



**HAL**  
open science

# Vers un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle ?

Maylis de la Serve

## ► To cite this version:

Maylis de la Serve. Vers un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle?. Sciences de la Terre. Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP); Université Paris Cité, 2022. Français. NNT: . tel-04357031v1

**HAL Id: tel-04357031**

**<https://hal.science/tel-04357031v1>**

Submitted on 20 Dec 2023 (v1), last revised 26 Jan 2024 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NoDerivatives 4.0 International License



Thèse préparée à l'Institut de Physique du Globe de Paris  
Université Paris Cité

École doctorale Sciences de la Terre et de l'Environnement  
et Physique de l'Univers STEP'UP n°560

Équipe Géodésie

# Vers un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle ?

par Maylis de La Serve

Thèse de doctorat de Sciences de la Terre et de l'Environnement

- dirigée par

Zuheir Altamimi

- présentée et soutenue publiquement le

6 décembre 2022

- devant un jury composé de

Andrea Walpersdorf, Physicienne d'Observatoire, Université Grenoble Alpes, Rapportrice  
Guy Wöppelmann, Professeur des universités, Université de La Rochelle, Rapporteur  
Marianne Greff-Lefftz, Professeure des universités, IPGP, Examinatrice  
Valérie Ballu, Directrice de recherche du CNRS, Université de La Rochelle, Examinatrice  
Zuheir Altamimi, Directeur de recherche, IGN-IPGP, Directeur de thèse  
Paul Rebischung, Chargé de recherche, IGN-IPGP, Invité  
Xavier Collilieux, Enseignant-chercheur, IGN-IPGP, Invité



## Résumé

**Titre :** Vers un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle ?

Depuis les premières versions du repère international de référence terrestre (ITRF), l'évolution temporelle des positions des stations de référence est décrite par des modèles linéaires par morceaux. Ces modèles ont été augmentés, dans l'ITRF2014, par des fonctions exponentielles et logarithmiques pour tenir compte des déplacements post-sismiques. Bien que l'ITRF2020 tienne en outre compte des déformations saisonnières au moyen de sinusoides annuelles et semi-annuelles, une partie des déformations de la surface terrestre, telle que les déformations dues à la surcharge hydrologique interannuelle ou à la surcharge atmosphérique haute fréquence, n'est pas prise en compte par ces fonctions déterministes.

Un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle pourrait permettre de prendre en compte de tels déplacements aperiodiques. Il faudrait pour cela, pouvoir amener dans un repère commun les mouvements aperiodiques des stations des différentes techniques de géodésie spatiale au moyen de contraintes de co-mouvement appliquées au niveau des sites de co-localisation de l'ITRF. Cependant, sachant que la présence de mouvements aperiodiques communs entre les stations co-localisées des différentes techniques n'a pas encore été mise en évidence à l'échelle mondiale, la pertinence de telles contraintes, et donc d'un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle, est discutable.

Le but de cette étude est de comparer les séries temporelles de positions des stations co-localisées de l'ITRF afin d'observer si des mouvements aperiodiques communs peuvent ou non être détectés. Elle a été menée sur les séries temporelles de positions de stations fournies par les services des quatre techniques de géodésie spatiale pour le calcul de l'ITRF2014. Des traitements préliminaires ont été nécessaires pour obtenir des séries temporelles comparables et permettre l'observation d'éventuels mouvements aperiodiques communs. Dans un premier temps, les solutions des quatre techniques ont été mises en référence dans un repère commun en prenant soin de limiter les effets de réseau spécifiques aux techniques. Puis, dans un deuxième temps, les séries temporelles de positions de stations ainsi obtenues ont été corrigées de leurs composantes linéaires, post-sismiques et périodiques. Pour cela, une analyse spectrale a été menée afin d'identifier et de modéliser les signaux saisonniers et les erreurs périodiques spécifiques aux techniques.

La comparaison des séries temporelles de positions résiduelles met en évidence de modestes signaux aperiodiques communs aux différentes techniques, principalement sur la composante verticale. Cependant, les erreurs propres à chaque technique semblent expliquer la majorité des variations aperiodiques observées par les différentes techniques. Les conséquences sur la mise en place d'un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle sont discutées à la lumière de ce résultat et des pistes de réflexion sont proposées pour avancer vers un tel repère.

**Mots-clés :** repère de référence terrestre, géodésie spatiale, sites de co-localisation, déplacements aperiodiques, contraintes de co-mouvement

## Abstract

**Title:** Toward a terrestrial reference frame in the form of a time series ?

Since the first versions of the International Terrestrial Reference Frame (ITRF), the temporal evolution of station positions has been described by piecewise linear models. These models have been augmented in the ITRF2014 by exponential and logarithmic functions to account for post-seismic displacements. Although the ITRF2020 additionally accounts for seasonal deformations by means of annual and semi-annual sine waves, some of the Earth's surface deformations, such as those due to interannual hydrological loading or high-frequency atmospheric loading, are not taken into account by these deterministic functions.

A terrestrial reference frame in the form of a time series could allow accounting for such aperiodic displacements. To achieve this, it would be necessary to bring the aperiodic motions of the stations of the different space geodetic techniques into a common reference frame by means of co-motion constraints applied at the ITRF co-location sites. However, given that common aperiodic motions between co-located stations of the different techniques have not yet been evidenced on a global scale, the relevance of such constraints, hence of a terrestrial reference frame in the form of a time series, is questionable.

The purpose of this study is to compare the position time series of co-located ITRF stations to observe whether or not common aperiodic motions can be detected at ITRF co-location sites. It was conducted on the time series of station positions provided by the services of the four space geodetic techniques for the ITRF2014 computation. Preliminary steps were necessary to obtain comparable position time series and to allow the observation of possible common aperiodic motions. In a first step, the solutions of the four techniques were aligned to a common reference frame, with care taken to minimize the technique-specific network effects. Then, in a second step, the station position time series thus obtained were corrected for their linear, post-seismic and periodic components. For this purpose, a spectral analysis was conducted to identify and model the seasonal signals and the technique-specific periodic errors present in the time series.

The comparison of the residual position time series points to the presence of modest aperiodic signals common to the different techniques, mainly on the vertical component. However, technique specific errors seem to explain most of the aperiodic variations observed by the different techniques. The consequences on the implementation of a terrestrial reference frame in the form of a time series are discussed in light of those results and perspectives are given to progress toward such a frame.

**Keywords:** terrestrial reference frame, space geodesy, co-location sites, aperiodic displacements, co-motion constraints



# Table des matières

<b>Glossaire et sigles utiles</b>	<b>5</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction aux repères de référence terrestre . . . . .	7
1.2 Données en entrée de l'ITRF . . . . .	10
1.3 Calcul de l'ITRF . . . . .	14
1.4 Problématique de la thèse . . . . .	16
<b>2 Mise en référence</b>	<b>19</b>
2.1 Problématique de mise en référence . . . . .	19
2.2 Données utilisées . . . . .	20
2.3 Alignements . . . . .	27
<b>3 Modélisation de séries temporelles</b>	<b>33</b>
3.1 Contenu des séries temporelles . . . . .	33
3.2 Modélisation du bruit . . . . .	35
3.3 Outils d'analyse spectrale . . . . .	40
<b>4 Analyse des séries temporelles</b>	<b>43</b>
4.1 Modélisation initiale . . . . .	43
4.2 Analyse des séries temporelles résiduelles . . . . .	44
4.3 Modèles cinématiques et stochastiques finaux . . . . .	56
<b>5 Comparaison des séries temporelles résiduelles</b>	<b>65</b>
5.1 Comparaison . . . . .	65
5.2 Déformations de surcharge . . . . .	75
<b>Conclusion</b>	<b>79</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>83</b>
<b>A Communications</b>	<b>97</b>



# Acronymes utiles

---

**CDM** centre des masses

**cpy** cycles par an

**DORIS** Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite

**EOP** paramètres d'orientation de la Terre

**GNSS** Système de navigation mondial par satellites

**GPS** Global Positioning System

**IAG** Association Internationale de Géodésie

**IDS** service international DORIS

**IGS** service international GNSS

**ILRS** service international SLR

**IVS** service international VLBI

**ITRF** repère international de référence terrestre

**ITRS** système international de référence terrestre

**IERS** service international de la rotation terrestre et des systèmes de référence

**LSHE** estimation d'harmoniques par moindres carrés

**NNR** No-Net-Rotation

**NNS** No-Net-Scale

**NNT** No-Net-Translation

**SLR** Télémétrie laser sur satellites

**UGGI** Union Géodésique et Géophysique Internationale

**VLBI** Interférométrie à très longue base

**WRMS** moyenne quadratique pondérée



*Ce chapitre a pour but de présenter le contexte dans lequel s'inscrit cette thèse et introduit différentes notions nécessaires à sa compréhension.*

## 1.1 Introduction aux repères de référence terrestre

### 1.1.1 Contexte et enjeux

L'étude des phénomènes géophysiques et climatiques nécessite de pouvoir se positionner précisément à la surface et autour de la Terre. Par exemple, un satellite altimétrique mesure la distance entre son antenne et la surface de la mer ou des calottes glaciaires. Ses observations ne peuvent donc être exploitées pour l'étude de la montée du niveau moyen des océans, de la fonte actuelle des glaces, etc., qu'en connaissant précisément la position du satellite au moment de la mesure. De même, l'étude de déformations sismiques par **GNSS** nécessite une connaissance précise de la position des satellites dans une période de temps autour du séisme.

Afin de se positionner à la surface de la Terre, ou à proximité, un repère affine est nécessaire. N'importe quel système de référence pourrait a priori faire l'affaire, mais un système commun à l'ensemble des applications de positionnement, de navigation et d'observation de la Terre présente l'avantage d'assurer l'interopérabilité de ces différentes applications. Le système de référence unique ainsi recommandé par l'Union Géodésique et Géophysique Internationale (**UGGI**), **Resolution 2, UGGI 2019**, et défini par le service international de la rotation terrestre et des systèmes de référence (**IERS**) est le système international de référence terrestre (**ITRS**) présenté dans la section 1.1.2.

La réalisation de l'**ITRS**, appelée repère international de référence terrestre (**ITRF**), fournit aux utilisateurs les positions de points de référence à la surface de la Terre ainsi que leur évolution temporelle. La modélisation de l'**ITRF** a évolué au cours du temps afin de toujours mieux représenter la forme de la Terre et son évolution. Les besoins de la plupart des applications de géodésie opérationnelle et de sciences de la Terre sont satisfaits par la modélisation actuelle de l'**ITRF**. Cependant, la précision nécessaire pour certaines applications, tel le suivi fin du changement climatique, n'est actuellement pas atteinte (**Gross et al, 2009; Blewitt et al, 2010**). En particulier, l'estimation de la variation du niveau moyen des océans à l'aide de satellites altimétriques ou de mesures au sol et en mer est affectée par les incertitudes sur les paramètres (origine et échelle) du repère de référence terrestre (**Beckley et al, 2007; Collilieux and Wöppelmann, 2011; Wöppelmann and Marcos, 2016**). Les principaux facteurs limitants la précision de l'**ITRF** sont les erreurs systématiques des techniques de géodésie spatiale contribuant à sa détermination et l'infrastructure limitée de certaines des techniques. Néanmoins, continuer à faire évoluer la modélisation de l'**ITRF** vers une meilleure représentation de la forme instantanée de la Terre pourrait bénéficier à ces applications. Cette thèse s'inscrit dans ce contexte à travers l'étude d'un changement possible de paradigme dans la modélisation du repère de référence terrestre, à savoir passer d'un repère décrivant l'évolution des positions de référence par des modèles cinématiques déterministes à un repère sous forme de séries temporelles de positions instantanées. Afin de bien en saisir les contours, la suite de cette section définit les système et repère internationaux de référence terrestre puis les sections 1.2 et 1.3 introduisent les aspects plus techniques des données et du calcul de l'**ITRF**. Pour finir la section 1.4 pose clairement la problématique de cette thèse.



### 1.1.2 Système et repère internationaux de référence terrestre

#### Le système international de référence terrestre (ITRS)

Un système de référence terrestre est un trièdre mathématique idéal  $(0, \vec{e}_X, \vec{e}_Y, \vec{e}_Z)$  en co-rotation avec la Terre dans l'espace. L'ITRS est ainsi défini par son origine  $O$  (le centre des masses (CDM) de la Terre), son échelle (la norme des vecteurs du trièdre, donnée par le mètre SI) et son orientation (spécifiée arbitrairement, mais de sorte que l'axe  $Z$  soit proche de celui des pôles et l'axe  $X$  proche du méridien de Greenwich).

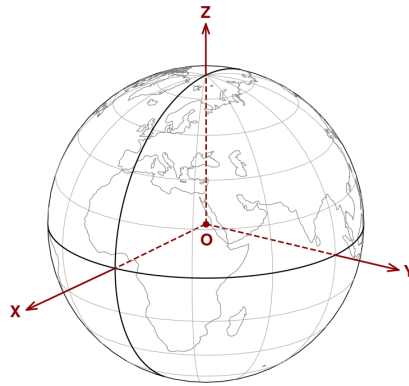


FIGURE 1.1 : Système de référence terrestre

Le CDM est le barycentre de la Terre dans son ensemble, en incluant ses parties fluides. Il possède un mouvement par rapport au centre géométrique de la surface de la Terre solide dû aux redistributions de masse à l'intérieur et à la surface de la Terre (entre autre des masses fluides de surface : atmosphère, hydrologie continentale et océans) (Greff-Lefftz and Legros, 1997).

#### Le repère international de référence terrestre (ITRF)

Pour pouvoir se positionner concrètement dans un système de référence terrestre, on utilise un repère de référence terrestre. Un tel repère est également défini par son origine, son échelle et son orientation et est matérialisé par les coordonnées d'un ensemble de points à la surface de la Terre. Afin de tenir compte des déformations de la surface terrestre, ces coordonnées sont données sous forme de fonctions du temps, ou modèles d'évolution temporelle. Les points du repère de référence constituent les sommets d'un polyèdre qui discrétise la surface de la Terre (en rouge sur la figure 1.2). Les utilisateurs du repère se rattachent directement ou indirectement aux coordonnées de référence de ces points afin de se positionner dans le système de référence sous-jacent.

Le repère associé à l'ITRS et maintenu par l'IERS est le repère international de référence terrestre (ITRF). Il est composé de points de référence d'instruments de géodésie spatiale. De nouvelles versions de ce repère sont publiées à échéance de quelques années, afin de bénéficier des données de géodésie spatiale nouvellement acquises ainsi que des progrès effectués en matière de traitement de ces données, mais aussi dans le but de mettre à jour et d'affiner les modèles d'évolution temporelle des points de référence, notamment en cas de séisme. La première réalisation de l'ITRF est l'ITRF88 (Altamimi, 1990) et la dernière en date est l'ITRF2020 (Altamimi et al, 2022a).

#### Repère local

Un autre repère utile lors de l'étude des déformations de la surface terrestre est le repère local  $(M, \vec{e}_E, \vec{e}_N, \vec{e}_H)$ . Ce repère est défini en un point  $M$  donné de sorte que le vecteur  $\vec{e}_H$  soit normal à un ellipsoïde de référence donné en ce point, et que les vecteurs  $\vec{e}_E$  et  $\vec{e}_N$  soient respectivement orientés dans les directions Est et Nord. Ce repère permet de différencier, en ce point, l'étude des mouvements horizontaux, suivant les axes  $E$  (Est) et  $N$  (Nord), et verticaux, suivant l'axe  $H$ .

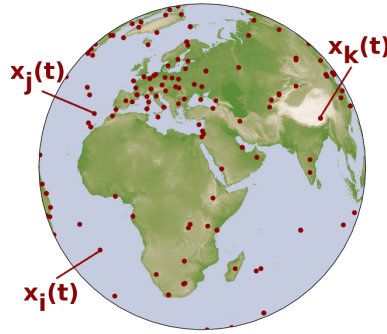


FIGURE 1.2 : Repère de référence terrestre

Les points rouges à la surface de la Terre sont les points de référence dont les coordonnées sont décrites par un modèle d'évolution temporelle.

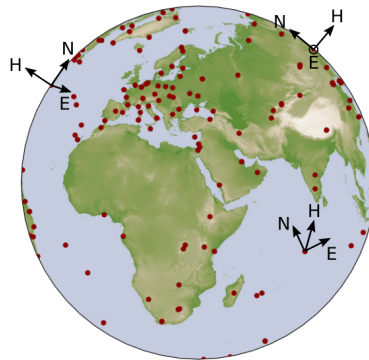


FIGURE 1.3 : Repères locaux

### 1.1.3 Changement de système de référence

En géométrie euclidienne, un système de référence étant défini par son origine, son orientation et son échelle, un changement de système se fait assez intuitivement à l'aide d'une translation  $T$  qui permet de déplacer l'origine, d'une rotation  $R$  pour modifier l'orientation et d'un changement d'échelle. C'est ce qu'on appelle une similitude. La figure 1.4 représente un point  $M$  ainsi que deux systèmes  $R_1$  et  $R_2$ .

Les coordonnées du point  $M$  dans le système  $R_1$ ,  $X_1 = [x_1, y_1, z_1]^T$ , et les coordonnées du même point  $M$  dans le système  $R_2$ ,  $X_2 = [x_2, y_2, z_2]^T$ , sont reliées par la transformation suivante :

$$X_2 = T + \lambda R X_1 \quad (1.1)$$

où  $T = \overrightarrow{O_2 O_1}$  est le vecteur de translation,  $\lambda$  le facteur d'échelle et  $R$  la matrice de rotation.

Les rotations et changements d'échelle entre systèmes de référence terrestres étant généralement de faible amplitude, la similitude (1.1) peut être dans ce cadre linéarisée sous la forme de l'équation (1.2), appelée transformation de Helmert à 7 paramètres :

$$X_2 = X_1 + T + dX_1 + \mathcal{R}X_1 \quad (1.2)$$

avec  $d = \lambda - 1$  et

$$\mathcal{R} = R - I = \begin{pmatrix} 0 & -\epsilon_z & \epsilon_y \\ \epsilon_z & 0 & -\epsilon_x \\ -\epsilon_y & \epsilon_x & 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z \text{ étant les angles de rotation autour de chaque axe.}$$

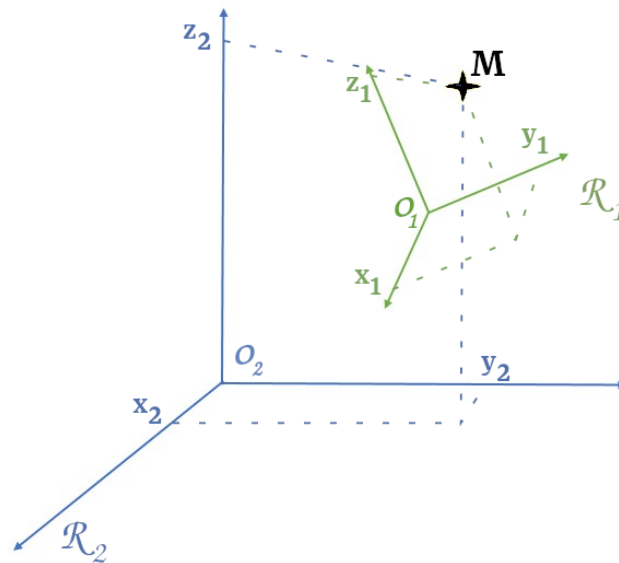


FIGURE 1.4 : Changement de système de référence

A noter que les paramètres de transformation (translations, facteur d'échelle et rotations) entre deux systèmes peuvent être fonctions du temps, si par exemple les deux systèmes sont animés d'un mouvement de translation ou de rotation relative.

## 1.2 Données en entrée de l'ITRF

Le calcul de l'ITRF se fait actuellement à l'aide des observations de quatre techniques de géodésie spatiale. Le principe de ces techniques est décrit succinctement dans la section 1.2.1. Il existe un service de l'Association Internationale de Géodésie (IAG) pour chacune des quatre techniques. Ces services regroupent plusieurs centres d'analyses qui analysent les observations acquises par le réseau d'instruments de la technique, et en déduisent différents paramètres d'intérêt, notamment les positions des instruments. Ils utilisent pour cela majoritairement la méthode des moindres carrés non-linéaires dont le principe est décrit dans la section 1.2.2. Au sein de chaque service existe également un centre de combinaison, dont la charge est de comparer, valider et combiner les résultats obtenus par les différents centres d'analyse, afin de former un produit officiel robuste. Ce sont ces produits combinés officiels qui sont utilisés pour calculer l'ITRF.

Un site ITRF est un lieu contenant au moins un instrument de géodésie spatiale, appelé station. Lorsque sur un site, il y a au moins deux stations de techniques différentes, on parle de **site de co-localisation** comme celui de Calern (voir Figure 1.5), situé sur le plateau de Caussol dans le sud-est de la France.

On peut alors mesurer, par topométrie, les positions relatives entre stations co-localisées, qu'on appelle **rattachements**. Ces rattachements sont également indispensables au calcul de l'ITRF afin d'exprimer les coordonnées des stations des différentes techniques dans un repère commun. Les sites utilisés pour le calcul de l'ITRF2020 sont recensés sur la figure 1.6. Seulement 27 de ces sites comprennent (ou ont compris) au moins trois stations de techniques différentes qui observent (ou observaient) en même temps.

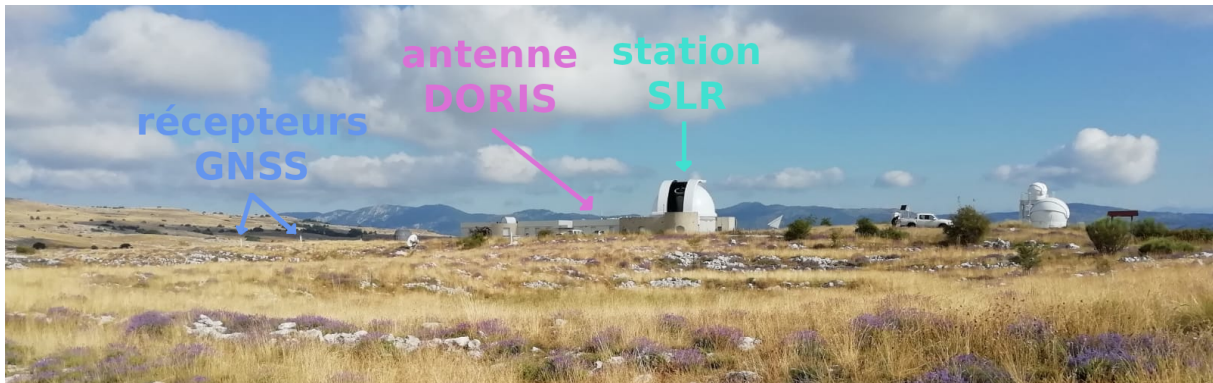


FIGURE 1.5 : Site de co-localisation de Calern

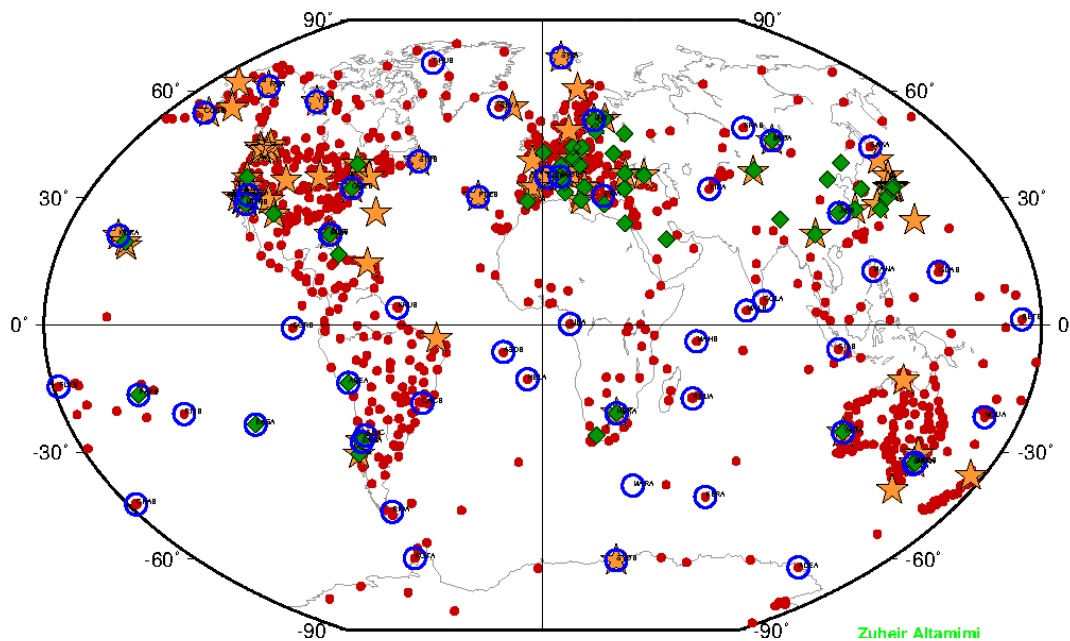


FIGURE 1.6 : Stations de référence de l'ITRF2020 (Altamimi et al, 2022a)

### 1.2.1 Techniques de géodésie spatiale contribuant à l'ITRF

#### Télemétrie laser sur satellites (SLR)



FIGURE 1.7 : Satellite LAGEOS  
(c) LAGEOS - NASA

La technique SLR repose sur un réseau de télescopes munis de laser qui envoient des impulsions ultracourtes en direction de satellites équipés de réflecteurs, puis collectent les signaux réfléchis. Les mesures des temps de trajets des signaux fournissent ainsi un ensemble de distances précises entre stations et satellites à partir desquelles les orbites des satellites peuvent être déterminées en même temps que les coordonnées des stations au sol et qu'un sous-ensemble des paramètres d'orientation de la Terre (EOP). Le service international SLR (ILRS) (Pearlman et al, 2002) fournit les observations d'un réseau mondial de stations, ainsi que les produits détaillés ci-dessus, pour soutenir la recherche en géodésie, géophysique, science lunaire et physique fondamentale. 45 stations SLR sont actuellement opérationnelles mais la distribution géographique de ces stations est très hétérogène (voir figure 1.6) car les stations SLR sont coûteuses à mettre en place et à entretenir.

### Système de navigation mondial par satellites (GNSS)

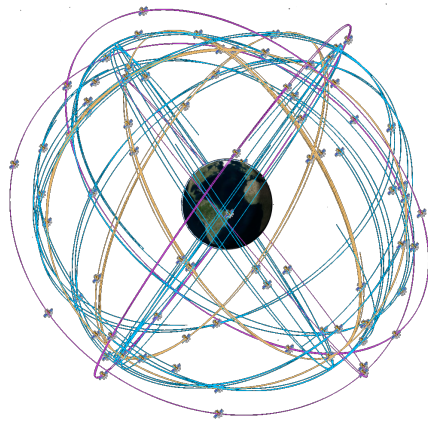


FIGURE 1.8 : Constellation GNSS  
(c) Deimos - IGN

Un GNSS repose sur une constellation de satellites qui émettent des signaux micro-ondes simultanément et continuellement. Ceux-ci sont réceptionnés par un réseau de stations au sol. Contrairement au SLR, les dates d'émission et de réception des signaux sont respectivement données par les horloges des satellites et des stations. Les temps de parcours des signaux ne sont donc pas directement accessibles, mais nécessitent la synchronisation des horloges des satellites et des stations sur une référence de temps commune. Le traitement de ces observations permet, comme pour le SLR, d'estimer les orbites des satellites GNSS, les coordonnées des stations au sol et un sous-ensemble de paramètres d'orientation de la Terre. Mais les décalages d'horloge des satellites et des stations ainsi que d'autres paramètres de nuisance doivent également être pris en compte. Le service international GNSS (IGS) (Johnston et al, 2017) archive et traite les observations d'un réseau mondial de stations. Il fournit des produits opérationnels de haute précision comprenant les éphémérides précises des satellites GNSS, les positions et les vitesses des stations de ce réseau, une partie des EOP (mouvement polaire et sa dérive, durée du jour) et les décalages d'horloge des stations et des satellites. Ces solutions sont estimées à partir d'observations provenant de plusieurs systèmes : GPS (américain, en bleu sur la figure 1.8), GLONASS (russe, en jaune sur la figure 1.8) et, pour les plus récentes, Galileo (européen, en rose sur la figure 1.8). Le réseau IGS contient plus de 500 stations qui observent en continu et simultanément. Les stations GNSS utilisées pour le calcul de l'ITRF2020 sont représentées sur la figure 1.6.

### Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite (DORIS)



FIGURE 1.9 : Satellite JASON-3

Contrairement au GNSS, DORIS est un système ascendant : un réseau de balises au sol émettent en continu des signaux qui sont collectés par des récepteurs à bord de satellites. La figure 1.9 représente un des satellites équipé avec un récepteur DORIS. Les récepteurs des satellites DORIS ont historiquement permis de faire des mesures de décalage de fréquence (Doppler), mais la nouvelle génération de récepteurs DORIS fournit des mesures de temps de parcours similaires à celles du GNSS. Le service international DORIS (IDS) (Willis et al, 2016) met à disposition les observations DORIS et en déduit, à l'instar de l'ILRS et l'IGS, les orbites des satellites DORIS, les coordonnées des stations au sol et un sous-ensemble des EOP. Le système DORIS possède une soixantaine de stations bien réparties géographiquement qui émettent en continu et simultanément. Les stations DORIS utilisées pour le calcul de l'ITRF2020 sont représentées sur la figure 1.6

### Interférométrie à très longue base (VLBI)



FIGURE 1.10 :  
Antenne VLBI

La technique VLBI est la seule qui ne repose pas sur des satellites. Le réseau de stations VLBI est composé de radiotélescopes, voir Figure 1.10, qui observent simultanément le signal émis par des objets célestes distants appelés quasars (radio-sources quasi-stellaires). La corrélation des signaux collectés par chaque paire de stations permet de déterminer les différences de temps entre leurs arrivées aux différents télescopes et donc la géométrie du réseau de télescopes. L'observation de plusieurs radio-sources permet également de déterminer l'orientation du réseau de télescopes par rapport aux sources, c'est-à-dire de déterminer les EOP. Le service international VLBI (IVS) (Nothnagel et al, 2017) archive les observations d'un réseau mondial de stations VLBI et fournit les produits, décrits ci-dessus, estimés à partir de ces observations. Comme pour la technique SLR, à cause de leur coût d'installation et de maintenance, le nombre de stations VLBI autour du monde est relativement faible (actuellement 37 stations), comme on peut le voir sur la figure 1.6. Leur distribution géographique est hétérogène et seulement un sous-réseau de ces stations observe simultanément.

#### 1.2.2 Estimation par moindres carrés

La majorité des centres d'analyse déduisent les paramètres listés ci-dessus des observations des techniques de géodésie spatiale par la méthode des moindres carrés non-linéaires décrite ci-dessous.

Le vecteur  $y$  des observations est relié au vecteur des paramètres inconnus  $x$  via une fonction modèle  $f$ . On suppose d'autre part les observations entachées d'erreurs distribuées selon une loi normale centrée de matrice de variance  $Q$ . On fait ainsi l'hypothèse que :

$$y \sim \mathcal{N}(f(x), Q) \quad (1.3)$$

et l'on cherche les paramètres  $\hat{x}$  pour lesquels la somme quadratique pondérée des résidus  $\hat{v} = y - f(\hat{x})$  est minimale :

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} (y - f(x))^T Q^{-1} (y - f(x)) \quad (1.4)$$

Pour obtenir  $\hat{x}$ , on linéarise le modèle autour d'un vecteur de paramètres approchés  $x_0$  :

$$f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) = f(x_0) + A\delta x \quad (1.5)$$

où  $A = (\partial f / \partial x)_{x_0}$  est appelée matrice aux dérivées partielles.  $\hat{x} = x_0 + \delta \hat{x}$  peut alors être obtenu en résolvant le système normal :

$$N\delta x = b \quad (1.6)$$

avec la matrice normale  $N = A^T Q^{-1} A$  et  $b = A^T Q^{-1} (y - f(x_0))$ .

Il peut arriver que le rang de la matrice  $A$  soit plus petit que le nombre de paramètres à estimer, que la matrice normale  $N$  ne soit par conséquent pas de plein rang et que le système normal n'admette donc pas de solution unique. C'est le cas des systèmes normaux de géodésie spatiale, car les observations des quatre techniques ne permettent pas de contraindre certaines transformations particulières des paramètres. Les observations des trois techniques satellitaires (DORIS, GNSS, SLR) sont ainsi insensibles à des rotations communes des coordonnées des stations et des orbites des satellites lorsque les EOP sont estimés. De même, les observations VLBI sont insensibles à des rotations communes des coordonnées des stations et des radio-sources. De plus, les observations VLBI, étant faites sur des objets célestes distants, sont également insensibles à des translations des coordonnées des stations et donc à la position du CDM.



Pour combler les défauts de rang spécifiques à chaque technique et obtenir une solution  $\hat{x}$  unique, les centres d'analyses doivent donc appliquer des **contraintes**. Ces contraintes prennent la forme de conditions imposées aux paramètres estimés par rapport à un jeu de paramètres de référence :

$$C(x - x_{ref}) = 0 \quad (1.7)$$

à une précision donnée par une matrice de variance  $Q_c$ . L'ajout des contraintes modifie le système normal (1.6) en :

$$N(x - x_0) + N_c(x - x_{ref}) = b \quad (1.8)$$

avec la matrice normale des contraintes  $N_c = C^T Q_c^{-1} C$ . Une astuce pour simplifier le problème est d'utiliser comme paramètres a priori les paramètres de référence, ainsi  $x_0 = x_{ref}$  et l'équation (1.8) devient :

$$(N + N_c)\delta x = b \quad (1.9)$$

Lorsque le nombre de contraintes appliquées aux paramètres est égal au nombre de défauts de rang du problème sans contraintes, on parle de contraintes minimales. Pour définir l'orientation du système dans lequel sont exprimées les coordonnées estimées des stations, on peut imposer des contraintes dites de No-Net-Rotation (NNR) entre  $x$  et  $x_{ref}$ . Les contraintes NNR sont minimales dans le cas de solutions de techniques satellitaires. On peut définir de même des contraintes de No-Net-Translation (NNT) et de No-Net-Scale (NNS). Dans le cas de solutions VLBI, l'ensemble des contraintes NNR et NNT est minimal.

La résolution de l'équation normale contrainte (1.9) permet d'obtenir une estimation unique des paramètres  $\hat{x}$  et leur variance  $Q_{\hat{x}}$  :

$$\begin{cases} \hat{x} = x_0 + (N + N_c)^{-1}b \\ Q_{\hat{x}} = (N + N_c)^{-1} \end{cases} \quad (1.10)$$

### 1.3 Calcul de l'ITRF

L'ITRF est un repère dynamique, c'est-à-dire que les coordonnées de référence des stations sont fournies sous forme de modèles cinématique permettant de calculer l'évolution temporelle des coordonnées. Jusqu'à la version ITRF2008 (Altamimi et al, 2011), l'évolution temporelle des coordonnées de référence était décrite par des fonctions linéaires par morceaux permettant de tenir compte des déformations à long terme de la Terre (mouvements tectoniques, rebond post-glaciaire), ainsi que des changements abrupts de positions dus aux séismes, mais aussi à certains changements de matériel effectués sur les instruments d'observation. Suite aux travaux de thèse de Daphné Lercier (Lercier, 2014), dans la version ITRF2014 (Altamimi et al, 2016), ces modèles linéaires par morceaux ont été enrichis de fonctions exponentielles et logarithmiques permettant de décrire les déformations post-sismiques (déformations visco-élastiques consécutives aux grands séismes). Enfin, dans la dernière version en date (ITRF2020 ; Altamimi et al, 2022a), les modèles d'évolution temporelle ont été enrichis de sinusoides annuelles et semi-annuelles permettant de décrire les déformations saisonnières de la surface terrestre.

Le mode de calcul de l'ITRF a également évolué au fur et à mesure de ses réalisations successives. Depuis l'ITRF2005 (Altamimi et al, 2007), il est basé sur des séries temporelles de solutions journalières ou hebdomadaires fournies par les quatre techniques. Jusqu'à l'ITRF2014, un repère cinématique propre à chaque technique était dans un premier temps calculé à partir de la série temporelle de solutions correspondante. Puis les repères cinématiques des quatre techniques étaient ensuite combinés entre eux. Ces deux étapes ont été regroupées en une seule lors du calcul de l'ITRF2020.

Ainsi, le modèle utilisé pour le calcul de l'ITRF2020 peut être décrit par l'équation d'observation suivante :

$$\begin{aligned} X_s^i = & X_c^i + \delta t \dot{X}_c^i + A_a^i \sin(\omega_a \delta t + \phi_a) + A_{sa}^i \sin(\omega_{sa} \delta t + \phi_{sa}) \\ & + T_s + d_s \times X_c^i + \mathcal{R}_s \times X_c^i \end{aligned} \quad (1.11)$$

où :

- $X_s^i$  est la position d'une station  $i$  donnée à la date  $t_s$  dans une solution  $s$  en entrée du calcul de l'ITRF (**observation**),
- $X_c^i$  est la position de la même station  $i$  dans l'ITRF à la date de référence choisie  $t_0$  (**inconnue**),
- $\delta t = t_s - t_0$ ,
- $\dot{X}_c^i$  est la vitesse de la station  $i$  dans l'ITRF (**inconnue**),
- $A_a^i$  et  $A_{sa}^i$  sont les amplitudes des déplacements annuel ( $a$ ) et semi-annuel ( $sa$ ) de la station  $i$  dans l'ITRF (**inconnues**),
- $\phi_a^i$  et  $\phi_{sa}^i$  sont les phases correspondantes (**inconnues**),
- $\omega_a = 2\pi \text{ rad/an}$ ;  $\omega_{sa} = 4\pi \text{ rad/an}$ ,
- $T_s$ ,  $d_s$  et  $\mathcal{R}_s$  sont des paramètres de transformation estimés entre la solution  $s$  et l'ITRF (**inconnus**),

et où, pour simplifier l'écriture, on suppose que la station  $i$  n'est sujette ni à des déplacements post-sismiques, ni à des changements abrupts de position ou de vitesse.

Les paramètres inconnus sont estimés par moindres carrés à partir de l'ensemble des observations (positions de toutes les stations  $i$  dans toutes les solutions  $s$  en entrée du calcul). L'estimation conjointe de paramètres de transformation ( $T_s$ ,  $d_s$ ,  $\mathcal{R}_s$ ) pour chaque solution  $s$  et des paramètres du modèle d'évolution temporelle de chaque station  $i$  ( $X_c^i$ ,  $\dot{X}_c^i$ ,  $a_a^i$ ,  $a_{sa}^i$ ,  $\phi_a^i$ ,  $\phi_{sa}^i$ ) entraîne un certain nombre de défauts de rang, comme lors du calcul de solutions de géodésie spatiale par les centres d'analyses (1.2.2). Pour combler ces défauts de rang, différentes observations et contraintes supplémentaires sont nécessaires.

Tout d'abord, afin que les modèles d'évolution temporelle des positions des stations des différentes techniques soient exprimés dans un repère commun, tous les rattachements disponibles sur les sites de co-localisation sont utilisés. Les vitesses ainsi que les signaux annuels et semi-annuels des stations co-localisées au sein d'un même site sont d'autre part contraints à être égaux, en tenant compte cependant de désaccords observés au sein de certains sites de co-localisation.

Rattachements et contraintes d'égalité assurent que les modèles d'évolution temporelle des positions des stations des différentes techniques sont exprimés dans un repère commun. Cependant, ce repère commun reste encore à définir. Des contraintes supplémentaires doivent donc être introduites pour définir l'échelle, l'orientation et l'origine du repère combiné ainsi que leur évolution temporelle. Comme aucune des techniques n'est sensible à l'orientation du repère terrestre, l'orientation de l'ITRF est définie de manière conventionnelle. Celle de l'ITRF2020 a été définie à l'aide de contraintes NNR par rapport à l'ITRF2014 appliquées aux positions d'un sous-réseau de stations à une date donnée (ici 2015.0) ainsi qu'à leurs vitesses. L'orientation des signaux annuels et semi-annuels de l'ITRF2020 a été définie de sorte qu'il n'y ait pas de rotation annuelle ni semi-annuelle nette de ce même sous-réseau (Collilieux et al, 2018b).

En revanche, la définition de l'origine de l'ITRF2020 s'appuie sur les observations SLR (la seule des quatre techniques actuellement capable de fournir des solutions précisément centrées sur le CDM). Des contraintes dites internes sont utilisées à cette fin (Altamimi et al, 2007). Elles stipulent que la série temporelle des paramètres de translation  $T_s$  estimés entre solutions SLR en entrée (sur



la période 1993.0 - 2021.0) et l'ITRF2020 doit être de moyenne et de pente nulle, et ne doit pas contenir de variations annuelles ni semi-annuelles. Les positions, vitesses et signaux saisonniers de l'ITRF2020 se réfèrent ainsi au CDM tel qu'observé par SLR.

Enfin, l'échelle de l'ITRF2020 a été définie en appliquant des contraintes internes sur une sélection de solutions SLR et VLBI (Altamimi et al, 2022b).

## 1.4 Problématique de la thèse

### 1.4.1 Limites de la modélisation actuelle de l'ITRF

Le modèle actuel d'évolution temporelle des positions de stations dans l'ITRF, tel que décrit dans la section 1.3, ne permet pas de prendre en compte l'ensemble des déformations de la surface terrestre. Il existe en effet des déformations qui ne sont ni linéaires, ni saisonnières. C'est le cas par exemple des déformations de surcharge hydrologique qui peuvent se produire à des fréquences inter-annuelles (e.g., Wu et al, 2006; Nahmani et al, 2012; Tiwari et al, 2014) et des déformations de surcharge atmosphérique hautes-fréquences (e.g., vanDam et al, 1994; Martens et al, 2020). Les séismes lents (e.g., Schwartz and Rokosky, 2007; Walpersdorf et al, 2011; Hall et al, 2018; Wallace, 2020) sont également des phénomènes complexes et encore mal connus se produisant le long de failles et entraînant des déformations pouvant aller jusqu'à plusieurs centimètres. Ils durent en général plusieurs mois et se répètent sur une période de plusieurs années. C'est aussi le cas des déformations dues à la fonte des glaces actuelle qui peuvent atteindre quelques centimètres (Sanchez, 2022)

Cela implique que les coordonnées des stations de l'ITRF ne décrivent pas la forme instantanée de la Terre mais fournissent simplement une approximation. L'origine de l'ITRF ne coïncide pas non plus avec le CDM instantané de la Terre mais en suit uniquement les variations linéaires (et saisonnières dans le cas de l'ITRF2020). L'ITRF dans sa forme actuelle convient à la plupart des applications de géodésie opérationnelle et de sciences de la Terre. Cependant, certaines applications particulièrement exigeantes en terme de précision du repère de référence terrestre pourraient bénéficier de l'incorporation des déformations non-linéaires, non-saisonnières dans l'ITRF. C'est le cas de la détermination d'orbites précises de satellites, qui nécessite des positions de référence instantanées et précises pour les stations de suivi qui soient précisément exprimées par rapport au CDM instantané. La prise en compte de ces variations pourrait également permettre de faire avancer la recherche sur certains phénomènes globaux comme les marées terrestres et océaniques longues périodes. En effet, des erreurs à certaines périodes de marées peuvent être observées dans l'étude des séries temporelles issues des observations de géodésie spatiale comme c'est le cas dans le chapitre 4. Ces erreurs suggèrent que la modélisation des marées solides ou océaniques n'est pas encore complètement maîtrisée. De la même manière, la prise en compte des variations inter-annuelles, i.e., dont les périodes sont plus grandes que la période annuelle, pourrait permettre de mieux caractériser l'impact de certains phénomènes climatiques comme par exemple El Niño, qui se produit actuellement tous les 3 à 5 ans (Fedorov and Philander, 2000) mais également la montée du niveau des mers (Dieng et al, 2017; Wouters and van de Wal, 2018) et la réponse de la Terre à l'accélération de la fonte des glaces actuelle (e.g., Velicogna and Wahr, 2006; Métivier et al, 2012, 2020a,b).

### 1.4.2 Approche alternative : repère sous forme de série temporelle

Afin de prendre en compte les déplacements **apériodiques** (i.e., non-linéaires et non-saisonniers) et ainsi de mieux décrire les variations de la forme de la Terre, différentes études (Dong et al, 1998; Wu et al, 2015) proposent de représenter l'évolution temporelle des positions de stations au sein d'un repère de référence terrestre par des séries temporelles à échantillonnage régulier plutôt que par des fonctions déterministes du temps, autrement dit, de calculer une série temporelle de repères de référence terrestre quasi-instantanés (par exemple journaliers ou hebdomadaires) centrés sur le CDM instantané.

Cette approche a été mise en pratique avec le JTRF2014 (Abbondanza et al, 2017), le premier repère de référence terrestre combiné sous la forme d'une série temporelle. Bien que le JTRF2014 soit une série temporelle de repères de référence terrestres, lors de son calcul, comme dans celui de l'ITRF (voir section 1.3), l'évolution temporelle des positions des stations est décrite par des fonctions déterministes mais auxquelles s'ajoute une composante stochastique qui a pour but de prendre en compte les déformations aperiodiques de la Terre.

Altamimi et al (2019) présentent les enjeux de la mise en oeuvre d'un tel repère. Cela nécessite que les déplacements aperiodiques des stations des différentes techniques puissent être exprimés dans un repère commun, ce qui suppose que les mouvements aperiodiques observés par les stations co-localisées des différentes techniques sont similaires (au sens d'une transformation de Helmert) et décrivent effectivement des déformations de la surface terrestre. Sous ces hypothèses, on pourrait appliquer des contraintes de co-mouvement sur ces déplacements pour faire le lien entre les déplacements aperiodiques des stations des différentes techniques, de la même façon qu'on applique des rattachements, des contraintes d'égalité de vitesses et des contraintes d'égalité de signaux saisonniers dans le calcul de l'ITRF (voir section 1.3) pour faire le lien entre positions, vitesses et signaux saisonniers des stations des différentes techniques. On pourrait ainsi, par exemple, exprimer les déplacements aperiodiques des stations GNSS par rapport à l'origine des solutions SLR instantanées.

L'application de telles contraintes de co-mouvement aux mouvements aperiodiques observés par les différentes techniques soulève cependant des questions. En effet, les séries temporelles de positions de stations des quatre techniques contiennent des erreurs aléatoires et systématiques de natures et amplitudes variées (e.g., Williams and Willis, 2006; Ray et al, 2013; Lovell et al, 2013; Luceri et al, 2019), ainsi que des variations encore inexpliquées, comme le bruit de scintillation dans les séries GNSS (Zhang et al, 1997; Mao et al, 1999; Williams, 2003; Santamaría-Gómez et al, 2011). Les mouvements aperiodiques apparents des stations co-localisées sont donc la combinaison de mouvements géophysiques communs et d'erreurs propres à chaque technique. Ces erreurs doivent être prises en compte lors de l'intégration des mouvements aperiodiques dans un repère de référence terrestre, le but d'intégrer ces mouvements étant d'améliorer la modélisation de la forme de la Terre et non d'ajouter à l'ITRF un mélange d'erreurs propres à chaque technique.

### 1.4.3 Grandes lignes de la thèse et questions scientifiques

L'étude des mouvements aperiodiques des différentes techniques au niveau des sites de co-localisation de l'ITRF est donc une étape préalable et indispensable au calcul d'un repère sous forme de série temporelle. Cette thèse porte ainsi sur l'étude des séries temporelles de positions de stations fournies par les services des quatre techniques de géodésie spatiale pour le calcul de l'ITRF2014 dans le but d'évaluer la cohérence des mouvements aperiodiques communs sur chaque site de co-localisation. La figure 1.11 permet de prendre conscience de l'hétérogénéité des données avec lesquelles nous travaillons dans cette étude. Les séries temporelles des différentes stations ont en effet des longueurs différentes, des densités différentes et également des précisions différentes.

Afin de comparer ces séries temporelles provenant de différentes techniques, nous devons dans un premier temps les exprimer dans un repère commun. Cependant, un alignement sur un repère linéaire comme l'ITRF2014 ne risque-t-il pas d'affecter les signaux aperiodiques de la même façon qu'il affecte les signaux saisonniers (Collilieux et al, 2007, 2009)? Les déplacements non-linéaires observés par les techniques peuvent-ils être affectés différemment par un tel alignement à cause de la géométrie différente des réseaux de stations? Dans le chapitre 2 nous expliquons pourquoi et comment nous avons choisi d'aligner, chaque semaine, les solutions DORIS, SLR et VLBI sur la solution GNSS de la même semaine. Nous étudions également l'évolution de la distribution des stations de géodésie spatiale au cours du temps pour prendre conscience de leur stabilité et de leur géométrie.

Les séries temporelles de positions de stations obtenues après la mise en référence présentent des tendances linéaires, des discontinuités, des déplacements post-sismiques et des variations périodiques, en plus des variations aperiodiques communément appelées bruit de fond. Notre objectif étant de comparer les variations aperiodiques observées par les différentes techniques, toutes les autres com-

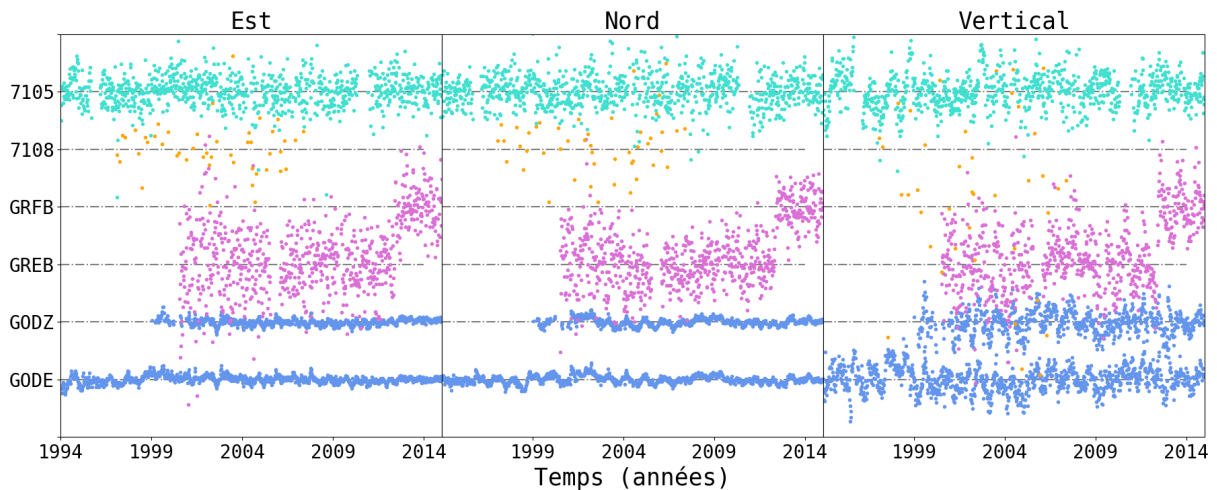


FIGURE 1.11 : Séries temporelles des positions des stations co-localisées du site de Washington auxquelles une tendance a été retiré. Chaque ligne correspond à une station, l'écart entre deux lignes est de 2 cm pour faciliter la visibilité des séries temporelles. Le code couleur correspond à la technique de la station, **bleu** pour GNSS, **rose** pour DORIS, **orange** pour VLBI et **turquoise** pour SLR.

posantes doivent être retirées des séries temporelles. Comment choisir des modèles cinématiques adaptés à nos séries temporelles pour effectuer cette correction ? Les modèles cinématiques utilisés dans l'ITRF2014 sont une bonne base mais il y manque les variations périodiques. Comment choisir au mieux les fréquences afin de filtrer les séries des signaux saisonniers ainsi que des erreurs périodiques spécifiques aux techniques ? Dans le chapitre 3 nous commençons par énoncer quelques bases théoriques utiles à l'analyse de ces séries temporelles, puis dans le chapitre 4, nous les analysons spectralement avec la méthode d'estimation d'harmoniques par moindres carrés (LSHE) (Amiri-Simkooei et al, 2007) dans le but d'augmenter les modèles cinématiques de l'ITRF2014 avec un ensemble de sinusoides. Nous avons été confronté à plusieurs problématiques durant cette étape parmi lesquelles le choix d'un modèle de bruit adapté aux séries temporelles de positions de stations des quatre techniques de géodésie spatiale et la prise en compte de signaux périodiques dont l'amplitude et la phase ne sont pas constantes au cours du temps.

