



HAL
open science

Exemples de processus physiques dans les écoulements naturels

Laurent Lacaze

► **To cite this version:**

Laurent Lacaze. Exemples de processus physiques dans les écoulements naturels. Mécanique [physics]. Institut National Polytechnique de Toulouse, 2020. <tel-04413153>

HAL Id: tel-04413153

<https://hal.science/tel-04413153v1>

Submitted on 23 Jan 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



MÉMOIRE présenté

en vue de l'obtention de l'Habilitation à Diriger des Recherches

par **Laurent LACAZE**
Chargé de Recherche CNRS

**Exemples de processus physiques dans les écoulements
naturels : modélisation à l'échelle du laboratoire**

soutenu le 02/12/2020

devant le JURY composé de :

Christophe ANCEY	Professeur associé (EPFL)	Rapporteur
Élisabeth GUAZZELLI	Directeur de Recherche (CNRS-MSC)	Rapporteur
Christophe JOSSERAND	Directeur de Recherche (CNRS-LadHyX)	Rapporteur
Éric LAJEUNESSE	Physicien (CNAP-IPGP)	Examineur
Yves MOREL	Directeur de Recherche (CNRS-LEGOS)	Examineur
Olivier THUAL	Professeur (INPT-IMFT)	Correspondant

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte général	1
1.2	Organisation du manuscrit	3
2	Avant propos : échelles de description	5
2.1	De l’approche microscopique à l’échelle mésoscopique	5
2.2	Sur l’interaction locale de particules solides rugueuses	9
2.2.1	Contact et rebond	9
2.2.2	Modèle rugueux	12
3	Avalanches	17
3.1	Effondrement granulaire : une approche géométrique simple.	18
3.2	Effets de la polydispersité d’un milieu granulaire sec	21
3.3	Milieu granulaire immergé	23
3.4	Rhéologie des milieux granulaires	27
3.5	Projets Encadrés	29
3.5.1	Thèse Edouard Izard	29
3.5.2	Thèse Alexis Bougouin	30
3.6	Synthèse	32
4	Transport sédimentaire et morphodynamique	33
4.1	Description locale du transport	34
4.2	Écoulement stationnaire : modélisation du transport par un écoulement cisailé	36
4.3	Écoulement instationnaire : morphodynamique littorale.	40
4.4	Projets encadrés	44
4.4.1	Thèse Jessica Astier	44
4.4.2	Thèse Joris Bouteloup	44
4.4.3	Thèse Guillaume Quibeuf	46
4.4.4	Thèse Benjamin Fry	48
4.5	Synthèse	48
5	Ondes, instabilités et dynamique tourbillonnaire	51
5.1	Ondes et sillage dans un fluide stratifié bicouche	52
5.2	Ondes élastiques dans un fluide élasto-viscoplastique cisailé	56
5.3	Projets encadrés	60
5.3.1	Thèse Julie Albagnac	60
5.3.2	Thèse Jérôme Mougel	61
5.3.3	Thèse José barale	62
5.4	Synthèse	63

6 Perspectives	65
6.1 Ecoulements gravitaires et phénomènes associés	65
6.2 Transport sédimentaire : de la rivière au littoral	67
6.3 Fluides & Particules [®] : description locale des interactions	69
A Liste des publications	71
A.1 Articles publiés depuis 2008 (date de recrutement au CNRS)	71
A.2 Articles publiés avant 2008 (disponibles sur demande)	72
A.3 En cours (articles soumis disponibles sur demande)	72
B Sélection de publications	75
B.1 Publi. 1 (Chapitre 2)	75
B.2 Publi. 2 (Chapitre 3)	101
B.3 Publi. 3 (Chapitre 3)	106
B.4 Publi. 4 (Chapitre 4)	130
B.5 Publi. 5 (Chapitre 5)	141

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte général

Notre planète, une enveloppe fluide, inventive en mécanisme des écoulements et physique des fluides.

La description et la prédiction de l'évolution globale de cette enveloppe fluide sont des enjeux qui dans une certaine mesure restent hors de portée. Une avancée dans ce sens est pourtant nécessaire, vers des objectifs d'anticipation et de prévention des impacts à court terme comme à long terme. De nombreuses approches, très variées, visent à améliorer cette description. Celle que nous suivrons tout au long de ce manuscrit est une approche locale de dynamique des fluides, ou plus spécifiquement d'identification et de compréhension des mécanismes associés à des processus physiques isolés. Ceci ne pouvant mener, dans un premier temps, qu'à une base de résultats idéalisée, et parfois clairsemée. Néanmoins, une telle approche permet d'alimenter et d'améliorer les modèles utilisés à l'échelle globale, mais cette dernière étape reste bien au-delà de l'ambition portée par les études présentées dans ce manuscrit.

Une autre perspective soulevée par l'observation des écoulements à la surface de notre planète est au contraire d'identifier et de décrire les impacts locaux induits par les changements globaux, en particulier, dans le contexte actuel d'identification de l'impact du changement climatique. De nombreux rapports, comme celui du [GIEC](#), ont souligné la connexion directe entre changement climatique et modification de l'intensité, la fréquence et la localisation des événements climatiques extrêmes. Ils se manifestent sur des échelles de temps plus courtes que la modification globale du climat et ont des conséquences significatives sur la population et l'économie locale. Par exemple, les glissements de terrain, les avalanches, les crues, les tempêtes de houle,... Ces événements peuvent être associés à des processus physiques mieux identifiés dont la caractérisation est probablement plus abordable que l'évolution globale de l'enveloppe terrestre. Ils restent néanmoins des écoulements complexes à décrire. Nous soulignerons ici que ces questions s'amplifient par une prise de conscience sociétal d'impact néfaste d'anthropisation, qui en fait ne relèvent pas que du changement climatique mais également, par exemple, de modification des écoulements par des constructions (barrage, pont de rivière ; digue, port de côte ; ...).

Les écoulements naturels discutés ici sont composés de matériaux potentiellement plus complexes que les fluides qui nous viennent naturellement à l'esprit et qui sont généralement le cœur de la mécanique des fluides : l'eau et l'air. Il existe effectivement d'autres 'fluides', certes avec des propriétés éloignées d'un liquide ou d'un gaz définis par des signatures moléculaires bien identifiées, mais qui néanmoins se déplacent, ont une dynamique, et dont les mouvements pourraient même, vu d'assez loin, présenter des similitudes avec de l'eau qui s'écoule. Dans de nombreux cas, l'état de la matière des milieux considérés n'est pas nécessairement aussi bien identifiable que pour le cas de l'eau par exemple. En particulier différents états peuvent coexister à pression et température constantes. Je pense, bien entendu, aux milieux granulaires : le sable, les graviers, les sédiments.

L'implication des milieux granulaires dans les écoulements géophysiques est très variée. Nous pouvons citer en particulier les avalanches, les glissements de terrains, l'évolution des dunes, l'évolution des lits de rivière, les tempêtes de sable, l'érosion littorale,... Par exemple, le nombre d'études sur l'érosion littorale est très impressionnant, et ce probablement d'autant plus, que la question de son évolution avec l'impact du réchauffement climatique reste incertain, que ce soit par l'évolution du niveau de la mer, l'augmentation des tempêtes ou par la modification des courants marins pouvant modifier l'apport naturel sur certains littoraux. Mais pas uniquement... la question de l'impact humain sur l'évolution des plages se pose sous d'autres formes. Utilisé abondamment dans de nombreuses industries, comme l'industrie du bâtiment, le sable est souvent prélevé dans les océans, relativement proche des côtes. Les ressources naturelles sont insuffisantes pour combler le manque que nous engendrons, ce qui amène à une érosion accélérée de certains littoraux (Vers une prise de conscience générale avec cette article dans [Le Monde](#); Voudoukas *et al.*, 2020). Paradoxalement, nous sommes également responsables du non apport d'une partie de cette ressource naturelle, en générant une faille dans la continuité sédimentaire des rivières avec les ouvrages transverses, barrages par exemple, filtrant le passage des sédiments issues de l'érosion des bassins versants. Cet exemple montre l'étendue spatiale et temporelle de l'impact d'un phénomène potentiellement très localisé, associé ici, à un cycle global du transport sédimentaire.

La dénomination de la science – physique ou mécanique – des fluides associée à ces applications est relativement ambiguë. Auparavant identifiée comme la Mécanique des Fluides Géophysiques, la science des écoulements en rotation et stratifiés, elle s'intéressait principalement aux très grandes échelles océanique et atmosphérique. La Mécanique des Fluides Environnementale est probablement plus d'actualité, puisqu'elle intègre les plus petites échelles comme les rivières, les bassins versants, les estuaires, dont la dynamique n'est pas nécessairement affectée par l'effet de Coriolis liée à la rotation de notre planète ou aux variations verticales en densité émanant de température ou de salinité différentielles. Mais elle doit intégrer plus : la dynamique littorale, l'évolution des plages, la coulée de lave, le mouvement de glaciers... en d'autres termes, des 'fluides complexes'.

Quoi qu'il en soit, de l'atmosphère à l'océan, au littoral, aux coulées de boue, aux avalanches... les phénomènes physiques associés à ces applications naturelles sont le lien des projets de recherche qui ont stimulé mon activité scientifique ces dernières années. Nul doute sur la richesse de ces phénomènes décrits par des fluides complexes, que ce soit au comportement newtonien ou non newtonien, homogène ou non, en interaction avec des particules solides, ou qu'ils ne décrivent qu'un milieu composé de grains solides en contact solide les uns avec les autres. Cette richesse rend une description universelle hors de portée. Nous pouvons alors envisager une approche simplifiée de concepts et d'écoulements modèles, permettant d'identifier des classes d'écoulements au travers de processus à petite échelle : par exemple l'interaction d'un écoulement fluide cisailé et de grains soumis à leur poids n'est elle pas un concept élémentaire aussi bien dans une avalanche que dans la morphodynamique littorale ?

Les études présentées dans ce rapport s'appuient ainsi sur une description de configurations physiques simplifiées dans le but de mieux appréhender la description des systèmes naturels. Ces études se focalisent sur l'analyse de phénomènes locaux à petite échelle jusqu'à la description de systèmes méso-échelles. Elles se limitent donc à l'échelle du laboratoire tout en tenant compte d'un certain nombre d'ingrédients spécifiques pouvant être rencontrés dans les écoulements naturels. Elles s'articulent souvent autour de classes d'écoulements, comme par exemple les écoulements gravitaires, les écoulements cisailés, les écoulements à surface libre, la dynamique tourbillonnaire. Quelque soit la classification choisie, l'approche adoptée tout au long de ces études repose sur des développements expérimentaux et numériques et sur une analyse théorique.

REMARQUE SUR LA LIMITATION DES OBJECTIFS VISÉS – Les études modèles présentées visent une meilleure compréhension d'écoulements environnementaux. Des recherches sur des systèmes multi-échelles et multi-process, plus proches des systèmes naturels et pour lesquels l'enjeu sociétal soit plus crédible, sont bien entendu nécessaires mais elles ne sont possibles que par des collaborations constructives et construites autour de projets ambitieux, nécessitant une émulsion pluridisciplinaire. Malheureusement, elles restent difficiles et leur inertie est souvent contrainte. Les travaux présentés ici n'ont donc pour unique prétention que de décrire des processus physiques ciblés, dont les répercussions peuvent être rencontrées dans divers systèmes environnementaux.

1.2 Organisation du manuscrit

Le fil conducteur des études présentées est attaché à deux grandeurs intrinsèques aux propriétés du milieu considéré dans le cadre d'une approche continue de la mécanique des fluides : sa masse volumique ρ et sa viscosité η , qu'elles soient invariantes à toutes les échelles ou apparentes (effectives) à l'échelle de description des phénomènes, qu'il s'agisse donc d'un fluide au sens classique du terme ou d'un milieu plus complexe. Par exemples, un fluide stratifié voit sa masse volumique variée par une variation de concentration en salinité, un fluide chargé en particules lourdes à une masse volumique apparente à l'échelle de plusieurs particules supérieures à celle du fluide, un fluide non-newtonien a une viscosité effective qui dépend des variables de l'écoulement...

Parmi ces 'fluides', nous parlerons souvent de milieux granulaires. A la limite de la mécanique des fluides, l'analogie entre le mouvement de ces milieux divisés et celui d'un liquide en fait pourtant une partie significative de la recherche scientifique dans ce domaine. En particulier, deux applications distinctes sur les milieux granulaires en font un objet d'étude à la fois en science pour l'ingénieur et en science de l'univers : (i) son omniprésence dans le milieu industriel et (ii) son impact sur la structuration des sols dans le milieu naturel d'ailleurs pouvant être impacté par le premier. De plus, des avalanches observées sur Mars ou encore sur la Lune rendent ces milieux granulaires d'autant plus excitants pour les physiciens.

Ces milieux granulaires, si décrit par un milieu continu équivalent, deviennent effectivement un domaine de compétence du mécaniciens des fluides. C'est effectivement un objectif assez naturel, car une telle modélisation ouvre la voie du changement d'échelle vers l'échelle naturelle. Cette approche nécessite la proposition de modèles rhéologique et de variables d'état permettant de rendre compte de la complexité du milieu par une phase continue équivalente. Ainsi, un écoulement granulaire serait décrit par un milieu continu aux propriétés effectives de rhéologie complexe à l'échelle de plusieurs grains. Cette approche permettrait effectivement, par une meilleure connaissance du changement d'échelle pour les fluides, de proposer des modèles grande échelle pertinents pour la description et prédiction des mouvements à l'échelle naturelle. Malheureusement, cette approche a ses limites pour les milieux granulaires, en particulier proches des seuils de mise en mouvement, qui peuvent engendrer des écoulements très localisés à l'échelle de quelques grains, le changement d'échelle devenant ainsi caduque. Cette limitation doit donc être gardée en tête lors de la description de ces écoulements par approche continue.

Les différents thèmes abordés dans ce manuscrit rendent une introduction exhaustive des travaux qui suivent relativement difficile. Chaque thème sera alors décrit et mis en contexte indépendamment dans chacune des parties qui suivent, le découpage étant choisi comme suit.

Le manuscrit est organisé en quatre chapitres relativement indépendants pour leur compréhension, et marquant une distinction entre les échelles, les mécanismes et les applications discutés. Dans chaque cas, le processus physiques identifié et étudié est évoqué dans le titre ou en sous titre. Dans les chapitres principaux 3, 4 et 5, une séparation claire est faite entre les travaux réalisés et les travaux menés dans le cadre d'encadrements doctorales. Avant d'aborder ces différentes parties, une discussion est proposée sur les échelles spatiales pertinentes de description d'écoulements de fluides complexes, souvent chargés en particules solides (chapitre 2). Ensuite, dans le chapitre 3, des études modèles sur des écoulements de milieux granulaires induits par gravité seront présentées. Cette partie s'articule autour d'une classe d'écoulement : les écoulements instationnaires, typiquement un effondrement provoqué par une rupture de barrage. Dans le chapitre 4, le cas du transport granulaire induit, non pas par gravité, mais par le forçage d'un écoulement fluide, typiquement un lit granulaire forcé à sa surface par un écoulement fluide, sera considéré. Nous nous intéresserons ici à la fois à la description locale des processus de transport de l'échelle du grain à l'échelle de macrostructures (rides, dunes, ...) mais également à l'évolution morphodynamique de la zone littorale. Enfin, dans le chapitre 5, nous nous focaliserons sur des configurations plus académiques de dynamique des fluides (dynamique tourbillonnaire, ondes et instabilités), qui dans une moindre mesure trouveront leur application en dynamique des fluides océaniques et atmosphériques.

REMARQUE –

Les études présentées dans ce manuscrit s'appuient sur des outils numériques et expérimentaux dédiés, dont certains ont été développés pour le besoin. Les outils développés dans le cadre de ces études seront brièvement présentés.

La plupart des études ont abouti à des publications dans des revues internationales. Les liens vers ces publications sont disponibles dans la version électronique de ce document. La liste des références aux articles dont je suis co-auteur ainsi que l'intégralité de quelques publications sélectionnées, et choisies par représentativité de l'ensemble des activités initiées, sont regroupés en Annexes A et B.

Chapitre 2

Avant propos : échelles de description

2.1 De l'approche microscopique à l'échelle mésoscopique

Dans les travaux présentés dans ce manuscrit, une question récurrente est de comprendre et de caractériser les propriétés des fluides complexes et les processus physiques en lien avec les situations géophysiques. Cette description permettra d'améliorer les modèles pertinents pour l'utilisation à grande échelle, en particulier en passant par des méthodes de changement d'échelle, classiques pour les systèmes géophysiques.

Nous discuterons ici de ce changement d'échelle pour la description d'un milieu chargé en particules solides par un milieu continu équivalent, et ce par analogie aux fluides.

Généralité ; approche conceptuelle

Dans le cas d'un fluide, le changement d'échelle s'effectue de la molécule au milieu continu de déformation. Cette approche est classiquement acceptée grâce à la distinction évidente entre la taille et l'échelle d'agitation d'une molécule et l'échelle pertinente de description de la phase fluide, pour laquelle un volume fluide vu comme infiniment petit, contient pourtant un grand nombre de molécules. Il est alors possible d'extraire les propriétés effectives du fluide à cette échelle, dite mésoscopique, qui émane de l'agitation moléculaire à l'échelle microscopique, comme la viscosité du fluide. Pourtant, même pour un fluide, il peut être nécessaire de décrire son mouvement à une échelle trop grande pour pouvoir tenir compte de tous les détails de sa dynamique à plus petite échelle. Ceci est particulièrement vrai pour la description des écoulements géophysiques, pour lesquels la turbulence petite échelle est souvent indescriptible. Ainsi, le volume fluide mentionné précédemment a une taille supérieure aux structures turbulentes mais reste petit devant les échelles caractéristiques de l'écoulement à décrire. Dans ce cas, la turbulence locale devient l'échelle non décrite dans le système, échelle microscopique, et contient l'élément de dissipation des écoulements grande échelle. Par analogie au changement d'échelle de la molécule au volume fluide continu, une viscosité effective décrit alors l'agitation liée à la turbulence pour la description des écoulements grandes échelles. Finalement, tout devient question d'échelle de description pertinente pour l'écoulement considéré. L'échelle microscopique n'intervient qu'à travers un terme de dissipation, une viscosité effective en particulier. Ici, nous avons supposé une isotropie des propriétés mésoscopiques du fluide équivalent. Bien entendu, nous savons que cette approche est très simplifiée et qu'une telle passivité de la viscosité effective turbulente à l'écoulement, en particulier l'hypothèse d'isotropie, dans le changement d'échelle est très réductrice. Il existe des approches bien plus sophistiquées pour décrire cette turbulence, qui sont bien au delà des objectifs des travaux présentés ici. On notera que des méthodes tout aussi génériques de changement d'échelle, dites d'homogénéisation, sont également adoptées pour les milieux poreux et poro-élastiques (voir Bottaro, 2019, pour une revue). Elles font intervenir, au delà de la question de rhéologie équivalente, le rapport entre le volume fluide et le volume du système, la fraction fluide ε .

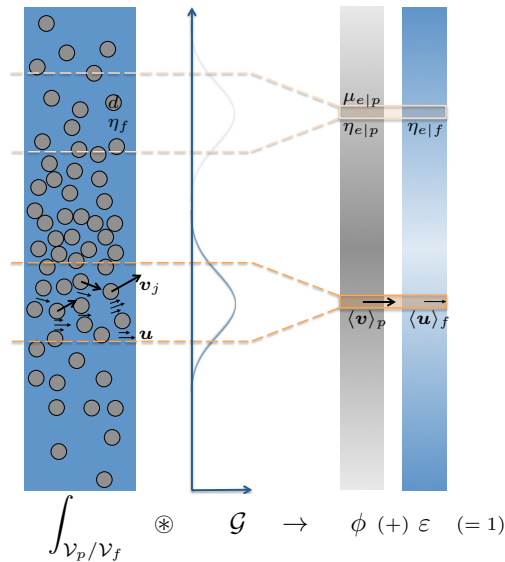


Figure 2.1 – Illustration du changement d'échelle pour un fluide chargé en particules solides. Echelle dite microscopique (gauche) avec v_j la vitesse du grain j et \mathbf{u} la vitesse locale du fluide et échelle dite mésoscopique (droite) avec $\langle \mathbf{v} \rangle_p$ et $\langle \mathbf{u} \rangle_f$ les vitesses moyennes de chacune des phases à une échelle plus grande que d . La fonction \mathcal{G} est la fonction poids de passage d'une échelle à l'autre.

En gardant cette approche en tête, de nombreuses études se sont focalisées sur le changement d'échelle dans le cas d'écoulements de fluides chargés en particules solides ; jusqu'à l'état limite qu'est un milieu granulaire dense avec ou sans influence du fluide interstitiel. Ici, chaque grain solide est la plus petite échelle considérée, disons l'échelle microscopique – l'équivalent de la molécule pour le fluide –. Le changement d'échelle nécessite donc une distinction claire entre la taille du grain et l'échelle de déformation du milieu, afin de pouvoir décrire une échelle mésoscopique continue pour ces milieux. Il s'avère que cette hypothèse est très forte pour les milieux fluide-particules, en particulier pour les écoulements granulaires denses. Et pourtant ces approches ont montré des résultats très encourageants dans de nombreuses situations... de façon très surprenante... Nous aborderons ce sujet dans différentes parties du manuscrit. En particulier, la viscosité effective, ou de façon plus générale la rhéologie, de ces milieux complexes sera discutée dans différentes situations.

Phase solide : 'un grain microscopique'

Dans le cadre des études menées ici, l'échelle microscopique est associée à la dynamique du grain et donc son diamètre d comme dimension spatiale représentative (figure 2.1, schéma de gauche). La description de cette échelle nécessite donc d'extraire la dynamique de chaque grain ainsi que celle de la phase fluide interstitielle si cette phase joue un rôle sur l'évolution du système.

L'approche qui sera principalement retenue à cette échelle est une méthode numérique. En effet, les contraintes expérimentales réduisent souvent la mesure à une extraction de données plutôt représentative de l'échelle mésoscopique, voire souvent indirectement. L'approche microscopique n'est toutefois pas totalement exclue expérimentalement. Elle nécessite un suivi lagrangien de chaque grain pour lequel des méthodes de mesure adaptées doivent être utilisées. Pour la phase fluide, il est nécessaire de pouvoir mesurer le champ de vitesse entre les grains. Souvent des méthodes d'ajustement d'indice optique des deux phases sont nécessaires pour y parvenir (Aussillous *et al.*, 2013, Mouilleron *et al.*, 2009, par exemple). Même si ces méthodes permettent une avancée majeure dans la description de ces écoulements fluides particules, l'ensemble des contraintes et des forces entre chaque phase, fluide-solide et solide-solide, reste inconnu. La description complète de cette échelle reste donc relativement ambitieuse

par l'approche expérimentale.

Les résolutions numériques à cette échelle nécessitent néanmoins certaines simplifications et donc modélisations d'échelles plus petite que d – description de l'état de surface et donc de l'interaction courte portée entre particules, la modélisation de la dynamique fluide interstitielle pour permettre la simulation de domaines dont l'extension spatiale est significative,... –. Elles doivent donc être confrontées aux résultats expérimentaux pour confirmer la pertinence des modèles utilisés le cas échéant – ce qui n'est malheureusement pas toujours évident –.

La méthode numérique retenue pour décrire l'échelle microscopique de la phase solide est une méthode aux éléments discrets (DEM pour Discrete Element Method). Pour les travaux présentés dans ce manuscrit, le code GraDyM développé à l'IMFT est le plus souvent utilisé [ThèseIzard2014 ; ThèseBouteloup2017]. Basé sur la résolution des équations issues du principe fondamental de la dynamique pour chaque grain $j = 1 : N_p$ (équations microscopiques), les forces appliquées sur chaque particule j étant ici la contribution liée au fluide – \mathbf{F}_j^h (dont la formulation dépend du choix de résolution de la phase fluide) – et les contributions liées aux interactions solides des grains k en contact avec le grain j – $\sum_{k \neq j} \mathbf{F}_{kj}^c$ –,

$$m_j \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = m_j \mathbf{g} + \mathbf{F}_j^h + \sum_{k \neq j} \mathbf{F}_{kj}^c, \quad (2.1)$$

ce code permet la modélisation lagrangienne d'un milieu constitué de sphères solides de différentes tailles en contact multiple. Il se base sur la méthode des éléments discrets (Cundall & Strack, 1979), avec un modèle de contact de type ressort amorti dans les directions normale et tangente au contact et une critère de Coulomb pour le glissement dans la direction tangente (Shäfer *et al.*, 1996). Le schéma numérique d'avancement en temps est un schéma prédictor-correcteur du 4^{ème} ordre (schéma de Gear décrit par exemple dans Pöschel & Schwager, 2005). Enfin l'optimisation de détection des contacts, cruciale pour contrôler le coût numérique dans des situations granulaires denses, est faite par un tri des particules et des contacts dans des boîtes de Verlet (Fang *et al.*, 2007).

Le changement d'échelle pour la phase solide permet d'obtenir, à partir d'une intégration des équations microscopiques sur un volume donné, un système d'équations – conservation de la masse et bilan de quantité de mouvement – similaires aux équations de Navier-Stokes pour un fluide. Nous parlons ici de la méthode de coarse-graining relativement répandue dans la communauté des milieux granulaires sec (Goldhirsch & Goldenberg, 2002). L'intégration de l'échelle microscopique est pondérée par une fonction poids \mathcal{G} , normalisée et dont le maximum est localisé au centre du volume élémentaire considéré (figure 2.1). L'échelle spatiale caractéristique de la décroissance de la fonction \mathcal{G} est la difficulté principale associée à ce changement d'échelle. Disons pour le moment que le volume significatif associé contient quelques grains. Le poids relatif de la phase solide à l'échelle mésoscopique est donné par la fraction solide ϕ qui décrit la fraction du volume de particule solide dans un volume élémentaire (figure 2.1). Les variables dynamiques qui en découlent décrivent une échelle dite mésoscopique et sont identifiées par la notation $\langle \cdot \rangle_p$. La rhéologie du milieu granulaire est décrite ici par des modèles frictionnels, caractéristiques d'une situation dense, pour lesquels la contrainte de cisaillement τ_p est reliée à la pression granulaire P_p par un coefficient de friction effectif $\mu_{e|p}$ (MiDi, 2004, par exemple). Il est possible de relier ce type de modèle à un modèle de fluide visco-plastique dont la viscosité s'exprime par $\eta_{e|p} = \mu_{e|p} P_p / \dot{\gamma}$, avec $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement (Jop *et al.*, 2006). Dans le cas matriciel, i.e. pour un écoulement dont le champ de vitesse et ses gradients sont multi-directionnels, une relation simplement scalaire – la viscosité – entre le tenseur de taux de déformation et le déviateur des contraintes nécessite un alignement des directions principales du tenseur des contraintes et du tenseur des taux de déformation (Lacaze & Kerswell, 2009).

Phase fluide : 'quelle échelle pertinente ?'

Lorsque la phase fluide joue un rôle sur l'évolution du milieu granulaire, il est alors nécessaire de résoudre cette phase à toutes les échelles, éventuellement plus petite que d ou en tout cas du même ordre. Pour cela, une approche typique est la méthode aux frontières immergées (IBM pour Immersed

Boundary Method) qui permet de laisser des objets solides libres de se mouvoir sur un maillage numérique cartésien fixe sans que le maillage n'épouse la surface de chaque objet (Mittal & Iaccarino, 2005, Peskin, 1977, 2002). Dans ce cas, la question est plutôt de savoir quelles sont les plus petites échelles fluides à résoudre pour définir le maillage. Nous entrons alors dans la vaste problématique de la résolution des échelles turbulentes comparées à l'échelle du grain. Dans un cas d'arrangement particulaire suffisamment dense, l'écoulement interstitiel étant faiblement inertiel, les échelles fluides restent du même ordre de grandeur que la taille de la particule. Dans ce cas, le problème (tout aussi vaste!) est plutôt sur la résolution des forces courtes portées comme la force de lubrification entre deux particules solides en mouvement relatif. Cette question sera discutée plus en détail dans la prochaine section. Couplée à la description microscopique de la phase granulaire, cette approche constitue donc l'approche microscopique pour l'écoulement fluide/particule. La principale difficulté ici est le coût numérique, lorsque plusieurs mailles de résolution fluide sont nécessaires pour la dimension d .

Pour le changement d'échelle, nous partons ici de méthodes d'homogénéisation spatiale utilisées pour les écoulements fluides chargés en particules (Jackson, 2000). Il est à noter qu'il s'agit d'une procédure similaire à la méthode de coarse-graining discutée précédemment mais étendue à un système diphasique. En particulier, par analogie à la phase solide, la fraction fluide à l'échelle mésoscopique est caractérisée par $\varepsilon = 1 - \phi$ (figure 2.1). Cette nouvelle phase fluide à l'échelle mésoscopique – dont les variables sont identifiées par $\langle \cdot \rangle_f$ – doit alors être caractérisée par une viscosité effective $\eta_{e|f}$, qui comme pour la phase granulaire n'est pertinente que sous un certain nombre d'hypothèses. Des termes supplémentaires associés aux forces d'interaction entre les phases apparaissent également dans ce système d'équations diphasiques. A partir de ces méthodes numériques, toutes ces grandeurs effectives, ou termes de fermeture, peuvent être calculés explicitement. Malheureusement, la méthode couplée IBM/DEM est très coûteuse numériquement.

Une autre approche pour la phase fluide, moins gourmande en coût de calcul, est de supposer les variations de l'écoulement fluide à l'échelle du grain suffisamment faibles pour se contenter de résoudre la phase fluide sur un maillage plus grand que la taille du grain. Cette méthode dite VANS (Volume Average Navier Stokes) est finalement un premier pas vers le changement d'échelle, mais uniquement pour la phase fluide. Il est alors nécessaire de connaître déjà la viscosité effective $\eta_{e|f}$, mais également l'ensemble des forces d'interaction fluide/particules non résolues (trainée, etc...). En revanche, la plus grande flexibilité de cette méthode permet d'extraire et de caractériser les processus physiques d'une configuration donnée plus facilement. Pour cette dernière méthode, il est alors nécessaire, soit d'identifier les termes de fermeture grâce aux méthodes complètement résolues IBM/DEM, soit de valider les modèles choisis par des comparaisons avec des résultats expérimentaux, et en fait idéalement les deux. Couplée à la description microscopique de la phase granulaire, cette méthode permet de se focaliser sur le changement d'échelle uniquement de la phase granulaire, enjeu déjà bien ambitieux. Nous verrons dans quelques exemples que toutes ces approches sont bel et bien complémentaires.

REMARQUE SUR LE CHANGEMENT D'ÉCHELLE –
Des moyennes d'ensemble ont également été proposées pour aborder ces mêmes questions (Drew, 1983, Zhang & Prosperetti, 1994, par exemple). Elles se basent sur des concepts similaires qui consistent, au final, à supposer que la description continue est issue d'un ensemble d'évènements microscopiques suffisant pour que les propriétés qui en ressortent soient statistiquement convergées – cet ensemble d'évènements pouvant être trouvé par différentes réalisations ou dans un volume spatial pertinent-. Ces différentes approches mènent d'ailleurs aux mêmes systèmes d'équations (Joseph *et al.*, 1990).

Ces deux approches numériques seront dénommées méthode IBM/DEM (section 3.5.1 et Annexe B.1) et méthode VANS/DEM (section 4.4.2 et [CBBL2016]), selon la nature de description de la phase fluide, l'approche pour la phase solide étant lagrangienne dans les deux cas. Pour les milieux denses en particules traités dans la suite, la plus petite échelle pertinente est souvent associée à la taille des grains d , dite alors échelle microscopique. On notera que nous ne tenons pas compte ici d'échelle plus petite, comme une éventuelle turbulence fluide à petite échelle engendrée par les grains, le nombre de Reynolds particulaire restant modéré dans les situations considérées. Tant que l'échelle de déformation du milieu est sensiblement supérieure à d , les deux méthodes IBM et VANS restent descriptives de cette échelle microscopique, même si leur échelle de résolution fluide est différente.

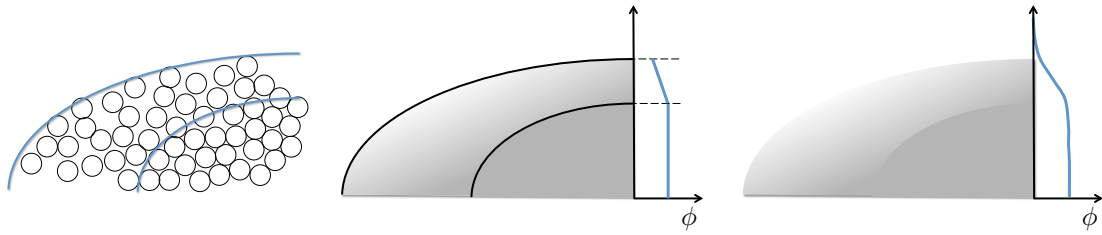


Figure 2.2 – *Illustration de la description continue par changement d'échelle d'une transition d'état d'un milieu dispersé, ou granulaire, dans son volume (figure de gauche : schématisation discrète). Description par une interface singulière (schéma du centre) ou une interface diffuse (schéma de droite), avec un profil de fraction volumique ϕ étant respectivement discontinu (ou au moins à dérivée discontinue) ou continu.*

Avant de clore cette section, quelques points sont à souligner pour la suite. Tout d'abord, une question fondamentale qui reste à discuter est la pertinence de ces approches de changement d'échelle pour les situations concrètes que nous souhaitons étudier ici. En particulier, dans de nombreux cas, le milieu granulaire, soumis à la gravité et en mouvement ou non, reste confiné et concentré proche d'un fond rigide. On est donc très éloigné d'une situation homogène idéalisée souvent utilisée pour justifier les approches de changement d'échelle mentionnées jusqu'ici. La transition – interface – entre la phase granulaire immergée en mouvement et le milieu fluide environnant est souvent relativement singulière. Autrement dit, la fraction volumique ϕ n'est pas nécessairement bien décrite par une fonction continue dans l'ensemble du domaine. Le changement d'échelle vers la description d'un milieu effectif unique engendre une diffusion de ces interfaces (figure 2.2). C'est de plus, généralement, proche de ces zones que la plupart de la dynamique est concentrée (transport sédimentaire par exemple). Pourtant, nous verrons – de façon assez surprenante – que ces méthodes s'avèrent pertinentes dans de nombreux cas. Enfin, nous soulignerons que les modèles numériques sont basés sur des formes idéalisées de particules, des sphères. En aucun cas, la structure complexe de la surface n'est prise en compte ici. Il existe donc une échelle plus petite que l'échelle microscopique définie ici, qui n'est pas résolue ; disons une échelle nanoscopique représentant les défauts de surface d'une particule réelle. Dans le cas d'un milieu granulaire sec, cette échelle contrôle en partie le coefficient de friction microscopique μ (défini comme coefficient de friction entre deux particules en contact) qui est donc modélisé. On le considère souvent constant pour le cas sec, mais une faible variabilité pourrait être considérée. Autant que je sache, cette question n'est pas abordée dans la littérature et ne le sera pas dans ce manuscrit. Quoiqu'il en soit, lorsqu'une phase fluide interstitielle joue un rôle sur l'interaction entre les particules, la question de cet état de surface est d'autant plus subtile, qu'elle intervient sur différents aspects de l'interaction courte-portée. Nous discutons de ce point plus en détail dans la section suivante.

2.2 Sur l'interaction locale de particules solides rugueuses

2.2.1 Contact et rebond

Comme expliqué précédemment, une question qui reste fondamentale pour ces systèmes fluide-particules est la description de l'interaction courte portée – proche contact – entre les particules solides. Et plus particulièrement, en découle la question du possible – ou non – contact solide entre deux particules qui s'approchent l'une de l'autre. Nous savons de l'approche visqueuse, i.e. dans le régime de Stokes, que deux sphères solides de diamètre d immergées dans un liquide incompressible, de viscosité dynamique η_f et de masse volumique ρ_f , se rapprochant l'une de l'autre vont subir une force de lubrification engendrée par l'écoulement induit dans l'interstice qui sépare ces sphères. Selon la direction relative des vecteurs vitesses de ces deux sphères, cette force de lubrification se décompose en une contribution normale, une contribution tangentielle et une contribution rotationnelle (Jeffrey & Onishi,

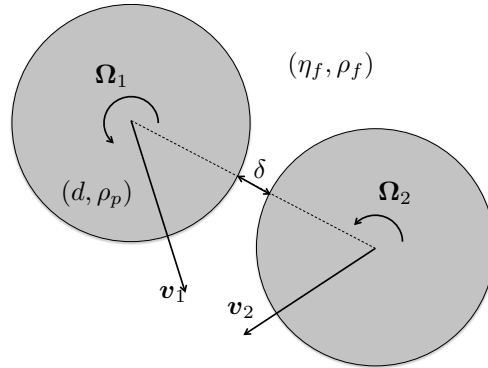


Figure 2.3 – Illustration schématique de deux grains lisses (diamètre d et masse volumique ρ_p) proches contact dans un fluide (viscosité η_f et masse volumique ρ_f). La distance entre les surfaces des grains est notée δ , la vitesse de leur centre d'inertie v_i et leur vitesse angulaire Ω_i , pour $i = 1, 2$.

1984*a,b*, Kim & Karrila, 2013). Toutes ces contributions divergent lorsque la distance entre les surfaces des sphères δ tend vers zéro (figure 2.3). Tout particulièrement la contribution normale de la force qui permet de décrire l'évolution de la distance entre les particules diverge en $\sim (d\varepsilon/dt)\varepsilon^{-1}$ avec $\varepsilon = \delta/d$. Ceci laisse à supposer que deux particules solides ne peuvent jamais entrer en contact solide sur un temps fini, ou de façon équivalente à vitesse relative non nulle. Evidemment, cette assertion vient de l'hypothèse que les deux particules considérées sont à surface lisse et non déformables, deux sphères parfaitement lisses et infiniment rigides. Les particules réelles sont plus complexes et nous savons par expérience que le contact solide entre deux particules réelles semble pouvoir exister sur un temps fini (Birwa *et al.*, 2018). L'état de surface qui présente des rugosités de formes très variées devient alors un élément fondamental sur l'interaction entre les deux particules (figure 2.4). Le contact apparent aurait donc lieu à une distance telle qu'il existe encore un film liquide entre les deux objets (Davis *et al.*, 2003). Tout laisse donc à penser que la distance de divergence de lubrification reste à revoir (Mongruel & Gondret, 2020).

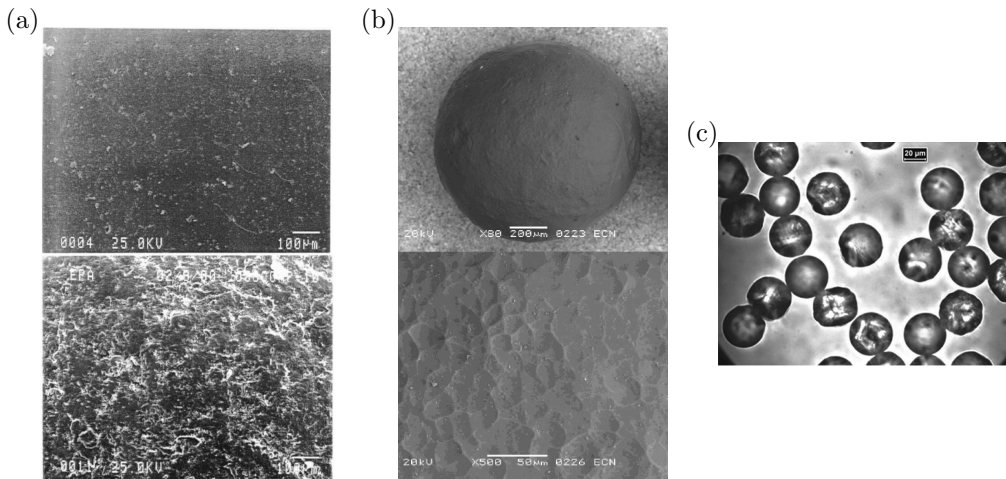


Figure 2.4 – Exemples d'état de surface d'une particule sphérique obtenu au microscope – (a) tiré de Galvin *et al.* (2001), (b) tiré de Sharifipour & Dano (2006) et (c) tiré de Tanner & Dai (2016).

REMARQUE ET DISCUSSION : CONTACT SOLIDE OU NON –

L'état de surface rugueux est une condition nécessaire mais non suffisante pour l'existence d'un contact solide entre deux particules solides à vitesse relative non nulle, i.e. engendrant un rebond. En particulier, si les rugosités sont 'lisses', i.e. décrites par une fonction de surface différentiable permettant de définir un rayon de courbure fini en tout point –certes plus petit que celui de la particule–, la divergence de la force de lubrification à vitesse relative non nulle persistera à cette échelle. Il est donc nécessaire que ces rugosités présentent un point anguleux (Cawthorn & Balmforth, 2010). Dans ce cas, la formulation de la composante normale de la force de lubrification $\sim (d\varepsilon/dt) \log \varepsilon$ permet de régulariser la solution pour $\varepsilon \rightarrow 0$, assurant ainsi un contact sur un temps fini, i.e. à vitesse relative non nulle. Néanmoins, il est à noter que d'autres types de contact apparent matérialisés par un rebond observable entre deux particules lisses sont possibles en revenant sur les hypothèses utilisées jusqu'à présent : soit par contact elasto-hydrodynamique (Davis *et al.*, 1986), i.e. en relaxant la rigidité de la particule, soit par des effets de compressibilité du liquide pouvant devenir non négligeables aux hautes pressions engendrées par la lubrification pour un liquide pré-supposé incompressible (Balmforth *et al.*, 2010).

Quoi qu'il en soit, nous pouvons nous demander si cette question de contact solide est réellement pertinente. En effet, la question pratique pour la description et la modélisation du contact – solide ou non – entre deux particules semble finalement de savoir si ce contact et le rebond associé peuvent être représentés par deux coefficients effectifs, de restitution e_{eff} et de friction μ_{eff} , par analogie au contact solide 'sec' caractérisé par les coefficients e et μ , et qui caractériseraient les effets de dissipation associés à l'interaction à courte portée quelque soit sa nature. Certes ces coefficients vont dépendre de la dynamique relative des deux particules et des propriétés à la fois des solides et du fluide, rendant la modélisation de ces deux paramètres sensiblement plus compliquée qu'un contact sec.

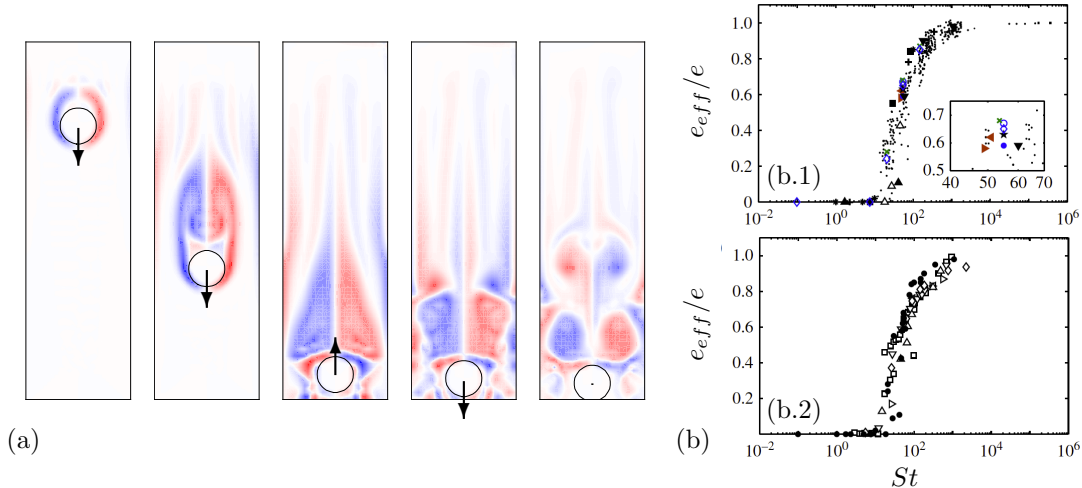


Figure 2.5 – Simulation numérique de la sédimentation et du rebond d'une particule solide dans un fluide (Izard *et al.*, 2014). (a) série temporelle de la sédimentation et du rebond; champ de vorticité en couleur. (b) coefficient de restitution effectif en fonction du nombre de Stokes St : (b.1) données expérimentales issues de la littérature et symboles couleurs issues des simulations IBM/DEM de Izard *et al.* (2014), (b.2) données numériques.

Afin de décrire les coefficients effectifs associés au contact entre particules, de nombreuses études se sont focalisées sur le rebond normal, et dans une moindre mesure sur le rebond oblique, entre deux particules solides et/ou une particule et une paroi (Ardekani & Rangel, 2008, Barnocky & Davis, 1988, Cawthorn & Balmforth, 2010, Davis *et al.*, 1986, Gondret *et al.*, 2002, Izard *et al.*, 2014, Joseph & Hunt,

2004, Joseph *et al.*, 2001, Kempe & Fröhlich, 2012, Brändle de Motta *et al.*, 2013). Dans la majorité des configurations de rebond normal, une particule sphérique solide en chute dans un liquide visqueux sous son propre poids, entre en interaction avec une paroi horizontale (figure 2.5(a)). Dans ce simple scénario, le contact en temps fini se manifeste par un rebond vertical de la particule. Ce rebond pouvant être induit par les différents scénarios identifiés dans la littérature : rugosité anguleuse, élasticité de la particule, compressibilité du fluide (Balmforth *et al.*, 2010, Cawthorn & Balmforth, 2010). Dans tous les cas, le coefficient de restitution effectif adimensionné e_{eff}/e semble être principalement fonction d'un seul nombre sans dimension, le nombre de Stokes St basé sur la vitesse de la particule avant interaction avec la paroi V_T et défini comme $St = (\rho_p + C_m \rho_f) V_T d / 9 \eta_f$ où ρ_p est la masse volumique de la particule (figure 2.5(b)). Plus particulièrement, un rebond n'est observé, i.e. $e_{eff}/e > 0$, qu'au dessus d'une valeur critique du nombre de Stokes, St_c . Sous cette valeur, $St < St_c$, la particule ralentit jusqu'à se déposer sur la paroi, théoriquement sur une échelle de temps infinie si la particule est considérée lisse.

2.2.2 Modèle rugueux

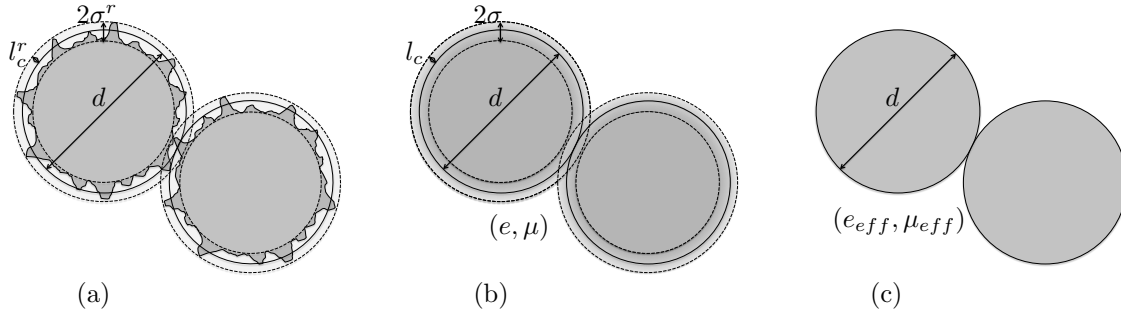


Figure 2.6 – (a) Illustration schématique de deux grains rugueux (diamètre d et hauteur maximale des rugosités de surface $2\sigma_r$) en contact dans un fluide. Le diamètre des grains est ici repéré par le point de contact effectif situé à une profondeur l_c depuis le sommet de la plus haute rugosité. (b) Description du contact rugueux par homogénéisation sphérique de la surface rugueuse alors représentée par une coquille poreuse pour la phase fluide et les coefficients de contact solide (e, μ) . (c) Description d'un contact immergée par des coefficients effectifs (e_{eff}, μ_{eff}) tenant compte de la contribution fluide à courte portée, distance de l'ordre $\sim 2\sigma$ entre les points de contact solide, et de la contribution de contact solide.

Pour faire écho aux applications géophysiques visées, nous supposons que l'effet dominant autorisant le rebond est la rugosité des particules, observée sur des particules réelles. En fait, cet effet est probablement dominant également pour des particules, même relativement calibrées, utilisées en expérience de laboratoire (figure 2.4). Ainsi, nous supposons que la particule est rigide, le contact solide étant intégralement reporté sur les rugosités de surface.

La modélisation et la description d'un tel contact dans son intégralité sont hors de portée (figure 2.6(a)). Pour simplifier, nous partons de la notion de séparation hydrodynamique entre deux particules lors de leur contact (voir par exemple Davis *et al.* (2003)). Avec les notations de la figure 2.6(a) pour deux particules identiques, cette séparation hydrodynamique est $2\sigma^r - l_c^r$ avec $2\sigma^r$ la hauteur des plus grandes rugosités et l_c^r la distance entre la sphère de diamètre d passant par le point de contact et la plus haute rugosité. Notons qu'en suivant ces définitions, le diamètre d de la particule est défini ici par rapport à ce point de contact. Nous voyons schématiquement, que selon le point de contact et probablement selon la dynamique relative des particules, le couple (d, l_c^r) n'est pas forcément fixé pour une particule donnée au contact. En effet, la séparation hydrodynamique pour deux particules rugueuses

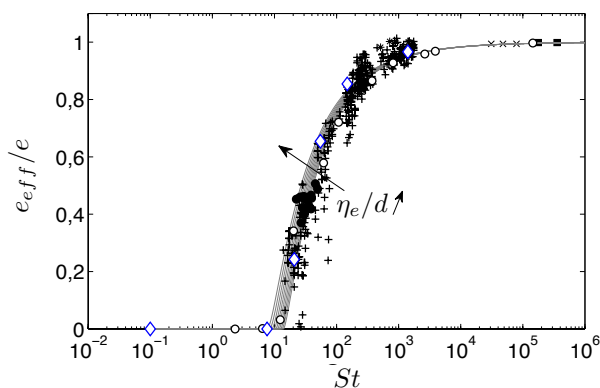


Figure 2.7 – Coefficient de restitution effectif en fonction du nombre de Stokes St , obtenu par simulations numériques IBM/DEM (\diamond), expériences de laboratoire (symboles noirs, tirés de la littérature) et par le modèle théorique (2.2) (—).

qui entrent en contact est au moins fonction de l’angle d’inclinaison initial, que nous définirons par la suite (Davis *et al.*, 2003). Pour s’affranchir au moins de la question du point de contact, i.e. de l’aspect anisotrope du contact, nous définissons pour la suite des surfaces homogénéisées par trois sphères modèles concentriques de diamètres respectifs $d + 2l_c$, d et $d + 2(l_c - 2\sigma)$ (figure 2.6(b)). Notons que (l_c, σ) correspondent alors aux valeurs moyennes représentatives des grandeurs locales au contact (l_c^r, σ^r) . Alors, la sphère de diamètre $d + 2(l_c - 2\sigma)$ ne contient qu’une phase solide, alors que la coquille comprise entre les sphères de diamètre $d + 2(l_c - 2\sigma)$ et $d + 2l_c$ est a priori un mélange de fluide et de solide.

Pour ce modèle homogénéisé à l’échelle des rugosités, le contact solide entre les deux sphères est contrôlé par un unique couple du coefficient de restitution solide et du coefficient de friction solide (e, μ) . L’interaction courte portée entre les deux particules pourra être fortement affectée par la nature, i.e. les propriétés physiques, de la coquille de transition d’épaisseur 2σ . La question de la modélisation de cette couche de transition entre la phase purement solide et la phase purement liquide est un sujet scientifique en soit et reste relativement ouverte (voir Chastel, 2015, pour quelques éléments sur ce point). Dans la suite, nous nous contenterons d’utiliser cette vision schématique du contact (figure 2.6(b)) pour mettre à profit la modélisation IBM pour laquelle la transition entre la phase solide et la phase fluide se fait sur une longueur finie minimisée par la longueur de la maille numérique. Couplée à une méthode DEM pour le contact solide, nous parlons donc ici de la modélisation IBM/DEM (voir Bigot *et al.*, 2014, Izard *et al.*, 2014, ou la section 3.5.1 pour des détails sur cette méthode). Néanmoins, une telle description nécessite une maille plus ou moins fine pour être en mesure de définir σ sur une échelle représentative de la hauteur des rugosités. Selon les cas, cette contrainte peut devenir trop coûteuse numériquement. Dans ce cas, un modèle de force de lubrification à la sous-maille peut être ajouté. Une longueur de coupure doit également être utilisée dans ce modèle pour autoriser le contact solide, caractéristique des rugosités. Pour résumé, lors d’une modélisation numérique la longueur de transition σ est soit directement résolue par le maillage numérique soit par un modèle de coupure de la force de lubrification implémentée à la sous maille.

A partir de cette description, il est alors possible de déterminer le couple de coefficients effectifs (e_{eff}, μ_{eff}) , qui représenteront ainsi les coefficients de rebond à une échelle où l’écoulement fluide entre particules n’est pas résolu (figure 2.6(c)). La modélisation de ces coefficients est discutée indépendamment dans la suite.

Rebond normal : restitution

La définition du coefficient de restitution effectif e_{eff} est de fait très ambiguë. Elle doit représenter un rapport de vitesse après et avant contact, mais la notion de ‘avant’ et ‘après’ contact n’est pas nécessairement évidente.

Dans la suite, nous définissons le coefficient de restitution effectif comme $e_{eff} = V_R/V_I$, où la vitesse V_I correspond à la vitesse avant que sa vitesse ne soit affectée par l’autre particule, ou la paroi horizontal si nous repartons sur le cas mentionné précédemment, et V_R est le maximum de vitesse après rebond. Les losanges sur la figure 2.7 sont obtenus numériquement avec cette approche. Ici une force de lubrification est ajoutée pour résoudre l’effet des rugosités sur une échelle $4\sigma/d = 10^{-4}$, i.e. pour des rugosités très petites représentatives des particules modèles utilisées dans les expériences de laboratoire. Par souci de simplicité, nous avons ici choisi $l_c = 0$. En supposant que la force de lubrification est la force dominante d’interaction entre la particule et la paroi, et pour une particule rigide, il est également possible d’extraire un modèle pour le coefficient de restitution effectif, qui s’écrit dans le cas $l_c = 0$ (voir Izard *et al.*, 2014, pour les détails, en Annexe B.1)

$$e_{eff}/e = \left(1 - \frac{\ln d/4\sigma}{St}\right) \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{St - \ln d/4\sigma}}\right). \quad (2.2)$$

Ce modèle est comparé aux données expérimentales et numériques disponibles sur la figure 2.7 pour $10^{-6} \leq 4\sigma/d \leq 10^{-3}$ (traits pleins). Le bon accord des résultats numériques et théoriques avec les résultats expérimentaux confortent l’approche de grain rugueux proposée ici.

Rebond oblique : friction

Cette approche peut être étendue au cas du rebond oblique (Joseph & Hunt, 2004). Dans ce cas également, l’influence du fluide interstitiel affecte la composante tangentielle du rebond. Nous notons le coefficient de friction μ pour le contact solide et qui est étendu ici à coefficient de friction μ_{eff} tenant compte de la phase fluide ; ceci de façon équivalente à l’extension du coefficient de restitution e dans le cas sec au coefficient e_{eff} dans le cas immergé. La situation reste néanmoins plus complexe, puisque le rebond oblique engendre à la fois une contribution de rotation, liée au roulement, en plus du terme de friction.

Pour simplifier, nous nous focaliserons ici sur la contribution de friction, généralement dominante pour des angles de contact petits et majeure pour la description de nombreux écoulements granulaires cisailés. Ce coefficient effectif est défini comme suit (Joseph & Hunt, 2004)

$$\mu_{eff} = 2 \frac{\psi_I - \psi_R}{7(1 + e_{eff})}, \quad \text{avec } \psi = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{t}}{\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}},$$

où \mathbf{V} est la vitesse de particule en mouvement, qui a dans ce cas une contribution dans la direction normale au contact \mathbf{n} mais également dans la direction tangente \mathbf{t} . Les indices I et R correspondent comme précédemment aux instants avant et après rebond.

Un exemple de simulation numérique pour une particule relativement rugueuse, $(l_c, \sigma) = (0, d/75)$, est présenté sur la figure 2.8(a). Il est à noter qu’ici un maillage numérique régulier de taille de maille $(d/100)^3$ permet de s’affranchir d’un modèle de lubrification. La figure 2.8(b) montre l’évolution de μ_{eff} avec l’angle de contact θ (b.1) ainsi qu’un nombre de Stoke basé uniquement sur la contribution tangentielle St_t (b.2), pour un cas sec (symboles bleus) et un cas immergé (symboles jaunes). Comme indiqué précédemment, le contact glissant est observé au dessus d’un certain angle θ . En particulier, le plateau dans le cas sec indique la valeur du coefficient de friction sec μ . Par analogie, la partie décroissance du coefficient μ_{eff} avec θ indique un glissement effectif. Néanmoins, celui-ci tend vers zéro pour θ croissant. Le contact est donc intégralement lubrifié et ne présente plus de résistance dans la direction tangente.

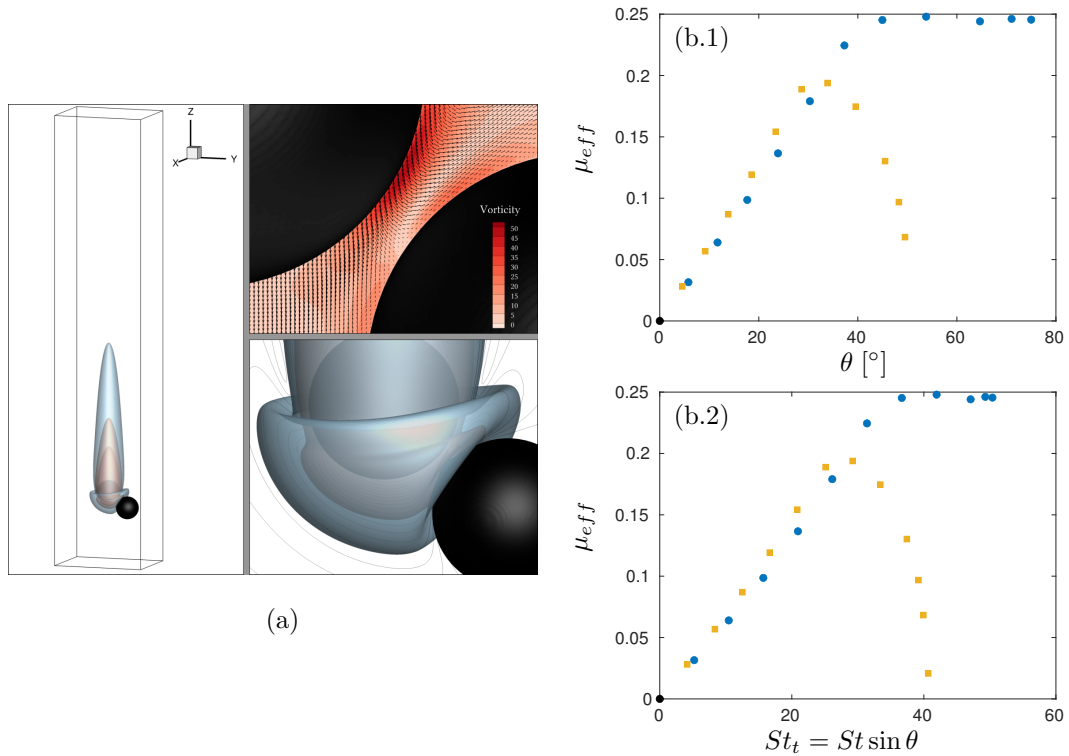


Figure 2.8 – Simulation numérique du rebond oblique entre deux grains sphériques, engendré par une particule en sédimentation tombant sur une particule fixe. (a) Instantané du champ fluide proche contact (La résolution est fine ~ 100 mailles par diamètre de sphère, photo haut-droite, permettant une rugosité numérique faible $\sigma_r \sim d/100$ presque de l'ordre de grandeur de grains réels). Les contours représentent des valeurs constantes de la la norme de vitesse fluide. (b) coefficient de friction effectif μ_{eff} fonction de l'angle de contact θ (b.1) et du Stokes tangentiel St_t (b.2). Ce coefficient dépend de l'instant considéré comme début du contact indicé I : symboles bleus $-I$ correspond à l'instant de contact solide i.e. $\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\| = d$, symboles jaunes $-I$ correspond à l'instant pour lequel la dynamique de la particule en mouvement est affectée par la présence de la particule fixe $\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\| > d$ (\mathbf{r}_i est la position de la particule i).

Chapitre 3

Avalanches : des milieux granulaires aux fluides complexes.



Exposition MACBA (Barcelone, Déc. 2018), Ferro Colat. PRIÈRE, 1989.

Liens publications : [LPK2008](#), [LK2009](#), [DLP2013](#), [BBLT2014](#), [IBL2014\(a\)](#), [IBL2014\(b\)](#), [TLMB2015](#), [BLB2017](#), [BL2018](#), [BLB2019](#)

Avalanches, glissements de terrain, coulées pyroclastiques, coulées de boue... Ces catastrophes naturelles résultent de l'effondrement d'un milieu chargé en particules solides. Même si l'origine de ces catastrophes, les propriétés internes et la température de ces milieux, sont variées, tous s'écoulent tel un fluide sous l'effet de la gravité sur des topographies guidant leur trajectoire. Nous ne nous intéresserons pas ici à la diversité de ces milieux et de leurs propriétés, mais au contraire nous focaliserons sur les points communs qui définissent la base de ces écoulements. En particulier, nous étudions dans un premier temps le cas d'un milieu granulaire monodisperse en taille de grain. Des degrés de complexités variables seront introduits comme la présence d'une phase liquide interstitielle et/ou environnante. Afin, de promouvoir ici les ingrédients dynamiques communs à toutes ces configurations tout en restant sur des processus physiques simples et accessibles en laboratoire, nous nous intéressons ici à une configuration de rupture de barrage, i.e. à l'effondrement d'un réservoir initialement rempli du milieu complexe considéré dans un canal. Pour simplifier le problème, nous nous focaliserons ici sur un canal horizontal. Ainsi, les ingrédients dynamiques retenus sont le forçage par gravité et la forte contribution instationnaire. Notons également qu'il s'agit ici d'un écoulement à surface libre qui dans certaines situations peut être affecté par une tension de surface.

3.1 Effondrement granulaire : une approche géométrique simple.

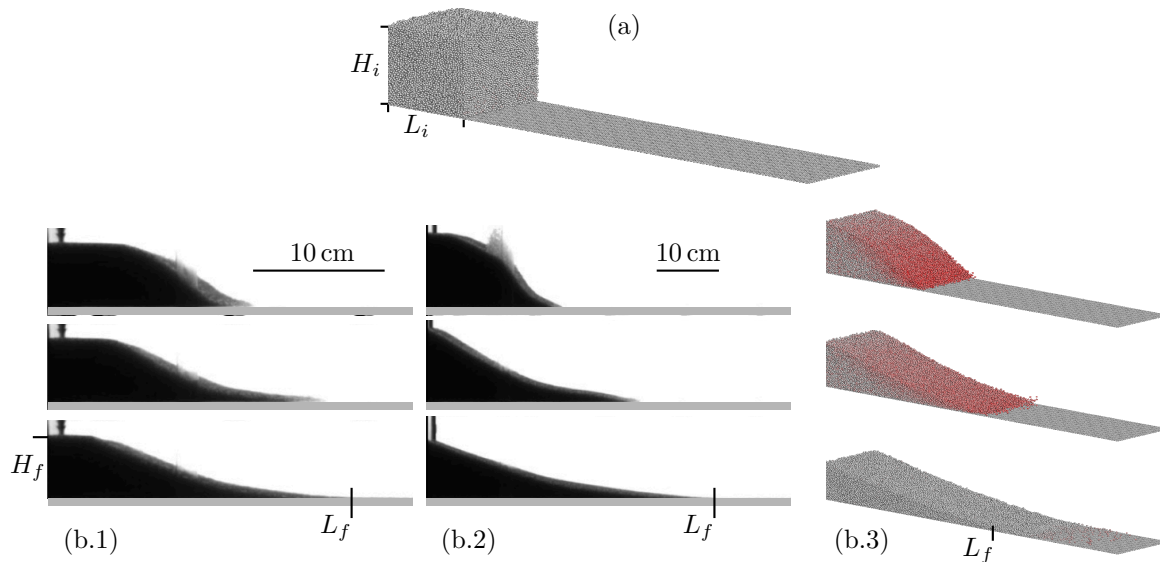


Figure 3.1 – Schématisation et exemples d'un effondrement granulaire. (a) configuration initiale avec H_i et L_i les longueurs caractéristiques de la colonne. (b) dépôt final caractérisé par une longueur d'étalement L_f et la hauteur maximale du dépôt H_f , pour des expériences de laboratoires (b.1- faible rapport de forme et b.2- grand rapport de forme) et des simulations DEM (b.3).

Au regard des ingrédients dynamiques que nous souhaitons mettre en évidence, l'effondrement granulaire, mieux connu sous la dénomination de rupture de barrage en hydraulique, est la configuration géométrique la plus simple.

La rupture de barrage a été très largement étudiée pour des situations d'écoulement de fluide lourd (resp. eau douce et eau salée) dans un fluide léger (resp. air et eau douce) et est devenue une configuration de référence pour étudier l'évolution d'un courant induit par gravité (Benjamin, 1968, Hogg, 2006, Houtt, 1972, Huppert, 1982, Ritter, 1892, Simpson, 1982, Stansby *et al.*, 1998). Ces configurations ont

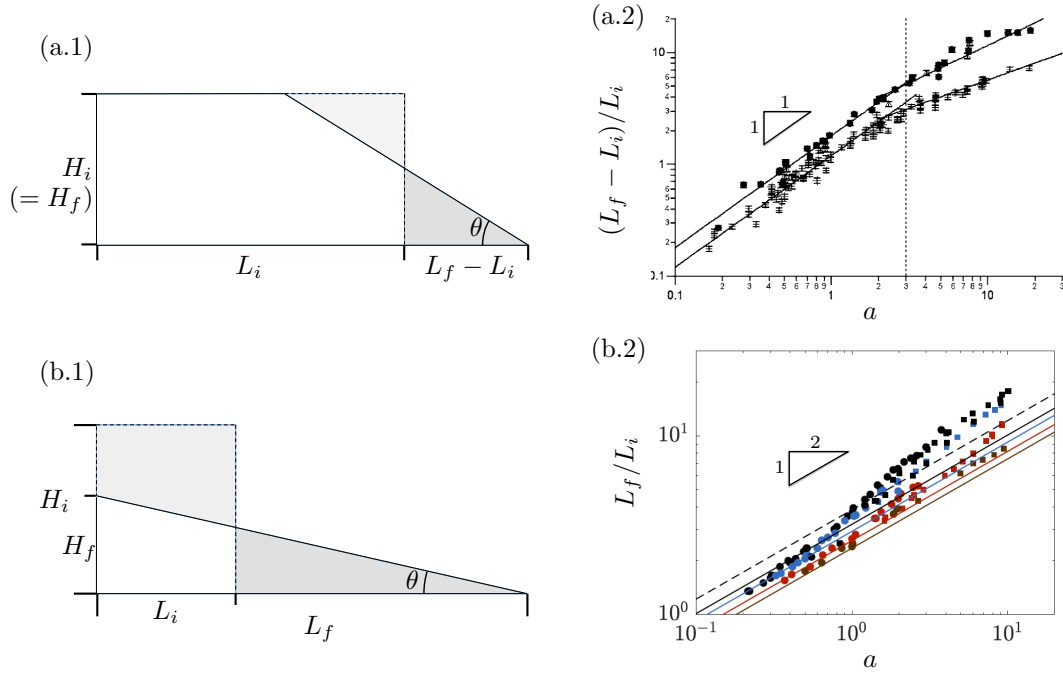


Figure 3.2 – Description et caractérisation du dépôt final d’un effondrement granulaire. (a.1) et (b.1), illustrations schématisées d’un dépôt trapézoïdal et d’un dépôt triangulaire. (a.2) et (b.2) lois d’échelles correspondantes, (3.1) et (3.2) mises en évidence par des résultats expérimentaux sur la longueur d’étalement. Les résultats expérimentaux de la figure (a.2) et de la figure (b.2) sont issus respectivement de Lajeunesse *et al.* (2005) et de Bougouin & Lacaze (2018).

été étendues à des situations d’effondrement de liquide non newtonien (Balmforth *et al.*, 2007, Matson & Hogg, 2007, Piau & Debiane, 2005), de suspension isodense (Ancey *et al.*, 2013, Bougouin *et al.*, 2017, Nsom, 2000) et de milieu granulaire (Lajeunesse *et al.*, 2005, Lube *et al.*, 2005, et figure 3.1). Dans ces derniers cas, une particularité de l’écoulement induit est l’obtention d’un état final – dépôt – sur une longueur finie en temps fini t_f .

La caractérisation du dépôt dans le cas d’un milieu complexe, et en particulier sa longueur d’étalement L_f est un enjeu de description et de prédiction des situations naturelles, certes considérées ici sous une forme géométrique simplifiée. Dans le cas d’un milieu granulaire, il a été montré que cette longueur est fortement contrôlée par le facteur de forme du réservoir initial $a = H_i/L_i$, avec H_i et L_i qui sont respectivement la hauteur et la longueur de ce réservoir (Lajeunesse *et al.*, 2005, Lube *et al.*, 2005, Rondon *et al.*, 2011, Thompson & Huppert, 2007). Ce résultat est confirmé expérimentalement et numériquement dans de nombreuses études (Staron & Hinch, 2005). En revanche, les lois d’échelle obtenues entre la longueur d’étalement adimensionnelle $(L_f - L_i)/L_i$ et a restent empiriques, relativement variables selon les auteurs, et finalement assez mal comprises.

Uniquement des solutions partielles de prédiction du dépôt final peuvent être données. Ces solutions supposent que l’inertie est négligeable pendant l’effondrement et sont basées sur des arguments géométriques idéalisés. En particulier, on observe que les formes de dépôts observées dans les études expérimentales et numériques sont proches, soit d’un trapézoïde plutôt à faible a (figure 3.1(b.1)), soit d’un triangle pour a plus grand (figure 3.1(b.2)). De plus l’angle de dépôt final θ est pris constant tout le long du talus du dépôt (figure 3.2(a.1–b.1)), lequel est directement relié au coefficient de friction du milieu granulaire ainsi également constant. Ce coefficient de friction est un coefficient effectif associé, a priori, à l’échelle mésoscopique, soit $\mu_{e|p}$. Alors, on notera $\tan \theta = \mu_{e|p}$ par un simple équilibre entre le

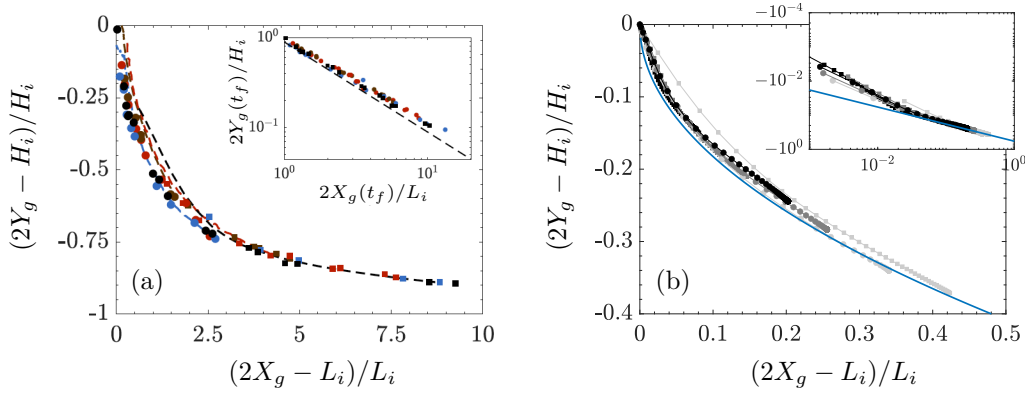


Figure 3.3 – Trajectoire de la position du centre de masse adimensionnelle pour des expériences issues de Bougouin & Lacaze (2018) (a) et des simulations numériques en cours de publication (b) dans des configurations immergées. Chaque série de points correspond à une série temporelle. Résultats obtenus pour différentes valeurs de (a, St, ϕ) . Dans ces diagrammes, à $t = 0$, chaque configuration part du point $(0, 0)$ pour évoluer vers des valeurs non nulles au cours du temps.

terme moteur associé à la gravité et la contrainte associée au frottement prise à la rupture de Coulomb. Il est à noter ici que négliger l’inertie revient donc à supposer que l’angle de talus local du dépôt n’est jamais inférieur à cet angle θ ; le système évolue donc lentement vers la solution d’équilibre à la rupture. Pour le cas d’un dépôt trapézoïdal, la hauteur finale maximale H_f est la même que la hauteur initiale de réservoir H_i . On obtient alors par une simple conservation du volume entre l’état initial et l’état final (figure 3.2(a.1))

$$\frac{L_f - L_i}{L_i} = \frac{a}{2\mu_{e|p}}. \quad (3.1)$$

La loi de puissance obtenue (linéaire!) est effectivement en bon accord avec les résultats de la littérature, pour a suffisamment petit (figure 3.2(a.2) par exemple). A plus grand a , la forme du dépôt est supposée triangulaire et une approche similaire à la précédente donne (voir également Rondon *et al.*, 2011)

$$\frac{L_f}{L_i} = \left(\frac{2a}{\mu_{e|p}} \right)^{1/2}. \quad (3.2)$$

Ici aussi, la loi de puissance obtenue semble en accord raisonnable avec les résultats de la littérature (figure 3.2(b.2)). On notera que pour ce dernier cas, l’hypothèse d’inertie négligeable est d’autant plus justifiée pour des données issues de configurations immergées, pour lesquelles la dissipation induite par la phase fluide interstitielle lors de l’effondrement limite effectivement l’inertie (symboles de couleurs dans la figure 3.2(b.1)). La valeur de transition a_c entre ces deux états ainsi que les préfacteurs de ces lois d’échelle, $\mu_{e|p}$ en l’occurrence, dépendent fortement des cas (propriétés du fluide interstitiel, influence de l’inertie, probablement la rugosité des grains, etc.). Ainsi les lois d’échelles obtenues ne restent que partielles, et même si elles permettent une première caractérisation de l’état final de ces configurations en loi de puissance, leur précision reste à l’ordre de grandeur près.

Si nous poussons ces modèles géométriques sur l’intégralité de la dynamique d’effondrement, nous pouvons alors présupposer que le milieu granulaire garde une forme (trapézoïdale ou triangulaire) de $t = 0$ à $t = t_f$. Bien entendu, la solution est singulière à faible t , particulièrement pour le cas triangulaire. Peu importe pour le moment, et présupposons effectivement une forme géométrique auto-similaire au cours du temps. Dans ce cas, nous pouvons facilement montrer que la trajectoire temporelle de la position du centre de gravité du milieu granulaire $(X_g(t), Y_g(t))$ dans le plan de l’écoulement (respectivement horizontal et vertical) suit une des lois suivantes pour le cas trapézoïdal

et le cas triangulaire, respectivement

$$\frac{2Y_g - H_i}{H_i} \sim - \left(\frac{2X_g - L_i}{L_i} \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad \frac{2Y_g}{H_i} \sim \left(\frac{2X_g}{L_i} \right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Ces lois sont reportées sur la figure 3.3 et comparées à différents résultats de la littérature ((a) expérimentaux de Bougouin & Lacaze, 2018, et (b) résultats numériques récents).

Ces premières approches descriptives de l’effondrement granulaire permettent une compréhension des processus physiques associés à son évolution. Elles permettent en particulier une description de la morphologie du dépôt final mais également d’une certaine partie de la dynamique. Ces résultats, d’intérêt général pour les applications géophysiques, nécessitent néanmoins d’être approfondis pour caractériser de façon plus fine la dynamique de ce système ainsi que son état final, et pouvoir ainsi prédire les variations significatives observées entre des milieux de propriétés différentes. Dans ce but, nous identifierons dans la suite les effets associés à la taille des grains et au fluide environnant. De plus, dans un objectif de modélisation grande échelle, la rhéologie de ces milieux complexes, sera abordée au travers de cette configuration fortement instationnaire. Tous ces éléments semblent nécessaires pour prétendre à une modélisation exhaustive de ces systèmes granulaires.

