



**HAL**  
open science

# Méthodologie de commande de vibrations multimodales par modulation-démodulation synchrone : application au retour tactile "multi-touch"

Anis Kaci

## ► To cite this version:

Anis Kaci. Méthodologie de commande de vibrations multimodales par modulation-démodulation synchrone : application au retour tactile "multi-touch". Energie électrique. Université de Lille, 2020. Français. NNT : 2020LILUI025 . tel-04404545

**HAL Id: tel-04404545**

**<https://hal.science/tel-04404545>**

Submitted on 19 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Méthodologie de commande de vibrations multimodales par modulation-démodulation synchrone : application au retour tactile "multi-touch"

Thèse de doctorat de l'Université de Lille  
préparée au Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance

École doctorale des Sciences Pour l'ingénieur (EDSPI72)  
Spécialité de doctorat : Génie électrique

Thèse présentée et soutenue le 28/09/2020, par

**ANIS KACI**

Composition du Jury :

Yves BERNARD Professeur, Polytech Paris-Sud	Examineur
Micky RAKOTONDRABE Professeur, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes	Rapporteur
François PIGACHE MCF, Institut National Polytechnique de Toulouse ENSEEIHT	Rapporteur
Frédéric GIRAUD MCF, Université de Lille	Directeur de thèse
Betty LEMAIRE-SEMAIL Professeur, Université de Lille	Co-directrice de thèse
Christophe GIRAUD-AUDINE MCF, École nationale supérieure des Arts et Métiers de Lille	Co-Encadrant



# Résumé

Inclure un nouveau type de retour d'informations dans les interfaces homme-machine peut être intéressant pour les utilisateurs. En plus du retour audiovisuel, l'intégration d'un retour tactile sur un clavier virtuel par exemple permet d'augmenter la vitesse de frappe et la précision des utilisateurs. Il existe une méthode permettant de produire des sensations tactiles localisées sur une plaque mince en excitant les modes de la structure. Pour cela, il est nécessaire d'assurer un régime transitoire bien précis pour chacun des modes contrôlés, ceci en dépit des différentes sources de perturbation. L'objectif de cette thèse est d'améliorer la robustesse de ce type de dispositif à retour tactile grâce au contrôle en boucle fermée. La méthodologie proposée dans cette thèse consiste donc à commander en boucle fermée l'amplitude et la phase d'un mode de vibration en utilisant un contrôle par modulation-démodulation. Nous proposons un modèle dynamique d'un mode de vibration dans la base démodulée et nous établissons une approche systématique pour le calcul des gains du contrôleur en nous basant sur la commande Linéaire Quadratique. Nous développons une méthode basée sur le filtrage modal pour la généralisation du contrôle par modulation-démodulation pour le cas d'un contrôle multimodal. Cette méthode de filtrage consiste à exploiter les propriétés spatiales et fréquentielles des modes pour reconstruire les coordonnées modales des différents modes contrôlés, où chaque mode possède son propre bloc de contrôle par modulation-démodulation. Nous appliquons et validons expérimentalement les techniques proposées sur le cas d'une poutre en aluminium et puis nous étendons le concept sur le cas d'une plaque mince en verre.



# Abstract

Including a new type of feedback in human-machine interfaces can be interesting for users. In addition to the audiovisual feedback, the integration of a tactile feedback on a virtual keyboard for example allows to increase the typing speed and accuracy of the users. There is a method to produce localized tactile sensations on a thin plate by exciting the modes of the structure. To achieve this, it is necessary to ensure a precise transient state for each of the controlled modes, despite the different sources of disturbance. The objective of this thesis is to improve the robustness of this type of tactile feedback device by using closed-loop control. The methodology proposed in this thesis consists in controlling in closed loop the amplitude and the phase of a vibration mode using a modulated-demodulated control. We propose a dynamical model of a vibration mode in the demodulated base and we establish a systematic approach for calculating the controller gains based on the Linear Quadratic Regulator. We develop a method based on modal filtering for the generalization of modulation-demodulation control in the case of multimodal control. This filtering method exploits the spatial and frequency properties of the modes to reconstruct the modal coordinates of the different controlled modes, where each mode has its own modulated-demodulated control block. We apply and validate experimentally the techniques proposed on the case of an aluminum beam and then we extend the concept on the case of a thin glass plate.



# Remerciements

Ce manuscrit est le résultat de trois années de travail au sein du L2EP. Je tiens par cette occasion à faire part de mes vifs remerciements à tous ceux qui ont collaboré à la réalisation de ce travail.

Tout d'abord, je souhaite remercier mes encadrants, Christophe Giraud-Audine, Frédéric Giraud et Betty Lemaire-Semail, pour leur disponibilité, leur conseils judicieux et remarques constructives.

Je remercie chaleureusement Michel Amberg ingénieur de recherche, pour toute l'aide aux problèmes techniques qu'il m'a apportée, ainsi que pour toutes les notions que j'ai pu apprendre grâce à lui.

Je remercie également le Pr.Olivier Thomas de L'ENSAM pour m'avoir permis d'utiliser le vibromètre laser à balayage du LISPEN, ainsi que pour l'aide qu'il m'a apporté pour l'identification de la plaque tactile.

Je tiens à remercier les membres du jury - le Pr.Yves Bernard, le Pr.Micky Rakotondrabe et le Dr.François Pigache - de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'évaluer mon travail de thèse.

Je remercie chaleureusement toute ma famille pour tout le soutien qu'elle m'a apporté, ainsi que mes collègues pour tous leurs conseils et pour l'ambiance de travail agréable et sympathique.





# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction . . . . .	4
1.2 Le sens du toucher . . . . .	5
1.3 Dispositifs haptiques . . . . .	6
1.4 Dispositifs à retour de force . . . . .	8
1.5 Stimulation tactile par déformation de surface . . . . .	9
1.6 Stimulation tactile par modulation de frottement . . . . .	11
1.6.1 Stimulation par électro-adhésion . . . . .	12
1.6.2 Modulation par ondes acoustiques de surface (SAW) . . . . .	13
1.6.3 Stimulation par contact intermittent . . . . .	14
1.6.4 Avantages et inconvénients . . . . .	17
1.7 Stimulation vibrotactile . . . . .	18
1.7.1 Stimulation vibrotactile globale . . . . .	18
1.7.2 Stimulation vibrotactile localisée . . . . .	19
1.7.3 Avantages et inconvénients . . . . .	22
1.8 Principe de superposition multimodale . . . . .	25
1.9 Conclusion . . . . .	31
<b>2 Contrôle par modulation-démodulation d'un mode vibratoire</b>	<b>34</b>
2.1 Introduction . . . . .	34
2.2 Modélisation dynamique . . . . .	36
2.2.1 Modèle dynamique d'une plaque . . . . .	36
2.2.2 Représentation d'état dans la base démodulée . . . . .	38
2.2.3 Normalisation du modèle . . . . .	41

2.2.4	Comportement dynamique d'un oscillateur harmonique sous-amorti . . . . .	42
2.3	Conception générique d'un contrôleur dans la base démodulée . . . . .	44
2.3.1	D'une commande à retour d'état à un régulateur PID multivariables . . . . .	44
2.3.2	Approche systématique pour le calcul des paramètres du correcteur . . . . .	46
2.4	Validation expérimentale . . . . .	53
2.4.1	Identification des paramètres du système . . . . .	54
2.4.2	Implémentation du correcteur . . . . .	56
2.4.3	Résultats expérimentaux . . . . .	57
2.5	Application à la mesure de la force acoustique . . . . .	60
2.5.1	Modèle d'interaction . . . . .	61
2.5.2	Procédure expérimentale . . . . .	62
2.5.3	Résultats . . . . .	63
2.6	Conclusion . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Contrôle multimodale</b>	<b>66</b>
3.1	Introduction . . . . .	66
3.1.1	Expression de la difficulté du passage d'un mode à $n_m$ modes de vibration	66
3.1.2	Présentation du dispositif expérimental . . . . .	71
3.2	Méthodologie de filtrage spatial et fréquentiel dans le cas d'un contrôle par modulation-démodulation . . . . .	73
3.2.1	Filtrage spatial . . . . .	73
3.2.2	Filtrage fréquentiel . . . . .	77
3.2.3	Critère de sélection des capteurs . . . . .	79
3.2.4	Application sur le dispositif expérimental . . . . .	85
3.3	Focalisation de champs de vitesses arbitraires en boucle fermée . . . . .	90
3.3.1	Contrôle en boucle fermée des modes . . . . .	90
3.3.2	Génération des références dans la base démodulée . . . . .	91
3.3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	96
3.4	Conclusion . . . . .	100
<b>4</b>	<b>Conception et commande en vibration d'une plaque tactile</b>	<b>101</b>
4.1	Introduction . . . . .	101
4.2	Conception de la plaque . . . . .	101

4.2.1	Modèle de la plaque . . . . .	102
4.2.2	Définition des références spatiales . . . . .	103
4.2.3	Réduction du modèle . . . . .	107
4.2.4	Placement des céramiques . . . . .	109
4.3	Attribution des céramiques . . . . .	112
4.4	Sélection des moteurs . . . . .	114
4.5	Sélection des capteurs . . . . .	117
4.6	Mise en œuvre de la plaque . . . . .	119
4.7	Validations des procédures de sélection . . . . .	121
4.7.1	Validation de la sélection des actionneurs . . . . .	121
4.7.2	Validation de la sélection des capteurs . . . . .	122
4.8	Application du contrôle en boucle fermée . . . . .	123
4.9	Robustesse de la commande à une perturbation exogène . . . . .	124
4.10	Génération de champ de vitesse localisé . . . . .	127
4.11	Conclusion . . . . .	133
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>133</b>
	<b>A Mise en œuvre de la modulation-démodulation</b>	<b>137</b>

# Glossaire

DSP	Digital Signal Processor
LQ	Linéaire Quadratique
PI	Proportionnel Intégral
PID	Proportionnel Intégral Dérivé
$n_m$	nombre de modes
$n_l$	nombre de couples de modes
$n_c$	nombre de capteurs
$n_{cu}$	nombre de capteurs utilisables
$n_p$	nombre de période d'intégration pour la démodulation
$n_a$	nombre d'actionneurs
$k$	indice du mode de vibration
$l$	indice de l'actionneur
$m$	indice du capteur
$w$	déplacement hors plan
$\psi^{(k)}$	déformée modale de mode $k$
$\eta^{(k)}$	amplitude modale ou coordonnée modale du mode $k$
$f^{(k)}$	effort de commande généralisé sur un mode $k$
$f_a^{(l)}$	effort de commande appliqué sur l'actionneur $l$
$v^{(k)}$	tension de commande
$w_c^{(m)}$	déformation mesurée par le capteur $m$
$\omega_n^{(k)}$	pulsation naturelle non-amortie du mode $k$
$\omega_r^{(k)}$	pulsation de résonance du mode $k$
$\omega$	pulsation angulaire
$\xi^{(k)}$	coefficient d'amortissement du mode $k$
$g^{(k)}$	gain électromécanique du mode $k$

$s$	variable de Laplace
$z$	variable complexe $z = e^{sT_s}$ , où $T_s$ est la période d'échantillonnage
$j$	variable complexe ( $j = \sqrt{-1}$ )
$\nabla$	Opérateur bi-harmonique
$x$	vecteur d'état
$u$	vecteur de commande
$y$	vecteur de sortie
$A$	Matrice d'état
$B$	Matrice de commande
$C$	Matrice d'observation
$H_d$	composante réelle (directe) de l'amplitude modale
$H_q$	composante imaginaire (en quadrature) de l'amplitude modale
$U_d$	composante réelle (directe) de la vitesse modale
$U_q$	composante imaginaire (en quadrature) de la vitesse modale
$F_d$	composante réelle (directe) de l'effort de commande
$F_q$	composante imaginaire (en quadrature) de l'effort de commande
$V_d$	composante réelle (directe) de la tension de commande
$V_q$	composante imaginaire (en quadrature) de la tension de commande
$\theta^{(k)}$	angle de vibration ( $\theta^{(k)} = \omega_n^{(k)} t$ )
$\Omega^{(k)}$	fréquence relative ( $\Omega^{(k)} = \omega / \omega_n^{(k)}$ )
$\lambda$	valeur propre du système
$t_m$	temps de montée
$\tau$	constante de temps
$\alpha^{(k)}$	facteur d'accélération de la boucle fermée
$Q$	matrice de réglage associée au vecteur d'état
$R$	matrice de réglage associée au vecteur de commande
$q_p$	pondération associée aux états ( $\tilde{H}_{nd}, \tilde{H}_{nq}$ )
$q_i$	pondération associée aux intégrales des composantes ( $\tilde{H}_{nd}, \tilde{H}_{nq}$ )

$\phi_a^{(k,l)}$	facteur de participation de l'actionneur $l$ au mode $k$
$\phi_c^{(m,k)}$	facteur de couplage du mode $k$ avec le capteur $m$
$\Phi_c$	matrice des gains de mesures
$\Phi_a$	matrice des gains d'actionnements
$d^{(k,m)}$	coefficient de découplage associé au capteur $m$ pour la mesure du mode $k$
$\mathbf{D}$	matrice du filtrage spatial globale
$G_{eq}(\Omega)$	Module de la réponse fréquentielle du filtre fréquentiel équivalent
$G_{de}(\Omega)$	Module de la réponse fréquentielle de l'opérateur de démodulation
$G_{pb}(\Omega)$	Module de la réponse fréquentielle du filtre passe-bande
$\xi_{pb}$	coefficient d'amortissement du filtre passe-bande
$\Delta_c$	ensemble donné de combinaison de capteurs
$\Delta_a$	ensemble donné de combinaison d'actionneurs
$\Gamma$	ensemble de couples de modes
$s_{su}$	critère de sélection : pourcentage de signal utile
$s_{ir}$	critère de sélection : pourcentage d'information retenue
$s_m$	critère de mesurabilité ( $s_m = s_{su}s_{ir}$ )
$O$	matrice de séparabilité
$\kappa^{(k)}$	facteur d'accélération de la référence
$\zeta^{(k)}$	enveloppe de la référence
$\dot{w}_f^*$	champs de vitesses de référence à l'instant de focalisation
$\dot{\eta}_f^{*(k)}$	vitesse modale de référence à l'instant de focalisation
$\dot{\eta}^{*(k)}$	vitesse modale de référence
$\mathbf{C}_{ff}^{(k)}$	matrice de transfert du feedforward
$\mathbf{C}_{fb}^{(k)}$	matrice de transfert du correcteur en boucle fermée





# Introduction générale

Les écrans tactiles sont de plus en plus répandus dans les dispositifs électroniques que nous utilisons au quotidien, comme les smartphones, les ordinateurs et les tableaux de bord des voitures. Cette tendance a été induite par la nécessité d'intégrer plusieurs interfaces distinctes sur un medium unique. Un seul écran équipant une voiture, par exemple, peut indifféremment comporter des interfaces pour la navigation GPS, la sélection de la musique, ainsi que la gestion des appels téléphoniques. Cependant, ces écrans, bien qu'offrant une grande souplesse, sont dénués de retour tactile que des interfaces équivalentes constituées de contrôles physiques auraient fournis. La conséquence est une mobilisation supplémentaire de la vue pour localiser et actionner ces objets virtuels, ce qui a clairement une incidence sur la sécurité des conducteurs.

C'est dans le but de rendre l'utilisation de ces interfaces moins dépendantes du sens de la vue, que des chercheurs ont proposé de simuler les propriétés de surfaces réelles en utilisant des stimulateurs tactiles. Ces dispositifs permettent de simuler des textures ou des reliefs fins, en contrôlant la force de frottement entre la pulpe du doigt et la surface de l'écran. Cependant, ces technologies de stimulation nécessitent par principe que le doigt glisse sur la surface actionnée ; par conséquent, elles ne conviennent pas à la simulation de boutons. D'autres méthodes exploitent les propriétés mécaniques des structures pour la génération locale de déformation sur la surface active. Leur avantage est que contrairement aux dispositifs basés sur le contrôle du frottement, la stimulation tactile est ressentie même si le doigt reste immobile. De plus, elle est localisée à un endroit de l'écran, rendant possible une interaction à plusieurs doigts. Cependant, l'inconvénient avec ces méthodes est leur sensibilité aux facteurs environnementaux, comme la température ambiante ou la présence du doigt sur la surface.

Cette remarque est en opposition avec le point de vue industriel, pour lequel un dispositif à retour tactile est acceptable seulement s'il est en capacité de produire une sensation homogène parmi les utilisateurs, d'être robuste vis à vis des facteurs environnementaux, sans devoir nécessiter des composants onéreux ou encombrants. L'objectif de cette thèse est donc de proposer une

solution de contrôle, afin d'améliorer la robustesse de ces méthodes de stimulation, tout en ayant des contraintes technologiques sur le matériel déployé. Nous reprendrons à cet effet la méthode de superposition modale, consistant à combiner les modes propres de vibration d'une structure de sorte à maximiser l'énergie cinétique à un instant défini et en un point donné de cette structure. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer un contrôle du régime transitoire bien précis, pour chacun des modes de vibration, de façon à obtenir après un temps donné une composition des vitesses de chaque mode telle qu'elle permettent d'obtenir une répartition contrastée du champ de vitesse résultant. Pour des raisons d'efficience, chaque mode est excité à sa propre fréquence de résonance et donc pour produire l'effet voulu, il faut assurer que toutes les vitesses modales soient synchronisées, et qu'idéalement elles atteignent chacune leur maximum au même instant. Cette thèse prend en compte cette contrainte, en proposant une méthodologie de commande de vibrations multimodales pour le contrôle de l'amplitude et de la phase de chaque mode propre de la structure.

Ce manuscrit s'organise en quatre chapitres. Le premier chapitre introduit la problématique traitée dans cette thèse. Les différents dispositifs haptiques sont présentés et comparés. La méthode de superposition modale est décrite, ainsi que la problématique et les objectifs de cette thèse.

Le deuxième chapitre traite de la commande par modulation-démodulation d'un mode de vibration, excité à sa fréquence de résonance. En effet, cette stratégie de commande permet par une transformation de traiter indépendamment l'amplitude et la phase d'une vibration. Un modèle décrivant la dynamique d'un mode dans sa base démodulée sera tout d'abord proposé. Par la suite, la normalisation de ce modèle permettra de concevoir une méthode systématique pour le calcul des paramètres du correcteur en se basant sur la commande Linéaire Quadratique.

Le troisième chapitre sera consacré au déploiement de cette commande pour réaliser sur un dispositif simple une première démonstration de focalisation. Dans le cadre du contrôle simultané de plusieurs modes, il est important qu'un contrôleur n'interagisse qu'avec le mode qui lui est assigné. Cela implique que sa bande passante soit limitée dans la bande de fréquence du mode concerné, et que dans la procédure de démodulation, les vibrations d'autres modes soient aussi atténués que possible. Le filtrage est donc un élément important de la réussite de la commande, et il sera proposé de combiner deux types de filtrage, spatial et fréquentiel, pour conférer une sélectivité suffisante dans une bande de fréquence donnée. De plus, pour pallier le faible nombre de mesures disponibles pour le filtrage spatial, une procédure d'optimisation concernant la sélection

des céramiques sera établie. Une stratégie de commande basée sur le contrôle par modulation-démodulation, permettant la génération de déformations arbitraires sera ensuite développée.

Le quatrième chapitre est dédié à la conception et à la commande d'une dalle tactile. Ce dispositif augmente la complexité de la conception et de la commande pour deux raisons : 1) la densité de mode est telle que leur distance fréquentielle peut être faible ; 2) le centre de la plaque doit rester dégagé pour l'affichage d'un écran, réduisant les possibilités de placement des céramiques. Le premier point pose le problème du spillover, c'est à dire l'excitation involontaire de modes voisins par la commande conduisant à l'instabilité. Le second est plus un problème de conception à savoir déterminer la localisation des céramiques de façon à maximiser leur couplage avec un mode. Compte tenu du nombre limité de céramiques et des contraintes d'encombrement, il ne peut s'agir que d'un compromis qui nécessitera la mise en place d'une optimisation. Cette plaque sera utilisée pour une focalisation simple en utilisant quatre modes de vibration. La robustesse de la commande proposée sera alors validée expérimentalement.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Introduction

Grâce au sens du toucher, nous sommes capables d'interagir avec les différents objets du quotidien, de sentir leur chaleur, forme, rigidité ou même des propriétés plus fines comme la rugosité ou la texture. Le sens du toucher et la manipulation d'objets font partie d'une branche de la science intitulée *haptique*. Le toucher implique également comme pour les autres sens, des récepteurs qui transforment des stimulations mécaniques de la peau en signaux électriques. Ces récepteurs sont particulièrement présents au niveau de la paume de la main ou sur les bouts des doigts.

Les écrans tactiles deviennent de plus en plus présents dans la vie quotidienne. Ils sont intégrés dans les téléphones portables, les ordinateurs et servent également d'interface de commande dans les voitures. Ils ont l'avantage de combiner la fonction d'affichage et celle d'un dispositif de pointage. Cependant, la limitation du retour haptique cause des problèmes de précision et d'efficacité [1]. Pour cela, diverses technologies ont été développées ces dernières années par les chercheurs afin de pallier ce problème. Chaque technologie présente ses avantages et ses inconvénients, son champ d'applications et ses limitations.

Ce chapitre aborde en premier lieu l'aspect anatomique et physiologique du toucher. Ensuite les différentes technologies à retour haptique seront présentées et comparées, avec en particulier celles qui sont applicables sur des écrans tactiles. Puis, la technologie sur laquelle se base cette thèse sera présentée en détail. Finalement, une conclusion viendra clore ce chapitre

## 1.2 Le sens du toucher

Comme la vue et de l'ouïe, le toucher est un sens qui est très sollicité au quotidien. Il nous permet d'interagir avec le monde extérieur par le contact de la peau avec la surface des objets manipulés. Le transfert des informations de contact est possible grâce à des cellules réceptrices présentes sur toute la surface de la peau. C'est ce qui nous permet par exemple de tenir une tasse à café avec juste assez de force pour qu'elle ne glisse pas [2], ceci sans même devoir regarder la tasse ; ou de reconnaître la forme d'un interrupteur quand il fait noir la nuit ; ou bien de reconnaître la matière juste en tâtant un tissu (coton, velours, polyester). Klatzy et Reed [3] ont réalisé un classement des mouvements exploratoires que l'on effectue afin d'encoder les propriétés des surfaces et des objets : un mouvement latéral permet de sentir la texture d'une surface, ceci à travers des forces de cisaillement appliquées sur la peau ; l'application d'une pression pour déformer ou tordre un objet permet de sentir sa dureté ; sentir la température via un contact statique ; tenir un objet pour mesurer son poids ; envelopper l'objet dans la main pour sentir sa forme globale ou bien suivre les contours d'un objet pour avoir sa forme exacte.

Les cellules responsables de cette perception tactile sont appelées mécanorécepteurs. Ils sont au nombre de quatre (Meissner , Merkel , Ruffini, Pacini) [4], et chaque type a des propriétés différentes. Les mécanorécepteurs jouent le rôle de transducteurs mécano-électriques qui transforment des informations mécaniques ( pression, vibration ou cisaillement) en impulsions nerveuses qui sont transmises au cerveau. Les différentes parties des mécanorécepteurs sont montrés sur la figure (1.1). Ils sont classés selon leur bande-passante fréquentielle (FA pour Fastly Adaptive et SA pour Slowly Adaptive) et leur densité spatiale [5, 6, 7, 8, 9] :

- Les corpuscules de Meissner (FA I) : sont localisés entre le derme et l'épiderme, avec une densité de 140 unités par  $\text{cm}^2$ , ils ont un faible champ réceptif (d'où le type I) ce qui leur permet de fournir une localisation spatiale précise du stimulus. Ils sont par contre insensibles à la déformation statique et aux vibrations de basses fréquences. Leur sensibilité fréquentielle est comprise entre 10 Hz et 100 Hz. Ils captent par exemple les vibrations d'un objet saisi qui glisse contre la peau, ce qui permet d'ajuster la force de maintien.
- Les corpuscules de Pacini (FA II) : sont localisés également dans le derme profond, avec une densité de 30 unités par  $\text{cm}^2$ . Ils ont un large champ réceptif (type II) et leur zone de sensibilité fréquentielle est comprise entre 40 Hz et 1 kHz . Ce sont les mécanorécepteurs qui sont principalement responsables de la détection de vibrations, particulièrement quand celles ci sont étendues spatialement.

- Les disques de Merkel (SA I) : sont localisés entre le derme et l'épiderme, avec une densité de 70 unités par  $\text{cm}^2$ . Ils ont un champ réceptif plus restreint que les corpuscules de Meissner. Ils sont responsables de la détection des stimulations statiques, des vibrations de très basse fréquence 0 – 3Hz, des textures grossières ou bien des courbures des objets.
- Les corpuscules Ruffini (SA II) : sont localisés dans le derme, avec une très faible densité spatiale de 10 unités par  $\text{cm}^2$ . Ils ont un champ réceptif très large (type II). Ils sont particulièrement sensibles au cisaillement de la peau et au glissement d'objet contre la peau.

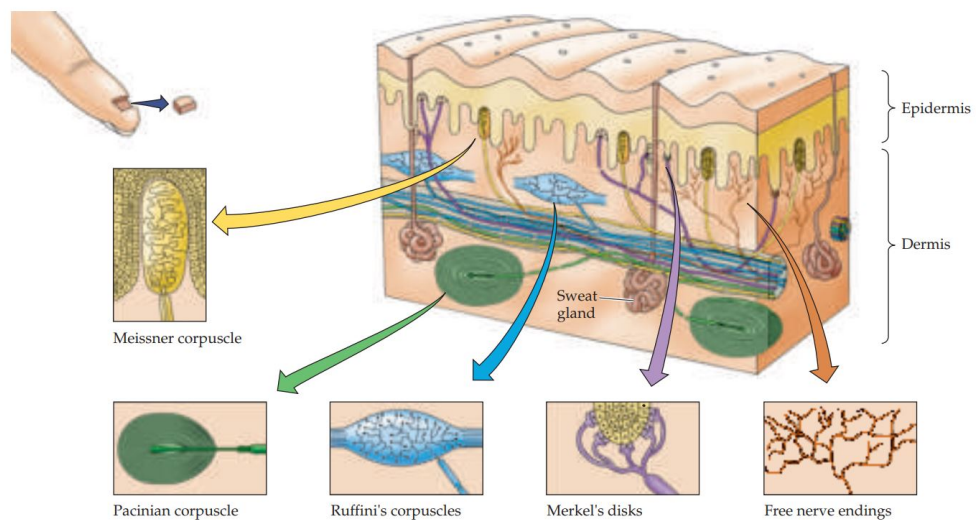


FIGURE 1.1 – Quatre types de mécanorécepteurs dans la peau humaine [4]

Ainsi, le sens du toucher dispose-t-il de nombreux mécanorécepteurs différents, répartis sur la peau. À l'instar des écrans ou des enceintes, qui permettent de stimuler la vue ou l'ouïe, les chercheurs ont développés des solutions qui permettent de stimuler le sens du toucher. Ces dispositifs sont présentés dans le paragraphe suivant.

### 1.3 Dispositifs haptiques

De nos jours, les interfaces homme-machine procurent une stimulation audio-visuelle haute fidélité : les images animées sont disponibles en haute résolution ou en 3D, tandis que le son est stéréo voire en 3D. Afin d'améliorer ces interfaces, les chercheurs tentent de passer du toucher inexistant (avec mains flottantes en réalité virtuelle par exemple) ou binaire (toucher ou ne pas toucher un écran) à un toucher plus réaliste, en simulant les différents aspects tactiles des objets.

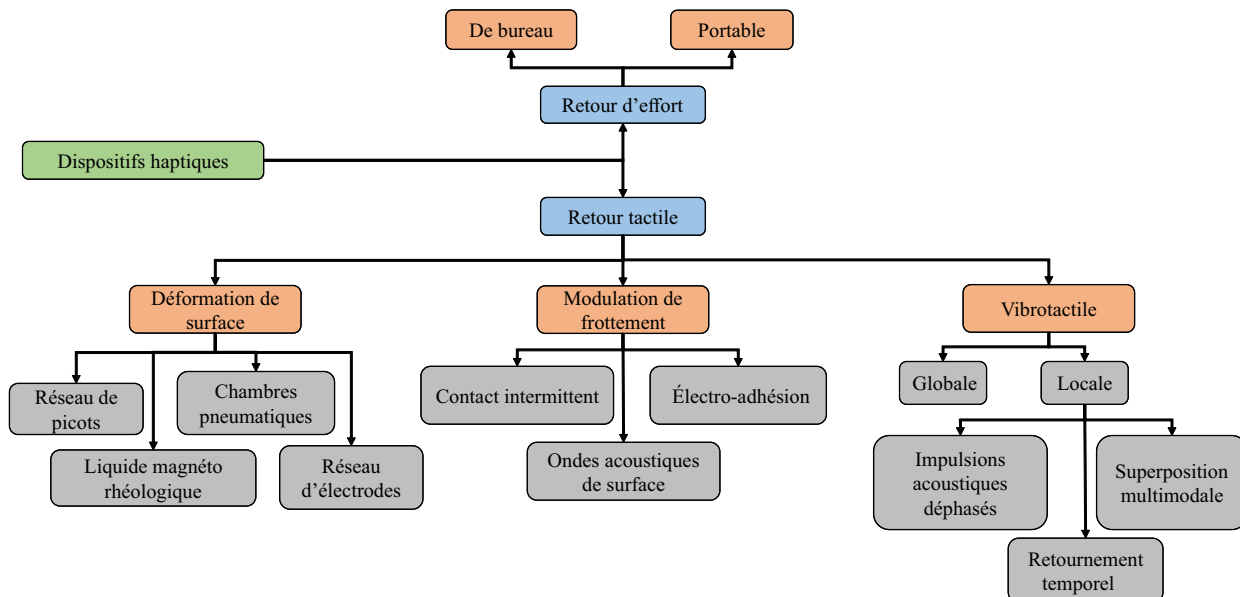


FIGURE 1.2 – Classification des dispositifs haptiques, adapté de [10]

Il existe deux catégories de sensation haptique : retour d'effort (kinesthésique) et retour tactile (cutané). Le retour d'effort est lié à la reproduction des forces comme le poids, l'élasticité ou l'inertie. Le retour tactile concerne la perception des surfaces à travers les mécanorécepteurs de la peau, comme la texture ou la rugosité par exemple. Wang et al [10] ont proposé un classement des dispositifs haptiques en vue d'une application en réalité virtuelle. Nous allons nous baser sur leur travaux pour réaliser un classement orienté vers une application sur des grandes surfaces, comme des écrans tactiles. Les dispositifs haptiques sont classés selon la figure (1.2), ce diagramme est construit sur la base des méthodes permettant de produire un retour haptique.

La première famille concerne les dispositifs pouvant produire un retour de force et font donc intervenir les muscles, les tendons et les articulations du bras. Ces dispositifs peuvent être portés sous forme d'un exosquelette ou posés sur un bureau. Ils sont principalement utilisés dans les environnements de réalité virtuelle/augmentée, pour la télé-manipulation ou la simulation.

La seconde famille de dispositifs produit des sensations plus subtiles en stimulant les mécanorécepteurs. Les chercheurs se sont principalement intéressés au développement de ces technologies depuis l'expansion du marché des dispositifs portables et des écrans tactiles, avec le besoin de compenser le manque de retour tactile sur ce type d'appareils. Il est possible de classer les dispositifs appartenant à cette famille selon leur action :

- déformation de la surface tactile,
- modulation de frottement,
- vibration mécanique (vibrotactile).

Dans les prochaines sections de ce chapitre, nous décrivons les dispositifs haptiques selon la classification proposée dans la figure (1.2). Les technologies applicables sur les grandes surfaces transparentes seront particulièrement détaillées.

## 1.4 Dispositifs à retour de force

Les dispositifs à retour d'effort (kinesthésique) permettent à l'utilisateur d'interagir avec un monde virtuel ou réel via un effecteur possédant différents degrés de libertés. Cet effecteur est constitué généralement de capteurs de position et/ou d'effort et procure un effort à l'utilisateur en fonction de ces mesures et de l'état du système virtuel ou réel [11].

Les dispositifs peuvent aussi être portés sur l'utilisateur, sous forme d'un gant ou d'exosquelette [12, 13], voir la figure (1.3). Ce type de dispositif est spécifique aux applications de réalité virtuelle. Ils permettent aux utilisateurs de se mouvoir sur une zone plus large, ce qui les encourage à diversifier leur gestes pour des manipulations plus fines. Ils ont également la capacité de produire des sensations plus localisées sur les doigts ou la paume de la main, permettant ainsi aux utilisateurs d'avoir des gestes plus intuitifs. Ces dispositifs haptiques portables peuvent être utilisés dans plusieurs applications typiques, comme la chirurgie, la production industrielle ou le divertissement.



FIGURE 1.3 – Gants à retour haptique : (a) Haptx [14], (b) Cybergrasp [15]

Les dispositifs à retour d'effort peuvent être non-portable, ils sont alors généralement posés sur un bureau et contrairement à une souris, ce type de dispositifs disposent de plus de deux degrés de libertés de mouvement. En outre, ils procurent également un retour de force qui permet de sentir les collisions dans le monde virtuel par exemple. Cette technologie est appliquée pour des simulateurs de chirurgie dentaire [16], pour des simulateurs d'assemblage mécanique [17]



ou des simulateurs de maintenance mécanique [18]. Des exemples d'applications sont montrés sur la figure (1.4).

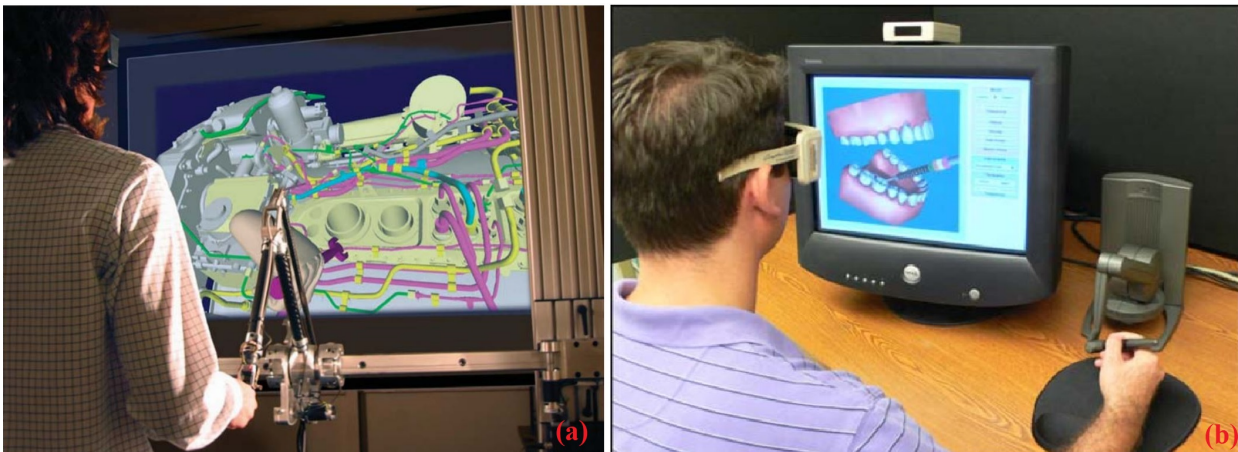


FIGURE 1.4 – (a) Maintenance virtuelle d'un moteur d'avion [18], (b) Simulation de chirurgie dentaire [19]

Bien que comportant de nombreux degrés de liberté, ces dispositifs de stimulation kinesthésique sont peu efficaces pour faire percevoir à l'utilisateur les caractéristiques de surface des objets virtuels manipulés. Par ailleurs, ils sont souvent encombrants et transportables plutôt que portables. C'est pour pallier ces problèmes - mais aussi enrichir les interactions avec les interfaces tactiles - que les stimulateurs tactiles ont été développés.

## 1.5 Stimulation tactile par déformation de surface

Inspirée des techniques d'affiche braille, la déformation de surface est l'un des moyens les plus simples et intuitifs pour la production de sensations tactiles. Cette technique consiste à reproduire les propriétés tactiles d'un objet en simulant son relief. La distribution spatiale de la stimulation peut être discrète ou continue. Nous distinguons parmi ces techniques les réseaux bidimensionnels composés de picots, d'électrodes, de chambre pneumatique ou de liquide magnéto-rhéologique, figure (1.5). Ce type d'actionnement peut générer des déplacements quasi-statiques ou des vibrations mécaniques.

En 1998, Shinohara et al. [20] ont mis en place un dispositif à retour tactile basé sur un réseau de  $64 \times 64$  picots et espacés de  $3mm$ . Ces picots sont actionnés en utilisant des moteurs pas-à-pas, où le mouvement rotatif est transformé en translation. Ce design a permis la simulation de différents types de reliefs, comme des Kanji ou des cartes par exemple, et les auteurs ont pu montrer son efficacité sur des personnes malvoyantes.

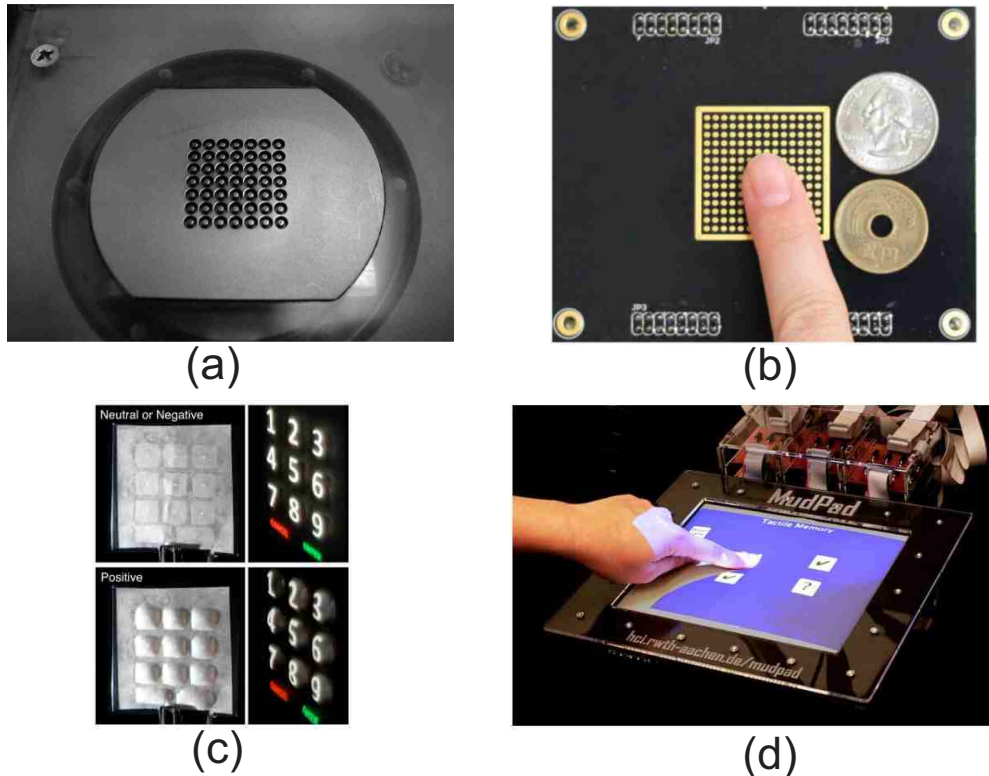


FIGURE 1.5 – (a) réseau de broches [20], (b) réseau d'électrodes [21], (c) boutons à base de chambres pneumatiques [22], (d) Mudpad : dispositif à base de liquide magnéto-rhéologique [23]

En 2003, Pasquero et Hayward [24] ont utilisé un réseau d'actionneurs piézoélectriques, qui déforment latéralement la peau avec une fréquence de rafraîchissement de 700 Hz et une résolution spatiale de l'ordre du mm. Ce dispositif est conçu pour la production de champs de déformation programmables et variables dans le temps. Cette déformation est appliquée sur la surface de la peau. Cette technologie permet de générer des images tactiles avec une grande résolution temporelle et spatiale.

En 2009, Harrison et Hudson [22] ont développé un dispositif à retour tactile basé sur des actionneurs pneumatiques, qui font varier la pression de chambres pneumatiques à membrane élastique. Le contrôle de la pression de ces chambres permet de simuler l'effet d'un bouton physique. Une pression positive provoque une déformée convexe du bouton, le bouton s'aplatit quand la chambre n'est pas gonflée. Une pression négative engendre une déformation concave. Ce dispositif permet également l'affichage d'image grâce à une rétroprojection. Des études préliminaires comparant cette technologie à un écran tactile ordinaire, ont montré que l'utilisation de chambres pneumatiques permet un gain en performance et réduit les charges cognitives de l'utilisateur. Ils ont également montré que la sensation engendrée par cette technique est très similaire à celle d'un bouton physique.

En 2011, Kajimoto a mis en place un dispositif tactile à base d'un réseau d'électrodes qui

stimulent électriquement les nerfs de l'utilisateur afin de provoquer des sensations tactiles[21]. Comparée à la technologie précédente [25], Kajimoto a pu concevoir une interface transparente en utilisant un substrat en oxyde d'indium-étain. Cette même interface peut servir de capteur de position en mesurant le courant de stimulation. L'implémentation en temps réel du contrôle en boucle fermée basé sur la mesure de l'impédance électrique de la peau a permis de stabiliser la sensation tactile, en dépit de la condition de contact et des propriétés électriques de la peau [26]. En effet, la sensation tactile est influencée par la transpiration et le mouvement du doigt. Ce genre de dispositif est par contre très gourmand en puissance, onéreux et possède une structure compliquée. L'utilisation des hautes tensions (jusqu'à 350 V) peut provoquer des sensations inconfortables aux utilisateurs.

En 2010, Jansen et al. ont proposé un système d'actionnement basé sur des fluides magnéto-rhéologiques et un réseau d'électroaimants [23]. La viscosité du fluide peut être contrôlée localement en magnétisant individuellement les électroaimants. Ils peuvent atteindre une fréquence d'actionnement d'environ 600 Hz, ce qui recouvre une bonne partie du spectre perceptible de l'homme. Ce dispositif permet de produire des retours tactiles allant du retour quasi-statique comme celui produit par une la rigidité jusqu'à ceux correspondant à une grande plage de stimuli. La résolution spatiale de cette technologie est limitée par la taille et le nombre des électroaimants utilisés. Les particules métalliques contenu dans le fluide le rendent opaque, c'est pourquoi cette interface est incompatible avec les technologies de mesure et d'affichage des écrans tactiles.

Ainsi, ces technologies offrent de nombreux avantages et peuvent avoir divers champs d'applications. Cependant, il est nécessaire d'intégrer aux dispositifs des actionneurs d'autant plus petits et compacts que la résolution spatiale est affinée. A contrario, la résolution spatiale de ces technologies est limitée par la densité spatiale du réseau d'actionneurs. Cependant, des travaux ont en mis en évidence qu'il n'est pas indispensable de produire des indentations normales de la peau pour produire une sensation tactile. Ceci est également possible en contrôlant la force de frottement entre le doigt et l'interface. Cette méthode de stimulation tactile sera développée dans la prochaine section.

## **1.6 Stimulation tactile par modulation de frottement**

En 2002, Robles-De-La-Torre [27] a montré que la variation de la force latérale entre la pulpe du doigt et la surface explorée peut provoquer une illusion sur la perception des formes des objets. Il montre qu'il est possible de simuler une variation de hauteur d'une surface comme une

bosse ou un trou, en reproduisant la force latérale due à l'exploration d'un doigt sur ces deux surface. Par ailleurs, la force latérale entre le doigt et la surface tactile peut être contrôlée grâce à la modulation du coefficient de frottement. Pour contrôler le frottement entre le doigt et une surface, nous pouvons distinguer trois principes :

- électro-adhésion,
- ondes acoustiques de surface (SAW),
- contact intermittent.

### 1.6.1 Stimulation par électro-adhésion

L'effet électro-adhésion a été découvert en 1953 par Mallinckrodt et al [28] : en glissant un doigt sur une surface conductrice recouverte par un film isolant et qui est branchée à une prise de 110V, ils ont trouvé que la surface a une texture bien distincte que lorsque la source de tension est débranchée. En 1970, Strong et Troxel [29] ont expliqué ce phénomène par la force électrostatique due à l'existence d'une capacité équivalente entre le doigt et la surface, cette capacité est évaluée à une dizaines de picofarad. Les forces électrostatiques attractives qui s'appliquent lorsque ce "condensateur" est chargé (loi de coulomb) conduisent alors à un variation de la force latérale à travers la variation du coefficient de frottement si la tension d'alimentation varie. Cette technologie permet uniquement d'augmenter le coefficient de frottement entre le doigt et la surface tactile.

En 2010, Bau et al [30] ont mis en place un dispositif tactile, incluant un retour visuel grâce à un projecteur, voir figure (1.6.a). Ils ont pu simuler diverses textures (bois, cuir, papier, caoutchouc...).

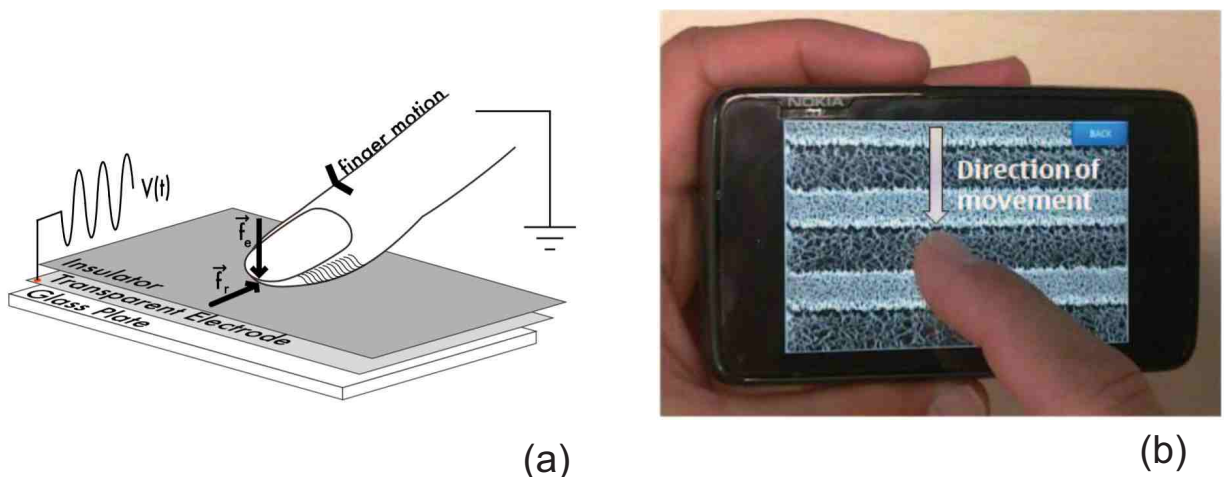


FIGURE 1.6 – (a) teslatouch : dispositif tactile electrostatique [30], (b) dispositif electrostatique transparent [31]

En 2012, Radivojevic et al [31] ont utilisé du graphène comme électrode, un conducteur

flexible et transparent, leur permettant de concevoir une interface transparente similaire à un smartphone comme illustré sur la figure (1.6.b). La stimulation tactile générée est programmée de sorte à ce qu'elle corresponde à l'image affichée et à la position du doigt sur l'écran.

Ce type de stimulateur tactile est intégré dans des écrans [32]. Cependant plusieurs difficultés sont à relever. Tout d'abord, par principe il est difficile d'intégrer le retour tactile et la mesure de position du doigt par capteur capacitif projeté, largement utilisé sur des écrans tactiles des tablettes et smartphones, car il fonctionne de manière proche de la stimulation tactile électrostatique. De plus, la force latérale produite dépend beaucoup de l'état de la peau, en particulier si elle est sèche ou humide.

Les paragraphes suivants traitent de la modulation de frottement par effet mécanique, utilisant les vibrations d'un substrat.

### **1.6.2 Modulation par ondes acoustiques de surface (SAW)**

Contrairement aux stimulateurs par électro-adhésion qui permettent d'augmenter le coefficient de frottement entre le doigt et la surface tactile, il existe d'autres moyens permettant de le réduire. L'action de réduction de frottement est appelée lubrification active par le fait qu'elle rend la surface moins rugueuse (plus lisse). En 2001, Takasaki et al. [33] ont montré qu'il est possible de produire l'effet de lubrification en utilisant des ondes acoustiques de surface à une fréquence de 15 MHz et une amplitude vibratoire d'une dizaine de nanomètres. Cette méthode consiste à produire des ondes stationnaires sur la surface d'un substrat piézoélectrique en Niobate de Lithium ( $LiNbO_3$ ). Un transducteur inter-digités (IDT) est déposé sur chacune des deux extrémités du substrat. Derrière ces IDT, des réflecteurs sont arrangés afin d'augmenter l'efficacité énergétique du système. Un intermédiaire entre la plaque et la peau est nécessaire pour la modulation du frottement. Le principe de cette méthode est montré sur la figure (1.7.a). En 2006, cette technologie a permis de produire la première interface tactile transparente à modulation de frottement [34, 35], le dispositif est montré sur la figure (1.7.b).

Cette technologie a été combinée avec un dispositif à retour de force (phantom) [36]. Elle a été intégrée à un stylet d'une tablette pour simuler la sensation de dessiner sur du papier [37]. Elle a également été intégrée sur une souris d'ordinateur permettant la modulation du frottement entre cette souris et un tapis de souris en fonction de l'état du pointeur sur l'écran par exemple [38]. L'inconvénient de cette technologie est l'impossibilité d'avoir un contact direct entre le doigt et la surface vibrante, il est nécessaire d'utiliser un "slider" entre ces deux derniers dans le cadre

d'une stimulation sur une grande surface (écran tactile).

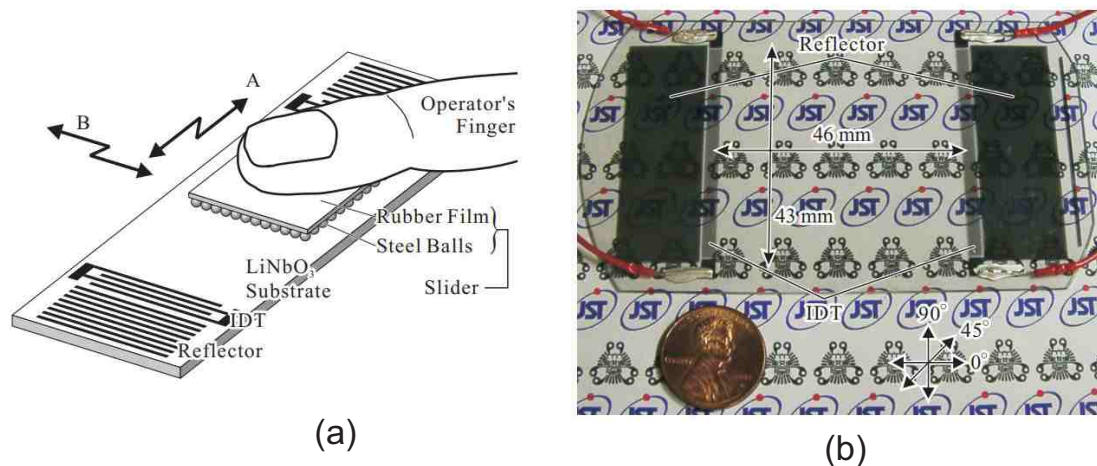


FIGURE 1.7 – dispositif tactile à ondes acoustiques de surface [34](a) Schéma du principe, (b) dispositif transparent

### 1.6.3 Stimulation par contact intermittent

En 1995, Watanabe et Fukui [39] ont développé un dispositif composé d'une plaque rectangulaire mise en vibration par un actionneur piézoélectrique (transducteur de Langevin), avec une fréquence de résonance globale de 75.6 kHz et dont l'amplitude vibratoire pouvant atteindre 2  $\mu\text{m}$ . Ils ont montré que la surface tactile devient plus lisse au touché quand les vibrations ultrasonores sont activées. Ils ont également montré que des impulsions brèves de vibrations se traduisent par l'illusion de toucher des petites bosses. Les auteurs ont expliqué ce phénomène par l'apparition d'un coussin d'air 'squeeze-film' qui réduit le frottement entre le doigt et la surface. L'augmentation de l'amplitude vibratoire permet de diminuer le frottement et donc se traduit par une sensation tactile plus lisse. Ils ont également constaté que la seule condition sur la fréquence pour obtenir l'effet de lubrification est de travailler à des fréquence ultrasoniques, c'est à dire au delà de 20 kHz. En 2017, Vezzoli et al [40, 41] ont montré que le contact intermittent est le mécanisme principal responsable de la réduction de frottement entre le doigt et la plaque vibrante et que la contribution de l'effet coussin d'air est minime. Ils ont pu faire correspondre les résultats d'un modèle mécanique analytique avec les résultats expérimentaux. La fréquence de vibration, qui doit effectivement être ultrasonore, joue également un rôle important pour la réduction de frottement [42].

En 2007, Winfield et al [43] ont montré qu'il est possible de simuler différentes textures et reliefs grâce à la modulation du frottement en fonction de la position du doigt, comme illustré sur la figure (1.8). En 2014, Ochiai et al [44] ont enregistré les vibrations induites par des textures

réelles (bois, plastique, papier, caoutchouc...) sur le doigt humain, grâce un accéléromètre 3-axes collé sur l'ongle du doigt. Les auteurs ont simulé ces textures en utilisant un transducteur ultrasonique. En 2016, Ben Messaoud et al [45] ont simulé virtuellement du textile, comme du velours, du coton ou polyester. Ils ont mesuré, en ayant recours à un tribomètre, le frottement induit par chaque type de tissu, ensuite grâce à une analyse spectrale des signaux, ils ont extrait les composantes fréquentielles principales pour chaque tissu. Ces signaux recomposés ont servi pour simuler les mêmes tissus. En 2020, Dariosecq et al [46] ont étudié la perception de différentes formes d'ondes et ont défini un espace de perception sémantique de textures virtuelles (sableux, granuleux, lisse, rugueux...).

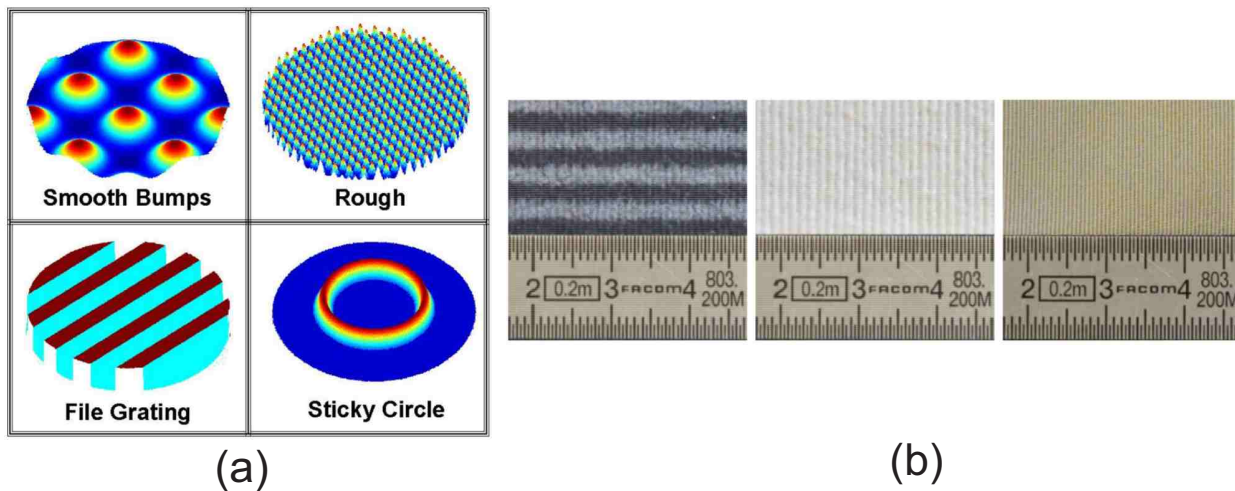


FIGURE 1.8 – (a) les types de textures simulés [43], (b) Les différents tissus simulés [45]

## Évolution de la technologie

La volonté des chercheurs d'intégrer la stimulation tactile par contact intermittent sur les écrans tactiles a permis l'évolution de l'actionnement à base de céramiques piézoélectriques, ceci indépendamment de la plage fréquentielle. Cette évolution présente de nombreux challenges comme le besoin d'avoir une interface grande et transparente tout en consommant un minimum d'énergie [47].

En 2007, Biet et al [49] ont conçu une plaque tactile de dimension  $83 \times 43\text{mm}^2$ . La plaque en aluminium est actionnée grâce à une matrice de céramiques piézoélectriques collées sur l'une des faces de la plaque. En 2010, Marschuk et al [50] ont conçu la première interface transparente constituée d'une plaque de  $76 \times 76 \times 3\text{mm}^3$  sous laquelle est collé un disque piézoélectrique. L'inconvénient de ces conceptions est que l'actionnement cache une partie de l'interface. En 2012, Giraud et al [53] ont réussi à exciter un mode propre d'une plaque en verre à une fréquence

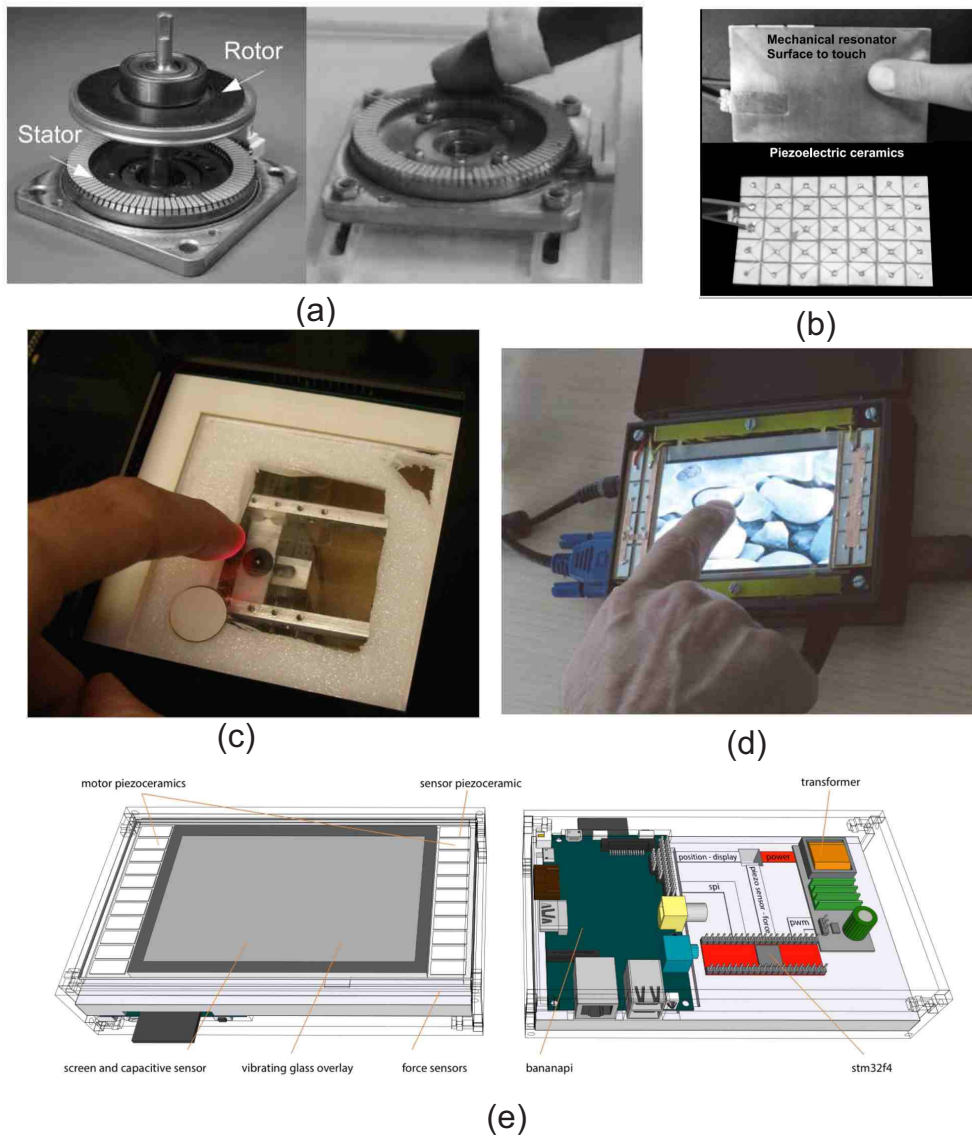


FIGURE 1.9 – Évolution des interfaces tactiles à base de vibrations ultrasonores : (a) moteur ultrasonique à ondes progressive (USR 60)[48], (b) dispositif tactile à grande surface [49], (c) interface tactile transparente [50] (d) prototype d'une tablette tactile [51], (e) la structure détaillé de l'E-vita [52]

ultrasonique en collant des transducteurs piézoélectriques sur sa périphérie. Cela a permis de concevoir la même année un prototype de tablette à retour tactile [51, 54], avec un écran LCD intégré et un capteur de position du doigt à base de capteurs de force posés sur les coins de l'écran. En 2016, Vezzoli et al [52] ont développé une tablette à retour tactile avec un écran de 5 pouces et un *Banana pi* comme ordinateur de bord, cet ordinateur est connecté à l'écran tactile capacitif (Banana-LCD-5"-TS, Marel, Chine), qui fournit la position du doigt et sert aussi pour l'affichage. Un microcontrôleur (stm32f4) est également implémenté pour le contrôle en boucle fermée de l'amplitude vibratoire et le suivi de résonance [55]. Quatre capteurs de force sont collés sur les coins de l'écran afin de fournir la force normale d'appui au microcontrôleur.



## 1.6.4 Avantages et inconvénients

La stimulation tactile par modulation de frottement est un principe qui présente de nombreux avantages, en particulier pour une application sur des surfaces plates et transparentes. En effet, le principe d'actionnement est compatible avec les technologies actuelles des écrans tactiles, ces stimulateurs sont compacts, transparents et permettent l'intégration de mesure de position capacitive. La réponse dynamique rapide et la continuité spatiale de ces interfaces, leur permettent de simuler des textures fines comme des surface réelles [56], ou de remplacer les curseurs mécaniques dans les voitures pour limiter la distraction du conducteur, figure (1.10). Ce type d'actionnement a également conduit à de nombreuses réalisations commerciales, que ce soit avec un système utilisant l'électro-adhésion [32] ou les vibrations ultrasonores [57].

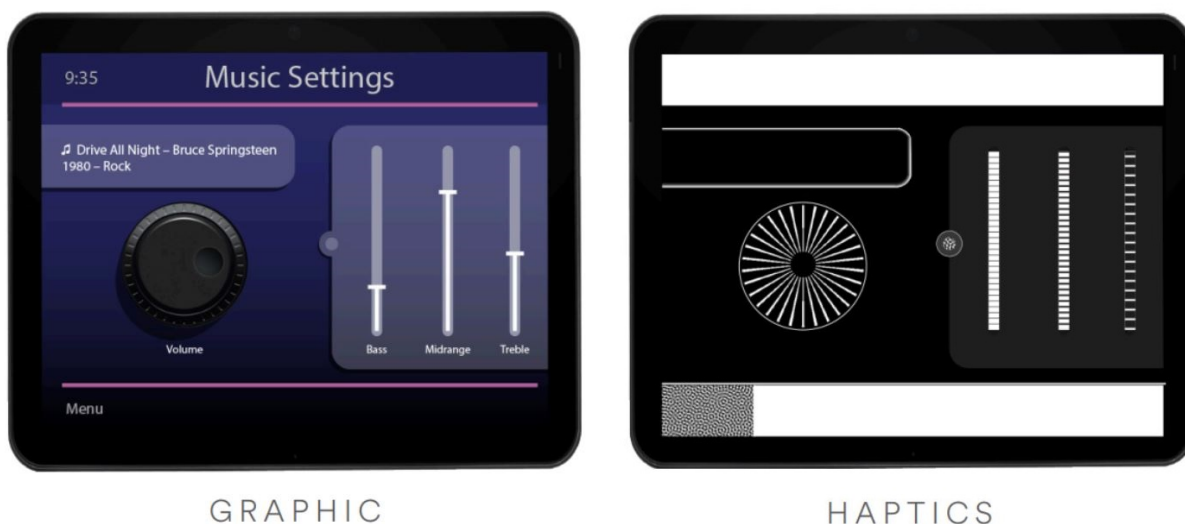


FIGURE 1.10 – Exemple de simulation de curseurs mécaniques sur une interface automobile, (gauche) l'aspect visuel de l'interface automobile, (droite) représentation visuelle du relief tactile, où le niveau de gris décrit le taux de modulation du frottement [32]

Cependant, par principe, ces méthodes ne conviennent pas pour une stimulation localisée ou bien pour une interaction à plusieurs doigts "*multi-touch*", car en effet, la stimulation est appliquée sur toute l'interface simultanément. En plus, étant donné que ces méthodes sont basées sur une modulation de frottement, la stimulation ne peut être produite que lorsque le doigt glisse sur l'interface. Pour pallier ce problème, il existe d'autres méthodes d'actionnement qui permettent de produire des sensations vibrotactiles même lorsque le doigt ne glisse pas sur l'interface. Ces méthodes sont présentées dans la section suivante.

