



HAL
open science

Anisotropic Elastoplastic behaviour of sheet metal designed for stamping. Influence of broad compression test on identification

Jean-Samuel Wienin

► **To cite this version:**

Jean-Samuel Wienin. Anisotropic Elastoplastic behaviour of sheet metal designed for stamping. Influence of broad compression test on identification. Mechanics of materials [physics.class-ph]. école nationale supérieure des mines de Paris, 2001. English. NNT : 2001ENMP1087 . tel-04069036

HAL Id: tel-04069036

<https://hal.science/tel-04069036v1>

Submitted on 14 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Projet de THESE

pour obtenir le grade de

Docteur de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris
Spécialité *Science et Génie des Matériaux*

présentée par

Jean Samuel WIENIN

Soutenance prévue le 11 avril 2001

**COMPORTEMENT ÉLASTOPLASTIQUE ANISOTROPE DE TOLES
MINCES DESTINEES A L'EMBOUTISSAGE. INFLUENCE DES
DONNEES DE COMPRESSION LARGE SUR L'IDENTIFICATION**

Directeurs de thèse : Roland PIQUES, Patrick IENNY

Jury

Cristian TEODOSIU
Patrick DELOBELLE
Philippe BOISSE
Roland PIQUES
Patrick IENNY
Stéphane GODEREAUX

LPMTM, Université Paris XIII
LMARC, Université de Franche-Comté
EMMS, Université d'Orléans (ESEM)
CDM, École des Mines de Paris
CMGD, Ecole des Mines d'Alès
RENAULT

Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur

*« Tout cela, nous disait il, vous semble
maintenant très évident ; mais souvenez vous que
moi, je voyais ce phénomène pour la première fois ! »*

Roy LEWIS,
Pourquoi j'ai mangé mon père

à Katia

Remerciements

Je tiens tout d'abord à adresser mes très sincères remerciements à Messieurs les professeurs Patrick DELOBELLE et Cristian TEODOSIU qui ont accepté de s'intéresser à cette thèse et m'ont tous deux fait l'honneur d'en être les rapporteurs. Je remercie également les autres membres du jury.

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été réalisé au Centre des Matériaux de Grande Diffusion de l'École des Mines d'Alès sous la direction de Roland PIQUES, Maître de Recherche au Centre des Matériaux P. M. Fourt de l'École des Mines de Paris. La confiance qu'il m'a accordé et la constante pertinence de ses conseils ont permis de mener cette étude à bien en dépit de l'éloignement géographique. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Cette thèse a également été encadrée par Patrick IENNY, Maître Assistant à l'École des Mines d'Alès. Je tiens à le remercier pour son aide efficace et amicale, pour son soutien, pour son engagement et surtout pour l'énergie qu'il a su communiquer à notre travail de recherche.

Je remercie cordialement Monsieur Bruno MACQUAIRE, initiateur de cette étude pour le partenaire industriel qu'a été RENAULT et Monsieur Stéphane GODEREAUX qui a brillamment pris la relève à mis parcours.

Merci également à l'ensemble des docteurs, ingénieurs et techniciens avec lesquelles j'ai été amené à travailler aussi bien à Alès qu'à Paris.

Enfin, j'adresse mes plus vifs remerciements à toutes les personnes que j'ai eu l'occasion de côtoyer au sein du CMGD et, en particulier, mes collègues de l'équipe Mécanique des Matériaux et des Structures. Leur sympathie entre pour une grande part dans l'achèvement de ce travail.

Table des matières

<i>Principales notations</i>	<i>vii</i>
<i>Introduction générale</i>	<i>xi</i>

1 - Contexte de l'étude

1.1	Présentation des matériaux étudiés	15
1.1.1	Conventions	15
1.1.2	Alliage d'aluminium.....	16
1.1.3	Acier XES	19
1.2	Étude bibliographique du comportement	21
1.2.1	Notion de plasticité	21
1.2.2	critères de plasticité	25
1.2.3	Lois de comportement.....	28
1.2.4	Modèles de comportements.....	29
1.2.5	Extension aux grandes déformations	35

2 - Aspects expérimentaux

2.1	Analyse des essais existants	39
2.1.1	Essais de traction simple	39
2.1.2	Essais de traction large.....	41
2.1.3	Essai de cisaillement	49
2.2	Mise au point d'un essai de compression large.....	61
2.2.1	Faisabilité de l'essai.....	61
2.2.2	Détermination numérique d'une géométrie d'éprouvette.....	64
2.2.3	Développement d'un banc expérimental.....	67
2.2.4	Qualification du montage réalisé.....	68

3 - Des essais à la modélisation

3.1	Mise en forme des essais	73
3.1.1	Détermination d'un seuil de plasticité.....	73
3.1.2	Traitement des essais	75
3.1.3	Conditionnement des essais	78
3.2	Présentation du modèle	79
3.2.1	Conventions et hypothèses	79
3.2.2	Modèle retenu.....	81
3.2.3	Expressions générales procédant du modèle.....	85
3.2.4	Expressions spécifiques à chaque type d'essais	87

4 - Aspects numériques

4.1	Identification numérique du comportement	95
4.1.1	Principes de l'optimisation.....	95
4.1.2	Aperçu synoptique de l'identification	98
4.1.3	Sensibilité des paramètres.....	106
4.2	Application aux matériaux étudiés.....	111
4.2.1	Initialisation des variables	111
4.2.2	Surface de charge initiale	112
4.2.3	Écrouissage.....	115

Conclusion générale	133
----------------------------	------------

Références bibliographiques	139
------------------------------------	------------

Table des illustrations	139
--------------------------------	------------

Annexes	147
----------------	------------

Principales notations

Opérateurs

c	$\cos \alpha$
s	$\sin \alpha$
\mathbf{A}	Tenseur ou vecteur
A_{ijkl}	Composantes du tenseur \mathbf{A}
\mathbf{A}^T	Transposée de \mathbf{A}
A_I	Premier invariant de \mathbf{A} : $A_I = \text{Tr}(\mathbf{A})$
A_{II}	Deuxième invariant de \mathbf{A} : $A_{II} = \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{A}^2)$
A_{III}	Troisième invariant de \mathbf{A} : $A_{III} = \frac{1}{3} \text{Tr}(\mathbf{A}^3)$
\mathbf{A}'	Déviateur du tenseur \mathbf{A} : $\mathbf{A}' = \mathbf{A} - \frac{1}{3} A_I \mathbf{I}$
\dot{A}	Dérivée temporelle de A
$\ \mathbf{A}\ $	Norme de \mathbf{A}
$\max(u_1, u_i)$	Plus grande des valeurs énumérées

Variables

b	Coefficient caractéristique de l'écouissage isotrope
$c(\mathbf{V})$	Fonction coût de l'optimisation
C	Coefficient caractéristique de l'écouissage cinématique
D	Coefficient caractéristique de l'écouissage cinématique
\mathbf{D}	Vitesse totale de déformation
\mathbf{D}^e	Vitesse de déformation élastique
\mathbf{D}^p	Vitesse de déformation plastique
E	Module de YOUNG
\mathbf{E}	Tenseur de la transformation élastique

f	Fonction de charge
f_y	Fonction caractéristique de la forme de f
F	Fonction potentiel de déformation plastique
\mathbf{F}	Tenseur gradient de la transformation totale
g	Fonction d'écroûissage
\mathbf{H}	Approximation de la matrice Hessienne
\mathbf{I}	Tenseur identité
\mathbf{J}	Matrice Jacobienne
\mathbf{K}	Vecteur de pondération des résidus de l'optimisation
\mathbf{L}	Vitesse de transformation totale
\mathbf{L}	Tenseur des déformations de GREEN-LAGRANGE
\mathbf{NE}	Tenseur des déformations nominales
p	Déformation plastique équivalente
ou $p_{(x\%)}$ p_{seuil}	Déformation plastique équivalente au seuil de plasticité
\mathbf{P}	Tenseur de la transformation plastique
r_α	Coefficient d'anisotropie de HILL
R	Variable d'écroûissage isotrope
R_{sat}	Coefficient caractéristique de l'écroûissage isotrope
\mathbf{R}	Vecteur résidu de l'optimisation
\mathbf{S}	Vecteur d'échelle des variables de l'optimisation
T^p	Travail plastique par unité de volume
\mathbf{T}	Tenseur des contraintes de CAUCHY
$\bar{\mathbf{T}}$	Contraintes effectives : $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{T} - \mathbf{X}$
\mathbf{V}	Vecteur des variables de l'optimisation
\mathbf{X}	Contraintes d'écroûissage cinématique
\mathbf{X}_{init}	Contraintes d'écroûissage cinématique sur la surface de charge initiale
α	Écart angulaire entre les directions principales du matériau et de la sollicitation
ε	Déformation totale (petites déformations)
ε^e	Déformation élastique (petites déformations)
ε^p	Déformation plastique (petites déformations)
ε_{eq}	Déformation totale équivalente
Γ	Dimension de la surface de charge
Γ_0	Dimension initiale de la surface de charge
λ	Multiplicateur plastique

ν	Coefficient de POISSON
Ω	Vitesse de rotation
Ψ	Fonction liant la vitesse de déformation plastique à l'écoulement cinématique
ρ	Résidu indicateur des paramètres identifiés
$\rho_{MPa\ moy}$	Écart moyen à la modélisation (en MPa)
σ_{exp}^p	Contrainte expérimentale à la valeur de déformation plastique équivalente p
σ_{num}^p	Contrainte numérique à la valeur de déformation plastique équivalente p
σ_i	Contraintes principales
σ_{eq}	Contrainte équivalente
σ_s	Contrainte seuil de plasticité en traction simple
σ_y	Limite d'élasticité initiale en traction simple
$\bar{\sigma}_{ij}$	Composante de $\bar{\mathbf{T}}$

Introduction générale

La science des matériaux s'efforce depuis ses origines de définir des modèles capables de décrire et de prévoir correctement les comportements de la matière soumise à sollicitations. Il s'agit en effet d'une étape capitale conduisant à la mise en œuvre rationnelle des matériaux.

Cette démarche est plus que jamais d'actualité. Les exigences modernes de rapidité et d'efficacité nécessitent en effet de modéliser toujours plus précisément et plus vite les matériaux que l'on désire utiliser. Il s'agit d'introduire dans les codes de calculs utilisés en phase de conception des comportements réalistes. Ceux-ci améliorent les simulations numériques et, par ricochet, conduisent à d'importantes économies de développement.

Ce travail s'inscrit dans une démarche de fond entreprise par le groupe RENAULT pour améliorer ses outils de qualification des produits plats destinés à l'emboutissage. L'objectif est de formaliser un modèle simple et robuste reposant sur une base expérimentale aussi large que fiable. En effet, les modèles développés sont de plus en plus complexes mais la base d'essais sur laquelle ils reposent reste relativement modeste. Il apparaît donc nécessaire de s'investir plus avant dans la qualification et l'enrichissement de la base de données expérimentale afin d'évaluer et d'améliorer la qualité des résultats utilisés.

Il est en effet relativement difficile d'obtenir des données expérimentales reproductibles et fiables. Actuellement, pour les produits plats, l'essai de traction simple reste le seul essai de comportement parfaitement maîtrisé d'un point de vue expérimental et théorique. Les autres essais tels que le cisaillement ou la traction large (traction sans déformation transverse) présentent tous des difficultés. Celles ci sont purement expérimentales dans le cas de la traction large ; elles sont expérimentales et analytiques dans le cas de l'essai de cisaillement. Face à ces difficultés, nous disposons de deux voies de recours :

- s’accommoder d’essais complexes en utilisant des moyens d’identification inverse (optimisation de comportement à l’aide de simulations numériques itératives),
- améliorer la connaissance et la qualité de nos essais de façon à s’appuyer sur des hypothèses simplificatrices acceptables pour utiliser ces essais comme des essais simples.

La première méthode présente l’avantage de permettre l’identification de l’ensemble du comportement à l’aide d’un seul essai dès lors que celui-ci recouvre un spectre de sollicitation assez large. D’autre part, il s’agit dans certains cas de la seule méthode envisageable. En effet, le matériau étudié peut être élaboré sous une forme confinée au sein d’une structure complexe rendant difficile ou impossible l’extraction d’éprouvette d’analyse. Par contre, elle est très pénalisante en temps machine puisqu’elle nécessite de nombreux calculs de déformations et la convergence peut être difficile. Elle nécessite l’interfaçage d’un logiciel de calcul aux éléments finis et d’une routine d’optimisation. La deuxième méthode n’est pas toujours utilisable. Son principal point faible est qu’elle nécessite une remise en cause des conclusions d’essais obtenues pour chaque classe de matériau. Par contre, elle est d’un emploi plus rapide et s’appuie sur une capacité de calcul beaucoup plus faible. Lorsque le nombre de nuances à étudier est important, elle conduit à des gains de mise en œuvre importants, particulièrement intéressants en milieu industriel. C’est donc la voie de recherche que nous avons retenue.

Ces méthodes reposent sur l’emploi de techniques d’extensométrie performantes. En effet, il est nécessaire dans les deux cas de mesurer le champ de déformations à la surface des échantillons sollicités. Il s’agit dans le premier cas d’apporter des conditions aux limites réalistes à comparer au calcul numérique ; dans le second cas de s’assurer de l’homogénéité de l’état des déformations avant d’analyser leur concordance avec les valeurs analytiques attendues. La méthode que nous avons retenue pour ces mesures de déformations est l’extensométrie optique. En effet, aucun autre procédé ne permet d’obtenir des champs cinématique de déformations à la surface de l’éprouvette sollicitée, donnée dont nous avons besoin pour conclure sur la qualité de l’essai.

Cette amélioration de la connaissance des essais existants n’est pas en soit suffisante. En effet, les essais réalisés sur tôles se limitent à une partie réduite de l’espace des contraintes qu’il convient d’élargir en enrichissant la base de données expérimentale par de nouveaux essais. C’est pourquoi nous nous sommes penchés sur le développement d’un essai de compression large permettant de ramener le centre de gravité des données expérimentales vers le centre de l’espace des contraintes en ajoutant trois points pour lesquels $\sigma_y < -\sigma_x$.

Ce travail comprend quatre parties nous conduisant d’une approche très générale du problème jusqu’à la mise en œuvre de la méthode.

Dans un premier chapitre bibliographique, nous présentons le contexte général de notre travail en commençant par les propriétés mécaniques et métallurgiques des nuances d'acier et d'alliage d'aluminium retenues pour l'étude. Nous évoquons les notions de plasticité et d'écrouissage dans le cadre des matériaux métalliques ainsi que les formulations de lois de comportement. Nous abordons enfin les problèmes spécifiques à la modélisation des grandes transformations.

Le deuxième chapitre est consacré à la description des aspects expérimentaux. Les premières pages sont consacrées à la qualification des essais existants que nous avons utilisés : traction simple, traction large et cisaillement sont étudiés. Nous présentons ensuite la démarche de conception et de validation d'un essai de compression large destiné à enrichir notre base de données expérimentale.

Le troisième chapitre fait le lien entre les aspects expérimentaux et numériques. Nous exposons la méthode retenue pour obtenir un conditionnement homogène des données expérimentales. Nous abordons alors le modèle proprement dit. Les expressions générales sont développées, puis celles plus spécifiquement adaptées à chaque type d'essai.

Le quatrième chapitre est entièrement dédié aux aspects numériques. Après un aperçu général de la méthode d'optimisation retenue, nous présentons les outils d'identification développés ainsi que leur sensibilité aux différents paramètres du modèle. La dernière partie est une application de ces outils aux données expérimentales obtenues pour les nuances de matériau de notre étude.

Chapitre 1

Contexte de l'étude

Sommaire

1.1	Présentation des matériaux étudiés	15
1.2	Étude bibliographique du comportement	21

Ce chapitre présente le cadre général de notre étude. Dans un premier temps, on décrit les matériaux étudiés, acier et alliage d'aluminium, à travers leurs principales propriétés d'usages et leurs caractéristiques métallurgiques. Dans un second temps, une étude bibliographique du comportement des matériaux métalliques est présentée. Elle permet de poser les repères utiles pour la suite de notre travail.

1.1 Présentation des matériaux étudiés

1.1.1 Conventions

Les matériaux étudiés se présentent sous la forme de produits plats. Il s'agit de tôles laminées, livrées et mises en forme par RENAULT au format final. Les conventions suivantes sont retenues (figure 1) : le sens long (direction 1) ou orientation 00 est le sens de laminage, le sens travers (direction 2) ou orientation 90 est la direction perpendiculaire au sens long, dans le plan de la tôle et le sens travers court (direction 3) ou épaisseur est tel que le repère (1,2,3) est direct.

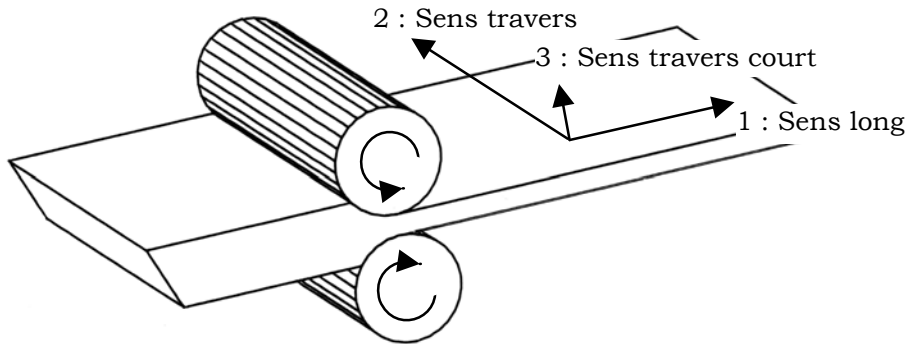


Figure 1 : Orientations matériaux

1.1.2 Alliage d'aluminium

L'aluminium est aujourd'hui le premier métal non ferreux en tonnage. Son développement spectaculaire s'explique par ses propriétés particulières, associées à sa relative facilité de mise en forme : faible masse volumique ($2,7 \text{ g/cm}^3$), ténacité et résistance à la corrosion, bonne conductivité électrique et thermique.

Ses domaines d'applications sont principalement les transports et l'emballage, ainsi que dans une moindre mesure l'électricité et le bâtiment. Dans le domaine de l'automobile, c'est la nécessité de réduire le poids qui conduit à l'emploi de l'aluminium. On peut le trouver dans de nombreuses pièces dont plus de 50% des blocs moteurs, la grande majorité des culasses, la quasi totalité des pistons, les éléments de carrosserie...

La production de l'aluminium se fait toujours selon le procédé mis au point par HEROULT et HALL en 1886. On réalise l'électrolyse de l'alumine dissoute dans la cryolithe fondue autour de 1000°C , dans une cuve garnie de carbone servant de cathode. La coulée peut être semi-continue ou continue. La transformation en semi-produits peut se faire par laminage, filage, forgeage et matriçage ou par moulage. Le passage au produit fini peut être réalisé par assemblage (soudage, rivetage, collage,...), par mise en forme à froid (pliage, emboutissage,...) ou par usinage. Il existe deux grandes classes d'alliages d'aluminium : les alliages de moulage, obtenus par fonderie et les alliages corroyés, obtenus par des procédés de déformation à chaud.

Le matériau de l'étude est un alliage corroyé de type 6016 ayant subi un traitement thermique T4 c'est à dire une mise en solution séparée suivie d'une trempe puis d'un vieillissement naturel. Il se présente sous forme de tôle de 1 mm d'épaisseur. Le tableau 1 expose la composition chimique normalisée de ces alliages.

Tableau 1 : Concentrations massiques normalisées des éléments d'addition dans les alliages 6016 (%)

Si	Fe	Mg	Cu	Mn	Zn	Ti	Cr
0,9-1,5	<0,40	0,3-0,6	<0,20	<0,20	<0,20	<0,15	<0,10

Les éléments d'addition des Alliages des séries 6000 sont principalement le magnésium et le silicium. Ils produisent un durcissement structural lié à la formation du composé Mg_2Si qui leur confère des caractéristiques mécaniques moyennes par rapport aux autres alliages d'aluminium à durcissement structural [DORL 86] comme le montre le tableau 2. Ils ont cependant une très bonne aptitude à la transformation à chaud et sont des alliages de filage par excellence. Ils présentent également un bon comportement aux agents atmosphériques et une bonne aptitude au soudage ainsi qu'aux traitements de surface. Ils ont une bonne tenue aux basses températures mais leur tenue à chaud est limitée au delà de 150°C. Enfin, ils sont insensibles à la corrosion sous tension. Cette classe d'alliages est très utilisée dans la carrosserie automobile.

Tableau 2 : Propriétés typiques des alliages d'aluminium à durcissements structuraux

Propriété	Faible	6016-T4	Élevée
Masse volumique		2,7 g/cm	
Température de fusion	660°C	–	664°C
Module d'élasticité ¹	69 GPa	70 GPa	72 GPa
Coefficient de POISSON	0,33	–	0,35
Limite d'élasticité $R_{p0,2}$	55 MPa ²	115 MPa	500 MPa ³
Charge à rupture R_m	125 MPa ²	220 MPa	570 MPa ³
Allongement à rupture A%	10% ⁴	27%	25% ²
LANKFORD moyen ⁵		0,57	

Une étude spectrométrique (Tableau 3) a permis de confirmer que notre matériau entre bien dans le cadre ainsi spécifié. Il se situe dans le milieu de la fourchette autorisée pour les concentrations de silicium et de magnésium. Les autres éléments ont des concentrations très inférieures aux maximums admis.

¹ Particulièrement sensible à la teneur en Si.

² Alliage 6061-O (1,0Mg 0,6Si 0,2Cr 0,3Cu)

³ Alliage 7075-T6 (5,6Zn 2,5Mg 1,6Cu 0,3Cr)

⁴ Alliage 2024-T6 (4,4Cu 1,5Mg 0,6Mn)

⁵ Valeur moyenne du coefficient de LANKFORD : $r = (r_0 + 2r_{45} + r_{90})/4$

Tableau 3 : Concentrations massiques mesurées par spectrométrie dans l'alliage 6016T4 de l'étude (%)

Si	Fe	Mg	Cu	Mn	Zn	Ti	Cr
1,08	0,13	0,38	0,072	0,07	0,00	0,015	0,014

La structure cristalline des alliages d'aluminium est cubique à faces centrées (CFC) ce qui correspond à un mode de déformation principalement contrôlé par les dislocations de type « vis » d'où une faible rigidité.

Nous avons également réalisé la micrographie optique d'une surface polie de façon à déterminer les dimensions moyennes et l'anisotropie des grains de la tôle. Les joints de grains sont révélés par une attaque au réactif de KELLER : 5 ml d'acide nitrique (HNO_3), 3 ml acide chlorhydrique (HCl) et 2 ml d'acide fluorhydrique (HF) dans 180 ml d'eau. Durée : 10 seconde de trempé.

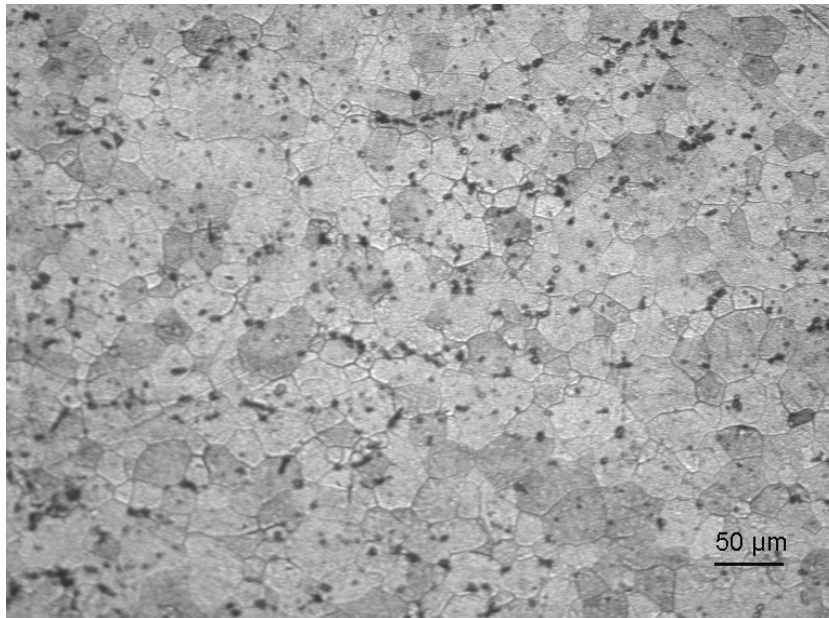


Figure 2 : Micrographie de l'alliage d'aluminium 6016T4 dans le plan (1,2)

On observe une isotropie plane de l'échantillon (isotropie dans le plan du matériau) et un diamètre moyen des grains de 30 µm.

Pour des raisons statistiques, le volume élémentaire représentatif (VER) du matériau doit comporter au moins un millier de grains. Cela conduit à un VER de 300 µm de côté. C'est la dimension minimale autorisée pour toute mesure macroscopique sur ce matériau.

1.1.3 Acier XES

Le fer, notamment sous forme d'acier et de fonte, représente un des éléments fondateurs de notre civilisation. Il aurait été découvert accidentellement comme un sous-produit de la métallurgie du bronze voici environ 4 000 ans. Ses domaines d'application sont innombrables et couvrent l'ensemble des secteurs de l'activité humaine.

La métallurgie moderne débute à la fin du XIX^{ème} siècle avec la mise au point des fours BESSEMER, MARTIN et THOMAS permettant la production de quantités importantes de métal. Il existe différentes techniques de production des aciers mais les fonctions principales sont toujours identiques : élaboration d'une fonte liquide puis transformation en acier par oxygénation. L'alliage obtenu doit titrer moins de 2,1% de carbone (en pourcentage massique) pour mériter le qualificatif d'acier. Ceci correspond à l'extrémité du palier eutectique, c'est à dire à l'absence de carbure Fe₃C primaire. Les aciers peuvent contenir des éléments d'alliages en quantité très diverses, sous réserve que le fer reste quasiment majoritaire. On les classe généralement selon leur composition chimique ou selon leur domaine d'utilisation : aciers d'usage général, aciers de construction mécanique, aciers à outils et aciers inoxydables.

Tableau 4 : Concentrations massiques normalisées des éléments d'additions dans les aciers XES (%)

C	Mn	S	P
<0,08	<0,40	<0,03	<0,03

Tableau 5 : Concentrations massiques mesurées par spectrométrie dans l'acier XES de l'étude (%)

C	Mn	Al	Cr	Ni	Si	Cu	S	P
0,036	0,23	0,064	0,04	0,02	0,02	0,011	0,007	0,004

Notre travail porte sur un acier XES⁶ de 0,8 mm d'épaisseur, c'est à dire un acier doux⁷ d'usage général, ne comprenant aucun élément d'alliage volontaire autre que le carbone, non revêtu et laminé à froid. Les teneurs en éléments d'additions admises dans ces aciers sont présentés dans le tableau 4.

Une étude spectrométrique nous a permis de déterminer la composition exacte de l'acier de notre étude. (Tableau 5).

⁶ Selon la norme française NF A 36-401 ou acier DC04 selon l'EURONORM EN 10130

⁷ C'est à dire à faible teneur en carbone

Le manganèse accroît la dureté et diminue la ductilité de l'alliage. Les autres éléments d'addition ne sont présent que sous forme de traces. A ces concentrations, leur influence sur les propriétés mécaniques est très faible. Notons cependant que l'aluminium et le silicium ont une action calmante sur l'acier. Ils diminuent, lors de la solidification, la formation de gaz pouvant être à l'origine de soufflures. Le chrome et le nickel améliorent la tenue à la corrosion. Cuivre, soufre et phosphore ont une action négative sur les propriétés mécaniques.

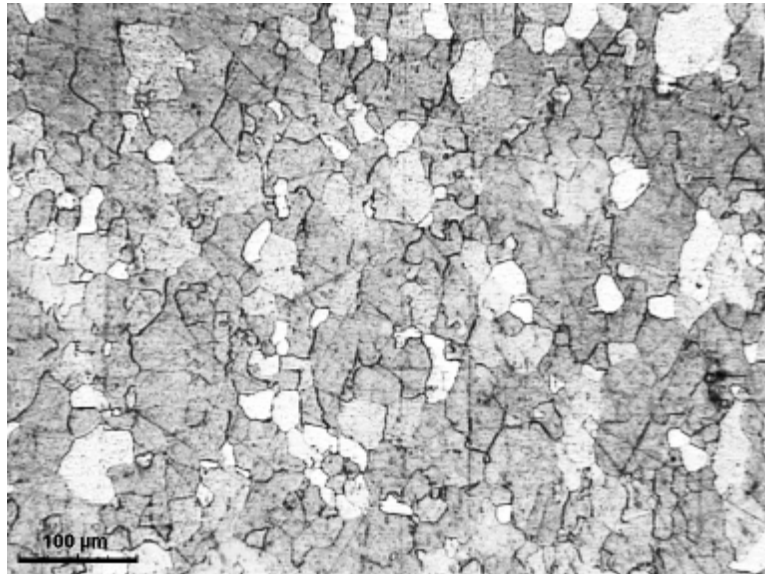


Figure 3 : Micrographie de l'acier XES dans le plan (1,2)

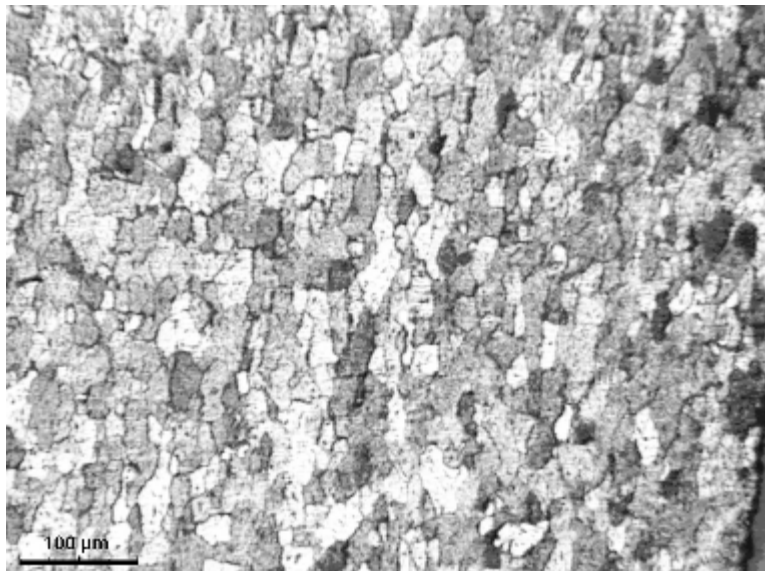


Figure 4 : Micrographie de l'acier XES dans le plan (1,3)

Les propriétés de ces aciers en font d'excellents candidats pour le pliage, le soudage et l'emboutissage.

Les aciers présentent une structure cristalline cubique centré (CC) qui leur confère d'excellentes propriétés mécaniques comme le montre le tableau 6.

Nous avons réalisé une observation optique de notre matériau. La solution utilisée pour l'attaque de la surface a été le nital à 4% : 4 ml d'acide nitrique (HNO_3) dans 100 ml d'éthanol pur ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$). Durée : 2 mn au trempé.

Cette étude a révélé une quasi isotropie plane de l'échantillon (isotropie dans le plan du matériau). Les dimensions mesurées pour les grains sont :

- dans le plan de la tôle, sens de laminage : 28 μm ,
- dans le plan de la tôle, sens transverse : 27 μm ,
- dans l'épaisseur : 17 μm

Le volume élémentaire représentatif de ce matériau aura donc 280 μm de coté.

Tableau 6 : Propriétés typiques des tôles destinées au formage à froid

Propriété	Faible	XES	Élevé
Masse volumique		7,8 kg.dm ⁻³	
Température de fusion		1500°C	
Module d'élasticité		210 GPa	
Coefficient de Poisson		0,3	
Limite d'élasticité Rp0,2	-	160 MPa	450 MPa
Charge à rupture Rm	270 MPa	280 MPa	600 MPa
Allongement à rupture A%	28%	37%	40%
Lankford moyen ⁵	1,3	1,9	1,9

1.2 Étude bibliographique du comportement

1.2.1 Notion de plasticité

Seuil de plasticité, contrainte équivalente

L'étude de la plasticité des matériaux métalliques comprend deux familles de modèles. Les premiers, appelés polycristallins, s'appuient sur l'observation des propriétés atomiques du monocristal pour chercher, à l'aide d'outils d'homogénéisation, à expliquer le comportement global du matériau. Cette démarche, particulièrement satisfaisante pour l'esprit, se heurte encore à de grandes difficultés

en raison de la complexité des phénomènes mis en jeu à l'échelle du grain. La seconde famille se compose des modèles phénoménologiques et constitue l'objet de notre étude. Leur ambition est plus pragmatique. Il s'agit, tout en respectant les grands principes de la physique et de la thermodynamique, de construire un outil mathématique capable de prévoir l'état des déformations de la matière et un état de contraintes et un trajet de sollicitation donné. Bien sûr, ces deux familles de modèles tendent à se rapprocher car les modèles polycristallins ne peuvent pas plus ignorer la réalité du comportement expérimental que les modèles phénoménologiques s'affranchir d'une justification physique.

La plasticité se manifeste par l'apparition de déformations permanentes lors d'un chargement suffisamment important. Généralement, elle est précédée d'un domaine où les déformations sont réversibles que l'on appelle domaine élastique. Les matériaux présentant un domaine élastique et un domaine plastique sont appelés matériaux élastoplastiques. La frontière entre ces deux états est le seuil de plasticité. Ce seuil évolue avec l'écoulement plastique, c'est l'écrouissage.

La plasticité est le plus souvent considérée comme un cas particulier de la viscoplasticité. Cette dernière prend en compte les termes de vitesse de sollicitation dans l'expression des lois de comportement. Ces effets sont cependant négligeables pour les matériaux métalliques sollicités de façon quasi statique à une température très inférieure à leur température de fusion. Notre étude se place donc dans le cadre des matériaux non visqueux.

Par analogie avec le seuil de plasticité unidimensionnel, on définit dans l'espace des contraintes un critère de plasticité à l'intérieur duquel toute variation de contrainte n'engendre que des variations de déformations élastiques. Selon que l'on se place ou non dans le repère principal de sollicitation, cet espace possède 3 ou 6 dimensions. L'existence de déformations plastiques est traduite par le critère de plasticité, au moyen de la fonction de charge f . La surface seuil de plasticité (surface de charge) est définie par l'équation scalaire $f = 0$. On peut alors définir les conditions d'écoulement plastique :

$$f(\mathbf{T}) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{f}(\mathbf{T}) = 0 \quad (1)$$

ainsi que la contrainte équivalente σ_{eq} :

$$f(\mathbf{T}) = \sigma_{eq} - \Gamma = 0 \quad (2)$$

où \mathbf{T} est le tenseur des contraintes de CAUCHY, Γ est un facteur d'échelle représentatif de la dimension de la surface de charge. Généralement, Γ est pris égal la contrainte seuil d'écoulement en traction simple.

On exprime, par la condition de consistance, que l'état de contrainte actuel ne peut sortir de la surface seuil. Dans tous les cas, $f \leq 0$. Notons que cette condition

n'est pas vraie lorsque l'on considère le cas de la viscoplasticité. L'état de contrainte actuel appartient toujours à la surface seuil lors de l'écoulement plastique :

$$\begin{aligned} \text{Ecoulement plastique} & \quad \dot{f} = 0 \\ \text{Décharge élastique} & \quad \dot{f} < 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Enfin, on admet généralement, pour les matériaux métalliques non poreux et non endommagés l'hypothèse d'incompressibilité plastique. Cela se traduit par l'indépendance du comportement vis à vis de la pression hydrostatique. L'emploi du tenseur déviateur des contraintes est suffisant pour le critère :

$$f(\mathbf{T}) = f(\mathbf{T}') \quad (4)$$

où \mathbf{T}' est le déviateur du tenseur des contraintes de CAUCHY. Cette indépendance entraîne également que la surface de charge n'est pas bornée dans la direction de la trisectrice de l'espace des contraintes.

Décomposition plastique

Il est pratique et physiquement justifié de poser l'hypothèse de la partition des déformations. En petites déformations (tant que les termes d'ordre 2 sont négligeables), il est possible de décomposer simplement les déformations de la façon suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (5)$$

où ε est la déformation totale, ε^e la déformation élastique et ε^p la déformation plastique. Cette décomposition ne se généralise aux grandes déformations que par l'introduction d'une configuration intermédiaire relâchée [LEM 85]. Ceci conduit à décomposer le tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} en une transformation inélastique \mathbf{P} définie dans la configuration initiale et une transformation élastique \mathbf{E} définie dans la configuration intermédiaire relâchée :

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} \mathbf{P} \quad (6)$$

On exprime la vitesse de transformation totale \mathbf{L} à partir du tenseur \mathbf{F} puis l'on décompose cette vitesse en un taux de déformation \mathbf{D} et un taux de rotation $\mathbf{\Omega}$:

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{D} = (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2 \quad \text{Partie symétrique de } \mathbf{L} \quad (8)$$

$$\mathbf{\Omega} = (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)/2 \quad \text{Partie antisymétrique de } \mathbf{L} \quad (9)$$

Les déformations élastiques sont généralement petites devant les déformations plastiques ce qui permet la décomposition additive des vitesses :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (10)$$

où \mathbf{D} est le taux de déformation total. \mathbf{D}^P représente la vitesse de déformation plastique et \mathbf{D}^e la vitesse de déformation élastique.

L'approximation rigide plastique qui consiste à négliger la déformation élastique devant la déformation plastique est également acceptable dans certaines conditions. Elle permet de s'affranchir du formalisme complexe lié à la configuration relâchée.

Cadre général de formulation

L'écriture d'un modèle de loi de comportement pour un matériau élastoplastique est basée sur le triptyque suivant :

- la fonction de charge f qui définit la limite entre élasticité et plasticité,
- la loi d'écoulement qui définit la vitesse et la direction de la déformation en fonction du chemin de chargement,
- la loi d'écrouissage qui définit l'évolution des caractéristiques du matériau.

Dans le cas général, la loi d'écoulement et la loi d'écrouissage sont indépendantes de la fonction de charge f mais dépendent chacune d'un potentiel différent.

La plasticité associée (ou modèle standard) est un cas particulier pour lequel l'écoulement est directement dépendant de f qui joue le rôle d'un pseudo potentiel. Elle se justifie par le principe du travail maximal énoncé par R. HILL en 1951. Ce principe stipule que « *Le travail des contraintes réelles associées aux vitesses de déformations plastiques réelles est supérieur au travail de tout autre tenseur de contraintes admissibles (...)* ». Ce principe n'est pas vérifié par tous les matériaux, notamment les sols et les roches. Il peut cependant être démontré pour les matériaux qui se déforment par glissements cristallins tels que les métaux. Il induit :

- la convexité de la surface de charge f ,
- la normalité de la vitesse de déformation plastique. \mathbf{D}^P est normal à la surface de charge :

$$\mathbf{D}^P = \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}} \quad (11)$$

où λ est un coefficient de proportionnalité appelé multiplicateur plastique.

Il est également possible d'utiliser f comme pseudo potentiel pour la loi d'écrouissage. On est alors dans le cadre des matériaux standards généralisés.

1.2.2 ritères de plasticité

Critères isotropes

Ils décrivent un état de la matière pour lequel toutes les directions sont identiques. L'isotropie impose donc l'invariance de la contrainte seuil par rotation d'axe quelconque. C'est pourquoi ces critères ne dépendent que des trois invariants \mathbf{T}_I , \mathbf{T}_{II} et \mathbf{T}_{III} du tenseur des contraintes. On admet, nous l'avons vu, l'hypothèse d'incompressibilité plastique. Dans le cas isotrope, les invariants \mathbf{T}'_{II} et \mathbf{T}'_{III} sont alors suffisants. La forme générale d'un critère isotrope est donc :

$$f(\mathbf{T}'_{II}, \mathbf{T}'_{III}, \Gamma) = 0 \quad (12)$$

Cette surface seuil est représentée dans l'espace des contraintes principales par un cylindre dont l'axe est la trisectrice du repère.

L'un des premiers critères isotropes fut proposé par TRESCA en 1864. Il repose sur l'étude de la contrainte de cisaillement maximale admissible. Il s'exprime de la façon suivante :

$$f = \sup_{i \neq j} |\sigma_i - \sigma_j| - \sigma_s = 0 \quad (13)$$

où σ_i représente les contraintes principales et σ_s la contrainte seuil de plasticité en traction simple. L'emploi de ce critère en plasticité est confronté à l'existence de points anguleux pour lesquels la direction de l'écoulement plastique peut être indéterminée. C'est notamment le cas pour la classe des matériaux standards. L'ensemble des 6 plans ainsi définis vérifient :

$$f = 4\mathbf{T}'_{II}{}^3 - 27\mathbf{T}'_{III}{}^2 - 9\sigma_s^2 \mathbf{T}'_{II}{}^2 + 6\sigma_s^4 \mathbf{T}'_{II} - \sigma_s^6 = 0 \quad (14)$$

Une autre approche, liée cette fois à l'étude de l'énergie de cisaillement élastique, a conduit VON MISES à proposer un nouveau critère négligeant l'influence du troisième invariant et prenant une expression linéaire pour la fonction f :

$$f = 3\mathbf{T}'_{II} - \sigma_s^2 = 0 \quad (15)$$

ou encore :

$$f = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2\sigma_s^2 = 0 \quad (16)$$

Il s'agit certainement du critère isotrope le plus utilisé, en raison de sa simplicité. Sa représentation dans l'espace des contraintes principales est un cylindre circonscrit au critère de TRESCA.

Les critères de TRESCA et VON MISES encadrent généralement la solution réelle, les matériaux très ductiles étant plus proches du critère de TRESCA.

HERSHEY (1954), HOSFORD (1972) et HILL (1979) ont proposé un critère non quadratique généralisant les critères de TRESCA et VON MISES :

$$f = (\sigma_1 - \sigma_2)^n + (\sigma_2 - \sigma_3)^n + (\sigma_3 - \sigma_1)^n - 2\sigma_s^n = 0 \quad (17)$$

Le coefficient n doit être supérieur ou égal à 1. On retrouve le critère quadratique de VON MISES pour $n=2$ et celui de TRESCA pour $n=1$ et $n=\infty$. Ce critère est bien représentatif des matériaux cubiques centrés lorsque $n=6$ et des matériaux cubiques à faces centrées pour $n=8$ [BAR 89].

Les critères non quadratiques sont intéressants car ils permettent une modélisation plus générale que les critères quadratiques. Ils sont notamment adaptés aux cas où la déformation transverse est plus faible que la déformation dans l'épaisseur. C'est par exemple le cas de l'aluminium pur. La définition et l'emploi de ces critères nécessitent une attention particulière. En effet, contrairement aux critères quadratiques, ils ne respectent pas toujours la condition de convexité de la surface de charge.

Notons que ces critères isotropes ne sont valables que tant que le matériau reste isotrope. Ils ne sont donc généralement utilisés que pour la détermination d'une limite d'élasticité initiale même s'ils sont adaptés à la description de certains écrouissements particuliers.

Critères anisotropes

Les critères anisotropes ne sont pas fonction des seuls invariants mais de l'ensemble des composants du tenseur des contraintes. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux seuls critères destinés à l'étude des matériaux orthotropes, c'est à dire présentant trois plans de symétrie orthogonaux (et trois directions privilégiées appelées directions principales d'orthotropie). C'est le cas de la majorité des tôles laminées, sujet de notre étude.

La généralisation du critère de VON MISES s'exprime sous la forme :

$$(\mathbf{C} : \mathbf{T}') : \mathbf{T}' = 1 \quad (18)$$

où \mathbf{C} est un tenseur du quatrième ordre représentant une rotation dans l'espace des contraintes et respectant les symétries suivantes :

$$C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jikl} = C_{ijlk} \quad (19)$$

Le premier critère anisotrope a été proposé par HILL en 1948 [HILL 48]. Il s'applique aux matériaux orthotropes. Les seuils de plasticité sont identiques en traction et en compression. Il rend cependant bien compte de l'état initial des tôles laminées. Dans les directions principales d'orthotropie, le critère s'exprime :

$$F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (20)$$

où F , G , H , L , M et N sont les six paramètres caractéristiques de l'anisotropie du matériau. On peut les déterminer à l'aide de trois expériences de traction simple et trois expériences de cisaillement simple.

Lorsqu'une des dimensions de l'échantillon sollicité est petite par rapport aux deux autres comme dans le cas des tôles, aucune contrainte ne peut se développer selon cette dimension. La sollicitation est alors contenue dans un plan et toutes les composantes du tenseur des contraintes extérieures à ce plan sont nulles. On parle d'un état de contraintes planes.

Dans le cadre des contraintes planes selon la direction 3, le critère de HILL 1948 prend la forme :

$$F\sigma_{22}^2 + G\sigma_{11}^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad (21)$$

Le cas particulier de l'isotropie se traduit par les conditions $F = G = H = N/3$.

On peut trouver dans la littérature un grand nombre de critères destinés à l'étude des matériaux orthotropes sollicités en contraintes planes. Parmi ceux-ci, notons le critère de TSAILL. Il s'écrit sous la forme générale d'une somme de termes linéaires et quadratiques et permet de prendre en compte les différences d'états d'érouissage en traction et compression. Dans le cas d'un matériau orthotrope incompressible, il peut s'écrire sous une forme proche de celle du critère de HILL :

$$F'(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G'(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H'(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L'\sigma_{23}^2 + 2M'\sigma_{31}^2 + 2N'\sigma_{12}^2 + P\sigma_{11} + Q\sigma_{22} - (P + Q)\sigma_{33} = 1 \quad (22)$$

Citons également le critère proposé par GOTOH [GOTO 77]. Il s'agit d'un critère non quadratique basé sur une contrainte équivalente d'ordre 4 :

$$\sum_{i,j,k} (A_{ijk}\sigma_{11}^i\sigma_{22}^j + \sigma_{12}^{2k}) = 1 \quad ; \quad i + j + 2k = 4 \quad (23)$$

Ce critère permet de s'affranchir des limites intrinsèques aux critères quadratiques, telles que la dépendance du type de sollicitation pour la courbe contrainte équivalente fonction de la déformation équivalente. Dans le cas d'un matériau orthotrope sollicité en contraintes planes, il peut s'écrire :

$$A_0(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + [A_1\sigma_{11}^4 + A_2\sigma_{11}^3\sigma_{22} + A_3\sigma_{11}^2\sigma_{22}^2 + A_4\sigma_{11}\sigma_{22}^3 + A_5\sigma_{22}^4 + (A_6\sigma_{11}^2 + A_7\sigma_{11}\sigma_{22} + A_8\sigma_{22}^2)\sigma_{12}^2 + A_9\sigma_{12}^4] = 1 \quad (24)$$

Le terme en A_0 traduit l'effet de la pression hydrostatique et peut donc être supprimé. Pour les matériaux incompressibles ($A_0 = 0$).

BARALT et LIAN [BARL 89] ont proposé une généralisation du critère de HERSHEY (17) pour les contraintes planes dans les matériaux orthotropes :

$$f = a|K_1 + K_2|^M + a|K_1 - K_2|^M + c|2K_2|^M = 1 \quad (25)$$

$$K_1 = \frac{\sigma_{11} + h\sigma_{22}}{2} \quad (26)$$

$$K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - h\sigma_{22}}{2}\right)^2 + p^2\sigma_{12}^2} \quad (27)$$

a , c , h , p et M sont représentatifs du matériau. On retrouve le cas isotrope pour $M = 8$. Ce critère est particulièrement adapté aux matériaux de structure cubique à faces centrées de faible anisotropie.

1.2.3 Lois de comportement

Nous avons vu différentes expressions de la surface de charge. La condition de consistance et la règle de normalité déterminent l'écoulement plastique des matériaux standards. En ce qui concerne les fonctions d'écrouissages, elles sont de trois types :

- isotrope : homothétie de la surface de charge,
- cinématique : translation de la surface de charge,
- mixte : homothétie conjuguée à un déplacement.

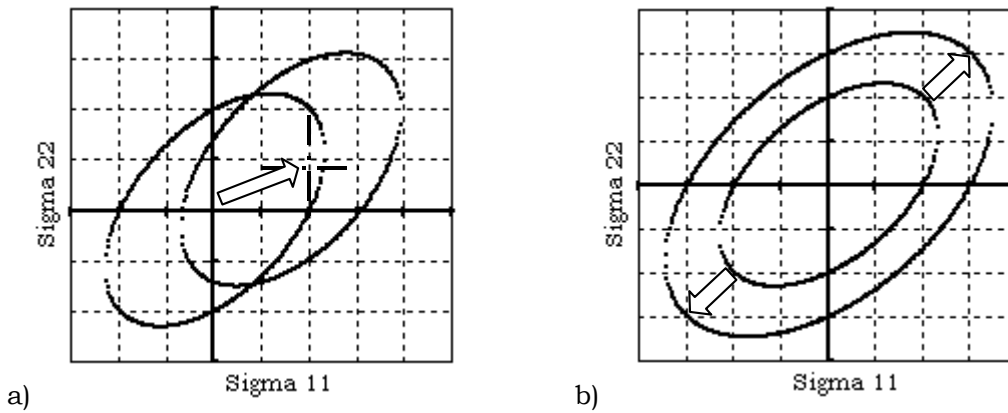


Figure 5 : Évolution de la surface de charge lors de l'écrouissage
 a) Écrouissage cinématique – b) Écrouissage isotrope

Écrouissage isotrope

L'écrouissage isotrope est introduit dans la fonction de charge au moyen d'une seule variable scalaire R appelée variable d'écrouissage isotrope de sorte que l'on peut écrire :

$$f = f(\mathbf{T}, R) = f_y(\mathbf{T}) - \Gamma(R) \quad (28)$$

où f_y indique la forme du critère limite d'élasticité et Γ introduit l'érouissage par l'intermédiaire de la variable d'érouissage R :

$$\Gamma(R) = \Gamma_0 + R \quad (29)$$

Γ_0 représente la dimension initiale de la surface de charge. On retient généralement pour R une fonction de la déformation plastique équivalente p que l'on définit de la façon suivante :

$$p = \int_0^t \dot{p} dt \quad (30)$$

avec dans le cas d'un critère de VON MISES :

$$\dot{p} = \left(\frac{2}{3} \mathbf{D}^P : \mathbf{D}^P \right)^{1/2} \quad (31)$$

On peut également utiliser une fonction discrète liant directement p et Γ . C'est notamment le cas lorsque l'on modélise des comportements complexes, c'est à dire difficiles à modéliser par une fonction de quelque nature que ce soit. Généralement l'emploi d'une loi d'érouissage analytique est plus judicieux.

Érouissage cinématique

L'érouissage cinématique est introduit dans la fonction de charge au moyen d'un tenseur symétrique du second ordre \mathbf{X} homogène à une contrainte. Le tenseur \mathbf{X} est généralement déviatorique en raison de l'hypothèse d'incompressibilité. Il vient se soustraire à la contrainte :

$$f = f(\mathbf{T}, \mathbf{X}) = f_y(\bar{\mathbf{T}}) - \Gamma \quad (32)$$

$$\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{T} - \mathbf{X} \quad (33)$$

Le point \mathbf{X} représente le centre géométrique de la surface de charge dans l'espace des contraintes et $\bar{\mathbf{T}}$ représente les contraintes effectives dans le matériau.

A ce niveau simple de modélisation, il est nécessaire de considérer une évolution linéaire de l'érouissage \mathbf{X} telle que $\dot{\mathbf{X}} = k\mathbf{D}^P$. Dans le cas contraire, la modélisation d'un chargement cyclique conduirait à des formes de cycles peu conformes aux observations expérimentales.

1.2.4 Modèles de comportements

L'intérêt et la polyvalence des différents modèles dépendent de leur capacité à prendre en compte un certain nombre de phénomènes caractéristiques de l'érouissage :

- l'effet BAUSCHINGER : adoucissement observé dans la direction opposée à la contrainte d'érouissage appliquée,
- L'effet de rochet : évolution de la déformation maximale lors de chargement cyclique à contrainte imposée,
- Le durcissement et l'adoucissement cyclique : évolution au cours des cycles de la contrainte maximale lors d'une sollicitation à déformation imposée et convergence vers un cycle adapté.

Modèle à érouissage isotrope

Le modèle d'érouissage isotrope le plus simple est celui de PRANDTL-REUSS. Il s'applique aux matériaux initialement isotropes. La fonction de charge est celle de VON MISES. En introduisant R , nous avons :

$$f(\mathbf{T}, R) = \sigma_{eq} - \Gamma(R) = \sigma_{eq} - \sigma_y - R = 0 \quad (34)$$

où σ_y est la limite d'élasticité initiale du matériau en traction simple. La loi de comportement ne dépend que de la forme choisie pour la fonction d'érouissage. Citons notamment parmi les modèles les plus utilisés :

$$\text{LUDWIK (1909)} \quad R = R_0 + k \varepsilon_{eq}^n \quad (35)$$

$$\text{HOLLOMON (1945)} \quad R = k \varepsilon_{eq}^n \quad (36)$$

$$\text{VOCE (1948)} \quad R = R_{sat}(1 - \exp(-\beta p)) \quad (37)$$

$$\text{SWIFT (1952)} \quad R = k(\varepsilon_0 + p)^n \quad (38)$$

Ces modèles rentrent tous dans le cadre des matériaux standards généralisés. Les formes (35) et (36) sont fonctions de la déformation totale équivalente ε_{eq} définie de la même façon que p dans (30) mais en substituant la vitesse de déformation totale \mathbf{D} à la vitesse de déformation plastique \mathbf{D}^P . Il semble plus judicieux de lier l'expression de l'érouissage à un paramètre intrinsèquement plastique tel que la déformation plastique équivalente. Cependant, il est toujours possible de substituer p à ε_{eq} dans les expressions des lois de comportement (35) et (36).

Les modèles de LUDWIK, HOLLOMON et SWIFT sont très proches et conduisent à des évolutions de même type. Leur différence porte uniquement sur l'intégration d'une valeur d'érouissage initiale. Le modèle de VOCE présente l'avantage d'introduire une contrainte de saturation R_{sat} .

Un autre choix pour R est de le lier à T^P qui représente le travail plastique par unité de volume :

$$T^P = \int_0^P \sigma_{eq} dp = \int_0^P \Gamma_0 + R dp \quad (39)$$

La deuxième égalité de l'expression permet d'exprimer (37) et (38) en fonction de T^p . Ce choix présente l'avantage de permettre une identification directe lors d'un essai ce qui n'est pas le cas de p pour lequel il faut postuler à priori une forme particulière de σ_{eq} . En effet, les relations liant p aux déformations plastiques mesurées dépendent de la forme de la surface de charge retenue.

L'identification des paramètres est possible à partir d'un unique essai de traction simple.

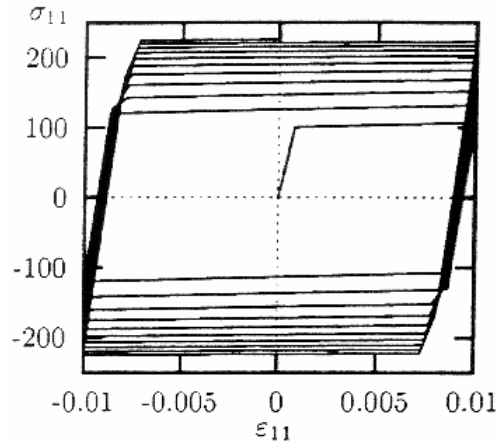


Figure 6 : Comportement isotrope en déformations imposées : durcissement cyclique (d'après [BESS 97])

La figure 6 nous montre que ce type de modèle est mal adapté à la description des sollicitations cycliques. S'il permet de modéliser le durcissement cyclique, il reste en effet incapable de représenter l'effet BAUSCHINGER et l'effet de rochet.

Modèle à écrouissage cinématique

Le modèle le plus élémentaire d'écrouissage cinématique est celui proposé par PRAGER. Il introduit dans la forme générale d'un modèle cinématique une évolution linéaire de \mathbf{X} . On écrit :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C \mathbf{D}^p \quad (40)$$

Dans le cas particulier du critère de VON MISES, l'expression de la surface de charge est la suivante :

$$f = 3\bar{\mathbf{T}}'_{II} - \Gamma_0^2 = 0 \quad (41)$$

où $\bar{\mathbf{T}}'_{II}$ est le deuxième invariant du déviateur du tenseur des contraintes effectives. Notons que la valeur du facteur Γ_0 est généralement différente de celle de σ_y définie lors de l'écrouissage isotrope. Le principe de l'identification, à partir d'un essai de traction simple, est particulièrement simple.

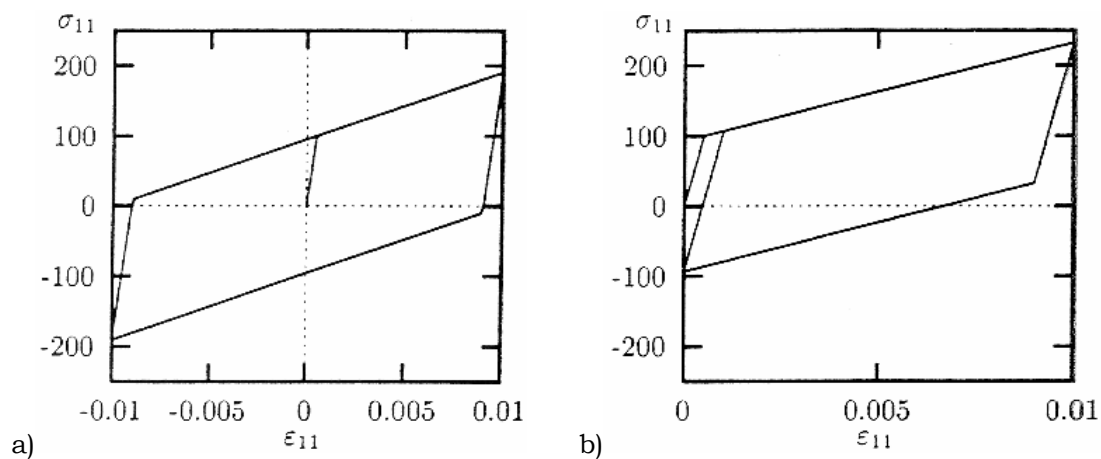


Figure 7 : Comportement cinématique linéaire en déformations imposées symétriques (a) et dissymétriques (b) : cycles stabilisés et effet BAUSCHINGER [BESS 97]

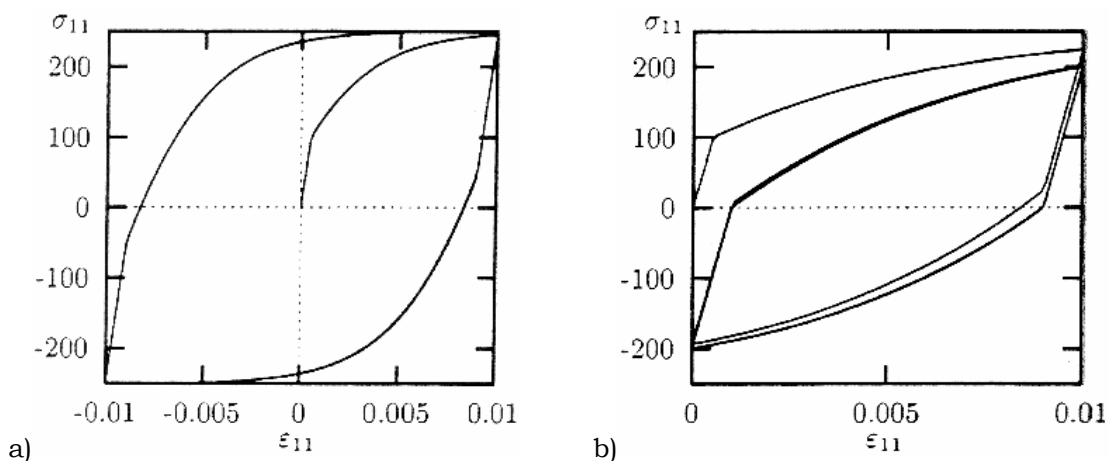


Figure 8 : Comportement cinématique non linéaire en déformations imposées symétriques (a) et dissymétriques (b) : cycles stabilisés et effet BAUSCHINGER [BESS 97]

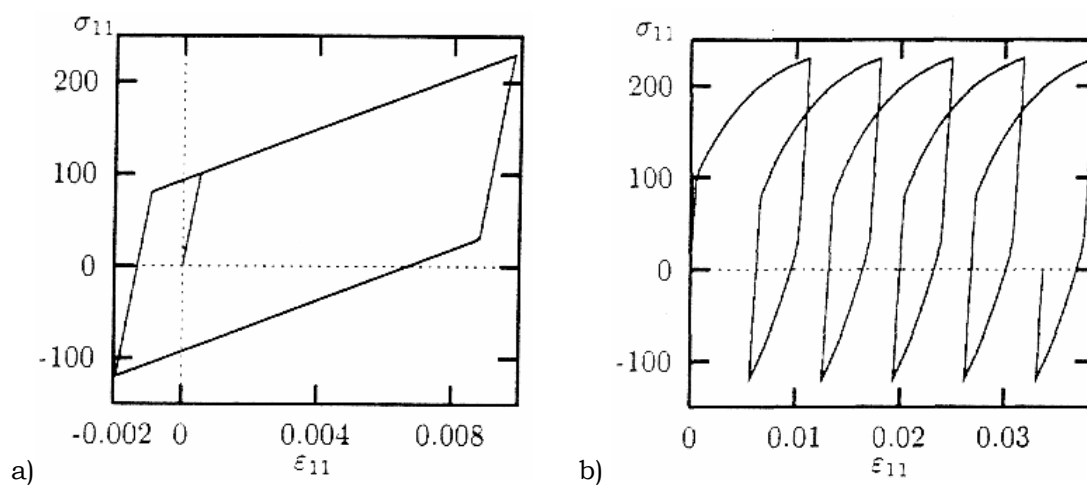


Figure 9 : Comportement cinématique linéaire (a) et non linéaire (b) en contraintes imposées dissymétriques : effet de rochet (b) [BESS 97]

Dans la pratique, le choix du facteur Γ_0 et de la meilleure droite pour décrire l'écroûissage dépendent du domaine de déformation envisagé. La linéarité de ce modèle ne permet pas de décrire l'effet de rochet et l'aspect des courbes obtenues est peu réaliste dès que les déformations augmentent. Par contre, l'effet BAUSCHINGER est qualitativement bien décrit.

Du fait de sa linéarité, ce modèle présente deux limitations importantes : la relation contrainte déformation est univoque et la concavité dans le domaine plastique des courbes de traction, compression ou cisaillement n'est pas respectée. Ces considérations conduisent à l'introduction d'un écroûissage cinématique non linéaire. On peut notamment introduire une dépendance supplémentaire de \mathbf{X} par rapport à la déformation plastique cumulée sous la forme :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C \mathbf{D}^p - D \mathbf{X} \dot{p} \quad (42)$$

où C et D sont des coefficients caractéristiques du matériau. Ce nouveau terme introduit un effet de mémoire du trajet de chargement. Pour rester dans le cadre des matériaux standards généralisés, ce modèle nécessite de différencier fonction de charge et fonction d'écoulement ce qui ne pose pas de problèmes particuliers [FRAN 95].

Les figure 8 et figure 9 montrent que l'écroûissage cinématique non linéaire est bien adapté à la restitution des effets BAUSCHINGER et de rochet.

Modèle à écroûissage mixte

L'écroûissage mixte peut être rendu à partir d'un modèle d'écroûissage cinématique non linéaire pour lequel les coefficients caractéristiques du matériau ne sont plus constants mais dépendants de la déformation plastique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C(p) \mathbf{D}^p - D \mathbf{X} \dot{p} \quad (43)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C \mathbf{D}^p - D(p) \mathbf{X} \dot{p} \quad (44)$$

L'écroûissage cinématique est traduit soit par une fonction $C(p)$ croissante, soit par une fonction $D(p)$ décroissante. L'aspect des courbes obtenues en traction compression est présenté figure 10.

LEMAITRE et CHABOCHE ont proposé une formulation d'écroûissage mixte basée sur la superposition de modèles d'écroûissages isotropes et cinématiques non linéaires indépendants. On écrit :

$$f = f(\mathbf{T}, \mathbf{X}, R) = f_y(\overline{\mathbf{T}}) - \Gamma(R) \quad (45)$$

La loi d'évolution de R est choisie de la forme :

$$\dot{R} = b(R_{sat} - R)\dot{p} \quad (46)$$

où R_{sat} donne la valeur asymptotique correspondant à un régime cyclique stabilisé et b indique la rapidité de la stabilisation. L'intégration de cette relation incrémentale pour un chargement monotone correspond à une loi de VOCE (37).