Une fois les séries temporelles nettoyées de toutes variations autres que les variations apériodiques, nous pouvons enfin les comparer au niveau des sites de co-localisation de l'ITRF, dans le but d'observer de possibles déplacements apériodiques communs. Plusieurs questions se posent alors : les niveaux d'erreurs des techniques nous permettent-ils d'observer des déformations apériodiques de manière fiable ? De les exprimer dans un repère bien défini ? Au fond, est-on actuellement capable de construire un repère de référence sous forme de série temporelle de manière fiable ? Pour répondre à ces questions, nous utilisons le coefficient de concordance de Lin (1989) dans le chapitre 5 pour observer quelle proportion des variations apériodiques des positions des stations d'un même site de co-localisation peut être expliquée par un signal commun. Une fois ces concordances calculées nous étudions leur significativité mais aussi quelle proportion de ces concordances peut être expliquée par des déformations de surcharge.

*Ce chapitre présente la mise en référence des séries temporelles de positions de stations fournies par les quatre techniques dans un repère commun afin de permettre leur étude et leur comparaison. La section 2.1 soulève les questions qui se posent lors de la mise en référence de positions instantanées. La section 2.2 décrit les données utilisées et l'étude des réseaux de stations des différentes techniques. Pour finir, la section 2.3 décrit la méthodologie de mise en référence utilisée.*

## 2.1 Problématique de mise en référence

Cette étude est menée sur les séries temporelles de positions de stations extraites des solutions fournies par les services des quatre techniques de géodésie spatiale pour le calcul de l'ITRF2014, réalisation de l'ITRF en vigueur au début de cette thèse. La période d'étude est la période de recouvrement de ces observations. Elle s'étend de la première semaine de l'année 1994 (qui commence le 2 janvier 1994) à la dernière semaine de l'année 2014 (qui finit le 3 janvier 2015), soit des séries temporelles de 21 ans pour les plus longues. Sur cette période, les solutions fournies par l'IGS sont journalières, celles fournies par l'IDS et l'ILRS sont hebdomadaires et l'IVS fournit des solutions à chaque session d'observation d'environ 24h. L'objectif de cette étude étant de comparer ces séries temporelles au niveau des sites de co-localisation de l'ITRF, il est nécessaire qu'elles soient exprimées dans un même repère de référence terrestre. Ce n'est pas le cas des solutions telles que fournies par les centres d'analyse car les contraintes appliquées par ceux-ci sont différentes pour chaque technique (voir section 1.2.2). La première étape de notre travail consiste donc à aligner soigneusement les solutions dans un repère commun pour les rendre comparables. Le but de cet alignement est d'exprimer au mieux les coordonnées des stations des quatre techniques par rapport aux mêmes origine, orientation et échelle.

L'alignement de solutions instantanées sur un repère linéaire tel que l'ITRF (du moins avant l'ITRF2020) est connu pour avoir un impact sur les mouvements saisonniers observés des stations (Collilieux et al, 2007, 2009). Du fait de la distribution hétérogène des stations à la surface de la Terre, une partie des mouvements saisonniers réels peut en effet être absorbée par les paramètres de transformation estimés entre solutions instantanées et ITRF car ces mouvements saisonniers ne sont pas inclus dans les modèles cinématiques de coordonnées du repère long terme. Cet effet, dépendant de la géométrie du réseau de stations, est souvent appelé effet de réseau.

De la même manière, à cause des différentes géométries des réseaux de stations des techniques, les déplacements aperiodiques observés par chaque technique pourraient être affectés différemment par un alignement sur un repère linéaire tel que l'ITRF. Afin de minimiser ces effets de réseau qui pourraient compromettre la détection de potentiels mouvements aperiodiques communs aux techniques, nous avons décidé d'aligner les solutions DORIS, SLR et VLBI "instantanées" sur les solutions GNSS de la même semaine. En effet, en alignant une solution instantanée sur une autre solution instantanée, on élimine en principe les effets de réseaux dus aux déformations non-linéaires de la Terre à condition que celles-ci soient mesurées dans les deux solutions.

La section 2.3 décrit en détail cette procédure de mise en référence dans un repère commun. Mais dans un premier temps, la section 2.2 revient sur le contenu des solutions de géodésie spatiale fournies pour l'ITRF2014 et introduit les "pseudo-rattachements" utilisés pour permettre l'alignement

des solutions des trois autres techniques sur les solutions GNSS de la même semaine. Une étude des réseaux des stations des différentes techniques y est également présentée.

## 2.2 Données utilisées

### 2.2.1 Contenu des solutions de géodésie spatiale

Comme décrit dans la section 1.2, les centres d'analyse traitent les observations de géodésie spatiale pour estimer divers paramètres dont les paramètres d'orbites, de troposphère, d'horloges et surtout les positions des stations. Pour cela, la plupart d'entre eux utilisent la méthode des moindres carrés non-linéaires et doivent appliquer des contraintes pour combler les défauts de rang liés aux techniques. Ces solutions sont ensuite combinées pour obtenir des solutions officielles qui contiennent, en plus des paramètres estimés, leurs informations de variance/covariance ou l'équivalent sous forme d'un système d'équations normales.

Le principe des moindres carrés non-linéaires est décrit dans la section 1.2.2. Pour rappel, l'estimation des paramètres  $\hat{x}$  et leur matrice de variance  $Q_{\hat{x}}$  sont obtenues à partir de la matrice normale  $N$ , du second membre de l'équation normale  $b$ , de la matrice normale des contraintes  $N_c$  et des paramètres à priori  $x_0$  (supposés être identiques aux paramètres de référence utilisés pour l'application des contraintes). Le système normal contraint prend alors la forme suivante :

$$(N + N_c)(x - x_0) = b \quad (1.9)$$

Et sa solution est obtenue par :

$$\begin{cases} \hat{x} = x_0 + (N + N_c)^{-1}b \\ Q_{\hat{x}} = (N + N_c)^{-1} \end{cases} \quad (1.10)$$

Aligner une solution sur une autre solution de référence revient à recalculer les paramètres  $\hat{x}$  après avoir modifié les paramètres a priori  $x_0$  et les contraintes  $N_c$ . Il faut donc dans un premier temps retirer les contraintes appliquées par les services puis résoudre à nouveau l'équation (1.9) en appliquant nos propres contraintes d'alignement. Une nouvelle estimation des coordonnées des stations dans un autre repère est alors obtenue. Cela implique cependant un traitement différent par technique car chaque service fournit des types de solutions différents avec des échantillonnages différents.

Dans les solutions VLBI se trouvent la matrice normale  $N$ , le second membre de l'équation normale  $b$  ainsi que les paramètres a priori  $x_0$ . On peut donc directement appliquer les contraintes que l'on souhaite et résoudre l'équation (1.9). Les solutions VLBI utilisées pour le calcul de l'ITRF2014 sont fournies par session de 24h d'observations (Bachmann et al, 2016).

Dans les solutions DORIS et SLR se trouvent les paramètres estimés  $\hat{x}$  et leur matrice de variance/covariance  $Q_{\hat{x}}$ . La matrice des contraintes  $N_c$  utilisée pour obtenir ces paramètres n'est en revanche pas fournie. Les solutions fournies pour le calcul de l'ITRF2014 ont un échantillonnage hebdomadaire (Moreaux et al, 2016; Luceri and Pavlis, 2016).

Dans les solutions GNSS se trouvent les paramètres initiaux  $x_0$ , les paramètres estimés  $\hat{x}$ , la matrice de variance/covariance des paramètres estimés  $Q_{\hat{x}}$  ainsi que la matrice de contraintes  $N_c$  utilisée lors du calcul (contraintes NNR et NNT). Cela permet de les retirer et de résoudre avec un autre jeu de contraintes. Ces solutions sont produites avec un échantillonnage journalier, mais des solutions hebdomadaires sont également fournies (Rebischung et al, 2016). Ce sont les solutions journalières qui ont été utilisées pour le calcul de l'ITRF2014. Mais afin d'avoir un échantillonnage identique à celui des solutions DORIS et SLR, nous utilisons dans cette étude les solutions hebdomadaires.

### 2.2.2 Pseudo-rattachements

Pour aligner les solutions DORIS, SLR et VLBI sur les solutions GNSS des semaines correspondantes, des rattachements sont nécessaires, comme dans le calcul de l'ITRF (section 1.2). Ils permettent de

Technique	Échantillonnage	Matrice fournie	Type de contraintes
DORIS	hebdomadaire	variance-covariance	NNR
GNSS	hebdomadaire	variance-covariance et matrice normale contrainte	NNR et NNT
SLR	hebdomadaire	variance-covariance	lâches*
VLBI	par session de 24h	équation normale	aucune

TABLE 2.1 : Résumé du contenu des solutions utilisées dans cette étude

\*Les contraintes lâches sont des contraintes qui imposent que les positions des stations estimées soient égales aux positions a priori à un certaine tolérance près, ici  $\pm 1$  mètre.

corriger les coordonnées GNSS disponibles à chaque date pour obtenir des coordonnées de référence pour les stations DORIS, SLR et VLBI co-localisées à la même date. Plutôt que d'utiliser les rattachements topométriques qui ne sont disponibles qu'à une date donnée, pas forcément sur tous les sites de co-localisation, et qui ne sont pas toujours en accord avec les positions de stations estimées par géodésie spatiale comme le montrent les résidus de la combinaison de l'ITRF2014 (Altamimi et al, 2016), nous calculons des vecteurs inter-techniques hebdomadaires extraits d'une version spéciale de l'ITRF2014, appelée ITRF2014A, et les utilisons comme pseudo-rattachements. La sous-section a) explique pourquoi cette version spéciale de l'ITRF2014 est préférable dans le cadre de cette étude et comment elle a été obtenue et la sous-section b) décrit la méthodologie d'extraction des pseudo-rattachements.

### a) ITRF2014A

Comme décrit dans la section 1.3, le calcul de l'ITRF2014 s'est fait en deux étapes. La première étape était le cumul des séries temporelles de solutions fournies par chaque technique, afin d'obtenir un repère linéaire long-terme propre à chaque technique. Ces quatre repères ont ensuite été combinés entre eux à l'aide de rattachements et de contraintes d'égalité de vitesse. Cette combinaison permet d'amener les solutions long-terme des quatre techniques dans un repère commun, mais les coordonnées des stations estimées sont toutefois modifiées par l'ajout des rattachements. Ceux-ci montrant des désaccords avec les données de géodésie spatiale (Altamimi et al, 2016), la géométrie du réseau de stations de chaque technique dans la solution combinée est en effet altérée en comparaison à celle obtenue avec les données de géodésie spatiale seules.

L'objectif de former la version spéciale ITRF2014A est d'éviter ces distorsions et de conserver les géométries intrinsèques des solutions long-terme des quatre techniques, tout en les amenant cependant dans un repère de référence commun. À cette fin, nous avons utilisé les paramètres de transformation estimés lors du calcul de l'ITRF2014 entre les solutions long-terme des quatre techniques et l'ITRF2014. L'ITRF2014A est le résultat de l'application de ces transformations aux solutions long-terme des quatre techniques, ainsi exprimées dans l'ITRF2014 sans être distordues.

### b) Extraction des pseudo-rattachements

Chaque semaine, nous propageons les coordonnées ITRF2014A au milieu de la semaine puis nous en extrayons tous les vecteurs (positions relatives) disponibles cette semaine entre les coordonnées des stations DORIS, SLR ou VLBI et les coordonnées des stations GNSS co-localisées. Lorsque, sur un site de co-localisation, plusieurs stations de la même technique sont disponibles une même semaine, un ordre de priorité des stations est alors défini en fonction de la moyenne quadratique pondérée (WRMS) de leurs résidus issus du calcul de l'ITRF2014. Ces résidus correspondent à l'écart entre la position instantanée de la station et celle donnée par son modèle paramétrique. La moyenne quadratique pondérée mesure de la dispersion de cet écart dans le temps.



La disponibilité des pseudo-rattachements sur un site de co-localisation dépend donc du recouvrement temporel entre les données GNSS et les données des autres techniques. La figure 2.1 représente ces recouvrements pour l'un des sites possédant le plus grand nombre de données : Hartebeeshtoeck en Afrique du Sud. La densité des données VLBI est malheureusement très faible sur ce site.

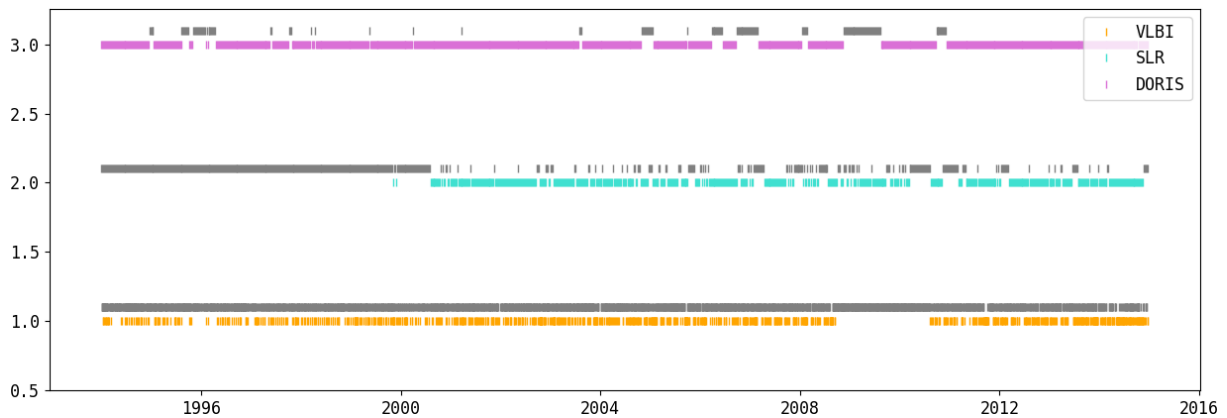


FIGURE 2.1 : Disponibilités des pseudo-rattachements du site Hartebeeshtoeck (Afrique du Sud). En couleur : recouvrement entre les observations de la technique - DORIS, SLR, VLBI - et les observations GNSS. En gris : pas de recouvrement

### 2.2.3 Étude des réseaux de stations

Dans le processus d'alignement des solutions DORIS, SLR et VLBI sur les solutions GNSS hebdomadaires décrit dans la section 2.3.2, toutes les paires de stations co-localisées disponibles sont utilisées, dans la limite d'une paire par site de co-localisation, et à l'exception d'éventuelles paires rejetées pour cause de désaccords de positions anormaux entre solution à aligner et solution GNSS (plus pseudo-rattachements). Cette section décrit une étude complémentaire menée pour étudier la stabilité des réseaux de stations de référence dans le temps et leur répartition géographique.

Pour cela, une analyse détaillée des observations de chaque technique a été conduite. Les figures 2.2, 2.3 et 2.4 représentent les réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions DORIS, SLR et VLBI prises régulièrement dans la période de temps de notre étude. Ces figures donnent une idée générale de l'évolution des réseaux de stations des techniques, de la répartition géographique des sites de co-localisation et du nombre de stations co-localisées disponibles au sein d'une solution donnée. A noter cependant que l'évolution des réseaux de stations co-localisées disponibles n'est pas "continue". En effet, une station co-localisée peut être disponible une semaine donnée, ne plus l'être la semaine suivante pour différentes raisons (station en maintenance, obsolète ou simplement non opérée pour les techniques SLR et VLBI), puis ensuite réapparaître.

La figure 2.2 permet d'apprécier la bonne répartition géographique des stations DORIS co-localisées avec une station GNSS à partir des années 2000. Ce n'est malheureusement pas le cas des techniques SLR et VLBI (figures 2.3 et 2.4) pour lesquelles on observe un déséquilibre entre l'hémisphère Nord et l'hémisphère Sud et une proportion importante de stations situées en Europe, particulièrement dans le cas du SLR.

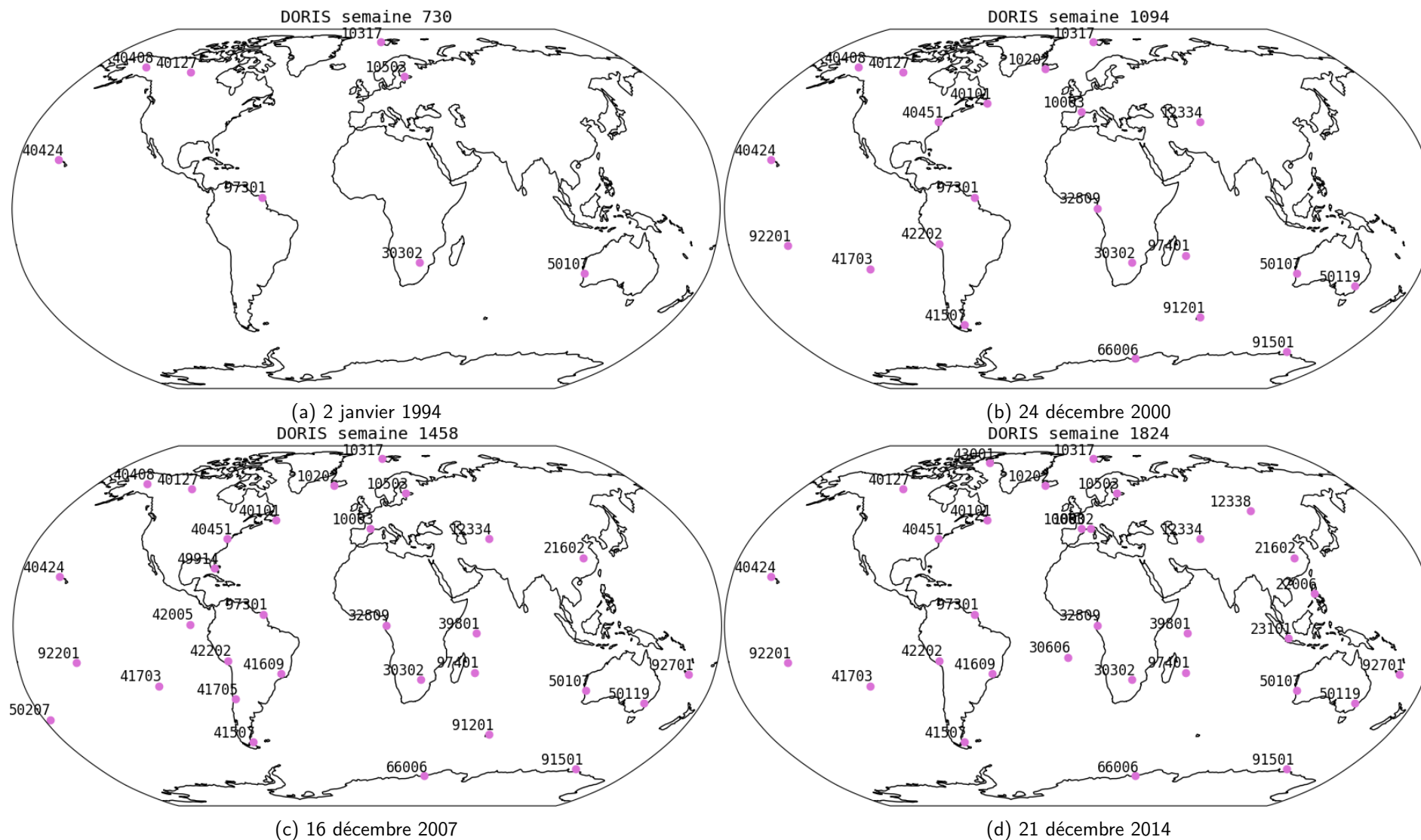


FIGURE 2.2 : Réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions DORIS



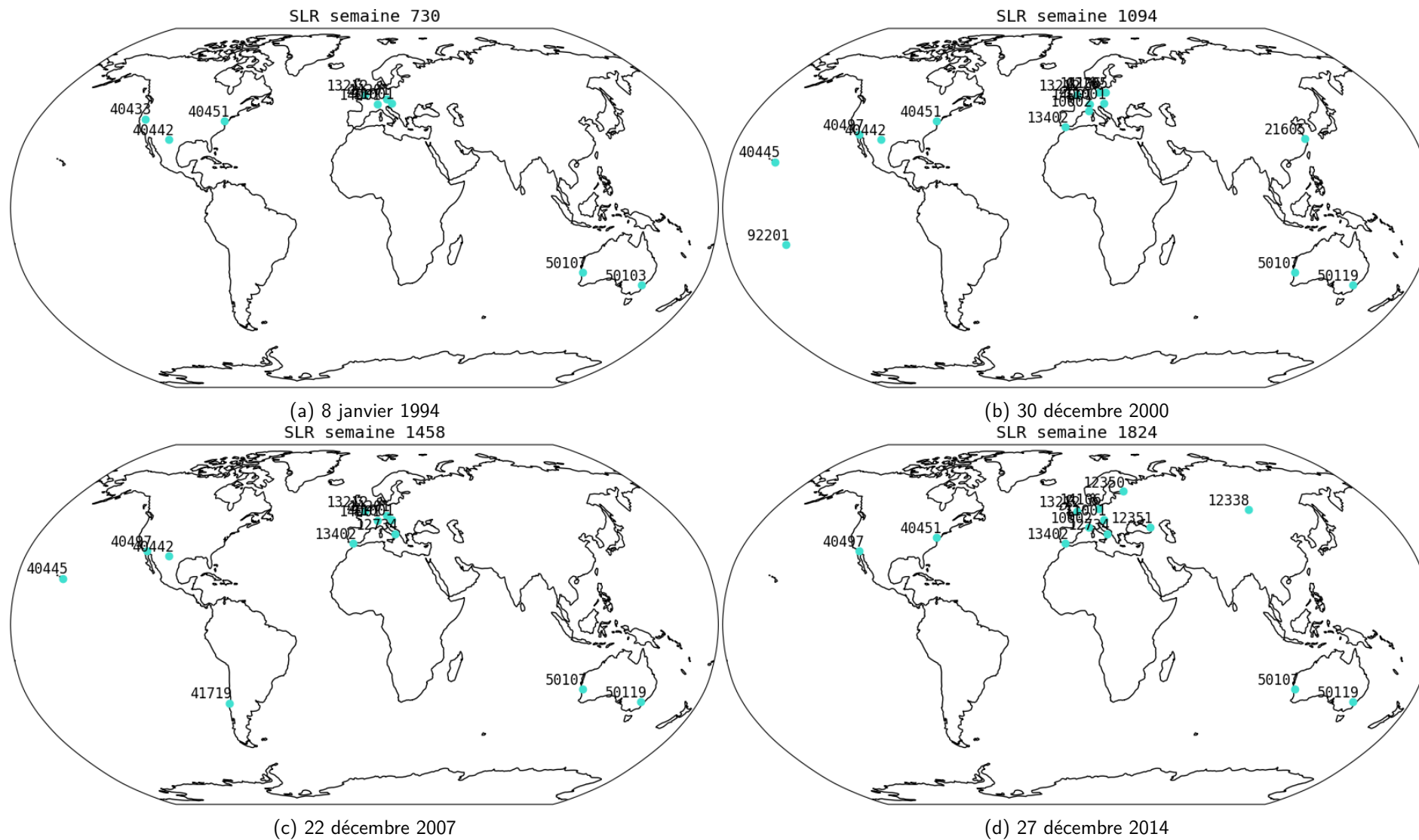


FIGURE 2.3 : Réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions SLR

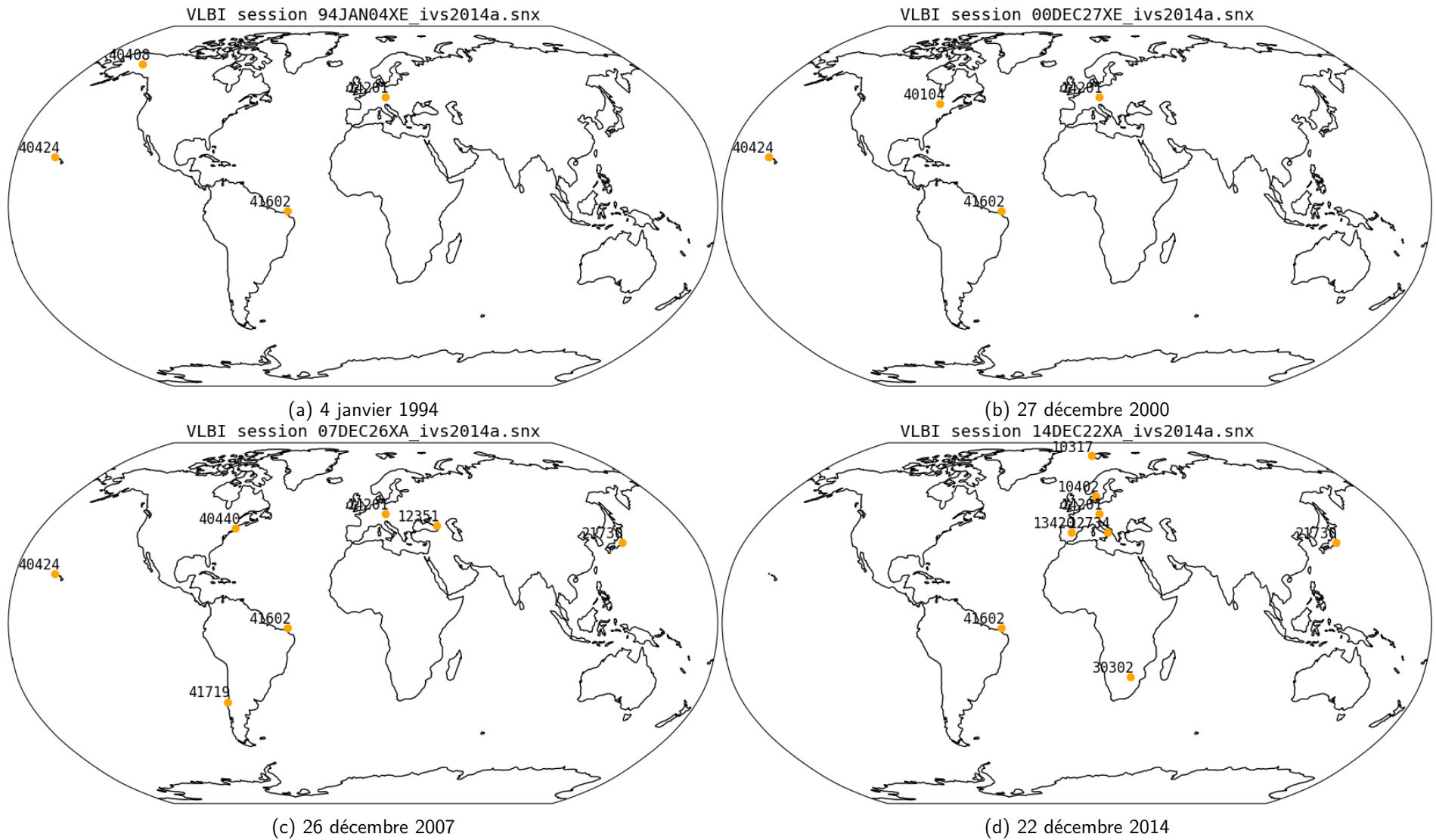


FIGURE 2.4 : Réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions VLBI

Pour compléter l'information qualitative donnée par les figures 2.2, 2.3 et 2.4, la figure 2.5 représente le nombre de stations co-localisées avec une station GNSS présentes dans chaque solution DORIS, SLR et VLBI (dans la limite d'une station par site de co-localisation), ainsi que le volume des enveloppes convexes de ces réseaux de stations co-localisées.

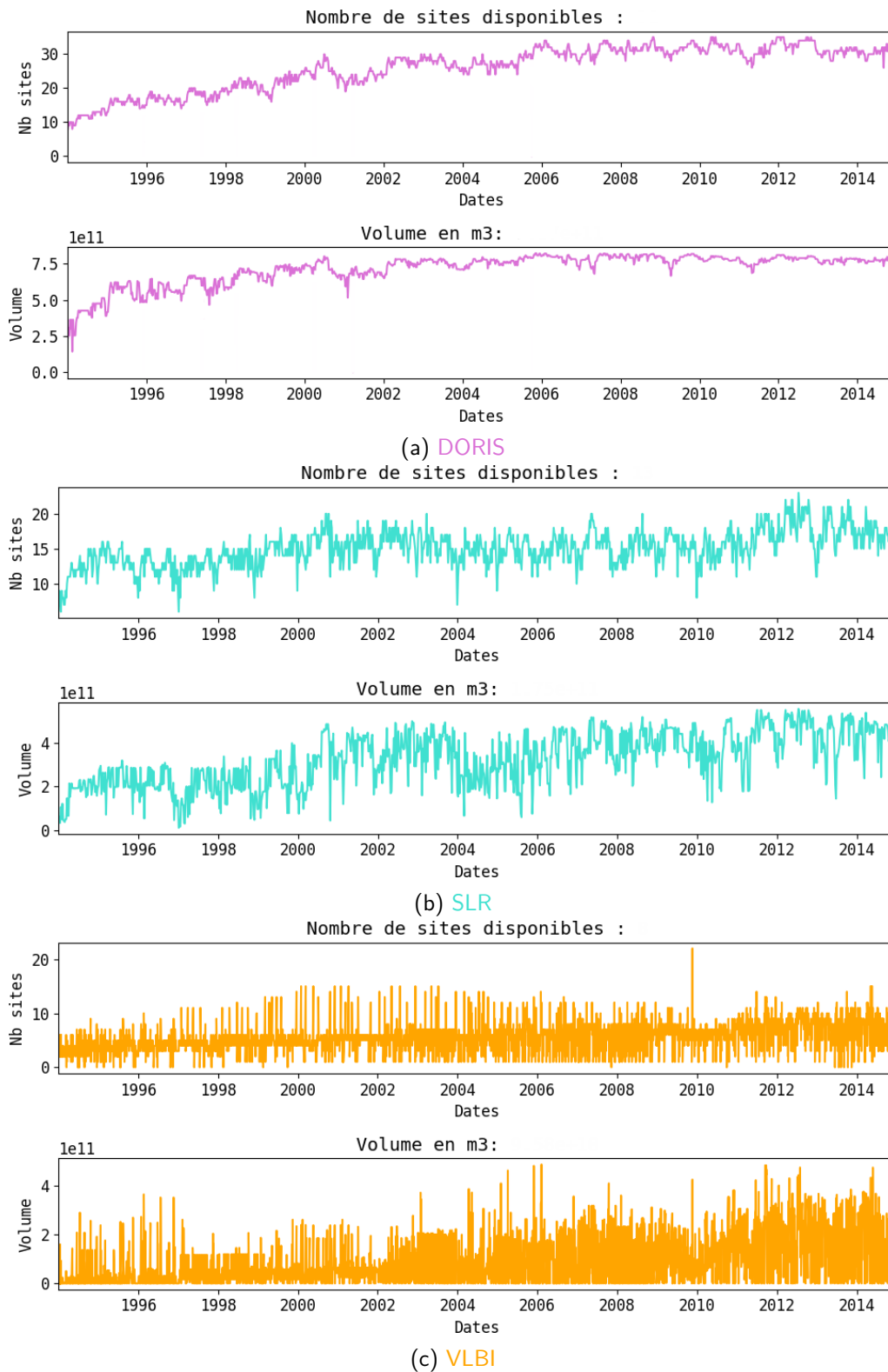


FIGURE 2.5 : Nombres de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de chaque solution DORIS, SLR et VLBI, et volumes des enveloppes convexes des réseaux correspondants

Comme la figure 2.2 semblait l'indiquer, le réseau de stations DORIS co-localisées avec des stations GNSS est plutôt bien réparti à la surface de la Terre (volume important sur la figure 2.5a). Le nombre de ces stations est relativement élevé et stable avec une augmentation progressive allant de 10 (début 1994) à 30 (fin 2014). Le réseau SLR possède une moyenne de 15 stations co-localisées avec des stations GNSS, figure 2.5b, avec une moins grande stabilité que le réseau DORIS due principalement à la méthode d'observation qui n'est pas continue, et une moins bonne répartition géographique. Le réseau VLBI est quant à lui très instable. Ce sont rarement les mêmes stations qui observent d'une session à l'autre et le nombre de stations par session est faible. Cela entraîne souvent une mauvaise répartition des stations co-localisées à la surface de la Terre (faible volume sur la figure 2.5c).

Le faible nombre et la volatilité des stations co-localisées disponibles au sein des solutions VLBI peut poser problème lors de leur alignement sur les solutions GNSS hebdomadaires. Un critère spécifique a été donc introduit dans le cas du VLBI pour exclure les solutions dont l'alignement aurait été basé sur un réseau de stations particulièrement mal réparti (voir 2.3).

## 2.3 Alignements

### 2.3.1 Alignement des solutions GNSS

Les solutions hebdomadaires fournies par l'IGS pour l'ITRF2014 sont alignées sur le repère de référence IGB08 (IGSMail-6663<sup>1</sup>). Ce repère est pour l'essentiel basé sur l'ITRF2008 et donc sur des données couvrant la période 1994.0 - 2009.5. Les solutions IGS postérieures à 2009.5 sont ainsi alignées sur un repère de référence extrapolé, ce qui peut induire des mouvements non-linéaires artificiels des stations. Avant d'aligner les solutions des autres techniques sur les solutions GNSS des semaines correspondantes, et afin d'éviter de potentiels problèmes liés à l'extrapolation du repère de référence, nous alignons donc chaque solution GNSS hebdomadaire sur l'ITRF2014A (section 2.2.2) propagé à la date correspondante.

Le contenu des solutions GNSS (voir section 2.2.1) permet de retirer les contraintes d'alignement sur le repère IGB08 et de revenir au système normal :

$$\begin{cases} N &= Q_{\hat{x}}^{-1} - N_c \\ b &= Q_{\hat{x}}(\hat{x} - x_0) \end{cases} \quad (2.1)$$

Une nouvelle estimation des paramètres peut être obtenue en résolvant à nouveau l'équation (1.9) avec une nouvelle matrice de contrainte  $N_c$  et un nouveau vecteur de paramètres a priori  $x_0 = x_{ref}$  à savoir l'ITRF2014A propagé à la bonne date.

Dans le cas de l'alignement des solutions GNSS, des contraintes NNR et NNT (section 1.2.2) par rapport à l'ITRF2014A sont utilisées. Un alignement en échelle sur l'ITRF2014A n'est en revanche pas effectué, et l'échelle intrinsèque des solutions GNSS est plutôt conservée. Les raisons de ce choix sont (1) que l'échelle intrinsèque des solutions GNSS est déterminée de manière précise et stable (Reischung et al, 2016), rendant un alignement en échelle non indispensable, et (2) qu'un alignement en échelle sur un repère linéaire aurait eu pour conséquence une absorption partielle des mouvements non-linéaires des stations que l'on souhaite ici étudier (Collilieux et al, 2012).

Dans un premier temps, chaque solution GNSS hebdomadaire est comparée de manière itérative, à l'aide d'une transformation de Helmert à 7 paramètres, à l'ITRF2014A propagé au milieu de la semaine. A chaque itération, d'éventuelles stations dont les coordonnées sont anormalement différentes entre les deux solutions (i.e., dont les résidus de la transformation sont supérieurs à 3 fois le WRMS des résidus sur au moins une des trois composantes Est, Nord ou verticale) sont retirées du jeu de stations de référence. Dans un second temps, les contraintes d'alignement de la solution GNSS hebdomadaire sont retirées à l'aide de l'équation (2.1), et l'équation normale est ré-inversée

<sup>1</sup><https://lists.igs.org/pipermail/igsmail/2012/000497.html>

sous contraintes **NNR** et **NNT** par rapport à l'ITRF2014A propagé et nettoyé de ces éventuels points faux.

### 2.3.2 Alignement des solutions DORIS, SLR et VLBI

Les solutions **DORIS** et **SLR** fournies pour l'ITRF2014 sont hebdomadaires tandis que les solutions **VLBI** sont fournies par session d'observation. Afin d'exprimer les solutions des différentes techniques dans un repère commun tout en minimisant les effets de réseau propres à chaque technique (voir 2.1), nous alignons chaque solution **DORIS**, **SLR** et **VLBI** sur la solution **GNSS** de la semaine correspondante, elle-même alignée sur l'ITRF2014A (voir 2.3.1). La solution de référence  $x_{ref}$  pour ces alignements est obtenue en ajoutant les pseudo-rattachements, décrits dans la section 2.2.2, aux positions de stations dans la solution **GNSS** de la semaine, comme représenté sur la figure 2.6.

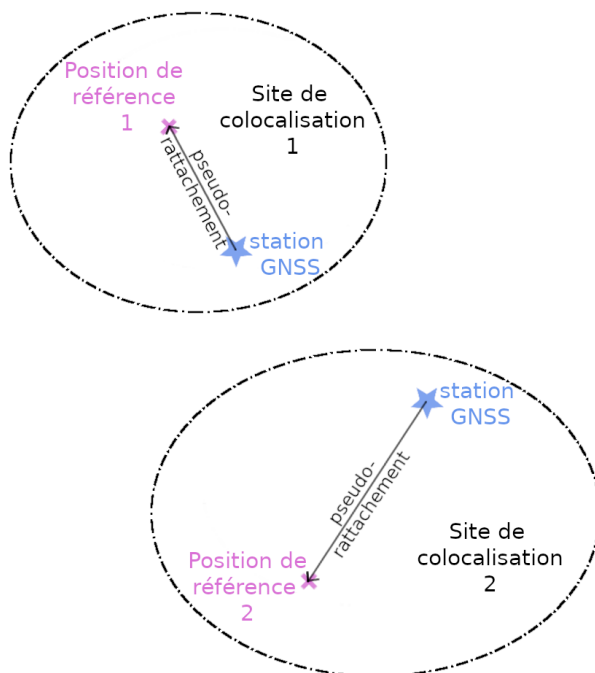


FIGURE 2.6 : Application de pseudo-rattachements pour obtenir une position de référence à partir d'une solution GNSS

Pour s'aligner sur cette solution de référence, il faut, comme dans le cas du ré-alignement des solutions **GNSS** (voir section 2.3.1), revenir au système normal sans contraintes pour pouvoir ensuite appliquer de nouvelles contraintes d'alignement. Les solutions **DORIS** et **SLR** ne contiennent pas d'information sur les contraintes appliquées lors du calcul pour fournir cette solution. Il n'est donc pas possible de les retirer pour revenir au système normal initial, mais il est possible de retirer du système normal contraint les informations d'origine, d'échelle et d'orientation en utilisant la formule suivante (Rebischung, 2014) :

$$N = N_{tot} - N_{tot}D(D^T N_{tot}D)^{-1}D^T N_{tot} \quad (2.2)$$

où  $N_{tot} = Q_{\hat{x}}^{-1} = N + N_c$  et  $D$  est une matrice contenant les dérivées partielles des positions de stations par rapport aux paramètres de Helmert dont on souhaite retirer l'information.

Les solutions **VLBI** contiennent la matrice normale  $N$  qui possède intrinsèquement une information d'échelle mais ne possède pas d'information d'origine ni d'orientation. La même équation (2.2) est donc utilisée pour en retirer l'information d'échelle.

Une fois les équations normales libérées de toute information d'origine, d'échelle et d'orientation, de nouvelles contraintes peuvent être ajoutées. Il s'agit ici de contraintes **NNR**, **NNT** et **NNS** par

rapport à la solution de référence (i.e., solution GNSS de la semaine plus pseudo-rattachements), et la résolution de l'équation (1.9) permet ainsi d'obtenir des positions de stations exprimées dans le même repère que la solution GNSS de la semaine.

Le processus d'alignement est en pratique le même que celui utilisé pour l'alignement des solutions GNSS sur l'ITRF2014A (section 2.3.1). Chaque solution à aligner est tout d'abord comparée itérativement, à l'aide d'une transformation de Helmert à 7 paramètres, à la solution de référence, afin de retirer de cette dernière d'éventuelles stations dont les coordonnées dans les deux solutions montrent un désaccord anormal. Ce nettoyage des points faux se fait en deux étapes. Dans une première série d'itérations sont rejetées les stations dont les résidus normalisés de la transformation sont supérieurs à 5. Puis dans une deuxième série d'itérations sont rejetées les stations dont les résidus bruts de la transformation sont supérieurs à des seuils définis par technique et par composante (Est, Nord, verticale). Ces seuils ont été déterminés à partir des résidus de transformations estimées entre un sous-jeu de solutions DORIS, SLR et VLBI et les solutions de référence correspondantes, sans rejet de points faux. Les histogrammes de ces résidus sont représentés dans la figure 2.7. Les seuils de rejet ensuite appliqués aux résidus bruts lors des alignements des solutions DORIS, SLR et VLBI valent 3 fois l'écart-type de l'histogramme correspondant. Les valeurs en sont données dans le tableau 2.2.

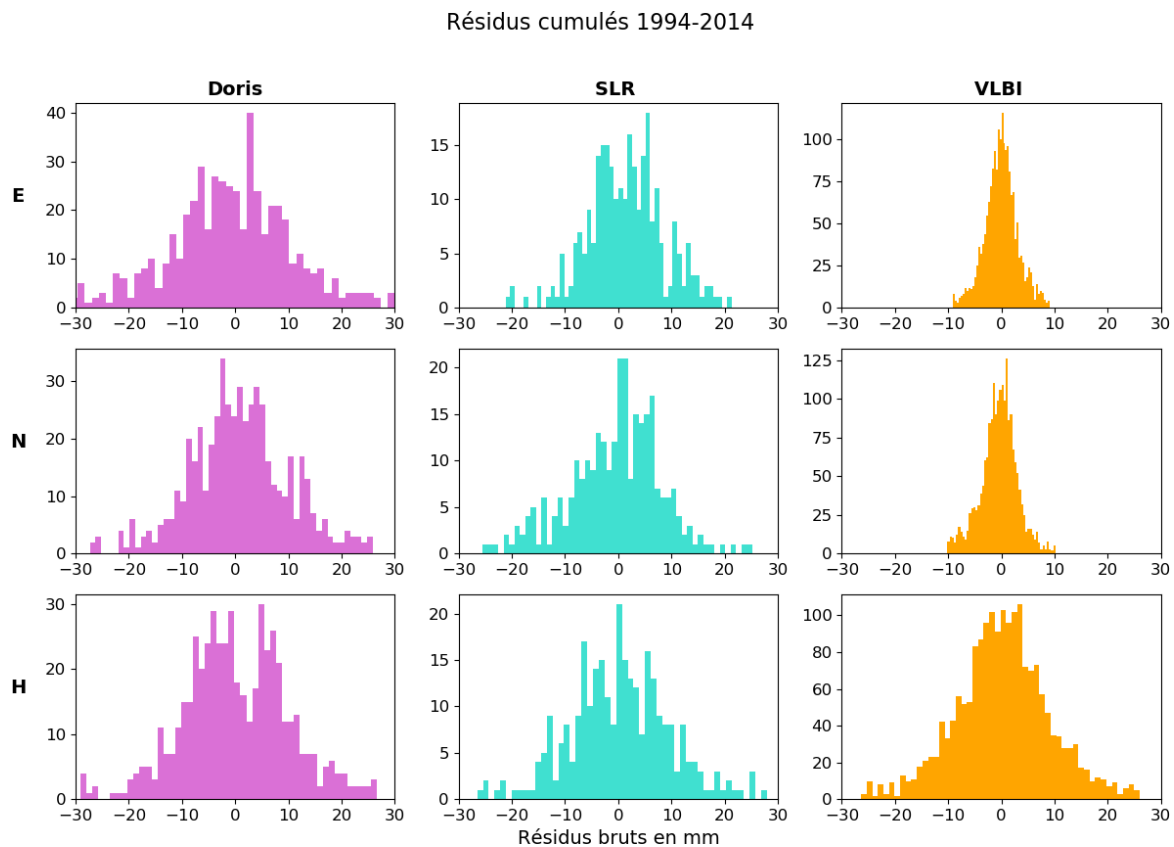


FIGURE 2.7 : Histogrammes des résidus des transformations préliminaires entre solutions DORIS, SLR et VLBI, et solutions GNSS hebdomadaires (plus pseudo-rattachements)

Après retrait d'éventuels points faux de la solution de référence, les contraintes de la solution DORIS, SLR ou VLBI à aligner sont ensuite retirées, et des contraintes NNR, NNS et NNT sont appliquées par rapport à la solution de référence nettoyée afin d'obtenir des positions de stations exprimées dans le même repère que la solution GNSS de la semaine. A noter que cet alignement est réalisé seulement si le nombre de stations dans la solution de référence nettoyée est supérieur à trois et si, dans le cas du VLBI, le volume de l'enveloppe convexe du réseau de stations de référence est supérieur à  $10^{18} \text{m}^3$ . Cette dernière condition découle de l'étude des réseaux de stations décrite dans

	Est	Nord	Verticale
DORIS	35.5	28.0	29.6
SLR	21.6	25.6	28.3
VLBI	10.4	12.3	26.1

TABLE 2.2 : Seuils de rejet (en mm) appliqués aux résidus bruts lors de l’alignement des solutions DORIS, SLR et VLBI sur les solutions GNSS hebdomadaires (plus pseudo-rattachements)

la section 2.2.3. Les solutions ne satisfaisant pas ces critères ne seront pas considérées dans l’analyse des séries temporelles (chapitre 4).

La figure 2.8 représente les WRMS des résidus de ces alignements. Ces résidus correspondent aux différences entre positions estimées des stations dans la solution alignée et positions des stations dans la solution de référence. Ils contiennent donc la somme des erreurs propres à chaque technique DORIS, SLR ou VLBI et des erreurs propres à la technique GNSS. Les WRMS mesurent la dispersion de ces résidus en tenant compte de leurs erreurs formelles. Les WRMS des alignements SLR-GNSS et VLBI-GNSS sont quasiment constants au cours du temps tandis qu’on voit une nette amélioration des WRMS des alignements DORIS-GNSS qui coïncide avec l’amélioration de la constellation de satellites équipés de récepteurs DORIS, notamment fin 2001-début 2002 avec l’arrivée des satellites JASON-1, ENVISAT et SPOT-5. On observe également que ces WRMS varient en fonction des composantes. Les WRMS des alignements DORIS-GNSS sont plus forts sur la composante Est, les WRMS des alignements SLR-GNSS sont légèrement plus forts sur la composante verticale et les WRMS des alignements VLBI-GNSS sont au même niveau que ceux du SLR sur la composante verticale mais sont bien plus faibles sur les composantes horizontales. Ces WRMS peuvent être mis en parallèle avec les niveaux de bruits observés dans les séries temporelles des différentes techniques et discutés dans le chapitre 4.3.2.

La figure 2.9 représente pour chaque date, d’un côté, le facteur d’échelle estimé entre la solution d’une technique (DORIS, SLR ou VLBI) et l’ITRF2014A et de l’autre, le facteur d’échelle estimé entre cette même solution et la solution de référence sur laquelle elle a été alignée, à savoir solution la GNSS de la semaine correspondante à laquelle ont été ajoutées des pseudo-rattachements. Sur ces séries temporelles de facteurs d’échelle, une sinusoïde a été ajustée à la fréquence annuelle pour évaluer si l’alignement sur une solution instantanée comme la solution GNSS préserve effectivement les signaux saisonniers par rapport à l’alignement sur un repère long terme comme l’ITRF2014A comme supposé dans la section 2.1. On observe une réduction générale de l’amplitude du signal estimé ce qui valide cette supposition. On peut toutefois noter que l’amplitude du signal saisonnier estimé sur les facteurs d’échelle de l’alignement DORIS est encore élevé. Cela est cohérent avec les résultats de Collilieux et al (2018a) qui observent que les signaux saisonniers des stations de différentes techniques co-localisées sont cohérents entre eux à l’exception des stations DORIS.



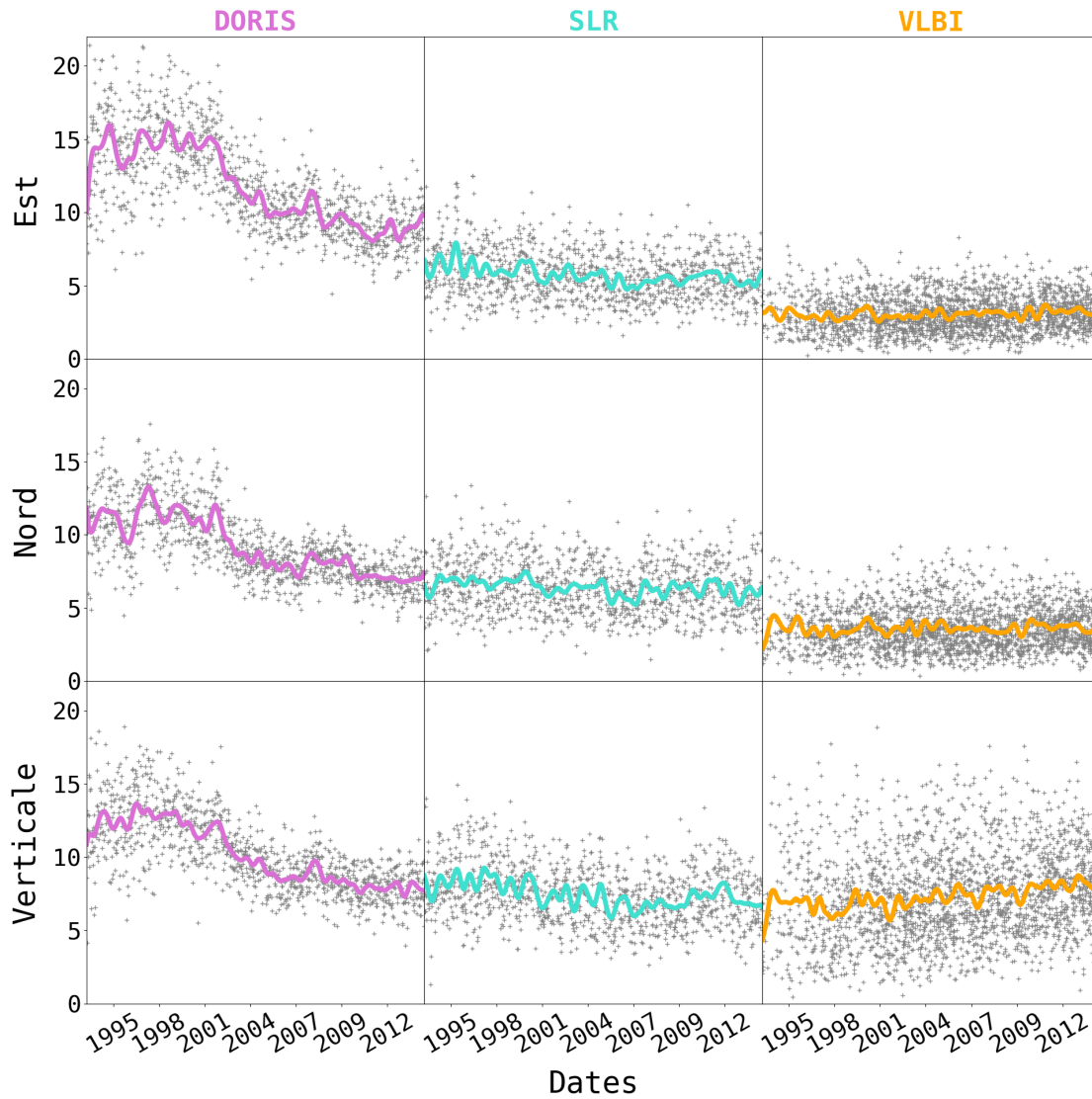


FIGURE 2.8 : WRMS (en mm) des résidus des positions issus des alignements des solutions DORIS, SLR et VLBI sur les solutions GNSS. Les courbes colorées sont le résultat de filtres de Vondrák (Vondrák, 1969) avec une fréquence de coupure de 1 cycles par an (cpy).