## 1.7 Stimulation vibrotactile

La stimulation vibrotactile (ou vibrations mécaniques) est la méthode la plus utilisée sur les écrans tactiles [10]. Elle peut être utilisée pour un toucher passif ou bien actif [58]. Un toucher passif est caractérisé par une sensation subie par l'utilisateur, sans qu'il ne soit à son origine (par exemple pour les notifications d'appels ou de SMS sur un téléphone portable). D'un autre côté, le retour actif dépend directement de l'action de l'utilisateur, suite à un appui sur une icône pour simuler un clic par exemple. Actuellement, on peut distinguer principalement deux types de stimulation vibrotactile : stimulation globale et locale. La différence n'est pas dans la sensation produite à l'utilisateur mais dans la possibilité de localiser la sensation à un endroit donné de l'interface. Une stimulation globale par exemple produira à un instant donné, quasiment la même sensation sur toute la surface de l'interface. Ce type d'interface ne peut interagir qu'avec un seul doigt, d'où l'appellation "mono-touch". A l'inverse, avec une stimulation localisée, il est possible de cibler le doigt sous lequel on veut provoquer la sensation, et d'en provoquer différentes sous chaque doigt d'où l'appellation "multi-touch".

### 1.7.1 Stimulation vibrotactile globale

Plusieurs technologies d'actionnement ont été utilisées pour produire des stimulations vibrotactiles : des masses excentriques rotatives, des électro-aimants ou des actionneurs piézoélectriques. En 2001, Fukumoto et Sugimura [59] ont intégré un résonateur à base d'électroaimant sur un PDA (Personal Digital Assistant). Comparé à un résonateur à base de moteur à masse excentrique, l'actionnement proposé par les auteurs offre plus de contrôlabilité sur les vibrations. Ils ont montré que par rapport à un retour sonore, le retour vibrotactile sur une opération telle que l'utilisation de la calculatrice digitale améliore l'efficacité des utilisateurs, en particulier dans un environnement bruyant. En 2003, Poupyrev et Maruyama ont implémenté un actionneur piézoélectrique sur un Sony PDA [60]. La particularité de ce type d'actionnement est la possibilité de contrôler indépendamment l'amplitude et la fréquence de vibration, permettant ainsi de générer une plus grande variété de sensations. En 2010, Sawada et Takeda [61] ont utilisé pour l'actionnement un alliage à mémoire de forme pour concevoir un stylet tactile. L'avantage de cette technologie est la dimension réduite et peu encombrante de l'actionneur. Cependant, elle possède une bande passante limitée et ne peut pas produire des vibrations dont la fréquence dépasse les 300 Hz.

En 2009, Tashiro et al [62] ont pu simuler la sensation d'appuyer sur un bouton en modulant

l'amplitude des vibrations ultrasoniques en fonction de la force d'appui, même si le doigt ne se déplace pas dans la direction latérale. En 2016, Monnoyer et al [63] ont montré que cette sensation est due dans ce cas à la relaxation de la peau (en particulier celle des rainures d'empreinte) lors de l'activation des ultrasons. En 2018 Gueorguiev et al [64] ont amélioré cette sensation de "clic" en utilisant des ondes ultrasoniques progressives. Le principe d'actionnement consiste alors à exciter deux modes de flexion (normaux) dans un milieu élastique. Contrairement aux ondes stationnaires, ce type d'onde peut produire, en plus de l'effet lubrification, une force de cisaillement dans le sens désiré [65]. Cette force de cisaillement peut être également produite en combinant un mode normal (hors-plan) et un mode latéral (dans le plan) d'une plaque [66]. La plaque est dimensionnée de sorte que les deux modes aient des fréquences très proches, ce qui permet d'exciter les modes à la même fréquence tout en les contrôlant indépendamment. Une autre manière de faire est d'utiliser un dispositif hybride combinant les forces électrostatiques avec un mode ultrasonique latéral [67], ce dispositif peut produire une force latérale jusqu'à 40 mN. Cette technologie a été utilisée pour la simulation de la sensation d'un "clic" [68].

### **1.7.2 Stimulation vibrotactile localisée**

Les principes précédents correspondent à des stimulation globales dans la mesure où quelle que soit la position du doigt sur la surface active du stimulateur, l'utilisateur percevra la même sensation au même instant. Dans le but de produire des sensations vibrotactiles localisées, il suffit de provoquer une impulsion mécanique localement sur le bout d'un seul doigt par exemple. Ces impulsions pouvant être répétées pour générer des stimulations sur une certaine plage de fréquence limitée. Dans la littérature, il existe principalement trois techniques pouvant produire des impulsions localisées :

- impulsions acoustiques déphasées,
- retournement temporel,
- superposition multimodale.

#### **Impulsions acoustiques déphasées**

Les ondes acoustiques peuvent se propager dans différents types de milieux (solide, liquide, gaz). Dans le cadre de dispositifs à retour tactile, on trouve des exemples de focalisation d'ondes acoustiques dans un milieu aérien pour des applications en réalité virtuelle et des exemples de focalisation sur une surface solide dans le cas d'écrans tactiles.

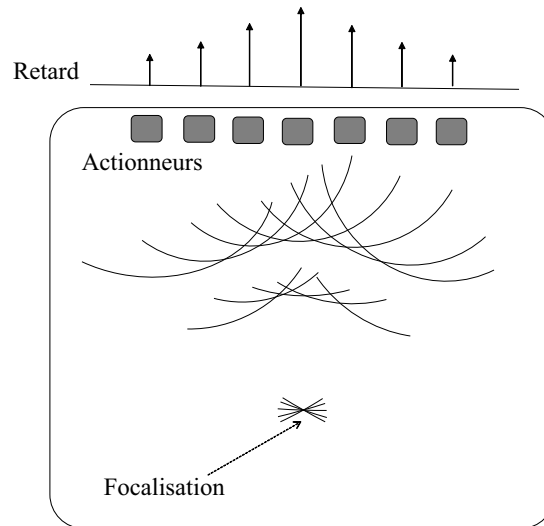


FIGURE 1.11 – Principe des stimulateurs à impulsions acoustiques déphasées

En 1995, Dalecki et al [69] ont montré que grâce à un phénomène non linéaire des ondes ultrasonores nommé "pression de radiation", il est possible de générer assez de force pour produire une sensation tactile. En 2006, Iwamoto et Shinohada [70] ont pu focaliser des ondes acoustiques sur la surface de l'eau en utilisant un réseau de transducteurs piézoélectriques. Le délai d'actionnement de chaque transducteur est calculé de sorte que les ondes convergent au même moment en un seul point de focalisation. Le principe de cette méthode est montré sur la figure (1.11). En 2010, Hoshi et al [71] ont généralisé le concept en produisant des sensations tactiles en plein air avec une résolution spatiale de 20 mm et pouvant produire des vibrations jusqu'à 1 kHz, avec une force maximale de seulement 16 mN au point de focalisation, voir la figure (1.12.a). Les ondes ultrasonores produites par ce dispositif peuvent endommager le système auditif car la pression sonore dépasse la limite recommandée [72].

En 2015, Woo et Ih [73] ont appliqué le même principe sur une surface solide et transparente, actionnée via des actionneurs électromagnétiques, placés sur sa périphérie, voir la figure (1.12.b). En utilisant la théorie de propagation d'onde et en prenant en compte les modes propres de la structure, les auteurs calculent la contribution de chaque actionneur afin de produire des vibrations localisées dans l'un des quatre coins de plaque. Cette méthode a montré de bons résultats pour la reproduction des champs de référence.

### Retournement temporel

Comme illustré sur la figure (1.14.a), il est possible d'améliorer la précision du point de focalisation en utilisant la technique du retournement temporel [74]. Pour calculer la contribution de

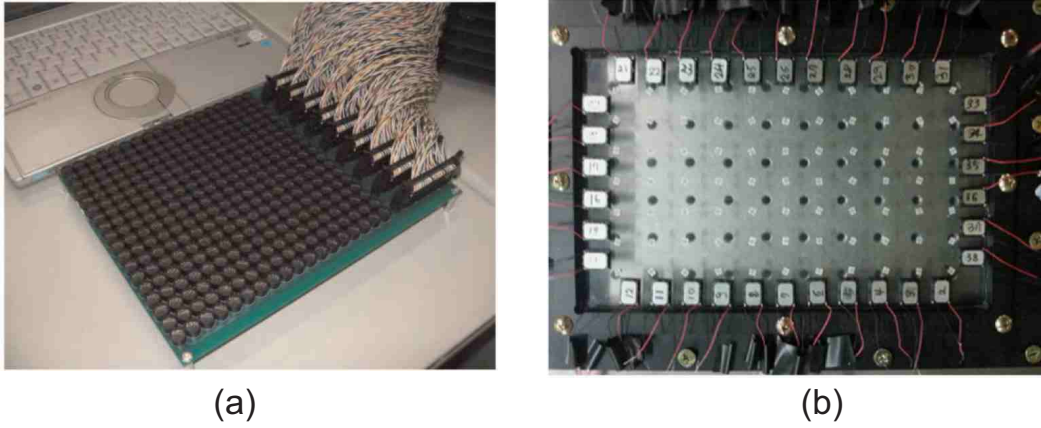


FIGURE 1.12 – (a) Dispositif tactile pour la focalisation d'ondes acoustiques dans l'air [71], (b) Interface tactile transparente basée sur la méthode d'impulsions acoustiques déphasées [73]

chaque actionneur, les auteurs procèdent à une phase d'apprentissage qui consiste à provoquer des déformations initiales à différentes localisations de la surface avec une excitation exogène. L'onde acoustique se propage et se réfléchit sur les parois. Ensuite, les signaux électriques sur chaque transducteur sont enregistrés. L'inversion temporelle de ces signaux électriques permet de reproduire la déformation initiale aux localisations respectives. Les différentes phases d'apprentissage sont montrées sur la figure (1.13). Malgré le spectre ultrasonique des vibrations, les auteurs montrent que la sensation tactile produite est due à la forte accélération de la surface au point de focalisation, qui provoque le décollement de la pulpe du doigt.

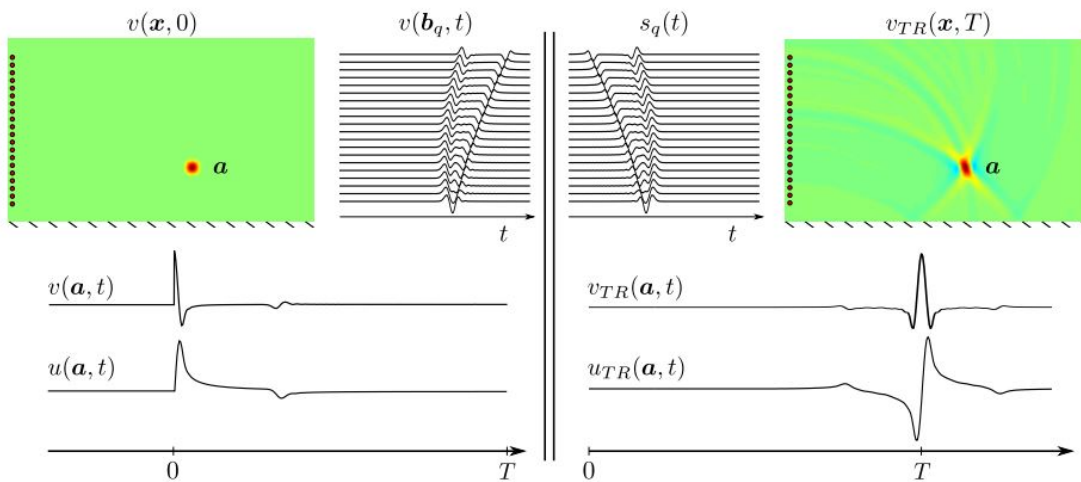


FIGURE 1.13 – Les phases d'apprentissage de la méthode du retournement temporel pour une déformation initiale au point  $a$  [75], avec  $u(a, t)$  le champ de déplacement au point  $a$ ,  $v(a, t)$  sa dérivée,  $s_q(t)$  le signal émis par le transducteur  $q$  lors de la phase de retournement, le champ de vitesse initial  $v(x, 0)$  est reproduit grâce au retournement temporel  $v_{TR}(x, t)$

Les auteurs ont montré qu'il est également possible reproduire le même phénomène en identifiant la matrice de transfert qui lie les transducteurs [76]. L'inversion de cette matrice de transfert

permet de calculer les signaux nécessaires pour produire une impulsion mécanique localisée à l'emplacement de chaque transducteur. Le dispositif utilisé est montré sur la figure (1.14.b).

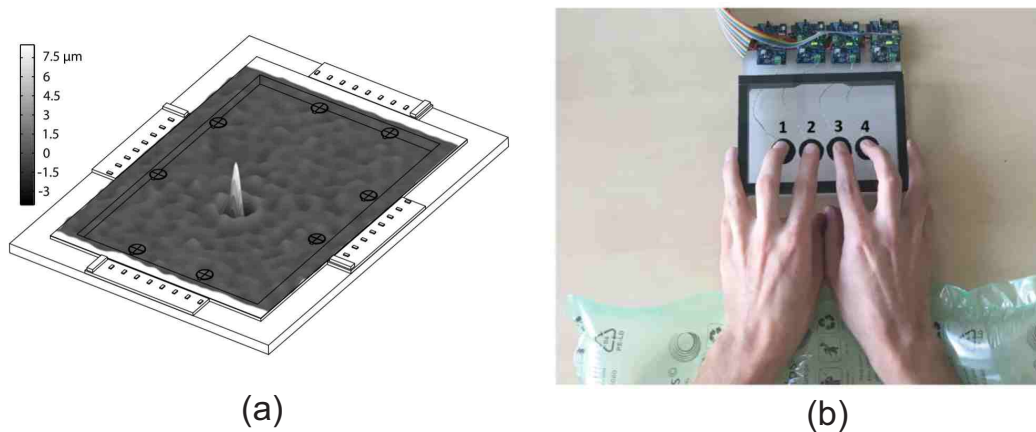


FIGURE 1.14 – (a) Focalisation sur un dispositif basé sur la méthode du retournement temporel [74], (b) Interface tactile exploitant la technique d'inversion de matrice de transfert [76]

### Superposition multimodale

En 2018, Enferad et al [77, 78] ont proposé une approche analytique permettant de produire une déformation désirée sur une structure. De la même manière que les deux autres méthodes de focalisation, des céramiques piézoélectriques sont utilisées pour l'excitation des modes. Les auteurs se sont basés sur la théorie de la décomposition multimodale, qui leur permet de recomposer une déformation donnée de la structure en superposant les modes propres de cette dernière. Par analogie à une décomposition en série de Fourier, les auteurs projettent la vitesse de déformation désirée sur la base orthogonale de la structure, afin d'obtenir les coefficients de contribution de chaque mode permettant par recombinaison d'approximer la forme initiale. Les tensions de commande sont calculées hors-ligne et la structure est contrôlée en boucle ouverte. Les auteurs choisissent un régime transitoire de sorte que l'énergie cinétique soit maximale à l'instant et à l'endroit de focalisation. Le principe de cette méthode est illustré sur la figure (1.15).

Dans la prochaine partie, nous allons comparer les trois techniques de stimulation vibrotactile localisée selon un certain nombre de critères. Dans cette thèse, il s'agira alors de développer celle qui favorise au mieux ces critères.

### 1.7.3 Avantages et inconvénients

Chaque technique de stimulation vibrotactile localisée présente ses avantages et inconvénients. Il est possible de les comparer selon les critères suivants :

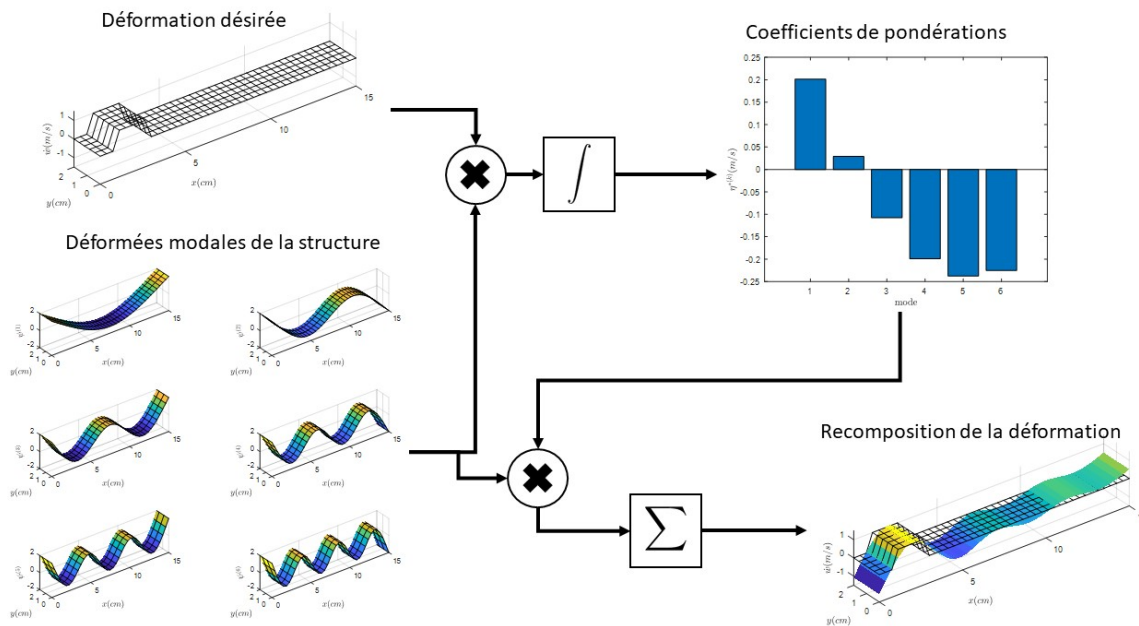


FIGURE 1.15 – Principe de la superposition multimodale

- Robustesse : c'est l'invariance du système face aux conditions extérieures. Autrement dit, c'est la capacité du dispositif à produire les stimulations désirées en dépit de la variation de température ou des conditions de contact.
- Précision : c'est la possibilité de produire des stimulations bien localisées. Elle est quantifiée par le fait que l'énergie cinétique est concentrée dans la zone de focalisation.
- Mise en œuvre : c'est la facilité d'industrialisation et d'intégration de la technologie sur l'interface désirée. Avec un minimum de matériel et une facilité de production en masse.

Les trois techniques de stimulation vibrotactile localisée souffrent d'un manque de robustesse. En effet, les paramètres dynamiques des structures résonantes sont sensibles aux conditions extérieures comme la température ou la charge acoustique exogène [79]. Une augmentation de température assouplit la structure et réduit donc les fréquences de résonance, cette réduction est encore plus conséquente sur les structures très peu amorties. Une charge extérieure comme un doigt qui appuie sur l'interface rajoute une impédance mécanique en plus [80], cela affecte la dynamique modale comme montré sur la figure (1.16).

La méthode d'impulsions acoustiques déphasées est très facile à mettre en œuvre, parce qu'elle est basée sur un modèle simple de propagation des ondes. Cependant, pour la même raison, elle est très peu précise et donc pas adaptée à une application multi-touch car la zone de focalisation est médiocre.

A l'inverse, la technique de retournement temporel exploite un large spectre de vibrations et

Technique	Robustesse	Précision	Mise en œuvre
Impulsions déphasés	-	--	++
Retournement temporel	-	++	-
Superposition multimodale (BO)	-	++	+
Superposition multimodale (BF)	++	++	+

TABLE 1.1 – Comparatif des technologies de stimulation vibrotactile localisée

la réflexion des ondes sur les bords de l'interface sont prises en compte. Ce qui fait que le point de focalisation est très fin et précis. Mais à cause des phases d'apprentissage et de la complexité du matériel nécessaire pour le contrôle indépendant de chaque transducteur, cette méthode est difficile à mettre en œuvre. L'inversion de filtre permet de simplifier l'applicabilité, par contre, elle ne permet que des focalisations au niveau des transducteurs.

D'un autre côté, la méthode de superposition multimodale (en boucle ouverte 'BO') a l'avantage d'être basée sur un modèle analytique de structures (équations différentielles ordinaires). Les tensions de commande peuvent être calculées facilement en définissant une déformation désirée et en connaissant le modèle spatio-temporel de la structure. En plus, elle permet surtout d'être implémentée en boucle fermée. Nous pouvons donc supposer que le passage du contrôle en boucle ouverte (BO) vers un contrôle en boucle fermée (BF) permettra d'améliorer la robustesse de cette méthode.

Le tableau (1.1) résume les caractéristiques de chaque technique de stimulation vibrotactile localisée, en terme de robustesse, précision et de mise en œuvre.

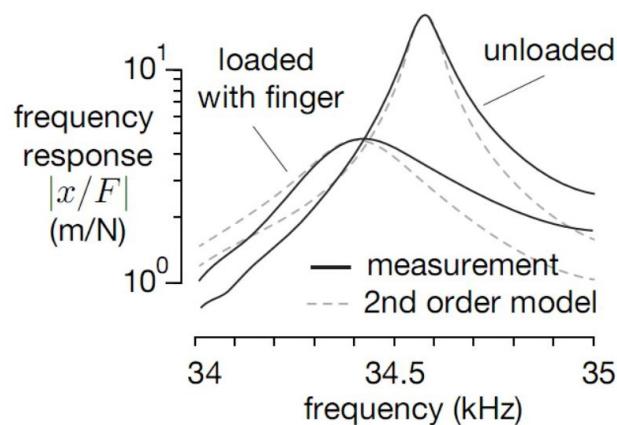


FIGURE 1.16 – Réponse fréquentielle d'un dispositif résonant, autour de sa fréquence de résonance ( $34.5\text{kHz}$ ), avec et sans doigt [80]

On peut noter que les interfaces tactiles assurant le contrôle de frottement peuvent être enrichis en les combinant avec l'une des technologies permettant la stimulation vibrotactile localisée. Parmi les trois méthodes présentées, la technique de superposition multimodale offre la pos-



sibilité de passage vers un contrôle en boucle fermée, lui permettant ainsi d'être robuste face aux différents facteurs de perturbation. Cette thèse sera donc basée sur cette approche et ses différents aspects seront développées dans la section suivante.

## 1.8 Principe de superposition multimodale

Plusieurs auteurs ont exploité l'aspect multimodal des structures mécaniques pour concevoir de nouvelles méthodes de stimulation tactile. Ghenna [81] a combiné deux modes d'une plaque carré pour contrôler indépendamment l'amplitude vibratoire en deux points différents de la plaque, ce qui permet de produire une sensation différente pour deux doigts interagissant avec l'interface (deux frottements). Comme le montre la figure (1.17.a), l'interface consiste en une plaque d'aluminium de  $140 \times 140 \times 4\text{mm}^3$ . Sous cette plaque sont collées six céramiques piézoélectriques, dont quatre (aux coins) sont utilisées comme moteurs pour l'excitation des deux modes, et deux utilisées comme des capteurs de vibration. Cette interface est conçue de sorte à ce que deux modes propres choisis de la plaque aient des fréquences de résonance proches, sinon égales. Ici, les fréquences de résonance des deux modes sont respectivement 33 011 Hz et 33 065 Hz.

La dynamique de la plaque à un instant donné et en un point donné de la plaque est une fonction de la position  $(x, y)$  et du temps  $t$ , en régime harmonique permanent elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$w(x, y, t) = W_a \sin(\omega t) \psi_a(x, y) + W_b \sin(\omega t) \psi_b(x, y) \quad (1.1)$$

avec  $W_a$  et  $W_b$  respectivement l'amplitude vibratoire relative au mode  $a$  et  $b$ ,  $\psi_a(x, y)$  et  $\psi_b(x, y)$  sont les déformées modales propres à chaque mode, montrées sur la figure (1.17.b). En prenant deux points quelconques de la plaque, l'amplitude de vibration en chaque point  $w(x_1, y_1, t) = W_1 \sin(\omega t)$  et  $w(x_2, y_2, t) = W_2 \sin(\omega t)$  peut s'exprimer comme suit :

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_a(x_1, y_1) & \psi_b(x_1, y_1) \\ \psi_a(x_2, y_2) & \psi_b(x_2, y_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Notons :

$$\Psi(x_1, y_1, x_2, y_2) = \begin{bmatrix} \psi_a(x_1, y_1) & \psi_b(x_1, y_1) \\ \psi_a(x_2, y_2) & \psi_b(x_2, y_2) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

la matrice des déformées modales aux points  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  et pour les modes  $a$  et  $b$ . À condi-

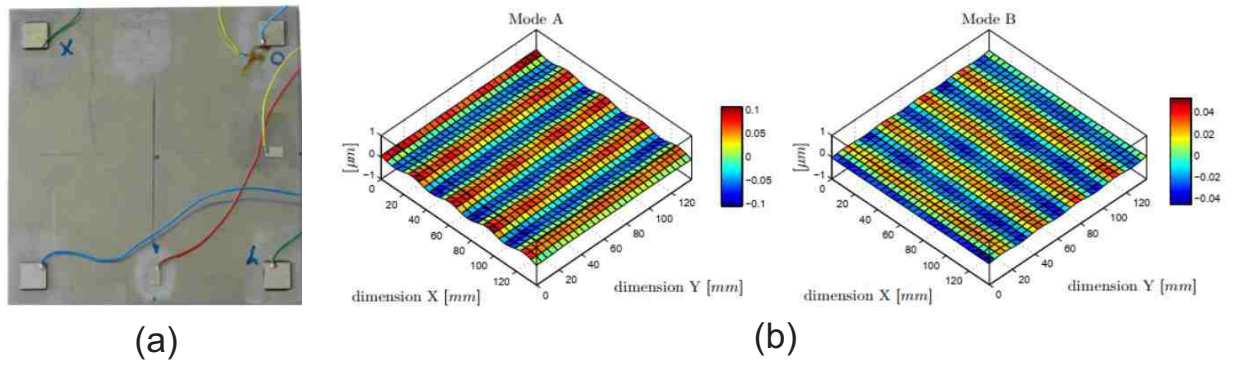


FIGURE 1.17 – l’interface tactile conçue par Ghenna (a) La plaque en aluminium avec les céramiques piézoélectriques, (b) les déformées modales des deux modes sélectionnés

tion que la matrice (1.3) soit inversible, l’équation (1.2) peut être utilisée pour imposer l’amplitude de vibration désirée ( $W_1, W_2$ ) en chaque point de l’interface  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  par inversion, ce qui aboutit à la définition des amplitudes de chaque mode :

$$\begin{bmatrix} W_a \\ W_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_a(x_1, y_1) & \psi_b(x_1, y_1) \\ \psi_a(x_2, y_2) & \psi_b(x_2, y_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

L’inconvénient de cette méthode est qu’elle présente des points singuliers où la matrice de déformées n’est pas inversible. De plus, elle ne permet que des interactions avec deux doigts.

Pour pallier ce problème, Katumu et Gorlewicz [82] ont proposé de superposer quatre modes ultrasoniques également pour de la modulation de frottement. Le prototype est constitué de quatre patches piézoélectriques collés sur chaque coin d’une plaque de verre de  $76 \times 76 \times 3\text{mm}^3$ . Les modes de la plaque sont montrés sur la figure (1.18). Les fréquences de résonance des modes sont comprises entre 20 kHz et 50 kHz. La dynamique en un point donné de l’interface  $(x, y)$  peut être écrite comme suit

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^4 \psi^{(k)} W^{(k)} \sin(\omega^{(k)} t) \quad (1.5)$$

avec  $k$  le rang du mode excité,  $\psi^{(k)}$  la déformée modale du mode  $k$ ,  $W^{(k)}$  l’amplitude modale,  $\omega^{(k)}$  la pulsation d’excitation, qui est également la pulsation de résonance du mode  $k$ . Contrairement à l’approche de Ghenna [81], ici chaque mode est excité à sa fréquence de résonance. Les auteurs proposent de pondérer les amplitudes  $W^{(k)}$  en fonction de la position du doigt sur l’écran afin d’augmenter le degré de contrôlabilité sur l’interface, ce qui permet de réduire les points singuliers dus aux nœuds de vibration. Ces nœuds de vibration sont les points où la déformée modale pour un mode donné est nulle, et les ventres de vibration sont les points où le module de la déformée modale est maximal.

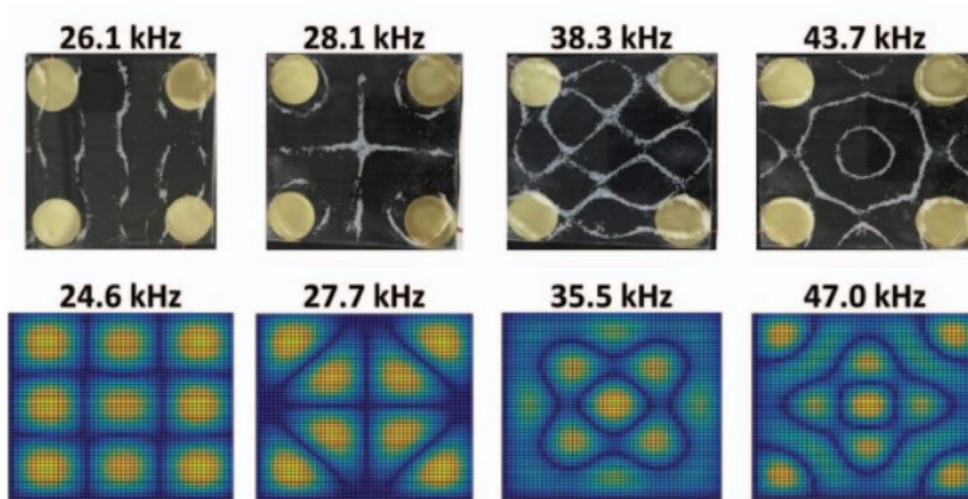


FIGURE 1.18 – (bas) Les déformées modales ainsi que les fréquences de résonance obtenues en simulation, (haut) les déformées modales et les fréquences de résonance obtenues expérimentalement, la poudre blanche se concentre au nœuds de vibration [82]

Toujours dans les approches de superposition multimodale, mais cette fois dans l'objectif de produire une stimulation vibrotactile localisée, on peut citer l'approche d'Enferad et al[77, 78]. Le dispositif est constitué d'une poutre en aluminium en forme d'agrafe dont les extrémités sont fixées. La poutre est équipée de 8 céramiques piézoélectriques *Noliac NC51*. Le démonstrateur est montré sur la figure (1.19).

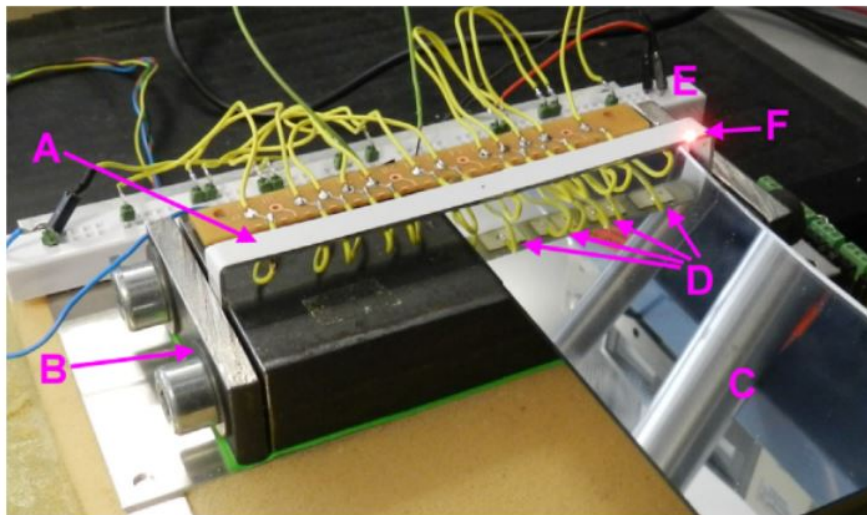


FIGURE 1.19 – Dispositif expérimental développé par [78] : (A) La poutre en aluminium qui sert d'interface tactile; (B) les fixations de la poutre pour obtenir des conditions aux limites "fixe-fixe"; (C) un miroir pour montrer les céramiques; (D) reflet des céramiques fixées sous la poutre, la deuxième et troisième céramiques en partant de la droite sont divisées en deux; (E) les connexions électriques des céramiques; (F) le spot du vibromètre laser (OFV 505 polytec)

L'idée des auteurs est de trouver la combinaison de modes qui permet d'obtenir une déformation désirée de la poutre à l'instant de focalisation. En effet, les structures mécaniques possèdent

une infinité de modes de vibration. La vitesse de vibration en un point de l'interface s'écrit donc

$$\dot{w}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi^{(k)}(x, y) \dot{\eta}^{(k)}(t) \quad (1.6)$$

où  $\dot{w}(x, y, t)$  est la vitesse de déformation de la structure à l'instant  $t$  et au point  $(x, y)$ ,  $\psi_k(x, y)$  est la déformée modale relative au mode  $k$ ,  $\dot{\eta}^{(k)}(t)$  est la vitesse modale.

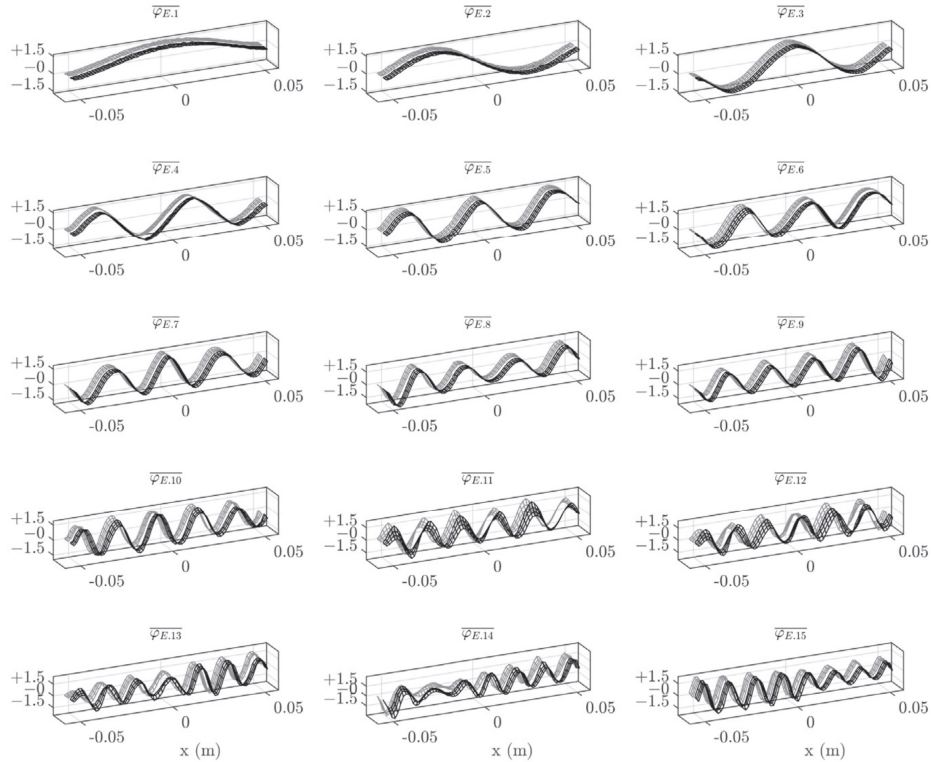


FIGURE 1.20 – Les déformées modales obtenues expérimentalement sur le dispositif tactile développé par [78], dans la plage de fréquence 0 – 39kHz

En pratique, dans le cadre de dispositif tactile, il n'est pas nécessaire d'exciter une infinité de modes de vibration. Il suffit d'exciter juste assez de modes pour avoir un contraste tactile, c'est à dire que l'utilisateur sente la stimulation uniquement à l'endroit désiré. La contribution de chaque mode est obtenue en projetant la vitesse de déformation désirée sur la base des déformées modales montrée sur la figure (1.20). La formule de projection s'écrit

$$\dot{\eta}_f^{*(k)} = \iint_S \psi^{(k)}(x, y) \dot{w}_f^*(x, y) dx dy \quad (1.7)$$

où  $S$  est la surface de projection,  $t_f$  l'instant de focalisation,  $\dot{w}_f^*$  le champ de vitesse de la plaque désiré à l'instant de focalisation et  $\dot{\eta}_f^{*(k)}$  est le facteur de contribution du mode  $k$  et qui correspond également à la vitesse modale à l'instant de focalisation  $\dot{\eta}^{(k)}(t_f)$ .

La vitesse de déformation de la poutre à l'instant de focalisation  $\dot{w}_f^*(x, y)$  peut être définie par le concepteur, à condition que sa forme respecte les conditions aux limites de la structure. Cette vitesse est définie par exemple avec la fonction sinus cardinale et la poutre est divisée en 5 zones de focalisation, comme illustré sur la figure 1.21.

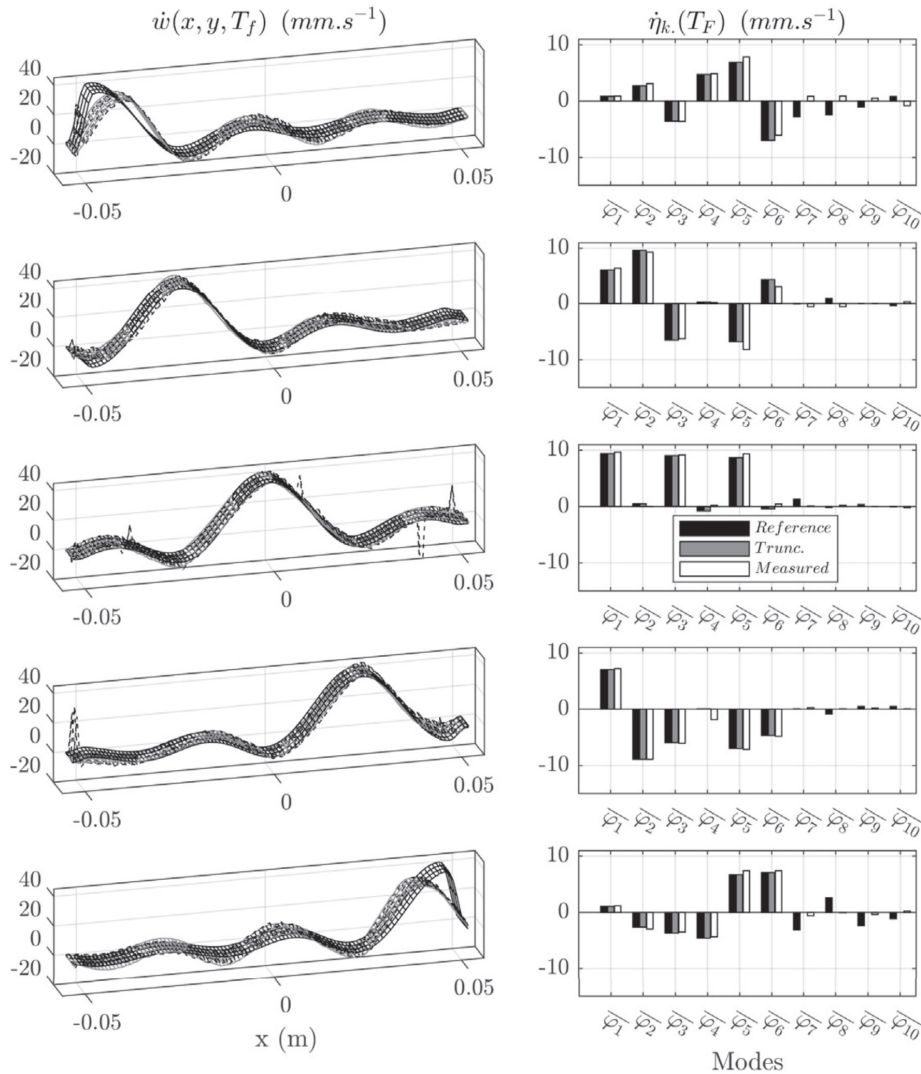


FIGURE 1.21 – (gauche) Les vitesses de déformation définies pour 5 points de focalisation différents sur la poutre ; (droite) les facteurs de contribution de chaque mode obtenus avec la projection [78].

Il reste à définir la forme des régimes transitoires pour chaque mode. Pour cela, les auteurs ont choisi un régime transitoire qui se rapproche de la réponse naturelle d'un mode résonant. En effet, l'excitation d'un mode de vibration à sa fréquence de résonance requiert un minimum d'effort de commande. Pour une condition initiale en vitesse  $\dot{\eta}_f^{*(k)}$ , la réponse d'un mode de vibration s'écrit :

$$\dot{\eta}(t) = \dot{\eta}_f^{*(k)} \cos(\omega_r^{(k)} t) e^{-\xi^{(k)} \omega_r^{(k)} t} \quad (1.8)$$

avec  $\xi^{(k)}$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_r^{(k)}$  la pulsation de résonance du mode  $k$ . Il suffit ensuite d'effectuer le changement de variable  $t \rightarrow (t - t_f)$  pour atteindre la référence souhaitée à la fin du régime transitoire. En pratique, un facteur d'accélération  $\kappa^{(k)}$  est ajouté pour permettre l'accélération de certains modes, afin de pouvoir imposer la durée du régime transitoire. La forme du transitoire devient donc

$$\dot{\eta}(t) = \eta_f^{*(k)} \cos(\omega_r^{(k)}(t - t_f)) e^{\kappa^{(k)} \xi^{(k)} \omega_r^{(k)}(t - t_f)} \quad (1.9)$$

pour  $t \leq t_f$ . Le facteur  $\kappa^{(k)}$  permet l'accélération d'un mode par rapport à son régime libre. Des valeurs plus grandes que 1 permettent une focalisation plus rapide, mais induisent des contraintes importantes en tension sur les céramiques piézoélectriques. Des valeurs inférieures à 1 nécessitent une tension plus faible, mais ralentissent la dynamique en vibration des modes et la focalisation, ce qui peut être un problème pour les applications tactiles.

Les régimes transitoires des 5 premiers modes pour une focalisation au centre sont montrés sur la figure (1.22), avec  $t_f = 25$  ms. La structure est contrôlée en régime forcé pour  $t \leq t_f$  et en régime libre pour  $t > t_f$ . Certains modes comme le 1er sont accélérés en régime forcé, ce qui permet de réduire le temps de focalisation et d'améliorer le contraste tactile. Les tensions d'alimentation des céramiques peuvent être calculées par inversion du modèle, en connaissant la forme de la réponse désirée et les paramètres dynamiques des modes.

Afin d'étudier la possibilité de produire des sensations vibrotactiles localisées grâce à cette approche, les auteurs ont mis en place un dispositif expérimental à cet effet. Le démonstrateur consiste en une poutre en aluminium de  $100 \times 6 \times 2$  mm équipée de six céramiques piézoélectriques, dans le but d'exciter les 15 premiers modes de la poutre. Comme montré sur la figure (1.23.a), la poutre est divisée en 5 zones tactiles. Les auteurs ont produit une focalisation en vitesse au centre de la poutre (voir figure (1.23.b)), et ils ont ensuite demandé aux participants de mettre simultanément deux doigts sur deux points différents de l'interface et de comparer les sensations sous chaque doigt. Les différents points à comparer sont (A,C), (B,D) et (C,E).

La figure (1.24) illustre le bilan des réponses, qui montrent que les participants arrivent bien à localiser le pic de vitesse, lorsque deux doigts sont posés sur l'interface. Il ressort de l'étude que la sensation est localisée sous le doigt où la vitesse de vibration est la plus grande. Lorsque ces deux vitesses sont égales, par exemple aux points (B,D), les participants ne peuvent pas différencier les sensations.

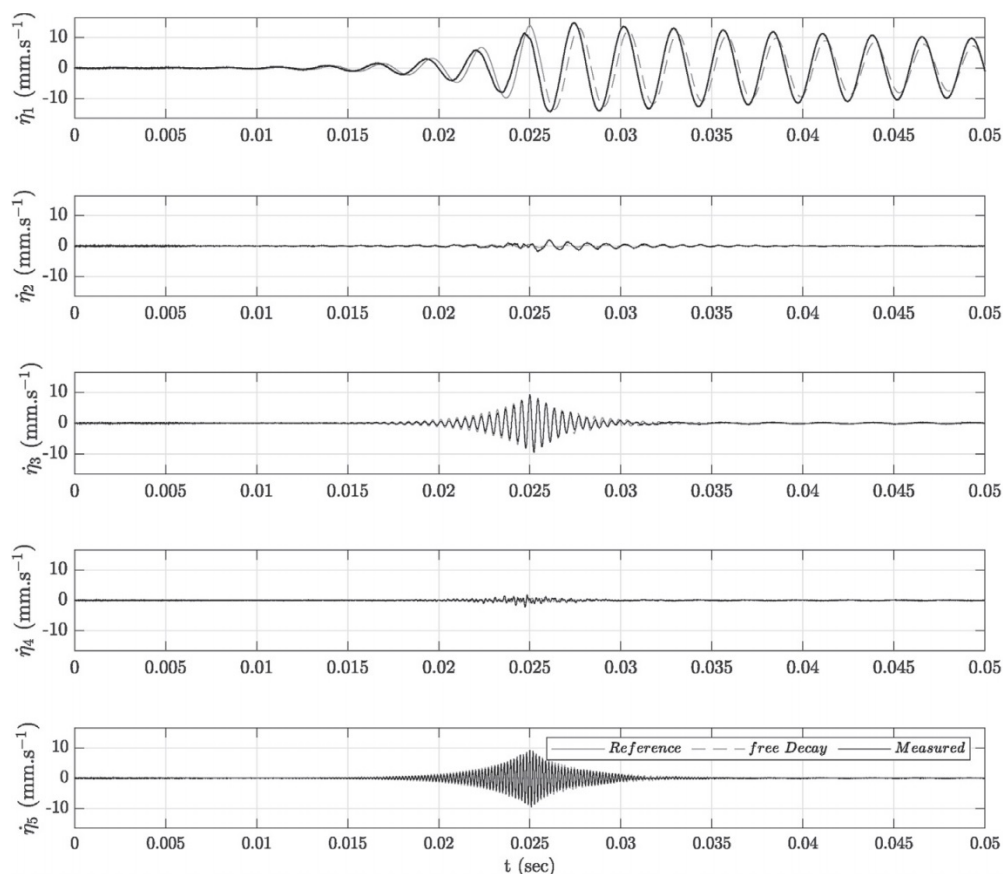
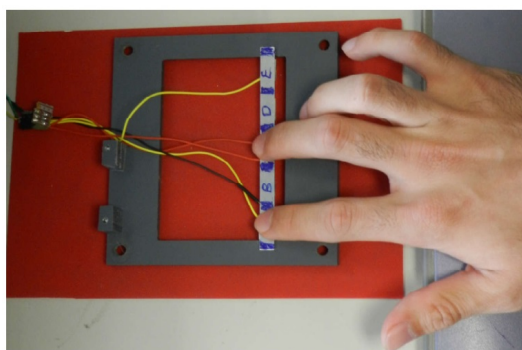
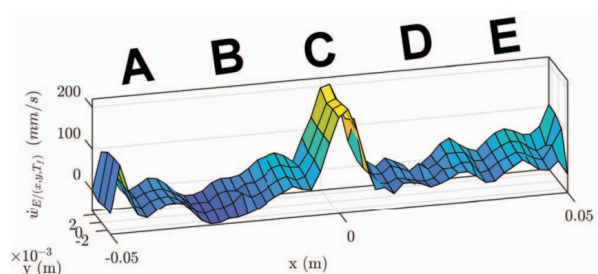


FIGURE 1.22 – Les régimes transitoires des cinq premiers modes de la poutre, avec  $t_f = 25$  ms [78].



(a)



(b)

FIGURE 1.23 – (a) Le démonstrateur tactile pour la génération de sensations vibrotactiles localisées ; (b) le champ de vitesse de la structure mesuré à l'instant de focalisation  $t = t_f$  [78].

## 1.9 Conclusion

Différents types de dispositifs haptiques ont été présentés dans ce chapitre. Les dispositifs à retour de force sont par exemple très pratiques pour des applications en réalité virtuelle/augmentée ou pour de la télémanipulation. Concernant les dispositifs à retour tactile, certains sont encombrants ou pas adaptés à une application sur une surface transparente. D'autre part, l'excitation

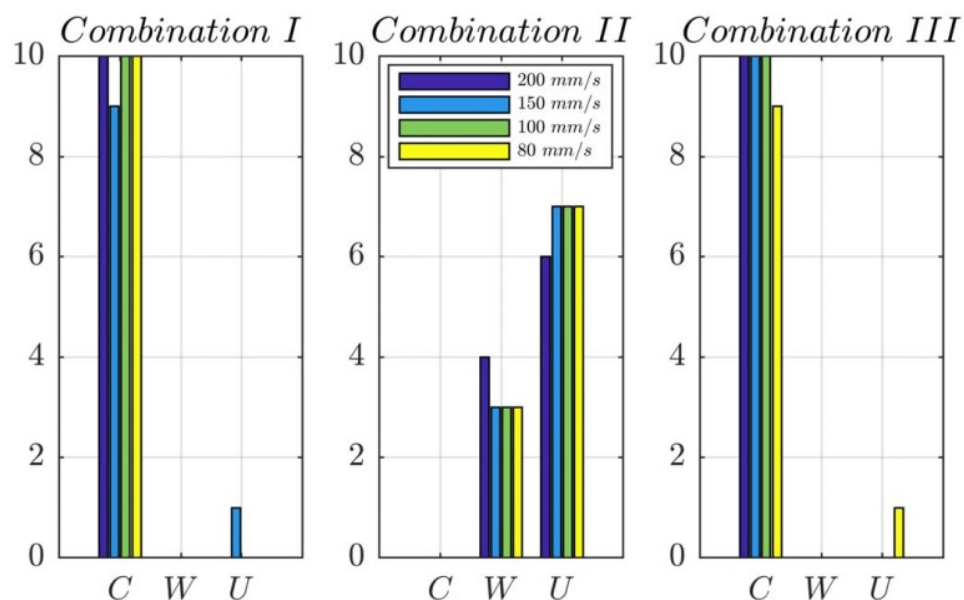


FIGURE 1.24 – Résultats des perceptions des stimuli entre l'index de la main droite et celui de la main gauche pour 10 participants, les combinaisons I,II et III correspondent respectivement aux points (A,C), (B,D) et (C,E). Les indices 'C','W' et 'U' représentent respectivement des réponses correctes, fausses et indéterminées [78]

des modes stationnaires par des céramiques piézoélectriques comporte beaucoup d'avantages : les actionneurs ne sont pas nécessairement positionnés à l'endroit de la stimulation, ils sont en général collés sur la périphérie de la plaque tactile transparente. De plus, les céramiques peuvent être utilisées en moteur ou en capteur. Enfin, elles ont une très large bande passante, ce qui fait qu'elles peuvent être utilisées pour de la modulation de frottement à des fréquences ultrasoniques ou pour des sensations vibrotactiles, sachant que les deux effets ne sont pas incompatibles entre eux.

Il existe des dispositifs à retour tactile basés sur de la modulation de frottement qui sont déjà commercialisés. Ces technologies peuvent produire une grande variété de sensations tactiles, à condition que le doigt glisse sur l'écran. Cependant, cette technologie n'est pas adaptée pour produire des sensations si le doigt est immobile, comme la simulation d'un "clic" sur bouton par exemple. Pour compenser ce manque, il est possible d'intégrer à l'interface des technologies de stimulation vibrotactile globale ou localisée. Les techniques de stimulation vibrotactile localisée peuvent produire des sensations à l'endroit désiré de l'écran, permettant ainsi une meilleure efficacité énergétique, car l'énergie cinétique est concentrée au point de focalisation. Ces stimulateurs offrent également une interaction sur l'écran à plusieurs doigts "multi-touch". Trois techniques de stimulation vibrotactile localisée ont été présentées dans ce chapitre. En raison des facteurs de perturbation exogènes, le comportement dynamique des structures mécaniques va-



rie. En conséquence, toutes ces techniques souffrent de manque de robustesse et la répétabilité de la stimulation vibrotactile n'est donc pas garantie. Cependant, la technique de superposition multimodale, par son principe, offre la possibilité du passage vers un contrôle en boucle fermée.

L'objectif de cette thèse est de proposer une approche de commande pour améliorer la robustesse de la technique de stimulation vibrotactile localisée. Cette approche doit permettre de contrôler indépendamment l'amplitude vibratoire en régime transitoire de plusieurs modes de vibrations d'une structure, tout en assurant leur synchronisation à l'instant de focalisation, ceci, en dépit des différents facteurs de perturbations comme le décalage de la fréquence de résonance dû à la variation de température ou l'amortissement ajouté par le doigt. Les différents algorithmes de commande doivent être faciles à mettre en œuvre. Le prochain chapitre traitera donc de la mise en place d'une méthodologie pour contrôler l'amplitude et la phase d'un mode de vibration, puis le concept sera généralisé pour le contrôle de plusieurs modes d'une poutre au chapitre 3. Ensuite nous passerons au chapitre 4 à la conception et au contrôle de modes d'une plaque tactile transparente.

## Chapitre 2

# Contrôle par modulation-démodulation d'un mode vibratoire

### 2.1 Introduction

D'une manière générale, les structures mécaniques possèdent des modes rigides, comme les 3 translations et les 3 rotations d'un solide. Ils possèdent également une infinité de modes souples (déformation), caractérisés par leur fréquence de résonance et leur déformée propre, appelée déformée modale.

Lors de la conception d'une structure mécanique, on cherche généralement à éviter d'exciter ces modes de déformations. L'excitation d'une résonance d'un pont par le vent transversal peut causer son effondrement par exemple. Les modes souples peuvent également être gênants dans le cadre de structures robotiques, où le contrôle des différents degrés de liberté devient compliqué lorsque les dynamiques sont accélérées.

D'un autre côté, dans plusieurs applications médicales ou industrielles, les résonances de dispositifs électromécaniques sont exploitées : par exemple, pour les nébuliseurs, l'échographie ou le soudage par ultrasons. Ces dispositifs, que l'on appelle résonateurs, doivent, pour fonctionner, maintenir constante l'amplitude de vibration, tout en poursuivant la fréquence de résonance du mode choisi [83, 84], et ce, malgré les non linéarités du système et les perturbations exogènes [85]. Dans certains cas où la dynamique du système est bien connue, le dispositif est contrôlé en boucle ouverte. Dans les microsystèmes électromécaniques (MEMS), Borovic et al [86] ont montré que si le dispositif fonctionne en tout-ou-rien, un contrôle en boucle ouverte est suffisant. Par contre, si le dispositif doit être positionné entre 0 et 100%, alors le passage en boucle fermée

est préférable. Pour des systèmes résonants, la charge acoustique peut changer le comportement du dispositif [83] et l'implémentation d'une boucle fermée rapide et précise demande une fréquence d'échantillonnage élevée et une grande puissance de calcul. Babitsky et al [87] ont proposé un circuit auto-résonant pour le contrôle des vibrations, tout en garantissant un fonctionnement à la fréquence de résonance. Davis et Bucher [88] ont mis en place un algorithme de contrôle non-linéaire pour sélectionner et exciter automatiquement un mode résonant désiré à sa fréquence de résonance. Chen et al [89] ont conçu un contrôleur non-linéaire pour la commande en position d'un moteur ultrasonique à ondes progressives. Les auteurs ont obtenu de meilleures performances avec la méthode proposée, comparé à un contrôleur Proportionnel-Intégral (PI). Cependant, dans les trois cas [87, 88, 89], la réponse dynamique du mode n'est pas maîtrisée.

Pour des raisons économiques – certains composants électroniques pouvant être très onéreux – le contrôle par modulation-démodulation est une approche compétitive [90]. La méthode consiste à démoduler les mesures par des signaux sinusoïdaux et obtenir la composante en phase et en quadrature. Le contrôleur est implémenté dans le repère démodulé et les sorties sont ensuite modulées par le même signal sinusoïdal, servant à la modulation. Le principe du contrôle par modulation-démodulation est montré sur la figure (2.1). Cette méthode a montré

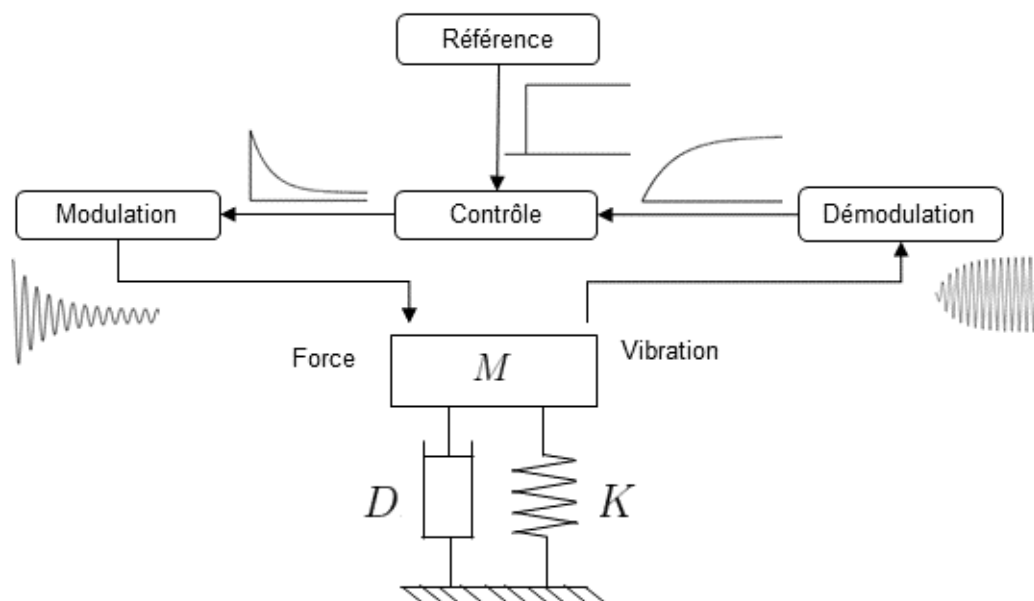


FIGURE 2.1 – Principe du contrôle par modulation-démodulation

de bons résultats pour l'amortissement actif de structures [91]. Introduite dans les années 90 avec une commande adaptative, elle permet de rejeter des perturbations sinusoïdales [92, 93]. Une autre approche similaire appelée *Méthode de Contrôle Vectoriel*, s'inspire de la méthode

de contrôle des moteurs électromagnétiques. Elle a été appliquée par exemple pour commander indépendamment deux modes de vibrations voisins afin de produire des ondes progressives [94], ceci en contrôlant en boucle fermée la phase entre les deux modes. Elle a été également appliquée pour le contrôle d'un transducteur de Langevin et a montré une bonne robustesse face aux non linéarités du système [95]. Les auteurs ont utilisé un régulateur PI monovariante, conçu à partir d'un modèle simplifié en supposant que le couplage entre les états du système peut être négligé. Cette simplification permet de découpler les commandes sur les deux axes en utilisant un simple PI par axe. Cependant, cette hypothèse limite la dynamique de la boucle fermée et ne convient donc pas dans le cas où les dynamiques des modes doivent être accélérées. Par conséquent, la conception d'un contrôleur pour un système à entrées multiples et sorties multiples (multivariable) est impérative. Cependant, le réglage des gains du contrôleur sont compliqués lorsque le système est multivariable [96]. Certains auteurs [97, 98, 99, 100] ont proposé d'utiliser la commande *Linéaire Quadratique (LQ)* pour la conception d'un contrôleur PID mono ou multivariable. L'inconvénient de ces approches est que les matrices de pondérations Q et R sont choisies empiriquement ou bien en utilisant une procédure d'optimisation [101].

Ce chapitre traite du contrôle de l'amplitude complexe (module-phase) d'un mode de vibration isolé, pouvant être étendu au cas d'un oscillateur harmonique sous amorti de manière générale. La méthode de contrôle par modulation-démodulation (ou contrôle vectoriel) sera reprise. Un modèle complet dans un repère démodulé sera proposé et sera ensuite normalisé afin de permettre la conception de contrôleurs génériques. Des critères de performances sur la dynamique en boucle fermée sont proposés, permettant d'imposer la forme du transitoire ainsi que la dynamique de l'amplitude vibratoire. Ces critères sont utilisés pour définir les matrices de pondérations de la commande LQ et donc en déduire systématiquement les gains du correcteur.

## 2.2 Modélisation dynamique

### 2.2.1 Modèle dynamique d'une plaque

Soit une plaque homogène et isotrope et dont l'épaisseur  $h$  est faible comparée à sa longueur et sa largeur. Le modèle de déformation d'une plaque de Kirchhoff non amortie, avec les conditions cinématiques sur la frontière est décrite par l'équation suivante [102] :

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = p(x, y, t) \quad (2.1)$$

où  $D$  la rigidité de flexion,  $\rho$  la densité du matériau,  $p(x, y, t)$  la distribution de la force extérieure et  $\nabla^4$  l'opérateur bi-harmonique qui s'écrit :

$$\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (2.2)$$

L'équation (2.1) peut être résolue en utilisant la théorie de la décomposition modale, avec :

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi^{(k)}(x, y) \eta^{(k)}(t) \quad (2.3)$$

où

- $\eta^{(k)}(t)$  : l'amplitude modale du mode  $k$ , appelée aussi coordonnée modale
- $\psi^{(k)}(x, y)$  : la déformée modale, qui doit satisfaire les conditions aux limites (libre, fixe...)

Un exemple des huit premières déformées modales d'une plaque de verre de dimensions ( $100 \times 100 \times 2 \text{mm}^3$ ) est montré sur la figure (2.2). Si les déformées modales sont normalisées par rapport à la masse vibrante alors elles vérifient la relation d'orthogonalité suivante :

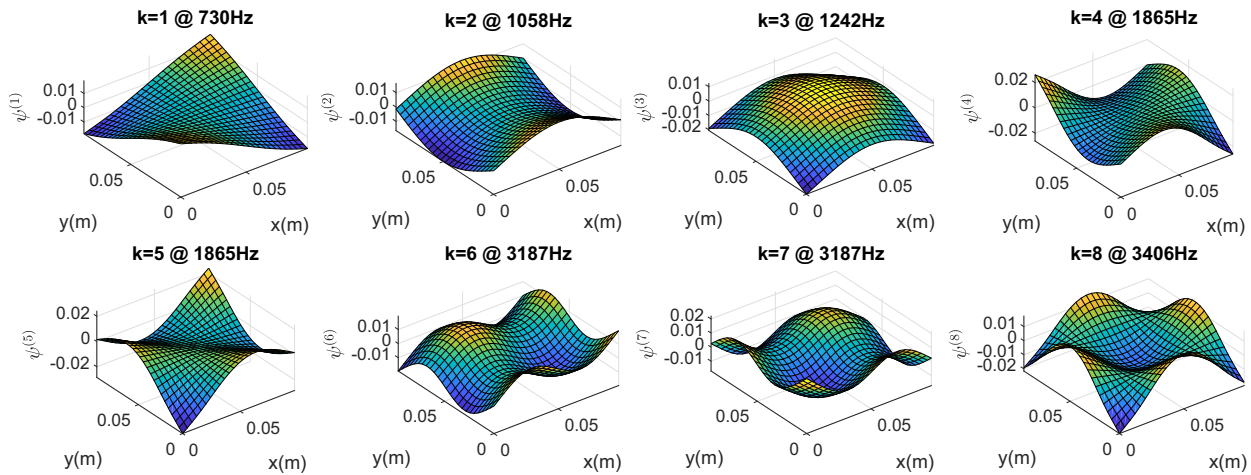


FIGURE 2.2 – Les huit premières déformées modales d'une plaque de verre de dimensions ( $100 \times 100 \times 2 \text{mm}^3$ ), avec les fréquences de résonances respectives

$$\iint_{S_p} \rho h \psi^{(k)}(x, y) \psi^{(i)}(x, y) dx dy = \delta_{ki} \quad (2.4)$$

où  $S_p$  la surface de la plaque et  $\delta_{ki}$  est le delta de Kronecker avec [102] :

$$\delta_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = i \\ 0 & \text{si } k \neq i \end{cases} \quad (2.5)$$

Finalement, grâce à la propriété d'orthogonalité entre les modes et en utilisant l'équation (2.3), la

solution de l'équation (2.1) autour du mode de rang  $k$  s'écrit sous la forme normalisée :

$$\ddot{\eta}^{(k)}(t) + 2\xi^{(k)}\omega_n^{(k)}\dot{\eta}^{(k)}(t) + \omega_n^{(k)2}\eta^{(k)}(t) = \omega_n^{(k)2}f^{(k)}(t) \quad (2.6)$$

où

- $\xi^{(k)}$  : coefficient d'amortissement,
- $\omega_n^{(k)}$  : pulsation propre non amortie,
- $f^{(k)}(t)$  : effort de commande résultant de la somme des forces appliquées sur le mode  $k$ , dû à la normalisation, cet effort s'exprime en  $(\text{mkg}^{1/2})$ .

