1-MGPM.

Les algorithmes d'inférence approchée stochastiques reposent, comme en statique, sur des méthodes d'échantillonnage. Il existe un très grand nombre de méthodes listées dans (Doucet, et al., 2001). Citons notamment l'algorithme de *Markov Chain Monte Carlo* (Gilks, et al., 1995) utilisé ici ou encore les *Particle Filters* (Arulampalam, et al., 2002).

L'algorithme d'inférence par échantillonnage dans un 1-MGPM nécessite la définition des entrées suivantes :

- la longueur T de la trajectoire à échantillonner
- deux ensembles de LPC $\{p_n^{\text{ini}}\}_{1 \leq n \leq N}$ et $\{p_{t,n}^{\rightarrow}\}_{2 \leq t \leq T; 1 \leq n \leq N}$ caractérisant respectivement le modèle initial et le modèle de transition du 1-MGPM $(\mathcal{M}_{\text{ini}}, \mathcal{M}^{\rightarrow})$ représentant la loi jointe du vecteur $\mathbf{X}_t = (\mathbf{X}_{t,1}, \dots, \mathbf{X}_{t,N})_{1 \leq t \leq T}$, à valeurs dans $\mathcal{X}_t = \mathcal{X}_{t,1} \times \dots \times \mathcal{X}_{t,N}$
- un algorithme d'échantillonnage statique, noté $\mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{échant.}}$, permettant de générer une réalisation du vecteur aléatoire $(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K)$ caractérisé par les LPC $\{p_k\}_{1 \leq k \leq K}$. Le résultat d'une inférence de $\mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{échant.}}$ sera noté :

$$\mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{échant.}}(\{p_k\}_{1 \leq k \leq K}) = (x_1, \dots, x_K)$$

En sortie, l'algorithme fournit une base d'exemples $(x_{t,n})_{1 \leq t \leq T; 1 \leq n \leq N}$ permettant ensuite d'estimer les distributions caractérisant une requête donnée.

Algorithme d'inférence approchée dans un 1-MGPM : méthode d'échantillonnage MCMC

Initialisation : $(x_{1,1}, \dots, x_{1,N}) \leftarrow \mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{échant.}}(\{p_n^{\text{ini}}\}_{1 \leq n \leq N})$ % Echantillonnage du modèle initial

pour $t = 2$ à T **faire** % Echantillonnage du modèle de transition

$(x_{t,1}, \dots, x_{t,N}) \leftarrow \mathcal{A}_{\text{statique}}^{\text{échant.}}(\{p_{t,n}^{\rightarrow}\}_{1 \leq n \leq N})$	
--	--

fin

L'inférence symbolique dans les MGPM

Depuis une vingtaine d'année et les premiers travaux de D'Ambrosio (qui a posé le premier algorithme d'inférence symbolique en 1989), seule une toute petite communauté scientifique s'est intéressée au problème de l'inférence symbolique dans les MGP. Les solutions proposées s'appuient essentiellement sur les travaux de D'Ambrosio, Castillo ou Darwiche dont un certain nombre de publications ont été citées en section 1.1.2.

Cependant, à notre connaissance, ces travaux n'ont jamais été étendus au MGPM. Or, l'évaluation de l'impact de certains paramètres sur une fonction coût donnée est un point clé lors de l'optimisation de stratégies de maintenance, dont nous allons parler dans les chapitres suivants. L'inférence symbolique est alors apparue comme une solution intéressante permettant de limiter le temps de calcul de chaque solution candidate. Pour cela, les travaux de thèse de Rony Rozas (introduits section 3.3) proposent une extension des méthodes d'inférence exacte utilisées jusque là aux réseaux bayésiens dynamiques à deux tranches de temps.

Exemple 2.6 : système de production simple (inférence dans le 1-MPGM)

Afin d'illustrer les méthodes d'inférence détaillées dans cette section, nous allons maintenant présenter l'application de l'algorithme de l'interface gauche et de l'inférence approchée de type MCMC au 1-MPGM introduit dans l'exemple 2.5.

L'objectif est de définir la suite de requêtes $(X_{t=1}, \dots, X_{t=5}) = (S_1, \dots, S_5)$. Les ensembles de LPC initiales $\{p_{C_1}^{ini}, p_{C_2}^{ini}, p_{C_3}^{ini}\}$ et de transition $\{p_{C_1}^-, p_{C_2}^-, p_{C_3}^-\}$ sont ceux définis dans l'exemple 2.5.

A la tranche t , l'interface gauche est constituée des variables $C_{1,t-1}, C_{2,t-1}$, et $C_{3,t-1}$. L'algorithme d'inférence statique, noté $\mathcal{A}_{Statique}^{exacte}$, utilisé à chaque tranche de temps t pour calculer la loi des requêtes et celle de l'interface gauche est l'algorithme d'élimination de variables.

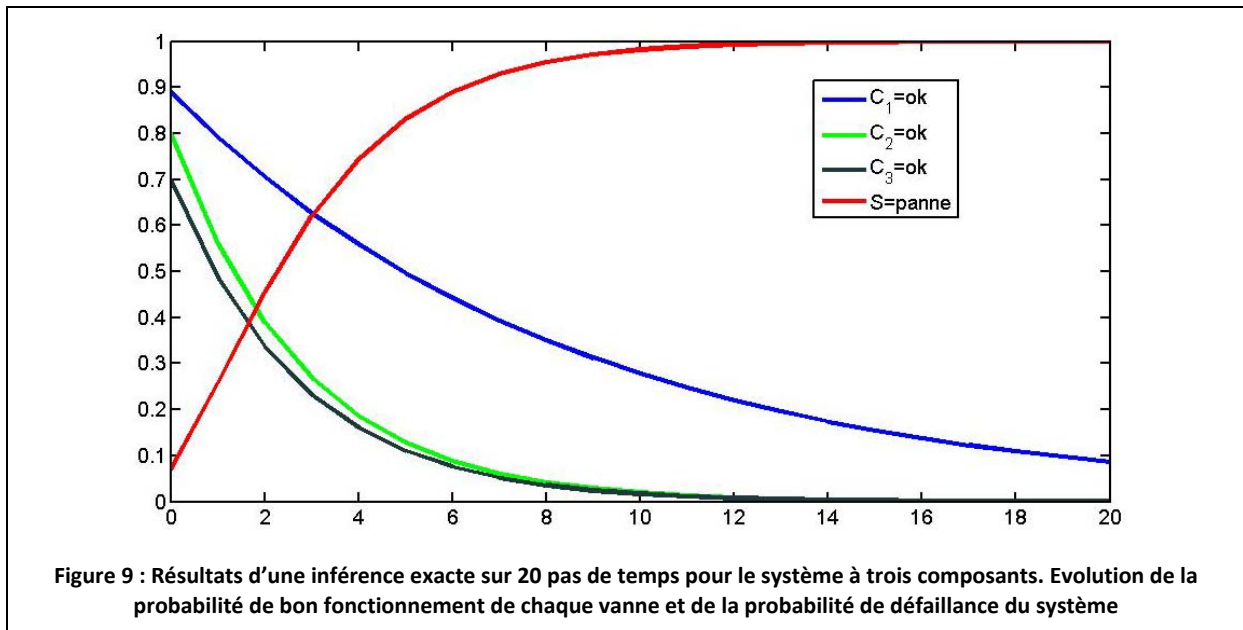
L'inférence approchée se fait, elle, sur une base de 10000 exemples.

Les tables ci-dessous donnent l'évaluation de la loi de S au cours du temps pour les deux approches.

Inférence exacte – interface gauche				Inférence approchée - MCMC			
t	S_t			t	S_t		
	ok	dégradé	panne		ok	dégradé	panne
1	1	0	0	1	1	0	0
2	0.836	0.094	0.07	2	0.84	0.091	0.069
3	0.612	0.13	0.258	3	0.529	0.111	0.36
4	0.419	0.127	0.546	4	0.33	0.093	0.577
5	0.275	0.106	0.619	5	0.205	0.078	0.717

On remarque que, comme dans l'exemple statique précédent, l'inférence approchée introduit des biais plus ou moins importants d'une itération à l'autre. Tant que possible, nous tenterons donc, à travers les différentes applications détaillées dans le chapitre 3, de développer des algorithmes exacts. Si cela n'est pas possible, l'inférence sera lancée sur des bases d'exemples suffisamment profondes pour rendre acceptables les biais liés à l'inférence approchée.

La figure ci-dessous présente les résultats que l'on peut obtenir en lançant une inférence exacte sur 20 itérations pour des requêtes portant sur chacun des trois composants et l'état du système. Ce type de résultat permet de pressentir l'intérêt des MGPM pour des analyses de fiabilité. Comme nous le verrons plus en détails dans le chapitre 2, la courbe rouge présente la fonction de répartition (ou défiabilité) caractérisant le système.



2.2.2. MGP modélisant un diagramme d'influence

Introduits par les travaux de Shachter, les diagrammes d'influence ont été créés pour modéliser des problèmes de décision dans un environnement incertain (Shachter, 1988). Ils sont définis par une structure spécifiant les relations d'indépendance entre les différentes variables du modèle, quantifiées par un ensemble de probabilités. Trois types de variables sont considérées : les variables de décision représentant le choix d'une décision (d'une action) prise par l'utilisateur, les variables de hasard représentant les grandeurs incertaines du modèle et les variables de valeur (ou d'utilité) représentant l'objectif à maximiser. Tous les détails sur la mise en œuvre d'un diagramme d'influence, la modélisation de chaque type de nœud, l'inférence... peuvent être trouvés dans (Higelin, 1999).

Les MGP offrent un formalisme intéressant pour modéliser les diagrammes d'influence. Il suffit pour cela d'ajouter des nœuds de décision (représentés par des carrés) et d'utilité (représentés par des losanges) à un MGP pour pouvoir modéliser un diagramme d'influence et exploiter (ou adapter) les outils et algorithmes existant (Jensen, 1997).

Une utilité peut être définie comme une pondération caractérisant chaque état (ou combinaison d'état(s)) du (ou des) nœud(s) parent(s) du nœud d'utilité. L'exemple suivant introduira la manière avec laquelle une utilité est calculée. De manière générale, considérons une variable aléatoire X , à valeur dans $\mathcal{X}=(x_1, \dots, x_N)$, caractérisée par les probabilités $p(x_i)$, dont on suit l'évolution temporelle à travers un MGPM. Supposons que cette variable aléatoire soit caractérisée par une utilité U , à valeur dans $\mathcal{U}=(u_1, \dots, u_N)$. A chaque instant t , l'utilité de X est calculée comme suit :

$$U_{x_t} = \sum_{x_i \in \mathcal{X}} u_i \cdot p(x_i) \quad (11)$$

De multiples applications peuvent être rencontrées dans la littérature, de l'aide au diagnostic médical (Neapolitan, 1993) (Nease & Owens, 1997) à l'évaluation des ressources naturelles (Varis, 1997) et plus généralement dans le domaine de l'analyse de risque (Sedki, et al., 2013) (Weber, et al., 2012).

Exemple 2.7 : système de production simple (diagramme d'influence)

En repartant de l'exemple 2.6, l'intégration de nœuds de décision et d'utilité permet de faire évoluer le réseau bayésien de la figure 7 en un diagramme d'influence.

On souhaite intégrer la possibilité de modéliser des actions de maintenance réalisées périodiquement sur le système (quel que soit son état réel). Chaque action de maintenance a un coût (100) et on suppose que l'état du système permet certains gains (20 en fonctionnement nominal et 10 en mode dégradé). Une pénalité de 2 est ajoutée à chaque instant où le système est en panne.

Ces hypothèses conduisent alors à la nouvelle structure introduite figure 10.

Un nœud de décision M_t est ajouté, à valeur dans $\mathcal{M}=\{\text{Ne rien faire, remise à neuf}\}$. Pour modéliser l'aspect périodique des actions de maintenance (de période N_M pas de temps), toutes les N_M itérations, $p(M_t=\text{remise à neuf})=1$. Le reste du temps, cette probabilité est nulle.

Pour modéliser les utilités, les nœuds $U_{M,t}$ et $U_{S,t}$ sont ajoutés. Ils sont caractérisés par les tables suivantes :

M_t	$U_{M,t}$	S_t	$U_{S,t}$
Ne rien faire	0	ok	20
Remise à neuf	-100	dégradé	10
		panne	-2

L'équation 11 s'écrit ici :

$$U_{S,t} = \sum_{s \in \mathcal{S}} u_{s,i} \cdot p(S_t = s)$$

$$= 20 \cdot p(S_t = \text{ok}) + 10 \cdot p(S_t = \text{dégradé}) - 2 \cdot p(S_t = \text{panne})$$

et

$$U_{M,t} = \sum_{m \in \mathcal{M}} u_{m,i} \cdot p(M_t = m)$$

$$= -100 \cdot p(M_t = \text{remise à neuf})$$

L'application de ces équations aux résultats d'inférence exacte de l'exemple 2.6 fournit les calculs d'utilité suivants (en supposant un pas de maintenance toutes les 5 itérations) :

Inférence exacte – interface gauche					
T	S_t			$U_{M,t}$	$U_{S,t}$
	ok	dégradé	panne		
1	1	0	0	0	20
2	0.836	0.094	0.07	0	17.52
3	0.612	0.13	0.258	0	13.02
4	0.419	0.127	0.546	0	8.56
5	0.275	0.106	0.619	-100	5.32
6	1	0	0	0	20

De ces résultats sont aisément déduits l'utilité globale instantanée (somme de toutes les utilités sur une tranche de temps), l'utilité globale moyenne, mais surtout l'utilité cumulée à l'instant t (somme des utilités instantanées de l'instant initial à l'instant courant sur la durée de l'inférence); ce dernier indicateur étant souvent utilisé pour évaluer une stratégie de maintenance.

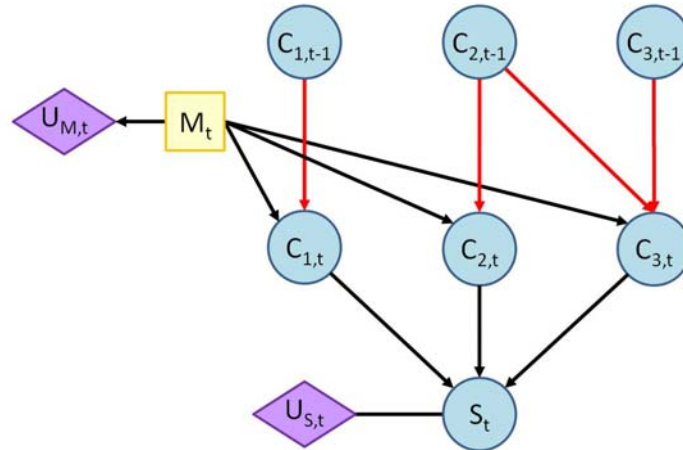


Figure 10 : Structure du MGPM modélisant un diagramme d'influence dans le cas du système de production à trois composants.

De ces résultats, on pressent aisément l'intérêt que présente ce genre de modélisation du comportement du système pour optimiser son pas de maintenance en fonction du coût. Des travaux présentés dans le chapitre 3 détailleront davantage cet aspect.

2.3. Conclusions

Dans ce chapitre, les éléments de base des modèles graphiques probabilistes statiques et markoviens ont été introduits et illustrés à travers un exemple « académique » (un système à trois composants) qui sera repris tout au long du document.

L'intérêt principal de la modélisation par modèle graphique probabiliste réside dans son caractère intuitif et facilement compréhensible de par sa représentation graphique causale. De plus, de nombreux outils existent pour solutionner les problèmes que sont l'apprentissage (de structure et de paramètres) et l'inférence. Enfin, les extensions telles que les réseaux bayésiens dynamiques et les diagrammes d'influence offrent un cadre idéal pour modéliser la dynamique de systèmes complexes (notamment leur dégradation) et proposer des outils d'évaluation de leurs politiques de maintenance. C'est pour toutes ces raisons qu'il a été décidé d'utiliser ce formalisme et de voir quelles pouvaient être les limites d'une modélisation par MGP dans le cadre applicatif des outils d'aide à la décision pour l'optimisation de stratégies de maintenance.

L'objectif de ce premier chapitre n'était évidemment pas d'écrire une nouvelle synthèse sur les réseaux bayésiens (nécessairement incomplète sur si peu de pages) alors que de nombreux ouvrages référents, cités précédemment, permettront au lecteur d'obtenir les informations détaillées souhaitées. L'idée était plutôt de fournir les éléments clés permettant de mettre en œuvre une modélisation par réseau bayésien et d'aider le lecteur à mieux comprendre les enjeux, les verrous scientifiques et les propositions des différentes applications présentées dans la suite du document.

Après avoir ainsi introduit le cadre formel de l'étude, le prochain chapitre s'intéresse plus particulièrement à la présentation des modèles graphiques probabilistes comme formalisme permettant de développer des modèles de maintenance. Il s'attachera notamment, après une introduction nécessaire de généralités sur la *sûreté de fonctionnement*, à présenter différentes approches permettant de modéliser la dégradation d'un système, point clé de tout modèle de maintenance basé sur la fiabilité. Une structure originale de modèle graphique probabiliste markovien sera ensuite présentée comme une solution intéressante pour modéliser la dégradation de systèmes multi-composants à espaces d'états et de temps finis et discrets. Cette approche, nommée *Modèles Graphiques de Durée*, permet notamment de s'affranchir de toute hypothèse sur

les propriétés statistiques des processus modélisés, telles que la nature des distributions des temps de séjour dans chaque état.

Chapitre 3. Un formalisme pour développer des modèles de maintenance

3.1.	Introduction	55
3.2.	Quelques généralités sur la Sûreté de Fonctionnement	56
3.2.1.	<i>Définitions de la FMDS</i>	57
3.2.2.	<i>Les principaux paramètres de la Sûreté de Fonctionnement</i>	57
3.3.	Modélisation de la maintenance	61
3.3.1.	<i>Quelques généralités sur la maintenance</i>	61
3.3.2.	<i>Organisation de la maintenance basée sur la fiabilité</i>	63
3.4.	Modélisation des processus de dégradation	65
3.4.1.	<i>Approches « statiques »</i>	66
3.4.2.	<i>Approches « dynamiques »</i>	69
3.5.	Les Modèles Graphiques de Durée	75
3.5.1.	<i>Structure graphique d'un MGD</i>	75
3.5.2.	<i>Description probabiliste d'un MGD</i>	76
3.5.3.	<i>Apprentissage des LPC dans un MGD</i>	80
3.5.4.	<i>Inférence dans un MGD</i>	81
3.5.5.	<i>Intégration des MGD au modèle de maintenance basée sur la fiabilité</i>	82
3.6.	Lois de temps de séjour conditionnelles dans un MGD	87
3.7.	Conclusions	91

3.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'utilisation des modèles graphiques probabilistes pour la mise en œuvre de modèles de maintenance. Mais avant cela, il convient de définir ce que nous entendons par « modèle de maintenance ».

Il s'agit d'outils, de modèles... permettant de répondre aux principales questions des responsables de services de la maintenance, à savoir est-ce que ma politique de maintenance est adaptée à mes besoins, mes contraintes, mes objectifs ? Le demeurera-t-elle dans le temps et comment l'optimiser ? Il s'agit donc d'outils permettant d'évaluer des stratégies de maintenance, de les comparer, de les optimiser... La figure 11 introduit les grands principes considérés pour développer un tel modèle de maintenance.

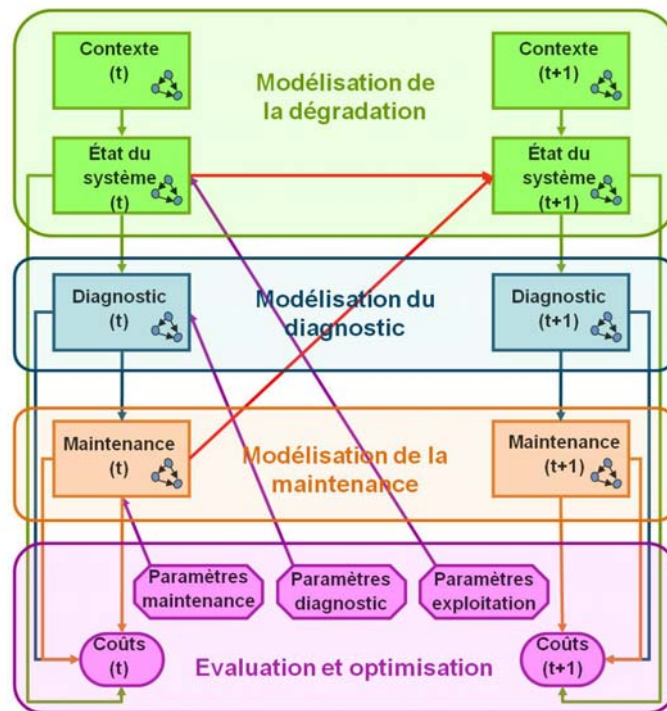


Figure 11 : Architecture générale d'un modèle de maintenance

La base de cette approche consiste à développer un modèle de dégradation (potentiellement influencé par un ensemble de variables contextuelles) qui permettra de simuler le comportement du système au cours de son utilisation. Cette étape est le point clé de l'étude justifiant l'attention toute particulière qui y sera apportée dans la suite du chapitre. En effet, considérant une approche de maintenance basée sur la fiabilité, la précision et l'exactitude des indicateurs fournis par ce modèle dépendront en grande partie de la qualité de la modélisation de la dégradation.

La seconde étape concerne la modélisation de la chaîne de diagnostic. Les stratégies de maintenance évoluées intègrent en effet de plus en plus de systèmes d'auscultation (monitoring) qui renseignent sur l'état du ou des composants du système considéré en temps réel ou à intervalle de temps régulier. Ces capteurs permettent de remonter des informations sur des défauts naissants et les diagnostics qu'ils génèrent peuvent conduire au déclenchement d'actions de maintenance. Le bloc « modélisation du diagnostic » liste donc les différents systèmes techniques fournissant des estimations de l'état courant du système étudié (ou de ses composants) et décrit quantitativement les résultats fournis par ces systèmes de diagnostic. Cette description concerne aussi bien la définition du cadre de discernement de chaque système de mesures et de leur occurrence (diagnostic continu, auscultations périodiques, aléatoires, conditionnées...) que la quantification de la qualité des résultats fournis (taux de bonne détection, de fausse alarme, de non détection). Comme

on peut le voir sur la figure 11, l'entrée principale du module de diagnostic est évidemment directement l'état du système (ici, le modèle de dégradation).

Les résultats du diagnostic influencent ensuite les actions de maintenance liées à l'état estimé du système (qu'il s'agisse d'actions dues à la détection d'une défaillance du système ou d'interventions visant à prévenir une défaillance naissante). Dans ces modèles de maintenance, il est bien évidemment possible d'intégrer également des actions systématiques, programmées régulièrement quel que soit l'état du système. Finalement, les actions de maintenance modifient l'état du système (ou des composants sur lesquels portent ces actions), comme le montre la figure 11.

Enfin, le dernier module considéré pour le développement d'un modèle de maintenance, tel qu'envisagé ici, consiste en un ensemble d'utilités (coûts, gains...) associés aux différents blocs du modèle. Ce module recense les paramètres sur lesquels porteront les algorithmes d'optimisation permettant d'évaluer, de comparer différentes configurations de la stratégie de maintenance.

La suite de ce chapitre va donc s'intéresser à l'utilisation des MGP pour développer de tels modèles de maintenance. La section 3.2 commencera par introduire les propriétés de base de la *sûreté de fonctionnement*, nécessaires à la bonne compréhension de la suite du chapitre. La section suivante détaillera et essaiera de comparer les démarches usuelles pour modéliser la dégradation et estimer la durée de vie d'un système. Une structure spécifique de MGP sera ensuite détaillée (les modèles graphiques de durée) et présentée comme une solution intéressante pour modéliser la dégradation de systèmes à états discrets et finis. La section 3.5 s'intéressera à la modélisation de la maintenance.

3.2. Quelques généralités sur la Sûreté de Fonctionnement

Si les fondements de la Sûreté de Fonctionnement (SdF), telle qu'on l'envisage aujourd'hui, remontent essentiellement à la révolution industrielle des années 30, la notion de fiabilité et son étude ont suscité un intérêt bien plus tôt. Ainsi, jusqu'à la Renaissance, la fiabilité d'une chaîne n'était supposée reposer que sur celle de son maillon le plus faible.

A la fin du 19^{ème} siècle, cette notion de fiabilité a été déterminée à partir d'une certaine fonction dépendant de la fiabilité des différents maillons de la chaîne étudiée et les problèmes de fiabilité de l'époque concernaient essentiellement les composants mécaniques les plus critiques du moment, à savoir les roulements à billes et les freins des locomotives à vapeur.

Dans les années 1930, les premières analyses statistiques sont faites dans le secteur aéronautique et, comme souvent, un certain nombre de secteurs industriels voient leur technologie considérablement progresser durant la seconde guerre mondiale, conduisant par là même à un essor remarquable des techniques d'estimation de la fiabilité. La fiabilité d'une chaîne est alors envisagée par W. Von Braun comme étant la moyenne de la fiabilité de ses maillons. Eric Pieruschka démontrera qu'il s'agit en fait de leur produit, sous l'hypothèse d'indépendance des maillons entre eux.

Les années 1950 sont marquées par l'avènement du concept de maintenance, supposant qu'une unité monétaire investie dans un équipement entraînera 2 unités en maintenance (Villemeur, 1988).

La décennie suivante sera essentiellement marquée par l'essor des industries aéronautiques et spatiales qui conduira au développement de nouvelles approches telles que les diagrammes de succès (ou de fiabilité), les arbres de causes, les combinaisons de pannes... (Kapur & Lamberson, 1977). L'académie des Sciences enrichit sa terminologie des mots « fiabilité » en 1962 et « maintenabilité » en 1965. Durant les décennies 1970-1980, la promotion et le développement des outils de sûreté de fonctionnement sont essentiellement dus au secteur nucléaire. Les premières études de risques en pétrochimie apparaissent ensuite avant que les techniques de SdF ne soient diffusées dans la chimie, le ferroviaire, l'automobile... et l'ensemble des secteurs industriels.

De nos jours, la sûreté de fonctionnement, présentée comme la *science des défaillances*, est omniprésente dans tous les domaines industriels, que cela soit pour répondre aux contraintes réglementaires ou aux exigences de compétitivité (de productivité, de rentabilité...) et de sécurité des biens et des personnes.

Pour plus de détails, le lecteur pourra notamment se pencher sur l'ouvrage référence de (Barlow & Proschan, 1965) ou dans les nombreux ouvrages plus récents tels que (Pages & Gondran, 1980), (Laprie, 1996), (Rausand & Hoyland, 2004), (Zio, 2007)...

3.2.1. Définitions de la FMDS

Les attributs de la *sûreté de fonctionnement* sont souvent regroupés sous l'acronyme FMDS (Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité et Sécurité), de l'anglais RAMSS (Reliability, Availability, Maintainability, Safety and Security). Ces différentes aptitudes, caractérisant le système étudié, peuvent être définies comme suit :

- **Fiabilité** : *Aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné* (NF-EN 13306)
Différents niveaux de fiabilité peuvent être précisés. La *fiabilité opérationnelle* (observée ou estimée) est obtenue en « mesurant » la fiabilité d'un ensemble d'éléments identiques, utilisés dans les mêmes conditions opérationnelles, au contraire de la *fiabilité extrapolée* qui est obtenue par extrapolation ou interpolation (sur des durées d'utilisation ou des conditions opérationnelles différentes) de la fiabilité opérationnelle. La *fiabilité prévisionnelle* d'un système, elle, est établie en connaissance des fiabilités de l'ensemble de ses composants. Enfin, la *fiabilité intrinsèque* représente la fiabilité maximale pouvant être attendue d'un matériel quand il fait l'objet d'une maintenance préventive efficace. L'amélioration de la fiabilité intrinsèque passe nécessairement par une modification du système.
- **Maintenabilité** : *Dans les conditions données d'utilisation, aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie, sur un intervalle de temps donné, dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits* (NF-EN 13306)
- **Disponibilité** : *Aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise, dans des conditions données, à un instant donné ou pendant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires soit assurée* (NF-EN 13306)
De même que pour la fiabilité, les disponibilités opérationnelle, prévisionnelle, extrapolée et intrinsèque peuvent être définies. On utilise parfois la *disponibilité moyenne* qui correspond à la moyenne, sur un intervalle de temps donné, de la disponibilité instantanée prévisionnelle. Enfin, il est important de noter que, pour un système non réparable, la disponibilité est équivalente à la fiabilité.
- **Sécurité** : *Aptitude d'une entité à éviter de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques* (NF-EN 13306)

Ces définitions générales étant introduites, les principaux indicateurs de la fiabilité d'un système vont maintenant pouvoir être détaillés.

3.2.2. Les principaux paramètres de la Sûreté de Fonctionnement

Afin d'évaluer et de décrire le comportement global d'un système, un certain nombre d'indicateurs globaux ont été définis. La figure 12 les introduit à travers le cycle de vie d'un système, supposé neuf à l'état initial. Sa dégradation démarre jusqu'à la première défaillance, survenue à l'instant t_d . Le *temps moyen avant la 1^{ère} défaillance* (MTTF – *Mean Time To Failure*) représente donc la valeur moyenne de t_d observée. Un certain temps peut ensuite s'écouler avant que la procédure

de réparation de la défaillance ne puisse commencer. Cette durée est décrite par le *temps moyen logistique* (MLT – *Mean Logistic Time*). La réparation est ensuite réalisée et caractérisée par sa durée moyenne : le *temps moyen de réparation* (MTTR – *Mean Time To Repair*) qui s’achève lorsque le système est remis en fonctionnement. On peut noter que le MLT est souvent intégré au MTTR, alors dénommé MDT (*Mean Down Time*). La défaillance suivante permet de définir le *temps moyen entre deux défaillances* (MTBF – *Mean Time Between Failures*).

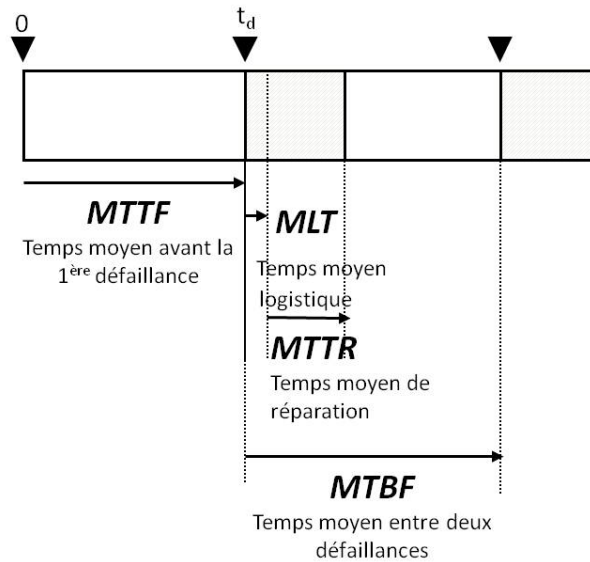


Figure 12 : Indicateurs globaux de Sûreté de Fonctionnement décrivant le cycle de vie d'un système

Afin de décrire plus précisément les principaux indicateurs de la SdF, considérons maintenant t_d , une variable aléatoire continue, strictement positive, représentant la durée avant l'apparition d'un défaut. La densité de probabilité de t_d sera notée f .

La *fiabilité* à l'instant t , notée $R(t)$, est alors définie comme étant la probabilité que l'instant de défaillance T soit à venir, se traduisant par :

$$R :]0, +\infty[\rightarrow [0,1] \quad (12)$$

$$t \mapsto R(t) = p(t_d > t), t > 0$$

Il est également fréquent de considérer la *fonction de répartition* (ou défiabilité), notée $F(t)$. Si $R(t)$ peut être vue comme la proportion d'éléments fonctionnant encore à l'instant t , la fonction de répartition représente la proportion d'éléments étant déjà tombés en panne.

$$F :]0, +\infty[\rightarrow [0,1] \quad (13)$$

$$t \mapsto F(t) = p(t_d \leq t) = 1 - R(t), t > 0$$

La figure 13 présente cette répartition. Ici, à l'instant $t=3$, cette courbe peut se lire de deux façons différentes. On peut ainsi affirmer que le système étudié sera encore en état de fonctionnement à $t=3$ avec une probabilité de 0.6 ou encore préciser que, sur un ensemble de systèmes identiques, 40% seront déjà tombés en panne à l'instant $t=3$.

Le MTTF correspondant à l'espérance de la durée de vie du système, il est alors possible de le définir de la façon suivante :

$$MTTF = E[t_d] = \int_0^{+\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{+\infty} R(t) dt \quad (14)$$

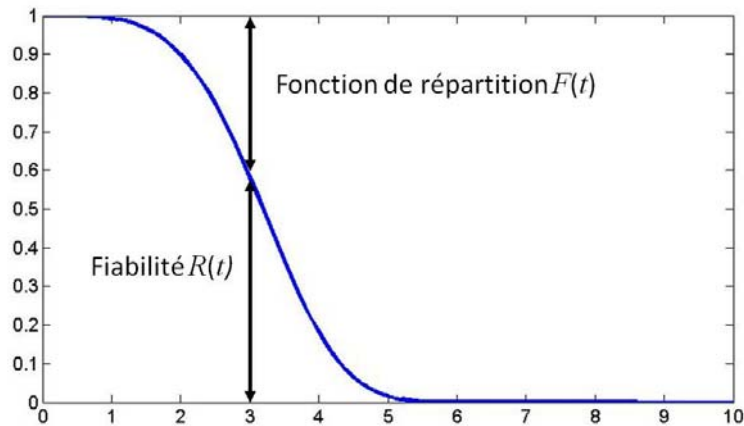


Figure 13 : Evolution conjointe de la fiabilité et de la fonction de répartition

Dans la suite de ce rapport, nous serons souvent amenés à estimer la probabilité de défaillance d'un système sur un intervalle de temps donné. Cette grandeur s'estime généralement à partir du *taux de défaillance instantané*, noté $\lambda(t)$. Physiquement, $\lambda(t)\Delta t$ représente la probabilité que le système tombe en panne dans l'intervalle de temps $[t, t+\Delta t]$ sachant qu'il fonctionnait correctement jusqu'à t . Ceci peut se traduire par la définition suivante :

$$\lambda :]0, +\infty[\rightarrow [0, 1]$$

$$t \mapsto \lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq t_d \leq t + \Delta t \mid t_d \geq t)}{\Delta t} \quad (15)$$

L'équation (14) peut également se traduire de la façon suivante :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t) \cdot \Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t} \quad (16)$$

où $N(t)$ représente le nombre de systèmes encore en fonctionnement à l'instant t .

On rencontre également les équations suivantes liant le taux de défaillance instantané à la fiabilité :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \text{ et donc } R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(s) ds}.$$

Pour finir, il est possible de définir le *taux de défaillance cumulé*, $\Lambda(t)$, et à partir des équations précédentes, d'en déduire :

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s) ds \Rightarrow R(t) = e^{-\Lambda(t)}, t > 0 \quad (16)$$

Une représentation usuelle de l'évolution au cours du temps du taux de défaillance d'un système est la « courbe en baignoire » donnée par la figure 14. Elle se décompose en trois phases. La première correspond à la phase de jeunesse du système durant laquelle un certain nombre de défaillances précoces devront être réparées. Durant cette phase de déverminage, le taux de défaillance décroît pour atteindre sa valeur optimale qui correspondra à la seconde phase (dite phase de maturité) pendant laquelle le système est supposé avoir un taux de défaillance minimal constant. Enfin, avec l'âge, la troisième phase de cette courbe s'amorce, correspondant à une apparition croissante de défauts de vieillesse et donc à un taux de défaillance croissant.

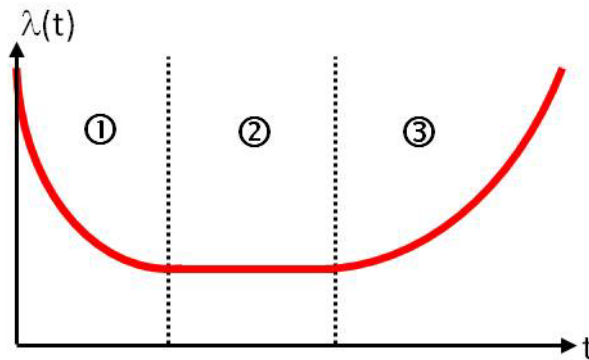


Figure 14 : Courbe en "baignoire" représentant l'évolution du taux de défaillance, $\lambda(t)$, au cours du temps

Lors de la conception d'un système, l'objectif est généralement d'optimiser la seconde phase de cette courbe en atteignant un taux de défaillance le plus bas possible sur une durée aussi longue que possible (dès lors que l'on ne se situe pas dans certains contextes industriels en rapport avec l'obsolescence programmée...). La première phase, elle, est censée être plus ou moins réglée avant exploitation du système (notamment pour des raisons de garantie...) tandis que la troisième soulèvera les problèmes les plus intéressants au sens de l'optimisation de la maintenance. En effet, comme nous le verrons dans la suite de ce rapport, dans certains domaines industriels, il est généralement déraisonnable de considérer des taux de défaillance constants. Ainsi, comme le montre la littérature sur le sujet, si les systèmes électroniques sont généralement bien caractérisés par cette évolution « en baignoire » de leur taux de défaillance, les systèmes mécaniques ne sont concernés que par les phases 1 et 3 introduites précédemment (justifiant d'autant plus l'intérêt que nous porterons ici à la modélisation de la phase de vieillesse d'un système).

Exemple 3.1 : système de production simple (constitution d'un REX pour analyse de fiabilité)

Afin d'illustrer les différentes méthodes d'analyse de la fiabilité d'un système, introduites dans ce chapitre, l'exemple simple à trois composants montés en série-parallèle utilisé dans le chapitre 1 est repris ici.

Une base de données de retour d'expérience recueillant les instants de changement d'état de chaque composant est constituée. 10000 données seront ainsi disponibles, s'appuyant sur les distributions de temps de séjour théoriques représentées dans les figures suivantes. Pour un composant donné, il est donc aisé de reconstituer les temps de séjour t^i correspondant au temps passé dans l'état i .

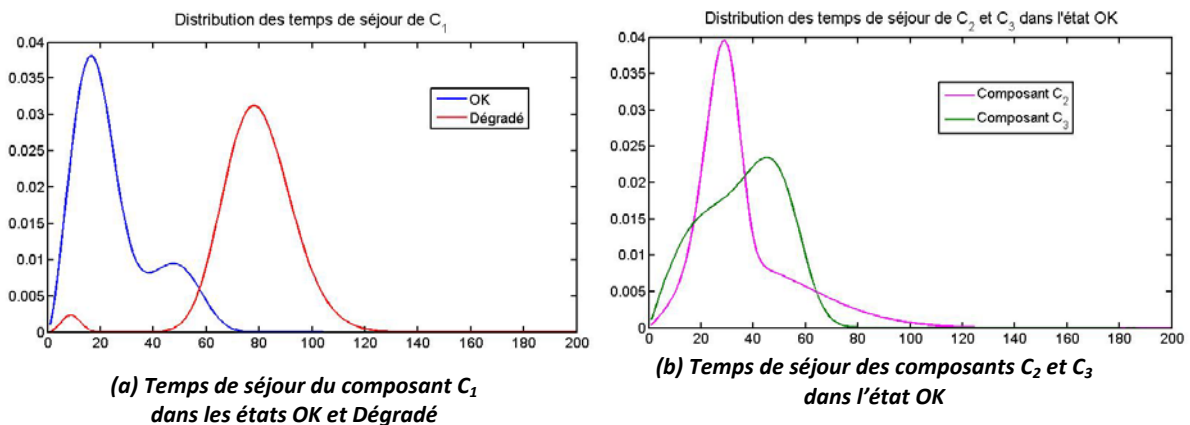


Figure 15 : Distribution des temps de séjour des trois composants du système à trois composants

Si l'on dispose de N_{REX} données de retour d'expérience, il est possible d'estimer les différents MTTF de la façon suivante :

$$MTTF = \sum_{\text{états } i} \text{moyenne}(t_i)$$

Bien évidemment, la précision de l'estimation de cet indicateur dépendra en partie de la quantité de données disponibles. Dans ce rapport, il a été choisi d'étudier les apports des réseaux bayésiens pour étudier la fiabilité d'un système. Comme nous l'avons montré dans le chapitre 1, cette approche présente de nombreux avantages mais nécessite de disposer de suffisamment de données de retour d'expérience, ou d'avis d'experts, pour apprendre correctement les LPC de chaque nœud du réseau. Pour cette raison, une attention particulière sera portée, tout au long de l'étude, à l'impact de la dimension du retour d'expérience sur l'estimation des différents indicateurs.

Le tableau ci-dessous présente, pour chaque composant, les variations observées lors de 100 estimations du MTTF réalisées sur 10, 100 ou 1000 données choisies aléatoirement dans la base REX.

N_{REX}	$C_1 (103.36)$			$C_2 (35.93)$			$C_3 (36.25)$		
	min	max	mean	min	max	mean	min	max	mean
10	86.6	120.75	103.16	23.03	53.14	35.47	20.57	49.55	36.23
100	99.57	108	103.43	31.88	41.17	36	33	40.26	36.15
1000	102.21	104.76	103.6	34.55	37.67	36.05	35.14	37.64	36.1

On observe évidemment que le nombre de données disponibles impacte fortement l'estimation du MTTF. Nous verrons, dans la suite de ce chapitre, que le raisonnement sur ce seul paramètre peut introduire des biais non négligeables lors de la modélisation de processus de dégradation.

3.3. Modélisation de la maintenance

Avec le développement des industries du chemin de fer, de l'automobile, de l'aviation et de l'armement durant les 2 guerres mondiales, le concept d'**Entretien** a progressivement remplacé la notion de simple **Réparation** des systèmes défectueux, utilisée jusqu'à la fin du 19^{ème} siècle. Présentée par L'AFNOR comme une action visant à « *maintenir ou à rétablir un bien dans un état spécifié afin que celui-ci soit en mesure d'assurer un service déterminé* », la **Maintenance**, telle que nous la connaissons aujourd'hui, a vu le jour dans les années 1970 avec le développement des secteurs à risque tels que le nucléaire, l'aéronautique...

Depuis, l'optimisation des stratégies de maintenance est devenue un point clé de toute industrie, aussi bien pour des raisons économiques que sécuritaires ou réglementaires... De ce fait, les travaux de recherche visant à proposer des outils d'aide à la décision permettant d'optimiser les paramètres d'une politique de maintenance se sont multipliés au cours de ces trente dernières années, proposant différentes approches pour modéliser la maintenance.

3.3.1. Quelques généralités sur la maintenance

Avant toute chose, il convient de préciser ce que l'on entend par « maintenance ». En effet, si l'on se réfère aux nombreux ouvrages anglophones traitant de la théorie de la maintenance, tels que (Nakagawa, 2005) (Jardine & Tsang, 2013)..., les différentes actions réalisées sur un système pour optimiser son fonctionnement peuvent être regroupées en deux ensembles l'*entretien* et l'*investissement*, introduits par la figure 16. Dans ce cas, les actions de maintenance comprennent aussi bien ce qui relève de l'entretien du système (actions ponctuelles réalisées en phase d'exploitation et pouvant nécessiter l'arrêt du système) que des actions de remise à neuf globale du système (nommées « renouvellement ») faisant l'objet de campagnes d'investissements. Au niveau des investissements, sont également pris en compte tous les développements et innovations évidemment non considérés comme des actions de maintenance.

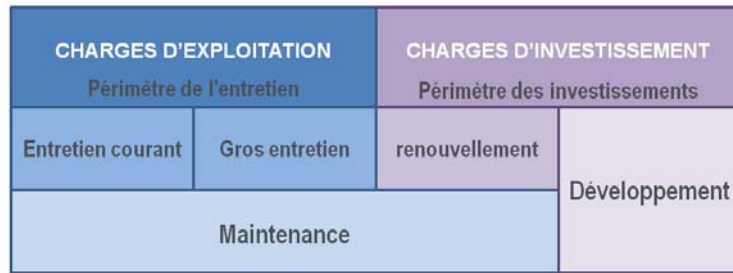


Figure 16 : Classification des actions de maintenance

La figure 17 présente les différents types d'action d'entretien, généralement regroupées dans deux grandes familles :

- la maintenance *corrective* (MC), visant à remettre en état de fonctionnement un système tombé en panne. L'action peut être alors *palliative* ou *curative*. La première approche a généralement un caractère provisoire. Elle est souvent déclenchée « dans l'urgence », lorsqu'une remise en route rapide du système est nécessaire. Le système est alors remis au plus vite en état de fonctionnement sans pour autant être réparé. Dans la seconde approche, le système est remis à neuf avant redémarrage. Dans les deux cas, on attend de subir la défaillance du système et ses conséquences avant d'intervenir.
- La maintenance *préventive* (MP), visant à intervenir sur le système avant sa défaillance totale ou avant tout état redouté. L'action de maintenance préventive peut être *systématique* (MPS), *conditionnelle* (MPC) ou *prévisionnelle* (MPP). La première approche se base sur un échéancier définissant les instants (périodiques ou non) où le système doit être remis à neuf, quel que soit son état. Les deux autres approches nécessitent une instrumentation (permanente ou ponctuelle) permettant d'avoir une estimation de l'état de dégradation du système. L'approche *conditionnelle* est basée sur la détection de franchissement de seuils de certains indicateurs, déclenchant immédiatement l'action de maintenance, tandis que l'approche *prévisionnelle* intègre davantage la notion d'organisation et de planification de la maintenance. A chaque diagnostic, si aucune action de maintenance ne doit être déclenchée, des algorithmes spécifiques sont utilisés pour estimer le moment où les indicateurs mesurés dépasseront les seuils d'intervention, permettant ainsi d'organiser et programmer à l'avance les actions de maintenance. Au-delà de l'instrumentation, cette approche basée sur du *pronostic* nécessite donc de disposer également d'un modèle de dégradation du système.

Enfin, depuis quelques années, des travaux portant sur l'optimisation de la maintenance et de son organisation ont conduit à la formalisation d'une autre approche : la maintenance *opportuniste* (Zheng & Fard, 1991), (Thomas, et al., 2008). Il s'agit de profiter de la réalisation d'actions de maintenance programmées à un instant t (aussi bien correctives que préventives) pour réaliser, en même temps, d'autres actions de maintenance (correctives ou préventives) dont la réalisation aurait normalement dû se faire au-delà de l'instant t ; l'objectif principal de cette démarche étant de limiter et d'optimiser les coûts induits par le déplacement des équipes ou par l'indisponibilité des systèmes du fait de leur maintenance. Ainsi, dans (Prescott & Andrews, 2013), des réseaux de Pétri sont utilisés pour modéliser la dégradation de la géométrie d'une voie ferrée ainsi que les contraintes liées à sa maintenance (existence de zones « prioritaires », niveaux de dégradation déclenchant la maintenance, nombre limité de trains de travaux, longueur maximale de voie pouvant être traitée...). Ce modèle permet ensuite de définir la (ou les zones) à corriger afin d'optimiser le niveau général de qualité de la voie, sa disponibilité et ses coûts de maintenance. Dans (Caetano & Teixeira, 2013), c'est davantage l'aspect « algorithmique d'optimisation » qui est étudié avec l'adaptation d'un algorithme génétique permettant d'optimiser les campagnes de régénération d'une voie ferroviaire en tenant compte à la fois de la durée de vie de chacun de ses composants et de l'indisponibilité induite par les actions sur la voie (aussi bien actions de maintenance que de renouvellement).

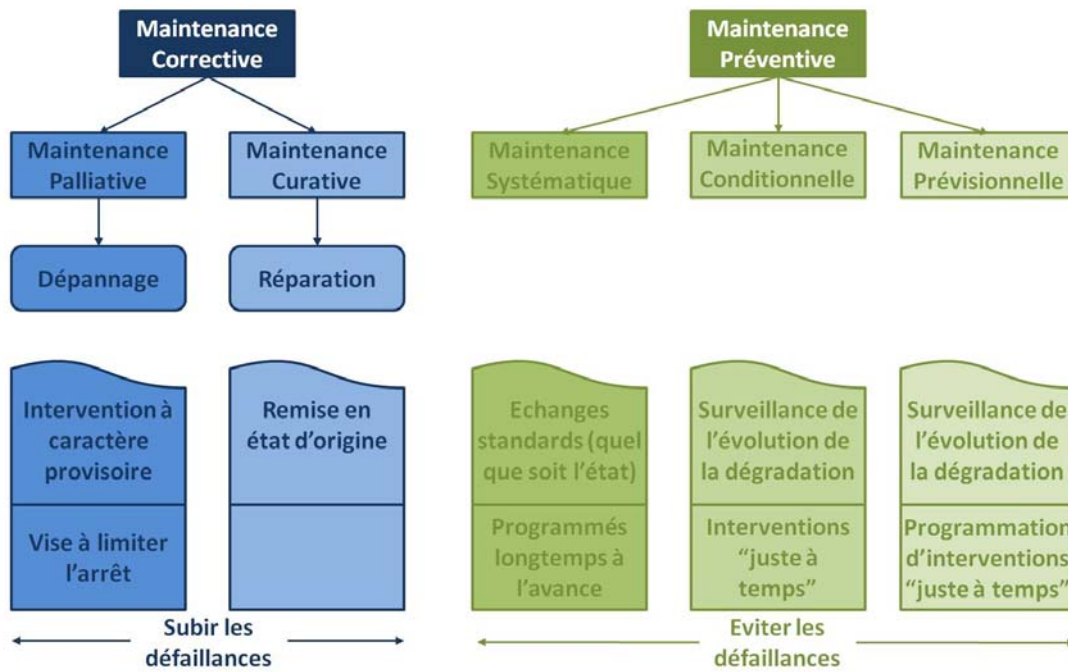


Figure 17: Classification des actions d'entretien d'un système

Au final, ce que nous nommerons *l'optimisation de la maintenance d'un système* se traduira généralement par la recherche d'une stratégie d'entretien optimale, consistant en le meilleur compromis entre maintenance corrective et maintenance préventive (le « tout-préventif » entraînant généralement une explosion du budget de maintenance que seules des contraintes sécuritaires peuvent justifier, tandis que le « tout-correctif » se traduit nécessairement par un nombre important de défaillances, approche pouvant être acceptable lorsque l'indisponibilité du système l'est également). L'optimisation de la maintenance passera également parfois par la recherche du meilleur compromis entre stratégie d'entretien optimale et processus de renouvellement. Dans le chapitre 4, ces différentes approches seront illustrées à travers différents projets industriels appliqués à des systèmes ferroviaires (aussi bien infrastructure que matériel roulant).

3.3.2. Organisation de la maintenance basée sur la fiabilité

Comme nous l'avons souligné au début de ce chapitre, quel que soit le secteur industriel, l'étude de la fiabilité est devenue une étape incontournable et omniprésente, aussi bien lors de la conception d'un système que lors de ses phases opérationnelles. Ceci se vérifie tout particulièrement dans le domaine des transports de masse. Pour répondre à ce besoin, depuis la fin des années 70 avec le secteur de l'aviation civile et plus encore dans les années 80-90 avec le secteur nucléaire, une organisation particulière de la maintenance a été proposée, basée sur l'utilisation de la connaissance que l'on peut avoir de la fiabilité d'un système. Ainsi, ces secteurs à risque ont contribué à poser les bases d'une méthodologie, utilisée depuis dans tous les domaines industriels, connue sous la dénomination de *Reliability-Centered Maintenance (RCM)*, ou *Maintenance Basée sur la Fiabilité (MBF)*. Pour une description détaillée de cette approche, le lecteur pourra s'orienter vers (Nowlan & Heap, 1978) qui pose la première description générale de la MBF, ou vers l'ouvrage référence de (Zwinglestein, 1996).