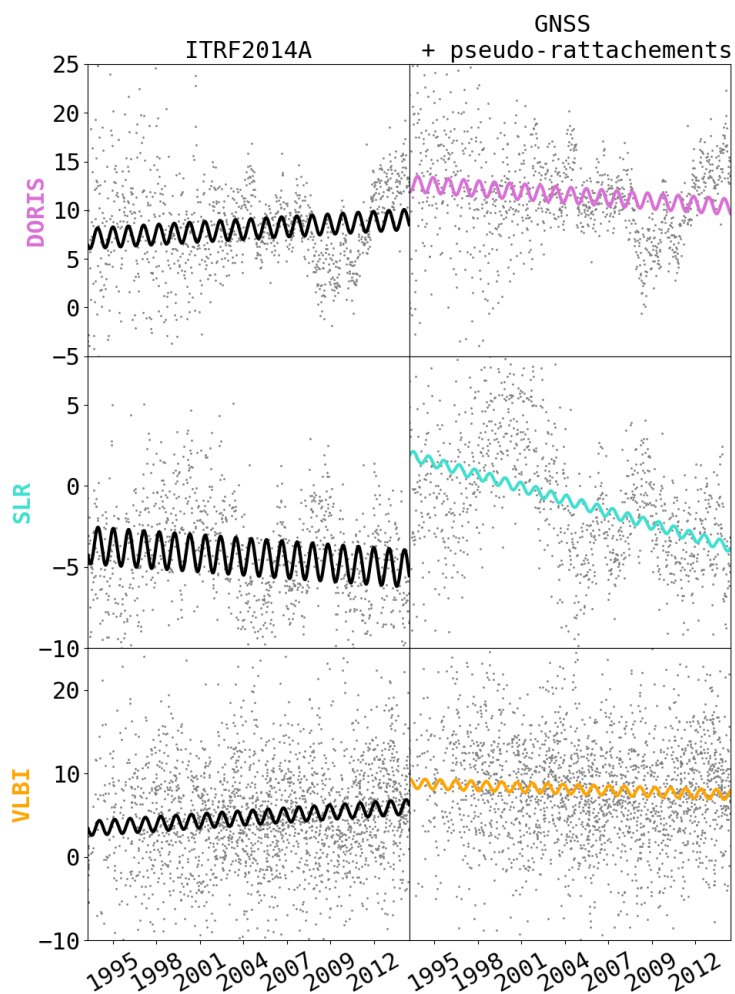


FIGURE 2.9 : Facteurs d'échelle (en mm) estimés entre les solutions DORIS, SLR et VLBI et l'ITRF2014A (à gauche) ou la solution de référence de l'alignement (à droite), à savoir la solution GNSS de la semaine correspondante auxquelles ont été ajoutées les pseudo-rattachements

Ce chapitre présente des notions et des outils utiles à la modélisation des séries temporelles de positions de géodésie spatiale. Le contenu de ces séries temporelles est détaillé dans la section 3.1, puis la section 3.2 s'attarde plus longuement sur la modélisation du bruit présent dans les séries. Enfin, la section 3.3 présente des outils utilisés dans les chapitres suivants pour analyser les séries temporelles de géodésie spatiale. Ce chapitre s'appuie notamment sur la thèse de Kevin Gobron (Gobron, 2021).

## 3.1 Contenu des séries temporelles

La mise en référence décrite dans le chapitre 2.3 permet d'obtenir des solutions hebdomadaires DORIS, GNSS et SLR ainsi que des solutions VLBI par session, toutes exprimées dans une référence commune, à savoir la solution GNSS de la semaine, elle-même alignée sur l'ITRF2014A. Nous pouvons extraire de ces solutions les coordonnées des stations et leurs variances et ainsi obtenir des séries temporelles de positions de stations comparables. Les positions de stations VLBI sont moyennées par semaine pour que le pas d'échantillonnage des séries temporelles soit le même pour toutes les techniques. Une rotation est ensuite appliquée à chacune de ces séries pour l'amener dans le repère local de la station (voir 1.1.2) dont l'origine est la position moyenne de la station sur la période couverte par la série temporelle. Ces séries temporelles sont composées, d'un vecteur position  $S$  et de sa matrice de variance-covariance formelle  $Q_S$  (3.1) pour chaque semaine où l'information existe.

$$S = \begin{bmatrix} S_E \\ S_N \\ S_H \end{bmatrix} \text{ et } Q_S = \begin{bmatrix} \sigma_E^2 & \sigma_{EN} & \sigma_{EH} \\ \sigma_{NE} & \sigma_N^2 & \sigma_{NH} \\ \sigma_{HE} & \sigma_{HN} & \sigma_H^2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

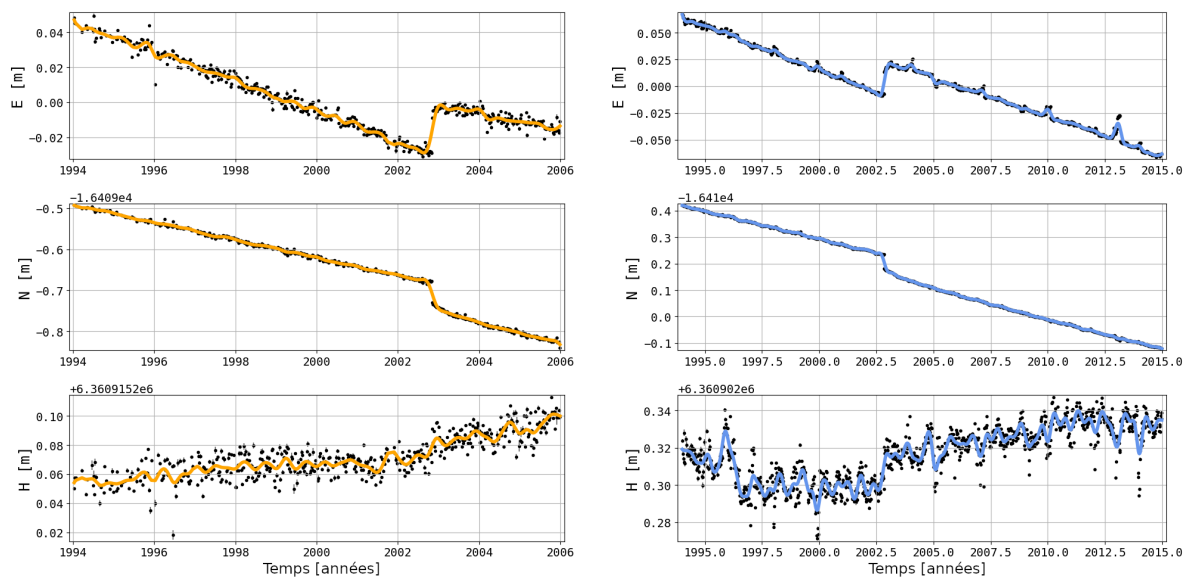
Pour chaque position  $S_c$  sur chaque composante, Est, Nord et verticale,  $\sigma_c^2$  est sa variance et  $\sigma_{cd}$  est sa covariance avec la composante  $d$ .

À titre d'exemple, la figure 3.1 représente les séries temporelles de positions des stations du site de co-localisation de Fairbanks en Alaska. On peut y observer, chaque semaine, pour chaque composante  $c$  la position  $S_c$  représentée par un point noir et son intervalle de confiance à 68%,  $[S_c - \sigma_c, S_c + \sigma_c]$ , représenté par un trait vertical noir. La courbe colorée est le résultat de l'application d'un filtre de Vondrák (Vondrák, 1969) qui permet de lisser une série temporelle non régulièrement échantillonnée en en retirant les variations hautes fréquences, ici supérieures à 2 cpy.

Une série temporelle  $y$  peut être modélisée par la somme de deux composantes : une partie déterministe  $\mu$ , modélisable par un modèle cinématique, et une partie stochastique  $e$ , également appelé "bruit de fond", qui contient les variations aléatoires restantes (Bos et al, 2020).

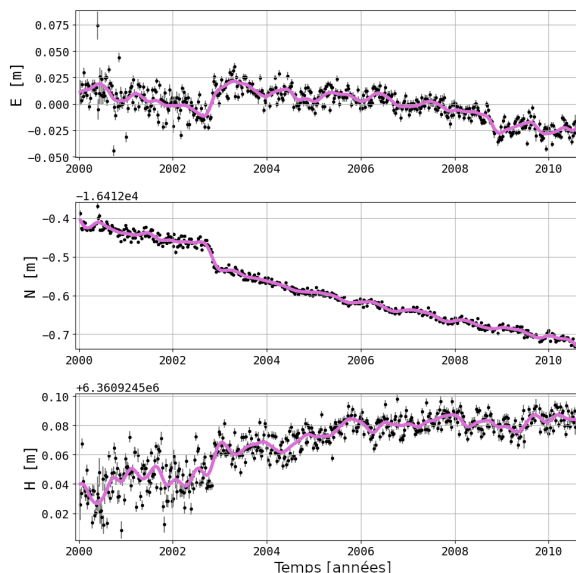
$$y = \mu + e \quad (3.2)$$

Les modèles cinématiques utilisés lors de la modélisation de séries temporelles de positions de stations géodésiques sont en général composés d'une partie linéaire, de signaux périodiques et de discontinuités. Ils sont parfois augmentés de fonctions décrivant des effets transitoires tels que les déformations post-sismiques. Si  $f$  est la fonction modèle et  $x$  les paramètres de ce modèle on peut alors relier le vecteur  $\mu$  aux paramètres inconnus,  $\mu = f(x)$ , et estimer  $x$  par la méthode des moindres carrés dont le principe est rappelé dans la section 1.2.2



(a) station VLBI 7225

(b) station GNSS FAIR



(c) station DORIS FAIB

FIGURE 3.1 : Séries temporelles de positions des stations du site de Fairbanks en Alaska. Les points représentent les positions et les traits verticaux leurs barre d'erreur à  $1\sigma$ . Les courbes colorées sont les résultats de l'application d'un filtre de Vondrák avec une fréquence de coupure de 2 cpy.

La partie stochastique, quant à elle, est modélisée par un processus stochastique. Un processus stochastique  $X$  est la réalisation d'une suite  $\{X_1, \dots, X_n\}$  de variables aléatoires. Dans le cadre de la modélisation de séries temporelles géophysiques, on ne considère généralement que des variables aléatoires suivant une loi normale. Une telle variable  $X_i$  est caractérisée par sa moyenne  $\mu_i$  et sa variance  $\sigma_i^2$ , dont on peut déduire son écart-type  $\sigma_i$  :

$$\begin{cases} X_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2) \\ \mu_i = \mathbb{E}[X_i] \\ \sigma_i^2 = \mathbb{E}[(X_i - \mu_i)^2] \\ \sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \end{cases} \quad (3.3)$$

Le degré de dépendance linéaire entre deux variables aléatoires,  $X_i$  et  $X_j$ , est caractérisée par leur

covariance

$$\sigma_{ij} = \mathbb{E}[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)] \quad (3.4)$$

Toujours dans le cadre de séries temporelles géophysiques, le bruit de fond est habituellement décrit par un processus stochastique suivant une loi normale centrée de matrice de covariance  $Q_y$ , autrement dit  $e \sim \mathcal{N}(0, Q_y)$ . Par conséquent, la série temporelle d'observations  $y$  peut être décrite comme un vecteur stochastique  $y = [y_1 \dots y_n]^T$  suivant une distribution normale centrée sur  $\mu = f(x)$  et de matrice de covariance  $Q_y$ , autrement dit  $y \sim \mathcal{N}(f(x), Q_y)$ , avec :

$$Q_y = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

## 3.2 Modélisation du bruit

Lors de l'étude et de la modélisation des séries temporelles de géodésie spatiale, il est d'usage d'utiliser des modèles de bruit en loi de puissance (Agnew, 1992) décrits dans la section 3.2.2. Ceux-ci sont définis par la convolution, via différents noyaux, d'un processus de bruit blanc tel qu'introduit dans la section 3.2.1.

En pratique, il est possible d'estimer les paramètres stochastiques de ces modèles de bruit à l'aide d'une méthode d'estimation des composantes de la variance. Il est courant en géodésie d'utiliser l'estimation par maximum de vraisemblance (Zhang et al, 1997; Williams et al, 2004). Nous avons choisi d'utiliser une alternative non-biaisée à cet estimateur, à savoir l'estimateur par maximum de vraisemblance restreinte (Patterson and Thompson, 1971; Harville, 1977; Gobron et al, 2022). Cette méthode est détaillée dans la section 3.2.3

### 3.2.1 Bruit blanc

Le bruit blanc est un des processus stochastiques les plus simples. Un bruit blanc  $w_i$  de variance  $\sigma_w^2$  est défini à l'aide de variables indépendantes et identiquement distribuées selon une loi normale centrée réduite,  $v_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ , par :

$$w_i = \sigma_w v_i \quad (3.6)$$

La matrice de covariance d'un bruit blanc  $w = [w_1 \dots w_n]^T$  de variance  $\sigma_w^2$  est la suivante :

$$Q_w = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

C'est un processus stationnaire, c'est-à-dire que ses moyenne, variance et covariances n'évoluent pas dans le temps. Par définition, un processus est stationnaire (au sens faible) si  $\forall i \in \llbracket 1..n \rrbracket$ ,  $\mu_i = \mu$ ,  $\sigma_i^2 = \sigma^2 = \rho_0$ , et  $\sigma_{i(i+k)} = \rho_k$ ,  $\forall k \in \llbracket 1..n-1 \rrbracket$ , en utilisant les notations des équations (3.3) et (3.4). La suite  $(\rho_k)_{0 \leq k \leq n-1}$  est appelée l'auto-covariance d'un tel processus stationnaire.

Un processus stochastique gaussien centré est défini par sa matrice de covariance mais il peut également être caractérisé par la forme de son spectre de puissance ou de sa **densité spectrale de puissance**. Il s'agit de la puissance moyenne du processus par unité de fréquence. Dans le cas d'un processus stationnaire comme le bruit blanc, sa densité spectrale est égale à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-covariance (Théorème de Wiener-Khinchin). L'auto-covariance d'un bruit blanc (unitaire) étant la fonction  $\delta$  de Dirac, sa densité spectrale de puissance est donc constante et égale à 1.

Les observations de géodésie spatiale sont en général fournies avec des erreurs formelles. Pour prendre en compte ces erreurs, il est possible de définir un processus de bruit blanc dont les points ne sont pas identiquement distribués mais possèdent chacun leur propre variance, i.e.  $\forall i \in \llbracket 1..n \rrbracket, v_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$  (Williams, 2008; Santamaría-Gómez et al, 2011). Un facteur de variance  $\sigma_{vw}^2$  permet d'apporter une correction sur ces erreurs formelles qui sont souvent optimistes. La matrice de variance-covariance de ce bruit blanc dit variable est alors :

$$Q_{vw} = \sigma_{vw}^2 \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Notons que ce processus n'est plus stationnaire car sa variance n'est plus constante au cours du temps. En outre, la matrice de covariance d'un bruit blanc variable est complètement déterminée par la connaissance des variances formelles  $\sigma_i^2$  (fournies avec les observations) et du facteur de variance  $\sigma_{vw}^2$ .

Afin de comparer la dispersion de différents processus de bruit blanc variable, on peut utiliser leur variance moyenne, c'est-à-dire la moyenne des variances :

$$\sigma_{moyen}^2 = \sigma_w^2 \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{n} \quad (3.9)$$

### 3.2.2 Bruit en loi de puissance

Un processus de bruit en loi de puissance  $x_i$  est défini à partir d'un processus de bruit blanc  $w_i$  par :

$$(1 - B)^{\frac{\alpha}{2}} x_i = w_i \quad (3.10)$$

où  $B$  est l'opérateur retard tel que  $Bx_i = x_{i-1}$  et  $\alpha$  est l'indice spectral du bruit qui le caractérise via sa densité spectrale de puissance  $P(f)$  (Williams, 2003) :

$$P(f) \propto \frac{1}{f^\alpha} \quad (3.11)$$

Si  $\alpha = 0$ , on retombe sur le cas du bruit blanc :  $x_i = w_i$  et  $P(f) \propto 1$ . Lorsque  $\alpha > 0$ , ce qui est en général le cas du bruit dans les séries temporelles géophysiques, le bruit a plus de puissance aux basses fréquences. On parle alors de bruit coloré. Lorsque  $\alpha \geq 1$ , le bruit n'est plus stationnaire. En particulier, si  $\alpha = 1$ , on parle de bruit de scintillation, bruit en  $1/f$  ou bruit rose. Si  $\alpha = 2$ , le bruit de puissance devient la somme cumulée d'un bruit blanc ( $x_i = x_{i-1} + w_i$ ) et on parle alors de marche aléatoire, mouvement Brownien ou encore bruit rouge.

Un processus stochastique gaussien corrélé dans le temps peut être modélisé par la convolution d'un bruit blanc unitaire  $v$  par un noyau de convolution  $h$  :

$$r_i = \sigma_r \sum_{k=0}^i h_k v_{i-k} \quad (3.12)$$

Dans le cas d'un processus de bruit en loi de puissance, le noyau de convolution  $h$  est tel que  $h_0 = 1$  et  $h_k = a_k h_{k-1}$  avec  $a_k = 1 + \frac{\alpha}{2k} - \frac{1}{k}$  (Bos et al, 2008).

La covariance de deux échantillons d'un processus discret corrélé dans le temps est donné par Bos et al (2008) :

$$\sigma_{i,j} = \sigma_r \sum_{k=0}^i h_k h_{k+(j-i)} \quad (3.13)$$

Un bruit corrélé dans le temps  $r = [r_1, \dots, r_n]^T$  peut donc être dérivé d'un bruit blanc de variance unitaire  $v = [v_1, \dots, v_n]^T$ , tel que  $v \sim \mathcal{N}(0, I)$ , de la façon suivante :

$$r = \sigma_r L v \quad (3.14)$$

avec

$$L = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \cdots & 0 \\ h_2 & h_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ h_n & \cdots & h_2 & h_1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

La matrice de covariance de ce bruit corrélé dans le temps est donc :

$$Q_r = \sigma_r^2 L L^T \quad (3.16)$$

La matrice de covariance  $Q_r$  d'un bruit en loi de puissance est entièrement déterminée par son facteur de variance  $\sigma_r^2$  et son indice spectral  $\alpha$ .

Afin de comparer la dispersion de plusieurs processus de bruit en loi de puissance, il est possible, comme pour un bruit blanc variable 3.2.1, d'utiliser leurs variances moyennes. Cependant, la variance moyenne d'un bruit en loi de puissance non-stationnaire dépend non seulement des paramètres du modèle de bruit (indice spectral et variance du bruit blanc sous-jacent), mais aussi de la longueur de la série temporelle. Pour obtenir une mesure de la dispersion du bruit en loi de puissance comparable entre séries de différentes longueurs, Gobron et al (2021) proposent donc d'utiliser la variance moyenne du processus sur une durée fixe arbitraire. Pour cela, il suffit de recalculer la matrice de variance-covariance  $Q_r$  à partir des paramètres de bruits ( $\sigma_r^2$  et  $\alpha$ ) du processus pour la durée choisie et de faire la moyenne des variances.

La figure 3.2 donne un aperçu de différents bruits en loi de puissance simulés à partir d'un même bruit blanc de variance 16 et la figure 3.3 représente les périodogrammes de Lomb-Scargle de ces bruits. Cet estimateur du spectre de puissance est décrit dans la section 3.3.

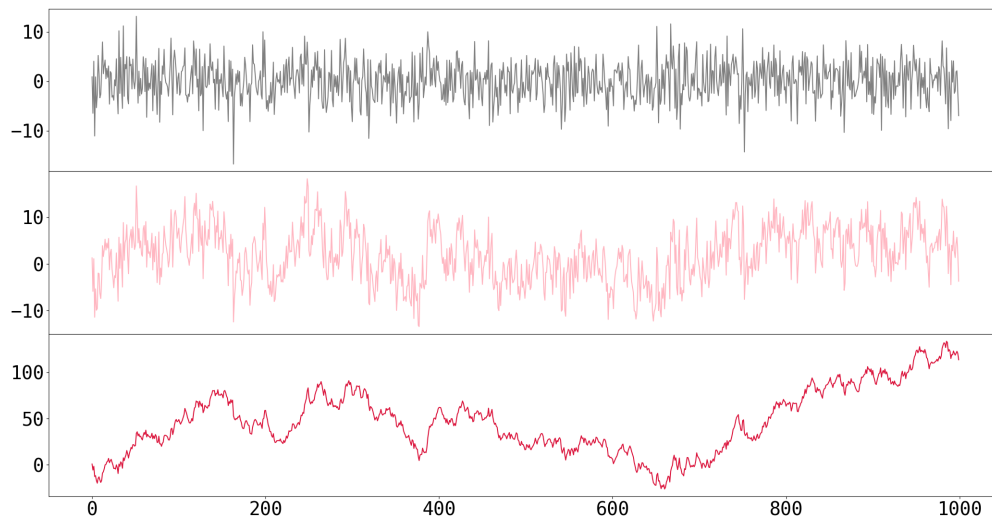


FIGURE 3.2 : Simulation de différents bruits en loi de puissance  
en haut : bruit blanc,  $\alpha = 0$

au milieu : bruit de scintillation construit à partir de ce bruit blanc,  $\alpha = 1$

en bas : marche aléatoire construite à partir du même bruit blanc,  $\alpha = 2$

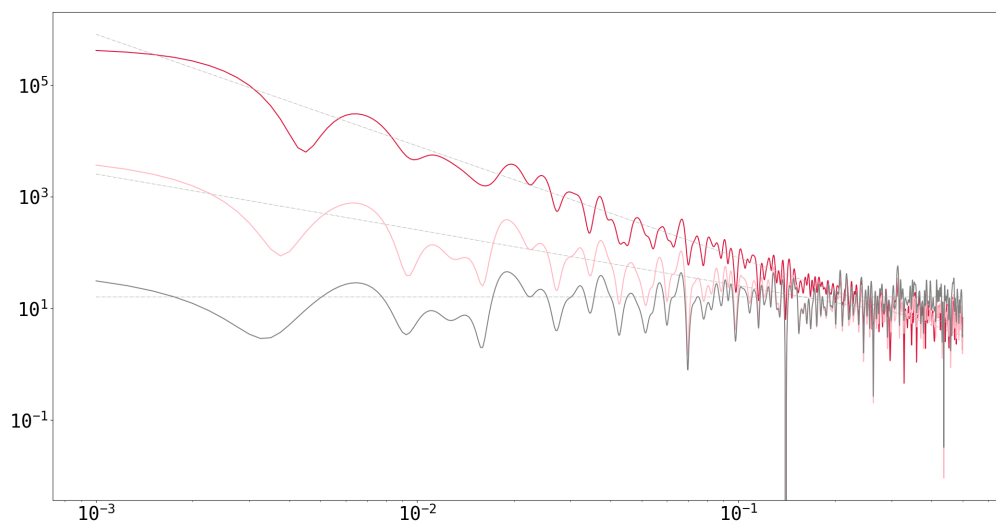


FIGURE 3.3 : Spectre des bruits simulés (figure 3.2)  
noir : bruit blanc,  $\alpha = 0$   
rose : bruit de scintillation construit à partir de ce bruit blanc,  $\alpha = 1$   
rouge : marche aléatoire construite à partir du même bruit blanc,  $\alpha = 2$

### 3.2.3 Estimation par maximum de vraisemblance restreinte

Pour ajuster les paramètres de modèles de bruit, à savoir la variance  $\sigma_w^2$  pour un bruit blanc homogène, la variance  $\sigma_{vw}^2$  pour un bruit blanc variable ou encore la variance  $\sigma_r^2$  et l'indice spectral  $\alpha$  pour un bruit en loi de puissance, à des séries temporelles d'observations, il existe différents estimateurs parmi lesquels l'estimateur par maximum de vraisemblance et l'estimateur par maximum de vraisemblance restreinte décrits dans cette section.

En reprenant la décomposition introduite dans la section 3.1, une série temporelle d'observations  $y$  (3.2) suit une distribution normale multivariée ( $y \sim \mathcal{N}(f(x), Q_y)$ ) dont la densité de probabilité dépend du vecteur de paramètres du modèle cinématique  $x$  et du vecteur des paramètres du modèle de bruit  $\beta$  :

$$p(y|x, \beta) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det(Q_y(\beta))}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (y - f(x))^T Q_y(\beta)^{-1} (y - f(x)) \right] \quad (3.17)$$

L'objectif de l'estimation par maximum de vraisemblance est de trouver le vecteur de paramètres déterministes  $x$  ainsi que le vecteur des paramètres de bruit  $\beta$  pour lesquels le vecteur d'observation  $y$  a le plus de chance d'être observé. Pour cela, on maximise la fonction de vraisemblance  $p(y|x, \beta)$ , ou en pratique son logarithme :

$$\hat{x}, \hat{\beta} = \arg \max_{x, \beta} [\ln(p(y|x, \beta))] \quad (3.18)$$

où  $\ln(p(y|x, \beta)) = -\frac{1}{2} [n \ln(2\pi) + \ln(\det(Q_y(\beta))) + (y - f(x))^T Q_y(\beta)^{-1} (y - f(x))]$ .

L'estimation du modèle cinématique en parallèle de l'estimation des paramètres du modèle de bruit entraîne un biais de l'estimateur par maximum de vraisemblance (Harville, 1977; Gobron et al, 2022). Une alternative non-biaisée est l'estimation par maximum de vraisemblance restreinte dont nous présentons ici une interprétation bayésienne.

D'après le théorème de Bayes, la probabilité d'un vecteur de paramètres inconnus sachant le vecteur des observations,  $p(x, \beta|y)$ , est proportionnelle au produit de la probabilité a priori des paramètres,  $p(x, \beta)$ , par la vraisemblance des observations  $p(y|x, \beta)$ . Si on suppose n'avoir aucune information a priori sur les paramètres inconnus et qu'on leur attribue donc une probabilité a priori uniforme, alors :

$$p(x, \beta|y) \propto p(x, \beta) \cdot p(y|x, \beta) \propto p(y|x, \beta) \quad (3.19)$$

On voit alors que l'estimateur du maximum a posteriori conjoint de  $x$  et  $\beta$  (qui maximise la probabilité jointe de  $x$  et  $\beta$  sachant les observations) coïncide avec l'estimateur par maximum de vraisemblance.

Mais, plutôt que de maximiser la probabilité jointe de  $x$  et  $\beta$  sachant les observations, on peut aussi choisir de maximiser la probabilité marginale des paramètres de bruit  $\beta$  sachant les observations :

$$p(\beta|y) = \int p(x, \beta|y) dx \propto \int p(y|x, \beta) dx \quad (3.20)$$

L'estimateur du maximum a posteriori marginal de  $\beta$  alors obtenu coïncide avec l'estimateur par maximum de vraisemblance restreinte. Il a l'avantage de ne pas dépendre d'une valeur particulière estimée pour les paramètres déterministes  $x$ . C'est ce qui explique qu'il est non-biaisé, contrairement à l'estimateur par maximum de vraisemblance.

Dans le cas d'un modèle cinématique linéaire ( $\mu = Ax$ ), la probabilité marginale de  $\beta$  sachant les observations peut s'écrire :

$$p(\beta|y) \propto \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n-p} \det(Q_y(\beta)) \det(A^T Q_y(\beta)^{-1} A)}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \hat{v}^T Q_y(\beta)^{-1} \hat{v} \right] \quad (3.21)$$

avec  $\hat{v} = y - A\hat{x}$ ,  $\hat{x} = (A^T Q_y(\beta)^{-1} A)^{-1} A^T Q_y(\beta)^{-1} y$ ,  $n$  le nombre d'observations et  $p$  le nombre de paramètres du modèle cinématique. Comme pour l'estimation par maximum de vraisemblance, on



maximise le logarithme de cette fonction pour estimer les paramètres du modèle de bruit :

$$\hat{\beta} = \arg \max_{\beta} \left[ -\frac{1}{2} \left( (n-p) \ln(2\pi) + \ln(\det(Q_y(\beta))) + \ln(\det(A^T Q_y(\beta)^{-1} A)) + \hat{v}^T Q_y(\beta)^{-1} \hat{v} \right) \right] \quad (3.22)$$

### 3.3 Outils d'analyse spectrale

Afin de choisir quels modèles de bruit sont les plus adaptés à nos observations, et d'y détecter la présence d'éventuelles variations périodiques, il est nécessaire d'analyser leur contenu spectral. Dans le chapitre 4, nous utilisons à cette fin le périodogramme de Lomb-Scargle présenté dans la section 3.3.1 et la méthode d'estimation d'harmoniques par moindres carrés (LSHE) présentée dans la section 3.3.2.

La figure 3.4, permet de comparer deux modélisations de la série temporelle de positions verticales de la station GNSS du site ITRF de Belem (Brésil). La première modélisation (figure 3.4a) est faite avec un modèle cinématique linéaire par morceaux, et la seconde (figure 3.4b) avec le même modèle cinématique augmenté par un signal périodique pour chaque fréquence mise en évidence par un trait vertical. Il est très clair que la première modélisation n'est pas adaptée à la série temporelle de positions de cette station. Par exemple, sur le périodogramme de LSHE, en bas à droite de la figure 3.4a, un pic apparaît à la fréquence de 1 cpy qui indique la présence de variations annuelles non prises en compte dans le modèle cinématique. Une fois ce signal annuel ajouté au modèle cinématique, ce pic n'apparaît plus (figure 3.4b).

#### 3.3.1 Périodogramme de Lomb-Scargle

Le périodogramme de Lomb-Scargle (Scargle, 1982; Lomb, 1976; Zhang et al, 1997; VanderPlas, 2018) est un estimateur de la densité spectrale de puissance qui peut être utilisé sur des données non régulièrement échantillonnées comme c'est le cas pour les séries temporelles de géodésie spatiale. Le périodogramme de Lomb-Scargle d'un signal mesure la contribution de chaque fréquence au signal total et permet ainsi d'identifier les fréquences dominantes dans le signal. Il peut donc être utilisé pour identifier (visuellement) les signaux périodiques présents dans un signal, qui se traduisent sous forme de pics dans son périodogramme. Outre la présence éventuelle de tels pics spectraux, la forme générale du périodogramme de Lomb-Scargle peut être comparée aux densités spectrales de puissance théoriques de différents processus stochastiques, et ainsi renseigner sur la nature du ou des processus stochastiques contenus dans le signal. En effet, il arrive que différentes sources de bruit viennent parasiter une série temporelle entraînant la superposition de différents processus stochastiques.

Dans le chapitre 4, nous analysons des séries temporelles résiduelles obtenues après retrait d'un modèle cinématique ajusté par moindres carrés sur les séries temporelles de positions de stations. Le périodogramme de Lomb-Scargle de telles séries temporelles résiduelles est biaisé par le retrait préalable du modèle cinématique car les séries résiduelles ne contiennent pas la totalité de la variance des processus stochastiques contenus dans les séries de positions de stations (Gobron et al, 2022). Ce n'est pas le cas du périodogramme de LSHE présenté dans la section suivante. D'autre part, les valeurs du périodogramme de Lomb-Scargle ne suivent pas, dans le cas d'un bruit quelconque, de distribution statistique connue, ce qui empêche de construire un test statistique pour la détection de signaux périodiques significatifs. Cet autre inconvénient du périodogramme de Lomb-Scargle n'affecte pas non plus le périodogramme de LSHE qui, lui, suit une distribution connue.

#### 3.3.2 Estimation d'harmoniques par moindres carrés

L'estimation d'harmoniques par moindres carrés (LSHE) (Amiri-Simkooei et al, 2007) permet d'analyser le contenu spectral d'une série temporelle en testant la significativité d'éventuels signaux périodiques contenus dans la série. La méthode se fonde sur une hypothèse nulle,  $H_0$ , dans laquelle

le modèle stochastique est connu et le modèle cinématique décrit toutes les variations déterministes des observations  $y$  :

$$H_0 : \mathbb{E}[y] = A_0 x_0, \text{var}(y) = Q_y \quad (3.23)$$

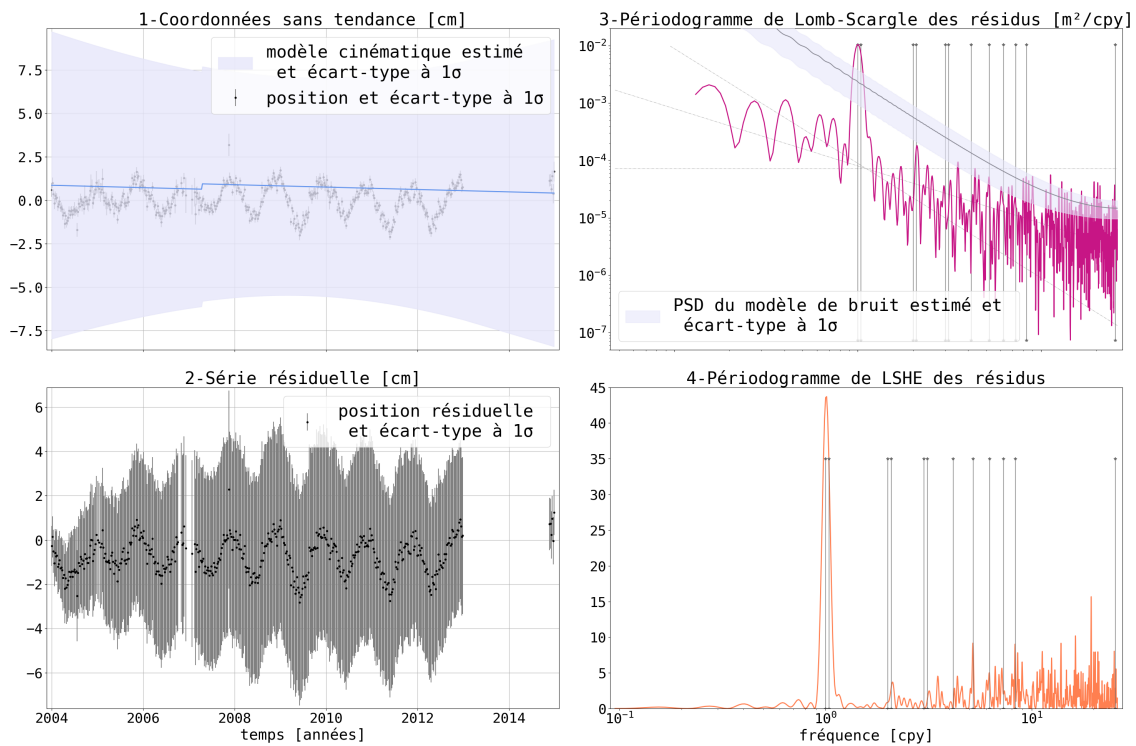
L'hypothèse alternative  $H_1$  consiste à ajouter au modèle cinématique initial un signal périodique supplémentaire à une fréquence donnée  $f_k$  :

$$H_1 : \mathbb{E}[y] = A_1 x_1, \text{var}(y) = Q_y \quad (3.24)$$

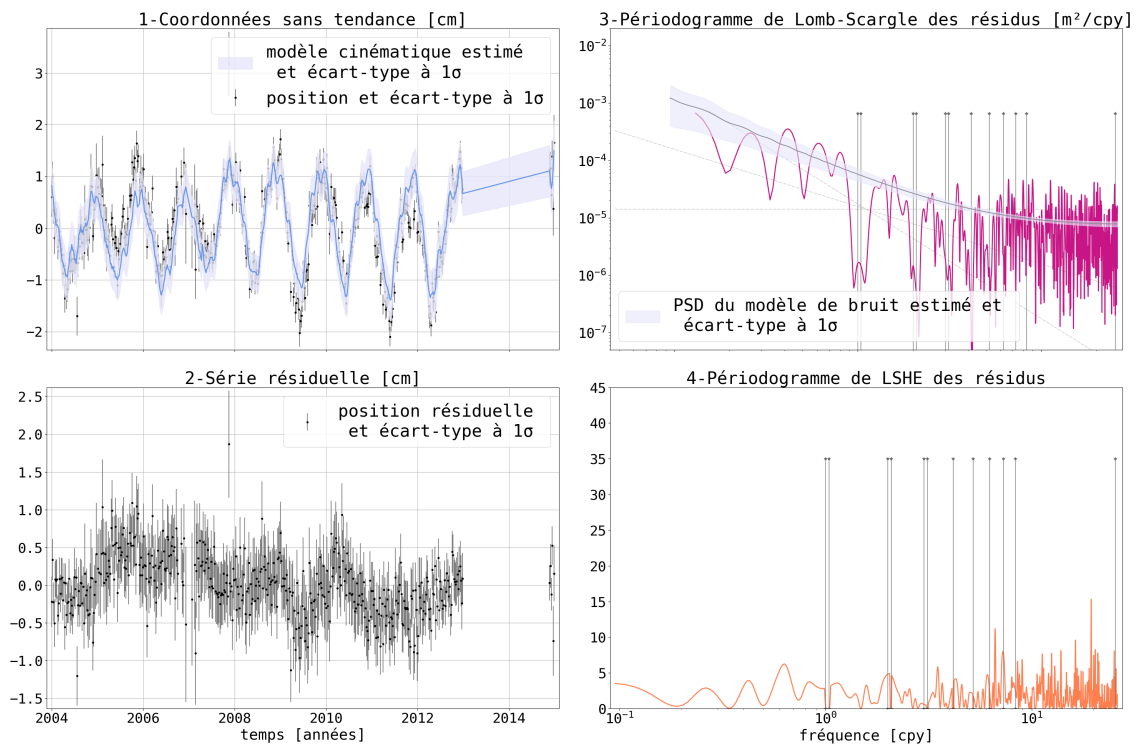
$$\text{avec } A_1 = \begin{bmatrix} A_0 & \begin{bmatrix} \cos(2\pi f_k t_1) & \sin(2\pi f_k t_1) \\ \vdots & \vdots \\ \cos(2\pi f_k t_n) & \sin(2\pi f_k t_n) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \text{ et } x_1 = \begin{bmatrix} x_0 \\ a_k \\ b_k \end{bmatrix}$$

Pour chaque fréquence  $f_k$  d'un jeu de fréquences donné, on calcule le logarithme du quotient de vraisemblance entre la modélisation sous l'hypothèse  $H_1$  et la modélisation sous l'hypothèse  $H_0$ . Ce log-quotient de vraisemblance suit une loi du  $\chi^2$  à deux degrés de liberté sous l'hypothèse nulle, i.e., si le modèle  $H_0$  est adéquat. On peut donc l'utiliser pour tester statistiquement la présence de signaux périodiques dans la série non encore pris en compte dans le modèle  $H_0$ .

La représentation du log-quotient de vraisemblance en fonction de la fréquence est ce que nous désignons par périodogramme de LSHE. Sous l'hypothèse  $H_0$ , on s'attend à ce que le périodogramme de LSHE soit "plat" et centré autour de 2. Si, au contraire, un signal périodique significatif manque au modèle cinématique initial, alors un pic apparaît dans le périodogramme de LSHE à la fréquence de ce signal. Il est à noter que le périodogramme de LSHE suit une loi du  $\chi^2$  à deux degrés de liberté seulement si le modèle cinématique *et le modèle de bruit* sont adéquats. Un modèle de bruit inadéquat se traduit par une déviation, continue en fréquence, du périodogramme de LSHE de sa valeur attendue (2). Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser un modèle de bruit adapté pour pouvoir tester la présence d'éventuels signaux périodiques significatifs.



(a) Modélisation sans signal périodique



(b) Modélisation avec signaux périodiques

FIGURE 3.4 : Deux modélisations de la même série temporelle avec (b) et sans (a) signaux périodiques inclus dans le modèle cinématique. Les lignes verticales sur les périodogrammes indiquent les fréquences auxquelles des sinusôides ont été ajoutées dans le second modèle. Les lignes pointillées de l'encadré -3- sont des pentes indicatives des densités spectrales de puissance (PSD) du bruit blanc, du bruit de scintillation et de la marche aléatoire.

*Ce chapitre utilise les outils présentés dans le chapitre 3 pour mener l'analyse fréquentielle et stochastique des séries temporelles de positions de stations des quatre techniques de géodésie spatiale (DORIS, GNSS, SLR et VLBI). Le but de ce chapitre est d'obtenir des séries temporelles résiduelles ne comprenant que les déplacements aperiodiques des stations afin de permettre leur comparaison. Cela passe par l'estimation et le retrait des variations déterministes. Une première modélisation basée sur les modèles cinématiques de l'ITRF2014 est effectuée dans la section 4.1 puis le contenu spectral des séries résiduelles est analysé dans la section 4.2 afin de compléter ces modèles cinématiques initiaux.*

## 4.1 Modélisation initiale

Des séries temporelles de positions de stations ont été extraites (voir chapitre 3) des solutions fournies par les services des quatre techniques de géodésie spatiale (DORIS, GNSS, SLR et VLBI) pour le calcul de l'ITRF2014 après la mise en référence faite au chapitre 2. Ces séries temporelles contiennent, en plus des variations aperiodiques que l'on cherche à étudier, une partie déterministe dont la plupart des composantes est déjà prise en compte dans les modèles cinématiques de l'ITRF2014. Il est nécessaire de la retirer pour avoir accès aux mouvements aperiodiques des stations qui sont contenus dans la partie stochastique. Pour cela, nous commençons par ajuster sur les séries temporelles de positions de stations, par moindres carrés, les modèles cinématiques de l'ITRF2014 qui comprennent :

- une partie linéaire pour représenter les déformations long-terme de la surface terrestre comme les mouvements tectoniques ou le rebond post-glaciaire,
- des discontinuités pour tenir compte des déplacements co-sismiques et de certains changements de matériel,
- des exponentielles et logarithmes pour représenter les déformations post-sismiques consécutives à de grands séismes.

Comme les stations considérées font parties de l'ITRF2014, une liste de discontinuités et des modèles de déformations post-sismiques fiables et adaptés à nos séries sont donc disponibles. Nous utilisons donc ces listes de discontinuités et fixons l'amplitude et le temps de relaxation des fonctions exponentielles et logarithmes des modèles de déformations post-sismiques aux valeurs de l'ITRF2014.

Comme lors de toute estimation par moindres carrés, d'éventuels points faux sont retirés des séries temporelles pour améliorer l'exactitude des paramètres estimés. Un premier nettoyage a lieu avant même l'ajustement des modèles cinématiques, sur les positions dont l'incertitude est trop grande. La position est retirée si l'erreur formelle est supérieure à 5 fois la médiane de l'ensemble des erreurs formelles de cette série sur au moins une des trois composantes Est, Nord ou verticale. Puis l'estimation par moindres carrés est faite itérativement en retirant, à chaque itération, les positions anormalement éloignées du modèle estimé sur au moins une des trois composantes est, nord ou verticale. Le seuil de retrait sur les résidus normalisés est de 5, et celui sur les résidus bruts est de 5 fois le WRMS des résidus bruts sur chaque composante.

Une fois les points faux retirés et les modèles cinématiques initiaux ajustés, il reste encore dans les séries temporelles résiduelles un ensemble de signaux périodiques en plus des variations stochastiques. Ils peuvent être d'origine géophysique comme les déformations de surcharge saisonnières ou peuvent provenir d'erreurs de modélisation propres à chaque technique comme les signaux draconitiques GPS (Ray et al, 2008). Ces signaux doivent être identifiés afin de les ajouter aux modèles cinématiques initiaux et de ne conserver que les variations a périodiques dans les séries résiduelles.

Une sélection est effectuée sur les stations dans le but d'avoir des séries temporelles suffisamment longues et denses pour permettre leur analyse spectrale. Seules les stations dont la série temporelle couvre au moins 200 semaines et contient moins de 50% de trous sont utilisées. La figure 4.1 représente cette sélection qui comprend 109 stations DORIS, 771 stations GNSS, 27 stations SLR et 11 stations VLBI.

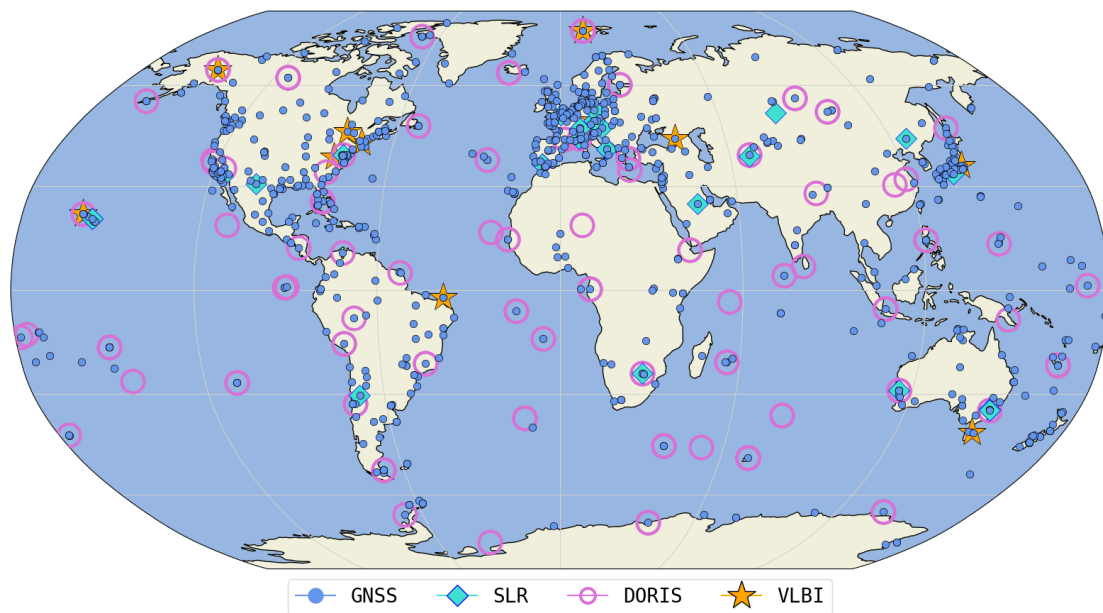


FIGURE 4.1 : Stations sélectionnées pour l'analyse spectrale

## 4.2 Analyse des séries temporelles résiduelles

Les séries temporelles résiduelles obtenues après retrait du modèle cinématique de l'ITRF2014 comportent un ensemble de signaux périodiques provenant de différentes sources. Le but de l'analyse présentée dans cette section est d'évaluer au mieux leurs fréquences pour pouvoir les ajouter au modèle cinématique et ainsi obtenir des séries temporelles résiduelles les plus "propres" possible, i.e., nettoyées au mieux de toutes composantes déterministes.

Afin d'analyser le contenu spectral de ces séries temporelles résiduelles nous utilisons la méthode d'estimation d'harmoniques par moindres carrés (LSHE) introduite dans la section 3.3.2. Pour utiliser cette méthode, il est indispensable de choisir des modèles de bruit adéquats à nos séries temporelles (section 4.2.1). L'identification des signaux périodiques par LSHE se fait ensuite en deux étapes itératives détaillées dans la section 4.2.2

### 4.2.1 Choix du modèle de bruit

D'après Zhang et al (1997); Mao et al (1999); Williams (2003); Santamaría-Gómez et al (2011); Gobron et al (2021) le bruit des séries temporelles GNSS est bien décrit par la combinaison d'un bruit blanc variable et d'un bruit en loi de puissance. La littérature sur le bruit contenu dans les séries temporelles des autres techniques est plus rare et moins tranchée (Williams and Willis, 2006;

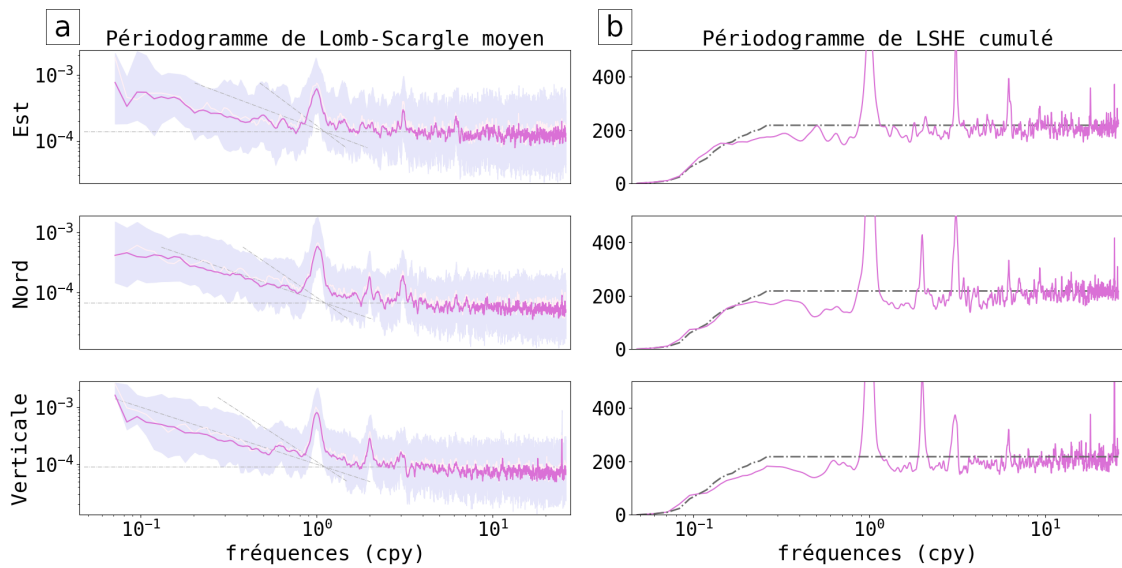
Feissel-Vernier et al, 2007; Ray et al, 2008; Klos et al, 2018). Néanmoins, les périodogrammes moyens présentés par Abbondanza et al (2015) suggèrent que le modèle de bruit blanc variable plus bruit en loi de puissance pourrait également être adapté pour les séries temporelles des techniques SLR, DORIS et VLBI. Le choix de ce modèle sera validé a posteriori en étudiant la forme des périodogrammes de LSHE et de Lomb-Scargle.

Nous utilisons l'estimateur par maximum de vraisemblance restreint décrit dans la section 3.2.3 avec la méthode d'optimisation de Nelder-Mead (Nelder and Mead, 1965) afin de déterminer, pour chaque série temporelle, les variances du bruit blanc variable et du bruit en loi de puissance ainsi que l'indice spectral de ce dernier. Cette estimation permet de construire une matrice de covariance adaptée à la série temporelle avant l'utilisation de la LSHE.

#### 4.2.2 Analyse par LSHE

Au début du processus d'analyse, sous l'hypothèse  $H_0$ , chaque station suit son modèle cinématique ITRF2014, qui n'inclut aucun signal périodique. Nous calculons le périodogramme de LSHE pour chaque station et chaque composante sur un jeu de fréquences communes. Afin d'augmenter la puissance du test LSHE et d'identifier les signaux périodiques significatifs par technique plutôt que par station, nous additionnons, pour chaque technique, les périodogrammes de LSHE de toutes les stations. Seules les séries de longueurs supérieures à  $1/f$  contribuent à la valeur du périodogramme cumulé à la fréquence  $f$ . Sur le même principe, nous calculons également les périodogrammes de Lomb-Scargle moyens des résidus des modèles cinématiques ITRF2014.

Les figures 4.2 (pour DORIS), 4.3 (pour SLR), 4.4 (pour VLBI) et 4.5 (pour GNSS) présentent, en haut, pour chaque composante Est, Nord et verticale, les périodogrammes de Lomb-Scargle (voir section 3.3.1) moyennés sur l'ensemble des stations (à gauche) et les périodogrammes de LSHE cumulés sur l'ensemble des stations (à droite). La figure du bas représente le périodogramme de LSHE cumulé sur l'ensemble des stations et des composantes. C'est sur ce dernier que se base notre étude afin de choisir un modèle fréquentiel commun pour toutes les stations et toutes les composantes d'une technique. En supposant que les séries temporelles de chaque station et de chaque composante sont indépendantes deux à deux, le périodogramme de LSHE cumulé suit, sous l'hypothèse  $H_0$ , une loi du  $\chi^2$  à  $2 \times n \times 3$  degrés de liberté,  $n$  étant le nombre de stations et 3 le nombre de composantes. L'espérance de cette distribution est symbolisée par la ligne grise en pointillés sur les figures 4.2 à 4.5. On peut observer sur ces figures que les périodogrammes de LSHE cumulés présentent un certain nombre de pics se détachant clairement de leurs valeurs attendues sous  $H_0$ , ce qui indique la présence de signaux périodiques significatifs dans les séries temporelles des différentes techniques. La détection des fréquences correspondantes se fait automatiquement en deux étapes détaillées dans la suite.