Dans la suite de ce chapitre, nous ne considérons qu'un seul mode de vibration, pour élargir, au chapitre 3, les concepts proposés à plusieurs modes de vibration.

### 2.2.2 Représentation d'état dans la base démodulée

Soit le cas d'un seul mode de vibration (Poutre, plaque...) [103]. Puisqu'il n'y a pas d'ambiguïté, l'équation (2.6) est réécrite en ignorant les indices relatifs au mode, ainsi :

$$\ddot{\eta}(t) + 2\xi\omega_n\dot{\eta}(t) + \omega_n^2\eta(t) = \omega_n^2f(t) \quad (2.7)$$

Cette équation décrit la dynamique d'un oscillateur harmonique amorti. Cependant, dans le cadre de ce travail, seulement le cas d'oscillateur sous amorti sera considéré ( $\xi \ll 1$ ). Par conséquent la fréquence de résonance peut être confondue avec la fréquence propre, et s'écrit :

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \simeq \omega_n \quad (2.8)$$

En supposant que  $\eta(t)$  et  $f(t)$  sont harmoniques, il est possible d'appliquer un phaseur afin de passer dans l'espace complexe. Ces deux dernières s'écrivent donc sous la forme suivante :

$$\underline{\eta}(t) = (H_d(t) + jH_q(t))e^{j\omega t} \quad (2.9)$$

$$\underline{f}(t) = (F_d(t) + jF_q(t))e^{j\omega t} \quad (2.10)$$

avec  $j = \sqrt{-1}$ ,  $H_d$  la composante réelle (directe) de l'amplitude modale et  $H_q$  sa composante imaginaire (quadrature),  $F_d$  et  $F_q$  sont respectivement la composante réelle et imaginaire de l'effort modal,  $\omega$  la pulsation d'excitation.

Le principe d'un phaseur est montré sur la figure (2.3). Si on considère un signal sinusoïdal à

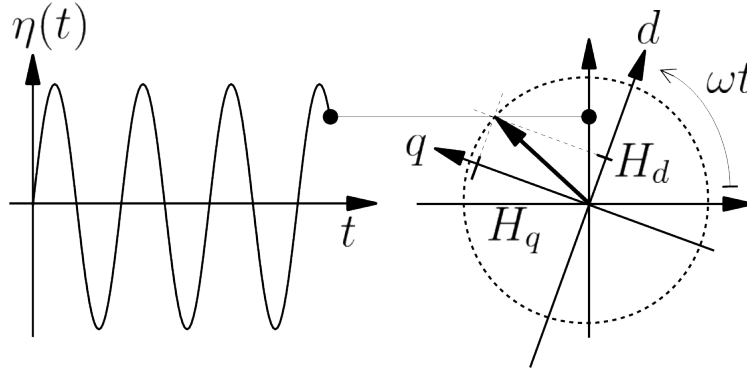


FIGURE 2.3 – Principe d'un phaseur

amplitude constante, alors son phaseur associé sera un vecteur d'amplitude constante également et tournant dans le plan complexe à la vitesse de rotation  $\omega$ . Cependant, il sera fixe dans le repère  $(d, q)$ , dont la composante  $d$  du repère est colinéaire au vecteur unitaire  $e^{j\omega t}$ . Dans le cadre du contrôle des machines électromagnétiques, ce vecteur, forme avec celui en quadrature *le repère tournant*. En télécommunication ce vecteur complexe est nommé *la porteuse* et la nouvelle base *la bande de base*. Dans cette thèse, nous appellerons cette nouvelle base *la base démodulée*, et la base temporelle avant démodulation, *la base naturelle*.

La première et seconde dérivée de l'équation (2.9) s'écrivent respectivement :

$$\dot{\eta}(t) = \underline{u}(t) = (U_d + jU_q)e^{j\omega t} = [(\dot{H}_d + j\dot{H}_q) + j\omega(H_d + jH_q)]e^{j\omega t} \quad (2.11)$$

$$\ddot{\eta}(t) = [(\ddot{H}_d + j\ddot{H}_q) + 2j\omega(\dot{H}_d + j\dot{H}_q) - \omega^2(H_d + jH_q)]e^{j\omega t} \quad (2.12)$$

où  $u(t) = \dot{\eta}(t)$  est définie comme étant la vitesse vibratoire modale,  $U_d$  et  $U_q$  sont respectivement ses composantes réelle et imaginaire. En remplaçant les équations (2.9) (2.10) (2.11) et (2.12) dans l'équation (2.7), une équation différentielle complexe est obtenue. Les parties réelles et imaginaires peuvent être écrites séparément et aboutissent au système différentiel linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{H}_d &= (\omega^2 - \omega_n^2)H_d + 2\xi\omega\omega_n H_q - 2\xi\omega_n \dot{H}_d + 2\omega \dot{H}_q + \omega_n^2 F_d \\ \ddot{H}_q &= -2\xi\omega\omega_n H_d + (\omega^2 - \omega_n^2)H_q - 2\omega \dot{H}_d - 2\xi\omega_n \dot{H}_q + \omega_n^2 F_q \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le système différentiel (2.13) représente les équations dans la base démodulée (donc le repère tournant). Il peut s'écrire sous la forme d'une représentation d'état, telle que définie par

les équations (2.14) :

$$\dot{x} = Ax + Bu \iff \begin{bmatrix} \dot{H}_d \\ \dot{H}_q \\ \ddot{H}_d \\ \ddot{H}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega^2 - \omega_n^2 & 2\xi\omega\omega_n & -2\xi\omega_n & 2\omega \\ -2\xi\omega\omega_n & \omega^2 - \omega_n^2 & -2\omega & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_d \\ H_q \\ \dot{H}_d \\ \dot{H}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_n^2 & 0 \\ 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

En considérant que la grandeur mesurée est une amplitude modale, alors nous posons  $y = [H_d, H_q]^T$  et la matrice d'observation est définie comme suit :

$$y = Cx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (2.15)$$

Ainsi, En appliquant les transformations de l'équation (2.9) et (2.10) sur un système résonant régi par l'équation (2.7), un modèle équivalent dans la base démodulée est obtenu. Un schéma représentant cette transformation est montré sur la figure (2.4) qui illustre l'équivalence entre les modèles dans la base naturelle et la base démodulée. Le terme  $\omega$  de la porteuse  $e^{j\omega t}$  est considéré comme étant un paramètre, ce qui fait que le modèle équivalent après transformation est celui d'un système linéaire invariant. Cette approximation est valable lorsque  $\omega$  est fixe ou qu'il varie peu.

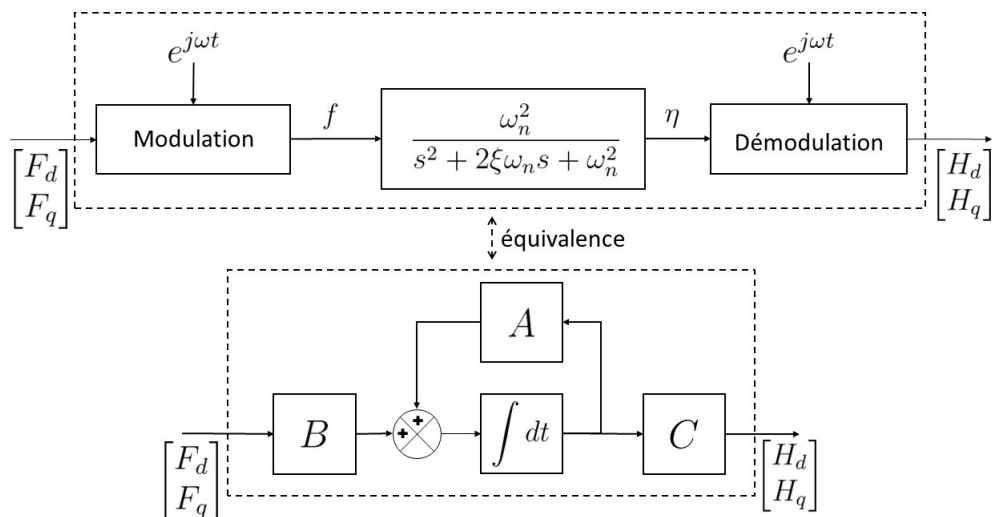


FIGURE 2.4 – Modèle d'un oscillateur harmonique sous amorti auquel est intégré les opérateurs de modulation-démodulation (haut) ; son modèle équivalent dans la base démodulée (bas)

À titre d'exemple nous traçons sur la figure (2.5) les réponses obtenues en simulation d'un



résonateur dont la pulsation de résonance est  $\omega_n = 62.82\text{rad s}^{-1}$  (10Hz) et un amortissement  $\xi = 0.1$ . Les tracés bleus et rouges correspondent à des réponses face à des signaux de com-

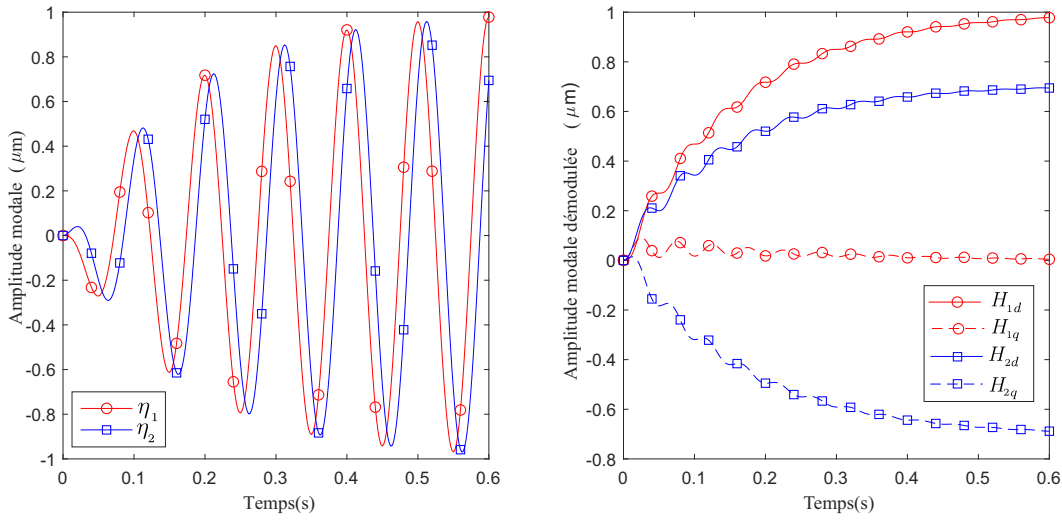


FIGURE 2.5 – Exemples obtenus en simulation d'un résonateur excité avec deux efforts harmoniques de mêmes amplitude et fréquence mais avec des phases différentes : (gauche) réponses du système dans la base naturelle ; (droite) réponses du système dans la base démodulée. Dans cette dernière figure, une ondulation à 2 fois la fréquence de travail est visible autour de  $t = 0$ , qui sera explicitée au paragraphe (2.2.4).

mande différents. Les deux signaux de commande sont des échelons d'effort dans la base démodulée et dont on change successivement la phase, les deux efforts sont déphasés de  $\pi/4$ . La figure de gauche et de droite correspondent respectivement aux réponses du système dans la base naturelle (2.7) et celles du système dans la base démodulée (2.14). L'avantage de cette transformation est la possibilité de contrôler directement le module et la phase de l'amplitude modale  $\eta$  d'un résonateur en contrôlant sa composante en phase  $H_d$  et en quadrature  $H_q$ .

### 2.2.3 Normalisation du modèle

Afin de généraliser l'approche proposée, la représentation d'état (2.14) sera transformée en une forme normalisée qui ne dépend que de l'amortissement  $\xi$  et de la fréquence relative  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$ . Pour cela, une nouvelle base de temps est définie  $\theta = \omega_n t$  et sera appelée *base normalisée*. Un changement de variables est appliqué au vecteur d'état  $\mathbf{x}$  en définissant les nouvelles variables suivantes :

$$H_{nd} = H_d \quad H'_{nd} = \frac{dH_{nd}}{d\theta} = \frac{\dot{H}_d}{\omega_n} \quad H''_{nd} = \frac{d^2 H_{nd}}{d\theta^2} = \frac{\ddot{H}_d}{\omega_n^2} \quad (2.16)$$

$$H_{nq} = H_q \quad H'_{nq} = \frac{dH_{nq}}{d\theta} = \frac{\dot{H}_q}{\omega_n} \quad H''_{nq} = \frac{d^2 H_{nq}}{d\theta^2} = \frac{\ddot{H}_q}{\omega_n^2} \quad (2.17)$$

En remplaçant ces nouvelles variables dans la représentation d'état (2.14), nous obtenons la représentation d'état du résonateur dans une base démodulée et normalisée :

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= A_n x_n + B_n u_n \\ \begin{bmatrix} H'_{nd} \\ H'_{nq} \\ H''_{nd} \\ H''_{nq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \Omega^2 - 1 & 2\xi\Omega & -2\xi & 2\Omega \\ -2\xi\Omega & \Omega^2 - 1 & -2\Omega & -2\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{nd} \\ H_{nq} \\ H'_{nd} \\ H'_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

## 2.2.4 Comportement dynamique d'un oscillateur harmonique sous-amorti

D'une manière générale, la dynamique d'un système peut être analysée en calculant le polynôme caractéristique  $P(\lambda_n) = \det(\lambda_n I - A_n)$ . D'après (2.18) :

$$P(\lambda_n) = \lambda_n^4 + 4\xi\lambda_n^3 + (4\xi^2 + 2\Omega^2 + 2)\lambda_n^2 + 4\xi(1 + \Omega^2)\lambda_n + \Omega^2(\Omega^2 + 4\xi^2 - 2) + 1 \quad (2.19)$$

La solution générale de  $P(\lambda_n) = 0$  donne les valeurs propres de la matrice  $A_n$  et donc les pôles du système (2.18). La résolution donne 4 solutions :

$$\begin{aligned} \lambda_n^{(1,2)} &= -\xi \pm j\sqrt{1 + \Omega^2 - \xi^2 + 2\Omega\sqrt{1 - \xi^2}} \\ \lambda_n^{(3,4)} &= -\xi \pm j\sqrt{1 + \Omega^2 - \xi^2 - 2\Omega\sqrt{1 - \xi^2}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dans le cas d'un oscillateur sous amorti ( $\xi \ll 1$ ), un développement limité à l'ordre 1 permet de proposer une expression approchée de ces solutions :

$$\begin{aligned} \lambda_n^{(1,2)} &= -\xi \pm j(\Omega + \sqrt{1 - \xi^2}) \\ \lambda_n^{(3,4)} &= -\xi \pm j(\Omega - \sqrt{1 - \xi^2}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ainsi, nous constatons que les pôles dans la base démodulée ressemblent aux pôles d'un système de second ordre auxquels est ajouté le terme de démodulation  $\pm j\Omega$  (c'est à dire  $\pm j\omega$  pour le modèle dans la base naturelle)[91]. En démodulant le mode à sa fréquence de résonance ( $\Omega = 1$ ), deux des pôles du système dans la base démodulée ( $\lambda_n^{(3)}$  et  $\lambda_n^{(4)}$ ) se rapprochent de l'axe des réels. Comme montré sur la figure (2.6) , ces pôles correspondent à la dynamique principale dans la base démodulée. Les deux autres pôles ( $\lambda_n^{(1)}$  et  $\lambda_n^{(2)}$ ) sont responsables des ondulations à  $2\Omega$  (seconde harmonique) visibles sur la figure (2.5).

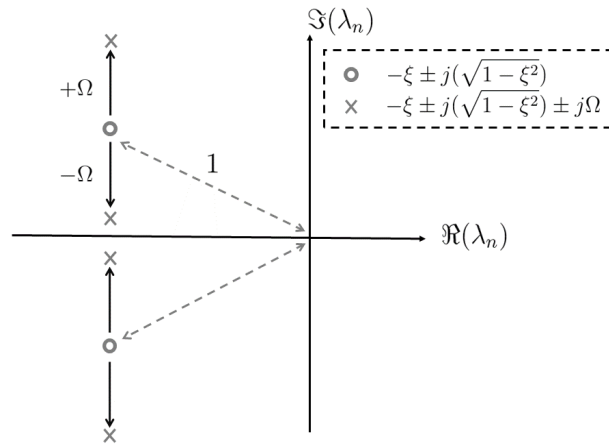


FIGURE 2.6 – Pôles d'un oscillateur harmonique sous amorti dans une base temporelle normalisée, avant (ronds) et après (croix) démodulation

La figure (2.7) montre la réponse du système en régime transitoire selon l'axe d (partie réelle) et l'axe q (partie imaginaire) de l'amplitude vibratoire dans la base démodulée et normalisée, en fonction de la fréquence relative  $\Omega$ , sous l'effet d'un échelon unitaire d'effort selon l'axe imaginaire  $F_q = 1$ , avec  $\xi = 5 \times 10^{-3}$  (facteur de qualité de  $Q_f = \frac{1}{2\xi} = 100$ ). Il est clair, selon cette figure, que

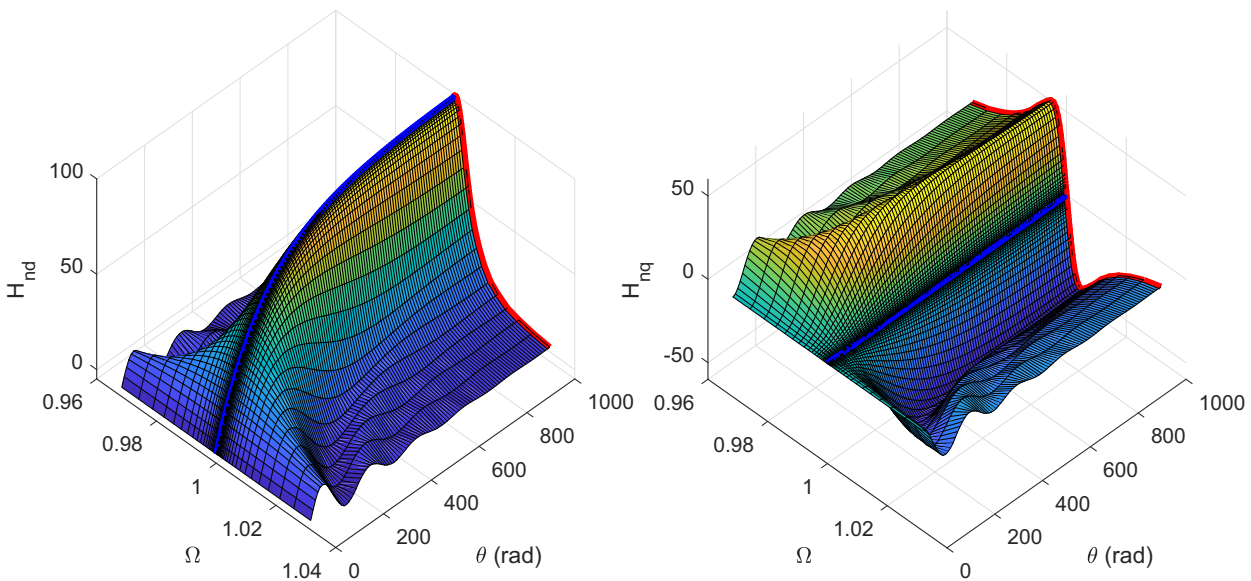


FIGURE 2.7 – Réponses du système ( $\xi = 5 \times 10^{-3}$ ) dans une base normalisée  $\theta = \omega_n t$  en fonction de la fréquence relative  $\Omega$ , (tracés bleus) cas d'une excitation à la fréquence de résonance  $\Omega = 1$ , (tracés rouges) amplitudes en régime quasi-permanent

la fréquence privilégiée est celle de la résonance  $\Omega = 1$ . Dans ce cas, les dynamiques sur les deux axes sont découplées. Ainsi, le modèle de l'oscillateur sous-amorti dans sa base démodulée est équivalent à deux systèmes couplés du second ordre. L'intérêt de la modélisation dans la base démodulée est que le couplage entre ces deux systèmes disparaît lorsque l'excitation est faite à la résonance. De plus, en régime permanent, les variables d'état sont constantes, ce

qui représente un avantage majeur dans la conception d'un système en boucle fermée. C'est pourquoi, dans la suite de ce chapitre, nous abordons le contrôle dans la base démodulée de l'oscillateur harmonique sous-amorti.

## 2.3 Conception générique d'un contrôleur dans la base démodulée

Cette section est consacrée à la mise en place d'une méthodologie systématique pour le contrôle en boucle fermée d'un mode de vibration dans la base démodulée. Nous allons reprendre le modèle générique dans la base démodulée, qui sera utilisé pour mettre en place un correcteur PID multivariables dont les gains sont calculés en utilisant l'approche par retour d'état *Linéaire Quadratique (LQ)*. À partir d'un cahier des charges sur les réponses dynamiques, nous proposons une approche permettant d'obtenir systématiquement les matrices de pondérations de la commande LQ. Cette approche est basée sur une démarche empirique, où quelques approximations sont effectuées. Elle permet d'éviter les étapes de réglage des matrices de pondérations nécessaires pour l'obtention des réponses dynamiques désirées (temps de montée, dépassement...). Ces réglages sont, la plupart du temps, effectués par tâtonnement, jusqu'à ce que le cahier des charges soit atteint. Une fois les gains du correcteur dans la base démodulée et normalisée calculés, il est possible d'obtenir le correcteur équivalent dans la base démodulée non normalisée en effectuant un simple changement de variable.

### 2.3.1 D'une commande à retour d'état à un régulateur PID multivariables

Dans le but de limiter l'influence des perturbations et d'éliminer les erreurs statiques pour des entrées de références constantes, ceci sur les deux variables d'état  $H_{nd}$  et  $H_{nq}$ , nous allons procéder à l'augmentation d'état du système (2.18) en ajoutant les intégrales des deux variables d'état  $\int H_{nd}d\theta$  et  $\int H_{nq}d\theta$ . La nouvelle représentation d'état s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_n &= \hat{A}_n \hat{x}_n + \hat{B}_n u_n \\ \begin{bmatrix} H_{nd} \\ H_{nq} \\ H'_{nd} \\ H'_{nq} \\ H''_{nd} \\ H''_{nq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int H_{nd} \\ \int H_{nq} \\ H_{nd} \\ H_{nq} \\ H'_{nd} \\ H'_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ & & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Afin d'obtenir un correcteur sous la forme d'un PID multivariables, il suffit d'écrire l'entrée de commande  $u_n = [F_d, F_q]^t$  sous la forme suivante :

$$u_n = K_n \tilde{x}_n = K_n (\hat{x}_{nref} - \hat{x}_n) = \begin{bmatrix} K_{ni} & K_{np} & K_{nd} \end{bmatrix} \tilde{x}_n \quad (2.23)$$

où

- $\tilde{x}_n = [\int \tilde{H}_{nd}, \int \tilde{H}_{nq}, \tilde{H}_{nd}, \tilde{H}_{nq}, \tilde{H}'_{nd}, \tilde{H}'_{nq}]$
- $\tilde{H}_{nd} = H_{nd} - H_{dref}$  : l'erreur sur la composante réelle
- $\tilde{H}_{nq} = H_{nq} - H_{qref}$  : l'erreur sur la composante imaginaire

En utilisant la transformation de l'équation (2.23), ce correcteur peut s'écrire sous la forme d'un PID multivariable :

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ni1} & k_{ni2} \\ k_{ni3} & k_{ni4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int \tilde{H}_{nd} \\ \int \tilde{H}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{np1} & k_{np2} \\ k_{np3} & k_{np4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_{nd} \\ \tilde{H}_{nq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{nd1} & k_{nd2} \\ k_{nd3} & k_{nd4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}'_{nd} \\ \tilde{H}'_{nq} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Une fois que les gains du PID généralisé sont calculés, il reste à définir les gains de commande pour un système spécifique dans sa base démodulée, connaissant sa fréquence de résonance  $\omega_n$ . Ces gains peuvent être obtenues en utilisant les gains du correcteur généralisé et en appliquant les changements de variables :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{nd} = \tilde{H}_d = H_{dref} - H_d & \quad \int \tilde{H}_{nd} d\theta = \omega_n \int \tilde{H}_d dt & \quad \tilde{H}'_{nd} = \frac{d\tilde{H}_d}{d\theta} = \frac{\dot{\tilde{H}}_d}{\omega_n} \\ \tilde{H}_{nq} = \tilde{H}_q = H_{qref} - H_q & \quad \int \tilde{H}_{nq} d\theta = \omega_n \int \tilde{H}_q dt & \quad \tilde{H}'_{nq} = \frac{d\tilde{H}_q}{d\theta} = \frac{\dot{\tilde{H}}_q}{\omega_n} \end{aligned}$$

La forme finale du PID s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} = \omega_n \begin{bmatrix} k_{ni1} & k_{ni2} \\ k_{ni3} & k_{ni4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int \tilde{H}_d \\ \int \tilde{H}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{np1} & k_{np2} \\ k_{np3} & k_{np4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_d \\ \tilde{H}_q \end{bmatrix} + \frac{1}{\omega_n} \begin{bmatrix} k_{nd1} & k_{nd2} \\ k_{nd3} & k_{nd4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{H}}_d \\ \dot{\tilde{H}}_q \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Le schéma de commande en boucle fermée est montré sur la Figure (2.8), avec :

$$K_i = \omega_n \begin{bmatrix} k_{ni1} & k_{ni2} \\ k_{ni3} & k_{ni4} \end{bmatrix}, \quad K_p = \begin{bmatrix} k_{np1} & k_{np2} \\ k_{np3} & k_{np4} \end{bmatrix}, \quad K_d = \frac{1}{\omega_n} \begin{bmatrix} k_{nd1} & k_{nd2} \\ k_{nd3} & k_{nd4} \end{bmatrix}$$

Pour avoir un comportement du système optimal et pour un cahier de charge donné, il est

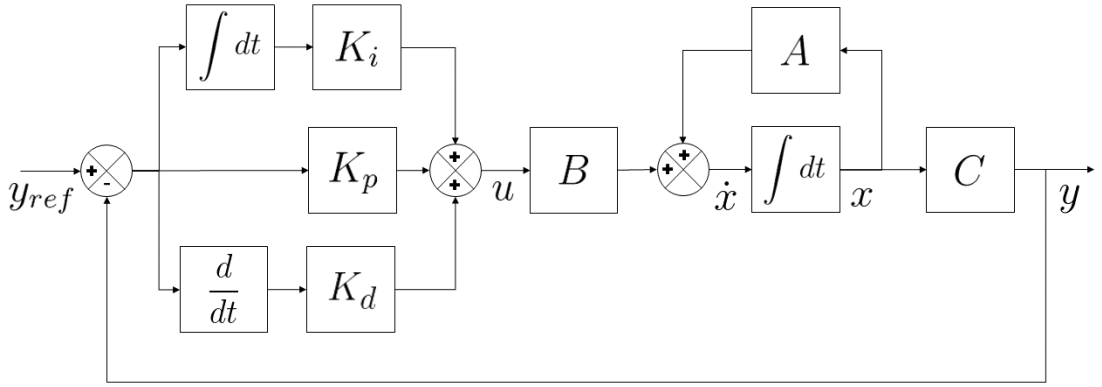


FIGURE 2.8 – Schéma de commande en boucle fermée, avec  $y = [H_d, H_q]^T$  et  $y_{ref} = [H_{dref}, H_{qref}]^T$

nécessaire de régler les 12 paramètres du correcteur, ceci pour chaque système caractérisé par un amortissement  $\xi$  et à chaque fois qu'un nouveau cahier des charges est défini (temps de montée, dépassement, effort maximal de commande...). Comme discuté dans la section (2.2.4), la fréquence privilégiée pour l'excitation d'un mode résonant est celle de résonance. Nous nous limiterons donc, dans cette étude au cas où  $\Omega = 1$ . Dans la prochaine partie, nous proposons une approche pour définir systématiquement les matrices de pondération de la commande LQ permettant d'obtenir les gains optimaux du PID.

### 2.3.2 Approche systématique pour le calcul des paramètres du correcteur

La matrice de gains  $K_n$  optimale peut être obtenue en utilisant une approche optimale LQ. Elle permet de réduire l'erreur dynamique (temps de réponse/dépassement) tout en minimisant l'effort de commande et en garantissant la stabilité [104]. La commande *Linéaire Quadratique* consiste à trouver la commande par retour d'état (2.23) minimisant le critère suivant :

$$J = \int_0^{\infty} (\hat{x}_n^T Q \hat{x}_n + u_n^T R u_n) dt \quad (2.26)$$

Avec  $Q$  une matrice définie semi-positive ( $Q \geq 0$ ) et  $R$  une matrice définie positive ( $R > 0$ ). Le réglage des matrices  $Q$  et  $R$  permet de fixer les performances désirées, dans la limite de l'effort fourni par les actionneurs. Il peut être démontré que la solution à ce problème d'optimisation est d'écrire la matrice  $K_n$  sous la forme suivante [104] :

$$K_n = R^{-1} \hat{B}_n^T P \quad (2.27)$$

Où la matrice  $P$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati ( $P \geq 0$ ) :

$$P\hat{A}_n + \hat{A}_n^T P + Q - P\hat{B}_n R^{-1} \hat{B}_n^T P = 0 \quad (2.28)$$

La particularité de ce modèle c'est que les états  $H_{nd}$  et  $H_{nq}$  sont deux composantes du même signal. Par conséquent, il n'y a aucune raison de mettre plus de poids sur l'une des composantes par rapport à l'autre. Les matrices  $R$  et  $Q$  seront définies comme suit :

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}(q_i, q_i, q_p, q_p, 0, 0) \\ R &= \text{diag}(1, 1) \end{aligned} \quad (2.29)$$

où

- $q_i$  : les pondérations associées avec les intégrales des composantes du vecteur d'état ( $\int \tilde{H}_{nd} d\theta, \int \tilde{H}_{nq} d\theta$ )
- $q_p$  : les pondérations associées avec les états ( $\tilde{H}_{nd}, \tilde{H}_{nq}$ )

Les pondérations associées aux dérivées des composantes du vecteur d'état sont choisies nulles, ceci afin de réduire l'amplification de bruits induit par l'élargissement de la bande passante en boucle fermée [105]. Mettre les pondérations sur les diagonales des matrices est un choix particulièrement simple, où chaque élément de la diagonale définit la contribution de la variable d'état associée au coût total de la fonction d'optimisation [106].

L'objectif du contrôle en boucle fermée de l'amplitude vibratoire est d'obtenir une réponse à un échelon exponentielle et convergente, avec un temps de montée donné. Le temps de montée est défini comme le temps nécessaire pour passer de 10% à 90% de la valeur en régime permanent. Afin de quantifier l'effet des coefficients de pondérations  $q_i$  et  $q_p$  sur la dynamique, nous définissons deux critères, le premier concerne la vitesse et le second la forme :

- $\alpha = \frac{t_m}{t'_m}$  est le ratio entre le temps de montée en boucle ouverte ( $t_m$ ) sur celui en boucle fermée ( $t'_m$ ). Le ratio  $\alpha$  sera défini comme étant le facteur d'accélération. Étant donné que le mode est excité à sa fréquence de résonance  $\Omega = 1$  et selon l'équation (2.21), les pôles dominant ( $\lambda_n^{(3,4)}$ ) sont dans ce cas purement réels. Par conséquent, le temps de montée  $t_m$  peut être approximé comme  $t_m \simeq 2.2/(\xi\omega_n)$ . Il est également possible d'exprimer ce ratio comme  $\alpha = \frac{\xi'}{\xi}$ , où  $\xi'$  est l'amortissement du système en boucle fermée.
- $\mu = \frac{t'_m}{2.2\tau'}$  est le critère sur la forme, où  $\tau'$  est défini comme étant une constante de temps, il correspond au temps nécessaire pour passer de 0% à 63% de la valeur en régime permanent. Cette valeur a été choisie car elle correspond à la constante de temps d'un système

du premier ordre.

Le cahier des charges sur la dynamique en boucle fermée est atteint, si le temps de montée désiré est obtenu, tout en ayant une réponse exponentiellement convergente de la forme  $H(t) = H_{ref}(1 - e^{-t/\tau'})$ , comme le montre la figure (2.9). Cette condition est atteinte si le temps de montée

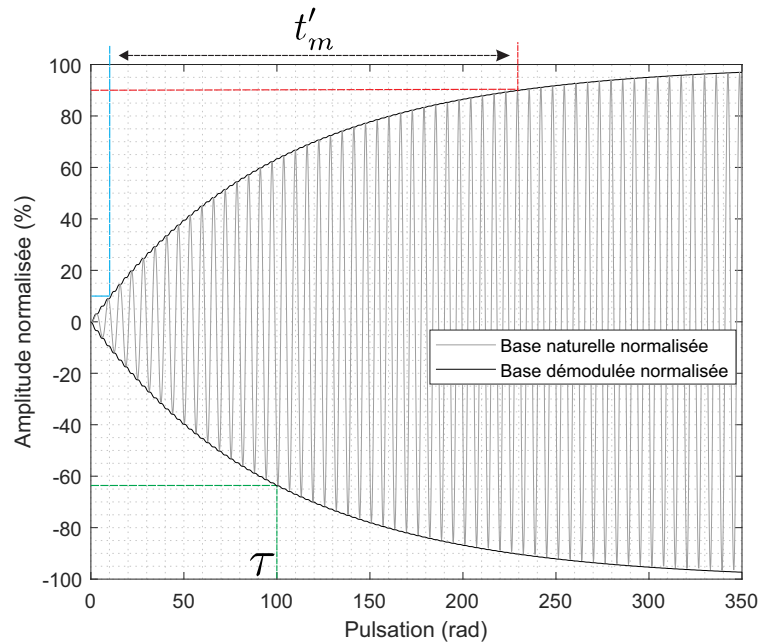


FIGURE 2.9 – Forme du transitoire désirée de la réponse en boucle fermée, la condition  $\mu = \frac{t'_m}{2.2\tau'} = 1$  est respectée

en boucle fermée (10% – 90%) vaut 2.2 fois le temps de réponse en boucle fermée (0% – 63.8%). Par conséquent, la condition sur le critère  $\mu = 1$  doit être respectée. En pratique, la réponse est considérée comme étant exponentiellement convergente si  $|lg(\mu)| < 0.02$ . Nous désirons dans cette partie trouver empiriquement la relation qui donne le facteur d'accélération  $\alpha$  en fonction de  $(q_p, q_i, \xi)$ , tout en respectant  $\mu = 1$ . Ensuite, nous l'inverserons pour obtenir les relations qui donnent chaque paramètre de pondération  $q_p$  et  $q_i$  en fonction de  $\alpha$  et de  $\xi$ .

L'influence des deux pondérations  $q_i$  et  $q_p$  sur les deux critères  $\alpha$  et  $\mu$  est représentée sur les figures (2.10.(a-c)), ceci pour  $\xi = 10^{-4}$  et  $\Omega = 1$ . La figure (2.10.a) montre qu'il existe une infinité de couples  $q_i$  et  $q_p$  qui permettent d'atteindre la même accélération  $\alpha$ . Cependant, en définissant les trois classes de réponses indicelles illustrées sur la figure (2.10.c) correspondant aux régimes sous-critique (A), critique (B) et sur-critique (C), on peut définir une restriction sur les solutions admissibles (proche du cas B) dans la figure (2.10.a) résultant en la figure (2.10.f). Par conséquent, en considérant que la réponse est exponentiellement convergente pour  $|lg(\mu)| < 0.02$ , les zones A et C de la figure (2.10.b) où le critère n'est pas respecté sont supprimées de la figure (2.10.a), le résultat de cette opération est montré sur la figure (2.10.f). Il peut être alors



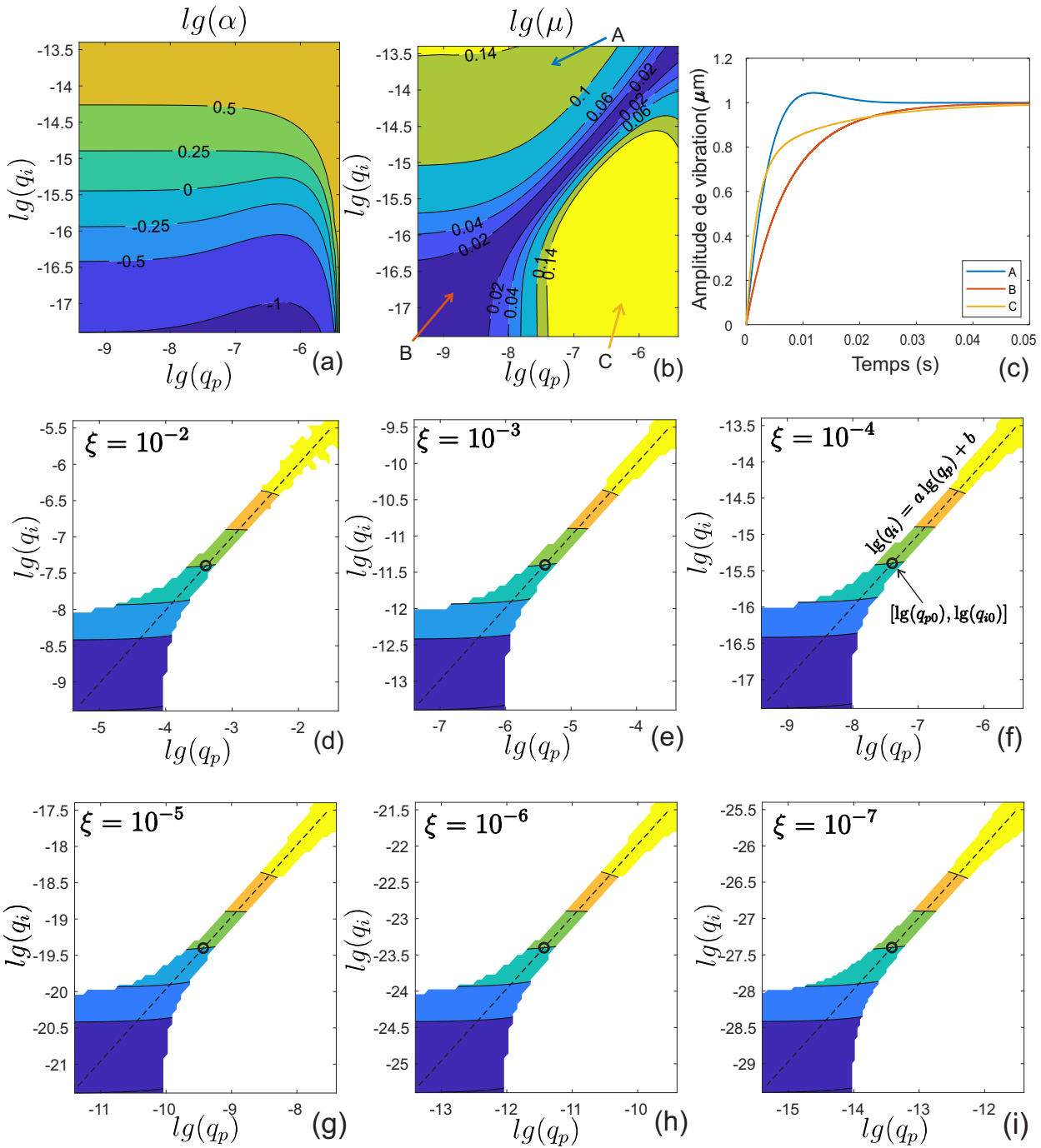


FIGURE 2.10 – Les performances en boucle fermée en fonction des paramètres de pondération  $q_i$  et  $q_p$ ; (a) relation entre le facteur d'accélération  $\alpha$  et les paramètres de pondération pour  $\xi = 10^{-4}$ ; (b) relation entre le critère  $\mu$  et les paramètres de pondération pour  $\xi = 10^{-4}$ ; (c) exemples de réponses dynamiques en boucle fermée lorsque les paramètres de pondération sont choisis dans les zones A,B et C et pour  $\xi = 10^{-4}$ ; (d-i) relation entre le facteur d'accélération  $\alpha$  et les paramètres de pondération en supprimant les zones où  $|\lg(\mu)| > 0.02$ , chaque figure correspond à un amortissement  $\xi$  différent.

observé que cette même condition sur la forme peut être respectée en imposant  $q_i$  et  $q_p$  le long d'une droite, comme montré sur la même figure. L'équation de cette droite s'écrit :

$$\lg(q_i) = a \times \lg(q_p) + b \quad (2.30)$$

avec  $a = 1$  et  $b = -8$ , ceci pour le cas de la figure (2.10.f), où  $\xi = 10^{-4}$ .

Comme l'illustre les figures (2.10.(d-i)), la même procédure peut être réalisée pour tout  $\xi \in [10^{-7}, 10^{-2}]$  et pour chacun des tracés, le facteur  $a$  et les coordonnées  $[\lg(q_{p0}), \lg(q_{i0})]$  pour lesquelles  $\alpha = 1$  ( $t_r = t'_r$ ) sont relevés, le résultat est récapitulé dans le tableau (2.1).

$\lg(\xi)$	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$a$	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	1.0000	0.9913
$b$	-13.9950	-12.0000	-10.0000	-7.9894	-6.0000	-4.0292
$\lg(q_{p0})$	-13.3939	-11.4177	-9.3933	-7.3933	-5.4177	-3.3708
$\lg(q_{i0})$	-27.3889	-23.7177	-19.3933	-15.3820	-11.4177	-7.3708

TABLE 2.1 – Les paramètres (a,b) de la relation  $\lg(q_i) = a \times \lg(q_p) + b$  et les coordonnées  $[\lg(q_{p0}), \lg(q_{i0})]$  où  $\alpha = 1$

Plusieurs approximations peuvent être effectuées d'après les résultats du tableau (2.1). Étant donné que  $a$  est quasiment invariant, il peut être approximé par  $a = 1$ . Le paramètre  $b$  varie linéairement en fonction de  $\lg(\xi)$  et peut être approximé par  $b = 2 \lg(\xi)$ , la relation (2.30) devient alors :

$$\lg(q_i) = \lg(q_p) + 2 \lg(\xi) \quad (2.31)$$

Sachant que  $a = 1$ , il est possible également d'écrire :

$$\lg\left(\frac{q_i}{q_{i0}}\right) = \lg\left(\frac{q_p}{q_{p0}}\right) \quad (2.32)$$

Il peut également être constaté, selon le tableau (2.1), que les relations entre l'amortissement  $\xi$  et les coordonnées  $\lg(q_{p0})$  et  $\lg(q_{i0})$  suivent bien une loi linéaire. Nous pouvons donc s'écrire :

$$\begin{aligned} \lg(q_{p0}) &= 2 \times \lg(\xi) + 0.602 \approx 2 \times \lg(\xi) + \lg(4) = \lg(4\xi^2) \\ \lg(q_{i0}) &= 4 \times \lg(\xi) + 0.602 \approx 4 \times \lg(\xi) + \lg(4) = \lg(4\xi^4) \end{aligned} \quad (2.33)$$

À ce stade, il est possible d'obtenir les paramètres de pondération  $q_{i0}$  et  $q_{p0}$  de sorte que le temps de réponse en boucle fermée soit égal à celui de la boucle ouverte, ceci pour un amortissement donné du système  $\xi$ . La prochaine étape est de pouvoir fixer cette dynamique en imposant le

$\lg(q_p/q_{p0}) \backslash \xi$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$
-2.0	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.0001	-0.999
-1.5	-0.750	-0.750	-0.750	-0.750	-0.7501	-0.749
-1.0	-0.500	-0.500	-0.500	-0.500	-0.5001	-0.499
-0.5	-0.250	-0.250	-0.250	-0.250	-0.2501	-0.249
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.250	0.250	0.250	0.250	0.249	0.247
1.0	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.497
1.5	0.750	0.750	0.750	0.750	0.749	0.746
2.0	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000

TABLE 2.2 – facteur d'accélération  $\lg(\alpha)$  en fonction de l'indicateur  $\lg(q_p/q_{p0})$  et de l'amortissement  $\xi$

facteur d'accélération  $\alpha$ .

Il reste donc à trouver une relation entre  $\lg(q_i)$ ,  $\lg(q_p)$  et  $\lg(\alpha)$ , tout en imposant la contrainte de l'équation (2.31), ceci pour tout amortissement du système  $\xi \in [1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-2}]$ . La relation entre  $\lg(q_p/q_{p0})$  et  $\lg(\alpha)$  est montrée dans le tableau (2.2). Il peut être observé à partir de ce tableau que pour un  $\lg(\frac{q_p}{q_{p0}})$  donné,  $\lg(\alpha)$  reste quasiment invariant (moins de 0.1% d'erreur pour toute la plage de paramètres considérée), et également pour un  $\xi$  donné  $\lg(q_p/q_{p0})$  suit bien une relation linéaire. En conséquence, le tableau (2.2) peut être résumé grâce à l'interpolation linéaire suivante :

$$\lg(\alpha) = a_\alpha \times \lg\left(\frac{q_p}{q_{p0}}\right) + b_\alpha \quad (2.34)$$

Pour tout  $\xi \in [1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-2}]$ , les coefficients de la régression linéaire  $a_\alpha$  et  $b_\alpha$  ainsi que la norme des résidus  $\|e\|$  sont résumés dans le tableau 2.3. Il est facile de constater sur le tableau

$\lg(\xi)$	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$a_\alpha$	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
$b_\alpha$	$1.34e^{-4}$	$-1.23e^{-4}$	$4.24e^{-5}$	$4.36e^{-5}$	$4.30e^{-5}$	$4.30e^{-5}$
$\ e\ $	$2.04e^{-2}$	$2.8e^{-3}$	$2.07e^{-4}$	$2.56e^{-5}$	$4.33e^{-6}$	$1.16e^{-6}$

TABLE 2.3 – Les coefficient ( $a_\alpha, b_\alpha$ ) de la relation  $\lg(\alpha) = a_\alpha \times \lg(q_p/q_{p0}) + b_\alpha$  pour des amortissements  $\xi \in [10^{-7}, 10^{-2}]$  et la norme des résidus  $\|e\|$

que :  $a_\alpha$  est constant,  $b_\alpha$  est petit par rapport à la plage pratique de  $\lg(\alpha)$ , la norme des résidus reste toujours inférieure à  $2.04 \times 10^{-2}$ . En négligeant le paramètre  $b_\alpha$ , la relation entre  $\lg(\alpha)$  et  $\lg(q_p/q_{p0})$  peut encore être simplifiée sous la forme :

$$\lg(\alpha) = a_\alpha \times \lg\left(\frac{q_p}{q_{p0}}\right) = \frac{1}{2} \times \lg\left(\frac{q_p}{q_{p0}}\right) \quad (2.35)$$

En considérant une plage de travail de  $\alpha\xi \leq 10^{-1}$ . Les simulations confirment qu'en utilisant l'équation (2.35) le facteur d'accélération  $\alpha$  peut être obtenu avec une précision d'au moins 99.5%. En remplaçant l'équation (2.33) et (2.32) dans l'équation (2.35), il en résulte une formule empirique qui donne les paramètres de pondérations en fonction de la dynamique désirée en boucle fermée :

$$\begin{aligned} \lg(q_p) &= 2 \times \lg(\alpha) + \lg(4\xi^2) \\ \lg(q_i) &= 2 \times \lg(\alpha) + \lg(4\xi^4) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Pour une écriture plus simple, l'équation (2.36) peut être exprimée sous la forme :

$$\begin{aligned} q_p &= (2\alpha\xi)^2 \\ q_i &= (2\alpha\xi^2)^2 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Il est également possible d'exprimer ces paramètres de pondération en fonction de l'amortissement désiré de la boucle fermée :

$$\begin{aligned} q_p &= (2\xi')^2 \\ q_i &= (2\xi'\xi)^2 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Finalement , il est possible d'écrire les paramètres de pondérations  $q_p$  et  $q_i$  en fonction du coefficient d'amortissement du système  $\xi$  et du facteur d'accélération désirée  $\alpha$ . Les matrices de réglage de l'équation (2.29) peuvent être définies systématiquement comme suit :

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}((2\alpha\xi^2)^2, (2\alpha\xi^2)^2, (2\alpha\xi)^2, (2\alpha\xi)^2, 0, 0) \\ R &= \text{diag}(1, 1) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Ces deux dernières combinées avec les matrices  $\hat{A}_n$  et  $\hat{B}_n$  de l'équation (2.22), sont utilisées pour la résolution de l'équation de Riccati (2.28), une procédure qui peut être effectuée en utilisant la commande *lqr* de *Matlab* ou *Scilab*. La solution du problème donne la matrice de commande par retour d'état  $K_n$  dans une base démodulée et normalisée. Finalement, connaissant la pulsation de résonance du mode à contrôler  $\omega_n$ , il est possible d'appliquer le changement de variables décrit précédemment pour déduire les gains du PID multivariables dans la base démodulée non normalisée.

## 2.4 Validation expérimentale

Un dispositif expérimental a été conçu dans le but de valider l'approche proposée dans ce chapitre. Comme le montre la figure (2.11.a), il est constitué d'un microcontrôleur STM32F4 (FEZ CERB 40 GHI Electronics LLC) dans lequel est implémenté l'algorithme de démodulation, du correcteur discrétisé et de la modulation. Le signal de commande de quelques volts est amplifié en utilisant un amplificateur linéaire. Le résonateur mécanique consiste à exploiter le premier mode de flexion d'une plaque d'aluminium de dimension  $18 \times 119 \times 2\text{mm}^3$ , avec une fréquence de résonance de 24 860 Hz. La déformée modale est montrée sur la figure (2.11.b), elle est identifiée en utilisant un vibromètre laser (Polytec OFV 505). Quatre céramiques piézoélectriques de dimensions  $16 \times 4 \times 0.5\text{mm}^3$  sont collées sous la plaque ; trois d'entre elles sont connectées au circuit de commande pour l'actionnement de la plaque et sont donc nommées *céramiques motrices*. La dernière est connectée au convertisseur analogique-numérique du microcontrôleur et permet de mesurer les vibrations, cette dernière est appelée *céramique caprice*.

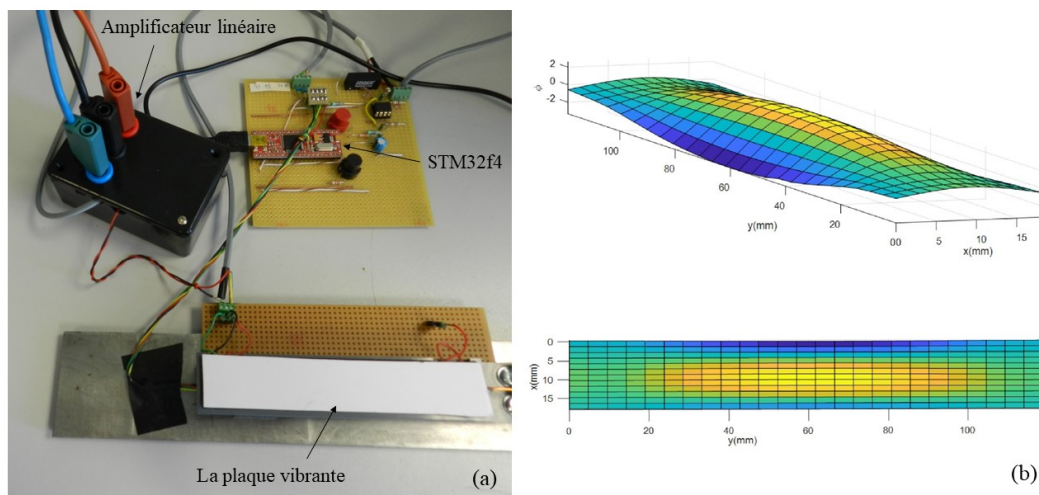


FIGURE 2.11 – (a) La plaque vibrante et son unité de contrôle ; (b) déformée modale  $\psi(x, y)$  du premier mode de flexion de la plaque

La céramique caprice n'étant pas branchée à un générateur de tension ou de courant, la tension entre ses deux électrodes ne dépend que de la déformation mécanique qu'elle subit. Elle se comporte dans ce cas comme un générateur de tension dont la tension produite est proportionnelle à l'amplitude modale  $\eta$ . D'un autre côté, la force générée par une céramique motrice est proportionnelle à la tension imposée entre ses deux électrodes, donc l'effort de commande  $f(t)$  de l'équation (2.7) s'écrit  $f(t) = gv(t)$ , avec  $v(t)$  la tension appliquée au niveau des trois

céramiques motrices, et  $g$  est le gain électromécanique, il s'exprime en  $\text{m V}^{-1}$ . Après l'application du phaseur, la tension de commande s'écrit :

$$\underline{v} = (V_d + jV_q)e^{j\omega t} \quad (2.40)$$

où  $V_d$  et  $V_q$  sont respectivement la composante en phase en quadrature de la tension de commande. Ainsi, dans le reste de chapitre, nous supposons qu'il est possible de contrôler l'effort  $f(t)$  dans la base démodulée, en imposant la tension  $v(t)$  dans cette même base.

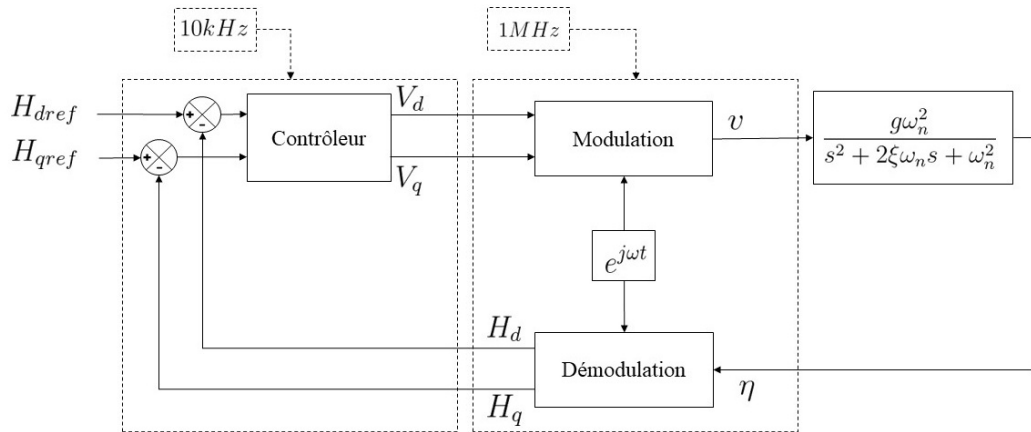


FIGURE 2.12 – Schéma du contrôle en boucle fermée

Le schéma de commande en boucle fermée est montré sur la figure (2.12). La mise en œuvre des opérateurs de modulation et de démodulation est discutée dans l'annexe (A).

### 2.4.1 Identification des paramètres du système

Dans le but d'identifier les paramètres dynamiques  $\xi$  et  $\omega_n$  de l'équation (2.7), une procédure d'identification est effectuée. Elle consiste en un balayage de fréquence avec un niveau constant d'effort sur la composante  $F_d$ , avec  $F_q = 0$ . La fréquence est balayée autour d'une résonance a-priori et elle est également bornée dans une bande passante autour de cette fréquence centrale. La fréquence d'excitation est incrémentée ou décrémentée avec un pas constant et pour chaque pas de la fréquence, les valeurs en régime permanent de  $H_d(\omega)$  et  $H_q(\omega)$  sont mesurées.

Une fois que la procédure d'acquisition est effectuée, la pulsation  $\omega_n$  est identifiée à partir de la figure (2.13). En effet, pour  $\omega = \omega_n$ , l'équation (2.13) donne  $H_d = 0$  en régime permanent et pour  $F_q = 0$ . On repère donc  $\omega_n$  comme étant la pulsation pour laquelle  $H_d = 0$ . De plus, le facteur d'amortissement  $\xi$  est identifié en utilisant les valeurs extrêmes de  $H_d(\omega)$ . Soit  $\omega_1$  et  $\omega_2$  respectivement les fréquences où  $H_d(\omega)$  est maximum et minimum (voir la figure (2.13)), il peut

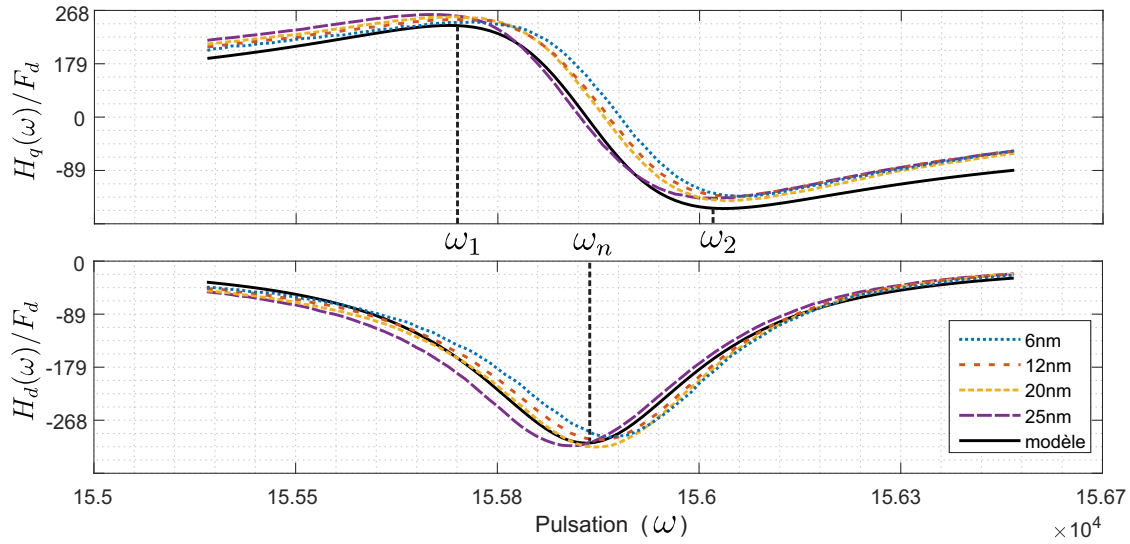


FIGURE 2.13 – Réponse fréquentielle de la plaque pour différentes valeurs de la tension d'alimentation et la réponse du modèle nominal

Effort $F_d$ (nm)	6	12	20	25
$g$ (nm V <sup>-1</sup> )	0.24	0.277	0.274	0.255
$\omega_n/(2\pi)$ (Hz)	24854	24844	24834	24824
$\xi$	0.0012	0.0013	0.0013	0.0013

TABLE 2.4 – Les paramètres identifiés pour différents niveaux de la tension d'alimentation

être montré que l'amortissement s'exprime en fonction de ces deux pulsations, avec [107] :

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}}{1 + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}} \quad (2.41)$$

En réalité, durant les essais de la figure (2.13), nous avons imposé la tension  $V_d$  et non pas  $F_d$  directement. Compte tenu que l'équation (2.13) donne  $H_q = -2\xi F_d$ , pour  $\omega = \omega_n$  en régime permanent, il vient  $H_q(\omega_n) = -2\xi g \times V_d$ . On peut alors estimer la valeur du coefficient  $g$  en calculant :

$$g = -2\xi \times \frac{H_q(\omega_n)}{V_d} \quad (2.42)$$

Comme discuté dans le premier chapitre, les paramètres dynamiques du mode peuvent varier, ceci est dû à une variation de température mais aussi aux non linéarités du système [108] où la fréquence de résonance dépend de l'amplitude vibratoire. C'est pourquoi, la procédure d'identification est répétée pour différentes valeurs de la tension d'alimentation. Le résultat de cette procédure est montré sur le tableau (2.4). Les valeurs nominales des paramètres sont  $g = 0.2683$  nm V<sup>-1</sup>;  $\xi = 0.0013$ ;  $\omega_n = 156\,065$  rad s<sup>-1</sup>. Ainsi, nous constatons que les paramètres varient dans une faible proportion (environ 5%), c'est pourquoi, leur variation est négligée et,  $\xi$ ,

$\omega_n$  et  $g$  sont considérés constants et égaux à leur valeur nominale.

## 2.4.2 Implémentation du correcteur

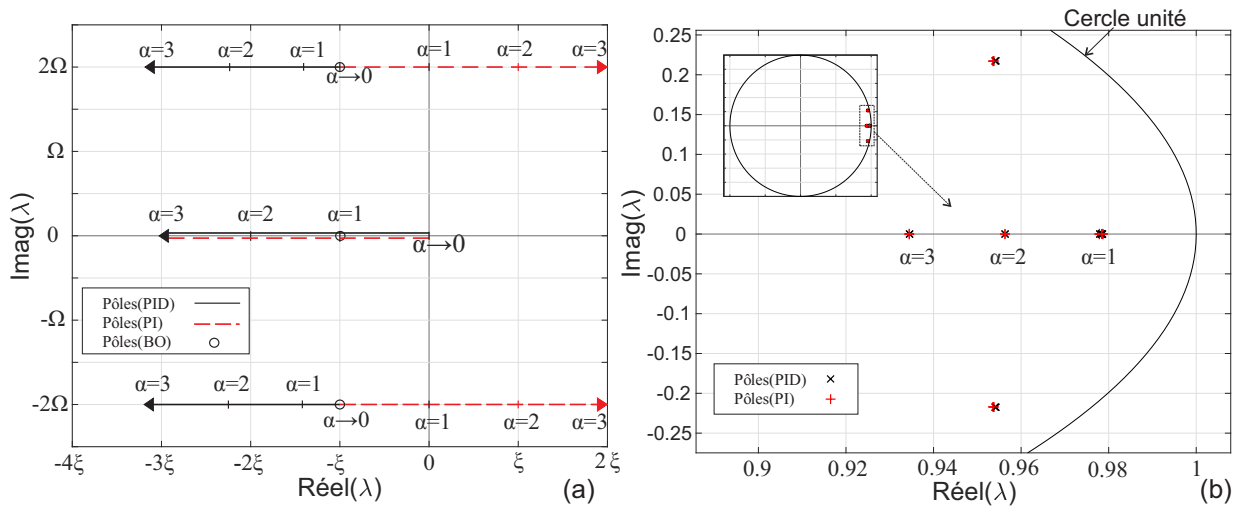


FIGURE 2.14 – Pôles du système en boucle fermée pour le cas d'une implémentation continue du contrôleur (a) et discrète (b), en utilisant un correcteur PI et PID. Pour une commande à temps continu, la stabilité de la boucle fermée n'est pas garantie avec un correcteur PI

De l'approche proposée dans ce chapitre résulte un PID multivariables, ceci, même si les coefficients de pondération de l'équation (2.29) associés avec l'action dérivée sont nuls. L'action dérivée peut amplifier les bruits de mesure, en particulier en l'absence de filtrage des hautes fréquences. Ainsi, il est intéressant d'étudier l'effet de cette action sur les pôles du système en boucle fermée. Pour cela, nous montrons son influence dans le cas d'un correcteur à temps continu et discret sur la figure (2.14). Dans le cadre d'une implémentation continue, la figure (2.14.a) montre l'influence générale d'un contrôleur PI et PID sur un mode quelconque, avec  $\alpha\xi < 0.1$ , l'axe des réels et des imaginaires étant respectivement normalisés par rapport à  $\xi$  et  $\Omega$ . Selon cette figure, si l'action dérivée du PID est négligée, les deux pôles rapides à  $2\Omega$  se déplacent dans le demi-plan droit au fur et à mesure que  $\alpha$  augmente. Autour de  $\alpha > 1$ , la paire de pôles à  $2\Omega$  passe vers le demi-plan droit et le système devient instable. L'effet opposé est observé lorsque l'action dérivée est gardée, les pôles rapides à  $2\Omega$  deviennent d'autant plus stables que le facteur d'accélération  $\alpha$  augmente.