L'objectif de cette démarche étant d'optimiser les paramètres d'une stratégie de maintenance en définissant le meilleur compromis entre les coûts d'entretien du système et sa disponibilité, il est nécessaire de définir :

- Un modèle de dégradation du système, issu de l'exploitation de données de retour d'expérience ou, à défaut, de l'avis d'experts définissant les propriétés du modèle

- Une modélisation des actions de maintenance envisagées et de leurs conséquences sur l'état du système, basée sur les référentiels de maintenance existants, éventuellement complétés de stratégies de maintenance plus exploratoires et expérimentales
- Une fonction coût (ou fonction d'utilité) permettant d'évaluer une stratégie de maintenance donnée, à partir d'un ensemble de paramètres la caractérisant.

Ces trois modélisations correspondent aux différents blocs de l'architecture générale retenue pour développer des modèles de maintenance, introduite figure 11. Nous avons déjà noté que le point clé de cette démarche résidait dans le développement du modèle de dégradation, justifiant l'attention particulière portée, dans ce chapitre, à cette étape.

De très nombreuses études ont déjà porté sur la recherche de solutions permettant d'améliorer la maintenance de systèmes industriels. Or, pour être réellement rentable, une politique de maintenance préventive doit nécessairement être optimisée (Barlow & Hunter, 1960). C'est pourquoi la majorité des travaux rencontrés dans la littérature concernent généralement des politiques de maintenance préventives (conditionnelles ou systématiques), puisqu'elles permettent de diminuer l'indisponibilité du système ; contrairement à une stratégie uniquement corrective ne nécessitant pas, de par sa nature, d'être optimisée, si ce n'est sur le nombre et la qualité des systèmes de mesure déployés.

En se limitant au secteur ferroviaire, on peut remarquer que la plupart des études portent soit sur l'optimisation des instants de remplacement de composants (pour une politique de maintenance préventive systématique), soit sur l'optimisation de pas d'inspections, points d'entrée d'actions de maintenance préventive conditionnelle.

Dans le premier cas, on peut notamment citer les travaux de (Vale, et al., 2011) ou (Quiroga, et al., 2011) pour la MPS de la géométrie de voie ou encore ceux de (Lair, et al., 2011) et (Chen, et al., 2011) traitant de l'optimisation du séquençage des actions de maintenance préventive systématique pour, respectivement, les systèmes de climatisation du *Transilien* de la SNCF et les sous-stations électriques alimentant le réseau ferroviaire chinois.

Dans le cas de la recherche de paramètres optimaux pour une politique de maintenance préventive conditionnelle, on peut citer les travaux de (Wolde & Ghobbar, 2013) et (Zhao, et al., 2009) traitant de l'optimisation des pas d'inspection pour la MPC, respectivement du matériel roulant de *NedTrain* (exploitant ferroviaire hollandais) et de la géométrie de voies grande vitesse en Chine. Enfin, (Podofillini, et al., 2006) s'appuient sur une modélisation de la dégradation de la voie par des chaînes de Markov pour finalement optimiser les instants de passage des trains de mesure à l'aide d'algorithmes génétiques.

Si certains secteurs industriels (notamment ceux à risque) ont déjà bien intégré le concept de maintenance prévisionnelle à leur politique d'entretien, cette démarche est encore relativement récente dans le secteur ferroviaire. Toutefois, la multiplication des déploiements de systèmes de télédiagnostic des matériels roulants et des infrastructures montre que, ces prochaines années, de nombreuses études devraient être menées sur la mise en place de politiques de maintenance à base de pronostic dans le secteur ferroviaire. Citons par exemple, chez les constructeurs de matériel roulant, les cas de *TrainTracer* d'Alstom (IRJ, 2009), de *SurFer* pour Bombardier Transports (Branger, 2010) ou encore du projet *EuroMain* avec Ansaldo (Umiliacchi, et al., 2011) ; toutes ces approches visant à développer des systèmes embarqués permettant de mesurer et analyser, en temps réel, un certain nombre d'indicateurs caractérisant l'état de fonctionnement des composants clé d'un matériel roulant (freins, climatisation, accès voyageurs, systèmes de traction...). Les données acquises sur l'ensemble d'une flotte sont télétransmises à des serveurs centraux, capitalisant ainsi une quantité intéressante de données de retour d'expérience. Au niveau infrastructure, on pourra citer la campagne d'instrumentation de l'intégralité des aiguillages des lignes grande vitesse de la SNCF. Des indicateurs tels que la puissance consommée à chaque manœuvre d'aiguille sont enregistrés et transmis à un serveur central, permettant alors à un utilisateur de consulter, en temps

réel, le comportement de chaque moteur via des pages web. Ces travaux ont notamment permis de réaliser un outil de diagnostic prédictif des moteurs d'aiguilles (Samé, et al., 2011), point d'entrée de politiques de maintenance prévisionnelle.

Dans la plupart des études portant sur l'optimisation de politiques de maintenance basée sur la fiabilité, les méthodes proposées pour modéliser et optimiser la maintenance d'un système se basent sur un certain nombre d'hypothèses, notamment concernant la nature statistique des processus de dégradation étudiés, pouvant parfois être quelque peu réductrices ou restrictives quant à la description du système. Dans le secteur ferroviaire, il est parfois difficile de valider certaines de ces hypothèses. Il nous a donc semblé opportun d'exploiter les bonnes propriétés de modélisation des MGD, introduits précédemment, pour développer des modèles de maintenance pouvant, si nécessaire, s'affranchir de toute hypothèse sur la nature statistique des processus de dégradation à modéliser. Les prochains paragraphes présenteront donc l'extension proposée aux MGD pour intégrer certaines actions de maintenance. Finalement, la démarche générale, introduite figure 11, sera déclinée dans une approche générique nommée *VirMaLab* (Atelier Virtuel de Maintenance), introduite dans le chapitre 3 et déclinée pour différentes applications ferroviaires, sous sa forme « classique » ou avec des extensions propres aux exigences de chaque étude présentée.

3.4. Modélisation des processus de dégradation

Comme le souligne la figure 11, la première étape considérée lors de la mise en place d'un modèle de maintenance consiste à modéliser le (ou les) processus de dégradation pris en compte dans l'étude. Cette phase initiale est sans nul doute le point clé de tout modèle de maintenance de ce type. La qualité des résultats obtenus dépendra directement des hypothèses faites et de la précision retenue pour modéliser la dégradation. En effet, les modèles de maintenance envisagés ici s'appuient sur une utilisation de la maintenance basée sur la fiabilité, fiabilité dont les caractéristiques seront estimées à partir des modèles de dégradation mis en œuvre. Tout biais dans cette modélisation pourra entraîner des erreurs significatives impactant directement l'évaluation que l'on pourra faire de telle ou telle stratégie de maintenance et donc fournir des solutions, soit disant optimales, potentiellement très éloignées de l'optimum réel.

Pour toutes ces raisons, un effort tout particulier a été porté sur ce sujet lors du développement de l'approche générique *VirMaLab* (atelier virtuel de maintenance) dont les principes et certaines applications ferroviaires font l'objet du chapitre 3.

Fort heureusement, un grand nombre d'études ont déjà porté sur le sujet et proposent tout un ensemble d'outils ou de méthodologies pour modéliser la dégradation de systèmes (éventuellement multi-composants) à états discrets ou continus. Globalement, deux grandes familles de modélisations sont généralement considérées. La première propose des méthodes permettant de développer des modèles analytiques décrivant l'évolution d'une dégradation (Lemaitre & Desmorat, 2005) (Paris & Erdogan, 1963) (Miner, 1945)... Ces approches concernent essentiellement la communauté mécanicienne étudiant l'évolution de défauts de fatigue. Cependant, dans certains secteurs industriels, dont le ferroviaire, de tels modèles sont souvent très compliqués à valider. Il a donc été naturel de se tourner plutôt vers la seconde famille de modélisations, s'appuyant sur des méthodes stochastiques.

Dans cette section, nous allons donc nous attacher à introduire un certain nombre de ces modèles stochastiques (les plus courants) et à essayer de les comparer (notamment à travers l'exemple « fil rouge » de ce rapport). Les ouvrages sur le sujet ne manquent pas. Au-delà de ceux déjà cités dans le début de ce chapitre, les ouvrages de (Cocozza-Thivent, 1997) et (Aven & Jensen, 1999) font référence dans le domaine et permettront aux lecteurs qui le souhaitent de trouver plus de précisions sur le sujet.

3.4.1. Approches « statiques »

Parmi les modélisations stochastiques, commençons par introduire les méthodes décrites comme « statiques », car ne visant qu'à définir les instants de fin de vie du système sans réellement s'intéresser à la dynamique de la dégradation.

Les approches stochastiques « classiques » suscitent un vif intérêt du fait de leur relative simplicité de mise en place. Le point le plus compliqué demeure évidemment l'estimation de leur(s) paramètre(s) propre(s) appris par avis d'experts ou à partir de données de retour d'expérience. Une fois cette étape accomplie, ces modèles permettent aussi bien de calculer directement la fiabilité du système (ou tout autre indicateur de Sûreté de Fonctionnement) que de modéliser le temps passé par le système dans l'un de ses états ; d'où leurs nombreuses applications pour modéliser la durée de vie de systèmes industriels.

Dans la suite de cette section, quelques uns des modèles stochastiques les plus employés sont introduits ainsi que les expressions analytiques permettant de calculer les indicateurs de Sûreté de Fonctionnement.

Le modèle exponentiel

D'un point de vue Sûreté de Fonctionnement, la loi exponentielle (ou géométrique dans le cas d'une v.a. discrète) représente la durée de vie d'un système sans mémoire ou vieillissement. Dans ce cas, la probabilité que le système tombe en panne après t_{ok} unités de temps de bon fonctionnement ne dépend que de t_{ok} et pas de l'âge du système. Soit X la v.a. définissant la durée de vie du système considéré. On a ainsi :

$$p(X > t_{ok}) = p(X > s + t_{ok} | X > s) \quad \forall s \in \mathbb{R}^+ \quad (17)$$

Le modèle exponentiel est défini pour un taux de défaillance λ constant (donc adapté pour modéliser la phase de maturité d'un système). Il est caractérisé par la densité de probabilité f_e et la fonction de répartition F_e définies comme suit :

$$f_e(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \quad (18)$$

$$F_e(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (19)$$

S'il est assez rare que le modèle exponentiel soit encore utilisé tel quel dans des études de fiabilité, il l'est par contre très fréquemment de façon plus indirecte à travers l'utilisation des chaînes de Markov, introduites section 2.3.2. En effet, ce formalisme est très souvent utilisé pour modéliser la dynamique de dégradation d'un système. Cette approche s'appuyant sur l'hypothèse de Markov d'ordre 1, introduite dans le chapitre précédent, les temps de séjour dans les états de bon fonctionnement sont nécessairement exponentiellement distribués s'ils sont modélisés par une chaîne de Markov.

Le modèle de Weibull

Le modèle de Weibull est certainement l'un des plus couramment utilisés en sûreté de fonctionnement, car extrêmement « flexible », pour modéliser la durée de vie d'un système. Une variable aléatoire X suivant une loi de Weibull, est caractérisée par sa densité de probabilité f_w :

$$f_w(t) = \frac{\beta (t - \gamma)^{\beta-1}}{\sigma^\beta} \cdot e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\sigma}\right)^\beta} \quad (20)$$

Pour tout $t < \gamma$, avec $\beta > 0$, $\sigma > 0$, où β , σ et γ représentent respectivement les paramètres de forme, d'échelle et de localisation. Ce dernier paramètre est généralement pris égal à 0 (dans le cas contraire, γ représente l'instant de démarrage du processus).

Le modèle de Weibull permet de décrire chaque phase de la courbe en baignoire introduite figure 13. Ainsi, le choix d'un $\beta < 1$ se traduira par un processus de dégradation à taux de défaillance décroissant (phase de jeunesse). Un $\beta = 1$ caractérisera la phase de maturité avec un taux de défaillance constant (on retrouve l'expression d'une loi exponentielle) tandis que la phase de vieillesse à taux de défaillance croissant sera modélisée avec un $\beta > 1$.

La fiabilité R_{WV} et le taux de défaillance λ_{WV} de X se déduisent de (20) et sont définis par :

$$R_{WV}(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\sigma}\right)^\beta} \quad (21)$$

$$\lambda_{WV}(t) = \frac{\beta(t-\gamma)^{\beta-1}}{\sigma^\beta} \quad (22)$$

Enfin, (21) permet d'obtenir la durée de vie associée à une fiabilité :

$$t = \gamma + \sigma \left(\ln \frac{1}{R(t)} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (23)$$

De très nombreuses applications industrielles ont été développées sur la base de ce modèle. A titre d'exemple, citons notamment, dans le domaine ferroviaire, l'utilisation du modèle de Weibull pour modéliser la dégradation des roues (Freitas, et al., 2009), de certains roulements d'essieux (Ferreira, et al., 2003), des traverses (Tucker, 1985), et plus fréquemment du rail (Antoni & Meier-Hirmer, 2009), (Jianmin, et al., 2006)...

Le modèle de Bertholon

Si le processus de Weibull introduit précédemment offre une grande flexibilité de modélisation, il ne permet toutefois de représenter que l'une des trois phases de la fameuse courbe en baignoire, représentant l'évolution de la fiabilité d'un système au cours du temps. Cet « inconvénient » peut aisément être contourné en simulant successivement chacune des trois phases. Cependant, il est également possible d'utiliser le modèle de Bertholon (Bertholon, 2001) (Bertholon, et al., 2006). Ce dernier a en effet été développé pour permettre de modéliser les phases de maturité et de vieillesse d'un système. Sa densité de probabilité est donnée par :

$$f_B(t) = \lambda_B(t) \cdot R_B(t) \quad (24)$$

Où $\lambda_B(t)$ et $R_B(t)$ représentent respectivement le taux de défaillance et la fiabilité du modèle, définies par :

$$\lambda_B(t) = \lambda + SI \left(t > t_{transi}; \frac{\beta(t-t_{transi})^{\beta-1}}{\sigma^\beta}; 0 \right) \quad (25)$$

$$R_B(t) = e^{-\lambda t} \cdot e^{-\left(\frac{\max(0, t-t_{transi})}{\sigma}\right)^\beta} \quad (26)$$

Dans le domaine ferroviaire, citons les travaux de (Ziani & Antoni, 2008) ou (Ammad, et al., 2010) dans lesquels un modèle de Bertholon est utilisé pour modéliser la durée de vie d'un système de signalisation et en optimiser la maintenance.

Il existe évidemment une multitude d'autres modèles stochastiques que nous ne présenterons pas ici. L'objectif de cette section se limite à introduire les diverses démarches possibles pour modéliser la fiabilité d'un système, pour ensuite présenter en détails les avantages (et les contraintes) que présente l'utilisation des modèles graphiques probabilistes comme outil de modélisation pour l'aide à la maintenance.

Il est toutefois important de préciser que la plupart de ces lois, dites « classiques », sont définies sur un support infini et continu (généralement sur \mathbb{R}^+), d'où une contradiction avec l'hypothèse finie et discrète que nous avons retenue ici du fait de l'utilisation des modèles graphiques probabilistes.

Le problème de la continuité peut être levé assez aisément en effectuant une discrétisation de la loi choisie ou en retenant une loi à support discret (Bracquemond & Gaudoin, 2003). Pour le problème du support infini, il a été choisi de fixer une borne T_s permettant de tronquer le support et de le rendre artificiellement fini. Cette troncature entrainera nécessairement une perte d'information (Donat, 2009). La difficulté résidera donc dans le choix d'un T_s suffisamment grand pour représenter correctement la distribution choisie et suffisamment petit pour ne pas faire exploser la complexité spatiale. Il est généralement raisonnable de choisir une borne T_s égale à l'horizon sur lequel seront faits les calculs d'inférence car on se place alors dans un cadre sans perte de précision. Cependant, il est fréquent de pouvoir définir des bornes de troncature inférieures à l'horizon temporel vérifiant : $\forall x \in \mathcal{X}, \forall s > T_s : p(\text{rester } s \text{ unité de temps dans l'état } x) = 0$, permettant ainsi une meilleure complexité spatiale sans perte de précision.

Exemple 3.2 : système de production simple (modélisation par lois probabilistes)

Pour illustrer l'importance de certaines hypothèses de modélisation sur l'estimation des indicateurs de fiabilité, considérons l'exemple à trois vannes, caractérisé par les distributions de temps de séjour suivantes :

- C_1 , dans l'état « ok » suit une loi de Weibull de paramètres $\sigma = 20, \beta = 2.5$,
- C_1 , dans l'état « dégradé » suit une loi Gamma de paramètres $\alpha = 40, \beta = 2$,
- C_2 , dans l'état « ok » suit une loi de Weibull de paramètres $\sigma = 30, \beta = 2$,
- C_3 , dans l'état « ok » suit une loi de Weibull de paramètres $\sigma = 30, \beta = 2$.

Pour estimer la fiabilité globale du système, nous disposons de 1000 données de retour d'expérience, contenant les instants de défaillance de chaque composant.

La figure ci-dessous présente la fonction de répartition du système en fonction du temps, obtenue en estimant la durée de vie des trois composants suivant des lois de Weibull ou des lois exponentielles. La seconde approche (courbe bleue) ne parvient évidemment pas à modéliser correctement le comportement du système, puisque la loi exponentielle ne raisonne que sur l'estimation de la durée de vie moyenne... alors que, pour l'exemple, il a été choisi des comportements plus complexes, parfaitement bien estimés avec l'hypothèse de Weibull (courbe verte).

Ces résultats mettent en évidence un point fondamental qui a, en partie, piloté les choix et les hypothèses, détaillés dans la suite de cette section, que nous avons faits pour modéliser la dégradation d'un système. En effet, optimiser une politique de maintenance en ne se basant que sur des valeurs moyennes de durée de vie (notamment le MTBF) peut entrainer des biais aux conséquences non négligeables.

Sur l'exemple considéré, imaginons que nous souhaitons maintenir une fiabilité de 95% (soit donc une fonction de répartition $F=0.05$). La courbe rouge nous montre qu'il faudrait maintenir le système entre les instants $t=20$ et $t=21$ puisque $F(20)=0.0443$ et $F(21)=0.0599$. Si l'estimation par lois de Weibull fournit un instant limite d'intervention satisfaisant ($t=19$), l'hypothèse d'absence de mémoire induite par la loi exponentielle donne un instant d'intervention toutes les 5 itérations... ceci entrainant une très forte sur-maintenance du système et donc une potentielle explosion des coûts associés. Par ailleurs, si aucune analyse statistique (autre que des analyses de moyennes) n'est faite, cette situation pourrait ne jamais être détectée puisque les objectifs de disponibilité sont bien évidemment atteints.

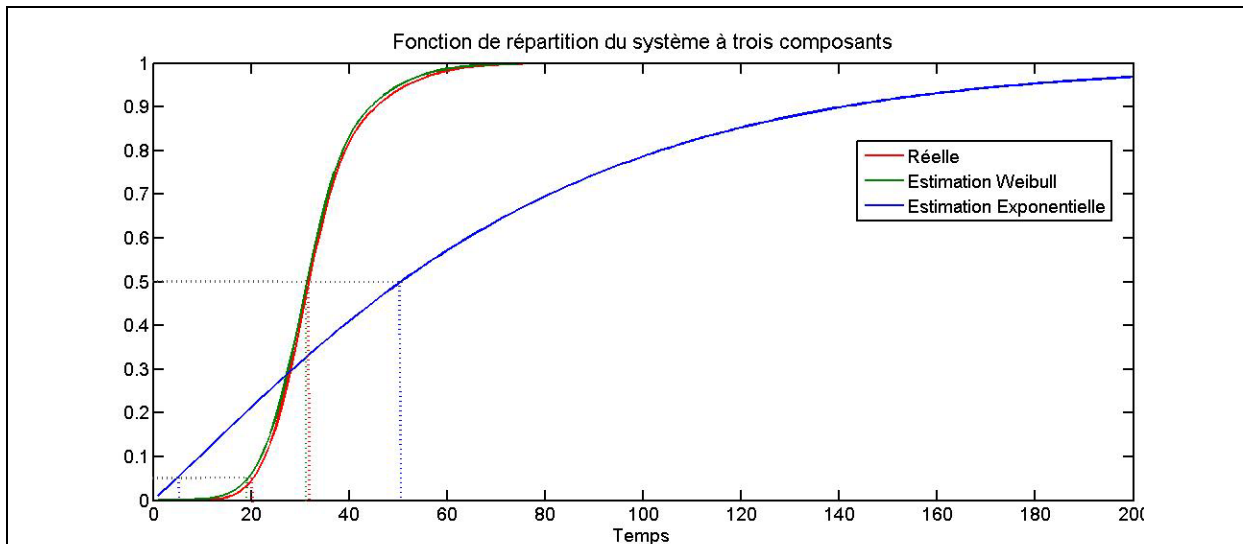


Figure 18 : Fonctions de répartition du système à trois composants. Comparaison entre valeur réelle et estimée sur 1000 données selon des lois de Weibull ou exponentielle

A l'opposé, si on se place dans un cadre moins exigeant et que l'objectif est uniquement de maintenir en fonctionnement la moitié d'une flotte de systèmes identiques, la fonction de répartition théorique montre qu'il faudrait intervenir avant la 32^{ème} itération puisque $F(31)=0.4542$ et $F(32)=0.5087$. L'estimation par lois de Weibull donne le même résultat tandis que l'approche exponentielle fournit un pas de maintenance autour de la 50^{ème} itération, entraînant une forte sous-maintenance de la flotte dont les systèmes seraient maintenus alors que 93.8% d'entre eux seraient défectueux, ne satisfaisant donc absolument pas les objectifs.

Au final, cet exemple avait pour objectif de souligner l'importance des hypothèses prises lors de la modélisation d'un processus de dégradation et de leurs possibles impacts sur l'estimation des indicateurs de fiabilité. Evidemment, les lois de temps de séjour choisies ici ne pouvaient que présenter désavantageusement la modélisation exponentielle. Il faut cependant souligner que pour des β proches de 1, l'approximation exponentielle aurait nécessairement introduit moins d'erreurs d'estimation qu'ici. Enfin, certaines applications peuvent être parfaitement modélisées par des taux de défaillances constants.

Comme l'a souligné l'exemple précédent, l'utilisation de lois de probabilités pour modéliser la durée de vie d'un système présente un certain nombre d'intérêts (simplicité de modélisation, obtention « immédiate » des indicateurs de fiabilité...). Cette approche suppose toutefois de faire certaines hypothèses sur le comportement du système étudié (décider que la durée de vie suit tel ou tel type de loi). Certaines approches (telles que la loi de Weibull) sont suffisamment souples pour que leur utilisation ne soit pas réductrice et permette de modéliser correctement un grand nombre de comportements (contrairement à d'autres modèles tels que la loi exponentielle), d'où leur grand nombre d'applications rencontrées dans la littérature.

Ces approches ne sont toutefois pas parfaitement adaptées pour modéliser la dynamique d'un système et des approches telles que les processus stochastiques, les chaînes de Markov, et plus généralement tous les Modèles Graphiques Probabilistes, sont généralement préférés et feront l'objet des prochains paragraphes.

3.4.2. Approches « dynamiques »

De nombreux phénomènes physiques peuvent être décrits par l'évolution de plusieurs grandeurs au cours du temps. Si, à certains instants, ces grandeurs présentent des caractères aléatoires, il est

alors naturel de les représenter par des variables aléatoires décrivant l'évolution du phénomène étudié à chaque instant. Cette collection de variables aléatoires définit alors un processus stochastique (Parzen, 1962). Leur champ d'applications est évidemment très vaste, depuis le transport, avec la modélisation du trafic, jusqu'à l'économétrie, avec la prévision du comportement des marchés, en passant par la théorie de l'information... et bien évidemment, la fiabilité.

La modélisation de la dégradation de systèmes pour évaluer et optimiser leur stratégie de maintenance s'appuie donc fréquemment sur l'utilisation de processus stochastiques classiques tels que les processus Gamma (Van Noortwijk, 2009), les processus de Poisson (Hossain & Dahiya, 1993), les Processus de Markov Déterministes par Morceaux (Boukas, et al., 1994)... La démarche suivie lors de ces modélisations n'étant pas directement intégrable à une modélisation par modèles graphiques probabilistes, il ne semblait pas opportun de détailler ici toutes ces méthodes. Pour plus de détails sur ces processus stochastiques et leur application à l'étude de la fiabilité, le lecteur pourra notamment se référer à (Cocozza-Thivent, 1997). Citons tout de même un certain nombre d'applications ferroviaires basées sur ces approches. Des processus Gamma ont ainsi été utilisés pour la prévention de défauts de géométrie de voie (Meier-Hirmer, et al., 2009) (Mercier, et al., 2009) tandis que, pour l'optimisation de politiques de maintenance préventives et opportunistes pour les systèmes de climatisation de matériels roulants de la SNCF, (Lair, et al., 2011) ont utilisé des PDMP.

Un ensemble d'approches stochastiques, regroupées dans la famille des modèles graphiques probabilistes, sont également fréquemment utilisées. C'est notamment le cas des réseaux de Petri stochastiques (Natkin, 1980), ou plus particulièrement des chaînes de Markov (Kemeny & Snell, 1976). Ainsi, ce dernier formalisme est parfaitement adapté pour la modélisation des transitions pour un système multi-états et multi-composants (Aven & Jensen, 1999). Nous nous intéresserons plus précisément aux chaînes de Markov car il a été démontré qu'elles pouvaient être modélisées par un réseau bayésien dynamique, plus particulièrement un 1-MGPM (Weber & Jouffe, 2003).

Les chaînes de Markov

Une chaîne de Markov (CdM) est définie comme un processus stochastique à temps discret bénéficiant de la propriété de Markov ; à savoir que le futur peut être prédit du présent sans être amélioré par l'ajout de connaissances sur le passé. Cette approche a très souvent été utilisée pour modéliser la dynamique de la dégradation d'un système et en déduire des estimations d'indicateurs de fiabilité. Dans le domaine ferroviaire, citons par exemple les travaux de (Meier-Hirmer, et al., 2006) s'intéressant à la modélisation de la durée de vie des caténaires ou encore (Gonzales, et al., 2013) qui utilisent les CdM pour modéliser l'évolution de la rigidité d'un pont supportant une voie ballastée durant les mois d'hiver. Enfin, (Andrade & Teixeira, 2012) utilisent cette approche pour modéliser la dégradation de la géométrie d'une voie ballastée.

Définition 2.1 : Chaîne de Markov

La suite de variables aléatoires $(X_n)_{n>0}$ est une chaîne de Markov à valeurs dans \mathcal{X} si, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ et pour tout i_0, \dots, i_n de \mathcal{X} vérifiant $p(X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) \neq 0$, on a :

$$p(X_n = i_n | X_{n-1} = i_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = p(X_n = i_n | X_{n-1} = i_{n-1}) \quad (27)$$

La loi initiale de la chaîne de Markov, soit la loi de X_0 , sera notée p_0 .

Une chaîne de Markov est décrite par une famille de matrices de transition, notée $(Q_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, dont les éléments quantifient la possibilité pour le système modélisé de passer, à l'instant $n+1$, d'un état à un autre, soit donc : $Q_{n+1}(i,j) = q_{ij} = p(X_{n+1}=j | X_n=i)$. Si Q_n ne dépend pas de n , la chaîne de Markov est dite *homogène* (hypothèse fréquemment envisagée en fiabilité) de matrice de transition Q .

Afin d'évaluer la fiabilité d'un système, une partition de son espace d'états \mathcal{X} est réalisée, décrivant un ensemble d'états de fonctionnement, noté \mathcal{X}_M , et un ensemble \mathcal{X}_p d'états de panne vérifiant $\mathcal{X}_M \cap \mathcal{X}_p = \emptyset$. La fiabilité du système modélisé par une chaîne de Markov homogène sera alors donnée par :

$$R(n) = \sum_{i \in \mathcal{X}, j \in \mathcal{X}_M} p_0(i) \cdot \tilde{Q}(i, j) \quad (28)$$

Où $\tilde{Q}(i, j)$ est la matrice de transition associée à la chaîne de Markov rendant absorbants les états de panne, définie par :

$$\tilde{Q}(i, j) = \begin{cases} q_{ij} & \text{si } i \in \mathcal{X}_M \text{ et } j \in \mathcal{X} \\ 0 & \text{si } i \in \mathcal{X}_p \text{ et } j \in \mathcal{X} \setminus \{i\} \\ 1 & \text{si } i \in \mathcal{X}_p \text{ et } j = i \end{cases} \quad (29)$$

L'objet de cette étude étant de présenter les possibilités offertes par les réseaux bayésiens pour modéliser la fiabilité, il semble intéressant à ce stade de souligner qu'une modélisation par chaîne de Markov peut parfaitement être réalisée en s'appuyant sur le formalisme des réseaux bayésiens dynamiques. Pour cela, selon les définitions et propriétés des 1-MGPM introduites section 1.2.1, il suffit de définir le modèle graphique probabiliste $\mathcal{M}_m^- = (\mathcal{M}_{ini}^-, \mathcal{M}^-)$ caractérisant le vecteur aléatoire X_t , à valeur dans \mathcal{X} , vérifiant :

- $\mathcal{M}_{ini}^- = (\mathcal{G}^{ini}, \{p_n^{ini}\})$ est le MGP modélisant la distribution initiale de X_t . Il se limite donc à $\mathcal{G}^{ini} = (X_0, \varepsilon = \emptyset)$ et $\{p_n^{ini}\} = p_0$.
- $\mathcal{M}^- = (\mathcal{G}^-, \{p_t^-\}_{2 \leq t \leq T})$ est le MGP définissant le modèle de transition. Il est caractérisé par le graphe $\mathcal{G}^- = (\{X_{t-1}, X_t\}, \varepsilon = \{X_{t-1} \rightarrow X_t\})$ et la distribution $p_t^- = Q$.

L'exemple suivant illustre et compare ces deux démarches pour modéliser la fiabilité du système à trois composants.

Exemple 3.3 : système de production simple (modélisation par MGP : CdM vs 1-MGPM)

Afin d'estimer la fiabilité du système à trois composants à l'aide d'une chaîne de Markov, les ensembles d'états \mathcal{X}_M et \mathcal{X}_p doivent être définis. Par soucis de simplification des écritures, les notations suivantes sont adoptées :

- Les états {ok, dégradé, panne} du composant C_1 sont notés $\{1, \bar{1}, \bar{\bar{1}}\}$
- Les états {ok, panne} des composants C_2 et C_3 sont notés respectivement $\{2, \bar{2}\}$ et $\{3, \bar{3}\}$

L'ensemble des états de marche du système s'écrit donc $\mathcal{X}_M = \{1.2.3, 1.\bar{2}.3, 1.2.\bar{3}, \bar{1}.2.3, \bar{1}.\bar{2}.3, \bar{1}.2.\bar{3}\}$ tandis que l'ensemble des états de panne est noté $\mathcal{X}_p = \{\bar{\bar{1}}.2.3, \bar{\bar{1}}.\bar{2}.3, \bar{\bar{1}}.2.\bar{3}, 1.\bar{2}.\bar{3}, \bar{1}.\bar{2}.\bar{3}, \bar{\bar{1}}.\bar{2}.\bar{3}\}$

Dans cet exemple, les composants seront supposés indépendants ; la dégradation d'un élément n'influence donc pas celle des autres. Pour des raisons de complexité spatiale, seul le cas d'un unique changement d'état par transition est initialement considéré (ç.a.d. deux composants ne peuvent changer d'état simultanément). Le système étant, pour le moment, non réparable, les états de \mathcal{X}_p sont absorbants et entraînent l'arrêt du système. De ce fait, l'état $\bar{\bar{1}}.\bar{2}.\bar{3}$ ne sera jamais observé (le système s'étant nécessairement arrêté avant la défaillance des trois composants).

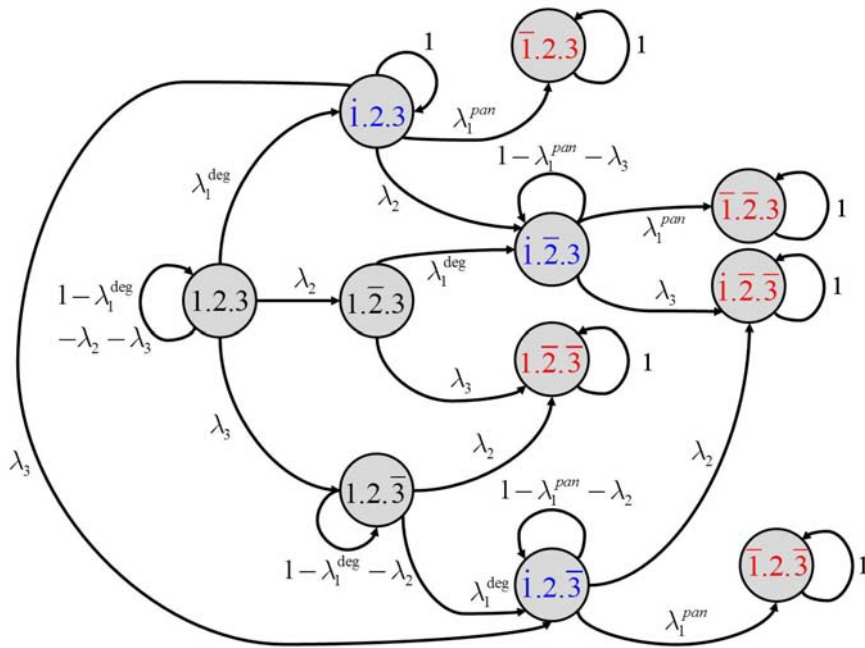


Figure 19 : Représentation graphique de la chaîne de Markov modélisant la fiabilité du système à trois composants

Cette difficulté d'interprétation et de compréhension du modèle graphique décrivant la chaîne de Markov est un des éléments militent pour l'utilisation des Réseaux Bayésiens pour modéliser une chaîne de Markov. Ainsi, en reprenant la démarche de modélisation introduite dans l'exemple 2.5, on arrive à la structure graphique suivante, modélisant la chaîne de Markov de la figure 19. Il nous semble que la lisibilité du graphe et la compréhension du modèle sont bien meilleures en utilisant une modélisation par 1-MPGM.

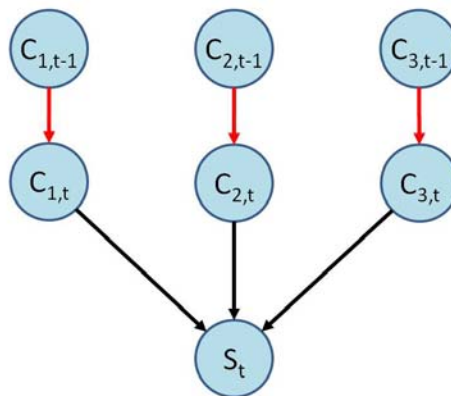


Figure 20 : Modèle graphique \mathcal{M}^r représentant le modèle de transition décrivant la dégradation des composants et l'évolution de l'état du système

Les LPC caractérisant les différents nœuds de ce réseau bayésien sont celles introduites dans l'exemple 2.5 avec les valeurs des λ_i précisées précédemment. Les deux modélisations présentées figures 19 et 20 sont parfaitement équivalentes et fournissent donc exactement les mêmes résultats en terme d'estimation de la fiabilité. Du fait de l'hypothèse de Markov induite par les approches par CdM ou par 1-MGPM, on obtient dans les deux cas une estimation analogue à celle obtenue en se basant sur des distributions exponentielles (exemple 3.2).

Du fait de leur fort potentiel de modélisation, basée sur une démarche relativement intuitive, les Modèles Graphiques Probabilistes sont de plus en plus fréquemment utilisés pour étudier la fiabilité de systèmes dynamiques. Ainsi, parmi toute la littérature sur le sujet, citons par exemple les travaux de (Holický, et al., 2013) qui ont utilisé ce formalisme pour analyser les raisons de l'effondrement du pont ferroviaire de Studenka en 2008, ou encore ceux de (Bouchiba & Cherkaoui, 2011) dans lesquels les RB permettent de modéliser le dysfonctionnement de passages à niveau.

Comme nous l'avons déjà souligné dans le chapitre 2, les MGP permettent également de modéliser des arbres de défaillance tandis que leur version dynamique permet de modéliser des chaînes de Markov, éventuellement influencées par des variables exogènes. Ainsi, (Weber & Jouffe, 2003) utilisent une structure particulière de 1-MGPM pour modéliser la dynamique d'un système dont la dégradation est influencée par des variables de contexte.

Toutefois, comme nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises, l'analyse de la fiabilité par MGP n'est pas sans poser certains problèmes (ou tout du moins sans s'appuyer sur des hypothèses fortes pouvant introduire des biais significatifs dans l'estimation de la fiabilité).

Le premier d'entre eux concerne le fait que ce type de modélisation impose nécessairement de travailler dans des espaces de temps et d'états finis et discrets. Pour éviter l'hypothèse de modélisation à temps discrets, les modèles markoviens de saut (Cocozza-Thivent, 1997) ont été proposés. Citons également certains travaux portant sur le développement de réseaux bayésiens à temps continu (Darwiche & Friedman, 2002) (Kjærulff & Meek, 2003) avec une application à l'étude de la fiabilité (Boudali & Dugan, 2006). Toutefois, la complexité des algorithmes d'apprentissage et d'inférence de ces réseaux rendent encore difficile leur déploiement pour des applications industrielles complexes et se limitent essentiellement à des travaux académiques.

Il semble cependant que, dans ces modélisations de la fiabilité par MGP (ou par CdM), l'hypothèse la plus réductrice soit celle imposant aux temps de séjour dans chaque état du système d'être géométriquement distribués (exponentiellement en temps continu). En effet, cette hypothèse Markovienne place le système directement dans sa phase de maturité (phase 2 de la courbe en baignoire introduite figure 14) avec des taux de défaillance constants. Comme nous l'avons déjà souligné, si certains systèmes vérifient effectivement cette hypothèse, un grand nombre d'applications industrielles font apparaître des comportements fortement éloignés de lois géométriques (comme nous l'avons déjà présenté, dans le domaine ferroviaire, l'utilisation de lois de Weibull est très courante car plus proche du comportement réel des systèmes). L'approximation markovienne, faite par les CdM, introduit alors un biais non négligeable dans la modélisation de la dégradation du système, comme nous avons pu l'observer figure 18. Adosser un modèle de maintenance à une telle hypothèse peut alors entraîner des erreurs très significatives dans l'estimation des paramètres optimum de maintenance (Bouillaut, et al., 2009).

Pour dépasser cette limitation, des approches semi-markoviennes ont été développées, permettant de spécifier explicitement des lois de temps de séjour dans chacun des états (Limnios & Oprisan, 2001). D'autre part, les modèles de Cox (Cox, 1972), ou plus généralement un modèle à hasards proportionnels (Kay, 1977), offrent un outil de modélisation intéressant dès qu'il s'agit d'analyser l'influence de variables contextuelles sur la dégradation du système. Toutes ces approches offrent finalement des méthodes d'analyse performantes et très flexibles puisqu'elles permettent de travailler avec des espaces d'états et de temps aussi bien discrets que continus. Toutefois, la dimension du système étudié doit demeurer « raisonnable » et l'application de ces méthodes devient difficile lorsque le nombre de variables à modéliser est trop important.

Comme nous l'avons précisé en introduction de ce chapitre, un grand nombre d'études se sont déjà intéressées à la modélisation stochastique du comportement dynamique de systèmes complexes. C'est notamment le cas dans le domaine de la sûreté de fonctionnement où de telles modélisations sont nécessaires pour mettre en œuvre des modèles de maintenance basée sur la fiabilité. Des exemples d'études de fiabilité sur des systèmes composés de nombreuses variables

interdépendantes à partir de MGP statiques ont été présentés dans la littérature (Celeux et al, 2006). L'article de Weber décrit l'utilisation des MGPM afin de modéliser des chaînes de Markov dépendant de variables exogènes pour étudier la fiabilité d'un système dynamique à temps discret en tenant compte de son contexte (Weber, 2003). L'intérêt majeur de cette technique réside dans la possibilité de représenter de grands systèmes dont les aspects dynamiques sont gérés localement par des chaînes de Markov. En revanche, ces dernières entraînent implicitement que les temps de séjour dans les états du système soient distribués selon des lois géométriques (ou exponentielles en temps continu), ce qui constitue une limitation importante de l'approche. Afin de dépasser cette restriction, une structure particulière de MGPM discret et fini, nommée Modèle Graphique de Durée (MGD) a été proposée, ayant pour vocation de représenter l'évolution d'un système multi-états dont les lois de temps de séjour sont quelconques. L'idée centrale d'un MGD est d'introduire dans un 1-MPGM une variable explicite codant les temps de séjour.

La prochaine section introduira donc en détail cette démarche, présentant les propriétés probabilistes des MGD, un algorithme d'inférence spécifique à ce modèle ainsi qu'une comparaison entre MGD et approches « classiques ».

3.5. Les Modèles Graphiques de Durée

L'analyse bibliographique des méthodes classiques pour modéliser des processus de dégradation, introduite dans la section précédente, a mis en évidence que, à notre connaissance, aucune approche ne permettait de considérer plusieurs composants ayant leur propre mode de dégradation, tout en tenant compte de l'influence de variables contextuelles sur la dégradation et sans se restreindre à une hypothèse markovienne. Pour dépasser ce cadre, une approche originale, s'appuyant sur les modèles de durée (Murphy, 2002), a été proposée (Donat, et al., 2008). C'est cette modélisation, nommée Modèles Graphiques de Durée (MGD) et s'appuyant sur le formalisme des MGPM, que nous nous proposons de déployer pour l'ensemble des applications présentées afin d'en évaluer l'intérêt, la pertinence et les limites en fonction de l'application envisagée, des objectifs de modélisation et des données disponibles.

3.5.1. Structure graphique d'un MGD

La structure graphique $(\mathcal{M}_{ini}, \mathcal{M}^{\rightarrow})$ d'un MGD est donnée en figure 21. Les lignes pleines définissent la structure de base du modèle tandis que les lignes pointillées indiquent une partie optionnelle de la modélisation ; les arcs en rouge caractérisent les dépendances temporelles entre variables. L'objectif d'un MGD est de manipuler le couple $(X_t; S_t)$ où :

- X_t est une variable aléatoire à valeur dans \mathcal{X} représentant l'état du système à l'instant t . Elle dépend conjointement de X_{t-1} et S_{t-1} . La dépendance avec les temps de séjour permet de déclencher les changements d'état tandis que la relation avec X_{t-1} définit les transitions possibles d'un état à un autre lorsqu'on arrive en fin de temps de séjour.
- S_t est la variable, à valeur dans \mathcal{S} , représentant le temps de séjour restant dans l'état courant à l'instant t . Elle dépend de S_{t-1} pour la décrémentation du temps de séjour et de X_t pour la réinitialisation des temps de séjour lorsque qu'une transition s'est opérée à $t-1$.

Ces relations de dépendance font que l'état courant ne dépend plus uniquement de l'état précédent. Le processus $(X_t)_{t \geq 1}$ n'est donc pas Markovien. Par contre, le processus $(X_t, S_t)_{t \geq 1}$ l'est, définissant ainsi ce que la littérature présente comme un processus semi-Markovien (Limnios & Oprisan, 2001).

Comme on peut le remarquer sur la figure 21, il est possible d'ajouter l'influence de variables de contexte sur le modèle de dégradation grâce à un réseau secondaire noté \mathcal{M}_{Zt} . Ce dernier a pour objectif de définir la distribution d'une suite de v.a. contextuelles (appelées aussi covariables)

$Z_t = (Z_{p,t})_{1 \leq p \leq P}$. Notons qu'en figure 21, l'arc optionnel entre M_{Z_t} et X_t (respectivement S_t) signifie qu'il y a au moins une variable $Z_{p,t}$ possédant un arc vers X_t (respectivement S_t). D'un point de vue pratique, si la prise en compte de variables contextuelles permet une modélisation du processus de dégradation plus fine, elle amène l'utilisateur à faire l'un des trois choix suivants :

- définir des distributions de probabilité sur les états des covariables qui soient fixes au cours du temps (option choisie dans l'ensemble des applications présentées en chapitre 4). Cela revient à modéliser l'impact d'une situation donnée, constante dans le temps, sur le système (par exemple, comment se comporte le rail, pour des conditions d'exploitation et de maintenance données, sur la file haute des courbes à faible rayon de courbure...).
- définir des distributions des covariables fonctions du temps. Par exemple, si un processus de dégradation était influencé par la température extérieure T , il serait tout à fait possible de modéliser cet impact sur le système et de définir une évolution au cours du temps des valeurs prises par la covariable T , respectant l'évolution saisonnière.
- Enfin, si plusieurs variables exogènes sont définies, la modélisation de la dépendance entre les variables de contexte peut également être faite. Toutefois, la complexification du réseau bayésien M_{Z_t} a un impact direct sur l'apprentissage du processus de dégradation. Plus il y a de variables contextuelles, plus il faudra de données pour être capable d'apprendre conjointement le processus de dégradation et l'impact de chaque variable exogène sur la dynamique de la dégradation. C'est la raison pour laquelle on se limite généralement à un réseau M_{Z_t} constitué de quelques nœuds, dont les lois évoluent éventuellement au cours du temps, mais généralement indépendants les uns des autres. Toutefois, si l'utilisateur dispose de données ou d'avis d'experts suffisants et que le système étudié a réellement besoin d'un réseau de variables contextuelles complexe, l'approche proposée permet cette prise en compte.

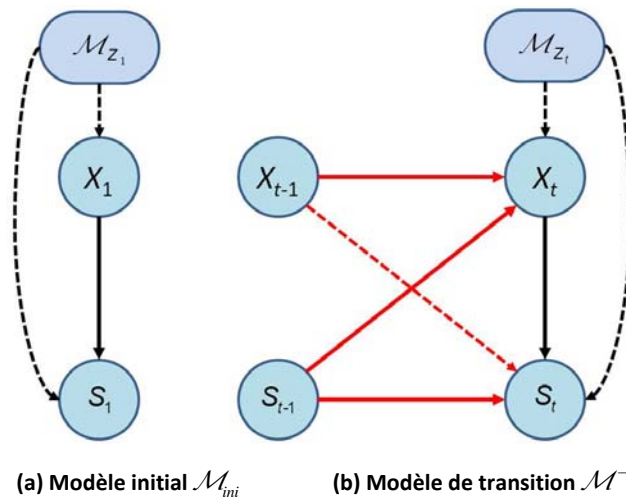


Figure 21 : Structure du 1-MPGM décrivant un MGD. X_t et S_t représentent respectivement l'état du système et le temps de séjour restant dans l'état courant

Au final, ce modèle permet à la fois de spécifier différents types de comportements transitoires selon le contexte mais aussi d'associer à chaque état et à chaque contexte des lois de temps de séjour particulières, de toute nature (évitant en particulier la contrainte de distributions nécessairement géométriques, imposée par l'hypothèse markovienne).

3.5.2. Description probabiliste d'un MGD

Comme précisé dans le chapitre 1, un modèle graphique probabiliste est caractérisé par sa structure graphique et un ensemble de lois de probabilités quantifiant les relations de dépendance

entre variables, mises en évidence par la structure du réseau. Il en va évidemment de même pour les modèles graphiques de durée. Cette section va donc brièvement décrire l'aspect quantitatif de la modélisation par MGD.

Distributions initiales

Le modèle \mathcal{M}_{ini} est caractérisé par deux distributions :

- α_1 , la distribution initiale de l'état du système. Définie pour tout x de \mathcal{X} , elle représente la probabilité que le système soit dans l'état x à l'instant initial, soit donc : $\alpha_1(x) = p(X_1 = x)$.
- $F_1(x,s)$, la distribution associée à la variable des temps de séjour S_1 , caractérisant le temps que peut passer le système dans chacun de ses état x de \mathcal{X} . S_1 est à valeurs dans $\mathcal{S} = \{1, 2, \dots, T_s\}$ où T_s représente la durée maximale possible passée dans chaque état. Cette distribution caractérise donc le comportement dynamique de chacun des états du système. Cette distribution peut s'écrire comme la probabilité que le système reste s unités de temps dans l'état x , soit : $F_1(x,s) = p(S_1 = s | X_1 = x)$.

Modèle de transition

Pour définir le modèle de transition $\mathcal{M}^{\rightarrow}$ caractérisant un MGD, il est nécessaire de décrire :

- Le modèle de transition entre états du système, défini par la LPC Q^{\rightarrow}
- Le modèle de transition des temps de séjour, défini par la LPC F^{\rightarrow} .

La variable X_t des états du système dépendant des variables S_{t-1} et S_t , des temps de séjour, la description des transitions entre états doit nécessairement envisager deux cas :

- Le temps de séjour dans l'état courant x' est échu ($S_{t-1} = 1$) et une transition naturelle a lieu entre les tranches $t-1$ et t . La LPC de transition Q^{sys} définit alors le nouvel état courant x vérifiant :

$$Q^{sys}(x', x) = p(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} = 1) \quad \forall x, x' \in \mathcal{X} \quad (31)$$

Par ailleurs, Q^{sys} est homogène puisque ne dépendant pas du temps

- Le temps de séjour dans l'état courant x' n'est pas encore écoulé ($S_{t-1} > 1$). Il n'y a donc pas de transition naturelle à l'instant t et le système reste dans l'état x' . La loi de transition est alors caractérisée par la LPC identité vérifiant :

$$I(x', x) = p(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} > 1) = \begin{cases} 1 & \text{si } x' = x \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (32)$$

La gestion du temps passé dans chaque état du système entre les tranches de temps $t-1$ et t ($t > 1$) est assurée par la LPC de la variable des temps de séjour S_t . Deux cas de figure sont à envisager :

- Une transition naturelle a lieu suite à la fin du temps de séjour dans l'état courant x' ($S_{t-1} = 1$). La matrice de transition Q^{sys} définit le nouvel état courant x et un nouveau temps de séjour s est tiré grâce à la LPC homogène F^{sys} définie par :

$$F^{sys}(x', x, s) = p(S_t = s | X_{t-1} = x', X_t = x, S_{t-1} = 1) \quad (33)$$

Afin de simplifier la modélisation et de limiter le nombre de paramètres, il arrive couramment que la dépendance de F^{sys} avec l'état précédent, x' , soit supprimée. Les temps de séjour ne dépendent alors plus que de l'état courant du système, ce qui constitue une hypothèse relativement intuitive (à savoir que le temps de séjour dans un nouvel état ne dépend que de cet état). Toutefois, les travaux introduits dans le chapitre 4 montreront que l'utilisation de distributions de temps de séjour conditionnées par les états passé et courant, permet de mieux estimer la durée de vie résiduelle d'un système dont le processus de dégradation est caractérisé par plusieurs modes indépendants.

- Aucune transition n'a lieu ($S_{t-1} > 1$). Le temps de séjour est alors décompté d'une unité de façon déterministe par le biais de la LPC homogène C vérifiant, pour tout $s' \in \{2, 3, \dots, T_s\}$ et pour tout $s \in \{1, 2, \dots, T_s\}$:

$$C(s', s) = p(S_t = s \mid X_{t-1}, X_t, S_{t-1} = s') = \begin{cases} 1 & \text{si } s = s' - 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (34)$$

On arrive finalement au modèle global de transition d'un MGD, caractérisé par les LPC Q^\rightarrow et F^\rightarrow décrivant respectivement les transitions entre états du système et la transition des temps de séjour. Ces lois sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall s' \in \mathcal{S} : Q^\rightarrow(x', x, s') &= p(X_t = x \mid X_{t-1} = x', S_{t-1} = s') \\ &= \begin{cases} Q^{\text{sys}}(x', x) & \text{si } s' = 1 \\ I(x', x) & \text{si } s' > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall s', s \in \mathcal{S} : F^\rightarrow(x', x, s', s) &= p(S_t = s \mid X_{t-1} = x', X_t = x, S_{t-1} = s') \\ &= \begin{cases} F^{\text{sys}}(x', x, s) & \text{si } s' = 1 \\ C(s', s) & \text{si } s' > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (36)$$

Les lois de temps de séjour d'un MGD (toujours discrètes et finies) peuvent donc être absolument quelconques (permettant ainsi de s'affranchir de la contrainte géométrique parfois réductrice, induite par l'hypothèse markovienne caractérisant une modélisation par chaîne de Markov) et sans nécessairement posséder une forme analytique spécifique. Il suffit qu'une masse de probabilité soit affectée à chaque temps de séjour et ce pour chaque état. La section suivante détaillera les démarches utilisées pour apprendre ces LPC.