Ce type de modèle est très polyvalent et permet de reprendre l'ensemble des phénomènes présentés au début de ce chapitre : durcissement cyclique grâce à la composante isotrope, effet BAUSCHINGER et effet de rochet.

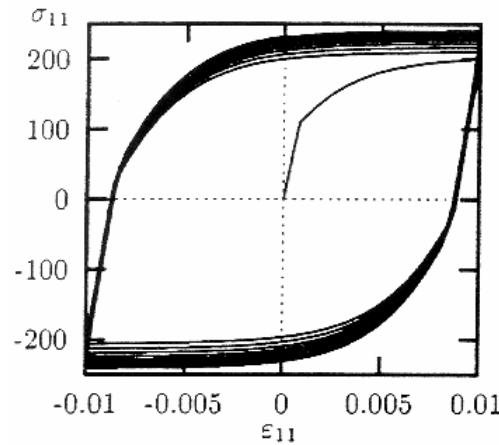


Figure 10 : Sollicitation cyclique d'un comportement isotrope et cinématique non linéaire, déformations imposées (d'après [BESS 97])

Lorsque le domaine de variation des déformations est important, il est possible d'améliorer le modèle en superposant plusieurs écrouissages analogues. On écrit simplement :

$$\mathbf{x} = \sum_l \mathbf{x}(l, C, l, D) \quad \text{et} \quad R = \sum_m R(m, b, m, R_{sat}) \quad (47)$$

où l et m sont les indices des modèles. Trois écrouissages (un isotrope plus deux cinématiques) sont généralement amplement suffisants pour étendre le domaine à l'ensemble des taux de déformation envisageables. La description de l'effet de rochet est généralement améliorée par l'emploi de plusieurs écrouissages.

Notons que le modèle peut supporter l'introduction d'une mémoire permanente de la déformation plastique maximale permettant de décrire le durcissement progressif pour chaque niveau de chargement cyclique.

1.2.5 Extension aux grandes déformations

Afin de simplifier les expressions utilisées, l'étude des grandes déformations utilise souvent une modélisation du comportement de type rigide plastique. Cette schématisation qui se justifie par le fait que la déformation élastique est très faible devant la déformation plastique n'est pas très appropriée à l'étude de l'emboutissage où les phénomènes de retour élastique sont importants. C'est pourquoi on la retrouve relativement peu dans l'étude du comportement des produits plats.

D'un point de vue analytique, lorsque les déformations deviennent grandes, il n'est plus possible de considérer que le repère initial attaché au matériau est identique au repère final, ce dernier ayant été modifié par la transformation. Chaque grandeur doit donc être exprimée explicitement dans l'un ou l'autre des repères.

On définit le tenseur \mathbf{L} des déformations de GREEN-LAGRANGE dans la configuration initiale :

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (48)$$

et le tenseur \mathbf{A} des déformations de EULER-ALMANSI dans la configuration finale :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}[\mathbf{I} - (\mathbf{F}\mathbf{F}^T)^{-1}] \quad (49)$$

Cependant, le comportement physique du matériau est indépendant du repère de référence choisi pour décrire ses déformations. Il faut donc que les lois de comportement le soient également : c'est le principe d'objectivité. Celui-ci implique que les grandeurs utilisées pour l'expression de la loi de comportement soient objectives ainsi que les dérivées utilisées.

Un tenseur est dit objectif si, pour tout changement de repère il se transforme de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^* &= \mathbf{Q}\mathbf{a} \\ \boldsymbol{\beta}^* &= \mathbf{Q}\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}^T \end{aligned} \quad (50)$$

où \mathbf{a} est un tenseur du premier ordre et \mathbf{a}^* sa transformée, $\boldsymbol{\beta}$ un tenseur du second ordre et $\boldsymbol{\beta}^*$ sa transformée et \mathbf{Q} un tenseur orthogonal caractéristique de la transformation. Une dérivée est objective lorsqu'elle transforme un tenseur objectif en un autre tenseur objectif.

Dans le cas de la dérivée temporelle, soit $\boldsymbol{\beta}$ un tenseur objectif tel que :

$$\boldsymbol{\beta}^* = \mathbf{Q}\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}^T \quad (51)$$

alors :

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^* = \mathbf{Q}\dot{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{Q}^T + \dot{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}^T + \mathbf{Q}\boldsymbol{\beta}\dot{\mathbf{Q}}^T \quad (52)$$

Si l'on pose :

$$\mathbf{A} = \dot{\mathbf{Q}}\mathbf{Q}^T \quad (53)$$

il vient :

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^* = \mathbf{Q}\dot{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{Q}^T + \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}^* - \boldsymbol{\beta}^*\mathbf{A} \quad (54)$$

Cela montre que la dérivée par rapport au temps n'est pas objective.

L'étude des grandes déformations nécessite donc de définir d'autres dérivations. Ceci équivaut toujours à transposer la formulation petites déformations dans un référentiel tournant. Le choix du type de dérivée objective, c'est à dire le choix du référentiel tournant, est un des problèmes clé du formalisme des grandes déformations. Il influence la modélisation et peut l'éloigner ou la rapprocher du comportement expérimental [DUDZ 86].

Le modèle le plus répandu est celui attaché au repère corotationnel, repère lié à la particule et tournant avec elle. Il correspond la dérivée de JAUMAN :

$$\overset{\nabla}{\dot{\boldsymbol{\beta}}} = \dot{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\beta} \quad (55)$$

où $\boldsymbol{\Omega}$ est le tenseur des vitesses de rotations définit en (7). Les modélisations basées sur cette dérivée peuvent conduire dans certain cas de charge à des évolutions aberrantes de la contrainte. C'est notamment le cas pour un écrouissage purement cinématique sollicité en cisaillement : on obtient une oscillation sinusoïdale de la contrainte.

La dérivée en rotation propre corrige les problèmes évoqués ci-dessus [FRESS 83]. Elle utilise une rotation issue de la décomposition polaire du tenseur gradient de la transformation :

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R} = \mathbf{R}\mathbf{U} \quad (56)$$

on peut l'exprimer à partir de la dérivée temporelle par la relation :

$$\overset{\circ}{\dot{\boldsymbol{\beta}}}\mathbf{T} = \dot{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\beta}(\dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T) - (\dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T)\boldsymbol{\beta} \quad (57)$$

Pour une expérience de traction compression dans les axes d'orthotropie, les dérivées en rotation propre, dérivées de JAUMAN et dérivées temporelle s'identifient :

$$\overset{\circ}{\dot{\boldsymbol{\beta}}} = \overset{\nabla}{\dot{\boldsymbol{\beta}}} = \dot{\boldsymbol{\beta}} \quad (58)$$

Notons que, pour différents que soient tous les référentiels envisagés, les écarts ne deviennent généralement significatifs que pour de très grandes déformations [MOUS 90].

Un autre aspect de la modélisation des grandes déformations est celui de l'anisotropie induite qui apparaît dès les premiers stades de la plasticité et se manifeste classiquement par une distorsion de la surface de charge. La majorité des auteurs considèrent que les axes privilégiés de l'anisotropie induite coïncident avec les directions principales de sollicitation mais que le passage de l'anisotropie initiale à l'anisotropie induite ne se fait pas par une simple rotation mais par un domaine d'anisotropie plus générale [KOSS 92].

Trois approches principales cherchent à modéliser ses effets. La première repose sur la généralisation des critères classiques. Il s'agit d'ajouter un tenseur \mathbf{N} du quatrième ordre fonction de la déformation plastique et traduisant l'anisotropie induite à un modèle d'écrouissage cinématique :

$$f = f_y((\mathbf{T} - \mathbf{X})\mathbf{N}) - \Gamma \quad (59)$$

Un tel modèle ne permet pas de décrire une déformation de la surface de charge mais uniquement des évolutions du type translations, rotations et gonflement. Une autre voie consiste en l'introduction d'un paramètre supplémentaire par exemple un tenseur de distorsion \mathbf{R} ajouté dans l'équation de base d'un écrouissage cinématique et isotrope afin de produire des modifications de forme sur cette dernière :

$$f = f_y(\mathbf{T} - \mathbf{X} - \mathbf{R}(\mathbf{T}, \mathbf{X})) - \Gamma(R) \quad (60)$$

L'évolution de \mathbf{R} est fonction de la direction de la perturbation, d'un coefficient caractéristique du matériau ainsi que des tenseurs \mathbf{X} et \mathbf{T} . Elle contient un terme de rappel. Le paramètre supplémentaire peut également prendre la forme d'une troisième variable d'écrouissage $r(\mathbf{u})$ intervenant dans l'écriture de \mathbf{D}^P :

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{T} - \mathbf{X}}{\|\mathbf{T} - \mathbf{X}\|} \quad (61)$$

Ces méthodes décrivent relativement bien l'anisotropie induite par la plasticité mais au détriment de la simplicité des modèles.

Enfin, il existe des modèles incrémentaux. La forme finale est obtenue à partir d'une surface seuil initiale par intégration d'une loi d'évolution dépendante :

- de la courbe d'écrouissage dans la direction de chargement,
- de la courbe d'écrouissage dans la direction inverse au chargement,
- des courbes d'écrouissages dans les directions perpendiculaires au chargement.

Ces modèles, très souples, représentent bien l'anisotropie induite mais les fonctions d'écrouissage changent avec la nature du chargement et l'introduction d'un paramètre représentatif du type de sollicitation est difficile.

Chapitre 2

Aspects expérimentaux

Sommaire

2.1	Analyse des essais existants	39
2.2	Mise au point d'un essai de compression large.....	61

Ce chapitre présente les aspects pratiques et théoriques liés à l'obtention des données expérimentales. La première partie concerne l'analyse et la qualification des montages de traction simple, traction large et cisaillement existants préalablement à notre travail. La seconde partie détaille la démarche mise en œuvre pour le développement d'un essai de compression large.

Pour réaliser ces deux objectifs, nous avons utilisé et amélioré la technique d'extensométrie optique développée par l'équipe 2MS de l'École des Mines d'Alès. Il s'agit d'une technique de corrélation d'image permettant une mesure sans contact de l'évolution des champs de déformations bidirectionnels. Les détails de cette technique sont présentés en Annexe II.

2.1 Analyse des essais existants

2.1.1 Essais de traction simple

La traction simple est l'essai le plus utilisé pour la caractérisation mécanique des alliages métalliques. Relativement facile à mettre en œuvre, cet essai assure, lorsque le matériau est isotrope ou bien si le chargement se fait dans une direction principale d'anisotropie, un état de contrainte uniaxial et homogène dans l'éprouvette.

Dans les autres cas, notamment pour la réalisation d'essais « hors axes », l'emploi de rotules permettant une réorientation de l'éprouvette au cours de l'essai est quelquefois nécessaire [FRAN 95].

La transformation de traction simple est présentée figure 11. Le tenseur gradient de cette transformation dans le plan s'écrit :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} x/X & 0 \\ 0 & y/Y \end{bmatrix}_{\{s\}} \quad (62)$$

où X est la dimension initiale d'un vecteur de la direction de sollicitation et x sa dimension finale. De même, Y est la dimension d'un vecteur de la direction transverse et y sa dimension finale. L'indice $\{s\}$ utilisé pour le tenseur indique que l'on se place dans le repère de sollicitation et non pas dans un repère matériau.

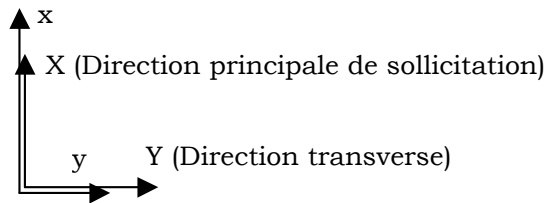


Figure 11 : Cinématique de l'essai de traction simple

On écrit le tenseur des déformations de GREEN-LAGRANGE :

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (x/X)^2 - 1 & 0 \\ 0 & (y/Y)^2 - 1 \end{bmatrix}_{\{s\}} \quad (63)$$

Le tenseur des contraintes de CAUCHY est de la forme :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{\{s\}} \quad (64)$$

Nous avons réalisé nos essais sur des éprouvettes de géométrie standard présentant une zone utile de $110 \times 20 \text{ mm}^2$ en mesurant les déformations longitudinales et transverses. La mesure de cette dernière est indispensable à une exploitation rationnelle de l'essai car la relation entre déformation longitudinale et transverse est une des caractéristiques du comportement du matériau.

La mesure des déformations de cet essai repose sur l'utilisation, très classique, d'extensomètres à couteaux. Pour la déformation longitudinale : deux jeux de couteaux viennent pincer l'éprouvette dans la zone utile. Leur espacement initial est connu et l'on enregistre leur déplacement au cours de l'essai ce qui permet de calculer les déformations. Pour la déformation transverse, un jeu de couteau suffit puisqu'il est possible de se positionner de part et d'autre de l'échantillon (toute la largeur d'éprouvette est utilisée pour la mesure).

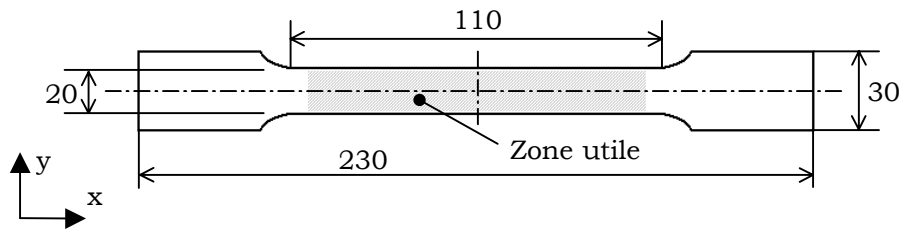


Figure 12 : Schéma d'une éprouvette de traction simple

Les essais ont tous été réalisés à l'aide de mors de traction « classique », c'est à dire sans rotule ponctuelle. La théorie standard utilisée pour la modélisation des déformations dans les matériaux cristallins, ainsi que de nombreuses études expérimentales nous montrent cependant que lorsque la sollicitation ne se fait pas selon les directions principales d'anisotropie du matériau ce type de mors est inadapté. En effet, lorsque l'anisotropie du matériau est importante, la déformation de l'échantillon se fait en « S » ce qui nécessite, pour garder un état de contrainte uniaxial, une rotation des mors [MOUS 90].

2.1.2 Essais de traction large

La réalisation d'états de contraintes multiaxiaux est fondamentale car elle permet d'intégrer dans le modèle de comportement un élément d'interaction entre les différentes contraintes.

L'essai MARCINIAK est un essai biaxial utilisé pour caractériser l'emboutissabilité des tôles. Un poinçon hémisphérique emboutit jusqu'à la striction un échantillon encasté. On relève la charge finale mais il est malheureusement impossible de remonter à l'état de contrainte biaxial dans le matériau. Il existe par contre des essais biaxiaux dont on maîtrise l'état de contrainte, réalisés à l'aide de presses biaxiales. Ces machines présentent également l'avantage de permettre la réalisation de chemins de déformations complexes. Malheureusement, elles restent d'un emploi difficile et nécessitent des éprouvettes de géométries compliquées. Elles ne permettent pas d'obtenir des états de contraintes homogènes et le dépouillement des essais nécessite l'emploi de méthodes inverses complexes, coûteuses en temps de calcul et très dépendantes des hypothèses retenues pour le modèle de comportement.

C'est pourquoi RENAULT s'est orienté vers la réalisation d'essais de traction large qui présentent un triple avantage :

- conduire à des états de contraintes homogènes,
- utiliser des éprouvettes rectangulaires,
- reposer sur un processus expérimental simple pour l'opérateur.

La traction large est un essai au cours duquel on impose un allongement de l'éprouvette dans le sens de sollicitation (\bar{x}) en interdisant les déformations dans le sens travers (\bar{y}) ce qui conduit à l'existence d'une contrainte transverse (Figure 13). Pratiquement, ce type de déformation est obtenu en utilisant une géométrie d'éprouvette pour laquelle l'élancement est inférieur à 1/10.

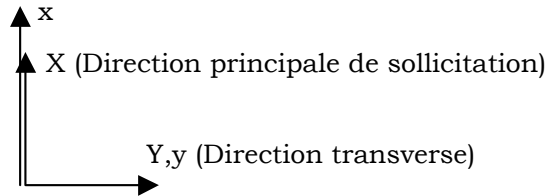


Figure 13 : Cinématique de l'essai de traction large

Le tenseur gradient de la transformation s'écrit :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} x/X & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{\{S\}} \quad (65)$$

ce qui conduit au tenseur des déformations de GREEN-LAGRANGE :

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \begin{bmatrix} (x/X)^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{\{S\}} \quad (66)$$

Le tenseur des contraintes de CAUCHY, pour sa part est de la forme :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} \end{bmatrix}_{\{S\}} \quad (67)$$

Le montage de compression large mis au point par le Technocentre RENAULT est destiné à la mise en sollicitation d'éprouvettes de grandes dimensions. Le montage est adapté à une machine ROELL & KORTHAUSS donnée pour une charge maximale de 250 kN. Deux mors comprenant chacun cinq vérins hydrauliques servis par une pression de 300 bars permettent le serrage de l'échantillon. Ces mors se montent en liaison pivot sur la machine de traction, ce qui permet d'assurer l'orientation de la charge selon la ligne d'amarrage. Les éprouvettes utilisées sont de dimensions 310×150 mm². La hauteur de la zone utile (espacement des mors) est de 31 mm.

Pour pouvoir dépouiller analytiquement cet essai, il est nécessaire de s'assurer qu'il conduit bien à des états de contraintes et donc de déformations homogènes dans l'éprouvette. La figure 16 ci-dessous présente le demi profil gauche d'une éprouvette d'acier XES chargé. L'effet lié au bord libre, à gauche, s'observe sur environ 15% de la section. Ailleurs, déformation transverse et cisaillement sont nuls. La figure 17 confirme ces profils pour une déformation plus importante. L_{xx} et L_{yy} désignent les déformations de LAGRANGE.

Aucune extensométrie particulière n'est disponible sur la machine. En effet, il était initialement prévu d'exploiter la courbe charge/déplacement traverse pour détecter le seuil de non linéarité. Cette méthode peut effectivement être utilisée pour la recherche d'une pseudo contrainte seuil vraie. On fait cependant l'hypothèse d'une évolution linéaire de la complaisance machine. Les seules données disponibles pour l'interprétation des essais sont donc les courbes de déplacement traverse en fonction de la charge.

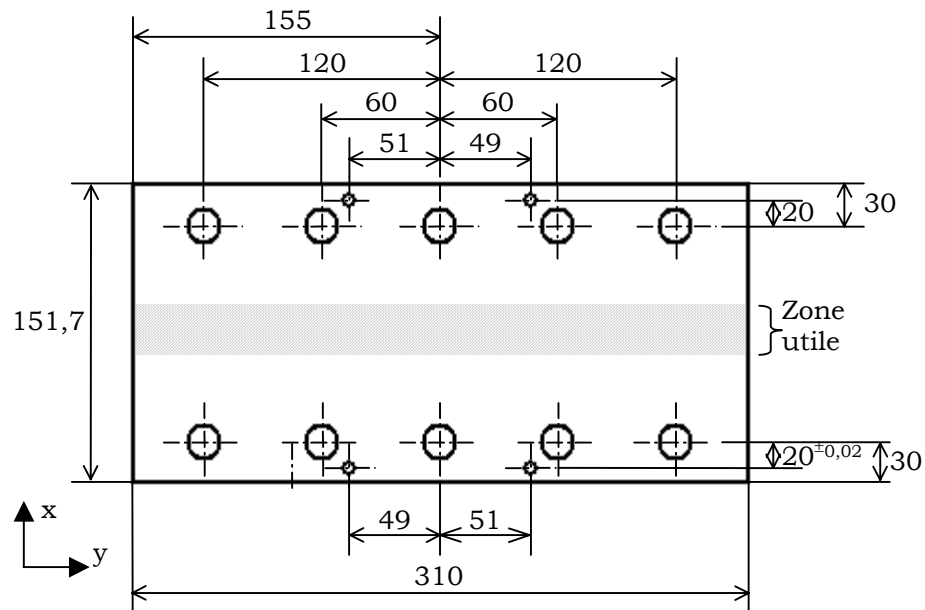


Figure 14 : Schéma d'une éprouvette de traction large.

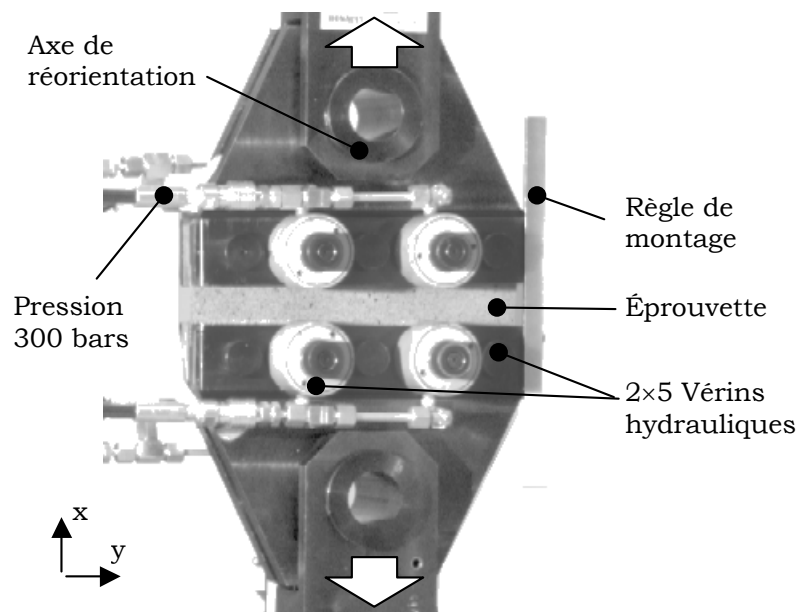


Figure 15 : Vue des mors de traction large.

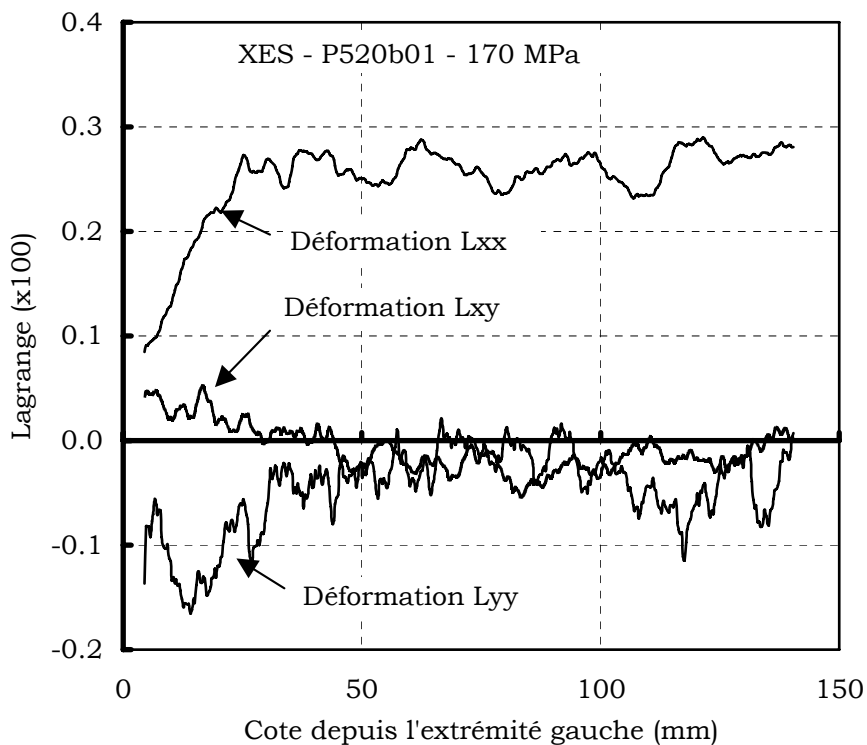


Figure 16 : Profil de déformation en traction large sur acier XES, déformations $2 \cdot 10^{-3}$, contraintes 170 MPa

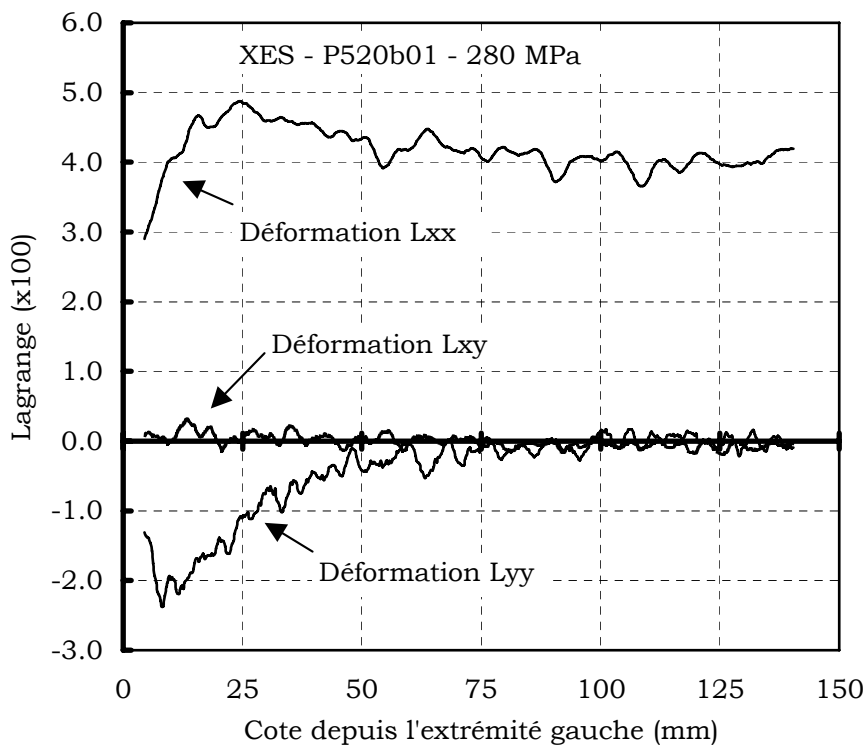


Figure 17 : Profil de déformation en traction large sur acier XES, déformation $2,5 \cdot 10^{-2}$, contraintes 280 MPa

Nous verrons que la détection d'une limite élastique vraie est une gageure et que la valeur de contrainte retenue est toujours fonction d'une convention, même implicite. Nous avons choisi une définition du seuil portant sur une valeur de déformation plastique équivalente puisque la comparaison raisonnée de contrainte seuil provenant d'essais de natures différentes nécessite l'emploi d'un tel critère.

Pour exploiter les courbes de déplacement traverse, il nous faut donc être capable de les exprimer en terme de déformation. Nous avons réalisé pour cela une série d'essais avec extensométrie optique, sur l'acier XES.

L'approche la plus simple consiste à mesurer la vitesse du déplacement traverse dans sa partie linéaire (en MPa.s⁻¹) et à la rapprocher du module élastique du matériau obtenu par un essai de traction simple. Cela permet de calculer une échelle entre temps et déformations. Pour notre acier, le module d'élasticité est de 210 GPa, le coefficient de POISSON ν égal à 0,30 et la limite élastique à 0,02% égale à 150 MPa.

Dans le cas d'une élasticité isotrope homogène linéaire, la relation entre contrainte et déformation s'exprime à l'aide de la loi de HOOKE sous la forme :

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kl} \delta_{kl} \quad (68)$$

Les hypothèses de déformations larges et de contraintes planes dans le plan normal permettent d'écrire :

$$\varepsilon_y = 0 \text{ et } \sigma_z = 0 \quad (69)$$

d'où :

$$\varepsilon_y = \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \sigma_y - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_x) = 0 \text{ et } \sigma_y = \nu \sigma_x \quad (70)$$

On exprime le rapport entre le module d'élasticité et le module apparent :

$$\varepsilon_x = \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \sigma_x - \frac{\nu}{E} (\nu \sigma_x + \sigma_x) = \frac{\sigma_x}{E} (1-\nu^2) \text{ soit } E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1-\nu^2) \quad (71)$$

et l'on définit le rapport k entre vitesse de déplacement traverse et déformation de l'éprouvette de la façon suivante :

$$\frac{E}{(1-\nu^2)} = k \left(\frac{\Delta_{MPa}}{\Delta_{tps}} \right) \text{ d'où } k = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{\Delta_{MPa}}{\Delta_{tps}} \right)^{-1} = \frac{210 \cdot 10^3}{(1-0,3^2)} \cdot \frac{44}{250} = 41 \cdot 10^3 \quad (72)$$

où $(\Delta_{MPa}/\Delta_{tps})$ est la vitesse du déplacement traverse en traction large. Ce coefficient permet de calculer le temps correspondant à une déformation donnée, en l'occurrence $2 \cdot 10^{-4}$:

$$t_{2 \cdot 10^{-4}} = k\varepsilon = 41 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 8,2\text{s} \quad (73)$$

Cette approche ne donne pas de bons résultats et les valeurs seuils mesurées sont supérieures aux valeurs attendues de presque 30% (Figure 18). En effet, lorsque le matériau commence à se plastifier, sa raideur diminue fortement alors que la compliance machine n'est pas affectée. Ceci modifie l'échelle temps/contrainte exactement dans notre domaine d'étude.

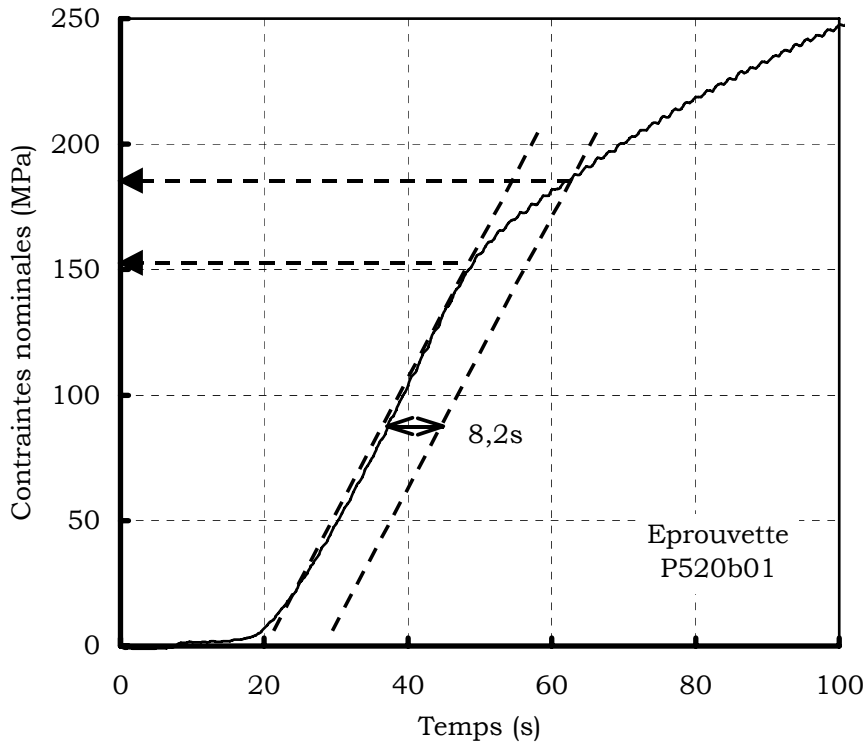


Figure 18 : Détermination d'une contrainte seuil par extrapolation directe de l'échelle de temps en élasticité

Une autre solution est d'extraire la compliance machine des courbes de déplacement traverse. En effet, l'ensemble des essais a été réalisé sur la même machine avec des éléments mécaniques *ad hoc*. La compliance machine est donc une caractéristique de la ligne d'amarrage utilisée, elle est identique pour chaque essai. La démarche proposée comprend deux étapes : modéliser l'allongement d'une éprouvette représentative à l'aide de données d'extensométrie optique ; extraire et modéliser l'allongement de la machine à partir du signal de déplacement traverse.

Une éprouvette est choisie comme sujet de modélisation. Son allongement δ , mesuré par extensométrie optique, est modélisé par la double fonction suivante :

$$\begin{cases} \delta = A_e \left(\frac{f}{S} \right) + B_e & \text{si } \left(\frac{f}{S} \right) \leq \sigma_{seuil} \\ \delta = A_p \left(\frac{f}{S} \right)^4 + B_p \left(\frac{f}{S} \right)^3 + C_p \left(\frac{f}{S} \right)^2 + D_p \left(\frac{f}{S} \right) + E_p & \text{sinon} \end{cases} \quad (74)$$

La première partie de cette équation est destinée à représenter le comportement élastique de l'éprouvette. Le polynôme d'ordre quatre est juste suffisant pour représenter l'érouissage élastoplastique sur la plage de contraintes retenues.

Les contraintes sont exprimées en MPa et les allongement en millimètres. L'expression fait volontairement apparaître la force f (en kN) car c'est elle qui est représentative de la compliance machine. Cela permet d'adapter la modélisation à tous les types de géométrie expérimentales.

L'écart entre la déformation de l'éprouvette et le déplacement des mors est obtenue par soustraction. La modélisation de cet allongement est bipartie ce qui correspond à une mise en place des éléments de la ligne d'amarrage (partie exponentielle) suivie d'une évolution non linéaire de l'ensemble liée au contact entre les mors et l'éprouvette.

$$\delta_M = A_M \left(1 - \exp\left(-B_M \frac{f}{S}\right) \right) + C_M \left(\frac{f}{S} \right)^4 + D_M \left(\frac{f}{S} \right)^3 + E_M \left(\frac{f}{S} \right)^2 + F_M \left(\frac{f}{S} \right) + G_M \quad (75)$$

Les tableau 7 et tableau 8 présentent les coefficients obtenus en utilisant l'éprouvette d'acier XES P520b01 comme sujet d'étude. La modélisation n'est valable que pour les contraintes inférieures à 270 MPa, contrainte maximale utilisée pour l'identification.

Tableau 7 : Modélisation de l'allongement de l'éprouvette

A_e	$1,10009.10^{-4}$
B_e	$2,68378.10^{-5}$
σ_{seuil}	150 MPa
A_p	$9,81356.10^{-9}$
B_p	$-7,9855.10^{-6}$
C_p	$2,45366.10^{-3}$
D_p	$-3,29778.10^{-1}$
E_p	16,2589
S	248

Tableau 8 : Modélisation de l'allongement de la machine

A_M	0,335
B_M	$5,55555.10^{-1}$
C_M	$-2,23144.10^{-10}$
D_M	$1,79500.10^{-7}$
E_M	$-3,90479.10^{-5}$
F_M	$7,43626.10^{-3}$
G_M	$-2,00000.10^{-2}$
S	248

L'allongement propre à la machine peut à présent être soustrait du déplacement traverse. La valeur obtenue doit correspondre à l'allongement de l'éprouvette. Si l'on se rapporte à la hauteur de l'éprouvette, il devient possible d'exprimer des déformations et de déterminer une limite élastique conventionnelle.

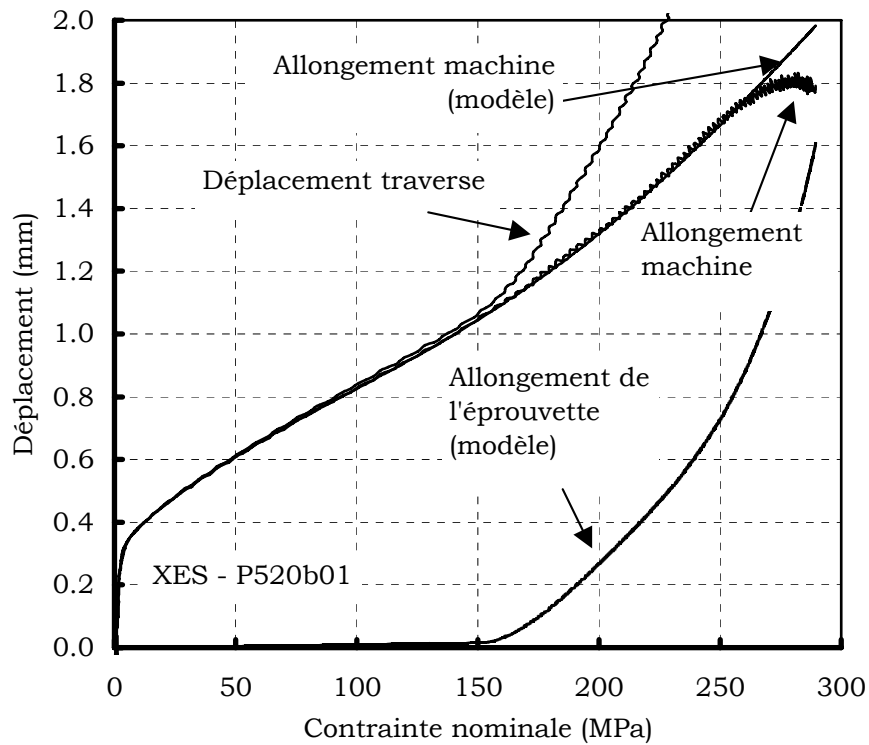


Figure 19 : Modélisation de la compliance machine en traction large.

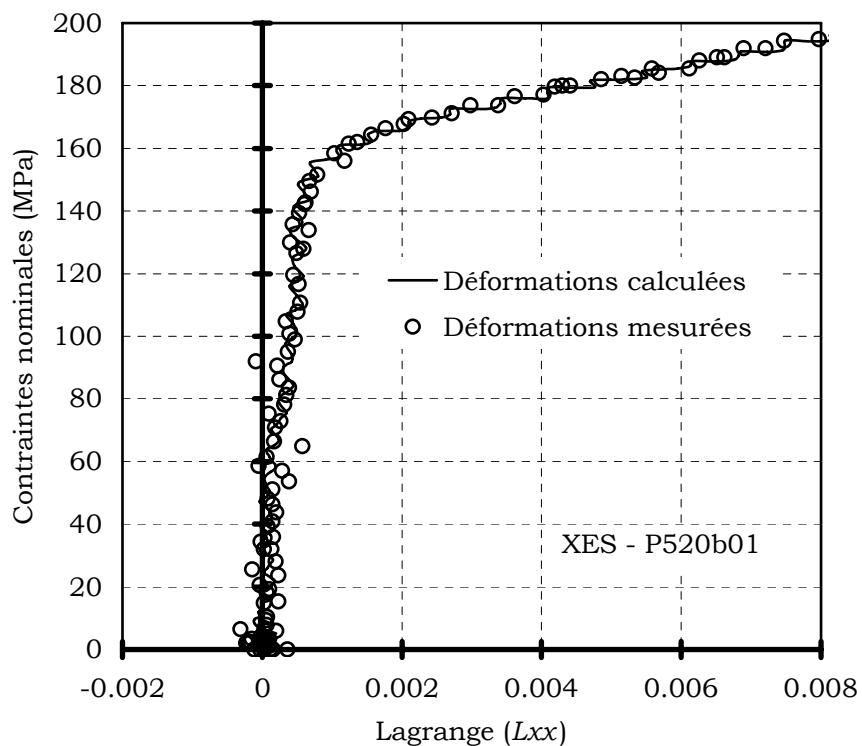


Figure 20 : Confrontation des déformations mesurées par extensométrie optique et déduites du déplacement traverse sur l'éprouvette de référence

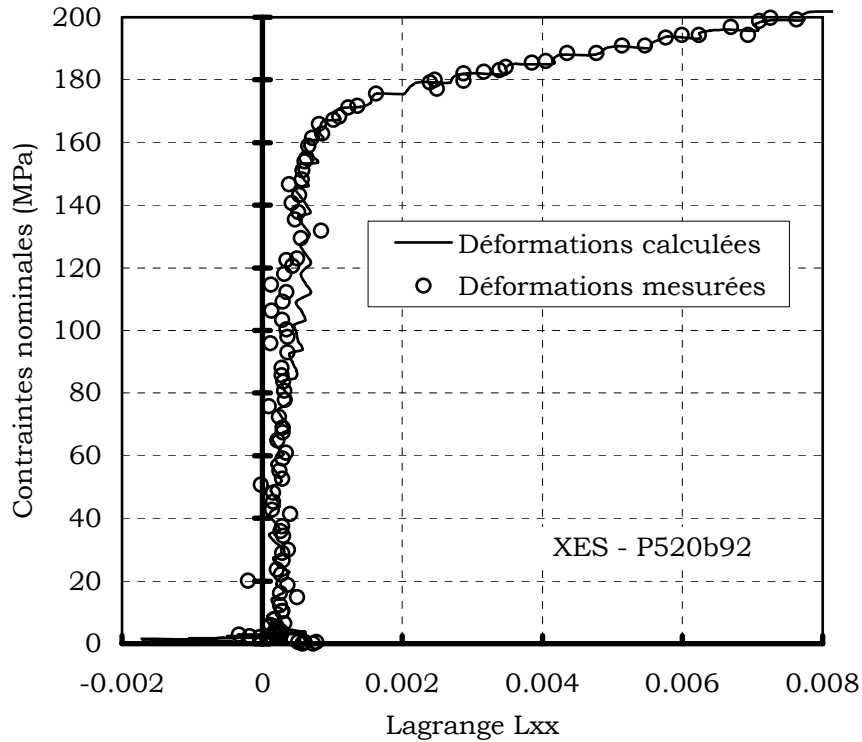


Figure 21 : Validation de la méthode de soustraction de la complaisance machine sur un essai sens travers avec extensométrie optique

2.1.3 Essai de cisaillement

Présentation

L'essai de cisaillement est très répandu car il complète efficacement les informations de traction simple et permet la réalisation d'essais cycliques au cours desquels la contrainte est alternée. Ceux-ci sont particulièrement utiles lors de la détermination du type d'érouissage caractéristique du matériau (cinématique, isotrope ou mixte).

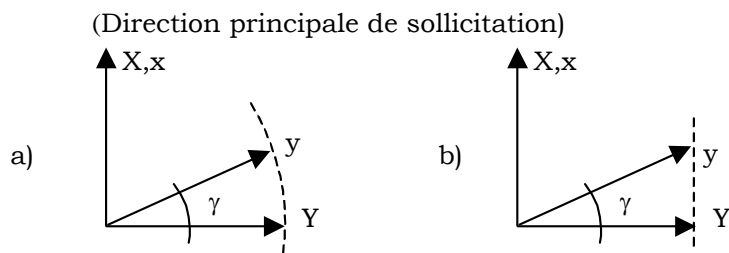


Figure 22 : Cinématiques des essais de cisaillement
a) Cisaillement pur – b) Cisaillement simple

On distingue les essais de cisaillement simple et de cisaillement pur.

Le cisaillement simple est toujours défini par la cinématique de déformation décrite à la figure 22-b : on impose une distance constante entre les facettes opposées. Nous utiliserons également la dénomination « cisaillement en mors fixe », par référence aux conditions expérimentales permettant de l'obtenir.

Le cas du cisaillement pur est plus imprécis. Certains auteurs le définissent comme un cas de chargement pour lequel les termes de la trace du tenseur des contraintes sont identiquement nuls. A notre avis, le choix d'une telle définition basée sur la forme du tenseur des contraintes n'est pas cohérente avec la description du cisaillement simple. C'est pourquoi nous préférons appeler ce cas de chargement cisaillement « mors libre » toujours par référence aux conditions expérimentales.

Nous retiendrons comme définition du cisaillement pur que les facettes déformées de l'éprouvette restent de dimensions constantes comme décrit sur la figure 22-a.

Les tenseurs gradients de la transformation prennent alors la forme :

$$\begin{array}{ll} \text{Cisaillement pur} & \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \gamma \\ 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}_{\{S\}} \\ \text{Cisaillement simple} & \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \gamma \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{\{S\}} \end{array} \quad (76)$$

Les tenseurs des déformations de GREEN-LAGRANGE $\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I})$:

$$\begin{array}{ll} \text{Cisaillement pur} & \mathbf{L} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sin \gamma \\ \sin \gamma & 0 \end{bmatrix}_{\{S\}} \\ \text{Cisaillement simple} & \mathbf{L} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \tan \gamma \\ \tan \gamma & \tan^2 \gamma \end{bmatrix}_{\{S\}} \end{array} \quad (77)$$

Et les tenseurs des contraintes de CAUCHY :

$$\begin{array}{ll} \text{Cisaillement mors libre} & \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & 0 \end{bmatrix}_{\{S\}} \\ \text{Cisaillements simple et pur} & \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}_{\{S\}} \end{array} \quad (78)$$

Le cisaillement simple présente par rapport au cisaillement pur l'inconvénient que les directions principales de la déformation ne sont pas constantes au cours de l'essai. La diagonalisation des tenseurs \mathbf{L} permet d'exprimer l'angle α entre le repère matériau et les directions principales de déformation en fonction de l'angle γ du cisaillement :

$$\begin{array}{ll} \alpha = \frac{\pi}{4} & \text{en cisaillement pur} \\ \alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{2}{\tan \gamma} & \text{en cisaillement simple} \end{array}$$

ce qui correspond en cisaillement simple à une rotation du repère de 13° lorsque l'angle γ vaut 45°.

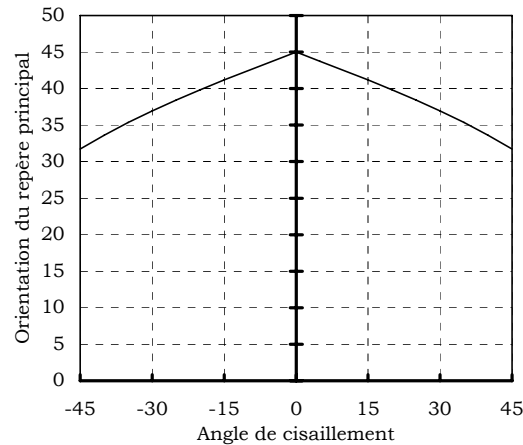


Figure 23 : Orientation du repère principal de sollicitation en cisaillement simple

Les techniques expérimentales destinées à la réalisations de cet essai sont nombreuses. Le montage de cisaillement que nous avons utilisé provient des laboratoires du Technocentre RENAULT. Il a été développé par le LPMTM de l'université Paris Nord. Il est constitué d'un portique venant s'insérer sur une machine de traction et comprenant deux mors. Le premier mors est fixe par rapport au bâti. Le second, monté sur un double système de glissière, est mobile et présente un mouvement de translation par rapport au premier. Le chargement se fait en imposant un mouvement vertical au mors mobile. La mesure de déformation est assurée par le suivi optique en temps réel de la pente d'une droite tracée sur l'éprouvette.

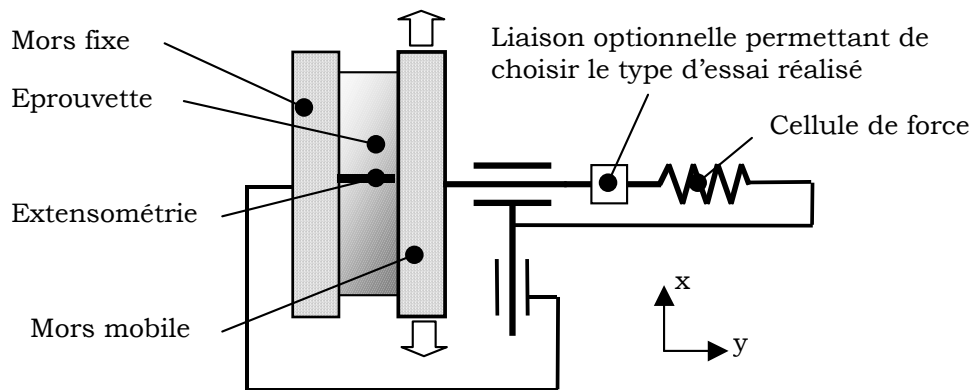


Figure 24 : Schéma cinématique du montage de cisaillement

Les dimensions maximales d'éprouvettes sont $20 \times 68 \text{ mm}^2$. L'épaisseur de l'éprouvette peut être très importante mais il faut cependant prendre garde à ne pas dépasser les charges maximales pour lesquelles le montage est conçu. La zone sollicitée est réglable (au début de l'essai). Elle est prise, conventionnellement, égale à 3 mm.

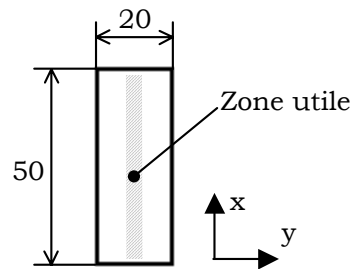


Figure 25 : Schéma d'une éprouvette de cisaillement

Ce montage permet la réalisation d'essais mors libre et mors fixe. Dans le cas mors fixe, la distance entre les deux mors est maintenue constante au cours de l'essai et les contraintes transverses sont mesurées. On réalise ainsi un essai de cisaillement simple. Dans l'autre cas, l'écartement des deux mors est libre de varier et le type de cisaillement réalisé est plus incertain.

Nous avons rejeté le mode de sollicitation mors fixe pour trois raisons :

- il est difficile d'interdire les déplacements horizontaux du mors quand leurs valeurs sont de l'ordre de celles attendues en rattrapage de jeux d'une part et qu'il sont facilement imputable à la complaisance machine d'autre part,
- la mesure de la contrainte transverse nécessite l'emploi d'une cellule de force dont le fonctionnement repose sur un allongement,
- il s'agit d'une configuration mécaniquement pénalisante où les risques de glissement dans les mors sont plus importants que pour un essai mors libre.

Validation

L'étude de validation de ce montage passe par la réalisation d'essais en extensométrie optique afin :

- de valider l'homogénéité des déformations,
- de s'assurer du mode de cisaillement effectivement imposé à l'échantillon,
- de comparer les résultats obtenus avec ceux de l'extensométrie « classique »,

Nous devons en premier lieu qualifier l'homogénéité des déformations. Pour cela, nous avons mesuré des profils par extensométrie optique bidimensionnelle. Les déformations transversales (selon l'axe y) sont bien homogènes comme le montre la figure 26 tracée pour une déformation L_{xy} de 9%. Les ondulations obtenues sont liées à la faible dimension d'extensométrie.

Les profils obtenus longitudinalement sont moins satisfaisants. Ils montrent une déformation L_{yy} non pas constante mais fonction de la cote x . Cette valeur est centrée autour de la valeur théorique attendue en cisaillement simple, calculée à partir de l'équation (77) et de la valeur de L_{xy} mesurée.

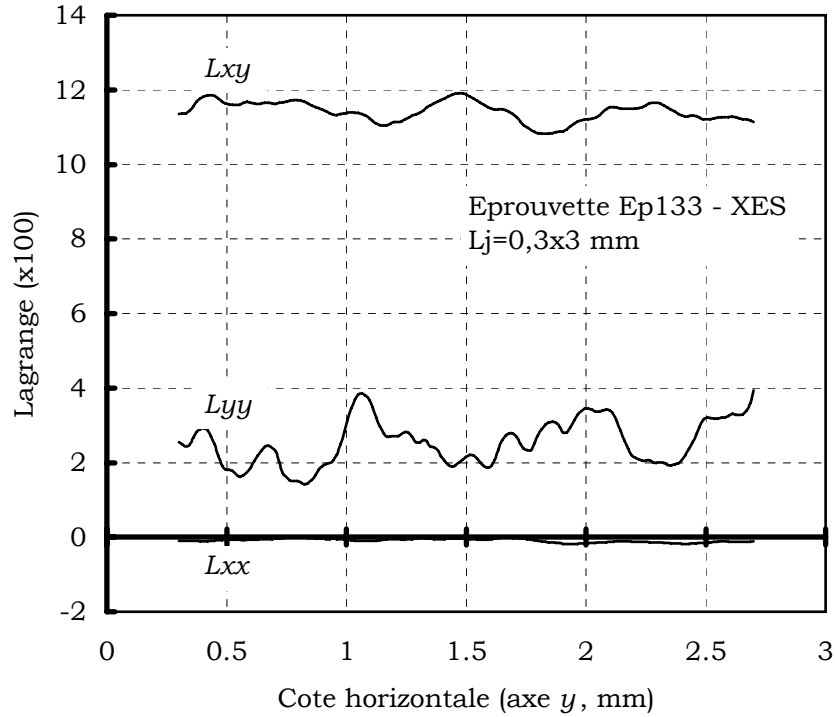


Figure 26 : Profil de déformation selon l'axe y , à mi-distance de l'axe x

La figure 28 présente un profil obtenu à la fin d'un premier brin de chargement. Elle correspond à un déplacement du mors mobile dans la direction des x croissants. La figure 29 correspond à la fin du deuxième brin du même essai. Le mors mobile est maintenant du côté des x décroissants. Cette dissymétrie de L_{xx} liée au sens de déplacement du mors mobile doit correspondre à un basculement de celui-ci.

Un tel comportement peut s'expliquer par des jeux trop importants au niveau des glissières. Ce basculement est schématisé figure 27.

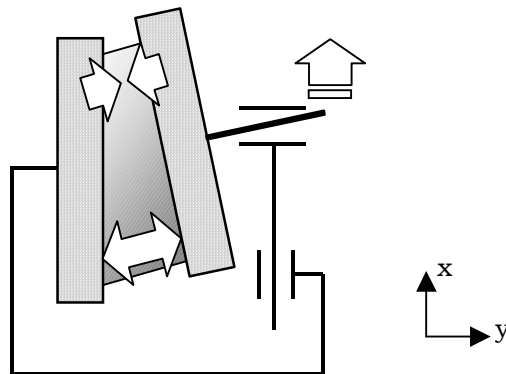


Figure 27 : Effets d'un basculement du mors mobile

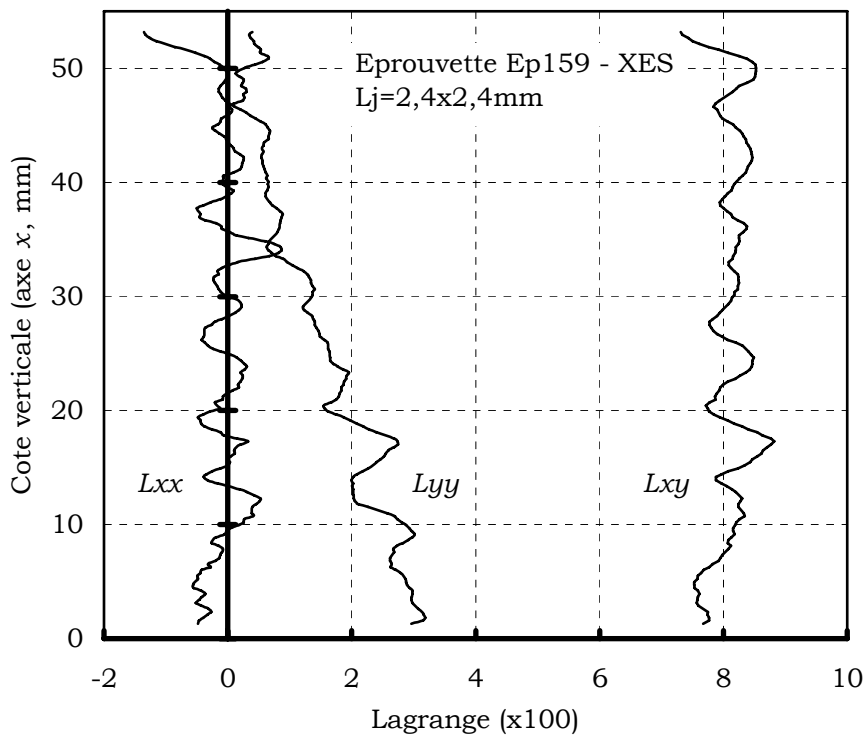


Figure 28 : Profil de déformation selon l'axe x à la fin du premier brin de chargement

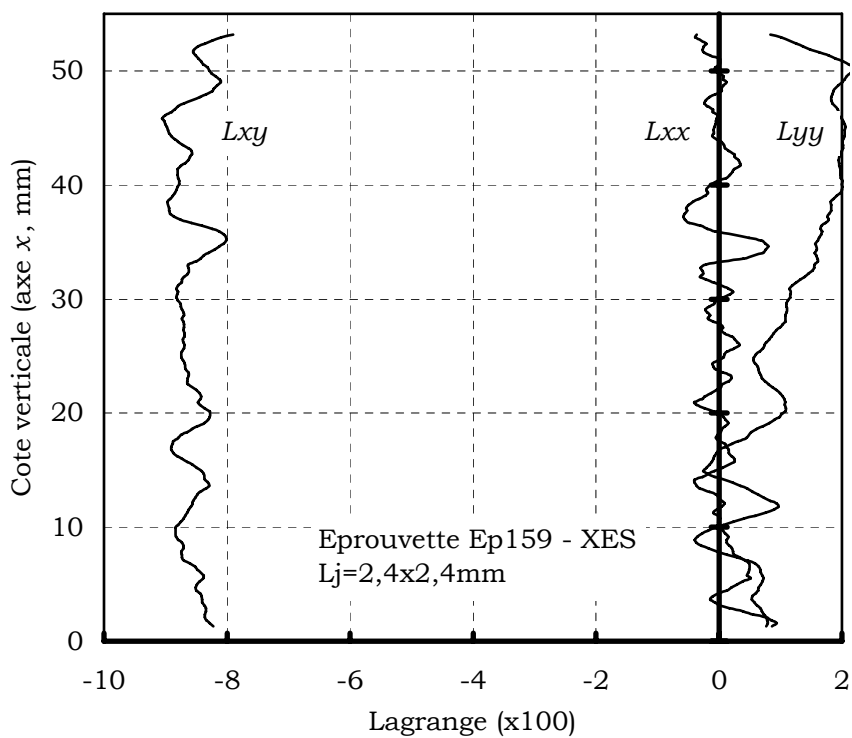


Figure 29 : Profil de déformation selon l'axe x à la fin du deuxième brin de chargement

Il nous faut à présent vérifier le type de cisaillement effectivement réalisé lors des essais mors libres. Les résultats précédents montrent une valeur moyenne de la déformation transverse proche de celle attendue en cisaillement simple. Deux outils nous permettent de juger du type des déformations :

- les composantes de la trace du tenseur des déformations de LAGRANGE. Elles doivent être nulles sauf L_{yy} dans le cas du cisaillement simple.
- l'orientation du repère principal des déformations qui est constante en cisaillement pur et variable en cisaillement simple.

Les composantes de la trace du tenseur des déformations lors d'essais sur acier sont présentées figure 30. Le cas de l'aluminium est présenté figure 31. L'allure générale des courbes est celle attendue en cisaillement simple. Ce résultat est cohérent. En effet, la plasticité apparaissant à volume constant, elle doit conduire à du cisaillement simple puisque cet essai correspond à une surface d'échantillon inchangée. Les déformations élastiques sont quant à elles très faibles et les termes de second ordre des tenseurs des déformations sont négligeables. Les deux types de cisaillement deviennent équivalents.

Pour l'acier, on observe une légère dérive de L_{xx} correspondant à une mise en compression de l'éprouvette. Pour l'aluminium, cette dérive est beaucoup plus marquée mais correspond à une sollicitation en tension. Ces dérives s'expliquent par le basculement du mors mobile lors de l'essai, observé sur les profils de la figure 29 et de la figure 30. Dans le cas de l'aluminium, ce basculement s'accompagne d'une extraction de l'éprouvette au cours de l'essai qui inverse l'effet observé sur la déformation transverse (L_{yy}). Il est à noter que, selon les notices techniques disponibles, les mors utilisés pour les essais n'ont pas été conçus pour la mise en sollicitation des alliages d'aluminium. L'observation attentive des images prises au cours des essais révèle également un mouvement de l'éprouvette par rapport aux mors.

L'orientation α du repère des directions principales des déformations est également un bon indice du type de sollicitation réalisée. Nous avons tracé ces évolutions pour l'acier et l'aluminium.

Ces courbes confirment nettement la prédominance du cisaillement simple. Dans le cas de l'acier XES (Figure 32), l'orientation du repère reste bonne tout au long de l'essai. Pour l'aluminium, par contre, la figure 33 montre clairement l'influence de la dérive de L_{yy} . L'orientation du repère principal des déformations ne reste conforme à la valeur théorique attendue que lors du premier brin du chargement.

Enfin, pour qualifier la méthode d'extensométrie utilisée par RENAULT, un tracé comparatif des valeurs de déformations obtenues par mesure de pente et par extensométrie optique par corrélation d'image est donné figure 34 (page 58).