La généralisation montrée sur la figure (2.14.a) n'est pas applicable pour une commande à temps discret. Seulement le cas pratique présenté dans ce chapitre sera donc étudié dans le cadre d'une implémentation discrète du contrôleur. Sur la figure (2.14.b), il est clair que l'action dérivée dans le cas discret, n'a quasiment pas d'influence sur les pôles de la boucle fermée et



le système reste stable dans les deux cas, à condition que la fréquence d'échantillonnage soit assez grande pour respecter la contrainte de Shannon. Étant donné que le contrôleur implémenté est sous la forme discrète, il sera considéré qu'un correcteur PI est suffisant pour l'obtention des performances désirées. La forme du correcteur devient donc :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{i1} & k_{i2} \\ k_{i3} & k_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int \tilde{H}_d \\ \int \tilde{H}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{p1} & k_{p2} \\ k_{p3} & k_{p4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_d \\ \tilde{H}_q \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

En appliquant la formule de discrétisation d'Euler, le contrôleur est implémenté sous la forme discrète suivante :

$$\begin{bmatrix} V_d(n_c) \\ V_q(n_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{i1}T_c + K_{p1} & K_{i2}T_c + K_{p2} \\ K_{i3}T_c + K_{p3} & K_{i4}T_c + K_{p4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_d(n_c) \\ \tilde{H}_q(n_c) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_{p1} & -K_{p2} \\ -K_{p3} & -K_{p4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_d(n_c - 1) \\ \tilde{H}_q(n_c - 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d(n_c - 1) \\ V_q(n_c - 1) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

où  $T_c = 100\mu s$  est la période d'échantillonnage de la commande et  $n_c$  le numéro de l'échantillon

### 2.4.3 Résultats expérimentaux

Dans le but valider de l'approche décrite dans ce chapitre, une procédure expérimentale est proposée. Elle consiste à comparer le facteur d'accélération désiré ( $\alpha=[0.25, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0]$ ) au facteur d'accélération obtenu expérimentalement. Les valeurs de  $\alpha$  sont utilisées pour le calcul d'un correcteur PI en exploitant l'approche de commande proposée. Le correcteur est ensuite discrétisé et implémenté sur le DSP. Pour chaque cas pratique, la réponse en boucle fermée de la plaque est enregistrée. La référence est un échelon d'amplitude dans la base démodulée avec  $H_{dref} = 0.5\mu m$  et  $H_{qref} = 0\mu m$ .

La figure (2.15) montre quelques exemples expérimentaux où la dynamique de la boucle fermée est plus lente, égale ou plus rapide que la dynamique en boucle ouverte du mode de plaque. Sur la même figure sont superposées les réponses théoriques obtenues en simulant le système (2.14) en boucle fermée et en utilisant les paramètres obtenus grâce à la procédure d'identification de la section (2.4.1). Les réponses mesurées expérimentalement concordent bien avec les réponses obtenues en simulation, validant ainsi le modèle dynamique et l'approche de commande proposés dans ce chapitre.

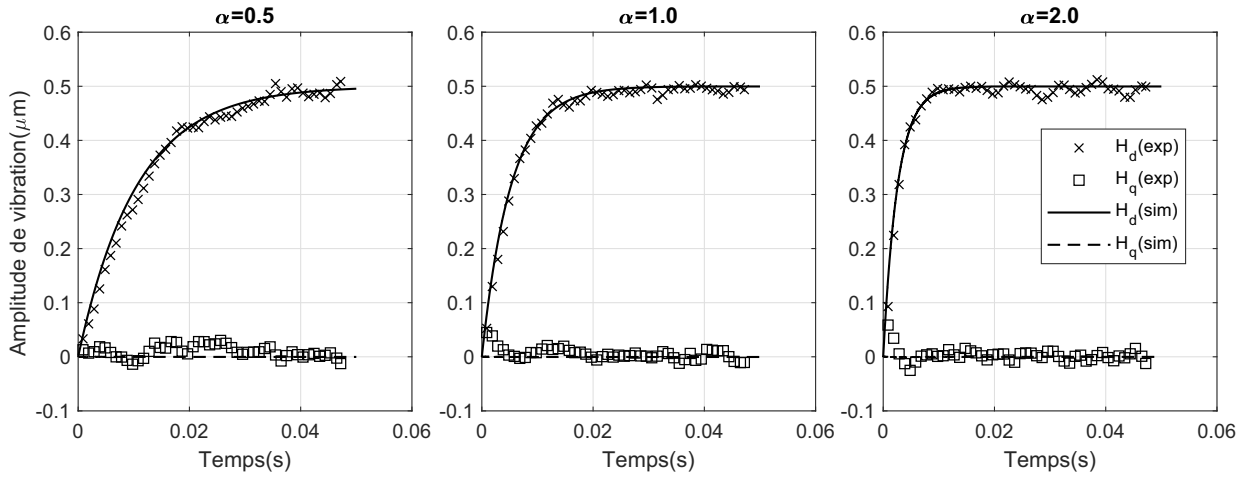


FIGURE 2.15 – Réponses temporelles en boucle fermée obtenues en simulation et mesurées expérimentalement, pour  $\alpha = (0.5, 1.0, 2.0)$

Quelques oscillations peuvent être observées cependant, elles deviennent plus importantes quand  $\alpha$  augmente. Ces oscillations peuvent être causées par un effet de débordement (spillover) dû à l'excitation des modes de voisinage. En effet, le choix d'un facteur d'accélération  $\alpha$  plus grand induit une bande passante de la boucle fermée plus large, le signal de commande pouvant alors exciter les modes voisins. Étant donné que les signaux de vibration sont démodulés, la fréquence d'oscillation correspond à la différence entre la fréquence d'excitation du système et celle du mode voisin. L'effet de débordement n'est pas pris en compte dans le modèle (2.14), cette problématique sera traitée dans le troisième chapitre .

Pour quantifier les performances obtenues en boucle fermée, la figure (2.16) montre le logarithme de la réponse temporelle par rapport à la valeur de la référence  $\lg(1 - \frac{H_d}{H_{dref}})$ , ceci pour différentes valeur de  $\alpha$ . En effet, cette forme permet d'identifier et de quantifier le facteur d'accélération obtenu expérimentalement  $\alpha_{exp}$ . En considérant que la réponse en boucle fermée s'écrit :

$$H_d(t) = H_{dref} \left(1 - e^{-\alpha_{exp} \xi \omega_n t}\right) \quad (2.45)$$

donc :

$$\lg \left(1 - \frac{H_d(t)}{H_{dref}}\right) = -\alpha_{exp} \xi \omega_n t \quad (2.46)$$

L'équation (2.46) décrit d'une droite  $y = at$  et le facteur d'accélération expérimental peut être identifié grâce à une régression linéaire, en connaissant le facteur d'amortissement  $\xi$  et la pulsation de résonance  $\omega_n$ . La figure (2.16) montre le logarithme de la réponse temporelle par rapport à la valeur de la référence pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Selon la figure, la tendance est bien linéaire et le facteur  $\alpha_{exp}$  peut être identifié et comparé avec la valeur théorique  $\alpha$  comme le montre le

$\alpha$	0.25	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$\alpha_{exp}$	0.314	0.453	1.01	1.58	1.99	2.40	2.95	3.56	3.93
$err(\%)$	25.6	9.4	7.0	5.3	0.7	3.8	1.5	1.8	1.8

TABLE 2.5 – Facteur d'accélération expérimental  $\alpha_{exp}$  et théorique  $\alpha$  et le pourcentage d'erreur

tableau (2.5). Il peut être noté que l'écart entre la valeur théorique et expérimentale est d'autant plus grand que  $\alpha$  diminue. Ceci est dû au fait que dans le cas où la dynamique est ralentie, la tension générée par le correcteur pendant le régime transitoire est petite. Une fois convertie par le convertisseur numérique analogique, cette tension est quantifiée et donc déformée. L'effet de cette déformation peut être observé sur la réponse temporelle pour  $\alpha = 0.25$ , où l'amplitude varie avec des paliers visibles traduisant la quantification durant le régime transitoire. Cependant, pour de grandes valeurs  $\alpha$ , la réponse mesurée concorde bien avec la théorie, validant ainsi les différentes étapes théoriques et expérimentales développées dans ce chapitre.

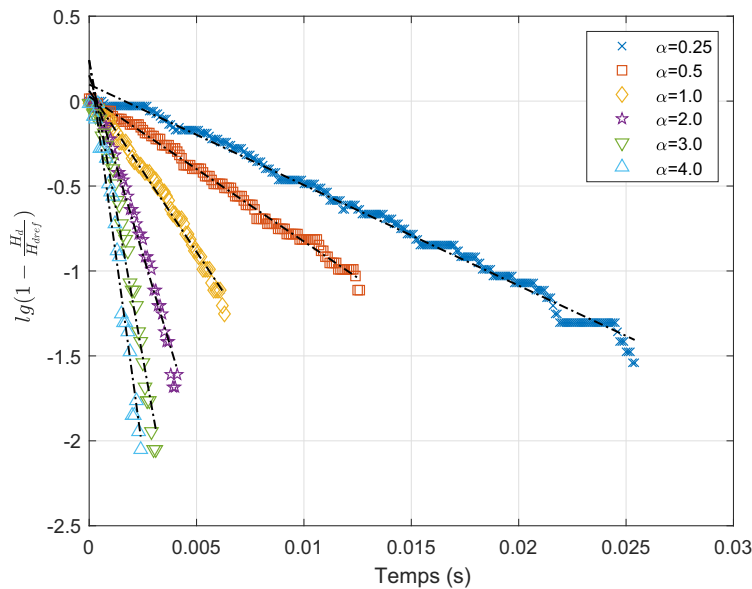


FIGURE 2.16 – Logarithme de la réponse temporelle par rapport à la valeur de référence ( $\lg(1 - \frac{H_d}{H_{dref}})$ ), pour différentes valeurs du facteur d'accélération  $\alpha$ , les tracés en pointillés correspondent aux droites identifiées pour chaque valeur de  $\alpha$

Pour étudier la robustesse de l'asservissement à une perturbation exogène au système, un doigt est appliqué sur la plaque afin de modifier légèrement les conditions aux limites. La figure (2.17) montre la réponse temporelle en boucle ouverte et fermée, avec et sans l'influence du doigt sur la plaque. Le facteur d'accélération choisi pour la boucle fermée est  $\alpha = 3$ . Le contact du doigt avec la plaque vibrante agit comme un amortisseur et absorbe les vibrations, il peut donc être observé sur la figure que l'amplitude modale est atténuée d'un facteur 5 environ. Néanmoins, même si le transitoire de la réponse en boucle fermée est affecté, avec un temps de réponse

environ 25% plus grand lorsque le doigt est présent, la valeur de référence est tout de même atteinte en régime permanent. Les réponses de la figure (2.17) montrent tout l'intérêt d'utiliser l'approche de commande proposée : l'implémentation de la commande en boucle fermée permet d'accélérer la dynamique du système, le rendant plus réactifs face au signaux de références et aux différentes perturbations : pour des références constantes et en régime stationnaire, les perturbations sont rejetées et les erreurs par rapport aux valeurs de références sont nulles.

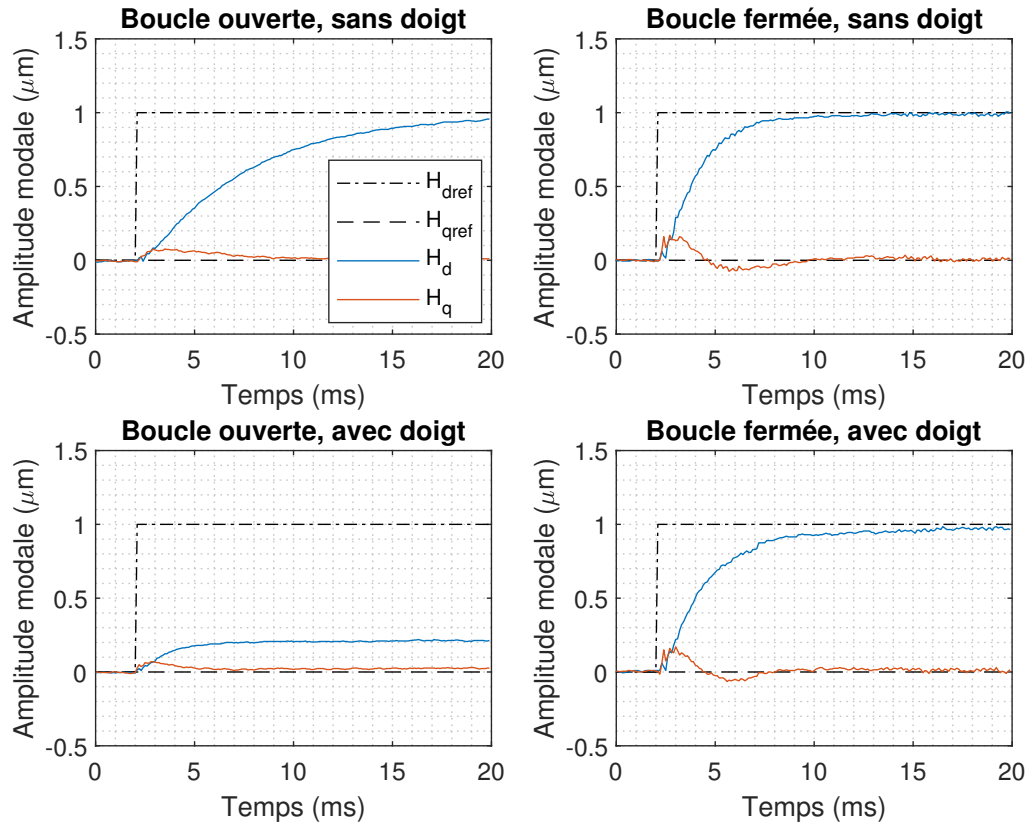


FIGURE 2.17 – Influence du doigt sur les réponses temporelles en boucle ouverte et fermée

## 2.5 Application à la mesure de la force acoustique

Les dispositifs à modulation de frottement par onde ultrasonore, utilisent la vibration d'une plaque pour réduire le frottement avec le doigt de l'utilisateur. Nous avons vu dans la partie précédente que la vibration pouvait être atténuée lorsqu'un doigt entre en contact avec le résonateur, mais qu'un contrôle en boucle fermée pouvait compenser cette perturbation, du fait de la robustesse de l'asservissement. Dans cette partie nous utilisons le signal de commande issu des correcteurs pour tenter d'estimer les propriétés biomécaniques du doigt dans la gamme des fréquences ultrasonores. En effet, Monnoyer et al [80] ont montré l'existence d'une corrélation

entre l'impédance acoustique de la peau et la perception de la stimulation. Les auteurs proposent d'utiliser ces mesures comme un outil de calibration des stimulations en fonction de l'utilisateur.

L'influence du doigt sur la dynamique de la plaque montrée sur la figure (2.17) sera donc exploitée pour estimer la force acoustique du doigt. Nous verrons qu'alors, il sera possible de prévoir le coefficient de frottement du doigt sur la plaque vibrante.

### 2.5.1 Modèle d'interaction

Dans cette partie, nous introduisons  $f_r(t)$  qui représente la perturbation introduite par le doigt lorsqu'il touche l'interface vibrante. Ainsi, l'équation (2.7) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{\eta}(t) + 2\xi\omega_n\dot{\eta}(t) + \omega_n^2\eta(t) = \omega_n^2(f(t) - f_r(t)) \quad (2.47)$$

L'application du phaseur à la variable  $f_r(t)$  donne :

$$\underline{f_r}(t) = (F_{rd} + jF_{rq})e^{j\omega t} \quad (2.48)$$

Alors, reprenant l'analyse faite au chapitre (2.2.2), nous pouvons établir, en régime permanent et pour  $\omega = \omega_n$  les équations sur les axes d et q :

$$\begin{aligned} 0 &= 2\xi\omega_n^2 H_q + \omega_n^2(F_d - F_{rd}) \\ 0 &= -2\xi\omega_n^2 H_d + \omega_n^2(F_q - F_{rq}) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Supposons que  $H_d$  et  $H_q$  soient constants. Alors, l'asservissement d'amplitude vibratoire adapte le niveau d'effort  $F_d$  et  $F_q$  pour compenser l'action de  $F_{rd}$  et  $F_{rq}$ . Dans ce travail, nous avons imposé  $H_q = 0$  tandis que  $H_d$  varie par palier. L'inversion de l'équation (2.49) permet de calculer :

$$\begin{aligned} F_{rd} &= 2\xi H_q + F_d \\ F_{rq} &= -2\xi H_d + F_q \end{aligned} \quad (2.50)$$

Ainsi, en ayant pris soin d'effectuer une calibration rigoureuse du système, il est possible de connaître l'effort produit par le doigt sur le système vibrant. Dans la suite nous montrons les résultats obtenus sur un dispositif expérimental.

## 2.5.2 Procédure expérimentale

Le dispositif mis en place est montré sur la figure (2.18). Il est composé d'un amplificateur linéaire (HSA4051 fabriqué par NF,Japan) qui permet d'atteindre une tension de sortie de 300 V crête à crête. Un capteur de force à 6-axes (ATI Nano 43) est intégré sous la structure, il permet de mesurer les forces et les couples appliqués à la plaque. La force d'appui est affichée aux utilisateurs via un indicateur analogique, leur permettant de maintenir la force d'appui à 0.4 N.

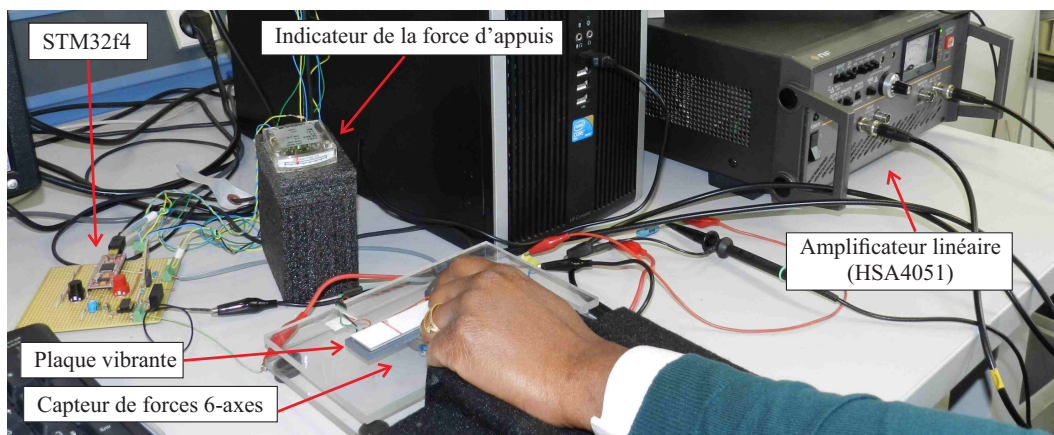


FIGURE 2.18 – Dispositif expérimental pour la mesure de la force acoustique

La procédure expérimentale consiste en deux expériences. Dans la première, les participants placent leur index au centre de la plaque, tout en le gardant immobile, avec un angle de  $45^\circ$  et une force d'appui de 0.4 N. Pendant que l'utilisateur maintient cette position, l'amplitude modale  $H_d$  est variée de 50 nm à 1000 nm avec 20 pas de 50 nm toutes les 100 ms, avec un total de 5 allers et retours. Les tensions  $V_d$  et  $V_q$  en boucle fermée permettant d'atteindre la valeur de référence  $H_d$  sont enregistrées à la fin de chaque régime transitoire. Ces grandeurs permettent de calculer les efforts  $F_d$  et  $F_q$  utilisés dans l'équation (2.50) via la valeur du gain  $g$  identifiée par ailleurs.

Dans la deuxième expérience, les participants glissent leur doigt de gauche à droite, dans la direction latérale, tout en gardant un angle de  $45^\circ$ , une force d'appui de 0.4 N et une vitesse d'exploration de  $70 \text{ mm s}^{-1}$ . Cette fois, la référence pour  $H_d$  est un signal carré de 0 à 1000 nm crête et une fréquence de 5 Hz. Les forces (normale et tangentielle) appliquées par l'utilisateur sont enregistrées à une fréquence de 100 Hz.

Douze participants ont été recrutés pour ces tests.

### 2.5.3 Résultats

Les résultats de la première expérience pour les 12 participants sont montrés sur la figure (2.19). Il peut être observé que les composantes  $F_{rd}$  et  $F_{rq}$  n'évoluent pas de la même manière pour tous les participants, même si les mesures sont bien répétables pour les 5 cycles d'allers et retours. Ainsi, l'effort de réaction du doigt  $f_r$  semble donc bien être une propriété du doigt et donc propre au participant. Nous avons alors cherché à corrélérer cette mesure avec une autre grandeur caractéristique du contact doigt/surface et donc du participant, en l'occurrence, le coefficient de frottement.

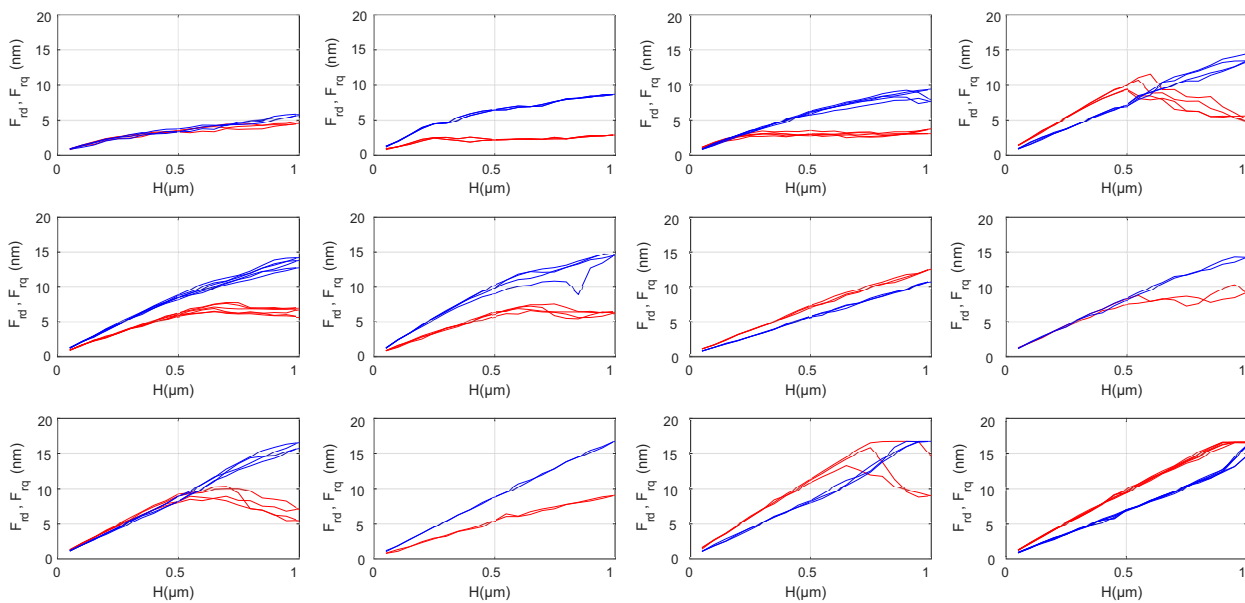


FIGURE 2.19 – Les observations pour chaque participant de la composante  $F_{rd}$  (en rouge) et de  $F_{rq}$  (en bleu) en fonction de l'amplitude vibratoire

Les résultats de la deuxième expérience sont montrés sur la figure (2.20). Un exemple de mesure du coefficient de frottement lorsque le participant glisse son doigt sur la plaque est montré sur la figure (2.20.a). Pour chaque participant, le maximum du frottement  $\mu_{max}$  et la variation du frottement  $\Delta\mu$  sont calculés en moyennant la mesure sur 6 périodes de modulation. Les résultats des calculs sont présentés sur la figure (2.20.b)

La figure (2.21.a) montre le contraste de frottement  $\Delta\mu$  en fonction du maximum de l'effort de réaction du doigt. Un modèle linéaire peut être proposé pour la prédiction de  $\Delta\mu$  pour 10 participants sur les 12, deux des participants ayant été exclus du modèle, car trop éloignés de la moyenne. La régression linéaire donne  $\Delta\mu = (2.2 \times \max(F_r) + 7.1) \times 10^6$ , avec une norme des résidus de 0.0506. La relation entre  $\mu_{max}$  et  $\max(F_r)$  est montrée sur la figure (2.21.b). Un modèle de prédiction peut aussi être proposé pour  $\mu_{max}$ , en supprimant deux participants, la régression

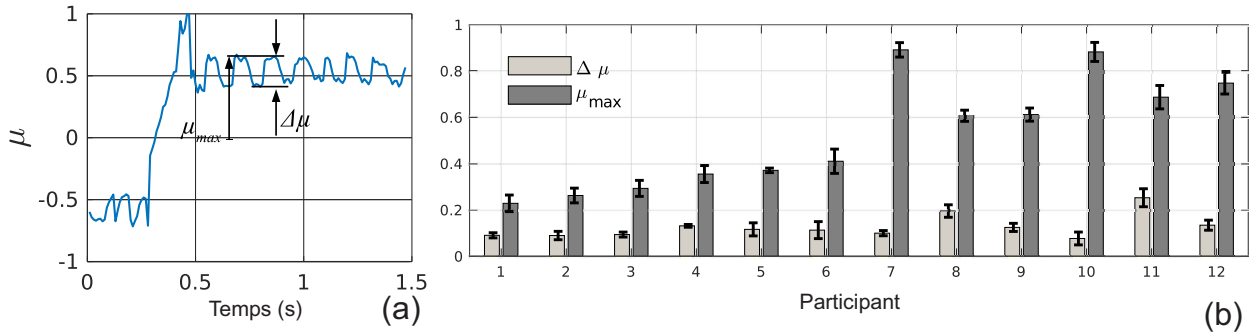


FIGURE 2.20 – (a) Exemple d'évolution du coefficient de frottement  $\mu$  pour un participant; (b) Maximum du frottement  $\mu_{max}$  et le contraste du frottement  $\Delta\mu$  pour tous les participants

linéaire donne  $\mu_{max} = (35.8 \times max(F_r) - 6.7) \times 10^6$  et la norme des résidus est de 0.192.

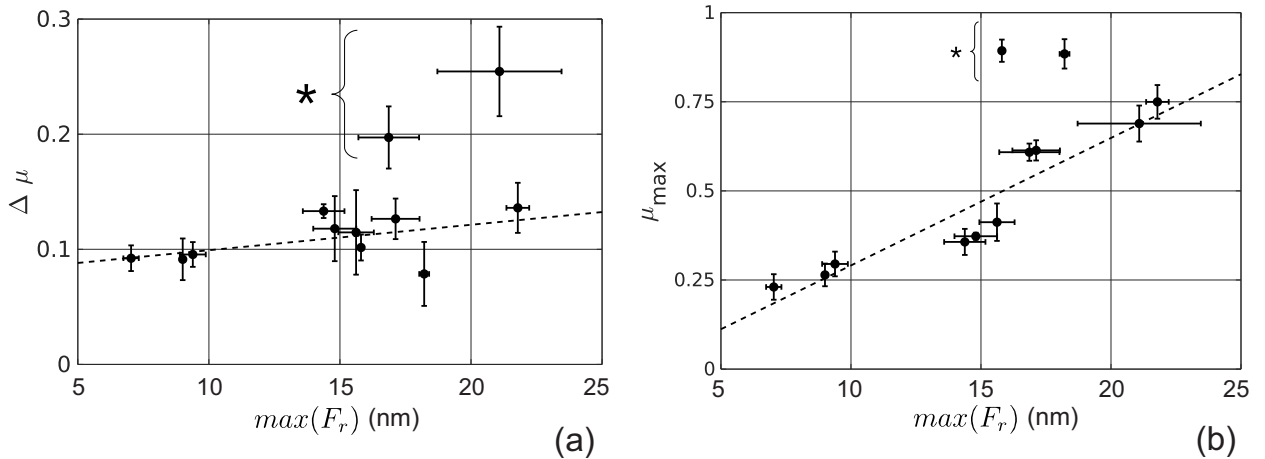


FIGURE 2.21 – Relation entre la mesure de frottement et celle de la force acoustique : (a)  $\Delta\mu$  en fonction  $max(F_r)$ ; (b)  $\mu_{max}$  en fonction de  $max(F_r)$ ; les données des participants exclus du modèle sont marquées par une astérisque (\*)

Ainsi, à partir de l'estimation de l'effort de perturbation dû au doigt sur une surface vibrante, nous sommes capables de prédire le coefficient de frottement de ce doigt en mouvement avec une autre surface. À terme, cette mesure permettrait d'éviter l'utilisation d'un capteur de force de frottement, mais aussi d'adapter le niveau de vibration des interfaces tactiles à frottement contrôlé, afin d'assurer une stimulation constante d'un utilisateur à l'autre.

## 2.6 Conclusion

Une méthodologie systématique pour la commande en boucle fermée d'un mode de vibration a été proposée dans ce chapitre. Cette commande est basée sur le principe de démodulation et de modulation d'un signal sinusoïdal, permettant de contrôler la partie réelle et imaginaire de l'amplitude modale dans la base démodulée. Pour cela, un modèle d'un mode résonant dans une base démodulée est présenté. Le correcteur est conçu en utilisant la commande optimale



Linéaire Quadratique où les matrices de pondération  $Q$  et  $R$  sont obtenues systématiquement en fonction de la dynamique désirée, grâce à l'établissement d'un modèle réduit. L'approche se veut générale, elle a été validée par une étude expérimentale et les résultats obtenus concordent bien avec ceux obtenus. Nous avons également montré la robustesse de la commande proposée face à une perturbation exogène, en l'occurrence un doigt appuyant sur la surface vibrante. Un exemple d'utilisation dans le cadre d'un estimateur de propriétés du doigt est proposé : il permet d'estimer le coefficient de frottement du doigt avec la surface vibrante d'un stimulateur tactile. Le prochain chapitre traitera de la généralisation de cette méthode de commande pour le contrôle de plusieurs modes de vibration.

# Chapitre 3

## Contrôle multimodale

### 3.1 Introduction

Le contrôle de l'amplitude et de la phase d'un mode de vibration a été discuté dans le deuxième chapitre. L'approche de commande proposée a montré de bonnes performances dans le cas d'un seul mode de vibration. Cependant, ces performances ne sont pas garanties si plusieurs modes de vibration sont excités en même temps. En effet, nous le verrons, le passage à  $n_m$  modes nécessite de bien exciter et mesurer chacun indépendamment. Dans ce chapitre, nous allons voir comment assurer l'indépendance de la mesure, grâce à une conception qui favorise un filtrage fréquentiel et spatial. Auparavant, nous décrivons la problématique du passage d'un mode à plusieurs, dans le cadre de notre application.

#### 3.1.1 Expression de la difficulté du passage d'un mode à $n_m$ modes de vibration

##### Problématique liée à l'excitation des modes

Nous considérons une structure équipée d'un ensemble de  $n_a$  céramiques piézoélectriques, qui agissent comme des actionneurs. Chaque céramique notée  $l$  ( $l \in \{1, n_a\}$ ) produit une force  $f_a^{(l)}(t)$  qui se projette sur chaque mode. Alors, l'effort de commande  $f^{(k)}(t)$  sur un mode donné  $k$ , de l'équation (2.7) s'écrit comme une combinaison linéaire des efforts appliqués par chaque céramique motrice, soit [109] :

$$f^{(k)} = \sum_{l=1}^{n_a} \phi_a^{(k,l)} f_a^{(l)} \quad (3.1)$$

où  $\phi_a^{(k,l)}$  est défini comme le facteur de participation de l'actionneur  $l$  au mode  $k$ . On montre que  $\phi_a^{(k,l)}$  s'écrit en flexion [110] :

$$\phi_a^{(k,l)} = \iint_{S_{al}} \left( \frac{\partial^2 \psi^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^{(k)}}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (3.2)$$

où  $S_{al}$  est la surface occupée par l'actionneur  $l$ .

Ainsi, chaque actionneur peut exciter plusieurs modes de la structure, ce qui représente un problème lorsque chaque mode doit être excité indépendamment des autres. On peut le résoudre en choisissant judicieusement le placement des actionneurs afin d'annuler certaines valeurs des éléments  $\phi_a^{(k,l)}$ . Par exemple, les actionneurs ne participent pas à l'excitation des modes, s'ils sont centrés sur un nœud du mode (en fait si les dérivées de la déformée selon les normales sont égales sur la frontière de l'actionneur). Une autre méthode est de tirer parti de la sélectivité fréquentielle des modes en les excitant à leur fréquence de résonance [111]. Cette proposition est basée sur l'hypothèse que la structure est très peu amortie  $\xi^{(k)} \ll 1$  et que les pulsations de résonances  $\omega^{(k)}$  sont assez éloignées les unes des autres. Dans ce chapitre, c'est cette solution qui est choisie pour découpler les actionneurs vis à vis des modes.

### Problématique liée à la mesure de la vibration des modes

Si la structure comporte  $n_c$  céramiques captrices, alors, la vibration mesurée par une céramique est une combinaison linéaire des amplitudes modales  $\eta^{(k)}$  :

$$w_c^{(m)} = \sum_{k=1}^{n_m} \phi_c^{(m,k)} \eta^{(k)} \quad (3.3)$$

Avec  $w_c^{(m)}$  est la déformation mesurée au niveau de la  $m^{\text{ème}}$  céramique captrice et  $\phi_c^{(m,k)}$  est le facteur de couplage du mode  $k$  avec le capteur  $m$ .

Pour le passage en boucle fermée, la difficulté est de reconstruire les amplitudes modales  $\eta^{(k)}$  à contrôler à partir des mesures disponibles  $w_c^{(m)}$ . Pour cela, trois méthodes sont proposés dans la littérature :

- L'observateur permet d'estimer les états d'un système à partir des mesures et des efforts de commande [104]. L'utilisation d'un observateur est possible seulement si le système remplit les conditions d'observabilité. Cependant, étant donné la plage de fréquences qui nous intéresse dans cette thèse, avec des modes pouvant avoir des fréquences de résonances à des dizaines de kHz, l'implémentation d'un observateur d'état peut être très

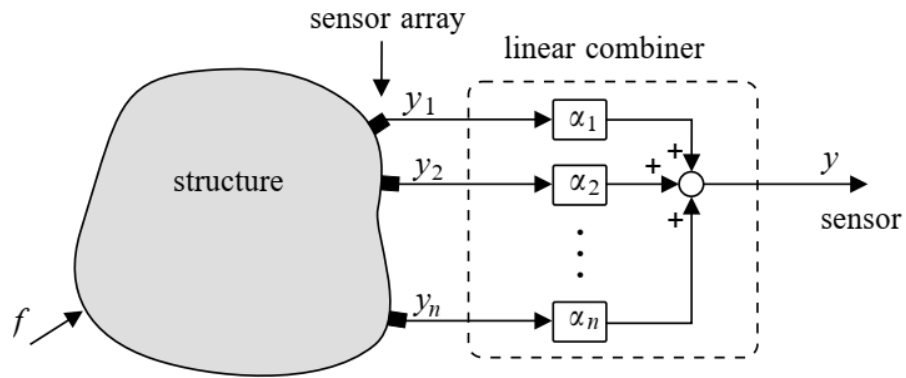


FIGURE 3.1 – Filtrage spatial en utilisant  $n$  mesures discrètes [112]

gourmande en puissance de calcul et nécessite donc un dispositif de calcul onéreux. C'est pourquoi cette méthode ne sera pas appliquée ici.

- Le filtrage spatial proposé par Meirovitch et Baruh [113] reconstruit les coordonnées modales à partir de mesures en des points discrets de la structure, en utilisant des combinaisons linéaires, son principe est montré sur la figure (3.1). Le filtrage spatial est possible grâce à la variété des gains de couplages entre les céramiques piézoélectriques et les modes. En effet, dans le cas d'une poutre encastrée par exemple, le facteur de couplage entre un mode et une céramique est d'autant plus grand que la céramique est collée près de l'un des ventres de vibration du mode ; à l'inverse, ce gain sera d'autant plus petit que la céramique est collée sur l'un des nœuds du mode [81]. En plaçant judicieusement les céramiques captrices sur la structure, il est possible d'extraire les coordonnées modales  $\eta^{(k)}$  en exploitant l'indépendance linéaire des vecteurs  $(\phi_c^{(1,k)}, \dots, \phi_c^{(m,k)}, \dots, \phi_c^{(n_c,k)})$ , pour différents modes  $k$ .
- Le filtrage fréquentiel qui isole par un filtre le contenu spectral associé à un mode du signal issu des capteurs [114, 115, 116]. Cependant, le filtrage fréquentiel ne peut être appliqué que si les modes sont excités à des fréquences différentes.

Pour illustrer l'effet des deux méthodes de filtrage, nous prenons comme exemple le cas de trois modes de vibration ( $n_m = 3$ ) avec respectivement des fréquences de résonances de  $10Hz$ ,  $120Hz$  et  $150Hz$  et avec des coefficients d'amortissement de  $\xi^{(1)} = \xi^{(2)} = \xi^{(3)} = 10^{-3}$ . Concernant les mesures, la structure est équipée de deux capteurs dont le couplage avec les

modes s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} w_c^{(1)} \\ w_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta^{(1)} \\ \eta^{(2)} \\ \eta^{(3)} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Ainsi, on dispose de moins de capteurs qu'il n'y a de modes à contrôler, ce qui est souvent le cas dans notre application tactile, puisque, la position des capteurs est souvent imposé par le cahier des charges. Le filtre spatial consiste à inverser l'équation (3.4) [112], ce qui s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \hat{\eta}^{(1)} \\ \hat{\eta}^{(2)} \\ \hat{\eta}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^\dagger \begin{bmatrix} w_c^{(1)} \\ w_c^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.25 \\ 0.5 & 0.5 \\ 0.25 & -0.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_c^{(1)} \\ w_c^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

où  $\hat{\eta}^{(k)}$  est l'estimation de  $\eta^{(k)}$  et  $^\dagger$  est l'opération de pseudo-inversion. En ce qui concerne le filtrage fréquentiel nous prendrons comme exemple un filtre passe-bande d'ordre quatre appliqué à une seule mesure, ici  $w_c^{(1)}$ . Le filtre choisi s'écrit pour un mode  $k$  donné :

$$G_{pb}^{(k)}(s) = \left( \frac{\omega_n^{(k)} s}{s^2 + 2\xi_{pb}\omega_n^{(k)} s + \omega_n^{(k)2}} \right)^2 \quad (3.6)$$

où  $\xi_{pb}$  est l'amortissement du filtre qui définit sa bande-passante, nous prendrons ici  $\xi_{pb} = 0.5$ .

En simulation, la structure est excitée par un effort qui se projette sur les modes comme trois efforts égaux d'amplitude  $2\xi$ . La figure (3.2) illustre l'influence de chaque type de filtre sur les mesures. Il peut être observé sur la réponse fréquentielle de  $\hat{\eta}^{(1)}$  que le filtrage fréquentiel (en bleu) est bien efficace pour la suppression des composantes  $\eta^{(2)}$  et  $\eta^{(3)}$  avec une atténuation de l'ordre de  $-55dB$ . Le filtrage spatial par contre ne parvient pas à éliminer la composante  $\eta^{(3)}$ . En effet, puisqu'il y a moins de capteurs que de modes à contrôler, la pseudo-inversion de l'équation (3.5) ne peut qu'être imparfaite pour la reconstruction des coordonnées  $\eta^{(k)}$ . Lorsque l'amplitude  $\hat{\eta}^{(2)}$  est extraite en utilisant un filtre fréquentiel, la composante  $\eta^{(1)}$  est supprimée ( $-51dB$ ) mais la composante  $\eta^{(3)}$  reste. En effet, le petit écart fréquentiel entre ces deux modes n'est pas suffisant pour filtrer le mode 3 dans  $\hat{\eta}^{(2)}$ . De ce point de vue, le filtre spatial est mieux adapté, car il élimine les modes 1 et 3 dans  $\hat{\eta}^{(2)}$ . Enfin, une réponse convenable pour  $\hat{\eta}^{(3)}$  n'est obtenue ni avec un filtrage spatial ni avec un filtrage fréquentiel.

C'est pourquoi, nous proposons dans ce chapitre, d'utiliser un filtre combiné qui applique le filtrage fréquentiel au filtrage spatial. Les résultats de ce filtre combiné sont présentés à la figure (3.3). Ils montrent qu'à présent, chaque mode est bien isolé des autres. La méthode sera validée

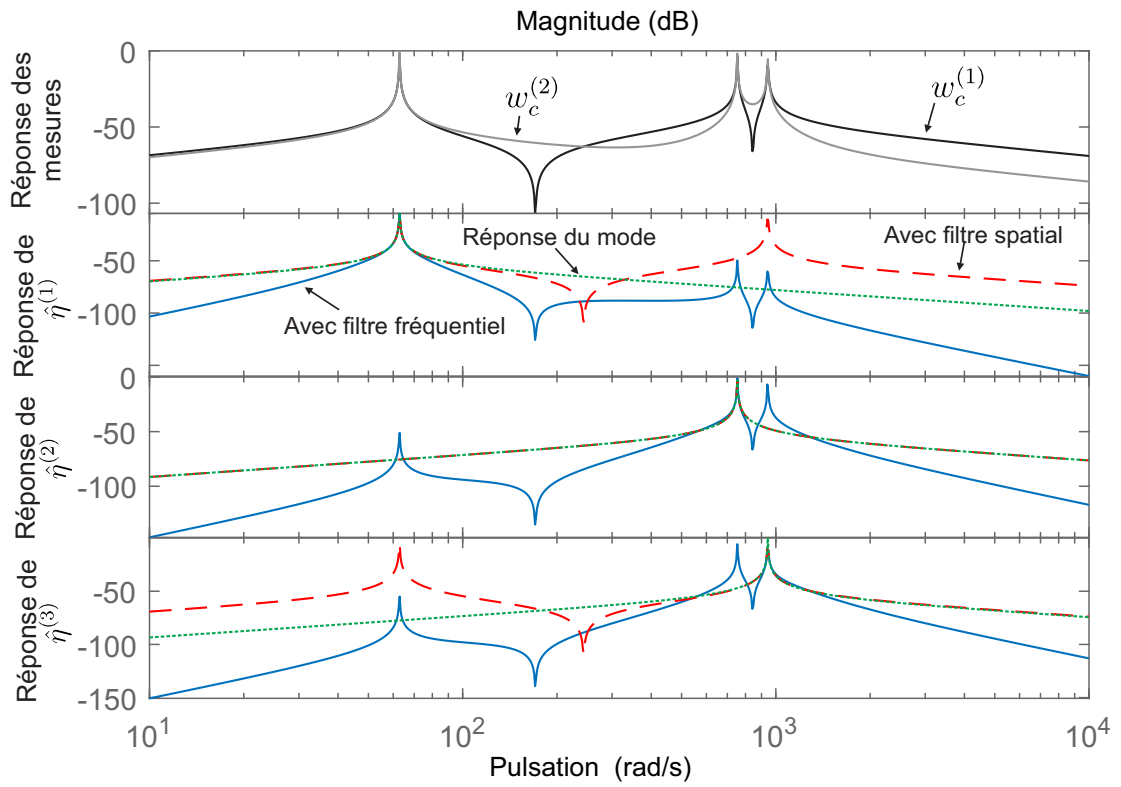


FIGURE 3.2 – Exemple de l'influence du filtrage spatial et du filtrage fréquentiel

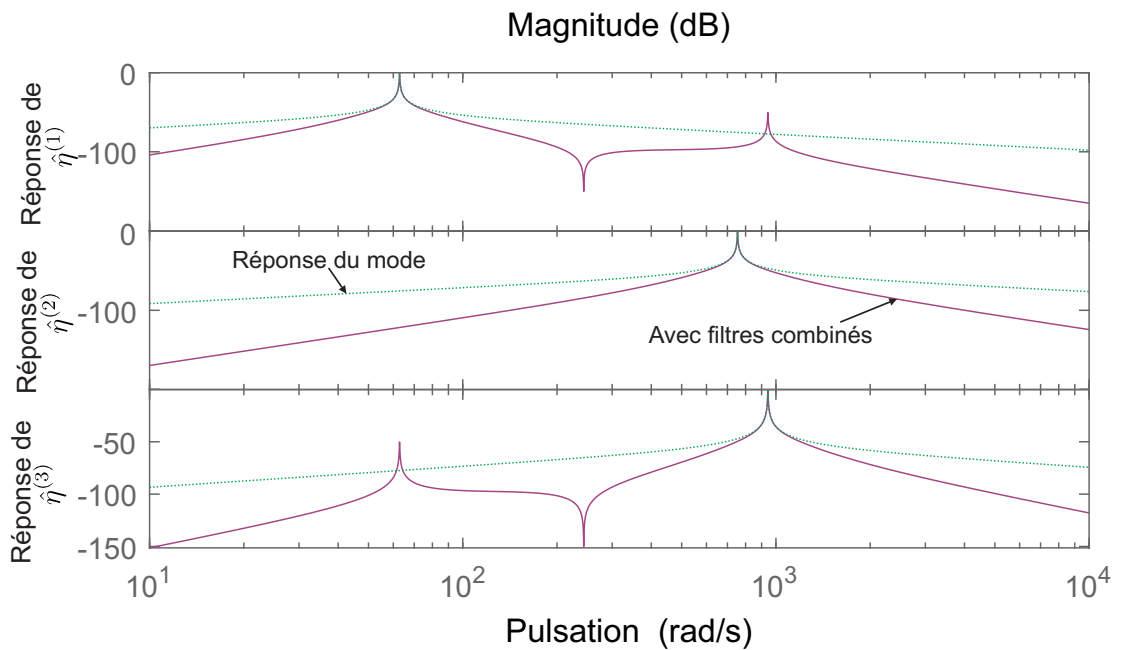
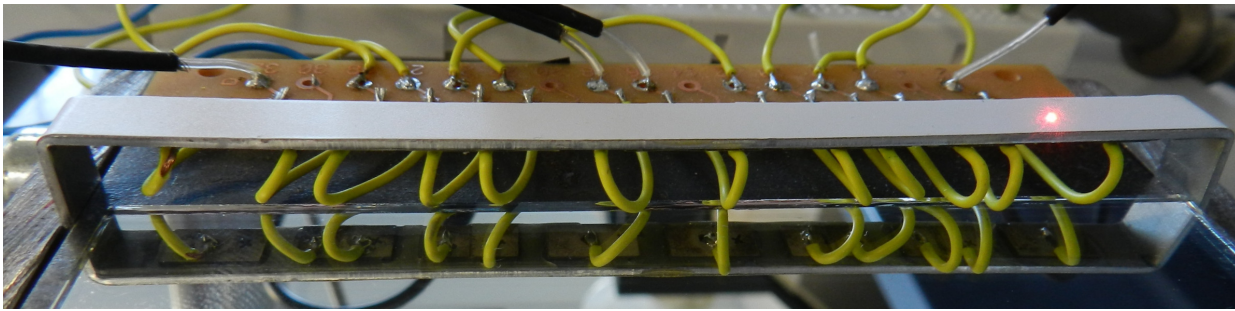
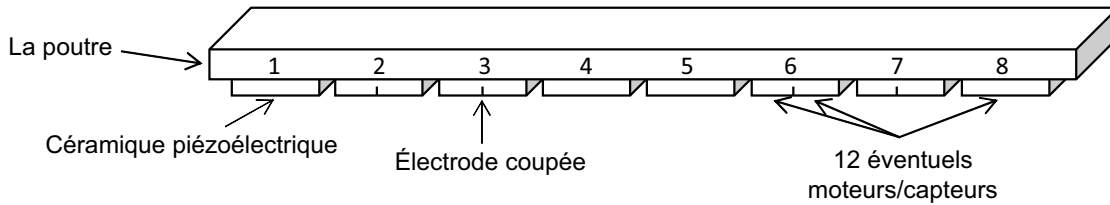


FIGURE 3.3 – Réponses obtenues en combinant les deux filtres

expérimentalement sur un dispositif qui sera présenté dans la partie suivante.



(a)



(b)

FIGURE 3.4 – (a) Poutre en aluminium équipée de 8 céramiques piézoélectriques; (b) Schéma du dispositif et placement des céramiques

### 3.1.2 Présentation du dispositif expérimental

Afin de démontrer la validité de l'approche proposée, nous allons l'appliquer sur le cas simple la poutre utilisée par Enferad et al [78], montré sur la figure (3.4.a). Cette géométrie, nous permet de bénéficier de l'écartement entre les fréquences de résonances des modes de flexion de la poutre. Ainsi, un effort de commande autour d'une pulsation de résonance donnée  $\omega_n^{(k)}$  excitera seulement le  $k^{\text{ème}}$  mode de vibration, permettant ainsi d'éviter des chevauchements entre les boucles de commandes. Nous aborderons le cas d'une plaque dans le prochain chapitre.

Le dispositif est constitué d'une poutre en aluminium en forme d'agrafe dont les extrémités sont fixées. La poutre est équipée de 8 céramiques piézoélectriques Noliac NC51 et les électrodes de la 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup>, 6<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> céramique sont divisées en deux, soit un total de 12 électrodes indépendantes, comme l'illustre la figure (3.4.b). Chacune de ces électrodes peut être utilisée en mode moteur ou capteur. Nous nous fixons comme objectif dans ce chapitre de contrôler simultanément l'amplitude de vibration des 4 premiers modes de la poutre montrés sur la figure (3.5).

Le circuit de commande est composé d'un ensemble de DSP *STM32f4* (voir figure (3.6.a)) basé sur une architecture maître-esclaves, avec ici un maître et deux esclaves. Le maître est responsable de la communication entre l'utilisateur et les esclaves pour l'envoi de consignes de commande ou pour de l'acquisition de données par exemple, la communication entre le maître et les esclaves s'effectue à travers une liaison SPI (Serial Peripheral Interface). Les esclaves

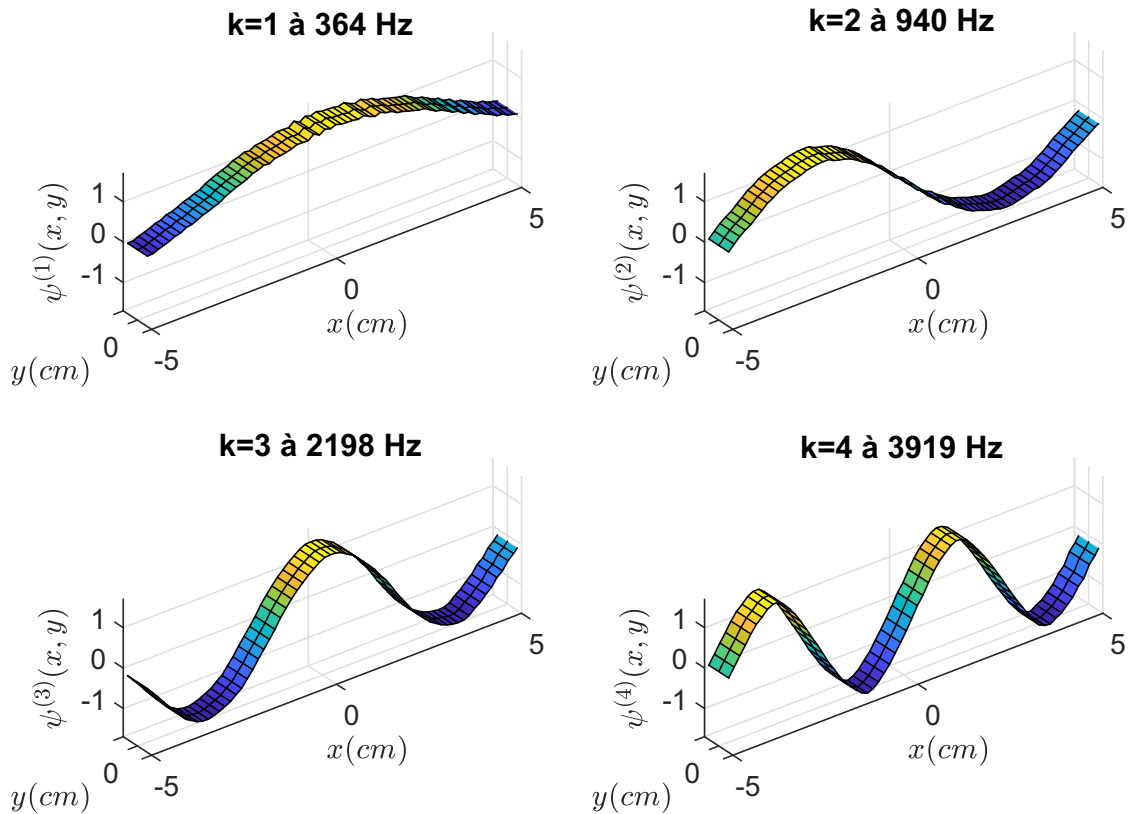


FIGURE 3.5 – Les 4 premières déformées modales de la poutre, avec les fréquences de résonance respectives

sont alimentés avec le même signal d'horloge, leur permettant ainsi de travailler exactement à la même fréquence ( $172MHz$ ). Chaque DSP esclave est responsable du contrôle de deux modes de vibration. Il peut commander les tensions de deux demis ponts en utilisant des sorties à modulation de largeur d'impulsion (MLI). Les composantes de hautes fréquences des tensions produites sont filtrées à travers deux circuits RLC (Passe-bas), avec une fréquence de coupure d'environ  $60kHz$ . Les circuits de puissance des esclaves sont alimentés via un bus de tension continue de  $100V$ . Un DSP esclave ainsi que son électronique de puissance sont montrés sur la figure (3.6.b). Concernant la mesure, chacun des esclaves possède trois entrées analogiques et peut donc exploiter trois capteurs différents. L'architecture globale du dispositif de commande est représentée sur la figure (3.6.c).

Avant de mettre en œuvre le contrôle multimodal, nous mettons en place dans ce chapitre les éléments théoriques nécessaires pour une bonne mesurabilité des modes.



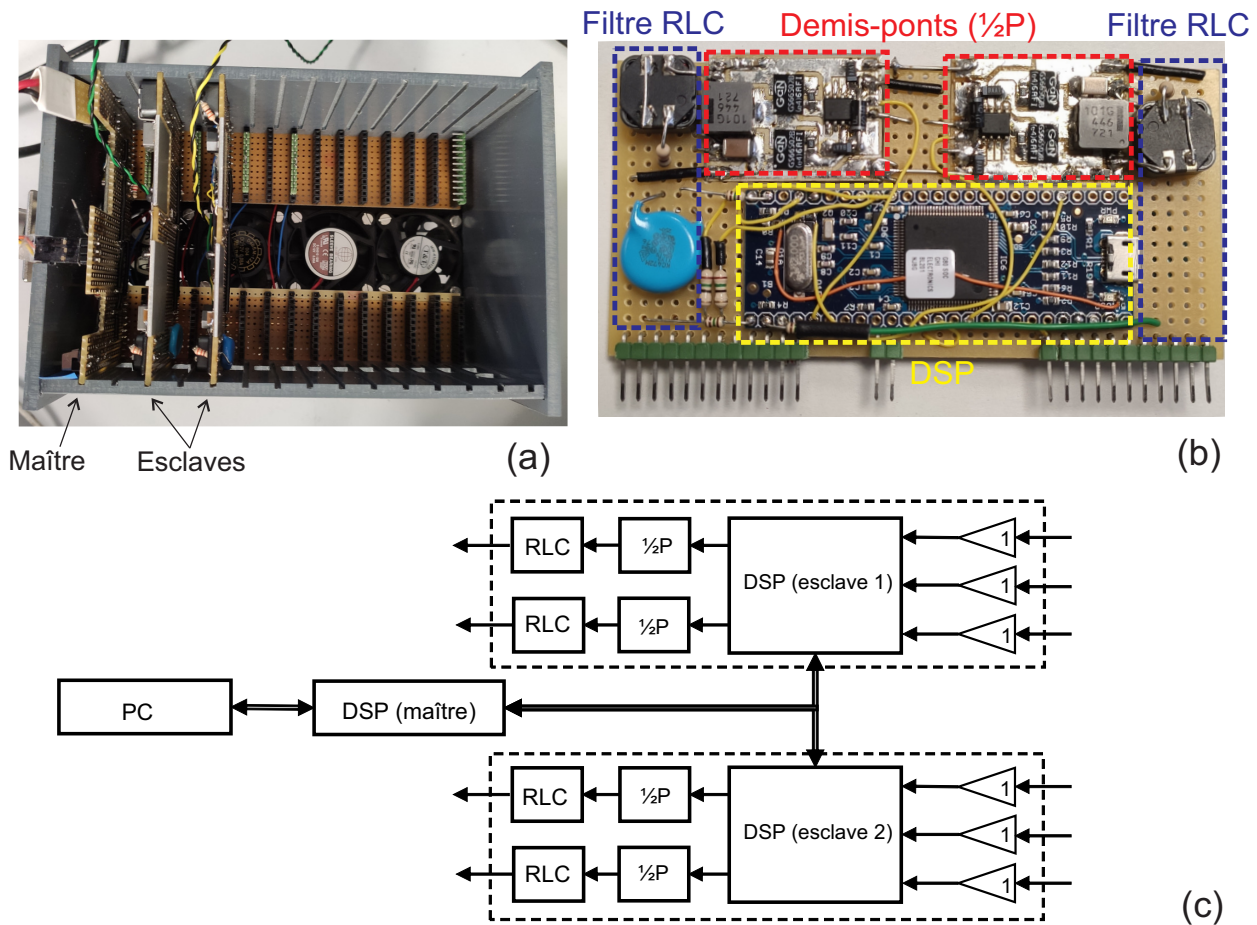


FIGURE 3.6 – (a) Dispositif de commande composé de l'ensemble des cartes électroniques de commande ; (b) Un DSP esclave et son électronique de puissance ; (c) Architecture électronique du dispositif de commande

## 3.2 Méthodologie de filtrage spatial et fréquentiel dans le cas d'un contrôle par modulation-démodulation

Nous avons vu dans l'introduction l'intérêt de combiner le filtrage spatial et le filtrage fréquentiel. Nous cherchons maintenant à adapter cette technique au cas d'un contrôle par modulation-démodulation, et à voir comment calculer les gains du filtre spatial, tout en prenant en compte la présence du filtre fréquentiel. Enfin, nous optimiserons le choix des céramiques captrices qui maximise la mesurabilité des modes.

### 3.2.1 Filtrage spatial

Dans cette partie, nous allons exploiter les propriétés de couplages électromécaniques entre les céramiques piézoélectriques et les modes propres des structures pour la reconstruction des amplitudes modales  $\eta^{(k)}$ . Pour  $n_m$  modes de vibration et  $n_c$  céramiques captrices, nous définis-

sons la matrice des gains de mesures  $\Phi_c$ , avec la relation suivante :

$$\mathbf{w}_c = \Phi_c \mathbf{h}$$

$$\begin{bmatrix} w_c^{(1)} \\ \vdots \\ w_c^{(n_c)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_c^{(1,1)} & \dots & \phi_c^{(1,n_m)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_c^{(n_c,1)} & \dots & \phi_c^{(n_c,n_m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta^{(1)} \\ \vdots \\ \eta^{(n_m)} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

D'une manière générale et dans le cas où le nombre de mesures est inférieur au nombre de modes contrôlés  $n_c < n_m$ , la solution mathématique à ce problème est d'inverser l'équation (3.7), ce qui donne [112] :

$$\hat{\mathbf{h}} = \Phi_c^\dagger \mathbf{w}_c = \Phi_c^T (\Phi_c \Phi_c^T)^{-1} \mathbf{w}_c \quad (3.8)$$

où  $\dagger$  design l'opérateur de la pseudo-inversion et  $^T$  celui de la transposition,  $\hat{\mathbf{h}} = \left[ \hat{\eta}^{(1)} \dots \hat{\eta}^{(n_m)} \right]^T$  est le vecteur des amplitudes modales reconstruites. Cependant, la matrice de filtrage  $\Phi_c^\dagger$  de l'équation (3.8) dépend uniquement de  $\Phi_c$  et ne prend pas en compte la présence des filtres fréquentiels lors de l'inversion. De ce fait, le problème de l'équation (3.8) sera reformulé. Alors soit le cas d'un filtrage autour d'un mode  $k$ , avec :

$$\hat{\eta}^{(k)}(s) = G_{eq}^{(k)}(s) \begin{pmatrix} \left[ \begin{array}{c} d^{(k,1)} \\ \vdots \\ d^{(k,n_c)} \end{array} \right]^T \left[ \begin{array}{ccc} \phi_c^{(1,1)} & \dots & \phi_c^{(1,n_m)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_c^{(n_c,1)} & \dots & \phi_c^{(n_c,n_m)} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \eta^{(1)}(s) \\ \vdots \\ \eta^{(n_m)}(s) \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

où  $d^{(k,m)}$  est le coefficient de découplage associé au capteur  $m$  pour la mesure du mode  $k$  et  $G_{eq}^{(k)}(s)$  désigne la fonction de transfert équivalente de la chaine de filtrage fréquentiel. L'équation (3.9) peut être écrite comme suit :

$$\hat{\eta}^{(k)}(s) = \begin{bmatrix} d^{(k,1)} \\ \vdots \\ d^{(k,n_c)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \phi_c^{(1,1)} G_{eq}^{(k)}(s) & \dots & \phi_c^{(1,n_m)} G_{eq}^{(k)}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_c^{(n_c,1)} G_{eq}^{(k)}(s) & \dots & \phi_c^{(n_c,n_m)} G_{eq}^{(k)}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta^{(1)}(s) \\ \vdots \\ \eta^{(n_m)}(s) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Comme nous supposons que chaque mode est excité à sa fréquence de résonance, nous remplaçons dans l'équation (3.10), la fonction  $G_{eq}^{(k)}(s)$  par les gains aux pulsations respectives  $\omega_n^{(i)}$  de chaque mode et nous définissons donc  $G_{eq}^{(k,i)} = |G_{eq}^{(k)}(j\omega^{(i)})|$ . Alors, une matrice de couplage

équivalente est définie :

$$\Phi_{\text{cf}}^{(k)} = \begin{bmatrix} \phi_c^{(1,1)} G_{eq}^{(k,1)} & \dots & \phi_c^{(1,n_m)} G_{eq}^{(k,n_m)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_c^{(n_c,1)} G_{eq}^{(k,1)} & \dots & \phi_c^{(n_c,n_m)} G_{eq}^{(k,n_m)} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Cette écriture revient à considérer que chaque mesure  $w_c^{(m)}$  est filtrée et démodulée autour de la pulsation  $\omega_n^{(k)}$ . Étant donné que chaque reconstruction  $\hat{\eta}^{(k)}$  possède son propre bloc de filtrage, la matrice  $\Phi_{\text{cf}}^{(k)}$  est valable uniquement pour le  $k^{\text{ème}}$  mode et donc seulement la  $k^{\text{ème}}$  ligne de la pseudo-inverse  $\Phi_{\text{cf}}^{(k)\dagger}$  sera retenue. Cette ligne correspond au vecteur de gains du filtre spatial pour le mode  $k$  qui s'écrit :

$$\mathbf{d}^{(k)} = \begin{bmatrix} d^{(k,1)} & \dots & d^{(k,n_c)} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Les valeurs du vecteur  $\mathbf{d}^{(k)}$  correspondent aux gains du filtre spatial qui seront implémentés expérimentalement. Le schéma du filtre modal proposé est montré sur la figure (3.7.a). Les figures (3.7.b) (3.7.c) illustrent le passage vers la forme équivalente (3.11) permettant de calculer les gains du filtre modal tout en prenant en compte des filtres fréquentiels mis en aval.  $\eta_e^{(k)}$  représente l'enveloppe modale de la coordonnée  $\eta^{(k)}$ , par exemple l'enveloppe modale du signal  $\eta^{(k)} = \eta_e^{(k)} \sin(\omega_n^{(k)} t)$  est  $\eta_e^{(k)}$ .

La matrice du filtrage spatial globale est composée de la concaténation des vecteurs  $\mathbf{d}^{(k)}$ , avec

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{d}^{(n_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^{(1,1)} & \dots & d^{(1,n_c)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d^{(n_m,1)} & \dots & d^{(n_m,n_c)} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

À ce stade, nous avons mis en place une approche de filtrage spatial permettant de prendre en compte l'influence du filtre fréquentiel sur les mesures, ce filtre permet de reconstruire les coordonnées modales  $\eta^{(k)}$  à partir des mesures  $w_c^{(m)}$ . Les transformations (3.10) et (3.11) reviennent à considérer qu'un filtre fréquentiel est appliqué sur chaque mesure  $w_c^{(m)}$ . Ce qui permet de prendre en compte la présence de ce filtrage fréquentiel pour le calcul des gains du filtre spatial. Cette démarche de filtrage suppose que le vecteur des mesures  $w_c$  est déjà défini et connu. Nous verrons plus tard dans le chapitre, comment sélectionner les capteurs et donc définir le vecteur  $w_c$ .