3.2 Effets de la polydispersité d’un milieu granulaire sec

Cette partie se focalise plus spécifiquement sur l’effet associé à l’interaction entre deux espèces de grains différenciées par leur taille.

En premier lieu, nous noterons ici que l’effondrement se fait sur un temps court, probablement très petit devant les temps caractéristiques associés au phénomène de ségrégation induit par la taille qui pourrait se manifester à grande échelle sur le volume granulaire (Golick & Daniels, 2009, Gray & Thornton, 2005, Ottino & Khakhar, 2000, souvent attribués à un phénomène de percolation des petits grains, ou plus spécifiquement par ‘kinetic sieving’). Néanmoins, les phénomènes de séparation par taille observés sur les dépôts naturels de grande échelle indiquent plutôt des phénomènes très localisés (par exemple sur le front) qui pourrait alors se produire sur des temps plus courts (Johnson *et al.*, 2012, Siebert, 1984). Nous souhaitons identifier ici ces processus sur une échelle de temps courte et leur éventuelle influence sur l’étalement de la colonne de grains. Plus particulièrement, l’objectif de cette étude est de déterminer l’influence de la proportion de chaque espèce, $\mathcal{V}^s/\mathcal{V}$ (rapport entre le volume de petit grain et du volume total de la colonne initiale) mais également de la répartition verticale initiale de chaque espèce dans la colonne, i.e. de la position verticale des centres de masse respectifs des gros grains $Y_g^b(t=0)$ et des petits grains $Y_g^s(t=0)$ à $\mathcal{V}^s/\mathcal{V}$ fixé. Le rapport de forme initial est gardé constant $a = 5$ ainsi que le rapport de diamètre entre les grains $d^s/d^b = 1/5$. Nous ne reportons ici que les résultats principaux et le lecteur est renvoyé à Degaetano *et al.* (2013) [DLP2013] pour plus de détails.

Cet effet de taille sur une dynamique rapide ne pourra être identifié que par des mesures locales dans le milieu (puisque qu’aucune séparation évidente sur le volume n’aura le temps d’émerger). Le dispositif expérimental retenu est donc une cellule quasi-2D de rupture de barrage décrite par Lacaze *et al.* (2008) [LPK2008], qui permet de suivre au cours du temps chaque grain individuellement. Un exemple d’effondrement d’une colonne de grains bidisperse est présenté sur la séquence d’images 3.4(a.1, a.2, a.3, a.4). Cette géométrie permet donc un suivi lagrangien de chaque grain, et ainsi d’extraire l’évolution du centre de masse de chaque espèce indépendamment au cours du temps. Nous notons $(X_g^b(t), Y_g^b(t))$ et $(X_g^s(t), Y_g^s(t))$ la position du centre de masse des gros grains et des petits grains respectivement, et $(\bar{X}_g(t), \bar{Y}_g(t))$ la position du centre de masse de l’ensemble du milieu granulaire.

L’influence de $\mathcal{V}^s/\mathcal{V}$ sur le dépôt final pour une répartition verticale homogène, i.e. $Y_g^b(t=0)/Y_g^s(t=0) = 1$ est illustrée sur la figure 3.4(b). A $\mathcal{V}^s/\mathcal{V} = 0.5$, l’influence de la répartition verticale initiale $Y_g^b(t=0)/Y_g^s(t=0) = 1$ est montrée sur la figure 3.4(b). Dans ces deux cas, la position horizontale du centre de masse adimensionnée $X_g(t_f)/Y_g(t=0)$ est donnée comme caractéristique du dépôt final. On note donc bien que la structure du milieu granulaire peut influencer l’étalement lors de l’effondrement,

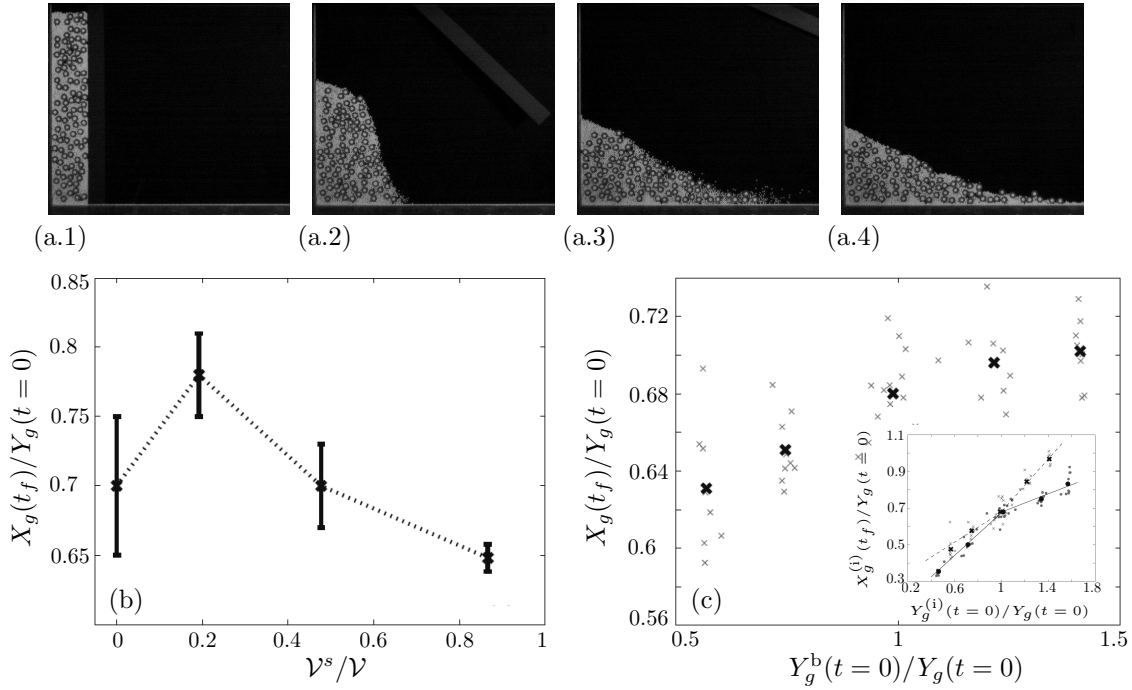


Figure 3.4 – *Expérience de l’effondrement d’une colonne bidisperse. (a.1, a.2, a.3, a.4) série temporelle de l’effondrement. (b-c) Evolution de la position horizontale du centre de masse du dépôt final adimensionnelle $X_g(t_f)/Y_g(t=0)$ (mesure de l’étalement du dépôt) en fonction de la fraction de petites particules $\mathcal{V}^s/\mathcal{V}$ (b) et de la répartition initiale de la colonne caractérisée par la position verticale du centre de masse adimensionnelle des grosses particules $Y_g^b(t=0)/Y_g(t=0)$ (c). Insert (c) : position finale des centres de masse horizontaux des petites, (i) = s (resp. grosses, (i) = b) particules (cercles pleins, resp. croix) en fonction de la position verticale de leur centre de masse initial.*

même à a fixé. Cet effet sur l’étalement est accompagné d’une réorganisation des deux espèces, comme illustré par la position finale $X_g^{(i)}(t_f)/Y_g(t=0)$, avec (i) = s pour les petits grains et (i) = b pour les gros grains, en insert de la figure 3.4(c). Il est en l’état difficile de corréler cette réorganisation du milieu et l’extension horizontale de l’effondrement. Néanmoins, cela confirme bien qu’au delà du rapport de forme a , les propriétés du milieu affectent la dynamique, point soulevé dans la section précédente. En particulier, si nous repartons du modèle (3.1), le coefficient $\mu_{e|p}$ semble donc dépendant de la composition matérielle de la colonne initiale. Par analogie du modèle (3.1) et du schéma de la figure 3.2(b.1), certes idéalisés, nous pouvons relier directement $\mu_{e|p}$ à l’angle de dépôt (représenté par les croix sur la figure 3.5).

D’autre part, le suivi du front x_f à l’avant du milieu granulaire durant l’effondrement met en évidence une décélération constante durant la phase de dissipation de l’effondrement que l’on modélise simplement sous la forme $d^2x_f/dt^2 = -\mu_{e|p}^l g$ (non montré ici, cf. Degaetano *et al.*, 2013, [DLP2013](#)). Contrairement à précédemment où $\mu_{e|p}$ représentait un coefficient global sur l’ensemble du système granulaire estimé sur la géométrie du dépôt final et donc basé sur des hypothèses fortes d’inertie négligeable, ici le coefficient de friction $\mu_{e|p}^l$ est associé à la dynamique de l’effondrement mais uniquement localement proche du front. L’évolution de ce coefficient en fonction de $\mathcal{V}^s/\mathcal{V}$ pour $Y_g^b(t=0)/Y_g(t=0) = 1$ et de $Y_g^b(t=0)/Y_g(t=0)$ pour $\mathcal{V}^s/\mathcal{V} = 0.5$ est représentée par les cercles sur la figure 3.5 (respectivement (a) et (b)). Le coefficient de friction effectif obtenu est bien du même ordre de grandeur que précédemment

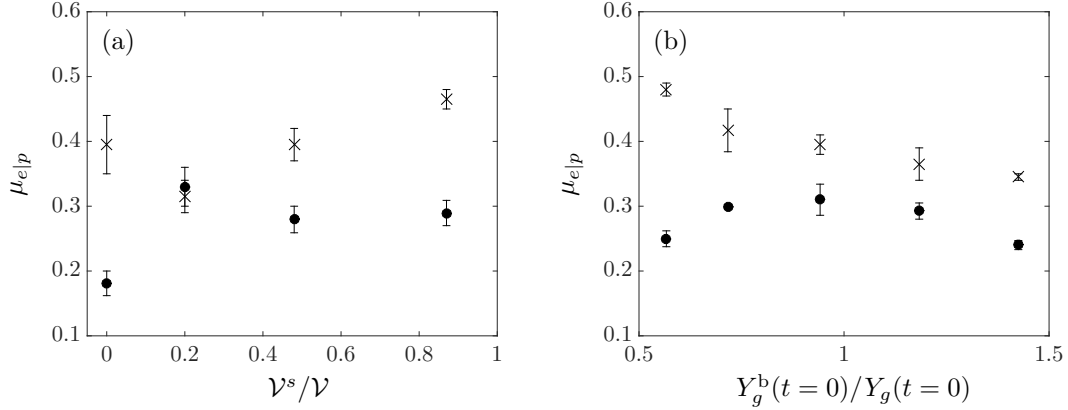


Figure 3.5 — Coefficient de friction granulaire effectif $\mu_{e|p}$ pour un milieu bidisperse en fonction de (a) la fraction volumique de petits grains $\mathcal{V}^s/\mathcal{V}$ pour une répartition initiale homogène et (b) la répartition verticale dans la colonne initiale quantifiée par la position adimensionnelle du centre de masse des gros grains $Y_g^b(t=0)/Y_g(t=0)$ pour $\mathcal{V}^s/\mathcal{V} = 0.5$. Les croix correspondent à une estimation du coefficient de friction $\mu_{e|p}$ sur une base géométrique du dépôt final selon le modèle (3.1). Les cercles correspondent à une estimation dynamique basée sur la décélération du front pendant l’effondrement (voir texte pour détail).

mais reste significativement différent et surtout met en évidence des tendances totalement différentes. En particulier, les situations les plus inertielles et associées à des étalements plus importants ($\mathcal{V}^s/\mathcal{V} = 0.2$ et $Y_g^b(t=0)/Y_g(t=0) = 1$ par exemple, figure 3.5(a)) donnent une estimation du coefficient $\mu_{e|p}$ associé à la dynamique du front plus grande que pour les autres cas. Cela indique donc, comme attendu, que la rhéologie d’un milieu granulaire est bien plus complexe qu’un modèle de friction constante $\mu_{e|p} = cte$ en espace et en temps; et ceci en particulier pour la configuration de l’effondrement. Ainsi l’inertie, rapportée au nombre I dans la littérature (MiDi, 2004) et qui dépend du temps et de l’espace dans la configuration de l’effondrement, doit être prise en compte pour mieux rendre compte de la dynamique globale. Ce point, qui va bien au-delà de la question de la polydispersité du milieu granulaire, sera abordé dans la section 3.4 pour un milieu granulaire monodisperse. Pour le cas discuté ici, ces évolutions du coefficient $\mu_{e|p}$ indiquent une réorganisation locale du milieu bidisperse proche du front induisant un frottement au fond différent selon les situations.

3.3 Milieu granulaire immergé

Nous abordons maintenant les mécanismes associés aux effets d’un fluide environnant.

La dynamique d’un écoulement granulaire gravitaire dans un fluide est fortement contrôlée par trois nombres sans dimension (r, St, ϕ_i) , avec $r = \sqrt{5\rho_s}/2\rho_f$ et $St = \sqrt{\rho_p(\rho_p - \rho_f)}gd^3/18\sqrt{2}\eta_f$, caractérisant respectivement le rapport de densité entre les deux phases et le rapport entre deux temps associés à l’inertie des grains et la dissipation du fluide, et ϕ_i la fraction volumique solide initiale (Cassar *et al.*, 2005, Iverson, 2005, Pailha & Pouliquen, 2009, Courrech du Pont *et al.*, 2003). L’influence de ϕ_i est principalement visible sur des configurations instationnaires, en particulier sur l’effet de dilataance lors de la mise en mouvement d’un milieu granulaire (Pailha & Pouliquen, 2009, Rondon *et al.*, 2011). A ϕ_i fixé ou de façon équivalente pour un écoulement stationnaire, l’influence du couple (r, St) se traduit par l’observation de 3 régimes d’écoulements : visqueux pour $St \ll 1$, inertiel pour $St \gg 1$ et $r < r_c$ et sec pour $St \gg 1$ et $r > r_c$. Il est à noter que la distinction entre ces deux derniers régimes – tous deux inertiels, le régime inertiel ne faisant référence qu’à l’inertie de l’écoulement fluide autour du grain –

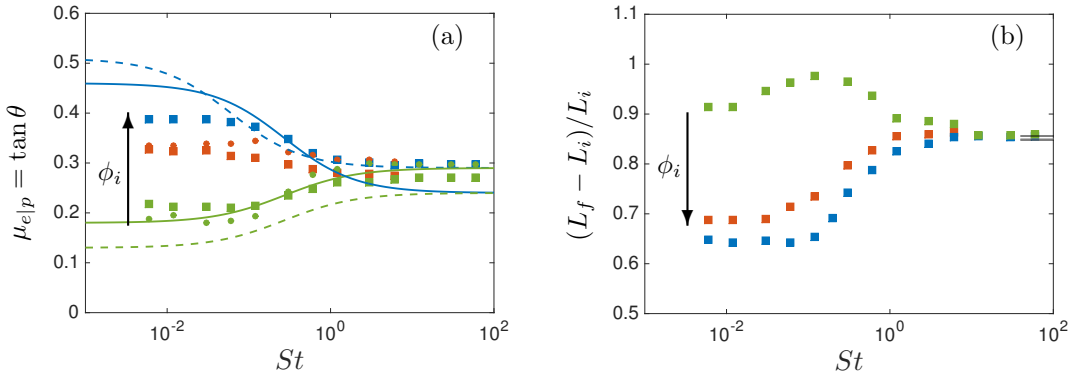


Figure 3.6 – Caractéristiques du dépôt final d'un effondrement granulaire résolu par simulation numérique (VANS/DEM) : (a) angle de dépôt θ et (b) longueur d'étalement adimensionnelle, en fonction de (St, ϕ_i) ($\phi_i = [0.57, 0.59, 0.63]$, [vert, rouge, bleu]). Les traits continus et discontinus sur la figure (a) sont obtenus par des modèles phénoménologiques simples eux même basés sur les modèles rhéologiques décrits dans la section 3.4.

n'est pas toujours évidente. En revanche, la transition entre un régime visqueux à faible St et un régime inertiel quel qu'il soit à grand St est plus claire (Trulsson *et al.*, 2012).

Dans le cas spécifique de l'effondrement granulaire immergé qui nous intéresse ici, et au delà du désormais classique rapport de forme a , seul l'effet de la fraction volumique initiale de la phase granulaire ϕ_i à faible St a été décrit dans la littérature par une approche expérimentale (Rondon *et al.*, 2011). Nous reportons ici l'analyse de l'influence du couple (St, ϕ_i) pour $(a, r) = (0.5, 2.5)$ fixé, basée sur une approche numérique ainsi que l'influence du couple (r, St) pour différents a à $\phi_i = 0.6$ fixé, par une approche expérimentale. Pour plus de détails sur la partie expérimentale, le lecteur peut se reporter à Bougouin & Lacaze (2018) [BL2018]. Une publication sur la partie numérique est en cours de révision et disponible sur demande [LBFI].

Dépôt final : ce qu'il nous dit sur les propriétés du milieu granulaire immergé.

L'étude numérique s'appuie sur la méthode VANS/DEM décrite dans la section 2.1 et dans la section 4.4.2. En gardant une vision simple d'un coefficient de friction effectif $\mu_{e|p}$ associé à un angle de dépôt final θ , nous reportons l'influence du couple (St, ϕ_i) sur $\mu_{e|p}$ pour $a = 0.5$ sur la figure 3.6(a). Ici, $r = 2.5$, qui correspond typiquement à du verre ou du sable dans de l'eau. Comme précédemment, la valeur de $\mu_{e|p} = \tan \theta$ évaluée donne une quantification de l'étalement de la colonne (un étalement important étant à associer à une faible valeur de $\mu_{e|p}$). Cet étalement est également quantifié par la longueur d'étalement adimensionnelle sur la figure 3.6(b). Encore une fois, nous savons qu'une telle évaluation de $\mu_{e|p}$ ne tient pas compte de l'inertie du système pouvant amener à une mauvaise interprétation de ce coefficient (section 3.2). Ceci dit, le couple (St, ϕ_i) a clairement une influence sur le dépôt granulaire et sa longueur d'étalement, quelque soit l'interprétation de l'angle de dépôt.

À grand St , les solutions convergent sensiblement vers la même valeur, quelque soit ϕ_i . Nous montrons donc que l'influence de ϕ_i est faible pour une situation inertielle. Cette observation est à mettre en regard de conclusions similaires tirées pour un milieu granulaire sec, pour lesquelles l'influence de ϕ_i est souvent négligée, même si quelques effets ont été identifiés (Daerr & Douady, 1999). Cette analogie inertiel-sec explique à nouveau la distinction difficile entre ces deux régimes.

En revanche, lorsque St décroît, la transition vers le régime visqueux indique une influence croissante de ϕ_i sur l'état final, en accord avec les résultats expérimentaux de Rondon *et al.* (2011). Plus

remarquablement, comparé à l'unique état final à grand St , modifier ϕ_i à faible St peut avoir un effet moteur sur ou être un frein à l'étalement. Cela entraîne une différenciation significative de l'état du dépôt final à faible St . Nous noterons que dans cette limite St faible, la valeur mesurée de $\mu_{e|p}$ n'intègre plus d'inertie, et deviendrait donc plus probablement une mesure objective d'un terme de friction du milieu effectif. Pourtant, rien n'indique que l'angle de repos d'un milieu granulaire donné varie avec les propriétés du fluide interstitiel, puisque associé aux propriétés de contact solide entre grains. Mais effectivement, inertie ou pas, $\mu_{e|p}$ tel que défini ici est issu de l'histoire complète de l'effondrement. Il inclut donc une signature dynamique. Que cela signifie-t-il ici ?

Cela montre que l'état initial, ϕ_i , influence la dynamique du système à St donné (effectivement vérifiée et non montrée ici), menant à une interaction interne du milieu granulaire durant la dynamique du système a priori différente. On peut en particulier noter que le fluide interstitiel pourrait, selon les cas, limiter les contacts entre grains (lubrification dans le cas limite). Durant une telle phase, le milieu pourrait presque être vu comme une suspension sans contact, assimilable à un fluide newtonien. Dans un cas limite, la valeur de $\mu_{e|p}$ pourrait tendre vers 0. Cette situation extrême n'est jamais observée car (i) le contact solide (de particules rugueuses dans les expériences ou par régularisation des interactions fluides de lubrification dans les simulations, comme discuté dans la section 2.2), finit toujours par se produire, même sur des temps longs, et (ii) le coefficient $\mu_{e|p}$ contient également un terme dynamique qui peut être affecté par la structuration du milieu granulaire. Le phénomène de lubrification des contacts est d'autant plus probable d'être observé pour une situation lâche, faible ϕ_i , pour laquelle l'état initial des contacts solides est fragile et le système est le moins contraint par un blocage géométrique. C'est effectivement en accord avec l'effet moteur sur l'effondrement observé sur la figure 3.6 à faible ϕ_i . Lorsque ϕ_i augmente, le système sera d'autant plus sensible aux contacts solides et à la géométrie interne, et ceci éventuellement tout au long de la dynamique. Nous pouvons atteindre alors un écoulement d'un système dominé à tout instant par le coefficient de friction à l'échelle du contact, ainsi que par la contribution d'une friction effective associée à l'agencement du milieu granulaire. Dans ce cas, au contraire, il est probable que $\mu_{e|p}$ représente bien un coefficient associé uniquement au frottement granulaire sensiblement similaire tout au long de l'effondrement. Ainsi, pour ϕ_i proche de l'empilement maximal, il est possible de tendre vers l'angle de repos d'un milieu granulaire sec, qui serait ici de l'ordre de $\mu_{e|p} \approx 0.4$, valeur qui semble effectivement tout à fait raisonnable pour des particules sphériques monodisperses avec un coefficient de friction microscopique choisi ici.

Il est possible d'aller un tout petit peu plus loin sur l'analyse de ces dépôts fins à partir de la connaissance de la dynamique de l'effondrement, ainsi que de la rhéologie du milieu. A partir de cela, des modèles prédictifs simples permettent de décrire l'état final en fonction de ϕ_i (lignes dans la figure 3.6(a)). Ces modèles décrits dans [LBF1] nécessitent une meilleure description de la rhéologie du milieu granulaire, bien au delà des descriptions moyennes données jusqu'ici. Ce point sera discuté dans la prochaine section.

Temps caractéristiques : vers un diagramme de transitions de régime.

Un autre point qui reste en suspens est la distinction entre régime inertiel et régime sec dans l'espace (r, St) . De manière générale, peut-on identifier les différents régimes d'écoulement granulaire immergé mentionnés précédemment dans la configuration instationnaire de l'effondrement ?

Pour cela, nous nous basons sur les résultats issus d'une étude expérimentale de laboratoire réalisée à $\phi_i = 0.6$ fixé (voir également la section 3.5.2 et l'Annexe B.3). Ici, un indicateur permettant de caractériser le régime dynamique de l'écoulement est le temps nécessaire au milieu granulaire pour atteindre son dépôt final, i.e. t_f . Comparé aux différents temps caractéristiques pour un écoulement visqueux T_v , un écoulement inertiel T_i et un écoulement sec T_s , nous pouvons donc établir le régime d'écoulement. Ces temps sont définis ici comme le temps nécessaire pour un grain de chuter par gravité sur une longueur caractéristique de la dimension du système, choisie ici comme la hauteur initiale H_i . Ainsi, ce qui différencie ces temps est la force de traînée fluide appliquée en fonction du régime considéré, celle-ci étant nulle pour le cas sec. Ainsi le régime auquel appartient un effondrement donné

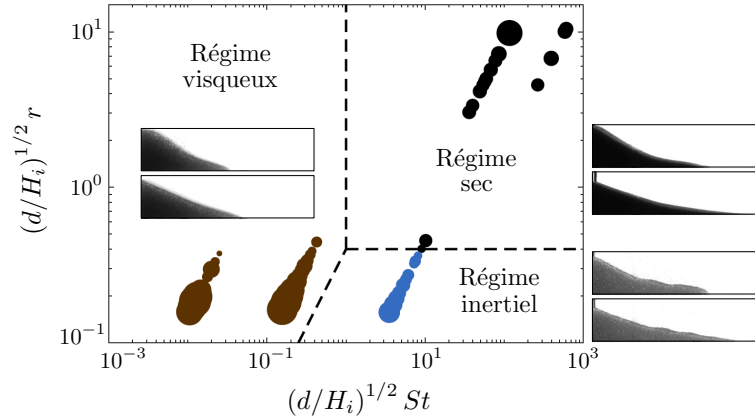


Figure 3.7 – Régimes d’écoulements granulaires dans le plan $(\sqrt{d/H_i} r, \sqrt{d/H_i} St)$, obtenus à partir d’analyses de données expérimentales d’effondrements granulaires [BL2018].

est défini par $\min(t_f/T_v, t_f/T_i, t_f/T_s)^1$, respectivement (marron, bleu, noir) sur la figure 3.7.

Rappelons que (r, St) sont souvent considérés dans la littérature comme les paramètres pertinents pour définir les régimes d’écoulement granulaire immergé. Il sont également définis comme des rapports de temps à l’échelle de la particule. Plus spécifiquement, il s’agit respectivement du temps que met une particule pour atteindre sa vitesse limite pour une trainée inertielle T_i^d et le même temps pour une trainée visqueuse T_v^d , et ce par unité de temps que mettrait une particule à se déplacer sur son propre diamètre d dans une situation où la trainée est négligeable T_s^d (cas sec). Effectivement, pour $St \ll 1$, on anticipe une dynamique contrôlée par la viscosité du fluide interstitiel et à $r \ll 1$ une dynamique contrôlée par l’interaction entre la particule et le fluide interstitiel également mais qui dans ce cas a une dynamique dominée par l’inertie. On notera que $r \ll 1$ tend plus de la particule solide légère que d’un milieu granulaire classique. En revanche, le temps T_s^d construit ici est basé sur l’idée que l’on compare ces temps entre deux contacts successifs d’un grain solide, qui dans le cas granulaire dense se produit globalement sur une distance de l’ordre de d .

Dans le cas de l’effondrement, une invariance de régime à (r, St) donné signifierait que le régime d’écoulement serait inchangé quelque soit H_i à la condition que les propriétés du grain et du fluide soient les mêmes. Nous observons pourtant clairement un effet de H_i , pas uniquement sur la longueur d’étalement à travers a mais également sur la structure de l’écoulement et des formes de dépôts associées (voir figure 3.7 par exemple). Cela tient du fait que dans les premiers instants d’effondrement, la colonne de grains peut avoir une phase de chute libre, particulièrement à grand H_i , qui se traduit par une énergie cinétique purement verticale de la colonne (Lacaze & Kerswell, 2009, Staron & Hinch, 2005). Lors de cette phase, tous les grains bougent en bloc et donc la distance d entre contacts ne semble plus pertinente. Ici, probablement la distance parcourue entre contacts est plus de l’ordre de H_i . Ainsi, le temps sec pertinent pour définir les nombres sans dimension est $\sqrt{H_i/d} T_s^d$, et donc l’espace des paramètres sans dimension pertinent devient $(\sqrt{d/H_i} r, \sqrt{d/H_i} St)$. Les régimes obtenus par l’estimateur décrit précédemment sont indiqués en couleur dans ce nouveau diagramme $(\sqrt{d/H_i} r, \sqrt{d/H_i} St)$ sur la figure 3.7. Un point effectivement remarquable : sur cette figure, 5 séries de points peuvent être distinguées (chaque série étant alignée sur une droite inclinée), chacune desquelles correspond à une valeur (r, St) , i.e. pour des propriétés de fluide et de particules identiques. Ce qui différencie chaque expérience dans une série est la hauteur H_i . Pour 4 séries, toutes les expériences appartiennent à un même régime

1. Plus précisément, un temps de déclenchement de l’effondrement (trigger time t_T) est retranché du temps final t_f pour définir cet indicateur. t_T est le temps nécessaire à la décompaction du milieu granulaire dans son état initial pour s’écouler, particulièrement pour ϕ_i proche de la compaction maximale du milieu (Rondon *et al.*, 2011).

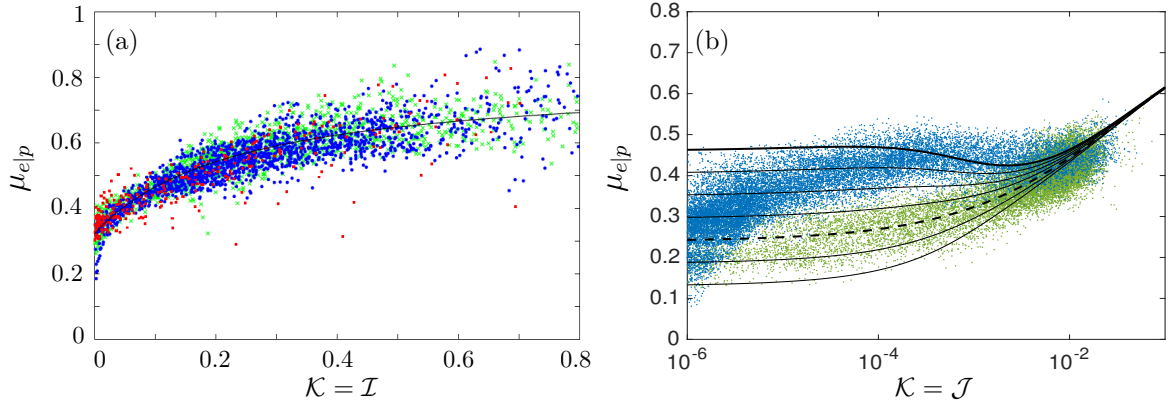


Figure 3.8 — Friction effective $\mu_{e|p}$ fonction du nombre inertiel \mathcal{K} pour des effondrements secs (a) et des effondrements immergés (b) ($\phi_i = 0.57$ vert et $\phi_i = 0.63$ bleu). Les lignes continues et discontinues correspondent au modèle (3.4) tenant compte d'un terme de dilatance (uniquement observable sur la figure (b)).

(visqueux et sec). En revanche, pour une situation, on observe que la série passe d'un régime sec à un régime inertiel, la seule distinction étant bel et bien la hauteur initiale H_i , ou plus précisément le rapport H_i/d .

3.4 Rhéologie des milieux granulaires

La rhéologie des suspensions granulaires denses a suscité une certaine émulsion dans la communauté de la physique ces dernières décennies (Guazzelli & Pouliquen, 2018). Dans le cas d'un écoulement d'un milieu granulaire lourd induit par gravité, la contribution frictionnelle de la rhéologie (i.e. de la phase solide) se base sur un modèle de Coulomb, reliant la contrainte de cisaillement granulaire τ_p à la pression granulaire P_p par un coefficient de friction effectif $\mu_{e|p}$, déjà mentionné précédemment, sous la simple forme $\tau_p = \mu_{e|p} P_p$.

Pour le cas d'un milieu granulaire sec, il a été montré, en quatre étapes, que la friction effective est principalement fonction d'un nombre inertiel² \mathcal{I} , i.e. $\mu_{e|p}(\mathcal{I})$ (Ancy *et al.*, 1999, Da Cruz *et al.*, 2005, Savage & Hutter, 1989), qu'un modèle pouvait être proposé à partir de résultats expérimentaux (Jop *et al.*, 2006, MiDi, 2004), que cette rhéologie granulaire pouvait être décrite comme un fluide visco-plastique équivalent sous la forme d'une viscosité granulaire $\eta_{e|p} = \mu_{e|p} P_p / \dot{\gamma}_p$, avec $\dot{\gamma}_p$ le taux de cisaillement solide (Jop *et al.*, 2006), et que ces modèles étaient pertinents pour des configurations 3D instationnaires (Lacaze & Kerswell, 2009, Annexe B.2). Bien sûr le passage d'une rhéologie type Coulomb à un fluide viscosoplastique est trivial pour un cisaillement 1D, mais il a été montré que cette définition reste pertinente pour des configurations plus complexes, pour lesquelles les normes de tenseurs τ_p et $\dot{\gamma}$ sont utilisées, et la viscosité reste scalaire. Ce dernier point est évidemment intéressant pour la modélisation et la prédiction des écoulements granulaires par des approches numériques fluides (Lagrée *et al.*, 2011).

Pour la suite, nous discutons cette partie de la physique des milieux granulaires pour des conditions sèches ou immergées dans la configuration de l'effondrement afin d'en extraire des modèles plus pertinents que l'analyse simple proposée dans le paragraphe précédent, pouvant mener à une mauvaise interprétation du coefficient $\mu_{e|p}$. A partir de là, les modèles prédictifs peuvent être envisagés.

2. inertie au sens granulaire ici

En se basant sur les travaux de Jop *et al.* (2006), Pailha & Pouliquen (2009), Roux & Radjai (1998), Trulsson *et al.* (2012), nous définissons le modèle rhéologique de la façon suivante

$$\mu_{e|p} = \mu_c + \frac{\Delta\mu}{\sqrt{\mathcal{K}_0/\mathcal{K} + 1}} + b \left(\phi - \phi_c + a\sqrt{\mathcal{K}} \right), \quad (3.4)$$

où a , b , ϕ_c , μ_c , $\Delta\mu$, \mathcal{K}_0 devraient être constantes pour des propriétés de grains données.

Effondrement sec : rhéologie à l'équilibre.

Les deux premiers termes de l'expression (3.4) représentent la contribution frictionnelle dite à l'équilibre. Ils correspondent à la forme maintenant classique pour un écoulement granulaire dense stationnaire, nommé dans la littérature $\mu - \mathcal{I}$. Ici l'extension à la représentation par un nombre inertiel \mathcal{K} défini comme

$$\mathcal{K} = \mathcal{J} + \beta \mathcal{I}^2, \text{ avec } \begin{cases} \mathcal{J} = \frac{\eta \|\dot{\gamma}_p\|}{P_p} \\ \mathcal{I} = \frac{\|\dot{\gamma}_p\| d}{\sqrt{P_p/\rho_p}} \end{cases}, \quad (3.5)$$

avec β une constante ≈ 0.65 (Trulsson *et al.*, 2012). Il est à noter que ces nombres \mathcal{I} , \mathcal{J} , \mathcal{K} correspondent au rapport d'un temps microscopique associé à la réorganisation locale du milieu sous une pression P_p et un temps macoscopique associé au cisaillement du milieu.

Cette contribution à l'équilibre est celle qui a été décrite pour de nombreux écoulements granulaires secs, en particulier stationnaires. Elle est également la contribution qui ressort dominante pour le cas d'un effondrement sec (figure 3.8(a) et pour plus de détails dans Lacaze & Kerswell, 2009, [LK2009](#)). Sur cette figure, chaque point est extrait localement dans le milieu granulaire à un instant donné lors de l'effondrement, ici pour différentes valeurs de a (différentes couleurs). La contribution à l'équilibre du modèle (3.4) montre effectivement sa pertinence pour décrire cette configuration instationnaire au moins pour un régime sec (ligne continue).

Effondrement immergé : rhéologie hors équilibre.

Le dernier terme de l'expression (3.4) correspond à un effet sur la friction induit par la compressibilité du milieu granulaire (compaction/dilatance), i.e. sur la structuration interne du milieu, et représente plus exactement un écart à la fraction volumique d'équilibre à \mathcal{K} donné. Il est à attribuer ici à la composante instationnaire de l'effondrement. Evidemment, une contribution significative de ce terme peut être attendue ici pour expliquer les différents dépôts observés à différents ϕ_i , reportés précédemment.

La difficulté est donc que la rhéologie du milieu dépend de l'agencement local à travers sa fraction volumique. Nous proposons dans la suite de voir les choses de façon simplifiée pour essayer d'extraire un modèle rhéologique qui ne reste fonction que de \mathcal{K} , sans connaissance a priori de l'évolution de ϕ qui est elle même fonction de la dynamique de l'écoulement. Pour cela, on notera que ce terme peut se mettre sous la forme (par conservation de la masse)

$$b \left(\phi - \phi_c + a\sqrt{\mathcal{K}} \right) = -\frac{1}{\phi} \frac{D\phi}{Dt} \dot{\gamma}^{-1} = -\frac{1}{\phi} \frac{D\phi}{D\tilde{t}} \mathcal{K}^{-1}, \quad (3.6)$$

où le temps est mis sous forme adimensionnelle \tilde{t} par un temps microscopique de réorganisation du milieu granulaire (celui utilisé pour définir \mathcal{K}). Cela semble consistant avec l'idée que la dilatance/compaction du milieu granulaire se passe effectivement sur un temps caractéristique similaire à celui dit de réorganisation microscopique utilisé pour définir les nombres inertiels. Dans ce cas $\phi^{-1} D\phi/D\tilde{t} \sim \mathcal{O}(1)$. De plus, on cherche une solution qui soit régulière pour $\mathcal{K} \rightarrow 0$. Cette limite est susceptible d'être atteinte pour deux instants, l'instant initial $t = 0$ et l'instant final du dépôt t_f . L'hypothèse forte (et probablement très discutable) pour fermer ce problème est donc de supposer, pour la configuration qui nous intéresse, que l'on a $\phi(\mathcal{K} \rightarrow 0, t \rightarrow \{0, t_f\}) \rightarrow \{\phi_i, \phi_c\}$, i.e. qu'il existe deux états possibles du

milieu granulaire pour $\mathcal{K} \rightarrow 0$ selon que l'on s'intéresse à l'initiation de l'effondrement ou à la phase d'arrêt vers le dépôt.

Dans ce cadre, on propose

$$\mu_{e|p} = \mu_c + \frac{\Delta\mu}{\sqrt{\mathcal{K}_0/\mathcal{K} + 1}} + \frac{b(\{\phi_i, \phi_c\} - \phi_c)\mathcal{K}_1}{\mathcal{K} + \mathcal{K}_1}, \quad (3.7)$$

avec $\mathcal{K}_1 \ll 1$ choisi ici pour modèle simple de régularisation de la solution à $\mathcal{K} = 0$. Ce modèle indique donc une influence du terme de dilatance à faible \mathcal{K} qui deviendrait sensiblement négligeable pour $\mathcal{K} > \mathcal{K}_1$. Nous appuyons ici la pertinence de ce modèle sur la rhéologie extraite d'effondrements immergés en régime visqueux, $St = 6 \cdot 10^{-3}$, pour $\phi_i = 0.57$ et $\phi_i = 0.63$ (respectivement points verts et bleus sur la figure 3.8(b)). Ici le modèle (3.7) est tracé pour $\{\phi_i, \phi_c\} = \phi_i \in [0.57 : 0.01 : 0.63]$ (trait continu) et pour $\{\phi_i, \phi_c\} = \phi_c$ (trait discontinu).

On notera que ce modèle permet effectivement de rendre compte de l'influence de ϕ_i sur $\mu_{e|p}$ à faible \mathcal{K} , mais ceci uniquement jusqu'à un certain point, i.e. $\mathcal{K} > 10^{-4}$ au moins pour le cas dense $\phi_i = 0.63$ (figure 3.8(b)). Pour $\mathcal{K} < 10^{-4}$, la représentation de la rhéologie par un modèle frictionnel d'écoulement granulaire dense n'est probablement plus pertinente. On remarquera que le cas lâche $\phi = 0.57$ semble mieux décrit par la rhéologie à l'équilibre, i.e. $\phi = \phi_c$ pendant l'effondrement. En fait, une analyse plus approfondie montre que les phases d'initiation $\phi = \phi_i$ pour $t \rightarrow 0$ et d'arrêt $\phi = \phi_c$ pour $t \rightarrow t_f$ sont effectivement obtenues pour la rhéologie quelque soit ϕ_i mais que le temps passé dans chaque phase est très différente. Ainsi, le cas dense est effectivement dominé par une dynamique lors de laquelle la friction du milieu est plus importante que celle d'équilibre, entraînant un dépôt plus court. C'est sensiblement l'inverse pour le cas lâche mais dans une moindre mesure. Enfin, ces modèles rhéologiques permettent d'aboutir aux modèles phénoménologiques décrits sur la figure 3.6(a) (courbes en traits continus et discontinus).

3.5 Projets Encadrés

3.5.1 Thèse Edouard Izard

2014–2017 : COENCADREMENT – THOMAS BONOMETTI, OLIVIER EIFF

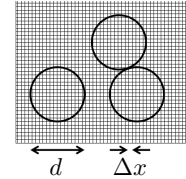
FINANCEMENT : CONTRAT DOCTORAL ÉTABLISSEMENT

TITRE : Modélisation numérique des écoulements granulaires denses immergés dans un fluide. [[ThèseIzard2014](#)]

Fondée sur un objectif de modélisation des avalanches granulaires immergées, la thèse s'appuie sur le développement et l'utilisation d'outils numériques. En particulier, les codes DEM et IBM décrits précédemment ont été développés durant ces travaux.

MODÈLE MICROSCOPIQUE IBM/DEM [[IBL2014\(a\)](#)]

La modélisation numérique des écoulements granulaires denses immergés est faite ici à l'échelle microscopique pour une méthode couplée IBM/DEM. La phase fluide est résolue en tout point d'un maillage cartésien de taille de maille caractéristique Δx plus petite que la taille d'un grain de diamètre d . Dans le grain, une force de volume, dite force IBM \mathbf{f}_j^{ibm} pour chaque grain indicé j , est ajoutée aux équations classiques du fluide pour tenir compte de la présence de la particule. Plus spécifiquement, cette force assure que la vitesse en lieu et place du grain résolue sur le maillage régulier est effectivement la vitesse locale du grain j . Cette vitesse du grain j est quant à elle déterminée par une méthode lagrangienne DEM. Pour cette dernière, les forces appliquées sur chaque particule j intègre la contribution liée au fluide $-\mathbf{F}_j^h$ intégrale sur le volume de la particule de la contribution fluide obtenue par la méthode IBM – et les contributions liées aux grains k en contact avec le grain $j - \sum_{k \neq j} \mathbf{F}_{kj}^c$. Les équations, respectivement de Navier-Stokes et de Newton,



associées s'écrivent :

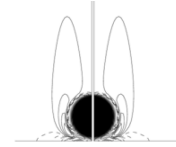
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0; \quad \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_f} \nabla p + \frac{1}{\rho_f} \nabla \cdot [\eta (\nabla \mathbf{u} + {}^t \nabla \mathbf{u})] + \frac{1}{\rho_f} \mathbf{f}_j^{ibm} \quad j \in [1, N_p], \quad (3.8)$$

$$m_j \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = m_j \mathbf{g} + \mathbf{F}_j^h + \sum_{k \neq j} \mathbf{F}_{kj}^c. \quad (3.9)$$

La contribution de rotation doit également être résolue, elle n'est pas donnée ici par souci de simplicité et de concision (voir [BBLT2014], [IBL2014(a)] et [IBL2014(b)] pour les détails). La résolution de ces équations est faite par les codes communautaires de l'IMFT, JADIM et GraDyM, pour les phases fluides et granulaires respectivement. Le détail pour les schémas de résolution peut être trouvé dans [ThèseIzard2014].

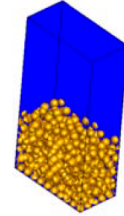
REBOND D'UNE PARTICULE SOLIDE [IBL2014(a) en Annexe B.1]

Une partie des résultats obtenus dans cette partie a été utilisée pour la discussion de la section 2.2 (figure 2.5(b.2)). Pour un rebond d'une particule solide dans un liquide, nous avons montré que l'approche de modélisation IBM permet de décrire une grande partie de la dynamique, au moins jusqu'à l'échelle de l'état de surface d'une particule réelle, et donc de la description hydrodynamique à cette échelle. Le coefficient effectif de restitution associé au rebond immergé obtenu par cette méthode numérique est en accord avec les résultats expérimentaux. Sa modélisation par une approche théorique de grain rugueux indéformable semble pertinente pour expliquer son évolution avec St (voir section 2.2 et en particulier la figure 2.7).



AVALANCHE GRANULAIRE [IBL2014(b)]

L'extension de l'utilisation de ces méthodes numériques, vers la description d'un écoulement granulaire gravitaire, i.e. dans une situation multi-contact, a été faite en se focalisant dans un premier temps sur une situation d'écoulement stationnaire sur plan incliné. En s'appuyant sur les travaux expérimentaux de Courrech du Pont *et al.* (2003) et Cassar *et al.* (2005), ces travaux numériques ont permis d'identifier les différents régimes d'écoulements dans le diagramme (r, St) , discutés précédemment. Plus particulièrement, les régimes peuvent être distingués par une analyse globale de l'écoulement (flux granulaire ici) mais également par une quantification des forces mises en jeu (trainée visqueuse, trainée inertielle et contacts solides). Le cas instationnaire d'effondrement a été initié en fin de thèse pour montrer la capacité de la méthode de capturer l'effet de pression de pore induit par la dilatance du milieu granulaire. Ces travaux préliminaires ont été un des points d'initiation des discussions proposées dans ce chapitre (section 3.3).



3.5.2 Thèse Alexis Bougouin

2014–2017 : COENCADREMENT – THOMAS BONOMETTI, DOMINIQUE ASTRUC.

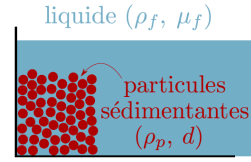
FINANCEMENT : AGENCE FRANÇAISE POUR LA BIODIVERSITÉ.

THÉMATIQUE GÉNÉRALE : Etude expérimentale de l'effondrement d'une colonne fluide-grains. [ThèseBougouin2017]

Ancrée dans un des axes de suivi de la continuité écologique des cours d'eau de l'Agence Française pour le Biodiversité, cette thèse s'appuie sur des études expérimentales de laboratoire. Ces travaux expérimentaux sont destinés à proposer une première phase de caractérisation de la remise en mouvement d'un dépôt sédimentaire lors d'une chasse de barrage, en s'appuyant sur des systèmes fluide-particules variés. Une approche de physique des écoulements de fluides complexes induits par une rupture de barrage a été adoptée. Elle se divise en trois parties, associées à la nature du milieu considéré.

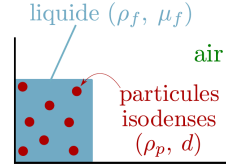
MILIEU GRANULAIRE IMMERGÉ [BL2018 en Annexe B.3]

Une partie des résultats obtenus dans cette partie de la thèse a été utilisée pour discuter la dynamique de l'effondrement granulaire dans les sections 3.1 (figures 3.2(b.2) et 3.3(a)) et 3.3 (figure 3.7). Au delà de ces résultats sur la physique de l'effondrement, des modèles phénoménologiques sur la prédiction du dépôt final ont été proposés. Ces modèles sont destinés à proposer une première étape vers une extension de l'utilisation de ces études pour des applications géophysiques.



SUSPENSION ISO-DENSE [BLB2017]

Dans le cas de l'effondrement d'une suspension granulaire iso-dense, i.e. lorsque le courant gravitaire est composé d'un liquide chargé en particules solides de même masse volumique et évolue dans l'air $\rho_p = \rho_f$, le système n'atteint pas un dépôt statique caractéristique de l'effondrement granulaire, comme précédemment. En effet, le dépôt d'un milieu granulaire nécessite une composante de pression induite par le poids des grains. Dans le cas d'une suspension iso-dense, cette composante est annulée par la flottabilité induite par le fluide. Le système évolue, a priori, sur des distances beaucoup plus grandes jusqu'à son arrêt lorsque les forces capillaires deviennent dominantes au niveau du front, i.e. pour un courant de quelques millimètres d'épaisseur. Qu'en est-il de la dynamique du courant avant cette dernière phase capillaire ? Si elle ne suit pas les caractéristiques de l'effondrement granulaire, peut-on la comparer à l'évolution d'un front liquide newtonien ? Pour toute fraction volumique en particule ϕ_i ?

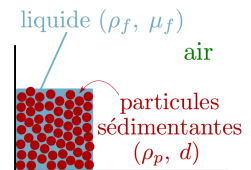


Dans l'approximation de lubrification, la solution du problème peut s'écrire sous la forme d'une solution auto-similaire pour exprimer de façon analytique l'évolution du front au cours du temps. Cette loi peut se généraliser au cas d'un fluide non-newtonien dont la viscosité effective du milieu suit une loi de puissance de la forme $\eta_{eff} = K_{eff} \dot{\gamma}^{m-1}$ avec η_{eff} la viscosité effective de la suspension, $\dot{\gamma}$ le cisaillement local, K_{eff} et m des constantes dépendantes de la nature du fluide. Ces modèles sont alors utilisés comme base d'un modèle inverse pour déduire les paramètres rhéologiques apparents de la suspension en suivant l'évolution du front au cours du temps. Les résultats obtenus montrent que ce modèle de loi de puissance semble être un excellent modèle pour décrire l'évolution du courant à l'échelle mésoscopique, i.e. plus grande que la micro-échelle des particules. Les raisons de ce comportement non-newtonien proviennent de la dynamique à l'échelle de la particule mais nécessitent une investigation plus approfondie. Ce résultat semble prometteur quant au choix du modèle rhéologique choisi pour une modélisation prédictive grande échelle des écoulements de suspension solide.

Lorsque la fraction volumique ϕ_i dépasse une fraction critique $\phi_m \sim 58\%$ (valeur de divergence de la viscosité effective de la suspension), la colonne initiale s'effondre tout de même car le milieu ne peut supporter sa propre charge mais, dans ce cas, la suspension s'arrête sur une longueur finie comme pour un milieu granulaire lourd. Comme mentionné en début de section, cet état final de dépôt nécessite un terme de pression granulaire pour soutenir par friction le milieu, qui n'existe pas a priori dans le cas d'une suspension iso-dense. Ici, nous supposons que la seule contribution pouvant alors être à l'origine de cette pression granulaire et la pression capillaire à la surface libre du courant, qui dans une situation suffisamment compacte rétablit un réseau de contacts solides entre les particules et donc une pression granulaire.

MILIEU GRANULAIRE SATURÉ. [BLB2019]

Ces mêmes effets capillaires peuvent alors avoir un effet amplificateur sur la résistance à l'écoulement d'un milieu granulaire. Nous avons ainsi étendu la situation précédente d'une suspension dense autour de $\phi_i = 0.63$ au cas de grains lourds, i.e. $\rho_p > \rho_f$; autrement dit, une colonne granulaire saturée en liquide. Ici, il est possible d'atteindre un régime pour lequel la colonne initiale reste statique pour $t \rightarrow \infty$. Ce régime est vraisemblablement plus simple à obtenir à faible diamètre d de grains. Pour d suffisamment grand, la colonne initiale s'effondre.



Néanmoins différents régimes existent, d'une situation de fracturation partielle vers une effondrement granulaire classique (comme présenté tout au long de ce chapitre). Ces différents régimes sont contrôlés par deux nombres sans dimension faisant intervenir la tension de surface liquide-air σ : le rapport d/l_c avec $l_c = \sqrt{\sigma/\rho_f g}$ la longueur capillaire et le nombre de Bond $Bo = (\phi\rho_p + (1 - \phi)\rho_f)gH_i d/\sigma$.

3.6 Synthèse

Lors de l'effondrement d'une colonne de grains sur un plan horizontal, la géométrie du milieu reste structurée lors de sa chute par une forme qui semble répondre à certaines propriétés d'auto-similarité géométrique, soit triangulaire, soit trapézoïdale. Ainsi, le point d'arrêt de cette chute, ou dépôt, dépend de la dissipation par frottement ou de la dissipation du fluide environnant qui contrôlent donc la longueur d'étalement d'effondrement (grandeur d'intérêt pour les applications géophysiques).

Pour point de départ, ce point d'arrêt ne peut être plus court que celui imposé géométriquement par le critère de Coulomb, imposant la pente maximale de talus finale. Ce résultat est effectivement obtenu à faible rapport de forme initiale a ou pour une dissipation du fluide environnant importante, i.e. $St \ll 1$. En d'autres termes, lorsque l'inertie reste négligeable pendant toute la phase d'effondrement, le milieu granulaire tend tout simplement vers cet équilibre. On notera que cet angle d'équilibre dépend du milieu granulaire lui-même, comme par exemple la nature polydisperse du milieu ou des effets de tension de surface dans un cas multiphasique.

Quoi qu'il en soit, ce résultat ne tient plus hors de ces limites, par exemple à grand a . L'inertie devient importante, le point d'arrêt va alors au delà du critère précédent, l'angle final de talus est finalement plus petit que l'angle d'équilibre. Bien entendu, il existe en fait une infinité d'état final possible entre l'angle de dépôt nul (peut être quasi-nul pour des courants de turbidité) et l'angle d'équilibre du critère de Coulomb. De façon plus surprenante, nous observons également ce processus dans des configurations non inertielles $St \ll 1$, en particulier en présence d'un fluide environnant, lorsque la fraction volumique initiale de la colonne n'est pas trop dense $\phi_i \sim 0.57$. Dans ce cas, la phase fluide tend à lubrifier les contacts, modifiant alors la friction pendant l'effondrement et permettant alors au milieu de dépasser le point d'arrêt minimal.

Il n'en reste pas moins que la prédiction du point d'arrêt de l'effondrement reste extrêmement complexe car dépendant de l'histoire de l'effondrement, de son inertie et de sa friction. Il est alors nécessaire d'envisager la prédiction de ces effondrements par des modèles temporels intégrant le plus simplement possible les éléments clés de cette histoire. L'un d'entre eux est la rhéologie du milieu granulaire. On a montré que cette rhéologie suit bien les modèles type $\mu - \mathcal{I}$ pour le cas sec, avec une extension au modèle $\mu - \mathcal{K}$ pour décrire des situations immergées à différents St . En revanche, il est nécessaire d'y rajouter un modèle de dilatance pour pouvoir justifier des observations faites à faible St pour différents ϕ_i . Des modèles préliminaires ont été proposés dans ce chapitre mais restent encore à approfondir.

Chapitre 4

Transport sédimentaire et morphodynamique : du grain à la plage.



Photo : Yann Arthus Bertrand LA TERRE VUE DU CIEL.

Liens publications : [ACCERLTC2012](#), [CBBL2016](#), [QCL2020](#),

L'objectif des études présentées dans ce chapitre est une meilleure compréhension des phénomènes locaux, i.e. de l'échelle du grain à l'échelle des premières structures macroscopiques de surface, impliqués dans le transport sédimentaire. Des rivières aux littoraux, un lit granulaire immergé dans l'eau est mis en mouvement par un écoulement fluide au-dessus de celui-ci. Ces mêmes processus sont rencontrés dans le transport éolien des déserts. Le transport de matière induit par cette mise en mouvement participe à la redistribution des fonds érodables et donc d'une grande partie de la surface de notre planète. Il s'observe par le simple charriage sous l'effet d'une contrainte de cisaillement fluide, ou par saltation, suspension dans des régimes plus inertiels, et par l'évolution de structures macroscopiques à sa surface comme les rides et les dunes. Bien sûr, ces structures macroscopiques sont elles-même issues du processus de transport à l'échelle des grains tel que le charriage, et traduisent une non-homogénéité du transport sur une échelle grande devant le grain. Afin d'avancer dans la description physique du transport, nous cherchons ici à obtenir des mesures quantitatives fines de l'écoulement et de son interaction avec la phase solide à l'aide de méthodes numériques et expérimentales résolues à l'échelle du grain, en ne nous focalisant que sur le régime de charriage – régime souvent dominant dans les situations aquatiques –.

4.1 Description locale du transport

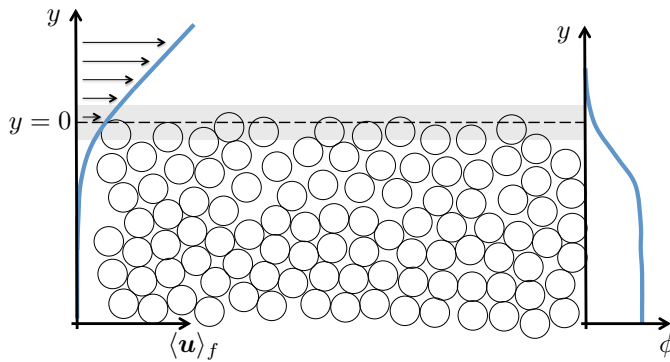


Figure 4.1 – Schématisation d'une configuration de transport sédimentaire homogène et stationnaire. La zone grise correspond à l'incertitude de la position de la surface du lit granulaire.

La configuration schématique et générique de transport sédimentaire comme nous l'entendrons dans la suite est présentée sur la figure 4.1 : un lit granulaire est cisailé à sa surface par un écoulement fluide. Le cisaillement de la phase fluide sous forme adimensionnelle correspond au nombre de Shields θ_d . Il sera exprimé comme $\theta_d = \eta_f \dot{\gamma} / [(\rho_p - \rho_f)gd]$. Ici $\dot{\gamma}$ quantifie le taux de cisaillement fluide à la surface du lit, et donc θ_d la contrainte de cisaillement fluide par unité de poids effectif des grains à la surface du lit, comme souvent exprimé dans la littérature¹. Cette définition mène d'ores et déjà à certaines ambiguïtés et surtout difficultés comme (i) la définition de la surface de lit pour ce milieu

1. Cette définition de θ_d est généralement rattachée à un écoulement visqueux, ou laminaire. On retrouvera souvent dans la littérature une définition faisant plutôt intervenir la contrainte turbulente $\tau = \rho u_*^2$ avec u_* la vitesse de frottement. Ce choix peut être fait pour deux raisons. D'abord, la turbulence de l'écoulement au-dessus du lit reste non négligeable à la surface du lit et n'est dissipée qu'à une certaine profondeur dans le lit sédimentaire. Cette situation est extrêmement inconfortable car elle rend la description du transport au moins aussi complexe que l'étude de la turbulence, dans ce cas en interaction avec une phase dispersée désordonnée. L'autre raison est la difficulté de mesurer le cisaillement proche du lit. Il est alors naturel d'extraire la contrainte sur le lit par extrapolation des contraintes turbulentes jusqu'à sa surface. Dans une configuration d'un écoulement homogène et stationnaire, cela semble adéquate, mais il sera nécessaire de prendre soin de cela autrement. Mais si le lit granulaire est transporté dans la sous-couche visqueuse de l'écoulement, les structures turbulentes étant rapidement dissipées proche du lit, la définition proposée dans le corps du texte semble pertinente (particulièrement adapté au charriage où les grains restent localisés au fond). Dans ce cas, nous chercherons plutôt à extraire la contrainte visqueuse proche du lit. Expérimentalement, cela demande une résolution de mesure extrêmement fine mais réalisable (cf. [ThèseQuibeuf2019]).

granulaire dispersé et dont la fraction volumique ϕ dépend de l'inertie (Cf. chapitre 3) et (ii) la mesure du cisaillement proche du lit. Quoi qu'il en soit, il a été montré dans de nombreuses études que le transport, quantifié à l'échelle mésoscopique par le flux granulaire q , est fortement contrôlé par θ_d . Le lien entre ces deux quantités semble effectivement intuitif, comme décrit dans la suite.

Pour comprendre ce mécanisme de transport, on considère une cellule de Couette 2D permettant de générer la situation de référence de la figure 4.1, le lit de grains étant déposé sur le fond de la cellule. On montre simplement que dans cette configuration, la contrainte de cisaillement totale $\langle \tau \rangle_f(y) + \langle \tau \rangle_p(y)$ est conservée sur toute la hauteur de la cellule. Ainsi, la contrainte de cisaillement fluide $\langle \tau \rangle_f$ imposée à la phase fluide par la paroi supérieure en mouvement est transmise à la phase granulaire sous la surface du lit. Selon le critère de Coulomb, le milieu est donc en mouvement si $\langle \tau \rangle_p(y) \geq \mu_c \langle P \rangle_p(y)$, où μ_c correspond à la valeur seuil définie dans le modèle (3.4). En notant que $\langle P \rangle_p(y) = -(\rho_p - \rho_f)gy$, $y = 0$ à la surface du lit, le mouvement est alors initié et concentré proche de la surface du lit où $\langle P \rangle_p$ est le plus faible. De plus, la plus petite échelle de pression granulaire à la surface du lit est celle associée à la taille du grain, i.e. $(\rho_p - \rho_f)gd$. Si l'on considère que l'intégralité de la contrainte est transmise du fluide aux grains dans le lit, alors le lit est en mouvement si $\langle \tau \rangle_f \geq \mu_c(\rho_p - \rho_f)gd$, i.e. $\theta_d \geq \mu_c$. On comprend donc que le mouvement granulaire q soit fonction de θ_d , et en fait probablement de θ_d/μ_c . Bien entendu, nous avons ici montré cela sur une configuration de cisaillement simple et pour un écoulement laminaire, mais le concept peut être appliqué à toute sorte d'écoulement cisaillé. En revanche, la nature de l'écoulement mènera à des relations entre q et θ_d différentes. C'est d'ailleurs ce qui est observé dans la littérature, où les écoulements laminaires et turbulents sont souvent dissociés. La relation précise $q(\theta_d)$ reste encore mal connue et de nombreux modèles ont été discutés dans la littérature. Nous ne nous attarderons pas plus sur ces différents modèles et renvoyons le lecteur à Charru *et al.* (2013) pour plus de détails.

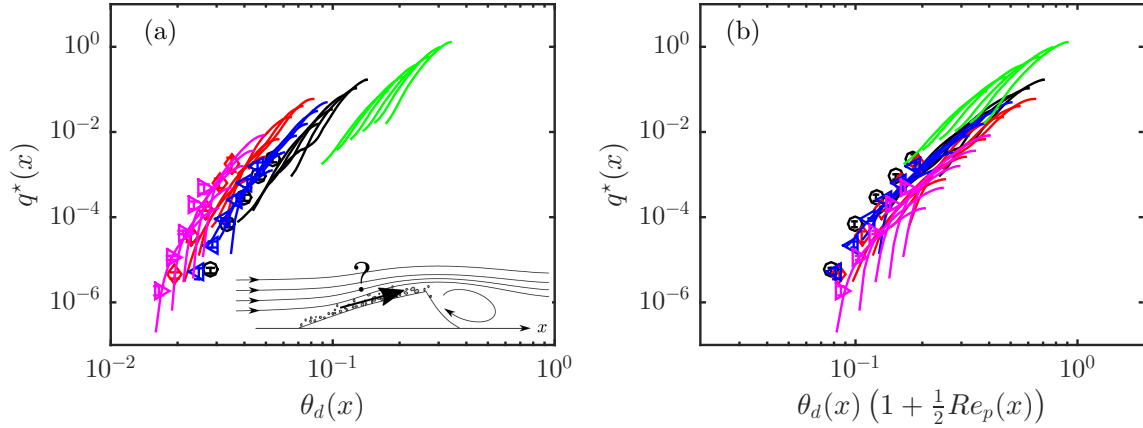


Figure 4.2 – Flux granulaire adimensionnel q^* fonction du nombre de Shields local θ_d (a) et d'une corrélation simple $\theta_d \left(1 + \frac{1}{2} Re_p\right)$ (permettant de superposer les différents cas) obtenus expérimentalement sur une dune barkhane. Chaque ligne correspond à une expérience. Pour référence, les symboles correspondent au transport obtenu sur un lit plat, pour les même jeux de paramètres.

Cette vision du transport est valable pour un écoulement, certes stationnaire mais également homogène dans la direction d'écoulement. Avant de construire plus en détail le lien entre flux et contrainte pour un écoulement stationnaire, homogène, dans la section suivante, nous apportons dans les lignes qui suivent quelques nouveaux résultats et une petite discussion sur une situation non-homogène type : le transport sur une dune barkhane [ThèseQuibeuf2019]. Ce transport est la source du déplacement macroscopique de la dune. La raison du lien entre le transport, l'équilibre de la forme de la dune et son

2. Ici $\langle \cdot \rangle$ réfère à des grandeurs à l'échelle mésoscopique, avec $\langle \cdot \rangle_f$ des moyennes sur la phase fluide et $\langle \cdot \rangle_p$ des moyennes sur la phase discrète particulaire.

déplacement à vitesse constante pour une gamme de paramètres donnée, reste encore inexpliquée. Une des principales difficultés est la quantification du transport dans cette configuration inhomogène. Ici, le cisaillement évolue du pied à la crête de la dune, soit $\theta_d = \theta_d(x)$, ceci en lien avec la forme même de la dune (voir schéma en insert de la figure 4.2(a)). Il est alors naturel de supposer que le débit granulaire est également fonction de la position de la dune, soit $q(x)$. Le transport reste stationnaire dans le référentiel lié à la dune mais devient inhomogène dans la direction de l'écoulement.

Afin de quantifier le transport dans cette situation inhomogène, des expériences sont réalisées sur un dispositif contrôlé de laboratoire. Des dunes centimétriques sont formées dans un canal en charge de 6 m de long. Les mesures sont réalisées par LDV et reconstruction topographique 3D pour extraire respectivement le cisaillement et le transport à la surface de la dune. Le débit granulaire adimensionnel $q^*(x) = 18\eta_f q(x) / \Delta\rho g d^3$ est tracé en fonction de $\theta_d(x)$ sur la figure 4.2(a) (chaque ligne correspond ici à une barkhane unique, les différents cas étant obtenus en variant les paramètres de contrôle). L'évolution locale du débit $q(x)$ montre donc une corrélation forte avec le cisaillement local $\theta_d(x)$, de façon similaire au cas homogène θ_d constant en temps et en espace (figure 4.1). La principale différence observée des solutions $q^*(\theta_d)$ pour les différents paramètres (courbes de différentes couleurs sur la figure 4.2(a)) peut être rattachée aux variations du nombre de Reynolds particulière Re_p , i.e. le régime d'écoulement à l'échelle du grain qui dans le cadre de cette étude varie dans la gamme $Re_p \in [4, 12]$. Il est alors possible de regrouper les courbes de débit sous une solution unique en tenant compte de l'influence de Re_p . Nous obtenons ici une évolution de la forme $q^*[\theta_d(1 + 1/2Re_p)]$ (figure 4.2(b))³. Ces résultats montrent, d'une part, la capacité de la méthode utilisée ici d'extraire une évolution $q^*(\theta_d, Re_p)$ de haute précision⁴, et d'autre part, la forte analogie entre ce transport inhomogène et celui prédit par une simple description homogène locale.

Au delà de la forte corrélation entre débit et cisaillement en chaque point de l'espace, l'inhomogénéité de l'écoulement le long de la dune peut pourtant engendrer un autre effet qui est le retard (en espace) du débit par rapport au cisaillement. Il s'agit d'un effet purement inertiel de l'ajustement spatial entre le cisaillement perçu par les grains et leur mouvement à l'équilibre avec ce cisaillement. En supposant cet écart faible, le développement linéaire de la fonction de débit autour de la solution établie (dénommée saturée dans la littérature) introduit une longueur de saturation L_{sat} , sous la forme $L_{sat} d_x q(x) = q_{sat}(x) - q(x)$, avec q_{sat} obtenu traditionnellement dans une configuration homogène. La principale difficulté pour extraire cette contribution du transport dans la situation actuelle est la valeur faible de L_{sat} dans le cas du transport aquatique (de l'ordre de quelques d), et donc la faible différence entre un débit nécessairement saturé q_{sat} sur un lit plat homogène pour différents θ_d et la courbe $q(\theta_d)$ le long d'une barkhane montrés sur la figure 4.2. Pour le moment encore flou au vu de ces résultats, cette question reste à approfondir et fera l'objet d'une analyse plus poussée. Des résultats préliminaires peuvent néanmoins être trouvés dans [ThèseQuibeuf2019].

Enfin, nous noterons que ces lois de transport nécessitent de connaître le cisaillement local adimensionnel θ_d , i.e. la dynamique fluide à la surface du lit. Cela reste une contrainte forte pour de nombreux modèles prédictifs, et le lien avec des paramètres de contrôle de l'écoulement seraient utiles. La description complète du transport granulaire, même dans une configuration idéalisée, comme discutée dans la section qui suit, reste donc une base de travail nécessaire.

4.2 Écoulement stationnaire : modélisation du transport par un écoulement cisailé

Nous allons dans cette section mettre sous structure plus formelle, la solution au problème générique de transport menant à une expression du flux granulaire q en fonction de θ_d .

Nous nous plaçons ici dans une situation idéalisée d'écoulement laminaire au-dessus d'un lit granulaire, par exemple dans la sous-couche visqueuse comme discuté précédemment. On notera que l'approche du

3. A noter que cette dépendance en Re_p reste pour le moment purement empirique et reste à préciser pour extraire une dépendance basée sur des arguments physiques.

4. au regard de la variabilité des courbes $q(\theta_d)$ trouvées dans la littérature.

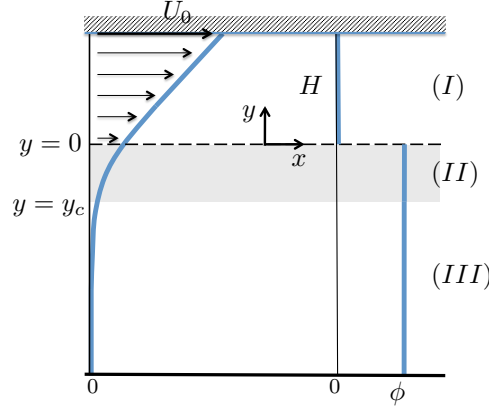


Figure 4.3 – Schématisation d'une configuration idéalisée de transport par un écoulement de Couette laminaire. La zone (I) est la couche de fluide, les zones (II) et (III) correspondent au lit granulaire, (II) étant la couche mobile. La solution analytique à ce problème est caractérisée par un seuil (4.6), une épaisseur de couche mobile (4.7) et un flux granulaire (4.8).

transport granulaire par un écoulement laminaire mène à des simplifications utiles pour la compréhension expérimentale et analytique du problème tout en gardant les mécanismes génériques au transport. Ces écoulements laminaires sont, du coup, souvent considérés dans la littérature pour extraire ces mécanismes (Aussillous *et al.*, 2013, Devauchelle *et al.*, 2007, Mouilleron *et al.*, 2009, Seizilles *et al.*, 2013).

Nous partons de la configuration géométrique présentée sur la figure 4.1. Ici l'écoulement cisailé est généré par une plaque horizontale à une position $y = H$ de vitesse horizontale imposée U_0 (figure 4.3). Nous présumons que l'écoulement diphasique fluide-particules peut être séparé en trois zones depuis la paroi supérieure vers le bas du lit granulaire : (I) une couche monophasique fluide, (II) une couche grains-fluide, les deux phases étant en mouvement et (III) une couche grains-fluide dans laquelle uniquement le fluide a une vitesse non-nulle. $y = 0$ à la surface du lit granulaire, i.e. à l'interface entre les zones (I) et (II). Nous cherchons la solution stationnaire d'un écoulement orienté dans la direction x dont les variables ne dépendent que de la coordonnée y dont l'axe est aligné avec la gravité (écoulement homogène en x).

Pour résoudre ce problème, nous partons de l'échelle mésoscopique, pour laquelle chaque phase est considérée comme continue. Nous écrivons donc un modèle d'équations diphasiques pour la phase fluide et la phase granulaire. A partir de Jackson (2000), on obtient

$$\begin{aligned}\frac{d\langle P \rangle_f}{dy} &= -nf_y - \rho_f g, \\ \frac{d\langle P \rangle_p}{dy} &= nf_y - \phi \rho_p g, \\ \frac{d\langle \tau \rangle_f}{dy} &= nf_x, \\ \frac{d\langle \tau \rangle_p}{dy} &= -nf_x, \\ \phi + \varepsilon &= 1.\end{aligned}$$

Les deux premières équations correspondent aux équations de la quantité de mouvement selon y pour la phase fluide et la phase granulaire respectivement, les deux suivantes aux équations selon x et enfin la conservation de la masse. Les termes (nf_x, nf_y) correspondent à la force d'interaction grains-fluide

dans chaque direction. Nous supposons dans la suite que cette force $n\mathbf{f}$ se réduit à la contribution de flottabilité et de trainée, alors ces mêmes équations s'écrivent

$$\begin{aligned}\frac{d\langle P \rangle_f}{dy} &= -\rho_f g, \\ \frac{d\langle P \rangle_p}{dy} &= -\phi(\rho_p - \rho_f)g, \\ \varepsilon \frac{d\langle \tau \rangle_f}{dy} &= F_D, \\ \frac{d\langle \tau \rangle_p}{dy} + \phi \frac{d\langle \tau \rangle_f}{dy} &= -F_D, \\ \phi + \varepsilon &= 1,\end{aligned}\tag{4.1}$$

avec F_D la force de trainée qui est non nulle uniquement dans la direction de l'écoulement x . Comme mentionné précédemment, définir θ_d nécessite de connaître a priori la solution en $y = 0$, nous partons donc des paramètres de contrôle pour définir une contribution caractéristique visqueuse $\eta_f U_0 / H$. Comme la pression granulaire et la contrainte de cisaillement fluide sont les éléments de contraintes clés dans le transport sédimentaire, nous choisissons $(\rho_p - \rho_f)gd$ comme échelle caractéristique de pression et $\eta_f U_0 / h$ comme échelle de contrainte de cisaillement. L'échelle de longueur caractéristique est prise comme étant H et celle de vitesse U_0 . Il est à noter que le fait d'avoir introduit d dans l'échelle de pression est un peu ambigu à l'échelle mésoscopique, à laquelle l'échelle du grain a normalement disparue. En revanche, l'échelle de longueur pertinente de variation de pression granulaire n'est pas a priori simple à anticiper. Nous gardons donc cette échelle pour le moment. Alors, la formulation adimensionnelle de (4.1) donne (toutes les variables dans la suite sont adimensionnelles, les mêmes notations sont gardées par souci de simplicité)

$$\begin{aligned}\frac{d\langle P \rangle_f}{dy} &= -\frac{\rho_f}{\rho_p - \rho_f} \frac{H}{d}, \\ \frac{d\langle P \rangle_p}{dy} &= -\phi \frac{H}{d}, \\ \varepsilon \frac{d\langle \tau \rangle_f}{dy} &= \tilde{F}_D, \\ \left(\frac{d\langle \tau \rangle_p}{dy} + \phi \Theta_d \frac{d\langle \tau \rangle_f}{dy} \right) &= -\Theta_d \tilde{F}_D, \\ \phi + \varepsilon &= 1,\end{aligned}\tag{4.2}$$

avec $\tilde{F}_D = H^2 F_D / [\eta_f U_0]$ et $\Theta_d = \eta_f U_0 / [H(\rho_p - \rho_f)gd]$. Il est à noter que Θ_d représente donc un nombre de Shields de contrôle qui ne nécessite pas la connaissance a priori de la structure de l'écoulement.

Le système d'équations (4.2) n'est pas nécessairement simple à résoudre dans le cas général. Dans une situation dominée par la viscosité, nous pouvons néanmoins écrire

$$\langle \tau \rangle_f = \alpha(\phi) \frac{d\langle u_x \rangle_m}{dy},\tag{4.3}$$

$$\tilde{F}_D = \beta(\phi) \frac{H^2}{d^2} (\langle u_x \rangle_f - \langle v_x \rangle_p),\tag{4.4}$$

avec $\langle u_x \rangle_m = \varepsilon \langle u_x \rangle_f + \phi \langle v_x \rangle_p$ la vitesse de mélange. On notera que $\alpha(\phi = 0) = 1$ et $\beta(\phi = 0) = 0$ pour être en accord avec les modèles classiques d'une particule isolée dans un fluide visqueux. De plus, nous supposons que si le milieu granulaire est en mouvement, il est dominé par une contribution de friction, supposée constante

$$\langle \tau \rangle_p = \mu_{e|p} \langle P \rangle_p,\tag{4.5}$$

Enfin, nous supposons que ϕ (et donc ε) est constant au moins par couche. En fait, pour éviter d'ajuster trop de chose, nous garderons $\phi = \phi_0$ constante dans tout le lit granulaire (figure 4.3). La friction effective dans la couche en mouvement $\mu_{e|p} = \mu_0$ est également supposée constante.

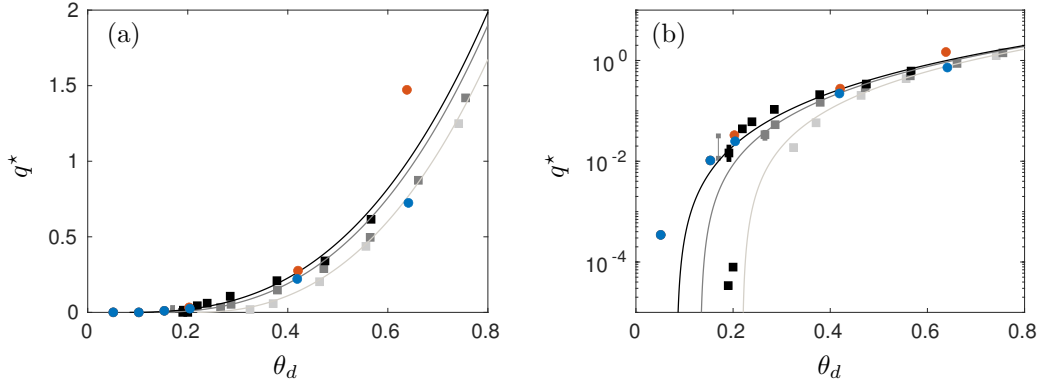


Figure 4.4 – Flux granulaire adimensionnel q^* fonction de θ_d . Les points sont obtenus par méthode IBM/DEM, les carrés par méthode VANS/DEM et les lignes correspondent à la solution (4.8) pour différents choix de α et β .