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

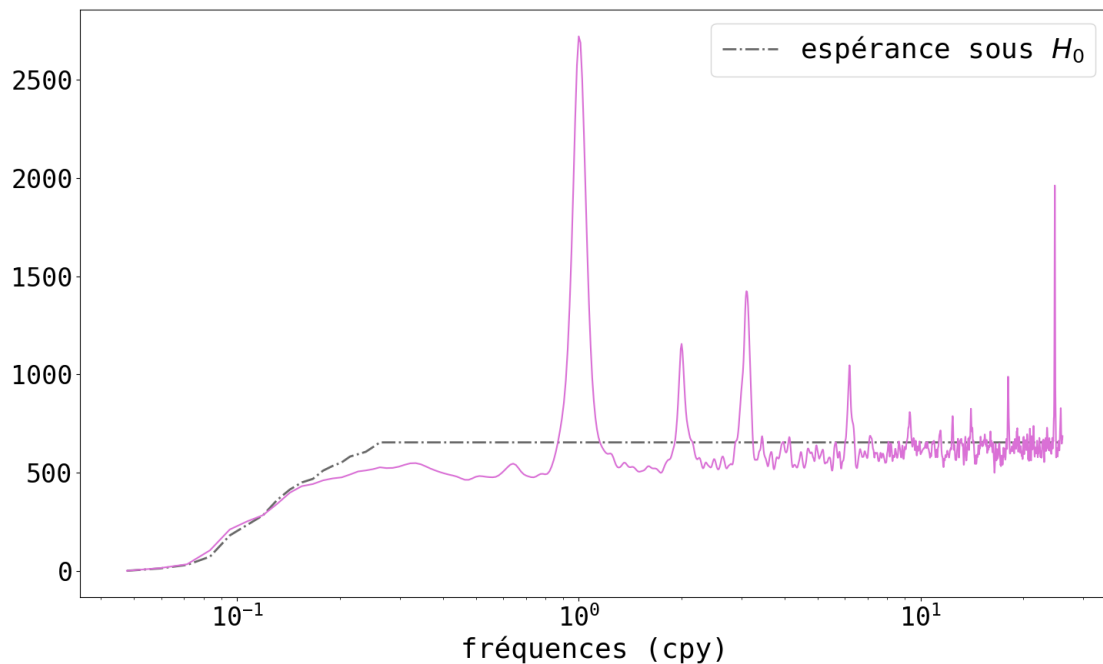
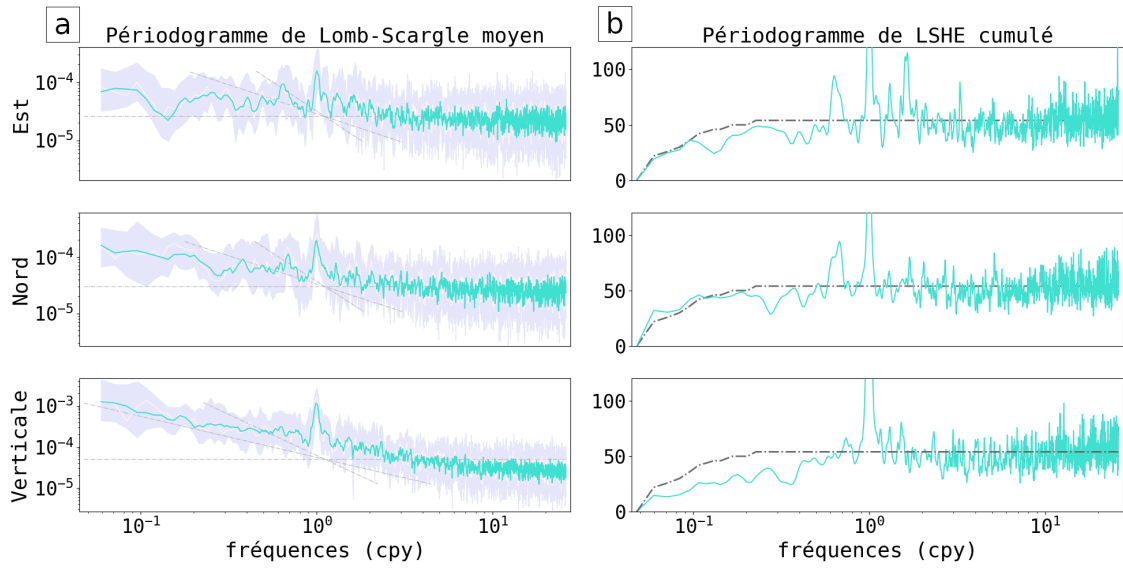


FIGURE 4.2 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations DORIS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014

- a) Périodogrammes de Lomb-Scargle moyennés, pour chaque composante, sur l'ensemble des stations ( $\text{m}^2/\text{cpy}$ ) (rose). Intervalle entre les quantiles à 0.25 et 0.75 de la distribution des périodogrammes individuels des stations (lavande). Pentes indicatives des densités spectrales de puissance du bruit blanc, du bruit de scintillation et de la marche aléatoire (lignes pointillées).
- b) Périodogrammes de LSHE cumulés, pour chaque composante, sur l'ensemble des stations (rose), et leurs espérances sous  $H_0$  (lignes pointillées)
- c) Périodogramme de LSHE cumulé sur l'ensemble des stations et des composantes (rose), et son espérance sous  $H_0$  (ligne pointillée)



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

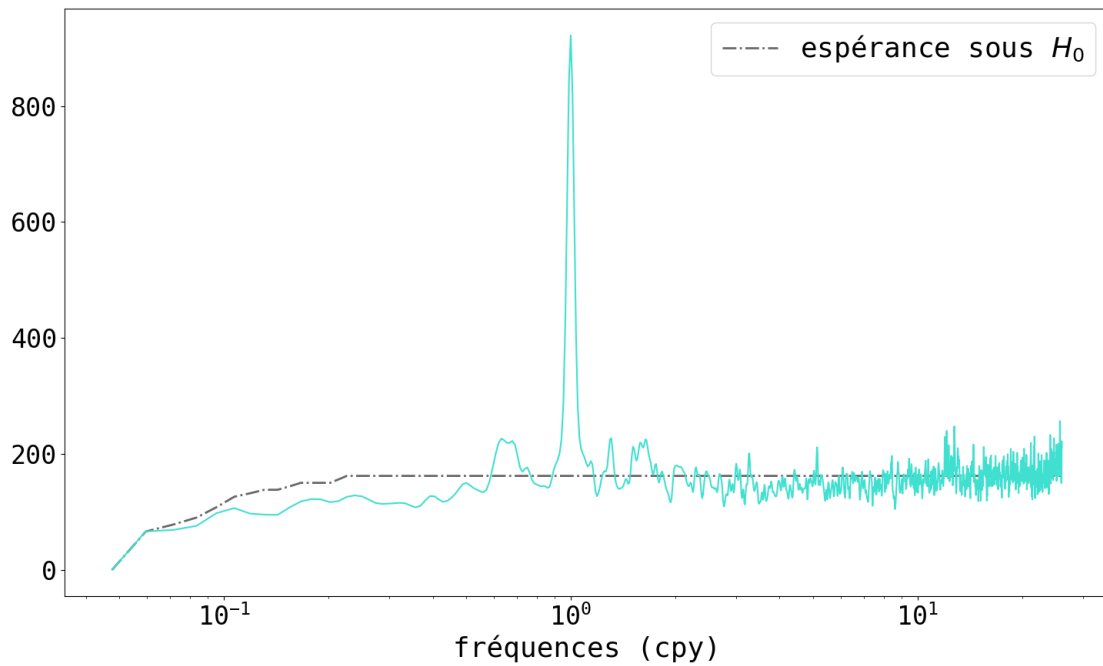
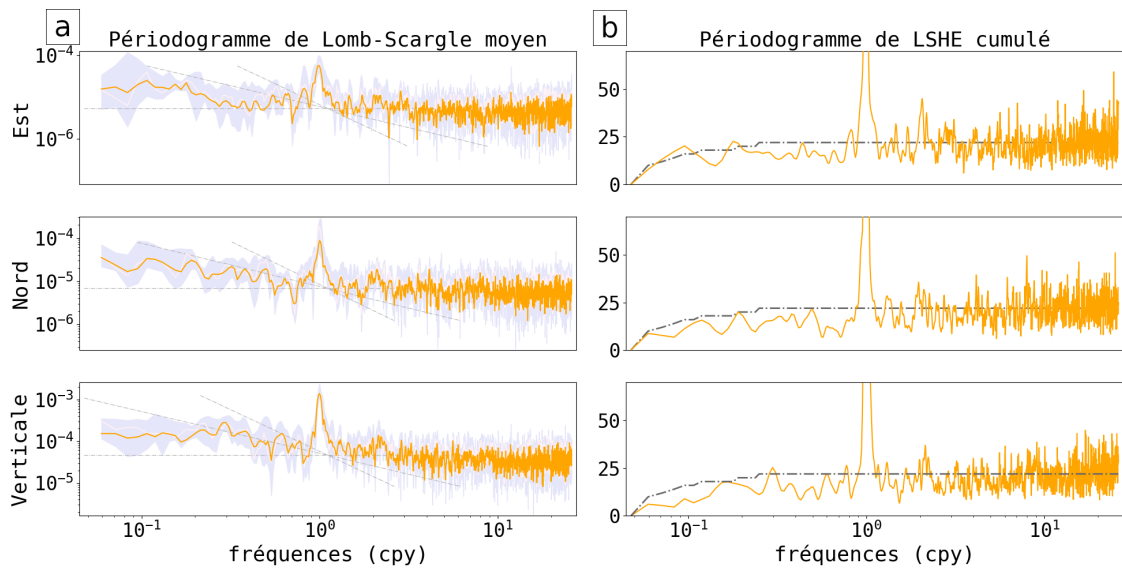


FIGURE 4.3 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations SLR obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 - voir légende sous la figure 4.2





**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

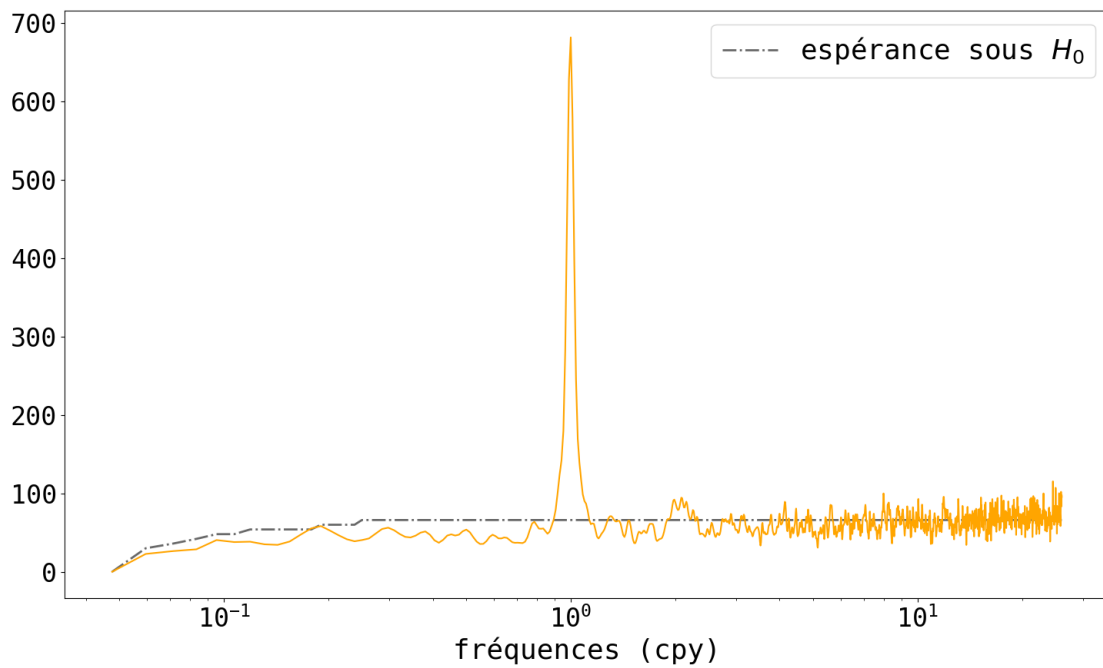
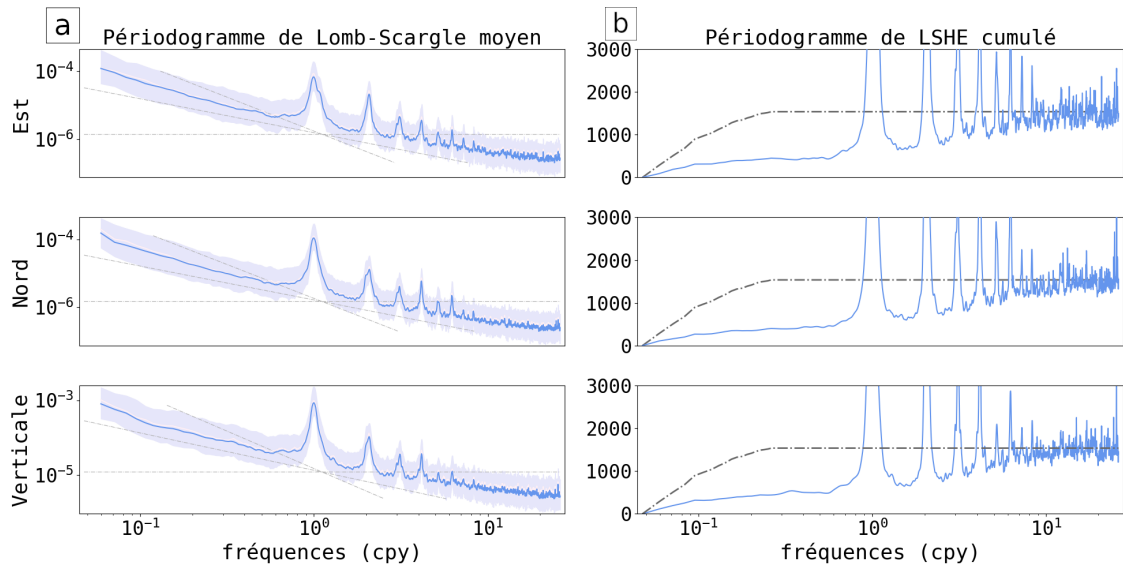


FIGURE 4.4 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations VLBI obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 - voir légende sous la figure 4.2



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

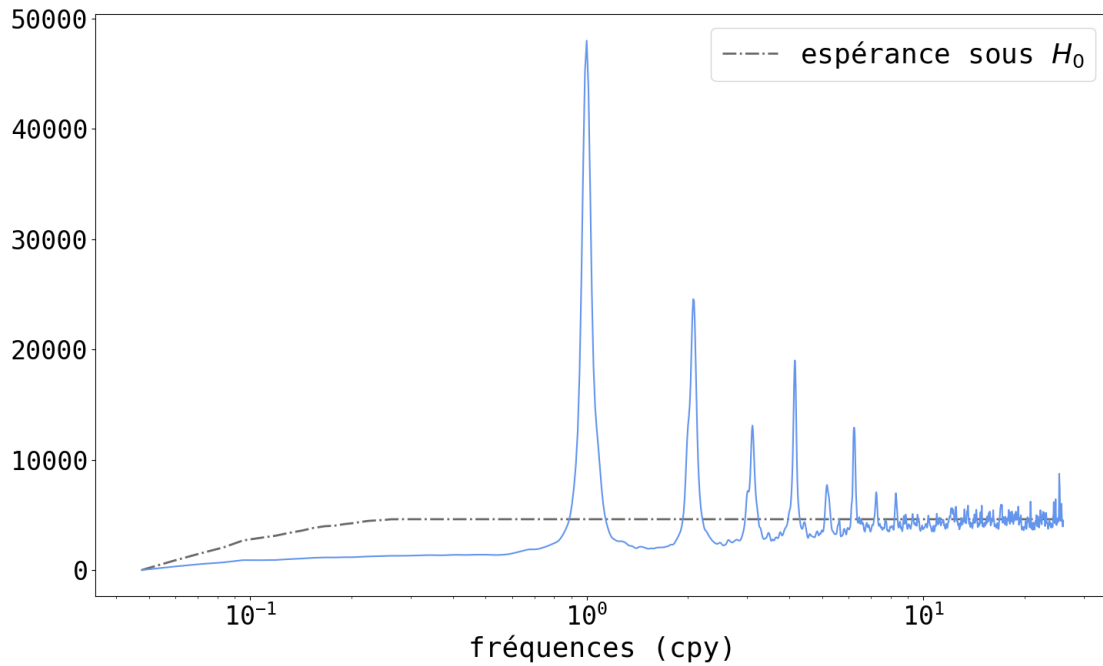


FIGURE 4.5 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations GNSS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 - voir légende sous la figure 4.2

## Première détection

Avant de commencer la détection automatique des signaux périodiques significatifs, nous ajoutons d'ores et déjà aux modèles cinématiques initiaux les signaux annuels et semi-annuels qu'il est d'usage de modéliser lors de l'analyse de séries temporelles de positions de stations géodésiques (périodes de 365.25 et 182.625 jours). Nous calculons ensuite de nouveau le périodogramme de LSHE cumulé sur l'ensemble des stations et des composantes.

Une première détection automatique des signaux périodiques significatifs est ensuite effectuée pour chaque technique, de manière itérative. À chaque itération, nous cherchons la valeur du pic maximal du périodogramme de LSHE cumulé. Si celle-ci est supérieure à un certain quantile de la distribution du  $\chi^2$  à  $2 \times n \times 3$  degrés de liberté, une sinusoïde à la fréquence correspondante à ce pic est ajoutée aux modèles cinématiques de toutes les stations de la technique. S'il est inférieur, la détection est terminée. Les paramètres de bruit (voir section 4.2.1) sont ré-estimés à chaque itération et pour chaque station et composante, en même temps que les modèles déterministes. Le seuil d'arrêt choisi pour DORIS, SLR et VLBI est le quantile à 99.9999% de la distribution du  $\chi^2$  à  $2 \times n \times 3$  degrés de liberté. Pour GNSS, nous utilisons un seuil arbitraire plus élevé car l'utilisation du même quantile entraîne une sur-détection de signaux périodiques, probablement due au fait que le bruit de fond des séries GNSS est spatialement corrélé. Plusieurs études mettent en effet en évidence des corrélations positives entre séries temporelles de positions de stations GNSS séparées de distance allant jusqu'à plusieurs milliers de kilomètres (Williams et al, 2004; Amiri-Simkooei, 2009; Amiri-Simkooei et al, 2017; Benoist et al, 2020). Or le réseau de stations GNSS analysé ici (figure 4.1) contient de très nombreuses paires de stations GNSS séparées par des distances moindres. Dans ces conditions, il est clair que l'hypothèse d'indépendance entre séries temporelles n'est pas respectée, et que le périodogramme de LSHE cumulé ne suit donc pas en pratique une loi du  $\chi^2$  à  $2 \times n \times 3$  degrés de liberté.

## Résultats de la première détection

Lors de cette première détection, aucun signal périodique significatif supplémentaire n'a été détecté pour la technique VLBI.

Des signaux dont les fréquences sont très proches des harmoniques annuelles ont été détectés pour les techniques GNSS et DORIS (annuel et ter-annuel pour GNSS; annuel, semi-annuel et ter-annuel pour DORIS). La détection de signaux ter-annuels est conforme aux résultats d'études précédentes (Williams and Willis, 2006; Klos et al, 2018; Gobron et al, 2021; Rebischung et al, 2021). Quant à la détection de signaux périodiques proches des fréquences annuelle et semi-annuelle, alors que des sinusoïdes annuelles et semi-annuelles étaient déjà présentes dans les modèles cinématiques de départ, celle-ci peut s'expliquer par le fait que les signaux saisonniers présents dans les séries temporelles de positions de stations géodésiques ne sont pas parfaitement stables, mais que leurs amplitudes et phases peuvent légèrement varier avec le temps (Davis et al, 2012; Chen et al, 2013; Klos et al, 2017).

Des signaux périodiques à des fréquences proches de celles des harmoniques draconitiques des satellites de chaque technique satellitaire (DORIS, GNSS et SLR) ont été détectés. Plusieurs signaux à des fréquences proches de la même harmonique draconitique ont parfois été détectés, ce qui peut s'expliquer, comme dans le cas des signaux saisonniers, par une variabilité des erreurs draconitiques avec le temps. Une telle variabilité a déjà été mise en évidence par Rebischung et al (2021) pour les erreurs draconitiques GPS.

En outre, plusieurs signaux périodiques ont été détectés dont les fréquences correspondent à l'aliasing de certaines ondes de marée soit par l'échantillonnage hebdomadaire des solutions DORIS et SLR, soit par la période de répétition au sol de la constellation GPS, puis l'échantillonnage hebdomadaire des solutions GNSS.

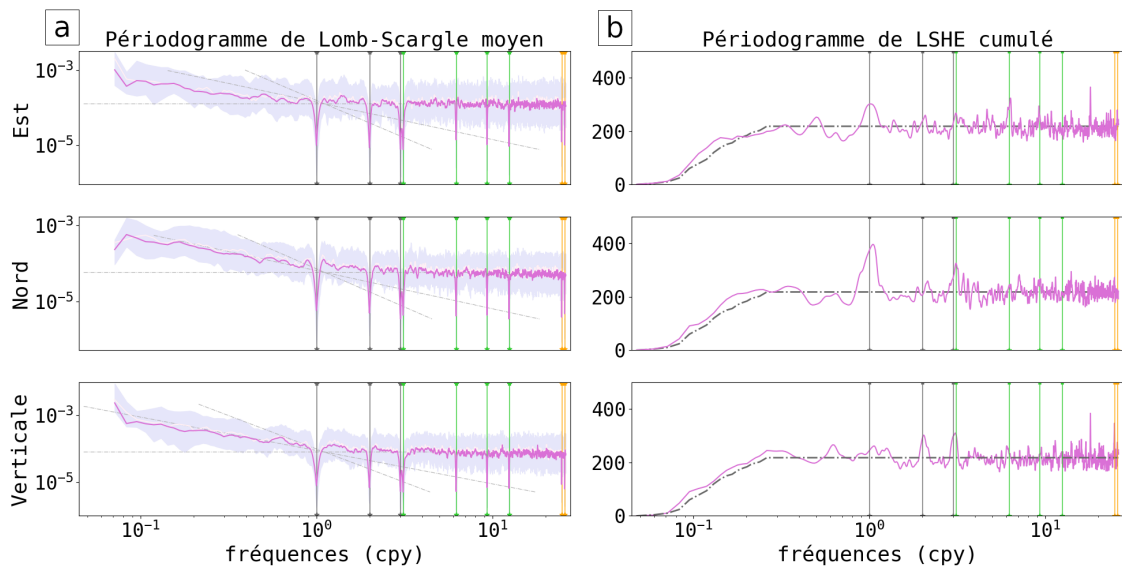
Enfin, un signal périodique à 20.21 jours d'origine inconnue mais déjà observé précédemment par Williams and Willis (2006) et par Klos et al (2018) a été détecté dans les séries temporelles DORIS.

Les périodes de l'ensemble des signaux périodiques détectés lors de cette première étape sont répertoriées dans la table 4.1, ainsi que les périodes théoriques des signaux auxquels ils semblent se rapporter. Les figures 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 représentent les périodogrammes de LSHE cumulés sur l'ensemble des stations et des composantes de chaque technique, respectivement DORIS, SLR, VLBI et GNSS, calculés avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés de sinusoïdes aux fréquences théoriques des signaux connus détectés lors de cette première étape (représentées par les lignes verticales sur les figures).

On constate, dans les périodogrammes de LSHE cumulés obtenus à cette étape, un certain nombre de pics autour de fréquences pour lesquelles des sinusoïdes sont déjà présentes dans les modèles cinématiques. Ces pics résiduels peuvent être expliqués par la variabilité des signaux correspondants. D'autres pics sont aussi présents à des fréquences pour lesquelles on ne connaît pas de source possible. Pour prendre en compte ces signaux restants et obtenir des séries temporelles résiduelles nettoyées de toutes variations périodiques, une deuxième détection par LSHE légèrement différente de la première est menée.

	Période détectée	Période théorique	Commentaire
SLR	14.19	14.19	aliasing $O_1$ via échantillonnage hebdomadaire
	220.70	222.63	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique de LAGEOS-2
	279.63	279.65	2 <sup>ème</sup> harmonique draconitique de LAGEOS-1
	574.19	559.29	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique de LAGEOS-1
DORIS	14.19	14.19	aliasing $O_1$ via échantillonnage hebdomadaire
	14.76	14.77	aliasing $M_2$ via échantillonnage hebdomadaire
	20.21	(?)	⇒ pas prise en compte dans la seconde détection
	29.38	29.39	4 <sup>ème</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	39.22	39.19	3 <sup>ème</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	58.86	58.78	2 <sup>ème</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	117.70, 117.89	117.57	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	122.12	121.75	ter-annuel
	175.40	182.63	semi-annuel
345.93	365.25	annuel	
GNSS	14.40	14.39	aliasing $M_2$ via période de répétition de la constellation GPS puis échantillonnage hebdomadaire
	44.03	43.95	8 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	50.36	50.22	7 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	58.63, 58.50, 58.03	58.59	6 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	70.53, 69.85	70.31	5 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	87.85, 87.78, 89.19	87.89	4 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	117.44, 116.14, 114.32	117.19	3 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	121.51	121.75	ter-annuel
	175.69, 175.25, 170.74	175.78	2 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
	344.36	351.56	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique GPS
363.23	365.25	annuel	

TABLE 4.1 : Périodes (en jours) des signaux détectés lors de la première détection par LSHE. Les valeurs des périodes théoriques des signaux draconitiques des satellites SLR et DORIS proviennent du site IXION - <https://climserv.ipsl.polytechnique.fr/ixion/>. Les satellites DORIS pour lesquels des signaux draconitiques sont observés sont TOPEX/Poseidon, Jason-1 et Jason-2.



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

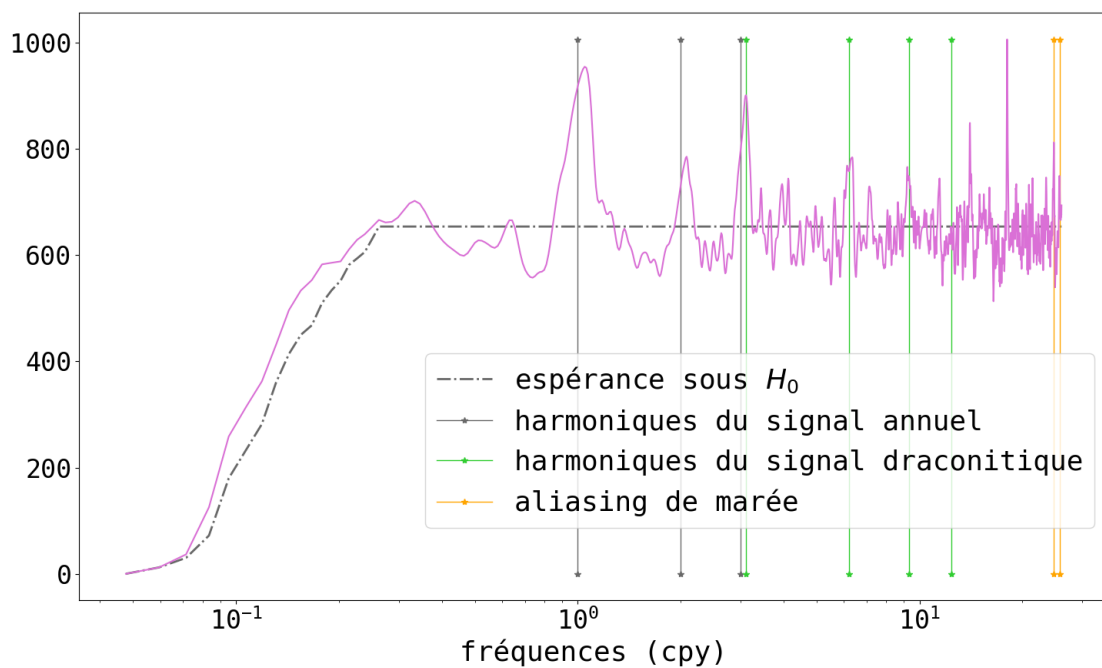
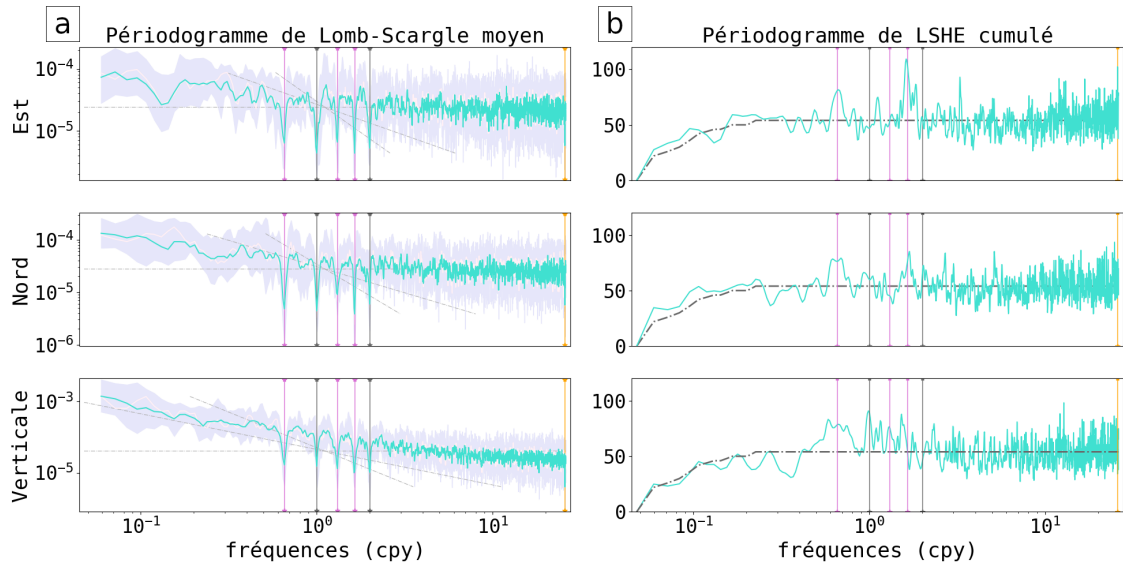


FIGURE 4.6 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations DORIS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection

- a) Périodogrammes de Lomb-Scargle moyennés, pour chaque composante, sur l'ensemble des stations ( $m^2/cpy$ ) (rose). Intervalle entre les quantiles à 0.25 et 0.75 de la distribution des périodogrammes individuels des stations (lavande). Pentes indicatives des densités spectrales de puissance du bruit blanc, du bruit de scintillation et de la marche aléatoire (lignes pointillées).
- b) Périodogrammes de LSHE cumulés, pour chaque composante, sur l'ensemble des stations (rose), et leurs espérances sous  $H_0$  (lignes pointillées)
- c) Périodogramme de LSHE cumulé sur l'ensemble des stations et des composantes (rose), et son espérance sous  $H_0$  (ligne pointillée)
- Les lignes verticales indiquent les fréquences auxquelles des sinusoides ont été ajoutées dans les modèles cinématiques.



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

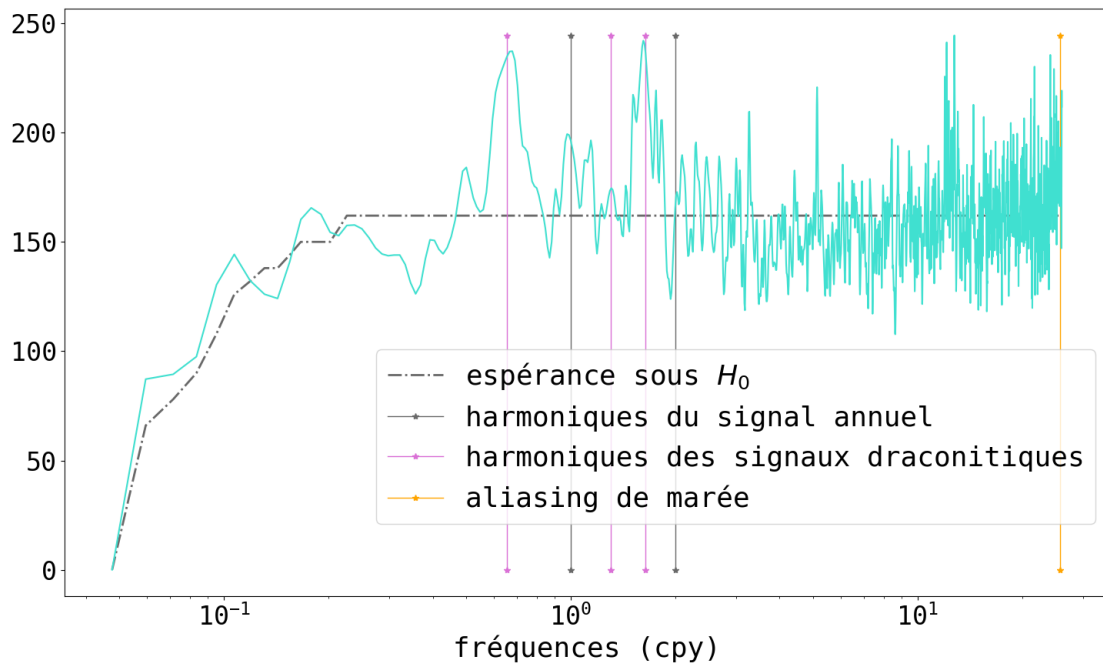
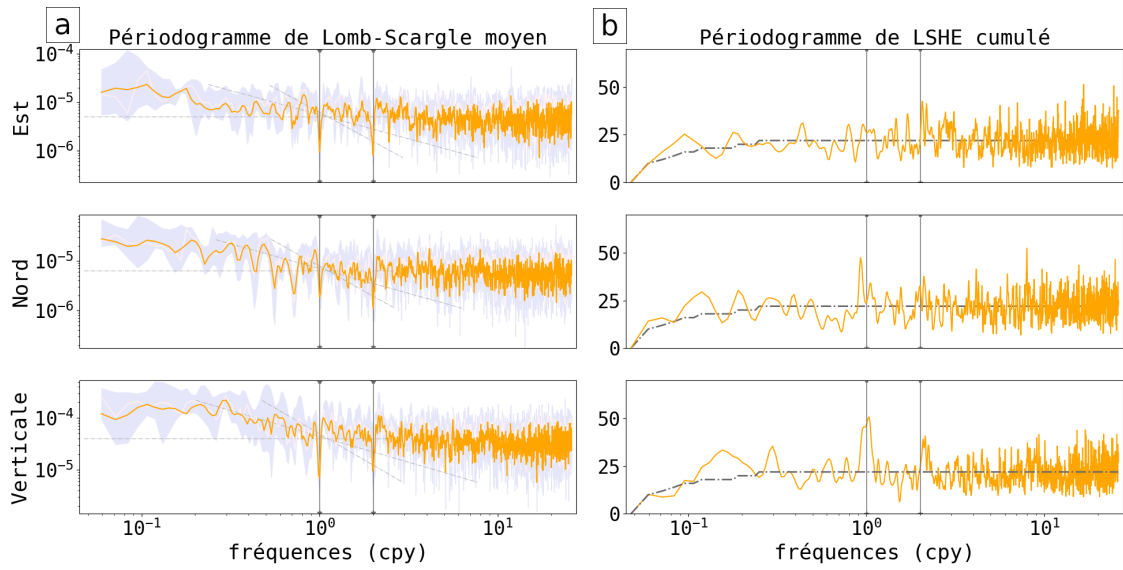


FIGURE 4.7 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations SLR obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection - voir légende sous la figure 4.6



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

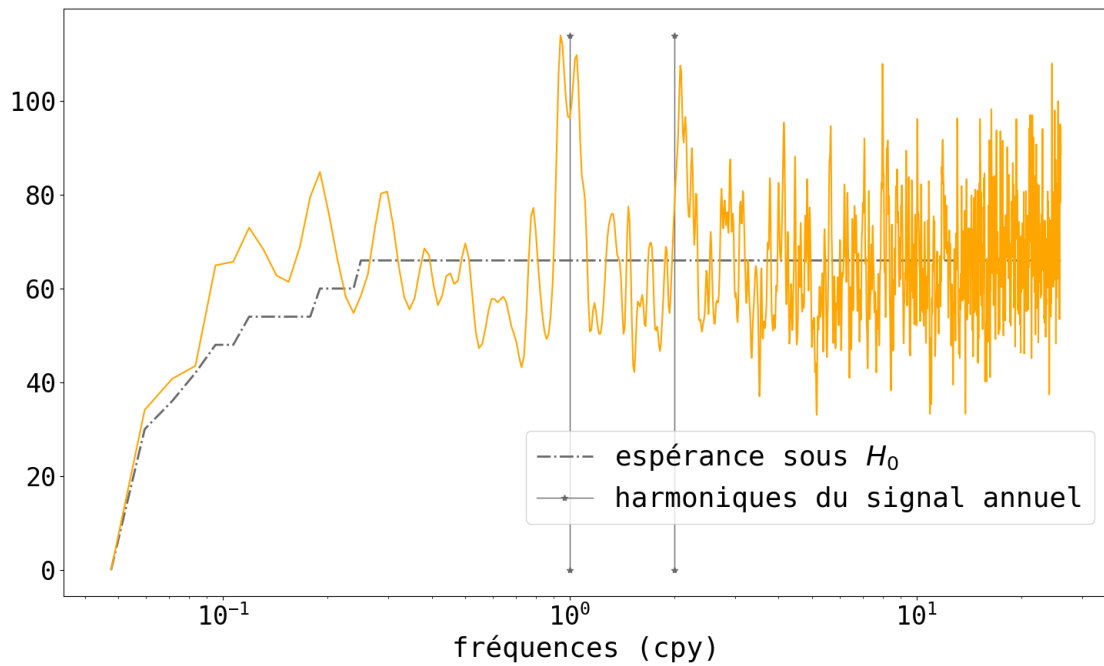
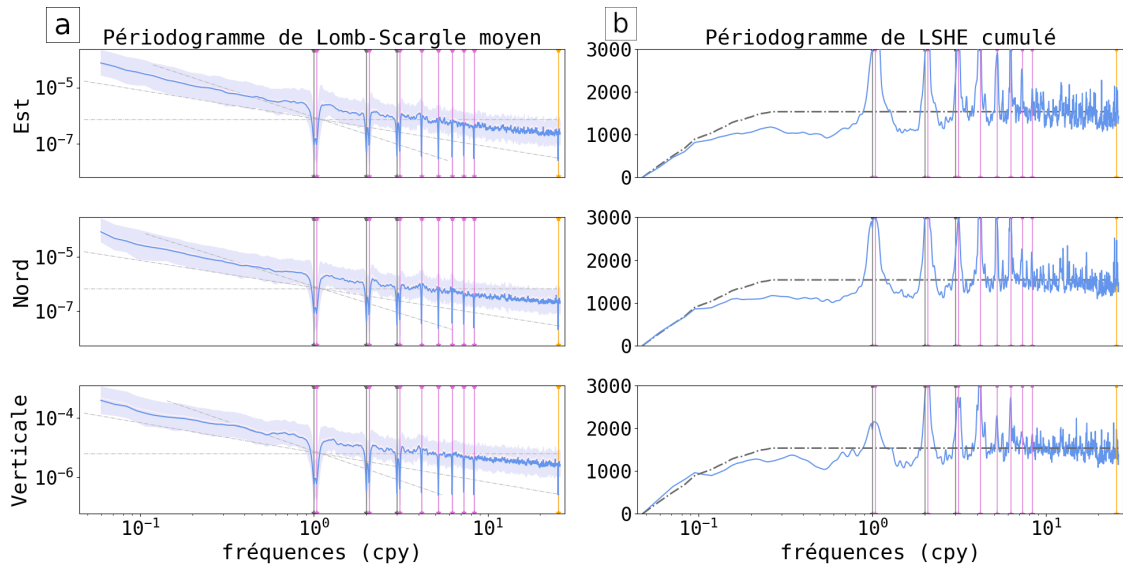


FIGURE 4.8 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations VLBI obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection - voir légende sous la figure 4.6



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

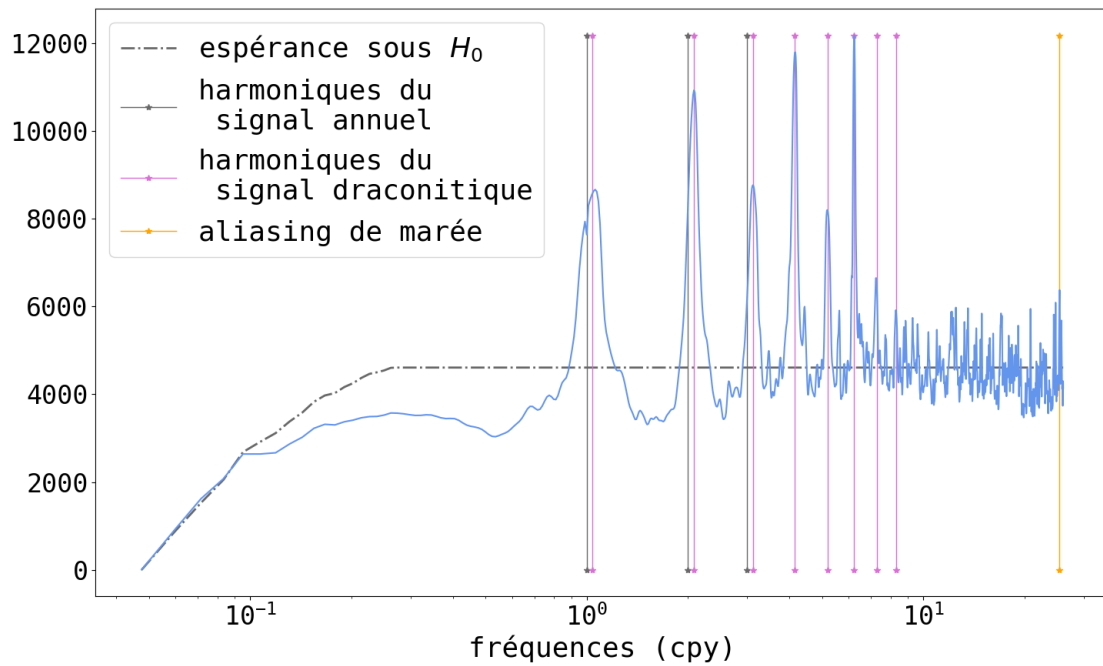


FIGURE 4.9 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations GNSS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection - voir légende sous la figure 4.6



## Seconde détection

La seconde détection par LSHE utilise le même principe que la première, si ce n'est que cette fois, les modèles cinématiques de départ sont les modèles ITRF2014 auxquels on a ajouté des sinusoides annuelle et semi-annuelle ainsi que des sinusoides aux périodes connues mises en évidence dans la première détection. La période théorique de chaque signal est utilisée, non pas celle précédemment détectée. Une deuxième différence par rapport à la première détection concerne le processus itératif. Nous avons vu que, lors de la première détection, plusieurs périodes très proches ont été détectées à cause de la variabilité des signaux correspondants. Pour prendre en compte cette variabilité, plutôt que d'inclure dans nos modèles cinématiques plusieurs sinusoides à des fréquences proches, dont l'ajustement à des séries courtes peut se révéler problématique, nous avons choisi d'utiliser des sinusoides dont les amplitudes et phases peuvent varier grâce à la modélisation de leurs coefficients sous forme de polynômes. Une telle sinusoides, dite sinusoides variable de degré  $d$ , a ainsi l'expression suivante :

$$S(t) = \left( \sum_{i=0}^d a_i t^i \right) \cos(2\pi ft) + \left( \sum_{i=0}^d b_i t^i \right) \sin(2\pi ft) \quad (4.1)$$

où les coefficients  $(a_i, b_i)_{0 \leq i \leq d}$  sont des paramètres à estimer.

A chaque itération, la fréquence du pic maximal du périodogramme de LSHE est comparée aux fréquences des sinusoides déjà présentes dans les modèles cinématiques. Nous choisissons un seuil de 0.1 cpy pour cette comparaison entre fréquences, ce qui correspond à la résolution spectrale de séries temporelles longues de 10 ans, une durée proche de la moyenne des durées de nos séries temporelles. Si la différence entre la fréquence  $f_{new}$  nouvellement détectée et la fréquence  $f_{model}$ , la plus proche de  $f_{new}$  parmi celles déjà présentes dans les modèles cinématiques, est inférieure à 0.1 cpy, alors, plutôt que d'ajouter une nouvelle sinusoides à la fréquence  $f_{new}$  dans les modèles cinématiques, on "complexifie" celles déjà présentes à la fréquence  $f_{model}$ . Complexifier une sinusoides simple revient à la transformer en sinusoides variable de degré 1, et complexifier une sinusoides variable de degré  $d$  revient à la transformer en sinusoides variable de degré  $d + 1$ .

Lors de cette seconde détection automatique, le critère d'arrêt des itérations s'est basé sur un examen visuel des périodogrammes de LSHE cumulés (absence de pics se détachant nettement du niveau de bruit général des périodogrammes).

## 4.3 Modèles cinématiques et stochastiques finaux

Les deux processus itératifs décrits dans la section 4.2.2 ont permis la détection de signaux périodiques significatifs dans les séries temporelles de positions des stations des différentes techniques et l'inclusion de sinusoides simples ou variables dans nos modèles cinématiques pour en tenir compte. Les périodes de ces sinusoides ainsi que le degré de variabilité choisi pour chacune d'elles sont répertoriés dans la table 4.2. Les signaux périodiques détectés peuvent être répartis en quatre catégories discutées dans la section 4.3.1 : les signaux saisonniers, les signaux draconitiques, les signaux d'aliasing d'ondes de marées et les signaux d'origines inconnues.

Les modèles cinématiques obtenus en ajoutant ces signaux périodiques aux modèles cinématiques de l'ITRF2014 sont les modèles finaux utilisés pour la suite de notre étude. Les périodogrammes de Lomb-Scargle moyens et de LSHE cumulés calculés avec ces modèles finaux sont représentés sur les figures 4.10 à 4.13. Les périodogrammes de LSHE sont plats, comme attendu, sauf aux basses fréquences où le nombre de stations contribuant aux périodogrammes cumulés diminue. Ces figures montrent également les valeurs attendues (courbes pointillées) des périodogrammes de LSHE cumulés sous l'hypothèse nulle, i.e., si les modèles de bruit sont adéquats et qu'aucun signal périodique significatif ne manque dans les modèles cinématiques. L'accord entre les périodogrammes de LSHE cumulés et leurs valeurs attendues sous l'hypothèse nulle est une indication de la pertinence, en moyenne, du modèle de bruit en bruit blanc variable plus bruit en loi de puissance utilisé pour les

séries temporelles résiduelles des quatre techniques et choisi dans la section 4.2.1. Les valeurs estimées des paramètres de bruit sont discutées dans la section 4.3.2.

### 4.3.1 Discussion sur les périodes détectées

Des variations annuelles et semi-annuelles ont depuis longtemps été mises en évidence dans les séries temporelles de positions des stations des différentes techniques et consistent en une superposition de divers phénomènes physiques et d'erreurs systématiques (Dong et al, 2002; Collilieux et al, 2007). Ainsi, des sinusoides simples aux périodes de 365.25 et 182.63 jours avaient été ajoutées à nos modèles cinématiques avant même la première détection par LSHE. Pour certaines techniques, ces sinusoides ont été ensuite complexifiées pour tenir compte de la variabilité des signaux saisonniers. Notre analyse a aussi permis de mettre en évidence un signal ter-annuel significatif (période de 121.75 jours) dans les séries de positions de stations DORIS et GNSS, un résultat cohérent avec les travaux de Williams and Willis (2006) et Klos et al (2018) pour DORIS et de Gobron et al (2021) et Rebischung et al (2021) pour GNSS.

Des signaux draconitiques ont été observés dans notre analyse pour les trois techniques satellitaires (GNSS, DORIS et SLR). Des fréquences proches des huit premières harmoniques de l'année draconitique GPS ( $\approx 351,6$  jours; Ray et al, 2008; Amiri-Simkooei, 2013) ont été trouvées lors de notre première détection automatique sur les séries temporelles GNSS. Des sinusoides aux huit premières harmoniques draconitiques GPS sont donc incluses dans les modèles cinématiques finaux des séries temporelles GNSS. Ce sont toutes des sinusoides variables dans le temps, en accord avec la variabilité des erreurs draconitiques GPS soulignée par Rebischung et al (2021). En ce qui concerne DORIS, des signaux périodiques significatifs proches des quatre premières harmoniques de la période draconitique des satellites TOPEX/Poséidon, Jason-1 et Jason-2 (117.56 jours) ont été mis en évidence, en accord avec les observations de Williams and Willis (2006) et Klos et al (2018). Ces signaux draconitiques sont pris en compte par des sinusoides simples ou variables dans les modèles cinématiques finaux des séries temporelles DORIS. Enfin, pour SLR, des signaux périodiques proches des périodes draconitiques des deux satellites LAGEOS (559.29 et 222.63 jours) ont été mis en évidence, en cohérence avec les observations faites par Luceri et al (2019) sur les séries temporelles de biais en distance SLR. Des signaux à la deuxième harmonique de la période draconitique de LAGEOS-1 (279.65 jours) ont également été détectés, ce qui a récemment été également observé dans les séries temporelles de mouvement du géocentre déterminé par SLR (Yu et al, 2021). Ces signaux draconitiques sont pris en compte par des sinusoides simples ou variables dans les modèles cinématiques finaux des séries temporelles de positions de stations SLR.

Les séries temporelles de positions de stations issues des techniques satellitaires sont également connues pour contenir des signaux parasites dus à l'aliasing des erreurs des modèles de marée via l'échantillonnage des séries temporelles et/ou les périodes de répétition au sol des satellites (Penna and Stewart, 2003). Pour DORIS, des signaux périodiques significatifs proches des périodes d'aliasing des ondes de marées  $O_1$  et  $M_2$  via l'échantillonnage hebdomadaire des séries temporelles DORIS (14.19 et 14.77 jours, respectivement) ont été trouvés. La même période d'aliasing d'onde de marée  $O_1$  a également été détectée dans les séries temporelles SLR. Enfin, pour GNSS une seule période liée aux ondes de marée a été détectée à 14,39 jours, ce qui peut s'expliquer par un processus d'aliasing en deux étapes : (1) l'aliasing des erreurs du modèle de l'onde de marée  $M_2$  à une période de 13.62 jours via la période de répétition au sol des satellites GPS, comme décrit par Penna and Stewart (2003) et observé, entre autres, par Rebischung et al (2021); (2) l'aliasing des signaux à 13.62 jours présents dans les solutions journalières de l'IGS via leur combinaison hebdomadaire. Tous les aliasing de marée détectés sont pris en compte par des sinusoides simples ou variables dans les modèles cinématiques finaux.

Pour finir, nous avons également détecté plusieurs signaux périodiques significatifs mais inexplicables dans les séries temporelles DORIS et SLR. Deux de ces périodes ont été trouvées pour DORIS à 20.22 et 25.99 jours. Alors que des signaux à environ 26 jours n'ont, à notre connaissance, jamais été signalés auparavant, des signaux à environ 20.2 jours ont déjà été observés dans les séries temporelles

DORIS par Williams and Willis (2006) et Klos et al (2018), mais restent encore inexpliqués. Pour SLR, un groupe de périodes à environ 30 jours a été détecté (28.60, 30.09 et 30.47 jours), dont nous n'avons trouvé aucune trace dans la littérature, à l'exception d'une mention de signaux à 28 jours dans des séries temporelles de mouvement du géocentre déterminé par SLR (Yu et al, 2021). Bien que ces signaux périodiques soient inexpliqués, ils se distinguent clairement du bruit de fond dans les séries temporelles DORIS et SLR (voir les figures 4.6 et 4.10 pour DORIS ; 4.7 et 4.11 pour SLR). Ils sont donc inclus dans nos modèles cinématiques finaux en tant que sinusoides simples afin de ne pas affecter la comparaison des variations aperiodiques observées par les différentes techniques présentée dans le chapitre 5.

