

# Techniques de simulation multi-résolutions en méthode SPH pour applications industrielles

Soutenance de thèse de Doctorat, par : **Joffrey CHANÉAC**

Devant le jury composé de :

Marc FIVEL

David LE TOUZÉ

Marie-Christophette BLANCHET

Sofiane KHELLADI

Stéphane AUBERT

Pierre DUQUESNE

Jean-Christophe MARONGIU

Professeur des universités

Professeur des universités

Maître de conférence

Professeur des universités

Professeur des universités

Maître de conférence

Docteur

Grenoble INP, SIMaP

ECN, LHEEA

ECL, ICJ

ENSAM, LIFSE

ECL, LMFA

ECL, LMFA

Andritz Hydro

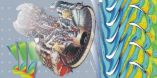


# Introduction

## Contexte

### Contexte climatique





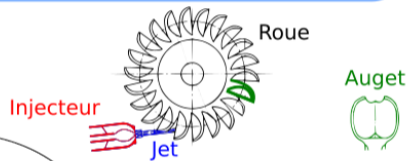
# Introduction

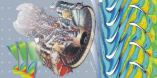
## Contexte

### Contexte climatique



### Turbine Pelton





# Introduction

## Contexte

### Contexte climatique

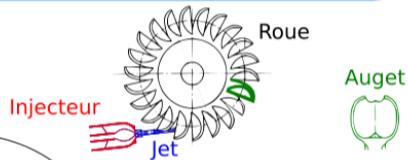


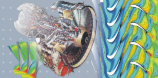
Surface libre  
+ Dynamique rapide



Verrous

### Turbine Pelton





# Introduction

## Contexte

### Contexte climatique

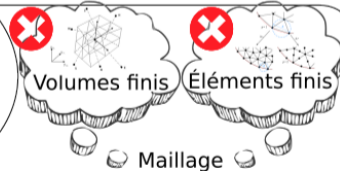
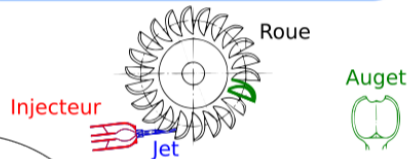


Surface libre  
+ Dynamique rapide



Verrous

### Turbine Pelton



Simulation numérique



# Introduction

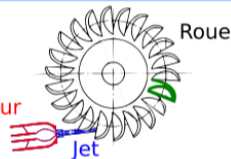
## Contexte

\* SPH  $\doteq$  Smoothed Particle Hydrodynamics.

### Contexte climatique



### Turbine Pelton

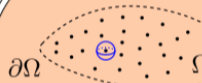


Surface libre  
+ Dynamique rapide

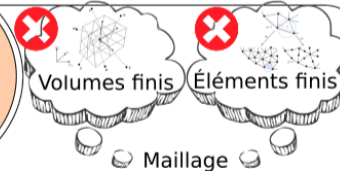


Verrous

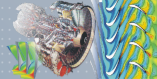
Particulaire



SPH\*



Simulation numérique



# Introduction

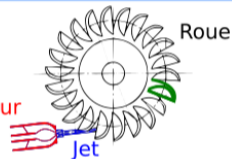
## Contexte

\* SPH  $\doteq$  Smoothed Particle Hydrodynamics.

### Contexte climatique



### Turbine Pelton

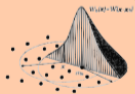


Surface libre  
+ Dynamique rapide



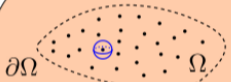
Verrous

Sans maillage

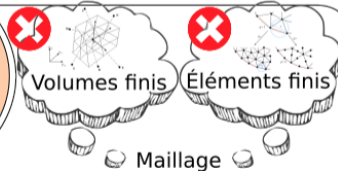


SPH\*

Particulaire



Simulation numérique





# Introduction

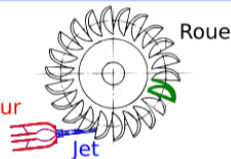
## Contexte

\* SPH  $\doteq$  Smoothed Particle Hydrodynamics.

### Contexte climatique



### Turbine Pelton



Surface libre  
+ Dynamique rapide



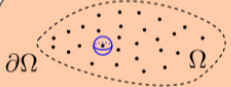
Verrous

Sans maillage

Lagrangienne

SPH\*

Particulaire



Injecteur  
Jet



Volumes fins



Éléments fins

Maillage

Simulation numérique





# Introduction

## Objectifs



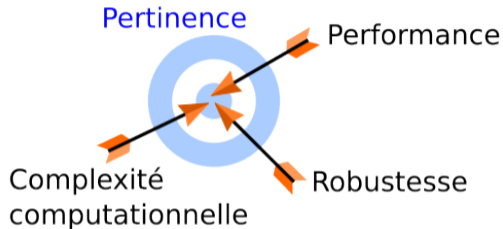
### Objectif

Améliorer la pertinence de la méthode **SPH-ALE** pour la simulation d'un écoulement analogue au jet d'une turbine Pelton



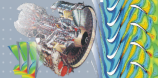
# Introduction

## Objectifs



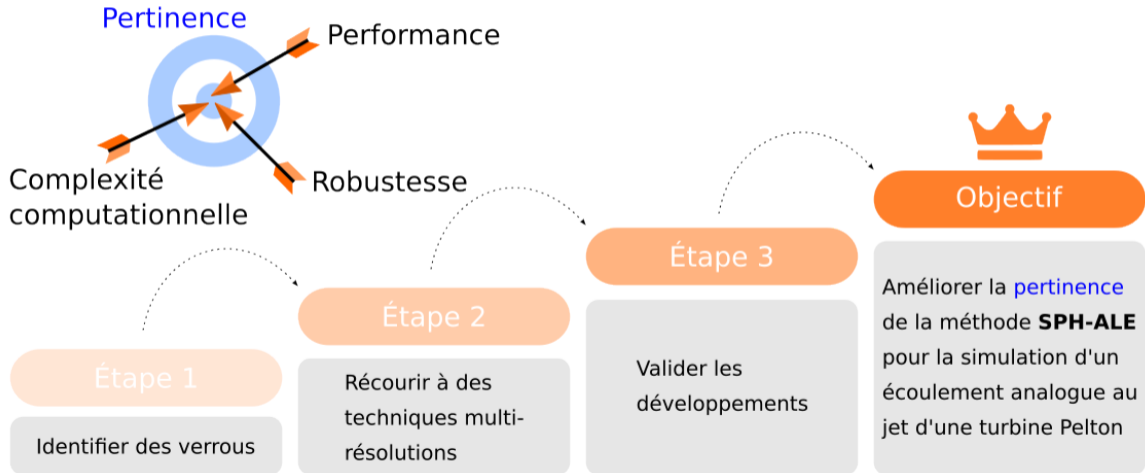
### Objectif

Améliorer la **pertinence** de la méthode **SPH-ALE** pour la simulation d'un écoulement analogue au jet d'une turbine Pelton



# Introduction

## Objectifs





## Sommaire

- 1 Méthode particulaire SPH-ALE
- 2 Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)
- 3 Technique du dual-time stepping (DTS)
- 4 Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS
- 5 Conclusions et perspectives



# Méthode particulaire SPH-ALE

## Sommaire

- 1 Méthode particulaire SPH-ALE
- 2 Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)
- 3 Technique du dual-time stepping (DTS)
- 4 Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS
- 5 Conclusions et perspectives



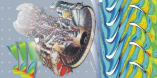
## Méthode particulaire SPH-ALE

### Équations physiques

Fluide supposé parfait  
(non visqueux et où les effets de la  
conduction thermique sont négligeables)



Écoulement supposé faiblement  
compressible (  $Ma \leq 0,1$  )



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Équations physiques

Fluide supposé parfait  
(non visqueux et où les effets de la conduction thermique sont négligeables)

Écoulement supposé faiblement compressible ( $Ma \leq 0,1$ )



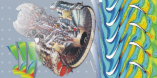
Lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

Variables conservatives

Termes sources

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{F}(\Phi)) = \mathbf{Q}$$

Flux convectifs



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Équations physiques

Fluide supposé parfait  
(non visqueux et où les effets de la conduction thermique sont négligeables)

Écoulement supposé faiblement compressible ( $Ma \leq 0,1$ )



Lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

Équation d'état de Tait

Variables conservatives

Termes sources

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{F}(\Phi)) = \mathbf{Q}$$

Flux convectifs

Masse volumique

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

Pression statique



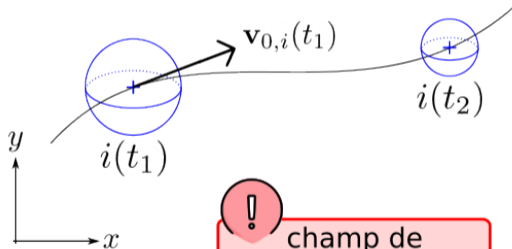


# Méthode particulaire SPH-ALE

## Discrétisation spatiale particulaire : les équations (1/2)

description ALE

("Arbitrary Lagrange-Euler")



champ de transport arbitraire

$$\mathbf{v}_{0,i} \neq \mathbf{v}_i$$

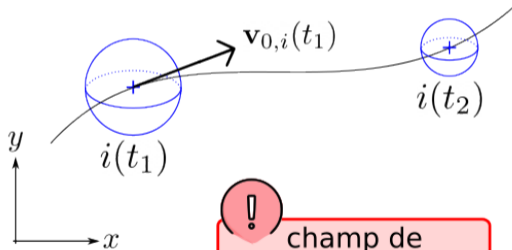


## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : les équations (1/2)

description ALE

("Arbitrary Lagrange-Euler")



champ de  
transport arbitraire

$$\mathbf{v}_{0,i} \neq \mathbf{v}_i$$

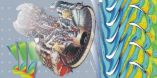
Équation de la trajectoire

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_{0,i}$$

Équation d'évolution du volume

$$\frac{d\omega_i}{dt} = 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\mathbf{v}_{0,ij} - \mathbf{v}_{0,i}) \cdot \nabla_i W_{ij}$$

Où  $\mathbf{x}_i$  est la position et  $\omega_i$  est le volume de la particule  $i$ .

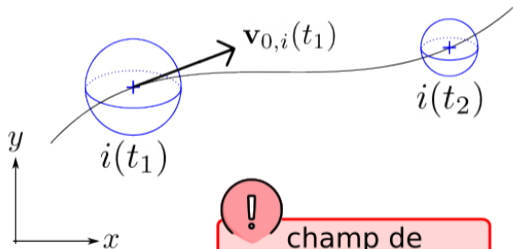


## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : les équations (1/2)

description ALE

("Arbitrary Lagrange-Euler")



champ de  
transport arbitraire

$$\mathbf{v}_{0,i} \neq \mathbf{v}_i$$

Équation de la trajectoire

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_{0,i}$$

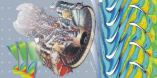
Équation d'évolution du volume

$$\frac{d\omega_i}{dt} = 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\mathbf{v}_{0,ij} - \mathbf{v}_{0,i}) \cdot \nabla_i W_{ij}$$



fonction noyau  
(pondération)

Où  $\mathbf{x}_i$  est la position et  $\omega_i$  est le volume de la particule  $i$ .

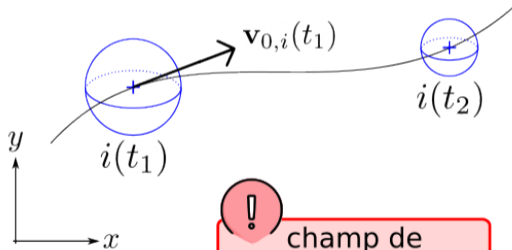


## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : les équations (1/2)

description ALE

("Arbitrary Lagrange-Euler")



champ de  
transport arbitraire

$$\mathbf{v}_{0,i} \neq \mathbf{v}_i$$

Équation de la trajectoire

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_{0,i}$$

Équation d'évolution du volume

$$\frac{d\omega_i}{dt} = 2\omega_i \sum_{j \in \mathcal{D}_i} \omega_j (\mathbf{v}_{0,ij} - \mathbf{v}_{0,i}) \cdot \nabla_i W_{ij}$$

voisinage de  $i$



fonction noyau  
(pondération)

Où  $\mathbf{x}_i$  est la position et  $\omega_i$  est le volume de la particule  $i$ .



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discretisation spatiale particulaire : les équations (2/2)

Lois de conservation  
(continues)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{F}(\Phi)) = \mathbf{Q}$$

Équation de Tait (continue)

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : les équations (2/2)

Lois de conservation  
(continues)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{F}(\Phi)) = \mathbf{Q}$$

Lois de conservation  
(discrètes)

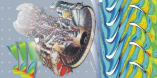
$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) = \omega_i \mathbf{Q}_i - 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\nabla_i W_{ij}) (\mathbf{G}_{ij}^E)^\top$$

Équation de Tait (continue)

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

Équation de Tait (discrète)

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : les équations (2/2)

Lois de conservation  
(continues)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{F}(\Phi)) = \mathbf{Q}$$

Lois de conservation  
(discrètes) flux convectifs ré-  
exprimés en ALE

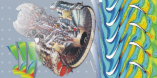
$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) = \omega_i \mathbf{Q}_i - 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\nabla_i W_{ij}) (\mathbf{G}_{ij}^E)^\top$$

Équation de Tait (continue)

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

Équation de Tait (discrète)

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : les équations (2/2)

Lois de conservation  
(continues)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{F}(\Phi)) = \mathbf{Q}$$

Lois de conservation  
(discrètes)

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) = \omega_i \mathbf{Q}_i - 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\nabla_i W_{ij})(\mathbf{G}_{ij}^E)^\top$$

approximation

flux convectifs ré-  
exprimés en ALE

Équation de Tait (continue)

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

Équation de Tait (discrète)

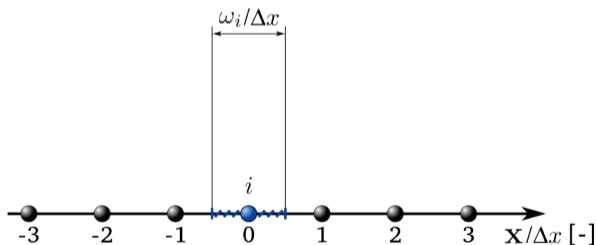
$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



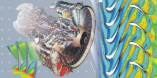


# Méthode particulaire SPH-ALE

## Discrétisation spatiale particulaire : fonction noyau

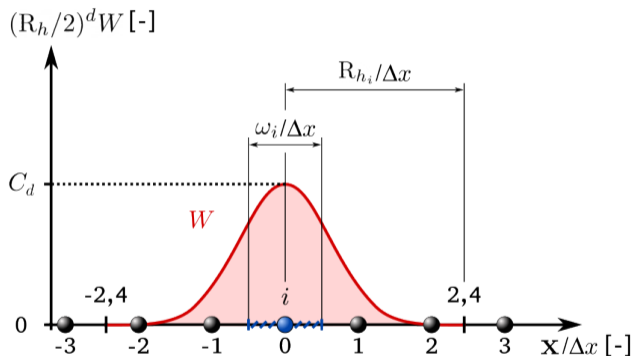


$\Delta x \doteq$  Écart inter-particulaire ;  $d \doteq$  Nombre de dimensions d'espace ;  $C_d \doteq$  Constante ;  
 $R_{h_i} \doteq$  Rayon de lissage.