Enfin, il peut être intéressant d'indiquer ici que la structure d'un MGD est une généralisation de celle d'une chaîne de Markov ; la différence se situant, comme nous venons de le préciser, au niveau de la gestion des temps de séjour. Si les caractéristiques du système étudié le nécessitent, il est bien évidemment possible de modéliser une chaîne de Markov à l'aide d'un MGD. Il suffit pour cela de limiter les temps de séjour au singleton $\{1\}$. Les transitions ne sont alors pilotées, à chaque instant, que par la matrice Q^{sys} s'apparentant alors à la matrice de transition d'une chaîne de Markov.

L'exemple ci-dessous introduit l'utilisation des MGD pour estimer la fiabilité du système à trois composants et compare les résultats fournis par cette approche avec ceux obtenus en utilisant des modélisations « classiques ».

Exemple 3.4 : Système de production simple (modélisation par MGD)

La structure graphique du nouveau réseau bayésien modélisant le système à trois composants est relativement simple à définir. En partant de la structure utilisée figure 20, il suffit de remplacer les nœuds modélisant la dégradation de chaque composant à l'aide d'une chaîne de Markov par la structure d'un MGD, introduite figure 21.

On obtient alors le modèle de transition détaillé dans la figure ci-dessous. Les nœuds $C_{i,t}$ représentent toujours l'état du composant C_i tandis que les nœuds $S_{i,t}$ décrivent, pour chaque composant, les distributions de temps de séjour dans chacun de leurs états.

La structure graphique étant définie, l'étape suivante consiste à compléter les LPC de chaque nœud. Par rapport à la modélisation précédente, l'utilisation des MGD introduit, pour chaque composant, la définition des matrices Q^\rightarrow et F^\rightarrow caractérisant respectivement les transitions et les temps de séjour dans chaque état.

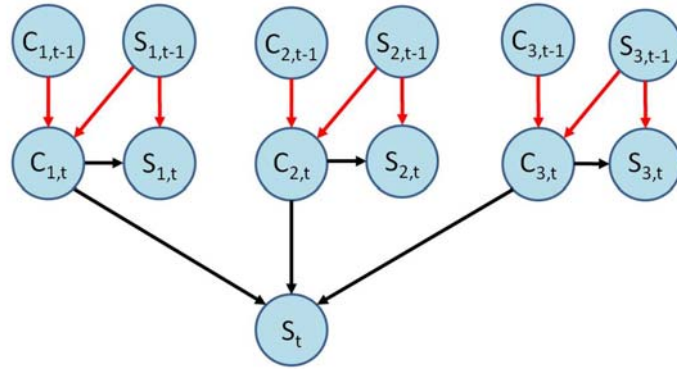


Figure 22 : Modèle graphique \mathcal{M}^- représentant le modèle de transition décrivant la dégradation des composants et l'évolution de l'état du système en s'appuyant sur le formalisme des MGD

La définition de F^- nécessite l'apprentissage, pour chaque composant, des temps de séjour dans chaque état non absorbant. Ces distributions sont apprises à partir des données de la base introduite dans l'exemple 3.1.

La figure 23 présente les distributions de temps de séjour dans chaque état non absorbant : en bleu, les LPC apprises pour les MGD et, en rouge, les distributions théoriques décrivant le comportement réel du système, introduites dans l'exemple 3.1.

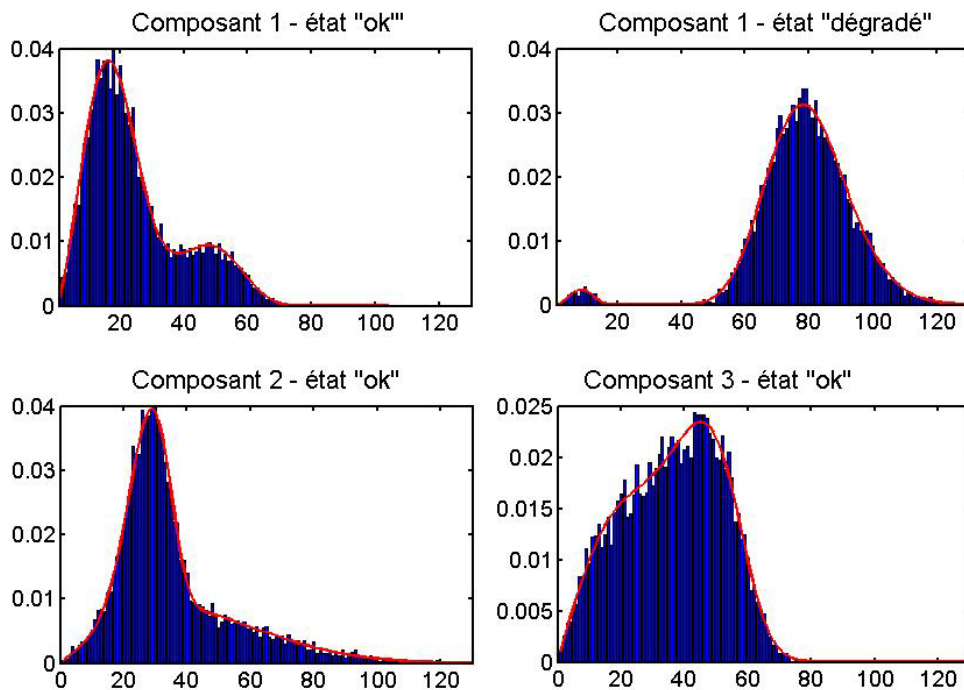


Figure 23 : Distributions des temps de séjour de chaque état non absorbant.
Courbe bleue : LPC apprises pour les MGD. Courbe rouge : lois de temps de séjour théorique

Ce résultat met en évidence l'aptitude des MGD à correctement modéliser tout type de lois de temps de séjour (quelle que soit la nature statistique de ces lois, l'existence de mélanges...).

Toutefois, le problème principal de cette démarche demeure la nécessité de disposer d'une base d'apprentissage suffisamment profonde et représentative du comportement réel du système.

La figure 24 présente les résultats obtenus, à partir des différentes modélisations introduites jusqu'ici, pour estimer la fonction de répartition du système considéré : la courbe bleu foncé est obtenue en utilisant des lois exponentielles, une chaîne de Markov ou un 1-MGPM, la courbe verte correspond à la modélisation par des lois de Weibull tandis que les courbes bleu clair et

rouge présentent, respectivement, les fonctions de répartition estimée par MGD et théorique.

Plusieurs conclusions peuvent déjà être tirées :

- L'approximation exponentielle, si elle n'est pas vérifiée, introduit des erreurs d'estimation rendant inexploitable les résultats obtenus
- La modélisation par lois de Weibull est relativement satisfaisante. L'écart avec la courbe théorique est dû, ici, au fait qu'il existe différents modes de dégradation, comme le montrent les distributions des temps de séjour (figure 15). L'apprentissage d'une unique loi ne permet donc pas de représenter correctement cette multiplicité. L'utilisation de modèles de mélange aurait certainement permis de corriger ces erreurs d'estimation. Toutefois, cela peut rapidement complexifier la démarche si de nombreuses dynamiques de dégradation cohabitent.
- Enfin, l'approche par MGD permet d'estimer parfaitement l'indicateur de fiabilité considéré ici.

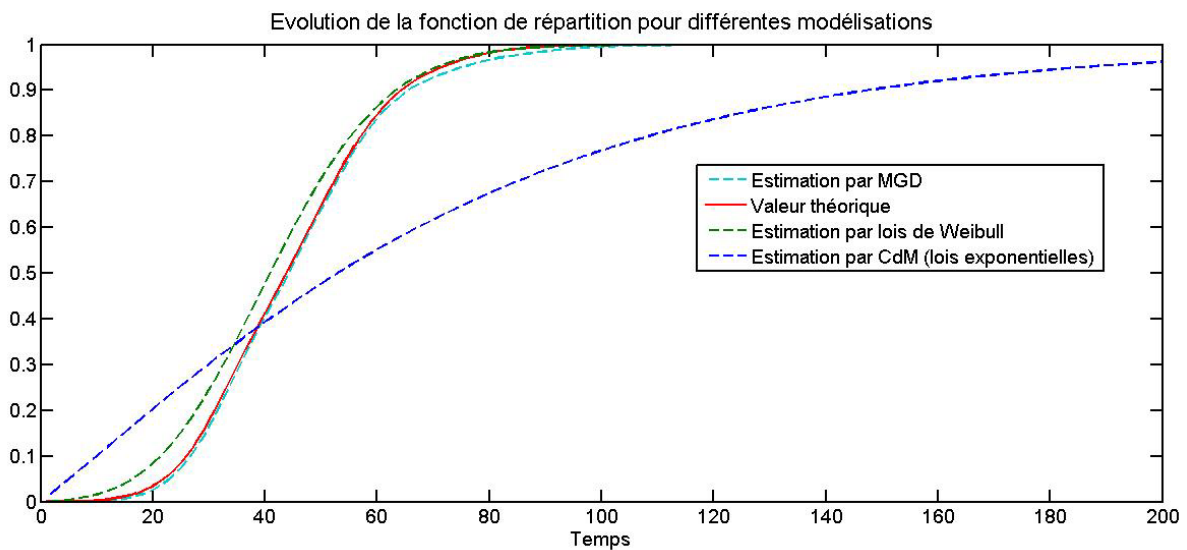


Figure 24 : Fonction de répartition du système au cours du temps, comparaison de différentes modélisations

3.5.3. Apprentissage des LPC dans un MGD

La phase d'apprentissage des LPC caractérisant un modèle graphique de durée ne concerne que les paramètres caractérisant l'évolution naturelle du système étudié. Il ne s'agit donc que d'apprendre les LPC Q^{sys} et F^{sys} ; les autres lois décrivant d'éventuelles transitions artificielles (par exemple provoquées par des actions de maintenance) sont supposées être des paramètres d'entrée du système.

Dans une optique de modélisation de la fiabilité, l'apprentissage d'un MGD s'appuie sur un ensemble d'exemples de trajectoires naturelles observées pour le système étudié (séquences d'états du système et temps de séjour associés). Seules les transitions naturelles sont retenues, ce qui revient à observer la dégradation du système sans aucune intervention (notamment sans maintenance...), jusqu'à sa défaillance.

La $k^{\text{ème}}$ trajectoire de cette base de retour d'expérience doit donc contenir, N_k transitions naturelles observées telles que la $n_k^{\text{ème}}$ transition soit décrite par le couple (état courant, temps de séjour), noté $(x_{n_k}, s_{n_k}) \in \mathcal{X} \times \mathcal{S}$.

Si une telle base, contenant K trajectoires, est disponible, l'apprentissage des LPC se fera par maximisation de la vraisemblance. L'application de l'équation (2) permet alors d'obtenir les

estimations suivantes, associées respectivement à l'état et au temps de séjours initiaux et aux modèles de transition et de temps de séjour pour $t > 1$:

$$\begin{aligned}
 \hat{\alpha}_1(x) &= \frac{N_x^{ini}}{K} \\
 \hat{F}_1(x, s) &= \frac{N_{x,s}^{ini}}{K} \\
 \hat{Q}^{sys}(x', x) &= \frac{N_{x',x}}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} N_{x',x}} \\
 \hat{F}^{sys}(x', x, s) &= \frac{N_{x',x,s}}{\sum_{x', x \in \mathcal{X}} N_{x',x,s}}
 \end{aligned} \tag{37}$$

Avec :

- N_x^{ini} le nombre de fois où le système est initialement dans l'état x
- $N_{x,s}^{ini}$ le nombre de fois où le système a séjourné s unité de temps dans l'état initial x
- $N_{x',x}$ le nombre de fois où le système est passé de l'état x' à l'état x
- $N_{x',x,s}$ le nombre de fois où le système a séjourné s unité de temps dans l'état x après une transition depuis l'état x'

Comme nous le verrons dans certaines applications du chapitre 3, il est parfois difficile de disposer de ce type de bases REX (les systèmes industriels étant généralement maintenus et ne laissant pas perdurer des états de défaillance avérée) et, plus souvent encore, de disposer de suffisamment de données (problèmes de données incomplètes, censurées...). Il est alors possible d'utiliser certaines connaissances expertes pour compléter l'apprentissage (par exemple supposer qu'un temps de séjour suit une loi de Weibull dont les paramètres sont à apprendre) ou encore de mettre en œuvre des algorithmes de type EM pour prétraiter les données d'apprentissage des MGD.

3.5.4. Inférence dans un MGD

Les différentes méthodes d'inférence présentées ici sont issues des travaux de thèse de Roland Donat, qui a développé l'approche de modélisation par MGD (Donat, 2009). Deux algorithmes seront introduits : une méthode approchée basée sur la simulation de trajectoires et l'interface gauche pour illustrer les méthodes exactes.

Inférence approchée : simulation d'une trajectoire

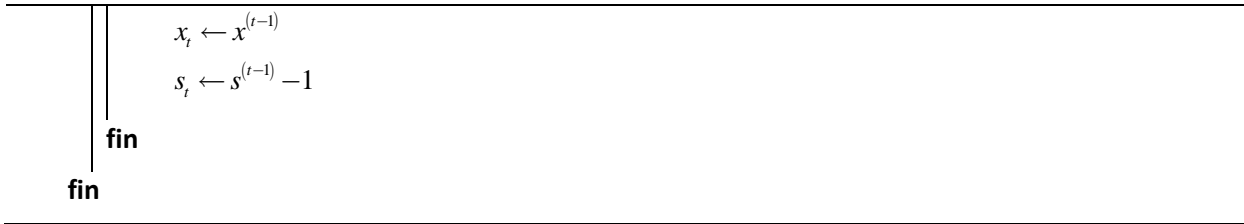
La simulation de trajectoires à l'aide d'un MGD s'appuie sur l'algorithme générique introduit section 1.1.2. Cet algorithme de type Monte Carlo consiste donc à échantillonner une trajectoire de longueur T à partir de LPC du modèle graphique de durée (α_1, F_1, Q^{sys} et F^{sys}).

Algorithme d'inférence approchée dans un MGD : méthode de simulation de trajectoires

Initialisation : $x_1 \sim \alpha_1, s_1 \sim F_1(x_1, :)$

pour $t = 2$ à T **faire**

si $s^{(t-1)} = 1$ faire	% génération d'une transition naturelle
$x_t \sim Q^{sys}(x^{(t-1)}, :)$	
$s_t \sim F^{sys}(x^{(t-1)}, x_t, :)$	
sinon, faire	% transition déterministe



Cette démarche présente l'intérêt de permettre l'estimation rapide des indicateurs recherchés à partir de plusieurs trajectoires simulées. Toutefois, comme toute méthode approchée, la précision des estimateurs n'est pas assurée. Il est donc préférable, lorsque cela est possible, d'utiliser une méthode d'inférence exacte.

Inférence exacte : interface gauche

Pour un MGD, les interfaces gauche et droite à l'instant t étant $X_{t-}^{\text{int}} = (X_{t-1}, S_{t-1})$ et $X_{t+}^{\text{int}} = (X_{t+1}, S_{t+1})$, les équations 10 deviennent alors :

$$(X_{t-2}, S_{t-2}) \perp\!\!\!\perp (X_t, S_t) \mid (X_{t-1}, S_{t-1}) \tag{38}$$

et

$$(X_t, S_t) \perp\!\!\!\perp (X_{t+2}, S_{t+2}) \mid (X_{t+1}, S_{t+1}) \tag{39}$$

Le théorème de factorisation appliqué à l'équation (38) permet de définir récursivement l'interface gauche comme suit :

$$p(X_t, S_t) = \begin{cases} p(X_1) \cdot p(S_1 \mid X_1) & \text{si } t = 1 \\ \sum_{X_{t-1}, S_{t-1}} p(X_{t-1}, S_{t-1}) \cdot p(X_t \mid X_{t-1}, S_{t-1}) \cdot p(S_t \mid X_t, X_{t-1}, S_{t-1}) & \text{si } t \geq 2 \end{cases} \tag{40}$$

A partir des calculs précédents, réalisés pour chaque tranche t , il devient alors relativement « simple » de réaliser l'inférence exacte dans un MGD en utilisant l'algorithme de l'interface. Toutefois, Donat a montré que la complexité spatiale des MGD ne permettait pas toujours d'utiliser cet algorithme standard (Donat, 2009). Un algorithme d'inférence *ad hoc*, exploitant les spécificités probabilistes des MGD, a donc été proposé pour réduire significativement les temps de calcul (Donat, et al., 2009). Cette approche s'appuie notamment sur l'estimation de la probabilité d'une trajectoire donnée.

Dans les travaux présentés dans cette étude, l'objectif de l'inférence est d'estimer différents indicateurs de fiabilité à partir du formalisme des MGP et plus particulièrement des MGD, dont nous venons de présenter les avantages (et inconvénients). Les principaux indicateurs que nous étudierons seront généralement en rapport avec la fiabilité, le taux de défaillance ou la durée de vie résiduelle. Nous avons également souligné que nous travaillerions systématiquement sous l'hypothèse de temps discret. Dans ce cas, les trois indicateurs précédemment cités sont définis comme suit.

Définition 2.12: Estimation des indicateurs de fiabilité en temps discrets

Soit $(X_t)_{t \geq 1}$ une suite de variables aléatoires représentant l'état d'un système, à valeur dans l'espace d'états \mathcal{X} , pour lequel il existe la partition $\mathcal{X} = \mathcal{X}_M \cup \mathcal{X}_p$ où \mathcal{X}_M et \mathcal{X}_p contiennent respectivement les états de fonctionnement et de panne du système modélisé. Soit T_p , la variable aléatoire représentant la durée de vie du système, définie par $T_p = \inf(t \in \mathbb{N}^* \mid X_t \in \mathcal{X}_p)$.

En temps discret, la fiabilité, le taux de défaillance et la durée de vie résiduelle moyenne sont alors définis par :

- $R(t) = p(X_1 \in \mathcal{X}_M, \dots, X_t \in \mathcal{X}_M)$

$$\begin{aligned}
 - \lambda(t) &= p(X_t \in \mathcal{X}_p \mid X_1 \in \mathcal{X}_M, \dots, X_{t-1} \in \mathcal{X}_M) = \begin{cases} 1 - \frac{R(t)}{R(t-1)} & \text{si } R(t-1) \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\
 - m(t) &= E[T_p - t \mid T_p > t] = \frac{1}{R(t)} \sum_{\tau=0}^{+\infty} R(t+\tau)
 \end{aligned}$$

En fonction des besoins de l'étude, bien d'autres indicateurs de la fiabilité peuvent être calculés en tenant des raisonnements analogues (Bracquemond & Gaudoin, 2003). L'intérêt de l'utilisation des MGD pour les estimer est qu'ils sont obtenus à partir d'un calcul probabiliste d'une trajectoire donnée des états du système. Or, le calcul de la fiabilité du système à l'instant t revient à utiliser un MGD pour estimer la probabilité de la trajectoire $(\mathcal{X}_M, \mathcal{S})_{1 \leq \tau \leq t}$.

3.5.5. Intégration des MGD au modèle de maintenance basée sur la fiabilité

Si, comme nous l'avons introduit précédemment, les Modèles Graphiques de Durée offrent un formalisme intéressant pour modéliser la dynamique d'un système multi-états, quel que soit le champ d'application, il convient de préciser que nos premiers travaux se déroulaient dans le cadre d'une étude visant à optimiser des procédures de maintenance. C'est donc naturellement que la description des MGD a été complétée par l'ajout de variables décrivant les actions de maintenance. La figure 25 introduit cette intégration, permettant ainsi de modéliser le comportement d'un système dans le cadre d'une politique de maintenance basée sur la fiabilité.

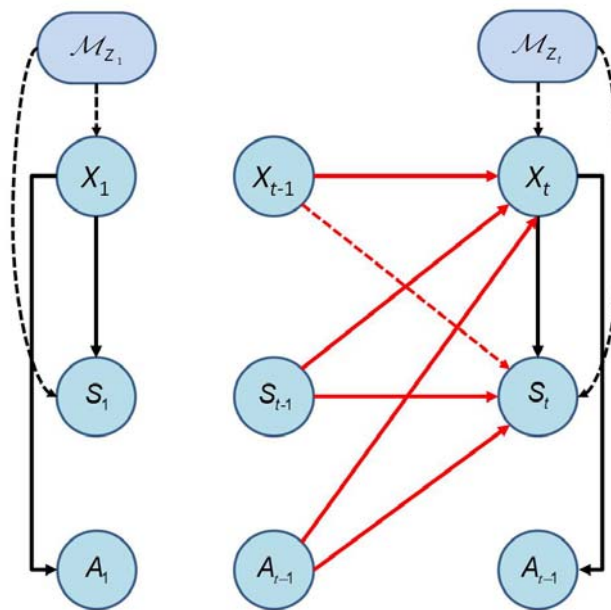


Figure 25 : Intégration des MGD à la modélisation de la maintenance basée sur la fiabilité

L'objectif n'est donc plus seulement de manipuler le couple (X_t, S_t) mais le triplet (X_t, S_t, A_t) où X_t et S_t sont toujours les variables aléatoires représentant, respectivement, l'état du système à l'instant t et le temps de séjour restant dans l'état courant à l'instant t , à valeur dans \mathcal{X} et \mathcal{S} . La troisième variable aléatoire, notée A_t , à valeur dans \mathcal{A} , représente l'action de maintenance sélectionnée à l'instant t .

Pour cette nouvelle modélisation, les interfaces gauche et droite à l'instant t deviennent, respectivement, $X_t^{\text{int}} = (X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1})$ et $X_t^{\text{ext}} = (X_{t+1}, S_{t+1})$. Les équations (38) et (39) se réécrivent alors :

$$(X_{t-2}, S_{t-2}, A_{t-2}) \perp\!\!\!\perp (X_t, S_t, A_t) \mid (X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}) \quad (41)$$

et

$$(X_t, S_t, A_t) \perp\!\!\!\perp (X_{t+2}, S_{t+2}, A_{t+2}) \mid (X_{t+1}, S_{t+1}) \quad (42)$$

Le théorème de factorisation, lui, se traduira de la façon suivante :

$$p(X_t, S_t, A_t) = \begin{cases} p(X_1) \cdot p(S_1 \mid X_1) p(A_1 \mid X_1) & \text{si } t=1 \\ \sum_{X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}} p(X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}) \cdot p(X_t \mid X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}) \cdot p(S_t \mid X_t, X_{t-1}, S_{t-1}, A_{t-1}) \cdot p(A_t \mid X_t) & \text{si } t \geq 2 \end{cases} \quad (43)$$

La LPC quantifiant la variable A_t permet de décrire la politique de maintenance souhaitée pour le système modélisé. Ces actions, regroupées dans l'ensemble \mathcal{A} , peuvent être partitionnées en deux sous-ensembles : \mathcal{A}^x , contenant les actions entraînant un changement d'état, et $\mathcal{A}^{\bar{x}}$, contenant les actions sans influence sur l'état du système.

Enfin, la description globale du modèle de transition de cette extension des MGD, caractérisée par les LPC Q^- et F^- introduites initialement dans les équations (35) et (36), s'écrit désormais :

$$\begin{aligned} \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall s' \in \mathcal{S}, a' \in \mathcal{A}: \\ Q^-(x', x, s', a') &= p(X_t = x \mid X_{t-1} = x', S_{t-1} = s', A_{t-1} = a') \\ &= \begin{cases} Q^{\text{sys}}(x', x) & \text{si } s' = 1 \text{ et } a' \in \mathcal{A}^{\bar{x}} \\ I(x', x) & \text{si } s' > 1 \text{ et } a' \in \mathcal{A}^{\bar{x}} \\ Q^{\text{act}}(x', x, a') & \text{si } a' \in \mathcal{A}^x \end{cases} \end{aligned} \quad (44)$$

où la matrice Q^{act} quantifie l'influence des différentes actions de \mathcal{A}^x sur l'état du système, et

$$\begin{aligned} \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall s', s \in \mathcal{S}, \forall a' \in \mathcal{A}: \\ F^-(x', x, s', s, a') &= p(S_t = s \mid X_{t-1} = x', X_t = x, S_{t-1} = s', A_{t-1} = a') \\ &= \begin{cases} F^{\text{sys}}(x', x, s) & \text{si } s' = 1 \text{ ou } a' \in \mathcal{A}^x \\ C(s', s) & \text{si } s' > 1 \text{ ou } a' \in \mathcal{A}^{\bar{x}} \end{cases} \end{aligned} \quad (45)$$

Comme nous le verrons dans l'exemple suivant, en l'état, cette modélisation permet de ne considérer que des actions de maintenance correctives ou préventives conditionnelles (sans prise en compte, à ce stade, des éventuelles imprécisions des systèmes de diagnostic).

La prise en compte d'actions préventives systématiques nécessitera l'ajout d'un nœud modélisant l'échéancier des interventions. Enfin, pour intégrer plus précisément les actions de maintenance préventives conditionnelles, il pourra être nécessaire de modéliser le processus de diagnostic de l'état du système (le déclenchement d'une action préventive conditionnelle étant alors conditionné par l'état estimé du système). Cette étape se traduira par l'ajout d'un ou plusieurs nœuds décrivant les propriétés des systèmes de détection mis en œuvre. Ces différentes évolutions de la modélisation par MGD seront illustrées dans le chapitre 4 par un certain nombre d'applications industrielles.

Enfin, il est parfois utile de modéliser la maintenance imparfaite ; c'est-à-dire une maintenance dont les actions ne conduisent pas forcément à des états de bon fonctionnement de manière déterministe. Ceci sera possible à travers la LPC Q^{act} , contenant les probabilités :

$$Q^{\text{act}}(x', x, a') = p(X_t = x \mid X_{t-1} = x', S_{t-1}, A_{t-1} = a'), \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall a' \in \mathcal{A}^x$$

Si $Q^{\text{act}}(x', x, a') = 1$, l'action de maintenance a' , réalisée sur le système dans l'état x' pour le ramener dans l'état x , est parfaite. Une réalisation imparfaite de cette action de maintenance se traduira, lors de la description du modèle de transition, par une probabilité $Q^{\text{act}}(x', x, a') < 1$.

L'exemple 3.5 suivant illustre l'utilisation de l'extension des MGD pour modéliser différentes stratégies de maintenance appliquées au système de production simple considéré jusqu'ici.

Exemple 3.5 : Système de production simple (MGD et intégration de la maintenance)

Dans cet exemple, nous repartons de la modélisation de la dégradation du système série-parallèle à trois composants, introduite dans la figure 20 de l'exemple 3.4, pour intégrer de nouveaux nœuds permettant de modéliser différents types d'actions de maintenance.

1. Compromis Maintenance corrective – Maintenance préventive systématique

Étudions, dans un premier temps, le cas où l'on souhaiterait évaluer le comportement du système en considérant un compromis « maintenance corrective - maintenance préventive systématique ». La figure 26 introduit une structure graphique possible pour modéliser ce problème.

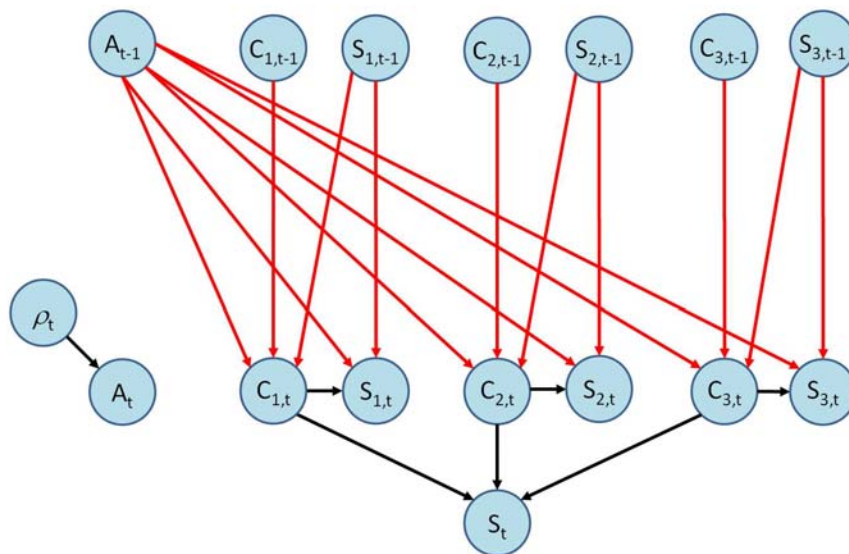


Figure 26 : Modèle graphique \mathcal{M}^- du MGD représentant le modèle de transition décrivant l'évolution de l'état du système pour une politique de maintenance « Corrective – Préventive systématique »

Le nœud A_t est à valeurs dans $\mathcal{A} = \{\text{ne rien faire, réparer composant en panne, remplacer } C_1, \text{ remplacer } C_2, \text{ remplacer } C_3\}$. Ici, $\mathcal{A}^x = \{\text{ne rien faire}\}$ et les actions de \mathcal{A}^x sont soit préventives systématiques (remplacer C_1 , remplacer C_2 , remplacer C_3), soit correctives (réparer composant en panne).

Pour modéliser les actions de maintenance préventives systématiques, il est nécessaire d'ajouter le nœud ρ_t , modélisant les instants auxquels sont programmées ces actions préventives. Ce nœud est déterministe, à valeur dans $\{\text{rien, } C_1, C_2, C_3\}$. Les échéanciers (périodiques ou non) définissant les différents instants auxquels on souhaite réaliser des actions de maintenance préventive doivent donc être préalablement définis. La table de probabilité de ρ_t contient alors un 1 pour l'action souhaitée à l'instant t .

Comme précisé précédemment, il est supposé ici que, préventivement, un seul composant sera remplacé à la fois. Il serait cependant parfaitement possible de considérer des combinaisons de remplacements. Cela se traduirait alors par l'ajout de nouveaux états pour les nœuds ρ_t et A_t .

A titre d'illustration, considérons le composant C_1 , caractérisé par $\mathcal{A}^{C_1} = \{\text{Réparer composant en panne, Remplacer } C_1\}$. Dans le modèle de transition du réseau bayésien, la $LPCQ_1^-$, décrivant l'état du composant C_1 , intègre maintenant la matrice Q_1^{act} suivante :

A_{t-1}	$C_{1,t-1}$	$C_{1,t}$		
		ok	dégradé	panne
Réparer composant en panne	ok	1	0	0
	dégradé	0	1	0
	panne	μ_1	0	$1 - \mu_1$
Remplacer C_1	ok	μ'_1	0	$1 - \mu'_1$
	dégradé	μ'_1	0	$1 - \mu'_1$
	panne	μ'_1	0	$1 - \mu'_1$

Où μ_1 et μ'_1 représentent la probabilité de réussir, sur le composant C_1 , l'action de maintenance respectivement corrective et préventive systématique. Dans le cas de maintenances parfaites, ces probabilités sont mises à 1.

2. Modélisation d'une politique de maintenance corrective - préventive conditionnelle

Considérons maintenant le cas où l'on souhaite modéliser des actions de maintenance conditionnelle. Par définition, ces actions sont déclenchées en fonction de l'état observé du système ou de ses composants. Nous allons donc considérer, ici, des systèmes de diagnostic fonctionnant en permanence, et fournissant une estimation de l'état de chacun des trois composants. La figure 27 présente la nouvelle structure de MGP proposée.

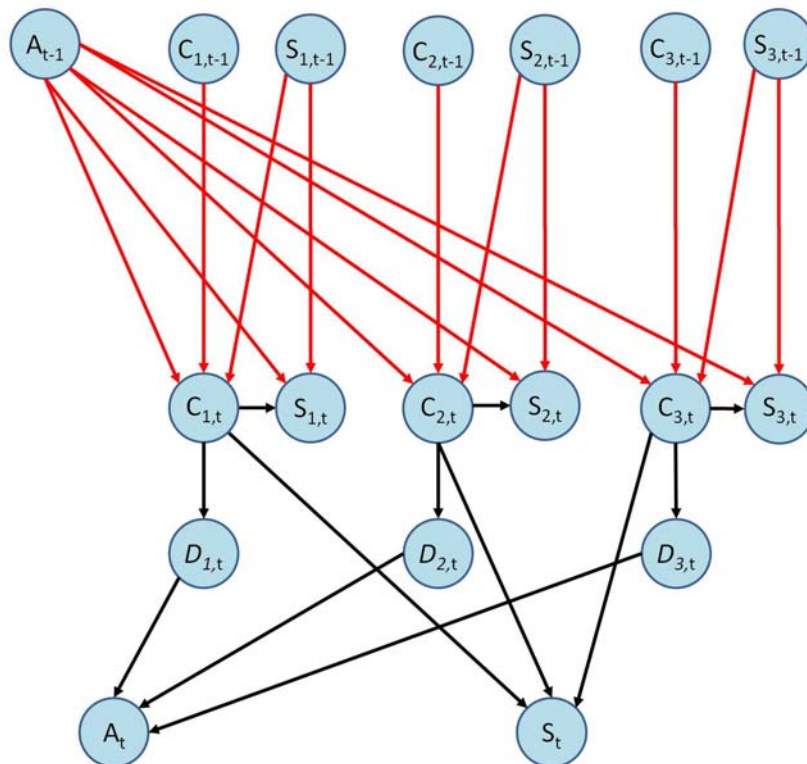


Figure 27 : Modèle graphique \mathcal{M}^- du MGD représentant le modèle de transition décrivant l'évolution de l'état du système pour une politique de maintenance « Corrective – Préventive conditionnelle »

Chaque nœud $D_{i,t}$ modélise le comportement du système de diagnostic dédié au composant C_i . Il est caractérisé par une LPC contenant ses différents taux de bonnes détections, de fausses alarmes et de non détections. Ainsi le système de diagnostic D_1 sera caractérisé par la LPC suivante :

	$D_{1,t}$		
$C_{1,t}$	ok	dégradé	panne
ok	$\beta_{1,ok}$	$\phi_{1,ok-deg}$	$\phi_{1,ok-pan}$
dégradé	$\psi_{1,deg-pan}$	$\beta_{1,dég}$	$\gamma_{1,deg-pan}$
panne	$\psi_{1,pan-ok}$	$\gamma_{1,pan-deg}$	$\beta_{1,pan}$

où les paramètres β , ϕ , ψ et γ représentent respectivement les taux de bonnes détections, de fausses alarmes, de non détections et de confusions du système de diagnostic D_1 .

Enfin, le nœud de maintenance A_i sera caractérisé par une table de probabilité définissant, selon le référentiel de maintenance adopté, les actions à accomplir en fonction des estimations fournies par les systèmes de diagnostic.

Une autre approche peut être envisagée ; à savoir, déclencher les actions de maintenance, non pas en fonction de l'état des composants mais en fonction de l'état du système, modélisé par le nœud S_t . La figure 28 présente la structure choisie pour évaluer ce type de politique de maintenance.

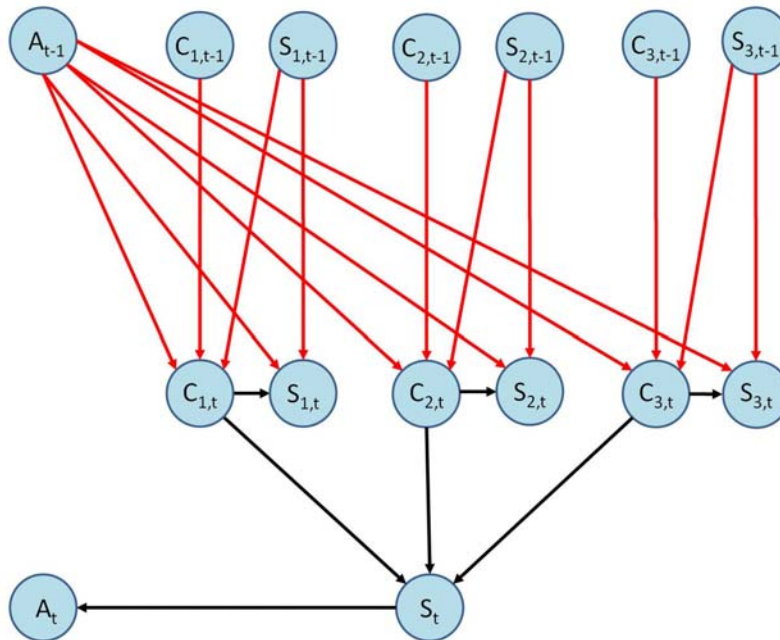


Figure 28 : Modèle graphique \mathcal{M}^- du MGD représentant le modèle de transition décrivant l'évolution de l'état du système pour une politique de maintenance « Corrective – Préventive conditionnelle » basée sur l'état du système

Pour finir, cette modélisation est relativement souple et il est évidemment possible d'évaluer une stratégie mixant aussi bien des actions systématiques que conditionnelles. Il suffira simplement de mixer les différentes structures proposées jusque là. Enfin, il est possible de définir plusieurs nœuds de maintenance, permettant ainsi de séparer les actions correctives, préventives systématiques ou préventives conditionnelles. Cette multiplication des nœuds de maintenance permettrait, notamment, de réduire la dimension des LPC définissant la maintenance et donc de simplifier certaines étapes de l'inférence.

3.6. Lois de temps de séjour conditionnelles dans un MGD

Les sections précédentes ont posé les bases d'une structure originale de 1-MGPM permettant de modéliser le comportement dynamique d'un système à espace d'états discret et fini. L'objectif initial de ce développement était de disposer d'un outil capable de représenter des systèmes caractérisés

par des distributions de temps de séjour quelconques afin de mettre en place des modèles de maintenance basée sur la fiabilité s'appuyant sur des modèles de dégradation les plus proches possible du comportement réel du système étudié (ceci faisant l'objet des travaux présentés dans le prochain chapitre).

Toutefois, il nous semblait également intéressant d'intégrer à l'approche standard des MGD la possibilité de gérer des lois de temps de séjour conditionnelles. En effet, il est fréquent que les systèmes étudiés ne soient pas caractérisés par un unique processus de dégradation mais par la concomitance de plusieurs phénomènes ayant chacun sa propre dynamique. L'apprentissage des LPC d'un modèle graphique de durée, tel qu'il a été envisagé dans la section 3.4.3, se limite jusque là à l'estimation des lois de temps de séjour \hat{F}^{sys} état par état, sans tenir compte de potentielles dépendances entre elles. Il n'est donc pas possible, ayant observé le temps passé dans un état donné, de prévoir les temps de séjour les plus probables dans les états à venir en tenant compte de l'existence de ces différents modes de dégradation et de l'appartenance de la trajectoire observée à l'un de ces modes. Ceci induit nécessairement une perte d'information potentiellement utile dans le cadre d'une recherche d'estimation d'instant de défaillance ou d'événement redouté.

L'idée proposée ici est donc de déterminer, pour chaque état de $(x_i)_{2 \leq i \leq N-1}$ de \mathcal{X} (les états correspondant à $i=1$ et $i=N$ représentant respectivement les états neuf et de défaillance du système), la loi de temps de séjour pour chaque mode de dégradation identifié.

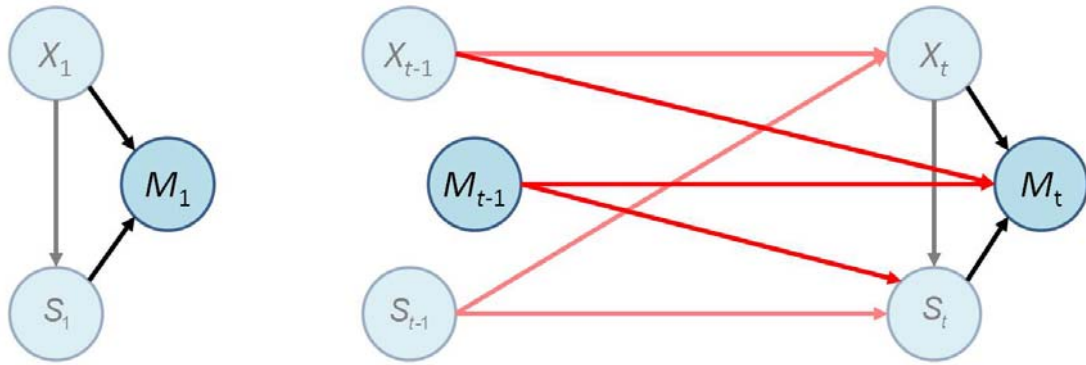
La première étape consiste donc à définir le nombre n_m de modes de dégradation caractérisant le système étudié. Il peut être estimé par simple avis d'expert ou bien obtenu en utilisant les outils propres à la définition de modèles de mélanges appliqués à une base de données de retour d'expérience D_x contenant K trajectoires décrites par les temps passés par le système dans chaque état (base introduite dans la section 3.4.3). Le nombre optimal de lois définissant le mélange considéré peut être obtenu par exemple par le critère BIC - *Bayesian Information Criterion* (Schwarz, 1978).

Une fois le nombre de modes de dégradation fixé, il a été choisi de définir la distribution des temps de séjour dans l'état x_1 comme la discrétisation sur l'horizon temporel T_S (paramètre caractéristique d'un MGD) d'un mélange de n_m lois de Weibull dont les paramètres sont obtenus par un algorithme EM.

Pour les états suivants, les K trajectoires naturelles observées dans D_x sont réparties dans n_m sous-bases, notées D_x^m avec $m \in [1, n_m]$, en fonction de leur appartenance à un mode ou à un autre (l'appartenance la plus probable d'une trajectoire à un mode donné est définie par le temps de séjour observé dans l'état x_1). Pour chaque mode $m \in [1, n_m]$, les distributions des temps de séjour dans chaque état $(x_i)_{2 \leq i \leq N-1}$ sont obtenues par maximisation de la vraisemblance à partir des trajectoires contenues dans D_x^m (comme introduit section 3.4.3.).

Pour prendre en compte une telle évolution, la structure graphique standard d'un MGD, introduite figure 19, doit être adaptée par l'ajout d'une variable M_i à valeurs dans $\mathcal{M}_D = \{1, \dots, n_m\}$ désignant le mode dégradation que suit la trajectoire courante. La figure 29 présente cette évolution en détaillant le modèle initial \mathcal{M}_{ini} et de transition $\mathcal{M}^{\rightarrow}$ d'un MGD intégrant la notion de lois de temps de séjour conditionnelles. Afin de faciliter la compréhension des adaptations proposées, ces dernières ont été mises en évidence par rapport à la structure de base d'un MGD.

Pour permettre de prendre en compte ces évolutions de la structure graphique d'un modèle graphique de durée, les descriptions probabilistes proposées section 3.4.2 doivent également être adaptées.



(a) Modèle initial \mathcal{M}_{ini}

(b) Modèle de transition \mathcal{M}^-

Figure 29 : Structure du 1-MPGM décrivant un MGD intégrant la notion de lois de temps de séjour conditionnelles. X_t , S_t et M_t représentent respectivement l'état du système, le temps de séjour restant dans l'état courant et le mode de dégradation le plus probable à l'instant t .

Distributions initiales

En plus des deux distributions α_1 et $F_1(x,s)$ déjà introduites, le modèle \mathcal{M}_{ini} est caractérisé par la distribution initiale $\omega_1(m, x, s) = p(M_1 = m | X_1 = x, S_1 = s)$ associée à la variable de mode de dégradation M_1 représentant la probabilité que le système suive le mode de dégradation $m \in \mathcal{M}_D = \{1, \dots, n_m\}$ lorsque le système reste initialement s unités de temps dans l'état x .

Modèle de transition

Pour définir le modèle de transition \mathcal{M}^- du 1-MPGM décrivant un modèle graphique de durée dans le cas de lois de temps de séjour conditionnelles, il convient de décrire :

- Le modèle de transition entre états du système, défini par la LPC Q^-
- Le modèle de transition des temps de séjour, défini par la LPC F^-
- Le modèle de transition des modes de dégradation, défini par la LPC W^-

Compte tenu de la nouvelle structure graphique introduite figure 29 (b), la LPC Q^- , définie initialement dans l'équation 35, demeure inchangée. Par contre, celle décrivant la transition des temps de séjour F^- , initialement introduite par l'équation 36, doit être légèrement adaptée. La gestion du temps passé dans chaque état du système entre les tranches de temps $t-1$ et t ($t > 1$) est assurée par la LPC de la variable des temps de séjour S_t . L'introduction de la variable de mode M_t n'entraîne de modification que dans le cas où une transition naturelle a lieu suite à la fin du temps de séjour dans l'état courant x' ($S_{t-1} = 1$). Dans ce cas, le nouveau temps de séjour s est tiré grâce à la LPC homogène F^{sys} , définie par :

$$F^{sys}(x, s, m') = p(S_t = s | X_t = x, S_{t-1} = 1, M_{t-1} = m') \quad (46)$$

Enfin, la gestion de l'évolution du mode de dégradation entre les instants $t-1$ et t est assurée par la LPC W^- décrivant la variable de mode M_t . Deux cas sont à envisager :

- Une transition naturelle s'opère entre $t-1$ et t . Le mode de dégradation actif à l'instant $t-1$, noté m' , est alors réévalué en fonction du nouvel état courant x et du temps de séjour s tiré à l'instant t par la LPC F^{sys} . La LPC de transition W^{sys} définit alors le nouveau mode de dégradation le plus probable à l'instant t , vérifiant :

$$W^{sys}(x', x, s, m', m) = p(M_t = m | X_{t-1} = x', X_t = x, S_t = s, M_{t-1} = m') \quad (47)$$

- Les états passé et courant sont identiques ($x'=x$). Il n'y a donc pas eu de transition naturelle. Dans ce cas, le mode de dégradation demeure inchangé. La loi de transition entre modes est alors caractérisée par la LPC identité vérifiant :

$$I(x', x, m') = p(M_t = m' | X_{t-1} = x', X_t = x, M_{t-1} = m') = \begin{cases} 1 & \text{si } x' = x \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (48)$$

Il est à noter que dans le premier cas, pour des raisons de complexité spatiale, il a été choisi de tester l'existence d'une transition naturelle par comparaison des variables x_t et x_{t-1} plutôt que par un test sur S_{t-1} (comme cela est fait pour Q^{sys}).

On arrive finalement au modèle global de transition d'un MGD intégrant la notion de lois de temps de séjour conditionnelles, caractérisé par les LPC Q^- , F^- et W^- décrivant respectivement les transitions entre états du système, celles des temps de séjour et celles des modes de dégradation. Ces lois sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall s' \in \mathcal{S} : Q^-(x', x, s') &= p(X_t = x | X_{t-1} = x', S_{t-1} = s') \\ &= \begin{cases} Q^{sys}(x', x) & \text{si } s' = 1 \\ I(x', x) & \text{si } s' > 1 \end{cases} \\ \forall x \in \mathcal{X}, \forall s', s \in \mathcal{S}, \forall m' \in \mathcal{M}_D : F^-(x, s', s, m') &= p(S_t = s | X_t = x, S_{t-1} = s', M_{t-1} = m') \\ &= \begin{cases} F^{sys}(x, s, m') & \text{si } s' = 1 \\ C(s', s) & \text{si } s' > 1 \end{cases} \quad (49) \\ \forall x', x \in \mathcal{X}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall m', m \in \mathcal{M}_D : F^-(x', x, s, m', m) &= p(M_t = m | X_{t-1} = x', X_t = x, S_t = s, M_{t-1} = m') \\ &= \begin{cases} W^{sys}(x', x, s, m', m) & \text{si } x' \neq x \\ I(x', x, m') & \text{si } x' = x \end{cases} \end{aligned}$$

Exemple 3.6 : MGD et lois de temps de séjour conditionnelles

L'objectif de ce dernier exemple est d'illustrer les enjeux que représentent l'intégration au formalisme des MGD de lois de temps de séjour conditionnelles pour modéliser un processus de dégradation caractérisé par plusieurs modes, ayant chacun sa propre dynamique.

Pour cela, un système à 4 états a été considéré. Dans la structure du MGD caractérisant sa dégradation (introduite figure 29), la variable d'état X_t est à valeurs dans $\mathcal{X} = \{\text{Etat 1, Etat 2, Etat 3, Etat 4}\}$ où Etat 1 et Etat 4 représentent respectivement les états « neuf » et « en panne » du système ; les deux autres états correspondant à une évolution plus ou moins importante de son niveau de dégradation.

La LPC F^- caractérisant la variable S_t est apprise en utilisant la méthodologie introduite précédemment, à partir d'une base de retour d'expérience contenant des temps de séjour dans chacun des trois premiers états du système. Cette base REX a été constituée en considérant la coexistence de deux modes de dégradation distincts (de même poids) dont les lois de temps de séjour sont données par :

- Etat 1 : le mode 1 suit la loi $\mathcal{W}(2,15)$ et mode 2 $\sim \mathcal{W}(6,33)$
- Etat 2 : mode 1 $\sim \mathcal{W}(6,10)$ et mode 2 $\sim \mathcal{W}(9,25)$
- Etat 3 : mode 1 $\sim \mathcal{W}(6,5)$ et mode 2 $\sim \mathcal{W}(15,15)$

La figure 30 présente les lois de temps de séjour pour chaque état, apprises à partir de la base REX selon l'approche MGD « classique » (figures 30a) ou « lois conditionnelles » (figures 30b). Sur chacun de ces graphes sont tracées en pointillé les lois « théoriques » caractérisant chaque état. Dans l'approche classique, une loi unique a été obtenue par apprentissage alors que dans

le second cas, deux lois distinctes ont été apprises permettant de modéliser la dynamique de dégradation du système étudié en étant plus près de son comportement réel. Par ailleurs, cette approche permet ici, comme bien souvent, de diminuer significativement la variance des lois de temps séjour (ce qui présente un avantage non négligeable aussi bien en termes de complexité spatiale que pour une estimation précise de la durée de vie résiduelle du système, comme nous le verrons en détails dans le chapitre 4).