Ce modèle suffisamment académique permet une résolution analytique. On montre ainsi que le seuil de mise en mouvement est directement lié à la différence de vitesse constante dans la couche en mouvement et donne

$$\theta_d^c = \Theta_d^c \tau_0^c = \mu_0 \phi_0 (1 - \phi_0) \sqrt{\alpha(\phi_0)/\beta(\phi_0)} \quad (4.6)$$

qui définit le seuil de mise en mouvement en fonction du Shields local, comme généralement discuté dans la littérature.

De plus, l'épaisseur de la couche en mouvement obtenue, en fonction du seuil (4.6) est

$$|y_c| = \frac{1}{\mu_0 \phi_0} \frac{d}{H} (\theta_d - \theta_d^c) \quad (4.7)$$

Par intégration de la vitesse granulaire dans la couche (II), i.e. sur l'épaisseur (4.7), on obtient finalement le flux granulaire par unité de largeur $\tilde{q} = \int_{y_c}^0 \langle u \rangle_p^{(II)}(y) dy$ sous la forme

$$\frac{\tilde{q} H^2 \Theta_d \alpha(\phi_0)}{d^2} = \frac{1}{\mu_0^2 \phi_0^2} \left(\theta_d \frac{(\theta_d - \theta_d^c)^2}{2} - \frac{(\theta_d - \theta_d^c)^3}{3} \right). \quad (4.8)$$

Il est à noter que cette forme adimensionnelle du débit, et tout particulièrement sa dépendance apparente à la hauteur H , est due au choix d'adimensionnement initial. En fait si l'on retourne à l'adimensionnement donné dans la section précédente q^* , la solution (4.8) s'écrit

$$q^* \equiv \frac{18 \eta_f q}{(\rho_p - \rho_f) g d^3} = \frac{18}{\mu_0^2 \phi_0^2 \alpha(\phi_0)} \left(\theta_d \frac{(\theta_d - \theta_d^c)^2}{2} - \frac{(\theta_d - \theta_d^c)^3}{3} \right). \quad (4.9)$$

En d'autres termes, ce résultat nous montre que pour le débit la longueur caractéristique pertinente est d et la vitesse caractéristique est celle d'une vitesse de Stokes. Cela fait bien entendu sens dans le cas où nous avons choisi ici une trainée visqueuse et au regard des résultats classiquement discutés dans la littérature. Nous montrons une comparaison de ce modèle avec des résultats extraits de simulations microscopiques IBM/DEM et VANS/DEM sur la figure 4.4, qui confirme la pertinence de l'approche choisie.

Il s'agit ici d'une description très simplifiée du transport sédimentaire, même par un écoulement stationnaire. Un certain nombre de questions reste en suspens comme (i) de l'inhomogénéité spatiale de l'écoulement et du transport, par la formation de rides et de dunes, (ii) de l'analogie pour un écoulement turbulent et (iii) de la pertinence d'un modèle rhéologique $\mu_{e|p} = \mu_0$ pour ce type d'écoulements. Ces

différents points ont été abordés en détail dans les thèses de Joris Bouteloup [ThèseBouteloup2017], Guillaume Quibeuf [ThèseQuibeuf2019] et Benjamin Fry (soutenue le 13 Décembre 2019) décrites dans la section 4.4. Ces solutions d'écoulements stationnaires sont représentatives de nombreuses situations naturelles, pour lesquelles le lit granulaire serait soumis à un courant (ou vent) dominant, dont la variabilité en temps et en espace ne modifie pas significativement l'évolution du lit granulaire. Cette hypothèse peut dans certain cas ne plus être pertinente. Nous allons discuter de telles situations dans la section qui suit.

4.3 Écoulement instationnaire : morphodynamique littorale.

Si maintenant le forçage fluide est instationnaire, la situation se complique. C'est le cas rencontré en dynamique littorale. Ainsi, la description de l'évolution d'une plage sableuse ne peut s'affranchir de cette contribution. En partant de l'idée quelque peu triviale d'un écoulement oscillant symétrique, nous pourrions à partir d'une extension simple du modèle décrit dans la section précédente, arriver à la conclusion que le flux net de transport sur une période de forçage est nul. Ce n'est pourtant pas le cas proche de la ligne de côte, où des événements d'érosion et d'accrétion sont observés, et donc d'échange important entre la côte et l'océan. Une des raisons majeure à cela est l'asymétrie de la structure même du forçage hydrodynamique dans cette zone (Nielsen & Callaghan, 2003, Ribberink *et al.*, 2008), amplifiée par la pente de plage qui favorisera ce déséquilibre entre un flux vers la plage et un flux vers le large (Nielsen, 2002).

Ces effets d'asymétries sont d'autant plus accentués que l'on se rapproche de la plage, en particulier dans la zone qui est alternativement couverte et découverte par chacune des vagues, zone de *swash*, frontière entre l'océan et la côte (Butt & Russell, 2000, Elfrink & Baldock, 2002, Masselink & Puleo, 2006). On notera un manque notable de données expérimentales dans cette zone, principalement dû à la difficulté de la mise en place de mesures non intrusives et d'un système qui évolue rapidement. Nous décrivons dans la suite un modèle physique de laboratoire et des métrologies optiques non intrusives qui permettent une avancée sur les mesures dans cette zone.

Hydrodynamique de la zone de *swash*.

Comprendre le transport dans la zone de *swash*, et donc de façon plus globale l'évolution de la morphologie des plages sableuses, nécessite donc dans un premier temps d'identifier et de caractériser la dynamique de la phase fluide. Plus particulièrement, l'asymétrie ou de façon plus générale, la non-homogénéité de l'écoulement fluide proche de la ligne de côte, doivent être déterminées pour avancer sur les modèles de transport dans ces situations. Bien entendu, cet écoulement dans une situation réelle est extrêmement complexe puisqu'il est le résultat de plusieurs processus, incluant le spectre de houle, les marées, le déferlement, les courants longshore, etc.

Pour simplifier ce problème sur un aspect fondamental associé à l'hydrodynamique dans cette zone, nous nous baserons sur certaines observations faites sur terrain et en laboratoire (Alsina & Cáceres, 2011, Turner *et al.*, 2008). Tout d'abord, la structure des vagues dans la zone de *swash* prend la forme de ressauts hydrauliques fortement asymétriques, avec un front raide à l'avant et une queue étendue à l'arrière (voir Masselink & Puleo, 2006, par exemple), en particulier sur des plages de pente douce. De plus, le transport dans cette zone dépend de chaque événement (ressaut incident) et il peut être, à cette courte échelle de temps, bien plus important que le transport net observé sur de longues périodes (Turner *et al.*, 2008). Alors, la modélisation sur les temps longs nécessite une compréhension de la physique à temps court. A temps court, la dépendance du transport à chaque événement, peut évidemment être liée à la structure de la vague incidente (hauteur, vitesse par exemple) mais également, et probablement de façon plus importante, à l'interaction avec la vague précédente (Alsina & Cáceres, 2011). Ainsi, pour deux vagues identiques successives, le phasage, intervalle de temps entre les deux événements, affecte le transport, et ce de façon drastique. En s'appuyant là dessus, nous proposons dans la suite un dispositif expérimental dédié à cette question, l'objectif étant d'extraire la contribution hydrodynamique qui affecte le transport sédimentaire, i.e. le nombre de Shields θ_d (section 4.1).

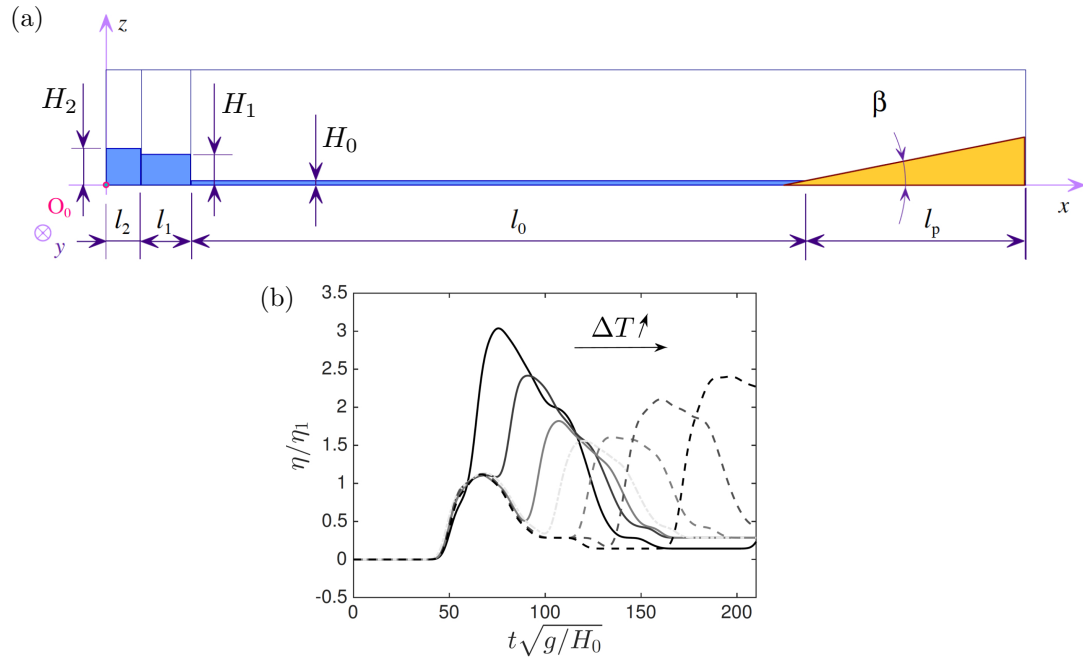


Figure 4.5 – Interaction de deux vagues successives sur une plage. (a) Dispositif expérimental. (b) Hauteur d'eau relative adimensionnée par la hauteur maximale de la première vague η/η_1 en fonction du temps pour différentes valeurs du paramètre Δt entre deux lâchés de barrage successifs, et à une position x fixée dans la zone de swash.

Le dispositif original que nous proposons ici est présenté sur la figure 4.5(a). Nous nous focalisons donc uniquement sur deux événements (ressauts) successifs. Les ressauts sont générés par rupture de barrage dans un canal horizontal de 4 m de long rempli d'eau sur une hauteur H_0 . Les deux événements sont générés par le lâché de deux réservoirs de longueur l_1 et l_2 et remplis d'eau sur une hauteur H_1 et H_2 . L'intervalle de temps entre ces deux lâchés est noté Δt , et contrôle donc le phasage entre deux vagues successives sur la plage. A l'autre extrémité du canal la plage est modélisée par une plaque plane inclinée d'un angle β . Par souci de concision, nous présentons et discutons uniquement différents Δt , les autres paramètres étant fixés (une étude plus exhaustive peut être trouvée dans [ThèseBarale2019]). L'influence de ce paramètre Δt est mise en évidence par la figure 4.5(b). Ici, l'élévation de la surface libre $\eta(x, t)$ à la position de la ligne de côte au repos $x = 0$ et adimensionnée par sa valeur maximale pour la première vague seule, est tracée au cours du temps $t/\sqrt{g/H_0}$ (une courbe pour chaque Δt). On notera en particulier l'impact du paramètre Δt sur la hauteur maximale atteinte par la deuxième vague incidente. Cette observation a une conséquence directe sur la distance maximale parcourue par cette deuxième vague sur la plage [ThèseBarale2019] : une hauteur maximale associée à une longueur d'étalement maximale sur le plan incliné. A grand Δt , la première vague ne modifie plus la dynamique de la deuxième (traits pointillés noirs). Ainsi, à faible Δt , la première vague transmet un effet moteur à la deuxième vague incidente, qui devient au contraire un effet dissipatif pour Δt intermédiaire. On peut effectivement anticiper une influence sur le transport de la dynamique sous-jacente.

Afin de quantifier l'influence de l'interaction entre ces deux vagues, et plus particulièrement l'évolution du paramètre de contrôle du transport θ_d , il est nécessaire d'accéder au champ de vitesse. Pour cela, nous utilisons une méthode PIV 2D, le fluide étantensemencé de particules de Rhodamine permettant de ne récupérer que la composante fluorescente de la réflexion du laser par ces particules (technique utile pour s'affranchir de la réflexion de la surface libre qui amènerait (i) à une aberration de la corrélation

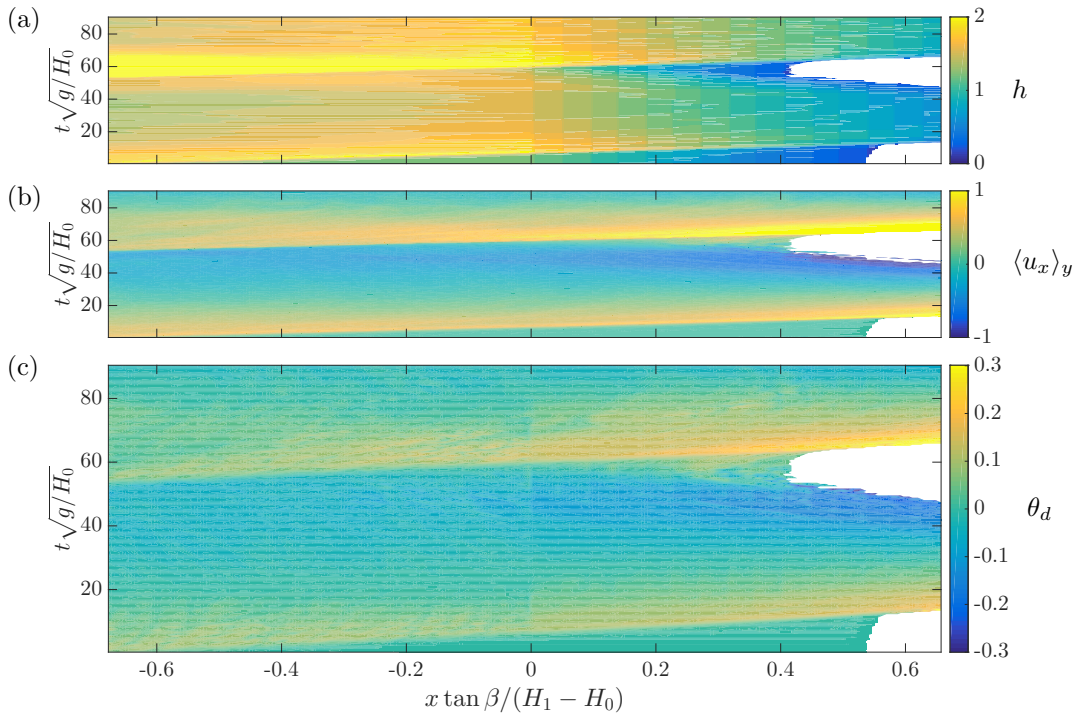


Figure 4.6 – Diagrammes spatio-temporels de la hauteur $h(x,t)$, de la vitesse longitudinale moyennée sur la hauteur d'eau $\langle u_x \rangle_y$ et d'un nombre de Shields θ_d obtenu pour des caractéristiques arbitraires de grains. Ces données sont extraites de mesures PIV de deux lâchés de barrage successifs séparés d'un intervalle de temps Δt fixé.

proche de la surface et (ii) à une sous intensification du signal dans la pleine eau). Un exemple du champ obtenu est montré sur la figure 4.6 dans l'espace (x, t) . Ici, nous proposons une estimation du nombre de Shields θ_d pour des grains (fictifs !) de plastique de diamètre $d = 200 \mu\text{m}$. La carte $\theta_d(x, t)$ montre une claire hétérogénéité en espace mais également une asymétrie temporelle entre la phase montante et la phase descendante de chaque vague. Lors de la phase descendante de la première vague, l'interaction avec la deuxième vague en phase montante est mesurée ici. Le lien avec le transport doit être apporté dans des études futures.

Morphodynamique de la zone de swash

Nous revenons maintenant à la description de la morphodynamique au travers d'un autre dispositif expérimental. Principalement, nous décrivons ici un outil de mesure dédié à la quantification de l'évolution d'une fond sableux soumis à une forçage de houle. Le dispositif expérimental est le canal à houle de l'université de Barcelone (100 m de long). Le forçage, plus réaliste que celui décrit dans la précédente section, est un forçage aléatoire généré par un batteur (spectre Jonswap – "Joint North Sea Wave Project") représentatif de situations naturelles. L'objectif ici n'est pas de décrire la physique et la dynamique du système, bien trop complexe, mais plutôt de proposer un outil permettant le suivi 3D de l'évolution de plage.

Cet outil se base sur une méthode optique stéréoscopique. Deux systèmes stéréoscopiques (une source lumineuse et deux caméras) sont disposés en série au dessus de la plage. L'utilisation de ces deux systèmes nous permet de couvrir une zone de 8 m de long, représentative de la zone de *swash* dans ce canal. Un description complète de la méthode est donnée dans [LPCCEEJ2013] et [ACCERLTC2012]. En quelques mots... Un motif régulier est projeté sur la zone de mesure par la source lumineuse, ici des

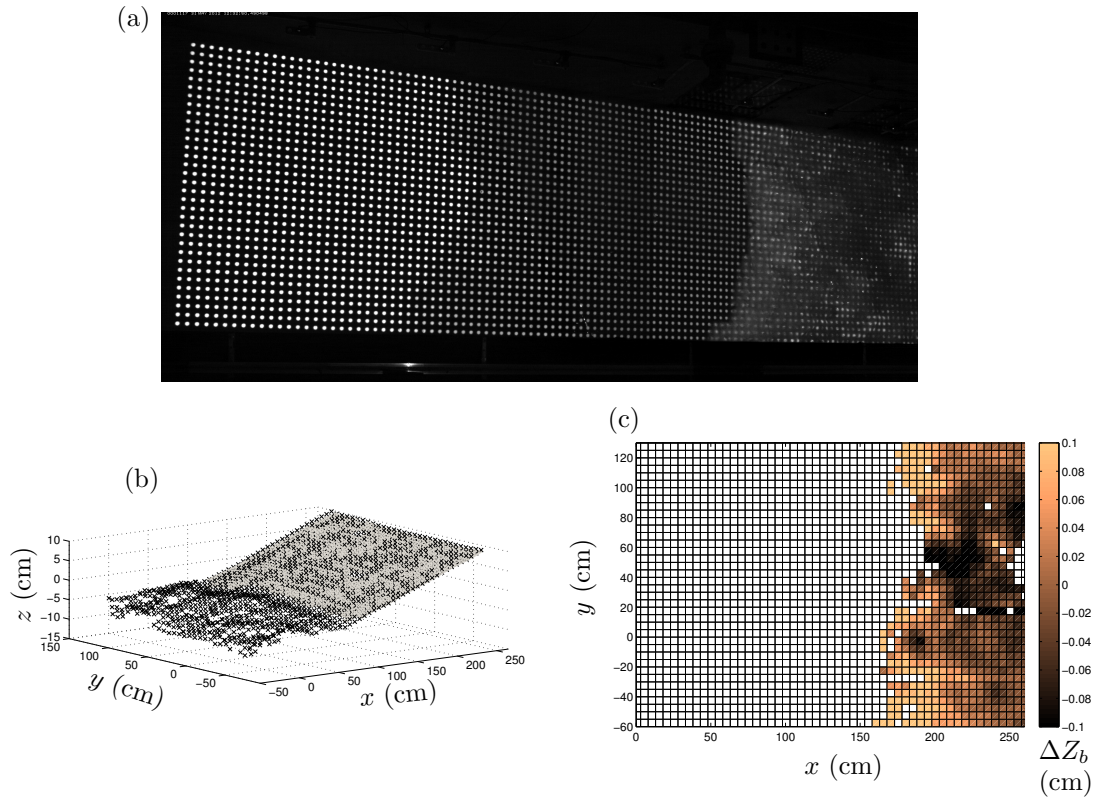


Figure 4.7 – *Dynamique de la zone de ‘swash’.* (a) image de la grille de points projetée dans la zone de mesure vue par une caméra. (b) reconstruction de la surface 3D à partir de la méthode stéréoscopique et identification de la zone sèche. (c) évolution du fond sableux ΔZ_b au passage d’une vague.

vidéoprojecteurs. Ce motif, disques lumineux sur une grille régulière, projeté sur la plage est visible sur la figure 4.7(a). La reconstruction 3D de la surface de projection est faite par un appariement des images obtenues par les deux caméras, et triangulation des informations extraites (position des disques lumineux). Il est alors possible, non seulement d’extraire la surface de projection en trois dimensions mais également de distinguer la zone d’eau et la zone de plage, et ce résolu en temps à 10 images par seconde [ThèseAstier2014]. La figure 4.7(b) montre un exemple de reconstruction de surface distinguant la vague (en forme de ressaut comme discuté dans la section précédente) et la plage (zone grisée) sur la partie basse de la plage, i.e. proche du trait de côte au repos $x = 0$.

L’identification de l’évolution de la plage au passage de chaque vague nécessite une très bonne précision de reconstruction puisqu’un événement peut ne transporter qu’une fine couche de sable. Sur le principe, la résolution et l’erreur de la méthode dépendent de la résolution et de la sensibilité des caméras mais également de l’algorithme de reconstruction qui dépend lui même de la calibration du système stéréoscopique. Cette calibration est réalisée en imageant une mire composée de motifs réguliers (dont les positions sur la mire sont connues à $100 \mu\text{m}$ près) qui est déplacée dans tout le champ de mesure (environ 30 prises) avec des angles différents. Le système stéréoscopique obtenu permet une mesure de la surface de projection avec une résolution de 5 cm et une erreur de reconstruction de la position en chaque point d’environ $200 \mu\text{m}$. Il est donc possible d’extraire les zones d’érosion et d’accrétion au passage d’évènement faiblement énergétique. On montre un exemple de l’évolution du fond ΔZ_b sur la figure 4.7(c) induit par le passage de la vague identifiée sur la figure 4.7(b), pour lequel l’évolution verticale de la plage n’est que de quelques millimètres.

4.4 Projets encadrés

4.4.1 Thèse Jessica Astier

2010–2014 : COENCADREMENT – DOMINIQUE ASTRUC

FINANCEMENT : DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ARMEMENT

TITRE : Morphodynamique de la zone de "swash" : étude en canal à houle par une méthode de stéréoscopie optique. [[ThèseAstier2014](#)]

Afin de quantifier le transport sédimentaire dans la zone proche littorale, une méthode stéréoscopique avancée (décrite précédemment) a été développée et déployée dans cette thèse. L'objectif est d'extraire de ces mesures des informations à la fois sur la zone sableuse (découverte) et une partie de la dynamique des vagues.

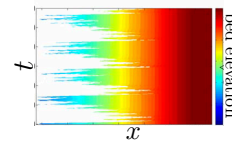
FORÇAGE DE HOULE ALÉATOIRE

Cette étude déjà partiellement discutée précédemment se focalise sur la description de l'évolution d'une plage sous l'effet d'une houle aléatoire. Les expériences réalisées dans le canal à houle de Barcelone ont été faites pour des situations de plage relativement dissipative, i.e. de pente faible 1/15, et sous des conditions de forçages érosives (le trait de côte recule au cours de l'expérience). L'analyse des résultats obtenus par la méthode optique permet d'identifier les différentes échelles d'évolution de la plage, de l'évènement d'une vague unique à une échelle au temps long de plusieurs heures. En particulier, même sous une condition globale érosive, chaque évènement engendre des situations très variées d'érosion et d'accrétion locales. La pente locale de la plage évolue ainsi de l'ordre du degré autour d'une valeur moyenne de façon non-monotone. L'intensité de ces phénomènes dépend des évènements et bien entendu de l'échelle de temps. Cette étude a permis de mettre en évidence la complexité (attendue!) de l'évolution d'un profil de plage soumis à forçage de houle réaliste. Elle a permis d'identifier les différents verrous scientifiques abordés dans les différents projets sur ce thème présentés dans ce manuscrit.



FORÇAGE DE HOULE BICHROMATIQUE

Première étape vers la caractérisation du phasage entre deux vagues successives, ce projet expérimental réalisé dans le même dispositif expérimental que précédemment se focalise sur un forçage de houle bichromatique. Ici, les fréquences et amplitudes choisies pour le signal de forçage sont représentatives des évènements identifiés dans la cas d'un forçage aléatoire. Le changement de la fréquence et/ou de l'amplitude d'un des deux modes permet de modifier la réponse en onde longue. On constate alors une modification du phasage ainsi que l'asymétrie du forçage incident dans la zone de *swash* (comme illustrée sur le diagramme spatio-temporel en vignette, où l'évolution de la ligne de trait de côte délimite la zone colorée, niveau de la plage sableuse, et la zone blanche, zone immergée). Cette étude a permis d'identifier ces différents évènements et le transport associé. Cette simplification du forçage a permis d'approfondir notre compréhension sur le rôle de l'onde courte (onde gravitaire) et de l'onde longue (infragravitaire) sur l'évolution du fond, mais surtout sur l'asymétrie associée aux phasages entre les différentes vagues incidentes. C'est également un premier pas vers le dispositif expérimental de deux vagues successives présenté précédemment.



4.4.2 Thèse Joris Bouteloup

2013–2017 : COENCADREMENT – THOMAS BONOMETTI, FRANÇOIS CHARRU

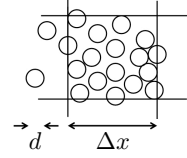
FINANCEMENT : AGENCE NATIONALE DE LA RECHERCHE (PROGRAMME JCJC)

TITRE : Simulation numérique de la dynamique d'un lit granulaire cisailé par un fluide visqueux. [[ThèseBouteloup2017](#)]

La méthode numérique VANS/DEM décrite dans le chapitre 3 a été développée et utilisée pour modéliser le transport sédimentaire par un écoulement homogène dans le cadre de cette thèse. Deux objectifs ici : de la pertinence de cette méthode pour décrire ce type de transport fortement localisé proche de la surface du lit et de l'approfondissement de la compréhension physique de la formation des rides de surface à partir de cette modélisation numérique.

MODÈLE MICRO/MÉSO-SCOPIQUE VANS/DEM [CBBL2016]

Le modèle VANS/DEM est basé sur un système d'équation pour la phase fluide issu d'une moyenne spatiale des équations de Navier-Stokes à une échelle plus grande que le grain (Jackson, 2000), et une approche lagrangienne DEM pour la phase granulaire, i.e. de résolution complète de la dynamique de chaque grain et des contacts solides entre eux. La moyenne spatiale est effectuée sur un volume fluide \mathcal{V}_f contenu dans un volume de référence \mathcal{V} caractéristique de l'échelle mésoscopique, i.e. a priori de l'échelle de déformation du système. Les équations de Navier-Stokes intégrées sur le volume \mathcal{V}_f donnent après quelques opérations et hypothèse (Jackson, 2000)



$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \langle \mathbf{u} \rangle_f) = 0, \quad (4.10)$$

$$\varepsilon \frac{D \langle \mathbf{u} \rangle_f}{Dt} = \varepsilon \mathbf{g} + \frac{1}{\rho_f} \nabla \cdot \mathbf{S} - \frac{1}{\rho_f} n \langle \mathbf{f}_{p/f} \rangle_p. \quad (4.11)$$

$n \langle \mathbf{f}_{p/f} \rangle_p$ correspond à la force d'interaction fluide-particule moyenne sur les grains contenus dans le volume \mathcal{V} , avec n le nombre de grains par unité de volume. Elle est simplement reliée à la force \mathbf{F}_j^h appliquée sur chaque grain dans la formulation lagrangienne (3.9) comme suit

$$n \langle \mathbf{f}_{p/f} \rangle_p = \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{j \in \mathcal{V}} \mathbf{F}_j^h \equiv \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{j \in \mathcal{V}} \mathbf{F}_{M|j}^h. \quad (4.12)$$

Nous rappelons que dans cette modélisation la force \mathbf{F}_j^h n'est pas résolue et doit donc être modélisée. Nous notons ce modèle $\mathbf{F}_{M|j}^h$ pour le différentiel de l'expression explicite obtenue à partir d'une modélisation IBM de la phase fluide (non discutée ici)⁵.

Le tenseur \mathbf{S} dans (4.11) est un tenseur de contrainte effectif pour la phase fluide qui doit être modélisé (il contient des contributions issues à la fois de la phase fluide mais également de la phase granulaire à l'échelle microscopique). Nous supposons que son déviateur peut être décrit par un fluide visqueux généralisé, soit un tenseur complet S de la forme

$$\mathbf{S} = -\langle p \rangle_f \mathbf{I} + \eta_{e|f} (\nabla \langle \mathbf{u} \rangle + {}^T \nabla \langle \mathbf{u} \rangle) \equiv -\langle p \rangle_f \mathbf{I} + \eta_{M,e|f} (\nabla \langle \mathbf{u} \rangle + {}^T \nabla \langle \mathbf{u} \rangle), \quad (4.13)$$

où $\langle \cdot \rangle$ correspond à une moyenne faite sur le mélange fluide-grains et ainsi $\langle \mathbf{u} \rangle = \varepsilon \langle \mathbf{u} \rangle_f + \phi \langle \mathbf{v} \rangle_p$ et la vitesse de ce mélange. La viscosité effective de ce fluide généralisé doit également être modélisée pour cette méthode, $\eta_{e|f} \equiv \eta_{M,e|f}$.

Dans cette méthode, nous résolvons numériquement (4.10) et (4.11) pour obtenir $\langle \mathbf{u} \rangle_f$ et $\langle p \rangle_f$ sur une maillage régulier $\Delta x_V = \Delta y_V = \Delta z_V > d$, où le volume de la maille correspond au volume

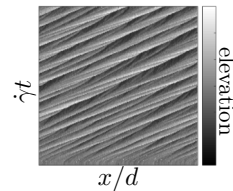
5. Il est à noter qu'un couple $\mathbf{\Gamma}_j^h \equiv \mathbf{\Gamma}_{M|j}^h$ devrait également être nécessaire dans la description de la phase lagrangienne. Néanmoins, nous ne considérerons ici que des modèles de force constante sur le volume du grain, et qui n'induisent donc pas de couple, $\mathbf{\Gamma}_{M|j}^h = \mathbf{0}$. L'unique couple dans ce modèle provient donc du contact solide entre grains. C'est une hypothèse forte mais qui permet d'appréhender les écoulements considérés en limitant la complexité de ces interactions fluide-grains et en limitant le nombre de paramètres ajustables. Dans les études menées ici, cela mène à une description des écoulements considérés tout à fait raisonnable. Dans certains cas, l'extension vers des modèles plus complexes permettrait probablement une meilleure description quantitative mais sans changer fondamentalement les mécanismes physiques en jeu.

élémentaire de description mésoscopique \mathcal{V} . En fait, afin d'utiliser des algorithmes numériques classiques pour fluide incompressible, nous tirons profit de l'incompressibilité du mélange pour résoudre une équation de divergence nulle pour le mélange, en lieu et place de (4.10). ε et $\langle \mathbf{v} \rangle_p$ sont obtenus de la DEM. Les schémas numériques utilisés et les validations du modèle peuvent être trouvés dans [ThèseBouteloup2017].

Cette modélisation est donc une méthode mixte entre échelle microscopique pour la phase granulaire et une échelle mésoscopique pour la phase fluide. Elle permet dans de nombreux cas d'étendre le domaine de résolution spatiale et donc le nombre de grains considérés. Elle peut donc s'avérer une méthode intermédiaire absolument nécessaire pour le changement d'échelle, en particulier pour permettre l'étape d'homogénéisation de la phase granulaire sur des échantillons significatifs. De plus, il se trouve que pour certaines configurations, avalanche par exemple, la méthode résolue IBM n'apporte pas significativement plus d'éléments que cette approche, peut être pour des configurations où l'écoulement est induit par le déplacement des grains et non le contraire.

TRANSPORT SÉDIMENTAIRE ET FORMATION DES RIDES [CBBL2016]

Le transport sédimentaire et la déstabilisation du lit granulaire sous forme de rides sont étudiés avec cet outil numérique. La configuration la plus simple permettant de décrire ces processus physiques est celle discutée précédemment (figure 4.3). La question principale traitée dans ce projet découle de la pertinence de la méthode VANS/DEM pour décrire le transport en particulier lorsque le lit granulaire n'est mis en mouvement que sur quelques épaisseurs de grains à sa surface. Ici, nous atteignons les limites d'une description complète de la phase fluide qui va être fortement impactée sur la couche de grains en mouvement, qui ne correspond plus qu'à quelques mailles fluides. Les détails peuvent être trouvés dans [ThèseBouteloup2017]. Les résultats obtenus sont prometteurs, comme il a été montré par exemple sur la figure 4.4.



Au-dessus d'un seuil, le lit granulaire se déstabilise pour former des rides de surface qui se propagent dans le sens de l'écoulement. Ces rides sont caractérisées par une longueur d'onde λ et une amplitude H qui dépendent de θ_d mais également du confinement vertical de la phase fluide. L'outil numérique permet l'analyse de la formation des rides (critère d'instabilité et taux de croissance), de leur croissance non-linéaire et de leur évolution. En particulier, une dynamique complexe de coalescence des rides a été observée. Cette coalescence renforce la dynamique isolée de certaines structures qui prennent le dessus sur la génération spontanée de ride localisée. Un exemple de diagramme spatio-temporel en vignette, décrivant l'évolution de la hauteur du lit permet de mettre en évidence ce processus. Une analyse spectrale permet d'extraire les composantes significatives de cette dynamique supposée d'onde et de reconstruire l'intégralité de la dynamique de coalescence à partir d'un nombre limité de longueurs d'ondes. L'évolution temporelle de la phase de ces modes semble être une donnée importante associée à la dynamique de coalescence.

4.4.3 Thèse Guillaume Quibeu

2015–2019 : COENCADREMENT – FRANÇOIS CHARRU

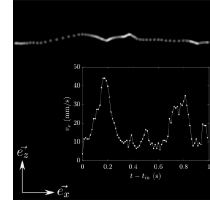
FINANCEMENT : CONTRAT DOCTORAL ÉTABLISSEMENT

TITRE : Etude expérimentale du transport sédimentaire hors équilibre. [ThèseQuibeu2019]

Cette thèse basée sur une étude expérimentale de laboratoire concerne la caractérisation et la quantification du transport sédimentaire par un écoulement cisaillé. Certains résultats discutés précédemment sur le transport d'une dune barchane sont issus de cette étude. Une méthode optique de reconstruction de surface a été développée dans ce projet. Elle est basée sur un concept différent de la stéréoscopie, et ne nécessite qu'une caméra mais permet d'obtenir également une très bonne précision de mesure, nécessaire ici pour extraire indirectement le flux granulaire à la surface de la dune. L'ensemble des expériences sont réalisées dans un canal en charge de section rectangulaire.

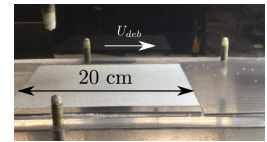
MOUVEMENT D'UNE PARTICULE PAR ÉCOULEMENT CISAILLÉ [QCL2020]

Cette partie se focalise sur la dynamique de particules isolées déposées sur le fond du canal. L'étude cherche à faire le raccord entre la physique du transport induit par un écoulement cisailé et celui généralement décrit dans la communauté des écoulements turbulents. Ici, le mouvement de la particule se fait dans la sous-couche visqueuse d'un écoulement turbulent. Sa dynamique présente donc des similitudes au cas d'un écoulement laminaire visqueux pour lequel des modèles analytiques peuvent être dérivés. L'accord entre la dynamique obtenue par mesure expérimentale et les modèles est en ce sens très bon. En revanche, la structure turbulente extérieure à la couche visqueuse induit un forçage variable en espace et en temps, qui par l'intermédiaire de la réponse de la sous-couche visqueuse induit une dynamique spatio-temporelle des grains bien plus complexe que la réponse moyenne. Une analyse plus fine permet de corrélérer les fluctuations fluides et les fluctuations particulières dont la réponse est quasiment de la même amplitude. En plus, la mise en suspension de la particule semble retardée par rapport à une situation équivalente laminaire stationnaire. L'influence des fluctuations turbulentes extérieures sur cet aspect sont probablement un élément clé à la compréhension de cette observation. Des expériences supplémentaires doivent être réalisées pour avancer sur ce point.



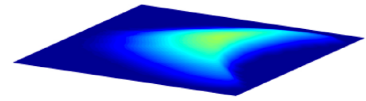
TRANSPORT SÉDIMENTAIRE HOMOGÈNE

Avant de s'attarder sur le transport à la surface d'une dune barkhane, il est nécessaire de formaliser une loi de transport $q(\theta_d) = q_{sat}(\theta_d)$ dans une situation homogène. Plus particulièrement, des mesures fines et dans la gamme des paramètres associés au dispositif expérimental sont nécessaires pour extraire de façon robuste la dépendance $q_{sat}(\theta_d)$. La variabilité des modèles issus de la littérature ne permettent pas de distinguer le transport en situation homogène et celui en situation non-homogène, i.e. $q(\theta_d(x), x) = q_{sat}(\theta_d(x))$. Afin d'extraire plus précisément les courbes de débit dans le dispositif expérimental dédié, des mesures des profils de vitesse fluide, LDV, sont réalisées dans la sous-couche visqueuse, où évolue la couche de grain charriée dans les régimes considérés. Ainsi, la mesure de θ_d est faite à haute résolution et à haute précision. En situation homogène, le débit granulaire est fait par mesure volumique sur des temps longs. Dans la gamme de θ_d considérée, la tendance $q_{sat}(\theta_d)$ suit une corrélation exponentielle (Einstein, 1942) qui peut être distinguée des courbes de transport en situation non-homogène, discutée dans la suite.



TRANSPORT SÉDIMENTAIRE NON-HOMOGÈNE

Les résultats de cette section ont été discutés partiellement dans la section 4.1. Dans le cadre de la thèse, une discussion approfondie sur la morphodynamique d'une dune barkhane a pu être fournie à partir d'une méthode de reconstruction optique de surface, profilométrie par transformée de Fourier (vignette). La résolution de cette méthode est de l'ordre de la taille du grain. Il est donc possible de mesurer des variations de hauteur de l'ordre d'une couche de grains. Dans le référentiel de la barkhane, la conservation de la masse nous permet de relier la variation de hauteur au gradient de débit granulaire. Nous accédons donc au débit granulaire à la surface de la dune avec une grande précision. Les flux mesurés sont fonction de θ_d . Des faibles différences sont obtenues entre ces courbes et les flux mesurés précédemment dans le cas homogène. Cette différence peut être attribuée à L_{sat} comme discuté en section 4.1. Nous remontons donc à L_{sat} en comparant ces différents résultats obtenus dans un même dispositif expérimental. Des premières analyses ont été faites et nécessitent encore d'approfondir l'analyse.



4.4.4 Thèse Benjamin Fry

2016–2019 : COENCADREMENT – THOMAS BONOMETTI, FRANÇOIS CHARRU, ALESSANDRO BOTTARO

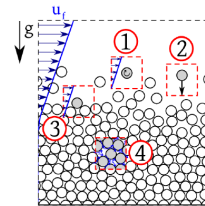
FINANCEMENT : CHAIRE IDEX A. BOTTARO

TITRE : Modélisation multi-échelle d'un lit granulaire entraîné par un écoulement cisailé. [Thèse-Fry2019]

La méthode résolue IBM/DEM est utilisée pour modéliser le transport sédimentaire dans une condition stationnaire et homogène. L'objectif est de proposer des étapes de changement d'échelle pour la description du transport à une échelle macroscopique, continue.

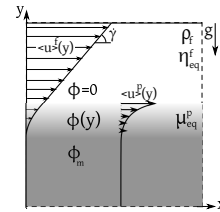
PHYSIQUE DU TRANSPORT

Une première partie de la thèse se focalise sur la physique du transport à partir d'informations non accessibles en expérience de laboratoire, comme en particulier la force exercée sur chaque particule. La méthode est néanmoins validée par comparaison avec des approches expérimentales à partir de grandeurs macroscopiques de l'écoulement (débit granulaire par exemple). Les caractéristiques du transport (débit, profils de vitesse, épaisseur de couche en mouvement) sont alors discutées en fonction de θ_d .



TRANSPORT SÉDIMENTAIRE ET RHÉOLOGIE [FLBC]

Le changement d'échelle, de l'échelle microscopique à l'échelle mésoscopique, est réalisé pour la configuration du transport en suivant la méthodologie déjà discutée précédemment. Ici, la phase fluide, la phase granulaire puis la phase de mélange sont traitées pour extraire leur modèle rhéologique. Nous montrons que cette approche mène dans le cas du transport à une interface diffuse de la surface du lit, mais ne modifie pourtant pas sa description rhéologique. Ces travaux sont en cours de publication.



4.5 Synthèse

Le transport granulaire structure une grande partie des sols de notre planète. La géométrie complexe de ces sols et le couplage avec le fluide qui s'écoule au-dessus rendent l'unification de la description du transport difficile. Malgré cela, ce transport reste contrôlé à l'échelle du grain par un déplacement proche de la surface du sol induit par le cisaillement de l'écoulement fluide au-dessus de celui-ci. Ce transport local amène déjà de nombreuses questions sur sa quantification au travers des différents processus de couplage entre la phase fluide et la phase granulaire à cette échelle. En partant d'une description la plus simple possible, i.e. pour laquelle l'écoulement fluide présente des effets d'inertie faible, Re_p modéré, nous pouvons alors prétendre à une description plus exhaustive du transport à partir de modèles simples. Nous montrons en particulier qu'une description locale simple permet de rendre compte, au moins au premier ordre, des situations non-homogènes plus complexes (écoulement sur une Barkhane par exemple), et d'envisager donc d'être étendue pour décrire des écoulements variables en temps et en espace (zone de swash, proche littorale, par exemple). La limitation des régimes d'écoulements à Re_p modéré est forte mais non rédhibitoire pour les applications. Repousser cette limitation nécessiterait également d'être approfondie.

La difficulté majeure dans la description du transport dans des situations complexes, i.e. variable en temps et en espace, nécessite des développements métrologiques dédiés, pour la phase fluide mais également pour la phase granulaire. Ici, des méthodes de reconstruction d'une surface granulaire (haut du lit) évoluant en temps et en espace ont été développés pour remonter au maximum d'information

possible, sur la structure mais également sur la dynamique. Ces méthodes couplées à des méthodes, plus classiques, de mesure de vitesse fluide permettent de remonter jusqu'aux lois de transport. La limitation dans l'information tirée des expériences de laboratoire sur la phase granulaire, nécessite le développement d'outils numériques à l'échelle du grain. Ces outils déjà discutés dans le chapitre 3 ont montré leur capacité à décrire le transport même localisé proche de la surface du lit. Ces résultats restent encore cantonnés à des situations idéalisées et doivent être étendus.

Chapitre 5

Ondes, instabilités et dynamique tourbillonnaire : milieux continus.



Photo : Josef Koudelka EXILES.

Liens publications : [LLLLR2010](#), [TL2010](#), [LBEL2010](#), [ALBE2011](#), [LPCCEEJ2013](#), [AMELB2013](#), [MFL2014](#), [MFL2015](#), [LFT2015](#), [MFLB2017](#).

Jusqu'à présent, nous avons principalement cité des systèmes physiques pour lesquels les milieux granulaires déterminent une part prépondérante de leur propriété et de leur dynamique. Outre ces milieux, la dynamique des fluides géophysiques fait souvent intervenir des concepts, disons plus classiques, de la mécanique continue des fluides newtoniens ou non, comme les ondes, les instabilités et les structures tourbillonnaires, entre autres. Ce chapitre se focalise sur quelques exemples de ces situations par une approche de mécanique des fluides plus conventionnelle, adaptée aux milieux continus par opposition aux phases dispersées abordées jusqu'à maintenant. Les études conceptuelles présentées dans la suite concernent des processus physiques spécifiques, sans lien nécessaire entre eux. Il peut s'agir tout autant de modèles physiques associés à des applications géophysiques que de processus conceptuels de mécanique des fluides dédiés à comprendre certains mécanismes.

5.1 Ondes et sillage dans un fluide stratifié bicouche

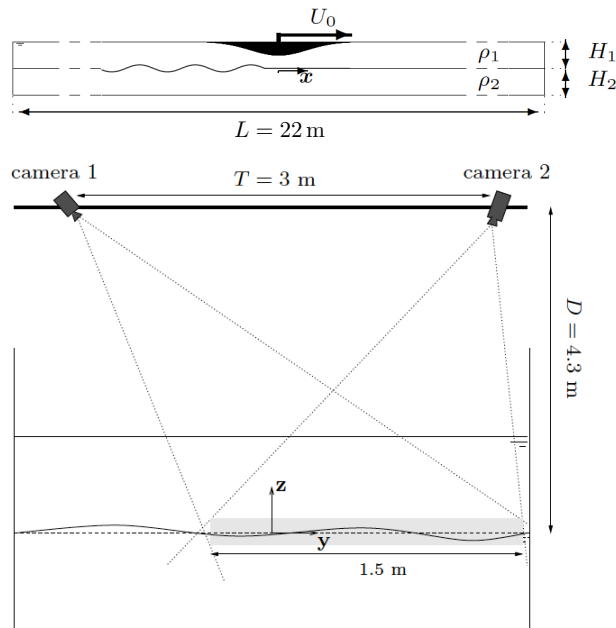


Figure 5.1 – Mesure stéréoscopique du champ d'ondes piégées à l'interface d'un fluide stratifié bicouche et généré dans le sillage d'un obstacle en mouvement uniforme.

Le premier exemple auquel nous nous confrontons est la dynamique des ondes forcées par le déplacement d'un obstacle proche d'un saut de densité entre deux couches homogènes (figure 5.1). Cette configuration est connue pour la mise en évidence historique du phénomène d'eau morte par Ekman (1904), qui dans le cas d'un forçage imposé sur l'obstacle, ici le bateau, peut entraîner l'arrêt de celui-ci (Mercier *et al.*, 2011). De façon équivalente, et par simple changement de référentiel, ce problème correspond au cas d'un écoulement dans un fluide bicouche au-dessus d'une topographie. Cette configuration fait alors également écho aux mécanismes qui contrôlent la trainée orographique, i.e. induite par un relief dans un écoulement atmosphérique, ou le mélange océanique, ou encore de façon plus générale, aux phénomènes dynamiques associés à une topographie à la surface de notre planète (Smith, 1979). Parmi ces phénomènes induits par une topographie, la génération d'ondes internes de gravité portées par la stratification a fait l'objet de nombreuses études car ces ondes peuvent (1) se propager sur des grandes distances et alors induire un mélange sur des longueurs grandes devant l'étalement de la topographie et (2) sont une contribution sur la trainée totale non négligeable. Selon la

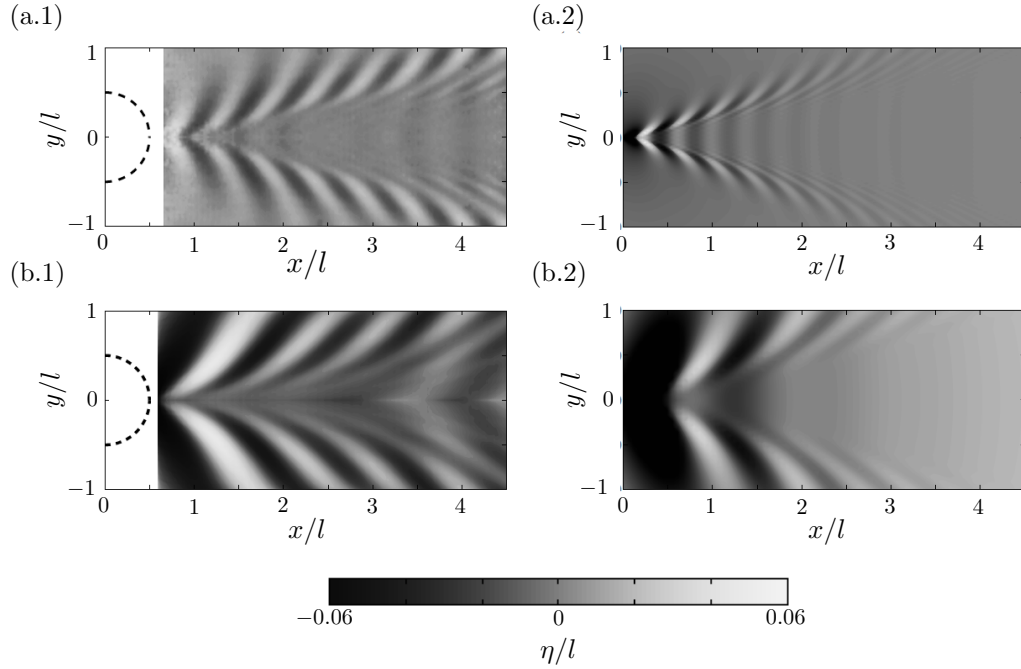


Figure 5.2 – Champ de perturbation de l’interface η pour (a) $Fr < 1$, cas sous-critique et (c) $Fr \sim 1$, cas trans-critique. (c) énergie potentielle associée au champ η fonction du paramètre Γ . l est le diamètre du mont gaussien.

structure verticale de la stratification, ces ondes peuvent être piégées dans une fine couche verticale ou non, ce qui entraîne également dans la littérature une certaine richesse d’approches associées à ces mécanismes d’ondes. Dans cette diversité, nous citerons pour référence, sans exhaustivité, Baines (1995), Jiang & Smith (2000), Johnson *et al.* (2006), Stevenson & Thomas (1969), Sutherland & Linden (1998).

Ces ondes internes sont donc portées par les variations de densité, induites par un gradient thermique ou de salinité. Elles sont, dans le cas qui nous intéresse, piégées au niveau d’un saut de densité, et présentent donc des fortes analogies avec les ondes de surface (Esler *et al.*, 2007, par exemple). Ces ondes sont par définition des ondes de gravité et donc contrôlées par le nombre de Froude $Fr = U_0/\sqrt{sgH}$, avec $s = \Delta\rho/\rho$ le saut de densité adimensionnel, U_0 et H respectivement une vitesse caractéristique et une hauteur caractéristique de référence associées à l’écoulement, et ρ une densité de référence. Outre les paramètres adimensionnels définissant la géométrie du problème et en particulier du forçage, le nombre de Fr est d’ailleurs, dans la limite non-visqueuse et de faible rapport de densité entre les couches fluides, l’unique nombre sans dimension caractérisant l’écoulement. Pour comprendre, avant toute chose, l’influence qualitative de ce paramètre sur l’observable du champ d’onde, il faut simplement noter que pour $Fr \ll 1$ (resp. $Fr \gg 1$), les ondes les plus rapides se déplacent plus vite (resp. lentement) que l’obstacle. Ainsi, dans le premier cas, il peut exister un intervalle de longueur d’onde capable de se déplacer avec l’objet, alors que dans le deuxième cas, cela nécessite au mieux de forcer les ondes les plus longues possibles. Comme nous allons le voir par la suite, ces propriétés ont une influence majeure sur la structure du sillage de l’objet.

Dans l’étude expérimentale présentée ici, et réalisée dans la veine hydraulique de Météo-France, l’obstacle est un mont axisymétrique de forme gaussienne qui est déplacé à vitesse constante U_0 selon l’axe x à la surface libre d’un bassin rempli d’un fluide stratifié en bicouche (figure 5.1)¹. Dans cette

1. Ici, nous privilégions la situation d’un obstacle déplacé à vitesse constante dans un fluide au repos comme équivalent

configuration, nous prenons $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ et $H = H_1 H_2 / (H_1 + H_2)$ dans le nombre Fr défini précédemment. Dans les expériences, nous avons typiquement $H_1 = H_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1050$ kg.m³ et $\rho_1 = 1000$ kg.m³. Ces valeurs ont été relativement faiblement variées dans les campagnes expérimentales. La variation de Fr est alors principalement obtenue en variant U_0 . Afin d'extraire quantitativement le champ d'onde caractérisé par le déplacement de l'interface $\eta(x, y, t)$ dans le sillage de l'obstacle, une méthode stéréoscopique, similaire à celle décrite dans la section 4.3, est utilisée² (figure 5.1). Ici, nous obtenons un champ d'onde stationnaire dans le référentiel en mouvement avec l'obstacle, i.e. par changement de repère $x - U_0 t$. Dans ce référentiel, le champ d'onde est donc caractérisé par un déplacement $\eta(x, y)$. Des exemples de ces champs d'onde pour deux valeurs de Fr sont présentés sur les figures 5.2(a.1) et 5.2(b.1), respectivement pour, $Fr < 1$ et $Fr \approx 1$. Ces champs d'ondes sont caractérisés par des sillages dont l'angle d'ouverture α dépend de Fr . α est déterminé en fonction de Fr et reporté sur la figure 5.3 (symboles gris et noirs).

Nous proposons de décrire ce sillage d'onde par une analyse linéaire du problème non visqueux. Pour cela, une perturbation infinitésimale dans le fluide au repos est décomposée en ondes de Fourier dans le plan horizontal de nombres d'onde (k_x, k_y) . Le confinement vertical nécessite de trouver la solution d'une EDO du second ordre pour chaque couche soumise aux différentes conditions limites selon l'axe vertical. A ce stade, nous devons préciser que la surface libre du bassin expérimental ne se déforme quasiment pas, permettant de supposer la surface libre comme un toit rigide. Ainsi, les conditions aux limites sont $\mathbf{u} \cdot \mathbf{z}$, avec \mathbf{z} le vecteur unitaire vertical perpendiculaire à la surface libre, à la fois au niveau de la surface libre et du fond du bassin, et deux conditions de raccord à l'interface (cinématique et dynamique). Cette solution est alors décrite par une relation de dispersion de la forme

$$\Omega_i(k) = \left(gk \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \coth(kH_1) + \rho_2 \coth(kH_2)} \right)^{1/2},$$

avec $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ et (ρ_i, H_i) les masses volumiques et hauteurs de chacune des couches fluides. Alors, la forme du sillage d'un objet se déplaçant à vitesse constante U_0 dans la direction \mathbf{x} peut être définie par la réponse de cette relation à un forçage $f(x, y)$ localisé en espace autour de l'obstacle et induit par celui-ci,

$$G(x, y) = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} \frac{\hat{f}(k_x, k_y)}{-(i\epsilon - k_x U_0)^2 + \Omega_i^2(k)} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y,$$

avec $\hat{f}(k_x, k_y)$ la transformée de Fourier du forçage et ϵ un terme dissipatif et de régularisation de la solution. Il est à noter que la structure exacte du terme $f(x, y)$ n'est pas nécessairement triviale. Nous lui donnerons ici une forme similaire à la structure spatiale de l'obstacle, i.e. de forme gaussienne, et centrée sur son axe de symétrie. La solution obtenue à partir de cette analyse linéaire est présentée sur la figure 5.2(a.2–b.2) pour les mêmes valeurs de Fr que précédemment.

L'angle de sillage obtenu dans les expériences peut alors être comparé à celui prédit par l'analyse théorique en fonction de Fr (figure 5.3). Nous noterons en particulier la différence de nature de cet angle de sillage pour $Fr < 1$ et $Fr > 1$. Dans le premier cas, une solution dispersive menant à un angle de Kelvin constant est obtenue. Comme mentionné précédemment, c'est le cas pour lequel il existe effectivement une gamme de longueurs d'onde se déplaçant avec l'obstacle dans son sillage. Dans le deuxième cas, une solution non-dispersive similaire à un angle de Mach, dont l'angle décroît avec Fr est observée (Lighthill, 1978). Ici, en revanche, même les ondes les plus longues, et donc les plus rapides, ne peuvent plus suivre l'objet. Forcées par celui ci, elles forment donc un cône dont l'angle apparent par rapport à l'objet décroît lorsque l'on augmente la vitesse de l'objet, ou Fr en adimensionnel. Notons que même si les angles obtenus expérimentalement suivent qualitativement ces tendances, nous observons

par invariance galiléenne au cas d'un écoulement uniforme de vitesse constante autour d'un obstacle fixe, plus délicate à mettre en œuvre expérimentalement.

2. Pour cette configuration, les motifs nécessaires à la reconstruction 3D sont des volumes quasi-2D de particules de polystyrène de masse volumique adaptée pour rester à et suivre l'interface. L'algorithme utilisé précédemment a donc été modifié pour l'appariement de motifs aléatoires observés par les deux caméras.

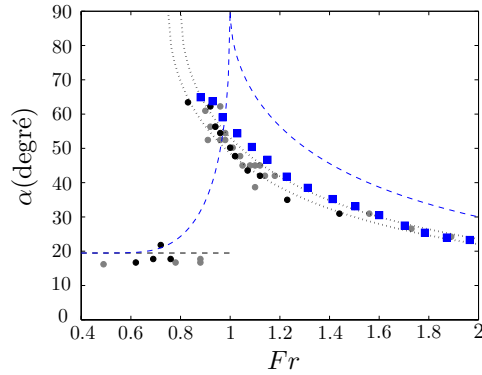


Figure 5.3 – Angle de sillage α fonction du nombre de Froude Fr , confrontation expérimentale (points gris et noirs) et théorique (symboles bleus et pointillés bleus ; voir texte pour plus de détail sur les différentes estimations théoriques).

que ces angles peuvent être inférieurs à la solution maximale que l'on obtiendrait si toutes les longueurs d'ondes pouvaient être excitées par l'obstacle (traits discontinus bleus sur la figure 5.3). Il est en fait nécessaire de tenir compte de la taille finie de l'objet dont le forçage dans l'espace spectral ne permet qu'une sélection limitée de longueurs d'onde, caractérisée par son étendue spatiale. Nous discutons de ce point dans la suite.

Comme discuté par Lighthill (1978) et reporté par Rabaud & Moisy (2013) dans le cas des ondes de surface, les longueurs d'onde nécessaires pour construire un sillage de plus grande extension dépendent de Fr . Ces longueurs d'onde ne seront disponibles que si les longueurs d'onde associées sont effectivement disponibles dans le terme de forçage avec une amplitude significative. Afin de quantifier cela, il est donc nécessaire d'introduire un nombre de Froude basé sur la taille caractéristique horizontale de l'obstacle l , soit $Fr_l = U_0/\sqrt{sgl}$. Pour illustrer ce propos, le sillage obtenu par l'analyse linéaire est présenté sur la figure 5.4 pour le même Froude, ici $Fr = 1.5$ et deux valeurs du Froude horizontal, $Fr_l = 0.5$ (a) et $Fr_l = 2$ (b). La réponse spectrale de ce sillage (couleurs) est également superposée à la structure spectrale du forçage (iso-contours) sur cette même figure. Clairement, l'obtention d'un angle de sillage maximal à Fr fixé nécessite Fr_l petit (en fait typiquement inférieur à 1). Nous pouvons simplement comprendre les choses de la façon suivante. Si l'on augmente Fr avec U_0 , les ondes se propagent suffisamment rapidement à l'interface pour suivre l'obstacle et structurer son sillage stationnaire qui est alors composé d'ondes de plus en plus longues. Il est donc nécessaire que la dimension caractéristique de forçage soit suffisamment grande pour forcer ces ondes, soit l grand, typiquement $l \geq 2\pi/k = 2\pi U_0^2/(sg)$ dans l'approximation des ondes en eau profonde³. De façon équivalente, il faut $Fr_l \leq 1$, comme observé sur la figure 5.4.

On peut alors déterminer l'angle de sillage à partir de l'analyse linéaire qui ne soit pas nécessairement l'angle maximal possible selon les valeurs de Fr_l . Nous représentons ces solutions de l'étude linéaire sur la figure 5.3 (carrés bleus). Bien entendu, la détermination de cette angle devient bien plus ambiguë, mais similaire à l'expérience. Nous détectons ici l'angle de la même façon pour les deux méthodes en déterminant l'amplitude maximale des variations de hauteur dans le sillage. Cette analyse semble effectivement confirmer les observations expérimentales du sillage.

3. Celles qui nous intéressent ici car dans l'approximation d'eau peu profonde, $Fr_l \rightarrow 0$, par définition

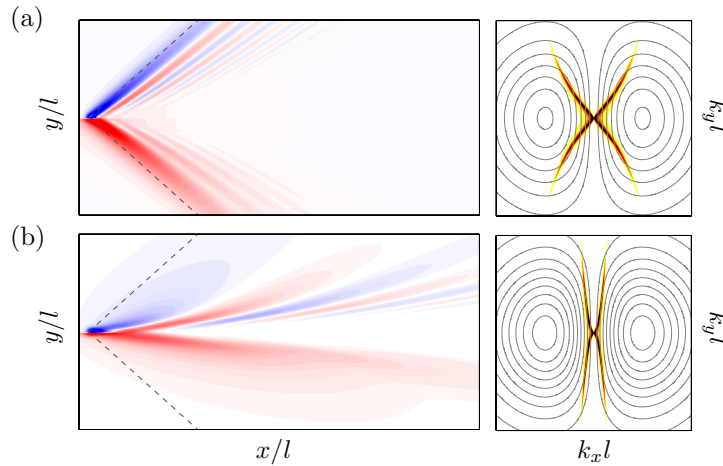


Figure 5.4 – Influence du nombre de Froude horizontal Fr_1 (voir texte pour définition) sur la structure du sillage pour un nombre de Froude Fr fixé (ici $Fr = 1.5$) : (a) $Fr_1 = 0.5$ et (b) $Fr_1 = 2$. Colonne de gauche : structure du sillage dans l'espace réel. Colonne de droite : réponse du forçage dans l'espace de Fourier (forçage en contour et sillage en couleur).

5.2 Ondes élastiques dans un fluide élasto-viscoplastique cisailé

Les modèles de fluide viscoplastique sont des modèles récurrents utilisés pour la description des fluides complexes observés dans la nature. Nous avons déjà vu à plusieurs reprises des exemples associés à la description des milieux granulaires. De façon plus générale, cette famille de modèles est utilisée pour décrire les écoulements de boue, de lave, entre autre. Ici, nous ne souhaitons pas, comme précédemment, discuter de modèles rhéologiques pertinents pour décrire des milieux complexes spécifiques. Bien entendu, l'exhaustivité des situations engendre un grand nombre de modèles, pouvant tenir compte des différentes propriétés des systèmes considérés. Ici, plutôt, nous nous focalisons sur un fluide modèle particulier souvent utilisé en laboratoire pour mettre en évidence les phénomènes associés au seuil de contrainte, i.e. le seuil plastique séparant un comportement fluide d'un comportement solide, et récurrent dans les fluides naturels, mais également industriels. Ce fluide, le Carbopol, est particulièrement apprécié pour sa transparence, permettant des mesures optiques communément utilisées en mécanique des fluides. Nous pouvons en particulier profiter de cette propriété pour réaliser des mesures de vitesse par imagerie de particules (PIV ; Bates & Ancey, 2017, Freydisier *et al.*, 2017).

Ces modèles fluides sont généralement basés sur l'extension d'une relation locale entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement via une modèle de viscosité effective, plus ou moins complexe, mais qui dans tous les cas diverge à cisaillement nul. Comprendre ces modèles et surtout discuter leur pertinence pour décrire des fluides réelles, nécessitent alors de caractériser la réponse du fluide à une contrainte ou un taux de cisaillement imposé. La mesure rhéométrique est exactement basée sur ce concept, mais avec deux difficultés majeures. Tout d'abord, la mesure dans un rhéomètre présuppose connu le champ de vitesse dans le volume de référence cisailé. C'est vrai pour beaucoup de fluides, mais peut s'avérer non-immédiat pour des fluides plus complexes. Ensuite, dans le cas des fluides dits viscoplastiques, la notion de divergence de la viscosité reste relative du point de vue de la physique des fluides et souvent mal posée mathématiquement. Autrement dit, il existe souvent dans les fluides réels une composante physique proche du seuil qui n'est pas prise en compte dans ces modèles viscoplastiques. Généralement, il faut redescendre à l'échelle dite microscopique, i.e. de la structure de ces fluides, qu'il s'agisse de particules solides dans les suspensions, ou de chaîne polymère dans les gels comme le Carbopol. Bien entendu, l'approche continue pour la description de cette échelle

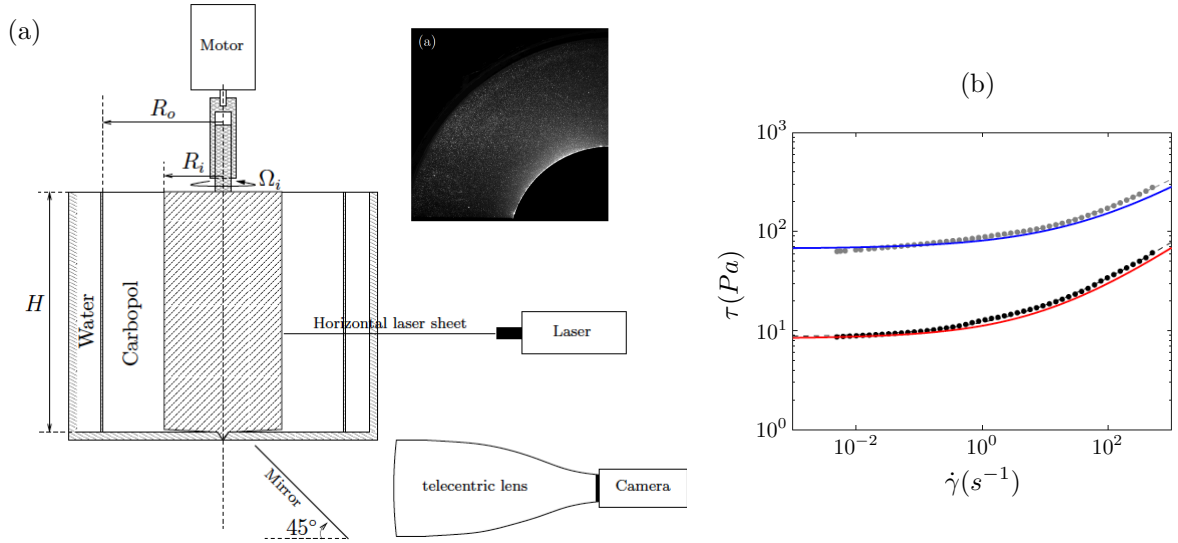


Figure 5.5 – (a) Schéma du dispositif expérimental de la cellule de Couette (+ Image brute instantanée au niveau de la nappe laser). (b) Rhéogrammes obtenus dans un rhéomètre classique (symboles) et par méthode inverse à partir du champ de vitesse dans la cellule de Couette (traits continus) pour deux solutions de Carbopol.

devient discutable et nous revenons aux mêmes difficultés que celles rencontrées précédemment avec le milieu granulaire. Néanmoins, il existe différentes contributions qui peuvent être modélisées par une répercussion mésoscopique sur le milieu considéré, i.e. modélisées par une approche continue. On peut alors parler de régularisation du modèle. Cela peut être par exemple un effet de thixotropie, de compressibilité du milieu ou encore d'élasticité du milieu. C'est cette dernière que nous allons considérer dans la suite. Ces contributions, généralement difficilement observables en régime établi, i.e. pour un cisaillement constant après tout effet transitoire, peuvent devenir des éléments dominants dans des dynamiques instationnaires.

Pour décrire la dynamique associée aux propriétés élasto-viscoplastiques du Carbopol, nous étendons, comme beaucoup d'autre avant nous, l'unique mesure rhéométrique à une mesure de la dynamique en volume en utilisant une cellule de Couette cylindrique d'entrefer plus important que les géométries généralement utilisées en rhéométrie (Coussot *et al.*, 2009, Manneville *et al.*, 2004, Ovarlez *et al.*, 2008, ainsi que le schéma de principe de la cellule de Couette sur la figure 5.5(a)). Pour le cas classique d'un cisaillement stationnaire, nous retrouvons bien toutes les caractéristiques de l'écoulement d'un fluide à seuil et pouvons remonter au rhéogramme du fluide, i.e. le seuil et la viscosité au-dessus de celui-ci (figure 5.5(b)). En particulier, nous retrouvons bien un modèle de Herschel-Bulkley, classiquement utilisé pour décrire le Carbopol et reliant la contrainte de cisaillement τ au taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ sous la forme $\tau = \tau_y + K\dot{\gamma}^n$, avec τ_y un seuil en contrainte, K la consistance du fluide et n son indice de structure (dont la valeur représente soit une rhéofluidification soit un rhéoépaississement du fluide au-dessus du seuil).

Nous allons dans la suite nous focaliser sur une partie plus originale qui consiste à décrire une situation de cisaillement instationnaire, pour mettre en évidence le rôle de l'élasticité au moins proche du seuil.

Les expériences sont ainsi réalisées dans une cellule axisymétrique composée de deux cylindres coaxiaux, le cylindre extérieur de rayon $R_o = 15$ cm étant fixe et le cylindre intérieur de rayon $R_i = 7$ cm mobile et soumis à une vitesse angulaire de la forme $\Omega(t) = \Omega_0 \cos(\omega t)$. Le champ de vitesse de

l'écoulement (obtenu par PIV dans un plan horizontal ; figure 5.5(a)) reste ici axisymétrique et est donc bien décrit par un profil orthoradial de la forme $\mathbf{v} = v(r, t)\mathbf{e}_\theta$. Ici, il existe également une composante liée à l'élasticité, en plus du modèle de Herschel-Bulkley décrit précédemment, et ne caractérisant que la partie plastique et la partie visqueuse du fluide. Pour faire ici au plus simple, nous décrirons cette contribution élastique par le module de cisaillement G . Il est à noter que cette simplification est assez forte, i.e. que nous supposons les contributions de cisaillement comme dominant dans cette configuration, en négligeant toute redistribution normale des contraintes. Nous verrons, néanmoins que cette première approche permet déjà de décrire la dynamique du système de façon satisfaisante. Ainsi, dans ce cas, la dynamique du fluide est décrite par 4 nombres sans dimension

$$Bi = \frac{\tau_y}{\Omega_0^n K}, \quad De = \frac{K}{G} \omega \Omega_0^{n-1}, \quad Re = \frac{\rho \omega \Omega_0^{1-n} R_i^2}{K}, \quad n.$$

La couche de cisaillement fluide dans cette configuration reste confinée proche du cylindre intérieur. Nous ne considérons donc pas dans la suite le paramètre de forme de la cellule R_0/R_i , R_0 pouvant être considéré comme "grand". Quelques exemples de l'évolution de la vitesse azimutale v dans l'espace (r, t) sont présentés sur la figure 5.6 pour différentes valeurs de ces nombres sans dimension.

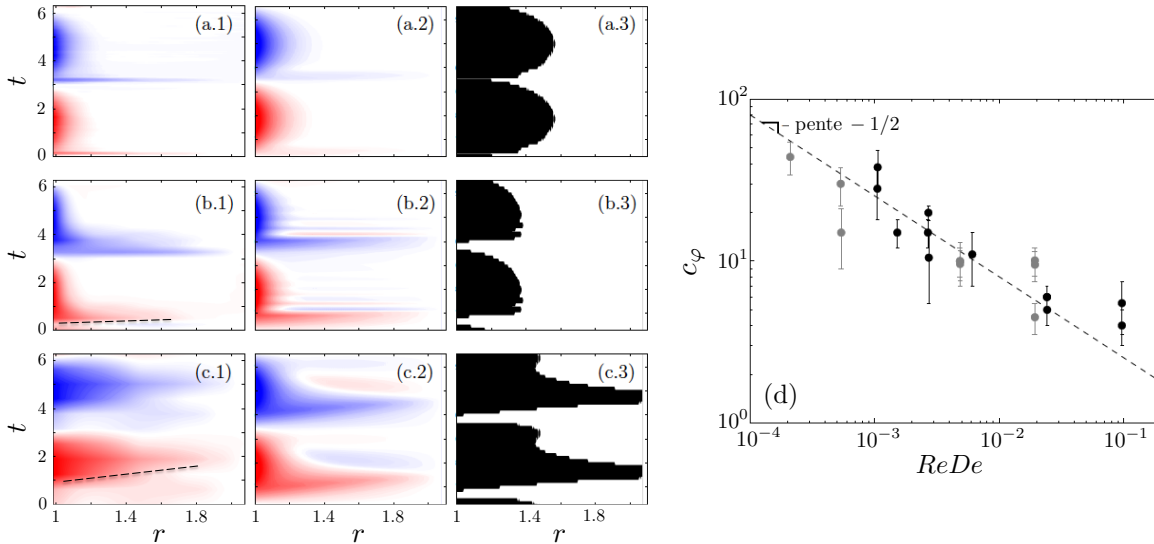


Figure 5.6 – Diagrammes spatio-temporels $v(r, t)$ obtenus par l'expérience (colonne 1) et le modèle (colonne 2). La colonne 3 montre la transition fluide/solide obtenue par le modèle (fluide : noir, solide : blanc). Les nombres sans dimension sont $n \approx 0.4$ et (a) $(Bi, De, Re) = (2, 0.01, 0.3)$, (b) $(Bi, De, Re) = (4, 0.04, 0.4)$ et (c) $(Bi, De, Re) = (2, 0.1, 4.6)$. (d) Vitesse de phase c_ϕ en fonction de $ReDe$ pour deux solutions de Carbopol (symboles gris et noirs). Cette vitesse correspond à la vitesse de propagation de l'information du forçage, cylindre intérieur, vers le cylindre extérieur, comme matérialisée par les lignes discontinues sur les figures (b.1) et (c.1).

Il ne fait aucun doute, au travers des expériences réalisées, que la contribution élastique est fondamentale pour comprendre les champs de vitesse obtenus dans la cellule de Couette oscillante. Cette contribution élastique augmente avec le nombre de Deborah De , comme observé sur la figure 5.6 sur laquelle De augmente des cas (a) à (c). En effet De n'est autre qu'un rapport de temps de la forme $De = T_e/\omega^{-1}$ avec $T_e = K\Omega_0^{n-1}/G \sim \eta_a/G$ qui représente un temps de relaxation élastique. Ainsi, pour De croissant, le temps de relaxation élastique devient grand devant le temps caractéristique d'oscillation du cylindre. La contribution élastique intervient donc sur l'intégralité de la période d'oscillation. Nous

pouvons noter ici que si $De \rightarrow 0$ alors le système évolue de façon relativement intuitive avec, en particulier, une zone fluide proche du cylindre intérieur dont l'extension oscille avec le mouvement du cylindre. Il s'agit en fait, pour les Re modérés considérés ici, d'une évolution quasi-statique d'un profil de vitesse en similitude avec le cas stationnaire. En revanche, pour De suffisamment grand, la contribution élastique s'étend dans le domaine et peut envahir le système sur une durée plus ou moins importante par rapport à la période d'oscillation du forçage.

Pour comprendre l'influence de l'élasticité dans ce système, nous pouvons commencer par résoudre le problème simple d'une onde élastique se propageant dans le gel sous le seuil de contrainte τ_y . Dans ce cas, l'équation régissant la vitesse orthoradiale associée à la déformation élastique s'écrit

$$ReDe \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r^2} (r^2 \dot{\gamma}), \quad (5.1)$$

qui prend une forme classique d'équation d'onde pour la vorticité verticale ζ

$$ReDe \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \nabla^2 \zeta, \quad (5.2)$$

dont la forme de la solution générale est détaillée dans (Lacaze *et al.*, 2015, [LFT2015](#)). Ici, nous noterons uniquement que la vitesse de phase associée à la propagation de cette onde, vitesse de phase c_φ , est d'ordre de grandeur

$$c_\varphi \sim (ReDe)^{-1/2}. \quad (5.3)$$

Cette vitesse est déterminée dans l'expérience par une mesure de propagation du maximum de vitesse dans le plan (r, t) , du cylindre intérieur (source du forçage) au cylindre extérieur (matérialisée par les traits discontinus sur les figure 5.6(b.1-c.1)). Cette vitesse est tracée en fonction de $ReDe$ sur la figure 5.6(d), et montre donc bien la loi d'échelle prédit par la solution (5.3). Ainsi l'invasion d'une zone élastique dans la cellule dépend du rapport entre le temps de parcours de l'onde élastique dans le domaine et la période d'oscillation du forçage.