## Méthode particulaire SPH-ALE

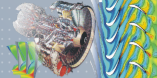
### Discrétisation spatiale particulaire : fonction noyau



### Quelques généralités :

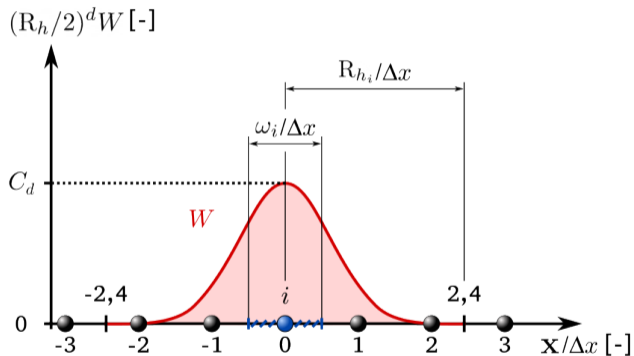
- $W$  est une fonction à support  $D$  compact.
- Les champs de  $i$  dépendent de ceux de ses voisins  $j \in D_i$ .
- $W_{ij}$  est une pondération fonction de la distance entre  $i$  et  $j$ .

$\Delta x \doteq$  Écart inter-particulaire ;  $d \doteq$  Nombre de dimensions d'espace ;  $C_d \doteq$  Constante ;  
 $R_{h_i} \doteq$  Rayon de lissage.



## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation spatiale particulaire : fonction noyau



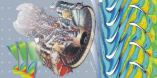
$\Delta x \doteq$  Écart inter-particulaire ;  $d \doteq$  Nombre de dimensions d'espace ;  $C_d \doteq$  Constante ;  
 $R_{h_i} \doteq$  Rayon de lissage.

### Quelques généralités :

- $W$  est une fonction à support  $D$  compact.
- Les champs de  $i$  dépendent de ceux de ses voisines  $j \in D_i$ .
- $W_{ij}$  est une pondération fonction de la distance entre  $i$  et  $j$ .

### ⚠ Mise en garde :

Un support  $D_i$  incomplet et/ou un pavage de l'espace inhomogène peut rendre la méthode imprécise.



## Méthode particulaire SPH-ALE

Discrétisation spatiale particulaire : formulation compactée

$$\frac{dx_i}{dt} = \mathbf{v}_{0,i}$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\mathbf{v}_{0,ij} - \mathbf{v}_{0,i}) \cdot \nabla_i W_{ij}$$

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) = \omega_i \mathbf{Q}_i - 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\nabla_i W_{ij}) (\mathbf{G}_{ij}^E)^\top$$

&

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



## Méthode particulaire SPH-ALE

Discrétisation spatiale particulaire : formulation compactée


$$\frac{dx_i}{dt} = \mathbf{v}_{0,i}$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\mathbf{v}_{0,ij} - \mathbf{v}_{0,i}) \cdot \nabla_i W_{ij}$$

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) = \omega_i \mathbf{Q}_i - 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\nabla_i W_{ij}) (\mathbf{G}_{ij}^E)^\top$$

&

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



$$\frac{d\Psi_i}{dt} + \mathcal{H}[\mathbf{v}_{0,i}; \nabla_i W_{i\bullet}] (\Psi_i) = 0$$

avec  $\mathcal{H}$  le résidu



## Méthode particulaire SPH-ALE

Discrétisation spatiale particulaire : formulation compactée


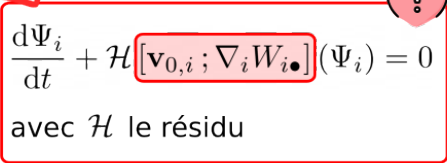

$$\frac{dx_i}{dt} = \mathbf{v}_{0,i}$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\mathbf{v}_{0,ij} - \mathbf{v}_{0,i}) \cdot \nabla_i W_{ij}$$

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \Phi_i) = \omega_i \mathbf{Q}_i - 2\omega_i \sum_{j \in D_i} \omega_j (\nabla_i W_{ij}) (\mathbf{G}_{ij}^E)^\top$$

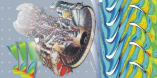
&

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

$$\frac{d\Psi_i}{dt} + \mathcal{H}[\mathbf{v}_{0,i}; \nabla_i W_{i\bullet}] (\Psi_i) = 0$$

avec  $\mathcal{H}$  le résidu



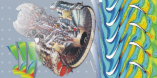
## Méthode particulaire SPH-ALE

### Discrétisation temporelle : Runge-Kutta explicite à $q$ étages (RK $q$ )

Soient la discrétisation en temps  $\{t_0 < t_1 < \dots < t_N, N \in \mathbb{N}\}$  et l'indice  $n < N$ .

$$\frac{d\Psi_i}{dt} + \mathcal{H}[\mathbf{v}_{0,i}; \nabla_i W_{i\bullet}] (\Psi_i) = 0$$

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$



## Méthode particulière SPH-ALE

### Discrétisation temporelle : Runge-Kutta explicite à $q$ étages (RK $q$ )

Soient la discrétisation en temps  $\{t_0 < t_1 < \dots < t_N, N \in \mathbb{N}\}$  et l'indice  $n < N$ .

$$\frac{d\Psi_i}{dt} + \mathcal{H}[\mathbf{v}_{0,i}; \nabla_i W_{i\bullet}] (\Psi_i) = 0$$

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

$$\Psi_i^{n+1} = \Psi_i^n - \Delta t_n \sum_{k=1}^q b_k \mathcal{H}^{n,k}$$

$$p_{i\bullet}^{E,n+1} = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^{E,n+1}}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

avec  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$  le  $n$ -ième pas de temps,  $\Psi_i^n$  le vecteur des variables évalué à  $t_n$ ,  $\mathcal{H}^{n,k}$  le résidu évalué à  $t_{n,k} = t_n + c_k \Delta t_n$ , les poids  $\{b_1, \dots, b_q\}$  et la décomposition en sous-pas  $\{c_1, \dots, c_q\}$ .





## Méthode particulière SPH-ALE

### Discrétisation temporelle : Runge-Kutta explicite à $q$ étages (RK $q$ )

Soient la discrétisation en temps  $\{t_0 < t_1 < \dots < t_N, N \in \mathbb{N}\}$  et l'indice  $n < N$ .

$$\frac{d\Psi_i}{dt} + \mathcal{H}[\mathbf{v}_{0,i}; \nabla_i W_{i\bullet}] (\Psi_i) = 0$$

$$p_{i\bullet}^E = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^E}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

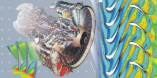
$$\Psi_i^{n+1} = \Psi_i^n - \Delta t_n \sum_{k=1}^q b_k \mathcal{H}^{n,k}$$

$$p_{i\bullet}^{E,n+1} = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[ \left( \frac{\rho_{i\bullet}^{E,n+1}}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] + p_0$$

avec  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$  le  $n$ -ième pas de temps,  $\Psi_i^n$  le vecteur des variables évalué à  $t_n$ ,  $\mathcal{H}^{n,k}$  le résidu évalué à  $t_{n,k} = t_n + c_k \Delta t_n$ , les poids  $\{b_1, \dots, b_q\}$  et la décomposition en sous-pas  $\{c_1, \dots, c_q\}$ .

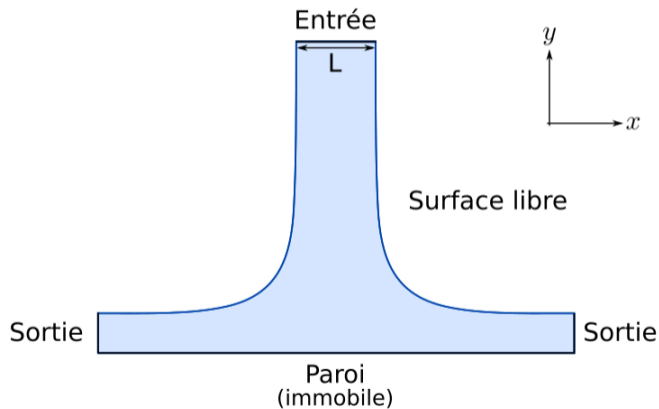
**⚠ Schéma d'intégration explicite :**

Le dimensionnement des pas en temps est régi par une condition de type Courant-Friedrichs-Lewy (CFL).



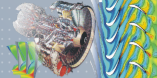
## Cas d'illustration

Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



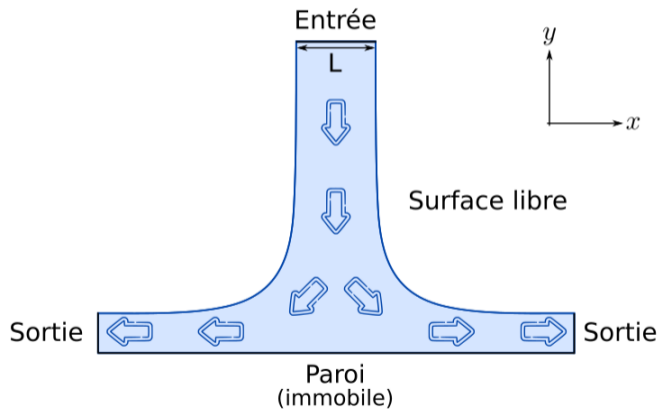
Paramétrisation du cas :

- Le régime permanent est supposé établi.



## Cas d'illustration

Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



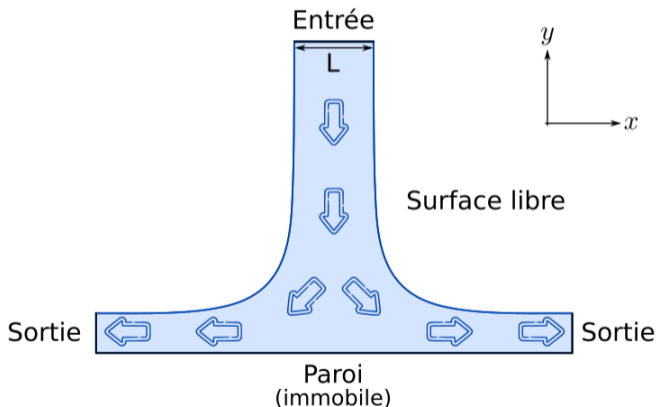
Paramétrisation du cas :

- Le régime permanent est supposé établi.



## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



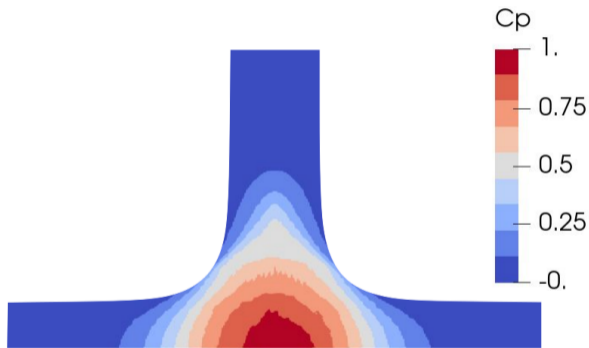
#### Paramétrisation du cas :

- Le régime permanent est supposé établi.
- Description lagrangienne  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}$ .
- L'entrée du jet est discrétisée par 30 particules de taille  $\Delta x = 1$  mm réparties selon  $x$ .
- Près de  $\mathbf{N} = 6\,000$  particules discrétisent le jet.
- Intégration **RK3** où  $K_{CFL} = 0,3$ .



## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane

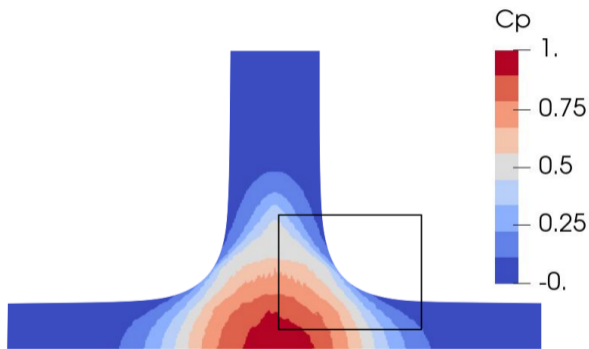


Coefficient de pression moyen

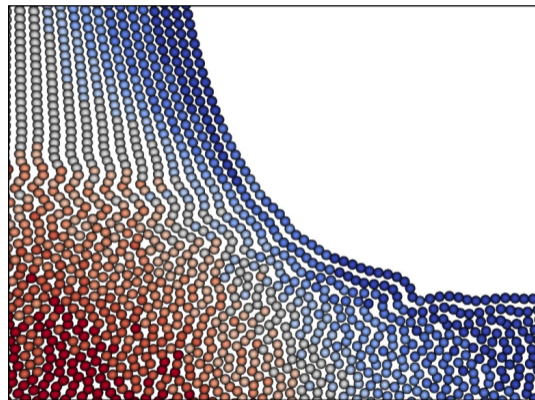


## Cas d'illustration

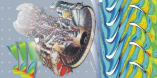
### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



Coefficient de pression moyen

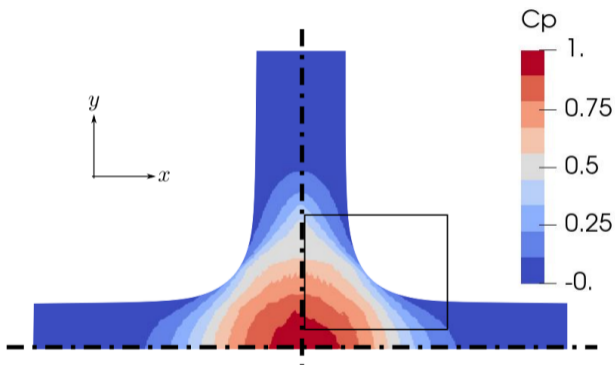


Distribution instantanée en fin de simulation

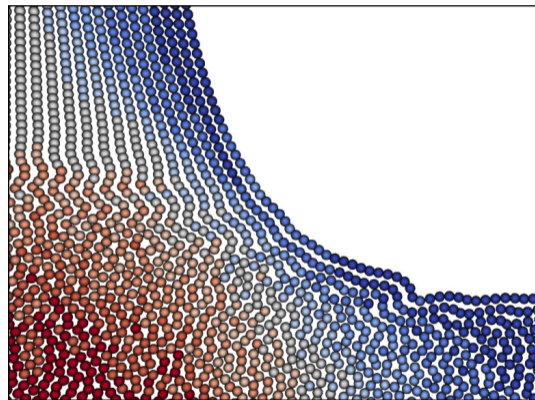


## Cas d'illustration

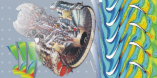
### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



Coefficient de pression moyen

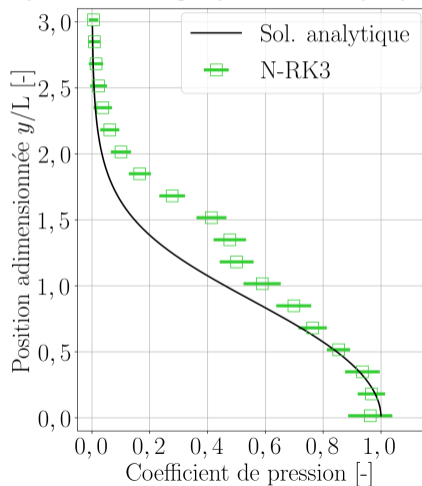


Distribution instantanée en fin de simulation



## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane

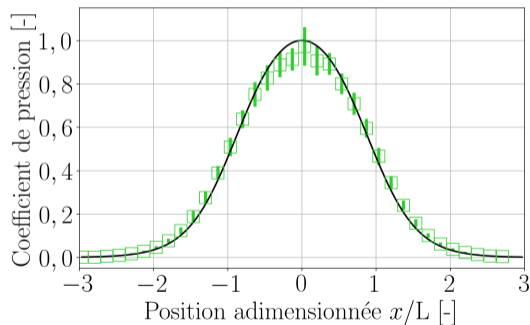
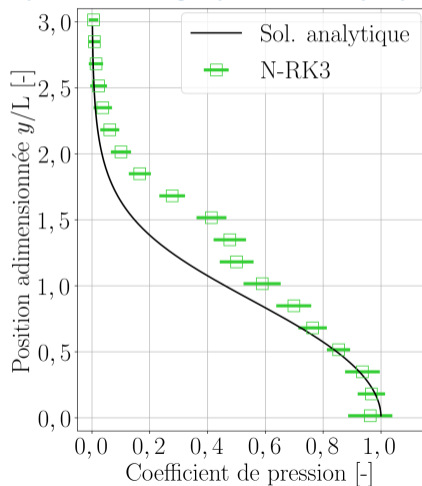






## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



# Méthode particulaire SPH-ALE

## Message à retenir

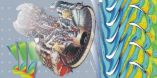


$$\Delta x = 1\text{mm}$$



### Pistes d'amélioration :

- + Utiliser des particules plus fines :
  - ! seulement dans les zones d'intérêt.
  - ! sans faire interagir des particules grossières/fines.

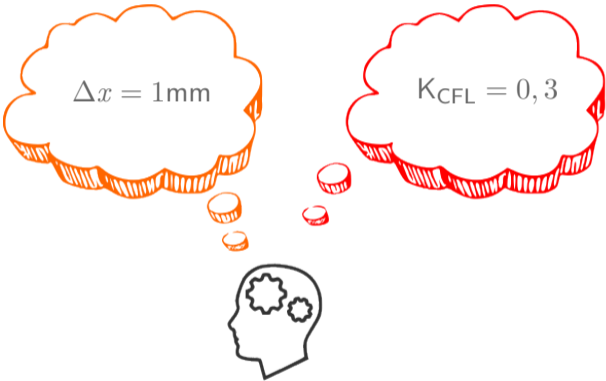


# Méthode particulaire SPH-ALE

## Message à retenir

$$\Delta x = 1\text{mm}$$

$$K_{\text{CFL}} = 0,3$$



### Pistes d'amélioration :

- + Utiliser des particules plus fines :
  - ! seulement dans les zones d'intérêt.
  - ! sans faire interagir des particules grossières/fines.
- + Augmenter les pas en temps :
  - ! sans déstabiliser le schéma numérique.

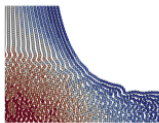


# Méthode particulaire SPH-ALE

## Message à retenir

$$\Delta x = 1\text{mm}$$

$$K_{\text{CFL}} = 0,3$$



### Pistes d'amélioration :

- + Utiliser des particules plus fines :
  - ! seulement dans les zones d'intérêt.
  - ! sans faire interagir des particules grossières/fines.
  
- + Augmenter les pas en temps :
  - ! sans déstabiliser le schéma numérique.
  
- + Réduire l'inhomogénéité de la distribution :
  - ! sans modifier les propriétés physiques de l'écoulement.



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

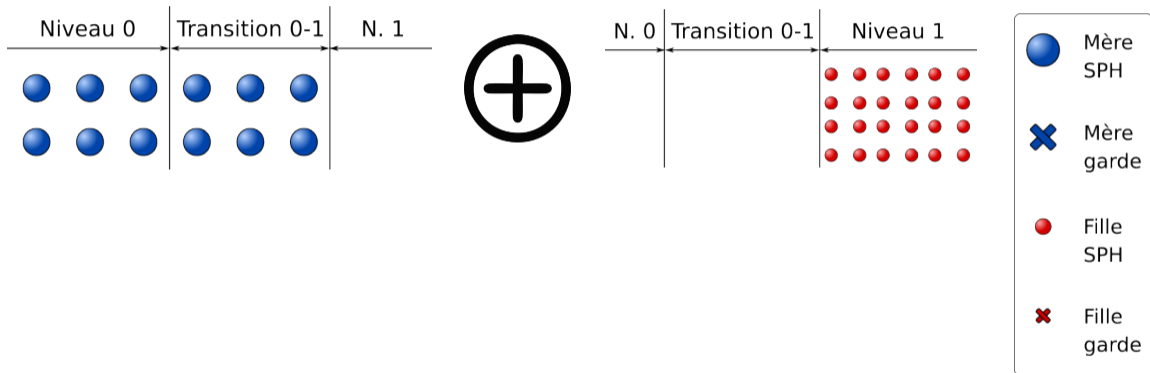
## Sommaire

- 1 Méthode particulaire SPH-ALE
- 2 Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)
- 3 Technique du dual-time stepping (DTS)
- 4 Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS
- 5 Conclusions et perspectives

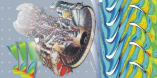


## Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Littérature : Raffinement particulaire adaptatif (APR)

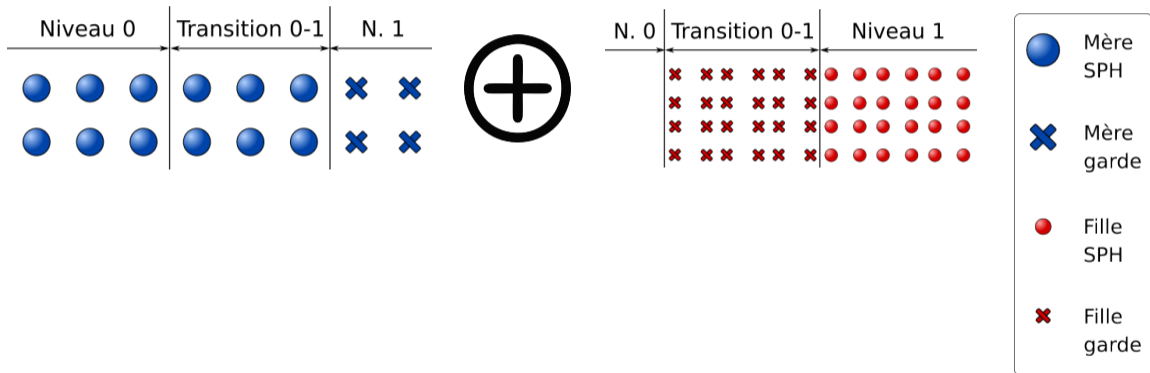


*Particule SPH*  $\doteq$  Particule matérielle; *garde*  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés).

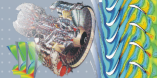


## Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Littérature : Raffinement particulaire adaptatif (APR)

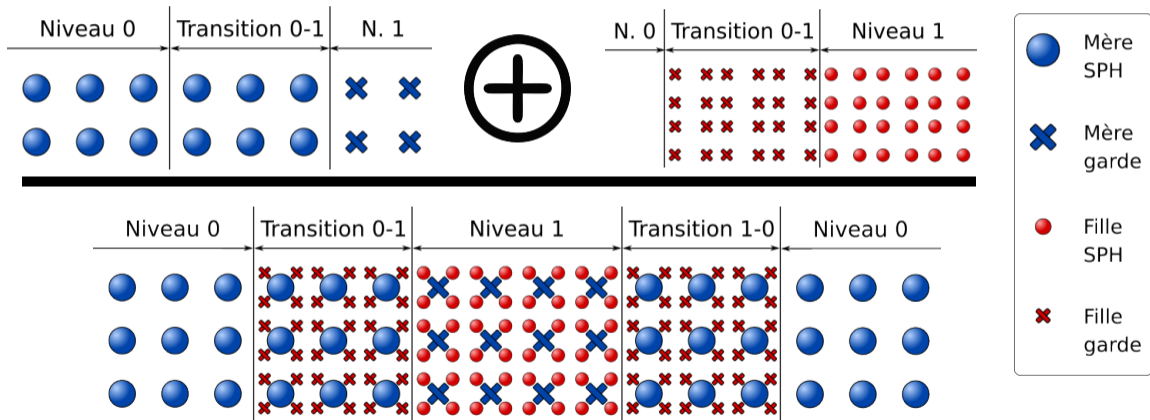


*Particule SPH*  $\doteq$  Particule matérielle; *garde*  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés).



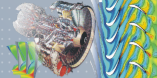
# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Littérature : Raffinement particulaire adaptatif (APR)



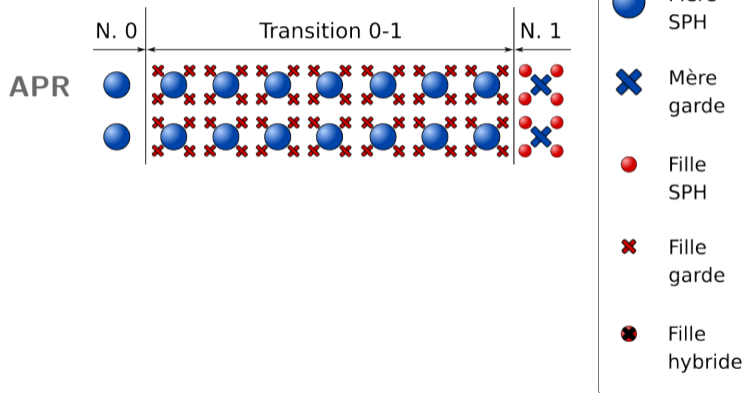
*Particule SPH* ≡ Particule matérielle ; *garde* ≡ Particule non-matérielle (champs interpolés).





## Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Méthode HAPR-SPH-ALE : de l'APR vers l'HAPR



**Particule SPH**  $\doteq$  Particule matérielle; **garde**  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés);  
**hybride**  $\doteq$  Particule non-matérielle qui pondère des champs SPH et interpolés.



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

## Méthode HAPR-SPH-ALE : de l'APR vers l'HAPR

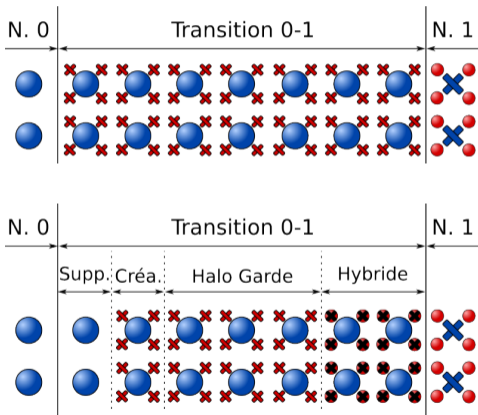
Compartimentation :

Compléter le voisinage des particules SPH.

APR

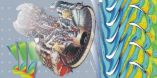


HAPR



- Mère SPH
- Mère garde
- Fille SPH
- Fille garde
- Fille hybride

**Particule SPH**  $\doteq$  Particule matérielle; **garde**  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés);  
**hybride**  $\doteq$  Particule non-matérielle qui pondère des champs SPH et interpolés.



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

## Méthode HAPR-SPH-ALE : de l'APR vers l'HAPR

### Compartimentation :

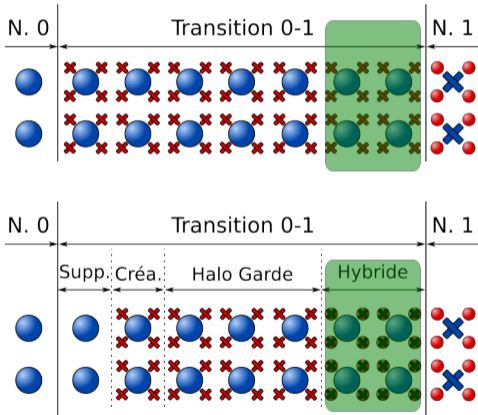
Compléter le voisinage des particules SPH.