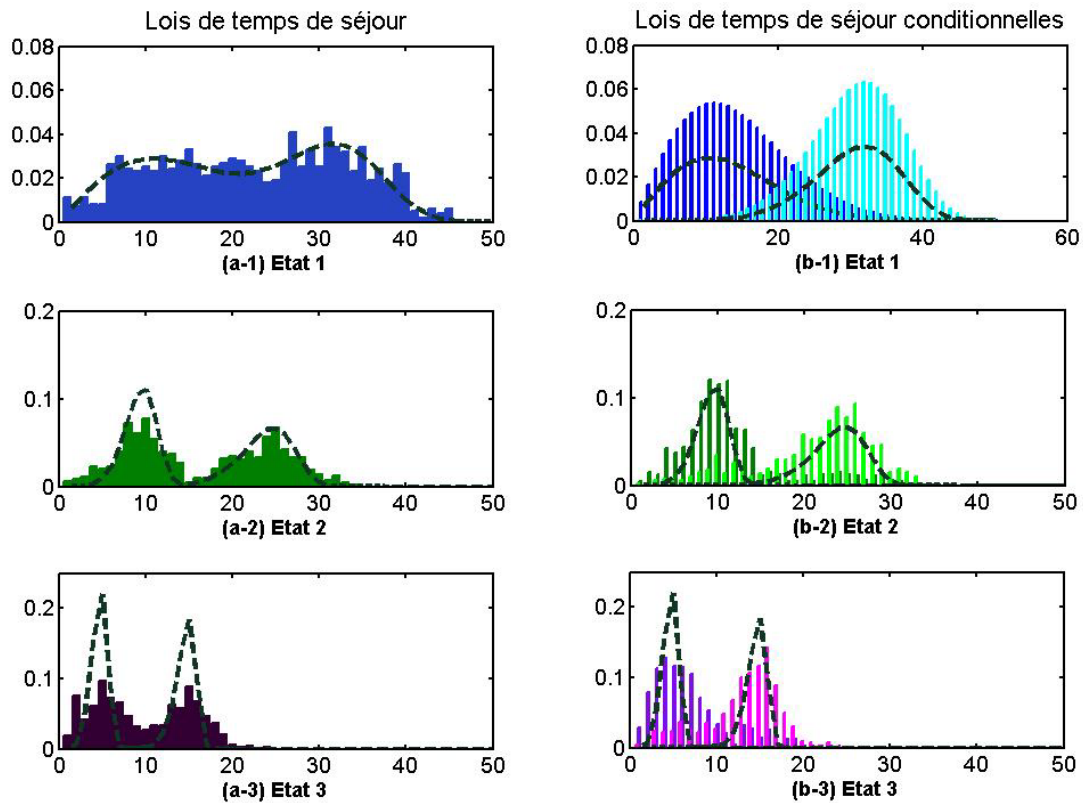


Figure 30 : Comparaison des apprentissages des lois de temps de séjour dans un MPD.
 (a) approche classique (b) approche par lois conditionnelles

Lors d'une simulation de trajectoire, un temps de séjour initial est tiré. Si l'approche conditionnelle a été adoptée, un mode de dégradation « le plus probable » est affecté en fonction de ce temps de séjour. Lors des changements d'état suivants, les nouveaux temps de séjour sont tirés dans la loi du mode précédemment adopté. Bien évidemment, une telle approche demeure biaisée dans les zones d'intersection des différents modes de dégradation. De façon à limiter l'impact de ces erreurs de classification lors de l'initialisation, certains tests d'adéquation des nouveaux temps de séjour avec le mode de dégradation retenu ont été ajoutés dans l'application de cette approche pour la prédiction de durée de vie résiduelle, introduite chapitre 4.

3.7. Conclusions

Dans ce chapitre, les Modèles Graphiques Probabilistes, et plus particulièrement leur version dynamique que sont les 1-MGPM, ont été présentés comme un formalisme intéressant pour réaliser des études de fiabilité de systèmes multi-états. En effet, le nombre important d'algorithmes dédiés déjà existants dans la littérature (pour l'apprentissage ou l'inférence), ainsi que la grande capacité de modélisation des réseaux bayésiens, font que cette approche a, tout naturellement et depuis une bonne dizaine d'année, suscité l'intérêt d'un nombre croissant d'équipes de recherches, souhaitant développer des outils d'aide à la décision pour évaluer et optimiser des stratégies de maintenance.

Outre les verrous habituels liés à cette démarche, tels que de disposer de données d'apprentissage suffisantes, il a été souligné que le travers principal des 1-MPGM demeure l'hypothèse de Markov qui les caractérise. En effet, il est relativement rare que des systèmes industriels suivent ce type de comportement statistique. Pour éviter ce biais, la littérature propose un grand nombre d'approches, brièvement introduites dans ce chapitre. Cependant, ces démarches s'appuient souvent sur des hypothèses relativement fortes, parfois réductrices, quant au comportement statistique des processus étudiés.

Pour répondre à la diversité des applications industrielles pour lesquelles aucune hypothèse particulière ne peut être faite, une structure originale de 1-MPGM, nommée *Modèles Graphiques de Durée*, a été proposée. Cette approche permet d'exploiter la puissance de modélisation et de calcul, propre au formalisme des réseaux bayésiens, tout en conservant une indépendance totale vis-à-vis du comportement statistique des phénomènes étudiés, puisque les MGD ne s'appuient sur aucune hypothèse et peuvent ainsi modéliser le comportement de tout type de lois. Enfin, cette modélisation peut être déclinée pour des systèmes multi-composants, éventuellement interagissants et potentiellement influencés par des variables contextuelles. Par ailleurs, le cas de lois de temps de séjour conditionnelles a également été envisagé de façon à permettre la prise en compte de la concomitance de plusieurs processus de dégradation indépendants, ayant chacun sa propre dynamique.

Il est à noter que le verrou principal de cette approche demeure l'apprentissage de paramètres, phase cruciale qui nécessite de disposer de bases REX suffisamment profondes et complètes ou, a minima, d'avis d'experts fiables.

Enfin, il est important de rappeler que ces travaux se limitent aux cas de systèmes à espaces d'états et de temps finis et discrets. Comme il a été évoqué précédemment, des propositions relativement théoriques existent sur les MGP à temps à variables continus. Celles-ci pourraient offrir de belles perspectives de recherche pour étendre le champ d'application des MGD. Toutefois, il semble déjà évident que ce type d'évolution conduira nécessairement à de difficiles problèmes algorithmiques ; notamment pour les calculs d'inférence.

Pour prendre en compte la potentielle dépendance des lois de temps de séjour entre les différents états et modéliser ainsi l'existence de plusieurs modes de dégradation, la notion de lois de temps de séjour conditionnelle a été intégrée au formalisme des MGD. Enfin, pour modéliser les actions de maintenance, une première extension des MGD a été proposée dans ce chapitre, intégrant des nœuds de maintenance.

Dans le prochain chapitre, une généralisation de cette démarche, nommée *VirMaLab* (pour *Atelier Virtuel de Maintenance*), sera présentée. Cette approche générique vise à fournir un formalisme complet permettant de développer des outils d'aide à la décision pour évaluer, comparer ou optimiser des stratégies de maintenance et de renouvellement. Différentes applications ferroviaires de *VirMaLab* seront détaillées, illustrant le potentiel de cette démarche ainsi que ses limites.

Chapitre 4. VirMaLab – Atelier virtuel de maintenance. De l'évaluation à l'optimisation des stratégies de maintenance

4.1.	Introduction	94
4.2.	Généralités de l'approche <i>VirMaLab</i>	94
4.3.	Evaluation et comparaison de stratégies de maintenance, applications à l'infrastructure ferroviaire	102
4.3.1.	<i>SpécifRail - optimisation du compromis réparation-renouvellement des rails</i>	103
4.3.2.	<i>StatAvaries - Evaluation de la prévention de la rupture du rail dans un contexte d'automatisation de lignes de Métro « Fer »</i>	116
4.4.	Optimisation de la maintenance : d'une approche « statique » à un « plan dynamique »	123
4.4.1.	<i>Adaptation d'algorithmes génétiques à <i>VirMaLab</i></i>	123
4.4.2.	<i>Plans dynamiques de maintenance</i>	128
4.5.	Vers l'intégration du pronostic	133
4.5.1.	<i>Généralités sur le pronostic</i>	133
4.5.2.	<i>Algorithme proposé</i>	135
4.5.3.	<i>Intégration des lois de séjour conditionnelles</i>	139
4.5.4.	<i>Travaux en cours et perspectives</i>	142
4.6.	Conclusions	142

4.1. Introduction

La complexification des systèmes industriels et l'augmentation des exigences en termes de disponibilité (pilotées par les besoins de compétitivité et de productivité) ont fait de l'optimisation de la maintenance un point clé aussi bien en phase d'exploitation que lors de la conception. Si, comme cela a été souligné dans le chapitre 2, cette évolution du regard porté par les industriels sur l'intérêt de la maintenance a été initiée par les secteurs à risque, tels que le nucléaire, l'aéronautique ou l'aérospatiale, il en est aujourd'hui de même pour l'ensemble des domaines industriels, en particulier les systèmes de transport de masse.

Parallèlement à cette évolution du besoin de maîtriser la disponibilité de leurs systèmes, les industriels du monde ferroviaire ont vu évoluer les techniques et technologies de mesure, de transmission, de stockage et d'analyse de données. Ces progrès permettent une exploitation différente du retour d'expérience issu des campagnes d'auscultation des infrastructures ferroviaires ou d'instrumentation des matériels roulants. Ainsi, depuis le début des années 2000, les différents acteurs du ferroviaire cherchent à améliorer leurs stratégies de maintenance, jusque là essentiellement basées sur un compromis (plus ou moins optimal et bien souvent réglé empiriquement) entre actions correctives et préventives systématiques.

Ce mouvement s'est vu amplifié également par le contexte organisationnel de la séparation de l'infrastructure et de l'exploitation, réalisée tout d'abord en 1997 pour le réseau ferré national avec la création de RFF, puis en 2011 pour la RATP et, potentiellement, dans la plupart des réseaux ferroviaires, y compris urbain.

Les travaux présentés dans ce chapitre s'inscrivent directement dans ce contexte. Dans un premier temps, la section 4.2 introduira les généralités de la démarche *VirMaLab*, proposée pour développer des outils d'aide à la décision permettant d'évaluer, comparer ou optimiser des stratégies de maintenance. Dans la section 4.3, cette méthodologie sera déployée pour l'évaluation et à la comparaison de stratégies de maintenance et de renouvellement de l'infrastructure (plus particulièrement du rail). Le problème de l'optimisation de la maintenance sera ensuite abordé pour des applications « infrastructure » et « matériel roulant ». Enfin, les perspectives offertes par des travaux en cours sur l'utilisation des MGP pour mettre en place une politique de maintenance à base de pronostic seront introduites section 4.5.

4.2. Généralités de l'approche *VirMaLab*

Pour répondre à ces besoins, une approche générique a été proposée pour le développement d'outils d'aide à la décision permettant de déterminer les paramètres optimum de maintenance, d'exploitation, de surveillance... Cette méthodologie, nommée *VirMaLab* pour Atelier Virtuel de Maintenance, s'appuie sur la modélisation par bloc à base de modèles graphiques probabilistes, décrite dans la figure 11 (section 2.1). Introduits initialement dans les travaux de thèse de Roland Donat (Donat, 2009) puis étendus au cours de différentes applications (Bouillaut, et al., 2011), ces outils traitent des systèmes multi-composants, éventuellement interagissants, à états finis et discrets.

La figure 31 présente la structure graphique *générique* du réseau bayésien, adoptée lors de la mise en œuvre d'un outil d'aide à la décision de type *VirMaLab* (bien évidemment, cette structure peut être adaptée en fonction des spécificités du système considéré). On y retrouve les trois blocs introduits par la figure 11 (« processus de dégradation », « modélisation de la maintenance » et « optimisation »).

Pour des raisons de lisibilité et de complexité spatiale et algorithmique, le modèle est présenté ici sous forme d'un 1-MPGM. Toutefois, aucun verrou théorique n'empêche de développer ce modèle markovien à un ordre supérieur.

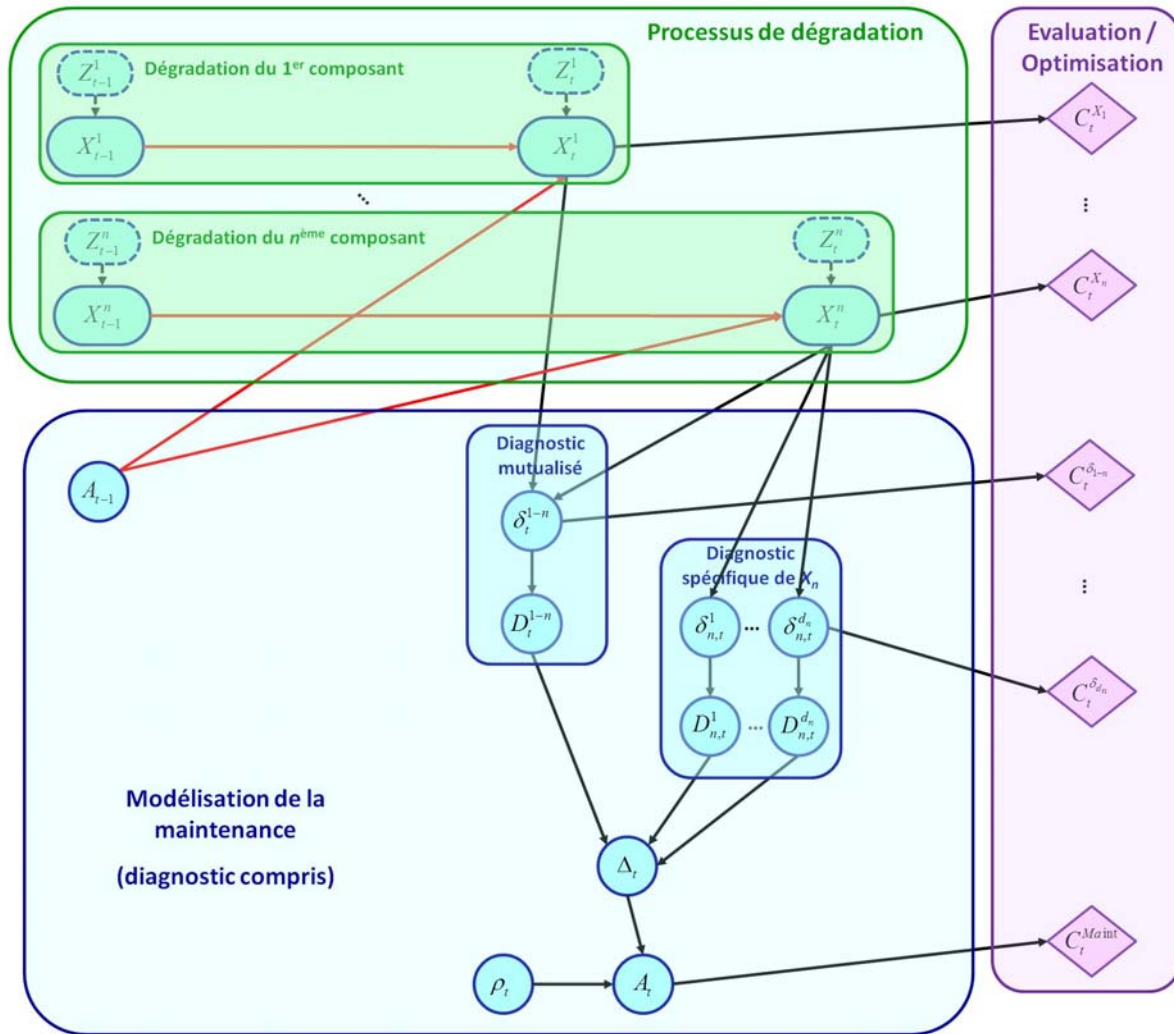


Figure 31: Structure graphique du réseau bayésien permettant de développer un outil d'aide à la décision de type VirMaLab

Modélisation de la dégradation

Ici, chaque composant a son propre modèle de dégradation. Le vecteur aléatoire X_t^i représente l'état du $i^{\text{ème}}$ composant à l'instant t . L'hypothèse la plus simple consiste à réduire X_t^i à une unique variable aléatoire X_t^i , se ramenant ainsi à une modélisation par chaîne de Markov. Si la représentation des temps de séjour du $i^{\text{ème}}$ composant dans chacun de ses états par des lois géométriques n'est pas acceptable, le formalisme des MGD, introduit dans le chapitre 2, est alors utilisé et le vecteur X_t^i est décrit par le couple de variables aléatoires (X_t^i, S_t^i) constitué respectivement de l'état du composant i et du temps de séjour dans l'état courant.

Les paramètres des différents modèles de dégradation sont appris soit à partir de bases de données de retour d'expérience par maximisation de la vraisemblance (cf. section 1.1), soit à partir d'avis d'experts.

Comme introduit en section 3.4., chaque modèle de dégradation peut éventuellement être influencé par des variables de contexte (nœuds Z^i) impactant le vecteur X_t^i dans le cas d'une chaîne de Markov et le couple (X_t^i, S_t^i) dans le cas d'un MGD.

Finalement, la modélisation des interactions entre les processus des dégradation de différents composants peut également être intégrée (l'état du composant i peut influencer la dégradation du

composant j). Pour cela, il suffit d'ajouter un arc entre les nœuds X_{t-1}^i et X_t^j . Toutefois, afin de maintenir la clarté et la lisibilité de la structure, les composants présentés ici sont considérés indépendants.

Modélisation du diagnostic

Comme l'introduit la figure 31, les acteurs du diagnostic sont modélisés par l'ensemble des nœuds D , constitué, pour chaque composant i , par d_i systèmes dédiés uniquement au diagnostic du composant i , notés D_i^k avec $k \in \{1 \dots d_i\}$. Il est également possible d'intégrer au modèle m systèmes de diagnostic, notés D^{π_j} , mutualisés par certains composants et regroupés dans l'ensemble D_m . Pour le $j^{\text{ème}}$ système de diagnostic mutualisé, π_j représente la combinaison extraite de $\{1 \dots n\}$ correspondant aux composants mutualisant ce système de diagnostic.

Comme cela a été le cas dans l'exemple 3.5, présenté section 3.5.3, chaque acteur du diagnostic est généralement modélisé par un simple nœud dont les états et la table de probabilités conditionnelles caractérisent ses « capacités » de diagnostic (cadre de discernement, taux de bonnes détections, de fausses alarmes, de non détection...). Cependant, certains systèmes de diagnostic peuvent être modélisés de façon plus complexe et éventuellement interagir entre eux. Enfin, la modélisation de systèmes d'auscultation périodique se fait par l'ajout d'une variable représentant l'activation ou non du système de diagnostic à l'instant t . Cette variable, notée δ_k pour le $k^{\text{ème}}$ système de diagnostic, est binaire, déterministe, et décrite par une LPC dépendant de l'échéancier d'activation du système de diagnostic modélisé.

Considérons le diagnostic issu du système de mesure $D_{i,t}^k$, auscultant périodiquement l'état du $i^{\text{ème}}$ composant du système étudié, noté X_i à valeurs dans $\mathcal{X}=\{x_1, \dots, x_n\}$ où x_1 et x_n représentent respectivement les états de bon fonctionnement et de panne de X_i tandis que x_2 à x_{n-1} caractérisent des états de dégradation intermédiaire.

Dans ce cas, la LPC du nœud $D_{i,t}^k$ est donnée par le tableau suivant où la variable $D_{i,t}^k$ est à valeurs dans $\mathcal{X} \cup \{NM\}$, NM correspondant à l'état « non mesuré », et les notations suivantes sont adoptées :

- Les paramètres β_{i,x_j}^k représentent, pour $j=1\dots n$, les taux de bonne détection. Il s'agit de la probabilité que le système D_i^k détecte correctement l'état du composant à l'instant t .
- Les paramètres ϕ_{i,x_j}^k caractérisent les fausses alarmes déclenchées par D_i^k . Ils correspondent aux probabilités que le système de diagnostic détecte l'état x_j , $j \in [2, n]$, alors que le système fonctionne correctement (état x_1)
- Les paramètres $\psi_{i,x_{n-1}}^k$ correspondent aux taux de non détection caractérisant le système de diagnostic D_i^k . Il s'agit des probabilités qu'un état de dégradation x_j , $j \in [2, n]$, ne soit pas détecté et que le système de diagnostic estime le composant X_i dans l'état x_1 .
- Les paramètres $\gamma_{i,x_j/x_l}^k$ décrivent les taux de confusions caractérisant D_i^k . Il s'agit de la probabilité que le diagnostic estime le système dans l'état l alors qu'il est en fait dans l'état j , avec $j \in [2, n]$, $l \in [2, n]$ et $l \neq j$. On remarquera que les paramètres ϕ_{i,x_j}^k et $\psi_{i,x_{n-1}}^k$ sont des cas particuliers de taux de confusion. Ces paramètres ayant des significations particulières, il a été choisi de leur fournir des notations spécifiques.

$\delta_{i,t-1}$	$X_{i,t}$	$D_{i,t}^k$					
		NM	x_1	x_2	...	x_{n-1}	x_n
Actif	x_1	0	β_{i,x_1}^k	ϕ_{i,x_2}^k	...	$\phi_{i,x_{n-1}}^k$	ϕ_{i,x_n}^k
	x_2	0	ψ_{i,x_2}^k	β_{i,x_2}^k	...	$\gamma_{i,x_2/x_{n-1}}^k$	$\gamma_{i,x_2/x_n}^k$

	x_{n-1}	0	$\psi_{i,x_{n-1}}^k$	$\gamma_{i,x_{n-1}/x_2}^k$...	$\beta_{i,x_{n-1}}^k$	$\gamma_{i,x_{n-1}/x_n}^k$
	x_n	0	ψ_{i,x_n}^k	$\gamma_{i,x_n/x_2}^k$...	$\gamma_{i,x_2/x_{n-1}}^k$	β_{i,x_n}^k

<i>Non actif</i>	x_1	1	0	0	...	0	0
	x_2	1	0	0	...	0	0

	x_{n-1}	1	0	0	...	0	0
	x_n	1	0	0	...	0	0

Tableau 1 : LPC du système de diagnostic D^k_{ii} , auscultant périodiquement l'état du composant X_i

Comme le montre la figure 31, les différentes estimations de l'état du système (ou de ses composants) peuvent, au final, être fusionnées dans un nœud unique de décision, noté Δ_t .

Modélisation de la maintenance

Même si, dans la pratique, il est évidemment possible d'utiliser plusieurs nœuds pour cette partie de la modélisation, il a été choisi ici de modéliser la maintenance à l'aide d'un unique nœud, noté A_t , détaillant l'ensemble des actions déclenchées conditionnellement soit au diagnostic, pour les actions de maintenance correctives ou préventives conditionnelles, soit périodiquement (activées par le nœud ρ_t), pour les actions de maintenance préventives systématiques.

Ainsi, pour le composant X_i , à valeurs dans $\mathcal{X}=\{x_1, \dots, x_n\}$, le nœud de maintenance A_t , à valeurs dans $\mathcal{A}=\{\text{ne rien faire}, \text{réparer } X_i\}$, sera caractérisé par l'une des LPC suivantes en fonction de la stratégie de maintenance adoptée.

ρ_t	Δ_t	A_t	
		Ne rien faire	Réparer X_i
<i>Déclencher maintenance systématique</i>	x_1	m_1	$1-m_1$
	x_2	m_2	$1-m_2$

	x_{n-1}	m_{n-1}	$1-m_{n-1}$
	x_n	m_n	$1-m_n$
<i>Ne rien déclencher</i>	x_1	1	0
	x_2	1	0

	x_{n-1}	1	0
	x_n	m_n	$1-m_n$

(a) Politique de maintenance corrective et préventive systématique

Δ_t	A_t	
	Ne rien faire	Réparer X_i
x_1	1	0
x_2	$1-d_2+d_2.m_2$	$d_2.(1-m_2)$
...
x_{n-1}	$1-d_{n-1}+d_{n-1}.m_{n-1}$	$d_{n-1}.(1-m_{n-1})$
x_n	m_n	$1-m_n$

(b) Politique de maintenance corrective et préventive conditionnelle

Tableau 2 : LPC du nœud de maintenance A_t en fonction de la nature des actions à réaliser

Les paramètres $m_i, i \in [1, n]$, représentent la probabilité de ne pas réussir une action de maintenance sur le système lorsqu'il est dans l'état x_i , permettant ainsi de modéliser les actions de maintenance imparfaites. Les paramètres $d_j, j \in [2, n-1]$, permettent de décrire le référentiel de maintenance conditionnelle. Ils seront mis à 1 si ce référentiel prévoit de réparer le système lorsqu'il est dans l'état d_j et à 0 sinon. On remarquera qu'il n'a pas été prévu de paramètres d_1 ni d_n car aucune action de maintenance n'est déclenchée lorsque l'on estime le système en bon état de fonctionnement (état x_1). Lorsque le système est détecté en panne, une action corrective est systématiquement déclenchée. Si certaines applications le nécessitent, il est évidemment facile de modifier ces hypothèses.

De même, il est tout à fait possible de considérer des politiques de maintenance utilisant à la fois des actions systématiques et conditionnelles. Il suffit pour cela, soit de multiplier les nœuds de maintenance en considérant un nœud par type d'action, soit de fusionner les tables 2(a) et 2(b) en une seule pour gérer conjointement les deux types d'intervention, avec un unique nœud A_t .

Lorsqu'une action de maintenance est déclenchée, il est supposé que, à l'itération suivante, l'action de maintenance est effectuée et modifie l'état du ou des composants concernés par l'action

réalisée. Cette modification peut aussi bien être une remise à neuf du composant qu'une redistribution des probabilités sur les états du composant (intégrant ainsi les notions de maintenance imparfaite ou de maintenance inadaptée). Comme déjà précisé précédemment, même si cela n'a pas été nécessaire dans les applications présentées dans ce mémoire, il est possible de séparer les actions de maintenance (par nature, par composant...) en multipliant les nœuds de maintenance A_r .

Enfin, il est à noter que l'aspect organisationnel de la maintenance n'a pas été intégré à *VirMaLab*. En effet, il a toujours été supposé que le pas de temps choisi (en relation avec la dynamique du processus de dégradation) était suffisamment grand pour qu'une action de maintenance décidée à l'instant t soit réalisée à l'instant $t+1$. Dans le cas contraire, une adaptation du modèle actuel serait à faire, pour permettre d'intégrer le temps de réalisation des actions de maintenance.

Modélisation d'une fonction d'utilité

L'objectif final de *VirMaLab* étant de pouvoir évaluer, comparer ou optimiser différentes stratégies de maintenance, en fonction des besoins de l'utilisateur (disponibilité, sécurité, coûts, ...), la dernière partie de la modélisation consiste donc à intégrer un ensemble d'utilités caractérisant le fonctionnement du système, les acteurs du diagnostic et les actions de maintenance. Il est ainsi supposé qu'à chaque instant t , chacune de ces variables peut engendrer des utilités. Si ces dernières sont souvent équivalentes à des coûts (ou des profits), elles peuvent également représenter n'importe quelle grandeur, calculable à partir des distributions du vecteur aléatoire considéré. On pourra ainsi définir des utilités comptabilisant le nombre d'actions de maintenance corrective, le nombre de fausses alarmes, le nombre de fois où le système se trouve dans tel ou tel état...

Pour chaque utilité définie, un nœud spécifique sera ajouté à la structure *VirMaLab* (nœud d'utilité, introduit section 2.2.2) décrivant ainsi un diagramme d'influence qui permettra d'évaluer une stratégie donnée. Contrairement aux autres nœuds d'un MGP, ces nœuds d'utilité ne sont associés à aucune variable aléatoire. Ils servent uniquement à expliciter les variables sur lesquelles seront réalisés des calculs d'utilité. Trois types d'utilité seront considérés ici :

- *Les utilités du système.* Chaque variable X_i , à valeurs dans $\mathcal{X}_i = \{x_1^i, \dots, x_n^i\}$, est caractérisée par les utilités $u_{x_1^i}^i, \dots, u_{x_n^i}^i$, permettant de définir l'utilité globale du système, à partir de l'utilité de chaque composant :

$$U_{X_i} = \sum_i \sum_{x_j^i \in \mathcal{X}_i} u_{x_j^i}^i p(X_{i,t} = x_j^i) \quad (46)$$

- *Les utilités de diagnostic.* L'activation de chaque système de diagnostic D^l sera associée à une utilité, notée u_{δ_l} , permettant de définir l'utilité globale de diagnostic :

$$U_{\Delta_t} = \sum_l u_{\delta_l} \delta_{l,t} \quad (47)$$

Où $\delta_{l,t}$ représente, à l'instant t , la valeur de loi du nœud d'activation du $l^{\text{ème}}$ système de diagnostic.

- *Les utilités de maintenance.* Le nœud de maintenance A_r , à valeurs dans $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_m\}$, est caractérisé par les utilités u_{a_1}, \dots, u_{a_m} , relatives à chacun de ses états (donc à chaque action de maintenance modélisée). L'utilité globale de maintenance est donc fournie, à l'instant t , par :

$$U_{A_r} = \sum_k u_{a_k} p(A_r = a_k) \quad (48)$$

Au final, en fonction des besoins de l'étude, une fonction d'utilité spécifique peut être construite à partir des différentes utilités définies dans le modèle. Notée f^{util} , elle pourra aussi bien répondre à des questions d'optimisation mono-objectif que multiobjectif. L'exemple ci-dessous illustre la démarche *VirMaLab* dans le cas du système simple à trois composants série-parallèle.

Exemple 4.1 : Système de production simple (modélisation VirMaLab pour la MPC)

Dans cet exemple, nous souhaitons mettre en place un modèle de type VirMaLab pour évaluer les stratégies de maintenance du cas jouet à trois composants. La figure 32 présente la structure choisie pour ce modèle de maintenance.

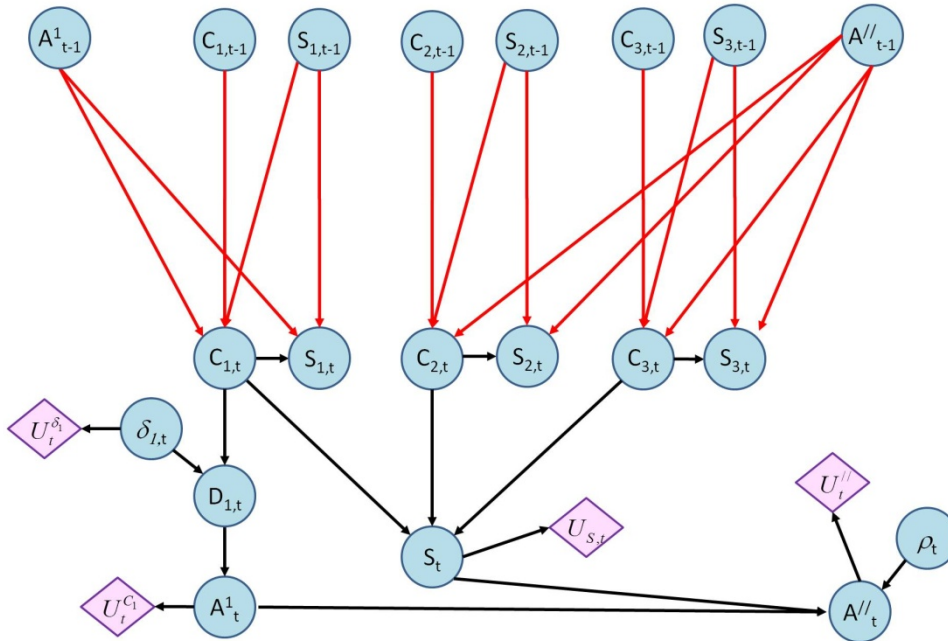


Figure 32 : Structure du modèle VirMaLab pour le système à trois composants

Pour le composant C_1 , une politique de maintenance conditionnelle et corrective est adoptée. Le nœud $D_{1,t}$ introduit donc les caractéristiques du système de diagnostic chargé de surveiller la dégradation de C_1 . Si l'état « dégradé » est détecté, une action de maintenance préventive est déclenchée, remettant le composant dans l'état « ok » à l'instant suivant. Si le composant est supposé en panne par D_1 , il est remis à neuf.

Pour les composants en parallèle, n'ayant pas d'état précurseur de la défaillance, seule une maintenance préventive systématique peut être envisagée (complétée, si nécessaire, d'actions correctives). Elle sera modélisée par le nœud $A^{//}_t$ à valeur dans {ne rien faire, remplacer C_2 , remplacer C_3 , réparer C_2 et C_3 }. L'action corrective de réparation conjointe de C_2 et C_3 est déclenchée lorsque le système tombe globalement en panne et que cela n'est pas dû à une défaillance de C_1 . Les actions préventives sont programmées toutes les T_2 et T_3 itérations (codées dans le nœud ρ_t). On suppose que toutes les actions de maintenance sont parfaites. La maintenance préventive systématique est donc caractérisée par la LPC :

$A_{1,t}$	S_t	ρ_t	$A^{//}_t$			
			rien	C_2	C_3	$C_2 \& C_3$
$\forall A_t$	{Ok, dégradé}	$\text{mod}(t, T_2)=1$ et $\text{mod}(t, T_3)=1$	1	0	0	0
		$\text{mod}(t, T_2)=0$ et $\text{mod}(t, T_3)=1$	0	1	0	0
		$\text{mod}(t, T_2)=1$ et $\text{mod}(t, T_3)=0$	0	0	1	0
		$\text{mod}(t, T_2)=1$ et $\text{mod}(t, T_3)=1$	0	0	0	1

{ne rien faire, réparation préventive}	panne	$\forall \rho_t$	0	0	0	1
Réparation corrective	panne	$\forall \rho_t$	1	0	0	0

Remarque : par souci de simplification, seuls les états de ρ_t correspondant à des actions de maintenance ont été mis dans la LPC. Pour tous les autres états, l'action « ne rien faire » serait choisie. De plus, afin de limiter la taille du tableau, les blocs identiques de la LPC sont regroupés en listant, dans une même cellule, les états parents correspondants à ces valeurs de probabilité.

Pour la maintenance conditionnelle du composant C_1 , une période d'auscultation T_1 est choisie. Les LPC suivantes sont donc définies :

$\delta_{1,t}$	$C_{1,t}$	$D_{1,t}$			
		NM	ok	dég.	panne
Faire diag	ok	0	1	0	0
	dégradé	0	0.2	0.8	0
	panne	0	0	0	1
Ne pas faire	ok	1	0	0	0
	dégradé	1	0	0	0
	panne	1	0	0	0

$D_{1,t}$	A_t^1		
	Ne rien faire	Réparation préventive	Réparation corrective
NM	1	0	0
ok	1	0	0
dég.	0	1	0
panne	0	0	1

L'étape suivante consiste à définir les utilités pour le modèle. Les valeurs suivantes ont été choisies :

- $U_{S,t}$: utilité adossée à l'état du système. Vaut -1 si le système est dans l'état « dégradé » et -5 dans l'état « panne »
- U_t^{δ} : une utilité de -1 est liée à chaque réalisation d'un diagnostic de C_1
- $U_t^{C_1}$: utilité de -3 pour la réparation de C_1
- $U_t^{''}$: une utilité de -2 est affectée à chaque réparation de C_2 ou C_3 et de -4 pour une réparation conjointe des deux composants.

Une fois tous ces paramètres définis, le modèle de maintenance est prêt à être utilisé. Chaque scénario sera évalué à partir de la fonction d'utilité suivante :

$$f^{util} = \sum_{t=1}^T U_{S,t} + U_{\Delta,t} + U_{A,t}$$

Avec :

$$U_{S,t} = -p(S_t = \text{dégradé}) - 5.p(S_t = \text{panne})$$

$$U_{\Delta,t} = -p(\delta_{1,t} = \text{Faire diag})$$

$$U_{A,t} = -3.p(A_t^1 \neq \text{ne rien faire}) - 2.p(A_t^{''} = C_2) - 2.p(A_t^{''} = C_3) - 4.p(A_t^{''} = C_2 \& C_3)$$

Les figures suivantes illustrent le type d'indicateurs que l'on peut obtenir à partir de tels modèles de maintenance. Il a été choisi, ici, de s'intéresser à l'évolution de la probabilité de défaillance du système ainsi qu'aux utilités cumulées sur un horizon temporel $T=200$. Deux stratégies de maintenance ont été considérées : $(T_1, T_2, T_3) = (10, 30, 40)$ et $(5, 15, 20)$.

Sur cette première figure, on remarque évidemment que l'effort de maintenance (illustré par la seconde courbe) se traduit par une diminution très significative du risque de panne. Si cette tendance est évidente, l'avantage de ce type de modélisation est de permettre de quantifier l'influence d'un changement de paramètres sur les indicateurs de décision.

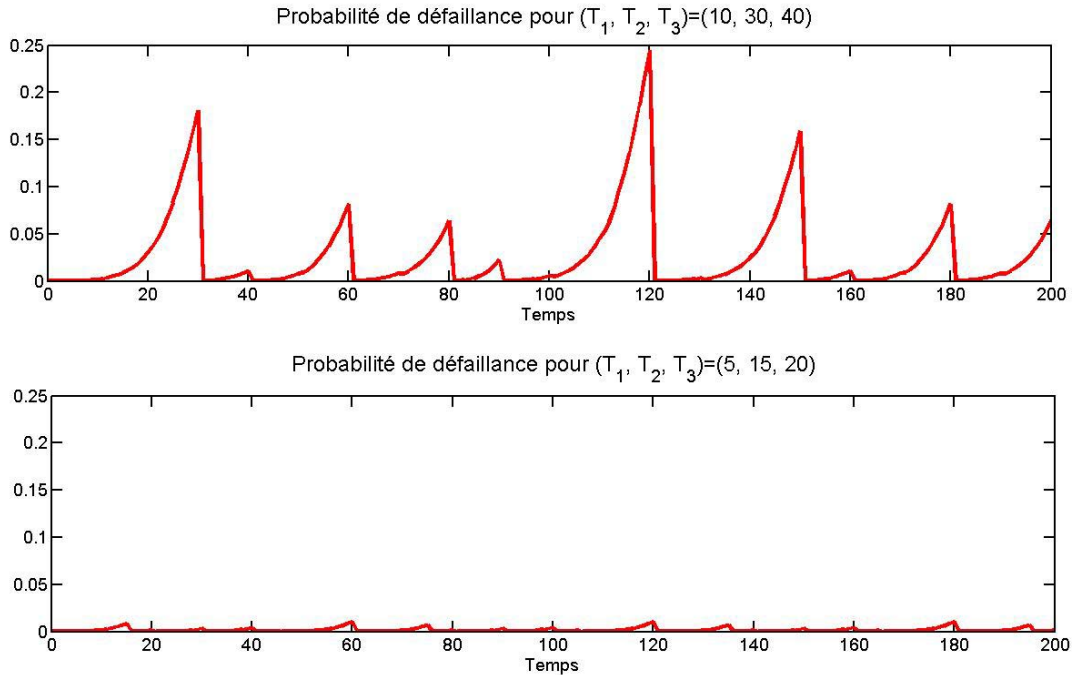


Figure 33 : Système à trois composants – évolution de la probabilité de défaillance du système pour deux scénarios de maintenance $(T_1, T_2, T_3) = (10, 30, 40)$ et $(5, 15, 20)$

La figure 34 montre que, avec les utilités choisies ici, l'augmentation de la charge de maintenance n'a qu'un faible impact au niveau du coût global. En effet, l'augmentation significative des dépenses de maintenance (courbes vertes et magenta) est compensée par le gain au niveau de l'utilité liée à l'état du système (courbes bleues). Comme le souligne la figure 33, la détente des pas de maintenance se traduit par une dégradation importante de l'état du système. Cette dernière induit alors une forte augmentation de l'utilité $U_{s,v}$ liée à l'état du système.

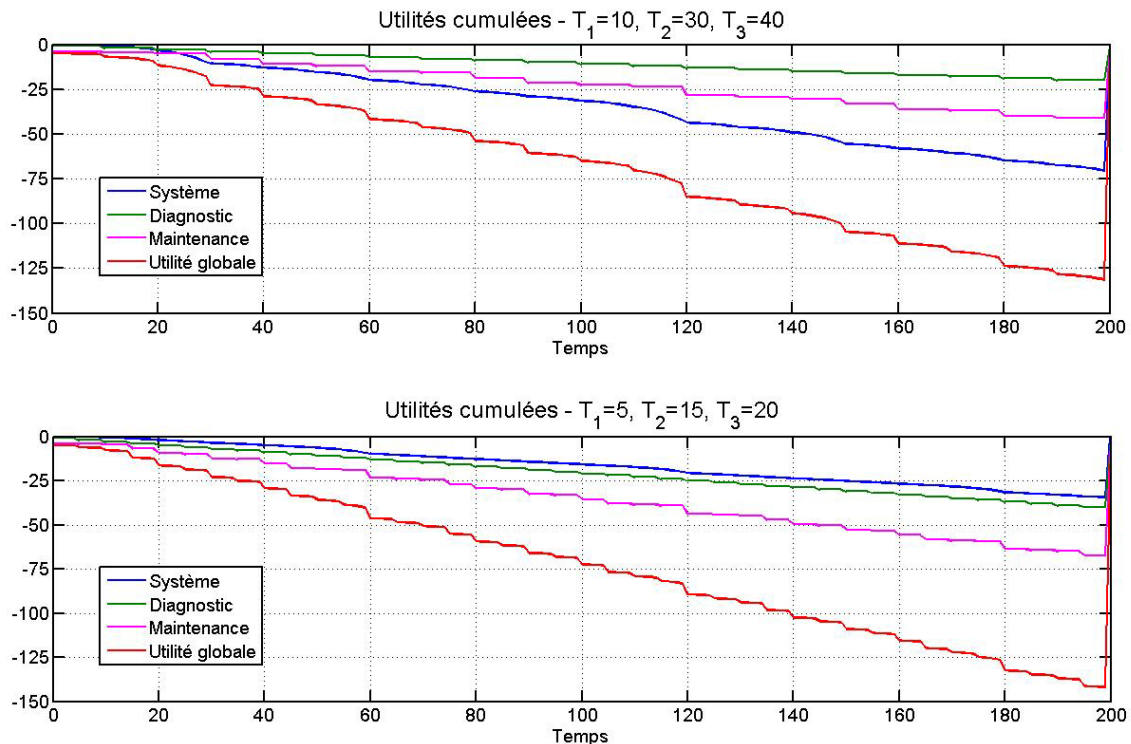


Figure 34 : Système à trois composants – évolution des utilités cumulées du système, du diagnostic, de la maintenance et globale pour deux scénarios de maintenance $(T_1, T_2, T_3) = (10, 30, 40)$ et $(5, 15, 20)$

En conclusion de cet exemple, si nous avons jusque là mis en avant les avantages de la méthode proposée, il est cependant important de souligner les exigences de ce type de modélisation, en terme de mémoire nécessaire pour stocker les tables décrivant les LPC du modèle (notamment celles liées aux temps de séjour). Il semble que, dans cet exemple, on tangente la limite acceptable (3 composants avec une borne T_s de l'ordre de 120). Cette remarque milite en faveur des perspectives d'améliorations, abordées précédemment, basées sur l'intégration de variables continues pour modéliser les temps de séjour.

4.3. Evaluation et comparaison de stratégies de maintenance, applications à l'infrastructure ferroviaire

Cette partie applicative présente dans le détail les résultats de deux projets de recherche portant sur l'utilisation de l'approche *VirMaLab* pour l'évaluation et la comparaison de différentes stratégies de maintenance de l'infrastructure ferroviaire. Il se trouve, en effet, que le secteur de l'infrastructure a été le premier à ressentir le besoin de développer des outils scientifiques d'aide à la décision pour optimiser ses politiques de maintenance. Il faut dire que les coûts engendrés, ainsi que le passé de la maintenance de l'infrastructure, justifient assez facilement cette légère avance de prise de conscience sur les constructeurs de matériel roulant.

Afin d'introduire les enjeux de la maintenance de l'infrastructure, commençons par décrire un peu l'ampleur du travail consistant à maintenir en état un réseau ferroviaire. Le réseau ferré national (RFN), 2nd réseau européen après l'Allemagne, en quelques chiffres, c'est :

- 48.000 km de voie dont 15.000 km de voie de service, et 13.600 km constituant le réseau secondaire (circulé par moins de 20 trains par jour)
- 5.000 appareils de voie
- 18.000 passages à niveau
- 1.700 tunnels
- 31.000 ponts-rail.

En 2005, afin d'avoir une idée de l'état de leur infrastructure, la SNCF et RFF commandèrent un audit à l'équipe du professeur Rivier de l'EPFL (Rivier & Putallaz, 2005). Ce dernier souligna le vieillissement préoccupant du RFN, dû à l'effondrement des investissements de renouvellement depuis le début des années 80 (essentiellement expliqué par l'utilisation de ces fonds pour la création des premières lignes à grande vitesse). A titre d'indication, la création d'un kilomètre de voie neuve ballastée s'élève à environ 15M€ (contre 8M€ pour une autoroute) et son renouvellement à 1M€. Comme le rapporte un rapport de la Cour des comptes, le nombre annuel de km de voie renouvelés est ainsi passé d'environ 900 dans les années 70 à une moyenne de 500 à partir de 1987 (Descheemaeker, et al., 2012). L'effort principal était donc porté sur la maintenance des infrastructures plutôt que sur leur renouvellement (ou régénération dans le jargon SNCF). Ainsi, les deux tiers du budget étaient dédiés à l'entretien des voies (1km de voie en fin de vie coûte en moyenne 60k€ d'entretien alors que si la voie a été rénovée, son entretien annuel s'élève à 25-30k€).

Ces éléments permettent d'entrevoir les enjeux que représente la détermination du bon équilibre entre renouvellement et entretien d'une infrastructure ferroviaire ; question que se pose désormais la plupart des gestionnaires d'infrastructure, notamment la RATP. Pour cet exploitant francilien, la maintenance de l'infrastructure passe par l'entretien de :

- 880 km de voie (RER et métro)
- 1.910 appareils de voie (RER, métro et tramway)
- 5.300 circuits de voie (organe de contrôle de la circulation des rames non automatisées)
- 10.000 signaux (RER et métro)
- Nombreux ouvrages d'art (ponts, tunnels...)
- Equipements de transformation de l'énergie et d'alimentation.

Ces dernières années, le comportement des rails de la ligne A du Réseau Express Régional (RER A) a tout particulièrement attiré l'attention des équipes de maintenance de la RATP. Au début des années 2000, environ 100 retraits de rails et de soudures étaient réalisés annuellement sur cette ligne, suite à détection de défauts. Une augmentation linéaire de ce nombre a ensuite été observée, atteignant 140 retraits annuels en 2006. Afin d'anticiper les conséquences d'une augmentation de l'offre de transport (30%, entre 2006 et 2008) sur la vitesse de dégradation du rail, la RATP souhaitait disposer d'outils d'aide à la décision lui permettant d'évaluer différentes stratégies de maintenance et de rechercher ainsi le meilleur compromis entre le remplacement ponctuel de coupons de rails défectueux et le renouvellement complet de grandes portions de la voie. La prochaine section va présenter en détail la solution proposée pour répondre à ces questions de la RATP.

4.3.1. SpécifRail - optimisation du compromis réparation-renouvellement des rails

Contexte général et généralités sur la maintenance du rail

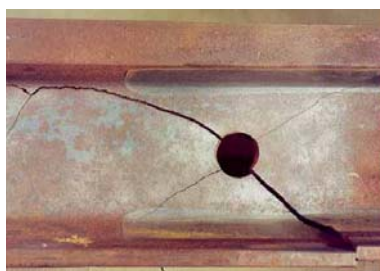
Comme cela a été brièvement introduit précédemment, la Régie Autonome des Transports Parisiens (RATP) a dû faire face ces dernières années à une recrudescence de défauts de rails, en particulier sur le tronçon central du RER A (ligne voyageur la plus chargée au monde et assurant, à elle seule, un quart du trafic ferroviaire francilien). Ces défauts ne sont pas sans conséquences, en termes de sécurité, puisqu'ils peuvent conduire à des ruptures de rail s'ils ne sont pas rapidement retirés. Lorsqu'un rail casse, des procédures établies par le service de la voie, permettent de conserver un niveau de sécurité ad hoc (consolidation immédiate et réparation dans la nuit) mais se traduisent également par de forts ralentissements du trafic, voire des arrêts complets, ce qui dégrade de fait la disponibilité et la qualité de service.

Les photos de la figure 35 présentent différents types de ruptures rail. Les ruptures les plus courantes consistent généralement en des ruptures franches du rail sur des soudures aluminothermiques ou en pleine barre. Les ruptures les plus critiques sont celles en baïonnette ou en étoile (entraînant une réelle lacune au niveau du rail et donc un risque très élevé de déraillement).



© COUDERT SNCF

(a) Rupture de rail sur soudure aluminothermique



© COUDERT SNCF

(b) Rupture en étoile sur trous d'éclisse



(c) Rupture en baïonnette en pleine barre



© COUDERT SNCF

(d) Conséquence d'une rupture de soudure aluminothermique (St Flour, 25/02/2006)

Figure 35 : Exemples de ruptures de rails et illustration de leurs conséquences potentielles

Une politique de maintenance des rails, à 95% préventive conditionnelle, a donc été mise en œuvre afin d'éviter, autant que possible, des interventions en urgence durant l'exploitation. Elle

consiste en des inspections régulières des rails avec un véhicule de mesure dédié (véhicule ultrasons V365 présenté figure 36), un suivi des défauts détectés et le remplacement préventif des coupons défectueux. Des véhicules de même type sont utilisés également par la SNCF sur le RFN.

Ils permettent de détecter l'apparition de défauts internes du rail avant qu'ils n'évoluent, sous l'effet du tonnage cumulé, jusqu'à atteindre une taille critique, entraînant alors la rupture du rail lors du passage d'un train ou bien lors de variations importantes de la température (essentiellement la nuit et en hiver).



Figure 36 : Véhicule de mesure V365 de la RATP, dédié à la détection des défauts internes du rail, équipé de sondes ultrasons

Les photos de la figure 37 présentent différentes tailles de défauts internes évoluant jusqu'à la rupture du rail en pleine barre.

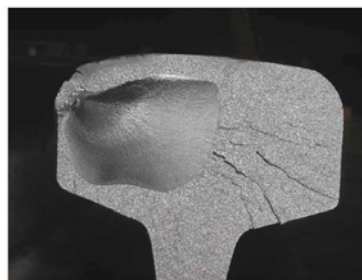
Répondant à une classification de l'UIC (Union Internationale des Chemins de Fer), les défauts internes de rail, détectés par le véhicule ultrasons, sont regroupés en cinq classes qui conditionneront le déclenchement d'actions de maintenance préventive :

- *NR (non retenu)* : Le rail est en bon état de fonctionnement ou le défaut détecté est jugé trop petit pour être retenu.
- *O (observable)* : Le rail est sujet à un défaut interne de diamètre inférieur à 3mm (seuil limite de détection par le VUS).
- X_1 : Le rail est sujet à un défaut interne de diamètre inférieur à 10mm.
- X_2 : Le rail est sujet à un défaut interne de diamètre inférieur à 30mm
- *S* : Le rail est sujet à un défaut interne de plus de 30mm.



© LE COCQ RATP

(a) Initialisation du défaut interne



© LE COCQ RATP

(b) Evolution du défaut interne jusqu'à rupture



(c) Rupture d'un rail « pleine barre »

Figure 37 : Défauts internes du rail évoluant vers une rupture en « pleine barre »

Lorsqu'un défaut significatif est détecté (généralement X_2 ou *S*, voire certains X_1 positionnés dans des zones critiques) un remplacement du coupon défectueux est programmé. Cette action, illustrée par les figures ci-dessous, se traduit par le tronçonnage d'une longueur de rail (entre 6 et 18m), son remplacement par un coupon neuf et la réalisation de deux soudures aluminothermiques.

Or, il a été prouvé que ces soudures aluminothermiques sont des points faibles de la voie, ayant un processus de dégradation bien plus rapide que le rail « pleine barre ». Autrement dit, plus on fait de régénérations ponctuelles, plus on dégrade la qualité globale de la voie : ces soudures, se

dégradant plus vite, déclencheront à leur tour un grand nombre d'actions préventives qui auront pour conséquence la réalisation de nouvelles soudures qui entraîneront de nouveaux défauts... Les conséquences de ce phénomène, appelé *mitage* de la voie, conduisent bien souvent le gestionnaire d'infrastructure à réaliser de grandes campagnes de renouvellement du rail (investissement coûteux mais très rentable en terme d'amélioration de la qualité de service).



Figure 38 : Réalisation d'une soudure aluminothermique sur le RER A

Du fait des enjeux économiques que représente le maintien d'un haut niveau de disponibilité pour une ligne aussi stratégique que le RER A, la RATP souhaitait disposer d'un outil d'aide à la décision permettant d'optimiser le compromis entre *Remplacement* et *Renouvellement* des rails. Tel était donc l'objectif de l'étude *SpecifRail*, présentée en détails dans la suite de ce chapitre.