Cette première analyse nous permet de comprendre la structure du champ de vitesse obtenu par PIV dans l'expérience. En revanche, son influence sur la zone de cisaillement, i.e. sur l'extension de la bande fluide proche du cylindre intérieur reste à déterminer. Dans le cas stationnaire, cette extension dépend fortement de Bi . Cette distinction reste difficile expérimentalement. Un modèle elasto-viscoplastique peut alors être développé afin d'extraire la contribution locale des contraintes élastiques et visqueuses. Le modèle choisi permet une simulation simple du champ de vitesse orthoradiale dans le plan (r, t) à partir des modèles rhéologiques simples décrits précédemment (Cheddadi *et al.*, 2012, Saramito, 2009). Nous montrons en particulier l'amplitude de vitesse v dans un diagramme spatio-temporel (r, t) obtenue par cette méthode sur les figures 5.6 (a.2-b.2-c.2), pour les mêmes paramètres (Bi, De, Re) que les expériences présentées sur la même figure. Un très bon accord est obtenu, permettant ainsi d'utiliser le modèle pour extraire la zone fluide de la zone solide dans le plan (r, t) en fonction des paramètres (Bi, De, Re) (figure 5.6(a.3-b.3-c.3)). Nous observons alors que dans certains cas, la propagation de l'onde élastique provoque une transition plastique du gel. La zone fluide peut alors envahir l'intégralité de la cellule (figure 5.6(c.3)). Sous quelles conditions observe-t-on ce phénomène ? Tout d'abord, il faut que $ReDe$ soit suffisamment grand comme discuté précédemment. En revanche un autre paramètre qui contrôle cette transition est le couple Bi/Re . En particulier, il est également nécessaire que Bi/Re soit suffisamment petit pour que la zone élastique transite vers le fluide. Effectivement Bi/Re indique l'écart au seuil dans la cellule en fonction de l'inertie associée au forçage. Plus il est petit, plus le gel est proche du seuil plastique dans l'intégralité de la cellule (c'est la différence entre les cas (b) et (c) de la figure 5.6). Lorsque ces conditions sont remplies, la zone fluide peut alors s'étendre sur une zone bien plus grande que la simple diffusion de la bande de cisaillement par un effet similaire au cas stationnaire.

5.3 Projets encadrés

5.3.1 Thèse Julie Albagnac

2007–2010 : COENCADREMENT – PIERRE BRANCHE, OLIVIER EIFF

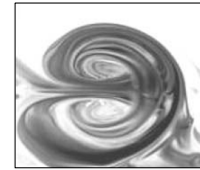
FINANCEMENT : BOURSE MESR

TITRE : Dynamique tridimensionnelle de dipôles tourbillonnaires en eau peu profonde. [[ThèseAlbagnac2010](#)]

Les tourbillons sont des structures hydrodynamiques récurrentes des écoulements géophysiques, formés par des processus variés. Par construction, ces tourbillons ont un axe de rotation aligné selon la verticale, i.e. avec la gravité. Ils présentent une large variété de mécanismes propres à leur évolution qui dépendent de leur structure interne, et particulièrement du rapport de forme entre leur extension verticale et leur dimension horizontale. Souvent, de par la géométrie locale ou de la stratification verticale en température ou en densité, l'extension verticale est faible devant la dimension horizontale, nous parlerons alors de tourbillons confinés. Marchant en couple, les dipôles tourbillonnaires confinés font partie de cette famille. Ils sont observés en milieu littoral, engendrés par les courants sagittaux, ou encore dans les estuaires. La modélisation de leur dynamique est le fil conducteur de cette étude.

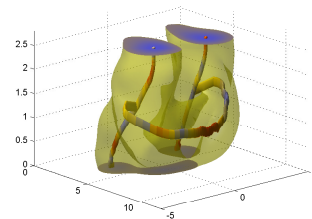
DYNAMIQUE 2D [[LBEL2010](#), [ALBE2011](#)]

Souvent issus d'une restructuration de bidimensionnalisation d'un écoulement type jet turbulent, par confinement vertical du panache turbulent, ces dipôles à symétrie tourbillonnaire imposée par conservation de la symétrie de vorticité, évolue le long de leur axe de symétrie. Afin de contrôler en laboratoire la génération de cette structure, en évitant l'étape de bidimensionnalisation, nous proposons ici une génération par pôles rotatives dans une cuve de laboratoire. Deux pôles parallèles ayant un degré de liberté de rotation le long d'une de leurs arêtes, sont align es selon la verticale et immerg es dans une faible hauteur d'eau pour générer deux tourbillons contra-rotatifs (Leweke & Williamson, 1998). Ces deux tourbillons parfaitement symétriques évoluent rapidement vers une structure tourbillonnaire, bien décrite par le modèle de Lamb-Chaplygin (Chaplygin, 1903, Lamb, 1924, Meleshko & Van Heijst, 1994, Saffman, 1992). Malgré le confinement vertical, l'interaction du dipôle avec le fond engendre sur des temps relativement courts, un tourbillon transverse à l'avant du dipôle et d'axe horizontal. La caractérisation – topologie et dynamique – de cette structure transverse dans le plan vertical de symétrie du dipôle, combin e à la structure du dipôle dans différents plans horizontaux a fait l'objet principal du premier volet de l'étude. Nous avons, en particulier, montré que le tourbillon transverse se forme proche du fond pour évoluer avec le dipôle, à l'avant de celui-ci, tout en montant à mi-hauteur d'eau. Plus précisément, l'influence des différents paramètres tels que la vitesse d'advection et la hauteur d'eau, sur l'existence, la topologie et la dynamique du tourbillon transverse a été consid r e. Nous avons ainsi pu mettre montrer que ce tourbillon transverse trouve sa source de vorticité dans la couche limite induite par le déplacement du dipôle sur un fond solide, dont la transformation en tourbillon focalisé est induite par la source d'étirement à l'avant du dipôle.



DYNAMIQUE 3D [[AMELB2013](#)]

Le dipôle tourbillonnaire, quoique généralement issu lui-même d'une bidimensionnalisation d'un panache turbulent, ne peut pourtant pas conserver une structure 2D. Le tourbillon transverse est la signature de la tridimensionnalisation de l'écoulement qui met alors à défaut l'hypothèse standard d'écoulement bidimensionnel dans un écoulement fortement confiné verticalement. Néanmoins, cette nouvelle structure tourbillonnaire a la taille caractéristique de l'épaisseur d'eau, et reste donc une structure cohérente, loin d'une dynamique complexe turbulente. Le mécanisme d'étirement privilégie donc la formation du tourbillon transverse dans le plan de symétrie.



Néanmoins, cette structure ne peut pas se réduire à ce plan. Se pose donc la question de la structure complète associée à ce tourbillon transverse, et finalement à la structure tridimensionnelle que forme ce nouveau tripôle tourbillonnaire plus complexe que sa structure dipolaire d'origine. Afin de décrire la topologie 3D de cet écoulement, une technique de PIV 3D-3C (vélocimétrie par images de particules en trois dimensions et à trois composantes) a été développée. Cette technique consiste en la reconstruction du champ de vitesse 3D de l'écoulement dans un volume fluide en balayant le volume de contrôle avec une nappe laser. Si le balayage laser est suffisamment rapide devant l'évolution de la dynamique observée, le volume éclairé sur une faible échelle de temps peut être considéré comme figé. Il en est de même pour les images 2D capturées par une caméra rapide à chaque position intermédiaire de la nappe laser. Un volume de particules sphériques dans un volume 3D est alors reconstruit. S'ensuit une corrélation tridimensionnelle similaire à une méthode de corrélation spatiale 2D utilisée en PIV standard (L'algorithme de corrélation a été étendu ici au 3D par Frédéric Moulin à partir de la méthode 2D développée par Fincham & Spedding, 1997). Cette méthode, couplée à une analyse de détection de structures tourbillonnaires type λ_2 (Wu *et al.*, 2007), permet une caractérisation complète de l'écoulement. Cette approche permet également de remonter au champ de pression de l'écoulement, une grandeur souvent manquante dans l'analyse expérimentale, permettant une identification complète de l'écoulement.

5.3.2 Thèse Jérôme Mougel

2010–2014 : COENCADREMENT – DAVID FABRE

FINANCEMENT : DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ARMEMENT

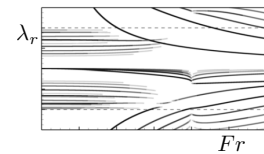
TITRE : Ondes et instabilités dans les écoulements tournants à surface libre. [[ThèseMougel2014](#)]

L'interaction d'un écoulement tournant axisymétrique avec une surface libre est le siège de différentes familles d'ondes. Sous certaines conditions, l'interaction de ces ondes peut conduire à la déstabilisation de l'écoulement de base, ce qui se manifeste par l'apparition de structures polygonales à la surface libre (Jansson *et al.*, 2006). Afin de caractériser les mécanismes à l'origine de cette déstabilisation, différents cas modèles peuvent être considérés. Les cas modèles de rotation solide et rotation potentielle ont été considérés pour un fluide non-visqueux, ou faiblement dissipatif, dans une cuve cylindrique de rayon R . L'écoulement de base est alors stationnaire et axisymétrique. On notera que ces écoulements en rotation à surface libre peuvent entraîner un démoillage proche de l'axe de rotation, le modèle potentiel est d'ailleurs uniquement valable dans cette situation.

ONDES DANS LE SEAU DE NEWTON [[MFL2015](#)]

Dans le cas de la rotation solide (seau de Newton), l'écoulement est linéairement stable. En revanche, cet écoulement modèle comprend tous les mécanismes nécessaires pour porter les ondes de surface d'un écoulement en rotation, tout en permettant une approche théorique approfondie grâce à la relative simplicité de sa structure. Ici, l'écoulement est contrôlé par

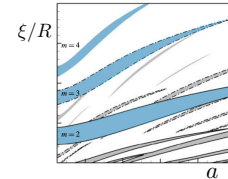
le rapport de forme du volume fluide au repos $a = H/R$ avec H la hauteur d'eau au repos, et le nombre de Fr comme rapport de la vitesse azimutale maximale du fluide en rotation, qui dans le cas d'une rotation solide est en $r = R$ et de la vitesse de phases des ondes longues dans le container au repos. Différentes familles d'ondes, quasi-neutres de fréquence λ_r , sont obtenues par un outil numérique pour la résolution du problème aux valeurs propres (FreeFEM++). Les ondes de surface gravitaire et centrifuge sont portées par le terme d'accélération normale à la surface libre, qui est horizontale proche de l'axe de rotation (ondes dites gravitaires car la composante dominante d'accélération normale à la surface est alors la gravité), et verticale proche du cylindre en $r = R$ (ondes dites centrifuges, l'accélération centrifuge étant alors la composante dominante). Les ondes inertielles sont associées au terme de Coriolis et deviennent singulières dans la limite non-visqueuse. Enfin les ondes de Rossby, portées en géophysique par le plan β , i.e. par la variation spatiale du terme de Coriolis de l'équateur vers les pôles, ont ici leur analogue de laboratoire induit par la variation spatiale de hauteur de l'état de



base du seau de Newton. Cette dernière analogie se met facilement en évidence à partir des équations en couche mince, i.e. de Saint-Venant, pour lesquelles on montre que la vorticité potentielle, rapport entre vorticité absolue et hauteur totale, se conserve lors du mouvement. Ainsi, on peut trouver une équivalence entre variation de vorticité absolue (incluant le terme de Coriolis) et variation de hauteur d'eau. L'utilisation de différentes méthodes asymptotiques, permette de caractériser la structure de chacune de ces familles d'ondes dans l'espace (a, Fr) .

INSTABILITÉ D'UN ÉCOULEMENT POTENTIEL [MFL2014, MFLB2017]

Pour le cas d'un écoulement potentiel, l'écoulement devient linéairement instable par un mécanisme de résonance d'ondes gravitaire et centrifuge. Les deux paramètres de contrôle de l'écoulement de base (solution analytique) pertinents sont le rapport de forme a du système sans rotation et le rayon de démouillage ξ pour le système en rotation. Il est à noter que ce rayon ξ est nécessairement non nul pour le modèle potentiel qui est singulier sur l'axe de symétrie et peut être reli e au nombre de Froude Fr . La carte de stabilité linéaire de l'écoulement peut donc être présentée dans l'espace des paramètres $(a, \xi/R)$, qui fait apparaitre différentes structures azimutales de nombre d'onde m issues de couplages d'ondes instables (vignette). Les mécanismes de l'instabilité ont été discut es au regard d'un développement asymptotique WKBJ dans la limite de couche peu profonde $a \ll 1$. Cette analyse montre en particulier le mécanisme de résonance menant à l'instabilité, qui ne peut se faire que sous certaines conditions très spécifiques sur la structure spatiale des modes propres. En particulier, un mécanisme d' 'over-reflexion' induit par l'interaction de zones radiales à structures oscillante et évanescence a été propos e par analogie à l'instabilité radiative dans le cas de tourbillons stratifi es (Le Dizès & Billant, 2009).



5.3.3 Thèse Jos e barale

2012–2019 : COENCADREMENT – DOMINIQUE ASTRUC

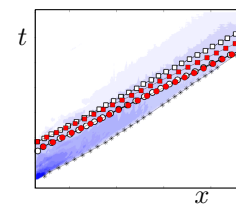
FINANCEMENT : FONDS PROPRES

TITRE : Etude expérimentale de l'interaction entre deux vagues successives dans la zone littorale proche. [Th eseBarale2019]

L'hydrodynamique dans la zone littorale proche est forcée par des d'ondes gravitaires de surface. Ces ondes issues de la houle se propagent vers la plage, mais selon la morphologie de la plage, des ondes réfléchies peuvent également se propager en sens inverse. Les mécanismes d'interaction qui en découlent influencent le transport de sable (section 4.3. Le projet de thèse se focalisait sur cette interaction d'ondes par une approche expérimentale de laboratoire. Le dispositif, entièrement conçu par le doctorant, est celui décrit dans la section 4.3. Le générateur utilis e permet la génération de deux ressauts propagatifs successifs, qui évoluent le long du canal, axe not e x , avant d'impacter une plage. La thèse s' est principalement focalisée sur l'etude de l'interaction de ces ressauts, représentatifs d'une grande partie des ondes incidentes de la zone de 'swash'. Dans le milieu naturel, les ondes incidentes se propagent à différentes vitesses pouvant engendrer des interactions de différentes natures entre elles. Ces différents types d'interactions sont d'ailleurs au c oeur des études sur l'érosion de la zone de swash, car à l'origine d'une dynamique variée et donc d'un transport très hétérogène selon les situations.

CAPTURE

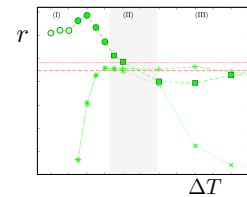
Dans un premier temps, nous nous intéressons à une interaction dite au large, lorsque les deux ressauts se propagent vers la plage dans une hauteur d'eau constante. Lorsque la p eriod e séparant la génération des deux ressauts ΔT est suffisamment courte, le second ressaut se propage plus rapidement que le premier, menant à une fusion des deux ressauts successifs avant leur impact sur la plage. Le deuxième ressaut est dans ce cas g en er e sur la 'queue' du premier, sa vitesse de propagation est donc plus grande. Une



étude exhaustive a permis de montrer qu'un modèle simple basé sur la résolution par la méthode des caractéristiques dans l'approximation d'eau peu profonde, permet de capturer ce mécanisme et de prédire la position de fusion. La vignette montre ce phénomène. Le premier ressaut dont le front est matérialisé par les étoiles se propage en espace et en temps avec une forme de queue caractérisée par la hauteur d'eau en niveau de couleur. Cette situation correspond à une expérience réalisée pour l'unique premier ressaut. Le modèle permet alors la prédiction de l'évolution d'un second ressaut qui se propagerait sur ce premier ressaut (dont le front est matérialisé par les symboles rouges pour deux temps de génération du second ressaut différents). On montre que ce modèle capture relativement bien la position d'un deuxième front effectivement obtenu dans les expériences (qui correspondrait aux symboles creux).

COUPLAGE INTERACTION – RUN-UP

En augmentant la période ΔT entre la génération de chaque vague, l'interaction peut avoir lieu sur la plage. Eventuellement, à grand ΔT , la première vague est intégralement réfléchiée et interagira avec la deuxième en collision, i.e. à sens de propagation opposés. Modifier ΔT engendre donc des types d'interaction différentes comme celles observées en milieu naturel. Nous observons ici que la nature de l'interaction peut très largement modifier la zone d'extension de 'swash', son run-up r , i.e. la distance sur laquelle l'eau remonte sur la plage. La longueur de montée r de la deuxième vague (cercles et carrés verts sur la vignette) peut alors être plus importante ou au contraire plus faible que sa valeur sans la présence de la première vague (trait discontinu). Cette étude a permis de caractériser ce processus en fonction de la pente de la plage pour montrer en particulier son impact dominant sur la dynamique de la zone de swash dans le cas des plages de pente faible.



5.4 Synthèse

Les études présentées dans ce chapitre ne comportent pas de lien scientifique fort les unes avec les autres. Elles décrivent des études modèles de processus physiques rencontrés dans des situations plus complexes. Elle décrivent en particulier des problèmes de propagation d'onde dans des fluides complexes, stratifiés en densité ou non-newtoniens. Elles sont des projets de collaborations ponctuelles issues de discussions scientifiques autour de mécanisme fondamentaux de mécanique des fluides. Les résultats obtenus peuvent aussi bien s'appuyer sur des développements numériques ou expérimentaux, et souvent sur une analyse théorique.

Chapitre 6

Perspectives

Les activités présentées dans ce manuscrit balaient différents aspects de la physique des fluides naturels et de la dynamique de leurs écoulements, un axe de la dynamique des fluides géophysiques dont les échelles d'écoulement sont souvent relativement petites, limitant les effets de Coriolis. Ces axes de recherche ont trouvé leur cheminement depuis ma thèse de doctorat durant laquelle les premières questions autour de la dynamique des fluides géophysiques (grande échelle pour le coup) avaient commencé à prendre une place significative dans mes activités. Le deuxième grand pas amenant à ces activités est un post-doctorat durant lequel ma formation sur les écoulements granulaires a débuté. Au final, nous retrouvons dans mes activités de ces douze dernières années des restes de cette formation initiale en dynamique des fluides, les ondes, les instabilités,... que je ne souhaite pas mettre de côté mais qui prennent une place plus faible derrière les milieux granulaires, ou au moins les fluides chargés en particules. Le transport granulaire, que ce soit par gravité ou par le cisaillement d'un fluide, est donc un des axes privilégiés de mes activités, et cette direction semble se confirmer au moins pour mes recherches à court terme.

6.1 Écoulements gravitaires et phénomènes associés

DANS LA CONTINUITÉ DU CHAPITRE 3

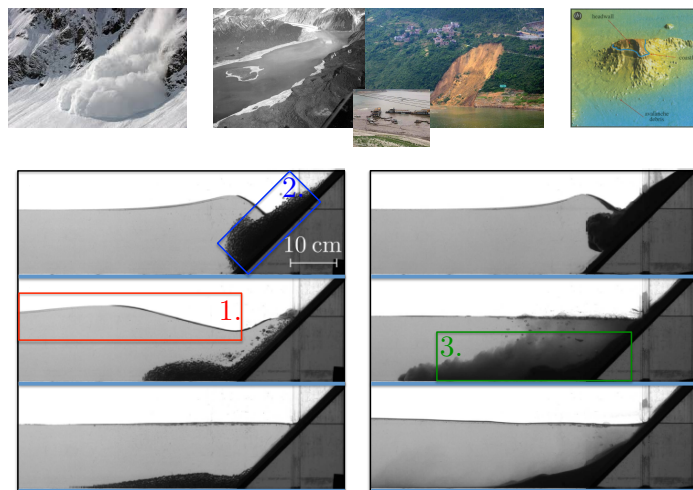
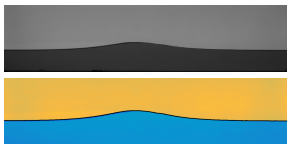


Figure 6.1 – Schématisation des perspectives scientifiques sur les écoulements gravitaires

Jusqu'ici mes activités de recherches sur les écoulements gravitaires se sont principalement focalisées sur les écoulements granulaires denses, avec ou sans effet d'un fluide environnant. Depuis peu, deux nouvelles activités émergent au laboratoire en continuité de ces activités. Tout d'abord, suite au recrutement de Sylvain Viroulet au CNRS en 2018, et rattaché à l'IMFT, mon activité sur les écoulements granulaires denses évolue vers les aspects de transition à l'interface air-liquide. Cette activité est directement reliée aux problématiques géophysiques de génération de tsunami par glissement de terrain, portée au laboratoire par Sylvain (figure 6.1). Ici, nous concentrerons notre effort plus particulièrement sur (1.) la génération d'une vague puis son évolution et (2.) la description de transition de l'écoulement granulaire. Ensuite, en collaboration avec Matthieu Mercier, dont les activités sont plus orientées sur les suspensions de particules en milieu complexe, nous avons monté un projet collaboratif financé par l'ANR autour des questions plus générales de transition des écoulements denses vers les courants plus dilués comme les courants de turbidité (3.). Cette activité est faite en collaboration avec le LEGI, l'IRSTEA et le LEMTA. L'objectif général est de mieux comprendre l'effet des fluctuations turbulentes sur le maintien ou non en suspension de particules et l'équilibre sous-jacent d'érosion-déposition sur le fond. Derrière cet objectif se pose naturellement la question, et en continuité des activités présentées précédemment, de la modélisation des fluctuations de vitesse fluide dans une description rhéologique du tenseur des contraintes du mélange fluide-particule.

1. Propagation d'une onde solitaire (figure 6.1)

(Coll. Jérôme Mougel & Sylvain Viroulet; projet interne IMFT)

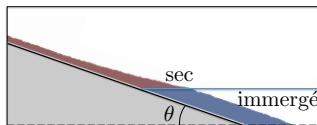


Soliton généré en laboratoire

La structure spatio-temporelle de la vague (sa forme mais également l'énergie contenue) générée par impact d'une avalanche granulaire reste un point majeur de modélisation dans cette thématique. Cette question reste bien entendue une part du projet mené ici. Un aspect complexe qui apparaît naturellement lorsque l'on essaie de répondre à cette question vient de l'influence de la topographie sur la propagation de la vague, en pleine phase de formation, aux temps courts lorsque l'onde est encore proche de la côte. Cette question revient également lors de l'impact de la vague générée sur une côte opposée. Pour simplifier ce problème, bien complexe à cause (i) de la bathymétrie complexe sur terrain naturel et (ii) de l'influence même du fond érodable induit par l'avalanche dans le cas de la génération, nous nous plaçons tout d'abord dans des situations modèles. La situation la plus simple, récemment initiée par un stage de M2, est l'évolution d'une onde solitaire au passage d'une singularité de profondeur (marche ou cavité). Cette configuration a l'avantage de pouvoir être abordée de façon expérimentale, numérique et théorique dans certains limites asymptotiques du problème. Cette confrontation permet de caractériser l'impact de cette topographie singulière sur la dynamique du soliton, par des processus de réflexion et de transmission. Encore loin du problème initialement posé, il s'agit ici d'une première approche vers ces objectifs, qui permet également d'apporter des éléments nouveaux sur des problèmes plus fondamentaux de dynamique des ondes de surface (réflexion/transmission).

2. Transition sec-immersée d'un écoulement granulaire (figure 6.1)

(Coll. Sylvain Viroulet; projet collaboratif CNRS, IMFT-LMV)



Simulation DEM.

On s'intéresse maintenant à la phase granulaire. Elle est à l'origine de la génération de la vague, et surtout de l'énergie transmise. De plus, la forme du dépôt engendré et la distance parcourue par cette avalanche granulaire devenue sous marine restent difficiles à prédire. Pour s'aventurer dans cette thématique, il reste un mécanisme à comprendre et encore peu abordé en dynamique des milieux granulaires. Il s'agit de la transition d'un régime à un autre d'un écoulement granulaire. Dans cette configuration, cette transition dite sec-immersée se fait en temps et en espace au moment où le front d'avalanche impacte la surface libre. Nous nous attendons ici à la formation d'un ressaut granulaire. Pour simplifier, tout en gardant le mécanisme associé à cette

transition, nous nous intéressons d'abord à une configuration d'écoulement granulaire stationnaire sur plan incliné. Ici, l'originalité consiste en la présence de l'interface entre air et liquide à mi-pente. L'analyse de cette configuration stationnaire permettra d'identifier la longueur de transition imposée, i.e. du ressaut granulaire comparable à un ressaut visqueux.

3. Courants de turbidité (figure 6.1)

(Coll. Matthieu Mercier ; projet collaboratif ANR, IMFT-LEGI-LEMTA-IRSTEA)

L'objectif est de caractériser et quantifier les flux d'érosion/déposition, la rhéologie et l'influence des interactions particules-particules et particules-turbulence sur la dynamique de courants gravitaires chargés en particules. Les modèles proposés ici en laboratoire décrivent un grand nombre d'application des avalanches aériennes à sous-marines, des tempêtes de sable, ..., en variant la concentration initiale en particule, le rapport de masse volumique, la pente sur des intervalles suffisamment importants. Cela nécessite des spécificités différentes et donc plusieurs dispositifs expérimentaux répartis sur quatre sites (IMFT-LEMTA-LEGI-IRSTEA). Dans le cadre de ce projet, il existe également un objectif de développement d'outils de métrologie optique et acoustique dédiés à ces configurations. Ce projet s'inscrit dans la continuité d'un certain nombre d'études que j'ai menées par le passé sur les effondrements granulaires et les ruptures de barrage de fluides chargés en particules. Il s'agit ici d'une thématique à la frontière entre milieu granulaire dense et suspension particulaire, et plus spécifiquement de la transition de ces régimes pour des écoulements dans lesquels ces différents régimes coexistent. Ainsi, les questions de la transition d'un régime à l'autre, du mélange, et de l'entretien du courant par les interactions fluide-particules, seront abordées tout au long de ce projet par exploitation des résultats expérimentaux.

6.2 Transport sédimentaire : de la rivière au littoral

DANS LA CONTINUITÉ DU CHAPITRE 4



Figure 6.2 – Schématisation des perspectives scientifiques sur le transport sédimentaire

Le profil d'une plage est en évolution permanente. Cette évolution peut être due à des phénomènes naturels propres à l'évolution de notre planète, mais semble fortement accentuée ces dernières décennies par des événements anthropiques. Parmi eux, nous nous focaliserons ici sur le déficit d'apport sédimentaire. Source naturelle, émanant des rivières, les sédiments sont bloqués depuis plusieurs décennies par les barrages ou autres obstacles transverses aux rivières. Cet aspect conduit à deux phénomènes qui seront distingués en deux projets dans la suite. (1.) Les rivières sortent de leur équilibre naturel qui était contrôlé par un équilibre entre le transport et l'apport en amont. Ce déséquilibre amène

finale­ment la rivière à atteindre la roche mère dans de nombreux cas, en France en particulier. Les consé­quences, à la fois sur la structure de la rivière et les inondations associées et sur le maintien de la biodiversité, sont telles que des recharges sédimentaires sont réalisées ponctuellement. Ces recharges pour le moment relativement empiriques nécessitent d'être mieux dimensionnées. (2.) Ce déficit sédimentaire entraîne une perte pour l'apport naturel des plages. Les situations les plus critiques observées amènent une plage naturelle­ment en accré­tion à devenir continue­ment érodée depuis plusieurs décennies. La compréhension et la description des profils de plage lorsqu'ils sont hors de leur équilibre naturel, particulière­ment par changement d'apport sédimentaire mais également par modification du forçage de houle, restent des questions encore ouvertes dans le domaine de la dynamique littorale.

Mes activités sur le transport sédimentaire évoluent également vers l'influence de la forme des particules dans des configurations génériques, suite au recrutement de Raphaël Maurin qui porte cette nouvelle thématique. Les collaborations avec Raphaël s'étendent plus généralement sur la thématique de la continuité sédimentaire présentée dans la suite.

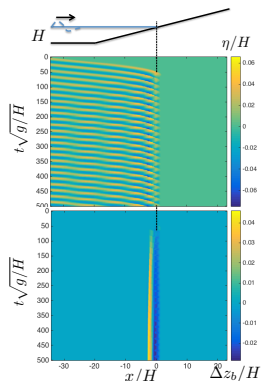
1. Continuité sédimentaire (figure 6.2)

(Coll. Raphaël Maurin ; projet collaboratif OFB, IMFT-OFB)

Dans le cadre d'un projet de collaboration avec l'OFB (Office Française de la Biodiversité), Badar Munir a débuté une thèse en Novembre 2019 (coportée par Raphael Maurin et moi-même). Le projet ici, en lien avec des problématiques portées à la fois par l'OFB et EDF sur la continuité sédimentaire des cours d'eau, se focalise sur des modèles de rivières hors équilibre en laboratoire. Le modèle vise au dimensionnement de recharge sédimentaire en aval d'ouvrages transverses (barrages) afin d'assurer la continuité sédimentaire d'un cours d'eau mise en défaut par l'ouvrage. Cette méthode, bien que relativement rustique, reste pour le moment la seule solution concrète mise en œuvre. Nous cherchons ici à caractériser l'impact et le potentiel d'une telle méthode pour des systèmes de rivière proche équilibre et fortement hors-équilibre. Par équilibre, nous entendons ici un équilibre alluvial, i.e. un modèle de rivière unidirectionnelle présentant un équilibre parfait entre débit fluide (constant), apport sédimentaire (constant), transport sédimentaire et morphologie de la rivière. Sortir de cet équilibre signifie souvent limiter, voire stopper, l'apport sédimentaire de l'amont, ce qui peut dans une situation fortement hors équilibre amener le lit de rivière jusqu'à la roche mère non érodable. Ce dernier, peut finalement devenir un nouvel équilibre mais pour lequel l'apport nécessaire en sédiment pour maintenir la biodiversité n'existe plus. Caractériser ces nouveaux équilibres et identifier l'évolution d'une recharge (volume fini de sédiment) autour de cet équilibre sont les objectifs de cette étude. Le système de laboratoire utilisé pour aborder ces questions, se veut à la fois générique à des situations très variées rencontrées sur le terrain, mais également suffisamment simples (géométriquement et sur le régime d'écoulement) pour extraire des modèles sur des processus identifiés. L'extension vers des situations plus réalistes sera faite dans un second temps.

2. Les profils de plage hors-équilibre (figure 6.2)

(Coll. Rafael Almar & Sylvain Viroulet ; projet collaboratif CNRS, IMFT-LEGOS)



Modèle numérique (Basilisk)

Dans le cadre d'un projet 80|PRIME octroyé par le CNRS en 2019, Ivana Mingo a débuté sa thèse en Octobre 2019 (coportée par Rafael Almar du LEGOS). L'objectif du projet est une avancée sur la description de l'évolution des plages sous le forçage de la houle. Plus particulière­ment, nous cherchons à identifier les mécanismes qui mènent le système à un nouvel équilibre lorsque le forçage (les temps longs saisonniers ou les temps courts associés à une tempête) et l'apport sédimentaire sont modifiés. Nous focaliserons notre attention en premier lieu sur des modèles de laboratoire idéalisés (canal à houle). Dans ce cas, la modification du forçage est immédiate. La modification de l'apport sédimentaire se fera par une injection continue contrôlée de sable

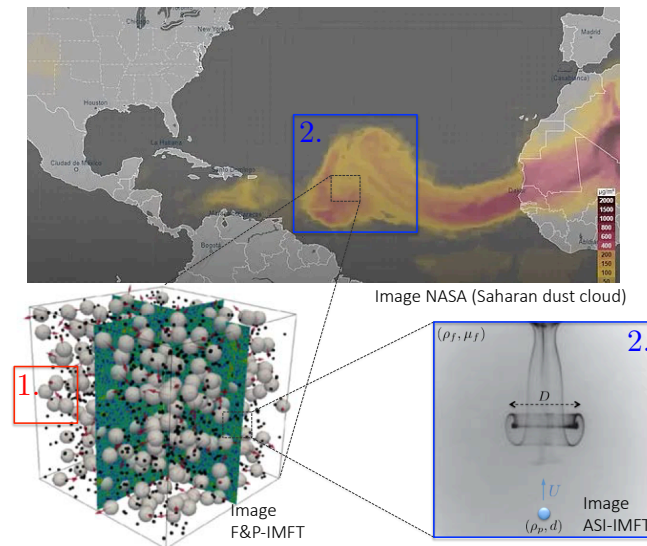


Figure 6.3 – Schématisation des perspectives scientifiques sur les interactions locales fluide-particules.

proche du pied de plage. Dans un deuxième temps, une confrontation à des situations réelles de terrain, suivies par l'équipe du LEGOS, sera envisagée. R. Almar (LEGOS) est spécialiste sur la mesure de terrain de la zone littorale. Son expertise sur la dynamique littorale sera un atout pour ce projet. Nous souhaitons combiner les approches de laboratoire et les observations de terrain pour permettre de se focaliser sur des mécanismes physiques contrôlés, tout en gardant une ligne conductrice définie par l'observation. Egalement, des modèles issus du laboratoire pourront être testés sur les observations de terrain.

6.3 Fluides & Particules[®] : description locale des interactions

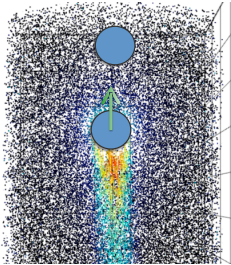
DANS LA CONTINUITÉ DES CHAPITRES 2 ET 5

Les nuages de poussière, comme illustrés par exemple sur la figure 6.3, sont des exemples d'écoulement chargé en particules, faisant intervenir des processus à la fois multi-échelles, et d'interaction forte entre l'écoulement fluide et la dynamique/dispersion des particules solides. Dans ce type d'exemple mais de façon générale dans de nombreuses applications industrielles et géophysiques, les mécanismes de base peuvent se comprendre par une description locale de l'interaction entre les particules et l'interaction entre l'écoulement fluide et les particules. Dans le premier cas, l'influence du fluide est principalement induit par le déplacement des particules qui a en retour un impact sur la dynamique des particules en particulier proche du contact. Dans le deuxième cas, la trajectoire des particules est influencée par la dynamique de l'écoulement fluide. Ceci pouvant se produire à différentes échelles. Soit à grande échelle dans le cas où un nuage de particules est transportée par une structure hydrodynamique cohérente, comme un dipôle tourbillonnaire. Soit à petite échelle par interaction entre la particule et la turbulence locale. Dans ce dernier cas, nous nous focalisons ici sur des écoulements simples comme brique élémentaire d'une turbulence locale (structure tourbillonnaire). Finalement, ces deux derniers problèmes peuvent être alors traité comme un seul pour lequel nous nous intéresserons à la dynamique d'une ou plusieurs particules dans une structure tourbillonnaire (typiquement un anneau ou un dipôle). Un des paramètres de contrôle est alors le rapport entre la taille de la particule d et la taille de la structure hydrodynamique D . La variation de ce rapport dans des dispositifs expérimentaux ou dans des modèles théoriques permettrait donc de balayer la gamme d'échelle discutée précédemment.

Ce projet se divise donc en deux études, une focalisée sur l'interaction entre particules et l'autre sur l'interaction entre fluide et particules.

1. Rebond Oblique entre deux particules solides (figure 6.3)

(Coll. Michéline Abbas & Sébastien Cazin ; projet collaboratif Fermat IMFT-LGC)



Mesure TOMO-3D

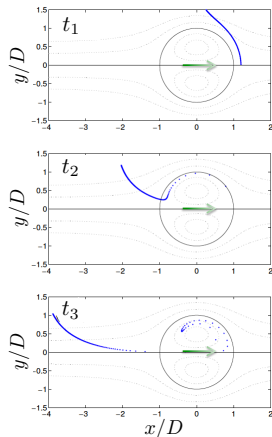
Dans la continuité du chapitre 2, l'interaction proche contact et durant le contact entre deux particules sera caractérisée par une confrontation entre des mesures expérimentales de TOMO-PIV 3D (vignette) et des simulations numériques IBM/DEM hautement résolues (chapitre 2). L'objectif principal est d'extraire des modèles de coefficient effectif décrivant le rebond entre les deux particules (e_{eff}, μ_{eff}) à partir de l'analyse du champ de vitesse local de la phase fluide. Ainsi les contributions hydrodynamiques locales seront incluses dans ces coefficients modélisant ainsi l'intégralité de l'interaction proche contact. Les variations de ces coefficients avec le paramètres hydrodynamiques, comme le nombre de Stokes St et le nombre de Reynolds particulaire Re_p , et

le paramètre géométrique d'angle de contact θ , ne peuvent être comprises que par une description complète de l'écoulement. Les outils expérimentaux et numériques avancés utilisés ici permettront d'atteindre ce niveau de description.

L'extension à des particules élastiques et donc déformables, ainsi qu'à des fluides viscoélastiques est également envisagée à plus long terme. La nature du contact et de l'interaction proche contact en sera donc modifiée.

2. Dynamique de particules solides dans une structure tourbillonnaire (figure 6.3)

(Coll. Julie Albagnac & Pierre Brancher ; projet interne IMFT)



Modèle analytique
(dipôle-particules)

Afin de décrire les différents régimes de transport de particules par structure tourbillonnaire, des approches expérimentales et théoriques peuvent être utilisées. Initiées par deux stages de Master, un sur le modèle 2D théorique de Lamb-Chaplygin et l'autre sur l'expérience de laboratoire d'un anneau tourbillonnaire, la dynamique de particules dans une structure hydrodynamique a été considérée.

En particulier, caractériser l'influence de la position de la particule lorsque impactée par la structure tourbillonnaire (voire vignette), celle du rapport de taille d/D entre le diamètre des particules et la dimension de la structure tourbillonnaire, ainsi que l'inertie de la particule Re_p sont les objectifs préliminaires de ces études. Des captures de la particule par la structure hydrodynamique sur des temps finis sont observés, menant à une dispersion de la phase solide par la structure tourbillonnaire.

Ces approches doivent être approfondies pour améliorer la modélisation de ces écoulements fluide-particules.

Annexe A

Liste des publications

A.1 Articles publiés depuis 2008 (date de recrutement au CNRS)

- QCL2020** Quibeuf G., Charru F. and Lacaze L. 2020 Particle motion within the viscous sublayer of a turbulent shear flow. *Phys Rev. Fluids* **5**, 014306.
- BLB2019** Bougouin A., Lacaze L. and Bonometti T. 2019 Collapse of a liquid-saturated granular column on a horizontal plane. *Phys Rev. Fluids* **4**, 124306.
- BL2018** Bougouin A. and Lacaze L. 2018 Granular collapse in a fluid : Different flow regimes for an initially dense-packing. *Phys Rev. Fluids* **3**(6), 064305.
- BLB2017** Bougouin A., Lacaze L. and Bonometti T. 2017 Collapse of a neutrally buoyant suspension column : from Newtonian to apparent non-Newtonian flow regimes. *J. Fluid Mech.* **826**, 918–941.
- MFLB2017** Mougel J., Fabre D., Lacaze L. and Bohr T. 2017 On the instabilities of a potential vortex with a free surface. *J. Fluid Mech.* **824**, 230–264.
- CBBL2016** Charru F., Bouteloup J., Bonometti T. and Lacaze L. 2016 Sediment transport and bedforms : a numerical study of two-phase viscous shear flow. *Meccanica* **51**,3055–3065.
- MFL2015** Mougel J., Fabre D. and Lacaze L. 2015 Waves in Newton’s bucket. *J. Fluid Mech.* **783**, 211–250.
- TLMB2015** Thual O., Lacaze L., Mouzouri M. and Boutkhamouine B. 2015 Critical slope for laminar transcritical shallow-water flows. *J. Fluid Mech.*, **783**, R1.
- LFT2015** Lacaze L. , Filella A. and Thual O. 2015 Steady and unsteady shear flows of a viscoplastic fluid in a cylindrical Couette cell. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **220**, 126–136.
- IBL2014(b)** Izard E., Bonometti T. and Lacaze L. 2014 Resolved simulations of submarine avalanches with a simple softsphere / immersed boundary method. *Journal of Computational Multiphase Flows.* **6**(4), 391–405.
- IBL2014(a)** Izard E., Bonometti T. and Lacaze L. 2014 Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **747**, 422–446.
- MFL2014** Mougel J., Fabre D. and Lacaze L. 2014 Waves and instabilities in rotating free surface flows. *Mech. Ind.* **15**(2), 107–112.
- BBLT2014** Bigot B., Bonometti T., Lacaze L. and Thual O. 2014 A simple immersed-boundary method for solid-fluid interaction in constant- and stratified-density flows. *Comput. Fluids* **97**, 126–142.
- AMELB2013** Albagnac J., Moulin O., Eiff O., Lacaze L. and Brancher P. 2013 A three-dimensional experimental investigation of the structure of the spanwise vortex generated by a shallow vortex dipole. *Environ. Fluid Mech.* **14**(5), 957–970.
- DLP2013** Degaetano M., Lacaze L., Phillips J.C. 2013 The influence of localised size reorganisation on short-duration bidispersed granular flows. *Eur. Phys. J. E* **36**(4), DOI : 10.1140/epje/i2013-13036-9.

- LPCCEEJ2013** Lacaze L., Paci A., Cid E., Cazin S., Esler J.G. and Johnson E.R. 2013 Wave patterns generated by an axisymmetric obstacle in a two-layer flow. *Exp. Fluids* **54**(1618), 1–10.
- ACCERLTC2012** Astruc D., Cazin S., Cid E., Eiff O., Lacaze L., Robin P., Toublanc F. and Cáceres I. 2012 A stereoscopic method for rapid monitoring of the spatio-temporal evolution of the sand-bed elevation in the swash zone. *Coastal Eng.* **60**, 11–20.
- ALBE2011** Albagnac J., Lacaze L., Brancher P. and Eiff O. 2011 On the existence and evolution of a spanwise vortex in laminar shallow water dipoles. *Phys Fluids*. **23**, 086601.
- LGBDPK2010** Lacaze L., Guenoun P., Beyssens D., Delsanti M., Petitjeans, P. and Kurowski P. 2010 Transient surface tension in miscible liquids. *Phys Rev. E* **82**, 041606.
- TL2010** Thual O. and Lacaze L. 2010 Fluid boundary of a viscoplastic Bingham flow for finite solid deformations. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **165**, 84–87.
- LBEL2010** Lacaze L., Brancher P., Eiff O. and Labat L. 2010 Experimental characterization of the 3D dynamics of a laminar shallow vortex dipole. *Exp. Fluids* **48**, 225–231.
- LLLLR2010** Le Bars M., Lacaze L., Le Dizès S., Le Gal P. and Rieutord M. 2010 Tidal instability in stellar and planetary binary systems. *Phys. Earth Planet. Int.* **178**, 48–55.
- LK2009** Lacaze L. and Kerswell R.R. 2009 Axisymmetric granular collapse : A transient 3D flow test of viscoplasticity. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 108305.
- LPK2008** Lacaze L., Phillips J.C. and Kerswell R.R. 2008 Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Phys. Fluids* **20**, 063302.

A.2 Articles publiés avant 2008 (disponibles sur demande)

- LKD2007** Lacaze L., Ryan K. and Le Dizès S. 2007 Elliptic instability in a strained Batchelor vortex. *J. Fluid Mech.* **577**, 341–361.
- LHLLL2006** Lacaze L., Herreman W., Le Bars M., Le Dizès S. and Le Gal P. 2006 Magnetic field induced by elliptical instability in a rotating spheroid. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **100**, 299–317.
- LLL2005** Lacaze L., Le Gal P. and Le Dizès S. 2005 Elliptical instability in a spherical shell. *Phys. Earth Planet. Int.* **151**, 194–205.
- LL2005** Le Dizès S. and Lacaze L. 2005 An asymptotic description of vortex Kelvin modes. *J. Fluid Mech.* **542**, 69–96.
- LBL2005** Lacaze L., Birbaud A.-L. and Le Dizès S. 2005 Elliptic instability in Rankine vortex with axial flow. *Phys. Fluids* **17**, 017101.
- LLL2005** Le Gal P., Lacaze L. and Le Dizès S. 2005 Magnetic field induced by elliptical instability in a rotating tidally-distorted sphere. *Journal of Physics Conference Series* **14**, 30–34.
- LLL2004** Lacaze L., Le Gal P. and Le Dizès S. 2004 Elliptical instability in a rotating spheroid. *J. Fluid Mech.* **505**, 1–22.

A.3 En cours (articles soumis disponibles sur demande)

- LBFI** Lacaze L., Bouteloup J., Fry B. and Izard E. Immersed granular collapse : From viscous to free-fall unsteady granular flows. *J. Fluid Mech.*, en révision.
- TL** Thual O. and Lacaze L. Modelling Herschel-Bulkley shallow flows through a two-parameter family of velocity profiles. *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, en révision.
- FLBC** Fry B., Lacaze L., Bonometti T. and Charru F. Effective properties of shear-driven immersed granular flows. *Phys. Rev. Fluids*, en révision.
- BL** Barale J. and Lacaze L. Bores interaction on an inclined plane : a swash laboratory model. *EPL*, en phase de soumission.

-
- BL Bougouin A. and Lacaze L. From inertial to viscous horizontal dam-break flows. *En préparation.*
- BVLPR Bougouin A., Viroulet S., Lacaze L., Paris R. and Roche O. Dry granular collapse into a fluid : Role of grain-fluid interaction on the granular flow dynamics and wave generation *En préparation.*

Annexe B

Sélection de publications

B.1 Publi. 1 (Chapitre 2)

IZARD E., BONOMETTI T. & LACAZE L.
Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid.
J. Fluid Mech. **747**, 422–446 (2014).

Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid

Edouard Izard, Thomas Bonometti and Laurent Lacaze[†]

Université de Toulouse; INPT, UPS; IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse),
Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France
CNRS; IMFT, F-31400 Toulouse, France

(Received 17 July 2013; revised 12 February 2014; accepted 11 March 2014;
first published online 17 April 2014)

The canonical configuration of a solid particle bouncing on a wall in a viscous fluid is considered here, focusing on rough particles as encountered in most of the laboratory experiments or applications. In that case, the particle deformation is not expected to be significant prior to solid contact. An immersed boundary method (IBM) allowing the fluid flow around the solid particle to be numerically described is combined with a discrete element method (DEM) in order to numerically investigate the dynamics of the system. Particular attention is paid to modelling the lubrication force added in the discrete element method, which is not captured by the fluid solver at very small scale. Specifically, the proposed numerical model accounts for the surface roughness of real particles through an effective roughness length in the contact model, and considers that the time scale of the contact is small compared to that of the fluid. The present coupled method is shown to quantitatively reproduce available experimental data and in particular is in very good agreement with recent measurement of the dynamics of a particle approaching very close to a wall in the viscous regime $St \leq O(10)$, where St is the Stokes number which represents the balance between particle inertia and viscous dissipation. Finally, based on the reliability of the numerical results, two predictive models are proposed, namely for the dynamics of the particle close to the wall and the effective coefficient of restitution. Both models use the effective roughness height and assume the particle remains rigid prior to solid contact. They are shown to be pertinent to describe experimental and numerical data for the whole range of investigated parameters.

Key words: computational method, lubrication theory, particle/fluid flow

1. Introduction

Immersed granular and particle-laden flows are encountered in a large number of industrial and natural applications, including chemical engineering, aeronautics, transportation, biomechanics, geophysics and oceanography. Granular flows with negligible effect of the surrounding fluid are gravity-driven and dissipated by inelastic and frictional contacts, while when the effect of the fluid becomes non-negligible, the hydrodynamic forces can drive the particle motion and the bulk kinetic energy may be

[†] Email address for correspondence: lacaze@imft.fr

additionally dissipated by viscous effects. In addition, such flows may exhibit strong inhomogeneities in the spatial distribution of particle velocity and concentration. To understand the dynamics of such complex systems, an accurate description of the dynamics at the particle scale for a large range of particle Reynolds number and Stokes number is needed (the Stokes number being the ratio of the relaxation time of the particle to the characteristic time scale of the fluid). For example, in a shear-driven immersed granular flow encountered in natural flows, some particles located at depth in the bed are quasi-stationary while others, at the bed surface, can reptate, salt or get entrained as a suspension in the bulk. This large range of dynamical parameters makes the development of predictive models very difficult. It is therefore necessary to improve the local description of canonical configurations in which processes can be isolated. In particular, the description of a single bounce of a particle in a fluid at rest remains challenging. Here we are interested in this configuration, namely the bouncing of a spheroidal particle on a wall in a viscous fluid.

Experiments on binary collisions in fluid have been undertaken in many studies. In a first approach, the collision of a particle on a wall covered by a thin liquid film has been experimentally investigated in order to highlight the lubrication effect on the bouncing (Barnocky & Davis 1988; Lundberg & Shen 1992). More generally, the case of a fully immersed system has been investigated (Joseph *et al.* 2001; Gondret, Lance & Petit 2002; Ten Cate *et al.* 2002; Pianet *et al.* 2007; Mongruel *et al.* 2010). In this case, the dynamics is slightly more complex since unsteady drag and history force can affect the falling of the particle well before the influence of the lubrication. In any case, the specific effect of the presence of the fluid is to take part in the dissipation of the initial kinetic energy leading to a decrease of the apparent coefficient of restitution of the bouncing particle. It has been shown that a similar trend is observed for two impacting particles (Yang & Hunt 2006).

The extension to the oblique bouncing on a wall in a fluid has been experimentally investigated by Joseph & Hunt (2004), the aim being to highlight the effect of lubrication on the apparent coefficient of friction. In particular, they showed that the value of the coefficient of friction, compared to the dry case, has more of an affect for smooth surfaces for which deformation induced by hydrodynamic pressure prior to solid interaction is more likely to happen. As noted by Joseph & Hunt (2004), the latter phenomenon is not observed for glass spheres and hence not expected for ‘rough’ particles, as long as the ratio between roughness height and particle diameter is not too small.

All these experiments agreed on the dependence of the coefficient of restitution $\varepsilon = -V_R/V_T$, defined as the ratio between the terminal velocity V_T prior to impact and the rebound velocity V_R , on the Stokes number based on the terminal velocity V_T , defined by $St = \rho_p V_T D / 9\mu$ where D and ρ_p are the diameter and the density of the particle, respectively, and μ is the dynamic viscosity of the surrounding fluid. For impact at high Stokes number, $St > 2000$, the viscous dissipation does not affect the rebound of the particle much and the effective coefficient of restitution approaches that of the dry case ε_{max} . At low St , viscous damping becomes more important leading to $\varepsilon < \varepsilon_{max}$. A critical particle Stokes number $St_c \approx 10$ is experimentally observed below which no rebound occurs. The high- St trend explains the choice of a normalized coefficient of restitution $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ usually found in the literature.

Models of binary interaction of solid particles have been widely developed in the literature and can be divided into two main contributions: one concerning the dynamics of the approaching solid and the second concerning the modelling of an effective coefficient of restitution after bouncing.

Brenner (1961) gives an analytic expression for the repulsive force acting on a smooth rigid sphere approaching a wall at low Reynolds number. When considering an elastic solid, this force is affected by the deformation of the material. Theoretical studies of elasto-hydrodynamic (EHD) collision of two spheres in a liquid showed through asymptotic and numerical techniques the relation between the pressure induced by lubrication and the deformation of the particle. These works were a first attempt to predict if a solid particle can bounce or if it, rather, sticks to the wall (Davis, Serayssol & Hinch 1986; Barnocky & Davis 1989). The influence of particle roughness was introduced by Smart & Leighton (1989) who show that it plays an important role in the contact dynamics. In particular, they highlight the fact that, during bouncing, the characteristic length of the fluid layer is of the same order of magnitude as the roughness height. Several studies have been devoted to understanding and modelling the influence of the roughness during bouncing or prior to contact. For instance, Lecoq *et al.* (2004) found that the dynamics of a particle approaching a rough wall is similar to the case of an equivalent smooth wall slightly shifted away from the original upper position of the corrugated surface.

Global models have also emerged for predicting the bouncing via the effective coefficient of restitution ε as a function of the Stokes number. For instance, Lian, Adams & Thornton (1996) extend the EHD theory, using a Hertz-like model for the elastic deformation to predict the coefficient of restitution. The proposed model agrees with numerical solutions of the system of equations but needs a scaling coefficient to obtain a closed-form solution. Legendre, Daniel & Guiraud (2005) derived a model for bouncing drops on a solid wall, using a mass–spring analogy accounting for the deformation of the drop. This model has proved successful and has been shown to reproduce the case of bouncing solid particles by adjusting an empirical constant. More recently, the effective coefficient of restitution ε has been modelled with a mixed contact model (Yang & Hunt 2006, 2008), for which St_c and a scaled surface roughness have to be prescribed.

In the present study, a coupled fluid–solid method is developed to investigate the bouncing of a solid particle on a horizontal bottom wall. Simulating solid–fluid interaction is often difficult because of the complexity of the solid shape and motion in the fluid flow. Methods for modelling solid–fluid interaction may be divided into two main groups, depending on the way the solid–fluid interfaces are described. One group, usually referred to as body-fitted grid methods, makes use of a structured curvilinear or unstructured grid to conform the grid to the boundary of the fluid domain (see e.g. Thompson, Warsi & Mastin 1985). In situations involving complex moving boundaries, one needs to establish a new body-conformal grid at each time-step which leads to a substantial computational cost and subsequent slowdown of the solution procedure. In addition, issues associated with regridding arise such as grid-quality and grid-interpolation errors. The second group of methods is referred to as fixed-grid methods. These techniques make use of a fixed grid, which eliminates the need for regridding, while the presence of the solid objects is taken into account via adequately formulated source terms added to fluid flow equations. Fixed-grid methods have emerged in recent years as a viable alternative to body-conformal grid methods. In this group, one can mention the immersed boundary method (IBM) (Fadlun *et al.* 2000; Kim, Kim & Choi 2001; Peskin 2002; Uhlmann 2005; Feng, Michaelides & Mao 2010; Breugem 2012; Kempe & Fröhlich 2012; Li, Hunt & Colonius 2012), distributed Lagrangian multiplier-based methods (Ardekani & Rangel 2008) or tensorial penalty methods (Brändle de Motta *et al.* 2013), among others.

In the present work, we attempt to simulate the local dynamics of such systems at the particle scale by simulating the collision of a sphere with a wall. To this end a

simple soft-sphere collision IBM is presented. The IBM consists of a direct forcing method, using a continuous solid volume fraction to define the boundary. The granular medium is modelled with a discrete element method (DEM) based on a multi-contact soft-sphere approach.

The paper is structured as follows. First, we describe the numerical technique used here. Secondly, wall–particle collisions in a fluid are simulated for a wide range of Stokes number ranging from 1 to 10^4 , and the use of a local lubrication force is discussed. Then, the dynamics of the particle approaching a wall at low Stokes number is simulated with IBM–DEM and compared to experimental data. The extension of an existing model (Mongruel *et al.* 2010) is proposed with, in particular, the implementation of an effective roughness length. Finally, a new model predicting the effective coefficient of restitution as a function of the Stokes number and the relative roughness height of the particles is proposed.

2. Numerical approach

2.1. Calculation of the fluid flow

The fluid flow around the particle is obtained thanks to an IBM. Assuming a Newtonian fluid, the evolution of the flow is described using the Navier–Stokes equations, namely

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{V} + {}^t \nabla \mathbf{V})] + \mathbf{f}, \quad (2.2)$$

where \mathbf{V} , P , ρ and μ are the local velocity, pressure, density and dynamic viscosity in the fluid, respectively, \mathbf{g} denotes acceleration due to gravity and \mathbf{f} is a body-force source term used to take into account solid–fluid interaction. Equations (2.1) and (2.2) are written in a Cartesian or polar system of coordinates. These equations are enforced throughout the entire domain, comprising the actual fluid domain and the space occupied by the particles. In the following, the term \mathbf{f} will be formulated in such a way as to represent the action of the immersed solid upon the fluid. Let us consider a solid particle of density ρ_p , volume \mathcal{V}_p and mass m_p , the centroid of which being located at \mathbf{x}_p , moving at linear and angular velocity \mathbf{u}_p and $\boldsymbol{\omega}_p$, respectively. The local velocity \mathbf{U} of the solid object is then defined by $\mathbf{U} = \mathbf{u}_p + \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_p$, \mathbf{r} being the local position relative to the solid centroid.

The time integration of the momentum equation for the fluid (2.2) is performed via a third-order Runge–Kutta method for all terms except the viscous term for which a second-order semi-implicit Crank–Nicolson scheme is used. The incompressibility condition (2.1) is satisfied at the end of each time step through a projection method. Domain decomposition and message passing interface (MPI) parallelization is performed to facilitate simulation of a large number of grid cells. In general, the location of the particle surface is unlikely to coincide with the grid nodes, so that interpolation techniques are usually employed to enforce the boundary condition by imposing constraints on the neighbouring grid nodes. Here we adopt another strategy, by introducing a function α , which denotes solid volume fraction, which is equal to one in cells filled with the solid phase, zero in cells filled with the fluid phase, and $0 < \alpha < 1$ in the region of the boundary. In practice, the transition region is set up to be of 1–3 grid cells approximately (Yuki, Takeuchi & Kajishima 2007). The forcing term is

$$\mathbf{f} = \alpha \frac{\mathbf{U} - \mathbf{V}}{\Delta t}. \quad (2.3)$$

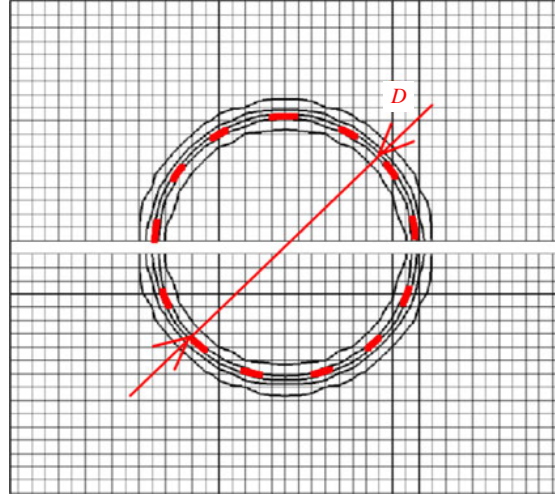


FIGURE 1. (Colour online) Example of the grid used in the present immersed-boundary simulation. Iso-contours of $\alpha = 0.01, 0.25, 0.5, 0.75$ and 0.99 . Here $D/\Delta x \approx 20$ with D the diameter of the solid particle considered. The dashed line shows the contour of the solid particle which is used in the DEM code.

Recall that \mathbf{U} is the local velocity imposed on the immersed solid object while \mathbf{V} is the local velocity in the fluid; Δt is the time step used for the time-advancement. The present choice, which may be viewed as a smoothing of the immersed boundary, is an alternative to using a regularized delta function in conjunction with a Lagrangian marking of the boundary. The latter technique is largely used in IBMs in order to allow a smooth transfer of momentum from the boundary to the fluid (see e.g. Fadlun *et al.* 2000; Uhlmann 2005). The present approach is simple to implement and does not need any Lagrangian mesh for tracking the immersed boundary. In the following, spherical particles are considered. The corresponding solid volume fraction α is defined by

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_p| - R}{\lambda\phi\Delta}\right), \quad (2.4)$$

$$\lambda = |n_x| + |n_y| + |n_z|, \quad (2.5)$$

$$\phi = 0.065(1 - \lambda^2) + 0.039, \quad (2.6)$$

where $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ is a normal outward unit vector at a surface element, R is particle radius, ϕ is a parameter controlling the thickness of the transition region and Δ is a characteristic grid size ($\Delta = \sqrt{2}\Delta x$ when the grid is uniform). Note that the coefficients used in (2.6) are 1.3 times larger than those reported in Yuki *et al.* (2007). This choice stems from numerical tests on moving cylinders at moderate Reynolds number which showed that the present set of coefficients is sufficient to suppress parasitic fluctuations of the forces applied to the objects when the latter cross a numerical cell (not shown here). The reader is referred to Uhlmann (2005) for a detailed discussion of this point. Iso-contours of α as defined in (2.4) for a solid particle of diameter D are shown in figure 1. In this case, the transition region is of three grid cells approximately.

2.2. Calculation of the particle motion

The motion of the particle is described by Newton's equations for linear and angular momentum of a rigid body, namely

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = m_p \mathbf{g} + \mathbf{F}_h + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{lub}, \quad \mathbf{I}_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \boldsymbol{\Gamma}_h + \boldsymbol{\Gamma}_c, \quad (2.7a,b)$$

where \mathbf{F}_h (resp. $\boldsymbol{\Gamma}_h$) is the hydrodynamic force (resp. torque) defined by

$$\mathbf{F}_h = -\frac{\rho\rho_p}{\rho_p - \rho} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{f} dV, \quad \boldsymbol{\Gamma}_h = -\frac{\rho\rho_p}{\rho_p - \rho} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{r} \times \mathbf{f} dV. \quad (2.8a,b)$$

Equation (2.8) was derived by Uhlmann (2005) or Bigot *et al.* (2013) for instance, and will not be repeated in detail here. Briefly, (2.8) are derived by integrating the momentum law (2.2) and corresponding kinematic momentum law for the fluid on the volume of the immersed object, and ensuring that the fictitious body force \mathbf{f} is such that these integrated laws are equivalent to the Newton equations (2.7). In (2.7), \mathbf{F}_c (resp. $\boldsymbol{\Gamma}_c$) is the contact force (resp. torque) including particle–particle and particle–wall collisions, and \mathbf{F}_{lub} is a lubrication force. A detailed description of these forces is given in §§ 2.2.1 and 2.2.2, respectively. In the case of multiple solid objects moving in a fluid, it is known that when the distance between two objects is small enough, the lubrication force induced by the interstitial flow becomes the dominant force in (2.7). Depending on the properties of the fluid and the relative velocity between the objects, the characteristic length of influence can be several orders of magnitude smaller than the particle diameter (Joseph *et al.* 2001). The present fixed-grid method described in the previous section is then unable to accurately capture the lubrication force for a reasonable grid resolution. Moreover, in the case of a perfectly smooth object, \mathbf{F}_{lub} diverges as the inverse of the distance between particles goes to zero, therefore avoiding any possible interaction between particles. The latter phenomenon does not consider surface roughness of real particles allowing solid contact as explained in Smart & Leighton (1989). Modelling these short-range interactions, both the lubrication and solid contact, is therefore crucial to capture the small-scale physics of solid particles interacting in a fluid.

In the present study, the small-scale interaction is modelled using a soft-sphere discrete element method (DEM) solving (2.7). This method has been developed to allow multi-contact interactions for a large number of particles, but is used here to consider the simpler case of a single contact between a solid sphere and a wall.

Length scales and time scales associated with short-range interactions are small compared to those associated with the fluid flow. The coupling between IBM and DEM is therefore done by solving (2.7) using a time step which is at least two orders of magnitude smaller than the fluid time step used to solve (2.1) and (2.2). In other words, large-scale flow structures (of the order of the particle size or larger) computed with the IBM approach are frozen during the computation of short-range interactions with the DEM code. Such a numerical trick allows to reduce computational cost which would have been tremendous if we had reduced the time step of the IBM down to the time step imposed by the DEM resolution. It has been verified that changing the ratio between the two time steps in the range 10^2 – 10^3 does not affect the results.

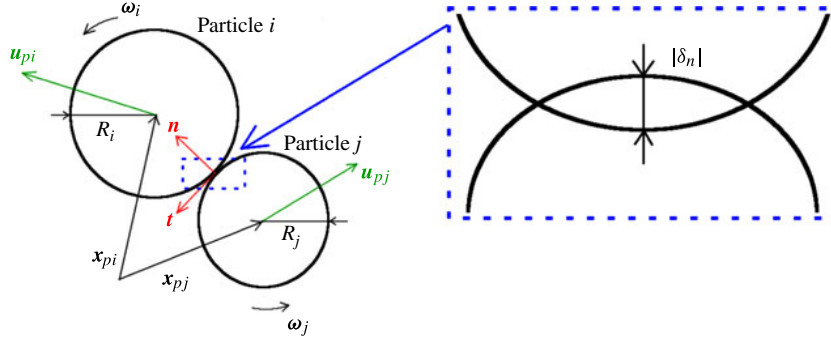


FIGURE 2. (Colour online) Sketch of a contact in the DEM soft-sphere model with the associated notation; δ_n is the normal signed distance of overlap defined as $\delta_n = \|\mathbf{x}_{pi} - \mathbf{x}_{pj}\| - (R_i + R_j)$.

2.2.1. Solid contact modelling

Here, we describe the method used for dealing with solid contacts in a system of n_p particles for generality. The modelling of the solid–solid interaction is done via a soft-sphere approach (Cundall & Strack 1979), which is based on modelling the deformation of real particles during contact by an overlap between computed non-deformable particles (figure 2). This overlap is then used to compute the normal and tangential contact forces, using here a linear mass–spring system and a Coulomb-type threshold for the tangential component, in order to account for solid sliding. The force \mathbf{F}_c and the torque $\mathbf{\Gamma}_c$ are decomposed such that

$$\mathbf{F}_c = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_{wall}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{\Gamma}_c = \sum_{j \neq i} \mathbf{\Gamma}_{ij} + \mathbf{\Gamma}_{wall}, \quad (2.10)$$

where \mathbf{F}_{ij} is the contact force between particles i and j , \mathbf{F}_{wall} the wall–particle interaction force; $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ and $\mathbf{\Gamma}_{wall}$ are the corresponding torques. \mathbf{F}_{ij} and $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ are computed using a local system of coordinates (\mathbf{n}, \mathbf{t}) , depicted in figure 2, as follows:

$$\mathbf{F}_{ij} = F_n \mathbf{n} + F_t \mathbf{t}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{ij} = R_i \mathbf{n} \times F_t \mathbf{t}, \quad (2.12)$$

with

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{if } \delta_n > 0 \\ \max\left(0, -k_n \delta_n - \gamma_n \frac{d\delta_n}{dt}\right) & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$F_t = -\min(|k_t \delta_t|, |\mu_c F_n|) \text{sign}(\delta_t), \quad (2.14)$$

where R_i is the i th particle radius, δ_n (δ_t) is the normal (tangential) signed distance of overlap, μ_c is the friction coefficient, k_n (k_t) is the normal (tangential) stiffness and γ_n is the damping coefficient of the mass–spring model. Here, δ_t is obtained by

integrating the following equation between the time at which contact occurs and the current time:

$$\frac{d\delta_t}{dt} = (\mathbf{u}_{pi} - \mathbf{u}_{pj}) \cdot \mathbf{t}. \quad (2.15)$$

Note that \mathbf{F}_{wall} and $\mathbf{\Gamma}_{wall}$ are treated in a similar manner by taking an infinite radius and mass for the wall. The constants of the mass–spring model, γ_n , k_n and k_t , are calculated thanks to two additional parameters, namely the coefficient of normal restitution ε_{max} and the contact time t_c which are characteristic of the elastic properties of the particles, namely

$$\gamma_n = -\frac{2m_*}{t_c} \ln(\varepsilon_{max}), \quad (2.16)$$

$$k_n = \frac{m_* \pi^2}{t_c^2} + \frac{\gamma_n^2}{4m_*}, \quad (2.17)$$

where $m_* = (m_i m_j) / (m_i + m_j)$ is the effective mass involved in the contact. Note that the relation (2.17) between the contact time and the material stiffness is not that predicted by Hertz theory. This is due to the present linear model used for calculating the normal contact force (see e.g. Schäfer, Dippel & Wolf 1996). Moreover, deducing k_n from t_c is somewhat unusual since k_n is related to the stiffness of the considered material. However, it has been shown in numerous studies (see Lacaze, Phillips & Kerswell 2008, for instance) that k_n can be underestimated without modification of the dynamics of a dry system. It allows reduction of the execution time of the simulation. For practical reasons of coupling with the fluid, we decide to fix t_c , verifying that the value of k_n is large enough to consider the particles as hard. In the case of quasi-mono-disperse configurations, it can be shown that choosing k_n as a function of t_c and vice versa is equivalent since properties of particles are the same. Finally, the tangential stiffness coefficient k_t is assumed to be proportional to the normal stiffness coefficient k_n (Foerster *et al.* 1994). In the present work, we set $k_t = 0.2k_n$. Details of the DEM code and validations in the case of multi-particle configurations will be given in a future paper. In the present case, only the normal binary interaction between a particle and a wall is considered in detail since the coupling with a fluid solver still needs some specific attention.

2.2.2. Lubrication force modelling

As will be shown in §3.1, the IBM may not be accurate in capturing the detailed flow structure in the liquid film which is drained when the particles approach each other, if the spatial resolution used to resolve the flow in the narrow gap is too low. This can be overcome by locally refining the grid resolution in the liquid film, as done in Ardekani & Rangel (2008) for instance. However, this strategy becomes inefficient when multiple contacts (of the order of 10^3 or more) occur in the system and even more in three-dimensional situations. Another strategy is to add a lubrication force \mathbf{F}_{lub} in (2.7) (Ten Cate *et al.* 2002; Breugem 2010; Kempe & Fröhlich 2012; Simeonov & Calantoni 2012; Brändle de Motta *et al.* 2013). Here, only the normal component of the lubrication force is considered. It should be noted that even in the case of tangential interaction, Kempe & Fröhlich (2012) have shown that the tangential component of lubrication does not affect significantly the dynamics of two

interacting objects. The lubrication force used here between particle i and particle j of velocity \mathbf{u}_{pi} and \mathbf{u}_{pj} and radius R_i and R_j , respectively, is (Brenner 1961)

$$\mathbf{F}_{lub} = -\frac{6\pi\mu(\mathbf{u}_{pi} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{u}_{pj} \cdot \mathbf{n})}{\delta_n + \eta_e} \left(\frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \right)^2 \mathbf{n}, \quad (2.18)$$

where η_e stands for an effective roughness height accounting for the mean height of surface asperities of real particles η . This parameter is added to (2.18) in order to mimic real particles and avoid the divergence of the force when contact occurs ($\delta_n = 0$). Depending on the type of material used for the particles, the relative mean height of surface asperities η/R is roughly in the range $[10^{-6}; 10^{-3}]$ (Joseph *et al.* 2001). In the following, the same range of values of η_e/R is used. It should be noted that the conversion from η to η_e is not trivial and η_e is therefore considered as a way of modelling the microscopic structure of the particle surface. It is however reasonable to assume that its order of magnitude is related to the real roughness, as a first approximation. The reader is referred to Mongruel *et al.* (2013) for a detailed discussion of this point.

The definition (2.18) using η_e is motivated by observations of Davis (1987) who shows that the presence of surface roughness does not affect the lubrication force until the gap between surfaces is of the same order of magnitude as the mean height of surface asperities η . The standard lubrication model obtained for perfectly smooth surfaces therefore still holds. In addition, Lecoq *et al.* (2004) show that surface roughness indeed affects contact equivalently to if it were a smooth contact for which lubrication is only shifted by a length of the order of the roughness height. Again, this is in line with the definition of (2.18).

In the case of particles interacting with a horizontal wall, as considered here, the lubrication force remains similar to (2.18) but setting the radius to infinity for the wall. The present lubrication force is switched on when the distance between particles is such as $0 \leq \delta_n \leq R/2$. This upper bound is in the range of the critical distance h_w at which the velocity of the particle decreases due to the presence of the wall that was measured in the experiments of Joseph *et al.* (2001), namely $0 \leq h_w \leq R$ for $9 \leq St \leq 70$ (see their figure 10). We checked that the specific value of the upper bound of the force application (within the range $[\Delta x; R]$) did not affect the results significantly (figure 6a and table 2).

3. Bouncing of a solid sphere on a wall in a viscous fluid

3.1. Dynamics of the bouncing particle and effective coefficient of restitution

The dynamics of a spherical particle of radius R and density ρ_p , released in a viscous liquid initially at rest, sedimenting and then bouncing on a wall, is considered here. To this end, the coupled equations (2.1)–(2.7) are solved, as described in the previous section. In the range of physical parameters considered here, the fluid flow generated by the falling particle is axisymmetric, hence the fluid flow is solved on a two-dimensional axisymmetric grid. The simulation is performed on an (r, z) -domain of size $10.4D \times 44D$, D being the particle diameter, with 80×880 grid points. The spatial resolution is constant along the z direction parallel to gravity as well as in the region $0 \leq r/D \leq 2.5$ ($D/\Delta x = 20$). For $2.5 \leq r/D \leq 10.4$, the grid size is varied following an arithmetic progression up to the outer wall. Note that the grid resolution is similar to the one shown in figure 1, corresponding to $D/\Delta x = 20$. Simulations with $D/\Delta x = 10$ and 40 have been performed and showed that the spatial resolution

does not affect the results (figure 6 and table 2). Free-slip boundary conditions are imposed at all boundaries except at the bottom wall where bouncing occurs for which a no-slip condition is applied. The particle is initially located at a distance of $4D$ from the upper wall in order to ensure that the particle reaches a constant terminal velocity V_T before being influenced by the wall.

The dynamics of a sedimenting particle depends on two dimensionless parameters which can be computed *a priori*, namely the density ratio ρ_p/ρ and the Archimedes number $Ar = \rho(\rho_p - \rho)gD^3/\mu^2$, ρ and μ being the fluid density and viscosity, respectively. We set the physical properties of the particle and the fluid so that we cover a large range of density ratios $1.7 \leq \rho_p/\rho \leq 10^3$ and Archimedes numbers $10 \leq Ar \leq 2 \times 10^4$. These lead to *a posteriori* values of particle Reynolds numbers $10^{-1} \leq Re_p \leq 160$ and Stokes numbers $10^{-1} \leq St \leq 10^3$, being defined as

$$Re_p = \frac{\rho V_T D}{\mu}, \quad St = \frac{(\rho_p + C_M \rho) V_T D}{9\mu}, \quad (3.1a,b)$$

where $C_M = 1/2$ is the added-mass coefficient of the spherical particle. In the present simulations, the maximum Reynolds number is 163 which is $\sim 20\%$ smaller than the critical value $Re^{SO} = 212.58$ of the Reynolds number for which a freely moving sphere will lose rectilinear motion to attain an oblique path, as recently shown by Fabre, Tchoufag & Magnaudet (2012) using a weakly nonlinear stability analysis. Equivalently, the Archimedes number was less than 2.4×10^4 which is the critical value (with the present definition) below which steady vertical particle motion with full axisymmetry in the horizontal plane is observed, at all density ratios (Jenny, Dusek & Bouchet 2004). Thus the use of an axisymmetric grid is relevant here.

Note that the present definition (3.1) of the Stokes number is unusual since it accounts for the added-mass involved in the motion. This definition becomes equivalent to the classical definition, namely $St = (\rho_p/9\rho)Re$ when the density ratio ρ_p/ρ is large, as in the case of solid objects in air, but not in the case of particles or drops in liquids. In this case, Legendre *et al.* (2005) showed that the use of (3.1) allows the experimental data for drops in water to fall into the range of data for particles in air or liquids. Thus (3.1) is preferred here and will be used throughout this work.