+ Continuité spatiale des propriétés des filles.

APR

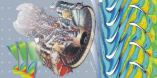


HAPR



- Mère SPH
- Mère garde
- Fille SPH
- Fille garde
- Fille hybride

**Particule SPH**  $\doteq$  Particule matérielle; **garde**  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés);  
**hybride**  $\doteq$  Particule non-matérielle qui pondère des champs SPH et interpolés.



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Méthode HAPR-SPH-ALE : de l'APR vers l'HAPR

## Compartimentation :

Compléter le voisinage des particules SPH.

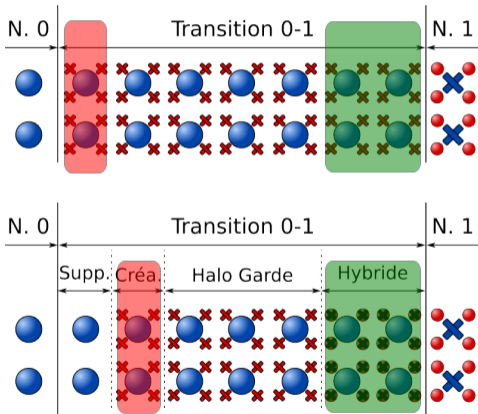
➕ Continuité spatiale des propriétés des filles.

➕ Raffiner sans induire d'instabilités.

APR



HAPR



- Mère SPH
- Mère garde
- Fille SPH
- Fille garde
- Fille hybride

**Particule SPH**  $\doteq$  Particule matérielle; **garde**  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés);  
**hybride**  $\doteq$  Particule non-matérielle qui pondère des champs SPH et interpolés.



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Méthode HAPR-SPH-ALE : de l'APR vers l'HAPR

## Compartimentation :

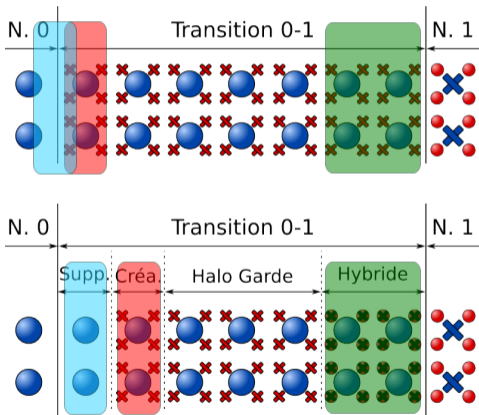
Compléter le voisinage des particules SPH.

- + Continuité spatiale des propriétés des filles.
- + Raffiner sans induire d'instabilités.
- + Dé-raffiner sans induire d'instabilités.

APR



HAPR



**Particule SPH**  $\doteq$  Particule matérielle; **garde**  $\doteq$  Particule non-matérielle (champs interpolés);  
**hybride**  $\doteq$  Particule non-matérielle qui pondère des champs SPH et interpolés.

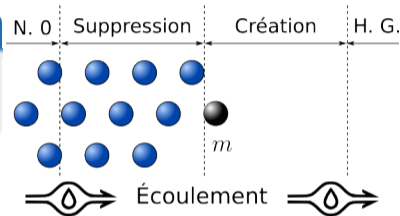







# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

## Méthode HAPR-SPH-ALE : processus de (dé-)raffinement

### Raffinement d'une mère :

**NOUVEAU 1** Élimination des filles pré-existantes dans son voisinage.



-  Mère SPH
-  Mère SPH se (dé-)raffinant
-  Fille garde additionnelle
-  Fille garde pré-existante
-  Fille garde à éliminer
-  Connectivité filles-mère

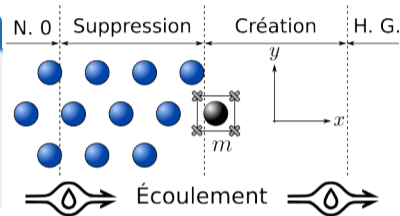


# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

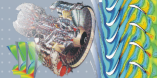
## Méthode HAPR-SPH-ALE : processus de (dé-)raffinement

### Raffinement d'une mère :

- NOUVEAU** 1 Élimination des filles pré-existantes dans son voisinage.
- 2 Création des filles additionnelles selon un **motif cartésien** à **orientation fixe**.



- Mère SPH
- Mère SPH se (dé-)raffinant
- Fille garde additionnelle
- Fille garde pré-existante
- Fille garde à éliminer
- Connectivité filles-mère

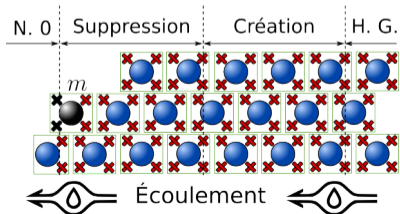
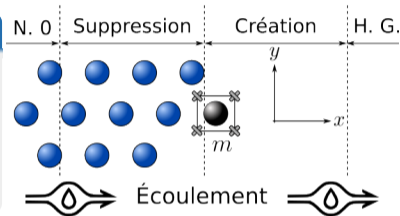


# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

## Méthode HAPR-SPH-ALE : processus de (dé-)raffinement

### Raffinement d'une mère :

- NOUVEAU** 1 Élimination des filles pré-existantes dans son voisinage.
- 2 Création des filles additionnelles selon un **motif cartésien** à orientation fixe.



- Mère SPH
- Mère SPH se (dé-)raffinant
- Fille garde additionnelle
- Fille garde pré-existante
- Fille garde à éliminer
- Connectivité filles-mère



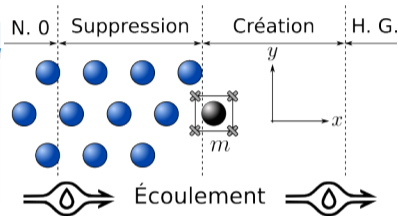


# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

## Méthode HAPR-SPH-ALE : processus de (dé-)raffinement

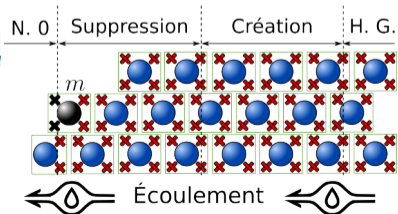
### Raffinement d'une mère :

- NOUVEAU** 1 Élimination des filles pré-existantes dans son voisinage.
- 2 Création des filles additionnelles selon un **motif cartésien** à **orientation fixe**.



### Dé-raffinement d'une fille :

- NOUVEAU** 1 Vérifier que la mère associée soit localisée hors de "Création".
- 2 Élimination de la fille.

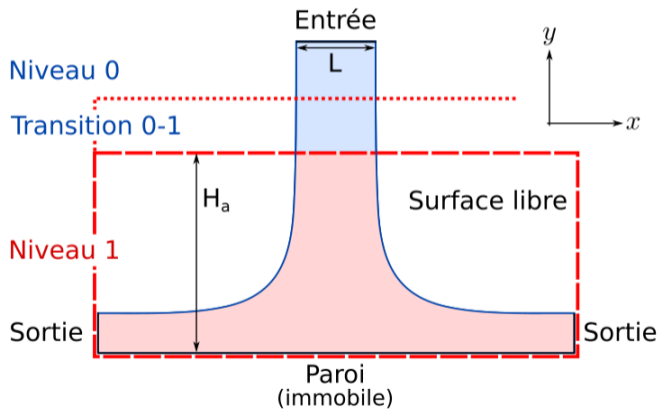


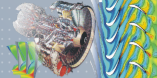
- Mère SPH
- Mère SPH se (dé-)raffinant
- Fille garde additionnelle
- Fille garde pré-existante
- Fille garde à éliminer
- Connectivité filles-mère



## Cas d'illustration

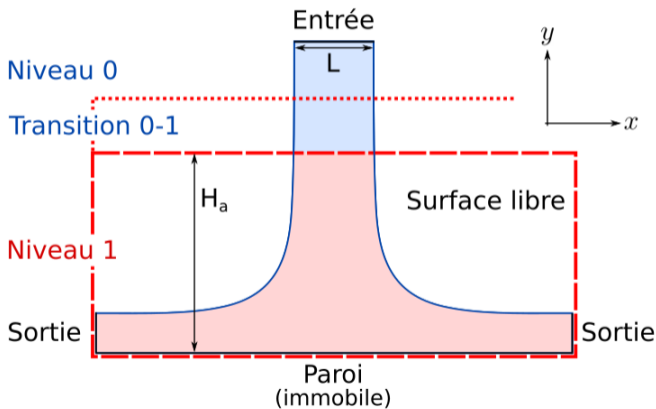
Validations : schématisation du problème





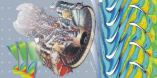
## Cas d'illustration

Validations : schématisation du problème



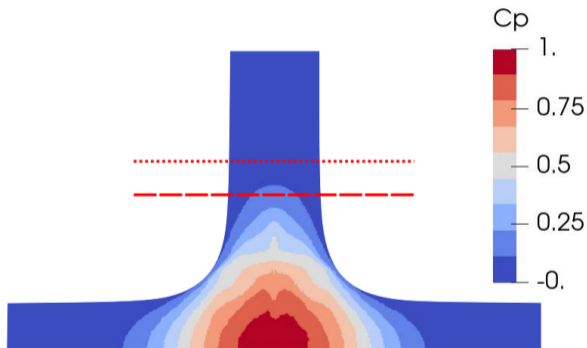
### Paramétrisation du cas :

- Interface de raccord **haute** (RH) :
  - $H_a/L = 1,7$
  - dans une zone à **faible gradient** de pression
  - Près de 20 000 particules discrétisent le jet.
- Interface de raccord **basse** (RB) :
  - $H_a/L = 0,7$
  - dans une zone à **fort gradient** de pression
  - Près de 15 000 particules discrétisent le jet.



## Cas d'illustration

Validations : interface de raccord haute (RH)

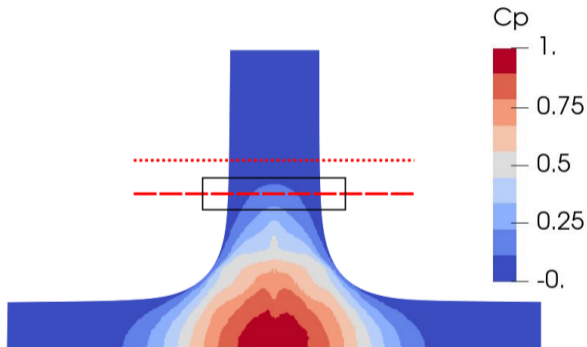


HAPR-RK3 (RH)

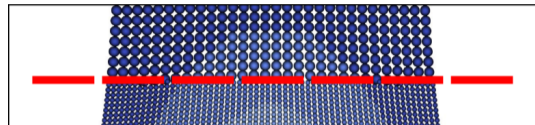


## Cas d'illustration

Validations : interface de raccord haute (RH)



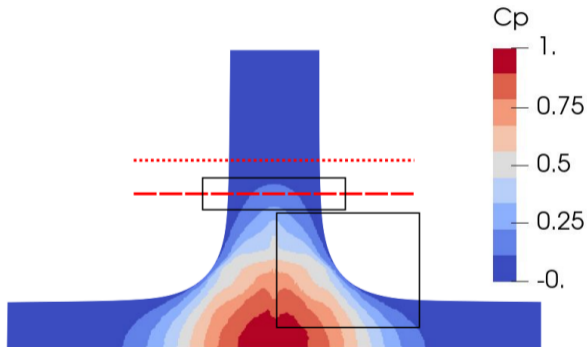
HAPR-RK3 (RH)



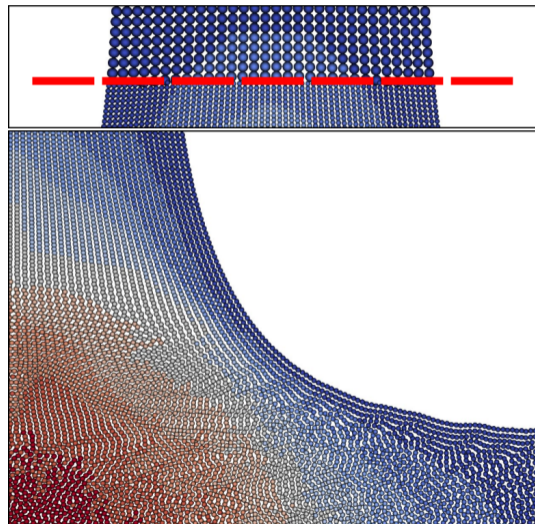


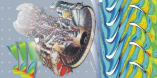
## Cas d'illustration

Validations : interface de raccord haute (RH)



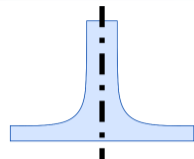
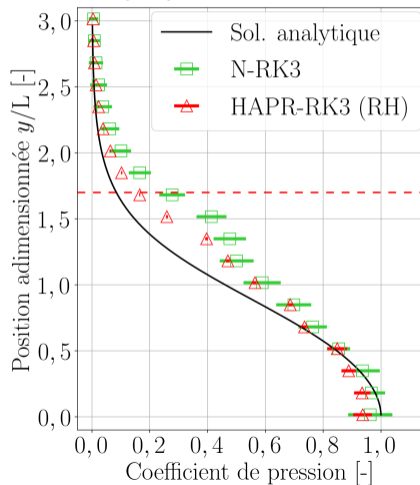
HAPR-RK3 (RH)

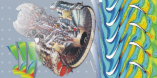




## Cas d'illustration

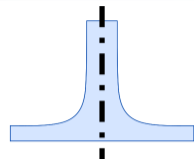
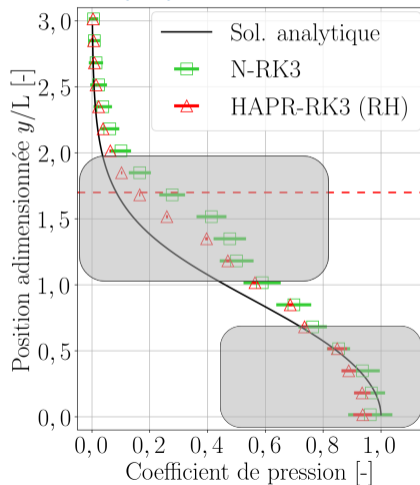
### Validations : interface de raccord haute (RH)