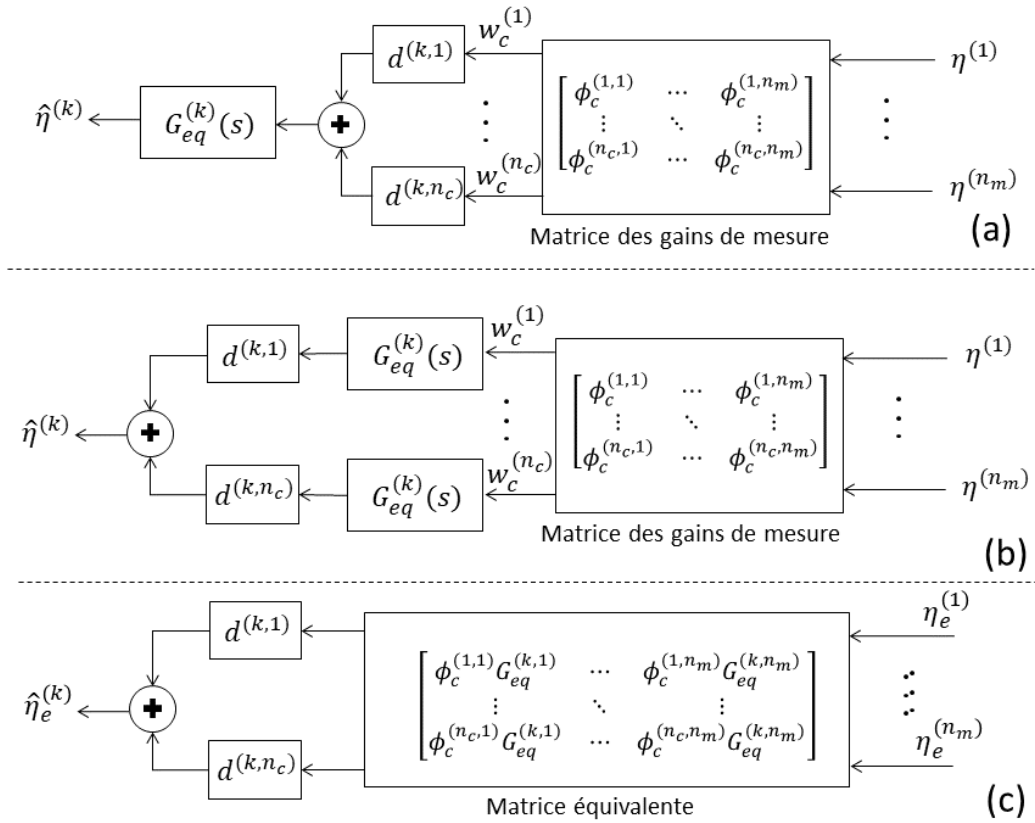


FIGURE 3.7 – (a) schéma du filtre modal composé d'un filtre spatial et fréquentiel ; (b) schéma équivalent qui suppose qu'on applique un filtrage fréquentiel sur chaque mesure  $w_c^{(m)}$  ; (c) schéma équivalent qui montre la relation entre les enveloppes des coordonnées modales  $\eta_e^{(i)}$  et leur reconstruction  $\hat{\eta}_e^{(k)}$

Si nous considérons le cas de  $n_m$  modes de vibration, alors l'équation (3.9) devient :

$$\begin{bmatrix} \hat{\eta}^{(1)}(s) \\ \vdots \\ \hat{\eta}^{(n_m)}(s) \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{eq}(s) (\mathbf{D}\Phi_c) \begin{bmatrix} \eta^{(1)}(s) \\ \vdots \\ \eta^{(n_m)}(s) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

où

$$\mathbf{G}_{eq}(s) = \begin{bmatrix} G_{eq}^{(1)}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & G_{eq}^{(n_m)}(s) \end{bmatrix}$$

En remplaçant les fonctions de transfert  $G_{eq}^{(k)}$  par les gains aux pulsations respectives  $\omega_n^{(i)}$ , nous écrivons la relation suivante :

$$\hat{\mathbf{h}}_e = (\mathbf{G}_{eq} \circ (\mathbf{D}\Phi_c)) \mathbf{h}_e \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{h}_e$  et  $\hat{\mathbf{h}}_e$  représentent respectivement le vecteur des enveloppes modales  $\eta_e^{(k)}$  et celui des

estimations des enveloppes modales  $\hat{\eta}_e^{(k)}$ ,  $\circ$  représente le produit d'Hadamard, et  $\mathbf{G}_{eq}$  s'écrit :

$$\mathbf{G}_{eq} = \begin{bmatrix} G_{eq}^{(1,1)} & \cdots & G_{eq}^{(k,nm)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{eq}^{(nm,1)} & \cdots & G_{eq}^{(nm,nm)} \end{bmatrix}$$

Nous utiliserons l'équation (3.15) pour définir un critère de sélection des capteurs.

La prochaine section traite du filtrage fréquentiel, dont le filtrage induit par la démodulation.

### 3.2.2 Filtrage fréquentiel

L'opération de démodulation permet d'extraire les composantes réelle et imaginaire d'un signal sinusoïdal à une fréquence donnée  $\omega_0$ . Cependant, étant donné que la fenêtre d'intégration n'est pas infinie mais limitée, la démodulation ne permet pas d'éliminer les autres signaux de fréquences ( $\omega \neq \omega_0$ ) qui seraient présents dans la mesure et qui proviendraient d'autres modes. Afin d'étudier l'influence du bloc de démodulation sur les deux composantes  $H_d$  et  $H_q$  d'un signal sinusoïdal de fréquence quelconque  $\omega$ , démodulé à la fréquence  $\omega_0$ , nous considérons à titre d'exemple et sans perte de généralité, le signal ( $\eta(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\omega t) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(\omega t)$ ). En prenant comme fenêtre d'intégration une période d'oscillation  $2\pi/\omega_0$ , les composantes réelle et imaginaire identifiées s'écrivent :

$$H_d(\omega) = \frac{\omega_0}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega_0}}^{+\frac{\pi}{\omega_0}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\omega t) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(\omega t) \right) \cos(\omega_0 t) dt \quad (3.16)$$

$$H_q(\omega) = -\frac{\omega_0}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega_0}}^{+\frac{\pi}{\omega_0}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(\omega t) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(\omega t) \right) \sin(\omega_0 t) dt \quad (3.17)$$

Après développement et simplification de l'équation (3.16) et (3.17), les solutions peuvent s'écrire sous la forme normalisée :

$$H_d(\Omega) = -\frac{\sqrt{2}\Omega \sin(\pi\Omega)}{\pi (\Omega^2 - 1)} \quad (3.18)$$

$$H_q(\Omega) = -\frac{\sqrt{2} \sin(\pi\Omega)}{\pi (\Omega^2 - 1)} \quad (3.19)$$

où  $\Omega = \omega/\omega_0$  est la fréquence relative. Nous proposons pour la suite de ce travail d'utiliser le module  $G_{de}(\Omega) = \sqrt{H_d^2 + H_q^2}$  pour représenter l'amplitude d'un signal avec une pulsation donnée

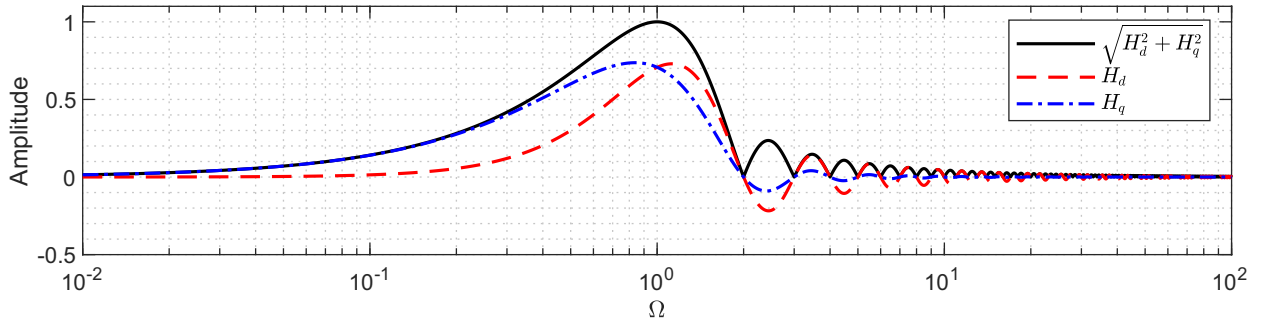


FIGURE 3.8 – Amplitudes  $H_d$ ,  $H_q$  ainsi que le module  $\sqrt{H_d^2 + H_q^2}$  résultants d'un signal sinusoïdal avec une pulsation  $\omega$  après démodulation à une pulsation  $\omega_0$ , les amplitudes sont données en fonction de la fréquence relative  $\Omega = \omega/\omega_0$

$\omega$  sur la mesure après démodulation à la pulsation  $\omega_0$ . Le module  $G_{de}(\Omega)$  s'écrit sous la forme suivante :

$$G_{de}(\Omega) = \frac{\sqrt{2(\Omega^2 + 1)}}{\pi} \left| \frac{\sin(\pi\Omega)}{\Omega^2 - 1} \right| \quad (3.20)$$

Les relations (3.16),(3.17) et (3.8) sont illustrées sur la figure (3.8). Il est apparent que la démodulation est un filtre en peigne, asymétrique avec une atténuation totale de toutes les fréquences multiples de celle de la fréquence de démodulation. Pour cette fréquence particulière, elle passe par son maximum à 1. Les gains évoluant différemment selon les axes, on voit que selon l'écart de fréquence entre le signal et la démodulation, la phase du signal démodulé est modifiée. Globalement, on voit que la bande passante à -3dB du module est comprise sur l'intervalle  $[0.52\Omega, 1.45\Omega]$ .

Afin d'accentuer la sélectivité fréquentielle du processus de mesure et donc d'obtenir une meilleure reconstruction de chaque coordonnée  $\eta^{(k)}$ , il est possible de combiner l'opérateur de démodulation avec un autre filtre fréquentiel. Ce filtre peut être mis en amont ou en aval de l'opérateur de démodulation. Comme l'illustre la figure (3.9) l'élément de filtrage peut être un filtre passe-bas en aval de la démodulation, permettant d'extraire la composante de basse fréquence pour chacun des axes d-q. L'élément de filtrage peut également s'agir d'un filtre passe-bande qui isole la composante fréquentielle autour de la résonance du mode  $\omega_n^{(k)}$ . Nous pouvons également imaginer une combinaison des deux structures pour des filtrages particuliers. Comme pour le modèle d'un oscillateur harmonique sous amorti dans la base démodulée, les deux formes de filtrage sont équivalentes. L'intégration d'un filtre passe-bas par axe dans la base démodulée revient à mettre un filtre passe-bande dans la base naturelle. Cette équivalence est vraie si le passe-bande est centrée sur la fréquence de démodulation. Comme l'énonce le théorème de

modulation, si  $g_{pb}(t)$  est la réponse impulsionnel du filtre passe-bande et  $G_{pb}(\omega)$  sa transformée de Fourier, alors nous avons :

$$e^{j\omega_0 t} g_{pb}(t) \leftrightarrow G_{pb}(\omega - \omega_0) \quad (3.21)$$

ce qui signifie que le spectre du filtre est effectivement translaté de  $-\omega_0$ , et si ce dernier est initialement centré autour de  $\omega_0$ , il se retrouve centré autour de 0 après démodulation, se comportant comme un passe bas vis à vis du signal démodulé.

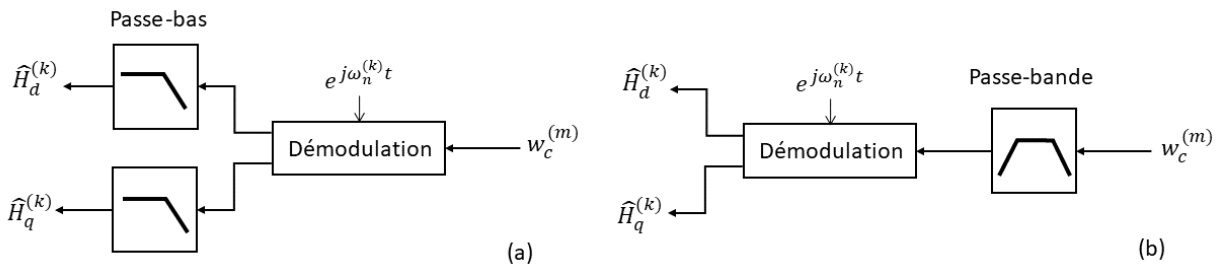


FIGURE 3.9 – Structure du filtrage fréquentiel pour la reconstruction des composantes  $H_d^{(k)}$  et  $H_q^{(k)}$  : (a) des filtres passe-bas en aval de la démodulation ; (b) un filtre passe-bande en amont de la démodulation

L'association de l'opérateur de démodulation avec un autre élément de filtrage permet de filtrer principalement les composantes modales dont la fréquence de résonance est écartée de la fréquence de travail  $\Omega \neq 1$ . La mise en cascade de ces deux blocs donne pour un mode  $k$ , la fonction du filtre équivalent suivante :

$$G_{eq}^{(k)}(\omega) = G_{pb}^{(k)}(\omega) \times G_{de}^{(k)}(\omega) \quad (3.22)$$

où  $G_{pb}^{(k)}(\omega)$  est le module de la réponse fréquentielle du filtre passe-bande, qui est centré autour de  $\omega_n^{(k)}$ , et  $G_{de}^{(k)}(\omega) = G_{de}(\omega/\omega_n^{(k)})$ . La fonction  $G_{pb}^{(k)}(\omega)$  est utilisée pour la conception du filtre spatial, elle permet d'obtenir la forme de la matrice de mesures équivalente  $\Phi_{cf}^{(k)}$  discutée dans la section précédente.

### 3.2.3 Critère de sélection des capteurs

Dans cette section, nous cherchons à obtenir la meilleure mesurabilité possible sur les coordonnées modales de la structure contrôlée. Pour cela, nous allons partir du principe que l'ensemble des céramiques captrices est déjà défini et que le problème n'est pas de placer les céramiques mais plutôt d'en choisir un sous-ensemble parmi un ensemble de capteurs déjà définis. Cette contrainte peut être due par exemple à une limitation du nombre d'entrées analogiques ou

de convertisseurs analogiques-numériques présents dans le dispositif de commande.

Des auteurs ont proposé d'utiliser le Grammien d'observabilité [109, 117] pour le placement des céramiques captrices. La variable d'optimisation deviendra dans notre cas le sous-ensemble de capteurs et non la position des capteurs. Ces algorithmes se basent sur des critères d'optimisation globaux, c'est à dire que les critères englobent tous les modes et ne sont pas adaptés à une sélection individuelle, où lorsqu'on désire par exemple trouver l'ensemble de capteurs spécifiques à un seul des modes contrôlés. D'un autre côté, nous désirons bénéficier de la sélectivité fréquentielle induite par l'opérateur de démodulation (figure (3.8)) et prendre en compte son influence pour la sélection des capteurs.

Nous proposons donc une méthode de sélection des capteurs qui est mieux adaptée au processus de traitement des mesures utilisées. Dans la suite de cette partie, nous allons tout d'abord mettre en place un critère de sélection pour un seul mode et puis nous allons définir un critère général pour tous les modes

### Critère pour un mode

Soit  $n_{cu}$  le nombre de capteurs pouvant être utilisés parmi un total de  $n_c$  capteurs. Nous définissons  $\Delta_c = \{\delta_c^{(1)}, \dots, \delta_c^{(m)}, \dots, \delta_c^{(n_{cu})}\}$  un ensemble donné de combinaison de capteurs, avec  $dim(\Delta) = n_{cu}$  et  $\{\delta_c^{(m)} \in \mathbb{N} | 1 \leq \delta_c^{(m)} \leq n_c\}$ . Le nombre de combinaisons de céramiques possibles se calcule par  $C_{n_c}^{n_{cu}} = (n_c!)/(n_{cu}!(n_c - n_{cu})!)$ .

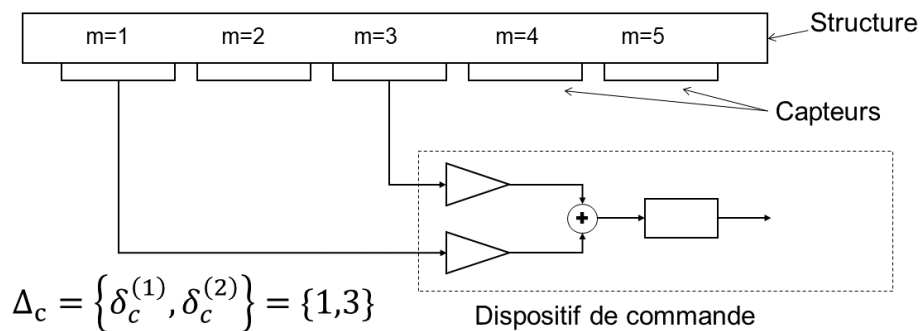


FIGURE 3.10 – Exemple de sélection de 2 parmi 5 capteurs.

À titre d'illustration, nous montrons sur la figure (3.10) un exemple de sélection où le nombre total de capteurs est  $n_c = 5$  et le nombre de capteurs utilisables est  $n_{cu} = 2$ . Le nombre de combinaisons de capteurs possible ici est  $C_8^5 = 10$ . Le 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> capteurs sont utilisés et donc l'ensemble de combinaison de capteurs dans ce cas est  $\Delta_c = \{1, 3\}$ .

Pour un ensemble  $\Delta_c$  donné de mesures, la matrice des gains de mesures correspondante



est  $\Phi_c(\Delta_c)$ , cette matrice est de dimension  $(n_{cu} \times n_m)$  et ne prend que les lignes  $m \in \Delta_c$  de la matrice des gains de mesures globale  $\Phi_c$ , on écrit donc :

$$\Phi_c(\Delta_c) = \begin{bmatrix} \phi_c^{(1,1)}(\Delta_c) & \dots & \phi_c^{(1,n_m)}(\Delta_c) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_c^{(n_{cu},1)}(\Delta_c) & \dots & \phi_c^{(n_{cu},n_m)}(\Delta_c) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

La matrice de filtrage lui étant associée est calculée en utilisant la démarche décrite dans la section (3.2.1), cette matrice s'écrit :

$$\mathbf{D}(\Delta_c) = \begin{bmatrix} d^{(1,1)}(\Delta_c) & \dots & d^{(1,n_{cu})}(\Delta_c) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d^{(n_m,n_{cu})}(\Delta_c) & \dots & d^{n_m,n_{cu}}(\Delta_c) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Il est nécessaire de définir un critère pour la sélection des céramiques caprices. Pour ce faire, une matrice dite de séparabilité peut être définie à partir de l'équation (3.15). Cette matrice donne le couplage entre chaque enveloppe modale  $\eta_e^{(i)}$  et chaque reconstruction  $\hat{\eta}_e^{(k)}$ . La matrice de séparabilité s'écrit

$$\hat{\mathbf{h}}_e = \mathbf{O}(\Delta_c) \mathbf{h}_e = (\mathbf{G}_{eq} \circ (\mathbf{D}(\Delta_c) \Phi_c(\Delta_c))) \mathbf{h}_e$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\eta}_e^{(1)} \\ \vdots \\ \hat{\eta}_e^{(n_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o^{(1,1)}(\Delta_c) & \dots & o^{(1,n_m)}(\Delta_c) \\ \dots & \dots & \dots \\ o^{(n_m,1)}(\Delta_c) & \dots & o^{(n_m,n_m)}(\Delta_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_e^{(1)} \\ \dots \\ \eta_e^{(n_m)} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Le cas idéal du filtrage est de pouvoir reconstruire chaque coordonnée modale  $\eta^{(k)}$ . Ce qui se traduit par  $\hat{\mathbf{h}}_e = \mathbf{h}_e$  et donc  $\mathbf{O}(\Delta_c)$  est une matrice identité  $\mathbf{O}(\Delta_c) = I$ . Ce cas idéal va servir de repère pour la définition du critère de sélection des céramiques caprices. En prenant une ligne donnée  $k$  de la matrice  $\mathbf{O}(\Delta_c)$ , alors tous les éléments hors diagonale sont indésirables. Donc le choix des mesures doit permettre de minimiser les éléments  $(o^{(k,i)}(\Delta_c))$  pour  $i \neq k$  par rapport à  $o^{(k,k)}(\Delta_c)$ . Nous proposons de formuler ce critère comme étant le pourcentage de signal utile présent dans la mesure et pour cela nous sélectionnons la norme 1 qui satisfait cette condition. Le critère s'écrit donc sous la forme suivante :

$$s_{su}^{(k)}(\Delta_c) = \frac{o^{(k,k)}(\Delta_c)}{\|o^{(k,1)}(\Delta_c) \dots o^{(k,n_m)}(\Delta_c)\|_1} = \frac{o^{(k,k)}(\Delta_c)}{\sum_{i=1}^{n_m} |o^{(k,i)}(\Delta_c)|} \quad (3.26)$$

Ainsi  $s_{su}^{(k)}(\Delta_c)$  donne le pourcentage du signal utile  $\eta_e^{(k)}$  par rapport au total des signaux présents dans la mesure de  $\hat{\eta}_e^{(k)}$ .  $s^{(k)}(\Delta_c) = 1$  correspond au cas idéal où  $\hat{\eta}_e^{(k)} = \eta_e^{(k)}$ , alors que des petites valeurs de  $(s_{su}^{(k)}(\Delta_c) \rightarrow 0)$  correspondent à une estimation médiocre.

Afin de limiter l'amplification des bruits de mesures due à cette méthode de filtrage, un coefficient de pénalisation est ajouté au critère (3.26), et qui s'écrit :

$$s_{ir}^{(k)}(\Delta_c) = \frac{\left[ d^{(k,1)}(\Delta_c) \quad \dots \quad d^{(k,n_{cu})}(\Delta_c) \right] \left[ \phi_c^{(1,k)}(\Delta_c) \quad \dots \quad \phi_c^{(n_c,k)}(\Delta_c) \right]^T}{\|d^{(k,1)}(\Delta_c) \quad \dots \quad d^{(k,n_{cu})}(\Delta_c)\|_1 \quad \|\phi_c^{(1,k)} \quad \dots \quad \phi_c^{(n_c,k)}\|_\infty} \quad (3.27)$$

$$= \frac{o^{(k,k)}(\Delta_c)}{\left( \sum_{m=1}^{n_{cu}} |d^{(k,m)}(\Delta_c)| \right) \max_m (|\phi_c^{(m,k)}|)}$$

La première partie de l'équation sert à normaliser le vecteur de filtrage par rapport à sa norme unitaire, ce qui transforme les gains du filtre en pourcentages de pondération. La seconde partie de l'équation est le vecteur de couplage rapporté au gain de la céramique la mieux couplée avec le mode considéré. Ainsi, tous les gains de couplage deviennent des gains relatifs compris entre  $-1$  et  $1$ . En conséquence, le résultat de l'équation (3.27) est le gain équivalent sans amplification, obtenu après filtrage. On peut considérer ce gain comme étant le pourcentage d'information retenu après filtrage : un faible pourcentage d'information retenu nécessitera une plus forte amplification et donc introduira plus de bruit de mesure. Considérons pour illustrer l'exemple du cas de deux modes et deux mesures. Nous nous contentons dans cet exemple d'un filtrage spatial où nous avons uniquement deux configurations possibles  $\Delta_{c1}$  et  $\Delta_{c2}$ . En supposant que les matrices des gains de mesures correspondantes soient respectivement :

$$\Phi(\Delta_{c1}) = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.48 \\ 0.50 & 0.50 \end{bmatrix}, \Phi(\Delta_{c2}) = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

En inversant les deux matrices nous obtenons alors :

$$\Phi(\Delta_{c1})^\dagger = \begin{bmatrix} 50 & -48 \\ -50 & 50 \end{bmatrix}, \Phi(\Delta_{c2})^\dagger = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dans les deux cas, les produits  $\Phi(\Delta_{c1})^\dagger \Phi(\Delta_{c1})$  et  $\Phi(\Delta_{c2})^\dagger \Phi(\Delta_{c2})$  donnent des matrices identités. A priori donc, dans chacun des cas, les deux mesures sont bien découplées. Cependant, il est clair que même si  $\Phi(\Delta_{c1})$  et  $\Phi(\Delta_{c2})$  ont des gains comparables, les gains de la matrice

$\Phi(\Delta_{c1})^\dagger$  sont bien plus grands que ceux de la matrice  $\Phi(\Delta_{c2})^\dagger$ . En effet, si nous calculons les valeurs du critère  $s_{ir}^{(k)}$ , alors dans le premier cas nous obtenons  $s_{ir}^{(1)}(\Delta_{c1}) = s_{ir}^{(2)}(\Delta_{c1}) = 2\%$  et dans le second cas  $s_{ir}^{(1)}(\Delta_{c2}) = s_{ir}^{(2)}(\Delta_{c2}) = 100\%$ . Dans cet exemple, il est évident que la seconde solution ( $\Delta_{c2}$ ) est la plus optimale, selon le critère  $s_{ir}$ .

Le cahier des charges dans cette partie est d'obtenir pour chaque mode un maximum de signal utile  $s_{su}^{(k)}(\Delta_c)$  et le meilleur pourcentage d'informations retenues possible  $s_{ir}^{(k)}(\Delta_c)$ . Pour combiner les deux critères en un seul, le critère de sélection est formulé sous la forme multiplicative suivante :

$$s_m^{(k)}(\Delta_c) = s_{su}^{(k)}(\Delta_c)s_{ir}^{(k)}(\Delta_c) \quad (3.28)$$

Nous définissons le critère  $s_m^{(k)}(\Delta_c)$  comme étant le critère de mesurabilité. Cette formulation du critère permet de pénaliser des petites valeurs de l'un des sous-critères  $s_{su}^{(k)}(\Delta_c)$  et  $s_{ir}^{(k)}(\Delta_c)$ . Si l'un des sous-critères est nul alors le résultat  $s_m^{(k)}(\Delta_c)$  est forcément nul. À l'inverse, pour que  $(s_m^{(k)}(\Delta_c) \rightarrow 1)$ , il faut que  $(s_{su}^{(k)}(\Delta_c) \rightarrow 1)$  et  $(s_{ir}^{(k)}(\Delta_c) \rightarrow 1)$ .

Dans la prochaine partie, nous allons généraliser le critère de sélection pour  $n_m$  modes de vibrations.

### Critère pour plusieurs modes

Le critère de l'équation (3.28) concerne juste l'un des  $n_m$  modes de vibrations contrôlés. Il reste donc à définir un critère général qui englobe tous les modes. Dans le cas où les reconstructions de toutes les amplitudes  $\eta^{(k)}$  exploitent les mêmes mesures  $\Delta_c$ , alors la solution au problème est un critère de sélection global qui puisse satisfaire tous les critères locaux  $s_m^{(k)}(\Delta_c)$ . L'objectif est de sélectionner la meilleure combinaison de capteurs pour mesurer un ensemble de modes, c'est à dire que la solution au problème est donc la combinaison  $\hat{\Delta}_c$  permettant de maximiser le plus petit des critères  $|s_m^{(k)}(\Delta_c)|$ , ce qui s'écrit

$$S(\hat{\Delta}_c) = \max_{\Delta_c} \left( \min_k (|s_m^{(k)}(\Delta_c)|) \right) \quad (3.29)$$

Cette formulation garantit que pour tous les modes la valeur de leur critère de mesurabilité  $s_m^{(k)}(\Delta_c)$  est au moins égale à  $S(\hat{\Delta}_c)$ . Dans la prochaine partie, nous allons adapter le critère de sélection (3.29) à l'architecture de commande utilisée dans le cadre de cette thèse.

## Adaptation du critère

La formulation du critère (3.29) supposait que tous les filtres partagent les mêmes capteurs. Néanmoins l'architecture de commande proposée induit plus de degrés de liberté concernant le choix des capteurs. Nous rappelons que la commande des modes de vibrations est partagée sur plusieurs dispositifs, chacun contrôlant deux modes de vibration, et pouvant mesurer trois déformations différentes. Par conséquent, les deux contrôleurs qui seront implémentés pour maîtriser deux modes doivent partager les trois mêmes mesures pour isoler les amplitudes qui leur sont assignées. Nous introduisons donc l'ensemble des couples :

$$\Gamma = \left\{ \{ \gamma^{(1,1)}, \gamma^{(2,1)} \}, \dots, \{ \gamma^{(1,c_l)}, \gamma^{(2,c_l)} \}, \dots, \{ \gamma^{(1,n_l)}, \gamma^{(2,n_l)} \} \right\} \quad (3.30)$$

où  $n_l = n_m/2$  est le nombre de couples,  $\{ \gamma^{(1,c_l)}, \gamma^{(2,c_l)} \}$  sont les indices d'un couple de modes, pour un ensemble donné  $\Gamma$ . A titre d'exemple, si nous prenons le cas de quatre modes devant être commandés ( $n_m = 4$ ), puisque seulement deux modes peuvent être gérés par un microcontrôleur, il y a alors trois combinaisons possibles  $\Gamma_1 = \{ \{1, 2\}, \{3, 4\} \}$ ,  $\Gamma_2 = \{ \{1, 3\}, \{2, 4\} \}$  et  $\Gamma_3 = \{ \{1, 4\}, \{2, 3\} \}$ . Le critère de sélection à l'échelle d'un seul couple est

$$\hat{S}(c_l, \hat{\Delta}_c(c_l), \Gamma) = \max_{\Delta_c} \left( \min \left( \left[ s(\Delta_c, \gamma^{(1,c_l)}) \quad s(\Delta_c, \gamma^{(2,c_l)}) \right] \right) \right) \quad (3.31)$$

À ce stade de l'optimisation, la meilleure combinaison de capteurs pour un couple de modes  $c_l$  est obtenue. Les solutions locales  $\hat{\Delta}_c(c_l)$  sont ensuite calculées pour chaque combinaison de modes possible  $\Gamma$  et nous retenons la meilleure.

La solution globale au problème est de trouver la meilleure combinaison de capteurs  $\tilde{\Delta}_c = \{ \hat{\Delta}_c(1), \dots, \hat{\Delta}_c(c_l), \dots, \hat{\Delta}_c(n_l) \}$  associée à l'ensemble de couples idéal  $\tilde{\Gamma}$  permettant de maximiser le plus petit des critères de mesurabilité. Le critère global de mesurabilité s'écrit :

$$\tilde{S}(\tilde{\Delta}_c, \tilde{\Gamma}) = \max_{\Gamma} \left( \min_{c_l} \left( \hat{S}(c_l, \hat{\Delta}_c(c_l), \Gamma) \right) \right) \quad (3.32)$$

qui revient à calculer pour chacune des  $n_l$  combinaisons de modes  $\Gamma$  les combinaisons de capteurs optimaux  $\hat{\Delta}_c(c_l)$ , ceci en utilisant le critère (3.31). Puis, parmi les  $n_l$  solutions locales, la solution globale est la combinaison  $\tilde{\Gamma}$  qui maximise le critère (3.32).

### 3.2.4 Application sur le dispositif expérimental

Afin d'augmenter la sélectivité fréquentielle, nous proposons de prendre un filtre passe-bande en aval de l'opérateur de démodulation. Nous favorisons ce choix car l'opération de démodulation donne les mesures des coordonnées modales  $H_d^{(k)}$  et  $H_q^{(k)}$  toutes les périodes d'oscillation  $T_c^{(k)} = 2\pi/\omega^{(k)}$ . En conséquence, la démodulation implique un sous échantillonnage des mesures et donc risque de provoquer un repliement de spectre lorsque la différence entre la fréquence de résonance du mode mesuré et celle d'un autre mode est supérieure à la fréquence de Shannon. De ce point de vue, le filtre passe-bande agit en plus comme un filtre anti-repliement, même s'il est de nature discrète. Nous prendrons pour le filtre passe-bande la forme suivante :

$$G_{pb}^{(k)}(s) = \frac{2\xi_{pb}\omega_n^{(k)}s}{s^2 + 2\xi_{pb}\omega_n^{(k)}s + \omega_n^{(k)2}} \quad (3.33)$$

avec  $\omega_n^{(k)}$  est la fréquence centrale du filtre,  $\xi_{pb}$  facteur d'amortissement qui détermine la bande-passante du filtre  $\Delta\omega = 2\xi_{pb}\omega_n^{(k)}$ . En supposant que la bande passante de la boucle fermée est bornée ( $\alpha^{(k)}\xi^{(k)} < 5\%$ ), nous prendrons une bande passante assez large pour limiter l'influence du filtre sur la dynamique du mode. Il a été trouvé empiriquement qu'une fréquence de coupure supérieure de  $150\%\omega_0$  est suffisante pour que l'influence du filtre soit minime sur la dynamique. Le facteur d'amortissement du filtre passe-bande se calcule donc par  $\xi_{pb} \approx 0.417$ . Le filtre passe-bande est implémenté dans le DSP sous une forme discrète.

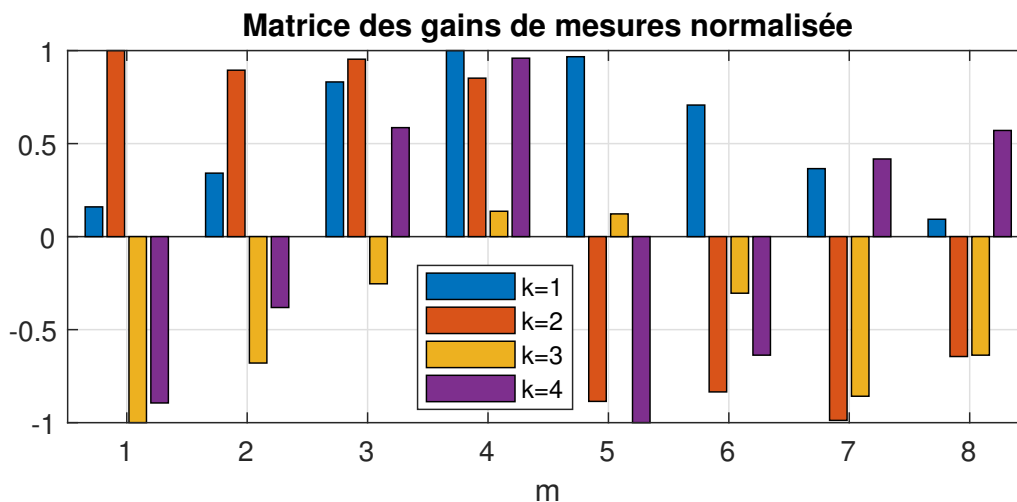


FIGURE 3.11 – Matrice des gains de mesures normalisée

Parmi les 12 transducteurs disponibles, il faut d'abord choisir les moteurs et les capteurs. Pour cela nous proposons d'utiliser les céramiques non-divisées comme moteurs, ceci permettant d'avoir le plus grand gain moteur en utilisant un minimum de transducteurs, soit 4 moteurs. Il

reste à choisir 6 transducteurs parmi les 8 restants comme capteurs ( 3 capteurs par DSP). Une procédure d'identification est effectuée afin de constituer la matrice de couplage des capteurs  $\Phi_c$ , elle consiste à diviser la valeur mesurée et convertie par le DSP sur l'amplitude mesurée au vibromètre laser, ce qui donne sous une forme normalisée les gains de la figure (3.11)

Concernant la procédure de sélection, il existe 3 ensembles de couples possible et 56 combinaisons de capteurs possibles. La figure (3.12.b) montre les résultats du critère  $\hat{S}(c_l, \hat{\Delta}_c(c_l), \Gamma)$  pour chacun des couples et pour  $\Gamma = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$ . Parmi les 56 combinaisons de capteurs possibles, nous retenons pour chacun des couples la combinaison qui maximise le critère de l'équation (3.31). Nous obtenons donc  $\hat{\Delta}_c(1) = \{1, 4, 5\}$  et  $\hat{\Delta}_c(2) = \{2, 5, 8\}$ . La figure (3.12.a) montre le résultat du critère global de l'équation (3.32), la solution retenue est celle qui maximise le plus petit des critères  $\hat{S}(c_l, \hat{\Delta}_c(c_l), \Gamma)$  (3.12.b) et donc nous retenons  $\tilde{\Gamma} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$ . La matrice de séparabilité obtenue est montrée sur la figure (3.12.c), où cette dernière est bien diagonale. Les gains de découplage résultant sont montrés sous une forme normalisée sur la figure (3.12.d).

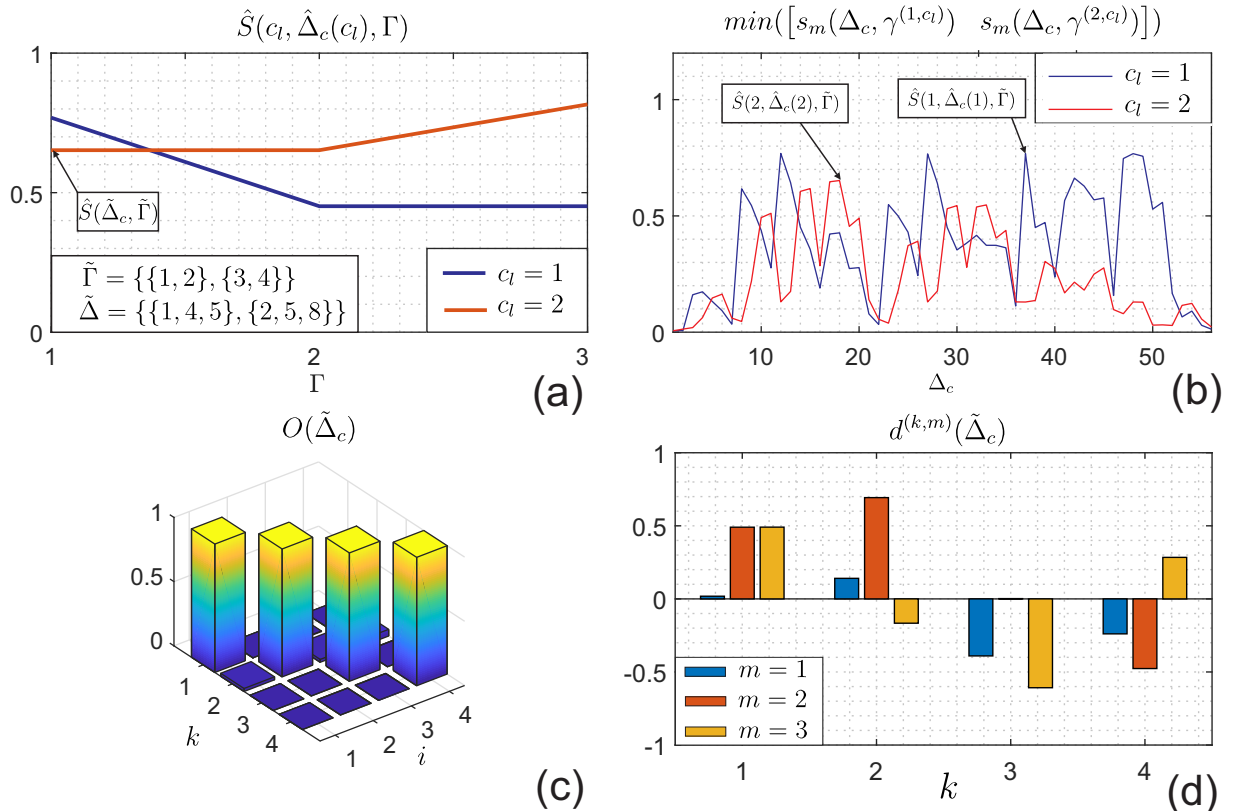


FIGURE 3.12 – (a) Critère de mesurabilité pour chaque couple  $c_l$  en fonction de l'ensemble de modes  $\Gamma$ ; (b) critère de mesurabilité pour chaque couple  $c_l$  en fonction de l'ensemble de capteurs  $\Delta_c$  et pour  $\Gamma = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$ ; (c) Matrice de séparabilité obtenue; (d) gains de découplage résultants

Afin de valider la méthode de calcul de la matrice de découplage  $D$  et de l'approche de sélec-

tion des capteurs, nous avons simulé le schéma de filtrage proposé, tout en utilisant les capteurs sélectionnés. Nous utilisons également des filtres passe-bande et des opérateurs de démodulation tel que décrit dans cette partie. Nous excitons simultanément chacun des quatre modes à sa fréquence de résonance et nous relevons la réponse dans les bases démodulées. Nous comparons dans la figure (3.13) les réponses obtenues en utilisant deux méthodes différentes pour le calcul de la matrice de découplage  $D$  : la première correspond à la méthode classique qui consiste à inverser la matrice des gains de mesures  $\Phi_c$ . La seconde méthode correspond à la méthode de calcul proposée dans la section (3.2.1), qui prend en compte le filtre fréquentiel pour le calcul des gains de découplage. Les résultats obtenus en utilisant chaque méthode sont respectivement montrés sur la figure (3.13.a) et (3.13.b). Bien que les mêmes capteurs soient utilisés dans les deux cas, avec la même chaîne de filtrage, la méthode de calcul proposée donne des meilleurs résultats que la méthode classique. En prenant le quatrième mode par exemple, le signal utile obtenu avec la méthode classique est  $s_{su}^{(4)} = 88.9\%$  et celui avec la méthode proposée est  $s_{su}^{(4)} = 99.2\%$ . Nous montrons ainsi l'intérêt de la prise en compte de l'influence du filtrage fréquentiel pour le calcul des gains du filtre spatial.

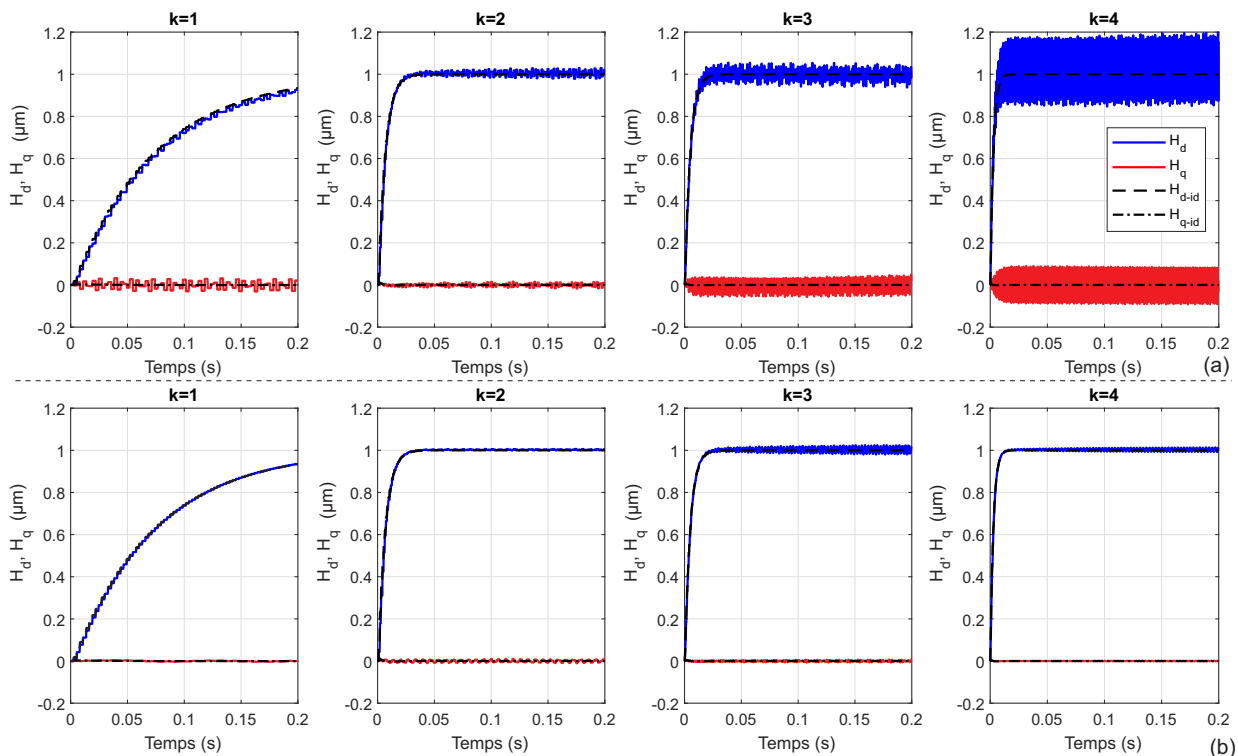


FIGURE 3.13 – Simulation du schéma de filtrage proposé en utilisant différentes méthodes de calcul de la matrice de découplage : (a) mesures obtenues en utilisant le calcul classique pour la matrice de découplage  $D$  ; (b) mesures obtenues en utilisant le calcul proposé dans le chapitre pour la matrice de découplage, les tracés en noir montrent les réponses sur chaque axe d-q d'une mesure idéale

Un schéma de filtrage et de démodulation pour le 1er esclave est montré sur la figure (3.14.b). Dans chaque DSP, les estimateurs de chaque coordonnée modale partagent les mêmes entrées de mesures mais les combine et les filtre différemment. Concernant les céramiques motrices, nous choisissons arbitrairement le 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> moteur pour le 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> mode et le 1<sup>er</sup> et 4<sup>ème</sup> moteur pour les deux autres. La figure (3.14.a) illustre le schéma global de branchement des capteurs et de moteurs sur chaque dispositif de commande.

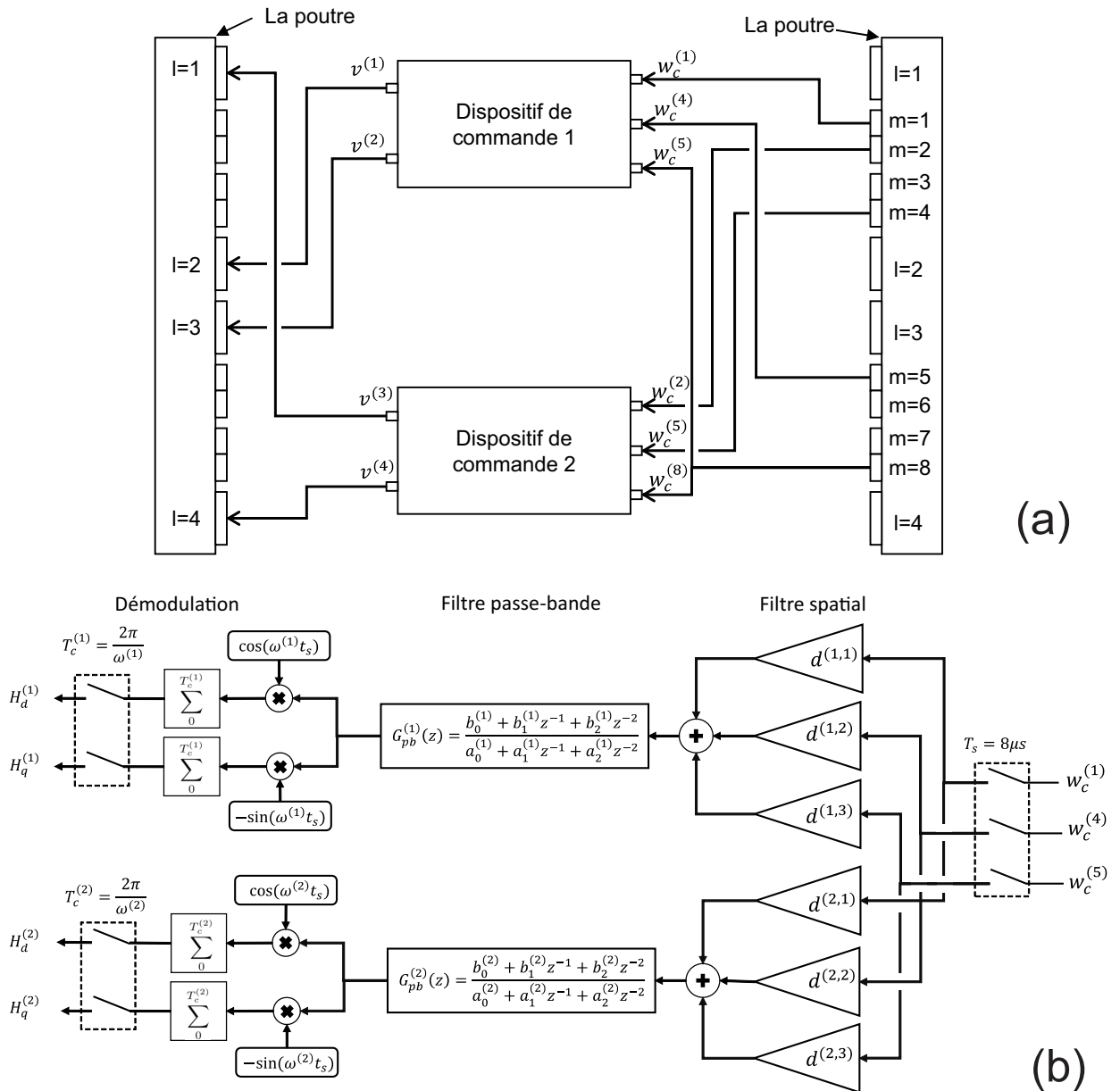


FIGURE 3.14 – (a) Schéma de branchement entre les entrées/sorties de chaque dispositif de commande et des céramiques captrices/motrices, la poutre est dupliquée ici pour une meilleure visibilité des connexions ; (b) Schéma de filtrage et de démodulation des mesures pour le premier esclave, le filtre passe-bande est implémenté numériquement

Une fois la méthode de filtrage implémentée sur les deux DSP, nous avons enregistré la réponse simultanément à des échelons d'amplitude des quatre modes, où chacun des modes est



excité en boucle ouverte et à sa fréquence de résonance. La figure (3.15) montre l'influence du filtrage sur la mesure des coordonnées modales. Les tracés bleus et rouges correspondent respectivement aux parties réelles et imaginaires des vitesses modales  $\underline{u}^{(k)}(t) = \dot{\underline{\eta}}^{(k)}(t) = (U_d^{(k)} + jU_q^{(k)})e^{j\omega^{(k)}t}$ . En remplaçant pour la résonance la variable de Laplace par  $s = j\omega = j\omega_n$ , les composantes de la vitesse se calculent  $U_d^{(k)} = \omega_n^{(k)}H_q^{(k)}$  et  $U_q^{(k)} = -\omega_n^{(k)}H_d^{(k)}$ . Il peut être constaté sur la figure (3.15.a) que même si la démodulation des mesures agit comme un filtre fréquentiel, elle n'est pas suffisante pour séparer les coordonnées modales, ce qui justifie des traitements supplémentaires. L'intégration de filtres passe-bande (figure (3.15.b)) améliore les mesures, cependant beaucoup d'oscillations sont encore présentes. Les mesures doivent encore être améliorées en incluant la méthode de filtrage spatial proposée et donc réduire les oscillations, voir la figure (3.15.c). Le bruit pouvant être observé sur le premier mode n'est pas dû à l'influence des autres modes mais à l'effet de quantification numérique introduit par le filtre passe-bande discret. Ce bruit persiste même lorsqu'on excite uniquement le premier mode.

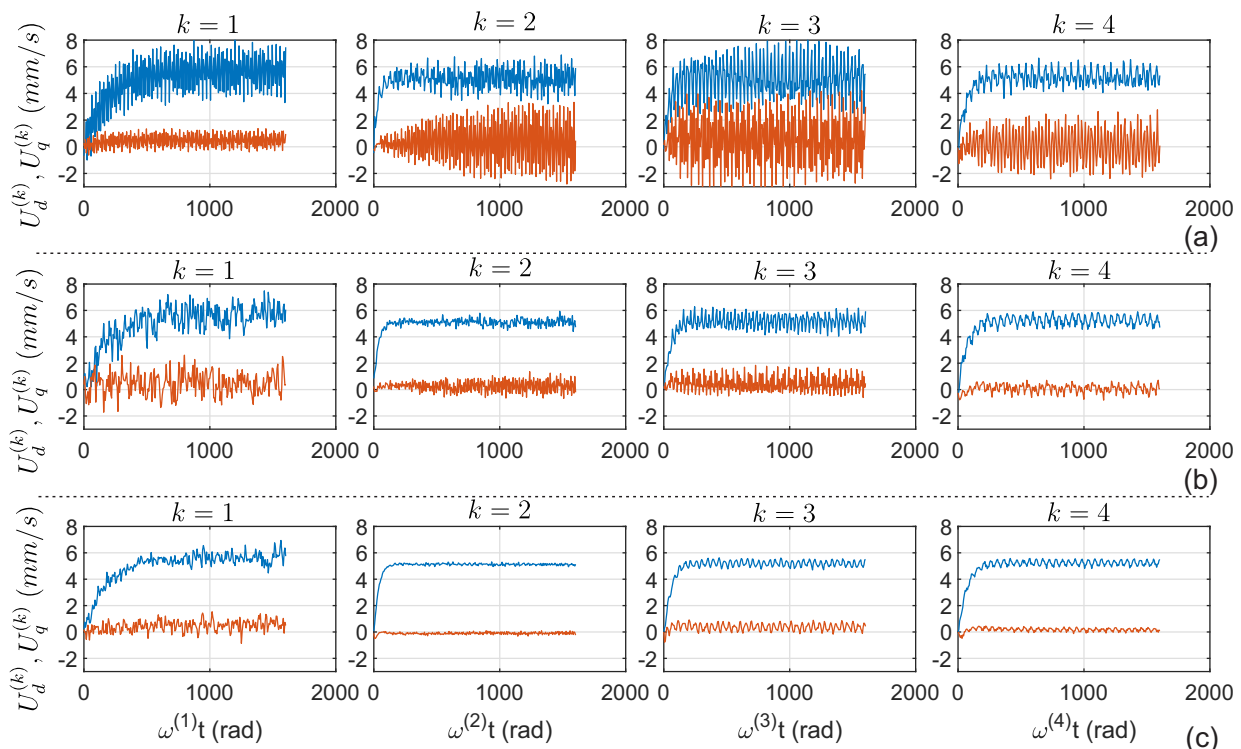


FIGURE 3.15 – Influence du filtrage la mesure des coordonnées modales, (en bleu) sa partie réelle, (en rouge) sa partie imaginaire ; (a) Les vitesses modales avec juste une démodulation d'une mesure sur un capteur arbitraire ; (b) Les vitesses modales démodulées avec l'ajout d'un filtre passe-bande ; (c) Les vitesse modales avec filtrage spatial et fréquentiel

### 3.3 Focalisation de champs de vitesses arbitraires en boucle fermée

#### 3.3.1 Contrôle en boucle fermée des modes

Dans cette partie sera intégré le contrôle en boucle fermée des quatre modes de vibration. L'approche de contrôle du deuxième chapitre est donc reprise et appliquée sur chacun des modes. En premier lieu, il faut identifier les paramètres dynamiques ( $g^{(k)}$ ,  $\omega_n^{(k)}$ ,  $\xi^{(k)}$ ) de chaque mode. Un balayage de fréquence est effectué autour de chaque fréquence de résonance en utilisant les moteurs adéquats. Le résultat de la procédure d'identification est résumé sur le tableau (3.1).

Mode (k)	1	2	3	4
$g^{(k)} \text{ nm V}^{-1}$	21.30	4.43	1.23	1.12
$\omega_n^{(k)} / (2\pi) \text{ Hz}$	364	943	2198	3924
$\xi^{(k)}$	0.006	0.028	0.015	0.015

TABLE 3.1 – Les paramètres identifiés pour chacun des quatre modes

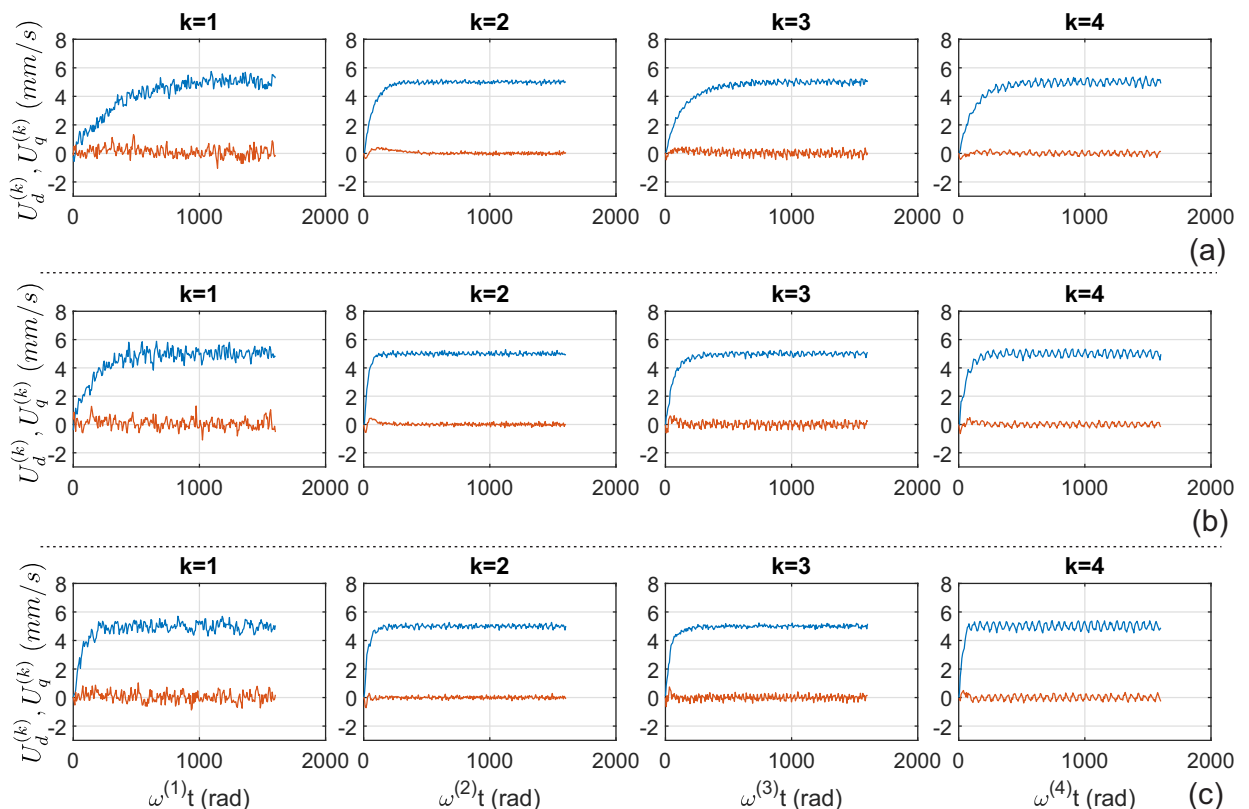


FIGURE 3.16 – Réponses en boucle fermée des quatre premiers modes de la poutre, excités simultanément, (en bleu)  $U_d^{(k)}$ , (en rouge)  $U_q^{(k)}$ , (a)  $\alpha^{(k)} = 0.5$ ; (b)  $\alpha^{(k)} = 1$ ; (c)  $\alpha^{(k)} = 2$

À partir des paramètres dynamiques du tableau (3.1) les gains des quatre correcteurs PI

sont déterminés, chaque PI contrôlant les deux composantes (réelle et imaginaire) d'un mode de vibration. La référence en vitesse pour chaque mode est fixée à  $U_{dref}^{(k)} = 5\text{mm/s}$ ,  $U_{qref}^{(k)} = 0$  (mm/s), ce qui se traduit en déplacement par  $H_{dref}^{(k)} = 0$ ,  $H_{qref}^{(k)} = -5/\omega_n^{(k)}$  (mm). Afin de montrer la robustesse de cette approche de commande, les réponses seront mesurées pour différents facteurs d'accélération  $\alpha^{(k)} = \{0.5, 1, 2\}$ . Les réponses en boucle fermée de la poutre sont montrés sur la figure (3.16). Il peut être constaté selon cette figure que les réponses ne sont pas déstabilisées par les oscillations résiduelles dans la mesure, et sont indépendantes de  $\alpha^{(k)}$ . Les valeurs de références sont également bien atteintes malgré l'excitation simultanée des quatre modes. Les résultats obtenus valident ainsi l'approche de filtrage et de commande proposés dans ce chapitre.

À ce stade de la méthodologie de commande, nous disposons d'une approche multimodale qui permet le contrôle indépendant de l'amplitude de plusieurs modes de vibrations. Il reste donc à adapter la méthode pour pouvoir produire des champs de vitesses arbitraires sur la structure

### 3.3.2 Génération des références dans la base démodulée

Dans sa thèse, Enferad [111] identifie le modèle de la structure pour chaque mode et construit des références en vitesse pour obtenir une déformation arbitraire choisie. Ensuite, il inverse ce modèle pour déterminer la tension à appliquer sur les céramiques motrices.

Pour notre part, nous tirons parti du contrôle en boucle fermée pour que le correcteur calcule les tensions nécessaires afin d'obtenir ces références. Aussi, dans notre cas, il suffit d'imposer à l'entrée de notre correcteur les références calculées par Enferad dans l'équation (1.9) pour obtenir les déformations arbitraires choisies et que nous reprenons ici :

$$\dot{\eta}(t) = \dot{\eta}_f^{*(k)} \cos(\omega_n^{(k)}(t - t_f)) e^{\kappa^{(k)} \xi^{(k)} \omega_n^{(k)}(t - t_f)} \quad (3.34)$$

On rappelle que  $\kappa^{(k)}$  est un facteur d'accélération de la référence qui permet d'attendre plus ou moins longtemps la focalisation et  $t_f$  est l'instant de focalisation.

Cependant, cette formule a deux inconvénients. D'abord, elle n'est valable que pour  $t < t_f$  et produirait une divergence des modes après la focalisation dans notre cas. D'autre part, la référence n'est pas nulle à  $t = 0$ , ce qui nous a posé des problèmes en pratique lors du transitoire à l'instant initial. C'est pourquoi nous introduisons une fonction  $\zeta^{(k)}(t)$  qui permet de résoudre ces

deux inconvénients, définie comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\eta}^{*(k)}(t) &= \dot{\eta}^{*(k)}(t) = \cos(\omega_n^{(k)}(t - t_f)) \dot{\eta}_f^{*(k)} \frac{e^{-\xi^{(k)} \omega_n^{(k)} \kappa^{(k)} |t - t_f|} - e^{-\xi^{(k)} \omega_n^{(k)} \kappa^{(k)} t_f}}{1 - e^{-\xi^{(k)} \omega_n^{(k)} \kappa^{(k)} t_f}} \\ &= \cos(\omega_n^{(k)}(t - t_f)) \dot{\eta}_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t)\end{aligned}\quad (3.35)$$

où  $\dot{\eta}^{*(k)}$  est la vitesse modale de référence à l'instant de focalisation. La partie  $-|t - t_f|$  permet de produire une enveloppe symétrique par rapport à l'instant de focalisation. Ce signal de référence est équivalent à la réponse impulsionnelle d'un mode instable  $\xi^{(k)} < 0$  lorsque  $t \leq t_f$  avec conditions initiales nulles et il est équivalent à la réponse d'un mode stable  $\xi^{(k)} > 0$  pour  $t > t_f$ , un exemple de fonctions  $\zeta^{(k)}$  est montré sur la figure (3.17). Le signal de référence (3.35) peut être décomposé en deux parties, en une enveloppe  $\dot{\eta}_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t)$  et une vibration harmonique  $\cos(\omega_n^{(k)}(t - t_f))$  d'autre part.

Nous cherchons à présent à déterminer les références dans la base démodulée. Pour cela, nous écrivons la référence sous la forme complexe suivante :

$$\underline{\dot{\eta}}^{*(k)}(t) = \underline{u}^{*(k)}(t) = \dot{\eta}_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t) e^{j\omega_n^{(k)}(t - t_f)} \quad (3.36)$$

Par application du principe de modulation-démodulation expliqué dans l'équation (2.9), nous pouvons définir les références pour chaque mode  $U_{dref}^{(k)}$  et  $U_{qref}^{(k)}$  telles que :

$$\underline{u}^{*(k)}(t) = (U_{dref}^{(k)}(t) + jU_{qref}^{(k)}(t)) e^{j\omega^{(k)}t} \quad (3.37)$$

Soit après identification :

$$\begin{aligned}U_{dref}^{(k)}(t) &= \dot{\eta}_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t) \cos(\omega^{(k)} t_f) \\ U_{qref}^{(k)}(t) &= -\dot{\eta}_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t) \sin(\omega^{(k)} t_f)\end{aligned}\quad (3.38)$$

Ainsi, pour assurer à la fois l'enveloppe et la phase de vibration, il est nécessaire de suivre rigoureusement à la fois sur l'axe  $d$  et l'axe  $q$  des références variables. Or, si une erreur de poursuite existe, on ne sera pas en mesure d'assurer la phase et donc la synchronisation des modes entre eux. C'est pourquoi, nous proposons qu'à  $t = 0$  l'angle des porteuses (repères tournants) des modes soient initialisés avec une valeur non nulle et on écrira l'équation (3.36) plutôt comme suit :

$$\underline{u}^{*(k)}(t) = \left( U_{dref}^{(k)}(t) + jU_{qref}^{(k)}(t) \right) e^{j\omega^{(k)}(t - t_f)} \quad (3.39)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} U_{dref}^{(k)}(t) &= \dot{\eta}_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t) \\ U_{qref}^{(k)}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

Ainsi, le suivi de l'enveloppe de la référence est assuré par le contrôle de la composante  $U_d^{(k)}(t)$  et la synchronisation en phase des modes est assurée par le contrôle de la composante  $U_q^{(k)}(t)$  et de l'initialisation des angles des porteuses.