Hypothèses du modèle

Si la réalisation d'un modèle global de dégradation des rails pour une ligne complète semble intéressante (car elle permettrait de réaliser une cartographie de la dégradation et de l'apparition de défauts de rails) elle ne semble cependant pas réaliste d'un point de vue calculatoire. De plus, une voie ferrée est constituée de deux files de rails, chacune composée de rails standards (nommés pleines barres) et d'éventuelles soudures aluminothermiques. Notons que les rails en pleines barres sont par nature des composants continus, tandis que les soudures sont des points singuliers de la voie. Cette différence de nature complique formellement la représentation d'une file de rail.

Il a donc été choisi d'aborder la modélisation de la dégradation du rail à partir d'un coupon élémentaire, issu du processus de discrétisation de la voie introduit figure 39. Cette modélisation s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- Toute voie, de longueur L_v , est représentée par une succession de $N_{ce} = 2 * L_v / L_{ce}$ coupons de rail dits élémentaires de longueur L_{ce}
- Chaque coupon peut éventuellement posséder, au plus, une soudure aluminothermique

- Pour une section de voie donnée, les coupons sont supposés indépendants et régis par le même processus de dégradation.

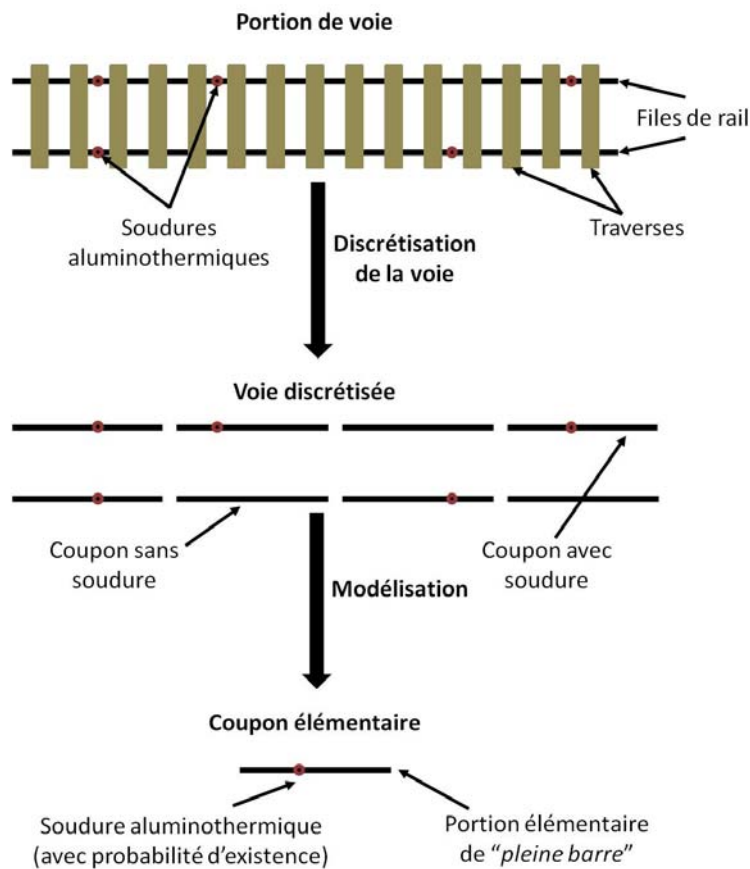


Figure 39 : modélisation des rails d'une ligne par un coupon élémentaire constitué d'une portion de « pleine barre » et d'une potentielle soudure aluminothermique

Le couple composé d'un coupon de rail pleine barre de longueur L_{ce} et d'une éventuelle soudure aluminothermique est appelé coupon élémentaire. Une bonne pratique, quant au choix de la taille du coupon élémentaire L_{ce} , consiste à prendre la longueur moyenne du coupon remplacé lors d'une opération de maintenance curative, à savoir environ 25 mètres sur le RER.

Cette représentation des rails d'une voie permet de ramener l'étude d'une portion de ligne quelconque à l'étude de son coupon de rail élémentaire moyen. Autrement dit, cette approche simplifie la problématique initiale en modélisant le rail d'une voie ferrée donnée par uniquement deux composants, à savoir la pleine barre de longueur L_{ce} et l'éventuelle soudure caractéristique sur la portion de voie considérée.

Compte tenu de la vitesse de dégradation du rail et de l'objectif d'optimiser les pas d'inspection (déclenchant la maintenance préventive) et de renouvellement, une précision temporelle mensuelle a été adoptée. De ce fait, les règles d'intervention spécifiées dans le référentiel de maintenance ont conduit à retenir 4 états pour décrire la dégradation du rail :

- N : pas de défaut
- OX_1 : défaut mineur ne nécessitant pas d'intervention
- X_2S : défaut majeur déclenchant une action de maintenance préventive dans le pas de temps suivant. Dans certains contextes tels que les files hautes de courbes à faible rayon de courbure, ces défauts entraîneront des limitations de circulation prises en compte lors de la phase d'évaluation

- *Rup* : rupture du rail entraînant une consolidation immédiate (avec arrêt des circulations) et réparation dans le pas de temps suivant.

Enfin, il a été supposé que les phénomènes de dégradation considérés dans cette étude n'étaient pas autoréparables, que les transitions entre états se faisaient dans l'ordre croissant des états cités précédemment (en passant par tous les états intermédiaires) et que la rupture était un état absorbant.

Concernant la surveillance des défauts de fatigue du rail, la RATP utilise principalement :

- Des inspections périodiques par le véhicule ultrasons (VUS), introduit figure 36. Chaque détection par le VUS déclenche le passage d'une équipe de confirmateurs, équipés d'un appareil ultrasons portatif. Leur rôle consiste à écarter les fausses alarmes provoquées par le VUS et, pour les vrais positifs, à classer ces défauts en fonction de leurs taille et position dans le rail.
- Les Circuits de Voie (CdV), dont la fonction principale est de détecter la présence de trains sur une zone donnée (nommée *canton*), mais qui, de par leurs propriétés électriques, se trouvent être les principaux détecteurs des rails cassés³.

Il est à noter que, pour détecter des ruptures, la RATP a également recours à des parcours à pied ou aux signalements des conducteurs. Toutefois, leurs contributions sont apparues négligeables dans cette étude, comparées aux deux méthodes principales de diagnostic citées précédemment.

Structure *VirMaLab* proposée pour *SpecifRail*

D'un point de vue modélisation, ces hypothèses se traduisent par la structure du modèle de transition d'un 1-MPGM, décrivant un modèle de maintenance de type *VirMaLab*, présentée figure 40. On y retrouve les trois blocs, détaillés dans l'approche générique du développement d'un modèle de maintenance (figure 11) : modélisation de la dégradation, modélisation des procédures de maintenance et évaluation d'une stratégie de maintenance.

Le bloc *Dégradation du rail* est caractérisé par :

- Le réseau bayésien \mathcal{M}_r : il s'agit d'un MGD décrivant le comportement du composant *pleine barre*. Il est constitué des variables X_R et S_R , décrivant respectivement l'état de la pleine barre et le temps de séjour dans l'état courant. Ces variables sont à valeurs respectivement dans $\mathcal{X} = \{N, OX_1, X_2S, Rup\}$ et $\mathcal{S} = \{1, \dots, T_s\}$, où T_s correspond au temps de séjour maximum possible dans chaque état. Après analyse statistique des temps de séjour dans chaque état, à partir des données REX de la RATP, T_s a été fixé à 120 mois.
- Le réseau bayésien \mathcal{M}_w : il s'agit d'un MGD décrivant le comportement du composant *Soudure*, constitué des variables X_w , S_w et W , à valeurs respectivement dans \mathcal{X} et \mathcal{S} et $\{présente, absente\}$, où W permet de modéliser le fait que le coupon élémentaire contienne ou non une soudure aluminothermique. Cette dernière modélisation est relativement complexe, car la distribution des soudures le long d'une voie n'est pas régulière. Elle dépend des actions de réparation, des campagnes de renouvellement, etc... Pour répondre à ce problème, il a été proposé une approche s'appuyant sur la mesure de dispersion des défauts à partir de l'entropie des points kilométriques (PK) des avaries enregistrées dans la base REX. Une description plus précise de cette approche est proposée dans les paragraphes à venir.

³ Le fonctionnement des CdV s'appuie sur une boucle électrique qui, si aucun train n'est présent, transmet un courant d'un émetteur à un récepteur. Lorsqu'un train est présent sur le canton, ses essieux court-circuitent ce courant, entraînant la « chute » du récepteur du CdV. Le train est ainsi détecté et la circulation interdite sur la zone à tout autre train. De ce fait, lorsqu'une portion de voie est libre de toute circulation, un rail cassé se traduit la plupart du temps par une rupture du contact électrique, qui est alors détecté par le poste de commande centralisé (PCC). Une rapide analyse statistique du REX de la RATP a montré qu'environ 85% des ruptures étaient détectées en premier par les CdV.

- Des variables de contexte influençant les réseaux \mathcal{M}_r et \mathcal{M}_w (charge à l'essieu, tonnage cumulé, rayon de courbure, positionnement file haute ou file basse).

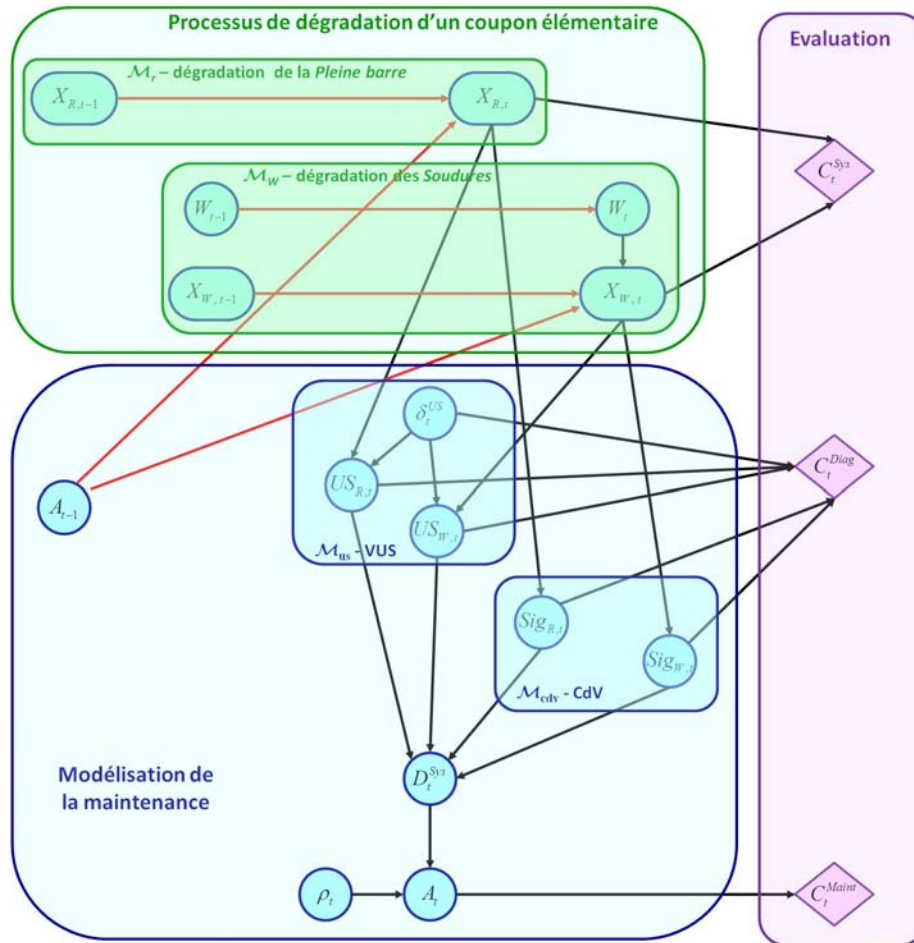


Figure 40 : Structure du modèle de transition du 1-MPGM pour l'application VirMaLab – SpecifRail. Evaluation du compromis « Remplacement – Renouvellement » des rails du RER A.

Le bloc *Modélisation de la maintenance* est caractérisé par :

- Les réseaux bayésiens \mathcal{M}_{US} et \mathcal{M}_{CdV} : il s'agit de réseaux simples décrivant respectivement les résultats du diagnostic par auscultation US du coupon élémentaire (déclenchant les actions préventives) et par la signalisation (détectant, par l'intermédiaire des circuits de voie, l'apparition de ruptures).

Les variables de détection $US_{r,t}$ et $US_{w,t}$ de \mathcal{M}_{US} sont à valeurs dans $\mathcal{D}=\{N, DNC, DC\}$, décrivant respectivement les cas où aucun défaut n'est détecté (N - Néant), les cas où la détection du VUS est infirmée par l'équipe de confirmateurs (DNC - Défaut Non Confirmé) et les cas où le défaut détecté par le VUS est confirmé OX_1 ou X_2S par les confirmateurs (DC - Défaut Confirmé).

Les variables $Sig_{r,t}$ et $Sig_{w,t}$ de \mathcal{M}_{CdV} sont également à valeurs dans \mathcal{D} .

La variable δ^{US} code la présence du VUS à un instant donné, prenant ses valeurs dans $\mathcal{T}_{US}=\{présent, absent\}$ en fonction de la période d'auscultation, tandis que la détection de ruptures par les CdV est permanente.

- Le nœud D_t^{sys} : cette v.a. représente le diagnostic final du coupon élémentaire. Ses paramètres dépendent de la politique de diagnostic choisie, permettant de fusionner les informations provenant de chaque système de diagnostic. Dans cette application, elle consiste uniquement à déclencher une alerte dès qu'un défaut est détecté sur l'un des deux composants. D_t^{sys} est

donc à valeurs dans $\mathcal{D}^{Sys}=\{N, D\}$ où N correspond à une absence d'alarme tandis que D correspond à la détection d'un défaut (au moins un signalement DC est observé à l'instant t).

- Le nœud A_t : cette v.a. représente l'action de maintenance déclenchée à l'instant t sur le coupon élémentaire, choisie parmi $\{ne\ rien\ faire, remplacement, renouvellement\}$.
- Le nœud ρ_t : cette variable binaire permet de déclencher explicitement un renouvellement à l'instant t , à valeur dans $\mathcal{T}_{ren}=\{0,1\}$; 1 correspondant à la réalisation d'un renouvellement.

Enfin, le bloc *Evaluation* est caractérisé par les coûts d'indisponibilité du système, C^{sys} , de diagnostic, C^{diag} et de maintenance, C^{Maint} .

Modélisation des soudures aluminothermiques

Comme partiellement évoqué précédemment, la modélisation de l'existence de soudures aluminothermiques sur un coupon élémentaire peut s'avérer une tâche assez complexe. En effet, si ces dernières sont introduites à la voie lors de la pose de coupons de rail neufs (suite à des régénérations ponctuelles ou à de vastes opérations de renouvellement), l'évolution de leur nombre n'est pas linéaire en fonction du nombre de réparations effectuées. En effet, il se peut que plusieurs soudures se trouvent sur le coupon défectueux à remplacer. Dans ce cas, l'action de maintenance conduit à l'ajout de deux soudures sur la voie mais également au retrait de toutes celles présentes sur le coupon retiré. Ce phénomène de « recouvrement » des soudures se produira d'autant plus souvent que les défauts sont fortement localisés autour d'une zone précise. Dans ce cas, la probabilité de faire chuter le nombre de soudures lors d'une action de maintenance est relativement élevée. Si par contre les défauts apparaissent de façon uniforme sur la voie, cette probabilité devient alors assez faible. De manière générale, le nombre de soudures présentes à l'instant t sur une voie constituée de N_{ce} coupons élémentaires de longueur L_{ce} s'écrit :

$$N_{w,t} = N_{ce} \cdot p_{w,t} \quad (49)$$

où $p_{w,t} = p(W_t = \text{présente})$ représente la probabilité d'existence d'une soudure à l'instant t sur le coupon élémentaire.

Deux scénarios doivent maintenant être envisagés. Dans le premier, une action de renouvellement a été réalisée ($A_{t-1}=\text{renouvellement}$). Cette opération de remise à neuf de la voie conduit à supprimer toutes les soudures existantes et à en introduire $N_{w,1}$ nouvelles, correspondant aux soudures nécessaires pour assembler les longs rails soudés (LRS). Cette quantité initiale est donc directement proportionnelle à la longueur de rail L_{LRS} utilisée pour ces LRS et la probabilité d'existence d'une soudure sur le coupon élémentaire après un renouvellement ne dépend plus de l'historique des réparations mais est égale à la probabilité initiale⁴ d'existence d'une soudure, soit :

$$p_{w,1} = p(W_1 = \text{présente}) = \frac{N_{w,1}}{N_{ce,1}} = \frac{N_{w,1} L_{LRS}}{2L_v} \quad (50)$$

Le second scénario s'intéresse au cas où une action de remplacement est réalisée à l'instant $t-1$. Si aucune soudure n'était présente sur le coupon élémentaire ($W_{t-1}=\text{absente}$), l'action de maintenance réalisée se traduit par l'ajout déterministe d'une soudure à l'instant t et la probabilité d'existence d'une soudure sur le coupon s'écrit alors :

$$p(W_t = \text{présente} | W_{t-1} = \text{absente}, A_{t-1} = \text{remplacement}) = 1 \quad (51)$$

Si par contre une soudure était déjà présente sur le coupon ($W_{t-1}=\text{présente}$), il devient nécessaire d'évaluer le possible recouvrement entre cette dernière et celles introduites par l'action de maintenance. Dans ce cas, la probabilité d'existence d'une soudure sur le coupon élémentaire peut

⁴ Il est supposé ici que, à l'instant initial, la voie est neuve et ne contient donc que des soudures introduites par l'assemblage de longs rails soudés.

devenir inférieure à 1, compte tenu de la possible suppression de certaines soudures lors de l'action de maintenance. Pour estimer cette probabilité, il convient de s'intéresser à la distribution spatiale des défauts de rail afin d'en déduire la loi de probabilité des points kilométriques (PK) qui leur sont associés. Notons pk_i et pk_f le PK initial et final de la portion de voie considérée et Y_{pk} la variable aléatoire à valeurs dans $\mathcal{P}_k = \{pk_i, \dots, pk_f\}$ représentant le PK d'un défaut. L'objectif est donc d'utiliser les données de retour d'expérience contenue dans la base *Avaries* de la RATP pour estimer, pour tout y de \mathcal{P}_k , la probabilité $p(Y_{pk}=y)$. L'entropie normalisée, notée $H(Y_{pk})$, fournit une mesure de la dispersion des défauts, définie par :

$$H(Y_{pk}) = -\frac{1}{\log(pk_f - pk_i)} \sum_{y=pk_i}^{pk_f} p(Y_{pk} = y) \log(p(Y_{pk} = y)) \quad (52)$$

$H(Y_{pk})$ vaut 1 lorsque la dispersion spatiale des défauts est uniforme et tend vers 0 lorsque les défauts se concentrent autour d'un même PK. Pour notre problème d'estimation de probabilité de présence d'une soudure sur un coupon élémentaire, plus $H(Y_{pk})$ est proche de 1, moins il y a de chance de rencontrer un recouvrement de soudure lors d'une action de remplacement de coupon.

Il est maintenant possible d'introduire le taux de création d'une soudure après un remplacement d'un coupon possédant déjà une soudure. Notée τ_w , cette grandeur vérifie :

- $\tau_w = p(W_t = \text{présente} | W_{t-1} = \text{présente}, A_{t-1} = \text{remplacement})$
- Si $H(Y_{pk})=1$, chaque coupon doit finir par posséder une soudure (la répartition des défauts étant uniforme). Dans ce cas, la probabilité asymptotique d'existence d'une soudure, notée $p_{w,\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} p(W_t = \text{présence})$, doit tendre vers 1.
- Si $H(Y_{pk})=0$, tous les défauts sont localisés sur le même coupon. Du fait de l'hypothèse des coupons élémentaires i.i.d. introduite par l'approche adoptée pour modéliser les rails d'une portion de voie, la probabilité asymptotique que tous les défauts se concentrent sur un même coupon s'écrit $p_{w,\infty}=1/N_{ce}$.

De ce fait, en utilisant l'équation 52 pour traiter les cas intermédiaires à $H(Y_{pk})=1$ et $H(Y_{pk})=0$, la probabilité asymptotique d'existence d'une soudure peut s'écrire :

$$p_{w,\infty} = \frac{1}{N_{ce}} + H(Y_{pk}) \frac{N_{ce} - 1}{N_{ce}} \quad (53)$$

En supposant que le processus de création et de suppression d'une soudure sur un coupon élémentaire soit modélisable par une chaîne de Markov, les propriétés asymptotiques de ces dernières permettent de déduire le taux τ_w :

$$\tau_w = 2 - \frac{1}{p_{w,\infty}} \quad (54)$$

LPC du modèle *VirMaLab-SpecifRail*

Les différentes LPC de ce modèle ont été apprises à partir des bases de données REX de la RATP pour les modèles de dégradation, et par avis d'experts pour la description des systèmes de diagnostic et les actions de maintenance. Concernant l'apprentissage des temps de séjour, le système observé ici étant maintenu, les données REX disponibles dans cette étude étaient forcément fortement censurées à droite (Kalbfleisch & Prentice, 2002). L'apprentissage des temps de séjour par maximisation directe de la vraisemblance n'était donc pas possible. Pour répondre à ce problème, une démarche basée sur l'utilisation de l'algorithme EM a été proposée (Donat, 2009).

L'approche introduite dans les paragraphes précédents pour estimer la probabilité d'existence d'une soudure sur un coupon élémentaire permet de définir la LPC caractérisant le nœud W_t , décrite par la table ci-dessous.

4.3. Evaluation et comparaison de stratégies de maintenance

A_t	W_{t-1}	W_t	
		<i>absente</i>	<i>présente</i>
<i>remplacement</i>	<i>absente</i>	0	1
	<i>présente</i>	$1 - \tau_w$	τ_w
<i>renouvellement</i>	<i>absente</i>	$1 - p_{w,1}$	$p_{w,1}$
	<i>présente</i>	$1 - p_{w,1}$	$p_{w,1}$

Pour les deux modèles de dégradation, les hypothèses introduites précédemment conduisent aux deux lois de transition « naturelle » détaillées dans les deux tableaux ci-dessous.

$X_{r,t-1}$	Q_r^{sys}			
	N	OX_1	X_2S	Rup
N	0	1	0	0
OX_1	0	0	1	0
X_2S	0	0	0	1
Rup	0	0	0	1

W_t	$X_{w,t-1}$	Q_w^{sys}			
		N	OX_1	X_2S	Rup
<i>absente</i>	N	1	0	0	0
	OX_1	1	0	0	0
	X_2S	1	0	0	0
	Rup	1	0	0	0
<i>présente</i>	N	0	1	0	0
	OX_1	0	0	1	0
	X_2S	0	0	0	1
	Rup	0	0	0	1

Ces transitions naturelles sont déclenchées en fonction des lois de temps de séjour apprises à partir du REX et illustrées par la figure 41 où sont présentées les distributions de temps de séjour (en mois) avant apparition du premier défaut en considérant la variable de contexte $Z =$ courbes à rayon de courbure inférieur < 500m. On pourra, au passage, remarquer la différence notable de vitesse de dégradation entre une *soudure* et un coupon *pleine barre*.

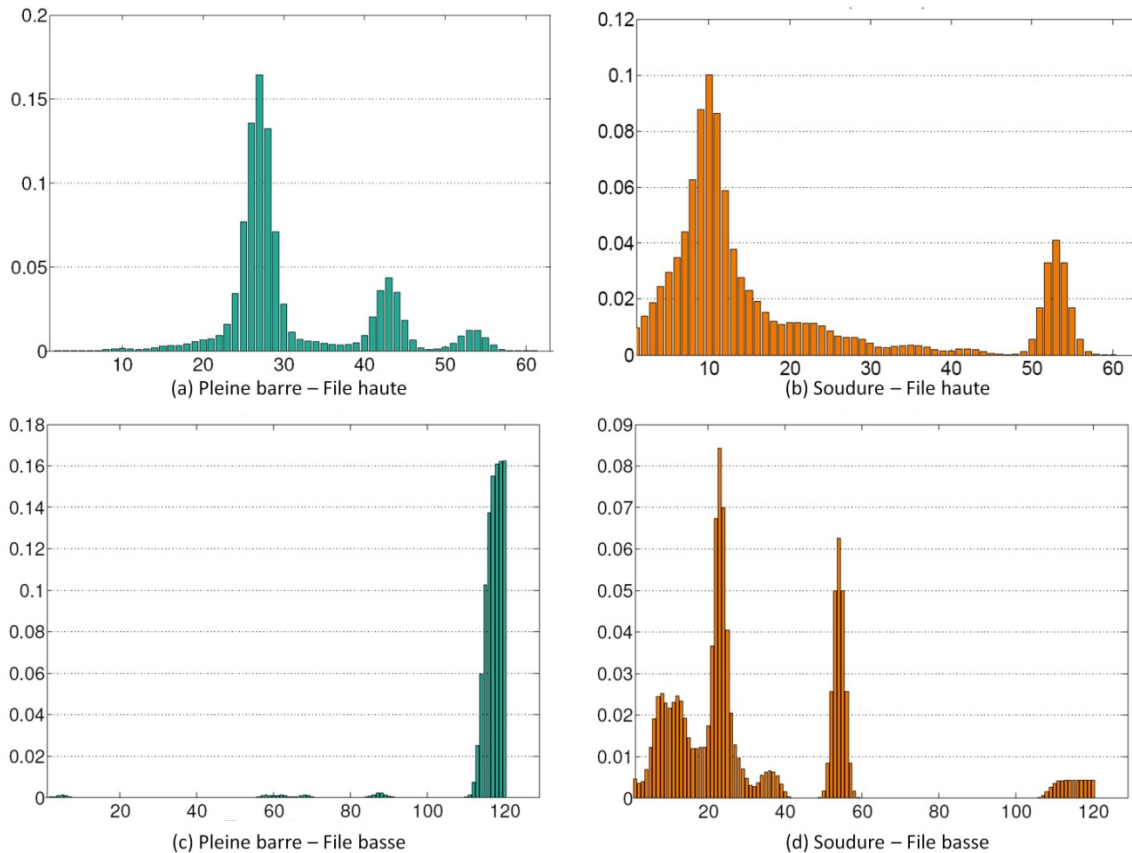


Figure 41 : Distribution des temps de séjour, en mois, dans l'état N pour les composants *pleine barre* et *soudure*. Apprentissage sur données des courbes à rayon de courbure inférieur à 500m.

Lorsqu'une action de maintenance est programmée, il est supposé qu'à l'instant suivant, le composant concerné est remis à neuf (quel que soit son état précédent), sans considération de maintenance imparfaite. Ceci se traduit, en termes probabilistes, par les deux lois de transitions « artificielles » Q_r^{maint} et Q_w^{maint} , définies dans le tableau ci-dessous.

		Q_r^{maint} (resp. Q_w^{maint})			
A_{t-1}	$X_{r,t-1}$ (resp. $X_{w,t-1}$)	$X_{r,t}$ (resp. $X_{w,t}$)			
		N	OX_1	X_2S	Rup
Remplacement	N	1	0	0	0
	OX_1	1	0	0	0
	X_2S	1	0	0	0
	Rup	1	0	0	0
Renouvellement	N	1	0	0	0
	OX_1	1	0	0	0
	X_2S	1	0	0	0
	Rup	1	0	0	0

Les caractéristiques de chaque système de diagnostic sont décrites dans les LPC des nœuds $US_{r,t}$ et $US_{w,t}$ pour le VUS et $Sig_{r,t}$ et $Sig_{w,t}$ pour les CdV. Les deux tables ci-dessous illustrent ces LPC pour le diagnostic du composant *pleine barre* (des structures identiques décrivant le composant *soudure*).

δ_t^{US}	$X_{r,t}$	$US_{r,t}$		
		N	DNC	DNC
présent	N	$1 - \phi_{r,fa}^{US}$	$\phi_{r,fa}^{US}$	0
	OX_1	$1 - \beta_{r,OX_1}^{US}$	0	β_{r,OX_1}^{US}
	X_2S	$1 - \beta_{r,X_2S}^{US}$	0	β_{r,X_2S}^{US}
	Rup	1	0	0
absent	N	1	0	0
	OX_1	1	0	0
	X_2S	1	0	0
	Rup	1	0	0

		$Sig_{r,t}$		
$X_{r,t}$	N	DNC	DNC	
N	$1 - \phi_{r,fa}^{Sig}$	$\phi_{r,fa}^{Sig}$	0	
OX_1	1	0	0	
X_2S	1	0	0	
Rup	$1 - \beta_{r,Rup}^{Sig}$	0	$\beta_{r,Rup}^{Sig}$	

Pour le diagnostic par VUS, les paramètres $\phi_{r,fa}^{US}$, β_{r,OX_1}^{US} et β_{r,X_2S}^{US} correspondent respectivement aux taux de fausses-alarmes et de bonnes détections des défauts classés OX_1 et X_2S . Il a été supposé que le véhicule ultrasons ne participerait qu'à la maintenance préventive. En effet, la probabilité qu'un rail casse juste avant le passage du VUS et que cette rupture ne soit détectée par aucun autre acteur avant la confirmation du diagnostic VUS peut être considérée comme négligeable. C'est pour cette raison que le taux de non détection des ruptures a été mis à 1. A un instant donné, la présence ou non du VUS est gérée par le nœud $\delta_{US,t}$, qui est dans l'état *présent* avec une probabilité de 1 si $\text{mod}(t, T_{US}) = 0$, où T_{US} désigne la période de passage du véhicule ultrasons. Lorsque le véhicule de mesure n'est pas présent, on considère que le système est dans son état normal (N).

Le diagnostic par circuit de voie ne concerne que l'aspect correctif de la détection, les CdV n'étant capables de détecter que les ruptures. Les taux de non détection des défauts OX_1 et X_2S ont donc été mis à 1. Les paramètres $\phi_{r,fa}^{Sig}$ et $\beta_{r,Rup}^{Sig}$ décrivent respectivement les taux de fausses-alarmes et de bonnes détections des ruptures en *pleine barre* par les circuits de voie. $\beta_{r,Rup}^{Sig}$ est généralement très proche de 1, les seuls cas de rails cassés non détectés par la signalisation étant les ruptures en étoile et celles pour lesquelles le contact électrique est maintenu par le phénomène de dilatation des rails (en saison chaude).

L'ensemble de ces paramètres a été estimé à partir des avis d'experts de la RATP, complétés, pour les CdV, par une analyse des bases REX du département *Signalisation*.

Pour les actions de maintenance, la politique choisie est résumée dans la table du nœud A_t :

ρ_t	D_t^{Sys}	A_t		
		<i>Ne rien faire</i>	<i>Remplacement</i>	<i>Renouvellement</i>
0	N	1	0	0
	D	0	1	0
1	N	0	0	1
	D	0	0	1

A la RATP, les chantiers de renouvellement des rails sont réalisés périodiquement. Le nœud ρ_t est donc dans l'état 1 si $\text{mod}(t, T_{ren}) = 0$, où T_{ren} désigne la période de renouvellement.

Enfin, les utilités définies dans ce modèle sont décrites par les équations suivantes :

$$C_t^{Sys} = c_{ind}^{sys} \cdot (p(X_{R,t} = Rup) + p(X_{W,t} = Rup)) \quad (55)$$

$$C_t^{Diag} = C_t^{VUS} + C_t^{Sig}$$

avec

$$\begin{cases} C_t^{VUS} = L_{ce} \cdot c_{insp}^{us} + c_{conf}^{us} \cdot (p(US_{R,t} \neq N) + p(US_{W,t} \neq N)) \cdot \delta_t^{US} \\ C_t^{Sig} = c_{insp}^{sig} + c_{conf}^{sig} \cdot (p(Sig_{R,t} \neq N) + p(Sig_{W,t} \neq N)) \end{cases} \quad (56)$$

$$C_t^{Maint} = L_{ce} \cdot (c_{remp} \cdot p(A_t = remplacement) \cdot (1 - \rho_t) + c_{ren} \cdot \rho_t) \quad (57)$$

S'appuyant sur les paramètres économiques du modèle *VirMaLab-SpecifRail* suivants :

- c_{ind}^{sys} : coût d'indisponibilité lié à l'apparition d'une rupture
- c_{insp}^{us} : coût d'inspection d'un mètre de voie par la V365
- c_{conf}^{us} : coût de la confirmation d'un défaut détecté par la V365
- c_{insp}^{sig} : coût mensuel de la surveillance par CdV
- c_{conf}^{sig} : coût de la confirmation d'un défaut détecté par la signalisation
- c_{remp} : coût de réparation d'un mètre de rail
- c_{ren} : coût de renouvellement d'un mètre de rail

Quelques résultats illustratifs fournis par *SpecifRail*

Afin d'illustrer la capacité du modèle *SpecifRail* à évaluer différentes politiques de maintenance, un exemple de résultats, obtenus lors de l'étude, est introduit dans ce paragraphe. Nous nous intéressons ici au tronçon central de la ligne A (La Défense - Vincennes), en se limitant aux rails des courbes à faible rayon de courbure (inférieurs à 500 mètres).

Comme précisé précédemment, seules deux actions de maintenance sont considérées : le renouvellement total des rails de la ligne et le remplacement (préventif ou correctif) d'un coupon de rail défectueux. L'objectif de l'étude est donc d'ajuster la période d'auscultation du véhicule ultrasonore et la période de renouvellement des rails de manière à minimiser les coûts et le nombre annuel de ruptures.

Mathématiquement, cela se traduit par la définition de la fonction multi-utilité $f^{util}(T_{us}, T_{ren})$, suivante :

$$f^{util}(T_{us}, T_{ren}) = \begin{cases} f^{coût}(T_{us}, T_{ren}) = \frac{N_{ce}}{T} \sum_{t=1}^T C_t^{Sys} + C_t^{Diag} + C_t^{Maint} \\ f^{rup}(T_{us}, T_{ren}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T N_{rup,t} \end{cases} \quad (58)$$

où T et N_{ce} représentent respectivement l'horizon temporel choisi pour la simulation et le nombre de coupons élémentaires de la portion de ligne considérée se trouvant dans le contexte Z , sélectionné pour la simulation.

$f^{coût}(T_{us}, T_{ren})$ et $f^{rup}(T_{us}, T_{ren})$ représentent, sur l'horizon temporel T , le coût moyen et le nombre mensuel de ruptures associés à la politique de maintenance (T_{us}, T_{ren}) ; le nombre de ruptures à l'instant t étant défini par :

$$N_{rup,t} = N_{ce} \cdot (p(X_{R,t} = rup) + p(X_{W,t} = rup)) \quad (59)$$

Pour ce problème d'optimisation, une contrainte sur le nombre annuel de ruptures tolérées, notées N_{rup}^{max} , est introduite. La figure 42 présente les résultats obtenus lors de l'évaluation des politiques de maintenance (T_{us} variant de 1 à 12 mois et T_{ren} variant de 1 à 10 ans) en terme de nombre annuel de ruptures, en considérant $T=120$ mois et $N_{rup}^{max} = 5$ pour les files hautes et 1 pour les files basses (il est en effet possible d'être plus exigeant sur les files basses car la majeure partie des ruptures en courbe apparaissent sur la file haute, subissant les contraintes dynamiques liées au passage des trains). La ligne pointillée rouge marque la limite entre les scénarios acceptables et ceux ayant plus de 5 ruptures annuelles.

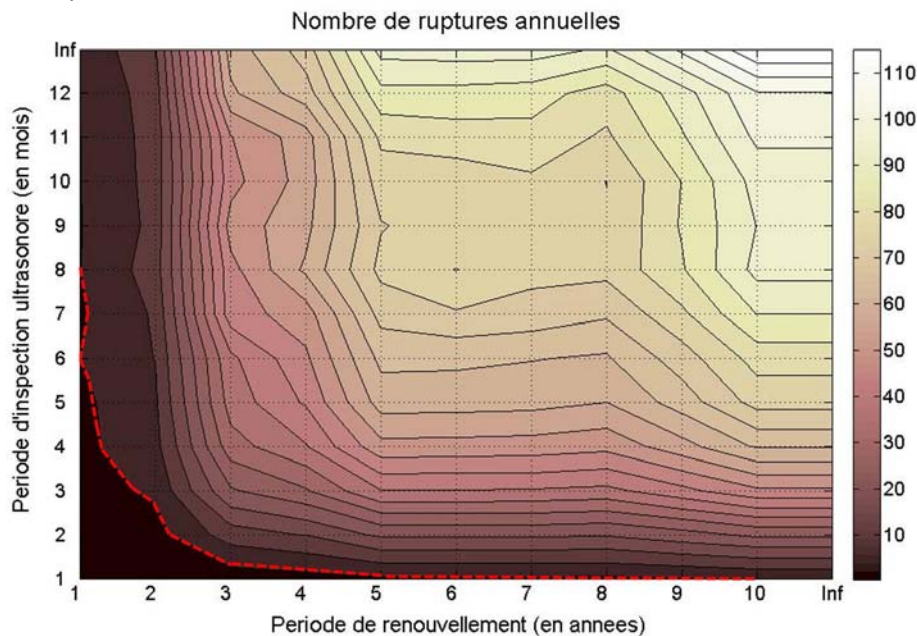


Figure 42 : Evaluation de la fonction d'utilité f^{rup} en fonction des périodes de renouvellement et d'inspection ultrasonore pour les files hautes des courbes à faible rayon de courbure (<500m)

On y observe naturellement que, plus les opérations de maintenance sont fréquentes, moins les défauts ont le temps d'évoluer jusqu'à la rupture.

Le même type de résultats sur $f^{coût}$ permet ensuite de définir l'ensemble des solutions acceptables minimisant f^{util} pour les files hautes. Le tableau ci-dessous reprend une partie des valeurs obtenues, ne présentant que les scénarios respectant la contrainte sur N_{rup}^{max} .

Il s'agit ensuite de sélectionner la politique la moins onéreuse satisfaisant la contrainte sur le nombre de ruptures. Pour des raisons évidentes de confidentialité, les coûts présentés ici ont été normalisés afin d'indiquer des tendances de comportement sans divulguer les coûts réels de la maintenance.

Ce tableau fait ressortir que la solution minimisant f^{util} et respectant $N_{rup}^{max} = 5$ est obtenue pour un renouvellement des files hautes tous les 2 ans et une inspection tous les 2 mois. En effet, une remise à neuf plus fréquente entraîne nécessairement des coûts de maintenance plus élevés tandis que lors d'une diminution de cette fréquence, les économies faites sur le renouvellement ne sont pas

4.3. Evaluation et comparaison de stratégies de maintenance

significatives par rapport à l'augmentation des coûts induits par les remplacements de coupons défectueux.

$f^{util}(T_{US}, T_{ren}), Z=files\ hautes\ R<500m$			
T_{ren}	T_{US}	$f^{up}(T_{US}, T_{ren})$	$f^{cout}(T_{US}, T_{ren})$
1	1	0.27	9.98
	2	1.25	8.12
	3	2.61	7.67
	4	3.79	7.55
	5	3.8	7.42
	6	4.94	7.45
	7	4.38	7.29
	8	4.88	7.28
	9	4.76	7.20
	10	4.9	7.20
	11	4.89	7.15
2	1	0.65	7.63
	2	3.07	6.08
3	1	2.45	9.24
4	1	3.1	9.47
5	1	4.32	11.05
6	1	4.29	10.49
7	1	4.26	10.41
8	1	4.23	10.24
9	1	4.78	10.96

Intéressons-nous maintenant au cas des files basses de ces courbes. La figure 43 présente, cette fois-ci, le comportement de la fonction d'utilité f^{cout} . On remarque que, contrairement aux files hautes, la solution minimisant les coûts consiste ici à ne pas surveiller ni renouveler la voie trop fréquemment. Cette différence s'explique certainement par le fait que la durée de vie des rails en file basse est beaucoup plus élevée qu'en file haute puisqu'ils ne subissent que très peu de contraintes dynamiques lors du passage des trains.

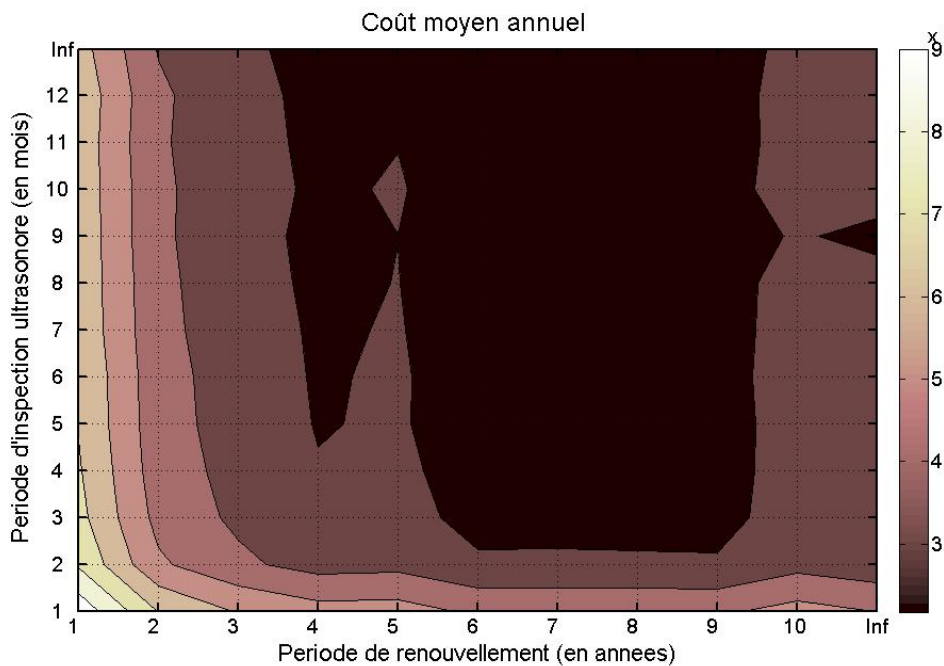


Figure 43 : Evaluation de la fonction d'utilité f^{cout} en fonction des périodes de renouvellement et d'inspection ultrasonore pour les files basses des courbes à faible rayon de courbure (<500m)

Finalement, les résultats obtenus pour les files hautes doivent être pris en considération pour déterminer la solution minimisant f^{util} pour les files basses. En effet, la V365 ausculte nécessairement les deux files de rail simultanément. De ce fait, T_{US} est forcément fixé à 2 mois pour cette seconde expérience. Le tableau ci-dessous fournit l'évaluation des différentes stratégies de maintenance tenant compte des contraintes précédemment citées.

Il apparaît que la meilleure politique de maintenance, selon les critères considérés, consiste à renouveler les deux files de rails tous les deux ans et à les ausculter tous les deux mois. Toutefois, on peut remarquer que la détente du pas de renouvellement des files basses peut apporter des gains très significatifs en termes de coûts de maintenance (de l'ordre de 30%). Il faut, pour cela, accepter de dégrader légèrement la contrainte N_{rup}^{max} . Les modèles de maintenance de type *VirMaLab* n'étant que des outils d'aide à la décision, le choix final appartient réellement aux décideurs en fonction des contraintes liées au budget maintenance et des besoins en termes de disponibilité de leur infrastructure.

$F^{util}(T_{US}, T_{ren}), Z=files\ basses\ R<500m, T_{US}=2$		
T_{ren}	$F^{rup}(T_{US}, T_{ren})$	$F^{coût}(T_{US}, T_{ren})$
1	0.76	7.8
2	0.96	5.1
3	1.31	4.3
4	1.35	3.9
5	1.40	3.6
6	1.41	3.2
7	1.43	3.2
8	6.11	5.3

Le logiciel fourni à l'issue de ce projet est, aujourd'hui encore, utilisé par le département EST-Voie de la RATP pour déterminer les meilleurs paramètres de maintenance du rail sur le réseau RER et justifier certains besoins en investissement.

4.3.2. StatAvaries - Evaluation de la prévention de la rupture du rail dans un contexte d'automatisation de lignes de Métro « Fer »

Contexte de l'étude

Du fait de la demande croissante des usagers du métro parisien, la RATP a été confrontée, ces dernières années, aux limites du système de contrôle-commande utilisé sur la majeure partie de ses lignes à roulement « fer »⁵. Ce dernier était assuré jusqu'à présent par un réseau de circuits de voie segmentant la voie en un ensemble de portions (appelées cantons) sur lesquelles un seul train pouvait circuler à la fois. La régulation de la circulation était assurée par une signalisation lumineuse autorisant, ou non, une rame à entrer dans un canton donné. Pour augmenter la capacité voyageurs en allongeant les trains, en augmentant leur vitesse et en diminuant l'intervalle entre deux rames successives, une modernisation du contrôle-commande est nécessaire. C'est une solution de type CBTC⁶ (*Communication Based Train Control*) qui a été retenue. Si les premiers projets

⁵ Le réseau « métro » de la RATP est composé de 8 lignes, dites « fer », sur lesquelles les rames circulent sur des rails (lignes 2, 3 et 3bis, 7 et 7bis, 8, 9, 10, 12 et 13), et de 5 lignes, dites « pneu », pour lesquelles les matériels roulants sont équipés de pneus et circulent sur une bande de roulement s'apparentant quelque peu à une chaussée automobile (lignes 1, 4, 5, 6, 11 et 14)

⁶ Ce système de contrôle automatique de la circulation des trains est basé sur une communication continue entre les matériels roulants et le Poste Central de Commande. Ce dernier centralise la position de

d'automatisation de lignes concernaient des métros sur pneus (lignes 1, 14...), deux grands projets de modernisation de lignes *Fer*, en terme d'automatismes de conduite, ont été lancés par la RATP (projets OURAGAN pour la ligne 13, puis OCTYS pour les lignes 3, 9, 10, 12). Dans ces projets de modernisation, les trains en mode nominal assurent de façon autonome leur localisation, indépendamment des CdV qui peuvent être occupés par plusieurs trains simultanément car les intervalles sont réduits entre chaque rame (les CdV étant conservés de manière à assurer le suivi des trains non-équipés ou défaillants).

Pour les lignes à roulement *fer*, l'apparition de ruptures de rail est un événement critique, impactant aussi bien la sécurité du système que sa disponibilité. Comme on l'a vu, un ensemble d'acteurs contribuent à la prévention de ces ruptures ou à leur détection :

- des acteurs au rôle préventif (parcoureurs à pied⁷ et véhicule ultrasons)
- des acteurs au rôle correctif (les conducteurs et les circuits de voie⁸).

L'automatisme de conduite OCTYS, basé sur un nouveau principe de contrôle commande, pouvait être amené à modifier la contribution de certains de ces acteurs dans la procédure de prévention et de détection du rail cassé mise en place jusque là sur les lignes *fer*. La modernisation OCTYS pouvait donc modifier la capacité à prévenir ou détecter l'apparition de ruptures et une adaptation de la procédure de prévention et de détection du rail cassé a été nécessaire.

La RATP souhaitait donc développer un outil permettant de déterminer l'impact de chaque équipement et acteur concerné dans la détection et/ou la prévention des ruptures du rail. Il s'agissait de pouvoir simuler et évaluer différentes stratégies de diagnostic et de maintenance du rail, élaborées en fonction de différentes configurations d'exploitation, selon le nouveau contexte défini par OCTYS.

Dans cette étude, un effort tout particulier a été porté pour permettre à l'utilisateur du modèle de paramétrer aussi précisément que possible les expériences en simulation qu'il souhaitait réaliser. Un grand nombre de variables contextuelles, impactant le processus de dégradation du rail, ont été intégrées au modèle. Il est ainsi possible de travailler sur une ligne complète, ou de ne choisir que les files hautes de certaines courbes. L'utilisateur peut également modifier un grand nombre de paramètres d'exploitation (intervalles, dureté du rail, agressivité du matériel roulant...) ou de maintenance (fréquence de passage des systèmes de diagnostic, taux de bonnes détections, taux de défaillance, technologie et taille des CdV...).

Hypothèses prises pour ce modèle

Comme toute modélisation, cette étude s'est appuyée sur un ensemble d'hypothèses validées par les experts de la RATP. Tout d'abord, comme dans l'application *SpecifRail* introduite précédemment, l'outil proposé s'appuie sur l'étude du comportement stochastique d'un coupon élémentaire de rail de 18m⁹. Contrairement à l'étude *SpecifRail*, il n'était pas nécessaire, ici, de considérer les deux composants *pleine barre* et *soudure* séparément. En effet, l'objectif est la

toutes les rames et leur renvoie les consignes de circulation, définissant ainsi des cantons « mobiles » autour de chaque train.

⁷ Les parcoureurs à pied assurent périodiquement une auscultation (de jour) des infrastructures afin de vérifier la sécurité des circulations et la tenue du matériel en voie. Ils sont amenés à effectuer de petites réparations, à enlever tout objet pouvant engager le gabarit, à contrôler l'état extérieur du rail...

⁸ Comme introduit dans la section en début de chapitre 3, les circuits de voie se sont vus assigner une fonctionnalité secondaire, la détection des ruptures du rail. Concernant le métro, plus de 80% des ruptures sont détectées par les CdV, faisant de celui-ci le principal système (avec les conducteurs) permettant de détecter rapidement les ruptures de rails.

⁹ Lors de la création (ou de la régénération) d'une ligne de métro des coupons de rails de 18m sont utilisés, raccordés les uns aux autres par des soudures aluminothermiques. Il est à noter que les règles de maintenance sont différentes d'un réseau à l'autre, ce qui explique la variation de la taille moyenne du coupon élémentaire de rail sur le RER et le métro.

prévention de la rupture, quelle que soit le composant concerné. Il était donc plus simple de considérer un coupon élémentaire mixant une portion de 18m de pleine barre et ses potentielles soudures. Les indicateurs obtenus, lors d'une expérimentation pour ce coupon élémentaire, sont ensuite ramenés à la ligne complète (ou portion de ligne en fonction des variables contextuelles envisagées). Lors de la phase d'apprentissage des paramètres à partir des bases de retour d'expérience de la RATP, seuls les rails de moins de 35 ans ont été retenus pour conserver des données plus fiables et homogènes (en termes d'exploitation, maintenance...).

La complexité de la structure graphique du modèle *VirMaLab* développé ici, et détaillé dans les sections à venir, ne permettait pas la mise en place d'un algorithme d'inférence exacte. Il a donc fallu définir une profondeur acceptable des simulations (de type MCMC), de manière à garantir un bon compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats obtenus. Un ensemble d'expérimentations a permis de mettre en évidence que la convergence des indicateurs était obtenue autour de 20 000 ans de simulation pour un coupon élémentaire (correspondant, pour la ligne complète, à une étude sur environ 5 ans).

Quatre acteurs du diagnostic ont été retenus pour cette étude :

- *L'ensemble V365 et confirmateurs*. Un taux de bonne détection caractérisant le véhicule ultrasons est défini par l'utilisateur du logiciel. Par défaut, 86% des X_1 sont correctement détectés et 100% des X_2 et ruptures (valeurs résultant du retour d'expérience RATP). La période de passage de la V365 est fixée, par défaut, à 180 jours.
- *Les Parcoureurs à pieds*. L'analyse des bases RATP, confirmée par avis d'experts, montre qu'environ 8% des défauts X_2 sont réellement visibles par les parcoureurs. Le taux de bonne détection des ruptures, caractérisant l'aptitude des parcoureurs à détecter ces défauts, est défini par l'utilisateur du logiciel (par défaut, fixé à 80%). Pour les X_2 visibles, ce taux est pondéré par la proportion de X_2 visibles ($34/390 = 8.7\%$ d'après les bases).
- *Les conducteurs*. Les différentes expertises fournies par la RATP permettent d'affirmer qu'une rupture de rail sera toujours synonyme de choc pour le Conducteur. Par contre, après consultation de différents responsables de lignes, il ressort que, dans les conditions d'exploitation actuelle, 1 choc à la voie est ressenti en moyenne toutes les semaines pour des lignes comme la 2 (50 fausses alarmes par an) ou la 7 (1 fausse alarme par semaine), et tous les mois pour une ligne comme la 3 (11 fausses alarmes par an), alors que le rail est intact.
- *Les Circuits de voie*. En cas de circulation d'un train sur un canton donné, le CdV correspondant est shunté et ne peut alors pas détecter de rupture. Ce phénomène a été intégré au modèle, et sera explicité en détail dans les paragraphes à venir.