Technique	Période (jours)	Commentaire
VLBI	182.63	semi-annuel
	365.25*	annuel
SLR	14.19	aliasing $O_1$ via échantillonnage hebdomadaire
	28.60, 30.09, 30.47	inconnue
	182.63	semi-annuel
	222.63*	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique de LAGEOS-2
	279.65	2 <sup>ème</sup> harmonique draconitique de LAGEOS-1
	365.25	annuel
	559.29*	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique de LAGEOS-1
	14.19	aliasing $O_1$ via échantillonnage hebdomadaire
DORIS	14.77*	aliasing $M_2$ via échantillonnage hebdomadaire
	20.22, 25.99	inconnue
	29.39	4 <sup>ème</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	39.19*	3 <sup>ème</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	58.78*	2 <sup>ème</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	117.57*	1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique des satellites DORIS
	121.75	ter-annuel
	182.63*	semi-annuel
	365.25*	annuel
	GNSS	14.39*
43.95*		8 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
50.22*		7 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
58.59**		6 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
70.31**		5 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
87.89****		4 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
117.19***		3 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
121.75		ter-annuel
175.78**		2 <sup>ème</sup> harmonique draconitique GPS
182.63		semi-annuel
351.56**		1 <sup>ère</sup> harmonique draconitique GPS
365.25		annuel

TABLE 4.2 : Signaux périodiques ajoutés aux modèles cinématiques de l'ITRF2014 dans nos modèles finaux.

Une période suivie d'une ou plusieurs astérisques (\*) correspond à une sinusoides variable avec un degré de complexité égal au nombre d'astérisques. Les satellites DORIS pour lesquels des signaux draconitiques sont observés sont TOPEX/Poseidon, Jason-1 et Jason-2.

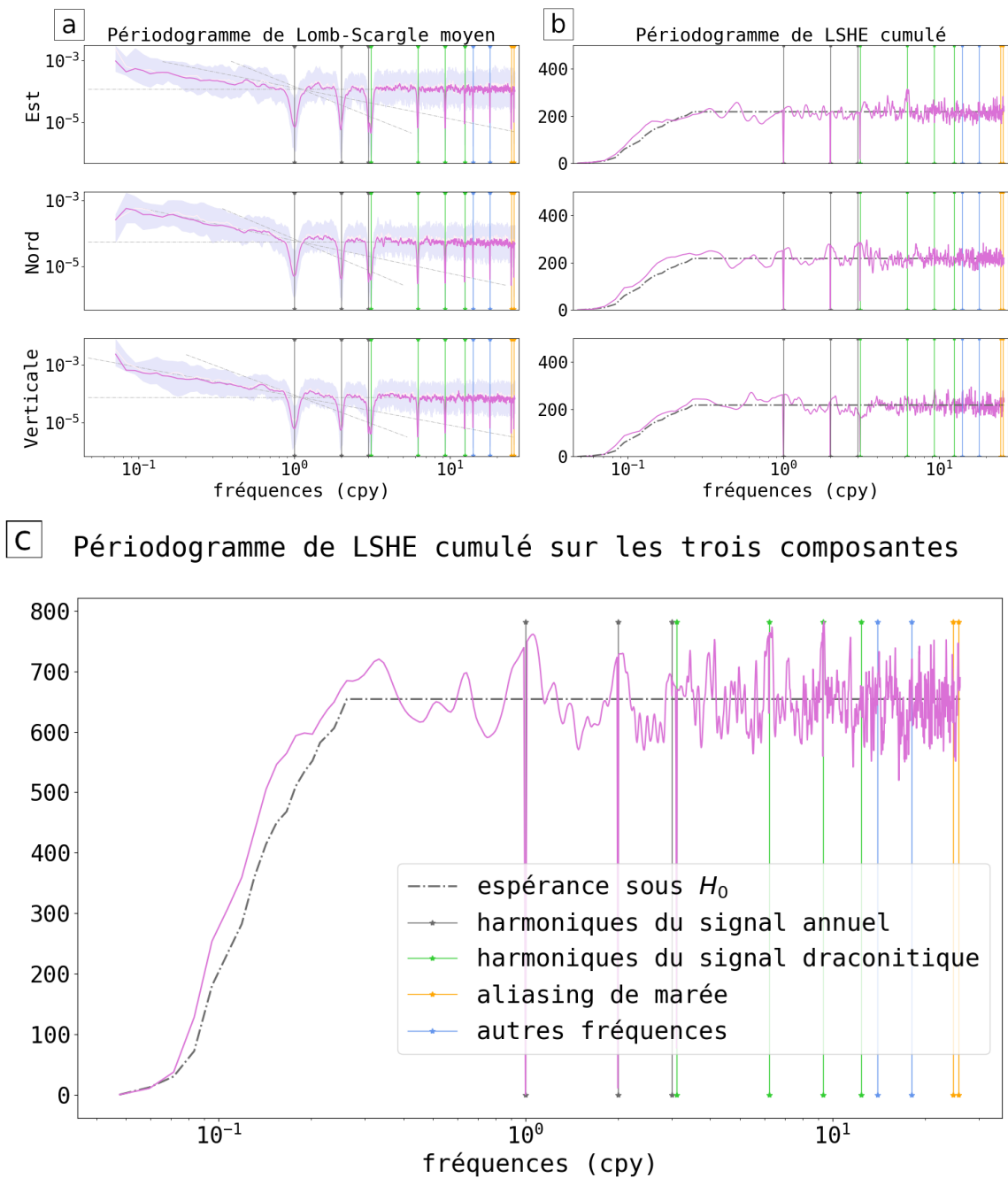
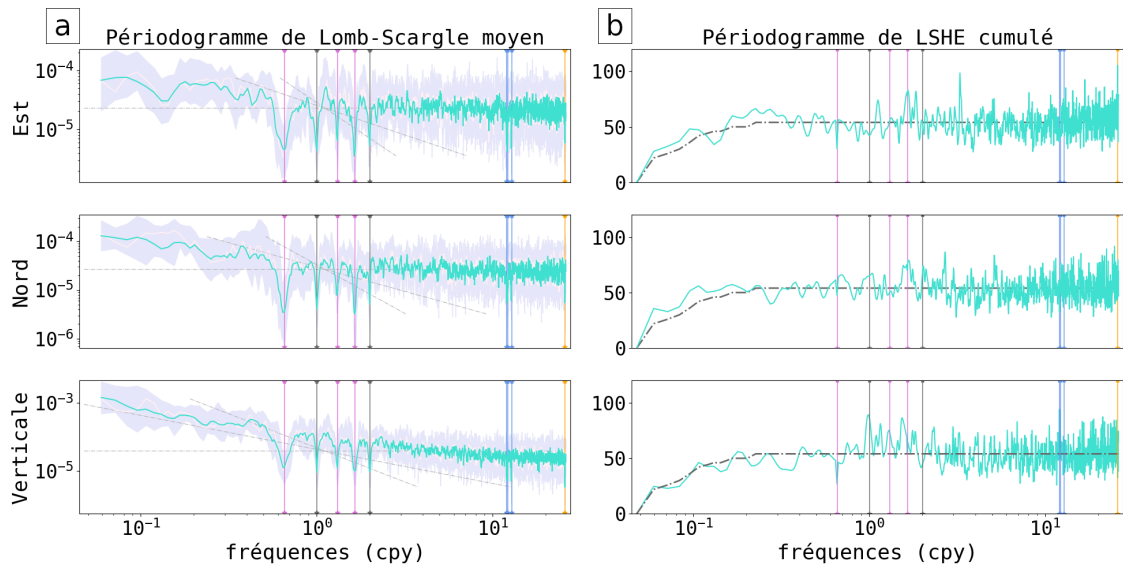


FIGURE 4.10 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations DORIS obtenues avec les modèles finaux

- a) Périodogrammes de Lomb-Scargle moyennés, pour chaque composante, sur l'ensemble des stations ( $m^2/cpy$ )(rose). Intervalle entre les quantiles à 0.25 et 0.75 de la distribution des périodogrammes individuels des stations (lavande). Pentes indicatives des densités spectrales de puissance du bruit blanc, du bruit de scintillation et de la marche aléatoire (lignes pointillées).
- b) Périodogrammes de LSHE cumulés, pour chaque composante, sur l'ensemble des stations (rose), et leurs espérances sous  $H_0$  (lignes pointillées)
- c) Périodogramme de LSHE cumulé sur l'ensemble des stations et des composantes (rose), et son espérance sous  $H_0$  (ligne pointillée)
- Les lignes verticales indiquent les fréquences auxquelles des sinusoides ont été ajoutées dans les modèles cinématiques.



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

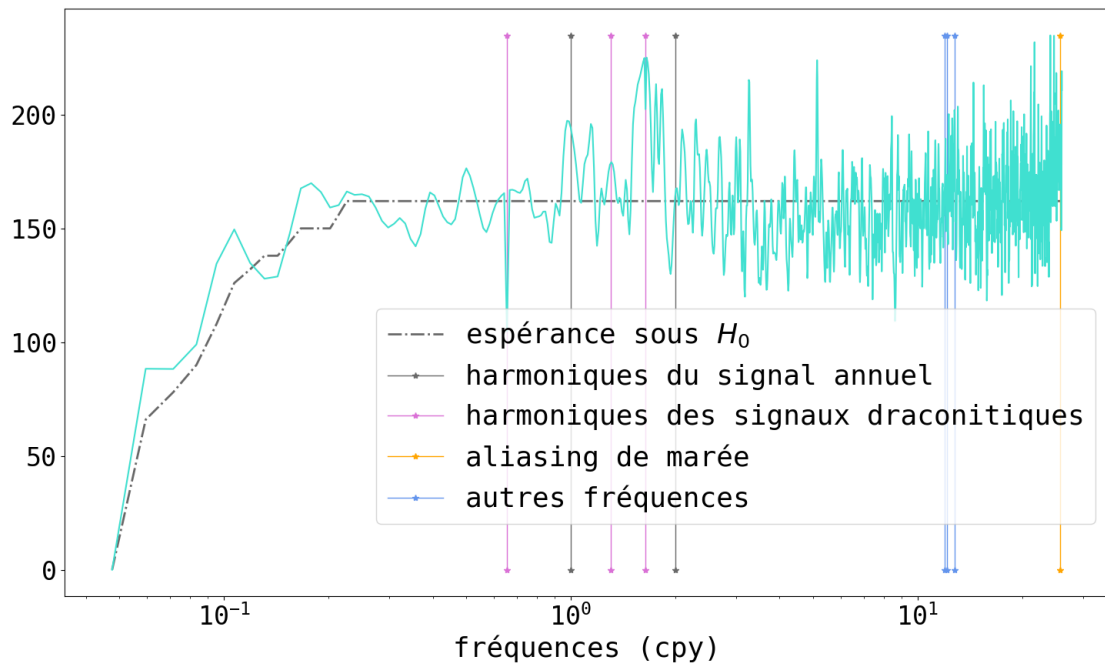
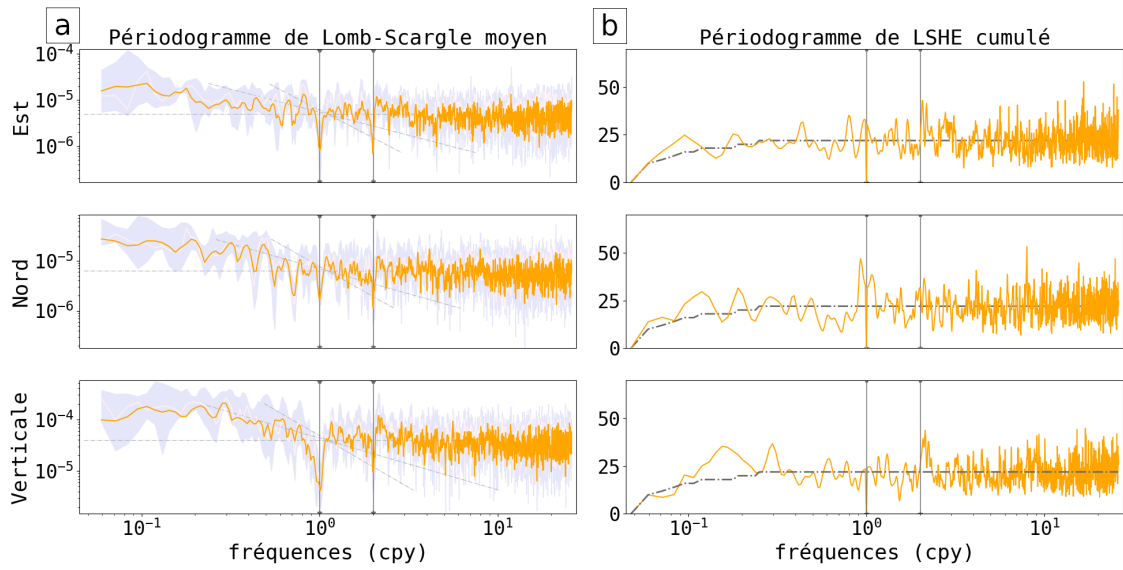


FIGURE 4.11 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations SLR obtenues avec les modèles finaux - voir légende sous la figure 4.10



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

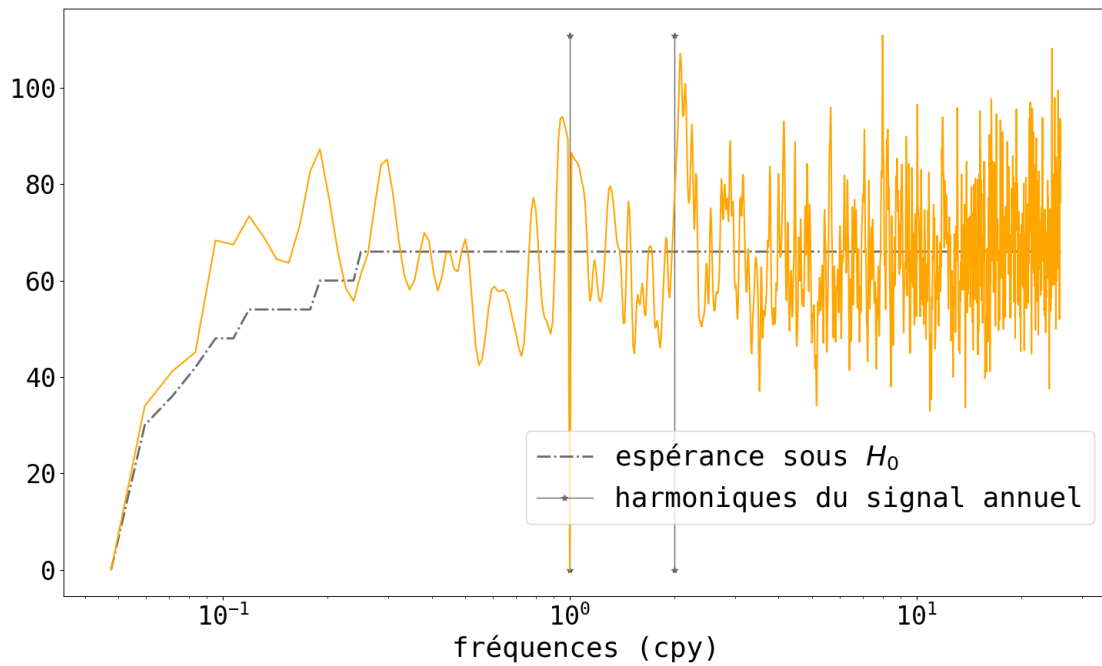
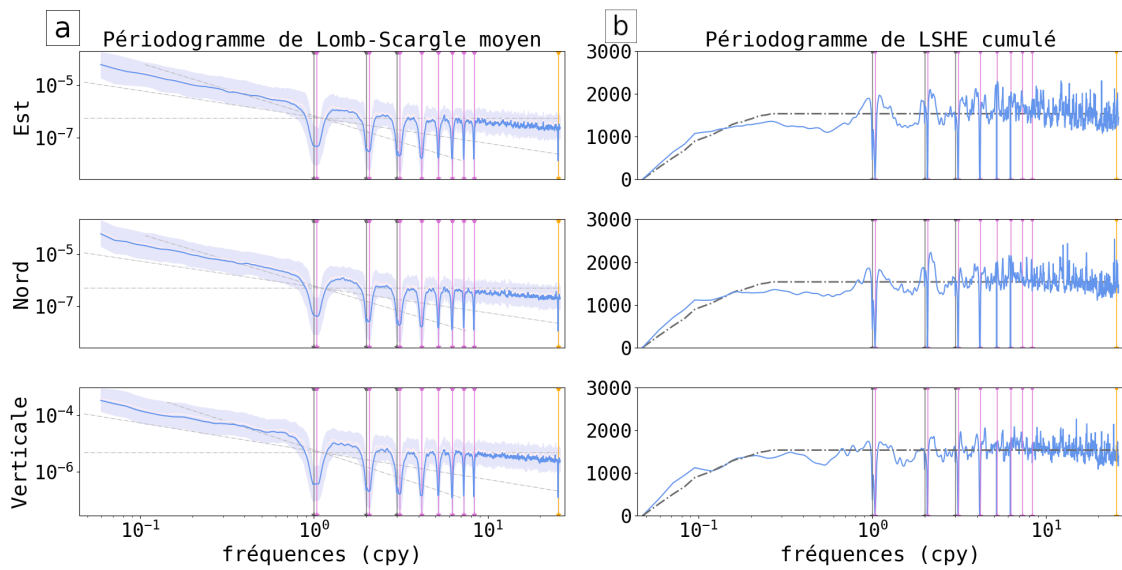


FIGURE 4.12 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations VLBI obtenues avec les modèles finaux - voir légende sous la figure 4.10



**C** Périodogramme de LSHE cumulé sur les trois composantes

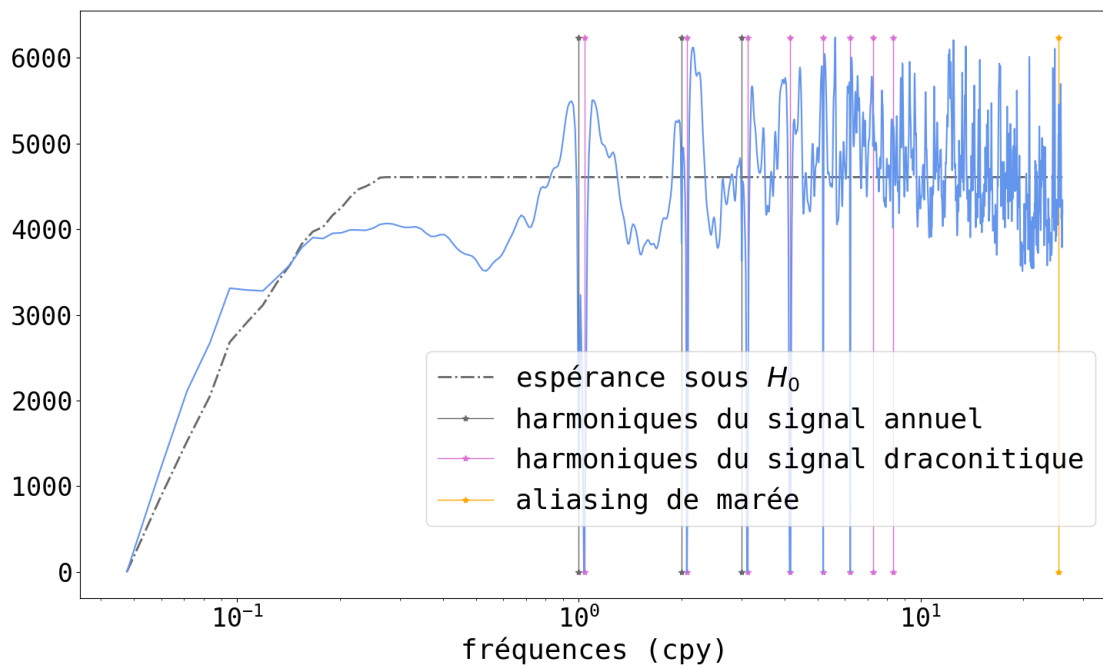
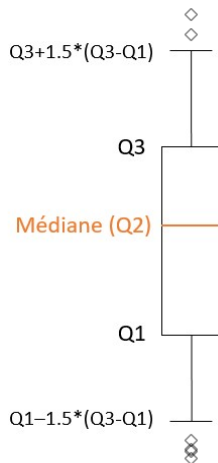


FIGURE 4.13 : Analyse des séries temporelles résiduelles des stations GNSS obtenues avec les modèles finaux - voir légende sous la figure 4.10



### 4.3.2 Modèles de bruit estimés

Des modèles de bruit en bruit blanc variable plus bruit en loi de puissance (voir section 4.2.1) ont été ajustés aux séries temporelles des quatre techniques en même temps que les modèles cinématiques finaux. La figure 4.15 présente les distributions, par technique et composante, des niveaux de bruit correspondants, ainsi que des indices spectraux estimés, sous forme de boîtes à moustaches (voir figure 4.14). Les écart-types représentés sur la figure 4.15 sont obtenus à partir des variances moyennes des bruits blancs variables (voir équation (3.9)) et des variances théoriques des bruits en loi de puissance pour une durée fixe de 10 ans (voir section 3.2.2).



La représentation d'une distribution sous forme de "boîte à moustaches" permet d'en visualiser les principales caractéristiques. Les extrémités de la "boîte" représentent les quartiles inférieur et supérieur de la distribution. Un quart des observations a une valeur plus petite que le premier quartile Q1 et un autre quart des observations a une valeur plus grande que le troisième quartile Q3. Les valeurs de 50% des observations sont donc contenues dans la "boîte". De la même façon, la médiane Q2 sépare la distribution en deux parties comprenant le même nombre d'observations. La longueur des "moustaches" vaut 1.5 fois l'écart inter-quartile (Q3-Q1). Les "moustaches" couvrent la plupart des observations à l'exception de possibles valeurs marginales représentées par des  $\diamond$ .

FIGURE 4.14 : Boîte à moustaches

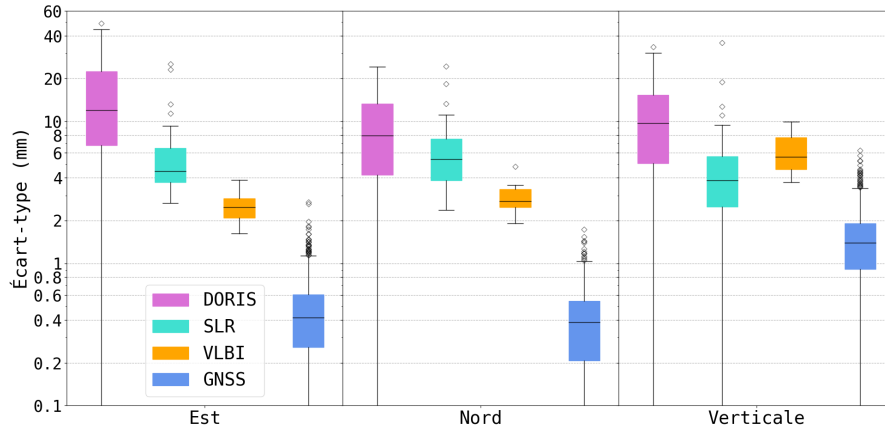
Sur la figure 4.15a, on observe que le niveau de bruit blanc dans les séries GNSS est bien inférieur à celui des autres techniques, surtout sur les composantes horizontales. On peut supposer que la source principale du bruit blanc dans les séries temporelles de positions de stations réside dans les erreurs aléatoires des techniques provenant du bruit des observations.

La différence entre GNSS et les autres techniques est moins marquée pour le bruit en loi de puissance (4.15b), mais il est intéressant de noter que le niveau de ce dernier dépend néanmoins de la technique. Cela semble indiquer que le bruit en loi de puissance n'est pas seulement composé de signaux géophysiques mais inclut également des erreurs propres aux techniques.

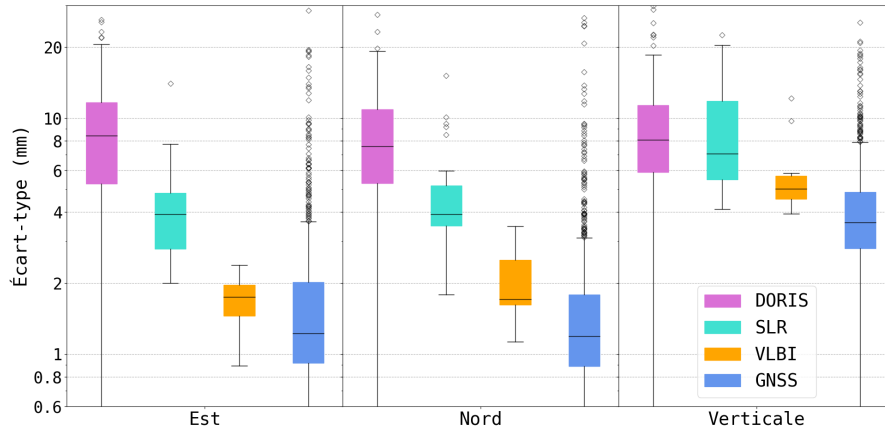
Comme attendu la médiane des indices spectraux estimés du bruit en loi de puissance contenu dans les séries GNSS est proche de 1, ce qui correspond à du bruit de scintillation (e.g., Santamaría-Gómez et al, 2011; Gobron, 2021). Les indices spectraux estimés du bruit en loi de puissance contenu dans les séries DORIS sont très dispersés. Il est probable que, pour cette technique, le bruit blanc, plus élevé que pour les autres techniques (4.15a), contribue toujours pour une part importante aux plus basses fréquences, et empêche ainsi d'observer avec précision la nature du bruit en loi de puissance. Comme pour les séries GNSS, la distribution des indices spectraux estimés du bruit en loi de puissance contenu dans la composante verticale des séries SLR est centrée autour de 1. En revanche, les distributions des indices spectraux estimés pour les composantes horizontales des séries SLR et les trois composantes des séries VLBI semblent systématiquement décalées vers du bruit moins rose. A ce stade, il serait cependant hasardeux de conclure à une véritable différence dans la nature du bruit. Il est en effet possible que l'estimation des indices spectraux soit affectée par le niveau plus ou moins élevé de bruit blanc dans les séries des différentes techniques et composantes.



(a) Distribution des écart-types (mm) des bruits blancs



(b) Distribution des écart-types (mm) des bruits en loi de puissance



(c) Distribution des indices spectraux des bruits en loi de puissance estimés

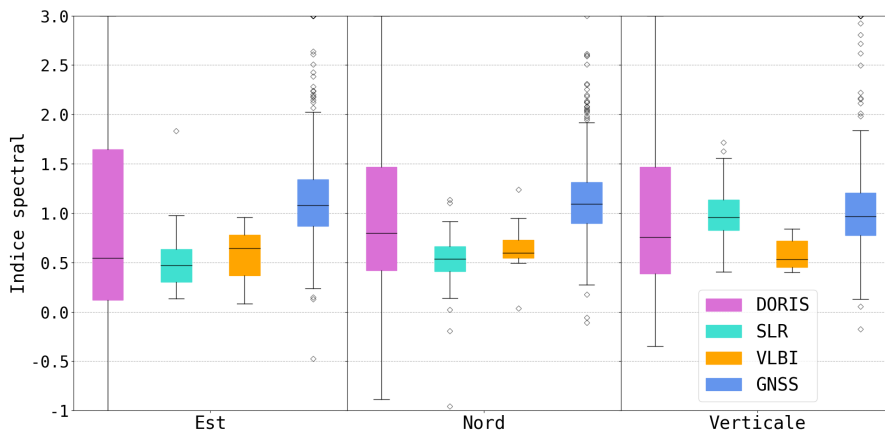


FIGURE 4.15 : Distribution des paramètres des bruits estimés sur l'ensemble des stations pour chaque technique et chaque composante

# COMPARAISON DES SÉRIES TEM- PORELLES RÉSIDUELLES

## CHAPITRE 5

*L'objectif de cette thèse est l'étude des séries temporelles de positions de stations fournies par les services des quatre techniques de géodésie spatiale pour le calcul de l'ITRF2014 dans le but d'évaluer la cohérence des mouvements apériodiques observés sur chaque site de co-localisation. Les pré-traitements décrits dans les chapitres 2 et 4 ont permis d'obtenir des séries temporelles de positions de stations des différentes techniques de géodésie spatiale exprimées dans une référence commune, donc comparables, et nettoyées, au mieux, de toutes variations déterministes afin de permettre l'étude de leurs variations apériodiques. Ce chapitre présente dans un premier temps la comparaison de ces séries temporelles résiduelles (section 5.1). Puis, dans la section 5.2, nous étudions quelle proportion des variations apériodiques communes est due à des déformations de surcharge de surface.*

## 5.1 Comparaison

Les séries temporelles résiduelles obtenues après l'analyse du chapitre 4 ne contiennent plus que les variations apériodiques des positions des stations des quatre techniques de géodésie spatiale. Ces variations peuvent avoir différentes sources à savoir des erreurs systématiques propres à chaque technique, des déplacements géophysiques apériodiques (qui seraient donc communs aux différentes stations d'un même site de co-localisation) ou simplement du bruit de mesure. Le but de ce chapitre est de comparer les séries résiduelles disponibles sur les sites de co-localisation de l'ITRF afin de détecter la présence éventuelle de déplacements géophysiques apériodiques communs. La figure 5.1 représente les séries temporelles résiduelles obtenues sur deux sites de co-localisation : Ny-Ålesund (Svalbard, Norvège) et Hartebeesthoek (Afrique du Sud). On peut y voir clairement la différence de niveau de bruit entre les techniques et les composantes. On peut également observer des variations communes entre les techniques, comme sur la composante verticale du site de Ny-Ålesund.

Les séries résiduelles utilisées dans ce chapitre ont été obtenues grâce à l'ajustement des modèles cinématiques finaux (voir section 4.3) avec un modèle stochastique composé uniquement de bruit blanc variable. En effet, nous avons remarqué que les résidus calculés avec un modèle de bruit blanc variable plus bruit en loi de puissance présentent souvent de légères tendances et/ou des discontinuités. Cela provient du fait que les résidus d'ajustements par moindres carrés tendent à imiter le modèle de bruit spécifié, et peuvent à cette fin utiliser les tendances et/ou les discontinuités présentes dans les séries. Nous avons également observé qu'en utilisant un modèle de bruit composé de bruit blanc variable seulement, les tendances et les discontinuités semblent correctement absorbées par l'ajustement des modèles cinématiques.

La comparaison des séries résiduelles sur chaque site de co-localisation se fait par paire de stations à l'aide du coefficient de corrélation de concordance de Lin, introduit dans la section 5.1.1. Les résultats obtenus sont présentés dans la section 5.1.2 puis discutés dans la section 5.1.4 après avoir évalué leur significativité dans la section 5.1.3.

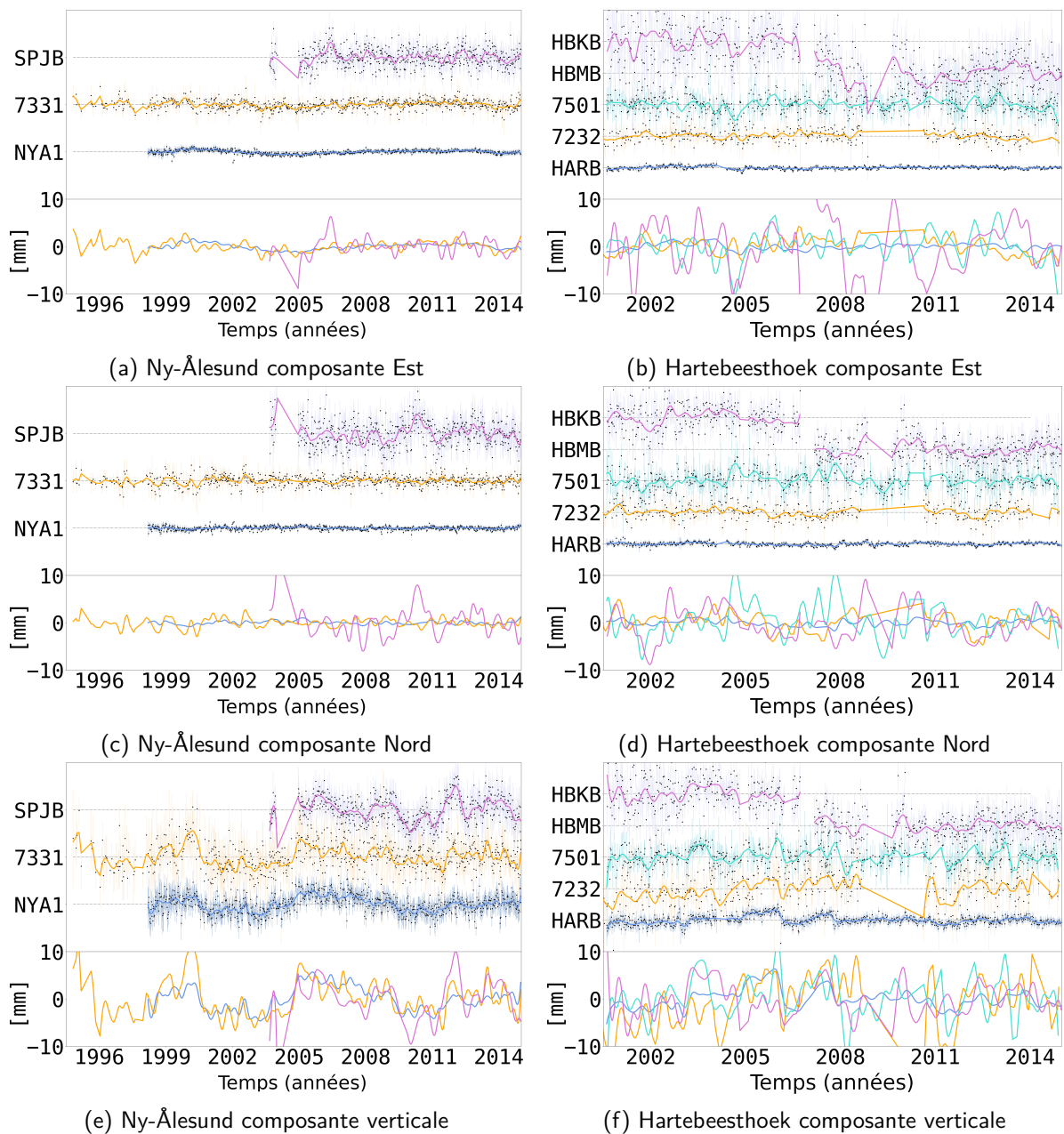


FIGURE 5.1 : Séries temporelles résiduelles des sites de co-localisation de Ny-Ålesund (gauche) et Hartebeesthoek (droite). Sur chaque sous-figure, le graphe du haut représente les séries temporelles résiduelles de toutes les stations disponibles sur le site, décalées de multiples de 20 mm pour plus de lisibilité. Le graphe du bas représente les mêmes séries temporelles, superposées et filtrées à l'aide d'un filtre de Vondrák avec une fréquence de coupure de 2 cpy. Les techniques sont différenciées par leur couleur : bleu pour GNSS, orange pour VLBI, rose pour DORIS et turquoise pour SLR.

### 5.1.1 Le coefficient de corrélation de concordance de Lin

Il est d'usage, lors de la comparaison de séries temporelles  $a$  et  $b$  (de moyennes nulles), d'utiliser le coefficient de corrélation de Pearson :

$$\rho_{ab} = \frac{\sigma_{ab}}{\sqrt{\sigma_a^2 \sigma_b^2}} \quad (5.1)$$

où  $\sigma_{ab}$  est la covariance empirique entre les deux séries temporelles et  $\sigma_a^2$  et  $\sigma_b^2$  sont leurs variances empiriques.

Une mesure alternative est le coefficient de corrélation de concordance introduit par Lin (1989) afin de comparer deux mesures de la même variable. Le coefficient de corrélation de concordance de deux séries temporelles  $a$  et  $b$  de moyennes nulles, s'écrit :

$$c_{ab} = \frac{2\sigma_{ab}}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2} \quad (5.2)$$

Ce coefficient mesure la proportion de la variance totale des deux séries qui peut être expliquée par un signal commun. Dans notre cas, il est préférable d'utiliser le coefficient de corrélation de concordance de Lin plutôt que le coefficient de corrélation de Pearson. En effet, ce dernier mesure la force d'une relation linéaire entre deux variables quel que soit le coefficient de proportionnalité. Autrement dit, il mesure à quel point le nuage de point de  $b$  en fonction de  $a$  est proche d'une droite de pente quelconque. En revanche, le coefficient de corrélation de concordance de Lin mesure à quel point le nuage de point de  $b$  en fonction de  $a$  est proche d'une droite de pente 45°, i.e., si les deux séries contiennent un signal commun *de même amplitude*, comme cela devrait être le cas de possibles déformations aperiodiques communes du sol.

A titre d'illustration, la figure 5.2 compare les coefficients de corrélation de Pearson et de Lin de signaux périodiques dans différentes configurations. Si les deux signaux sont identiques, les coefficients de concordance de Lin et de corrélation de Pearson sont tous deux égaux à 1 (en haut à gauche). S'ils sont en opposition de phase, les coefficients sont tous deux égaux à -1 (en bas à gauche). Si les signaux sont uniquement déphasés les coefficients sont égaux (en haut à droite) mais, si en plus, les signaux ont une différence d'amplitude le coefficient de corrélation de Pearson reste identique au cas précédent alors que le coefficient de concordance de Lin diminue de manière drastique (en bas à droite).

### 5.1.2 Concordance des séries temporelles résiduelles

Afin d'évaluer la proportion des variations aperiodiques contenues dans les séries temporelles des quatre techniques pouvant être expliquée par des signaux géophysiques communs au sein des sites de co-localisation, nous calculons les coefficients de corrélation de concordance des séries résiduelles de paires de stations co-localisées. Afin que les concordances calculées soient suffisamment précises, nous n'utilisons que les couples de stations co-localisées partageant au moins 200 semaines de données communes. Cette sélection de stations est représentée sur la figure 5.3.

Les figures 5.4 et 5.5 représentent les coefficients de concordance calculés entre les séries résiduelles des stations co-localisées sélectionnées. Pour faciliter la visualisation, si plusieurs couples de stations de mêmes techniques sont disponibles sur le même site de co-localisation, un seul couple est conservé : celui dont la somme des coefficients de concordance obtenus sur les trois composantes est la plus élevée.

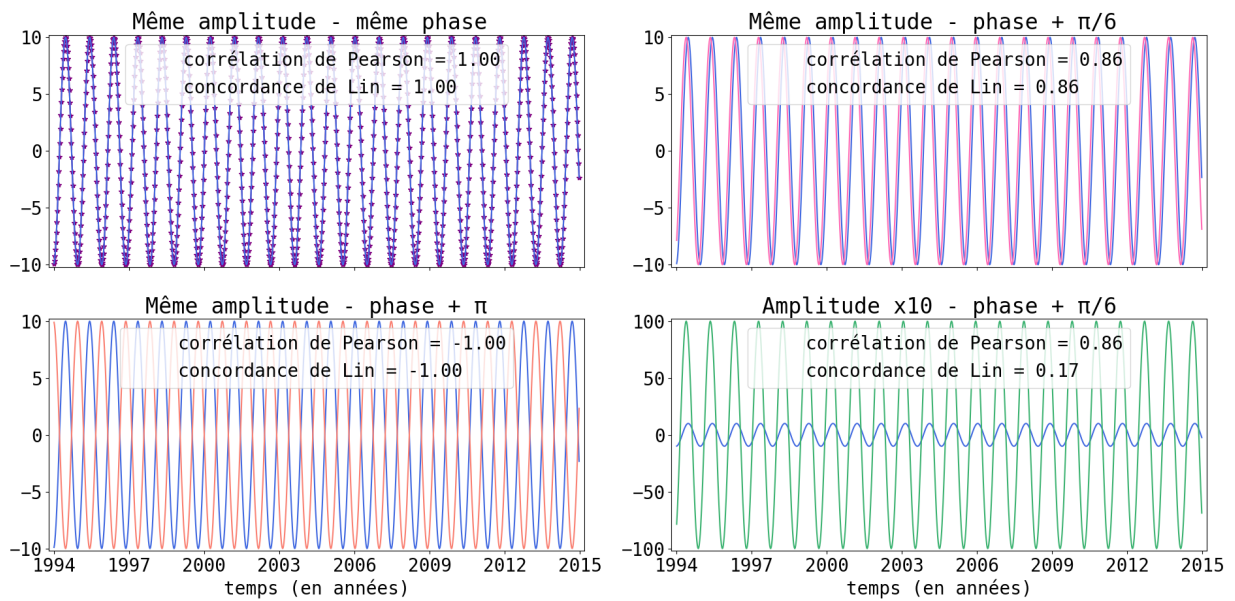


FIGURE 5.2 : Comparaison entre le coefficient de corrélation de Pearson et le coefficient de corrélation de concordance de Lin

Le signal **bleu** est un signal périodique de base, identique dans chaque cas. Les coefficients sont calculés entre ce signal et les signaux colorés suivants :

- en haut à gauche, signal **violet** identique au signal **bleu**
- en bas à gauche, signal **orange** déphasé de  $\pi$  par rapport au signal **bleu**
- en haut à droite, signal **rose** déphasé de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport au signal **bleu**
- en bas à droite, signal **vert** déphasé de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport au signal **bleu** et amplifié par 10.

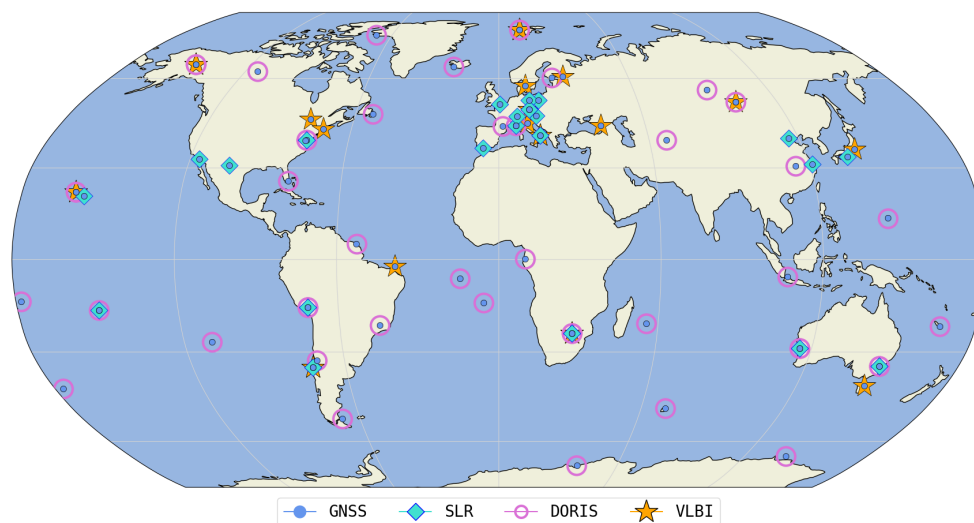


FIGURE 5.3 : Stations sélectionnées pour la comparaison des séries temporelles résiduelles

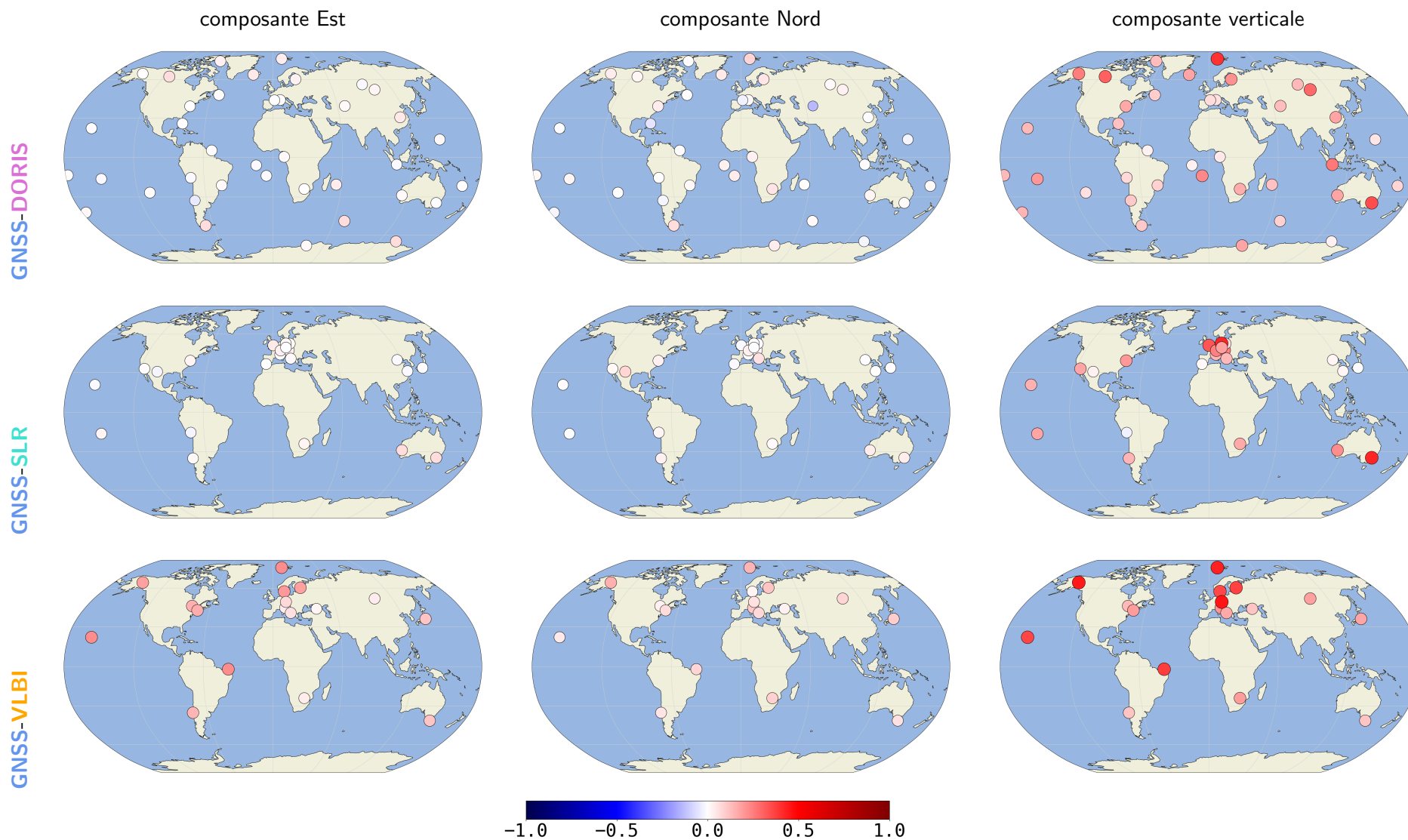


FIGURE 5.4 : Coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS et des stations co-localisées des autres techniques

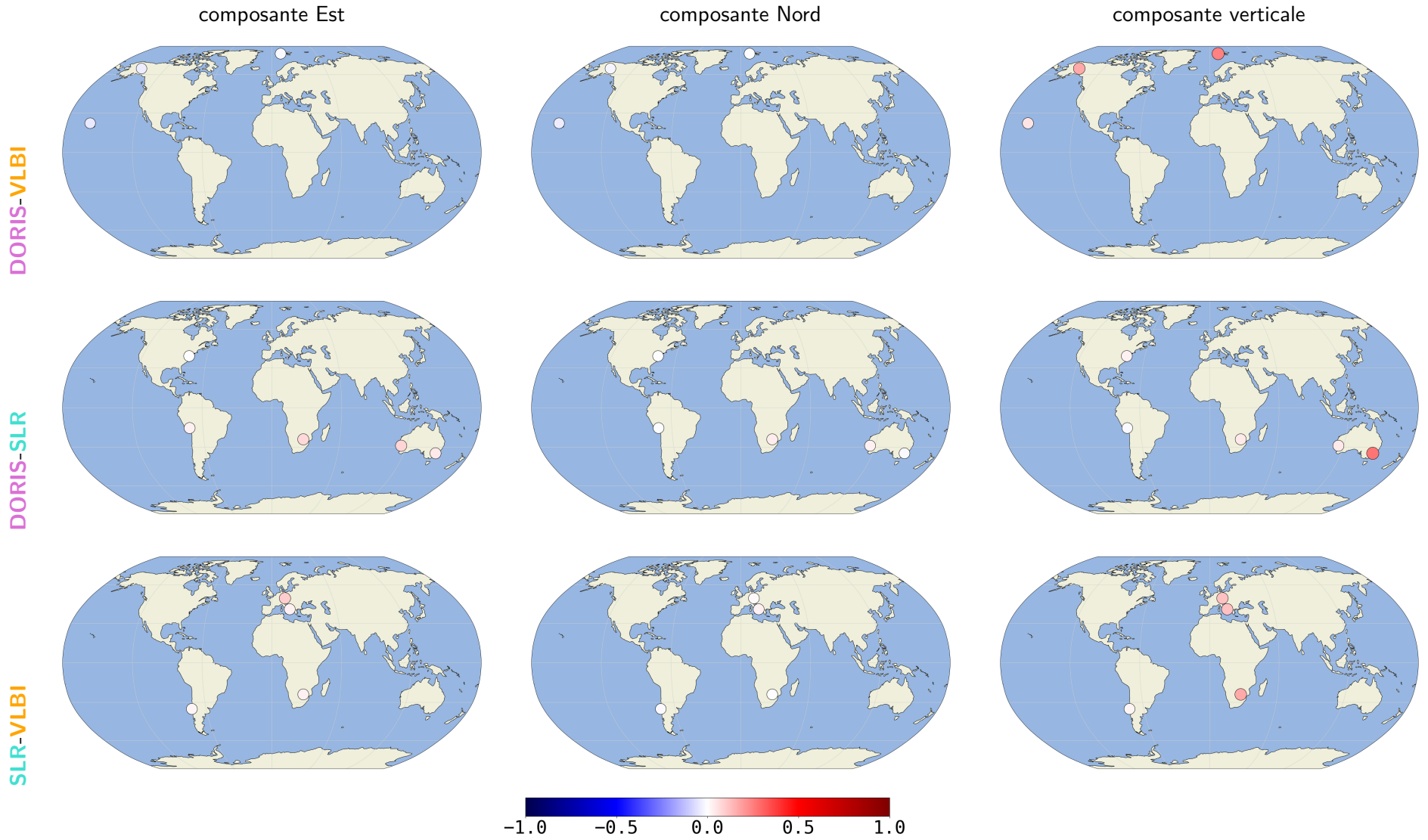


FIGURE 5.5 : Coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations co-localisées des techniques autres que GNSS.



### 5.1.3 Intervalles de confiance

Une fois les coefficients de concordance calculés, nous cherchons à évaluer leur significativité. Pour cela nous avons simulé, pour chaque paire de stations et chaque composante, 10000 paires de séries temporelles de bruit blanc comportant autant de points que le nombre de semaines en commun entre les deux stations, ayant comme variances théoriques les variances empiriques des deux vraies séries temporelles résiduelles, et ayant comme coefficient de concordance théorique leur coefficient de concordance empirique.

De telles paires de séries temporelles peuvent être construites à partir leur matrice de covariance théorique :

$$Q_{12} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 I_n & \sigma_{12} I_n \\ \sigma_{12} I_n & \sigma_2^2 I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \otimes I_n \quad (5.3)$$

où  $\sigma_1^2$  et  $\sigma_2^2$  sont les variances empiriques des vraies séries temporelles,  $\sigma_{12}$  est leur covariance empirique,  $n$  est le nombre d'observations communes,  $I_n$  est la matrice identité de taille  $n \times n$  et  $\otimes$  est le produit de Kronecker. La matrice (5.3) peut être décomposée grâce à la factorisation de Cholesky en :

$$Q_{12} = (L \times L^T) \otimes I_n = (L \otimes I_n) \times (L^T \otimes I_n) \quad (5.4)$$

où  $L$  est une matrice triangulaire inférieure. Ainsi les séries simulées  $x_1$  et  $x_2$  peuvent être construites à partir de deux processus de bruits blancs unitaires  $w_1$  et  $w_2$  par :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = (L \otimes I_n) \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Nous avons ensuite calculé les coefficients de corrélation de concordance de ces 10000 paires de séries simulées et ainsi obtenu un intervalle de confiance à 95% délimité par les quantiles à 2.5% et 97.5% de la distribution de ces coefficients. Les figures 5.6 à 5.10 représentent les concordances obtenues pour chaque couple de techniques avec (en vert) leurs intervalles de confiance à 95%. La taille de ces intervalles varie en fonction du nombre de points communs entre chaque paire de séries temporelles mais également en fonction de la valeur de leur concordance. Néanmoins, ils sont tous inférieurs ou égaux à 0.25, donc une valeur de concordance supérieur ou égale à 0.13 peut être considérée comme significative. À l'inverse, la significativité d'une valeur de concordance inférieure à 0.13 doit être vérifiée au cas par cas. Les distributions de ces coefficients sont également illustrées par la figure 5.11.