À partir des références en vitesse  $U_{dref}^{(k)}(t)$  nous pouvons définir les références en amplitudes  $H_{dref}^{(k)}(t) = -U_{qref}^{(k)}(t)/\omega^{(k)}$  et  $H_{qref}^{(k)}(t) = U_{dref}^{(k)}(t)/\omega^{(k)}$ , cette transformation permet de contrôler les vitesses modales tout en gardant la même architecture de commande que celle décrite dans le deuxième chapitre.

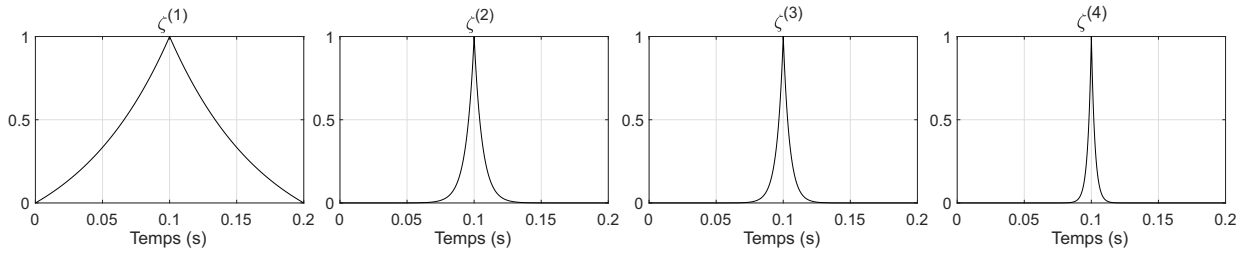


FIGURE 3.17 – Exemple de fonctions  $\zeta^{(k)}$  pour  $\kappa^{(k)} = 1$  et  $t_f = 100ms$

Étant donné la nature dynamique des signaux de références, il est nécessaire modifier la structure du contrôleur pour le suivi de référence. Nous allons donc intégrer en plus du contrôle en boucle fermée une anticipation (feedforward) basée sur l'inversion du modèle du système. Le modèle d'un mode de vibration dans la base démodulée peut s'écrire sous forme de matrice de transfert dans le domaine discret :

$$\begin{bmatrix} H_d^{(k)}(z) \\ H_q^{(k)}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_m^{(k,1,1)}(z) & G_m^{(k,1,2)}(z) \\ G_m^{(k,2,1)}(z) & G_m^{(k,2,2)}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d^{(k)}(z) \\ V_q^{(k)}(z) \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Alors le feedforward consiste à inverser l'équation (3.42), résultant en la forme suivante

$$\begin{bmatrix} V_d^{(k)}(z) \\ V_q^{(k)}(z) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{ff}^{(k)} \begin{bmatrix} H_{dref}^{(k)}(z) \\ H_{qref}^{(k)}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_m^{(k,1,1)}(z) & G_m^{(k,1,2)}(z) \\ G_m^{(k,2,1)}(z) & G_m^{(k,2,2)}(z) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{dref}^{(k)}(z) \\ H_{qref}^{(k)}(z) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Cette inversion est de toute évidence non causale, mais étant donné que les signaux de références sont calculés hors ligne à l'avance, il est possible d'accéder à un instant de contrôle

donné  $n_c^{(k)}$  aux valeurs de références des instants futurs ( $n_c^{(k)} + 1, n_c^{(k)} + 2, \dots$ ).

Le schéma de commande pour un mode de vibration résultant est montré sur la figure (3.18). Il est constitué d'un bloc de traitement de mesures comportant le filtre spatial, le filtre fréquentiel et des opérateurs de démodulation. L'angle de la porteuse est initialisé à  $-\omega^{(k)}t_f$ , cela permet de synchroniser l'angle des porteuses à l'instant de focalisation et donc de synchroniser les vitesses modales. L'enveloppe du signal de référence  $\eta_f^{*(k)}\zeta^{(k)}$  est contrôlée à une fréquence plus faible  $\omega^{(k)}/(2\pi)$ , c'est à dire que pour chaque rotation complète du phaseur de la porteuse, les tensions de commande  $V_d^{(k)}$  et  $V_q^{(k)}$  sont mises à jour. Le contrôleur est composé de deux parties : d'un bloc feedforward  $C_{ff}^{(k)}$  qui permet de calculer la tension nécessaire pour le suivi du signal de référence à partir du modèle du mode, et d'un bloc de commande  $C_{fb}^{(k)}$  qui correspond au PI multivariables. Ces derniers permettent d'ajuster les tensions de commande pour le rejet de perturbations, comme le fait de ne pas exciter parfaitement à la fréquence de résonance ou la présence du doigt. Les sorties des deux blocs de commande sont sommées puis modulées.

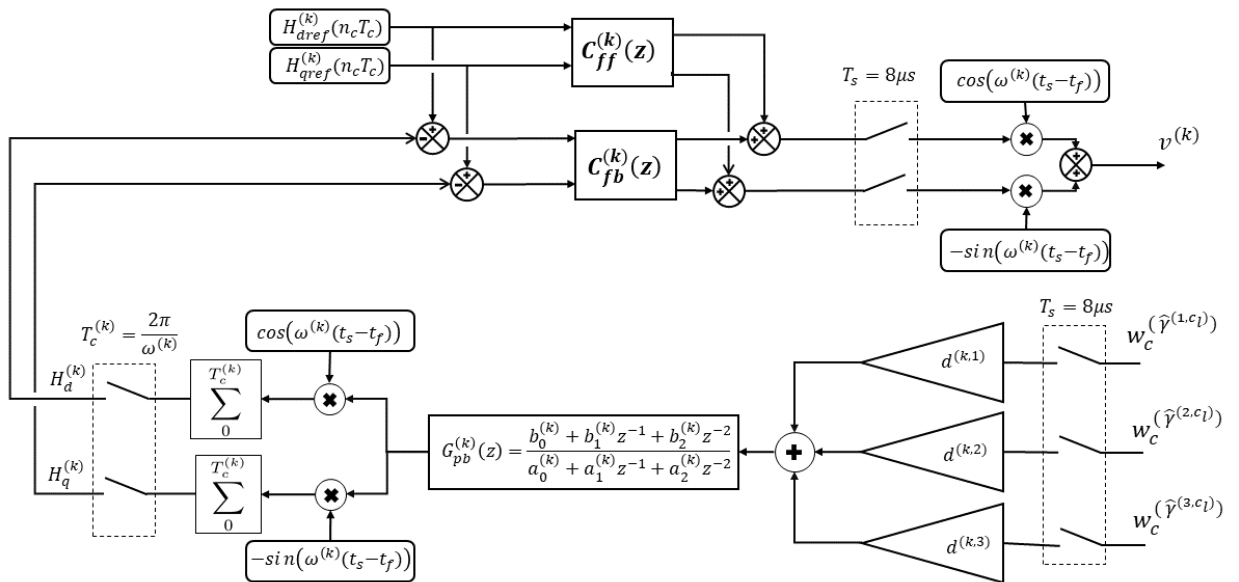


FIGURE 3.18 – Schéma de commande d'un mode de vibration

Afin de montrer les performances et la robustesse de la stratégie proposée, nous avons simulé la commande pour le cas du deuxième mode. On prendra un temps de focalisation  $t_f = 50$  ms, un facteur d'accélération de la référence  $\kappa^{(2)} = 1$  et un facteur d'accélération de la boucle fermée  $\alpha^{(2)} = 4$ , la référence en vitesse à l'instant de focalisation choisie est  $\dot{\eta}_f^{*(2)} = 10 \text{ mm s}^{-1}$ . La figure (3.19.a) représente la vitesse modale dans la base naturelle et dans la base démodulée résultant de la simulation, ainsi que les deux composantes de la tension de commande  $V_d$  et  $V_q$ . La référence en vitesse à l'instant de focalisation (croix rouge) est bien atteinte dans ce cas.

Une perturbation est ensuite simulée, qui consiste à ajouter un amortissement supplémentaire au mode (20%). Deux simulations sont effectuées : la première exploite le feedforward  $C_{ff}^{(k)}$  et contrôle en boucle fermée  $C_{fb}^{(k)}$ , et dans la seconde simulation, le mode est contrôlé en boucle ouverte, avec juste le feedforward. Les résultats de simulation sont montrés respectivement dans la figure (3.19.b) et (3.19.c) pour le contrôle en boucle fermée et en boucle ouverte. Il peut donc être observé qu'en absence de contrôle en boucle fermée, la vitesse modale est bien plus atténuée (avec 12% d'erreur par rapport à la vitesse de référence) que lorsque ce contrôle est présent (avec 3% d'erreur).

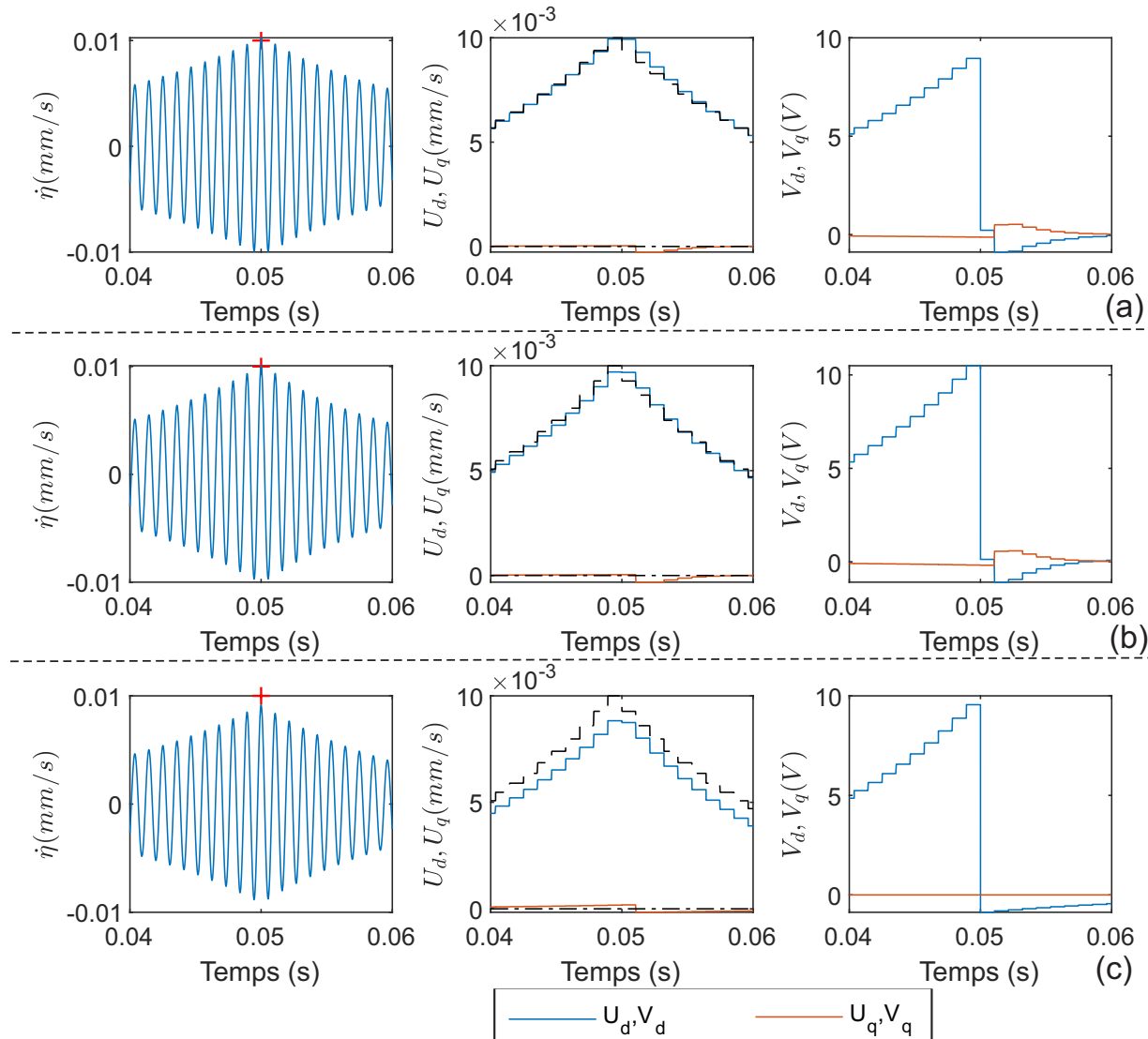


FIGURE 3.19 – Simulation de la commande proposée pour le contrôle du deuxième mode : (a) simulation en absence de perturbation ; (b) simulation en présence de perturbation en utilisant les deux blocs de commande, boucle fermée et feedforward ; (c) simulation en présence de perturbation, en utilisant juste le feedforward

En vue d'une production de champs de vitesse arbitraires, nous définissons comme références spatiales les deux champs de vitesse  $\dot{w}_{f1}^*$  et  $\dot{w}_{f2}^*$  montrés sur la figure (3.20), ce qui

donne respectivement des références en vitesses modales  $\dot{\eta}_f^{*(k)} = \{5, 5, -5, 5\}(mm/s)$  et  $\dot{\eta}_f^{*(k)} = \{5, -5, -5, -5\}(mm/s)$ . Le temps de focalisation est  $t_f = 65.5ms$ , et les facteurs d'accélération des références sont fixés à  $\kappa^{(k)} = \{2, 1, 1, 1\}$ , ici le premier mode est légèrement accéléré car son temps de réponse est plus long que le temps de focalisation, pour la même raison les facteurs d'accélération des boucles fermées choisis sont  $\alpha^{(k)} = \{2, 1, 1, 1\}$ .

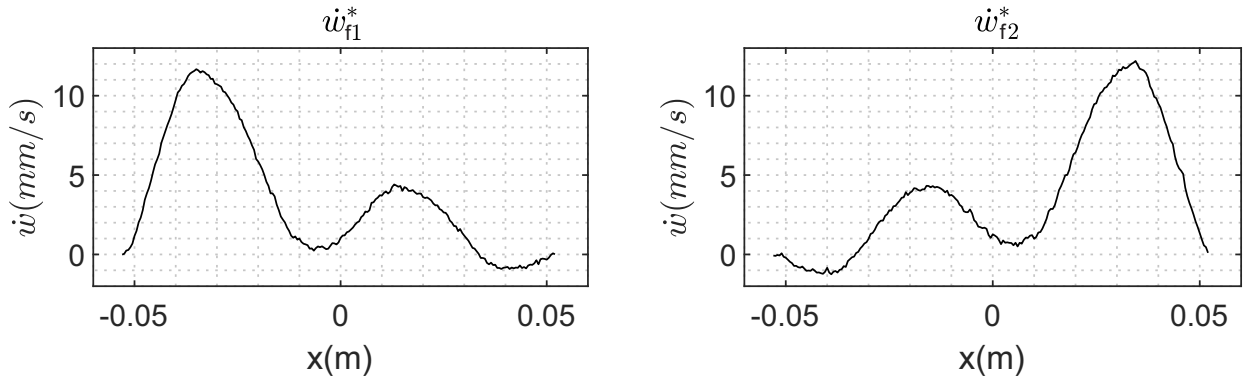


FIGURE 3.20 – Les deux champs de vitesse définis comme références spatiales

### 3.3.3 Résultats expérimentaux

Le protocole de validation expérimentale consiste à exciter la poutre comme expliqué dans cette partie et à mesurer la réponse spatio-temporelle de la poutre. En plus des mesures fournies par les DSP à travers les céramiques captrices nous allons mesurer en plusieurs points de la poutre la réponse temporelle (cartographie) en utilisant le vibromètre laser. Pour chaque point de la poutre la mesure de la réponse temporelle est répétée cinq fois. Les réponses spatio-temporelles moyennées de la poutre sont montrées sur la figure (3.21). Les pics de vitesse des deux références  $\dot{w}_{f1}^*$  et  $\dot{w}_{f2}^*$  sont visibles respectivement sur la figure de gauche et de droite comme des zones jaunes à l'instant de focalisation  $t_f$ .

Connaissant les déformées modales et les fréquences de résonance, les vitesses modales sont extraites en utilisant les données de la cartographie, grâce à un filtrage non causal en utilisant des filtres passe-bande très sélectifs et la commande *filtfilt* de Matlab. Un échantillon des mesures des vitesses modales dans les repères démodulés et dans le repère naturel est montré sur la figure (3.22). À gauche de la figure sont montrées les vitesses modales et les références en vitesse extraites depuis les deux DSP. Les composantes en quadrature sont présentes malgré les références nulles, cette composante introduit un déphasage à l'instant de focalisation et qui peut être calculé par  $atan(U_q/U_d)$ . Ces déphasages peuvent être observés sur les vitesses modales dans le repère naturel (à droite de la figure), ils correspondent à l'écart entre les pics de vitesses



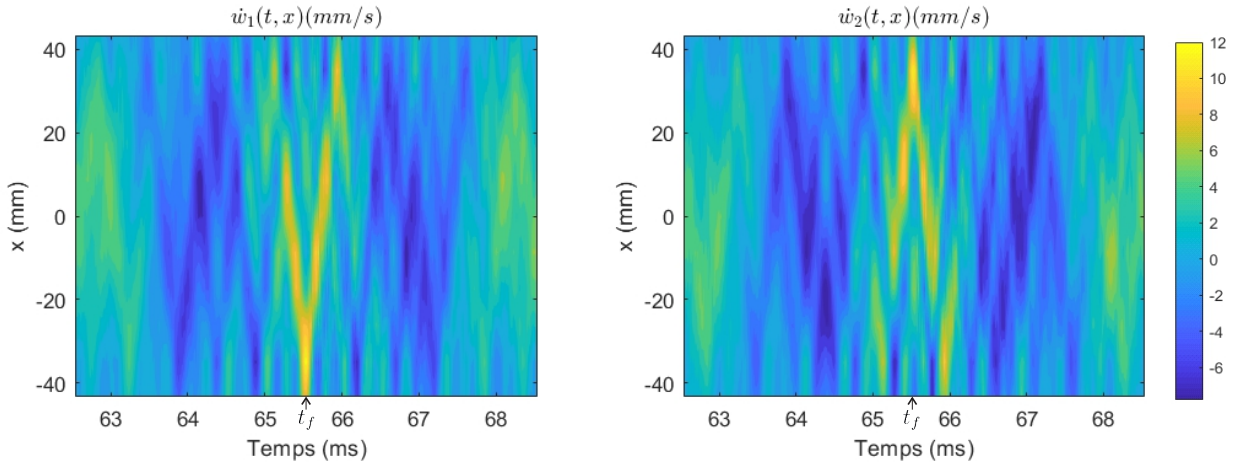


FIGURE 3.21 – Réponses spatio-temporelles de la poutre  $\dot{w}_1(t, x)$  et  $\dot{w}_2(t, x)$  mesurées au laser et correspondantes à chaque référence spatiale  $\dot{w}_{f1}^*$  et  $\dot{w}_{f2}^*$

modales et l'instant de focalisation représenté par un point noir sur les figures. Ce qui donne des valeurs de déphasages pour les quatre modes  $\{1, -15, -13, -2\}^\circ$ . Les pourcentages d'erreurs des vitesses modales à l'instant de focalisation par rapport à leur références  $|\dot{\eta}^{(k)}(t_f) - \dot{\eta}_f^{*(k)}| / \dot{\eta}_f^{*(k)}$  sont de  $\{1, 10, 1, 0.5\}\%$

En prenant les valeurs de vitesse à l'instant de focalisation pour chaque point de mesure, nous traçons sur la figure les réponses spatiales de la poutre et ceci pour chaque référence  $w_1^*$  et  $w_2^*$ . Pour chaque point de la poutre, la mesure est répétée cinq fois. Les champs de vitesse définies comme références sont bien atteints à l'instant de focalisation, la répétition des essais montre la robustesse de l'approche à reproduire les mêmes références. L'erreur entre les mesures et les références spatiales est dû aux erreurs en amplitude et en phase des vitesses modales à l'instant de focalisation

Afin de montrer la robustesse de la commande proposée face à des perturbations exogènes, nous allons prendre le cas où la bande passante de la boucle fermée est plus large que celle du signal de référence  $\alpha^{(k)} > \kappa^{(k)}$ . Étant donné la limitation de tension du dispositif, nous allons réduire le facteur  $\kappa^{(k)}$  à défaut de pouvoir augmenter le facteur  $\alpha^{(k)}$ . Nous prendrons donc  $\kappa^{(k)} = \{0.5, 0.25, 0.25, 0.25\}$  et  $\alpha^{(k)} = \{2, 1, 1, 1\}$  ce qui fait un rapport  $\alpha^{(k)} / \kappa^{(k)} = 4$ , le nouveau temps de focalisation est choisi  $t_f = 262.1ms$ . Les références en vitesse à l'instant de focalisation sont  $\dot{\eta}_f^{*(k)} = \{2.5, 2.5, -2.5, 2.5\}(mm/s)$ , ce qui correspond à une vitesse au point ( $x_m = -35mm$ ) de  $w_{f1}^*(x_m) = 5.75mm/s$ .

Les réponses temporelles mesurées à cette localisation ainsi que les tensions modales de commande sont montrées sur la figure (3.24) sur laquelle sont comparées les réponses de la poutre avec et sans la présence d'un doigt et également avec et sans l'utilisation des correcteurs

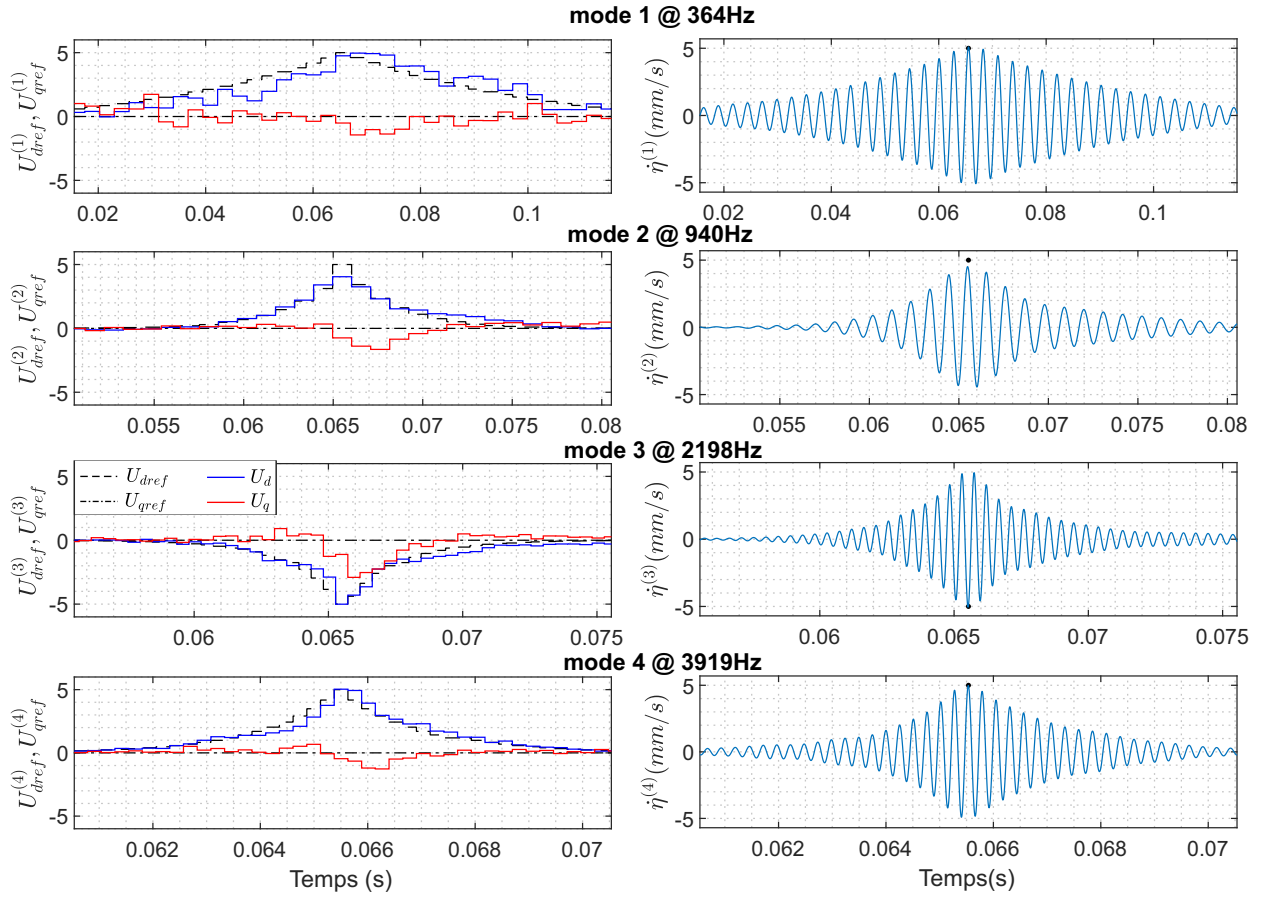


FIGURE 3.22 – Échantillon de réponses temporelles des modes en vue de production de la référence spatiale  $\dot{w}_{f1}^*$ ; (à gauche) les réponses dans les repères démodulés; (à droite) les réponses dans le repère naturel, les références en vitesse à l'instant de focalisation sont montrés par des points noirs

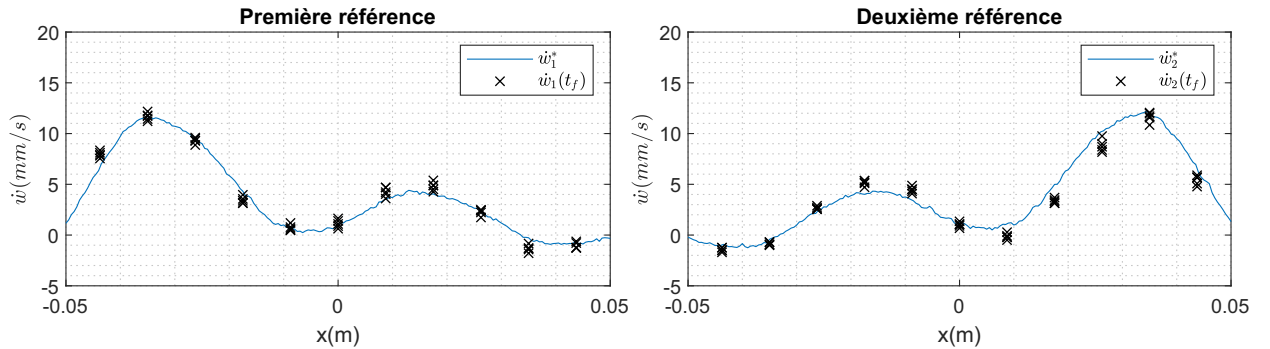


FIGURE 3.23 – Réponses spatiales de la poutre à l'instant de focalisation pour chaque référence  $w_{f1}^*$  et  $w_{f2}^*$  et pour plusieurs essais

PI ( $C_{fb}^{(k)}$ ), cela signifie que seul le feedforward est utilisé. Selon la figure (3.24) et en l'absence d'un doigt, les boucles fermées améliorent légèrement la précision à l'instant de focalisation. Cependant, cette amélioration est nettement plus significative lorsqu'un doigt est présent sur la poutre. Les erreurs sur la vitesse sans la présence d'un doigt sont de 6.2% et 11.2% respectivement pour le cas de boucles fermées et boucles ouvertes et lorsqu'un doigt est présent sur la

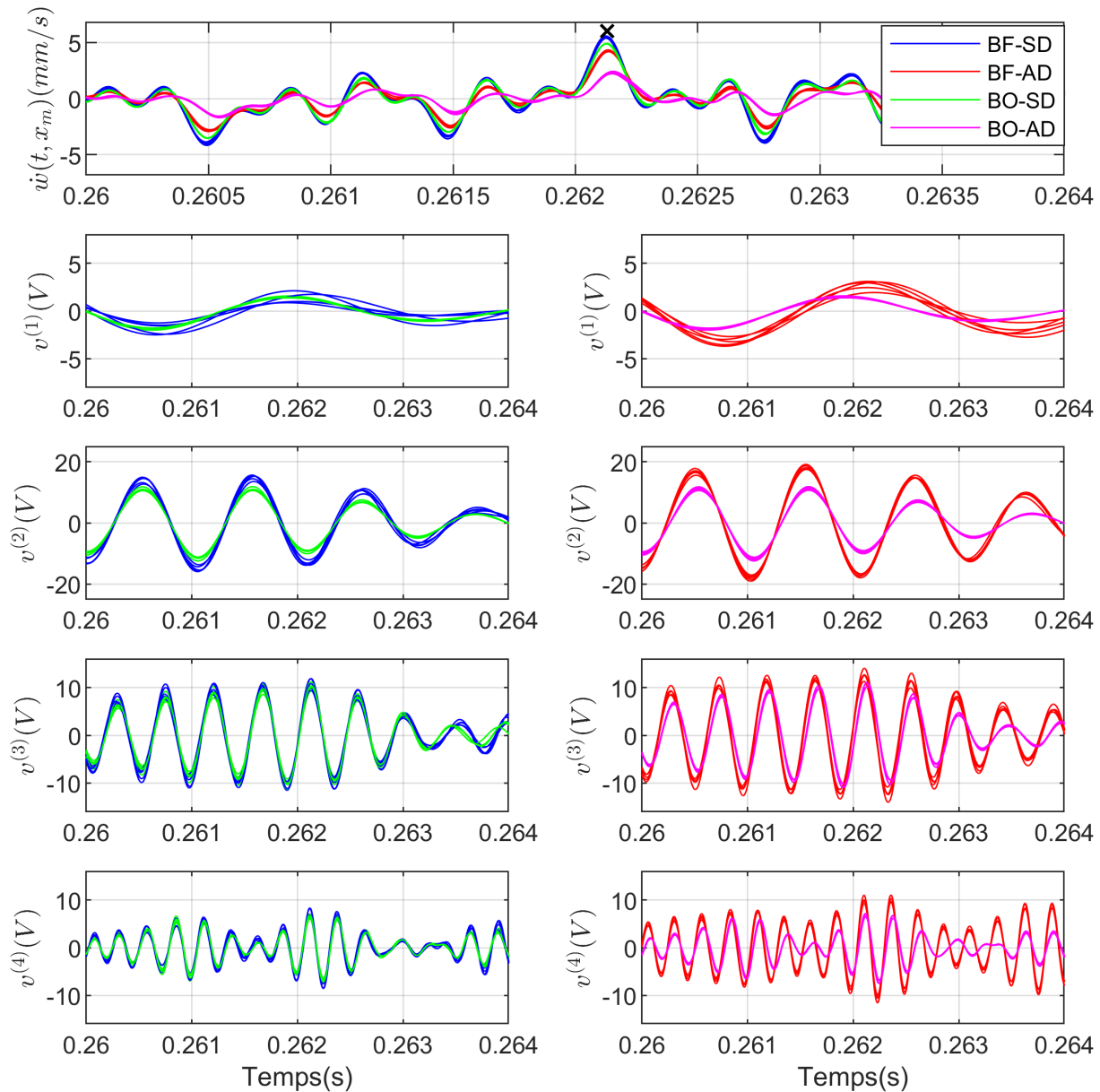


FIGURE 3.24 – Réponse temporelle la poutre au point ( $x_m = -35mm$ ) et les tensions modales de commande associés, la croix noire sur la figure de haut désigne la référence spatiale locale  $w_1^*(x_m) = 6mm/s$ , Dans les légendes BO et BF correspondent respectivement à boucle ouverte et boucle fermée et SD et AD à sans présence d'un doigt et avec présence d'un doigt

poutre les erreurs sont de 27.4% et 57.8%. Il est clair que l'ajout de contrôle en boucle fermée améliore la dynamique des modes et réduit l'erreur par rapport à la référence spatiale définie. Cet apport de robustesse est particulièrement important dans le cadre de l'haptique où la présence d'un doigt sur l'interface agit comme une perturbation et provoque à des atténuations et des déphasages des états du système.

Afin d'améliorer la robustesse de la commande et pour un choix donné de  $t_f$  et des facteurs  $\kappa^{(k)}$ , il est nécessaire d'accélérer les dynamiques des boucles fermées  $\alpha^{(k)}$  pour plus de rejet de

perturbation et donc une meilleure précision. Cependant, l'accélération des dynamiques implique l'utilisation de tensions de commande plus grandes qui peuvent atteindre la saturation. Cette accélération implique également des bandes passantes des commandes en boucles fermées plus larges et donc plus de sensibilité au bruit et aux résidus de mesures.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une approche de commande en se basant sur le contrôle par modulation-démodulation du deuxième chapitre. Nous avons développé une méthode pour le filtrage des mesures permettant l'estimation des coordonnées modales  $\eta^{(k)}$ . Nous avons également mis en place un algorithme pour la sélection des capteurs afin d'obtenir les mesures les plus propres possible.

Nous avons ensuite exploité ces mesures de coordonnées modales, en conjonction de la méthode décrite au deuxième chapitre pour le contrôle en boucle fermée de plusieurs modes de vibration. Nous avons ainsi montré qu'il est possible de contrôler quatre modes simultanément et accélérés d'un facteur  $\alpha^{(k)} = 2$ . Ce contrôle est alors appliqué pour la production de déformations arbitraires de la structure à un instant donné. Pour cela, des références dynamiques ont été générées pour chaque mode, ce qui nous a conduit à utiliser en plus de la boucle fermée, une anticipation (feedforward). Pour deux champs de vitesse différents, l'écart de phases absolue de chaque mode est inférieur à  $15^\circ$ , tandis que l'erreur en amplitude est inférieure à 10%.

L'intérêt de la méthode est sa robustesse, ce qui a été démontré expérimentalement, les erreurs sur les vitesse passant de 57.8% en boucle ouverte à 27.4% en boucle fermée, lorsque un doigt perturbe la vibration du dispositif. C'est pourquoi, nous allons reprendre cette approche de commande et l'utiliser dans chapitre suivant dans le cas d'une plaque transparente en vu d'une application tactile.

## Chapitre 4

# Conception et commande en vibration d'une plaque tactile

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons concevoir et contrôler une plaque fine en vue d'une application tactile. Cette plaque sera transparente et assez large pour pouvoir y intégrer en face arrière un écran tactile. Nous mettrons tout d'abord en place une procédure de réduction de modèle, c'est à dire une sélection des modes qui seront contrôlés en fonction d'un cahier des charges donné que nous allons fixer. La sélection des modes nous permettra ensuite de définir le placement optimal des céramiques piézoélectriques pour maximiser le couplage électromécanique entre les céramiques piézoélectriques et les modes contrôlés. Nous proposons également une démarche pour que ces céramiques contribuent à l'actionnement et à la mesure des modes sélectionnés. Finalement, nous reprendrons l'approche de commande du second chapitre et la méthode de filtrage du troisième chapitre pour le contrôle en boucle fermée de ces modes.

### 4.2 Conception de la plaque

Cette section est consacrée à la conception et au dimensionnement d'une plaque transparente qui sera utilisée comme un dispositif à retour tactile. Concernant le cahier des charges que nous nous fixons, cette plaque doit être assez large pour inclure un écran de dimensions  $111 \times 62\text{mm}^2$ , tout en prenant en compte des céramiques piézoélectriques collées sur les périphéries de la plaque. La plaque doit être transparente et elle doit être juste assez épaisse pour être compatible avec un écran tactile capacitif. Pour cela, nous optons pour une plaque en verre

de dimensions  $150 \times 100 \times 2\text{mm}^3$ . L'écran tactile devra donc être positionné et centré sous la dalle de verre, ce qui impose, pour préserver la visibilité, de confiner les céramiques sur la périphérie de la dalle.

Il convient maintenant de calculer les déformées modales théoriques  $\psi^{(k)}(x, y)$ , afin de choisir les modes propres de vibration qui seront utilisés.

#### 4.2.1 Modèle de la plaque

Les déformées modales de la plaque sont calculées en utilisant la méthode de Rayleigh-Ritz [118], qui consiste à exprimer les déformées de la plaque par une combinaison linéaire de fonctions arbitraires admissibles cinématiquement. Pour améliorer la convergence, et limiter ainsi le nombre de fonctions utilisées, il a été choisi d'utiliser des modes de poutre selon l'axe des  $x$  et l'axe des  $y$ . Pour cela, l'influence des céramiques piézoélectriques sur la dynamique de la plaque est négligée. Les conditions aux limites de la plaque sont considérées libres sur toute la frontière de la dalle. Nous considérons une plaque de longueur  $L_x$  et de largeur  $L_y$ . Les fonctions arbitraires choisies sont les déformées modales d'une poutre. En effet, la formule de la déformée modale d'une poutre en libre-libre selon l'axe des  $x$  par exemple s'écrit :

$$\psi_x^{(k)}(x) = \cos(\beta_x^{(k)}x) + \cosh(\beta_x^{(k)}x) - \frac{\cos(\beta_x^{(k)}L_x) - \cosh(\beta_x^{(k)}L_x)}{\sin(\beta_x^{(k)}L_x) - \sinh(\beta_x^{(k)}L_x)}(\sin(\beta_x^{(k)}x) + \sinh(\beta_x^{(k)}x)) \quad (4.1)$$

avec  $\beta_x^{(k)}$  la  $k^{\text{ème}}$  solution de l'équation transcendante suivante :

$$\cosh(\beta_x^{(k)}L_x)\cos(\beta_x^{(k)}L_x) = 1 \quad (4.2)$$

de manière approximative  $\beta_x^{(k)}L_x = \pi(k + 1/2)$ . Nous montrons les six premiers modes d'une poutre de longueur  $L_x = 0.15\text{ m}$  sur la figure (4.1). En posant que les déformées modales de poutre selon l'axe des  $y$  se notent  $\psi_y^{(k)}(y)$  et sont calculés de la même manière que  $\psi_x^{(k)}(x)$ , alors les déformées modales de la plaque selon la méthode de Rayleigh-Ritz s'écrivent [119] :

$$\psi^{(k)}(x, y) = \sum_{k_x, k_y} c^{(k_x, k_y)} \psi_x^{(k_x)}(x) \psi_y^{(k_y)}(y) \quad (4.3)$$

avec  $c^{(k_x, k_y)}$  des coefficients minimisant la fonction énergétique [120] :

$$I = \iint_{S_p} \left[ \frac{1}{2} D \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right\} - \frac{1}{2} \rho \omega^2 w^2 \right] dx dy \quad (4.4)$$

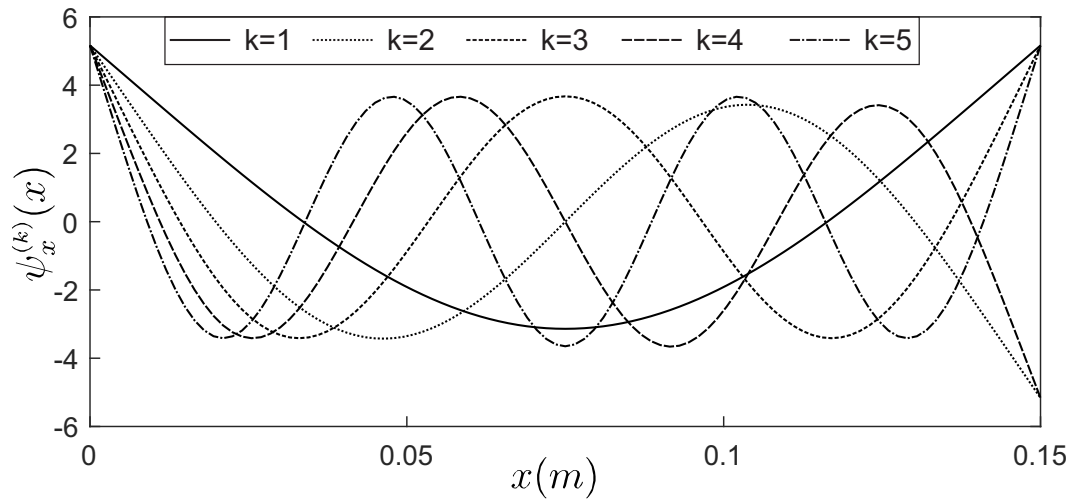


FIGURE 4.1 – Les six premiers mode d'une poutre de longueur  $L_x = 0.15$  m

où  $S_p$  est la surface de la plaque,  $\rho$  est la densité surfacique,  $D$  la rigidité du matériau et  $\nu$  son coefficient de poisson. Les coefficients  $c^{(k_x, k_y)}$  de la décomposition correspondent à la meilleure approximation des coordonnées des vecteurs propres sur la base arbitraire constituée par les fonction arbitraires  $\psi_x(k_x)$  et  $\psi_y(k_y)$ .

Les solutions  $\psi^{(k)}(x, y)$  sont calculées avec une densité du matériau  $\rho = 2250 \text{kg m}^{-3}$ , une rigidité de flexion  $D = 47.67 \text{N m}$  et un coefficient de poisson de  $\nu = 0.229$ . Les 40 premières déformées modales des modes de flexion et de torsion sont montrées sur la figure (4.2), correspondant à une plage des fréquences de résonance comprises entre 484Hz et 14740Hz. Pour la prochaine section, nous nous basons sur les déformées  $\psi^{(k)}(x, y)$  de la figure (4.2) pour sélectionner le sous ensemble de modes qui seront contrôlés, en fonction d'un cahier des charges que nous allons définir.

## 4.2.2 Définition des références spatiales

À partir des 40 modes considérés dans la section précédente, il faut sélectionner parmi ces derniers le sous ensemble de modes qui seront contrôlés, ceci en fonction d'un cahier des charges donné et des contraintes technologiques. Nous nous fixons comme contrainte une limitation à quatre dispositifs de commande et donc huit modes pouvant être contrôlés au total.

Le cahier des charges concerne le type de références spatiales que nous voulons définir ainsi que le nombre de références spatiales différentes souhaitées. Pour cela, la forme des références

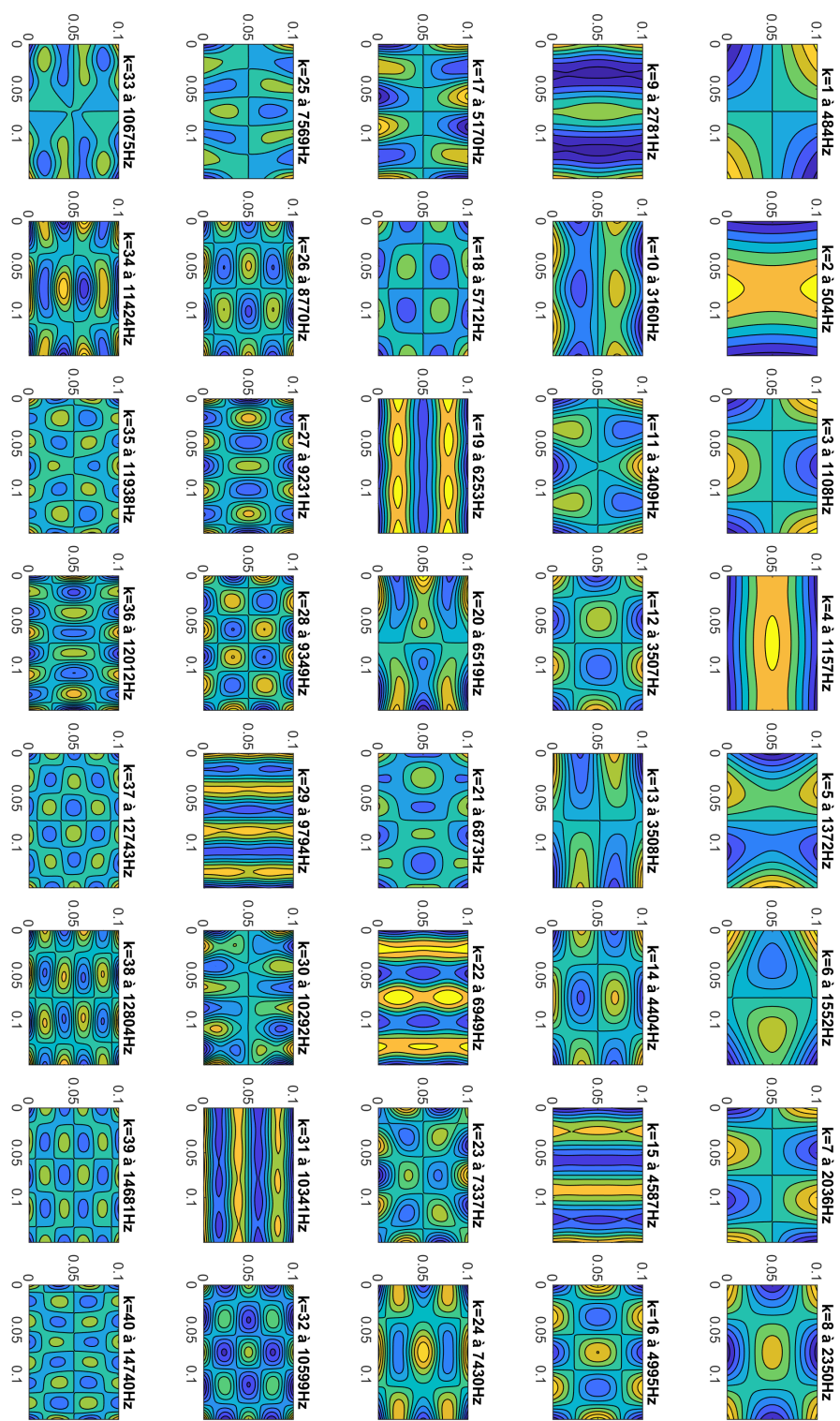


FIGURE 4.2 – Les quarante premières déformées modales de la plaque avec les fréquences de résonances respectives



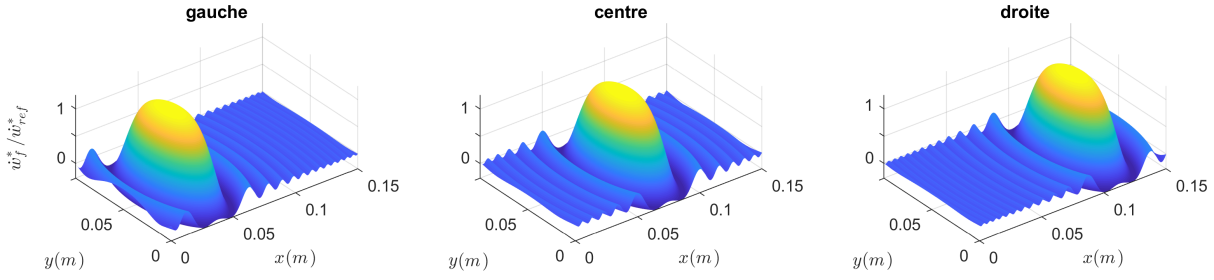


FIGURE 4.3 – Les trois champs de vitesse définis comme références spatiales, pour une focalisation à gauche, au centre et à droite

proposée s'écrit sous la forme suivante

$$\dot{w}_f^*(x, y) = \dot{w}_{ref}^* \text{sinc} \left( \frac{(x - x_0)^2 + a_s (y - y_0)^2}{R_s^2} \right) \quad (4.5)$$

où  $x_0$  et  $y_0$  sont les coordonnées du pic de la fonction, que nous appellerons point de focalisation,  $a_s$  et  $R_s$  des variables d'ajustement de la forme de la référence, et  $\dot{w}_f^*$  la vitesse de déformation désirée au point de focalisation. Nous prendrons pour le cahier des charges  $a_s = 0.5$  et  $R_s = 0.04\text{m}$  et nous définissons trois références spatiales différentes (trois points de focalisation). La surface est divisée donc en trois zones tactiles et les points de focalisation choisis  $(x_0, y_0)$  sont respectivement  $(37.5\text{mm}, 50\text{mm})$ ,  $(75\text{mm}, 50\text{mm})$  et  $(112.5\text{mm}, 50\text{mm})$  pour une focalisation à gauche, au centre et à droite de la plaque. Les trois références sont montrées sur la figure (4.3). Nous utiliserons ces références pour définir notre sous ensemble de modes à contrôler, en projetant ces champs de vitesse de référence sur l'ensemble des 40 modes. La formule de projection selon [78] s'écrit :

$$\dot{\eta}_f^{*(k)} = \iint_{S_p} \psi^{(k)}(x, y) \dot{w}_f^*(x, y) dx dy \quad (4.6)$$

où  $S_p$  est la surface d'intégration (plaque). La formule 4.6 nous donne la contribution  $\dot{\eta}_f^{*(k)}$  de chaque mode  $k$  pour la reconstruction de la référence  $\dot{w}_f^*(x, y)$ .

Après projection, les facteurs de contributions des modes, pour chaque champ de vitesse de référence, sont montrés sur la figure (4.4). Il peut être constaté sur cette figure que les facteurs de contributions varient en fonction de la référence. Si nous comparons les résultats pour une focalisation à gauche et ceux pour une focalisation à droite, alors plusieurs facteurs de contribution sont identiques, comme pour le mode 4 ou 9 par exemple. D'autres facteurs sont similaires mais de signes différents, comme pour le mode 6 ou 12. Ces similarités sont dues à la symétrie

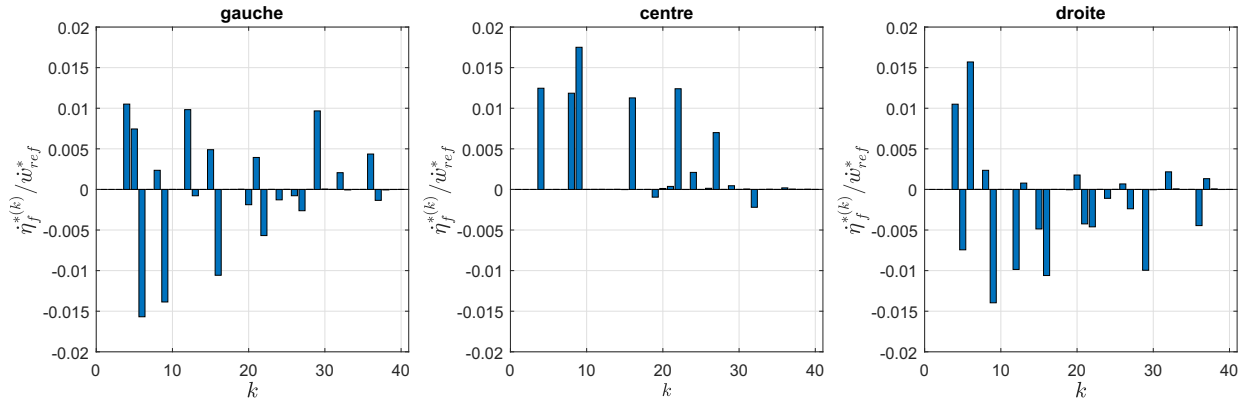


FIGURE 4.4 – Les facteurs de contributions des modes pour une focalisation à gauche, au centre et à droite

des déformées et des références par rapport à la ligne centrale  $x = L_x/2$ . Cependant, même si certains modes possèdent des facteurs de contributions élevés pour une focalisation à gauche ou à droite, leur contribution par rapport à une focalisation au centre est quasi nulle, comme le mode 6 par exemple. La remarque inverse est également valable, en prenant le 8<sup>ème</sup> mode par exemple qui possède un facteur de contribution élevé pour une focalisation au centre et faible pour une focalisation à gauche ou à droite. En conséquence, le sous ensemble de modes doit être choisi judicieusement, de tel sorte qu'il ne désavantage aucune des trois références spatiales définies.

Les références spatiales de la figure (4.3) peuvent être reconstruites grâce à des combinaisons linéaires des déformées modales, ceci, en utilisant les coefficients de la figure (4.4). Les champs de vitesse obtenus en combinant les quarante premiers modes (superposition-modale) s'écrivent :

$$\dot{w}(x, y) = \sum_{k=1}^{40} \psi^{(k)}(x, y) \eta_f^{*(k)} \quad (4.7)$$

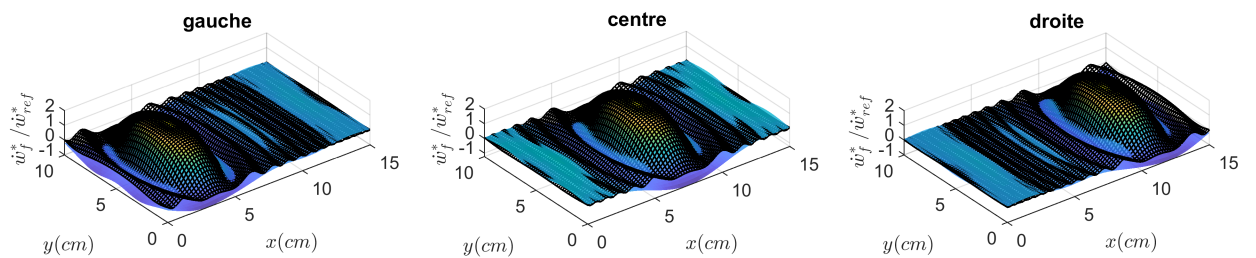


FIGURE 4.5 – Les champs de vitesse définis comme références (grille noire) et les champs de vitesse obtenus en combinant les quarante premiers modes de la plaque (surface colorée)

Dans la figure 4.5 sont superposés les champs de vitesse obtenus par recombinaisons (4.7) avec les champs de vitesse définis comme références (4.5). Les surfaces de référence concordent bien avec les surfaces obtenues par superposition modale, ceci, même si des erreurs sont pré-

sentes. D'un point de vue tactile, ces erreurs ne sont pas détectées, car d'après les études précédentes le facteur déterminant est le contraste de vitesse au point de focalisation relativement au reste de la plaque [77]. Dans la prochaine partie, nous proposons une approche pour la réduction du modèle (autrement dit la sélection des modes utilisés) et passer donc de 40 modes à 8 modes contrôlés.

### 4.2.3 Réduction du modèle

Dans le but de réduire l'ordre du modèle, un critère de sélection des modes est proposé. Ce critère consiste à réduire l'erreur de projection au sens des moindres carrés, pour l'ensemble de références spatiales définies. Nous utiliserons pour cela la norme 2, le critère s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\epsilon(E) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{40} (\dot{\eta}_f^{*(k)} - \delta_{kE} \dot{\eta}_f^{*(k)})^2}{\sum_{k=1}^{40} (\dot{\eta}_f^{*(k)})^2}} \quad (4.8)$$

où  $E = \{e^{(1)}, \dots, e^{(8)}\}$  est un ensemble donné des modes sélectionnés et où  $\{e \in \mathbb{N} \mid 1 \leq e \leq 40\}$ , nous définissons  $\delta_{kE}$  comme suit :

$$\delta_{kE} = \begin{cases} 1 & \text{si } k \in E \\ 0 & \text{si } k \notin E \end{cases}$$

Le critère  $\epsilon(E)$  correspond à l'erreur de projection normalisée et idéalement il doit tendre vers 0. Dans le cas où seule une référence est définie, alors la solution est l'ensemble  $\tilde{E}$  qui minimise la valeur de l'erreur. La solution s'écrit :

$$\tilde{\epsilon}^{(\tilde{E})} = \min_E (\epsilon^{(E)}) \quad (4.9)$$

Dans le cas du cahier des charges proposé, où trois références spatiales différentes sont définies (gauche, centre, droite), le choix des modes  $E$  doit minimiser l'erreur globale sur l'ensemble des trois références. Alors, soient  $\epsilon_g(E)$ ,  $\epsilon_c(E)$  et  $\epsilon_d(E)$  respectivement les erreurs de projection normalisées pour une focalisation à gauche, au centre et à droite. Pour éviter de défavoriser l'une des références par rapport au autres, nous proposons de minimiser l'erreur de projection la plus

grande. Le critère de sélection s'écrira donc :

$$\tilde{\epsilon}(\tilde{E}) = \min_E \left( \max \left( \left[ \epsilon_g(E) \quad \epsilon_c(E) \quad \epsilon_d(E) \right] \right) \right) \quad (4.10)$$

La solution ici est l'ensemble de modes  $\tilde{E}$  minimisant le critère (4.10). En appliquant ce critère sur les trois vecteurs de pondération montrés sur la figure 4.4, nous obtenons comme solution  $\tilde{E} = \{4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 22\}$  où  $\epsilon_g(E) = 0.44$ ,  $\epsilon_c(E) = 0.25$  et  $\epsilon_d(E) = 0.45$ . Les huit modes sélectionnés sont montrés sur la figure (4.6).

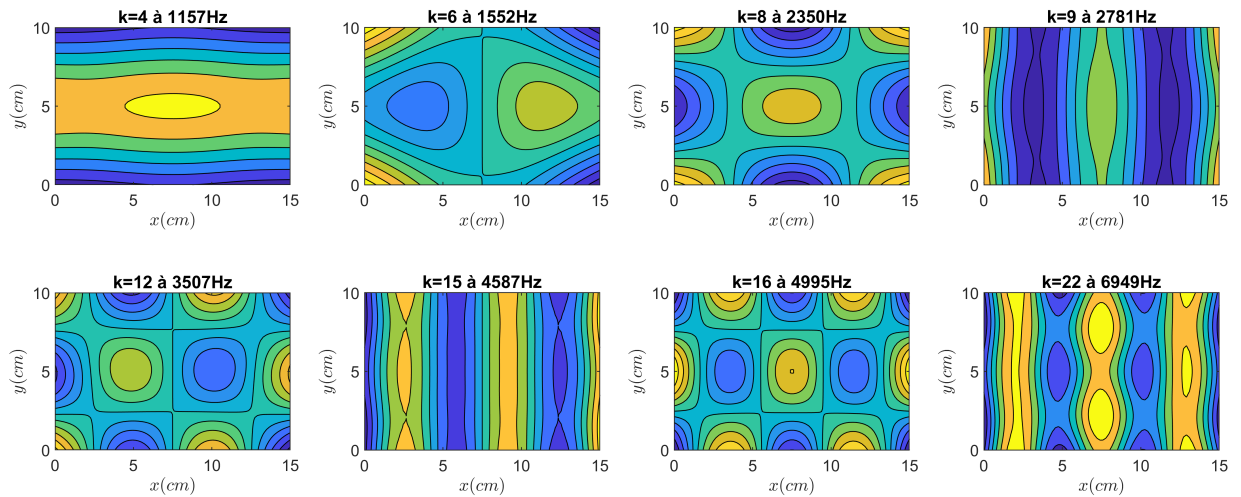


FIGURE 4.6 – Les huit modes sélectionnés, avec  $\tilde{E} = \{4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 22\}$

Les facteurs de pondération des modes retenus sont montrés sur la figure (4.7). Certains des modes sélectionnés possèdent de grands facteurs de contributions pour les trois types de référence, comme le 9<sup>ème</sup> par exemple. D'autres modes ont des contributions pour certaines références particulières, comme le 6<sup>ème</sup> mode qui ne contribue que pour des focalisations à droite et à gauche, ou le 8<sup>ème</sup> dont la contribution principale est pour une focalisation au centre. Il peut être observé sur la même figure, que pour chaque type de référence, au moins cinq des modes avec les plus grandes pondérations, sont sélectionnés.

La figure (4.7) représente les champs de vitesse obtenus par superposition modale, en utilisant les 40 premiers modes de la plaque et en utilisant les 8 modes sélectionnés. Même si le nombre de modes utilisés pour la superposition modale est cinq fois plus petit après la réduction du modèle, l'influence de réduction sur les champs de vitesse reste limitée, l'erreur maximale pour les trois références définies est de l'ordre de  $\dot{w}_{ref}^*/5$ . Ainsi, nous pouvons valider la cohérence des critères de sélection des modes, proposés dans cette section.

Dans la prochaine partie, nous proposons de placer les céramiques piézoélectriques de sorte

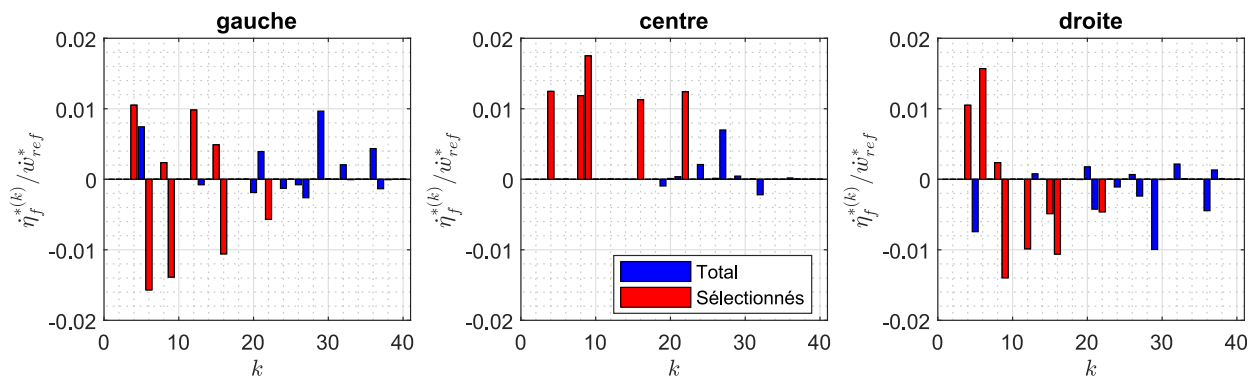


FIGURE 4.7 – Les facteurs de contribution des modes pour chaque référence définie, avec (en bleu) les coefficients pour les 40 modes et (en rouge) les coefficients des modes retenus après réduction du modèle

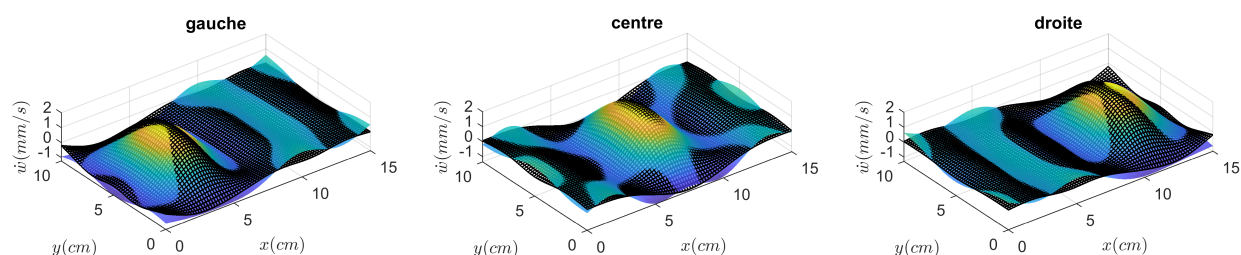


FIGURE 4.8 – Champs de vitesse obtenus en utilisant les 40 premiers modes de la plaque (grille noire) et en utilisant les 8 modes sélectionnés  $\tilde{E}$  (surface colorée)

à maximiser le couplage électromécanique.

#### 4.2.4 Placement des céramiques

Dans le but de trouver le placement optimal des céramiques, nous calculons le facteur de couplage entre un mode et une céramique piézoélectrique collée à un emplacement donné, définie par sa surface d'action  $S_c$  en utilisant l'équation (3.2). Pour la suite de ce travail, nous considérons des céramiques piézoélectriques avec une dimension de  $9 \times 5 \times 0.5\text{mm}^3$ . Ces céramiques ont également des électrodes retournées. C'est à dire que l'électrode du dessous est rapportée au dessus, ce qui permet de les coller sur des surfaces non conductrices, et de pouvoir interconnecter des céramiques en tirant partie de leurs polarisations.

Comme montré sur la figure (4.9), les orientations des céramiques sont nécessairement selon deux orientations : le grand côté d'une céramique est parallèle à l'axe des  $x$  ou des  $y$ . Par ailleurs, comme il a déjà été expliqué, elles ne peuvent être collées que dans les zones périphériques, matérialisées par les pointillés. Afin d'illustrer les conséquences de ces contraintes de placement sur la conversion électromécanique, la figure (4.10) superpose sur les cartographies la norme des facteurs de participation (ici ramenés à leur valeur maximale) des modes sélectionnés.