The evolution of the vorticity field around the particle during impact is presented in figure 3, for the case $\rho_p/\rho = 8$, $Ar = 3700$ ($St \approx 53$, $Re_p \approx 60$). Here the solid contact parameters were set to $\varepsilon_{max} = 0.97$, $t_c \sqrt{g/D} = 2.5 \times 10^{-3}$, $\mu_c = 0.25$, and the relative effective roughness height used in the lubrication model (2.18) was set to $\eta_e/R = 4 \times 10^{-4}$. Snapshots of the vorticity field are presented in figure 3 at different stages of the rebound. The particle is represented by the solid volume fraction α as defined in (2.4) which is coloured in black. In this section time is scaled by $\sqrt{D/g}$. At $t = 19.74$, the flow field around the particle is not influenced by the wall and therefore corresponds to the steady-state motion of the particle settling in a viscous fluid. When the sphere gets closer to the wall (a distance of R approximately from the wall, at $t = 19.89$), the fluid is pushed away from the centreline and vorticity is created at the wall (figure 3b). Note that at this stage, the liquid film between the particle and the wall is still accurately resolved by the fluid solver. When collision occurs at $t = 20.02$ ($\delta_n \leq 0$), the vorticity is maximum in a region close to the impact zone, indicating strong shear stress as fluid is pushed away parallel to the wall. Once contact is over and the particle is detaching from the wall ($20.07 \leq t \leq 20.25$), vorticity of opposite sign emerges at the wall, the signature of the inward flow associated with

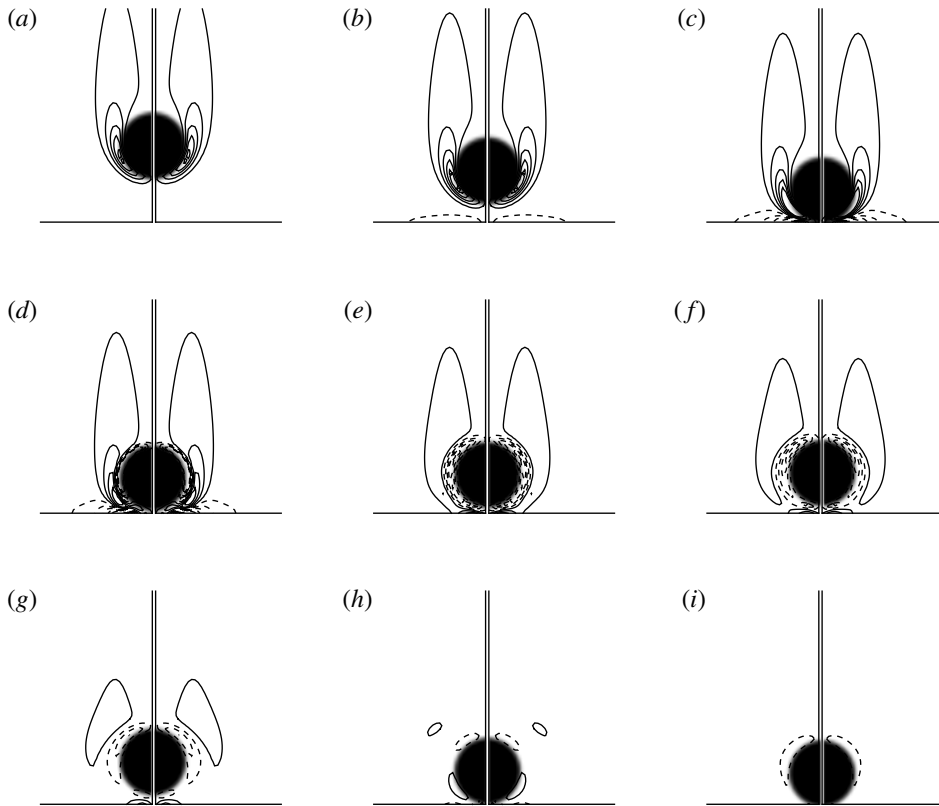


FIGURE 3. Vorticity field around a sphere impacting a wall ($\rho_p/\rho = 8$, $Ar = 3700$, $St \approx 53$, $Re_p \approx 60$, $D/\Delta x = 20$). Contours levels are set from -17.8 to 17.8 in increments of 3.9 . Here, time and vorticity are scaled by $\sqrt{D/g}$ and $\sqrt{g/D}$, respectively. The vorticity field and half-particle have been mirrored for clarity. Continuous and dashed lines correspond to vorticity of opposite sign. (a) $t = 19.74$, (b) 19.89 , (c) 20.02 , (d) 20.07 , (e) 20.17 , (f) 20.25 , (g) 20.48 , (h) 21.06 , (i) 21.27 .

fluid moving back to the centreline to fill the gap between the particle and the wall. During this stage, the initial vorticity in the wake of the falling particles preceding bouncing decreases while vorticity of opposite sign appears around the particle. At $t = 20.48$, the particle has reached its maximum height after the first bouncing and falls back again toward the wall. Afterwards ($t \geq 21.06$), the vorticity around the particle quickly disappears because of significant viscous dissipation.

The corresponding time evolution of the particle velocity is displayed in figure 4. Clearly, the particle reaches a steady-state velocity, denoted V_T , before being influenced by the presence of the wall. It can be noted that before solid contact occurs the particle velocity decreases from V_T to an impact velocity, denoted V_C , which is $\sim 12\%$ less than V_T in the present case. During the bouncing, the particle velocity changes sign but does not recover its initial amplitude. The rebound velocity is denoted V_R , defined as the velocity ‘just after’ solid contact, when the particle detaches from the horizontal wall. To be more explicit, with the present approach and in the present problem, V_R is the maximum value of the velocity of sign opposite to V_T . After the impact, a strong decrease of the velocity occurs which is followed by

Sphere bouncing on a wall in a viscous liquid

433

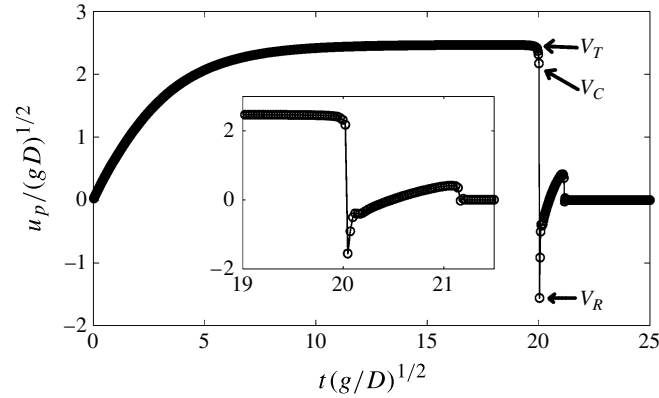


FIGURE 4. Temporal evolution of the particle vertical velocity (same case as figure 3). Inset: close-up view of the velocity during bouncing. Also defined are the particle terminal velocity V_T , the velocity at contact V_C and the rebound velocity V_R .

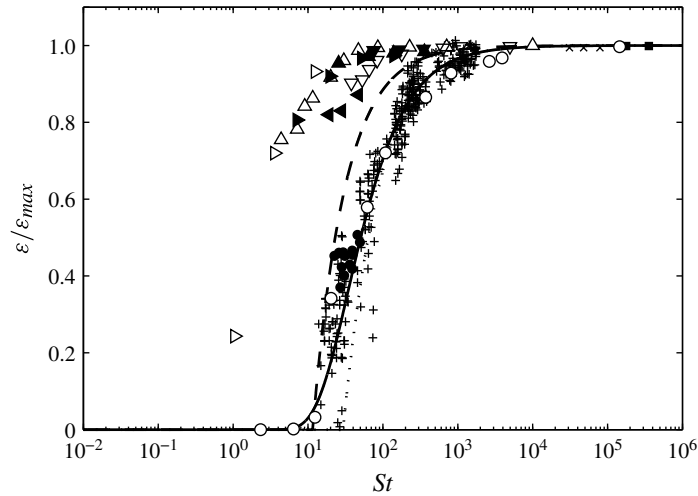


FIGURE 5. Normalized effective coefficient of restitution $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ for spherical inclusions versus the Stokes number St . Present simulations without lubrication force: \triangleright , $Re_p \approx 1$; \triangle , $Re_p \approx 10$; ∇ , $Re_p \approx 100$; \blacktriangleleft , $\rho_p/\rho = 2.5$; \blacktriangleright , $\rho_p/\rho = 8$; \blacktriangle , $\rho_p/\rho = 16$; \blacktriangledown , $\rho_p/\rho = 32$. Experiments: see table 1 for key. Analytical solutions: - - - -, prediction (3.3) with $\kappa = 1$ and $\eta/R = 10^{-4}$; $\cdots \cdots$, prediction (3.4) with $\varepsilon_{max} = 0.97$, $St_c = 20$, $\delta_f/\delta_0 = 10^{-3}$; —, Legendre *et al.* (2005)'s correlation.

a milder trend. Finally, one can observe a second rebound ($t \approx 21$) which is hardly detectable from the flow visualization.

In the following, the simulations presented were performed for four fixed density ratios $\rho_p/\rho = 2.5, 8, 16$ and 32 (Re_p varying in the above-mentioned range) and three specific particle Reynolds numbers $Re_p = 1, 10$ and 100 (ρ_p/ρ and Ar varying in the above-mentioned range). In the different cases, the Stokes number covers a range of values within the interval $[10^{-1}, 10^3]$. These simulations were performed without a lubrication model (figure 5) and with the lubrication model (2.18) for different cases (figure 6). A classical observable quantity extracted from the rebound of a

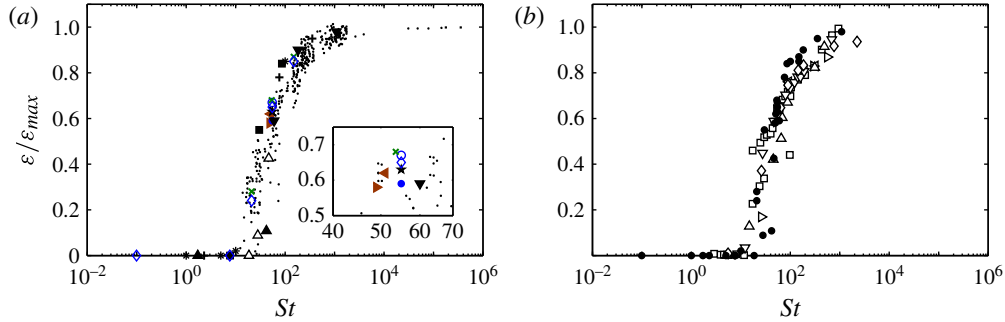


FIGURE 6. (Colour online) Normalized effective coefficient of restitution versus the Stokes number obtained with the present simulations using the lubrication force (2.18). Comparison with (a) the same experimental data as figure 5 here represented by dots for clarity (see table 2 for key), and (b) available computation data (see table 3 for key).

	Reference	Type of object	Ambient fluid
○	Gondret <i>et al.</i> (2002)	Solid	Glycerol–water
+	Joseph <i>et al.</i> (2001)	sphere	mixture
×	Foerster <i>et al.</i> (1994)	Solid sphere	Air
●	Legendre <i>et al.</i> (2005)	Toluen drop	Water
◆	Richard & Quéré (2000)	Liquid drop	Air
■	Richard & Quéré (2000)	Spherical balloon	Glycerol–water

TABLE 1. Experimental data used in figures 5, 6(a) and 10.

particle in a viscous fluid is the effective coefficient of restitution ε , which has been shown to depend on the mechanical properties of the particle and the Stokes number (see Gondret *et al.* 2002, for instance). It should be noted that when the fluid does not influence the dynamics and subsequent rebound of the particle, the bouncing process is referred to as a ‘dry collision’. In such a case, the effective coefficient of restitution ε is maximum and equal to the ‘dry coefficient of restitution’ ε_{max} , the latter corresponding to a solid impact between the particle and the wall.

Here, we define the effective coefficient of restitution as $\varepsilon = -V_R/V_T$ (see figure 4). Another option is to define the effective coefficient of restitution by using V_C instead of V_T . In general, the measurement of the velocity just prior to impact is difficult since the effective contact time can be significantly smaller than the temporal resolution of the measurement apparatus (see Joseph *et al.* 2001; Gondret *et al.* 2002, for instance). In the same way, the velocity just prior to impact may vary with the numerical time step used in numerical simulations, especially if the fluid time step is larger than the contact time. In most of the numerical studies, the velocity V_T is therefore used as the velocity prior to contact (see e.g. table 3). The same definition has been used in the present study. In experiments, the measured velocity prior to contact might lie in the range $[V_C, V_T]$. With this in mind, Ardekani & Rangel (2008) used both V_T and a velocity just prior to impact in the interval $[V_C, V_T]$ and did not show significant modification of the evolution of the coefficient of restitution as a function of St (see figure 6b). Here, we observed that the relative variation $(V_T - V_C)/V_T$ was in the range

Sphere bouncing on a wall in a viscous liquid

435

	ρ_p/ρ	Re_p	η_e/R	$D/\Delta x$	Δ_{lub}	St	$\varepsilon/\varepsilon_{max}$	Comments
◇	8	[0.1, 158]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[0.1, 149]	[0, 0.85]	Reference
*	[8, 900]	≈ 1	2×10^{-4}	20	$R/2$	[1, 100]	[0, 0.73]	Effect of Re_p
■	[7, 90]	≈ 10	2×10^{-4}	20	$R/2$	[8, 86]	[0, 0.84]	
▼	[4, 90]	≈ 100	2×10^{-4}	20	$R/2$	[60, 1090]	[0.59, 0.98]	
★	8	58	2×10^{-4}	20	R	55	0.63	Effect of Δ_{lub}
	8	[8, 158]	2×10^{-4}	20	Δx	[8, 149]	[0, 0.87]	
▲	1.7	[7, 163]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[1.7, 41.8]	[0, 0.11]	Effect of ρ_p/ρ
△	2.5	[58, 140]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[19, 47]	[0, 0.42]	
▼	[4, 22]	[121, 73]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[60, 183]	[0.59, 0.9]	Effect of $D/\Delta x$
+	32	[0.6, 98]	2×10^{-4}	20	$R/2$	[2, 354]	[0, 0.95]	
●	8	58	10^{-5}	20	$R/2$	55	0.59	Effect of η_e/R
○	8	58	10^{-3}	20	$R/2$	55	0.67	
▶	8	46	2×10^{-4}	10	$R/2$	49	0.58	Effect of $D/\Delta x$
◀	8	54	2×10^{-4}	40	$R/2$	51	0.62	

TABLE 2. Parameters used in the simulations of figure 6, namely the density ratio ρ_p/ρ , particle Reynolds number Re_p , effective roughness height η_e/R , grid resolution $D/\Delta x$, distance Δ_{lub} of application of the lubrication force (2.18).

1–20 % in cases where rebound occurred. For instance, in the configuration $\rho_p/\rho = 8$, $(V_T - V_C)/V_T \approx 5\%$, 12 % and 20 % at $St = 149$, 54 and 21. This would lead to variations of the normal coefficient of restitution of approximately 20 % in the region of Stokes numbers $10 \leq St \leq 100$. This variation is in fact within the dispersion range of the experimental data (see figure 6a). Therefore, it is reasonable to use the present definition for the coefficient of restitution.

Values of $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ obtained from the simulations without any lubrication model are reported in figure 5 as a function of St . For comparison, we include available experimental data obtained for the rebound of spherical particles, drops or balloons from a wall (table 1). While the numerical results are in good agreement with experiments for $St \geq 200$, the effective coefficient of restitution is clearly overestimated at lower St . This is attributed to the low spatial resolution of the flow field when the gap between the particle and the wall is of the order of the grid size. As a consequence, the film pressure stemming from the drainage of the liquid in the gap is underestimated so the particle rebound is artificially enhanced.

This issue is overcome when one adds a lubrication force (2.18) in (2.7). Figure 6(a) shows the results obtained with the present method when the lubrication model is activated for various ρ_p/ρ and Re_p . The numerical results fall within the range of the experimental data. The use of (2.18) allows the method to reproduce the rebound of a particle in a viscous fluid as the lubrication model compensates the inability of the flow solver to capture the small-scale flow field in the gap during the film drainage. We shall demonstrate in the next section that using (2.18) is critical, with the present method, to accurately capture the velocity of approach of the particle at a very small distance from the wall, typically a few per cent of the particle radius. Note that the present implementation of the lubrication force (2.18) gives good results with the present spatial resolution and physical parameters; however it may not be relevant otherwise, in particular when a very fine grid resolution is used.

	Reference	u'	u''	Stokes number
▷	Ardekani & Rangel (2008)	V_T	$\mathbf{u}_p(t_{cont} + 0.001 \text{ s})$	$(\rho_p + C_M \rho)V_T D / (9\mu)$
◁	Ardekani & Rangel (2008)	V_C	$\mathbf{u}_p(t_{cont} + 0.001 \text{ s})$	$\rho_p V_T D / (9\mu)$
▽	Breugem (2010)	V_T	V_R	$\rho_p V_C D / (9\mu)$
△	Brändle de Motta <i>et al.</i> (2013)	V_T	V_R	$\rho_p V_C D / (9\mu)$
◇	Kempe & Fröhlich (2012) [†]	V_T	$\mathbf{u}_p(\mathbf{x}_p = \xi_{n,0})$ with $\xi_{n,0} = \mathbf{x}_p(\mathbf{u}_p = u')$	$\rho_p V_C D / (9\mu)$
□	Li <i>et al.</i> (2012)	Not given	Not given	$\rho_p V_C D / (9\mu)$
•	Present study	V_T	V_R	$(\rho_p + C_M \rho)V_T D / (9\mu)$

TABLE 3. Parameters used for the definition of the effective coefficient of normal restitution, here defined as $(u''/u')/\varepsilon_{max}$ with ε_{max} being the coefficient of restitution for a dry collision, and the Stokes number reported in figure 6(b). We use the notation V_C and V_R when the authors report the velocity just prior to and just after contact, respectively. t_{cont} is the time instant at which contact occurs. [†]In Kempe & Fröhlich (2012), $\xi_{n,0}$ is the particle–wall distance chosen large enough to neglect hydrodynamic interaction of the particle with the wall.

Figure 6(a) also shows the sensitivity of the numerical model to the different parameters. In particular, the relative roughness height, the distance of activation of the lubrication force, the grid resolution are varied and it is shown that simulations fall within the range of the experimental data which underlines the robustness of our numerical model. Finally, investigation of several density ratios and Reynolds numbers shows a good agreement with experiments.

We compare in figure 6(b) the present results with those obtained with other numerical methods (see table 3) using either a different fixed-grid approach or a different model to handle small-scale interactions (lubrication, solid–solid contact). Table 3 reports the various definitions used for the velocity just prior to impact, the subsequent coefficient of restitution, and the Stokes number. The numerical results all fall in the same range, in reasonable agreement with experimental data. This gives further support that the present definitions for the Stokes number and restitution coefficient are relevant for this problem.

3.2. Small-scale dynamics of a sphere approaching a wall

Mongruel *et al.* (2010) investigated experimentally the dynamics of a sphere settling in a fluid toward a wall at a sufficiently low Stokes number so that no bouncing was observed. They measured with an interferometric device the position and velocity of the particle up to a small distance from the wall, typically in the range of a few per cent of the particle radius. In their experiments, Mongruel *et al.* (2010) used millimetric steel balls in various viscous fluids. The results revealed two regimes which are characterized by a nonlinear dependence of the velocity on the distance to the wall followed by a linear dependence just prior to contact (see figure 7 for instance). The experimental measurement of the transition height delimiting these two regimes was found in the range 0.1–6% of R for particles of radius in the range 2.7–7 mm. Moreover, Mongruel *et al.* (2010) proposed a model based on a second-order ordinary differential equation describing the temporal evolution of the

Sphere bouncing on a wall in a viscous liquid

437

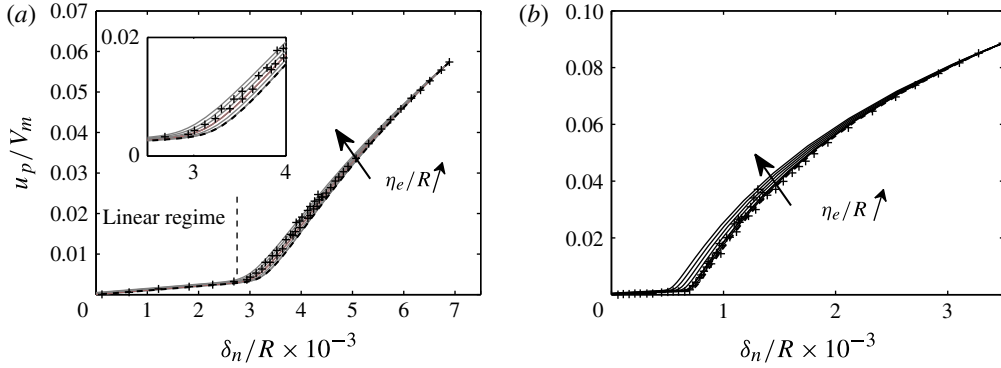


FIGURE 7. (Colour online) Dimensionless velocity u_p/V_m as a function of the dimensionless length δ_n/R : +, experiments of Mongruel *et al.* (2010); —, analytical solutions of (3.2) with various relative roughness heights $5 \times 10^{-5} \leq \eta_e/R \leq 5 \times 10^{-4}$ (the dashed line corresponds to $\eta_e = 0$ as derived in Mongruel *et al.* 2010). (a) $V_m = 0.77$ m s $^{-1}$ and $St_m = 10.9$; (b) $V_m = 0.98$ m s $^{-1}$ and $St_m = 15.96$. Inset: close-up view of the transition region separating the linear and nonlinear regimes.

particle–wall distance δ_n , assuming that lubrication is the dominant effect. Following Mongruel *et al.* (2010), we propose a modified version of their equation (3.4) using the lubrication force (2.18) in which the effective roughness height of the particle η_e is considered. Assuming $\delta_n/R \ll 1$ and the lubrication force (2.18) to be the dominant hydrodynamic force, the evolution of the normalized particle–wall distance δ_n/R can then be written as

$$-St_m \frac{d^2\delta_n/R}{d\tau^2} = \frac{R}{\delta_n + \eta_e} \frac{d\delta_n/R}{d\tau} + 1, \quad (3.2)$$

where $St_m = \rho_p V_m^2 / (\rho_p - \rho)gR$ is a modified Stokes number representative of particle inertia in the near-wall region, V_m is a characteristic velocity of the particle and $\tau = tV_m/R$. The value of V_m is measured *a posteriori* from experimental data in the linear regime (see figure 7) via the relation $u_p/V_m = \delta_n/R$ ((3.2) of Mongruel *et al.* 2010). Figure 7 shows the dimensionless velocity u_p/V_m of the particle approaching the wall as a function of δ_n/R , in which both the experimental data of Mongruel *et al.* (2010) and the solution of (3.2) for various relative effective roughness heights $5 \times 10^{-5} \leq \eta_e/R \leq 5 \times 10^{-4}$ are shown. The model (3.2) is shown to quantitatively reproduce the observed dynamics of the particle and in particular the transition height between the two regimes. More precisely, the variation of the model’s solution with respect to the effective roughness height of the particle coincides with the dispersion of the experimental data when δ_n gets closer to the transition between the two regimes.

In the following, we reproduce the experiments of Mongruel *et al.* (2010) for which a steel sphere ($\rho_p = 7800$ kg m $^{-3}$, $\mu_p = 0.2$, $\varepsilon_{max} = 0.97$, $R = [4; 5.25; 6.35; 7$ mm]) settles in silicon oil ($\rho = 978$ kg m $^{-3}$, $\mu = 0.978$ kg m $^{-1}$ s $^{-1}$) using the present numerical approach with the resolution and geometry used in §3.1. We chose $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$, which corresponds to the best fit of the experimental data in figure 7 using model (3.2). In the numerical simulation, the sphere is initially released 40 cm above the horizontal wall. Figure 8 shows the results for the dimensionless velocity u_p/V_m as a function of δ_n/R . Simulation results are in good agreement with experimental data. For instance, in the case reported in figure 8(b), the values of V_m and St_m obtained in the numerical simulation (experiments) are $V_m = 0.74$ m s $^{-1}$

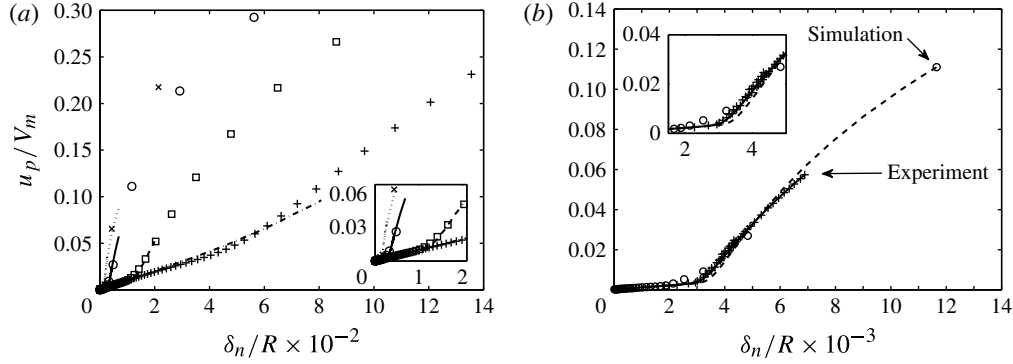


FIGURE 8. Velocity of a sphere approaching a wall as a function of the wall–sphere distance. (a) Experiments of Mongruel *et al.* (2010): \cdots , $V_m = 0.28 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 2.3$; \cdots , $V_m = 0.51 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 5.7$; — , $V_m = 0.77 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 10.9$; \cdots $V_m = 0.98 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 15.9$. Present simulations: +, $V_m = 0.48 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 3.9$; □, $V_m = 0.62 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 6.4$; ○, $V_m = 0.74 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 9.3$; ×, $V_m = 0.81 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 10.9$. (b) +, Experimental data of Mongruel *et al.* (2010) ($V_m = 0.77 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 10.9$); ○, present simulation ($V_m = 0.74 \text{ m s}^{-1}$, $St_m = 9.3$). For comparison, dashed and solid lines are the solution of (3.2) using as initial condition the distance and velocity of the particle at times corresponding to the points highlighted by an arrow for the simulation and the experiment, respectively. The effective roughness height for the simulation was set to $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$. Insets: close-up view near the transition between the linear and nonlinear regimes.

(0.77) and $St_m = 9.3$ (10.9). The discrepancy is due to a slight difference, within 4%, in the steady settling velocity far from the wall. Solutions of the model (3.2) are also presented in figure 8(b). Again, quantitative agreement is obtained between the different methods with a maximum of the error at the transition between the two regimes.

3.3. A new model for the prediction of the effective coefficient of restitution

In this section, we propose a new model predicting the effective coefficient of restitution $\varepsilon = -V_R/V_T$. As shown later, this model only depends on two parameters, namely the Stokes number (3.1) and the relative effective roughness height η_e/R . Some recent attempts have been made to predict the coefficient of restitution using models based either on lubrication theory (elasto-hydrodynamics model, Davis *et al.* 1986; Barnocky & Davis 1988; mixed contact model, Yang & Hunt 2008), or on a mass–spring analogy (Legendre *et al.* 2005, 2006). Solving the equations of motion for a spherical particle approaching a wall, and assuming lubrication force to be dominant (see e.g. (3.5) and (3.6) below), it is possible to obtain a model of effective coefficient of restitution (see (2.3) in Yang & Hunt 2008), as

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = 1 + \frac{\kappa}{St} \ln\left(\frac{\eta}{R}\right), \quad (3.3)$$

where κ is a constant of $O(1)$ and η is the mean height of surface asperities of the sphere. Yang & Hunt (2008) extended the model (3.3) in order to account for the viscous dissipation occurring in the liquid wells trapped between the asperities during

the contact. The mixed-contact model is written

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = \sigma + \frac{1/\varepsilon_{max} + \sigma}{St} \ln \left(\frac{\delta_f}{\delta_0} \right), \quad (3.4)$$

where $0 \leq \sigma \leq 1$ is a coefficient which depends on a critical Stokes number St_c below which there is no bouncing, as $\sigma = 1 - St_c/St$, δ_f is the minimum approach distance of the particle during the collision, and δ_0 is a characteristic distance at which deformation of the sphere due to lubrication effects occurs. In their paper, Yang & Hunt (2008) reported values of St_c and δ_f/δ_0 in the range $[5, 20]$ and $[10^{-4}, 10^{-2}]$, respectively.

Legendre *et al.* (2005) performed experiments with light drops rising in a liquid and bouncing on a wall. They modelled the possible rebound of the inclusion using an analogy with a dissipative mass–spring system. They obtained the expression $\varepsilon/\varepsilon_{max} = \exp(-\chi/St)$ with χ a parameter which includes the viscous effects of the film drainage. According to their experiments, the original value of χ was estimated to be a constant $\chi \approx 14$. However, it appeared that quantitative agreement with other types of inclusion was found for $\chi \approx 35$.

The above-mentioned models are compared to experimental data in figure 5. In models (3.3) and (3.4) we have set $\kappa = 1$, $\eta/R = 10^{-4}$, and $\varepsilon_{max} = 0.97$, $St_c = 20$, $\delta_f/\delta_0 = 10^{-3}$, respectively, which are in the range of values reported in Yang & Hunt (2008). The models (3.3) and (3.4), which are based on lubrication theory, quantitatively reproduce experimental observation in some specific ranges of St . However, they are not able to predict the effective coefficient of restitution for the whole range of Stokes number. Conversely, Legendre *et al.* (2005)'s model is in good agreement with experiments; however recall that it makes use of an adjusted constant.

Here we revisit both types of theory to derive a simple model which is able to capture reasonably well the observed effective coefficient of restitution for the whole range of Stokes number considered here (see figure 10 below). First, it can be noted that for large Stokes number, $St \gg 1$, the bouncing is similar to dry configurations. In this regime, lubrication acts on a length scale that is small compared to the effective roughness height of the particle. On the other hand, at relatively small Stokes number, $St \leq O(10)$, no bouncing occurs. Lubrication is dominant and dissipates the initial kinetic energy of the particle before it reaches the wall. In the intermediate regime, bouncing occurs but is largely affected by the surrounding fluid, as observed in figure 5. In the following model, the influence of this surrounding fluid is considered by introducing a lubrication component into two distinct stages.

The first stage starts from a characteristic time at which the particle velocity begins to be influenced by the wall (i.e. for $\delta_n \approx R$, approximately, see figures 3 and 4 and corresponding discussions) up to the time at which collision occurs ($\delta_n = 0$). During this stage, the particle is assumed (i) not to be deformed and (ii) to be affected by viscous forces generated by the displacement of fluid due to the presence of the wall. On such a length scale, $O(R)$, lubrication is therefore supposed to act only through dissipation of the kinetic energy but not to deform the particle. During the first stage, the particle velocity decreases from V_T to V_C (see figure 4 for definition). In the second stage, however, the particle gets deformed and bounces. During this stage, we assume that the particle kinetic energy is converted into energy of elastic deformation and is only partially restored into kinetic energy because some of the energy has been dissipated by both inelastic deformation and viscous dissipation. During the rebound, lubrication still occurs due to the drainage of the fluid on the length scale of the

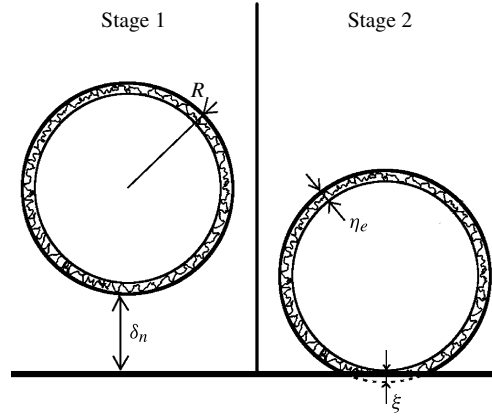


FIGURE 9. Sketch of the bouncing of a particle split into two distinct stages as assumed in the model derived in § 3.3: δ_n is the particle–wall distance; η_e is the effective roughness height of the sphere and ξ is the deformation of the particle during contact. Deformation is assumed to take place only during stage 2 ($\delta_n = 0$).

effective roughness height η_e . One of the specific aspects of the present model is then to consider that the elastic stress related to the deformation of the particle during bouncing and the pressure induced by the lubricating fluid film are of the same order of magnitude. This assumption is not straightforward and will be elaborated at the end of this section. During the second stage, the particle velocity goes from V_C to V_R .

In order to estimate the ratio V_C/V_T , we consider that the particle, at centroid location x_p and of velocity $\mathbf{u}_p = u_p \mathbf{n}$, is moving toward a flat wall in a fluid at rest and we assume that the particle is subject to a steady drag force which is balanced by the buoyancy force, the added-mass force and the lubrication force $\mathbf{F}_{lub} = F_{lub} \mathbf{n}$ defined in (2.18) which, in the present case, becomes $F_{lub} = -6\pi\mu u_p R^2 / (\delta_n + \eta_e)$. The kinematic equations then become,

$$\frac{dx_p}{dt} = -u_p, \quad (3.5)$$

$$(m_p + C_M m) \frac{du_p}{dt} = F_{lub}, \quad (3.6)$$

where m is the mass of the fluid contained in a sphere of radius R and $C_M = 1/2$ is the added-mass coefficient. Note that, strictly speaking, the added-mass coefficient C_M changes as the particle gets closer to the wall (see e.g. the discussion in Legendre *et al.* 2005). In practice, C_M is increased from 0.5 to 0.7 approximately when the particle is very close to the wall. Here, however, we keep $C_M = 1/2$ for simplicity. Using the relation $x_p = R + \delta_n$, then dividing (3.6) by (3.5) in order to eliminate time, and integrating between $\delta_n = 0$ ($u_p = V_C$) and $\delta_n = R$ ($u_p = V_T$), we find the ratio $\beta \equiv V_C/V_T$, namely

$$\beta \equiv \frac{V_C}{V_T} = 1 + \frac{1}{St} \ln \left(\frac{\eta_e}{R} \right), \quad (3.7)$$

where we assumed that $R \gg \eta_e$. Equation (3.7) is similar to the relation given by Davis *et al.* (1986).

Regarding the second stage, we follow Legendre *et al.* (2005)'s analysis and use a mass–spring model to describe the deformation ξ of the particle (see figure 9) where

we take into account energy loss due inelastic deformation and viscous dissipation. Here, the deformation force is considered to be linear with ξ and hence does not follow the Hertzian model for simplicity. This is in line with the collision model used for our simulations. The deformation of the particle is then governed by

$$(m_p + C_M m) \frac{d^2 \xi}{dt^2} + (6\pi\mu R^2/\eta_e + \gamma_n) \frac{d\xi}{dt} + k_n \xi = 0, \quad (3.8)$$

with initial conditions $\xi = 0$ and $d\xi/dt = V_C$ when the particle impacts on the wall. Recall that γ_n and k_n are the damping and stiffness coefficient of the soft-sphere mass-spring model, respectively. Here the lubrication damping term in (3.8) is inversely proportional to the relative roughness height of the particle. Strictly speaking, this term could vary during impact if the fluid film thickness between the two solids varies. We assume here that this length remains of the same order during impact implying that the lubrication force only evolves with the velocity due to the deformation of the particle during impact, as also assumed in the model developed by Legendre *et al.* (2005). Integrating (3.8) with the corresponding initial conditions gives the classical solution $\xi(t)$ of a damped harmonic oscillator (not shown), then using the definitions $d\xi(t_{cont})/dt = V_C$ (at the time of contact t_{cont}) and $d\xi(t_{cont} + \tau)/dt = V_R$ (at the time of rebound) gives

$$V_R = -V_C \exp\left(-\frac{\lambda\tau}{2m^*}\right), \quad (3.9)$$

with τ being the half-period of oscillation

$$\tau = \pi \frac{\sqrt{m^*/k_n}}{\sqrt{1 - \lambda^2/4k_n m^*}}, \quad (3.10)$$

and where $m^* = m_p + C_M m$ and $\lambda = 6\pi\mu R^2/\eta_e + \gamma_n$. Equation (3.10) indicates that the larger the viscosity and/or γ_n , the larger τ , so that the contact time is larger accordingly, as expected. However, recent experiments on the impact of a solid sphere on a wall showed that the effective contact time remains finite and of the order of the contact time predicted by Hertz theory (considering no interaction with the surrounding fluid), in a large range of Stokes number $20 \leq St \leq 10^3$ (Legendre *et al.* 2006). Therefore, it is reasonable to approximate (3.10) by $\tau = \pi\sqrt{m^*/k_n}$. Moreover, we further assume a balance between elastic stress of deformation and lubrication pressure induced by the fluid film on the effective roughness height which gives $R/\eta_e \approx \sqrt{k_n/6\pi\mu V_C}$. The implications of the above assumptions are discussed at the end of the section. Using this together with (3.9) and the approximation $\tau = \pi\sqrt{m^*/k_n}$, we obtain an expression for the rebound velocity V_R , as a function of the contact velocity V_C ,

$$\frac{V_R}{V_C} = -\varepsilon_{max} \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{\beta St}}\right), \quad (3.11)$$

where β is a parameter defined in (3.7) which depends on the Stokes number and the effective roughness height. Note that (3.11) implies that $\beta > 0$ so that β varies in the range $]0, 1]$. Combining (3.7) and (3.11), we find a new model for the prediction of the normalized effective coefficient of restitution for a colliding solid sphere in a viscous fluid,

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = \frac{-V_R/V_T}{\varepsilon_{max}} = \beta \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{\beta St}}\right). \quad (3.12)$$

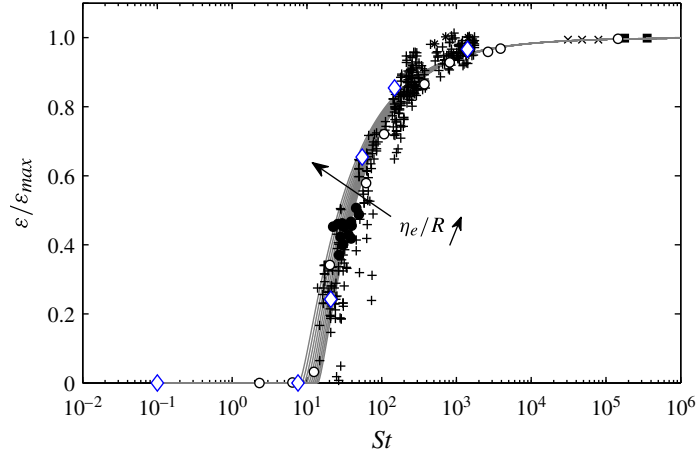


FIGURE 10. (Colour online) Same as figure 5 but with new model added. \diamond , Present simulations with lubrication force (2.18) for $\rho_p/\rho = 8$, $\eta_e/R = 2 \times 10^{-4}$. Experiments: other symbols, see table 2 for key. —, Model (3.12) with various relative roughness heights $10^{-6} \leq \eta_e/R \leq 10^{-3}$: η_e/R increases from the lower curve to the upper curve.

As mentioned above, this new model only depends on two parameters, namely St and η_e/R (via β). Note that here no adjustable constant was used. The model (3.12) is plotted in figure 10 for a range of relative roughness heights $10^{-6} \leq \eta_e/R \leq 10^{-3}$. Good agreement is observed for both small and large values of the Stokes number. Note that the sensitivity of (3.12) with respect to η_e/R is larger at moderate-to-small Stokes numbers. This is in line with the dispersion of experimental results which is observed to be larger at low St . Furthermore, as has been observed numerically by Ardekani & Rangel (2008), (3.12) verifies that the effect of the roughness decreases with increasing Stokes number.

Note that (3.12) can be rewritten as a function of the critical Stokes number St_c below which there is no bouncing. Taking $\varepsilon = 0$ and using (3.7), one finds a relation between St_c and η_e , namely $St_c = \ln(R/\eta_e)$. Using this relation with the range of η_e/R reported in figure 10 gives $7 \leq St_c \leq 14$, in reasonable agreement with the range $5 \leq St_c \leq 20$ reported in experiments (Joseph *et al.* 2001; Gondret *et al.* 2002). However, it must be stressed that η_e is an effective roughness height accounting for the mean height of surface asperities of real particles η . A detailed investigation of the relation between these parameters would require a specific study which is beyond the scope of the present work. Finally, using this definition of St_c , (3.7) can be equivalently written as $\beta = (St - St_c)/St$, and one can thus express $\varepsilon/\varepsilon_{max}$ as a function of St_c from (3.12), namely

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}} = \left(1 - \frac{St_c}{St}\right) \exp\left(-\frac{\pi/2}{\sqrt{St - St_c}}\right). \quad (3.13)$$

As already mentioned, the model (3.12) has been obtained by assuming (i) the contact time τ only depends on elastic parameters and not on solid and viscous dissipations and (ii) $R/\eta_e \sim \sqrt{k_n/6\pi\mu V_C}$, i.e. the elastic stress balances the pressure induced by the lubricating film. Note that the aim of simplifications associated with these assumptions is to derive a simple predictive model which can reproduce the coefficient of restitution for a large range of St and with a minimum set of non-dimensional numbers. As a result, the normalized solution (3.12) is only a

function of β and St and does not depend on the elastic properties of the particle. Note that the solid dissipation associated with the deformation of the particle during contact is accounted for in ε_{max} used to scale ε . We have already discussed assumption (i). Assumption (ii), however, needs some discussion. In particular, two other extreme cases could have been considered to model bouncing. A first one is to assume that lubrication effects are important enough to induce elastic deformation of the particle prior to any solid contact.

This situation has been treated by Davis *et al.* (1986) for smooth particles. In this specific case, they show that the restitution is again strongly related to St and, to a lesser extent, to a so-called elasticity parameter which includes among other things the elastic properties of the particle. This configuration cannot be captured by the present model since (3.8) assumed no deformation of the particle prior to solid contact. Davis *et al.* (1986)'s solution proved to be pertinent at small St and for smooth particles. On the other hand, it is not at present clear how this solution holds for rough particles and larger St , and therefore able to describe the experimental data reported in the literature and discussed here. Once again, the choice made here is to consider that roughness effects prevail over elasto-hydrodynamic deformations.

The other extreme case would be to suppose that the lubrication pressure remains small compared to the elastic stress during solid bouncing. In that case, the solid dissipation can be considered as dominant over the fluid dissipation on the time scale of the solid contact, and therefore $\lambda = \gamma_n$. This would lead to a modification of the exp term in (3.12) which would be close to unity and therefore $\varepsilon/\varepsilon_{max} = \beta$. As this solution slightly overestimates the experimental and numerical data, the new model (3.12) is therefore preferred to predict the effective coefficient of restitution of the particle bouncing in a viscous fluid.

3.4. A note on the critical distance of influence of the wall

As mentioned earlier, Joseph *et al.* (2001) measured in their experiments the critical distance h_w at which the velocity of the particle decreases due to the presence of the wall, and found $0 \leq h_w \leq R$ for $9 \leq St \leq 70$. Above this distance, there is no wall effect on the particle which is moving steadily, the drag force balancing the buoyancy force. The wall effect implies a modification of hydrodynamic forces in the system leading to unsteady motion of the particle. Cox & Brenner (1967) show that, at moderate Reynolds number, the correction scales as $1/h$ with h being the distance from the wall, here $h = \delta_n + \eta_e \sim \delta_n$ at leading-order. Even if an inertial correction can be added to this solution (Cox & Brenner 1967), we focus here on the dominant wall effect associated with the leading-order correction. The expansion is shown to be consistent with the lubrication theory. Therefore, in non-dimensional form, a small deviation from steady equilibrium induced by the wall is dictated by a balance between inertia and modified drag (or equivalently lubrication force), i.e.

$$St \frac{d\tilde{u}_p}{d\tilde{t}} \sim \frac{\tilde{u}_p}{\tilde{h}}, \quad (3.14)$$

where the tilde refers to dimensionless quantities using V_T and R as the velocity and length scales respectively. Defining the critical distance h_w as the distance from which the particle starts to decelerate, a natural scaling emerges from (3.14)

$$\frac{h_w}{R} \sim \frac{1}{St}. \quad (3.15)$$

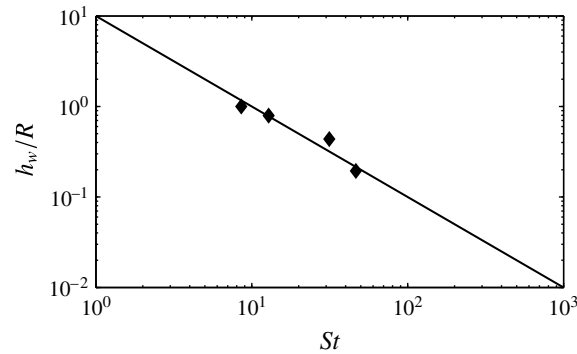


FIGURE 11. Critical distance h_w of influence of the wall as a function of the Stokes number: \blacklozenge , experiments of Joseph *et al.* (2001); —, best fit using model (3.15).

The model (3.15) is compared to the experimental measurements of Joseph *et al.* (2001) in figure 11. A good agreement is observed, giving further support that h_w scales as St^{-1} .

4. Conclusion

A simple soft-sphere IBM has been developed and used to quantitatively reproduce experimental observations of the dynamics of a solid particle bouncing on a horizontal wall in a viscous fluid. The proposed numerical method is based on two different time steps considering that solid contact occurs on a time scale that is much smaller than the fluid one. Simulations are shown to be in good agreement with available experimental results as well as other numerical models available in the literature, for the whole range of investigated parameters, provided that a local lubrication model is used including an effective roughness height modelling the roughness of real particle surfaces. Also, two models, accounting for the effective roughness length, have been proposed here to describe a regime in which the solid particle can stick to the wall (small Stokes number, i.e. $St < 10$) and a regime characterized by a bounce of the particle ($St > 10$).

In the first regime, $St < 10$, the numerical results show that this type of fixed-grid approach is able to accurately reproduce the approach of a sphere toward a wall, even at a very small distance from the wall, i.e. less than a few per cent of the sphere radius. This specific case is considered as a demanding test to validate the lubrication force implemented in the numerical model. Moreover, the analytic model, extended from Mongruel *et al.* (2010), shows that the implementation of the roughness length allows one to predict more accurately the dynamics of the particle approaching the wall. In the second regime, $St > 10$, the bouncing is characterized by an effective coefficient of restitution which tends to the solid one for large St as already observed in numerous experimental and numerical studies. The numerical method is shown here to predict reasonably well this coefficient of restitution within the range of dispersion of experimental and numerical results. The proposed restitution model allows the reproduction of the coefficient of normal restitution observed in experiments and numerical studies, with no adjustable constant. Moreover, the present results support the experimental observation that the particle roughness could be responsible for the variance of effective restitution when St decreases to St_c (see e.g. Joseph *et al.* 2001).

The numerical model used in this study can be easily extended to more complex systems. It will be used in a future work to describe and characterize large-scale dynamics of multiple interacting particles in dense packing configurations.

Acknowledgements

The authors thank Annaig Pedrono for her support in the development of the immersed-boundary version of the Navier–Stokes solver used in this research. Some of the computational time was provided by the Scientific Groupment CALMIP (project P1027), the contributions of which is greatly appreciated. This study has been supported by the ‘Agence Nationale de la Recherche’ in the frame of the project ANR-12-2013-ModSed. The authors also thank the anonymous reviewers for their useful comments.

REFERENCES

- ARDEKANI, A. M. & RANGEL, R. H. 2008 Numerical investigation of particle–particle and particle–wall collisions in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **596**, 437–466.
- BARNOCKY, G. & DAVIS, R. H. 1988 Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres: experimental verification. *Phys. Fluids* **31**, 1324–1329.
- BARNOCKY, G. & DAVIS, R. H. 1989 The influence of pressure-dependent density and viscosity on the elastohydrodynamic collision and rebound of two spheres. *J. Fluid Mech.* **209**, 501–519.
- BIGOT, B., BONOMETTI, T., LACAZE, L. & THUAL, O. 2013 A simple immersed-boundary method for solid–fluid interaction in constant- and stratified-density flows. *Comput. Fluids*, doi:[10.1016/j.compfluid.2014.03.030](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.03.030).
- BRÄNDLE DE MOTTA, J. C., BREUGEM, W.-P., GAZANION, B., ESTIVALEZES, J.-L., VINCENT, S. & CLIMENT, E. 2013 Numerical modelling of finite-size particle collisions in a viscous fluid. *Phys. Fluids* **25**, 083302.
- BRENNER, H. 1961 The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface. *Chem. Engng Sci.* **16**, 242–251.
- BREUGEM, W.-P. 2010 A combined soft-sphere collision/immersed boundary method for resolved simulations of particulate flows. *Proceedings of the ASME FED SM* 2010 30634.
- BREUGEM, W.-P. 2012 A second-order accurate immersed boundary method for fully resolved simulations of particle-laden flows. *J. Comput. Phys.* **231**, 4469–4498.
- COX, R. G. & BRENNER, H. 1967 The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface—II small gap widths, including inertial effects. *Chem. Engng Sci.* **22**, 1753–1777.
- CUNDALL, P. A. & STRACK, O. D. L. 1979 A discrete numerical model for granular assemblies. *Gèotechnique* **29**, 47–65.
- DAVIS, R. H. 1987 Elastohydrodynamic collisions of particles. *Physico-Chem. Hydrodyn.* **9**, 41–52.
- DAVIS, R. H., SERAYSSOL, J.-M. & HINCH, E. J. 1986 Elastohydrodynamic collision of two spheres. *J. Fluid Mech.* **163**, 479–497.
- FABRE, D., TCHOUFAG, J. & MAGNAUDET, J. 2012 The steady oblique path of buoyancy-driven disks and spheres. *J. Fluid Mech.* **707**, 24–36.
- FADLUN, E. A., VERZICCO, R., ORLANDI, P. & MOHD-YUSOF, J. 2000 Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *J. Comput. Phys.* **161**, 35–60.
- FENG, Z. G., MICHAELIDES, E. E. & MAO, S. 2010 A three-dimensional resolved discrete particle method for studying particle-wall collision in a viscous fluid. *J. Comput. Phys.* **161**, 35–60.
- FOERSTER, S. F., LOUGE, M. Y., CHANG, H. & ALLIA, K. 1994 Measurements of the collision properties of small spheres. *Phys. Fluids* **6**, 1108–1115.
- GONDRET, P., LANCE, M. & PETIT, L. 2002 Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Phys. Fluids* **14**, 643–652.

- JENNY, M., DUSEK, J. & BOUCHET, G. 2004 Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a Newtonian fluid. *J. Fluid Mech.* **508**, 201–239.
- JOSEPH, G. G. & HUNT, M. L. 2004 Oblique particle-wall collisions in a liquid. *J. Fluid Mech.* **510**, 71–93.
- JOSEPH, G. G., ZENIT, R., HUNT, M. L. & ROSENWINKEL, A. M. 2001 Particle-wall collisions in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **433**, 329–346.
- KEMPE, T. & FRÖHLICH, J. 2012 Collision modelling for the interface-resolved simulation of spherical particles in viscous fluids. *J. Fluid Mech.* **709**, 445–489.
- KIM, J., KIM, D. & CHOI, H. 2001 An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *J. Comput. Phys.* **171**, 132–150.
- LACAZE, L., PHILLIPS, J. C. & KERSWELL, R. R. 2008 Planar collapse of a granular column: experiments and discrete element simulations. *Phys. Fluids* **20**, 063302.
- LECOQ, N., ANTHORE, R., CICHOCKI, B., SZYMCZAK, P. & FEUILLEBOIS, F. 2004 Drag force on a sphere moving towards a corrugated wall. *J. Fluid Mech.* **513**, 247–264.
- LEGENDRE, D., DANIEL, C. & GUIRAUD, P. 2005 Experimental study of a drop bouncing on a wall in a liquid. *Phys. Fluids* **17**, 097105.
- LEGENDRE, D., ZENIT, R., DANIEL, C. & GUIRAUD, P. 2006 A note on the modelling of the bouncing of spherical drops or solid spheres on a wall in viscous fluid. *Chem. Engng Sci.* **61**, 3543–3549.
- LI, X., HUNT, M. L. & COLONIUS, T. 2012 A contact model for normal immersed collisions between a particle and a wall. *J. Fluid Mech.* **691**, 123–145.
- LIAN, G., ADAMS, M. J. & THORNTON, C. 1996 Elastohydrodynamic collisions of solid spheres. *J. Fluid Mech.* **311**, 141–152.
- LUNDBERG, J. & SHEN, H. H. 1992 Collisional restitution dependence on viscosity. *J. Engng Mech. ASCE* **118**, 979–989.
- MONGRUEL, A., CHASTEL, T., ASMOLOV, E. S. & VINOGRADOVA, O. I. 2013 Effective hydrodynamic boundary conditions for microtextured surfaces. *Phys. Rev. E* **87**, 011002.
- MONGRUEL, A., LAMRIBEN, C., YAHIAOUI, S. & FEUILLEBOIS, F. 2010 The approach of a sphere to a wall at finite Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **661**, 229–238.
- PESKIN, C. S. 2002 The immersed boundary method. *Acta Numerica* **11**, 479–517.
- PIANET, G., TEN CATE, A., DERKSEN, J. J. & ARQUIS, E. 2007 Assessment of the 1-fluid method for dns of particulate flows: sedimentation of a single sphere at moderate to high Reynolds numbers. *Comput. Fluids* **36**, 359–375.
- RICHARD, D. & QUÉRÉ, D. 2000 Bouncing water drops. *Europhys. Lett.* **50**, 769–775.
- SCHÄFER, J., DIPPEL, S. & WOLF, D. E. 1996 Force schemes in simulations of granular materials. *J. Phys. I France* **6**, 5–20.
- SIMEONOV, J. A. & CALANTONI, J. 2012 Modeling mechanical contact and lubrication in direct numerical simulations of colliding particles. *Intl J. Multiphase Flow* **46**, 38–53.
- SMART, J. R. & LEIGHTON, D. T. 1989 Measurement of the hydrodynamic surface roughness of noncolloidal spheres. *Phys. Fluids A* **1**, 52–60.
- TEN CATE, A., NIEUWSTAD, C. H., DERKSEN, J. J. & VAN DEN AKKER, H. E. A. 2002 Particle imaging velocimetry experiments and lattice-Boltzmann simulations on a single sphere settling under gravity. *Phys. Fluids* **14**, 4012–4025.
- THOMPSON, J. F., WARSI, Z. U. A. & MASTIN, C. W. 1985 *Numerical Grid Generation: Foundations and Applications*. Elsevier.
- UHLMANN, M. 2005 An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. *J. Comput. Phys.* **209**, 448–476.
- YANG, F.-L. & HUNT, M. L. 2006 Dynamics of particle–particle collisions in a viscous liquid. *Phys. Fluids* **18**, 121506.
- YANG, F.-L. & HUNT, M. L. 2008 A mixed contact model for an immersed collision between two solid surfaces. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **366**, 2205–2218.
- YUKI, Y., TAKEUCHI, S. & KAJISHIMA, T. 2007 Efficient immersed boundary method for strong interaction problem of arbitrary shape object with the self-induced flow. *J. Fluid Sci. Technol.* **2**, 1–11.

B.2 Publi. 2 (Chapitre 3)

LACAZE L. & KERSWELL R.R.
Axisymmetric Granular Collapse : A Transient 3D Flow Test of Viscoplasticity.
Phys. Rev. Lett. **102**, 108305 (2009).

Axisymmetric Granular Collapse: A Transient 3D Flow Test of Viscoplasticity

Laurent Lacaze* and Rich R. Kerswell†

Department of Mathematics, University Walk, Bristol University, Bristol BS8 1TW, United Kingdom

(Received 26 August 2008; published 13 March 2009)

A viscoplastic continuum theory has recently been proposed to model dense, cohesionless granular flows [P. Jop *et al.*, *Nature (London)* **441**, 727 (2006)]. We confront this theory for the first time with a transient, three-dimensional flow situation—the simple collapse of a cylinder of granular matter onto a horizontal plane—by extracting stress and strain rate tensors directly from soft particle simulations. These simulations faithfully reproduce the different flow regimes and capture the observed scaling laws for the final deposit. Remarkably, the theoretical hypothesis that there is a simple stress-strain rate tensorial relationship does seem to hold across the whole flow even close to the rough boundary provided the flow is dense enough. These encouraging results suggest viscoplastic theory is more generally applicable to transient, multidirectional, dense flows and open the way for quantitative predictions in real applications.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.108305

PACS numbers: 47.57.Gc, 47.57.Qk

A predictive theory for the flow of granular media remains a major objective for the physics community with industrial facilities handling granular materials operating well below design efficiency and destructive natural phenomena such as snow avalanches, landslides and debris flows difficult to safeguard against [1,2]. A central difficulty is that the behavior of granular materials is not easily classified as being either solid, liquid or gaslike with multiple phases sometimes appearing simultaneously. In particular, the solid-liquid regime where there is a dense granular flow coexisting with a stopped solidlike deposit remains a considerable modelling challenge. In industrial (e.g., silo flow) and geophysical (e.g., avalanches) applications, the size of the constituent particles ($\gg \mu\text{m}$) means that thermal effects are completely negligible compared to external forces such as gravity [1]. The dynamics are then dominated by the inelastic collisions between particles which involve highly nonlinear frictional forces. As a further complication, there is typically no scale separation between the microscopic (granular) dimension and the length scales over which the flow varies. Notwithstanding this, a viscoplastic continuum theory is starting to emerge [3] for dense granular media built upon the observations that a nonzero shear rate is needed to initiate movement and, once moving, there is a complicated flow dependence on the shear rate. At the heart of this theory is a dimensionless inertial number, I which is a *local* ratio of a macroscopic deformation time scale to an inertial time scale [4]. Numerical simulations of a simple sheared cell [5,6] had identified the importance of this quantity which was subsequently realized to be also highly relevant to other flows with a single shear plane [7]. Jop *et al.* [3] then provided a multidimensional generalization by defining $I := |\dot{\gamma}|d/\sqrt{P/\rho}$ and tensorializing the stress-strain relationship to

$$\tau_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij}, \quad \text{with} \quad \eta := \mu(I)P/|\dot{\gamma}|, \quad (1)$$

where P is the isotropic pressure, $|\dot{\gamma}| := \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ij}}$ is the second invariant of the strain rate tensor $\dot{\gamma}_{ij} := u_{i,j} + u_{j,i}$, $u_{i,j}$ is the j th derivative of the i th velocity component, d is the particle diameter, ρ is the particle density, $\tau_{ij} := \sigma_{ij} + P\delta_{ij}$ is the deviatoric stress tensor (σ_{ij} being the stress tensor), η is the viscosity and μ a friction coefficient. By solving the continuum equations with the rheology (1), Jop *et al.* achieved predictions within 15% of actual flow velocities for a steady, unidirectional granular flow sheared in both cross-stream directions.

In this Letter, we confront this new theory with a transient three-dimensional situation where the flow is not unidirectional to test its applicability to real flows of practical interest. The flow situation studied is the intriguingly simple tabletop flow generated by a collapsing granular cylindrical column [8,9]. This is a particularly good test case because the initial condition is well defined, the subsequent dynamics are rich, combining a number of different flow regimes, and the flow duration is short enough that realistic discrete element simulations (DEM) can be done to calculate the stress and strain rates everywhere at any given time.

The collapsing column experiment consists of releasing a stationary cylinder of granules so that they fall and spread out on a horizontal surface. If the aspect ratio $a := h_0/r_0$ (h_0 and r_0 being the height and radius of the initial cylinder) of the column is small ($\lesssim 2$), the collapse starts at the column edge and propagates inwards either stopping before the top is totally eroded away (so the final maximum height $h_\infty = h_0$) or eventually leading to a complete collapse ($h_\infty < h_0$). If $a \gtrsim 2$, the column collapses instantaneously as a whole with three flow phases evident: (i), the free-fall regime where the top of the cylinder falls ballistically; (ii), a heap regime where moving grains flow over a growing inclined stationary deposit; and (iii), shallow layer regime where the motion is dominantly horizontal. Simple

power laws exist for the runout, $(r_\infty - r_0)/r_0 \sim a^{1/2}$ [8,9], and maximum height $h_\infty/h_0 \sim a^{-1}$ [8] or $\sim a^{-5/6}$ [9] of the final deposit (see Fig. 1) with only the numerical prefactors appearing material-dependent [10]. The observation $h_\infty \sim h_0/a = r_0$ is particularly striking as this implies that the final height becomes *independent* of the initial height for a sufficiently tall starting column. Efforts to explain these scalings have either concentrated on shallow layer modeling [11–13] or two-dimensional DEM (hard [14,15] and soft [16] particle).

Measuring pointwise stress and strain rates for this flow in the laboratory is impractical so three-dimensional DEM was carried out [17]. Up to 2×10^5 monodisperse, cohesionless, frictional, inelastic spheres of $d = 2$ mm diameter randomly packed into cylinders with aspect ratio $a \in [0.5, 20]$ were released over a roughened horizontal plane on which a monolayer of the same spheres was glued. The code used a Hertz-Mindlin theory to model the contact physics of colliding (soft) spheres (see [18] for details). The results were insensitive (see [15,18]) to the coefficient of restitution e provided e is not too close to 1 so this was taken nominally as 0.5 whereas the coefficient of (microscopic) friction μ_m was varied. Calculations were mainly performed with initial radii of $r_0 = 2$ cm or 3.5 cm implying a “granularity” of 10 or 17.5 spheres, respectively, across a radius compared to ≥ 50 in experiments. Figure 1 shows that the DEM captures the same scaling laws as seen in experiments, with the $r_0 = 3.5$ cm data

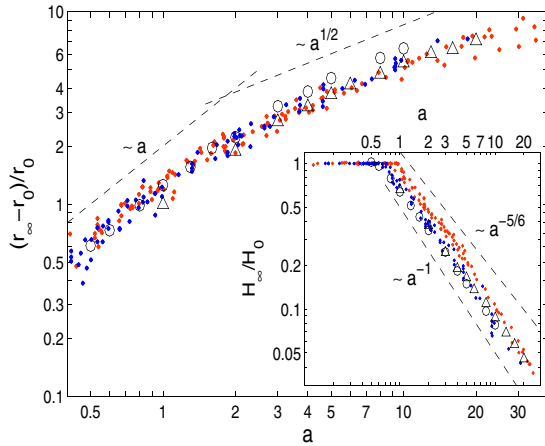


FIG. 1 (color online). Discrete element simulations and experimental data of the nondimensional runout $(r_\infty - r_0)/r_0$ and maximum final height (inset) as a function of a . Open symbols correspond to numerical results for $d = 2$ mm, $r_0 = 2$ cm (Δ) and $r_0 = 3.5$ cm (\circ) ($\mu_m = 0.5$) and dots are experimental results: data from Lajeunesse *et al.* [8] (dark/blue) and from Lube *et al.* [9] (light/red). ([8] claims $h_\infty/h_0 \sim a^{-1}$ whereas [9] quote $\sim a^{-5/6}$.) The symbol size of the numerical data indicates the variability over repeated runs.

having a slightly larger runout prefactor than the $r_0 = 2$ cm data. This discrepancy is well within the experimental data spread but is significant compared to the variability of repeated “identical” numerical experiments (the columns were filled by randomly dropping granules from a fixed height). Two tests for larger values of r_0 ($r_0 = 6$ cm, $a = 1$ and $r_0 = 7.5$ cm, $a = 0.5$), however, reproduced the $r_0 = 3.5$ cm runout data, indicating that, at least for small a , the effects of granularity on the collapse are lost within the numerical error bars at this r_0 . Figure 2 shows a typical collapse for $a = 5$ calculated using DEM. An intermediate flow state is characterized by its upper moving free surface and the lower static interface which delineates the growing deposit. The three phases of the flow are illustrated in Fig. 3, where the free-fall regime (i) is characterized by growing vertical kinetic energy, the heap-flow regime (ii) by the conversion of vertical to radial kinetic energy and the shallow layer regime (iii) by the gradual decline of the dominant radial kinetic energy.

The viscoplastic hypothesis (1) is made under the assumption that the volume fraction is constant in the limit of dense flows. As stress and strain rate tensors are extracted directly from the collapsing compressible flow data [19], we actually worked with the equivalent expression

$$\tau_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij}^c \quad \text{where} \quad \dot{\gamma}_{ij}^c := \dot{\gamma}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\gamma}_{ii} \delta_{ij} \quad (2)$$

is simply the nonisotropic part of the rate-of-strain tensor. To test this modified hypothesis (2), τ and $\dot{\gamma}^c$ were calculated over the flow domain at 5 to 10 different times during a collapse and over collapses of various different aspect

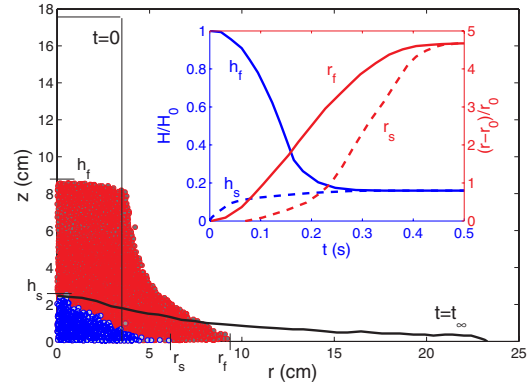


FIG. 2 (color online). Granular pile and static interface evolution as a function of time in the (r, z) plane ($a = 5$, $r_0 = 3.5$ cm, $\mu_m = 0.5$) from DEM. Thick line corresponds to the final deposit and the thin line is the initial configuration. An intermediate profile is also shown at $t = 0.14$ s to illustrate the growing stationary deposit (dark/blue; height h_s , radius r_s) and the flowing dense layer (light/red; height h_f , radius r_f). The inset shows how these two heights and radii evolve over time (normalized using the initial height H_0 and radius r_0).

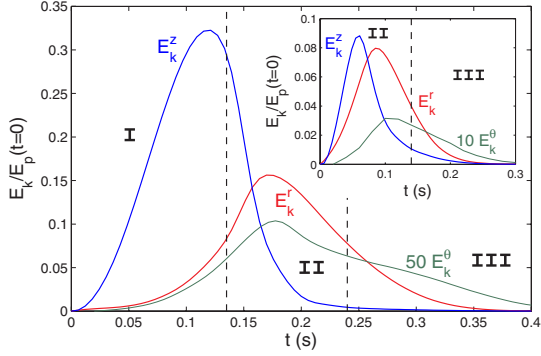


FIG. 3 (color online). Evolution of the radial kinetic energy E_k^r (red), azimuthal kinetic energy E_k^θ (green) and vertical kinetic energy E_k^z (blue) where $E_k^\alpha := \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} m u_{\alpha,n}^2$, $u_{\alpha,n}$ is the velocity of the n th particle in the α ($= r, \theta$ or z) direction for the run of Fig. 2. N is the total number of particles, m is the mass of each particle and g is gravity. *Inset*: same quantities but for $a = 1$ where there is no free-fall regime I. [All quantities have been nondimensionalized by the initial potential energy $E_p(t = 0)$].

ratios. These were calculated using a standard coarse-graining approach (Eq. 5, [20]) using a step function weighting. Averages were calculated over tori around the axis of symmetry with a $3d \times 3d$ square cross-section in the (r, z) plane. This was possible because the flow is axisymmetric to a large degree ($E_k^\theta \ll E_k^z, E_k^r$, see Fig. 3) and meant that a significant number of particles contributed to the average at any one time. For a typical snapshot

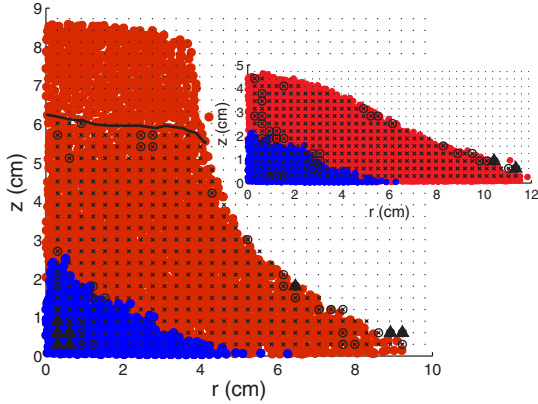


FIG. 4 (color online). The grid over which data was collected for $t = 0.14$ s and $a = 5$ (inset $t = 0.18$ s). Symbol positions indicate the centers of the $3d \times 3d$ averaging boxes and the type of symbol the misalignment angle ϕ between the principal axes of τ and $\dot{\gamma}^c$: $\phi < 5^\circ$ crosses, $5^\circ < \phi < 10^\circ$ crosses with circles, and $\phi > 10^\circ$ solid triangles. The pressure $P < 0.05 P_{\max}$ above the black line and the blue “stopped” region is defined by the threshold $|\nu| < 0.05 |\nu|_{\max}$ where ν is the speed.

of the flow, data were calculated at ≈ 500 points in a (r, z) grid (see Fig. 4) determined by ensuring a 50% overlap between neighboring $3d \times 3d$ boxes.

To test how close τ and $\dot{\gamma}^c$ were to being simple multiples of each other, two estimators of η were used: $|\tau|/|\dot{\gamma}^c|$ where $|\tau| = \sqrt{\frac{1}{2} \tau_{ij} \tau_{ij}}$ is the second invariant (similarly for $\dot{\gamma}^c$), and the ratio of the maximum shear component $\tau_{\hat{r}\hat{z}}$ to $\dot{\gamma}_{\hat{r}\hat{z}}^c$ where \hat{r} and \hat{z} are the appropriately transformed coordinates (finding the orientation of the maximum shear was a good but not infallible way to predict the local flow direction). Only data for which the pressure exceeded 5% of the maximum were used to exclude the initial free-fall regime high in the column where the grains are not in frictional contact with each other (see Fig. 4). Of the data points which remained, the principal axes of τ and $\dot{\gamma}^c$ were surprisingly well-aligned, 95% to within 10° . The misalignment that does occur is invariably at the low-density free surface and near low-speed regions (the axis of symmetry and the static-to-flowing interface): see Fig. 4. No

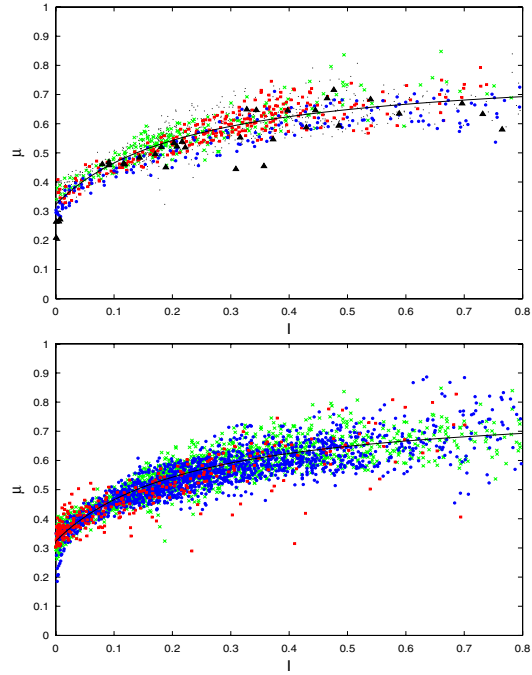


FIG. 5 (color online). μ against I for 3 different times at $a = 5$ (top: $t = 0.1$ s green crosses, $t = 0.18$ s red squares and $t = 0.26$ s blue dots with the remaining data at other times as small black dots; data with $\phi > 10^\circ$ indicated by black triangles) and 3 different geometries (bottom: $a = 1$ red squares, $a = 5$ green crosses and $a = 8$ blue dots). The curve is the best fit line of the form (3) with $\mu_m = 0.5$. The maximum shear estimator for η is used here but the plot is essentially the same using the second invariant instead.

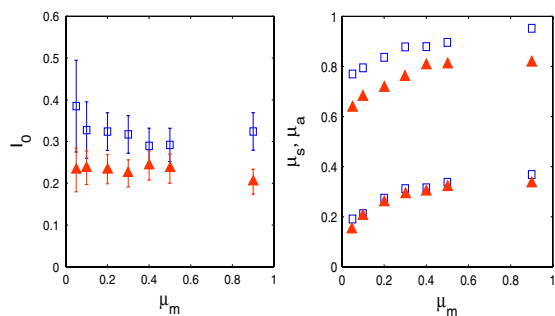


FIG. 6 (color online). The fitting parameters I_0 (left), μ_a (right, upper) and μ_s (right, lower) as a function of μ_m . Open squares from $|\tau|/|\dot{\gamma}^c|$ data and filled triangles from maximum shear data. Error bars are 95% confidence intervals (shown on the left, indicated by the size of symbol on the right).

misalignment was found near the boundary except at the rapidly moving head which is also close to the free surface.

Figure 5 shows how $\mu = \eta|\dot{\gamma}^c|/P$ varied with I for three different geometries and for three different times for the same geometry. The collapse onto a best fit line

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_a - \mu_s}{I_0/I + 1} \quad (3)$$

as suggested by unidirectional flow experiments [3,7,21] is remarkable. There is clear evidence that not only is $\mu = \mu(I)$ but that the behavior for steady unidirectional flows carries over to unsteady, multidirectional flows. The theory is expected to fail in the jamming limit ($I \rightarrow 0$) but no indication of this breakdown is seen in the data. The functional dependence of the *macroscopic* friction μ , parametrized by (I_0, μ_s, μ_a) , on the *microscopic* friction μ_m (see Fig. 6) is smooth and robust to whether $|\tau|/|\dot{\gamma}^c|$ or the maximum shear rate data is used. The values which emerge for the parameters are also reassuringly close to those found in experiments ([2]; $\mu_s \approx 0.4$, $\mu_a \approx 0.7$ and $I_0 \approx 0.3$) and fairly robust against changing the bottom roughness (the diameter of the glued-on particles was varied from a ratio of 0.5 to 4 times that of the flowing spheres).

The general applicability of viscoplastic theory found here is, frankly, a surprise given (a) the presence of a large growing static-flowing interface, (b) the proximity of most of the fast flow to the rough bottom boundary and (c) the existence of a large free surface. Certainly the misalignment between the principal axes of the local stress and strain rate tensors is most likely to be significant in these regions but still is never large ($<20^\circ$ in the flowing regions). The major obstacle to a simple local rheology is, of course, nonlocal effects typified by the long range influence of boundaries. While this can be crucial for understanding steady flows [21], the extra presence of inertia in the momentum balance for transient flows appears to considerably reduce this influence.

The clear conclusion from this study is the ubiquity of the simple stress-strain rate relationship advocated by a simple viscoplastic continuum theory even in transient, multidirectional flow. Moreover, this relationship appears well fit with the experimental result for steady unidirectional flows and holds even near rough boundaries. This suggests that a simple viscoplastic modeling approach can be used to quantitatively capture granular flow properties (at least within $\pm 10\%$) in real geophysical and industrial applications.

The authors are grateful for helpful conversations with O. Pouliquen and J. Snoeijer, and thank E. Lajeunesse and H. Huppert for sharing their data. L. L. was supported by a Marie-Curie IntraEuropean fellowship.

*Laurent.Lacaze@imft.fr

†R.R.Kerswell@bristol.ac.uk

- [1] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1259 (1996).
- [2] Y. Forterre and O. Pouliquen, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40**, 1 (2008).
- [3] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen, *Nature (London)* **441**, 727 (2006).
- [4] I is a variant (square root) of a previously introduced Savage number [S. B. Savage and K. Hutter, *J. Fluid Mech.* **199**, 177 (1989)] and the Coulomb number [C. Ancey, P. Coussot, and P. Evesque, *J. Rheol. (N.Y.)* **43**, 1673 (1999)].
- [5] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.-N. Roux, and F. Chevoir, *Phys. Rev. E* **72**, 021309 (2005).
- [6] G. Lois, A. Lemaitre, and J. Carlson, *Phys. Rev. E* **72**, 051303 (2005).
- [7] GDR MIDI, *Eur. Phys. J. E* **14**, 341 (2004).
- [8] E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnaud, and J. P. Vilotte, *Phys. Fluids* **16**, 2371 (2004).
- [9] G. Lube, H. E. Huppert, R. S. J. Sparks, and M. A. Hallworth, *J. Fluid Mech.* **508**, 175 (2004).
- [10] N. J. Balmforth and R. R. Kerswell, *J. Fluid Mech.* **538**, 399 (2005).
- [11] A. Mangeney-Castelnaud, F. Bouchet, J. P. Vilotte, and E. Lajeunesse, *J. Geophys. Res.* **110**, B09103 (2005).
- [12] R. R. Kerswell, *Phys. Fluids* **17**, 057101 (2005).
- [13] E. Larrieu, L. Staron, and E. J. Hinch, *J. Fluid Mech.* **554**, 259 (2006).
- [14] L. Staron and E. J. Hinch, *J. Fluid Mech.* **545**, 1 (2005).
- [15] L. Staron and E. J. Hinch, *Granular Matter* **9**, 205 (2007).
- [16] R. Zenit, *Phys. Fluids* **17**, 031703 (2005).
- [17] The commercially available software EDEM was used: <http://www.dem-solutions.com>.
- [18] L. Lacaze, J. C. Phillips, and R. R. Kerswell, *Phys. Fluids* **20**, 063302 (2008).
- [19] The volume fraction is typically in the interval [0.46, 0.62] but can decrease to 0.21 near a rapidly moving surface.
- [20] I. Goldhirsch and C. Goldenberg, *Eur. Phys. J. E* **9**, 245 (2002).
- [21] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen, *J. Fluid Mech.* **541**, 167 (2005).

B.3 Publi. 3 (Chapitre 3)

BOUGOUIN A. & LACAZE L.
Granular collapse in a fluid : Different flow regimes for an initially dense-packing.
Phys. Rev. F **3**, 064305 (2018).