## Cas d'illustration

### Validations : interface de raccord haute (RH)

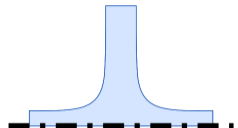
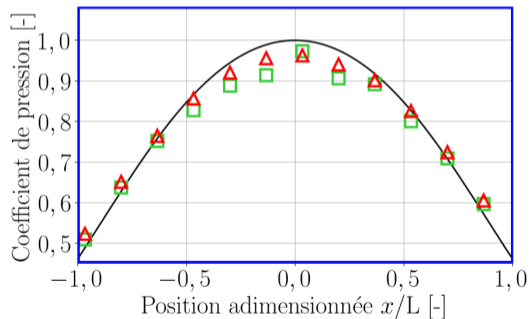
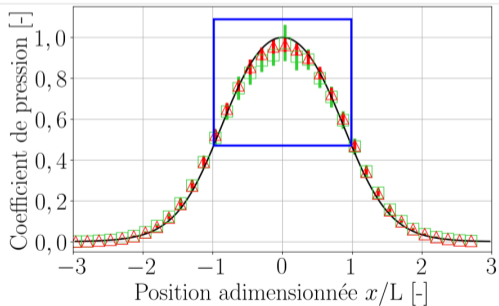






## Cas d'illustration

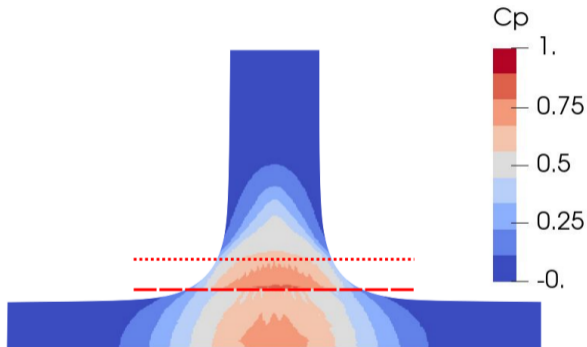
Validations : interface de raccord haute (RH)



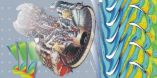


## Cas d'illustration

Validations : interface de raccord basse (RB)

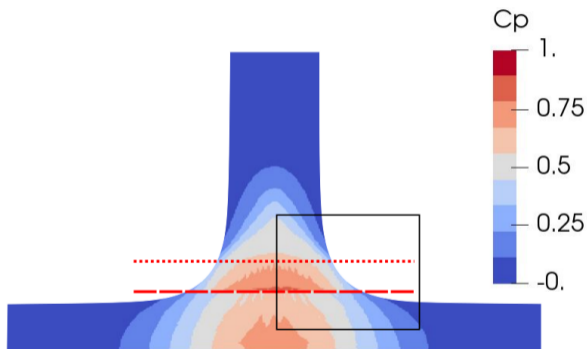


HAPR-RK3 (RB)

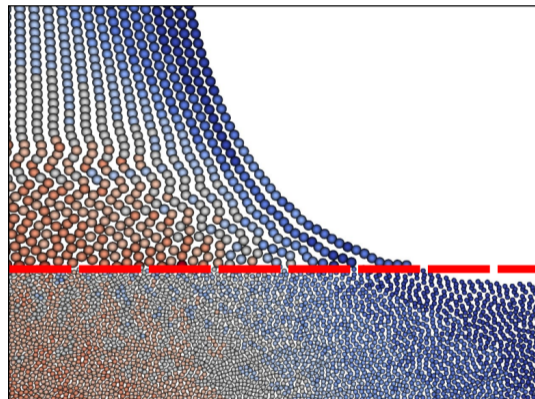


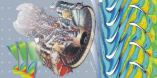
## Cas d'illustration

Validations : interface de raccord basse (RB)



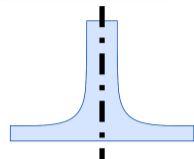
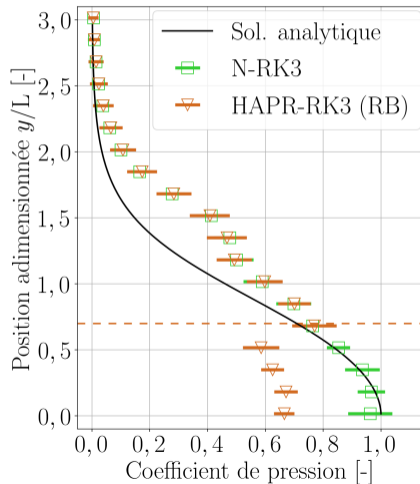
HAPR-RK3 (RB)





## Cas d'illustration

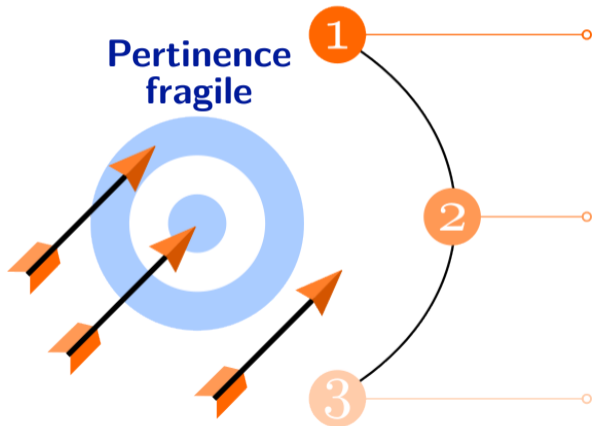
### Validations : interface de raccord basse (RB)





# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Message à retenir



Performance (versus N-RK3)

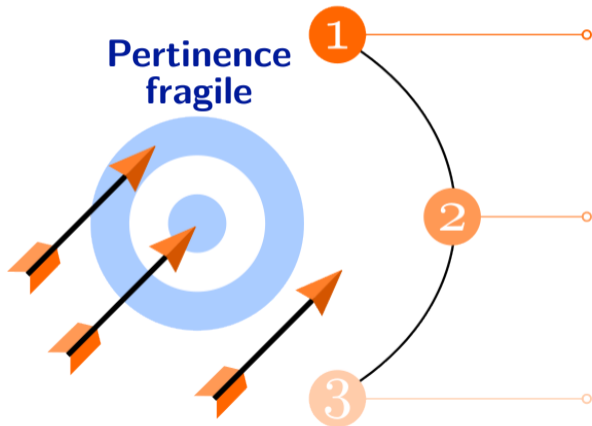
Robustesse

Complexité computationnelle



## Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Message à retenir

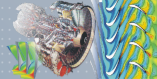


### Performance (versus N-RK3)

- ✓ Meilleure prédiction moyenne
- ✓ Réduction des fluctuations

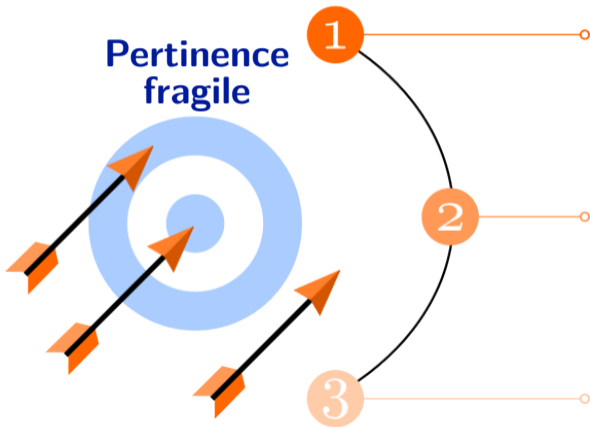
### Robustesse

### Complexité computationnelle



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Message à retenir



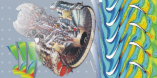
## Performance (versus N-RK3)

- ✓ Meilleure prédiction moyenne
- ✓ Réduction des fluctuations

## Robustesse

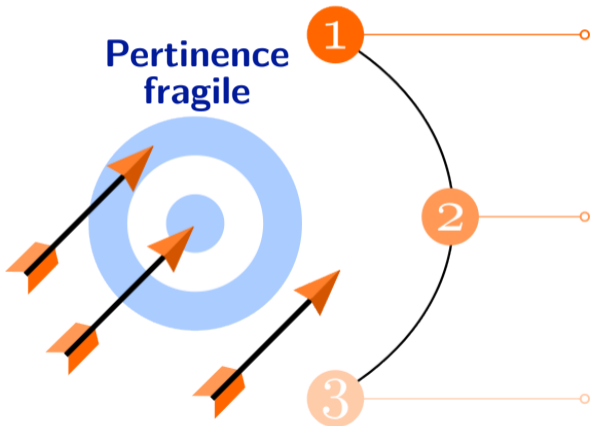
- ✗ Sensibilité aux inhomogénéités de la distribution particulaire

## Complexité computationnelle



# Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)

Message à retenir



## Performance (versus N-RK3)

- ✓ Meilleure prédiction moyenne
- ✓ Réduction des fluctuations

## Robustesse

- ✗ Sensibilité aux inhomogénéités de la distribution particulaire

## Complexité computationnelle

- Utilisation parcimonieuse de particules plus fines





# Technique du dual-time stepping (DTS)

## Sommaire

- 1 Méthode particulaire SPH-ALE
- 2 Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)
- 3 Technique du dual-time stepping (DTS)
- 4 Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS
- 5 Conclusions et perspectives



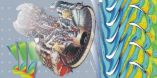
## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

Formulation implicite en temps

$$\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1}) = 0$$

Où une particule  $i$  et un instant  $n$  sont considérés.



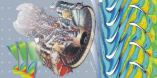
## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

Où une particule  $i$  et un instant  $n$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

Solution en temps

$$\Psi_i^{n+1}$$

Où une particule  $i$  et un instant  $n$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

Solution en temps

$$\Psi_i^{n+1}$$

Formulation en pseudo-temps

$$\left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} + \mathcal{F}_n(\Psi_i^*) = 0 \quad \text{avec} \quad \lim_{t^* \rightarrow +\infty} \left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} = 0$$

Où une particule  $i$  et un instant  $n$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

↕<sup>†</sup> (Si le **régime permanent (RP)** en pseudo-temps est établi)

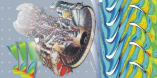
Formulation en pseudo-temps

$$\left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} + \mathcal{F}_n(\Psi_i^*) = 0 \quad \text{avec} \quad \lim_{t^* \rightarrow +\infty} \left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} = 0$$

Solution en temps

$$\Psi_i^{n+1}$$

Où une particule  $i$  et un instant  $n$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

#### Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

↕<sup>†</sup> (Si le **régime permanent (RP)** en pseudo-temps est établi)

#### Formulation en pseudo-temps

$$\left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} + \mathcal{F}_n(\Psi_i^*) = 0 \quad \text{avec} \quad \lim_{t^* \rightarrow +\infty} \left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} = 0$$

↕<sup>‡</sup> (Si le schéma numérique est convergent)

#### Formulation explicite en pseudo-temps

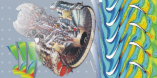
$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n(\Psi_i^{*(n,m)})$$

avec  $\Psi_i^{*(n,0)} = \Psi_i^n$  et  $m < M^*$

#### Solution en temps

$$\Psi_i^{n+1}$$

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

#### Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

↕<sup>‡</sup> (Si le **régime permanent (RP)** en pseudo-temps est établi)

#### Formulation en pseudo-temps

$$\left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} + \mathcal{F}_n(\Psi_i^*) = 0 \quad \text{avec} \quad \lim_{t^* \rightarrow +\infty} \left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} = 0$$

↕<sup>‡</sup> (Si le schéma numérique est convergent)

#### Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n(\Psi_i^{*(n,m)})$$

avec  $\Psi_i^{*(n,0)} = \Psi_i^n$  et  $m < M^*$

#### Solution en temps

$$\Psi_i^{n+1}$$

#### Solution en pseudo-temps

$\Psi_i^{*(n,M^*)}$  avec  $M^*$  assez grand pour supposer le **RP** établi

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.





## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE-DTS : échelle pseudo-temporelle

Formulation implicite en temps

$$\underbrace{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^n + \Delta t_n \mathcal{H}(\Psi_i^{n+1})}_{\mathcal{F}_n(\Psi_i^{n+1})} = 0$$

↕<sup>‡</sup> (Si le **régime permanent (RP)** en pseudo-temps est établi)

Formulation en pseudo-temps

$$\left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} + \mathcal{F}_n(\Psi_i^*) = 0 \quad \text{avec} \quad \lim_{t^* \rightarrow +\infty} \left. \frac{\partial \Psi_i^*}{\partial t^*} \right|_{t_n} = 0$$

↕<sup>‡</sup> (Si le schéma numérique est convergent)

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n(\Psi_i^{*(n,m)})$$

avec  $\Psi_i^{*(n,0)} = \Psi_i^n$  et  $m < M^*$

Solution en temps

$$\Psi_i^{n+1}$$

$$\Psi_i^{*(n,M^*)} \approx \Psi_i^{n+1}$$

Solution en pseudo-temps

$\Psi_i^{*(n,M^*)}$  avec  $M^*$  assez grand pour supposer le **RP** établi

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

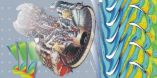
### Méthode SPH-ALE : corrections numériques

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n [\underline{\mathbf{v}}_{0,i}^*, \underline{\nabla}_i W_{i\bullet}^*] (\Psi_i^{*(n,m)})$$



Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.