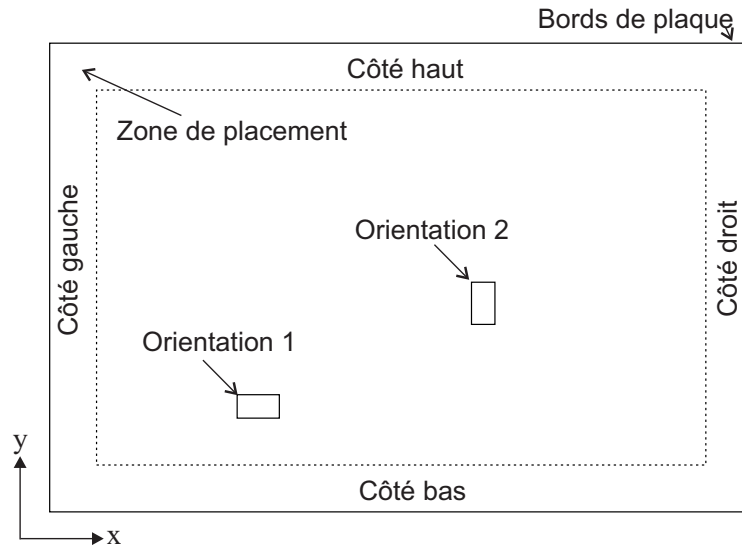


FIGURE 4.9 – les deux orientations ainsi que les limites fixées pour le placement des céramiques

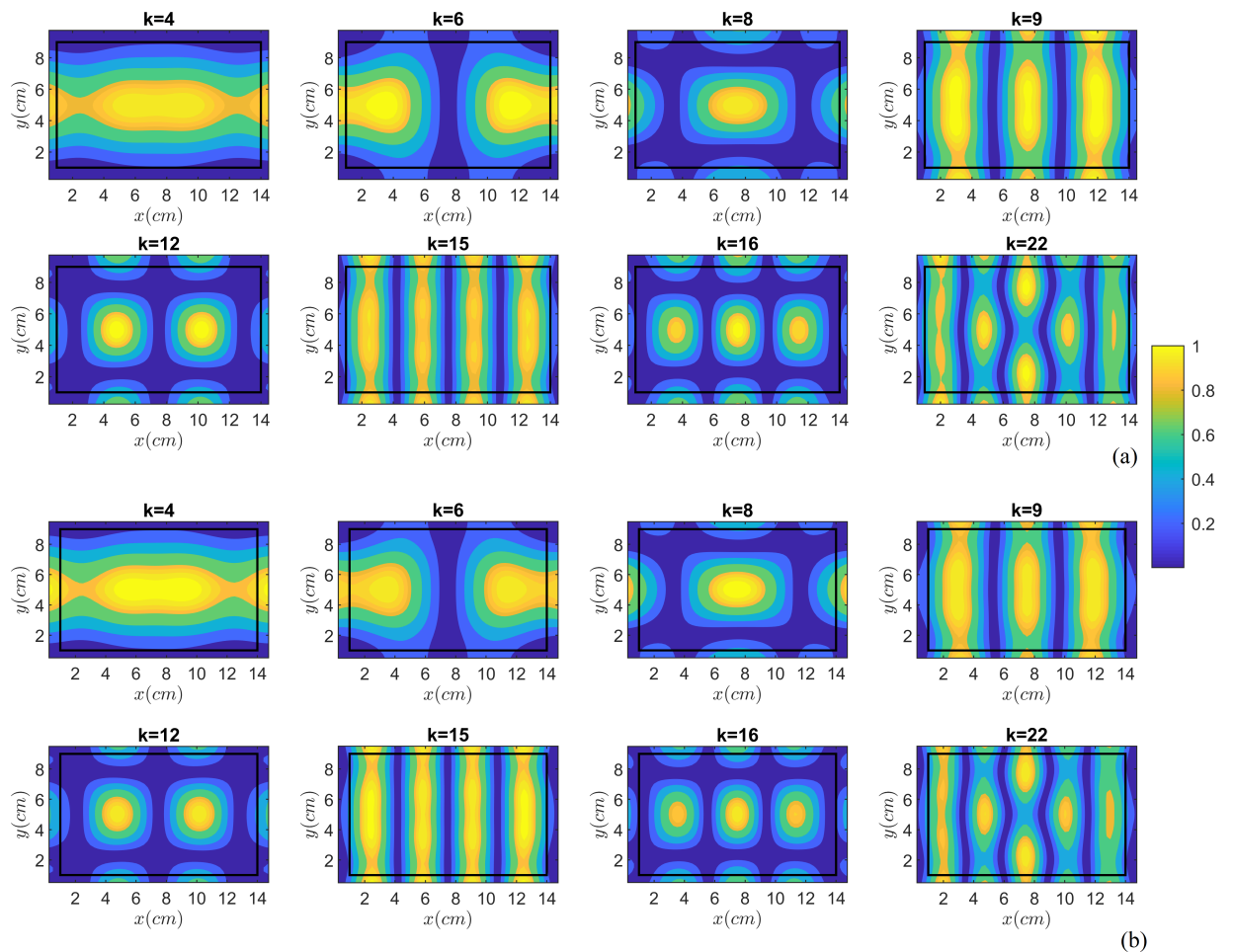


FIGURE 4.10 – Module des facteurs de couplage  $|\phi^{(k)}|$  normalisés, en fonction de la position et de l'orientation de la céramique sur la plaque, les frontières des zones autorisées sont montrées par des rectangle noirs : (a) première orientation où le côté long de la céramique est en direction de l'axe des  $x$  ; (b) seconde orientation où le côté long de la céramique est en direction de l'axe des  $y$ .

Une céramique doit être collée de façon à maximiser le facteur de participation, ce qui se traduit dans la figure par un facteur normalisé qui tend vers 1. Ainsi par exemple, les modes 4 et 6 ne peuvent être actionnés que depuis les bords droit ou gauche, autour de  $y = 5\text{cm}$ . Les modes 9, 15 et 22 ne peuvent être actionnés que sur le côté haut et bas de la plaque. Pour tous les modes, les couplages sont quasi inexistant au niveau des coins de la plaque.

A partir de ces observations, les zones horizontales sont clairement à privilégier au vu des modes que l'on cherche à exciter, et par ailleurs compte tenu des contraintes de placement, et des longueurs d'onde relativement importantes, les grands côtés des céramiques seront systématiquement placées parallèlement aux arêtes de la dalle. Nous proposons de placer les 34 céramiques piézoélectriques que nous avons à disposition, comme le montre la figure (4.11).

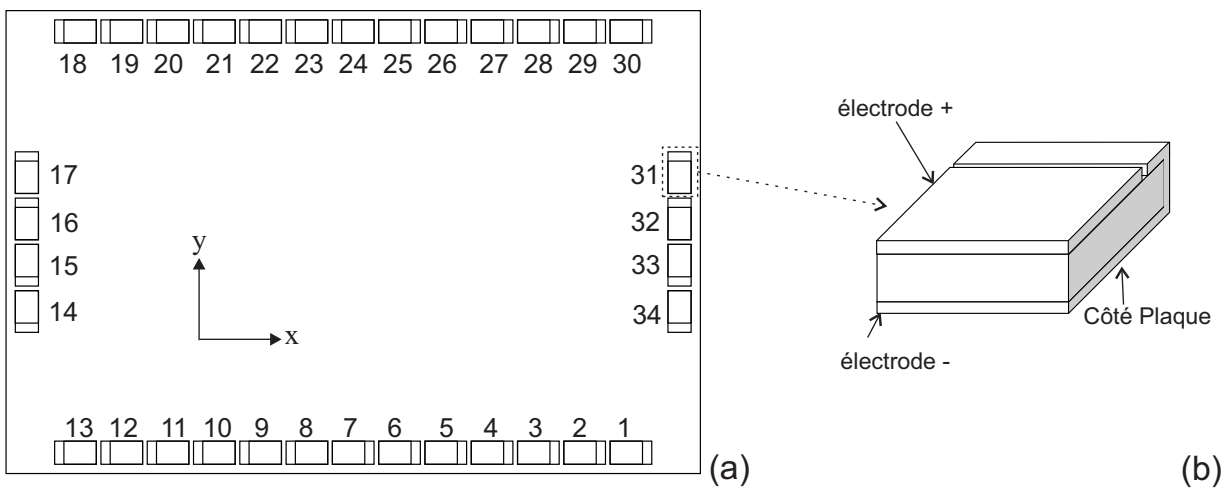


FIGURE 4.11 – (a) Placement des céramiques sur les périphéries de la plaque ; (b) composition d'une céramique piézoélectrique.

Sur la figure (4.12) est superposée la disposition des céramiques piézoélectriques aux déformées modales. Il est possible de valider visuellement l'emplacement des céramiques piézoélectriques pour l'actionnement ou la mesure des modes sélectionnés. Les ventres de vibration de chaque mode (jaune et bleu-foncé pour les ventres et cyan pour les nœuds), présents sur les bords de la plaque, sont bien exploités. Connaissant la position et l'orientation de chaque céramique, nous calculons la matrice des gains  $\Phi$  entre les 40 premiers modes de la plaque et les 34 céramiques piézoélectriques placées, avec l'élément de la  $k^{\text{ème}}$  ligne et  $j^{\text{ème}}$  colonne qui est  $\phi^{(k,j)}$ , le facteur de couplage entre le  $k^{\text{ème}}$  mode et la  $j^{\text{ème}}$  céramique.

La figure (4.13) représente la matrice  $\Phi$  normalisée, où les facteurs de participation de chaque céramique sont ramenés au plus grand facteur pour un mode donné  $k$ , c'est à dire  $\max_j (|\phi^{(k,j)}|)$ .

Cette représentation met en évidence la disparité des facteurs de participation, et la notion de polarité. Ces deux éléments doivent être pris en compte pour déterminer les associations

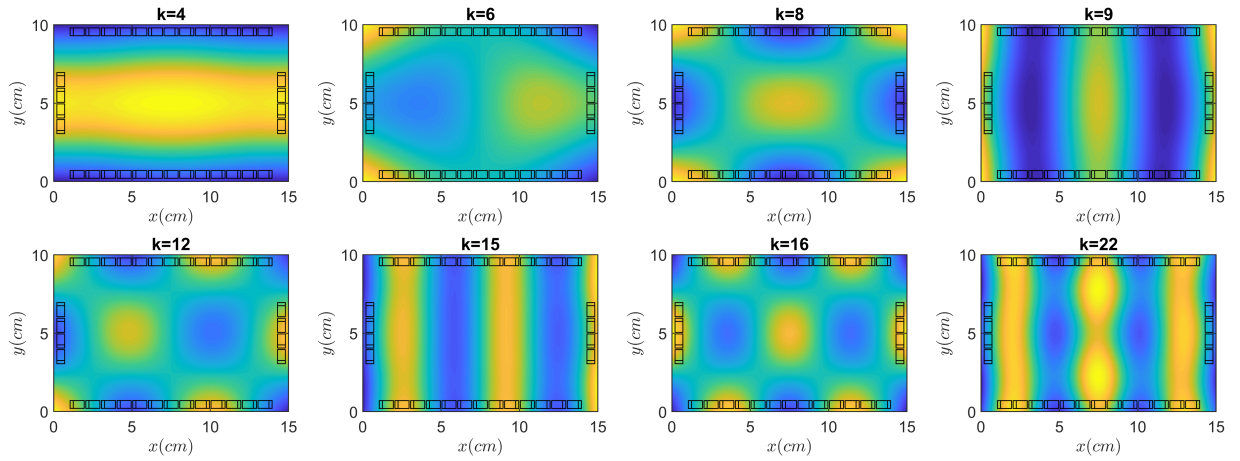


FIGURE 4.12 – Superposition des céramiques piézoélectriques sur les déformées modales  $\psi^{(k)}$ , pour les modes sélectionnés.

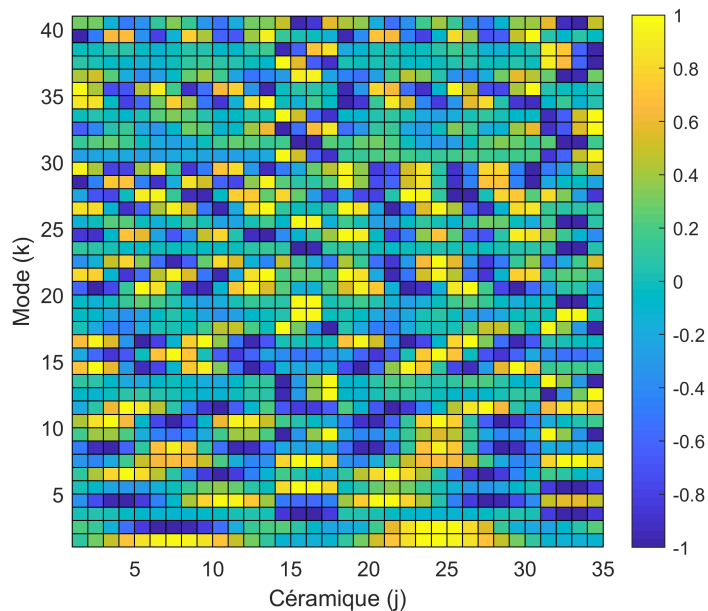


FIGURE 4.13 – Matrice des facteurs de participation normalisés, entre les 34 céramiques piézo-électriques placées et les 40 premiers modes de la plaque

de céramiques (répartition et polarité des connexions pour leurs associations), aussi bien pour réaliser un capteur ou qu'un moteur qui soit aussi sélectif que possible vis à vis d'un mode donné.

### 4.3 Attribution des céramiques

En plus de l'optimisation évoquée, il existe une contrainte supplémentaire provenant d'observation sur les expérimentations précédentes. Afin d'éviter des problème dus à la compatibilité électromagnétique, il est nécessaire de séparer tous les capteurs des moteurs. Car, en effet, si on prend deux céramiques rapprochées, dont l'une est caprice et l'autre est motrice, alors le



champs électrique produit par l'alimentation de la céramique motrice influence électriquement la céramique caprice adjacente, rajoutant ainsi un biais sur la mesure par diaphonie.

Nous disposerons dans la suite du chapitre, du même dispositif de commande que dans le chapitre 3, donc du même nombre de DSP. Pour cette raison, seulement quatre des huit modes sélectionnés seront contrôlés, aussi qu'une seule référence spatiale parmi les trois proposées dans la figure 4.5. Nous optons pour la référence qui possède le moins d'erreur de projection pour quatre modes. Parmi les modes nécessaires, ne seront retenus que ceux possédant des grands facteurs de contribution pour une focalisation au centre, en l'occurrence les modes  $\tilde{E}' = \{4, 8, 16, 22\}$ . La figure 4.14 montre le champ de vitesse obtenu avec l'ensemble des modes réduit  $\tilde{E}'$ , superposé à celui réalisé avec la superposition des huit modes présélectionnés. Avec ce

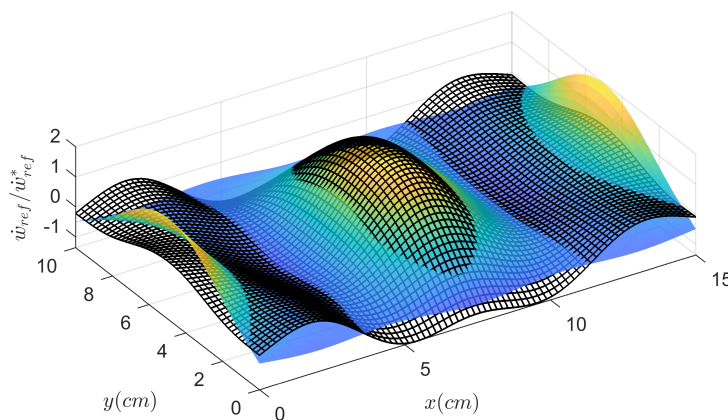


FIGURE 4.14 – Champ de vitesse pour une focalisation au centre : superposition des 8 modes présélectionnés (grille noire) ; superposition des modes  $\tilde{E}' = \{4, 8, 16, 22\}$  (surface colorée)

choix, à l'exception des extrémités, l'erreur induite par cette réduction reste faible par rapport à la vitesse au point de focalisation.

Nous définissons  $\Phi_s$  la matrice des gains concernant les 8 modes sélectionnés et les 34 céramiques. L'ensemble des céramiques motrices et celui des céramiques caprices est choisi de façon à disposer du maximum d'information pour la mesure des 8 modes, tout en utilisant un minimum de céramiques. Pour cela nous montrons sur la figure 4.15 le résultat du produit matriciel  $\Phi_s^T \Phi_s$ . Lorsque l'élément de la  $i^{\text{ème}}$  ligne et de la  $j^{\text{ème}}$  colonne est nul, les deux vecteurs de gains sont parfaitement orthogonaux, donnant ainsi des informations différentes sur les modes. À l'inverse, une valeur se rapprochant de l'unité traduit une forte redondance de l'information disponible à partir de ces mesures. Il peut être constaté à partir de la figure 4.15 une certaine symétrie dans la matrice par rapport à la ligne centrale  $y = 5\text{cm}$ , qui reflète celle des modes sélectionnés. Considérant par exemple les céramiques  $i = 1$  à  $i = 13$  (voir la figure 4.11), on peut

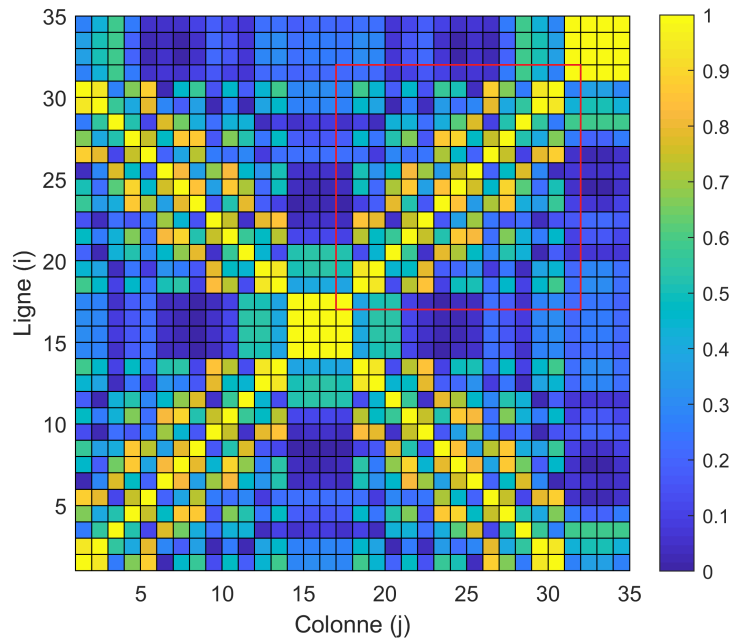


FIGURE 4.15 – Orthogonalité des vecteurs de facteurs de couplage pour les huit modes sélectionnés, la sous matrice associée avec le choix de l'ensemble des céramiques caprices est montrée par un rectangle rouge

observer qu'elles donnent les mêmes informations que les céramiques  $i = 18$  à  $i = 30$  (côté haut). Tandis que les céramiques  $i = 14$  à  $i = 17$  (côté gauche) donnent la même information, c'est également le cas pour les céramiques  $i = 31$  à  $i = 34$ , disposées symétriquement par rapport au grand axe de la dalle. De ce fait, nous prendrons donc comme caprices, les céramiques de l'un des deux côtés (haut ou bas) de la plaque et une céramique de chaque côté du grand axe. Dans cette expérience, il a donc été décidé de sélectionner les céramiques  $i = 17$  à  $i = 31$  comme capteurs, cette sous matrice est montrée par un rectangle rouge sur la figure (4.15). La figure (4.16) résume ces choix.

Nous proposons, dans la prochaine partie, un critère pour sélectionner les actionneurs associés à chacun des modes contrôlés.

## 4.4 Sélection des moteurs

Dans cette section, nous allons affecter pour l'actionnement de chacun des quatre modes  $\{4, 8, 16, 22\}$  un certain nombre de moteurs, ceci parmi les 19 céramiques motrices disponibles. Pour cela, nous proposons un critère pour sélectionner les céramiques motrices pour maximiser la contrôlabilité des modes, tout en limitant l'effet de débordement (spillover) [121], car ce dernier peut rendre la commande en boucle fermée instable [122]. Nous profiterons du fait de pouvoir

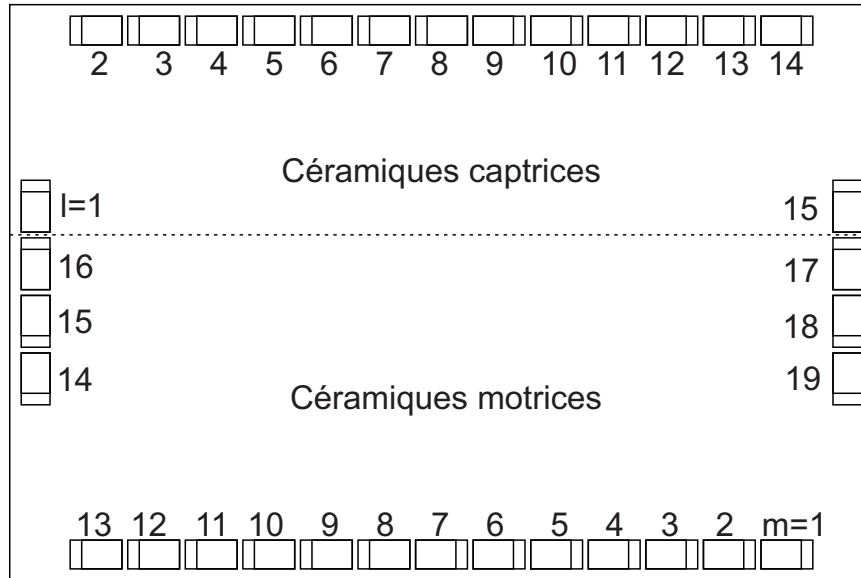


FIGURE 4.16 – Définition de l'ensemble des céramiques motrices et celui des céramiques captrices

inverser les polarités des céramiques pour augmenter le nombre de possibilités pour le branchement des céramiques motrices. Nous associons à chaque mode une tension de commande et cette tension sera appliquée à l'une des électrodes de chaque céramique de sorte à favoriser l'excitation des modes.

Ainsi, la démarche de sélection des moteurs complète celle des capteurs au sens où une sélectivité spatiale est mise à profit pour limiter les phénomènes de spillover bien connus en contrôle de vibration. Comme pour le problème d'observabilité discuté dans le troisième chapitre, le choix des céramiques motrices peut être effectué en utilisant le Grammien de contrôlabilité [109, 117]. Cependant, c'est un critère global inadapté à une sélection spécifique d'un seul mode par exemple. Il est donc préférable d'établir le choix des moteurs, en utilisant la matrice des facteurs de participation calculée par la méthode de Rayleigh-Ritz.

Soit  $\Phi_a$  la matrice des gains d'actionnements, concernant les 19 céramiques motrices disponibles. Afin de simplifier le problème d'optimisation, on imposera un nombre égal de céramiques pour chacun des modes, soit 4 céramiques par mode. En supposant que la bande passante de la dynamique en boucle fermée pour un mode contrôlé est bornée en choisissant  $\alpha^{(k)} \xi^{(k)} < 10\%$ , nous considérerons que les modes voisins se trouvant dans cette bande-passante sont susceptibles d'être excités. Dans ce cas, en plus des modes contrôlés  $\{4, 8, 16, 22\}$ , nous prendrons en compte les modes voisins respectifs  $\{3, 7, 15, 23\}$ , que nous ne désirons pas exciter. Nous associons à chaque modes 4 des 19 céramiques motrices disponibles et nous définissons un ensemble donné de quatre céramiques comme  $\Delta_a = \{\delta_a^{(1)}, \delta_a^{(2)}, \delta_a^{(3)}, \delta_a^{(4)}\}$ . le critère consiste à trouver

la combinaison qui maximise le facteur de participation équivalent pour un mode  $k = \{4, 8, 16, 22\}$  donné, tout en en minimisant celui pour le mode voisin  $k' = \{3, 7, 15, 23\}$ . Le critère est formulé donc comme suit :

$$s_a^{(k)}(\Delta_a) = \max \left( \left| \sum_{l=1}^4 \pm \phi_a^{(k)}(\delta_a^{(l)}) \right| - c_p \left| \sum_{l=1}^4 \pm \phi_a^{(k')}(\delta_a^{(l)}) \right| \right) \quad (4.11)$$

où  $c_p$  est un coefficient de pénalisation, le symbole  $\pm$  permet la prise en compte de la polarisation pour chacune des céramiques de l'ensemble  $\Delta_a$  obtenues par le choix du sens des connexions électriques. Nous ne gardons ici que les polarisations qui maximisent le critère (4.11). Pour un ensemble de quatre céramiques, il existe ( $2^{4-1} = 8$ ) polarisations différentes.

Pour la formulation du critère global, nous partons du principe qu'une céramique motrice ne peut être associée qu'avec un seul mode de vibration. Si  $\Delta_a^{(k)}$  est l'ensemble des moteurs associés au mode  $k$ , alors forcément la solution globale doit respecter la condition suivante :

$$\Delta_a^{(4)} \cap \Delta_a^{(8)} \cap \Delta_a^{(16)} \cap \Delta_a^{(22)} \cap = \emptyset \quad (4.12)$$

En considérant que  $\Delta_a = \{\Delta_a^{(4)}, \Delta_a^{(8)}, \Delta_a^{(16)}, \Delta_a^{(22)}\}$  est l'ensemble global des céramiques motrices. Comme lors du choix des céramiques caprices, nous prendrons comme solution globale l'ensemble des céramiques qui permet de maximiser le plus petit des critères  $s_a^{(k)}(\Delta_a^{(k)})$ . Alors, la solution est l'ensemble  $\tilde{\Delta}_a$  qui maximise le critère suivant :

$$S_a(\tilde{\Delta}_a) = \max_{\Delta_a} \left( \min_k (s_a^{(k)}(\Delta_a^{(k)})) \right) \quad (4.13)$$

où la solution  $\tilde{\Delta}_a$  doit respecter la condition (4.12). En pratique, nous calculons les solutions individuelles (4.11) pour chacun des modes. Ensuite, parmi un certain nombre des meilleures solutions, nous éliminons toutes celles qui ne respectent pas la condition (4.12) . Finalement, nous cherchons la solution globale  $\tilde{\Delta}_a$  qui maximise le critère (4.13).

En appliquant le critère (4.13) sur le cas des quatre modes sélectionnées  $\{4, 8, 16, 22\}$  et en prenant un coefficient de pénalisation  $c_p = 1.5$ , les ensembles des céramiques motrices sélectionnées ainsi que leurs polarisations respectives sont résumées dans le tableau (4.1)

Mode (k)	4	8	16	22
$\Delta_a^{(k)}$	{15, 16, 17, 18}	{6, 8, 14, 19}	{1, 4, 7, 11}	{2, 3, 12, 13}
Polarisations	{+, +, +, +}	{-, -, -, -}	{+, +, -, +}	{+, +, +, +}

TABLE 4.1 – Les céramiques motrices associées à chaque mode et les polarisations respectives

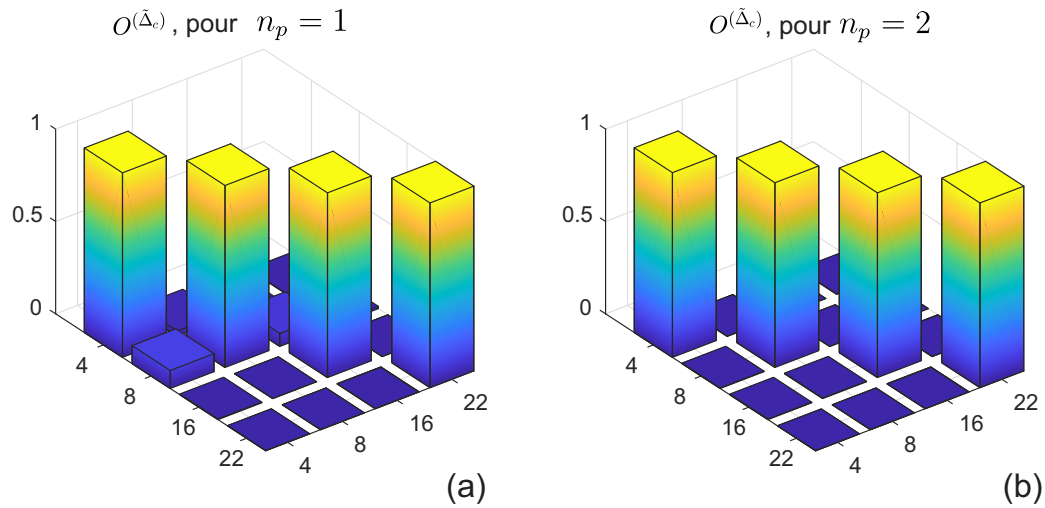


FIGURE 4.17 – Matrices de séparabilité obtenues pour un nombre de période d’intégration de la démodulation  $n_p = 1$  (a) et  $n_p = 2$  (b)

Dans la prochaine section, l’approche du chapitre 3 pour le filtrage modal et la sélection des capteurs sera reprise.

## 4.5 Sélection des capteurs

Soit  $\Phi_c$  la matrice des gains de mesures, concernant les 15 céramiques captrices disponibles et  $\Delta_c$  un ensemble donné de trois céramiques captrices. Pour ce qui est du filtrage fréquentiel, la bande passante correspondant à un amortissement  $\xi_{pb} = 0.416$  est conservée. Il en résulte la solution  $\tilde{\Gamma} = \{4, 8, 16, 22\}$  et  $\tilde{\Delta}_c = \{\{3, 8, 15\}, \{1, 2, 4\}\}$ , dont la matrice de séparabilité est représentée sur la figure (4.17.a). L’examen de la figure (4.17.a) indique un découplage médiocre du mode 8, où la présence des modes voisins (4 et 16) est notable, représentant  $s_{su}^{(8)} = 85\%$  de signal utile.

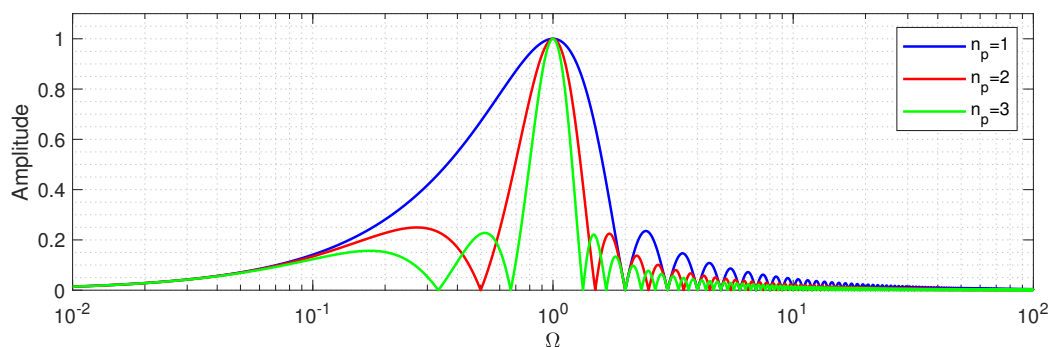


FIGURE 4.18 – Amplitude résiduelle d’un signal avec une fréquence relative  $\Omega$  après démodulation à la pulsation centrale  $\Omega = 1$ , pour différentes fenêtres d’intégration.

Comme solution, il est possible d’effectuer une modification au niveau de l’opération de démo-

dulation, car jusqu'ici, les composantes  $H_d^{(k)}$  et  $H_q^{(k)}$  sont extraites toutes les périodes de vibration  $2\pi/\omega_n^{(k)}$ . En étendant la période d'intégration du bloc de démodulation à une durée  $n_p$  ( $n_p \in \mathbb{N}$ ) périodes de vibration et donc pour une fenêtre de  $2n_p\pi/\omega_n^{(k)}$ , il est possible d'augmenter la sélectivité fréquentielle de l'opérateur de démodulation. En effet, comme illustré sur la figure (4.18), la sélectivité fréquentielle de cet opérateur est d'autant plus grande que le nombre de périodes d'intégration  $n_p$  est grand.

Il peut être envisagé de prendre un grand nombre de périodes de vibration  $n_p$  pour résoudre le problème de découplage des mesures. Cependant, du point de vue du contrôle par modulation-démodulation, la fenêtre d'intégration impose la période d'échantillonnage du contrôleur  $T_c^{(k)} = 2n_p\pi/\omega_n^{(k)}$ , ce qui n'est pas compatible dans le cadre de cette thèse où les références sont dynamiques. En d'autre terme, le choix de  $n_p$  est un compromis entre la sélectivité de la mesure et la bande passante de la commande bornée par la fréquence de Nyquist résultant de l'échantillonnage imposé par la fenêtre d'intégration. Pour la suite, il a été décidé de prendre comme fenêtre de démodulation et pour tous les modes contrôlés, deux périodes de vibration  $n_p = 2$ .

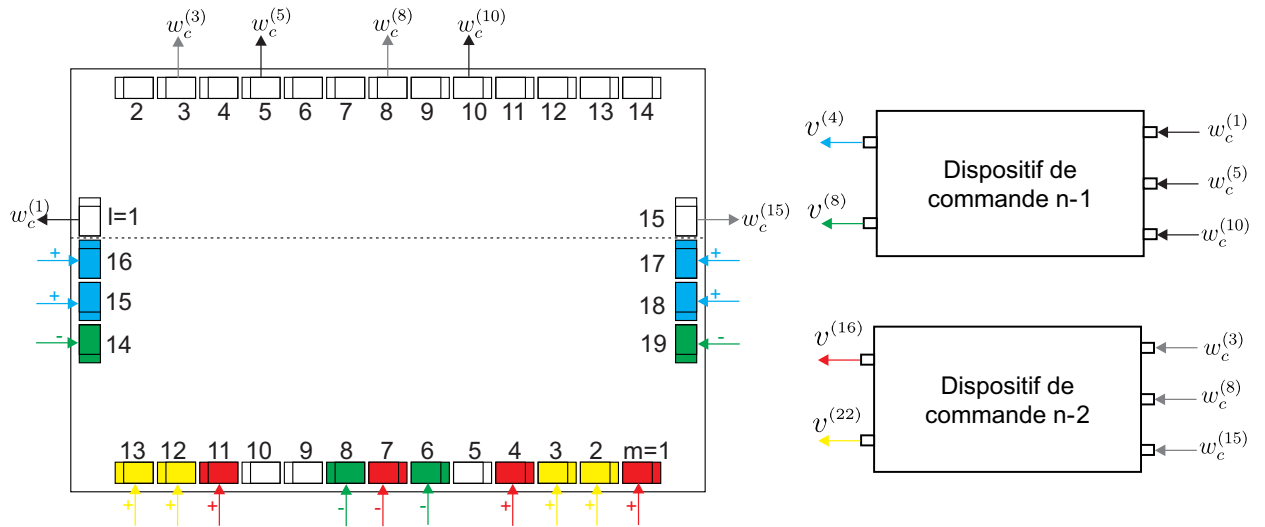


FIGURE 4.19 – Schéma de branchement des céramiques motrices et captrices avec les deux dispositifs de commande, les signes +/- représentent le sens du branchement pour chaque céramique motrice.

En mettant à jour la fonction du filtre fréquentiel  $G_{eq}(\Omega)$ , la nouvelle solution pour la sélection des capteurs est alors  $\tilde{\Gamma} = \{4, 8, 16, 22\}$  et  $\tilde{\Delta}_c = \{\{1, 5, 10\}, \{3, 8, 15\}\}$  et la matrice de mesurabilité correspondante est montrée sur la figure (4.17.b). Avec ce choix, le mode 8 est à présent complètement isolé sans pour autant que la mesure des autres modes ne soient dégradée.

La figure (4.19) représente le schéma de branchement des céramiques piézoélectriques mo-

trices et caprices, sélectionnées par les procédures présentées dans ce chapitre.

Une fois cette sélection établie, il reste à les mettre en œuvre en procédant à l'identification expérimentale des déformées modales.

## 4.6 Mise en œuvre de la plaque

Le dispositif expérimental est constitué d'une plaque de verre de dimension  $150 \times 10 \times 2\text{mm}^3$ , sous laquelle sont collées 34 céramiques piézoélectriques. Un écran tactile LCD de 5" est déposé derrière cette plaque, servant de dispositif d'affichage et de pointage. Le dispositif est illustré sur la figure 4.20.

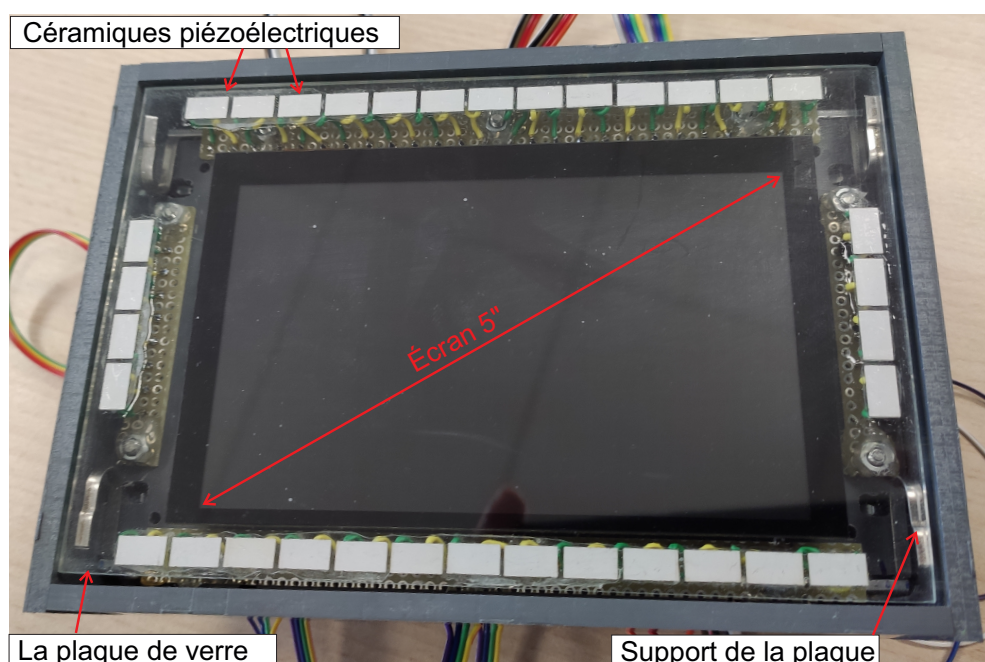


FIGURE 4.20 – Plaque en verre équipée de 34 céramiques piézoélectriques et derrière laquelle est intégré un écran tactile de 5".

L'identification expérimentale des déformées modale est effectuée en utilisant un vibromètre laser à balayage (*Polytec PSV-400*). Cette procédure consiste à générer une tension modulée en fréquence sur un ensemble de céramiques et à mesurer en chaque point de la plaque la réponse vibratoire. Le résultat de cette procédure donne la réponse fréquentielle en chaque point de la plaque. À partir de ces données, il est possible d'identifier les déformées modales à partir des valeurs au niveau de chaque pic de résonance. Si nous définissons la variable complexe  $\underline{G}_p(x, y, \omega)$  comme étant la réponse fréquentielle de la plaque à la coordonnée  $(x, y)$  et pour la pulsation  $\omega$ , ramenée à la tension appliqué, dont le module est exprimé en  $\text{m s}^{-1} \text{V}^{-1}$ , alors, la déformée modale d'un mode donné  $k$  est calculée en prenant en tous points de la surface, la

partie réelle de la réponse fréquentielle. Il est supposé que les modes identifiés sont parfaitement stationnaires et que donc les phases sont les mêmes en tous points de la plaque. On écrit donc :

$$\psi^{(k)}(x, y) = c_n^{(k)} \Re [\underline{G}_p(x, y, \omega_n^{(k)})] \quad (4.14)$$

où  $\omega_n^{(k)}$  représente la pulsation du  $k^{\text{ème}}$  pic de résonance,  $c_n^{(k)}$  est un coefficient de normalisation (en  $\sqrt{\text{kgVs/m}}$ ) pour que  $\psi^{(k)}$  respecte la condition suivante :

$$\iint_{S_p} \psi^{(k)2} dx dy = 1 \quad (4.15)$$

où  $S_p$  est la surface de la plaque.

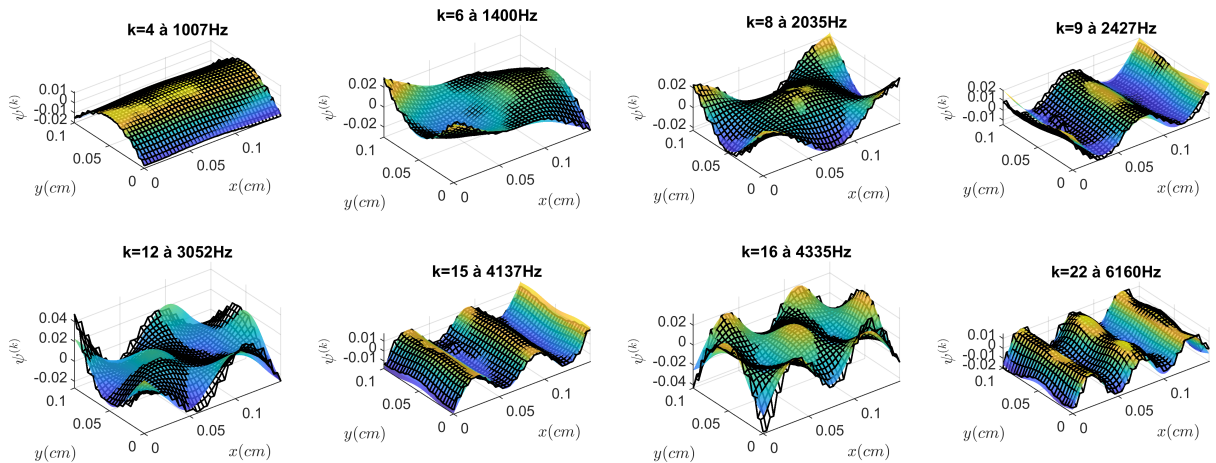


FIGURE 4.21 – Déformées modales des modes préselectionnés, identifiés expérimentalement avec les fréquences de résonance respectives (grille noire), les déformées modales théoriques (surface colorée)

Nous montrons sur la figure (4.21) les déformées modales identifiées expérimentalement pour les huit modes sélectionnés ; sur la même figure sont superposés les modes obtenus par la méthode de Rayleigh-Ritz. Du fait de l'ajout des céramiques piézoélectriques et des fils de connexion, toutes les fréquences de résonance ont baissé de 12% en moyenne par rapport aux valeurs théoriques. En revanche, les déformées modales identifiées sont bien similaires aux déformées calculées théoriquement.



## 4.7 Validations des procédures de sélection

### 4.7.1 Validation de la sélection des actionneurs

Afin de valider l'approche de sélection des actionneurs, nous nous baserons sur les réponses temporelles et fréquentielles des modes. En effet, si nous considérons qu'un mode de vibration est un système de second ordre, alors lorsqu'il est excité à sa fréquence de résonance, sa réponse temporelle est une exponentielle convergente et sa réponse fréquentielle (diagramme de Nyquist) forme un cercle dans le plan complexe [122]. Dans le cas où un autre mode est excité et mesuré au voisinage du mode contrôlé, alors son influence pourra être observée sur les réponses temporelles et fréquentielles.

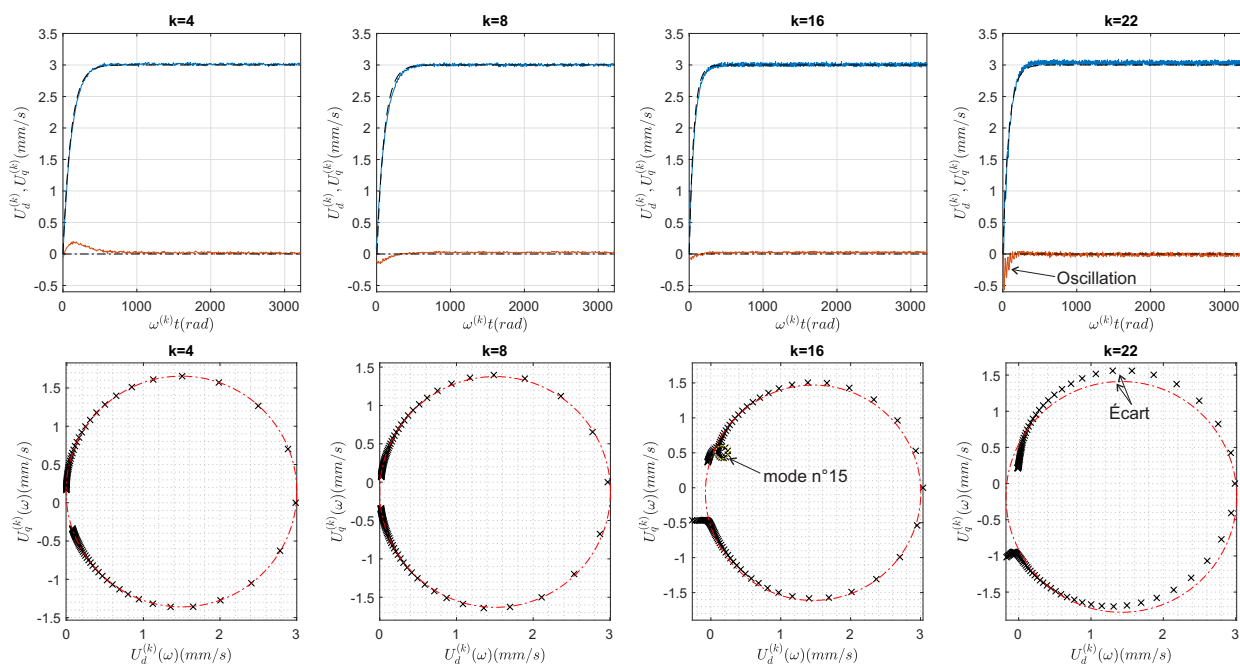


FIGURE 4.22 – Réponses temporelles (haut) et fréquentielles (bas) des quatre modes sélectionnés dans les bases démodulées, avec des excitations successives, les tracés rouges et bleus dans les réponses temporelles représentent respectivement  $U_d^{(k)}$  et  $U_q^{(k)}$ , les tracés en rouge dans les réponses fréquentielles représentent les cercles identifiés à partir des mesures expérimentales

La figure (4.22) montre la réponse temporelle et fréquentielle de chacun des modes sélectionnés dans sa base démodulée. Il est peut être constaté à partir des quatre réponses temporelles que les composantes  $U_d^{(k)}$  correspondent à la réponse d'un premier ordre. Sur la partie  $U_q^{(k)}$  du mode  $k = 22$  une oscillation (débordement/spillover) peut être observée au début du régime transitoire. Cette oscillation peut être expliquée par la présence d'un mode voisin dont l'influence est visible sur sa réponse fréquentielle, par le fait que cette dernière ne corresponde pas à un cercle. À ce stade, la démarche pour la sélection des moteurs est bien validée par la conformité des

réponses temporelles et fréquentielles aux modèles. Nous étudierons dans la section (4.8), l'effet du débordement sur le mode 22 par rapport à la stabilité de la boucle fermée associée.

#### 4.7.2 Validation de la sélection des capteurs

La validation de la procédure de sélection des capteurs est effectuée en mettant en évidence l'intérêt du filtrage spatial de la même manière qu'au chapitre 3. Nous gardons la même approche pour le dimensionnement des filtres spatiaux et fréquentiels, la différence est qu'ici nous prenons une fenêtre d'intégration pour les démodulations de  $n_p = 2$ . Nous comparons sur la figure (4.23) les réponses temporelles en boucle ouverte pour des excitations simultanées des quatre modes, dans le cas le filtrage spatial et fréquentiel est appliqué ou non.

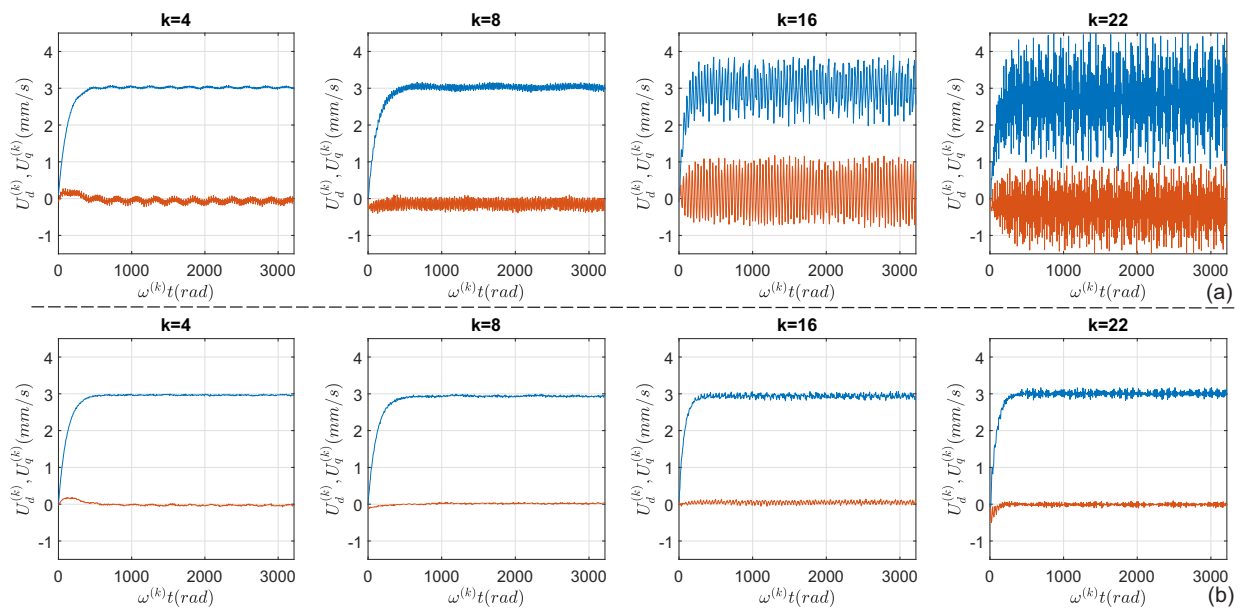


FIGURE 4.23 – Réponses temporelles simultanées en boucle ouverte des quatre modes obtenues expérimentalement, dans le cas où les filtrage spatiaux et fréquentiels ne sont pas appliqués (a) et dans le cas où ils le sont (b)

Avant l'application du filtrage, il peut être observé sur la figure (4.23.a) que malgré l'augmentation de la fenêtre d'intégration ( $n_p = 2$ ), les mesures des modes de rangs élevés (16 et 22) restent mal conditionnées, ceci est dû à l'asymétrie sur l'atténuation apportée par la démodulation qui filtre mieux les modes de rangs supérieurs  $\Omega > 1$  que les modes de rangs inférieurs  $\Omega < 1$ . Les fréquences de résonances (1007 Hz et 2035 Hz) respectivement des deux premiers modes (4 et 8), forment un cas particulier où les mesures s'influencent très peu. En effet, la deuxième fréquence est environ le multiple 2 de la première, et selon la figure (4.18), la fonction est nulle pour  $\Omega = 1/2$  et  $\Omega = 2$ , dans le cas  $n_p = 2$ . Une fois les filtres appliqués (passe-bande et combinaison linéaire des mesures), nous constatons une forte atténuation des oscillations, en particulier pour

les modes 16 et 22, où ces oscillations représentent moins de 5% des mesures. Nous pouvons valider ainsi l'approche de sélection des capteurs dans le cas de la plaque.

Ainsi, nous avons pu proposer un choix de capteurs ainsi qu'une sélection de céramiques motrices qui permet d'exciter et de mesurer indépendamment plusieurs modes de vibration. L'étude se poursuit dans la partie suivante où nous appliquons les principes de contrôle en boucle fermée.

## 4.8 Application du contrôle en boucle fermée

Afin de pouvoir passer au contrôle en boucle fermée, nous procédons d'abord à l'identification des paramètres  $(g^{(k)}, \xi^{(k)}, \omega_n^{(k)})$  des modes permettant de calculer les correcteurs respectifs. En appliquant la procédure d'identification décrite dans le chapitre 2 pour chacun des modes sélectionnés  $\{4, 8, 16, 22\}$ , nous obtenons les valeurs du tableau (4.2)

Mode (k)	4	8	16	22
$g^{(k)}$ (nm V <sup>-1</sup> )	1.07	0.31	0.52	0.12
$\omega_n^{(k)} / (2\pi)$ (Hz)	1008	2028	4334	6161
$\xi^{(k)}$	0.004	0.005	0.008	0.006

TABLE 4.2 – Les paramètres identifiés pour chacun des quatre modes

Pour illustrer les interactions du choix des performance en boucle fermée, le dimensionnement des correcteurs est réalisé pour les valeurs  $\alpha^{(k)} = \{0.5, 1, 2\}$  et ce pour chacun des quatre modes. Nous observons ensuite successivement les différentes réponses en boucle fermée pour chacune des dynamique imposée  $\alpha^{(k)}$  et pour des références  $U_d^{(k)} = 3 \text{ mm s}^{-1}$  et  $U_q^{(k)} = 0$ . Pour chacune des dynamiques  $\alpha^{(k)}$ , les quatre modes sont excités simultanément à leur résonance respective. La figure (4.24) illustre les différentes réponses en boucles fermées obtenues dans les bases démodulées. Dans les cas où  $\alpha^{(k)} = 0.5$  et  $\alpha^{(k)} = 1$ , les quatre réponses sont bien stables et comportent peu d'oscillations. Cependant, pour le cas où  $\alpha^{(k)} = 2$  (figure (4.24.c)), le mode 22 devient instable, ce qui se traduit par de fortes oscillations sur les deux axes, limitées par la tension maximale pouvant être générée par le dispositif. Cette instabilité peut s'expliquer par une forte présence du 24<sup>ème</sup> mode dans la boucle de commande du 22<sup>ème</sup> mode, montrée par la réponse fréquentielle de la figure (4.25). La fréquence d'oscillation correspond dans ce cas à la différence entre les deux fréquences de résonance. Nous garderons pour la suite de ce chapitre le cas stable du 22<sup>ème</sup> mode, c'est à dire  $\alpha^{(22)} \leq 1$ .

Dans la prochaine partie, la robustesse de cette commande face à une perturbation est abordée.

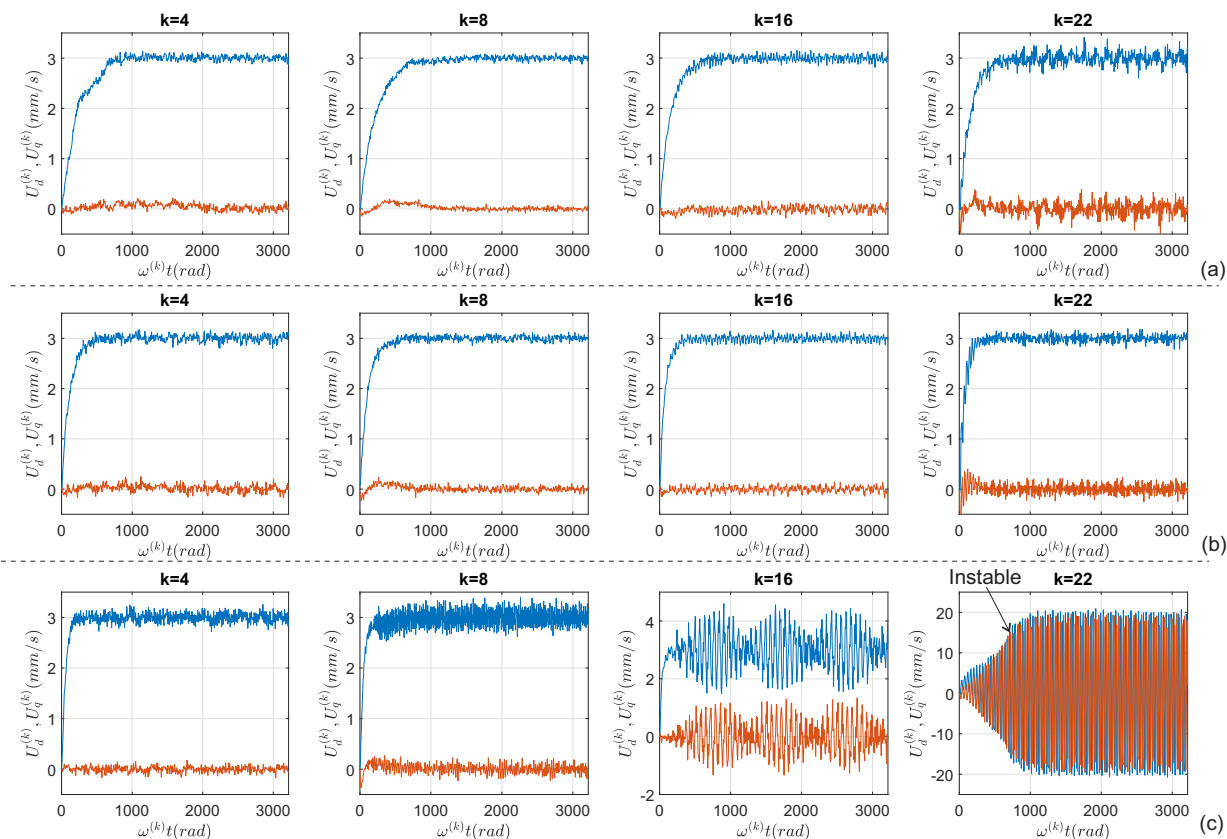


FIGURE 4.24 – Réponses temporelles simultanées en boucle fermée pour différentes valeurs de  $\alpha^{(k)}$  : (a)  $\alpha^{(k)} = 0.5$ , (b)  $\alpha^{(k)} = 1$ , (c)  $\alpha^{(k)} = 2$ , où (en bleu) la composante  $U_d^{(k)}$  et (en rouge) la composante  $U_q^{(k)}$

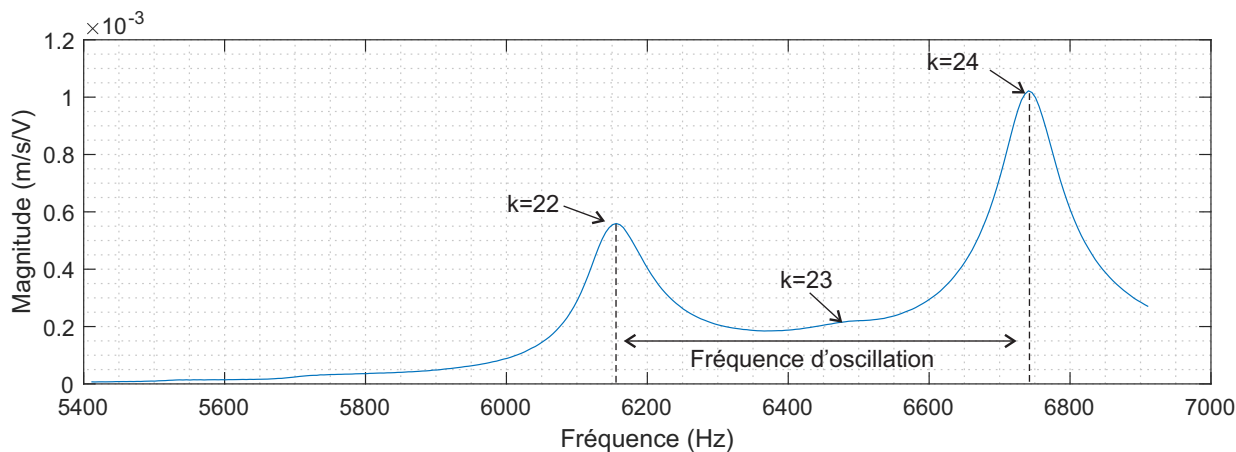


FIGURE 4.25 – Module de la réponse fréquentielle autour du mode 22

## 4.9 Robustesse de la commande à une perturbation exogène

La robustesse de la commande proposée face à une perturbation exogène, typiquement un doigt appuyant sur la plaque, est étudiée en comparant les réponses indicelles en boucles ouverte et fermée dans les bases démodulées. Nous prendrons pour ce test, un facteur d'accélération  $\alpha^{(k)} = 1$  pour les quatre modes et nous fixons comme référence en vitesse  $U_{dref}^{(k)} = 3 \text{ mm s}^{-1}$

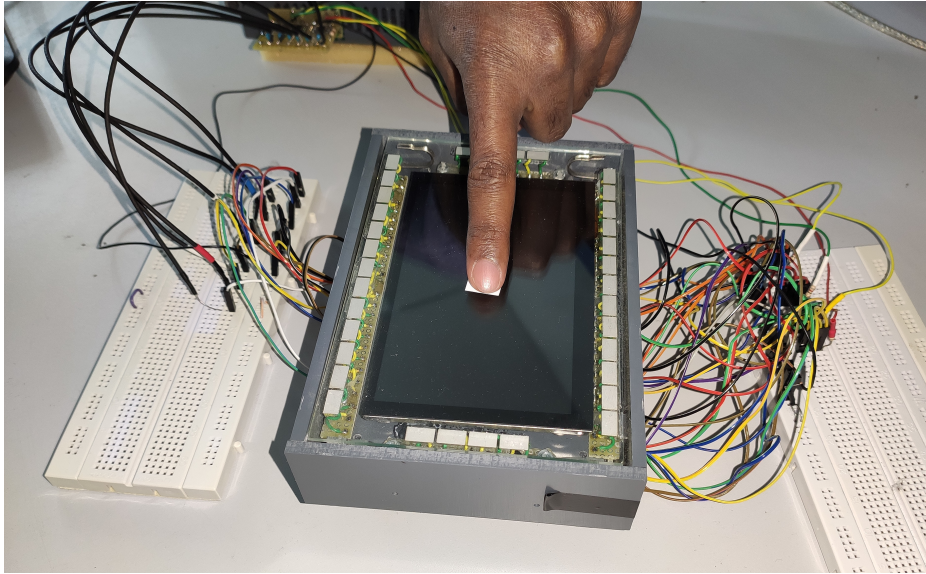


FIGURE 4.26 – La plaque tactile avec un doigt appuyant en son centre et agissant comme une source de perturbation exogène

et  $U_{qref}^{(k)} = 0$ . Nous enregistrons successivement les deux composantes des vitesses modales ( $U_d^{(k)}$  et  $U_q^{(k)}$ ) en boucle ouverte puis en boucle fermée, avec et sans un doigt appuyant au centre de la plaque, voir la figure (4.26). De plus, les deux tensions de commandes en boucle fermée  $V_d^{(k)}$  et  $V_q^{(k)}$  pour chacun des deux cas, avec et sans perturbation, sont acquises pour évaluer l'effort de commande.

La figure (4.27) montre les réponses indicielles en boucles ouverte et fermée, avec et sans source de perturbation, lorsque les quatre modes sont excités simultanément. Les vitesses mesurées en boucle ouverte sont conformes aux références lorsqu'aucun doigt n'est présent sur la plaque, ce qui montre que l'action 'feedforward' est bien réglée (voir (4.27.a)). Par contre, lorsqu'un doigt perturbe la vibration, cette action seule n'est pas suffisante, et l'influence du doigt est mesurable en particulier sur le mode  $k = 16$ , qui montre une chute de 50% de l'amplitude mesurée. Les essais en boucle en boucle fermée (4.27.b) montrent que le système est robuste vis à vis de ces perturbations. Seul un léger ralentissement est observé sur la composante  $U_d$  pour le mode  $k = 4$ , mais les erreurs statiques sont nulles. Pour parvenir à ce résultat, les tensions observables à la figure (4.27.c), s'adaptent automatiquement. Les correcteurs modifient la tension pour compenser l'effet de perturbation. Cette compensation est réalisée de manière automatique, sans l'identification de la perturbation exogène imposée au système. Ces résultats ont été obtenus sur des références simples, en échelon. Dans le paragraphe suivant, des références plus complexes sont imposées pour produire une déformation particulière de la plaque.