Granular collapse in a fluid: Different flow regimes for an initially dense-packing

Alexis Bougouin* and Laurent Lacaze†

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), Université de Toulouse, CNRS, Toulouse, France



(Received 29 November 2017; published 13 June 2018)

Laboratory experiments of the granular collapse of an initially dense-packing column in a fluid are reported. By extracting the temporal evolution of the granular material height profile, both the dynamics of the granular flow and the final deposit are characterized depending on the Stokes number St , based on a dissipative process at the grain scale, the grain-fluid density ratio r , and the aspect ratio a of the initial column. A full description of the granular collapse including the transient dynamics of the flow and the characterization of the final shape deposit is proposed. The main contribution of the present study is to provide (i) the St dependence on the granular collapse beyond the effect of the aspect ratio a already reported in previous studies, (ii) the characterization of granular flow regimes in the $((d/H_i)^{1/2}St, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane, where d/H_i is the particle diameter to initial column height ratio, and (iii) simple correlations to describe the granular collapse which would be of interest for geophysical purposes.

DOI: [10.1103/PhysRevFluids.3.064305](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.064305)

I. INTRODUCTION

The prevention of dramatic events involving granular materials remains a challenging task which is mostly limited by the lack of a general predictive theory for granular flows. In order to progress on the latter issue, canonical configurations dealing with the situation of dense granular flows have been extensively studied using laboratory experiments, numerical simulations, and theoretical descriptions [1]. One such configuration, which accounts for the unsteady nature of debris flows in geophysical applications, is the slumping of a granular column, initially at rest in a reservoir, on a horizontal or inclined bottom plane and often referred to as granular collapse (see Fig. 1). The case of a dry granular flow, i.e., for which the surrounding fluid can be disregarded, typically heavy coarse grains in air, has been mostly addressed in the literature. Yet many gravity-driven flows encountered in geophysical situations, such as mudflows, submarine avalanches, or landslides, are concerned with dense granular flows for which the surrounding fluid can affect the dynamics [2]. Even if generic configurations of granular-fluid flows have already been addressed in several studies [3–8], the characterization of these flows remains a challenging issue which can mainly be attributed to the large variety of phenomena observed in these situations.

The case of a dry granular collapse has been extensively studied in the literature for both axisymmetric [9,10] and quasi-two-dimensional (quasi-2D) [11–13] geometries. Both configurations were shown to lead to similar features. In the quasi-2D case, the initial granular column is characterized by its initial height H_i and the horizontal length of the reservoir L_i (see Fig. 1). When the granular medium is suddenly released on a horizontal plane, it spreads rapidly before forming a deposit characterized by a final spreading length L_f and a final height H_f located at the

*alexis.bougouin@imft.fr

†Corresponding author: laurent.lacaze@imft.fr

ALEXIS BOUGOUIN AND LAURENT LACAZE

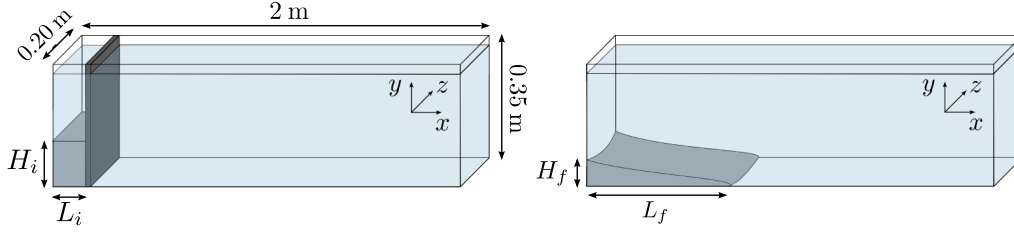


FIG. 1. Sketch of the experimental setup for the initial condition (granular column maintained by a vertical gate) and the final state (granular deposit).

back wall of the reservoir. All observations on dry granular collapses show that these final deposit length scales, considering an appropriate nondimensionalization, depend mostly on the initial aspect ratio $a = H_i/L_i$. In particular, the dimensionless runout $l = (L_f - L_i)/L_i$ and height $h = H_f/H_i$ were shown to have a power-law dependence on a such as

$$l \sim \begin{cases} a & \text{for } a < a_{lc} \\ a^\alpha & \text{for } a > a_{lc}, \end{cases} \quad (1)$$

$$h \sim \begin{cases} 1 & \text{for } a < a_{hc} \\ a^\beta & \text{for } a > a_{hc}, \end{cases} \quad (2)$$

where $\alpha \sim 0.7 \pm 0.1$ and $\beta \sim -0.6 \pm 0.1$ are the exponents at large aspect ratio, $a_{lc} \sim 3 \pm 1$, and $a_{hc} \sim 0.8 \pm 0.2$ [11–19]. Note that no formal model has yet been proposed to explain the values of α and β . Also, prefactors of these scaling laws are more difficult to quantify as they strongly depend on the local interaction between grains, such as the nature of the granular material [12,17] or the pore fluid pressure in the system [20].

The case of a dense granular collapse influenced by a surrounding fluid has received less attention. Thompson and Huppert [5] found that the surrounding fluid did not influence significantly the final runout and height compared to the dry case, even if the transient dynamics could highlight some different features. Yet numerical simulations have shown that the runout length, while keeping a power-law dependence on a , can be two times shorter in a viscous-dominant case than in the dry case [8]. Moreover, the initial volume fraction of the granular column has been shown to play a major role in both the dynamics of the granular flow and the shape of the final deposit, while it did not affect significantly the final shape of the deposit for the dry case [7,21]. Then, in the case of a viscous-dominant immersed granular collapse, an initial loose-packing fraction highlights the rapid dynamics and long spread of the granular mass while an initial dense-packing fraction leads to a slow dynamics and a smaller final runout length. This phenomenon has been attributed to a pore pressure feedback on the granular flow at least at the early stages of the collapse [6,22]. It is therefore strongly linked to the viscosity of the surrounding fluid and the permeability of the granular medium. It can be noted that the influence of positive pore fluid pressure in the case of a low-density and low-viscosity interstitial fluid has also been reported in the literature through laboratory experiments [20,23]. In this case, the pore pressure is controlled by fluidizing the initial granular column. The dynamics of the propagating media as well as the characteristics of the final deposit were also shown to be different from the dry granular collapse, in particular, with an enhancement of the spreading length. The role of the surrounding fluid in the granular collapse, and more particularly the transition from viscous-dominated flow to a dry configuration, remains uncertain and still deserves experimental investigation.

In order to distinguish the collapse configurations mentioned above and to qualify the transition from a viscous to a dry configuration, the granular-fluid flow can be decomposed in three different regimes (free-fall, viscous, and inertial) according to the definition of Courrech du Pont *et al.* [3]. In the case of a rotating-drum configuration, these regimes were shown to depend on two

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

dimensionless numbers, the Stokes number St and the grain-fluid density ratio r . The definitions of these dimensionless numbers are usually based on different ratios of timescales obtained from the dynamics of a single grain submitted to a driving force F and a drag force F_D , which is opposed to the grain motion [3,4]. In this way, the conservation of momentum on a single grain may be written

$$\frac{\pi}{6} \rho_p d^3 \frac{dv_p}{dt} = F - F_D, \quad (3)$$

where ρ_p is the density, d is the diameter, and v_p is the velocity of the particle. Different choices for these forces can be found in the literature depending on the direction along which Eq. (3) is considered, either the main flow direction or the compression direction, the latter being mostly perpendicular to the first one for avalanche configurations [3,4]. In any case, the key idea is somehow similar. In particular, F_D is defined to be either a viscous or an inertial drag force depending on the flow regime. Three different timescales can then be defined: a viscous (inertial) timescale τ_v (τ_i) that a particle needs to reach its viscous (inertial) limit velocity and a free-fall timescale τ_{ff} that a particle would need to travel prior the following solid collision when drag can be neglected. The dimensionless numbers are then defined as $St = \tau_v/\tau_{ff}$ and $r = \tau_i/\tau_{ff}$ for the Stokes number and the grain-fluid density ratio, respectively. Following Courrech du Pont *et al.* [3], one defines the distance between consecutive solid contacts in a dense granular flow as the grain diameter d , the viscous drag force as $F_D = 3\pi\mu_f dv_p$, and the inertial drag force as $F_D = (\pi/8)C_D\rho_f d^2 v_p^2$, where ρ_f and μ_f are the density and the dynamic viscosity of the ambient fluid, respectively, and C_D is a constant drag coefficient in the inertial regime. One therefore obtains

$$St = \frac{1}{18\mu_f} \left(\frac{3\rho_p F}{\pi} \right)^{1/2}, \quad r = \left(\frac{4\rho_p}{3C_D\rho_f} \right)^{1/2}. \quad (4)$$

We assume that individual grains are driven by their own weight along the slope of an avalanche during the collapse. As this slope varies along the flow, we write the associated driving force along the maximum slope which is the vertical axis (y axis in Fig. 1) as $F = (\pi/6)\Delta\rho g d^3$. In the following, we therefore define the two dimensionless numbers as

$$St = \frac{1}{18\sqrt{2}} \frac{(\rho_p \Delta\rho g d^3)^{1/2}}{\mu_f}, \quad r = \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

assuming a constant drag coefficient C_D as in Ref. [3]. Thus, the Stokes number St prescribes the relative importance of particle inertia and fluid viscous effects while r is related to the fluid-grain density ratio. These two dimensionless numbers govern the grain dynamics in an elementary falling process and allow one to indicate the dominant process at the grain scale. According to the values of St and r , the three above-mentioned regimes can be obtained as follows. For $St \gg 1$ and $r \gg 1$, the ambient fluid has no effect on the dynamics of the granular avalanche and this is the free-fall regime, which corresponds usually to the well-known dry case. For $St \gg 1$ and $r \ll 1$, the gravity term is balanced by the inertial fluid drag force. The grain reaches its inertial limit velocity and is therefore associated with the inertial regime. It can be noted that the notation inertial regime refers here to a dominant contribution of fluid inertia to the dynamics, which is different from grain inertia. Moreover, in the case of immersed granular flows, the solid phase is usually denser than the fluid phase, r being therefore always larger than one and its smallest value of order one. A fully inertial regime is therefore not expected for a granular flow in this asymptotic consideration. However, a transition between a dry-dominated regime towards an inertial-dominated regime can be obtained for r decreasing to one [3]. For $St \ll 1$, the viscous effects are important and the grain reaches its Stokes limit velocity. This regime is thus referred to as the viscous regime.

In geophysical applications, the above-mentioned granular flow regimes can be encountered depending on grain and fluid characteristics [2]. Most dry granular flows in air, as rockfalls, subaerial landslides, or pyroclastic flows, lead to large values of the Stokes number and the grain-fluid density ratio, i.e., $St \sim [10^2, 10^8]$ and $r \sim 40\text{--}50$. These situations can be related to the free-fall regime, where the surrounding fluid can be neglected. In the case of submarine avalanches, the density ratio is

characterized by $r \sim 1.5$ while the Stokes number can be found in the large range of $St \sim [10^{-1}, 10^6]$. In these situations, the dynamics of the flow can belong to the inertial regime or the viscous regime, depending strongly on the grain size, and the influence of the fluid should therefore not be disregarded. Other atmospheric situations, such as snow avalanches or dust storms, can also lead to the situation of the inertial regime for which r remains moderate and $St \gg 1$. In several geophysical applications, such as lahars, some debris flows, and also snow avalanches under certain conditions, the interstitial fluid in the granular matrix differs from the ambient fluid. In these more complex situations, the influence of the surrounding fluids also has to be considered but leads to more complex physics including the density ratio and viscosity ratio between the two fluid phases. This reaches a situation also suffers a lack of knowledge of the characteristics of the different regimes mentioned previously. The simpler case of the granular medium immersed in a single fluid still deserves specific attention.

In the literature, most studies of granular collapses deal with the free-fall regime [9–15, 17, 18, 24–26]. The viscous regime has been investigated in detail by Rondon *et al.* [7], mostly focusing on the role of the initial volume fraction, while the inertial regime has only been mentioned in 2D numerical studies [8, 27]. Laboratory experiments are therefore still needed to characterize the flow properties in these different regimes and their associated transition. For instance, the description of the regimes has been discussed in terms of the local dynamics of a single grain. Its influence on the macroscopic flow, involving a granular material as the collapse, is then still uncertain. In the light of the previous studies, the present work then focuses on an experimental description of the collapsing flow and the associated final deposit by varying the three independent dimensionless parameters (a, St, r) . For the sake of clarity, the initial configuration considered here is always an initially dense-packing. Accordingly, the pore pressure induced by the initial decompaction of the granular medium prior flowing is negative [7].

The paper is organized as follows. In Sec. II the experimental setup and materials used are presented as well as observations of the granular collapse in a fluid. Then the scalings of the runout length and final height (Sec. III) and the spreading dynamics (Sec. IV) are described. Finally, a fine characterization of the morphology of the final deposit is given with the development of a simple predictive model (Sec. V).

II. LABORATORY EXPERIMENTS OF GRANULAR COLUMN COLLAPSE IN A FLUID

A. Experimental setup

The experiments are conducted in a horizontal transparent channel of rectangular cross section. The channel is 2 m long, 0.35 m high, and 0.20 m wide along with the streamwise x , vertical y , and spanwise z coordinates, respectively (see Fig. 1). On one side of the channel $x = 0$, a finite-volume reservoir is delimited by a sluice gate located at $x = L_i$. Two different reservoir widths are used, $L_i = 3$ and 10 cm. The initial height H_i of the granular column varies from 2 to 30 cm, leading to an aspect ratio $a = H_i/L_i$ in the range $a = [0.2, 10]$. At time $t = 0$, the sluice gate is removed and the granular column is released on the smooth bottom plane. The height profile $h(x, t)$ is extracted from image analysis using a classical shadowgraphy method. For this purpose, the 2D flow in the (x, y) plane is recorded using a Lavision 2560×2160 pixels camera and a backlight source on the opposite side of the channel. The obtained resolution is around $400 \mu\text{m pixel}^{-1}$, which leads to an accuracy of the height profile less than the grain diameter. The acquisition rate of the camera is between 10 and 200 Hz, depending on the flow timescale. The extraction process is performed using a MATLAB routine.

The granular medium is composed of spherical glass beads manufactured by Sigmund Lindner GmbH and listed as type S (soda lime glass beads) and type P (borosilicate glass beads). The measured densities of the beads are $\rho_p = 2500 \pm 50$ and $2230 \pm 30 \text{ kg m}^{-3}$ and the grain diameters are $d = 3.15 \pm 0.3$ and 3.00 ± 0.02 mm, respectively. In the dry case, type S grains of diameter $d = 1.15 \pm 0.15$ mm have also been used. For all types of particles, the repose and avalanche angles were estimated using two methods. First, the variation of the slope, along a granular pile built by

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

TABLE I. Set of parameters for each experimental series. The Stokes number St and the fluid-grain density ratio r are defined according to (5).

Glass beads	Ambient fluid	St	r	Regime	Label
$d = 1 \text{ mm}$ $\rho_p = 2500 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_f = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$ $\rho_f = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$	540	46	free-fall	FF
$d = 3 \text{ mm}$ $\rho_p = 2230 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_f = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$ $\rho_f = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$	2500	43	free-fall	FF
$d = 3 \text{ mm}$ $\rho_p = 2230 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_f = 10^{-3} \text{ Pa s}$ $\rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3}$	33	1.5	inertial	I
$d = 3 \text{ mm}$ $\rho_p = 2500 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_f = 26 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$ $\rho_f = 1027 \text{ kg m}^{-3}$	1.5	1.6	viscous inertial	VI
$d = 3 \text{ mm}$ $\rho_p = 2500 \text{ kg m}^{-3}$	$\mu_f = 375 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$ $\rho_f = 1066 \text{ kg m}^{-3}$	0.1	1.5	viscous	V

slowly pouring beads just above the top of the pile, was considered as being delimited by these two angles. The second method consists in slowly tilting a rectangular plexiglass box, initially filled with a horizontal granular bed of height of a few grains. Using these two methods, the angle of repose and the angle of avalanche were found to be $\alpha_r = 22 \pm 1^\circ$ and $\alpha_a = 28 \pm 2^\circ$, respectively. In this study, the initial volume fraction of the granular column is constant and equal to $\phi \sim 64 \pm 2\%$, i.e., a dense-packing, for all experiments considered here. The influence of the initial volume fraction in the viscous regime has already been reported by Rondon *et al.* [7] and it is therefore not discussed further here.

For collapse experiments with a liquid phase, the channel is filled up to a height equal to about 35 cm with a mixture of water and Ucon oil 75H90000. The dynamic viscosity of this mixture depends on the relative concentration of Ucon oil and water, which is characterized by the mass fraction $c_m = m_o/(m_o + m_w)$, with m_o and m_w the mass of oil and water, respectively. The mass fraction c_m is varied from 0% (pure water) to 40%, which corresponds to a variation of viscosity in the range $\mu_f = [1, 375]$ cP. The viscosity of the fluid mixture is obtained by rheometric measurements using a cone-plate geometry in a Haake Mars III rheometer with an accuracy less than 5%. Also, the fluid density is measured by a DMA 35 Anton Paar electronic densimeter with an accuracy of $\pm 0.5 \text{ kg m}^{-3}$.

Table I lists the set of fluid and grain properties used in the experiments. According to the definitions (5), St and r are constant for a given set of fluid-grain properties (reported in Table I) and they are therefore varied independently of the value of a . Series of experiments are labeled according to the expected flow regime depending on the (St, r) values and defined by Courrech du Pont *et al.* [3]. In particular, the different series of experiments performed in the present study will be referred to as regime FF in the free-fall regime, regime I in the inertial regime, regime V in the viscous regime, and regime VI at the transition between the viscous and the inertial regimes (see Table I for details of the fluid mixture and grain properties). The corresponding values of (St, r) are reported in Table I and the series of experiments are also represented by a symbol in the (St, r) plane in Fig. 2.

B. Observations of the granular collapse

The typical evolution of the granular collapse for regime FF, regime V, and regime I is shown for three different aspect ratios $a = 0.5, 1, \text{ and } 9$, in Fig. 3. In particular, snapshots of the granular flow at $t_f/3, 2t_f/3, \text{ and } t_f$, with t_f the final time at which the granular medium comes to rest, are reported. See also the available movies corresponding to granular collapses for regime FF, regime V, and regime I, with a constant aspect ratio, i.e., $a = 1$. In the latter case, a granular collapse at large aspect ratio, i.e., $a = 9$, is also shown [28].

ALEXIS BOUGOUIN AND LAURENT LACAZE

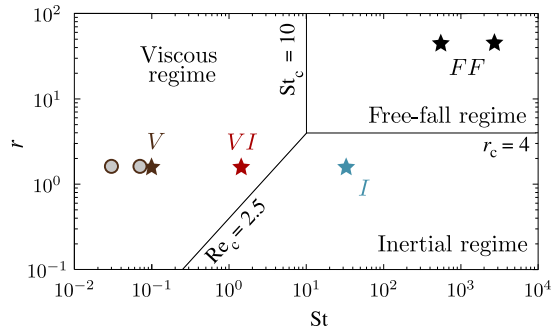


FIG. 2. Granular-fluid flow regimes in the (St, r) plane according to (5). Stars and circles correspond to the experimental series performed in the present study and in Ref. [7], respectively.

One can first note that the shape of the final deposit depends on both the aspect ratio a and the considered regime (St, r) . More specifically, a affects the trapezoidal vs triangular shape according to the definition of [7] for the range of parameters considered here. Note that even if the final deposit can be clearly simplified to such simple geometries in regime V, the final deposit shape is slightly more curved at the front for the two other regimes, i.e., regimes FF and I. Curvature of the final shape deposit can therefore be attributed to inertia in the dynamics of the granular-fluid flow. However, a clear distinction can be made between two situations such as $h(x=0, t=t_f) = h(0, 0)$ (referred to as a trapezoid) and $h(0, t_f) < h(0, 0)$ (referred to as a triangle). Using this formalism, the transition from the trapezoid to the triangle occurs around $a \sim 0.75$, in the range of parameters considered here. Note that St and r have probably a small influence on this transition, but it is difficult to conclusively determine this specific dependence. However, at each a , the spreading length clearly increases with

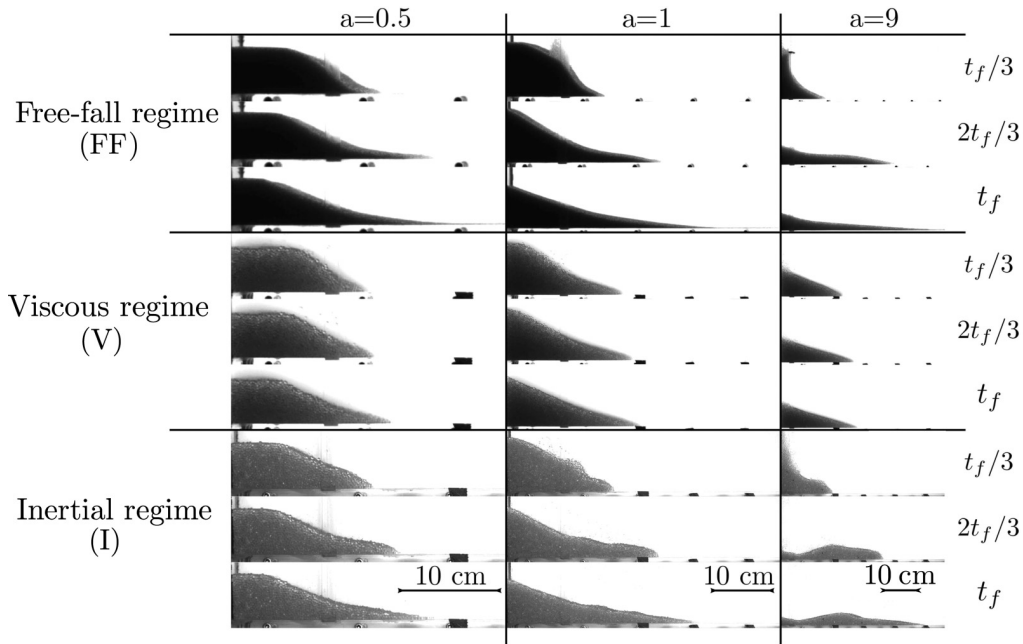


FIG. 3. Snapshots of the granular collapse for regime FF, regime V, and regime I for three different aspect ratios and at three different times.

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

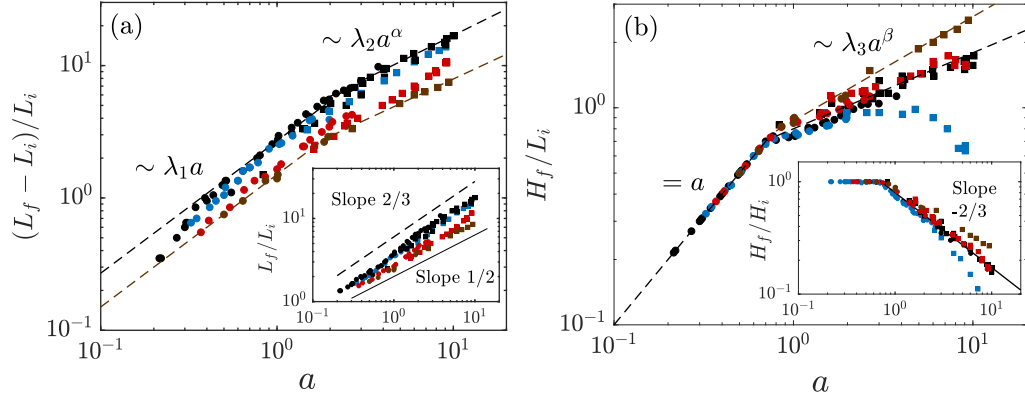


FIG. 4. (a) Dimensionless runout length $(L_f - L_i)/L_i$ (inset L_f/L_i) and (b) final height H_f/L_i (inset H_f/H_i) as a function of the aspect ratio a for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown). Circles and squares correspond to experiments performed with reservoir widths of $L_i = 10$ and 3 cm, respectively.

St while the effect of r is marginal on this length. In fact, the influence of r is more clearly observed in the transient flow which highlights a thicker front for $r \sim 1.5$ (second and third rows) than for $r \sim 45$ (first row), whatever a . This effect of r on the front thickness is comparable to the case of a pure fluid gravity current (i.e., the intrusion of a heavy fluid in a lighter fluid) which exhibits a similar front shape difference between a large density ratio, well known as dam break flows, and a smaller density ratio [29,30]. To conclude, one can notice that regime I highlights specific surface shapes during the transient flow (see $a = 1$ in Fig. 3) and even on the final deposit (see $a = 9$ in Fig. 3). In the latter case, a deposit somehow similar to the Mexican-hat structure observed for fluidized [20,31] and nonfluidized [14,15,17,26] dry collapses is obtained. Note, however, that in nonfluidized dry cases, this specific deposit is usually observed at larger a .

These observations highlight the diversity of behaviors which can be obtained for the collapse of granular column in a liquid, clearly controlled by the dimensionless parameters (a, St, r) . The influence of these dimensionless parameters on both the dynamics of the front and the final deposit shape are more deeply investigated in the following.

III. RUNOUT LENGTH AND FINAL HEIGHT

Following previous studies on dry granular collapses, the final deposit is characterized by its runout length L_f , which is the final front position at $y = 0$, and its final height H_f corresponding to the height of the granular material at $x = 0$. Figure 4 shows these two quantities, in a dimensionless form, as a function of the initial aspect ratio a for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols), respectively. In particular, the classical dimensionless runout length $(L_f - L_i)/L_i$ [Fig. 4(a)] and final height H_f/L_i [Fig. 4(b)] as well as L_f/L_i [inset of Fig. 4(a)] and H_f/H_i [inset of Fig. 4(b)] are shown. As often observed for the dry granular collapse, these dimensionless lengths highlight a power-law dependence on a with distinct behaviors at small and large a (see Sec. I). This trend is recovered here for the different regimes even if some unexpected features are observed, particularly for regimes I and VI, which will be discussed more thoroughly further on in the paper. The runout length is shown here to be restricted to a range of values bounded by the dry regime (regime FF) on the upper side and the viscous regime (regime V) on the lower side [see Fig. 4(a)]. These two limiting curves highlight scaling laws depending on a . In particular, for $a \lesssim 2$, the runout length increases linearly with the aspect ratio, $(L_f - L_i)/L_i = \lambda_1 a$ with $\lambda_1 = \lambda_1^{\text{FF}} \sim 2.7 \pm 0.3$ and $\lambda_1 = \lambda_1^{\text{V}} \sim 1.5 \pm 0.1$ for regimes FF and V, respectively. For $a \gtrsim 2$, the runout length evolves as $(L_f - L_i)/L_i = \lambda_2 a^\alpha$ with $\alpha \sim 0.64 \pm 0.02$ and $\lambda_2 = \lambda_2^{\text{FF}} \sim 3.7 \pm 0.3$

ALEXIS BOUGOUIN AND LAURENT LACAZE

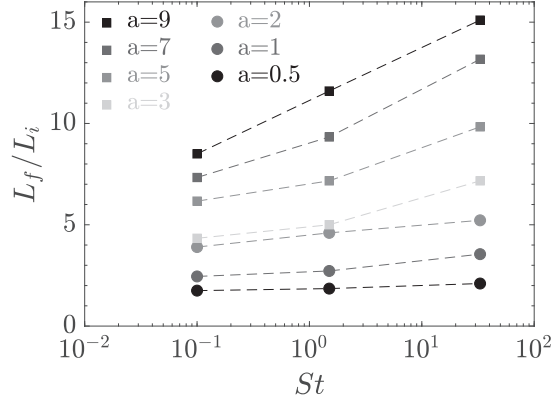


FIG. 5. Dimensionless runout L_f/L_i as a function of St for $r \sim 1.5$ and $a = [0.5, 9]$. Circles and squares correspond to experiments performed with reservoir widths of $L_i = 10$ and 3 cm, respectively.

and $\lambda_2 = \lambda_2^V \sim 1.9 \pm 0.1$ for regimes FF and V, respectively. An important observation that can be made is that the runout length is significantly shorter in regimes V and VI than in regimes FF and I, highlighting the St dependence mentioned in the preceding section, while the exponent α does not vary significantly. Another scaling which has been shown to be pertinent to characterize the final length of the collapse, at least for a triangle deposit, is the dimensionless length L_f/L_i [7]. The scaled runout length L_f/L_i is plotted as a function of a for the different regimes in the inset of Fig. 4(a). Again, the overall trend is similar for the different regimes. In regime V, one obtains $L_f/L_i \sim a^{1/2}$, in accord with previous results in the literature [7]. More surprisingly, this scaling also looks pertinent for the other regimes, at least for the dry case, but with a varying scaling factor between small a and large a . Unfortunately, these scaling laws for the runout remains a challenging task, as the range of a that can be covered in laboratory experiments is limited [see the $2/3$ power law reported in the inset of Fig. 4(a), which is hardly distinguished from a $1/2$ power law].

Figure 4(b) shows the dimensionless final height H_f/L_i as a function of the aspect ratio a . For $a \lesssim 0.75$, the final deposit has a trapezoidal shape leading to $H_f = H_i$. The initial height at $x = 0$ is therefore not affected by the collapse. For $a \gtrsim 0.75$, the trend is more complicated and it can depend on the considered regime. However, except for regime I, H_f/L_i evolves as $H_f/L_i = \lambda_3 a^\beta$, with $(\lambda_3, \beta) = (\lambda_3^{\text{FF}}, \beta^{\text{FF}}) = (\lambda_3^{\text{VI}}, \beta^{\text{VI}}) = (0.80 \pm 0.07, 0.35 \pm 0.04)$ and $(\lambda_3, \beta) = (\lambda_3^{\text{V}}, \beta^{\text{V}}) = (0.87 \pm 0.03, 0.48 \pm 0.02)$. In regime I, H_f/L_i is similar to the case of regimes FF and VI for $a \lesssim 2$. For $2 \lesssim a \lesssim 5$, it remains constant and then decreases with a at larger aspect ratio. The former observation clearly highlights the influence of r at large St on the final deposit mentioned in Sec. II B. The inset of Fig. 4(b) shows the dimensionless final height H_f/H_i as a function of a . For $a \lesssim 0.75$, the trapezoidal shape leads to $H_f/H_i = 1$, while for $a \gtrsim 0.75$, H_f/H_i decreases with a following different slopes depending on the considered regime. The $-2/3$ scaling obtained for dry granular collapses in the quasi-2D geometry [13] is reported here for comparison [solid black line in the inset of Fig. 4(b)]. A comparison with results obtained by Rondon *et al.* [7], in the case of a viscous regime for different initial volume fraction ϕ , is detailed in the Appendix. Surprisingly, it shows that decreasing ϕ (constant St) or increasing St (constant ϕ) leads to similar behaviors regarding the scaling laws of the final runout. It therefore opens the way to several discussions of the role of the pore pressure on the global dynamics of the collapse. With the set of experiments obtained by Rondon *et al.* [7], Roche *et al.* [20], and the present study, it would require specific attention to conclusively determine this role.

In Fig. 5, the dependence of the dimensionless runout length L_f/L_i on the Stokes number St is shown. Here the grain-fluid density ratio is fixed, i.e., $r \sim 1.5$, and the aspect ratio is in the range $a = [0.5, 9]$. As already mentioned, the spreading length quantified as L_f/L_i increases with St and

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

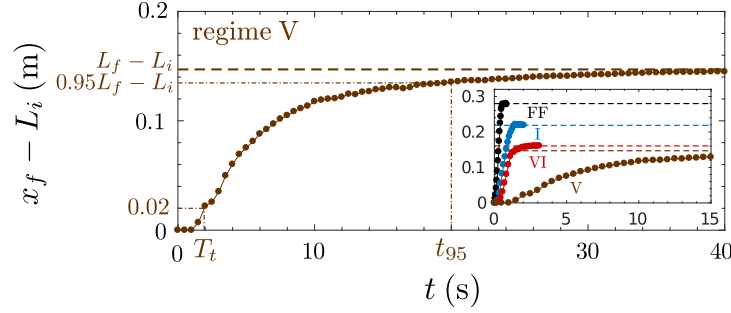


FIG. 6. Temporal evolution of the front position $x_f - L_i$ for regime V; the inset shows a comparison for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown), with $a = 1$. The dashed lines represent the runout length $L_f - L_i$. The trigger time T_t and the time t_{95} are indicated.

the evolution is more pronounced at large a . Moreover, while L_f/L_i roughly increases by a factor 5 when a is increased over a decade, it only increases by a factor 2 or less when St is varied over three decades, explaining probably why the influence of the aspect ratio has been more widely reported in the literature than the influence of the Stokes number. However, in geophysical applications, St can vary over several decades depending on the density and size of the grains (see Sec. I), its influence on the spreading length therefore being significant.

IV. DYNAMICS OF THE SPREADING

A. Flow regimes and physical processes

The dynamics of the granular flow is analyzed here through the temporal evolution of the front position. In particular, the position $x_f - L_i$ is plotted as a function of the time for regime V with $a = 1$, in Fig. 6, as a typical example of this evolution. A comparison with the other regimes is also shown in the inset of Fig. 6 with regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols).

This evolution is decomposed into the following stages. First, the front remains nearly frozen from $t = 0$, i.e., the opening of the sluice gate, to $t = T_t$, referred to as the trigger time. Here the trigger time T_t is defined as the time at which the front has traveled on the width of the sluice gate [i.e., $x_f(t = T_t) - L_i = 2$ cm]. This extraction method allows an objective measurement without affecting significantly the results discussed in the following. Then the most significant evolution of the granular medium occurs during a second stage, i.e., the collapse phase, until the front reaches its maximum length L_f , i.e., the granular media stops. In order to quantify the end of the second stage of the collapse, we define the time t_{95} when the front position of the collapse reaches 95% of the runout length L_f (see Fig. 6). The two above-mentioned times T_t and t_{95} clearly decrease with increasing (St, r) , i.e., from regime V to regime FF, leading to a smooth or a sharp trend of the front evolution (see the inset of Fig. 6).

For the first stage, the trigger time T_t is similar to the one mentioned by Rondon *et al.* [7] in the case of an initial dense granular packing. We recall here that the initial packing of each experiment is constant with $\phi \sim 64\%$. This time is related to the time that the granular column needs to expand prior to collapse. This expansion is delayed by the viscous dissipation in the granular porous media. Figure 7(a) shows the trigger time T_t as a function of the initial height H_i for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols). One can conclude that T_t is nearly H_i independent, i.e., independent of a in the range of parameters considered here, and that it is mostly controlled by the flow regime, i.e., (St, r) . A constant value $\langle T_t \rangle$ [dashed lines in Fig. 7(a)] can be therefore defined in each regime which is reported as a function of St in Fig. 7(b). Note that in the present set of experiments it was not possible to vary the grain-fluid

ALEXIS BOUGOUIN AND LAURENT LACAZE

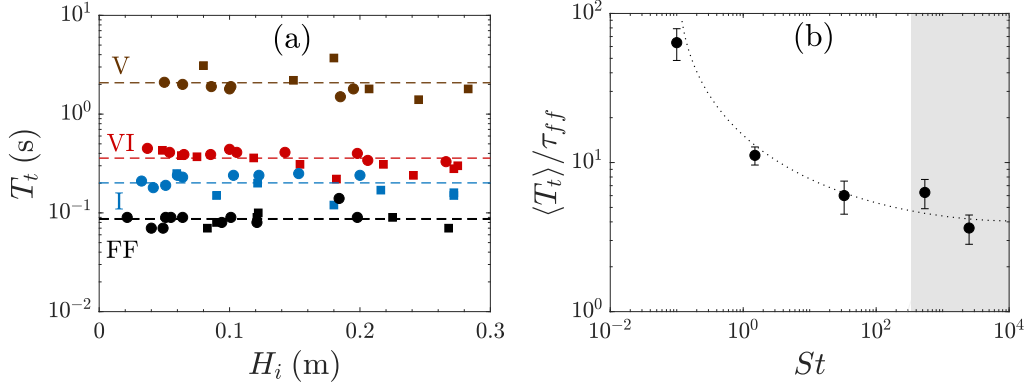


FIG. 7. (a) Trigger time T_t as a function of the initial height H_i for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown). The dashed lines represent the mean value $\langle T_t \rangle$ for each regime. (b) Dimensionless trigger time $\langle T_t \rangle / \tau_{ff}$, with $\tau_{ff} = (2\rho_p d / \Delta\rho g)^{1/2}$, as a function of the Stokes number St . The white and gray areas correspond to experiments with $r \sim 1.5$ and 45, respectively.

density ratio r at a constant value of the Stokes number St ; thus no conclusions could be drawn about the influence of r , even if it does not seem to significantly modify the trigger time at large St in the range of parameters considered here [see Fig. 7(b) in which white and gray areas correspond to $r \sim 1.5$ and 45, respectively]. However, a clear dependence on St is obtained here. In particular, the trigger time $\langle T_t \rangle / \tau_{ff}$, where $\tau_{ff} = (2\rho_p d / \Delta\rho g)^{1/2}$ is the free-fall timescale of a grain over d , is shown to decrease with increasing St . This observation is then consistent with a viscous dissipation during the expansion which is significant at small St and tends towards unity, i.e., the free-fall timescale, at large St . The influence of a dense packing on the initial stage of the collapse reported by Rondon *et al.* [7] for a viscous regime (i.e., at low St) can then be quantified as a function of St . Note that the asymptotic value obtained at large St , $\langle T_t \rangle / \tau_{ff} \sim 3$, slightly above one, is affected by the measurement method of the trigger time described previously. Nevertheless, the general trend reported here remains robust.

The second stage of the collapse is characterized by the time t_{95} prior to the granular medium coming to rest. Strictly speaking, the second stage lasts for $t_{95} - T_t$ and we consider this time difference in the following. In order to validate the relevance of the different regimes mentioned previously for this configuration, we thus analyzed the evolution of $t_{95} - T_t$ as a characteristic timescale of the granular collapse. As discussed by Courrech du Pont *et al.* [3], the time of the granular collapse should depend on the corresponding regime. It should therefore be predicted according to the considered flow regime. If we consider $U_{V(1)}^\infty$, the limit velocity that a single grain reaches when it is submitted to a driving force F in the viscous (inertial) regime and the characteristic length L_c traveled during the collapse time, the characteristic time can be defined as $T_V = L_c / U_{V(1)}^\infty = 3\pi\mu_f d L_c / F$ and $T_I = L_c / U_I^\infty = L_c (\pi C_D \rho_f d^2 / 8F)^{1/2}$ for the viscous regime and inertial regime, respectively. In the case of the free-fall regime, as no limit velocity exists, the characteristic time is defined as $T_{FF} = (L_c \rho_p \pi d^3 / 3F)^{1/2}$, which corresponds to the time that a particle needs to travel on the characteristic length L_c with a constant acceleration induced by a constant force F . In order to predict simple scalings for these characteristic times from the initial condition, we choose here $L_c = H_i$, i.e., the initial height, and $F = (\pi/6)\Delta\rho g d^3$, i.e., the weight of a single grain. Note that with these definitions, one has simply $T_{FF} = (H_i/d)^{1/2} \tau_{ff}$. We therefore obtain

$$T_{FF} = \left(\frac{2\rho_p H_i}{\Delta\rho g} \right)^{1/2}, \quad T_I = \left(\frac{3C_D \rho_f H_i^2}{4\Delta\rho g d} \right)^{1/2}, \quad T_V = \frac{18\mu_f H_i}{\Delta\rho g d^2}. \quad (6)$$

The time $t_{95} - T_t$ normalized by these different characteristic times (6) is plotted as a function of the normalized initial height H_i/d for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

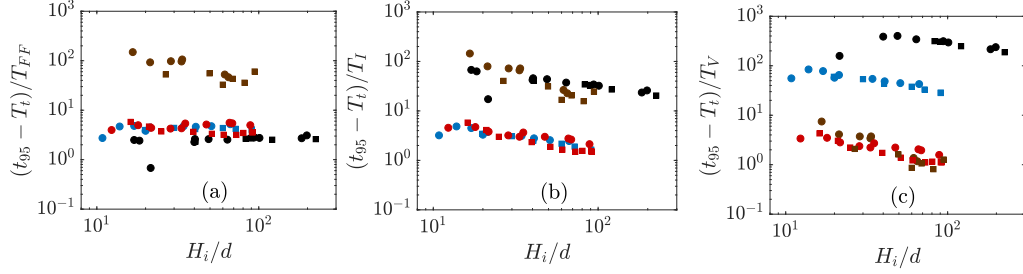


FIG. 8. Dimensionless collapse time $t_{95} - T_i$ as a function of the normalized initial height H_i/d for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown). The characteristic times T_{FF} , T_1 , and T_V are defined according to (6). Circles and squares correspond to experiments performed with reservoir widths of $L_i = 10$ and 3 cm, respectively.

(red symbols), and regime V (brown symbols) in Fig. 8. The drag coefficient is considered constant, i.e., $C_D = 0.4$, according to the definition given by Cassar *et al.* [4], corresponding to the value of C_D of a single sphere in a uniform flow at large particle Reynolds number [32]. One can conclude from Fig. 8 that the collapse time for regimes FF and V only scales with T_{FF} and T_V , respectively (black and brown symbols in Fig. 8), supporting the expected classification proposed by Courrech du Pont *et al.* [3] in these cases. On the other hand, it is more difficult to conclude for regimes I and VI, for which the timescale is not clear. For regime I, the time T_1 seems to be as pertinent as the time T_{FF} , at least at small a , meaning that T_1 and T_{FF} are of the same order, with in particular $T_{FF} \sim T_1 \sim 0.1$ s, obtained here from (6) with the present set of parameters. For regime VI, it is not surprising to obtain that both T_V and T_1 are of the same order, with $T_V \sim T_1 \sim 0.1 - 1$ s in this case, as these two timescales should be similar at the transition from viscous to inertial regimes. Also, T_{FF} is of the same order as T_1 and T_V in this case ($T_{FF} \sim 0.1$ s), in agreement with previous conclusions mentioned for regime I. It is worth mentioning that the smallest value of the fluid-grain density ratio considered here is $r \sim 1.5$ (glass beads in a liquid). More specifically, for regimes VI and I, that means the inertial limit velocity is hardly reached between consecutive grain contacts, according to the definition (5) of the density ratio. In fact, regime I is at the limit between the inertial and free-fall regimes, while regime VI is close to the point of coexistence of the three regimes. For heavy grains and at large St , the flow is then never expected to belong to a regime in which fluid inertia overcomes significantly the weight of the grains. Usually, the granular medium remains quite dense during the whole duration of the collapse, which explains the similarity between regimes I and FF.

Nevertheless, beyond this general observation, Fig. 3 showed that the dynamics and the final deposit of the granular collapse could highlight the observable difference between regimes FF and I. For instance, at large a , more particles are evacuated from the initial reservoir in regime I compared to regime FF, leading to a bulge of the final deposit surface. In this way, this suggests that fluid inertia should be observable and quantified, at least for large a . In fact, the conclusions drawn previously do not account for the H_i dependence observed in Figs. 8(b) and 8(c). For instance, in regime I and at large H_i/d , the collapse time $t_{95} - T_i$ decreases towards the expected time T_1 [see blue symbols in Fig. 8(b), in which $(t_{95} - T_i)/T_1$ tends to 1 when H_i/d increases] while it remains always larger than T_{FF} independently of H_i/d [see blue symbols in Fig. 8(a)]. In this case, fluid inertia becomes dominant when increasing H_i/d and this can be explained as follows. At large H_i/d , most of the column falls down only in the vertical direction due to the mass of grains drained away at the bottom during the collapse, as reported by Staron and Hinch [14]. During this stage, the intensity of the contact network can be expected to vanish as particles fall similarly. In this case, the definitions of the Stokes number St and the fluid-grain density ratio r [Eq. (5)] given in Sec. I are no longer pertinent. Indeed, the viscous time and the inertial time that a grain needs to reach its limit velocity now have to be compared to a free-fall time over the total height of the initial column H_i , instead of the grain diameter d . In this case, the zone of influence of the different regime has to be discussed in a

ALEXIS BOUGOUIN AND LAURENT LACAZE

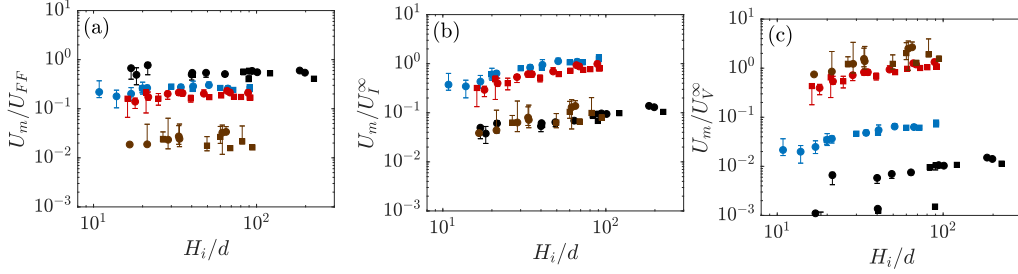


FIG. 9. Maximum front velocity U_m normalized by different characteristic velocities U_{FF} , U_{I}^{∞} , and U_{V}^{∞} defined according to (7) as a function of the normalized initial height H_i/d for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown).

$((d/H_i)^{1/2}\text{St}, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane. Then, for a series of experiments with a constant (St, r) , $(d/H_i)^{1/2}r$ decreases with the increase of the initial height H_i and the flow could then reach its inertial regime as long as $(d/H_i)^{1/2}\text{St}$ remains large. For regime VI, the same conclusions can be drawn. In this case, $(d/H_i)^{1/2}\text{St}$ and $(d/H_i)^{1/2}r$ decrease similarly, explaining that it remains at the limit between the viscous and inertial regimes while it separates from the free-fall dynamics at large H_i/d .

Note that to confirm the previous description of the dynamics based on the collapse timescale, the maximum front velocity U_m reached during the granular flow can also be analyzed in a similar way. In each regime considered, the evolution of the front velocity can be defined as an acceleration followed by a deceleration and no constant-velocity phase is observed (not shown here), as reported by Staron and Hinch [17] in the dry case. In the following, we define the velocity scales as the limit velocity U_{V}^{∞} in the viscous (inertial) regime and the characteristic velocity U_{FF} , at $t = T_{\text{FF}}$, considering the fall of a single grain under gravity and without drag dissipation. We therefore obtain

$$U_{\text{FF}} = \left(\frac{2\Delta\rho g H_i}{\rho_p} \right)^{1/2}, \quad U_{\text{I}}^{\infty} = \left(\frac{4\Delta\rho g d}{3C_D \rho_f} \right)^{1/2}, \quad U_{\text{V}}^{\infty} = \frac{\Delta\rho g d^2}{18\mu_f}. \quad (7)$$

Figure 9 shows the maximum front velocity U_m normalized by the velocity scales defined according to (7) as a function of the normalized initial height H_i/d for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols). The trends are similar to the one observed for the characteristic times. The same conclusions can be drawn which support the physical interpretation given previously on the flow dynamics of the collapse.

These results are now summarized in the $((d/H_i)^{1/2}\text{St}, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane to support the previous discussion. First, in order to identify the most pertinent granular flow regime for each experiment performed in this study, we define the minimum dimensionless timescale as

$$T^- = \min \left[\frac{t_{95} - T_t}{T_{\text{FF}}}, \frac{t_{95} - T_t}{T_{\text{I}}}, \frac{t_{95} - T_t}{T_{\text{V}}} \right]. \quad (8)$$

The value of T^- can be extracted from Fig. 8. As all the ratios in the definition (8) are larger than one, the value of T^- then corresponds to the ratio whose value is closest to one. This therefore gives us first the most pertinent regime according to the minimum ratio obtained and then a quantification of its relevance according to the value of T^- , with an increasing confidence of the relevance when T^- is actually reaching one. It can be noted that a similar approach could be done with the maximal front velocity U_m leading to the same conclusions. Figure 10 shows the regimes obtained in the $((d/H_i)^{1/2}\text{St}, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane. Symbols correspond to each individual experiment in this parameter space. In particular, black symbols, blue symbols, and brown symbols correspond to $T^- = (t_{95} - T_t)/T_{\text{FF}}$, $T^- = (t_{95} - T_t)/T_{\text{I}}$, and $T^- = (t_{95} - T_t)/T_{\text{V}}$, respectively. The size indicates the deviation of T^- from 1, in particular, the size of the symbol increases when $T^- \rightarrow 1$. Note that, in such a representation, each set of experiments for regimes FF, I, VI, and V are still visible (symbols align on

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

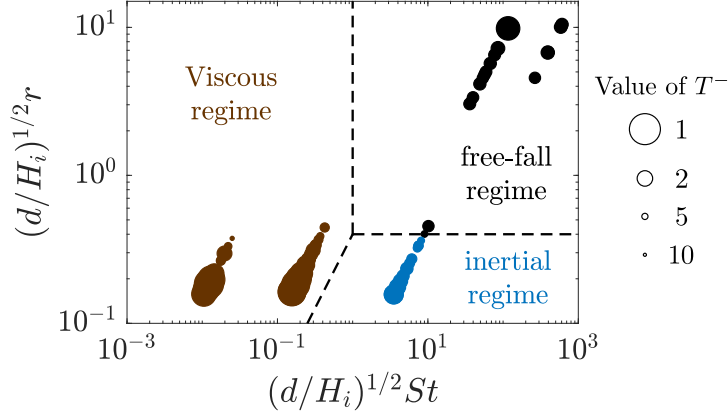


FIG. 10. Granular flow regimes in the $((d/H_i)^{1/2}St, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane with St the Stokes number and r the grain-fluid density ratio defined according to (5). Symbols (colors and sizes) correspond to the minimum dimensionless collapse time T^- according to (8) and determined from Fig. 8 with, in particular, black symbols for $T^- = (t_{95} - T_i)/T_{FF}$, blue symbols for $T^- = (t_{95} - T_i)/T_i$, and brown symbols for $T^- = (t_{95} - T_i)/T_V$. The size indicates the deviation of T^- from 1 (see the legend).

inclined lines). Then, in this parameter space, a change in color indicates a transition from one regime to another, while the size of the symbols indicates the distance to this transition. It can be noted that the set of experiments for regimes FF and V indeed belongs to the corresponding expected regime. Regime VI belongs to a viscous regime with this definition. Moreover, the size of the symbols are observed to decrease when approaching transitions from one regime to another. One of the most interesting observations with this representation is associated with the set of experiments initially denoted as regime I according to the definition of (St, r) at the grain scale [Eqs. (5)], which is now shown to cross the transition from the inertial to the dry regime as $((d/H_i)^{1/2}St, (d/H_i)^{1/2}r)$ increases (see blue and black symbols in the bottom right panel of Fig. 10). Figure 10 then allows us to extract a more refined estimation of the transition in this new $((d/H_i)^{1/2}St, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane for the collapse configuration, with in particular $(d/H_i)^{1/2}r_c \sim 0.4$ from free-fall to inertial regimes, $(d/H_i)^{1/2}St_c \sim 1$ from free-fall to viscous regimes, and $Re_c = St_c/r_c \sim 2.5$ from inertial to viscous regimes, in agreement with the critical Reynolds number suggested by Courrech du Pont *et al.* [3].

B. Simple St scaling of the flow dynamics: A geophysical purpose

The description of geophysical flows necessitates the use of simple parametrizations modeling the main features of the physical processes involved in the configuration considered. In this sense, the results shown in Figs. 8(a) and 9(a) suggests a possible rough description of the dynamics of granular avalanches in a fluid with a classical free-fall scaling, at least for regimes FF, I, and VI and in the range of parameters considered here, regardless of the finer description proposed previously. Indeed, these scalings are already used relevantly in many gravity-driven flows such as gravity currents, dam break flows, dry granular collapses, or even fluidized granular flows [13,23,30,33]. In Fig. 11(a), U_m is thus plotted as a function of the free-fall velocity $U_{FF} = (2\Delta\rho g H_i / \rho_p)^{1/2}$ for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols). It is indeed shown here that such a free-fall scaling for the velocity remains roughly acceptable for all the experiments performed here [see the dashed lines in Fig. 11(a), which all have a slope 1, i.e., corresponding to a linear dependence of U_m with U_{FF}]. The prefactor of this scaling (i.e., the prefactor associated with the linear trend of each dashed line) would therefore only be a function of St , i.e., $U_m = \zeta(St)U_{FF}$. The evolution of ζ as a function of St is shown in Fig. 11(b). It can be observed that ζ decreases with decreasing St , which quantifies the viscous dissipation in the system. Extrapolating the trend observed in Fig. 11(b), ζ could be found to about 1, for $St \sim 10^6$, which is the upper value usually

ALEXIS BOUGOUIN AND LAURENT LACAZE

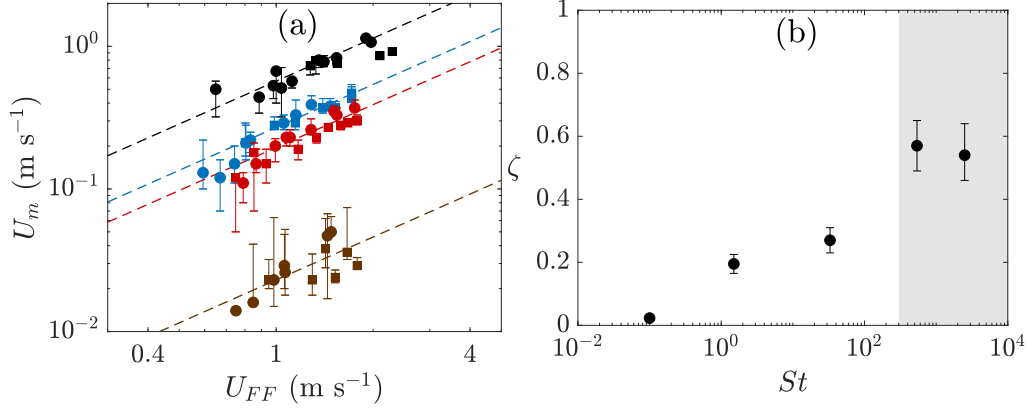


FIG. 11. (a) Maximum front velocity U_m as a function of the free-fall velocity $U_{FF} = (2\Delta\rho g H_i / \rho_p)^{1/2}$ for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red) and regime V (brown). (b) Evolution of $\zeta = U_m/U_{FF}$ as a function of the Stokes number St . The parameter ζ is obtained from the prefactor of the linear fit [dashed lines in Fig. 11(a)]. White and gray areas correspond to $r \sim 1.5$ and 45, respectively.

obtained for dam break flows for which the influence of viscous and/or frictional dissipation is small (as gravity current, turbidity current, or fluidized bed [23], for instance). Below $St \sim 0.1$, the velocity of the system is found to be zero. It is actually the limit of the assumptions used here; the system can then be considered as fully viscous. While ζ is clearly a function of St here, it could also depend on r [see Fig. 11(b), in which white and gray areas correspond to $r \sim 1.5$ and 45, respectively], but cannot be highlighted with the set of available parameters. Such a rough description accounts for the simplest influence of the surrounding fluid on the dynamics of a granular mass slumping under the influence of the gravity standing for a classical free-fall scaling for inertial or dry configurations towards the dissipation induced by viscosity. This parametrization would need further investigation, which is beyond the scope of the present paper, to propose a robust correlation for the function $\zeta(St, r)$ and the range of parameters of validity. This could probably only be achieved with numerical simulations.

V. MORPHOLOGY OF THE FINAL DEPOSIT

In the previous sections, the influence of the dimensionless numbers (a, St, r) has been shown to play a role in the dynamics of a granular collapse and/or the shape of the final deposit obtained. In this section, the morphology of the final deposit is characterized in the range of parameters considered. In Fig. 12, the characteristics of the final deposit are recalled for a trapezoidal form, with the final height H_f and the runout length L_f , the angles α_s and α_f at the summit and at the foot, respectively, and x_c corresponding to the longitudinal position of transition from a constant height profile to a decreasing height profile ($x_c = 0$ for a triangular deposit).

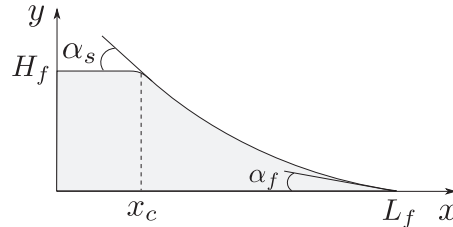


FIG. 12. Sketch of a final trapezoidal deposit with the runout length L_f and the final height H_f , the angles α_s and α_f at the summit and at the foot, respectively, and x_c corresponding to the longitudinal position of transition from a constant height profile to a decreasing height profile.

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

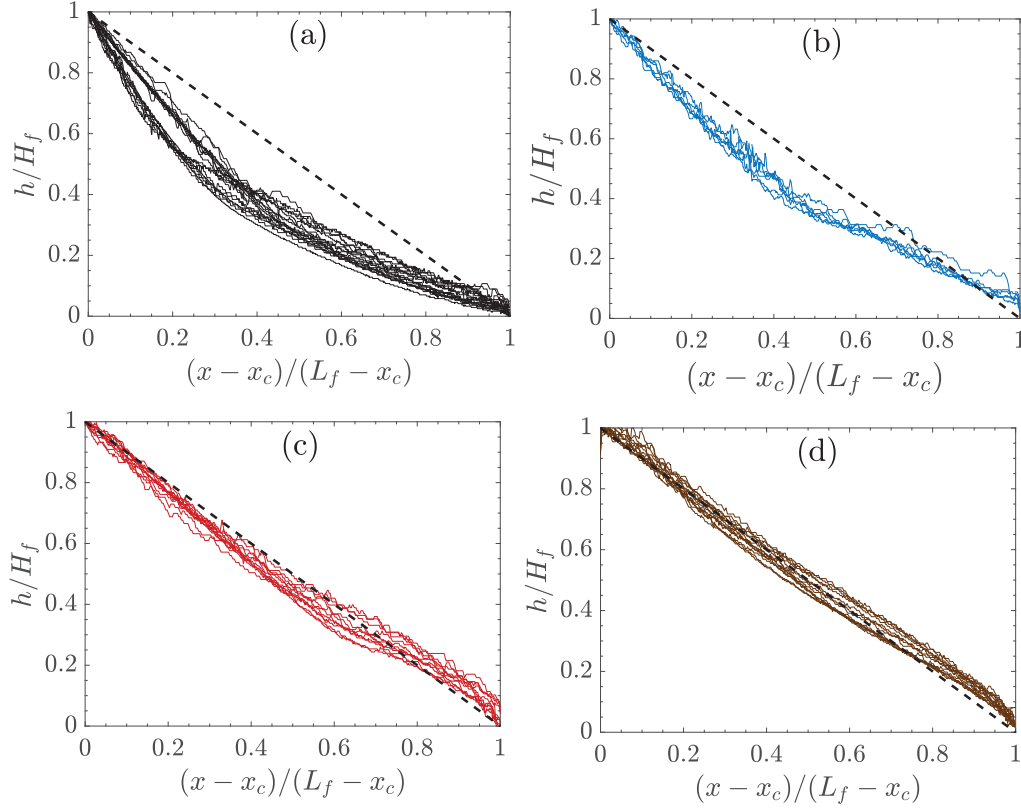


FIG. 13. Height profile h/H_f as a function of $(x - x_c)/(L_f - x_c)$ for (a) regime FF, (b) regime I, (c) regime VI, and (d) regime V. The dashed lines represent $h/H_f = 1 - (x - x_c)/(L_f - x_c)$.

A. Shape of the deposit

The shape of the final deposit can be regarded as a function of the regime considered. Figure 13 shows the height profile h/H_f as a function of $(x - x_c)/(L_f - x_c)$ for regime FF [Fig. 13(a)], regime I [Fig. 13(b)], regime VI [Fig. 13(c)], and regime V [Fig. 13(d)]. All the aspect ratios are reported here except in regimes I and VI for which a is limited to $a \lesssim 1$ and 4, respectively. For these two sets of experiments, spatial oscillation of the granular surface appears above these aspect ratios. This specific situation will be discussed in more detail in Sec. VC. In Fig. 13, one can first observe that, in each case, these dimensional height profiles nearly match on a single curve for all a . Moreover, for decreasing St , these self-similar profiles tend towards a straight line [from Figs. 13(a)–13(d)], i.e., a constant angle along the slope of the deposit (dashed lines).

The center of mass (x^G, y^G) can be analyzed as a quantification of this similarity in the final deposit and it is defined as

$$x^G = \frac{1}{A} \int_0^{x_f} x h(x, t) dx, \quad y^G = \frac{1}{A} \int_0^{x_f} \frac{h(x, t)^2}{2} dx, \quad (9)$$

where x^G and y^G are the longitudinal and vertical positions of the center of mass and $A = \int_0^{x_f} h(x, t) dx$ is the area of the granular material. Initially at the position $(x^G(t=0), y^G(t=0)) = (L_i/2, H_i/2)$, the longitudinal position x^G increases while the vertical position y^G decreases during the spreading of the granular mass until it stops at the position of the final state (x_f^G, y_f^G) .

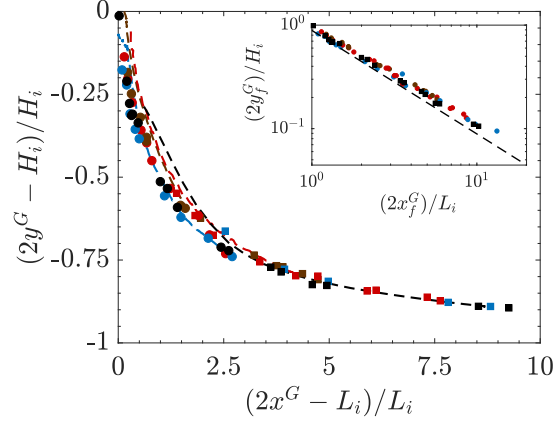


FIG. 14. Dimensionless vertical position of the mass center $(2y^G - H_i)/H_i$ as a function of its horizontal position $(2x^G - L_i)/L_i$ for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown). Symbols correspond to the final state $((2x_f^G - L_i)/L_i, (2y_f^G - H_i)/H_i)$ while the dashed lines correspond to the temporal trajectory $((2x^G - L_i)/L_i, (2y^G - H_i)/H_i)$ of the center of mass. The inset corresponds to $2y_f^G/H_i$ as a function of $2x_f^G/L_i$ and the dashed line is $2y_f^G/H_i = (8/9)(L_i/2x_f^G)$, which is the position of the mass center of any triangle having a surface $H_i L_i$.

Figure 14 shows the dimensionless vertical position $(2y^G - H_i)/H_i$ of the center of mass as a function of its horizontal position $(2x^G - L_i)/L_i$ for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols). In this figure, symbols correspond to the final state of the mass position $((2x_f^G - L_i)/L_i, (2y_f^G - H_i)/H_i)$. For comparison, the evolution of the position of the center of mass $((2x^G - L_i)/L_i, (2y^G - H_i)/H_i)$ during the collapse is also shown for a few runs in the different regimes (dashed lines). At this scale of observation, all results match on the same leading curve. This means that, at least at leading order, the center of mass of the granular media follows a universal curve, the only difference between the different aspect ratios and flow regimes being its final position on this curve. These general observations emphasize the geophysical parametrization discussed in the preceding section, accounting for a simple process of fluid dissipation on the granular collapse. Once again, depending on the expected accuracy of the model, such an assumption could hold.

The inset of Fig. 14 shows $2y^G/H_i$ as a function of $2x^G/L_i$ and the dashed line corresponds to $2y_f^G/H_i = (8/9)(L_i/2x_f^G)$, which is the position of the center of mass of any triangle having a surface $H_i L_i$. As observed here, this simple geometry leads to a good prediction of the final shape of the deposit. One can observe that, at large $2x^G/L_i$, corresponding to increasing a and/or St , the solution deviates from the experimental results. This discrepancy can be associated with the curvature of the deposit, as observed in Fig. 13(a), for instance. We can note that, as the bottom plane is a smooth wall, the curvature of these profiles is slightly intensified at large St . However, whatever the roughness imposed at the bottom, such concavity is always obtained [7,10]. We therefore assert that the present observation is representative of any collapse in a liquid, even if a modification of the roughness would probably slightly modify the obtained curvature. This curvature could therefore be mostly attributed to inertia on the dynamics of the collapse which tends to disappear when St vanishes. In the latter case, the dynamics can be assumed to be quasistatic. The final constant slope obtained is therefore close to an angle of equilibrium of the granular material and this will be discussed in Sec. VB. For now, we propose a deeper investigation of the slope angle as a function of St .

As the shape of the final deposit can be more or less curved, we propose here to define two angles to characterize it. In particular, one defines an angle α_s close to the summit, i.e., at $x = x_c$, and an angle α_f at the foot, i.e., at $x = L_f$, of the final deposit (see Fig. 12). These two local angles, i.e.,

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

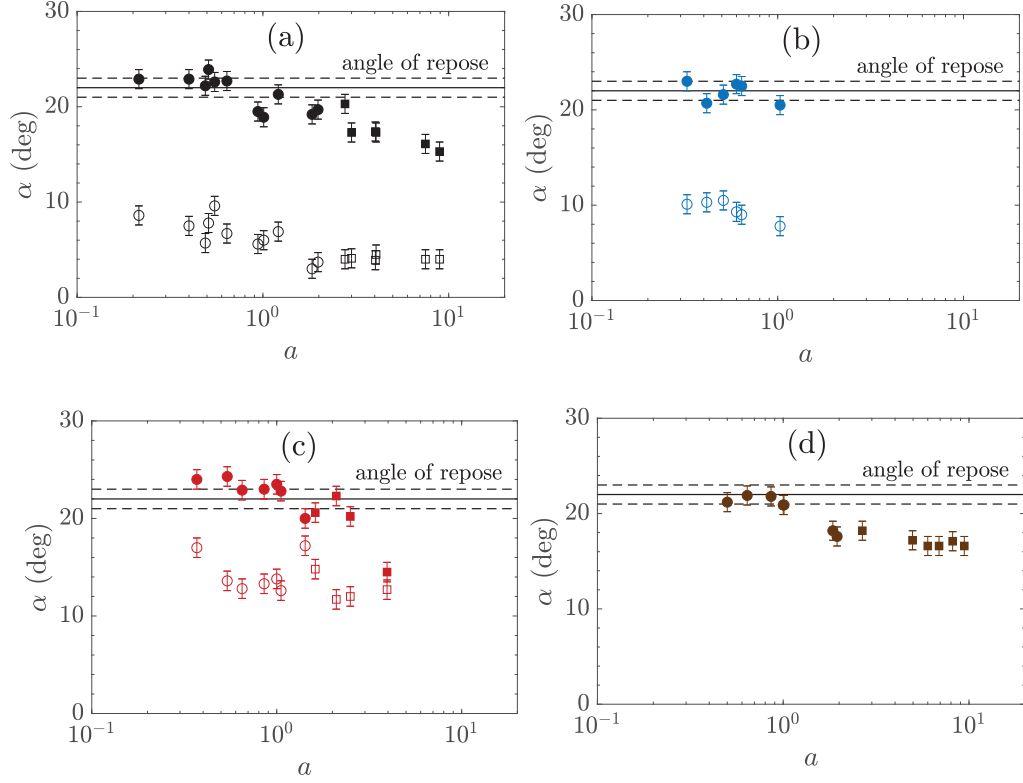


FIG. 15. Local angles α_s at the summit (closed symbols) and α_f at the foot (open symbols) as a function of the aspect ratio a for (a) regime FF, (b) regime I, (c) regime VI, and (d) regime V.

α_s (closed symbols) and α_f (open symbols), are shown in Fig. 15 as a function of a for regime FF [Fig. 15(a)], regime I [Fig. 15(b)], regime VI [Fig. 15(c)], and regime V [Fig. 15(d)]. As in Fig. 13, only deposits with smooth shape are considered here, the analysis of other inertial cases being postponed to Sec. VC. As expected, $\alpha_f < \alpha_s$ except for regime V, in which $\alpha_f = \alpha_s$. Also, the discrepancy $\alpha_s - \alpha_f$ increases with the Stokes number. One first observes that α_s is almost constant at small a with a value which is comparable to the angle of repose of the granular material (solid lines). When the aspect ratio a increases, the angle α_s suddenly decreases above $a \sim 1$ for all the regimes (when available) and eventually saturates to a slightly smaller value. This decrease, even if quite small [only 3° in Fig. 15(d)], is above the measurement accuracy and it is systematically observed. This observation is not explained here, but it seems to be correlated to the transition from trapezoidal to triangular deposit shape, when the point x_c (see Fig. 12) reaches the back wall of the reservoir. Note, on the other hand, that α_f decreases at small a until it reaches a constant value with the same transition $a \sim 1$. However, the a dependence of α_s and α_f remains small compared to the difference between these two angles as well as the evolution of α_f with St .

The average values $\langle \alpha_s \rangle$ and $\langle \alpha_f \rangle$ over a is reported in Fig. 16 as a function of St . One observes, as previously mentioned, that $\langle \alpha_s \rangle$ is roughly constant and about equal to the angle of repose of the granular material, i.e., $\langle \alpha_s \rangle \sim \alpha_r$ (solid lines in Fig. 16). On the other hand, $\langle \alpha_f \rangle$ decreases with the increase of St quantifying the curvature of the deposit shape profiles. At large St , the lower value of $\langle \alpha_f \rangle$ illustrates the stretching of the deposit due to the inertia flow. At low St , $\langle \alpha_f \rangle$ tends towards $\langle \alpha_s \rangle$ and then $\langle \alpha_s \rangle \sim \langle \alpha_f \rangle \sim \alpha_r$. This means that inertia becomes negligible and that the system evolves in a quasistatic state towards its final deposit with a constant angle equal to about the angle of repose.

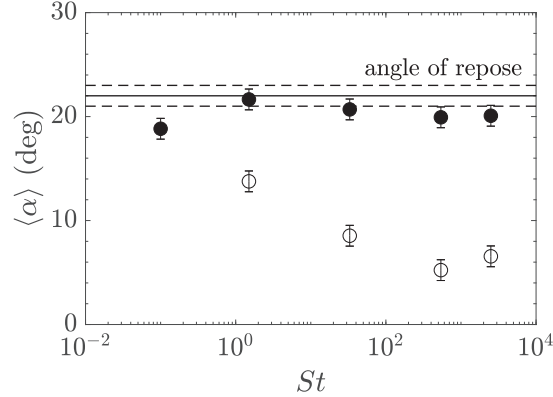


FIG. 16. Average values $\langle \alpha_f \rangle$ (open symbols) and $\langle \alpha_s \rangle$ (closed symbols) as a function of St .

B. Predictive model for the final deposit

In the preceding section, we show that the granular material tends towards its final deposit with a quasistatic state for decreasing St . This corresponds to a constant final slope of the deposit close to the angle of repose α_r . Combining this result with a final deposit described with a trapezoidal or a triangular shape as a function of a , one can therefore obtain a simple prediction of the final runout length and final height in the $St \rightarrow 0$ limit [7]. For this purpose, one assumes that the angle of repose α_r is associated with a constant coefficient of friction μ_d as $\mu_d = \tan \alpha_r$. Based on the mass conservation between the initial and the final states, one can show that the trapezoid and the triangle lead to the following scalings, respectively:

$$\frac{L_f - L_i}{L_i} = \frac{a}{2\mu_d}, \quad \frac{H_f}{L_i} = a, \quad (10)$$

$$\frac{L_f}{L_i} = \sqrt{\frac{2a}{\mu_d}}, \quad \frac{H_f}{L_i} = \sqrt{2a\mu_d}. \quad (11)$$

These two solutions explain the scaling laws obtained for the granular collapse and are presented in Sec. III. In particular, the linear dependence of $(L_f - L_i)/L_i$ with a in the solution (10) is consistent with results obtained at small a shown in Fig. 4(a) at which the trapezoidal shape is more likely to be observed. On the other hand, the solution (11) obtained for a triangle is usually observed at larger a . This scaling law is indeed consistent with results obtained in the inset of Fig. 4(a). As observed in the inset of Fig. 4(a), the triangular scaling with $L_f/L_i \sim a^{1/2}$ is shown to be pertinent on a larger range of a , which makes it more pertinent for the range of parameters considered here. We then focus on this specific shape in the following.

Once inertia is not negligible, for $St \gg 1$, the curvature of the final deposit is more pronounced. If one assumes that the slope of the deposit is not constant anymore but that the height profile $h(x)$ can be defined as a second-order polynomial in x for the final deposit, with a fixed angle at $x = 0$ equal to the angle of repose (see $\langle \alpha_s \rangle$ in Fig. 16), then one obtains $h(x) = (\mu_d - H_f/L_f) \frac{x^2}{L_f} - \mu_d x + H_f$. Assuming that the slope at the foot, i.e., at $x = L_f$, is associated with a coefficient of friction $\mu_{St} = \tan \alpha_f$ which decreases with increasing St (see $\langle \alpha_f \rangle$ in Fig. 16), one obtains for the triangle the scaling

$$\frac{L_f}{L_i} = \sqrt{\frac{6a}{\mu_d + 2\mu_{St}}}, \quad \frac{H_f}{L_i} = \sqrt{\frac{3a(\mu_d + \mu_{St})^2}{2(\mu_d + 2\mu_{St})}}, \quad (12)$$

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

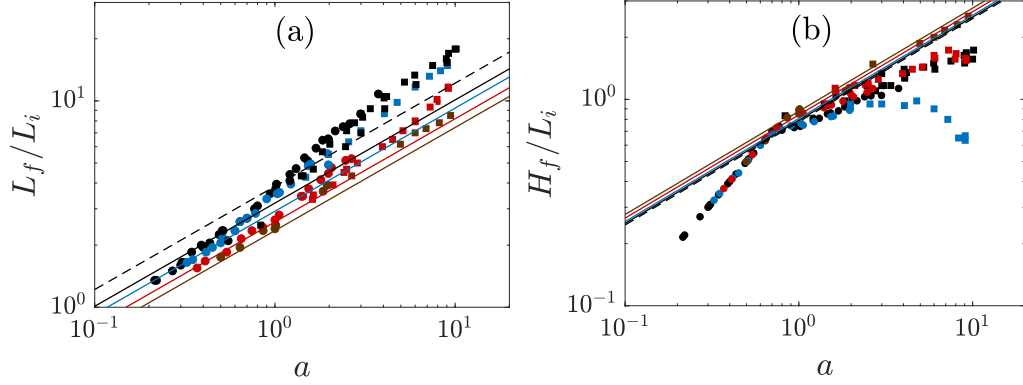


FIG. 17. (a) Dimensionless runout length L_f/L_i and (b) final height H_f/L_i as a function of the aspect ratio $a = H_i/L_i$ for regime FF (black), regime I (blue), regime VI (red), and regime V (brown). Symbols are experiments and lines are predictive models (12) (solid lines) and (13) (dashed lines). In the latter cases, $\mu_d = \tan \alpha_r$, where $\alpha_r = 22^\circ$ is the angle of repose, and $\mu_{St} = \tan(\alpha_f)$, where (α_f) is the mean angle at the foot of the deposit and determined from Fig. 16.

which becomes in the asymptotic limit $\mu_{St} \rightarrow 0$ when $St \rightarrow \infty$,

$$\frac{L_f}{L_i} = \sqrt{\frac{6a}{\mu_d}}, \quad \frac{H_f}{L_i} = \sqrt{\frac{3a\mu_d}{2}}. \quad (13)$$

The predictive models (12) and (13) are compared to experimental results in Fig. 17. In particular, the dimensionless runout length L_f/L_i [Fig. 17(a)] and the final height H_f/H_i [Fig. 17(b)] are plotted as a function of the aspect ratio a for regime FF (black symbols), regime I (blue symbols), regime VI (red symbols), and regime V (brown symbols). Experiments are represented with symbols while the predictive models (12) and (13) correspond to solid lines and dashed lines, respectively. It can be first noted that the model predicts a longer runout length at large St than otherwise. Also, the predicted discrepancy has the same order of magnitude as for experimental results. However, at large a , this model underestimates (overestimates) the runout length L_f/L_i (the final height H_f/L_i), which can be attributed to the simplicity of the description of the height profile with a second-order polynomial in the triangle case. Surprisingly, we can note that, at low a , the runout length L_f/L_i is well predicted by the proposed model, yet the latter does not consider the trapezoidal shape of the final deposit.