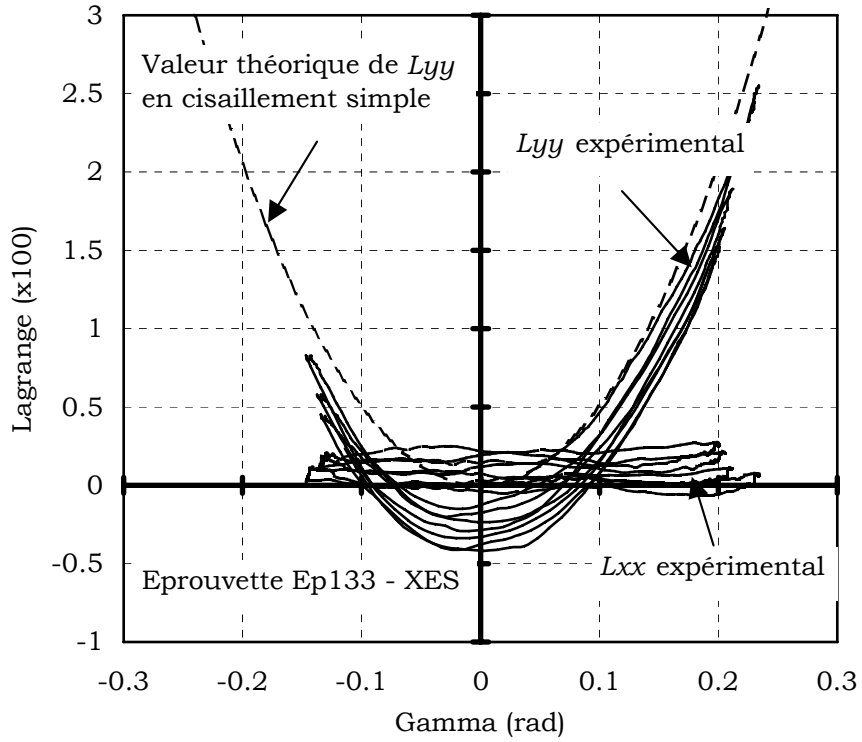


Figure 30 : Composantes diagonales du tenseur des déformations lors d'un essai de cisaillement cyclique l'acier XES

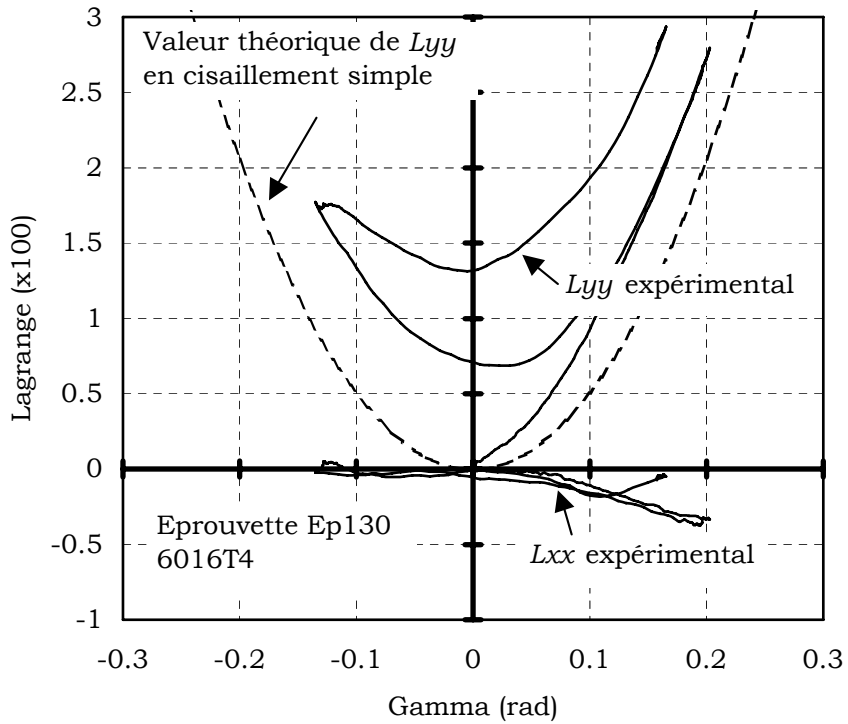


Figure 31 : Composantes diagonales du tenseur des déformations lors d'un essai de cisaillement cyclique sur aluminium 6016T4

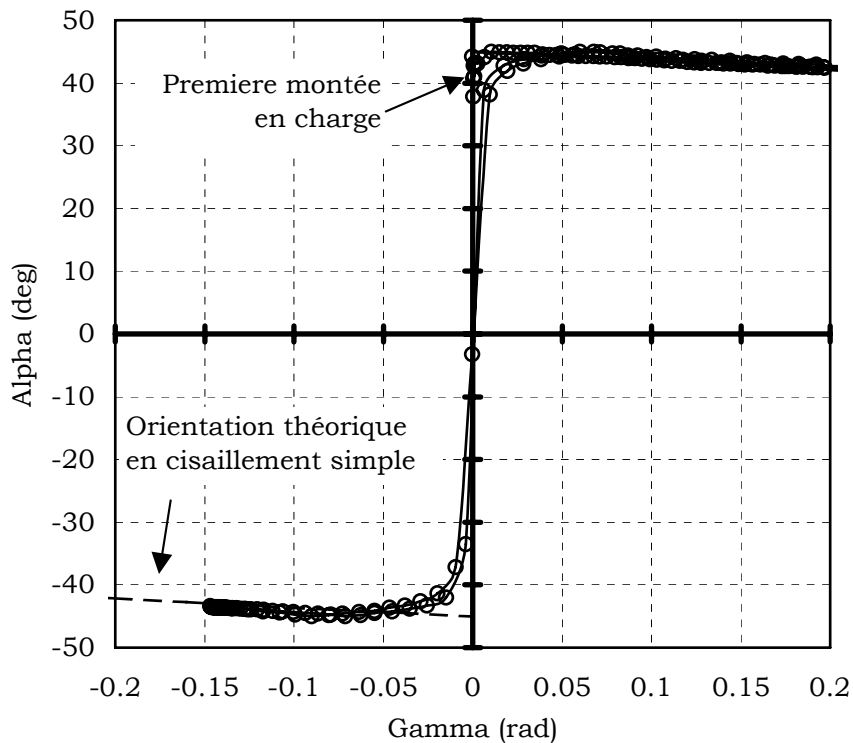


Figure 32 : Orientation du repère principal des déformations lors d'un essai de cisaillement cyclique sur l'acier XES

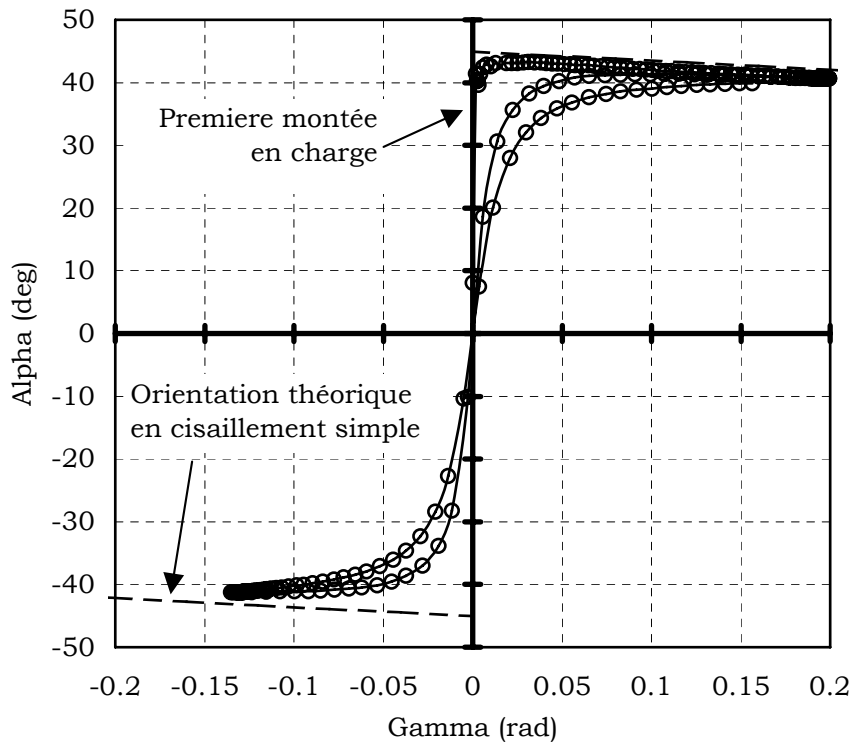


Figure 33 : Orientation du repère principal des déformations lors d'un essai de cisaillement cyclique sur l'aluminium 6016T4

L'extensométrie optique fournissant une valeur de déformation de LAGRANGE, il est nécessaire de supposer une forme de tenseur de déformation pour exprimer la contrainte en fonction de l'angle γ . C'est pourquoi le graphique présente une valeur de déformation en extensométrie optique pour le cisaillement pur (CP) et une autre pour le cisaillement simple (CS). Pour la méthode « classique » la mesure de pente est traduite en une déformation de cisaillement simple en utilisant l'équation (77). L'extensométrie optique par corrélation calcule les déformations directement à partir du tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} . Les valeurs obtenues sont comparables. Cela valide la méthode d'extensométrie propre au montage : il est possible d'utiliser la pente d'une droite pour mesurer la valeur γ du cisaillement.

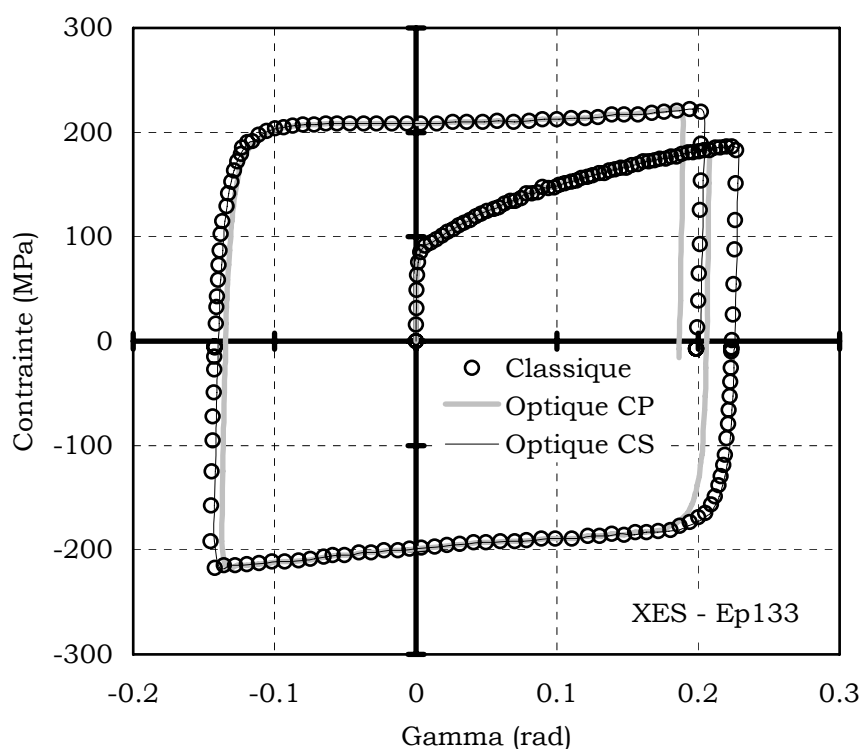


Figure 34 : Comparaison des extensométries optique et classique sur un essai de cisaillement

Simulation numérique

Nous avons voulu confirmer nos observations expérimentales à l'aide d'une simulation numérique afin de définir lesquels des phénomènes observés sont liés au montage et lesquels sont effectivement caractéristiques du matériau et des conditions aux limites imposées. Les calculs sont réalisés à l'aide du logiciel aux éléments finis ABAQUS 5.8 sur un ordinateur de type PC.

Le matériau modélisé est un alliage d'aluminium. Les propriétés retenues sont un écrouissage isotrope linéaire par segment (cf. tableau 9), un module

d'élasticité de 70 GPa et un coefficient ν égal à 0,34. Les dimensions d'éprouvette sont $1 \times 3 \times 40 \text{ mm}^3$.

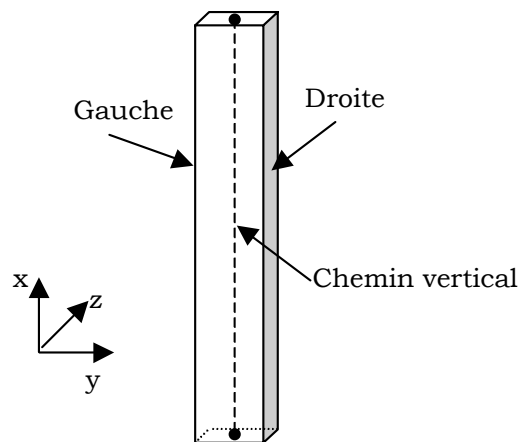


Figure 35 : Éprouvette de cisaillement modélisée

Le maillage est constitué d'éléments briques quadratiques de type « C3D20R » comprenant 20 nœuds et 8 points d'intégrations. La face *gauche* est encastée ; la face *droite* subit un déplacement imposé de 1 mm dans la direction x . Selon qu'il s'agit d'un essai *mors libre* ou *mors fixe*, les déplacements de la face *droite* sont libres ou interdits dans la direction y (voir figure 35). Le calcul est fait en grandes déformations (paramètre « NLGEOM »).

Tableau 9 : Modélisation de l'écroutissage de l'alliage d'aluminium

Déformation plastique	Contrainte associée (MPa)
0	96
$1 \cdot 10^{-3}$	109
$3,3 \cdot 10^{-3}$	119
$18,5 \cdot 10^{-3}$	145
$100 \cdot 10^{-3}$	260

Les déformations utilisées par ABAQUS sont les déformations nominales [GILO 92] définies de la façon suivante :

$$\mathbf{NE} = \sqrt{\mathbf{FF}^t} - \mathbf{I} \quad (79)$$

Pour un déplacement du mors mobile de 1 mm, on obtient comme sollicitation :

$$\begin{aligned} \gamma &= \arcsin(1/3) = 0,34 \text{ rad} && \text{en cisaillement pur} \\ \gamma &= \arctan(1/3) = 0,32 \text{ rad} && \text{en cisaillement simple.} \end{aligned}$$

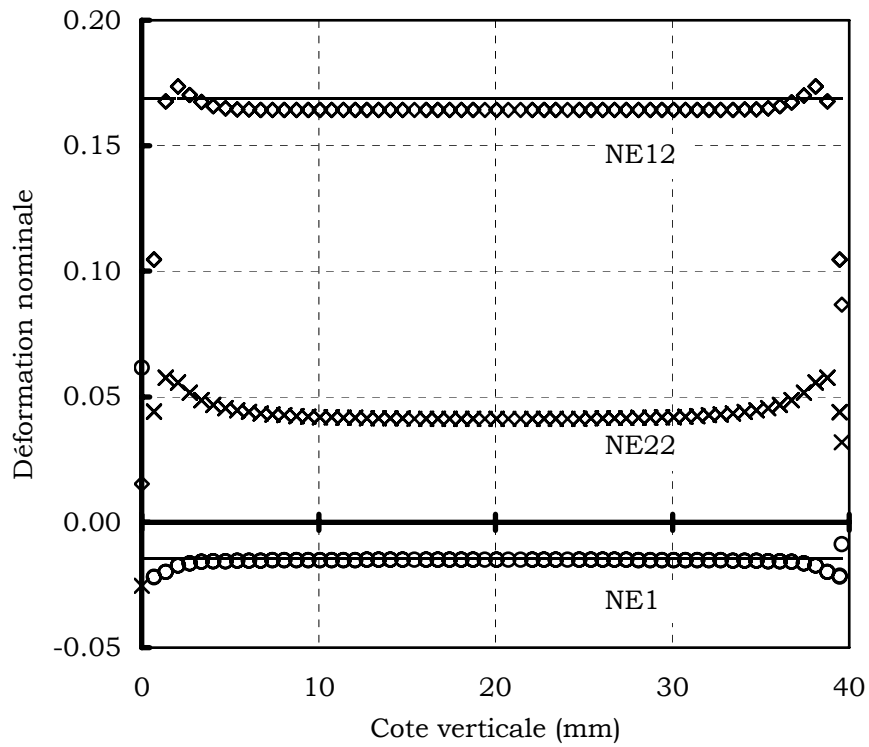


Figure 36 : Profils verticaux de déformation en cisaillement pur

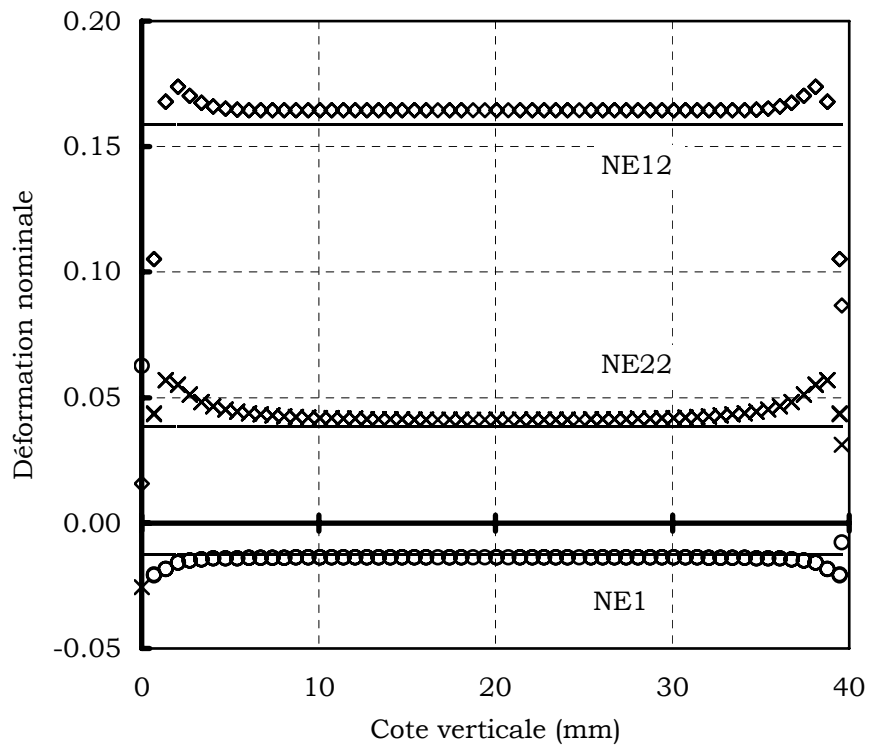


Figure 37 : Profils verticaux de déformation en cisaillement simple

Pour ces valeurs, les tenseurs analytiques des déformations de cisaillement pur et simple se présentent respectivement sous la forme :

$$\mathbf{NE}_{CP} = \begin{bmatrix} \frac{1 + \sin \gamma + \cos \gamma}{2\sqrt{1 + \sin \gamma}} & \frac{1 + \sin \gamma - \cos \gamma}{2\sqrt{1 + \sin \gamma}} \\ \frac{1 + \sin \gamma - \cos \gamma}{2\sqrt{1 + \sin \gamma}} & \frac{1 + \sin \gamma + \cos \gamma}{2\sqrt{1 + \sin \gamma}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,4 \cdot 10^{-2} & 1,7 \cdot 10^{-1} \\ 1,7 \cdot 10^{-1} & -1,4 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (80)$$

$$\mathbf{NE}_{CS} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2/4}} - 1 & \frac{\gamma/2}{\sqrt{1 + \gamma^2/4}} \\ \frac{\gamma/2}{\sqrt{1 + \gamma^2/4}} & \frac{1 + \gamma^2/2}{\sqrt{1 + \gamma^2/4}} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,2 \cdot 10^{-2} & 1,6 \cdot 10^{-1} \\ 1,6 \cdot 10^{-1} & 3,8 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (81)$$

Les figure 36 et figure 37 présentent les profils de déformations obtenus, tracés le long du *chemin vertical* représenté sur la figure 35. Il s'agit de l'axe de symétrie vertical de l'éprouvette. Les valeurs analytiques attendues sont présentées en traits continus. Il est clairement visible que les deux résultats sont très proches et qu'ils correspondent au cas du cisaillement simple.

Cette campagne nous à donc montré que le dispositif expérimental dont nous disposons nous permet de réaliser un essai de cisaillement simple. Cette affirmation n'est vraie que pour les matériaux testés, dans l'ordre de grandeur des déformations étudiées. En effet, le type de déformation obtenue est dépendant du comportement et notamment de l'incompressibilité plastique. On note également la dérive des directions principales des déformations au cours des essais cycliques ainsi que l'extraction hors des mors de l'éprouvette d'alliage d'aluminium comme des sources d'erreur potentielle lors de l'identification du comportement.

2.2 Mise au point d'un essai de compression large

2.2.1 Faisabilité de l'essai

La compression large est un état de chargement dans le plan du matériau au cours duquel une direction est comprimée en imposant une déformation nulle dans la direction transverse.

Son intérêt est évident si l'on considère le graphique représentatif des données expérimentales dans l'espace des contraintes. L'ensemble des points expérimentaux se trouve généralement concentrés dans la moitié de l'espace des contraintes pour

laquelle $\sigma_2 > -\sigma_1$. La compression plane complètement efficacement la base de données en fournissant deux points dans le troisième quadrant.

Une représentation graphique est donnée figure 38 de deux jeux de paramètres identifiés sur des essais construits numériquement. Malgré des valeurs de contraintes seuil strictement identiques pour les essais de traction et de cisaillement, les essais de compression large permettent d'écarter la surface de charge isotrope centrée.

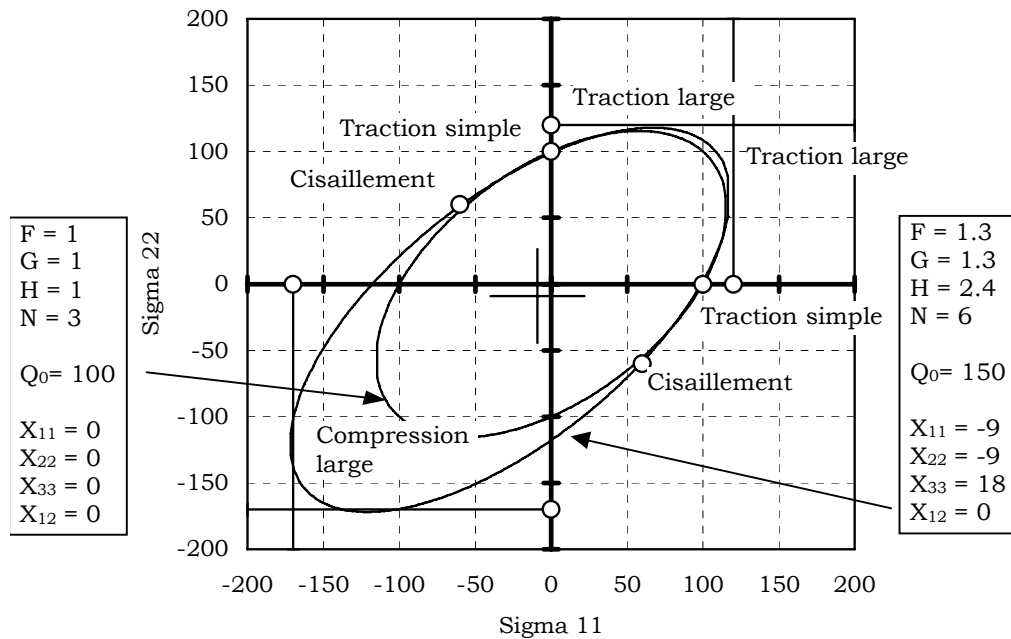


Figure 38 : Identification de surface de charge

La mise au point d'un tel essai nécessite d'atteindre un double objectif. D'une part, il est impératif de s'affranchir des problèmes de flambement intrinsèquement liés à la mise en compression par la tranche d'un matériau dont l'épaisseur peut être inférieure à un millimètre. D'autre part, il s'agit de définir une géométrie permettant de considérer une section pour laquelle l'état de contrainte reste large et uniforme tout au long de l'essai.

Du point de vue de l'analyse des structures, le problème du flambement se pose sous la forme d'une poutre élancée chargée à son extrémité. EULER a démontré dès 1744 qu'il est impossible d'imposer une charge supérieure à une certaine valeur appelée charge limite :

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI_z}{L_{fl}^2} \quad \text{avec} \quad I_z = \frac{bh^3}{12} \quad (82)$$

I_z , moment d'inertie quadratique, est donné pour une section rectangulaire. Le problème est schématisé figure 39. Cette valeur, maximum théorique pour un cas de

chargement parfait, n'est pas réaliste mais représente un bon indicateur comparatif. La résistance au flambement est proportionnelle à $E.I_z$ et inversement proportionnelle au carré d'une longueur libre de flambement. Celle-ci est une fonction de la longueur de la poutre et de son mode de liaison au bâti. D'une façon approximative, on considère que L_{fl} correspond à la distance entre deux points d'inflexion de la déformée :

- poutre entre deux rotules : $L_{fl} = L$
- poutre entre deux encastremets : $L_{fl} = L/2$

Les autres configurations conduisent dans tous les cas à des valeurs de longueur libre de flambement intermédiaires.

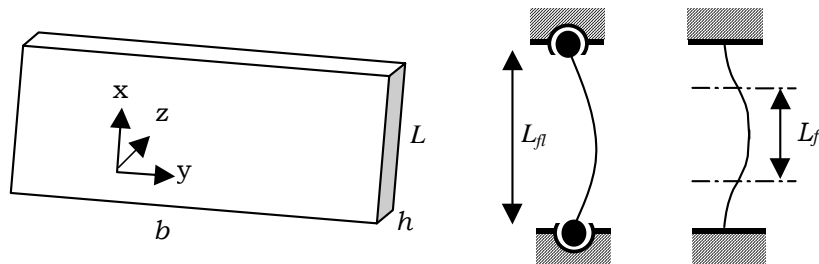


Figure 39 : Flambement

Dans la pratique, on préfère utiliser l'élançement, valeur qui regroupe toutes les grandeurs géométriques de la pièce dans un seul coefficient sans unité. Pour une section rectangulaire, on a :

$$\Lambda = L_{fl} \sqrt{bh.I_z^{-1}} = L_{fl} \sqrt{bh \cdot \frac{12}{bh^3}} = L_{fl} \sqrt{\frac{12}{h^2}} \quad (83)$$

ainsi que la contrainte critique :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\Lambda^2} \quad (84)$$

En première approximation, la hauteur nécessaire à l'extensométrie optique est, hors tout, de 10 mm. Les applications numériques utilisant cette valeur sont présentées dans le tableau 10. Le flambement est un problème spatial : il n'y a pas de direction privilégiée a priori. Dans notre cas, seule la dimension h est petite et nous considérons uniquement les cas de flambement dans la direction z . La largeur b de l'éprouvette n'intervient pas dans le calcul.

Les résultats présentés montrent que nous sommes dans une situation où le risque de flambement élastique est moyen (λ compris entre 20 et 50). La réalisation de l'essai de compression large est envisageable. Ils soulignent l'intérêt d'une solution technologique conduisant à un double encastrement de l'éprouvette dans les mors, la

contrainte critique étant pour cette géométrie très supérieure à la limite élastique des deux matériaux.

Tableau 10 : Valeurs caractéristiques du flambement selon le matériau

Matériau	XES (h=0,8mm ; E=2E5)		6016T4 (h=1mm ; E=7E4)	
	λ	σ_{cr} (GPa)	λ	σ_{cr} (GPa)
Rotules	43	1,1	34	0,6
Encastrements	22	4,2	17	2,3

2.2.2 Détermination numérique d'une géométrie d'éprouvette

Le choix pertinent de la géométrie est réalisé à l'aide d'outils numériques permettant la simulation de l'essai. Il s'agit de déterminer le bon compromis pour répondre aux exigences de natures très différentes qui se posent :

- éviter le flambement ; c'est à dire diminuer la longueur L ,
- être capable d'extraire une éprouvette de compression large d'une éprouvette déjà sollicitée en traction simple pour laquelle la zone de déformations homogènes n'excède pas $18 \times 100 \text{ mm}^2$. L'objectif est de réaliser à terme des trajets de déformations complexes traction puis compression dans la direction transverse.
- conserver un écartement des mors au moins égal à 10 mm pour permettre la mesure par extensométrie optique ; c'est à dire conserver $L > 10$,
- obtenir des déformations homogènes dans l'éprouvette pour être capables de dépouiller directement les résultats en termes de contraintes ; c'est à dire augmenter la longueur L et la largeur b ,
- réduire la charge de sollicitation en compression pour être éventuellement capable de réaliser des essais sur les nouvelles nuances de matériaux à très hautes limites élastiques ; c'est à dire diminuer la largeur b .

Pratiquement, il s'agit pour nous de déterminer la largeur d'éprouvette idéale. Nous avons modélisé une éprouvette rectangulaire d'épaisseur 1 mm et de hauteur 10 mm. La largeur envisagée varie entre 20 et 80 mm. Le matériau est un alliage d'aluminium dont le comportement correspond à celui donné chapitre 2.1.2 (cf. tableau 9 page 59). Le maillage est constitué d'éléments briques quadratiques de type « C3DR20R » comprenant 20 nœuds et 8 points d'intégrations.

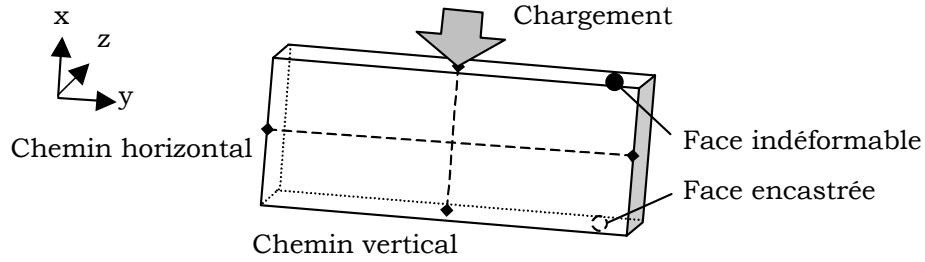


Figure 40 : Modélisation de l'essai de compression

Le calcul des valeurs analytiques ne pose aucun problème. On utilise les équations (68), (69) et (70) données dans le cadre de la traction large (page 45) pour exprimer la contrainte équivalente :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_y)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\nu - 1)^2 + 1 + \nu^2]} \cdot \sigma_x \approx 0,88 \sigma_x \quad (85)$$

Et on rappelle l'expression du rapport entre module d'élasticité et module apparent :

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1 - \nu^2) \quad (86)$$

Dans notre cas, puisque la limite d'élasticité vraie en traction simple est fixée à 96 MPa, la contrainte seuil attendue pour un essai large vaut 109 MPa et le module apparent 79 GPa au lieu de 70 GPa en traction simple.

La figure 41 présente les profils obtenus à mi hauteur de la face avant de l'éprouvette, le long du *chemin horizontal*. La déformation transverse maximale liée à la présence des bords libre est quasiment constante d'une géométrie à une autre. Par contre, la profondeur et la largeur de la vallée, au centre de l'éprouvette, augmentent avec b tandis que la déformation longitudinale moyenne évolue en sens inverse.

A partir de 40 mm de largeur, la déformation transverse devient quasi nulle au centre de l'éprouvette et la valeur de la déformation longitudinale se stabilise. La largeur minimale d'éprouvette est donc 40 mm. Expérimentalement, nous avons préféré prendre une marge de sécurité de 25%. La largeur des éprouvettes sera donc de 50 mm.

Nous avons réalisé numériquement une courbe d'écrouissage pour cet essai. Les déformations mesurées sont moyennées sur une surface correspondant à un extensomètre de $3 \times 3 \text{ mm}^2$ au milieu de la face avant de l'éprouvette. On vérifie que le module apparent est correct. Le seuil de perte de linéarité détecté sous estime de 3,6% la valeur théorique attendue, ce qui est tout à fait acceptable.

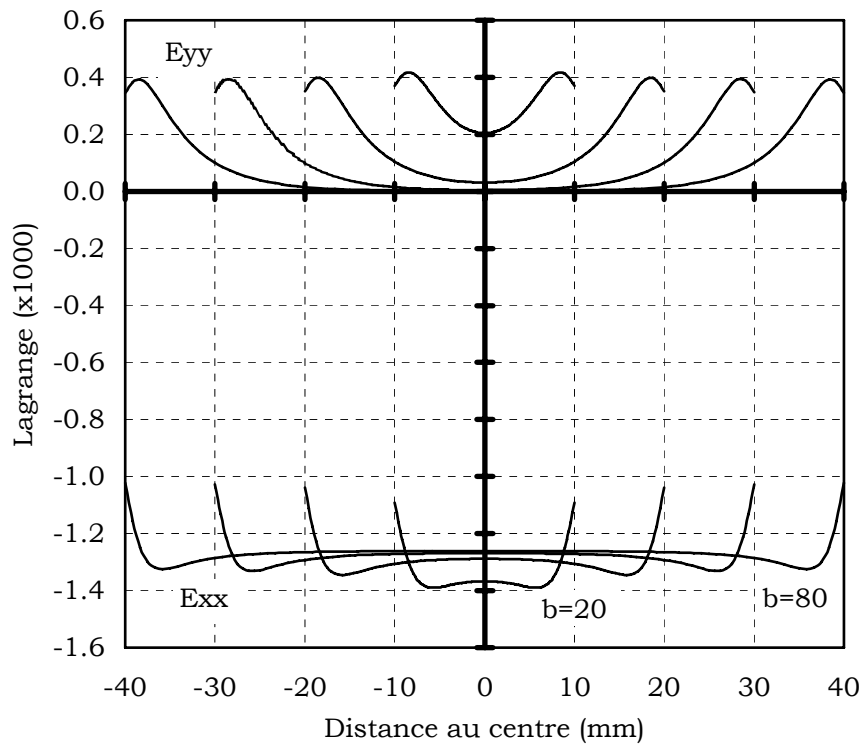


Figure 41 : Profils de déformations pour différentes largeurs d'éprouvettes d'un alliage d'aluminium en compression large à 100 MPa (Simulation numérique)

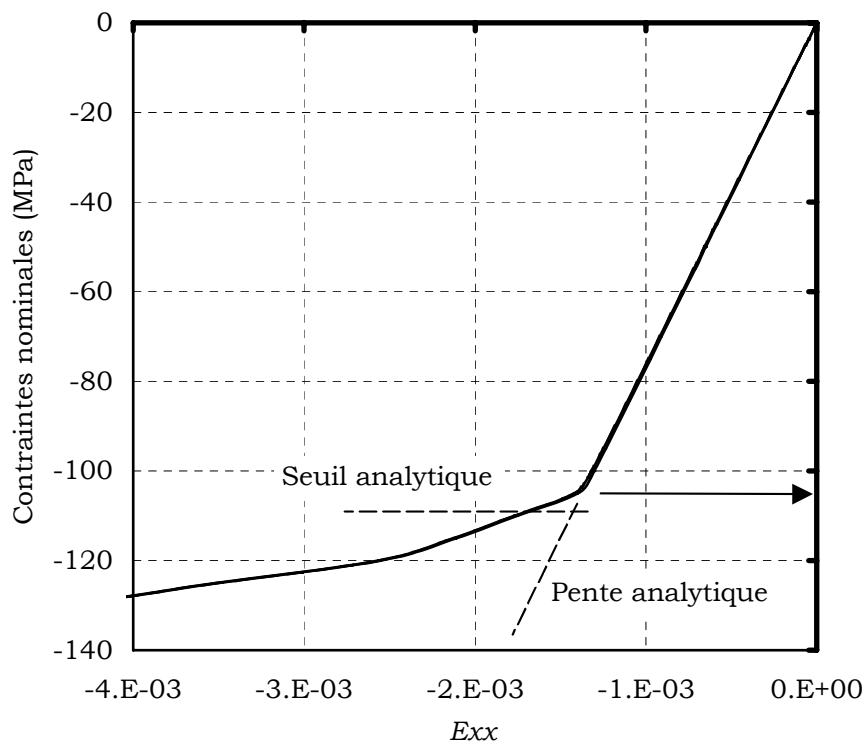


Figure 42 : Courbe d'écroutissage d'un alliage d'aluminium 7en compression large (Simulation numérique)

2.2.3 Développement d'un banc expérimental

Le montage de compression vient s'adapter sur une machine initialement destiné à la réalisation d'essais de traction. C'est pourquoi nous avons développé un portique d'inversion de forces qui, par un mécanisme de mobile, permet d'obtenir une sollicitation en compression tout en maintenant l'ensemble de la ligne d'amarrage en traction. Ceci est particulièrement intéressant, voire indispensable, lorsque la rigidité propre des guidages de la machine est faible, ce qui est généralement le cas sur des systèmes destinés à la traction. On évite ainsi tout risque de flambement. Ce portique offre également l'intérêt de présenter une rigidité importante en flexion ainsi qu'un quadruple guidage long par rouleaux à billes des mors l'un par rapport à l'autre ce qui assure une mise en charge parfaitement maîtrisée et reproductible.

La mission principale des mors est de maintenir fermement l'éprouvette en position lors de la charge. La surface de serrage dont nous disposons est de petite dimension puisque, nous l'avons vu, nous désirons pouvoir découper des éprouvettes de compression dans des éprouvettes déjà sollicitées en traction simple. La largeur d'une éprouvette de traction après chargement avoisine 18 mm. La mesure optique des déformations, dans les conditions *ad hoc*, nécessite au moins 6 mm et il est indispensable d'imposer, entre le mors et la zone investie, une zone d'accommodation d'au moins 1 mm. On voit clairement que :

$$\frac{18 - (6 + 2 \times 1)}{2} = 5 \quad (87)$$

Il reste donc une hauteur de 5 mm disponible pour chaque encastrement.

Nous avons opté pour l'utilisation d'un serrage par tronc conique. Cette technique permet d'imposer des efforts de serrage importants sur une surface faible tout en assurant un auto centrage de l'éprouvette. Ce dernier point est particulièrement important pour notre essai puisque le flambement qui est notre souci principal est directement fonction des dissymétries de chargement. Le serrage conique nécessitant un ajustement mâle/femelle de qualité, l'utilisation de matériaux de différentes épaisseur imposent l'emploi de tas rapportés permettant un ajustement du diamètre des cônes mâles pas l'ajout de clinquants calibrés.

L'ensemble de la ligne d'amarrage ainsi décrite ne présente aucun degré de liberté ce qui est susceptible de poser un problème dans le cas fortement probable où les alignements ne sont pas parfaits. C'est pourquoi nous avons ajouté une liaison rotule entre le portique d'inversion et le mors haut. Lors de la préparation de l'essai, les mors haut et bas sont positionnés l'un par rapport à l'autre. En effet, puisqu'ils sont supportés par des pièces axisymétriques, le bon positionnement des mors l'un par rapport à l'autre suppose le respect de la coaxialité des cylindres extérieurs. La rotule permet d'orienter correctement cet ensemble dans le portique d'inversion et donc de conserver un chargement homogène et symétrique. Elle est situé sur le mors

haut car l'extensométrie optique nécessite que l'éprouvette reste fixe par rapport à un référentiel lié au bâtis de la machine.

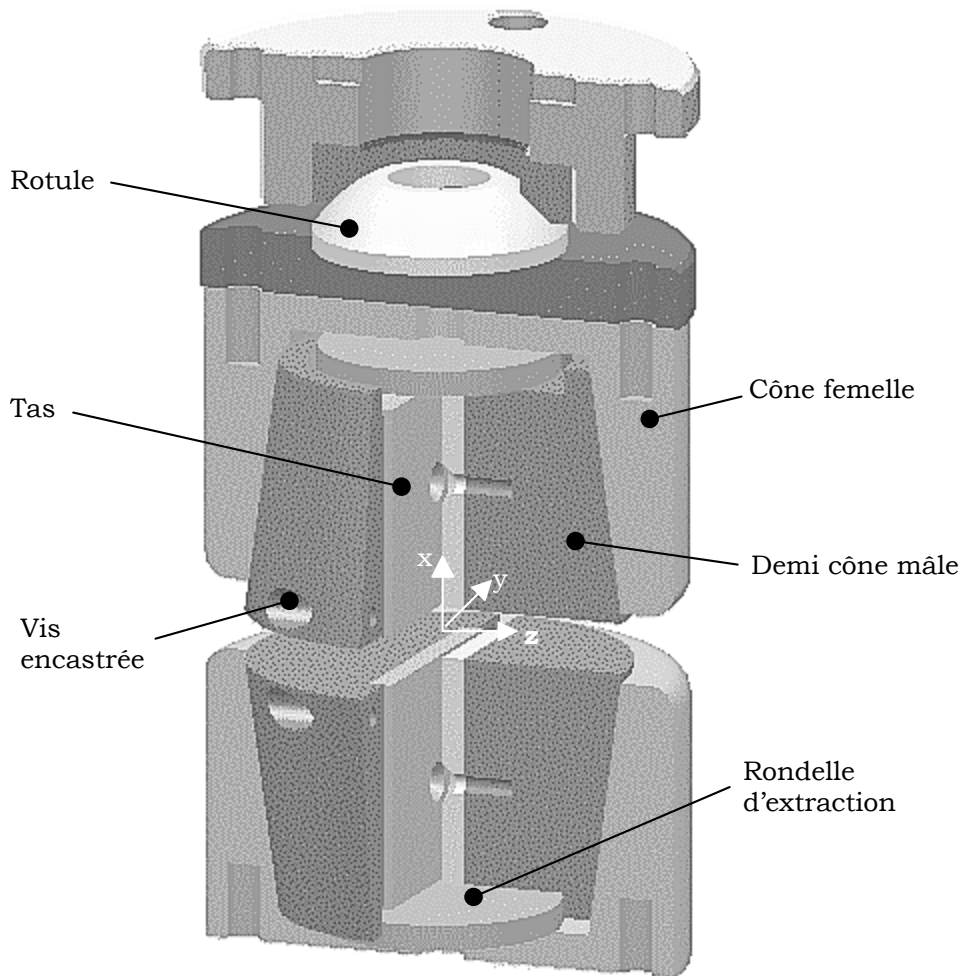


Figure 43 : Vue éclatée du montage de compression large

2.2.4 Qualification du montage réalisé

Simulation numérique

Numériquement, le problème du flambement est modélisé par un défaut de symétrie du chargement. Le chargement imposé ne se trouve pas dans le plan de symétrie de l'éprouvette mais décalé en z d'une valeur δ représentant un défaut de tolérancement.

Les mors peuvent être désorientés et mal positionnés ce qui conduit à cinq défauts de chargement envisageables : trois défauts d'orientation et deux défauts

d'alignement (voir figure 45). Il ne peut pas y avoir de défaut d'alignement selon l'axe x puisqu'il s'agit de la direction de chargement.

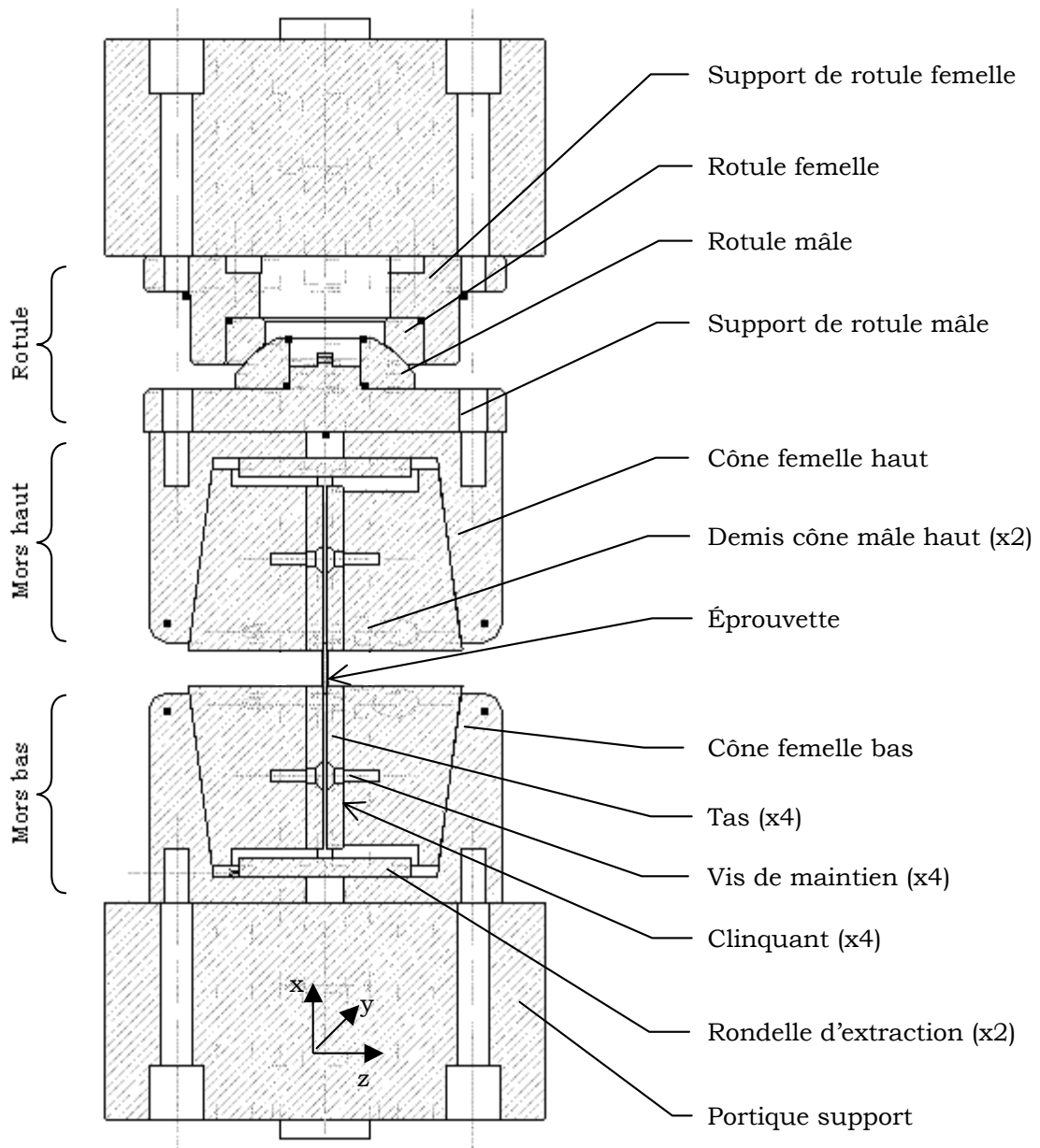


Figure 44 : Plan d'ensemble du montage de compression large

La valeur maximale de ces défauts peut être calculée à partir des spécifications imposées sur le dessin de définition du montage sous forme de tolérances de fabrication. Dans notre cas, le défaut d'alignement maximum admissible mécaniquement est de 0,1 mm et le défaut d'orientation de $1,7 \cdot 10^{-3}$ rad.

La géométrie de la modélisation est la même que celle du chapitre 2.2.2. Le matériau est un aluminium à écrouissage isotrope tel que celui décrit dans le tableau 9 page 59. La largeur d'éprouvette retenue est de 40 mm.

La simulation numérique nous montre que les deux cas de figure qui mettent en jeu la plus grande dimension de l'éprouvette sont particulièrement pénalisants. Il s'agit du défaut d'alignement en y et du défaut d'orientation d'axe z . Heureusement, ces deux cas de figure sont facilement détectables par la valeur anormalement élevée du cisaillement ou par la violente dissymétrie du profil de déformation.

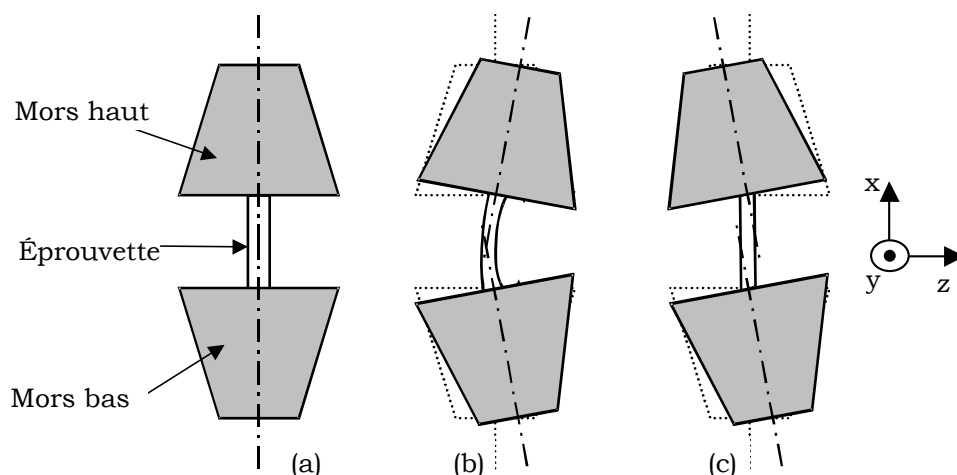


Figure 45 : Défauts de symétrie en compression
(a) cas idéal – (b) défaut d'orientation – (c) défaut d'alignement

Ces résultats sont détaillés sur les figures ci-dessous qui présentent pour chaque défaut les courbes d'écrouissage calculé ainsi que les profils de déformations correspondants.

Tableau 11 : Influence du défaut sur le résultat de compression en simulation numérique

Type de défaut	$\sigma_{\varepsilon=2.10^{-4}}$ ⁸ (MPa)	Écart %	$\frac{\Delta}{NE_{xx}}$	NE_{yy}	NE_{xy}
Cas idéal	108	-	< 1%	2.10^{-5}	0
Mauvais alignement en y	75	30	$\approx 10\%$	8.10^{-4}	1.10^{-2}
Mauvais alignement en z	106	< 1	< 1%	8.10^{-4}	-3.10^{-4}
Mauvaise orientation d'axe x	108	< 0.1	< 2%	5.10^{-5}	0
Mauvaise orientation d'axe y	108	< 0.1	< 1%	2.10^{-5}	0
Mauvaise orientation d'axe z	95	12	> 100%	0	0

⁸ Contrainte mesurée pour une déformation plastique nominale de 2.10^{-4}

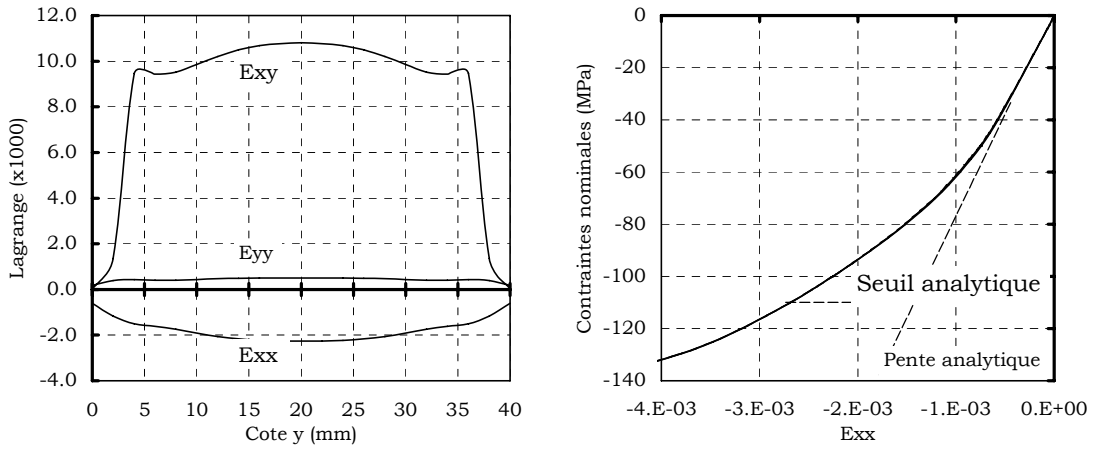


Figure 46 : Mauvais alignement en y

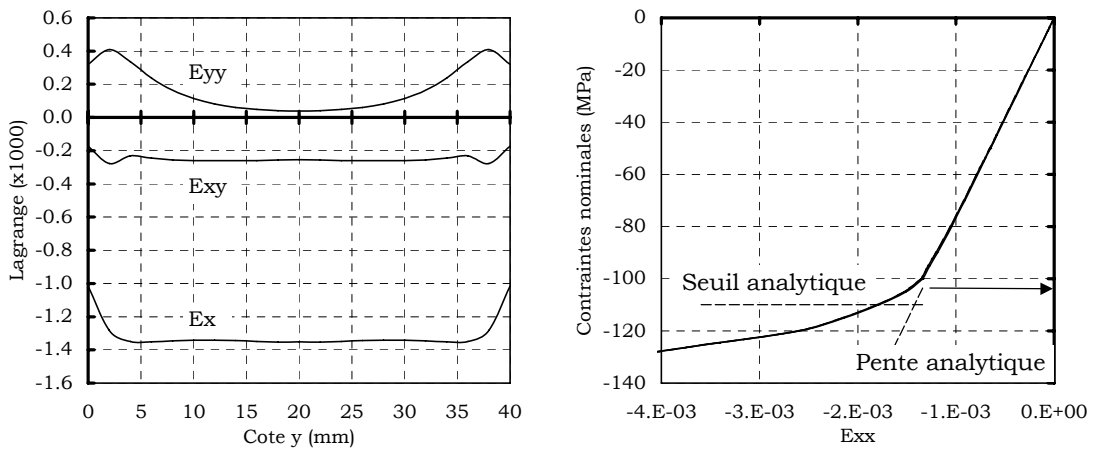


Figure 47 : Mauvais alignement en z

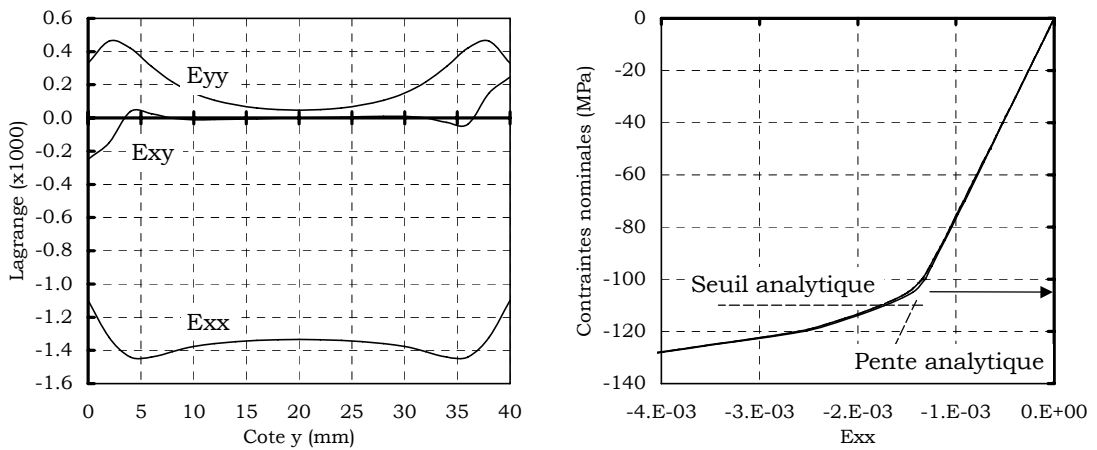


Figure 48 : Mauvaise orientation d'axe x

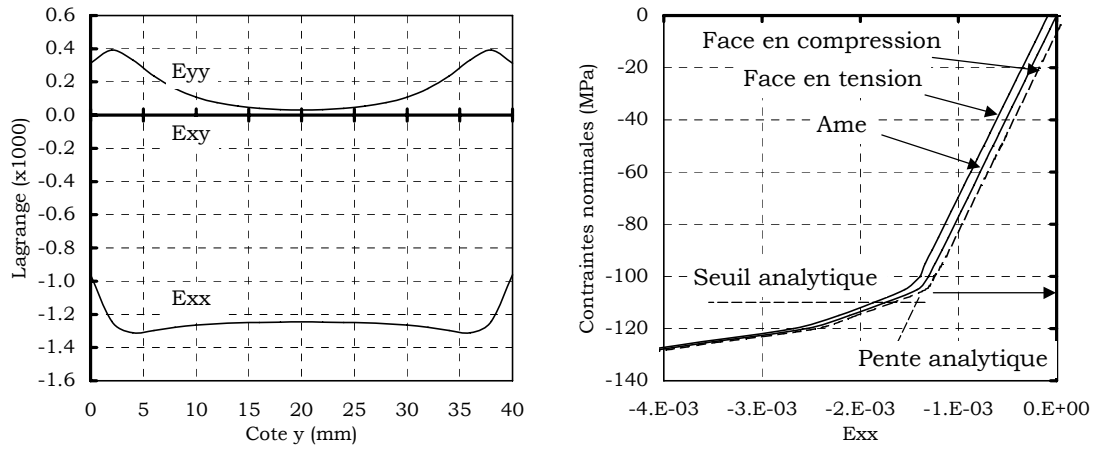


Figure 49 : Mauvaise orientation d'axe y

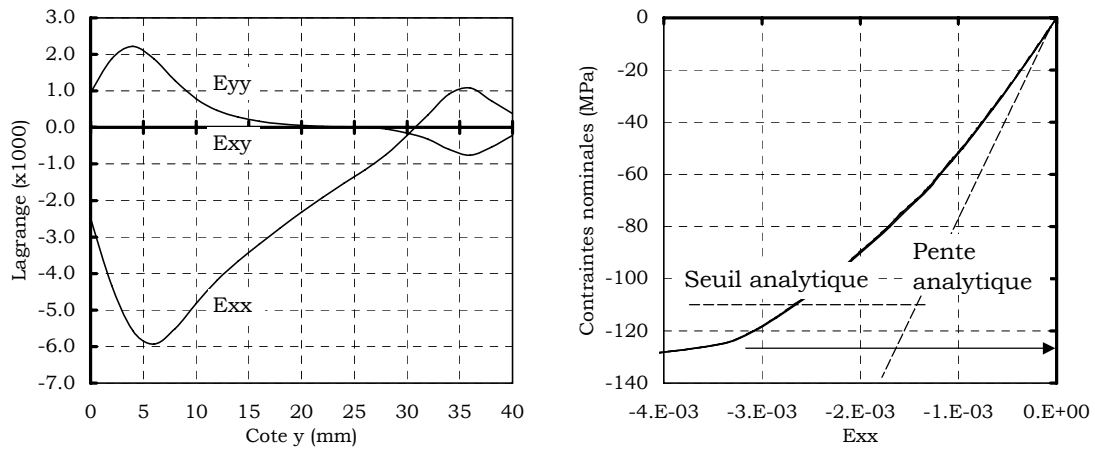


Figure 50 : Mauvaise orientation d'axe z

Chapitre 3

Des essais à la modélisation

Sommaire

3.1	Mise en forme des essais	73
3.2	Présentation du modèle	79

Ce chapitre présente les démarches nécessaires à l'utilisation des données expérimentales préalablement recueillies. Il fait également le point sur la somme des essais effectivement disponibles pour l'identification du comportement de nos matériaux. Dans une seconde partie, le modèle de comportement retenu pour notre étude est détaillé et nous présentons les principaux développements numériques nécessaires.

3.1 Mise en forme des essais

3.1.1 Détermination d'un seuil de plasticité

L'interprétation d'une courbe d'écrouissage élastoplastique nécessite la définition d'une limite d'élasticité. La théorie sur laquelle repose la modélisation suppose en effet une distinction forte entre comportement élastique et plastique. La contrainte seuil de plasticité est clairement définie comme l'origine de toute déformation plastique.

Pour les matériaux métalliques, l'élasticité étant linéaire, tout écart à la proportionnalité devrait donc correspondre à de la plasticité. Dans la pratique, deux problèmes se posent :

- l'apparition de la plasticité est le plus souvent un phénomène diffus et progressif,
- les mesures de contraintes et de déformations sont sujettes à une imprécision intrinsèque qui renforcent ce caractère progressif.

La détection de la non linéarité s'en trouve considérablement compliqué. De ce fait, la détermination d'une contrainte vraie σ_y est impossible et la limite d'élasticité retenue est toujours conventionnelle.

Il existe un grand nombre de critères de plasticité. Ils s'appuient ordinairement sur un même principe qui est d'accepter une petite quantité de plasticité avant la contrainte seuil retenue. La méthode la plus utilisée consiste à se placer à une déformation plastique donnée. Pour cela, on détermine la pente caractéristique de l'élasticité du matériau sur un intervalle de chargement réversible loin de la limite recherchée. La pente ainsi obtenue sert de référence. La droite est ensuite translatée d'une valeur de déformation plastique choisie et son intersection avec la courbe d'érouissage définit la contrainte seuil $\sigma_{x\%}$. Une valeur courante est 0,2% ce qui correspond grossièrement au double de la déformation élastique attendue autour de la contrainte seuil vraie. Cette méthode est intéressante car elle impose un incrément de déformation connu et il est possible de prendre en compte lors de l'exploitation des résultats. Il est également courant de définir la limite élastique à partir d'un écart angulaire avec la pente de la partie linéaire. L'incrément de déformation plastique autorisé n'est plus alors identifié a priori. Cette méthode est bien adaptée lorsque l'on est en présence de modules très dissemblables.

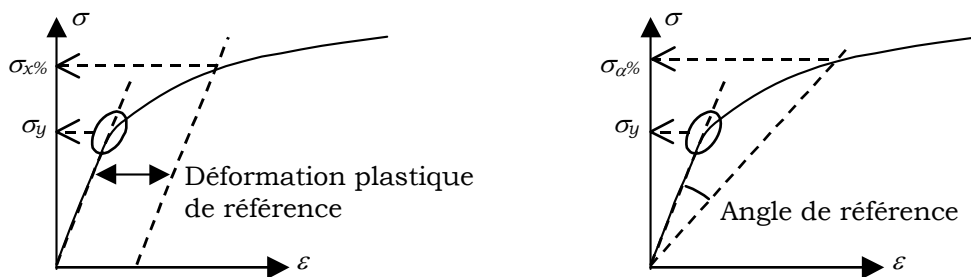


Figure 51 : Contraintes seuils conventionnelles

Nous avons choisi de définir une limite élastique conventionnelle $\sigma_{p(x\%)}$ en imposant non pas une valeur de déformation plastique mais une valeur de déformation plastique équivalente. Le terme x représente une déformation plastique de référence en traction simple sens long et $p(x\%)$ ou p_{seuil} la déformation plastique équivalente correspondante. La surface de charge représente en effet une surface d'iso déformation plastique équivalente. Ce choix est nécessaire pour comparer des contraintes seuils conventionnelles obtenues pour des essais de nature différente. Le rapport entre la déformation plastique et la déformation plastique équivalente dépendant du modèle de comportement retenu, du type d'essai et des paramètres

d'anisotropie, cela se traduit par la nécessité d'exprimer pour chaque essai un incrément de déformation plastique différent. Nous verrons ces expressions lors du développement des équations du modèle spécifique à chaque type d'essais (chapitre 3.2.4 page 87).

Le tableau 12 présente le cas d'un matériau isotrope ce qui permet d'apprécier l'importance des écarts selon le type d'essai.

Tableau 12 : Comparaison des déformations plastiques principales pour une valeur constante de déformation plastique équivalente

Type d'essai	Déformation plastique (%)
Traction simple	2,0
Traction et compression large	1,7
Cisaillement simple	1,7

L'incrément de déformation de référence en traction simple sens long que nous avons choisi se situe dans le bas de la fourchette habituelle en mécanique. Il est de 0,2 milli déformation ($2 \cdot 10^{-4}$). Cette valeur nous est imposée par les essais de large (traction et compression) qui ne permettent pas de réaliser de façon fiable des écrouissages importants.

3.1.2 Traitement des essais

L'exploitation des essais nécessite un traitement préalable indépendant de l'identification du comportement. En effet, les courbes brutes expérimentales présentent certaines limitations intrinsèques :

- déformations élastoplastiques,
- présence éventuelle de paliers de contrainte lors de la mise en place et d'adoucissements de striction en fin d'essai,
- échantillonnages disparates,
- points aberrants,
- formats de fichiers hétérogènes.

Les solutions retenues pour chacune de ces limitations sont différentes. Les points aberrants, palier de mise en place et comportement de striction sont supprimés manuellement au vu des courbes brutes. Par contre, nous avons réalisé un logiciel permettant de soustraire la composante élastique de la déformation, de réaliser un

nouvel échantillonnage homogène entre les essais et d'exporter le résultat de ces traitements sous un format commun à chaque type d'essai.

Ce logiciel fonctionne selon le principe suivant : les données expérimentales brutes sont lues dans le fichier d'origine (le logiciel s'adapte à leur format propre). Ces données sont alors affichées sur l'écran. L'utilisateur définit une plage de linéarité par deux contraintes seuils (contrainte minimale et maximale). On réalise entre ces deux contraintes, une interpolation linéaire sur les données expérimentales :

$$\sigma_{exp} = a\varepsilon^e + b \quad (88)$$

La pente a de la droite obtenue caractérise le comportement élastique du matériau. L'ordonnée à l'origine b n'est pas nulle de façon à améliorer l'identification de la pente. On utilise l'hypothèse d'additivité des déformations pour calculer la déformation plastique :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (89)$$

En introduisant (88) dans (89), il vient :

$$\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma_{exp} - b}{a} \quad (90)$$

Pour les essais de traction simple, on détermine également une pente élastique pour la courbe de déformation transverse.

Pour des raisons techniques liées à la programmation du logiciel d'identification du comportement, nous avons souhaité que la première contrainte de chaque fichier de données corresponde à une déformation plastique nulle. Pour ce faire, lors de la mise en forme de chaque essai, l'utilisateur définit en plus de la contrainte seuil une déformation plastique seuil. Tous les points expérimentaux dont la déformation plastique est inférieure sont écartés. Une interpolation polynomiale quadratique permet d'estimer la contrainte seuil retenue.

Cette démarche est synthétisée sur la figure 52 à travers quatre schémas reprenant les étapes suivantes :

- a) sélection des points participant à la détermination de la pente caractéristique du comportement élastique,
- b) les coefficients caractéristiques de la droite sont identifiés,
- c) sélection d'une déformation plastique seuil pour la prise en compte des données expérimentales,
- d) interpolation polynomiale de la contrainte seuil de plasticité « vraie ».

Pour les essais cycliques, c'est à dire les essais de cisaillement, les courbes expérimentales sont découpées en branches. Le nombre de branches d'un essai peut

être considéré comme le nombre de chargements monotones qui le composent. Un changement de branche correspond à une inversion du signe de la contrainte. Une branche comprend donc une éventuelle décharge élastique et une déformation élastoplastique monotone.

Les courbes expérimentales obtenues en cisaillement cyclique présentent une particularité importante : les modules apparents peuvent varier d'un facteur proche de 10 entre les différents cycles. Cette variation apparaît dès la décharge élastique. Nous avons donc pris le parti de définir un nouveau module pour chaque cycle. Un module constant conduirait en effet à l'apparition d'un écrouissage et d'une déformation plastique lors de la décharge élastique ce qui est contraire aux hypothèses encadrant notre travail.

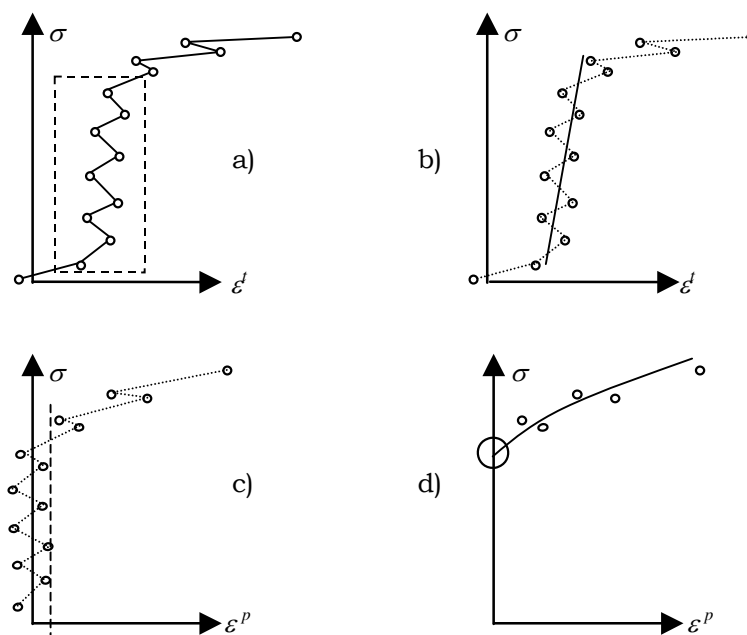


Figure 52 : Principe du prétraitement réalisé sur les données expérimentales

La question de l'échantillonnage final des essais est importante. Le nombre de points représentatifs des courbes est directement proportionnel au temps de calcul lors de l'identification. Il influence par ailleurs la transcription des phénomènes transitoires. D'autre part, toujours dans le cadre de l'identification du comportement, l'échantillonnage assure seul l'équilibre des influences de chaque branche d'un essai cyclique.

L'expérience nous a montré qu'un échantillonnage de 100 points décrit nos courbes d'écrouissage avec une qualité toujours suffisante pour les niveaux d'écrouissage qui nous concernent. A titre d'exemple, pour 10% de déformation totale, cela représente un incrément de 0,1% de déformation. Pour les essais cycliques, l'échantillonnage comprend 100 points pour chaque branche du chargement.