### 5.1.4 Interprétation

Pour aider à l'interprétation des valeurs de concordance obtenues, il est utile de revenir sur la figure 5.1 où des déplacements aperiodiques communs entre les stations des différentes techniques peuvent être observés sur la composante verticale du site de co-localisation de Ny-Ålesund. Les valeurs des coefficients de concordance obtenus pour ce site sur la composante verticale sont 0.44 entre GNSS et VLBI, 0.40 entre GNSS et DORIS et 0.24 entre VLBI et DORIS. En revanche, pour le site de co-localisation de Hartebeesthoek, où des déplacements aperiodiques communs ne sont guère discernables sur la figure 5.1, les valeurs obtenues sur la composante verticale sont 0.19 entre GNSS et VLBI, 0.16 entre GNSS et DORIS, 0.16 entre GNSS et SLR, 0.05 entre SLR et DORIS et 0.17 entre VLBI et SLR.

Les nombres de couples de stations co-localisées SLR-DORIS, VLBI-DORIS et VLBI-SLR étant très faibles, la discussion des résultats et la suite de l'étude se concentreront sur les couples de stations comprenant une station GNSS.

On peut clairement observer sur les cartes de la figure 5.4 et les figures 5.11a, 5.11b et 5.11c que les coefficients de concordance obtenus sur les composantes horizontales des paires de stations GNSS-SLR et GNSS-DORIS sont généralement très faibles et non significativement différents de zéro. La médiane des coefficients de concordance est de 0.01 pour ces deux paires de techniques.



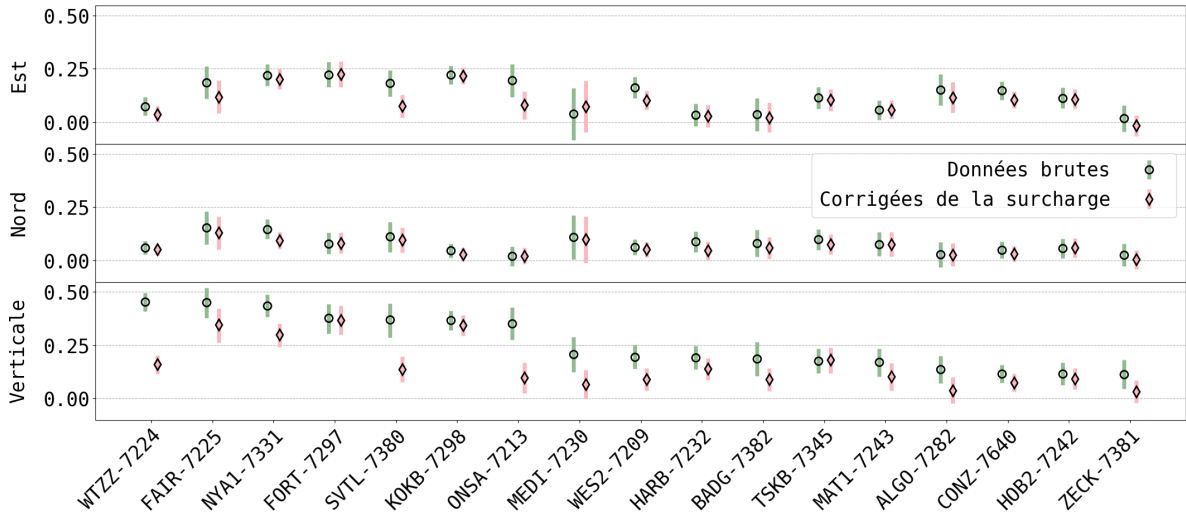


FIGURE 5.6 : Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS sélectionnées et des stations VLBI co-localisées. Avec (en rose) ou sans (en vert) correction des déformations de surcharge (voir section 5.2)

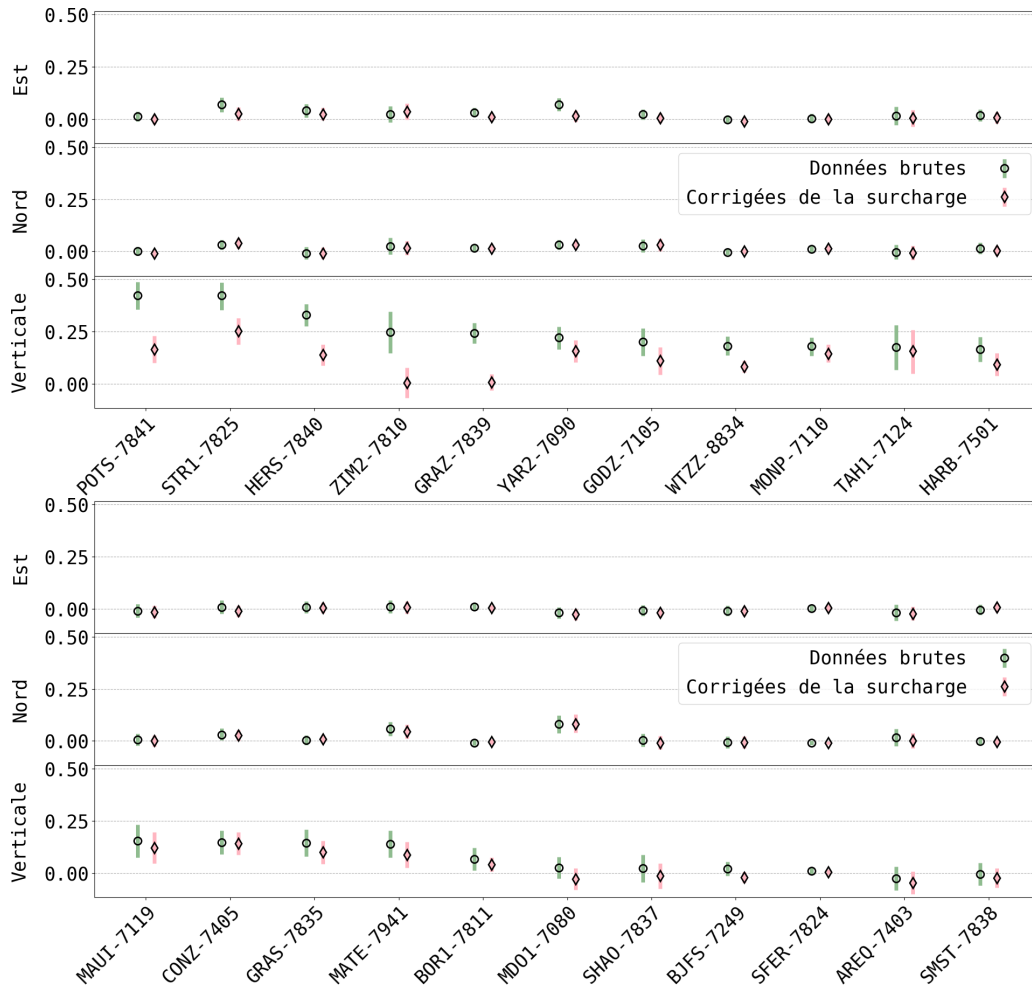


FIGURE 5.7 : Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS sélectionnées et des stations SLR co-localisées. Avec (en rose) ou sans (en vert) correction des déformations de surcharge (voir section 5.2)

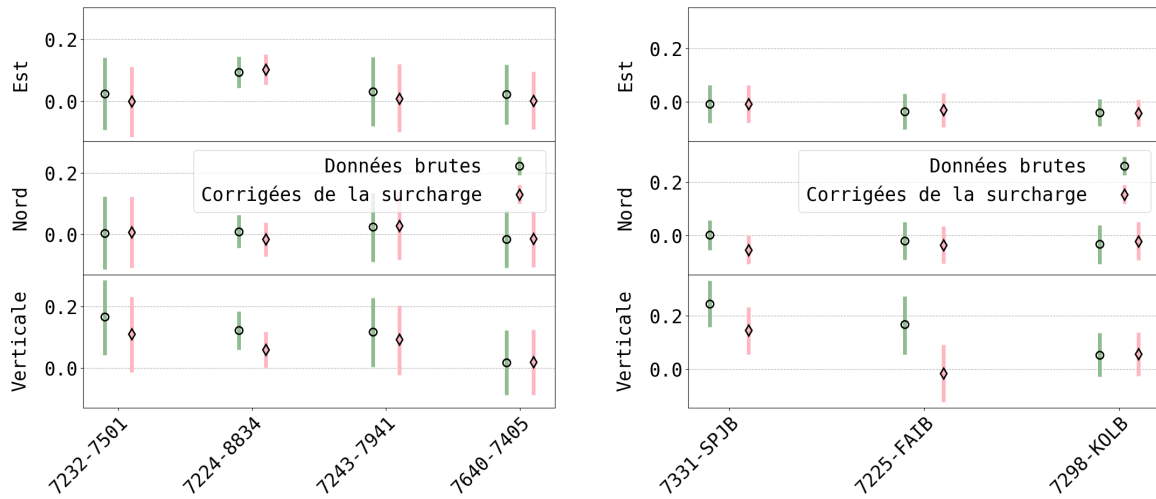


FIGURE 5.8 : Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations VLBI sélectionnées et des stations SLR co-localisées (à gauche) ou des stations DORIS co-localisées (à droite). Avec (en rose) ou sans (en vert) correction des déformations de surcharge (voir section 5.2)

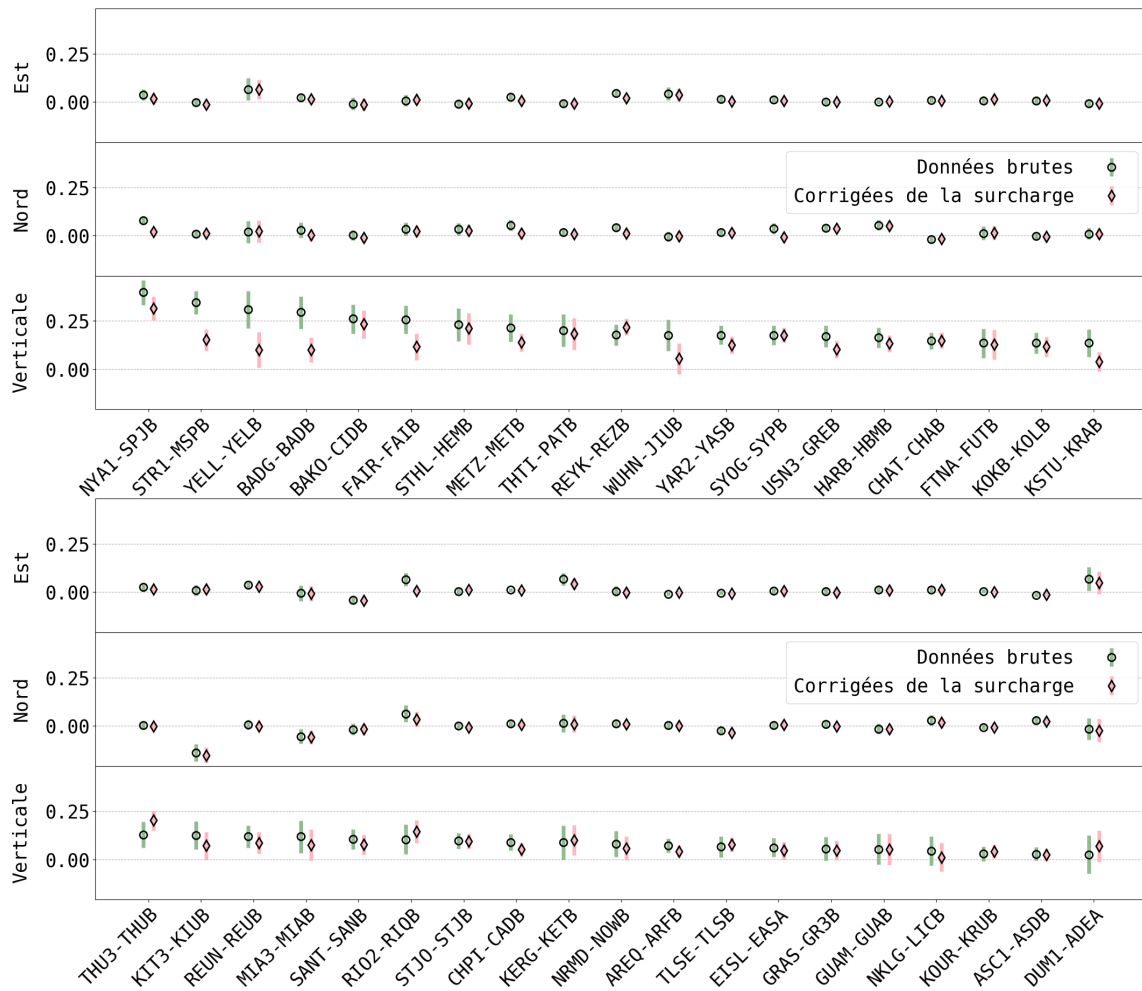


FIGURE 5.9 : Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS sélectionnées et des stations DORIS co-localisées. Avec (en rose) ou sans (en vert) correction des déformations de surcharge (voir section 5.2)

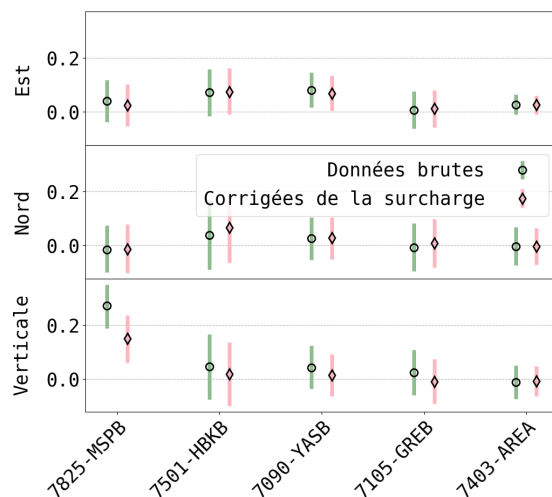


FIGURE 5.10 : Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations SLR sélectionnées et des stations DORIS co-localisées. Avec (en rose) ou sans (en vert) correction des déformations de surcharge (voir section 5.2)

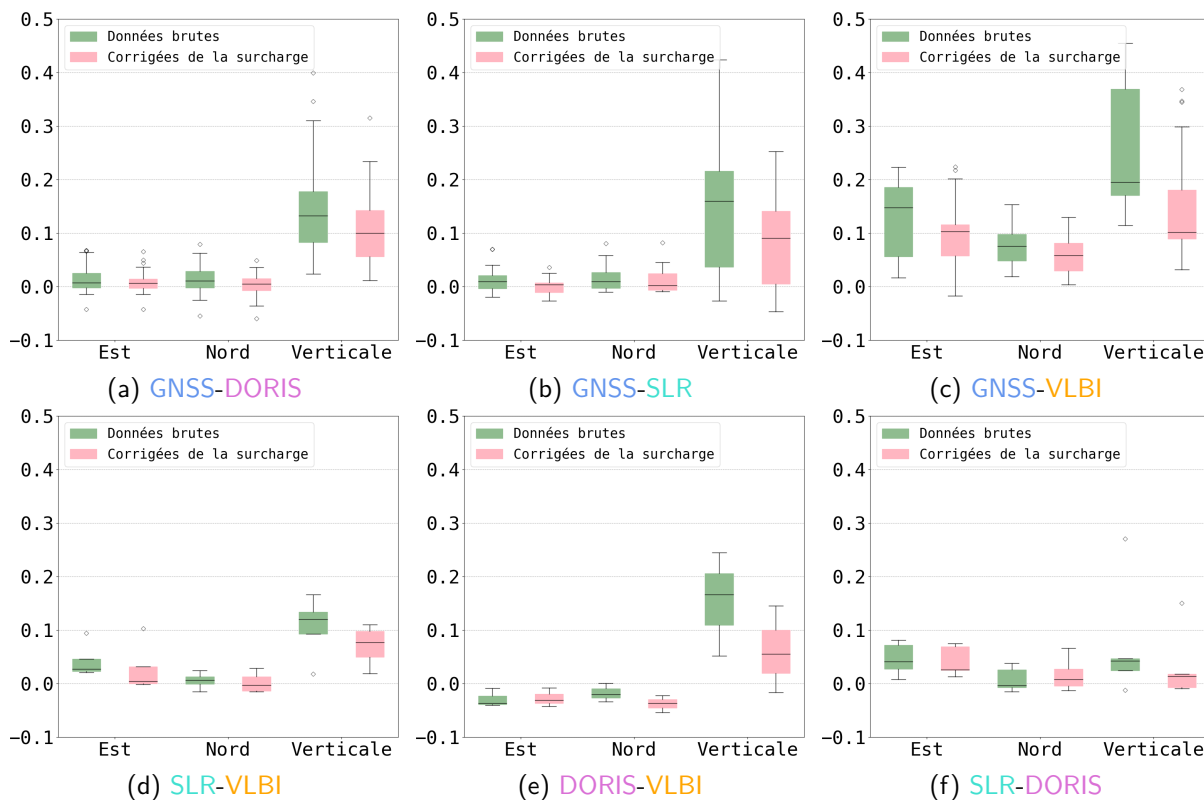


FIGURE 5.11 : Distribution, pour chaque paire de techniques, des coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations co-localisées sélectionnées. Avec (en rose) ou sans (en vert) correction des déformations de surcharge.

Les coefficients de concordance obtenus sur les composantes horizontales des paires de stations GNSS-VLBI sont un peu plus élevés, notamment sur la composante Est, où la médiane atteint 0.15. Ces résultats peuvent être mis en perspective avec les niveaux de bruit de la figure 4.15. Bien que les observations VLBI soient discontinues, le bruit d'observation du VLBI semble suffisamment faible pour permettre de détecter certains déplacements horizontaux aperiodiques communs avec les stations GNSS. En revanche, les éventuels déplacements horizontaux aperiodiques communs entre

GNSS et SLR/DORIS sont probablement cachés par le bruit d'observation plus élevé de ces dernières techniques.

Sur la composante verticale, les coefficients de concordance entre GNSS et les trois autres techniques sont significativement différents de zéro pour la plupart des paires de stations. Leurs médianes sont de 0.19 pour les paires de stations GNSS-VLBI, 0.16 pour les paires de stations GNSS-SLR et 0.13 pour les paires de stations GNSS-DORIS. Il semble que grâce à des rapports signal sur bruit plus élevés que sur les composantes horizontales, des déplacements verticaux a périodiques communs sont détectés entre GNSS et les trois autres techniques.

## 5.2 Déformations de surcharge

Afin d'examiner dans quelle mesure les déformations de surcharge peuvent expliquer les concordances obtenues dans la section 5.1 entre les séries temporelles résiduelles des quatre techniques, nous avons répété toute l'analyse précédemment décrite avec un nouveau jeu de données. Dans un premier temps, nous avons retiré un modèle de déformations de surcharge non-maréale, fourni par Boy (2021), des solutions fournies par les quatre techniques pour le calcul de l'ITRF2014. Ces déplacements de surcharge ont été moyennés séparément pour chaque station sur la période d'observation de la station au sein de chaque solution journalière ou hebdomadaire. Elles ont été appliquées au niveau de l'équation normale et non directement aux positions estimées des stations. Dans un second temps, les solutions corrigées de la surcharge ont été alignées sur un repère de référence commun en suivant la procédure décrite dans le chapitre 2. Dans un troisième temps, les modèles cinématiques obtenus dans le chapitre 4 ont été ajustés aux séries temporelles de positions de stations extraites des solutions alignées pour en retirer les variations déterministes. Pour finir, les concordances et les barres d'erreurs correspondantes ont été calculées sur les séries résiduelles.

La figure 5.12 représente, à l'instar de la figure 5.4, les coefficients de concordance calculés entre les séries résiduelles corrigées de la surcharge des stations sélectionnées. Les valeurs obtenues pour chaque couple de techniques sont détaillées, en rose, avec leurs intervalles de confiance à 95% sur les figures 5.6 à 5.10 et la figure 5.11 permet d'observer leurs distributions. Enfin, la figure 5.13 représente la différence entre les coefficients de concordance obtenus sans corrections de surcharge et ceux obtenus avec.

On peut observer que l'impact des corrections de surcharge sur les concordances entre séries résiduelles horizontales est marginal. Sur la composante verticale, les concordances diminuent partiellement avec les corrections de surcharge. Cependant, la plupart des concordances entre les séries temporelles résiduelles verticales corrigées de la surcharge sont encore significativement différentes de zéro. Les médianes des concordances verticales après corrections de surcharge sont de 0.10 pour les paires de stations GNSS-VLBI et GNSS-DORIS et de 0.09 pour les paires de stations GNSS-SLR. La réduction observée est seulement partielle, ce qui indique que les déplacements verticaux a périodiques communs détectables entre les techniques sont partiellement attribuables à des déformations de surcharge, mais pas entièrement. Les déplacements verticaux a périodiques communs restants peuvent être expliqués par une combinaison d'autres sources de déformations non liées aux surcharges (par exemple, déformation thermoélastique ou poroélastique) mais aussi par des contributions manquantes dans le modèle de surcharge. C'est le cas, par exemple, des déformations de surcharge cryosphérique.

Dans le cas des couples GNSS-DORIS, les sites où les concordances verticales sont les plus réduites par les corrections de surcharge tendent à être situés dans des zones où les corrections de surcharge atmosphérique sont également les plus efficaces pour réduire la dispersion non saisonnière dans les séries temporelles GNSS (Rebischung et al, 2021). Malheureusement, il est difficile de tirer plus de conclusions en raison du faible nombre et de la mauvaise répartition des paires de stations co-localisées, en particulier pour les techniques SLR et VLBI.

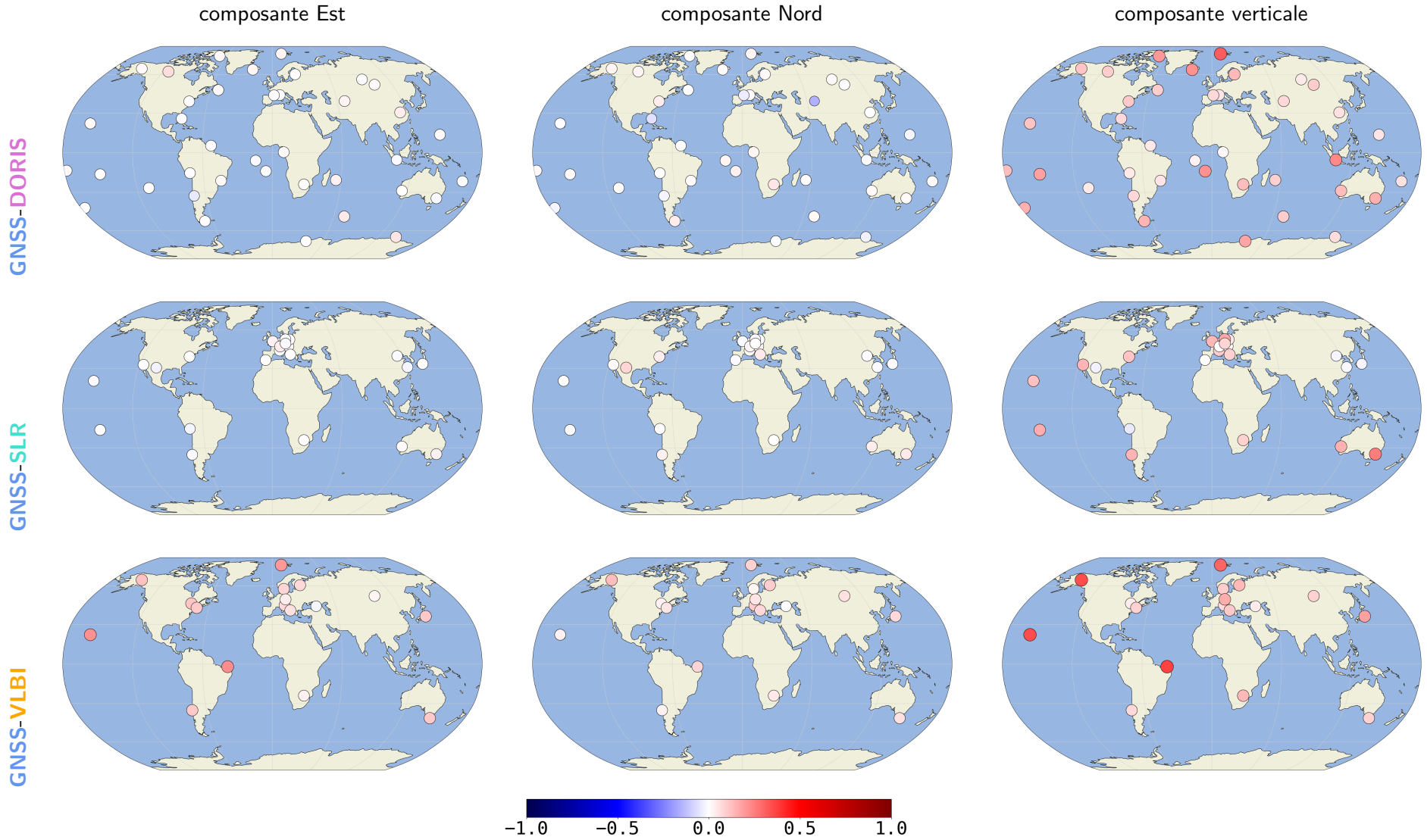


FIGURE 5.12 : Coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS et des stations co-localisées des autres techniques après correction par un modèle de déformations de surcharge.

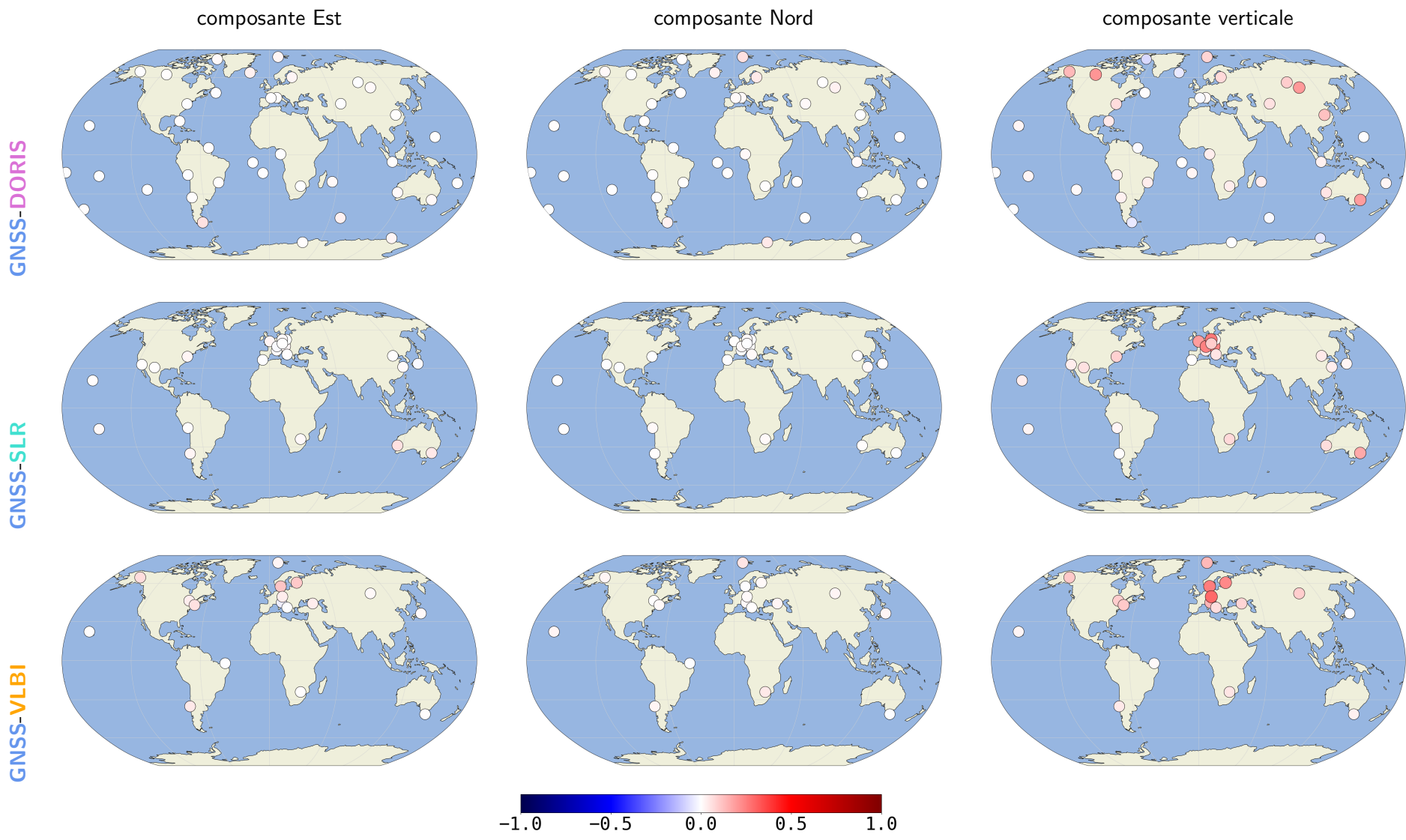


FIGURE 5.13 : Différence entre la figure 5.4 et la figure 5.12.



# Conclusion et perspectives

---

A titre d'étape préliminaire en vue de l'établissement possible d'un repère de référence terrestre sous forme de série temporelle, l'objectif de cette étude est d'évaluer la cohérence des mouvements non-linéaires et non-périodiques observés par les différentes techniques de géodésie spatiale sur les sites de co-localisation de l'ITRF. A cette fin, nous avons utilisé des séries temporelles de positions de stations extraites des solutions fournies par les quatre techniques pour l'ITRF2014. Pour les rendre comparables, ces solutions ont d'abord été alignées sur un repère de référence commun, tout en veillant à minimiser les effets de réseau propres à chaque technique (chapitre 2). Ensuite, pour isoler les variations apériodiques au sein des séries temporelles de positions de stations, les composantes périodiques significatives présentes dans les séries temporelles ont été identifiées et retirées (chapitre 4). Au cours de cette analyse, des signaux périodiques précédemment connus ont été identifiés (signaux saisonniers, signaux draconitiques, aliasing d'erreurs de modèles de marée), mais plusieurs signaux supplémentaires inexplicables ont également été détectés : à des périodes de 20.22 et 25.99 jours pour les stations de la technique DORIS et à un groupe de périodes d'environ 30 jours pour les stations de la technique SLR.

Après avoir retiré les modèles cinématiques obtenus dans le chapitre 4 des séries temporelles de positions de stations, les variations apériodiques résiduelles ont été comparées dans le chapitre 5 pour chaque site de co-localisation de l'ITRF, à l'aide du coefficient de concordance de Lin (1989). L'absence de déplacements horizontaux apériodiques communs entre GNSS et SLR/DORIS a ainsi été mise en évidence, tandis que des concordances modestes ont été constatées pour les paires de stations GNSS-VLBI sur les composantes horizontales. En fait, des déplacements apériodiques communs ont été détectés principalement sur la composante verticale et ne sont que partiellement expliqués par le modèle de déformation de surcharge de Boy (2021). Les déplacements verticaux apériodiques communs restants peuvent être expliqués par une combinaison d'autres sources de déformation ainsi que par des contributions manquantes dans le modèle de surcharge. Cependant, les coefficients de concordance obtenus montrent que les déplacements apériodiques communs n'expliquent qu'une part mineure des variations apériodiques présentes dans les séries temporelles de positions verticales des stations. La plupart des variations apériodiques dans les séries temporelles de positions des stations semble donc être expliquée par des erreurs spécifiques aux techniques, tant pour les composantes horizontales que verticale.

Comme discuté par Altamimi et al (2019), la mise en œuvre d'un repère de référence terrestre long terme sous forme de série temporelle nécessite que les déplacements non-linéaires et non-saisonniers des différentes techniques puissent être amenés dans un repère commun. Cela pourrait être fait de manière fiable si les déplacements apériodiques de chaque technique pouvaient être considérés similaires (au sens d'une similitude géométrique) sur un ensemble de stations co-localisées. Les déplacements apériodiques vus par chaque technique pourraient alors être égalisés, à une similitude près, dans le processus de combinaison, au moyen de contraintes de co-mouvement telles qu'appliquées dans le calcul du JTRF2014. Les déplacements apériodiques des stations GNSS pourraient ainsi être



exprimés, par exemple, par rapport au CDM instantanée observé par SLR.

Cependant, les résultats de cette étude indiquent que les erreurs propres à chaque technique dominent les déplacements aperiodiques observés par les différentes techniques, en particulier sur les composantes horizontales. On peut donc s'interroger sur la pertinence de contraintes de co-mouvement qui les égalisent, et sur leur impact. Quel serait par exemple le résultat d'une combinaison dans laquelle des contraintes de co-mouvement seraient appliquées, malgré le fait que peu ou pas de déplacements aperiodiques communs sont présents dans les séries temporelles des différentes techniques ?

Premièrement, comme les séries temporelles de positions des stations GNSS sont nettement moins dispersées que celles des autres techniques, elles ont généralement plus de poids dans les combinaisons inter-techniques. Par conséquent, on peut s'attendre à ce que les déplacements aperiodiques combinés suivent plus ou moins les déplacements aperiodiques observés par GNSS. Cela revient à faire confiance aux variations aperiodiques des séries temporelles GNSS, alors qu'elles ne présentent que peu ou pas de similitudes avec celles des autres techniques, et que le bruit de scintillation des séries temporelles GNSS ne reflète probablement que dans une faible mesure la déformation du sol. En effet, [Rebischung et al \(2017\)](#) et [Gobron et al \(2021\)](#) ont constaté qu'après les corrections de surcharge, 40% ou moins du bruit de scintillation présent dans les séries temporelles GNSS est spatialement corrélé. Les 60% restants, non corrélés spatialement, s'expliquent probablement par des erreurs spécifiques à chaque station (y compris les mouvements des monuments), ce qui est corroboré par l'observation de bruit de scintillation dans les différences entre séries temporelles de stations GNSS proches ([King and Williams, 2009](#); [Hill et al, 2009](#)). En ce qui concerne les 40% spatialement corrélés, on ignore actuellement quelle fraction représente la déformation réelle du sol et quelle fraction peut être due à des erreurs GNSS spatialement corrélées (par exemple, des erreurs d'orbite). Ainsi, égaliser les déplacements aperiodiques des différentes techniques signifie probablement forcer les autres techniques à suivre davantage les erreurs GNSS que la déformation réelle du sol.

Un deuxième problème potentiel avec une telle combinaison concernerait les paramètres de transformation estimés entre les déplacements aperiodiques des différentes techniques. Leur précision et leur exactitude dépendraient du niveau des erreurs aléatoires et systématiques dans les déplacements aperiodiques observés par les techniques, ainsi que du nombre et de la distribution des stations co-localisées disponibles chaque semaine. Étant donné que les erreurs des techniques sont plus importantes que les déplacements aperiodiques communs, en particulier sur les composantes horizontales, et étant donné la répartition très limitée des stations co-localisées, par exemple SLR et VLBI, disponibles pour une semaine donnée, on peut se demander si les erreurs sur les paramètres de transformation estimés ne seraient pas plus grandes que la déformation aperiodique réelle du sol sur la plupart des sites. Par exemple, même en supposant que les variations aperiodiques des séries temporelles GNSS reflètent la déformation réelle du sol, il se pourrait que les variations aperiodiques GNSS exprimées par rapport à l'origine SLR instantanée soient contaminées par des erreurs dans l'estimation des translations GNSS-SLR.

La dissemblance entre les déplacements aperiodiques observés par les différentes techniques soulève donc des questions quant à la faisabilité d'un repère de référence terrestre long terme sous forme de série temporelle, étant donné le niveau actuel des erreurs des techniques. Cependant, les résultats de cette étude ne permettent pas encore de tirer une conclusion définitive. Une combinaison réelle des déplacements aperiodiques observés par les différentes techniques permettrait d'évaluer la significativité statistique des déplacements aperiodiques combinés. Des simulations complémentaires dans lesquelles on ferait varier les niveaux d'erreurs des techniques, ainsi que le nombre et la distribution des stations co-localisées, pourraient servir à évaluer l'impact de ces facteurs sur la précision des déplacements aperiodiques combinés. L'utilisation de données supplémentaires (de 2014 à 2022) permettra également d'améliorer la distribution des sites de co-localisation, car de nouvelles stations ont été installées depuis 2014. En outre, si cette étude a jusqu'à présent évalué la concordance entre les déplacements aperiodiques détectés par les différentes techniques sur l'ensemble des fréquences, l'étude de la variabilité de cette concordance entre les différentes bandes de fréquences

pourrait s'avérer intéressante. Les variations inter-annuelles sont-elles par exemple plus cohérentes entre les techniques que les variations sub-saisonniers ? Enfin, cette étude a permis de mettre en avant l'hétérogénéité des observations des quatre techniques de géodésie spatiale, [DORIS](#), [GNSS](#), [SLR](#) et [VLBI](#), que cela soit dans la distribution géographique des stations ou dans l'échantillonnage, la durée et la précision des observations. Nous aimerions à travers cette étude inciter au maintien et au développement de réseaux mondiaux de stations durables dans le temps et, à l'instar d'[Altamimi et al \(2019\)](#), encourager la recherche en vue d'une meilleure compréhension et caractérisation des erreurs des techniques, car il s'agit de la clé pour l'établissement d'un repère de référence terrestre non-linéaire fiable et précis.



# Bibliographie

---

- Abbondanza C, Altamimi Z, Chin TM, Gross RS, Heflin MB, Parker JW, Wu X (2015) Three-Corner Hat for the assessment of the uncertainty of non-linear residuals of space-geodetic time series in the context of terrestrial reference frame analysis. *J Geod* 89(4) :313–329, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-014-0777-x>
- Abbondanza C, Chin TM, Gross RS, Heflin MB, Parker JW, Soja BS, van Dam T, Wu X (2017) JTRF2014, the JPL Kalman filter and smoother realization of the International Terrestrial Reference System. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 122(10) :8474–8510, URL <https://doi.org/10.1002/2017JB014360>
- Agnew DC (1992) The time-domain behavior of power-law noises. *Geophysical Research Letters* 19(4) :333–336, URL <https://doi.org/10.1029/91GL02832>
- Altamimi Z (1990) Combinaison de techniques spatiales pour la détermination et la maintenance d'un système de référence terrestre centimétrique. These de doctorat, Observatoire de Paris
- Altamimi Z, Collilieux X, Legrand J, Garayt B, Boucher C (2007) ITRF2005 : A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 112(B9), URL <https://doi.org/10.1029/2007JB004949>
- Altamimi Z, Collilieux X, Métivier L (2011) ITRF2008 : an improved solution of the international terrestrial reference frame. *J Geod* 85(8) :457–473, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-011-0444-4>
- Altamimi Z, Rebischung P, Métivier L, Collilieux X (2016) ITRF2014 : A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 121(8) :6109–6131, URL <https://doi.org/10.1002/2016JB013098>
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, Métivier L, Chanard K (2019) Review of Reference Frame Representations for a Deformable Earth. In : Novák P, Crespi M, Sneeuw N, Sansò F (eds) IX Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, Springer International Publishing, Cham, International Association of Geodesy Symposia, pp 51–56, URL [https://doi.org/10.1007/1345\\_2019\\_66](https://doi.org/10.1007/1345_2019_66)
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, Metivier L, Chanard K (2022a) ITRF2020 : main results and key performance indicators. URL <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu22-3958>
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, Métivier L, Chanard K (2022b) Itrf2020 : An augmented reference frame refining the modeling of nonlinear stationl motions. *Journal of Geodesy* (submitted)
- Amiri-Simkooei AR (2009) Noise in multivariate GPS position time-series. *J Geod* 83(2) :175–187, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-008-0251-8>

- Amiri-Simkooei AR (2013) On the nature of GPS draconitic year periodic pattern in multivariate position time series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 118(5) :2500–2511, URL <https://doi.org/10.1002/jgrb.50199>
- Amiri-Simkooei AR, Mohammadloo TH, Argus DF (2017) Multivariate analysis of GPS position time series of JPL second reprocessing campaign. *J Geod* 91(6) :685–704, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0991-9>
- Amiri-Simkooei AR, Tiberius CCJM, Teunissen PJG (2007) Assessment of noise in GPS coordinate time series : Methodology and results. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 112(B7), URL <https://doi.org/10.1029/2006JB004913>
- Bachmann S, Thaller D, Roggenbuck O, Lösler M, Messerschmitt L (2016) IVS contribution to ITRF2014. *J Geod* 90(7) :631–654, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0899-4>
- Beckley BD, Lemoine FG, Luthcke SB, Ray RD, Zelensky NP (2007) A reassessment of global and regional mean sea level trends from TOPEX and Jason-1 altimetry based on revised reference frame and orbits. *Geophysical Research Letters* 34(14), URL <https://doi.org/10.1029/2007GL030002>
- Benoist C, Collilieux X, Rebischung P, Altamimi Z, Jamet O, Métivier L, Chanard K, Bel L (2020) Accounting for spatiotemporal correlations of GNSS coordinate time series to estimate station velocities. *Journal of Geodynamics* 135 :101,693, URL <https://doi.org/10.1016/j.jog.2020.101693>
- Blewitt G, Altamimi Z, Davis J, Gross R, Kuo CY, Lemoine FG, Moore AW, Neilan RE, Plag HP, Rothacher M, Shum CK, Sideris MG, Schöne T, Tregoning P, Zerbini S (2010) Geodetic Observations and Global Reference Frame Contributions to Understanding Sea-Level Rise and Variability. In : Church JA, Woodworth PL, Aarup T, Wilson WS (eds) *Understanding Sea-Level Rise and Variability*, Wiley-Blackwell, Oxford, UK, pp 256–284, URL <https://doi.org/10.1002/9781444323276.ch9>
- Bos MS, Fernandes RMS, Williams SDP, Bastos L (2008) Fast error analysis of continuous GPS observations. *J Geod* 82(3) :157–166, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-007-0165-x>
- Bos MS, Montillet JP, Williams SDP, Fernandes RMS (2020) Introduction to Geodetic Time Series Analysis. In : Montillet JP, Bos MS (eds) *Geodetic Time Series Analysis in Earth Sciences*, Springer Geophysics, Springer International Publishing, Cham, pp 29–52, URL [https://doi.org/10.1007/978-3-030-21718-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-21718-1_2)
- Boy JP (2021) Contribution of GGFC to ITRF2020
- Chen Q, van Dam T, Sneeuw N, Collilieux X, Weigelt M, Rebischung P (2013) Singular spectrum analysis for modeling seasonal signals from GPS time series. *Journal of Geodynamics* 72 :25–35, URL <https://doi.org/10.1016/j.jog.2013.05.005>
- Collilieux X, Wöppelmann G (2011) Global sea-level rise and its relation to the terrestrial reference frame. *Journal of Geodesy* 85(1) :9–22
- Collilieux X, Altamimi Z, Coulot D, Ray J, Sillard P (2007) Comparison of very long baseline interferometry, GPS, and satellite laser ranging height residuals from ITRF2005 using spectral and correlation methods. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 112(B12), URL <https://doi.org/10.1029/2007JB004933>
- Collilieux X, Altamimi Z, Ray J, van Dam T, Wu X (2009) Effect of the satellite laser ranging network distribution on geocenter motion estimation. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 114(B4), URL <https://doi.org/10.1029/2008JB005727>

- Collilieux X, van Dam T, Ray J, Coulot D, Métivier L, Altamimi Z (2012) Strategies to mitigate aliasing of loading signals while estimating GPS frame parameters. *J Geod* 86(1) :1–14, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-011-0487-6>
- Collilieux X, Altamimi Z, Métivier L, Rebischung P, Chanard K, Ray J, Coulot D (2018a) Comparison of the seasonal displacement parameters estimated in the ITRF2014 processing, what can we learn ? 42nd COSPAR Scientific Assembly 42 :B2.1–3–18, conference Name : 42nd COSPAR Scientific Assembly ADS Bibcode : 2018cosp...42E.683C
- Collilieux X, Altamimi Z, Rebischung P, Métivier L (2018b) Coordinate kinematic models in the International Terrestrial Reference Frame releases. In : *Quod Erat Demonstrandum – In quest of the ultimate geodetic insight*, Special issue for Professor Emeritus Athanasios Dermanis
- Davis JL, Wernicke BP, Tamisiea ME (2012) On seasonal signals in geodetic time series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 117(B1), URL <https://doi.org/10.1029/2011JB008690>
- Dieng HB, Cazenave A, Meyssignac B, Ablain M (2017) New estimate of the current rate of sea level rise from a sea level budget approach. *Geophysical Research Letters* 44(8) :3744–3751, URL <https://doi.org/10.1002/2017GL073308>
- Dong D, Herring TA, King RW (1998) Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data. *Journal of Geodesy* 72(4) :200–214, URL <https://doi.org/10.1007/s001900050161>
- Dong D, Fang P, Bock Y, Cheng MK, Miyazaki S (2002) Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 107(B4) :ETG 9–1–ETG 9–16, URL <https://doi.org/10.1029/2001JB000573>
- Fedorov AV, Philander SG (2000) Is El Niño Changing ? *Science* 288(5473) :1997–2002, URL <https://doi.org/10.1126/science.288.5473.1997>
- Feissel-Vernier M, de Viron O, Le Bail K (2007) Stability of VLBI, SLR, DORIS, and GPS positioning. *Earth Planet Sp* 59(6) :475–497, URL <https://doi.org/10.1186/BF03352712>
- Gobron K (2021) Statistical analysis of vertical land motions and sea level measurements at the coast. phdthesis, Université de La Rochelle ; Université de Liège. Faculté des Sciences
- Gobron K, Rebischung P, Van Camp M, Demoulin A, de Viron O (2021) Influence of Aperiodic Non-Tidal Atmospheric and Oceanic Loading Deformations on the Stochastic Properties of Global GNSS Vertical Land Motion Time Series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 126(9) :e2021JB022,370, URL <https://doi.org/10.1029/2021JB022370>
- Gobron K, Rebischung P, de Viron O, Demoulin A, Van Camp M (2022) Impact of offsets on assessing the low-frequency stochastic properties of geodetic time series. *J Geod* 96(7) :46, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-022-01634-9>
- Greff-Lefftz M, Legros H (1997) Some remarks about the degree-one deformation of the Earth. *Geophysical Journal International* 131(3) :699–723, URL <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb06607.x>
- Gross R, Beutler G, Plag HP (2009) Integrated scientific and societal user requirements and functional specifications for the GGOS. In : Plag HP, Pearlman M (eds) *Global Geodetic Observing System : Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp 209–224, URL [https://doi.org/10.1007/978-3-642-02687-4\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-642-02687-4_7)

- Hall K, Houston H, Schmidt D (2018) Spatial Comparisons of Tremor and Slow Slip as a Constraint on Fault Strength in the Northern Cascadia Subduction Zone. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 19(8) :2706–2718, URL <https://doi.org/10.1029/2018GC007694>
- Harville DA (1977) Maximum Likelihood Approaches to Variance Component Estimation and to Related Problems. *Journal of the American Statistical Association* 72(358) :320–338, URL <https://doi.org/10.1080/01621459.1977.10480998>, publisher : Taylor & Francis \_eprint : <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/01621459.1977.10480998>
- Hill EM, Davis JL, Elósegui P, Wernicke BP, Malikowski E, Niemi NA (2009) Characterization of site-specific GPS errors using a short-baseline network of braced monuments at Yucca Mountain, southern Nevada. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 114(B11), URL <https://doi.org/10.1029/2008JB006027>
- Johnston G, Riddell A, Hausler G (2017) The International GNSS Service. In : Teunissen PJ, Montenbruck O (eds) *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*, Springer Handbooks, Springer International Publishing, Cham, pp 967–982, URL [https://doi.org/10.1007/978-3-319-42928-1\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42928-1_33)
- King MA, Williams SDP (2009) Apparent stability of GPS monumentation from short-baseline time series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 114(B10), URL <https://doi.org/10.1029/2009JB006319>
- Klos A, Bos MS, Bogusz J (2017) Detecting time-varying seasonal signal in GPS position time series with different noise levels. *GPS Solut* 22(1) :21, URL <https://doi.org/10.1007/s10291-017-0686-6>
- Klos A, Bogusz J, Moreaux G (2018) Stochastic models in the DORIS position time series : estimates for IDS contribution to ITRF2014. *J Geod* 92(7) :743–763, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1092-0>
- Lercier D (2014) *Prise en compte des déformations co-et post-sismiques pour la détermination d'un repère de référence*. These de doctorat, Observatoire de Paris
- Lin LIK (1989) A Concordance Correlation Coefficient to Evaluate Reproducibility. *Biometrics* 45(1) :255–268, URL <https://doi.org/10.2307/2532051>
- Lomb NR (1976) Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophys Space Sci* 39(2) :447–462, URL <https://doi.org/10.1007/BF00648343>
- Lovell JEJ, McCallum JN, Reid PB, McCulloch PM, Baynes BE, Dickey JM, Shabala SS, Watson CS, Titov O, Ruddick R, Twilley R, Reynolds C, Tingay SJ, Shield P, Adada R, Ellingsen SP, Morgan JS, Bignall HE (2013) The AuScope geodetic VLBI array. *J Geod* 87(6) :527–538, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-013-0626-3>
- Luceri V, Pavlis E (2016) The ILRS contribution to ITRF2014. URL [https://itrf.ign.fr/ITRF\\_solutions/2014/doc/ILRS-ITRF2014-description.pdf](https://itrf.ign.fr/ITRF_solutions/2014/doc/ILRS-ITRF2014-description.pdf)
- Luceri V, Pirri M, Rodríguez J, Appleby G, Pavlis EC, Müller H (2019) Systematic errors in SLR data and their impact on the ILRS products. *J Geod* 93(11) :2357–2366, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01319-w>
- Mao A, Harrison CGA, Dixon TH (1999) Noise in GPS coordinate time series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 104(B2) :2797–2816, URL <https://doi.org/10.1029/1998JB900033>