C. Final morphology in the fluid inertial regime

In the previous sections, the final deposit for regimes I and VI at large a was disregarded. The reason for that was the observation of a spatial oscillation, a bump, of the final deposit surface, which appears above $a \sim 1$ and 4, respectively. This specific deposit shape has already been observed in the dry case, as well for initially fluidized granular flows [20,31] as for granular collapses [14,15,17,26]. The spatial structure makes the analysis more complex and some of the arguments used previously are not valid. Note that this feature is another signature of the fluid inertia on the granular flow dynamic as it is mostly observed in regime I for a large enough, i.e., for $(d/H_i)^{1/2}r_c \ll 1$ (see Fig. 10). In this case, a decrease of the final height H_f/L_i with increasing a is then observed, while it is usually increasing for other regimes [see Fig. 4(b)]. This trend appears to be linked to the appearance of a surface bump close to the collapse front, most of the mass being transferred from the back wall $x = 0$ to a location closer to the front position (see the final deposit in the inertial regime with $a = 9$, Fig. 3, and the movie in the Supplemental Material [28]). We then briefly describe the shape of this observed surface bump in the following. For this purpose, as the final deposit mostly highlights a

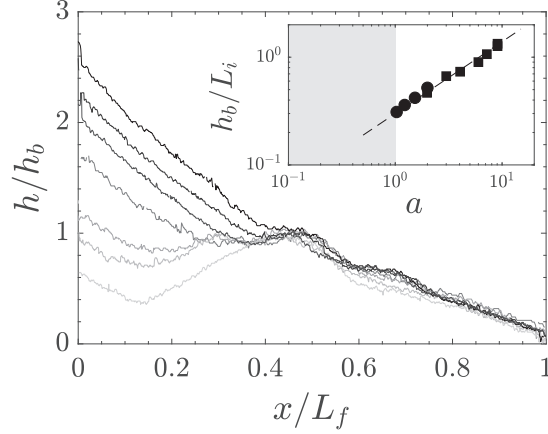


FIG. 18. Height profile h/h_b as a function of x/L_f for regime I. The aspect ratio is in the range $a = [1, 9]$ (from black to light gray, respectively). The inset shows h_b/L_i as a function of a . No bump is observed in the gray area.

local maximum at $x > 0$ in this case, the final deposit is thus characterized, among previous scalings, by the final height h_b of this local maximum at $x_b > 0$.

Figure 18 shows the dimensionless height profile h/h_b as a function of x/L_f for regime I. The aspect ratio is in the range $a = [1, 9]$ (from black to light gray, respectively). For $0 < x/L_f < 0.5$, it can be noted that h/h_b decreases for increasing a . On the other hand, for $0.5 < x/L_f < 1$, the dimensionless height profile is similar to whatever the value of a is in the range of parameters considered here. This latter observation is similar to the similarity of the height profiles mentioned in the preceding section, but now only holds for the region in front of the bump. These observations clearly reveal that for increasing aspect ratio, the mass is transferred from the back wall, at $x = 0$, to the front position, at $x = L_f$. Moreover, the shape similarity property of the final deposit described in previous sections for simpler deposits is shown to hold close to the front for more complex deposits. The inset of Fig. 18 shows the evolution of h_b/L_i as a function of a . For $a < 1$, i.e., the gray area, no bump is observed on the final deposit. Above this value, the dimensionless height h_b/L_i increases with a . Note that this corresponds to the range of a in which H_f/L_i was shown to decrease with increasing a [see Fig. 4(b)]. We find here that this evolution of h_b with a follows a simple power law $h_b/L_i \sim a^{2/3}$.

VI. CONCLUSION

Laboratory experiments on the collapse of a dense granular column in a fluid have been investigated. In particular, the viscosity and the density of the surrounding fluid were varied. Both the dynamics of the granular flow and the final deposit of the granular medium have been characterized due to the temporal evolution of the granular height profiles. More specifically, this present study focused on the influence of the Stokes number St , the grain-fluid density ratio r , and the aspect ratio a of the initial granular column. First, it was shown that the runout length L_f and the final height H_f of the final deposit are mainly controlled by a and St . The runout length is restricted to an interval limited by the dry regime and the viscous regime. With appropriate scaling, it follows simple power laws with a , i.e., $(L_f - L_i)/L_i = \lambda_1 a$ for $a \lesssim 2$ and $(L_f - L_i)/L_i \sim \lambda_2 a^{0.64}$ for $a \gtrsim 2$, while St modifies only the prefactors λ_1 and λ_2 . Also, the final height has a power-law dependence on a except for the inertial regime, at large a , where the final deposit shape is more complex. It was shown that this observed modification of the final height scaling laws for a fluid inertial regime is associated with the appearance of a surface bump transferring mass from the back wall $x = 0$ towards the

collapse front. This dimensionless bump height has been shown to be a power law of a similar to the one obtained for H_f/L_i when no surface bump is observed. Furthermore, the collapse dynamics of the granular column is strongly affected by the surrounding fluid. Initially, a trigger time, i.e., an expansion time that the dense granular medium needs to flow, was observed which increases with decreasing St . Following this initial stage, the granular column collapses with a characteristic time dependent on the regime considered. More specifically, a map of granular flow regimes (free-fall, inertial, and viscous) was proposed in the $((d/H_i)^{1/2}St, (d/H_i)^{1/2}r)$ plane defined herein. Moreover, a simple correlation of the maximum velocity of the collapse with the classical free-fall velocity, involving dissipation through the Stokes number, was provided. Finally, a deep investigation of the characterization of the deposit morphology was proposed. The temporal evolution of the position of the center of mass was shown to follow a universal curve and only its final state is affected by the considered regime and the aspect ratio. Then, as a result of the concave shape of the deposit, two angles, at the summit and at the foot of the avalanche slope, were defined. The first angle is close to the angle of repose of the granular material, while the second angle depends strongly on the Stokes number. Considering this St dependence, a simple predictive model for a triangular deposit was proposed in the interest of geophysical applications.

ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to the Agence Française pour la Biodiversité and the ANR (Project MODSED No. ANR-12-JS09-0012) for support. We thank T. Bonometti for discussions and the reviewers for their constructive remarks.

APPENDIX: COMPARISON TO THE EXPERIMENT OF REF. [7]

In a previous study on the immersed granular collapse, Rondon *et al.* [7] studied the role of (ϕ, a) in the viscous regime, for $(St, r) \sim (0.03-0.07, 1.6)$. This appendix aims to compare their results with the present study in order to discuss the relative influence of ϕ (from [7]) and St (present study) on the granular collapse configuration. In particular, this comparison is based on the characteristics of the final shape deposit, which are the runout length and the final height. Figure 19 shows the normalized runout length L_f/L_i [Fig. 19(a)] and the final height H_f/H_i [Fig. 19(b)] as a function of the aspect ratio a . Pluses correspond to experiments performed in the present study for regime FF with $(St, r, \phi) = (540-2500, 43-46, 0.64)$ (black) and regime V with $(St, r, \phi) = (0.1, 1.5, 0.64)$

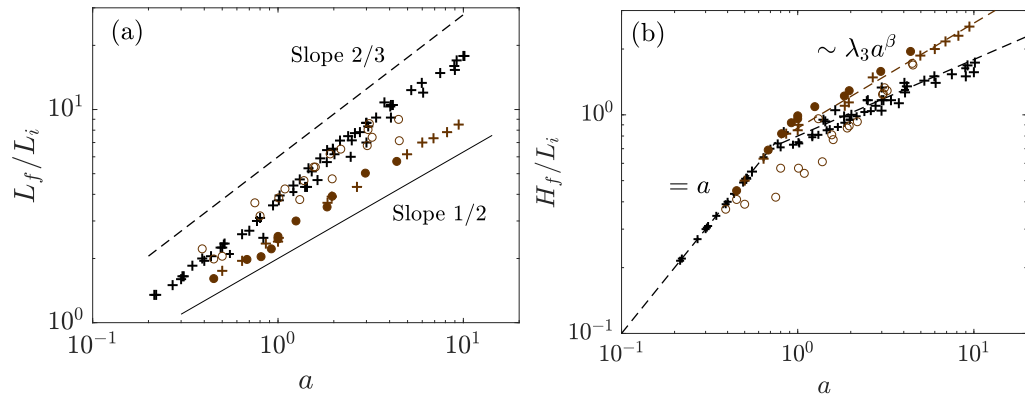


FIG. 19. (a) Dimensionless runout length L_f/L_i and (b) final height H_f/L_i as a function of the aspect ratio $a = H_i/L_i$. Pluses correspond to experiments performed in the present study, with $\phi \sim 0.64$, for regime FF (black) and regime V (brown), while circles are extracted from Ref. [7] with $\phi = 0.60$ (closed) and $\phi = 0.55$ (open) in the case of a granular collapse immersed in a viscous fluid.

(brown), while brown circles are extracted from [7] with $(St, r, \phi) = (0.03-0.07, 1.6, 0.6)$ (closed) and $(St, r, \phi) = (0.03-0.07, 1.6, 0.55)$ (open). It can be first noted that for similar ϕ , St , and r , i.e., $(St, r, \phi) = (0.1, 1.5, 0.64)$ in our study (brown pluses) and $(St, r, \phi) = (0.03-0.07, 1.6, 0.6)$ in [7] (brown closed circles), results are in very good agreement for both the final spreading length and final height. This observation supports again the pertinence of the dimensionless numbers used, as different fluid-grain properties were used by Rondon *et al.* [7]. Moreover, it can be observed that for decreasing ϕ (from closed to open circles) or for increasing St (from brown to black pluses), the dimensionless runout length L_f/L_i increases (the dimensionless final height H_f/L_i decreases). In both cases, this can be attributed to the influence of the ambient fluid on the dynamics of the granular medium, leading to a decrease of viscous dissipation when St increases or a modification of the pore pressure when ϕ decreases [7]. These two phenomena are somehow linked as the inward fluid flow induced by a negative pore pressure when ϕ is about the random close packing tends to disappear when ϕ decreases. The viscous dissipation due to this inward flow on the granular dynamics then only exists when the granular motion implies a decompaction of the medium, i.e., when ϕ is close to the close packing, and is only significant when the fluid properties are such that viscous effects are important, i.e., at small St . This is probably the reason why the two cases, large St and small ϕ , compare well for the runout length in Fig. 19(a), even if some other processes differ from the two situations.

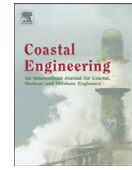
-
- [1] Y. Forterre and O. Pouliquen, Flows of dense granular media, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40**, 1 (2008).
 - [2] R. Delannay, A. Valance, A. Mangeney, O. Roche, and P. Richard, Granular and particle-laden flows: From laboratory experiments to field observations, *J. Phys. D* **50**, 053001 (2017).
 - [3] S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud, Granular Avalanches in Fluids, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301 (2003).
 - [4] C. Cassar, M. Nicolas, and O. Pouliquen, Submarine granular flows down inclined planes, *Phys. Fluids* **17**, 103301 (2005).
 - [5] E. L. Thompson and H. E. Huppert, Granular column collapses: Further experimental results, *J. Fluid Mech.* **575**, 177 (2007).
 - [6] M. Pailha, M. Nicolas, and O. Pouliquen, Initiation of underwater granular avalanches: Influence of the initial volume fraction, *Phys. Fluids* **20**, 111701 (2008).
 - [7] L. Rondon, O. Pouliquen, and P. Aussillous, Granular collapse in a fluid: Role of the initial volume fraction, *Phys. Fluids* **23**, 073301 (2011).
 - [8] V. Topin, Y. Monerie, F. Perales, and F. Radjaï, Collapse Dynamics and Runout of Dense Granular Materials in a Fluid, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 188001 (2012).
 - [9] G. Lube, H. E. Huppert, R. S. J. Sparks, and M. A. Hallworth, Axisymmetric collapses of granular columns, *J. Fluid Mech.* **508**, 175 (2004).
 - [10] E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnau, and J. P. Vilotte, Spreading of a granular mass on a horizontal plane, *Phys. Fluids* **16**, 2371 (2004).
 - [11] G. Lube, H. E. Huppert, R. S. J. Sparks, and A. Freundt, Collapses of two-dimensional granular columns, *Phys. Rev. E* **72**, 041301 (2005).
 - [12] N. J. Balmforth and R. R. Kerswell, Granular collapse in two dimensions, *J. Fluid Mech.* **538**, 399 (2005).
 - [13] E. Lajeunesse, J. B. Monnier, and G. M. Homsy, Granular slumping on a horizontal surface, *Phys. Fluids* **17**, 103302 (2005).
 - [14] L. Staron and E. J. Hinch, Study of the collapse of granular columns using two-dimensional discrete-grain simulation, *J. Fluid Mech.* **545**, 1 (2005).
 - [15] E. Larrieu, L. Staron, and E. J. Hinch, Raining into shallow water as a description of the collapse of a column of grains, *J. Fluid Mech.* **554**, 259 (2006).

GRANULAR COLLAPSE IN A FLUID: DIFFERENT FLOW ...

- [16] C. Mériaux, Two dimensional fall of granular columns controlled by slow horizontal withdrawal of a retaining wall, *Phys. Fluids* **18**, 093301 (2006).
- [17] L. Staron and E. J. Hinch, The spreading of a granular mass: Role of grain properties and initial conditions, *Granular Matter* **9**, 205 (2007).
- [18] L. Lacaze, J. C. Phillips, and R. R. Kerswell, Planar collapse of a granular column: Experiments and discrete element simulations, *Phys. Fluids* **20**, 063302 (2008).
- [19] C. Meruane, A. Tamburrino, and O. Roche, On the role of the ambient fluid on gravitational granular flow dynamics, *J. Fluid Mech.* **648**, 381 (2010).
- [20] O. Roche, M. Attali, A. Mangeney, and A. Lucas, On the run-out distance of geophysical gravitational flows: Insight from fluidized granular collapse experiments, *Earth Planet. Sci. Lett.* **311**, 375 (2011).
- [21] A. Daerr and S. Douady, Sensitivity of granular surface flows to preparation, *Europhys. Lett.* **47**, 324 (1999).
- [22] R. M. Iverson, M. E. Reid, N. R. Iverson, R. G. LaHusen, M. Logan, J. E. Mann, and D. L. Brien, Acute sensitivity of landslide rates to initial soil porosity, *Science* **290**, 513 (2000).
- [23] O. Roche, S. Montserrat, Y. Nino, and A. Tamburrino, Experimental observations of water-like behavior of initially fluidized, dam break granular flows and their relevance for the propagation of ash-rich pyroclastic flows, *J. Geophys. Res. Solid Earth* **113**, B12203 (2008).
- [24] R. R. Kerswell, Dam break with Coulomb friction: A model for granular slumping? *Phys. Fluids* **17**, 057101 (2005).
- [25] L. Lacaze and R. R. Kerswell, Axisymmetric Granular Collapse: A Transient 3D Flow Test of Viscoplasticity, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 108305 (2009).
- [26] P.-Y. Lagrée, L. Staron, and S. Popinet, The granular column collapse as a continuum: Validity of a two-dimensional Navier-Stokes model with a $\mu(I)$ -rheology, *J. Fluid Mech.* **686**, 378 (2011).
- [27] K. Kumar, J.-Y. Delenne, and K. Soga, Mechanics of granular column collapse in fluid at varying slope angles, *J. Hydrodyn.* **29**, 529 (2017).
- [28] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevFluids.3.064305> corresponding to granular collapses, for regime FF, regime V, and regime I with $a = 1$ and for regime I with $a = 9$.
- [29] H. E. Huppert and J. E. Simpson, The slumping of gravity currents, *J. Fluid Mech.* **99**, 785 (1980).
- [30] I. M. Jánosi, J. Dominique, K. G. Szabó, and T. Tél, Turbulent drag reduction in dam-break flows, *Exp. Fluids* **37**, 219 (2004).
- [31] O. Roche, M. A. Gilbertson, J. C. Phillips, and R. S. J. Sparks, Experimental study of gas-fluidized granular flows with implications for pyroclastic flow emplacement, *J. Geophys. Res.* **109**, B10201 (2004).
- [32] R. Turton and O. Levenspiel, A short note on the drag correlation for spheres, *Powder Technol.* **47**, 83 (1986).
- [33] J. Rottman and J. Simpson, Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel, *J. Fluid Mech.* **135**, 95 (1983).

B.4 Publi. 4 (Chapitre 4)

ASTRUC D., CAZIN S., CID E., EIFF O., LACAZE L., ROBIN P., TOUBLANC F. & CÁCERES I.
A stereoscopic method for rapid monitoring of the spatio-temporal evolution of the sand-bed elevation
in the swash zone.
Coast. Eng. **60**, 11–20 (2012).



A stereoscopic method for rapid monitoring of the spatio-temporal evolution of the sand-bed elevation in the swash zone

D. Astruc ^{a,b,1}, S. Cazin ^{a,b,1}, E. Cid ^{a,b,1}, O. Eiff ^{a,b,1}, L. Lacaze ^{a,b,1,*}, P. Robin ^{a,b,1}, F. Toublanc ^{a,b,1}, I. Cáceres ^c

^a Université de Toulouse; INPT, UPS; IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse); Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France

^b CNRS; IMFT; F-31400 Toulouse, France

^c Laboratori d'Enginyeria Marítima, Universitat Politècnica de Catalunya, Jordi Girona, 1-3, 03034 Barcelona, Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 23 March 2011

Received in revised form 30 July 2011

Accepted 23 August 2011

Available online 22 October 2011

Keywords:

Swash zone

Stereovision

Morphodynamics

Bed evolution

ABSTRACT

A stereoscopic technique is developed in order to measure the sand-bed elevation in the swash zone at the wave time-scale. The present technique allows one to perform highly resolved measurements both in time and in space. An accuracy and a precision of less than 300 μm and 600 μm , respectively, are obtained in each direction. This technique has been used during a large-scale wave flume experiment where an erosive process of a plane beach is studied. The stereoscopic technique allows one to accurately measure the long-term evolution of the beach profile. In addition, spatially dependent variability on shorter time-scales is observed featuring accretion as well as erosion at the wave time-scale.

© 2011 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

The swash zone is the transitional zone between the surf zone and the subaerial dry beach. This zone is known to be alternatively covered and uncovered by water which makes it difficult to be instrumented for both hydrodynamical and bed-shape measurements. The nearshore area, including the surf zone and the swash zone, experiences strong hydrodynamic forcing and sediment transport due to a highly complex hydrodynamical system spanning from wave breaking to the uprush and backwash within the swash zone (Longo et al., 2002). These large sand motions are responsible for the bar formation in the surf zone (Lippmann and Holman, 1990) as well as erosion or accretion of coastal beaches, an important issue in coastal management and preservation. It is now admitted that sediment transport rates are much larger in the swash zone than in the surf zone, the swash zone therefore being the most dynamic region of the nearshore (Masselink and Puleo, 2006). Moreover, as the swash zone ends at the shoreline position, knowledge of its dynamics is fundamental to predict the evolution of coastal areas.

Even if several reviews on the subject are now available in the literature (Butt and Russell, 2000; Elfrink and Baldock, 2002; Masselink and Puleo, 2006), the dynamics of the swash zone remains not fully understood due to its complexity. First, the swash zone hydrodynamics is not symmetric as the flow is decelerating during uprush and accelerating during backwash. This asymmetry induces a strong difference in the transport processes between the two regimes. Moreover, even if the

transport rates are large in the swash zone, the net transport during a complete wave event is a small quantity. As mentioned by Elfrink and Baldock (2002), this last point also makes quantification of transport difficult in the swash zone. Moreover, infiltration and exfiltration of water through the beach surface can also modify the local structure of the boundary layer at the beach face and have thus the potential to affect the sediment transport in the swash zone, altering for instance the critical Shields parameter defining the transition from rest to bed load transport (Elfrink and Baldock, 2002). Again, filtration measurements are difficult to perform and are thus poorly documented in the literature. The swash zone is thus a complex and strongly coupled system involving several processes. Field and lab measurements are therefore needed to improve the modelling of the nearshore evolution.

Several developments in field measurements can yield important and valuable data of real situations (Aagaard and Hughes, 2010; Baldock et al., 2006; Masselink et al., 2005; Turner et al., 2008), yet it remains difficult to dissociate a great number of phenomena from essential mechanisms under uncontrolled conditions. Also, it remains more difficult to collect highly resolved and robust measurements in the field, since the measurements themselves are influenced by the uncontrolled conditions. A valuable alternative is offered by large-scale laboratory experiments which are more easily controlled and are reproducible, but also in close similitude to nature due to their size. As mentioned above, one of the main difficulties in measuring the swash zone is the coexistence of three phases (sand, water and air). Further, each point of the swash zone can be emerged or submerged. Finally, one of the key points in quantifying erosion or accretion of the beach is the sand-bed position. Therefore, a first step to estimate the sand transport rate is the measurement of the emerged bed position resulting from the

* Corresponding author.

E-mail addresses: lacaze@imft.fr, Laurent.Lacaze@imft.fr (L. Lacaze).

¹ This work is a collaborative effort: these authors are listed by alphabetical order.

wave forcing (uprush and backwash processes). Traditional mechanical methods to investigate the bed-shape evolution suffer at least from two limitations. First, they are intrusive, implying that measurements can only be performed when the wave cycle is stopped, and second, they will always deform the bed to some degree whilst being limited to a single profile or a series of profiles due to the amount of time needed to perform the measurements. Although the global bed-shape evolution can be obtained by this method, certainly of interest, the actual sediment transport resulting from a given wave or wave group cannot be obtained, as this needs to resolve the bed evolution during a single wave cycle. Another alternative is the acoustic sensor which allows a time-resolved measurement of the bed position (Turner et al., 2008). However, this technique only gives access to a point measure of the sand-bed position. Optical techniques have also been started to be developed for in-situ measurements of the sand-bed surface elevation in the swash zone (Holland and Puleo, 2001). A stereometric optical method allows these authors to reconstruct the three-dimensional positions of the water front (swash edge) as a function of time. The temporal evolution of the edge position then leads to the cross-shore evaluation of the sand bottom in the swash zone. The estimated accuracy on the surface elevation was around 2 cm in their study (Holland and Holman, 1997).

In the present study, an optical method has been developed to measure the emerged sand-bed surface elevation as part of the Hydralab III/SANDS campaign in the large-scale flume *Canal de Investigación y Experimentación Marítima* (CIEM) at the *Universidad Politécnica de Cataluña* in Barcelona. The method is non-intrusive, leading to an accuracy of the height estimation of the order of the sand grain size whilst the temporal resolution allows the wave cycle to be captured. The chosen principle is to reconstruct the bed-surface elevation via stereoscopic imaging from two different view points by correlating matched projected points on the beach. The stereoscopic technique has been used during a wave flume experiment where wave forcing characterised by a Jonswap spectrum eroded an initially 1/15 slope plane beach.

The manuscript is organised as follows. First, the optical stereovision techniques developed are presented in Section 2. Estimations of the errors are also given. A first set of results, which were obtained within the SANDS campaign in 2008, demonstrating the applicability and interest of the technique are then shown and discussed in Section 3. Finally, conclusions are drawn.

2. Technical methodology

The technique is based on the determination of the position of a set of points on the beach, in the laboratory frame of reference, via their imaged positions in the image planes of two separate cameras. The three-dimensional position of these points at different times thus yields quantitative information on the bed evolution in the swash zone. Such a technique, known as stereovision, is widely used for recovering 3D structures of a scene and has been used very recently to evaluate the interface elevation of free surface flows (Chatellier et al., 2010; Douxchamps et al., 2005; Jehle et al., 2008) for instance.

If one considers a point P in the laboratory frame of reference (i.e. the world coordinates) imaged by two cameras, here referred to as cameras 1 and 2 (fixed in the laboratory frame of reference and not aligned), the process to determine its position $P|_w = (x_w, y_w, z_w)$ in the world coordinate frame of reference is known as triangulation. Triangulation is the identification of the intersecting point between the two different lines of sight –rays– passing through the two image points of P , P^1 and P^2 and with O^1 and O^2 the centres of the optical systems associated with cameras 1 and 2, respectively, as will be explained in Section 2.3 (see Fig. 1).

This procedure thus gives access to the third spatial dimension, lost by imaging a scene with only one camera, using the information from both cameras.

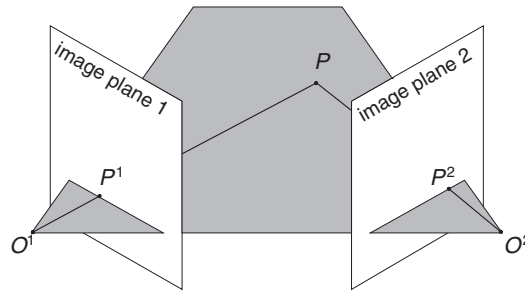


Fig. 1. Binocular stereovision configuration. The two image points P^1 and P^2 of the point P are located on the line of sight of each camera.

2.1. Experimental set-up

One of the major issues of a stereovision technique is its implementation on a large scale experimental device such as CIEM. Here, the area of interest is relatively large (a $3\text{ m} \times 2\text{ m}$ field). A first concern is thus minimising optical distortion and achieving good resolution of the recorded field. To this end, two synchronised high-resolution, high-sensitivity 14-bit PCO-2000 cameras ($2048 \times 2048\text{ pix}^2$ with a CCD cell size of $7.4 \times 7.4\text{ }\mu\text{m}^2$) were chosen, coupled to 24 mm Nikon lenses ($f = 24\text{ mm}$). To eliminate vibrations, the cameras were attached on a rigid and strong aluminium structure, the distance between the cameras and from the zone of interest being about $T = 4.5\text{ m}$ and $D = 5\text{ m}$, respectively (see Fig. 2). The two cameras thus recorded the same field with an angle between the two line of sights of around 50° . To optimise the imaged field and limit distortion differences between the two cameras, the line between the two cameras is parallel to the initial 1/15 slope of beach (see Fig. 2).

2.2. Detection of specific points on the surface of the swash zone

The first step of the experimental technique is to detect the two image-points of each point P_k (k being the index of each point) of the set on the bed surface of the swash zone recorded by the two cameras. The image-points obtained from the two view sights then have to be matched for each P_k . As a sand-bed does not exhibit sufficient texture at large image scale (several meters), a regular grid of light dots (1470 dots) was projected onto the swash zone (a $3 \times 2\text{ m}^2$ area) from the top (see Fig. 3), each dot having a radius of about 2 cm. The grid is projected using a 2000 lm video projector mounted between the two cameras (see Fig. 2). The points P_k are then considered to be the centre of each dot, $k = 1 : 1470$. The horizontal resolution of the measurement is controlled by the distance between each dot which is about 5 cm.

It is worth noting that the swash zone divides into a dry zone (right part of the camera images in Fig. 3) and a wet zone (left part of the camera images in Fig. 3). The reflection of the dots and then their images on the two cameras is different in the wet and dry zones (the wet zone being fuzzy and brighter) making their detection in the wet zone difficult. However, it will be seen in the following that the method used for the detection in the present study allows the detection of nearly all the projected dots. The method is based on the pattern recognition technique developed by Ferré and Giralt (1989). The detection technique can be summarised as follows for each camera referred by superscript j .

First, a mask is systematically applied to each recorded image to extract the zone of interest (illuminated zone with dots). In particular, the useless parts of the images including the side wall of the flume (visible in Fig. 3(a) and (b)) are removed by applying this mask.

Then, a binary dot pattern of radius similar to the radius of the images of the dots (~ 12 pixels) of the illuminated zone is defined (see

Fig. 4(a)). This binary pattern is used as a template to compute the first correlation map C_1^j with the image recorded by camera j (Fig. 3) where the subscript refers to the first correlation. The local maxima $C_{1,k}^j$ of C_1^j correspond to a first estimation of the position of the image-dot centres on each camera with dot index k , where $k=1:n_k$ and $n_k \leq 1470$ is the number of detected points. In order to maximise the number of dots that can be detected but also increase the accuracy of the detection of the image-dot centres, a second correlation map C_2^j is computed using a new estimation of the dot pattern as a new template. The new template (see Fig. 4(b)) is an averaged pattern of the detected dots obtained from the first correlation C_1^j . For that, only the detected image-dots for which the local maxima $C_{1,k}^j$ satisfy $C_{1,k}^j > 3 \times \text{RMS}(C_1^j)$ are considered. This criterion selects image-dots which correspond to the cleanest reflections of the patterns on the dry surface. Local maxima $C_{2,k}^j$ of the second correlation map C_2^j with this new image-based template yield improved positions of the centres of the image-dots. The accuracy of this detection process is again improved using a subpixel Gaussian interpolation (Willert and Gharib, 1991). The sub-pixel position of P_k^j on each camera image is referred hereafter as $P_{k|d.i.}^j = (u_k^j, v_k^j)$, u_k^j and v_k^j being expressed in sub-pixels and where $d.i.$ stands for discrete image.

An example of the results obtained with this detection algorithm is shown in Fig. 5(a) and (b). The black crosses correspond to the coordinates $P_{k|d.i.}^1$ (a) and $P_{k|d.i.}^2$ (b) obtained from the detection algorithm. In this example, the number of detected point is $n_k = 1468$ on camera 1 and $n_k = 1461$ on camera 2, i.e. very close to the maximum of 1470. The detection algorithm is thus shown to be robust

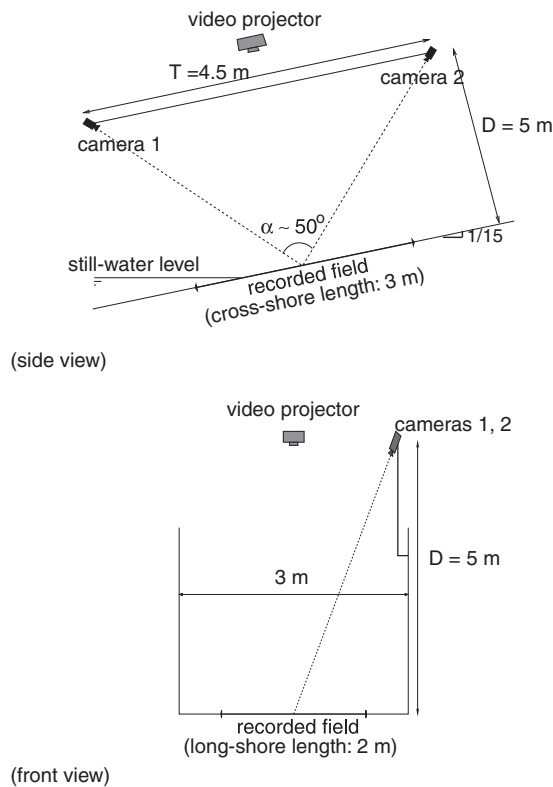


Fig. 2. Sketch of the stereovision system set-up (not to scale). The two cameras record the sand-bed in the swash zone (a $3 \times 2 \text{ m}^2$ field). Dashed lines correspond to the optical axes of the cameras.

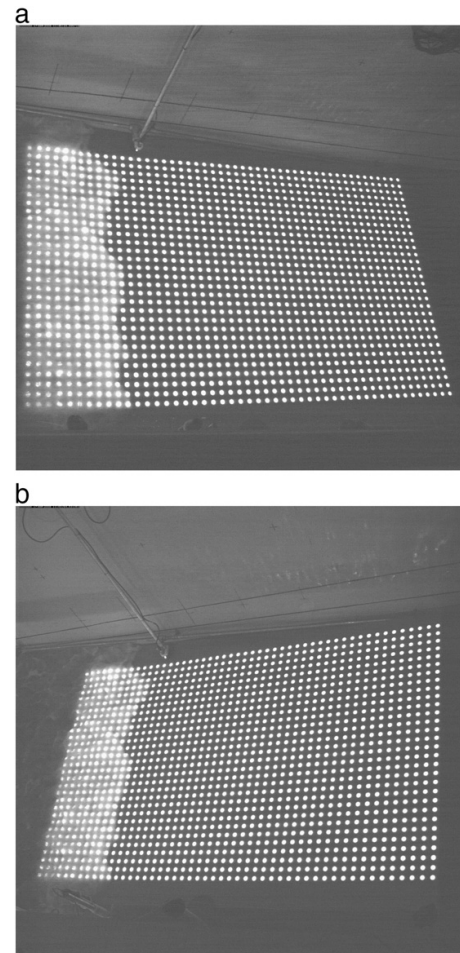


Fig. 3. Dot pattern projected on the swash zone with a video projector and imaged by camera 1 (a) and camera 2 (b).

and allows the determination of more than 98% of the dots in the dry zone and more than 90% of the dots in the wet zone.

The matching between the detected image-points $P_{k|d.i.}^1$ and $P_{k|d.i.}^2$ on camera 1 and camera 2, respectively, can be easily addressed thanks to the projected regular grid chosen. Image-points $P_{k|d.i.}^1$ and $P_{k|d.i.}^2$ are simply listed in a matrix ordered as the dot grid.

Once the image-points are detected on each camera and matched between the two cameras, the 3D metric position in the world coordinates, $P_{k|w.}$, of the corresponding point P_k is determined using a triangulation method, which is the central part of the stereovision technique. The general principle of this technique is described in the following. It will be shown that such a technique requires a calibration in order to estimate the optical properties of the system of cameras.

2.3. Stereovision: general principle

As mentioned above, triangulation is the identification of the intersecting point between the two different lines of sight –rays– passing through the two image points P_k^1 and P_k^2 (see Fig. 1) of the point P_k in the laboratory frame of reference (i.e. in the world coordinates). The position of P_k will be noted $P_{k|w.} = (x_w, y_w, z_w)$ in the world coordinate frame of reference. The characterisation of the lines of

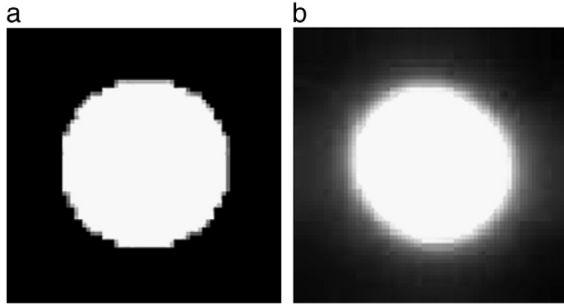


Fig. 4. (a) Initial template: a black and white binary pattern of the size of a typical projected dot. (b) Second template used for the second pass of correlation (C_2) and obtained by averaging all dots found above a certain threshold by the first correlation of an image (C_1).

sight, and thus the triangulation process, requires the modelling of the camera's optical system (Salvi et al., 2005). In the present study the so-called pinhole camera model has been used, i.e., the image plane, is the camera sensor plane modelled by the pinhole camera model.

The pinhole camera model supposes that all the optical rays associated with a camera intersect at a single point, say O^1 for camera 1 and O^2 for camera 2 (see Figs. 1 and 6). The frame of reference centred at O^j with axes x_b^j, y_b^j aligned with the edges of the corresponding image plane and z_b^j along the optical axis (j being 1 or 2 depending on the considered camera) will be referred as the camera frame of reference (Fig. 6). The centre of each image plane, O^j , is then defined as the intersection of the optical axis z_b^j with the image plane for each camera. In the discrete image frame associated to the image plane, point coordinates (u, v) are in pixels and the origin is usually taken to be a corner of the image plane (see Fig. 6). In this last frame of reference, the coordinates of points O^j and P_k^j will be noted $O_{d.i.}^j = (u_b^j, v_b^j)$ and $P_{k,d.i.}^j = (u_k^j, v_k^j)$, respectively (where $d.i.$ stands for discrete image, as before). Following Calluad and David (2004), it can be shown that $P_{k,d.i.}^j$ can be geometrically evaluated from $P_{k|w}$ with the transformation

$$s [P_{k,d.i.}^j, 1]^T = \mathbf{K}^j \cdot \mathbf{T}^j \cdot [P_{k|w}, 1]^T, \quad (1)$$

with s an arbitrary scale factor (Sutton et al., 2009) and where

$$\mathbf{K}^j = \begin{pmatrix} k_u^j \cdot f^j & 0 & u_0^j & 0 \\ 0 & k_v^j \cdot f^j & v_0^j & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}^j = \begin{pmatrix} R^j & t^j \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

for cameras $j=1$ and $j=2$.

The transformation (1) represents the projection from a 3D frame to a 2D frame and highlights the loss of one dimension by imaging with a single camera. \mathbf{K}^j represents the internal transformation of the optical system and is defined by the intrinsic parameters f^j (focal length), k_u^j and k_v^j (scale factor couple) and u_0^j, v_0^j , whilst \mathbf{T}^j represents the external transformation of the optical system defined by \mathbf{R}^j (the rotation matrix) and t^j (the translation vector) which give the orientation and position, respectively, of the camera with respect to the laboratory frame of reference. All these parameters have to be determined for each camera. The procedure via calibration will be discussed in the following section. It can be noted that the focal length f and the scale factor couple (k_u, k_v) cannot be dissociated, meaning that the model would be equivalent for two different optical systems as long as $(k_u \cdot f, k_v \cdot f)$ remain the same.

If \mathbf{K}^j and \mathbf{T}^j are known for each camera ($j=1$ and $j=2$), it can be easily shown that an unknown point P_k of coordinates $P_{k|w}$ in the laboratory frame can be reconstructed by the triangulation of the measured image points $P_{k,d.i.}^1 = (u_k^1, v_k^1)$ and $P_{k,d.i.}^2 = (u_k^2, v_k^2)$ on each camera (see Hartley and Zisserman, 2004). The triangulation between two image points thus allows one to recover the third missing dimension when the projective transformation from $P_{k|w}$ to $P_{k,d.i.}^j$ (Eq. (1)) on a given image plane is used. The triangulation is the resolution of a system of 4 equations (resulting from Eq. (1) for the two cameras) for 3 unknowns of $P_{k|w}$, i.e. x_w, y_w, z_w :

$$u_k^j = k_u^j f^j \frac{\mathbf{R}_1^j P_{k|w} + t_1^j}{\mathbf{R}_3^j P_{k|w} + t_3^j} + u_0^j \quad j = 1, 2 \quad (2)$$

$$v_k^j = k_v^j f^j \frac{\mathbf{R}_2^j P_{k|w} + t_2^j}{\mathbf{R}_3^j P_{k|w} + t_3^j} + v_0^j \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

where the subscripts 1, 2 and 3 correspond to the first, second and third lines (resp. elements) of the associated rotation matrix (resp. translation vector).

As shown, the modelling of the optical camera system implies a given number of unknown intrinsic and extrinsic parameters for each camera which have to be determined using a calibration process to be described in the two following sections. In particular, a global stereo calibration, which calibrates the system as a whole, will be used here since it is more accurate (Garcia et al., 2000). As in Heikkilä and Silvén (1997), three radial and two tangential distortion parameters are introduced to take into account the distortion of the images induced by the optical system. These parameters can be easily added to the intrinsic parameters matrix \mathbf{K}^j , the general concept described below being unchanged.

2.4. Stereovision calibration

The calibration method developed in the present study follows the procedure described by Bouguet (2004). For the calibration technique, a given number of points P with known world coordinates $P_{|w}$ are imaged by the two cameras. Then, the method to evaluate the different parameters is based on the minimisation of the distance between the detected image points $P_{d.i.}^j = (u^j, v^j)$ of P on each image plane j and the transformation of the known $P_{|w}$ through relation (1).

For the calibration procedure, a flat plate ($50 \times 50 \text{ cm}^2$) (the model plane) marked with regularly spaced white dots on a black background has been used (see Fig. 7). First, several images of the model plane are captured by the two cameras under different orientations and positions. Then, each dot centre is detected for both image pairs using a correlation method based on a mean dot image (similar to the one discussed in the previous section). For the calibration process, the origin as well as the axes of the world system is attached to the model plane, in particular the $x_{|w}$ and $y_{|w}$ axes are aligned with the edge of the model plane and the $z_{|w}$ axis is perpendicular. Therefore, the world coordinates of each dot of the model plane are fixed by the geometry of the flat plate with a given accurate distance between the dots ($\Delta x = \Delta y = 5 \text{ cm} \pm 60 \mu\text{m}$). The knowledge of the positions of the model plane's dots in the world frame of reference thus allows one to recover the unknown intrinsic and extrinsic parameters involved in Eq. (1). To this end, the cost function to minimise in the calibration process is the Euclidean back projection error of each point projected into the image plane. The best solution, in a least square sense, is approached by a non-linear optimisation algorithm, here the gradient descent method.

The cost function used for the calibration of one camera can be written

$$\theta = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^p \left\| [p^s | d.i., 1]^T - \mathbf{K} \cdot \mathbf{T}^s \cdot [p_w, 1]^T \right\|^2, \quad (4)$$

whilst it takes the form

$$\theta = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^p \left(\left\| [p^s | d.i., 1]^T - \mathbf{K}^1 \cdot \mathbf{T}^1 \cdot [p_w, 1]^T \right\|^2 + \left\| [p^s | d.i., 1]^T - \mathbf{K}^2 \cdot \mathbf{T}^2 \cdot [p_w, 1]^T \right\|^2 \right) \quad (5)$$

for the global stereovision calibration where p is the number of points on the dot target and n is the number of orientations acquired for the calibration process. As suggested in Zhang (2000), $n=8$ was used here. As the model plane is small compared to the size of the field of interest, for obvious practical reasons, attention was paid to place the model plane at different locations of the recorded field (Fig. 7).

The global stereovision calibration used in the present study assumes that instead of formulating the transformations \mathbf{T}^j , $j=1,2$,

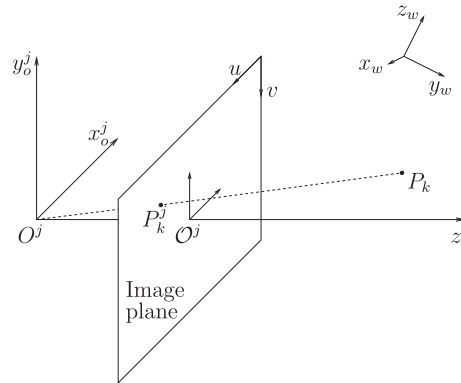


Fig. 6. Pinhole camera model: relation between a 3D point and its 2D image projection for camera j (j being 1 or 2).

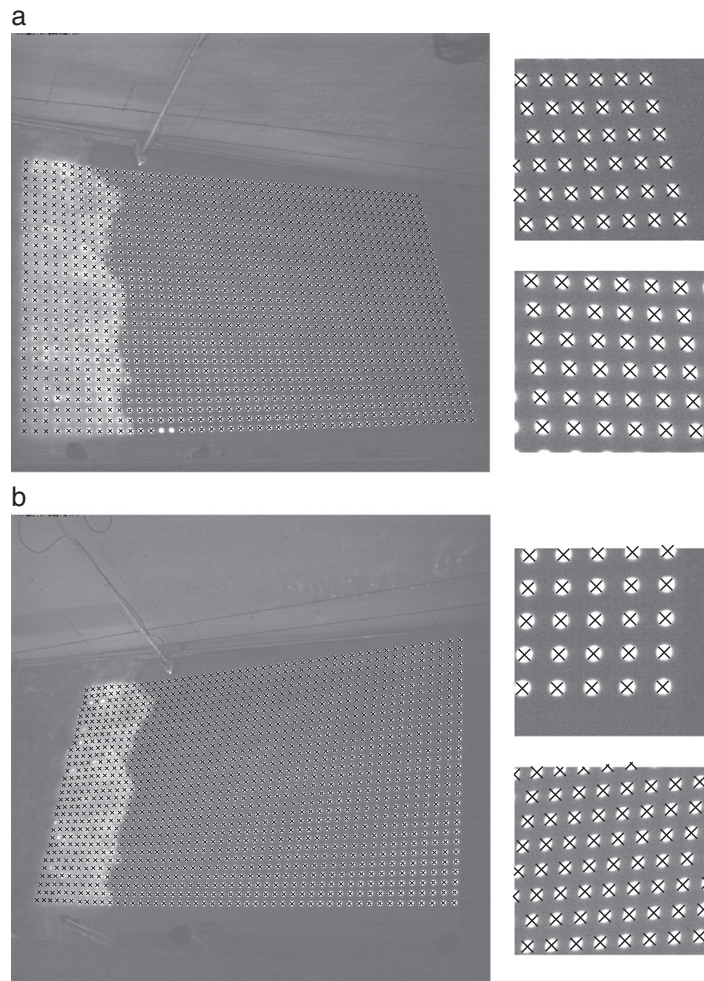


Fig. 5. Position of the image points P_k^1 and P_k^2 (crosses) detected on camera 1 (a) and camera 2 (b), respectively. Zooms at two different locations of the recorded field are also presented for both cameras.



Fig. 7. The 8 different views superposed on one image of the model plane for the global calibration of the stereovision system.

independently, they will be derived with respect to one of the two cameras, say camera 1. The transformations induced by rotation and translation \mathbf{T}^2 of camera 2 with respect to the world frame of reference is thus formulated using the transformation between the two camera frames, called \mathbf{T}^s , i.e. $\mathbf{T}^2 = \mathbf{T}^s \mathbf{T}^1$. This method does not change the general principle of the technique but generally leads to a better estimation of the three-dimensional reconstruction (Garcia et al., 2000).

In order to improve upon the convergence of the cost function minimisation (Eq. (5)), in the present study both cameras were first independently calibrated using Eq. (4), and the results were then used as initial values for the global stereovision calibration (Eq. (5)). This initialisation method is widely used in the literature (Benetazzo, 2006), and has shown better accuracy of the calibrating parameters. In the calibration algorithm (Bouguet, 2004) used herein, the intrinsic parameters are initialised for the first calibration (Eq. (4)) of each camera, as follows: (i) the principal point coordinates $O_{d,i}^j$ are set at the centre of the image plane; (ii) the focal length f is initialised by estimating the field of view angle and the resolution of the sensor; (iii) the distortion coefficients are set to zero.

Using this calibration method, only \mathbf{T}^1 is view dependent, all the other parameters converge to a single value whatever the position of the image plane is. This is the principal reasons for the better accuracy of the global stereo calibration. \mathbf{T}^1 can then be easily defined using a model plane with known orientation and position in the world frame. In our case, a horizontal model plane is used to define the horizontal plane (x,y) with x being aligned with the water flume, y and z being the transverse and vertical directions, respectively. To this end, the model plane was positioned thanks to an electronic digital level with an accuracy of $\pm 0.1^\circ$. The orientation of the vertical direction z is therefore defined within this accuracy. The directions of x and y were set according to the orientation of the vertical walls.

As discussed in Lavest et al. (1998), the calibration procedure is mainly affected by the quality of feature extraction in the calibration pattern images. In a projective transformation, every straight line in space given by a row of dots is imaged as a straight line onto the camera sensor. The precision of the feature extraction can thus be quantified by the residual error of each fitted line reconstructed with undistorted target images. Typical RMS errors were found to be about 0.03 and 0.05 pixels in each direction of the image planes.

2.5. Estimation of the errors

The errors in the estimation of the position of a point, inherent to the stereo technique, are called the quantization, or resolution, error. As proposed by Benetazzo (2006), the maximum quantization error (er_z, er_x, er_y) can be estimated theoretically such as:

$$er_z = \frac{D^2}{2TN} \frac{\sin(2\beta)}{\cos(\beta + \alpha)^2},$$

$$er_x = \frac{D^2}{2N} \frac{\sin(2\beta)}{\cos(\beta + \alpha)^2},$$

$$er_y = \frac{D^2}{2N} \frac{\sin(2\beta)}{\cos(\beta)^2},$$

with the \hat{X} axis aligned with the baseline, the \hat{Z} axis perpendicular to the \hat{X} axis and pointing towards the measured field and the \hat{Y} axis the transverse direction. D and T are the distances from the baseline and between the two cameras, respectively, and α is the angle between the cameras' lines of sight (see Fig. 2). N is the number of pixels in one direction of the sensor and β corresponds to half the angle of view of the cameras. In the present case ($\alpha = 50^\circ$, $\beta = 17.5^\circ$, $T = 4.5$ m, $D = 5$ m and $N = 2048$), we obtain $er_z \sim 1430 \mu\text{m}$, $er_x \sim 1290 \mu\text{m}$ and $er_y \sim 770 \mu\text{m}$.

Using a similar stereo process, de Vries et al. (2011) estimated the actual accuracy of their technique to be ten times smaller than the theoretical prediction of formulas (2.5), the reason of the improvement being partly attributed to a sub-pixel algorithm. As mentioned in Section 2.4, the sub-pixel algorithm used here gives an error on the estimation of the image dots positions of 0.03 pix and 0.05 pix in each direction of the image plane. One can then assume that, with the sub-pixel algorithm, N could be replaced by $20N$ in formulas (2.5) to evaluate the maximum quantization error in the present case. The estimation of the maximum quantization error, and therefore the theoretical indicative accuracy of the stereo technique, is reduced to $er_z \sim 72 \mu\text{m}$, $er_x \sim 65 \mu\text{m}$ and $er_y \sim 39 \mu\text{m}$.

A method to evaluate the accuracy of the present stereo technique is the reconstruction of the known positions of the dots on the model plane. The reconstruction of a horizontal model plane (rows of dots being aligned with the x and y directions) and a vertical model plane (rows of dots being aligned with the x and z directions) at two different locations of the recorded field, leads to a mean value of the distance between dots of $\Delta x = 4.98$ cm, $\Delta y = 4.99$ cm and $\Delta z = 4.97$ cm. This correspond to a bias error of the distance between dots of $200 \mu\text{m}$, $100 \mu\text{m}$ and $300 \mu\text{m}$ in the x , y and z directions respectively, including the error of the calibration plate. The obtained accuracy is thus comparable to the size of a sand grain. The precision, given by the RMS errors of the dot distances, is also less than $300 \mu\text{m}$.

Beyond the accuracy of the stereo method, errors can be induced by undesired movements of the system supporting both the cameras and the video projector. In order to estimate this error on the time scale of the experiment, a fixed point (a mark on the wall) is monitored during 30 min (a typical time series, see Section 3.1). In particular, it was found that no bias was induced by possible movements. On the other hand, small vibrations of the system can affect the precision of the measurements. The RMS error on the estimated position of the fixed point, associated to these vibrations, gives a precision of less than $400 \mu\text{m}$.

Finally, the precision of the measurements can also be affected by the uncertainty of the form of the projected light dots on a rough sand surface as well as light beam fluctuations. To evaluate this uncertainty, positions of all the projected dots on the dry beach are estimated for several successive images before starting the wave paddle, the beach being therefore unchanged in time. The RMS error of the

variation of the measured position of the dots between the successive images gives a precision below 600 μm .

To conclude, the accuracy of the stereo process is estimated to be less than 300 μm , whilst the precision of the measure is less than 600 μm .

3. Hydralab III/SANDS experiments

3.1. Experimental set-up

The stereovision technique described above has been deployed during the HYDRALAB III/SANDS experiment in the large (100 m long and 3 m wide) wave flume CIEM (see Fig. 8). The wave-paddle can generate any complex surface wave spectrum, such as the Jonswap spectrum. A 1/15 sloping beach in the nearshore zone consisting of a well-sorted medium sand ($d_{50} = 250 \mu\text{m}$) was built. The entire experiment consists of 39 repeated time series, TS , of 30 min duration during which the same paddle signal corresponding to a Jonswap spectrum (peak enhancement factor $\gamma = 3.3$) is imposed for the waves. The generated waves reproduce erosive conditions with a significant wave height $H_s = 0.53 \text{ m}$ and a peak period $T_p = 4.14 \text{ s}$. The reader should refer to Alsina and Cáceres (2010) for more information on the experimental set-up. The time t_s associated with a time series TS is defined such that $t_s = 0$ at the beginning of each time series. The absolute time of reference $t = 0$ corresponds to $t_s = 0$ of the first time series ($TS = 1$). In the present paper, each time series is sampled at 5 Hz for five selected intervals of 1 min duration that will be referred to as bursts hereafter.

The frame of reference (Fig. 8) is chosen such that x is aligned with the principal direction of the wave flume (cross-shore direction), z in the negative gravity direction and y in the transverse direction (long-shore direction). The origin of this frame is such that $x = 0$ at the rest paddle position, $y = 0$ at the back side wall of the wave flume and $z = 0$ at 3.13 m above the bottom of the flume. At the beginning of the experiment, the still-water level corresponds to $z = -66 \text{ cm}$. The origin of z was chosen for convenience using a mark on the back side wall of the flume.

3.2. Dry vs. wet surface distinction

An example of the 3D reconstruction given by the stereovision technique of the surface level $z = h(x, y, t)$ is shown in Fig. 9 at a given time ($t_s = 897 \text{ s}$ within burst 3 of $TS = 10$). This map corresponds to the raw images shown in Fig. 5. As observed in Fig. 9, the stereovision technique allows the surface $h(x, y, t)$ to be quantified in the dry area but also gives at least qualitative information in the wet area. It is thus possible to identify the water front at each time step and a criterion

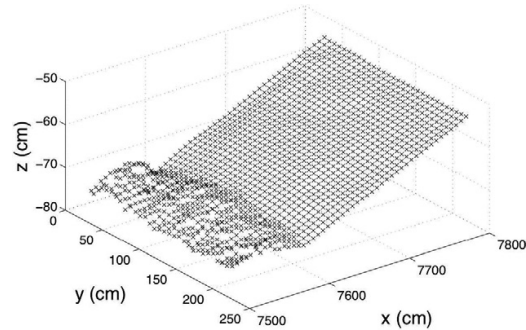


Fig. 9. An example of the 3D reconstruction of the surface level $z = h(x, y, t)$ in the swash zone at $t_s = 897 \text{ s}$ (burst 3 of $TS = 10$).

characterising the state (wet or dry) of the measured surface $h(x, y, t)$ can be proposed. This criterion is based on the fact that, as observed by Turner et al. (2008), the surface $h(x, y, t)$ rapidly varies in time as the water front passes through (see Fig. 10) whilst $h(x, y, t)$ remains essentially independent of time between swash events (dry beach). In Fig. 10 is shown h and its temporal derivative $\partial h / \partial t$ as a function of time (within burst 5 of $TS = 10$) at a given position ($x = 7700 \text{ cm}$ and $y = 150 \text{ cm}$) where changes in dry and wet surfaces appear to occur. Intervals of almost constant h are observed in Fig. 10. $\partial h / \partial t$ appears to be a good candidate to distinguish dry and wet areas in the swash zone.

Fig. 11 shows the evolution of $|\partial \langle h \rangle_y / \partial t|$ in the ($t_s, TS \leq 25$) plane at $x = 7700 \text{ cm}$ for burst 5 ($1650 \text{ s} \leq t_s \leq 1710 \text{ s}$) where $\langle h \rangle_y(x, t)$ corresponds to the average value of $h(x, y, t)$ along the transverse direction y . Given that the wave front varies much more significantly in the cross-shore direction x than the long-shore direction y , considering $\langle h \rangle_y(x, t)$ allows one to more clearly identify the cross-shore swash dynamics than a single profile for $y = \text{constant}$. In Fig. 11, black regions, i.e. low $|\partial \langle h \rangle_y / \partial t|$, correspond to dry periods whilst white zones highlight the presence of water at the considered position. (The horizontal black line observed at $TS = 6$ is due to a lack of information for this time series.) Three dry periods which are nearly independent of the time series TS are observed within this burst. As the same forcing is imposed in the different time series, this Figure thus shows a very strong correlation between the wave forcing and the swash zone hydrodynamics. A period of around 25 s can be deduced from the observation of these three dry periods, corresponding to the incident long-waves (Alsina and Cáceres, 2010). These standing long-waves are the signature of a random wave forcing on a dissipative beach (Masselink and Puleo, 2006) in accordance with the

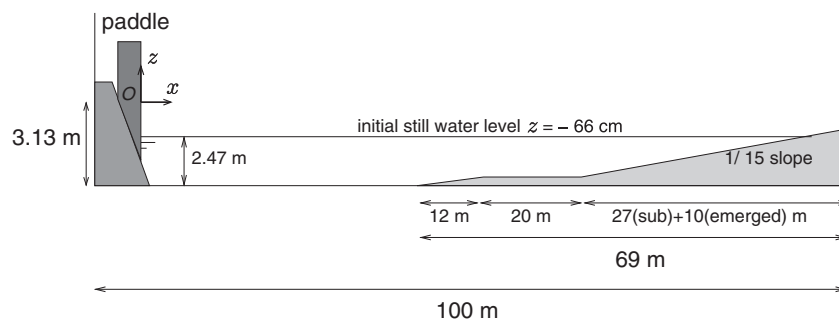


Fig. 8. Sketch of the UPC wave flume: the initial nearshore sand-bed profile is a 1/15 slope.

Iribarren parameter of 0.4 characterising the present experiment (Alsina and Cáceres, 2010). It should be noted that a fourth smaller dry period is observed around $t_s \sim 1690$ s. However, this dry period tends to disappear around $TS = 10$. This behaviour highlights a modification of the sand-bed shape during the experiment which is probably due to the global erosion of the beach in the nearshore zone as well as the signature of higher frequency incident waves.

For a quantitative description of the bed evolution, it has been arbitrarily chosen to define the dry region as $|\partial h/\partial t| < 0.05$ cm/s, as chosen by Turner et al. (2008). This threshold allows one to highlight the pertinence of the present technique to extract accurate quantitative information in the swash zone as shown in the following.

3.3. Sand-bed evolution

Using the threshold just defined, cross-shore profiles $z = \langle h \rangle_y(x, t)$ of the sand level were extracted at different times (solid lines in Fig. 12). It can be seen that the wave forcing induces a global erosion in the nearshore zone, as expected from the Jonswap spectrum characteristics (Alsina and Cáceres, 2010). As observed from the solid lines in Fig. (12), the bed level does not reach a stationary shape for the times considered here. In Fig. 12, the obtained bed profiles $z = \langle h \rangle_y(x, t)$ are also compared with data obtained from a standard mechanical bottom

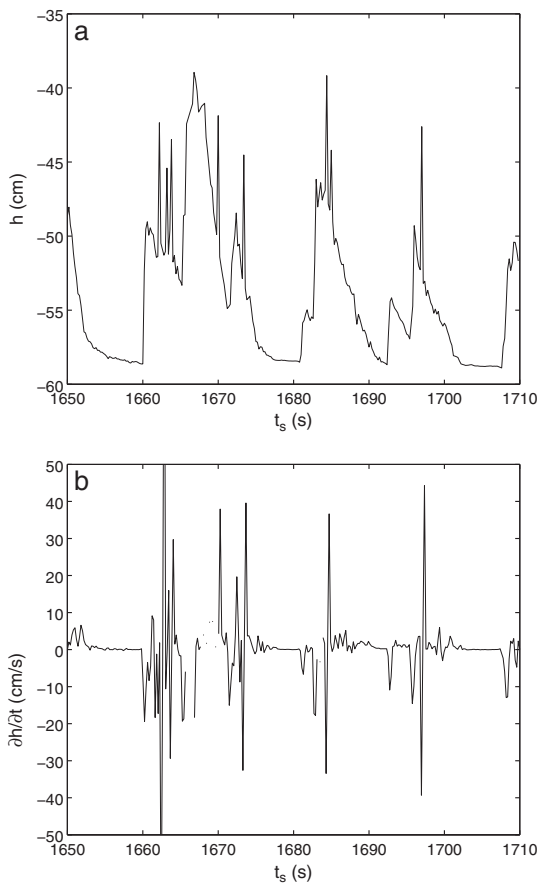


Fig. 10. Temporal evolution during burst 5 of $TS = 10$ of the measured surface elevation h at $x = 7700$ cm and $y = 150$ cm (a), and its temporal derivative (b).

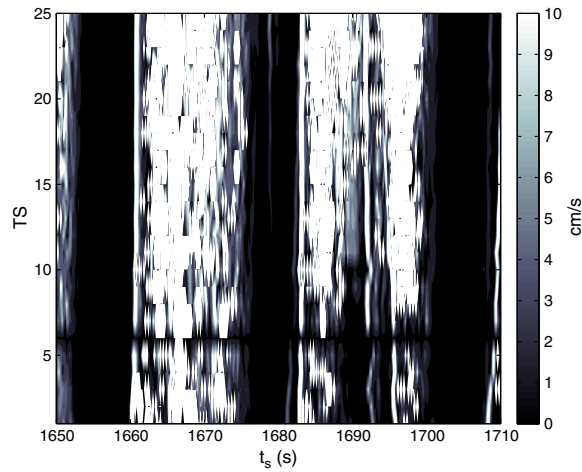


Fig. 11. $(t_s, TS \leq 25)$ diagram of $|\partial \langle h \rangle_y / \partial t|$ at $x = 7700$ cm (burst 5). The horizontal axis represents the temporal evolution within burst 5 whilst the vertical axis corresponds to the different time series TS . (For each horizontal line, the same forcing is imposed by the wave paddle.)

profiler at the centre of the flume $y = 150$ cm (Cáceres et al., 2008), performed every 3 or 4 TS . The resulting profiles (dashed lines in Fig. 12) show a good quantitative agreement, the difference being less than one centimetre which is roughly the margin of error of the bed profiler, but can also be attributed to long-shore variations as deduced from the stereovision technique and not accounted for with the mechanical profiler.

The stereovision technique developed in the present study allows one to have access to all relevant temporal scales of the spatial evolution of the bed level. The time-series scale evolution can be seen in Fig. 13(a) and (b) which reveal the evolving long-time erosive process at three spatial locations. Here the absolute time t starting at the first TS is non-dimensionalised by the peak period $T_p = 4.14$ s and it can be seen that the measurements span over $10000 T_p$ (the first 23 TS where $1TS \sim 430T_p$). The three chosen spatial locations (of the 1600 measured) are $A_1 = (x, y) = (7750 \text{ cm}, 150 \text{ cm})$, $A_2 = (7750 \text{ cm}, 60 \text{ cm})$ and $A_3 = (7650 \text{ cm}, 150 \text{ cm})$ in the swash zone, A_1 and A_3 being on the same cross-shore profile at the middle of the flume and A_1 and A_2 on the same long-shore profile. Fig. 13(a) shows the absolute bed level $z = h(x_n, y_n, t)$ whilst Fig. 13(b) shows

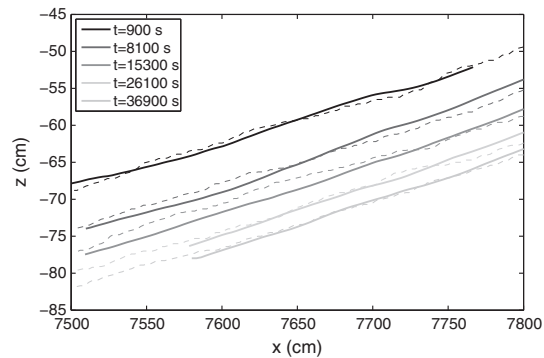


Fig. 12. Cross-shore profiles $z = \langle h \rangle_y(x, t)$ of the bed level at different times obtained from the stereovision technique (solid lines). Cross-shore profile $z = h(x, t)$ extracted from mechanical profiler data at $y = 150$ cm at the centre of the flume (dashed lines).

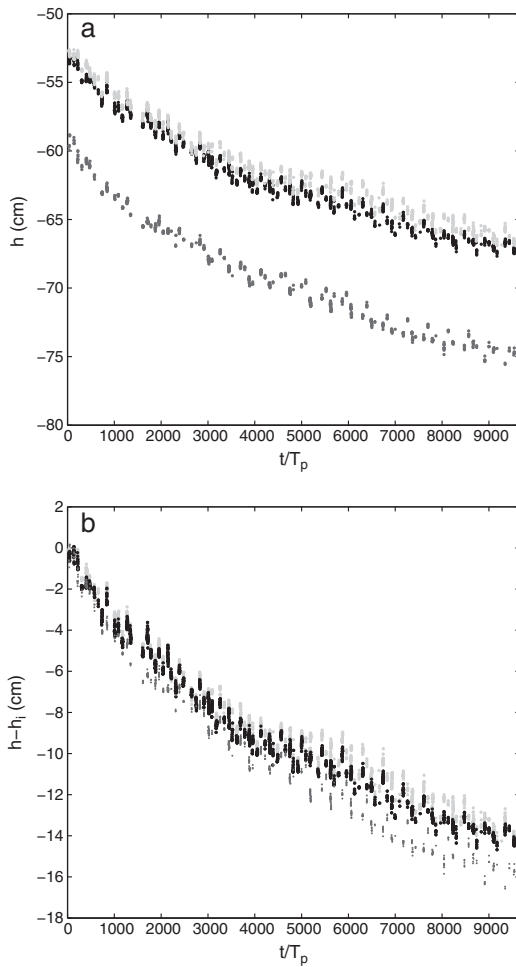


Fig. 13. Temporal evolution of the sand-bed surface $h(x, y, t)$ (a) at three different locations in the swash zone, A_1 (black dots), A_2 (light grey dots) and A_3 (dark grey dots) (see text for details). Time is non-dimensionalised by the peak period T_p of the Jonswap forcing. The erosive process is highlighted by subtracting the initial bed level $h_i(x, y) = h(x, y, t=0)$ at the three positions respectively (b).

the relative change in bed height $h(x_n, y_n, t) - h_i(x_n, y_n)$ where $h_i(x_n, y_n) = h_i(x_n, y_n, t=0)$ and n are positions 1, 2, 3. In both Figures, a global decrease or erosion can be observed. The h or $h - h_i$ variations on much shorter time-scales (wave scale) appear here as if they were vertical experimental scatter but in fact these variations are larger than the experimental error ($< 300 \mu\text{m}$) and represent erosive and deposition accretive changes of 0.5 to 1 cm in bed height. The relative height evolution at the time-series scale in Fig. 13(b) allows one to discern that the global (in a temporal sense) erosion is spatially dependent. Indeed, it can be seen in Fig. 13(b) that whilst still decreasing (eroding), all three $h - h_i$ data sets diverge for $t/T_p > 4000$, implying that the global erosion process is spatially inhomogeneous. More specifically, the relative erosion $h - h_i$ is larger for different cross-shore positions (between A_1 and A_3) but is also observed to vary in the long-shore direction (between A_1 and A_2).

The spatially dependent behaviour can also be examined in detail for the wave time-scales. This is done in Fig. 14(a) and (b) in which the relative bed evolution $\Delta h = h_2(x, y, t_2) - h_1(x, y, t_1)$ between times t_1 and t_2 is plotted for $t_2 - t_1 = 27 \text{ s} \sim 6T_p$ (in burst 1, $TS = 1$,

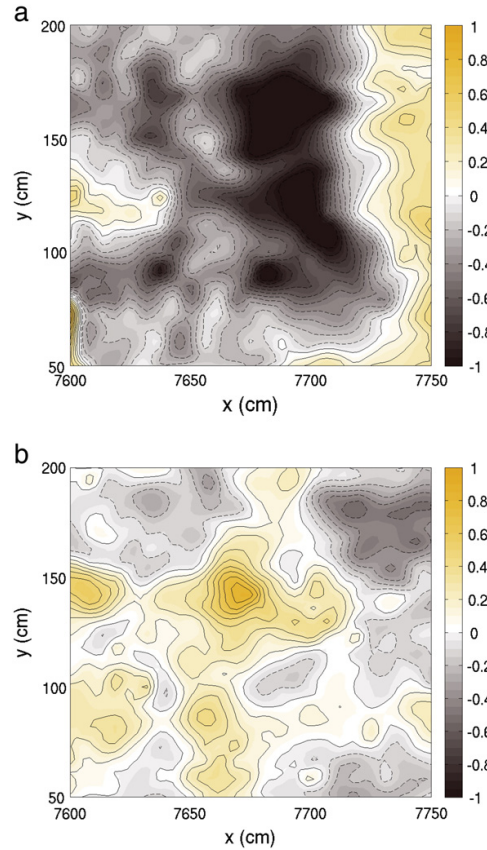


Fig. 14. Contour field of the sand-bed variation Δh between times t_1 and t_2 : (a) $t_2 - t_1 = 27 \text{ s} \sim 6T_p$ (in burst 1, $TS = 1$, $t_{s/1} = 7.2 \text{ s}$), (b) $t_2 - t_1 = 47 \text{ s} \sim 12T_p$ (in burst 5, $TS = 1$, $t_{s/1} = 9 \text{ s}$).

$t_{s/1} = 7.2 \text{ s}$) and $t_2 - t_1 = 47 \text{ s} \sim 12T_p$ (in burst 5, $TS = 1$, $t_{s/1} = 9 \text{ s}$), respectively. Physically, $t_2 - t_1$ in Fig. 14(a) corresponds to the interval of instantaneous wave forcing of a single incident standing long-wave period ($\sim 20 \text{ s}$) as observed by Alsina and Cáceres (2010) and $t_2 - t_1$ in Fig. 14(b) to two such incident standing long-wave periods. It should also be noted that the type of forcing is different between both time intervals due to the irregular forcing. It can be seen in both Figures that regions of accretion coexist with regions of erosion, both of the order of 1 cm, i.e. undetectable with most current techniques, on the relative short time-scale of the incident long-wave. Comparison between Fig. 14(a) and (b) further show that this trend of spatially dependent regions of accretion and erosion strongly depends on the instantaneous wave forcing.

4. Conclusion

A stereoscopic technique is presented that allows the identification of the dry sand-bed areas in the swash zone as well as the bed elevation determination with high precision. This technique is temporally resolved at all relevant scales (from within a wave to the long-term beach evolution) over a large area of the swash zone ($\sim 2 \text{ m} \times 3 \text{ m}$) with an accuracy below $300 \mu\text{m}$, a precision of less than $600 \mu\text{m}$ and a spatial resolution of 5 cm. In particular, a variation

of the measured sand beach of less than 1 mm can therefore be considered as the true beach variation.

The experiments were performed in the large CIEM wave flume of the University of Catalunya during which a Jonswap spectrum forcing under erosive conditions was imposed. On the long time-scale, the presented technique reveals good agreement with the results of a classical mechanical profiler of the cross-shore profiles evolution and the associated erosion.

On the smaller time-scale (from wave by wave to several incident standing long-wave periods), it is shown that the variability is more complex than a continuous erosion, the picture arising from classical profiling measurements. In addition, spatially dependent zones of accretion or erosion are observed at small time-scales. Both highlight the complex hydrodynamics involved in the swash zone.

Application of this technique is expected to yield the necessary information to better understand and model the complex processes occurring in the swash zone.

Acknowledgement

The data presented were obtained within the framework of the European Hydralab-III SANDS Project (contract number: 022441) (RII3).

References

- Aagaard, T., Hughes, M., 2010. Breaker turbulence and sediment suspension in the surf zone. *Marine Geology* 271, 250–259.
- Alsina, J., Cáceres, I., 2010. Sediment suspension events in the inner surf and swash zone. Measurements in large-scale and high-energy wave conditions. *Coastal Engineering* 58, 657–670.
- Baldock, T.E., Barnes, M.P., Hughes, M.G., 2006. Field observations of instantaneous cross-shore free surface profiles and flow depth in the swash zone. In: Sanchez-Archilla, A. (Ed.), *Coastal Dynamics 2005* [CD-ROM]. ASCE, Reston, VA.
- Benetazzo, A., 2006. Measurements of short water waves using stereo matched image sequences. *Coastal Engineering* 53, 1013–1032.
- Bouquet, J.Y., 2004. Camera calibration toolbox for matlab. http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib_doc/2004.
- Butt, T., Russell, P., 2000. Hydrodynamics and cross-shore sediment transport in the swash-zone of natural beaches: a review. *Journal of Coastal Research* 16, 255–268.
- Cáceres, I., Grüne, J., Rijn, L.V., Sánchez-Archilla, A., Ahmari, A., Ribberink, J., 2008. Mobile bed tests, the sands project. 31st Int. Conf. Coastal Eng. ASCE.
- Callaud, D., David, L., 2004. Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a surface-mounted block. *Experiments in Fluids* 36, 53–61.
- Chatellier, L., Jarny, S., Gibouin, F., David, L., 2010. Stereoscopic measurement of free surface flows. 14th International Conference on Experimental Mechanics. Poitiers, France.
- de Vries, S., Hill, D.F., de Schipper, M.A., Stive, M.J.F., 2011. Remote sensing of surf zone waves using stereo imaging. *Coastal Engineering* 58, 239–250.
- Douxchamps, D., Devriendt, D., Capart, H., Craeye, C., Macq, B., Zech, Y., 2005. Stereoscopic and velocimetric reconstructions of the free surface topography of antidune flows. *Experiments in Fluids* 39, 533–551.
- Elfrink, B., Baldock, T., 2002. Hydrodynamics and sediment transport in the swash zone: a review and perspectives. *Coastal Engineering* 45, 149–167.
- Ferré, J.A., Giral, F., 1989. Pattern-recognition analysis of the velocity field in plane turbulent wakes. *Journal of Fluid Mechanics* 198, 27–64.
- García, D., Orteu, J., Devy, M., 2000. Accurate calibration of a stereovision sensor: comparison of different approaches. Proceeding of 5th Fall Workshop on Vision, Modeling and Visualization. Saarbrücken, Germany.
- Hartley, R., Zisserman, A., 2004. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press.
- Heikkilä, J., Silvén, O., 1997. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, San Juan, Puerto Rico.
- Holland, K., Holman, R., 1997. Video estimation of foreshore topography using trinocular stereo. *Journal of Coastal Research* 13, 81–87.
- Holland, K., Puleo, J., 2001. Variable swash motions associated with foreshore profile change. *Journal of Geophysical Research* 106, 4613–4623.
- Jehle, M., Jarny, S., David, L., 2008. Différentes approches pour la mesure d'interfaces et de surface libre. 11ème Congrès Francophone de Techniques Lasers, Poitiers, France, pp. 225–232. In French.
- Lavest, J., Viala, M., Dhome, M., 1998. Do we really need an accurate calibration pattern to achieve a reliable camera calibration? *Proc. ECCV98*, Freiburg, Germany, pp. 158–174.
- Lippmann, T., Holman, R., 1990. The spatial and temporal variability of sand bar morphology. *Journal of Geophysical Research* 95, 11,575–11,590.
- Longo, S., Petti, M., Losada, I., 2002. Turbulence in the swash and surf zones: a review. *Coastal Engineering* 45, 129–147.
- Masselink, G., Puleo, J., 2006. Swash-zone morphodynamics. *Continental Shelf Research* 26, 661–680.
- Masselink, G., Evans, D., Hughes, M., Russel, P., 2005. Suspended sediment transport in the swash zone of a dissipative beach. *Marine Geology* 216, 169–189.
- Salvi, J., Armangue, X., Battle, J., 2005. A comparative review of camera calibrating methods with accuracy evaluation. *Pattern Recognition* 35, 1617–1635.
- Sutton, M.A., Orteu, J.J., Schreier, H., 2009. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements Basic Concepts, Theory and Applications*. Springer.
- Turner, I., Russell, P., Butt, T., 2008. Measurement of wave-by-wave bed-levels in the swash zone. *Coastal Engineering* 55, 1237–1242.
- Willert, C., Gharib, M., 1991. Digital particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* 10, 181–193.
- Zhang, Z., 2000. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22, 1330–1334.

B.5 Publi. 5 (Chapitre 5)

LACAZE L., FILELLA A. & THUAL O.

Steady and unsteady shear flows of a viscoplastic fluid in a cylindrical Couette cell.

J. Non-Newton. Fluid Mech. **220**, 126–136 (2015).



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics

journal homepage: <http://www.elsevier.com/locate/jnnfm>

Steady and unsteady shear flows of a viscoplastic fluid in a cylindrical Couette cell

L. Lacaze^{a,b,*}, A. Filella^a, O. Thual^a^a Université de Toulouse, INPT, UPS, IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France^b CNRS, IMFT, F-31400 Toulouse, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 15 May 2014
 Received in revised form 15 December 2014
 Accepted 22 December 2014
 Available online 31 December 2014

Keywords:

Visco-plastic fluid
 Elasticity
 Shear flows

ABSTRACT

Yield stress fluid flows in Couette cells have been widely studied in the last decades for their intriguingly exhibiting phenomena. In this paper, we use a PIV technique to investigate the axisymmetric flow and rheological properties of a Carbopol gel in a relatively wide cylindrical Couette device. Carbopol gel is known to exhibit viscoplastic behavior and is often described using a Herschel–Bulkley law, which is characterized by a plastic yield stress τ_y and a shear-dependent nonlinear viscosity. In some cases, the elasticity of the material has to be accounted for to understand the whole dynamics of the system, in particular for unsteady flows as observed in the present study. Two set of experiments are conducted here in order to highlight these different rheological behaviors and the resulting dynamics: (i) a steady shear configuration and (ii) an unsteady shear configuration, in which the angular velocity of the inner cylinder is either constant or time dependent (sin profile), respectively. In the steady configuration, a simple optimization model, based on the Herschel–Bulkley law, is developed to extract the rheological parameters of the viscoplastic contribution of the gel from the steady velocity fields. Results are shown to be in good agreements with rheological parameters obtained from a standard rheometer. On the other hand, the elastic contribution of the material is highlighted in the unsteady shear configuration, for which a spatio-temporal transition between solid-elastic and fluid behaviors is observed. Different models are proposed to describe the dynamics of the unsteady flow. First, quasi-steady state models allow to predict both the fluid shear zone close to the inner cylinder and the elastic deformation of the material as long as their contributions can be decoupled in space and in time. For more complex dynamics, i.e. when the flow becomes strongly unsteady, an elasto-viscoplastic model is developed to describe the flow dynamics. It is shown to quantitatively reproduce the experimental measurements. Finally, an elastic wave model is derived to describe an elastic front propagating from the inner cylinder to the outer one, and observed at every half forcing period. The front velocity is thus shown to scale on the phase velocity of an elastic wave in a deformable solid.