Structure du modèle de maintenance proposé

L'outil développé est introduit dans la figure 44. L'analyse des coûts n'étant pas demandée dans cette étude, on ne retrouve dans ce modèle que les deux premiers blocs de l'approche générique introduite section 3.2, à savoir :

- *Le processus de dégradation*. Il est constitué d'un MGD, noté \mathcal{M}_R , décrivant le comportement du coupon élémentaire de rail. La variable R_t modélise l'état du coupon élémentaire, à valeurs dans $\mathcal{X}=\{N, O-X_1, X_2, S-Rup\}$, tandis que S_t représente les temps de séjour dans chaque état, à valeurs dans \mathcal{S} , dont la borne max T_s est fixée à 360 fois le pas d'inférence. Comme précisé précédemment, la RATP souhaitait pouvoir faire varier un certain nombre de variables contextuelles, susceptibles d'impacter la dynamique de dégradation du rail (le rayon de courbure, la dureté de l'acier, l'*agressivité* du matériel roulant vis-à-vis du rail, la longueur des rames, l'intervalle séparant le passage des trains...). Toutes ces variables exogènes ont été intégrées dans le sous-réseau Z .

- *Les procédures de diagnostic et de maintenance.* Comme explicité précédemment, quatre systèmes participent à la surveillance du rail : les circuits de voie, les conducteurs, les parcourers à pied et le véhicule ultrasons.

L'estimation de l'état de la variable R_t par ces systèmes de diagnostic est fournie respectivement par les variables CdV_t , à valeurs dans $\{N, S\}$, Cdt_t , à valeurs dans $\{N, Choc\}$, PP_t , à valeurs dans $\{N, X_2, S-Rup\}$ et US_t , à valeurs dans \mathcal{X} .

Les actions de maintenance préventive sont déclenchées lors du passage d'un véhicule ultrasons (seul système pouvant détecter les 4 états du rail) ou de parcourers à pied (capables de détecter les ruptures et les X_2 visibles, correspondant à 8% de l'ensemble des X_2). Une estimation de l'état du rail n'est réalisée par l'un de ces deux systèmes que s'ils sont présents sur le coupon élémentaire (la périodicité de ces diagnostics est réalisée par les nœuds δ_t^{US} et δ_t^{PP} , déterministes et binaires, activés respectivement tous les 180 jours et 28 jours, selon les paramètres actuels d'auscultation).

La partie corrective de la maintenance est déclenchée par les informations fournies, à la fois, par les conducteurs et la signalisation. La distribution de la variable Cdt_t dépendra évidemment de la présence ou non d'un conducteur sur le coupon élémentaire (variable δ_t^{Cdt} à valeurs dans $\{oui, non\}$), elle-même conditionnée par l'état du trafic (variable $Traf_t$), codant l'intervalle entre deux rames en fonction de différentes plages horaires (détaillant les heures de pointe, les heures creuses et la fin du service commercial).

Concernant la détection de ruptures par les CdV, le taux de détection de la variable CdV_t varie en fonction de la saison (variable $Sais_t$, à valeur dans $\{chaude, froide\}$). En effet, en saison chaude, une proportion plus importante de ruptures conserve le contact électrique, du fait des phénomènes de dilatation. Enfin, le taux de détection varie aussi en fonction de la présence éventuelle d'un matériel roulant (variable δ_t^{CdV}) car, tant que le circuit de voie est occupé par un train, il est incapable de détecter les ruptures.

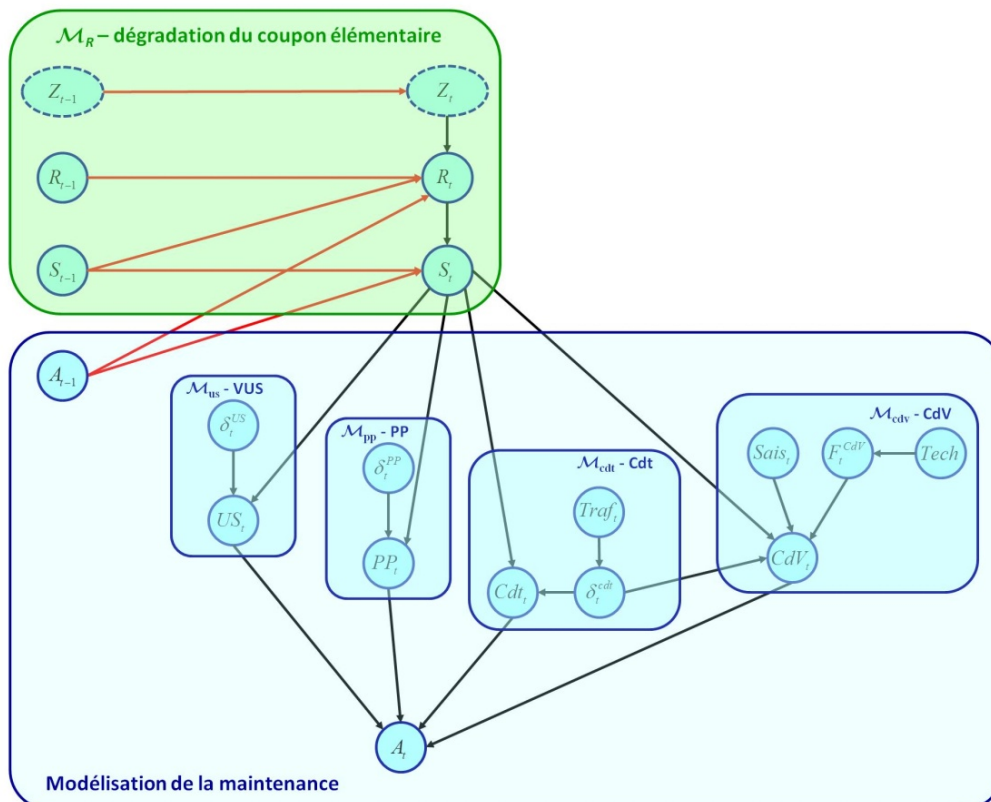


Figure 44 : Structure du modèle de transition du 1-MPGM fournissant le modèle de maintenance *StatAvaries* selon la démarche générique *VirMaLab*

L'architecture du modèle étant définie, les LPC du réseau bayésien ont été apprises à partir des bases de données REX de la RATP (pour le modèle de dégradation et certains paramètres des CdV) et par avis d'experts (pour les taux de bonnes détections et fausses alarmes...). Le contenu de ces LPC ne sera pas détaillé ici, essentiellement pour des raisons de confidentialité imposée par la RATP.

On notera toutefois que les bases de données utilisées pour l'apprentissage étaient censurées par intervalle (du fait de la périodicité des auscultations) et certains avis d'experts pouvaient être considérés comme incomplets (voire partiels...). Une phase importante de réajustement des paramètres a donc été réalisée en s'appuyant sur un scénario référence, noté S_0 , correspondant à la situation actuelle des lignes étudiées et pour lesquelles les valeurs des indicateurs étaient connues. Par la suite, un ensemble de 23 scénarios a été réalisé, permettant d'observer (comparativement à S_0) l'impact de différents paramètres d'exploitation ou de maintenance sur les indicateurs suivants :

- Nombres annuels de ruptures et de maintenances préventives (remplacements de coupons)
- Proportions de ruptures vues par les CdV et les conducteurs
- Nombre mensuel de fausses-alarmes et leurs contributeurs
- Temps moyens de détections des X_2 et des ruptures (respectivement en jours et en heures)
- Nombre mensuel de tours perdus¹⁰.

Adaptation du pas d'inférence

L'un des points clé de ce projet consistait à fournir à l'utilisateur des indicateurs (de disponibilité de l'infrastructure, de réactivité des procédures de détections...) suffisamment précis pour qu'il puisse évaluer la capacité du système à prévenir l'apparition de ruptures de rail mais également pour qu'il puisse quantifier, selon différents critères tels que le nombre de tours perdus, l'impact sur l'exploitation d'une rupture non détectée ou d'une fausse alarme générée par un des systèmes de diagnostic.

Pour répondre au premier besoin, il pouvait parfaitement être suffisant de considérer une démarche telle que celle proposée dans *SpecifRail* (section 3.3.1), adossée à un pas d'inférence d'un mois, correspondant relativement bien à la dynamique d'évolution des défauts internes conduisant à une rupture. Il aurait alors suffi d'exploiter le modèle de maintenance détaillé dans la figure 44. Cependant, la quantification de l'impact d'une rupture sur l'exploitation nécessitait la gestion des heures pleines / heures creuses (pour pouvoir estimer l'évolution du nombre de tours perdus). Une meilleure précision temporelle était donc nécessaire.

Développer un modèle *VirMaLab* complet, y compris pour la dégradation du rail, avec une inférence toutes les heures n'aurait eu aucun sens d'un point de vue physique, et aurait entraîné des temps de calculs totalement déraisonnables. Pour contrer ce problème, une approche originale a été proposée (figure 45), s'appuyant sur l'empilement de quatre modèles *VirMaLab* tels que celui introduit figure 44. Les trois premiers réseaux décrivent les actions de maintenance préventive et la capacité du système à prévenir l'apparition des ruptures : les phénomènes physiques de fissuration interne du rail font que les pas d'inférence n'ont pas besoin de s'appuyer sur une grande précision temporelle. Dans le dernier réseau, le rail est cassé. On s'intéresse désormais à la réactivité du système et à sa capacité à détecter les ruptures : seul ce dernier réseau requiert un pas d'inférence de plus grande précision temporelle.

¹⁰ Lorsqu'une rupture est présumée, les règles d'exploitation imposent un ralentissement de la circulation (voire son arrêt complet), entraînant la non-circulation d'un certain nombre de trains, dénommés *tours perdus* par la RATP. Cet indicateur varie suivant le moment de la journée durant lequel intervient l'incident (heure de pointe, nuit...) et la durée de ces restrictions de circulation. Une fois la rupture confirmée, une intervention palliative est programmée si les contraintes d'exploitation ne permettent pas le remplacement immédiat du coupon défectueux. Dans ce cas, des limitations de vitesses sont également imposées pour la circulation sur la rupture consolidée, entraînant à leur tour des tours perdus.

4.3. Evaluation et comparaison de stratégies de maintenance

Le premier réseau (noté \mathcal{V}_N) correspond à un rail neuf, et sa dégradation est simulée avec un pas de un mois. Lorsque le temps de séjour dans l'état N est écoulé, une transition est déclenchée, activant le second réseau (noté \mathcal{V}_{0-x1}). Ce dernier s'intéresse à un rail sur lequel un défaut X_1 est apparu. Compte tenu de la lenteur d'évolution de ce type de défaut, et en accord avec les experts RATP, ce réseau est également caractérisé par un pas d'inférence d'un mois.

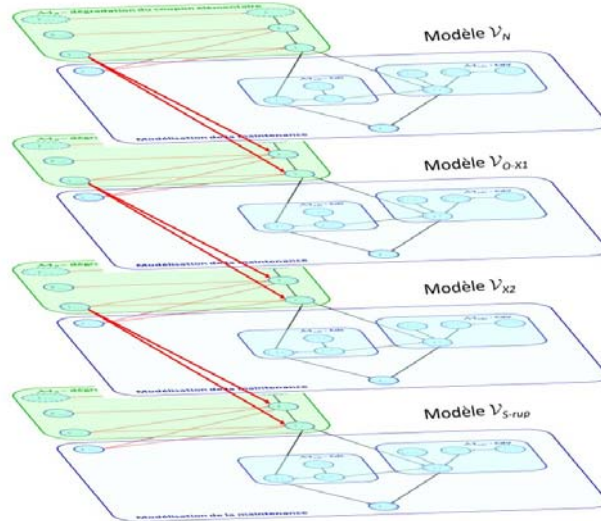


Figure 45 : Structure VirMaLab « multinet » permettant une adaptation de la granularité temporelle aux besoins des indicateurs de décision, respectant la dynamique de la dégradation

Le troisième réseau (noté \mathcal{V}_{x2}) correspond à un rail dans l'état X_2 et, du fait de la criticité de ce type de défauts, un pas d'une semaine a été adopté. Enfin, le dernier réseau (\mathcal{V}_{S-rupt}) correspond à l'apparition d'une rupture ou tout autre défaut classé S aux conséquences équivalentes sur l'exploitation. Le rail étant cassé, le processus de dégradation est arrêté. Seul le bloc *Diagnostic et Maintenance* est évalué heure par heure et les systèmes de diagnostic préventifs (VUS et parcourers) sont inhibés, ne participant pas à la détection des ruptures. Pour ce dernier modèle, une structure simplifiée a donc été adoptée, présentée dans la figure 46.

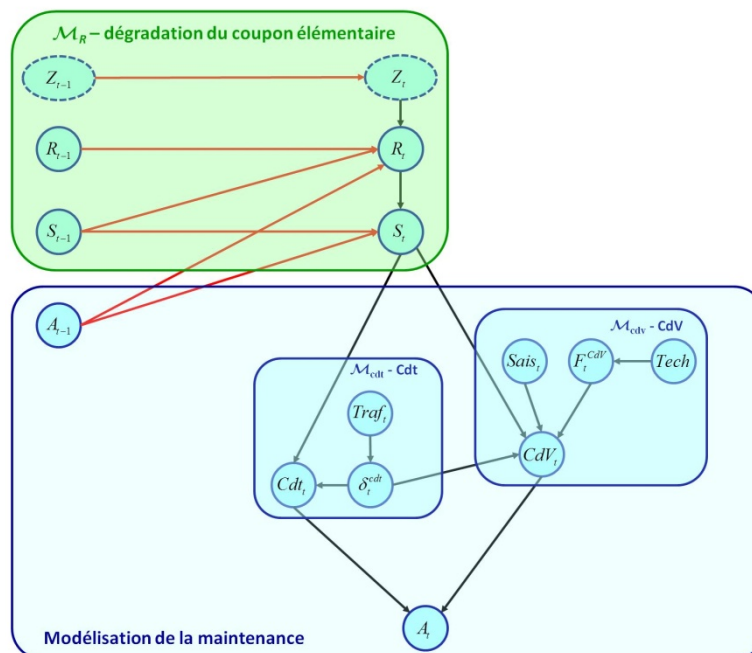


Figure 46 : structure du modèle de transition du 1-MPGM fournissant le modèle de maintenance StatAvaries, dédié à la détection des ruptures, selon la démarche générique VirMaLab

Quelques résultats illustratifs

A titre d'illustration des apports de ce modèle, une partie des résultats obtenus pour le scénario évaluant l'impact de la période d'auscultation par le VUS est présentée dans la figure 47. On y retrouve l'évolution des nombres annuels de ruptures et de maintenances préventives en fonction de la période de passage T_{US} de la V365 (T_0 étant la période de passage de référence). Ces données sont tracées pour deux types de circulation :

- la circulation dite de *référence* en traits fins et clairs. Les intervalles entre deux rames successives sont ceux utilisés sur la ligne 7 lors de l'étude.
- La circulation dite *augmentée* en traits foncés et épais. Tous les intervalles sont rabaissés de $x\%$, de façon à ce que l'intervalle d'heure de pointe passe à 90s, objectif souhaité par le programme d'automatisation OCTYS.

Pour des raisons de confidentialité, les échelles des différents indicateurs présentés ici ont été supprimées ; ce qui n'empêche pas l'interprétation des résultats et l'illustration des apports proposés par ce type de modélisation.

On retrouve évidemment le fait attendu que, plus on diminue T_{US} et moins on subit d'avaries (courbes rouges). Toutefois, comme déjà souligné section 3.3.1, ce type de modèle de maintenance permet d'évaluer quantitativement l'impact d'une augmentation ou d'une diminution du diagnostic préventif sur la disponibilité de l'infrastructure. Il permet également de mesurer les conséquences d'une augmentation du trafic sur le nombre de ruptures annuelles et ainsi de mettre en évidence la nécessité d'augmenter significativement la fréquence du diagnostic par VUS, afin de maintenir le niveau de service désiré.

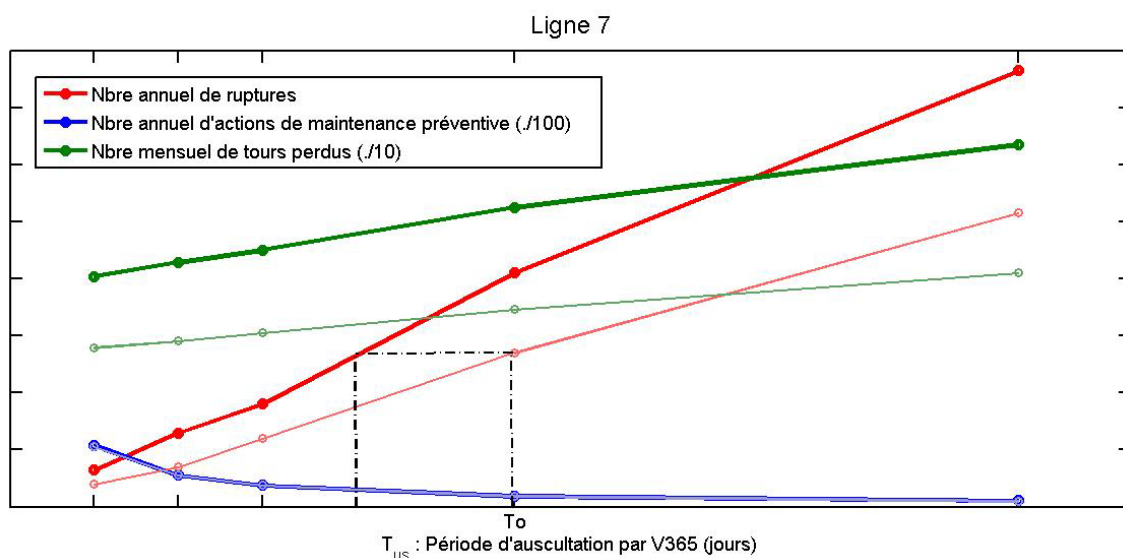


Figure 47 : Evaluation de l'impact de la période d'auscultation par la V365 sur les indicateurs de décision. Comparaison de deux scénarios d'exploitation (intervalles de référence et augmentés)

Les 21 autres scénarios proposés dans cette étude ont permis de mettre en évidence d'autres conséquences de l'automatisation d'une ligne et d'évaluer ainsi les réponses à apporter pour maintenir le GAME (*Globalement Au Moins Equivalent*), démarche utilisée systématiquement par la RATP pour évaluer l'acceptabilité de toute évolution dans ses procédures, ses systèmes... qui doit, a minima, maintenir les niveaux de sécurité, fiabilité, ponctualité...

Le logiciel *VirMaLab-StatAvaries*, développé pour permettre l'utilisation du modèle de maintenance présenté dans cette section, est aujourd'hui encore utilisé par plusieurs départements de la RATP afin d'évaluer la faisabilité de nouveaux projets d'automatisation de lignes *fer* du métro parisien, ainsi que pour estimer l'effort de maintenance qu'ils induiraient pour maintenir le GAME.

4.4. Optimisation de la maintenance : d'une approche « statique » à un « plan dynamique »

Les sections précédentes ont permis de présenter différentes évolutions ou adaptations de la méthodologie générique *VirMaLab*. L'objectif de ces outils d'aide à la décision était de permettre d'évaluer et de comparer différentes stratégies de maintenance, de surveillance ou d'exploitation. Après ces développements, il semblait intéressant de s'intéresser au volet « optimisation » des politiques de maintenance. En effet, toute évaluation ou comparaison d'une stratégie donnée avait comme objectif sous-jacent l'optimisation d'un certain nombre de paramètres, souvent en fonction d'un ensemble de contraintes fixées.

Dans cette section, nous allons donc présenter les travaux réalisés pour intégrer des algorithmes d'optimisation à l'approche *VirMaLab* ainsi qu'une démarche nommée *plans dynamiques de maintenance*, visant à détecter des dynamiques de dégradations anormales et à évaluer si ces dérives impactent significativement les indicateurs de disponibilité, de coûts... décrivant le système.

4.4.1. Adaptation d'algorithmes génétiques à *VirMaLab*

Contexte de l'étude

Si la démarche *VirMaLab* est générique et peut s'appliquer à tout type de système industriel, les développements proposés ont naturellement été orientés en fonction des attentes et des besoins de nos partenaires du secteur ferroviaire, domaine applicatif de l'équipe *Diagnostic et Maintenance*.

Or, comme cela a été souligné à plusieurs reprises dans ce rapport, assurer simultanément une disponibilité maximale des infrastructures (ou des matériels roulants), dans des conditions de sécurité élevée et une optimisation des coûts de maintenance, correspond depuis une dizaine d'années à une demande forte exprimée par l'ensemble des acteurs du monde ferroviaire.

Si l'approche *VirMaLab* permet d'évaluer une stratégie de maintenance donnée, la problématique d'optimisation cherchant à réaliser un compromis entre disponibilité, sécurité et coûts restait à traiter. Pour répondre à ce besoin, le développement de méthodes d'optimisation adaptées au formalisme des MGP était un verrou technologique à lever pour pouvoir mettre à disposition des industriels des outils d'aide à la maintenance les plus réalistes possible (c'est-à-dire tenant compte des évolutions temporelles du système, des procédures de surveillance...).

La thèse d'Inès Ayadi (Ayadi, 2013) avait pour objectif principal de proposer des algorithmes d'optimisation multiobjectif dédiés aux politiques de maintenance préventives systématiques ou conditionnelles. Pour les actions systématiques, il s'agissait de définir les meilleurs instants de réparation du système tandis que pour les actions conditionnelles, le problème se situait au niveau des périodes d'auscultation (peu de systèmes ferroviaires disposant alors de monitoring permanent).

Du fait de la complexité du système modélisé et de l'absence de continuité des fonctions « objectif » à optimiser, les méthodes « classiques » d'optimisation ne semblaient pas adaptées à nos besoins. C'est pour cette raison que nous nous sommes orientés vers les métaheuristiques, et plus particulièrement les algorithmes évolutionnaires.

Quelques éléments théoriques sur les algorithmes évolutionnaires

Inspirés de l'évolution biologique des espèces, les algorithmes évolutionnaires (AE), introduits par (Fraser, 1957), s'appuient sur la détermination d'une population initiale de N individus, choisis a priori au hasard, caractérisés par leur degré d'adaptation à l'objectif visé (pour une fonction objectif f , un individu x est caractérisé par la valeur de $f(x)$). Génération après génération, l'AE cherche à améliorer les performances des individus composant la population en s'appuyant sur les deux principes régissant l'évolution d'une espèce selon la théorie de Darwin :

- la *sélection*. Seuls les individus les plus performants survivent et se reproduisent

- la *reproduction*. Permet de recombinaison, mélanger... les caractéristiques de chaque parent pour former une descendance présentant de nouvelles potentialités.

Ramené à notre problématique, un « individu » est une configuration donnée de l'ensemble des paramètres d'une politique de maintenance.

Caractérisées par des coûts de calculs élevés, ces méthodes n'ont d'abord eu que peu de succès. Mais depuis une vingtaine d'année, avec l'explosion de la puissance de calculs des ordinateurs, elles connaissent un développement considérable.

Le schéma de la figure 48 présente le principe d'un algorithme évolutionnaire. Après la phase d'initialisation mentionnée précédemment, un certain nombre d'individus sont sélectionnés pour participer à l'évolution de la population par reproduction ; le choix des géniteurs se faisant généralement selon la performance des individus. La phase de reproduction consiste à créer de nouveaux individus à partir de copies des parents auxquelles ont été appliqués des opérateurs de variation. Parmi tous les opérateurs proposés par la littérature, les plus fréquemment utilisés sont :

- le *croisement*. Fournit un ou deux nouveaux individus à partir d'un « mélange » des caractéristiques des parents
- la *mutation*. Fournit un nouvel individu en modifiant ponctuellement certaines caractéristiques de l'individu géniteur.

La performance des descendants obtenus est ensuite évaluée à l'aide des fonctions objectifs définies pour l'étude, menant alors au remplacement d'un certain nombre d'individus de la population par autant de nouveaux individus jugés meilleurs. Plusieurs stratégies de remplacement peuvent être envisagées. Celle consistant à prendre systématiquement les individus les plus performants n'est cependant pas nécessairement la meilleure approche. En effet, elle risque souvent de conduire à des optimums locaux. La conservation d'une certaine hétérogénéité de la population garantit généralement une meilleure convergence des algorithmes. Enfin, un critère d'arrêt de l'algorithme doit être défini (nombre maximal de générations, mesure de la stagnation de l'évolution des individus, niveau de performance...).

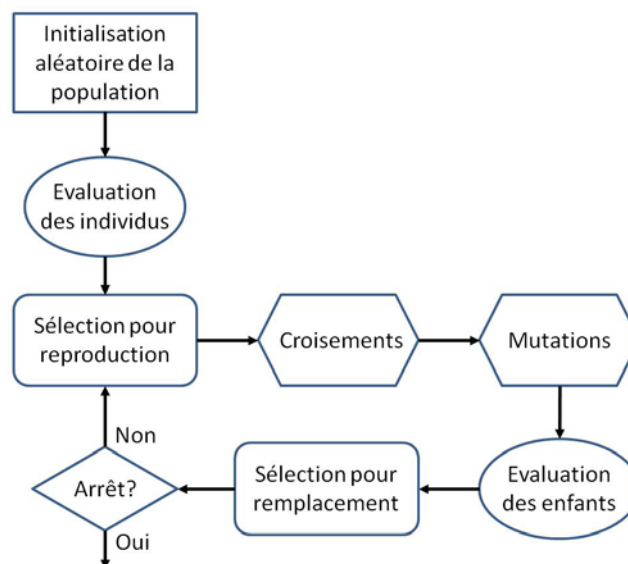


Figure 48 : Principe d'un algorithme évolutionnaire

Parmi toutes les approches proposées dans la littérature, l'exemple le plus connu est certainement les algorithmes génétiques, introduits par (Goldberg, 1989). L'objectif de ce rapport étant de présenter l'intérêt des MGP pour développer des modèles de maintenance, les éléments théoriques définissant les métaheuristiques ne seront pas présentés ici. Le lecteur pourra cependant trouver ces informations dans de très nombreuses références telles que l'ouvrage collectif (Siarry, 2014).

Adaptation d'algorithmes évolutionnaires pour l'optimisation multiobjectif de la maintenance

Si bon nombre d'études traitant de l'optimisation de la maintenance portent sur la détermination des seuils déclenchant des actions conditionnelles ou sur l'aspect logistique de la maintenance (en essayant de regrouper les actions, de les organiser...), la majeure partie des travaux rencontrés dans la littérature s'intéresse à la recherche des instants optimaux pour réaliser des actions de maintenance systématique. Ceci peut s'expliquer par le fait que le surcoût induit par l'instrumentation nécessaire pour une politique de maintenance conditionnelle n'est pas toujours rentabilisé et que, sur bon nombre de systèmes industriels, des politiques systématiques semblent suffisantes. C'est notamment le cas pour le secteur ferroviaire où les stratégies de maintenance s'articulent majoritairement autour d'un équilibre entre actions préventives systématiques et correctives. A titre d'illustration, citons les travaux de (Chen, et al., 2011) qui utilisent un algorithme génétique pour définir les instants de remise en état des sous-stations électriques alimentant le réseau ferroviaire chinois, ou ceux de (Macchi, et al., 2012) proposant un modèle de maintenance de l'infrastructure basé sur des lois de Weibull pour comparer différentes stratégies de maintenance systématique sans toutefois intégrer d'algorithme d'optimisation.

Parmi les différentes adaptations d'algorithmes évolutionnaires proposées par Inès Ayadi, nous nous intéresserons ici à celles proposées pour optimiser les paramètres de maintenance de l'application *SpecifRail*, introduite section 4.3. Pour mémoire, il s'agissait d'optimiser le compromis entre l'entretien des rails (assuré par des actions de maintenance conditionnelle pilotées par des inspections périodiques) et le renouvellement de la voie (programmé périodiquement). On se situe donc ici dans le cadre de l'optimisation d'une stratégie de maintenance alliant actions correctives, préventives systématiques et préventives conditionnelles, pour laquelle deux paramètres optimums sont à définir : la période de renouvellement et la période de passage du véhicule de mesure. Comme le firent (Podofillini, et al., 2006) pour optimiser l'auscultation par ultrasons du réseau ferroviaire Norvégien, deux algorithmes évolutionnaires ont été adaptés au cas de *SpecifRail*.

Avant de les introduire, il convient de fournir quelques éléments sur la manière avec laquelle sont codées les solutions candidates. Parmi les approches proposées dans la littérature, nous avons considéré les deux plus classiques :

- le *codage binaire*. Approche la plus populaire car suffisamment souple pour modéliser de nombreux problèmes, elle consiste à définir un *gène* constitué de 0 et de 1. Pour notre problème, cela se traduit par la définition d'un gène de longueur *T* (horizon temporel de l'étude) contenant des 1 à chaque instant au cours duquel une action de maintenance (ou une auscultation) est réalisée. Chaque composant (ici, *pleine barre* et *soudure*) est codé par un gène dont l'empilement est nommé *génotype* (figure 49a).
- le *codage réel*. Correspond à une transcription du génotype codant les positions des 1 dans chaque Gène. La figure 49b présente cette transformation, fournissant une représentation des individus nommé *phénotype*.

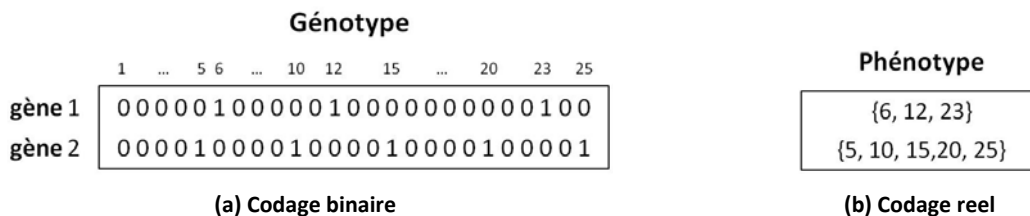


Figure 49: Représentations des solutions candidates sur un horizon temporel *T=25*.

Si, dans sa thèse, Inès Ayadi a utilisé le codage binaire pour représenter les solutions candidates lors de l'optimisation d'une politique de maintenance préventive systématique non périodique, dans le cas de *SpecifRail*, l'approche phénotypique présente l'intérêt de compacter l'information en fournissant directement les instants d'intervention.

Le problème d'optimisation multiobjectif de cette application se traduit par les deux fonctions objectif suivantes, déduites des équations 55 à 57 définissant les différents coûts considérés dans *SpécifRail* :

- $f_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T C_t^{Sys}$, le coût d'indisponibilité par unité de temps
- $f_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T C_t^{Diag} + C_t^{Maint}$, les coûts de surveillance et de maintenance par unité de temps.

Deux algorithmes de référence dans le domaine de l'optimisation évolutionnaire multiobjectif ont été adaptés à ce problème. Le premier dérivé de la méthode *Non Dominated Sorting Genetic Algorithm* (Srinivas & Deb, 1994) proposé par (Deb, et al., 2002) sous l'intitulé NSGA-II tandis que le second algorithme, *ev-MMOGA* (Coello, et al., 2005), est une version améliorée de l'algorithme élitiste *MOGA-Multiple Objective Genetic Algorithm* (Fonseca & Fleming, 1993).

Les modifications apportées à ces algorithmes pour répondre au mieux à notre problème d'optimisation sont présentées dans (Ayadi, 2013). L'idée était ici de valider les modifications proposées en les appliquant à un cas pratique pour lequel il était possible de connaître l'ensemble des solutions optimales à l'avance. A l'aide de l'outil *SpécifRail*, un ensemble de simulations a tout d'abord été effectué afin d'évaluer toutes les solutions candidates pour cette application. La figure 50 présente ces évaluations dans l'espace des objectifs (f_1, f_2) ainsi que le front de Pareto¹¹ théorique associé.

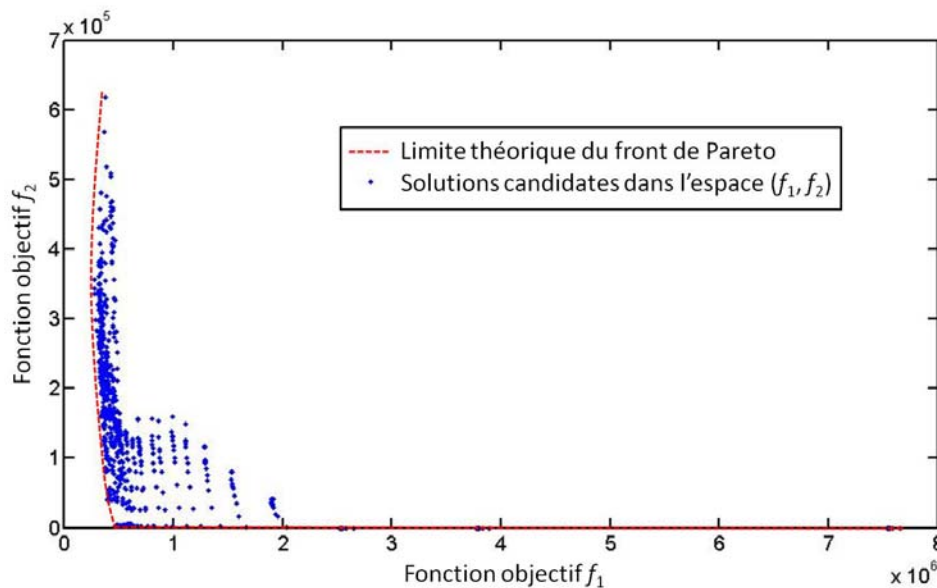


Figure 50 : Représentation des solutions candidates dans l'espace des objectifs pour l'application *SpécifRail*

La version modifiée de NSGA-II a été exécutée en considérant un horizon temporel $T=10$ ans avec une discrétisation au mois. La population était constituée de 100 individus avec un nombre maximal de 100 itérations. La figure 51 présente le front de Pareto obtenu pour 5, 50 et 100 itérations de l'algorithme.

¹¹ Un problème d'optimisation multiobjectif ne conduit généralement pas à une solution unique. En effet, les différents objectifs considérés sont bien souvent antagonistes ; l'amélioration de l'un d'eux se traduit alors par une dégradation d'un autre. Les algorithmes d'optimisation s'intéressant à ce genre de problème fournissent un ensemble d'individus non dominés (solutions pour lesquelles il n'existe pas d'autres solutions permettant d'obtenir un meilleur résultat sur au moins l'un des objectifs sans dégrader le résultat obtenu sur les autres objectifs), nommé *front de Pareto*.

4.4. Optimisation de la maintenance : d'une approche « statique » à un « plan dynamique »

On peut remarquer que, si l'algorithme approche très rapidement le front théorique (5^{ème} itération), il est nécessaire d'aller au-delà de la 50^{ème} itération pour obtenir une répartition homogène des solutions optimales le long du front de Pareto. La variation du nombre d'itérations au-delà de 50 itérations n'apporte pas d'amélioration significative.

La version modifiée de l'algorithme ev-MMOGA a été appliquée pour différentes tailles de population et différents nombres maximums d'itérations. Il a ainsi été mis en évidence qu'une population de 20 individus était ici suffisante pour assurer la convergence vers un front de Pareto optimal et ce bien avant la 100^{ème} itération. La figure 52 présente l'évolution du front de Pareto pour 5, 50 et 100 itérations. On constate effectivement que, dès 5 itérations, le front de Pareto obtenu est relativement proche du résultat théorique. Entre 50 et 100 itérations, la différence principale se situe dans l'amélioration de la répartition des solutions retenues dans le front de Pareto.

La comparaison d'algorithmes d'optimisation multiobjectif ne peut se faire qu'à partir de métriques permettant de juger de la qualité du front de Pareto obtenu (Okabe, et al., 2003). A la fin de sa thèse, Inès Ayadi a donc comparé les performances des deux adaptations proposées de NSGA-II et ev-MMOGA en considérant les métriques suivantes :

- la *covariance*, comparant deux fronts de Pareto par le biais de la dominance de leurs solutions les unes par rapport aux autres,
- l'*espacement*, mesurant la qualité de la répartition des solutions le long d'un front de Pareto,
- la *largeur du front de Pareto*, évaluant la distance entre les solutions limites du front de Pareto.

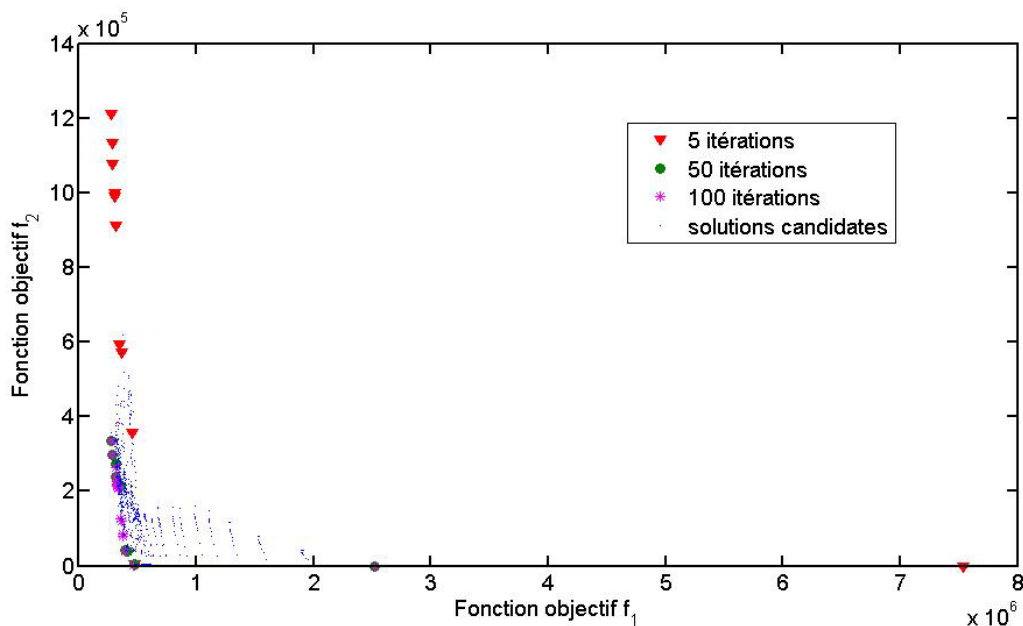


Figure 51 : Evolution du front de Pareto en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme NSGA-II modifié, avec des populations de 100 individus

Il ressort de cette comparaison que, si NSGA-II offre une meilleure covariance (en considérant toutefois des populations de 100 individus pour les deux algorithmes), ev-MMOGA permet une meilleure répartition des solutions le long du front de Pareto tout en manipulant des populations de taille bien plus petite. Pour ces raisons, cet algorithme a semblé mieux correspondre aux besoins de l'étude.

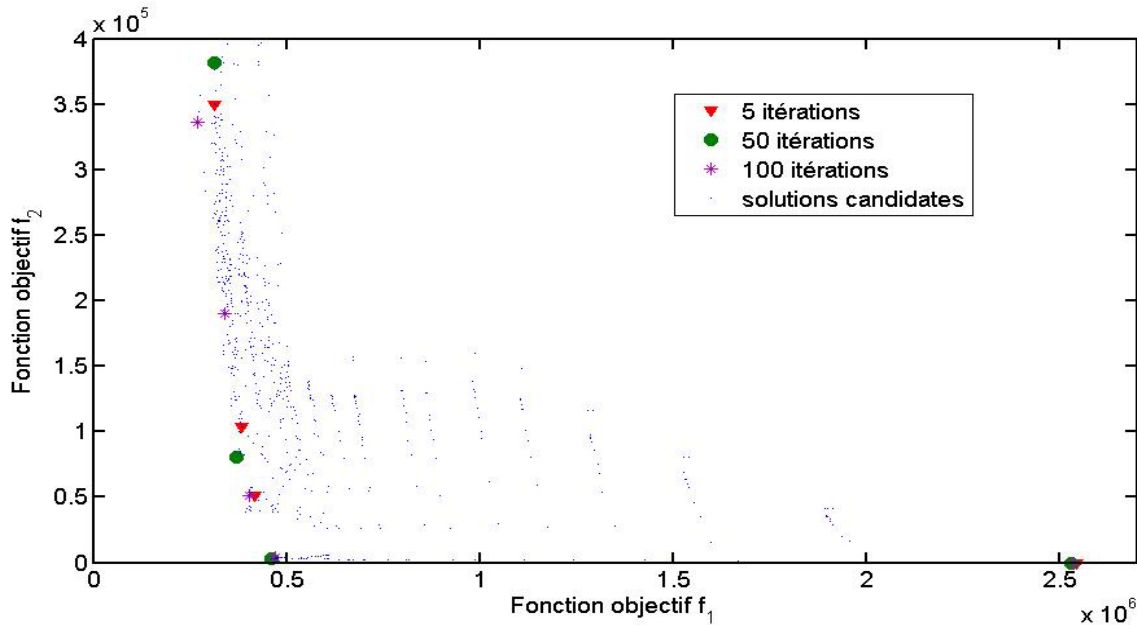


Figure 52 : Evolution du front de Pareto en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme ev-MMOGA modifié, avec des populations de 20 individus

En conclusion, ces travaux ont permis d'adapter un certain nombre d'algorithmes évolutionnaires aux outils de type *VirMaLab* (en considérant aussi bien des problèmes mono objectif que multiobjectif). Ils ont également mis en évidence le problème des coûts de calculs induits par l'évaluation de solutions candidates, rendant parfois difficile l'utilisation d'algorithmes d'optimisation. Dans la section 4.4.2, une solution à ce problème de temps de calcul sera proposée en s'appuyant sur l'utilisation d'algorithmes d'inférence symbolique. Enfin, ces travaux ont également permis d'ouvrir des perspectives concernant l'exploitation de caractéristiques de la structure du réseau bayésien d'un modèle *VirMaLab* et du poids de certaines dépendances entre variables pour influencer le paramétrage des métaheuristiques utilisées.

4.4.2. Plans dynamiques de maintenance

Contexte de l'étude

Comme nous venons de le voir, des pistes ont été proposées pour adapter les algorithmes génétiques aux modèles de maintenance de type *VirMaLab*. Cette démarche permet d'obtenir un ensemble de paramètres (d'exploitation, de surveillance, de maintenance...) optimisant une fonction coût donnée. Cependant, il peut arriver que la dynamique de dégradation du système étudié change soudainement. Ces évolutions sont généralement dues à des problèmes d'obsolescence de certains composants (remplacés par de nouveaux éléments ayant une fiabilité différente) ou à des changements d'usage (modification des cadences, des variables de contexte...). Dans certains cas, ces modifications de la vitesse de dégradation du système peuvent conduire à ce que les paramètres définis comme optimaux ne le soient plus. Une telle situation se traduit soit par une augmentation significative du nombre d'événements redoutés, soit par une « sur-maintenance » difficile à détecter puisque respectant les objectifs fixés initialement.

Depuis quelques années, l'optimisation de la maintenance est devenu un des objectifs majeurs pour les différents acteurs du secteur ferroviaire et en particulier pour les constructeurs de matériel roulant qui doivent nécessairement fournir à leurs clients des référentiels de maintenance garantissant le respect de certains objectifs (disponibilité, sécurité, coûts...), fixés par le cahier des charges de leur client. Tout écart par rapport à ces objectifs peut, en période de garantie, ruiner totalement la rentabilité d'un projet.

4.4. Optimisation de la maintenance : d'une approche « statique » à un « plan dynamique »

Dans le cadre du projet FUI *Surfer-Surveillance ferroviaire active*, piloté par le constructeur *Bombardier Transport*, des travaux sont menés pour :

- définir un modèle de maintenance de type *VirMaLab* permettant d'évaluer différentes stratégies de maintenance des accès voyageurs
- proposer un algorithme permettant de détecter des dérives dans la dynamique de dégradation du système et d'évaluer l'impact de ces dérives sur les indicateurs de décision.

Présentation du système et hypothèses retenues pour le modèle

Dans cette partie du projet, il a été décidé de se concentrer sur les systèmes d'accès voyageurs, introduits figure 53. Ces systèmes assurent en effet une fonction primordiale des matériels roulants (permettre aux flux de passagers de s'écouler correctement) et leurs défaillances représentent l'une des causes principales de perte de disponibilité et de sécurité (avec les freins et la climatisation).

Ces systèmes étant extrêmement complexes, il aurait été déraisonnable et inutile de modéliser l'intégralité de leurs composants ou fonctionnalités. Il a donc été décidé de modéliser les dérèglages impactant le plus la disponibilité et la sécurité du système, soit :

- le « V ». Ecartement des montants supérieurs des vantaux, il est conservé volontairement par les mainteneurs afin de s'assurer que la détection d'obstacles, réalisée en partie basse des portes, se fasse correctement.
- le capteur de fin de course, permettant de détecter la fin des cycles d'ouverture ou de fermeture des vantaux.
- les galets. Positionnés aux extrémités des portes, ils permettent notamment d'éviter que le « V » ne s'inverse. Les vantaux formeraient alors un « A » impactant fortement le niveau de sécurité du système.
- La hauteur de seuil. Son réglage permet un mouvement sans frottement des vantaux. Une accentuation du « V » ou un dérèglage de la hauteur de seuil peut entraîner des frottements allant jusqu'au blocage des portes.

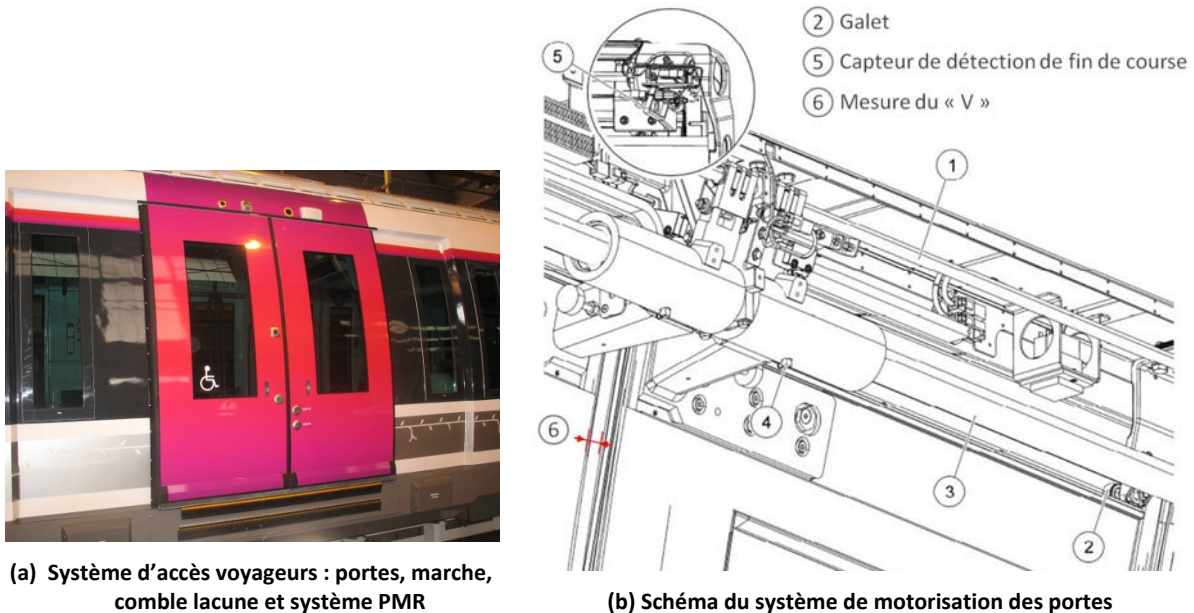


Figure 53 : Système d'accès voyageurs de nouvelles rames *Bombardier* pour le réseau Transilien

Deux indicateurs de décision ont été retenus. Le premier est lié à la sécurité du système en évaluant le risque de perdre la capacité à détecter des obstacles, tandis que le second mesure la disponibilité des accès voyageurs en estimant le risque de ne plus pouvoir ouvrir les portes.

Dans le programme *Surfer*, un important travail d'instrumentation a été réalisé afin de pouvoir proposer une surveillance permanente des principales fonctionnalités des rames en transmettant, en temps réel, un ensemble de mesures décrivant leur état de fonctionnement.

Des premiers signaux collectés, il a été possible d'évaluer les caractéristiques probabilistes des quatre dérèglages considérés dans cette étude. Il en est ressorti que seul le « V » avait un comportement non-markovien (ses distributions de temps de séjour pouvant être approchées par des lois de Weibull). Ce processus de dégradation a donc été modélisé par un MGD tandis que les dérèglages des galets et de la détection de fin de course ont été représentés par une simple chaîne de Markov, modélisée par un 1-MGPM (l'évolution de la hauteur de seuil n'étant influencée quant à elle que par le dérèglement du « V »).

Enfin, comme la plupart du temps pour le matériel roulant, la maintenance des accès voyageurs est réalisée périodiquement, lors de retours programmés des rames en atelier, suivant deux pas de maintenance systématique : l'un pour une révision intermédiaire de certaines fonctionnalités et l'autre pour une révision complète.

La figure 54 présente le modèle *VirMaLab – accès voyageurs* proposé pour évaluer et comparer différentes stratégies de maintenance. On y retrouve les trois blocs habituels, à savoir :

- la *modélisation de la dégradation*, avec un MGD pour le dérèglement du « V » (les variables V_t et S_t représentant respectivement l'état du « V » et le temps de séjour dans l'état courant) et des chaînes de Markov modélisées par des réseaux bayésiens dynamiques pour les dérèglages du capteur de fin course (variable C_t) et du galet (variable G_t). Le dérèglement de la hauteur de seuil (variable H_t) étant uniquement influencé par l'état de dégradation du « V ».
- la *modélisation de la maintenance*, ici limitée à des actions préventives systématiques représentées par les variables M_t (décrivant l'action effectuée à l'instant t) et P_t (codant les périodes de retour en atelier).
- l'*évaluation d'une stratégie*, à travers l'estimation des deux indicateurs de sécurité (variable O_t , décrivant la probabilité de ne plus détecter les obstacles lors de la fermeture des portes) et de disponibilité (variable A_t mesurant le risque de ne plus pouvoir actionner une porte).

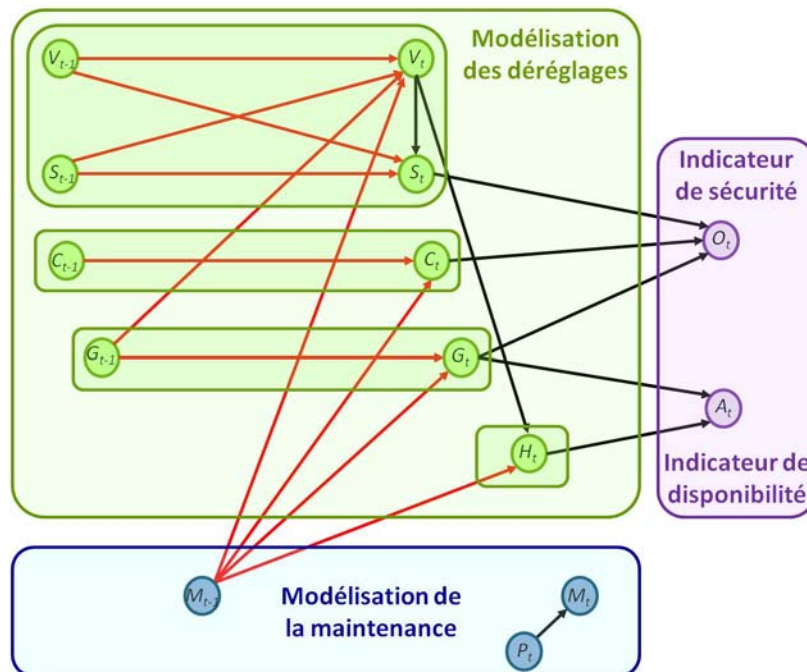


Figure 54 : Modèle de maintenance *VirMaLab-access voyageurs* proposé dans le cadre du projet *Surfer*

4.4. Optimisation de la maintenance : d'une approche « statique » à un « plan dynamique »

La définition des états et des tables de probabilités conditionnelles décrivant chaque variable du modèle a été réalisée à partir des avis d'experts et des bases de données REX de *Bombardier Transport*. Ces données proviennent d'une partie de la flotte du réseau *Transilien* équipée du système *Surfer*, éventuellement complétées par des enregistrements issus d'un banc de test développé par le constructeur.