Le format final de sauvegarde est identique pour tous les types de données. Il est décrit au chapitre 3.1.3 (ci-dessous, page 78).

Nous présentons en Annexe I les courbes représentatives des données traitées pour chaque type d'essai pour l'acier XES et l'alliage d'aluminium 6016T4, selon trois orientations matériau.

3.1.3 Conditionnement des essais

L'exploitation numérique des différents essais disponibles par un même logiciel nécessite un conditionnement spécifique et homogène. Nous avons voulu utiliser une mise en forme simple, la plus proche possible des données expérimentales, afin de laisser au logiciel d'identification une liberté d'interprétation totale.

Pour chaque essai, le conditionnement au format final comprend deux lignes de paramètres suivies de l'ensemble des points obtenus lors du prétraitement. Les informations que l'on peut trouver en paramètres sont les suivantes :

- le nombre de points d'échantillonnage de l'essai,
- le nombre de branches de l'essai,
- le type et la valeur de l'éventuelle prédéformation subie par le matériau avant l'essai proprement dit.

Conventionnellement, le nombre de branches prendra la valeur 0 si le fichier ne comprend qu'une branche dont l'écrouissage maximal est faible. Il s'agit alors d'un essai qui ne doit être utilisé que pour la détermination d'une limite d'élasticité (par exemple les essais de compression large ou les essais de traction simple ne présentant que quelque pour cent d'écrouissage).

On utilise le code d'identification des essais présentés dans le tableau 13 pour indiquer dans le fichier conditionné le type de la prédéformation éventuellement subie. Ce paramètre est suivi de la valeur de la prédéformation exprimée en déformations de LAGRANGE. En effet, nous avons prévu d'utiliser des essais réalisés sur des éprouvettes prédéformées, c'est à dire ayant subies un pré écrouissage connu préalable à l'essai. Théoriquement, ce pré écrouissage peut être de n'importe quelle nature. En pratique, la traction simple est la seule prédéformation disponible actuellement.

Chaque point d'échantillonnage est intégré sous la forme de trois valeurs caractéristiques. La première est la contrainte nominale expérimentale. On y associe la déformation de LAGRANGE caractéristique de l'essai. Il s'agit des déformations longitudinales L_{xx} dans les cas de traction et compression, de L_{xy} dans les cas de cisaillement. La dernière valeur est la déformation transversale de LAGRANGE L_{yy} pour

les essais de traction simple. Pour les essais larges et les essais de cisaillement, elle contient la valeur 0.

Rappelons que la première ligne de chaque branche présente une contrainte seuil obtenue par interpolation et correspondant à une déformation plastique nulle

Tableau 13 : Code d'identification des essais

Type d'essai	Orientation	Code
Traction simple	00	TS00
	±45	TS45
	90	TS90
Traction large	00	TL00
	±45	TL45
	90	TL90
Compression large	00	CL00
	45	CL45
	90	CL90
Cisaillement simple	00 & 90	Ci00
	+45	Cip45
	-45	Cim45

3.2 Présentation du modèle

3.2.1 Conventions et hypothèses

On définit le repère d'orthotropie $E_i(\vec{1}, \vec{2}, \vec{3})$ comme le repère dont les axes sont portés par les directions principales d'orthotropie du matériau. La direction $\vec{1}$ est donnée par le sens de laminage (sens long), la direction $\vec{3}$ est portée par la plus petite dimension (sens travers court). La direction $\vec{2}$ (sens travers) est telle que le repère ainsi définit soit direct.

On définit également le repère machine $e_i(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ comme le repère direct produit par la rotation du repère d'orthotropie autour de sa direction $\vec{3}$ de telle sorte que la direction \vec{x} soit confondue avec la plus grande contrainte de chargement. On note α l'angle formé entre la ligne d'amarrage et le sens long du matériau.

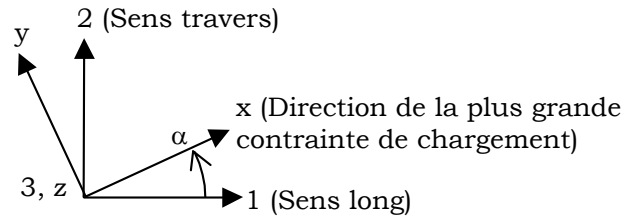


Figure 53 : Représentation des repères utilisés

On définit la matrice de passage \mathbf{P} telle que :

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{1} \\ \bar{2} \\ \bar{3} \end{bmatrix} \quad \text{ou encore} \quad e_i = P_{ij} \cdot E_{ij} \quad (91)$$

Le changement de repère s'effectue de la façon suivante :

$$\mathbf{T} = \sigma_{ij} \cdot \bar{e}_i \otimes \bar{e}_j = \sigma_{kl} \cdot \bar{E}_k \otimes \bar{E}_l \quad (92)$$

$$\mathbf{T} = \sigma_{ij} \cdot (P_{ij} \bar{E}_k) \otimes (P_{jl} \bar{E}_l) = \sigma_{kl} \cdot \bar{E}_k \otimes \bar{E}_l \quad (93)$$

$$\sigma_{kl} = P_{ki}^T \sigma_{ij} P_{jl} \quad (94)$$

On définit trois niveaux d'érouissage pour les matériaux étudiés :

- un état non éroui correspondant au matériau avant tout érouissage lié au processus d'élaboration ($p = 0$). Cet état reste inaccessible par définition. C'est dans cet état que la déformation plastique équivalente est considérée comme nulle.
- un état initial qui correspond au matériau lors de sa réception ($p = p_{init}$).
- un état éroui pour lequel la déformation subie par le matériau depuis l'état initial est connue ($p = p_{exp}$).

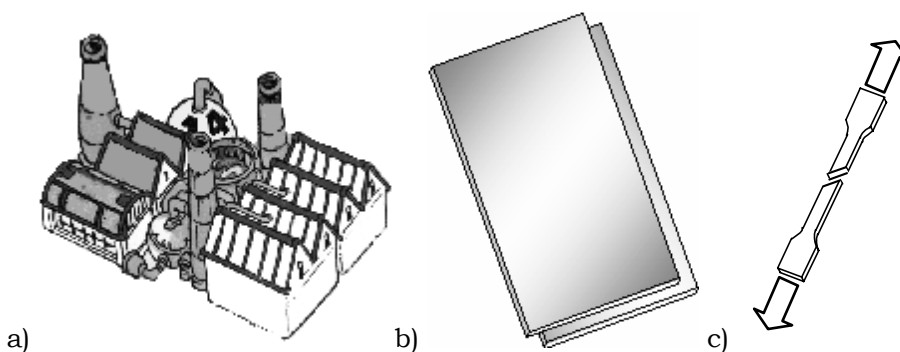


Figure 54 : Les différents états d'érouissage envisagés
a) état non éroui – b) état initial – c) état érouis

Nous avons utilisé trois hypothèses, généralement admises dans le cadre des matériaux métalliques :

- [Hyp. 1] Plasticité associée

Le cadre de la plasticité associée assimile surface de charge et équipotentiel de déformation. Il conduit à la loi de normalité qui exprime que la vitesse de déformation plastique est perpendiculaire à chaque instant à la surface de charge :

$$\mathbf{D}^P = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}} \lambda \quad \text{ou encore} \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^P = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda \quad (95)$$

- [Hyp. 2] Contraintes planes selon la direction 3

Dans le cadre des contraintes planes, la direction $\bar{3}$ est considérée comme trop petite devant les deux autres dimensions pour être le siège de contraintes non négligeables :

$$\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0 \quad (96)$$

$$X_{31} = X_{32} = 0 \quad (97)$$

- [Hyp. 3] Hypothèse d'incompressibilité

L'hypothèse d'incompressibilité suppose que la déformation plastique se fait à volume constant. Cette hypothèse est généralement vérifiée pour les matériaux métalliques. Elle se traduit par le fait que la somme des incréments de déformations plastiques principales est nulle :

$$\dot{\varepsilon}_1^P + \dot{\varepsilon}_2^P + \dot{\varepsilon}_3^P = 0 \quad (98)$$

D'autre part, on accepte l'hypothèse vraisemblable qu'il puisse exister un état du matériau pour lequel la surface de charge est centrée sur l'origine du repère des contraintes :

$$X_{0,ii} = 0 \quad (99)$$

Il vient que la trace de \mathbf{X} reste nulle à chaque instant :

$$\sum X_{0,ii} = 0 \quad (100)$$

Il faut donc retenir que dans l'état initial, le matériau a déjà subi un écrouissage c'est à dire que la surface de charge initiale est excentrée et présente un écrouissage isotrope non nul.

3.2.2 Modèle retenu

L'idée directrice de notre étude est de qualifier l'emploi d'un modèle simple et éprouvé en le confrontant à une base de données la plus riche et rigoureuse possible.

L'amélioration de la base de données doit en effet permettre de déterminer le modèle juste suffisant pour rendre compte des phénomènes physiques observés.

Le modèle retenu est directement inspiré de celui de LEMAITRE et CHABOCHE [LEMA 85] et s'exprime sous sa forme la plus générale :

$$f(\mathbf{T}, \mathbf{X}) = f_y(\bar{\mathbf{T}}) - \Gamma(R) = 0 \quad \text{avec} \quad \Gamma(R) = \Gamma_0 + R \quad (101)$$

et $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{T} - \mathbf{X}$

La fonction de charge est de la forme HILL 1948. Il s'agit en effet d'un critère très polyvalent, adapté à de nombreuses classes de matériaux métalliques dont les aciers et les alliages d'aluminium. Son inconvénient principal, à savoir l'égalité des contraintes seuil de traction et compression, est par ailleurs levé par l'introduction d'un écrouissage cinématique initial non nul. On écrit :

$$F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 2\sigma_{eq}^2 \quad (102)$$

D'autre part, l'emploi de contraintes effectives permet au critère de bien décrire l'état d'une tôle après laminage ou skin pass [WU 99].

Les paramètres d'anisotropie sont supposés constant au cours de l'écrouissage. L'expression du critère devient :

$$f = \sqrt{\frac{1}{2} \left(F(\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{33})^2 + G(\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{11})^2 + H(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{22})^2 + 2L\bar{\sigma}_{23}^2 + 2M\bar{\sigma}_{31}^2 + 2N\bar{\sigma}_{12}^2 \right)} - \Gamma = \bar{\sigma}_{eq} - \Gamma = 0 \quad (103)$$

d'où :

$$2\bar{\sigma}^2 = \left(F(\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{33})^2 + G(\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{11})^2 + H(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{22})^2 + 2L\bar{\sigma}_{23}^2 + 2M\bar{\sigma}_{31}^2 + 2N\bar{\sigma}_{12}^2 \right) = 2\Gamma^2 \quad (104)$$

En appliquant l'hypothèse des contraintes planes [Hyp. 2], différentes simplifications sont possibles conduisant à une nouvelle expression du critère :

$$2\bar{\sigma}^2 = F(\bar{\sigma}_{22} + X_{33})^2 + G(-X_{33} - \bar{\sigma}_{11})^2 + H(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{22})^2 + 2N\bar{\sigma}_{12}^2 = 2\Gamma^2 \quad (105)$$

Enfin, dans le cas d'essais sans cisaillement dans les axes d'orthotropie du matériau, on peut considérer les égalités ci-dessous :

$$X_{12} = 0 \quad \text{et} \quad \sigma_{12} = 0 \quad (106)$$

qui permettent d'écrire :

$$2\bar{\sigma}^2 = F(\bar{\sigma}_2 + X_3)^2 + G(-X_3 - \bar{\sigma}_1)^2 + H(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 = 2\Gamma^2 \quad (107)$$

L'écrouissage est un écrouissage mixte à quatre vitesses d'écrouissages (2 isotropes et 2 cinématiques non linéaires). Ces quatre écrouissages ne seront

probablement pas nécessaires mais leur présence dans le modèle permettra de réaliser toutes les combinaisons possibles. Il s'exprime de façon incrémentale. Les composantes isotropes prennent la forme :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_0 + {}_1R + {}_2R \\ \dot{\Gamma} &= \dot{{}_1R} + \dot{{}_2R} \\ {}_i\dot{R} &= {}_i b ({}_i R_{sat} - {}_i R) \dot{p} \end{aligned} \quad (108)$$

On rappelle que \dot{p} représente la vitesse de déformation plastique équivalente dont l'expression est détaillée par l'équations (138) page 87. Il s'agit d'une loi de VOCE dont le terme de saturation rend bien compte des données expérimentales de cisaillement. Γ représente la dimension actuelle de la surface de charge, Γ_0 sa dimension initiale à l'état non écroui et ${}_iR$ les deux composantes de l'écrouissage isotrope. Pour chacune d'elles, ${}_iR_{sat}$ donne la valeur asymptotique en régime stabilisé et ${}_i b$ indique la rapidité de cette stabilisation. Par intégration entre l'état imaginaire et l'état actuel d'écrouissage on obtient :

$${}_i R_{exp} = {}_i R_{sat} \left(1 - e^{-{}_i b \cdot p_{exp}} \right) \quad (109)$$

De même, entre l'état initial et l'état actuel, il vient :

$${}_i R_{exp} = {}_i R_{sat} \left(1 - e^{-{}_i b (p_{exp} - p_{init})} \right) + {}_i R_{init} e^{-{}_i b (p_{exp} - p_{init})} \quad (110)$$

La figure 55 donne une représentation des variables d'écrouissage isotrope en fonction de la déformation plastique équivalente p et présente les différents indices employés.

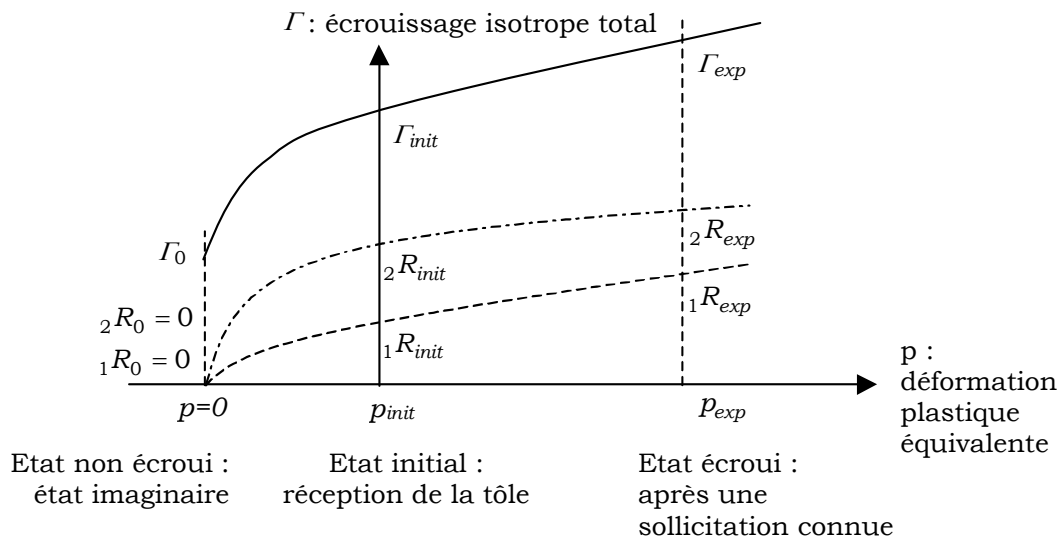


Figure 55 : Schéma descriptif de l'écrouissage isotrope

Les termes d'écrouissages cinématiques sont non linéaires et comportent chacun une composante de mémoire :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\xi} &= \boldsymbol{\xi}_0 + {}_1\mathbf{X} + {}_2\mathbf{X} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} &= {}_1\dot{\mathbf{X}} + {}_2\dot{\mathbf{X}} \\ {}_i\dot{\mathbf{X}} &= \frac{2}{3} {}_iC \mathbf{D}^P - {}_iD \mathbf{X} \dot{p}\end{aligned}\quad (111)$$

$\boldsymbol{\xi}$ représente la position actuelle de la surface de charge et $\boldsymbol{\xi}_0$ sa position initiale à l'état imaginaire. L'écroissage cinématique est régi par un coefficient de vitesse C et un coefficient de rappel D lié à la déformation plastique équivalente. L'intégration nécessite d'exprimer le tenseur $\boldsymbol{\Psi}$ liant la vitesse d'écroissage dans une direction donnée à la déformation plastique équivalente :

$$\mathbf{D}^P = \boldsymbol{\Psi} \dot{p} \quad (112)$$

Entre l'état imaginaire et l'état actuel, il vient :

$${}_i\mathbf{X}_{exp} = \boldsymbol{\Psi} \frac{2}{3} \frac{{}_iC}{{}_iD} \left(1 - e^{-{}_iD p_{exp}} \right) \quad \text{si } D \neq 0 \quad (113)$$

$${}_i\mathbf{X}_{exp} = \boldsymbol{\Psi} \frac{2}{3} {}_iC p_{exp} \quad \text{si } D = 0 \quad (114)$$

Cette expression n'est pas utilisable directement car elle implique de connaître la forme de $\boldsymbol{\Psi}$ entre l'état imaginaire et l'état initial, ce qui est impossible. Cependant, cela ne pose pas de problèmes majeurs car on considérera le tenseur $\boldsymbol{\xi}_0$ comme nul pour les matériaux qui nous intéressent. Si l'on intègre depuis l'état initial uniquement :

$${}_i\mathbf{X}_{exp} = \boldsymbol{\Psi} \frac{2}{3} \frac{{}_iC}{{}_iD} \left(1 - e^{-{}_iD(p_{exp} - p_{init})} \right) + {}_i\mathbf{X}_{init} e^{-{}_iD(p_{exp} - p_{init})} \quad \text{si } D \neq 0 \quad (115)$$

$${}_i\mathbf{X}_{exp} = \boldsymbol{\Psi} \frac{2}{3} {}_iC (p_{exp} - p_{init}) + {}_i\mathbf{X}_{init} \quad \text{si } D = 0 \quad (116)$$

Le tenseur $\boldsymbol{\Psi}$ est une fonction de l'anisotropie, du type d'essai réalisé et de l'orientation matériau. Malheureusement, dans le cas de la traction simple, $\boldsymbol{\Psi}$ n'est pas constant mais fonction de \mathbf{D}^P :

$$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{D}^P) \quad (117)$$

La démarche proposée préalablement n'est plus réalisable. Par contre, on peut écrire :

$$\dot{p} = \left[\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{D}^P) \right]^{-1} \mathbf{D}^P \quad (118)$$

d'où :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C \mathbf{D}^P - D \mathbf{X} \left[\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{D}^P) \right]^{-1} \mathbf{D}^P \quad (119)$$

qu'il est possible d'intégrer numériquement. La figure 56 donne une représentation synthétique de l'écroissage cinématique.

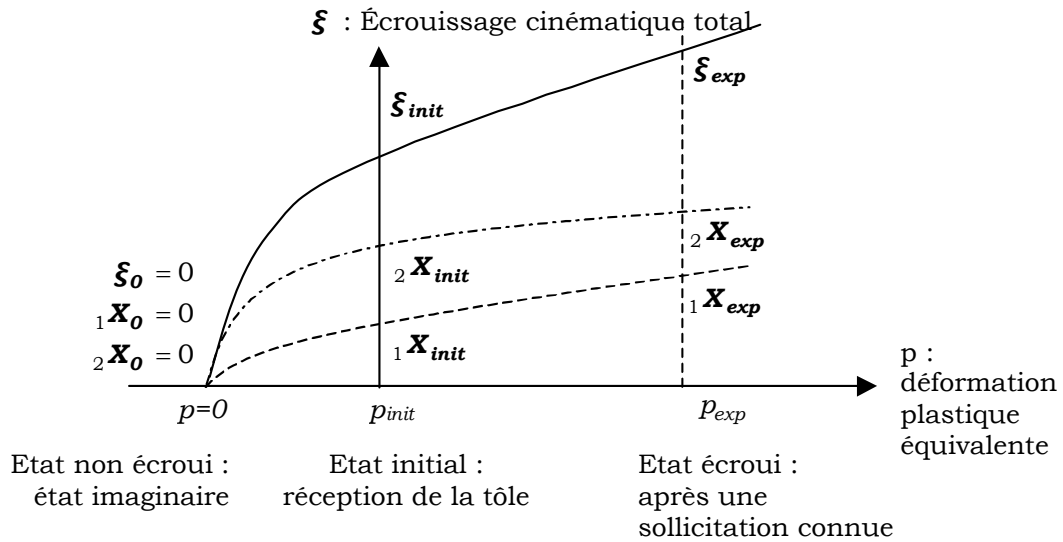


Figure 56 : Schéma descriptif de l'écroissage cinématique

Notre modèle utilise des dérivées particulières. En effet, nous avons vu que l'emploi de dérivées objectives s'impose lorsque les déformations sont importantes et que les essais ne se font pas dans les axes d'orthotropie. Dans les cas contraires, les différentes dérivées sont équivalentes. La part la plus importante de notre base de donnée est constituée d'essais de traction et compression sens long et sens travers. Les déformations maximales obtenues en traction et compression large sont faibles ou très faibles. Seuls les essais de traction simples inclinés et les essais de cisaillement sens long pourraient nécessiter l'emploi de dérivées objectives. L'erreur sur les résultats reste cependant acceptable en première approximation et de toute façon de l'ordre des écarts entre les différentes dérivées objectives définies.

3.2.3 Expressions générales procédant du modèle

L'exploitation effective du modèle ainsi déterminé nécessite d'identifier l'ensemble de ses grandeurs représentatives.

Vitesses de déformation

Le modèle retenu ayant une nature incrémentale, la première étape consiste à exprimer les vitesses de déformation. Pour cela, on introduit l'équation du critère dans l'expression de la plasticité associée [Hyp. 1] :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\partial(\sqrt{\bar{\sigma}^2} - \Gamma)}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \left(\frac{\partial \bar{\sigma}^2}{\partial \sigma_{ij}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\bar{\sigma}^2}} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} \right) \lambda \quad (120)$$

avec :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma_{ij}} = 0 \quad (121)$$

ce qui donne, d'après (104) et en prenant soin de dissocier ε_{ij} et ε_{ji} :

$$\dot{\varepsilon}_{11}^p = \frac{G(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{33}) + H(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{22})}{2\bar{\sigma}} \lambda \quad (122)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22}^p = \frac{F(\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{33}) + H(\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{11})}{2\bar{\sigma}} \lambda \quad (123)$$

$$\dot{\varepsilon}_{33}^p = \frac{F(\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{22}) + G(\bar{\sigma}_{33} - \bar{\sigma}_{11})}{2\bar{\sigma}} \lambda \quad (124)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23}^p = \frac{L\bar{\sigma}_{23}}{2\bar{\sigma}} \lambda \quad (125)$$

$$\dot{\varepsilon}_{31}^p = \frac{M\bar{\sigma}_{31}}{2\bar{\sigma}} \lambda \quad (126)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12}^p = \frac{N\bar{\sigma}_{12}}{2\bar{\sigma}} \lambda \quad (127)$$

Coefficient d'anisotropie

Ces vitesses permettent notamment d'exprimer le coefficient d'anisotropie r . LANKFORD l'a défini comme le rapport entre les déformations totales perpendiculairement à une direction \bar{x} et celles dans le travers court. HILL a redéfini ce coefficient comme un rapport d'incrément de déformations plastiques. C'est la définition que nous retiendrons car elle ne fait intervenir que la partie plastique de la déformation ce qui est cohérent avec l'hypothèse de partition des déformations. Elle rend également mieux compte des évolutions au cours de l'écroutissage. On note :

$$r_\alpha = \frac{\dot{\varepsilon}_y^p}{\dot{\varepsilon}_z^p} \quad (128)$$

α est l'angle en degrés entre le sens long du matériau (direction 1) et la direction \bar{x} choisie. En utilisant l'expression des vitesses de déformation et l'hypothèse des contraintes planes [Hyp. 2], il vient :

$$r_0 = \frac{\dot{\varepsilon}_{22}^p}{\dot{\varepsilon}_{33}^p} = \frac{F(\bar{\sigma}_{22} + X_{33}) + H(\bar{\sigma}_{22} - \bar{\sigma}_{11})}{F(-X_{33} - \bar{\sigma}_{22}) + G(-X_{33} - \bar{\sigma}_{11})} \quad (129)$$

$$r_{90} = \frac{\dot{\varepsilon}_{11}^p}{\dot{\varepsilon}_{33}^p} = \frac{G(\bar{\sigma}_{11} + X_{33}) + H(\bar{\sigma}_{11} - \bar{\sigma}_{22})}{F(-X_{33} - \bar{\sigma}_{22}) + G(-X_{33} - \bar{\sigma}_{11})} \quad (130)$$

$$r_{45} = -\frac{F(\bar{\sigma}_{22} + X_{33}) + G(\bar{\sigma}_{11} + X_{33}) - 2N\bar{\sigma}_{12}}{2F(\bar{\sigma}_{22} + X_{33}) + 2G(\bar{\sigma}_{11} + X_{33})} \quad (131)$$

Ce coefficient est généralement utilisé en traction simple, cas où la contrainte transverse est nulle. Les expressions (129) et (130) s'écrivent alors :

$$r_0 = \frac{\dot{\varepsilon}_{22}^p}{\dot{\varepsilon}_{33}^p} = \frac{F(-X_{22} + X_{33}) + H(-X_{22} - \bar{\sigma}_{11})}{F(-X_{33} + X_{22}) + G(-X_{33} - \bar{\sigma}_{11})} \quad (132)$$

$$r_{90} = \frac{\dot{\varepsilon}_{11}^p}{\dot{\varepsilon}_{33}^p} = \frac{G(-X_{11} + X_{33}) + H(-X_{11} - \bar{\sigma}_{22})}{F(-X_{33} - \bar{\sigma}_{22}) + G(-X_{33} + X_{11})} \quad (133)$$

L'expression (131) s'écrit, en fonction de la contrainte longitudinale $\bar{\sigma}_{xx}$:

$$r_{45} = -\frac{F(\bar{\sigma}_{xx} + 2X_{33}) + G(\bar{\sigma}_{xx} + 2X_{33}) - 2N\bar{\sigma}_{xx}}{2(F+G)(\bar{\sigma}_{xx} + 2X_{33})} \quad (134)$$

On retrouve bien, lorsque le tenseur \mathbf{X} est nul, les valeurs classiques :

$$r_0 = \frac{H}{G} \quad ; \quad r_{90} = \frac{H}{F} \quad ; \quad r_{45} = \frac{1}{2} \left(\frac{2N}{G+F} - 1 \right) \quad (135)$$

Déformation plastique équivalente

La déformation plastique équivalente p , permet de comparer des essais de natures différentes, c'est à dire des chemins de déformation différents. Pour passer d'une surface de charge à une autre, elle est identique quel que soit le trajet de chargement monotone suivi. Son expression incrémentale est :

$$\dot{p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \Gamma} = \lambda \quad (136)$$

En utilisant les équations (122) à (127), on écrit :

$$\sum \dot{\varepsilon}_{ij} = 2 \sum \dot{\varepsilon}_{ij, i \neq j} + \sum \dot{\varepsilon}_{ii} \quad (137)$$

Il vient :

$$\dot{p}^2 = 2 \frac{F(H\dot{\varepsilon}_{33}^p - G\dot{\varepsilon}_{22}^p)^2 + G(F\dot{\varepsilon}_{11}^p - H\dot{\varepsilon}_{33}^p)^2 + H(G\dot{\varepsilon}_{22}^p - F\dot{\varepsilon}_{11}^p)^2}{(HF + GH + GF)^2} + 4 \frac{(\dot{\varepsilon}_{12}^p)^2}{N} \quad (138)$$

3.2.4 Expressions spécifiques à chaque type d'essais

L'exploitation des essais nécessite d'exprimer deux types de relations traduisant l'influence des essais sur le modèle.

- les relations entre la déformation principale caractéristique de l'essai et la déformation plastique équivalente,
- les relations entre les paramètres d'anisotropie du matériau et la contrainte caractéristique de l'essai.

Nous avons développé ces équations pour les quatre types d'essais mis en œuvre (traction simple, traction large, compression large et cisaillement). Elles s'expriment à partir des tenseurs des déformations et des contraintes.

Traction simple

Le tenseur des déformations de traction simple est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy}^p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^p \end{bmatrix}_{e_i} = \begin{bmatrix} c^2 \varepsilon_{xx}^p + s^2 \varepsilon_{yy}^p & cs(\varepsilon_{xx}^p - \varepsilon_{yy}^p) & 0 \\ cs(\varepsilon_{xx}^p - \varepsilon_{yy}^p) & s^2 \varepsilon_{xx}^p + c^2 \varepsilon_{yy}^p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^p \end{bmatrix}_{E_i} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} c = \cos \alpha \\ s = \sin \alpha \end{cases} \quad (139)$$

et celui des contraintes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{e_i} = \sigma_{xx} \begin{bmatrix} c^2 & sc & 0 \\ sc & s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{E_i} \quad (140)$$

d'où les identifications :

$$\varepsilon_{11}^p = \varepsilon_{xx}^p \cos^2 \alpha + \varepsilon_{yy}^p \sin^2 \alpha \quad (141)$$

$$\varepsilon_{22}^p = \varepsilon_{xx}^p \sin^2 \alpha + \varepsilon_{yy}^p \cos^2 \alpha \quad (142)$$

$$\varepsilon_{33}^p = \varepsilon_{zz}^p \quad (143)$$

$$\varepsilon_{12}^p = (\varepsilon_{xx}^p - \varepsilon_{yy}^p) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad (144)$$

et :

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cos^2 \alpha \quad (145)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{xx} \sin^2 \alpha \quad (146)$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{xx} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (147)$$

Nous posons à présent :

$$i = -\frac{r_x}{1+r_x} = \frac{\dot{\varepsilon}_{yy}^p}{\dot{\varepsilon}_{xx}^p} \quad \text{d'où} \quad \frac{\dot{\varepsilon}_{zz}^p}{\dot{\varepsilon}_{xx}^p} = -(i+1) \quad \text{puisque} \quad \sum \dot{\varepsilon}_{ii}^p = 0 \quad (148)$$

Pour les essais sens long :

$$\alpha = 0 \quad \dot{\varepsilon}_{xx}^p = \dot{\varepsilon}_{11}^p \quad r_x = r_0 \quad \begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{11} \\ \sigma_{yy} = \sigma_{22} \end{cases} \quad (149)$$

En reportant les expressions (141) à (144) dans (138) qui est l'expression de \dot{p} , il vient :

$$\dot{p}^2 = 2 \frac{F + Gi^2 + H(1+i)^2}{HF + GH + GF} (\dot{\varepsilon}_{xx}^p)^2 \quad (150)$$

D'autre part, en introduisant (145), (146) et (147) dans (107) qui est l'expression du critère d'anisotropie, on a :

$$\sigma_{xx} = X_{11} - \frac{GX_{33} + HX_{22} - \sqrt{\Delta}}{G + H} \quad (151)$$

$$\Delta = -(FG + GH + HF)(X_{22} - X_{33})^2 + 2(G + H)\Gamma^2 \quad (152)$$

Pour les essais sens travers :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \dot{\epsilon}_{xx}^p = \dot{\epsilon}_{22}^p \quad r_x = r_{90} \quad \begin{matrix} \sigma_{xx} = \sigma_{22} \\ \sigma_{yy} = \sigma_{11} \end{matrix} \quad (153)$$

Il vient :

$$\dot{p}^2 = 2 \frac{G + Fi^2 + H(1+i)^2}{HF + GH + GF} (\dot{\epsilon}_{xx}^p)^2 \quad (154)$$

et :

$$\sigma_{xx} = X_{22} - \frac{FX_{33} + HX_{11} - \sqrt{\Delta}}{F + H} \quad (155)$$

$$\Delta = -(FG + GH + HF)(X_{33} - X_{11})^2 + 2(F + H)\Gamma^2 \quad (156)$$

Enfin, pour un essai hors axes :

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \quad \dot{\epsilon}_{xx}^p = \frac{\dot{\epsilon}_{11}^p + \dot{\epsilon}_{22}^p}{2} \quad r_x = r_{45} \quad (157)$$

Il vient :

$$\dot{p}^2 = \frac{4HN(1+i)^2 + 2(FG + GH + HF)(-1+i)^2 + N(F+G)(1+i)^2}{2N(FG + GH + HF)} (\dot{\epsilon}_{xx}^p)^2 \quad (158)$$

Pour exprimer la contrainte, il est nécessaire d'utiliser (105) au lieu de (107) pour tenir compte des paramètres de cisaillement d'où :

$$\sigma_{xx} = 2 \frac{F(X_{22} - X_{33}) + G(X_{11} - X_{33}) + 2NX_{12} + \sqrt{\Delta}}{F + G + 2N} \quad (159)$$

$$\Delta = [F(X_{22} - X_{33}) + G(X_{11} - X_{33}) + 2NX_{12}]^2 - (F + G + 2N) \cdot [F(X_{11} - X_{22})^2 + G(X_{33} - X_{11})^2 + H(X_{11} - X_{22})^2 + 2NX_{12}^2 - 2\Gamma^2] \quad (160)$$

Les équations (129) à (131) montrent que i est dépendant de la contrainte longitudinale. On voit qu'il est difficile d'intégrer directement les expressions de \dot{p} . Une solution est d'interpoler i par une fonction polynomiale puis d'effectuer une intégration numérique pour calculer p .

Traction et compression large

Le tenseur des déformations de traction large est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^p \end{bmatrix}_{e_i} = \begin{bmatrix} c^2 \varepsilon_{xx}^p & cs \varepsilon_{xx}^p & 0 \\ cs \varepsilon_{xx}^p & s^2 \varepsilon_{xx}^p & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^p \end{bmatrix}_{E_i} \quad (161)$$

et celui des contraintes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{e_i} = \begin{bmatrix} c^2 \sigma_{xx} + s^2 \sigma_{yy} & sc \sigma_{xx} - sc \sigma_{yy} & 0 \\ sc \sigma_{xx} - sc \sigma_{yy} & s^2 \sigma_{xx} + c^2 \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{E_i} \quad (162)$$

ce qui permet d'identifier :

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cos^2 \alpha + \sigma_{yy} \sin^2 \alpha \quad (163)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{xx} \sin^2 \alpha + \sigma_{yy} \cos^2 \alpha \quad (164)$$

$$\sigma_{12} = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) (\sin \alpha \cdot \cos \alpha) \quad (165)$$

Les équation (150), (154) et (158) obtenues en traction simple sont toujours vérifiées mais elles admettent une simplification liée à la condition de déformation transverse nulle :

$$\dot{\varepsilon}_{yy}^p = 0 \quad \text{d'où} \quad i = 0 \quad (166)$$

Ainsi, en traction et compression large sens long :

$$\dot{p}^2 = 2 \frac{F + H}{HF + GH + GF} (\dot{\varepsilon}_{xx}^p)^2 \quad (167)$$

en traction et compression large sens travers :

$$\dot{p}^2 = 2 \frac{G + H}{HF + GH + GF} (\dot{\varepsilon}_{xx}^p)^2 \quad (168)$$

et en traction et compression large hors axes :

$$\dot{p}^2 = \frac{4HN + 2(FG + GH + HF) + N(F + G)}{2N(FG + GH + HF)} (\dot{\varepsilon}_{xx}^p)^2 \quad (169)$$

Ces expressions s'intègrent directement.

Pour ce qui est des contraintes, on constate que le tenseur (162) présente deux inconnues. Il faut utiliser la propriété du tenseur des déformations spécifiques aux essais larges, c'est à dire la nullité de la déformation transverse totale, pour pouvoir exprimer σ_{xx} en fonction des paramètres d'anisotropie et d'écrouissage.

Pour un essai sens long, l'équation (123) permet d'obtenir :

$$\sigma_{yy} = X_{22} + \frac{H(\sigma_{11} - X_{11}) - FX_{33}}{F + H} \quad (170)$$

que l'on reporte dans l'équation (107) pour avoir, après identification :

$$\sigma_{xx} = X_{11} - X_{33} \pm \Gamma \sqrt{\frac{2(F+H)}{FG+GH+HF}} \quad (171)$$

Pour un essai sens travers, il vient par simple permutation de variables :

$$\sigma_{yy} = X_{11} + \frac{H(\sigma_{22} - X_{22}) - GX_{33}}{H+G} \quad (172)$$

et :

$$\sigma_{xx} = X_{22} - X_{33} \pm \Gamma \sqrt{\frac{2(G+H)}{FG+GH+H}} \quad (173)$$

Enfin, pour un essai à plus ou moins $\pi/4$, on peut trouver :

$$\sigma_{yy} = -\frac{F(\sigma_{xx} - 2X_{22} - 2X_{33}) + G(\sigma_{xx} - 2X_{11} + 2X_{33}) - 2N(\sigma_{xx} - 2X_{12})}{H+G+2N} \quad (174)$$

et :

$$\sigma_{xx} = \frac{2N[F(X_{12} + X_{22} - X_{33}) + G(X_{12} + X_{11} - X_{33})] \pm \sqrt{\Delta}}{2N(F+G)} \quad (175)$$

$$\Delta = -2N(F+G+2N) \left[(FG+GH+HF)(X_{11} - X_{22})^2 - 2(F+G)\Gamma^2 \right] \quad (176)$$

Les racines conjuguées des équations (171), (173) et (175) permettent de différencier les cas de la traction et de la compression large. La racine positive correspond bien sûr au cas de la traction.

Cisaillement simple

Le type de cisaillement modélisé est une question importante. Nous avons vu que d'un point de vue cinématique, les déformations mesurées longitudinalement et transversalement correspondent à celles attendues pour une sollicitation en cisaillement simple. Le tenseur des déformations de cisaillement simple en petites déformation est de la forme :

$$\begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{e_i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \tan \gamma & 0 \\ \tan \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{e_i} = \frac{\tan \gamma}{2} \begin{bmatrix} -2cs & (c^2 - s^2) & 0 \\ (c^2 - s^2) & 2cs & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{E_i} \quad (177)$$

ce qui permet d'identifier :

$$\varepsilon_{11}^p = -\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \tan \gamma \quad (178)$$

$$\varepsilon_{22}^p = \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \tan \gamma \quad (179)$$

$$\varepsilon_{12}^p = \frac{\tan \gamma}{2} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (180)$$

d'où, après dérivation :

$$\dot{\varepsilon}_{11}^p = -\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot (1 + \tan^2 \gamma) \quad (181)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22}^p = \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot (1 + \tan^2 \gamma) \quad (182)$$

$$\dot{\varepsilon}_{12}^p = \frac{1 + \tan^2 \gamma}{2} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (183)$$

que l'on introduit dans (138) qui est l'expression de \dot{p} .

Le cisaillement ne différencie aucunement les essais sens long et sens travers. Pour un essai sens long ou travers, il vient :

$$\dot{p} = \frac{1 + \tan^2 \gamma}{\sqrt{N}} \quad \text{avec} \quad 1 + \tan^2 \gamma = 2\dot{\varepsilon}_{12}^p \quad (184)$$

d'où :

$$p^2 = \frac{\tan^2 \gamma}{4} = \frac{4}{N} (\varepsilon_{xy}^p)^2 \quad (185)$$

D'autre part, l'équation du tenseur des contraintes s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 0 & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{e_i} = \sigma_{xy} \begin{bmatrix} -2sc & c^2 - s^2 & 0 \\ c^2 - s^2 & 2sc & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{E_i} \quad \text{avec} \quad \sigma_{yy} = 0 \quad (186)$$

avec la condition $\sigma_{yy} = 0$ qui provient de la mise en œuvre expérimentale. On identifie :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= -2\tau \cos \alpha \cdot \sin \alpha \\ \sigma_{22} &= 2\tau \cos \alpha \cdot \sin \alpha \\ \sigma_{12} &= \tau (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \end{aligned} \quad (187)$$

que l'on incorpore dans (105) d'où :

$$\tau = X_{12} + \frac{\sqrt{\Delta}}{N\sqrt{2}} \quad (188)$$

$$\Delta = N \left[-F(X_{22} - X_{33})^2 - G(X_{33} - X_{11})^2 - H(X_{11} - X_{22})^2 + 2\Gamma^2 \right] \quad (189)$$

Par contre, cisaillement simple incliné à $(+\pi/4)$ et $(-\pi/4)$ ne sont pas équivalents. Il est nécessaire de les différencier. La déformation plastique équivalente se calcule tout de même de façon identique pour les deux essais. Il vient :

$$\dot{p} = (1 + \tan^2 \gamma) \sqrt{\frac{F + G}{2(FG + GH + HF)}} \quad \text{avec} \quad 1 + \tan^2 \gamma = 2\dot{\varepsilon}_{12}^p \quad (190)$$

d'où l'intégration :

$$p^2 = \frac{2(F + G)}{FG + GH + HF} (\varepsilon_{xy}^p)^2 \quad (191)$$

Enfin, les contraintes s'expriment :

$$\tau = \frac{2F(X_{22} - X_{33}) + 2G(X_{33} - X_{11}) + 4H(X_{22} - X_{11}) + \sqrt{\Delta}}{2(F + G + 4H)} \quad \text{si } \alpha = +\pi/4 \quad (192)$$

$$\tau = \frac{2F(X_{33} - X_{22}) + 2G(X_{11} - X_{33}) + 4H(X_{11} - X_{22}) + \sqrt{\Delta}}{2(F + G + 4H)} \quad \text{si } \alpha = -\pi/4 \quad (193)$$

$$\Delta = 4[F(X_{33} - X_{22}) + G(X_{11} - X_{33}) + 2H(X_{11} - X_{22})]^2 - 4(F + G + 4H) \cdot [F(X_{22} - X_{33})^2 + G(X_{33} - X_{11})^2 + H(X_{11} - X_{22})^2 + 2NX_{12} - 2\Gamma^2] \quad (194)$$

Chapitre 4

Aspects numériques

Sommaire

4.1	Identification numérique du comportement	95
4.2	Application aux matériaux étudiés.....	111

Ce chapitre introduit la notion d'optimisation numérique ainsi que les mécanismes nécessaires à sa mise en œuvre. La stratégie d'identification retenue est détaillée et nous présentons les outils développés. La dernière partie est consacrée à l'application de ces méthodes et outils aux matériaux de notre étude.

4.1 Identification numérique du comportement

4.1.1 Principes de l'optimisation

L'optimisation numérique est la recherche du compromis satisfaisant au mieux un ensemble de contraintes imposées. Il s'agit pour nous de déterminer un jeu de paramètres permettant de minimiser une fonction *coût*. Il existe un grand nombre d'algorithmes d'optimisation. Le choix se fait toujours en fonction du type de problème posé. L'optimisation du comportement fait généralement appel à des méthodes non linéaires dites de *descentes* qui utilisent l'évolution de la fonction coût, de son gradient et éventuellement de son Hessien pour converger vers un minimum local. Parmi ces méthodes, nous avons choisi comme évolution celle de LEVENBERG-MARQUART. Cette méthode est en effet reconnue comme bien adaptée aux cas d'optimisation du comportement. Le problème est posé de la façon suivante :

$$c(\mathbf{V}) = \min \frac{1}{2} \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m r_i^2 \quad (195)$$

$c(\mathbf{V})$ est la fonction coût à minimiser ;

$\mathbf{V} = (v_1 \cdots v_n)^T$ est le vecteur des paramètres à optimiser ;

$\mathbf{R} = (r_1 \cdots r_m)^T$ est le vecteur des résidus obtenus par comparaison de valeurs théoriques et expérimentales.

Pour le bon fonctionnement de l'algorithme, il est indispensable que le nombre m des résidus soit plus important que le nombre n des paramètres à optimiser. La recherche du minimum de c se fait façon itérative en générant une série de jeux de paramètres $\mathbf{V}^{(n)}$ tels que :

$$\mathbf{V}^{(n+1)} = \mathbf{V}^{(n)} + \boldsymbol{\delta}^{(n)} \quad (196)$$

LEVENBERG et MARQUART ont montré qu'il est judicieux d'exprimer $\boldsymbol{\delta}^{(n)}$ à travers l'équation :

$$\left(\mathbf{H}^{(n)} + \mu^{(n)} \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\delta}^{(n)} = \mathbf{g}^{(n)} \quad (197)$$

$\mathbf{H}^{(n)}$ et $\mathbf{g}^{(n)}$ sont définis de la façon suivante :

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad \text{avec} \quad \mathbf{J} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{V}} \quad (198)$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^T \mathbf{R} \quad (199)$$

\mathbf{J} est la matrice Jacobienne de f et \mathbf{H} est une approximation de la matrice Hessienne valable lorsque le résidu est petit. La dimension de la zone de recherche ainsi définie vérifie :

$$\left\| \mathbf{V}^{(n+1)} - \mathbf{V}^{(n)} \right\| \leq \left\| \boldsymbol{\delta}^{(n)} \right\| \quad (200)$$

L'équation (197) conduit à l'expression :

$$\mathbf{V}^{(n+1)} = \mathbf{V}^{(n)} + \left(\mathbf{H}^{(n)} + \mu^{(n)} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{R}^{(n)} \quad (201)$$

$\mu^{(n)}$ est variable au cours de l'optimisation. Il est indispensable de le choisir tel que :

$$f(\mathbf{V}^{(n+1)}) < f(\mathbf{V}^{(n)}) \quad (202)$$

Il existe toujours une valeur de $\mu^{(n)}$ suffisamment grande pour vérifier cette condition mais une stratégie d'identification pertinente nécessite de choisir cette valeur avec soin. Au début de l'optimisation, une valeur importante permet d'éviter l'écueil des minima locaux et d'obtenir une vitesse de convergence importante. La valeur choisie est alors bien plus grande que le minimum nécessaire au respect de (202). Par la suite, une valeur faible permet d'améliorer la qualité de la convergence. En pratique, les règles utilisées pour la détermination de $\mu^{(n)}$ sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \mu^{(n)} &= 0 & \text{si } \delta_n &\geq \left\| \mathbf{J}^{\mathbf{T}(n)} \mathbf{J}^{-\mathbf{I}(n)} \mathbf{J}^{\mathbf{T}(n)} \mathbf{R}^{(n)} \right\| \\ \mu^{(n)} &> 0 & \text{sinon} \end{aligned} \quad (203)$$

D'autre par, on introduit un vecteur de pondération entre les différents résidus de l'optimisation, ce qui permet de favoriser certaines données expérimentales par rapport à d'autres :

$$\mathbf{K} = (k_1 \cdots k_m)^T \quad (204)$$

Cela conduit à l'expression d'un nouveau vecteur résidus :

$$\mathbf{R}' = \mathbf{K}^T \mathbf{R} \quad (205)$$

Critère d'arrêt

La fonction d'optimisation utilise un critère d'arrêt correspondant à un nombre de cycles maximum et trois critères de convergence. Ceux-ci portent sur la fonction d'optimisation, son gradient et la distance entre les deux dernières solutions proposées. Ils mettent en jeu un vecteur d'échelle entre les variables à optimiser :

$$\mathbf{S} = (s_1 \cdots s_n)^T \quad (206)$$

où n est une variable à optimiser et s_n son facteur d'échelle.

Le premier critère est un critère de convergence absolue. Il est atteint lorsque la fonction d'optimisation devient inférieure à une valeur donnée :

$$c(\mathbf{V}) < \varepsilon_{fct} \quad (207)$$

Le second critère porte sur l'évolution du gradient de la fonction. Il s'exprime, pour le paramètre i à optimiser, de la façon suivante :

$$\frac{\max(|v_i|, s_i^{-1})}{c(\mathbf{V})} < \varepsilon_{grd} \quad (208)$$

Enfin, le dernier critère met en correspondance les états (n) et $(n-1)$ de l'optimisation. On vérifie pour chaque paramètre :

$$\frac{|v_i^{(n+1)} - v_i^{(n)}|}{\max(|v_i|, s_i^{-1})} < \varepsilon_{stp} \quad (209)$$

Dans le cadre de l'optimisation de comportement où les données expérimentales sont dispersées, c'est généralement le critère (209) qui est activé le premier si les trois valeurs seuils sont identiques.

Développements logiciel

L'ensemble des développements logiciel ont été réalisés en langage C++ pour plate-forme PC. Le module d'optimisation utilisé est la fonction *nonlin_least_quares* de la bibliothèque de fonctions C codée par *Visual Numerics*⁹.

Il faut noter que les dérivées utilisées pour l'optimisation sont numériques. Cette solution offre en effet une plus grande souplesse de programmation. La bibliothèque utilisée offre cependant la possibilité d'utiliser, dans un second temps, des dérivations analytiques.

D'autre part, il est illusoire de penser programmer une application informatique complète sans commettre quelque erreur de frappe ou de syntaxe non détectée par le compilateur. Nous avons donc conçu un outil permettant de construire à la demande de pseudos fichiers expérimentaux de traction simple, traction large, compression large et cisaillement. Les paramètres caractéristiques de l'anisotropie et de l'écroutissage de ces essais numériques étant parfaitement connu, cet outil nous a permis de valider de façon interactive chaque étape du développement.

4.1.2 Aperçu synoptique de l'identification

Le modèle choisi comprend un certain nombre de variables caractéristiques du matériau qu'il convient de déterminer au mieux. On considère séparément les variables représentatives de l'état initial de la tôle et celles caractéristiques de l'écroutissage. L'optimisation repose sur un processus itératif au cours duquel ces deux groupes de variables sont recherchés de façon alternée ce qui est la force de cette méthodologie. En effet, l'identification de la surface de charge se fait pour un écroutissage non nul et dépend des paramètres d'écroutissage. Ces derniers sont eux même fonction des paramètres d'anisotropie. On comprend la nécessité d'un processus itératif.

L'ensemble des variables est présenté dans le tableau 14. Le premier groupe de paramètre est caractéristique de l'état initial de la tôle. Il comprend :

- les paramètres d'anisotropie décrivant la forme de la surface de charge,
- le facteur d'échelle Γ_{init} fixant la dimension de cette surface,
- les valeurs initiales de l'écroutissage cinématique \mathbf{X}_{init} déterminant sa position initiale.

⁹ IMSL C Numerical Libraries version 1.0.2 by Visual Numerics.

le deuxième groupe de valeurs caractérise l'écroissage. Il comprend d'une part les paramètres caractéristiques de son évolution cinématique et isotrope, d'autre part la valeur p_{init} de la déformation plastique équivalente supposée entre l'état non écroui et l'état initial.

Tableau 14 : Tableau récapitulatif des paramètres représentatifs du comportement

Paramètres	
État initial	$\left\{ \begin{array}{l} F, G, H, N \\ (X_{11})_{init}, (X_{22})_{init}, (X_{12})_{init}, \Gamma_{init} \end{array} \right.$
Écroissage	$\left\{ \begin{array}{l} p_{init}, {}_1b, {}_1R_{sat}, {}_2b, {}_2R_{sat} \\ {}_1C, {}_1D, {}_2C, {}_2D \end{array} \right.$

Le principe de l'identification est présenté sur l'organigramme de la figure 57. Il comprend une étape d'initialisation puis une boucle d'identification. Le soin apporté à l'initialisation permet d'éviter les minima locaux, c'est à dire les solutions obtenues dans un espace de recherche trop faible et n'incluant pas le meilleur jeu de paramètres. Il influence aussi de façon importante le temps de calcul total puisqu'il s'agit de définir à quelle distance de la solution on démarre.

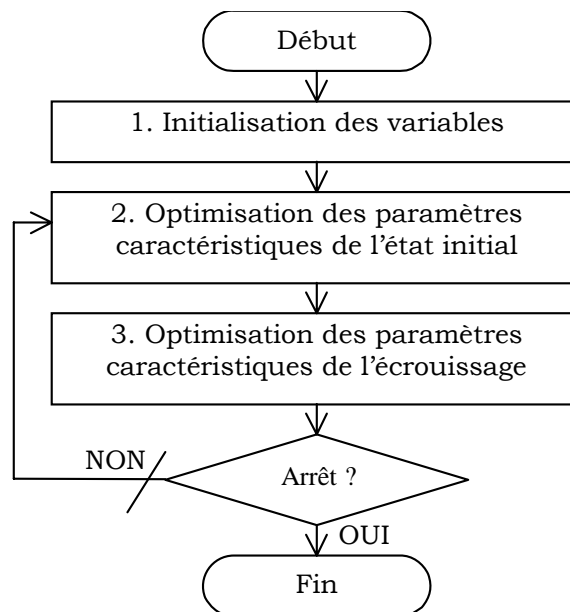


Figure 57 : Organigramme synoptique de l'identification

Les étapes 2 et 3 sont bouclées jusqu'à l'obtention d'une condition d'arrêt. On optimise à chaque étape l'un des deux jeux de paramètres en considérant l'autre constant. Ce bouclage est particulièrement intéressant car il permet d'optimiser de façon interactive les paramètres d'écroissage et d'anisotropie. Il est également

possible d'affiner l'identification en déterminant précisément pour chaque étape quelles doivent être les variables optimisées et quelles variables doivent être bloquées.

Mise en œuvre de l'optimisation numérique

Nous avons vu que l'algorithme d'optimisation utilisé nécessite de définir une pondération des données expérimentales. Celle-ci est faite une fois pour toute par l'utilisateur lors de l'étape d'initialisation. On définit le vecteur \mathbf{K} des facteurs de pondération adapté au besoin. Par défaut, il est pris égal au vecteur identité ce qui signifie que le poids de chaque essai est identique. Pour accroître l'influence d'un essai i , on augmentera simplement la composante k_i du vecteur.

Il est également nécessaire de définir le vecteur \mathbf{S} des facteurs d'échelles des variables à optimiser. Il peut être défini lors de l'initialisation, de la même façon que le vecteur \mathbf{K} . Cependant, il est préférable d'utiliser une détermination dynamique. Celle-ci assure un bon équilibre entre les variables. Dans ce cas, les composantes du vecteur \mathbf{S} sont définies de la façon suivante à partir des valeurs initiales des paramètres :

$$s_i = \frac{v_{ref}}{v_i + 1} \quad (210)$$

v_{ref} est la valeur de la variable choisie comme référence. En pratique, il s'agit de la dimension initiale Γ_{init} de la surface de charge. Cette méthode permet une réévaluation du vecteur \mathbf{S} à chaque étape du calcul itératif.

Enfin, les valeurs retenues pour les seuils de convergence définis par les équations (207), (208) et (209) sont :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{fct} = \varepsilon_{grd} &= e^2 \\ \varepsilon_{stp} &= 0,1\% \end{aligned} \quad (211)$$

où e est égal à la précision de la machine.

Paramètres caractéristiques de l'état initial

La détermination des paramètres caractéristique de l'état initial se décompose en trois étapes que l'on retrouve sur l'organigramme de la figure 58 :

- détermination des déformations plastiques correspondant aux seuils de plasticité conventionnels pour chaque type d'essai,
- calcul pour chaque essai de l'érouissage attendu entre l'état initial du matériau et la surface d'identification,
- calcul d'un vecteur résidu.

La surface seuil est définie par un niveau de déformation plastique en traction simple. Cette déformation permet de calculer p_{seuil} , déformation plastique équivalente de référence définissant notre surface d'identification.

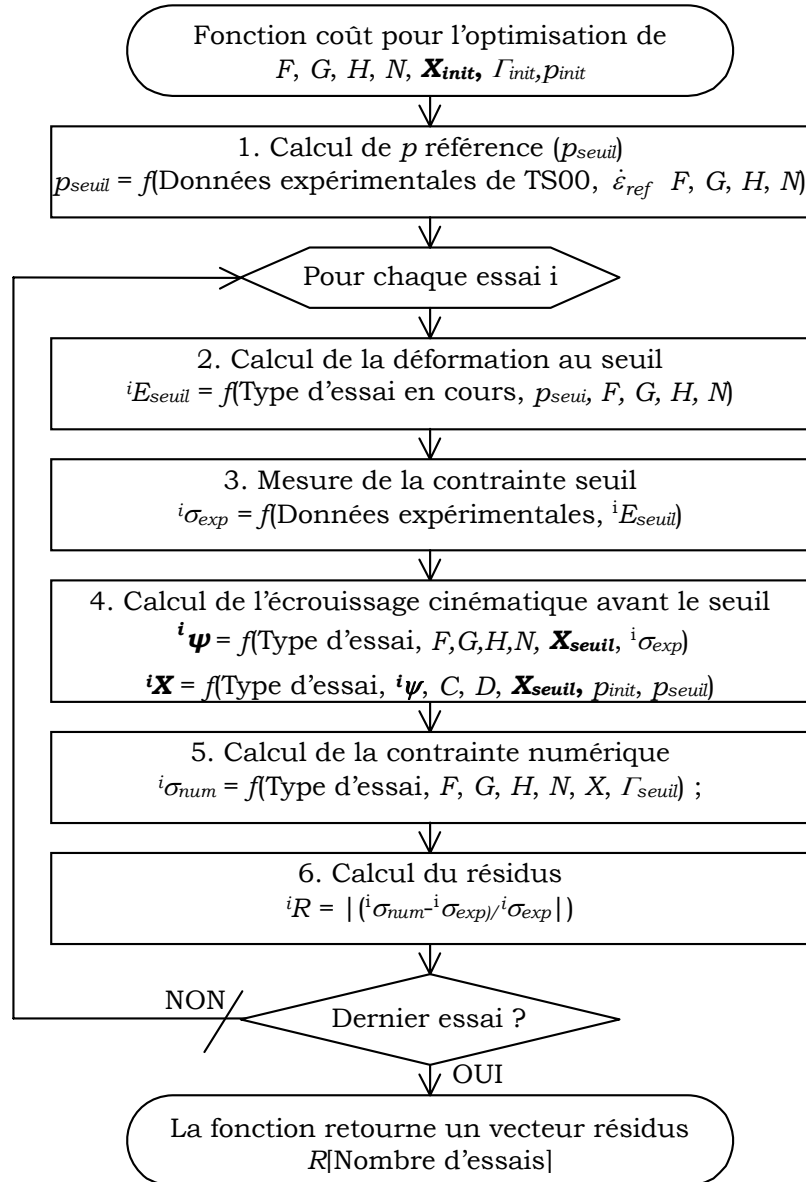


Figure 58 : Organigramme d'optimisation des paramètres caractéristiques de l'état initial

On utilise pour cela l'équation (150) qui lie, en traction simple sens long, l'incrément de déformation plastique équivalente \dot{p} à l'incrément de déformation longitudinale $\dot{\epsilon}$. Cette équation comporte un terme i non constant qui introduit r_0 , le coefficient d'anisotropie de HILL. Son expression fait intervenir la contrainte et il n'est pas possible de l'intégrer. Pour résoudre ce problème, nous avons choisi d'interpoler i par un polynôme d'ordre 2. L'équation devient alors intégrable mais sous une forme particulièrement compliquée. Nous avons préféré utiliser une intégration numérique.

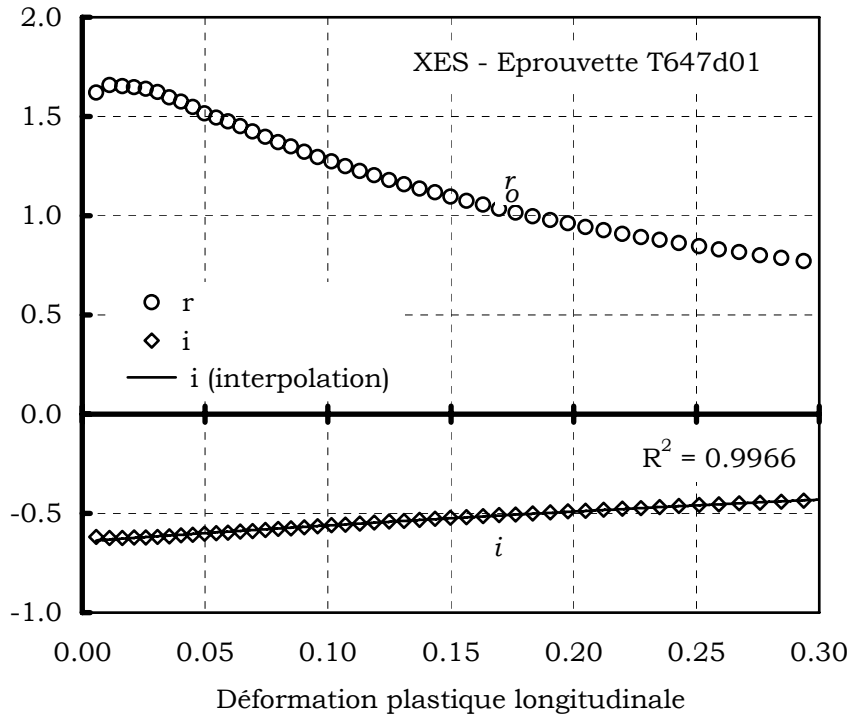


Figure 59 : interpolation polynomiale de i sur 30% de déformation dans le cas de l'acier XES

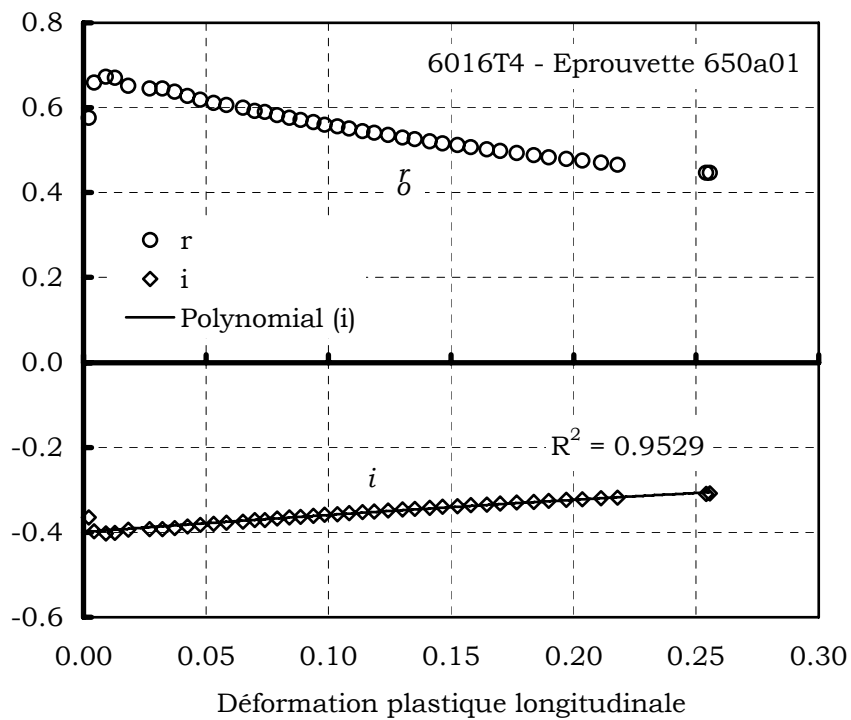


Figure 60 : Interpolation polynomiale de i sur 30% de déformation dans le cas de l'aluminium 6016T4

On peut juger de la qualité de cette l'interpolation de i pour nos matériaux sur les figure 59 et figure 60. On observe un léger écart pour les valeurs de déformations inférieures à 0,5%. A ces niveaux de déformation, l'incertitude de mesure sur la déformation transverse est très importante ce qui justifie cet écart. La valeur interpolée est, d'une certaine façon, plus juste que la valeur directement calculée.

Un autre choix aurait été d'interpoler les déformations transversales et longitudinales toujours par un polynôme d'ordre 2, afin de réécrire (150) sous une forme intégrable simplement. Malheureusement, les courbes de déformations ne sont pas polynomiales et cette méthode conduit à des écarts significatifs sur i .

On calcule à partir de p_{seuil} la déformation longitudinale (ou la déformation de cisaillement) correspondante à chaque essai. Ceci permet d'extraire des fichiers de données les contraintes seuils expérimentales. Ces valeurs sont obtenues par une interpolation linéaire entre les deux points d'échantillonnage les encadrant directement par excès et par défaut.

Pour les essais de traction simple sens travers et hors axes, le problème de la dépendance entre la contrainte et la relation déformation équivalente/déformation plastique se pose de nouveau mais il n'est pas possible d'inverser simplement la démarche utilisée précédemment. On se contente donc de considérer i constant sur l'incrément. La valeur retenue est l'ordonnée à l'origine du polynôme identifié. Cette démarche n'est acceptable que lorsque l'incrément de déformation est faible ce qui est notre cas puisque l'identification se fait pour des déformations plastiques inférieures à 10^{-3} .

Pour chaque essai, on calcule ensuite l'écroûissage cinématique entre l'état initial et la surface d'identification (voir ci-dessous : *Paramètres* caractéristiques de l'écroûissage). Il n'y a pas d'écroûissage isotrope à calculer puisque nous avons choisi de fixer la dimension Γ de la surface de charge directement sur la surface d'identification. On peut alors calculer les contraintes numériques attendues.