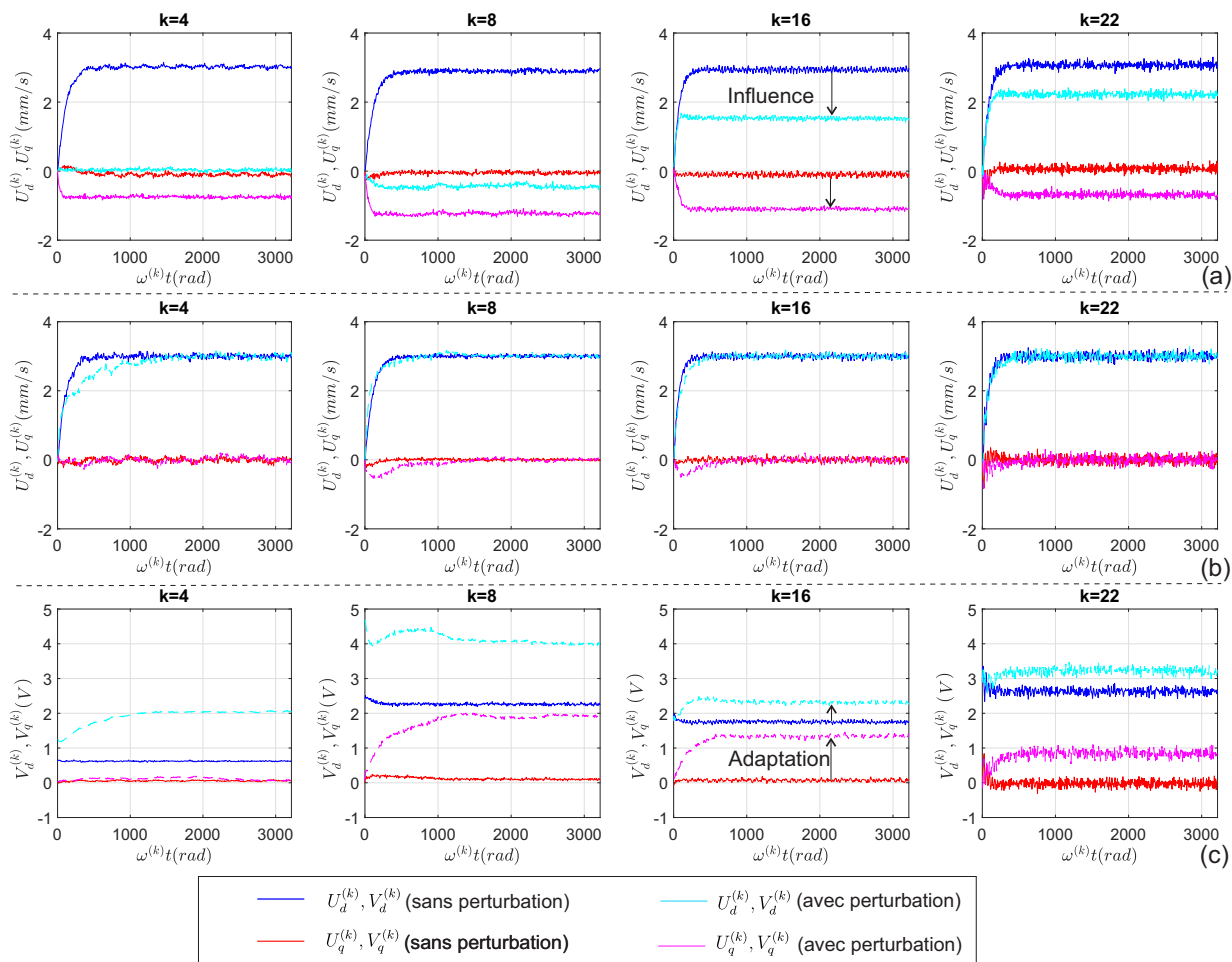


FIGURE 4.27 – Réponses indicelles simultanées des quatre modes dans leur bases démodulées, en boucle ouverte (a) et en boucle fermée (b), avec les tensions de commande en boucle fermée  $V_d^{(k)}$  et  $V_q^{(k)}$  (c).

## 4.10 Génération de champ de vitesse localisé

La dernière étape de l'étude consiste à finalement réaliser une focalisation dans la limite du matériel disponible qui ne permet donc que le contrôle simultané de 4 modes. Nous comparerons également les résultats obtenus lorsque les modes sont contrôlés en boucle fermée ou non, en présence ou en absence de perturbation.

La référence de vitesse de déformation au point de focalisation est fixée à  $\dot{w}_{ref}^* = 12 \text{ mm s}^{-1}$ , ce qui donne après projection, les vitesses modales à l'instant de focalisation  $\dot{\eta}_f^{*(k)}$  montrées dans le tableau (4.3).

La forme du régime transitoire est fixée par la durée de focalisation  $t_f$  et par le coefficient d'accélération  $\kappa^{(k)}$  de l'enveloppe de la référence, introduit dans l'équation (3.35). Pour avoir un bon contraste spatial de la focalisation, il est nécessaire d'avoir un régime transitoire aussi court que possible, avec une durée de focalisation  $t_f$  brève et donc de grands facteurs d'accélération des références  $\kappa^{(k)}$ . Cependant, pour un bon suivi de référence, il faut que la dynamique de la boucle fermée  $\alpha^{(k)}$  soit assez grande par rapport à la dynamique de la référence, fixée par  $\kappa^{(k)}$ . Comme nous avons vu que dans certains cas le choix d'un grand facteur d'accélération  $\alpha^{(k)}$  pourrait déstabiliser un mode (voir la figure (4.24)), alors le choix des paramètres  $t_f$ ,  $\kappa^{(k)}$  et  $\alpha^{(k)}$  est finalement un compromis entre le contraste spatial et la stabilité du système.

Le facteur d'accélération de la référence  $\kappa^{(k)}$  est choisi d'autant plus grand que le rang du mode est faible, ceci permet d'obtenir un régime transitoire bref et donc un meilleur contraste en vitesse (vitesse au point de focalisation par rapport aux vitesses hors le point de focalisation). Concernant la boucle fermée, nous avons trouvé par une étude préalable que le choix de coefficient d'accélération  $\alpha^{(k)} = 2\kappa^{(k)}$  est un bon compromis. Les coefficients  $\alpha^{(k)}$  et  $\kappa^{(k)}$  choisis sont consignés dans le tableau (4.3). Nous définissons comme instant de focalisation  $t_f = 131.1 \text{ ms}$  et nous montrons sur la figure (4.28) les enveloppes  $\zeta^{(k)}$  résultantes, associées aux références en vitesse  $\dot{\eta}^{*(k)} = \cos(\omega^{(k)}(t - t_f)) \eta_f^{*(k)} \zeta^{(k)}(t)$ .

Mode (k)	4	8	16	22
$\dot{\eta}_f^{*(k)}$ (mm s <sup>-1</sup> )	3	3.72	3.36	2.04
$\kappa^{(k)}$	2	1.5	1	0.5
$\alpha^{(k)}$	4	3	2	1

TABLE 4.3 – Vitesses modales de références à l'instant de focalisation  $\dot{\eta}_f^{*(k)}$ , coefficient d'accélération de la référence  $\kappa^{(k)}$  et coefficient d'accélération de la boucle fermée  $\alpha^{(k)}$  pour chacun des quatre modes contrôlés

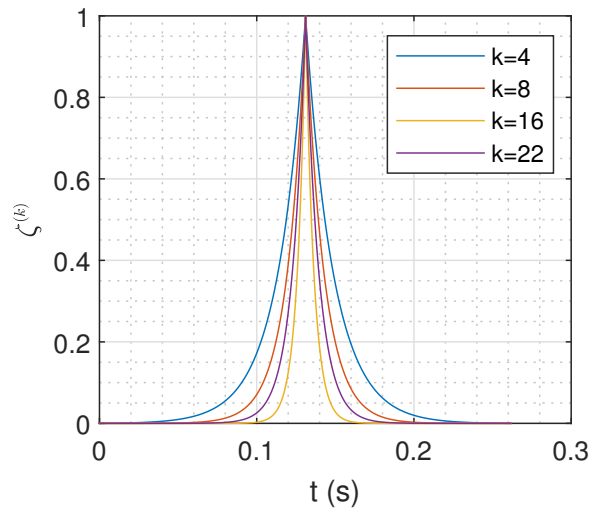


FIGURE 4.28 – Les enveloppes  $\zeta^{(k)}$  associées aux références en vitesse  $\dot{\eta}^{*(k)}$

Comme pour la section précédente, nous comparerons ici les résultats expérimentaux obtenus avec et sans le contrôle en boucle fermée et également avec et sans un doigt appuyant autour du centre de la plaque. Pour une validation rapide, seule la vitesse de vibration au point de focalisation est réalisée à l'aide du vibromètre laser. Les résultats obtenus pour chacun des cas sont représentés dans la figure (4.29). En absence de contrôle en boucle fermée, la figure (4.29.a) montre la sensibilité du système lorsque les modes ne sont pas exactement excités à leur fréquence de résonance  $\omega^{(k)} \neq \omega_n^{(k)}$ , visible sur les composantes  $U_q^{(k)}$  qui ne sont pas nulles. En effet, les fréquences des résonances des modes sont fortement sensibles aux conditions extérieures, comme la température par exemple. Il peut être observé sur la même figure l'influence de la présence du doigt sur les vitesses modales, avec principalement le 4<sup>ème</sup> et le 8<sup>ème</sup> mode qui sont impactés. Les tensions de commande de la figure (4.29.b) sont similaires en présence ou en absence de perturbation, car elles ne dépendent que des références et non des mesures. Les ondulations visibles sur la même figure sont des artéfacts dus à des arrondis numériques, ces ondulations sont d'autant plus fortes que le mode a une fréquence de résonance élevée. L'ajout du contrôle en boucle fermée réduit sensiblement les erreurs sur les composantes  $U_d^{(k)}$  et  $U_q^{(k)}$ , dans la figure (4.29.c). Les tensions de commandes associées sont montrées sur la figure (4.29.c), qui se traduit principalement par des différences sur les tensions pour le 4<sup>ème</sup> et 8<sup>ème</sup> mode.

Dans un deuxième temps, nous mesurons successivement en différents points de la plaque, comme l'illustre la figure (4.30), la vitesse de vibration durant tout le régime transitoire, grâce au vibromètre laser. Quinze points sont définis, et sont choisis de sorte à maximiser la mesure



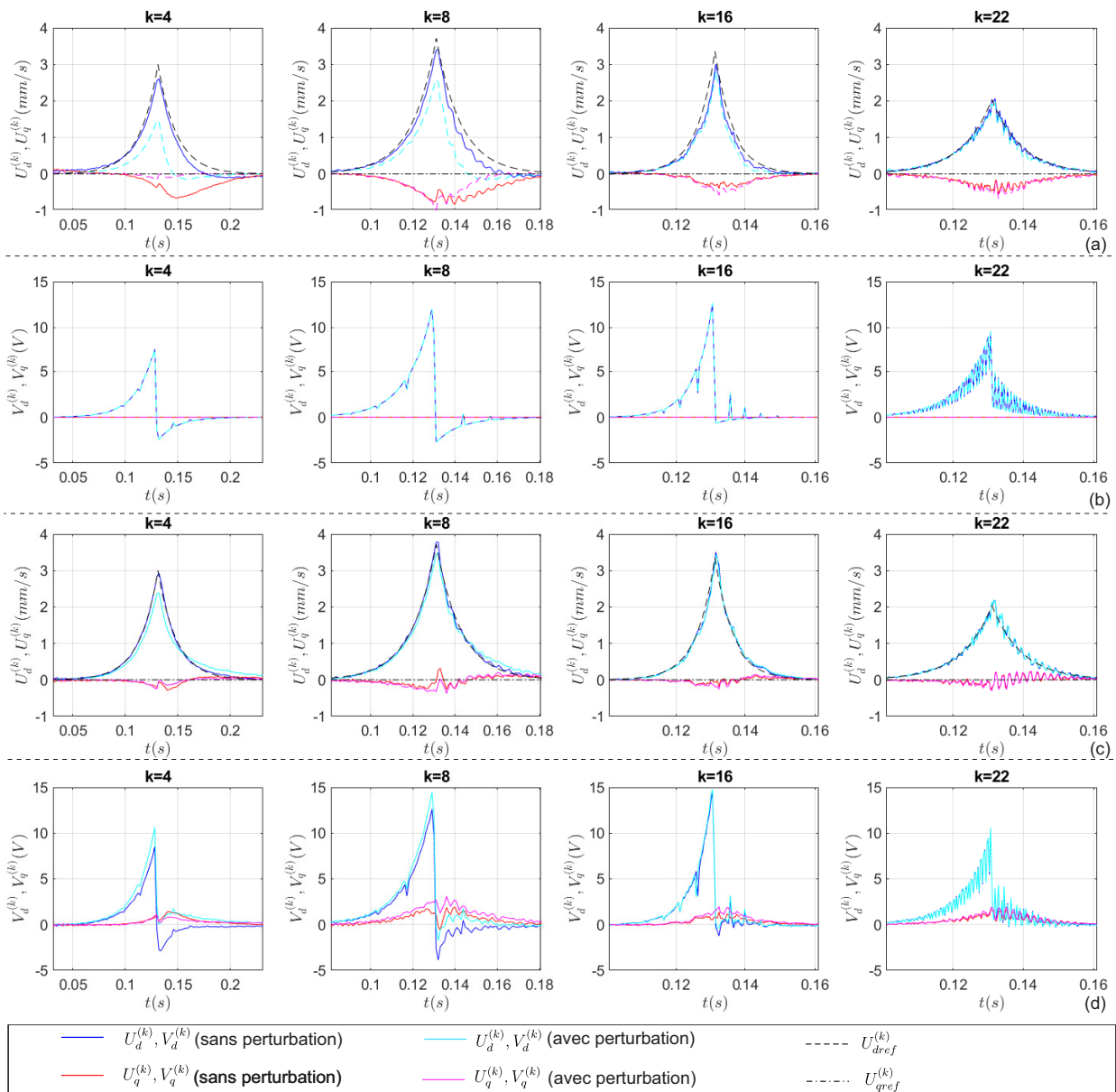


FIGURE 4.29 – Réponses modales dans les bases démodulées, obtenues pour une focalisation au centre de la plaque à  $t_f = 131.1$  ms, (a) Composantes des vitesses modales  $U_d^{(k)}$  et  $U_q^{(k)}$  avec juste l'anticipation "feedforward" et les composantes des tensions modales  $V_d^{(k)}$  et  $V_q^{(k)}$  associées (b), (c) Composantes des vitesses modales  $U_d^{(k)}$  et  $U_q^{(k)}$  en présence de contrôle en boucle fermée et les composantes des tensions modales  $V_d^{(k)}$  et  $V_q^{(k)}$  associées (d)

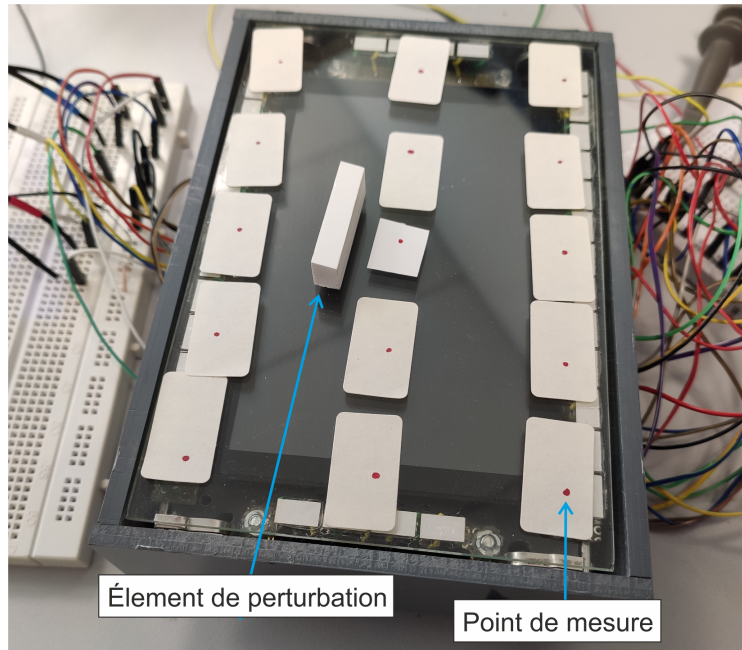


FIGURE 4.30 – Points de mesures pour la cartographie au vibromètre laser et l'élément de perturbation.

globale pour les quatre modes contrôlés. Connaissant la déformée de chaque mode  $\psi^{(k)}(x_m, y_m)$  en chaque point de mesure  $(x_m, y_m)$ , nous obtenons les vitesses modales  $\dot{\eta}^{(k)}$  en projetant les vitesses mesurées  $\dot{w}(x_m, y_m, t)$  sur les déformées  $\psi^{(k)}(x_m, y_m)$ .

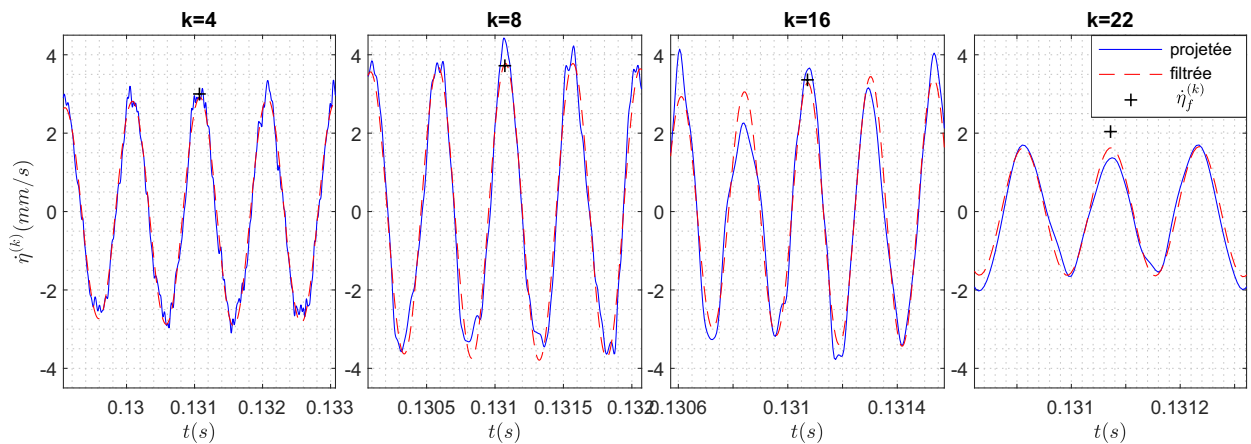


FIGURE 4.31 – Vitesse modales  $\dot{\eta}^{(k)}$  mesurées pour les quatre modes contrôlés, les tracés rouges représentent les résultats de filtrage fréquentiel de ces mesures, les références à l'instant de focalisation sont marquées par le symbole '+'.

La figure (4.31) montre les vitesses modales extraites à partir d'une cartographie au vibromètre laser, en absence d'élément de perturbation et en intégrant le contrôle en boucle fermée. Nous utilisons la commande *filtfilt* sous Matlab avec des filtres passe-bande pour garder uniquement la composante fréquentielle autour de la résonance de chaque mode, les signaux résultants correspondent aux tracés rouges de la figure. Les vitesses de références à l'instant de focalisa-

tion  $\dot{\eta}_f^{*(k)}$  sont bien atteintes, sauf pour le 22<sup>ème</sup> mode qui présente environ 20% d'erreur par rapport à la référence. Cette erreur est peut-être due aux ondulations observés sur la tension de commande, causées par les arrondis numériques

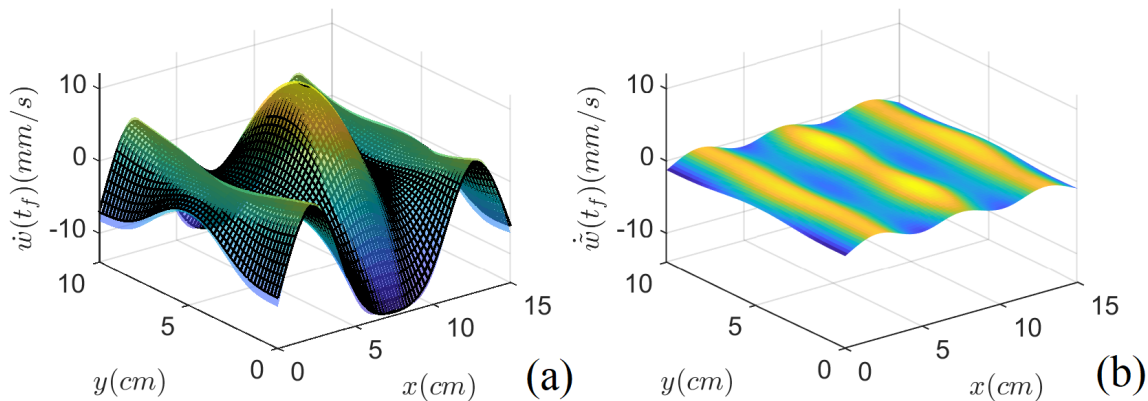


FIGURE 4.32 – (a) Champs de vitesse obtenus à l’instant de focalisation avec l’intégration du contrôle en boucle fermée et sans perturbation exogène (surface colorée), champs de vitesse de référence pour les quatre modes sélectionnés (grille noire); (b) L’erreur sur le champ de vitesse mesuré par rapport à sa référence  $\dot{w}(t_f) = \dot{w}_f^* - \dot{w}(t_f)$

En utilisant les vitesses modales issues de la projection, il est possible de reconstruire, en connaissant les déformées modales  $\psi^{(k)}$ , le champ de vitesse à l’instant de focalisation  $\dot{w}(x, y, t_f)$ . La figure (4.32.a) compare le champ de vitesse obtenu à l’instant de focalisation et le champ de vitesse défini pour les quatre modes sélectionnés. L’erreur spatiale montrée sur la figure (4.32.b) est minimale et dépend principalement de l’erreur sur la composante du mode 22. Le champ de vitesse obtenu concorde bien avec celui défini en référence.

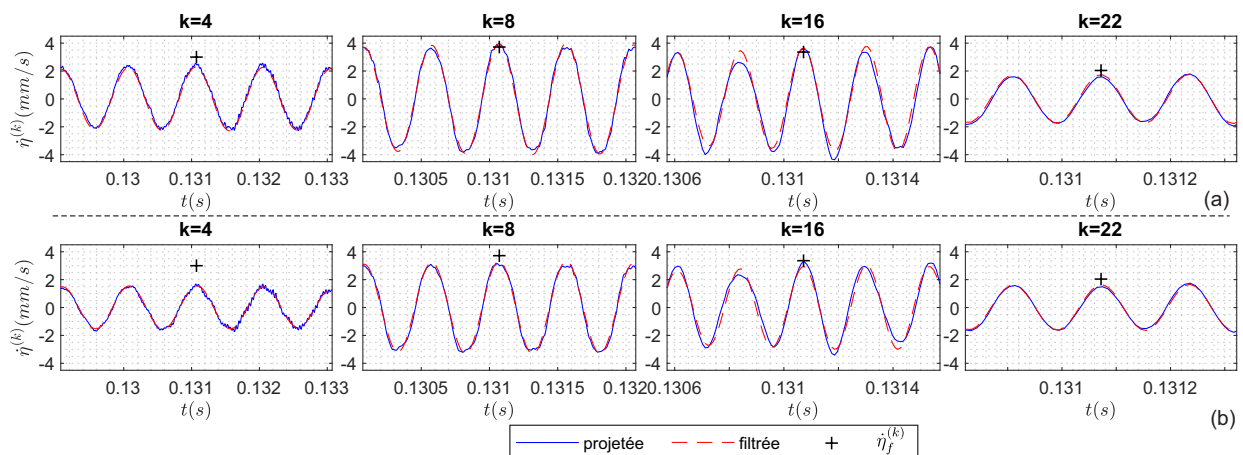


FIGURE 4.33 – (a) Vitesse modales  $\eta^{(k)}$  mesurées et obtenues avec l’ajout d’un élément de perturbation (b) vitesses modales  $\eta^{(k)}$  mesurées avec l’ajout d’un élément de perturbation et sans l’intégration du contrôle en boucle fermée

La même procédure est répétée que dans la section précédente, en ajoutant cette fois l’élé-

ment de perturbation montré sur la figure (4.30). Nous comparons ensuite les résultats obtenus avec et sans l'intégration de contrôle en boucle fermée. La figure (4.33) représente les vitesses modales mesurées en présence d'un élément de perturbation. Lorsque le contrôle en boucle est intégré (figure (4.33.a)) les vitesses modales à l'instant de focalisation sont légèrement influencées. Cependant, en absence de contrôle en boucle fermée (figure (4.33.b)) les vitesses modales sont plus atténuées par l'élément de perturbation, en particulier le mode 4.

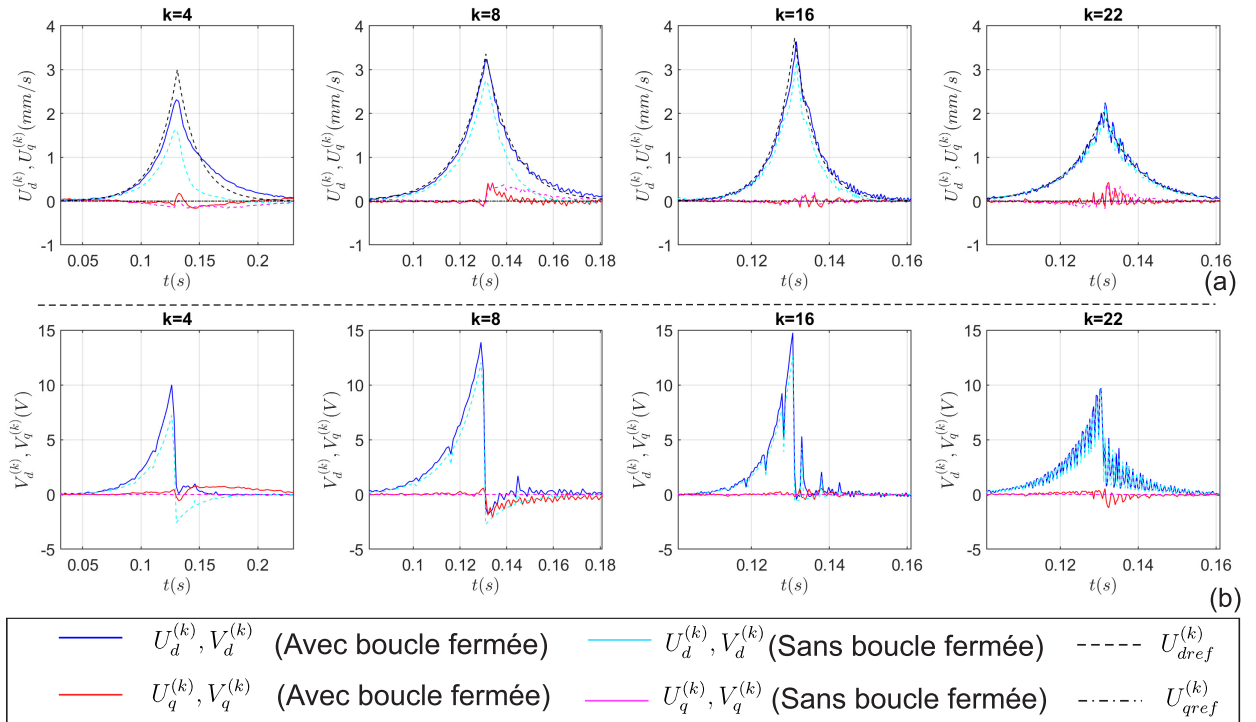


FIGURE 4.34 – Réponses modales dans les bases démodulées

Les vitesses modales associées dans les bases démodulées sont réunies dans la figure (4.34.a), sur laquelle une atténuation sur les composantes  $U_d^{(k)}$  est bien visible. Cette atténuation est compensée via la commande en boucle fermée par une tension de commande supplémentaire, principalement par la voie  $V_d^{(k)}$ , visible sur la figure (4.34.b).

L'influence de l'élément de perturbation sur le champ de vitesse est montrée sur la figure (4.35). Le champ de vitesse obtenu en boucle fermée est moins atténué que lorsque le contrôle est absent, avec respectivement des erreurs en vitesse au point de focalisation de 4% et 22%.

Nous démontrons dans cette partie qu'un champ de vitesse pré-déterminé peut être imposé à la plaque. Le contrôle en boucle fermée nous permet de contrôler quatre modes de vibration, non seulement en amplitude vibratoire, mais aussi de les synchroniser afin d'assurer un motif particulier de vibration à un instant donné. En outre, cette focalisation est robuste vis-à-vis des perturbations exogènes, et la qualité de focalisation n'a pas été modifiée par l'ajout d'un doigt sur

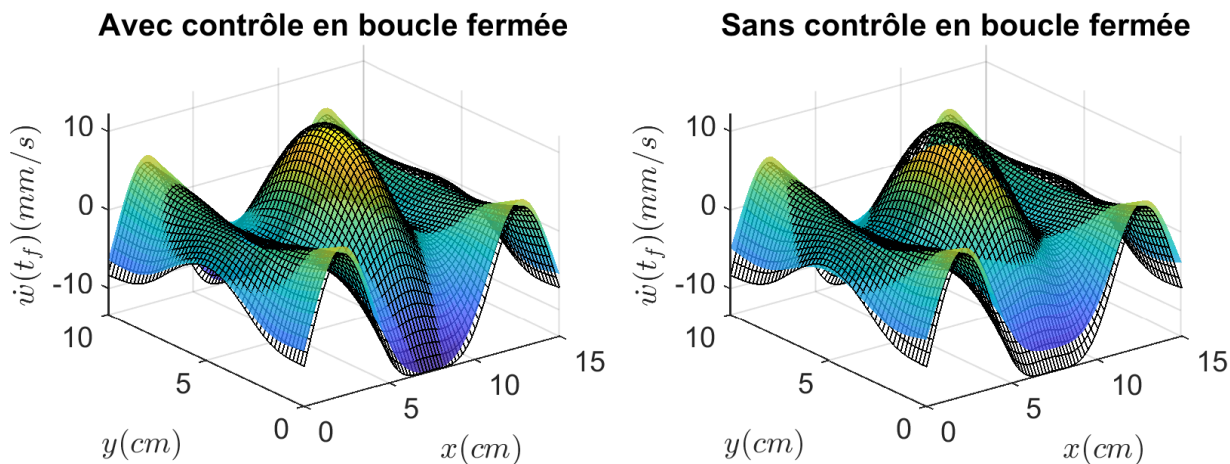


FIGURE 4.35 – Champ de vitesse obtenu avec et sans l'intégration de contrôle en boucle fermée

la structure, confirmant l'intérêt pour les applications tactiles. Enfin, la méthode est appliquée sur 4 modes, mais peut être facilement étendue à 8 modes.

## 4.11 Conclusion

Ce quatrième chapitre a abordé le contrôle de plusieurs modes de vibration d'une plaque afin de générer un motif particulier. Pour cela, nous avons d'abord conçu une plaque sur laquelle 34 céramiques piézoélectriques sont collées. Pour déterminer les actionneurs parmi celles-ci, une méthode originale basée sur l'optimisation du gain de conversion électromécanique de la céramique vis à vis des modes considérés a été mise en place. De la même manière, nous avons choisi les céramiques captrices adaptées, en incluant dans le choix les problématiques liées à la reconstruction des coordonnées modales à partir d'un nombre limité de capteurs. Tous ces choix faits dans cette étape de conception l'ont été sur la base d'un modèle analytique de la plaque.

Une fois les éléments matériels de mesure et d'actionnement bien mis en place, nous reproduisons à l'identique les concepts de commande et de filtrage développés dans le deuxième et troisième chapitre. En général, de bonnes performances sont obtenues avec un facteur d'accélération  $\alpha^{(k)} = 1$ . Des tests de robustesse ont montré le bon comportement de notre système en boucle fermée sous la perturbation d'un doigt qui touche la plaque vibrante, l'erreur étant de 4% contre 22% en boucle ouverte. Cette robustesse est confirmée lorsque des références plus complexes sont imposées nécessitant une synchronisation parfaite des modes afin de parvenir à un motif de vibration choisi. Enfin, si les essais expérimentaux n'ont pu être conduits que sur quatre modes pour des raisons matériels, le dimensionnement a été réalisé sur huit modes.

# Conclusion et perspectives

Dans ce travail, nous avons traité la problématique de la robustesse de la superposition multi-modale pour la focalisation d'un champ de vitesse sur une plaque. En effet, cette méthode requiert l'excitation des modes avec des régimes transitoires particuliers, nécessitant le contrôle de leur amplitude en module et en phase. Or, les conditions environnementales, comme la température ou un doigt en appui sur la surface active, modifient la dynamique du dispositif, les fréquences de résonance des modes ainsi que leur amortissement. Les techniques en boucle ouverte, qui se basent sur un modèle *a priori* du système, ne peuvent alors pas garantir le suivi des références et donc les performances de focalisation.

Nous avons abordé ce problème en exploitant la commande par modulation-démodulation, consistant à démoduler les mesures  $\eta^{(k)}(t)$  afin de contrôler la partie réelle  $H_d^{(k)}(t)$  et imaginaire  $H_q^{(k)}(t)$  de l'amplitude modale dans la base démodulée. L'effort de commande  $f^{(k)}(t)$  est obtenue en modulant ses deux composantes  $F_d^{(k)}(t)$  et  $F_q^{(k)}(t)$ . Un modèle complet d'un mode de vibration isolé, dans la base démodulée a été développé. La normalisation de ce modèle a permis de concevoir un contrôleur générique qui s'applique pour tous les systèmes possédant le même amortissement  $\xi$ . Le modèle résultant étant multi-variables, un contrôleur multi-variables est donc à prévoir. Pour cela, nous nous sommes basés sur la commande Linéaire Quadratique pour la mise en place d'une démarche systématique et empirique, permettant de calculer les paramètres du contrôleur à partir de critères de performances sur la dynamique en boucle fermée que nous nous fixons. Seulement deux paramètres sont alors nécessaires : l'amortissement identifié du mode  $\xi^{(k)}$  et le facteur d'accélération désiré  $\alpha^{(k)}$ . Le contrôle par modulation-démodulation a été ensuite exploité pour le calcul de la force acoustique induite par la présence du doigt sur une interface tactile, corrélée avec le coefficient de frottement du doigt sur l'interface.

La difficulté du passage du contrôle d'un mode vers plusieurs se trouve principalement au niveau de la reconstruction des amplitudes modales  $\eta^{(k)}$  à partir d'un ensemble de mesures  $w_c^{(m)}$ , sachant que nous disposons de moins de capteurs que de modes à contrôler. Une méthode

combinant le filtrage fréquentiel et spatial a été développée. L'originalité de la méthode proposée est de prendre en compte le comportement du filtre fréquentiel pour le calcul des gains du filtre spatial. Ce design permet de réduire le nombre de capteurs nécessaires pour la reconstruction des amplitudes modales. La conjonction de cette méthode de filtrage avec la commande par modulation-démodulation a permis de contrôler en boucle fermée quatre modes de vibration d'une poutre, en les excitant simultanément. Le contrôle proposé a été associé avec une anticipation (feedforward) pour la génération de champ de vitesse arbitraire de la poutre. Nous avons alors montré que l'utilisation de la commande en boucle fermée permet effectivement de réduire l'erreur par rapport à la référence définie.

Sur la base des résultats obtenus sur une poutre, une procédure de conception d'une plaque transparente tactile a été menée. À partir d'un cahier des charges défini, nous avons proposé une méthode pour la sélection des modes à contrôler, ainsi que pour le placement et l'attribution des céramiques piézoélectriques. L'approche appliquée pour la sélection des moteurs permet de favoriser l'actionnement d'un mode, tout en limitant l'effet de débordement (spillover). Nous avons réussi à générer un champ de vitesse localisé au centre de la plaque en contrôlant quatre modes de vibration. Nous avons ainsi montré que l'intégration du contrôle en boucle fermée permet de réduire significativement l'erreur introduite par la présence d'un doigt sur la plaque, passant de 22% en boucle ouverte à 4% en boucle fermée.

Des travaux futurs pourront étendre la méthode au contrôle d'un très grand nombre de modes de vibrations, pour par exemple, produire une focalisation fine sur une structure donnée. La difficulté sera liée aux problèmes de contrôlabilité et d'observabilité de ces modes. En effet, étant donné la limitation du nombre de céramiques piézoélectriques pouvant être collées sur une structure, celles-ci doivent être attribuées judicieusement pour en faire des capteurs ou des actionneurs. On pourra alors chercher à contrôler plusieurs modes avec une céramique, ce qui nécessitera à la fois de modifier les algorithmes d'optimisation de choix des actionneurs mais également d'adapter l'architecture du dispositif de commande afin d'imposer des tensions à un grand nombre de céramiques. Enfin, cette méthode se voulant générique, nous pourrions tenter de l'appliquer dans des domaines autres que l'haptique pour contrôler des vibrations : par exemple pour un dispositif de récupération d'énergie [123] afin d'en extraire un maximum de puissance, en contrôlant le plus de modes possible, pour les systèmes exploitant les ondes progressives, où le nombre de modes contrôlés améliore la qualité de ces ondes [124]. L'approche proposée dans cette thèse peut aussi bien s'appliquer pour le cas de structures continues ou celles à éléments

discrets "lumped-element" après projection dans la base modale.



## Annexe A

# Mise en œuvre de la modulation-démodulation

La démodulation de la mesure et la modulation de la tension de commande sont effectuées grâce à un synthétiseur digital direct (DDS), avec une période échantillonnage  $T_s$ . Le synthétiseur digital direct produit les deux composantes de la porteuse (repère tournant)  $e^{j\omega t}$ . Si les variables d'état du système sont projetées sur l'axe réel de la porteuse, alors la tension générée en sortie du bloc de modulation s'écrit :

$$\begin{aligned}v(t_s) &= \Re [(V_d + jV_q)e^{j\omega t_s}] \\ &= \Re [(V_d + jV_q)(\cos(\omega t_s) + j \sin(\omega t_s))] \\ &= V_d \cos(\omega t_s) - V_q \sin(\omega t_s)\end{aligned}\tag{A.1}$$

Avec  $t_s = n_s T_s$  et  $n_s$  le numéro de l'échantillon. De la même manière, l'amplitude modale s'écrit :

$$\eta(t_s) = H_d \cos(\omega t_s) - H_q \sin(\omega t_s)\tag{A.2}$$

Une transformée de Fourier discrète permet d'extraire les deux composantes de l'amplitude modale  $H_d$  et  $H_q$ , ce qui donne les équations du bloc de démodulation :

$$\begin{aligned}H_d &= +2 \frac{T_s}{T} \sum_{n_s=0}^{N_s-1} \eta(t_s) \cos(\omega t_s) \\ H_q &= -2 \frac{T_s}{T} \sum_{n_s=0}^{N_s-1} \eta(t_s) \sin(\omega t_s)\end{aligned}\tag{A.3}$$

où  $N_s$  est le nombre d'échantillons sur une période d'oscillation  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

# Bibliographie

- [1] E. Hoggan, S. A. Brewster, and J. Johnston, "Investigating the effectiveness of tactile feedback for mobile touchscreens," in *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, ser. CHI '08. ACM, pp. 1573–1582.
- [2] R. S. Johansson and G. Westling, "Roles of glabrous skin receptors and sensorimotor memory in automatic control of precision grip when lifting rougher or more slippery objects," vol. 56, no. 3, pp. 550–564.
- [3] R. Klatzky and C. L. Reed, "Haptic exploration," vol. 4, no. 8, p. 7941.
- [4] D. Purves, *Neuroscience, 2nd Edition*, 2nd ed. Sinauer Associates.
- [5] R. S. Johansson and k. B. Vallbo, "Tactile sensory coding in the glabrous skin of the human hand," vol. 6, pp. 27–32.
- [6] R. S. Johansson and A. B. Vallbo, "Tactile sensibility in the human hand : relative and absolute densities of four types of mechanoreceptive units in glabrous skin." vol. 286, no. 1, pp. 283–300.
- [7] A. B. Vallbo and R. S. Johansson, "Properties of cutaneous mechanoreceptors in the human hand related to touch sensation," vol. 3, no. 1, pp. 3–14.
- [8] K. O. Johnson and S. S. Hsiao, "Neural mechanisms of tactual form and texture perception," vol. 15, pp. 227–250.
- [9] K. O. Johnson, "The roles and functions of cutaneous mechanoreceptors," vol. 11, no. 4, pp. 455–461.
- [10] D. Wang, Y. Guo, S. Liu, Y. Zhang, W. Xu, and J. Xiao, "Haptic display for virtual reality : progress and challenges," vol. 1, no. 2, pp. 136–162.

- [11] M. Mihelj and J. Podobnik, *Haptics for Virtual Reality and Teleoperation*, ser. Intelligent Systems, Control and Automation : Science and Engineering, M. Mihelj and J. Podobnik, Eds. Springer Netherlands.
- [12] C. Pacchierotti, S. Sinclair, M. Solazzi, A. Frisoli, V. Hayward, and D. Prattichizzo, "Wearable haptic systems for the fingertip and the hand : Taxonomy, review, and perspectives," vol. 10, no. 4, pp. 580–600.
- [13] D. Wang, M. Song, A. Naqash, Y. Zheng, W. Xu, and Y. Zhang, "Toward whole-hand kinesthetic feedback : A survey of force feedback gloves," vol. 12, no. 2, pp. 189–204.
- [14] S. Varga. Varga technology. [Online]. Available : <https://haptx.com/technology/>
- [15] CyberGlove systems. Library Catalog : [www.cyberglovesystems.com](http://www.cyberglovesystems.com).
- [16] G. Thomas, L. Johnson, S. Dow, and C. Stanford, "The design and testing of a force feedback dental simulator," vol. 64, no. 1, pp. 53–64.
- [17] R. Iglesias, E. Prada, A. Uribe, and T. Gutiérrez, "Assembly simulation on collaborative haptic virtual environments."
- [18] D. Borro, J. Savall, A. Amundarain, J. Gil, A. Garcia-Alonso, and L. Matey, "A large haptic device for aircraft engine maintainability," vol. 24, no. 6, pp. 70–74.
- [19] C. Luciano, P. Banerjee, and T. DeFanti, "Haptics-based virtual reality periodontal training simulator," vol. 13, no. 2, pp. 69–85.
- [20] M. Shinohara, Y. Shimizu, and A. Mochizuki, "Three-dimensional tactile display for the blind," vol. 6, no. 3, pp. 249–256.
- [21] H. Kajimoto, "Enlarged electro-tactile display with repeated structure," in *2011 IEEE World Haptics Conference*, pp. 575–579, ISSN : null.
- [22] C. Harrison and S. E. Hudson, "Providing dynamically changeable physical buttons on a visual display," in *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, ser. CHI '09. Association for Computing Machinery, pp. 299–308.
- [23] Y. Jansen, T. Karrer, and J. Borchers, "MudPad : tactile feedback and haptic texture overlay for touch surfaces," in *ACM International Conference on Interactive Tabletops and Surfaces*, ser. ITS '10. Association for Computing Machinery, pp. 11–14.

- [24] J. Pasquero and V. Hayward, "STRESS : A practical tactile display system with one millimeter spatial resolution and 700 hz refresh rate," in *in Proc. Eurohaptics 2003*, pp. 94–110.
- [25] K. A. Kaczmarek and S. J. Haase, "Pattern identification as a function of stimulation current on a fingertip-scanned electrotactile display," vol. 11, no. 3, pp. 269–275.
- [26] H. Kajimoto, "Electrotactile display with real-time impedance feedback using pulse width modulation," vol. 5, no. 2, pp. 184–188.
- [27] G. Robles-De-La-Torre, "Comparing the role of lateral force during active and passive touch : Lateral force and its correlates are inherently ambiguous cues for shape perception under passive touch conditions."
- [28] E. Mallinckrodt, A. L. Hughes, and W. Sleator, "Perception by the skin of electrically induced vibrations," vol. 118, no. 3062, pp. 277–278.
- [29] R. M. Strong and D. E. Troxel, "An electrotactile display," vol. 11, no. 1, pp. 72–79.
- [30] O. Bau, I. Poupyrev, A. Israr, and C. Harrison, "TeslaTouch : electrovibration for touch surfaces," in *Proceedings of the 23rd annual ACM symposium on User interface software and technology*, ser. UIST '10. Association for Computing Machinery, pp. 283–292.
- [31] Z. Radivojevic, P. Beecher, C. Bower, S. Haque, P. Andrew, T. Hasan, F. Bonaccorso, A. C. Ferrari, and B. Henson, "Electrotactile touch surface by using transparent graphene," in *Proceedings of the 2012 Virtual Reality International Conference*, ser. VRIC '12. Association for Computing Machinery, pp. 1–3.
- [32] tanvas.co, "Tanvas, AUTOMOTIVE SOLUTIONS (brochure)," <https://tanvas.co/sample-applications/automotive/>. [Online]. Available : <https://tanvas.co/sample-applications/automotive/>
- [33] M. Takasaki, T. Nara, S. Tachi, and T. Higuchi, "A surface acoustic wave tactile display with friction control," in *Technical Digest. MEMS 2001. 14th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No.01CH37090)*, pp. 240–243, ISSN : 1084-6999.
- [34] M. Takasaki, H. Kotani, T. Mizuno, and T. Nara, "Two-dimensional active type surface acoustic wave tactile display on a computer screen," in *2006 14th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pp. 49–54, ISSN : 2324-7355.

- [35] H. Kotani, M. Takasaki, and T. Mizuno, "Surface acoustic wave tactile display using a large size glass transducer," in *2007 International Conference on Mechatronics and Automation*, pp. 198–203, ISSN : 2152-744X.
- [36] M. Takasaki, T. Sakurada, H. Kotani, and T. Mizuno, "A surface acoustic wave tactile display on phantom," in *Proceedings of the 2005 international conference on Augmented tele-existence*, ser. ICAT '05. Association for Computing Machinery, p. 279.
- [37] M. Takasaki, R. Tamon, H. Kotani, and T. Mizuno, "Pen tablet type surface acoustic wave tactile display combined with phantom," in *2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 671–675, ISSN : null.
- [38] M. Takasaki, H. Kotani, R. Tamon, and T. Mizuno, "Tactile mouse using friction control," in *2010 IEEE Haptics Symposium*, pp. 313–316, ISSN : 2324-7355.
- [39] T. Watanabe and S. Fukui, "A method for controlling tactile sensation of surface roughness using ultrasonic vibration," in *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 1134–1139 vol.1, ISSN : 1050-4729.
- [40] E. Vezzoli, Z. Vidrih, V. Giamundo, B. Lemaire-Semail, F. Giraud, T. Rodic, D. Peric, and M. Adams, "Friction reduction through ultrasonic vibration part 1 : Modelling intermittent contact," vol. 10, no. 2, pp. 196–207, conference Name : IEEE Transactions on Haptics.
- [41] T. Sednaoui, E. Vezzoli, B. Dzidek, B. Lemaire-Semail, C. Chappaz, and M. Adams, "Friction reduction through ultrasonic vibration part 2 : Experimental evaluation of intermittent contact and squeeze film levitation," vol. 10, no. 2, pp. 208–216, conference Name : IEEE Transactions on Haptics.
- [42] F. Giraud, T. Hara, C. Giraud-Audine, M. Amberg, B. Lemaire-Semail, and M. Takasaki, "Evaluation of a friction reduction based haptic surface at high frequency," in *2018 IEEE Haptics Symposium (HAPTICS)*, pp. 210–215, ISSN : 2324-7355.
- [43] L. Winfield, J. Glassmire, J. E. Colgate, and M. Peshkin, "T-PaD : Tactile pattern display through variable friction reduction," in *Second Joint EuroHaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems (WHC'07)*, pp. 421–426, ISSN : null.
- [44] Y. Ochiai, T. Hoshi, J. Rekimoto, and M. Takasaki, "Diminished haptics : Towards digital transformation of real world textures," in *Haptics : Neuroscience, Devices, Modeling*,

*and Applications*, ser. Lecture Notes in Computer Science, M. Auvray and C. Duriez, Eds. Springer, pp. 409–417.

- [45] W. Ben Messaoud, M.-A. Bueno, and B. Lemaire-Semail, "Textile fabrics' texture : From multi-level feature extraction to tactile simulation," in *Haptics : Perception, Devices, Control, and Applications*, ser. Lecture Notes in Computer Science, F. Bello, H. Kajimoto, and Y. Visell, Eds. Springer International Publishing, pp. 294–303.
- [46] M. Dariosecq, P. Plénacoste, F. Berthaut, A. Kaci, and F. Giraud, "Investigating the semantic perceptual space of synthetic textures on an ultrasonic based haptic tablet," in *HUCAPP 2020*.
- [47] C. Basdogan, F. Giraud, V. Levesque, and S. Choi, "A review of surface haptics : Enabling tactile effects on touch surfaces," pp. 1–1, conference Name : IEEE Transactions on Haptics.
- [48] M. Biet, F. Giraud, and B. Lemaire-Semail, "The implementation of tactile feedback using squeeze film effect devices," vol. 43, pp. 123–135, publisher : EDP Sciences.
- [49] M. Biet, F. Giraud, and B. Semail, "Squeeze film effect for the design of an ultrasonic tactile plate," vol. 54, no. 12, pp. 2678–2688.
- [50] N. D. Marchuk, J. E. Colgate, and M. A. Peshkin, "Friction measurements on a large area TPaD," in *2010 IEEE Haptics Symposium*, pp. 317–320, ISSN : 2324-7355.
- [51] F. Giraud, M. Amberg, B. Lemaire-Semail, and G. casiez, "Design of a transparent tactile stimulator," in *2012 IEEE Haptics Symposium (HAPTICS)*, pp. 485–489, ISSN : 2324-7355.
- [52] E. Vezzoli, T. Sednaoui, M. Amberg, F. Giraud, and B. Lemaire-Semail, "Texture rendering strategies with a high fidelity - capacitive visual-haptic friction control device," in *Proceedings, Part I, of the 10th International Conference on Haptics : Perception, Devices, Control, and Applications - Volume 9774*, ser. EuroHaptics 2016. Springer-Verlag, pp. 251–260.
- [53] F. Giraud, M. AMBERG, and B. LEMAIRE-SEMAIL, "Interface tactile vibrante transparente," patent CA2 835 348A1, library Catalog : Google Patents.
- [54] F. Giraud, M. Amberg, B. Lemaire-Semail, and C. Giraud-Audine, "Using an ultrasonic transducer to produce tactile rendering on a touchscreen," in *2014 Joint IEEE International Symposium on the Applications of Ferroelectric, International Workshop on Acoustic Transduc-*

*tion Materials and Devices Workshop on Piezoresponse Force Microscopy*, pp. 1–4, ISSN : 2375-0448.

- [55] W. B. Messaoud, B. Lemaire-Semail, M.-A. Bueno, M. Amberg, and F. Giraud, “Closed-loop control for squeeze film effect in tactile stimulator,” pp. 1–4.
- [56] W. Ben Messaoud, “Design and control of a tactile stimulator for real texture simulation : application to textile fabrics,” publication Title : <http://www.theses.fr>.
- [57] Hap2u. [Online]. Available : <https://www.hap2u.net/>
- [58] J. J. Gibson, “Observations on active touch,” vol. 69, no. 6, pp. 477–491, place : US Publisher : American Psychological Association.
- [59] M. Fukumoto and T. Sugimura, “Active click : tactile feedback for touch panels,” in *CHI '01 Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems*, ser. CHI EA '01. Association for Computing Machinery, pp. 121–122.
- [60] I. Poupyrev and S. Maruyama, “Tactile interfaces for small touch screens,” in *Proceedings of the 16th annual ACM symposium on User interface software and technology*, ser. UIST '03. Association for Computing Machinery, pp. 217–220.
- [61] H. Sawada and Y. Takeda, “Tactile pen for presenting texture sensation from touch screen,” in *2015 8th International Conference on Human System Interaction (HSI)*. IEEE, pp. 334–339.
- [62] K. Tashiro, Y. Shiokawa, T. Aono, and T. Maeno, “Realization of button click feeling by use of ultrasonic vibration and force feedback,” in *World Haptics 2009 - Third Joint EuroHaptics conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pp. 1–6.
- [63] J. Monnoyer, E. Diaz, C. Bourdin, and M. Wiertlewski, “Ultrasonic friction modulation while pressing induces a tactile feedback,” in *Haptics : Perception, Devices, Control, and Applications*, ser. Lecture Notes in Computer Science. Springer, Cham, pp. 171–179.
- [64] D. Gueorguiev, A. Kaci, M. Amberg, F. Giraud, and B. Lemaire-Semail, “Travelling ultrasonic wave enhances keyclick sensation,” in *EuroHaptics 2018 - 11th International Conference on Haptics : Science, Technology, and Applications*.

- [65] M. Biet, F. Giraud, F. Martinot, and B. Semail, "A piezoelectric tactile display using travelling lamb wave."
- [66] X. Dai, J. E. Colgate, and M. A. Peshkin, "LateralPaD : A surface-haptic device that produces lateral forces on a bare finger," in *2012 IEEE Haptics Symposium (HAPTICS)*, pp. 7–14, ISSN : 2324-7355.
- [67] H. Xu, M. A. Peshkin, and J. E. Colgate, "UltraShiver : Lateral force feedback on a bare fingertip via ultrasonic oscillation and electroadhesion," vol. 12, no. 4, pp. 497–507, conference Name : IEEE Transactions on Haptics.
- [68] H. Xu, R. L. Klatzky, M. A. Peshkin, and J. E. Colgate, "Localizable button click rendering via active lateral force feedback," vol. 1912, p. arXiv :1912.08381.
- [69] D. Dalecki, S. Z. Child, C. H. Raeman, and E. L. Carstensen, "Tactile perception of ultrasound," vol. 97, no. 5, pp. 3165–3170, publisher : Acoustical Society of America.
- [70] T. Iwamoto and H. Shinoda, "Two-dimensional scanning tactile display using ultrasound radiation pressure," in *2006 14th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pp. 57–61, ISSN : 2324-7355.
- [71] T. Hoshi, M. Takahashi, T. Iwamoto, and H. Shinoda, "Noncontact tactile display based on radiation pressure of airborne ultrasound," vol. 3, no. 3, pp. 155–165, conference Name : IEEE Transactions on Haptics.
- [72] C. Q. Howard, C. H. Hansen, and A. C. Z, "A review of current ultrasound exposure limits," pp. 253–257.
- [73] J.-H. Woo and J.-G. Ih, "Vibration rendering on a thin plate with actuator array at the periphery," vol. 349, pp. 150–162.
- [74] C. Hudin, J. Lozada, and V. Hayward, "Localized tactile feedback on a transparent surface through time-reversal wave focusing," vol. 8, no. 2, pp. 188–198.
- [75] C. Hudin, "Focalisation par retournement temporel dans les plaques minces : Application à la stimulation tactile," publication Title : [http ://www.theses.fr](http://www.theses.fr).
- [76] C. Hudin and S. Panëels, "Localisation of vibrotactile stimuli with spatio-temporal inverse filtering," in *Haptics : Science, Technology, and Applications*, ser. Lecture Notes in Computer



Science, D. Prattichizzo, H. Shinoda, H. Z. Tan, E. Ruffaldi, and A. Frisoli, Eds. Springer International Publishing, pp. 338–350.

- [77] E. Enferad, C. Giraud-Audine, F. Giraud, M. Amberg, and B. Lemaire-Semail, “Differentiated haptic stimulation by modal synthesis of vibration field,” in *2018 IEEE Haptics Symposium (HAPTICS)*, pp. 216–221.
- [78] E. Enferad, C. Giraud-Audine, F. Giraud, M. Amberg, and B. L. Semail, “Generating controlled localized stimulations on haptic displays by modal superimposition,” vol. 449, pp. 196–213.
- [79] F. Giraud and C. Giraud-Audine, “Chapter one - introduction,” in *Piezoelectric Actuators : Vector Control Method*, F. Giraud and C. Giraud-Audine, Eds. Butterworth-Heinemann, pp. 1 – 42.
- [80] J. Monnoyer, E. Diaz, C. Bourdin, and M. Wiertelwski, “Perception of ultrasonic switches involves large discontinuity of the mechanical impedance,” vol. 11, no. 4, pp. 579–589, conference Name : IEEE Transactions on Haptics.
- [81] S. Ghenna, “Approche multimodale pour la conception d’interface à retour tactile à plusieurs doigts.”
- [82] K. Katumu and J. L. Gorlewicz, “Using modal superposition for generating localized tactile effects on variable friction touchscreens,” in *2016 IEEE Haptics Symposium (HAPTICS)*, pp. 211–216, ISSN : 2324-7355.
- [83] R. Gabai, D. Ilssar, R. Shaham, N. Cohen, and I. Bucher, “A rotational traveling wave based levitation device – Modelling, design, and control,” *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 255, pp. 34–45, Mar. 2017.
- [84] W. B. Messaoud, F. Giraud, B. Lemaire-Semail, M. Amberg, and M. Bueno, “Amplitude Control of an Ultrasonic Vibration for a Tactile Stimulator,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 21, no. 3, pp. 1692–1701, Jun. 2016.
- [85] X. Liu, A. I. Colli-Menchi, J. Gilbert, D. A. Friedrichs, K. Malang, and E. Sánchez-Sinencio, “An Automatic Resonance Tracking Scheme With Maximum Power Transfer for Piezoelectric Transducers,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 11, pp. 7136–7145, Nov. 2015.

- [86] B. Borovic, A. Q. Liu, D. Popa, H. Cai, and F. L. Lewis, "Open-loop versus closed-loop control of MEMS devices : choices and issues," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 15, no. 10, pp. 1917–1924, Aug. 2005, publisher : IOP Publishing.
- [87] B. Vi, A. Vk, and K. An, "Autoresonant control of nonlinear mode in ultrasonic transducer for machining applications." *Ultrasonics*, vol. 42, no. 1-9, pp. 29–35, Apr. 2004.
- [88] S. Davis and I. Bucher, "Automatic vibration mode selection and excitation ; combining modal filtering with autoresonance," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 101, pp. 140–155, Feb. 2018.
- [89] T.-C. Chen, C.-H. Yu, C.-J. Chen, and M.-C. Tsai, "Neuro-fuzzy speed control of traveling-wave type ultrasonic motor drive using frequency and phase modulation," *ISA Transactions*, vol. 47, no. 3, pp. 325–338, Jul. 2008.
- [90] A. Bazaie and S. O. R. Moheimani, "Synthesis of modulated–demodulated control systems," *Automatica*, vol. 50, no. 7, pp. 1816–1824, Jul. 2014.
- [91] K. S. Karvinen and S. O. R. Moheimani, "Modulated-Demodulated Q Control of an Atomic Force Microscope Microcantilever," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 46, no. 5, pp. 399–405, Jan. 2013.
- [92] D. Chen and B. E. Paden, "Nonlinear adaptive torque-ripple cancellation for step motors," *29th IEEE Conference on Decision and Control*, 1990.
- [93] M. Bodson, A. Sacks, and P. Khosla, "Harmonic generation in adaptive feedforward cancellation schemes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 9, pp. 1939–1944, Sep. 1994, conference Name : IEEE Transactions on Automatic Control.
- [94] F. Giraud, C. Giraud-Audine, M. Amberg, and B. Lemaire-Semail, "Vector control method applied to a traveling wave in a finite beam," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, no. 1, pp. 147–158, Jan. 2014, conference Name : IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.
- [95] S. Ghenna, F. Giraud, C. Giraud-Audine, and M. Amberg, "Vector Control Of Piezoelectric Transducers and Ultrasonic Actuators," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2017.

- [96] K. M. A. Kadhar, S. Baskar, and S. M. J. Amali, "Diversity Controlled Self Adaptive Differential Evolution based design of non-fragile multivariable PI controller," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 46, pp. 209–222, Nov. 2015.
- [97] S. Das, I. Pan, K. Halder, S. Das, and A. Gupta, "LQR based improved discrete PID controller design via optimum selection of weighting matrices using fractional order integral performance index," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 37, no. 6, pp. 4253–4268, Mar. 2013.
- [98] S. Mukhopadhyay, "P.I.D. equivalent of optimal regulator," *Electronics Letters*, vol. 14, no. 25, pp. 821–822, Dec. 1978.
- [99] K. H. Estévez-Sánchez, A. Sampieri-Croda, M. A. García-Alvarado, and I. I. Ruiz-López, "Design of multiloop PI controllers based on quadratic optimal approach," *ISA Transactions*, vol. 70, pp. 338–347, Sep. 2017.
- [100] J.-B. He, Q.-G. Wang, and T.-H. Lee, "PI/PID controller tuning via LQR approach," *Chemical Engineering Science*, vol. 55, no. 13, pp. 2429–2439, Jul. 2000.
- [101] S. Das, I. Pan, and S. Das, "Multi-objective LQR with optimum weight selection to design FOPID controllers for delayed fractional order processes," *ISA Transactions*, vol. 58, pp. 35–49, Sep. 2015.
- [102] P. Hagedorn and A. DasGupta, *Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems*. John Wiley & Sons, Oct. 2007, google-Books-ID : IERMpNIJvQcC.
- [103] L. Meirovitch, *Fundamentals of vibrations*, McGraw-Hill, 2001.
- [104] A. Preumont, *Vibration Control of Active Structures : An Introduction*, 4th ed., ser. Solid Mechanics and Its Applications. Springer International Publishing, 2018.
- [105] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 4th ed. Upper Saddle River, NJ, USA : Prentice Hall PTR, 2001.
- [106] R. M. Murray, *Optimization-Based Control*, California Institute of Technology, 2010.
- [107] M. Brissaud, *Matériaux piézoélectriques : caractérisation, modélisation et vibration*. PPUR presses polytechniques, 2007.
- [108] V. Denis, M. Jossic, C. Giraud-Audine, B. Chomette, A. Renault, and O. Thomas, "Identification of nonlinear modes using phase-locked-loop experimental continuation and normal form," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 106, pp. 430–452, Jun. 2018.

- [109] A. Hać and L. Liu, "Sensor And Actuator Location In Motion Control Of Flexible Structures," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 167, no. 2, pp. 239–261, Oct. 1993.
- [110] C. Giraud-Audine, "Contribution à la modélisation analytique d'actionneurs piézoélectriques en vue de leur conception et dimensionnement," These de doctorat, Toulouse, INPT, Jan. 1998.
- [111] E. Enferad, "Dynamic spatial vibration form generation using modal decomposition : application to haptic surface," These de doctorat, Lille 1, Nov. 2018.
- [112] A. Preumont, A. François, P. De Man, and V. Piefort, "Spatial filters in structural control," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 265, no. 1, pp. 61–79, Jul. 2003.
- [113] L. Meirovitch and H. Baruh, "The implementation of modal filters for control of structures," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 6, pp. 707–716, 1985, publisher : American Institute of Aeronautics and Astronautics \_eprint : <https://doi.org/10.2514/3.20045>.
- [114] G. Skidmore and J. Hallauer, W., "Experimental-theoretical study of active damping with dual sensors and actuators," in *7th Computational Fluid Dynamics Conference*, ser. Fluid Dynamics and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Jul. 1985.
- [115] V. I. Babitsky, *Theory of Vibro-Impact Systems and Applications*, ser. Foundations of Engineering Mechanics. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1998.
- [116] H. Tjahyadi, F. He, and K. Sammut, "Multi-mode vibration control of a flexible cantilever beam using adaptive resonant control," *Smart Materials and Structures*, vol. 15, no. 2, p. 270, 2006.
- [117] S. Leleu, H. Abou-Kandil, and Y. Bonnassieux, "Piezoelectric actuators and sensors location for active control of flexible structures," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 50, no. 6, pp. 1577–1582, Dec. 2001, conference Name : IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.
- [118] A. W. Leissa, "The free vibration of rectangular plates," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 31, no. 3, pp. 257–293, Dec. 1973.

- [119] M. Géradin and D. J. Rixen, “Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures.”
- [120] C. Rajalingham, R. B. Bhat, and G. D. Xistris, “VIBRATION OF RECTANGULAR PLATES USING PLATE CHARACTERISTIC FUNCTIONS AS SHAPE FUNCTIONS IN THE RAYLEIGH–RITZ METHOD,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, no. 2, pp. 497–509, Jun. 1996.
- [121] K. Xue, A. Igarashi, and T. Kachi, “Optimal sensor placement for active control of floor vibration considering spillover effect associated with modal filtering,” *Engineering Structures*, vol. 165, pp. 198–209, Jun. 2018.
- [122] J. He and Z.-F. Fu, “4 - Modal analysis theory of an SDoF dynamic system,” in *Modal Analysis*, J. He and Z.-F. Fu, Eds. Oxford : Butterworth-Heinemann, Jan. 2001, pp. 79–93.
- [123] A. Amanci, F. Giraud, C. Giraud-Audine, M. Amberg, F. Dawson, and B. Lemaire-Semail, “Analysis of the energy harvesting performance of a piezoelectric bender outside its resonance,” *Sensors and Actuators A : Physical*, vol. 217, pp. 129–138, Sep. 2014.
- [124] C. Vloebergh, “Modélisation et optimisation d’actionneurs piézoélectriques linéaires à onde progressive,” Ph.D. dissertation, UCL - Université Catholique de Louvain, 2010.