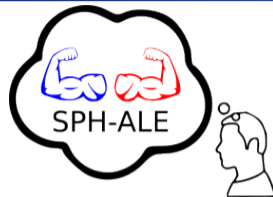


## Technique du dual-time stepping (DTS)

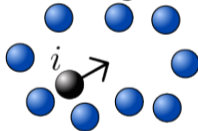
### Méthode SPH-ALE : corrections numériques

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n [\underline{\mathbf{v}}_{0,i}^*, \underline{\nabla}_i W_{i\bullet}^*] (\Psi_i^{*(n,m)})$$



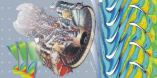
distribution  
inhomogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \neq 0$$

$$\text{avec } \mathbf{b}_i^{*(n,m)} = \sum_{j \in D_i} \omega_j^* \nabla_i W_{ij}^*$$

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

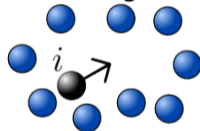
### Méthode SPH-ALE : corrections numériques

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n [\underline{\mathbf{v}}_{0,i}^*, \underline{\nabla}_i W_{i\bullet}^*] (\Psi_i^{*(n,m)})$$

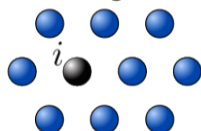


distribution  
inhomogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \neq 0$$

distribution  
homogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \approx 0$$

$$\text{avec } \mathbf{b}_i^{*(n,m)} = \sum_{j \in D_i} \omega_j^* \nabla_i W_{ij}^*$$

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE : corrections numériques

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n [\mathbf{v}_{0,i}^*, \nabla_i W_{i\bullet}^*] (\Psi_i^{*(n,m)})$$

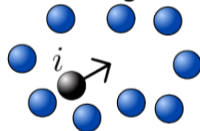
&

Correction du mouvement des particules

$$\mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)} = \mathbf{v}_i^{*(n,m+1)} + \delta \mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)}$$

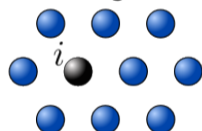


distribution  
inhomogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \neq 0$$

distribution  
homogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \approx 0$$

$$\text{avec } \mathbf{b}_i^{*(n,m)} = \sum_{j \in D_i} \omega_j^* \nabla_i W_{ij}^*$$

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.



## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE : corrections numériques

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n \left[ \underline{\mathbf{v}}_{0,i}^*, \widetilde{\nabla_i W_{i\bullet}^*} \right] \left( \Psi_i^{*(n,m)} \right)$$

&

Correction du mouvement des particules

$$\mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)} = \mathbf{v}_i^{*(n,m+1)} + \delta \mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)}$$

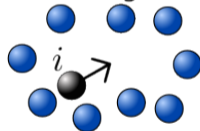
&

Correction du gradient de la fonction noyau

$$\widetilde{\nabla_i W_{ij}^*}^{(n,m)} \quad \text{fonction de } \mathbf{b}_i^{*(n,m)}$$

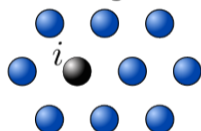


distribution  
inhomogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \neq 0$$

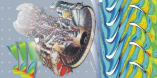
distribution  
homogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \approx 0$$

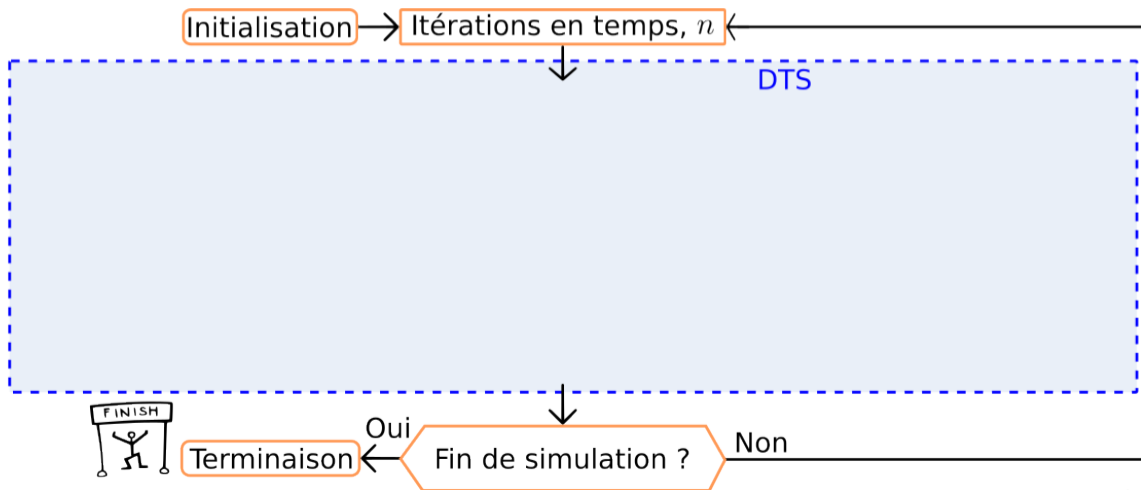
$$\text{avec } \mathbf{b}_i^{*(n,m)} = \sum_{j \in D_i} \omega_j^* \nabla_i W_{ij}^*$$

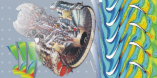
Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.



# Technique du dual-time stepping (DTS)

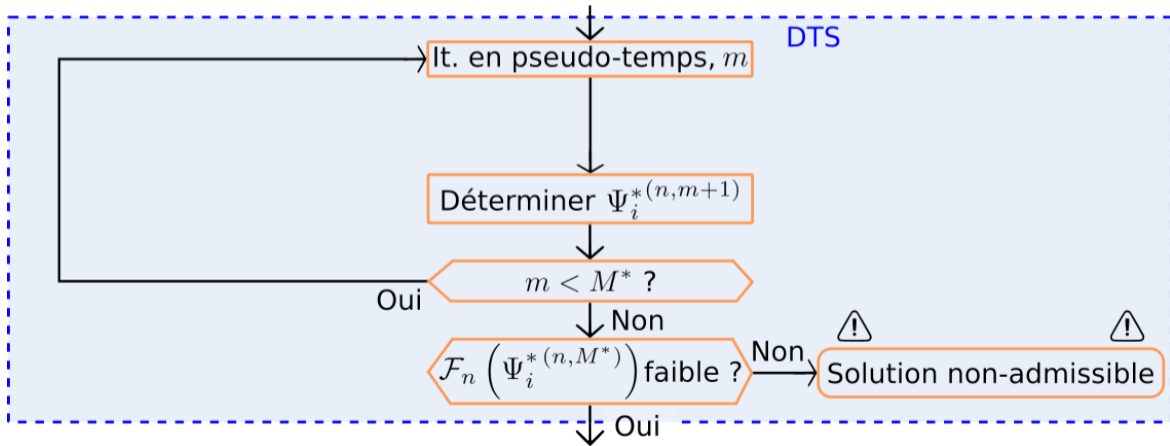
## Méthode SPH-ALE-DTS : pseudo-code (1/2)





# Technique du dual-time stepping (DTS)

## Méthode SPH-ALE-DTS : pseudo-code (2/2)

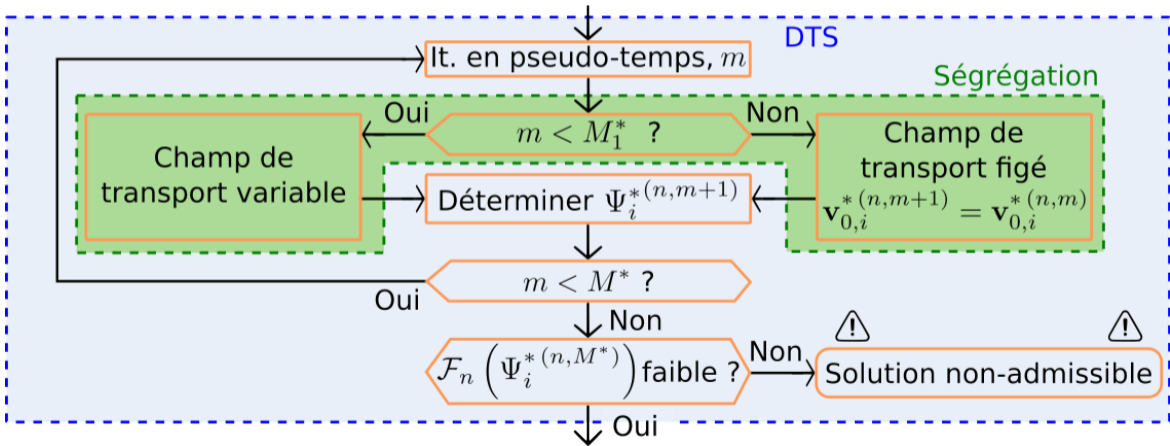






## Technique du dual-time stepping (DTS)

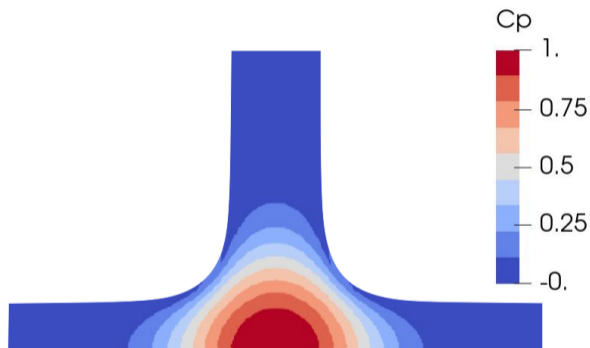
### Méthode SPH-ALE-DTS : pseudo-code (2/2)



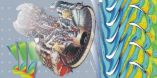


## Cas d'illustration

Validations : régularisation du champ de pression moyen

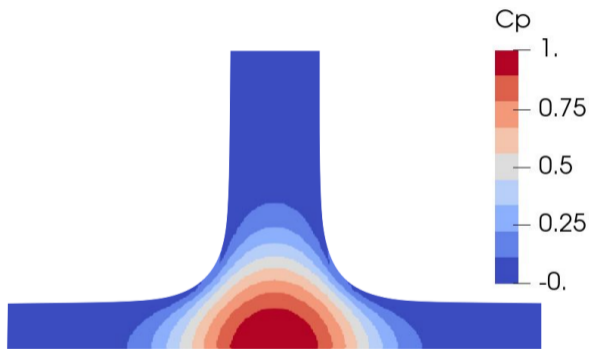


N-DTS ( $K_{CFL} = 1$ )

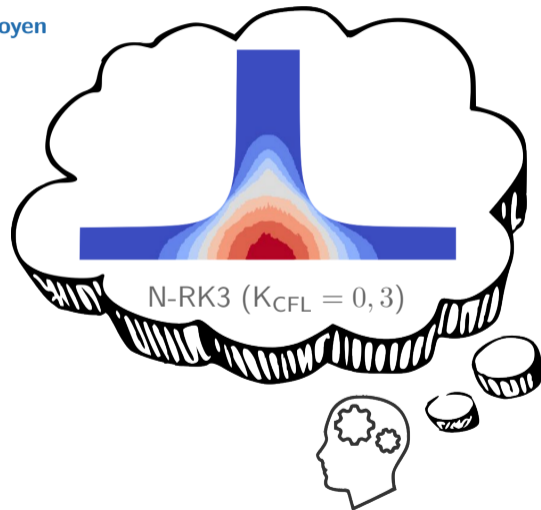


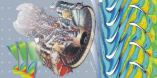
## Cas d'illustration

Validations : régularisation du champ de pression moyen



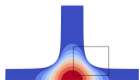
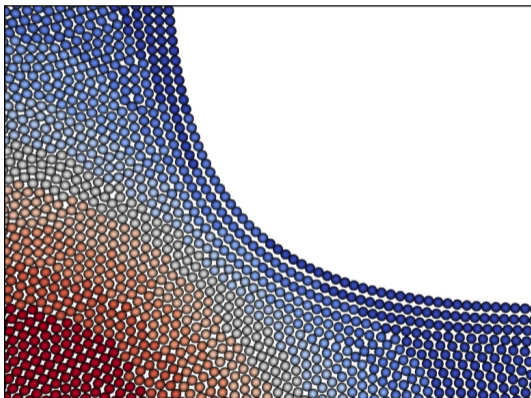
N-DTS ( $K_{CFL} = 1$ )



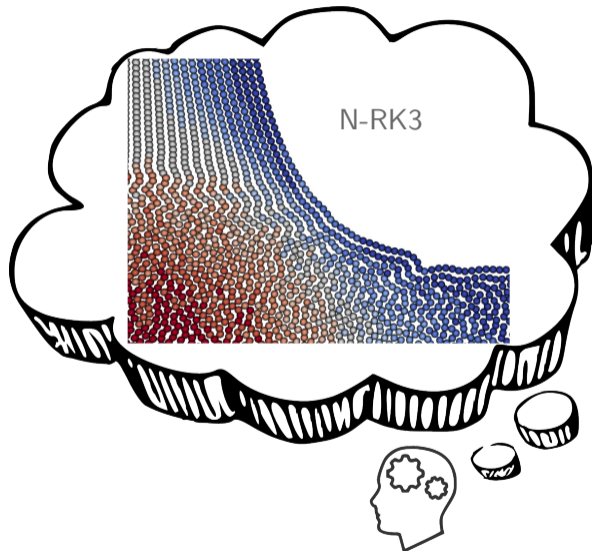


## Cas d'illustration

Validations : réduction de l'inhomogénéité



N-DTS

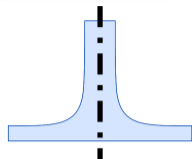
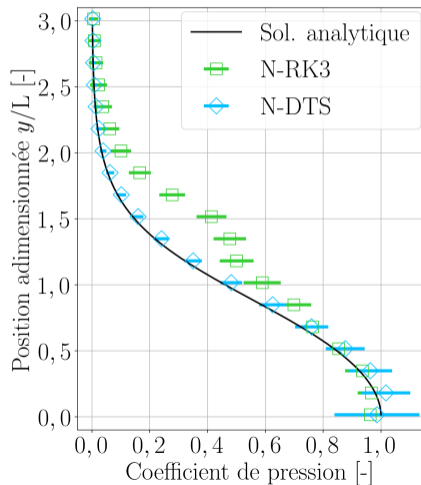


N-RK3



## Cas d'illustration

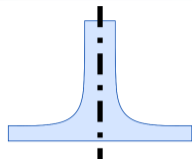
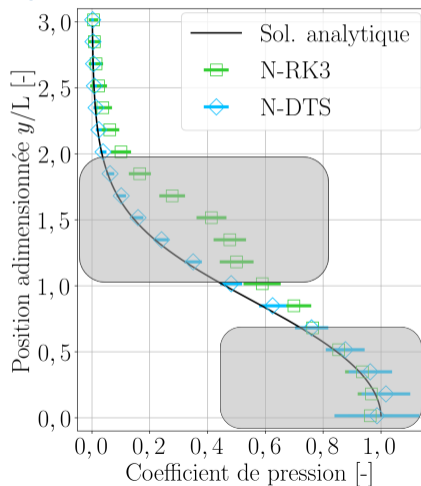
Validations : amélioration de la performance