Plans dynamiques de maintenance

La figure 55 présente le principe général de l'algorithme de *Plans Dynamiques de Maintenance*, proposé dans le cadre des travaux de thèse de Rony Rozas, rattachée au projet *Surfer*. Cette approche se déroule suivant deux phases. La première consiste en une initialisation des lois de dégradation du système *accès voyageurs* à partir des bases REX. Ces lois initiales permettent de définir la stratégie préventive systématique optimale via le modèle de maintenance introduit figure 54. Dans la seconde phase, une recherche d'éventuelles ruptures dans les paramètres des lois de dégradation est réalisée sur une fenêtre glissante contenant les N données de retour d'expérience les plus récentes. Cette détection de rupture s'appuie sur des tests de Kolmogorov-Smirnov (Frank & Massey, 1951).

Un point clé de ce travail réside dans l'évaluation de l'impact d'un changement de dynamique de dégradation détecté lors du test statistique précédent. Cette évaluation se fait à travers un calcul d'inférence dans le réseau bayésien du modèle de maintenance *VirMaLab*. Nous avons vu précédemment que ces opérations étaient généralement très coûteuses en temps de calcul. Pour s'affranchir de ces coûts, les algorithmes d'inférence symbolique introduits section 2.1.2 ont été adaptés aux modèles de transition des MGD. Les paramètres décrivant la dynamique de chacun des quatre dérèglages considérés, stockés dans les tables de probabilités conditionnelles des variables S_t , C_t et G_t , sont remplacés par un ensemble d'expressions explicites Θ . L'algorithme d'inférence symbolique fournit alors, pour un horizon temporel T_s donné, une expression analytique permettant de calculer le comportement des variables cible O_t et A_t . Si l'établissement de l'expression analytique est relativement coûteux, les calculs d'inférence qui en découlent se font en un temps négligeable.

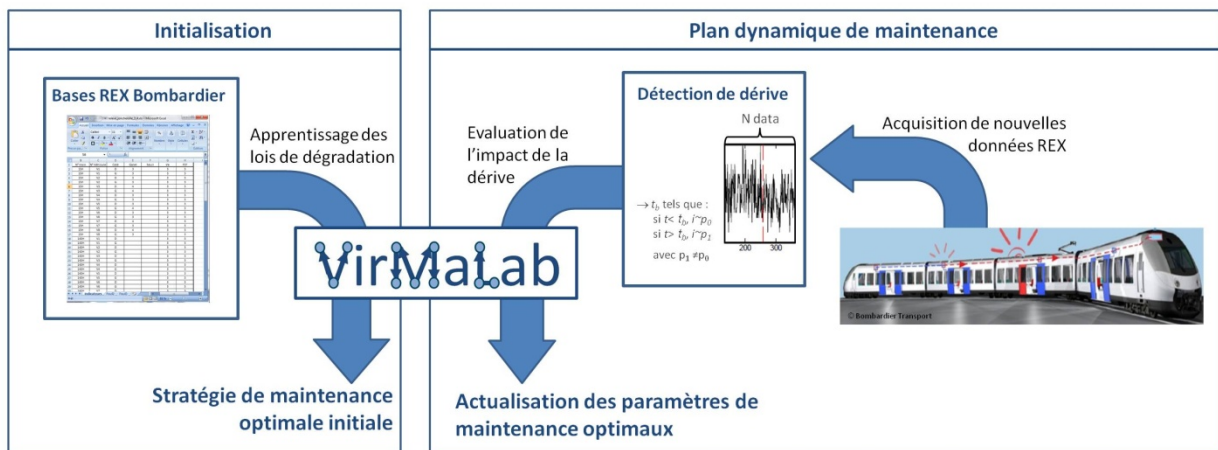


Figure 55 : Principe général de l'algorithme de plans dynamiques de maintenance pour le projet *Surfer*

A titre d'illustration, la figure 56 introduit des résultats obtenus dans le cadre du projet *Surfer*, permettant de valider l'approche proposée. Avant de détailler ces résultats, il est nécessaire de préciser quelques points concernant les données utilisées ici. Les rames équipées du nouveau système de monitoring sont encore trop récentes pour que les données transmises introduisent déjà des dérives dans les processus de dégradation modélisés dans cette étude. Pour pouvoir appliquer l'approche par *plans dynamiques de maintenance*, il a donc été nécessaire d'introduire artificiellement des dérives dans les données REX. Pour cela, la base initiale a été enrichie hebdomadairement de 10 nouvelles mesures avec une introduction aléatoire de dérives dans les

paramètres statistiques de ces données toutes les 20 à 50 semaines. L'horizon temporel pour les simulations a été fixé à 10 ans.

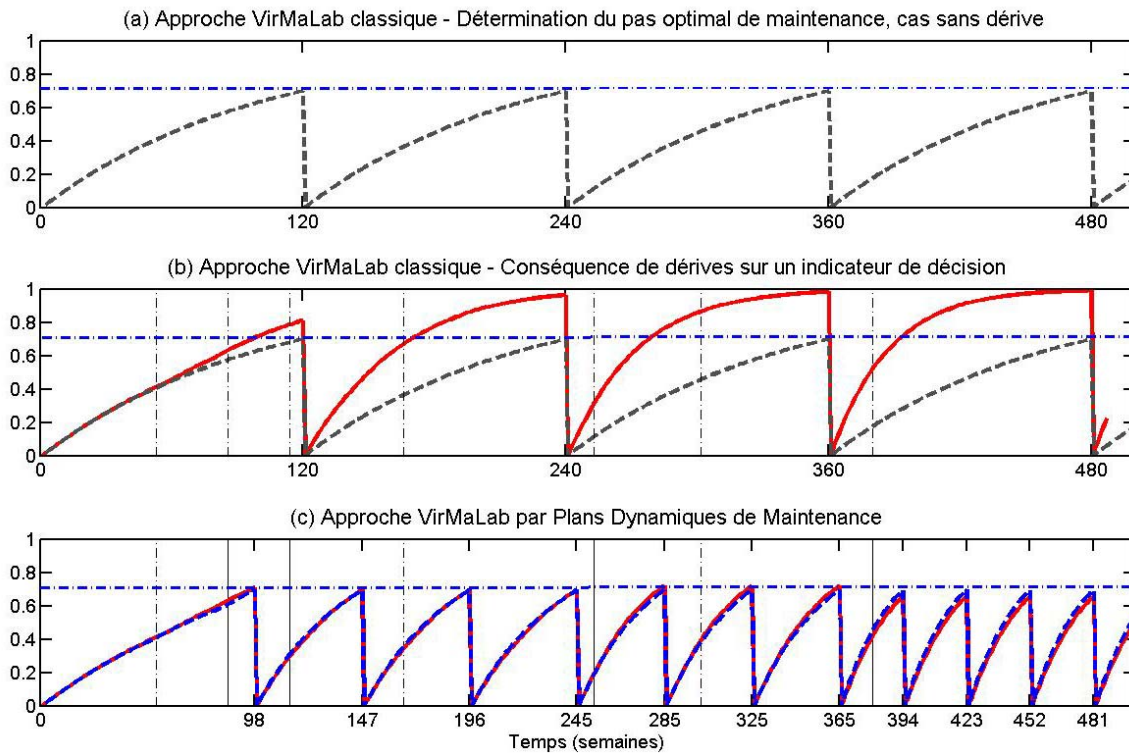


Figure 56 : Illustration de l'apport de l'approche par *Plans Dynamiques de Maintenance* pour la prévention de la sécurité des accès voyageurs, projet *Surfer*.

Le graphe 54(6) présente la démarche classique de *VirMaLab* visant à définir la stratégie optimale de maintenance systématique respectant un ensemble d'objectifs (ici, l'indicateur de décision ne doit pas dépasser le seuil de 70%). Dans ce cas, le processus de dégradation est supposé stationnaire. A chaque action de maintenance, le système est remis à neuf et son cycle de vie redémarre de façon identique. Ici, le pas de maintenance a été optimisé en se basant sur les données de la base REX initiale et est fixé à $T_{opt}^0=120$ semaines.

La figure 56(b) met en évidence les conséquences d'une variation de la dynamique de dégradation du système. La courbe en pointillés correspond toujours au comportement appris lors de l'initialisation du modèle de maintenance et sur lequel se base l'optimisation de la période de remise à neuf du système. La courbe rouge présente quant à elle le comportement réel du système, subissant un certain nombre de dérives dans son processus de dégradation (ici, des accélérations du phénomène). On remarque qu'en conservant le pas de maintenance T_{opt}^0 , défini à partir du modèle de dégradation initial, la contrainte de disponibilité n'est plus systématiquement respectée. En pratique, cela se traduit par un certain nombre de défaillances du système apparaissant avant les retours en atelier pour actions préventives.

L'approche par *plans dynamiques de maintenance* a été appliquée à ces dérives pour éviter la multiplication de ces événements non désirés. Les résultats obtenus sont introduits figure 56(c). Les lignes verticales en pointillés correspondent aux instants où l'algorithme détecte des dérives significatives dans les paramètres statistiques des processus de dégradation. Les lignes pleines correspondent aux dérives détectées suffisamment significatives pour nécessiter une mise à jour du pas de maintenance. La courbe bleue représente le comportement de l'indicateur estimé par inférence symbolique tandis que la courbe rouge correspond au comportement réel de la variable. On remarque que l'algorithme symbolique conserve une qualité d'estimation parfaitement correcte et que, suite à certaines dérives détectées aux instants $t_{dérive}=[53\ 86\ 114\ 166\ 188\ 302]$, le pas de

maintenances optimales ont été mises à jour pour prendre les valeurs $T_{opt}^0 = 120$, $T_{opt}^{85} = 98$, $T_{opt}^{114} = 49$, $T_{opt}^{253} = 40$ et $T_{opt}^{380} = 29$.

En conclusion, ces travaux ont proposé une nouvelle démarche permettant de réactualiser les paramètres optimaux de maintenance, fournis par un modèle de type *VirMaLab*, en fonction d'éventuelles dérives dans la dynamique de dégradation du système étudié. Par ailleurs, l'adaptation des algorithmes d'inférence symbolique aux 1-MPGM ouvre des perspectives nouvelles en relation avec les travaux en optimisation d'Inès Ayadi puisqu'ils devraient permettre de rendre négligeable les temps de calcul liés à l'évaluation de solutions candidates.

4.5. Vers l'intégration du pronostic

Comme nous avons pu le voir jusqu'à présent, l'intérêt des réseaux bayésiens, et plus particulièrement des 1-MPGM, pour développer des modèles de maintenance est avéré, que ce soit à travers le cas jouet du système à trois composants ou avec les différentes applications industrielles de ce chapitre. La démarche proposée a été appliquée à la modélisation de stratégies de maintenance basées sur un compromis entre maintenance corrective et actions préventives systématiques et/ou conditionnelles.

Or, comme le montre la figure 17, une approche de la maintenance n'a pas encore été testée avec ce formalisme ; à savoir la maintenance préventive prévisionnelle qui conditionnellement à des états de dégradation constatés s'attache à programmer les actions de maintenance en pronostiquant les instants de défaillance à venir. Pour être complet dans notre démarche d'évaluation de l'apport possible des MPG dans la modélisation de la maintenance, il nous a donc semblé intéressant d'intégrer la notion de pronostic à l'approche *VirMaLab*.

4.5.1. Généralités sur le pronostic

De par les enjeux industriels que représente la maîtrise d'une stratégie de maintenance prévisionnelle, le nombre de travaux de recherche portant sur le pronostic a littéralement explosé depuis le début des années 2000. Différentes approches ont été proposées et nous avons choisi de retenir la classification introduite par (Lebold & Thurston, 2001), regroupant les méthodes de pronostic en trois grandes familles :

- *Les méthodes à base de modèles physiques.* Elles s'appliquent lorsque l'on dispose de modèles analytiques décrivant au cours du temps et de façon généralement déterministe l'évolution de la dégradation du système. L'avantage de ce type d'approche est qu'il fournit généralement un pronostic très précis puisque l'estimation de la durée de vie résiduelle du système s'appuie sur une modélisation détaillée du processus de dégradation. Cependant, il est assez rare de disposer de tels modèles car leur validation est très complexe et limitée à un contexte de dégradation bien précis, souvent peu reproductible dans la pratique.
- *Les méthodes basées sur les données.* Le pronostic est ici réalisé en appliquant des méthodes de traitement du signal aux mesures issues d'un système de surveillance, pouvant fournir périodiquement des signaux descriptifs de l'état du système. Ces données se présentent souvent sous forme de séries temporelles et les méthodes de pronostic (techniques statistiques telles que les régressions, ACP...) consistent à prédire, à partir de ces données, l'évolution future de descripteurs pertinents.
- *Les méthodes dites « fiabilistes ».* Elles consistent à utiliser des outils probabilistes (données de retour d'expérience, avis d'expert...) pour construire des modélisations stochastiques décrivant le comportement du système. Ces modèles peuvent s'appuyer sur des lois de probabilités (exponentielle, Weibull...), des processus stochastiques (Gamma, Poisson...) ou des modèles graphiques probabilistes tels que les chaînes de Markov, les réseaux de neurones, les réseaux de Pétri... ou encore les réseaux bayésiens dynamiques. L'application de telles approches suppose cependant que des données de retour d'expérience soient disponibles en quantité

suffisante pour permettre un apprentissage correct des paramètres décrivant les processus de dégradation modélisés.

Les deux « classes » de méthodes (fiabilistes et basées sur les données) ont souvent été rapprochées pour proposer des approches permettant de tenir compte du retour d'expérience (offrant un horizon de pronostic plus long) et des informations précises sur l'état du système à un instant donné. C'est dans ce cadre que se placera la suite de ce chapitre.

De très nombreuses méthodes fiabilistes peuvent être rencontrées dans la littérature ; citons notamment les travaux de (Ribot, 2009) qui proposent une architecture générique de supervision pour optimiser une stratégie de maintenance basée sur un compromis entre actions correctives et prévisionnelles à l'aide d'un modèle de Weibull. Une étude bibliographique du sujet du pronostic montre que l'usage des réseaux bayésiens dynamiques pour modéliser les politiques de maintenance prévisionnelle demeure relativement récent. De plus, ces travaux ne proposent pas d'utiliser les MGP pour calculer directement des indicateurs tels que la DEFAD - *Durée de Fonctionnement Avant Défaillance* (ou RUL – *Remaining Usefull Life*), mais s'appuient d'avantage sur une modélisation de la dégradation par un MGP pour en déduire a posteriori un instant de fin de vie ou une durée de vie résiduelle.

Ainsi, dans (Hu, et al., 2011) et (Hu, et al., 2012), les auteurs utilisent le formalisme des RBD pour évaluer, à un instant donné, le risque de défaillance de l'un des sous-systèmes d'une turbine à gaz et définir quels seraient les bons paramétrages d'exploitation et de maintenance permettant d'éviter le franchissement de certains seuils.

Dans (Przytala & Choi, 2008), un RBD dont certaines tables de probabilités conditionnelles varient au cours du temps est proposé afin de modéliser une HMM non homogène et décrire ainsi plus fidèlement le processus de dégradation du système étudié (ne se plaçant plus dans le contexte markovien imposé par les RBD). Cette modélisation permet de calculer, à un instant donné, l'état de dégradation du système et de prédire quel sera son comportement au cours du temps. Toutefois, la méthode proposée n'envisage pas, à un instant donné, d'effectuer une projection dans le futur pour estimer la DEFAD. Il en est de même pour (Arroyo-Figueroa & Sucar, 2005) et (Özgür-Ünlüakın & Bilgiç, 2006) qui utilisent les RBD pour modéliser la dégradation du système étudié et en déduire a posteriori la durée de vie.

Certains travaux utilisent toutefois les modèles graphiques probabilistes pour définir des indicateurs sur l'état courant de fonctionnement du système étudié permettant ensuite de calculer une DEFAD. C'est notamment le cas de (Ferreiro, et al., 2012) qui proposent une structure de réseau bayésien permettant d'estimer l'état de fonctionnement des différents systèmes et fonctions d'un avion de ligne et en déduisent les instants probables de défaillances à partir de certaines probabilités du réseau. Citons encore (Tobon-Mejia, et al., 2011) qui comparent différents MGP (Mixture of Gaussian HMM, Hidden semi-Markov models et HMM) pour modéliser la dégradation d'un système et en déduire la durée de vie résiduelle. Cependant, à notre connaissance, aucune étude ne s'est intéressée à l'évaluation d'une DEFAD par un MGP. Il nous a donc semblé intéressant de nous attaquer à ce problème en essayant de proposer une structure de 1-MPGM permettant de fournir, à chaque instant, une estimation de la DEFAD.

Pour cela, nous nous sommes placés dans le cadre de systèmes périodiquement observés, modélisés dans des espaces de temps et d'états discrets et finis. La figure 57 présente l'objectif de la démarche. Il s'agit d'estimer la DEFAD réelle du système étudié (tracée en rouge) en ne disposant que d'un nombre limité d'observations de l'état du système.

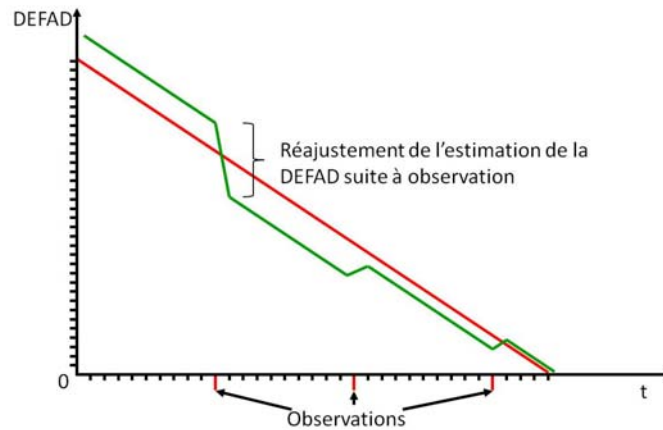


Figure 57 : Estimation de la DEFAD à partir d'un nombre limité d'observations

4.5.2. Algorithme proposé

Durant les 18 premiers mois de la thèse de Josquin Foulliaron, réalisée dans le cadre du projet ANR DIADEM, plusieurs algorithmes de pronostic ont été développés, directement intégrés à la structure d'un MGPM spécifique, permettant de calculer la durée de vie résiduelle d'un système. Dans ce mémoire, un premier algorithme est présenté (Foulliaron, et al., 2013) ainsi que son intégration sous la forme d'un réseau bayésien dynamique spécifique. Cet algorithme s'appuie sur les variables suivantes, illustrées par la figure 58.

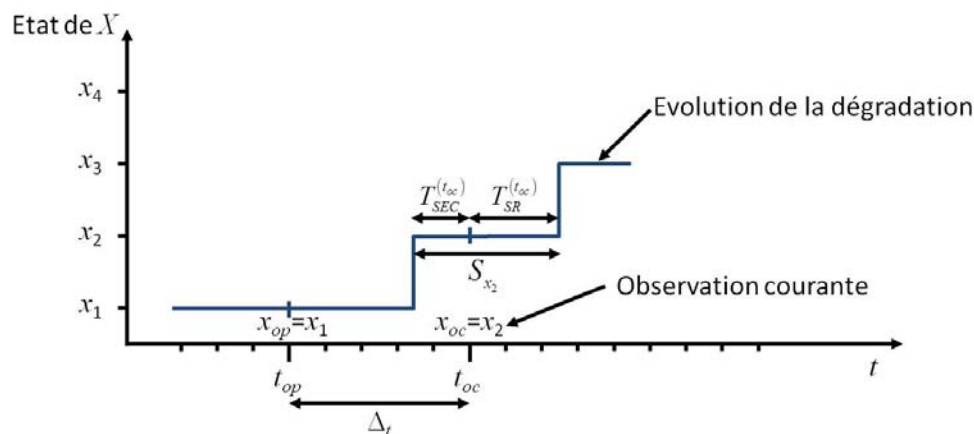


Figure 58 : Description des variables utilisées dans l'algorithme de pronostic

- t_{oc} : instant de la dernière observation du système par le(s) acteur(s) du diagnostic
- t_{op} : instant de l'observation précédente
- Δt : Durée entre les deux dernières observations. $\Delta t = t_{oc} - t_{op}$
- x_{oc} : état observé à t_{oc} , $x_{oc} \in \{1, \dots, N\}$
- x_{op} : état observé à t_{op} , $x_{op} \in \{1, \dots, N\}$
- $T_{SEC}^{(t_{oc})}$: temps passé dans l'état courant x_{oc} à l'instant t_{oc}
- $T_{SR}^{(t_{oc})}$: temps restant à passer dans l'état courant x_{oc} après l'instant t_{oc}
- $R^{(t_{oc})}$: somme de tous les temps de séjour restants dans les états $(x_{oc} + 1, \dots, N)$
- $S_x^{(t)}$: temps de séjour total dans l'état x , calculé à l'instant t
- Ψ_x : distribution du temps de séjour dans l'état x .

Notation : $A \sim \Psi_x([a, b]) = \Psi'_x$ signifie que la variable A prend ses valeurs selon la restriction normalisée de Ψ_x à l'intervalle $[a, b]$, notée Ψ'_x . Dans le cas discret, on a :

$$\forall x_i \in [a, b], \Psi'_x(x_i) = \frac{\Psi_x(x_i)}{\sum_{x_j \in [a, b]} \Psi_x(x_j)} \quad (52)$$

- α_j^{\max} : valeur maximale du temps de séjour dans l'état x_j , soit :

$$\alpha_j^{\max} = \sup \left\{ k : p(S^{(t)} = k \mid X^{(t)} = x_j) > 0 \right\} \quad (53)$$

En utilisant ces variables, le calcul de la DEFAD est obtenu à chaque nouvelle observation, à partir de l'expression:

$$DEFAD^{(t_{oc})} = T_{SR}^{(t_{oc})} + \sum_{j=x_{oc}+1}^{N-1} S_j^{(t_{oc})} \quad (54)$$

qui peut se récrire :

$$DEFAD^{(t_{oc})} = + \left(\sum_{j=x_{oc}}^{N-1} S_j^{(t_{oc})} \right) - T_{SEC}^{(t_{oc})} \quad (55)$$

L'algorithme de pronostic détaillé ci-dessous recherche, à chaque nouvelle observation, si un changement d'état est détecté. En fonction de l'observation, les différentes variables sont remises à jour et la DEFAD recalculée.

Algorithme de pronostic pour estimer la DEFAD d'un système périodiquement observé

Initialisation :

- $\forall i \in [1..N-1], S_i^{(0)} \sim \Psi_i$ % initialisation des temps de séjour dans les différents états
- $R^{(0)} = \sum_{j=x^{(0)}+1}^N S_j^{(0)}$
- Initialisation de $T_{SEC}^{(0)}$ par l'utilisateur % généralement $T_{SEC}^{(0)} = 0$
- $T_{SR}^{(0)} \sim \Psi_{x^{(0)}} \left(\left[T_{SEC}^{(0)} + 1, \alpha^{\max} \right] \right) - T_{SEC}^{(0)}$
- $DEFAD^{(0)} = T_{SR}^{(0)} + R^{(0)}$

pour chaque nouveau t_{oc} faire

- si $x^{(t_{oc})} = x^{(t_{op})}$, alors % aucune transition n'est observée
 - $T_{SEC}^{(t_{oc})} = T_{SEC}^{(t_{op})} + \Delta t$
 - si $T_{SR}^{(t_{op})} > \Delta t$, alors % compatibilité avec l'estimation précédente
 - $T_{SR}^{(t_{oc})} = T_{SR}^{(t_{op})} - \Delta t$
 - sinon,
 - $T_{SR}^{(t_{oc})} = \Psi_{x^{(t_{oc})}} \left[T_{SEC}^{(t_{oc})}, \alpha_j^{\max} \right] - T_{SEC}^{(t_{oc})}$
 - fin
 - $R^{(t_{oc})} = R^{(t_{op})}$
- sinon, si $x^{(t_{oc})} = x^{(t_{op})} + 1$, alors % observation d'une transition à l'état suivant
 - $R^{(t_{oc})} = R^{(t_{op})} - S_{x^{(t_{oc})}}^{(0)}$
 - si $T_{SR}^{(t_{op})} \leq \Delta t$, alors
 - $T_{SEC}^{(t_{oc})} = \Delta t - T_{SR}^{(t_{op})}$
 - sinon,
 - $T_{SEC}^{(t_{oc})} = \Delta t - \Psi_{x^{(t_{op})}} \left[T_{SEC}^{(t_{op})} + 1, T_{SEC}^{(t_{op})} + \Delta t \right] + T_{SEC}^{(t_{op})}$
 - fin

```

si  $R^{(t_{oc})} - R^{(t_{op})} > T_{SEC}^{(t_{oc})}$  , alors
|  $T_{SR}^{(t_{oc})} = R^{(t_{oc})} - R^{(t_{op})} - T_{SEC}^{(t_{oc})}$ 
sinon,
|  $T_{SR}^{(t_{oc})} = \Psi_{x^{(t_{oc})}} [T_{SEC}^{(t_{oc})}, \alpha_j^{\max}] - T_{SEC}^{(t_{oc})}$ 
fin
sinon, si  $k = x^{(t_{oc})} - x^{(t_{op})} > 1$  , alors           % observation d'une transition de plus d'un état
|  $T_{SEC}^{(t_{oc})} \sim U[0, \Delta t - k]$ 
|  $T_{SR}^{(t_{oc})} = \Psi_{x^{(t_{oc})}} [T_{SEC}^{(t_{oc})}, \alpha^{\max}] - T_{SEC}^{(t_{oc})}$ 
fin
 $R^{(t_{oc})} = R^{(t_{op})} - \sum_{j=x^{(t_{op})}+1}^{x^{(t_{oc})}} S_j$ 
 $DEFAD^{(t_{oc})} = T_{SR}^{(t_{oc})} + R^{(t_{oc})}$ 

```

Fin

La figure 59 présente la structure du modèle de transition d'un 1-MPGM proposée pour intégrer l'algorithme de pronostic introduit précédemment.

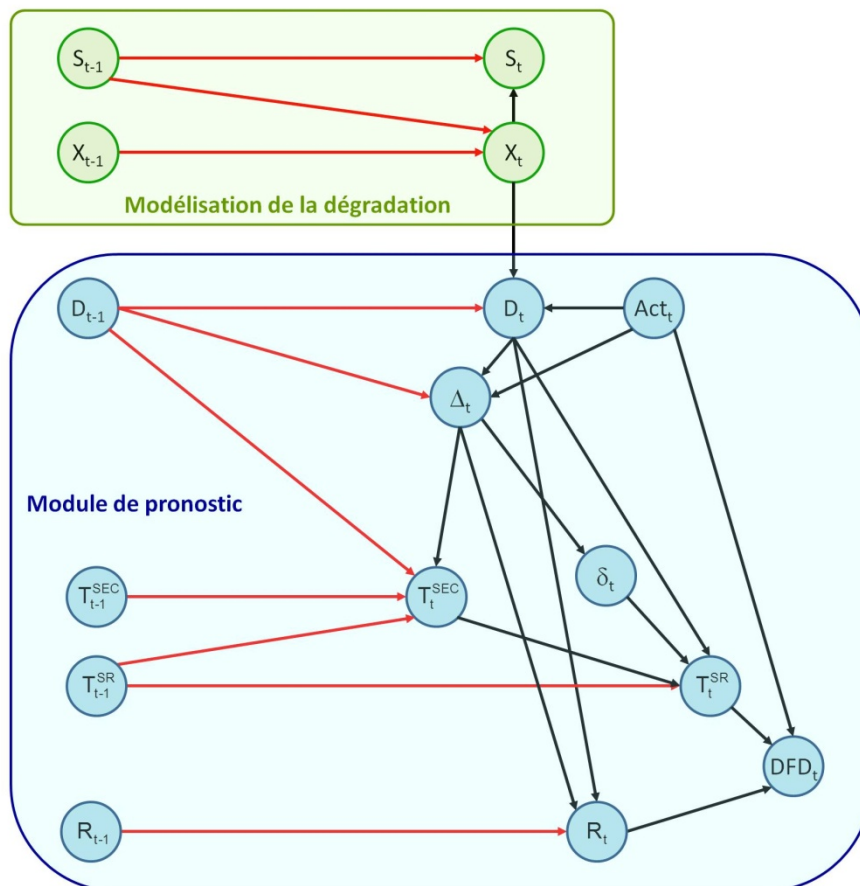


Figure 59 : Structure du modèle de transition du 1-MPGM associé à l'algorithme de pronostic permettant d'estimer à chaque instant la DEFAD du système.

Il se compose de deux modules réalisant :

- la modélisation de la dégradation en s'appuyant sur le formalisme des modèles graphiques de durée. Les nœuds X_t et S_t représentent respectivement l'état du système et les temps de séjour associés, à valeurs dans \mathcal{X} et \mathcal{S} .
- l'estimation de la DEFAD. Elle repose tout d'abord sur l'observation périodique de X_t , modélisée par les nœuds D_t à valeurs dans $\mathcal{X} \cup \{\text{non observé}\}$ et Act_t , décrivant respectivement l'état estimé de X_t par le système de diagnostic et la présence ou non du système de mesure à l'instant t . Les nœuds Δ_t et δ_t quantifient d'éventuels changements d'états entre deux observations successives. La première variable détermine le nombre d'états franchis entre deux observations tandis que la seconde code simplement le fait qu'il y ait eu une transition. Enfin, les nœuds T_t^{SEC} , T_t^{SR} et R_t représentent les variables introduites précédemment, à savoir, les temps passé et restant dans l'état courant à l'instant t et la somme de tous les temps de séjour restants dans les états non encore franchis.

Le nœud DFD_t fournit directement l'estimation de la DEFAD obtenue à l'instant t .

Exemple 4.2 : Système de production simple (application du module « pronostic » de VirMaLab)

À titre d'illustration de ces premiers travaux, l'algorithme de pronostic et son codage par le 1-MPGM spécifique proposés précédemment sont appliqués au système à trois composants utilisé jusqu'ici. Dans cet exemple, les trois composants C_1 , C_2 et C_3 sont auscultés tous les 5 pas de temps et à chaque diagnostic, les temps de bon fonctionnement résiduel de C_1 , C_2 et C_3 sont estimés.

Au final, compte tenu de la disposition des trois composants, le temps de vie résiduel du système est fourni par la variable réalisant l'opération suivante :

$$RUL_S(t) = \min(RUL_{C_1}(t), \max(RUL_{C_2}(t), RUL_{C_3}(t)))$$

La figure 60 présente un exemple de résultat fournis par le 1-MPGM développé pour cette application. La courbe rouge correspond à l'évolution de la RUL réelle du système dont la défaillance survient à l'instant $t=47$ tandis que les points verts représentent l'estimation de la RUL par l'algorithme introduit précédemment.

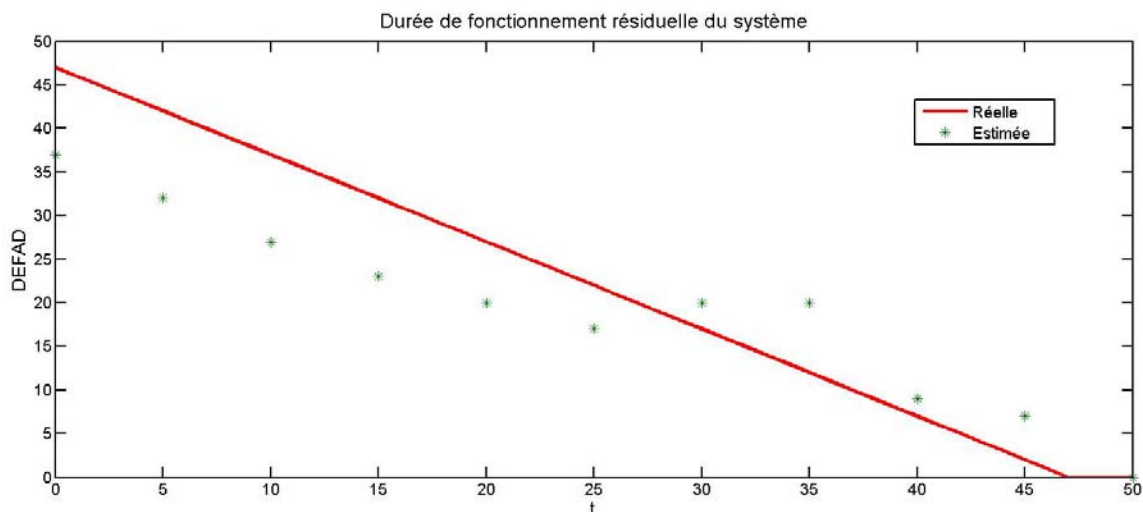


Figure 60 : Evolution de la durée de fonctionnement du système à trois composants. Comparaison de la DEFAD réelle et de celle estimée par le 1-MPGM spécifique

On peut remarquer que la qualité de l'estimation de la RUL est encore perfectible pour pouvoir être exploitée dans un processus d'aide à la décision, pour organiser une politique de maintenance à base de pronostic. Certaines explications peuvent être avancées.

Tout d'abord, les composants C_2 et C_3 n'ayant pas d'état intermédiaire, aucun réajustement

n'est possible en cas de surestimation, car la défaillance interviendra avant que l'algorithme ne détecte une incompatibilité entre l'estimation et l'observation. Enfin, la variance des lois de temps de séjour rend plus difficile une estimation précise de l'instant de défaillance. Pour minimiser ce point, l'introduction de lois de temps de séjour conditionnelles, en cours de finalisation, permet une diminution significative de l'erreur d'estimation de la DEFAD.

4.5.3. Intégration des lois de séjour conditionnelles

L'estimation d'une durée de vie résiduelle par le biais de méthodes statistiques telles que nous l'avons envisagée ici est évidemment très dépendante de la variance des lois de temps de séjour dans chaque état, sur lesquelles s'appuie l'algorithme proposé précédemment. Lorsque ces lois ont un support trop « large », il devient naturellement très difficile de réaliser une estimation précise de l'instant de réalisation d'un événement redouté.

Par ailleurs, cette première approche exploite les données de retour d'expérience en considérant qu'elles décrivent un unique phénomène de dégradation. Or, comme cela a déjà été évoqué dans le chapitre 3, dans la pratique, un système industriel est souvent amené à se dégrader suivant différents processus (mécaniques, physiques...) pouvant avoir chacun une dynamique relativement différente. Cette particularité de la dégradation n'a pas encore été exploitée alors qu'elle peut contenir une quantité non négligeable d'informations permettant d'affiner le pronostic réalisé.

Pour répondre à ce besoin, une extension des MGD intégrant la notion de lois de temps de séjour conditionnelles a été proposée dans la section 3.6. L'algorithme de pronostic introduit précédemment a été modifié afin de tenir compte de cette amélioration. Ces adaptations sont présentées dans l'algorithme ci-dessous. Globalement, son fonctionnement est identique si ce n'est que l'on ne manipule plus de simples lois de temps de séjour dans chaque état du système mais des lois conditionnées par le mode de dégradation dans lequel on se trouve à un instant t . Lors de l'initialisation, un premier mode de dégradation le plus probable est déterminé. A chaque nouvelle observation, le mode courant est testé pour déterminer s'il est encore compatible avec le nouveau temps de séjour (afin de limiter les risques de mauvaise classification due à une intersection non vide des supports des différentes lois). En fonction du résultat de ce test, une loi de temps de séjour conditionnelle est utilisée pour mettre à jour le calcul de la DEFAD.

Pour ce nouvel algorithme, il est nécessaire de spécifier le nombre n_m de modes de dégradation présents dans les données REX. Par ailleurs, les variables suivantes doivent être définies :

- $m_{t_{oc}}$: mode de dégradation le plus probable à l'instant courant t_{oc}
- $m_{t_{op}}$: mode de dégradation le plus probable lors de la prochaine observation du système
- $\Psi_{i/k}$: distribution du temps de séjour dans l'état i pour le mode de dégradation k

Adaptation de l'algorithme de pronostic pour estimer la DEFAD d'un système périodiquement observé intégrant des lois de temps de séjour conditionnelles

Initialisation :

- $S_1^{(0)} \sim \Psi_1$
 - $\forall i \in [2..N-1], m_{t_{oc}} = \arg \max_{k=1..n_m} [\Psi_{i-1/k}(S_{i-1}^{(0)})]$ % recherche du mode le plus probable associé au temps de séjour $S_{i-1}^{(0)}$
 - $S_i^{(0)} \sim \Psi_{i/m}$ % initialisation du temps de séjour dans les différents états suivant l'état initial selon la loi de temps de séjour du mode le plus probable
 - $R^{(0)} = \sum_{j=x^{(0)}+1}^N S_j^{(0)}$
 - $m_{t_{op}} = m_{t_{oc}}$
-

- Initialisation de $T_{SEC}^{(0)}$ par l'utilisateur % généralement $T_{SEC}^{(0)} = 0$
- $T_{SR}^{(0)} \sim \Psi_{x^{(0)}} \left(\left[T_{SEC}^{(0)} + 1, \alpha^{\max} \right] \right) - T_{SEC}^{(0)}$
- $DEFAD^{(0)} = T_{SR}^{(0)} + R^{(0)}$

pour chaque nouveau t_{oc} faire

```

si  $x^{(t_{oc})} = x^{(t_{op})}$ , alors % aucune transition n'est observée
     $T_{SEC}^{(t_{oc})} = T_{SEC}^{(t_{op})} + \Delta t$ 
si  $T_{SR}^{(t_{op})} > \Delta t$ , alors % compatibilité avec l'estimation précédente
     $T_{SR}^{(t_{oc})} = T_{SR}^{(t_{op})} - \Delta t$ 
sinon,
     $m_{t_{oc}} = \arg \max_{k=1..n_m} \left[ \Psi_{i-1/k} \left( T_{SEC}^{(t_{oc})} \right) \right]$ 
     $T_{SR}^{(t_{oc})} = \Psi_{x^{(t_{oc})}/m_{t_{oc}}} \left( T_{SEC}^{(t_{oc})}, \alpha_j^{\max} \right) - T_{SEC}^{(t_{oc})}$  %si incompatibilité, temps de séjour à nouveau tiré
fin
     $R^{(t_{oc})} = R^{(t_{op})}$ 
sinon, si  $x^{(t_{oc})} = x^{(t_{op})} + 1$ , alors % observation d'une transition à l'état suivant
     $R^{(t_{oc})} = R^{(t_{op})} - S_{x^{(t_{oc})}}$ 
si  $T_{SR}^{(t_{op})} \leq \Delta t$ , alors % compatibilité du temps de séjour avec la nouvelle observation
     $T_{SEC}^{(t_{oc})} = \Delta t - T_{SR}^{(t_{op})}$ 
sinon,
     $T_{SEC}^{(t_{oc})} = \Delta t - \Psi_{x^{(t_{op})}/m_{t_{oc}}} \left[ T_{SEC}^{(t_{op})} + 1, T_{SEC}^{(t_{op})} + \Delta t \right] + T_{SEC}^{(t_{op})}$ 
fin
si  $R^{(t_{oc})} - R^{(t_{op})} > T_{SEC}^{(t_{oc})}$ , alors
     $T_{SR}^{(t_{oc})} = R^{(t_{oc})} - R^{(t_{op})} - T_{SEC}^{(t_{oc})}$ 
sinon,
     $m_{t_{oc}} = \arg \max_{k=1..n_m} \left[ \Psi_{i-1/k} \left( T_{SEC}^{(t_{op})} + \Delta t - T_{SEC}^{(t_{oc})} \right) \right]$ 
     $T_{SR}^{(t_{oc})} = \Psi_{x^{(t_{oc})}/m_{t_{oc}}} \left[ T_{SEC}^{(t_{oc})}, \alpha_j^{\max} \right] - T_{SEC}^{(t_{oc})}$ 
fin
fin
si  $m_{t_{oc}} = m_{t_{op}}$ , alors % si aucun changement de mode n'est détecté
     $R^{(t_{oc})} = R^{(t_{op})} - \sum_{j=x^{(t_{op})}+1}^{x^{(t_{oc})}} S_j$ 
sinon,
     $\forall j \in [x^{(t_{oc})} + 1 \dots N - 1], S_j \sim \Psi_{j/m_{t_{oc}}}$ 
     $R^{(t_{oc})} = \sum_{j=x^{(t_{oc})}+1}^{N-1} S_j$ 
fin
     $m_{t_{op}} = m_{t_{oc}}$ 
     $DEFAD^{(t_{oc})} = T_{SR}^{(t_{oc})} + R^{(t_{oc})}$ 

```

Fin

La figure 61 présente la nouvelle structure du modèle de transition du 1-MPGM permettant d'intégrer l'algorithme de pronostic à base de lois de temps de séjour conditionnelles détaillé précédemment. La principale modification apportée à la structure initiale (figure 59) réside dans l'ajout de variables permettant de gérer le mode courant de dégradation. A valeurs dans $\mathcal{M}_D = \{1, \dots, n_m\}$, M_t et \hat{M}_t représentent respectivement le mode de dégradation courant et celui estimé par l'algorithme de pronostic à partir des seules observations fournies par les systèmes de diagnostic. Dans cette version, la variable δ_t codant le fait qu'une transition d'état existe ou pas a été supprimée car elle n'est plus nécessaire.

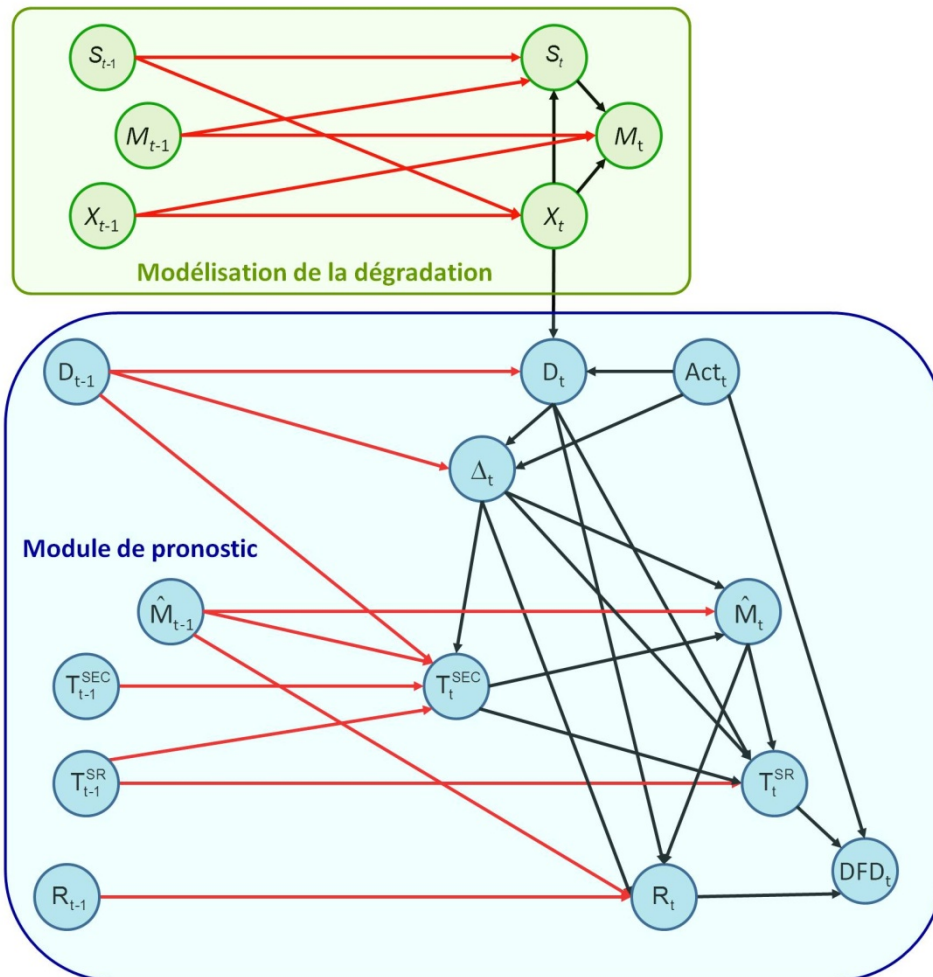


Figure 61 : Structure du modèle de transition du 1-MPGM associé à l'algorithme de pronostic intégrant la notion de lois de séjour conditionnelles.

L'exemple suivant présente les résultats obtenus pour l'estimation d'une DEFAD par le 1-MPGM spécifique détaillé précédemment, en utilisant les données caractérisant le système simple à 4 états introduit dans l'exemple 3.6 pour illustrer l'intégration de lois de temps de séjour conditionnelles à un MGD.

Exemple 4.3 : Pronostic à base de lois de temps de séjour conditionnelles

Nous nous plaçons ici dans le cadre du système à 4 états caractérisé par deux modes de dégradation, introduit dans l'exemple 3.6. Pour mémoire, les temps de séjour dans chaque état sont définis, pour chaque mode, par les lois suivantes :

- Etat 1 : le mode 1 suit la loi $\mathcal{W}(2,15)$ et mode 2 $\sim \mathcal{W}(6,33)$
- Etat 2 : mode 1 $\sim \mathcal{W}(6,10)$ et mode 2 $\sim \mathcal{W}(9,25)$

- Etat 3 : mode 1 $\sim \mathcal{W}(6,5)$ et mode 2 $\sim \mathcal{W}(15,15)$

La figure 62 présente les estimations de la DEFAD obtenues en utilisant les deux algorithmes présentés précédemment (approches classique par MGD et avec lois de séjour conditionnelles). Les résultats de simulation présentés dans cette figure ont été choisis car ils illustrent relativement bien l'apport des lois conditionnelles pour l'estimation d'une DEFAD.

On peut notamment remarquer qu'initialement l'approche classique avait réalisé un tirage moins pénalisant en termes d'estimation du temps de séjour dans l'état initial. Cette tendance se trouve complètement inversée dès l'observation d'un changement d'état ($t=10$). A cet instant, une incompatibilité de mode a été détectée (liée à une erreur de classification lors de l'initialisation) et corrigée, permettant de recalculer la DEFAD en s'appuyant sur les lois de temps de séjour en rapport avec le mode réel de dégradation.

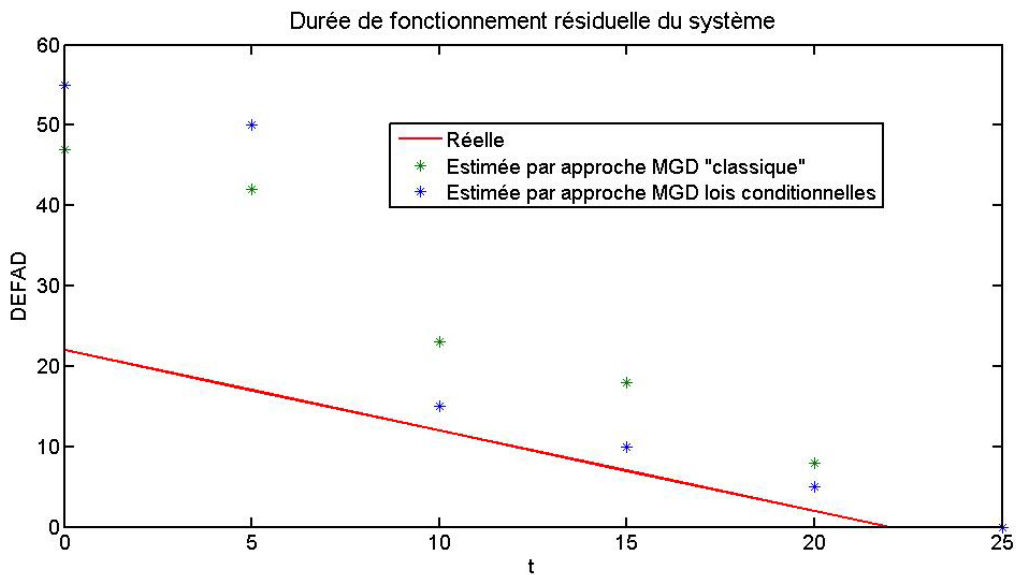


Figure 62 : Evolution de la durée de fonctionnement du système à trois composants. Comparaison de la DEFAD réelle et de celle estimée par le 1-MPGM spécifique

4.5.4. Travaux en cours et perspectives

Ces premiers résultats encourageants ont permis de montrer qu'il était possible de réaliser un calcul direct de DEFAD à partir d'un 1-MPGM. Ils ont également mis en évidence certaines limites de la démarche (en termes de complexités spatiale et calculatoire) et induit de nouveaux travaux visant à les contourner. Une nouvelle variable a ainsi été ajoutée à la structure du 1-MPGM, permettant d'évaluer la distribution de l'erreur d'estimation de la RUL (fournissant ainsi une idée de la confiance que l'on peut avoir dans le résultat fourni).

D'autres travaux sont également envisagés, tels que l'amélioration de l'adaptation de l'algorithme de l'interface proposé pour l'estimation de la DEFAD, l'intégration de nœuds de décision exploitant les résultats du pronostic pour piloter les actions de maintenance préventive. Pour ce dernier point, il s'agit d'utiliser l'information contenue dans la DEFAD pour déterminer le meilleur moment où déclencher une action de maintenance préventive. Bien évidemment, il est également envisagé de s'intéresser à la recherche de solutions au difficile problème de la complexité numérique propre à cette méthode...

4.6. Conclusions

Dans ce chapitre, les modèles graphiques probabilistes et plus particulièrement les 1-MPGM ont été présentés comme une solution intéressante pour développer des modèles de maintenance

permettant d'évaluer, comparer ou optimiser des stratégies utilisant aussi bien des actions de maintenance préventive systématique que conditionnelle, voire même prévisionnelle.

Pour cela, une démarche générique nommée *VirMaLab* (*Atelier Virtuel de Maintenance*) a été proposée. S'appuyant sur le formalisme des réseaux bayésiens dynamiques cette approche permet de développer des outils d'aide à la décision pour évaluer une stratégie de maintenance basée sur la fiabilité en modélisant le(s) processus de dégradation du système étudié, les procédures de diagnostic mises en œuvre ainsi que les actions de maintenance envisagées et leurs conséquences sur l'état du système ou sur certains indicateurs de décision (coût, disponibilité, sécurité du système...). Afin de minimiser le risque d'erreur de modélisation des processus de dégradation, le formalisme des *Modèles Graphiques de Durée* introduits chapitre 3 a été intégré à l'approche *VirMaLab*.

Cette méthode a ensuite été déclinée à deux problèmes d'évaluation et de comparaison de stratégies de maintenance de l'infrastructure ferroviaire (plus particulièrement du rail), mixant actions correctives et préventives systématiques. Au-delà des applications réelles que ces projets représentent et des transferts industriels qui en ont découlé, ces travaux ont conduit à proposer une approche multicouches de *VirMaLab* permettant de faire coïncider la dynamique de dégradation de chaque état du système avec la précision nécessaire à une bonne évaluation des indicateurs de décision.