Chaque résidu est calculé comme la valeur absolue de l'écart normé entre les contraintes numériques et expérimentales. La fonction coût retourne un vecteur résidu comprenant une valeur pour chaque essai, équilibré par le vecteur \mathbf{K} de pondération des données expérimentales :

$$\mathbf{R} = \left\{ \begin{array}{l} k_1 \left| \frac{1 \sigma_{num}^{p_{seuil}} - 1 \sigma_{exp}^{p_{seuil}}}{1 \sigma_{exp}^{p_{seuil}}} \right| \\ k_2 \left| \frac{2 \sigma_{num}^{p_{seuil}} - 2 \sigma_{exp}^{p_{seuil}}}{2 \sigma_{exp}^{p_{seuil}}} \right| \\ \vdots \\ k_n \left| \frac{n \sigma_{num}^{p_{seuil}} - n \sigma_{exp}^{p_{seuil}}}{n \sigma_{exp}^{p_{seuil}}} \right| \end{array} \right. \quad (212)$$

Paramètres caractéristiques de l'écrouissage

L'identification des paramètres caractéristiques de l'écrouissage se concentre sur les coefficients représentatifs de son évolution. Elle comprend quatre étapes principales, détaillées sur la figure 61 :

- Estimation de l'état d'écrouissage initial,
- Lecture d'un niveau d'écrouissage expérimental et détermination de la déformation plastique équivalente correspondante,
- Calcul de l'état d'écrouissage numérique équivalent,
- Calcul d'un résidu.

Le calcul de l'écrouissage isotrope à l'aide de (109) ne pose aucun problème. La déformation expérimentale est traduite en une déformation plastique équivalente, en utilisant une intégration de \dot{p} , numérique dans le cas de la traction simple. Il nécessite de déterminer la dimension T_0 de la surface de charge dans l'état non déformé de la tôle. On utilise pour cela les équations (108) et (109). La déformation plastique équivalente à prendre en compte est calculée en ajoutant :

- p_{init} , déformation plastique équivalente entre l'état imaginaire et l'état initial,
- la déformation plastique équivalente entre l'état initial et la limite d'élasticité conventionnelle (obtenue par l'équation (150) intégrée numériquement).

Pour l'écrouissage cinématique, les équations (115) et (116) permettent de résoudre tous les cas de chargements autres que la traction simple. Pour cette dernière, le tenseur Ψ liant les déformations plastiques aux déformations plastiques équivalentes n'est pas constant et il faudrait utiliser une intégration numérique de (119). Cette option est particulièrement coûteuse en temps de calcul. C'est pourquoi nous avons préféré utiliser une valeur moyenne de Ψ sur l'intervalle de déformation considéré.

Lors de l'identification, on réalise une boucle sur chaque essai. Les contraintes numériques sont initialisées aux valeurs calculées pour la surface de charge initiale. Pour chaque point de l'essai, on calcule le nouvel état d'écrouissage et donc la contrainte numérique attendue à la fin de l'incrément. Notons que la démarche n'est pas incrémentale ce qui évite les problèmes liés aux cumuls d'erreurs.

Le résidu est calculé de la même façon que pour l'identification de la surface de charge. Pour un même essai, les résidus de tous les incréments sont sommés. Dans le cas où l'essai est composé de plusieurs chargements successifs (par exemple le cisaillement cyclique), on calcule un résidu différent pour chaque branche, pondéré par le nombre de branches. Le niveau d'écrouissage obtenu à la fin d'une branche est utilisé comme niveau d'écrouissage initial pour la branche suivante.

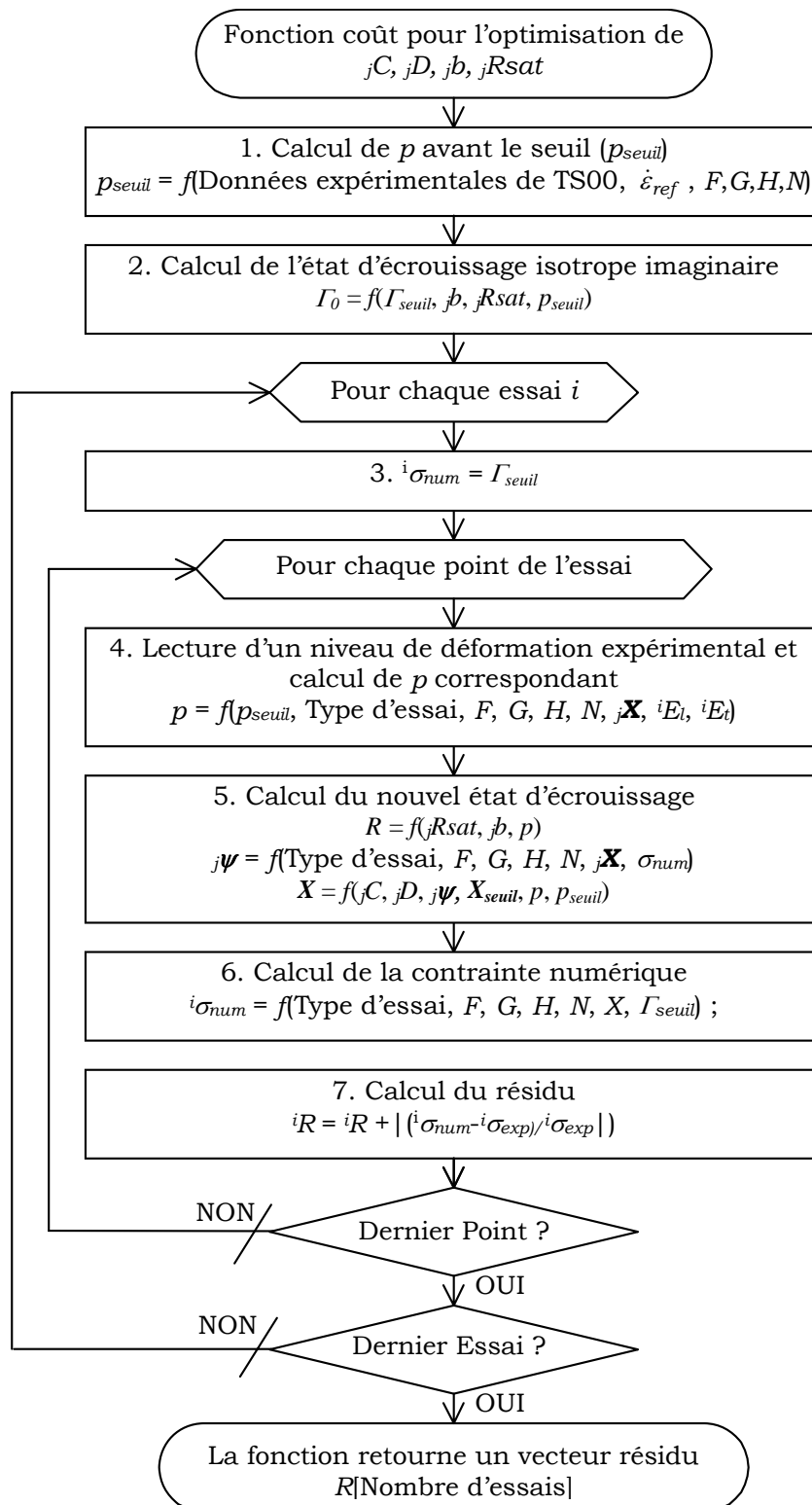


Figure 61 : Organigramme d'optimisation des paramètres caractéristiques de l'état initial

La fonction coût retourne un vecteur résidu comprenant une valeur pour chaque branche d'essai. Ces valeurs sont pondérées par le vecteur \mathbf{K} :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sum_{h=1}^{\text{nb. de points}} \left| \frac{1 \sigma_{num}^{p(i)} - 1 \sigma_{exp}^{p(i)}}{1 \sigma_{exp}^{p(i)}} \right| \times \frac{k_1}{h} \\ \sum_{i=1}^{\text{nb. de points}} \left| \frac{2 \sigma_{num}^{p(j)} - 2 \sigma_{exp}^{p(j)}}{2 \sigma_{exp}^{p(j)}} \right| \times \frac{k_2}{i} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{\text{nb. de points}} \left| \frac{n \sigma_{num}^{p(k)} - n \sigma_{exp}^{p(k)}}{n \sigma_{exp}^{p(k)}} \right| \times \frac{k_2}{j} \end{pmatrix} \quad (213)$$

4.1.3 Sensibilité des paramètres

Afin de déterminer quels essais influencent vraiment la détermination de chaque paramètre, nous avons réalisé une étude de sensibilité détaillée.

La méthode repose sur l'emploi d'assortiments de n essais numériques simulant un matériau pour lequel tous les paramètres d'anisotropie et d'écrouissage sont connus. Le logiciel d'identification est initialisé avec le vecteur \mathbf{V}_0 des paramètres caractéristiques du matériau simulé. Dans ces conditions, le calcul d'optimisation retourne un vecteur résidu \mathbf{R}_0 nul. On écarte alors une à une chaque variable de sa valeur d'une quantité quelconque. Le vecteur résidu \mathbf{R}_i résultant de chaque écart est représentatif de l'influence relative de la variable sur chaque type d'essai. i représente la variable considérée. Chaque composante ${}^n r_i$ de ce vecteur représente le résidu pour l'essai n du paramètre i , c'est à dire l'influence du paramètre i dans le calcul de la contrainte pour l'essai n :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 = \{F, G, H, N, \Gamma, \mathbf{X}\} &\rightarrow \mathbf{R}_0 = \{0, 0, \dots, 0\} \\ \mathbf{V}_1 = \{F', G, H, N, \Gamma, \mathbf{X}\} &\rightarrow \mathbf{R}_1 = \{{}^1 r_1, {}^2 r_1, \dots, {}^n r_1\} \\ \vdots &\rightarrow \vdots \\ \mathbf{V}_i = \{F, G, H, N, \Gamma, \mathbf{X}'\} &\rightarrow \mathbf{R}_i = \{{}^1 r_i, {}^2 r_i, \dots, {}^n r_i\} \end{aligned} \quad (214)$$

Il est nécessaire de normer ces résultats :

$$\|{}^n r_i\| = \frac{{}^n r_i}{\sum {}^n r_i} \quad (215)$$

On caractérise la sensibilité de chaque type d'essai en prenant un assortiment de n essais caractéristiques : traction simple, essais larges et cisaillement dans les trois orientations matériau soit neuf essais. Les essais de traction et compression large sont en effet semblables en terme de résidus puisqu'ils reposent sur des équations identiques

On utilise cinq assortiments d'essais créés numériquement. Deux assortiments d'essais sont dédiés à l'étude de la surface de charge. Ils représentent les cas de surface seuil isotrope et anisotrope dans les cas où les contraintes cinématiques initiales sont nulles ($\mathbf{X}_{init} = 0$) et non nulles ($\mathbf{X}_{init} \neq 0$). Les paramètres utilisés pour ces assortiments d'essais sont présentés dans le tableau 15.

Tableau 15 : Paramètres représentatifs des assortiments d'essais numériques utilisés pour l'étude de sensibilité des variables d'anisotropie

Paramètre	F	G	H	N	Γ	X_{11}	X_{22}	X_{12}
Isotrope centrée	1	1	1	3	150	0	0	0
Anisotrope excentrée	0.2	1	1.8	4	150	50	-40	10

Les résultats concernant l'identification de la surface de charge initiale sont présentés sur la figure 62 dans le cas isotrope et la figure 63 dans un cas plus général. On note que la répartition des résidus est sensiblement identique dans les deux cas.

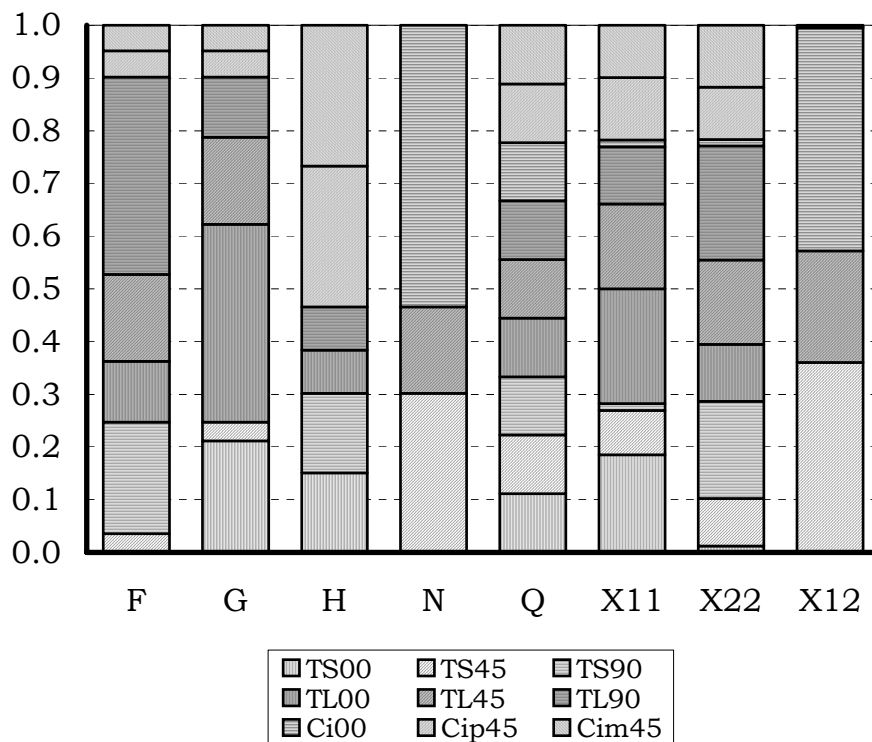


Figure 62 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de la surface de charge initiale aux différents types d'essais dans le cas isotrope centré

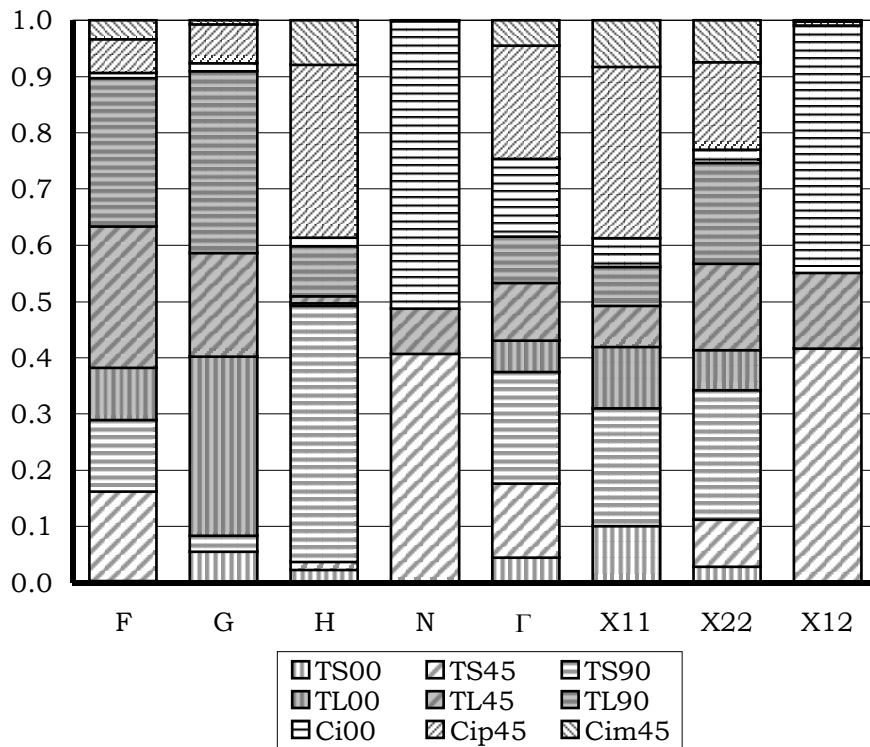


Figure 63 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de la surface de charge initiale aux différents types d'essais dans le cas anisotrope excentré

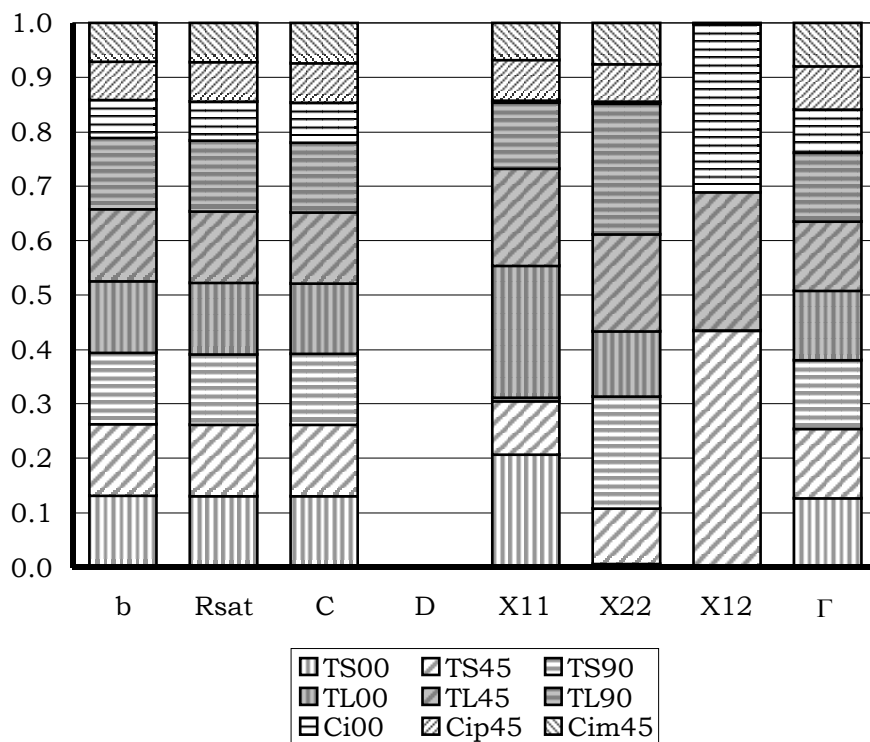


Figure 64 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de l'écroutissage aux différents types d'essais pour un écroutissage isotrope

Il faut lire ces figures en colonnes : pour une variables donnée, on accède ainsi à l'importance de chaque type d'essai dans sa détermination. Par exemple, on voit que la variable N est déterminée à plus de 50% par le cisaillement sens long. Les valeurs associées aux essais de traction large sont affectées d'un coefficient 2 pour inclure l'influence des essais de compression correspondant.

D'un point de vue général, on constate que l'ensemble des variables est déterminé par une moyenne 6 essais différents. X_{12} et N sont les variables les moins bien déterminées avec seulement 3 essais ce qui traduit la pauvreté de notre base expérimentale pour les sollicitations en dehors des axes d'orthotropie.

Les essais larges jouent un rôle prépondérant dans la détermination de F et G . Cet effet s'accroît lorsque la dissymétrie de la surface de charge augmente.

Γ est déterminé de façon quasi équitable par l'ensemble des essais ce qui traduit bien le rôle de facteur d'échelle assumé par ce paramètre.

On remarque que les poids cumulés des essais de traction simple et cisaillement dans les trois orientations matériaux sont généralement très proches pour un paramètre donné.

Trois autres assortiments d'essais sont utilisés pour l'étude de la sensibilité des paramètres d'érouissage. Les cas représentés sont un érouissage isotrope, un érouissage cinématique et un érouissage mixte isotrope et cinématique. La surface de charge initiale est prise isotrope centrée. Les paramètres sont précisés dans le tableau 16.

Tableau 16 : Paramètres représentatifs des assortiments d'essais numériques utilisés pour l'étude de sensibilité des variables d'érouissage

Paramètre	Γ	b	R_{sat}	C	D
Isotrope	150	5	500	0	0
Cinématique	150	0	0	1500	15
Mixte	150	5	500	1500	15

Les résultats sont identiques dans les trois cas d'érouissage envisagés. On note que les résidus liés aux paramètres d'érouissage sont très bien répartis entre les différents essais.

Le cas de l'érouissage isotrope ne fait pas apparaître de valeur pour D . En effet, ce paramètre ne peut s'exprimer que dans le cas où C ou \mathbf{X}_{init} sont non nuls.

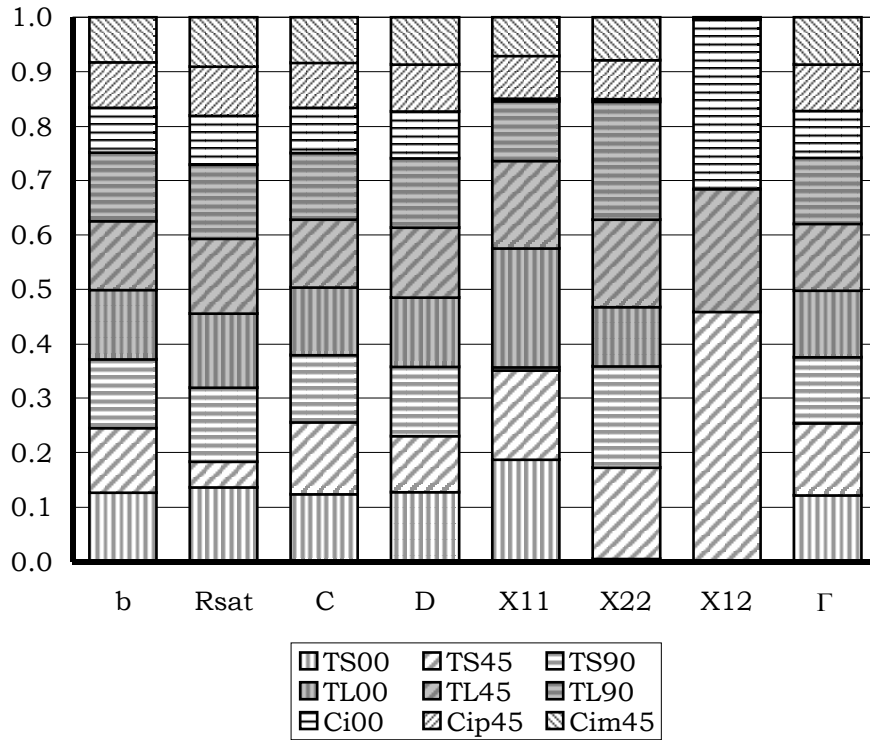


Figure 65 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de l'écroûissage aux différents types d'essais pour un écroûissage cinématique

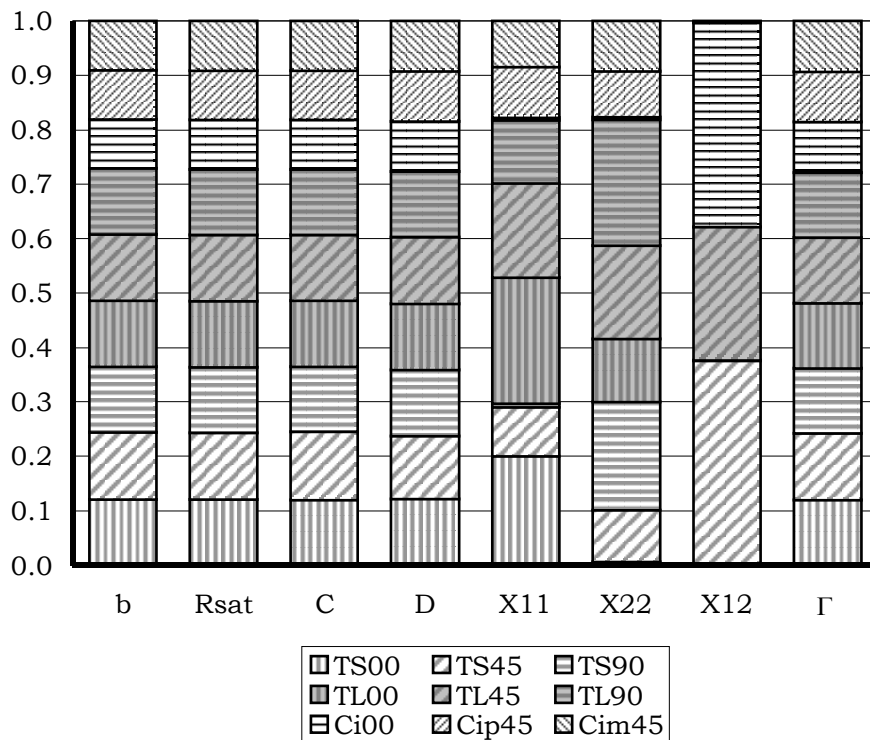


Figure 66 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de l'écroûissage aux différents types d'essais pour un écroûissage mixte isotrope et cinématique

4.2 Application aux matériaux étudiés

4.2.1 Initialisation des variables

Le tableau 14 page 99 synthétise l'ensemble des paramètres à déterminer. Ils sont au nombre de dix-sept ce qui est considérable : trois pour l'anisotropie, quatre pour l'état d'érouissage cinématique et isotrope initial plus deux pour chacun des quatre érouissages envisagés (cinématique I et II ; isotrope I et II). Il est cependant possible de faire un tri entre des variables de première main nécessaires pour un résultat qualitativement correct et des variables de seconde main destinées à affiner le résultat. Ces dernières sont les deuxièmes érouissages cinématiques et isotropes ainsi que de la valeur de déformation plastique équivalente initiale. Ces variables ne sont pas indispensables au bon fonctionnement du modèle. Elles sont donc annulées dans un premier temps. Il en reste alors treize parmi lesquelles un facteur d'échelle est à choisir.

D'autre par, les données expérimentales dont nous disposons ne permettent pas de différencier les essais de cisaillements à γ croissant de ceux à γ décroissant. En effet, les deux faces du matériau n'ont pas été différenciées. Cette carence des données expérimentales nous oblige à confondre ces deux type d'essais et donc à imposer une valeur d'érouissage cinématique initiale nulle en cisaillement :

$$\left(X_{12}\right)_{init} = 0 \quad (216)$$

C'est donc bien onze variables indépendantes qu'il faut finalement initialiser.

F , G , H et N sont les paramètres d'anisotropie. Ils déterminent la forme de la surface de charge. Nous avons vu que par hypothèse, ils restent constants lors de l'érouissage. Ces paramètres sont initialisés avec les valeurs adaptées à un matériau isotrope c'est à dire :

$$\begin{aligned} F &= G = H = 1 \\ N &= 3 \end{aligned} \quad (217)$$

Ce choix est justifié par la faible anisotropie attendue. D'autre part, il est équidistant de l'ensemble des solutions.

p_{init} est la valeur de déformation plastique équivalente entre l'état non éroui de la tôle et son état initial. Cette valeur ne peut dépasser quelque pour-cent. Elle est donc logiquement initialisé à zéro.

\mathbf{X}_{init} est le décentrage initial de la surface de charge. Ce décentrage est produit par l'érouissage cinématique correspondant à p_{init} . Il est donc logiquement pris égal à zéro.

Γ_{init} représente la dimension de la surface de charge initiale. Cette valeur est initialisée indirectement à travers Γ_{seuil} qui est la dimension de la surface de charge pour la contrainte seuil conventionnelle. Le logiciel calcule Γ_{init} à partir de Γ_{seuil} en utilisant $p_{init}, b_1, R_{sat}, b_2, R_{sat}$. Γ_{init} joue directement le rôle d'un facteur d'échelle pour l'ensemble des autres paramètres. Il est de ce fait possible de le fixer aléatoirement. Pour se situer dans un ordre de grandeur rationnel, on le prend égal à la contrainte seuil conventionnelle en traction simple sens long.

Tous les paramètres représentatifs de l'évolutions de l'écrouissage sont initialisés à zéro, ce qui correspond au cas d'un comportement plastique parfait.

4.2.2 Surface de charge initiale

Pour l'acier XES, les surfaces de charges identifiées dans le cas élastique parfaitement plastique pour une déformation de référence en traction simple de 2.10^{-4} présentent une très forte sensibilité aux résultats de compression large. Celle-ci est liée aux faibles écarts entre les contraintes seuils en traction simple et traction large. On observe dans les deux cas un pré écrouissage cinématique très faible. Les coefficients identifiés sont présentés dans le tableau 17. Les valeurs obtenues sans compression ne semblent pas réalistes en raison de la très forte anisotropie à laquelle elles conduisent. Les résultats sont plus vraisemblables lorsque l'on tient compte des essais de compression. L'anisotropie est faible et la surface est légèrement décalée dans le sens de laminage.

Tableau 17 : Paramètres représentatifs de la surface de charge initiale dans le cas élastique parfaitement plastique identifié à 2.10^{-4} déformations (Acier XES)

Paramètre	F	G	H	N	Γ_{init}	X_{11}	X_{22}	X_{33}
Sans compression	2,36	2,50	0,201	2,67	150	11,9	12,1	-24
Avec compression	1,06	1,24	0,967	2,83	150	3,97	2,18	-6,15

La figure 67 présente la projection de ces surfaces de charges dans le plan (1,2) de l'espace des contraintes. La figure 68 présente ces mêmes surfaces projetées dans le plan (1,1,2). Les données expérimentales sont représentées par des pastilles blanches. Pour les essais larges qui représentent des points de tangences de la surface, ces pastilles sont prolongées par des barres. Il s'agit des valeurs de contrainte de la surface d'identification et non pas de la surface initiale. Il est acceptable de les représenter simultanément en raison du très faible taux d'écrouissage. Une croix marque le centre de chaque surface. Les écarts entre valeurs expérimentales et numériques sont très faibles lorsque l'on ne tient pas compte de la compression et restent petites dans l'autre cas.

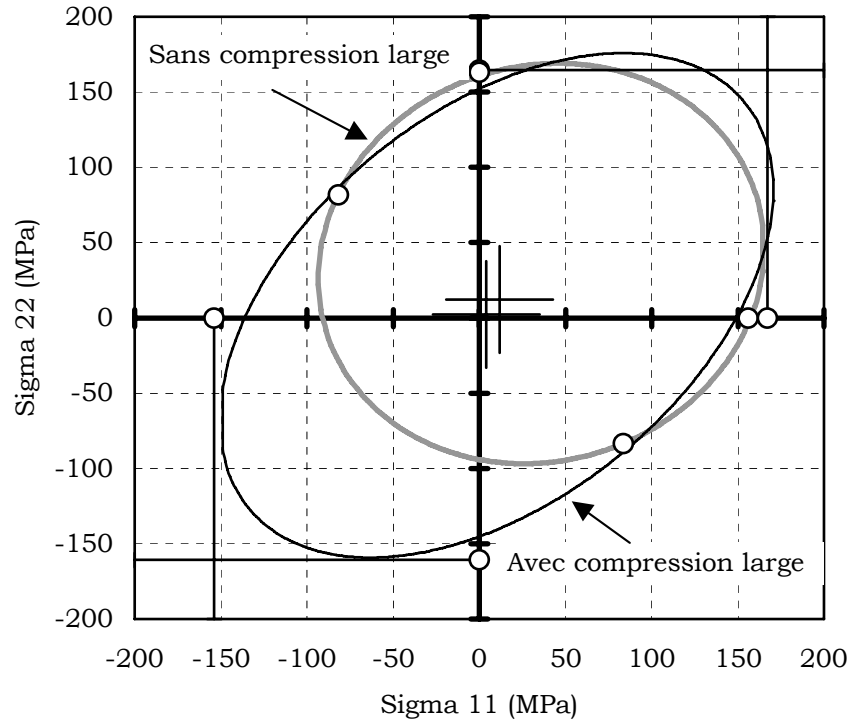


Figure 67 : Surfaces de charge pour l'acier XES élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à $2 \cdot 10^{-4}$ déformations)

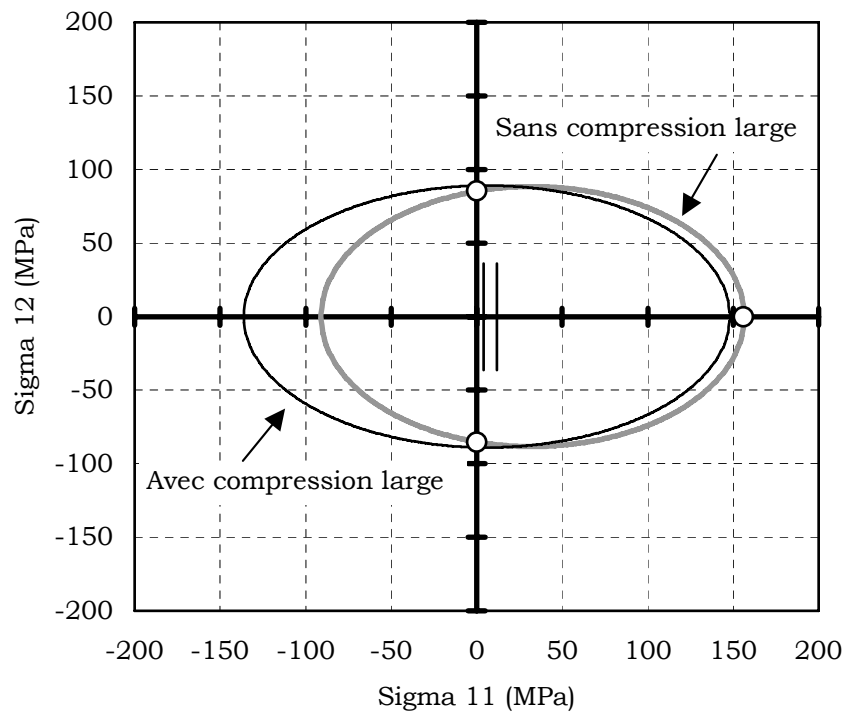


Figure 68 : Surfaces de charge pour l'acier XES élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à $2 \cdot 10^{-4}$ déformations)

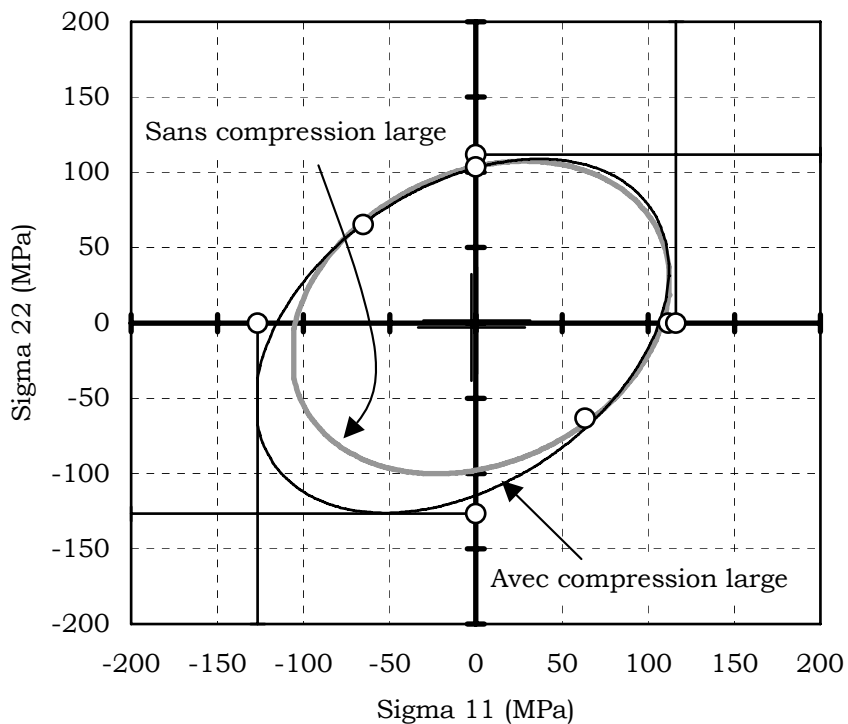


Figure 69 : Surfaces de charge pour 6016 T4 élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à $2 \cdot 10^{-4}$ déformations)

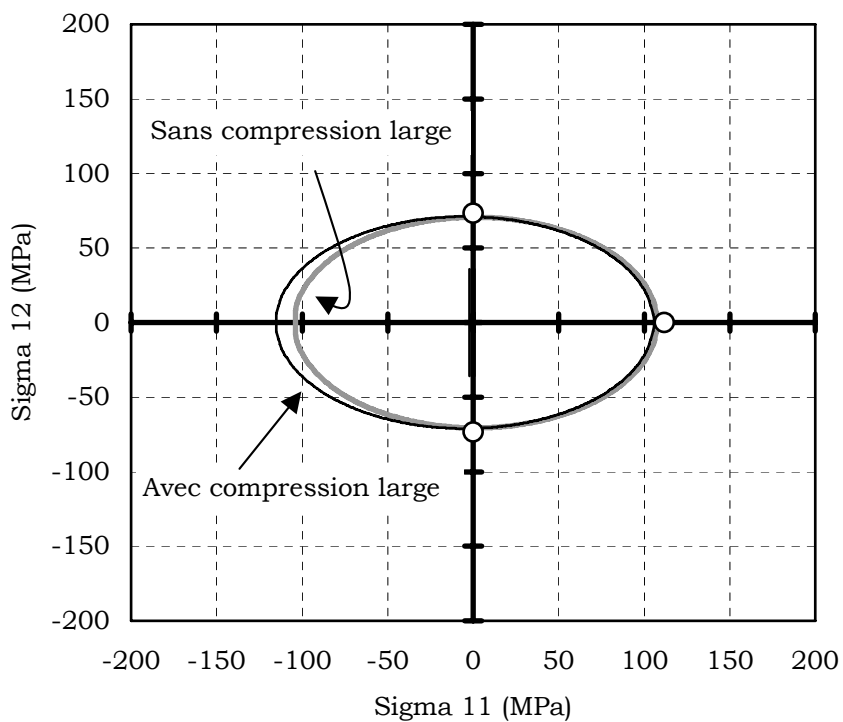


Figure 70 : Surfaces de charge pour 6016 T4 élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à $2 \cdot 10^{-4}$ déformations)

A ce stade, il est important de rappeler que dès lors que le comportement du matériau présente une composante d'écroissage cinématique, il est impossible de représenter différents types d'essais sur une même surface de charge. Chaque valeur de contrainte se situe en effet sur une surface de charge différente ce qui en interdit toute représentation simultanée. Seule la surface de charge initiale, c'est à dire la surface de charge pour laquelle l'écroissage subit est identique entre chaque éprouvette, permet donc de comparer les données expérimentales à la simulation.

Les paramètres caractéristiques des surfaces identifiées pour l'alliage d'aluminium 6016 T4 sont présentés dans le tableau 19. L'influence de la compression est beaucoup plus faible que pour l'acier et les surfaces obtenues sont confondues pour la moitié de l'espace des contraintes où $\sigma_2 > -\sigma_1$. On remarque que la contrainte de pré écroissage cinématique est négative ce qui ne répond à aucune justification physique. Cependant, il s'agit d'une valeur faible, de l'ordre de grandeur de l'erreur de mesure. Les figure 69 et figure 70 présentent ces surfaces de charges dans les directions principales de l'espace des contraintes.

Tableau 18 : Paramètres représentatifs de la surface de charge initiale dans le cas élastique parfaitement plastique identifié à 2.10^{-4} déformations (Alliage 6016 T4)

Paramètre	F	G	H	N	Γ_{init}	X_{11}	X_{22}	X_{33}
Sans compression	1,85	1,60	0,527	2,42	110	0,641	1,47	-2,11
Avec compression	1,29	1,21	0,748	2,38	110	-2,33	-3,16	5,49

4.2.3 Écroissage

La souplesse de notre outil d'identification nous a permis d'optimiser les paramètres caractéristiques du matériau pour un grand nombre d'états différents. C'est pourquoi il est nécessaire de définir des critères objectifs capables de qualifier la qualité des résultats et de les présenter de façon synthétique. On définit le résidu indicateur (par opposition au résidu utilisé pour l'identification) ρ de la façon suivante :

$$\rho = \sum_N \frac{\rho_{moy}^n}{N} \quad (218)$$

$$\rho_{moy}^n = \frac{1}{n \cdot p} \sum_{i=1}^{n \cdot p} \left| \frac{\sigma_{num}^i - \sigma_{exp}^i}{\sigma_{exp}^i} \right|$$

où N est le nombre d'essais disponible et $n \cdot p$ le nombre de points d'échantillonnage pour l'essai n . Cet indicateur est utilement complété d'un écart moyen entre les courbes numériques et expérimentales, exprimé en MPa :

$$\rho_{MPa} = \sum_N \frac{\rho_{MPa\ moy}^n}{N} \quad (219)$$

$$\rho_{MPa\ moy}^n = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n \left| \sigma_{num}^i - \sigma_{exp}^i \right|$$

Identification des paramètres

Notre outil d'identification permettant de modéliser quatre types d'écroissements simultanés (deux écroissements cinématiques et deux écroissements isotropes), nous avons voulu comparer toutes les combinaisons possibles afin de déterminer l'importance de chacun. Pour chaque jeu de paramètres d'écroissage, il est bien sûr nécessaire de préciser la valeur des paramètres d'anisotropie puisque notre démarche itérative les rend dépendant. On rappelle que les surfaces de charges sont calculées pour une déformation de référence en traction simple de 2.10^{-4} .

Les valeurs obtenues pour l'acier XES sont données sur le tableau 19. Celui-ci comprend une colonne par type d'écroissage envisagé. La dénomination des écroissements est explicite : « I » désigne les écroissements isotropes et « C » les écroissements cinématiques. La première constatation est que les paramètres caractéristiques de la surface de charge initiale évoluent peu. Ce résultat n'est pas surprenant puisque l'identification est faite pour une très petite déformation plastique équivalente ce qui limite l'influence de l'écroissage sur ces paramètres.

Les valeurs d'écart moyen en MPa sont importantes et ne descendent pas en dessous de 7 MPa. La figure 71 donne une représentation normée des résidus indicateurs correspondants. La valeur la plus faible est prise comme référence.

Les plus mauvais résultats sont obtenus pour un écroissage cinématique seul. L'ajout d'un second écroissage cinématique n'apporte qu'une amélioration minimale. Par hypothèse, la surface de charge doit contenir l'origine de l'espace des contraintes. Cela limite donc l'écroissage disponible de façon cinématique à la dimension initiale de la surface de charge et cela explique le mauvais score obtenu par ce modèle. La figure 73 page 119 illustre clairement cette limitation.

Les résultats de l'écroissage isotrope seul sont quantitativement deux fois meilleurs. On remarque, que pour l'écroissage « II » l'identification annule le deuxième écroissage isotrope mis à sa disposition. La faiblesse de cet écroissage est son incapacité à représenter correctement les phénomènes transitoires en cisaillement cyclique. Cette faiblesse disparaît avec l'écroissage mixte de type « IC ». L'ajout d'un deuxième écroissage isotrope ou cinématique est positif et permet d'améliorer sensiblement le résultat. Par contre, le passage de trois à quatre écroissements ne permet de diminuer l'écart moyen en MPa et le résidus indicateur que très faiblement. On note que dans tous les cas, le deuxième écroissage cinématique est de type linéaire.

Tableau 19 : Paramètres caractéristiques
du comportement de l'acier XES

Écrouissage	I	II	IIC	C	CC	ICC	IC	IICC
F	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	1,08	1,07	1,07
G	1,24	1,24	1,25	1,25	1,26	1,25	1,25	1,25
H	0,967	0,967	0,973	0,975	0,980	0,977	0,975	0,976
N	2,83	2,83	2,85	2,86	2,87	2,86	285	2,86
Γ_{exp}^{10} (MPa)	150	150	150	150	150	150	150	150
Γ_{init} (MPa)	149	149	150	150	150	150	150	150
X_{11} (MPa)	3,97	3,97	3,99	3,98	4,00	4,01	3,99	4,01
X_{22} (MPa)	2,18	2,18	2,2	2,19	2,21	2,21	2,20	2,21
X_{33} (MPa)	-6,15	-6,15	-6,19	-6,17	-6,21	-6,22	-6,19	-6,22
${}_1b$	15,9	15,9	1,86			4,78	4,23	2,59
${}_1R_{sat}$ (MPa)	199	199	125			146	190	119
${}_2b$		0	43,3					16,1
${}_2R_{sat}$ (MPa)		0	88,2					46,6
${}_1C$ (MPa)			418	3410	4760	3770	3100	3410
${}_1D$			1,24	22	49,9	54,1	34,2	57,3
${}_2C$ (MPa)					484	223		255
${}_2D$					0	0		0
$100x\rho$	7,50	7,50	3,98	13,7	9,65	4,14	5,07	3,90
ρ_{MPa} (MPa)	14,7	14,7	7,95	28,0	17,4	8,86	10,3	8,29

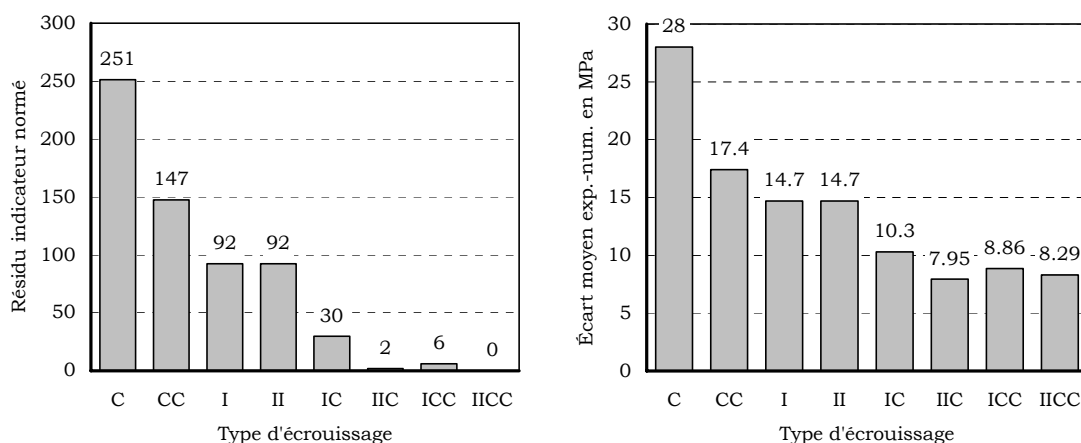


Figure 71 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation
pour l'acier XES selon le type d'écrouissage retenu

¹⁰ Imposé par l'utilisateur

Tableau 20 : Paramètres caractéristiques
du comportement de l'alliage d'aluminium 6016 T4

Écrouissage	I	II	IIC	C	CC	ICC	IC	IICC
F	1,29	1,29	1,30	1,31	1,32	1,31	1,31	1,31
G	1,20	1,20	1,20	1,20	1,21	1,20	1,20	1,20
H	0,747	0,747	0,749	0,751	0,752	0,751	0,750	0,749
N	238	2,38	2,39	2,40	2,40	2,40	2,39	2,39
Γ_{exp}^{10} (MPa)	110	110	110	110	110	110	110	110
Γ_{init} (MPa)	110	109	110	110	110	110	110	110
X_{11} (MPa)	-2,40	-2,47	-2,63	-2,63	-2,64	-2,67	-2,65	-2,67
X_{22} (MPa)	-3,09	-3,03	-2,92	-2,92	-2,93	-2,97	-2,94	-2,92
X_{33} (MPa)	5,49	5,50	5,55	5,55	2,57	5,64	5,59	5,59
$_1b$	16,5	11,3	5,56			8,86	6,84	5,61
$_1R_{sat}$ (MPa)	146	139	133			137	146	133
$_2b$		281	243					265
$_2R_{sat}$ (MPa)		18	13,6					11,4
$_1C$ (MPa)			865	2160	2270	1690	1500	973
$_1D$			13,6	18	36,6	95,6	43,7	25,9
$_2C$ (MPa)					398	81,2		40,7
$_2D$					0	0		0
$100x\rho$	5,04	4,19	3,22	12,6	11,0	3,29	3,57	3,20
ρ_{MPa} (MPa)	7,43	6,02	4,93	18,9	16,4	4,98	5,33	4,85

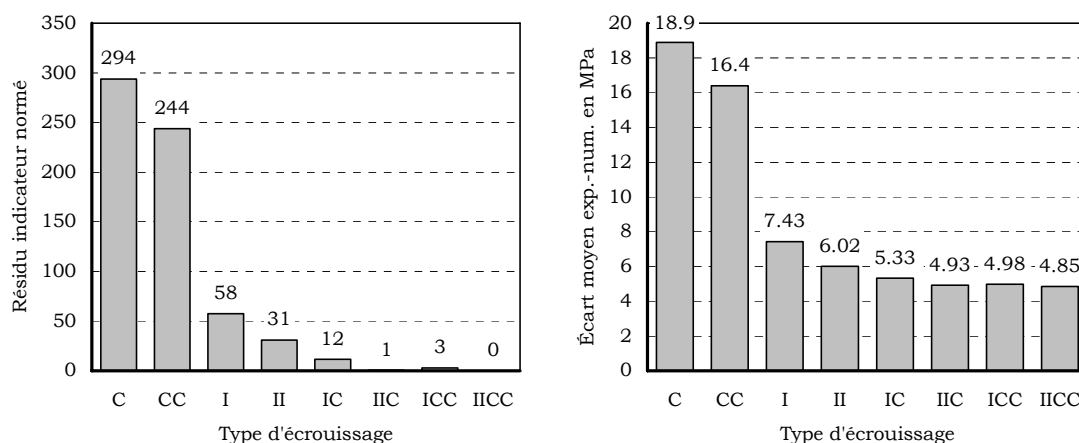


Figure 72 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'alliage d'aluminium 6016T4 selon le type d'écrouissage retenu

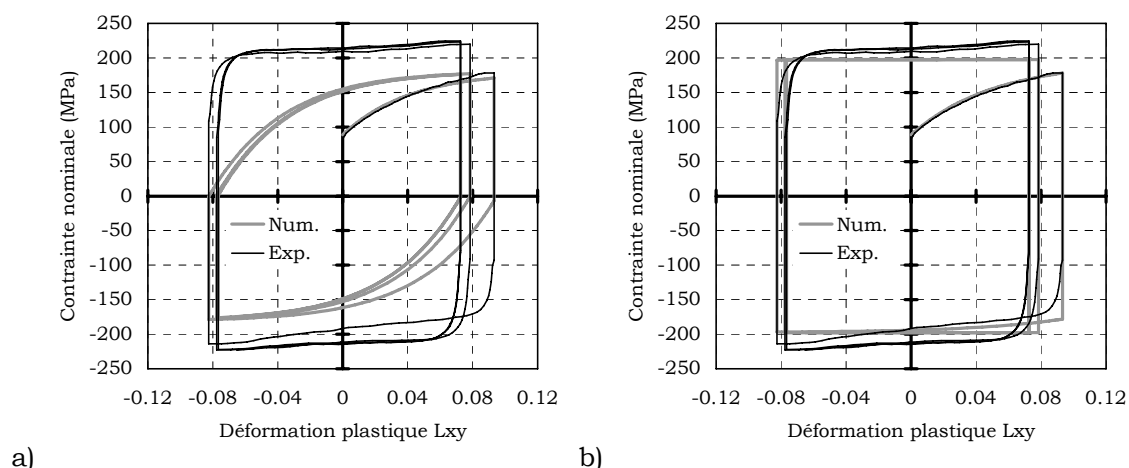


Figure 73 : Acier XES en cisaillement cyclique sens long
 a) Écrouissage cinématique – b) Écrouissage isotrope

Le tableau 20 et la figure 72 présentent le cas de l'alliage d'aluminium 6016 T4. L'interprétation des résultats est la même que celle que nous avons eu pour l'acier. On note que les écarts moyens et les résidus indicateurs sont plus faibles que pour l'acier : l'identification est meilleure.

Amélioration des paramètres identifiés

Nous avons exploré deux voies dans le but d'améliorer les paramètres identifiés : le renforcement des essais cycliques et l'identification des coefficients caractéristiques de la surface de charge initiale par l'écrouissage.

L'objectif d'un renforcement des essais cyclique est de mieux différencier les écrouissages isotropes et cinématiques. Ce renforcement est obtenu en affectant à chaque branche d'un essai cyclique le poids d'un essai monotone. Ainsi, le poids d'un essai comprenant six branches sera le double de celui d'un essai de trois branches.

L'idée de l'identification des coefficients caractéristiques de la surface de charge initiale par l'écrouissage est d'obtenir un compromis des paramètres d'anisotropie permettant d'estimer au mieux les différentes courbes. Cette optimisation des paramètres d'anisotropie pour l'écrouissage se fait bien sûr au dépend de l'estimation de la surface de première plasticité. On l'obtient par un calcul d'optimisation de l'écrouissage pour lequel seuls les paramètres F , G , H , N et \mathbf{X}_{init} sont libres. Le processus est bien sûr itératif. Notons que les essais de compressions, qui ne présentent qu'un très faible écrouissage, ne sont plus pris en compte.

Les résultats pour l'acier sont donnés dans le tableau 21 ci-dessous. Le cas de l'alliage d'aluminium est exposé dans le tableau 22.

Tableau 21 : Évolution des paramètres identifiés selon le type d'optimisation pour l'acier XES

Identification	Écrouissage IC				Écrouissage IICC			
	St	C+	E+	C+E+	St	C+	E+	C+E+
F	1,07	1,08	0,914	0,952	1,07	1,08	1,01	1,15
G	1,25	1,25	0,967	0,983	1,25	1,27	1,06	1,19
H	0,975	0,977	1,15	1,49	0,976	0,984	1,17	1,4
N	2,85	2,86	2,68	2,79	2,86	2,88	2,89	2,92
Γ_{exp}^{10} (MPa)	150	150	150	150	150	150	150	150
Γ_{init} (MPa)	150	150	150	150	150	150	150	150
X_{11} (MPa)	3,99	4,02	0	0	4,01	4,08	0	0
X_{22} (MPa)	2,20	2,22	0	0	2,21	2,25	0	0
X_{33} (MPa)	-6,19	-6,24	0	0	-6,22	-6,33	0	0
$_1b$	4,23	8,72	4,28	10,2	2,59	0,673	2,91	0,455
$_1R_{sat}$ (MPa)	190	134	192	160	119	130	118	110
$_2b$					16,1	12,8	22,3	11
$_2R_{sat}$ (MPa)					46,6	90,4	58	129
$_1C$ (MPa)	3100	4240	2590	3960	3410	6830	2640	7630
$_1D$	34,2	69,3	29,7	79,3	57,3	145	58,1	163
$_2C$ (MPa)					255	264	265	234
$_2D$					0	0	0	0
$100x\rho$	5,07	6,30	4,65	5,65	3,90	4,18	3,20	3,75
ρ_{MPa} (MPa)	10,3	14,4	9,54	12,7	8,29	8,96	6,74	8,42

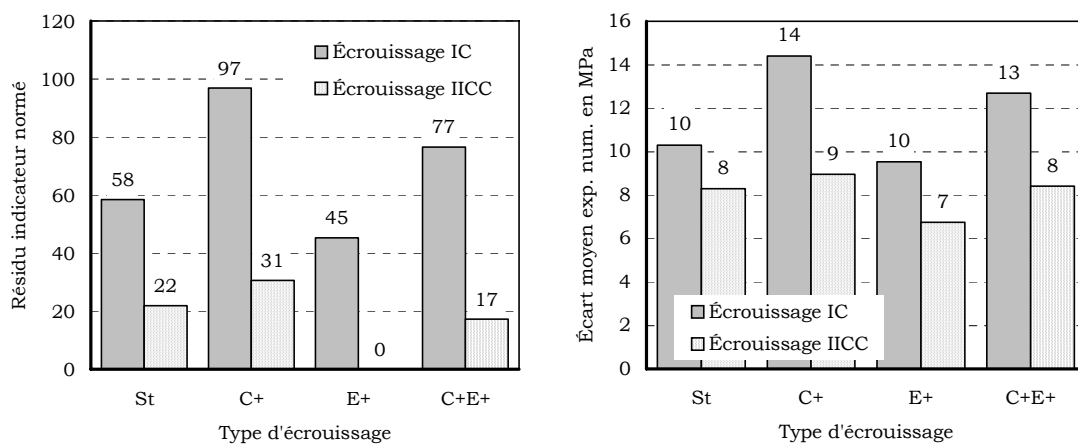


Figure 74 : Résidu indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'acier XES selon le type d'identification de l'écrouissage

Tableau 22 : Évolution des paramètres identifiés
selon le type d'optimisation pour l'alliage d'aluminium 6016 T4

Identification	Écrouissage IC				Écrouissage IICC			
	St	C+	E+	C+E+	St	C+	E+	C+E+
F	1,31	1,31	1,38	1,51	1,31	1,35	1,39	1,51
G	1,20	1,20	1,27	1,39	1,20	1,23	1,27	1,40
H	0,75	0,751	0,664	0,621	0,749	0,704	0,707	0,670
N	2,39	2,40	2,42	2,22	2,39	2,34	2,5	2,32
Γ_{exp}^{10} (MPa)	110	110	110	110	110	110	110	110
Γ_{init} (MPa)	110	110	110	110	110	110	110	110
X_{11} (MPa)	-2,65	-2,65	0	0	-2,67	-2,76	0	0
X_{22} (MPa)	-2,94	-2,94	0	0	-2,92	-3,32	0	0
X_{33} (MPa)	5,59	5,59	0	0	5,59	6,08	0	0
$_1b$	6,84	7,01	6,78	7,19	5,61	6,56	6,62	6,77
$_1Rsat$ (MPa)	146	134	140	125	133	128	139	129
$_2b$					265	267	289	272
$_2Rsat$ (MPa)					11,4	10,4	6,61	7,45
$_1C$ (MPa)	1500	1820	1310	1930	973	1060	1040	1460
$_1D$	43,7	46,7	33,3	47,2	25,9	30,9	31,2	42,9
$_2C$ (MPa)					40,7	38,5	31,4	46,7
$_2D$					0	0	0	0
$100x\rho$	3,57	3,65	3,12	3,47	3,20	3,25	3,00	3,18
ρ_{MPa} (MPa)	5,33	5,57	4,68	5,31	4,85	4,99	4,48	4,87

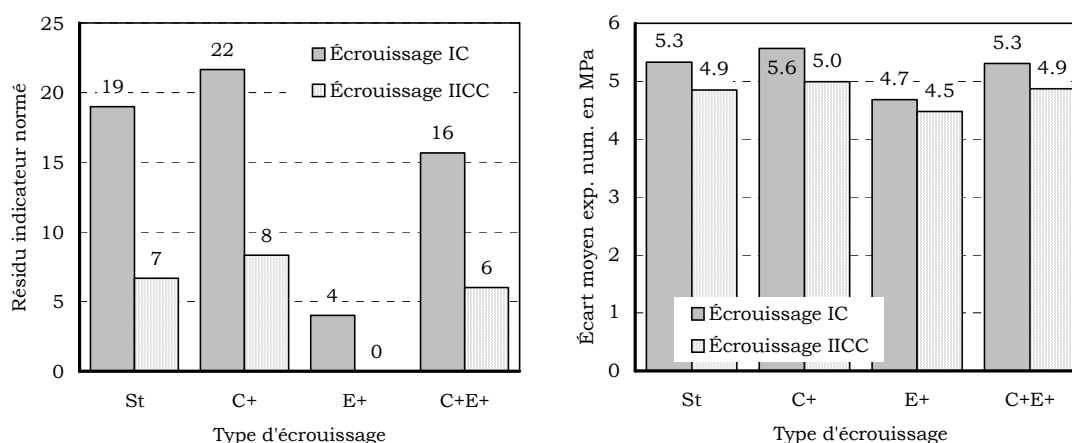


Figure 75 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'alliage d'aluminium selon le type d'identification de l'écrouissage

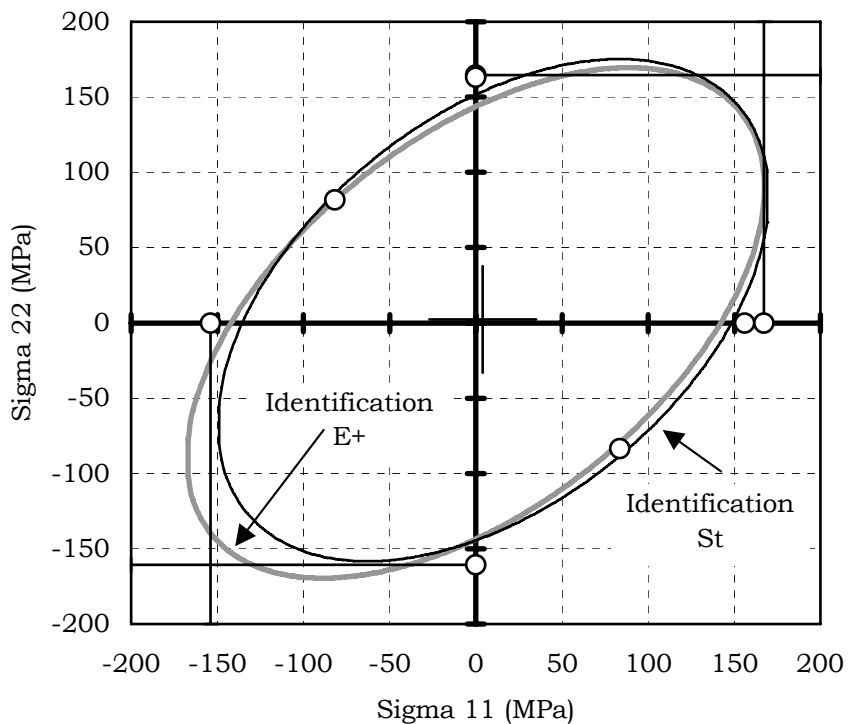


Figure 76 : Surfaces de charges initiales des écrouissages St et E+ pour l'acier XES

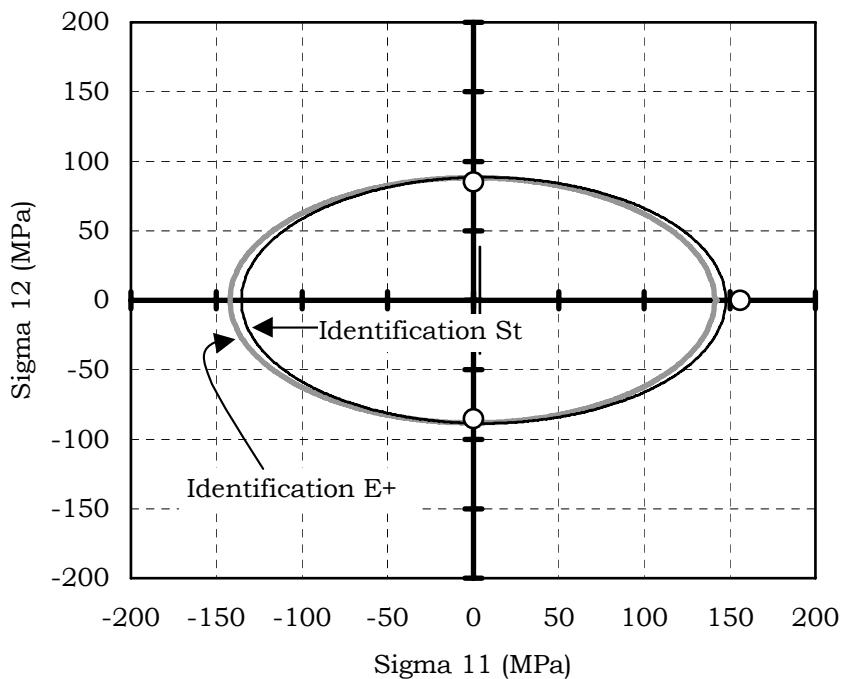


Figure 77 : Surfaces de charges initiales des écrouissages C+ et C+E+ pour l'acier XES

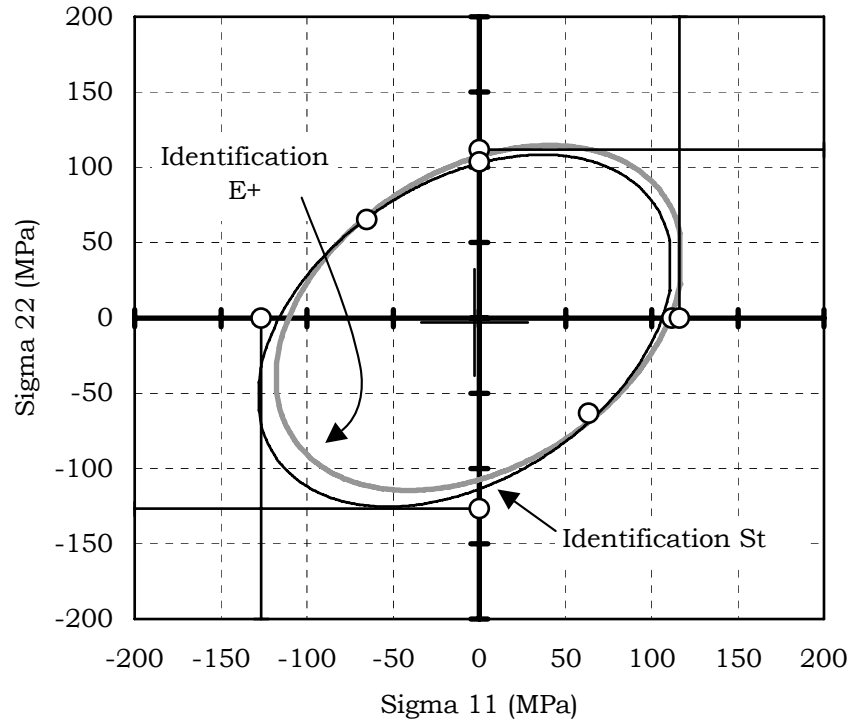


Figure 78 : Surfaces de charges initiales des écrouissages St et E+ pour l'alliage d'aluminium 6016 T4

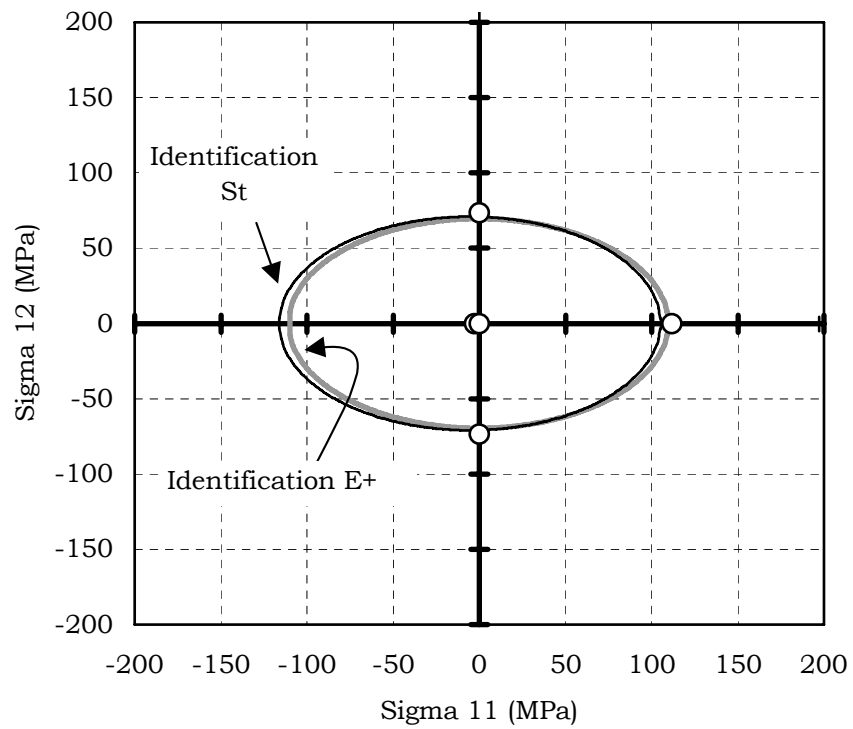


Figure 79 : Surfaces de charges initiales des écrouissages C+ et C+E+ pour l'alliage d'aluminium 6016 T4

On note « St » pour une identification itérative standard, « C+ » dans le cas d'un renforcement des essais cycliques et « E+ » lorsque les paramètres d'anisotropie sont identifiés pour optimiser l'érouissage. Les améliorations obtenues en identifiant une surface de charge optimisant l'érouissage sont significatives, aussi bien pour l'acier que pour l'alliage d'aluminium. Par contre, le renforcement des essais cycliques est pénalisant dans la quasi totalité des cas (voir figure 74 et figure 75).