- Martens HR, Argus DF, Norberg C, Blewitt G, Herring TA, Moore AW, Hammond WC, Kreemer C (2020) Atmospheric pressure loading in GPS positions : dependency on GPS processing methods and effect on assessment of seasonal deformation in the contiguous USA and Alaska. *J Geod* 94(12) :115, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01445-w>
- Moreaux G, Lemoine FG, Capdeville H, Kuzin S, Otten M, Štěpánek P, Willis P, Ferrage P (2016) The International DORIS Service contribution to the 2014 realization of the International Terrestrial Reference Frame. *Advances in Space Research* 58(12) :2479–2504, URL <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.12.021>
- Métivier L, Collilieux X, Altamimi Z (2012) ITRF2008 contribution to glacial isostatic adjustment and recent ice melting assessment. *Geophysical Research Letters* 39(1), URL <https://doi.org/10.1029/2011GL049942>
- Métivier L, Altamimi Z, Rouby H (2020a) Past and present ITRF solutions from geophysical perspectives. *Advances in Space Research* 65(12) :2711–2722, URL <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.03.031>
- Métivier L, Rouby H, Rebischung P, Altamimi Z (2020b) ITRF2014, Earth Figure Changes, and Geocenter Velocity : Implications for GIA and Recent Ice Melting. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 125(2) :e2019JB018,333, URL <https://doi.org/10.1029/2019JB018333>
- Nahmani S, Bock O, Bouin MN, Santamaría-Gómez A, Boy JP, Collilieux X, Métivier L, Panet I, Genthon P, de Linage C, Wöppelmann G (2012) Hydrological deformation induced by the West African Monsoon : Comparison of GPS, GRACE and loading models. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 117(B5), URL <https://doi.org/10.1029/2011JB009102>
- Nelder JA, Mead R (1965) A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal* 7(4) :308–313, URL <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>
- Nothnagel A, Artz T, Behrend D, Malkin Z (2017) International VLBI Service for Geodesy and Astrometry. *J Geod* 91(7) :711–721, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0950-5>
- Patterson HD, Thompson R (1971) Recovery of inter-block information when block sizes are unequal. *Biometrika* 58(3) :545–554, URL <https://doi.org/10.1093/biomet/58.3.545>
- Pearlman MR, Degnan JJ, Bosworth JM (2002) The International Laser Ranging Service. *Advances in Space Research* 30(2) :135–143, URL [https://doi.org/10.1016/S0273-1177\(02\)00277-6](https://doi.org/10.1016/S0273-1177(02)00277-6)
- Penna NT, Stewart MP (2003) Aliased tidal signatures in continuous GPS height time series. *Geophysical Research Letters* 30(23), URL <https://doi.org/10.1029/2003GL018828>
- Ray J, Altamimi Z, Collilieux X, van Dam T (2008) Anomalous harmonics in the spectra of GPS position estimates. *GPS Solut* 12(1) :55–64, URL <https://doi.org/10.1007/s10291-007-0067-7>
- Ray J, Griffiths J, Collilieux X, Rebischung P (2013) Subseasonal GNSS positioning errors. *Geophysical Research Letters* 40(22) :5854–5860, URL <https://doi.org/10.1002/2013GL058160>
- Rebischung P (2014) Can GNSS contribute to improving the ITRF definition ? These de doctorat, Observatoire de Paris
- Rebischung P, Altamimi Z, Ray J, Garayt B (2016) The IGS contribution to ITRF2014. *J Geod* 90(7) :611–630, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0897-6>
- Rebischung P, Chanard K, Metivier L, Altamimi Z (2017) Flicker Noise in GNSS Station Position Time Series : How much is due to Crustal Loading Deformations? Conference Name : AGU Fall Meeting Abstracts ADS Bibcode : 2017AGUFM.G13A..04R



- Rebischung P, Collilieux X, Metivier L, Altamimi Z, Chanard K (2021) Analysis of IGS repro3 Station Position Time Series. URL <https://doi.org/10.1002/essoar.10509008.1>, archive Location : world Publisher : Earth and Space Science Open Archive Section : Geodesy
- Sanchez A (2022) Etude géodésique multi-techniques de l'évolution de la calotte du groenland et déformations de la terre associées : quelles incertitudes sur les bilans de masse de glace? These de doctorat, Université Paris Cité
- Santamaría-Gómez A, Bouin MN, Collilieux X, Wöppelmann G (2011) Correlated errors in GPS position time series : Implications for velocity estimates. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 116(B1), URL <https://doi.org/10.1029/2010JB007701>
- Scargle JD (1982) Studies in astronomical time series analysis. ii-statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *The Astrophysical Journal* 263 :835–853
- Schwartz SY, Rokosky JM (2007) Slow slip events and seismic tremor at circum-Pacific subduction zones. *Reviews of Geophysics* 45(3), URL <https://doi.org/10.1029/2006RG000208>
- Tiwari VM, Srinivas N, Singh B (2014) Hydrological changes and vertical crustal deformation in south India : Inference from GRACE, GPS and absolute gravity data. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 231 :74–80, URL <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2014.03.002>
- vanDam TM, Blewitt G, Heflin MB (1994) Atmospheric pressure loading effects on Global Positioning System coordinate determinations. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 99(B12) :23,939–23,950, URL <https://doi.org/10.1029/94JB02122>
- VanderPlas JT (2018) Understanding the Lomb–Scargle Periodogram. *ApJS* 236(1) :16, URL <https://doi.org/10.3847/1538-4365/aab766>
- Velicogna I, Wahr J (2006) Acceleration of Greenland ice mass loss in spring 2004. *Nature* 443(7109) :329–331, URL <https://doi.org/10.1038/nature05168>, number : 7109 Publisher : Nature Publishing Group
- Vondrák J (1969) A contribution to the problem of smoothing observational data. *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia* 20 :349
- Wallace LM (2020) Slow Slip Events in New Zealand. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 48(1) :175–203, URL <https://doi.org/10.1146/annurev-earth-071719-055104>
- Walpersdorf A, Cotte N, Kostoglodov V, Vergnolle M, Radiguet M, Santiago JA, Campillo M (2011) Two successive slow slip events evidenced in 2009–2010 by a dense GPS network in Guerrero, Mexico. *Geophysical Research Letters* 38(15), URL <https://doi.org/10.1029/2011GL048124>
- Williams SDP (2003) The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *Journal of Geodesy* 76(9) :483–494, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-002-0283-4>
- Williams SDP (2008) CATS : GPS coordinate time series analysis software. *GPS Solut* 12(2) :147–153, URL <https://doi.org/10.1007/s10291-007-0086-4>
- Williams SDP, Willis P (2006) Error Analysis of Weekly Station Coordinates in the DORIS Network. *J Geodesy* 80(8-11) :525–539, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-006-0056-6>
- Williams SDP, Bock Y, Fang P, Jamason P, Nikolaidis RM, Prawirodirdjo L, Miller M, Johnson DJ (2004) Error analysis of continuous GPS position time series. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 109(B3), URL <https://doi.org/10.1029/2003JB002741>

- Willis P, Lemoine FG, Moreaux G, Soudarin L, Ferrage P, Ries J, Otten M, Saunier J, Noll C, Biancale R, Luzum B (2016) The International DORIS Service (IDS) : Recent Developments in Preparation for ITRF2013. In : Rizos C, Willis P (eds) IAG 150 Years, Springer International Publishing, Cham, International Association of Geodesy Symposia, pp 631–640, URL [https://doi.org/10.1007/1345\\_2015\\_164](https://doi.org/10.1007/1345_2015_164)
- Wouters B, van de Wal RSW (2018) Global sea-level budget 1993–present. *Earth System Science Data* 10(3) :1551–1590, URL <https://doi.org/10.5194/essd-10-1551-2018>, accepted : 2022-01-14T15 :57 :40Z Publisher : Copernicus Publications
- Wu X, Heflin MB, Ivins ER, Fukumori I (2006) Seasonal and interannual global surface mass variations from multisatellite geodetic data. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 111(B9), URL <https://doi.org/10.1029/2005JB004100>
- Wu X, Abbondanza C, Altamimi Z, Chin TM, Collilieux X, Gross RS, Heflin MB, Jiang Y, Parker JW (2015) KALREF—A Kalman filter and time series approach to the International Terrestrial Reference Frame realization. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 120(5) :3775–3802, URL <https://doi.org/10.1002/2014JB011622>
- Wöppelmann G, Marcos M (2016) Vertical land motion as a key to understanding sea level change and variability. *Reviews of Geophysics* 54(1) :64–92, URL <https://doi.org/10.1002/2015RG000502>
- Yu H, Sośnica K, Shen Y (2021) Separation of geophysical signals in the LAGEOS geocentre motion based on singular spectrum analysis. *Geophysical Journal International* 225(3) :1755–1770, URL <https://doi.org/10.1093/gji/ggab063>
- Zhang J, Bock Y, Johnson H, Fang P, Williams S, Genrich J, Wdowinski S, Behr J (1997) Southern California permanent GPS geodetic array : Error analysis of daily position estimates and site velocities. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 102(B8) :18,035–18,055, URL <https://doi.org/10.1029/97JB01380>



# Table des figures

1.1	Système de référence terrestre . . . . .	8
1.2	Repère de référence terrestre . . . . .	9
1.3	Repères locaux . . . . .	9
1.4	Changement de système de référence . . . . .	10
1.5	Site de co-localisation de Calern . . . . .	11
1.6	Stations de référence de l'ITRF2020 . . . . .	11
1.7	Satellite LAGEOS . . . . .	11
1.8	Constellation GNSS . . . . .	12
1.9	Satellite JASON-3 . . . . .	12
1.10	Antenne VLBI . . . . .	13
1.11	Séries temporelles des positions des stations co-localisées du site de Washington . . . . .	18
2.1	Disponibilités des pseudo-rattachements du site Hartebeeshtoeck . . . . .	22
2.2	Réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions DORIS . . . . .	23
2.3	Réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions . . . . .	24
2.4	Réseaux de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de quatre solutions VLBI . . . . .	25
2.5	Nombres de stations co-localisées avec une station GNSS au sein de chaque solution DORIS, SLR et VLBI, et volumes des enveloppes convexes des réseaux correspondants . . . . .	26
2.6	Application de pseudo-rattachements pour obtenir une position de référence à partir d'une solution GNSS . . . . .	28
2.7	Histogrammes des résidus des transformations préliminaires entre solutions DORIS, SLR et VLBI, et solutions GNSS hebdomadaires (plus pseudo-rattachements) . . . . .	29
2.8	WRMS des résidus des alignements des solutions DORIS, SLR et VLBI sur les solutions GNSS. . . . .	31
2.9	Facteurs d'échelle estimés entre les solutions DORIS, SLR et VLBI et l'ITRF2014A ou la solution de référence de l'alignement . . . . .	32
3.1	Séries temporelles de positions des stations du site de Fairbanks en Alaska . . . . .	34
3.2	Simulation de différents bruits en loi de puissance . . . . .	37
3.3	Spectre des bruits simulés . . . . .	38
3.4	Différentes modélisations de la même série temporelle avec et sans signaux périodiques inclus dans le modèle cinématique . . . . .	42
4.1	Stations sélectionnées pour l'analyse spectrale . . . . .	44
4.2	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations DORIS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 . . . . .	46
4.3	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations SLR obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 . . . . .	47
4.4	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations VLBI obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 . . . . .	48

4.5	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations GNSS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 . . . . .	49
4.6	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations DORIS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection . . . . .	52
4.7	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations SLR obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection . . . . .	53
4.8	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations VLBI obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection . . . . .	54
4.9	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations GNSS obtenues avec les modèles cinématiques de l'ITRF2014 augmentés après la première détection . . . . .	55
4.10	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations DORIS obtenues avec les modèles finaux . . . . .	59
4.11	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations SLR obtenues avec les modèles finaux . . . . .	60
4.12	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations VLBI obtenues avec les modèles finaux . . . . .	61
4.13	Analyse des séries temporelles résiduelles des stations GNSS obtenues avec les modèles finaux . . . . .	62
4.14	Boîte à moustaches . . . . .	63
4.15	Distribution des paramètres des bruits estimés sur l'ensemble des stations pour chaque technique et chaque composante . . . . .	64
5.1	Séries temporelles résiduelles des sites de co-localisation de Ny-Ålesund et Hartebeesthoek . . . . .	66
5.2	Comparaison entre le coefficient de corrélation de Pearson et le coefficient de corrélation de concordance de Lin . . . . .	68
5.3	Stations sélectionnées pour la comparaison des séries temporelles résiduelles . . . . .	68
5.4	Coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS et des stations co-localisées des autres techniques . . . . .	69
5.5	Coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations co-localisées des techniques autres que GNSS. . . . .	70
5.6	Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS sélectionnées et des stations VLBI co-localisées Avec ou sans correction des déformations de surcharge . . . . .	72
5.7	Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS sélectionnées et des stations SLR co-localisées. Avec ou sans correction des déformations de surcharge . . . . .	72
5.8	Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations VLBI sélectionnées et des stations SLR co-localisées ou des stations DORIS co-localisées. Avec ou sans correction des déformations de surcharge . . . . .	73
5.9	Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS sélectionnées et des stations DORIS co-localisées. Avec ou sans correction des déformations de surcharge . . . . .	73
5.10	Coefficients de concordance avec intervalles de confiance à 95% entre les séries temporelles résiduelles des stations SLR sélectionnées et des stations DORIS co-localisées. Avec ou sans correction des déformations de surcharge . . . . .	74
5.11	Distribution, pour chaque paire de techniques, des coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations co-localisées sélectionnées. Avec ou sans correction des déformations de surcharge. . . . .	74

5.12 Coefficients de concordance entre les séries temporelles résiduelles des stations GNSS et des stations co-localisées des autres techniques après correction par un modèle de déformations de surcharge. . . . .	76
5.13 Différence entre la figure 5.4 et la figure 5.12. . . . .	77



# Liste des tableaux

2.1	Résumé du contenu des solutions utilisées dans cette étude . . . . .	21
2.2	Seuils de rejet appliqués aux résidus bruts lors de l'alignement des solutions DORIS, SLR et VLBI sur les solutions GNSS hebdomadaires . . . . .	30
4.1	Périodes (en jours) des signaux détectés lors de la première détection par LSHE . . . . .	51
4.2	Signaux périodiques ajoutés aux modèles cinématiques de l'ITRF2014 dans nos modèles finaux . . . . .	58





# COMMUNICATIONS

---

ANNEXE  
**A**

Le travail de cette thèse a été présenté à plusieurs reprises sous la forme de :

- Un article soumis dans Journal of Geodesy (joint dans la suite)
- Une présentation à l'EGU General Assembly 2022 le 23 Mai 2022
- Une présentation lors d'un séminaire à l'Observatoire Midi-Pyrénées à Toulouse
- Un poster au congrès des doctorants de l'IPGP 2022
- Un poster à l'AGU Fall Meeting 2021 (joint dans la suite)
- Un poster aux journées de la recherche de l'IGN 2020

## Are there detectable common aperiodic displacements at ITRF co-location sites?

Maylis de La Serve · Paul Rebischung ·  
Xavier Collilieux · Zuheir Altamimi ·  
Laurent Métivier

Received: date / Accepted: date

**Abstract** The time evolution of station positions has historically been described by piece-wise linear models in the International Terrestrial Reference Frame (ITRF). Although those models were extended with exponential and logarithmic functions in the ITRF2014 and with annual and semi-annual sine waves in the ITRF2020, part of the Earth's surface deformation is still not captured by such deterministic functions. A reference frame in the form of a time series could in principle additionally account for aperiodic ground deformation, hence better describe the shape of the Earth. This would require the aperiodic displacements of the different space geodetic techniques to be tied into a common frame by means of co-motion constraints. However, common aperiodic displacements between co-located space geodetic stations have so far not been evidenced at a global scale, and the relevance of such constraints is thus questionable. In this article, we investigate whether common aperiodic displacements, other than post-seismic deformation, can be detected at ITRF co-location sites. We use for that purpose station position time series extracted from the solutions provided by the four technique services for ITRF2014 and carefully aligned to a common reference frame in order to minimize differential network effect. The time series are then cleaned from linear, post-seismic and periodic signals (including seasonal deformation and technique systematic errors). The residual time series are finally compared within ITRF co-location sites. Modest correlations are observed between Global Navigation Satellite Systems (GNSS) residual time series and the other space geodetic techniques, mostly in the vertical component, pointing to a domination of technique errors over common aperiodic displacements. The pertinence of co-motion constraints and thus the relevance of a terrestrial reference frame in the form of a time series are questioned with respect to aperiodic signals.

**Keywords** *Terrestrial reference frame · co-location sites · aperiodic displacements · co-motion constraints*

M. de La Serve<sup>1,2</sup> · P. Rebischung<sup>1,2</sup> · X. Collilieux<sup>1,2</sup> · Z. Altamimi<sup>1,2</sup> · L. Métivier<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Université de Paris Cité, Institut de physique du globe de Paris, CNRS, IGN, F-75005 Paris, France

<sup>2</sup> ENSG-Géomatique, IGN, F-77455 Marne-la-Vallée, France  
E-mail: maylis.teyssendierdelaserve@ign.fr, paul.rebischung@ign.fr

## 1 Introduction

The International Terrestrial Reference System (ITRS) is fundamental for many Earth Science applications. Users access this system by means of the coordinates of fundamental stations distributed on the Earth's surface that materialize the International Terrestrial Reference Frame (ITRF). The time evolution of those station positions is described by a functional kinematic (or trajectory) model. This model has historically been composed of piece-wise linear functions describing linear displacements such as those due to continental drift and glacial isostatic adjustment, but also offsets due for instance to equipment changes or co-seismic displacements. It was extended with exponential and logarithmic functions in ITRF2014 to account for post-seismic displacements (Altamimi et al, 2016), then with annual and semi-annual sine waves in ITRF2020 to account for the seasonal deformation of the Earth (Altamimi et al, 2022).

However, part of the Earth's surface deformation is not captured by those deterministic functions, such as interannual hydrological loading deformation (e.g., Wu et al, 2006; Nahmani et al, 2012; Tiwari et al, 2014), high-frequency atmospheric loading deformation (e.g., vanDam et al, 1994; Martens et al, 2020), slow slip events (e.g., Schwartz and Rokosky, 2007; Vergnolle et al, 2010; Wallace, 2020), or the Earth's response to recent ice melting (e.g., Velicogna and Wahr, 2006; Métivier et al, 2012, 2020a,b). To account for such aperiodic (i.e., non-linear and non-seasonal) displacements in a long-term terrestrial reference frame which would thus better describe the shape variations of the Earth, Dong et al (1998) and Wu et al (2015) proposed to represent the time evolution of station positions not by deterministic functions, but instead by time series of regularly sampled (e.g., weekly) positions. This idea was put into practice with JTRF2014 (Abbondanza et al, 2017), the first combined terrestrial reference frame published in the form of a time series. Note that although JTRF2014 is published as a time series, the time evolution of station positions is described, within its computation, by deterministic functions (like in the ITRF), plus a stochastic component aiming at capturing the non-linear, non-seasonal deformation of the Earth (not present in the ITRF).

In the ITRF computation, the station coordinates of the different space geodetic techniques (DORIS, GNSS, SLR, VLBI) need to be tied into a common frame. For the linear part of station coordinates, this is achieved by means of appropriately weighted terrestrial local ties and co-velocity constraints within co-location sites. In the ITRF2020 computation, weighted co-seasonal-motion constraints were additionally applied in order to tie the seasonal displacements of the different techniques into a common frame, with special care taken of the inconsistencies observed at several co-location sites (Collilieux et al, 2018).

In the JTRF2014 computation, a similar strategy was used to tie the linear and seasonal displacements of the different techniques. But in addition, strict co-motion constraints were also applied to the stochastic displacements of co-located stations, in order to tie the stochastic displacements of the different techniques into a common frame. The assumption underlying these co-motion constraints is that co-located stations should in principle be subject to the same non-linear, non-seasonal displacements. However, station position time series of the four techniques are known to contain random and systematic errors of various natures and amplitudes (e.g., Williams and Willis, 2006; Ray et al, 2013; Lovell et al, 2013; Luceri

et al, 2019), as well as unexplained variations (e.g., flicker noise in GNSS time series Zhang et al (1997); Mao et al (1999); Williams (2003); Santamaría-Gómez et al (2011)). It is therefore not guaranteed that co-motion constraints, such as applied in the JTRF2014 computation, are tying real non-linear, non-seasonal displacements, rather than mixing technique errors.

In this study, we investigate whether common aperiodic displacements (other than post-seismic deformation) can actually be detected at the ITRF co-location sites, with the purpose of evaluating the pertinence of such co-motion constraints, hence the feasibility of a long-term terrestrial reference frame in the form of a time series, given current technique errors. For that purpose, we compare station position time series extracted from the DORIS, GNSS, SLR and VLBI solutions provided for ITRF2014. Station position time series from the four space geodetic techniques were already compared in previous studies, but those were generally focused on long-term velocities (Tornatore et al, 2016), annual signals (Tesmer et al, 2009) or on the estimation of the technique precisions (Feissel-Vernier et al, 2007; Abbondanza et al, 2015). To our knowledge, only Collilieux et al (2007) previously attempted to estimate correlations between the non-linear, non-seasonal *vertical* displacements sensed by GNSS, SLR and VLBI, and found significant positive correlations for only a few (mostly GNSS-VLBI) co-located station pairs. A re-evaluation of the consistency of the aperiodic displacements sensed by the four techniques, in all three components, based on recent reprocessed data, therefore seems necessary.

The rest of this paper is organized as follows. Section 2 introduces the data used and their preprocessing, in particular the careful alignment procedure used to bring station position time series from the different techniques to a common frame, while preserving potential common aperiodic displacements. Section 3 describes how the aligned time series were then modelled and filtered for trends, offsets, post-seismic displacements and periodic signals (due to both the seasonal deformation of the Earth and technique-specific errors), in order to retain aperiodic variations only. In Section 4, the filtered time series of co-located stations are confronted with each other, and the impact of non-tidal loading corrections on the observed correlations is also assessed. Section 5 finally discusses the obtained results and their implications for the formation of terrestrial reference frames in the form of time series.

## 2 Data and preprocessing

This study uses 21-year long station position time series over the period 1994.0 - 2015.0. Those time series are derived from the solutions provided by the IAG space geodetic technique services for the ITRF2014 computation (Altamimi et al, 2016). Each of these solutions contains the estimated coordinates of a network of geodetic stations together with their variance/covariance information - or equivalently a normal equation system. The DORIS (Moreaux et al, 2016) and SLR (Luceri and Pavlis, 2016) products are provided on a weekly basis. For consistency, we use the weekly GNSS solutions provided by the International GNSS Service (IGS; Rebischung et al, 2016). Finally, the VLBI products (Bachmann et al, 2016) are delivered by observation sessions, but VLBI station position time series will also be re-sampled at weekly intervals later on. Note that not all VLBI solutions provided

for ITRF2014 are used in this study, but only those with at least four stations and a station network whose convex hull has a volume larger than  $10^{19}\text{m}^3$ .

To compare the station position time series provided by the four space geodetic techniques, they first need to be expressed with respect to a common reference frame. However, aligning weekly or session-wise technique solutions to a long-term linear frame such as the ITRF2014 is known to affect seasonal signals (Collilieux et al, 2007, 2009). Likewise, because of the different geometries of the technique station networks, the non-linear, non-seasonal displacements sensed by the different techniques could be affected differently by such an alignment, i.e., each technique could be affected by a different "network effect", which could jeopardize the detection of possible common aperiodic displacements across techniques.

We therefore use another alignment approach. Namely, all DORIS, SLR and VLBI solutions are aligned to the GNSS solution of the same week. With such an alignment of instantaneous solutions to other instantaneous solutions, the network effect due to non-linear deformation of the Earth should cancel, and possible common non-linear displacements across techniques should be retained.

The next subsections detail this alignment procedure. Subsection 2.1 describes the pseudo-local ties that are used to align the DORIS, SLR and VLBI solutions to the GNSS solutions. Subsection 2.2 then details the manipulations performed on the technique solutions (or normal equations).

## 2.1 Pseudo-local ties

To align each DORIS, SLR or VLBI solution to the GNSS solution of the same week, a reference solution has to be derived from the GNSS solution, in which vectors tying GNSS stations to the co-located DORIS, SLR or VLBI stations are applied to the GNSS station positions. We do not use actual surveyed local ties for that purpose, because they are not available at every co-location site, and because they show various levels of inconsistency with the space geodetic observations, as evidenced by the ITRF combination residuals (Altamimi et al, 2016). Pseudo-local ties are used instead.

To derive these pseudo-local ties, we start by forming a long-term, homogeneous, multi-technique solution. We use as inputs the same four technique-specific long-term solutions as used for the ITRF2014 computation. But instead of combining them together with local ties, we align them to ITRF2014 via the 14-parameter Helmert transformations estimated during the ITRF2014 inter-technique combination. In this way, the technique-specific solutions are not distorted by the conflicting local ties, but retain their intrinsic shapes. Let us denote the long-term, homogeneous, multi-technique solution thus obtained as ITRF2014A.

To determine pseudo-local ties from GNSS to a specific technique, e.g., SLR, on a specific week, the ITRF2014A coordinates are first propagated to the middle of the week. All vectors between stations available in the weekly GNSS solution and co-located stations available in the weekly SLR solution are then computed and form our pseudo-local ties. In case more than one pseudo-local tie is available at the same co-location site, we select and use only the one between the stations whose ITRF2014 residual time series have the smallest weighted root mean square (WRMS).

## 2.2 Alignment

The weekly solutions provided by the IGS for ITRF2014 were aligned to the IGB08 reference frame (IGSMail-6663<sup>1</sup>). Our first step is thus to align them to ITRF2014A. For that purpose, each weekly GNSS solution is first compared with ITRF2014A via a 7-parameter Helmert transformation. Possible inconsistent station coordinates are iteratively removed from the comparison in order to obtain a clean list of reference stations. Then, the constraints reported in the weekly GNSS SINEX file are removed. No-net-rotation (NNR) and no-net-translation (NNT) with respect to ITRF2014A via the selected reference stations are added instead, and the normal equation is re-inverted.

The next step is to align the weekly DORIS, weekly SLR and session-wise VLBI solutions to the weekly GNSS solutions. For each of these alignments, a reference solution is first formed by adding the pseudo-local ties obtained in subsection 2.1 to the weekly GNSS solution. The solution to be aligned is then compared with the reference solution via a 7-parameter Helmert transformation, and possible outlying stations are iteratively removed from the reference solution. Then, in case of SLR or DORIS, a reference frame-free normal equation is obtained from the weekly solution using Equation B.22 of Rebischung (2014). In case of VLBI, the same equation is used, but to remove only the *scale* information from the provided normal equation (which already has six rotation and translation singularities). Finally, NNR, NNT and no-net-scale (NNS) constraints with respect to the clean reference solution are added to the reference frame-free normal equation. A DORIS, SLR or VLBI solution is thus obtained which is aligned in orientation, origin and scale to the GNSS solution of the week via the pseudo-local ties.

## 3 Time series modeling

Thanks to the alignment methodology described in section 2, DORIS, SLR, VLBI and GNSS solutions aligned to a common reference frame were obtained. Station position time series were extracted from those solutions, and the VLBI station position estimates were averaged over weekly bins to match the weekly sampling of the other techniques. In the following, only stations that are part of ITRF2014, whose position time series contain at least 200 weeks, and are at least 50% complete, are considered. Figure 1 shows the distribution of this station selection. It includes 109 DORIS stations, 771 GNSS stations, 27 SLR stations and 11 VLBI stations.

The station position time series thus obtained exhibit linear trends, offsets, post-seismic displacements and periodic variations, on top of aperiodic variations commonly referred to as background noise. Our objective is to compare the aperiodic variations observed by the different techniques at co-location sites, therefore, all the other components need to be removed from the series. For that purpose, we start by adjusting to each time series the same kinematic model as used in ITRF2014, which includes a piece-wise linear part accounting for linear trends and offsets, plus exponential and/or logarithmic functions accounting for post-seismic deformation where necessary. Note that, when adjusting these models,

---

<sup>1</sup> <https://lists.igs.org/pipermail/igsmail/2012/000497.html>

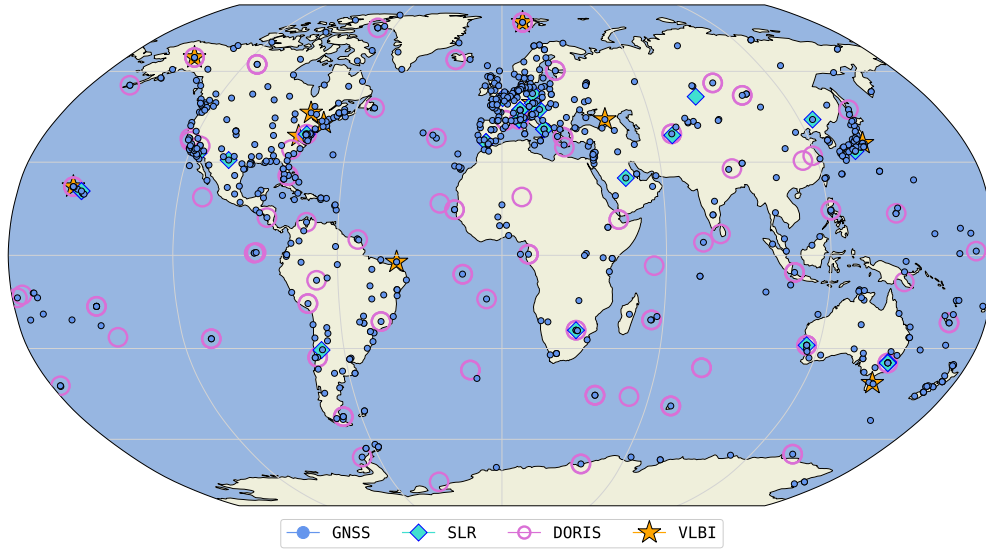


Fig. 1: ITRF2014 stations used for time series analysis

outliers are iteratively removed from the series. Also note that the amplitudes and relaxation times of the exponential and logarithmic functions are held fixed to their ITRF2014 values.

The residuals from these initial models still include periodic signals, such as seasonal variations or the well-known GPS draconitic errors (Ray et al, 2008), which still need to be filtered out in order to compare aperiodic variations only. For that purpose, we have to identify all significant periodic variations in the time series of each technique, and augment our initial kinematic models accordingly (subsection 3.1). Subsection 3.2 summarizes the significant periods detected during this process.

### 3.1 Spectral analysis

In order to analyze the spectral content of the residual station position time series, to test for the significance of potential periodic signals, and to account for the most significant ones in our kinematic models, we employ the Least Square Harmonic Estimation (LSHE) method (Amiri-Simkooei et al, 2007). This method tests the logarithm of the likelihood ratio between a null model and alternative models, each of which includes one additional sine wave at a given frequency. Under the null hypothesis, the logarithm of the likelihood ratio follows a  $\chi^2$  distribution with two degrees of freedom. For a given series, if the null model is adequate, the LSHE test statistic, represented as a function of the frequency, is thus expected to be "flat" and centered around 2. On the other hand, if a significant periodic signal is unaccounted for by the kinematic model, the LSHE test statistic will show a peak around the corresponding frequency. However, if the *noise* model of the series is



inadequate, then the LSHE test statistic will also depart from flatness, though continuously in frequency. Testing for the significance of potential periodic signals using the LSHE method therefore requires that the noise in the time series is adequately modelled.

The background noise in GNSS station position time series is well described by the combination of variable white noise and power-law noise (Zhang et al, 1997; Mao et al, 1999; Williams, 2003; Santamaría-Gómez et al, 2011; Gobron et al, 2021). The literature about the background noise in the station position time series of the other techniques is scarcer and less conclusive (Williams and Willis, 2006; Feissel-Vernier et al, 2007; Ray et al, 2008; Klos et al, 2018). Nevertheless, the stacked Lomb-Scargle periodograms presented by Abbondanza et al (2015) suggest that a white plus power-law noise model could also be appropriate for DORIS, SLR and VLBI time series. (The appropriateness of this noise model, in average, for DORIS, SLR and VLBI time series will actually be confirmed by the flatness of the stacked LSHE test statistics presented later on.) We thus adjust variable white plus power-law noise models to our time series, simultaneously with their deterministic models. The noise model parameters are estimated by restricted maximum likelihood, an unbiased alternative to classical maximum likelihood estimation (Patterson and Thompson, 1971; Harville, 1977; Gobron et al, 2022). Thus accounting for the characteristics of the background noise in the series, the LSHE method can now be used to test for the significance of potential periodic signals in the time series, and iteratively refine our kinematic models accordingly.

We start this iterative process by considering the ITRF2014 kinematic models, which include no periodic signals, and compute the LSHE test statistic for every station and every East, North, Up component, over a common set of evenly spaced frequencies. In order both to increase the power of the LSHE test, and to identify significant periodic signals per technique rather than per station, we sum, for every technique, the LSHE test statistics over all stations and components. Note that only stations with time series longer than  $1/f$  contribute to the stacked LSHE test statistic at frequency  $f$ . The obtained stacked LSHE test statistics are shown by the light curves in Figure 2. Assuming independence across stations and components and the null hypothesis (no significant harmonic signal at frequency  $f$ ), they follow  $\chi^2$  distributions with  $2 \times n \times 3$  degrees of freedom, where  $n$  is the number of contributing stations and 3 is the number of components.

For each technique, we then perform a first automatic, iterative detection of significant periodic signals. At each iteration, we look for the frequency with maximal stacked LSHE test statistic. If this maximum statistic exceeds a certain quantile of the  $\chi^2$  distribution with  $2 \times n \times 3$  degrees of freedom, we add sine waves at the corresponding frequency in the kinematic models of all stations of the technique, and iterate. Otherwise, we stop iterations. Note that the noise parameters are re-estimated at every iteration, simultaneously with the kinematic models. For DORIS, SLR and VLBI, we use the 99.9999% quantile as threshold. For GNSS, in order to avoid an over-detection of periodic signals, we found necessary to use a higher, arbitrary threshold. This is probably related to the fact that the background noise in GNSS time series is spatially correlated (Williams et al, 2004; Amiri-Simkooei, 2009; Amiri-Simkooei et al, 2017; Benoist et al, 2020), hence the assumption of independence across stations is not met in practice.

This first automatic detection highlighted a number of periodic signals previously observed in geodetic station position time series (i.e., seasonal signals, dra-

conitic signals, tidal aliases - see subsection 3.2). However, the periods attributed by our automatic detection procedure to these known signals were in some cases slightly shifted from their theoretical periods. Besides, this first automatic detection led in some cases to the inclusion of several sine waves with nearby frequencies in the kinematic models. This could be expected from the fact that the amplitudes and phases of certain periodic signals in geodetic station position time series are not constant. This is for instance known to be the case with seasonal signals (Davis et al, 2012; Chen et al, 2013; Klos et al, 2017) and GPS draconitic signals (Rebischung et al, 2021). However, having several sine waves with uncontrolled nearby frequencies in the kinematic models can turn out problematic, particularly for short time series. Hence, we will prefer another way of accounting for time-variable periodic signals in the following.

To deal with the aforementioned issues, a second automatic, iterative refinement of our kinematic models is carried out. Our starting points are the ITRF2014 kinematic models complemented with sine waves at all the known periods highlighted during the first detection (i.e., seasonal harmonics, draconitic harmonics and tidal aliases). We use the theoretical periods of these signals, not those retrieved from the first detection. Then, the same iterative procedure as above is used to refine these initial models, with just one difference: at each iteration, we look for the sine wave already present in the kinematic models whose frequency  $f_s$  is the closest to the frequency  $f_m$  of the maximal stacked LSHE test statistic. If both frequencies differ by less than 0.0003 cycle-per-day (cpd), then we do not add a new sine wave at frequency  $f_m$  into the models, but instead "complexify" the one already present at frequency  $f_s$ . Namely, if the sine wave currently present in the kinematic models at frequency  $f_s$  is still a simple time-invariant sine wave, it is replaced by a "degree-1 variable" sine wave; while if the sine wave currently present in the kinematic models at frequency  $f_s$  is already a "degree- $d$  variable" sine wave, it is replaced by a "degree- $d + 1$  variable" sine wave. A "degree- $d$  variable" sine wave is here defined as a sine wave whose sine and cosine coefficients are degree- $d$  polynomials of time:

$$S(t) = \left( \sum_{i=0}^d a_i t^i \right) \cos(2\pi f t) + \left( \sum_{i=0}^d b_i t^i \right) \sin(2\pi f t) \quad (1)$$

where the coefficients  $(a_i, b_i)_{0 \leq i \leq d}$  are to be estimated. To ensure that no significant periodic signals are missed, but no over-detection occurs either, we manually choose the stopping iteration for each technique, based on a visual inspection of the stacked LSHE test statistics (see Figure 2).

The kinematic models obtained at the end of this second iterative procedure are our final models. The stacked LSHE test statistics obtained with these final models are shown by the dark curves in Figure 2. They are flat except at the lowest frequencies, where less and less stations contribute to the stacked LSHE test statistics. Figure 2 also shows the expected values of the stacked LSHE test statistics under the null hypothesis, i.e., no significant periodic signal missing in the kinematic models (dashed curves). The agreement between the stacked LSHE test statistics and their expected values under the null hypothesis is an indication of the appropriateness of the employed white plus power-law noise model, in average, for the time series of the four techniques.

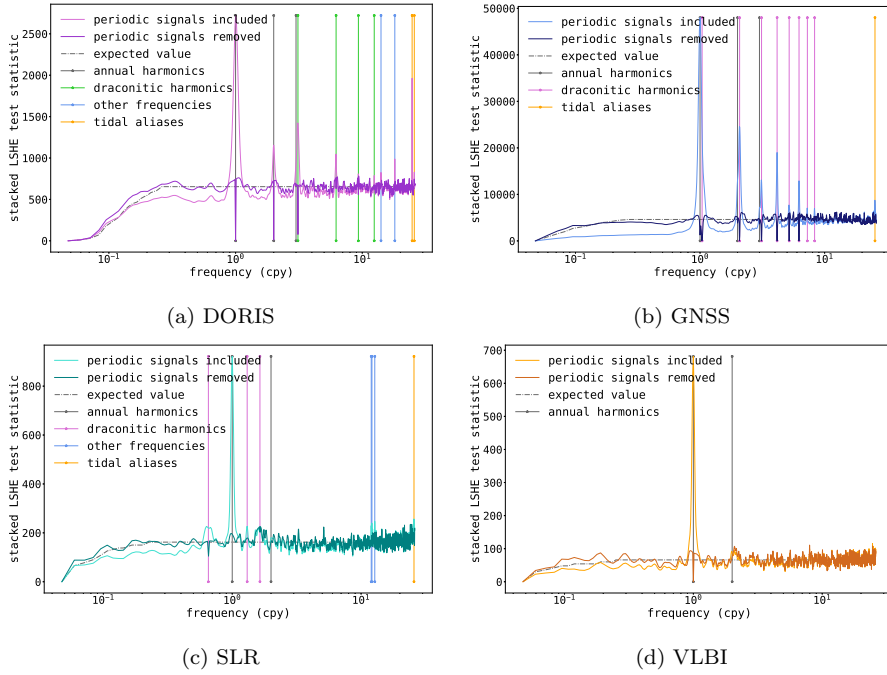
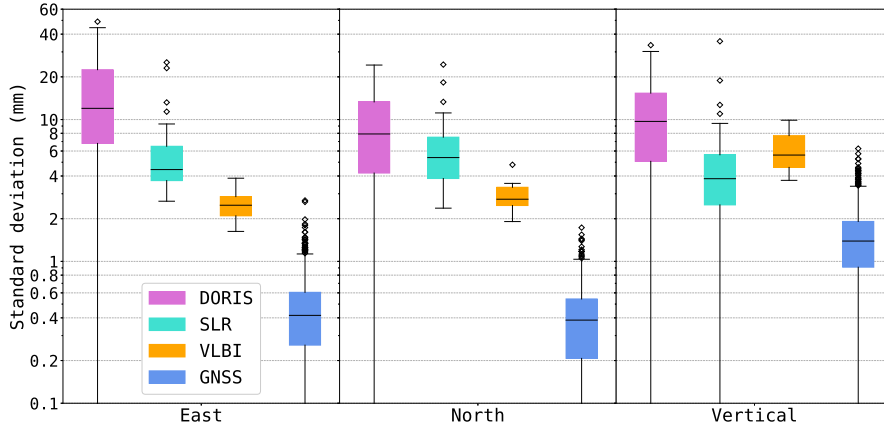


Fig. 2: Light plain curves: stacked LSHE test statistics obtained with the initial ITRF2014 kinematic models. Dark plain curves: stacked LSHE test statistics obtained with the final kinematic models. Dashed curves: Expected values of stacked LSHE test statistics under null hypothesis (see text). The vertical lines indicate the frequencies of the (time-variable) sine waves included in the final kinematic models.

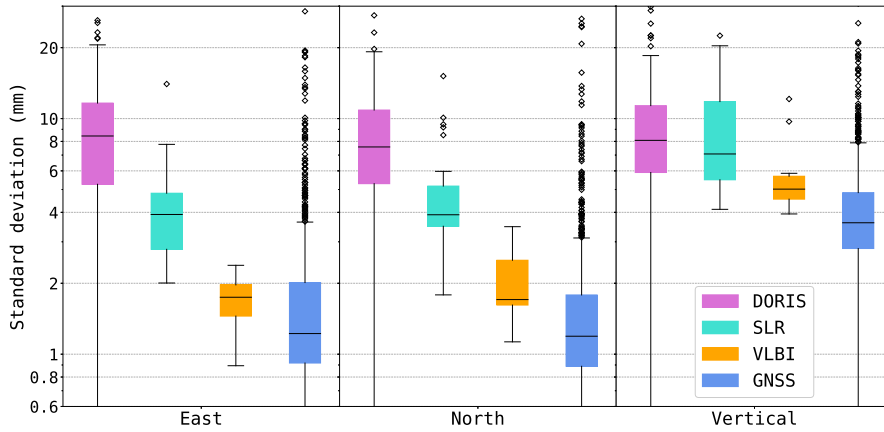
Figure 3 provides statistics on the estimated levels of noise. It represents the distribution of the estimated noise standard deviations over all stations for each technique and each component. As the variance of power-law noise depends on the length of the time series, following the example of Gobron et al (2021), we computed the scatter of equivalent 10-year long time series from the estimated parameters of the power-law noise models. In this figure, we can observe that the level of white noise is much lower for GNSS than for the other techniques, especially in the horizontal components. This difference is less marked for power-law noise, but it is still noticeable that the estimated level of power-law noise depends on the technique. This implies that the power-law noise present in station position time series does not only reflect Earth’s surface deformation, but also includes technique-specific errors.

### 3.2 Detected periods

The two iterative procedures described in subsection 3.1 led to the detection of significant periodic signals in the station position time series of the different tech-



(a) White noise



(b) Power law noise

Fig. 3: Distributions of estimated white noise and power-law noise standard deviations for each technique and component (see the convention for the definition of power-law noise standard deviation in the text)

niques, and to the inclusion of time-invariant or time-variable sine waves into our kinematic models. The frequencies of those sine waves are indicated by the vertical lines in Figure 2. A list of their periods and degrees of variability can additionally be found in Appendix A. The detected periodic signals fall into four different categories: seasonal signals, draconitic signals, tidal aliases, and other periodic signals of unknown origins. These four categories are discussed in the next paragraphs.

Annual and semi-annual signals have long been evidenced in station position time series of the different techniques and consist of a superposition of various physical phenomena and systematic errors (Dong et al, 2002; Collilieux et al, 2007). (Time-variable) sine waves with periods of 365.25 and 182.63 days have consis-

tently been detected and included in our kinematic models for all four techniques. Our analysis also evidenced significant ter-annual signals (with periods of 121.75 days) in DORIS and GNSS station position time series, consistently with the analyses of Williams and Willis (2006) and Klos et al (2018) for DORIS; Gobron et al (2021) and Rebischung et al (2021) for GNSS.

Draconitic signals were evidenced in our analysis for all three satellite techniques (DORIS, GNSS and SLR). Frequencies close to the first eight harmonics of the GPS draconitic year ( $\approx 351.6$  days; Ray et al, 2008; Amiri-Simkooei, 2013) were found during our first automatic analysis of the GNSS time series. Sine waves at the first eight GPS draconitic harmonics are thus included in our final kinematic models of the GNSS time series, which are all time-variable sine waves, consistently with the non-stationarity of GPS draconitic signals pointed out by Rebischung et al (2021). As regards DORIS, significant periodic signals close to the first four harmonics of the TOPEX/Poseidon / Jason-1 / Jason-2 draconitic period (117.56 days<sup>2</sup>) were evidenced, consistently with the observations of Williams and Willis (2006) and Klos et al (2018). These draconitic signals are accounted for by time-variable sine waves in our final kinematic models of the DORIS time series. For SLR finally, periodic signals close to the draconitic periods of both LAGEOS satellites (559.29 and 222.63 days<sup>2</sup>) were evidenced, consistently with the observations of Luceri et al (2019) in time series of range bias estimates. Signals at the second harmonic of the LAGEOS-1 draconitic period (279.65 days) were additionally detected, which have recently been observed in SLR geocenter motion times series also (Yu et al, 2021). These draconitic signals are accounted for by time-invariant or time-variable sine waves in our final kinematic models of the SLR time series.

Station position time series from the satellite techniques are also known to include spurious signals due the aliasing of tide model errors via the sampling of the time series and/or the ground repeat periods of the satellites (Penna and Stewart, 2003). For DORIS, significant periodic signals close to the alias periods of the  $O_1$  and  $M_2$  tides via the weekly sampling of the DORIS time series (14.19 and 14.77 days, respectively) were found. The same  $O_1$  aliasing period was also detected in SLR time series. For GNSS, finally, a single tide-related period was detected at 14.39 days, which can be explained by a two-step aliasing process: (1) aliasing of  $M_2$  tide model errors to a period of 13.62 days via the ground repeat period of the GPS satellites, as described by Penna and Stewart (2003) and observed by, e.g., Rebischung et al (2021); (2) aliasing of the 13.62-day signals present in the daily IGS solutions via the weekly averaging of those solutions. All the detected tidal aliases are accounted for by time-invariant or time-variable sine waves in our final kinematic models.

We finally detected several unexplained, significant periodic signals in the DORIS and SLR time series. Two such periods were found for DORIS at 20.22 and 25.99 days. While  $\approx 26$ -day signals have to our knowledge never been reported before,  $\approx 20.2$ -day signals were previously observed in DORIS time series by Williams and Willis (2006) and Klos et al (2018), but remain unexplained. For SLR, a cluster of  $\approx 30$ -day periods was detected (28.60, 30.09 and 30.47 days), of which we found no trace in the literature, except for a mention of 28-day signals in SLR geocenter time series by Yu et al (2021). Although these periodic signals are unexplained, they clearly stand out from the background noise in DORIS and SLR time series

<sup>2</sup> <https://climserv.ipsl.polytechnique.fr/ixion/>

(see Figure 2). They are therefore included in our final kinematic models as time-invariant sine waves in order not to affect the comparison of aperiodic variations observed by the different techniques presented in the next section.

#### 4 Comparison of residual time series

The residual position time series computed in section 3 reflect the aperiodic variations (or background noise) in the station position time series from the four space geodetic techniques. They include actual noise, systematic errors and common aperiodic displacements across techniques. In the present section, we compare the obtained residual time series within the ITRF co-location sites, with the purpose of assessing these possible common aperiodic displacements. Figure 4 shows as examples the residual time series obtained at two co-location sites: Ny-Ålesund (Svalbard, Norway) and Hartebeesthoek (South Africa). It clearly illustrates the different levels of noise between techniques and components. Besides, common variations across techniques can clearly be observed in some cases, like in the vertical component at the Ny-Ålesund site.

It is worth mentioning that the residual time series used in this section were obtained from an adjustment of the final kinematic models using a variable-white-noise-only stochastic model. Indeed, we noticed that the residuals computed with variable white plus power-law noise models exhibited in many cases small trends and/or offsets. This can be explained by the fact that the residuals from least-squares adjustments tend to mimic the specified noise model and may make use of the trends and/or offsets present in the series for that purpose. On the other hand, we observed that trends and offsets were effectively absorbed in the adjusted kinematic models when using a variable-white-noise-only stochastic model.

Subsection 4.1 describes the results from the comparison of residual time series between each pair of techniques available at each co-location site. Then, subsection 4.2 investigates which part of the coherence between the aperiodic displacements sensed by the different techniques is attributable to loading deformation. In the following, we only consider co-located station pairs that share at least 200 weeks of common data. The selected stations are depicted in Figure 5.

##### 4.1 Concordance correlation coefficients

Lin (1989) introduces the concordance correlation coefficient to compare two measurements of the same variable. The concordance correlation coefficient of two time series  $a$  and  $b$  with zero means is defined as:

$$c = \frac{2\sigma_{ab}}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2} \quad (2)$$

where  $\sigma_a^2$  and  $\sigma_b^2$  are the sample variances of the time series and  $\sigma_{ab}$  is their sample covariance. This coefficient measures the proportion of the total variance of the two series which can be explained by a common signal. We prefer Lin's concordance correlation coefficient over Pearson's ordinary correlation coefficient as the latter measures the strength of a linear relationship between two variables, whichever the proportionality coefficient, i.e., how close the scatter plot of  $b$  against  $a$  falls

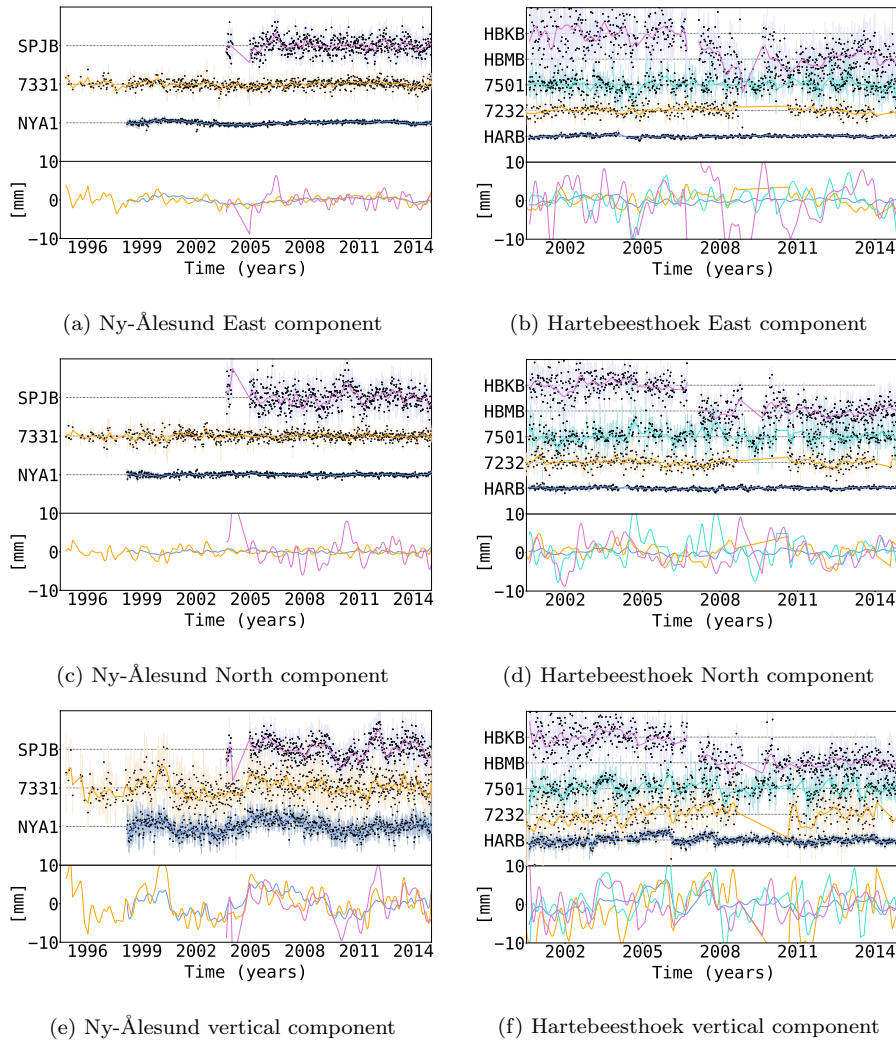


Fig. 4: Residual position time series at the Ny-Ålesund (left) and Hartebeesthoek (right) co-location sites. Within each subfigure, the top subplot shows the residual position time series of all stations available at the site, shifted by multiples of 20 mm for clarity. The bottom subplot is the superposition of all Vondrák-filtered residuals with a 2 cpy cutoff frequency (Vondrák, 1969). Each technique is shown with a different color: blue for GNSS, orange for VLBI, pink for DORIS and turquoise for SLR.

close to *some* straight line. Lin's concordance correlation coefficient measures how close the scatter plot of  $b$  against  $a$  falls close to a  $45^\circ$  straight line, i.e., whether the two series contain a common signal with the same amplitude, as it should be the case with possible common aperiodic ground deformation.