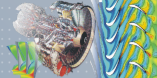




## Cas d'illustration

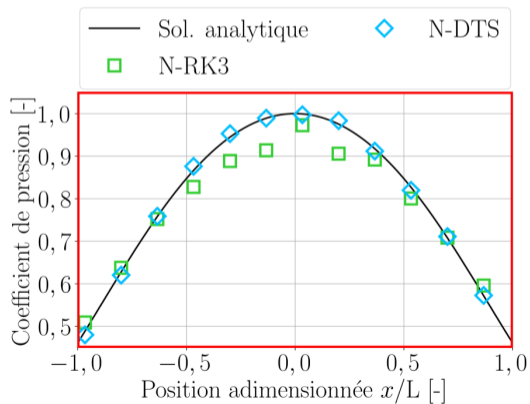
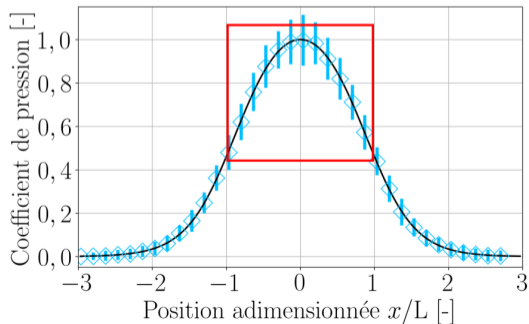
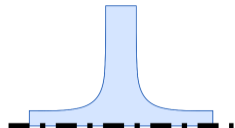
Validations : amélioration de la performance

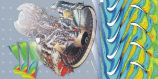




# Cas d'illustration

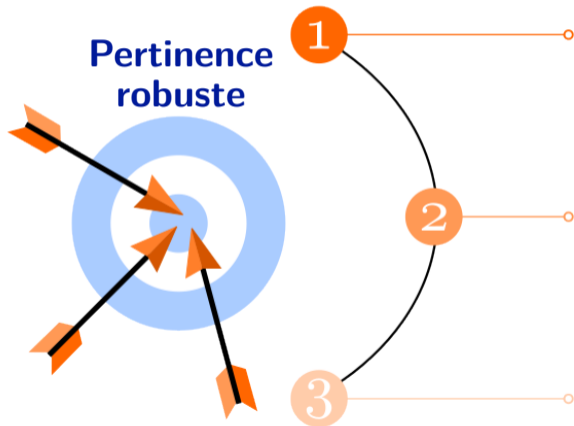
Validations : amélioration de la performance





# Technique du dual-time stepping (DTS)

Message à retenir



**Pertinence robuste**

**Performance (versus N-RK3)**

**Robustesse**

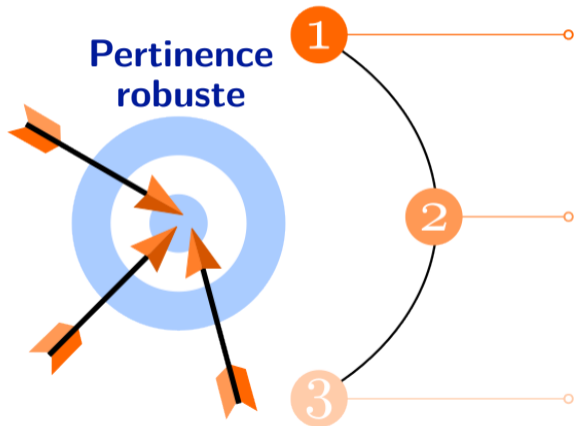
**Complexité computationnelle**





# Technique du dual-time stepping (DTS)

Message à retenir



## Performance (versus N-RK3)

- ✓ Meilleure prédiction moyenne
- ✗ Augmentation des fluctuations

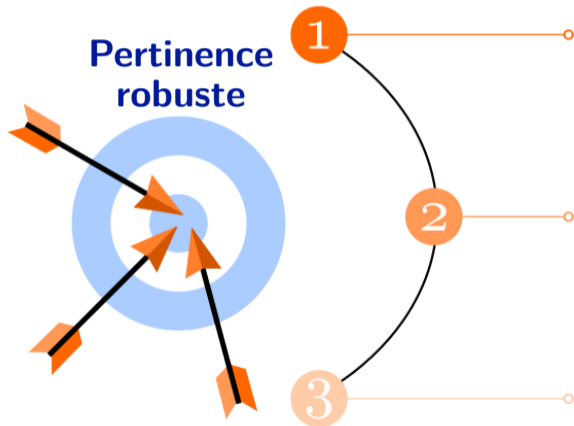
## Robustesse

## Complexité computationnelle



# Technique du dual-time stepping (DTS)

Message à retenir



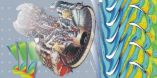
## Performance (versus N-RK3)

- ✓ Meilleure prédiction moyenne
- ✗ Augmentation des fluctuations

## Robustesse

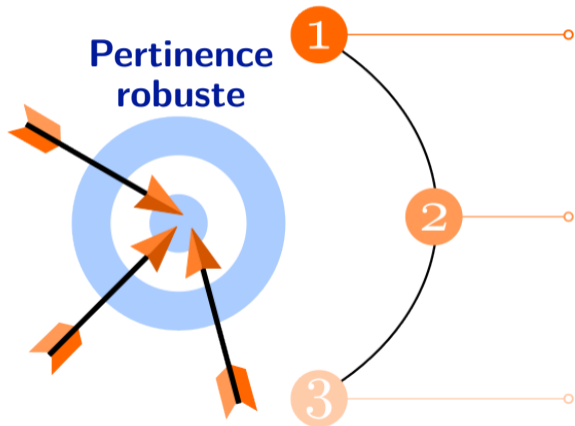
- ✓ Stabilité inconditionnelle
- ✓ Réduction de l'inhomogénéité de la distribution particulaire

## Complexité computationnelle



# Technique du dual-time stepping (DTS)

Message à retenir



## Performance (versus N-RK3)

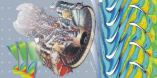
- ✓ Meilleure prédiction moyenne
- ✗ Augmentation des fluctuations

## Robustesse

- ✓ Stabilité inconditionnelle
- ✓ Réduction de l'inhomogénéité de la distribution particulaire

## Complexité computationnelle

Sur-dimensionnement du nombre d'itérations en pseudo-temps.



# Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS

## Sommaire

- 1 Méthode particulaire SPH-ALE
- 2 Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)
- 3 Technique du dual-time stepping (DTS)
- 4 Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS
- 5 Conclusions et perspectives



# Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS

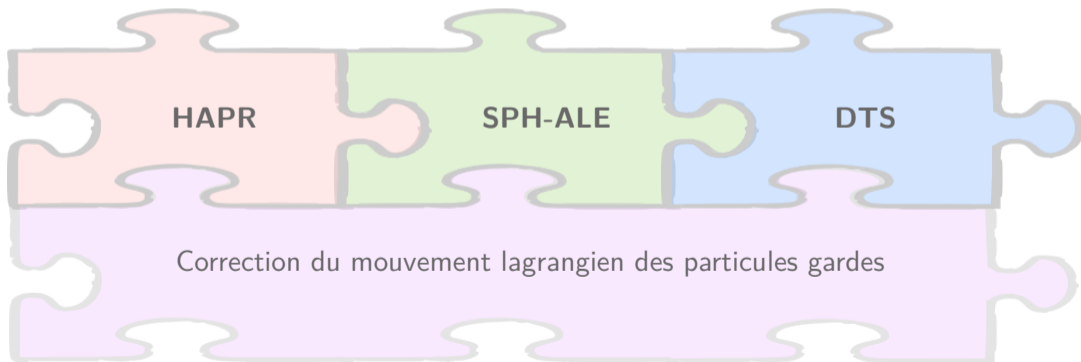
Méthode SPH-ALE à multi-résolutions spatiale et temporelle

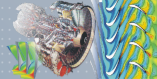




# Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS

Méthode SPH-ALE à multi-résolutions spatiale et temporelle





# Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS

Méthode SPH-ALE à multi-résolutions spatiale et temporelle

Filles hybrides

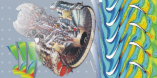


HAPR

SPH-ALE

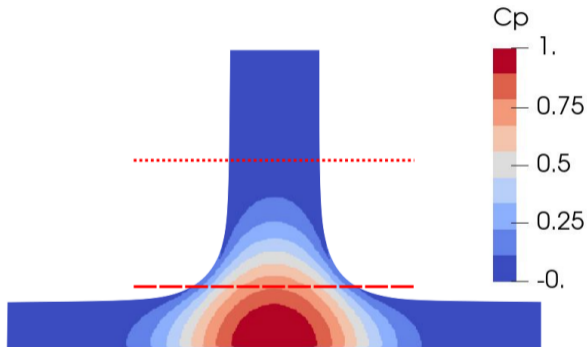
DTS

Correction du mouvement lagrangien des particules gardes



## Cas d'illustration

Validations : régularisation du champ de pression moyen



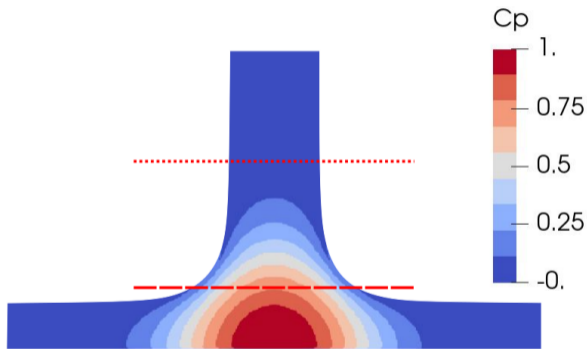
HAPR-DTS ( $K_{CFL} = 1$ )



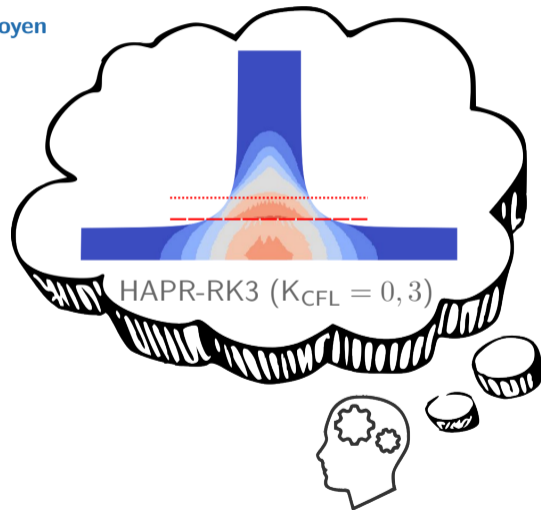


## Cas d'illustration

Validations : régularisation du champ de pression moyen



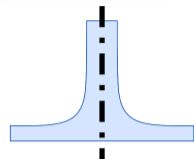
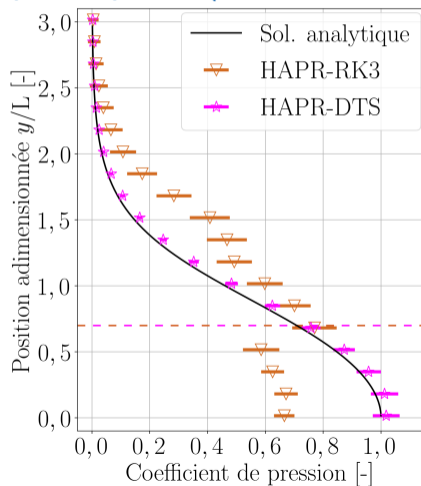
HAPR-DTS ( $K_{CFL} = 1$ )

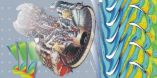




## Cas d'illustration

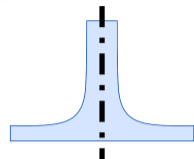
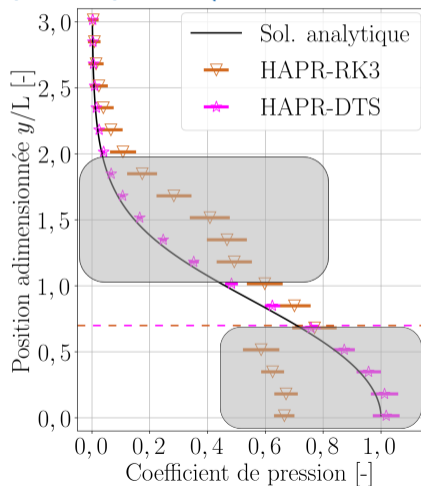
Validations : régularisation du profil de pression (versus HAPR-RK3)





## Cas d'illustration

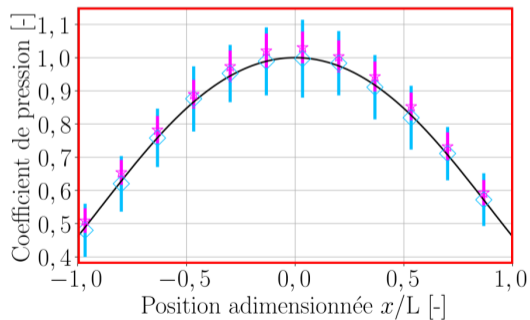
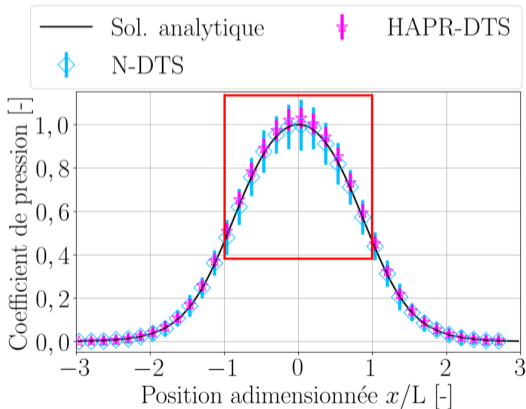
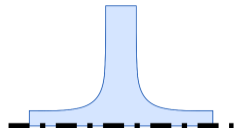
Validations : régularisation du profil de pression (versus HAPR-RK3)





# Cas d'illustration

Validations : réduction des fluctuations (versus N-DTS)