La détermination des paramètres d'anisotropie par l'érouissage donne un résultat satisfaisant en terme de surface de première plasticité, proche de celui obtenu par une identification classique même si les essais larges ne sont pas aussi bien pris en compte.

Les surface de charge de l'acier XES et de l'alliage d'aluminium sont présentés de la figure 76 à la figure 79. Ces surfaces sont obtenues à partir de la surface d'identification en supprimant l'érouissage estimé à l'aide du modèle. Il s'agit donc bien de surfaces de charges initiales.

Pour l'acier, ce résultat est particulièrement intéressant. En effet, nous avons vu que la méthode directe de détermination de la surface de charge pour ce matériau ne donnait pas un résultat valable sans l'emploi des données de compression (figure 67, page 113). La surface « E+ » représentée sur la figure 76 est cependant déterminée sans compression.

Un autre intérêt de ces surfaces est qu'elles sont identifiées sans nécessiter la définition conventionnelle de critère de plasticité.

Influence de la déformation seuil de référence

L'emploi d'essai de compression large nous a conduit à définir une déformation seuil de référence en traction simple pour la détermination de la surface de charge égale à 2.10^{-4} . Il est intéressant d'étudier l'influence de ce choix sur les paramètres d'anisotropie identifiés.

Cette étude doit être conduite sans utiliser les essais de compression. C'est pourquoi nous ne l'avons réalisé que pour l'alliage d'aluminium. En effet, nous avons vu que la surface seuil déterminée sans compression pour l'acier XES n'est pas réaliste.

L'érouissage retenu est de type « ICC » c'est à dire composé de deux composantes isotropes et deux composantes cinématiques. Les paramètres identifiés sont présentés sur le tableau 23. Les surfaces tracées sur les figure 80 et figure 81 sont bien sur toutes des surfaces de charges initiales. Elles sont donc comparables entre elles et, en première approximation, avec les données expérimentales d'une déformation plastique équivalente déterminée à 2.10^{-4} .

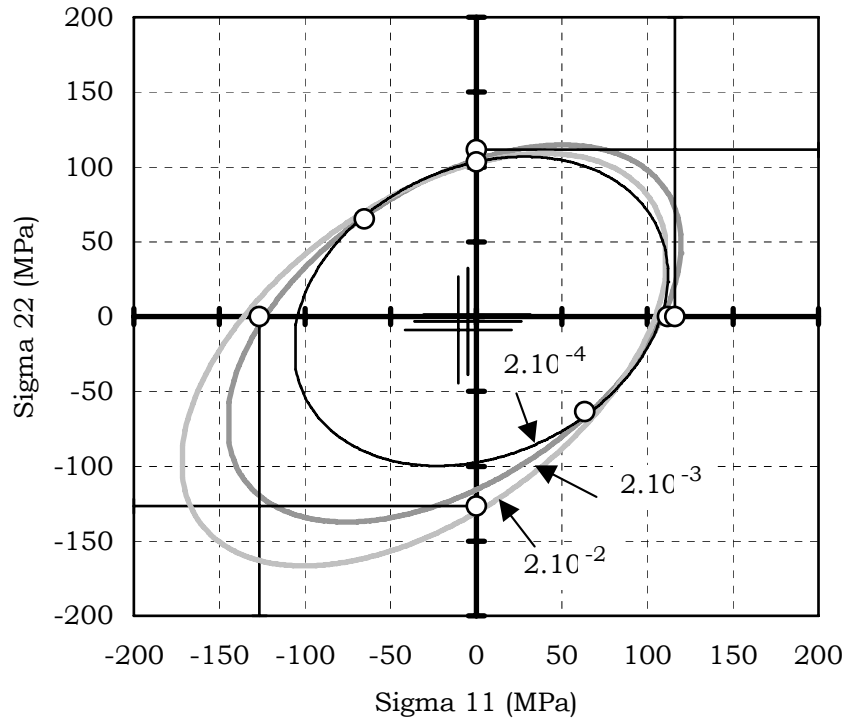


Figure 80 : Surfaces de charges initiales déterminées par un incrément de déformation plastique de référence variable (alliage d'aluminium)

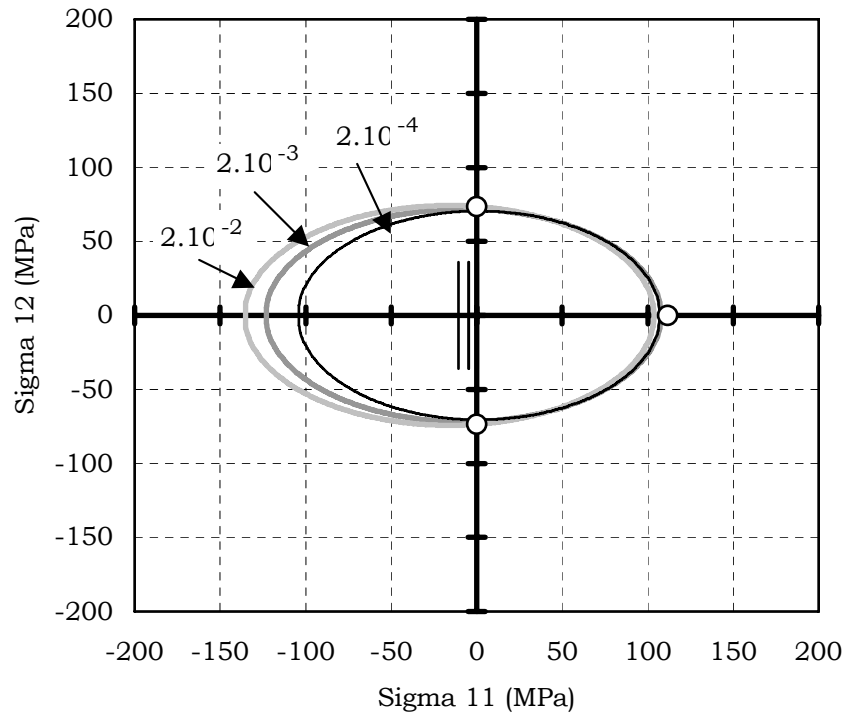


Figure 81 : Surfaces de charges initiales déterminées par un incrément de déformation plastique de référence variable (alliage d'aluminium)

On observe une évolution continue de la forme de la surface. Sans utiliser les valeurs de compression large, il est impossible de différencier la qualité des surfaces identifiées et de choisir un intervalle optimal. Cependant, nous avons observé que lorsque l'incrément de référence augmente, le risque de mal identifier la surface de première plasticité s'accroît avec l'erreur sur la modélisation de l'écrouissage. Ce phénomène peut conduire à des surfaces éloignées des valeurs expérimentales comme le montre la figure 82 identifiée pour l'alliage d'aluminium à 2.10^{-2} avec un écrouissage purement isotrope.

Tableau 23 : Évolution des paramètres identifiés selon l'incrément de référence pour l'alliage d'aluminium 6016 T4

ϵ_{ref}	$2,10^{-4}$	$2,10^{-3}$	$2,10^{-2}$
F	1,87	1,08	0,875
G	1,61	0,888	0,781
H	0,528	0,892	0,819
N	2,43	2,32	2,10
Γ_{exp}^{10} (MPa)	110	112	140
Γ_{init} (MPa)	110	110	110
X_{11} (MPa)	0,619	-4,82	-10,6
X_{22} (MPa)	1,46	-3,24	-9,09
X_{33} (MPa)	-2,08	8,06	19,69
$_1b$	5,71	5,85	5,89
$_1R_{sat}$ (MPa)	132	137	120
$_2b$	217	262	176
$_2R_{sat}$ (MPa)	7,30	5,53	15,3
$_1C$ (MPa)	1890	610	265
$_1D$	44	15,9	7,17
$_2C$ (MPa)	43,8	40,8	24
$_2D$	0	0	0
$100x\rho$	3,38	4,18	3,78
ρ_{MPa} (MPa)	5,18	6,44	5,75

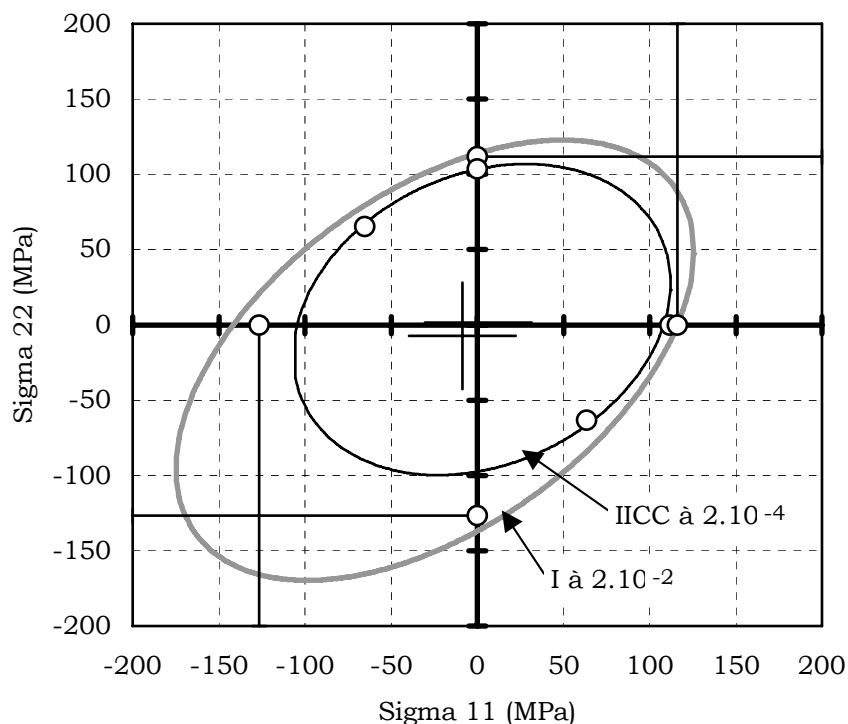


Figure 82 : Surfaces de charges initiales déterminées à 2.10^{-4} par un écrouissage « IICC » et à 2.10^{-2} par un écrouissage « I » (alliage d'aluminium)

Discussion des paramètres identifiés

Les courbes représentatives des paramètres identifiés par la méthode E+ en écrouissage IICC ainsi que les données expérimentales sont présentées en Annexe I. Les essais sens long de traction simple, traction large, cisaillement monotone et cisaillement cyclique pour l'acier et l'alliage d'aluminium sont donnés à titre d'extrait pages 129 à 132.

Il est intéressant d'étudier l'influence des essais hors axes sur le résultat. Pour l'acier, ils sont bien intégrés aux autres résultats. Ceci est cohérent avec les paramètres d'anisotropie identifiés qui sont représentatifs d'un matériau globalement isotrope :

$$F = 1,01 \quad G = 1,06 \quad H = 1,17 \quad N = 2,89$$

L'écart moyen ρ_{MPa} , pondéré par le nombre d'essais, est de 7,3 MPa pour les essais dans les axes et de 7,9 MPa pour les essais hors axes soit un écart inférieur à 8%. Pour l'alliage d'aluminium par contre, l'anisotropie est plus marquée :

$$F = 1,39 \quad G = 1,27 \quad H = 0,707 \quad N = 2,50$$

Ce résultat est confirmé par la répartition de l'écart moyen. Il est de 3,5 MPa pour les essais dans les axes et de 7,0 MPa pour les essais hors axes, soit le double. Il

est clair que cela représente une faiblesse de notre modèle ou de notre base de donnée expérimentale.

D'autre part, les valeurs très faibles de \mathbf{X}_{init} , de l'ordre de grandeur des erreurs de mesure sur les contraintes, permettent de s'interroger sur l'intérêt d'un tel paramètre. En fait, si le skin pass subit par les matériaux testées l'active très peu, il trouve sont intérêt dans le cas de trajets de chargement non proportionnels par morceaux.

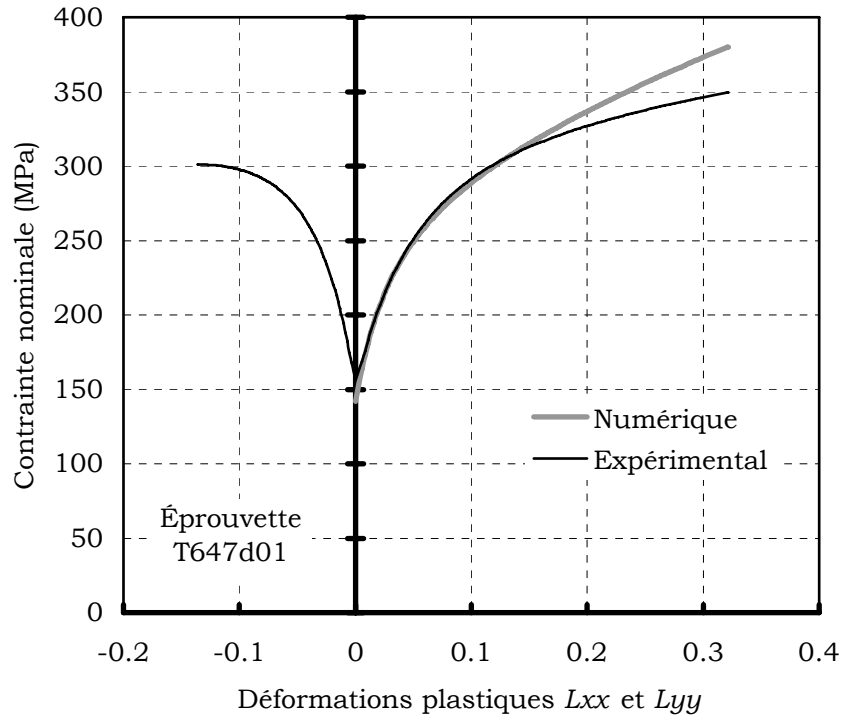


Figure 83 : Traction simple sens long
Acier XES – T647d01

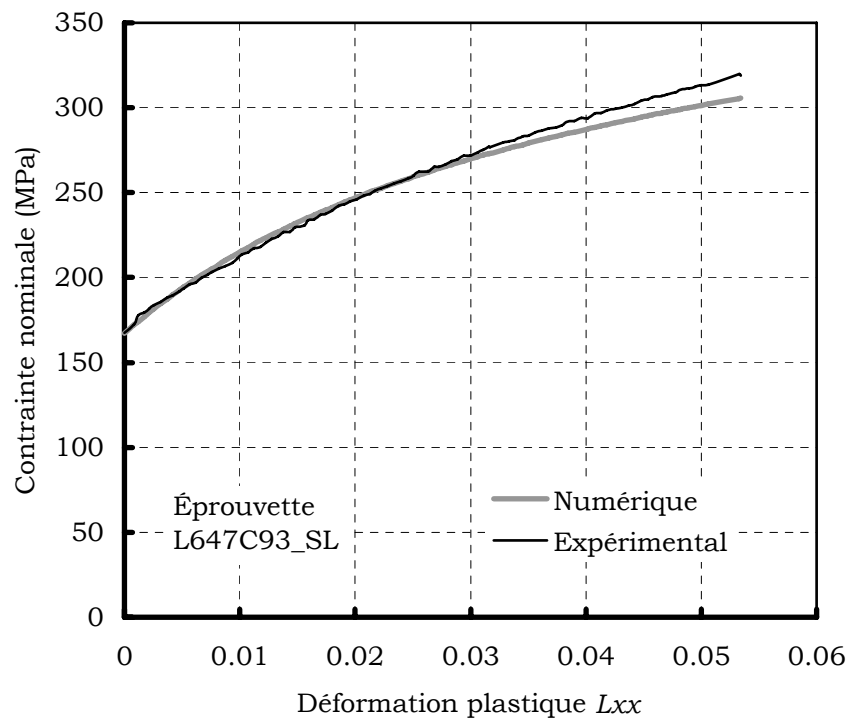


Figure 84 : Traction large sens long
Acier XES – L647c93_SL

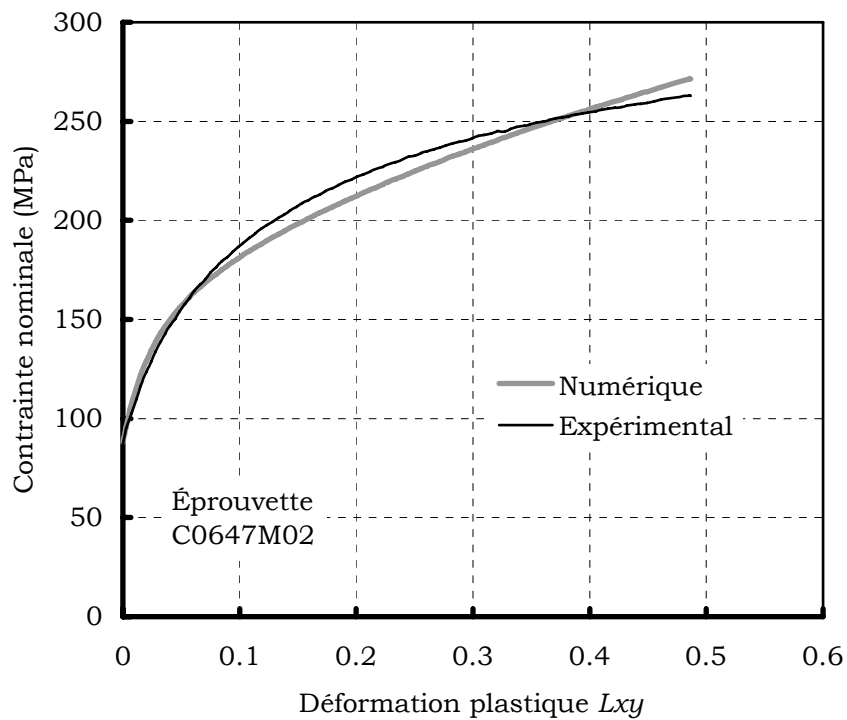


Figure 85 : Cisaillement sens long
Acier XES – C0647M02

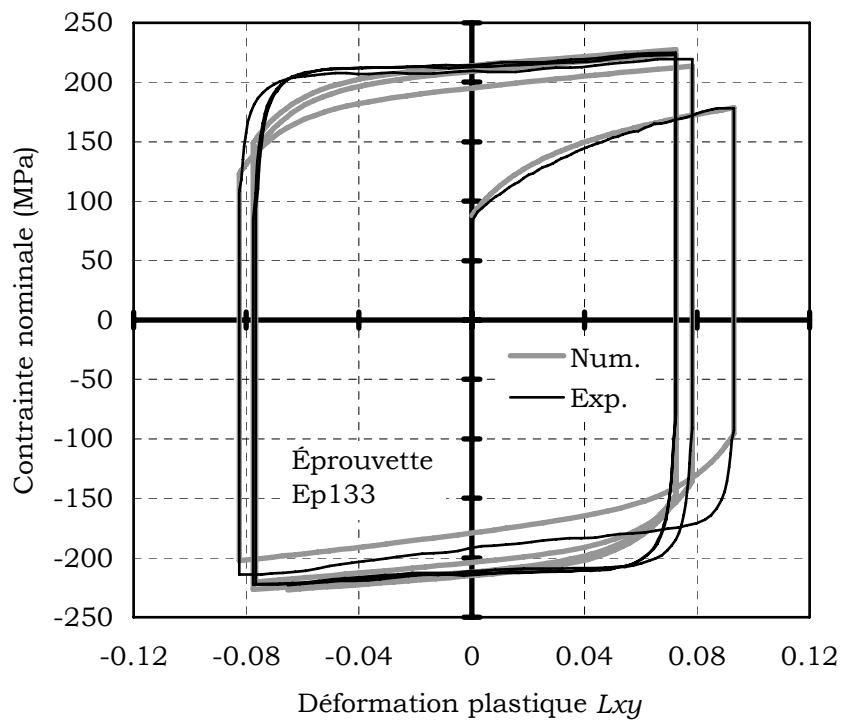


Figure 86 : Cisaillement cyclique sens long
Acier XES – ep133

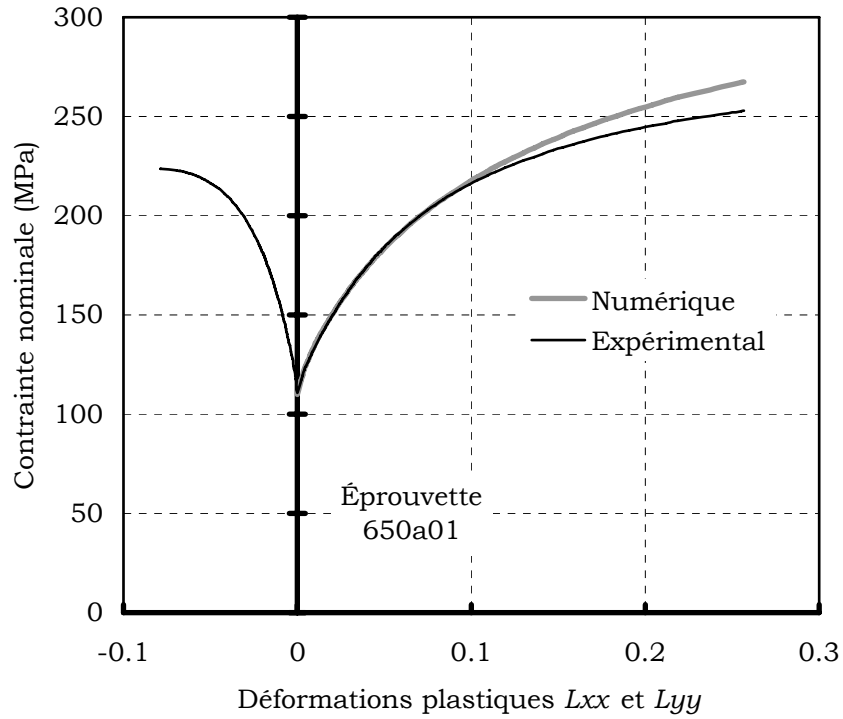


Figure 87 : Traction simple sens long
Aluminium 6016T4 – 650a01

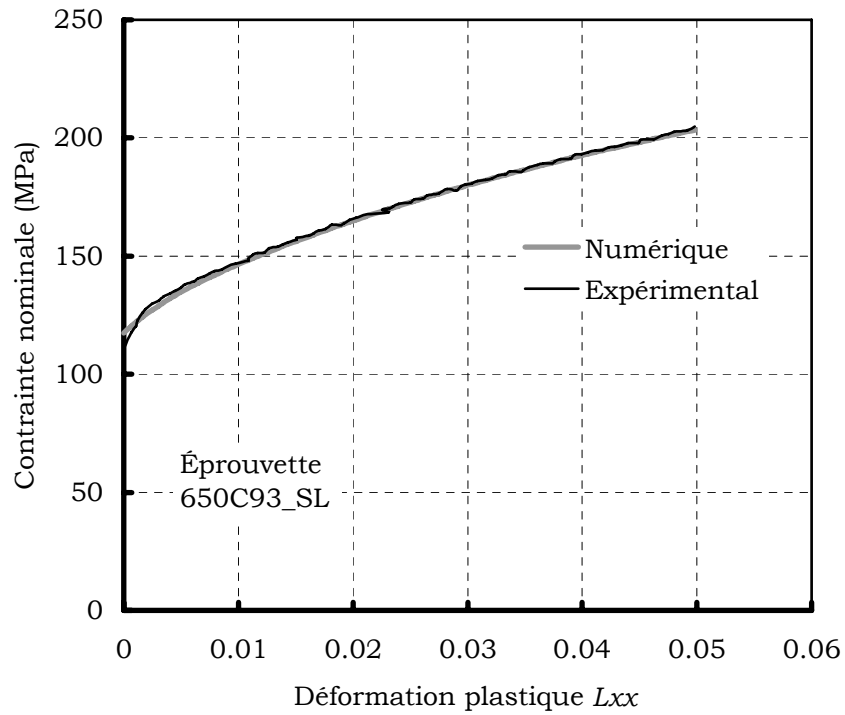


Figure 88 : Traction large sens long
Aluminium 6016T4 – 650C93_SL

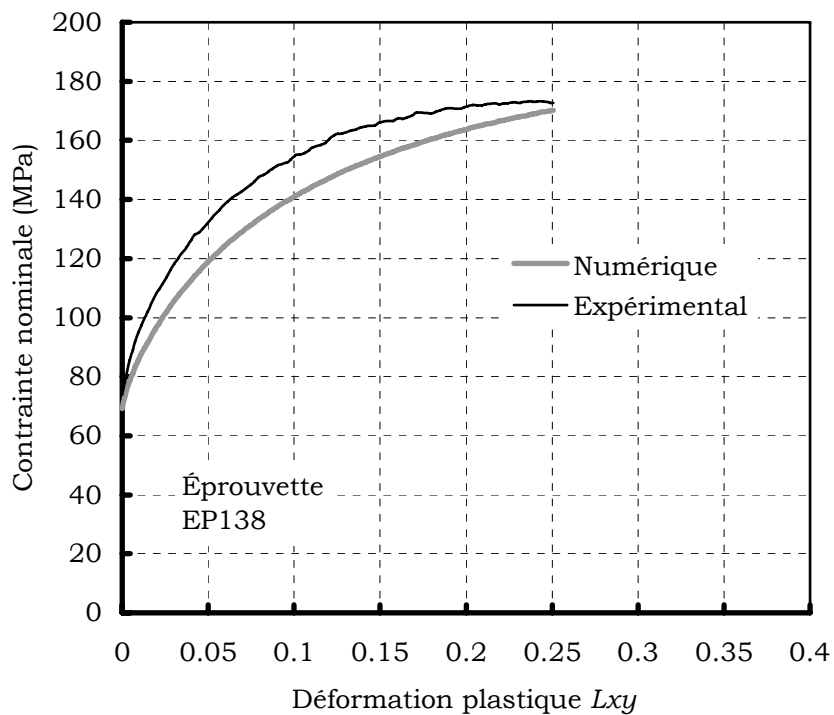


Figure 89 : Cisaillement sens long
Aluminium 6016T4 – ep138

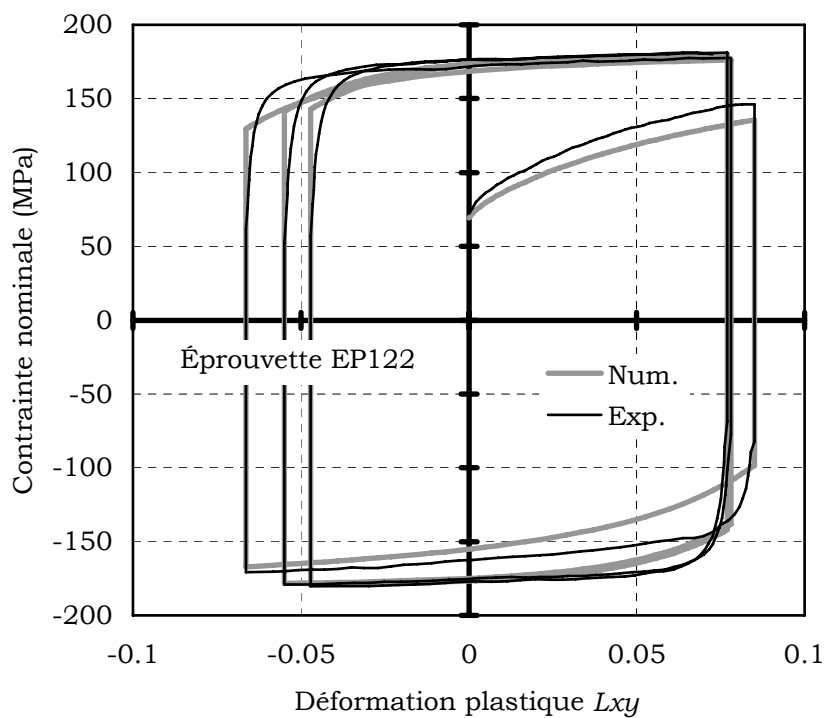


Figure 90 : Cisaillement sens long
Aluminium 6016T4 – ep122

Conclusion générale

L'objectif de cette étude est de développer une méthodologie nouvelle pour l'identification du comportement de tôles destinées à l'emboutissage basé sur une base expérimentale au spectre de sollicitations biaxiales étendues. Pour développer ces deux points, nous nous sommes volontairement limités au domaine de l'élasto-plasticité associée. Les matériaux de notre étude sont des nuances courantes d'acier et d'alliage d'aluminium.

Les aspects expérimentaux de description, de calibration et de validation des essais existants ainsi que le développement d'un nouvel essai représentent une part importante de ce travail et se décompose en deux temps.

La première étape concerne la description des essais existants de traction simple, traction large et de cisaillement. Leur instrumentation à l'aide d'une extensométrie optique bidimensionnelle a permis de vérifier pour chacun d'eux l'homogénéité des états de contraintes obtenus. Pour l'essai de traction large, la modélisation de la complaisance machine a permis d'extraire l'évolution des déformations dans l'éprouvette à partir du signal de déplacement traverse et une bonne corrélation entre cette approche et l'extensométrie optique est vérifiée.

Le montage de cisaillement utilisé permet des sollicitations en cisaillement simple ainsi qu'à permis de le confirmer une confrontation entre modélisation cinématique et extensométrie optique. D'autre part, les profils obtenus par extensométrie optique témoignent de l'homogénéité des déformations. Ils mettent par ailleurs en lumière l'extraction progressive de l'éprouvette hors des mors, dans le cas de l'aluminium, en raison de l'importante différence de raideur entre le matériau étudié et les mors.

Enfin, l'essentiel de notre contribution dans le domaine expérimental porte sur le développement et la validation d'un essai de compression large sur tôle. Cet essai, aux conditions géométriques particulièrement difficiles en raison des problèmes liés au flambement, permet d'élargir notablement la base sur laquelle sont identifiés les modèles. Nous avons développé un banc expérimental par un processus intégré :

celui-ci considère l'optimisation de la géométrie de l'éprouvette sollicitée et de l'ensemble des pièces du montage à l'aide d'outils de modélisation numérique. Cette approche permet d'intégrer avant réalisation l'effet des tolérances de fabrication et des défauts des éléments standards sur les fonctionnalités du montage. Nous avons par ailleurs montré que le montage développé est adapté à la détermination de limites d'élasticité mais qu'il ne convient pas à la réalisation d'essai d'écrouissage, l'instabilité de flambement étant initiée par la plasticité.

Du point de vue de la modélisation, le modèle retenu utilise des éléments classiques pour les matériaux métalliques : la surface de charge est de type HILL 1948, l'écrouissage est mixte à quatre vitesses (deux écrouissages isotropes et deux écrouissages cinématiques non linéaires). Les paramètres d'anisotropie sont supposés constants aux cours de l'écrouissage. Trois états sont définis : un état non écroui inaccessible, un état initial correspondant à la réception de la tôle et un état écroui, obtenus lors de la sollicitation.

L'ensemble des équations dérivées du modèle est détaillée, notamment les expressions de la déformation plastique équivalente et les relations entre les contraintes et les déformations. L'ensemble des essais est ainsi analysé dans chacune des trois orientations considérées dans le plan de la tôle : sens long, incliné à 45° et sens travers.

La dernière étape de ce travail est l'identification du comportement par un processus d'optimisation numérique. Nous rappelons les principes généraux de l'optimisation utilisée, basée sur une méthode de LEVENBERG-MARQUART. Nous présentons ensuite la démarche que nous avons suivi à savoir une identification itérative des variables relatives au critère de charge caractéristiques de l'état initial d'une part et des variables caractéristiques de l'écrouissage d'autre part.

Pour mettre en œuvre cette démarche, nous avons développé un outil d'identification disposant d'une interface interactive dont les caractéristiques sont entièrement paramétrables en ce qui concerne :

- le nombre d'essais disponibles et le poids à affecter à chacun d'eux.
- les types d'écrouissages mis en œuvre,
- les valeur d'initialisation,
- les variables actives ou inactive lors de l'optimisation.

Un logiciel permettant de créer numériquement des essais du type de ceux disponibles associés aux lois phénoménologiques utilisées à permis une analyse complète de la sensibilité de l'optimisation aux paramètres à identifier.

L'application de cette démarche aux matériaux de notre étude conduit à l'identification de nombreux jeux de paramètres selon les caractéristiques retenues

pour l'écroûissage. Nous montrons qu'un modèle mixte d'écroûissage isotrope et cinématique non linéaire à deux vitesses est suffisant pour nos matériaux. L'ajout d'écroûissages supplémentaires est en effet d'un bénéfice très faible sur la qualité globale de l'identification.

D'autre part, l'influence des données de compression large est évidente au regard des résultats obtenus, la convergence du modèle étant dans certains cas impossible en l'absence de ces données. Cela est particulièrement sensible en ce qui concerne l'acier XES. L'analyse des résultats nous montre également un écart moyen entre les valeurs expérimentales et numériques plus important pour les essais hors axes que pour les autres.

Validation et perspectives

Les premiers résultats de validation concernant notre travail ont été réalisés. Il s'agit d'une inter comparaison de résultats expérimentaux et numériques sur des essais de structure normalisés appelés « essai en croix ». Au cours de ces essais, une éprouvette initialement carrée de $330 \times 330 \text{ mm}^2$ pour l'acier et $260 \times 260 \text{ mm}^2$ pour l'aluminium est emboutie¹¹ par un poinçon cruciforme sur une profondeur 60 mm. La vitesse imposée de descente du poinçon est de 20 mm/s. Un exemple d'embouti est présenté sur la figure 91

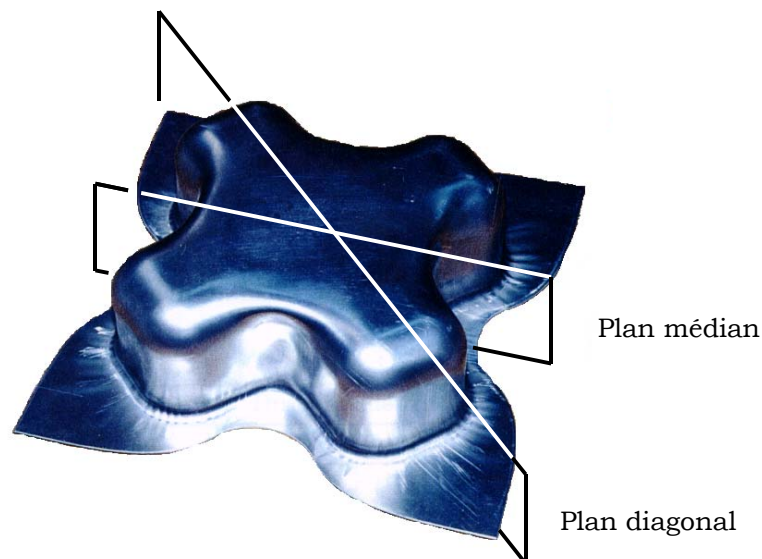


Figure 91 : Exemple d'embouti en croix.

¹¹ Rayon d'entrée du poinçon 20 mm ; rayon de la matrice 7 mm ; jeux entre la matrice et le poinçon 1,3 mm ; effort de serrage sur le flan 60 kN pour l'aluminium et 290 kN pour l'acier.

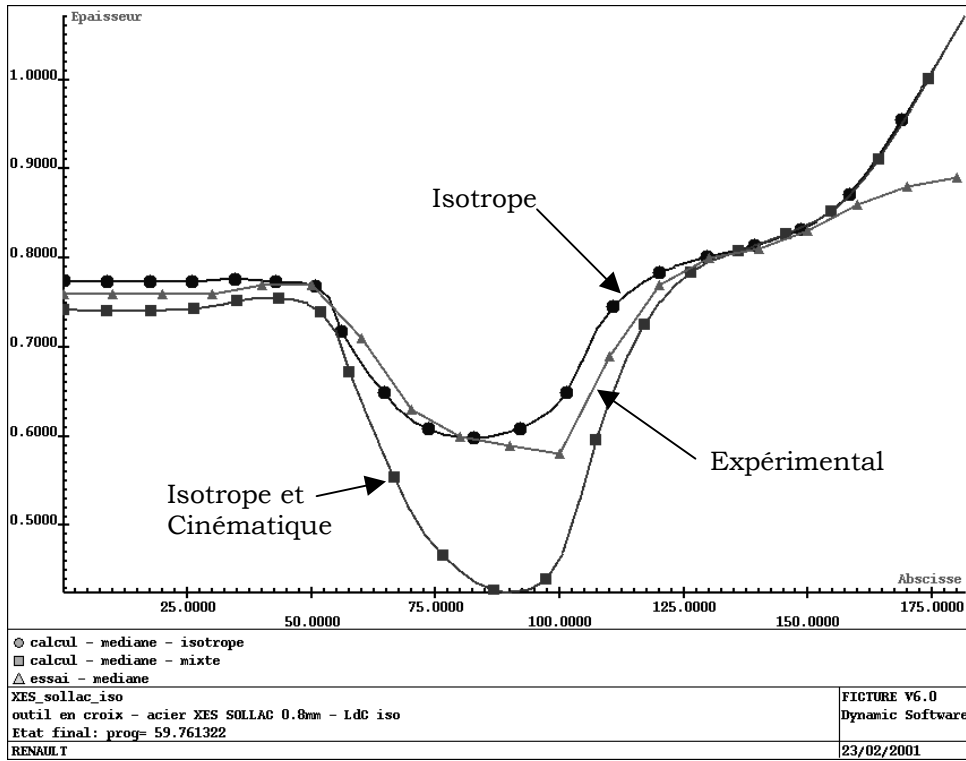


Figure 92 : Épaisseur le long d'un profil médian – Acier XES

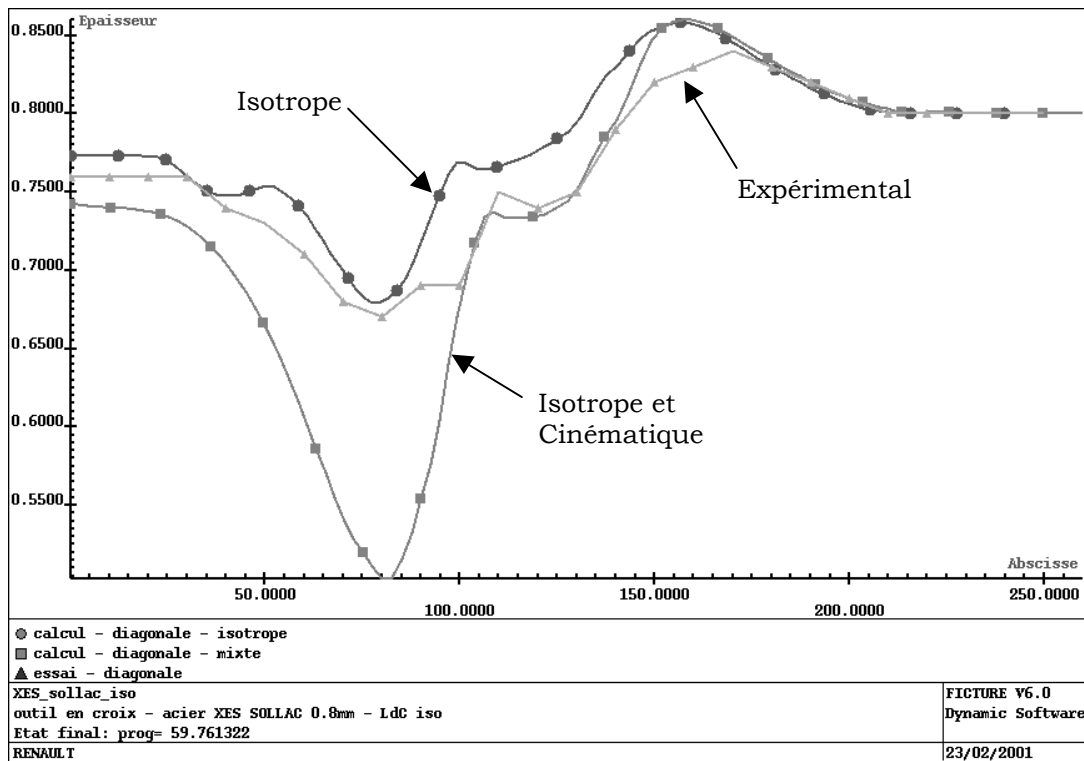


Figure 93 : Épaisseur le long d'un profil diagonal – Acier XES

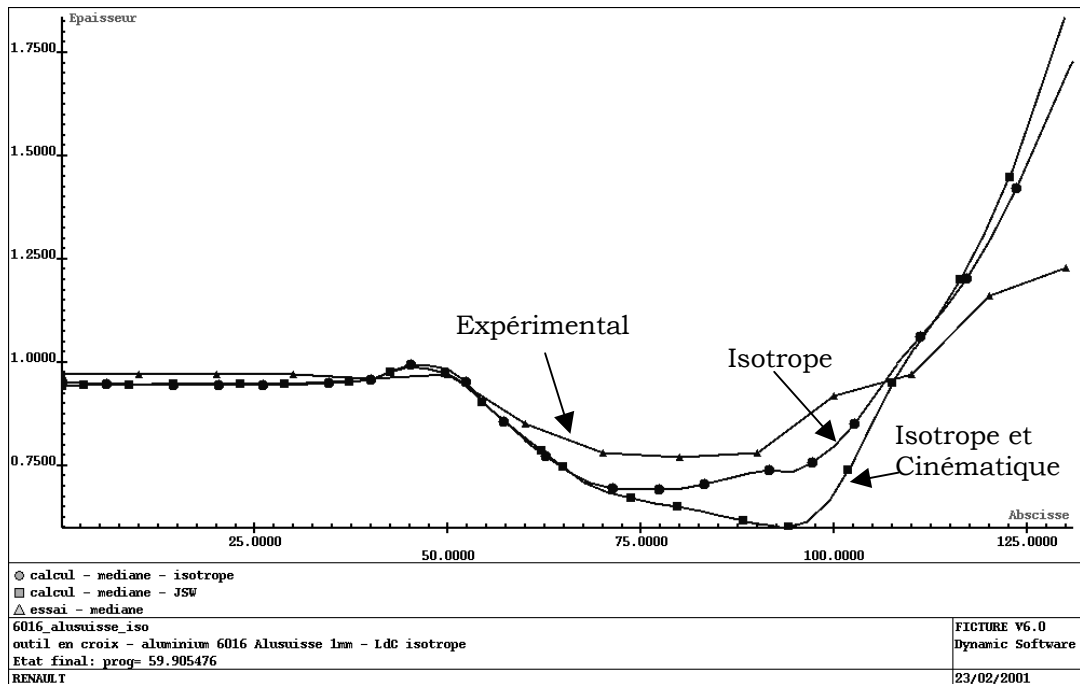


Figure 94 : Épaisseur le long d'un profil médian – Aluminium 6016

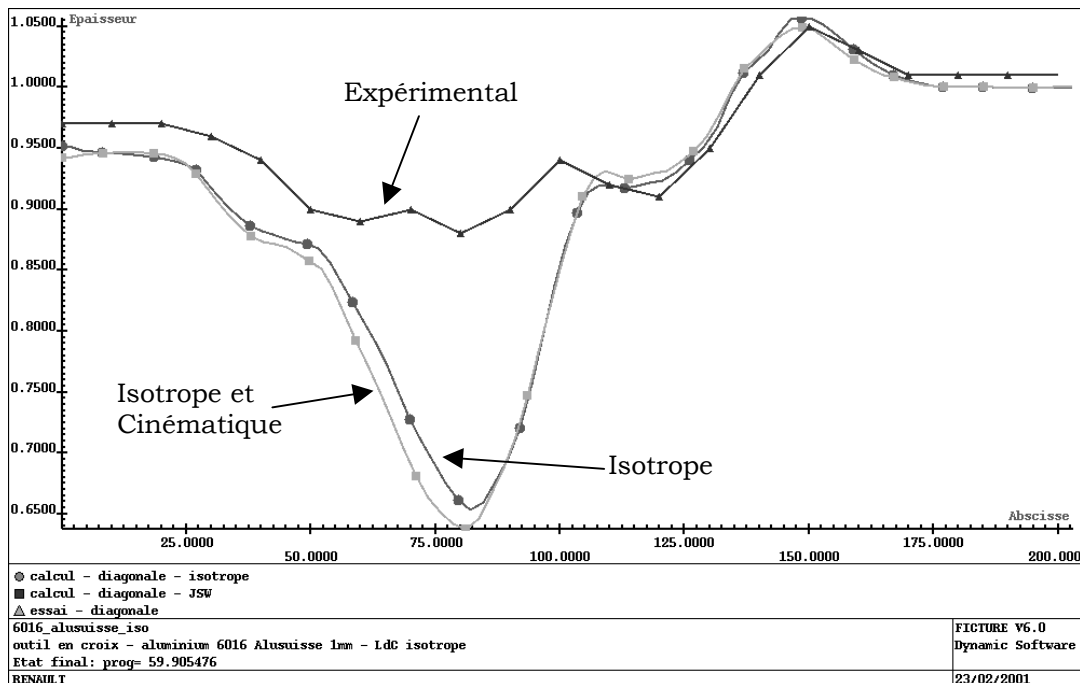


Figure 95 : Épaisseur le long d'un profil diagonal – Aluminium 6016

Ces simulations sont présentées de la figure 92 à la figure 95 ci-dessus. Il s'agit de demi-profils d'épaisseur obtenus du centre au bord de l'éprouvette, dans les plans médians et diagonaux. Les résultats expérimentaux sont confrontés aux simulations d'écroutissage isotrope et mixte.

D'importantes divergences sont constatées, aussi bien pour l'acier que pour l'alliage d'aluminium. Pour expliquer ces résultats, il est possible d'évoquer différentes sources de problèmes potentiels concernant la simulation numérique et le modèle.

La faiblesse de la simulation numérique se trouve principalement dans les conditions aux limites imposées à l'éprouvette, c'est à dire dans la façon dont les frottements entre l'éprouvette et les flans sont modélisés.

En ce qui concerne le modèle, deux évolutions susceptibles de réduire sensiblement les écarts entre simulation et expérience peuvent être envisagées :

- l'expression du modèle en grandes transformations, c'est à dire l'utilisation de dérivées objectives,
- la prise en compte des effets de vitesses et de température.

En effet, les vitesses atteintes localement par la matière lors de l'emboutissage peuvent être beaucoup plus élevées que celle ayant permis d'établir la loi de comportement au travers d'essais quasi statiques. De même, l'échauffement de la matière peut influencer considérablement sur le comportement du matériau.

On perçoit donc clairement que cette étude, ayant consolidé la base de données expérimentale, proposé une méthodologie d'identification originale et mis à disposition un outil d'optimisation évolutif nous à permis de pousser le modèle retenu jusqu'à ces limites. Dans cette optique, la prise en compte de phénomènes physiques complémentaires, apparaît maintenant essentielle.

Références bibliographiques

- [AKEL 87] S. AKEL, *Sur le Flambage des Structures Élastoplastique*, Th. Doct. Éc. Nat. Ponts et Chaussées. Paris, 1987
- [AAZI 89] K. AAZIZOU, H. BURLET, G. CAILLETAUD, *Comparison of Various Plasticity/Viscoplasticity Models*, Third Int. Conf. on Const. Lows for Eng. Mat., Tucson, Arizona, 7-12 janvier 1991, pp. 651-654
- [BARL 89] F. BARLAT, J. LIAN, *Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Part I: A Yield Function for Orthotropic Sheets Under Plane Stress Conditions*, Int. J. Plast., **5**, (1989), pp. 51-66
- [BARL 91] F. BARLAT, D.J. LEGE, J.C. BREM, *A Six-Component Yield Function for Anisotropic Materials*, Int. J. Plast., **7**, (1991), pp. 693-712
- [BARL 91] F. BARLAT, *A Six component Yield Function For Anisotropic Materials*, Int. J. Plast., **7**, (1991), pp. 693-712
- [BASS 77] J.L. BASSANI, *Yield Characterization of Metals With Transversely Isotropic Plastic Property*, Int. J. Mech. Sci., **19**, (1977), pp. 651-660
- [BERT 97] Y. BERTHAUD, J. SCHOLZ, J. THESING, *Méthodes Optique et Acoustiques de Mesure des Caractéristiques Mécaniques*, Coll. Nat. Mécamat, Aussoi, 20-23 janvier 1997, pp. 77-80
- [BOEH 82] J.P. BOEHLER, J. RACLIN, *Anisotropic Hardening of Prestrained Rolled Sheet-Steel*, Second Cairo Univ. MDP Conf., Le Caire, Égypte, 27-29 décembre 1982, pp. 483-492
- [BOEH 84] J.P. BOEHLER, *Anisotropie et Comportement Rhéologique des Matériaux*, 19° Coll. GFR, Paris, novembre 1984
- [BOOI 81] J. BOOIJ, *A Study of the Constitutive Relations of Aluminium Alloy Specimens Loaded in Plane Stress*, 319° Coll. Int. CNRS, Villard-de-Lans, 16-19 Juin 1981
- [CHIL 69] P. CHILLON, M. KERGUIGNAS, *Résistance des Matériaux*, (éd. DUNOD, Paris), 1969
- [CHU 95] E. CHU, *Generalisation of Hill's 1979 Anisotropic Yield Criteria*, J. Mat. Proc. Tech., **50**, (1995), pp. 207-215
- [DUDZ 86] D. DUDZINSKY, *Application du Modèle d'Écrouissage Cinématique à la Mise En Forme*, Th. Doct. Univ. Metz, 1986.

- [DOGU 84] A. DOGUI, F. SIDOROFF, *Rhéologie Anisotrope en Grandes Déformations*, Rheology of Anisotropic Materials, 19^e Coll. GFR, Paris, Nov. 1984, pp. 69-78
- [DOGU 81] A. DOGUI, F. SIDOROFF, *Anisotropic Hardening in Large Elasto-Plastic Strain*, 319^e Coll. Int. CNRS, Villard-de-Lans, 16-19 Juin 1981
- [DORL 86] J.M. DORLOT, J.P. BAÏLON, J. MASOUNAVE, *Des Matériaux*, (éd. École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada), 1986
- [FRAN 95] D. FRANÇOIS, A. PINEAU, A. ZAOUÏ, *Comportement Mécanique des Matériaux*, (éd. HERMES, Paris), 1995
- [ELKO 95] A. ELKOULANI, A. LEGER, *Exploration de l'Ensemble des Bifurcations d'une Poutre Élastoplastique*, EDF, Dir. des Études et Recherches, 96NB00106, 1995
- [FRESS 83] C. FRESSENGEAS, A. MOLINARI, *Représentation du Comportement Plastique Anisotrope aux Grandes Déformations*, Arch. Mech., **36**, 4, (1983), pp. 483-498
- [FROS 82] H. FROST, J. HASHBY, *Deformation-Mechanism Maps*, (éd. PERGAMON PRESS, Paris), 1982
- [GENE 88] P. GENEVOIS, *Étude Expérimentale et Modélisation du Comportement Plastique Anisotrope de Tôles d'Acier en Grandes Transformations*, Th. Doct. Inst. Nat. Polyt. Grenoble, 1992.
- [GILO 92] P. GILORMINI, P. ROUDIER, *Abaqus en Grandes Transformations : Quelles Déformations et Quels Comportements ?*, Rap. int. LMT n°139, ENS Cachan, 1992
- [GOTO 77] M. GOTO, *A Theory Of Plastic Anisotropy Based on a Yield Function of Fourth Order (Plane Stress State)-I*, Int. J. Mech. Sci., **19**, (1977), pp. 505-512
- [HALP 75] B. HALPHEN, Q.S. NGUYEN., *Sur les Matériaux Standards Généralisés*, J. Méc., **14**, 1, (1975), pp. 39-63
- [HILL 48] R. HILL, *A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals*, Proc. Royal Soc. London, **A193**, (1948), pp. 284-297
- [HILL 90] R. HILL, *Constitutive Modelling of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals*, J. Mech. Phys. Solids, **38**, 3, (1990), pp. 405-417
- [HILL 92] R. HILL, *A User-Friendly Theory of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals*, Int. J. Mech. Sci., **35**, 1, (1993), pp. 19-25
- [HOSF 72] W.F. HOSFORD, *A Generalized Isotropic Yield Criterion*, J. Appl. Mech., **E39**, (1972), pp. 607-609
- [HOSF 85] W.F. HOSFORD, *Comments on Anisotropic Yield Criteria*, Int. J. Mech. Sci., **27**, 7/8, (1985), pp. 423-427
- [ISHI 99] H. ISHIKAWA, *Constitutive Model of Plasticity in Finite Deformation*, Int. J. Plast., **15**, (1999), pp. 299-317
- [KOSS 92] S. KOSS, *Écrouissage Isotrope et Anisotrope des Aciers Laminés Soumis à de Grandes Déformations*, Th. Doct. Univ. J. FOURNIER – Grenoble I, 1992

- [LADE 98] O.-G. LADEMO, O.S. HOPPERSTAD, M. LANGSETH, *An Evaluation of Yield Criteria and Flow Rules for Aluminum Alloys*, Int. J. Mech. Plast., **15**, (1999), pp. 191-208
- [LARA 98] F. LARABA-ABBES, *Étude des Comportements Hyperélastique et Viscohyperélastique de Deux Élastomères de Type NR et PDMS Par Extensométrie Optique Bidimensionnelle*, Th. Doct. ECP, 1998
- [LEIR 71] H. DE EIRIS, *Métaux et Alliages*, (éd. Masson, Paris), 1971
- [LEMA 85] J. LEMAITRE, J.L. CHABOCHE, *Mécanique des Matériaux Solides*, (éd. DUNOD, Paris), 1985.
- [LEVE 44] K. LEVENBERG, *A Method For Solution Of Certain Non-Linear Problems In Least Squares*, Quart. Appl. Math., **2**, (1944), pp. 164-168
- [MARQ 63] D.W. MARQUARDT, *An Algorithm For Least-Squares Estimation Of Nonlinear Parameters*, J. Soc. Indust. Appl. Math., **11**, 2, (1963), pp. 431-441
- [MGUI 98] S. MGUI, F. MORESTIN, M. BRUNET, *Mesure des Déformations par Corrélation Directe d'Images Numériques – Détermination expérimentale et théorique de Courbes Limites de Formage (C.L.F.)*, Coll. Nat. PhotoMéca, Marne La Vallée, 14-16 avril 1998, pp. 361-368
- [MOUS 90] F. MOUSSY, P. FRANCIOSI & ALL, *Physique et Mécanique de la Mise en Forme des Métaux* (éd. Presses du CNRS, Paris), 1990, pp. 307-310
- [MROZ 91] Z. MROZ, S.K. JAIN, *On Incremental and Hereditary Description Of Hardening Evolution Of Plasticity*, Third Int. Conf. on Const. Lows for Eng. Mat., Tucson, Arizona, 7-12 janvier 1991, pp. 147-153
- [NEAL 94] K.W. NEALE, *Behaviour of Polycrystalline Metals at Large Plastic Strains*, JSME Int. J., **A37**, 3, (1994), pp. 199-207
- [NGUY 80] Q.S. NGUYEN, D. RADENKOVIC, *Stabilité et bifurcation en plasticité*, Séminaire Collège International des Science de la Construction / LMS de l'Éc. Polytechnique, St Rémy-les-Chevreuse, 20-22 mai 1980, pp. 95-116
- [POIL 98] C. POILANE, P. DELOBELLE, L. BORNIER, G. TRIBILLON, É. LANTZ, *Extensométrie plane par photographie numérique de speckle. Comparaison de trois algorithmes de sensibilité différentes. Application à la traction des films minces*, Coll. Nat. PhotoMéca, Marne-la-Vallée, 14-16 avril 1998, pp. 233-240
- [RAJA 98] K.R. RAJAGOPAL, A.R. SRINIVASA, *Mechanics of the Inelastic Behavior of Materials – Part I, Theoretical Underpinnings*, Int. J. Plast., **14**, 10-11, (1998), pp. 945-967
- [RAJA 98] K.R. RAJAGOPAL, A.R. SRINIVASA, *Mechanics of the Inelastic Behavior of Materials – Part II, Inelastic Response*, Int. J. Plast., **14**, 10-11, (1998), pp. 969-995
- [SIDO 82] F. SIDOROFF, *Cours sur les Grandes Déformations*, (Rap. GRECO 51/1982), 1982
- [SINO 98] J.J. SINO, *Standardisation des Procédures d'Identification de Lois de Comportement sur Tôles*, Rap. int. RENAULT, 1998

- [SLAN 99] P. SLANGEN, J.S. WIENIN, B. MACQUAIRE, P. IENNY, *Phase Shifting Speckle Pattern Interferometry (PSDSPI) and Digital Image Correlation (DIC) displacement measurement for the validation of a plane compression test*, Int. Work. on Video-Controlled Materials Testing and In-situ Microstructural Characterization, Nancy, 16-18 Novembre 1999
- [VACH 97] P. VACHER, R. ARRIEUX, L. TABOUROT, *Critère d'Aptitude à l'Emboutissage de Tôles Minces Orthotropes*, Mat. et Tech., **3-4**, (1997), pp. 39-44
- [WATT 99] B. WATTRISSE, *Étude Cinématique des Phénomènes de Localisation dans les Aciers par Intercomparaison d'Images*, Th. Doct. Univ. Montpellier II, 1999
- [WIEN 98] J.S. WIENIN, P. IENNY, R. PIQUES, B. MACQUAIRE, *Extensométrie optique appliquée à un essai de compression plane sur tôle mince*, Coll. Nat. Mécamat, Aussois, 26-29 janvier 1998
- [WIEN 01] J.S., WIENIN, P. IENNY, P. SLANGEN, C. CHAMAND, L. MOINIER, *Mesure de champs de vitesses de déformation par corrélation d'images : Application à l'obtention de courbes limites de formage*, Coll. Nat. PhotoMéca, Poitier, 24-26 avril 2001, à venir.
- [WU 99] H.C. WU, H.K. HONG, Y.P. SHIAO, *Anisotropic Plasticity With Application to Sheet Metals*, Int. J. Mech. Sci., **41**, (1999), pp. 703-724
- [ZHU 87] Y. ZHU, B. DODD, R.M. CADDEL, W.F. HOSFORD, *Convexity Restrictions on Non-Quadratic Anisotropic Yield Criteria*, Int. J. Mech. Sci., **29**, (1987), pp. 733-741

Table des illustrations

Figure 1 : Orientations matériaux.....	16
Figure 2 : Micrographie de l'alliage d'aluminium 6016T4 dans le plan (1,2)	18
Figure 3 : Micrographie de l'acier XES dans le plan (1,2)	20
Figure 4 : Micrographie de l'acier XES dans le plan (1,3)	20
Figure 5 : Évolution de la surface de charge lors de l'écroutissage a) Écroutissage cinématique – b) Écroutissage isotrope	28
Figure 6 : Comportement isotrope en déformations imposées : durcissement cyclique (d'après [BESS 97])	31
Figure 7 : Comportement cinématique linéaire en déformations imposées symétriques (a) et dissymétriques (b) : cycles stabilisés et effet BAUSCHINGER [BESS 97]	32
Figure 8 : Comportement cinématique non linéaire en déformations imposées symétriques (a) et dissymétriques (b) : cycles stabilisés et effet BAUSCHINGER [BESS 97]	32
Figure 9 : Comportement cinématique linéaire (a) et non linéaire (b) en contraintes imposées dissymétriques : effet de rochet (b) [BESS 97].....	32
Figure 10 : Sollicitation cyclique d'un comportement isotrope et cinématique non linéaire, déformations imposées (d'après [BESS 97])	34
Figure 11 : Cinématique de l'essai de traction simple	40
Figure 12 : Schéma d'une éprouvette de traction simple	41
Figure 13 : Cinématique de l'essai de traction large	42
Figure 14 : Schéma d'une éprouvette de traction large.....	43
Figure 15 : Vue des mors de traction large.....	43
Figure 16 : Profil de déformation en traction large sur acier XES, déformations 2.10^{-3} , contraintes 170 MPa.....	44
Figure 17 : Profil de déformation en traction large sur acier XES, déformation $2,5.10^{-2}$, contraintes 280 MPa.....	44
Figure 18 : Détermination d'une contrainte seuil par extrapolation directe de l'échelle de temps en élasticité	46
Figure 19 : Modélisation de la compliance machine en traction large.....	48
Figure 20 : Confrontation des déformations mesurées par extensométrie optique et déduites du déplacement traverse sur l'éprouvette de référence	48

Figure 21 : Validation de la méthode de soustraction de la complaisance machine sur un essai sens travers avec extensométrie optique	49
Figure 22 : Cinématiques des essais de cisaillement a) Cisaillement pur – b) Cisaillement simple	49
Figure 23 : Orientation du repère principal de sollicitation en cisaillement simple	51
Figure 24 : Schéma cinématique du montage de cisaillement	51
Figure 25 : Schéma d’une éprouvette de cisaillement.....	52
Figure 26 : Profil de déformation selon l’axe y, à mi-distance de l’axe x.....	53
Figure 27 : Effets d’un basculement du mors mobile	53
Figure 28 : Profil de déformation selon l’axe x à la fin du premier brin de chargement	54
Figure 29 : Profil de déformation selon l’axe x à la fin du deuxième brin de chargement	54
Figure 30 : Composantes diagonales du tenseur des déformations lors d’un essai de cisaillement cyclique l’acier XES	56
Figure 31 : Composantes diagonales du tenseur des déformations lors d’un essai de cisaillement cyclique sur aluminium 6016T4	56
Figure 32 : Orientation du repère principal des déformations lors d’un essai de cisaillement cyclique sur l’acier XES.....	57
Figure 33 : Orientation du repère principal des déformations lors d’un essai de cisaillement cyclique sur l’aluminium 6016T4	57
Figure 34 : Comparaison des extensométries optique et classique sur un essai de cisaillement	58
Figure 35 : Éprouvette de cisaillement modélisée.....	59
Figure 36 : Profils verticaux de déformation en cisaillement pur	60
Figure 37 : Profils verticaux de déformation en cisaillement simple	60
Figure 38 : Identification de surface de charge	62
Figure 39 : Flambement	63
Figure 40 : Modélisation de l’essai de compression	65
Figure 41 : Profils de déformations pour différentes largeurs d’éprouvettes d’un alliage d’aluminium en compression large à 100 MPa (Simulation numérique).....	66
Figure 42 : Courbe d’érouissage d’un alliage d’aluminium 7en compression large (Simulation numérique).....	66
Figure 43 : Vue éclatée du montage de compression large	68
Figure 44 : Plan d’ensemble du montage de compression large.....	69
Figure 45 : Défauts de symétrie en compression (a) cas idéal – (b) défaut d’orientation – (c) défaut d’alignement	70
Figure 46 : Mauvais alignement en y	71
Figure 47 : Mauvais alignement en z	71
Figure 48 : Mauvaise orientation d’axe x.....	71
Figure 49 : Mauvaise orientation d’axe y.....	72
Figure 50 : Mauvaise orientation d’axe z.....	72

Figure 51 : Contraintes seuils conventionnelles	74
Figure 52 : Principe du prétraitement réalisé sur les données expérimentales.....	77
Figure 53 : Représentation des repères utilisés.....	80
Figure 54 : Les différents états d'écrouissage envisagés a) état non écroui – b) état initial – c) état écrouis	80
Figure 55 : Schéma descriptif de l'écrouissage isotrope.....	83
Figure 56 : Schéma descriptif de l'écrouissage cinématique	85
Figure 57 : Organigramme synoptique de l'identification	99
Figure 58 : Organigramme d'optimisation des paramètres caractéristiques de l'état initial.....	101
Figure 59 : interpolation polynomiale de i sur 30% de déformation dans le cas de l'acier XES.....	102
Figure 60 : Interpolation polynomiale de i sur 30% de déformation dans le cas de l'aluminium 6016T4	102
Figure 61 : Organigramme d'optimisation des paramètres caractéristiques de l'état initial.....	105
Figure 62 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de la surface de charge initiale aux différents types d'essais dans le cas isotrope centré.....	107
Figure 63 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de la surface de charge initiale aux différents types d'essais dans le cas anisotrope excentré	108
Figure 64 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de l'écrouissage aux différents types d'essais pour un écrouissage isotrope	108
Figure 65 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de l'écrouissage aux différents types d'essais pour un écrouissage cinématique.....	110
Figure 66 : Sensibilité des paramètres caractéristiques de l'écrouissage aux différents types d'essais pour un écrouissage mixte isotrope et cinématique.....	110
Figure 67 : Surfaces de charge pour l'acier XES élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à 2.10^{-4} déformations).....	113
Figure 68 : Surfaces de charge pour l'acier XES élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à 2.10^{-4} déformations).....	113
Figure 69 : Surfaces de charge pour 6016 T4 élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à 2.10^{-4} déformations).....	114
Figure 70 : Surfaces de charge pour 6016 T4 élastique parfaitement plastique avec et sans prise en compte des essais de compression large (identifié à 2.10^{-4} déformations).....	114
Figure 71 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'acier XES selon le type d'écrouissage retenu	117
Figure 72 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'alliage d'aluminium 6016T4 selon le type d'écrouissage retenu	118

Figure 73 : Acier XES en cisaillement cyclique sens long a) Écrouissage cinématique – b) Écrouissage isotrope	119
Figure 74 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'acier XES selon le type d'identification de l'écrouissage.....	120
Figure 75 : Résidus indicateur normé et écart moyen de la modélisation pour l'alliage d'aluminium selon le type d'identification de l'écrouissage	121
Figure 76 : Surfaces de charges initiales des écrouissages St et E+ pour l'acier XES.....	122
Figure 77 : Surfaces de charges initiales des écrouissages C+ et C+E+ pour l'acier XES.....	122
Figure 78 : Surfaces de charges initiales des écrouissages St et E+ pour l'alliage d'aluminium 6016 T4	123
Figure 79 : Surfaces de charges initiales des écrouissages C+ et C+E+ pour l'alliage d'aluminium 6016 T4.....	123
Figure 80 : Surfaces de charges initiales déterminées par un incrément de déformation plastique de référence variable (alliage d'aluminium).....	125
Figure 81 : Surfaces de charges initiales déterminées par un incrément de déformation plastique de référence variable (alliage d'aluminium).....	125
Figure 82 : Surfaces de charges initiales déterminées à 2.10^{-4} par un écrouissage « ICC » et à 2.10^{-2} par un écrouissage « I » (alliage d'aluminium).....	127
Figure 83 : Traction simple sens long Acier XES – T647d01.....	129
Figure 84 : Traction large sens long Acier XES – L647c93_SL.....	129
Figure 85 : Cisaillement sens long Acier XES – C0647M02	130
Figure 86 : Cisaillement cyclique sens long Acier XES – ep133	130
Figure 87 : Traction simple sens long Aluminium 6016T4 – 650a01	131
Figure 88 : Traction large sens long Aluminium 6016T4 – 650C93_SL.....	131
Figure 89 : Cisaillement sens long Aluminium 6016T4 – ep138	132
Figure 90 : Cisaillement sens long Aluminium 6016T4 – ep122	132
Figure 91 : Exemple d'embouti en croix.....	135
Figure 92 : Épaisseur le long d'un profil médian – Acier XES.....	136
Figure 93 : Épaisseur le long d'un profil diagonal – Acier XES	136
Figure 94 : Épaisseur le long d'un profil médian – Aluminium 6016	137
Figure 95 : Épaisseur le long d'un profil diagonal – Aluminium 6016	137
Figure 96 : Interpolation subpixel d'un maximum de corrélation	177
Figure 97 : Représentation des paramètres de la corrélation.....	178
Figure 98 : Passage du motif de corrélation sur sa position exacte.....	179
Figure 99 : Dimensions d'extensométrie (NS=1)	181
Figure 100 : Erreur aléatoire et systématique de corrélation	182
Figure 101 : Influence du pas de maillage (GS) sur l'erreur sur les déformations	184
Figure 102 : Influence du nombre de pas (NS) sur l'erreur sur les déformations	184
Figure 103 : Influence de l'échelle sur les effets de déformation apparente.....	185
Figure 104 : Influence de nombre d'ouverture sur l'effet de déformation apparente..	186

Annexes

Annexe I

Essais disponibles

Sommaire

Table des illustrations de l'annexe	151
Récapitulatif des essais.....	153

Cette annexe présente les courbes représentatives de l'ensembles des essais utilisés pour l'identification du comportement ainsi que les courbes modélisées correspondantes. Cela permet d'apprécier la diversité de la base de données expérimentale en terme de type de sollicitation et de niveau de déformation obtenu.