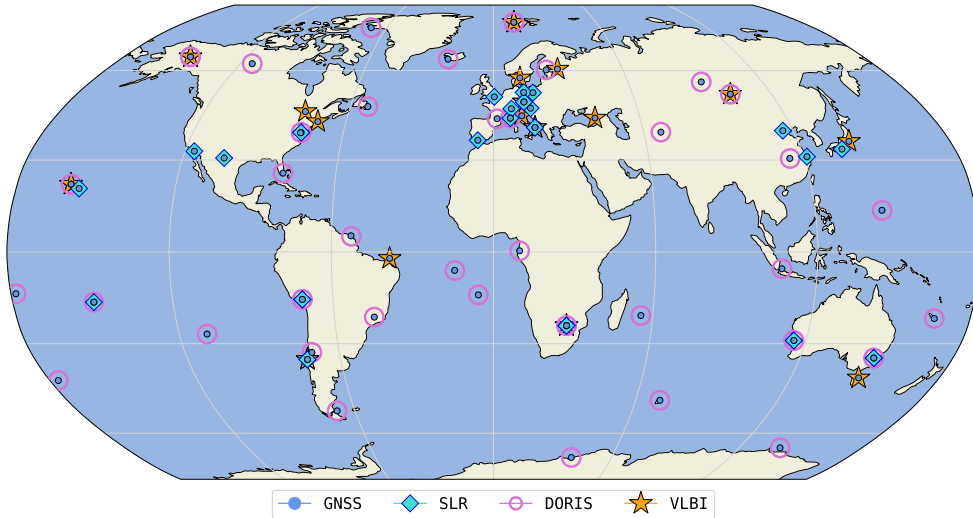


Fig. 5: Selected co-located stations

The concordance correlation coefficients between the residual time series of the selected GNSS stations and of the co-located stations of the other techniques are represented in Figure 6. When several pairs of stations of the same techniques are available at a given co-location site, only the highest concordance correlation coefficient is displayed. The green boxplots in Figure 7 show the distributions of those concordance correlation coefficients for each technique and component. To get an idea of what concordance correlation coefficients concretely represent, it is helpful to consider Figure 4 again. At the Ny-Ålesund co-location site, in the vertical component where common aperiodic variations across techniques can be observed, the concordances between GNSS and the other techniques are all larger than 0.4. On the other hand, they are all less or equal than 0.2 at the at Hartebeesthoek co-location site.

In order to assess the significance of the concordance correlation coefficient computed for each given station pair and component, we simulated 10000 pairs of white noise time series with the same number of points as the number of common weeks between both stations, and the same theoretical concordance correlation coefficient as the one actually computed for that station pair and component. We then computed the empirical concordances of the 10000 pairs of simulated time series and the 2.5% and 97.5% quantiles of their distribution to obtain a 95% confidence interval. Figures showing the concordance correlation coefficients obtained for each technique pair, together with their 95% confidence intervals, are available in Appendix B. The sizes of these intervals vary with the number of common points between each pair of time series, as well as on the value of their concordance. Nevertheless, they are all equal or lower than 0.25. Hence, any concordance value equal to or greater than 0.13 can be considered significantly



different from zero. On the other hand, the significance of any concordance value lower than 0.13 must be verified on a case-by-case basis.

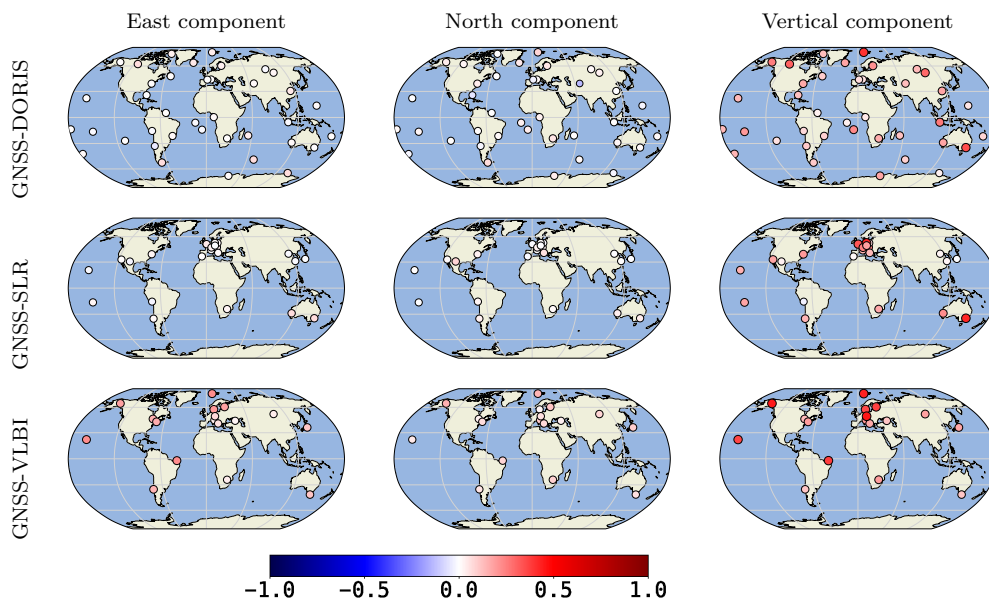


Fig. 6: Concordance correlation coefficients between residual coordinate time series of selected GNSS stations and of co-located stations of the other techniques.

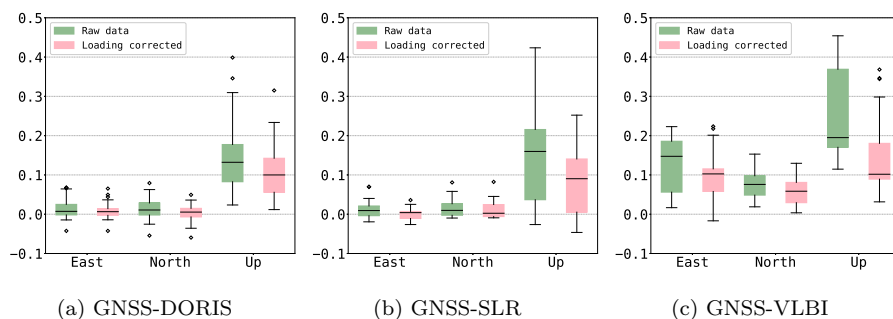


Fig. 7: Distributions of the concordance correlation coefficients between residual coordinate time series of selected GNSS stations and of co-located stations of the other techniques, with (pink) and without (green) non-tidal loading corrections applied

It can clearly be observed in Figure 6 and Appendix B that the concordance correlation coefficients obtained for the horizontal components of the GNSS-SLR and GNSS-DORIS station pairs are generally very low and not significantly differ-

ent from zero. Their medians are 0.01 for both technique pairs. The concordance correlation coefficients obtained for the horizontal components of the GNSS-VLBI station pairs are somewhat higher, particularly in the East component, where their median reaches 0.15. These results may be put in perspective with the levels of noise observed in Figure 3. It would thus seem that, although VLBI observations are intermittent, the observation noise of VLBI is low enough to allow detecting some common aperiodic horizontal displacements with GNSS. On the other hand, possible common aperiodic horizontal displacements between GNSS and SLR/DORIS are likely hidden by the higher observation noise of the latter techniques. Note that SLR observations are also discontinuous due in particular to weather contingency.

In vertical, the concordance correlation coefficients between GNSS and the three other techniques are significantly different from zero for most station pairs. Their medians are 0.19 for GNSS-VLBI station pairs, 0.16 for GNSS-SLR station pairs and 0.13 for GNSS-DORIS station pairs. It appears that thanks to higher signal-to-noise ratios than in horizontal, common aperiodic vertical displacements are detected between GNSS and the three other techniques.

#### 4.2 Impact of non-tidal loading corrections

In order to investigate to which extent loading deformation may explain the concordances obtained in subsection 4.1 between the residual time series of the four techniques, we repeated the whole analysis starting from weekly or session-wise technique solutions from which the non-tidal loading deformation model provided by Boy, (2021) was removed. Note that the loading displacements were averaged separately for each station over the observing period of the station within each solution. Also note that loading corrections were applied at the normal equation level rather than directly to station position estimates.

Figure 8 compares, for the vertical component, the concordance correlation coefficients obtained with and without loading corrections. Similar maps are not shown for the horizontal components, as the impact of loading corrections was found to be marginal. All figures in Appendix B nevertheless show the concordances obtained from both raw and loading-corrected residual time series.

It can be observed that the vertical concordances partially decrease with loading corrections. However, most of the vertical concordances between loading-corrected residual time series are actually still significantly different from zero according to their individual 95% confidence levels. The medians of the loading-corrected vertical concordances are 0.10 for GNSS-VLBI station pairs, 0.10 for GNSS-DORIS station pairs and 0.09 for GNSS-SLR station pairs. The observed partial reduction indicates that the common aperiodic vertical displacements detectable across techniques are partly attributable to loading deformation, but not entirely. The remaining common aperiodic vertical displacements may be explained by a combination of other non-loading deformation sources (e.g., thermoelastic or poroelastic deformation) and missing contributions in the loading model.

In case of GNSS-DORIS pairs, sites at which the vertical concordances are most reduced by the loading corrections tend to be located in areas where non-tidal atmospheric loading corrections are also most effective in reducing the non-seasonal

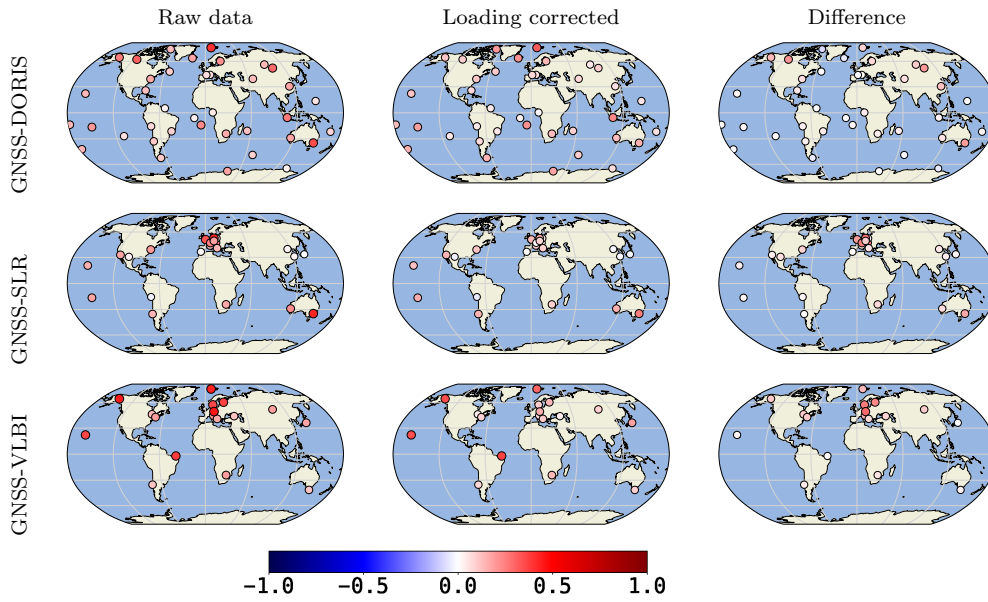


Fig. 8: Concordance correlation coefficients between vertical residual time series of selected GNSS stations and of co-located stations of the other techniques without (left) and with (middle) loading corrections. The difference between both sets of concordances is shown on the right.

scatter in GNSS time series (Rebischung et al, 2021). Unfortunately, further conclusions can hardly be drawn due to the small number and poor distribution of co-located station pairs, particularly for SLR and VLBI.

## 5 Summary and discussion

The aim of this study is to assess the coherence of non-linear, non-periodic station motions at ITRF co-location sites. For that purpose, we used station position time series extracted from the solutions provided by the four space geodetic technique services for ITRF2014, sampled on a weekly basis. To make them comparable, they were first aligned to a common reference frame, while paying attention to minimize technique-specific network effects (Section 2). Then, to isolate aperiodic variations, the significant periodic components present in the time series were identified and removed (Section 3). During this analysis, previously known periodic signals were identified (seasonal signals, draconitic signals, tidal aliases), but several additional unexplained signals were also detected: at periods of 20.22 and 25.99 days for DORIS and at a cluster of  $\approx 30$ -day periods for SLR.

After removing the kinematic models obtained in Section 3, the residual aperiodic time series were compared in Section 4 within ITRF co-location sites, by means of Lin (1989)'s concordance correlation coefficient. The absence of common aperiodic horizontal displacements between GNSS and SLR/DORIS was thus evidenced, while modest concordances were noticed for GNSS/VLBI station pairs

in horizontal. In fact, common aperiodic displacements were detected mostly in the vertical component, which are only partly explained by Boy (2021)'s non-tidal loading deformation model. The remaining common aperiodic vertical displacements may be explained by a combination of other non-loading deformation sources and missing contributions in the loading model. Yet, in light of the calculated concordances, common displacements explain only a minor part of the aperiodic variations present in the vertical station position time series. Most of the aperiodic variations in the station position time series therefore appear to be explained by technique-specific errors and random noise, both in horizontal and vertical.

As discussed by Altamimi et al (2019), the implementation of a long-term terrestrial reference frame in the form of a time series requires that the non-linear, non-seasonal displacements of the different techniques can be tied into a common frame. This could be done reliably if the technique-specific aperiodic displacements could be assumed to be similar (in the sense of a geometrical similarity transformation) over a set of co-located stations. Then, the technique-specific aperiodic displacements could be equated in the combination process (by means of co-motion constraints such as those applied in the JTRF2014 computation). The aperiodic GNSS station displacements could thus be brought, for instance, to the instantaneous SLR origin.

However, the results of this study indicate that technique errors dominate the aperiodic displacements sensed by the different techniques, particularly in the horizontal components. The pertinence of co-motion constraints equating them, and their impact, can therefore be questioned. One may wonder for instance about the outcome of a combination in which co-motion constraints would be applied, despite little or no common aperiodic displacements being present in the time series of the different techniques.

Firstly, as GNSS station position time series are less scattered than those of the other techniques, they usually get more weight in inter-technique combinations. As a consequence, the combined aperiodic displacements can be expected to follow more or less the GNSS aperiodic displacements. This comes down to trusting the aperiodic variations in GNSS time series, whereas they show little to no similarity with those of the other techniques, and whereas the flicker noise in GNSS time series does likely reflect ground deformation only to a minor extent. Indeed, Reischung et al (2017) and Gobron et al (2021) found that, after non-tidal loading corrections, 40% or less of the flicker noise present in GNSS time series is spatially correlated. The remaining spatially uncorrelated  $\approx 60\%$  are likely explained by station-specific errors (including monument motions), which is corroborated by the observation of flicker noise in short GNSS baselines (King and Williams, 2009; Hill et al, 2009). As for the spatially correlated 40%, it is currently unknown which fraction represents real ground deformation and which fraction may be due to spatially correlated GNSS errors (e.g., orbit errors). Thus, equating the aperiodic displacements of the different techniques likely means forcing the other techniques to follow GNSS errors more than real ground deformation.

A second potential issue with such a combination would concern the Helmert transformation parameters estimated between the aperiodic displacements of the different techniques. Their precision and accuracy would depend on the level of random and systematic errors in the technique-specific aperiodic displacements, as well as on the number and distribution of co-located stations available every week.

Given that technique errors dominate over common aperiodic signals, particularly in horizontal, and given the poor distribution of, e.g., SLR and VLBI co-located stations available on a given week, one can wonder whether the resulting errors in the estimated Helmert parameters would not be larger than the actual aperiodic ground deformation at most sites. For instance, even assuming that the aperiodic variations in GNSS time series reflect real ground deformation, it could still be that the aperiodic GNSS variations translated to the instantaneous SLR origin become contaminated by errors in the GNSS-SLR translation estimates.

The observed dissimilarity between the aperiodic displacements sensed by the different techniques thus raises questions regarding the feasibility of a long-term reference frame in the form of a time series, given the current level of technique errors. However, the results of this study do not allow drawing a firm conclusion yet. In future work, we will perform an actual combination of the aperiodic displacements sensed by the different techniques, in order to evaluate the statistical significance of the combined aperiodic displacements. Complementary simulations will be carried out, in which the levels of technique errors, as well as the number and distribution of co-located stations will be varied, in order to evaluate the impact of those factors on the precision of the combined aperiodic displacements. Using additional data (from 2014 to 2022) will also help to improve the distribution of co-location sites as new stations have been installed since 2014. Furthermore, while this study has so far evaluated the *broadband* consistency between the aperiodic displacements sensed by the different techniques, we will later investigate how this consistency may vary across different frequency bands. (Are inter-annual variations for instance more consistent across techniques than sub-seasonal variations?) Finally, as already advocated by Altamimi et al (2019), we would like to encourage research toward a better understanding and characterization of the technique errors, as this is the key for the establishment of reliable and accurate non-linear terrestrial reference frames.

**Acknowledgements** This study contributes to the IdEx Université de Paris ANR-18-IDEX-0001. We are grateful to the IAG technique services for providing the space geodesy products that we used and to the IERS Global Geophysical Fluids Center for the non-tidal loading deformation time series. We thank the Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) for their financial support through the TOSCA committee.

Author contributions: ZA, PR, XC and MS designed the research; MS and PR performed the data processing; MS wrote the initial draft of the paper. All authors analyzed and discussed the results and reviewed the manuscript.

Data availability statement :

- The input data used in the ITRF2014 computation are available at the NASA Crustal Dynamics Data Information System (CDDIS),  
<https://cddis.nasa.gov/archive/slr/products/itrf2014/> for SLR,  
<https://cddis.nasa.gov/archive/gnss/products/repro2/> for GNSS,  
<https://cddis.nasa.gov/archive/vlbi/ITRF2014/> for VLBI and  
[https://cddis.nasa.gov/archive/doris/products/sinex\\_series/idswd/](https://cddis.nasa.gov/archive/doris/products/sinex_series/idswd/) for DORIS.

- The datasets generated during the current study are available from the corresponding author on reasonable request.

## References

- Abbondanza C, Altamimi Z, Chin TM, Gross RS, Heflin MB, Parker JW, Wu X (2015) Three-Corner Hat for the assessment of the uncertainty of non-linear residuals of space-geodetic time series in the context of terrestrial reference frame analysis. *J Geod* 89(4):313–329, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-014-0777-x>
- Abbondanza C, Chin TM, Gross RS, Heflin MB, Parker JW, Soja BS, van Dam T, Wu X (2017) JTRF2014, the JPL Kalman filter and smoother realization of the International Terrestrial Reference System. *J Geophys Res Solid Earth* 122(10):8474–8510, URL <https://doi.org/10.1002/2017JB014360>
- Altamimi Z, Rebischung P, Métivier L, Collilieux X (2016) ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. *J Geophys Res Solid Earth* 121(8):6109–6131, URL <https://doi.org/10.1002/2016JB013098>
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, Métivier L, Chanard K (2019) Review of Reference Frame Representations for a Deformable Earth. In: Novák P, Crespi M, Sneeuw N, Sansò F (eds) IX Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, Springer International Publishing, Cham, International Association of Geodesy Symposia, pp 51–56, URL [https://doi.org/10.1007/1345\\_2019\\_66](https://doi.org/10.1007/1345_2019_66)
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, Metivier L, Chanard K (2022) ITRF2020: main results and key performance indicators. URL <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu22-3958>
- Amiri-Simkooei AR (2009) Noise in multivariate GPS position time-series. *J Geod* 83(2):175–187, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-008-0251-8>
- Amiri-Simkooei AR (2013) On the nature of GPS draconitic year periodic pattern in multivariate position time series. *J Geophys Res Solid Earth* 118(5):2500–2511, URL <https://doi.org/10.1002/jgrb.50199>
- Amiri-Simkooei AR, Mohammadloo TH, Argus DF (2017) Multivariate analysis of GPS position time series of JPL second reprocessing campaign. *J Geod* 91(6):685–704, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0991-9>
- Amiri-Simkooei AR, Tiberius CCJM, Teunissen PJG (2007) Assessment of noise in GPS coordinate time series: Methodology and results. *J Geophys Res Solid Earth* 112(B7), URL <https://doi.org/10.1029/2006JB004913>
- Bachmann S, Thaller D, Roggenbuck O, Lösler M, Messerschmitt L (2016) IVS contribution to ITRF2014. *J Geod* 90(7):631–654, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0899-4>
- Benoist C, Collilieux X, Rebischung P, Altamimi Z, Jamet O, Métivier L, Chanard K, Bel L (2020) Accounting for spatiotemporal correlations of GNSS coordinate time series to estimate station velocities. *J Geodyn* 135:101,693, URL <https://doi.org/10.1016/j.jog.2020.101693>
- Boy JP (2021) Contribution of GGFC to ITRF2020. URL <http://loading.u-strasbg.fr/ITRF2020/ggfc.pdf>

- Chen Q, van Dam T, Sneeuw N, Collilieux X, Weigelt M, Rebischung P (2013) Singular spectrum analysis for modeling seasonal signals from GPS time series. *J Geodyn* 72:25–35, URL <https://doi.org/10.1016/j.jog.2013.05.005>
- Collilieux X, Altamimi Z, Coulot D, Ray J, Sillard P (2007) Comparison of very long baseline interferometry, GPS, and satellite laser ranging height residuals from ITRF2005 using spectral and correlation methods. *J Geophys Res Solid Earth* 112(B12), URL <https://doi.org/10.1029/2007JB004933>
- Collilieux X, Altamimi Z, Ray J, Dam Tv, Wu X (2009) Effect of the satellite laser ranging network distribution on geocenter motion estimation. *J Geophys Res Solid Earth* 114(B4), URL <https://doi.org/10.1029/2008JB005727>
- Collilieux X, Altamimi Z, Métivier L, Rebischung P, Chanard K, Ray J, Coulot D (2018) Comparison of the seasonal displacement parameters estimated in the ITRF2014 processing, what can we learn? 42nd COSPAR Scientific Assembly 42:B2.1–3–18
- Davis JL, Wernicke BP, Tamisiea ME (2012) On seasonal signals in geodetic time series. *J Geophys Res Solid Earth* 117(B1), URL <https://doi.org/10.1029/2011JB008690>
- Dong D, Herring TA, King RW (1998) Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data. *J Geod* 72(4):200–214, URL <https://doi.org/10.1007/s001900050161>
- Dong D, Fang P, Bock Y, Cheng MK, Miyazaki S (2002) Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series. *J Geophys Res Solid Earth* 107(B4):ETG 9–1–ETG 9–16, URL <https://doi.org/10.1029/2001JB000573>
- Feissel-Vernier M, de Viron O, Le Bail K (2007) Stability of VLBI, SLR, DORIS, and GPS positioning. *Earth Planets Space* 59(6):475–497, URL <https://doi.org/10.1186/BF03352712>
- Gobron K, Rebischung P, Van Camp M, Demoulin A, de Viron O (2021) Influence of Aperiodic Non-Tidal Atmospheric and Oceanic Loading Deformations on the Stochastic Properties of Global GNSS Vertical Land Motion Time Series. *J Geophys Res Solid Earth* 126(9):e2021JB022,370, URL <https://doi.org/10.1029/2021JB022370>
- Gobron K, Rebischung P, de Viron O, Demoulin A, Van Camp M (2022) Impact of offsets on assessing the low-frequency stochastic properties of geodetic time series. *J Geod* in review
- Harville DA (1977) Maximum Likelihood Approaches to Variance Component Estimation and to Related Problems. *J Am Stat Assoc* 72(358):320–338, URL <https://doi.org/10.1080/01621459.1977.10480998>, publisher: Taylor & Francis .eprint: <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/01621459.1977.10480998>
- Hill EM, Davis JL, Elósegui P, Wernicke BP, Malikowski E, Niemi NA (2009) Characterization of site-specific GPS errors using a short-baseline network of braced monuments at Yucca Mountain, southern Nevada. *J Geophys Res Solid Earth* 114(B11), URL <https://doi.org/10.1029/2008JB006027>
- King MA, Williams SDP (2009) Apparent stability of GPS monumentation from short-baseline time series. *J Geophys Res Solid Earth* 114(B10), URL <https://doi.org/10.1029/2009JB006319>
- Klos A, Bos MS, Bogusz J (2017) Detecting time-varying seasonal signal in GPS position time series with different noise levels. *GPS Solut* 22(1):21, URL <https://doi.org/10.1007/s10291-016-0431-1>

- [//doi.org/10.1007/s10291-017-0686-6](https://doi.org/10.1007/s10291-017-0686-6)
- Klos A, Bogusz J, Moreaux G (2018) Stochastic models in the DORIS position time series: estimates for IDS contribution to ITRF2014. *J Geod* 92(7):743–763, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1092-0>
- Lin LIK (1989) A Concordance Correlation Coefficient to Evaluate Reproducibility. *Biometrics* 45(1):255–268, URL <https://doi.org/10.2307/2532051>
- Lovell JEJ, McCallum JN, Reid PB, McCulloch PM, Baynes BE, Dickey JM, Shabala SS, Watson CS, Titov O, Ruddick R, Twilley R, Reynolds C, Tingay SJ, Shield P, Adada R, Ellingsen SP, Morgan JS, Bignall HE (2013) The AuScope geodetic VLBI array. *J Geod* 87(6):527–538, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-013-0626-3>
- Luceri V, Pavlis E (2016) The ILRS contribution to ITRF2014. URL [https://itrf.ign.fr/ITRF\\_solutions/2014/doc/ILRS-ITRF2014-description.pdf](https://itrf.ign.fr/ITRF_solutions/2014/doc/ILRS-ITRF2014-description.pdf)
- Luceri V, Pirri M, Rodríguez J, Appleby G, Pavlis EC, Müller H (2019) Systematic errors in SLR data and their impact on the ILRS products. *J Geod* 93(11):2357–2366, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-019-01319-w>
- Mao A, Harrison CGA, Dixon TH (1999) Noise in GPS coordinate time series. *J Geophys Res Solid Earth* 104(B2):2797–2816, URL <https://doi.org/10.1029/1998JB900033>
- Martens HR, Argus DF, Norberg C, Blewitt G, Herring TA, Moore AW, Hammond WC, Kreemer C (2020) Atmospheric pressure loading in GPS positions: dependency on GPS processing methods and effect on assessment of seasonal deformation in the contiguous USA and Alaska. *J Geod* 94(12):115, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01445-w>
- Moreaux G, Lemoine FG, Capdeville H, Kuzin S, Otten M, Štěpánek P, Willis P, Ferrage P (2016) The International DORIS Service contribution to the 2014 realization of the International Terrestrial Reference Frame. *Adv Space Res* 58(12):2479–2504, URL <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.12.021>
- Métivier L, Collilieux X, Altamimi Z (2012) ITRF2008 contribution to glacial isostatic adjustment and recent ice melting assessment. *Geophys Res Lett* 39(1), URL <https://doi.org/10.1029/2011GL049942>
- Métivier L, Altamimi Z, Rouby H (2020a) Past and present ITRF solutions from geophysical perspectives. *Adv Space Res* 65(12):2711–2722, URL <https://doi.org/10.1016/j.asr.2020.03.031>
- Métivier L, Rouby H, Rebischung P, Altamimi Z (2020b) ITRF2014, Earth Figure Changes, and Geocenter Velocity: Implications for GIA and Recent Ice Melting. *J Geophys Res Solid Earth* 125(2):e2019JB018,333, URL <https://doi.org/10.1029/2019JB018333>
- Nahmani S, Bock O, Bouin MN, Santamaría-Gómez A, Boy JP, Collilieux X, Métivier L, Panet I, Genthon P, de Linage C, Wöppelmann G (2012) Hydrological deformation induced by the West African Monsoon: Comparison of GPS, GRACE and loading models. *J Geophys Res Solid Earth* 117(B5), URL <https://doi.org/10.1029/2011JB009102>
- Patterson HD, Thompson R (1971) Recovery of inter-block information when block sizes are unequal. *Biometrika* 58(3):545–554, URL <https://doi.org/10.1093/biomet/58.3.545>
- Penna NT, Stewart MP (2003) Aliased tidal signatures in continuous GPS height time series. *Geophys Res Lett* 30(23), URL <https://doi.org/10.1029/2003GL018828>



- Ray J, Altamimi Z, Collilieux X, van Dam T (2008) Anomalous harmonics in the spectra of GPS position estimates. *GPS Solut* 12(1):55–64, URL <https://doi.org/10.1007/s10291-007-0067-7>
- Ray J, Griffiths J, Collilieux X, Rebischung P (2013) Subseasonal GNSS positioning errors. *Geophys Res Lett* 40(22):5854–5860, URL <https://doi.org/10.1002/2013GL058160>
- Rebischung P (2014) Can GNSS contribute to improving the ITRF definition ? These de doctorat, Observatoire de Paris
- Rebischung P, Altamimi Z, Ray J, Garayt B (2016) The IGS contribution to ITRF2014. *J Geod* 90(7):611–630, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0897-6>
- Rebischung P, Chanard K, Metivier L, Altamimi Z (2017) Flicker Noise in GNSS Station Position Time Series: How much is due to Crustal Loading Deformations? Conference Name: AGU Fall Meeting Abstracts ADS Bibcode: 2017AGUFM.G13A..04R
- Rebischung P, Collilieux X, Metivier L, Altamimi Z, Chanard K (2021) Analysis of IGS repro3 Station Position Time Series. URL <https://doi.org/10.1002/essoar.10509008.1>
- Santamaría-Gómez A, Bouin MN, Collilieux X, Wöppelmann G (2011) Correlated errors in GPS position time series: Implications for velocity estimates. *J Geophys Res Solid Earth* 116(B1), URL <https://doi.org/10.1029/2010JB007701>
- Schwartz SY, Rokosky JM (2007) Slow slip events and seismic tremor at circum-Pacific subduction zones. *Rev Geophys* 45(3), URL <https://doi.org/10.1029/2006RG000208>
- Tesmer V, Steigenberger P, Rothacher M, Boehm J, Meisel B (2009) Annual deformation signals from homogeneously reprocessed VLBI and GPS height time series. *J Geod* 83(10):973–988, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-009-0316-3>
- Tiwari VM, Srinivas N, Singh B (2014) Hydrological changes and vertical crustal deformation in south India: Inference from GRACE, GPS and absolute gravity data. *Phys Earth Planet Inter* 231:74–80, URL <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2014.03.002>
- Tornatore V, Tanır Kayıkçı E, Roggero M (2016) Comparison of ITRF2014 station coordinate input time series of DORIS, VLBI and GNSS. *Adv Space Res* 58(12):2742–2757, URL <https://doi.org/10.1016/j.asr.2016.07.016>
- vanDam TM, Blewitt G, Heflin MB (1994) Atmospheric pressure loading effects on Global Positioning System coordinate determinations. *J Geophys Res Solid Earth* 99(B12):23,939–23,950, URL <https://doi.org/10.1029/94JB02122>
- Velicogna I, Wahr J (2006) Acceleration of Greenland ice mass loss in spring 2004. *Nature* 443(7109):329–331, URL <https://doi.org/10.1038/nature05168>, number: 7109 Publisher: Nature Publishing Group
- Vergnolle M, Walpersdorf A, Kostoglodov V, Tregoning P, Santiago JA, Cotte N, Franco SI (2010) Slow slip events in Mexico revised from the processing of 11 year GPS observations. *J Geophys Res Solid Earth* 115(B8), URL <https://doi.org/10.1029/2009JB006852>
- Vondrák J (1969) A contribution to the problem of smoothing observational data. *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia* 20:349
- Wallace LM (2020) Slow Slip Events in New Zealand. *Annu Rev Earth Planet Sci* 48(1):175–203, URL <https://doi.org/10.1146/>

- annurev-earth-071719-055104**
- Williams SDP (2003) The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *J Geod* 76(9):483–494, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-002-0283-4>
- Williams SDP, Willis P (2006) Error Analysis of Weekly Station Coordinates in the DORIS Network. *J Geod* 80(8-11):525–539, URL <https://doi.org/10.1007/s00190-006-0056-6>
- Williams SDP, Bock Y, Fang P, Jamason P, Nikolaidis RM, Prawirodirdjo L, Miller M, Johnson DJ (2004) Error analysis of continuous GPS position time series. *J Geophys Res Solid Earth* 109(B3), URL <https://doi.org/10.1029/2003JB002741>
- Wu X, Heflin MB, Ivins ER, Fukumori I (2006) Seasonal and interannual global surface mass variations from multisatellite geodetic data. *J Geophys Res Solid Earth* 111(B9), URL <https://doi.org/10.1029/2005JB004100>
- Wu X, Abbondanza C, Altamimi Z, Chin TM, Collilieux X, Gross RS, Heflin MB, Jiang Y, Parker JW (2015) KALREF—A Kalman filter and time series approach to the International Terrestrial Reference Frame realization. *J Geophys Res Solid Earth* 120(5):3775–3802, URL <https://doi.org/10.1002/2014JB011622>
- Yu H, Sošnica K, Shen Y (2021) Separation of geophysical signals in the LA-GEOS geocentre motion based on singular spectrum analysis. *Geophys J Int* 225(3):1755–1770, URL <https://doi.org/10.1093/gji/ggab063>
- Zhang J, Bock Y, Johnson H, Fang P, Williams S, Genrich J, Wdowinski S, Behr J (1997) Southern California permanent GPS geodetic array: Error analysis of daily position estimates and site velocities. *J Geophys Res Solid Earth* 102(B8):18,035–18,055, URL <https://doi.org/10.1029/97JB01380>

## A Detected periods

Table 1 summarizes, for each technique, the periods for which a sine wave has been added in the kinematic models of the technique stations. A period followed by \* corresponds to a variable sine wave as described in subsection 3.1, with a degree equal to the number of \*.

Technique	Period(s) (days)	Comment
VLBI	182.63	semi-annual
	365.25*	annual
SLR	14.19	$O_1$ alias
	28.60, 30.09, 30.47	unknown
	182.63	semi-annual
	222.63*	1 <sup>st</sup> LAGEOS-2 draconitic harmonic
	279.65	2 <sup>nd</sup> LAGEOS-1 draconitic harmonic
	365.25	annual
DORIS	559.29*	1 <sup>st</sup> LAGEOS-1 draconitic harmonic
	14.19	$O_1$ alias
	14.77*	$M_2$ alias
	20.22, 25.99	unknown
	29.39	4 <sup>th</sup> TOPEX/Poseidon / Jason-1 / Jason-2 draconitic harmonic
	39.19*	3 <sup>rd</sup> TOPEX/Poseidon / Jason-1 / Jason-2 draconitic harmonic
	58.78*	2 <sup>nd</sup> TOPEX/Poseidon / Jason-1 / Jason-2 draconitic harmonic
	117.57*	1 <sup>st</sup> TOPEX/Poseidon / Jason-1 / Jason-2 draconitic harmonic
	121.75	ter-annual
	182.63*	semi-annual
GNSS	365.25*	annual
	14.39*	$M_2$ alias
	43.95*	8 <sup>th</sup> GPS draconitic harmonic
	50.22*	7 <sup>th</sup> GPS draconitic harmonic
	58.59**	6 <sup>th</sup> GPS draconitic harmonic
	70.31**	5 <sup>th</sup> GPS draconitic harmonic
	87.89****	4 <sup>th</sup> GPS draconitic harmonic
	117.19***	3 <sup>th</sup> GPS draconitic harmonic
	121.75	ter-annual
	175.78**	2 <sup>nd</sup> GPS draconitic harmonic
	182.63	semi-annual
	351.56**	1 <sup>st</sup> GPS draconitic harmonic
365.25	annual	

Table 1: Periodic signals detected in station position time series

## B Concordance correlation coefficients

The figures in this appendix detail, for each pair of techniques, the highest concordance correlation coefficient obtained at each co-location site and its 95% confidence interval.

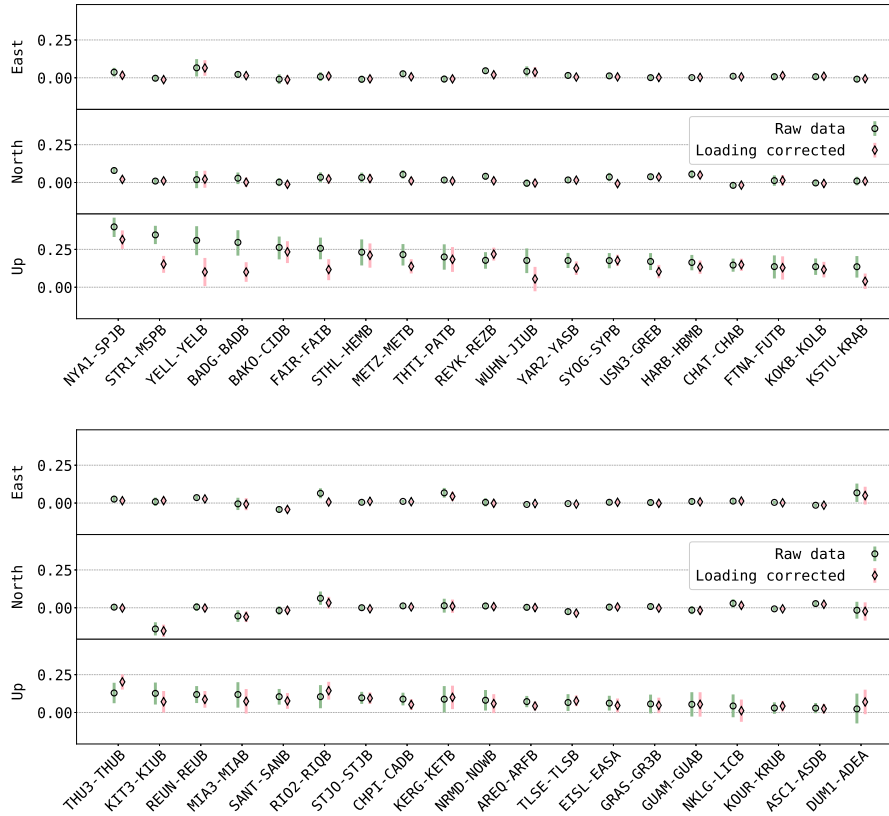


Fig. 9: Highest concordance correlation coefficient obtained at each co-location site and its 95% confidence interval for GNSS-DORIS station pairs, with (in pink) or without (in green) non-tidal loading corrections from Boy (2021) applied

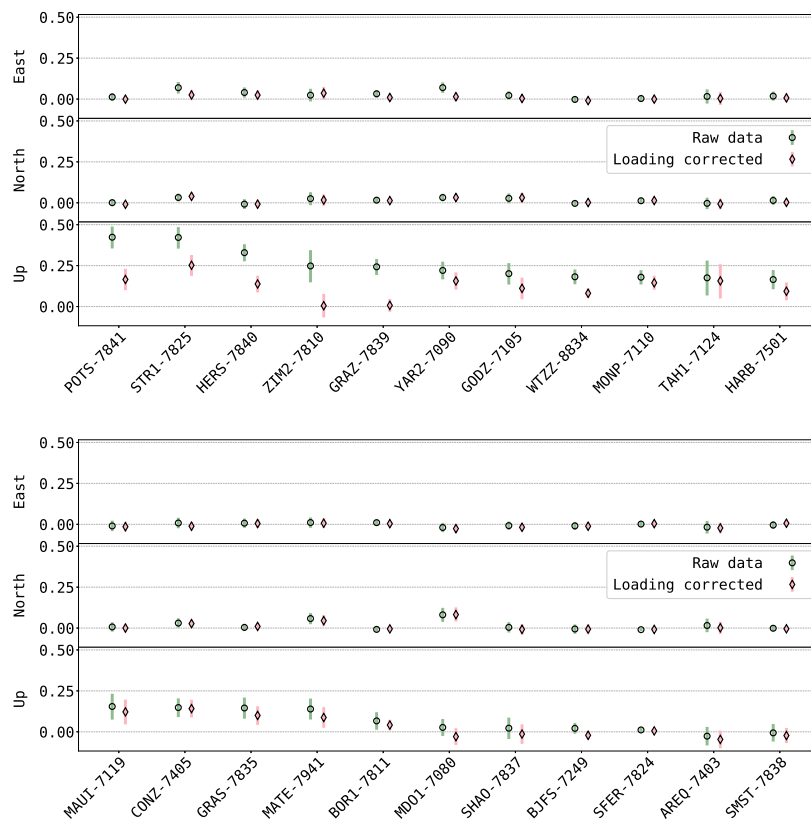


Fig. 10: Highest concordance correlation coefficient obtained at each co-location site and its 95% confidence interval for GNSS-SLR station pairs, with (in pink) or without (in green) non-tidal loading corrections from Boy (2021) applied

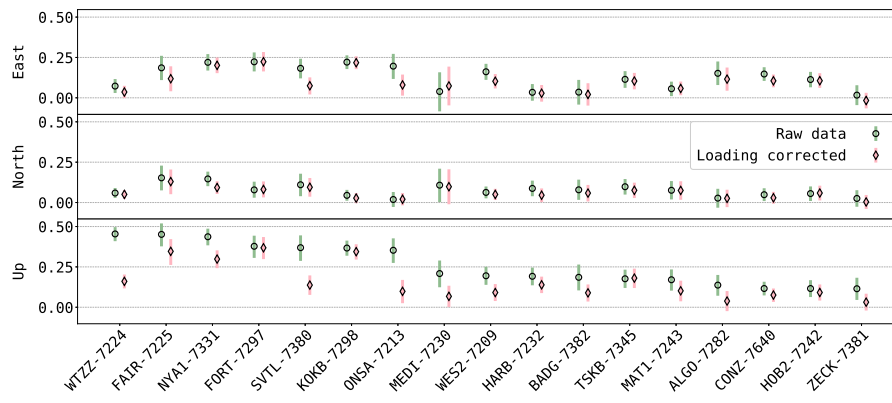


Fig. 11: Highest concordance correlation coefficient obtained at each co-location site and its 95% confidence interval for GNSS-VLBI station pairs, with (in pink) or without (in green) non-tidal loading corrections from Boy (2021) applied

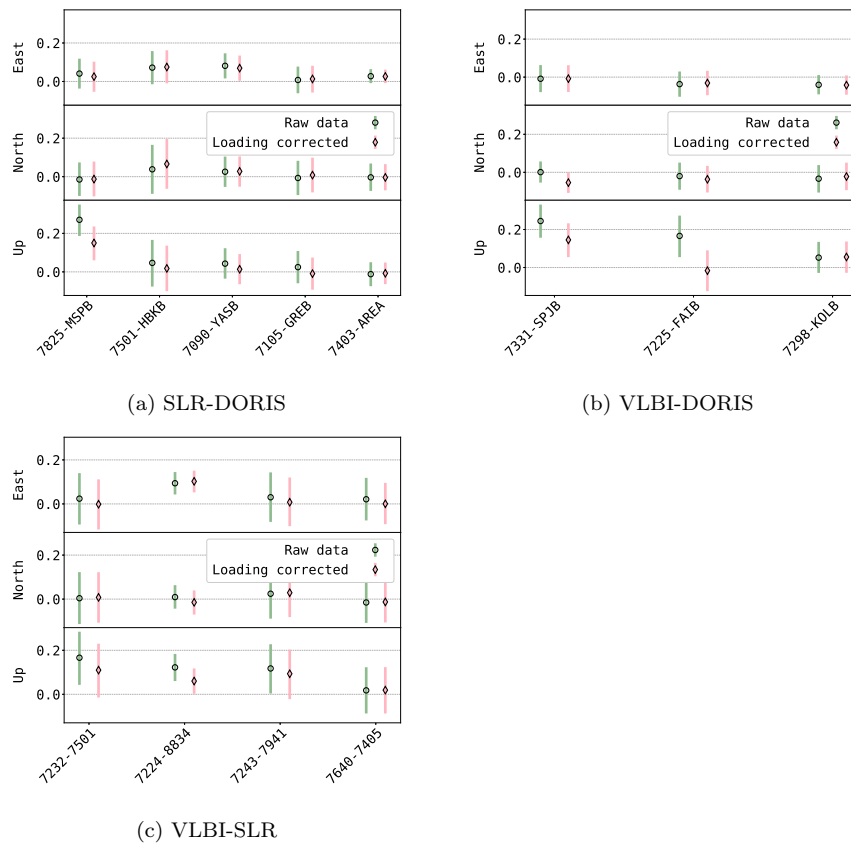


Fig. 12: Highest concordance correlation coefficient obtained at each co-location site and its 95% confidence interval for (a) SLR-DORIS, (b) VLBI-DORIS and (c) VLBI-SLR station pairs, with (in pink) or without (in green) non-tidal loading corrections from Boy (2021) applied

# Are there detectable common aperiodic displacements at ITRF co-location sites ?

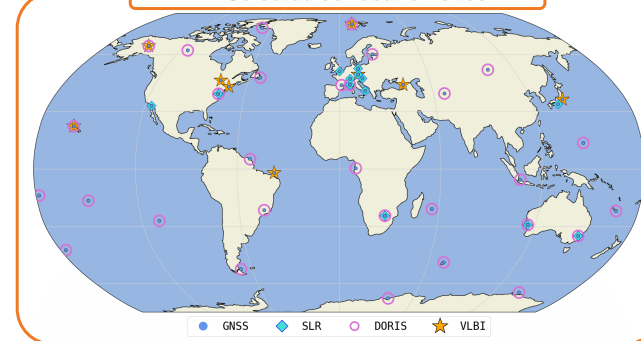
Maylis de La Serve<sup>1,2</sup>, Paul Rebischung<sup>1,2</sup>, Xavier Collilieux<sup>1,2</sup>, Zuheir Altamimi<sup>1,2</sup>, Laurent Métivier<sup>1,2</sup> email : [teyssendier@ipgp.fr](mailto:teyssendier@ipgp.fr)

<sup>1</sup> Université de Paris, Institut de physique du globe de Paris, CNRS, IGN, F-75005 Paris, France <sup>2</sup> ENSG-Géomatique, IGN, F-77455 Marne-la-Vallée, France

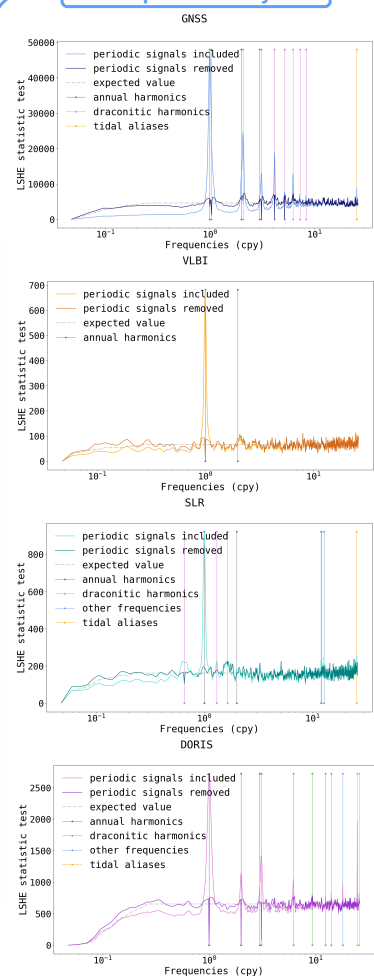
## A – Introduction

- Part of the Earth's surface deformation is not captured by the deterministic functions of the current ITRF model, such as inter-annual hydrological loading deformation, or high-frequency atmospheric loading deformation.
- To account for such aperiodic displacements, a reference frame in the form of a time series could be considered. This would require aperiodic motions of the different space geodetic stations to be tied in a common frame by means of co-motion constraints.
- However **common aperiodic movements, other than post-seismic deformations, between co-located space geodetic stations have thus far not been evidenced at a global scale.**
- This poster describes the comparison of station position time series from the different space geodetic techniques in order to highlight whether or not common aperiodic movements can be detected at co-location sites.

## D – Selected co-location sites



## C – Spectral analysis

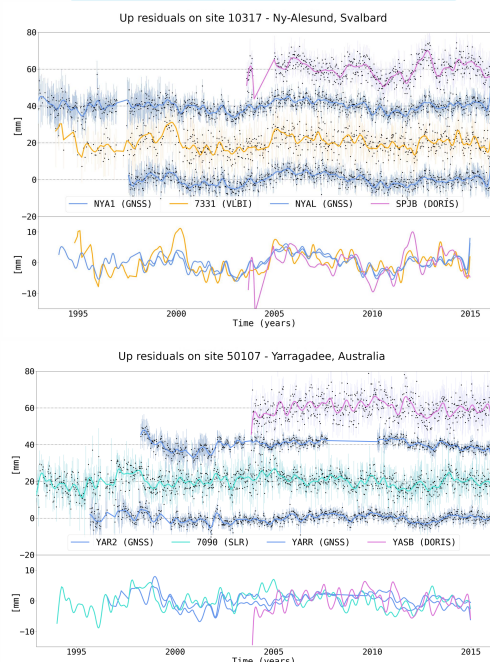


We analyze the spectral content of the position time series in order to clean them from seasonal signals and technique-specific periodic errors (e.g., GPS draconitics). We use the statistical method LSHE – Least Square Harmonic Estimation [2] - to test for the significance of potential periodic signals, and iteratively remove the most significant ones.

## B – Data and processing

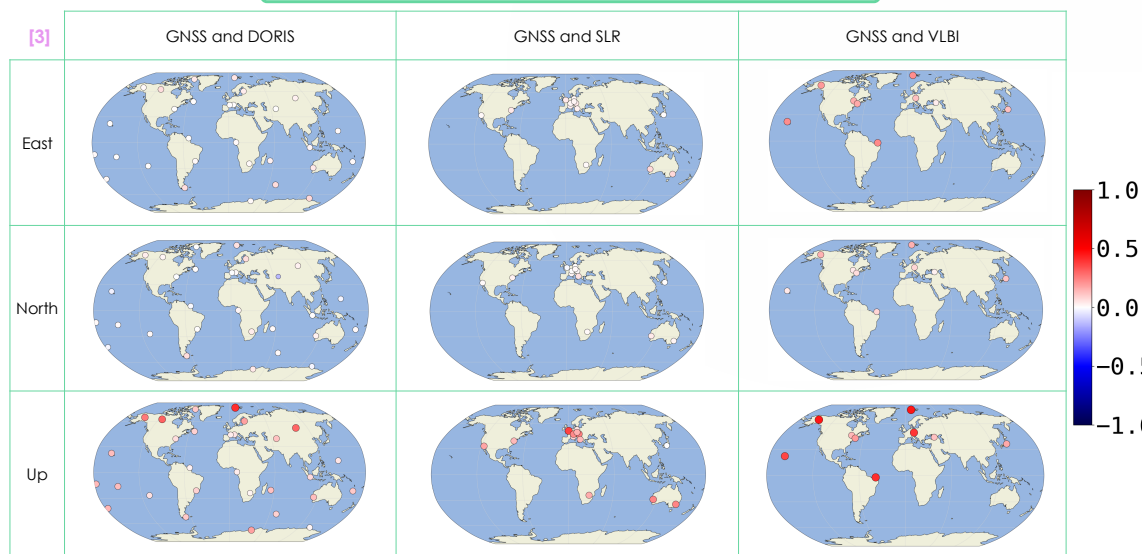
- The station position time series are extracted from the solutions provided by the technique services for the ITRF2014 [1] and sampled at a weekly basis.
- They are first carefully aligned to a common reference frame. In order to minimize technique related network effect, the solutions of the other techniques are aligned to the GNSS solution of the same week.
- Then, they are cleaned from linear, post-seismic and periodic signals, including seasonal deformation and technique systematic errors - see C.
- Residual position time series from a selection of co-located stations - see D - are finally confronted with each other - see E and F.

## E – Residual position time series



The curves are Vondrak-filtered residuals with a 2 cpy cutoff frequency.

## F – Concordance correlation coefficient of the residuals



## G – Conclusions and perspectives

- Modest correlations are observed between GNSS residual position time series and the other space geodetic techniques, mostly in the vertical component.
- Are these correlations broadband, or do they pertain to particular frequency bands? ⇒ Compute frequency-dependent inter-technique correlations.
- How much of these correlations is explained by loading deformation? ⇒ Repeat the study with loading-corrected time series.
- Unfortunately, this work is limited by the heterogeneity of the space geodetic techniques data : difference in precision, global coverage and amount of data.

## H – References

- Z. Altamimi, P. Rebischung, L. Métivier, et X. Collilieux, « ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions », Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 121, no 8, p. 6109-6131, 2016, doi: [10.1002/2016JB013098](https://doi.org/10.1002/2016JB013098).
- A. R. Amiri-Simkooei, C. C. J. M. Tiberius, et P. J. G. Teunissen, « Assessment of noise in GPS coordinate time series: Methodology and results », Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 112, no B7, 2007, doi: <https://doi.org/10.1029/2006JB004913>.
- L. I.-K. Lin, « A Concordance Correlation Coefficient to Evaluate Reproducibility », Biometrics, vol. 45, no 1, p. 255-268, 1989, doi: [10.2307/2532051](https://doi.org/10.2307/2532051).