# Conclusions et perspectives

## Sommaire

- 1 Méthode particulaire SPH-ALE
- 2 Raffinement particulaire adaptatif hybride (HAPR)
- 3 Technique du dual-time stepping (DTS)
- 4 Méthode HAPR-SPH-ALE-DTS
- 5 Conclusions et perspectives



# Conclusions et perspectives

## Conclusions : de la présentation

### SPH-ALE

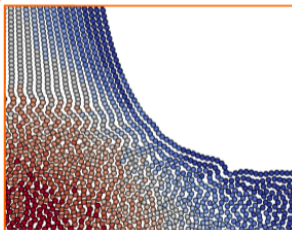
Discrétisation  
uniforme

1

Stabilité  
conditionnelle

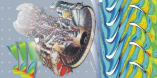
(faibles pas en temps)

2



Distribution  
inhomogène

3



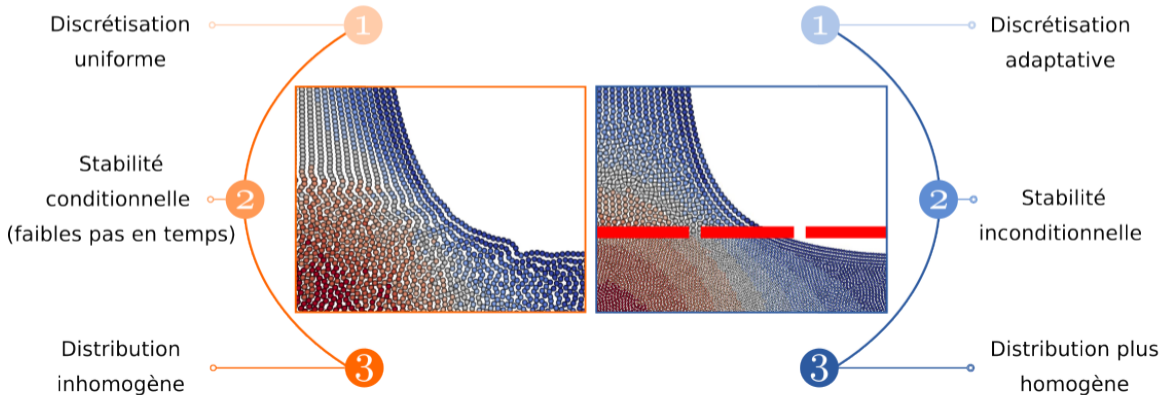
# Conclusions et perspectives

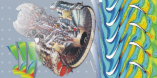
## Conclusions : de la présentation

### SPH-ALE

versus

### HAPR-SPH-ALE-DTS





## Conclusions et perspectives

Conclusions : des travaux de thèse

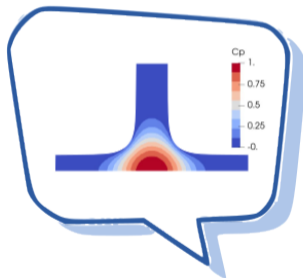
Quelles sont mes contributions principales ?



**Développer** et **implémenter**

des techniques modulaires dans

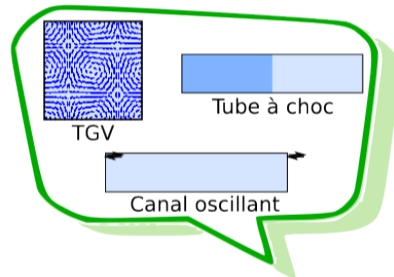
ASPHODEL



**Illustrer** sur un cas

représentatif de l'application

industrielle visée



**Valider** sur des cas

complémentaires





## Conclusions et perspectives

### Perspectives

Que ferais-je de plus ?  
Si j'avais quelques...

semaines



mois



années



### Optimiser

l'exécution du module DTS

- Réviser le critère d'arrêt
- Profilage du code

### Valider

sur des cas complexes

- Cas 3D
- Auget Pelton

### Reformuler

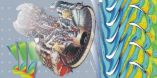
les conditions limites en implicite

- Condition d'entrée



## Conclusions et perspectives





## Méthode particulaire SPH-ALE

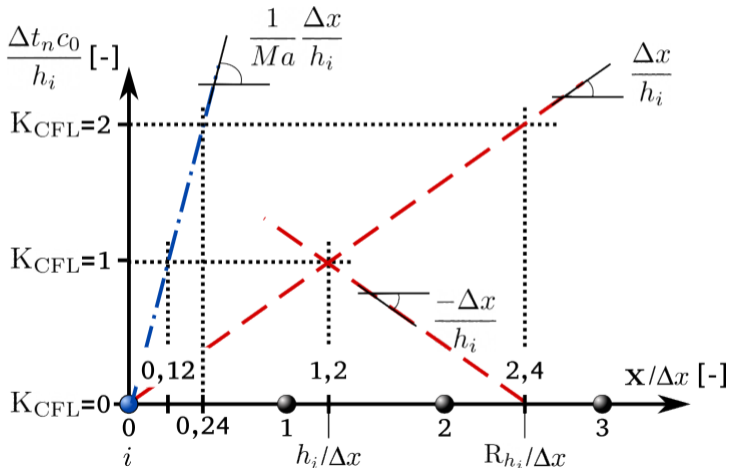
Discrétisation temporelle : condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)

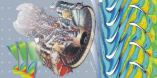
Soit l'indice  $n$ .

$$\Delta t_n \leq K_{\text{CFL}} \min_i \left( \frac{h_i}{c_0} \right)$$

Quelques généralités :

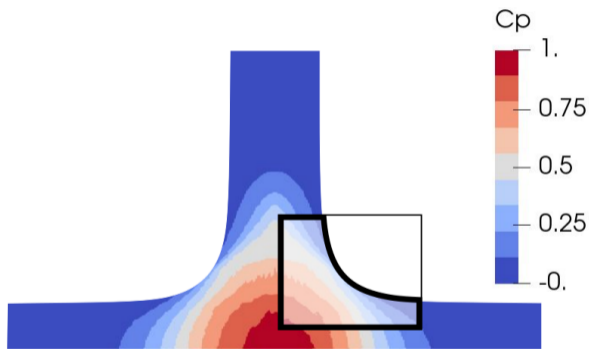
- Onde **acoustique** ( $c_0$ ).
- Onde **convective** ( $Ma c_0$ ).
- Écoulement faiblement compressible où  $Ma = 0, 1$ .



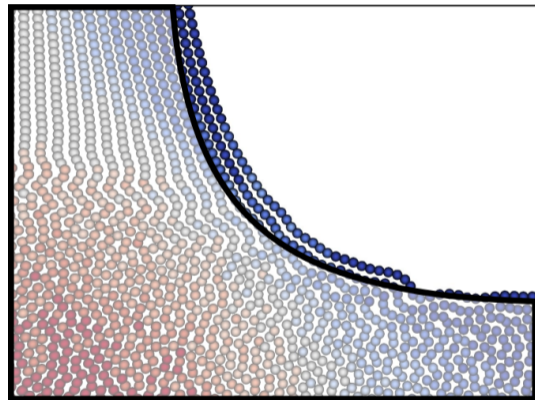


## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



Coefficient de pression moyen de N-RK3

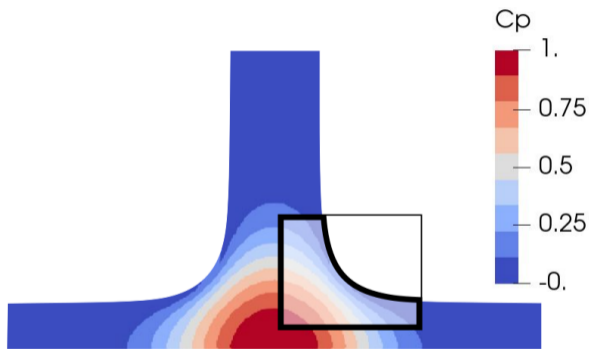


Distribution instantanée en fin de simulation

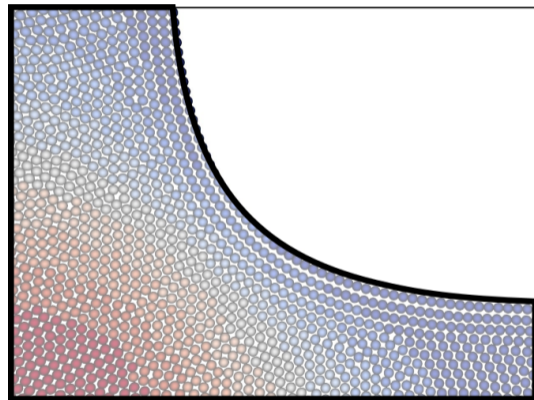


## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



Coefficient de pression moyen de N-DTS

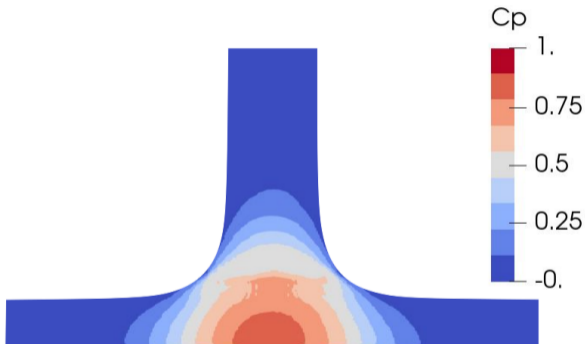


Distribution instantanée en fin de simulation

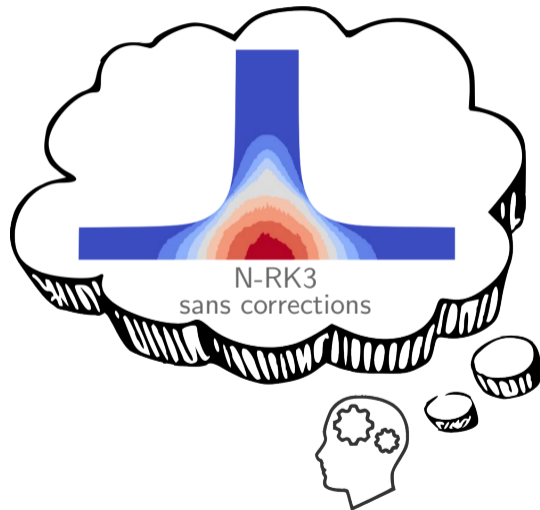


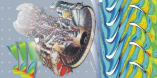
# Cas d'illustration

## Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



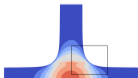
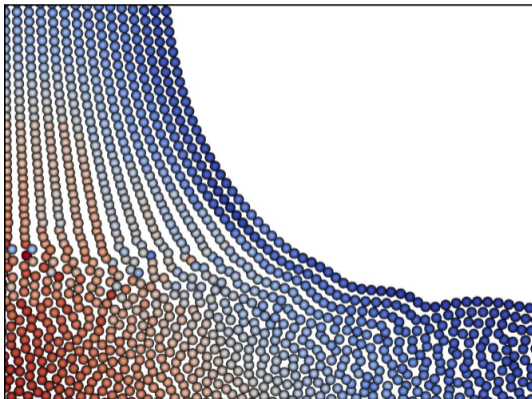
N-RK3  
avec corrections numériques



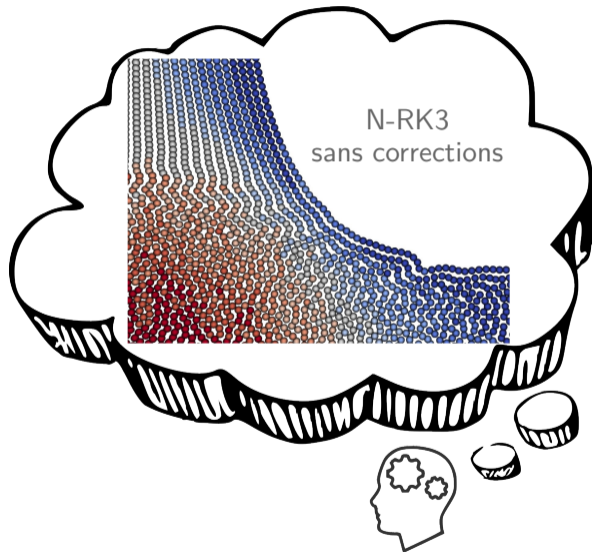


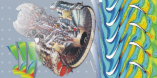
## Cas d'illustration

### Impact 2D d'un jet plan sur une plaque plane



N-RK3  
avec corrections numériques





## Technique du dual-time stepping (DTS)

### Méthode SPH-ALE : corrections numériques

Formulation explicite en pseudo-temps

$$\Psi_i^{*(n,m+1)} = \Psi_i^{*(n,m)} - \Delta t_{(n,m)}^* \mathcal{F}_n \left[ \underline{\mathbf{v}}_{0,i}^*, \widetilde{\nabla_i W_{i\bullet}^*} \right] \left( \Psi_i^{*(n,m)} \right)$$

&

Correction du mouvement des particules

$$\mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)} = \mathbf{v}_i^{*(n,m+1)} + \delta \mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)}$$

où  $\delta \mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m+1)} = \delta \mathbf{v}_{0,i}^{*(n,m)} + \alpha \mathbf{b}_i^{*(n,m)}$

avec  $\alpha$  une constante

&

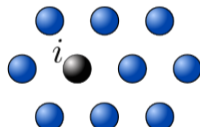
Correction du gradient de la fonction noyau

$$\widetilde{\nabla_i W_{ij}^*}^{(n,m)} = \nabla_i W_{ij}^{*(n,m)} - \beta_{ij}^{*(n,m)} \mathbf{b}_i^{*(n,m)}$$

avec  $\beta_{ij}^{*(n,m)}$  tel que  $\widetilde{\mathbf{b}}_i^{*(n,m)} = 0$

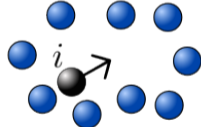


distribution  
homogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} = 0$$

distribution  
inhomogène



$$\mathbf{b}_i^{*(n,m)} \neq 0$$

avec  $\mathbf{b}_i^{*(n,m)} = \sum_{j \in D_i} \omega_j^* \nabla_i W_{ij}^*$

Où une particule  $i$ , un instant  $n$  et un pseudo-instant  $m$  sont considérés.