Tableau 24 : Paramètres représentatifs de la surface de charge initiale

Paramètre	F	G	H	N	Γ_{init} (MPa)	X_{11} (MPa)	X_{22} (MPa)	X_{33} (MPa)
Acier XES	1,14	1,33	1,09	2,39	150	3,90	1,90	-5,8
Alliage d'aluminium	1,73	1,58	0,452	2,11	110	-3,29	-3,51	6,80

Tableau 25 : Paramètres représentatifs de l'érouissage

Paramètre	${}_1b$	${}_1R_{sat}$ (MPa)	${}_2b$	${}_2R_{sat}$ (MPa)	${}_1C$ (MPa)	${}_1D$	${}_2C$ (MPa)	${}_2D$
Acier XES	5,59	108	23,3	30,3	4830	93,8	32,5	0
Alliage d'aluminium	6,19	123	0	0	2320	64,0	60,1	0

L'identification du comportement est présentée au chapitre 4.2, page 115. La surface de charge est de type HILL 1948, l'érouissage est isotrope et cinématique non linéaire à quatre composantes. Les paramètres retenus pour l'anisotropie sont présentés dans le Tableau 24, ceux de l'érouissage dans le tableau 25.

Les courbes présentées sont les courbes de déformation plastique seule, c'est à dire les courbes mises en forme, directement utilisées lors du calcul.

Les données sont classées par matériau et par type d'essai. Le tableau 26 page 153 synthétise les essais réalisés sur notre acier XES. Le tableau 27 page 153 fournit les mêmes informations pour l'alliage d'aluminium 6016T4. Une table des illustrations, ci-dessous, permet de retrouver aisément chaque courbe.

Table des illustrations de l'annexe

Essai 1 : Traction simple sens long Acier XES – T647d01	154
Essai 2 : Traction simple sens long Acier XES – T647d02	154
Essai 3 : Traction simple inclinée à 45° Acier XES – T647d451	155
Essai 4 : Traction simple inclinée à 45° Acier XES – T647d452	155
Essai 5 : Traction simple sens travers Acier XES – T647d901	156
Essai 6 : Traction simple sens travers Acier XES – T647d902	156
Essai 7 : Traction large sens long Acier XES – L647c93_SL.....	157
Essai 8 : Traction large sens long Acier XES – L647c94_SL.....	157
Essai 9 : Traction large sens travers Acier XES – L647c01_ST	158
Essai 10 : Traction large sens travers Acier XES – L647c04_ST	158
Essai 11 : Compression large sens long Acier XES – 520SL_1	159
Essai 12 : Compression inclinée à 45° Acier XES – CP647w45.....	159
Essai 13 : Compression large sens travers Acier XES – CP647w90	160
Essai 14 : Cisaillement sens long Acier XES – C0647M02.....	161
Essai 15 : Cisaillement cyclique sens long Acier XES – ep133.....	161
Essai 16 : Cisaillement incliné à +45° Acier XES – C052045	162
Essai 17 : Cisaillement cyclique incliné à +45° Acier XES – C0520C45	162
Essai 18 : Cisaillement incliné à -45° Acier XES – C0520-45	163
Essai 19 : Cisaillement cyclique incliné à -45° Acier XES – C0520C-45.....	163
Essai 20 : Traction simple sens long Aluminium 6016T4 – 650a01.....	164
Essai 21 : Traction simple sens long Aluminium 6016T4 – 650a02.....	164
Essai 22 : Traction simple inclinée à 45° Aluminium 6016T4 – 650a45	165
Essai 23 : Traction simple inclinée à 45° Aluminium 6016T4 – 650a46	165
Essai 24 : Traction simple sens travers Aluminium 6016T4 – 650a91	166
Essai 25 : Traction simple sens travers Aluminium 6016T4 – 650a92	166
Essai 26 : Traction large sens long Aluminium 6016T4 – 650C93_SL	167
Essai 27 : Traction large inclinée à 45° Aluminium 6016T4 – P650k45.....	167
Essai 28 : Traction large inclinée à 45° Aluminium 6016T4 – P650k46.....	168
Essai 29 : Traction large sens travers Aluminium 6016T4 – 650C01_ST.....	168
Essai 30 : Traction large sens travers Aluminium 6016T4 – 650k90.....	169
Essai 31 : Compression large sens long Aluminium 6016T4 – ep202	169
Essai 32 : Compression large sens long Aluminium 6016T4 – ep203	170
Essai 33 : Compression large sens travers Aluminium 6016T4 – ep206.....	171
Essai 34 : Compression large sens travers Aluminium 6016T4 – ep207	171
Essai 35 : Cisaillement sens long Aluminium 6016T4 – ep138.....	172
Essai 36 : Cisaillement sens long Aluminium 6016T4 – ep122.....	172

Essai 37 : Cisaillement incliné à +45° Aluminium 6016T4 – C907945	173
Essai 38 : Cisaillement sens long Aluminium 6016T4 – c9079C45	173
Essai 39 : Cisaillement incliné à -45° Aluminium 6016T4 – C907945.....	174
Essai 40 : Cisaillement sens long Aluminium 6016T4 – c9079C45	174

Récapitulatif des essais

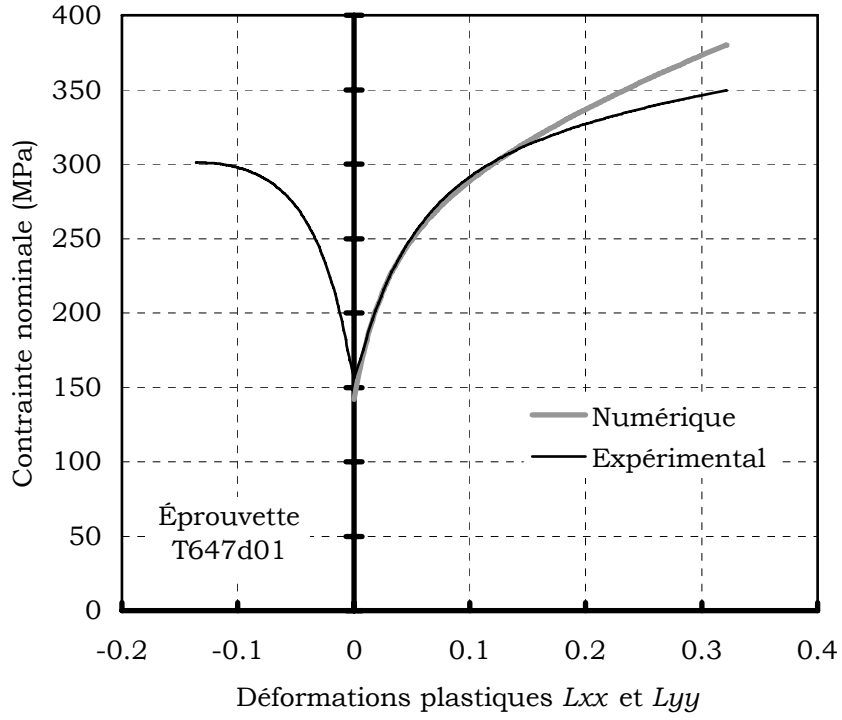
Tableau 26 : Essais sur acier XES

Type	Orientation	Fichiers ¹²
Traction simple	00	T647d001 – T647d002
	45	T647d451 – T647d452
	90	T647d901 – T647d902
Traction large	00	L647c93_SL – L647c94_SL
	45	
	90	L647c01_ST – L647c04_ST
Compression large	00	520SL_1
	45	CP647w45
	90	CP647w90
Cisaillement	00	C0647M02 – <i>ep133</i>
	+45	C052045 – <i>c0520C45</i>
	-45	C0520-45 – <i>c0520C-45</i>

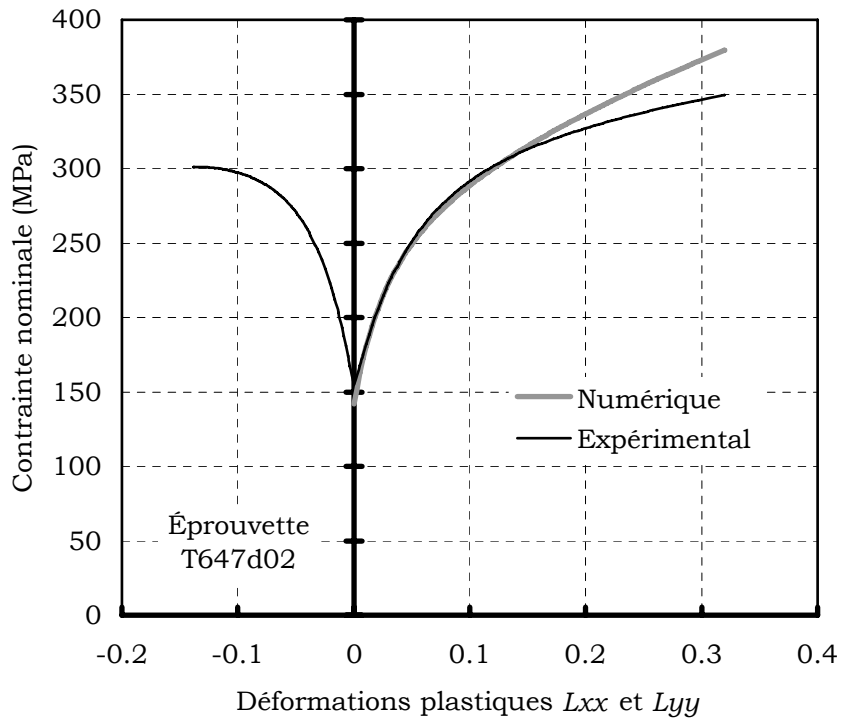
Tableau 27 : Essais sur aluminium 6016T4

Type	Orientation	Fichiers ¹²
Traction simple	00	650a01 – 650a02
	45	650a45 – 650a46
	90	650a91 – 650a92
Traction large	00	650c93_SL
	45	P650k45 – P650k46
	90	650C01_ST – P650k90
Compression large	00	ep202 – ep203
	45	
	90	ep206 – ep207
Cisaillement	00	ep138 – ep122
	+45	c907945 – c9079C45
	-45	c9079-45 – c9079C-45

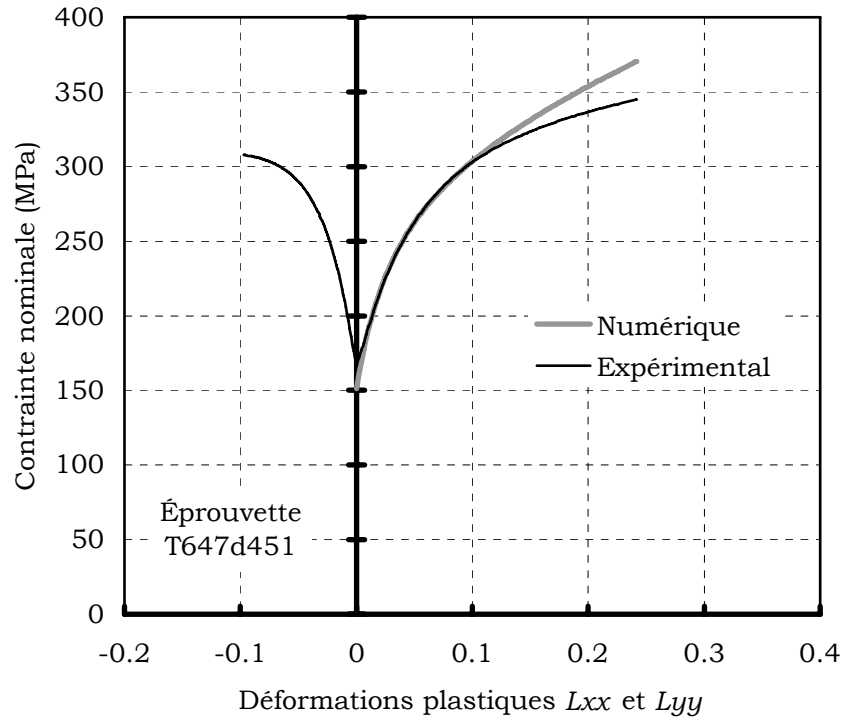
¹² Les noms d'essais typographiés en italiques correspondent à des essais cycliques



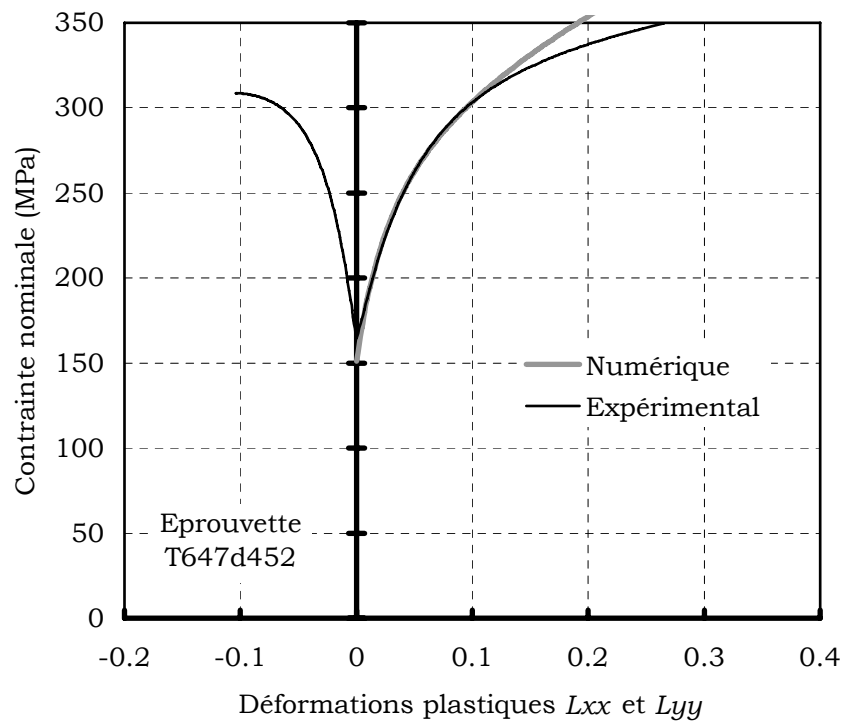
*Essai 1 : Traction simple sens long
Acier XES – T647d01*



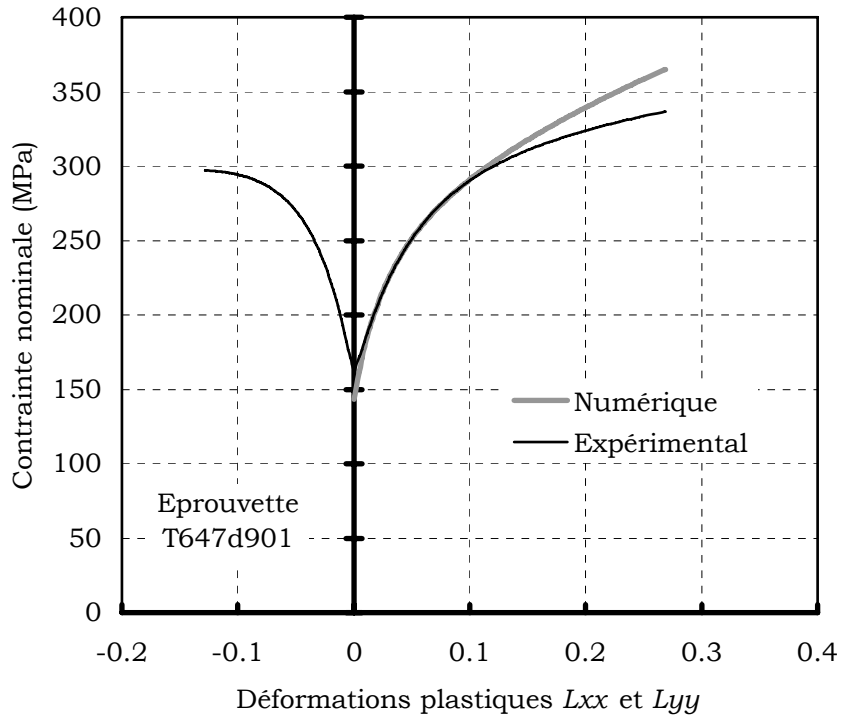
*Essai 2 : Traction simple sens long
Acier XES – T647d02*



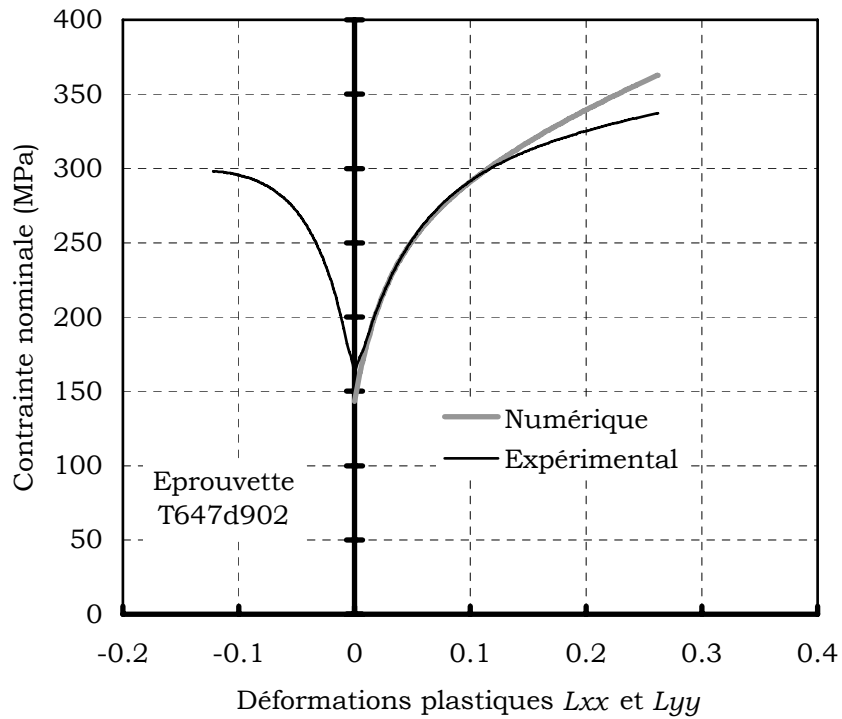
Essai 3 : Traction simple inclinée à 45°
Acier XES – T647d451



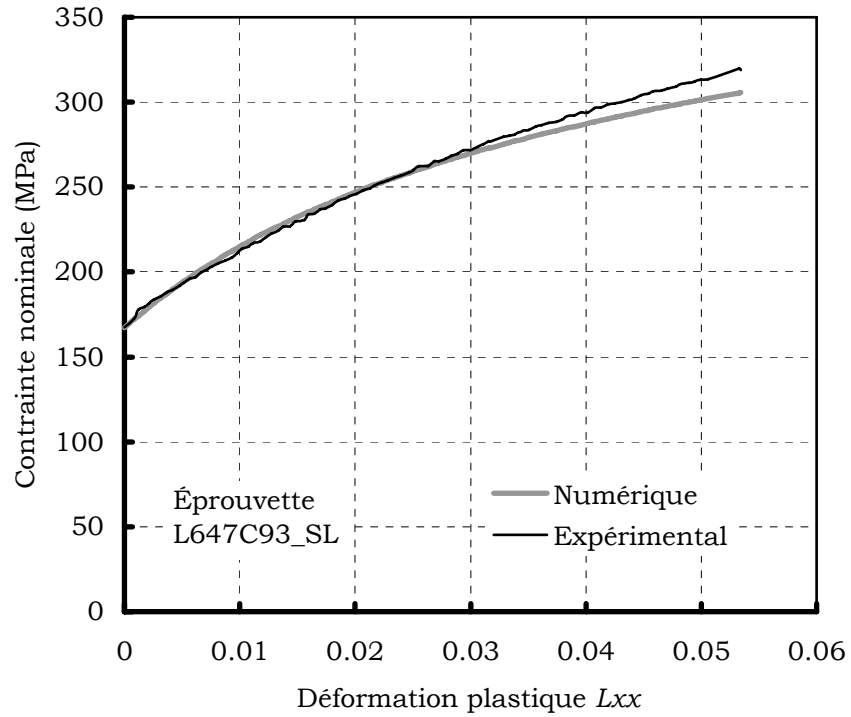
Essai 4 : Traction simple inclinée à 45°
Acier XES – T647d452



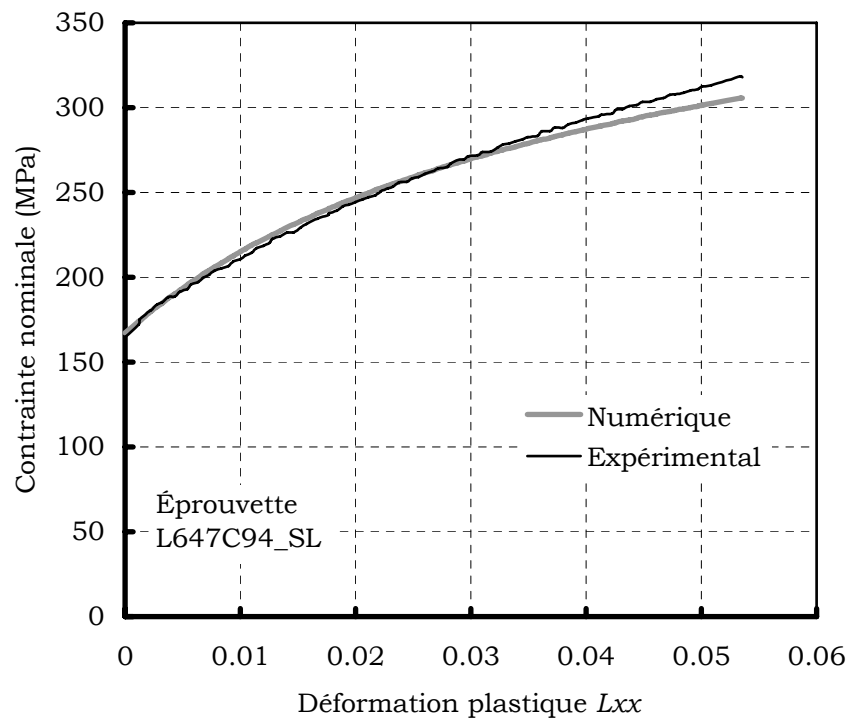
*Essai 5 : Traction simple sens travers
Acier XES – T647d901*



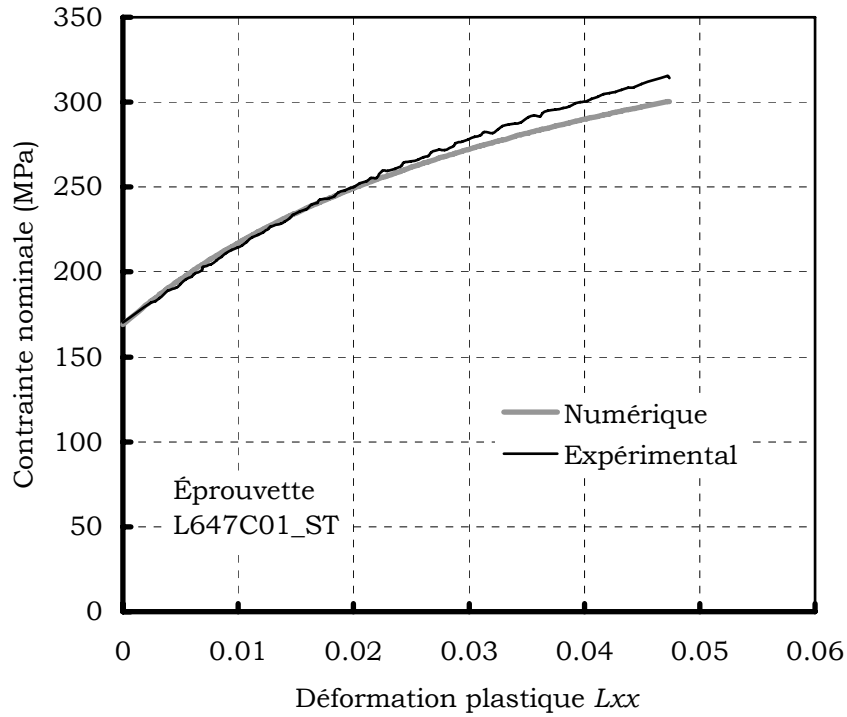
*Essai 6 : Traction simple sens travers
Acier XES – T647d902*



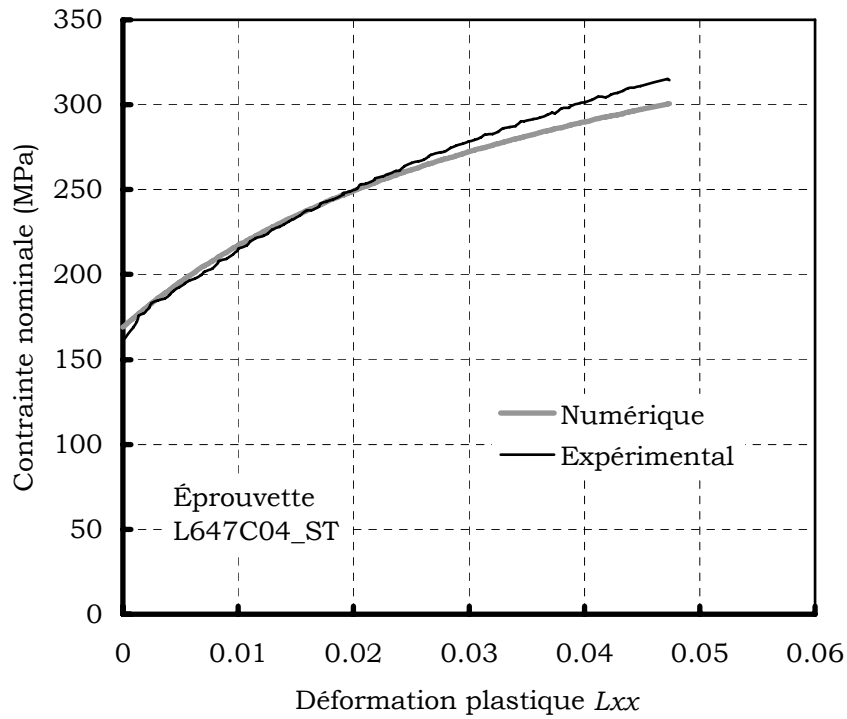
Essai 7 : Traction large sens long
Acier XES – L647c93_SL



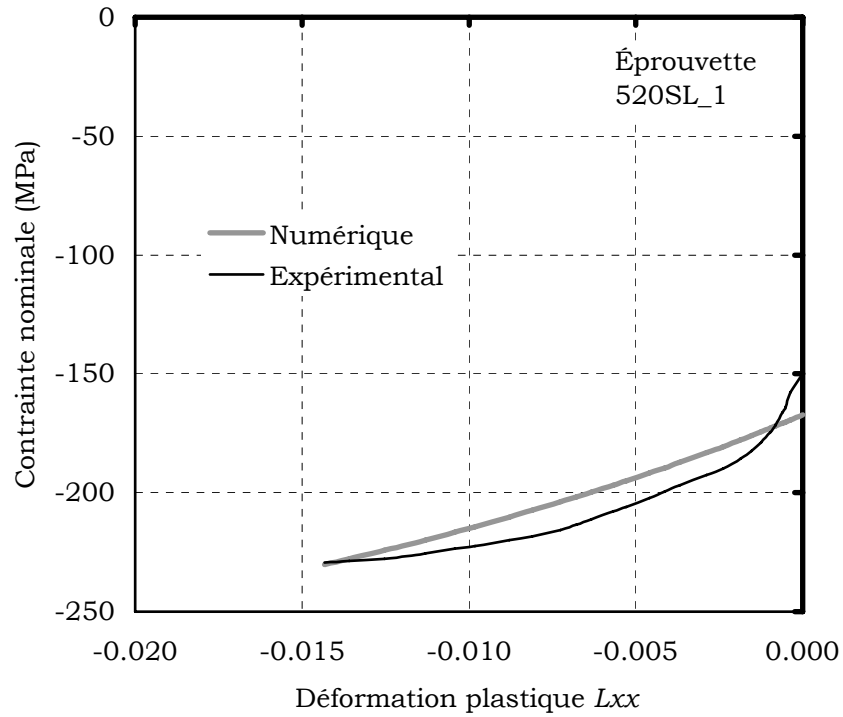
Essai 8 : Traction large sens long
Acier XES – L647c94_SL



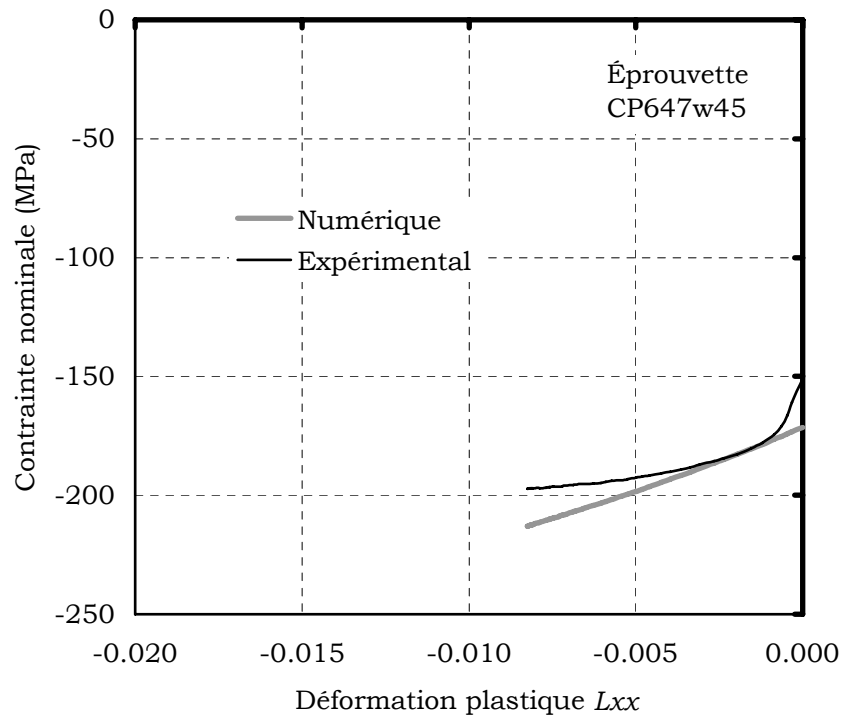
*Essai 9 : Traction large sens travers
Acier XES – L647c01_ST*



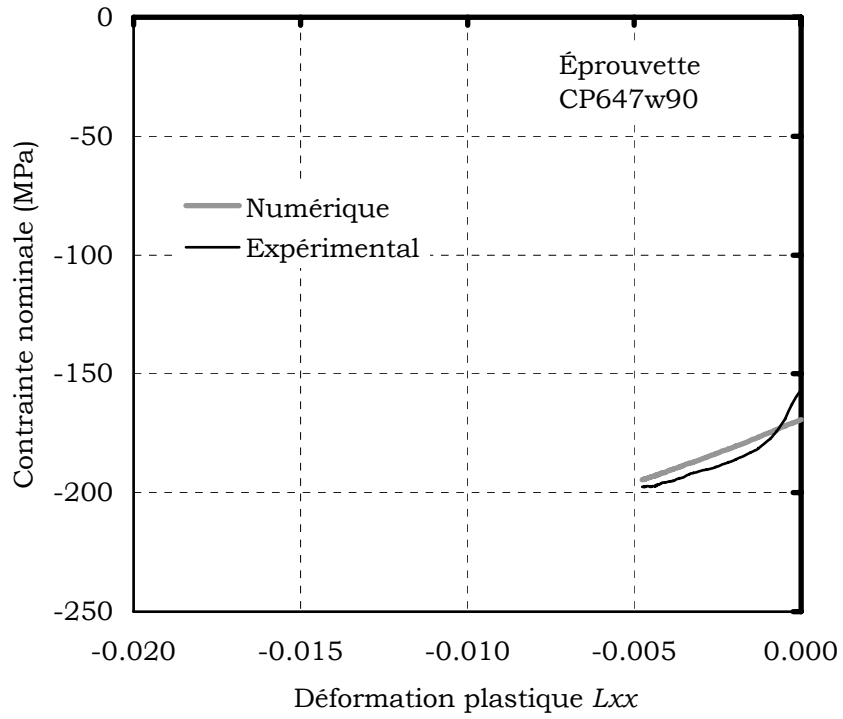
*Essai 10 : Traction large sens travers
Acier XES – L647c04_ST*



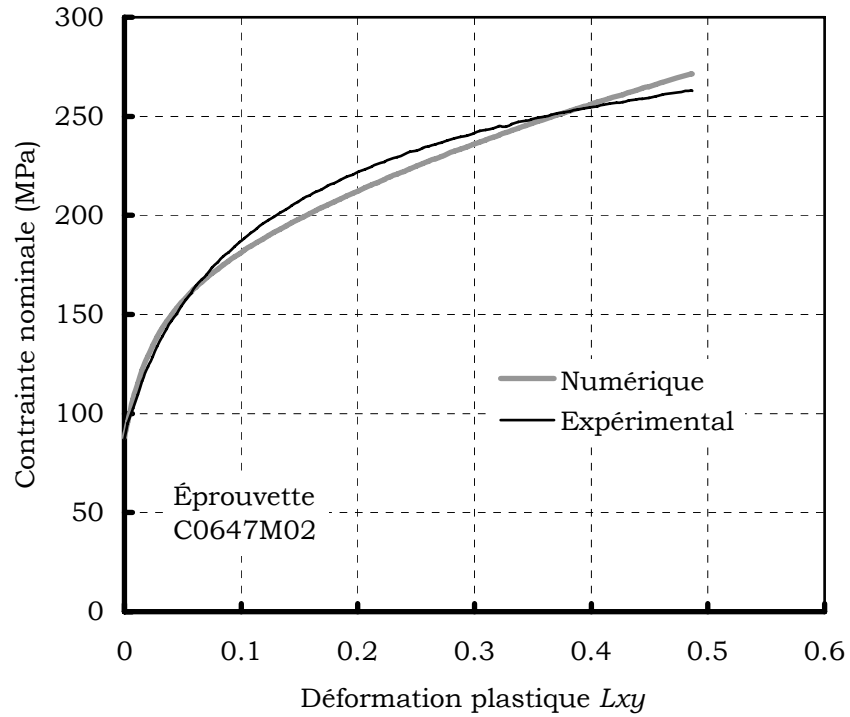
Essai 11 : Compression large sens long
Acier XES - 520SL_1



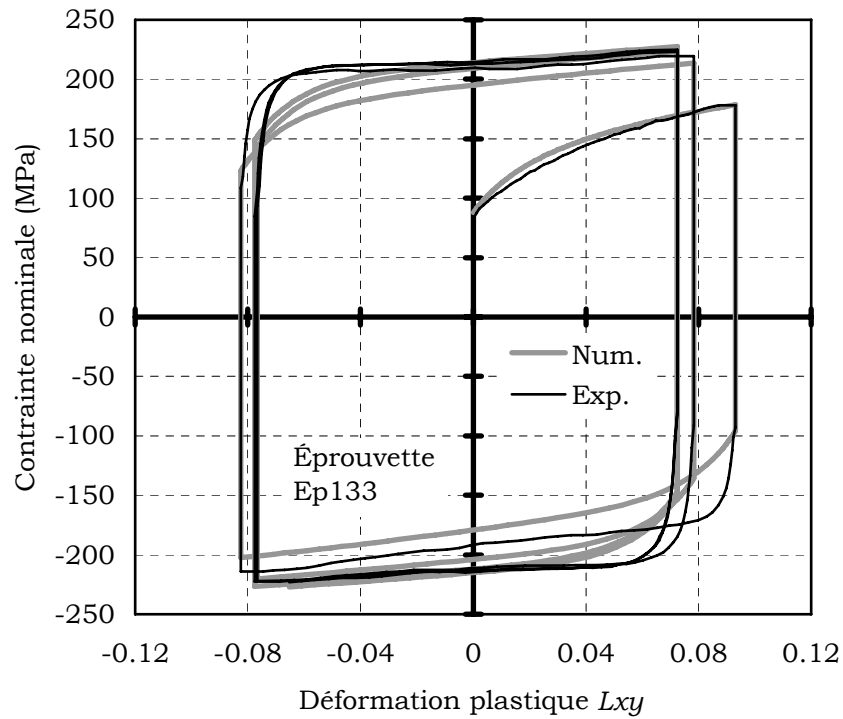
Essai 12 : Compression inclinée à 45°
Acier XES - CP647w45



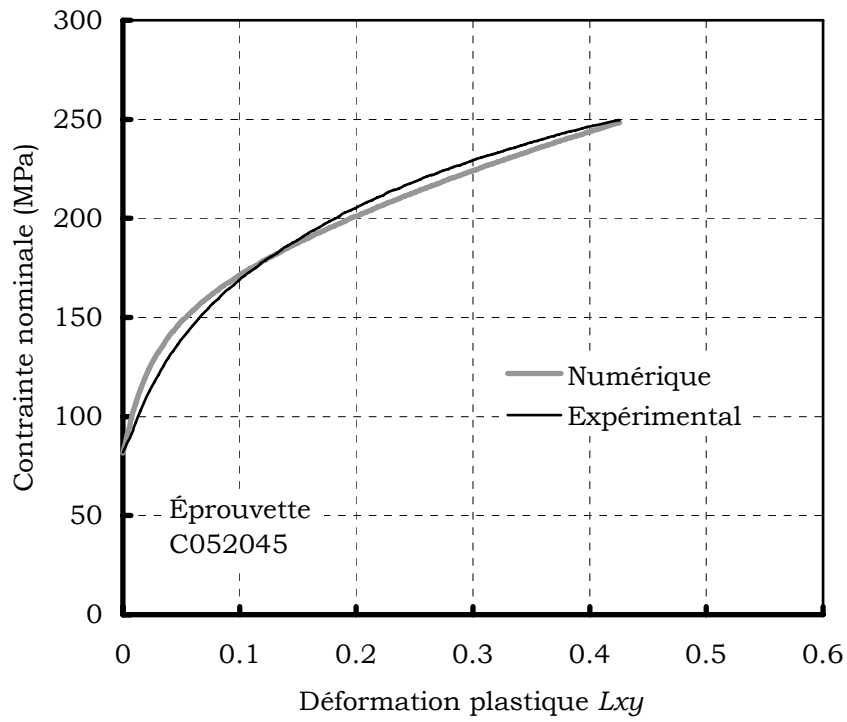
*Essai 13 : Compression large sens travers
Acier XES – CP647w90*



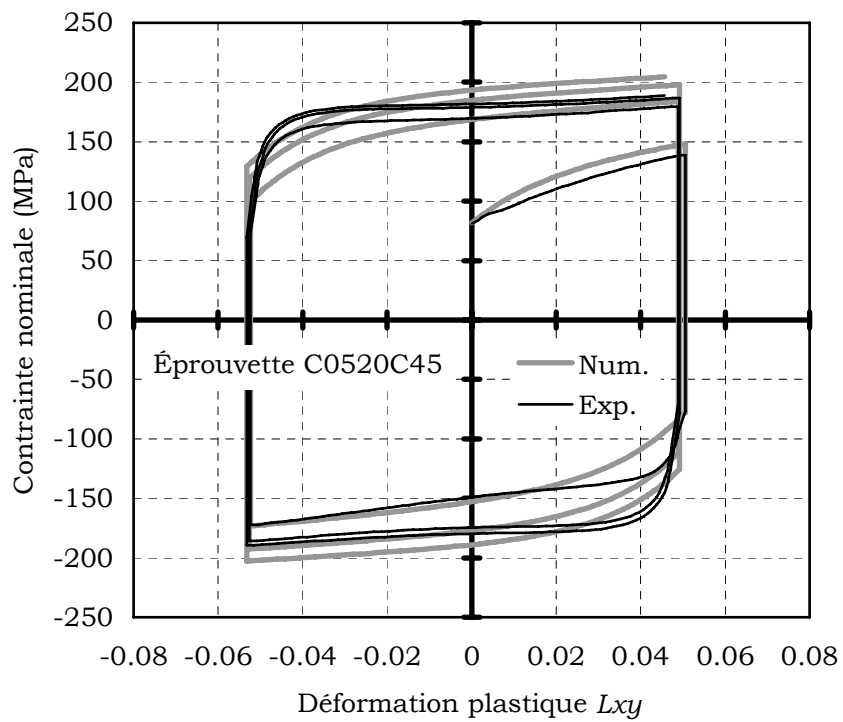
Essai 14 : Cisaillement sens long
Acier XES – C0647M02



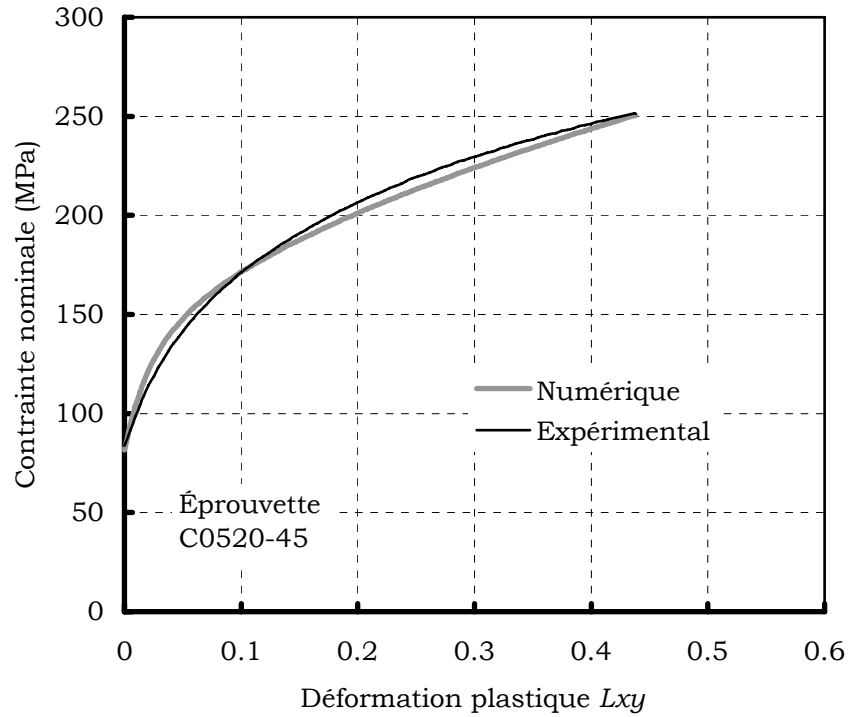
Essai 15 : Cisaillement cyclique sens long
Acier XES – ep133



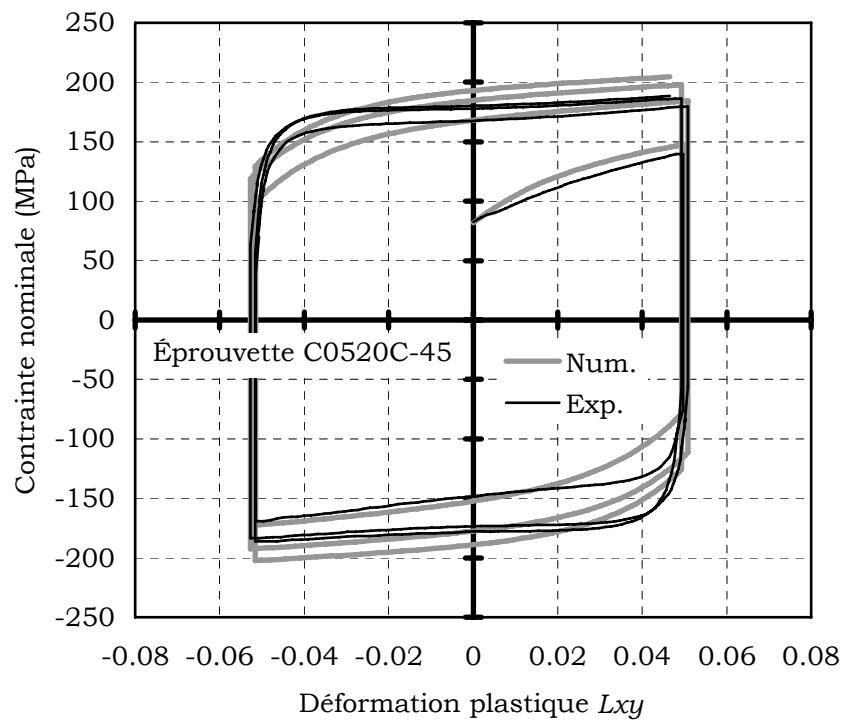
Essai 16 : Cisaillement incliné à +45°
Acier XES – C052045



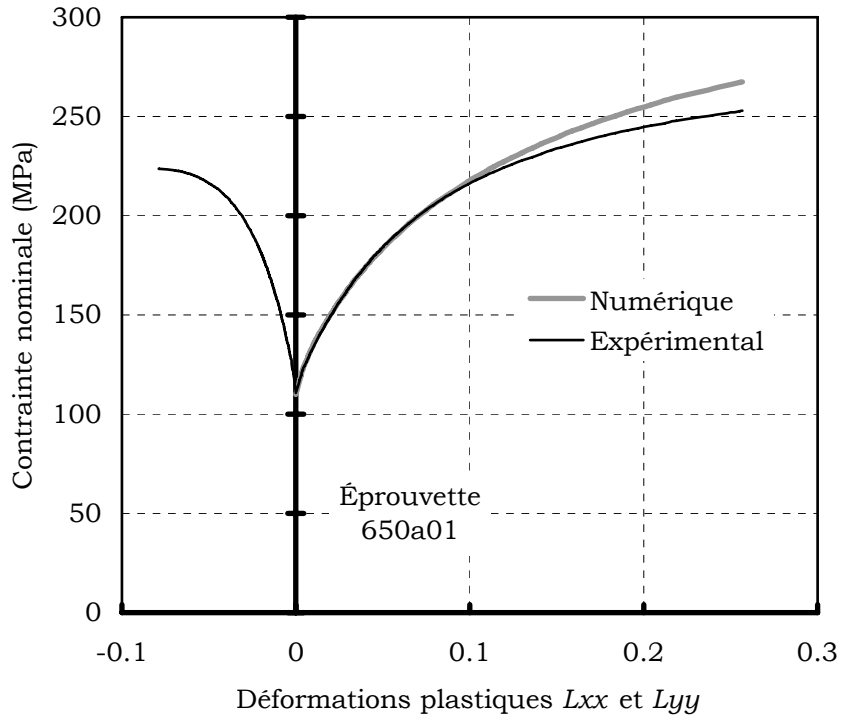
Essai 17 : Cisaillement cyclique incliné à +45°
Acier XES – C0520C45



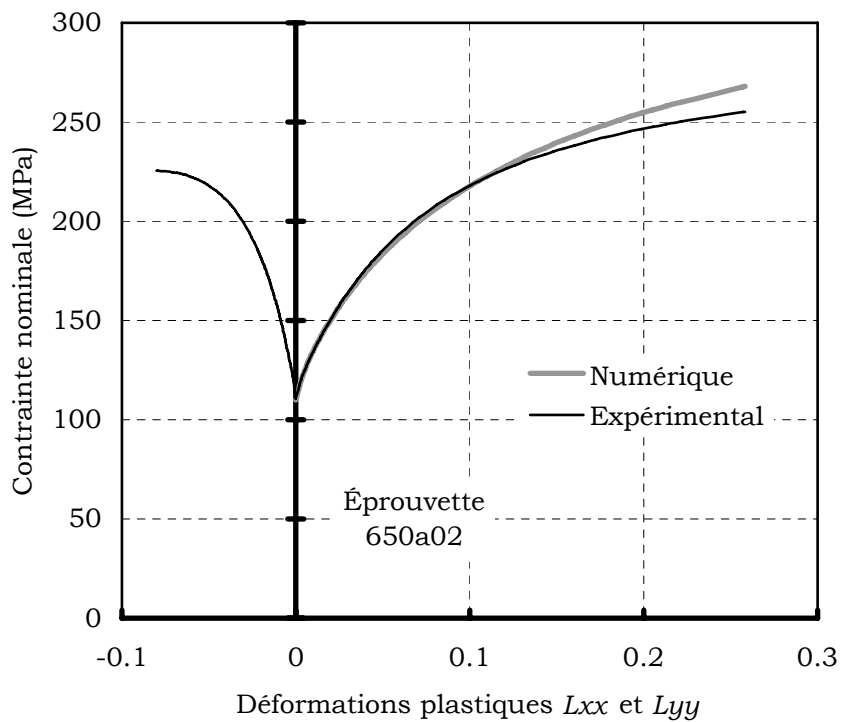
Essai 18 : Cisaillement incliné à -45°
Acier XES – C0520-45



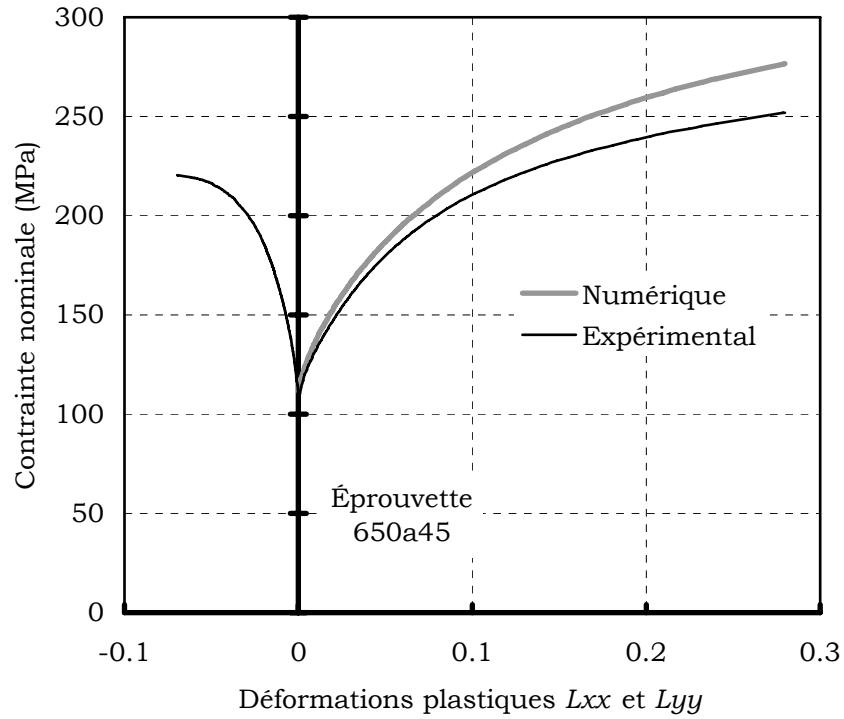
Essai 19 : Cisaillement cyclique incliné à -45°
Acier XES – C0520C-45



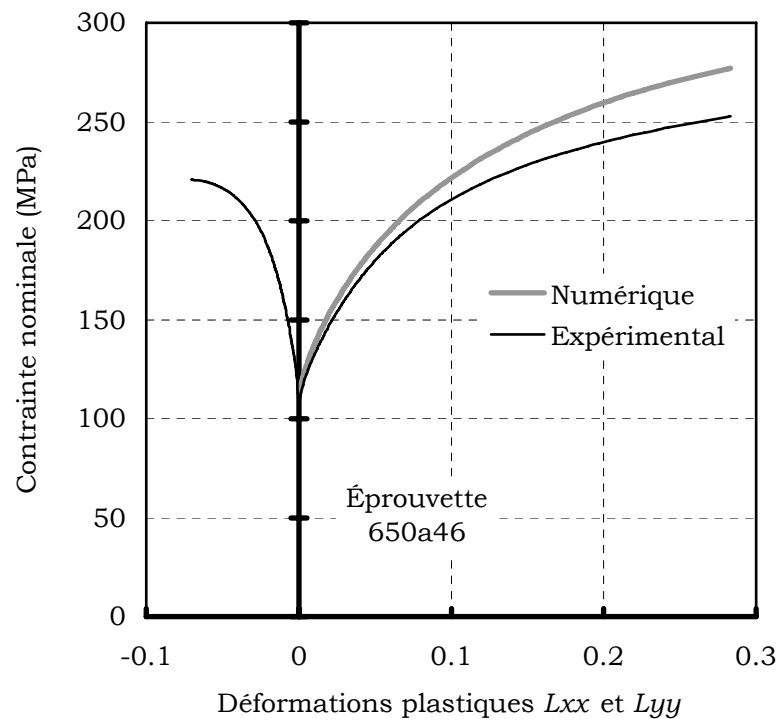
Essai 20 : Traction simple sens long
Aluminium 6016T4 – 650a01



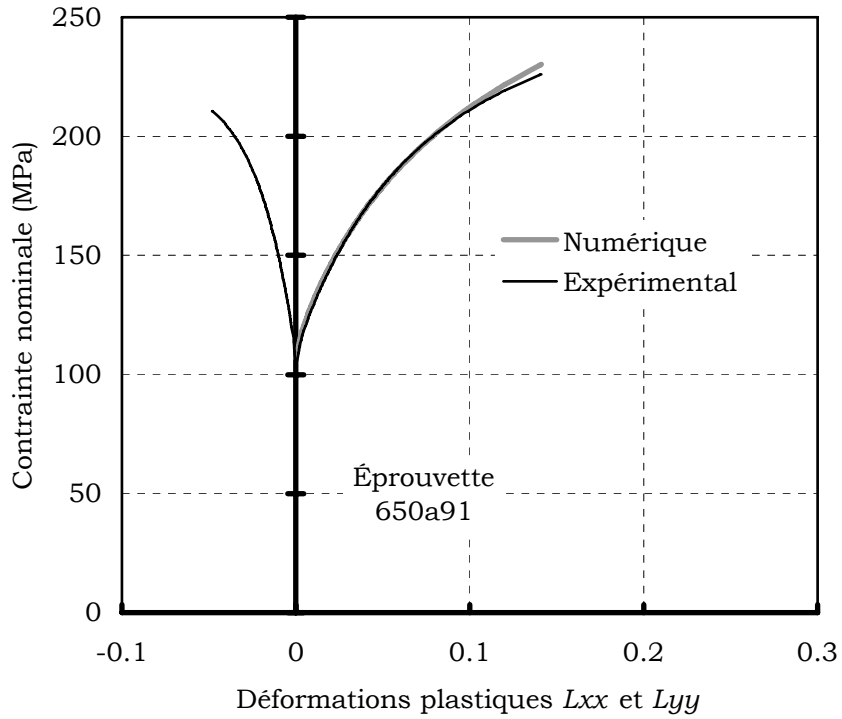
Essai 21 : Traction simple sens long
Aluminium 6016T4 – 650a02



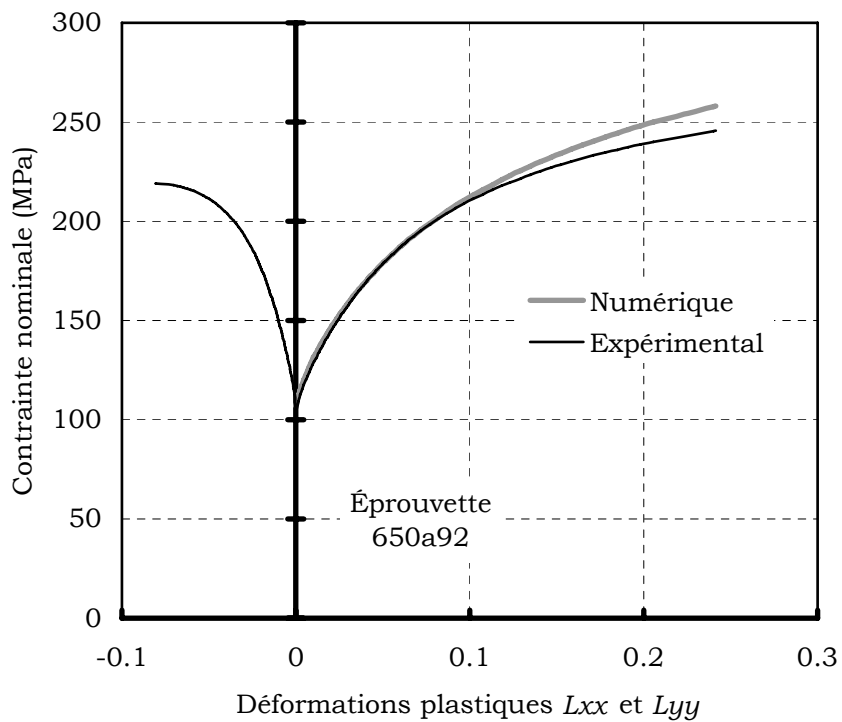
Essai 22 : Traction simple inclinée à 45°
Aluminium 6016T4 – 650a45



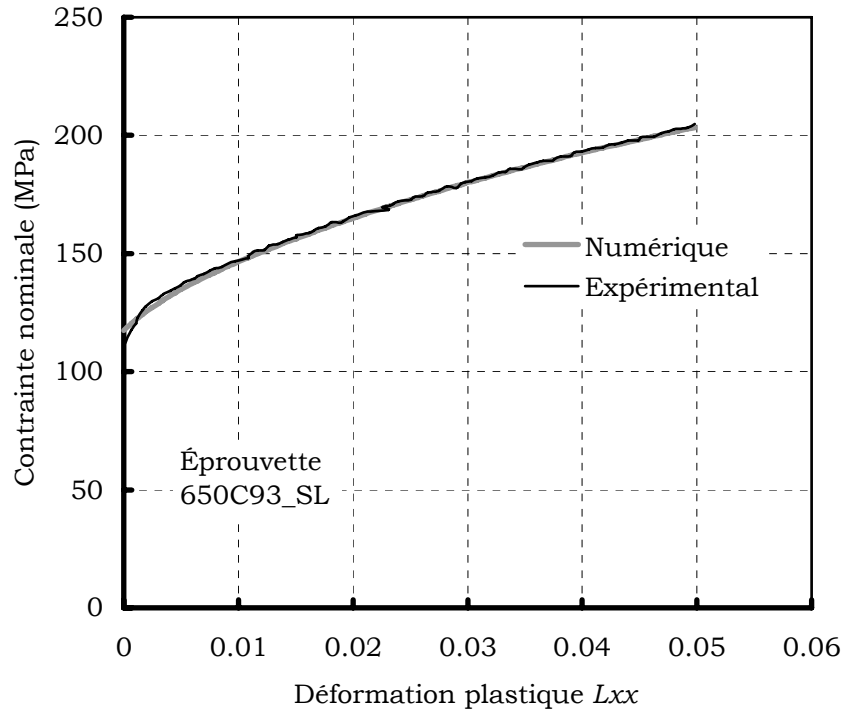
Essai 23 : Traction simple inclinée à 45°
Aluminium 6016T4 – 650a46