© 2015 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Viscoplastic fluids are encountered in many applications ranging from industries to geophysical flows, and have therefore attracted many studies dedicated to the improvement of their modeling. The presence of a yield stress in these fluids can drastically modify their flow dynamics compared with newtonian fluids. The simplest and most popular model, the Bingham model, consists in a solid-like behavior below a yield stress while the stress to strain relationship is linear above it. Yet, yield stress fluids found

in nature or used in laboratory experiments, such as carbopol or laponite among others, highlight a non-linear trend above the plastic threshold, the shear stress τ being usually modeled through a power law of the shear rate $\dot{\gamma}$. A popular extension of the Bingham model, which accounts for these specific characteristics is the Herschel–Bulkley model, reading $\tau(\dot{\gamma}) = \tau_y + K\dot{\gamma}^n$, in which the three parameters τ_y , K and n depend on the considered material. In this model, $n < 1$ therefore correspond to a shear-thinning behavior above plasticity, i.e. a decrease of the apparent viscosity with increasing shear rate, which is commonly considered in the literature. A vast literature is devoted to the characterization of complex fluids to identify reliability and failure of this model to describe the dynamics of viscoplastic fluids (see the recent review [1] and references therein for instance).

* Corresponding author at: IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France. Tel.: +33 53432 2952; fax: +33 53432 2990.

E-mail address: laurent.lacaze@imft.fr (L. Lacaze).

Viscoplastic fluids can also exhibit elasticity, at least prior yielding [2], which has been shown to influence the flow dynamics in some specific configurations [3–5]. Models accounted for elasticity can be found in the literature (see [6,7] for instance) and have been successfully tested [4,8,5,9]. Even if elasticity would be expected to influence mostly transient, it has been shown that it can also affect the steady state of the axisymmetric Couette flow [5]. It was explained by the normal stress difference within the cell gap. In particular, the initial stress condition was shown to modify the shape of the matching zone between solid and the fluid regions. In order to characterize the complex dynamics of such elastoviscoplastic fluids, experimental investigations of simple flow configurations are still required.

The cylindrical Couette configuration remains probably one of the most popular experimental configuration used to characterize the dynamics of non-newtonian fluids, probably for the apparent simplicity of the system ([13–16,12,5,9] among others). In particular, this configuration allows to describe localized shear flows in viscoplastic gels, which have been deeply investigated for the last decades. In the present study, the case of this canonical cylindrical Couette configuration is revisited, using a relatively wide facility compared with the cells found in the literature. Note that among other complex behaviors, shear banding (see [10,11] and references therein) have been observed in laboratory experiments using relatively small gap cells. The experimental facility used here is large compared with the meso-structure of the gel, in which case these effects can be disregarded [12]. It consists of a two co-axial cylinders system, the inner cylinder being free to rotate and the outer one being fixed. The fluid used in the experimental part of the study is a Carbopol 940 gel, which is one of the most popular viscoplastic fluid used in laboratory experiments because of its rheological and transparency properties. Its rheological properties are therefore well documented (see [17,18,2,19] and references therein for instance). In the present study, the flow in the cell gap is generated by either a constant or an oscillatory angular velocity of the inner cylinder, referred to as the *steady shear configuration* and the *unsteady shear configuration* respectively. Unlike most of the experiments on this device, we develop here a PIV method, allowing to extract the velocity fields within the cell gap. The obtained velocity fields are then analyzed to characterize both (i) the flow dynamics and (ii) the rheological properties of the Carbopol gel.

The paper is organized as follows. We first introduce the rheological properties of the fluid considered here and present both the experimental set-up and the PIV method in Section 2. In Section 3, results associated with the steady shear configuration are discussed with a specific attention paid to an inverse method allowing to extract the rheological parameters of the gels. In Section 4, the unsteady shear configuration is presented in details and discussed in the light of several models. Finally, conclusions are drawn in Section 5.

2. Experimental procedure

2.1. Carbopol gel

The fluid used in the following experiments is a Carbopol 940 gel. Two different concentrations of Carbopol are considered here, which are 0.11% and 0.2% in weight and will be referred to as Carbopol *A* and Carbopol *B* respectively. Silver-coated hollow glass spheres of 10 μm diameter are used as seed particles for PIV measurements.

Bulk rheological measurements of the Carbopol solutions were performed using a Thermo-Scientific HAAKE Mars III rheometer with a plate-plate geometry. Rough plate surfaces were used to

avoid wall slip [20,17]. Steady-state and oscillatory shear measurements were performed to obtain both the shear stress τ as a function of the strain rate $\dot{\gamma}$ (see Fig. 1(a)) and the elastic shear modulus G as a function of the strain γ , expressed here in % (see Fig. 1(b)), respectively.

As noticed in previous studies, the constant shear measurements show that above the yield stress, in the viscous region, the shear stress can be considered as a unique function of strain rate in the condition of atmospheric pressure and constant temperature (20 °C) considered here. It is common to consider that the steady flow behavior of Carbopol gel exhibits a τ to $\dot{\gamma}$ relationship that can be modeled by the Herschel–Bulkley model $\tau = \tau_y + K\dot{\gamma}^n$ with τ_y the yield stress, K the consistency and n the index. In Fig. 1(a), measurements (dot symbols) obtained using the rheometer and their best fit by the Herschel–Bulkley model (dotted lines) are shown for both Carbopol *A* (black) and Carbopol *B* (gray). It can be observed that the Herschel–Bulkley model is relevant in the range of strain rates considered here. The coefficients τ_y , K and n obtained with this model are reported in Table 1 for both carbopol gels. Note that these values are consistent with data found in the literature for this gel ([2] for instance). In the oscillatory measurements, a sinusoidal shear strain is applied with a frequency of oscillation set to 1 Hz. Measurements found in the literature showed that results are not significantly affected by this frequency in the range 0.1–10 Hz [2,4]. In Fig. 1(b), the in-phase response G to the unsteady shear strain is shown to be nearly constant for small deformations γ of the sample, indicating an elastic response of the sample. Dotted lines represent the estimated value of G , in this elastic regime, for both Carbopol *A* and Carbopol *B*, which is also reported in Table 1. For larger γ , a sudden decrease of G highlights the solid to fluid transition of the visco-plastic material (see [19] for instance). Note that the critical deformation, which can be estimated as $\gamma_c \equiv \tau_y/G$ would be around 11% and 17% for Carbopol *A* and Carbopol *B* respectively, using the yield stress τ_y and constant G in the elastic regime extracted from these rheometric measurements. Even if the experimental evaluation of the critical deformation γ_c would necessitate dedicated rheometric measurements, which are beyond the scope of this paper, one can note that these estimations of γ_c correspond to the change of trend of G for increasing γ in Fig. 1(b). Finally, the viscous loss modulus G'' , the out-of phase component of the stress response, shows to be at least one order of magnitude smaller than the elastic modulus G indicating that the gel is mostly elastic, at least below the yield stress (see Table 1).

2.2. Experimental set-up

The experimental set up is sketched in Fig. 2. The cylindrical Couette cell of height $H = 25$ cm is composed of an inner cylinder of radius $R_i = 7$ cm and a fixed outer cylinder of radius $R_o = 14$ cm. The outer cylinder is glued to the bottom of a square tank, both made of transparent plexiglass, allowing to illuminate the internal zone of measurement with an external light source (see Fig. 2). The Couette cell is filled with the Carbopol solution up to a height of around 20 cm while the surrounding tank is filled with water to prevent unexpected temperature fluctuations. The room temperature is set to 20 °C with an accuracy of less than 0.5 °C. The inner cylinder is covered of a ~ 250 μm sand layer glued on its surface to ensure a no-slip boundary condition. A motor is connected to the inner cylinder, which allows to apply a constant or time-dependent angular velocity Ω_i . The maximum amplitude of the angular velocity is around 50 rpm. In the following, two cases are considered. First, a constant angular velocity $\Omega_i = \Omega_0$, leading to a steady regime, is referred here to as the *steady shear configuration*. In this case, the transient evolution towards this steady regime is disregarded. The second case is an oscillatory forcing such as

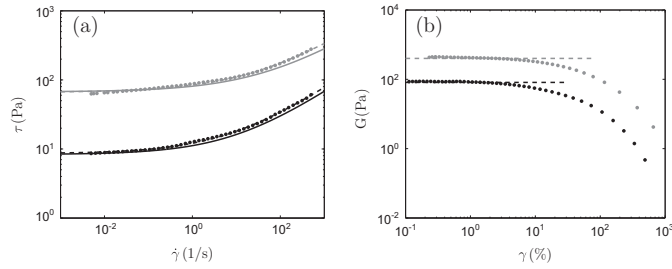


Fig. 1. Rheometric measurements using the Thermo-Scientific HAAKE Mars III rheometer for Carbopol A (black symbols) and Carbopol B (gray symbols). (a) τ as a function of $\dot{\gamma}$ ('dashed lines': best fit using a Herschel–Bulkley model, and 'solid line': results obtained from the inverse method described in Section 3.2). (b) Elastic modulus G' as a function of the deformation γ ('dashed lines': constant estimation for $\tau < \tau_y$).

Table 1
Top row: rheological parameters obtained using the Thermo-Scientific HAAKE Mars III rheometer. Bottom row: Rheological parameters evaluated from inverse method in the steady shear configuration (see Section 3.2 for details).

	Weight (%)	τ_y (Pa)	K (Pa s ^{<i>n</i>})	<i>n</i>	G' (Pa)	G'' (Pa)
Carbopol A	0.11	8.6	3.5	0.43	81.5	5.8
Carbopol B	0.2	66	18	0.39	401.5	25
Carbopol A	0.11	8.3	2.9	0.44		
Carbopol B	0.2	67.1	14	0.4		

$\Omega_i = \Omega_0 \sin(\omega t)$ with Ω_0 and ω the amplitude and the frequency of the forcing respectively. This case will be referred to as the *unsteady shear configuration*. The latter configuration is somewhat the axisymmetric version of the second Stokes problem of an oscillatory plate in a semi infinite domain. Such plate geometry has been considered for the case of a viscoplastic fluid by [21].

As the gel is transparent, a PIV method can be implemented to measure the 2D velocity field in a horizontal plane. The chosen horizontal plane is here 10 cm above the bottom of the tank, roughly at the mid height of the cell. PIV measurements are

performed with a Quantel CFR 200 mJ laser and 2040 × 2040 pixels 14-bit CCD camera. In order to avoid issues with optical access in the annular geometry, a telecentric lens is connected to the camera. The obtained field of interest is 15 × 15 cm². A spatial correlation technique, developed by [22], is used to extract velocity fields from pairs of consecutive images. The time interval between the two consecutive images is adjusted for each experiment, in particular depending on the maximum angular velocity Ω_0 . Its range of variation is between 3 ms and 30 ms while the acquisition frequency, between each image pair, is set to 5 Hz for all experiments.

A typical image recorded by the camera is shown in Fig. 3(a). As shown in this figure, the field of measurement is roughly a quarter of the entire Couette cell. Image contrast is shown to be high enough to ensure an accurate cross-correlation calculation needed for the velocity field reconstruction. A typical velocity field is shown in Fig. 3(b). As the obtained ratio of radial to azimuthal velocities is of the order of 1%, only the azimuthal component of the velocity is considered in the following. Moreover, the flow is mostly axisymmetric, the forcing being low enough to prevent any instability of the flow. An azimuthal average of the velocity field can therefore be performed prior analyzing experimental data. The obtained average azimuthal velocity is denoted v in the

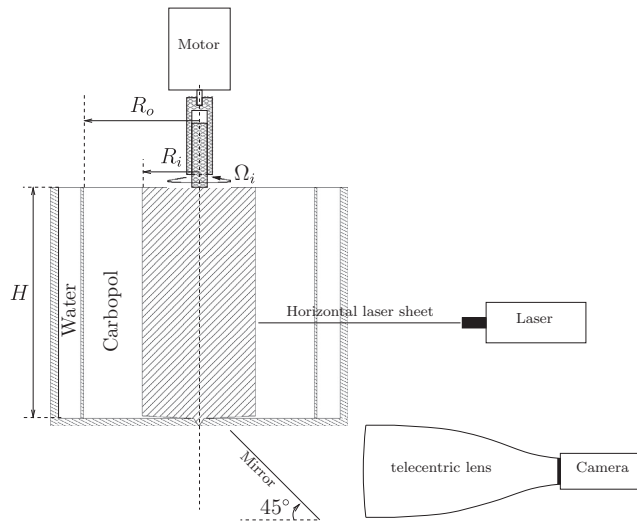


Fig. 2. Sketch of the experimental set-up.

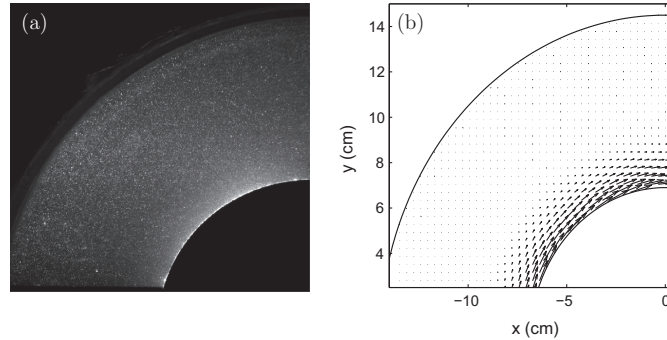


Fig. 3. Typical results from PIV. (a) Raw image recorded by the camera. (b) Velocity field: note that, for sake of clarity, the spatial resolution shown in this figure is half the spatial resolution of the grid used for velocity field reconstruction.

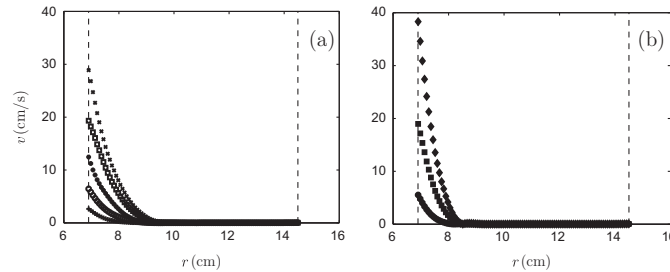


Fig. 4. Radial profiles of the azimuthal velocity v for Carbopol A (a) and Carbopol B (b) in the steady shear regime. Different symbols stand for different values of Ω_0 .

following, and is only a function of the radial coordinate r and time t .

3. The steady shear configuration

3.1. Velocity profiles

Steady radial velocity profiles v obtained for a constant angular velocity $\Omega_i = \Omega_0$ applied to the inner cylinder are shown for both solutions A and B in Fig. 4(a) and (b) respectively. As can be expected for viscoplastic fluids, velocity profiles show to rapidly decrease towards zero for increasing r [14], highlighting a fluid to solid transition. The radial extension of the shear band (fluid region) is shown to depend upon the amplitude Ω_0 and the yield stress τ_y . This gives access to a first estimation of the position of the yield surface, which occurs in the present set of experiment between $r \sim 8$ cm and $r \sim 9.5$ cm. Even though a specific characterization of the flow dynamics close to the yield position would be of interest [5], it is beyond the scope of the present study and will not be investigated in more details here. Instead, the characteristics of the steady velocity profiles are used in the following to access the steady rheological properties of the gel.

3.2. An inverse method to estimate the steady state visco-plastic rheology

We propose here a method to extract the rheological parameters of the gel, considering a Herschel–Bulkley law, from the velocity field. This method consists in an optimization algorithm as described in the following. First, it can be noticed that in the

present geometry and for a steady state flow, the shear to torque relationship reads [23]

$$\tau(r) = \frac{M}{2\pi r^2 H} = \frac{\mathcal{A}}{r^2}, \quad (1)$$

$$\tau(r) = \frac{M}{2\pi r^2 H} = \frac{\mathcal{A}}{r^2}, \quad (1)$$

with H the height of Carbopol gel in the Couette cell, M the applied torque, and $\mathcal{A} = M/2\pi H$ is independent of the radial coordinate.

Using the Herschel–Bulkley model, Eq. (1) can be written as

$$\mathcal{F} = \frac{r^2(\tau_y + K\dot{\gamma}^n)}{\mathcal{A}} - 1 = 0 \quad \text{for } |\dot{\gamma}| > 0. \quad (2)$$

We thus have to seek for the roots of \mathcal{F} to evaluate the unknown parameters τ_y , K , n and M . As the rheological parameters are only a function of the solution used, the following procedure is therefore applied for Carbopol A and Carbopol B independently. For a given solution, N_x experiments were performed, only the amplitude Ω_0 being varied. In Eq. (2), the numerator \mathcal{A} depends only on Ω_0 through the modification of the imposed torque M , and will be noted in the following \mathcal{A}_x , i.e. as a function of the experiment label x . According to this, τ_y , K and n then minimize

$$S = \frac{1}{N_x} \sum_x \sum_i (\mathcal{F}_{x,i})^2, \quad (3)$$

where label i stands for the spatial discretization and the discrete functional $\mathcal{F}_{x,i}$ reads

$$\mathcal{F}_{x,i} = \frac{r_i^2(\tau_y + K(\dot{\gamma}_{x,i})^n)}{\mathcal{A}_x} - 1, \quad \mathcal{A}_x = \frac{1}{N_{x,i}} \sum_i r_i^2(\tau_y + K(\dot{\gamma}_{x,i})^n), \quad (4)$$

with $N_{z,i}$ the number of spatial mesh in the shear zone, i.e. such as $|\dot{\gamma}_{z,i}| > 0$. The best estimation of τ_y , K and n can then be obtained using a Newton–Raphson method.

Values of τ_y , K , n obtained with this method for Carbopol A and Carbopol B are given in Table 1 (bottom row). In Fig. 1, the τ to $\dot{\gamma}$ laws derived from this method (solid lines) are compared with the rheometric measurements, presented in Section 2.1. As can be observed from these comparisons, a very good agreement is obtained between the different methods.

4. Oscillatory flows: The unsteady shear configuration

4.1. Some key features of the flow dynamics

In the range of parameters used in this study, oscillatory experiments were shown to be $T(=2\pi/\omega)$ -periodic in the entire cell gap after the first forcing period. Azimuthal Velocity profiles $v(r, t)$ extracted from the PIV measurement are therefore phase averaged from the second period to the end of the experiments, the number of period depending on the forcing parameters Ω_0 and ω . In the following, only phase averaged variables are presented and discussed, the experimental time being therefore reduce to a single forcing period with $t \in [0, T]$. As no confusion can occur from hereon, variable names are unchanged.

Typical experimental results obtained in the case of an applied oscillatory forcing, i.e. $\Omega_i = \Omega_0 \sin(\omega t)$, are shown in Fig. 5 for $\Omega_0 = 30$ rpm and $T = 2\pi/\omega = 10$ s. Velocity profiles are shown in Fig. 5(a) and (b) for Carbopol A and Carbopol B respectively. Here, only the first quarter of the forcing period, $t \in [0, T/4]$, is presented for sake of clarity. It corresponds to the time interval in which the applied angular velocity increases from 0 to its maximum amplitude Ω_0 . Note that, a surprisingly large velocity invading the entire gap of the Couette cell is observed on a quite short time scale for the parameters of these experiments. This specific velocity trend will be discussed in the next sections. The associated deformations $u = \int_0^t v dt$ of the gel are shown in Fig. 5(c) and (d) for Carbopol A

and Carbopol B respectively. Note that the deformation applied at the inner cylinder radius with the angular law used here, is $u(R_i, t) = \frac{\Omega_0}{\omega} R_i (1 - \cos(\omega t))$.

Two specific behaviors are highlighted in Fig. 5. A non-zero velocity amplitude is first observed on the entire Couette gap at a relatively short time scale, which is followed by the evolution of a shear zone localized close to the inner cylinder while the outer region has zero velocity. This second phase is comparable to the steady shear configuration, for which the shear band width was shown to depend on the rheological properties of the gel (see Fig. 4) as again observed here (Fig. 5(a) for Carbopol A compared with Fig. 5(b) for Carbopol B for instance). It can also be noted that the shear flow during this phase shows common trends with the viscoplastic Stokes layer studied by [21]. In particular, a time dependent shear band, which corresponds to a fluid behavior is observed in the two cases close to the oscillating boundary. However, the plug flow in the solid region observed in their case is here replaced by an elastic solid subjected to unsteady deformations. Such elastic deformations correspond to non-zero velocities observed on the entire cell gap at early stages of the forcing period (see Fig. 5(a) and (b)). This elastic contribution is highlighted in term of elastic deformation in Fig. 5(c) and (d). In these figures, the maximum deformation is shown to be of the order of few centimeters in the zone which remains frozen when the inner region becomes clearly fluid ($r > 9.5$ cm for Carbopol A and $r > 8.5$ cm for Carbopol B). Note that this deformation does not relax in the frozen zone. The entire period $[0, T]$ has to be considered to help understanding the complete cycle of the elastic deformation over the forcing period (see Fig. 6 for the same case as Fig. 5(a) and (c)). One can then note that the frozen state corresponds to a steady state of the elastic deformation over the first half period, $t \in [0, T/2]$. When the inner cylinder velocity $v(R_i, t)$ becomes negative, i.e. for $t \in [T/2, T]$, the deformation goes back to zero on the same time scale as the initial elastic deformation. Therefore, for this range of parameters, a steady state regime is reached in the solid zone with a non-zero deformation, which only goes back to its initial state when the opposed forcing is imposed to the system.

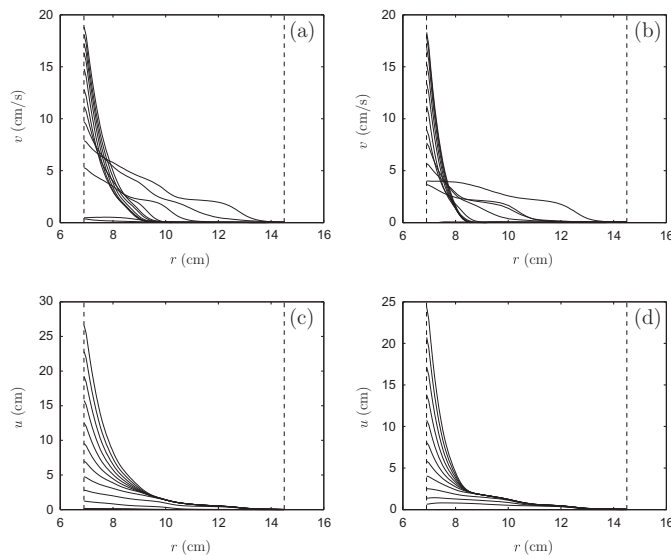


Fig. 5. (a) Velocity profiles $v(r, t)$ with $t \in [0, T/4]$ for Carbopol A, $\Omega_0 = 30$ rpm and $T = 2\pi/\omega = 10$ s. (b) Same as (b) for Carbopol B. (c) Deformation profiles $u(r, t)$ with $t \in [0, T/4]$ for Carbopol A, $\Omega_0 = 30$ rpm and $T = 2\pi/\omega = 10$ s. (d) Same as (d) for Carbopol B.

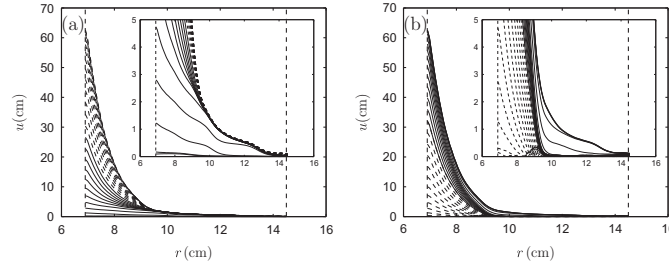


Fig. 6. Deformation profiles $u(r, t)$ for Carbopol A. (a) $t \in [0, T/2]$ (solid lines: $t \in [0, T/4]$; dotted lines: $t \in [T/4, T/2]$), and (b) $t \in [T/2, T]$ (solid lines: $t \in [T/2, 3T/4]$; dotted lines: $t \in [3T/4, T]$). (Insets: zooms on the elastic zone).

Quasi-steady states solutions will be derived in Section 4.2 for comparisons with these observations. Note that the initial state of the gel is nearly recovered at the end of the forcing period for this set of parameters.

To understand the dynamics described so far, the contribution of both viscoplastic and elastic effects have to be accounted for. In particular, how does elasticity affect the whole dynamics of the system and possibly the fluid/solid transition in such a configuration? First, let us discuss the pertinent dimensionless numbers in this configuration. The set of dimensionless numbers is obtained using $1/\omega$ as a typical time scale, R_i the length scale and ΩR_i the velocity scale and the Herschel–Bulkley model for the viscous contribution. For the latter model, the extra dimensionless number n is introduced. Using the Herschel–Bulkley model for the viscoplastic contribution, we can write a relaxation time as $\lambda = K\Omega_0^{n-1}/G$ [4] and an equivalent viscosity $\nu_e = K\Omega_0^{n-1}$. Moreover, the shear stress is non-dimensionalised using its typical viscous contribution $\Omega_0^n K$. It therefore leads to the following definitions of the dimensionless numbers

$$\text{Bi} = \frac{\tau_y}{\Omega_0^n K}, \quad \text{De} = \frac{K}{G} \omega \Omega_0^{n-1}, \quad \text{Re} = \frac{\rho \omega \Omega_0^{1-n} R^2}{K}. \quad (5)$$

The Bingham number, Bi , compares the plastic yield stress to the viscous stress. The Deborah number De is the dimensionless relaxation time of elastic energy stored in the gel. At small De , the flow remains viscoplastic while it becomes mostly elastic at larger De . Note that De is here similar to the Weissenberg number We [24,5]. Finally, the Reynolds number Re is the ratio between the viscous time scale and the inertial time scale, with here the viscous time scale being built on an equivalent viscosity.

In the following, all variables are non-dimensionalised accordingly. Note that for simplicity, names of variables in their dimensionless form are kept the same. In dimensionless variables, the geometry of the system is then defined in the interval $r \in [1, R_0]$ and the forcing period is such as $t \in [0, 2\pi]$.

4.2. Quasi-steady state models

A first attempt to describe the fluid flow is to assume that its evolution remains quasi-steady. In this case, the flow is a succession of steady solutions whose boundary conditions are related to the velocity applied to the inner cylinder $v(R_i, t)$ at a given time $t \in [0, T]$. In the following, a purely viscoplastic model and a purely elastic model are presented to highlight both phenomenon in the material. In the first case, a purely visco-plastic fluid which does not account for elastic deformations in its solid region, is assumed. On the other hand, in the second model, one considers a purely elastic deformation of the gel which does not reach a plastic threshold on the entire cell gap.

If the oscillatory flow is considered as quasi-steady and the fluid rheology is modeled by a Herschel–Bulkley model, i.e. a purely viscoplastic fluid, the governing equations reduce to

$$\tau = \text{Bi}_{qs} \left(\frac{r_c}{r} \right)^2, \quad \tau = \text{Bi}_{qs} + \dot{\gamma}^n, \quad (6)$$

with $\dot{\gamma} = r \frac{\partial}{\partial r} (v/r)$, and $r_c = r(\tau = \text{Bi})$ the critical radius which characterizes the fluid–solid transition. In the present quasi-steady model, Bi_{qs} is defined using the instantaneous angular velocity Ω_i instead of Ω_0 as in Bi . It therefore means that the lost time dependence of the model is then incorporated in Bi_{qs} through the instantaneous angular velocity at $r = 1$. In particular $\text{Bi}_{qs} = \text{Bi}$ at $t = T/4$. A pseudo-theoretical solution can be derived for the fluid region, i.e. $r < r_c$ [5]

$$v(r) = r \int_r^{r_c} \frac{\text{Bi}_{qs}^{1/n}}{x} \left[\left(\frac{r_c}{x} \right)^2 - 1 \right]^{1/n} dx, \quad (7)$$

the solution for $r > r_c$, i.e. in the solid region, being $v(r) = 0$. The critical radius is thus defined as

$$\int_1^{r_c} \frac{\text{Bi}_{qs}^{1/n}}{x} \left[\left(\frac{r_c}{x} \right)^2 - 1 \right]^{1/n} dx - 1 = 0. \quad (8)$$

Solutions of (7) and (8) are found here using a Newton–Raphson algorithm to obtain r_c as a function of (Bi_{qs}, n) and a recursive adaptive Lobatto quadrature (Matlab©) for the integral terms. Such solutions are compared with the experimental velocity profiles in Fig. 7 for the set of parameters (a) $(\text{Bi}, \text{Re}, \text{De}, n) = (1.5, 1.7, 0.014, 0.44)$, (b) $(\text{Bi}, \text{Re}, \text{De}, n) = (1.5, 8.5, 0.07, 0.44)$, (c) $(\text{Bi}, \text{Re}, \text{De}, n) = (2.35, 0.34, 0.014, 0.4)$ and (d) $(\text{Bi}, \text{Re}, \text{De}, n) = (2.35, 0.69, 0.028, 0.4)$. Here experimental results are presented for $t \in [0, T/4]$ (gray lines in Fig. 7). In all cases, steady state theoretical solutions (7) are given at $t = T/8$ and $t = T/4$, using corresponding Bi_{qs} (dotted black lines). These two lines provide an interval of expected existence of the viscous region, at least when a quasi steady state is expected, i.e. for sufficiently small Re . In most cases, the theoretical solution matches the experimental profiles around $t = T/4$, meaning that a quasi-steady state is reached (see Fig. 7(a), (c), and (d)). In these cases, Bi is found to affect the value of r_c as expected. However, one can see that transient profiles but also the case $(\text{Bi}, \text{Re}, \text{De}, n) = (1.5, 8.5, 0.07, 0.44)$ (Fig. 7(b)) do not follow this profile law. In particular, velocity profiles larger than the solution at $t = T/4$, which should maximize the velocity for a purely viscoplastic fluid in a quasi-steady state regime, are highlighted. In such cases, unsteadiness and elastic contribution cannot be disregarded and are considered in the following. We thus anticipate an influence of Re and De .

In a similar way, if one assumes a purely elastic deformation associated with the oscillatory forcing, a quasi steady state solution can then be sought in term of the deformation $u(r)$. Such solution then reads

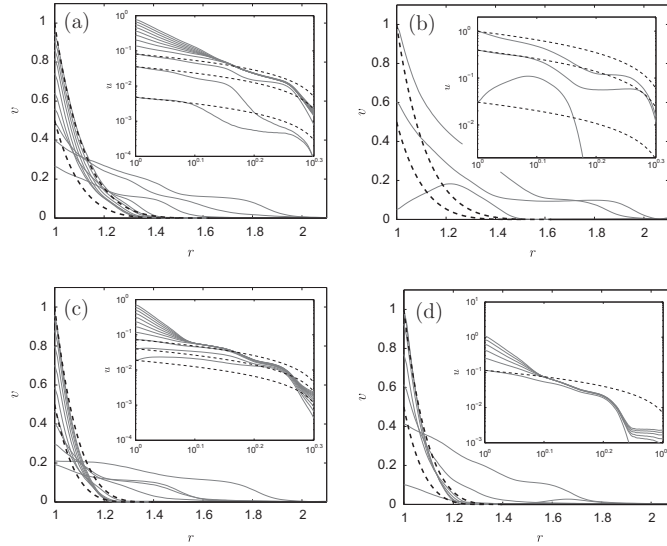


Fig. 7. Radial velocity profiles $v(r, t)$ on the first quarter of the oscillating period for (a) (Bi, Re, De, n) = (1.5, 1.7, 0.014, 0.44), (b) (Bi, Re, De, n) = (1.5, 8.5, 0.07, 0.44), (c) (Bi, Re, De, n) = (2.35, 0.34, 0.014, 0.4) and (d) (Bi, Re, De, n) = (2.35, 0.69, 0.028, 0.4). Gray lines correspond to the experimental results while dotted black lines are theoretical solutions obtained from the steady-state approximation (7). (Inset: corresponding deformation u).

$$u(r) = \frac{u_i}{R_o^2 - 1} \left(\frac{R_o^2}{r} - r \right), \quad (9)$$

with u_i being the applied deformation at $r = 1$. Here, one assumed no deformation of the material at $r = R_o$. Such solutions are compared with the experimental deformation u in Fig. 7 (inlet) for the same set of parameters considered previously. Once again, only $t \in [0, T/4]$ is shown here. Even if the quantitative agreement is not clear on the whole r range, solution (9) seems to be pertinent close to the inner cylinder at the initial stage of the forcing period, at least for cases (a) and (c) in Fig. 7. Once again, unsteadiness is needed to understand the whole coupled dynamics of the system for the set of dimensionless parameters considered here. In the next section, we propose an unsteady model, based on [6,7], which accounts for these different observations.

4.3. Elasto-viscoplastic model

Following [6,7,5], an elasto-viscoplastic model including both the viscoplastic and the elastic contributions encountered in the Carbopol gel, is developed to describe the experimental observation of the unsteady shear configuration. As done in [4,7], the extension of the Saramito's model of a Bingham viscoplastic contribution [6] to the Herschel–Bulkley viscoplastic model is used here, while the loss modulus G'' is disregarded as it was found to be much smaller than the elastic contribution G' (see Table 1). Moreover, for simplicity, the tensorial derivative of the stress $D\tau/Dt$ introduced in these models, such as the upper-convective derivative of the Oldroyd model for instance, is simplified to a scalar version as done in [4]. The only non-zero stress component is therefore the shear stress, whose temporal evolution does not account for complex non-linear contributions. The non-linear term would introduce a coupling between shear flow and extensional flow. Such terms can then affect the steady state solution as highlighted by [5]. However, these non-linearities were shown to be a second order contribution to the steady state solution, and are

therefore anticipated to be much smaller than the unsteady contribution in the present configuration. Using the dimensionless numbers defined previously, the set of simplified equations for an axisymmetric rotating flow of an elasto-viscoplastic gel can then be written as

$$\text{Re} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau), \quad (10a)$$

$$\text{De} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \dot{\gamma} - \max[0; |\tau| - \text{Bi}]^{1/n} \frac{\tau}{|\tau|}. \quad (10b)$$

Note that the first contribution of the right hand side of Eq. (10b) corresponds to the elastic part of the model, which is equivalent to an elastic Hooke law in the present case, while the second term is the viscoplastic part, including the yield component. The aim of the above mentioned simplifications is to reduce the problem to a set of only two equations (instead of four with an upper-convective model for instance). Eqs. (10a) and (10b) are then straightforward to solve numerically without losing the physical process of the unsteady dynamics as shown in the following. Here, a second order Adams–Bashforth explicit scheme in time and a second order finite difference scheme for spatial derivatives are used. In order to avoid amplification of numerical noise, a small dissipation term is added according to the retardation parameter defined in Saramito's model [7] (their Eq. (7)). This term is somehow related to the loss modulus, but is not explicitly derived here and is only used as a numerical filter. It has been verified that this extra term does not modify the results presented in the following.

A comparison between the experimental results and the model is shown in Fig. 8 for different sets of non dimensional parameters, (Bi, De, Re) = (2, 0.01, 0.3) (Fig. 8(a)), (Bi, De, Re) = (4, 0.04, 0.4) (Fig. 8(b)) and (Bi, De, Re) = (2, 0.1, 4.6) (Fig. 8(c)), and $n \approx 0.4$. Fig. 8(a.1, b.1, c.1) and (a.2, b.2, c.2) show the spatio-temporal diagrams of the non-dimensional velocity $v(r, t)$ over the period $t \in [0, T]$, obtained from PIV measurements and the elasto-viscoplastic model (10a) and (10b) respectively. Moreover, the fluid/solid transition, i.e. $\tau(r, t) = \tau_y$ is also extracted from the model

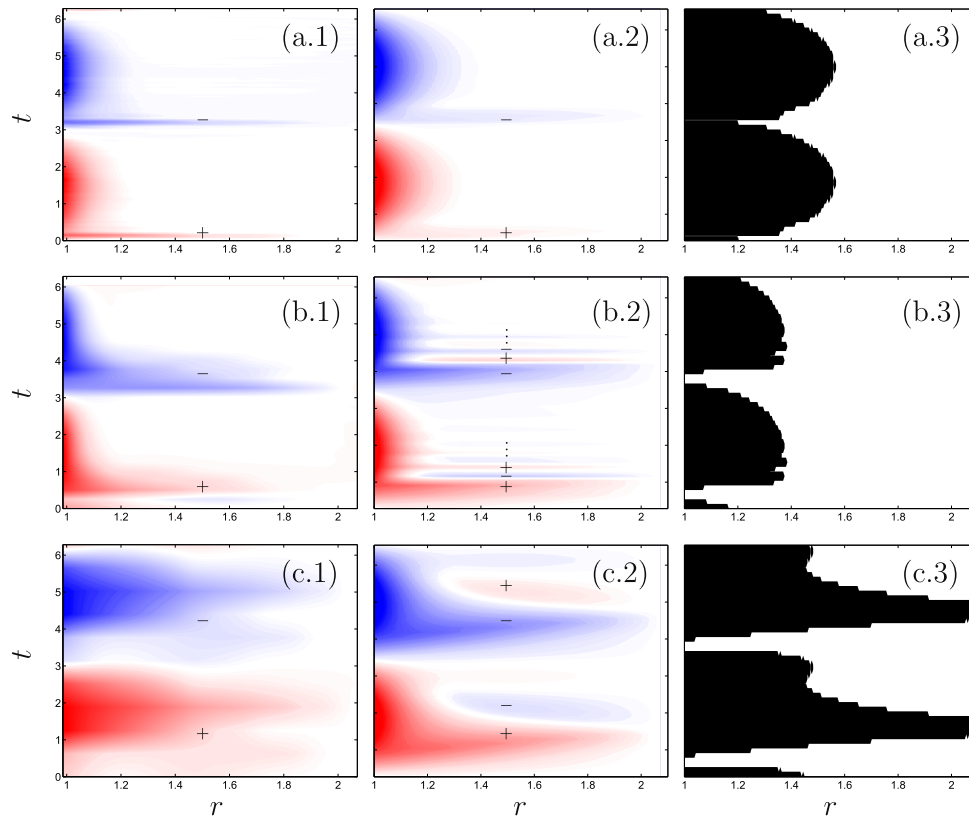


Fig. 8. Spatio-temporal diagram $v(r, t)$ extracted from experimental data (a.1–c.1) and numerical model (a.2–c.2) (online color: blue (resp. red) corresponds to negative (resp. positive) velocity v ; $-/+$ symbols also show the sign of v for gray scale printing). (a.3–c.3) show the fluid/solid transition obtained from the numerical model (fluid: black, solid:white). Non-dimensional parameters are $n \approx 0.4$ and (a) (Bi, De, Re) = (2, 0.01, 0.3), (b) (Bi, De, Re) = (4, 0.04, 0.4) and (c) (Bi, De, Re) = (2, 0.1, 4.6). (For interpretation to colours in this figure, the reader is referred to the web version of this paper.)

(see Fig. 8(a.3,b.3,c.3) in which black and white areas correspond to a fluid phase and a solid phase respectively). One can first note that the dynamics of such an elasto-viscoplastic fluid is nicely reproduced by the numerical model in the range of parameters considered here, despite the assumptions mentioned previously. Note that, most of the quantitative discrepancy can be associated with the acquisition rate used for in the experiments, with which elastic time is hardly reached.

While the dynamics resembles the case of a purely viscoplastic fluid in Fig. 8(a), the dynamics is shown to be more complex otherwise (Fig. 8(b) and (c)). The latter observation is confirmed by the time evolution of the shear stress τ , as shown in Fig. 9. In particular, Fig. 9(a) shows that the shear stress evolution is nearly singular at each half period (zero velocity forcing), with a jump from $-Bi$ to Bi as expected for a purely visco-plastic fluid. For the other cases (Fig. 9(b) and (c)), the shear stress evolution is quite different. In particular, we can note that the previously mentioned stress jump is smoothed over a significant time interval. Moreover, a time lag of the zero stress value at the inner cylinder appears in these cases.

In order to highlight the physical contributions in these complex dynamics, let us discuss the influence of the dimensionless parameters. Beyond their individual definition given previously, it is shown from Eqs. (10a) and (10b) that the dynamics of the

oscillatory flows is controlled by several balances depending on the relative contribution of these numbers. In particular, one can highlight an elastic–plastic balance $BiDe = \frac{\gamma_c}{\dot{\gamma}_c}$ with $\gamma_c = \tau_y/G$ an estimation of the critical shear as defined in Section 2, a plastic-inertial balance $Bi/Re = \tau_y/(\rho\Omega\omega R^2)$ and an elastic-inertial balance $ReDe = \rho\omega^2 R^2/G$. The latter contribution will be discussed in more detail in Section 4.4. For now, it could be just noted that when $ReDe$ increases (from (a) to (c) in Figs. 8 and 9), a complex dynamics invades the entire cell on nearly the whole time period while the stress component highlights the specific evolution described previously. These observations are attributed to an elastic contribution whose propagation information along the radial direction seems to decrease with $ReDe$. The two other contributions $BiDe$ and Bi/Re relate the relative contribution of the plastic yield with elasticity and inertia. In particular, $BiDe \gg 1$ indicate a dominant elastic contribution in the entire cell gap, since γ_c then remains larger than Ω/ω , i.e. the maximum elastic deformation of the gel prior yielding is large compared with the maximum deformation imposed by the inner forcing. Otherwise, plastic yielding can occur in the system, leading to a localized shear band, which first appears in the vicinity of the inner boundary $r = 1$ where the deformation is maximum. In particular, increasing $BiDe$ indicates a longer time scale of elastic deformation close to the inner cylinder prior yield-

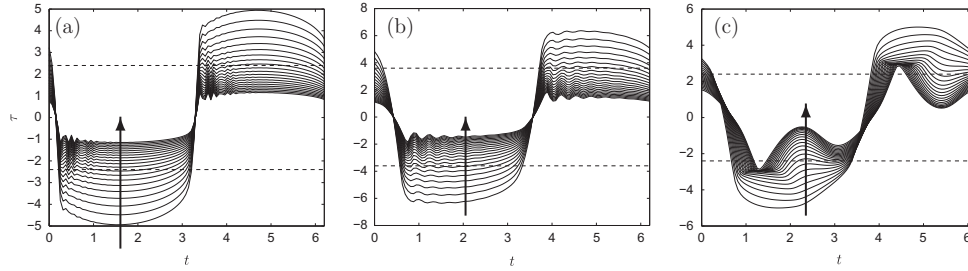


Fig. 9. τ as a function of time t over a period of forcing at different radial position r , obtained from the numerical modeling. Arrows indicate the direction of increasing r from the inner cylinder to the outer cylinder. Parameters set are the same as the ones presented in Fig. 8. Dotted line corresponds to the plastic threshold $\tau_y = \pm \text{Bi}$.

ing, relative to the time scale of the forcing period. This trend is observed in Fig. 8 (third column) where BiDe increases from (a) to (c). On the other hand, Bi/Re gives an indication on the width of the fluid shear region in the vicinity of $r = 1$. In particular, $\text{Bi/Re} \gg 1$ corresponds to a narrow shear zone due to a large contribution of the plastic threshold, while this zone is expected to invade the cell for $\text{Bi/Re} \ll 1$. Once again, this is in accordance with experimental and modeling results shown in Fig. 8, in which the extension of the fluid shear region increases for decreasing Bi/Re ((b)–(a)–(c) in Fig. 8).

A quantitative information which can be extracted from these data is the normalized kinetic energy E_k , which is defined as

$$E_k = \int_0^{2\pi} \int_1^{R_0} u^2(r, t) r dr dt. \quad (11)$$

According to the previous discussion, this quantity is considered in the $(\text{Bi/Re}, \text{BiDe})$ parameter space (see Fig. 10). The amplitude of E_k is here represented by gray levels for both symbols (experiments) and solid lines (numerical modeling), with in particular E_k which increases from light gray to black (see legend in Fig. 10). Note that a given value of BiDe could correspond to different couples (Bi, De) , giving rise to different value of E_k . Values of (Bi, De) used in the numerical modeling for each constant BiDe have therefore been chosen to be consistent with the experimental parameters. The obtained range of variation between experimental parameters and numerical modeling have been shown to be relatively small. Fig. 10 therefore allows to give a first general picture of the kinetic energy in the system over a period of oscillation. One can note that the predicted kinetic energy E_k in the system, using the numerical model, is in quantitative agreement with experimental results in the range of the considered parameters despite the simplicity of the model. Moreover, this figure shows an overall increase of the kinetic energy with increasing BiDe and a maximum for Bi/Re around unity. This trend is associated with an increasing contribution of the elastic energy when BiDe increases for not too small Bi/Re . When Bi/Re becomes large, flow inertia decreases and the resulting kinetic energy decreases with it.

4.4. Elastic waves

To finish with, the dynamics of the elastic front on each half-period, highlighted in Fig. 8, is discussed in the following in term of elastic wave. For this purpose, a purely elastic regime, i.e. below the plastic yield stress τ_y , is considered here. In this case, Eqs. (10a) and (10b) can be reduced to

$$\text{ReDe} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \dot{\gamma}), \quad (12)$$

which in term of the vertical vorticity $\zeta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v)$ can be simplified to the wave equation

$$\text{ReDe} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \nabla^2 \zeta, \quad (13)$$

with $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$, the laplacian operator in cylindrical coordinates. Eq. (13) describes the evolution of an elastic shear wave. Seeking for waves solutions of the form $f(r) \exp(-ist)$, with s the wave frequency, Eq. (13) reduces to a Helmholtz equation, whose solutions can be written as

$$\zeta(r, t) = (A J_0(kr) + B Y_0(kr)) \exp(-ist) + c \cdot c, \quad (14)$$

where A and B are constants which can be found from boundary conditions, k is a spatial wave number such as $c_\phi = s/k = (\text{ReDe})^{-1/2}$. In order to highlight the elastic wave structure which could be encountered in the unsteady Couette configuration, we will focus in the following on the asymptotic expansions for the wave number k of the general solution (14). The aim of the present section is therefore not to give the complete solution of (14) subjected to boundary conditions. First, a large k solution can be found using asymptotic expansion of the Bessel functions [25].

$$\zeta(r, t) \approx \left(A \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cos(kr - \pi/4) + B \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \sin(kr - \pi/4) \right) \exp(-ist) + c \cdot c, \quad (15)$$

which is similar to 1D planar wave solution but with a $r^{-1/2}$ amplitude decrease with the spatial coordinate. Note that the solution for the velocity v could be found in terms of Bessel functions of the form $J_1 kr$ and $Y_1 kr$ which also shows a $r^{-1/2}$ trend for large argument expansion. In the other limit, i.e. when k goes to zero, one obtains [25]

$$\zeta(r, t) \approx \left(A + B \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{kr}{2} + \bar{\gamma} \right) \right) \exp(-ist) + c \cdot c, \quad (16)$$

with $\bar{\gamma} \approx 0.5772$ the Euler-Mascheroni constant. Similar expansions can also be found for the velocity component v , leading to a r^{-1} trend for its wave amplitude along the radial direction. Note that the latter expansion is not expected to be encountered in a confined domain such as the present geometry of the system.

Unfortunately, even if a r dependence is clearly observed with the experimental data, in particular an amplitude decreasing from the inner cylinder to the outer one, it is difficult to confirm, in the state, the power law dependence on r obtained with the asymptotic expansion. Dedicated experiments would probably be necessary to validate the model, and are postponed to a future work. Nevertheless, the velocity of the propagating front c_ϕ can be extracted from the experimental data. In particular, c_ϕ is plotted as a function of ReDe in Fig. 11. Even if data are slightly dispersed, mainly due to the recording rate of the camera, the obtained front propagation clearly highlight a $(\text{ReDe})^{-1/2}$ trend (dotted line in

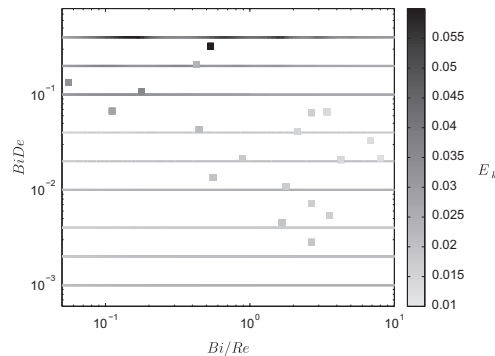


Fig. 10. Kinetic energy E_k in the $(Bi/Re, BiDe)$ plane. Square symbols correspond to the set of experiments while solid lines are obtained from the numerical model. Amplitude of E_k corresponds to the gray level of the different symbols. Constant $BiDe$ lines obtained from numeric modeling correspond to the parameters couples $(Bi, De) = [(1, 10^{-3}), (1, 10^{-2}), (1, 10^{-1}), (2, 10^{-3}), (2, 10^{-2}), (2, 10^{-1}), (4, 10^{-3}), (4, 10^{-2}), (4, 10^{-1})]$ from bottom to top.

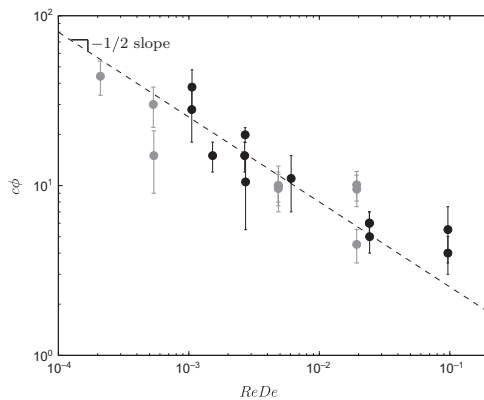


Fig. 11. Velocity of the propagating elastic front c_0 as a function of $ReDe$ for Carbobol A (black dots) and Carbobol B (gray dots). The dotted line corresponds to a $(ReDe)^{-1/2}$ law.

Fig. 11). It therefore confirms the existence of an elastic wave, which propagates from the inner cylinder towards the outer one, showing a $(ReDe)^{-1/2}$ trend in accordance with the relation of dispersion of elastic waves.

5. Conclusion

A PIV method has been developed to measure the velocity field of a Carbobol gel in a large cylindrical Couette cell. Both steady and unsteady sheared flows have been studied by applying a constant angular velocity and an oscillatory angular velocity to the inner cylinder. In the steady state regime, an inverse method has been proposed to extract the rheological properties of the gel from the only velocity profiles of the gel flow. Results obtained with this method have shown to be in good agreement with the rheological parameters obtained with a Thermo-Scientific HAAKE Mars III rheometer. In the unsteady regime, a complex dynamics, which involved elastic and viscous contribution of the gel has been highlighted. Such dynamics has been discussed in terms of the non-dimensional parameters, Bi , Re , De , and to a lesser extent n , by developing different models. In particular, quasi-steady states

models, $Re \ll 1$, can describe both the viscous shear zone in the vicinity of the inner cylinder and the elastic deformation at early stages of the forcing period, when these two contributions are not strongly coupled. Moreover, an elasto-viscoplastic model, based on [6,7], has been developed to account for unsteadiness of the flow. Now, elastic and viscoplastic contributions can coexist in the cell gap. Such model is shown to quantitatively reproduce the dynamics observed in the experiments even for strongly unsteady cases. Moreover, the numerical results emphasize the contribution of the elastic component on the dynamics compared with a localized shear zone which would be obtained for a purely viscoplastic model. Finally, the propagation of the elastic deformation from the inner cylinder to the outer one has been described by an elastic front whose propagation is related to the phase velocity of elastic waves.

Acknowledgements

Authors would like to thank N.J. Balmforth and an anonymous reviewer for very helpful comments on the paper. Authors are grateful for helpful discussions on viscoplastic fluid dynamics with Dominique Anne-Archard, and also for providing the Carbobol. LL and AF thank Sébastien Cazin for support on PIV measurements.

References

- [1] N.J. Balmforth, I.A. Frigaard, G. Ovarlez, Viscoplastic fluids in nature and industry, *Ann. Rev. Fluid Mech.* 46 (1) (2014).
- [2] J. Piau, Carbobol gels: elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges: meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 144 (1) (2007) 1–29.
- [3] H. Tabuteau, D. Sikorski, J.R. de Bruyn, Shear waves and shocks in soft solids, *Phys. Rev. E* 75 (2007) 012201.
- [4] L.-H. Luu, Y. Forterre, Drop impact of yield-stress fluids, *J. Fluid Mech.* 632 (1) (2009) 301–327.
- [5] I. Cheddadi, P. Saramito, F. Graner, Steady Couette flows of elastoviscoplastic fluids are nonunique, *J. Rheol.* 56 (2012) 213.
- [6] P. Saramito, A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 145 (1) (2007) 1–14.
- [7] P. Saramito, A new elastoviscoplastic model based on the Herschel–Bulkley viscoplastic model, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 158 (1–3) (2009) 154–161.
- [8] Y.S. Park, P.L.-F. Liu, Oscillatory pipe flows of a yield-stress fluid, *J. Fluid Mech.* 658 (2010) 211–228.
- [9] J.J. Stickel, J.S. Knutsen, M.W. Liberatore, Response of elastoviscoplastic materials to large amplitude oscillatory shear flow in the parallel-plate and cylindrical-Couette geometries, *J. Rheol.* (1978–present) 57 (6) (2013) 1569–1596.
- [10] G. Ovarlez, S. Rodts, X. Chateau, P. Coussot, Phenomenology and physical origin of shear localization and shear banding in complex fluids, *Rheol. Acta* 48 (8) (2009) 831–844.

- [11] T. Divoux, D. Tamarii, C. Barentin, S. Manneville, Transient shear banding in a simple yield stress fluid, *Phys. Rev. Lett.* 104 (20) (2010) 208301.
- [12] G. Ovarlez, S. Cohen-Addad, K. Krishan, J. Goyon, P. Coussot, On the existence of a simple yield stress fluid behavior, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 193 (2013) 68–79.
- [13] G. Debregeas, H. Tabuteau, J.-M. Di Meglio, Deformation and flow of a two-dimensional foam under continuous shear, *Phys. Rev. Lett.* 87 (17) (2001) 178305.
- [14] P. Coussot, J. Raynaud, F. Bertrand, P. Moucheront, J. Guilbaud, H. Huynh, S. Jarny, D. Lesueur, Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials, *Phys. Rev. Lett.* 88 (21) (2002) 218301.
- [15] C. Gilbreth, S. Sullivan, M. Dennin, Flow transitions in two-dimensional foams, *Phys. Rev. E* 74 (5) (2006) 051406.
- [16] P. Schall, M. van Hecke, Shear bands in matter with granularity, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 42 (1) (2009) 67.
- [17] A. Magnin, J. Piau, Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 36 (1990) 85–108.
- [18] S. Curran, R. Hayes, A. Afacan, M. Williams, P. Tanguy, Properties of Carbopol solutions as models for yield-stress fluids, *J. Food Sci.* 67 (1) (2002) 176–180.
- [19] A.M. Putz, T.I. Burghelca, The solid–fluid transition in a yield stress shear thinning physical gel, *Rheol. Acta* 48 (6) (2009) 673–689.
- [20] A. Magnin, J. Piau, Shear rheometry of fluids with a yield stress, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 23 (1987) 91–106.
- [21] N.J. Balmforth, Y. Forterre, O. Pouliquen, The viscoplastic Stokes layer, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 158 (1) (2009) 46–53.
- [22] A. Fincham, G. Delerce, Advanced optimization of correlation imaging velocimetry algorithms, *Exp. Fluids* 29 (1) (2000) S013–S022.
- [23] P. Coussot, L. Tocquer, C. Lanos, G. Ovarlez, Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids, *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 158 (1–3) (2009) 85–90.
- [24] I. Cheddadi, P. Saramito, C. Raufaste, P. Marmottant, F. Graner, Numerical modelling of foam Couette flows, *Eur. Phys. J. E* 27 (2) (2008) 123–133.
- [25] M. Abramowitz, I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, vol. 55, Courier Dover Publications, 1972.

Bibliographie

- ALSINA, J. M. & CÁ CERES, I. 2011 Sediment suspension events in the inner surf and swash zone. measurements in large-scale and high-energy wave conditions. *Coast. Eng.* **58** (8), 657–670.
- ANCEY, C., ANDREINI, N. & EPELY-CHAUVIN, G. 2013 The dam-break problem for concentrated suspensions of neutrally buoyant particles. *J. Fluid Mech.* **724**, 95–122.
- ANCEY, C., COUSSOT, P. & EVESQUE, P. 1999 A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *J. Rheol.* **43** (6), 1673–1699.
- ARDEKANI, A. M. & RANGEL, R. H. 2008 Numerical investigation of particle–particle and particle–wall collisions in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **596**, 437–466.
- AUSSILLOUS, P., CHAUCHAT, J., PAILHA, M., MÉDALE, M. & GUAZZELLI, E. 2013 Investigation of the mobile granular layer in bedload transport by laminar shearing flows. *J. Fluid Mech.* **736**, 594–615.
- BAINES, P. G. 1995 *Topographic effects in stratified flows*. Cambridge university press.
- BALMFORTH, N. J., CAWTHORN, C. J. & CRASTER, R. V. 2010 Contact in a viscous fluid. part 2. a compressible fluid and an elastic solid. *J. Fluid Mech.* **646**, 339–361.
- BALMFORTH, N. J., CRASTER, R. V., PERONA, P., RUST, A. C. & SASSI, R. 2007 Viscoplastic dam breaks and the bostwick consistometer. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **142** (1-3), 63–78.
- BARNOCKY, G. & DAVIS, R. H. 1988 Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres : experimental verification. *Phys. Fluids* **31** (6), 1324–1329.
- BATES, B. M. & ANCEY, C. 2017 The dam-break problem for eroding viscoplastic fluids. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **243**, 64–78.
- BENJAMIN, T. B. 1968 Gravity currents and related phenomena. *J. Fluid Mech.* **31** (2), 209–248.
- BIGOT, B., BONOMETTI, T., LACAZE, L. & THUAL, O. 2014 A simple immersed-boundary method for solid–fluid interaction in constant-and stratified-density flows. *Comput. Fluids* **97**, 126–142.
- BIRWA, S. K., RAJALAKSHMI, G., GOVINDARAJAN, R. & MENON, N. 2018 Solid-on-solid contact in a sphere-wall collision in a viscous fluid. *Phys. Rev. Fluids* **3** (4), 044302.
- BOTTARO, A. 2019 Flow over natural or engineered surfaces : an adjoint homogenization perspective. *J. Fluid Mech.* **877**.
- BOUGOUIN, A. & LACAZE, L. 2018 Granular collapse in a fluid : Different flow regimes for an initially dense-packing. *Phys. Rev. Fluids* **3** (6), 064305.
- BOUGOUIN, A., LACAZE, L. & BONOMETTI, T. 2017 Collapse of a neutrally buoyant suspension column : from newtonian to apparent non-newtonian flow regimes. *J. Fluid Mech.* **826**, 918–941.

- BUTT, T. & RUSSELL, P. 2000 Hydrodynamics and cross-shore sediment transport in the swash-zone of natural beaches : a review. *J. Coast. Res.* pp. 255–268.
- CASSAR, C., NICOLAS, M. & POULIQUEN, O. 2005 Submarine granular flows down inclined planes. *Phys. Fluids* **17** (10), 103301.
- CAWTHORN, C. J. & BALMFORTH, N. J. 2010 Contact in a viscous fluid. part 1. a falling wedge. *J. Fluid Mech.* **646**, 327–338.
- CHAPLYGIN, S. A. 1903 One case of vortex motion in fluid. *Trans. Phys. Sect. Imperial Moscow Soc. Friends of Natural Sci.* **11** (2), 11–14.
- CHARRU, F., ANDREOTTI, B. & CLAUDIN, P. 2013 Sand ripples and dunes. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **45**, 469–493.
- CHASTEL, T. 2015 Hydrodynamics interactions between a sphere and a textured wall : approach, collision and rebound. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI.
- CHEDDADI, I., SARAMITO, P. & GRANER, F. 2012 Steady couette flows of elastoviscoplastic fluids are nonunique. *J. Rheol.* **56** (1), 213–239.
- COUSSOT, P., TOCQUER, L., LANOS, C. & OVARLEZ, G. 2009 Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **158** (1-3), 85–90.
- CUNDALL, P. A. & STRACK, O. D. L. 1979 A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique* **29** (1), 47–65.
- DA CRUZ, F., EMAM, S., PROCHNOW, M., ROUX, J.-N. & CHEVOIR, F. 2005 Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Phys. Rev. E* **72** (2), 021309.
- DAERR, A. & DOUADY, S. 1999 Sensitivity of granular surface flows to preparation. *EPL-Europhys. Lett.* **47** (3), 324.
- DAVIS, R. H., SERAYSSOL, J.-M. & HINCH, E. J. 1986 The elastohydrodynamic collision of two spheres. *J. Fluid Mech.* **163**, 479–497.
- DAVIS, R. H., ZHAO, Y., GALVIN, K. P. & WILSON, H. J. 2003 Solid–solid contacts due to surface roughness and their effects on suspension behaviour. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A-Math. Phys. Eng. Sci.* **361** (1806), 871–894.
- DEGAETANO, M., LACAZE, L. & PHILLIPS, J. C. 2013 The influence of localised size reorganisation on short-duration bidispersed granular flows. *Eur. Phys. J. E* **36** (4), 36.
- DEVAUCHELLE, O., JOSSEAND, C., LAGRÉE, P.-Y. & ZALESKI, S. 2007 Morphodynamic modeling of erodible laminar channels. *Phys. Rev. E* **76** (5), 056318.
- DREW, D. A. 1983 Continuum modeling of two-phase flows. In *Theory of Dispersed Multiphase Flow*, pp. 173–190. Elsevier.
- EINSTEIN, H. A. 1942 Formulas for the transport of bed sediment. *Transactions of the American Society of Civil Engineers* **107**, 561–574.
- EKMAN, V. W. 1904 On dead water, norwegian north polar expedition 1893-1896. PhD thesis.
- ELFRINK, B. & BALDOCK, T. 2002 Hydrodynamics and sediment transport in the swash zone : a review and perspectives. *Coast. Eng.* **45** (3-4), 149–167.
- ESLER, J. G., RUMP, O. J. & JOHNSON, E. R. 2007 Non-dispersive and weakly dispersive single-layer flow over an axisymmetric obstacle : the equivalent aerofoil formulation. *J. Fluid Mech.* **574**, 209–237.

- FANG, X., TANG, J. & LUO, H. 2007 Granular damping analysis using an improved discrete element approach. *J. Sound Vibr.* **308** (1-2), 112–131.
- FINCHAM, A. M. & SPEDDING, G. R. 1997 Low cost, high resolution dpiv for measurement of turbulent fluid flow. *Exp. Fluids* **23** (6), 449–462.
- FREYDIER, P., CHAMBON, G. & NAAIM, M. 2017 Experimental characterization of velocity fields within the front of viscoplastic surges down an incline. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **240**, 56–69.
- GALVIN, K. P., ZHAO, Y. & DAVIS, R. H. 2001 Time-averaged hydrodynamic roughness of a noncolloidal sphere in low reynolds number motion down an inclined plane. *Phys. Fluids* **13** (11), 3108–3119.
- GOLDHIRSCH, I. & GOLDENBERG, C. 2002 On the microscopic foundations of elasticity. *Eur. Phys. J. E* **9** (3), 245–251.
- GOLICK, L. A. & DANIELS, K. E. 2009 Mixing and segregation rates in sheared granular materials. *Phys. Rev. E* **80** (4), 042301.
- GONDRET, P., LANCE, M. & PETIT, L. 2002 Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Phys. Fluids* **14** (2), 643–652.
- GRAY, J. M. N. T. & THORNTON, A. R. 2005 A theory for particle size segregation in shallow granular free-surface flows. *Proc. R. Soc. A-Math. Phys. Eng. Sci.* **461** (2057), 1447–1473.
- GUAZZELLI, E. & POULIQUEN, O. 2018 Rheology of dense granular suspensions. *J. Fluid Mech.* **852**.
- HOGG, A. J. 2006 Lock-release gravity currents and dam-break flows. *J. Fluid Mech.* **569**, 61–87.
- HOULT, D. P. 1972 Oil spreading on the sea. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **4** (1), 341–368.
- HUPPERT, H. E. 1982 The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface. *J. Fluid Mech.* **121**, 43–58.
- IVERSON, R. M. 2005 Regulation of landslide motion by dilatancy and pore pressure feedback. *J. Geophys. Res.-Earth Surf.* **110** (F2).
- IZARD, E., BONOMETTI, T. & LACAZE, L. 2014 Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **747**, 422–446.
- JACKSON, R. 2000 *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge University Press.
- JANSSON, T. R. N., HASPANG, M. P., JENSEN, K. H., HERSEN, P. & BOHR, T. 2006 Polygons on a rotating fluid surface. *Phys. Rev. Lett.* **96** (17), 174502.
- JEFFREY, D. J. & ONISHI, Y. 1984a Calculation of the resistance and mobility functions for two unequal rigid spheres in low-reynolds-number flow. *J. Fluid Mech.* **139**, 261–290.
- JEFFREY, D. J. & ONISHI, Y. 1984b The forces and couples acting on two nearly touching spheres in low-reynolds-number flow. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* **35** (5), 634–641.
- JIANG, Q. & SMITH, R. B. 2000 V-waves, bow shocks, and wakes in supercritical hydrostatic flow. *J. Fluid Mech.* **406**, 27–53.
- JOHNSON, C. G., KOKELAAR, B. P., IVERSON, R. M., LOGAN, M., LAHUSEN, R. G. & GRAY, J. M. N. T. 2012 Grain-size segregation and levee formation in geophysical mass flows. *J. Geophys. Res.-Earth Surf.* **117** (F1).

- JOHNSON, E. R., ESLER, J. G., RUMP, O. J., SOMMERIA, J. & VILENSKI, G. G. 2006 Orographically generated nonlinear waves in rotating and non-rotating two-layer flow. *Proc. R. Soc. A-Math. Phys. Eng. Sci.* **462** (2065), 3–20.
- JOP, P., FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2006 A constitutive law for dense granular flows. *Nature* **441** (7094), 727.
- JOSEPH, D. D., LUNDGREN, T. S., JACKSON, R. & SAVILLE, D. A. 1990 Ensemble averaged and mixture theory equations for incompressible fluid—particle suspensions. *Int. J. Multiph. Flow* **16** (1), 35–42.
- JOSEPH, G. G. & HUNT, M. L. 2004 Oblique particle–wall collisions in a liquid. *J. Fluid Mech.* **510**, 71–93.
- JOSEPH, G. G., ZENIT, R., HUNT, M. L. & ROSENWINKEL, A. M. 2001 Particle–wall collisions in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.* **433**, 329–346.
- KEMPE, T. & FRÖHLICH, J. 2012 Collision modelling for the interface-resolved simulation of spherical particles in viscous fluids. *J. Fluid Mech.* **709**, 445–489.
- KIM, S. & KARRILA, S. J. 2013 *Microhydrodynamics : principles and selected applications*. Courier Corporation.
- LACAZE, L., FILELLA, A. & THUAL, O. 2015 Steady and unsteady shear flows of a viscoplastic fluid in a cylindrical couette cell. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **220**, 126–136.
- LACAZE, L. & KERSWELL, R. R. 2009 Axisymmetric granular collapse : a transient 3d flow test of viscoplasticity. *Phys. Rev. Lett.* **102** (10), 108305.
- LACAZE, L., PHILLIPS, J. C. & KERSWELL, RICH R. R. 2008 Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Phys. Fluids* **20** (6), 063302.
- LAGRÉE, P.-Y., STARON, L. & POPINET, S. 2011 The granular column collapse as a continuum : validity of a two-dimensional navier–stokes model with a μ (i)-rheology. *J. Fluid Mech.* **686**, 378–408.
- LAJEUNESSE, E., MONNIER, J. B. & HOMSY, G. M. 2005 Granular slumping on a horizontal surface. *Phys. Fluids* **17** (10), 103302.
- LAMB, H. 1924 *Hydrodynamics*. University Press.
- LE DIZÈS, S. & BILLANT, P. 2009 Radiative instability in stratified vortices. *Phys. Fluids* **21** (9), 096602.
- LEWEKE, T. & WILLIAMSON, C. H. K. 1998 Cooperative elliptic instability of a vortex pair. *J. Fluid Mech.* **360**, 85–119.
- LIGHTHILL, J. 1978 *Waves in Fluids*. Cambridge University Press.
- LUBE, G., HUPPERT, H. E., SPARKS, R. S. J. & FREUNDT, A. 2005 Collapses of two-dimensional granular columns. *Phys. Rev. E* **72** (4), 041301.
- MANNEVILLE, S., BÉCU, L. & COLIN, A. 2004 High-frequency ultrasonic speckle velocimetry in sheared complex fluids. *Eur. Phys. J.-Appl. Phys* **28** (3), 361–373.
- MASSELINK, G. & PULEO, J. A. 2006 Swash-zone morphodynamics. *Cont. Shelf Res.* **26** (5), 661–680.
- MATSON, G. P. & HOGG, A. J. 2007 Two-dimensional dam break flows of herschel–bulkley fluids : the approach to the arrested state. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **142** (1-3), 79–94.

- MELESHKO, V. V. & VAN HEIJST, G. J. F. 1994 On chaplygin's investigations of two-dimensional vortex structures in an inviscid fluid. *J. Fluid Mech.* **272**, 157–182.
- MERCIER, M. J., VASSEUR, R. & DAUXOIS, T. 2011 Resurrecting dead-water phenomenon. *Nonlin. Processes Geophys.* **18**, 193–208.
- MIDI, GDR 2004 On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E* **14** (4), 341–365.
- MITTAL, R. & IACCARINO, G. 2005 Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **37**, 239–261.
- MONGRUEL, A. & GONDRET, P. 2020 Viscous dissipation in the collision between a sphere and a textured wall. *J. Fluid Mech.* **896**.
- BRÄNDLE DE MOTTA, J. C., BREUGEM, W.-P., GAZANION, B., ESTIVALEZES, J.-L., VINCENT, S. & CLIMENT, E. 2013 Numerical modelling of finite-size particle collisions in a viscous fluid. *Phys. Fluids* **25** (8), 083302.
- MOUILLERON, H., CHARRU, F. & EIFF, O. 2009 Inside the moving layer of a sheared granular bed. *J. Fluid Mech.* **628**, 229.
- NIELSEN, P. 2002 Shear stress and sediment transport calculations for swash zone modelling. *Coast. Eng.* **45** (1), 53–60.
- NIELSEN, P. & CALLAGHAN, D. 2003 Shear stress and sediment transport calculations for sheet flow under waves. *Coast. Eng.* **47** (3), 347–354.
- NSOM, B. 2000 The dam break problem for a hyperconcentrated suspension. *Appl. Rheol.* **10** (5), 224–230.
- OTTINO, J. M. & KHAKHAR, D. V. 2000 Mixing and segregation of granular materials. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32** (1), 55–91.
- OVARLEZ, G., RODTS, S., RAGOULLIAUX, A., COUSSOT, P., GOYON, J. & COLIN, A. 2008 Wide-gap couette flows of dense emulsions : Local concentration measurements, and comparison between macroscopic and local constitutive law measurements through magnetic resonance imaging. *Phys. Rev. E* **78** (3), 036307.
- PAILHA, M. & POULIQUEN, O. 2009 A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches. *J. Fluid Mech.* **633**, 115–135.
- PESKIN, C. S. 1977 Numerical analysis of blood flow in the heart. *J. Comput. Phys.* **25** (3), 220–252.
- PESKIN, CHARLES S 2002 The immersed boundary method. *Acta Numer.* **11**, 479–517.
- PIAU, J.-M. & DEBIANE, K. 2005 Consistometers rheometry of power-law viscous fluids. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **127** (2-3), 213–224.
- COURRECH DU PONT, S., GONDRET, P., PERRIN, B. & RABAUD, M. 2003 Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.* **90** (4), 044301.
- PÖSCHEL, T. & SCHWAGER, T. 2005 *Computational granular dynamics : models and algorithms*. Springer Science & Business Media.
- RABAUD, M. & MOISY, F. 2013 Ship wakes : Kelvin or mach angle? *Phys. Rev. Lett.* **110** (21), 214503.
- RIBBERINK, J. S., VAN DER WERF, J. J., O'DONOGHUE, T. & HASSAN, W. N. M. 2008 Sand motion induced by oscillatory flows : Sheet flow and vortex ripples. *J. Turbul.* (9), N20.

- RITTER, A. 1892 Die fortpflanzung der wasserwellen. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* **36** (33), 947–954.
- RONDON, L., POULIQUEN, O. & AUSSILLOUS, P. 2011 Granular collapse in a fluid : role of the initial volume fraction. *Phys. Fluids* **23** (7), 073301.
- ROUX, S. & RADJAI, F. 1998 Texture-dependent rigid-plastic behavior. In *Physics of dry granular media*, pp. 229–236. Springer.
- SAFFMAN, P. G. 1992 *Vortex dynamics*. Cambridge university press.
- SARAMITO, P. 2009 A new elastoviscoplastic model based on the herschel–bulkley viscoplastic model. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **158** (1-3), 154–161.
- SAVAGE, S. B. & HUTTER, K. 1989 The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.* **199**, 177–215.
- SEIZILLES, G., DEVAUCHELLE, O., LAJEUNESSE, E. & MÉTIVIER, F. 2013 Width of laminar laboratory rivers. *Phys. Rev. E* **87** (5), 052204.
- SHÄFER, J., DIPPEL, S. & WOLF, D. E. 1996 Force schemes in simulations of granular materials. *J. Phys. I* **6** (1), 5–20.
- SHARIFIPOUR, M. & DANO, C. 2006 Effect of grains roughness on waves velocities in granular packings. In *First Euro Mediterranean in Advances on Geomaterials and Structures*.
- SIEBERT, L. 1984 Large volcanic debris avalanches : characteristics of source areas, deposits, and associated eruptions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **22** (3-4), 163–197.
- SIMPSON, J. E. 1982 Gravity currents in the laboratory, atmosphere, and ocean. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **14** (1), 213–234.
- SMITH, R. B. 1979 The influence of mountains on the atmosphere. In *Adv. Geophys.*, , vol. 21, pp. 87–230. Elsevier.
- STANSBY, P. K., CHEGINI, A. & BARNES, T. C. D. 1998 The initial stages of dam-break flow. *J. Fluid Mech.* **374**, 407–424.
- STARON, L. & HINCH, E. J. 2005 Study of the collapse of granular columns using two-dimensional discrete-grain simulation. *J. Fluid Mech.* **545**, 1–27.
- STEVENSON, T. N. & THOMAS, N. H. 1969 Two-dimensional internal waves generated by a travelling oscillating cylinder. *J. Fluid Mech.* **36** (3), 505–511.
- SUTHERLAND, B. R. & LINDEN, P. F. 1998 Internal wave excitation from stratified flow over a thin barrier. *J. Fluid Mech.* **377**, 223–252.
- TANNER, R. I. & DAI, S. 2016 Particle roughness and rheology in noncolloidal suspensions. *J. Rheol.* **60** (4), 809–818.
- THOMPSON, E. L. & HUPPERT, H. E. 2007 Granular column collapses : further experimental results. *J. Fluid Mech.* **575**, 177.
- TRULSSON, M., ANDREOTTI, B. & CLAUDIN, P. 2012 Transition from the viscous to inertial regime in dense suspensions. *Phys. Rev. Lett.* **109** (11), 118305.
- TURNER, I. L., RUSSELL, P. E. & BUTT, T. 2008 Measurement of wave-by-wave bed-levels in the swash zone. *Coast. Eng.* **55** (12), 1237–1242.

- VOUSDOKAS, M. I., RANASINGHE, R., MENTASCHI, L., PLOMARITIS, T. A., ATHANASIOU, P., LUIJENDIJK, A. & FEYEN, L. 2020 Sandy coastlines under threat of erosion. *Nat. Clim. Chang.* **10** (3), 260–263.
- WU, J.-Z., MA, H.-Y. & ZHOU, M.-D. 2007 *Vorticity and vortex dynamics*. Springer Science & Business Media.
- ZHANG, D. Z. & PROSPERETTI, A 1994 Averaged equations for inviscid disperse two-phase flow. *J. Fluid Mech.* **267**, 185–219.