Le problème de l'optimisation de stratégies de maintenance préventive systématique a ensuite été abordé en essayant d'adapter les algorithmes génétiques NSAGAII et ev-MMOGA aux particularités des réseaux bayésiens dynamiques de nos modèles de maintenance. Ces travaux théoriques ont été appliqués au cas ferroviaire de la maintenance du rail. Un algorithme de *plans dynamiques de maintenance* a ensuite été proposé pour détecter des dérives dans les dynamiques de dégradation du système étudié (à travers des changements de paramètres dans les distributions des temps de séjour dans chaque état du système) et évaluer l'impact de ces modifications sur l'optimalité des paramètres de maintenance initialement déterminés par une approche de type *VirMaLab*. Appliqués à la maintenance des portes de matériels roulants du réseau Transilien de la SNCF, ces derniers travaux ont permis d'introduire le concept d'*inférence symbolique* aux modèles de maintenance développés jusque-là, rendant quasi-négligeable le temps de calcul lié à l'évaluation d'une stratégie de maintenance. De nouvelles perspectives de recherches semblent donc s'ouvrir autour d'une meilleure intégration des algorithmes génétiques précédemment utilisés.

Enfin, des travaux en cours, portant sur la mise en place d'une politique de maintenance à base de pronostic, ont été présentés. Un premier algorithme de calcul de DEFAD à partir d'un MGD a été détaillé ainsi que son intégration dans un 1-MPGM spécifique, permettant d'estimer directement, à chaque instant, le temps restant avant l'apparition de l'événement redouté (défaillance, franchissement de seuil déclenchant une action de maintenance...). L'extension des MGD aux lois de temps de séjour conditionnelles, proposée chapitre 3, a également été présentée pour permettre la prise en compte de processus de dégradations multiples, ayant des dynamiques différentes. Cette approche est également apparue comme une solution potentielle au problème des lois de temps de séjour ayant une variance trop importante, point bloquant pour un pronostic précis. Ces premiers résultats très encourageants permettent de confirmer le potentiel des modèles graphiques probabilistes pour développer des modèles de maintenance. Ils ont également permis de mettre en évidence les limites ou difficultés liées à ce type de démarche.

Cependant, comme l'évoqueront les conclusions et perspectives de ce document, les propriétés des MGP et leur aptitude à gérer des variables à espaces d'états aussi bien discrets que continus, pourraient permettre d'étudier des cas plus complexes de systèmes en rendant continues les variables d'états dans nos modèles. Cette évolution permettrait de s'affranchir du travail parfois réducteur de discrétisation du continuum d'états de dégradation du système étudié. La notion de « temps », introduite par l'aspect dynamique des MGPM utilisés ici, est également discrétisée à

travers un pas d'inférence choisi lors de la mise en place du modèle de maintenance. Les travaux de (Darwiche & Friedman, 2002) ou (Kjærulff & Meek, 2003), déjà cités dans les chapitres précédents, pourraient également présenter des opportunités d'évolution de la démarche utilisée jusqu'à présent en développant des algorithmes d'inférence en temps continu.

Conclusion générale

Les différents travaux présentés dans ce rapport ont été motivés par l'importance croissante de la maintenance dans tous les secteurs industriels et en particulier chez les différents acteurs du monde ferroviaire. Depuis une dizaine d'années, ces industriels (pour qui l'optimisation de la maintenance représente des enjeux stratégiques cruciaux aussi bien sur des aspects sécuritaires que réglementaires ou bien évidemment économiques) ont perçu l'utilité d'outils de modélisation pour optimiser des stratégies de maintenance mélangeant actions correctives, préventives systématiques ou conditionnelles (et plus récemment prévisionnelles).

Parmi toutes les approches possibles, il a été choisi ici d'exploiter la puissance de modélisation et de calcul des *Modèles Graphiques Probabilistes* pour développer des modèles de maintenance en se plaçant dans le cadre de systèmes à espaces d'états et de temps discrets et finis. Les différents travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont permis de mettre en évidence l'intérêt que peut présenter l'utilisation de ce formalisme mais également ses limites et les verrous scientifiques qui demeurent à lever.

Afin de conclure ce travail de synthèse, commençons par rappeler les différents développements proposés dans cette étude, permettant de mettre en évidence les principaux avantages que représente l'utilisation des MGP pour développer des modèles de maintenance.

Une structure particulière de *Réseau Bayésien Dynamique* a tout d'abord été proposée pour modéliser le comportement dynamique d'un système à partir d'une approche semi-Markovienne ne s'appuyant sur aucune hypothèse (potentiellement réductrice) quant à la nature statistique des temps de séjour dans chaque état. En effet, dans le cadre de la mise en place d'une stratégie de maintenance basée sur la fiabilité, il est crucial de disposer de modèles de dégradation les plus proches possibles du comportement effectif du système étudié. De ce fait, un effort tout particulier a été porté sur cette partie de la modélisation. L'approche proposée, nommée *Modèle Graphique de Durée*, permet de modéliser la dégradation d'un système multi-états ayant des temps de séjour quelconques (contrairement à l'approche classique par RBD qui impose des temps de séjour géométriquement distribués). Une extension de ce modèle a été proposée, tenant compte de l'existence conjointe de différents modes de dégradations dans les bases de retour d'expérience utilisées pour l'apprentissage des paramètres du MGD. Cette approche s'appuie sur l'utilisation de lois de temps de séjour conditionnelles, dépendant du mode de dégradation impactant le système à un instant donné.

S'appuyant sur une modélisation de la dégradation par *Modèles Graphiques de Durée*, une approche générique, nommée *VirMaLab (atelier virtuel de maintenance)*, basée sur le formalisme des *Réseaux Bayésiens Dynamiques* a été développée. Au-delà de la modélisation des processus de dégradation du système (ainsi que d'éventuelles influences de variables contextuelles), cette approche intègre la représentation des procédures de diagnostic (intégrant leurs différentes caractéristiques telles que les fréquences de passages, les taux de détections, de confusion...), des actions de maintenance (aussi bien correctives que préventives systématiques et conditionnelles) et de leurs conséquences sur le cycle de vie du système. Enfin, la prise en compte de modèles de coûts a également été traitée afin de fournir des indicateurs d'aide à la décision pertinents permettant d'évaluer ou de comparer différentes stratégies de maintenance.

Cette approche a ensuite été déclinée à des applications ferroviaires visant à optimiser des stratégies de maintenance correctives et préventives (systématiques ou conditionnelles). De nouvelles extensions du modèle *VirMaLab* « générique » ont ainsi été proposées afin de répondre aux besoins propres à chaque étude telles qu'une approche « multicouches » proposant des pas d'inférence variables (permettant l'adéquation entre la dynamique de la dégradation à un instant donné et la précision des indicateurs de décision en rapport avec l'état du système à cet instant) ou des « plans dynamiques de maintenance » (liés à l'exploitation en continu des nouvelles données REX

disponibles pour la recherche de dérives significatives dans la dynamique de dégradation du système et l'évaluation de leur impact sur les paramètres de maintenance permettant de garantir les objectifs de disponibilité, de coûts...).

Enfin, des travaux en cours proposent l'intégration d'un module de pronostic dans la structure d'un modèle de maintenance de type *VirMaLab*. Ces travaux permettent le calcul direct des indicateurs de pronostic tels que des temps de vie résiduelle ou des durées restantes avant l'apparition d'un événement redouté.

Tous ces travaux ont également permis de mettre en évidence les contraintes que représente l'utilisation des MGP pour développer des modèles de maintenance, ainsi que les principaux problèmes scientifiques qu'elle induit.

La première difficulté avec ce genre de modélisation est bien évidemment de disposer de données d'apprentissage suffisantes, en quantité et en qualité, pour pouvoir modéliser correctement le comportement du système étudié. Dans la quasi totalité des applications industrielles, un très gros travail initial doit être réalisé afin de traiter les données de retour d'expérience, données très souvent incomplètes et sujet à la problématique de censures. Toutefois, il existe maintenant de nombreuses approches permettant de corriger, au moins partiellement, la qualité des données REX. Demeure le problème du volume de données disponibles, pas toujours en rapport avec les objectifs de modélisation souhaité par l'acteur industriel.

A travers les études présentées dans ce mémoire, il ressort que l'un des verrous scientifiques principaux auxquels ce type de modélisation par MGP est confronté demeure la complexité spatiale induite par l'utilisation des *Modèles Graphiques de Durée*. En effet, il peut devenir rapidement difficile de gérer à la fois du multi-états, du multi-composants et du multi-modes de dégradation surtout lorsque les horizons temporels des temps de séjour dans chaque état augmentent de façon importante. Il est alors nécessaire de diminuer la complexité spatiale du modèle obtenu sans quoi il s'avère impossible de l'utiliser pour des calculs trop complexes. Une solution pourrait être de développer des algorithmes d'inférence spécifiques, exploitant mieux la structure creuse de certaines LPC de ces modèles ou encore de s'intéresser à l'intégration de variables à états continus pour la modélisation des lois de temps de séjour dans un MGD.

Parmi les autres perspectives qui, au regard de ces travaux, semblent potentiellement intéressantes, citons également l'utilisation de l'inférence symbolique pour tenter de réduire le temps d'évaluation de solutions candidates dans le cadre de l'optimisation de stratégies de maintenance par un outil de type *VirMaLab*. Ce gain de temps de calcul pourrait permettre de développer de nouveaux algorithmes d'optimisation exploitant mieux les spécificités de la structure du modèle de maintenance et de la fonction coût associée. Comme envisagé dans le chapitre 4, il pourrait également être intéressant d'intégrer la notion de délai dans la réalisation des actions de maintenance qui, jusque là, sont supposées être réalisées en un pas de temps. Un travail sur l'optimisation des politiques de maintenance tirant parti de la sensibilité des variables objectif aux variations des paramètres codant le RBD seraient également une perspective intéressante.

De par les enjeux que représente désormais le maintien de la disponibilité de bon nombre de systèmes industriels, la potentielle dégradation des équipements de diagnostic sur lesquels s'appuient les nouvelles stratégies de maintenance dites « évoluées » est devenue un sujet très sensible. Pour éviter ou maîtriser ces phénomènes, certains systèmes de monitoring ont été mis en redondance et l'étude de l'impact de leur défaillance pourrait s'avérer très utile pour la définition des politiques de maintenance. Jusqu'à présent, cet aspect n'a jamais été envisagé à l'aide de MGP et l'approche *VirMaLab* permettrait tout-à-fait d'intégrer aussi bien les problématiques de mise en redondance de certains éléments du diagnostic que la prise en compte d'une dégradation d'un des taux (de bonne détection, non détection...) les caractérisant.

Enfin, l'extension des MGD intégrant des lois de temps de séjour conditionnelles, proposée chapitre 3 et utilisée chapitre 4 dans l'intégration du pronostic au modèle *VirMaLab*, permet pour

l'instant de mieux représenter les statistiques décrivant une base de données de retour d'expérience caractérisée par plusieurs phénomènes de dégradation ayant des dynamiques potentiellement très différentes. Cette évolution permet de considérer que le système étudié est impacté à un instant donné par l'un ou l'autre de ces modes de dégradation. Toutefois, dans la pratique, il est fréquent qu'un système se dégrade simultanément suivant plusieurs modes. Il serait donc intéressant de prolonger les travaux initiés sur les MGD intégrant des lois de temps de séjour conditionnelles au cas où les différents modes de dégradation considérés existent simultanément. Il faudrait pour cela définir une distribution initiale des modes (plutôt qu'un mode le plus probable) et ensuite propager la dégradation suivant chaque mode considéré à l'aide des lois de temps de séjour conditionnelles.

Bibliographie

- Ammad, N., Antoni, M. & Bennedjima, R., 2010. *Management of the signalling equipment according to its lifetime*. 17ème congrès de Maîtrise des risques et sûreté de fonctionnement, La Rochelle, IMdR.
- Andrade, A. & Teixeira, P., 2012. A Bayesian model to assess rail track geometry degradation through its life-cycle. *Research in Transportation Economics*, Volume 36, pp. 1-8.
- Antoni, M. & Meier-Hirmer, C., 2009. Modélisation du lien économique entre entretien et régénération Voie courante et signalisation. *Revue générale des chemins de fer*, Volume 179, pp. 17-21.
- Arroyo-Figueroa, G. & Sucar, L., 2005. Temporal Bayesian Network of Events for Diagnosis and Prediction in Dynamic Domains. *Applied Intelligence*, 23(2), pp. 77-86.
- Arulampalam, M., Maskell, S., Gordon, N. & Clapp, T., 2002. A tutorial on particle filters for online nonlinear non-gaussian bayesian tracking. *IEEE transaction on Signal Processing*, 50(2), pp. 174-188.
- Aven, T. & Jensen, J., 1999. Stochastic Models in Reliability. *Stochastic Modelling and Applied Probability*.
- Ayadi, I., 2013. Optimisation multicritères dans les Modèles Graphiques Probabilistes Temporels : application à l'optimisation des paramètres de maintenance. *Thèse de doctorat de l'Université Paris Est*.
- Barlow, R. & Hunter, L., 1960. Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research*, 8(1), pp. 90-100.
- Barlow, R. & Proschan, F., 1965. *Mathematical theory of reliability*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Ben Yaghlane, A., Denoeux, T. & Mellouli, K., 2008. Elicitation of expert opinions for construction Belief functions. Dans: T. K. Wei, éd. *Uncertainty and intelligent information systems*. Singapore: World scientific, pp. 75-89.
- Bengio, Y. & Frasconi, P., 1996. Input–output HMMs for sequence processing. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Volume 7, pp. 1231-1249.
- Bertholon, H., 2001. Une modélisation du vieillissement. *Phd thesis, Université Joseph Fourier*.
- Bertholon, H., Bousquet, N. & Celeux, G., 2006. An alternative competing risk model to the Weibull distribution for modelling aging in lifetime data analysis. *Lifetime Data Analysis*, 12(4), pp. 481-504.
- Bouchiba, A. & Cherkaoui, A., 2011. Evaluation de dysfonctionnement des passages à niveau par approche bayésienne. *In proceedings of the 9th international congress QUALITA*.
- Bouchon-Meunier, B. & Marsala, C., 2003. *Logique floue : principes, aide à la décision*. Lavoisier éd. Paris: Hermès.
- Boudali, H. & Dugan, J., 2006. A Continuous-Time Bayesian Network Reliability Modeling, and Analysis Framework. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(1), pp. 86-97.
- Bouillaut, L., Donat, R., Neji, A. & Aknin, P., 2009. Estimation of multicomponent systems reliability: Comparison of two graphical model approaches. *In proceedings of the 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*, p. 1733–1738.
- Bouillaut, L. et al., 2011. VirMaLab – Atelier Virtuel de Maintenance. Un outil d'aide à la décision pour l'optimisation des politiques de maintenance. *Revue Recherche, Transport et Sécurité*, Volume 27, pp. 241-257.

- Boukas, E., Zhu, Q. & Zhang, Q., 1994. Piecewise deterministic Markov process model for flexible manufacturing systems with preventive maintenance. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 81(2), pp. 259-275.
- Boyen, X. & Koller, D., 1998. Tractable inference for complex stochastic processes. *In Proceedings of the Fourteenth Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 32-42.
- Bracquemond, C. & Gaudoin, O., 2003. A survey on discrete lifetime distributions. *International Journal on Reliability, Quality, and Safety Engineering*, 10(1), pp. 69-98.
- Bradford, J., Needham, C., Bulpitt, A. & Westhead, D., 2006. Insights into Protein-Protein Interfaces using a Bayesian Network Prediction Method. *Journal of Molecular Biology*, 362(2), pp. 365-386.
- Branger, G., 2010. Sept ingénieurs de Bombardier et leurs partenaires essaient d'anticiper les pannes. *La voie du Nord*, juillet(20).
- Caetano, L. & Teixeira, P., 2013. Availability Approach to Optimizing Railway Track Renewal Operations. *Journal of Transportation Engineering*, 139(9), pp. 941-948.
- Castillo, E., Gutierrez, J. & Hadi, A., 1997. Sensitivity analysis in discrete bayesian networks. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, 27(4), pp. 412-423.
- Celeux, G., Corset, F., Lannoy, A. & Ricard, B., 2006. Designing a bayesian network for preventive maintenance from expert opinions in a rapid and reliable way. *Reliability Engineering & System Safety*, July, 91(7), pp. 849-856.
- Chen, S. et al., 2011. Highest Reliability-based Optimum Maintenance Scheduling Model for Traction Substations in Railways. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 11(3), pp. 42-49.
- Cobb, B., Rumi, R. & Salmeron, A., 2007. Bayesian Network Models with Discrete and Continuous Variables. *Advances in Probabilistic Graphical Models*, Volume 214, pp. 81-102.
- Coccozza-Thivent, C., 1997. *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Collection Mathématiques & Applications: Springer.
- Coello, C., Pulido, G. & Montes, E., 2005. Current and future research trends in evolutionary multiobjective optimization. *Information Processing with Evolutionary Algorithms*, pp. 213-231.
- Cooper, G., 1990. The computational complexity of probabilistic inference using bayesian belief networks. *Artificial Intelligence*, 42(2-3), pp. 393-405.
- Cox, D., 1972. Regression models and life-tables. *Journal of the Royal Statistical Society*, 34(2), pp. 187-220.
- Cozman, F., 2000. Generalizing variable elimination in bayesian networks. *In proceedings of workshope on Probabilistic Reasoning in Artificial Intelligence*, pp. 27-32.
- D'Ambrosio, B., 1994. Symbolic probabilistic inference in large bn20 networks. *In proceedings of the tenth conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 128-135.
- Darwiche, A., 2001. Constant-space reasoning in Dynamic Bayesian Networks. *INternational Journal of Approximate Reasoning*, 26(3), pp. 161-178.
- Darwiche, A. & Friedman, D., 2002. Continuous time bayesian networks. *In proceedings of the Eighteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence*, pp. 378-387.
- Davis, M., 1984. Piecewise Deterministic Markov Processes: A general class of non-diffusion stochastic models. *Journal of the Royal Statistic Society. Series B (Methodological)*, 46(3), pp. 353-388.

- Dawid, A., Mortera, J. & Vicard, P., 2007. Object-oriented Bayesian networks for complex forensic DNA profiling problems. *Forensic Science International*, 169(2-3), pp. 195-205.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. & Meyarivan, T., 2002. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, Volume 6, pp. 182-197.
- Dechter, R., 1999. Bucket elimination: A unifying framework for reasoning. *Artificial Intelligence*, 113(1-2), pp. 41-85.
- Dekker, R., 1996. Applications of maintenance optimization models: a review and analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 51, pp. 229-240.
- Dempster, A., Laird, N. & Rubin, D., 1977. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, B(39), pp. 1-38.
- Descheemaeker, C., Le Mer, A. & Cazala, F., 2012. L'entretien du réseau ferré national. *Rapport de la 7ème chambre de la cours des comptes*.
- Donat, R., 2009. Modélisation de la fiabilité et de la maintenance par modèles graphiques probabilistes. Application à la prévention des ruptures de rails. *Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen*.
- Donat, R., Bouillaut, L., Aknin, P. & Leray, P., 2008. A dynamic graphical model to represent complex survival distributions. *Advances in Mathematical Modeling for Reliability*, pp. 17-24.
- Donat, R., Leray, P., Bouillaut, L. & Aknin, P., 2009. A Dynamic Bayesian Network to represent Discrete Duration Models. *Neurocomputing*, pp. 570-577.
- Doucet, A., de Freitas, N. & Gordon, N., 2001. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer Verlag éd. N.Y.: Statistics for Engineering and Information Science.
- Druzel, M., Van der Gaag, L., Henrion, M. & Jensen, F., 2000. Building probabilistic networks : where do the numbers come from ?. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 12(4), pp. 481-486.
- Elouedi, Z., Melloui, K. & Smets, P., 2004. Assessing sensor reliability for multisensor data fusion with the transferable belief model. *IEEE transaction on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 34(1), pp. 782-787.
- Ferreira, J., Balthazar, J. & Araujo, A., 2003. An investigation of rail bearing reliability under real conditions of use. *Engineering Failure Analysis*, 10(6), p. 745–758.
- Ferreiro, S., Arnaiz, A., Sierra, B. & Irigoien, I., 2012. Application of Bayesian networks in prognostics for a new Integrated Vehicle Health Management concept. *Expert Systems with Applications*, Volume 39, p. 6402–6418.
- Fisher, R., 1922. On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical Transactions of the ROyal Society of London. Series A, Containing papers of a Mathematical or Physical Character*, Volume 222, pp. 309-368.
- Fonseca, C. & Fleming, P., 1993. Genetic algorithm for multiobjective optimization : Formulation, discussion and generalization. *In proceedings of the 5th international conference on Genetic Algorithms*, pp. 416-423.
- Foulliaron, J., Bouillaut, L., Aknin, P. & Barros, A., 2013. A prognostic algorithm based on probabilistic graphical models for a periodically observed system. *In proceedings of the 11th ESRA European Safety & Reliability International Conference*, pp. 849-857.
- François, O., 2006. De l'identification de structure de réseaux bayésiens à la reconnaissance de formes à partir d'informations complètes ou incomplètes. *Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen*.

- Frank, J. & Massey, J., 1951. The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*, 46(253).
- Fraser, A., 1957. Simulation of genetic systems by automatic digital computers. *Australian Journal of Biological Sciences*, Volume 10, pp. 484-491.
- Freitas, M., de Toledo, M., Colosimo, E. & Pires, M., 2009. Using degradation data to assess reliability: a case study on train wheel degradation. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(5), pp. 607-629.
- Garthwaite, P., Kabane, J. & O'Hagan, A., 2005. Statistical Methods for Eliciting Probability Distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 100(470), pp. 680-700.
- Gilks, W., Richardson, S. & Spiegelhalter, D., 1995. *Markov Chain Monte Carlo in practice*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Goldberg, D., 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine learning*. New York: Addison Wesley.
- Gonzales, I., Ülker-Kaustell, M. & Karoumi, R., 2013. Seasonal effects on the stiffness properties of a ballasted railway bridge. *Engineering structures*, Volume 57, pp. 63-72.
- Gross, J. & Yellen, J., 2004. *Handbook of Graph Theory*. éd. : CRC Press.
- Hastings, W., 1970. Monte Carlo sampling methods using Markov Chains and their applications. *Biometrika*, Volume 57, pp. 97-109.
- Hernandez-Leal, P., Gonzalez, J., Morales, E. & Sucar, L., 2013. Learning temporal nodes Bayesian networks. *International Journal of Approximate Reasoning*, Volume 54, pp. 956-977.
- Higelin, O., 1999. Contrôle optimal des processus structurés : utilisation des réseaux bayésiens. *Thèse de doctaat de l'Université de Caen*.
- Holický, M., Marková, J. & Sýkora, M., 2013. Forensic assessment of a bridge downfall using Bayesian networks. *Engineering Failure Analysis*, Volume 30, pp. 1-9.
- Hossain, S. & Dahiya, R., 1993. Estimating the parameters of a non-homogeneous Poisson-process model for software reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, 42(4), pp. 604-612.
- Hu, J., Zhang, L. & Liang, W., 2012. Opportunistic predictive maintenance for complex multi-component systems based on DBN-HAZOP model. *Process Safety and Environmental Protection*, Volume 90, pp. 376-388.
- Hu, J., Zhang, L., Ma, L. & Liang, W., 2011. An integrated safety prognosis model for complex system based on dynamic Bayesian network and ant colony algorithm. *Expert Systems with Applications*, Volume 38, pp. 1431-1446.
- IRJ, 2009. Onboard diagnosis transforms maintenance. *International Railway Research*, 49(5), pp. 37-41.
- Jaakkola, T. & Jordan, M., 1999. Cariational probabilistic inference and the QMR-DT network. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 10(1), pp. 291-322.
- Jardine, A. & Tsang, A., 2013. *Maintenance, Replacement, and Reliability: Theory and Applications, Second Edition*. Taylor & Francis éd. London: CRC Press.
- Jensen, F., 1996. *An introduction to Bayesian networks*. London: Taylor & Francis.
- Jensen, F., 1997. Bayesian Networks and Influence Diagrams. *In p roceedings of The 1st European Conference for Information Technology in Agriculture*, pp. 429-440.
- Jiang, S., Fu, C. & Zhang, C., 2011. A hybrid data-fusion system using modal data and probabilistic neural network for damage detection. *Advances in Engineering Software*, 42(6), pp. 368-374.

Jianmin, Z., Chan, A. & Stirling, A., 2006. Risk analysis of derailment induced by rail breaks - a probabilistic approach. *In proceedings of the RAMS'06 Reliability and Maintainability Symposium*, pp. 486-491.

Jimenez-Come, M., Turias, I. & Trujillo, F., 2013. Pitting potential modeling using Bayesian neural networks. *Electrochemistry Communications*, Volume 35, pp. 30-33.

Jordan, M., 1998. *Learning in Graphical Models*. Kluwer Academic Publishers éd. Dordrecht: The Netherlands.

Jordan, M., Ghahralani, Z., Jaakkola, T. & Saul, L., 1999. An introduction to variational methods for graphical models. *Machine learning*, 37(2), pp. 183-233.

Kalbfleisch, J. & Prentice, R., 2002. *The Statistical Analysis of Failure Time*. Wiley Series in Probability and Statistics éd. New York: Wiley.

Kapur, K. & Lamberson, L., 1977. *Reliability in Engineering Design*. New York: John Wiley and Sons.

Kay, R., 1977. Proportional hazard regression models and the analysis of censored survival data. *Applied Statistics*, 26(3), pp. 227-237.

Keeping, E., 1962. *Introduction to statistical inference*. D. Van Nostrand éd. New Jearsey: Princeton.

Kemeny, J. & Snell, J., 1976. *Finite Markov Chains*. New York: Springer.

Kjærulff, U. & Meek, C., 2003. Learning continuous time bayesian networks. *In proceedings of the 19th conference on Uncertainty in Artificial Intelligence table of contents*, pp. 451-458.

Lair, W., Mercier, S., Roussignol, M. & Ziani, R., 2011. Piecewise Deterministic Markov Processes and maintenance modelling: application to maintenance of a train air conditioning system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 225(2), pp. 199-209.

Lair, W., Ziani, R., Mercier, S. & Roussignol, M., 2011. Maintenance optimization of train air conditioning. *In proceedings of the 9th World Congress on Railway Research*.

Langseth, H. & Portinale, L., 2007. Bayesian networks in reliability.. *Reliability Engineering & System Safety*, 92(1), pp. 92-108.

Laprie, J., 1996. *Guide de la sûreté de fonctionnement*. Paris: Cépaduès.

Lauritzen, S., 1995. The EM algorithm for graphical association models with missing data. *Computational Statistics and Data Analysis*, 19(1), pp. 191-201.

Lauritzen, S. & Spiegelhalter, D., 1988. Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems. *Journal of the Royal Statistical Society*, 50(2), pp. 157-224.

Lebold, M. & Thurston, M., 2001. Open standard for conditions based maintenance and prognostic system. *In proceedings of the 5th annual conference on Maintenance and Reliability Modelling*.

Lemaitre, J. & Desmorat, R., 2005. *Engineering Damage Mechanics*. Berlin: Springer.

Leray, P., 2006. Réseaux bayésiens : apprentissage et modélisation de systèmes complexes. *Habilitation à Diriger les Recherches de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen*.

Limnios, L. & Oprisan, J. M., 2001. *Semi-Markov Processes and Reliability...* s.l.:Springer.

Macchi, M. et al., 2012. Maintenance management of railway infrastructures based on reliability analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 104, pp. 71-83.

- Mc Lachlan, G. & Krishnan, T., 1997. *The EM Algorithm and Extensions*. New York: Wiley.
- Meier-Hirmer, C., Riboulet, G., Sourget, F. & Roussigol, M., 2009. Maintenance optimization for a system with a gamma deterioration process and intervention delay: application to track maintenance. *Journal of Risk and Reliability*, 223(3), pp. 189-198.
- Meier-Hirmer, C., Sourget, F. & Roussignol, M., 2006. Estimation de la durée de vie des pièces des caténaies. *Journal européen des systèmes automatisés*, 40(7), pp. 703-720.
- Mercier, S., Meier-Hirmer, C. & Roussignol, M., 2009. *Modeling track geometry by bivariate gamma wear process, with application to maintenance*. IOS Press éd. Delft: Risk and Decision Analyzing in Maintenance Optimization and Flood Management.
- Miner, M., 1945. Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12(A), pp. 159-164.
- Murphy, K. P., 2002. *Dynamic Bayesian Networks: Representation, Inference and Learning*, Berkley: Ph. D. thesis, University of California.
- Murphy, K., Weiss, Y. & Jordan, M., 1999. Loopy belief propagation for approximate inference: An empirical study. *In proceedings of the 15th conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 467-475.
- Murphy, K., Weiss, Y. & Jordan, M., 2001. The factored frontier algorithm for approximate inference in DBNs. *In Proceedings of the 17th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 378-385.
- Nakagawa, T., 2005. *Maintenance theory of reliability*. Springer éd. London: Springer series in Reliability Engineering.
- Natkin, S., 1980. Les Réseaux de Pétri Stochastiques et leur Application à l'évaluation des systèmes informatiques. *Thèse de doctorat du Conservatoire National des Arts et Métiers*.
- Neapolitan, R., 1993. Computing the confidence in a medical decision obtained from an influence diagram. *Artificial Intelligence in Medicine*, 5(4), pp. 341-363.
- Nease, R. & Owens, D., 1997. Use of influence diagrams to structure medical decisions. *Medical Decision Making*, pp. 263-275.
- Nowlan, F. & Heap, H., 1978. *Reliability-Centered Maintenance*, San Francisco, CA: United Air Lines Inc.
- Okabe, T., Jin, Y. & Sendhoff, B., 2003. A critical survey of performance indices for multiobjective optimisation. *Evolutionary Computation*, Volume 2, pp. 878-885.
- Olesen, K., 1993. Causal Probabilistic Networks with Both Discrete and Continuous Variables. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(3), pp. 275-279.
- Oukhellou, L., Aknin, P. & Perrin, J.-P., 1999. Dedicated sensor and classifier of rail head defects for rail systems. *Control Engineering Practice*, Volume 7, pp. 57-61.
- Özgür-Ünlüakın, D. & Bilgiç, T., 2006. Predictive Maintenance using Dynamic Probabilistic Networks. *In proceedings of the 3rd European Workshop on Probabilistic Graphical Models PGM'06*, pp. 141-148.
- Pages, A. & Gondran, M., 1980. *Fiabilité des systèmes*. Paris: Eyrolles.
- Paris, P. & Erdogan, F., 1963. A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of basic engineering, Transactions of the American society of mechanical engineers*, 85(4), pp. 528-534.
- Parzen, E., 1962. *Stochastic processes*. San Francisco: Holden-day.

- Pearl, J., 1986. Fusion, propagation and structuring in belief networks. *Artificial Intelligence*, 29(3), pp. 241-288.
- Pearl, J. & Paz, A., 1985. *Graphoids : A graph based logic reasoning about relevance relations*, Cognitive Systems Laboratory, University of California, Los Angeles: Technical report 850038 (R-53-L).
- Podofillini, L., Zio, E. & Vatn, J., 2006. Risk-informed optimisation of railway tracks inspection and maintenance procedures. *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 91, pp. 20-35.
- Prescott, D. & Andrews, J., 2013. A track ballast maintenance and inspection model for a rail network. *Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 227(3), pp. 251-266.
- Przytala, K. & Choi, A., 2008. An implementation of prognosis with Dynamic Bayesian Networks. *in proceedings of the 2008 IEEE Aerospace conference*, pp. 1-8.
- Putterman, M., 1994. *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. New York: John Wiley and sons.
- Quiroga, L., Antoni, M. & Schnieder, E., 2011. Heuristic based track maintenance scheduling optimisation. *In proceedings of the 9th World Congress on Railway Research*.
- Rabiner, L., 1989. A tutorial on Hidden Markov Models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE*, 77(2), pp. 257-286.
- Rao, M. & Swift, R., 2006. *Probability Theory with Applications*. Amsterdam: Springer.
- Rausand, M. & Hoyland, A., 2004. *System Reliability Theory - Models, Statistical Methods and Applications*. Wiley éd. s.l.:Wiley series in Probability and Statistics.
- Ribot, P., 2009. Vers l'intégration diagnostic/pronostic pour la maintenance des systèmes complexes. *Thèse de doctorat de l'Université de Toulouse*.
- Rivier, R. & Putallaz, Y., 2005. Audit sur l'état du réseau ferré national français. *Rapport de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne - Laboratoire d'Intermodalité des Transports et de Planification*.
- Samé, A., Chamroukhi, F., Aknin, P. & Antoni, M., 2011. A dynamic probabilistic modeling of railway switches operating states. *In proceedings of the 9th World Congress on Railway Research*.
- Schwarz, G., 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6(2), pp. 461-464.
- Sedki, K., Polet, P. & Vanderhaegen, F., 2013. Using the BCD model for risk analysis: An influence diagram based approach. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 26(9), p. 2172–2183.
- Shachter, R., 1988. Probabilistic inference and influence diagrams. *Operations Research*, 36(4), pp. 589-604.
- Siarry, P., 2014. *Métaheuristiques*. Paris: Eyrolles.
- Spence, P. & Jordan, S., 2013. Effects of nitrogen inputs on freshwater wetland ecosystem services – A Bayesian network analysis. *Journal of Environmental Management*, Volume 124, pp. 91-99.
- Srinivas, N. & Deb, K., 1994. Multiobjective function optimization using nondominated sorting genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2(3), pp. 221-248.
- Stillman, J., 1991. On heuristics for finding loop cutsets in multiply connected belief networks. *Uncertainty in Artificial Intelligence*, Volume 6, pp. 233-243.
- Tarantola, C., Vicard, P. & Ntzoufras, I., 2012. Monitoring and improving Greek banking services using Bayesian Networks: An analysis of mystery shopping data. *Expert Systems with Applications*, 39(11*), pp. 10103-10111.

Thomas, E., Levrat, E. & lung, B., 2008. Overview on Opportunistic Maintenance. *In proceedings of the 9th IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems.*

Tobon-Mejia, D., Medjaher, K., Zerhouni, N. & Tripot, G., 2011. Hidden Markov Models for Failure Diagnostic and Prognostic. *In the proceedings of the 3rd Prognostics and System Health Management Conference PHM'11*, pp. 1-8.

Tucker, S., 1985. A reliability theory approach to railway sleeper lifetime distributions. *Journal of the Institute of Wood Science*, 10(3), pp. 111-119.

Umiliacchi, P., Lane, D. & Romano, F., 2011. Predictive maintenance of railway subsystems using an Ontology based modelling approach. *In proceeding of the 9th World Congress on Railway Research.*

Vale, C., Ribeiro, I. & Calçada, R., 2011. Scheduling tamping through global optimization of maintenance costs. *In proceedings of the 9th World Congress on Railway Research.*

Van Noortwijk, J., 2009. A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1), pp. 2-21.

Varis, O., 1997. Bayesian decision analysis for environmental and resource management. *Environmental Modelling & Software*, 12(2-3), pp. 177-185.

Verma, T. & Pearl, J., 1988. Causal networks : Semantics and expressiveness. *In proceedings of the 4th Workshop on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 352-359.

Villemeur, A., 1988. *Sûreté de Fonctionnement des systèmes industriels*. Eyrolles éd. Paris: Collection de la direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France.

Weber, P., Medina-Oliva, G. & lung, B., 2012. Overview on Bayesian networks applications for dependability, risk analysis and maintenance areas. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(4), pp. 671-682.

Weber, P. P. & Jouffe, L., 2003. Reliability modelling with dynamic bayesian networks. *In proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes.*

Wolde, M. & Ghobbar, A., 2013. Optimizing inspection intervals - Reliability and availability in terms of a cost model: A case study on railway carriers. *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 114, pp. 137-147.

Zhao, J., Chan, A. & Burrow, M., 2007. Probabilistic model for predicting rail breaks and controlling risk of derailment. *Journal of the Transportation Research Board*, pp. 76-83.

Zhao, J., Miao, S. & Zhang, S., 2009. An integrated model for optimizing maintenance and inspection of potential failures. *In proceedings of the 8th International conference on Reliability, Maintainability and Safety*, pp. 626-629.

Zheng, X. & Fard, N., 1991. A maintenance policy for repairable systems based on opportunistic failure-rate tolerance. *IEEE Transaction on Reliability*, 40(2), pp. 237-244.

Ziani, R. & Antoni, M., 2008. *Modélisation du vieillissement des appareils de signalisation par le modèle de Bertholon et optimisation de la maintenance*. 16ème congrès de Maîtrise des risques et sûreté de fonctionnement, Avignon, IMdR.

Zio, E., 2007. *An Introduction to the Basics of Reliability and Risk Analysis*. Series on Quality, Reliability and Engineering Statistics éd. Singapore: World Scientific Publishing.

Zweig, G., 1996. *A forward-backward algorithm for inference in bayesian networks and an empirical comparison with HMMs*, U.C. Berkeley: Department of Computer Science.

Zwingelstein, G., 1996. *La maintenance basée sur la fiabilité - guide pratique d'application à la RCM*. Hermès éd. Paris: Diagnostic et maintenance.

Annexes

Annexe 1 :	Algorithme EM	158
Annexe 2 :	Illustration de l'inférence exacte par élimination de variables	160
Annexe 2 :	Illustration de l'inférence symbolique par élimination de variables	162

Annexe 1 : Algorithme EM

Cette annexe présente succinctement les étapes de l'algorithme EM dans le cadre de son application à la reconstruction de données manquantes. Les détails de l'illustration proposée dans l'exemple 2.3. seront ensuite introduits.

Généralités sur EM pour la reconstruction de données incomplète

Soit X , une variable aléatoire discrète et finie à valeurs dans $\mathcal{X}=\{x_1, \dots, x_K\}$. On note $p=(p_k)_{1 \leq k \leq K}$ la loi de X et $\mathbf{D}=(D_{n,k})_{1 \leq k \leq K, 1 \leq n \leq N}$ une base de N réalisations de cette variable aléatoire. \mathbf{D} se décompose en deux sous-bases disjointes, notées \mathbf{D}^I et \mathbf{D}^C correspondant respectivement aux données incomplètes et complètes de \mathbf{D} . Les indices associés aux données partiellement observées sont regroupées dans l'ensemble \mathcal{N}^I tandis que les indices des données complètes sont placées dans \mathcal{N}^C . En supposant que les observations soient de type MAR (Missing at Random), la log-vraisemblance des données s'écrit :

$$\begin{aligned} l(\mathbf{D}^C, \mathbf{D}^I | p) &= \ln(p(\mathbf{D}^C | p)) + \ln(p(\mathbf{D}^I | p)) \\ &= \sum_{k=1}^K N_k^{obs} \ln(p_k) + \sum_{n \in \mathcal{N}^I} \ln \left(\sum_{k: x_{n,k} \neq 0} p_k \right) \end{aligned}$$

où N_k^{obs} correspond au nombre d'occurrence de la valeur x_k dans les réalisations de \mathbf{D}^C .

L'algorithme EM se déroule alors itérativement comme suit :

- Calcul des effectifs dans \mathbf{D}^C de chaque x_k , notés N_k^{obs}
- Initialisation de la loi de X , $p^{(0)}$
- Tant que $(p^{(i)})$ n'a pas convergée

Etape E : Evaluation des effectifs espérés de chaque x_k dans \mathbf{D}^I , notés N_k^{esp}

Etape M : estimation de $p^{(i+1)} = (p_k^{(i+1)})_{1 \leq k \leq K}$ telle que :

$$p_k^{(i+1)} = \frac{N_k^{obs} + N_k^{esp}}{\sum_{k=1}^K N_k^{obs} + N_k^{esp}}$$

Application aux données incomplètes de l'exemple 2.4

L'application de cette démarche aux données manquantes introduites dans l'exemple 2.4 conduit, pour le composant C_1 , aux calculs suivants :

- $N_{ok}^{obs} = 20$, $N_{deg}^{obs} = 2$ et $N_{panne}^{obs} = 5$. Pour rappelle, les données incomplètes de cet exemple étaient :

$$D_{C_1}^I = \begin{bmatrix} ok & dégradé & panne \\ 0 & ? & ? \\ ? & ? & 0 \\ ? & ? & ? \\ ? & 0 & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

- Initialisation de la loi de X : $p_{C_1}^{(0)} = (1/3, 1/3, 1/3)$
- 1^{ère} itération

Etape E : Evaluation des effectifs espérés pour chaque valeur de X dans \mathbf{D}^I

$$D_{C_1}^{I(1)} = \begin{bmatrix} ok & dégradé & panne \\ \mathbf{0} & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & \mathbf{0} \\ 0.333 & 0.333 & 0.333 \\ 0.5 & \mathbf{0} & 0.5 \\ 0.333 & 0.333 & 0.333 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} N_{ok}^{esp(1)} = 0.5 + 0.333 + 0.5 + 0.333 = 1.6666 \\ N_{ok}^{esp(1)} = 0.5 + 0.5 + 0.333 + 0.333 = 1.6666 \\ N_{ok}^{esp(1)} = 0.5 + 0.333 + 0.5 + 0.333 = 1.6666 \end{cases}$$

Etape M : estimation de $p^{(2)}$ telle que

$$p_{C_1}^{(2)} = \left(\frac{20 + 1.666}{30}, \frac{3 + 1.666}{30}, \frac{2 + 1.666}{30} \right) = (0.7222, 0.1556, 0.1222)$$

- 2^{nde} itération

Etape E : Evaluation des effectifs espérés pour chaque valeur de X dans D^I

$$D_{C_1}^{I(2)} = \begin{bmatrix} ok & dégradé & panne \\ \mathbf{0} & \frac{P_{deg}^{(1)}}{P_{deg}^{(1)} + P_{panne}^{(1)}} & \frac{P_{panne}^{(1)}}{P_{deg}^{(1)} + P_{panne}^{(1)}} \\ \frac{P_{ok}^{(1)}}{P_{ok}^{(1)} + P_{deg}^{(1)}} & \frac{P_{deg}^{(1)}}{P_{ok}^{(1)} + P_{deg}^{(1)}} & \mathbf{0} \\ P_{ok}^{(1)} & P_{deg}^{(1)} & P_{panne}^{(1)} \\ \frac{P_{ok}^{(1)}}{P_{ok}^{(1)} + P_{panne}^{(1)}} & \mathbf{0} & \frac{P_{panne}^{(1)}}{P_{ok}^{(1)} + P_{panne}^{(1)}} \\ P_{ok}^{(1)} & P_{deg}^{(1)} & P_{panne}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ok & dégradé & panne \\ \mathbf{0} & 0.56 & 0.44 \\ 0.8288 & 0.1772 & \mathbf{0} \\ 0.7222 & 0.1556 & 0.1222 \\ 0.8553 & \mathbf{0} & 0.1447 \\ 0.7222 & 0.1556 & 0.1222 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_{ok}^{esp(2)} = 3.1225 \\ N_{ok}^{esp(2)} = 1.0483 \\ N_{ok}^{esp(2)} = 0.8292 \end{cases}$$

Etape M : estimation de $p^{(3)}$

$$p_{C_1}^{(3)} = \left(\frac{20 + 3.1225}{30}, \frac{3 + 1.0483}{30}, \frac{2 + 0.8292}{30} \right) = (0.7707, 0.1349, 0.0943)$$

- ...

- A la 17^{ème} itération, l'algorithme converge vers

$$D_{C_1}^{I(17)} = \begin{bmatrix} ok & dégradé & panne \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } p_{C_1} = (0.8, 0.1333, 0.0667)$$

Pour les composants C2 et C3, l'algorithme EM converge respectivement en 7 et 6 itérations vers

$$D_{C_2}^{I(7)} = \begin{bmatrix} ok & panne \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } p_{C_2} = (0.8333, 0.1667) \text{ et } D_{C_3}^{I(6)} = \begin{bmatrix} ok & panne \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } p_{C_3} = (0.8667, 0.1333).$$

Annexe 2 : Illustration de l'inférence exacte par élimination de variables

Cette annexe introduit les différentes étapes de l'algorithme d'inférence exacte par élimination de variables appliqué à l'exemple d'un système à trois composants série-parallèle introduit par la figure 7, section 2.2.1.

Dans cet exemple, le composant C_1 est observé en bon état de fonctionnement tandis que C_2 est en panne. Cela se traduit par les évidences suivantes : $\{C_1=ok ; C_2=panne\}$.

Dans l'exemple 2.6, il a été choisi d'éliminer les variables dans l'ordre $\{p_{C_1}; p_{C_2}; p_{C_3}; p_S; p_p\}$. La requête sur laquelle porte l'inférence concerne la distribution de la variable P . L'algorithme va alors se dérouler selon les étapes suivantes :

. Initialisation : $\mathcal{P} = \{p_{C_1}; p_{C_2}; p_{C_3}; p_S; p_p\}$

. Elimination de la variable C_1 :

$$X^{(1)} \leftarrow C_1$$

$$C_1 \notin X_r = (P)$$

$$C_1 \in \text{Dom}\{p_{C_1}\} \text{ et } C_1 \in \text{Dom}\{p_S\} \Rightarrow B_{C_1} \leftarrow \{p_{C_1}; p_S\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_2}; p_{C_3}; p_p\}$$

$$c_{C_1} \leftarrow \sum_{C_1} p_{C_1} \cdot p_S$$

		c_{C_1}		
		S		
C_2	C_3	ok	dégradé	panne
ok	ok	1	0	0
	panne	1	0	0
panne	ok	1	0	0
	panne	0	0	1

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_2}; p_{C_3}; p_p; c_{C_1}\}$$

. Elimination de la variable C_2

$$X^{(2)} \leftarrow C_2$$

$$C_2 \notin X_r = (P)$$

$$C_2 \in \text{Dom}\{p_{C_2}\} \text{ et } C_2 \in \text{Dom}\{c_{C_1}\} \Rightarrow B_{C_2} \leftarrow \{c_{C_1}; p_{C_2}\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_3}; p_p\}$$

$$c_{C_2} \leftarrow \sum_{C_2} p_{C_2} \cdot p_{c_{C_1}}$$

		c_{C_2}	
		S	
C_3		ok	panne
ok		1	0
panne		0	1

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_3}; p_p; c_{C_2}\}$$

. Elimination de la variable C_3 :

$$X^{(3)} \leftarrow C_3$$

$$C_3 \notin X_r = (P)$$

$$C_3 \in \text{Dom}\{p_{C_3}\} \text{ et } C_3 \in \text{Dom}\{c_{C_2}\} \Rightarrow B_{C_3} \leftarrow \{c_{C_2}; p_{C_3}\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_p\}$$

$$c_{C_3} \leftarrow \sum_{C_3} p_{C_3} \cdot p_{c_{C_3}}$$

c_{C_3}		
S		
<i>ok</i>	<i>dégradé</i>	<i>panne</i>
<i>0.8</i>	<i>0</i>	<i>0.2</i>

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_p; c_{C_3}\}$$

. Elimination de la variable S :

$$X^{(4)} \leftarrow S$$

$$S \notin X_r = (P)$$

$$S \in \text{Dom}\{p_S\} \text{ et } C_1 \in \text{Dom}\{c_{C_3}\} \Rightarrow B_{C_2} \leftarrow \{c_{C_3}; p_p\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \emptyset$$

$$c_p \leftarrow \sum_P p_p \cdot p_{c_{C_3}}$$

c_p		
P		
<i>100%</i>	<i>70%</i>	<i>0%</i>
<i>0.8</i>	<i>0</i>	<i>0.2</i>

$$\mathcal{P} \leftarrow \{c_p\}$$

. Elimination de la variable P :

$$X^{(5)} \leftarrow P$$

$$P \in X_r = (P)$$

On ne fait rien. Il n'y a plus de variable à éliminer

$$\text{Résultat : } p(P) \leftarrow c_p$$

Annexe 3 : Illustration de l'inférence symbolique par élimination de variables

Cette annexe présente les différentes étapes de la méthode d'inférence symbolique par élimination de variables, introduite section 2.1.2, appliquée à l'exemple du système à trois composants série-parallèle.

On souhaite ici évaluer l'impact de l'état du composant C_1 sur la distribution du nœud P de productivité journalière. Pour cela, les paramètres θ_1 et θ_2 sont introduits, représentant respectivement $p(C_1 = \text{dégradé})$ et $p(C_1 = \text{panne})$. Dans l'exemple 1.6, il a été choisi d'éliminer les variables dans l'ordre $\{p_{C_1}; p_{C_2}; p_{C_3}; p_S; p_p\}$. La requête sur laquelle porte l'inférence concerne la distribution de la variable P . L'algorithme va alors se dérouler selon les étapes suivantes :

. Initialisation : $\mathcal{P} = \{p_{C_1}; p_{C_2}; p_{C_3}; p_S; p_p\}$

. Elimination de la variable C_1 :

$$X^{(1)} \leftarrow C_1$$

$$C_1 \notin X_r = (P)$$

$$C_1 \in \text{Dom}\{p_{C_1}\} \text{ et } C_1 \in \text{Dom}\{p_S\} \Rightarrow B_{C_1} \leftarrow \{p_{C_1}; p_S\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_2}; p_{C_3}; p_p\}$$

$$c_{C_1} \leftarrow \sum_{C_1} p_{C_1} \cdot p_S$$

		c_{C_1}		
		S		
C_2	C_3	ok	dégradé	panne
ok	ok	$1 - \theta_1 - \theta_2$	θ_1	θ_2
	panne	$1 - \theta_1 - \theta_2$	θ_1	θ_2
panne	ok	$1 - \theta_1 - \theta_2$	θ_1	θ_2
	panne	0	0	1

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_2}; p_{C_3}; p_p; c_{C_1}\}$$

. Elimination de la variable C_2 :

$$X^{(2)} \leftarrow C_2$$

$$C_2 \notin X_r = (P)$$

$$C_2 \in \text{Dom}\{p_{C_2}\} \text{ et } C_2 \in \text{Dom}\{c_{C_1}\} \Rightarrow B_{C_2} \leftarrow \{c_{C_1}; p_{C_2}\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_3}; p_p\}$$

$$c_{C_2} \leftarrow \sum_{C_2} p_{C_2} \cdot p_{c_{C_1}}$$

		c_{C_2}		
		S		
C_3		ok	dégradé	panne
ok		$1 - \theta_1 - \theta_2$	$0 - \theta_1$	$0 - \theta_2$
panne		0	0	1

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_{C_3}; p_p; c_{C_2}\}$$

. Elimination de la variable C_3 :

$$X^{(3)} \leftarrow C_3$$

$$C_3 \notin X_r = (P)$$

$$C_3 \in \text{Dom}\{p_{C_3}\} \text{ et } C_3 \in \text{Dom}\{c_{c_2}\} \Rightarrow B_{C_3} \leftarrow \{c_{c_2}; p_{C_3}\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_p\}$$

$$c_{C_3} \leftarrow \sum_{C_3} p_{C_3} \cdot P_{c_{C_3}}$$

c_{C_3}		
S		
ok	dégradé	panne
$0.8 - 0.8 \cdot (\Theta_1 + \Theta_2)$	$0.8 \cdot \Theta_1$	$0.2 + 0.8 \cdot \Theta_2$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{p_p; c_{C_3}\}$$

. Elimination de la variable S :

$$X^{(4)} \leftarrow S$$

$$S \notin X_r = (P)$$

$$S \in \text{Dom}\{p_S\} \text{ et } C_1 \in \text{Dom}\{c_{c_3}\} \Rightarrow B_{C_2} \leftarrow \{c_{c_3}; p_p\}$$

$$\mathcal{P} \leftarrow \emptyset$$

$$c_P \leftarrow \sum_P p_P \cdot P_{c_{C_3}}$$

c_P		
P		
100%	70%	0%
$0.8 - 0.8 \cdot (\Theta_1 + \Theta_2)$	$0.8 \cdot \Theta_1$	$0.2 + 0.8 \cdot \Theta_2$

$$\mathcal{P} \leftarrow \{c_P\}$$

. Elimination de la variable P :

$$X^{(5)} \leftarrow P$$

$$P \in X_r = (P)$$

On ne fait rien. Il n'y a plus de variable à éliminer

$$\text{Résultat : } p(P) \leftarrow c_P$$