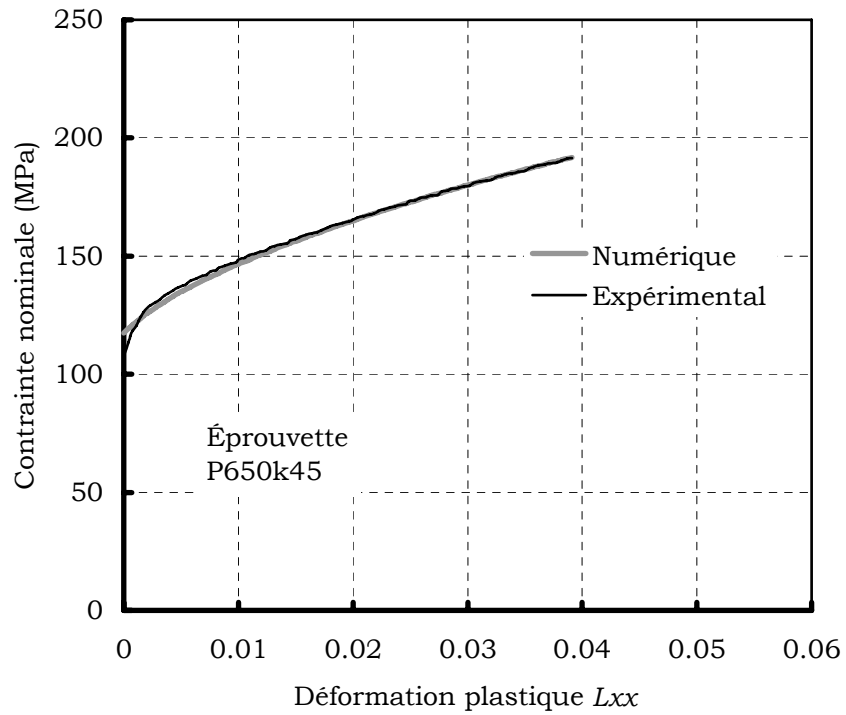
Essai 24 : Traction simple sens travers
Aluminium 6016T4 – 650a91



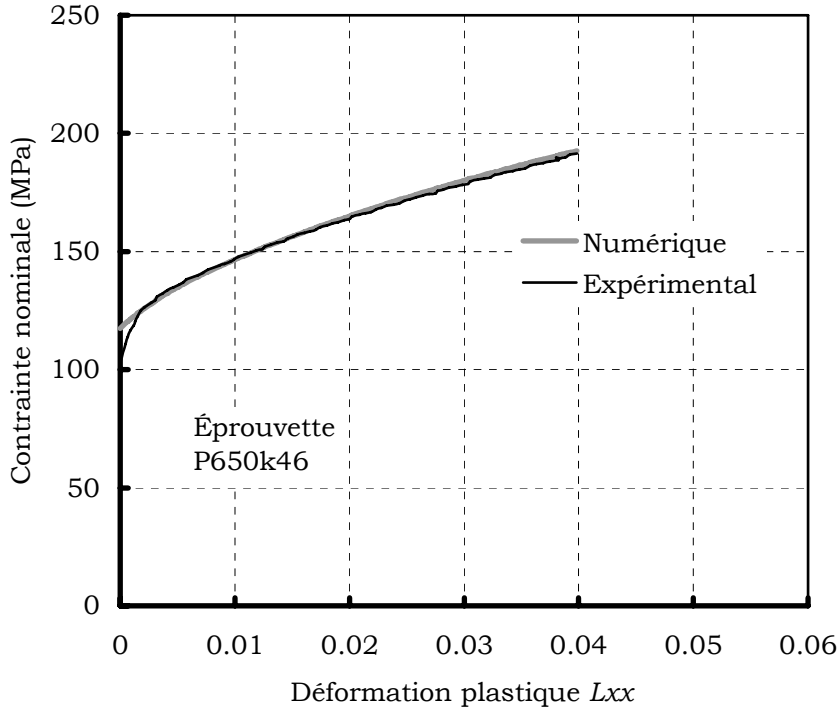
Essai 25 : Traction simple sens travers
Aluminium 6016T4 – 650a92



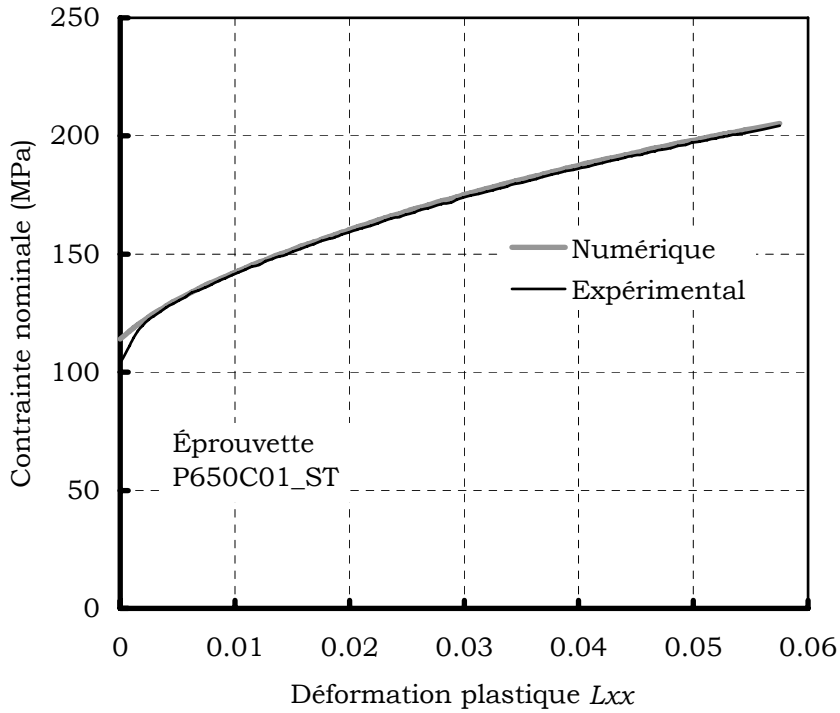
Essai 26 : Traction large sens long
Aluminium 6016T4 – 650C93_SL



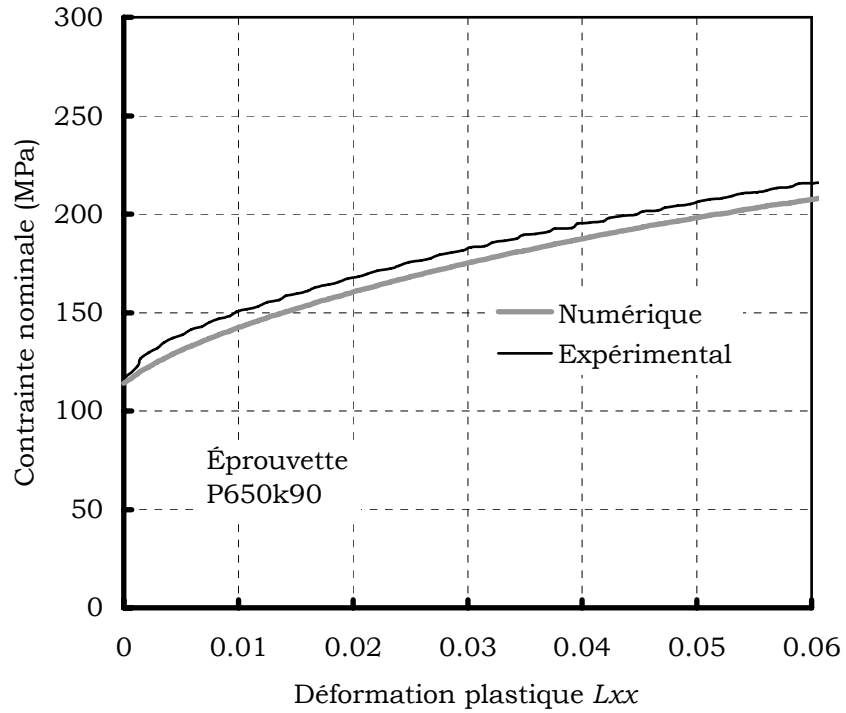
Essai 27 : Traction large inclinée à 45°
Aluminium 6016T4 – P650k45



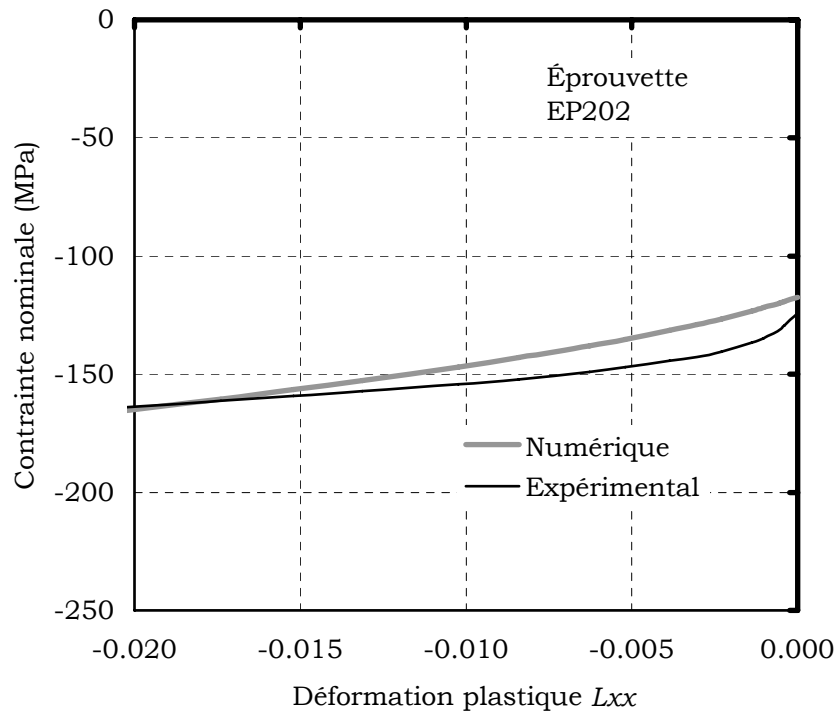
*Essai 28 : Traction large inclinée à 45°
Aluminium 6016T4 – P650k46*



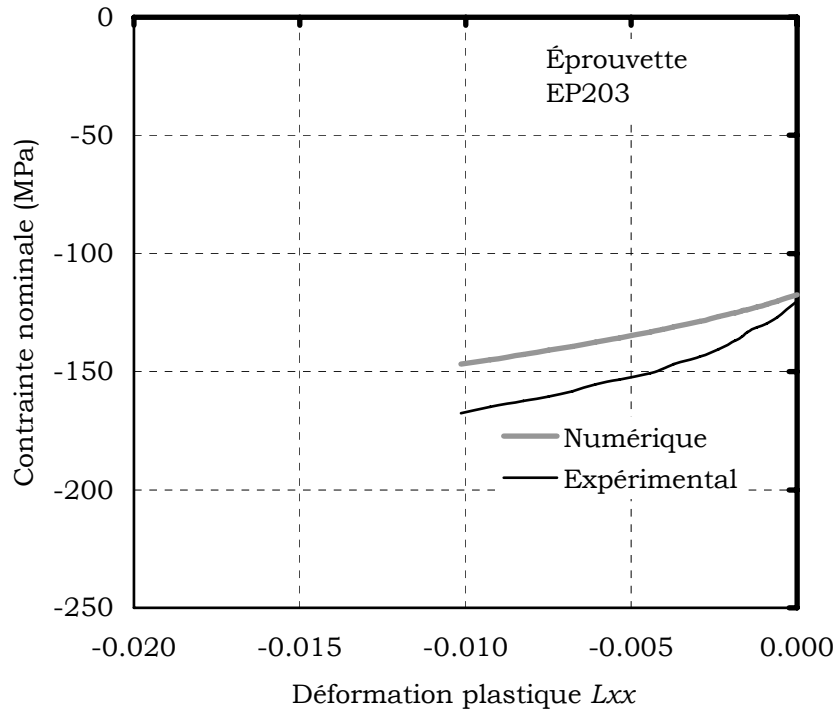
*Essai 29 : Traction large sens travers
Aluminium 6016T4 – 650C01_ST*



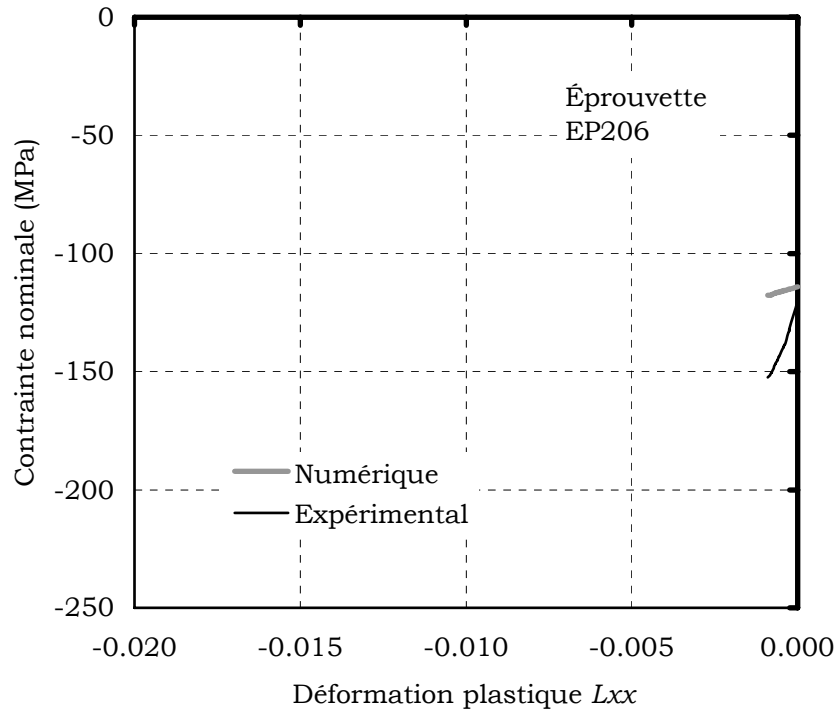
*Essai 30 : Traction large sens travers
Aluminium 6016T4 – 650k90*



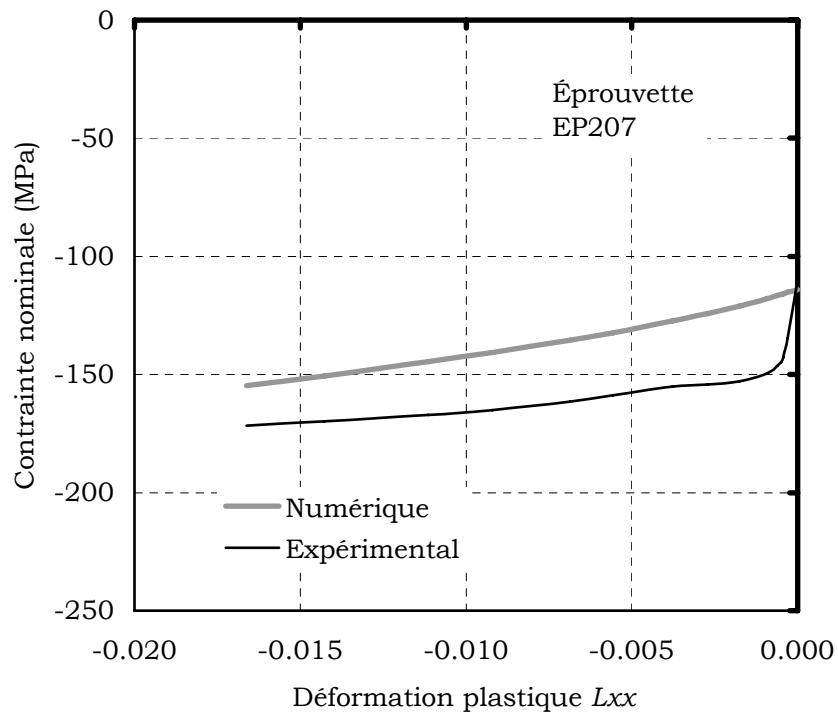
*Essai 31 : Compression large sens long
Aluminium 6016T4 – ep202*



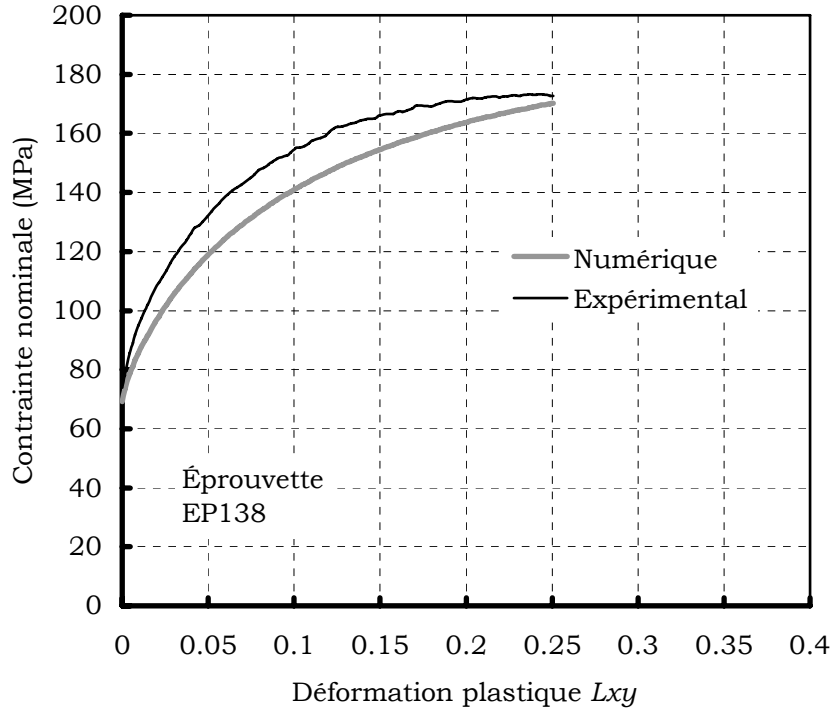
*Essai 32 : Compression large sens long
Aluminium 6016T4 – ep203*



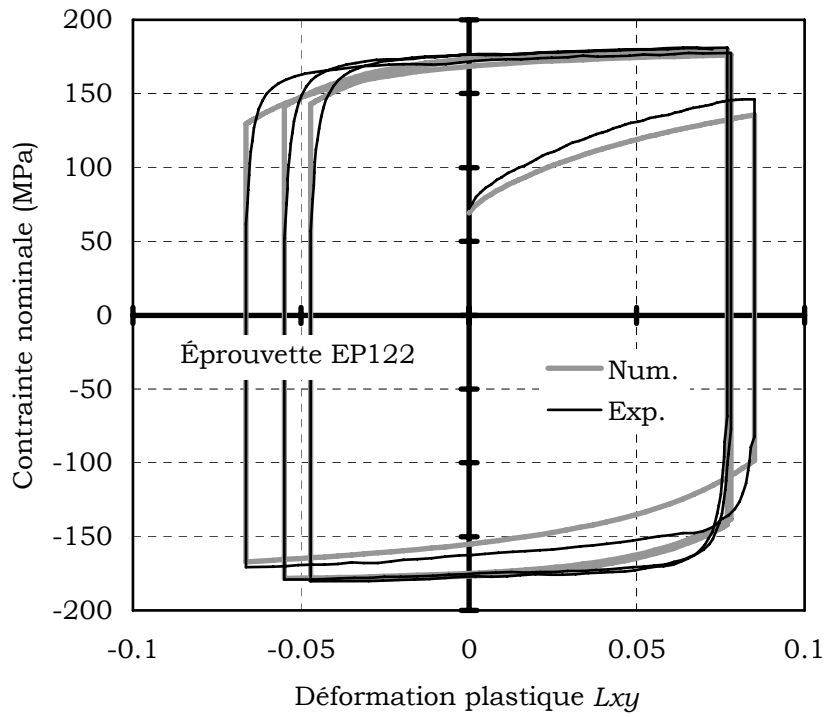
Essai 33 : Compression large sens travers
Aluminium 6016T4 – ep206



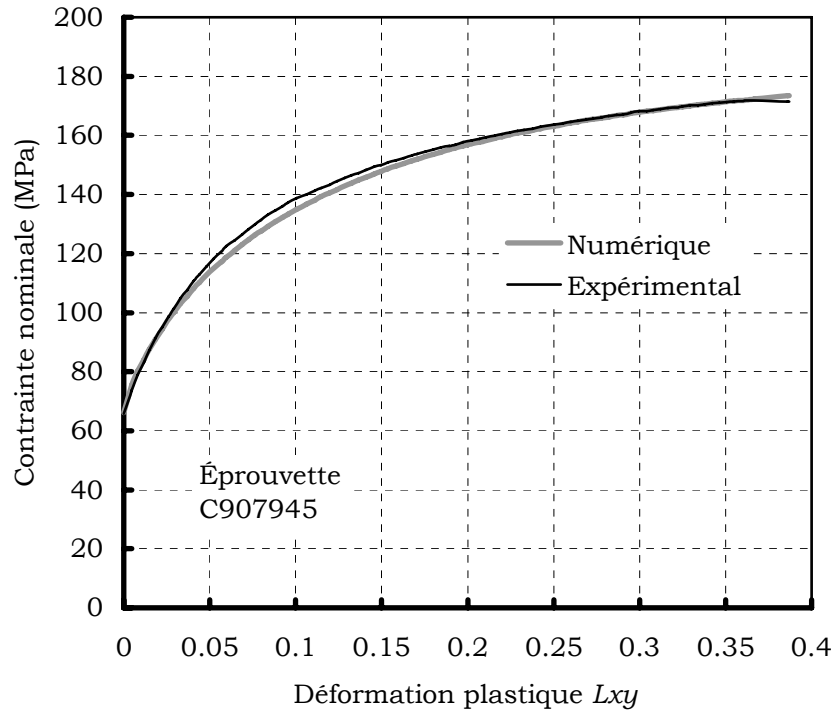
Essai 34 : Compression large sens travers
Aluminium 6016T4 – ep207



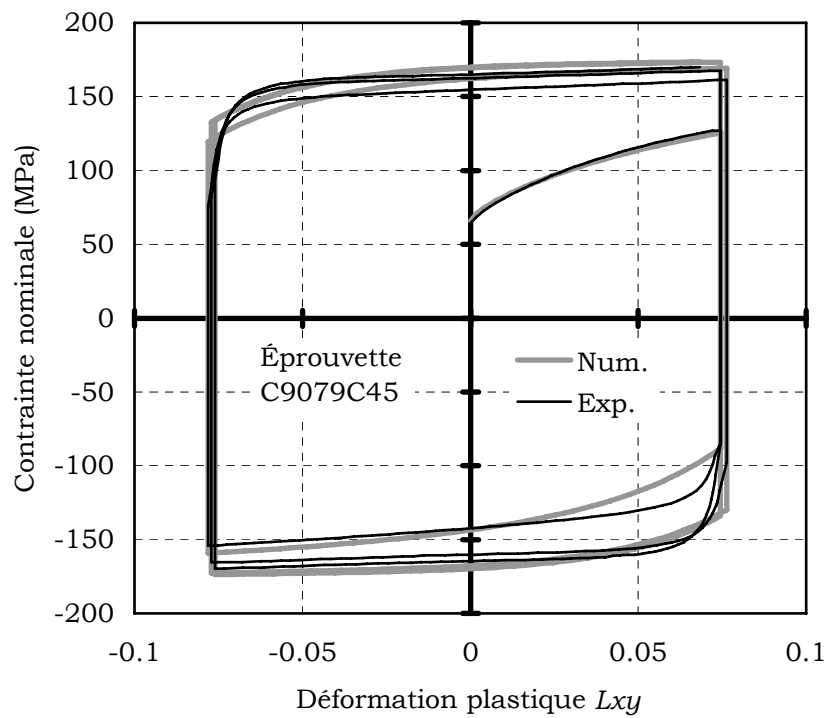
Essai 35 : Cisaillement sens long
Aluminium 6016T4 – ep138



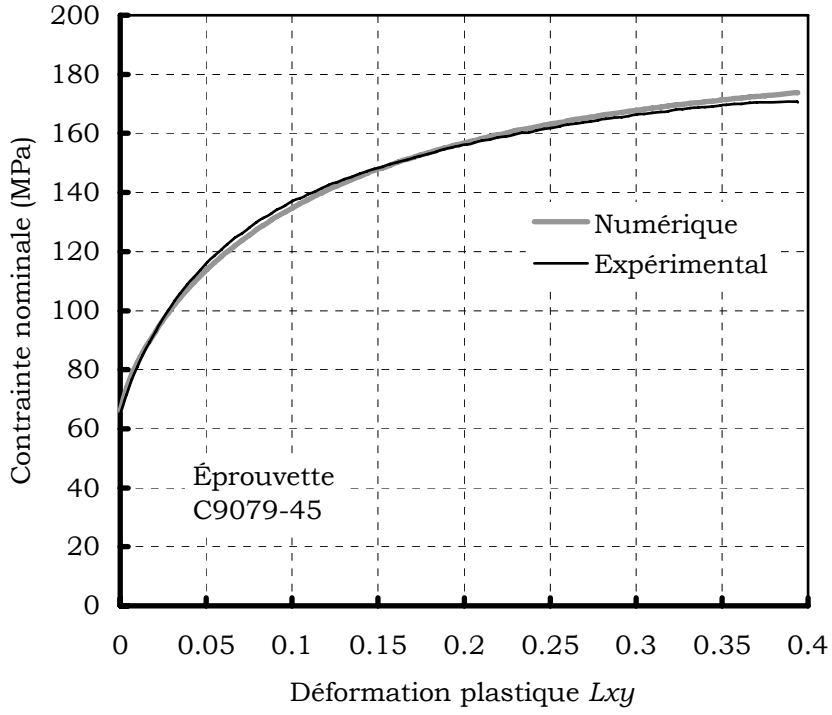
Essai 36 : Cisaillement sens long
Aluminium 6016T4 – ep122



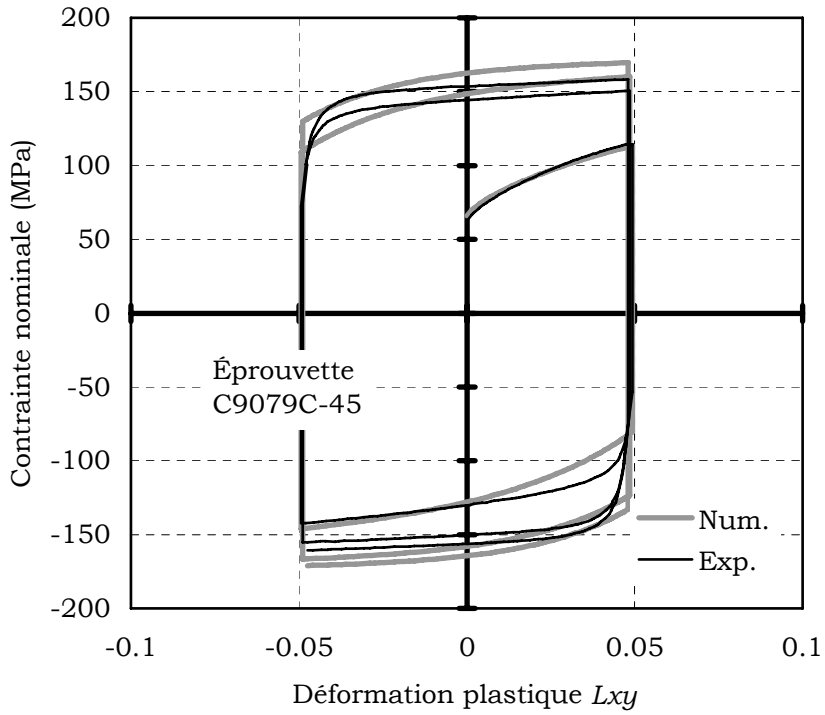
Essai 37 : Cisaillement incliné à $+45^\circ$
Aluminium 6016T4 – C907945



Essai 38 : Cisaillement sens long
Aluminium 6016T4 – c9079C45



Essai 39 : Cisaillement incliné à -45°
Aluminium 6016T4 – C907945



Essai 40 : Cisaillement sens long
Aluminium 6016T4 – c9079C45

Annexe II

Extensométrie optique

Sommaire

Corrélation d'Images Numériques	175
Erreurs de mesure	182
Conclusion sur la corrélation d'images numériques	187

L'objectif de cette annexe est de présenter la technique d'extensométrie optique développée par l'équipe de Mécanique des Matériaux et des Structures de l'École des Mines d'Alès. Cette annexe comprend deux parties. La première formule le principe de l'extensométrie utilisée. La seconde présente une étude de l'erreur permettant d'attacher à chaque valeur mesurée une incertitude objective.

Corrélation d'Images Numériques

Introduction

Le principe de l'extensométrie optique est de mesurer des déformations sans contacts avec la pièce. Cela présente de nombreux avantages par rapport aux techniques classiques de jauges collées. En effet :

- la mesure ne perturbe pas l'essai puisqu'il n'y a pas de contact,
- il est possible de réaliser des mesures lorsque la surface accessible de l'échantillon est très faible,
- la préparation de l'échantillon est grandement simplifiée,

– les matériaux où les jauges collées ne tiennent pas peuvent être testés.

En outre, la technique utilisée permet d'accéder à la cinématique du champ des déformations. C'est à dire qu'il est possible de connaître, en chaque instant de l'essai, la déformation en tout point de la zone investie. Il existe de nombreuses techniques d'extensométrie optique dans le plan. Citons notamment trois familles : l'interférométrie de speckle, les méthodes de moiré, les méthodes de granularité.

L'interférométrie de speckle repose sur l'exploitation du phénomène d'interférences entre deux faisceaux laser dont un au moins est le speckle de la surface à mesurer. Rappelons que l'on appelle speckle la figure d'interférence produite par une surface optiquement rugueuse (c'est à dire dont la géométrie présente un relief à l'échelle de la longueur d'onde de la lumière utilisée) éclairée par une lumière cohérente. Cette technique est d'une grande précision puisque les plus petits déplacements mesurables sont inférieurs à la longueur d'onde de la lumière utilisée (514 nm pour un laser argon). Cependant, elle est très sensible aux perturbations extérieures, et elle est également sensible aux variations de l'indice de réfraction.

Les méthodes de Moiré et de dépôts de grilles sont très satisfaisantes en terme de précision et de domaine d'étude. Elles nécessitent cependant une préparation d'échantillon longue et coûteuse.

C'est pourquoi nous utilisons une technique de corrélation directe d'images numériques par granularité. Il s'agit d'utiliser l'aspect même de la surface de l'échantillon, sa signature optique, pour réaliser la mesure. L'idée est de reconnaître entre deux images, un ensemble de points préalablement choisis. L'évolution de leurs coordonnées permet de calculer des vecteurs de déplacements et, par suite, des déformations.

Principe de la corrélation

La méthode de corrélation employée repose sur la minimisation de la différence entre deux fonctions. Les images monochromes que nous utilisons se présentent numériquement sous la forme d'une fonction discrète bidimensionnelle d'intensités lumineuses. Pour des raisons de concision du propos, nous présentons ici le cas d'une fonction monodimensionnelle. La généralisation au cas bidimensionnel ne pose aucun problème. On recherche la solution optimale au sens des moindres carrés :

$$\|f^{(n)}(x) - f^{(n+1)}(x - \delta)\|^2 = \sum (f^{(n)}(x) - f^{(n+1)}(x - \delta))^2 \quad (220)$$

où $f^{(n)}$ et $f^{(n+1)}$ sont les deux fonctions à corréler. δ définit l'écart entre la position x actuelle et la position optimale. En développant cette expression, il vient :

$$\sum (f^{(n)}(x))^2 + \sum (f^{(n+1)}(x-\delta))^2 - 2\sum (f^{(n)}(x) \cdot f^{(n+1)}(x-\delta)) \quad (221)$$

Les termes carrés représentent les variations locales d'intensité lumineuse et ne sont pas intéressants pour la corrélation. Il reste donc :

$$\Phi = \sum (f^{(n)}(x) \cdot f^{(n+1)}(x-\delta)) \quad (222)$$

qu'il s'agit de maximiser. L'intérêt de cette équation par rapport à l'équation (220) est qu'elle ne nécessite qu'un seul produit. Les calculs qui en résultent sont donc plus rapides. Il est intéressant de normer ses résultats. On écrit :

$$\Phi = \frac{\sum (f^{(n)}(x) \cdot f^{(n+1)}(x-\delta))}{\sqrt{\sum (f^{(n)}(x))^2} \sqrt{\sum (f^{(n+1)}(x-\delta))^2}} \quad (223)$$

Si $f^{(n)}$ et $f^{(n+1)}$ sont identiques, on parle de calcul d'autocorrélation et la fonction Φ passe par la valeur 1. Dans le cas intéressant pour la mesure des déformations, $f^{(n+1)}$ est une obtenue à partir de $f^{(n)}$ par une fonction de déformation et de déplacement. Il s'agit d'un calcul d'intercorrélation. La fonction Φ présente un maximum correspondant à un maximum de vraisemblance.

Le calcul tel que présenté ci-dessus est limité à une résolution égale à un demi pixel. Pour aller au delà, on réalise une interpolation quadratique de Φ au voisinage du maximum discret.

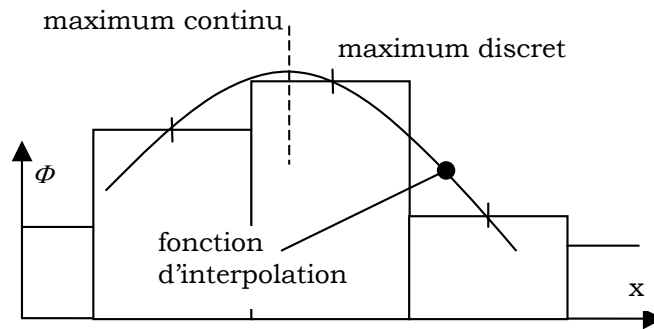


Figure 96 : Interpolation subpixel d'un maximum de corrélation

Présentation de la méthode

L'aspect des échantillons mesurés doit être moucheté de façon à présenter une grande quantité d'information par unité de surface. Cet aspect moucheté peut être naturel. Dans le cas contraire, il est obtenu soit par un effet de granularité laser (speckle) soit par un marquage aléatoire à la peinture.

L'effet speckle laser est intéressant car il produit une signature présentant de nombreux avantages : forte granularité (nombreuses taches), fort contraste, rapidité de mise en œuvre. De plus, pour les très forts taux de déformation (>100%), il conserve un aspect constant à l'intensité près ce qui n'est pas le cas des mouchetis peints qui deviennent de plus en plus uniformes quand la déformation grandit. Pour les faibles taux de déformation, ces mouchetis sont cependant plus intéressants car ils présentent une plus grande stabilité ce qui diminue les incertitudes de mesures. D'autre part, la signature optique évolue très peu au cours de l'essai ce qui rend possible l'emploi de mouchetis d'aspect très similaire à un effet speckle laser. C'est le type de marquage que nous avons choisi.

La mesure nécessite bien sûr deux images. Chaque point de mesure retenu dans la première est représenté par un motif de corrélation de dimension CS^{13} centré sur ses coordonnées. C'est ce motif caractéristique qui est recherché. Pour cela, on extrait de la seconde image une zone de recherche de dimension CA^{14} centrée sur la position du point dans la première image et on compare en chaque pixel de cette zone le motif de corrélation et le motif qu'il recouvre. Le motif de corrélation doit être entièrement contenu dans la zone de recherche. (Figure 97).

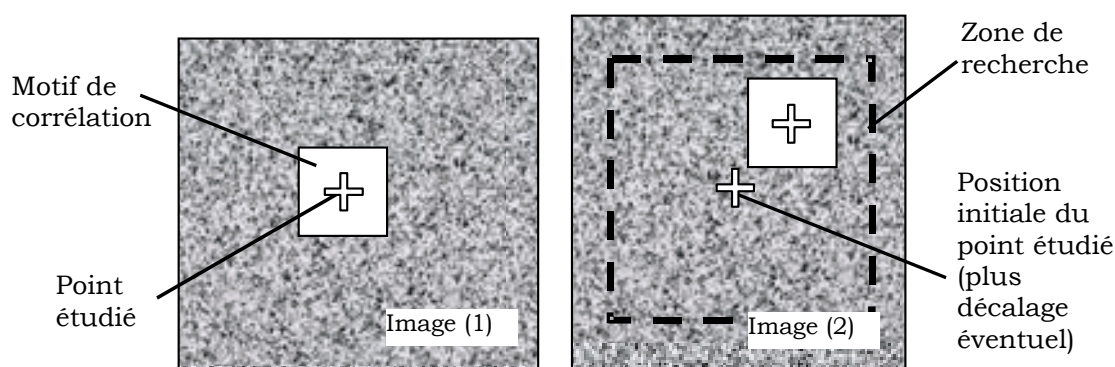


Figure 97 : Représentation des paramètres de la corrélation

Pour plus de clarté, le cas d'un signal continu monodimensionnel est présenté sur la figure 98. Le motif de corrélation, de couleur sombre, est déplacé d'une extrémité à l'autre de la zone de recherche. Le taux de corrélation affecté à chaque position est directement lié à l'aire commune aux deux courbes. Lorsque le motif de corrélation passe par sa position exacte, l'aire est maximale.

Le calcul des déformations se fait en trois étapes : estimation du mouvement d'ensemble entre les deux images, estimation d'un gradient constant des déplacements, calcul des déplacements locaux et de leurs déformations associées. L'objectif de ce découpage est de diminuer le temps de calcul, fonction carré de la

¹³ pour *Correlation Size*

¹⁴ pour *Correlation Area*

dimension de la zone de recherche : la dimension de la zone de recherche diminue à chaque étape alors que le nombre de point augmente.

L'estimation du mouvement d'ensemble (ou mouvement de solide rigide) se fait par la recherche d'un seul motif de corrélation au centre de l'image. Les déplacements attendus peuvent être importants, c'est pourquoi la zone de recherche pour ce motif est de grande dimension.

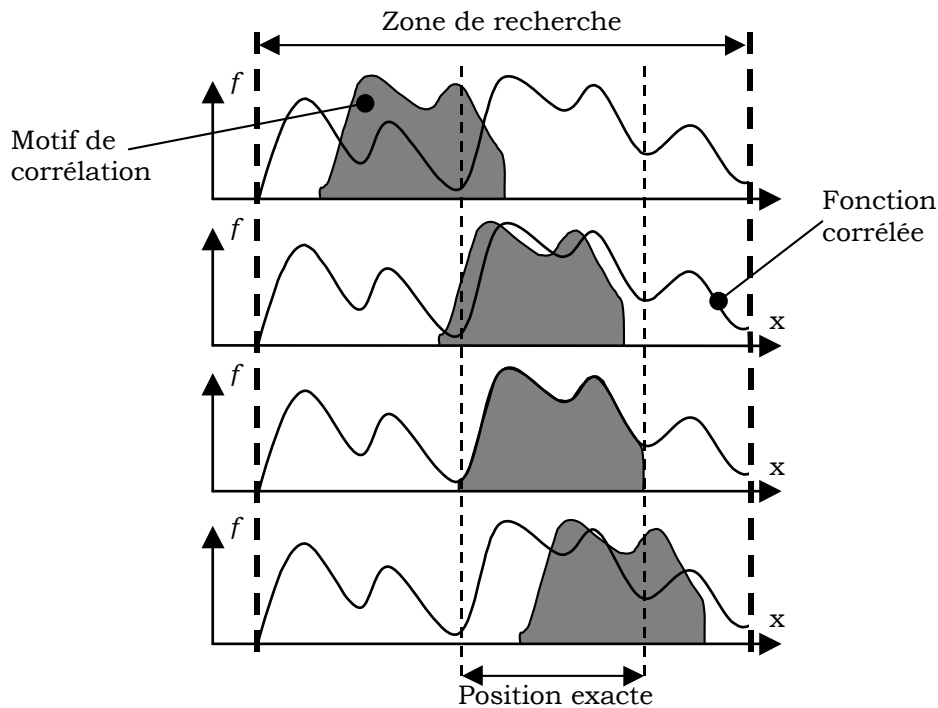


Figure 98 : Passage du motif de corrélation sur sa position exacte

On effectue ensuite un premier maillage, très lâche, de la surface. Typiquement, on utilise 3×3 points de mesure. Le pas de maillage ou GS^{15} est choisi de façon à recouvrir l'ensemble de la zone investie. La zone de recherche est décalée par rapport à l'image initiale du mouvement d'ensemble calculé à l'étape précédente. Ces résultats permettent d'estimer un plan moyen des déplacements selon les deux directions principales de l'image.

La finesse du maillage final dépend de l'application du calcul. Le cas limite est un pas de 1 ($GS = 1$) ce qui correspond à placer un extensomètre virtuel en chaque pixel de l'image. On utilise les plans moyens des déplacements pour calculer la position attendue de chaque motif de corrélation. La recherche se fait autour de cette position estimée. Pour des essais homogènes tels que la traction simple ou le cisaillement, une zone de recherche de quelques pixels est suffisante.

¹⁵ pour *Grid Step*

Pour obtenir des déformations, on estime localement un plan pour lequel les déplacements sont considérés comme homogènes de gradients constants. Les données utilisées pour le calcul de ce plan sont définies par le paramètre NS^{16} qui représente le nombre de points voisins utilisés de part et d'autre du point de mesure. Par exemple, si $NS = 2$, le nombre de points utilisés est $2 \times 2 + 1 = 5$. On effectue ensuite un calcul de différences finies au premier ordre.

Mise en œuvre

D'un point de vue pratique, l'acquisition nécessite l'emploi d'une caméra numérique haute définition. Le matériel dont nous disposons est une caméra KODAK 1024×1024 fournissant une image monochrome d'une profondeur de 8 bits. Le CCD¹⁷ est constitué de pixels carrés et jointifs de 6,8 μm. Nous utilisons un objectif de 55 mm, avec un nombre d'ouverture de 16 afin de maximiser la profondeur de champ et de limiter les aberrations optiques.

L'orientation de la caméra par rapport à la surface à mesurer est très importante pour obtenir un résultat de qualité. En effet, il est nécessaire que les surfaces du CCD et de l'objet soient coplanaires afin de minimiser les aberrations optiques. D'autre part, il faut que les directions principales de l'image coïncident avec celles de la sollicitation. Sans cela, on obtiendrait un résultat projeté difficile à interpréter. En laboratoire, on utilise pour le positionnement une table micrométrique d'orientation munie de trois axes. Pour l'exploitation industrielle, nous avons développé un portique de positionnement dont les réglages sont plus difficiles mais qui assure un repositionnement efficace après démontage et stockage.

Pour chaque essai mécanique instrumenté en extensométrie optique, une série d'images est acquise à intervalle régulier. Le logiciel de pilotage relève simultanément à chaque prise de vue la valeur de la charge et du déplacement transverse. Cette précaution permet d'obtenir des courbes de valeurs contrainte et déformation réellement simultanées (au délai d'acquisition machine près).

Le dépouillement peut se faire de deux façons. Pour des taux de déformation importants (supérieurs à 15%) on réalise un calcul incrémental. La corrélation se fait alors entre une image et la suivante puis les déplacements sont sommés avant le calcul des déformations. Cette méthode présente l'inconvénient de conduire à un cumul d'erreur pouvant conduire à une dérive importante. C'est pourquoi, pour les faibles taux de déformation, on préfère utiliser un calcul direct. Dans ce cas, la

¹⁶ pour *Number of Steps*

¹⁷ *Coupled Charge Device*

corrélation se fait entre la première carte de la série (carte de référence) et la carte en cours.

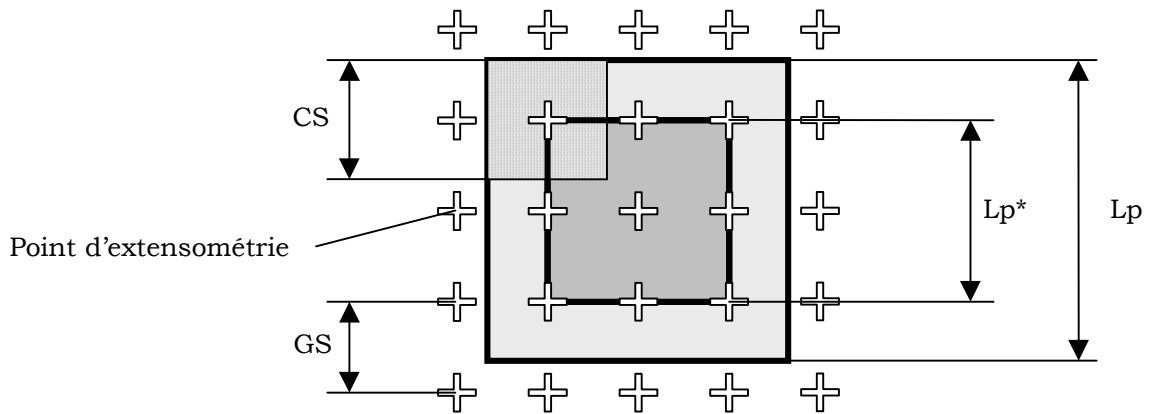


Figure 99 : Dimensions d'extensométrie ($NS=1$)

On définit deux dimensions d'extensométrie en pixels (Figure 99) appelées *longueur de jauges*, par analogie avec les méthodes de mesure plus classiques. La première correspond à la notion de mesure « hors tout ». Elle représente la surface en pixel nécessaire à la mesure. Elle s'exprime simplement :

$$L_p = 2.NS.GS + CS \quad (\text{pix.}) \quad (224)$$

La deuxième valeur retenue fait abstraction de la dimension du motif de corrélation. C'est la *longueur de jauge réduite*. On considère simplement les valeurs des déplacements connus aux points d'extensométrie. L'intérêt de cette approche est d'extraire l'influence de CS du résultat. On écrit :

$$L_p^* = 2.NS.GS \quad (\text{pix.}) \quad (225)$$

Il faut garder à l'esprit que la valeur CS peut être, selon la mesure, petite ou grande devant le produit $2.NS.GS$. Lorsque la CS est petite, les deux dimensions d'extensométrie sont très proches.

On utilise l'échelle de l'image pour convertir les pixels en microns. Soit k le rapport de la distance mesurée par le nombre de pixel la représentant. On écrit :

$$L_j = k.L_p \quad (\mu\text{m}) \quad (226)$$

$$L_j^* = k.L_p^* \quad (\mu\text{m}) \quad (227)$$

Erreurs de mesure

Traitement des erreurs

Quelle que soit son origine, l'erreur de mesure peut toujours être décomposée en deux parties. Une composante aléatoire et une composante systématique. L'erreur aléatoire correspond à une erreur de fidélité de l'instrument de mesure. L'erreur systématique est une erreur de justesse.

Par nature, l'erreur systématique peut être corrigée. Il est relativement difficile de qualifier l'erreur sur un cas réel de déformation. C'est pourquoi nous avons préféré travailler sur les déplacements. Tous nos travaux de calibration sont fait sur des images réelles, acquises dans les conditions expérimentales normales. La figure 100 présente l'écart à la consigne obtenu pour un déplacement de l'image de 1 pixel. Ce déplacement est obtenu par une translation de la caméra à l'aide d'une table micrométrique. La composante haute fréquence du signal est l'erreur aléatoire. La composante basse fréquence est l'erreur systématique. L'amplitude de ces deux erreur dépend des conditions expérimentales.

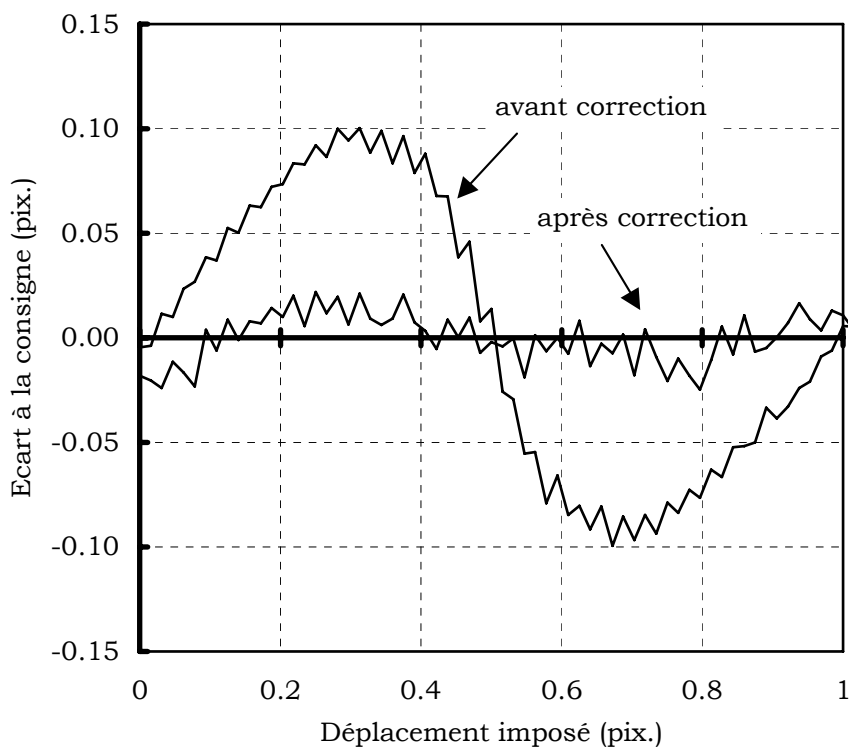


Figure 100 : Erreur aléatoire et systématique de corrélation

On constate que l'erreur systématique présente une allure périodique de fréquence un pixel et d'allure quasi sinusoïdale. La stratégie utilisée pour l'annuler se décompose en deux étapes :

- suppression de l'aspect systématique de l'erreur. On ajoute numériquement avant la corrélation, un déplacement subpixel d'une valeur aléatoire comprise entre plus et moins un demi pixel au motif de corrélation. Cela transforme l'erreur systématique en une erreur aléatoire de même amplitude. Le déplacement subpixel ajouté doit bien sur être soustrait après le calcul.
- réduction de l'amplitude de la nouvelle erreur aléatoire obtenue : L'erreur systématique sur un pixel est de moyenne nulle. Il suffit donc d'effectuer une moyenne sur un nombre de points important pour l'annuler. En pratique, de 25 à 50 points sont suffisants pour faire tendre l'amplitude totale de l'erreur vers celle de l'erreur aléatoire. On observe pas de progression au delà.

Finalement, l'erreur totale sur les déplacements peut être ramenée, à $\pm 2.10^{-2}$ pixel.

Influence des paramètres de calcul

L'introduction de l'erreur absolue sur les déplacement dans un code de simulation d'erreur que nous avons développé permet d'analyser l'influence des paramètres fondamentaux de la mesure sur l'erreur attendue pour les déformations. Cet outil permet de rechercher les meilleures solutions à l'application visée, laquelle est toujours un compromis entre sensibilité et temps de calcul.

Ce code de calcul est bien évidemment indépendant de la taille GS du motif de corrélation. Celui-ci n'intervient en effet que pour le calcul des champs de déplacement. Nous utiliserons donc la longueur de jauge réduite Lj^* définie par (225). L'erreur moyenne est analysée à partir de 100 simulations successives. Le résultat présentant une sensibilité au taux de déformation entre les images, nous avons choisi de situer l'étude à une valeur de déformation totale égale à 10^{-3} , c'est à dire de l'ordre de la déformation élastique à la contrainte seuil initiale d'un acier. Au delà, les erreurs deviennent généralement petites devant les déformations.

Ces calculs montrent clairement que la précision s'améliore lorsque le pas du maillage diminue (Figure 101) et que le nombre de pas augmente (Figure 102). Ce résultat est facilement compréhensible puisqu'il s'agit en fait d'augmenter le nombre de points de mesure. L'évolution de l'erreur est une fonction linéaire du pas du maillage et hyperbolique du nombre de pas. On constate sur la figure 102 une valeur seuil autour de $NS = 5$ en deçà de laquelle l'erreur augmente très rapidement.

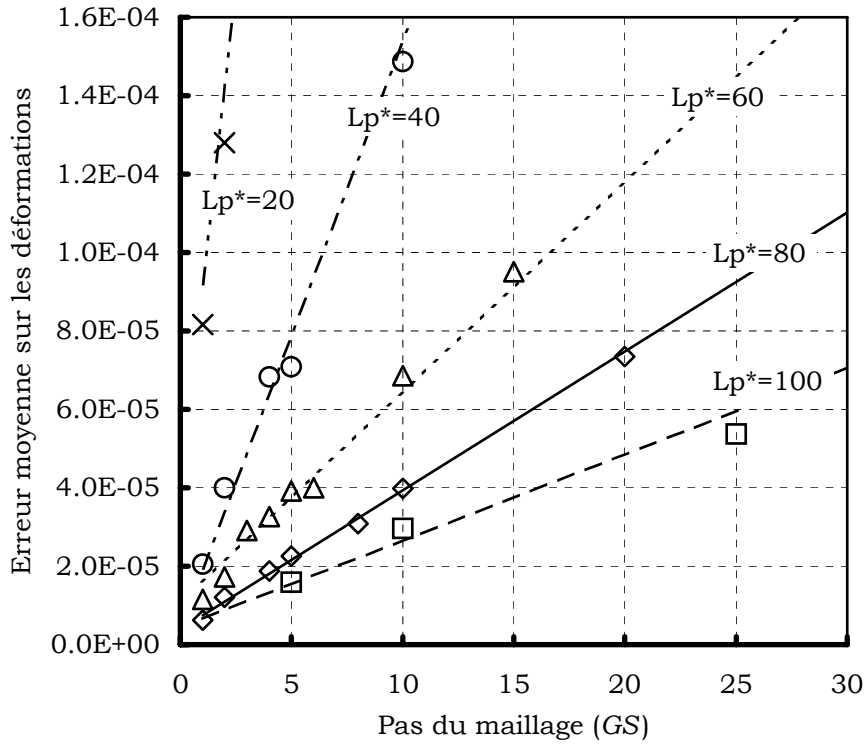


Figure 101 : Influence du pas de maillage (GS) sur l'erreur sur les déformations

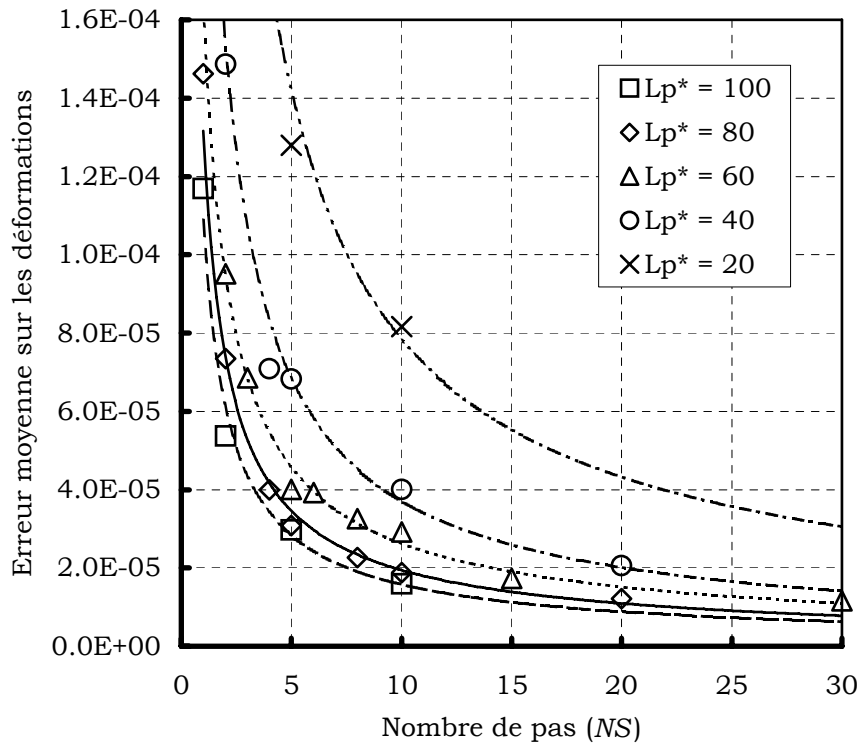


Figure 102 : Influence du nombre de pas (NS) sur l'erreur sur les déformations

Influence des paramètres optiques

Nous avons étudié l'influence de deux paramètres optiques sur la valeur de l'erreur de mesure : le nombre d'ouverture de l'objectif (F#) et l'échelle d'acquisition des images.

En effet, lorsqu'un échantillon est sollicité, les mouvements de sa surface présentent toujours une composante hors du plan liée :

- aux variations d'épaisseur,
- au mouvements mécaniques du montage (alignement, basculement, etc...).

Cette composante hors plan du mouvement est susceptible de se traduire par une déformation apparente liée à l'effet de zoom qu'il produit : plus un objet est proche de la caméra, plus il paraît « grand ». Ainsi, une réduction de la distance entre l'objet et la caméra se traduira par une iso-dilatation de la surface observée. Une réduction de cette distance se produit une iso-compression. Les rotations hors du plan et les fléchissements se traduisent eux par des effets mixtes puisqu'une partie de la surface s'approche alors que l'autre s'éloigne.

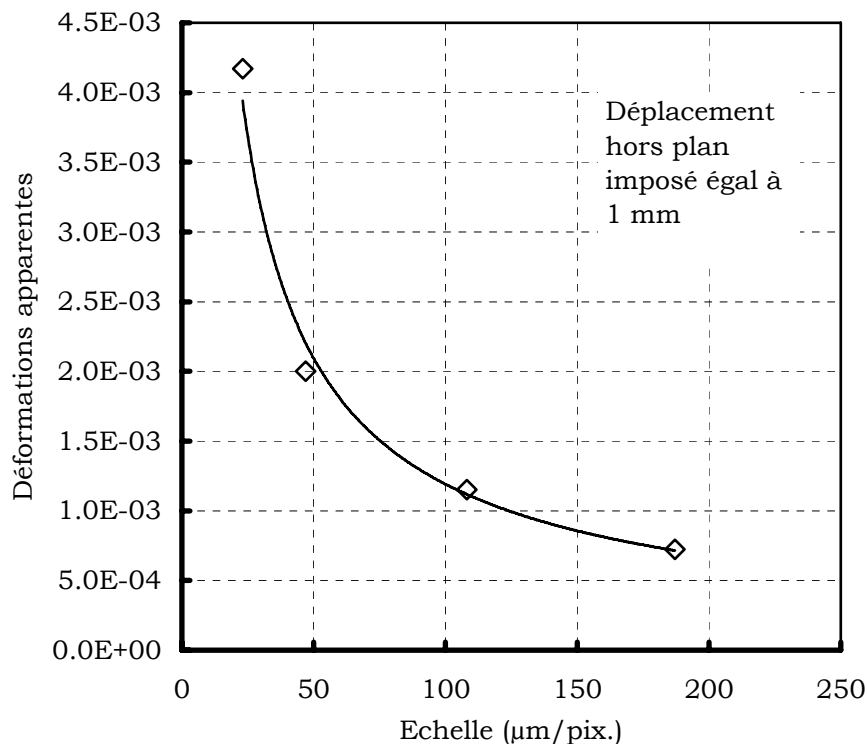


Figure 103 : Influence de l'échelle sur les effets de déformation apparente

La figure 103 présente l'étude que nous avons réalisée pour notre matériel de mesure. Les déformations calculées correspondent à un déplacement hors plan

imposé de 1 mm. Ce résultat est bien sûr spécifique de l'optique et de la caméra que nous avons utilisée. On constate que le rapport entre la déformation apparente et le mouvement hors plan n'est absolument pas constant mais présente une évolution de type puissance.

Par exemple, pour limiter à 5% l'erreur liée aux déplacements hors plan lors de la détection d'une limite élastique à 2.10^{-3} déformation, on calcule la déformation apparente maximale admissible :

$$5.10^{-2} \times 2.10^{-3} = 10^{-4}$$

Si l'on se place dans le cadre d'un essai de traction simple sur tôle, le déplacement d'ensemble de la surface lié à l'alignement des mors et à la variation d'épaisseur de l'éprouvette ne dépasse pas 100 μm . On traduit linéairement qu'une déformation de 10^{-4} associée à un mouvement hors plan de 100 μm correspond à une déformation de 10^{-3} pour un déplacement de 1 mm (cette linéarité est validée par la figure 104). La figure 103 nous indique alors l'échelle de mesure minimale admissible : 125 $\mu\text{m}/\text{pixel}$.

Par ailleurs, nous avons pu montrer qu'il n'existe pas de corrélation liant le nombre d'ouverture de l'objectif et la relation entre les déplacements hors plan et les déformations calculées. Ce paramètre est tout simplement inopérant comme le montre la figure 104.

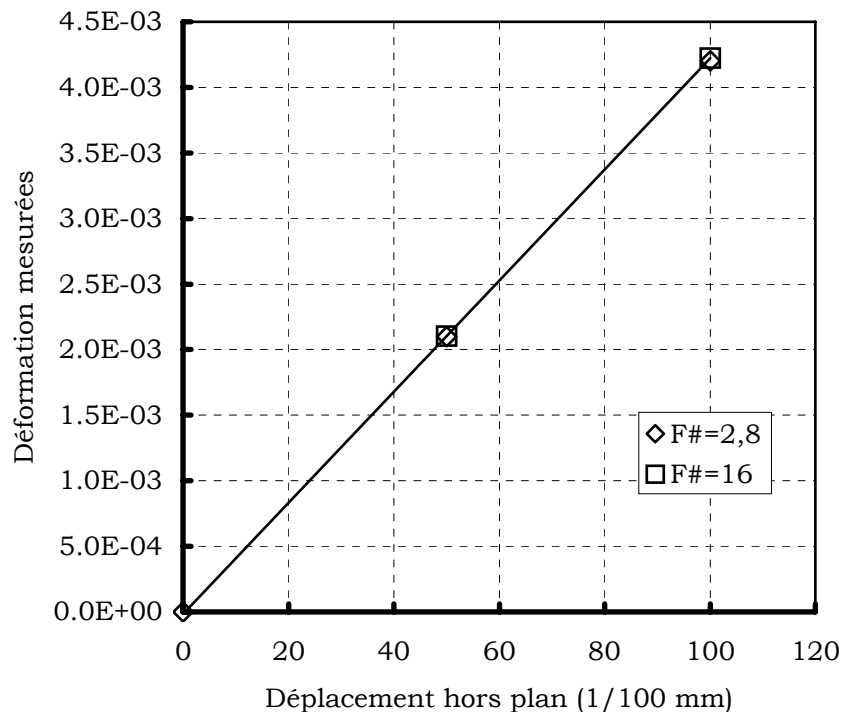


Figure 104 : Influence de nombre d'ouverture sur l'effet de déformation apparente

Conclusion sur la corrélation d'images numériques

Il apparaît clairement, à la fin de cette présentation, que la méthode de corrélation d'image par granularité que nous avons choisie nécessite une grande rigueur à la fois pour la mise en œuvre pratique lors de l'acquisition des images mais également lors de leur exploitation. Les sources d'erreurs potentielles et d'imprécision de la mesure sont en effet nombreuses. Pour autant, nous avons présenté les outils permettant d'estimer leur amplitude et de choisir les paramètres expérimentaux et numériques en fonction de la précision désirée.

Il apparaît clairement, à la fin de cette présentation, que la méthode de corrélation d'image par granularité que nous avons choisie nécessite une grande rigueur à la fois pour la mise en œuvre pratique lors de l'acquisition des images mais également lors de leur exploitation. Les sources d'erreurs potentielles et d'imprécision de la mesure sont en effet nombreuses. Pour autant, nous avons présenté les outils permettant d'estimer leur amplitude et de choisir les paramètres expérimentaux et numériques en fonction de la précision désirée.

